

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA**  
**ELÉTRICA**

**DETERMINAÇÃO DA INSTABILIDADE DE TENSÃO**  
**ASSOCIADA À BIFURCAÇÃO SELA-NÓ**

**Tese submetida à**  
**Universidade Federal de Santa Catarina**  
**como parte dos requisitos para a**  
**obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica.**

**FLÁVIO ANTONIO BECON LEMOS**

Florianópolis, Junho de 2000.

# DETERMINAÇÃO DA INSTABILIDADE DE TENSÃO ASSOCIADA À BIFURCAÇÃO SELA-NÓ

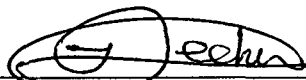
**Flávio Antonio Becon Lemos**

Esta Tese foi julgada adequada para a obtenção do Título de  
Doutor em Engenharia Elétrica, *Área de Concentração em Sistemas de Energia*  
e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em  
Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina.



Aguinaldo Silveira e Silva, Ph.D.


Orientador



Ildemar Cassana Decker, D.Sc.

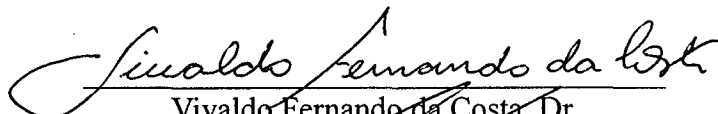
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Banca Examinadora:

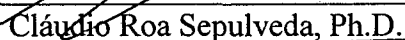


Aguinaldo Silveira e Silva, Ph.D.

Presidente



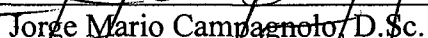
Vivaldo Fernando da Costa, Dr.



Cláudio Roa Sepulveda, Ph.D.



Ildemar Cassana Decker, D.Sc.



Jorge Mario Campagnolo, D.Sc.

## *Dedicatória*

*“Para Ana Carina, companheira das horas boas e ruins, das horas de angústia, das horas em que somente muito amor e dedicação eram o apoio para superar os obstáculos e atingir o meu ideal. Para ela, uma só dedicatória é muito pouco ... ”.*

*Dedicatória*

*“A meus Pais, que nunca mediram esforços para dar condições e acreditarem que a melhor herança para seus filhos é a educação. Muito Obrigado pelo Apoio, Carinho, Dedicção e Ensinamentos sobre a Vida ”.*

### *Agradecimentos*

Ao chegar ao final de uma caminhada de seis anos, representada pelo meu mestrado e doutorado e da qual esta tese é o último e mais importante passo, é importante reconhecer e agradecer a colaboração de algumas pessoas que ajudaram na concretização desta trabalho.

Ao Professor Aguinaldo Silveira e Silva, o qual tive o prazer de ter como orientador de mestrado e doutorado, um agradecimento especial pela sua dedicação, amizade, disponibilidade e por todo o conhecimento que tive a oportunidade de receber durante nossas muitas discussões sobre os mais variados temas que envolveram a minha formação.

Ao Professor Roberto Salgado, pela amizade, ensinamentos, companherismo e apoio durante meu mestrado e doutorado, e pela co-orientação fundamental ao aprofundamento de meus estudos na análise da estabilidade de tensão.

Ao Prof. Jorge Mário Campagnolo pelo incentivo e ajuda na implementação dos algoritmos de cálculo parcial de autovalores e por sua disponibilidade em participar da banca de avaliação deste trabalho.

Ao Professor Hanz Helmut Zürn devo um agradecimento especial e a minha admiração por sua dedicação e disponibilidade em ensinar e discutir os problemas relacionados a área de sistemas de energia, bem como pela sua cultura geral sempre pronta a enriquecer a formação humana.

Aos Professores do Laboratório de Sistemas de Potência (Labspot) da UFSC, Antonio J. A. Simões-Costa, Luis Jairo Branco Machado, Kátia Campos Almeida e Jacqueline Gisele Rolim, com quem tive o prazer de conviver durante o doutorado.

Aos Professores Ildemar Cassana Decker e Edson Luiz da Silva, do Laboratório de Planejamento de Sistemas de Potência (Labplan), pelo incentivo e discussões sobre temas da área de sistemas de energia.

Ao Professor Malcolm R. Irving, Diretor do Brunel Institute of Power System (BIPS) da Brunel University (UK), meu orientador de doutorado sanduíche, por todo o apoio recebido durante minha permanência como pesquisador do BIPS e com o qual tive o imenso prazer de trabalhar e aprender novos ensinamentos na área de sistemas de energia, os quais foram valiosos para a concretização desta Tese.

Um agradecimento muito especial devo ao amigo e colega André A. P Lerm, o qual tive o prazer de conhecer durante o curso de mestrado e com quem filosofei intermináveis horas sobre estabilidade de tensão e bifurcações e reparti a angústia e as incertezas do

doutorado. Além disso, sua parceria no desenvolvimento deste trabalho, na elaboração de artigos conjuntos e no apoio computacional foram fundamentais para o sucesso desta Tese.

Aos funcionários do Labspot, Ana Paula, Carmem e Denise pelo apoio as minhas atividades de doutorando.

Aos Professores Cláudio Roa Sepúlveda e Vivaldo Fernando da Costa, membros externos da banca examinadora, que gentilmente aceitaram o convite para avaliar e participar da defesa pública deste trabalho.

Aos funcionários da secretaria do PPGEE, Wilson e Marcos, sempre solícitos e cordiais na resolução dos problemas burocráticos enfrentados durante os estudos de pós-graduação.

Aos colegas Engenheiros Lucas T. O. da Luz e Luis Carlos Werberich pelo exemplo de profissionalismo e pela ajuda na obtenção de dados e na análise do sistema real utilizado neste trabalho.

A Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (PUCRS) pela oportunidade, apoio e suporte financeiro que permitiram a concretização deste trabalho.

A CAPES e ao CNPq pelo apoio financeiro concedido para a realização desta tese.

Aos amigos e colegas da caminhada do Doutorado, Robson, Gôuvea, Ricardo, Bazanella, Gládis, André Lerm, André Della Roca, Luciano, Roberto, Marcelo, Márcia, Paulo, Francisco, Jacqueline, Raimundo, Eduardo e Barreiros: “valeu a amizade e o apoio de todos”.

Esta seção de agradecimento não estaria completa sem uma referência especial a Turma do Happy Hour da Sexta no IEGA, onde os problemas não resolvidos da Universidade e as ansiedades da semana eram todos “devidamente” tratados com uma cerveja e com a descontração das conversas sobre os mais variados temas.

Resumo da Tese apresentada a UFSC como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica.

## **DETERMINAÇÃO DA INSTABILIDADE DE TENSÃO ASSOCIADA À BIFURCAÇÃO SELA-NÓ**

**Flávio Antonio Becon Lemos**

Junho/2000

Orientador: Aguinaldo Silveira e Silva.

Area de Concentração: Sistemas de Energia.

Palavras-chave: Estabilidade de tensão, Teoria de bifurcações, Modelagem de Limitadores

Número de Páginas: 243

A presente tese de doutorado aborda a determinação da instabilidade de tensão associada a bifurcação sela-nó. Uma revisão teórica dos mecanismos que conduzem o sistema à instabilidade de tensão e as principais abordagens utilizadas para a detecção da bifurcação sela-nó são apresentadas. Um aprofundamento teórico da bifurcação sela-nó em sistemas algébricos-diferenciais e sua relação com o processo de instabilidade de tensão é explorado. Na literatura, a maior parte das abordagens utiliza modelos estáticos para avaliar a estabilidade de tensão. Nesta tese, além de uma modelagem estática baseada no método da continuação, é utilizada uma modelagem dinâmica, a qual representa o sistema por um conjunto de equações algébrico-diferenciais. Estudos comparando a limitação da abordagem estática na correta determinação da bifurcação sela-nó do sistema em relação à adoção de abordagens dinâmicas são realizados. Outros fatores que exercem forte influência na determinação correta da bifurcação sela-nó são o modelo de carga e os limites do sistema de excitação dos geradores. Modelos estáticos e dinâmicos para representar a carga do sistema e análises com o objetivo de mostrar o efeito da carga na detecção da bifurcação sela-nó são apresentados. Em relação a modelagem de limitadores, são propostos novos modelos para representar analiticamente o efeito de limitadores de tensão de campo do sistema de excitação, os quais são incluídos na análise modal. Para tornar mais precisas as condições iniciais da análise modal e permitir a detecção da bifurcação sela-nó estática, foi implementada uma metodologia baseada no método da continuação que leva em conta a modelagem detalhada de limitação de potência reativa, a qual considera limites de tensão de campo e potência aparente da armadura e modelos de carga dependentes da tensão. Aborda-se ainda a questão da detecção direta da bifurcação sela-nó a partir de um modelo dinâmico do sistema, representado por um conjunto algébrico-diferencial. Um estudo da viabilidade da aplicação do método direto utilizando-se um pequeno sistema é apresentado. São realizadas comparações de resultados obtidos com a utilização dos modelos estático e dinâmico usados para representar o sistema e a carga, e uma análise dos pontos onde ocorre a bifurcação sela-nó em cada modelagem. Para validação dos modelos e da metodologia foram utilizados os sistemas teste WSCC e New England e um sistema equivalente do sistema interligado representando a região Sul do Brasil.

Abstract of Thesis presented to UFSC as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor in Electrical Engineering.

## **DETERMINATION OF VOLTAGE INSTABILITY ASSOCIATED TO SADDLE NODE BIFURCATION**

**Flávio Antonio Becon Lemos**

June/2000

Advisor : Aguinaldo Silveira e Silva

Area of Concentration : Energy Systems

Keywords : Voltage Stability, Voltage Collapse, Bifurcations Theory, Hard Limits

Number of Pages : 243

This thesis tackles the determination of voltage stability associated to saddle-node bifurcation. The theoretical overview of the mechanisms associated to voltage instability and main approaches used to detect saddle-node bifurcation are presented. Special attention is given to study of saddle-node bifurcation detection in differential algebraic equations system and its relation with voltage instability process. In the literature, most approaches make use of static models to evaluate voltage instability. In this thesis, a static methodology based in continuation method and a dynamic methodology, which represent the system for differential algebraic equations are used. Comparison of static and dynamics methodology to detect saddle-node bifurcation are performed and results are compared. Other factors that have strong influence to correct determination of saddle-node are load models and excitation limiters. Static and dynamics load models to represent the system demand and its effects to detect saddle-node bifurcation are presented. The excitation limiters are modelled using new models to represent in an analytical form the effects of the voltage excitation limiter when it is taken into account in the dynamic analysis. To become more realistic the initial conditions of dynamic analysis and allow the detection of static saddle-node bifurcation, it is implemented a methodology based on continuation method that take in account reactive power limits, which consider limitation by the field voltage and armature power and voltage depend of load. The feasibility of application of the direct method to detect saddle-node bifurcation in a differential algebraic model is performed using a small test system. The results obtained using static and dynamic models to represent the system and loads are compared to assess the point of occurrence of the saddle node bifurcation for each approach. The analysis is carry out on two test system, WSCC and New England, and a realistic system, that is based on the south Brazilian interconnected network and results are presented which validate the methodology and models proposed.



## SUMÁRIO

Capítulo 1:	INTRODUÇÃO GERAL .....	1
1.1	Pesquisas Desenvolvidas e Principais Contribuições do Trabalho de Tese .....	3
1.2	Publicações Relacionadas a Esta Tese .....	4
1.3	Estrutura da Tese .....	5
Capítulo 2:	ESTABILIDADE DE TENSÃO .....	8
2.1	Introdução .....	8
2.2	Incidentes Envolvendo Problemas de Instabilidade/Colapso de Tensão .....	9
2.2.1	Incremento de Carga .....	9
2.2.2	Perda de Carga .....	9
2.2.3	Perda de Geração .....	10
2.2.4	Perda de Linha de Transmissão .....	11
2.3	Mecanismos Estáticos da Instabilidade de Tensão .....	12
2.3.1	Relações entre Estabilidade Angular e Estabilidade de Tensão .....	12
2.3.2	Análise da Estabilidade de Tensão usando as Curvas $PV$ .....	13
2.3.3	Análise da Estabilidade de Tensão usando as Curvas $QV$ .....	17
2.3.4	Relação entre máxima transferência de potência e limite da estabilidade estática .....	19
2.3.5	Generalização dos Mecanismos de Instabilidade de Tensão para um Sistema Multimáquinas .....	21
2.4	Definições Básicas utilizadas no Estudo de Estabilidade de Tensão .....	22
2.5	Classificação da Estabilidade de Tensão .....	27
2.6	Dispositivos para Prevenção e Controle da Estabilidade de Tensão .....	32
2.6.1	Banco de Capacitores Paralelos .....	32
2.6.2	Capacitores Série .....	33

2.6.3	Compensadores estáticos de reativos (CER) .....	33
2.6.4	Controle de Transformadores com Comutação sob Carga (ULTC) .....	33
2.6.5	Geradores .....	34
2.6.6	Coordenação e Controle da Proteção .....	35
2.6.7	Esquemas de Alívio de Carga por Subtensão .....	35
2.7	Conclusões .....	36
Capítulo 3:	<b>MODELAGEM DO SISTEMA DE POTÊNCIA PARA ANÁLISE DE ESTABILIDADE DE TENSÃO .....</b>	<b>37</b>
3.1	Introdução .....	37
3.2	Geradores .....	38
3.2.1	Equações mecânicas .....	39
3.2.2	Equações subtransitórias .....	39
3.2.3	Equações transitórias .....	40
3.2.4	Equações da Potência Elétrica Injetada .....	40
3.2.5	Modelos Dinâmicos de Geradores Síncronos .....	40
3.2.6	Modelo Estático do Gerador Síncrono .....	43
3.3	Sistema de Excitação .....	44
3.3.1	Sistema de excitação IEEE - DC1 .....	44
3.3.2	Sistema de excitação IEEE - ST1 .....	45
3.3.3	Sistema de Excitação Simplificado .....	46
3.3.4	Modelagem dos Limitadores .....	46
3.4	Estabilizadores de Sistema de Potência .....	50
3.5	Sistema de Transmissão .....	51
3.5.1	Modelagem por Balanço de Corrente .....	52
3.5.2	Modelagem por Balanço de Potência .....	53
3.6	Compensador Estático de Reativo (CER) .....	54
3.7	Cargas .....	55

3.7.1	Modelos Estáticos .....	55
3.7.1.1	Modelo Exponencial .....	56
3.7.1.2	Modelo Polinomial .....	57
3.7.2	Modelo Dinâmico .....	57
3.7.2.1	Modelo de Motor de Indução de Terceira Ordem .....	57
3.7.2.2	Modelo Agregado de Carga .....	59
3.8	Modelo do Sistema para Estudos Dinâmicos .....	60
3.9	Modelo do Sistema para Estudos Estáticos .....	62
3.10	Conclusões .....	62
Capítulo 4:	<b>MÉTODOS DE AVALIAÇÃO DA ESTABILIDADE DE TENSÃO</b> .....	63
4.1	Introdução .....	63
4.2	Enfoque através da Análise Estática .....	64
4.2.1	Decomposição em Valores Singulares .....	67
4.2.2	Análise Modal .....	69
4.2.3	Índices Baseados em Sensibilidade .....	71
4.2.4	Funções Teste .....	72
4.2.5	Determinante Reduzido .....	74
4.2.6	Método da Continuação .....	75
4.2.7	Métodos Diretos .....	75
4.2.7.1	Método Direto de um Passo .....	76
4.2.7.2	Método Direto de Passos Múltiplos para Determinação da Bifurcação Sela-Nó mais Próxima .....	77
4.2.8	Otimização .....	79
4.2.9	Método do Vêtor Tangente .....	80
4.2.10	Múltiplas Soluções .....	81
4.2.11	Funções do Tipo Energia .....	85
4.2.12	Outros Índices .....	86

4.3	Utilização da Margem de Carregamento como Indicativo de Colapso de Tensão .....	87
4.3.0.1	Margem de Carregamento .....	88
4.3.0.2	Margem de Carga Local .....	89
4.3.0.3	Margem de Carregamento Considerando Múltiplas Soluções .....	90
4.4	Enfoque Através da Análise Dinâmica .....	91
4.4.1	Simulação no Domínio do Tempo .....	92
4.4.2	Simulação Quase Estática .....	93
4.4.3	Função Energia .....	95
4.4.4	Análise Modal .....	97
4.4.5	Teoria de Bifurcações .....	97
4.5	Enfoque através de Inteligência Artificial .....	97
4.6	Conclusões .....	99
Capítulo 5:	<b>ESTUDO DA ESTABILIDADE DE TENSÃO UTILIZANDO A TEORIA DE BIFURCAÇÕES</b> .....	100
5.1	Introdução .....	100
5.2	Teoria de Bifurcações .....	101
5.3	Bifurcações Locais .....	103
5.3.1	Bifurcações do Ponto de Equilíbrio .....	103
5.3.1.1	Bifurcação Sela-Nó .....	104
5.3.1.2	Bifurcação Transcrítica .....	105
5.3.1.3	Bifurcação Pitchfork .....	106
5.3.1.4	Bifurcação de Hopf .....	108
5.3.2	Bifurcação Nó Foco .....	110
5.4	Bifurcações Globais .....	110
5.4.1	Bifurcação Cyclic Fold .....	112
5.4.2	Bifurcação Blue Sky .....	113
5.4.3	Bifurcação Period Doubling .....	113

5.4.4	Bifurcação de Hopf Secundária .....	113
5.4.5	Bifurcação 1:1 .....	113
5.4.6	Caos .....	114
5.5	Sistema Algébrico Diferencial (AD) .....	114
5.5.1	Pontos de Equilíbrio de um Sistema AD .....	116
5.5.2	Estabilidade do Equilíbrio de um Sistema AD .....	117
5.5.3	Aplicação da Teoria de Sistema Algébricos Diferenciais (AD) à Estabilidade de Tensão .....	118
5.5.4	Tipos Principais de Bifurcações Presentes em um Sistema AD .....	119
5.5.4.1	Bifurcação Sela-Nó (SN) .....	120
5.5.4.2	Bifurcação de Hopf (HF) .....	120
5.5.4.3	Bifurcação da Singularidade do Fluxo de Potência (FP) .....	120
5.5.4.4	Perda da Causalidade .....	120
5.5.4.5	Bifurcação Algébrica .....	121
5.5.4.6	Bifurcação de Singularidade Induzida .....	121
5.6	Conclusões .....	122
Capítulo 6:	ESTUDO DA BIFURCAÇÃO SELA-NÓ .....	123
6.1	Introdução .....	123
6.2	Revisão Bibliográfica Sobre Ocorrência da Bifurcação Sela-nó .....	124
6.3	Ocorrência da Bifurcação Sela-Nó .....	125
6.4	Influência dos Limites na Determinação da Bifurcação Sela-Nó .....	128
6.5	Modelagem de Limitadores para a Avaliação Dinâmica da Estabilidade de Tensão Usando Modelos Lineares .....	129
6.5.1	Modelagem dos Limitadores de Excitação .....	129
6.5.2	Formulação Matemática do Alcance de Limites em RAT e Transformadores .....	131

6.5.3	Tratamento Convencional do Alcance de Limites .....	132
6.5.4	Chaveamento de Equações .....	133
6.5.5	Decomposição por Série de Fourier .....	133
6.5.6	Decomposição por Série de Potência .....	135
6.5.7	Representação usando Tangente Hiperbólica .....	135
6.6	Influência das Condições Iniciais na Determinação da Bifurcação Sela-nó .....	136
6.6.1	Metodologia utilizada no Fluxo de Potência .....	137
6.6.2	Modelagem Proposta para Incluir Limites de Potência Reativa no Cálculo das Condições Iniciais .....	138
6.6.2.1	Limitação pela Potência Aparente da Armadura ( $S_a$ ) .....	138
6.6.2.2	Limitação por Tensão de Campo ( $E_{fd}$ ) .....	139
6.6.3	Metodologia Proposta para o Cálculo da Potência Reativa Gerada .....	140
6.7	Influência do Modelo de Carga na Determinação da Bifurcação Sela-Nó .....	141
6.8	Direção Ótima para Correção da Estabilidade de Tensão .....	142
6.9	Métodos para Detecção da Bifurcação Sela-Nó .....	143
6.9.1	Detecção Estática através do Método da Continuação .....	144
6.9.1.1	Predição .....	146
6.9.1.2	Parametrização .....	149
6.9.1.3	Parametrização Local .....	150
6.9.1.4	Parametrização de Comprimento do Arco (arclenght): .....	150
6.9.1.5	Correção .....	151
6.9.1.6	Escolha e ajuste do passo de predição .....	152
6.9.2	Detecção dinâmica através da Análise Modal .....	154
6.9.3	Método Direto para Detecção da Bifurcação Sela-nó Considerando um Sistema AD .....	157
6.10	Conclusões .....	158

Capítulo 7:	RESULTADOS .....	159
7.1	Introdução .....	159
7.2	Sistema 9 Barras .....	160
7.2.1	Avaliação Estática.....	161
7.2.2	Avaliação Dinâmica .....	162
7.3	Sistema de 39 Barras .....	167
7.3.1	Avaliação Estática.....	167
7.3.2	Avaliação Dinâmica .....	167
7.4	Sistema Sul .....	171
7.4.1	Descrição do Sistema .....	171
7.4.2	Análise .....	172
7.5	Simulação Não-linear no Domínio do Tempo .....	175
7.6	Conclusões .....	176
Capítulo 8:	CONCLUSÕES E COMENTÁRIOS FINAIS .....	178
8.1	Conclusões .....	179
8.2	Sugestões para Futuros Trabalhos .....	181
Apêndice A:	TEORIA DE SISTEMAS NÃO-LINEARES .....	183
A.1	Definições e Teoremas .....	183
Apêndice B:	MODELOS DE CARGA .....	187
B.1	Modelo Estático .....	187
B.2	Modelo Polinomial .....	187
B.3	Modelo Exponencial .....	188
B.4	Modelo Dinâmico .....	189
B.5	Modelo de Motor de Indução .....	189
B.6	Modelo Agregado de Carga .....	191
Apêndice C:	FATORES DE PARTICIPAÇÃO .....	194
Apêndice D:	MÉTODOS ITERATIVOS PARA CÁLCULO DOS	

	AUTOVALORES/AUTOVETORES .....	196
D.1	Método de Iterações Simultâneas .....	196
D.2	Algoritmo Sequencial para a versão Iterações Simultâneas “Bi Iteration” .....	198
Apêndice E:	DADOS DOS SISTEMAS UTILIZADOS .....	200
E.1	Sistema WSCC (Anderson Fouad) .....	200
E.2	Sistema New England .....	201
E.3	Sistema Sul Equivalente .....	202
E.4	Topologia do Sistema Sul (Barras, Linhas e Transformadores) .....	204
A	BIBLIOGRAFIA .....	212



## LISTA DE FIGURAS

2.1	Sistema de Potência Elementar . . . . .	13
2.2	Curvas $PV$ para diferentes fatores de potência . . . . .	16
2.3	Curvas $QV$ para diferentes fatores de potência . . . . .	17
2.4	Curvas $QV$ modificadas pelo efeito de cargas dependentes da tensão e ULTC limitados . . . . .	19
2.5	Tensão como função da potência ativa e da potência reativa [9]. . . . .	20
2.6	Exemplo de um Sistema para Estudo da Estabilidade Angular Pura . . . . .	25
2.7	Exemplo de um Sistema para o Estudo da Estabilidade de Tensão Pura . . . . .	25
2.8	Tempo de Atuação dos Componentes [2]. . . . .	28
2.9	Classificação da Estabilidade de Sistemas de Potência [26]. . . . .	29
3.1	Eixos d-q do gerador com relação à referência da rede. . . . .	38
3.2	Sistema de excitação IEEE - DC1 . . . . .	44
3.3	Sistema de excitação IEEE - ST1 . . . . .	45
3.4	Sistema de excitação simplificado . . . . .	46
3.5	Diagrama de Blocos de um Regulador Automático de Tensão . . . . .	47
3.6	Diagrama de bloco de um limitador de sobreexcitação (OXL). . . . .	48
3.7	Característica do Limitador OXL . . . . .	49
3.8	Modelo do ESP . . . . .	50
3.9	Modelo de primeira ordem do CER . . . . .	54
3.10	Circuito equivalente do motor de indução no modelo de 3ª ordem adaptado. . . . .	58
3.11	Resposta da carga a um degrau na tensão aplicada. . . . .	59
3.12	Diagrama de blocos para a potência ativa do modelo Xu-Mansour . . . . .	60
3.13	Estrutura esquemática do Jacobiano completo do sistema . . . . .	61
4.1	Procedimento de busca do ponto de bifurcação sela-nó mais próximo. . . . .	78
4.2	Conceito de múltiplas soluções do fluxo de potência. . . . .	83

4.3	Descrição gráfica do índice VIPI. ....	85
4.4	Curva PV típica com representação esquemática dos índices. ....	87
5.1	Varietades locais e seus autoespaços. ....	103
5.2	Diagrama da bifurcação sela-nó ....	104
5.3	Campo vetorial e variedades no ponto de bifurcação ....	105
5.4	Diagrama da bifurcação transcritical ....	106
5.5	Diagrama da bifurcação pitchfork subcrítica. ....	107
5.6	Diagrama da bifurcação pitchfork supercrítica ....	107
5.7	Tipos de Bifurcação de Hopf. ....	109
5.8	Três Caminhos de Perda de Estabilidade de Órbitas Periódicas ....	112
6.1	Curvas PV considerando-se operação com e sem ajuste nos sinais de referência ....	127
6.2	Tipos de Representação de “ <i>Hard Limits</i> ” ....	129
6.3	Regulador de Tensão com Limitadores de Tensão de Campo ....	130
6.4	Relação entre as variáveis $x$ e $y$ para o limitador tipo “ <i>windup</i> ” ....	131
6.5	Relação entre as variáveis $V$ e $V'$ ....	132
6.6	Função periódica ....	133
6.7	Relação entre a função tangente hiperbólica e sua derivada ....	136
6.8	Preditor tipo secante ....	149
6.9	Método da continuação - processo de correção usando interseção perpendicular ....	152
7.1	Trajatória do autovalor dominante em função do aumento da demanda. ....	165
7.2	Trajatória da parte real do autovalor dominante em função da demanda ativa. a) chaveamento de equações. b) Série de Fourier. ....	166
7.3	Tensões nas barras de carga e de geração. ....	166
7.4	Trajatória do autovalor dominante em função do aumento da demanda. ....	170
7.5	Tensões nas barras de carga e de geração. ....	171
7.6	Tensões nas Barras de Carga Seleccionadas ....	175

7.7	Tensões nos Geradores.....	176
8.1	Circuito equivalente do motor de indução no modelo de 3ª ordem adaptado. ....	190
8.2	Resposta da carga a um degrau na tensão aplicada. ....	191
8.3	Diagrama de blocos para a potência ativa do modelo Xu-Mansour .....	192

## LISTA DE TABELAS

3.1	Valores típicos dos expoentes de carga [9]. . . . .	56
4.2	Escala de tempo para estudos de estabilidade de tensão . . . . .	91
6.3	Coefficientes da Decomposição por Série de Fourier . . . . .	134
6.4	Coefficientes da Decomposição por Série de Potência . . . . .	135
7.5	Avaliação estática, com e sem representação detalhada dos limites de potência reativa, para aumento em todas as barras de carga e aumento localizado na barra. . . . .	161
7.6	Resultados da avaliação dinâmica do máximo carregamento, com representação dos limites de potência reativa, para aumento em todas as barras de carga e aumento localizado na barra 8 . . . . .	162
7.7	Condições de instabilidade dinâmica de tensão considerando modelo de carga . . . . .	163
7.8	Máximo carregamento estável considerando modelagem dos limites de tensão de campo e modelo de carga . . . . .	163
7.9	Fatores de participação críticos para a instabilidade dinâmica de tensão em função do modelo de limitadores. . . . .	164
7.10	Avaliação estática, com e sem representação detalhada dos limites de potência reativa, para aumento em todas as barras de carga e aumento localizado na barra 21. . . . .	167
7.11	Avaliação dinâmica do máximo carregamento, com representação dos limites de potência reativa, para aumento em todas as barras de carga e aumento localizado na barra 21. . . . .	168
7.12	Condições de instabilidade de tensão considerando diferentes modelos de carga . . . . .	168
7.13	Fatores de participação críticos para a instabilidade dinâmica de tensão em função do modelo de limitadores. . . . .	169
7.14	Avaliação estática, com e sem representação detalhada dos limites de potência reativa, para aumento em todas as barras de carga e aumento localizado nas barras selecionadas . . . . .	172
7.15	Tensões nas barras críticas do Sistema Sul. . . . .	173
7.16	Avaliação dinâmica com a representação detalhada dos limites de potência reativa, para aumento localizado nas barras selecionadas . . . . .	173

7.17	Fatores de participação críticos para a instabilidade dinâmica de tensão em função do modelo de limitadores. ....	174
------	---	-----

# Capítulo 1

## Introdução Geral

A descoberta da eletricidade, e sua aplicação prática no dia a dia, constituiu uma revolução nos hábitos e costumes da população. A invenção de novos, e cada vez mais sofisticados equipamentos elétricos, vem exigindo uma demanda de energia crescente e com requisitos de qualidade e confiabilidade elevados. O que se pode considerar como o primeiro sistema de potência completo foi construído por Thomas Edison e começou a operar em 1882, na cidade de Nova York nos Estados Unidos. Em poucos anos, algumas das maiores cidades do mundo começaram a utilizar sistemas elétricos similares. Com o advento da invenção do motor elétrico no ano de 1884, começaram a acontecer grandes avanços na indústria, e cargas cada vez maiores começaram a se incorporar a este sistemas.

Problemas de atendimento com qualidade passaram a ter grande importância, com a exigência da manutenção de frequência e tensão constantes e um fornecimento contínuo, com baixo nível de interrupção. O aumento da demanda e a sua variação durante a operação conduzem ao trinômio qualidade/segurança/custo. Para manter a qualidade no atendimento é necessário que o sistema opere de uma forma segura, o que pressupõe um alto nível de confiabilidade. Isto é assegurado pelo investimento em equipamentos e sistemas de controle cada vez mais caros e sofisticados. Entretanto, a operação segura e com qualidade deve ser executada visando um custo operacional mínimo, a fim de que as margens de faturamento se tornem atrativas para a indústria de energia elétrica. Isto leva os sistemas de potência a operarem perto de seus limites, como forma de explorar toda a sua capacidade. Dentro deste cenário, problemas de flutuações de frequência que podem levar os geradores a perda

do sincronismo e problemas de oscilações de tensão, que podem conduzir o sistema a instabilidade e colapso de tensão, demonstram que o estudo de estabilidade de sistemas elétricos é um fator fundamental na manutenção dos requisitos de qualidade de fornecimento.

Na década de 60, foram estabelecidas interligações em grande escala nos Estados Unidos e Canadá, e entre estes dois sistemas, formando um grande sistema interligado. No Brasil, as interligações do sistema sul com o sistema sudeste começaram na década de 70, e deram origem ao sistema interligado sul-sudeste. Estas interligações conduzem a uma operação mais econômica e aumentam a confiabilidade dos sistemas interligados, pois permitem uma assistência mútua em caso de distúrbios. Em contrapartida, as interconexões aumentam a complexidade dos problemas de estabilidade e amplificam os efeitos de uma instabilidade. Entre os novos problemas que surgiram com as interligações estão aqueles associados a problemas de oscilações, devido a modos de oscilação local e modos de oscilação inter-áreas. O primeiro tipo de oscilação é corrigido com o uso de estabilizadores de sistemas de potência. O segundo modo de oscilação está relacionado a formação de grandes grupos de geradores, interligados por fracas interconexões entre os sistemas. Quando existe um alto intercâmbio, tais sistemas apresentam modos de oscilação inter-área de baixa frequência. Em muitas situações, isto causa grande preocupação em relação a segurança do sistema. Para minimizar este tipo de problema, a utilização de estabilizadores de sistemas de potência e/ou compensação série controlada tem sido opções de controle.

A maioria dos estudos, modelos e métodos de análise desde os anos 60 tem se concentrados na estabilidade transitória. Os sistemas elétricos tem sido projetados e são operados de tal forma a satisfazer os critérios deste tipo de estabilidade. Como consequência natural, a maioria dos métodos e ferramentas computacionais foram desenvolvidos e otimizados para tratar este tipo de problema. Entretanto, as novas tendências de planejamento e operação levaram ao aparecimento de novas formas de instabilidade. Razões de ordem financeira, problemas ecológicos e novas condições operativas ditadas pelos novos modelos de gerenciamento dos sistemas elétricos advindos da privatização, levaram as empresas de energia elétrica a operar seus sistemas com menos redundância e mais próximos de seus limites de estabilidade. Crescimento de interligações, sistemas de transmissão sobrecarregados, usinas operando próximas aos limites de suas capacidades, utilização de novas tecnologias, tais como transmissão de corrente contínua em alta tensão, uso massivo de compensação paralela, mudanças na composição e características da carga são algumas tendências que contribuíram para o aparecimento de um novo tipo de instabilidade, conhecida

como *instabilidade de tensão*. Em anos recentes, com especial atenção a partir do início da década de 80, o estudo da estabilidade de tensão vem merecendo destaque na literatura. Esta nova forma de instabilidade é influenciada por vários fatores, dentre os quais a composição das cargas e a atuação de limitadores do sistema, em especial, os limitadores dos sistemas de excitação dos geradores e os relacionados aos transformadores. Várias pesquisas tentando estabelecer definições e melhorar o entendimento dos aspectos físicos deste novo problema de estabilidade vem sendo realizadas ao longo dos últimos anos.

## **1.1 Pesquisas Desenvolvidas e Principais Contribuições do Trabalho de Tese**

O objetivo deste trabalho foi aprofundar o conhecimento teórico sobre o problema de estabilidade de tensão do ponto de vista estático e dinâmico e estabelecer os efeitos que a modelagem de carga e a atuação de alguns limitadores do sistema de excitação causam no aparecimento da bifurcação sela-nó. Para atingir este objetivo, diversas causas que podem conduzir o sistema à instabilidade de tensão são identificadas e analisadas, principalmente aquelas que estão relacionadas ao aparecimento da bifurcação sela-nó. São também desenvolvidos modelos e algoritmos computacionais para análise e detecção da bifurcação sela-nó.

As principais contribuições desta tese podem ser enumeradas como segue:

a) Apresentação de um estudo teórico detalhado sobre os principais mecanismos que conduzem o sistema à instabilidade de tensão, seguido de uma revisão do estado da arte da literatura e apresentação detalhada dos principais métodos de análise estática e dinâmica. Também apresenta-se uma revisão de métodos que utilizam inteligência artificial para tratar do problema de estabilidade de tensão.

b) Uma análise que procura esclarecer as limitações da detecção da bifurcação sela-nó utilizando modelagem estática.

c) Desenvolvimento de novos modelos para representar o comportamento de limitadores do sistema de excitação em modelos dinâmicos linearizados, os quais evitam a discontinuidade do campo vetorial, e são utilizados para a análise modal, são propostos e discutidos. Uma análise detalhada do seu funcionamento e do seu efeito na detecção da bifurcação sela-nó é apresentada.



d) Desenvolvimento de uma metodologia para representar os efeitos da limitação da potência reativa dos geradores na fase de obtenção das condições iniciais estáticas. Isto é realizado com a inclusão de modelos detalhados de geradores e reguladores de tensão no método da continuação, a fim de tornar mais realista o cálculo das condições iniciais. Estes modelos consideram os limites de tensão de campo e potência aparente da armadura, levando em conta o despacho de potência ativa e a tensão de operação do gerador.

e) Avaliação do efeito de modelos de carga, estáticos e dinâmicos, no aparecimento da bifurcação sela-nó.

f) Estudo da teoria de bifurcações aplicada ao problema da estabilidade de tensão, com especial atenção aos sistemas algébricos diferenciais (AD) utilizados para representar o modelo completo de um sistema de potência. Especial atenção é dada à ocorrência da bifurcação sela-nó em sistemas do tipo AD e sua relação com a instabilidade de tensão.

g) Estudos sobre a viabilidade da aplicação de métodos diretos para detecção da bifurcação sela-nó de sistemas AD.

h) Aplicação do método de cálculo parcial de autovalores bi-iteration na detecção da bifurcação sela-nó.

i) Análise dos resultados obtidos, utilizando-se modelagem estática e modelagem dinâmica do sistema, na detecção da bifurcação sela-nó.

Para ilustrar a pesquisa e as metodologias desenvolvidas nesta monografia, são realizadas simulações utilizando sistemas teste e um sistema real. Os resultados obtidos são discutidos e analisados.

## 1.2 Publicações Relacionadas a Esta Tese

F. A. B. Lemos, A. A. P. Lerm e A. S. e Silva “Estabilidade de Tensão: Uma Abordagem Através da Teoria de Bifurcações”. *Anais do IX CBA - Congresso Brasileiro de Automática*. Vol. III, pp. 1649-1654, São Paulo - SP, Setembro 1996.

A. A. P. Lerm, F. A. B. Lemos e A. S. e Silva “Inclusion and Evaluation of Generator Limits and Static VAR Compensator in a Convencional Load Flow Program”. *Proc. of 28th North American Power Symposium*, pp. 185-191, Cambridge - MA, USA. November 1996.

A. A. P. Lerm, F. A. B. Lemos e A. S. e Silva “Indices for Voltage Stability Analysis Based on Eigenvalues Sensitivity”. *Proc. of 29th North American Power Symposium*, pp. 185-191, Laramie - , USA. October 1997.

F. A. B. Lemos, A. A. P. Lerm, A. S. e Silva e M. R. Irving “Behaviour of The Saddle-node Bifurcation with New Models to Represent Hard Limits in a Power System Linearized Model”. *Proc. of 15th IMACS - World Congress on Scientific Computational, Modelling and Applied Mathematics*, Vol. I, pp. 147-52, Berlin, Germany, November 1997.

A. A. P Lerm, F. A. B. Lemos e A. S. e Silva “Influence of Hard Limits in The Occurrence of Saddle-Node and Hopf Bifurcations in Voltage Stability Analysis”. *Anales do XII Congreso Chileno de Ingenieria Electrica*, pp. 88-93, Temuco, Chile. Novembro 1997.

F. A. B. Lemos, A. A. P. Lerm e A. S. e Silva “Avaliação da Modelagem de Limites de Potência Reativa para Determinação da Bifurcação Sela-Nó”. *Anais do XCBA - Congresso Brasileiro de Automática*. Vol. III, pp. A135-A1, Uberlândia - MG, Setembro 1998.

F. A. B. Lemos, A. A. P. Lerm, A. S. e Silva, L. T. da Luz e L. C. Werberich “Assessment of the Impact of a Microprocessed Load Shedding Strategy on The Voltage Stability of a Power System”. *Proceedings of Bulk Power Systems Dynamics and Control IV- Restructuring*, pp. 235-241, Santorini, Greece, August 1998.

F. A. B. Lemos, A. A. P. Lerm, A. S. e Silva e M. R. Irving “Voltage Stability Assessment with Inclusion of Hard Limits”. *IEE Proceedings - Part C, Generation, Transmission and Distribution*, Vol. 145, N°5, pp. 505-510, England, UK. September 1998.

### 1.3 Estrutura da Tese

Este trabalho de tese esta organizado da seguinte forma:

*Capítulo 2* - Estabilidade de Tensão: A primeira parte deste Capítulo é dedicada a descrição de alguns incidentes que resultaram em problemas de instabilidade e colapso de tensão. Causas e consequências observadas da análise destes incidentes são descritas. Na sequência, são apresentados os mecanismos, conceitos e definições associados ao problema da instabilidade de tensão. Finalmente, são descritos alguns dispositivos que atuam no sentido de prevenção e controle do problema da instabilidade de tensão.

*Capítulo 3* - Modelagem para Estudo de Estabilidade de Tensão: Neste Capítulo é apresentada a modelagem dos componentes do sistema de potência que possuem maior efeito sobre a estabilidade de tensão. A seção sobre modelagem de carga apresenta uma descrição teórica detalhada sobre os principais modelos de carga, estáticos e dinâmicos, utilizados no estudo de estabilidade de tensão. Como uma das contribuições desta tese está relacionada a modelagem de limitadores, uma descrição mais detalhada sobre o efeito

e atuação de limitadores dos sistemas de excitação é realizada, servindo como introdução aos novos modelos propostos para representar o efeito do limitador de tensão de campo apresentados no Capítulo 6. Particular atenção é dada ao limitador de sobreexcitação e sua modelagem devido a sua influência no processo de instabilidade de tensão.

*Capítulo 4 - Métodos de Avaliação da Estabilidade de Tensão:* Neste Capítulo é apresentada uma pesquisa do estado da arte em métodos utilizados no estudo de estabilidade de tensão. Os métodos são divididos, de acordo com a abordagem utilizada em: estáticos, dinâmicos e os que utilizam inteligência artificial. Uma breve revisão dos principais métodos de cada classe é apresentada, seguida de uma revisão bibliográfica dos trabalhos relacionados a cada método.

*Capítulo 5 - Teoria de Bifurcações:* Apresenta-se uma revisão matemática básica da Teoria de Bifurcações. São apresentados os principais tipos de bifurcações que podem aparecer em um modelo de sistemas de potência, com destaque para as bifurcações locais de ponto de equilíbrio. Na última parte do Capítulo é apresentada a teoria de sistemas algébricos-diferenciais, o qual é utilizado para representar o modelo completo de um sistema de potência. Especial atenção é dada à ocorrência da bifurcação sela-nó em sistemas algébricos diferenciais e sua relação com a instabilidade de tensão.

*Capítulo 6 - A Bifurcação Sela-Nó:* Este Capítulo é dedicado ao estudo específico da bifurcação sela-nó. Os principais aspectos relativos a causas, efeitos e consequências de seu aparecimento em sistemas de potência são analisados. Apresenta-se uma contribuição no sentido de descrever o efeito de limites e sua influência no aparecimento da bifurcação sela-nó. Novos modelos para representar o efeito de limitadores de tensão de campo em sistemas excitação e sua relação com a instabilidade de tensão são propostos e apresentados. Um novo algoritmo para o Método da Continuação, o qual leva em conta o modelo em regime permanente dos geradores e o efeito do seu respectivo regulador de tensão, é apresentado. Na parte final do Capítulo é apresentada uma contribuição ao estudo da aplicação de métodos diretos para detecção da bifurcação sela-nó de sistemas algébrico-diferenciais.

*Capítulo 7 - Resultados:* Este Capítulo apresenta os resultados obtidos da aplicação da metodologia proposta. Os resultados são comentados e suas principais consequências são apontadas. São utilizados três sistemas de porte diferenciados para a obtenção dos resultados. O primeiro é o sistema de 9 barras e três geradores, conhecido como WSCC ou Anderson-Fouad. O segundo é um sistema com 39 barras e 10 geradores, conhecido como sistema New England. O terceiro e último é um sistema real composto de 213 barras e 32 geradores, com

representação completa até o nível de subtransmissão, o qual representa um equivalente do sistema Sul do Brasil.

*Capítulo 8* - Conclusões e Comentários Finais: Neste capítulo é apresentado um breve sumário com as conclusões gerais do trabalho, comentários sobre as contribuições desta tese e sugestões de trabalhos futuros.

*Apêndice A* - Apresenta uma pequena revisão de sistemas não-lineares, incluindo alguns teoremas fundamentais para a Teoria de Bifurcações, e o significado de alguns termos comumente utilizados na literatura de sistemas não-lineares.

*Apêndice B* - Descreve em detalhes os modelos de carga utilizados.

*Apêndice C* - Apresenta um resumo sobre fatores de participação e sensibilidade.

*Apêndice D* - Método iterativo para cálculo de autovalores/autovetores - Método bi-iteration.

*Apêndice E* - Dados dos Sistemas Testes.

# Capítulo 2

## Estabilidade de Tensão

### 2.1 Introdução

Problemas relacionados ao controle e estabilidade da tensão são conhecidos há muito tempo. Entretanto, com o crescimento das interligações entre os sistemas e a falta de investimento no setor elétrico, devido a restrições econômicas e ecológicas, os geradores e linhas de transmissão passaram a operar perto de seus limites de segurança, levando os sistemas a uma condição “estressada”<sup>1</sup>. Esta situação criou um cenário para o aparecimento de uma nova forma de instabilidade, a qual passou a ser chamada *instabilidade de tensão*. Esta é a forma mais recente de estudo envolvendo estabilidade de sistemas elétricos, tendo despertado maior interesse a partir da década de setenta. Como resultado, uma série de conceitos e definições tem sido propostos para descrever determinados comportamentos envolvendo estabilidade de tensão. A seguir são apresentados alguns incidentes e conceitos relacionados a este tema, e uma descrição dos mecanismos que conduzem os sistemas a condição de instabilidade de tensão.

---

<sup>1</sup>A palavra *estressada* é uma tradução do termo inglês “*stressed*”, e é utilizada neste texto no lugar de sobrecarregada, por expressar um sentido mais amplo.

## **2.2 Incidentes Envolvendo Problemas de Instabilidade/Colapso de Tensão**

A partir da década de oitenta houve um aumento nos eventos devido a problemas relacionados a instabilidade de tensão. Entre os maiores incidentes envolvendo instabilidade/colapso de tensão podem ser citados os que tiveram lugar nos Estados Unidos, França, Bélgica, Japão e Reino Unido [1] [2]. No Brasil a possibilidade de ocorrência de instabilidade de tensão tem se tornado uma ameaça constante. As referências [3] [4] descrevem alguns incidentes desta natureza envolvendo o sistema sul. Como forma de ilustração, faz-se a seguir uma breve apresentação de alguns incidentes deste tipo, classificando-os a partir da causa inicial que deu origem aos eventos. Uma explanação mais detalhada sobre estes eventos pode ser encontrada nas referências [1] [2].

### **2.2.1 Incremento de Carga**

Um rápido incremento na taxa de carga (400 MW/min.) foi considerada a causa principal do colapso do sistema de Tóquio, Japão, em 23 de julho de 1987. As causas foram as altas temperaturas de verão e o nível elevado de carga, devido principalmente a aparelhos de ar condicionado. Todo o sistema encontrava-se em condições normais de operação, tendo o sistema de 500 kV sofrido uma queda de 90 kV (470 kV às 13:15 e 370 kV às 13:19) em 4 minutos, o que levou a um cenário de blecaute, sendo cortado o fornecimento de 8.168 MW de carga, afetando 2,8 milhões de consumidores.

### **2.2.2 Perda de Carga**

Um exemplo que caracteriza este tipo de incidente foi verificado em Julho de 1979 no sistema da Região da Costa Norte da B.C. Hydro, Canadá. Antes do distúrbio, uma potência de 150 MW estava sendo injetada através de um circuito duplo de interligação em 287 kV entre a companhia Alcan (Kitimat) e a B.C. Hydro (Minette). A carga total no sistema da Costa Norte neste instante era de 600 MW. O distúrbio teve início pela perda de 100 MW de carga em uma fundição alimentada pela subestação de Kitimat. Este distúrbio causou um imediato aumento no intercâmbio para 250 MW, seguido de um aumento para 395 MW um minuto mais tarde, fazendo a tensão da barra de Skena decrescer para valores próximos a 0,5 pu.

A análise da ocorrência confirmou que as variações da potência na interligação e o colapso de tensão ocorreram lentamente e de maneira monotônica e não oscilatória até que a proteção isolasse a região afetada. Isto pode ser explicado por dois fatores:

- Os geradores de Kitimat estavam sob controle manual;
- A carga de 600 MW da fundição tem uma característica de impedância constante, portanto possui uma queda proporcional ao quadrado da tensão.

Esta condição levou o sistema ao limite da capacidade de transferência de potência, excedendo o limite de estabilidade e ocasionando um colapso de tensão.

### **2.2.3 Perda de Geração**

Talvez o incidente ocorrido em 12 de janeiro de 1987, na parte oeste do sistema francês, seja o melhor exemplo para descrever o efeito da perda de geração na estabilidade de tensão e ao mesmo tempo a capacidade do sistema em operar sob baixas tensões, caracterizando um colapso de tensão regional. A reserva de operação antes do distúrbio era de 5900 MW ( +/- 7% da capacidade do sistema). Às 10:55 hs teve início o processo, sendo que entre o início do distúrbio e às 11:42 hs, três unidades térmicas da Usina de Cordemais, localizada no oeste da França, foram retiradas por atuação da proteção. Trinta segundos mais tarde, e antes de ser acionado um esquema de emergência composto de turbinas a gás, a quarta unidade da usina de Cordemais foi retirada por atuação da proteção de sobreexcitação. Outros geradores tentaram assumir o suporte de reativo mas as tensões continuaram a decrescer e nove unidades térmicas foram retiradas nos sete minutos seguintes, sendo oito por proteção de corrente de campo. Isto resultou em uma perda de 9000 MW de geração. Às 11:50 hs as tensões do sistema de 400 kV estabilizaram em níveis extremamente baixos (0,5 a 0,8 pu), atingindo 300 kV e até mesmo 240 kV em algumas partes do sistema. É importante notar que as tensões estabilizaram em níveis perigosamente baixos e instáveis, mas isto não levou a um colapso total do sistema. É também importante salientar que embora o déficit de geração tenha sido elevado, não foi notada significativa variação da frequência, o que indica que as cargas possuíam uma forte dependência da tensão. Às 11:54 hs foram efetuados cortes de carga na ordem de 1500 MW e os perfis de tensão do sistema foram restaurados para condições seguras.

## 2.2.4 Perda de Linha de Transmissão

O incidente ocorrido no dia 20 de maio de 1986 na Inglaterra caracteriza bem este tipo de causa de instabilidade de tensão. Uma tempestade que atingiu a região norte de Londres desencadeou o evento que começou com a perda de seis circuitos de 400 kV. Os circuitos que foram abertos estavam transmitindo uma potência aproximada de 6000 MW e alimentavam diferentes centros de carga. Esta perda implicou em uma queda no perfil de tensão até o nível de 345 kV, o que ocasionou uma sobrecarga no sistema de 265 kV. Um esquema de proteção baseado em diferentes ajustes no tempo de atuação dos taps dos transformadores do sistema de 400 kV, os quais funcionam como um gerenciador a fim de evitar afundamento de tensão neste sistema, combinado com o chaveamento de 1000 MW de turbinas à gás, executado devido a experiência dos operadores, salvou o sistema de um colapso generalizado de tensão.

A análise detalhada da seqüência de eventos e seus efeitos levaram à determinação de algumas causas que originaram estes incidentes. As características gerais que podem ser derivadas da observação destes incidentes permitem identificar alguns fatos importantes e comuns à todos, qual seja: a instabilidade/colapso de tensão geralmente se manifesta como uma lenta e contínua queda do perfil de tensão do sistema ou de parte deste, geralmente sob condições de alto carregamento. Além disto, existe um alto grau de desacoplamento dos efeitos angulares dos efeitos de tensão. Contingências podem levar a um estado de instabilidade e/ou colapso de tensão, mas não necessariamente este cenário é iniciado por este tipo de distúrbio. Outras características importantes, relacionadas a casos particulares, que merecem destaque devido ao seu efeito são:

- ▶ o incremento gradativo da carga, ativa e reativa, em condições desfavoráveis de operação;
- ▶ geradores e compensadores estáticos de reativos (CER) trabalhando próximos a seus limites;
- ▶ ação de transformadores com mudança de tap sob carga;
- ▶ dinâmica de restabelecimento da carga;
- ▶ contingências do tipo perda de linha e saída de operação de geradores;
- ▶ excessiva dependência de compensação reativa.

Os distúrbios apresentados anteriormente, bem como as conclusões obtidas através da análise das ocorrências, demonstram que os mecanismos envolvidos são de natureza dinâmica. Entretanto, costuma-se considerar que a dinâmica envolvida no processo é lenta,



o que permite realizar uma análise estática. Este tipo de análise facilita o entendimento dos mecanismos básicos do problema.

A próxima seção trata dos aspectos teóricos básicos, considerando modelos estáticos, que são utilizados para explicar o mecanismo da instabilidade de tensão. Exemplos didáticos e relações fundamentais são apresentados, e servem para consolidar as idéias para a apresentação dos conceitos básicos utilizados no estudo da estabilidade de tensão apresentados na sequência.

## **2.3 Mecanismos Estáticos da Instabilidade de Tensão**

Para efeito de ilustração teórica do mecanismo da instabilidade de tensão, o problema vai ser analisado desacoplado do problema angular. As próximas seções apresentam o problema de uma forma simplificada, considerando que os modelos estáticos sejam suficientes para desenvolver a teoria. Modelos que consideram efeitos dinâmicos, bem como uma análise mais detalhada da estabilidade de tensão, são apresentados nos próximos Capítulos.

### **2.3.1 Relações entre Estabilidade Angular e Estabilidade de Tensão**

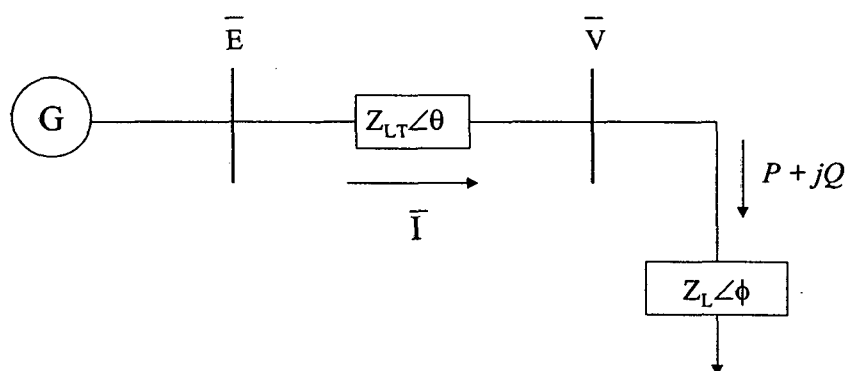
A estabilidade de um sistema de potência é fortemente relacionada com as variáveis de estado elétricas e mecânicas de todas as máquinas síncronas interligadas através da rede de transmissão. Usualmente, a estabilidade de um sistema de potência costumava ser associada a dinâmica do ângulo do gerador, até que problemas de estabilidade de tensão começaram a aparecer mais freqüentemente. De uma forma geral, a estabilidade de tensão e a estabilidade angular possuem uma estreita relação, sendo que alguns distúrbios possuem maior influência sobre um tipo ou outro de estabilidade.

Embora a estabilidade de tensão seja considerada como predominantemente associada a estabilidade da carga [2] [5] [6], ela não pode ser desacoplada da dinâmica dos geradores, pois a potência elétrica (potência ativa) e os níveis de tensão (potência reativa) são asseguradas por estes dispositivos. Inicialmente, a estabilidade de tensão foi considerada como um evento estático, na qual a avaliação era feita considerando-se a formulação tradicional do fluxo de potência, sendo os geradores considerados como fonte de potência constante, representados através de uma barra do tipo PV. Tendo em vista que a

palavra “estabilidade” pressupõe que exista uma dinâmica envolvida, o que não se aplica no caso da formulação do fluxo de potência, este tipo de avaliação é muito simplificada, pois outras características presentes na estabilidade de tensão, como por exemplo a bifurcação de Hopf, não podem ser determinadas por esta metodologia. Ultimamente, um número maior de publicações vem considerando a estabilidade de tensão como um fenômeno dinâmico. Entretanto, um grande número de incidentes de tensão ocorrem em uma escala de tempo na ordem de dezenas de minutos, com uma lenta variação dos parâmetros, onde os principais efeitos são devidos a ação de ULTC ( do inglês “*Under Load Tap Changer*”), proteção, controle e tentativa de restauração da carga. Nesta situação, considerando a faixa de tempo, a dinâmica dos geradores pode ser substituída pelas condições de equilíbrio do sistema.

### 2.3.2 Análise da Estabilidade de Tensão usando as Curvas *PV*

Ainda hoje, na maioria das concessionárias de energia elétrica, os programas de fluxo de potência são largamente utilizados para realizar a análise de problemas de estabilidade de tensão. Através dos dados obtidos do fluxo de potência, duas curvas características podem ser obtidas: a curva *PV* e a curva *QV*. Elas são uma forma ilustrativa para representar o efeito do carregamento no comportamento da tensão. A curva *PV* é discutida à seguir, tomando como exemplo o sistema da Figura 2.1.



**Figura 2.1** Sistema de Potência Elementar.

Assume-se que um sistema radial alimentando uma carga ou uma área de carga alimentada por uma linha de transmissão conectada a um grande sistema possa ser representado por um sistema simples de duas barras, representado pela Figura 2.1, interconectadas por uma rede de transmissão sem perdas, representada por uma impedância

série  $\bar{Z}_{LT} = jX_{LT}$ , a qual pode ser transformada para uma admitância série com a admitância paralela desprezada. A barra 2 possui uma carga representada por uma impedância  $\bar{Z}_L$  que consome uma potência  $P + jQ$ . Na barra 1 está conectado um gerador que mantém uma tensão terminal constante.

A corrente  $\bar{I}$  pode ser determinada por

$$\bar{I} = \frac{\bar{E}}{\bar{Z}_{LT} + \bar{Z}_L} \quad (2.1)$$

onde  $\bar{I}$  e  $\bar{E}$  são fasores e  $\bar{Z}_{LT} = Z_{LT}\angle\theta$  e  $\bar{Z}_L = Z_L\angle\phi$ .

Então, o módulo da corrente pode ser calculado como

$$I = \frac{E}{\sqrt{(Z_{LT} \cos \theta + Z_L \cos \phi)^2 + (Z_{LT} \sin \theta + Z_L \sin \phi)^2}} \quad (2.2)$$

Utilizando-se uma variável auxiliar chamada de  $K$ , a fim de facilitar a escrita da expressão de  $I$  em função de  $Z_{LT}$  e  $Z_L$ , pode-se expressar a equação (2.2) como

$$I = \frac{1}{\sqrt{K}} \frac{E}{Z_{LT}} \quad (2.3)$$

onde

$$K = 1 + \left(\frac{Z_L}{Z_{LT}}\right)^2 + 2\left(\frac{Z_L}{Z_{LT}}\right) \cos(\theta - \phi) \quad (2.4)$$

O módulo da tensão na carga é dado por

$$V = Z_L I = \frac{1}{\sqrt{K}} \frac{Z_L}{Z_{LT}} E \quad (2.5)$$

Então, a potência ativa entregue a carga é calculada utilizando-se a expressão

$$P = VI \cos \phi = \frac{Z_L}{K} \left(\frac{E}{Z_{LT}}\right)^2 \cos \phi \quad (2.6)$$

A potência ativa transmitida será máxima quando a queda de tensão na linha de transmissão for igual ao módulo da tensão  $V$ , isto é,  $Z_{LT} / Z_L = 1$ . O ponto de operação correspondente a máxima potência ativa transmitida é dito ser o ponto crítico de operação, e representa o limite da estabilidade de tensão.

Para situações em que a impedância da carga aumenta além deste ponto, a potência absorvida pela carga irá diminuir, assim como o nível da tensão. Esta situação leva a uma condição instável de tensão, pois para que este ponto de operação seja mantido é necessária uma alta corrente, o que pode danificar os elementos componentes do sistema e causar atuação dos dispositivos de proteção dos equipamentos, ocasionando eventos em cascata que conduzirão o sistema a uma condição de colapso de tensão.

Observando-se as equações (2.5) e (2.6) nota-se que a composição da carga, expressa pelo fator de potência, possui um forte efeito na relação entre a potência ativa ( $P$ ) e a tensão ( $V$ ), e portanto, na estabilidade de tensão do sistema. Como forma de expressar estas

relações, apresenta-se a seguir uma família de curvas  $PV$  que representam o comportamento do sistema exemplo para diferentes fatores de potência.

Considerando a simplificação adotada anteriormente, onde  $\bar{Z}_{LT} = jX_{LT}$ , as seguintes equações descrevem o fluxo de potência da Figura 2.1

$$P = -\frac{EV}{X_{LT}} \sin \phi \quad (2.7)$$

$$Q = \frac{EV}{X_{LT}} \cos \phi - \frac{V^2}{X_{LT}} \quad (2.8)$$

onde  $P$  e  $Q$  são as potências ativa e reativa absorvidas pela carga,  $X_{LT}$  é a admitância da linha de transmissão e  $V$  e  $\phi$  são o módulo e o ângulo da tensão da carga.

Para efeito de simplificação, assume-se que a tensão da fonte ( $E$ ) vale 1 p.u. Então, as equações do fluxo de potência podem ser escritas como

$$P = -\frac{1}{X_{LT}} V \sin \phi \quad (2.9)$$

$$Q = \frac{1}{X_{LT}} V \cos \phi - \frac{1}{X_{LT}} V^2 \quad (2.10)$$

Normalizando  $P$  e  $Q$  com respeito a potência de curto circuito ( $E^2/X_{LT}$ ), obtém-se

$$p = \frac{PX_{LT}}{E^2} \quad (2.11)$$

$$q = \frac{QX_{LT}}{E^2} \quad (2.12)$$

$$v = \frac{V}{E} \quad (2.13)$$

que podem ser simplificadas, considerando  $E = 1.0$  pu, para as seguintes expressões de potência em função da tensão

$$v = V \quad (2.14)$$

$$p = -V \sin \phi \quad (2.15)$$

$$q = V \cos \phi - V^2 \quad (2.16)$$

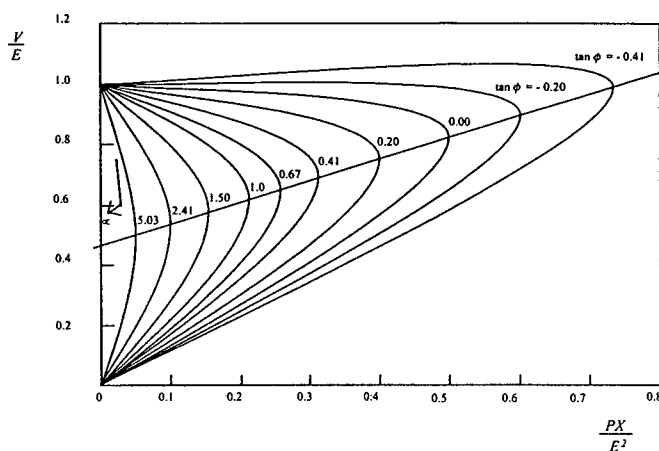
Para uma variação do fator de potência, a seguinte relação entre  $p$  e  $v$  pode ser obtida das equações (2.15) e (2.16)

$$p^2(1 + \tan^2 \phi) + 2p \tan^2 \phi v^2 + v^4 - v^2 = 0 \quad (2.17)$$

ou, eliminando-se  $\phi$ , tem-se que

$$p^2 = v^2 - q^2 + v^4 \quad (2.18)$$

A partir desta normalização, podem ser traçadas uma família de curvas  $PV$  para diferentes fatores de potência como apresentado na Figura 2.2.



**Figura 2.2** Curvas  $PV$  para diferentes fatores de potência

Da Figura 2.2, podem ser feitas as seguintes observações [2] [7] :

- Para um dado fator de potência da carga, existe um ponto de operação crítico além do qual a potência não pode ser transferida;
- Para cada nível de potência ativa, exceto o representado pelo valor crítico ou singular, existem dois pontos de operação. Um correspondente ao valor de tensão superior, o qual é dito ser estável, pois permite a operação normal e segura do sistema, e um correspondente a tensão inferior localizada além do ponto crítico, o qual é um ponto instável de operação, pois nesta condição o sistema apresenta altos níveis de corrente, o que compromete a operação normal, pois para esta situação haverá bloqueio de motores de indução, atuação da proteção e condição insatisfatória do nível de tensão em equipamentos, o que levará o sistema a eventos em cascata produzindo um colapso de tensão;
- Com fator de potência capacitivo a máxima potência possui valor mais elevado. Neste caso, o valor crítico de tensão também é maior;

- Uma súbita redução do fator de potência na carga pode conduzir o sistema de uma condição estável de operação para uma condição de operação instável, ou mesmo inviável, conduzindo o sistema para uma condição de colapso de tensão;
- No ponto crítico de operação, a derivada  $dP/dV$  torna-se zero. Se houver um aumento de carga além deste ponto, o sistema não terá um ponto viável de operação e um colapso de tensão pode ocorrer.

### 2.3.3 Análise da Estabilidade de Tensão usando as Curvas $QV$

Outra forma de análise muito utilizada pelas empresas de energia elétrica é a análise das curvas  $QV$  do sistema. Para obter uma série de curvas que representam o comportamento da potência reativa em função da tensão, é criado um gerador fictício, representado por uma barra  $PV$ , com valores de potência ativa e tensão fixos, ficando a potência reativa variável dentro de limites mínimo e máximo estipulados. Desta forma, são executados vários fluxos de potência, o que permite traçar a curva  $QV$  para cada valor de potência ativa fixo, como pode ser observado na Figura 2.3.

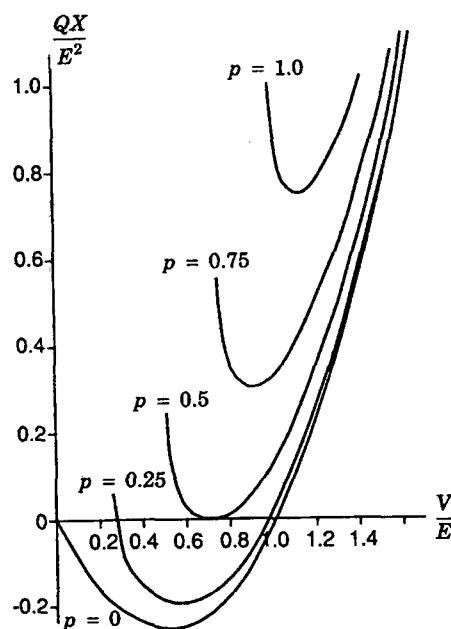


Figura 2.3 Curvas  $QV$  para diferentes fatores de potência

O gerador é ligado a uma barra que apresenta problema no nível de tensão, de tal forma que a quantidade de potência reativa injetada representa a margem necessária para garantir uma operação satisfatória. Desta maneira, esta margem pode ser utilizada para estimar o nível mínimo de compensação reativa necessária para assegurar a estabilidade estática de tensão do sistema.

A Figura 2.3 representa uma família de curvas  $QV$ . Para traçar estas curvas, são utilizadas as equações (2.15) e (2.16), onde, eliminando-se  $\phi$ , obtém-se

$$q + V^2 - \sqrt{V^2 - p^2} = 0 \quad (2.19)$$

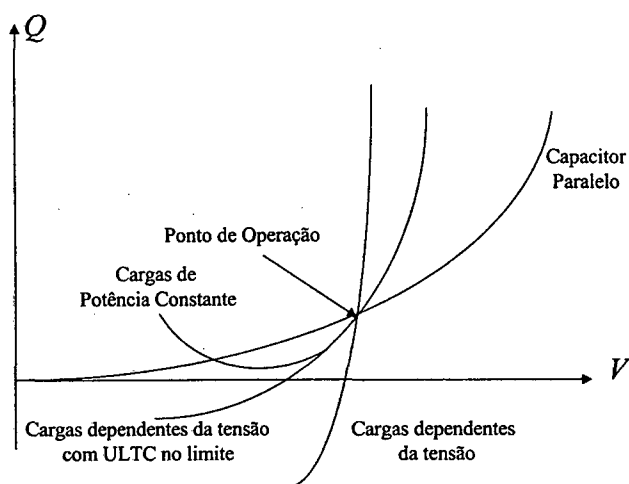
Analisando-se as características da Figura 2.3, observa-se que:

- Para cada valor de  $Q$  acima do valor mínimo, existem dois valores de  $V$ , um estável e outro instável;
- A base da curva  $QV$ , onde a derivada  $dQ/dV$  é igual a zero, representa o limite estático da estabilidade de tensão. A operação no lado direito da curva  $QV$  é estável, pois a tensão da barra aumenta com a injeção de potência reativa, e do lado esquerdo instável, pois a tensão diminui de magnitude com a injeção de potência reativa. Este critério tem sido usado na análise estática de estabilidade de tensão para pequenos distúrbios [8]. Para estudar a estabilidade de tensão do sistema para pequenos incrementos de carga, são avaliadas as sensibilidades  $QV$  de todas as barras do sistema, de tal forma que se todas as barras apresentarem sensibilidade  $QV$  positiva, isto é, estiverem operando do lado direito da curva  $QV$ , o sistema possui estabilidade de tensão. Por outro lado, se no mínimo uma barra apresentar sensibilidade  $QV$  negativa, isto é, estiver operando do lado esquerdo da curva, ocorrerá instabilidade de tensão no sistema;
- A margem de potência reativa é a distância em MVar do ponto de operação até a base da curva;
- Pode-se representar o efeito de uma compensação reativa em uma barra adicional

de teste (capacitor paralelo, CER ou compensador síncrono) diretamente sobre a curva  $QV$ . O ponto de operação é a interseção da característica  $QV$  do sistema com a característica de compensação reativa utilizada;

- O efeito de cargas dependentes da tensão, ULTC com tap no limite e geradores com limite de potência reativa atingido podem ter seu comportamento representado sob a curva  $QV$ .

Estes efeitos são mostrados na Figura 2.4.



**Figura 2.4** Curvas  $QV$  modificadas pelo efeito de cargas dependentes da tensão e ULTC limitados

### 2.3.4 Relação entre máxima transferência de potência e limite da estabilidade estática

A máxima transferência de potência da rede de transmissão de um sistema está relacionada ao limite de potência ativa e reativa que o sistema pode entregar a uma área de carga a partir das fontes de geração disponíveis. Este limite de transferência é a quantidade máxima de potência que corresponde a, no mínimo, uma solução do fluxo de potência. Além deste limite não existe solução para as equações do fluxo de potência, o que implica que o sistema não possui um ponto de equilíbrio em regime permanente.

Considerando o sistema da Figura 2.1 como exemplo, tem-se que para uma dada carga ( $P$  e  $Q$ ), as equações (2.7) e (2.8) podem ser resolvidas para um  $\phi$  e um  $V$ , a partir do



que todas as outras variáveis do sistema podem ser determinadas. Desta forma, eliminando-se  $\phi$  das equações (2.7) e (2.8) obtém-se

$$(V^2)^2 + (2QX - E^2)V^2 + X^2(P^2 + Q^2) = 0 \quad (2.20)$$

Esta é uma equação de segunda ordem com respeito a  $V^2$ . A condição para a existência de no mínimo uma solução real é dada por

$$(2QX - E^2)^2 - 4X^2(P^2 + Q^2) \geq 0 \quad (2.21)$$

a qual pode ser simplificada para

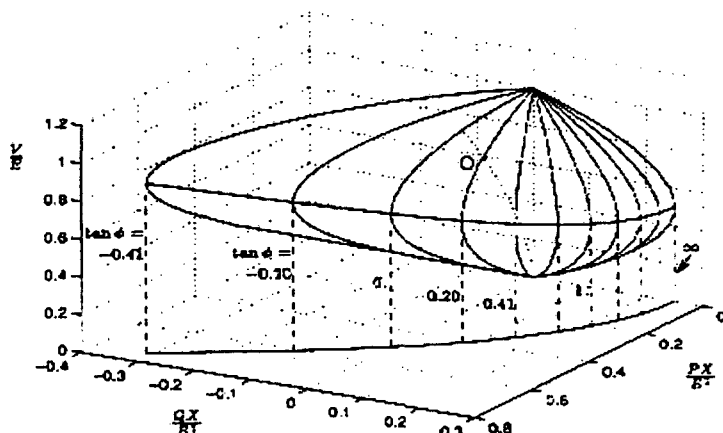
$$-P^2 - \frac{E^2}{X}Q + \left(\frac{E^2}{2X}\right)^2 \geq 0 \quad (2.22)$$

A igualdade na equação (2.22) corresponde a uma parábola no plano  $PQ$  (Figura 2.5). Todos os pontos dentro desta parábola satisfazem a equação (2.22), e portanto conduzem a duas soluções para o fluxo de potência. Na área externa à parábola o fluxo de potência não possui solução, e no ponto de inflexão da parábola a solução que satisfaz a equação (2.22) é única. Esta parábola fornece o lugar de todos os pontos de máxima potência.

