

Universidade Federal de Santa Catarina

Programa de Pós - Graduação em

Engenharia de Produção

**DESENVOLVIMENTO DOS CONTEÚDOS DE CILINDRO,
CONE E ESFERA PARA UM AMBIENTE HIPERMÍDIA
VOLTADO À GEOMETRIA**

Alexandre Motta

**Dissertação apresentada ao
Programa de Pós - Graduação em
Engenharia de Produção da
Universidade Federal de Santa Catarina
como requisito parcial para obtenção
do título de Mestre em Engenharia de Produção**

**Florianópolis
2000**

Alexandre Motta

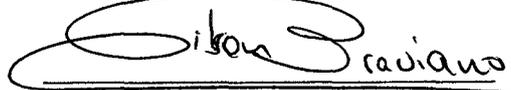
**DESENVOLVIMENTO DOS CONTEÚDOS DE CILINDRO, CONE E
ESFERA PARA UM AMBIENTE HIPERMÍDIA VOLTADO À
GEOMETRIA**

Esta dissertação foi julgada aprovada para a
Obtenção do título de **Mestre em Engenharia de
Produção no Programa de Pós – Graduação em
Engenharia de Produção da
Universidade Federal de Santa Catarina**

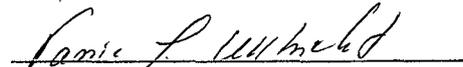
Florianópolis, 21 de dezembro de 2000

Prof.  , Ph. D.
Centro Tecnológico
Programa de Pós-Graduação em Eng. de Produção
Prof. Ricardo Miranda Barcia, Ph. D.
COORDENADOR
Coordenador do Curso

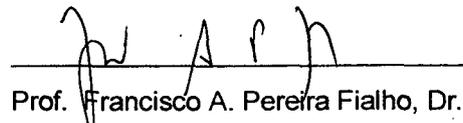
BANCA EXAMINADORA



Prof. Gilson Braviano, Dr.
Orientador



Prof^a Vania R. Ulbricht, Dr^a



Prof. Francisco A. Pereira Fialho, Dr.

“As mudanças estão ocorrendo em toda parte, ao redor de nós, mas também em nosso interior, em nossa forma de representar o mundo. É urgente que nos equipemos com ferramentas para poder pensar estas mudanças, avaliá-las, discutí-las – em suma, participar ativamente da construção de nossos destinos.”

Carlos Irineu da Costa

AGRADECIMENTOS

Desde o começo desta caminhada, tive a convicção de que as dificuldades que iriam apresentar-se seriam transpostas com a amizade, atenção e dedicação do professor Dr. Gilson Braviano, orientador deste trabalho, disponibilizando tempo para o ensino e colaborando de forma decisiva para meu sucesso e do projeto como um todo; pela sua experiência e responsabilidade, agradeço.

À amiga Elenita E. de Lima Ramos, ao longo de todas as atividades que realizamos em conjunto, fez crescer e melhorar nosso trabalho, avaliando e propondo mudanças; sou grato por seus questionamentos e companheirismo.

Aos meus amigos da Escola Técnica Federal de Santa Catarina, em particular, do Departamento de Matemática, pelos incentivos e apoio que me dispensaram.

À amiga e responsável pelo projeto “Geometrando”, professora Dr^a Vania R. Ulbricht, não mediu esforços para que todas as atividades e idéias que tivemos pudessem, de fato, serem implementadas, por suas orientações e conselhos que foram relevantes para o êxito de toda a nossa atividade.

Aos meus pais e irmão, que palavras não podem expressar o que representam para mim.

À minha esposa Débora, meu auxílio e inspiração; suas opiniões, paciência e perseverança permitiram-me crescer e a quem dedico este trabalho.

À Deus, sem Ele nada somos.

SUMÁRIO

SUMÁRIO.....	V
LISTA DE FIGURAS.....	VII
RESUMO.....	IX
ABSTRACT.....	X
1. INTRODUÇÃO.....	1
1.1 Apresentação.....	1
1.2 Estabelecimento do Problema.....	2
1.3 Objetivos Gerais e Específicos.....	5
1.4 Hipóteses Gerais e Específicas.....	6
1.5 Hipermídia, Geometria e Ergonomia: Quais as Suas Ligações?.....	7
1.6 Descrição dos Capítulos.....	9
2. HIPERMÍDIA.....	11
2.1 Introdução.....	11
2.2 Multimídia.....	12
2.3 Hipertexto.....	14
2.4 Hipermídia.....	18
2.5 Memória e Hipermídia, Contribuição para o Conhecimento Humano.....	20
2.6 O Computador no Processo de Ensino.....	21
2.7 Conclusão.....	24
3. ERGONOMIA.....	26
3.1 Introdução.....	26
3.2 Ergonomia e sua Formação.....	27
3.3 Ergonomia.....	30
3.4 A Ergonomia e a Busca pela Utilização.....	32
3.5 Ergonomia Contemporânea.....	34
3.6 Ergonomia de Software.....	36
3.7 Ergonomia Cognitiva.....	41
3.8 Recomendações Gerais Ergonômicas.....	44
3.9 Geometria e Cognição.....	47
3.10 Conclusão.....	49

4. GEOMETRIA.....	51
4.1 Introdução.....	51
4.2 História da Geometria.....	52
4.3 Geometria no Brasil.....	62
4.4 Recomendações Gerais.....	63
4.5 Superfícies Geométricas.....	65
4.6 Conclusão.....	71
5. O AMBIENTE HIPERMÍDIA: “GEOMETRANDO”.....	73
5.1 Introdução.....	73
5.2 Geometrando.....	73
5.2.1 Filosofia do Projeto.....	74
5.2.2 Funcionamento do Projeto.....	74
5.2.3 Módulos do Projeto.....	75
5.2.4 Mídia de Uso.....	75
5.2.5 Temas para os Módulos.....	76
5.3 Desenvolvimento dos Módulos.....	77
5.3.1 Cilindro.....	78
5.3.2 Cone.....	90
5.3.3 Esfera.....	98
5.4 Conclusão.....	102
6. RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	104
7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	106
8. ANEXOS.....	112
Anexo 1: Definições Específicas para o Ambiente Hipermídia.....	113
Anexo 2: Glossário.....	117
Anexo 3: Diagrama de Estado.....	131
Anexo 4: Story Board: Esfera.....	133

LISTA DE FIGURAS

Figura 4.1: Parábola Construída com Régua e Compasso (Boyer,1974)	59
Figura 5.1: Arte Grega	79
Figura 5.2: Templo de Júpiter.....	79
Figura 5.3: Formato da Proteção Lateral (planificação).....	81
Figura 5.4: Arte Romana.....	81
Figura 5.5: Base do Cilindro.....	82
Figura 5.6: Teatro de Epidauro.....	82
Figura 5.7: Superfície do Palco.....	83
Figura 5.8: Pergunta sobre a Área do Círculo.....	84
Figura 5.9: Teatro (ao fundo) e Pátio de uma Vila Patrícia (canto superior direito).....	84
Figura 5.10: Palácio de Cnossos.....	86
Figura 5.11: Papel de Parede.....	86
Figura 5.12: Animação.....	87
Figura 5.13: Calculadora Especial.....	87
Figura 5.14: Fonte Sagrada (volume do cilindro).....	89
Figura 5.15: Opções de Navegação.....	89
Figura 5.16: Arquitetura Bizantina.....	91
Figura 5.17: Arquitetura Islâmica.....	91
Figura 5.18: Situação-Problema.....	92
Figura 5.19: Arte Bizantina.....	92
Figura 5.20: Igreja do Mosteiro de Gegard.....	94
Figura 5.21: Base do Cone e Geometria Descritiva.....	94
Figura 5.22: Liberdade na Navegação.....	95

Figura 5.23: Área Lateral e Cabri-Geomètre.....	95
Figura 5.24: Igreja de Ahtamar.....	96
Figura 5.25: Arte Islâmica.....	96
Figura 5.26: Demócrito e Cilindro.....	97
Figura 5.27: Secções Cônicas e Navegação.....	97
Figura 5.28: Heráclito e Demócrito.....	100
Figura 5.29: Palavra-Cruzada.....	100

RESUMO

Fundamentada nas contribuições da ergonomia, principalmente a cognitiva, esta dissertação apresenta o desenvolvimento dos módulos referentes a cilindro, cone e esfera, que será integrado no Geometrando (ambiente hipermídia voltado para o ensino de Geometria). Sua intenção é contribuir para que o aprendizado seja mais eficiente, com um módulo computacional de acesso livre às informações.

O diferencial desta proposta (abordagem de cilindro, cone e esfera) está na aprendizagem de forma construtivista, utilizando para tanto a metáfora da história da arte, procurando integrá-la de modo inovador aos conceitos e propriedades geométricas dos assuntos acima mencionados.

A abordagem das diversas faces da geometria está associada aos diversos períodos da arte. Enfatiza-se, por exemplo, características de templos gregos e romanos quando do estudo de suas colunas cilíndricas; problemas de arquitetura bizantina e islâmica permitem a exploração interativa dos conteúdos relativos a cone; finalmente, a esfera é estudada em uma estreita relação com a astronomia.

Busca-se, assim, um aprendizado mais dinâmico e com o caráter de formação do aprendiz, ressaltando-se sempre a importância da ciência e geometria como uma disciplina fundamental em currículos escolares e na vida.

ABSTRACT

Based on contributions from ergonomics, mainly the cognitive, this dissertation presents the development of modules related to the cylinder, cone, sphere, that will be integrated to the Geometrando (hypermedia environment used for teaching Geometry). Its intention aims to contribute towards a more efficient learning, using a free computational access to the information.

The different aspect about this proposal (cylindrical approach, cone and sphere) is centered on the constructivist learning. As a result, it uses history of art as a metaphor to introduce concepts and geometrical propriety of the subjects mentioned above.

The approach to the different geometrical faces are associated to the different periods of art. Characteristics of Greek and Roman temples are emphasized, for example, due to the study of their cylindrical columns; problems concerning Byzantine and Islamic architecture enable an interactive exploration of contents related to the cone. Finally, the sphere is studied with a close relation to Astronomy.

Thus, the aim is to search for a more dynamic learning centered on the learner and pointing out the importance of science and geometry as an essential subject for school curriculum and for life.

INTRODUÇÃO

1.1 Apresentação

As diversas mudanças num mundo globalizado onde as especializações dos profissionais devam ser uma constante, trazem consigo problemas em profissionais de formação técnica ou superior, que chegam ao mercado de trabalho sem distinguir formas e sem diferenciar figuras planas de figuras espaciais. Estes possuem uma estreita visão das partes e não conhecem o todo e o mundo que lhes rodeia.

Carvalho (1988) e Castrucci (1981) reforçam a idéia de que o ensino da Geometria na nova Matemática exigiu conceitos e proposições que não foram bem compreendidos pelos professores. Desta forma, por insegurança e até mesmo por não saberem o conteúdo, passaram a eliminar a atenção e o tempo destinado a Geometria nos conteúdos da Matemática.

Entretanto, com a chegada do computador e o rápido avanço das tecnologias, esta realidade pode ser modificada e reestruturada. Segundo Lima (1980), para Piaget, o comportamento dos seres vivos nem é inato, nem é resultado de condicionamentos; para ele o comportamento é construído numa interação entre o organismo e o meio: quanto mais complexa é esta interação, mais “inteligente” é o animal (homem). A criação de um ambiente estimulante, interativo, visual, auditivo,... de forma prática, concisa e com um forte e dinâmico *feedback*, poderá gerenciar uma nova aprendizagem e, de fato, a concretização e emissão de novos e alternativos conhecimentos surgirão.

1.2 Estabelecimento do Problema

O homem fez, desde os tempos pré-históricos, uso da imaginação para compor suas imagens visuais e mentais, traduzindo isto em desenhos e, esta sua necessidade em compreender e descrever o seu meio ambiente (físico e mental), fazia com que estas imagens fossem lentamente conceitualizadas até adquirirem um significado matemático, na Geometria. (Kaleff, 1994)

Ainda segundo Kaleff (1994), sociedades antigas que viviam às margens de grandes rios como o Nilo e o Eufrates necessitavam demarcar e quantificar as superfícies alagadas pelas enchentes, além de calcular impostos e outros custos relativos às áreas dessas superfícies e, deste modo, estabeleciam e construíam uma série de idéias geométricas. Assim aparece uma geometria ligada ao real, útil e caracterizada pelo traçado de desenhos, pelo estabelecimento de fórmulas e pelo cálculo de medidas de comprimento, de área e de volume.

Por volta de 300 a.C. surge em Alexandria, Euclides (um dos matemáticos mais influentes de todos os tempos) que estruturou e compilou estes conhecimentos, da álgebra à geometria, numa série de treze livros que constituem “Os Elementos”.

“Os Elementos são, a seguir à Bíblia, provavelmente, o livro mais reproduzido e estudado na história do mundo ocidental.” (Struik, 1987, p. 90)

A Geometria Euclidiana tornou-se um modelo do universo físico da Antigüidade. Nos dias atuais esta tradição ainda aparece em nossa instrução. Sua forma de apresentação e encaminhamentos lógicos gerou o que chamamos de método axiomático dedutivo. Com forte influência em nossa história ocidental, a Geometria vem sendo usada e ensinada de forma dedutiva, sem visualizações, recorrendo à memorizações para enfrentar dificuldades de lógica.

Segundo Carvalho (1988), a partir da metade de nosso século, a chamada “Matemática Moderna” passa a reduzir a Geometria a um exemplo de aplicação da Teoria dos Conjuntos e da Álgebra Vetorial; sendo excluída dos currículos escolares ou de maneira infeliz abordada. Neste sentido, torna-se relevante a concepção e o desenvolvimento desta dissertação. O geômetra H. S. M. Coxeter comentou numa entrevista (Logothetti, 1980) alguns problemas do ensino de Geometria:

“...talvez se tenha dado uma ênfase exagerada à axiomática por muito tempo. As pessoas achavam que a única coisa a se fazer em geometria era construir um sistema de axiomas e ver o que acontecia depois. Assim, as crianças atolam-se nessa substância formal e não adquirem a experiência viva do assunto...” (p. 15)

O advento de novas tecnologias e o ensino tradicional da Geometria nos níveis escolares da atualidade trazem à tona a preocupação em desenvolver novos métodos e ferramentas voltadas para a Geometria do real, do contexto do aluno, a verdadeira Geometria Espacial. O propósito desta dissertação é, portanto, discutir formas de fazer com que esta Geometria seja uma matéria mais atraente no nível secundário, com o interesse de torná-la uma disciplina realmente ministrada e não esquecida nestes currículos escolares.

A introdução da informática no processo de ensino-aprendizagem da Geometria, fugindo do tratamento convencional, mostra que podemos dispor de uma forte ferramenta de ajuda quando de sua representação plana e espacial. Para tanto, utiliza-se um sistema composto de textos, ligações entre os tópicos (assuntos), vídeos, sons, fotografias, animações, entre outros. A utilização do computador facilitaria a compreensão de muitas idéias, tornando-as, de fato, concebidas pelos usuários.

Seria interessante ter um ambiente hipermídia, ligando as diferentes “Geometrias” ao contexto do aluno, de forma que ele possa construir seu conhecimento, sendo capaz de lidar com a Geometria sem temor, receio ou desconhecimento.

Com esse intuito, nasceu o projeto de nome Geometrando – Caminhando no Tempo com a Geometria. Concebido por professores da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC) e tendo como instituição participante a Universidade do Estado de Santa Catarina (UDESC), prevê o desenvolvimento de um *software* voltado para a aprendizagem de Geometria, utilizando para tanto a metáfora da história da arte. O usuário interage com os elementos geométricos ligados, por analogia, a elementos de diversas épocas da história da arte. Este ambiente hipermídia será desenvolvido de acordo com os conceitos, normas e padrões da Ergonomia – buscando adaptá-lo ao indivíduo. Trará, ainda, o auxílio de um *software* de autoria, o Macromedia Director, devido a facilidade deste programa de ser compatível com outros, além de sua adaptabilidade para um ambiente em rede.

A diversidade dos assuntos de Geometria e sua associação à arte, faz com que haja necessidade de uma repartição dos inúmeros temas em módulos, cabendo a abordagem, nesta dissertação, de três tópicos relacionados à parte Espacial: cilindro, cone e esfera.

Portanto, partindo de um ambiente hipermídia voltado para o ensino da Geometria, levando em consideração o *design* e a ergonomia, vislumbra-se algumas considerações e objetivos da educação e que não podem ficar dissociados deste trabalho:

- formar pessoas capazes de fazer algo de novo, criar, inventar, descobrir;
- gerar mentes críticas, capazes de interagir;
- tornar o conhecimento produzido pelo aluno como sendo o mais importante, possibilitando a este, emitir e gerar novos conhecimentos.

Na perspectiva de formação destes indivíduos e no intuito de tornar o ensino mais atraente, o módulo proposto será integrado no Geometrando, alicerçado na Ergonomia, de modo a garantir o lugar da Geometria nos currículos escolares e em outras partes da matemática, engenharia, arquitetura, física e astronomia – a Geometria do real.

1.3 Objetivos Gerais e Específicos

Objetivos Gerais

- Desenvolver, como parte integrante do “Geometrando”, três tópicos de Geometria Espacial referentes a sólidos de revolução: cilindro, cone e esfera; utilizando, para isso, a metáfora da História da Arte, considerando o construtivismo como abordagem pedagógica.

Objetivos Específicos

- Capacitar os usuários com os conhecimentos básicos contemplados num módulo de Geometria que disponibilize, através da Arte, conteúdos específicos de cilindro, cone e esfera;
- Introduzir a história da Arte em problemas que envolvam área de figuras planas e volume dos sólidos;
- Desenvolver uma abordagem construtivista adequada ao ensino;
- Realçar, considerando os itens preliminares, a postura de investigador no aprendiz;
- Promover a aprendizagem da Geometria, por meio de elementos visuais e sonoros, onde as construções geométricas permeiam outros sentidos;

1.4 Hipóteses Gerais e Específicas

1.4.1 Hipótese Geral

O mundo atual, onde as especializações dos profissionais devam ser uma constante, traz consigo problemas em profissionais de formação técnica ou superior, de onde formula-se uma hipótese: tais indivíduos saem para o mercado de trabalho sem distinguirem formas, tendo uma visão muito particular e compartimentalizada, não diferenciando figuras planas de figuras espaciais.