Assumindo que a condição (2.22) é assegurada, as duas soluções de (2.20) são dadas por

$$V = \sqrt{\frac{E^2}{2} - QX \pm \sqrt{\frac{E^4}{4} - X^2P^2 - XE^2Q}} \quad (2.23)$$

No espaço  $(P, Q, V)$ , a equação (2.20) define a superfície mostrada na Figura 2.5[9]



**Figura 2.5** Tensão como função da potência ativa e da potência reativa [9]

A linha média que passa através dos pontos que representam o “nariz ” na Figura 2.5 correspondem aos pontos de máxima transferência de potência. Os “meridianos ”desenhados com linhas sólidas correspondem a interseção com o plano vertical  $Q =$

$P \tan \phi$ . A projeção dos meridianos sobre o plano  $PV$ , fornece a curva da tensão na carga como função da potência ativa, para vários  $\tan \phi$ .

### 2.3.5 Generalização dos Mecanismos de Instabilidade de Tensão para um Sistema Multimáquinas

As análises apresentadas nas seções anteriores foram ilustradas utilizando-se um sistema de duas barras (Figura 2.1). Estas mesmas análises podem ser efetuadas em um sistema multimáquinas. Para esta condição, o sistema é modelado por um conjunto de equações algébricas não-lineares, que representam o comportamento do sistema em regime permanente. Este conjunto de equações é resolvido através do fluxo de potência. O cálculo do fluxo de potência tem sido tradicionalmente usado para a obtenção do estado do sistema em regime permanente ( tensões e ângulos nas barras) para um determinado padrão de carga e nível de intercâmbio.

Para um sistema multimáquinas, considera-se que o ponto de máximo carregamento é normalmente coincidente com a singularidade do modelo do fluxo de potência. Muitos pesquisadores associam este ponto ao limite da estabilidade estática do sistema. No entanto, mesmo que se considere somente o modelo estático baseado no fluxo de potência, isto somente é válido para a carga representada como injeção de potência constante. Se as propriedades da carga em relação a tensão são consideradas, a tensão de operação pode ser estável além do ponto de máxima transferência de potência, isto é, na parte inferior da curva  $PV$  [9] [10] . O limite de estabilidade estática de tensão de um sistema de potência multimáquinas é calculado através da determinação dos autovalores da matriz Jacobiana do fluxo de potência [8] [11] . Quando um autovalor real desta matriz passar através do eixo imaginário, o sistema estará sujeito a uma bifurcação sela-nó. Este é o ponto onde ocorre a bifurcação estática, e a perda da estabilidade será do tipo monotônica [11] [12] [13] . Se existe um ponto de equilíbrio em regime permanente, o resultado utilizando a modelagem estática simplesmente indica que o sistema é estável. Contudo, ele não é capaz de identificar se o comportamento do sistema é afetado por outros fenômenos não-lineares, como por exemplo, um comportamento oscilatório devido à bifurcação de Hopf. Para que se capture os efeitos devido ao comportamento não-linear do sistema, uma representação dinâmica deve ser utilizada [14] [15] .

Um aprofundamento desta discussão, com a avaliação do comportamento da bifurcação sela-nó para sistemas estáticos e dinâmicos é o escopo principal desta tese de doutorado. Os Capítulos 5 e 6 apresentam um detalhamento deste comportamento baseado na Teoria de Bifurcações.

Uma última observação diz respeito aos métodos de solução do fluxo de potência. Muitas vezes a não convergência não significa problemas de estabilidade de tensão, e sim um problema numérico, já que a matriz Jacobiana do fluxo de potência torna-se mal condicionada na região próxima ao ponto crítico de carregamento. Para contornar este problema, novas técnicas devem ser utilizadas, como por exemplo, o método da continuação [16] [17], e os métodos diretos [18] [19] [20].

## **2.4 Definições Básicas utilizadas no Estudo de Estabilidade de Tensão**

Na seção anterior foram apresentados os mecanismos básicos que conduzem o sistema a uma condição inaceitável de operação do ponto de vista da tensão. Esta nova condição é chamada de instabilidade de tensão, a qual possui um comportamento diferente do problema tradicional de instabilidade angular. O objetivo desta seção é apresentar os conceitos que estão associados ao estudo da estabilidade de tensão e sua relação com os conceitos tradicionalmente utilizados nos estudos de estabilidade de sistemas elétricos.

Primeiramente é feita uma descrição da estabilidade relacionada ao problema angular, e após são apresentadas as definições relacionadas especificamente ao problema da estabilidade de tensão. A apresentação de todas estas definições é importante para que fiquem claras as diferenças existentes entre estes dois tipos de estabilidade.

### ***Definição 2.1 - Estabilidade de Sistemas de Potência:***

*É a propriedade que permite a este sistema permanecer em equilíbrio quando submetido a condições normais de operação ou de alcançar um estado de equilíbrio aceitável após ter sido submetido a um distúrbio [21].*

Esta é uma definição geral que cobre todos os tipos de estabilidade de um sistema elétrico. Entretanto, as instabilidades podem se manifestar de diferentes maneiras, dependendo do tipo de configuração do sistema, modo de operação e tipo de distúrbio.

### ***Definição 2.2 - Estabilidade Angular do Rotor :***

A primeira definição estabelecida é a clássica apresentada por Kimbark [22] , referindo-se ao limite da estabilidade em regime permanente. Ela é estabelecida da seguinte maneira: *“Quando a carga é aumentada em pequenos degraus e a corrente de excitação da máquina é ajustada para manter a tensão terminal constante, a máxima potência que pode ser recebida pela carga, sem que ocorra a perda de sincronismo e o sistema restaure a condição normal de operação é chamado limite de estabilidade em regime permanente”*.

Em [23] afirma-se que a *“estabilidade angular está relacionada com a habilidade das máquinas síncronas de um sistema de potência de permanecerem em sincronismo sob condições normais de operação e a capacidade de retornarem a um ponto de equilíbrio aceitável após terem sido submetidas a um distúrbio.”*

Esta característica está fortemente relacionada à habilidade em manter ou restaurar os torques eletromagnéticos e eletromecânicos de cada máquina síncrona do sistema. Um fator fundamental neste tipo de estabilidade, é a maneira pela qual a máquina mantém o balanço de potência quando acontecem variações nos torques e aparecem oscilações nos rotores.

Devido a natureza do problema deste tipo de instabilidade, o qual pode estar relacionado a pequenos distúrbios, como por exemplo um aumento gradual de carga, ou a grandes distúrbios, como por exemplo um curto circuito, e considerando um melhor tratamento do problema, a estabilidade angular é dividida em duas categorias: estabilidade à pequenas perturbações (ou regime permanente) e estabilidade transitória.

Considerando o apresentado acima, faz-se a seguir uma descrição das definições e conceitos relacionados a estabilidade de tensão. Uma Força Tarefa do IEEE [21] apresenta algumas definições relacionadas à estabilidade de sistemas de potência, porém, nada que se refere a estabilidade de tensão é abordado. As primeiras tentativas de classificação e definições são apresentadas nas referências [1] e [5] . Muitas discussões surgiram depois destes trabalhos, principalmente tentando relacionar conceitos clássicos de sistemas dinâmicos com os conceitos utilizados para interpretar o significado e a relação física comumente usados na indústria elétrica. A seguir, são apresentadas as definições relacionadas a estabilidade de tensão que surgiram como consequência destes estudos.

### **Definição 2.3 - Estabilidade de Tensão:**

*É a habilidade de um sistema de potência de manter as tensões de operação de todas as barras em níveis aceitáveis quando submetido a condições normais de operação e de retornar a um ponto de equilíbrio aceitável após ter sido submetido a um distúrbio.*

*Um sistema entra em estado de instabilidade de tensão quando um distúrbio, aumento de demanda, ou mudança nas condições do sistema causam uma progressiva e descontrolada queda na tensão. A principal causa associada a esta condição é a incapacidade do sistema em manter um balanço de potência reativa adequado para a condição de operação a que está submetido [1] [5] [2].*

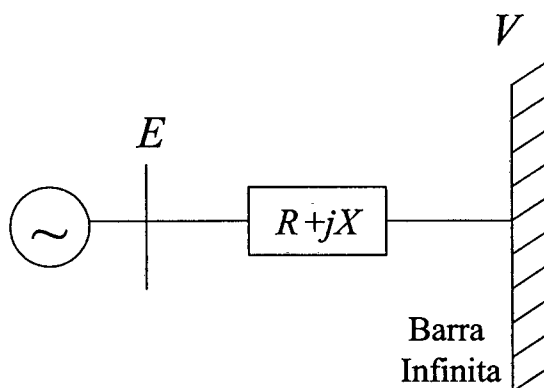
As Definições 2.2 e 2.3 permitem que se relacione a estabilidade de tensão e a estabilidade angular clássica. Embora seja muito comum avaliar a estabilidade de tensão como consequência do carregamento do sistema e o declínio da magnitude das tensões, este fenômeno envolve outras importantes variáveis, como por exemplo o ângulo e os limites de potência reativa dos geradores. Não existe ainda uma clara distinção prática entre “instabilidade de tensão” e “instabilidade de ângulo”, sendo que na maioria das ocorrências envolvendo problemas relacionados à instabilidade de tensão houve o envolvimento em alguma proporção de ambas as instabilidades, de tensão e ângulo.

Na maioria destas ocorrências os sistemas encontravam-se com um alto carregamento, e nesta situação o desacoplamento potência ativa/ângulo e potência reativa/tensão não é satisfatório. Entretanto, a ocorrência de baixas tensões em uma região do sistema pode estar associada a um processo de instabilidade angular, tal como ocorre na separação de grupos de máquinas por perda de sincronismo. Por outro lado, quedas de tensão relacionadas a problemas de instabilidade de tensão podem ocorrer sem que o sistema esteja submetido a um problema de natureza angular.

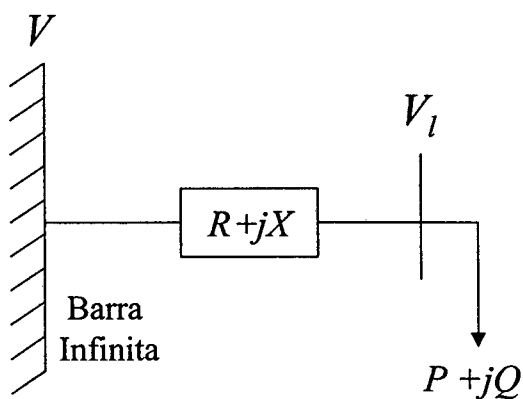
De uma forma ilustrativa, e supondo que os mecanismos sejam bem determinados, de tal forma que se possa separar as duas formas de instabilidade, as Figura 2.6 e Figura 2.7 apresentam as duas situações extremas. Estas situações podem ser consideradas de pouca probabilidade de ocorrência. Seu maior objetivo é o entendimento do fenômeno a nível acadêmico [24].

Na Figura 2.6, uma situação que leva a um “*colapso de ângulo puro*” é apresentado. Nesta situação, o interesse é no estudo dos geradores e seus efeitos eletromecânicos, em especial no comportamento do ângulo de operação do gerador e o efeito da interligação deste gerador a um grande sistema de potência através de uma linha longa de transmissão.

Na Figura 2.7, uma situação que leva a um “*colapso de tensão puro*” é apresentada. Nesta situação, a estabilidade de tensão está relacionada ao comportamento das cargas e das magnitudes de tensão nas barras do sistema e aos dispositivos que mantêm o suporte reativo.



**Figura 2.6** Exemplo de um Sistema para Estudo da Estabilidade Angular Pura



**Figura 2.7** Exemplo de um Sistema para o Estudo da Estabilidade de Tensão Pura

O sistema é considerado ser robusto o suficiente de tal forma que não é afetado pelos efeitos locais de aumento de carga. Sistemas de distribuição se encaixam neste perfil. Algumas publicações relacionam a estabilidade de tensão à estabilidade da carga [25].

Como no caso da estabilidade angular, é importante e prático classificar a estabilidade de tensão em duas sub-classes, as quais são apresentadas a seguir.

#### **Definição 2.4 - Estabilidade de Tensão à Grandes Perturbações**

*É a habilidade do sistema em manter tensões de operação aceitáveis após a ocorrência de um grande distúrbio, tal como um curto circuito ou abertura de uma linha. A resposta do sistema irá envolver uma grande excursão das tensões.*

Esta propriedade é determinada pelas características da carga e a interação entre os dispositivos de controle e proteção do sistema. A análise deste tipo de estabilidade envolve uma representação dinâmica completa do sistema e um grande intervalo de tempo, visto que este tempo deve ser suficiente para capturar o efeito de interações de dispositivos tais como ULTC e atuação de limitadores dos geradores. Este intervalo de tempo pode variar de poucos segundos até horas.

#### **Definição 2.5 - Estabilidade de Tensão à Pequenas Perturbações**

*É a habilidade do sistema em controlar a tensão seguindo um pequeno distúrbio, tal como um aumento gradual de carga, de tal forma que as tensões retornem ao ponto de equilíbrio inicial ou próximo do ponto de operação pré-distúrbio.*

Esta forma de estabilidade é determinada pelas características dinâmicas do sistema, tal como a característica de comportamento e restauração da carga e ações de controle discretas e contínuas, quando submetido a pequenos distúrbios em um dado instante de tempo. Do ponto de vista de um aumento de carga, se o sistema se mantém estável, uma mudança lenta e progressiva na demanda de potência causa uma excursão lenta e gradual no ponto de operação, na medida que o sistema possua uma margem segura de estabilidade. A análise deste tipo de estabilidade pode ser feita através da linearização das equações do sistema para um dado ponto de operação.

É importante neste ponto salientar que existe uma diferença entre instabilidade de tensão e colapso de tensão. Algumas vezes estas definições não estão claras na literatura, e terminam sendo tratadas como sinônimos. A próxima definição trata sobre colapso de tensão.

#### **Definição 2.6 - Colapso de Tensão**

*É o processo que se segue a uma instabilidade de tensão, sendo que um sistema de potência sofrerá colapso se a tensão de equilíbrio pós-distúrbio, próxima às cargas, estiver*

*abaixo de um valor aceitável de operação. Geralmente este processo é composto de uma série de eventos. O colapso de tensão pode atingir todo o sistema (blecaute), sendo neste caso chamado de total, ou somente uma área, sendo nesta condição chamado de parcial.*

**Definição 2.7 - Segurança de Tensão :**

*É a habilidade do sistema, não somente de operar de forma estável, mas também de permanecer nesta condição após uma contingência de grande porte ou após mudanças adversas no sistema [1] [26].*

Em relação a *Definição 2.7*, algumas considerações devem ser feitas. Um problema importante relacionado a estabilidade de tensão, mais especificamente ao colapso de tensão, diz respeito a manutenção da tensão em níveis adequados para uma operação segura. O nível de tensão do sistema de transmissão deve estar dentro de uma faixa adequada próxima a nominal, de tal maneira que ele assegure condições de operação ao sistema de distribuição em níveis de tensão adequado. É importante também para a operação e segurança do sistema manter níveis viáveis de tensão para suportar eventuais mudanças no nível de carregamento. Um fator que contribui para isto é o balanço de potência reativa gerada e consumida. Desde que problemas de perdas indutivas são uma restrição ao suprimento de potência reativa através de linhas longas, a solução mais efetiva para viabilizar um suporte seguro de reativo com vistas a manter a segurança de tensão do sistema é disponibilizar fontes de reativo localmente ou próximas as áreas críticas.

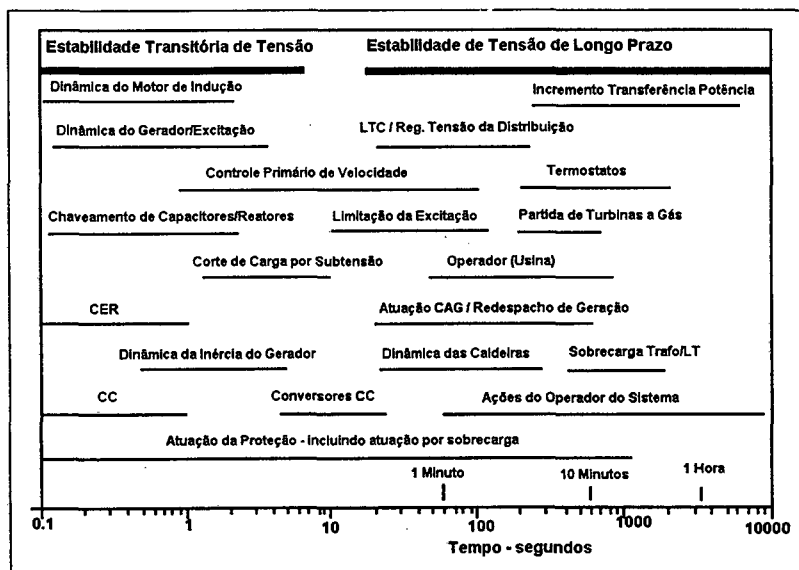
As definições apresentadas nesta seção consideraram o sistema com parâmetros constantes. Na próxima seção será considerada a variação dos parâmetros no tempo. Desta forma, uma classificação que leva em conta o tempo de atuação dos dispositivos de controle e proteção é utilizada para determinar o efeito destes no comportamento do sistema.

## **2.5 Classificação da Estabilidade de Tensão**

Embora do ponto de vista da estabilidade de um sistema de potência todos os efeitos possuam uma interligação entre si, é necessário e desejável tratar os problemas divididos em classes. Neste sentido, a divisão da estabilidade deve levar em conta os fatores que contribuem com maior ou menor intensidade em cada categoria. Dois fatores principais estão envolvidos nesta divisão: a intensidade do distúrbio considerado e as diferentes escalas de tempo de atuação dos equipamentos e seus dispositivos de controle e proteção.



O fenômeno de estabilidade de tensão envolve diferentes escalas de tempo, as quais são dependentes do tempo de resposta dos equipamentos e seus dispositivos de controle. A fim de ilustrar a faixa de tempo de atuação dos dispositivos de um sistema de potência, apresenta-se a Figura 2.8, proposta por Taylor em [2].



**Figura 2.8** Tempo de Atuação dos Componentes [2].

Existe a necessidade de avaliar o comportamento do sistema ao longo do tempo com respeito a estabilidade de tensão. Para tanto, algumas definições foram incluídas com o intuito de associar a resposta dinâmica do sistema de potência ao aparecimento de distúrbios que envolvam grandes excursões de frequência, tensão e fluxos. Estes distúrbios geralmente resultam na atuação lenta e contínua dos dispositivos de controle e proteção, os quais normalmente não são considerados em programas que avaliam a estabilidade transitória ou dinâmica de pequenos sinais em sistemas de potência. Estas atuações podem ocorrer em uma faixa de segundos (dispositivos de controle de geradores e alguns tipos de proteção, etc.) ou na faixa de minutos (regulação primária, esquemas de rejeição de carga, atuação de LTC, etc.), como pode ser visto na Figura 2.8.

Para considerar todo este comportamento, foram criados dois novos conceitos na literatura : *estabilidade de longa duração* e *estabilidade de média duração*.

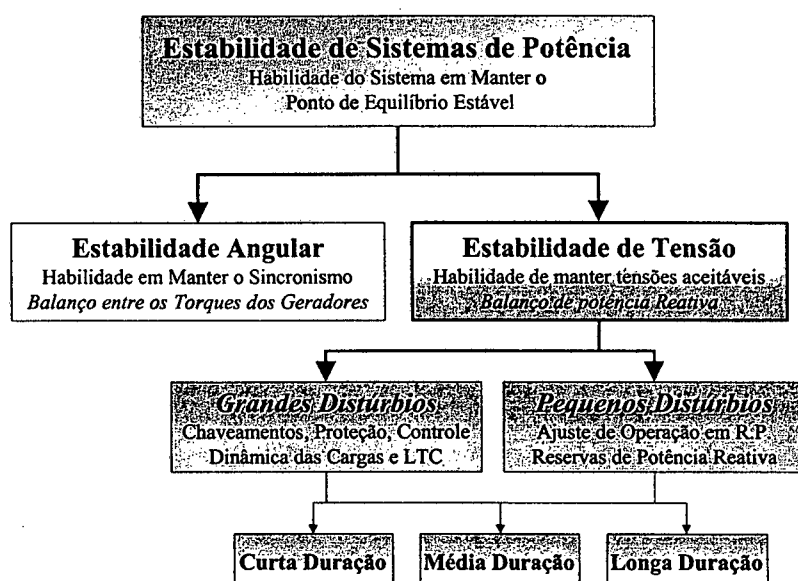
A análise utilizando *estabilidade de longa duração* assume que as oscilações de potência sincronizante inter-máquinas foram amortecidas, o que resulta em uma frequência uniforme no sistema [27]. A principal consideração feita está baseada na evolução lenta e na longa duração do fenômeno que acompanha grandes perturbações no sistema. Este tipo de fenômeno envolve: dinâmica das caldeiras de unidades térmicas, dinâmica de condutos

forçados e chaminés de equilíbrio de unidades hidráulicas, controle automático de geração, controle e proteção de usinas e do sistema de transmissão, saturação de transformadores e efeitos de frequência fora do valor nominal sobre a carga.

O termo *estabilidade de médio prazo* foi introduzida por Converti et. al. na referência [28], e representa a transição entre a resposta transitória e a resposta de longa duração de um sistemas de potência. Na estabilidade de médio prazo, o principal objetivo é a análise das oscilações de potência de sincronização entre máquinas e o efeito de alguns fenômenos de dinâmica lenta, incluindo a possibilidade de grandes excursões de tensão e frequência.

A distinção entre estabilidade de longa e média duração não é muito rígida, tendo como diferença fundamental a consideração de que em estudos de longa duração a frequência permanece constante e as dinâmicas rápidas de dispositivos de controle e proteção podem ser desprezadas. Esta consideração simplifica a análise e diminui o tempo computacional de simulação. Atualmente, com o avanço das técnicas de esparsidade e o uso eficiente de técnicas de integração implícita, bem como da velocidade e capacidade de memória dos computadores, o uso de simulação de estabilidade de longa duração incluindo efeitos de dinâmica rápida e oscilações de tensão e frequência tem se tornado viável.

Levando em conta as considerações e classificações apresentadas anteriormente, Kundur [26] propôs uma nova divisão para a estabilidade de sistemas de potência, com especial atenção à estabilidade de tensão, apresentada na Figura 2.9.



**Figura 2.9** Classificação da Estabilidade de Sistemas de Potência [26].

Numa recente publicação [23] , uma nova classe de estabilidade é proposta, a *estabilidade de frequência*. Embora isto ainda necessite futuras discussões, com certeza é um passo no sentido de aprofundar e estabelecer uma nova classificação para a estabilidade de sistema elétricos de potência.

Outro tipo de classificação muito útil e interessante, baseada na referência [9] , leva em conta os mecanismos da perda da estabilidade considerando uma escala de tempo. Esta classificação é apresentada a seguir.

► **Instabilidade de Tensão Transitória (ITT) (0-10s)**

Está relacionada com o período de tempo imediatamente após o distúrbio. Este é o tempo clássico de estudos de estabilidade angular e da estabilidade de tensão transitória. Componentes típicos como HVDC e motores de indução apresentam efeitos severos no processo de instabilidade de tensão nesta faixa de tempo. Nesta fase as variáveis associadas à dinâmica lenta ainda não respondem e, portanto, podem ser consideradas constantes. Este período pode ser dividido em três fases de acordo com o mecanismo que leva à instabilidade:

▷ *ITT - 1 : Desaparecimento do equilíbrio associado à dinâmica rápida.*

Um exemplo desta instabilidade é o desligamento de um motor de indução alimentado por uma linha de transmissão longa, após a abertura de algum circuito, o que faz aumentar a impedância da linha. O bloqueio do motor causa um colapso de tensão. Não existe interseção entre as curvas de torque elétrico e mecânico do motor de indução, o que deixa o sistema sem um ponto de equilíbrio pós-distúrbio.

▷ *ITT - 2 : Desaparecimento do domínio de atração do sistema na direção de um novo ponto de equilíbrio pós-falta associado à dinâmica rápida.*

Um exemplo deste tipo de instabilidade é o desligamento de motores de indução após um curto circuito. Se ocorrer um atraso nas ações corretivas, por exemplo o tempo de abertura do curto circuito, o sistema não encontrará um ponto de equilíbrio, ocasionando a impossibilidade dos motores retomarem a velocidade de operação.

▷ *ITT - 3 : O novo ponto de equilíbrio pós-distúrbio é oscilatoriamente instável.*

Este é um cenário típico de condução do sistema à perda do sincronismo. Oscilações eletromecânicas nos geradores levam à desligamentos por atuação da proteção de perda de sincronismo.

► **Instabilidade de Tensão de Longa Duração (ITLD) (dezenas de minutos)**

Se o sistema encontra um ponto de equilíbrio factível após o período transitório, manifesta-se então a dinâmica lenta do sistema. Supondo que a dinâmica rápida seja estável, a dinâmica de longa duração pode levar o sistema à instabilidade através de duas vias básicas:

▷ *ITLD - 1 - Desaparecimento do ponto de equilíbrio do sistema.*

Esta é a típica situação que conduz um sistema ao colapso de tensão. Nesta fase, as cargas tentam voltar aos patamares pré-distúrbio através da ação de ULTC ou através de suas próprias características.

▷ *ITLD - 2 - Desaparecimento do domínio de atração do sistema para um novo ponto de operação estável.*

Um exemplo deste tipo de instabilidade é o associado a ações corretivas (chaveamento de capacitores paralelos e/ou cortes de carga) que tentam restaurar um ponto de equilíbrio estável mas são efetuadas com atraso, tal que o sistema não é atraído para um ponto de equilíbrio estável. Geralmente nesta fase existem oscilações crescentes instáveis que conduzem o sistema ao colapso.

Entre os períodos transitório e de longa duração existe uma faixa de tempo intermediária (*IIT*), onde mudanças na dinâmica lenta causam uma instabilidade na dinâmica rápida do sistema.

Desta forma, as seguintes instabilidades se manifestam nesta fase de transição:

**IIT - 1** : O equilíbrio obtido na fase transitória desaparece devido a dinâmica lenta.

Um caso típico desta instabilidade é a perda de sincronismo, especialmente devido à limitação por corrente de campo ou armadura da máquina. Outro exemplo é o bloqueio de motores de indução causado por afundamento da tensão do sistema seguindo instabilidade do tipo *ITLD-1* e *ITLD-2*. Uma ação para evitar uma degradação do sistema causada por instabilidades do tipo *ITLD* é o bloqueio de ULTC, de tal forma a prevenir uma instabilidade do tipo *IIT-1*. No entanto, as chances de evitar um colapso de tensão durante a instabilidade *IIT-1* é pequena.

**IIT - 2** : A dinâmica transitória aproxima-se da situação da instabilidade *IIT- 1*, tal que o domínio de atração do ponto de equilíbrio estável obtido na fase transitório desaparece. Este tipo de instabilidade costuma ser relacionada a efeitos de falta de coordenação de ULTC.

**IIT - 3** : Instabilidade oscilatória da dinâmica transitória causada por uma dinâmica lenta.

Existem poucos casos relatados na literatura de estabilidade de tensão abordando este tipo de instabilidade. Este tipo de instabilidade pode ocorrer em sistemas que tem problema de sintonia de reguladores.

A seguir são apresentados alguns dispositivos que são utilizados para prevenir a instabilidade de tensão.

## **2.6 Dispositivos para Prevenção e Controle da Estabilidade de Tensão**

Na operação de um sistema de potência, existem uma série de dispositivos que combinados com ações eficazes de controle melhoram a margem de estabilidade de tensão. A seguir são apresentados alguns destes dispositivos e suas formas de atuação.

### **2.6.1 Banco de Capacitores Paralelos**

São a forma mais econômica de produzir suporte de reativos. Seu uso permite melhorar o fator de potência e com isto ajudar o sistema a melhorar sua margem de estabilidade, liberando reserva girante [29]. Contudo, a compensação paralela tem algumas limitações do ponto de vista do controle e estabilidade de tensão:

- Em sistemas altamente compensados por capacitores paralelos, a regulação de tensão tende a ser pobre;
- Além de um certo nível de compensação, o ponto de operação não pode ser mantido com capacitores paralelos;
- A potência reativa gerada por um capacitor paralelo é proporcional ao quadrado da tensão, o que, durante condições de baixo perfil de tensão, causa uma queda no nível de suporte, levando a um agravamento do problema.

### 2.6.2 Capacitores Série

Capacitores série são auto reguláveis. A potência reativa suprida por capacitores série é proporcional ao quadrado da corrente da linha e é independente da tensão da barra. Isto conduz a um efeito favorável do ponto de vista da estabilidade de tensão.

Os capacitores série são idealmente utilizados para corrigir a impedância de linhas longas de transmissão. Diferentemente dos capacitores paralelos, os capacitores série reduzem as características de impedância e tamanho elétrico da linha, e como resultado, causam uma melhoria na regulação e estabilidade de tensão.

### 2.6.3 Compensadores estáticos de reativos (CER)

O compensador estático de reativo (CER) é um dispositivo com tempo de atuação rápido no suprimento de potência reativa, e com grande margem de controle de potência reativa dentro da sua faixa de atuação. Quando o CER atinge seus limites, torna-se um capacitor ou indutor paralelo, e como tal, deve ter seus efeitos avaliados, pois pode levar a uma diminuição ao invés de um aumento na margem de estabilidade de tensão. Estas características do CER devem ser adequadamente modeladas nos estudos de estabilidade de tensão. O alto custo do CER é justificado quando se necessita uma atuação rápida com o objetivo de melhorar a margem de estabilidade de tensão em regiões críticas. Os dois principais esquemas para obter uma susceptância variável nos CER são: TSC ( do inglês “*Thyristor Switched Capacitor* ”) e TCR ( do inglês “*Thyristor Controlled Reactor* ”) [26] [30] . Além do controle de tensão, os CER podem também serem usados para o amortecimentos das oscilações eletromecânicas [29] [30] .

### 2.6.4 Controle de Transformadores com Comutação sob Carga (ULTC)

Os ULTC podem ser controlados, a nível de subestação ou de centro de controle, de maneira a reduzir o risco de colapso de tensão. Uma forma de executar esta tarefa é bloquear o tap do lado da fonte quando existe uma queda acentuada de tensão, e desbloquear quando existe uma recuperação no nível de tensão no sistema. Várias concessionárias internacionais [1] e nacionais tem adotado este procedimento [3] . Para a utilização de uma estratégia eficiente de controle dos ULTC, é necessário o conhecimento da característica da carga e seu efeito no sistema, bem como sua distribuição por classe de consumidores (residencial,

comercial, industrial). Esquemas modernos baseados em microprocessadores para controlar os ULTC oferecem vantagens pela flexibilidade e confiabilidade das estratégias de controle, já que permitem que a característica da carga seja monitorada em tempo real. A adoção de tais esquemas de controle são dependentes de cada sistema. Este trabalho inclui modelos de ULTC no cálculo das condições iniciais (estáticas) do sistema e na análise modal através de um modelo de variável de estado. Os Capítulos 5 e 6 apresentam uma descrição destes procedimentos.

### 2.6.5 Geradores

Os geradores, como principais elementos de suprimento e controle de reativos, possuem uma função primordial na manutenção da estabilidade de tensão de um sistema elétrico. Uma das principais causas de instabilidade de tensão que levam um sistema ao colapso de tensão é a exaustão dos limites de geração de potência reativa dos geradores. Nesta situação, quando são atingidos os limites de corrente de excitação ou corrente de armadura dos geradores, a potência reativa fica limitada e por conseqüência o gerador não é mais capaz de manter uma tensão constante. Caso estes limites sejam violados, a proteção irá retirar estes geradores de serviço, causando um déficit de reativos no sistema e aumentando a vulnerabilidade do sistema à instabilidade de tensão. Portanto, é importante em situações extremas tentar manter o gerador sincronizado, ainda que operando na região crítica de sua capacidade. Alguns geradores possuem uma capacidade de sobreexcitação que lhes permite ultrapassar por alguns segundos estes limites, e com isto colaborar para evitar um problema de instabilidade de tensão durante situações críticas. O Capítulo 4 apresenta um estudo mais detalhado deste comportamento, e são apresentadas considerações e modelos para incluir estes efeitos em estudos de estabilidade de tensão.

Algumas concessionárias européias estão desenvolvendo esquemas automáticos especiais e mais refinados de controle da tensão do sistema e da potência reativa gerada, os quais enviam aos geradores tensões de referência calculadas via fluxo de potência ótimo incorporando restrições de reserva de potência e perfil de tensão do sistema. As empresas ENEL (Itália) [31] e EDF(França) [32] estão desenvolvendo esquemas conhecidos como “controle secundário de tensão” para centralizar o controle da tensão do sistema e o fornecimento de potência reativa dos geradores. No Japão, a Tokyo Electric Power Company

vem desenvolvendo esquemas de controle adaptativo para operar o suprimento de potência reativa [33].

### **2.6.6 Coordenação e Controle da Proteção**

Uma das causas identificada através de alguns incidentes envolvendo instabilidade e colapso de tensão é a atuação indevida e a falta de coordenação entre equipamentos de proteção e controle. Para assegurar uma margem adequada de estabilidade de tensão, uma coordenação eficiente da proteção deve ser assegurada. A retirada de equipamentos para prevenir uma condição de sobrecarga deve ser uma medida extrema. Na medida do possível, ações de controle adequadas (manuais ou automáticas) devem ser asseguradas para aliviar uma condição de sobrecarga e conseqüente perda ou ilhamento dos equipamentos.

### **2.6.7 Esquemas de Alívio de Carga por Subtensão**

Em situações extremas ou sob condições de emergência não planejadas, pode ser necessário utilizar-se esquemas de corte de carga para manter a integridade do sistema [1], [34]. Estes esquemas são semelhantes aos utilizados para prevenir subfreqüência, os quais tem-se tornado uma prática habitual entre as concessionárias para enfrentar situações imprevistas causadas por problemas de deficiência de geração ou subfreqüência. Os esquemas de alívio de carga por subtensão são uma estratégia de baixo custo em relação a outros tipos de controle, e evitam com grande eficácia uma generalização do colapso de tensão no sistema, principalmente, se forem consideradas contingências de baixa probabilidade de ocorrência, mas que podem levar o sistema a um colapso global. Uma diferença na concepção dos esquemas de subtensão em relação aos de subfreqüência reside no fato que a localização e a composição das cargas a serem desligadas são de fundamental importância para os primeiros.

Os esquemas de alívio de carga podem ser baseados em arranjos localizados [35], ou podem ser coordenados através dos centros de controle através de uma ação global sobre o sistema, usando informações do SCADA[36]. Esquemas de alívio de carga com corte seletivo, baseado na monitoração em tempo real do sistema e utilizando modernas técnicas baseadas em microprocessadores vem sendo utilizados com sucesso [34].



Os esquemas de corte de carga por sub-tensão devem ser projetados de maneira a distinguir entre faltas, afundamentos de tensão transitórias e condições de baixa tensão que podem levar o sistema ao colapso. Muitas concessionárias de energia elétrica adotam este tipo de controle em seus sistemas [26].

## 2.7 Conclusões

Neste Capítulo foi apresentado o problema da estabilidade de tensão. Inicialmente foram descritos incidentes que levaram alguns sistemas à instabilidade e colapso de tensão. A apresentação destes incidentes é importante na medida que fornece subsídios para a identificação e caracterização das causas que deram origem aos problemas de instabilidade de tensão. Foi mostrado que o evento inicial pode ser devido a uma grande variedade de causas, e que a evolução do problema de instabilidade de tensão depende da sequência de eventos.

A segunda parte é dedicada ao estudo do mecanismo da instabilidade de tensão. A partir de um sistema de potência elementar são descritas as relações entre potência ativa, reativa e tensão. Um comentário sobre as relações entre estabilidade angular e estabilidade de tensão é apresentado, assim como uma análise da relação entre a máxima transferência de potência e o limite da estabilidade estática. Na sequência, os principais conceitos relacionados ao tema são definidos. Com o conhecimento dos mecanismos e da conceituação do problema de estabilidade de tensão, apresenta-se uma nova classificação da estabilidade de sistemas de potência que leva em conta este novo tipo de estabilidade. Considerando-se os tempos de atuação dos dispositivos e os mecanismos que levam à perda da estabilidade de tensão em sistemas elétricos de potência, um outro tipo de classificação é apresentado.

A parte final do Capítulo foi dedicada a apresentação dos dispositivos utilizados para prevenção e controle da estabilidade de tensão. O próximo Capítulo apresenta a modelagem utilizada para o estudo da estabilidade de tensão.

# Capítulo 3

## Modelagem do Sistema de Potência para Análise de Estabilidade de Tensão

### 3.1 Introdução

Neste Capítulo serão apresentadas as descrições matemáticas dos modelos dos componentes do sistema de potência que apresentam maior efeito sobre a estabilidade de tensão, considerando-se o aspecto de comportamento estático e dinâmico.

Um aspecto importante na simulação e análise de sistemas elétricos é a concepção e utilização de modelos matemáticos. Estes modelos devem representar da maneira mais fiel possível o comportamento dos dispositivos. O seu grau de detalhamento e complexidade é um compromisso entre a qualidade necessária da resposta a ser obtida e o custo computacional envolvido. Portanto, quando respostas qualitativas aproximadas são suficientes, o uso de modelos simplificados é satisfatório e desejável. Os modelos apresentados a seguir foram selecionados por apresentarem características desejáveis para o estudo da estabilidade de tensão. Melhoramentos na modelagem de alguns componentes são propostos e apresentados no Capítulo 6. Esta modelagem permitirá também a classificação e descrição dos métodos analíticos apresentados no próximo Capítulo.

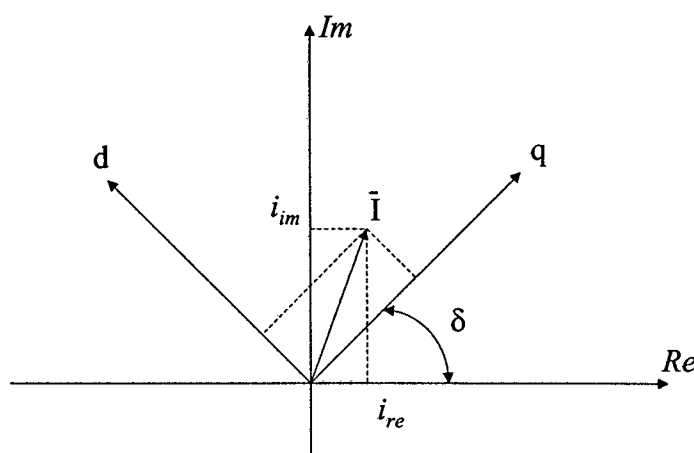
## 3.2 Geradores

Os geradores desempenham papel fundamental na manutenção da estabilidade de tensão, pois deles depende o suporte de potência reativa para que o sistema apresente níveis satisfatórios e seguros de tensão. Estas características e suas limitações são de grande importância e interesse para a análise de estabilidade de tensão.

Nesta seção, serão apresentados os modelos dos geradores síncronos utilizados na análise de estabilidade de tensão, derivando-se modelos simplificados a partir de um modelo completo, de tal maneira que embora menos precisos, eles são equivalentes no seu comportamento qualitativo. Primeiramente são apresentados os modelos dinâmicos, e na seqüência os modelos estáticos.

As equações das máquinas síncronas são expressas em termos do seu sistema de referência “ $d$ ” e “ $q$ ” originado da transformação de Park. Para um sistema multimáquinas é necessário referir-se todas as tensões e correntes do estator para uma única referência comum. Estas equações podem ser transformadas para o sistema de referência da rede, isto é, eixos real e imaginários (denotados por “ $Re$ ” e “ $Im$ ”), de acordo com o deslocamento angular  $\delta$  entre os eixos das máquinas e o sistema de referência do sistema.

A Figura 3.1 apresenta o sistema de referência correspondente à transformação de eixos



**Figura 3.1** Eixos d-q do gerador com relação à referência da rede.

Da observação da Figura 3.1, conclui-se que a matriz de transformação ( $T$ ) que realiza a interface entre a máquina e a rede é dada por

$$T = T^{-1} = \begin{bmatrix} -\text{sen}(\delta) & \text{cos}(\delta) \\ \text{cos}(\delta) & \text{sen}(\delta) \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

Portanto, as relações das variáveis expressas com relação a diferentes sistemas de referência são dadas por

$$\begin{bmatrix} F_{re} \\ F_{im} \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} F_d \\ F_q \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

onde  $F$  é uma grandeza como  $V$  ou  $I$  e os subscripto denota suas componentes com relação aos eixos real e imaginário.

### 3.2.1 Equações mecânicas

Estas equações descrevem o comportamento da dinâmica mecânica da máquina, e são conhecidas como equações de oscilação da máquina, descritas por

$$\dot{\delta} = \omega - \omega_s \quad (3.3)$$

$$\frac{2H}{\omega_s} \dot{\omega} = (P_m - P_e) - D\omega \quad (3.4)$$

onde

$H$  é a constante de inércia da máquina, em  $MW_s/MVA$

$\delta$  é o ângulo do eixo do rotor, em radianos

$\omega$  é a velocidade, em p.u.

$P_m$  representa a potência mecânica é fornecida ao eixo pela turbina, em p.u.

$P_e$  representa a potência elétrica entregue ao estator, em p.u.

$D$  representa o amortecimento equivalente natural da máquina, em p.u.

$\omega_s$  é a velocidade síncrona.

### 3.2.2 Equações subtransitórias

Quando considera-se a presença de dois enrolamentos amortecedores e os enrolamentos de campo, deve-se considerar as equações subtransitórias.

As equações algébricas que representam o comportamento do estator em regime permanente (queda de tensão interna), considerando os efeitos subtransitórios, são dadas por

$$E_q'' - V_q = R_a I_q - X_d'' I_d \quad (3.5)$$

$$E_d'' - V_d = R_a I_d - X_q'' I_q \quad (3.6)$$

As equações que representam o decaimento do fluxo segundo os eixos “ $d$ ” e “ $q$ ” são :

$$T_{do}'' \dot{E}_q'' = -E_q'' + E_q' - (X_d' - X_d'') I_q \quad (3.7)$$

$$T_{qo}'' \dot{E}_d'' = -E_d'' + E_d' - (X_q' - X_q'') I_q \quad (3.8)$$

### 3.2.3 Equações transitórias

O desenvolvimento destas equações é idêntico as equações subtransitórias desenvolvidas anteriormente. As equações algébricas referentes ao comportamento do estator em regime permanente (queda de tensão interna) da máquina, considerando os efeitos transitórios, são dadas por

$$E'_q - V_q = R_a I_q - X'_d I_d \quad (3.9)$$

$$E'_d - V_d = R_a I_d - X'_q I_q \quad (3.10)$$

As equações que representam a variação no decaimento do fluxo segundo os eixos “d” e “q” são :

$$T'_{do} \dot{E}'_q = -E'_q + (X_d - X'_d) I_d + E_{fd} \quad (3.11)$$

$$T'_{qo} \dot{E}'_d = -E'_d - (X_q - X'_q) I_q \quad (3.12)$$

### 3.2.4 Equações da Potência Elétrica Injetada

A potência elétrica  $P_t$  nos terminais da máquina, compensadas as perdas, é dada por

$$P_t = V_d I_d + V_q I_q \quad (3.13)$$

Contudo, é comum utilizar-se a potência do entreferro na equação de oscilação. Desta forma, a potência é calculada considerando-se os efeitos subtransitórios e transitórios. Se o efeito sutransitório é utilizado, a potência é dada por

$$P_e = V_d I_d + V_q I_q = E''_d I_d + E''_q I_q - (X''_q - X''_d) I_d I_q \quad (3.14)$$

Se somente o efeito transitório for considerado, então a potência elétrica é dada por

$$P_e = V_d I_d + V_q I_q = E'_d I_d + E'_q I_q - (X'_q - X'_d) I_d I_q \quad (3.15)$$

Considerando a simplificação de incluir somente os efeitos transitórios no eixo d ( $E'_d = 0$ ),  $P_e$  é dada por

$$P_e = E'_q I_q - (X'_q - X'_d) I_d I_q \quad (3.16)$$

### 3.2.5 Modelos Dinâmicos de Geradores Síncronos

Uma maneira prática de tratar geradores síncronos de diferentes características e complexidade é representar cada máquina por um conjunto de equações que aproxime

seu comportamento em função do tipo de pólos (lisos ou salientes) e da presença ou não de enrolamentos amortecedores. Muitas vezes, embora a máquina possua enrolamentos amortecedores, seus efeitos podem ser desprezados em função do tipo de estudo desejado. Os cinco modelos comumente utilizados em estudos de estabilidade são [37] :

#### **Modelo V**

É a representação que incorpora o maior detalhamento da máquina. Este modelo descreve a máquina de rotor liso com enrolamentos amortecedores através das seguintes equações diferenciais (3.3), (3.4), (3.7), (3.8), (3.11) e (3.12). Portanto, as variáveis de estado deste modelo são

$$x = [\delta, \omega, E'_q, E'_d, E''_q, E''_d] . \quad (3.17)$$

Este modelo tem sido utilizado para avaliar problemas de estabilidade angular transitória. Da mesma forma, ele é adequado ao estudo de estabilidade transitória de tensão. Nesta fase de tempo é importante avaliar os efeitos dos enrolamentos amortecedores. O modelo permite também incorporar os efeitos do regulador de tensão.

#### **Modelo IV**

É usado para descrever geradores de pólos salientes com enrolamentos amortecedores. O modelo considera os efeitos sub-transitórios dos eixos “d” e “q” e transitórios no eixo “d”. Hidrogeradores geralmente são descritos por esta modelagem. Este modelo é descrito pelas equações diferenciais (3.3), (3.4), (3.7), (3.8) e (3.11). Portanto, as variáveis de estado deste modelo são

$$x = [\delta, \omega, E'_q, E''_q, E''_d] . \quad (3.18)$$

Assim como o modelo V, este modelo costuma ser utilizado em estudos de estabilidade de tensão devido ao grau de detalhamento e por incorporar os efeitos do regulador de tensão.

#### **Modelo III**

Este modelo é comumente usado para representar máquinas de rotor liso sem enrolamentos amortecedores. O modelo considera os efeitos transitórios dos eixos “d” e “q”, utilizando as equações diferenciais (3.3), (3.4), (3.11), (3.12). Portanto, as variáveis de estado deste modelo são

$$x = [\delta, \omega, E'_q, E'_d] . \quad (3.19)$$

Este modelo tem sido extensivamente utilizado na literatura para representar os geradores em estudos de estabilidade de tensão. Sua modelagem permite capturar os efeitos

mais importantes para a instabilidade de tensão sem um grau muito grande de detalhamento. Assim como os modelos anteriores ele permite incorporar o efeito do regulador de tensão.

### **Modelo II**

Neste modelo os enrolamentos amortecedores são desprezados, assim como os enrolamentos no eixo “ $q$ ”. É um modelo adequado para representar máquinas de polos salientes que não possuem enrolamentos amortecedores. Ele considera a dinâmica mecânica da máquina e o decaimento do fluxo eletromagnético. Esta representação costuma ser usada para projeto de controladores, onde não é necessário um grande detalhamento.

Este modelo é descrito pelas equações diferenciais (3.3), (3.4), (3.11). Portanto, as variáveis de estado deste modelo são

$$x = [\delta, \omega, E'_q]. \quad (3.20)$$

Em situações onde os efeitos dos enrolamentos amortecedores (fase transitória) podem ser desprezados, e a resposta desejada está na faixa de tempo superior a 10s, a utilização deste modelo é satisfatória. Este é o cenário típico da estabilidade de tensão de longo prazo. Assim como os modelos anteriores, o regulador de tensão pode ser incorporado. Este modelo costuma ser utilizado para representar o efeito de uma barra de interligação entre o sistema em estudo e o sistema principal.

### **Modelo I**

Este modelo também é conhecido como modelo clássico. São desprezados a resistência de armadura, a saliência transitória e o decaimento de fluxo. A tensão transitória no eixo “ $d$ ” é mantida constante, e somente as equações algébricas (3.9) e (3.10) e a dinâmica eletromecânica são representadas.

Este modelo é descrito pelas equações diferenciais (3.3), (3.4). Portanto, as variáveis de estado deste modelo são

$$x = [\delta, \omega]. \quad (3.21)$$

Esta representação não é adequada ao estudo dinâmico de estabilidade de tensão, pois não incorpora o efeito do regulador de tensão. Nos Capítulos 6 e 7 é demonstrada a importância da representação dos reguladores de tensão e da atuação de seus limitadores sobre o problema da instabilidade de tensão. Assim como o modelo II, este modelo costuma também ser utilizado para representar barras de interligação.

### **Modelo 0**

Um grupo de máquinas síncronas ou parte de um sistema podem ser representados por uma máquina síncrona equivalente. Uma barra que represente um equivalente pode ser

modelada como uma máquina síncrona representada pelo modelo I, com a simplificação de que as equações (3.3) e (3.4) que representam o comportamento mecânico são desprezadas. Isto leva a um modelo que utiliza somente as equações (3.9) e (3.10). Este modelo é conhecido como *barra infinita*.

### 3.2.6 Modelo Estático do Gerador Síncrono

Nos estudos que utilizam a formulação estática baseada nas equações do fluxo de potência, os geradores são modelados por injeções de potência. Neste tipo de modelagem, as barras que representam os geradores tem a potência ativa fixada, e a potência reativa é calculada. Quando a barra de geração ( $PV$ ) atinge o limite prestabelecido de geração de potência reativa, faz-se um chaveamento do tipo de barra, isto é, a barra de geração ( $PV$ ) passa a ser considerada uma barra de carga ( $PQ$ ). Entretanto, isto é uma simplificação, já que a potência reativa fornecida por um gerador síncrono é função da potência ativa despachada, da tensão terminal e das características de projeto da máquina. Estas características são determinadas pelo diagrama de capacidade da máquina. Portanto, a hipótese de considerar que o gerador irá manter a tensão constante, implicaria em um fluxo de reativo proporcional. Isto só seria possível se os reguladores de tensão dos geradores possuísem ganho infinito, o que não é verdadeiro.

No estudo da estabilidade de tensão, a relação potência reativa-tensão possui grande influência na correta determinação do ponto onde ocorre a instabilidade de tensão do sistema. Portanto, todos os elementos do sistema que possam influir nesta relação devem ter modelos os mais realistas possíveis. A literatura tem apresentado algumas publicações que sugerem a utilização de modelos mais refinados e realistas, mesmo quando somente as equações estáticas do sistema são utilizadas. As referências [38] [39] utilizam um modelo baseado em equações estáticas para representar o comportamento do gerador, onde as equações que representam o comportamento da potência reativa gerada são função da tensão terminal. Estas equações permitem o cálculo dos limites máximos e mínimos de corrente (campo e armadura) do gerador, mas não levam em conta as limitações impostas pelo regulador automático de tensão. Também é incluído o cálculo do limite de sub-excitação do gerador. O trabalho de Berizzi et. al [40] apresenta modelos estáticos mais detalhados que levam em conta os limites da curva de capacidade da máquina. No artigo apresentado por Schuleter e Hu [41] uma solução baseada no ponto de equilíbrio de um modelo algébrico-



diferencial é determinada. Jovanovic e Fox [42] incorporam modelos dinâmicos para o cálculo dos limites de potência reativa e de tensão no problema de fluxo de potência.

No Capítulo 6, é apresentada uma proposta de uma metodologia dinâmica para a verificação do alcance do limite de potência reativa, baseada nas condições de operação da máquina e nos parâmetros do gerador e seu regulador.

### 3.3 Sistema de Excitação

A modelagem matemática de sistemas de excitação é essencial à avaliação da estabilidade de sistemas de potência. Existe uma variedade muito grande de topologia de sistemas de excitação, e modelos tem sido desenvolvidos para funções específicas necessárias a operação de cada gerador (controle, estabilização e proteção). O sistema interligado Brasileiro, por exemplo, apresenta quase uma centena de diferentes arranjos topológicos de sistemas de excitação [43]. O IEEE [44] definiu uma série de modelos para os sistemas de excitação, dos quais dois modelos, conhecidos como DC1 e ST1 tem sido amplamente usados para estudo de estabilidade de pequenos sinais e estabilidade de tensão. Neste trabalho, serão descritos os modelos DC1, ST1 e um modelo simplificado.

#### 3.3.1 Sistema de excitação IEEE - DC1

Neste modelo, apresentado na Figura 3.2, o sinal de erro da tensão ( $V_e = V_{ref} - V_t$ ) dos terminais do gerador constitui a entrada principal.

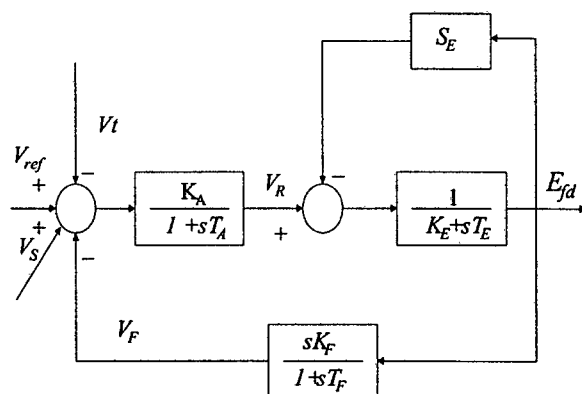


Figura 3.2 Sistema de excitação IEEE - DC1

O sinal da malha derivativa ( $V_F$ ) e o sinal adicional ( $V_S$ ) não atuam em regime permanente, atuando somente no regime transitório. A saída  $V_R$  do regulador de tensão é usada para controlar a excitatriz. Se a excitatriz for do tipo que possui excitação própria (autoexcitada),  $K_E$  representa o ganho do reostato de campo “shunt” e  $T_E$  representa a constante de tempo da excitatriz (taxa de integração associada ao controle da excitatriz). O termo  $S_E$  representa os efeitos da saturação.

Os trabalhos que utilizam a análise linear desprezam a saturação e a ação dos limitadores [45]. Neste trabalho é feita uma proposta para a representação dos limitadores na análise modal e considerando a saturação, apresentado em detalhes no Capítulo 6.

As equações seguintes representam o modelo de excitação IEEE - DC1:

$$\dot{V}_R = -\frac{1}{T_A}V_R + \frac{K_A}{T_A}(V_{ref} - V_t - V_F + V_S) \quad (3.22)$$

$$\dot{E}_{fd} = \frac{1}{T_E}V_R - \left[ \frac{(K_E + S_E)}{T_E} \right] E_{fd} \quad (3.23)$$

$$\dot{V}_F = \frac{K_F}{T_F} \dot{E}_{fd} - \frac{1}{T_F}V_F \quad (3.24)$$

### 3.3.2 Sistema de excitação IEEE - ST1

Este tipo de modelo representa os sistemas nos quais a fonte de excitação é obtida através de um transformador colocado nos terminais do gerador (ou unidades auxiliares de barra) e é regulado por um retificador controlado [26] [44]. A máxima tensão de excitação obtida através deste sistema está diretamente relacionada à tensão terminal do gerador [44].

O diagrama de blocos da Figura 3.3 descreve o sistema de excitação IEEE tipo ST1.

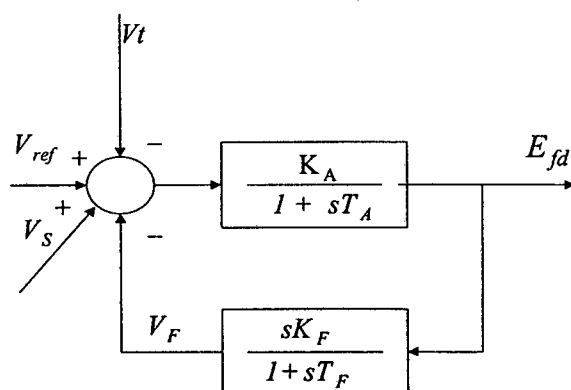


Figura 3.3 Sistema de excitação IEEE - ST1

As equações para este modelo são:

$$\dot{E}_{fd} = \frac{K_A}{T_A} (V_{ref} + V_S - V_t - V_F) - \frac{1}{T_A} E_{fd} \quad (3.25)$$

$$\dot{V}_F = \frac{K_F}{T_F} E_{fd} - \frac{1}{T_F} V_F \quad (3.26)$$

### 3.3.3 Sistema de Excitação Simplificado

Este é o modelo de excitação dinâmico mais simples, no qual representa-se somente a ação do regulador de tensão através de um ganho  $K_a$  e uma constante de tempo  $T_a$ . Estes parâmetros estão associados com o regulador e/ou disparo dos tiristores que são colocados na saída do circuito da excitatriz e que são controlados pelo regulador de tensão. Este tipo de sistema de excitação apresenta uma resposta mais rápida se comparada com os sistemas apresentados anteriormente.

A Figura 3.4 apresenta o diagrama de blocos deste tipo de sistema de excitação.

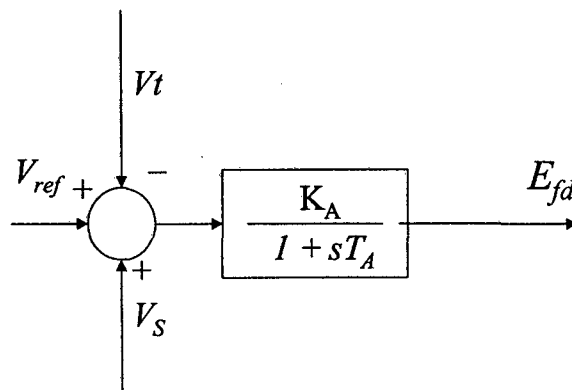


Figura 3.4 Sistema de excitação simplificado

A equação do modelo é dada por

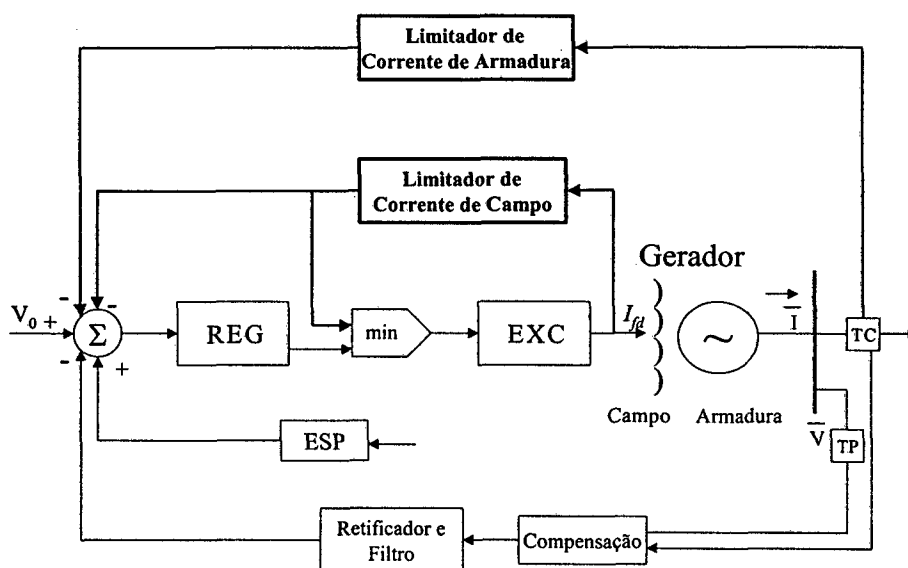
$$\dot{E}_{fd} = \frac{K_A}{T_A} (V_{ref} + V_S - V_t) - \frac{1}{T_A} E_{fd} \quad (3.27)$$

### 3.3.4 Modelagem dos Limitadores

A função básica de um sistema de excitação é prover corrente contínua para os enrolamentos de campo do gerador. Isto é feito automaticamente pelo regulador de tensão, o qual ajusta a corrente e tensão de campo para manter a tensão terminal de operação. Para

evitar que os limites de capacidade dos geradores sejam violados, ocasionando um desgaste da vida útil da máquina ou mesmo retirando a máquina de operação através da atuação da sua proteção, são incluídos limitadores no sistema de excitação da máquina, de tal forma que em condições normais de operação os limites não sejam violados. Estes limites possuem um grande efeito sobre a estabilidade de tensão, razão pela qual sua modelagem deve ser levada em conta em estudos que envolvam a análise dinâmica de estabilidade de tensão [46] [47] [48].

A Figura 3.5 apresenta uma descrição esquemática de um regulador automático de tensão típico, ou controle do sistema de excitação. O bloco REG corresponde ao regulador, o bloco min é um bloco de mínimo, o bloco EXC corresponde a excitação e o bloco ESP representa um estabilizador de sistema de potência. Os laços de controle dos limitadores são realçados para mostrar onde eles atuam. O laço do limitador da corrente de campo pode atuar no bloco de mínimo ou no somador.



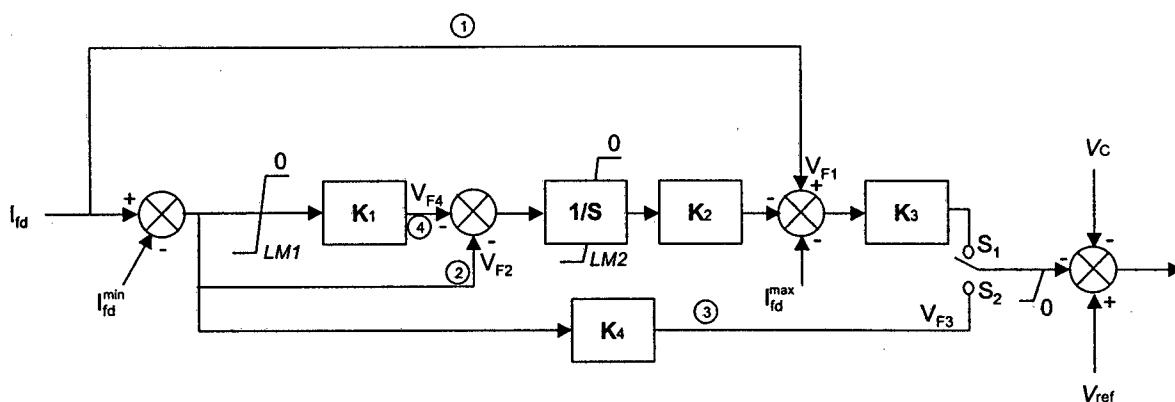
**Figura 3.5** Diagrama de Blocos de um Regulador Automático de Tensão .

A seguir apresenta-se a descrição dos principais circuitos limitadores que atuam no sistema de controle da excitação de geradores[26] [9].

*Limitador de sobreexcitação* [26] : Este tipo de limitador é conhecido pela sua sigla inglesa **OXL** ( “Over eXcitation Limiter”). Seu objetivo é proteger o gerador de sobreaquecimento devido a presença de prolongadas sobrecorrentes. Para melhorar a estabilidade transitória, é necessário permitir que a corrente de campo seja elevada por alguns instantes. Em tais circunstâncias, a tensão de campo pode rapidamente elevar-se até atingir o valor de máximo (“ceiling value”), sendo permitido para a corrente de campo atingir seu

valor máximo por curto período de tempo (na ordem de poucos segundos), o qual pode chegar na ordem de duas vezes a condição normal admissível. Basicamente, este limitador detecta a alta corrente de campo e, após um atraso de tempo, atua através do regulador AC para baixar a referência da excitação para um valor pré-fixado (na ordem de 100% a 110% da corrente de campo nominal). Se isto for insuficiente, é dado um trip no regulador AC, transferindo o controle para o regulador DC, e reposicionando o setpoint para um valor correspondente ao valor nominal. Se estas ações de controle não reduzem a excitação para níveis seguros de operação, a proteção de sobrecorrente de campo da máquina atua e retira a unidade de operação.

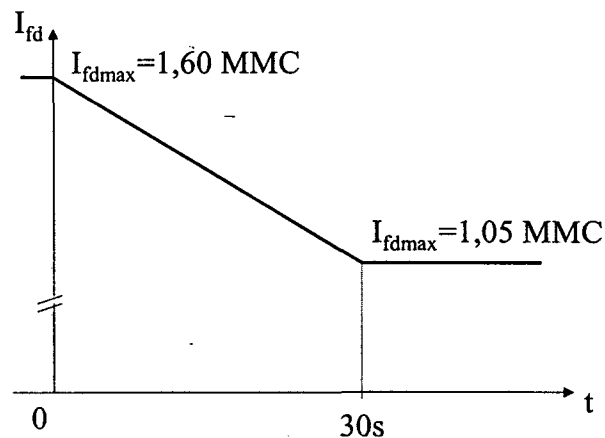
Devido a importância do efeito do limitador de sobreexcitação no processo de instabilidade de tensão, um maior detalhamento do seu funcionamento será apresentado a seguir.



**Figura 3.6** Diagrama de bloco de um limitador de sobreexcitação (OXL).

A Figura 3.6 apresenta um modelo típico de um limitador OXL. Neste modelo, quando a corrente de campo ultrapassa o ajuste de limite superior da corrente de campo  $I_{fd\max}$ , o sinal  $V_{F1}$  do laço de controle 1 atua para reduzir a excitação instantaneamente. Quando a corrente de campo está abaixo do limite superior da corrente de campo  $I_{fd\max}$ , a ação do limitador é determinada através do laço de controle 2. A magnitude do sinal de controle  $V_{F2}$  e o valor do ganho  $K2$  determinam o atraso de tempo e a ação da rampa (Figura 3.7). Uma vez que a corrente de campo atinge o valor de limite inferior  $I_{fd\min}$ , a chave de seleção muda para o valor inferior  $S_2$ . Esta ação assegura que a corrente de campo, caso ocorra um segundo distúrbio, não irá exceder o limite inferior da corrente de campo por um período de tempo determinado, permitindo desta forma que ocorra um resfriamento da máquina. Quando a

corrente de campo está abaixo de  $I_{fd\min}$ , o sinal  $V_{F4}$  ajuda a zerar rapidamente a saída do integrador.



**Figura 3.7** Característica do Limitador OXL

A Figura 3.7 mostra como atua o limitador da Figura 3.6. Um ajuste superior proporciona uma limitação quase instantânea em 1,60 vezes a máxima corrente de carga (MMC). Um ajuste inferior de 1,05 vezes a MMC em conjunto com a inclinação da rampa proporciona uma limitação com atraso de tempo em função do nível da corrente de campo.

A modelagem de limitadores de corrente apresenta-se como um problema de difícil solução para ser incluído na análise modal, pois a lógica de chaveamento (posição S1 ou S2) é uma descontinuidade que não pode ser linearizada. Como forma de aproximar o comportamento de uma limitação do sistema de excitação, são propostos nesta tese modelos para representar a atuação dos limitadores de tensão de campo. No Capítulo 6 estes modelos e a teoria sobre a atuação dos limites de tensão de campo são apresentados.

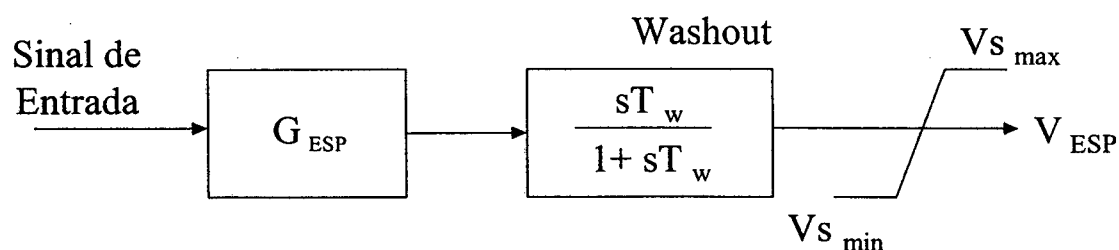
*Limitador de subexcitação* [26] : Este tipo de limitador é conhecido pela sua sigla inglesa UXL ( “Under eXcitation Limiter”). Sua função é prevenir a redução da excitação do gerador para um nível onde a estabilidade dinâmica ou problemas de aquecimento nas cabeças de bobina do estator causem problemas a operação do gerador. O sinal de controle do UXL é derivado de uma combinação de tensão e corrente ou potência ativa e reativa do gerador. Os limites são determinados por um sinal que exceda um nível de referência. Existem uma grande variedade de implementações de UXL. Como exemplo, pode ser citado o UXL que atua no sinal de erro de tensão do RAT, tal que, quando o limite de UXL é atingido, um elemento não-linear começa a conduzir e o sinal de saída do limitador é combinado com outros sinais para controlar a excitação.

*Limitador de corrente de armadura* [26] : similarmente ao limitador de corrente de campo, o limitador de corrente de armadura protege a armadura de correntes excessivas que podem causar um sobreaquecimento dos enrolamentos e causar danos ao isolamento. Este tipo de limitador com atuação automática não é muito comum. Devido à armadura permitir uma sobrecarga devido a inércia térmica dos seus enrolamentos, é comum proporcionar um alarme ao operador através de sensores térmicos, proporcionando desta maneira que o operador possa diminuir a potência reativa entregue pela máquina, atuando sobre a tensão de referência do RAT. Alguns geradores mais modernos possuem limitadores automáticos de corrente de armadura, o qual atua sob o sistema de excitação como descrito na Figura 3.5 [5] . A atuação e modelagem deste limitador é explanada com maiores detalhes no Capítulo 6, pois é um dos pontos centrais desta tese.

### 3.4 Estabilizadores de Sistema de Potência

A função básica de um estabilizador de sistema de potência (ESP) é adicionar amortecimento ao rotor do gerador através do controle da excitação via um sinal estabilizante. Para este tipo de amortecimento, o estabilizador deve produzir uma componente do torque elétrico em fase com o desvio de velocidade do rotor [26] .

Os ESPs podem usar como sinais de entrada tanto as variáveis de estado, como no caso do sinal derivado da velocidade angular, quanto as algébricas, como no caso dos de potência elétrica. Existem também ESPs que utilizam uma combinação de sinais, como por exemplo os de potência acelerante. A Figura 3.8 apresenta um modelo de ESP [45] .



**Figura 3.8** Modelo do ESP

A função de transferência para o caso monovariável é dada por

$$G_{ESP(s)} = \frac{K_c (1 + sT_1) (1 + sT_3)}{(1 + sT_2) (1 + sT_4)} \quad (3.28)$$

onde  $T_2$  e  $T_4$  são constantes e tempo definidas pelo projetista;  $K_c$  é um ganho em p.u. e  $T_1$  e  $T_3$  são constantes. Estes três últimos parâmetros devem ser calculados visando atender a uma *condição mínima de amortecimento de oscilações eletromecânicas do sistema* (5%)[45] [26]. Valores típicos da constante de tempo  $T_w$  situam-se na faixa de 4 a 20 segundos[26]. O bloco limitador tem a finalidade de evitar grandes excursões do sinal adicional de saída em regime transitório. O sinal de entrada do controlador normalmente é uma saída local e exerce influência na escolha das constantes de tempo  $T_2$  e  $T_4$ .

Embora a análise da estabilidade de tensão possa, e seja usualmente, estudada desacoplada do problema angular, sistema reais com alto grau de carregamento tendem a apresentar problemas de estabilização em regime permanente, o que requer a utilização de ESP. Isto reforça a relação e a importância de um estudo dinâmico interrelacionado do problema de estabilidade de tensão e angular.

### 3.5 Sistema de Transmissão

Para o estudo da estabilidade eletromecânica e da estabilidade de tensão é suposto que a rede de transmissão possui uma dinâmica muito rápida, que pode ser considerada instantânea se comparada com o tempo de atuação dos modelos dos demais componentes do sistema. Em função disto, a rede pode ser descrita por um conjunto de equações algébricas que representam o modelo conhecido com  $\pi$  equivalente, o que permite a simplificação na representação de seus elementos por impedâncias constantes.

As equações que representam a rede de transmissão podem ser expressas na forma de balanço de correntes ou balanço de potências. A primeira representação é a mais comum e tem sido usada para estudos de estabilidade dinâmica para pequenas perturbações [49]. A maioria dos programas comerciais utiliza esta formulação. A segunda forma é a mais apropriada para estudos de estabilidade de tensão, pois possui a vantagem de explicitar a matriz Jacobiana do fluxo de potência em sua forma convencional [12] [50] [51].

O modelo de uma rede de transmissão pode ser formulado utilizando a lei dos nós para as correntes, dada por

$$\bar{I}_B = \bar{Y}_B \bar{V}_B \quad (3.29)$$

onde

$\bar{I}_B$  é um vetor contendo as correntes injetadas nas barras;

$\bar{Y}_B$  é a matriz admitância nodal.



$\bar{V}_B$  é um vetor das tensões nas barras;

As correntes injetadas são funções não-lineares das tensões e da topologia do sistema, a qual é dependente do arranjo de conexões dos elementos que compõe a rede de transmissão. Representando-se o número de barras do sistema por  $N$  e sendo  $\mathcal{U}(i)$  o conjunto de barras diretamente conectadas a barra  $i$  ( $i = 1, \dots, N$ ), tem-se que

$$\bar{I}_i - Y_i \bar{V}_i - \sum_{j \in \mathcal{U}(i)} \bar{I}_{ij} = 0 \quad (3.30)$$

ou

$$\bar{I}_i - Y_i \bar{V}_i - \sum_{j \in \mathcal{U}(i)} Y_{ij} (\bar{V}_i - \bar{V}_j) = 0 \quad (3.31)$$

onde

$\bar{I}_i$ - corrente injetada na barra  $i$ .

$Y_i$ - admitância dos elementos paralelos (shunt) ligados a barra  $i$ .

$Y_{ij}$ - admitância série entre a barra  $i$  e barra  $j$ .

$\bar{V}_i$ - tensão na barra  $i$ .

$\bar{V}_j$ - tensão na barra  $j$ .

Para o desenvolvimento dos modelos seguintes, serão usadas  $2n$  equações ao invés de  $n$  equações complexas. Isto é feito utilizando-se as projeções de todos os fasores sobre os eixos  $Re$  e  $Im$  definidos na Figura 3.1. Esta formulação é mais conveniente para a análise da dinâmica de sistema de potência.

### 3.5.1 Modelagem por Balanço de Corrente

As correntes e tensões podem ser decompostas em

$$\bar{I}_i = I_{re_i} + jI_{im_i} \quad (3.32)$$

$$\bar{V}_i = V_{re_i} + jV_{im_i} \quad (3.33)$$

sendo as condutâncias e susceptâncias da rede definidas como

$$Y_{si} = jB_{s_i} \quad (3.34)$$

$$Y_{ij} = G_{ij} + jB_{ij} \quad (3.35)$$

Substituindo-se as equações (3.32) a (3.35) em (3.31) tem-se que

$$0 = I_{re_i} + B_{s_i} V_{im_i} - \sum_{j \in \mathcal{U}(i)} [G_{ij}(V_{re_i} - V_{re_j}) - B_{ij}(V_{im_i} - V_{im_j})] \quad (3.36)$$

$$0 = I_{im_i} + B_{si}V_{re_i} - \sum_{j \in \mathcal{U}(i)} [B_{ij}(V_{re_i} - V_{re_j}) + G_{ij}(V_{im_i} - V_{im_j})] \quad (3.37)$$

Outros componentes tais como HVDC, FACTS, embora não apresentados nesta seção, são facilmente incluídos no modelo.

Portanto, as variáveis da rede para este tipo de modelagem são

$$y = \begin{bmatrix} V_{re} \\ V_{im} \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

com

$$V_{re} = [ V_{re_1} \quad \dots \quad V_{re_n} ] \quad (3.39)$$

e

$$V_{im} = [ V_{im_1} \quad \dots \quad V_{im_n} ] \quad (3.40)$$

Os conjuntos de equações acima são esparsos, pois cada barra, geralmente, possui uma pequena incidência de linhas. Além disto, cada termo de corrente  $I_{re}$  e  $I_{im}$  envolve somente as variáveis de estado dos componentes conectados a correspondente barra.

### 3.5.2 Modelagem por Balanço de Potência

Uma outra maneira de representar a rede de transmissão é utilizar os módulos e ângulos das tensões nas barras. Isto pode ser feito através da forma polar da tensão

$$\bar{V}_i = V_i e^{j\theta} \quad (3.41)$$

Utilizando o complexo conjugado de (3.31) e multiplicando-se por  $\bar{V}_i$ , produz-se a equação

$$\bar{V}_i \bar{I}_i^* - Y_{si}^* V_i^2 - \sum_{j \in \mathcal{U}(i)} Y_{ij}^* (V_i^2 - \bar{V}_i \bar{V}_j^*) = 0 \quad (3.42)$$

Usando as equações (3.34) e (3.35) e substituindo-se a potência complexa  $\bar{V}_i \bar{I}_i^*$  pelas suas componentes de potência ativa e reativa, a equação (3.42) torna-se

$$0 = P_i + jQ_i + jB_{si}V_i^2 - \sum_{j \in \mathcal{U}(i)} (G_{ij} - jB_{ij}) [V_i^2 - V_i V_j (\cos(\theta_i - \theta_j) + j \operatorname{sen}(\theta_i - \theta_j))] \quad (3.43)$$

a qual pode ser decomposta em

$$0 = P_i + V_i \sum_{j \in \mathcal{U}(i)} V_j [G_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) + B_{ij} \operatorname{sen}(\theta_i - \theta_j)] \quad (3.44)$$

$$0 = Q_i + B_{si}V_i^2 - V_i \sum_{j \in \mathcal{U}(i)} V_j [B_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) - G_{ij} \operatorname{sen}(\theta_i - \theta_j)] \quad (3.45)$$

As equações (3.44) e (3.45) são conhecidas como modelo de balanço de potência.

Este tipo de modelagem é bastante usada em estudos de estabilidade de tensão [12] [51].

Para este novo modelo de rede, o vetor  $y$  das variáveis algébricas é definido como

$$y = \begin{bmatrix} \theta \\ V \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

com

$$\theta = [ \theta_1 \ \cdots \ \theta_n ]^T \quad (3.47)$$

e

$$V = [ V_1 \ \cdots \ V_n ]^T \quad (3.48)$$

Nos próximos Capítulos este modelo será utilizado para a formação da matriz de estado dinâmica, e suas particularidades serão melhor exploradas.

### 3.6 Compensador Estático de Reativo (CER)

O avanço da eletrônica de potência, e em especial a dos tiristores de alta potência, conduziu à concepção de equipamentos versáteis e rápidos para controle da potência reativa denominados compensadores estáticos de reativo (CER). Os tipos básicos de dispositivos de controle de reativos podem ser encontrados nas referências [26] [29]. A versatilidade do uso dos CER para fins de controle produziu uma série de topologias de operação. Estes arranjos são feitos da combinação de um ou mais tipos básicos de CER e bancos fixos de capacitores.

Um dos arranjos comumente utilizado para representar um CER em estudos de estabilidade de tensão é o reator controlado por tiristores (TCR) operando junto a um grupo de capacitores fixos (FC). Entre as vantagens do CER tipo TCR-FC estão a resposta rápida, o controle pleno da faixa de operação, o controle da oscilação de tensão e a melhoria dos níveis de estabilidade. Uma de suas principais desvantagens é a injeção de harmônicos na rede de transmissão. A Figura 3.9 apresenta um modelo de CER de primeira ordem.

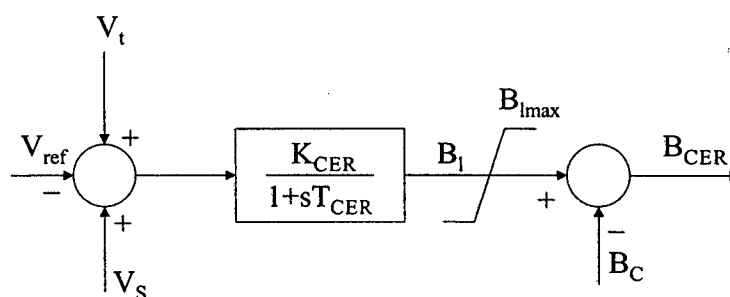


Figura 3.9 Modelo de primeira ordem do CER

A equação para este modelo é dada por

$$\dot{B}_l = \frac{K_{cer}}{T_{cer}} (V_t + V_S - V_{ref}) - \frac{1}{T_{cer}} B_l \quad (3.49)$$

$$B_{cer} = B_l - B_c \quad (3.50)$$

$$B_{l\min} \leq B_l \leq B_{l\max} \quad (3.51)$$

Existem muitas aplicações para os CER, dentre as quais pode-se citar o amortecimento das oscilações do sistema, aumento da capacidade de transferência de potência nas linhas e melhoria da margem de estabilidade transitória. Porém, a aplicação mais comum em sistemas de potência é o controle da tensão, a qual, devido à característica de resposta rápida do CER é adequada para reduzir perturbações causadas por tipos especiais de carga.

## 3.7 Cargas

Estudos que envolvem dinâmica são altamente sensíveis à modelagem da carga, principalmente os estudos relativos à estabilidade de tensão dinâmica.

A modelagem da carga é uma tarefa complexa, pois as cargas de um sistema de potência são resultado da agregação de muitos dispositivos diferentes. O ponto “central” do problema é a identificação da composição da carga em um dado momento e a modelagem das parcelas agregadas. Redes neurais e sistemas microprocessados de aquisição de dados tem se apresentado como promissores para esta tarefa.

A fim de estabelecer a relação da carga com a estabilidade de tensão, serão apresentados os modelos básicos de carga classificados em duas categorias: estáticos e dinâmicos.

### 3.7.1 Modelos Estáticos

Os modelos estáticos são os mais usados, tanto em estudos de fluxo de potência quanto nos estudos de estabilidade. O modelo estático expressa a característica da carga em um instante de tempo como uma função algébrica da magnitude da tensão e frequência neste instante. As componentes ativa e reativa são consideradas separadamente.

Os modelos estáticos de carga costumam ser representados pelas formas exponencial e polinomial.

### 3.7.1.1 Modelo Exponencial

Neste modelo a carga é representada por

$$P = P_0 \left( \frac{V}{V_0} \right)^\alpha \quad (3.52)$$

$$Q = Q_0 \left( \frac{V}{V_0} \right)^\beta \quad (3.53)$$

onde  $V_0$  é a tensão nominal de referência e os expoentes  $\alpha$  e  $\beta$  dependem do tipo de carga. Os termos  $P_0$  e  $Q_0$  são as potências ativa e reativa consumidas sob o nível de tensão  $V$  igual à tensão de referência  $V_0$ .

A Tabela 3.1 [9] apresenta valores típicos para os expoentes do modelo (3.52) e (3.53), para algumas cargas características.

**Tabela 3.1** Valores típicos dos expoentes de carga [9].

Componentes da Carga	$\alpha$	$\beta$
Lâmpadas incandescentes	1,54	-
Condicionadores de ar	0,50	2,5
Ventiladores de fornos	0,08	1,6
Carregadores de bateria	2,59	4,06
Fluorescentes compactas eletrônicas	0,95-1,03	0,31-0,46
Fluorescentes convencionais	2,07	3,21

Para a carga representada como

- injeção de potência constante ( $P$ ),  $\alpha = \beta = 0$
- corrente constante ( $I$ ),  $\alpha = \beta = 1$
- impedância constante ( $Z$ ),  $\alpha = \beta = 2$

Para cargas compostas, o expoente  $\alpha$  usualmente situa-se na faixa entre 0,5 e 1,8 e o expoente  $\beta$  situa-se tipicamente na faixa entre 1,5 e 6,0. O expoente  $\beta$  varia como função não-linear da tensão devido à saturação magnética dos transformadores de distribuição e pela carga composta de motores.

Um cuidado adicional deve ser observado quando for utilizado o modelo de carga exponencial com o sistema submetido a baixas tensões ( $V \leq 0,6$ ), pois algumas cargas podem ser desconectadas devidos a suas características ou proteções, ou podem ainda ter suas características modificadas devido às baixas tensões [9].

### 3.7.1.2 Modelo Polinomial

O modelo polinomial tem sido tradicionalmente usado para representação da carga em estudos de fluxo de potência e estabilidade de sistemas de potência. Este modelo também é conhecido como modelo ZIP ((Z) impedância constante, (I) Injeção de corrente constante e (P) injeção de potência constante) e representa a dependência da carga com relação à tensão.

A carga em uma dada barra é representada por

$$P = P_0 \left[ a_p + b_p \left( \frac{V}{V_0} \right) + c_p \left( \frac{V}{V_0} \right)^2 \right] \quad (3.54)$$

$$Q = Q_0 \left[ a_q + b_q \left( \frac{V}{V_0} \right) + c_q \left( \frac{V}{V_0} \right)^2 \right] \quad (3.55)$$

onde  $P_0$  e  $Q_0$  são os valores nominais de potência ativa e reativa, respectivamente, para a tensão nominal  $V_0$ , geralmente 1,0 p.u. Os índices  $a_p$ ,  $b_p$ ,  $c_p$ ,  $a_q$ ,  $b_q$  e  $c_q$  representam as parcelas de injeção de potência, injeção de corrente e impedância constante respectivamente. A soma destes índices deve obedecer a seguinte relação:  $a_p + b_p + c_p = 1$  e  $a_q + b_q + c_q = 1$ .  $P$  e  $Q$  são as potências absorvidas pela carga a uma tensão  $V$ .

### 3.7.2 Modelo Dinâmico

A literatura tem apresentado vários tipos de modelos dinâmicos de carga para estudos de estabilidade de tensão [52]. Dentre estes modelos destacam-se o modelo de motor de indução e os modelos agregados de carga. Neste trabalho serão apresentados o modelo de terceira ordem do motor de indução [51] e o modelo agregado de carga proposto por Xu e Mansour [53].

Embora de maneira geral as cargas sejam dependentes da tensão e da frequência, as formulações que se seguem consideram que a dependência seja apenas da tensão. Tal procedimento é justificado pelo fato de que na análise da estabilidade de tensão as variações de frequência são desprezíveis, se comparadas às das tensões.

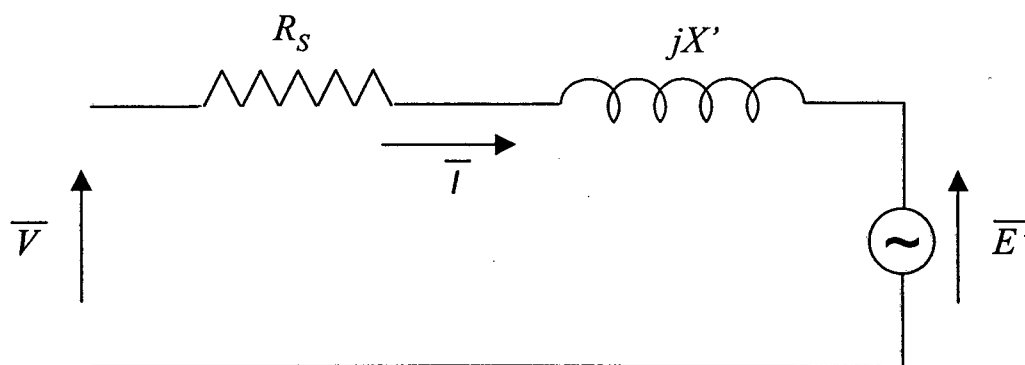
#### 3.7.2.1 Modelo de Motor de Indução de Terceira Ordem

O modelo detalhado de motor de indução representa o motor de indução trifásico através da transformação de Park, através dos seus eixos “*odq*” [51]. Neste modelo sete equações diferenciais são consideradas: seis elétricas e uma eletromecânica. Deste modelo, vários outros foram derivados, através de adequadas simplificações, sendo que destacam-

se os modelos de quinta e terceira ordem. Neste trabalho é utilizado o modelo de terceira ordem. Este modelo despreza os transitórios elétricos nas equações de tensão do estator, ou seja, assume

$$\dot{\Psi}_{qs} = \dot{\Psi}_{ds} = 0 \quad (3.56)$$

É usual tratar as equações do motor de indução considerando como referência os eixos real e imaginário, ao contrário da original com seus eixos “*odq*”. Com a devida adaptação de variáveis [51] o motor pode ser modelado por um circuito equivalente Thevenin composto de uma tensão transitória atrás da resistência estatórica e uma reatância transitória, de acordo com o circuito da Figura 3.10.



**Figura 3.10** Circuito equivalente do motor de indução no modelo de 3ª ordem adaptado.

Do circuito equivalente pode ser retirada a relação fasorial

$$\dot{\bar{E}}' = -j\omega_s s \bar{E}' - \frac{(\bar{E}' - j(X_0 - X')I)}{T_0'} \quad (3.57)$$

Da expressão B.26 duas equações diferenciais elétricas do modelo podem ser determinadas:

$$\dot{E}'_{re} = \omega_s s E'_{im} - \frac{(E'_{re} + (X_0 - X')I_{im})}{T_0'} \quad (3.58)$$

$$\dot{E}'_{im} = \omega_s s E'_{re} - \frac{(E'_{im} + (X_0 - X')I_{re})}{T_0'} \quad (3.59)$$

A equação diferencial eletromecânica, em termos do escorregamento  $s$  é dada por

$$\dot{s} = \frac{(T_m - T_e)}{2H} \quad (3.60)$$

As equações linearizadas são dadas por

$$\Delta E'_{re} = -\frac{1}{T_0'} \Delta E'_{re} + \omega_s s \Delta E'_{im} + \omega_s E'_{im} \Delta s - \frac{(X_0 - X')}{T_0'} \Delta I_{im} \quad (3.61)$$

$$\Delta \dot{E}'_{im} = -\omega_s s \Delta E'_{re} - \frac{1}{T_0'} \Delta E'_{im} - \omega_s E'_{re} \Delta s + \frac{(X_0 - X')}{T_0'} \Delta I_{re} \quad (3.62)$$

$$\Delta \dot{s} = \frac{(\Delta T_m - \Delta T_e)}{2H} \quad (3.63)$$

As componentes *re* e *im* da corrente são

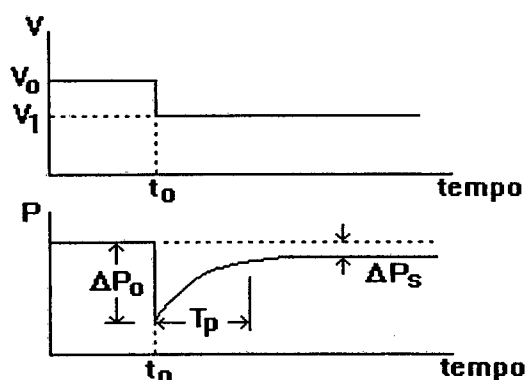
$$\Delta I_{re} = \frac{1}{R_s^2 + X'^2} (R_s \Delta V_{re} - R_s \Delta E'_{re} + X' \Delta V_{im} - X' \Delta E'_{im}) \quad (3.64)$$

$$\Delta I_{im} = \frac{1}{R_s^2 + X'^2} (-X' V_{re} - X' \Delta E'_{re} + R_s \Delta V_{im} - R_s \Delta E'_{im}) \quad (3.65)$$

As correntes injetadas são apresentadas no Apêndice B, bem como os passos do desenvolvimento teórico para a apresentação das variáveis intermediárias.

### 3.7.2.2 Modelo Agregado de Carga

A literatura tem destacado dois modelos agregados de carga, o modelo de Hill [54] e o modelo de Xu-Mansour [53]. Ambos os modelos baseiam-se no fato de que o comportamento agregado da carga para variações de tensão aplicada possui o aspecto indicado na Figura 3.11.

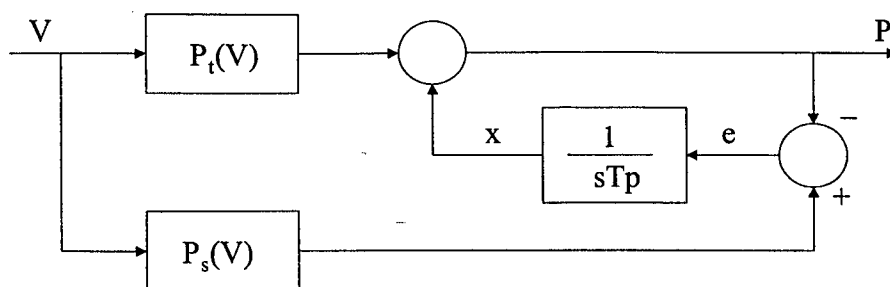


**Figura 3.11** Resposta da carga a um degrau na tensão aplicada.

Tratam-se de modelos de 1ª ordem e, apesar de possuírem formulações distintas, podem fornecer a mesma resposta [51]. São modelos adaptados pois apresentam, em relação aos modelos dinâmicos baseados em funções de transferência genéricas, a vantagem de terem seus parâmetros variáveis, dependentes da tensão aplicada à carga. Este fato lhes confere maior versatilidade do ponto de vista aplicativo, uma vez que podem representar com maior precisão cargas cujo comportamento dinâmico dependa da tensão de operação.

O equacionamento original do modelo de Xu-Mansour baseia-se na formulação exponencial [53]. No entanto, o presente trabalho também aborda a formulação polinomial, elaborada em [51]. Nesta tese é descrito o modelo de Xu-Mansour. Este modelo considera que a demanda da carga possui duas componentes: uma transitória e outra de regime permanente. A Figura 3.12 apresenta este modelo considerando somente a parte ativa.





**Figura 3.12** Diagrama de blocos para a potência ativa do modelo Xu-Mansour

As equações das potências ativa e reativa são, respectivamente,

$$T_p \dot{x} = P_s(V) - P \quad P = xP_t(V) \quad (3.66)$$

$$T_q \dot{y} = Q_s(V) - Q \quad Q = yQ_t(V) \quad (3.67)$$

O Apêndice B apresenta as formulações exponencial e polinomial deste modelo e suas respectivas equações linearizadas.

### 3.8 Modelo do Sistema para Estudos Dinâmicos

Apresenta-se nesta seção a teoria geral da modelagem dinâmica de sistemas de potência.

O modelo completo do sistema de potência é caracterizado por dois tipos de equações:

- as equações diferenciais do rotor e da dinâmica de decaimento dos fluxos das máquinas, dos seus sistemas de controle (RAT, RV e ESP), das cargas dinâmicas e dos dispositivos que possuem uma dinâmica, tais como CER, ESP e cargas dinâmicas.
- as equações algébricas de balanço de potência (P e Q) das barras internas e externas das máquinas e das barras de carga.

Matematicamente, as relações físicas podem ser expressas pelo seguinte modelo

$$\dot{x} = f(x, y, \mu) \quad (3.68)$$

$$0 = g(x, y, \mu) \quad (3.69)$$

onde  $x \in \mathbb{R}^m$  é um vetor de variáveis de estado,  $y \in \mathbb{R}^n$  é um vetor de variáveis algébricas,  $\mu \in \mathbb{R}^p$  é um vetor de parâmetros do sistema,  $f : \mathbb{R}^{m+n+p} \rightarrow \mathbb{R}^m$  é um campo vetorial e  $g : \mathbb{R}^{m+n+p} \rightarrow \mathbb{R}^n$  é um vetor de funções, sendo  $f$  e  $g$  suaves ( $C^k, k \geq 1$ ).

A matriz Jacobiana deste conjunto de equações é representada por

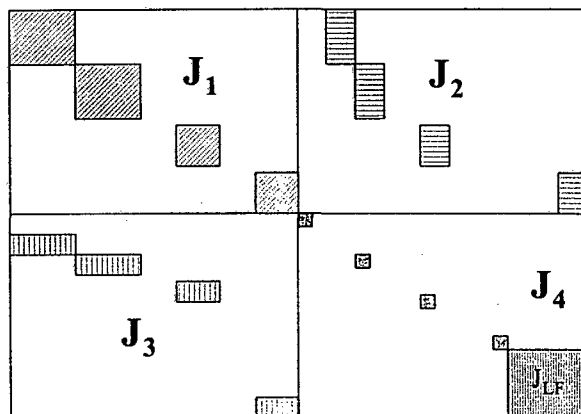
$$J = \begin{bmatrix} J_f \\ J_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} & \frac{\partial f}{\partial y} \\ \frac{\partial g}{\partial x} & \frac{\partial g}{\partial y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \quad (3.70)$$

Portanto, o sistema de equações linearizadas que representa o sistema de potência é descrito por

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{x} \\ 0 \end{bmatrix} = J \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix} \quad (3.71)$$

A utilização da matriz Jacobiana não reduzida para estudos de estabilidade de tensão possui a vantagem de preservar a identidade das variáveis de estado e das variáveis algébricas, além de permitir conservar a identidade de todas as barras. Uma consequência desta formulação é a facilidade em adicionar-se novos componentes do sistema de potência, tais como reguladores, motores de indução, cargas agregadas, CER, ESP, etc..

Uma característica desta formulação é a presença de um grande número de elementos nulos (94 a 98%), o que requer a utilização de técnicas de esparsidade. Neste trabalho não foram utilizadas técnicas de esparsidade nos algoritmos. A Figura 3.13 apresenta o aspecto de uma matriz Jacobiana aumentada e ilustra a sua esparsidade



**Figura 3.13** Estrutura esquemática do Jacobiano completo do sistema

A matriz de estados do sistema pode ser obtida partindo-se da consideração de que se existe a inversa da matriz  $J_4$ , então a eliminação das variáveis algébricas pode ser efetuada de tal forma que

$$\Delta \dot{x} = (J_1 - J_2 J_4^{-1} J_3) \Delta x = A \Delta x \quad (3.72)$$

onde  $A$  é a matriz de estados ou matriz Jacobiana reduzida do sistema.

Para matrizes de grande porte, em que as ordens são elevadas, a matriz de estados  $A$  pode ser obtida alternativamente através do processo de eliminação de Gauss [49]. Aplicando-se a eliminação Gaussiana ao sistema (3.71), obtém-se

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{x} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ \dots & \ddots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix} \quad (3.73)$$

### 3.9 Modelo do Sistema para Estudos Estáticos

A grande maioria dos trabalhos apresentados na literatura abordam a estabilidade de tensão sob o enfoque estático (Seção 4.2). Para este tipo de estudo, somente um subconjunto das equações algébricas do modelo completo são necessárias, pois os estados dinâmicos são eliminados, preservando-se somente a rede de transmissão. Este modelo contém equações algébricas não-lineares, e é conhecido como modelo de fluxo de potência. Portanto, este modelo é representado por

$$0 = g(y, \mu) \quad (3.74)$$

onde  $y \in \mathbb{R}^n$  é um vetor que contém as variáveis algébricas  $\theta$  e  $V$ ,  $\mu \in \mathbb{R}^p$  é um vetor de parâmetros do sistema, geralmente a demanda  $P$  e  $Q$ , e  $g : \mathbb{R}^{m+n+p} \rightarrow \mathbb{R}^n$  é um vetor de funções, sendo  $g$  suave ( $C^k, k \geq 1$ ).

O vetor  $y = [\theta, V]$  representa o estado estático do sistema. Este modelo de equações representa o fluxo de potência da rede, e é usado para determinar os pontos de equilíbrio que originam as condições de operação em regime permanente do sistema. Este modelo também é utilizado para determinar as condições iniciais para programas de simulação dinâmica.

### 3.10 Conclusões

Na primeira parte deste Capítulo foram apresentados os modelos dos componentes utilizados em sistemas elétricos de potência que possuem efeito sobre a estabilidade de tensão. Na parte final foram descritas as formulações matemáticas dos sistemas, considerando-se os aspectos dinâmicos e estáticos, para a construção de uma modelagem que permita estudar o fenômeno de estabilidade de tensão. No próximo Capítulo esta modelagem é utilizada para apresentar e classificar as formas de abordagem do problema de estabilidade de tensão.

## Capítulo 4

# Métodos de Avaliação da Estabilidade de Tensão

### 4.1 Introdução

O problema de estabilidade de tensão pode ser analisado através de abordagens estáticas ou dinâmicas. A análise estática está baseada na solução das equações convencionais ou modificadas do fluxo de potência. A análise dinâmica usa os conceitos de estabilidade a pequenas perturbações e/ou simulações no domínio do tempo para resolver o conjunto de equações não-lineares algébrico-diferencial que representam o sistema. Outra forma de análise dinâmica consiste em linearizar o conjunto de equações não-lineares algébrico-diferencial em torno de um ponto de equilíbrio, e realizar a análise através da Teoria de Bifurcações. Ultimamente vem crescendo o número de trabalhos que utilizam técnicas de inteligência artificial para abordar o problema de estabilidade de tensão, notadamente aqueles que usam redes neurais. Este Capítulo apresenta uma revisão bibliográfica dos métodos utilizados para avaliar a estabilidade de tensão de sistemas elétricos de potência.

Embora o problema de estabilidade de tensão esteja em destaque desde a década de oitenta, seu estudo remonta aos anos sessenta. São desta época dois trabalhos pioneiros na abordagem deste assunto, os artigos “The Stability of Load” de Venikov e Rozonov[25] e

“Voltage Stability of Radial Power Links” de Weedy e Cox [55]. Estes eram estudos que se preocupavam com o problema localmente e em topologias radiais, diferente da abordagem e magnitude com que o problema é tratado atualmente, em que a preocupação passou a ser a capacidade do sistema em suprir potência reativa, de forma rápida e eficaz.

Um dos primeiros trabalhos a abordar o problema de estabilidade de tensão em nível de sistema foi apresentado em 1975, por Venikov e outros [56], o qual demonstra que sob certas condições, existe uma relação direta entre a singularidade da matriz Jacobiana do fluxo de potência usando a formulação Newton-Raphson convencional e a singularidade da matriz dinâmica de estado do sistema. A partir disto, foi sugerido que a mudança do sinal do determinante da matriz Jacobiana do fluxo de potência via Método de Newton-Raphson poderia ser usada como um indicativo da instabilidade de tensão do sistema.

Neste trabalho, é apresentada uma classificação sistemática dos métodos considerando o tipo de abordagem. Os métodos são apresentados através de uma breve descrição teórica seguido de uma revisão do estado da arte das publicações relacionadas com cada método.

## **4.2 Enfoque através da Análise Estática**

Embora o problema de estabilidade de tensão possua característica dinâmica, existem várias abordagens que tratam o problema como estático, fazendo uso da suposição de que o mecanismo de instabilidade de tensão acontece lenta e progressivamente. Com isto, a solução do problema envolve somente a resolução do conjunto de equações do fluxo de potência, sendo portanto computacionalmente mais eficiente do que a análise dinâmica.

A maioria dos métodos de análise de estabilidade de tensão estão associados à determinação do ponto de singularidade da matriz Jacobiana do fluxo de potência como o ponto crítico da ocorrência do colapso de tensão. Uma grande parte dos métodos estáticos apresentados na literatura relaciona a não convergência com o ponto de bifurcação estática, e analisa o problema de estabilidade de tensão a partir de modelos estáticos do fluxo de potência. Propriedades da matriz Jacobiana do fluxo de potência e de matrizes reduzidas associadas à Jacobiana, como por exemplo o número de condicionamento [57], mínimo valor singular [58] e autovalores [8] tem sido usados como indicadores de colapso de tensão. Entretanto, a singularidade da matriz Jacobiana do sistema não implica na singularidade da Jacobiana do fluxo de potência [11] [59].

A seguir são apresentadas as principais abordagens estáticas para o estudo da estabilidade de tensão baseadas no modelo representado pelo conjunto de equações (3.74). Além dos artigos que apresentam os métodos descritos à seguir, a publicação [60] foi utilizada como referência.

Para um melhor desenvolvimento e entendimento da abordagem estática, é apresentado a seguir o fundamento teórico básico utilizado na maioria dos métodos.

Seja o conjunto de equações algébricas que representam o modelo do fluxo de potência (3.74) descrito como

$$P(\theta, V) = 0 \quad (4.1)$$

$$Q(\theta, V) = 0 \quad (4.2)$$

onde P e Q referem-se às equações de potência ativa e reativa e as variáveis  $\theta$  e  $V$  representam as magnitudes dos ângulos e tensões das barras. Linearizando-se as equações (4.1) e (4.2) em torno de um ponto de equilíbrio, obtém-se a equação matricial dada por,

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{P\theta} & J_{PV} \\ J_{Q\theta} & J_{QV} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \Delta V \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

A matriz Jacobiana do fluxo de potência é representada por

$$J_{FP}(\theta, V) = \begin{bmatrix} J_{P\theta} & J_{PV} \\ J_{Q\theta} & J_{QV} \end{bmatrix}$$

Se o sistema em estudo cumprir as condições necessárias para a existência do desacoplamento entre os pares potência ativa/ângulo e potência reativa/tensão [61], a matriz  $J_{QV}$  aparece como candidata natural para uma análise da relação da variação da potência reativa com a tensão. Considerando o total desacoplamento entre  $P - \theta$  e  $Q - V$ , a equação (4.3) torna-se

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{P\theta} & 0 \\ 0 & J_{QV} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \Delta V \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

e a relação entre a injeção de potência reativa e a magnitude de tensão pode ser descrita pela submatrix  $J_{QV}$ , e escrita como

$$\Delta Q = J_{QV} \cdot \Delta V \quad (4.5)$$

Esta matriz pode ser usada na obtenção de um índice de estabilidade estática.

Em situações onde o sistema encontra-se em uma condição “estressada”, a relação entre a injeção de potência reativa e o ângulo da tensão nas barras não pode ser desprezada. Entretanto, como o foco é o problema  $Q - V$ , supõe-se que não haja variação na potência ativa. Desta forma, considera-se  $\Delta P = 0$ . Portanto, o conjunto de equações (4.4) do fluxo de potência torna-se

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{P\theta} & J_{PV} \\ J_{Q\theta} & J_{QV} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \Delta V \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

Deste sistema de equações, a relação entre  $Q$  e  $V$  é dada por

$$\Delta Q = \underbrace{(J_{QV} - J_{Q\theta} J_{P\theta}^{-1} J_{PV})}_{J_R} \Delta V \quad (4.7)$$

a qual pode ser escrita como

$$\Delta Q = J_R \Delta V \quad (4.8)$$

Portanto, para pequenos distúrbios envolvendo o ponto de operação do sistema, do tipo aumento de carga progressivo, a matriz  $J_R$  irá relacionar o efeito da mudança da magnitude de tensão com a injeção de potência reativa da rede. Devido a esta característica, a matriz  $J_R$  tem sido usada por alguns pesquisadores [58] [8] [62] para estudos de estabilidade de tensão.

O segundo termo da matriz  $J_R$ ,  $(J_{Q\theta} J_{P\theta}^{-1} J_{PV})$ , pode exercer grande influência quando o sistema está submetido a uma alta sobrecarga de potência ativa (e reativa).

Uma maneira de mostrar o significado da submatriz  $J_R$  como um indicativo estático de problemas de estabilidade de tensão, é calcular o determinante da matriz Jacobiana do fluxo de potência utilizando a fórmula de Schur [63]. Para que esta formulação possa ser utilizada, deve ser garantido que a submatriz  $J_{P\theta}$  seja não singular. Com isto o determinante da matriz Jacobiana do fluxo de potência pode ser calculado. Fisicamente, o fato do determinante da submatriz  $J_{P\theta}$  tender a zero implica que o sistema apresenta problemas de natureza angular, os quais estão associados à estabilidade em regime permanente [22]. Portanto, se  $J_{P\theta}$  é não singular, obtém-se

$$\det J_{FP} = \det J_{P\theta} \det J_R \quad (4.9)$$

onde  $J_R$  é chamado de complemento de Schur.

Da fórmula de Schur, equação (4.9), tem-se que a matriz Jacobiana do fluxo de potência pode tornar-se singular por duas vias: quando a matriz  $J_R$  ou a matriz  $J_{P\theta}$  tornam-se singulares. Partindo-se do pressuposto que o sistema não apresenta problemas de natureza angular, isto é,  $\det J_{P\theta} \neq 0$ , então a matriz Jacobiana do fluxo de potência será singular se, e somente se, a matriz  $J_R$  tornar-se singular. O uso de  $J_R$  para a função de um indicativo de estabilidade estática de tensão foi primeiramente proposto por Anderson, Hill e Löff em [64].

Uma observação importante em relação à sensibilidade  $QV$  é a sua natureza não linear (Seção 2.3.3). Isto implica que a magnitude da sensibilidade para diferentes condições de operação do sistema não indica uma medida direta do grau de estabilidade relativa do sistema. Outro ponto importante em relação à matriz  $J_R$  é que esta é uma matriz cheia, em contraste com a submatriz  $J_{QV}$  que é uma matriz esparsa.

As próximas abordagens apresentadas neste capítulo, a decomposição em valores singulares e a análise modal estática, fazem uso desta matriz para analisar a estabilidade de tensão.

### 4.2.1 Decomposição em Valores Singulares

Métodos baseados na decomposição em valores singulares foram uma das primeiras tentativas de determinação de um indicativo de proximidade do colapso de tensão, sendo o trabalho de Tiranuchit e Thomas [58] o pioneiro nesta abordagem. Porém, o uso da singularidade da matriz Jacobiana do fluxo de potência como um indicador de estabilidade em relação a um pequeno distúrbio já havia sido estudada pelo clássico trabalho de Venikov et.al. [56], onde o sinal do determinante da Jacobiana era usado para determinar se o ponto de operação era estável ou não. A singularidade da matriz Jacobiana do fluxo de potência indica que não existe a sua inversa. Isto pode ser interpretado como uma sensibilidade infinita da solução do fluxo de potência para pequenas variações nos valores dos parâmetros. Sob este ponto de vista, estes dois métodos procuram a mesma informação, já que o mínimo valor singular é a medida matemática da distância entre o ponto de operação estudado e o ponto de singularidade da matriz Jacobiana.

Supondo uma matriz  $A$ , quadrada, real e de ordem  $n$ , então a decomposição em valores singulares é dada por [63]

$$A = U\Sigma V^T = \sum_{i=1}^n \sigma_i u_i v_i^T \quad (4.10)$$

onde  $U$  e  $V$  são matrizes ortonormais  $n \times n$ , os vetores singulares  $u_i$  e  $v_i$  são as colunas das matrizes  $U$  e  $V$  respectivamente e  $\Sigma$  é matriz diagonal com

$$\Sigma(A) = \text{diag} \{ \sigma_i(A) \} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4.11)$$

onde  $\sigma_i \geq 0$  para todo  $i$ . Os elementos diagonais na matriz  $\Sigma$  são ordenados tal que  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_n \geq 0$ .

O uso do mínimo valor singular é uma técnica baseada na análise linear de um sistema do tipo  $Ax = b$ , onde  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $A$  é não singular, e  $b \in \mathbb{R}^n$ . Após a decomposição em valores singulares da matriz  $A$ , a solução do sistema linear pode ser escrita como

$$x = A^{-1}b = (U\Sigma V^T)^{-1}b = \sum_{i=1}^n \frac{u_i^T v_i}{\sigma_i} b \quad (4.12)$$

Para aplicação ao estudo de estabilidade de tensão, uma relação linear entre as potências ativa e reativa nas barras e as magnitudes de tensão e ângulo deve ser encontrada.



Assim, tomando a forma linearizada das equações da rede elétrica descritas pela equação (4.3), a decomposição em valores singulares da matriz Jacobiana pode ser escrita como

$$A = J_{FP}(\theta, V) = U\Sigma V^T \quad (4.13)$$

onde  $J_{FP}(\theta, V)$  é a matriz Jacobiana do fluxo de potência.

O mínimo valor singular,  $\sigma_n(J_{FP})$ , é a medida da distância da singularidade da matriz Jacobiana do fluxo de potência convencional. Se o mínimo valor singular é igual a zero, a matriz é singular e a solução do fluxo de potência não pode ser obtida. No ponto onde  $\sigma_n(J_{FP}) = 0$  muitos ramos de equilíbrio podem surgir e o estudo do sistema apresentará uma mudança qualitativa na estrutura da solução devido a pequenas mudanças nos parâmetros. Este ponto é chamado de ponto de bifurcação estática [65].

Fazendo-se a associação do mínimo valor singular,  $\sigma_n$ , com o correspondente vetor singular direito,  $v_n$ , e o correspondente vetor singular esquerdo,  $u_n$ , pode-se calcular o efeito no vetor  $x$ . No caso do sistema de equações (4.3), o objetivo é calcular as variações em  $x = [\Delta\theta, \Delta V]^T$  para uma pequena mudança no vetor  $b$ , que contém as injeções de potência ativa e reativa. Portanto, o sistema de equações (4.3) é transformado em

$$\begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \Delta V \end{bmatrix} = v_n \sigma_n^{-1} u_n^T \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

O inverso do mínimo valor singular,  $\sigma_n^{-1}$ , será então, sob o ponto de vista de um distúrbio, o indicador da maior modificação das variáveis de estado do sistema de potência. Isto demonstra que o mínimo valor singular,  $\sigma_n$ , pode ser usado como um indicativo da proximidade de problemas de estabilidade de tensão em regime permanente.

É ainda possível associar os efeitos da mudança do mínimo valor singular ( $\sigma_n$ ) nos vetores singulares direito,  $v_n$ , e esquerdo,  $u_n$ . Para isto, a equação (4.14) é expressa como

$$\begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \Delta V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{n1} \\ \vdots \\ v_{nn} \end{bmatrix} \sigma_n^{-1} \begin{bmatrix} u_{n1} & \cdots & u_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

ou, de outra forma,

$$\begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \Delta V \end{bmatrix} = \sigma_n^{-1} \begin{bmatrix} v_{n1} \\ \vdots \\ v_{nn} \end{bmatrix} \left[ \sum_{k=1}^{n_{PQ}+n_{PV}} u_{nk} \Delta P_k + \sum_{l=1}^{n_{PV}} u_{nl} \Delta Q_l \right] \quad (4.16)$$

onde :

$n_{PQ}$  é o número de barras de carga do sistema;

$n_{PV}$  é o número de barras de tensão controlada do sistema;

$u_k$  e  $u_l$  são posições dos elementos do vetor singular direito  $U_n$ .

As seguintes observações podem então ser feitas:

1. O vetor singular esquerdo,  $u_n$ , está associado às variações de potência ativa e reativa do sistema, e indica qual destas variações têm maior efeito nas barras susceptíveis ao colapso;
2. O vetor singular direito,  $v_n$ , indica quais variáveis,  $\theta$  ou  $V$ , tem maior influência nas barras susceptíveis ao colapso de tensão;
3. O mínimo valor singular está mais fortemente acoplado ao vetor singular direito,  $v_n$ . Isto implica que sua variação está altamente relacionada com as variáveis  $\theta$  e  $V$ , indicando desta forma a proximidade do colapso de tensão.

Tiranuchit e Thomas [58] propõem o mínimo valor singular da matriz Jacobiana do fluxo de potência como um índice para determinar a estabilidade de tensão em regime permanente. Baseado nesta proposição, Löf, Hill e outros [64] [66] sugerem o uso do mínimo valor singular de sub-matrizes derivadas da matriz Jacobiana como um índice de estabilidade estática de tensão, indicando a distância entre o ponto de operação estudado e o limite da estabilidade estática de tensão. As referências [64] [66] fazem adicionalmente uso dos vetores singulares obtidos da decomposição como fatores de informação das barras críticas e distúrbios sob o ponto de vista de instabilidade de tensão. Ainda utilizando o mesmo tipo de abordagem, Srivastana, Srisvastana e Kalra [67] estendem a técnica de decomposição em valores singulares para realizar a análise da estabilidade de tensão de um sistema CA-CC. Lemos [68] faz uso da análise do mínimo valor singular utilizando modelos polinomiais de carga. Para o cálculo do fluxo de potência é utilizado o algoritmo de Newton-Raphson com fator de amortecimento, o qual permite estudar o comportamento do sistema em torno do ponto de máximo carregamento. Lemos, Silva e Salgado [69] também utilizam a análise anterior para avaliar e comparar modelos estáticos de carga obtidos pela forma tradicional e pela técnica de redução de modelos dinâmicos para a representação polinomial através da técnica de mínimos quadrados, o qual introduz uma melhor representação do comportamento físico da carga, pois não limita as constantes a valores positivos, impondo somente que a condição final de igualdade das constantes, isto é,  $a + b + c = 1$  seja mantida.

#### 4.2.2 Análise Modal

A característica da resposta do sistema em relação a estabilidade de tensão pode ser identificada pelo cálculo dos autovalores e autovetores da matriz Jacobiana reduzida  $J_R$  (4.9) determinada na seção anterior .

Realizando-se uma decomposição da matriz  $J_R$  obtém-se

$$J_R = \xi \Lambda \eta \quad (4.17)$$

onde:

$\xi$  = matriz de autovetores à direita de  $J_R$ .

$\eta$  = matriz de autovetor à esquerda de  $J_R$ .

$\Lambda$  = matriz diagonal de autovalores de  $J_R$ .

e

$$J_R^{-1} = \xi \Lambda^{-1} \eta \quad (4.18)$$

Então, das equações (4.7) e (4.18) pode-se escrever a relação entre  $V$  e  $Q$  dada por

$$\Delta V = \xi \Lambda^{-1} \eta \Delta Q = \sum_{i=1}^n \frac{\xi_i \eta_i}{\lambda_i} \Delta Q \quad (4.19)$$

onde  $\xi_i$  é a  $i^{th}$  coluna do autovetor direito e  $\eta_i$  é a  $i^{th}$  linha do autovetor esquerdo de  $J_r$ . Cada autovalor, e os correspondentes autovetores esquerdo e direito, definem o  $i^{th}$  modo do sistema.

Desde que  $\xi = \eta$ , a equação (4.19) pode ser escrita como

$$\eta \Delta V = \Lambda^{-1} \eta \Delta Q \quad (4.20)$$

ou

$$v = \Lambda^{-1} q \quad (4.21)$$

onde  $v = \eta \Delta V$  é o vetor da variação modal de tensão e  $q = \eta \Delta Q$  é o vetor de variação modal de potência reativa

A correspondente  $i^{th}$  componente do vetor variação modal de tensão é dada por

$$\Delta V_{mi} = \frac{1}{\lambda_i} \Delta Q_{mi} \quad (4.22)$$

Quando ocorrer uma variação da potência reativa na direção de  $\xi_i$ , a variação de tensão correspondente é também na mesma direção, sendo que a magnitude da tensão amplificada por um fator o qual é igual a magnitude da inversa do  $i^{th}$  autovalor. Desta forma, a magnitude de cada autovalor  $\lambda_i$  determina a “fraqueza” da tensão modal correspondente. Se  $|\lambda_i| = 0$ , a  $i^{th}$  tensão modal sofrerá um colapso, pois para qualquer mudança na potência reativa modal acontecerá uma variação de tensão modal infinita.

Fazendo  $\Delta Q = e_k$  na equação (4.19), onde  $e_k$  tem todos os elementos zero, exceto o  $k^{th}$ , o qual vale 1, tem-se

$$\Delta V = \sum_{i=1}^n \frac{\eta_{ik} \xi_i}{\lambda_i} \Delta Q \quad (4.23)$$

onde  $\eta_{ik}$  é o  $k^{th}$  elemento de  $\eta_i$ .

A sensibilidade  $V - Q$  na barra  $k$  será dada por

$$\frac{\partial V_k}{\partial Q_k} = \sum_{i=1}^n \frac{\xi_{ki} \eta_{ik}}{\lambda_i} = \sum_{i=1}^n \frac{P_{ki}}{\lambda_i} \quad (4.24)$$

Uma sensibilidade  $V - Q$  positiva indica que o sistema encontra-se em uma região estável de operação. Quanto mais sua magnitude tender a zero, menor será a margem de estabilidade do sistema. Por outro lado, a sensibilidade tendendo para valores altos indica que o sistema está em uma direção de aumento da margem de estabilidade. Por consequência valores negativos de sensibilidade irão indicar que o sistema encontra-se em uma região instável de operação.

Por causa da não-linearidade do problema, a magnitude dos autovalores pode identificar uma proximidade do colapso de tensão, mas eles não podem indicar uma margem absoluta.

Neste tipo de técnica procura-se associar um número específico de pequenos autovalores da matriz Jacobiana do fluxo de potência,  $J_{FP}$ , com modos da variação tensão/potência reativa [8] [62] [70] [71]. O objetivo é fornecer uma medida relativa da proximidade da instabilidade de tensão, sendo a análise efetuada geralmente em áreas sujeitas a esta instabilidade.

### 4.2.3 Índices Baseados em Sensibilidade

Um dos primeiros índices utilizados para avaliar a estabilidade de tensão foi o fator de sensibilidade. Este tipo de índice vem sendo usado há muito tempo nas concessionárias de energia elétrica para detectar problemas de tensão e auxiliar na aplicação de medidas corretivas. Inicialmente estes índices foram utilizados para avaliar problemas de controle de tensão utilizando as curvas  $QV$  dos geradores. De uma forma genérica, um índice baseado em fator de sensibilidade ( $S$ ) pode ser definido como

$$S_i = \max \left\{ \frac{dV_i}{dQ_i} \right\} \quad (4.25)$$

onde  $V_i$  e  $Q_i$  correspondem às tensões e potências reativas das barras do sistema.

Quando o ponto de operação do gerador  $i$  se aproxima do ponto de inflexão da curva  $QV$ , o valor de  $S_i$  torna-se grande e pode mudar de sinal, indicando que o gerador apresenta problemas para o controle da tensão (Seção 2.3.3).

Considerando que o sistema pode ser representado pelas equações algébricas não-lineares do fluxo de potência  $g(y, \mu)$  (3.74), um índice baseado num fator de sensibilidade

pode ser definido como

$$S = \left\| \frac{dy}{d\mu} \right\| \quad (4.26)$$

Valores elevados do fator de sensibilidade  $S$  indicam uma condição insegura, a qual pode levar o sistema a apresentar um cenário de colapso de tensão. Quando o sistema encontra-se numa condição insegura, os elementos  $dy_i/d\mu$  tendem para infinito a medida que o sistema aproxima-se do máximo valor do parâmetro  $\mu$  ( $\Delta\mu \rightarrow 0$ ). Na análise estática, a carga (ativa e/ou reativa) costuma ser adotada como parâmetro, de tal forma que, quando o sistema atingir o máximo valor de  $\mu$ , o máximo carregamento terá sido atingido.

De uma maneira equivalente, um fator de sensibilidade da tensão em relação a um parâmetro pode ser definido como

$$VS = \left\| \frac{dV}{d\mu} \right\| \quad (4.27)$$

Entre vários trabalhos apresentados na literatura que tratam o problema de estabilidade de tensão utilizando fatores de sensibilidade, pode-se citar o de Kessel e Glavitsch [72], o qual usa um indicador global, conhecido como índice  $L$ , definido como uma medida quantitativa da proximidade da distância estimada do colapso de tensão, e mostra que a perda de estabilidade do sistema pode ocorrer como um abrupto aparecimento de oscilações auto-sustentadas ou um súbito desaparecimento do ponto de equilíbrio (bifurcação estática) [65]. Schlueter et al. [73] estabelecem que a medida da proximidade do colapso de tensão é indicada pela reserva de transmissão de reativos em uma área limitada, fazendo uso de matrizes de sensibilidade do sistema e da análise de controlabilidade da curva PV para determinar uma margem. Flatabo, Ognedal e Carlsen [74] propõem o uso de técnicas de sensibilidade, levando em conta o limite e a capacidade de geração de potência reativa. Begovic e Phadke [75] analisam o efeito da compensação estática no limite da estabilidade de tensão para vários cenários de carga, usando relações de sensibilidade para a melhor localização dos elementos de compensação. A estabilidade de tensão é estudada através da avaliação do mínimo valor singular da Jacobiana e o total de potência reativa gerada é calculado como um indicador de margem de estabilidade.

#### 4.2.4 Funções Teste

Seydel [76] apresenta uma família de funções escalares para teste de estabilidade e avaliação de bifurcações em um sistema de equações. Os autores Chiang e Jean-Jumeau

[77] utilizam esta família de funções escalares para definir um índice estático de estabilidade de tensão.

Seja a seguinte função escalar teste, definida como

$$t_{lk} = |e_l^T J J_{lk}^{-1} e_l| \quad (4.28)$$

onde  $J$  corresponde à matriz Jacobiana do fluxo de potência,  $e_l$  é o  $l^{th}$  vetor unitário, isto é, um vetor com todas as entradas iguais a zero exceto por uma entrada igual 1 na linha  $l$ , e

$$J_{lk} \triangleq (I - e_l e_l^T) J + e_l e_k^T \quad (4.29)$$

com  $I$  representando a matriz Identidade. A equação (4.29) pode ser interpretada como uma operação sobre a matriz Jacobiana  $J$ , onde a  $l^{th}$  linha é removida e trocada pela linha  $e_k^T$ . Nas equações do fluxo de potência pode-se notar que no ponto de colapso de tensão a matriz  $J$  é singular, mas a matriz  $J_{lk}$  é garantida ser não singular se o  $l^{th}$  e  $k^{th}$  índices são escolhidos de tal maneira que correspondam a uma entrada não zero nos autovetores  $v$  e  $w$  associados ao autovalor zero da matriz  $J$ . Adicionalmente, se  $l = k = c$ , onde  $c$  corresponde a entrada crítica ou máxima em  $v$ , a função teste torna-se uma função teste crítica, da forma

$$t_{cc} = |e_c^T J J_{cc}^{-1} e_c| \quad (4.30)$$

As matrizes Jacobiana e a família de funções teste são funções das variáveis e parâmetros do sistema, de tal maneira que,  $J = (y, \mu)$ ,  $J_{lk} = J_{lk}(y, \mu)$  e  $t_{lk} = t_{lk}(y, \mu)$ . Como o parâmetro  $\mu$  apresenta uma variação na região próxima ao colapso de tensão, e existe uma grande variação nos valores das variáveis de estado do sistema devido as não-linearidades e a alta sensibilidade perto do ponto de colapso, a função  $t_{cc}$  apresentará uma forma de curva de segundo ou quarto grau como função da margem de carregamento  $\Delta\mu$  [77] [78].

Portanto, a aproximação

$$\Delta\mu \approx a t_{cc}^b \quad (4.31)$$

é válida, onde  $a$  é um escalar constante, e  $b$  é de segundo ou quarto grau.

De uma maneira geral, as funções teste  $t_{lk}$  para barras diferentes da barra crítica  $c$  não apresentam as formas particulares descritas acima. Um fato importante a considerar é a modelagem de limites do sistema, pois suas presenças afetam a forma da curva  $t_{cc}$ . O uso da função  $t_{cc}$  para prever a margem de carregamento apresenta dificuldades em apontar a barra crítica  $c$ . Outros métodos associados às funções teste contornam este problema [79] [80] [81]. Uma desvantagem deste método é apresentar um alto tempo computacional para sistemas com número de barras elevado.

### 4.2.5 Determinante Reduzido

Um índice estático baseado no determinante da matriz Jacobiana reduzida do fluxo de carga em relação as barras críticas do sistema é apresentado nas referências [79] [82] [83] [84].

Este método parte da hipótese que a variação incremental de potência ativa e reativa ocorre somente na barra de carga de interesse. Para aplicar o método do determinante reduzido, é necessário uma reordenação no Jacobiano do fluxo de potência, de tal forma que  $P_i$ ,  $Q_i$ ,  $\theta_i$  e  $V_i$  da barra de interesse sejam as últimas equações do Jacobiano, o que irá produzir o seguinte arranjo

$$\begin{bmatrix} \vec{0} \\ \Delta P_i \\ \Delta Q_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \tilde{y} \\ \Delta \theta_i \\ \Delta V_i \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

onde  $\Delta \tilde{y} = (\Delta \theta, \Delta V)$  representa o estado estático das outras barras. A matriz definida por  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$  representa a Jacobiana  $J$  obtida considerando esta reordenação. O vetor  $\vec{0}$  na equação (4.32) possui todos os elementos nulos, o que implica que não existem variações de potência ativa e reativa nas demais barras do sistema. Portanto, a Jacobiana  $J$  é formada por

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial \theta} & \frac{\partial P}{\partial V} \\ \frac{\partial Q}{\partial \theta} & \frac{\partial Q}{\partial V} \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial \theta_i} & \frac{\partial P}{\partial V_i} \\ \frac{\partial Q}{\partial \theta_i} & \frac{\partial Q}{\partial V_i} \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

$$C = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_i}{\partial \theta} \\ \frac{\partial Q_i}{\partial V} \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

$$D = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_i}{\partial \theta_i} & \frac{\partial P_i}{\partial V_i} \\ \frac{\partial Q_i}{\partial \theta_i} & \frac{\partial Q_i}{\partial V_i} \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

Desta forma, considerando que  $N_{PV}$  seja o número de barras  $PV$  e  $N_{PQ}$  o número de barras  $PQ$  do sistema, as matrizes que constituem a Jacobiana  $J$  têm as seguintes dimensões:

$$A : (N_{PV} + 2 * N_{PQ} - 2) \times (N_{PV} + 2 * N_{PQ} - 2),$$

$$B : (N_{PV} + 2 * N_{PQ} - 2) \times 2,$$

$$C : 2 \times (N_{PV} + 2 * N_{PQ} - 2),$$

$$D : 2 \times 2.$$

Esta ordenação leva a submatriz  $D$  a ser uma matriz  $2 \times 2$ . As matrizes  $C$  e  $D$  contém as equações de potência ativa e reativa da barra de interesse, e a matriz  $D$  relaciona a tensão e o ângulo da barra de interesse.

A equação (4.32) pode ser reduzida para

$$\begin{bmatrix} \Delta P_l \\ \Delta Q_l \end{bmatrix} = D'_{ll} \begin{bmatrix} \Delta \theta_l \\ \Delta V_l \end{bmatrix} \quad (4.37)$$

onde

$$D'_{ll} \triangleq D - CA^{-1}B \quad (4.38)$$

A matriz  $D'_{ll}$  na equação (4.38) pode ser obtida por uma fatorização parcial da matriz correspondente no fluxo de potência, o que sugere um ligeiro decréscimo no tempo computacional em relação ao uso das funções teste, desde que não são requeridas soluções repetidas e produtos entre matriz e vetores. A matriz  $D'_{ll}$  é bem definida para todos os pontos de operação, pois  $A$  é não-singular inclusive no ponto de colapso.

O determinante de  $D'_{ll}$  é calculado como

$$\det D'_{ll} = \frac{\det J}{\det A} \quad (4.39)$$

torna-se zero somente no ponto de colapso. Monitorando-se o  $\det D'_{ll}$  em diferentes pontos de operação para mudanças na demanda da carga, pode-se obter informações e comportamento semelhantes aos apresentados pelas funções testes  $t_{ll}$ , especialmente para  $l = c$ . Com isto fica claro que a utilização do  $\det D'_{ll}$  pode estimar uma margem de carregamento para o sistema, e avaliar a proximidade do ponto de colapso de tensão.

#### 4.2.6 Método da Continuação

Esta metodologia não será apresentada nesta seção, sendo descrita em detalhes no Capítulo 6, pois é uma das ferramentas utilizadas no desenvolvimento desta monografia.

#### 4.2.7 Métodos Diretos

Os métodos apresentados anteriormente são baseados em processos iterativos para o cálculo do ponto onde ocorre o colapso de tensão, ou ponto de máximo carregamento, avaliando a evolução do comportamento do sistema a partir do caso base até o ponto crítico. Se o interesse do estudo for somente encontrar o ponto de bifurcação estática relacionado ao valor de parâmetro  $\mu_c$ , ou seja, determinar a máxima variação possível de  $\mu$  para a qual a correspondente linearização das equações (3.74) apresenta uma singularidade, então, uma abordagem chamada *Método Direto* é indicada. Isto é interessante do ponto de vista da segurança estática de estabilidade de tensão, pois permite determinar uma margem de



segurança em condições normais de operação, e pode auxiliar na determinação de ações preventivas e corretivas com vista a restaurar um ponto de operação seguro.

Os métodos diretos foram originalmente desenvolvidos para calcular pontos de bifurcações singulares (“fold points”) de sistemas de equações não-lineares [76]. A primeira aplicação de métodos diretos para a análise de estabilidade de tensão em sistemas de potência foi apresentada por Alvarado e Jung na referência [18]. Estes métodos são também conhecidos como métodos de Ponto de Colapso [18] [19].

Para efeito didático, os métodos diretos serão classificados em dois tipos apresentados a seguir.

#### 4.2.7.1 Método Direto de um Passo

Quando é adotado o modelo estático descrito pela equação (3.74), a bifurcação estática associada a condições de colapso de tensão é caracterizada pela presença de um simples e único autovalor zero na Jacobiana  $\partial g / \partial \mu$ , com os respectivos autovetores  $w$  esquerdo e  $v$  direito diferentes de zero. Esta bifurcação é chamada de bifurcação sela-nó. O Capítulo 6 apresenta um estudo mais aprofundado deste tipo de bifurcação.

Esta condição pode ser expressa pelo seguinte sistema de equações

$$\begin{aligned} g(y, \mu) &= 0 \\ \frac{\partial g}{\partial \mu} (g(y, \mu))^T v &= 0 \\ \|v\|_{\infty} &= 1 \end{aligned} \quad (4.40)$$

ou

$$\begin{aligned} g(y, \mu) &= 0 \\ w \left( \frac{\partial g}{\partial \mu} (g(y, \mu)) \right) &= 0 \\ \|w\|_{\infty} &= 1 \end{aligned} \quad (4.41)$$

para  $y, \mu, v$  e  $w$ , cuja solução permite obter diretamente o ponto de colapso  $(y_*, \mu_*)$  [17] [19].

No conjunto de equações (4.40) e (4.41) apresentados acima, o sistema original de  $n$  equações é transformado em um sistema de  $2n + 1$  equações, formando o que se chama de sistema aumentado de equações, o qual assegura a obtenção de uma resposta no ponto onde ocorre a singularidade do sistema. A resolução do sistema de equações (4.40) ou (4.41) produzirá diretamente em um passo o ponto de bifurcação sela-nó. Os autovetores

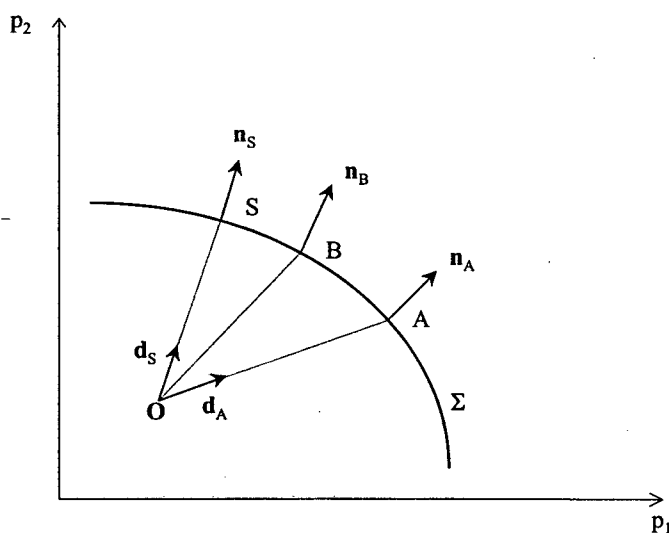
associados ao ponto de bifurcação sela-nó produzem informações úteis. O autovetor direito correspondente ao autovalor zero fornece informações sobre as variáveis de estado do sistema [85]. O autovetor esquerdo pode ser utilizado para a construção de um vetor normal a hipersuperfície de bifurcação [20] [86] [87]. A utilização deste vetor será apresentada na próxima seção.

Contudo, este tipo de método apresenta algumas desvantagens que o tornam de utilização restrita quando são considerados problemas de grande porte. Entre elas, a questão do custo computacional é a principal. O número de equações é duas vezes maior em relação ao conjunto de equações do fluxo de potência. Além disto, uma boa estimativa inicial para o autovetor  $w$  ou  $v$  é requerida, pois o sistema apresentará problemas de convergência, principalmente se estiver longe do ponto de colapso. Este é um fato crítico, pois os autovalores e seus correspondentes autovetores possuem um comportamento não-linear, expresso com maior intensidade na região crítica do ponto de colapso, e agravado se forem representados limites, os quais deformam o caminho da busca da solução, quando atingidos. Outra grande desvantagem dos métodos diretos é que somente o ponto de colapso associado com a singularidade do sistema pode ser detectado. Problemas de estabilidade de tensão relacionados à atuação de limites, em especial os relacionados aos limites de potência reativa dos geradores não podem ser detectados usando este tipo de abordagem, levando a interpretações errôneas dos resultados [17] [88] [89]. Uma comparação dos métodos diretos com o método da continuação é apresentada na referência [17].

#### **4.2.7.2 Método Direto de Passos Múltiplos para Determinação da Bifurcação Sela-Nó mais Próxima**

No cálculo do ponto de bifurcação sela-nó mais próximo, um método que combina método direto com método iterativo é usado. Através da utilização de um vetor normal é possível determinar a menor distância entre a superfície de bifurcação  $\Sigma$  que limita a região de viabilidade das soluções (Apêndice A) e um ponto de operação no espaço de parâmetros. A Figura 4.1 mostra graficamente este procedimento.

Considere que o ponto  $S$  na Figura 4.1 é o ponto de bifurcação sela-nó mais próximo. A direção  $d_S$  usada para alcançar este ponto é colinear com o vetor normal  $n_S$  neste ponto. Portanto,  $S$  é o ponto da superfície de bifurcação  $\Sigma$  mais perto de  $O$  no sentido



**Figura 4.1** Procedimento de busca do ponto de bifurcação sela-nó mais próximo.

da distância Euclidiana, tal que

$$\|p - p_0\| = \sum_{i=1}^{n_p} (p_i - p_i^0)^2 \quad (4.42)$$

onde  $p$  representa o parâmetro variável, neste caso a carga, representada por potência ativa constante. Partindo de uma condição inicial de operação,  $p_0$ , e estabelecendo-se uma direção de busca  $d_A$ , o ponto de bifurcação  $A$  é determinado, junto com o correspondente vetor normal  $n_A$ , dado por

$$n = w \frac{\partial g}{\partial \mu} \quad (4.43)$$

onde  $w$  é o autovetor esquerdo correspondente ao autovalor zero no ponto de bifurcação e  $\partial g / \partial \mu$  é a Jacobiana da equação (3.74) [20]. Este vetor é usado como a próxima direção para alcançar a superfície de bifurcação  $\Sigma$  desde o ponto  $O$ , o qual conduz ao ponto  $B$ . Este procedimento é repetido até que a direção de incremento do parâmetro coincida com o vetor normal resultante, respeitada uma tolerância [9].

O resultado e a convergência dos procedimentos anteriores possuem uma forte dependência com a forma da superfície de bifurcação  $\Sigma$ , a qual deve ser contínua, suave e convexa. Entretanto, não existe nenhuma prova de tal convexidade para os modelos de sistemas de potência utilizados. Além disto, na operação prática de um sistema de potência, mudanças na direção de variação dos parâmetros levam diferentes geradores a atingirem seus limites no ponto de bifurcação, em fases diferentes de carregamento, o que causa uma deformação na superfície de bifurcação  $\Sigma$ .

A maneira de atualizar a direção não é única, e vários algoritmos tem sido propostos na literatura. Entre estes, pode-se citar o proposto por Dobson e Lu [20], o qual usa o vetor normal a hipersuperfície  $\Sigma$  dos pontos de bifurcação sela-nó em  $\mu(n_i)$  como a nova direção  $n_{i+1}$ . Na referência [90] é apresentado um melhoramento da abordagem descrita em [20]. O método de Monte-Carlo é aplicado para obter múltiplas margens mínimas de demanda na carga. As direções iniciais  $n_0$  são geradas aleatoriamente. Outra maneira é apresentada por Lu, Liu e Thorp em [91], os quais utilizam um método do tipo quase-Newton para atualizar  $n_i$ . Nesta abordagem uma função quadrática  $s_i(n)$  representando a distância entre o ponto de operação em  $\mu_0$  e o ponto de bifurcação sela-nó  $\mu(n)$  na direção  $n_i$  é construída, e encontrar o ponto de bifurcação sela-nó mais próximo corresponderá a resolução de um problema de otimização sob restrições, que minimiza  $s_i(n)$ . Por adotar aproximações de segunda ordem bem como derivadas de primeira ordem da função  $s_i(n)$ , esta aproximação pode conduzir a uma melhor convergência para o problema. O trabalho de Yorino et. al [92] utiliza o método das múltiplas soluções para determinar o ponto de bifurcação sela-nó mais próximo.

Uma das vantagens desta abordagem vem das informações que podem ser obtidas do vetor normal à superfície de bifurcação no espaço de parâmetros. Os trabalhos [93] e [94] descrevem a aplicação desta técnica à sistemas de potência. Entre as desvantagens desta abordagem pode ser citado novamente o custo computacional.

#### 4.2.8 Otimização

Outra alternativa para abordar a estabilidade de tensão e, em particular, a obtenção do ponto de máximo carregamento, é tratar o problema como um problema de otimização. A utilização de técnicas de otimização para este fim foi pioneiramente apresentada por Van Cutsem em 1991 [95].

O problema pode ser formulado como

$$\text{Max.} : \mu \quad (4.44)$$

$$\text{s.a.} : g(y, \mu) = 0$$

onde  $\mu \in \mathbb{R}^p$  é um vetor de parâmetros do sistema,  $y \in \mathbb{R}^n$  é um vetor que contém as variáveis algébricas  $\theta$  e  $V$  e  $g : \mathbb{R}^{m+n+p} \rightarrow \mathbb{R}^n$  é um vetor de funções, sendo  $g$  suave ( $C^k, k \geq 1$ ).

Este problema pode ser resolvido usando-se a função de Lagrange

$$\mathcal{L}(y, \mu, w) = \mu - w^T * g(y, \mu) \quad (4.45)$$

onde  $w$  corresponde ao multiplicador de Lagrange associado às restrições  $g(y, \mu) = 0$ .