E, ainda, a mudança do ensino tradicional de sala de aula capacitará os usuários de um sistema informatizado não-linear a:

- aprenderem livremente (reforçando sua característica hipertextual),
- desenvolverem um raciocínio abstrato (sem a excessiva axiomatização), pois terá um suporte cognitivo, e do pensamento lógico dedutivo (espaço para questionamentos e observações),
- tornarem a Geometria uma ciência capaz de completar sua formação (enquanto seres humanos).

1.4.2 Hipóteses Específicas

Alguns pressupostos serão tomados como verdadeiros:

- Os recursos da tecnologia facilitam a concretização deste ambiente: com a chegada do computador e o rápido avanço da informatização, a realidade do ensino formal (repasso de conteúdos sem visualização) pode ser modificada e reestruturada.

- Sabendo que o comportamento dos seres vivos, de acordo com Piaget, não é inato, mas é construído numa interação entre o organismo e o meio (Lima, 1980), torna-se relevante a construção de um módulo de ensino, com uma riqueza visual, sonora e de animação, contemplando a interatividade e a não-linearidade, passando a ser uma constante no processo de ensino aprendizagem.
- Um indivíduo com o suporte computacional (módulo de ensino de Geometria) que abordará tópicos de cilindro, cone e esfera, voltado aos conceitos e aplicações, dispondo de uma interface interativa e com um forte e dinâmico *feedback*, mais rapidamente poderá gerenciar sua aprendizagem, conquistando novos e alternativos conhecimentos.

1.4.3 Hipótese de Trabalho

“É possível a criação de um módulo de ensino na área de Geometria (integrante do *Geometrando*) utilizando os recursos da Hipermissão, com os devidos alicerces da Ergonomia”.

1.5 Hipermissão, Geometria e Ergonomia: quais as suas ligações?

O computador e todas as tecnologias a ele associadas estão sendo utilizadas como ferramenta de mediação entre o homem e o conhecimento, para diversos fins e nos mais variados contextos, abrindo desta forma diversas possibilidades de aproveitamento da informática voltadas para a educação.

No entanto, sua função não deve ser a de axiomatizar o vivencial do aluno ou de simplesmente aumentar a distribuição de dados do ensino convencional, mas promover um novo modelo de ensino-aprendizagem, baseado na navegação e criação de teias (de interfaces e do conhecimento) pelo próprio aprendiz, através de um suporte na pesquisa formal.

Alguns passos podem ser essenciais para garantir a introdução da informática (e do ambiente hipermídia proposto) na educação, entre eles:

- definir uma visão clara dos objetivos que se quer atingir com o desenvolvimento de um módulo do Geometrando para aprendizagem;
- definir parâmetros técnicos mínimos para início do projeto;
- capacitar o elemento humano para desenvolver suas respectivas atividades neste conjunto;
- acompanhar a implantação do projeto com constantes avaliações e
- por fim, e não menos importante, apoiar todas as atividades na pessoa do ergonomista capacitado para gerenciar e otimizar o processo.

A Geometria é, de fato, uma disciplina em descaso nos currículos escolares atuais. Existe então a possibilidade de resgatá-la com o apoio da Hipermídia e da Ergonomia, em suas diversas modalidades:

- ergonomia de software: proporcionando critérios para que a utilização do produto que se propõe conceber venha a ser adaptável às características psicológicas do indivíduo;
- ergonomia cognitiva: procurando estudar como se processa a memória humana, diminuindo a distância entre concepção e utilização de um ambiente hipermídia para o ensino de Geometria e os mais diversos fatores que permearão toda a pesquisa.

Neste cenário – ambiente hipermídia, com características ergonômicas e voltado para a geometria – o usuário vai interagir com meios computacionais, em situações que propiciem a descoberta e a construção do conhecimento, passando ao computador a função de ferramenta de apoio e incentivo à autonomia, criatividade, colaboração e o estabelecimento de relações entre objetos e a construção de modelos visando a aprendizagem.

Em um mundo cada vez mais complexo a necessidade de aprendizagem deve ser inerente em nossas instituições de ensino, criando também nos indivíduos esta convicção. O que vem a ser esta aprendizagem? Segundo David Garvin (1993), organizações que aprendem são aquelas capacitadas a criar, a adquirir e a transferir conhecimentos, modificando comportamentos com o objetivo de refletir sobre o novo aprendido.

Para que haja maior eficiência neste processo, os critérios ergonômicos devem proporcionar melhorias na interface com o usuário, procurando adaptar todo o sistema às necessidades do indivíduo. E a Geometria, agora sem o excesso de formalidades, terá dado o primeiro passo para se aproximar do vivencial, do dia-a-dia do aluno; saindo de um papel de sobrevivência para uma aplicação constante nos mais diversos setores da vida humana.

1.6 Descrição dos Capítulos

O Capítulo 1 apresenta o estabelecimento do problema, assim como, objetivos gerais e específicos, além das hipóteses que integram esta dissertação.

No capítulo 2, referente à Hipermídia, dar-se-á uma breve introdução de sua importância para o desenvolvimento de um protótipo ligado à Geometria, com definições de multimídia, hipertexto, hipermídia e os mais diferentes instrumentos que compõe esta estrutura, possibilitando a interação homem-máquina com eficácia e objetivando o ensino de forma dinâmica, inserido numa rede de conhecimentos.

No capítulo seguinte, dedicado à Ergonomia, far-se-á um levantamento histórico das definições, em seu sentido mais amplo, para depois focar a ergonomia de software e a ergonomia cognitiva; que servirão como sustentáculo para o desenvolvimento dos três módulos de ensino – tornando a diferença: funcionamento e utilização, a menor possível.

O capítulo 4, ligado à Geometria, parte de um levantamento histórico, no que concerne propriamente o estudo em questão: direcionado para uma parte da mesma que trata de

tópicos envolvendo os assuntos de cilindro, cone e esfera – desde a pré-história até os dias atuais; passando ainda pelos problemas da Geometria de um modo geral nos currículos escolares, a sua excessiva axiomatização; até recomendações gerais para torná-la mais atraente e vivencial para usuários deste ambiente hipermídia voltado ao seu ensino.

E por fim, a apresentação do protótipo: sua descrição e funcionamento serão ilustrados no capítulo 5; com recomendações terminais para futuros trabalhos no capítulo 6. As referências bibliográficas e os anexos utilizados no estudo encerram as páginas desta dissertação.

HIPERMÍDIA

2.1 Introdução

O ser humano passou a divulgar suas idéias e possibilitar que todos pudessem ter acesso às mesmas através dos meios de comunicação: jornais, revistas, televisão, rádio, etc. Com o decorrer do tempo, novas tecnologias surgiram e as dificuldades, passaram a enfocar a idéia de expressar o que se pensa de modo imediato, como se a crítica pudesse de modo instantâneo aparecer e mudar o contexto em que se vive. A comunicação precisa deixar de ser em um único sentido (torna-se interação) – a participação do usuário destes meios passa a ser o fundamental.

Neste contexto surge o computador, oferecendo vários benefícios ao homem, pois fornece acesso a uma grande quantidade de informações, através do CD-ROM, da Internet, ... permitindo o acesso rápido e, algumas vezes, de modo interativo.

De acordo com Kozma (1991), estas inovações levadas à educação, fizeram com que professores passassem a abraçar possibilidades de sistemas que transmitem texto, música, animação, gráficos e vídeo, assim como ligações (conexões) e idéias que estendem-se numa rede. Termos como multimídia, hipermídia e mídia integrada estão entre as palavras educacionais mais usadas.

2.2 Multimídia

Até pouco tempo atrás, o professor dispunha de elementos visuais como o giz e o quadro para suporte de sua prática pedagógica e, alguns outros recursos limitados para tal, como: retro-projetor, slides, vídeo, material concreto entre outros. Atualmente o uso de computadores no processo didático-pedagógico é uma realidade para várias instituições de ensino. Novas formas de pensar e de agir passam a entrada dos mesmos no contexto escolar.

De acordo com Pierre Lévy (1998), os indivíduos podem aproveitar as várias mídias (som, imagem, animações, texto...) para passar a difícil tarefa de manter em dia suas representações para o computador, deixando: memória de trabalho, lápis e papel – rudimentares e estáticos – para outras atividades de suporte à aprendizagem.

No aproveitamento destas mídias, tem-se o sustentáculo para que esta nova forma de pesquisa estruturada seja melhor adquirida, em alguns princípios e condições, conforme Dede (1990) orienta:

- construção ativa do conhecimento por alunos;
- uso de ferramentas de coleta de informação (experimentarem hipóteses);
- uso de múltiplas representações para o conhecimento;
- interação colaborativa com seus pares;
- instrução individualizada (intervenção do professor).

Para que os fatores acima citados sejam coroados de êxito, do ponto de vista educacional, é necessário a criação de um ambiente onde os alunos possam enfrentar idéias e realmente interpretar o que estão fazendo e não simplesmente absorver informações. Ao invés de transmissão passiva de grandes quantidades de dados, a multimídia deverá ser usada como ferramenta para reestruturar e fomentar novas pesquisas.

Hawkins (1995) salienta que o excesso de informações presentes nas multimídias podem levar a confundir informações com conhecimento; professores devem saber como cada meio comunica para poderem usar ou até mesmo elaborarem produtos multimídicos.

Em se tratando de cada um dos meios separadamente, faz-se necessário destacar como a evolução dos mesmos possibilitou o que aí está e o que se pretende com esta reunião das mídias: no começo dos anos cinquenta, a programação dos computadores passava pelos códigos binários e pelo preenchimento de cartões perfurados; com o advento de linguagens computacionais do tipo - Fortran, Assembler e outras - o que antes era interface passou a fazer parte do interior das máquinas.

Linguagens cada vez mais acessíveis à compreensão humana, geradores de programas e geradores de sistemas especialistas estão tornando as tarefas até aqui, árduas e cansativas, mais lógicas, sintéticas e conceituais; as linhas de código – característica das linguagens de programação “puras” parecem afastar-se pouco a pouco da composição de ambientes relacionados com hipermídia e o *software de autoria* chega para aliviar a produção (confeção) de um protótipo multimídico.

Para Lévy (1998), o som é um dos pontos de apoio destas novas tecnologias. Atualmente, a prática musical e os recursos disponibilizados pelo computador, transformaram ainda mais a influência desta mídia em qualquer ambiente que se pretenda desenvolver. A interação do usuário na escolha de sons ou músicas num módulo que se destine ao ensino é fundamental, pois estimulará o livre arbítrio e uma melhor adaptação da máquina ao indivíduo.

Ainda para Pierre Lévy (1998), juntamente com o som, a imagem torna-se outro alicerce multimídico, onde seu domínio e seu constante aperfeiçoamento podem ser comparados ao do som, como a da ‘imagem digitalizada’ – por exemplo. Uma vez feita, pode ser reestruturada, mudando parâmetros como cor, tamanho, forma, textura, etc. Possibilitando novamente a interatividade e criatividade, características que permeiam a elaboração de um software destinado ao ensino.

“A tecnologia de imagens por computador permite a cientistas e artistas que ampliem as dimensões da visão humana e lancem suas próprias criações ao imaginário visual.” (MENEZES & SOARES, 1996, p. 282)

“O espectador pode não só ver uma imagem congelada, como também interagir com todo o sistema informático que suporta as imagens.” (MENEZES & SOARES, 1996, p. 283)

A realização de filmes, passou a ser comparada com o processamento de textos – devido ao caráter digital, possibilitando reedições e a criação de novas e diferentes estruturas.

Alguns conceitos, durante o desenvolvimento do trabalho, aparecerão em forma de texto, sendo introduzidos para que o usuário do ambiente possa por ele navegar de forma livre pelas informações, criando-se uma nova forma de escrita, sem a preocupação linear ou estática.

A partir desta massificação com os micros e o sustentáculo das várias mídias expostas, Lévy (1998) esclarece que tornou-se possível mesclar comunicação, simulação e interação. Nenhum outro meio com tantos recursos pode estar ligado a diversos pontos do mundo para aquisição de novos e livres conhecimentos.

2.3 Hipertexto

A concepção de hipertexto, segundo Pierre Lévy (1998), surge em meados da década de 40 quando Vannevar Bush, inventa o Memex, dispositivo que possibilitaria a organização de informações por associação, imagens e textos de forma totalmente interligada. No entanto, sua definição só ocorreu em 1962 por Theodor Nelson – definindo como escrita/leitura de modo não linear em um sistema de informática.

Para Bruillard (1997), de forma geral, um hipertexto se apresenta como um dispositivo informatizado que permite a interconexão de documentos de diversos tipos, através de mecanismos associativos sob controle do usuário. A utilização ou leitura de um hipertexto

se efetua de maneira multi-dimensional e não seqüencial (diferentes caminhos percorridos conforme a preferência do leitor) em oposição ao discurso oral ou ao texto impresso (que é de dimensão plana, embora incluindo modos de acesso complementares).

Ainda segundo Bruillard (1997), um bom hipertexto é uma mídia qualitativamente diferente, propiciando ao leitor o sentimento de se mover sem esforço dentro de um ambiente de informações transparente.

Um hipertexto propicia a localização de informações e a apresentação das mesmas ao usuário. Para isto acontecer de modo não-linear é representado por uma planta de *nós e ligações*, onde:

- *nós* são os documentos (ou os recursos);
- *ligações* são as referências entre os *nós*;
- o deslocamento dos leitores dentro desta planta é denominado *navegação*.

Na *navegação* se busca um caminho e em cada lugar se consulta o que há. Encontrar uma informação se torna encontrar um caminho através desta informação. Uma outra forma de consulta em um hipertexto é a pesquisa (o ambiente construído deve contemplar ambos os modos). Na pesquisa especifica-se o que é procurado e solicita-se ao sistema que localize. Um bom hipertexto não pode contemplar roteiros confusos, totalmente aleatórios.

A ajuda à navegação apresenta-se, conforme Bruillard (1997), em três categorias:

- ajudas pontuais – que permitem melhor compreender o conteúdo do *nó* corrente e detalham, de uma maneira local, as pistas interessantes a explorar;
- ajudas espaço-temporais – que fornecem as referências gerais sobre o local do *nó* corrente dentro da planta e a maneira como o *nó* foi alcançado;
- ajudas estruturais – que se apoiam sobre as estruturas lógicas dos documentos.

Algumas definições para hipertexto aparecem na literatura, apesar de não ser uma unanimidade. Para Bairon (1995) o hipertexto é uma estrutura *nodal*, os *nós* aparecem entre palavras, imagens, documentação, músicas, vídeos e outros. Conklin (*apud* Bruillard, 1997), pode-se tentar descrever a essência do hipertexto como a capacidade de efetuar desvios rápidos sobre os blocos de textos. Meyrowitz (*apud* Bruillard, 1997) , propõe rebatizar como “responsive document research” (pesquisa sobre documentos reativos), isto é, capazes de reagir às solicitações do leitor. Já Campbell e Goodman (*apud* Bruillard, 1997) distinguem três componentes da estrutura de um hipertexto, correspondentes a três níveis:

- nível de apresentação – relacionado à interface com o usuário;
- nível da máquina hipertexto abstrata – relacionado aos nós e conexões;
- nível da base de dados – relacionado ao armazenamento de dados compartilhados e acesso mapeado.

Alguns fatores são de fundamental importância quando fala-se sobre hipertexto, onde Bairon (1995) ressalta: não-linearidade (possibilitando a navegação sobre uma imensa massa de informações), visão do todo (dada a fragmentação das idéias) e outros que aparecem em Lévy (1998):

- 1- Princípio da Metamorfose: constante mudança entre as interfaces.
- 2- Princípio da Heterogeneidade: variação de dados em imagens, sons, animação, etc.
- 3- Princípio da Multiplicidade: redes dentro de redes, qualquer nó ou conexão quando analisado pode ser composto por toda uma rede.
- 4- Princípio da Exterioridade: aspecto “infinito” de crescimento da rede, sua composição e recomposição dependem de um exterior indeterminado.
- 5- Princípio da Topologia: a rede hipertextual não está no espaço, ela é o próprio espaço, tudo funciona por proximidade, vizinhança.
- 6- Princípio da Mobilidade dos Centros: a rede não tem centro, mas vários centros.

O hipertexto não é intrinsecamente um instrumento voltado à educação, mas as atividades que ele permite realizar podem ter um forte potencial educativo. Não existe verdadeiramente uma classificação estabelecida de usos educativos dos hipertextos. É possível, porém, propor uma tipologia de atividades educativas associadas ao hipertexto, distinguidas em quatro grandes tipos, conforme Duffy e Knuth (*apud* Bruillard, 1997):

- explorar um mapa de informações importantes;
- chegar precisamente às informações;
- operar sobre um mapa de informações;
- construir um mapa de informações.

Dentro das diferentes aplicações educativas centradas no hipertexto, os itens acima, vão da simples consulta de informações que já estejam prontas à criação completa de novos mapas sobre um tema ou questão que se queira ensinar, passando pela modificação e anotação de bases existentes.

“O hipertexto é dinâmico, está perpetuamente em movimento. Com um ou dois cliques, obedecendo por assim dizer ao dedo e ao olho, ele mostra ao leitor uma de suas faces, depois outra, um certo detalhe ampliado, uma estrutura complexa esquematizada. Ele se redobra e desdobra à vontade, muda de forma, se multiplica, se corta e se cola outra vez de outra forma. Não é apenas uma rede de microtextos, mas sim um grande metatexto de geometria variável, com gavetas, com dobras. Um parágrafo pode aparecer ou desaparecer sob uma palavra, três capítulos sob uma palavra do parágrafo, um pequeno ensaio sob uma das palavras destes capítulos, e assim virtualmente sem fim, de fundo falso em fundo falso.” (Lévy, 1998, p. 41)

2.4 Hipermídia

“Uma maneira amigável de o usuário conectar informações relacionadas (texto, imagens gráficas, fotografias, som e vídeo). A Hipermídia usa “vínculos” especiais em que você pode clicar para pular de um tópico relacionado para outro.” (Graham, 1995)

Tem-se, então, na junção de Multimídia com Hipertexto, a Hipermídia, que segundo Dede (1990), não tem como função primordial e apropriada nas escolas aumentar a distribuição de dados no ensino convencional mas promover um novo modelo de ensino-aprendizagem baseado na navegação e criação de teias de conhecimento pelo aprendiz através de um processo de pesquisa formal.

O conceito de hipertexto e suas características, vistas na seção 2.3, mostram um método de armazenamento e recuperação de informações não-seqüencial. A hipermídia, por conter o hipertexto, torna-se similar nesta forma de estrutura. Incorpora ainda a noção de *navegação* do usuário através de uma rede de dados interligados pelos *nós* (vínculos), fornecendo caminhos e meios para a obtenção das informações.