Fazendo as derivadas de  $\mathcal{L}$  em relação a  $y, \mu, w$  iguais a zero, as condições de otimalidade de primeira ordem para obter a solução da equação (4.45) são

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w} &= g(y, \mu) = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} &= \frac{\partial y}{\partial g}(y, \mu)^T w = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mu} &= w^T \frac{\partial g}{\partial \mu}(y, \mu) + 1 = 0\end{aligned}\tag{4.46}$$

Estas equações são semelhantes às anteriormente apresentadas no conjunto de equações (4.40), sendo que a terceira equação é modificada como forma de garantir um  $w$  não zero (a qual também assegura uma das condições de transversalidade da bifurcação sela-nó). O método de otimização pode também ser considerado um método direto para determinação do máximo carregamento, pois não se utiliza de um caminho de pontos de solução entre o caso base e o ponto crítico. A abordagem do problema de colapso de tensão como um problema de otimização permite o uso de técnicas conhecidas e bem estabelecidas para o cálculo do ponto de colapso.

Atualmente, uma grande ênfase vem sendo dada a aplicação da técnica baseada no Método de Pontos Interiores, [96] [97] [98] [99], pois ela permite uma manipulação adequada dos limites dos equipamentos. O uso de técnicas de esparsidade eficientes é importante a fim de preservar as vantagens computacionais dos métodos de otimização em relação ao método da continuação.

Outro método proposto para a avaliação da estabilidade de tensão, chamado Fluxo de Potência Ótimo Continuado (FPOC), foi proposto por Ajarapu em [100] [101]. O método consiste de duas partes fundamentais: o processo da continuação e o processo de otimização. Durante o processo de otimização, a solução corrigida é iterativamente otimizada através de passos via uma técnica de otimização baseada no gradiente. Uma vez que a solução ótima tenha sido obtida, a saída realimenta o processo da continuação tal que a próxima solução possa ser predita. Este procedimento continua até que o ponto crítico correspondente ao máximo carregamento seja obtido.

#### 4.2.9 Método do Vetor Tangente

Nas referências [79] [80] os autores apresentam um índice baseado no vetor tangente. Este índice é chamado *TVI* (do inglês “Tangent Vector Index”).

Supondo que a solução inicial  $(y_1, \mu_1)$  das equações do fluxo de potência,  $g(y, \mu)$  (3.74), seja conhecida, então o vetor de direção  $\Delta y_1$  no ponto de equilíbrio  $(y_1, \mu_1)$  sobre a variedade  $PV$ , pode ser obtido através do cálculo do vetor tangente neste ponto.

Portanto, sabendo-se que  $g(y_1, \mu_1) = 0$ , tem-se que

$$\left. \frac{\partial g}{\partial y} \right|_1 \left. \frac{dy}{d\mu} \right|_1 = - \left. \frac{\partial g}{\partial \mu} \right|_1 \quad (4.47)$$

O vetor tangente  $dy/d\mu$  definido na equação (4.47) pode ser usado para definir o  $TVI$ . Através da equação (4.47) pode ser demonstrado que o vetor tangente converge para o autovetor direito  $v$  no ponto de colapso. Esta informação é muito importante, visto que este autovetor aponta as barras críticas do sistema. Este índice apresenta um comportamento similar às funções teste  $t_{cc}$  e ao determinante reduzido  $D_{cc}$ , porém com um menor custo computacional [80] [81]. Ele também é de fácil implementação.

O Índice Vetor Tangente é definido como

$$TVI_i = \left| \frac{dV_i}{d\mu} \right|^{-1} \quad (4.48)$$

onde  $dV_i/d\mu$  é a entrada no vetor tangente  $dy/d\mu$  correspondente à magnitude de tensão  $V_i$  para a barra  $i$ . Na região onde ocorre o ponto de colapso,  $dV_i/d\mu \rightarrow \infty$  e, portanto,  $TVI \rightarrow 0$ . Este índice apresenta também um comportamento quadrático para a barra crítica do sistema no ponto do colapso, isto é,  $i = c$ . Este tipo de comportamento se assemelha ao do determinante reduzido e ao das funções teste.

Uma das vantagens deste comportamento quadrático do  $TVI_c$ ,  $t_{cc}$  e  $D_{cc}$  para este tipo de problema, é poder ser usado para modificar o passo preditor do método da continuação e reduzir o número de passos necessários para determinar o ponto de colapso [81]. Isto será apresentado e discutido no Capítulo 6.

Na referência [102] é apresentado o uso do  $TVI$  para ações de controle a fim de prevenir o colapso de tensão.

#### 4.2.10 Múltiplas Soluções

Uma das características das equações algébricas do fluxo de potência é apresentar múltiplas soluções. Neste tipo de abordagem procura-se determinar os pontos onde as equações não-lineares da rede possuem múltiplas (duas) soluções. Geralmente utiliza-se o método de Newton em coordenadas retangulares, que é considerado mais adequado para esta finalidade. Aqueles pontos caracterizam a vulnerabilidade do sistema a problemas de tensão.

Objetiva-se determinar qual das soluções é estável, e qual o valor de tensão em torno da região de instabilidade que pode ser aceitável para a operação [103] [104] .

Considere as equações do fluxo de potência para um sistema constituído de  $n$  nós, dadas por

$$g(y) = \bar{\mu} \quad (4.49)$$

onde

$y$  : vetor de tensão nodal (espaço de estado) ( $m \times 1$ )

$g$  : função não-linear ( $m \times 1$ )

$\mu$  : vetor de valor especificado (espaço de parâmetro) ( $m \times 1$ )

com  $m = 2(n - 1)$

A medida que o sistema torna-se mais carregado e, portanto, mais próximo do ponto de bifurcação sela-nó estático, o número de soluções tende a 1.

Expressando-se o vetor  $y$  da equação (4.49) em coordenadas retangulares, a seguinte equação quadrática pode ser estabelecida

$$\mu = \frac{1}{2} y^T H y \quad (4.50)$$

onde  $H$  é um tensor ( $n \times n \times n$ ).

Aplicando-se uma expansão em Série de Taylor na equação (4.50) em torno do ponto  $y = y_0$ , obtém-se

$$\mu = g(y) = g(y_0 + \Delta y) = g(y_0) + y_0^T H \Delta y + g(\Delta y) \quad (4.51)$$

ou

$$\mu = g(y_0) + J(y_0)\Delta y + g(\Delta y) \quad (4.52)$$

onde  $J$  é a matriz Jacobiana ( $n \times n$ ) tal que

$$J(y_0) = y_0^T H \quad (4.53)$$

Assumindo-se que a equação (4.50) tem um par de múltiplas soluções sob condições de alto carregamento, pode-se expressar este par de solução por

$$y_1 = a + b \quad (4.54)$$

$$y_2 = a - b \quad (4.55)$$

onde  $a$  é um vetor singular no espaço de estado.

Substituindo-se as equações (4.54) e (4.55) na equação (4.52), respectivamente, tem-se que

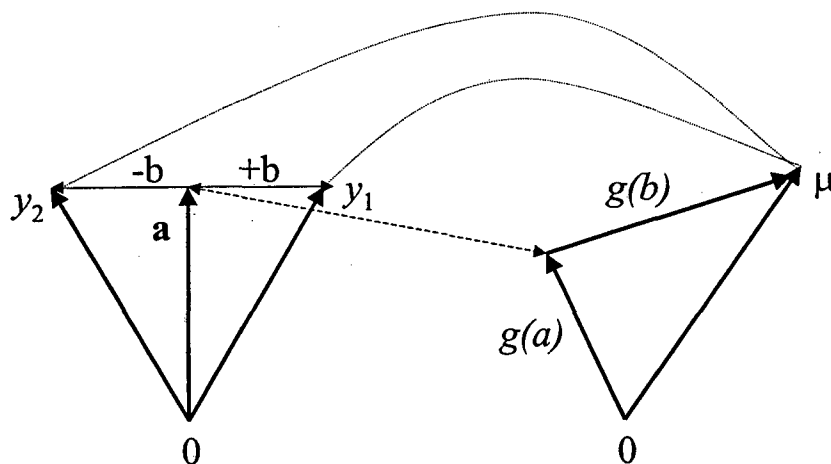
$$\mu = g(a) + J(b)a + g(b) \quad (4.56)$$

$$\mu = g(a) - J(b)a + g(b) \quad (4.57)$$

Adicionado-se as equações (4.56) e (4.57) obtém-se

$$\mu = g(a) + g(b) \quad (4.58)$$

Deve-se notar que o vetor  $g(a)$  corresponde ao vetor singular no espaço  $\mu$ . A Figura 4.2 ilustra o conceito de múltiplas soluções do fluxo de potência no espaço de estado e no espaço de parâmetros respectivamente.



**Figura 4.2** Conceito de múltiplas soluções do fluxo de potência.

No espaço de estado mostrado na Figura 4.2, um par de múltiplas soluções,  $y_1$  e  $y_2$ , aproxima-se do vetor singular na medida que o sistema torna-se mais carregado. De maneira similar, as condições operacionais do sistema movem-se na direção do vetor singular  $g(a)$ .

Das equações (4.54) e (4.55) tem-se que

$$a = \frac{1}{2}(y_1 + y_2) \quad (4.59)$$

Portanto, pode-se notar que o vetor singular corresponde ao centro das múltiplas soluções  $y_1$  e  $y_2$ .

Um índice derivado desta teoria é conhecido como Índice de Proximidade de Instabilidade de Tensão (VIPI - "Voltage Instability Proximity Index") [105].

Representando-se as equações do fluxo de potência por coordenadas retangulares, a seguinte expressão pode-se utilizada

$$y_s = y(x) = (Ax)x + Bx + c \quad (4.60)$$

onde:

$x$  é o vetor tensão em coordenadas retangulares.

$y_s$  representa o vetor de injeções de potência no nó.



$B$  é uma matriz quadrada constante.

$c$  é um vetor constante.

Denotando-se a solução de alta tensão (estável) por  $x_1$  e a solução de baixa tensão (instável) por  $x_2$ , pode-se definir dois vetores  $a$  e  $b$  como segue:

$$a = (x_1 + x_2)/2 \quad (4.61)$$

$$b = (x_1 - x_2)/2 \quad (4.62)$$

No ponto de colapso, ou singularidade,  $x_1 = x_2$ , o que implica em  $b = 0$ .

Devido a natureza quadrática da equação (4.60), as seguintes relações são idênticas [106]

$$y_s = y(a) + \tilde{y}(b) \quad (4.63)$$

$$J(a)b = 0 \quad (4.64)$$

onde a função  $\tilde{y}(\cdot)$  é definida como  $y(\cdot)$  com a tensão na barra de folga fixada em zero, e  $J(a) = \partial y(x)/\partial x|_{x=a}$  é a matriz Jacobiana do fluxo de potência calculada no ponto de operação  $x = a$ . A equação (4.64) implica que  $\det J(a) = 0$ , e, portanto,  $x = a$  é um ponto localizado no *limite de carregamento* (conjunto de pontos de colapso de tensão), então,  $y(a)$  representa o vetor de injeção de potência na barra no ponto de colapso  $a$ .

O índice *VIP* pode então ser definido como o ângulo entre os vetores  $y_s$  e  $y(a)$ , isto é,

$$VIP = \cos^{-1} \left( \frac{y_s^T y(a)}{\|y_s\| \|y(a)\|} \right) \quad (4.65)$$

Esta definição pode ser apresentada graficamente, como mostra a Figura 4.3

Uma vantagem do índice *VIP* é não apresentar grandes discontinuidades durante a fase de carregamento. Uma desvantagem é o índice *VIP* ser definido como a diferença de ângulo de dois vetores de injeção em um nó, sendo que a resposta obtida é expressa em “graus”, o que não permite obter uma informação diretamente associada às variáveis do sistema. Outra limitação deste índice é sua aplicação a um modelo particular baseado no fluxo de potência, o que dificulta a sua utilização diretamente em outros modelos de sistemas sem que se efetue modificações.

Embora este método permita um estudo profundo no entendimento da natureza das soluções das equações do fluxo de potência, o efeito dos limites da potência reativa dos geradores e compensadores ainda merecem uma investigação mais detalhada e profunda. Relatos da aplicação deste índice para monitoração e controle da estabilidade de tensão em sistemas reais são apresentados em [107]

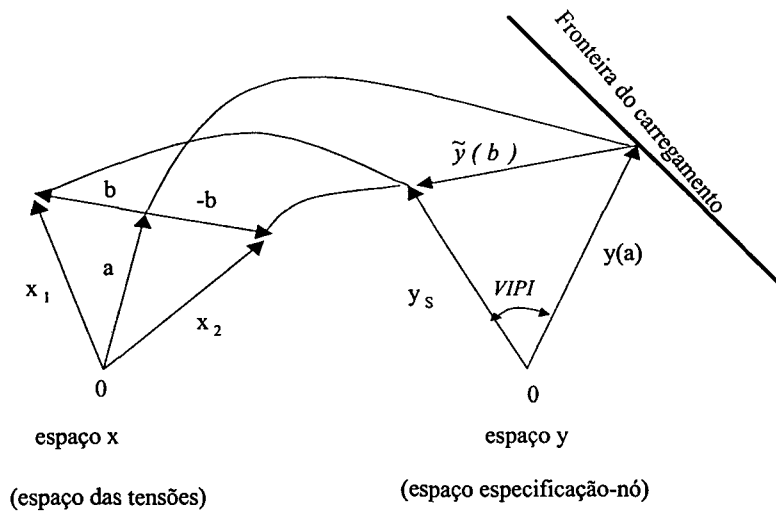


Figura 4.3 Descrição gráfica do índice VIPI.

#### 4.2.11 Funções do Tipo Energia

Métodos tipo Função Energia tem sido tradicionalmente empregados na avaliação da estabilidade de sistemas dinâmicos. A Função Energia Transitória ou *TEF* (do inglês “Transient Energy Function”) é uma técnica baseada na teoria da estabilidade de Liapunov, e foi originalmente desenvolvida para a análise direta da estabilidade eletromecânica de sistemas de potência [108]. Recentemente, De Marco [109], Overbye [110] e Cañizares [111] aplicaram esta teoria para determinar um índice de proximidade de colapso de tensão. Uma justificativa para utilizar esta abordagem é que esta função escalar, sob certas condições, está diretamente associada com a área da região do “nariz” da curva [112].

Uma maneira de definir a *TEF* foi proposta por De Marco [113] para a seguinte representação das equações (3.74)

$$F(y, \mu) = A\phi(y, \mu) \quad (4.66)$$

onde  $(A + A^T)$  é uma matriz semi-definida positiva, e  $\phi(y, \mu)$  a função vetorial correspondente para

$$\phi(z, \lambda) = \nabla^T \vartheta(y, \mu) \quad (4.67)$$

com  $\vartheta(y, \mu)$  representando uma Função de Liapunov, também conhecida em sistemas de potência pela sigla *TEF*. Portanto, *TEF* é uma função escalar do estado  $y$  para um dado

valor de parâmetro  $\mu$  definido com respeito a um ponto de equilíbrio  $y_0$  como

$$\vartheta(y, \mu) = \int_{z_0}^z \phi^T(u, \mu) du \quad (4.68)$$

Para modelos de sistemas de potência simplificados, a equação (4.68) conduz à seguinte definição do índice  $TEF$ , como proposto em [110] :

$$\begin{aligned} TEF = & \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n B_{kj} V_k^0 V_j^0 \cos(\delta_k^0 - \delta_j^0) \\ & - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n B_{kj} V_k^1 V_j^1 \cos(\delta_k^1 - \delta_j^1) \\ & - \sum_{k=1}^n P_k(\mu_0) (\delta_k^1 - \delta_k^0) - \sum_{k=1}^n \int_{V_k^0}^{V_k^1} \frac{Q_k(\nu, \mu_0)}{\nu} d\nu \\ & + \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n G_{kj} V_k^0 V_j^0 \cos(\delta_k^0 - \delta_j^0) (\delta_k^1 - \delta_j^0) \\ & + \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n G_{kj} V_j^0 \sin(\delta_k^0 - \delta_j^0) (V_k^1 - V_k^0) \end{aligned} \quad (4.69)$$

onde  $Y_{kj} = G_{kj} + jB_{kj}$  é a entrada  $k_j$  na matriz  $Y_{barra}$ ;  $P_k(\lambda)$  e  $Q_k(V_k, \lambda)$  são injeções de potência ativa e reativa na barra  $k$ , respectivamente; e  $V_k^0 \angle \delta_k^0$  e  $V_j^0 \angle \delta_j^0$  correspondem aos fasores de tensão de barra no ponto de equilíbrio  $(y_0, \mu_0)$  para as barras  $k$  e  $j$ . Os fasores de tensões  $V_k^1 \angle \delta_k^1$  e  $V_j^1 \angle \delta_j^1$  representam um outro ponto de equilíbrio  $z_1$  para o mesmo valor de parâmetro  $\mu_0$ , o qual está associado ao ponto de equilíbrio instável mais próximo.

A definição da  $TEF$  apresentada em (4.69) fornece uma medida da “distância de energia” entre dois pontos de equilíbrio. Com o sistema aproximando-se do colapso, as duas soluções denotadas  $y_0$  e  $y_1$  transformam-se em uma única solução, isto é,  $y_0 = y_1$  em  $\mu_*$ . Portanto, o índice  $TEF$  é um candidato a indicativo de problemas relacionados a instabilidade de tensão.

Uma dificuldade na utilização deste índice está ligada a questão da modelagem. Modelos completos e detalhados são uma tarefa não óbvia de serem incluídos. Outra razão crítica se refere ao cálculo do segundo ponto de equilíbrio, o que algumas vezes é um procedimento difícil e trabalhoso de ser realizado.

## 4.2.12 Outros Índices

Muitos outros índices, alguns dos quais com pequenas variações com relação aos apresentados anteriormente, tem sido propostos. Entre estes, os seguintes podem ser citados:

**Índice baseado na Sensibilidade de Segunda Ordem** : Este índice é apresentado nas referências [114] [115] .

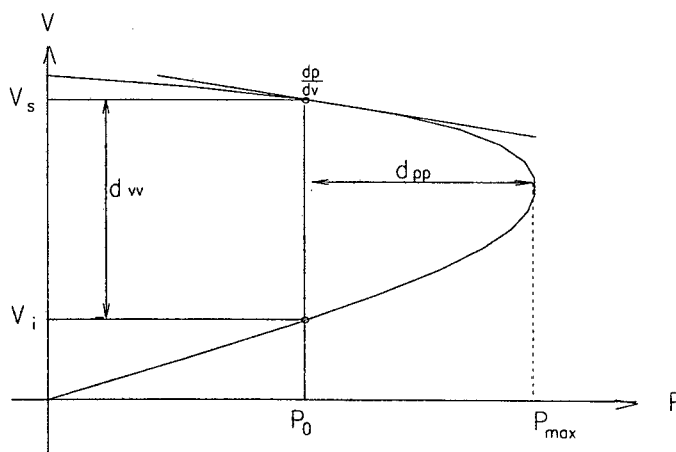
**Índice de Controlabilidade de Tensão**: Este índice foi proposto por C. D. Vournas em [116]

**Índice Baseado na Variedade Central**: apresentado por Barquín et. al em [117] .

**Ângulo entre P e Q**: Este índice foi proposto em [118] por Wang e Girgis.

### 4.3 Utilização da Margem de Carregamento como Indicativo de Colapso de Tensão

Uma das respostas que é buscada pela maioria dos métodos de análise de estabilidade de tensão é “*qual a máxima potência que uma barra, área ou sistema pode assegurar sem que ocorra problemas de estabilidade de tensão*”? Submetendo-se o sistema a um aumento de carga à partir do caso base, respeitando um determinado padrão de incremento, até um ponto de operação que pode causar um colapso de tensão, o valor da diferença entre o ponto crítico e o caso base é chamado *margem de carregamento*. A margem de carregamento de um sistema junto com as relações de sensibilidade são as formas mais comumente utilizadas em concessionárias de energia elétrica como um indicativo de colapso de tensão. Os métodos de análise de estabilidade de tensão costumam usar gráficos para indicar a relação tensão x demanda (curvas PV e QV), de tal forma que a distância do ponto crítico ao ponto de operação atual pode ser traçada e facilmente visualizada. A Figura 4.4 mostra uma curva PV típica com uma representação esquemática das resposta que os índices de estabilidade de tensão fornecem.



**Figura 4.4** Curva PV típica com representação esquemática dos índices.

Basicamente, estes índices avaliam o comportamento do sistema frente as seguintes condições:

► (1) Medida da proximidade da distância entre a parte superior e a parte inferior da curva ( $d_{vv} = V_S - V_I$ ). Este índice é usado para determinar as múltiplas soluções. Conforme pode ser observado na Figura 4.4, exceto no ponto crítico, onde  $d_{vv} = 0$ , para cada valor de potência ativa corresponde um par de níveis de magnitude de tensão ( $P_o, V_S, V_I$ , por exemplo).

► (2) Medida da proximidade da diferença  $P_{\max} - P_o = d_{pp}$  a zero. Desta forma, semelhante ao caso anterior, quanto mais elevado for o índice  $d_{pp}$ , maior a distância do ponto crítico  $d_{pp} = 0$ , o qual indica que a quantidade máxima de potência ativa foi atingida. Um indicador similar pode ser obtido usando-se a diferença de potência reativa ( $Q_{\max} - Q_0$ ) ou a diferença de potência aparente ( $S_{\max} - S_0$ ). Estes índices são conhecidos como índices tipo margem.

► (3) Medidas da proximidade da derivada a zero, a qual no ponto crítico implica em que o determinante da matriz Jacobiana não existe, ou de outra forma que o menor autovalor, ou alternativamente o menor valor singular, estão próximos de zero.

Os primeiros dois índices fazem uso de procedimentos iterativos para avaliar o intervalo de potencial deslocamento da variável elétrica em estudo, e com isto obter uma medida da margem de estabilidade através da diferença de tensão ( $d_{vv}$ ) ou diferença de potência ( $d_{pp}$ ).

O terceiro índice é obtido através do cálculo direto, usando a matriz Jacobiana do fluxo de potência. Esta característica, junto com técnicas numéricas para resolver problemas de autovalores ou decomposição em valores singulares, tem se mostrado eficaz na avaliação da condição de estabilidade de tensão em sistemas elétricos.

O item 2, medida da proximidade da diferença de potência, é um indicativo simples e de fácil obtenção. A próxima seção faz uma explanação sobre a sua utilização.

#### 4.3.0.1 Margem de Carregamento

Existem várias formas para a definição da margem de carregamento, entre as quais a soma dos valores absolutos de mudança da potência da carga e a raiz quadrada da soma dos quadrados das mudanças da potência da carga.

Algumas das vantagens da margem de carregamento como indicativo de colapso de tensão são:

- É facilmente obtido das ferramentas tradicionais de cálculo de fluxo de potência.
- A margem de carregamento não está baseada em um modelo particular. Tanto modelos estáticos como dinâmicos podem ser utilizados, sendo que não depende dos detalhes da dinâmica do modelo [119].
- Após a obtenção da margem de carregamento, é fácil e rápido obter relações de sensibilidade com respeito a parâmetros e controles do sistema [120].

Entre as desvantagens da margem de carregamento como um indicativo de colapso de tensão pode-se citar as seguintes:

- Para uma análise eficaz da margem de carregamento é necessário o cálculo dos pontos intermediários entre o caso base e o ponto de colapso. Isto torna esta abordagem computacionalmente dispendiosa, sendo esta a sua principal desvantagem em relação a outros indicativos;
- A margem de carregamento requer o conhecimento da direção do incremento da carga. Esta informação nem sempre está disponível, e algumas vezes é de difícil obtenção.

Dois maneiras de contornar este último problema são encontradas na literatura. Uma forma é calcular a sensibilidade da margem de carregamento para um determinado padrão de incremento de carga ou recalculá-la com diferentes padrões de incremento da carga [90]. A outra consiste do cálculo adicional de condições para encontrar o pior caso de padrão de incremento de carga a partir de um valor inicial da margem de carregamento [20].

A forma mais básica de calcular a margem de carregamento é executar vários fluxos de potência, utilizando pequenos incrementos de carga para assegurar a convergência do método até um ponto próximo da singularidade. A margem de carregamento será então o total do incremento de carga.

Entre os índices obtidos diretamente via margem de carregamento, os dois seguintes merecem destaque.

#### **4.3.0.2 Margem de Carga Local**

O método utiliza conceitos de múltiplas soluções e sensibilidade para indicar quantitativamente a margem de estabilidade de tensão (em MW) para cada barra de carga. A referência [33] apresenta uma ferramenta computacional baseada na utilização de duas metodologias analíticas: uma abordagem estática baseada em um novo método para calcular

o fluxo de potência e uma abordagem dinâmica baseada na simulação de longa duração. Nesta seção, somente a parte que se refere a abordagem estática é apresentada.

Este índice utiliza o modelo das equações do fluxo de potência, representado pelas equação (3.74), e está baseado na avaliação da distância da carga inicial base ( $P_{o_i}$  em MW) até o “nariz” da curva PV ( $P_{max_i}$  em MW) quando a carga na barra  $i$  é incrementada mantendo um fator de potência fixo, esta relação é dada por

$$P_{Lmg_i} = \frac{P_{max_i} - P_{o_i}}{P_{max_i}} \quad (4.70)$$

A margem de carga  $P_{Lmg_i}$  é definida com respeito a uma barra específica, com valor entre 1 e 0 (no ponto de colapso), e assume que as cargas das outras barras permanecem constantes. Entretanto, é possível calcular a margem de estabilidade de tensão para cada barra de carga. Se a condição de operação do sistema for dada por um valor de tensão da parte inferior da curva PV, o valor de  $P_{Lmg_i}$  será negativo.

### 4.3.0.3 Margem de Carregamento Considerando Múltiplas Soluções

Este método calcula uma aproximação para o limite de carregamento usando um par de soluções obtidos via método das múltiplas soluções [92] [121]. O limite de carregamento mais próximo estimado por este método é definido, para um dado ponto de operação, como o ponto no limite de carregamento dentro da mínima distância Euclidiana das mudanças de injeção nos nós. As informações obtidas incluem margem de potência totais e individuais dos nós, pontos fracos do sistema, perfil crítico de tensão, etc.

Este método utiliza algumas características dos vetores de tensão  $a$  e  $b$ , os quais são obtidos do par de múltiplas soluções, como definido em (4.61) e (4.62). Portanto, esta técnica está baseada em um modelo particular de fluxo de potência do sistema. Entre as vantagens deste método podem ser citadas as seguintes:

- Este método supera o ponto fraco do índice  $VIP_I$ , no qual a informação da medida de proximidade é dada em graus, pela transformação em margens dada em potência (MW, MVA<sub>r</sub>, MVA).

- O limite de carregamento mais próximo é um único ponto, independente da suposição da direção do incremento de carga.

Entretanto, algumas desvantagens devem ser levadas em conta, tais como:

- Na presença da proximidade da singularidade via tensão inferior, ocorre uma rápida mudança no índice próximo a esta singularidade.

- O método estima o ponto de colapso de tensão mais próximo sob a condição que as barras PV e PQ, não mudem de tipo até que o sistema atinja o limite de carregamento. Contudo, este problema pode ser minimizado tratando todas as barras PV como PQ durante o cálculo da tensão inferior.

Esta seção apresentou uma revisão das principais abordagens utilizadas na literatura para tratar o problema de estabilidade de tensão do ponto de vista estático. Na parte final foi apresentada a utilização da margem de carregamento como indicativo de colapso de tensão. A próxima seção apresenta uma revisão das abordagens que consideram e analisam a estabilidade de tensão como um problema dinâmico.

## 4.4 Enfoque Através da Análise Dinâmica

A abordagem dinâmica da estabilidade de tensão considera, de maneira geral, que o sistema elétrico possa ser descrito por um conjunto de equações algébrico-diferenciais (AD) dado pelas equações (3.68) e (3.69). As metodologias baseadas na abordagem dinâmica são capazes de identificar, em princípio, o colapso de tensão (bifurcação saddle-node) e a instabilidade oscilatória (bifurcação de Hopf).

Em sistemas de potência é usual a classificação de problemas de estabilidade de tensão em diferentes escalas de tempo. Estas tentativas de classificação, embora já tenham sido comentadas na Seção 3.5, merecem destaque dentro da análise das ferramentas dinâmicas, dado que os resultados obtidos através de uma metodologia dinâmica são diretamente influenciados pela escala de tempo adotada na análise do problema. Van Cutsem e Vournas [9] sugerem as escalas de tempo indicadas na Tabela 4.2.

**Tabela 4.2** Escala de tempo para estudos de estabilidade de tensão

Escala de Tempo	Componentes do sistema	Tipo de carga
Longo prazo	despacho da geração	ciclos de carga
Médio prazo	transformadores com chaveamento sob carga Limitadores de sobreexcitação Capacitores /Indutores chaveados CAG, controle suplementar de tensão	termostática
Transitória	Geradores e seus controladores, Elos CC	motores de indução
Instantânea	rede	cargas estáticas

A escala de tempo adotada é fundamental para a definição de quais elementos devem ter o seu comportamento dinâmico explicitamente representado na análise do problema.



Com a adoção de uma escala de longo prazo, por exemplo, em que os tempos envolvidos são da ordem de dezenas de minutos, as dinâmicas de todos os elementos conhecidos, tais como geradores e ULTCs, podem ser desprezadas e o problema pode ser reduzido ao estudo de fluxo de potência, de acordo com a abordagem estática da estabilidade de tensão, apresentada na Seção 3.9.

Para a análise de médio prazo, envolvendo dezenas de segundos a alguns minutos, a dinâmica de alguns elementos deve ser considerada na formulação do problema. O principal objetivo é a análise das oscilações de potência de sincronização entre as máquinas e o efeito de alguns fenômenos de dinâmica lenta, incluindo a possibilidade de grandes excursões de tensão e frequência. Como exemplo de elemento cuja dinâmica deve ser incorporada à análise pode-se citar os transformadores com comutação sob carga, os quais possuem uma ação discreta no domínio do tempo. Outros elementos com dinâmica sensivelmente mais lenta que a dos ULTC, ainda não são incorporados nas equações diferenciais (geradores e seus RATs, compensadores estáticos, entre outros). Os trabalhos de Van Cutsem [93] [94] destacam o fato de que na análise de médio prazo torna-se impossível a detecção de instabilidade oscilatória de tensão. Este fato pode ser explicado pela supressão do equacionamento dos geradores e seus reguladores nas equações diferenciais do sistema.

A análise transitória considera que a dinâmica de geradores, RATs, RAVs e elos CC seja considerada nas equações diferenciais, além dos elementos dinâmicos já considerados na análise de médio prazo. Ao contrário da análise de médio prazo, a transitória é capaz de identificar tanto o colapso de tensão como a instabilidade oscilatória por incluir o equacionamento dos geradores e seus reguladores de tensão.

A seguir são apresentados os métodos de análise de estabilidade dinâmica de tensão.

#### **4.4.1 Simulação no Domínio do Tempo**

As simulações não-lineares no domínio do tempo visam capturar os eventos e a cronologia no processo da instabilidade de tensão, imprescindíveis ao estudo de coordenações de controle e proteções. Dentre todos os métodos, este é o que fornece a resposta mais exata para a dinâmica do sistema. Como contrapartida, exige uma elevada complexidade na modelagem dos componentes do sistema de potência, com informações nem sempre disponíveis, e no algoritmo a ser utilizado para a análise. Entre outros, devem ser

incluídos efeitos de LTCs, dinâmica de geradores e seus controladores (RAT, RAV e ESP), compensadores estáticos e dinâmicas das cargas. Por outro lado, não fornece com facilidade informações a respeito da sensibilidade ou grau de instabilidade, adquiridas às custas de um elevado número de simulações, cada qual com um tempo de CPU consideravelmente elevado. A determinação do local e causa da provável instabilidade envolve, via de regra, a monitoração e exame de um grande número de parâmetros.

A seguir apresentam-se algumas referências que utilizam simulação no tempo como forma de análise. Morison, Gao e Kundur [89] apresentam neste artigo uma comparação entre as abordagens estática e dinâmica. Para o estudo de colapso de tensão sob o aspecto estático é usada a análise modal, e para a abordagem dinâmica é usado o ETMSP [5]. Stubbe, Bihain e Deuse [122] analisam o mecanismo do colapso de tensão para um sistema real, e concluem que é necessário um refinamento nos modelos usados na simulação. São apresentados ainda neste artigo as principais modificações introduzidas no programa de simulação Eurostag [5].

No artigo [123], Gebreselassie e Chow investigam os efeitos de modelos de carga e de reguladores de tensão na estabilidade de tensão. São realizadas simulações de modelos não-lineares operando em vários pontos de equilíbrio, a fim de confirmar resultados obtidos através de técnicas de análise modal de modelos linearizados. Crow [124] apresenta uma avaliação da estabilidade dinâmica de tensão considerando a variação contínua da carga no tempo. A estabilidade do sistema é analisada e demonstrada como dependente não somente do máximo nível de carregamento do sistema, mas também da forma como a carga faz a transição da condição nominal a máxima. A inclusão de cargas dinâmicas baseadas na agregação de motores é demonstrada como agravante do problema durante a transição do sistema.

#### **4.4.2 Simulação Quase Estática**

Uma característica dos sistemas de potência é possuir dispositivos que atuam em uma variada escala de tempo (Seção 2.5). De acordo com o tempo de atuação destes componentes, é possível definir duas faixas de tempo: uma rápida e outra lenta.

Quando é utilizado um modelo que considera múltiplas escalas de tempo, é interessante e prático trabalhar com modelos de ordem reduzida adequados para cada faixa de tempo. Este processo é conhecido como *decomposição de escala de tempo*. Uma maneira de

trabalhar com esta decomposição é utilizar uma técnica conhecida como *perturbação singular* [125].

Um sistema singularmente perturbado é aquele cujo parâmetro  $\epsilon$  multiplica uma ou mais derivadas de estado. Portanto, para  $\epsilon = 0$  existe uma mudança na ordem do sistema. Um sistema genérico singularmente perturbado pode ser escrito como

$$\dot{x} = f(x, y, \epsilon) \quad (4.71)$$

$$\epsilon \dot{y} = g(x, y, \epsilon) \quad (4.72)$$

onde  $x$  é um vetor  $n \times 1$  e  $y$  um vetor  $m \times 1$ .

A decomposição em escala de tempo consiste em derivar dois subsistemas de ordem reduzida, tal que um descreve a dinâmica lenta e outro a dinâmica rápida ((4.71) e (4.72)). Convencionando-se que as componentes das variáveis de estado  $x_s, y_s$  e  $x_f, y_f$  sejam relacionados às dinâmicas lentas e rápidas, respectivamente, tem-se que

$$x = x_s + x_f \quad (4.73)$$

$$y = y_s + y_f \quad (4.74)$$

Devido ao termo  $\epsilon$ , a dinâmica de  $y$  é mais rápida do que a dinâmica relacionada a  $x$ . Supondo uma dinâmica extremamente lenta para o sistema representado por (4.71) e (4.72),  $\epsilon \rightarrow 0$  na equação (4.72). Isto define o que se chama *estado quase estático* (QSS) [9], o qual é descrito por

$$\dot{x}_s = f(x_s, y_s) \quad (4.75)$$

$$0 = g(x_s, y_s) \quad (4.76)$$

Uma discussão mais detalhada em relação a este assunto é apresentada no Capítulo 5, onde são introduzidos conceitos para variedade lenta, também conhecida como variedade integral [126].

A utilização da simulação quase estática baseada nos conceitos acima, para a análise de estabilidade de tensão, carrega uma relação de compromisso entre a eficiência computacional dos métodos estáticos e as vantagens dos métodos baseados em simulação. A evolução do estado do sistema no tempo é realizada através de numerosas transições discretas. Esta abordagem é capaz de identificar a perda do equilíbrio no período transitório e no período de longa duração, além de detectar a perda de atração do equilíbrio no período de transição entre o transitório e a longa duração. Porém, comportamentos do tipo oscilatório não são detectados por esta metodologia [93] [94].

### 4.4.3 Função Energia

A função energia tem sido largamente utilizada para estudos de estabilidade transitória eletromecânica e para a análise de segurança de sistemas. Estes métodos são formal e didaticamente apresentados em [127]. O enfoque desta referência volta-se quase que em sua totalidade para o problema da estabilidade angular.

O uso da função energia permite analisar uma grande quantidade de casos de simulação baseado no conhecimento da região de estabilidade de um ponto de equilíbrio. Assim, se a condição inicial do sistema pós-falta encontra-se na região de estabilidade de um desejado ponto de equilíbrio estável pós-falta, pode-se garantir, sem o auxílio de integração numérica, que a trajetória pós-falta converge para o desejado ponto de equilíbrio. Por esta razão os métodos baseados na função energia são denominados de métodos diretos. Esta característica é importante quando é necessária uma série de análises de cenários de operação, onde eventos como chaveamento de LT, perda de carga, perda de geração, faltas, etc., inviabilizam a simulação no tempo, em consequência do elevado tempo computacional necessário para esta tarefa.

O trabalho de Chiang e outros [128] apresenta os fundamentos teóricos dos métodos diretos baseados nos modelos de redução e preservação da estrutura da rede, cada qual com um procedimento sistemático para a construção de funções energia. São indicadas as limitações dos métodos diretos quando aplicados a problemas de instabilidade de tensão: limitações quanto à modelagem (nem todo sistema de potência possui uma função energia associada), ao cenário (as condições iniciais do período pós falta devem ser obtidas através de simulação no tempo), à função (muitos dos métodos diretos são aplicáveis somente ao estudo da primeira oscilação da estabilidade transitória) e à precisão (devido à simplicidade na modelagem dos elementos do sistema). Quanto ao aspecto da precisão dos resultados obtidos através dos métodos diretos, deve-se destacar os seguintes problemas: os métodos diretos são conservativos, além de não permitirem avaliar a bifurcação de Hopf (a existência de ciclos-limite inviabiliza a formação de uma região convexa estabelecida pela função energia) e o efeito da inclusão de limites (tais como em reguladores de tensão).

Hiskens e Hill apresentam em [129] os resultados do uso da função energia na análise transitória de um sistema elétrico, com a inclusão de cargas não-lineares. O modelo utilizado preserva a estrutura da rede e é do tipo diferencial-algébrico. Os autores buscam estabelecer uma relação entre as estabilidades transitória angular e de tensão e múltiplos pontos de equilíbrio estáveis. O uso de um modelo com preservação da estrutura é justificado

em aplicações da função energia ao estudo da estabilidade transitória de tensão, pois permite a inclusão de modelos de carga não-lineares e representação de outros elementos com destacada influência no fenômeno da instabilidade de tensão. Este artigo estabelece duas formas para a estabilidade com o uso do modelo de preservação da rede:

*Estabilidade angular*: corresponde ao conceito tradicional de estabilidade transitória de um sistema elétrico. É a habilidade que o sistema possui em manter os ângulos internos das máquinas em valores de equilíbrio estáveis no período pós falta.

*Causalidade de tensão*: esta é a condição de que as tensões e ângulos das barras terminais sejam dependentes dos ângulos dos geradores. Tal condição é verificada sempre que a matriz  $J_4$  de (2.5) é não singular. Pelo teorema da função implícita [130], se  $\det(J_4) \neq 0$ , localmente as variáveis das barras de carga podem ser escritas explicitamente em termos dos ângulos internos dos geradores. Na superfície formada por  $\det(J_4) = 0$ , as tensões e ângulos das barras de carga não mais são dependentes dos ângulos dos geradores. Os autores relacionam a questão da perda da causalidade de tensão com a análise de pequenos e grandes distúrbios de um sistema. Na análise a pequenos distúrbios (análise modal) quando  $\det(J_4) = 0$  os autovalores não podem ser obtidos. Com relação a análise de grandes distúrbios, no entanto, poucos trabalhos até o momento procuraram estabelecer uma relação entre a estabilidade angular e a de tensão. Se o sistema possui causalidade de tensão, então as tensões terminais de barras seguem os ângulos dos geradores. Com a aplicação de uma falta ao sistema, tal como curto-circuito, se esta for retirada ainda dentro de um tempo aceitável, as tensões possuem os seus valores reduzidos de forma drástica, mas sempre dependentes do movimento dos ângulos internos dos geradores. Para situações em que a falta é eliminada tardiamente a superfície de perda de causalidade de tensão é alcançada e o sistema experimenta um inevitável colapso de tensão. Concluem os autores que, se o sistema retorna a um ponto de equilíbrio estável (do ponto de vista angular) as tensões retornam a valores normais. Os autores comentam ainda que caso a trajetória do sistema esteja próxima a da superfície de perda de causalidade de tensão, podem ocorrer saltos a diferentes níveis de energia, o que pode fazer com que o novo ponto equilíbrio de tensão pós-falta não seja exatamente igual ao do pré-falta (considerando-se que o sistema pré e pós-falta seja o mesmo). Este novo ponto de equilíbrio de tensão poderá ser instável (ainda que do ponto de vista de ângulo seja estável) e uma técnica de análise modal poderá determinar se este novo ponto de equilíbrio é estável ou não do ponto de vista da tensão. A dúvida que permanece é a seguinte: como determinar os novos pontos de equilíbrio para determinar se a operação neles é estável

ou não, sem passar por uma avaliação da trajetória do sistema durante uma perturbação aplicada ao sistema? E ainda, qual a influência de outros elementos não modelados por Hill et. al., tais como reguladores de tensão, saturação e alcance de limites?.

#### **4.4.4 Análise Modal**

Esta metodologia não será apresentada nesta seção, sendo descrita em detalhes no Capítulo 6, pois é uma das ferramentas utilizadas no desenvolvimento desta monografia.

#### **4.4.5 Teoria de Bifurcações**

Por se tratar do principal escopo desta monografia, o Capítulo 5 é dedicado integralmente ao estudo da Teoria de Bifurcações.

### **4.5 Enfoque através de Inteligência Artificial**

As principais técnicas de inteligência artificial aplicadas a sistemas de potência são as que utilizam sistemas especialistas, redes neurais, lógica difusa e computação evolucionária. A referência [131] faz uma descrição geral destas técnicas. Recentemente, uma nova abordagem conhecida como técnicas de aprendizado automático [132] tem se mostrado promissora para a resolução de problemas de sistemas de potência.

Desde o início da década de oitenta vem sendo desenvolvidos esforços no sentido de dotar centros de controle com um sistema de ferramentas eficazes, robustas e confiáveis para a monitoração da segurança estática do sistema. Um dos desafios dos pesquisadores atualmente é conceber ferramentas computacionais para realizar a avaliação da estabilidade de tensão em tempo real. Para este fim, duas técnicas de inteligência artificial tem sido usadas com resultados considerados excelentes: a baseada em sistemas especialistas e a em redes neurais.

Os sistemas especialistas encontram sua maior aplicação no controle de tensão através da incorporação de regras de operação do sistema considerando sua segurança, embora estas ações também se reflitam na estabilidade de tensão [133]. Porém, alguns pesquisadores apresentam sistemas especialistas voltados ao problema da avaliação e controle da estabilidade de tensão. A referência [134] propõe um protótipo de sistema especialista

para monitoração e controle da estabilidade de tensão em tempo real. Em [135] um sistema especialista é desenvolvido baseado em informações obtidas através de simulações pós distúrbio de eventos que levam o sistema ao colapso de tensão. Estas informações convenientemente avaliadas permitem a tomada de ações para evitar o colapso de tensão.

Para um sistema especialista desempenhar suas funções satisfatoriamente no apoio da avaliação de estabilidade de tensão, um conjunto de regras e sub-regras devem assegurar as seguintes funções:

- ▷ indicar rapidamente o nível de estabilidade.
- ▷ realizar uma análise de sensibilidade do indicador em relação às tensões de barra.
- ▷ realizar uma análise de sensibilidade com vista a tomada de ações de controle.

A referência [136] apresenta alguns exemplos de implementação e aplicação de sistemas especialistas em sistemas de potência.

Durante as últimas décadas, houve um aumento da aplicação de redes neurais em sistemas de potência. A referência [137] é uma compilação destas aplicações. A tecnologia e as características de redes neurais descritas na literatura permitem apresentá-las como uma alternativa às técnicas convencionais, onde suas principais vantagens são:

- ▷ rapidez;
- ▷ capacidade de aprendizado;
- ▷ capacidade de adaptação dos dados;
- ▷ tolerância à falhas;
- ▷ robustez;
- ▷ facilidade para incorporar as características não-lineares dos modelos.

Estas vantagens sugerem seu uso na monitoração da segurança e controle de tensão on-line. Várias publicações propõem a utilização de rede neurais para a análise de segurança estática.

Uma grande parcela dos trabalhos apresentados fazem uso de redes do tipo “feedforward ” multicamadas treinadas através de algoritmos “backpropagation ” para avaliar a estabilidade estática de tensão. Short e Hui [138] utilizam o modelo descrito anteriormente junto com o mínimo valor singular para analisar a estabilidade estática de tensão. Uma abordagem semelhante é proposta em [139] e em [140]. Nesta última referência ainda é utilizada uma rede de Kohonen para classificar os padrões críticos de áreas e barras mais sujeitas a problemas de instabilidade de tensão.

A referência [141] utiliza o mesmo tipo de configuração e treinamento para rede neural. Um modelo dinâmico do sistema junto com um conjunto de condições analíticas alimenta a rede, e obtém como saída um índice de estabilidade de tensão.

Os sistemas híbridos são uma alternativa para agrupar e complementar as características das metodologias apresentadas anteriormente. Em um esquema híbrido, o sistema especialista executa as tarefas de alto nível, tais como monitoração, diagnóstico e ações de controle, enquanto as redes neurais são usadas para avaliar problemas locais e tomada de decisão baseada em padrões pré definidos de segurança, os quais envolvem grande complexidade analítica. Esta combinação produz uma estrutura hierárquica para monitorar a segurança do sistema frente a problemas de estabilidade de tensão. As referências [140] [138] [142] apresentam propostas baseadas em esquemas híbridos.

## **4.6 Conclusões**

Este Capítulo apresentou uma revisão bibliográfica do estado da arte dos métodos utilizados para análise de estabilidade de tensão considerando as formulações estáticas e dinâmicas. Foram apresentadas considerações em relação as vantagens e desvantagens dos métodos. O próximo Capítulo e o subsequente apresentam a teoria de bifurcações e métodos de detecção e controle da bifurcação sela-nó utilizando um método híbrido.



# Capítulo 5

## Estudo da Estabilidade de Tensão

### Utilizando a Teoria de Bifurcações

#### 5.1 Introdução

Sistemas de energia são operados em um ponto estável de operação que varia lentamente durante o dia, particularmente afetado pelo incremento típico da demanda. Considerando que a demanda de potência ativa e reativa seja o parâmetro variável do sistema em estudo, e que esta variação é lenta e contínua, uma análise linear local pode ser realizada para acompanhar esta variação. Entretanto, a análise linear falha quando ocorrem bifurcações, e portanto, uma análise não linear global deve ser utilizada. O aparecimento de bifurcações também afeta profundamente o sistema mesmo em condições normais de operação, porque elas restringem a região de atração de um ponto de operação estável.

As próximas seções apresentam uma revisão dos principais conceitos e tipos de bifurcações que podem aparecer em modelos de sistema de potência, com especial atenção a sua utilização para a análise de estabilidade de tensão.

## 5.2 Teoria de Bifurcações

A teoria de bifurcações descreve a maneira com que as características topológicas de um fluxo (propriedades tais como pontos estacionários de equilíbrios ou órbitas periódicas) variam quando um ou mais parâmetros do sistema são perturbados. Para facilitar o entendimento, considera-se inicialmente o caso de uma variável, depois é feita a extensão da teoria para o caso multivariável e posteriormente é introduzida a análise de bifurcações de sistemas algébricos-diferenciais.

Considere a família de equações diferenciais ordinárias (EDO) da forma

$$\dot{x} = f(x, \mu) \quad (5.1)$$

onde  $x$  é um vetor de estados de dimensão  $(n \times 1)$  e  $\mu$  é um vetor de parâmetros de dimensão  $(k \times 1)$ .

Os pontos de equilíbrio do sistema (5.1) são dados por

$$f(x^*, \mu) = 0 \quad (5.2)$$

A equação (5.2) define a variedade  $k$ -dimensional de equilíbrio, no espaço de estados e parâmetros de dimensão  $(m + k)$ .

O conceito de bifurcação utilizado em sistemas dinâmicos estabelece que “*uma bifurcação ocorre quando a variação de um parâmetro conduz a uma variação qualitativa do comportamento de um sistema dinâmico*” [76] [126]. De acordo com a referência [130], o termo bifurcação descreve “*a divisão (“splitting”) das soluções do ponto de equilíbrio em uma família de equações diferenciais do tipo da equação (5.1)*”. Estas definições levam a formalização deste conceito de acordo com a definição a seguir:

**Definição 5.1 - (Valor de bifurcação)** O valor  $\mu_0$  para o qual um fluxo  $\phi(\mu)$  não é estruturalmente estável próximo a um ponto de equilíbrio  $(x_0^*, \mu_0^*)$  de  $\phi(\mu)$  é o *valor de bifurcação*  $\mu$ . O par  $\mu_0$  e  $\phi(\mu)$  é chamado *ponto de bifurcação*.

Os sistemas físicos representados por sistemas de equações diferenciais costumam ser dependentes de muitos parâmetros. A análise de bifurcações para diversos parâmetros  $\mu$  é complexa e muitas vezes de difícil solução. Uma forma de contornar esta dificuldade é utilizar métodos de redução de ordem que levam em conta o sistema e o número de parâmetros que se deseja alterar. A literatura apresenta vários métodos, dentre os quais pode-se destacar os métodos de redução de Lyapunov-Schmidt e o da variedade central [126] [130]. Na literatura de sistemas de potência, em especial na área de estabilidade de tensão, a utilização da variedade central é a mais utilizada. Nesta tese, os desenvolvimentos serão

realizados utilizando-se a teoria da variedade central. O Teorema da Variedade Central pode ser enunciado como:

**Teorema 5.1 - (Teorema da Variedade Central)[130]** - *Supondo que o sistema (5.1) possui um ponto de equilíbrio hiperbólico  $x_0$ , então existem variedades locais estáveis ( $W^e$ ) e instáveis ( $W^i$ ), de mesma dimensões  $\eta_e$  e  $\eta_i$  dos autoespaços  $E^e$  e  $E^i$  do sistema linearizado. Estas variedades são tangentes a  $E^e$  e  $E^i$  em  $x_0$ . As variedades ( $W^e$ ) e ( $W^i$ ) são suaves tal qual a função  $f$ .*

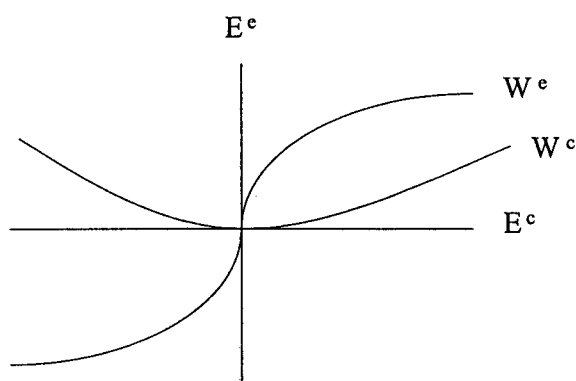
O Teorema 5.1 é restrito a pontos de equilíbrio hiperbólicos. Portanto, como este trabalho considera tanto equilíbrios hiperbólicos quanto não hiperbólicos, é necessário uma extensão deste teorema para esta classe de pontos de equilíbrio. Esta extensão é dada pelo Teorema 5.2.

**Teorema 5.2 - (Teorema da Variedade Central Extendido) [130]** - *Considere o sistema (5.1), e seja  $f$  um campo vetorial, tal que  $f \in C^r$  no  $\mathbb{R}^n$  com um ponto de equilíbrio na origem ( $f(0) = 0$ ), e seja  $J = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{(0)}$ . O espectro de  $J$  é dividido em três conjuntos  $\sigma_e, \sigma_c$  e  $\sigma_i$ , com*

$$\operatorname{Re} \lambda \begin{cases} < 0 \text{ se } \lambda \in \sigma_e \\ = 0 \text{ se } \lambda \in \sigma_c \\ > 0 \text{ se } \lambda \in \sigma_i \end{cases}$$

*sendo que  $\lambda$  representa os autovalores de  $J$ . Sejam  $E^e, E^c$  e  $E^i$  os autoespaços generalizados de  $\sigma_e, \sigma_c$  e  $\sigma_i$ , respectivamente. Então existem variedades estáveis e instáveis  $W^e$  e  $W^i$  em  $C^r$ , tangentes aos autoespaços  $E^e$  e  $E^i$  na origem,  $x = 0$ , e uma variedade central  $W^c$  em  $C^{r-1}$  tangente a  $E^c$ . As variedades estáveis e instáveis são únicas, mas a variedade central não o é necessariamente.*

Este teorema é melhor compreendido se visualizado através da Figura 5.1, a qual mostra a relação entre as variedades locais com os respectivos autoespaços. O Teorema da variedade central decompõe o fluxo local em três partes: um fluxo na variedade estável ( $W^e$ ), onde as trajetórias convergem para a origem, um fluxo na variedade instável ( $W^i$ ), onde as trajetórias divergem da origem, e um fluxo na variedade central ( $W^c$ ), onde devem ser determinadas as trajetórias.



**Figura 5.1** Variedades locais e seus autoespaços

Os Teoremas apresentados anteriormente implicam que um ponto de equilíbrio é estável se e somente se  $W^i$  não está presente e o fluxo em  $W^c$  possui um ponto de equilíbrio estável na origem. Embora a variedade central não seja obrigatoriamente única, os fluxos nas variedades centrais possíveis são topologicamente equivalentes. Nos estudos envolvendo estabilidade de tensão, e nesta tese em particular, será considerada a variedade central de ordem 1.

## 5.3 Bifurcações Locais

As bifurcações locais podem ser analisadas pelo estudo do campo vetorial na vizinhança de um ponto de equilíbrio ou de uma órbita fechada. Este tipo de bifurcação possui grande importância na análise da estabilidade de tensão, particularmente as bifurcações tipo sela-nó e Hopf. No próximo Capítulo serão descritos os mecanismos pelos quais estas bifurcações surgem e de que modo elas influenciam o comportamento dos sistemas de potência

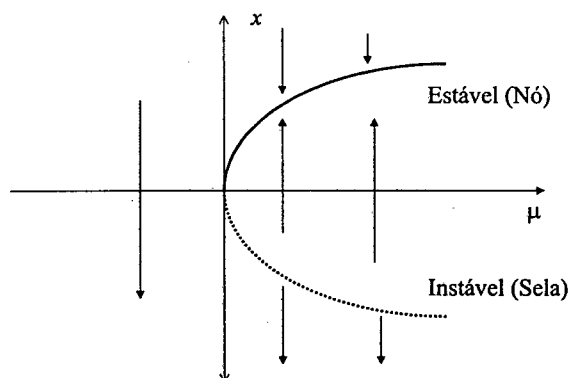
### 5.3.1 Bifurcações do Ponto de Equilíbrio

As bifurcações de ponto de equilíbrio tem uma forte relação com a estabilidade de tensão, em particular com o colapso de tensão. A maioria dos incidentes relacionados na literatura tiveram origem com o aparecimento desta classe de bifurcação. Estas bifurcações tem a característica de possuírem codimensão igual a um, ou seja, serão analisadas as bifurcações de sistemas dinâmicos para  $\mu \in \mathbb{R}^k$ , onde  $k = 1$ . A seguir apresenta-se a descrição das bifurcações sela-nó, pitchfork, transcritical e bifurcação de Hopf.

### 5.3.1.1 Bifurcação Sela-Nó

Este tipo de bifurcação é de grande importância no estudo de estabilidade de tensão. O Capítulo 6 é destinado especificamente a análise de seu comportamento em sistemas de potência, mais especificamente em estabilidade de tensão.

A Figura 5.2 ilustra a posição dos pontos estacionários como uma função do parâmetro. A estabilidade das soluções é indicada através de linhas, sendo a solução estável representada pela linha sólida e a solução instável pela linha pontilhada. Este tipo de diagrama é conhecido como diagrama de bifurcação. A Figura 5.2 mostra o diagrama da bifurcação sela-nó.



**Figura 5.2** Diagrama da bifurcação sela-nó

Considera-se inicialmente a família de equações (EDO) dada pela equação (5.1) e que satisfaz a condição de equilíbrio dada por (5.2).

**Teorema 5.3 (Sela-Nó)** :Seja o sistema (5.1) um sistema de equações diferenciais no  $\mathbb{R}^n$ , dependente de um único parâmetro  $\mu$ . Quando  $\mu = \mu_0$ , assume-se que há um ponto de equilíbrio  $(y_0, \mu_0)$  para o qual as seguintes hipóteses são satisfeitas:

$$f(x^*, \mu) = 0 \quad (5.3)$$

$$w \frac{\partial f}{\partial x} \Big|_{(x_0, \mu_0)} = 0 \quad (5.4)$$

$$w^T \frac{\partial f}{\partial \mu} \Big|_{(x_0, \mu_0)} \neq 0 \quad (5.5)$$

$$w^T \left[ \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \Big|_{(x_0, \mu_0)} v \right] v \neq 0 \quad (5.6)$$

A condição expressa pela equação (5.3) origina um único autovalor nulo, com autovetores à direita  $v$  e à esquerda  $w$ .

As condições expressas pelas equações (5.5) e (5.6) são conhecidas como *condições de transversalidade*. A condição (5.5) garante que existe uma curva suave de pontos de equilíbrio que mapeia  $\mathfrak{R}^n \times \mathfrak{R}$  passando através de  $(x_0^*, \mu_0)$ . Em termos geométricos isto significa que a variedade de equilíbrio descrita por (5.3) intercepta a linha  $x = x_0^*$  transversalmente. A última condição (5.6) implica que a variedade de equilíbrio permanece localmente ao lado da linha  $\mu = \mu_0$ . Então existe uma curva composta da trajetória do sistema que é tangente ao autovetor  $w$  em  $x^*$ , a qual é chamada de variedade central de  $x^*$  e é a união das trajetórias do sistema convergindo para  $x^*$ , o ponto de equilíbrio  $x^*$  e as trajetórias divergindo de  $x^*$ . A Figura 5.3 mostra graficamente este comportamento.

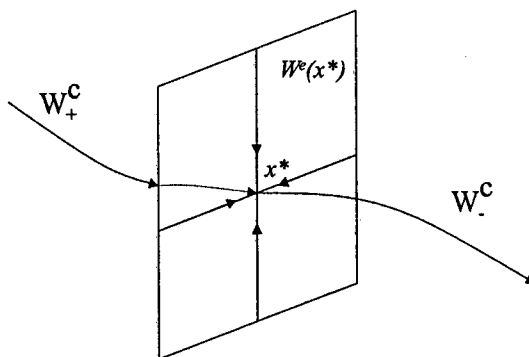


Figura 5.3 Campo vetorial e variedades no ponto de bifurcação

### 5.3.1.2 Bifurcação Transcrítica

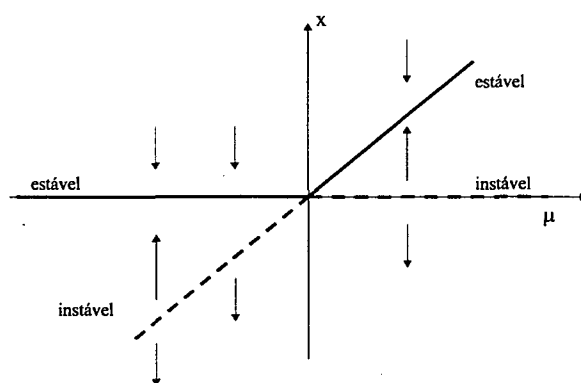
Este tipo de bifurcação se caracteriza, assim como a sela-nó, pela presença de um autovalor nulo e por  $\dim E^c(0) = 1$ , para um ponto estacionário não hiperbólico na origem. Entretanto, esta bifurcação é não genérica, o que significa que um sistema que apresente este tipo de bifurcação pode ser perturbado, de modo a originar uma bifurcação do tipo sela-nó.

A bifurcação transcrítica ocorre quando

$$f(x, \mu) = f(0, \mu), \forall \mu \quad (5.7)$$

ou seja,  $x = 0$  é ponto de equilíbrio para qualquer valor de parâmetro  $\mu$ . Desta forma, a variedade central próxima a bifurcação é descrita pelo diagrama de bifurcação da Figura 5.4

Observando-se pontos estacionários da solução  $\dot{x} = 0$  na Figura 5.4, verifica-se que existem duas soluções, uma em  $x = 0$  e outra em  $x = \mu$ . Então, para  $\mu < 0$  e para



**Figura 5.4** Diagrama da bifurcação transcritical

$\mu > 0$  existem dois pontos estacionários. Por outro lado, se  $\mu = 0$  existe somente um ponto estacionário (em  $x = 0$ ). Esta bifurcação costuma ser referenciada como “troca de estabilidade”[130].

Para este tipo de bifurcação, a condição dada pela a equação (5.5) do Teorema 5.3 não é satisfeita. Neste caso, a nova condição é dada por

$$w^T \left( \left[ \frac{\partial^2 f}{\partial \mu \partial x} \Big|_{(x_0, \mu_0)} \right] v \right) \neq 0 \text{ em } (0, \mu_0) \quad (5.8)$$

A referência [143] mostra que este tipo de bifurcação pode ser detectado em determinados modelos de sistemas de potência CA/CC.

### 5.3.1.3 Bifurcação Pitchfork

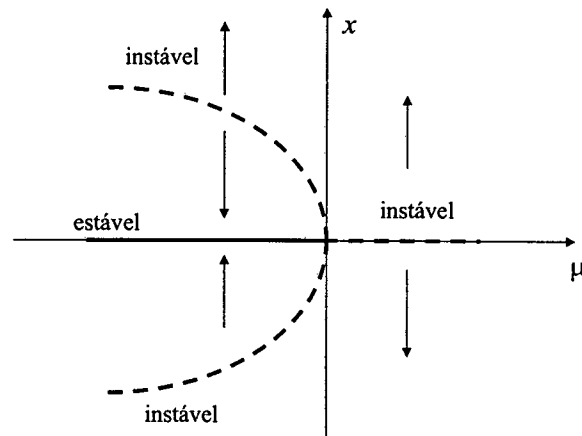
A bifurcação pitchfork ocorre em sistemas que possuem simetria. Os sistemas que apresentam este comportamento sempre possuem ponto de equilíbrio  $x = 0$ , embora não apresentem a bifurcação transcritical, pois não cumprem a condição dada pela equação (5.6). A condição (5.6) do Teorema 5.3 deve ser substituída neste caso por

$$\frac{\partial^3 f}{\partial x^3} \neq 0 \quad (5.9)$$

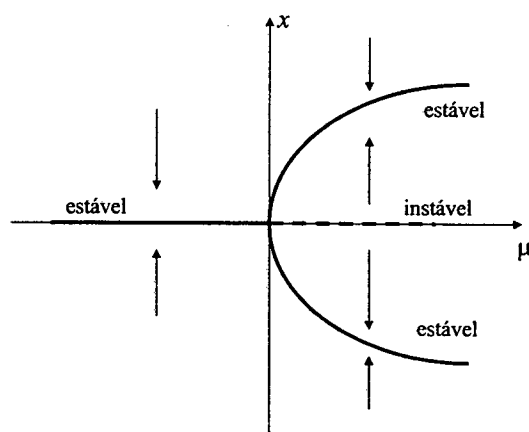
Na revisão bibliográfica efetuada para esta tese não foram encontradas referências ao aparecimento deste tipo de bifurcação em modelos de sistemas de potência.

A bifurcação é dita ser supercritical se o par bifurcado dos pontos estacionários é estável, do contrário é dita ser subcritical.

Os diagramas de bifurcação apresentados nas Figura (5.5) e (5.6) descrevem graficamente os dois tipos de bifurcação pitchfork.



**Figura 5.5** Diagrama da bifurcação pitchfork subcrítica



**Figura 5.6** Diagrama da bifurcação pitchfork supercrítica



### 5.3.1.4 Bifurcação de Hopf

Incidentes recentes devido à problemas de instabilidade de tensão tem sido relacionados ao aparecimento de bifurcação de Hopf. Algumas referências na literatura [12] [144] [48] estudam o comportamento do sistema na presença desta bifurcação associada ao problema de estabilidade de tensão. A análise da bifurcação de Hopf no estudo de estabilidade de tensão possui um grande interesse, pois além de ocasionar problemas de instabilidade e oscilações de tensão, esta bifurcação pode conduzir a fenômenos mais complexos, dando origem a outros tipos de bifurcações conhecidos como bifurcações globais, as quais são descritas na seção 5.4.

De uma forma simplificada, a bifurcação de Hopf pode ser apresentada como a conexão entre um ponto de equilíbrio estável e um regime oscilatório. A bifurcação de Hopf ocorre quando o sistema possui um ponto de equilíbrio não-hiperbólico com um par de autovalores puramente imaginários e todos os demais autovalores com parte real não nula. As condições de existência desta bifurcação são dadas através do seguinte teorema [126] [130] :

**Teorema 5.4 - (Hopf)[130] :** *Suponha que o sistema dado pela equação (5.1) tenha um ponto de equilíbrio  $(x_0, \mu_0)$ , para o qual as seguintes propriedades são satisfeitas:*

•

$$\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{(x_0, \mu_0)} = 0 \quad (5.10)$$

*possui um par simples de autovalores puramente imaginários e nenhum outro autovalor com parte real nula. Esta condição implica que existe uma curva suave de pontos de equilíbrio  $(x_0, \mu_0)$ . Os autovalores  $\lambda$  e  $\lambda'$  de (5.10), os quais são imaginários puros em  $\mu = \mu_0$ , variam suavemente com a variação do parâmetro  $\mu$ .*

• *Os autovalores  $\lambda$  e  $\lambda'$  devem cruzar o eixo imaginário com velocidade não nula, tal que*

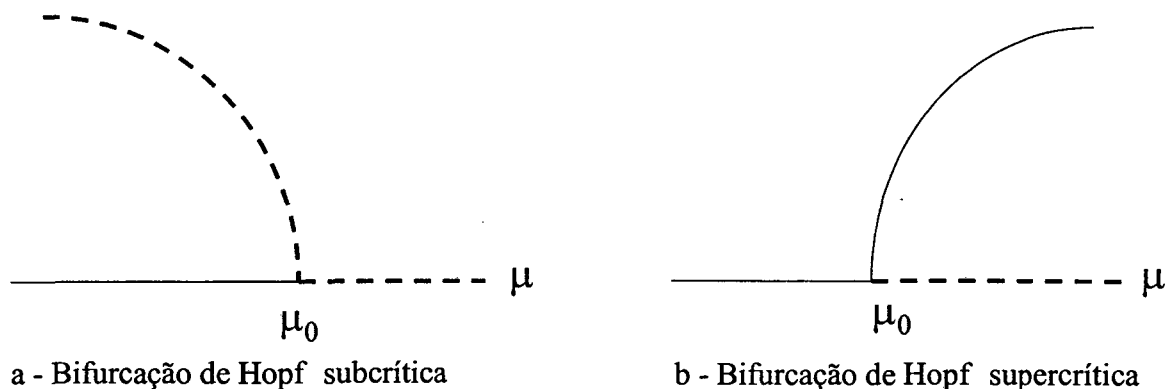
$$\frac{\partial}{\partial \mu} (\text{Re}(\lambda)) \neq 0 \quad (5.11)$$

*o que implica que existe uma única variedade central tridimensional, passando*

através de  $(x_0, \mu_0)$ .

Em uma bifurcação de Hopf a estabilidade de um equilíbrio é perdida através de uma iteração com um ciclo limite. Existem dois tipos de bifurcação de Hopf dependendo da natureza desta iteração : Bifurcação de Hopf subcrítica e Bifurcação de Hopf supercrítica.

A Figura 5.7 ilustra graficamente os dois tipos da bifurcação de Hopf.



**Figura 5.7** Tipos de Bifurcação de Hopf

A linha reta corresponde a pontos de equilíbrio e a curva representa a amplitude do ciclo limite. A linha sólida corresponde a pontos de equilíbrio estáveis ou ciclos limites, ao passo que a linha pontilhada indica pontos de equilíbrio instáveis ou ciclos limites. O valor  $\mu_0$  representa o valor da bifurcação. A ordenada das Figura 5.7(a) e 5.7(b) representa a amplitude do ciclo limite.

Na Figura 5.7(a) a amplitude do ciclo limite instável diminui quando se aproxima do valor de bifurcação, sendo que neste ponto o ciclo limite desaparece e o ponto de equilíbrio torna-se instável. A região de atração do equilíbrio estável antes da bifurcação é limitada pela variedade estável do ciclo limite instável. Trajetórias após a bifurcação não possuem limite, tal que as oscilações tendem a um incremento na amplitude. A referência [145] ilustra a presença deste tipo de bifurcação em alguns modelos de sistemas de potência.

A Figura 5.7(b) representa a bifurcação de Hopf supercrítica. Neste caso, antes da bifurcação não existe ciclo limite limitando a região de atração do equilíbrio estável. Um ciclo limite é gerado no ponto de bifurcação e é estável. Após a bifurcação as trajetórias emergem em torno de um equilíbrio instável e são atraídas por um ciclo limite estável e as oscilações são limitadas.

Geralmente, o aparecimento de uma bifurcação de Hopf subcrítica conduz o sistema a bifurcações globais, as quais levam à instabilidade catastrófica. Por outro lado, a presença de bifurcações de Hopf supercrítica produz um ciclo limite estável e não causa

a perda da viabilidade das trajetórias limitadas [146] , a menos que as órbitas tornem-se grandes, ocasionando grandes oscilações, o suficiente para causar avarias nos equipamentos. Nesta situação, a ação do operador ou a atuação de esquemas de emergência atuam sobre a proteção, de forma a retirar de operação os equipamentos. Este tipo de ação deve ser avaliada cuidadosamente, pois a retirada de equipamentos pode conduzir a um efeito cascata, levando o sistema a apresentar outras bifurcações devido à mudança na topologia de operação.

### 5.3.2 Bifurcação Nó Foco

É uma bifurcação na estrutura topológica do sistema. Esta bifurcação caracteriza-se pela transformação de um par de raízes complexas em reais quando o sistema atinge um valor de bifurcação  $\mu^*$ , ou vice-versa. A bifurcação nó foco pode ser estável ou instável. No caso estável, a parte real dos autovalores é negativa e no caso instável positiva.

A bifurcação nó foco costuma ocorrer quando o sistema evolui para uma condição de sobrecarga, e seu aparecimento pode ser interpretado como um “aviso ” da ocorrência de problemas de estabilidade de tensão [147] .

A presença de uma bifurcação nó foco instável em  $\mu^* = \mu_2^*$  para um sistema que previamente apresentou uma pequena órbita estável devido a bifurcação de Hopf em  $\mu^* = \mu_1^* < \mu_2^*$  causa perda da região de viabilidade das trajetórias [146] , se esta foi a única bifurcação que ocorreu no sistema. Uma bifurcação nó foco instável em  $\mu^* = \mu_2^*$  para um sistema que apresentou uma bifurcação de Hopf instável em  $\mu_1^* < \mu_2^*$  conduzirá o sistema a uma perda de viabilidade das trajetórias em  $\mu_1^*$  quando a bifurcação de Hopf instável possuir uma órbita suficientemente pequena. Por outro lado, a bifurcação nó foco estável resulta na manutenção da região de viabilidade das trajetórias antes e após a bifurcação, pois o sistema é igualmente estável antes e depois da bifurcação.