A informação pode surgir em forma de texto, diagrama, animação, imagem, vídeo, fala, som ou programas de computador, diferenciando-se do hipertexto. Para a *navegação* dispõe-se de “botões” (elementos gráficos, objetos ou palavras em destaque) ou “hiperlinks” (são vínculos que conectam pontos distantes dentro de um sistema, ou dele com um outro) dispostos na tela do computador, que pode ser uma palavra, uma frase no texto ou um rótulo, que apresentam-se diferentes dos outros componentes visualizados, ou pela cor, ou pelo uso de uma moldura de caixa. Ao serem ativados, geralmente através do clique do mouse, eles podem exibir textos, fotos, sons, etc. A Hipermídia tem como ponto fundamental os hiperlinks – pois evita que o usuário avance seqüencialmente em um texto, permitindo-lhe dar saltos. É importante, também, após ativar um hiperlink ser possível retornar à situação anterior ou visualizar em duas janelas a informação de origem e a de destino (Bairon, 1995).

A progressão do leitor, para Bairon (1995), através de um ambiente hipermídia, poderá ser seqüencial ou não, onde pode-se encontrar e absorver informações mais rapidamente que em um livro. A hipermídia traz consigo a característica econômica, proporcionada pela redução de custos dos discos óticos, já que o custo de armazenagem digital é menor do que o papel. Um CD-ROM, por exemplo, pode conter uma centena de livros e ser produzido em massa. Além disso, as atualizações dessas documentações poderão ser feitas em novas versões do CD-ROM (ou de páginas na Internet) tornando mais fácil sua distribuição.

Sua criação dependerá da divisão do assunto em fragmentos, conforme ressalta Martin (1992), onde os pedaços de informação poderão conter basicamente:

- a) blocos básicos de informação: contendo uma única idéia que não pode ser destino de hiperlinks por si própria e depende do contexto. Seria uma informação como uma imagem, pedaço de vídeo, ou dados aparecendo no início do software (como uma premissa para que se possa executar as demais operações);
- b) unidades de diagrama: com um diagrama contendo uma legenda conceito, poderão existir diversas idéias importantes ;
- c) unidade de conceito: precisa ter um título que seja auto-explicativo, mesmo quando for removida do contexto, pretendem ser destinos de hiperlinks.

Essencialmente, a hipermídia pode então ser definida, com todas as informações anteriores, como uma associação de *nós* de informação conectados uns aos outros por meio de *links* para formar redes de conhecimento, acrescentando-se ainda que tais *nós* podem ser expressos por meio de: vídeo, animação, gráficos, entre outros de modo não-seqüencial e com a marca da interatividade.

Esta constante integração com dispositivos interativos e o acesso livre aos dados do ambiente hipermídia permitirão todas as consultas e redistribuições imagináveis, podendo o indivíduo gerenciar sua aprendizagem, tornando-se emissor de novos e alternativos conhecimentos.

O indivíduo passa a receber uma informação numa proposta diferenciada, na busca de reorganizar sua visão de mundo, de modo que o saber adquirido seja transmitido a outros, de forma compatível com a velocidade de sua renovação.

2.5 Memória e Hiperfídia, contribuições para o conhecimento humano

De acordo com a Psicologia Cognitiva, existem diversos tipos de memória responsáveis pelo tratamento e armazenamento de informações, com funcionalidades distintas. Todos os tipos e formas de estruturação do conhecimento humano serão tratados no capítulo específico; porém vamos abordar superficialmente, a forma de se registrar na memória um determinado conhecimento e, o quanto isto pode ser facilitado, quando utilizamos os recursos que a hiperfídia disponibiliza.

Assim como outros ergonômistas, Lévy (1998) distingue basicamente dois tipos de memória:

- Memória de curto prazo (ou curto termo) – onde a retenção das informações é temporária. Conserva-se os dados para agir existindo uma vulnerabilidade. Quando tentamos guardar uma fórmula matemática, por exemplo, ela pode ser usada. A repetição parece ser a melhor estratégia para apropriarmos a expressão a curto prazo, ficamos vendo ou pronunciando em voz baixa indefinidamente até que se tenha guardado;
- Memória de longo prazo (ou longo termo) – responsável pelo armazenamento do conjunto de conhecimentos e acontecimentos acumulados no decorrer do tempo, armazenamento durável, capacidade ilimitada de retenção, não é linear (rede) e por isto sua similaridade com a hiperfídia.

Quando uma nova situação surge diante de nós, para que haja uma gravação do fato, existe a necessidade da representação do mesmo. O problema então que surge, está associado à situação de que, quando esta representação é criada ela está muito próxima de nosso núcleo do sistema cognitivo, ou seja, próximo à zona de atenção, não tendo dificuldade alguma em recuperar tal informação; como porém recuperar algo que esteja há muito tempo inativo?

Para recuperar fatos que encontrem-se distanciados da ativação (atenção), dois requisitos devem ser preenchidos, segundo Pierre Lévy (1998): o primeiro, deve existir a conservação do fato que buscamos e o segundo, deve haver um caminho de associações que leve a esta representação. A maneira como foi armazenada esta informação, ou seja, a estratégia de codificação, parece ser fundamental em sua capacidade posterior de lembrar-se dos fatos. Aqui entram os recursos disponibilizados pela hipermídia, capazes de construir histórias ou imagens (metáfora para o ambiente) envolvendo o assunto que se queira trabalhar, melhorando de modo significativo as performances de armazenamento e recuperação de informações disponibilizadas. Ainda, segundo Lévy, este trabalho associativo é, ligado às imagens (por exemplo), uma forma de compreender e memorizar.

Quando a compreensão ou o ensino está em questão, a hipermídia traz consigo vantagens (não-linearidade; variação de dados em imagens, sons, animação; aspecto infinito da rede; entre outros) que o audiovisual clássico ou o suporte impresso que já é conhecido, não são capazes. A rapidez e domínio fácil da matéria são outras características que reforçam a idéia anterior.

“Quanto mais ativamente uma pessoa participar da aquisição de um conhecimento, mais ela irá integrar e reter aquilo que aprender.” (Lévy, 1998, p. 40)

2.6 O Computador no Processo de Ensino

Em meados da década de sessenta, surgiu a idéia de usar o computador na educação. Por esta época foi desenvolvido o sistema LOGO, por Seymour Papert, matemático e ex-colega de Piaget, preocupado com as formas de aprendizado dos indivíduos. Um ano de prática

com o LOGO, crianças tinham alcançado uma melhor performance em testes de palavras cruzadas e de combinações (Siqueira, 1996).

Em seguida, conforme Siqueira (1996), aparece Patrick Suppes, o inventor de programas de perguntas e respostas onde o computador confirmava se estava certa ou errada a resposta, tal sistema recebeu o nome de *Computer Aided Instruction* (Instrução Auxiliada (Assistida) pelo Computador).

E neste contexto, segundo Blackwell (1993), convém destacar como o computador pode ser usado nas escolas, de acordo com as seguintes funções:

Instrução Assistida por Computador:

Nestes ambientes o computador é um tutor – dirigindo a instrução – o professor passa a supervisionar, necessitando de pouca preparação. O aluno, por sua vez, atua de forma passiva. Como exemplos, podemos citar:

- programas de informação: transmitindo apenas informações sobre o tema. Ex.: Enciclopédias.
- programas tutoriais: apresentando regras para algumas tarefas. Programas que acompanham os utilitários. Ex.: Tutorial do Director.
- programas de exercícios e prática: utilizam instrução programada ou exercícios para o desenvolvimento de habilidades específicas, através de múltipla escolha, repetição e outros. Ex.: Matemática para o 2º Grau (Ática Multimídia).

Desempenho Assistido pelo Computador:

Neste ambiente o computador funciona como ferramenta para o ensino, o professor necessita de preparação pedagógica e computacional, e o aluno passa a interagir e participar. Exemplos:

- simulação: programas que apresentam situações semelhantes à vida real. Ex.: Série SIM.
- solução de problemas: são programas onde o aluno descobre um processo para encontrar a solução de problemas que são propostos. Ex.: *Decisions*.
- utilitários: podem ser simples ou complexos, executando tarefas para o usuário. Ex.: Programa de folha de pagamento – utilitário simples; Programas como AutoCAD ou 3D Studio Max – utilitário complexo.
- programas de autoria: programas que codificam o que o usuário quer realizar, com ou sem o uso direto pelo usuário de uma linguagem de programação. Ex.: Superlink, Everest, ToolBook, Director.
- linguagem de programação: o usuário precisa conhecer os comandos e a sintaxe da linguagem. Ex.: C, C++, Visual Basic.
- aplicativos: programas que não são limitados a uma operação, que realizam uma determinada tarefa. Ex.: processador de texto.

Comunicação Assistida pelo Computador:

O computador passa a ser um meio de comunicação, o aluno um indivíduo ativo e o professor precisa de muita preparação.

- programas de comunicação: permitem que um computador se comunique com outros computadores, através de protocolos próprios. Ex.: Bitcom, Quicklink.
- programas de correio eletrônico: programas que permitem a troca de mensagens eletrônicas entre usuários conectados a uma rede de computadores. Ex.: Eudora, Pegasus.
- navegadores WWW (World Wide Web – Teia Mundial): são programas que permitem a navegação hipertextual através de locais da WWW. Ex.: Netscape Navigator, Microsoft Internet Explorer.

Neste contexto de classificação para os diversos tipos de *software* conforme seus objetivos específicos torna-se relevante trabalharmos com um ambiente hipermídia de ensino, implementado com o auxílio de um software de autoria (o Macromedia Director) reforçando os pressupostos deste trabalho: como a interatividade, o dinamismo e a possibilidade de trazer mudanças ao sócio-cultural de indivíduos até então acostumados com o tradicional, ou formação clássica; sendo o seu uso, de forma acessível e livre, um auxiliar no aprendizado de Geometria, tornando a aquisição dos conhecimentos o mais veloz e produtiva possível.

O computador, pelo que foi apresentado, traz inúmeras aplicações ao ensino, de modo que é difícil quantificar genericamente sua contribuição ao aprendizado. Porém a interação proporcionada por esta ferramenta, vai ao encontro do que Piaget pensa do conhecimento, quando diz que este é construído pela interação entre os objetos e pessoas do ambiente em que se vive.

2.7. Conclusão

Com os fatos colocados nas seções anteriores sobre a memória e o computador no processo de ensino, tendo como suporte um ambiente hipermídia, tem-se a certeza de que muito mais do que colocar máquinas modernas na sala de aula, esta informatização passa a significar a tomada de uma nova postura intelectual, que com o tempo levará a diferentes atitudes do ponto de vista psicológico e também social.

Procurou-se, por outro lado, mostrar a importância e a não trivialidade que estão presentes no desenvolvimento de um ambiente hipermídia voltado para o ensino de Geometria. Torna-se evidente com os dados acima mencionados, que a hipermídia não terá a função de substituir o papel (impressão), suas vantagens e benefícios podem ser notadas desde o custo da armazenagem, num CD-Rom por exemplo, superando centenas de livros, até características de interatividade, não-linearidade e da construção pelo usuário de uma aprendizagem livre.

A relevância na construção do ambiente está no fato de se poder apresentar um tópico de Geometria de uma forma rápida, em que o usuário encontra as informações (ou constrói as mesmas – interação) e emprega esses conhecimentos.

Não é trivial desenvolver este módulo de ensino, pois para tanto, é preciso projetá-lo bem, de maneira que o indivíduo seja habilitado a procurar o que precisa com mais rapidez e certeza de que em livros que tratam do assunto. Projetá-lo bem – passa pela concepção de uma arquitetura cognitiva e então poder adaptar uma interface às características do ser humano; subentende noções de ergonomia de *software*: caracteres, fundo, botões, a interface de um modo amplo e ainda o conteúdo propriamente dito de Geometria que será construído pelo aluno, procurando seguir uma abordagem construtivista.

E, por último, o foco central de todo este estudo, pretende ser, portanto: o de auxiliar os professores a reconceitualizarem o propósito do ensino disciplinar, sem ênfase à memorização para a evidência e domínio de habilidades de pensamento e conhecimento. E ainda: mesmo com um protótipo multimídia para apoiar o ensino da Geometria, os professores que dele se utilizarem precisarão de apoio extensivo para reestruturarem suas abordagens pedagógicas em relação à aprendizagem orientada à pesquisa, ao descobrimento e a interações.

ERGONOMIA

3.1 Introdução

Desde as civilizações antigas, o homem sempre procurou melhorar as ferramentas, os instrumentos e os utensílios que usa na sua vida cotidiana no intuito de adequar a forma às características da mão, propiciando mais conforto durante a sua utilização (Moraes & Mont'Alvão, 1998).

É atividade do ergonomista pretender fabricar tais instrumentos, teóricos e práticos, que permitam adaptar, cada vez mais, o trabalho ao homem.

Para Moraes & Mont'Alvão (1998), com os avanços tecnológicos, em sistemas complexos, onde parte das funções classicamente executadas pelos homens pode ser alocada às máquinas, já que uma incorreta adequação às capacidades humanas pode invalidar a confiabilidade de todo o sistema, faz-se necessário conhecer *a priori* os fatores determinantes da melhor adaptação de produtos, máquinas, equipamentos, trabalho e ambiente, aos usuários, operadores, operários e indivíduos.

Ainda Moraes & Mont'Alvão (1998), a Ergonomia se constitui a partir da reunião de psicólogos, fisiólogos e engenheiros. A psicologia e a fisiologia são as duas principais ciências que fornecem aos ergonomistas referências sobre o funcionamento físico, psíquico e cognitivo do homem. O desempenho do homem no trabalho é complexo e a Ergonomia ampliou progressivamente o campo de seus fundamentos científicos. Novas disciplinas,

como: inteligência artificial, semiótica, antropologia e sociologia passaram a fazer parte do acervo de conhecimentos do ergonomista.

Portanto, a ergonomia não se preocupa apenas em evitar aos trabalhadores os postos de trabalho excessivamente fatigantes e perigosos, mas procura igualmente colocá-los nas melhores condições de trabalho possíveis.

3.2 Ergonomia e sua formação

Ergonomia deriva das palavras gregas *ergon* (trabalho) e *nomos* (lei, regras). Esta composição, poderia dar à disciplina apenas um caráter de ‘ciência do trabalho’, sem ultrapassar fronteiras convencionais impostas pelas práticas de gerenciamento de grandes empresas. Contudo, o ergonomista ou pessoa que se volta ao estudo da ergonomia acaba mesclando e objetivando trabalhar com uma série de fatores que envolvem a relação trabalho e trabalhador, desde anatomia, fisiologia, toxicologia, passando por psicossociologia, lingüística, sociologia, até disciplinas e ciências que envolvam economia, organização e normas, gestão e outros.

Segundo Montmollin (1990), como precursor da ergonomia com caráter científico, tem-se Frederick W. Taylor, obstinado na *racionalização do trabalho*, sempre com análises e medidas sistemáticas. Taylor e seus seguidores procuraram atingir os mesmos objetivos que os ergonomistas (hoje considerados como antitayloristas) – analisar com o máximo de objetividade o trabalho humano, a fim de tirar conclusões que permitam melhorar a produção e diminuir a fadiga e os acidentes.

A atuação do homem sobre os instrumentos e máquinas e as condições de trabalho, parecem ser as preocupações introduzidas na era Taylor, que se encontram hoje ultrapassadas, mas que não precisam ser condenadas; podem ser melhoradas, continuadas no sentido de caminharem para o progresso e objetivo da ergonomia, a adaptação do trabalho ao homem: melhoria dos fatores do ambiente, diminuição da duração do dia de

trabalho, introdução de pausas e de forma geral, procurando colocá-los nas melhores condições possíveis com a organização do trabalho.

“A ergonomia é uma disciplina em evolução (e, por vezes, em contradição com ela mesma...), mas se quisermos que ela continue a existir é preciso encorajar a sua ambição sem deixar que ela se dilua numa ‘ciência geral do trabalho’, ...” (Montmollin, 1990, p. 63)

O caráter evolutivo e diversificado da ergonomia, está em sua composição e em algumas regiões vizinhas que identificam melhor a sua formação. A ergonomia Francesa e de certo modo a Britânica, por exemplo, nasceram segundo Montmollin (1990) da medicina do trabalho – que tem como objetivo proteger a saúde do trabalhador, o que também é pretensão da ergonomia, sem preocupações com produção, que será sua finalidade última. É responsabilidade do médico do trabalho observar o trabalho real do indivíduo – fundamental para o ergonomista.

Outras disciplinas que compõem a ergonomia, apontadas por Montmollin (1990) são:

- a fisiologia, que estuda algumas das características da ‘máquina humana’. Preocupa-se com trabalhadores deficientes ou os que são colocados em condições extremas (de calor e frio excessivos, altitude elevada, hiperpressões, ruídos, vibrações, privação de sono entre outras atividades de risco);
- a psicologia experimental (colocada como mãe da ergonomia americana), com créditos para a Aviação e Marinha, permitindo uma longa série de investigações sobre os *displays*: instrumentos de medida e de comando;

A psicologia foi fornecedora à ergonomia de investigações sobre a percepção visual, sobre os aspectos cognitivos da atividade humana como a compreensão e a memória (sobretudo àquela relacionada aos significados) e mecanismos de resolução de problemas, onde

encontra-se fundamentação para software educacional, jogos e uma série de tarefas que envolvam o cérebro e sua capacidade de armazenamento e tratamento das informações.

E ainda, Montmollin (1990) cita:

- a lógica – preocupada em descrever o modo como as pessoas raciocinam;
- a didática – procurando saber como é que os alunos aprendem. Aí surgem os psicólogos cognitivos – ergonomia cognitiva – com um melhor entendimento das compreensões, métodos e modelos utilizados pelo indivíduo no processo de aprendizagem;
- a sociologia do trabalho, no rol das matérias que contribuem para formar os diversos enfoques da ergonomia, diretamente associada ao trabalho do ergonomista, uma vez que lhe permite situar melhor o objeto das suas intervenções, ultrapassando-as e procurando explicá-las. Porém, não objetiva a modificação das situações do trabalho, fundamental na ergonomia;

E por último, não menos importante:

- a etnologia. O etnólogo, assim como o ergonomista, percebe que a complexidade dos sistemas sociais – uma sala de aula, por exemplo – somente poderá ser bem compreendida, a partir de observações minuciosas de atividades diárias.