## 5.4 Bifurcações Globais

Nas seções anteriores foram apresentados alguns tipos de bifurcações locais. Nesta seção serão apresentadas as bifurcações globais. Este tipo de bifurcação é difícil de ser analisado para modelos complexos de sistemas, devido à limitação do ferramental matemático exigido, porém a literatura tem apresentado estudos utilizando modelos simples

de sistemas de potência devido ao interesse de pesquisadores em estabelecer o seu efeito neste tipo de modelo.

Geralmente, as bifurcações globais ocorrem como uma consequência do aparecimento de bifurcações locais. A existência de ciclos limites emergentes devido à bifurcação de Hopf, contribui para esta transição através da formação de órbitas homocíclicas (de período infinito). O desaparecimento de certas condições de transversalidade entre uma variedade estável e uma variedade instável de órbitas periódicas e de equilíbrio [130] [126] [146] levam ao aparecimento das bifurcações globais. Enquanto que a estabilidade dos pontos de equilíbrio depende da análise dos autovalores do sistema nestes pontos, a estabilidade de órbitas periódicas depende dos multiplicadores de Floquet [130].

Para um valor de  $\mu$ , faz-se  $x(t)$  ser uma solução periódica para  $\dot{x} = f(x, \mu)$  com período  $T$ . Uma matriz chamada de Matriz Monodrômica é definida por  $M(\mu) = \Phi(T)$ , onde  $\Phi(t)$  resolve um problema de valor inicial, tal que

$$\dot{\Phi} = f_x(x, \mu)\Phi, \quad \Phi(0) = I. \quad (5.12)$$

A matriz  $M(\mu)$  tem  $n$  autovalores, chamados neste caso de multiplicadores de Floquet  $\sigma_1(\mu), \dots, \sigma_n(\mu)$ . Um deles é igual a +1, por exemplo,  $\sigma_n = 1$ . Os outros  $n - 1$  multiplicadores de Floquet determinam a estabilidade pelas seguintes regras

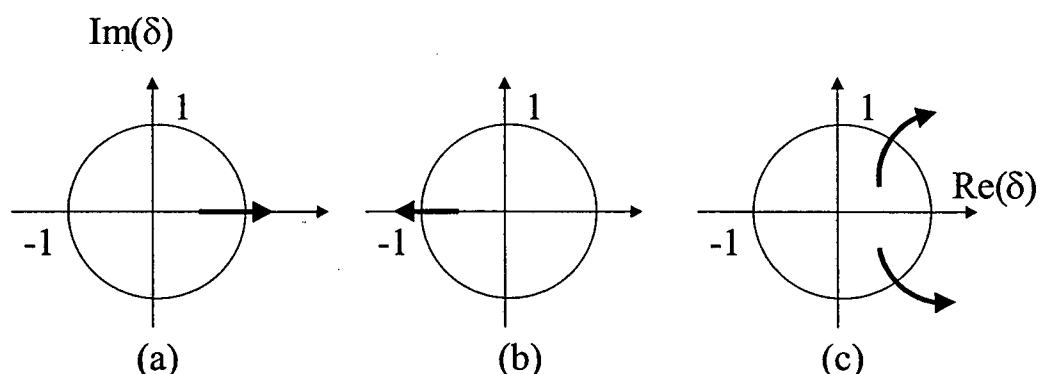
$x(t)$  é estável se  $|\sigma_j| < 1$  para todo  $j = 1, \dots, n - 1$ ;

$x(t)$  é instável se  $|\sigma_j| > 1$  para algum  $j$ .

No ponto onde a órbita periódica é estável, os  $n - 1$  multiplicadores estão sempre dentro de um círculo unitário. Estes multiplicadores são função do parâmetro que está sendo considerado no estudo.

Quando este parâmetro sofre uma variação, alguns dos multiplicadores podem atravessar o círculo unitário. O multiplicador que atravessa o círculo unitário é chamado de *multiplicador crítico*. Podem ocorrer diferentes tipos de ramos periódicos, dependendo de onde o multiplicador crítico ou o par conjugado de multiplicadores críticos atravessa o círculo unitário.

A Figura 5.8 mostra três tipos de ramos associados ao comportamento da trajetória do multiplicador crítico, isto é, os autovalores com  $|\sigma(\mu_c)| = 1$ .



**Figura 5.8** Três Caminhos de Perda de Estabilidade de Órbitas Periódicas

Na Figura 5.8 a, o multiplicador crítico cruza o círculo unitário sobre o eixo real positivo, com  $\sigma_j(\mu_c) = 1$ . Na Figura 5.8 b, multiplicador crítico cruza o círculo unitário sobre o eixo real negativo, com  $\sigma_j(\mu_c) = -1$ . Na Figura 5.8 c, um par conjugado de multiplicadores críticos atravessa o círculo unitário com uma parte imaginária não zero. Todas as situações apresentadas anteriormente, Figura 5.8, referem-se a perda de estabilidade quando  $\mu$  passa por  $\mu_c$ . Caso as direções representadas na Figura 5.8 estivessem em sentido oposto ao apresentado, isto é, os multiplicadores críticos entrando no círculo unitário, o sistema teria um ganho de estabilidade.

As condições apresentadas anteriormente originam três tipos de perda de estabilidade relacionadas ao aparecimento de três tipos de bifurcações:

No caso de  $\sigma_j(\mu_c) = 1$ , são originados “turning points”, acompanhados pelo *nascimento* ou *morte* de ciclos limites, o que origina uma bifurcação conhecida como Cyclic Fold. Na segunda condição, isto é,  $\sigma_j(\mu_c) = -1$ , o sistema oscila com um período duplo, o que caracteriza uma bifurcação do tipo Period Doubling. A terceira e última condição  $\text{Im}(\sigma(\mu_c)) \neq 0$ , origina um Toróide, também chamada de bifurcação de Hopf secundária ou bifurcação de Hopf generalizada.

A seguir são apresentadas e descritas as principais bifurcações globais que estão associadas a modelos de sistema de potência.

#### 5.4.1 Bifurcação Cyclic Fold

Este tipo de bifurcação ocorre quando um ciclo limite instável e um ciclo limite estável coexistentes colidem para um determinado valor de parâmetro do sistema. Após a colisão, cada trajetória permanece em uma vizinhança próxima. Esta bifurcação global

guarda uma semelhança com a bifurcação local sela-nó, e em algumas referências é chamada de bifurcação sela-nó de órbitas periódicas [148].

### 5.4.2 Bifurcação Blue Sky

Esta bifurcação surge da colisão de um ciclo limite com um ponto de sela. Para o parâmetro de bifurcação  $\mu^*$  o ponto de sela colide com o ciclo limite dando origem a uma órbita homocíclica. Após a passagem de  $\mu^*$  o ciclo limite desaparece [146].

### 5.4.3 Bifurcação Period Doubling

Quando ocorre uma bifurcação supercrítica de Hopf, a estabilidade da órbita periódica pode ser de curta duração. Se esta estabilidade é perdida, outra órbita periódica estável pode surgir, com um período igual ao dobro da órbita periódica anterior. Caso este comportamento se repita no decorrer do tempo, fica caracterizada uma bifurcação period doubling. A ocorrência da bifurcação period doubling em cascata pode produzir um atrator estranho (Apêndice A) e normalmente é precursora do caos [148].

### 5.4.4 Bifurcação de Hopf Secundária

Esta bifurcação global ocorre quando um par complexo de multiplicadores de Floquet estão sob o círculo unitário com módulo 1. Como o próprio nome sugere, esta bifurcação global é similar a bifurcação de Hopf local, e assim como esta, possui dois subtipos chamados bifurcação de Hopf secundária subcrítica e supercrítica [149] [150].

### 5.4.5 Bifurcação 1:1

Ocorre quando dois pares de autovalores complexos transformam-se em dois autovalores complexos iguais [146].

### 5.4.6 Caos

Comportamentos caóticos são resultados de um sistema operando em uma órbita periódica estável que fica sujeita ao aparecimento de bifurcações globais, as quais levam ao nascimento de atratores estranhos sob certas condições de variações paramétricas. Alguns mecanismos que geram o caos tem sido estudados e recentes publicações tem demonstrado que este comportamento possui efeitos relevantes em pequenos modelos de sistemas de potência [148] [151] [152] [153].

## 5.5 Sistema Algébrico Diferencial (AD)

Um sistema algébrico diferencial (AD) é descrito por um conjunto de equações diferenciais sujeitas a um conjunto de restrições algébricas. O modelo completo que descreve o comportamento de um sistema de potência é representado por este tipo de sistema matemático, onde as equações diferenciais representam componentes do sistema que tenham um comportamento dinâmico (geradores e seus controladores, cargas dinâmicas, FACTS, HVDC, CER, motor de indução, etc.). As equações algébricas descrevem a rede de transmissão, sua interligação com os componentes dinâmicos, além de algumas relações internas entre as variáveis de estado destes componentes.

Particularmente para o estudo de estabilidade dinâmica de tensão utilizando análise modal, o modelo AD permite uma fácil linearização das equações, permitindo ainda que sejam eliminadas as variáveis algébricas de tal forma a resultar um modelo linear no espaço de estados. Além disto, um sistema AD tem a vantagem de que inclusão de novos modelos ao sistema é facilmente executada e permite que o uso de técnicas de esparsidade seja explorado. A seguir, este tipo de sistema será apresentado com maiores detalhes.

Os modelos que preservam a estrutura da rede são matematicamente descritos por um sistema AD, definido por um conjunto de  $m$  equações diferenciais e  $n$  equações algébricas, descrito por

$$\dot{x} = f(x, y, \mu) \quad (5.13)$$

$$0 = g(x, y, \mu) \quad (5.14)$$

onde  $x \in \mathbb{R}^m$  é um vetor de variáveis de estado,  $y \in \mathbb{R}^n$  é um vetor de variáveis algébricas,  $\mu \in \mathbb{R}^p$  é um vetor de parâmetros do sistema,  $f : \mathbb{R}^{m+n+k} \rightarrow \mathbb{R}^m$  é um campo vetorial e  $g : \mathbb{R}^{m+n+k} \rightarrow \mathbb{R}^n$  é um vetor de funções, sendo  $f$  e  $g$  suaves ( $C^p, p \geq 1$ ).

As  $n$  equações algébricas (5.14) definem uma superfície de dimensão  $m + k$ , chamada de *variedade de restrição* [129], no  $m + n + k$ -dimensional espaço de  $(x, y, \mu)$ .

O sistema AD representado pelas equações (5.13) e (5.14) pode ser interpretado implicitamente como um sistema dinâmico sobre uma variedade algébrica  $L$

$$L = \{(x, y, \mu) : g(x, y, \mu) = 0\} \quad (5.15)$$

É conhecido que um sistema AD pode, na maioria das vezes, ser reduzido localmente para um sistema diferencial ordinário (DO). Entretanto, uma vez que a trajetória intercepte a *superfície singular*  $S$ , dada por

$$S = \left\{ (x, y, \mu) : (x, y, \mu) \in L, \Delta(x, y, \mu) = \det \frac{\partial g}{\partial y} = 0 \right\} \quad (5.16)$$

um sistema AD não pode ser reduzido para um sistema DO. Nesta situação, comportamentos dinâmicos complicados irão ocorrer na vizinhança de  $S$ . Por exemplo, a maioria das trajetórias na região da superfície singular não existirão além desta superfície. Quando determinadas condições iniciais do sistema AD forem satisfeitas, as trajetórias poderão ser estendidas para mais longe [128]. Devido ao comportamento dinâmico “confuso” dos sistema AD na região da superfície de singularidade, estes sistemas são difíceis de analisar, e somente alguns fenômenos estão perfeitamente entendidos do ponto de vista prático e teórico [129] [154].

É importante notar que a equação (5.14) requer que qualquer movimento seja restrito pelo conjunto

$$M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^{m+n} \mid 0 = g(x, y, \mu), \mu = cte\} \quad (5.17)$$

Tipicamente,  $M$  é composto de uma ou mais variedades diferenciáveis chamadas componentes [155].  $M$  é uma variedade regular de dimensão  $m$  se

$$\text{posto} \begin{bmatrix} \frac{\partial g}{\partial x} & \frac{\partial g}{\partial y} \end{bmatrix} = n \text{ em } M \quad (5.18)$$

A variedade  $M$  é o espaço de estados para o sistema dinâmico definido por (5.13) e (5.14) que induz um campo vetorial em  $M$ . O campo vetorial pode não ser bem definido em todos os pontos de  $M$ . Em algum ponto  $(x, y) \in M$  tem-se  $\dot{x} = f(x, y, \mu)$ .

Se  $\det [\partial g / \partial y] \neq 0$ , então  $\dot{y}$  é unicamente definido por

$$\dot{y} = - \left[ \frac{\partial g}{\partial y} \right]^{-1} \frac{\partial g}{\partial x} \dot{x} \quad (5.19)$$

Neste caso, o vetor velocidade definido por  $\dot{x}$  e  $\dot{y}$  é tangente a  $M$  em  $(x, y)$ . Se  $\partial g / \partial y$  é singular no ponto  $(x, y) \in M$ , então o campo vetorial não é definido neste ponto. Tipicamente, tais pontos singulares conduzem a sub-variedades de codimensão 1



de  $M$ . Em sistemas de potência, tais pontos foram encontrados por De Marco e Bergen [156] em conexão com estudos de estabilidade transitória, Kwatny et. al [65] em análise de bifurcações (ponto não causal), Hiskens e Hill [129] com relação a superfície de impasse e Venkatasubramanian et. al [154] relacionado a singularidade.

Definição 5.1 - Fazendo a suposição de que  $M$  é uma variedade regular para todo  $\mu$  próximo de  $\mu^*$  e que  $\det [\partial g / \partial y] \neq 0$  no ponto  $\mu = \mu^*$ ,  $(x, y) = (x^*, y^*) \in M$ . Então  $(x^*, y^*, \mu^*)$  é dito *causal*. Em caso contrário, o ponto é *não causal*.

Se o ponto  $(x^*, y^*, \mu^*)$  é causal, então o Teorema da Função Implícita garante que existe uma função  $h(x, \mu)$  definida na vizinhança de  $h(x^*, \mu^*)$ , com  $y^* = h(x^*, \mu^*)$  e que satisfaz  $g(x, h(x, \mu), \mu) = 0$ . Isto implica que, próximo do ponto de equilíbrio  $(x^*, y^*, \mu^*)$  as trajetórias do sistema de equações (5.13) e (5.14) são localmente definidas pelo seguinte sistema DO:

$$\dot{x} = F(x, \mu) := f(x, h(x, \mu), \mu) \quad (5.20)$$

Desta forma, os pontos de equilíbrio do sistema de equações (5.13) e (5.14) são os mesmos pontos de equilíbrio de (5.20).

Denotando-se o domínio de  $F$  no espaço de estados para um valor de parâmetro igual a  $\mu$  como  $U\mu$ , o domínio  $U\mu$  é limitado pelos pontos que satisfazem a singularidade de  $g_y$ . A região  $U\mu$  pode encolher ou expandir dependendo da variação de  $\mu$ . Outra condição que afeta este domínio é dada pelos “hard-limits” do sistema, impostos às variáveis de estado [149] [154].

### 5.5.1 Pontos de Equilíbrio de um Sistema AD

Um ponto de equilíbrio de (5.13) e (5.14) é um ponto  $(x^*, y^*, \mu^*)$  que satisfaz

$$0 = f(x^*, y^*, \mu^*) \quad (5.21)$$

$$0 = g(x^*, y^*, \mu^*) \quad (5.22)$$

Seja  $G$  o conjunto de pontos que satisfazem a relação  $0 = g(x, y, \mu)$ , o qual pode ser escrito como

$$G = \{(x, y, \mu) \in \mathfrak{R}^{m+n+k} \mid 0 = g(x, y, \mu)\}. \quad (5.23)$$

Este conjunto forma uma variedade regular de dimensão  $m + k$  em  $\mathfrak{R}^{m+n+k}$  resultando em

$$\text{posto} \begin{bmatrix} \partial g & \partial g & \partial g \\ \partial x & \partial y & \partial \mu \end{bmatrix} = n \text{ em } G. \quad (5.24)$$

De forma similar, o conjunto

$$F = \{(x, y, \mu) \in \mathfrak{R}^{m+n+k} \mid 0 = f(x, y, \mu)\} \quad (5.25)$$

forma uma variedade regular de dimensão  $n + k$  em  $\mathfrak{R}^{m+n+k}$  resultando em

$$\text{posto} \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} & \frac{\partial f}{\partial y} & \frac{\partial f}{\partial \mu} \end{bmatrix} = n \text{ em } G. \quad (5.26)$$

Os pontos de equilíbrio do sistema são os pontos que estão contidos na intersecção destas variedades. Considera-se que esta intersecção seja transversal, ou seja, forma uma sub-variedade regular  $k$ -dimensional de  $\mathfrak{R}^{m+n+k}$ .

### 5.5.2 Estabilidade do Equilíbrio de um Sistema AD

A estabilidade de um ponto de equilíbrio de um sistema AD pode ser analisada utilizando uma função energia local. O seguinte Lema sumariza este resultado.

Lema 5-1 [157] : (*Estabilidade de um Ponto de Equilíbrio*)

Seja  $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{\mu})$  um ponto de equilíbrio do sistema (5.13) e (5.14) e  $N$  uma pequena vizinhança de  $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{\mu})$  na restrição algébrica  $\{(x, y, \mu) : g(x, y, \mu) = 0\}$ . Se existe um função definida positiva suave  $V : N \rightarrow \mathfrak{R}$  tal que

$$\dot{V} = \frac{\partial}{\partial x} V(x, y, \mu) f(x, y, \mu) - \frac{\partial}{\partial y} V(x, y, \mu) \left( \frac{\partial g}{\partial y} \right)^{-1} \frac{\partial}{\partial x} g(x, y, \mu) f(x, y, \mu) \leq 0 \quad (5.27)$$

então o ponto de equilíbrio  $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{\mu})$  é estável.

Hill e Mareels [157] aplicam os resultados obtidos acima para analisar um sistema de potência que preserva a estrutura da rede. Em [129] Hiskens e Hill utilizam o mesmo sistema para estabelecer uma conexão entre a estabilidade transitória, equilíbrios estáveis múltiplos e comportamento da tensão. Entretanto, é muito difícil de generalizar estes resultados locais em resultados globais porque, uma vez que as trajetórias interceptem a superfície singular  $S$ , o Teorema da Função Implícita não pode ser aplicado e alguns elementos do campo vetorial tornam-se ilimitados.

### 5.5.3 Aplicação da Teoria de Sistema Algébricos Diferenciais (AD) à Estabilidade de Tensão

Nas seções anteriores foi apresentada uma introdução teórica ao sistema AD e suas propriedades. Nesta seção, este tipo de sistema será usado para estudar o problema de estabilidade dinâmica de tensão. O modelo que preserva a estrutura da rede, o qual é descrito por um sistema AD, permite caracterizar os comportamentos dinâmico e estático do sistema, viabilizando com isto um estudo que avalia o comportamento do sistema quando o mesmo fica sujeito a condições de instabilidade de tensão.

Com o intuito de estudar o comportamento das submatrizes que compõe o problema AD, o qual descreve o sistema de potência, o sistema de equações (5.13) e (5.14) é reescrito como

$$\dot{x} = f(x, \theta, V, \mu) \quad (5.28)$$

$$0 = g_1(x, \theta, V, \mu) \quad (5.29)$$

$$0 = g_2(x, \theta, V, \mu) \quad (5.30)$$

onde

$x$  : é um vetor de variáveis de estado associado aos geradores e seus controladores, cargas dinâmicas e FACTS

$\theta, V$  : são variáveis algébricas correspondentes ao ângulo e módulo das tensões terminais dos geradores e das barras de carga.

$\mu$  : corresponde ao parâmetro variável.

A estabilidade local do ponto de equilíbrio em regime permanente para um parâmetro  $\mu \in \mathfrak{R}$ , dado por

$$\bar{X}_0 = (x_0(\mu), \theta_0(\mu), V_0(\mu)) \quad (5.31)$$

pode ser avaliada através da matriz Jacobiana do sistema, dada por

$$J(\mu) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} & \frac{\partial f}{\partial \theta} & \frac{\partial f}{\partial V} \\ \frac{\partial g_1}{\partial x} & \frac{\partial g_1}{\partial \theta} & \frac{\partial g_1}{\partial V} \\ \frac{\partial g_2}{\partial x} & \frac{\partial g_2}{\partial \theta} & \frac{\partial g_2}{\partial V} \end{bmatrix}_{\bar{X}_0} \equiv \begin{bmatrix} A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 \end{bmatrix} \quad (5.32)$$

Um ponto de equilíbrio  $X_0^* = (x_0^*, \theta_0^*, V_0^*)$  do sistema de equações (5.28) a (5.30) originará uma bifurcação sela-nó no valor de bifurcação  $\mu^*$  se a matriz Jacobiana representada por  $J(\mu)$  é singular, sendo que nesta condição a existência ou unicidade da solução é perdida.

### 5.5.4 Tipos Principais de Bifurcações Presentes em um Sistema AD

Para apresentar as principais bifurcações de interesse ao estudo da estabilidade de tensão, faz-se necessário definir algumas submatrizes derivadas da matriz Jacobiana do sistema (Equação (5.32)).

Uma submatriz fundamental na avaliação do comportamento do sistema de potência quanto à estabilidade de tensão é a chamada *matriz de causalidade* [158], dada por

$$J_c(\mu) = \begin{bmatrix} B_2 & C_2 \\ B_3 & C_3 \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial \theta} & \frac{\partial g_1}{\partial V} \\ \frac{\partial g_2}{\partial \theta} & \frac{\partial g_2}{\partial V} \end{bmatrix}_{\bar{X}_0} \quad (5.33)$$

Do Teorema da Função Implícita (Apêndice A), se a matriz causalidade  $J_c(\mu)$  é não singular para todo  $x, \theta, V$  e  $\mu$  na vizinhança de  $\bar{X}_0$ , então as equações (5.29) e (5.30) podem ser resolvidas unicamente para  $\theta(x(\mu)), V(x(\mu))$ , o que resulta em um modelo diferencial equivalente de equação dado por

$$\dot{x} = f(x, \theta(x(\mu)), V(x(\mu))) \quad (5.34)$$

com uma matriz Jacobiana diferencial [158] equivalente dada por

$$J_x(\mu) = A_1 - \begin{bmatrix} B_1 & C_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_2 & C_2 \\ B_3 & C_3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} A_2 \\ A_3 \end{bmatrix} \quad (5.35)$$

Esta matriz é conhecida como a matriz dinâmica reduzida do sistema ou matriz de estado.

O sistema definido pelas equações (5.28) a (5.30) com o modelo equivalente diferencial dado por (5.35) é dito ser assintoticamente estável se e somente se todos os autovalores de  $J_x(\mu)$  tem parte real negativa. Portanto, um estado é dito crítico quando um ou um par de autovalores tornar-se não hiperbólico e apresentar parte real igual a zero.

De maneira similar, se a matriz  $A_1(\mu)$  é não singular, o seguinte modelo equivalente de equações algébricas pode ser formulado

$$0 = g(x(\theta(\mu)), V(\mu)), \theta(\mu), V(\mu) \quad (5.36)$$

com uma matriz Jacobiana algébrica equivalente [158] dada por

$$J_y(\mu) = \begin{bmatrix} B_2 & C_2 \\ B_3 & C_3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{bmatrix} [A_1]^{-1} \begin{bmatrix} B_1 & C_1 \end{bmatrix} \quad (5.37)$$

Este tipo de redução é semelhante ao obtido através da matriz Jr ((4.7)), o que demonstra que um sistema AD pode, sob certas condições, ser reduzido a um sistema algébrico não linear. Com base nas definições apresentadas acima, as principais bifurcações de um sistema AD são apresentadas a seguir.

#### 5.5.4.1 Bifurcação Sela-Nó (SN)

Ocorre em  $\mu = \mu^*$  quando  $J_c(\mu^*)$  é não singular e  $J_x(\mu^*)$  tem um autovalor real que atravessa o eixo imaginário, e as condições de transversalidade dadas pelas equações (5.5) e (5.6) são satisfeitas. Neste caso, o sistema apresenta uma instabilidade monotônica que leva o sistema ao colapso de tensão. A manifestação deste tipo de bifurcação em um sistema AD é similar a bifurcação sela-nó de um sistema OD (Seção 5.3.1.1). Na maioria dos casos em que é possível reduzir um sistema AD em OD ( Definição 5.1 - Equação (5.20)), a análise da bifurcação sela-nó é executada conforme foi apresentado na Seção 5.3.1.1. O modelo completo de um sistema de potência não é factível de ser reduzido a um sistema OD, razão pela qual a análise da bifurcação sela-nó é realizada considerando um sistema AD.

O Capítulo 6 desta tese é dedicado ao estudo desta bifurcação.

#### 5.5.4.2 Bifurcação de Hopf (HF)

Ocorre em  $\mu = \mu^*$  quando  $J_c(\mu^*)$  é não singular e  $J_x(\mu^*)$  tem um par de autovalores imaginários com parte real nula. Condições adicionais de transversalidade devem também ser satisfeitas [154]. Este tipo de bifurcação conduz o sistema a uma instabilidade oscilatória, podendo levar o sistema ao colapso de tensão. Estas oscilações podem ser crescentes (Hopf supercrítica) ou decrescentes (Hopf subcrítica). Da mesma forma que a bifurcação sela-nó, a bifurcação de Hopf pode ser analisada pela redução de um sistema AD em OD ( Definição 5.1 - Equação (5.20)), caso esta redução seja factível.

#### 5.5.4.3 Bifurcação da Singularidade do Fluxo de Potência (FP)

Este tipo de bifurcação ocorre no modelo equivalente de equações algébricas (5.37), em  $\mu = \mu^*$  quando  $A_1(\mu^*)$  é não singular e  $J_y(\mu^*)$  tem um autovalor simples igual a zero. Esta bifurcação é chamada de bifurcação do fluxo de potência [158] porque indica que o sistema não possui condições de satisfazer os requisitos impostos pelo fluxo de potência para um dado padrão de geração e demanda.

#### 5.5.4.4 Perda da Causalidade

Uma característica dos sistema AD é a existência de singularidades algébricas. Estas singularidades são relacionadas com a perda de causalidade. A perda da causalidade

de um sistema DA ocorre se  $J_c(\mu)$  torna-se singular quando ocorre uma variação de  $\mu$ . Nesta condição nenhuma simulação numérica pode ser efetuada, pois o sistema (5.5) e (5.6) não tem solução ou apresenta múltiplas soluções.

Os dois tipos de perda da causalidade que podem ocorrer são apresentados a seguir.

#### 5.5.4.5 Bifurcação Algébrica

Ocorre quando uma submatriz de  $J(\mu)$ ,

$$J^*(\mu) = \begin{bmatrix} A_2 & B_2 & C_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 \end{bmatrix} \quad (5.38)$$

torna-se linearmente dependente em  $\mu = \mu^*$ . Uma consequência deste tipo de bifurcação é a não existência de soluções da forma  $(x, \theta, V)$  ou a presença de múltiplas soluções  $(x_i, \theta_i, V_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots$

#### 5.5.4.6 Bifurcação de Singularidade Induzida

Este tipo de bifurcação ocorre somente em sistema AD, e diferentemente das bifurcações locais sela-nó e Hopf não pode ser analisada pela redução de um sistema AD em OD ( Definição 5.1 - Equação (5.20)).

A bifurcação de singularidade induzida ocorre quando a matriz Jacobiana do sistema  $J_x(\mu)$  é não singular com autovalores atravessando do semi plano direito para o semi plano esquerdo ou vice-versa através do infinito, ao invés de cruzar através do eixo imaginário.

Os pontos sobre a variedade de restrição, para o qual a Jacobiana das equações algébricas é singular são dados pela solução simultânea das  $n$  equações de restrições algébricas (5.14) e pela seguinte equação escalar

$$\det g_y(x, y, \mu) = 0 \quad (5.39)$$

As equações (5.5) e (5.6) formam uma superfície de dimensão  $(n + k - 1)$ , situada sobre a variedade de restrição, desde que uma ou mais equação algébrica são adicionadas as  $n$  iniciais. Esta superfície é chamada de *superfície de impasse* [129] , porque ela não pode ser atravessada pelas trajetórias do sistema. A variedade de restrição é decomposta pela superfície de restrição em diferentes componentes chamadas de *regiões de causalidade*. A causalidade está relacionada a existência de uma solução local de (5.14) para  $y$  [65] .

## 5.6 Conclusões

Neste capítulo foi feita uma revisão dos principais conceitos, causas de aparecimento e classificação das principais bifurcações que estão presentes em sistemas de potência. Uma atenção especial foi dedicada ao estudo de sistemas algébricos diferenciais (AD) devido a sua importância no estudo de estabilidade dinâmica de tensão. No próximo capítulo é apresentado um estudo específico e centrado na bifurcação sela-nó. Uma revisão bibliográfica de seu estudo aplicado a estabilidade de tensão, modelagem e influência de alguns componentes de sistema de potência sobre seu comportamento e métodos de detecção são apresentados.

# Capítulo 6

## Estudo da Bifurcação Sela-Nó

### 6.1 Introdução

No Capítulo anterior foi apresentada a teoria de bifurcações. Uma revisão dos principais conceitos, causas e classificação das bifurcações em sistemas de potência foi descrita. Uma atenção especial foi dedicada ao estudo de sistemas algébricos diferenciais, devido a sua importância no estudo da estabilidade dinâmica de tensão. As bifurcações locais, representadas pelas bifurcações de pontos de equilíbrio, foram detalhadas devido a sua influência na análise deste tipo de fenômeno

Este Capítulo apresenta um estudo mais aprofundado da bifurcação sela-nó. Uma revisão bibliográfica seguida de uma apresentação sobre a influência desta bifurcação na estabilidade de tensão é realizada. Uma análise sobre a influência de limitadores do sistema de excitação e a apresentação de uma metodologia para sua modelagem são descritas. Uma discussão e a proposta de algoritmos para melhorar o cálculo da potência reativa no método da continuação, como forma de garantir melhores condições iniciais para determinar a bifurcação sela-nó são também apresentados. Na última seção deste Capítulo são descritos os métodos utilizados para a detecção deste tipo de bifurcação.



## 6.2 Revisão Bibliográfica Sobre Ocorrência da Bifurcação Sela-nó

A utilização da teoria de bifurcações em sistemas de potência, e em especial na análise de estabilidade de tensão, é relativamente recente. Um dos artigos pioneiros foi apresentado por Kwatny et. al [65], onde os autores mostram a existência da bifurcação sela-nó em sistemas de potência e discutem sua relação com o colapso de tensão. Dobson e Chiang [85] fazem um estudo aprofundado do mecanismo do colapso de tensão utilizando a teoria da variedade central de bifurcações do tipo sela-nó. Cañizares e Alvarado [19] analisam o sistema potencialmente sujeito ao colapso de tensão sob o ponto de vista do aparecimento de bifurcações do tipo sela-nó para detectar a singularidade em regime permanente. É proposto nesta referência um método direto e um iterativo para a análise integrada de sistemas CA/CC quantitativa e qualitativamente. Em [159] Cañizares discute a questão da modelagem da carga e como isto afeta a bifurcação sela-nó, utilizando pequenos sistemas para ilustrar com exemplos de simulação. Em [160] os autores realizam uma série de simulações dinâmicas para estudar o colapso de tensão em sistemas realistas, e mostram a relação de alguns eventos com o aparecimento de singularidades da Jacobiana do sistema e a bifurcação sela-nó. A avaliação de um ponto de operação estável considerando uma distância mínima segura entre este ponto e a bifurcação sela-nó de modelos estáticos de sistemas de potência é estudada por Dobson et. al. na referência [20]. Os autores discutem como calcular a distância da bifurcação sela-nó mais próxima em um espaço de parâmetros considerando um conjunto de crescimento da carga em várias direções. O mesmo conceito é utilizado por Dobson et. al. [86] para determinar uma direção ótima para aliviar o carregamento a fim de evitar a bifurcação sela-nó. Na referência [161] é feita uma extensão do conceito de mínima/máxima distância da bifurcação sela-nó, permitindo o cálculo do parâmetro ótimo que maximiza esta distância. A aplicação da teoria de bifurcação sela-nó na determinação de uma localização ótima para compensação paralela, a fim de incrementar a distância do ponto de colapso estático, é apresentada por Begovic e Phadke em [17] [75]. Na referência [162] os autores utilizam a mesma metodologia e analisam um problema similar utilizando CER. Em [163] Faur e Cañizares utilizam a teoria da bifurcação sela-nó para estudar o problema da localização, dimensionamento e controle de CER e TCSC para incrementar a distância do colapso estático de tensão. Sauer e Pai [11] apresentam uma relação entre o modelo dinâmico do sistema de potência e o modelo do fluxo de potência convencional, fazendo uma análise do modelo dinâmico linearizado. Este trabalho é um aprofundamento do trabalho apresentado

por Venikov et. al [56] . No artigo publicado por Rajagopalan et. al. [12] o problema de estabilidade de tensão é colocado sob o aspecto dinâmico de operação do sistema, sendo feita a análise com base na estabilidade dos pontos de uma curva PV típica. A análise de múltiplos pontos de equilíbrio é feita no contexto da estabilidade de pequenas perturbações, usando técnicas de análise por autovalores.

Na referência [47] Lemos et. al. estudam o comportamento da bifurcação sela-nó em uma modelagem dinâmica de sistemas de potência, quando são utilizados modelos que representam o efeito de “hard limits” na análise modal. Na referência [164] os autores fazem a avaliação da representação de modelos estáticos detalhados de geradores e reguladores de tensão no método da continuação. Estes modelos são usados para calcular a potência reativa gerada e permitem determinar o ponto de sela-nó relacionado ao ponto de máximo carregamento com maior precisão. Em [48] é apresentado um estudo sobre a influência de limites sobre a bifurcação sela-nó e a bifurcação de Hopf considerando a presença de limitadores. A seguir são apresentadas algumas causas que levam ao aparecimento da bifurcação sela-nó.

### 6.3 Ocorrência da Bifurcação Sela-Nó

Conforme foi definido nas Seções 5.3.1.1 e 5.5.4.1, a bifurcação sela-nó é relacionada ao desaparecimento do equilíbrio do sistema quando acontece uma lenta variação de um ou mais parâmetros. Em um sistema de potência isto ocorre quando o sistema está operando em uma condição estável e uma perturbação leva ao desaparecimento do ponto de equilíbrio de operação. No Capítulo 2 foi apresentada uma revisão de alguns incidentes e eventos que levaram sistemas de potência a apresentarem um cenário típico de instabilidade de tensão, sendo que já existe um consenso na literatura [1] [9] [165] que aponta como causas principais ligadas ao aparecimento da bifurcação sela-nó o esgotamento das fontes reativas do sistema e o alcance da máxima capacidade de transferência de potência. Duas classes de bifurcações estáticas podem ocorrer em um sistema de potência[158] :

*Bifurcação estática associada à dinâmica da inércia do gerador*, a qual está associada com a perda da estabilidade transitória [9] tal como a instabilidade que ocorreu no sistema da Ex- República da Tchecoslováquia após a perda de algumas linhas de transmissão de interligação [1] . Este tipo de bifurcação estática é mais provável de ocorrer quando o sistema é submetido a grandes distúrbios e o sistema de transmissão e em especial

as interligações são fracas, tal que a perda de estabilidade de tensão ocorre logo após a contingência e antes dos limites dos geradores serem atingidos.

*Bifurcação estática associada à dinâmica do decaimento do fluxo do gerador*

O blecaute no sistema francês [1] é um exemplo típico desta classe de bifurcação. Esta bifurcação está relacionada com a instabilidade clássica de tensão, e seu aparecimento é devido a insuficiência de suprimento de reativos através do sistema de transmissão, sendo uma das causas o alcance de limites nos geradores (de campo ou armadura). Uma implicação importante deste fato resulta na necessidade do aprimoramento dos modelos usados para representar os sistemas de excitação das máquinas, em especial os limites de corrente de campo e armadura, os quais terão forte efeito na determinação do ponto de bifurcação sela-nó. Este tópico é um dos principais objetivos desta tese.

Métodos que tenham por objetivo detectar a ocorrência da bifurcação sela-nó tem de serem capazes de identificar uma ou mais das seguintes condições:

- ▶ Dois equilíbrios se combinam, e um destes equilíbrios deve ser instável.
- ▶ A Jacobiana do sistema tem um autovalor zero.
- ▶ A Jacobiana do sistema tem um valor singular zero.
- ▶ A dinâmica do colapso de tensão devido a esta bifurcação é tal que a tensão sofre uma queda monotônica, de uma maneira lenta no início e rápida na vizinhança do ponto de bifurcação.

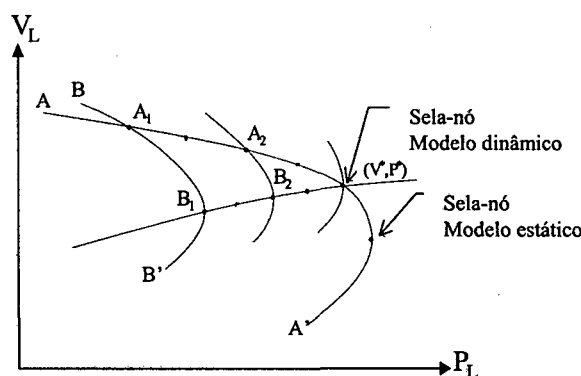
Para uma determinação mais precisa da bifurcação sela-nó, é necessário que o sistema seja representado através do modelo dado pelas equações (3.68) e (3.69), pois seu comportamento é afetado pela dinâmica do sistema. Entretanto, vários pesquisadores utilizam um modelo estático, baseado nas equações do fluxo de potência (3.74), para detectar a bifurcação sela-nó, considerando sua relação com o máximo carregamento estático do sistema, conforme apresentado na seção 4.2[87].

Para realizar a análise da bifurcação sela-nó considerando o modelo estático dado pelas equações do fluxo de potência, deve-se prestar atenção aos seguintes aspectos:

- O comportamento estático dos componentes que possuem uma dinâmica modelada, tais como geradores e cargas dinâmicas, não são incluídos na análise tradicional. Para tornar mais precisa a determinação da bifurcação sela-nó considerando modelos estáticos, propõe-se nesta monografia a inclusão de uma modelagem estática para geradores e seus respectivos reguladores (Seção 6.6.1.), a ser incluído no método da continuação.

• O modelo do fluxo de potência exige algumas simplificações em relação ao comportamento real do sistema, o que implica que algumas grandezas são mantidas constantes e dentro de uma faixa de operação aceitável, a fim de evitar que o problema apresente infinitas soluções. Entre estas simplificações está a fixação do módulo da tensão e da potência ativa gerada nas barras de geração (PV).

Do ponto de vista da operação real de um sistema de potência, estas considerações implicam que os ajustes dos sinais de referência dos reguladores de tensão e de velocidade dos geradores devem ser efetuados via operador. Desta forma, variações do ponto de operação devem ser compensadas manualmente, já que as variáveis tensão e potência ativa gerada não são atualizadas do ponto de vista do algoritmo de solução do fluxo de potência.



**Figura 6.1** Curvas PV considerando-se operação com e sem ajuste nos sinais de referência

A Figura 6.1 apresenta qualitativamente o comportamento do sistema através da representação de curvas PV da carga [166], considerando o modelo estático dado pelas equações do fluxo de potência. A curva  $A - A'$  representa a variedade de bifurcação estática obtida pela resolução do fluxo de potência, a qual considera as limitações de fixação dos valores de algumas variáveis (potência ativa e tensão). Quando ocorre um aumento no parâmetro  $P$ , tal que o ponto de operação excursiona de  $A$  para  $A_1$ , o sistema somente continuará operando sobre a variedade  $A - A'$  se os sinais de referência do sistema forem ajustados, o que implica em uma ação manual sobre as referências. Caso as referências não sejam ajustadas, o ponto de operação do sistema irá se localizar sobre uma nova variedade estática de bifurcação, representada pela curva  $B - B'$ . Nesta nova variedade o colapso de tensão irá ocorrer no ponto  $B_1$ , o qual representa o novo ponto de singularidade (ou bifurcação estática) para as condições obtidas sem ajuste nas tensões de referência.

Supondo que os reguladores do sistema possuam um ganho infinito ou são manualmente ajustados, o sistema irá evoluir sobre a variedade de bifurcação  $A - A'$ . Nestas condições, o aparecimento da bifurcação sela-nó estática, e por consequência o colapso de tensão irá ocorrer no “nariz” da curva PV. Porém, se a análise considerada for realizada utilizando-se uma modelagem dinâmica usando as equações AD dadas por (3.68) e (3.69), a bifurcação sela-nó do sistema irá ocorrer antes do ponto dado pela modelagem estática, o que é demonstrado pelos resultados dos estudos descritos no Capítulo 7.

As considerações expostas acima demonstram que a utilização de métodos baseados em modelagem estática devem ser feitas com cuidado, pois estes não são capazes de determinar o ponto exato em que ocorre o colapso de tensão. O aparecimento da bifurcação sela-nó estática está relacionada à singularidade da matriz Jacobiana do fluxo de potência, a qual por sua vez, é um subconjunto das equações que representam o sistema de potência. No entanto, diversos estudos, entre os quais podem ser citados os apresentados nas referências [87] [85], indicam que existe uma proximidade entre os pontos de colapso do sistema e o ponto de colapso aproximado através da análise estática, embora estes estudos considerem um modelo com dinâmica reduzida, basicamente considerando a dinâmica da carga.

A influência do alcance de limites dos elementos dinâmicos entre as metodologias deve ser considerada, sendo este o tópico principal da próxima seção.

## **6.4 Influência dos Limites na Determinação da Bifurcação Sela-Nó**

Uma das causas da instabilidade de tensão é o esgotamento de fontes de reativos de um sistema. As duas principais causas de um gerador atingir seu limite de geração de potência reativa são os limites de corrente de excitação e o limite de corrente do estator. Estes dois limites tem efeitos drásticos sobre o sistema quando ele está sobrecarregado [88]. Begovic e Phadke [160], Overbye e DeMarco [110], Van Cutsem [95] e Crow [167] apresentaram estudos que abordam estas questões. Os estudos da literatura que utilizam abordagem através de análise modal e teoria das bifurcações não costumam considerar estes efeitos.

Quando os sistemas de potência encontram-se submetidos a altos carregamentos, sua margem de segurança em relação a potência reativa torna-se reduzida. Quando um (ou mais geradores) atinge seu limite de geração de potência reativa, as equações que descrevem seu comportamento sofrem uma mudança. Embora o estado do sistema não tenha mudado,

existe uma mudança imediata nas equações do sistema, o que origina uma descontinuidade nas margens de estabilidade de tensão. Esta mudança na condição de estabilidade apresenta-se sob a forma de uma bifurcação sela-nó. No Capítulo 7 são apresentados resultados e análises que comprovam a relação entre a bifurcação sela-nó e o carregamento do sistema quando os limites são atingidos.

## 6.5 Modelagem de Limitadores para a Avaliação Dinâmica da Estabilidade de Tensão Usando Modelos Lineares

Na seção 3.3 foi feita uma introdução sobre a atuação de limites no sistema de excitação da máquina. Do ponto de vista prático, a limitação mais importante da excitação ocorre através da limitação da corrente de campo. Entretanto, a presença deste tipo de limitação causa uma descontinuidade devido ao chaveamento, e esta não linearidade do modelo dificulta a obtenção de uma forma analítica das equações.

Como forma de aproximar o comportamento dos limitadores do sistema de excitação, este trabalho de tese apresenta modelos para representar a limitação da tensão de excitação dos enrolamentos de campo  $E_{fd}$  ao invés da limitação por corrente de excitação. Esta abordagem permite aproximar o comportamento da excitação para a condição em que ocorre a máxima corrente de campo. A escolha por esta abordagem permite a obtenção de uma função analítica e cria condições de incluir estes modelos no programa de análise modal.

### 6.5.1 Modelagem dos Limitadores de Excitação

Os limitadores do sistema de excitação podem ser classificados como “*windup*” e “*non-windup*”, como mostra a Figura 6.2.

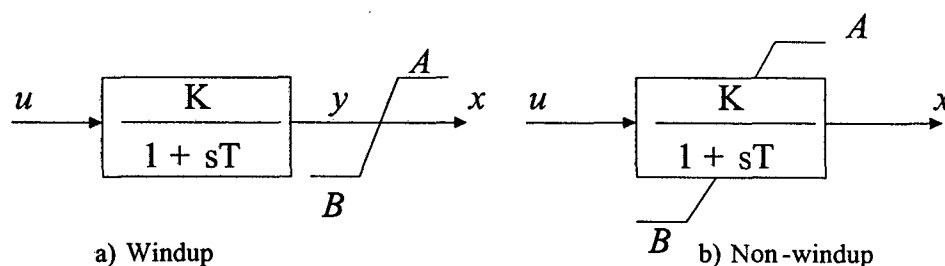
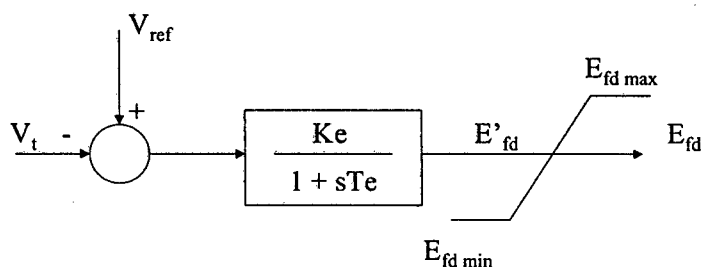


Figura 6.2 Tipos de Representação de “*Hard Limits*”

Na modelagem de sistemas de excitação (seção 3.3), é necessário distinguir entre estes dois tipos de limitadores. Estes limitadores costumam ser encontrados junto a blocos integradores, blocos com constante de tempo e em blocos de avanço-atraso. Com limitadores do tipo “windup”, a variável  $y$  não é limitada, o que implica que a limitação da variável  $x$  somente ocorrerá após a variável  $y$  atingir seus limites. Desta forma, a variável de saída  $x$  não pode sair de sua limitação até que  $y$  venha para dentro dos limites.

Os limitadores do tipo “non-windup”, também conhecidos como limitador de estado, são funcionalmente muito diferente dos limitadores do tipo windup. O limitador nonwindup afeta diretamente o status da variável de estado  $x$ , isto é, quando um estado limitado por um limitador nonwindup atinge o seu limite, a variável de estado  $x$  permanece fixa neste valor de limite até que a dinâmica dependente da variável de entrada  $u$  conduza a uma mudança no estado que não viole mais o limite estabelecido. De uma outra forma, isto equivale a dizer que quando é atingido o limite de um limitador nonwindup, a variável de estado torna-se constante no modelo, e o sistema perde um grau de liberdade.

Uma explanação mais detalhada sobre a forma de atuação destes limitadores pode ser encontrada nas referências [88] [154]. Embora estes limitadores apresentem comportamentos diferentes, será adotado o limitador do tipo “windup” para representar os efeitos da atuação de limites sobre o sistema de excitação dos geradores. Portanto, de agora em diante, qualquer referência sobre limitadores de sistemas de excitação são referidas ao tipo “windup”. Considere o seguinte modelo de regulador de primeira ordem, apresentado na Figura 6.3:



**Figura 6.3** Regulador de Tensão com Limitadores de Tensão de Campo

A equação diferencial que representa o modelo original sem limites é dada por

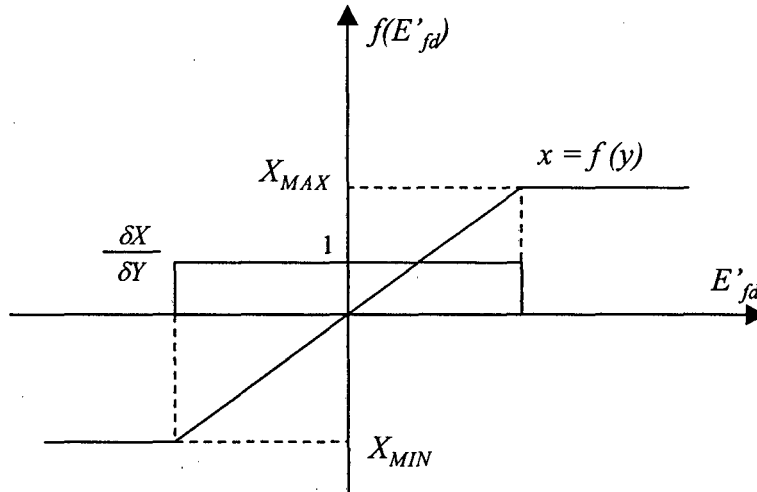
$$\dot{E}_{fd} = \frac{Ke}{Te}(V_{ref} - V_t) - \frac{1}{Te}E_{fd} \quad (6.1)$$

Utilizando-se a variável auxiliar  $E'_{fd}$  definida no modelo da Figura 6.3, obtém-se uma relação entre as variáveis  $E_{fd}$  e  $E'_{fd}$  descrita por uma função não biunívoca, denotada

por

$$E_{fd} = f(E'_{fd}) \quad (6.2)$$

a qual pode ser graficamente representada pela Figura 6.4



**Figura 6.4** Relação entre as variáveis  $x$  e  $y$  para o limitador tipo “windup”

Fazendo-se  $y = E'_{fd}$  e  $x = f(E'_{fd})$ , tem-se que  $\frac{\partial x}{\partial y} = \frac{\partial f(E'_{fd})}{\partial E'_{fd}}$ . Portanto, com a inclusão da variável  $E'_{fd}$  a equação diferencial (6.1) se transforma em

$$\dot{E}'_{fd} = \frac{Ke}{T_e}(V_{ref} - V_t) - \frac{1}{T_e}E'_{fd} \quad (6.3)$$

A equação (6.3) em sua forma linearizada é dada por

$$\Delta \dot{E}'_{fd} = -\frac{Ke}{T_e} \frac{\partial f(E'_{fd})}{\partial E'_{fd}} \Delta V_t - \frac{1}{T_e} \Delta E'_{fd} \quad (6.4)$$

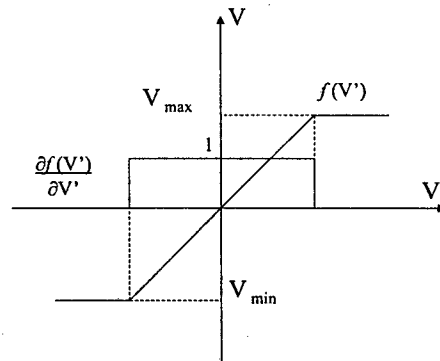
### 6.5.2 Formulação Matemática do Alcance de Limites em RAT e Transformadores

Os limites do sistema de excitação e dos reguladores automáticos de tensão tem uma estreita relação entre si, e poucas referências apresentam um tratamento da atuação destes limitadores e seus efeitos no problema de instabilidade de tensão [88] [124]. A seguir, é apresentado o procedimento matemático para modelar os limites apresentados na seção anterior.

Seja  $x$  representada por uma variável  $V$  relacionada à tensão, e considere que  $y$  esteja associada a uma variável dependente da tensão, chamada de  $V'$  sendo que a função  $f(y)$  é agora representada por  $f(V')$ . No procedimento de linearização, a função  $\partial f(V')/\partial V'$



deve ser incluída na matriz Jacobiana do sistema. Como pode ser observado na Figura 6.5, existe uma descontinuidade desta função. Os trabalhos apresentados na literatura tratam a atuação destes limitadores de formas diversas, dentre as quais pode-se citar o chaveamento de equações (seção 6.5.4).



**Figura 6.5** Relação entre as variáveis  $V$  e  $V'$

As relações matemáticas que expressam o comportamento da função  $f(V')$  e sua derivada são dadas por

$$\frac{\partial f(V')}{\partial V'} = 0 \rightarrow V' \leq V_{\min} \text{ e } V' \geq V_{\max} \quad (6.5)$$

$$\frac{\partial f(V')}{\partial V'} = 1 \rightarrow V_{\min} < V' < V_{\max} \quad (6.6)$$

Neste trabalho, são consideradas cinco maneiras de tratamento dos limites. Em cada uma destas, a análise efetuada trata do valor da derivada das funções não biunívocas indicadas nos modelos. Destas representações, as abordagens através da tangente hiperbólica, decomposição em Série de Fourier e série de potência permitem eliminar a descontinuidade presente nos outros modelos, portanto, as trajetórias dos autovalores do sistema apresentam-se contínuas. A seguir apresenta-se estas representações.

### 6.5.3 Tratamento Convencional do Alcance de Limites

Esta é a forma básica que costuma ser adotada em metodologias de verificação de alcance de limites dos reguladores de tensão nos programas convencionais de análise de estabilidade de pequenos distúrbios. Ela está baseada nas condições iniciais fornecidas pelo fluxo de potência. Esta metodologia pode ser resumida da seguinte forma:

▷ Com os dados obtidos via fluxo de potência, efetua-se uma comparação entre o valor de  $E_{fd}$  (obtido via fluxo de potência) com os de  $E_{fd\min}$  e  $E_{fd\max}$ , determinados

pelo regulador de tensão do respectivo gerador. Caso o valor de  $E_{fd}$  extrapole estes limites, o mesmo é mantido no valor do limite violado. Em qualquer situação, no entanto, o equacionamento do regulador, mesmo que este tenha os seus limites alcançados, é mantido na montagem da matriz Jacobiana do sistema.

#### 6.5.4 Chaveamento de Equações

Outra forma alternativa de tratar os reguladores de tensão sob limitação é adotar a técnica de chaveamento de equações. Esta técnica possui um procedimento de verificação de alcance de limites semelhante a apresentada na seção anterior, isto é, efetua-se uma comparação entre o valor de  $E_{fd}$  (obtido via fluxo de potência) com os de  $E_{fd\ min}$  e  $E_{fd\ max}$ , dados pelo regulador de tensão do respectivo gerador. A diferença ocorre no fato de que se a variável de estado  $E_{fd}$  atingir o limite, então ela é mantida constante e as equações do regulador associado a esta variável são retiradas da matriz Jacobiana. Supõe-se, desta forma, que o regulador de tensão não mais possua condições de capacidade de regulação. O maior problema desta metodologia encontra-se na descontinuidade da trajetória dos autovalores na análise de incrementos sucessivos no valor da demanda das cargas. Este fato será explorado em maiores detalhes na seção de resultados (Capítulo 7). As próximas seções apresentam formas de representar analiticamente as descontinuidades dos limitadores.

#### 6.5.5 Decomposição por Série de Fourier

Considere a Figura 6.6, na qual a sua derivada pode ser considerada como parte da função periódica com período  $L$ ,

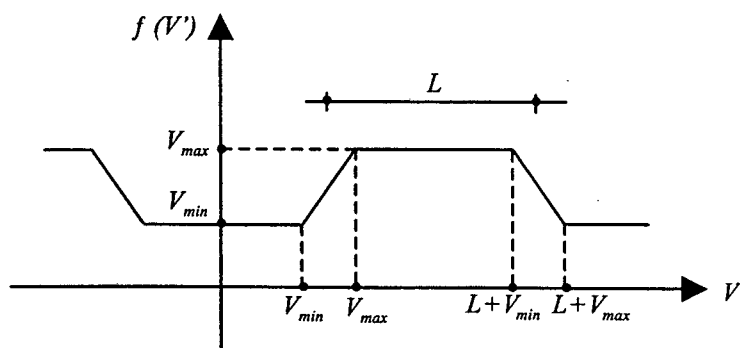


Figura 6.6 Função periódica

Usando a série de Fourier, a função  $f(V')$  pode ser escrita como

$$f(V') = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left( a_n \cos \frac{n\pi V'}{L} + b_n \operatorname{sen} \frac{n\pi V'}{L} \right) \quad (6.7)$$

onde

$$a_0 = \frac{V_{\min} + V_{\max}}{2} \quad (6.8)$$

$$a_n = \frac{1}{L} \left\{ \begin{array}{l} \frac{\cos(V_{\max} n\pi/L)}{(n\pi/L)^2} - \frac{\cos(V_{\min} n\pi/L)}{(n\pi/L)^2} \\ + \frac{\cos((L+V_{\min})n\pi/L)}{(n\pi/L)^2} - \frac{\cos((L+V_{\max})n\pi/L)}{(n\pi/L)^2} \end{array} \right\} \quad (6.9)$$

$$b_n = \frac{1}{L} \left\{ \begin{array}{l} \frac{\operatorname{sen}(V_{\max} n\pi/L)}{(n\pi/L)^2} - \frac{\operatorname{sen}(V_{\min} n\pi/L)}{(n\pi/L)^2} \\ + \frac{\operatorname{sen}((L+V_{\min})n\pi/L)}{(n\pi/L)^2} - \frac{\operatorname{sen}((L+V_{\max})n\pi/L)}{(n\pi/L)^2} \end{array} \right\} \quad (6.10)$$

A derivada da função (6.7) vale

$$\frac{\partial f(V')}{\partial V'} = \frac{n\pi}{L} \sum_{n=1}^{\infty} \left( -a_n \operatorname{sen} \frac{n\pi V'}{L} + b_n \cos \frac{n\pi V'}{L} \right) \quad (6.11)$$

onde  $a_n$  e  $b_n$  são os coeficientes da Série de Fourier.

Na modelagem dos limites por série é conveniente considerar um padrão de limites de  $A = 1.0$  e  $B = -1.0$ . Para faixas de limitação diferente destes valores, deve-se fazer uma correção através do deslocamento do eixo  $y$  e da utilização de um fator de escala adequado.

Desta forma, a variável  $y$  adaptada considerando os novos limites é dada por

$$y' = \left( y - \frac{V_{\max} + V_{\min}}{2} \right) \frac{2}{V_{\max} - V_{\min}} f_c \quad (6.12)$$

onde  $f_c$  é um fator de correção. O valor de  $\frac{\partial x}{\partial y}$  pode ser determinado usando a equação (6.11), onde a variável  $y'$  é substituída pela variável  $y$ .

Utilizando-se os limites padrão e um período de  $L = 2,1$ , os coeficientes da equação (6.11) são apresentados na Tabela 6.3.

**Tabela 6.3** Coeficientes da Decomposição por Série de Fourier

$a_0$	0.0	$a_n$	0.0	$b_1$	0.8487181
$b_3$	-0.0921955	$b_5$	0.0316906	$b_7$	-0.0150423
$b_9$	0.008215	$b_{11}$	-0.0047842	$b_{13}$	0.0028369
$b_{15}$	-0.0016412	$b_{17}$	8.6804679e-4	$b_{19}$	-3.5138384e-4

Experiências realizadas no decorrer deste trabalho apontaram para o uso de 19 termos da série. Maiores detalhes sobre fatores de correção desta função para utilização na representação dos limitadores podem ser encontradas na referência [46].

### 6.5.6 Decomposição por Série de Potência

Outra forma alternativa de representar analiticamente o efeito dos limites é a utilização da Série de Potência. Esta formulação considera que a função  $x$  e sua derivada podem ser representadas por

$$x = f(V') = \sum_{n=0}^{\infty} b_n V'^n \quad (6.13)$$

$$\frac{\partial x}{\partial y} = \frac{\partial f(V')}{\partial V'} = \sum_{n=0}^{\infty} b_n (V')^{n-1} \quad (6.14)$$

O desempenho da função  $x$  e suas derivadas são similares aos apresentados pela Série de Fourier. Mais detalhes sobre limites da função e correção podem ser encontrados em [46].

Após vários estudos, os melhores resultados foram obtidos com os coeficientes indicados na Tabela 6.4. Estes coeficientes foram obtidos para os limites padrão de +1.0 and -1.0.

**Tabela 6.4** Coeficientes da Decomposição por Série de Potência

$b_1$	0.9998771	$b_3$	0.0058884	$b_5$	-0.1093301
$b_7$	0.8920822	$b_9$	-3.7799816	$b_{11}$	8.9175949
$b_{13}$	-11.764183	$b_{15}$	8.0884857	$b_{17}$	-2.2503772

### 6.5.7 Representação usando Tangente Hiperbólica

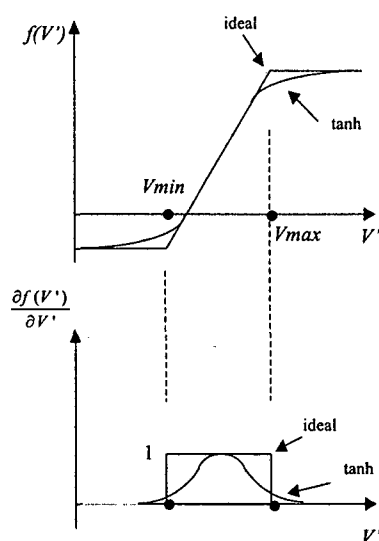
Uma das primeiras tentativas para modelar os limitadores de forma a evitar as descontinuidades foi feita usando a tangente hiperbólica [168], principalmente devido a simplicidade na obtenção da função. A Figura 6.7 apresenta a relação entre a função hiperbólica e sua derivada, dadas pelas equações (6.15) e (6.16).

$$f(V') = \frac{V_{\min} + V_{\max}}{2} + \frac{V_{\max} - V_{\min}}{2} \tanh \left[ \beta \left( V' - \frac{V_{\min} + V_{\max}}{2} \right) \right] \quad (6.15)$$

$$\frac{\partial f(V')}{\partial V'} = \frac{V_{\max} - V_{\min}}{2} \beta \operatorname{sech}^2 \left[ \beta \left( V' - \frac{V_{\min} + V_{\max}}{2} \right) \right] \quad (6.16)$$

Para que a derivada da função seja unitária na região equidistante aos limites, o termo  $\frac{V_{\max} - V_{\min}}{2} \beta = 1$  deve igualmente ser unitário. Logo, deve-se obedecer a relação

$$\beta = \frac{2}{V_{\max} - V_{\min}}$$



**Figura 6.7** Relação entre a função tangente hiperbólica e sua derivada

Pode se notar que é bastante difícil ajustar o método da tangente hiperbólica com o intuito de obter-se uma função com grau de aproximação semelhante a função ideal, como apresentado na Figura 6.4.

## 6.6 Influência das Condições Iniciais na Determinação da Bifurcação Sela-nó

No estudo do comportamento estático e dinâmico da bifurcação sela-nó é de vital importância que as condições de regime permanente obtidas via uma metodologia de resolução das equações de fluxo de potência sejam as mais precisas possíveis. Do ponto de vista do estudo dinâmico via análise modal, a determinação de condições iniciais coerentes com os modelos dinâmicos utilizados é crucial para uma resposta confiável. Nesta fase, o cálculo da potência reativa assume relevante significado devido a sua estreita relação com os problemas de tensão.

A utilização de uma representação que descreva com maior precisão o comportamento da potência reativa na determinação do ponto de bifurcação sela-nó do sistema, é pois, de fundamental importância. Alguns pesquisadores apresentaram resultados que demonstram a importância desta representação. Os trabalhos de Löf et. al [38] [39] apresentam modelos estáticos simplificados de geradores síncronos que levam em conta a limitação de corrente de campo e armadura, porém não consideram os reguladores de tensão. Estes modelos são aplicados ao estudo da estabilidade de tensão através da Decomposição

em Valores Singulares. Os trabalhos de Capaso e Mariani [169] e Berizzi et. al. [40] mostram a influência da capacidade de geradores na tensão e no controle da potência reativa. Lee e Ajjarapu [170] utilizam os modelos de Löf et. al. [39] em conjunto com o método da continuação e análise modal do sistema algébrico-diferencial para determinação do comportamento das bifurcações de um sistema de potência. Jovanovic e Fox [42] usam um modelo para a potência reativa do gerador e para a dinâmica de tensão incorporadas ao problema de fluxo de potência. As variações de tensão dos geradores são utilizadas na determinação dos limites de potência reativa. O trabalho de Schlueter e Hu [41] apresenta uma análise mais detalhada do cálculo das condições de equilíbrio, as quais são baseadas em um modelo algébrico-diferencial do sistema. Um modelo detalhado dos limitadores da corrente de campo é usado para comparar os resultados obtidos através da simulação de médio prazo e o modelo do fluxo de potência. Lerm, Lemos e Silva [171] propõem a inclusão de modelos mais detalhados de geradores e compensadores estáticos para representar a limitação e o comportamento de potência reativa na modelagem convencional de fluxo de potência. Esta metodologia leva em conta a relação entre o limite de potência reativa e a condição de operação à qual está submetida a máquina.

### 6.6.1 Metodologia utilizada no Fluxo de Potência

Os estudos dinâmicos de estabilidade de tensão usam o fluxo de potência como ferramenta base para obter o ponto de equilíbrio do sistema em regime permanente, o qual é o ponto inicial para metodologias que utilizam análise modal, Teoria de Bifurcações ou simulação não-linear no domínio do tempo. O cálculo do limite de potência reativa na metodologia tradicional de cálculo do fluxo de potência é estático, isto é, quando o sistema atinge o limite especificado, a barra de tensão controlada ( $PV$ ) é convertida em barra de carga ( $PQ$ ) e os limites ficam constantes. Outro fator importante a considerar é o fato de que o limite de potência reativa entregue pela máquina na análise através do fluxo de potência é calculado levando-se em conta a tensão nominal de operação do gerador. Portanto, a metodologia tradicional do cálculo do fluxo de potência apresenta distorções, pois os limites de potência reativa gerada dependem de uma série de fatores, tais como o modelo de regulador de tensão e da tensão de operação, a qual por sua vez, determina a quantidade de potência reativa que é capaz de ser entregue para o despacho atual da máquina sob a tensão de operação neste instante. Além disso, devem ser obedecidos certos limites de segurança da máquina,

os quais levam em conta a máxima corrente de campo que pode ser suportada pela máquina sem que ocorram danos e a proteção atue para resguardar a integridade do gerador.

Com o advento dos problemas de estabilidade de tensão em sistemas altamente carregados, o tratamento tradicional passou a apresentar resultados considerados conservativos. Uma representação mais adequada deve levar em conta a curva de capacidade dos geradores [26] e seus respectivos reguladores. Através da curva de capacidade é possível avaliar as limitações devidas a problemas tais como máxima corrente de campo e armadura, fator de potência e potência mecânica. A próxima seção apresenta a proposta de uma metodologia para levar em conta o efeito da dependência da tensão em função dos limites impostos pelo RAT do gerador em uma modelagem baseada no fluxo de potência.

### 6.6.2 Modelagem Proposta para Incluir Limites de Potência Reativa no Cálculo das Condições Iniciais

A consideração da modelagem proposta no método da continuação para estudo da estabilidade de tensão, e em especial no comportamento da bifurcação sela-nó de um sistema algébrico, faz com que os limites de potência reativa sejam calculados levando-se em conta a máxima potência aparente e os limites de tensão de campo dos geradores. Isto torna a resposta mais realista. A seguir são descritos os procedimentos para implementar esta modelagem.

#### 6.6.2.1 Limitação pela Potência Aparente da Armadura ( $S_a$ )

Este tipo de limitação está associado à máxima temperatura que o estator pode suportar. Com o objetivo de evitar sobrecorrentes de armadura devido a tensões diferentes da nominal, o que origina um sobreaquecimento da máquina, o limite de potência máximo para a armadura na tensão  $V$  de operação é dado por

$$S_{a \max} = S_{nom} k \frac{V}{V_{nom}} \quad (6.17)$$

com

$$k = \frac{I_{a \max}}{I_{nom}} \quad (6.18)$$

onde  $S_{nom}$ ,  $V_{nom}$  e  $I_{nom}$  são respectivamente, potência, tensão e corrente nominais do gerador.  $V$  é a tensão de operação e  $I_{a \max}$  é a corrente máxima de armadura. Neste trabalho foram considerados  $k = 1$  e  $V_{nom}$  igual a 1pu.

Considerando-se o despacho de potência ativa do gerador como  $P_g$ , a limitação de potência reativa é representada por

$$Q_{a \max, \min} = \pm \sqrt{S_{a \max}^2 - P_g^2} \quad (6.19)$$

### 6.6.2.2 Limitação por Tensão de Campo ( $E_{fd}$ )

O outro tipo de limitação de potência reativa considerado neste trabalho é devido a tensão de campo do gerador  $E_{fd}$ , e está associada às características do regulador de tensão. Embora do ponto de vista prático de operação a maior preocupação deva ser com a máxima corrente de campo, a utilização de limitação por tensão de campo fornece uma boa aproximação da atuação dos limites. Quando o gerador é sobreexcitado, as perdas no circuito do rotor fazem aumentar a temperatura, o que causa uma limitação relacionada a capacidade de refrigeração dos enrolamentos. Para evitar esta situação, são utilizados reguladores automáticos de tensão com limitadores de sobreexcitação (seção 3.3.4). A indústria elétrica utiliza uma grande variedade de tipos de reguladores de tensão, com distintas limitações.

Para ilustrar o mecanismo de limitação por tensão de campo, serão utilizados dois modelos típicos de reguladores encontrados na literatura, conhecidos como DC1 e ST1 [172]

Para o modelo DC1 ( Figura 6.2), de regulador de tensão as expressões de  $E_{fd \min}$  e  $E_{fd \max}$  são dadas por

$$E_{fd \min} = \frac{V_r \min}{(K_e + S_{e \max})} \quad (6.20)$$

$$E_{fd \max} = \frac{V_r \max}{(K_e + S_{e \max})} \quad (6.21)$$

e para o modelo ST1 (Figura 6.3) por

$$E_{fd \min} = V K_a V_{1 \min} \quad (6.22)$$

$$E_{fd \max} = V K_a V_{1 \max} \quad (6.23)$$

As equações que fornecem a potência reativa de geradores são descritas na literatura [37] . Da observação destas equações nota-se a dificuldade em obter-se uma expressão analítica que determine os limites de potência reativa como função dos limites da tensão de campo. Uma alternativa para esta dificuldade consiste na utilização de um procedimento iterativo para calcular os limites de potência reativa em relação aos limites de  $E_{fd}$  impostos pelo regulador de tensão. A próxima seção apresenta uma alternativa para resolver este problema.



### 6.6.3 Metodologia Proposta para o Cálculo da Potência Reativa Gerada

Nesta seção é apresentada uma metodologia que inclui modelos estáticos para representar os geradores do sistema, o que permite superar os problemas de simplificação adotada no modelo convencional de fluxo de potência. As análises de fluxo de potência convencionais consideram o limite de potência reativa dos geradores como constantes durante o processo iterativo, e são baseadas na tensão nominal da máquina. Isto é uma simplificação, pois os limites de potência reativa devem considerar o despacho de potência ativa e a tensão de operação da máquina. O procedimento descrito a seguir permite superar esta simplificação.

No procedimento de cálculo do fluxo de potência, a cada iteração efetua-se a passagem pela subrotina de verificação de alcance dos limites. A abordagem utilizada prevê o cálculo destes limites mínimo e máximo em cada iteração. Assim, a rotina efetua os cálculos de limites considerando o tipo de gerador utilizado e os ajustes do seu regulador de tensão, levando em conta a potência ativa (pré-fixada) e tensão do gerador para a iteração corrente.