“A Ergonomia refere-se, portanto, a todos os que têm de conceber uma máquina ou uma instalação e ainda aos que têm de organizar um trabalho, bem como os que têm de o executar, aprender ou ensinar.” (Montmollin, 1990, p. 8)

3.3 Ergonomia

Ao estudar diversos exemplos de trabalhos ergonômicos em nossa sociedade, percebe-se a distinção em ergonomia de duas categorias, ligadas a duas grandes correntes, citadas em Montmollin (1990):

- a primeira corrente, a mais antiga (americana), considera a ergonomia como a utilização das ciências para melhorar as condições de trabalho do homem, onde a anatomia e a fisiologia, bem como a psicologia, permitem apresentar melhor as informações, conceber assentos, máquinas, ferramentas, postos de trabalho (horários) mais adaptados ao organismo humano, além de impressos, *software* e outros recursos que a tecnologia passa a disponibilizar ao homem moderno.
- a segunda corrente (européia), liga a ergonomia ao estudo específico do trabalho humano, tratando-se mais de uma tecnologia do que uma ciência, preocupando-se menos com os materiais e dispositivos em si, para considerar a situação do trabalhador como a questão fundamental. Neste caso, o ergonomista passa a ser direcionado à organização do trabalho, com atividades e competências específicas para cada indivíduo.

Estas duas ergonomias não são contraditórias, complementam-se, em muitos casos. A concepção de uma ferramenta, máquina ou software não poderá dispensar uma análise específica e pormenorizada de tarefas, nas quais concepção e utilização devem andar juntas.

O termo Ergonomia, criado e utilizado pela primeira vez pelo inglês Murrel, passa a ser adotado oficialmente em 1949, quando da criação da *Ergonomics Research Society* – primeira sociedade de ergonomia – congregando interessados das mais diferentes áreas, nos problemas de adaptação do trabalho ao homem. (Laville, 1977)

As definições de ergonomia, entretanto, ainda não parecem uma unanimidade; alguns conceitos dos mais diversos aparecem na literatura, onde destaca-se:

“A Ergonomia, também é conhecida como ‘human factors’, é uma disciplina científica que trata da interação entre os homens e a tecnologia. A Ergonomia integra o conhecimento proveniente das ciências humanas para adaptar tarefas, sistemas, produtos e ambientes às habilidades e limitações físicas e mentais das pessoas.” (Karwowski *apud* Moraes & Mont’Alvão, 1998)

E ainda, segundo Hendrick (*apud* Moraes & Mont’Alvão, 1998), esta tecnologia possui alguns componentes onde identifica-se: tecnologia de interface homem-máquina ou Ergonomia de Hardware; tecnologia de interface homem-ambiente ou Ergonomia Ambiental; tecnologia da interface usuário-sistema ou Ergonomia de software e tecnologia da interface organização-máquina ou macroergonomia.

Wisner (1987) propõe uma outra definição de ergonomia, como sendo um conjunto de conhecimentos próprios do homem e necessários para concepção de máquinas, instrumentos e dispositivos que possam ser utilizados com segurança e eficiência.

Segundo Iida (1989): “A Ergonomia é o estudo da adaptação do trabalho ao homem.”

Trabalho pode ser aqui entendido como toda a situação em que ocorre o relacionamento com o homem e não apenas seu relacionamento com as máquinas e equipamentos utilizados para transformação dos materiais.

A finalidade pela qual todos (ergonomistas) estão trabalhando resume-se na necessidade de adaptar as máquinas às características físicas, cognitivas e psíquicas do homem, procurando diminuir as diferenças que surgem quando da concepção dos instrumentos de trabalho, com sua respectiva utilização.

3.4 A Ergonomia e a Busca pela Utilização

Ao aplicar os conceitos ergonômicos ao projeto, construção e avaliação de interfaces buscase privilegiar uma lógica: a Lógica de Utilização em detrimento da Lógica de Funcionamento.

Essas duas lógicas são definidas por Barthelet (1988):

- "a Lógica de Funcionamento é uma visão das aplicações do ponto de vista de informática", verificada especialmente na estruturação de um software, elaborada por analistas de sistemas e programadores.
- "a Lógica de Utilização é uma visão da aplicação do ponto de vista do usuário", que busca no software um conjunto coerente com a execução de sua tarefa.

Priorizar a Lógica de Funcionamento, em detrimento do que o usuário espera de um *software* que lhe sirva e satisfaça amplamente suas necessidades, tem sido a causa principal de insatisfação, contribuindo para a geração de sistemas com problemas de utilização.

Uma descrição de utilização (Schneiderman, 1992) é vista como uma combinação das seguintes características orientadas ao usuário: facilidade de aprendizagem; rapidez no desempenho da tarefa; baixa taxa de erro; e satisfação do usuário. Considerando que a utilização deve ser planejada desde o projeto e o desenvolvimento dos sistemas, Hix (1993) defende que o desenvolvimento de um sistema interativo deve contar com três grupos de profissionais integrados:

- especialistas no domínio do problema: pessoas que possuem um profundo conhecimento da área que a aplicação interativa pretende suportar;

- projetistas de *software* de interface: profissionais da área de informática, de *software*, engenheiros e programadores;
- projetistas de interação com usuário: usuários, projetistas de interação, avaliadores, e especialistas em fatores humanos e em documentação.

E ainda, o ergonomista é figura essencial nesta equipe de profissionais, sendo responsável pela coordenação do projeto em sua confecção e pela necessidade de uma avaliação ergonômica posterior ao desenvolvimento do software. Este gerenciamento surge quando se constata que uma grande parte dos *softwares* disponíveis no mercado, especialmente os desenvolvidos no Brasil, foi projetada exclusivamente por profissionais de informática sem conhecimentos ergonômicos. Soma-se a esta ausência de ergonomistas ou especialistas em interfaces nas equipes de desenvolvimento, o fato destes profissionais de informática utilizarem metodologias tradicionais de desenvolvimento de sistemas que não envolvem uma visão de aplicação do ponto de vista do usuário.

Ainda no Brasil, Righi (1993) destacou a ausência da ergonomia nos currículos dos cursos de bacharelado em Ciência da Computação e de tecnólogo em Processamento de Dados. Devido a este problema de formação, muitos profissionais da área de informática não atribuem a importância devida a sua utilização. Grande parte destes profissionais acredita que não tem tempo para trabalhar muito na interface.

Estas características entram em claro conflito com as expectativas dos usuários, pois eles esperam que os sistemas sejam fáceis de aprender e de usar, e que sejam capazes de suportar a transferência de conhecimentos já adquiridos para novas aplicações ou funções.

Os usuários buscam aplicar conhecimentos já adquiridos, para minimizar a carga perceptiva e cognitiva de trabalho necessária a realização de uma interação com o computador. Isto se torna possível, especialmente, quando a interface apresenta um comportamento homogêneo em situações semelhantes e não é excessivamente carregada de

informações (por isto, faz-se também necessário recomendações ergonômicas e, novamente, a figura do interventor do processo - o ergonomista).

Já em 1995 em uma pesquisa realizada no Brasil com 715 pessoas, e publicada pela revista *Veja*, 80% dos entrevistados "acham que o computador dá mais informação do que se pode utilizar". Este é um número bastante significativo, mostrando que a grande maioria dos usuários enfrenta problemas com a densidade informacional das interfaces dos sistemas computacionais. As constantes novidades da indústria da informática, segundo esta mesma pesquisa, tem gerado ansiedade e frustração nas pessoas.

Sem dúvida a interação homem-computador deve constituir-se como uma parte integrante da engenharia de software e é de enorme importância que o conhecimento e o saber desenvolvidos por ergonomistas e psicólogos cognitivos sejam embutidos no processo de projetar interfaces. É necessário avaliar nossos projetos e testar os nossos sistemas para garantir se o comportamento dos mesmos está verdadeiramente de acordo com as nossas expectativas e com os requisitos do usuário moderno.

3.5 Ergonomia Contemporânea

Nessa busca, a ergonomia contemporânea procura abordar toda a vastidão de temas que envolvam um indivíduo com suas atividades, desde métodos e análise do seu trabalho, passando por transferência de tecnologia, informatização para deficientes, organização do tempo e gerenciamento das tarefas, até o diálogo homem-computador.

O XI Congresso da Associação Internacional de Ergonomia, realizado em Paris, em 1991, já mostrava nesta época, preocupações e análises de diversos assuntos, como:

- 1) ergonomia do Produto: ergonomia e 'design', concepção dos produtos de consumo voltado para uso doméstico ou profissional, individual ou coletivo, e a forma de gerenciar os obstáculos comerciais impostos num mundo em globalização com as exigências ergonômicas.

- 2) transferência de Tecnologia: para países em vias de desenvolvimento e, como isto pode interferir na utilização de sistemas por usuários de diferentes regiões, pois pode transferir-se tecnologia para o interior de um mesmo país ou de uma mesma região.
- 3) conseqüências da Informatização para os Deficientes: novas possibilidades de arranjos domésticos e profissionais (equipamentos, espaços, ambientes, instrumentos específicos, *interfaces* especializadas) .
- 4) diálogo Homem-Computador: como a ergonomia pode contribuir para a concepção de *interfaces* e apoios informáticos; inteligência artificial, redes neuronais e modelagem das atividades cognitivas.

Os termos mencionados neste congresso, relatam o direcionamento de pesquisas, artigos e projetos na área de ergonomia, cada vez mais voltados para a interação homem-máquina, homem-computador e a informatização de um modo genérico. Do ponto de vista dos construtores, faz sentido implementar padrões quando concebe-se uma máquina ou *software* para usuários de sistemas aplicativos, mantendo um custo baixo para seu desenvolvimento e sendo de fácil manipulação.

Quando, porém, concebe-se um ambiente hipermídia voltado à aprendizagem, essa padronização pode ser uma inimiga do processo; o módulo de ensino precisa estar de acordo com as necessidades dos usuários, levantadas durante uma análise ergonômica; requer uma arquitetura cognitiva que o suporte (para entender como se processa o raciocínio humano) e, por último, de fundamental importância, uma pedagogia voltada para a construção do conhecimento (onde se processará a aprendizagem do indivíduo).

Atualmente, sistemas requerem cada vez mais interatividade e passam a ficar mais sofisticados e complexos, com um grande volume de informações, técnicas e métodos. Neste sentido, estudiosos acreditam que ao projetar sistemas computacionais deve-se respeitar a prática científica e a Engenharia; enquanto outros argumentam que se devem incluir elementos criativos e que o processo sempre será muito mais uma arte do que propriamente uma ciência. (Preece, 1994).

3.6 Ergonomia de Software

O presente tópico propõe alguns critérios que permitirão conceber um *software* adaptado às características psicológicas do usuário e, desta forma, melhorar as relações entre o computador e o indivíduo, procurando dar ao mesmo uma confiabilidade maior na percepção e no tratamento das informações e, conseqüentemente, em sua aprendizagem.

Em um mundo cada vez mais complexo a necessidade de aprendizagem deve ser inerente aos indivíduos. O que vem a ser esta aprendizagem? Indivíduos capacitados a criar, a adquirir e a transferir conhecimentos e a modificar comportamentos com o objetivo de refletir sobre o novo aprendizado, certamente caracterizam indivíduos que aprendem.

Alguns critérios ergonômicos levam a um comportamento mais eficiente (objetivando a verdadeira aprendizagem) e à prova de erros da interface com o usuário, onde Scapin e Bastien (*apud Santos et al*, 1997) realizaram pesquisas e definiram alguns critérios elementares; citados a seguir:

- **Condução**

Refere-se aos meios disponíveis para aconselhar, orientar, informar, e conduzir o usuário na interação com o computador, incluindo mensagens, alarmes, rótulos e outros. O critério Condução subdivide-se em quatro sub-critérios: Presteza, Agrupamento/Distinção de Itens, Feedback Imediato e Clareza.

Presteza: engloba os meios utilizados para levar o usuário a realizar determinadas ações como, por exemplo, entrada de dados. Engloba também todos os meios que permitem ao usuário conhecer o contexto no qual ele se encontra, as alternativas disponíveis em termos de ações, as ferramentas de ajuda e o seu modo de acesso.

Agrupamento/Distinção de Itens: refere-se à organização visual dos itens de informação relacionados uns aos outros de alguma forma. Leva em consideração o local e algumas características gráficas (formato) para indicar as relações entre os vários itens mostrados, se eles pertencem ou não a uma determinada classe, ou para indicar diferenças entre classes. Este critério também diz respeito à organização dos itens de uma classe e, subdivide-se em:

- por *Localização*: refere-se ao posicionamento relativo dos itens, estabelecido para indicar se eles pertencem ou não a uma dada classe, ou para indicar diferenças entre classes. Este critério também diz respeito ao posicionamento relativo dos itens dentro de uma classe.
- por *Formato*: refere-se as características gráficas tais como formato, cor, etc.. Estas características podem indicar se determinados itens pertencem ou não a uma determinada classe; podem indicar também distinções entre classes diferentes ou distinções entre itens de uma classe.

Feedback Imediato: refere-se às respostas do sistema às ações do usuário. O computador deve responder desde o simples pressionar de um tecla até a entrada de uma lista de comandos com respostas que precisam ser rápidas, devendo informar sobre a transação solicitada e o seu resultado.

Clareza: refere-se às características lexicais das informações apresentadas na tela que possam dificultar ou facilitar sua leitura tais como: brilho do caracter, contraste letra/fundo, tamanho da fonte, espaçamento entre palavras, espaçamento entre linhas, espaçamento de parágrafos, comprimento de linha, etc..

- **Carga de Trabalho**

Diz respeito a todos elementos da interface que têm um papel importante na redução da carga perceptiva e cognitiva do usuário, e no aumento da eficiência do diálogo. O critério Carga de Trabalho subdivide-se em dois critérios: Brevidade e Informações Concisas.

Brevidade: refere-se à carga de trabalho perceptiva e cognitiva, tanto para entradas e saídas individuais, quanto para conjuntos de entradas (ou seja, conjuntos de ações necessárias para se alcançar uma meta). A Brevidade corresponde ao objetivo de limitar a carga de trabalho de leitura e entradas, e o número de passos. O critério Brevidade subdivide-se em dois critérios:

- *concisão*: refere-se à carga perceptiva e cognitiva de saídas e entradas individuais. Por definição, o critério Concisão não diz respeito às mensagens de erro e de *feedback*.
- *ações mínimas*: refere-se à carga de trabalho em relação ao número de ações necessárias à realização de uma tarefa. O número de passos pelos quais o usuário necessita passar para atingir um objetivo deve ser minimizado tanto quanto possível.

Informações Concisas: refere-se à carga de trabalho do usuário do ponto de vista perceptivo e cognitivo, com relação ao conjunto total de itens de informação apresentados aos usuários, e não a cada elemento ou item individual.

- **Controle Explícito**

Refere-se ao processamento das ações explícitas do usuário, e ao controle que os usuários tem sobre o processamento de suas ações pelo sistema. O critério Controle Explícito subdivide-se em dois critérios:

Ações Explícitas do Usuário: refere-se às relações entre o processamento pelo computador e as ações do usuário. Esta relação deve ser explícita, ou seja, o computador deve processar somente aquelas ações solicitadas pelo usuário e somente quando solicitado a fazê-lo.

Controle do Usuário: refere-se ao fato de que os usuários devem estar sempre com o controle do processamento do sistema, podendo em qualquer momento interromper, cancelar, suspender e continuar qualquer ação em curso. Cada ação possível do usuário deve ser antecipada e opções apropriadas devem ser oferecidas.

- **Adaptabilidade**

Refere-se a capacidade do sistema de reagir conforme o contexto, e conforme as necessidades e preferências do usuário. O critério Adaptabilidade subdivide-se em dois critérios:

Flexibilidade: refere-se aos meios colocados à disposição do usuário que lhe permitem personalizar a interface a fim de levar em conta as exigências da tarefa, de suas estratégias ou seus hábitos de trabalho. Este critério compreende também as diferentes maneiras à disposição do usuário para alcançar um certo objetivo.

Consideração da Experiência do Usuário: refere-se aos meios implementados que permitem que o sistema respeite o nível de experiência do usuário, dos principiantes até os experientes.

- **Gestão de erros**

Refere-se a todos os mecanismos que permitem evitar ou reduzir a ocorrência de erros e, quando eles ocorrerem, o sistema deve favorecer a sua correção. São considerados erros: entrada de dados incorretas, entradas com formatos inadequados, entradas de comandos com sintaxes incorretas, etc. O critério Gestão de Erros subdivide-se em três critérios:

Proteção contra os erros: refere-se aos mecanismos empregados para detectar e prevenir os erros de entrada de dados e de comandos, ou possíveis ações de conseqüências desastrosas e/ou não recuperáveis.

Qualidade das mensagens de erro: refere-se à pertinência, à legibilidade e à exatidão da informação fornecida ao usuário sobre a natureza do erro (sintaxe, formato, etc..) e sobre as ações a serem executadas para corrigi-lo.

Correção dos erros: refere-se aos meios colocados a disposição do usuário com o objetivo de permitir a correção de erros.

- **Homogeneidade**

Refere-se à consistência em termos de códigos, denominações, formatos, procedimentos, etc. As escolhas na concepção da interface devem ser conservadas idênticas em contextos idênticos, e diferentes em contextos diferentes.

- **Significado dos códigos e denominações**

Refere-se à adequação entre o objeto ou a informação apresentada ou solicitada, e a sua referência. Códigos e denominações significativos possuem uma forte relação semântica com seu referente.

- **Compatibilidade**

Por um lado, trata-se da relação entre as características do usuário (memória, percepção, hábitos, competências, idade, expectativas, etc.) e as características da tarefa. De outra parte, refere-se à organização das saídas, das entradas e do diálogo de uma dada aplicação. A Compatibilidade também diz respeito ao grau de similaridade entre diferentes ambientes e aplicações.

A importância da informática nos diversos setores da atividade humana faz com que exista uma farta literatura sobre ergonomia da informática e, particularmente, sobre ergonomia de software. *Como o aluno comportar-se-á perante o ambiente desenvolvido, são considerações que podem ser abordadas pela Psicologia Cognitiva e que contribuição a Ergonomia poderá dar neste sentido* são ainda fatos, cuja menção será feita adiante.

3.7 Ergonomia Cognitiva

"A intervenção ergonômica ocorre no local de trabalho, denominada análise ergonômica do trabalho. Diferentes técnicas são empregadas para este fim: observação direta do especialista, observação clínica, registro de diversas variáveis fisiológicas do trabalhador, medidas do ambiente físico..." (Santos e outros, 1997, p. 52)

Na citação acima, analisar as características psicofisiológicas do trabalhador em seu local de trabalho faz parte da análise ergonômica. Desenvolver um ambiente hipermídia com as exigências ergonômicas, passa primeiro pela concepção de se adaptar tais sistemas computacionais ao usuário e às suas tarefas. Passa-se então a trilhar o caminho da Ergonomia Cognitiva, cujos objetivos são: prover conhecimento sobre a interação entre as capacidades e limitações do processamento de informações humanas e os sistemas artificiais de informação; estudar como se desenvolve o raciocínio humano; diminuir a distância entre as lógicas de utilização e de funcionamento.

Em se tratando de raciocínio humano e sua complexidade, passa-se ao estudo da percepção, onde o cérebro não recebe passivamente as informações provenientes do mundo exterior. Em função da experiência anterior, de objetivos a perseguir e dos eventos ocorridos, o cérebro orienta a exploração deste mundo. A busca constante é pelo criar, descobrir e pelo aprender. Geralmente, a exploração, a elaboração de condutas e o controle de resultados inscrevem-se numa continuidade cognitiva.

O aprender, ou a aprendizagem pode ser vista segundo duas abordagens, citadas em Santos e outros (1997):

- a aprendizagem pela descoberta - aquisições feitas no decurso da realização de tarefas, não somente de execução, mas também que comportam resolução de problemas. Essa capacidade do indivíduo é habitualmente denominada de estratégias. Este tipo de

aprendizagem consiste principalmente em formar hipóteses, testá-las, generalizar observações e modificar representações. Criar, descobrir, em primeira pessoa.

- a aprendizagem pelo texto - o conhecimento vêm através de informações simbólicas vinculadas aos textos, produzindo conhecimentos declarativos. Atividades de compreensão a que se segue uma tarefa de memorização. Às vezes torna-se difícil aplicá-los de forma prática. É o contrário do que acontece na aprendizagem pela descoberta, onde o conhecimento está vinculado à experiência.

O papel da memória humana é de importante destaque, no que se refere à aprendizagem:

- capacidade limitada e volátil da memória de curto termo, para informações em que gravar ou reter algo, exija um tempo *mínimo necessário*;
- capacidade ilimitada da memória de longo termo, surgindo quando nos deparamos com dificuldades em relação ao processo de memorização (lembranças), isto é, em relação ao processo de busca em memória, da informação que se encontra memorizada.

3.7.1 Aspectos Pedagógicos

Faz-se necessário um parênteses para a introdução da teoria de Vygotsky (psicologia cognitiva) e seu conceito de mediação, que parece ser um dos pilares para fundamentação deste tópico. Mediação – em termos genéricos, é o processo de intervenção de um elemento intermediário numa relação; a relação deixa de ser direta e passa a ser mediada por esse elemento. Segundo Oliveira (1993) Vygotsky distinguiu dois tipos de elementos mediadores:

- os instrumentos – elementos interpostos entre o trabalhador e o objeto de seu trabalho, ampliando as possibilidades de transformação da natureza (ex.: homem-computador-trabalho);

- os signos - podem ser definidos como elementos que representam ou expressam outros objetos, eventos, situações; são orientados para o próprio sujeito, para dentro do indivíduo; a memória mediada por signos é pois mais poderosa que a memória não mediada (ex.: homem-interface-metáfora-trabalho). Esta mediação terá como objetivos: sustentação para o ambiente e, ainda, intermediar e coordenar as funções que serão desenvolvidas por profissionais responsáveis pelo projeto.

Portanto, colaboração é um processo social e cognitivo complexo; não existe garantias que a colaboração e a interação irão desencadear uma reflexão crítica ou um conflito cognitivo do trabalho de alguém. Ferramentas computacionais designadas para o ensino precisam estar alicerçadas em interfaces multimídia/hipermídia e numa pedagogia voltada à interação (construção por parte do usuário). Em direção a este problema, designers agora tentam fazer mudanças no suporte computacional usando as idéias de Vygotsky para estas ferramentas multimídicas.

As especulações de Vygotsky estão destacadas em áreas como: computadores, cognição, e/ou aprendizagem. Em Oliveira (1993), Vygotsky argüi que a interação social com adultos é o mais capaz mecanismo de guia para os que aprendem, alcançando um desenvolvimento potencial que eles não podem ordinariamente obter. Para isto, ele usou a frase zona de desenvolvimento proximal – para denotar a distância entre o desenvolvimento real – determinado pela solução de problemas independentemente da ajuda alheia – e o nível de desenvolvimento potencial determinado através da solução de problemas sob a orientação de adultos ou demais companheiros (onde acrescentamos: mediados pelo computador). Vygotsky observou que as atividades das crianças poderiam ter uma performance com a assistência de outros como o mais indicado para a sua atividade mental, poderiam obter vantagens de adultos, colegas ou formas computadorizadas de assistência.

Importante nesta concepção é o como graduar esta assistência, cabendo ao professor vislumbrar a necessidade de alguns estudantes em um determinado contexto específico e pontual. Outras formas de auxílio ao aluno com dificuldade devem ser colocadas à sua

disposição: um material de vídeo interativo, justaposição de gráficos ou quadros para estimular o crescimento mental e o relacionamento entre idéias.

Salomon (1988) usa as idéias de Vygotsky (zona de desenvolvimento proximal; instrução mediada; internalização) para estruturar e exigir que as interações feitas com o auxílio de parceiros deva incluir também o computador. Segundo ele, trata-se de uma ferramenta vital neste processo interpessoal, mudando o relacionamento das pessoas com uma determinada tarefa e com o mundo. Nesta perspectiva, participantes em um ambiente hipermídia, conectados, por exemplo, numa rede, podem mostrar a inteligência internalizada escrevendo aos parceiros com os “ganhos” obtidos por uma ferramenta de assistência computadorizada.

E, por último, tem-se a representação (informações levadas em conta pelo sistema cognitivo na realização da tarefa) que o indivíduo tem de seus conhecimentos. Não existe resolução de problemas sem uma certa imagem, sem um determinado esquema que lhe permita situar espacial, temporal e logicamente as informações necessárias ao desenvolvimento de sua atividade; neste sentido, a mediação citada anteriormente, parece de grande importância para o desenvolvimento de uma interface hipermídia com abordagens ergonômicas.

3.8 Recomendações Gerais Ergonômicas

No mundo das novas tecnologias, um número cada vez maior de pessoas usa produtos e sistemas complexos. Isso exige interações que consistem em receber informações; deste modo Dul & Weerdmeester (1995), lançam alguns critérios ergonômicos (que julgamos relevante adotarmos em um ambiente hipermídia voltado para o aprendizado de Geometria), entre eles:

1- Caracteres

- evitar textos com letras maiúsculas (apenas utilizadas em começo da sentença, nomes próprios, títulos, siglas,...);

- alinhamentos à direita não devem deixar espaços em branco (prejudicam a legibilidade);
- usar tipos de letras simples (despojados de enfeites);
- evitar confusão de letras (principalmente em mostradores – algumas letras se parecem) as letras devem ter tamanho adequado (em telas de computador, as letras maiúsculas devem ter pelo menos 3mm de altura);
- um bom contraste ajuda na legibilidade (diferença de brilho entre a figura e o fundo – o contraste apresenta influência maior do que a iluminação na legibilidade – no caso de telas não é aconselhável promover mudanças frequentes entre figuras escuras e fundo claro com o contrário, ou seja, figuras claras com o fundo escuro).

2- Diagramas

- ilustrar textos ou até mesmo substituí-los;
- diagramas devem ser simples (podendo ser entendidos por todos);
- usar pictogramas (símbolos) com cuidado:
 - considerar as diferenças regionais;
 - cada imagem deve apresentar apenas um conceito;
 - não afastar-se da realidade.

3- Audição

- reservar determinados sons para sinais de alerta;
- selecionar a frequência e intensidade do som para cada situação.

4- Interação do Usuário

- o diálogo deve ser adaptável a indivíduos (a quantidade de explicações necessárias pode ser ajustada para o nível do conhecimento; o usuário deve ter a possibilidade de incluir

o seu próprio vocabulário; com condições de modificar a velocidade do processo e ser avaliado por isto);

- o diálogo deve ser adaptável à aprendizagem (deve haver informações de 'help', sempre que o usuário necessitar; o sistema deve ser organizado de modo a criar familiaridade, tendo um padrão para localização de mensagens e uma disposição constante dos elementos na tela).

Outras recomendações são dadas, para apresentação das informações, em Cybis (1994):

A) Minimizar as ações do usuário:

- não solicitar o mesmo dado várias vezes;
- utilizar valores *default*;
- prover movimentação automática do cursor;
- prover movimentação do cursor por tabulação;
- prover justificativa automática para valores decimais;
- minimizar as mudanças de mouse/teclado;
- o software deve guardar a memória da interação de modo que o usuário não tenha de entrar os mesmos parâmetros toda vez em que for repetir um comando.

B) Proteção:

- fornecer proteção adequada contra o acionamento involuntário de funções perigosas;
- verificar a entrada de dados para detectar erros de formato e de conteúdo;
- fornecer funções que possam anular operações errôneas e recuperação de dados no sistema.

C) Ritmo e Ordem:

- seguir o ritmo do usuário e não do computador;

- quando da descrição de dados de um documento, a tela deve ter o mesmo formato deste;
- em outros casos, seguir a seqüência lógica da tarefa.

Tais contribuições são essencialmente práticas, tanto do ponto de vista ergonômico, como para futuras avaliações que possam ser efetuadas em um ambiente hipermídia.

3.9 Geometria e Cognição

Algumas importantes considerações feitas por Jean Piaget e relatadas em Lima (1980) são fundamentais quando a representação (compreensão) dos conhecimentos, está em questão:

- Para Piaget, o comportamento dos seres vivos nem é inato (Chomsky, Lorenz, gestaltismo, ...), nem é resultado de condicionamentos (behaviorismo, condutismo); para ele o comportamento é construído numa interação entre o organismo e o meio: quanto mais complexa é esta interação, mais “inteligente” é o animal (homem). Aqui, tem-se um suporte para a produção de uma interface – a interação – quanto mais dinâmico for este *feedback*, mais rapidamente se processa a aprendizagem.
- As chamadas “intuições geométricas” (base das geometrias projetivas e euclidianas) não são intuições e muito menos “entes” *a priori*, mas resultado de longa e complexa construção a partir de intuições topológicas (vizinhança, fechamento, fronteira,...) – ligados à construção do real (representação do mundo). O indivíduo constrói lentamente, uma série de estruturas (classificação, seriação, substituição, simetria, árvore genealógica) que serão indispensáveis para a aquisição das mais elementares noções de matemática.
- Piaget mostrou que estas noções são absolutamente tardias na evolução do pensamento das crianças (e da humanidade), sendo percebidas nas crianças de 5 ou 6 anos de idade complexas elaborações que as geram (categorias, funções, classificações,...). Piaget

descobriu que a inteligência não é inata; dependendo da riqueza de estimulação do meio (criação de um ambiente estimulante e interativo).

- A matemática pode ser apresentada como a sistematização (no plano hipotético-dedutivo) dos processos operativos usados pela inteligência humana desde a mais tenra idade da criança, podendo-se dizer que, também, a matemática, nos seus inícios não é senão a “coordenação das ações” (juntar, separar, incluir,...).

Em *A representação do espaço na criança*, Piaget e Inhelder (1947) estudam a intuição como fator na construção da geometria objetiva do espaço. Para isso, recorrem a sua exteriorização através de representações gráficas (desenhos). A intuição geométrica é considerada como de natureza operatória, segundo uma distinção entre elementos figurativos (imagens) e operativos (ações internalizadas) no curso do pensamento. São os aspectos operativos que, progressivamente, outorgam mobilidade às imagens, permitindo a representação de suas transformações. Por exemplo, quando se pede às crianças que identifiquem os objetos pelo tato somente, a sistematicidade dos movimentos exploratórios constitui um bom índice da qualidade da imagem que o sujeito se forma do objeto. A motricidade aparece como um elemento necessário na elaboração das imagens, já que a criança reconhece só as formas que é capaz de construir com sua própria atividade.

Portanto, a tese fundamental de Piaget é que, no domínio da Geometria, a ordem genética de aquisição das noções espaciais é inversa à ordem histórica do progresso da ciência. A criança considera primeiro as relações topológicas de uma figura, como: vizinhança, separação, ordem, contorno e continuidade; para daí reconhecer as relações projetivas e euclidianas, que são construídas quase de maneira simultânea. Muito cedo, consegue distinguir entre figuras fechadas e abertas, diferenciar o espaço interior do exterior a uma fronteira dada ou determinar posições relativas no interior de uma ordem linear. As relações topológicas permitem a constituição de uma geometria do objeto (Piaget e Inhelder, 1947).

A característica fundamental do espaço euclidiano, para Piaget, é a métrica, que possibilita a estruturação de um sistema tridimensional de coordenadas e, em consequência, a

matematização do espaço. A métrica envolve a utilização de duas operações que determinam a passagem da manipulação qualitativa do espaço à manipulação quantitativa: a partição de um todo em suas partes, para construir uma unidade de medida, e o deslocamento, para aplicar essa unidade de medida de maneira reiterada, cobrindo a extensão do objeto. A medição de distâncias no espaço euclidiano supõe que o comprimento de um objeto se conserva quando este se desloca, já que, em caso contrário, a unidade de medida perderia seu caráter de padrão estável (Piaget e Inhelder, 1947).

Em um volume dos *Estudos de epistemologia genética*, dedicado à *Epistemologia do Espaço*, Piaget (1964) mostra a dificuldade para diferenciar significante e significado no caso da imagem mental visual, já que ambos são de caráter espacial. Esta homogeneidade entre significante (por exemplo, a imagem de um quadrado) e significado (a idéia de um quadrado) explica a importância histórica da intuição geométrica, que permite superar o estatismo próprio das imagens.

Piaget (1949) descreve, ainda, em *Introdução à Epistemologia Genética*, o desenvolvimento das operações espaciais, partindo do nível perceptivo, caracterizado por espaços heterogêneos. Este é seguido pelo nível sensório-motor, no qual os deslocamentos, unidos às percepções, permitem determinadas coordenações, que se organizam em um espaço próximo, com conservação prática do objeto. Em continuação, aparece o nível do pensamento intuitivo pré-operatório, no qual se constituem imagens espaciais estáticas e a imaginação de algumas ações relativas às possíveis transformações dos objetos. O nível seguinte, é das operações concretas, no qual são organizadas as primeiras operações transitivas e reversíveis, aplicadas a objetos presentes ou imaginados. Finalmente se constitui o nível das operações formais, no qual as transformações espaciais desaparecem no interior dos sistemas formais, da natureza hipotética-dedutiva.

Falando sobre alunos jovens, Piaget conclui que a ação sobre os objetos torna-se totalmente indispensável para a compreensão, não só das relações aritméticas, mas também das geométricas. A construção de sólidos com material concreto (descoberta), trará para sua percepção do espaço real, uma aprendizagem dinâmica e participativa (Lima, 1980).

Estas observações de Piaget sobre o conhecimento e as primeiras noções de Geometria pela criança, servem de alicerce para a criação de um ambiente onde a palavra chave seja estimulação. Estimular o indivíduo para que haja uma permanente inovação e descoberta.

3.10 Conclusão

Nos tópicos abordados neste capítulo, procurou-se mostrar a importância da presença de um ergonomista num grupo de desenvolvedores de *software*.

A Ergonomia Cognitiva, relevante no processo, interessada pela representação que o indivíduo tem de seus conhecimentos, apareceu com bastante evidência quando da concepção de um ambiente hipermídia (módulo de ensino para cilindro, cone e esfera), voltado à construção do conhecimento. Neste sentido, não existe resolução de problemas sem imagem, sem um esquema que lhe permita situar espacial, temporal e logicamente as informações necessárias ao desenvolvimento de sua atividade; portanto, a mediação é de grande importância para o desenvolvimento da interface hipermídia com abordagens ergonômicas e como sustentáculo ao gerenciamento de toda a atividade.

Os fatos vistos mostraram que a Ergonomia tem como principal campo de ação a concepção de meios de trabalho adaptados às características fisiológicas e psicológicas do homem e de sua atividade. Por outro lado, meios de aprendizagem (*software* educacional) ergonomicamente concebidos são necessários e, juntamente com a hipermídia, suportam os diferentes caminhos para o aprendiz formalizar os conceitos gerados pelo ambiente. E assim, os resultados trarão uma rica informação e a intervenção da ergonomia possibilitou a definição de critérios para que o verdadeiro objetivo - a aprendizagem - tenha êxito.

GEOMETRIA

4.1 Introdução

Há bastante tempo constata-se que o ensino da Geometria vem experimentando um abandono quase completo nas escolas brasileiras de primeiro e segundo graus. Existem razões para isto, como: o despreparo na formação dos educadores em relação ao assunto, o excesso de axiomatização (tornando-a descontextualizada do real), sem levar em conta que o conhecimento é individualmente construído (dia-a-dia do aluno) e a atividade de aprendizagem não possui necessariamente forma linear.

“Já faz um bom tempo que o Desenho Geométrico foi banido das nossas escolas de primeiro e segundo graus. *Coincidentemente*, de lá para cá, a Geometria, cada vez mais, vem se tornando o grande terror da Matemática, tanto para alunos quanto para professores. Com certeza, não se trata apenas de uma coincidência, mas sim, em parte, de uma consequência.” (Putnoki, 1988, p.13)

Ora, sendo esta disciplina formativa, portanto, imprescindível, na formação de profissionais que trabalhem com as relações espaço/forma, não se estranha que os alunos ao deixarem o segundo grau tenham uma enorme defasagem em tudo o que diz respeito à Geometria e problemas que possam ser resolvidos através dela.

Com o advento das tecnologias de Inteligência Artificial e dos sistemas hipermídia torna-se possível desenvolver estudos no sentido modelar e criar um ambiente hipermídia para o ensino de Geometria, com princípios da ergonomia e encadeamento não linear da atividade

de aprendizagem, de modo que o conhecimento seja construído a partir do modelo do aluno.

Esta pequena introdução aponta para o desenvolvimento de um ambiente de aprendizagem voltado à Geometria, com sua representação plana e espacial, abordando de forma distinta do convencional (formação clássica) o seu ensino e sua respectiva compreensão.

Na próxima seção, procurou-se fazer um levantamento histórico de várias passagens dentro da Geometria, referente aos tópicos: cilindro, cone e esfera – por tratar-se dos temas desenvolvidos no ambiente hipermídia em questão e, portanto, abordados nesta dissertação. Inicia-se o estudo desde a pré-história até a vida contemporânea, procurando as razões que tornaram a Geometria descontextualizada e com excesso de axiomas, além de orientar a pesquisa para o desenvolvimento do módulo de ensino, mediado pelo computador, situando os temas acima no tempo e no espaço.