Como resposta, são obtidos os limites mínimo e máximo de potência reativa que o gerador é capaz de fornecer, os quais correspondem aos valores de potência reativa que satisfazem os limites de  $E_{fd}$  impostos pelo regulador de tensão. Portanto, a injeção de potência reativa na barra tipo PV do fluxo de potência é calculada levando-se em conta os aspectos dinâmicos do modelo, o que garante maior precisão na determinação das tensões e ângulos do sistema, e por consequência do máximo carregamento do sistema.

Assumindo-se que a potência ativa despachada  $P_g$  e a tensão terminal  $V$  são conhecidas, o valor de  $Q$  pode ser determinado pelo seguinte algoritmo [171] :

1. Adote uma precisão numérica para o cálculo da variável  $E_{fd}$  e o erro associado  $\varepsilon$ ;
2. Determine  $E_{fd_{max}}$  baseado nas equações do regulador de tensão que está associado a máquina (isto é importante para manter a coerência com os modelos usados na análise modal);
3. Escolha uma estimativa inicial para  $Q$ ;
4. Calcule  $E_{fd}$  usando as equações do gerador;
5. Se  $(E_{fd_{max}} - E_{fd} < \varepsilon)$ , faça  $(Q_{fd_{max}} = Q)$  e pare o processo, caso contrário, retorne ao passo 4.

Este procedimento é facilmente adaptado para a determinação de  $E_{fd_{min}}$ .

Para os geradores, a tensão de campo  $E_{fd}$  é determinada pelas seguintes expressões

- Gerador Modelos *I*, *II* e *III* [37] :

$$E_{fd} = E'_q - (X_d - X'_q)I_d \quad (6.24)$$

- Gerador Modelos *IV* e *V* [37] :

$$E_{fd} = E''_q - (X_d - X''_q)I_d \quad (6.25)$$

A determinação das demais variáveis usadas no cálculo da tensão de campo ( $P_g$ ,  $Q_g$  e  $V$ ) é obtida das equações do fluxo de potência.

Nesta trabalho de tese, o efeito da inclusão da modelagem proposta em [171] no contexto de uma ferramenta baseada no método da continuação, e denominada Método da Continuação com Limitação Dinâmica de Reativos (MCONDIN), é avaliada para determinação da bifurcação sela-nó do sistema. Uma comparação entre os resultados obtidos com a formulação convencional do método da continuação e a formulação proposta é apresentada. No Capítulo 7, a análise dos resultados obtidos demonstra a importância da utilização de uma modelagem mais realista na determinação do ponto de bifurcação estática do sistema.

## 6.7 Influência do Modelo de Carga na Determinação da Bifurcação Sela-Nó

As referências [53] [54] [119] [146] [159] [173] entre outras, apresentam estudos sobre o impacto que o tipo de carga causa na estabilidade de tensão do sistema. Estudos de simulação não-linear mostram que, quando o sistema fica submetido a um aumento de carga a partir de uma condição em que se encontra sobrecarregado, podem aparecer comportamentos diferentes, dependendo da composição da carga [124] . A ocorrência de outros tipos de bifurcações é também afetada pelo modelo de carga utilizado.

A utilização de modelos agregados de carga mostra-se promissora para representar a variedade de dispositivos existentes e seus efeitos. Estes modelos permitem que se modele os efeitos em regime permanente e transitório da carga, o que é importante do ponto de vista da análise dinâmica de estabilidade de tensão, pois o comportamento da recuperação da carga é um dos pontos críticos na determinação de medidas de controle da estabilidade de tensão. Os principais modelos utilizados na literatura são os apresentados nas referências [53] [54] . Entretanto, a falta de dados adequados para serem utilizados com o modelo torna seu uso limitado.

De acordo com Dobson [119], se uma representação dinâmica de carga for utilizada, é possível fazer uma redução deste tipo de modelo para um modelo estático sem afetar as margens de carregamento e suas sensibilidades. Isto é parcialmente verdadeiro, sendo válido para modelos simplificados e particulares de sistemas. É apresentado neste trabalho um estudo que mostra que se o modelo AD for utilizado para representar o verdadeiro comportamento do sistema, o ponto de bifurcação sela-nó estático obtido com o uso das equações do fluxo de potência não coincide com o ponto de bifurcação sela-nó do modelo AD. No capítulo 7 são apresentados resultados que comprovam estas afirmativas.

Os resultados apresentados no Capítulo 7, ilustram o efeito do modelo da carga na estabilidade de tensão do sistema, e seus efeitos no comportamento da bifurcação sela-nó.

## **6.8 Direção Ótima para Correção da Estabilidade de Tensão**

A importância prática da análise de estabilidade de tensão é ajudar na tomada de medidas que visem evitar um problema de instabilidade e colapso de tensão. Uma das questões respondidas por esta abordagem é qual a margem de carregamento à que o sistema pode ser submetido quando possuir um incremento na demanda em uma direção conhecida. Isto é importante do ponto de vista de controle.

Uma das questões avaliadas neste trabalho de tese foi a questão da utilização de métodos diretos para detecção da bifurcação sela-nó ao invés da utilização de métodos iterativos. Esta “questão” tem sido objeto de vários artigos, dentre os quais pode-se citar as referências [20] [90]. Parece ser um consenso na literatura a utilização de abordagens híbridas, usando inicialmente um método iterativo e no final um método direto para refinar a solução.

No curso deste trabalho foi implementado o método direto de detecção da bifurcação sela-nó estática mais próxima, relacionada ao modelo do fluxo de potência. O método utilizado foi o apresentado na seção 4.2.8.1, o qual é baseado nas referências [20] [90]. Este método é de fácil implementação, porém carrega a limitação de ser desenvolvido para resolver as equações do fluxo de potência, e portanto, desconsidera todos os efeitos dinâmicos do sistema.

Durante a realização deste trabalho de tese, foram feitos esforços no sentido de desenvolver uma metodologia que calculasse diretamente o ponto de bifurcação sela-nó do

sistema considerando o modelo algébrico-diferencial (AD). Este procedimento é apresentado na Seção 6.9.3.

## 6.9 Métodos para Detecção da Bifurcação Sela-Nó

A detecção do ponto correto de aparecimento da bifurcação sela-nó é fator fundamental para manter a estabilidade de tensão de um sistema e poder tomar ações de controle preventivo. Nas próximas seções deste Capítulo são apresentados os métodos para detecção utilizando formulação estática e dinâmica para representar o sistema.

A escolha da abordagem depende do tipo de resposta que está sendo procurada. Algumas questões que podem ser respondidas com a utilização da formulação estática são as seguintes:

- Encontrar o ponto de máximo carregamento estático;
- Predizer a direção inicial do colapso dinâmico e dar subsídios à indicação de prováveis estados que possuem maior influência no comportamento dinâmico;
- Apontar barras e áreas críticas sujeitas a problemas de estabilidade de tensão.

Por outro lado, a determinação da bifurcação sela-nó utilizando abordagem dinâmica deve ser considerada quando:

- É necessário conhecer o comportamento dos dispositivos de controle do sistema;
- Uma avaliação de segurança baseada em margens dependentes da atuação de limites;
- São avaliadas as mudanças e os efeitos em estados e parâmetros do sistema e suas influências no ponto de equilíbrio;
- Uma análise do comportamento do sistema além do ponto de bifurcação sela-nó.

No caso do estudo através da modelagem das equações do fluxo de potência, a bifurcação sela-nó está relacionada ao ponto onde as equações do fluxo de potência não possuem solução. Porém, a metodologia estática não é capaz de detectar a presença da proximidade da bifurcação sela-nó quando o que está ocorrendo é uma atuação de limitadores, tais como os limites de geradores [47] [48], como visto em seções anteriores deste Capítulo

### 6.9.1 Detecção Estática através do Método da Continuação

A detecção da bifurcação sela-nó estática consiste na determinação do ponto onde a Jacobiana das equações do fluxo de potência torna-se singular. Como a modelagem do fluxo de potência é composta por um conjunto algébrico não-linear de equações, métodos iterativos são adequados para a determinação do ponto sela-nó. Entre estes métodos, o método da continuação e aqueles baseados em homotopia tem-se apresentado como promissores para serem utilizados no estudo de estabilidade de tensão. Dentre os trabalhos que utilizam estas abordagens estão os de Iba [174] , Ajjarapu [16] , Cañizares [17] , Chiang [175] entre outros. O primeiro artigo com aplicação a sistemas de potência utilizando estes conceitos foi apresentado por R.J. Thomas et. al. [176] . Neste artigo, os autores usam uma abordagem baseada no Método de Davidenko [76] . A seguir faz-se uma explanação do método da continuação.

As equações básicas utilizadas pelo método da continuação são similares as utilizadas no cálculo do fluxo de potência convencional, exceto que é adicionado um parâmetro variável, geralmente representado pela carga (incremento da demanda de potência ativa e reativa). Isto pode ser representado pela equação (3.74),

$$g(y, \mu) = 0 \quad (6.26)$$

onde  $y = (\theta, V)$ . Estas  $n$  equações de  $n + 1$  variáveis definem no espaço dimensional  $n + 1$  uma curva  $y(\mu)$  de dimensão-1 que passa no ponto de equilíbrio  $(y^0, \mu^0)$ . A fim de se obter a curva solução é feita uma variação paramétrica, geralmente adotando-se a demanda como parâmetro variável.

Da equação (6.26) é obtida a equação fundamental da análise de sensibilidade, dada por

$$dg = \frac{\partial g}{\partial \theta} d\theta + \frac{\partial g}{\partial V} dV + \frac{\partial g}{\partial \mu} d\mu = 0 \quad (6.27)$$

A fim de aplicar-se o método da continuação, as equações básicas do fluxo de potência

$$\Delta P_i = P_i^{esp} - P_i^{calc} \quad (6.28)$$

$$\Delta Q_i = Q_i^{esp} - Q_i^{calc} \quad (6.29)$$

devem ser modificadas para que seja possível inserir o parâmetro  $\mu$ , aqui tratado como sendo a carga. Isto pode ser feito expressando-se a demanda e a geração em uma barra como função do parâmetro de carga  $\mu$ . Desta forma, as novas equações para cada barra  $i$  são dadas por

$$\Delta P_i = P_{g_i}(\mu) - P_{l_i}(\mu) - P_{i_i} = 0 \quad (6.30)$$

$$\Delta Q_i = Q_{g_i}(\mu) - Q_{l_i}(\mu) - Q_{t_i} = 0 \quad (6.31)$$

onde

$$P_{t_i} = \sum_{j=1}^n V_i V_j \cos(\theta_i - \theta_j - \alpha_{ij}) \quad (6.32)$$

$$Q_{t_i} = \sum_{j=1}^n V_i V_j \sin(\theta_i - \theta_j - \alpha_{ij}) \quad (6.33)$$

Os subscritos  $g$ ,  $l$  e  $t$  significam geração, carga e perdas respectivamente. Os termos  $P_{l_i}$  e  $Q_{l_i}$  dependem do tipo de modelo de carga.

Representando-se a carga através do modelo não linear *ZIP* (seção 3.7.1.2), a seguinte expressão descreve o comportamento da carga

$$P_{L_i} = P_{LP}(1 + k_{PP}\mu) + P_{LI} \left( \frac{V}{V_0} \right) (1 + k_{IP}\mu) + P_{LZ} \left( \frac{V}{V_0} \right)^2 (1 + k_{ZP}\mu) \quad (6.34)$$

$$Q_{L_i} = Q_{LP}(1 + k_{QQ}\mu) + Q_{LI} \left( \frac{V}{V_0} \right) (1 + k_{IQ}\mu) + Q_{LZ} \left( \frac{V}{V_0} \right)^2 (1 + k_{ZQ}\mu) \quad (6.35)$$

onde

$k_{PP}$ ,  $k_{IP}$ ,  $k_{ZP}$  são constantes que especificam a taxa de variação na parcela de carga ativa na barra  $i$  quando existe uma variação de  $\mu$ .

$k_{QQ}$ ,  $k_{IQ}$ ,  $k_{ZQ}$  são constantes que especificam a taxa de variação na parcela de carga reativa na barra  $i$  quando existe uma variação de  $\mu$ .

Na maioria dos estudos apresentados na literatura, o modelo utilizado é o de injeção de potência constante, o que reduz o modelo das equações (6.34) e (6.35) para

$$P_{L_i} = P_{LP}(1 + k_{PP}\mu) \quad (6.36)$$

$$Q_{L_i} = Q_{LP}(1 + k_{QQ}\mu) \quad (6.37)$$

Um modelo mais completo foi desenvolvido pelo EPRI [10], considerando a variação da carga em função da frequência e da tensão. Este modelo não-linear é descrito por

$$P_{L_i}(\mu) = (1 + K_{L_i}\mu) P_{L_{i0}} \left[ P_{a_i} \left( \frac{V_i}{V_{0i}} \right)^{KP_{V_1}} + (1 - P_{a1}) \left( \frac{V_i}{V_{0i}} \right)^{KP_{V_2}} \right] \quad (6.38)$$

$$Q_{L_i}(\mu) = (1 + K_{L_i}\mu) \left[ P_{L_{i0}} Q_{a_i} \left( \frac{V_i}{V_{0i}} \right)^{KQ_{V_1}} + (Q_{L_{i0}} - P_{L_{i0}} Q_{a1}) \left( \frac{V_i}{V_{0i}} \right)^{KQ_{V_2}} \right] \quad (6.39)$$

onde

$P_{L_{i0}}, Q_{L_{i0}}$  - carga ativa e reativa original na barra  $i$

$K_{Li}$  - é uma constante que especifica a taxa de variação na carga da barra  $i$  quando existe uma variação de  $\mu$

$P_{ai}$  - fração da potência ativa dependente da frequência

$Q_{ai}$  - proporção de carga reativa não compensada para carga ativa

$KPV_1$  - expoente para a carga ativa dependente da frequência

$KPV_2$  - expoente para carga ativa não dependente da frequência

$KQV_1$  - expoente para a carga devido a potência reativa não compensada

$KQV_2$  - expoente para a compensação de potência reativa

Qualquer que seja o modelo de carga utilizado, a componente de geração de potência ativa pode ser modificada para

$$P_{gi}(\mu) = P_{gi0}(1 + \mu K_{gi}) \quad (6.40)$$

onde

$P_{gi}$  é a geração de potência ativa atual na barra  $i$

$P_{gi0}$  é geração de potência ativa na barra  $i$  no caso base

$K_{gi}$  é uma constante que especifica a taxa de variação na geração na barra  $i$  quando existe uma variação de  $\mu$

Conhecendo-se os modelos parametrizados das equações, utiliza-se o método da continuação para a obtenção da resposta das equações. Basicamente, o método da continuação pode ser resumido em quatro fases:

- ▶ Predição
- ▶ Parametrização
- ▶ Correção
- ▶ Ajuste do tamanho do passo de predição

Estas fases são apresentadas em detalhes nas próximas seções.

### 6.9.1.1 Predição

Nesta fase o objetivo é calcular uma aproximação do estado do sistema através de um sistema linear, estimando-se uma solução. Quanto melhor a resposta obtida através da solução predita, menor será o esforço da fase de correção, o que implica em um menor número de iterações para encontrar a solução final do estado do sistema. Basicamente, a tarefa do preditor é, conhecida uma condição inicial  $(y_0, \mu_0)$ , obtida da resolução do caso

base do fluxo de potência dado pela equação (6.28), calcular uma solução aproximada da solução final, através de um sistema linear, tal que

$$(y_i, \mu_i) \rightarrow (\bar{y}_{i+1}, \bar{\mu}_{i+1}) \quad (6.41)$$

Em sistemas de potência são utilizados os preditores baseados no método da tangente e no método da secante.

• *Método da Tangente* [16] :

A predição é calculada derivando-se a equação (6.26) em ambos os lados, com as variáveis do estado  $y = [V, \theta]^T$  em regime permanente correspondendo a solução inicial, obtendo-se o seguinte conjunto de equações lineares

$$\frac{dg}{d\mu}(y, \mu) = \frac{\partial g}{\partial y} \frac{dy}{d\mu} + \frac{\partial g}{\partial \mu} = 0 \quad (6.42)$$

que pode ser reescrita como

$$dg(y, \mu) = \frac{\partial g}{\partial \theta} d\theta + \frac{\partial g}{\partial V} dV + \frac{\partial g}{\partial \mu} d\mu = 0 \quad (6.43)$$

Estas equações podem ser apresentadas na forma matricial como

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial g}{\partial \theta} & \frac{\partial g}{\partial V} & \frac{\partial g}{\partial \mu} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\theta \\ dV \\ d\mu \end{bmatrix} = 0 \quad (6.44)$$

Nota-se que a matriz esquerda é formada pela matriz Jacobiana padrão do fluxo de potência aumentada por uma coluna, enquanto o vetor  $\Delta \vec{u} = [d\theta \ dV \ d\mu]^T$  é o vetor tangente desejado. Isto implica na adição de uma variável desconhecida a formulação padrão do fluxo de potência, o que torna necessário o acréscimo de uma ou mais equações para resolver o sistema. Uma normalização deve ser imposta a fim de garantir um valor não zero a  $\vec{u}$ . A seguinte expressão pode ser utilizada,

$$e_k^T \vec{u} = u_k = 1 \quad (6.45)$$

onde  $e_k$  é um vetor linha de dimensão  $n$  com todos os elementos iguais a zero, exceto o  $k^{th}$  elemento, o qual é feito igual a 1. Através da escolha adequada de  $k$ , e fazendo-se  $u_k = \pm 1$ , tem-se uma norma não zero no vetor tangente, a qual garante que a matriz Jacobiana aumentada não será singular no ponto de máxima transferência de potência (ou máximo carregamento estático) [65]. Portanto, o vetor tangente é determinado pela solução do sistema linear

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial g}{\partial \theta} & \frac{\partial g}{\partial V} & \frac{\partial g}{\partial \mu} \\ & & e_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\theta \\ dV \\ d\mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \pm 1 \end{bmatrix} \quad (6.46)$$



Após o cálculo do vetor tangente obtido pela equação (6.46), a atualização das variáveis considerando a predição é dada por

$$\begin{bmatrix} \theta^{pred} \\ V^{pred} \\ \mu^{pred} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta \\ V \\ \mu \end{bmatrix} + \sigma \begin{bmatrix} d\theta \\ dV \\ d\mu \end{bmatrix} \quad (6.47)$$

onde o sobrescrito *pred* significa ponto predito, e  $\sigma$  é um escalar que determina o tamanho do passo de predição.

Na versão desenvolvida por Cañizares e Alvarado [17], a equação (6.26) é utilizada para calcular a direção do vetor  $\Delta y$  no ponto de equilíbrio situado sobre a variedade de bifurcação e o vetor tangente a esta variedade no ponto de equilíbrio  $(y, \mu)$ . Então, a partir da equação (6.26) tem-se que

$$\frac{\partial g}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \mu} = -\frac{\partial g}{\partial \mu} \quad (6.48)$$

Portanto, a direção do vetor tangente e o passo da predição vem da normalização do vetor tangente, tal que

$$\Delta \mu = \frac{k}{\left\| \frac{dy}{d\mu} \right\|} \quad (6.49)$$

$$\Delta y = \Delta \mu \frac{dy}{d\mu} \quad (6.50)$$

onde  $k \in \mathbb{R}^+$  é uma constante que controla o tamanho do passo de predição. O valor de  $k$  é determinado pela característica do sistema em estudo. A normalização imposta à equação (6.49) tem como vantagem a redução do passo na região da bifurcação estática, pois acontece um aumento da magnitude do vetor tangente nesta região. De acordo com a literatura [17], a utilização de  $k = 1$  tem apresentado bons resultados quando usado em conjunto com a heurística de reduzir o passo pela metade quando limites ou problemas de convergência são encontrados. Se  $k = 1$  o processo de resolução da curva solução é o padrão, se  $k > 1$  o processo será mais rápido, e se  $k < 1$  o processo será mais lento. A referência [177] apresenta um algoritmo para a determinação de um valor ótimo de  $k$ .

Uma vantagem da utilização da técnica do preditor tangente é a possibilidade da obtenção de informações do autovetor direito no ponto de bifurcação estática, já que o vetor tangente converge para este autovetor. O autovetor direito contém informações sobre a sensibilidade de tensão das barras do sistema [80].

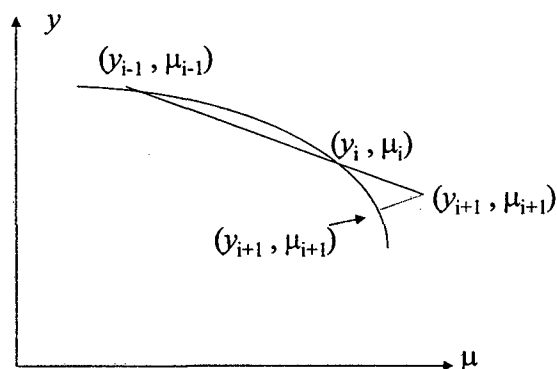
- *Método da Secante* [175] :

Este método usa a secante ao invés de calcular a Jacobiana para o passo de predição. A partir da obtenção de uma solução  $(y_i, \mu_i)$  da equação (6.28), o vetor direção  $\Delta y_{i+1}$  é obtido por uma reta que intercepta a solução anterior  $(y_{i-1}, \mu_{i-1})$  e a solução atual  $(y_i, \mu_i)$ , tal que a

próxima solução predita é calculada como

$$(\hat{y}_{i+1}, \hat{\mu}_{i+1}) = (y_i, \mu_i) + \sigma(y_i - y_{i-1}, \mu_i - \mu_{i-1}) \quad (6.51)$$

onde  $\sigma$  é o tamanho do passo. A representação gráfica do uso da secante é ilustrado na Figura 6.8.



**Figura 6.8** Preditor tipo secante

Este método pode ser mais simples de implementar, mas em geral resulta em algoritmos menos robustos, pois necessita de esquemas bem elaborados de controle de passo para assegurar a estabilidade numérica.

A utilização do preditor baseado na tangente apresenta problemas na região da bifurcação estática, já que o ponto de equilíbrio situado nesta região tem como característica a produção de uma matriz Jacobiana mal condicionada numericamente. Uma maneira de contornar este problema consiste na utilização da técnica de parametrização. A próxima seção descreve esta fase.

### 6.9.1.2 Parametrização

Matematicamente, a parametrização é um tipo de medida na direção do ramo de soluções, que permite identificar cada solução sobre este ramo. Diferentes parametrizações correspondem a diferentes direções de busca através da curva de soluções. Os termos “próxima” e “anterior” utilizados para designar as soluções obtidas no ramo de soluções são quantificados pela introdução de uma parametrização.

O conjunto de equações não-lineares pode ser modificado estabelecendo-se condições analíticas que definam a direção da trajetória da solução predita à solução corrigida. Uma escolha óbvia para o parâmetro é a variável de controle  $\mu$ . Enquanto este parâmetro tem a vantagem de expressar uma relação física, na região da bifurcação estática ele possui

uma desvantagem, visto que neste ponto a direção do vetor de predição é normal ao ramo de solução. Este tipo de parametrização é conhecido como parametrização física.

Para contornar este problema, dois tipos de parametrização são adotados como alternativas:

### 6.9.1.3 Parametrização Local

Este tipo de parametrização é utilizado nas referências [16] [17] [177]. Esta técnica consiste na troca do parâmetro  $\mu$  com a variável de estado  $y_i \in y$  que possui a maior variação (percentual ou absoluta) normalizada no vetor tangente, tal que  $\mu$  torna-se parte das variáveis das equações, enquanto  $y_i$  torna-se o novo parâmetro  $\mu$  da continuação, isto é,

$$\mu = \max \left\{ \left| \frac{\Delta y_i}{y_i} \right|, \left| \frac{\Delta \mu}{\mu} \right| \right\} \quad (6.52)$$

### 6.9.1.4 Parametrização de Comprimento do Arco (arclenght):

Este tipo de parametrização é utilizado para a predição nas referências [76] [175]. Esta técnica é baseada na idéia que as variáveis do sistema e o parâmetro no ponto de equilíbrio podem ser representados como função do comprimento do arco  $s$  do perfil do sistema, isto é, por  $g(y_1(s), \mu_1(s)) = 0$ ,

$$\frac{\partial g}{\partial y} \frac{dy}{ds} + \frac{\partial g}{\partial \mu} \frac{d\mu}{ds} = 0 \quad (6.53)$$

onde o tamanho de arco  $s$  deve satisfazer a condição

$$\left( \frac{dy}{ds} \right)^T \frac{dy}{ds} + \left( \frac{d\mu}{ds} \right)^2 = 1 \quad (6.54)$$

Usando-se as aproximações  $\Delta y \approx dy$ ,  $\Delta \mu \approx d\mu$  e  $k = \Delta s \approx ds$  ( $k \in \mathbb{R}^+$ ), as equações (6.53) e (6.54) tornam-se

$$\frac{\partial g}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial g}{\partial \mu} \Delta \mu = 0 \quad (6.55)$$

$$\Delta y^T \Delta y + \Delta \mu^2 = k \quad (6.56)$$

onde  $k$  é um escalar positivo constante que define o tamanho do arco, e conseqüentemente o tamanho do passo preditor. As equações (6.55) e (6.56) podem ser usadas para calcular o passo preditor ao invés das equações (6.48) e (6.50), com a garantia da não singularidade da Jacobiana no ponto de bifurcação estática.

### 6.9.1.5 Correção

A solução predita calculada anteriormente é um valor aproximado da solução real das equações não lineares, pois o incremento das variáveis é obtido por uma resolução de um sistema linear. Após a predição calcular o estado aproximado  $(\hat{y}_{i+1}, \hat{\mu}_{i+1})$  para a próxima solução  $(y_{i+1}, \mu_{i+1})$ , o erro entre a solução predita e a solução atual (ou final) deve ser calculado resolvendo-se simultaneamente um conjunto de equações não lineares para obter a resposta deste sistema. Este procedimento é conhecido como fase de correção.

O seguinte conjunto de equações[84]

$$\begin{aligned} g(y, \mu) &= 0 \\ \rho(y, \mu) &= 0 \end{aligned} \quad (6.57)$$

é utilizado para atualizar as variáveis de estado do sistema. O primeiro conjunto de equações em (6.57) corresponde às equações do fluxo de potência, as quais apresentam uma singularidade da sua Jacobiana no ponto de bifurcação estática  $(y^*, \mu^*)$ . A segunda equação escalar representa a condição de fase  $\rho : \mathfrak{R}^n \times \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$  que garante a não singularidade na etapa de correção da Jacobiana extendida em todos os pontos de equilíbrio do sistema sobre a variedade de bifurcação. Portanto a matriz Jacobiana extendida pode ser escrita como

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial g}{\partial y} & \frac{\partial g}{\partial \mu} \\ \frac{\partial \rho}{\partial y} & \frac{\partial \rho}{\partial \mu} \end{bmatrix}_{(n+1) \times (n+1)} \quad (6.58)$$

Os trabalhos de Ajjarapu et. al. [16] [177], e Chiang et. al [175] utilizam uma condição de fase baseada na parametrização local do sistema na região do ponto da bifurcação estática. Neste caso, um parâmetro local  $t$  ( $y_i$  ou  $\mu_i \in y$ ), é feito constante, tal que

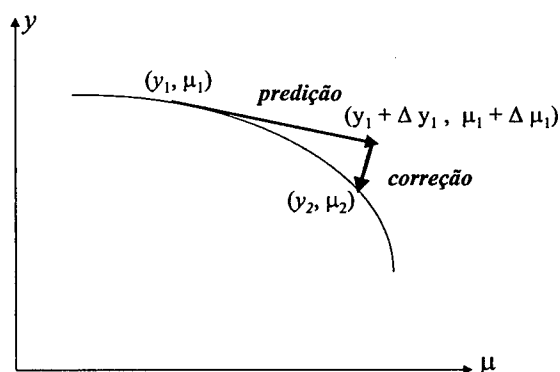
$$\rho(y, \mu) = t - t_1 - \Delta t_1 \quad (6.59)$$

O parâmetro  $t$  é escolhido baseado na parametrização (6.52), o que garante a não singularidade da Jacobiana das equações (6.58).

Uma condição de fase conhecida como interseção perpendicular foi proposta por Iba [174] tendo sido também utilizada nas referências [17] [84]. Esta condição não requer nenhum tipo de parametrização para garantir a não singularidade das equações (6.57) para todos os pontos de equilíbrio do sistema.

Nesta abordagem, é definido um vetor perpendicular a  $\Delta y_1$ , o qual inicia no ponto predito  $(y_1 + \Delta y_1, \mu_1 + \Delta \mu_1)$  e intercepta a variedade de bifurcação no ponto  $(y_2, \mu_2)$ , mostrado na Figura 6.9. Portanto, pode se expressar esta condição como

$$\rho(y, p) = \Delta y_1^T (y_2 - y_1 - \Delta y_1) + \Delta \mu_1 (\mu_2 - \mu_1 - \Delta \mu_1) \quad (6.60)$$



**Figura 6.9** Método da continuação - processo de correção usando interseção perpendicular

Neste caso, determina-se uma projeção perpendicular que passe pelo ponto predito e a curva solução. Graficamente, este processo é mostrado na Figura 6.9. Matematicamente, este processo corresponde a solução simultânea das equações originais do fluxo de potência adicionadas de um parâmetro, sujeitas a restrição que a nova solução seja um hiperplano ortogonal a direção predita. Para a resolução deste conjunto de equações algébricas não lineares pode ser utilizado qualquer método numérico de solução. Por conveniência, o método de Newton-Raphson tem sido utilizado devido a sua consagrada eficiência na solução do problema de fluxo de potência e a sua disponibilidade na maioria dos pacotes em uso no setor elétrico.

Contudo, a introdução de uma linha cheia na matriz Jacobiana deve ser cuidadosamente avaliada durante o processo de fatoração para evitar a degradação da esparsidade da matriz [17] [84].

### 6.9.1.6 Escolha e ajuste do passo de predição

A seleção, ajuste e controle do tamanho do passo de predição é a parte mais crítica para o sucesso de uma implementação satisfatória do método da continuação. Uma das principais razões disto encontra-se no fato de que estes procedimentos não são padrão, pois dependem do tamanho e da topologia do sistema em estudo. A utilização de um passo constante para um conjunto de equações de correção pode levar a falta de solução. Uma alternativa para utilizar-se um passo constante único e assegurar a obtenção de uma solução, seria fazê-lo de pequeno tamanho. Contudo, este procedimento é inviável do ponto de vista computacional, devido ao grande número de iterações, embora proporcione uma condição que garante a robustez do método.

Uma solução para o problema do dimensionamento do passo é a utilização de informações sobre o comportamento da curvatura da curva de solução. Certas regiões desta curva apresentam pequena curvatura e tendem a ser linear, o que torna viável a utilização de um passo largo. Outras regiões tem grande curvatura, exigindo-se então um pequeno passo. A região em torno do ponto de máximo carregamento possui uma grande curvatura, resultando em dificuldades de convergência. No entanto, a implementação do método da continuação deve assegurar a não singularidade da matriz e a convergência adequada mesmo neste ponto.

Existem numerosas variações possíveis para o ajuste do passo de predição no método da continuação. Algumas técnicas utilizam a correção a medida que o processo avança, outras somente o fazem sob certas condições. A estratégia de ajuste é influenciada por uma escolha adequada de uma homotopia e pelo tipo de parametrização usado.

Algumas regras que podem ser seguidas para o desenvolvimento de um algoritmo eficiente para o ajuste do tamanho do passo de predição são:

- Uso do número de iterações da fase de correção como uma referência para o ajuste do passo. Um grande número de iterações significa que a solução predita está afastada da curva solução;
- Uso da informação da curvatura para ajustar o tamanho do passo;
- Quando um caso for não convergente, retornar ao caso anterior e tornar a resolver o mesmo problema com um passo menor.

Estas opções podem ser usadas em combinação. Tomando-se como referência as duas primeiras opções, uma possível regra para o ajuste de passo seria:

- Se o número de iterações (ou curvatura) está abaixo de um valor pré fixado, incremente o passo por um fator adequado;
- Se o número de iterações (ou curvatura) está acima de um valor pré fixado, diminua o passo por um fator adequado.

Contudo, deve ser observado que contínuos ajustes no tamanho do passo são um risco. É importante levar em consideração que é melhor do ponto de vista da robustez do método efetuar um corte drástico no tamanho e um incremento gradual para evitar que não

se obtenha solução. A literatura de análise numérica apresenta vários desenvolvimentos de controle e ajuste do tamanho de passo [76].

Na maioria dos algoritmos baseados no método da continuação aplicado a sistemas de potência, o passo é mantido constante até que o método não obtenha convergência na fase de correção, o que indica que a solução predita está distante da curva solução obtida na fase de correção. A prática comum, na situação onde o método não obtém convergência na fase de correção, é retroagir o algoritmo para a fase de predição anterior e usar um passo equivalente a metade do passo utilizado, e assim sucessivamente até que o método obtenha solução, isto é, convirja na fase de correção. A indicação que o ponto crítico (sela-nó estático) foi atingido é dada pelo componente do vetor tangente correspondente a variável da continuação, o qual será zero para esta situação.

Neste trabalho foi utilizada uma heurística para o controle do passo baseado em informações obtidas da análise modal. Sabe-se que a convergência do método da continuação é afetada quando algum dos geradores do sistema em estudo atingem o seu limite de fornecimento de potência reativa. Desta forma, quando algum limite de tensão de campo ou potência aparente da armadura é atingido na análise modal, a informação é passada para o método da continuação, de tal forma que o passo de predição é reduzido. Esta redução depende do sistema em estudo. Resultados promissores foram obtidos com redução entre 5 e 20 % do tamanho do passo. Se o processo divergir com a redução obtida desta informação, o passo é então reduzido em 50%, e assim sucessivamente até que o método convirja.

### **6.9.2 Detecção dinâmica através da Análise Modal**

A detecção da bifurcação sela-nó de um sistema do tipo algébrico-diferencial consiste no monitoramento dos autovalores reais da matriz de estado do sistema, de tal forma que quando um autovalor tornar-se zero tem-se a presença da bifurcação sela-nó no sistema. Para realizar esta tarefa, utiliza-se neste trabalho a análise modal.

A análise modal de um sistema dinâmico, também conhecida como análise da estabilidade dinâmica de sistemas de potência, baseia-se no estudo dos autovalores do sistema linearizado em torno de um ponto de operação [12]. A linearização do sistema dinâmico em torno de um ponto de operação faz com que a análise seja válida somente para variações infinitesimais ao redor deste ponto. Desta forma, a análise modal da estabilidade de tensão equivale à análise da estabilidade de tensão a pequenos distúrbios, conforme a definição 2.1.

As etapas da análise modal podem ser resumidas na formação da matriz Jacobiana do sistema, determinação da matriz de estados e cálculo dos autovalores e autovetores.

A matriz Jacobiana do sistema corresponde ao resultado da linearização do sistema (2.4) de acordo com

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{x} \\ 0 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix}}_J \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix} \quad (6.61)$$

Os valores de equilíbrio das variáveis algébricas  $y$  normalmente são obtidos a partir da solução de um fluxo de potência. As variáveis de estado  $x$ , por sua vez, podem ser calculadas assumindo-se nulas as derivadas nas respectivas equações diferenciais. Caso haja alguma restrição de desigualdade nas relações de equilíbrio das equações diferenciais, tais como limites de potência reativa nos geradores e taps nos LTCs, esta também deverá ser incluída na determinação das condições iniciais das variáveis algébricas.

As equações algébricas podem ser montadas a partir da formulação por balanço de correntes ou de potências, com a seguinte distinção:

► *balanço de correntes* [49]. O conjunto das variáveis  $\Delta y$  pode ser particionado de tal forma que  $\Delta y = [\Delta y_1, \Delta y_2]^T$ . Considera-se que o sistema seja composto por  $l$  motores de indução,  $m$  geradores e  $n$  barras. Segundo Martins [49],  $\Delta y_1$  representa as injeções de corrente  $\Delta I d_i$  e  $\Delta I q_i (i = 1, \dots, l + m)$  dos geradores e motores de indução e  $\Delta y_2$  representa as tensões  $\Delta V_{rei}$  e  $\Delta V_{imi} (i = 1, \dots, n)$  das barras do sistema. O conjunto de  $\Delta y_1$  consiste de  $2(l + m)$  variáveis e  $\Delta y_2$  de  $2n$  variáveis, totalizando  $2(l + m + n)$  variáveis para  $2(l + m + n)$  equações algébricas

► *balanço de potências* [12]. A partição de  $\Delta y$  é a mesma que no caso anterior, diferindo apenas no aspecto de que  $\Delta y_1$  consiste de  $\Delta I d_i$  e  $\Delta I q_i (i = 1, \dots, l + m)$ ,  $\Delta P_i$ ,  $\Delta Q_i (i = 1, \dots, n)$ ,  $\Delta V_i (i = 1, \dots, m)$  e  $\Delta \theta_1$  correspondendo à barra de folga, e  $\Delta y_2$  é o conjunto das variáveis do fluxo de potência convencional, com  $\Delta V_i (i = m + 1, \dots, n)$  e  $\Delta Q_i (i = 2, \dots, n)$ . O conjunto de  $\Delta y_1$  consiste, desta forma, de  $2l + 3m + 2n + 1$  variáveis e  $\Delta y_2$  de  $2n - m - 1$  variáveis, totalizando  $2l + 2m + 4n$  variáveis para  $2l + 2m + 4n$  equações algébricas,  $2n$  a mais do que no método das correntes.

O arranjo que Rajagopalan apresenta [12] permite que a submatriz  $J_4$  seja particionada de acordo com

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{x} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & & J_2 \\ & J_{41} & J_{42} \\ J_3 & & J_{FP} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y_1 \\ \Delta y_2 \end{bmatrix} \quad (6.62)$$

onde  $J_{FP}$  corresponde à matriz Jacobiana do fluxo de potência convencional.



Embora a metodologia apresentada por Martins [49] utilize um menor número de variáveis algébricas, o presente trabalho adota o procedimento indicado por Rajagopalan [12], sendo este modificado para excluir as variáveis de conexão  $\Delta I_{di}$  e  $\Delta I_{qi}$  do conjunto das variáveis algébricas (as equações diferenciais dos geradores são adaptadas para permitir esta alteração). O resultado deste procedimento é uma matriz Jacobiana  $J$  formada pelas submatrizes utilizadas por Schlueter [146] na avaliação das diversas bifurcações que ocorrem no sistema algébrico-diferencial. A exclusão das variáveis  $\Delta I_{di}$  e  $\Delta I_{qi}$  permite um total de  $4n$  variáveis para  $4n$  equações algébricas.

A matriz de estados do sistema pode ser obtida partindo-se da consideração de que se existe a inversa da matriz  $J_4$ , a eliminação das variáveis algébricas pode ser efetuada de tal forma que

$$\Delta \dot{x} = (J_1 - J_2 J_4^{-1} J_3) \Delta x = A \Delta x \quad (6.63)$$

onde  $A$  é a matriz de estados ou matriz Jacobiana reduzida do sistema.

A análise da estabilidade dinâmica pode ser realizada através do estudo dos autovalores da matriz  $A$ . Sejam  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$  os autovalores da matriz  $A$ , calculados a partir da relação

$$\det(sI - A) = 0 \quad (6.64)$$

A solução do sistema (6.63) é dada por

$$x(t) = \sum_{i=1}^n c_i e^{\lambda_i t} v_i \quad (6.65)$$

onde  $v_i$  é o autovetor à direita associado a  $\lambda_i$ , e  $c_i, i = 1, \dots, n$ , são constantes que dependem das condições iniciais. Os termos do tipo  $c_i e^{\lambda_i t} v_i$  constituem os modos do sistema. O sistema (6.63) é estável se e somente se todos os autovalores de  $A$  estão no semi-plano esquerdo aberto do plano  $s$ , ou seja, possuem parte real negativa.

Na análise de sistemas elétricos de grande porte, uma tarefa árdua é o cálculo dos autovalores/autovetores deste sistema. Até há pouco tempo, os modos de interesse eram os associados a oscilações eletromecânicas entre geradores. Com o advento do aparecimento de problemas relativos a instabilidade de tensão, os modos associados à tensão e dispositivos que efetuam seu controle (RAT, CER,...) passaram a ser de interesse. Desta forma, a análise modal da estabilidade de tensão, a qual equivale à análise da estabilidade de tensão a pequenos distúrbios, passou a ser uma ferramenta importante para análise destes problemas, conforme descrito na seção anterior.

Como o problema de estabilidade de tensão está associado à presença de um autovalor real nulo, no caso do colapso de tensão devido a bifurcação sela-nó, ou a um

par de autovalores imaginários com baixa frequência, no caso de instabilidade oscilatória devido a bifurcação de Hopf, o cálculo parcial de autovalores/autovetores é uma solução que apresenta uma grande vantagem computacional, pois não é necessário conhecer o valor numérico da maior parte dos autovalores de um sistema dinâmico de grande porte. O método de solução simultaneas é um método robusto e eficiente para cálculo de múltiplos autovalores/autovetores, o que garante sua utilidade neste tipo de abordagem. Neste trabalho foi utilizado o método Bi-Iteration, o qual é apresentado em detalhes no Apêndice D.

### 6.9.3 Método Direto para Detecção da Bifurcação Sela-nó Considerando um Sistema AD

Na seção 4.2.8.1 é apresentado um método direto para determinação da bifurcação sela-nó encontrado na literatura. Este método utiliza o conjunto de equações algébricas não-lineares do fluxo de potência,  $g(y, \mu) = 0$ , sendo que o sistema original de  $n$  equações é transformado em um sistema de  $2n + 1$  equações, formando o que se chama de sistema aumentado de equações, e assegurando a obtenção de uma resposta [18] [19] [20] [86] [87]. Esta modelagem não inclui os efeitos da dinâmica do sistema, já que apenas as equações do fluxo de potência são consideradas. No decorrer deste trabalho de tese foram feitos esforços no sentido de avaliar a possibilidade de aplicação de um método direto para determinar a bifurcação sela-nó de um sistema algébrico-diferencial. Apresenta-se a seguir, a formulação utilizada neste estudo.

Seja

$$\begin{aligned} f &= \begin{cases} \dot{x} = f_1(x, y, \mu) \\ 0 = f_2(x, y, \mu) \end{cases} \\ 0 &= w \frac{\partial f}{\partial \mu} \\ 1 &= \|w\|_{\infty} \end{aligned} \quad (6.66)$$

onde  $x \in \mathbb{R}^m$  é um vetor de variáveis de estado,  $y \in \mathbb{R}^n$  é um vetor de variáveis algébricas,  $\mu \in \mathbb{R}^p$  é um vetor de parâmetros do sistema,  $f_1 : \mathbb{R}^{m+n+k} \rightarrow \mathbb{R}^m$  é um campo vetorial e  $f_2 : \mathbb{R}^{m+n+k} \rightarrow \mathbb{R}^n$  é um vetor de funções, sendo  $f$  e  $g$  suaves ( $C^p, p \geq 1$ ),  $w$  é o autovetor a direita e  $\frac{\partial f}{\partial \mu}$  a Jacobiana de  $(f)$ .

Para esta topologia, considerando o método direto apresentado na seção 4.2.8.1, tem-se o seguinte número de equações:

►  $6m + 3n + 1$  funções ( $f$ ) que representam as equações do sistema,  $6m + 3n + 1$  equações referentes a  $w$  mais uma equação.

Para avaliar esta proposta, foram realizados testes em um sistema de pequeno porte, composto por duas barras, com as seguintes características: gerador representado pelo modelo III (Seção 3.2.5), regulador de tensão tipo DC1 (Seção 3.3.1) e carga representada por injeção de potência constante. Sendo  $m = 1$  (número de geradores) e  $n = 2$  (número de barras), tem-se  $(6m + 3n + 1) + (6m + 3n + 1) + 1$  equações para serem resolvidas simultaneamente. Considerando o tamanho do sistema utilizado, com  $m = 1$  e  $n = 2$ , tem-se um total de 27 equações. Pode-se notar pelo número de equações envolvidas que a aplicação de um método direto baseado neste algoritmo é bastante complexa, principalmente se forem considerados sistemas de ordem mais elevada. A determinação de um autovetor com  $(6m + 3n + 1)$  entradas é uma tarefa difícil de ser executada quando é considerada a modelagem AD.

Desta forma, conclui-se que o método desenvolvido, baseado na modelagem do sistema de equações (6.66), é inadequado pelo alto custo computacional, problemas de convergência e dificuldade em estimar-se condições iniciais adequadas. Futuras pesquisas devem ser desenvolvidas no sentido de encontrar melhores algoritmos matemáticos e técnicas computacionais mais eficientes para a resolução deste tipo de problema.

## 6.10 Conclusões

Este Capítulo foi dedicado ao estudo da bifurcação sela-nó. Um estudo sobre quais as principais causas de sua manifestação em sistemas de potência, e em especial sua influência no processo de instabilidade de tensão foi avaliado. Melhorias em modelos estáticos e em modelos dinâmicos foram propostas. Apresentou-se uma contribuição no sentido de descrever o efeito de limites e sua influência no aparecimento da bifurcação sela-nó. Uma metodologia baseada no método da continuação, para detecção estática e para prover condições iniciais adequadas a análise modal, a qual foi utilizada para detecção dinâmica da bifurcação sela-nó, foi apresentada. Finalmente, foi apresentado um método para determinação direta da bifurcação sela-nó de um sistema algébrico-diferencial.

No próximo Capítulo são apresentados os resultados numéricos obtidos da aplicação da metodologia apresentada. Os resultados são discutidos e analisados, efetuando-se comparações a fim de validar a metodologia

# Capítulo 7

## Resultados

### 7.1 Introdução

Neste Capítulo são apresentados os resultados obtidos com a aplicação da metodologia desenvolvida nesta tese, descrita no Capítulo 6. Comparações e análises críticas da utilização de uma abordagem estática baseada no Método da Continuação, com e sem cálculo detalhado de limites de potência reativa, e uma abordagem dinâmica baseada na teoria de bifurcações com modelagem de limitadores da tensão de campo são apresentadas. Os resultados foram obtidos através da utilização de 5 programas computacionais, 3 deles desenvolvidos no laboratório de sistemas de potência (Labspot) da UFSC (CONTDIN - método da continuação com representação detalhada de limites de potência reativa e modelos de carga variáveis com a tensão, AMET - análise modal com representação analítica de limitadores de tensão de campo e modelos de carga variáveis com a tensão, sendo que o cálculo dos autovalores e autovetores é realizado utilizando-se o método bi-iteration (o qual permite avaliar somente os autovalores dentro de uma faixa de interesse - Apêndice E) e o WSIMSP - simulação não-linear no domínio do tempo) e dois desenvolvidos no Centro de Pesquisas em Energia Elétrica (CEPEL) da Eletrobras (ANAREDE<sup>©</sup> – cálculo do fluxo de potência e do equivalente e ANATEM<sup>©</sup> simulação não-linear no domínio do tempo).

São utilizados três sistemas de diferente porte para os estudos de estabilidade de tensão. O primeiro é o sistema conhecido na literatura como WSCC ou Anderson-Fouad

[172] . O segundo é o sistema teste New England [178] . Por último, foram executados estudo em um sistema realístico de grande porte, que representa um equivalente do sistema Sul.

Existem várias formas de analisar o comportamento de um sistema de potência em estudos que envolvam estabilidade de tensão. Pode-se aumentar uniformemente a demanda (ativa e reativa) de todas as barras de carga do sistema, ou então aumentar apenas a demanda ativa e/ou reativa de uma barra considerada crítica, mantendo ou não constante o fator de potência. Do ponto de vista da geração, o aumento de carga pode ser compensado pelas barras *PV*, através de fatores de participação de geração de cada usina, ou pela barra de folga do sistema, desde que esta barra seja uma barra com capacidade de suportar o aumento adicional de carga. Dependendo do tipo de análise, devem ser adotados modelos com maior ou menor grau de detalhamento, de tal forma que os efeitos envolvidos no processo que conduz a instabilidade de tensão possam ser capturados adequadamente.

Nesta monografia, foram utilizadas as seguintes estratégias de aumento da demanda:

- ▶ A partir do caso base aumenta-se a demanda ativa e reativa, mantendo o fator de potência constante, de todas as barras de carga, utilizando-se injeção de potência constante para representar o modelo da carga.

- ▶ Seleciona-se uma barra crítica, e então aumenta-se a demanda ativa e reativa nesta barra, mantendo o fator de potência constante, até que o sistema atinja o ponto de sela-nó. Para esta condição foram utilizados três modelos para representar a carga da barra: injeção de potência constante, impedância constante e motor de indução.

- ▶ A geração adicional é suprida pela barra de folga do sistema.

A seguir, apresenta-se os resultados da aplicação da metodologia nos sistemas testes utilizados.

## 7.2 Sistema 9 Barras

Este sistema foi escolhido por ser tradicionalmente utilizado em estudos de estabilidade de tensão, o que facilita a validação e comparação dos resultados obtidos. Este sistema é composto de 9 barras, sendo 3 barras de geração, 3 barras de carga e 9 linhas de transmissão. No Apêndice E são apresentados os dados que foram modificados para efeito de simulação neste trabalho.

### 7.2.1 Avaliação Estática

Inicialmente o sistema é analisado sem limitação de potência reativa gerada. É escolhida uma direção de aumento de demanda para as barras de carga. São utilizadas duas condições de incremento de carga: em todas as barras do sistema e em uma barra escolhida como crítica. Para este exemplo, a barra 8 é a escolhida. Isto tem por objetivo avaliar o comportamento da metodologia para a condição em que todo o sistema está “estressado” e para a condição em que somente uma área sofre aumento de carga, de tal forma a tentar reproduzir as condições de instabilidade de tensão global e local. Este estudo é executado com o auxílio do método da continuação em sua versão tradicional e na versão em que o cálculo da potência reativa gerada é feito considerando o modelo do gerador e do regulador de tensão. O aumento da demanda é realizado desde o caso base até o ponto onde ocorre o aparecimento da bifurcação sela-nó estática. Neste ponto acontece o máximo carregamento, o qual é determinado quando o autovalor dominante é zero.

Para o sistema teste Anderson-Fouad, na condição em que não existe limitação de potência reativa gerada, o ponto onde ocorre a bifurcação sela-nó estática corresponde a 4,67 pu de demanda, na condição em que somente a carga da barra 8 é aumentada e a 2,37 pu quando o aumento envolve todas as barras de carga do sistema. Como as máquinas não possuem limitação de geração reativa, este tipo de estudo serve somente como um exemplo ilustrativo a título de comparação. Para ambas as condições a barra crítica é a barra 8.

A próxima avaliação será efetuada considerando uma modelagem mais detalhada para o cálculo da potência reativa gerada, utilizando a modelagem apresentada na seção 6.6.2. Os resultados obtidos serão comparados com a condição de teste anteriormente utilizada.

A Tabela 7.5 sintetiza os resultados obtidos através da utilização da avaliação estática sem representação de limites e com a utilização da representação detalhada, para aumento de carga em todas as barras (barras PQ) e para um aumento na barra 8. Em ambos os casos o modelo de carga utilizado foi potência constante.

**Tabela 7.5** Avaliação estática, com e sem representação detalhada dos limites de potência reativa, para aumento em todas as barras de carga e aumento localizado na barra.

Método da Continuação	Limites	Abertos	Limites	Modelados
	Barras PQ	Barra 8	Barras PQ	Barra 8
Máximo carregamento (pu)	2,370	4,671	1,852	2,862
Tensão na barra crítica (pu)	0,856	0,630	0,899	0,929

O gerador 2 atinge seu limite de potência reativa para uma demanda de 2,86 pu. Os demais geradores não atingem seus limites de potência reativa.

## 7.2.2 Avaliação Dinâmica

A próxima avaliação será efetuada utilizando-se uma metodologia baseada na teoria de bifurcações, com representação dos limites da tensão de campo do regulador de tensão. O método da continuação com cálculo dinâmico dos limites de potência reativa gerada será utilizado para a obtenção das condições iniciais da análise modal.

**Tabela 7.6** Resultados da avaliação dinâmica do máximo carregamento, com representação dos limites de potência reativa, para aumento em todas as barras de carga e aumento localizado na barra 8

Análise Dinâmica	Limites Modelados	
	Barras PQ	Barra 8
Máximo carregamento (pu)	1,852	3,009
Tensão na barra crítica (pu)	0,899	0,9242

O máximo carregamento estável está associado ao ponto de aparecimento da bifurcação sela-nó do sistema AD que representa o sistema completo. A Tabela 7.6 mostra as condições de máximo carregamento em que ocorre a bifurcação sela-nó quando é utilizada a representação dinâmica do sistema.

Para as condições em que não são consideradas a modelagem dos limitadores, o máximo carregamento do sistema é determinado pelas condições do método da continuação.

Para a condição em que os limites são modelados, o máximo carregamento global (todas as barras PQ) e o máximo carregamento local (barra 8), são os mesmos encontrados com o método da continuação utilizando modelagem detalhada. Isto significa que o máximo carregamento do sistema é atingido antes que haja atuação dos limitadores de tensão de excitação dos geradores. Para o caso de um aumento localizado de carga, a limitação ocorre devido a dinâmica dos geradores. Assim como na situação anterior, o gerador 2 atinge seu limite de potência reativa para uma demanda de 2,86 pu. Os demais geradores não atingem seus limites de potência reativa.

Para o caso deste sistema, a modelagem detalhada para simular o comportamento da atuação de limites utilizada no método da continuação mostrou-se satisfatória, pois identificou o ponto de ocorrência da bifurcação sela-nó na vizinhança do ponto de bifurcação sela-nó obtido com a representação completa do sistema.

A fim de se avaliar o efeito da modelagem da carga na condição de instabilidade dinâmica do sistema, são realizadas simulações utilizando-se três modelos para representar a carga da barra 8: potência constante, impedância constante e motor de indução. Os dados

dos parâmetros do motor de indução são obtidos de um modelo equivalente para representar a carga da barra. A Tabela 7.7 sintetiza os resultados obtidos.

**Tabela 7.7** Condições de instabilidade dinâmica de tensão considerando modelo de carga

Modelo de Carga	Condições de Instabilidade		
	Carregamento na	Tensão na	Autovalor
	Barra 8 (pu)	Barra 8 (pu)	Dominante
Potência Constante	3,0083	0.90435	0.000280
Impedância Constante	5,1548	0.70657	-0.008138
Motor de Indução	3,0619	0.90521	0.000361

Na próxima análise, Tabela 7.8, são realizadas simulações utilizando-se a as diversas modelagens propostas para representar o efeito dos limitadores de tensão do sistema de excitação e considerando-se os modelos para representação da carga apresentados anteriormente. A Tabela 7.8 mostra ainda que o nível de carregamento em que foi detectada a bifurcação sela-nó, considerando os diversos modelos propostos para representar o efeito dos limitadores de tensão de campo foram semelhantes.

**Tabela 7.8** Máximo carregamento estável considerando modelagem dos limites de tensão de campo e modelo de carga

Modelo de Tratamento dos Limites	Máximo Carregamento	Estável
	Considerando <i>Pcte</i>	Modelo de <i>Zcte</i> Carga <i>MI</i>
Chaveamento	3,0120	5,1548 3,0634
Série de Fourier	3,0083	5,1548 3,0619
Série de Potência	3,0105	5,1548 3,0628
Tangente Hiperbólica	2,9934	5,1548 3,0559

Os resultados das Tabelas 7.7 e 7.8 mostram que a modelagem da carga através de potência constante e motor de indução conduzem ao aparecimento da bifurcação sela-nó em um valor de carregamento muito próximo. Isto explica-se pelo fato do motor de indução possuir um comportamento semelhante a potência constante em regime permanente. Por outro lado, o nível de carregamento em que é detectado o aparecimento da bifurcação sela-nó quando a carga é representada como impedância constante é bem mais elevado. Isto deve-se ao fato de que a própria característica da carga, a qual sofre redução com a queda da tensão, ajuda a aliviar o carregamento.

Outra avaliação realizada refere-se ao estudo dos fatores de participação (Apêndice D) que possuem maior influência sobre o autovalor crítico que origina a bifurcação sela-nó. A Tabela 7.9 apresenta os principais fatores de participação (4 mais significantes) para diferentes formas de representação de limitadores de tensão de campo. O modelo de carga



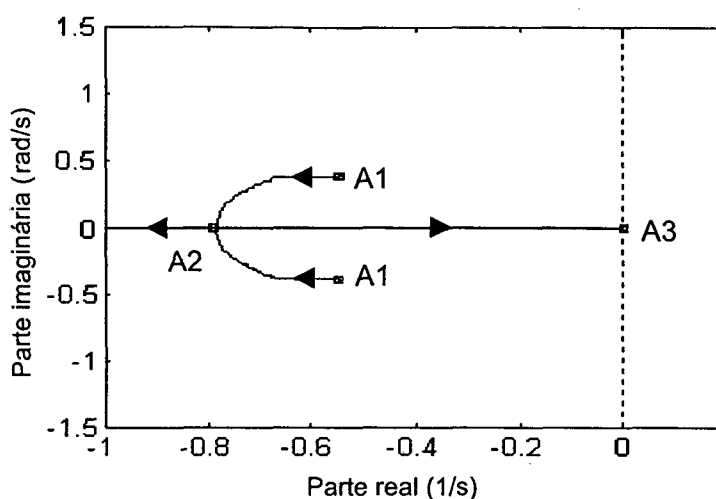
utilizado para ilustração é o de injeção de potência constante, pois trata-se do modelo de carga mais pessimista. Estes dados permitem avaliar as variáveis de estado que mais influenciam o autovalor dominante. Pode-se notar que o autovalor dominante que conduz o sistema para a condição crítica de operação está fortemente associado às tensões internas dos geradores. Isto demonstra a importância da utilização de modelos que assegurem uma representação adequada da atuação dos limites do sistema de excitação da máquina.

**Tabela 7.9** Fatores de participação críticos para a instabilidade dinâmica de tensão em função do modelo de limitadores.

Modelo de Tratamento dos Limites	Condições de Instabilidade Barra 8 (Carga Pcte)		
	Carregamento na Barra 8 (pu)	Autovalor dominante	Fatores de Participação e Variáveis de Estado Associadas
Chaveamento	3.0120	0.002334	0.6643 ger2 $E'q$ 0.2525 ger3 $E'q$ 0.0549 ger1 $E'q$ 0.0198 rat1 $Vf_1$
Tangente Hiperbólica	2,9934	0.00005	0.7014 ger2 $E'q$ 0.2196 ger3 $E'q$ 0.0503 ger1 $E'q$ 0.0174 rat1 $Vf_1$
Série de Fourier	3,0083	0.00028	0.7123 ger2 $E'q$ 0.2075 ger3 $E'q$ 0.0500 ger1 $E'q$ 0.0175 rat1 $Vf_1$
Série de Potência	3,0105	0.00046	0.7135 ger2 $E'q$ 0.2059 ger3 $E'q$ 0.0501 ger1 $E'q$ 0.0175 rat1 $Vf_1$

Através da Figura 7.1 é possível avaliar a trajetória do autovalor dominante da condição inicial até o ponto de bifurcação sela-nó, onde ocorre o máximo carregamento estável. Na condição inicial de simulação, representada pelo caso base, o autovalor dominante encontra-se na posição A1 e possui forma complexa. A medida que a demanda do sistema aumenta, ocorre o aparecimento de uma bifurcação nó-foco, representada pelo ponto A2. Neste ponto, um dos autovalores reais afasta-se do eixo imaginário e o outro autovalor real, que representa o autovalor dominante, vai em direção ao eixo imaginário. No ponto A3, quando a demanda da barra 8 corresponde a 3.0083 pu, origina-se uma bifurcação sela-nó. Além deste ponto, o sistema apresentará instabilidade de tensão, considerando o modelo de carga injeção de potência constante.

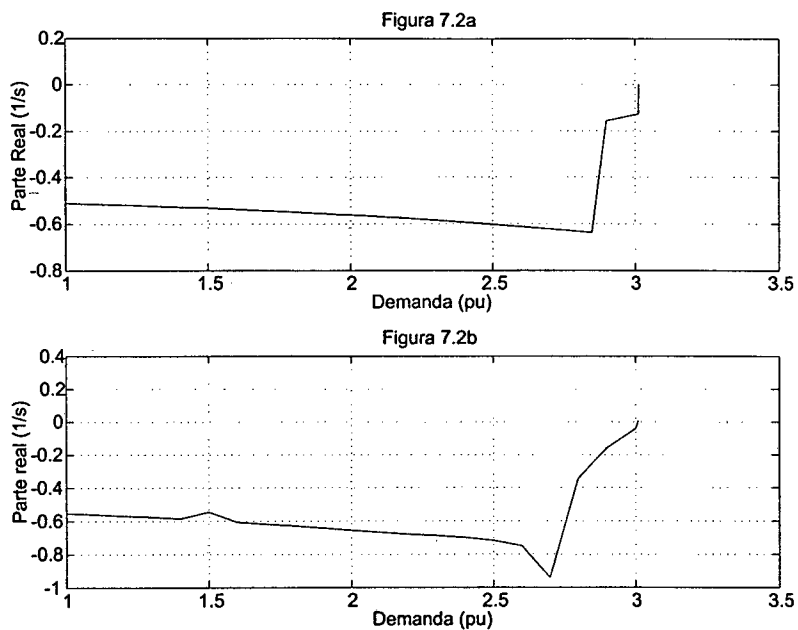
Como ilustração das potencialidades da metodologia, as Figuras 7.2a e 7.2b apresentam a trajetória do autovalor real dominante, do caso base até o ponto onde ocorre a



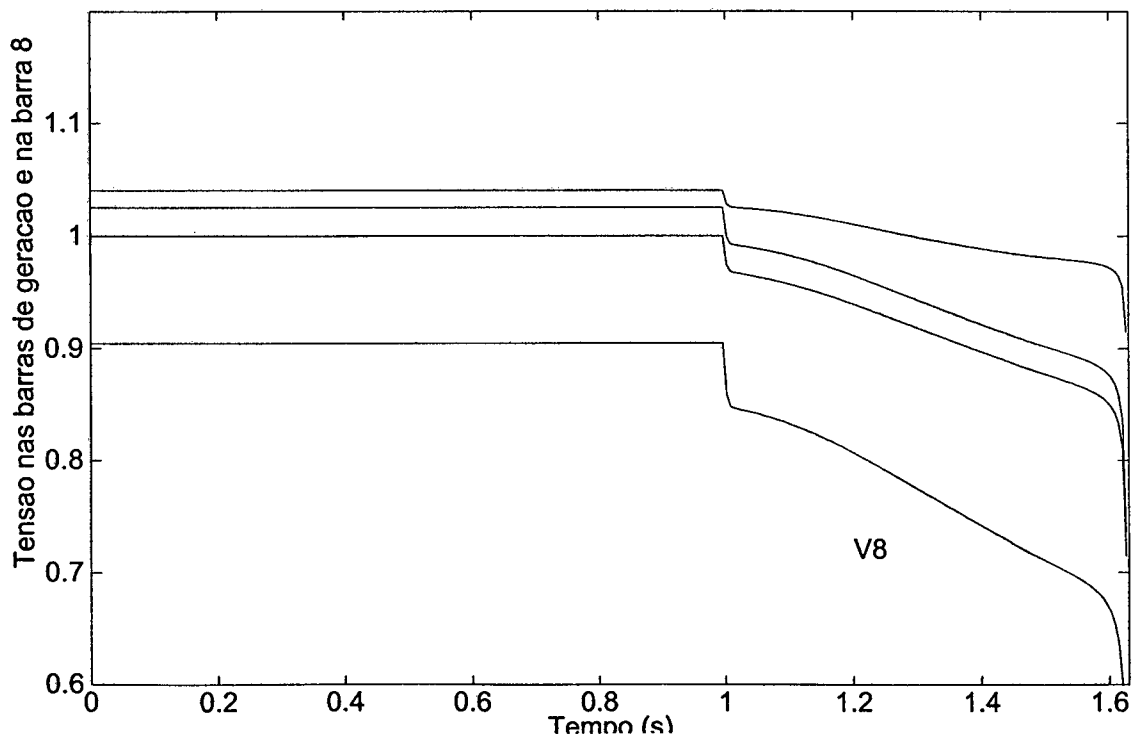
**Figura 7.1** Trajetória do autovalor dominante em função do aumento da demanda.

bifurcação sela-nó. A Figura 7.2a apresenta a trajetória do autovalor real dominante quando é utilizado o modelo de chaveamento de equações para representar a atuação dos limitadores. Nesta situação aparecem descontinuidades devido ao modelo utilizado. Pode-se notar que na Figura 2b a trajetória do autovalor dominante é mais suave (limites modelados através de Série de Fourier), pois a função é contínua em todo o seu domínio.

Como forma de corroborar os resultados obtidos através das análises anteriores, apresenta-se na Figura 7.3 a resposta da simulação não-linear. Deve-se ressaltar neste ponto que o distúrbio aplicado é de pequena intensidade, suficiente somente para perturbar o ponto de equilíbrio do sistema, já que a análise da estabilidade através de autovalores do sistema linearizado assegura estabilidade para pequenos distúrbios. Neste caso, o distúrbio corresponde a uma perturbação representada pelo acréscimo de 1% na demanda da barra 8, quando o sistema encontra-se no limite da estabilidade de tensão.



**Figura 7.2** Trajetória da parte real do autovalor dominante em função da demanda ativa. a) chaveamento de equações. b) Série de Fourier.



**Figura 7.3** Tensões nas barras de carga e de geração.

## 7.3 Sistema de 39 Barras

Este sistema teste é composto de 46 linhas de transmissão e transformadores e 39 barras, das quais 10 são barras de geração e 17 são barras de carga. As etapas de análise do processo de instabilidade de tensão para este sistema teste são idênticas às adotadas na seção anterior. Inicialmente é executada uma análise estática, seguida de uma avaliação dinâmica do problema e por fim é realizada uma simulação não-linear para validar os resultados obtidos com as análises anteriores.

### 7.3.1 Avaliação Estática

As condições de estudo são aumento de demanda com fator de potência constante em todas as barras de carga do sistema e aumento localizado de demanda, sendo neste estudo selecionada a barra 21. A Tabela 7.10 sintetiza os resultados obtidos. Em ambos os casos o modelo de carga utilizado foi potência constante.

**Tabela 7.10** Avaliação estática, com e sem representação detalhada dos limites de potência reativa, para aumento em todas as barras de carga e aumento localizado na barra 21.

Método da Continuação	Limites Abertos		Limites Modelados	
	Barras PQ	Barra 21	Barras PQ	Barra 21
Máximo carregamento (pu)	1,410	6,671	1,397	6,108
Tensão na barra crítica (pu)	0,745	0,630	0,801	0,902

### 7.3.2 Avaliação Dinâmica

Nesta avaliação, o máximo carregamento estável está associado ao ponto de aparecimento da bifurcação sela-nó do sistema AD que representa o sistema completo. A Tabela 7.11 mostra as condições de máximo carregamento em que ocorre a bifurcação sela-nó quando é utilizada a representação dinâmica do sistema.

Para o caso onde os limites são modelados, ocorre a atuação de limites em dois geradores. O gerador 33 já parte com seus limites de tensão de excitação alcançados para ambos os casos. O gerador 34 alcança seu limite quando o carregamento do sistema corresponde a 1,3382 pu.

Com os resultados obtidos através da análise estática e da análise dinâmica, pode-se tirar algumas conclusões importantes: com a utilização de modelos detalhados para representar a limitação de potência reativa do gerador no método da continuação, os

**Tabela 7.11** Avaliação dinâmica do máximo carregamento, com representação dos limites de potência reativa, para aumento em todas as barras de carga e aumento localizado na barra 21.

Análise Dinâmica	Limites Modelados	
	Barras PQ	Barra 21
Máximo carregamento (pu)	1,3382	6,024
Tensão na barra crítica (pu)	0,8964	0,892

resultados entre as duas abordagens são próximos (erro de 4,39% para um aumento global e 1,39% para o aumento local).

Como a bifurcação sela-nó está associada principalmente ao esgotamento de fontes de reativo e capacidade de transmissão de potência reativa, uma representação mais detalhada da limitação de potência reativa nos geradores, considerando modelos de regime permanente do gerador e seu respectivo regulador de tensão, mostrou-se satisfatória no sentido de aproximar o ponto onde ocorre a bifurcação sela-nó estática do ponto onde ocorre a bifurcação sela-nó considerando o modelo completo do sistema.

Embora os resultados obtidos com a abordagem estática estejam próximos dos obtidos com a abordagem dinâmica, eles não permitem a identificação de outros tipos de bifurcações além da sela-nó. Sabe-se, entretanto, que a detecção de outros tipos de bifurcações são importantes para avaliar um cenário de instabilidade de tensão, como por exemplo a bifurcação de Hopf.

A fim de avaliar o efeito da modelagem da carga na condição de instabilidade dinâmica do sistema, são realizadas simulações utilizando-se três modelos para representar a carga da barra 21: potência constante, impedância constante e motor de indução. Os valores dos parâmetros do motor de indução são obtidos de um modelo equivalente para representar a carga da barra. A Tabela 7.12 sintetiza os resultados obtidos.

Como na análise apresentada na seção 7.2.1, os resultados da Tabela 7.12 permitem verificar que a modelagem da carga através de potência constante e motor de indução

**Tabela 7.12** Condições de instabilidade de tensão considerando diferentes modelos de carga

Modelo de Carga	Condições de Instabilidade		
	Carregamento na Barra 21 (pu)	Tensão na Barra 21 (pu)	Autovalor Dominante
Potência Constante	6,0243	0.8902	0.000280
Impedância Constante	8,1161	0.8785	-0.008138
Motor de Indução	6,1648	0.8949	0.000361

conduzem ao aparecimento da bifurcação sela-nó em um valor de carregamento muito próximo.

Da mesma forma que na seção 7.2.1, o nível de carregamento em que é detectado o aparecimento da bifurcação sela-nó quando a carga é representada como impedância constante mostrou-se superior a condição em que a carga é modelada como potência constante e motor de indução.

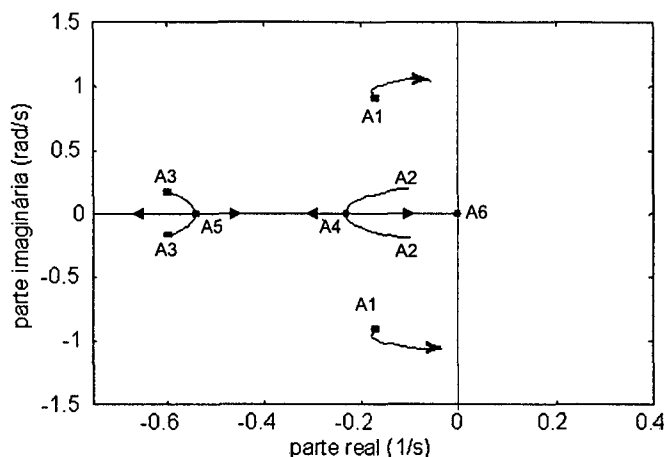
A Tabela 7.13 apresenta os autovalores críticos e os fatores de participação (Apêndice D) mais relevantes associados a condição em que ocorre o aparecimento da bifurcação sela-nó no modelo dinâmico. As cargas foram modeladas como injeção de potência constante.

**Tabela 7.13** Fatores de participação críticos para a instabilidade dinâmica de tensão em função do modelo de limitadores.

Modelo de Tratamento dos Limites	Condições de Instabilidade		Autovalor Crítico	Barra 21(Carga Pcte) Fatores de Participação e Variáveis de Estado Associadas
	Carregamento (pu)	Tensão (pu)		
Chaveamento	6,0246	0,8922	0,00001	0.6558 ger34 $E'_q$ 0.0820 ger32 $E'_q$ 0.0820 ger39 $E'_q$ 0.0324 ger34 $vel$
Série de Fourier	6,0244	0,8922	0,00002	0.6560 ger34 $E'_q$ 0.0823 ger32 $E'_q$ 0.0649 ger39 $E'_q$ 0.0324 ger34 $vel$
Série de Potência	6,0246	0,8922	0,00000	0.6561 ger34 $E'_q$ 0.0818 ger32 $E'_q$ 0.0647 ger39 $E'_q$ 0.0324 ger34 $vel$
Tangente Hiperbólica	5,7262	0,9071	0,00001	0.5774 ger 34 $E'_q$ 0.1038 ger32 $E'_q$ 0.0793 ger39 $E'_q$ 0.0297 ger34 $vel$

Através da Figura 7.4 é possível avaliar a trajetória do autovalor dominante da condição inicial até o ponto de bifurcação sela-nó, onde ocorre o máximo carregamento estável.

Durante toda a fase de carregamento é feito um rastreamento dos modos de tensão dominantes (críticos). Na condição inicial de simulação, representada pelo caso base, o autovalor dominante encontra-se na posição A2 e possui forma complexa. A medida que a demanda do sistema aumenta, ocorre o aparecimento de uma bifurcação nó-foco, representada pelo ponto A4. Neste ponto, com um carregamento 5,8 pu um dos autovalores



**Figura 7.4** Trajetória do autovalor dominante em função do aumento da demanda.

reais afasta-se do eixo imaginário e o outro autovalor real, que representa o autovalor dominante, vai em direção ao eixo imaginário. No ponto A6, quando a demanda da barra 21 corresponde a 6,02 pu, origina-se uma bifurcação sela-nó. Além deste ponto, o sistema apresentará comportamento de tensão instável, considerando o modelo de carga injeção de potência constante. Deve-se observar que um autovalor real originado da bifurcação nó-foco, ponto A5, vai também em direção ao eixo, porém com velocidade menor que o autovalor dominante originado no ponto A4.

Como forma de corroborar os resultados obtidos através das análises anteriores, apresenta-se na Figura 7.5 a resposta da simulação não-linear. Deve-se ressaltar neste ponto que o distúrbio aplicado é de pequena intensidade, suficiente somente para perturbar o ponto de equilíbrio do sistema, já que a análise da estabilidade através de autovalores do sistema linearizado assegura estabilidade para pequenos sinais. Neste caso, o distúrbio corresponde a uma perturbação representada pelo acréscimo de 5% na demanda da barra 21.

Através da Figura 7.5 observa-se que as os perfis de tensões sofrem uma queda monotônica, confirmando o comportamento devido a presença de uma bifurcação sela-nó dominante no sistema.

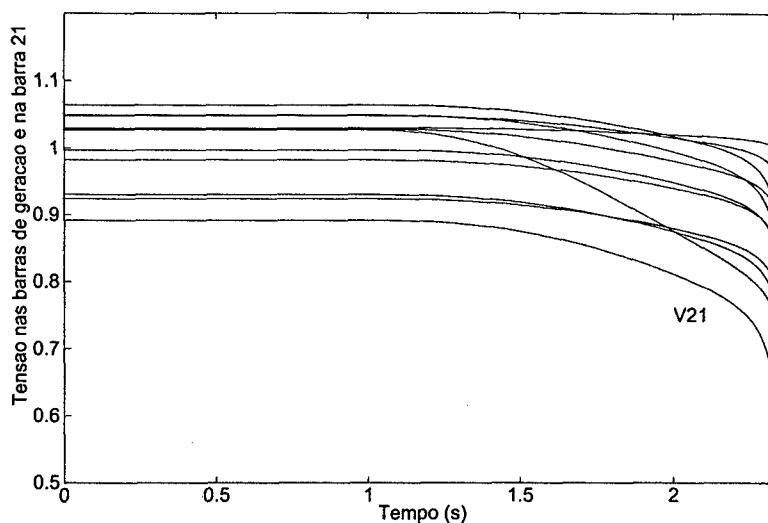


Figura 7.5 Tensões nas barras de carga e de geração.

## 7.4 Sistema Sul

Este sistema representa um equivalente do sistema do Sul do Brasil. Neste sistema foram representadas as linhas do sistema tronco (500, 230 e 138 kV) e algumas linhas de 69 kV das empresas de distribuição. Este sistema é composto de 213 barras, sendo 21 barras de geração, 137 barras de carga e 333 linhas de transmissão e transformadores.

Por ser um sistema de grande porte, ele será utilizado para validar a metodologia proposta. Além disto, foram verificados vários incidentes de instabilidade de tensão neste sistema [3] [34] [4], o que o qualifica como candidato a um estudo de validação. A seguir é feita uma breve descrição do sistema equivalente utilizado.

### 7.4.1 Descrição do Sistema

O sistema em questão representa um equivalente do sistema Sul (Eletrosul, CEEE, COPEL e CELESC). Para alcançar o objetivo deste estudo, que é determinar o máximo ponto de carregamento estável (bifurcação sela-nó) e avaliar o efeito da representação e atuação de limitadores de tensão de campo sobre o comportamento das bifurcações locais, foram representadas as linhas do sistema tronco (500, 230 e 138 kV) e algumas linhas de 69 kV das empresas de distribuição do Rio Grande do Sul. O sistema equivalente resultante é composto de 213 barras, sendo 21 barras de geração, 137 barras de carga e 333 linhas de transmissão e transformadores. Para montar o equivalente foi utilizado o método Ward Extendido, disponível no programa Anarede<sup>®</sup>. Foram mantidas as principais usinas do



sistema sul. Os geradores foram modelados através do modelo IV de máquinas [37], utilizando os parâmetros originais. Os modelos originais dos RAT foram equivalentados por modelos do tipo ST1 e DC1 (seção 3.3). Com exceção dos RAT associados aos geradores 1162 e 1173, que foram modeladas como DC1, todos os demais RAT foram modelados como ST1. Os limites de tensão de campo foram estimados baseados em informações dos modelos originais. Para representar as demandas, foi utilizado o modelo polinomial de carga (modelo ZIP). As parcelas do modelo foram as adotadas pelas empresas que compõem este sistema, conforme a referência [43]. Para a parte ativa foi utilizado 60% de potência constante e 40% de impedância constante. Para a parte reativa foi utilizado 100% impedância constante. Os dados utilizados são apresentados no Apêndice E.

#### 7.4.2 Análise

A fim de avaliar o comportamento deste sistema para problemas de instabilidade de tensão, considerando a metodologia proposta, foi identificado um conjunto de 12 barras de carga (números 1196 1198 1201 1207 1210 1226 1259 1262 1266 1267 1268 2090) que representam uma região crítica do sistema. Estas barras foram selecionadas através da informação obtida do vetor tangente[79]. A carga destas barras é modelada através de injeção de potência constante e elas são submetidas a um aumento de demanda ativa e reativa com fator de potência constante, de tal forma a reproduzir um cenário de colapso de tensão.

A Tabela 7.14 sintetiza os resultados obtidos através da utilização da avaliação estática sem representação de limites e com a utilização da representação detalhada, para aumento de carga em todas as barras (global) e para um aumento nas barras selecionadas (parcial).

**Tabela 7.14** Avaliação estática, com e sem representação detalhada dos limites de potência reativa, para aumento em todas as barras de carga e aumento localizado nas barras selecionadas

Método da Continuação	Limites Abertos		Limites Modelados	
	Global	Local	Global	Local
Máximo Carregamento (pu)	2,370	4,671	1,130	1,232

As tensões nas barras críticas do sistema para a situação onde o aumento de carga foi realizado localmente, com representação detalhada dos limites, são apresentadas na Tabela 7.15.

**Tabela 7.15** Tensões nas barras críticas do Sistema Sul.

<b>Barra</b>	1196	1198	1201	1207	1210	1226	1259	1262	1266	1267	1268	2090
<b>Tensao</b>	0.894	0.888	0.842	0.890	0.913	0.909	0.888	0.953	0.949	0.904	0.881	0.907

A próxima avaliação é efetuada utilizando-se a análise dinâmica com representação dos limites da tensão de campo do regulador de tensão. O método da continuação com cálculo detalhado dos limites de potência reativa gerada será utilizado para a obtenção das condições iniciais da análise modal. O aumento de carga será realizado somente localmente, isto é, no conjunto de barras críticas descrito anteriormente. Para ambas as abordagens, estática e dinâmica, os geradores que atingem os seus limites são o gerador 913 e 909, sendo que os geradores 911, 1158 e 1162 ficam próximos de seus limites.

**Tabela 7.16** Avaliação dinâmica com a representação detalhada dos limites de potência reativa, para aumento localizado nas barras selecionadas

<b>Análise Dinâmica</b>	<b>Limites Modelados</b>
	Local
Máximo Carregamento(pu)	1,153

O máximo carregamento estável está associado ao ponto de aparecimento da bifurcação sela-nó do sistema AD que representa o sistema completo. A Tabela 7.16. mostra o máximo carregamento em que ocorre a bifurcação sela-nó quando é utilizada a representação dinâmica do sistema. Pode-se notar que os valores obtidos com a abordagem dinâmica são semelhantes aos da abordagem estática (erro de 6,85% utilizando-se a abordagem estática). Para o sistema de grande porte como o que foi utilizado, isto representa um erro de aproximadamente 30 MW, portanto, a utilização de um metodologia dinâmica é aconselhada. Além disto, se os ajustes dos reguladores do sistema forem trocados e/ou outros modelos de carga forem utilizados, poderá aparecer uma bifurcação de Hopf, a qual não será detectada se a abordagem estática for utilizada. Os resultados apresentados na Tabela 7.17 mostram quais as variáveis de estado que possuem maior influência sobre a bifurcação sela-nó considerando diferentes tipos de representação para os limitadores de tensão de campo.

Para o caso em que os limites foram representados por tangente hiperbólica, houve primeiramente o aparecimento de um bifurcação de Hopf, embora para o mesmo carregamento, exista um autovalor muito próximo de zero, o que implica no aparecimento de uma bifurcação sela-nó. Desta forma, a representação dos limites por tangente hiperbólica não mostrou-se satisfatória. Para os demais modelos utilizados para representação dos limites, os resultados foram semelhantes, o que reforça e valida a metodologia utilizada.

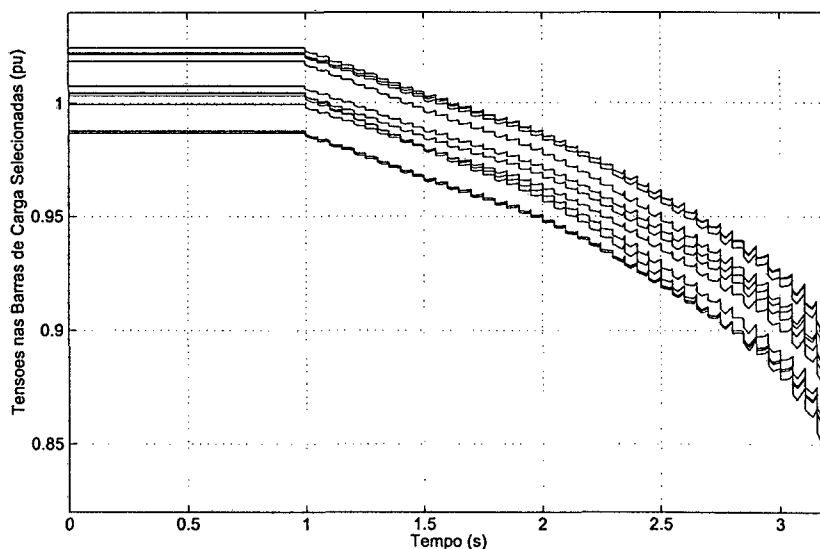
**Tabela 7.17** Fatores de participação críticos para a instabilidade dinâmica de tensão em função do modelo de limitadores.

Modelo de Tratamento dos Limites	Condições de Instabilidade (Carga Polinomial)		
	Carregamento nas Barras	Autovalor dominante	Fatores de Participação e Variáveis de Estado Associadas
Chaveamento	1,199	-0.00018	0.3333 gen# 913 $E'_q$ 0.3224 gen# 909 $E'_q$ 0.0505 gen# 911 $E'_q$ 0.0373 gen# 800 $E'_q$
Tangente Hiperbólica	1,139	-0.00193 e $0,0007 \pm j1,0703$	0.3031 gen# 913 $E'_q$ 0.2997 gen# 909 $E'_q$ 0.0401 gen# 911 $E'_q$ 0.0209 gen# 800 $E'_q$
Série de Fourier	1,153	-0.00020	0.3489 gen# 913 $E'_q$ 0.3273 gen# 909 $E'_q$ 0.0207 gen# 911 $E'_q$ 0.0193 gen# 1158 $E'_q$
Série de Potência	1,152	-0.00007	0.3261 gen# 913 $E'_q$ 0.3008 gen# 909 $E'_q$ 0.0227 gen# 911 $E'_q$ 0.0208 gen# 1158 $E'_q$

## 7.5 Simulação Não-linear no Domínio do Tempo

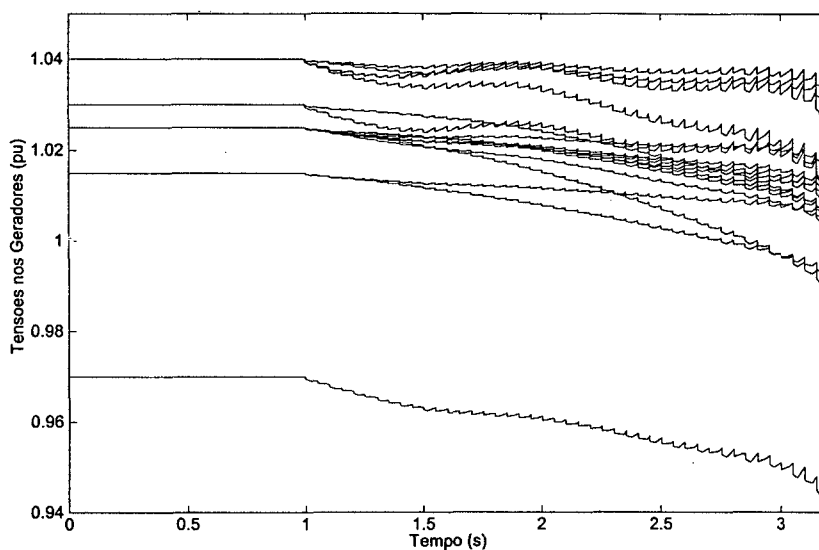
Para finalizar e corroborar os resultados obtidos através da análise dinâmica linearizada, apresenta-se a seguir a resposta da simulação não-linear. Para realizar esta simulação foi utilizado o programa ANATEM<sup>®</sup>. O ponto inicial da simulação (caso base) foi obtido para as condições em que o sistema apresenta um autovalor crítico muito próximo de zero (-0.00007), portanto, na vizinhança da bifurcação sela-nó. A perturbação consiste de um aumento progressivo, em pequenos degraus, da carga nas barras selecionadas, mantendo constante o fator de potência. Esta estratégia é adotada para reproduzir um aumento contínuo e lento de carga, e para evitar problemas numéricos de convergência dos algoritmos de simulação. O tempo total de simulação foi de 3,2 s. O modelo de carga utilizado nas barras de carga selecionadas foi o de injeção de potência constante. Nas demais foi mantido o modelo polinomial descrito na seção 7.4.1.

A Figura 7.6 apresenta a evolução do perfil tensão nas barras de carga que tiveram sua demanda aumentada.



**Figura 7.6** Tensões nas Barras de Carga Selecionadas

A simulação demonstra claramente uma condição de colapso de tensão. Na Figura 7.7 é mostrado o perfil das tensões nos geradores deste sistema. Assim como no caso da Figura 7.6 nota-se a que o comportamento das tensões apontam para uma queda monotônica. Observa-se que dois geradores apresentam uma queda mais acentuada. Isto deve-se a atuação dos limites de tensão de excitação destes geradores.



**Figura 7.7** Tensões nos Geradores

O comportamento das tensões apresentado na Figura 7.6 ilustra um caso típico de aparecimento de uma bifurcação sela-nó. A queda monotônica das tensões demonstra que o sistema apresenta um quadro típico de colapso de tensão, comprovando desta forma os resultados obtidos com a utilização da análise de bifurcações. As oscilações que surgem na simulação não-linear são consequência do modelo de carga utilizado e dos degraus de carga simultâneos aplicados para a realização da simulação.

## 7.6 Conclusões

Neste Capítulo foram apresentados os resultados obtidos com a aplicação da metodologia desenvolvida nesta tese. Inicialmente foram apresentados resultados de dois sistemas testes largamente utilizados na literatura. Foi demonstrada a importância da representação dos limites tanto na análise estática quanto na dinâmica. A adoção de uma representação detalhada dos limites, bem como do modelo de carga, mostram-se decisivas na determinação da bifurcação sela-nó do sistema. Embora os resultados obtidos com a abordagem estática estejam próximos dos obtidos com a abordagem dinâmica, eles não permitem a identificação de outros tipos de bifurcações além da sela-nó, como por exemplo as bifurcação de Hopf e a bifurcação nó-foco. Sabe-se, entretanto, que a detecção de outros tipos de bifurcações é importante para avaliar um cenário de instabilidade de tensão.

Na parte final do Capítulo foi utilizado um sistema de grande porte para validar a metodologia desenvolvida. Foram simuladas situações de colapso parcial e global de

tensão, utilizando-se dados de situações reais de instabilidade de tensão a que este sistema foi submetido. Os resultados obtidos demonstraram mais uma vez a viabilidade e a importância da metodologia proposta.

No próximo Capítulo são apresentadas as principais conclusões obtidas neste trabalho de tese, bem como sugestões de futuros trabalhos.

## Capítulo 8

### Conclusões e Comentários Finais

A área de estabilidade de tensão é uma divisão recente da classificação da estabilidade de sistemas elétricos de potência. Portanto, serão ainda necessárias muitas pesquisas para que este assunto se consolide e obtenha consenso. Ainda existe muita discussão sobre este tema, principalmente na forma de abordagem, se estática ou dinâmica. Várias teorias e metodologias tem sido propostas nos últimos anos, o que demonstra que o assunto ainda necessita de um maior amadurecimento.

Este trabalho de tese abordou o estudo teórico da estabilidade de tensão, com uma ênfase na teoria de bifurcações de sistemas algébrico-diferenciais, mais especificamente na determinação da bifurcação sela-nó e sua relação com a instabilidade de tensão. Para atingir este objetivo, foi implementada uma metodologia para detecção da bifurcação sela-nó considerando modelagem estática e modelagem dinâmica. Para a detecção em modelos estáticos, foi utilizado o método da continuação com representação detalhada da limitação de potência reativa, a qual leva em conta a limitação da tensão de campo do regulador e da potência aparente da armadura, e modelos de carga dependentes da tensão. Para a detecção da sela-nó em modelos dinâmicos, foi utilizada a análise modal. Foram incluídos os modelos detalhados propostos para representar os limites da tensão de campo dos reguladores de tensão, de maneira a possibilitar uma modelagem analítica dos limites. Além disto, a metodologia permite a representação de modelos estáticos e dinâmicos de carga dependentes da tensão. Desta forma, dois dos principais fatores associados com a instabilidade de tensão foram contemplados: a atuação de limitadores de potência reativa e a modelagem da carga.

De uma forma sintética, a metodologia determina se existe um ponto de operação viável através do método da continuação e avalia se este ponto de operação é estável ou instável utilizando a análise modal

Para a obtenção do autovalor crítico e seus autovetores associados é utilizada uma metodologia de cálculo parcial de autovalores/autovetores conhecida como algoritmo “Bi-Iteration”. Além disso, são utilizados fatores de participação para avaliar o efeito das diversas variáveis sobre o comportamento da bifurcação sela-nó.

Considerando os vários aspectos envolvidos no desenvolvimento e descritos resumidamente acima, as seguintes conclusões originadas desta tese são apresentadas a seguir.

## 8.1 Conclusões

Os estudos teóricos e os desenvolvimentos de algoritmos computacionais, junto a uma criteriosa avaliação dos resultados obtidos, permitem apresentar as seguintes conclusões:

- A utilização de uma abordagem baseada somente em modelos estáticos para detectar a bifurcação sela-nó apresenta resultados conservativos.
- Quando a dinâmica do sistema é considerada, a bifurcação sela-nó é detectada em um nível de carregamento inferior ao obtido com o modelo que considera somente as equações do fluxo de potência. É importante avaliar este fato, já que isto implica na segurança do sistema e pode desencadear um evento em cascata, levando o sistema a uma condição de colapso de tensão.
- A utilização de uma modelagem estática não permite a detecção de outros tipos de bifurcações associadas ao problema de instabilidade de tensão, como por exemplo a bifurcação de Hopf, a bifurcação foco-nó e a bifurcação de singularidade induzida. Estas bifurcações são importantes para o estudo do comportamento do sistema em relação a instabilidade de tensão. Em relação a bifurcação de Hopf, sua detecção permite determinar as condições que conduzem a uma oscilação de tensão no sistema.
- A implementação de novos modelos no método da continuação que contemplam o cálculo detalhado da potência reativa gerada, como função da tensão terminal e do despacho de potência ativa, mostrou ser de fundamental importância para a correta determinação do ponto de operação. Além disto, este ponto de operação ou ponto de equilíbrio do sistema, serve como condição inicial para métodos do tipo análise modal e simulação no domínio do tempo, sendo desta forma mais coerente com as condições encontradas nestes métodos.



- Os resultados obtidos demonstram que a utilização de uma modelagem detalhada da limitação de potência reativa incluída no método da continuação, permitem detectar a bifurcação sela-nó associada a um nível de carregamento próximo ao nível de carregamento crítico utilizando a abordagem dinâmica. Portanto, para estudos qualitativos esta metodologia mostra-se adequada.

- A implementação descrita no item anterior é de fácil implementação em algoritmos de fluxo de potência e em métodos baseados na continuação.

- O controle do passo no método da continuação utilizando informações baseadas na metodologia dinâmica mostrou-se bastante promissor, embora ainda necessite melhoramentos.

- A inclusão de novos modelos para representar o comportamento de limitadores do sistema de excitação em modelos dinâmicos linearizados, utilizados na análise modal, mostrou-se decisiva na determinação da bifurcação sela-nó do sistema dinâmico. Embora a limitação crítica do gerador ocorra devido a limitação da corrente de campo, a utilização do modelo do limitador de tensão de campo mostrou-se efetiva e conduziu a uma boa aproximação do comportamento de atuação dos limitadores do sistema de excitação.

A modelagem dos limitadores de corrente de campo para utilização em problemas que utilizam modelos dinâmicos linearizados é de difícil solução, devido aos problemas das não-linearidades dos modelos. Desta forma, reforçando a colocação anterior, a utilização de modelos linearizados dos limites de tensão de campo mostra-se como uma alternativa.

- A utilização dos modelos propostos para os limitadores, ao invés da consideração de chaveamento de equações ou da retirada das equações dos RAT da Jacobiana do sistema, assegura maior precisão nas margens de carregamento e evita descontinuidades no campo vetorial, contribuindo desta forma para uma trajetória mais suave dos autovalores do sistema.

- O modelo de carga mostrou-se decisivo na determinação da bifurcação sela-nó. Foram avaliados diferentes modelos de carga, estáticos e dinâmicos, para várias condições de aumento de carga. Os resultados obtidos mostram claramente o efeito do modelo da carga na detecção da bifurcação sela-nó, e portanto, do carregamento crítico.

- A utilização de modelos agregados de carga, embora desejável, apresentou problema de falta de dados adequados para sua utilização nas simulações. Estudos adicionais envolvendo estes modelos devem ser executados antes da consolidação de sua utilização.

- A utilização de uma metodologia híbrida que monitore ao mesmo tempo a condição estática do sistema, e a condição dinâmica mostrou-se adequada para avaliar a estabilidade de tensão.

- A análise modal fornece informações importantes para seleção de medidas corretivas que visem o aumento da margem de estabilidade. A utilização de fatores de participação permite identificar os modos mais fortemente associados ao autovalor crítico.

- O emprego do algoritmo “bi-iteration ” para o cálculo parcial de autovalores e autovetores mostrou-se promissor, já que para o estudo de detecção da bifurcação sela-nó o importante é monitorar os autovalores reais que estão próximos a origem. Além disto, a utilização deste algoritmo permite estabelecer uma faixa de frequência característica associada ao problema de tensão, de tal forma a encontrar os autovalores críticos associados a bifurcação de Hopf.

## 8.2 Sugestões para Futuros Trabalhos

Dentre várias sugestões para futuros trabalhos que complementem esta tese, os seguintes podem ser considerados como um ponto de partida:

- ▶ Desenvolvimento de um pacote computacional único que contemple a análise de estabilidade de tensão através de teoria de bifurcações.

- ▶ Estudo para desenvolvimento de algoritmos que efetuem a determinação do passo de predição no método da continuação de forma variável e robusta.

- ▶ Implementação de modelos de sobreexcitação e subexcitação nos reguladores automáticos de tensão.

- ▶ Implementação da metodologia utilizando técnicas de processamento distribuído para melhorar o desempenho do método.

- ▶ Desenvolvimento de técnicas eficientes de sensibilidade paramétrica para analisar as influências dos elementos dinâmicos do sistema, a qual indica diretamente a contribuição que uma alteração em um certo parâmetro pode provocar no modo dominante.

- ▶ Implementação de algoritmos de seleção automática de contingências críticas que afetam a estabilidade de tensão do sistema.

- ▶ Implementação de dispositivos FACTS e elos HVDC na metodologia proposta.

- ▶ Estudos de métodos diretos eficientes para detecção da bifurcação sela-nó utilizando modelagem algébrico-diferencial.

# Apêndices

# APÊNDICE A

## Teoria de Sistemas Não-Lineares

Considere o sistema dinâmico não-linear

$$\frac{dx}{dt} \equiv \dot{x} = f(x) \quad \text{A.1}$$

onde  $x = x(t) \in \mathbb{R}^n$  é um vetor função de uma variável independente e  $f : U \rightarrow \mathbb{R}^n$  é uma função contínua definida sobre o um subconjunto  $U \subseteq \mathbb{R}^n$ . É dito que o campo vetorial  $f(\cdot)$  gera um fluxo  $\phi_t : U \rightarrow \mathbb{R}^n$ , onde  $\phi_t(x) = \phi(x, t)$  é uma função contínua definida para todo  $x$  em  $U$  e  $t$  em algum intervalo  $I = (a, b) \subseteq \mathbb{R}$ , e satisfaz a equação A.1 no sentido que

$$\frac{d}{dt} (\phi(x, t))|_{t=\tau} = f(\phi(x, \tau)) \quad \text{A.2}$$

para todo  $x \in U$  e  $\tau \in I$ . Sistemas da forma da equação A.1, na qual o vetor campo não contém explicitamente o tempo, são chamados de autônomos. Na maioria das vezes é necessário estabelecer uma condição inicial para o sistema, tal como

$$x(0) = x_0 \in U \quad \text{A.3}$$

sendo neste caso necessário a determinação da solução  $\phi(x_0, t)$  tal que

$$\phi(x_0, 0) = x_0 \quad \text{A.4}$$

Neste situação,  $\phi(x_0, t) : I \rightarrow \mathbb{R}^n$  define a *curva solução*, *trajetória* ou *órbita* do sistema dinâmico não-linear A.1 baseada em  $x_0$ . A Jacobiana de A.1 é a função matricial  $J(x) = \frac{\partial f(x)}{\partial x}$ .

### A.1. Definições e Teoremas

A seguir apresenta-se definições e alguns teoremas empregadas na Teoria de Bifurcações e alguns conceitos desta teoria aplicados a sistemas de potência.  $\triangleright$  *Ponto de Equilíbrio*

Um vetor  $x_e$  é dito ser um ponto de equilíbrio de A.1, se e somente se,

$$f(x_e) = 0 \quad \text{A.5}$$

sendo definido pelo desaparecimento do campo vetorial. Um ponto fixo é dito ser estável, se uma solução  $x(t)$  permanece na região em torno de  $x$  por todo o tempo, isto é, se para a

vizinhança  $V$  de  $\bar{x}$  em  $U$  existe uma vizinhança  $V_1 \subset V$  tal que toda solução  $x(x_0, t)$  com  $x_0 \in V_1$  é definida e está situada em  $V$  para todo  $t > 0$ . Se, em adição,  $V_1$  pode ser escolhido tal que  $x(t) \rightarrow \bar{x}$  com  $t \rightarrow \infty$  então  $\bar{x}$  é dito ser *assintoticamente estável*. Estas noções de estabilidade são *locais* por natureza, pois estão relacionadas somente ao comportamento da solução em torno do ponto fixo. Ainda que tais soluções permaneçam limitadas por todo o tempo, podem não existir outras soluções globalmente [130].

▷ *Ponto de Equilíbrio Hiperbólico*

Um ponto de equilíbrio é dito hiperbólico se nenhum dos autovalores da Jacobiana  $\frac{\partial f}{\partial x}$  calculada em  $x_e$  tem parte real nula. Neste caso o comportamento assintótico da solução em torno deste ponto (e portanto o tipo de estabilidade) é determinada pela linearização do modelo neste ponto. Se algum dos autovalores tem a parte real zero, então a estabilidade não pode ser determinada pela linearização [130].

▷ *Espaço Euclidiano*

Um Espaço Euclidiano local  $X$  de dimensão  $n$ , é um espaço topológico tal que, para cada  $p \in X$ , existe um homomorfismo  $f$  mapeando alguma vizinhança aberta de  $p$  em um conjunto aberto no  $\mathbb{R}^n$  [179].

▷ *Varietades (Manifolds)*

Uma variedade (manifold)  $N$  de dimensão  $n$  é um espaço topológico o qual é localmente um espaço Euclidiano de dimensão  $n$ , é Hausdorff e tem uma base contável [179].

Esta definição pode também ser colocada de uma maneira explicativa [76]. Considere que uma curva é um conjunto de dimensão 1. Uma curva em um espaço  $\mathbb{R}^{n+1}$  pode ser definida por  $n$  equações escalares. Se todas as equações escalares são lineares então isto implica em um tipo especial de curva, isto é, define uma linha reta. Uma curva que tem a estrutura de  $\mathbb{R}^1$  é chamada de variedade de *uni*-dimensional. Genericamente, uma variedade  $m$ -dimensional  $M \subset \mathbb{R}^n$  ( $m \leq n$ ) é um conjunto para o qual cada  $y \in M$  tem uma vizinhança  $U$  para o qual existe uma transformação inversível suave (difemorfismo), que mapeia  $\mathbb{R}^m$  em  $U$ .

▷ *Estabilidade Estrutural*

Do ponto de vista matemático, a estabilidade estrutural está associada a mudança qualitativa do comportamento de um sistema dinâmico não-linear. Seja o sistema da forma da equação A.1, se o campo vetorial  $f(\cdot)$  sofrer uma mudança, e o comportamento qualitativo

do sistema permanecer o mesmo para toda vizinhança do campo vetorial, então o sistema é dito ser *estruturalmente estável* [130].

▷ *Região de Atração*

Pontos de equilíbrio estável definem o ponto de operação de sistemas físicos da forma da equação A.1. Sistemas de equações da forma (3.68) e (3.69) são também definidos desta forma [146].

Dado um ponto de equilíbrio estável  $Z_s$ , a região do conjunto de trajetórias que convergem para este ponto é definida como *região de atração* do ponto  $Z_s$ . Então, matematicamente a região de atração do ponto de equilíbrio estável  $Z_s$  é definida como

$$A = \{Z \in C : \Phi_t(Z) \in C \forall t \geq 0, \Phi_t(z) \rightarrow Z_s, \text{ com } t \rightarrow \infty\} \quad \text{A.6}$$

▷ *Região de Viabilidade*

É o conjunto de pontos de operação no espaço de parâmetros que podem ser alcançados por variações paramétricas quase-estáticas durante a operação do sistema. Esta região apresenta-se como uma região de operação segura no espaço de parâmetros, e os pontos inseridos nesta região podem movimentar-se livremente quando submetidos a mudanças lentas e contínuas em algum parâmetro [154].

As próximas definições estão associadas a uma classe de sistemas conhecidos como sistemas de equações algébricos diferenciais, os quais são definidos por um conjunto de  $m$  equações diferenciais e  $n$  equações algébricas, descrito por

$$\dot{x} = f(x, y, \mu) \quad \text{A.7}$$

$$0 = g(x, y, \mu) \quad \text{A.8}$$

onde  $x \in \mathbb{R}^m$  é um vetor de variáveis de estado,  $y \in \mathbb{R}^n$  é um vetor de variáveis algébricas,  $\mu \in \mathbb{R}^p$  é um vetor de parâmetros do sistema,  $f : \mathbb{R}^{m+n+k} \rightarrow \mathbb{R}^m$  é um campo vetorial e  $g : \mathbb{R}^{m+n+k} \rightarrow \mathbb{R}^n$  é um vetor de funções, sendo  $f$  e  $g$  suaves ( $C^p, p \geq 1$ ).

▷ *Varietade de Restrição*

É uma superfície de dimensão  $m + k$  definida pelas  $n$  equações algébricas (A.8), no  $m + n + k$ -dimensional espaço de  $(x, y, \mu)$ .

▷ *Limite da Região de Viabilidade*

O limite desta região é constituído de pontos onde um ponto de operação sofre mudança na sua autoestrutura, e portanto, estes pontos correspondem as bifurcações locais [154].

Matematicamente a região de viabilidade e o limite da região de viabilidade de sistemas de equações da forma (3.68) e (3.69) podem ser definidos como:

$$EQ = \{(x, y, \mu) \in X \times Y \times \mu : f(x, y, \mu) = 0, g(x, y, \mu) = 0\}$$

$$OP = \{(x, y, \mu) \in EQ : D_y g \text{ é não singular e}$$

$$J = D_x f - D_y (D_y)^{-1} D_x f \text{ tem autovalores com parte real negativa}\}$$

onde  $EQ$  é o conjunto dos pontos de equilíbrio e  $OP$  é o subconjunto de estados de equilíbrios. Sendo a Jacobiana em  $x$  e  $z$  não singular, e o ponto de equilíbrio  $(x, y, \mu \in OP)$ , pode-se usar o Teorema da Função Implícita [126] para resolver sistemas de equações (3.68) e (3.69) como função do parâmetro  $\mu$ .

Então, pode-se definir a região de viabilidade e o limite da região de viabilidade como:

Dado um ponto de equilíbrio estável  $Z_s^0 = (x_0, y_0)$  ( por exemplo, a solução do fluxo de carga em sistemas de potência ) para um valor de parâmetro  $\mu_0$ , a região  $F$  de  $OP$  que faz a conexão com os pontos de equilíbrio e que contém  $(x_0, y_0, \mu_0)$  é chamada de *região de viabilidade*, e o limite relativo a  $EQ$  é chamado de *limite da região de viabilidade*.

▷ *Superfície de Impasse*

É a superfície em que o determinante do Jacobiando do fluxo de potência ( $\det JLF$ ) é igual a zero e o módulo e o ângulo das barras de carga não são mais dependentes dos ângulos das barras de geração. Nesta superfície, o comportamento da tensão não pode ser previsto, e os modelos falham ao representar este ponto [HISK89]

### TEOREMA DA FUNÇÃO IMPLÍCITA

Suponha que  $F : \mathfrak{R}^n \times \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}^n$  é uma função diferenciável e contínua de variáveis  $(y_1, \dots, y_n) \in \mathfrak{R}^n$  e  $z \in \mathfrak{R}$ , e que  $F(0, 0) = 0$ . Se a matriz Jacobiana  $DF(0, 0)$ , onde  $DF_{ij} = \frac{\partial F_i}{\partial y_j}$ , é inversível então existe  $\epsilon > 0$  e uma curva suave

$$y_i = Y_i(z), \quad i = 1, \dots, n \quad \text{A.9}$$

a qual é única solução de  $F(y_1, \dots, y_n, z) = 0$  em  $|z| < \epsilon, |y| < \epsilon$ . [126]

# APÊNDICE B

## Modelos de Carga

### B.1. Modelo Estático

Os modelos estáticos de carga costumam ser representados através de duas formas : polinomial e exponencial.

### B.2. Modelo Polinomial

Este modelo também é conhecido como modelo ZIP ((Z) impedância constante, (I) Injeção de corrente constante e (P) injeção de potência constante) e representa a dependência da carga em relação a tensão. Sendo a carga em uma dada barra representada por

$$P = P_0 \left[ a_p + b_p \left( \frac{V}{V_0} \right) + c_p \left( \frac{V}{V_0} \right)^2 \right] \quad \text{B.1}$$

$$Q = Q_0 \left[ a_q + b_q \left( \frac{V}{V_0} \right) + c_q \left( \frac{V}{V_0} \right)^2 \right] \quad \text{B.2}$$

onde  $P_0$  e  $Q_0$  são os valores nominais de potência ativa e reativa, respectivamente, para a tensão nominal  $V_0$ , geralmente 1,0 p.u. As parcelas  $a_p + b_p + c_p = 1$  e  $a_q + b_q + c_q = 1$  representam as parcelas de injeção de potência, injeção de corrente e impedância constante respectivamente.  $P$  e  $Q$  são as potências absorvidas pela carga a uma tensão  $V$ .

Desde que os modelos estáticos expressam a demanda da carga apenas em função da tensão, a partir das equações B.1 e B.2, as injeções de corrente linearizadas para um dado ponto de operação, são dados por

$$\Delta I_{re} = \left. \frac{\partial I_{re}}{\partial V_{re}} \right|_0 \Delta V_{re} + \left. \frac{\partial I_{re}}{\partial V_{im}} \right|_0 \Delta V_{im} \quad \text{B.3}$$

$$\Delta I_{im} = \left. \frac{\partial I_{im}}{\partial V_{re}} \right|_0 \Delta V_{re} + \left. \frac{\partial I_{im}}{\partial V_{im}} \right|_0 \Delta V_{im} \quad \text{B.4}$$

onde as derivadas valem

$$\frac{\partial I_{re}}{\partial V_{re}} = - \frac{V^2 \left( P + V_{re} \frac{\partial P}{\partial V_{re}} + V_{im} \frac{\partial Q}{\partial V_{re}} \right) - 2(PV_{re} + QV_{im})V_{re}}{V^4} \quad \text{B.5}$$

$$\frac{\partial I_{re}}{\partial V_{im}} = - \frac{V^2 \left( Q + V_{im} \frac{\partial P}{\partial V_{im}} + V_{re} \frac{\partial Q}{\partial V_{im}} \right) - 2(PV_{re} + QV_{im})V_{im}}{V^4} \quad \text{B.6}$$



$$\frac{\partial I_{im}}{\partial V_{re}} = \frac{V^2 \left( Q + V_{re} \frac{\partial Q}{\partial V_{re}} - V_{im} \frac{\partial P}{\partial V_{re}} \right) - 2(QV_{re} - PV_{im}) V_{re}}{V^4} \quad \text{B.7}$$

$$\frac{\partial I_{im}}{\partial V_{re}} = \frac{V^2 \left( -P - V_{im} \frac{\partial P}{\partial V_{im}} + V_{re} \frac{\partial Q}{\partial V_{im}} \right) - 2(QV_{re} - PV_{im}) V_{im}}{V^4} \quad \text{B.8}$$

As expressões linearizadas das injeções de corrente utilizadas na análise modal são dadas por

$$\frac{\partial P}{\partial V_{re}} = P_0 \left[ 2a_p \frac{V}{V_0} + b_p \frac{1}{V_0} \right] \frac{V_{re}}{V} \quad \text{B.9}$$

$$\frac{\partial P}{\partial V_{im}} = P_0 \left[ 2a_p \frac{V}{V_0} + b_p \frac{1}{V_0} \right] \frac{V_{im}}{V} \quad \text{B.10}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial V_{re}} = Q_0 \left[ 2a_q \frac{V}{V_0} + b_q \frac{1}{V_0} \right] \frac{V_{re}}{V} \quad \text{B.11}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial V_{im}} = Q_0 \left[ 2a_q \frac{V}{V_0} + b_q \frac{1}{V_0} \right] \frac{V_{im}}{V} \quad \text{B.12}$$

### B.3. Modelo Exponencial

Este modelo assume que a carga seja determinada por

$$P = P_0 \left( \frac{V}{V_0} \right)^\alpha \quad \text{B.13}$$

$$Q = Q_0 \left( \frac{V}{V_0} \right)^\beta \quad \text{B.14}$$

onde  $V_0$  é a tensão nominal de referência e os expoentes  $\alpha$  e  $\beta$  dependem do tipo de carga. Os termos  $P_0$  e  $Q_0$  são as potências ativa e reativa consumidas sob o nível de tensão  $V$  igual a tensão de referência  $V_0$  e relacionada a quantidade de demanda solicitada. Para cargas compostas, o expoente  $\alpha$  usualmente situa-se na faixa entre 0,5 e 1,8, o expoente  $\beta$  situa-se tipicamente na faixa entre 1,5 e 6,0. O expoente  $\beta$  varia como função não-linear da tensão devido à saturação magnética dos transformadores de distribuição e pela carga composta de motores.

Um cuidado adicional deve ser observado quando for utilizado o modelo de carga exponencial com o sistema submetido a baixas tensões ( $V \leq 0.6$ ), pois algumas cargas podem ser desconectadas devidos a suas características ou proteções, ou podem ainda ter suas características modificadas devido a baixas tensões.

As expressões linearizadas das injeções de corrente são dadas pelas equações B.3 a B.8, onde as derivadas valem

$$\frac{\partial P}{\partial V_{re}} = \alpha P_0 \left( \frac{V}{V_0} \right)^\alpha \frac{V_{re}}{V^2} \quad \text{B.15}$$

$$\frac{\partial P}{\partial V_{im}} = \alpha P_0 \left( \frac{V}{V_0} \right)^\alpha \frac{V_{im}}{V^2} \quad \text{B.16}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial V_{re}} = \beta Q_0 \left( \frac{V}{V_0} \right)^\beta \frac{V_{re}}{V^2} \quad \text{B.17}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial V_{im}} = \beta Q_0 \left( \frac{V}{V_0} \right)^\beta \frac{V_{im}}{V^2} \quad \text{B.18}$$

As expressões das derivadas do modelo utilizadas no modelo do fluxo de potência são dadas por

$$\frac{\partial P}{\partial V} = \alpha P \left( \frac{V}{V_0} \right)^\alpha \quad \text{B.19}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial V} = \beta Q \left( \frac{V}{V_0} \right)^\beta \quad \text{B.20}$$

As expressões linearizadas das injeções de corrente utilizadas na análise modal são dadas pelas equações apresentadas no Apêndice B, onde as derivadas valem

$$\frac{\partial P}{\partial V_{re}} = \alpha P_0 \left( \frac{V}{V_0} \right)^\alpha \frac{V_{re}}{V^2} \quad \text{B.21}$$

$$\frac{\partial P}{\partial V_{im}} = \alpha P_0 \left( \frac{V}{V_0} \right)^\alpha \frac{V_{im}}{V^2} \quad \text{B.22}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial V_{re}} = \beta P_0 \left( \frac{V}{V_0} \right)^\beta \frac{V_{re}}{V^2} \quad \text{B.23}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial V_{im}} = \beta P_0 \left( \frac{V}{V_0} \right)^\beta \frac{V_{im}}{V^2} \quad \text{B.24}$$

## B.4. Modelo Dinâmico

A literatura [52] tem apresentado vários tipos de modelos dinâmicos de carga para estudos de estabilidade de tensão. Dentre estes modelos destaca-se o modelo de motor de indução e os modelos agregados de carga. Neste trabalho serão apresentados o modelo de terceira ordem do motor de indução [51] e o modelo agregado de carga proposto por Xu e Mansour [53]. Embora de maneira geral as cargas sejam dependentes da tensão e da frequência, as formulações que se seguem consideram que a dependência seja apenas da tensão. Tal procedimento é justificado pelo fato de que na análise da estabilidade de tensão as variações de frequência são desprezíveis, se comparadas às das tensões.

## B.5. Modelo de Motor de Indução

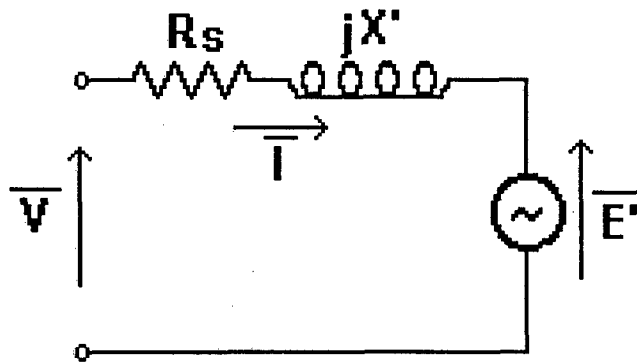
O modelo detalhado [51] apresenta o motor de indução trifásico usando a transformação de Park, através dos seus eixos “*odq*”. Neste modelo sete equações

diferenciais são consideradas: seis elétricas e uma eletromecânica. Deste modelo, vários outros foram derivados, através de adequadas simplificações, sendo que destacam-se os modelos de quinta e terceira ordem. A seguir descreve-se o modelo de terceira ordem utilizado neste trabalho. **Modelo de Terceira Ordem**

Este modelo despreza os transitórios elétricos nas equações de tensão do estator, ou seja, assume

$$\dot{\Psi}_{qs} = \dot{\Psi}_{ds} = 0 \quad \text{B.25}$$

É usual tratar o motor de indução nos eixos real e imaginário, ao contrário da original com seus eixos “odq”. Com a devida adaptação de variáveis [51] o motor pode ser modelado por um circuito equivalente Thevenin composto de uma tensão transitória através da resistência estatórica e uma reatância transitória, de acordo com o circuito da Figura 8.1.



**Figura 8.1** Circuito equivalente do motor de indução no modelo de 3ª ordem adaptado.

Do circuito equivalente pode ser retirada a relação fasorial

$$\dot{\overline{E}}' = -j\omega_s s \overline{E}' - \frac{(\overline{E}' - j(X_0 - X')I)}{T_0'} \quad \text{B.26}$$

Da expressão B.26 duas equações diferenciais elétricas do modelo podem ser determinadas:

$$\dot{E}'_{re} = \omega_s s E'_{im} - \frac{(E'_{re} + (X_0 - X')I_{im})}{T_0'} \quad \text{B.27}$$

$$\dot{E}'_{im} = \omega_s s E'_{re} - \frac{(E'_{im} + (X_0 - X')I_{re})}{T_0'} \quad \text{B.28}$$

A equação diferencial eletromecânica, em termos do escorregamento  $s$ , vale

$$\dot{s} = \frac{(T_m - T_e)}{2H} \quad \text{B.29}$$

As equações linearizadas são dadas por

$$\Delta E'_{re} = -\frac{1}{T_0'} \Delta E'_{re} + \omega_s s \Delta E'_{im} + \omega_s E'_{im} \Delta s - \frac{(X_0 - X')}{T_0'} \Delta I_{im} \quad \text{B.30}$$

$$\Delta \dot{E}'_{im} = -\omega_s s \Delta E'_{re} - \frac{1}{T_0'} \Delta E'_{im} - \omega_s E'_{re} \Delta s + \frac{(X_0 - X')}{T_0'} \Delta I_{re} \quad \text{B.31}$$

$$\Delta_s = \frac{(\Delta T_m - \Delta T_e)}{2H} \quad \text{B.32}$$

As componentes *re* e *im* da corrente são

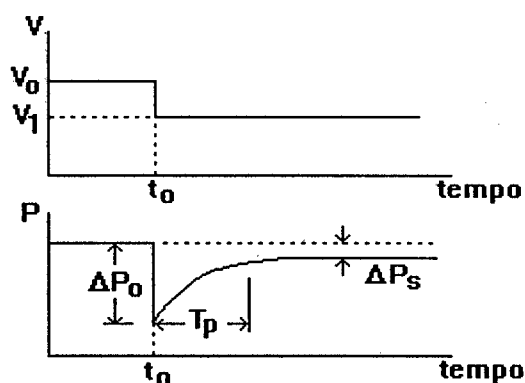
$$\Delta I_{re} = \frac{1}{R_s^2 + X'^2} (R_s \Delta V_{re} - R_s \Delta E'_{re} + X' \Delta V_{im} - X' \Delta E'_{im}) \quad \text{B.33}$$

$$\Delta I_{im} = \frac{1}{R_s^2 + X'^2} (-X' V_{re} - X' \Delta E'_{re} + R_s \Delta V_{im} - R_s \Delta E'_{im}) \quad \text{B.34}$$

As correntes injetadas são apresentadas no Apêndice B, bem como os passos do desenvolvimento teórico para apresentação das variáveis intermediárias.

## B.6. Modelo Agregado de Carga

A literatura tem destacado dois modelos agregados de carga, o modelo de Hill [54] e o modelo de Xu-Mansour [53]. Ambos os modelos baseiam-se no fato de que o comportamento agregado da carga para variações de tensão aplicada possui o aspecto indicado na Figura 8.2. Tratam-se de modelos de 1ª ordem e, apesar de possuírem formulações distintas, podem fornecer a mesma resposta [51]. São modelos adaptados pois apresentam, em relação aos modelos dinâmicos baseados em funções de transferência genéricas, a vantagem de terem seus parâmetros variáveis, dependentes da tensão aplicada à carga. Este fato lhes confere maior versatilidade do ponto de vista aplicativo, uma vez que podem representar com maior precisão cargas cujo comportamento dinâmico dependa da tensão de operação.

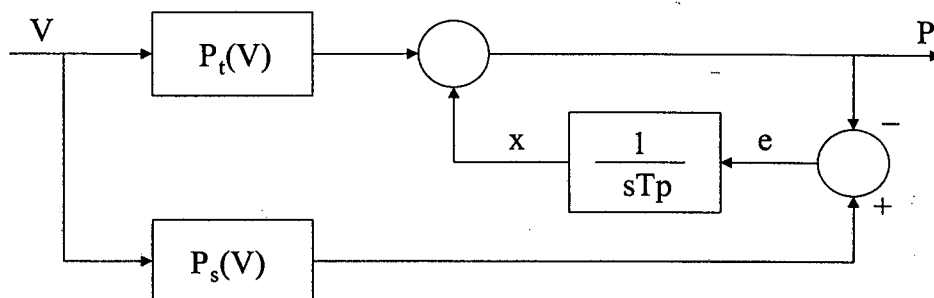


**Figura 8.2** Resposta da carga a um degrau na tensão aplicada.

O equacionamento original do modelo [54] [53] baseia-se na formulação exponencial. No entanto, o presente trabalho também aborda a formulação polinomial, elaborada em [51].

### Modelo de Xu-Mansour

Este modelo considera que a demanda da carga possua duas componentes: uma transitória e outra de regime permanente, e , respectivamente, para a potência ativa, que podem ser visualizadas através da Figura 8.3.



**Figura 8.3** Diagrama de blocos para a potência ativa do modelo Xu-Mansour

As equações das potências ativa e reativa valem, respectivamente,

$$T_p \dot{x} = P_s(V) - P \quad P = xP_t(V) \quad \text{B.35}$$

$$T_q \dot{y} = Q_s(V) - Q \quad Q = yQ_t(V) \quad \text{B.36}$$

Na formulação exponencial (Apêndice B) pode-se definir as equações linearizadas

como

$$\Delta \dot{x} = \frac{1}{T_p} \left[ -V^\alpha \Delta x + (aP_0 V^{\alpha-2} - x\alpha V^{\alpha-2}) V_{re} \Delta V_{re} + (aP_0 V^{\alpha-2} - y\alpha V^{\alpha-2}) V_{im} \Delta V_{im} \right] \quad \text{B.37}$$

$$\Delta \dot{y} = \frac{1}{T_q} \left[ -V^\beta \Delta y + (bQ_0 V^{\beta-2} - x\beta V^{\beta-2}) V_{re} \Delta V_{re} + (bQ_0 V^{\beta-2} - y\beta V^{\beta-2}) V_{im} \Delta V_{im} \right] \quad \text{B.38}$$

As correntes injetadas valem

$$\Delta I_{re} = \left. \frac{\partial I_{re}}{\partial V_{re}} \right|_0 \Delta V_{re} + \left. \frac{\partial I_{re}}{\partial V_{im}} \right|_0 \Delta V_{im} + \left. \frac{\partial I_{re}}{\partial x} \right|_0 \Delta x + \left. \frac{\partial I_{re}}{\partial y} \right|_0 \Delta y \quad \text{B.39}$$

$$\Delta I_{im} = \left. \frac{\partial I_{im}}{\partial V_{re}} \right|_0 \Delta V_{re} + \left. \frac{\partial I_{im}}{\partial V_{im}} \right|_0 \Delta V_{im} + \left. \frac{\partial I_{im}}{\partial x} \right|_0 \Delta x + \left. \frac{\partial I_{im}}{\partial y} \right|_0 \Delta y \quad \text{B.40}$$

com as derivadas parciais em relação às tensões fornecidas pelas equações apresentadas no Apêndice B. Os demais termos valem

$$\frac{\partial P}{\partial V_{re}} = \alpha x V^{\alpha-2} V_{re} \quad \frac{\partial P}{\partial V_{im}} = \alpha x V^{\alpha-2} V_{im} \quad \text{B.41}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial V_{re}} = \beta x V^{\beta-2} V_{re} \quad \frac{\partial Q}{\partial V_{im}} = \beta x V^{\beta-2} V_{im} \quad \text{B.42}$$

e

$$\frac{\partial I_{re}}{\partial x} = -V^{\alpha-2} V_{re} \quad \frac{\partial I_{re}}{\partial y} = -V^{\beta-2} V_{im} \quad \text{B.43}$$

$$\frac{\partial I_{im}}{\partial x} = -V^{\alpha-2} V_{im} \quad \frac{\partial I_{im}}{\partial y} = -V^{\beta-2} V_{re} \quad \text{B.44}$$

Caso a formulação polinomial seja empregada (Apêndice B), tem-se as seguintes equações linearizadas

$$\Delta \dot{x} = \frac{1}{T_p} \left[ \begin{array}{l} -(c_0 + c_1 V + c_2 V^2) \Delta x + \\ [P_0 (d_1 + 2d_2 V) - x (c_1 + 2c_2 V)] \frac{V_{re}}{V} \Delta V_{re} \\ + [P_0 (d_1 + 2d_2 V) - x (c_1 + 2c_2 V)] \frac{V_{im}}{V} \Delta V_{im} \end{array} \right] \quad \text{B.45}$$

$$\Delta \dot{y} = \frac{1}{T_q} \left[ \begin{array}{l} -(e_0 + e_1 V + e_2 V^2) \Delta y + \\ [Q_0 (f_1 + 2f_2 V) - y (e_1 + 2e_2 V)] \frac{V_{re}}{V} \Delta V_{re} \\ + [Q_0 (f_1 + 2f_2 V) - y (e_1 + 2e_2 V)] \frac{V_{im}}{V} \Delta V_{im} \end{array} \right] \quad \text{B.46}$$

As correntes injetadas têm expressões idênticas às equações B.39 B.40, com as derivadas parciais em relação às tensões fornecidas pelas equações apresentadas no Apêndice

B. Os demais termos valem

$$\frac{\partial P}{\partial V_{re}} = x (c_1 V^{-1} + 2c_2) V_{re} \quad \frac{\partial P}{\partial V_{im}} = x (c_1 V^{-1} + 2c_2) V_{im} \quad \text{B.47}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial V_{re}} = y (e_1 V^{-1} + 2e_2) V_{re} \quad \frac{\partial Q}{\partial V_{im}} = y (e_1 V^{-1} + 2e_2) V_{im} \quad \text{B.48}$$

e

$$\frac{\partial I_{re}}{\partial x} = -V_{re} (c_0 V^{-2} + c_1 V^{-1} + c_2) , \quad \frac{\partial I_{re}}{\partial y} = -V_{im} (e_0 V^{-2} + e_1 V^{-1} + e_2) \quad \text{B.49}$$

$$\frac{\partial I_{im}}{\partial x} = -V_{im} (c_0 V^{-2} + c_1 V^{-1} + c_2) , \quad \frac{\partial I_{im}}{\partial y} = -V_{re} (e_0 V^{-2} + e_1 V^{-1} + e_2) \quad \text{B.50}$$

# APÊNDICE C

## Fatores de Participação

Neste apêndice é apresentada a descrição teórica dos fatores de participação. Sejam  $u_i$  e  $v_i$ , respectivamente os  $i$  – ésimos autovetores à direita e a esquerda da matriz  $A$ , correspondente ao  $i$  – ésimos autovalor  $\lambda_i$ , de tal forma que

$$A u_i = u_i \lambda_i \quad \text{C.1}$$

$$v_i^T A = \lambda_i v_i^T \quad \text{C.2}$$

Pode-se então definir as matrizes de autovetores a direita

$$U = [ u_1 \quad u_2 \quad \dots \quad u_n ] = \begin{bmatrix} u_{11} & \dots & u_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{n1} & \dots & u_{nn} \end{bmatrix} \quad \text{C.3}$$

e a esquerda

$$V = [ v_1 \quad v_2 \quad \dots \quad v_n ] = \begin{bmatrix} v_{11} & \dots & v_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ v_{n1} & \dots & v_{nn} \end{bmatrix} \quad \text{C.4}$$

A matriz de participação é definida como

$$P = \begin{bmatrix} v_{11}u_{11} & v_{12}u_{12} & \dots & v_{1n}u_{1n} \\ v_{21}u_{21} & v_{22}u_{22} & \dots & v_{2n}u_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ v_{n1}u_{n1} & v_{n2}u_{n2} & \dots & v_{nn}u_{nn} \end{bmatrix} \quad \text{C.5}$$

ou

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & \dots & p_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{n1} & p_{n2} & \dots & p_{nn} \end{bmatrix} \quad \text{C.6}$$

O efeito da multiplicação dos autovetores esquerdo e direito é fazer com que os fatores de participação sejam adimensionais.

O fator de participação  $p_{ki}$  mede a participação relativa do  $k$ -ésimo estado na construção da resposta no tempo do  $i$ -ésimo modo. O uso da matriz de participação na associação dos estados do sistema com autovalores pode ser ilustrado através do arranjo

abaixo

$$\begin{array}{cccc}
 & \lambda_1 & \lambda_2 & \cdots & \lambda_n \\
 x_1 & |p_{11}| & |p_{12}| & \cdots & |p_{1n}| \\
 x_2 & |p_{21}| & |p_{22}| & \cdots & |p_{2n}| \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 x_n & |p_{n1}| & |p_{n2}| & & |p_{nn}|
 \end{array} \tag{C.7}$$

Uma prática comum é normalizar os fatores de participação a fim de facilitar a comparação das suas influências.



## APÊNDICE D

# Métodos Iterativos para Cálculo dos Autovalores/Autovetores

Na análise de sistemas elétricos de grande porte, uma tarefa árdua é o cálculo dos autovalores/autovetores deste sistema. Até pouco tempo, os modos de interesse eram os associados a oscilações eletromecânicas entre geradores. Com o advento do aparecimento de problemas relativos a instabilidade de tensão, os modos associados a tensão e dispositivos que efetuam seu controle (RAT, CER,...) passaram a ser de interesse. Desta forma, a análise modal da estabilidade de tensão a qual equivale à análise da estabilidade de tensão a pequenos distúrbios, passou a ser uma ferramenta importante para análise destes problemas, conforme descrito na seção anterior. Como o problema de estabilidade de tensão está associado a presença de um autovalor real nulo, no caso do colapso de tensão devido a bifurcação sela-nó, ou a um par de autovalores imaginários com baixa frequência, no caso de instabilidade oscilatória devido a bifurcação de Hopf, o cálculo parcial de autovalores/autovetores é uma solução que apresenta uma grande vantagem computacional, pois não é necessário conhecer o valor numérico da maior parte dos autovalores de um sistema dinâmico de grande porte. O método de solução simultânea é um método robusto e eficiente para cálculo de múltiplos autovalores/autovetores, o que garante sua utilidade neste tipo de abordagem.

### D.1. Método de Iterações Simultâneas

O método de Iterações Simultâneas é adequado a obtenção de múltiplos autovalores dominantes e correspondentes autovetores de matrizes não-simétricas. Existem duas versões para o método: “Lop-Sided” e “Bi-Iteration”. Na versão Iterações Simultânea “Lop-Sided”, o método determina um subespaço invariante  $U \in C^{n \times m}$ , de uma matriz não-simétrica de ordem  $n \times m$ , a partir de um conjunto inicial de  $m$  vetores, os quais estão relacionados a estimativa inicial dos autovetores a direita (*trial vectors*), onde  $m \ll n$ . Esta versão calcula com grande eficiência um conjunto de autovalores dominantes da matriz  $A$  e seus respectivos

autovetores a direita [180] [181] [182] [183] . Este método apresenta melhor desempenho para matrizes simétricas.

Na versão Iterações Simultâneas “Bi-Iteration”, a formulação determina dois subespaços bi-ortogonais invariantes,  $\mathbf{U} \in \mathbb{C}^{n \times m}$  e  $\overline{\mathbf{U}} \in \mathbb{C}^{n \times m}$ , de uma matriz não-simétrica de ordem  $n \times m$ , a partir de dois conjuntos iniciais de  $m$  vetores, correspondentes às estimativas iniciais para os autovetores à direita e à esquerda (*trial vectors*), onde  $m \ll n$ . Este método possui a vantagem de calcular um conjunto de autovalores dominantes e seus respectivos autovetores à direita e à esquerda no mesmo laço [180] [181] [182] . Esta característica, de trabalhar com dois conjuntos de vetores, faz com que este método seja computacionalmente mais dispendioso, pois exige um esforço e uma quantidade de memória superior ao “Lop-Sided”. Até pouco tempo, a versão Iterações Simultâneas “Bi-Iteration” não apresentava muito interesse, devido aos problemas de memória limitada e velocidade de processamento, além disso, a maioria dos problemas práticos de engenharia envolvem a resolução de matrizes simétricas ou com baixo grau de assimetria [183] . Com o advento de novas tecnologias de hardware e software, que fizeram com que as limitações devido a memória e tempo de processamento não fossem mais limitações este algoritmo passou a ser competitivo. Além disso, este método pode ser otimizado através da sua programação em paralelo, tirando vantagem da sua estrutura para utilização em computação de alto desempenho [184] [185] .

Na análise de estabilidade de tensão a pequenas perturbações, é importante determinar o efeito de quais variáveis são mais influentes sobre o autovalor crítico. Isto é feito através do uso da matriz de participação, a qual, por sua vez, necessita dos autovetores à esquerda e à direita. Esta necessidade prática representa um ganho na utilização da versão Iterações Simultâneas “Bi-Iteration”, pois a versão Iterações Simultânea “Lop-Sided” determina o autovetor à esquerda através de uma rotina de iteração inversa [183] a partir do autovalor convergido. Isto leva a um esforço computacional suplementar.

Em relação a taxa de convergência, a versão Iterações Simultâneas “Bi-Iteration” apresenta uma convergência quadrática para os autovalores em matrizes não-simétricas, enquanto que a versão Iterações Simultânea “Lop-Sided” apresenta uma convergência linear. Em relação aos autovetores, ambas as versões apresentam uma taxa linear. Outra vantagem do método de Iterações Simultâneas é a preservação da esparsidade da matriz em estudo, o que é muito importante a nível de problemas de sistemas elétricos, devido a dimensão das matrizes envolvidas.

Pelo apresentado acima, foi escolhida a versão Iterações Simultâneas “Bi-Iteration” para ser implementada neste trabalho. Neste Capítulo, apresenta-se somente os detalhes mais importantes do algoritmo e da sua implementação computacional. Detalhes quanto a formulação matemática podem ser encontrados nas referências [181] [180] [186].

## D.2. Algoritmo Seqüencial para a versão Iterações Simultâneas “Bi Iteration”

Esta técnica determina os  $m$  autovalores da matriz de estado  $A$  mais próximos do deslocamento complexo  $\lambda_A$  e seus respectivos autovetores à direita e à esquerda. O procedimento pode ser sumarizado nos seguintes passos: 1 - Inicialize  $m$  *trial vectors* à direita representados pelas colunas da matriz  $\bar{U}^k$  e  $m$  *trial vectors* à esquerda representados pelas colunas da matriz  $\bar{U}^k$ . Os  $2m$  vetores devem ser linearmente independentes

2 - Obtenha os fatores LU para a matriz  $(A - \lambda_A I)$ , onde  $\lambda_A$  é um deslocamento complexo ou real e  $I$  a matriz identidade

3 - Resolva para  $V^k$  e  $\bar{V}^k$  dados a matriz  $(A - \lambda_A I)^{-1}$ ,  $\bar{U}^k$  e  $U^k$ .

$$(A - \lambda_A I) V^k = U^k$$

$$(A - \lambda_A I)^T \bar{V}^k = \bar{U}^k$$

4 - Obtenha a matriz  $G^k$  dadas as matrizes  $\bar{U}^k$  e  $U^k$ , tal que

$$G^k = [\bar{U}^k]^T U^k$$

5 - Obtenha a matriz  $H^k$  dadas as matrizes e  $\bar{U}^k$  e  $V^k$ , tal que

$$H^k = [\bar{U}^k]^T V^k$$

6 - Execute a decomposição LU da matriz  $G^k$  e determine a matriz de interação  $B^k$ , dada por

$$G^k B^k = H^k$$

7 - Utilizando uma rotina  $QR$ , obtenha os autovalores e autovetores à direita da matriz  $B^k$

$$B^k Q_B^k = \Lambda^k Q_B^k$$

8 - Conhecidas as matrizes  $G^k$  (passo) e  $Q_B^k$  (passo), calcule a matriz  $K^k$ , cujas colunas correspondem aos autovetores à direita da matriz  $B^k$ , determinado por

$$K^k = G^k Q_B^k$$

9 - Obtenha  $W^k$  a partir das matrizes  $V^k$  e da matriz  $Q_B^k$  e a matriz  $\overline{W}^k$  a partir das matrizes  $K^k$  e  $\overline{V}^k$ , tal que

$$\begin{aligned} W^k &= V^k Q_B^k \\ K^k [\overline{W}^k]^T &= [\overline{V}^k]^T \end{aligned}$$

10 - Realize as atualizações de  $U^{k+1}$  e  $\overline{U}^{k+1}$  para a próxima iteração.

$$\begin{aligned} u_i^{k+1} &= w_i^{k+1} / \|w_i^k\|_\infty \\ \overline{u}_i^{k+1} &= \overline{w}_i^{k+1} / \|\overline{w}_i^k\|_\infty \\ i &= 1, \dots, m \end{aligned}$$

11 - Testa a convergência através do autovalor. Caso tenha convergido para o número de autovalores/autovetores desejados pare, caso contrário retorne ao passo 3.

Várias melhorias foram propostas para aumentar a eficiência e a convergência do método básico de Iterações Simultâneas. Os vetores guarda (*guard vectors*) e os ciclos de iterações rápidas (*fast iteration cycles*) são algumas destas melhorias [180] [183] [187]. A referência [186] apresenta detalhes do desempenho das versões de Iterações Simultâneas utilizando estas técnicas aplicadas a sistemas elétricos de potência em ambiente serial e paralelo.

# APÊNDICE E

## Dados dos Sistemas Utilizados

Os dados apresentados nas Tabelas seguintes foram modificados dos originais com o propósito de uso nesta tese. Os dados originais do sistema WSCC (Anderson Fouad) são encontrados na referência [172]. Os dados do sistema New England são encontrados na referências [178]. Os dados do equivalente do sistema Sul são apresentados integralmente nesta tese.