4.2 História da Geometria

“Foi somente nos últimos seis milênios, numa carreira que pode ter coberto milhares de milênios, que o homem se mostrou capaz de pôr seus registros e pensamentos em forma de escrita.” (Boyer, 1974, p. 4)

Em alguns poucos artefatos que restaram e conjecturas que sobreviveram, obtém-se alguma informação sobre a pré-história, com evidências da moderna antropologia. Segundo Boyer (1974), Heródoto e Aristóteles não foram além da geometria egípcia; Heródoto acreditava na necessidade prática de se fazer novas medições de terras após cada inundação anual no vale do rio Nilo, por exemplo; já Aristóteles achava que a existência de uma classe sacerdotal com lazeres no Egito é que tinha conduzido ao estudo da Geometria.

Em certos momentos observamos os egípcios serem chamados de “estiradores de corda” (agrimensores) e isto revela um apoio às teorias de ambos os matemáticos, onde corda poderia ser utilizada para traçar as bases de templos ou como para realinhar demarcações

apagadas de terras. Porém a idade do assunto, de acordo com Boyer (1974), não é condizente com achados históricos de homens neolíticos. Onde seus desenhos e figuras já sugeriam uma preocupação com relações espaciais, congruências e simetrias.

O mesmo Boyer (1974) ainda registra que para estes períodos que antecedem os egípcios não há documentação, portanto é impossível acompanhar um desenho específico com algum teorema ou proposição que se conheça. Já no Oriente, mais precisamente na Índia, os mais antigos resultados geométricos encontrados, são os “Sulvasutras” ou “regras da corda” – com relações simples que aparentemente se aplicavam à construção de templos e altares. O relacionamento de rituais religiosos, mitologia e outros ritos primitivos com a Geometria não passa de especulação e jamais pode ser confundido com fatos e marcas deixados por outros povos, deixando conjecturas de lado e constituindo a verdadeira história.

A história da Geometria localiza então sua origem no Egito, por apresentar registro documental neste sentido; como exemplo, Struik (1987) relata os registros encontrados no Papiro Ahmes (mais conhecido por Papiro Rhind, que foi comprado em 1858 numa cidade à beira do rio Nilo por um antiquário escocês, Henry Rhind) onde um determinado problema mostra que a área do triângulo isósceles era achada tomando a metade do que chamamos base e multiplicando isso pela altura. Ahmes (escriva que copiou por volta de 1650 a.C. o material que povém de um protótipo do Reino do Meio de cerca de 2000 a 1800 a.C., e é possível que parte desse conhecimento tenha provindo de Imhotep, o quase lendário arquiteto e médico do Faraó Zoser, que superintendeu a construção de sua pirâmide há cerca de 5000 anos) justifica seu método para achar a área do triângulo isósceles podendo ser pensado como dois triângulos retângulos, um dos quais pode ser deslocado, de modo que os dois juntos formam um retângulo.

Transformações como a de triângulos em retângulos, denotam o início de uma teoria de congruências e a idéia da prova em Geometria. Mas a idéia faltante de números que não são exatos e sua conseqüente representação, bem como o conceito de zero não permitiu aos egípcios o avanço que se esperava.

A regra egípcia para se achar a área do círculo tem sido considerada um dos maiores sucessos da época. No Papiro de Ahmes, aparece a área de um campo circular com diâmetro de nove unidades sendo igual a de um quadrado com lado de oito unidades. Ao comparar-se as fórmulas vê-se um valor para π (Pi) como sendo $3 + 1/6$, onde Boyer (1974) diz ser uma aproximação bastante elogiável, sem qualquer sinal que demonstrasse o conhecimento de parte do escriba que as áreas não eram exatamente iguais.

Saindo do Egito para a Grécia, com seus templos, estátuas e esculturas, aparecem nomes como o de Demóstenes e sua eloquência, Heródoto e Xenofonte dedicados à história, berço da filosofia com Platão e Aristóteles que com suas cogitações aplicaram a Matemática, que iluminou o estudo do pensamento e o estudo da natureza.

Desse modo Platão (429 a 348 a.C.) - seguindo na ciência dos astros um caminho aberto por Pitágoras, esboçou o mais antigo sistema astronômico, aperfeiçoado por Eudoxo, Aristóteles, na Idade Média por Alpetrágio e que por fim caiu, substituído por outros mais perfeitos. Criou a Academia de Platão, importante Escola onde desenvolvia-se a matemática da época e que em sua porta aparecia o escrito: “Aqui não entra quem não for geômetra” (Boyer, 1974).

Já Aristóteles (384 a 322 a.C.) - homem mais erudito de todos os tempos e cuja morte decreta o fim do primeiro período, Idade Helênica, na história da civilização grega; discípulo de Platão, filósofo e biólogo, estava a par das atividades dos matemáticos inventou o princípio da alavanca e o princípio do paralelogramo das forças (Boyer, 1974).

A Geometria alcançou seu auge com nomes como o de Eudoxo de Cnido, Euclides, Arquimedes, Apolônio, Diofante e Papo; aplicaram-na com engenho Hiparco, Herão e Ptolomeu.

Em primeiro lugar, segundo Teixeira (1934), para que isto ocorresse com certeza o trabalho de Euclides, na obra “Os Elementos de Geometria” – reunião sistemática das proposições,

conjunto de definições e axiomas sobre temas de Geometria que no seu tempo se conheciam e de outros que ele próprio inventou; foi uma obra admirada por matemáticos e filósofos de todos os países e de todos os tempos pela pureza do estilo geométrico e pela concisão luminosa da forma; modelo lógico para todas as ciências físicas pelo rigor das demonstrações e pela maneira como são postas as bases da Geometria em conceitos fundamentais, apresentados sob o nome de definições, axiomas e postulados.

Ainda segundo Teixeira (1934), nesta mesma obra aparece, sob forma geométrica, a origem da Álgebra, com a resolução das equações do segundo grau. Os antigos matemáticos gregos, tendo a noção de grandeza incomensurável, mas não tendo a noção correspondente de número irracional, constituíram a Matemática sob a forma geométrica, considerando, em vez de números, segmentos de reta, para abrangerem em suas teorias as grandezas comensuráveis (números racionais) e as incomensuráveis.

Os Gregos constituíram uma Geometria das figuras formadas na Superfície da Esfera por círculos máximos, análoga à Geometria das figuras formadas no plano por linhas retas; tendo como principais organizadores: Teodósio, que compôs sobre ela um tratado intitulado Esféricas e Menelau que escreveu sob o mesmo título um tratado mais profundo e original do que o daquele geômetra (Teixeira, 1934).

Diversas obras de importância surgem dentre os matemáticos gregos, como o Tratado das Secções do Cone de Apolônio de Perga (262 a 190 a.C.), obra de apreciável estilo geométrico e cujas propriedades são estudadas de um modo desenvolvido, em relação às curvas: elipse, parábola e hipérbole. Ele mostrou sistematicamente que não é necessário tomar secções perpendiculares a um elemento do cone e que de um único cone podem ser obtidas todas as três espécies de secções cônicas, simplesmente variando a inclinação do plano de secção. A utilização de um cone de duas folhas, como é adotada hoje, também se deve a Apolônio.

Talvez o maior geômetra da antiguidade, Arquimedes (287 a 212 a.C.), tenha sido o criador da Estática dos corpos sólidos, fundada no princípio da alavanca, criador da Estática dos

fluidos, num princípio que leva seu nome. Ainda fundou a Geometria Infinitesimal, que inspirou mais tarde os idealizadores do Cálculo Infinitesimal, iluminando as ciências exatas. Teixeira (1934) ainda salienta que, no domínio da Geometria elementar, este grande matemático relacionou a área e o volume da esfera com a área do seu círculo máximo e deu um método para calcular esta última com a aproximação que se quiser.

Os principais continuadores da obra geométrica e mecânica de Euclides e Arquimedes, foram, primeiramente, Eratóstenes, que abriu a *Geodésia*, determinando a grandeza da Terra por meio da medida do arco do meridiano compreendido entre Alexandria e Siena, e, mais tarde, Herão de Alexandria, que, na sua *Dioptrica* e nas suas *Métricas*, solucionou vários problemas de Geometria e de Mecânica prática por meio de instrumentos engenhosos de sua invenção (Teixeira, 1934).

Para Teixeira (1934), o último grande geômetra das Escolas Helênicas foi Papo, percorrendo nas suas *Coleções Matemáticas* quase todos os assuntos de Geometria e de Mecânica tratados pelos geômetras que o precederam.

Nos domínios das aplicações, da Matemática pura à Astronomia, deixaram os gregos, além de preciosas observações, hipóteses de grande engenho, como o Sistema Astronômico de Ptolomeu – importando aqui mencionar a famosa *Sintaxe Matemática*, obra onde o grande astrônomo de Alexandria reuniu os resultados de suas indagações sobre os movimentos dos astros, onde o Sistema Geométrico aqui exposto, satisfazia de tal forma às observações e permitia prever com tanta aproximação os fenômenos celestes, que, traduzida em árabe sob o título de *Almagesto* e mais tarde em latim, sendo ela o código dos astrônomos durante cerca de quatorze séculos, até a chegada de Kepler, que descobriu as suas famosas leis dos movimentos planetários (Teixeira, 1934).

Encontram-se no *Almagesto* algumas passagens relativas às Trigonometrias plana e esférica. Ptolomeu, seguindo ainda Hiparco, o fundador das ditas Trigonometrias, tomou nelas, para a determinação dos ângulos, a corda em vez do seno e deu as propriedades das cordas correspondentes ao teorema da adição do seno e seus corolários e as regras para

construir tábuas das cordas correspondentes a ângulos dados. Sobre Trigonometria Esférica, quando precisou resolver triângulos esféricos oblíquos, reduziu a resolução à de dois triângulos retângulos (Teixeira, 1934).

Ptolomeu escreveu ainda um precioso trabalho de Geografia, empregando dois sistemas de representações chamados triangular e retangular.

Teixeira (1934) expõe os dois sistemas, explicando:

- No sistema triangular, faz-se primeiramente corresponder a uma zona da Terra a superfície de um tronco de cone tangente à esfera terrestre ao longo do paralelo que a divide ao meio e cuja geratriz seja igual ao comprimento do arco do meridiano compreendido entre os paralelos que a limitam. Planificando depois este cone, temos a carta triangular, em que os paralelos da Terra são representados por círculos com o vértice no ponto correspondente ao vértice do cone e os meridianos por linhas retas que passam por aquele ponto.
- No sistema retangular, faz-se, primeiramente, corresponder a uma zona da Terra a superfície de um cilindro reto que passe pelo paralelo que a divide ao meio e cuja geratriz seja igual ao comprimento do arco do meridiano compreendido entre os paralelos que a limitam. Planificando depois este cilindro, temos a carta retangular, em que os paralelos e os meridianos da Terra são representados por dois sistemas de retas paralelas, sendo as retas do primeiro sistema perpendiculares às do segundo. Este sistema de cartas geográficas tinha já sido empregado por Marino de Tiro. Ptolomeu notou os seus defeitos, mas empregou-o, por não se conhecer outro melhor.

Bem mais tarde, o próprio Teixeira (1934), relata alguns vestígios de como a Geometria foi sendo estudada: aparecem na Península Hispânica, sacerdotes cristãos que, de forma rudimentar, pelo norte, trouxeram a Matemática do Oriente e, depois pelo sul, os Árabes que invadiram a Espanha.

Pelos lados de Bisâncio, esta ciência era seca, terrena e utilitária; trazida pelos Árabes à Espanha era filosófica e desinteressada, destacando-se: Alpetrágio – que representou os movimentos do Sol, da Lua e dos Planetas; outro matemático notável na Espanha muçulmana foi Geber – natural de Sevilha, que comentou o *Almagesto* dando novas demonstrações de alguns teoremas e continuando a obra de Ptolomeu sobre a resolução de triângulos esféricos retângulos; recorda-se ainda a contribuição de Azarquiel, de Toledo, que teria provavelmente experimentado a elipse, se conhecesse a obra de Apolônio sobre as secções do cone, então ainda não divulgada na Europa.

Convém ainda lembrar, que a ciência dos Árabes não entrou na Europa só pela Espanha; entrou também pela Itália, onde no século XIII a Álgebra heleno-indiana foi introduzida por Leonardo Fibonacci (1180 a 1250), de Pisa, que a estudara entre os árabes em viagens pelo Mediterrâneo, publicando a obra *Liber Abaci*, que mais tarde obteve um progresso notável com Tartália, que resolveu nos século XVI a equação geral do terceiro grau (Teixeira, 1934).

Ainda merece destaque, pela excelência das figuras, segundo Boyer (1974), a obra de Leonardo da Vinci (1452 a 1519) – sua mente inquieta não se fixou na aritmética ou na álgebra ou na geometria por tempo suficiente para que fizesse uma contribuição de suma importância. Em seus escritos, encontramos construções de polígonos regulares e idéias de centros de gravidade e curvas de dupla curvatura, porém, é conhecido como um indivíduo que soube aplicar a matemática à ciência e à teoria da perspectiva.

No século XVI a geometria pura não ficou completamente sem representantes, pois contribuições foram feitas na Alemanha por Johannes Werner (1468 a 1528) e Albrecht Dürer (1471 a 1528), e na Itália por Francesco Maurolico (1494 a 1575) e Pacioli. Werner ajudou a preservar a Trigonometria, mas sua obra de maior importância para a geometria foi a publicação, em latim, de 22 livros, sobre *Elementos de Cônicas* impresso em Nürenberg em 1522, onde parece haver alguma originalidade em seu método para marcar no plano os pontos de uma parábola (conforme mostra a figura 4. 1) com régua e compasso.

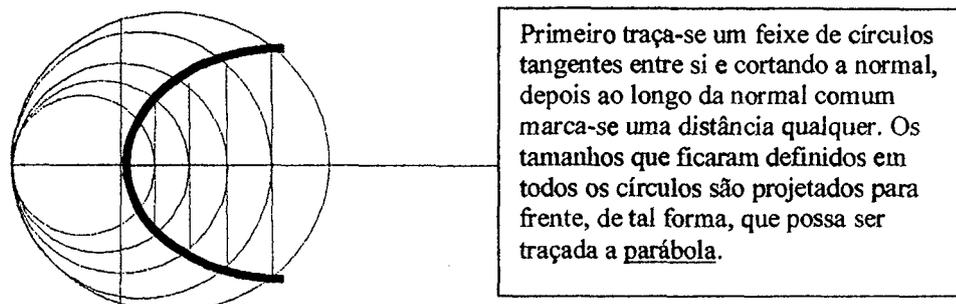


Figura 4. 1: Parábola construída com régua e compasso (Boyer,1974)

Para Boyer (1974), uma outra contribuição de importância dentro da Geometria é aquela de Gerard Mercator (ou Gerhard Kremer, 1512 a 1594) que, na primeira metade de sua vida, esteve apoiado em Ptolomeu, onde em 1569 (já com idéias próprias) publicou o seu primeiro mapa; introduziu a projeção que tem seu nome e que, com aperfeiçoamentos posteriores, tem sido básica para a cartografia a partir daí. O primeiro passo na projeção de Mercator consiste em pensar na Terra como uma esfera inscrita num cilindro circular reto infinitamente longo que a toca ao longo do equador, e em projetar sobre o cilindro, a partir do centro da Terra, os pontos sobre sua superfície. Cortando em seguida o cilindro ao longo de uma geratriz e estendendo-o num plano, os meridianos e paralelos sobre a Terra se transformam num reticulado retangular de retas. As distâncias entre retas meridianas sucessivas são iguais, mas as distâncias entre retas de latitude sucessivas não, que crescerão tão rapidamente quanto nos afastamos do equador, ocorrendo distorções; que em 1599 Edward Wright (1558 a 1615), de Cambridge, desenvolveu a base teórica das projeções de Mercator calculando a relação funcional $D = a \cdot \ln \operatorname{tg} (\phi/2 + 45^\circ)$ entre a distância D no mapa a partir do equador e a latitude ϕ .

A Renascença poderia ter desenvolvido a Geometria pura na direção sugerida pela arte e pela perspectiva, mas não foi dada atenção a esta possibilidade até quase exatamente a mesma época em que foi criada a geometria algébrica. Enquanto isto, nomes como o de

René Descartes (1596 a 1650) desenvolveram a Matemática em várias direções não geométricas.

Johann Kepler (1571 a 1630), grande expoente da astronomia, especialmente em relação à órbitas elípticas, envolveu-se com as cônicas de Apolônio, em seus trabalhos sobre óptica e as propriedades dos espelhos parabólicos. Em sua *Astronomia nova* de 1609 ele anunciou as suas duas primeiras leis: 1) os planetas descrevem órbitas elípticas em torno do Sol, com o Sol ocupando um dos focos e 2) o raio vetor que une um planeta ao Sol varre áreas iguais em tempos iguais. Kepler tornou-se matemático do Imperador da Dinamarca, Rudolph II e no ano de 1612 com uma boa safra de vinhos, começou a meditar sobre o volume de vários sólidos de revolução, como o de tonéis de vinho, comparando os resultados com os de Arquimedes sobre os volumes de conóides e esferóides (Boyer, 1974).

A França e a Itália, outrora líderes, passavam por um declínio matemático, e regiões como a Grã-Bretanha e Países Baixos estavam florescendo. A principal influência francesa, aparece com Descartes (desenvolvedor da Geometria Analítica) que passara vários anos na Holanda e, por conseguinte, lançando raízes por vários pontos da Europa.

Não achava-se, a partir deste momento, como na Antiguidade, apenas geômetras; as especialidades dos matemáticos passavam agora por diversas áreas. Toma-se o exemplo de Isaac Newton (1642 a 1727), freqüentemente descrito como um geômetra puro; seus primeiros esboços e manuscritos mostravam que ele usava a Álgebra livremente e uma variedade de instrumentos algorítmicos e notações; a *De Analysi* é a primeira exposição sistemática da principal descoberta por ele idealizada – o Cálculo.

“Tomando a matemática desde o início do mundo até o tempo de Newton, o que ele fez é de longe a melhor metade.” Frase de Leibniz (1646 a 1716), citada em Boyer (1974, p. 287).

Boyer (1974), ainda menciona que de todos os ramos da Matemática, a Geometria tem sido o mais sujeito a mudanças de uma época para outra. Na Grécia, o seu auge, caiu junto com o Império Romano. Tinha recuperado parte do terreno perdido na Arábia e na Europa da Renascença; no século XVII esteve no limiar de uma nova era mas novamente foi esquecida, por quase dois séculos. A Inglaterra tentou reaver *Os Elementos* de Euclides, mas pouco fez para que isto acontecesse. Através dos esforços de Monge e Carnot, houve sintomas de reavivamento da Geometria pura durante o período da Revolução Francesa, mas a redescoberta só aconteceu de fato no início do século XIX. A École Polytechnique de Paris teve um papel importante nesse movimento e, nomes como o de, Brianchon e Poncelet, contribuíram para novas modalidades de Geometria, a chamada Geometria Projetiva.

A Matemática do século XX está caracterizada por tendências que já eram perceptíveis no fim do século XIX. Incluem a ênfase nas estruturas subjacentes comuns que indicam correspondências entre áreas da Matemática que tinham sido consideradas não relacionadas até então. Também incluem a interação crescente entre matemáticos em diferentes partes do mundo. A pesquisa desta época, parece estar associada a diversos fatores externos que influenciam o seu desenvolvimento, como a física, a estatística, a ciência da computação, ou pressões econômicas e sociais que usualmente servem para apoiar aplicações, tornando a Matemática dinâmica e aplicada.

A Matemática contemporânea apresenta um ressurgimento da Geometria com outra roupagem e com progresso na resolução de diversos problemas famosos, indo da dimensão 4 de Poincaré à classificação de grupos finitos (Boyer, 1974).

“No futuro, como no passado, as grandes idéias devem ser idéias simplificadoras.” Frase de Weil, citada em Boyer (1974, p. 459).

4.3 Geometria no Brasil

Aos poucos, no Brasil, começamos a observar um declínio no ensino da Geometria. Dentre as causas para esta ocorrência destacam-se: perda do objetivo no ensino da disciplina (talvez devido à massificação ou ao surgimento da Matemática Moderna), insegurança dos professores face aos novos desafios, onde passou-se para a memorização de expressões ou fórmulas, relegando a segundo plano os conceitos e noções da Geometria Plana e principalmente da Geometria Espacial, estudadas tão brilhantemente pelos gregos e que no Brasil dissociou-se do contexto – mundo real e geometria.

Torna-se, portanto, fundamental que ofereçamos aos nossos alunos, professores e aprendizes de um modo geral, um ambiente moderno de aprendizagem de Geometria.

A Geometria do real (espacial) aparece em tudo que nos cerca, seu estudo associado a uma ferramenta informatizada de ensino mudará por completo a visão do tradicional. No processo de ensino-aprendizagem a Geometria deve ser abordada juntamente com sua representação plana e espacial, fugindo do tratamento convencional e deste modo utilizando o computador como ferramenta facilitadora do processo. A professora Sônia Castilho (1989) afirma em um de seus artigos que:

“seria ingenuidade de nossa parte esperar que crianças interpretassem com facilidade as representações habituais das figuras de três dimensões, onde a idéia de perspectiva é passada através de linhas pontilhadas que visam denotar a profundidade.”

Portanto, a mudança dos processos e formas que atualmente se apresentam, trará aos usuários de um sistema informatizado, a capacidade de aprender livremente, o desenvolvimento de um raciocínio abstrato (sem a excessiva axiomatização), pois terá um suporte cognitivo, e do pensamento lógico dedutivo (espaço para resolução de problemas);

tudo isto, na justificativa maior, de tornar a Geometria uma ciência capaz de completar a formação do ser humano.

4.4 Recomendações Gerais

Em um artigo de Geometria escrito por Ivan Niven, mostrado em Lindquist & Shulte (1994), aparecem recomendações que abordam como a Geometria pode sobreviver e ser atraente no ensino secundário, onde cita-se algumas:

"Recomendação 1 - Ensinar a parte inicial da Geometria da mesma maneira como se ensinam as partes iniciais da Álgebra e do Cálculo, sem ênfase excessiva no rigor".

- a arquitetura de postulados, teoremas, axiomas e outros a tornam cansativa e com várias lacunas para a aprendizagem do indivíduo, sem a aquisição viva do assunto.

"Recomendação 2 - Chegar ao âmago da Geometria o mais cedo possível".

- as construções desta disciplina devem ser feitas de modo a organizar os tópicos centrais como prioridade; exemplo: Pitágoras, congruências, semelhanças,

"Recomendação 3 - Usar técnicas de Álgebra, Geometria Analítica, assim como métodos euclidianos clássicos".

- integrar os conhecimentos e demonstrar teoremas e cálculos com os mais diversos modos e caminhos é uma boa oportunidade para correlacionar os diversos ramos da Matemática e, por consequência, o desenvolvimento do raciocínio.

"Recomendação 4 - Usar diagramas em todas as explicações, especialmente em demonstrações".

- a visualização, a imagem que fazemos das situações é a fonte para resolução dos mais diversos problemas.

"Recomendação 5 - Relacionar a Geometria com as tendências da Matemática e do mundo físico real".

- esta recomendação apoia-se na anterior; visualizar, resolver e, por consequência, repensar o ambiente.

Se esquecermos um pouco o excesso de formalidades, a grande distância das demonstrações com o vivencial do aluno e a axiomatização para tudo que se queira mostrar ao aprendiz, teremos dado o primeiro passo para a Geometria do real, do físico e do dia-a-dia; colocando-a em seu lugar. A Ergonomia, retorna aqui, com sua função de orientar os matemáticos para que estabeleçam uma estreita ligação entre o mundo do usuário com a teoria da Geometria, na confecção da interface hipermídia voltada a aprendizagem do indivíduo.

Alguns trabalhos na área já apontam que a Geometria ensinada com o computador num ambiente propício e, aliada ao sucesso da informática no mundo moderno, trazem resultados positivos para o usuário. Cita-se aqui: "Desenho Geométrico Virtual" (BRAVIANO et al, 1998); "Visual GD: Ambiente Hipermídia para a construção do conhecimento aplicado à projeção cilíndrica ortogonal" (ULBRICHT et al, 1998); "O ensino da geometria descritiva, relacionando a instrumentalização tradicional com os recursos da informática" (WANDERLINDE, & PEREIRA, 1996); "Software para ensino de Geometria e Desenho Técnico" (SANTOS & MARTINEZ, 2000); "Aprendizado de Geometria Descritiva auxiliada por Computação Gráfica – Animação" (COUTINHO & QUEIROZ, 2000); "Ambiente de Aprendizagem Hipermídia para Geometria Descritiva" (TEIXEIRA et al, 2000) e o já conhecido "CABRI – Geomètre (Cahier de Brouillon Intéreactif)" – um software educacional na área da geometria, traçando figuras geométricas, medindo segmentos e outros.

4.5 Superfícies Geométricas

Neste tópico, apresenta-se a classificação das superfícies geométricas, segundo Gaspar Monge e, mostrada por Rodrigues (1964), servindo como ponto de partida para trabalharmos as definições específicas do ambiente hipermídia, referentes a alguns tópicos de cilindro, cone e esfera.

Baseando-se na própria definição de superfície, Monge adotou como idéia principal, a forma : classes, divisões e famílias (dotadas de propriedades geométricas comuns) . Não se chegaria a esse resultado se a Geometria Descritiva adotasse a antiga classificação da Geometria Analítica, pelos graus das equações, por causa da reunião ou agrupamento de formas díspares, embora do mesmo grau de equação.

4.5.1 Classificação (Rodrigues, 1964)

1. CLASSE DAS SUPERFÍCIES RETILÍNEAS

1.1. GRUPO DAS SUPERFÍCIES DESENVOLVÍVEIS

- a) Superfície Cônica em Geral, caso especial – plano.
- b) Superfície Cilíndrica em Geral, caso especial – plano.
- c) Superfície de Aresta de Reversão, helicóide desenvolvível.

1.2. GRUPO DAS SUPERFÍCIES REVERSAS

- a) Hiperbolóide Escaleno de uma Folha.
- b) Parabolóide Hiperbólico.
- c) Cilindróide.
- d) Conóide.
- e) Helicóides Axiais – (i) de plano diretor (ii) de cone diretor

2. CLASSE DAS SUPERFÍCIES PROPRIAMENTE CURVAS

2.1. GRUPO DAS CIRCULARES EM GERAL

2.1.1. CIRCULARES DE REVOLUÇÃO

- a) Cone de Revolução.
- b) Cilindro de Revolução.
- c) Esfera.
- d) Elipsóide de Revolução – (i) alongado (ii) achatado
- e) Hiperbolóide de uma e duas Folhas.
- f) Parabolóide de Revolução.

2.1.2. CIRCULARES DE CIRCUNVOLUÇÃO

- a) Toro Circular.
- b) Serpentina.

2.2. GRUPO DAS QUÁDRICAS EM GERAL

2.2.1. SUBGRUPOS DE PRIMEIRA ESPÉCIE

- a) Cone de Segunda Ordem.
- b) Cilindros de Segunda Ordem.
- c) Parabolóide Elíptico.
- d) Elipsóide Escaleno.
- e) Hiperbolóides Elípticos de uma e duas Folhas.

2.2.2. SUBGRUPOS DE SEGUNDA ESPÉCIE

- a) Toro Elítico, Hiperbólico e Parabólico.
- b) Superfícies Topográficas Geométricas.

4.5.2 Definições (Rodrigues, 1964; Príncipe Jr, 1977; Iezzi, 1985)

SUPERFÍCIE – (1) é a extensão a duas dimensões, não tem realização, senão como limite da extensão a três dimensões ou volume, daí a infinidade de formas realizadas e imaginadas pelas quais ela se apresenta comumente.

(2) é a figura descrita por uma linha, reta ou curva, que se desloca, mudando muitas vezes de posição e, ao mesmo tempo, de forma e de grandeza, segundo uma lei determinada e contínua.

GERATRIZ – é a linha móvel que descreve a superfície.

LEI DE GERAÇÃO – é a determinação do movimento de cada forma linear sem nada deixar de arbitrário, quanto à posição e grandeza da geratriz, pela exigência de condições especiais ou peculiares à superfície descrita.

DIRETRIZES – são linhas ou superfícies fixas que determinam, em relação à geratriz, em cada posição, as condições peculiares da lei de geração de uma superfície.

4.5.3 Classes (De acordo com a natureza da geratriz)

1. CLASSE DAS SUPERFÍCIES GERADAS POR UMA RETA

1.1. GRUPO DAS SUPERFÍCIES DESENVOLVÍVEIS

Pode ser distendida sobre um plano sem contração de nenhuma de suas partes.

a) **Superfície Cônica em Geral:**

Gerada por uma reta, da qual duas posições infinitamente próximas da geratriz estão situadas no mesmo plano e cortam-se num ponto que é o vértice da superfície, redução da aresta de reversão.

b) **Superfície Cilíndrica em Geral:**

Gerada por uma reta, da qual duas posições infinitamente próximas estão no mesmo plano e são paralelas, por ter sido lançada ao infinito a aresta de reversão.

c) **Helicóide Desenvolvível:**

Gerada por uma reta, da qual duas posições infinitamente próximas estão no mesmo plano e são tangentes à hélice cilíndrica normal, que serve de aresta de reversão.

1.2. GRUPO DAS SUPERFÍCIES REVERSAS

Não são planificáveis.

a) **Hiperbolóide Escaleno de uma Folha:**

É a superfície gerada por uma reta, da qual duas posições infinitamente próximas da geratriz não estão no mesmo plano, obrigada a apoiar-se, constantemente, em três diretrizes retilíneas, situadas em planos diferentes.

b) **Parabolóide Hiperbólico:**

Gerada por reta, obrigada a apoiar-se em duas diretrizes retilíneas não situadas no mesmo plano, conservando-se no seu movimento sempre paralela a um plano diretor.

c) **Cilindróide:**

Superfície reversa gerada por uma reta, obrigada a apoiar-se em duas curvas diretrizes, conservando-se no seu movimento sempre paralela a um plano diretor.

d) **Conóide:**

Superfície reversa, gerada por uma reta, obrigada a apoiar-se constantemente, numa reta e numa curva, conservando-se no seu movimento sempre paralela a um plano diretor.

e) **Helicóide Axial de Pano Diretor:**

É a superfície conoidal descrita por uma reta, que se apoia numa diretriz reta – eixo do cilindro núcleo de uma hélice – e na própria hélice cilíndrica, conservando-se no seu movimento sempre paralela a um plano diretor.

f) **Helicóide Axial de Cone Diretor:**

É a superfície descrita por uma reta, que se apoia numa diretriz reta, eixo do cilindro núcleo da hélice, conservando-se no seu movimento paralela às geratrizes de um cone diretor.

2. CLASSE DAS SUPERFÍCIES PROPRIAMENTE CURVAS

2.1. GRUPO DAS CIRCULARES EM GERAL

Superfícies descritas por uma circunferência.

2.1.1. CIRCULARES DE REVOLUÇÃO

Quando o centro da circunferência descreve uma reta perpendicular ao seu plano.

a) Cone de Revolução:

É a superfície gerada pelo deslocamento de uma circunferência, cujo centro descreve uma reta perpendicular ao círculo, variando o raio da circunferência geratriz de maneira que a distância do centro ao vértice do cone esteja para o comprimento do raio numa relação constante; neste exemplo a geratriz conserva a sua forma primitiva, mas varia de grandeza.

b) Cilindro de Revolução:

É a superfície gerada pelo deslocamento de uma circunferência de raio invariável, cujo centro descreve uma reta perpendicular ao círculo; neste caso a geratriz não varia nem de forma, nem de grandeza.

c) Esfera:

Como superfície circular a esfera pode ser gerada por uma circunferência, cujo centro descreve uma reta perpendicular ao seu plano, variando o raio da circunferência geratriz como as coordenadas do círculo máximo da esfera.

d) Elipsóide de Revolução Alongado:

É a superfície gerada por uma circunferência, cujo centro descreve o eixo maior de uma elipse diretriz crescendo o raio da circunferência como as ordenadas da elipse meridiana. É de revolução, porque pode ser gerada por uma semi-elipse animada de um movimento circular em torno do eixo maior.

2.1.2. CIRCULARES DE CIRCUNVOLUÇÃO

Quando o centro da circunferência descreve uma curva.

a) Toro Circular:

Raio invariável, cujo centro descreve outra circunferência. É de circunvolução, porque pode ser descrita por essa curva girando em torno de uma reta de seu plano, que não passa pelo seu centro.

b) Serpentina:

Superfície gerada por uma circunferência de raio invariável, cujo centro descreve uma hélice cilíndrica normal.

2.2. GRUPO DAS QUÁDRICAS EM GERAL

Superfícies descritas por uma cônica. No movimento gerador dessas superfícies o centro de simetria da geratriz pode descrever uma reta ou uma curva pelo deslocamento da cônica, obrigada a apoiar-se em diretrizes fixas.

2.2.1. SUBGRUPOS DE PRIMEIRA ESPÉCIE

Quando o centro de simetria da cônica descreve uma reta perpendicular a seu plano.

Exemplo: Cone de Segunda Ordem – superfície gerada pelo deslocamento de uma elipse cujo centro de simetria descreve uma reta perpendicular ao plano da geratriz. Os eixos dessa curva variam de maneira que a distância do centro da geratriz ao vértice do cone esteja numa relação constante com os comprimentos desses eixos; o que equivale a obrigá-la a percorrer um feixe de retas concorrentes num ponto real, que é o vértice da superfície.

2.2.2. SUBGRUPOS DE SEGUNDA ESPÉCIE

Quando o centro de simetria descreve uma curva.

a) Toro Elítico:

Gerada por uma elipse, cujo centro de simetria descreve uma circunferência.

b) Superfícies Topográficas Geométricas:

Geradas pelo deslocamento de uma cônica, cujo centro de simetria ou um ponto determinado da curva descreve uma curva topográfica, isto é, traçada no terreno.

4.5.4 Aplicações (Rodrigues, 1964)

“O estudo das superfícies pela classificação de Gaspar Monge e o manejo das operações fundamentais da ciência que ele fundou constituem, hoje em dia, um fecundíssimo método de pesquisas para o campo das realizações na mecânica aplicada às máquinas operatrizes e à grafoestática; no aperfeiçoamento da indústria fabril e agrícola; nas construções civis e militares e em concreto armado, em aço e ligas de alumínio”, constituindo-se, assim, alguns exemplos de aplicações, colaborando com o perfil do técnico moderno.

4.6 Conclusão

Nos tópicos abordados nesse capítulo, procurou-se mostrar a evolução histórica dentro da Geometria, dos temas referentes a cilindro, cone e esfera (alguns tópicos); quais os problemas que surgiram com a forma axiomática de abordagem dos conteúdos; além do abandono do ensino da geometria nos 1º e 2º graus, agravado pela ausência, nos currículos, dos cursos de formação de professores do ensino fundamental, do conhecimento e aprendizagem de geometria por parte dos professores e a concepção errônea de que é uma parte abstrata da Matemática e portanto de difícil percepção para os alunos.

Ora, com o advento do computador e sua inserção, ainda que por etapas, em escolas e residências, essa realidade pode ser modificada. Daí a grande importância em oferecer aos alunos, professores e pessoas em geral, interessadas por geometria, um ambiente moderno de aprendizagem, baseado em princípios de interatividade e não-linearidade.

A apropriação dos conhecimentos geométricos por parte do aluno, será conseguida, se a geometria for apresentada em três dimensões, com uma abordagem analítica e transformadora, uma modelagem com aplicações concretas, uma reconstrução de argumentos lógicos e com a utilização de computador para a apresentação.

Procurou-se, portanto, mostrar uma classificação das superfícies geométricas (segundo Gaspar Monge) para contextualizarmos nossa atividade de desenvolvimento de um ambiente hipermídia, além de mostrar em que domínio o aluno estará construindo seus conhecimentos geométricos, perante as mais diferentes superfícies, contempladas pelo Geometrando.

O Profissional responsável por esta Geometria na sala de aula precisa saber mediar, transformar os conhecimentos científicos, históricos e culturalmente produzidos pela humanidade, deve-se também reconhecer que, entre outras necessidades, a capacitação

deste profissional, que é agente de mudanças, tornem-se prioridades para que os objetivos educacionais sejam devidamente alcançados. (Projeto Curricular de Santa Catarina – Temas Multidisciplinares. p.34)

5

O AMBIENTE HIPERMÍDIA

5.1 Introdução

Neste capítulo a apresentação de uma proposta de abordagem dos conteúdos matemáticos de cilindro, cone e esfera, em um ambiente hipermídia voltado para a aprendizagem de Geometria é feita de forma construtivista, utilizando para tanto a metáfora da história da arte.