### E.1. Sistema WSCC (Anderson Fouad)

Dados dos Geradores

Barra	Nome	$H$	$D$	$X_d$	$X_q$	$X'_d$	$X'_q$	$X_l$	$T'_d$	$T'_q$
1	Barra 1	23,64	-	0,1460	0,0969	0,0608	-	0,0336	8,96	0,000
2	Barra 2	6,40	-	0,8958	0,8645	0,1198	0,1969	0,0521	6,00	0,535
3	Barra 3	3,01	-	1,3125	1,2578	0,1813	0,2500	0,0742	5,89	0,600

Dados dos Reguladores de Tensão (Tipo ST1)

Barra	$K_a$	$T_a$	$K_f$	$T_f$	$K_e$	$T_e$	$se75$ max	$se$ max	$V_r$ min	$V_r$ max
1	20,0	0,20	0,063	0,35	1,0	0,314	0,000	0,000	-10,0	10,0
2	20,0	0,20	0,063	0,35	1,0	0,314	0,138	0,598	-3,5	3,5
3	20,0	0,20	0,063	0,35	1,0	0,314	0,109	0,469	-3,5	3,2

## E.2. Sistema New England

### Dados dos Geradores

Barra	$H$	$X_d$	$X_q$	$X'_d$	$X'_q$	$X''_d$	$T'_d$	$T'_q$	$T''_d$	$T''_q$
30	42,0	0,1000	0,069	0,0310	-	-	0,0001	0,0	10,20	0,00
31	30,3	0,2950	0,282	0,0697	0,1700	-	0,0027	0,0	6,56	1,50
32	35,8	0,2495	0,237	0,0531	0,0876	-	0,0004	0,0	5,70	1,50
33	28,6	0,2620	0,258	0,0436	0,1660	-	0,0002	0,0	5,69	1,50
34	26,0	0,6700	0,620	0,1320	0,1660	-	0,0001	0,0	5,40	0,44
35	34,8	0,2540	0,241	0,0500	0,0814	-	0,0062	0,0	7,30	0,40
36	26,4	0,2950	0,292	0,0490	0,1860	-	0,0003	0,0	5,66	1,50
37	24,3	0,2900	0,280	0,0570	0,0911	-	0,0007	0,0	6,70	0,41
38	34,5	0,2106	0,205	0,0570	0,0587	-	0,0003	0,0	4,79	1,96
39	500,0	0,0265	0,020	0,0190	0,0060	0,0080	0,0001	0,0	7,00	0,70

### Dados dos Reguladores de Tensão (Tipo ST1)

Barra	$K_a$	$T_a$	$K_f$	$T_f$	$K_e$	$T_e$	$se_{75 \max}$	$se \max$	$V_r \min$	$V_r \max$
30	5,0	0,06	0,0400	1,000	-0,0485	0,250	0,080	0,260	-0,750	0,750
31	6,2	0,05	0,0570	0,500	-0,6330	0,405	0,660	0,880	-0,750	0,750
32	5,0	0,06	0,0800	1,000	-0,0198	0,500	0,130	0,340	-0,750	0,750
33	5,0	0,06	0,0800	1,000	-0,0525	0,500	0,800	0,314	-0,750	0,750
34	40,0	0,02	0,0300	1,000	1,0000	0,785	0,670	0,910	-7,500	7,500
35	5,0	0,02	0,0754	1,246	-0,0419	0,471	0,064	0,251	-0,750	0,750
36	40,0	0,02	0,0300	1,000	1,0000	0,730	0,530	0,740	-4,875	4,875
37	5,0	0,02	0,0845	1,260	-0,0470	0,528	0,072	0,282	-0,750	0,750
38	40,0	0,02	0,0300	1,000	1,000	1,400	0,620	0,850	-7,875	7,875

### E.3. Sistema Sul Equivalente

Dados dos Geradores

Barra	$H$	$D$	$X_l$	$X_d$	$X'_d$	$X''_d$	$X_q$	$X''_q$	$T'_d$	$T''_d$	$T''_q$
65	500.0	0.0035	-	-	0.0010	-	-	-	-	-	-
800	4.439	5.0	0.0000	0.9189	0.3025	0.2422	0.6863	0.2422	7.92	0.060	0.090
801	4.439	5.0	0.0000	0.9189	0.3025	0.2422	0.6863	0.2422	7.92	0.060	0.090
810	4.071	5.0	0.0000	0.8785	0.2451	0.1986	0.5651	0.1986	7.56	0.070	0.170
811	4.071	5.0	0.0000	0.8785	0.2451	0.1986	0.5651	0.1986	7.56	0.070	0.170
907	3.560	5.0	0.0000	1.3240	0.1351	0.0810	1.3240	0.0810	5.00	0.030	0.060
909	3.833	5.0	0.0000	1.5840	0.2024	0.1408	1.5840	0.1408	5.00	0.030	0.060
911	3.872	5.0	0.1388	1.5200	0.2063	0.1575	1.5200	0.1575	4.89	0.030	0.056
913	3.229	5.0	0.1540	1.5890	0.2415	0.1855	1.4770	0.1855	6.66	0.018	0.030
917	5.140	5.0	0.1067	0.7446	0.2166	0.1658	0.5262	0.1658	4.91	0.030	0.040
918	5.140	5.0	0.1067	0.7446	0.2166	0.1658	0.5262	0.1658	4.91	0.030	0.040
919	3.765	5.0	0.1050	1.1530	0.2975	0.2450	0.5765	0.2450	8.27	0.050	0.070
920	3.363	5.0	0.1751	1.1100	0.3696	0.3089	0.7265	0.3089	8.98	0.035	0.075
925	4.086	5.0	0.1788	0.8700	0.3000	0.2200	0.5900	0.2200	10.00	0.040	0.130
926	4.086	5.0	0.1788	0.8700	0.3000	0.2200	0.5900	0.2200	10.00	0.040	0.130
927	4.086	5.0	0.1788	0.8700	0.3000	0.2200	0.5900	0.2200	10.00	0.040	0.130
1158	3.659	5.0	0.1244	1.1710	0.3059	0.2420	0.8100	0.2420	9.55	0.095	0.125
1162	6.440	5.0	0.1093	1.4590	0.4862	0.3067	0.9656	0.3067	6.10	0.105	0.180
1170	3.952	5.0	0.0000	1.4510	0.1527	0.1145	1.4510	0.1145	5.00	0.060	0.057
1173	3.306	5.0	0.0000	1.5130	0.2038	0.1571	1.5130	0.1571	6.34	0.0324	0.109
1175	2.688	5.0	0.1130	1.1960	0.3478	0.3028	0.8922	0.3028	7.32	0.031	0.051

Dados dos Reguladores de Tensão (Tipo ST1)

Barra	$K_a$	$T_a$	$K_f$	$T_f$	$V_{1mn}$	$V_{1mx}$	$V_r$ min	$V_r$ max
800	191.0	0.020	0.080	1.500	-0.500	0.500	-1.00	5.50
801	191.0	0.020	0.080	1.500	-3.900	3.900	-1.00	5.50
810	200.0	0.020	0.080	1.500	-0.400	0.400	-1.00	5.50
811	200.0	0.020	0.110	0.800	-1.900	1.900	-1.00	5.50
907	30.0	0.200	0.012	1.660	-1.900	1.900	-1.00	5.50
909	872.0	0.100	0.080	1.500	-0.900	0.900	-7.30	7.30
911	3.840	0.100	0.080	1.500	-9.900	9.900	-7.00	7.10
913	80.00	0.050	0.040	1.000	-0.900	0.900	-7.00	7.10
917	120.0	0.100	0.040	1.000	-0.550	0.550	-1.90	5.60
918	120.0	0.010	0.063	0.470	-0.900	0.900	-1.90	5.60
919	250.5	0.060	0.002	1.500	-0.300	0.300	-3.39	4.54
920	64.70	0.020	0.080	1.500	-0.900	0.900	-5.07	5.83
925	78.50	0.020	0.080	1.500	-0.900	0.900	-6.38	6.38
926	78.50	0.020	0.080	1.500	-0.900	0.900	-6.38	6.38
927	78.50	0.020	0.080	1.500	-0.900	0.900	-6.38	6.38
1158	200.0	0.100	0.080	1.500	-0.900	0.900	-5.54	5.52
1170	601.9	0.200	0.020	1.650	-0.900	0.900	-13.0	13.0
1175	200.0	0.030	0.080	1.500	-0.900	0.900	-10.0	10.0

**Dados dos Reguladores de Tensão (Tipo DC1)**

Barra	$K_a$	$T_a$	$K_f$	$T_f$	$K_e$	$T_e$	$se_{75}$ max	$se$ max	$V_r$ min	$V_r$ max
1162	4222.0	0.200	0.063	0.350	1.000	0.314	0.000	0.000	-10.63	11.96
1173	1000.0	0.200	0.063	0.350	1.000	0.314	0.000	0.000	-4.600	7.500



## E.4. Topologia do Sistema Sul (Barras, Linhas e Transformadores)

1					
Sistema Sul Equivalentado - 213 Barras - ARQUIVO DA TESE					
5					
65	2	IVAIPORA-765	100563.7-220.178.7-9999+9999	-1551-6521-6647	
66		IVAIPORA-525	102961.6	.1008	0.
67		IVAIPORA--69	89061.4	.2328	0.-720.
68		IVAIPORA-FIC	100561.4		
800	1	GBMUNHOZ-3GE	102062.51025.224.5-999999999	-39.42.139-392.	
801	1	GBMUNHOZ-1CS	102056.2 .00155.49-999999999	7.716	1.33-130.
810	1	SSEGREDO-3GE	101566.5 900.-2.07-999999999		
811	1	SSEGREDO-1CS	101559.5 .001 -19.-999999999	4.365	0.
856		SSEGREDO-525	104759.6		
900		ALEGRET-1GER	9997.89	1.94-3.92	
901		CHARQUE-2GER	105233.6	-55.8-40.2	
907	1	JLACERA-2GER	102546.3 100.35.26-999999999	9.7	4.85
909	1	JLACERB-1GER	102547.9 56.35.14-999999999	6.4023.201	
911	1	JLACERC-2GER	1025 50. 250.66.55-999999999	24.2512.13	
913	1	JLACERD-1GER	102550.9 350.75.97-999999999	33.9516.98	
917	1	PFUNDO1--GER	97039.7 100.20.64-999999999		
918	1	PFUNDO2--GER	97039.7 100.20.48-999999999		
919	1	SOSOR4U-4GER	102561.6 560.28.59-999999999	1.164	0.
920	1	SOSOR2U-2GER	102561.6 280.14.95-999999999	.582	0.
925	1	SSANTIA1-GER	103068.8 350.38.33-999999999	.582	0.
926	1	SSANTIA2-GER	103068.8 350.38.34-999999999	.582	0.
927	1	SSANTIA3-GER	103068.6 350.39.24-999999999	.582	0.
928		SSANTIA4-GER	102360.3		
930		ALEGRETE-138	99711.4		
933		AREIA---525	104855.9	42.59	-6.3530.4
934		AREIA---230	1051 54.	160.966	.9381.82
938		BLUMENAU-525	96040.7	1.552	0.
939		BLUMENAU-230	105038.9		
940		BLUMENAU-138	105035.9	285.2	201.96.47
943		CANOINHA-230	99940.8	77.1851	.5222.35
951		CHARQUEA-230	101525.3	2.328	0.
952		CHARQUEA- 69	100023.2		
954		CMOURAO--230	103652.3	68.09-3	.2212.04
955		CNOVOSB--138	105041.1	53.0445	.6329.14
956		CNOVOS---525	101346.8	2.425	0.
957		CNOVOS---230	102043.5		
958		CNOVOSA--138	105040.8	55.5346	.4829.14
959		CURITIBA-525	99245.2	4.268	0.
960		CURITIBA-230	105042.1	827.3-63	.8-308.
962		FARROUPI-230	968 25.		
963		FARROUPA-000	101520.7		
964		FARROUPI- 13	101520.7		
967		FLORIANO-138	100834.7	41.8432	.1410.25
968		FLORIANO- 69	97133.2	26.0717	.25.8612
976		GRAVATAI-525	91830.4	4.268	0.
978		GUAIRA--F230	1060 47.	54.7817	.4643.98
985		ILHOTA---138	101833.2	39.0621	.9713.02
986		ILHOTA--- 69	103629.7	75.9750	.6622.07
987		ILHOTAA--000	103129.4		
988		ILHOTAB--000	103029.3		
989		ILHOTA1--GER	101429.3	.485-19.2	
990		ILHOTA2--GER	101429.2	.485-19.2	
995		ITA-----525	101348.4	2.91	0.-150.
999		IVAIPOR-E525	102961.5	2.881	0.
1006		JLACERDA-230	105444.3	1.261	0.
1007		JLACERDA-138	105042.1	51.8637	.6139.31
1008		JLACERDA- 69	103641.5	61.0239	.648.819
1010		JLACERDB-230	105444.3		
1015		JOINVILL-230	1020 37.		
1016		JOINVILL-138	101533.8	249.3134	.454.59
1027		JOINVILL- 69	102932.9	101.247	.2647.24
1028		LONDRINA-525	103958.3		
1029		LONDRIN-E230	101855.4	337.1-279	.-231.
1031		MARINGA-F230	1011 51.	201.5-157	.-166.
1034		PALHOCA-230	1011 38.		
1035		PALHOCA-E138	101435.3	104.975	.5646.65
1041		PFUNDO---230	977 34.	.679	0.
1042		PFUNDO---138	104032.8		
1043		PFUNDO---000	96932.6		
1044		PFUNDO--- 13	96832.6	.485	.194
1047		SOSORIO--230	104956.4	103.9	17.535.24
1048		SOSORIO-- 69	101651.2	19.597	.9397.831

1057	SIDEROP--230	102340.7	
1058	SIDEROP-E 69	105837.7	166.4100.732.06
1060	SSANTIAG-525	104760.1	4.559 0.
1061	SSANTIAG- 69	101550.8	1.373.5195.9531
1062	SSANTIAA-000	102360.5	
1063	SSANTIAB-000	102360.3	
1066	TIJUCAS--138	100633.1	28.3820.3613.27
1067	URUGUAIA-230	10244.87	
1068	URUGUAIA--13	10064.78	24.
1069	XANXERE--230	96438.8	12.85-19.3-8.77
1071	XANXERE-- 13	100136.4	
1072	XANXERE--000	100136.4	
1078	ANASTAC--230	104836.4	
1079	ANASTAC--138	105033.7	106.6106.5127.7
1086	DOURADOS-230	105239.9	.485 0.
1089	IVINHEM-F138	101249.2	28.3210.5614.16
1090	DOURADO-F138	1050 39.	84.4145.9245.67
1094	ELDORAD-F138	104146.3	37.44.944.2825
1095	MIMOSO--F138	100949.2	9.133-175.-165.
1096	NANDRAD-F138	101755.9	-76.-174.-189.
1158	1 ITAUBA----13	103032.5	350.92.57-1999+1999
1159	ITAUBA0CS-13	101227.9	
1162	1 JACUI-----13	103036.9	150.63.17-999999999
1170	1 PMED-ALMQ-13	1040 20.	40.13.81-999999999
1171	PMED-ALMQ-13	102517.3	
1172	PMED-B1MQ-13	102517.3	
1173	1 PMED-B1MQ-13	104020.8	110. 30.2-999999999
1175	1 PREAL-----13	103030.2	70.37.08-999999999
1178	URUGUAIA5-13	1017-.33	
1179	PALEGRE-6-13	101317.5	0.-29.1
1180	PALEGRE-9-13	102018.1	0.-18.4
1181	VAIRES----13	105621.3	0.-18.4
1182	ALEGRETE--69	10358.28	31.99 12.6
1185	ALEGRETE2-69	10438.26	
1186	ALEGRET2-230	10268.68	
1188	BAGE-2---230	105115.4	
1189	BAGE-2---69	100012.3	21.149.016
1194	CAMAQUA--230	102220.7	
1195	CAMAQUA---69	100417.1	43.6321.82
1196	CBOM-B---230	100226.1	43.6320.17
1198	CBOM----230	99725.8	82.440.72
1200	CAXIAS-2-230	94823.3	
1201	CAXIAS-2--69	100013.6	139.236.36
1202	CHARQUEAF-69	100023.2	32.2816.19
1203	CHARQUEA--69	105023.3	33.64 3.49
1204	POLOPETRO230	101425.3	110.523.56
1207	FARRO-----69	101520.8	145.55.26
1209	GRAVATAI--69	104021.8	164.877.56
1210	GRAVATAI-230	1020 27.	32.9611.63
1212	ELDORADO-230	101824.9	12.6.5817
1213	GUARITA--230	94629.1	
1214	GUARITA---69	102024.2	56.2318.42
1215	ITAUBA---230	106327.9	
1216	JACUI----138	105228.3	6.3981.939
1217	DLAJEADO-230	102024.7	
1218	LAJEADO--230	101524.2	70.7732.57
1219	LANSUL---138	102522.7	6.952 4.85
1221	LVE+VAC--138	99621.6	26.476.786
1222	MARAU----138	103225.6	13.096.302
1225	MACAMBARA230	10095.54	72.71 12.6
1226	NPRATA-2--69	102021.6	56.6221.33
1227	MAXSPRIN-138	102823.2	8.114 4.85
1228	NPRATA-2-230	96025.6	
1229	PALMARES-138	100018.7	11.631.939
1230	LIVRAM---230	105011.3	10.372.133
1231	OSORIO-2-230	99323.9	
1232	OSORIO-2--69	102520.2	82.419.39
1233	PELOTAS1--69	9776.43	14.548.725
1236	PELOTAS3-230	100717.3	5.6236.495
1238	PMEDICI--138	105012.1	20.658.919
1239	PMEDICI--230	105017.3	11.636.495
1240	D.POSORIO138	9925.79	
1241	EVELHA---138	101421.5	35.8711.63
1242	PREAL---138	105028.1	
1243	PREAL----230	105527.3	

1245	QUINTA----	69	105010.9		54.9727.53
1246	QUINTA---	230	1000 16.		
1255	DSCRUZ1--	230	102124.9		
1256	SCRUZ-1--	230	101224.3		67.8639.07
1257	CINDUS---	138	103023.4		3.704 0.
1258	CINDUS---	230	1016 26.		79.5 44.6
1259	PAL-4----	230	985 24.		155.362.05
1260	PALEGRE-6-TA		99717.5		
1261	PALEGRE-6-TB		99717.5		
1262	PAL-6-----	69	100017.8		146.467.86
1263	PALEGRE6-230		98924.5		
1265	PALEGRE-9--T		100018.1		
1266	PAL-9-----	69	100218.3		95.9342.66
1267	PAL-9-----	230	100525.1		40.3315.51
1268	PAL-10---	230	98524.1		43.6329.08
1273	SIDERURG-230		101425.8		36.45 12.6
1275	SMARTA-A-138		103525.2		7.6594.169
1276	SMARIA-1-138		99821.2		22.8813.09
1278	SMARIA3--230		102219.6		
1279	SMARTA----	69	1040 23.		56.9120.46
1280	SMARTA-B-138		1040 26.		
1281	SMARTA---	230	98327.8		
1282	SROSA-----	69	101523.9		34.9 0.
1283	SROSA----	230	94427.1		
1284	SMARTA----	46	100023.4		9.981 3.49
1286	SVICENTE 230		101613.9		37.8116.48
1290	TCOROAS--138		101620.9		11.632.908
1293	URUGUAIAS--T		1017-.33		
1295	URUGUAIAS-69		1020.093		55.2618.71
1296	URUGUAI5-230		10244.87		
1297	VAIRES----	T1	103821.3		
1298	VAIRES----	69	104021.5		68.8336.84
1299	VAIRES---	230	102224.6		
2050	BUGRES-----	6	981 19.		-2.91-3.88
2051	CANASTRA--13		102229.1		-42.7-21.6
2052	CCORINHA--13		1045 23.		0. -33.
2054	SJERONIMO-13		105233.6		-4.85 0.
2057	BASILIO--138		10047.17		5.8172.908
2058	BUGRES----	69	94817.8		
2059	CANASTRA--69		94417.8		15.517.756
2060	CANASTRA--T2		96421.2		
2061	CALTA----	138	98724.1		50.4124.24
2062	CANASTRA--T1		96421.2		
2064	CANASTRA-138		102421.4		
2066	CCORINHA---T		1069 23.		
2067	CCORIN-----	69	100020.6		43.6321.33
2068	CCORIN---138		102522.3		11.635.817
2069	EREXIM---138		100330.3		42.7613.57
2070	PELOTAS1-138		9673.83		
2071	PELOTAS2-138		9603.27		44.616.48
2072	JAGUARAO-138		9914.88		5.3321.939
2073	DRPELOT--138		9653.64		
2077	POLOPETRO-69		102020.9		31.8910.47
2084	PEPSI----	138	102422.6		1.162 0.
2085	SANGELO2-230		102923.8		
2086	SANGELO2--69		104019.3		48.4716.97
2087	SMARIA-3--69		103015.1		51.38 22.3
2088	SCHARLAU-230		99525.1		
2089	SCHARLAU--13		105720.3		0.-18.4
2090	SCHARLAU-138		101921.9		27.153.878
2091	SCHARLAU--69		104020.4		18.426.786
2093	SCHARLAU---T		104020.3		
2094	TAQUARA--138		101020.5		36.8416.48
2095	UHPPFUNDO--23		1024 31.		5.0411.648
2099	ZOOLOGIC-138		102122.2		26.185.817
2896	XANXERE--138		102935.9		226.2152.9 96.4
9999					
4					
65	68 1		.377	1.	16501650
65	934 1		41.188 248.1		88888888
65	954 1		48.15258.75		88888888
65	960 1		29.148220.81		88888888
65	1029 1		2.138222.675		88888888
65	1031 1		5.307438.289		88888888
65	1095 1		7.219524.902		88888888

65	1096	1	19.42107.12					88888888
66	68	1	-.025	1.026	.8361.053			661650165032
66	999	1 T	.01 .01 1.135					16361636
66	999	2	.01 .01 1.135					
67	68	1	1.7907	1.				16501650
800	801	1	-4.17958.683					88888888
800	933	1	.006671.1747					88888888
801	933	1	.023.5251					88888888
856	810	1	1.4	1.024				12601260
856	811	1	4.2	1.024				
856	933	1 T	.052 .65480.493					16371637
856	1060	1 T	.056 .69785.746					16371637
901	2054	1 T	.01					
925	1062	1	.034 4.359	1.				350 350
926	1062	1	.034 4.365	1.				350 350
927	1063	1	.034 4.34	1.				350 350
928	1063	1	.034 4.323	1.				350 350
930	1182	1	2.49938.975	.9722.78061.055			930 25 2532	
930	1182	2	2.50939.166	.9722.78061.055			930 25 2532	
930	1276	1	16.62 51.32 12.05				97 141	
933	956	1	.162 2.048250.17				21822182	
933	959	1	.2 2.693336.43				16371637	
933	959	2	.217 2.923366.68				16371637	
933	999	1	.159 2.012245.77				21822182	
934	933	1	.031 1.207	1.001 .9221.127			934 672 67232	
934	943	1	4.501222.551				88888888	
934	960	1	4.30121.143				88888888	
934	1029	1	29.531139.58				88888888	
934	1031	1	55.941239.95				88888888	
934	1047	1	3.04515.73827.123				332 423	
934	1047	2	3.04115.71827.089				332 423	
934	1048	1	154.54322.58				88888888	
938	959	1	.127 1.603195.89				12661266	
939	938	1	.031 1.152	1.11 .9451.155			939 672 67232	
939	938	2	.032 1.163	1.11 .9451.155			939 672 67232	
939	1010	1	3.74119.35933.277				212 212	
939	1015	1	1.271 6.56211.305				212 212	
939	1015	2	1.283 6.56411.522				212 212	
939	1034	1 T	2.53213.13222.551				207 207	
940	939	1	.307 5.74	1.021 .951.161			940 150 15032	
940	939	2	.307 5.74	1.021 .951.161			940 150 15032	
940	939	3	.348 6.283	1.021 .951.161			940 150 15032	
940	939	4	.564 6.035	1.021 .951.161			940 168 16832	
940	985	1	4.06 10.49 2.58				127 127	
940	985	2	4.38 11.15				88888888	
943	960	1	4.070620.453				88888888	
943	1016	1	8.82825.361				88888888	
951	901	1	.392 24.42	1.05			86 86	
951	952	1	.2511.875	.9943 .8231.082			-952 88 8832	
951	1203	1 T	.28811.663	.9616 .8231.082			-1203 88 8832	
951	1255	1 T	1.34 7.46 13.63				290 372	
951	1258	1 T	.834 4.315 7.428				210 311	
951	2088	1 T	1.7 6.3 11.5				245 305	
952	1202	1	.01					
954	978	1	53.439246.34				88888888	
954	1029	1	4.398321.813				88888888	
954	1031	1 T	1.514 7.83613.486				306 306	
954	1031	2	4.873221.859				88888888	
954	1047	1	3.43417.77130.614				306 306	
954	1047	2	3.42917.78130.546				306 306	
954	1047	3	80.109229.34				88888888	
954	1094	1	115.76289.41				88888888	
954	1096	1	77.469242.24				88888888	
955	957	1	.348 5.742	1.04 .9241.129			955 150 15032	
955	958	1	10.98442.777				88888888	
955	1007	1	32.70388.185				88888888	
955	2896	1	14.928 41.57				88888888	
956	976	1	.225 3.033381.46				16881688	
956	995	1	.102 1.268155.24				16881688	
957	956	1	.088 3.894	1.023 .9 1.1			957 336 33632	
958	957	1	.348 6.633	1.043 .9241.129			958 150 15032	
958	1007	1	32.74788.322				88888888	
958	2896	1	14.92841.565				88888888	
960	959	1	.032 1.163	1.086 .9451.155			960 672 67232	
960	959	2	.031 1.166	1.086 .9451.155			960 672 67232	

960	1015	1	T	1.892	9.77616.845					319	319
960	1015	2	T	1.895	9.70417.029					319	319
960	1029	1		22.027124.42						88888888	
960	1031	1		42.447214.03						88888888	
962	963	1		14810.889		.923	.8641.136		-1207	88	8832
962	1041	1		4.60123.76840.945						210	211
962	1057	1		3.85419.93634.319						319	319
962	1196	1	T	1.2	6.14	10.54				210	311
962	1198	1	T	1.2	6.14	10.54				210	311
962	1200	1	T	.39	2.13	3.88				290	372
962	1207	1		.28510.988		.923	.8641.136		-1207	88	8832
962	1228	1		1.219	6.14411.087					210	311
962	2088	1	T	1.67	6.2	11.3				245	305
964	963	1		.47411.111		1.				25	25
967	968	1		1.4830.229		1.019	.9	1.1	-968	25	2532
967	968	2		1.44629.607		1.019	.9	1.1	-968	25	2532
967	968	3		1.44829.424		1.019	.9	1.1	-968	25	2532
967	985	1		6.65	27.86					88888888	
967	1035	1		.58	2.37	.65				160	160
967	1035	2		.58	2.37	.65				160	160
967	1066	1		2.46	10.48	2.5				96	96
976	995	1		.282	3.852	493.7				16881688	
978	1031	1		136.82450.18						88888888	
978	1047	1		1.302312.555						88888888	
978	1069	1		69.968383.23						88888888	
978	1086	1		2.5119.00644.274						212	212
978	1094	1		.8610711.362						88888888	
985	987	1		.323	18.17	.9939	.8571.048		-986	50	5032
985	988	1		.317	18.25	.9939	.8571.048		-986	50	5032
985	1016	1		4.61	18.72	5.09				93	93
985	1016	2		6.15	24.08					88888888	
985	1066	1		2.69	11.81	2.74				96	96
986	987	1		.268	-1.73	1.004				50	50
986	988	1		.276	-1.91	1.004				50	50
989	987	1		.584	16.33	.956				20	20
990	988	1		.574	16.63	.956				20	20
995	1060	1		.172	2.17265.16					16881688	
999	1028	1	T	.11	1.394170.28					16371637	
999	1060	1	T	.154	1.94236.97					21822182	
1006	909	1		.01	12.76	1.068				160	160
1006	1008	1		.34510.904		.9835	.8641.136		-1008	83	8332
1006	1010	1		.014	.074	.128				191	191
1006	1034	1		2.2811.82820.312						191	191
1007	907	1		.08	8.48	1.048				116	116
1007	1006	1		.84111.826		.9853	.911.113		1007	80	8032
1007	1006	2		.82411.826		.9853	.911.113		1007	80	8032
1007	1008	1		.93916.967		1.013	.8571.047		-1008	50	5032
1007	1008	2		1.1733.121		1.015	.8591.049		-1008	25	2532
1007	1035	1	T	6.6	26.83	7.28				93	93
1007	1035	2		7.28	29.57					88888888	
1007	2896	1		137.28226.74						88888888	
1010	911	1		.08	4.489	1.05				312	312
1010	913	1		.368	7.436	1.05				195	195
1010	913	2		.376	7.564	1.05				195	195
1010	1057	1		.94	4.842	8.349				319	319
1010	1057	2		.897	4.637	7.978				319	319
1015	1027	1		.283	10.23	.9874	.8641.136		-1027	100	10032
1016	1015	1		.57311.104		1.022	.908	1.11	1016	75	7532
1016	1015	2		.76712.721		1.022	.908	1.11	1016	75	7532
1016	1015	3		.307	5.74	1.022	.908	1.11	1016	150	15032
1016	1015	4		.76512.637		1.022	.908	1.11	1016	75	7532
1016	1027	1		.61617.088		.9804	.8571.048		-1027	50	5032
1016	1027	2		1.025	29.21	.9804	.8581.048		-1027	33	3332
1016	1027	3		.99128.705		.9804	.8581.048		-1027	33	3332
1016	1027	4		6.6819.455						88888888	
1029	1028	1		.039	1.267	.9764	.9	1.1	1029	672	67232
1029	1031	1		1.7049	7.88					88888888	
1029	1095	1		68.038203.74						88888888	
1029	1096	1		169.93463.05						88888888	
1031	1095	1		124.26306.14						88888888	
1031	1096	1		36.065111.33						88888888	
1035	1034	1		1.442	11.81	1.031	.951.161		1035	84	8432
1035	1034	2		1.10713.104		1.031	.951.161		1035	75	7532
1035	1034	3		.81	12.53	1.031	.951.161		1035	75	7532
1041	917	1		.196	9.193	1.025				145	145

1041	918 1	.203 9.262	1.025	145 145
1041	1043 1	.195 4.6	1.	84 84
1041	1069 1 T	1.505 7.77613.402		319 319
1041	1069 2 T	1.503 7.76613.385		319 319
1041	1213 1 T	2.21 8.75 14.03		179 263
1041	1228 1 T	3.73218.908 33.77		210 311
1041	1281 1 T	1.83 9.15 16.41		270 346
1042	1043 1	.491 -.56	1.076 .8811.136	1042 84 8432
1042	2069 1 T	5.09 12.12 2.79		82 118
1042	2095 1	69.02	1.004	12 12
1044	1043 1	.66511.107	1.	28 28
1047	919 1	.02 1.722	1.025	788 788
1047	920 1	.03 3.391	1.025	393 393
1047	1048 1	1.38147.873	1.03 .8721.064	-1048 33 3332
1047	1069 1 T	3.07415.88527.375		319 319
1047	1069 2	3.085416.005		88888888
1047	1094 1	32.48279.111		88888888
1048	1061 1	19.49845.878		88888888
1057	1058 1	.28611.702	.9442 .8231.082	-1058 88 8832
1057	1058 2	.96250.339	.9442 .8461.032	-1058 33 3332
1057	1058 3	.28612.008	.9442 .8231.082	-1058 88 8832
1057	1058 4	.28311.636	.9442 .8231.082	-1058 88 8832
1060	1062 1	.016 .097	1.024	701 701
1060	1063 1	.016 .101	1.024	701 701
1067	1068 1	.59713.801	1.053.93341.053	-1068 54 5432
1067	1296 1 T	.01		210 311
1069	1072 1	.143 7.97	.948	84 84
1071	1072 1	.599 25.26	1.	28 28
1078	1086 1	2.20717.31540.994		207 207
1079	1078 1	1.08213.835	1.029 .9241.129	1079 75 7532
1079	1090 1	165.37424.47		88888888
1079	1095 1	12.54532.988		88888888
1089	1090 1	13.08133.558		88888888
1089	1095 1	169.7444.71		88888888
1089	1096 1 T	5.41 13.92 3.556		
1090	1086 1	.67811.331	1.02 .9241.129	1090 75 7532
1090	1086 2	1.01612.305	1.02 .9241.129	1090 75 7532
1090	1095 1	50.173130.65		88888888
1179	1260 1 T	11.33		25 25
1179	1261 1	11.06	1.	25 25
1180	1265 1	10.86	1.	55 55
1181	1297 1	10.56	1.	30 50
1182	900 1 T	34.26	1.05	66 66
1182	1185 1 T	1.52 4.42 .08		48 73
1186	1185 1	16.52	.9596 .85 1.15	-1185 83 8332
1186	1225 1 T	1.58 7.9 14.16		270 362
1186	1230 1	2.45 12.24 21.93		270 346
1186	1286 1	1.73 9.63 17.6		270 346
1186	1296 1 T	2.42 12.13 22.74		273 362
1188	1189 1	26.56	1.025 .85 1.15	-1189 50 5032
1188	1230 1 T	2.89 14.44 25.88		270 346
1188	1239 1	.87 4.82 8.81		290 372
1194	1195 1	15.06	.9841 .813 1.1	-1195 50 5032
1194	1212 1 T	1.98 9.84 17.73		270 346
1194	1239 1	3.74 18.71 33.93		270 346
1196	1210 1 T	.45 2.31 3.97		210 311
1198	1210 1 T	.45 2.31 3.97		210 311
1200	1201 1	12.86	.8932 .85 1.15	-1201 100 16532
1204	1215 1 T	3.34 18.56 33.92		290 372
1204	1258 1 T	.41 2.25 4.11		290 372
1204	1258 2 T	.41 2.25 4.11		293 390
1204	2077 1	25.58	.9666 .85 1.15	-2077 50 5032
1207	963 1 T	.144 -.311	1.	83 83
1210	976 1 T	.03 1.217	1.132 .9461.156	1210 672 67232
1210	976 2 T	.039 1.138	1.132 .9461.155	1210 672 67232
1210	976 3 T	.036 1.217	1.132 .9461.155	1210 672 67232
1210	976 4 T	.036 1.217	1.132 .9461.155	1210 672 67232
1210	1209 1	12.84	.9345 .85 1.15	-1209 100 16532
1210	1209 2	12.35	.9345 .85 1.15	-1209 100 16532
1210	1231 1	1.43 7.12 12.76		270 346
1210	1258 1	.21 .92 2.43		293 390
1210	1258 2	.21 .92 2.78		293 390
1210	1258 3	.21 .92 2.43		293 390
1210	1258 4	.21 .92 2.43		293 390
1210	1263 1	.54 2.81 4.98		210 311

1210	1263	2	.54	2.81	4.98					231	279
1212	1258	1	.45	2.25	4.11					270	346
1213	1214	1		16.38		.8979	.85	1.15	-1214	83	8332
1213	1283	1	1.77	8.87	15.91					270	346
1215	1158	1		2.362				1.05		556	556
1215	1159	1		9.45				1.05		417	417
1215	1243	1 T	.51	2.86	5.23					290	372
1215	1255	1 T	1.87	10.39	18.99					290	372
1215	1258	1	3.66	20.3	37.67					290	372
1215	1278	1 T	1.53	8.46	15.53					290	372
1216	1162	1 T		10.053				1.074		180	180
1216	1242	1	.56	1.89	.54					108	158
1216	1242	2	.56	1.89	.54					91	104
1216	1276	1	9.67	23.48	5.19					82	118
1216	2061	1	4.61	17.13	4.06					108	158
1217	1218	1	.26	1.28	2.29					270	346
1217	1243	1	2.17	12.03	22.34					225	335
1217	1258	1 T	1.64	9.07	16.86					225	335
1219	1257	1 T	.67	2.26	.66					108	158
1219	2084	1 T	.13	.45	.13					108	154
1221	1275	1 T	10.39	25.36	5.96					82	118
1227	1257	1 T	.19	.62	.19					108	158
1227	2099	1	.89	3.	.86					108	158
1228	1226	1		13.34		.9137	.85	1.15	-1226	60	10032
1229	2094	1 T	10.88	25.92	5.97					82	118
1231	1232	1		8.2		.9526	.85	1.15	-1232	100	16532
1233	1245	1	11.05	37.6	.67					54	79
1236	1246	1	.84	4.18	7.5					270	346
1236	1258	1	4.74	23.66	42.4					270	346
1238	1239	1		14.43		1.031	.85	1.15	1238	116	11632
1238	2057	1	5.46	20.31	4.85					108	158
1239	1170	1		12.3		1.025				83	83
1239	1171	1		12.44		1.025				83	83
1239	1172	1		5.902		1.025				188	188
1239	1173	1		5.907		1.025				188	188
1239	1246	1	2.92	14.59	26.15					270	346
1240	2057	1 T	1.69	6.29	1.49					108	158
1240	2072	1	7.97	27.22	6.49					123	158
1240	2073	1 T	3.08	11.46	2.72					108	158
1241	2090	1 T	.59	2.2	.52					137	175
1242	1243	1		4.35		.9911	.85	1.15	1242	150	15032
1243	1175	1		7.285		1.05				168	168
1243	1281	1	3.01	11.46	19.9					179	263
1243	1299	1 T	3.37	12.55	23.67					179	263
1243	2085	1	2.81	14.28	25.6					329	400
1246	1245	1		12.63		.9065	.862	1.15	-1245	165	16532
1255	1256	1	.344	1.717	3.078					270	346
1257	1258	1		2.175		1.019	.85	1.15	1257	300	30032
1257	2068	1 T	.66	2.45	.58					108	158
1258	1267	1	.28	1.32	2.71					270	346
1258	1273	1	.26	1.29	2.38					270	346
1258	1299	1 T	2.58	9.83	17.06					179	263
1259	1263	1 T	.14	.86	1.97					339	435
1259	1268	1 T	.042	.256	.587					339	435
1262	1260	1 T		-.86		1.				83	83
1262	1261	1 T		-.76		1.				83	83
1263	1260	1		17.33		.9532	.8641	.136	-1262	83	8332
1263	1261	1		17.12		.9532	.8641	.136	-1262	83	8332
1263	1268	1	.098	.604	1.383					339	435
1266	1265	1		-.37		1.				165	165
1267	1265	1		13.27		.9668	.85	1.1	-1265	165	16532
1275	1281	1		12.6		1.063	.9151	.166	1275	50	7532
1278	1286	1 T	1.38	7.66	14.07					290	372
1278	2087	1		17.02		.9548	.85	1.15	-2087	83	8332
1280	1222	1	3.36	8.21	1.93					82	82
1280	1281	1		12.6		1.07	.9151	.164	1280	75	7532
1280	1284	1		46.43		1.022	.9441	.278	-1284	33	3332
1281	1279	1		16.51		.9132	.85	1.15	-1279	83	8332
1283	1282	1		16.48		.9282	.85	1.15	-1282	83	8332
1290	2064	1 T	1.21	3.8	.88					97	141
1290	2094	1 T	1.43	4.49	1.04					97	141
1293	1178	1		12.		1.				28	28
1293	1295	1		-1.38		1.				83	83
1296	1293	1		17.56		.9725	.85	1.15	-1295	83	8332
1298	1297	1		-.92		1.				150	150





## Bibliografia

- [1] IEEE, "Voltage stability of power systems: Concepts, analytical tools, and industry experience," Tech. Rep. 90TH0358-2-PWR, IEEE/PES, 1990.
- [2] C. W. Taylor, *Power System Voltage Stability*. EPRI - McGraw Hill, 1994.
- [3] L. T. D. Luz, L. C. Werberich, and A. D. Franceschi, "Análise da influência das ações de controle da operação sobre o colapso de tensão," *XIII Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica (SNPTEE)*, vol. GAT, October 1995.
- [4] V. L. C. Soares, "Uma avaliação do sistema sul do brasil quanto a estabilidade de tensão," *VII Encontro Latino-Americano da CIGRE*, vol. CE, May 1997.
- [5] CIGRE, "Modelling of voltage collapse including dynamic phenomena," Tech. Rep. Task Force 38-02-10, 1993.
- [6] C. D. Vournas, M. A. Pai, and P. W. Sauer, "The effect of automatic voltage regulation on the bifurcation evolution in power systems," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 11, pp. 1683–1688, November 1996.
- [7] C. L. DeMarco and A. R. Bergen, "A security measure for random load disturbances in nonlinear power system models," *IEEE Trans. on Circuit and Systems*, vol. CAS-34, pp. 1546–1557, December 1987.
- [8] B. Gao, G. K. Morrison, and P. Kundur, "Voltage stability evaluation using model analysis," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 7, pp. 1529–1542, November 1992.
- [9] T. VanCutsem and C. D. Vournas, *Voltage Stability of Electric Power Systems*. Kluwer Academic Press, 1998.
- [10] M. A. Pai and V. Ajjarapu, "Voltage stability in power systems - an overview," *Proc. in Recent Advances in Control and Management of Power Systems*, pp. 1 – 29, August 21-24 1992.
- [11] P. W. Sauer and M. A. Pai, "Power system steady-state stability and the load flow jacobian," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 5, pp. 1374–1383, November 1990.
- [12] C. Rajagopalan, B. Lesieutre, P. W. Sauer, and M. A. Pai, "Dynamics aspects of voltage/power characteristics," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 7, pp. 990–1000, August 1992.
- [13] E. Bompard, E. Carpeneto, G. Chicco, and R. Napoli, "A dynamic interpretation of the load-flow jacobian singularity for voltage stability analysis," *Int. J. of Electric Power and Energy Systems*, vol. 18, no. 6, pp. 385–395, 1996.
- [14] F. A. B. Lemos, "Avaliação dinâmica da estabilidade de tensão incluindo modelagem de limitadores." Exame de Qualificação, Abril 1996.
- [15] F. A. B. Lemos, A. A. P. Lerm, and A. S. Silva, "Estabilidade de tensão: Uma abordagem através da teoria de bifurcações," *Anais do XI CBA - Congresso Brasileiro de Automática*, vol. III, pp. 1649–1654, September 1995.
- [16] V Ajjarapu and C. Christy, "The continuation power flow: A tool for steady state voltage stability analysis," *IEEE Trans. on Power System*, vol. 7, pp. 416–423, February 1992.
- [17] C. A. Cañizares and F. L. Alvarado, "Point of collapse and continuation methods for large ac/dc systems," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 8, pp. 1–8, February 1993.

- [18] F. L. Alvarado and T. H. Jung, "Direct detection of voltage collapse conditions," in *Bulk Power System Voltage Phenomena I - Voltage Stability and Security*, 1989.
- [19] C. A. Cañizares, F. L. Alvarado, C. L. DeMarco, I. Dobson, and W. F. Long, "Point of collapse methods applied to ac/dc power systems," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 7, pp. 673–683, May 1992.
- [20] I. Dobson and L. Lu, "New methods for computing a closest saddle node bifurcation and worst case load power margin for voltage collapse," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 8, pp. 905–913, August 1993.
- [21] IEEE, "Proposed terms and definitions for power system stability," *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-101, pp. 1034–1041, July 1992.
- [22] E. Kimbark, *Synchronous Machines*. Dover Publications, 1968.
- [23] P Kundur and G. K. Morison, "A review of definitions and classifications of stability problems in today's power systems," *Panel Session on Stability Terms and Definitions*, February 1997.
- [24] J. Zaborszki, "Some basic issues in voltage stability and viability," in *Power System Voltage Phenomena - Voltage Stability and Security*, 1989.
- [25] V. A. Venikov and M. Rozonov, "The stability of load," *Energetika and Automatica*, vol. 3, pp. 121–125, 1961.
- [26] P Kundur, *Power System Stability and Control*. EPRI - McGraw Hill, 1994.
- [27] K. Hemmaplardh, J. W. Manke, W. R. Pauly, and J. W. Lamont, "Consideration for long term dynamics simulation program," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. PWRS-1, pp. 129–135, February 1986.
- [28] V. Converti, D. P. Gelopolus, M. Housley, and G. Steinbrenner, "Long term stability solution of interconnected power systems," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. PAS-95, pp. 96–104, Jan/Feb 1976.
- [29] T. J. E. Miller, *Reactive Power Control in Electric Systems*. New York: John Wiley and Sons, 1982.
- [30] C. A. Gama, "Utilização de equipamentos com tecnologia facts (flexible ac transmission systems) em sistemas de potência," Master's thesis, CPGEE - UFSC, 1995.
- [31] V. Archidiacono, S. Corsi, A. Natale, C. Raffaelli, and V. Menditto, "New developments in the application of enel transmission system voltage and reactive power automatic control," *Cigre Proceedings*, vol. Paper 38/39-06, 1990.
- [32] J. P. Paul, J. Y. Leost, and J. M. Tesseron, "Survey of the secondary voltage control in france," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 2, pp. 505–511, 1987.
- [33] T. Nagao, K. Tanaka, and K. Takenaka, "Development of static and simulation programs for voltage stability studies of bulk power system," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 12, pp. 273–281, February 1997.
- [34] L. T. D. Luz and L. C. Werberich, "Esquemas de controle de emergência para evitar colapso no abastecimento devido a perda de linhas de interligação,"
- [35] C. W. Taylor, "Concepts of undervoltage load shedding for voltage stability," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 7, pp. 480–488, April 1992.
- [36] S. A. Nirenberg and D. A. McInnis, "Fast acting load shedding," *IEEE Trans. on Power*

*Systems*, vol. 3, pp. 1545–1554, 1992.

- [37] J. Arrillaga and C. P. Arnold, *Computer Analysis of Power Systems*. John Wiley and Sons, first ed., 1990.
- [38] P.-A. Löf, G. Andersson, and D. J. Hill, “Generator modelling for static voltage stability studies,” *11th Power System Computational Conference*, pp. 923–929, August/September 1993.
- [39] P. A. Löf, G. Andersson, and D. J. Hill, “Voltage dependent reactive power limits for voltage stability studies,” *IEEE/PES Winter Meeting*, vol. PWRS, July 1994.
- [40] A. Berizzi, A. Silvestri, and D. Zaninelli, “The capability of alternators in voltage collapse analysis,” *Electric Machines and Power Systems*, no. 25, pp. 169–180, 1997.
- [41] R. A. Schlueter and I. P. Hu, “Types of voltage instability and the associated modeling for transient/mid term stability simulation,” *Electric Power System Research*, vol. 29, pp. 131–145, 1994.
- [42] S. Jovanovic and B. Fox, “Dynamic load flow including generator voltage variation,” *Int. J. of Electric Power and Energy Systems*, vol. 16, pp. 6–9, August 1993.
- [43] GCOI, “Modelos de reguladores de tensão do sistema elétrico brasileiro,” *Relatorio do GTAS-GCOI (Grupo Coordenador Da Operacao Interligada)*, vol. 1, 1994.
- [44] IEEE, “Excitation systems models for power system stability studies,” *IEEE Trans. on PAS*, vol. 2, pp. 494–509, February 1981.
- [45] F. D. Freitas, *Ajuste de Estabilizadores de Sistemas de Potência via Controle Ótimo com Restrições Estruturais*. PhD thesis, UFSC, 1995.
- [46] A. A. Lerm, F. A. B. Lemos, A. S. Silva, and M. R. Irving, “Voltage stability assessment with inclusion of hard limits,” *Artigo aceito para publicacao no Proc do IEE - Part C, Generation, Transmission and Distribution*, 1997.
- [47] F. A. B. Lemos, A. A. P. Lerm, A. S. Silva, and M. R. Irving, “Behaviour of the saddle-node bifurcation with new models to represent hard-limits in a power system linearized model,” *Proc. of 15th IMACS - World Congress on Scientific Computational, Modelling and Applied Mathematics*, vol. I, pp. 147–152, August 1996.
- [48] A. A. P. Lerm, F. A. B. Lemos, and A. S. Silva, “Influence of hard limits in the occurrence of saddle-node and hopf bifurcations in voltage stability analysis,” *Anales do XII Congreso Chileno de Ingenieria Electrica*, pp. 88–93, November 1997.
- [49] N. Martins, “Efficient eigenvalues and frequency response methods applied to power system small signal stability studies,” *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. PWRS-1, pp. 217–226, February 1986.
- [50] P. W. Sauer and M. A. Pai, *Power System Dynamics and Stability*. New Jersey: Prentice-Hall, Inc., first ed., 1997.
- [51] A. A. P. Lerm, “Análise modal aplicada a estabilidade de tensão com a inclusão de modelos dinâmicos de carga,” Master’s thesis, CPGEE - UFSC, 1995.
- [52] IEEE, “Load representation for dynamic performance analysis,” *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 8, pp. 472–482, May 1993.
- [53] W. Xu and Y. Mansour, “Voltage stability analysis using generic dynamic load models,” *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 9, pp. 479–493, February 1994.

- [54] D. J. Hill, "Nonlinear dynamic load models with recovery for voltage stability studies," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 8, pp. 166–176, February 1993.
- [55] B. M. Weedy and B. R. Cox, "Voltage stability of radial power links," *Proc of IEE*, vol. 115, pp. 528–536, April 1964.
- [56] V. A. Venikov, V. A. Stroeve, V. I. Idelchick, and V. L. Tarasov, "Estimation of electrical power system steady state stability in load flow calculations," *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-94, pp. 1034–1041, May/june 1975.
- [57] M. A. Pai and G. O'Grady, "Voltage collapse analysis with reactive generation and voltage depend constraints," *Journal of Electric Machines and Power Systems*, vol. 17, no. 6, pp. 379–390, 1989.
- [58] A. Tiranuchit and R. J. Thomas, "A posturing strategy against voltage instability in electric power systems," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 3, pp. 87–93, February 1988.
- [59] P. W. Sauer, B. C. Lesieutre, and M. A. Pai, "Maximum loadability and voltage stability in power systems," *Int. J. of Electric Power and Energy Systems*, vol. 15, no. 3, pp. 145–154, 1993.
- [60] T. F. IEEE, "Voltage stability." Relatorio da Forca Tarefa de Estabilidade de Tensao do IEEE, 1998.
- [61] A. Moticelli, *Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica*. Edgard Blucher, 1983.
- [62] H. J. C. P. Pinto, N. Martins, X. V. Filho, A. Bianco, P. Gomes, and M. G. Santos, "Modal analysis for voltage stability: Applications at base case and point collapse," in *Bulk Power System Voltage Stability III - Voltage Stability and Security*, 1994.
- [63] G. H. Golub and C. F. V. Loan, *Matrix Computations*. North Oxford Academic, 1983.
- [64] P. A. Lof, T. Smed, G. Andersson, and D. J. Hill, "Fast calculation of a voltage stability index," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 7, pp. 54–64, February 1992.
- [65] H. G. Kwatny, A. K. Pasrija, and L. Y. Bahar, "Static bifurcations in electric power networks: Loss of steady state stability and voltage collapse," *IEEE Trans. on Circuit and Systems*, vol. CAS-33, pp. 981–991, October 1986.
- [66] P. A. Löf, G. Anderson, and D. J. Hill, "Voltage stability indices for stressed power systems," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 8, pp. 326–335, February 1993.
- [67] K. N. Srivastava, S. C. Srivastava, and P. K. Kalra, "Prediction of voltage collapse in an integrated ac/dc network using singular value decomposition," *Electric Power System Research*, vol. 28, pp. 111–122, 1993.
- [68] F. A. B. Lemos, A. S. Silva, R. S. Salgado, and L. C. Werberich, "Aplicação de um método para análise da estabilidade estática de tensão," *Anais do SNPTEE*, 1994.
- [69] F. A. B. Lemos, A. S. Silva, and R. S. Salgado, "Comparação do desempenho de um Índice estático para análise de estabilidade de tensão usando modelos polinomiais de carga," *Anales do XI Congreso Chileno de Ingenieria Electrica*, pp. A135–A144, November 1995.
- [70] P. Kundur, K. Morrison, and B. Gao, "Practical considerations in voltage stability assessment," *Int. J. of Electrical Power and Energy Systems*, vol. 15, pp. 205–216, August 1993.
- [71] L. Vargas and V. H. Quintana, "Clustering techniques for voltage collapse detection,"

*Int. J. of Electric Power and Energy Systems*, vol. 26, pp. 53–59, 1993.

- [72] P. Kessel and H. Glavitsch, “Estimating the voltage stability of a power system,” *IEEE Trans. on Power Delivery*, vol. PWRD-1, pp. 346–354, May 1986.
- [73] R. A. Schlueter, I. Hu, J. C. Chang, and A. Costi, “Methods for determining proximity to voltage collapse,” *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 6, pp. 285–291, February 1991.
- [74] N. Flatabo, R. Ognedal, and T. Carlsen, “Voltage stability condition in a power transmission system calculated by sensitivity methods,” *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 5, pp. 1286–1293, November 1990.
- [75] M. M. Begovic and A. G. Phadke, “Control of voltage stability using sensitivity analysis,” *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 7, pp. 114–123, February 1992.
- [76] R. Seydel, *Practical Bifurcation and Stability Analysis - From Equilibrium to Chaos*. New York: Springer - Verlag, second ed., 1994.
- [77] H. D. Chiang and R. Jean-Jumeau, “Towards a practical performance index for predicting voltage collapse in electric power systems,” *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 10, pp. 584–592, May 1995.
- [78] C. A. Cañizares, A. C. Z. Souza, and V. H. Quintana, “Comparison of performance indices for detection of proximity to voltage collapse,” *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 11, pp. 1441–1450, August 1996.
- [79] A. C. Z. de Souza, *New Techniques to Efficient Determine Proximity to Static Voltage Collapse*. PhD thesis, University of Waterloo, 1996.
- [80] A. C. Z. Souza, C. A. Cañizares, and V. H. Quintana, “Critical bus and point of collapse determination using tangent vector,” (Cambridge - MA), pp. 329–333, MIT, October 1996.
- [81] A. C. Z. Souza, C. A. Cañizares, and V. H. Quintana, “New techniques to speed up voltage collapse computations using tangent vectors,” *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 12, pp. 1380–1387, August 1997.
- [82] A. C. Z. Souza and V. H. Quintana, “A new technique of network partitioning for voltage collapse margin calculation,” *IEE Proc. Part C - Generation, Transmission and Distribution*, vol. 141, pp. 630–636, November 1994.
- [83] A. C. Z. Souza and V. H. Quintana, “Identification of voltage collapse using network partitioning,” *Proc. of North American Power Symposium (NAPS)*, pp. 191–196, October 1993.
- [84] C. A. Cañizares, A. C. Z. Souza, and V. H. Quintana, “Improving continuation methods for tracing bifurcation diagrams in power systems,” in *Bulk Power System Voltage Phenomena III - Voltage Stability and Security*, 1994.
- [85] I. Dobson and H. D. Chiang, “Toward a theory of voltage collapse in electric power systems,” *System and Control Letters*, vol. 13, pp. 253–262, September 1990.
- [86] I. Dobson and L. Lu, “Computing an optimum direction in control space to avoid saddle node bifurcation and voltage collapse in electric power systems,” *Trans. on Automatic Control*, vol. 37, pp. 1616–1620, October 1992.
- [87] I. Dobson, “Observations on the geometry of saddle-node bifurcations and voltage collapse in electrical power systems,” *IEEE Trans. Circuits and Systems - I*, vol. 39, pp. 240–243, March 1992.

- [88] I. Dobson and L. Lu, "Voltage collapse precipitated by the immediate change in stability when generator reactive power limits are encountered," *IEEE Trans. Circuit and Systems - I*, vol. 39, pp. 762–766, September 1992.
- [89] G. K. Morrison, B. Gao, and P. Kundur, "Voltage stability analysis using static and dynamics approaches," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 8, pp. 1159–1171, August 1993.
- [90] F. L. Alvarado, I. Dobson, and Y. Hu, "Computational of closest bifurcation in power systems," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 9, pp. 918–928, May 1994.
- [91] J. Lu, C. W. Liu, and J. S. Thorp, "New methods for computing a saddle node bifurcation point for voltage stability analysis," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 10, pp. 978–989, May 1995.
- [92] N. Yorino, S. Harada, and H. Chen, "A method to approximate a closest loadability limit using multiple load flow solutions," *IEEE/PES Winter Power Meeting*, vol. 96 WM, February 1996.
- [93] T. VanCutsem, "An approach to corrective control of voltage instability using simulation and sensitivity," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 10, pp. 616–622, May 1995.
- [94] T. VanCutsem, Y. Jacquemart, J. Marquet, and P. Pruvot, "A comprehensive analysis of mid-term voltage stability," *IEEE/PES Summer Meeting*, vol. SM 511-6 PWRs, 1994.
- [95] T. VanCutsem, "A method to compute reactive power margins with respect to voltage collapse," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 6, pp. 145–156, February 1991.
- [96] G. D. Irisarri, X. Wang, J. Tong, and S. Mokhtari, "Maximum loadability of power systems using interior point non-linear optimisation method," *IEEE Trans. on Power System*, pp. 162–172, 1997.
- [97] C. J. Parker, I. F. Morrison, and D. Sutanto, "Application of an optimization method for determining the reactive margin from voltage collapse in reactive power planning," *IEEE Trans. on Power Systems*, no. 11, pp. 1473–1481, 1996.
- [98] L. Barboza Master's thesis, UFSC, 1996.
- [99] S. Granville, M. L. Latorre, and J. R. Ojeda, "Colapso de tensão e fluxo de potência Ótimo em sistemas de potência," *CIGRE - Eletroevolução*, p. 47, Outubro 1996.
- [100] V. Ajarapu and N. Jain, "Optimal continuation power flow," *Electric Power System Research*, vol. 35, pp. 17–24, 1995.
- [101] V. Ajarapu, P. L. Lau, and S. Battula, "Optimal reactive power planning against voltage collapse," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 9, pp. 906–917, May 1994.
- [102] A. C. Z. Souza and N. H. M. N. Brito, "Ações de controle para prevenção do colapso de tensão," *XI CBA - Congresso Brasileiro de Automática*, vol. 3, pp. 1405–1410, September 1996.
- [103] Y. Tamura, H. Mori, and S. Iwamoto, "Relationship between voltage instability and multiple load flow solutions in electric power system," *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, vol. 102, pp. 1115–1125, May 1983.
- [104] S. Abe, N. Hamada, A. Isono, and K. Okuda, "Load flow convergence in the vicinity of a voltage stability limit," *IEEE Trans. on PAS*, vol. PAS-97, pp. 1983–1993, November/December 1978.
- [105] Y. Tamura, K. Sakamoto, and Y. Tayama, "Current issues in the analysis of voltage in-

- stability phenomena," in *Bulk Power System Voltage Phenomena III - Voltage Stability and Security*, pp. 539–553, 1989.
- [106] N. Yorino, S. Harada, and H. Cheng, "A method to approximate a closest loadability limit using multiple load flow solutions," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 12, pp. 424–429, February 1997.
- [107] M. Namba, Y. Huang, T. Kai, and S. Iwamoto, "Studies on vipi based control methods for improving voltage stability," *Proc. 12th Power System Computational Conference (PSCC)*, vol. 2, pp. 651–657, August 1996.
- [108] M. A. Pai, *Energy Function Analysis for Power System Stability*. Kluwer Academic, 1989.
- [109] C. L. DeMarco and C. A. Cañizares, "A vector energy function approach for security analysis of ac/dc systems," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 7, pp. 1001–1011, August 1992.
- [110] T. J. Overbye and C. L. DeMarco, "Voltage security enhancement using energy based sensitivities," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 6, pp. 1196–1202, August 1991.
- [111] C. A. Cañizares, *Voltage Collapse and Transient Energy Function Analysis of AC/DC Systems*. PhD thesis, University of Wisconsin-Madison, 1991.
- [112] T. J. Overbye, I. Dobson, and C. DeMarco, "Q-v curve interpretations of energy measures for voltage security," *IEEE Trans Power Systems*, vol. 9, pp. 331–340, February 1994.
- [113] C. L. DeMarco, "A new method of constructing lyapunov functions for power systems," *Proc. ISCAS*, pp. 905–908, 1988.
- [114] A. Berizzi, P. Bresesti, P. Marrannino, G. Granelli, and M. Montagna, "System area operation margin assessment and security enhancement against voltage collapse," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 11, pp. 1451–1462, August 1996.
- [115] A. Berizzi, P. Finazzi, D. Dosi, P. Marannino, and S. Corsi, "First and second order methods for voltage collapse assessment and security enhancement," *IEEE/PES Winter Meeting*, pp. PE-422-PWRS-0-01-1997, February 1997.
- [116] C. D. Vournas, "Voltage stability and controllability indices for multimachine power systems," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 10, pp. 1183–1194, August 1995.
- [117] J. Barquin, T. Gomez, and F. L. Pagola, "Estimating the loading limit margin taking into account voltage collapse areas," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 10, pp. 1952–1962, November 1995.
- [118] L. Wang and A. A. Girgis, "On-line detection of power system small disturbance voltage instability," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 11, pp. 1304–1313, August 1996.
- [119] I. Dobson, "The irrelevance of load dynamics for the loading margin to voltage collapse and its sensitivity," in *Bulk Power Voltage Phenomena III - Voltage Stability and Security*, 1994.
- [120] S. Geene, I. Dobson, and F. L. Alvarado, "Sensitivity of the loading margin to voltage collapse with respect to arbitrary parameters," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 12, pp. 262–272, February 1997.
- [121] N. Yorino, H. Sazaki, Y. Masuda, Y. Tamura, M. Kitagawa, and A. Oshimo, "An investigation of voltage instability problems," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 7,

pp. 600–611, May 1992.

- [122] M. Stubbe, A. Bihain, and J. Deuse, “Simulation of voltage collapse,” *Int. J. of Electric Power and Energy System*, vol. 15, pp. 239–243, August 1993.
- [123] A. Gebreselassie and J. H. Chow, “Investigation of the effects of load models and generator voltage regulators on voltage stability,” *Int. J. on Electric Power and Energy Systems*, vol. 16, pp. 83–89, August 1994.
- [124] M. L. Crow, “Dynamics of voltage instability and collapse,” *Int. J. on Electric Power and Energy Systems*, vol. 16, pp. 235–241, August 1994.
- [125] R. E. O’Malley, *Introduction to Singular Perturbation*. Academic Press, 1974.
- [126] P. Glendinning, *Stability, Instability and Chaos: An Introduction to The Theory of Non-linear Differential Equations*. Cambridge Texts in Applied Mathematics, London: Cambridge, first ed., 1994.
- [127] M. A. Pai, *Energy Function Analysis for Power System Stability*. Kluwer Academic, first ed., 1989.
- [128] H. D. Chiang, C. C. Chu, and G. Cauley, “Direct stability analysis of electric power systems using energy function: Theory, applications, and perspective,” in *IEEEProc95*, pp. 1497–1529, 1995.
- [129] L. Hiskens and D. J. Hill, “Energy functions, transient stability and voltage behaviour in power system with nonlinear loads,” *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 4, pp. 525–533, October 1989.
- [130] J. Guckenheimer and P. Holmes, *Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems, and Bifurcations of Vector Fields*. New York: Springer-Verlag, first ed., 1986.
- [131] K. Warwick, A. Ekwue, and R. Aggarwal, eds., *Artificial Intelligence Techniques in Power Systems*. Power Engineering Series 22, London-UK: IEE, first ed., 1997.
- [132] L. A. Wehenkel, *Automatic Learning Techniques in Power Systems*. The Kluwer International Series in Engineering and Computer Science, Kluwer Academic Publishers, 1997.
- [133] J. G. Rolim, *Sistema Especialista de Apoio ao Controle Tensão/Potência Reativa Incluindo Manobras sobre a Topologia da Rede*. PhD thesis, PPGEE - UFSC, 1995.
- [134] C. Belhadj, R. Mohamedi, S. Lefebvre, P. Jagace, and X. D. Do, “Voltage stability modelling and real-time monitoring using expert system for operation assistance,” *IEEE/PES Winter Meeting*, vol. WM 582-7, July 1995.
- [135] D. Sutanto, W. R. Lachs, and Y. L. Zhu, “Automatic control of voltage stability by an expert system utilising pattern recognition technique,” *Proc. of ESAP*, pp. 303–308, 1993.
- [136] T. S. Dillon and M. A. Laughton, *Expert System Applications in Power Systems*. Prentice-Hall International, 1990.
- [137] T. Dillon and D. Niebur, *Artificial Neural Networks in Power Systems*. Leics. UK: CRL Publishing Ltd., 1996.
- [138] M. J. Short, K. C. Hui, J. E. MacQueen, and A. O. Ekwue, “Application of artificial neural networks for ngc voltage collapse monitoring,” *CIGRE Symposium*, August 1994.



- [139] H. P. Schmidt and R. N. Adams, "Assessment of static voltage stability using artificial neural networks," *Proc. of 11th Power System Computer Conference (PSCC)*, pp. 331–337, 1994.
- [140] H. B. Wan, *Voltage Stability Analysis Using Algorithmic and Artificial Intelligent Approaches*. PhD thesis, University of Bath, 1996.
- [141] D. Salatino, R. Sbrizzai, M. Trovato, and M. L. Scala, "Online voltage stability assessment of load centers by using neural networks," *Electric Power System Research*, vol. 32, pp. 165–173, 1995.
- [142] S. Vadari and S. S. Venkata, "A hybrid artificial neural network/artificial intelligence approach for voltage stability enhancement," *Proc. of Application of Neural Network on Power System*, pp. 154–160, 1991.
- [143] C. A. Cañizares and S. Hranilovic, "Transcritical and hopf bifurcations in ac/dc systems," in *Bulk Power System Voltage Phenomena III - Voltage Stability and Security*, 1994.
- [144] C. A. Roa-Sepulveda and U. K. Knight, "Views on the hopf bifurcation with respect to voltage instabilities," *Proc of The IV SEPOPE*, May 1994.
- [145] E. H. Abed, J. C. Alexander, H. Wang, A. M. A. Hamdan, and H. C. Lee, "Dynamic bifurcations in power systems model exhibiting voltage collapse," *Int. J. of Bifurcation and Chaos*, vol. 3, pp. 1169–1176, 1993.
- [146] R. A. Schlueter, K. B. Kilani, and U. Ahn, "Impact of modeling accuracy on type, kind, and class of stability problems in a power system model," in *Bulk Power System Voltage Phenomena III - Voltage Stability and Security*, 1994.
- [147] A. A. P. Lerm, F. A. B. Lemos, and A. S. Silva, "Indices for voltage stability analysis based on eigenvalues sensitivity," *Proc. of 29th North American Power Symposium (NAPS)*, pp. 582–588, October 1996.
- [148] C. W. Tan, M. Varghese, P. Varaiya, and F. F. Wu, "Bifurcation, chaos, and voltage collapse in power system," in Hill [165], pp. 1484–1496.
- [149] V. Venkatasubramanian, H. Schattler, and J. Zaborszky, "Dynamics of large constrained nonlinear systems - a taxonomy theory," in Hill [165], pp. 1530–1561.
- [150] E. H. Abed and P. P. Varaiya, "Nonlinear oscillations in power systems," *Int. J. of Electric Power and Energy Systems*, vol. 6, pp. 37–43, January 1984.
- [151] K. T. Vu and C. C. Liu, "Shrinking stability regions and voltage collapse in power systems," *IEEE Trans. on Circuit and Systems - Part I*, vol. 39, pp. 271–289, April 1992.
- [152] H. D. Chiang and et. Alli, "Chaos in simple power system," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 8, pp. 1407–1417, November 1993.
- [153] B. Lee and V. Ajjarapu, "Period-doubling route to chaos in electric power systems," *IEE Proceedings - Part C*, vol. 140, pp. 490–496, November 1993.
- [154] V. Venkatasubramanian, H. Schattler, and J. Zaborsky, "A taxonomy of the dynamics of the large power systems," in *Bulk Power System Voltage Phenomena III - Voltage Stability and Security*, 1994.
- [155] H. G. Kwatny, R. F. Fischl, and C. O. Nwankpa, "Local bifurcation in power systems: Theory, computation and application," in Hill [165], pp. 1456–1483.
- [156] C. L. DeMarco and A. R. Bergen, "Applications of singular perturbation techniques to

power system transient stability," *Proc. IEEE Inst. Symp. on Circ. and Syst.*, pp. 597–601, 1984.

- [157] D. J. Hill and I. M. Y. Mareels, "Stability theory for differential/algebraic systems with application to power systems," *IEEE Trans. on CAS.*, vol. 37, pp. 1416–1422, 1990.
- [158] K. B. Kilani and R. A. Schlueter, "A diagnostic framework for power systems with discontinuities," *28th North American Power Symposium (NAPS)*, vol. 1, pp. 535–542, November 1996.
- [159] C. A. Cañizares, "On bifurcations, voltage collapse and load modeling," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 10, pp. 512–522, February 1995.
- [160] M. M. Begovic and A. G. Phadke, "Dynamic simulation of voltage collapse," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 5, pp. 1529–1534, November 1990.
- [161] C. A. Cañizares, "Calculating optimal system parameters to maximize the distance to saddle-node bifurcations," *IEEE Trans. on CAS - Part I*, 1997.
- [162] Y. Mansour, W. Xu, F. Alvarado, and C. Rinzin, "Svc placement using critical modes of voltage instability," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 9, pp. 757–763, May 1994.
- [163] Z. T. Faur and C. A. Cañizares, "Effects of facts devices on system loadability," *Proc. North American Power Symposium (NAPS)*, pp. 520–524, October 1995.
- [164] F. A. B. Lemos, A. A. P. Lerm, and A. S. E. Silva, "Avaliação da influência da modelagem de limites de potência reativa para determinação da bifurcação sela-nó," *Anais do XII CBA - Congresso Brasileiro de Automática*, 1998.
- [165] D. J. Hill, ed., *Proceedings of the IEEE - Special Issues on Nonlinear Phenomena in Power Systems*, IEEE, November 1995.
- [166] A. A. P. Lerm, "Detecção e controle da bifurcação de hopf associada a estabilidade de tensão em sistemas elétricos de potência," *Exame de Qualificação*, Dezembro 1996.
- [167] M. L. Crow and J. Ayyagari, "The effect of excitation limits on voltage stability," *IEEE Trans. on Circuit and Systems - Part I*, vol. 42, pp. 1022–1026, December 1995.
- [168] K. N. Srivastava and S. C. Srivastava, "Application of hopf bifurcation theory for determining critical value of a generator control or load parameter," *Int. J. of Electric Power and Energy Systems*, vol. 17, no. 5, pp. 347–354, 1995.
- [169] A. Capaso and E. Mariani, "Influence of generator capability curves representation on system voltage and reactive power control studies," *Trans. on PAS*, vol. PAS-97, pp. 1036–1040, July/August 1978.
- [170] B. Lee and V. Ajjarapu, "A piecewise global small disturbance voltage stability analysis of structure preserving power system models," *IEEE/PES Winter Meeting*, vol. WM 184-2 PWRS, 1995.
- [171] A. A. P. Lerm, F. A. B. Lemos, and A. S. Silva, "Inclusion and evaluation of generator limits and static var compensator in a conventional load flow program," *Proc. of 28th North American Power Symposium (NAPS)*, pp. 185–191, November 1996.
- [172] P. M. Anderson and A. A. Fouad, *Power System Control and Stability*. IEEE Series, New York: IEEE Press, second ed., 1994.
- [173] T. Guo and R. A. Schlueter, "Identification of generic bifurcation and stability problems in power system differential-algebraic model," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 9, pp. 512–522, May 1994.

- [174] K. Iba, H. Suzuki, M. Egawa, and T. Watanabe, "Calculation of critical loading condition with nose curve using homotopy continuation method," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 6, pp. 584–593, May 1991.
- [175] H. D. Chiang, A. J. Flueck, K. S. Shah, and N. Balu, "Cpflow: A practical tools for tracing power system steady-state stationary behaviour due to load and generation variations," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 10, pp. 623–634, May 1995.
- [176] R. J. Thomas, R. D. Barnard, and J. Meisel, "The generation of quasi steady-state load flow trajectories and multiples singular point solutions," *IEEE Trans. on PAS*, vol. PAS-90, pp. 1967–1974, 1971.
- [177] V. Ajjarapu, N. Jain, Z. Yu, and S. Battula, "Recent developments to the continuation power flow," *Proc. 24th North American Power Symposium (NAPS)*, pp. 205–214, November 1993.
- [178] EPRI, "Frequency domain analysis of low frequency oscillations in large electric power systems," Tech. Rep. Interin Report EL-726, 1978.
- [179] A. Isidori, *Nonlinear Control Systems*. Springer-Verlag, 1989.
- [180] A. Jennings and W. J. Stewart, "Simultaneous iteration for partial eigensolution of real matrix," *J. Inst. Maths. Applics.*, vol. 15, pp. 351–361, 1975.
- [181] M. Clint and A. Jennings, "A simultaneous iteration method for the unsymmetric eigenvalue problem," *J. Inst. Maths. Applics.*, vol. 8, pp. 111–121, January 1971.
- [182] G. W. Stewart, "Simultaneous iteration for computing invariant subspace of non-hermitian matrices," *Numer. Math.*, no. 25, pp. 123–136, 1976.
- [183] A. Jennings and J. J. McKeown, *Matrix Computational*. John Wiley and Sons, 2nd ed., 1993.
- [184] J. M. Campagnolo, N. Martins, J. L. R. Pereira, L. T. G. Lima, H. J. C. P. Pinto, and D. Falcao, "Fast small stability signal assessment using parra and and e and processing," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 9, pp. 949–956, May 1994.
- [185] J. M. Campagnolo, N. Martins, and D. Falcao, "An efficient and robust eigenvalue method for small signal assessment in parallel computer," *IEEE Trans. on Power Systems*, 1996.
- [186] J. M. Campagnolo, *Aplicação de Processamento Paralelo na Avaliação da Estabilidade a Pequenas Perturbações: Algoritmos para o Cálculo Parcial de Autovalores e Autovetores*. PhD thesis, COPPE - UFRJ, December 1994.
- [187] W. J. Stewart and A. Jennings, "A simultaneous iteration algorithm for real matrices," *ACM Trans. on Mathematical Software*, vol. 7, pp. 184–198, June 1981.