A utilização da Arte apresenta, no mínimo, duas funções claras no desenvolvimento do ambiente: a partir dela pode-se identificar a presença dos elementos geométricos tanto em esculturas e pinturas, como na forma mais explícita que são as arquiteturas e, em segundo plano, a estratégia de adotar-se a história da arte como metáfora, visa a inserção do aprendiz em um espaço inter-disciplinar.

Cada um dos tópicos geométricos que serão apresentados, devidamente ambientados em contextos repletos de elementos visuais e sonoros, passarão a adquirir outros sentidos que o ensino tradicional (descontextualizado) não é capaz de produzir.

5.2 Geometrando

Concebido por professores da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC) e tendo como instituição participante a Universidade do Estado de Santa Catarina (UDESC) – o projeto de nome “Geometrando” (já citado na seção 1.2 do Capítulo 1) – prevê o

desenvolvimento de um *software* voltado para a aprendizagem de Geometria, onde o usuário interage com os elementos geométricos ligados, por analogia, a elementos de diversas épocas da história da arte.

5.2.1 Filosofia do Projeto

A inovação do projeto está na forma de trabalhar-se os conteúdos de geometria de forma integrada, possibilitando ao aprendiz observar um determinado elemento por meio de diferentes abordagens. Integrando as geometrias com os movimentos da arte, o projeto torna-se ainda mais interessante e inovador. Viaja-se por um túnel do tempo, onde o usuário livre para escolher, opta por um tópico geométrico ou uma época na arte: pré-histórica, antiga, medieval, moderna e contemporânea.

A proposta do Geometrando passa, ainda, pela apresentação aos professores e alunos de uma nova forma de resgatar o interesse e fascínio de novas conquistas.

Na infância e adolescência estas características estão em evidência, onde a aquisição das noções espaciais é inversa à ordem histórica do progresso da ciência, o contato com objetos torna-se totalmente indispensável para a compreensão, conforme citou-se na seção 3.9 do Capítulo 3.

5.2.2 Funcionamento do Projeto

O Geometrando possui em sua coordenação a professora Dr^a Vânia Ribas Ulbricht, do Departamento de Expressão Gráfica da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC) e como responsável principal a professora Dr^a Silvana Bernardes Rosa, do Departamento de Design da Universidade do Estado de Santa Catarina (UDESC), além de uma equipe formada por outros professores das duas universidades que atuam na colaboração e orientação de bolsistas, mestrandos e doutorandos integrados no projeto. Mais informações a este respeito encontram-se em: <http://www.geometrando.ufsc.br>.

A seleção dos conteúdos e imagens, além da concepção de roteiros, feita por mestrandos e doutorandos envolvidos no projeto foi desafiadora, principalmente porque exigiu nesta fase de elaboração um amplo conhecimento do conteúdo geométrico e também pedagógico (na exploração de teorias da aprendizagem), além do compromisso educacional e de colaboração que precisou ser constantemente exercido.

5.2.3 Módulos do Projeto

Devido à classificação das superfícies geométricas (vista na seção 4.5.1 do Capítulo 4) possuir inúmeros temas, definições e propriedades, a equipe do Geometrando procurou desmembrar em módulos esta diversidade. Cada integrante do grupo passou a abordar alguns tópicos, sendo que a parte espacial relativa a cilindro, cone e esfera é o ponto central desta dissertação.

Após tal divisão passou-se à diagramação de toda a estrutura pertinente aos três assuntos supra citados, procurando relacionar as imagens dentro de um roteiro criado com os conceitos geométricos a serem apresentados, elaborando textos, inserindo elementos de interação e animação.

5.2.4 Mídia de Uso

O ambiente foi desenvolvido com o auxílio de um software de autoria, o Macromedia Director, devido a facilidade deste programa ser compatível com outros, além de sua adaptabilidade para um ambiente em rede. Implementado em html (*Hyper Text Markup Language*) poder-se-á disseminar o produto via Intranet ou confeccionar um CD-ROM (cujas vantagens são apontadas na seção 2.4 do Capítulo 2).

Para trabalhar interações e animações contempladas em cada módulo, utilizou-se recursos do Flash, 3D Studio Max, Cabri-Geomètre, entre outros *softwares*.

Além disso, os módulos que integram o Geometrando também poderão estar disponíveis pela Internet, onde o usuário interessado por um determinado assunto poderá utilizá-lo quando e onde o aprouver, de forma que o saber adquirido seja transmitido a outros, de forma compatível com a velocidade de sua renovação.

5.2.5 Temas para os Módulos

Com a definição da apresentação dos módulos via Intranet e, conhecendo-se os recursos que estavam à disposição para a implementação do ambiente, mostra-se uma oportunidade de abordar as diversas faces da geometria associada às obras arquitetônicas, por exemplo, como uma atividade multidisciplinar:

- enfatizando características de templos gregos e romanos ao estudarmos suas colunas cilíndricas;
- ressaltando a importância da ciência, em particular da astronomia na época do renascimento a fim de aprender conceitos geométricos associados à esfera;
- trabalhando o cone ligado à arquitetura bizantina e islâmica, por apresentar telhados neste formato.

Existe, portanto, uma variedade de épocas que podem ser escolhidas pelo usuário no estudo das superfícies geométricas. A navegação no Geometrando, dá-se através de um túnel do tempo, onde tais opções podem ser realizadas.

Na escolha dos temas para os módulos e definição dos conteúdos com o auxílio de Iezzi e outros (1985), Príncipe Jr (1977), Rodrigues (1964) e Youssef (1993), entre outros (Anexo 1), realizou-se o posicionamento dos tópicos matemáticos dentro da história (conforme citado na seção 4.2 do Capítulo 4).

Ainda nesta etapa de concepção (pré-produção), confeccionou-se um glossário (Anexo 2) que servirá como suporte ao usuário, no caso de desconhecimento de alguns conceitos que integram o ambiente hipermídia.

5.3 Desenvolvimento dos Módulos

A situação em que os módulos de ensino relativos a cilindro, cone e esfera foram desenvolvidos, aparece como segue:

- Confeccionou-se os *storyboards*, que segundo Heckel (*apud* Hiratsuka, 1996), são representações gráficas que esboçam as telas sequenciadas de um filme, apontados como sendo uma técnica herdada da produção de mídias lineares (cinema e desenho animado) mas que são largamente usados nos processos de produção de sistemas multimídia;
- Desenvolveu-se os módulos **Cilindro**, **Cone** e **Esfera** em html (*Hyper Text Markup Language*), a linguagem da Internet.

Na seqüência dos passos idealizados para o projeto, após a identificação das possíveis mídias (textos, imagens, vídeos, locução, música de fundo,...) que fazem parte do sistema, houve a necessidade de estruturar todo o conteúdo da apresentação multimídia, etapa em que realiza-se os diagramas de estado (Anexo 3), permitindo estruturar o sistema como um todo, através de um grafo onde pode-se ter uma visão geral do sistema, as ligações entre as telas e os tipos de mídias que farão parte das mesmas (conforme Hiratsuka, 1996).

Reservou-se determinados sons para sinais de alerta, tendo o indivíduo possibilidades de escolha de músicas de fundo e ativação ou não de locução, conforme ressaltado no item *audição* da seção 3.8 do Capítulo 3.

5.3.1 Cilindro

Nesse módulo, contemplando tópicos de cilindro, privilegiou-se o estudo da área da base, área lateral e volume, incluindo navegação hipertextual com *links* para as geometrias plana, descritiva e analítica (concebidas por outros integrantes da equipe do Geometrando). As animações e interações foram a marca registrada, onde adotou-se uma forma diferente de anotação de observações, com o auxílio de um bloco de notas para futuras análises, na intenção de estimular o indivíduo para uma descoberta e organização estrutural do assunto em questão.

A abordagem do cilindro começou pela escolha de uma época da história da arte, onde as figuras e formas cilíndricas poderiam ser visualizadas. Para tanto, o período correspondente à arte greco-romana foi eleito, criando-se as telas descritas abaixo.

Descrição

A primeira tela (figura 5.1), que introduz um breve resumo do período Grego, inicia a caminhada no tempo com a geometria. A partir disto, desenvolve-se um enredo ou história onde um trabalho de restauração e reconstrução em monumentos e obras gregas e romanas, pudesse ser realizado. Incluiu-se, desta forma, os conceitos geométricos associados a essas situações.



Figura 5.1: Arte Grega

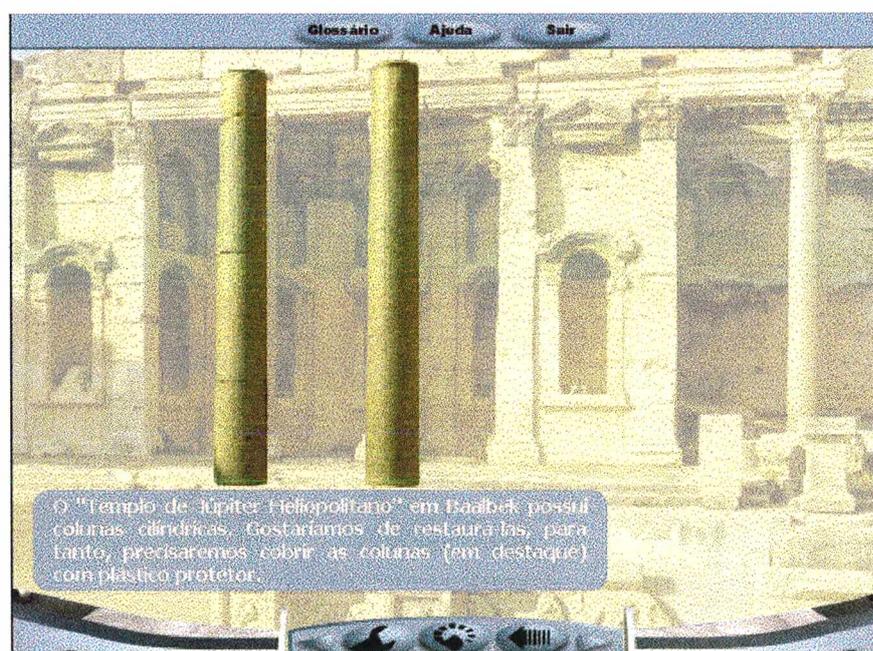


Figura 5.2: Templo de Júpiter

Cobrir as colunas com plástico protetor, uma das primeiras idéias trabalhadas (figura 5.2), traz consigo a intenção de planificarmos a superfície lateral do cilindro, procurando mostrar a forma geométrica que surgirá. Para tanto, pergunta-se ao usuário, com *clareza* (conforme o critério *condução* da seção 3.6 do Capítulo 3), que formato teria essa proteção (figura 5.3).

Para a forma geométrica da base do cilindro, resolveu-se introduzir colunas da arte romana. Foi preciso, neste momento, fazer um pequeno histórico deste período (figura 5.4), situando o usuário no novo contexto. Observa-se, como de forma geral em todo o ambiente, o uso de letras simples (sem enfeites), um bom contraste entre o branco das letras e o fundo azulado do corpo do texto e a utilização de letras maiúsculas apenas no começo das sentenças, como apontado no item *caracteres* da seção 3.8 do Capítulo 3.

Através de uma animação, retirou-se uma das colunas da construção (sem a placa retangular onde estava apoiada) e questionou-se o usuário sobre aspectos relativos à base do cilindro (figura 5.5).

Em caso de erros nas respostas, o usuário depara-se com uma nova situação (animação, figuras e histórias) que permitem ao mesmo uma nova oportunidade para refletir sobre as perguntas feitas no decorrer do ambiente. Existe, ainda, a oportunidade dele valer-se de um caderno de notas onde são feitas observações sobre o que está se passando nas telas, que vão sendo armazenadas para uma futura avaliação.

Passada a planificação da superfície cilíndrica, o usuário tem a possibilidade de imprimí-la ou observar em vídeo, o cilindro sendo construído com papel e cola, a partir das figuras planas (retângulo e círculos). O contato com o material (que pode ser impresso) reforça a idéia de construção pelo aprendiz do seu cilindro.

Junto com a arte começa a exploração de conceitos associados à área e ao volume no cilindro, nossa proposta de estudo inicial. Nesse momento, o aprendiz dispõe da liberdade de estudo para diferentes pontos do ambiente.

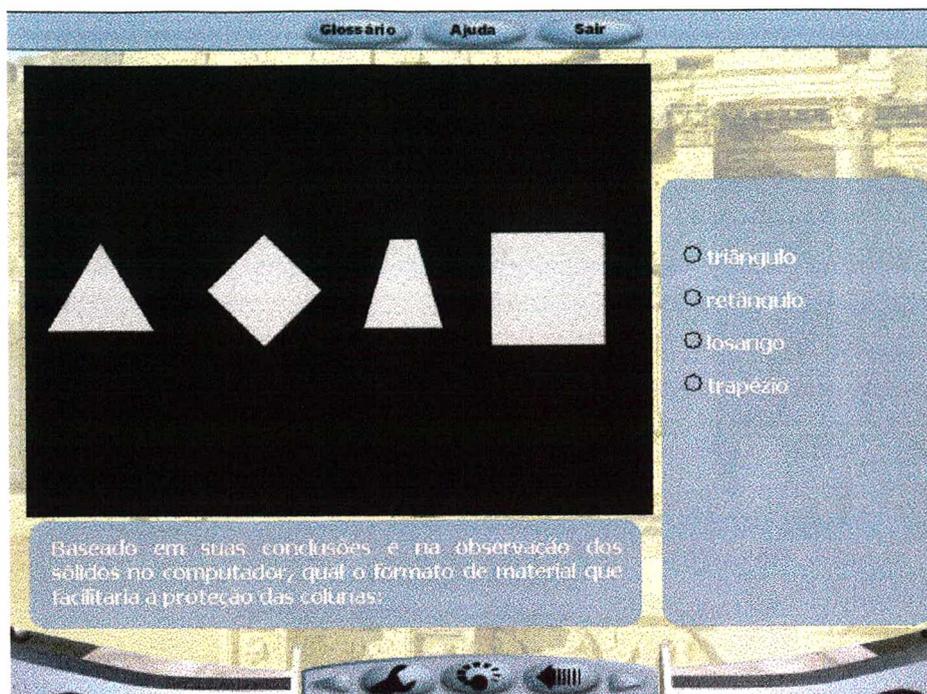


Figura 5.3: Formato da proteção lateral (planificação)

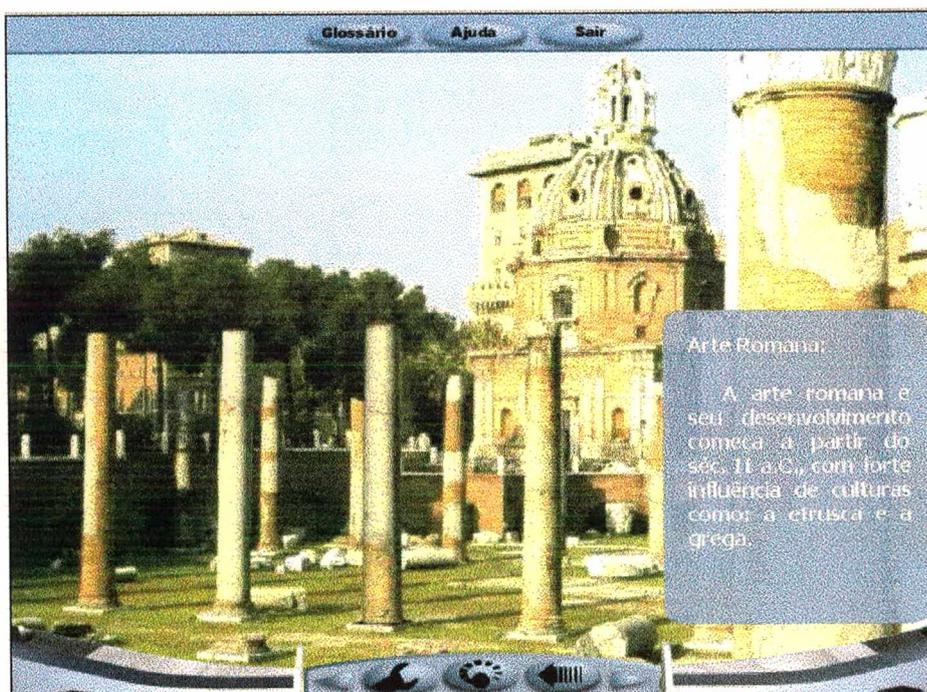


Figura 5.4: Arte Romana

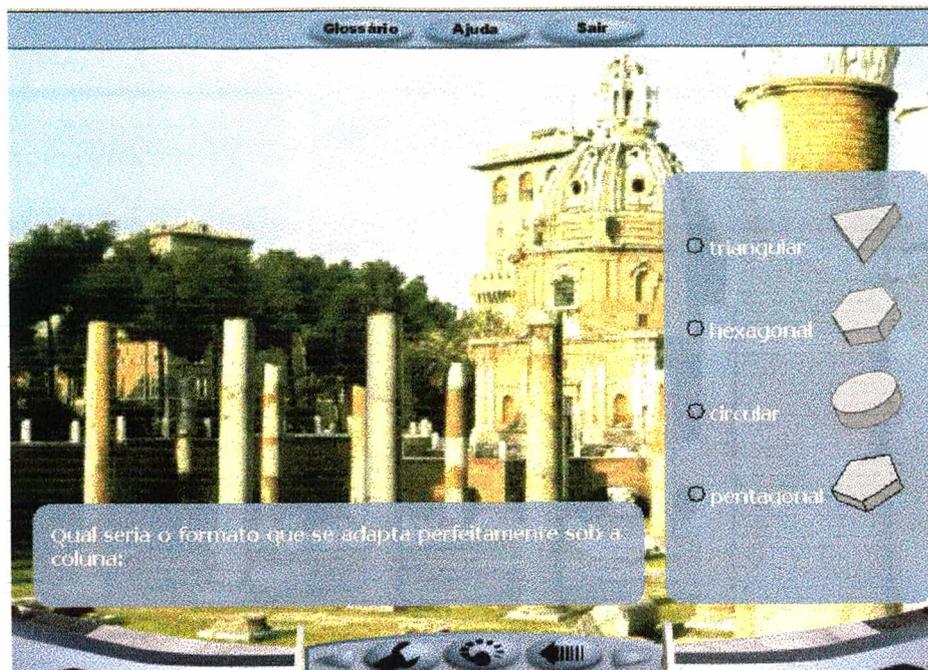


Figura 5.5: Base do Cilindro

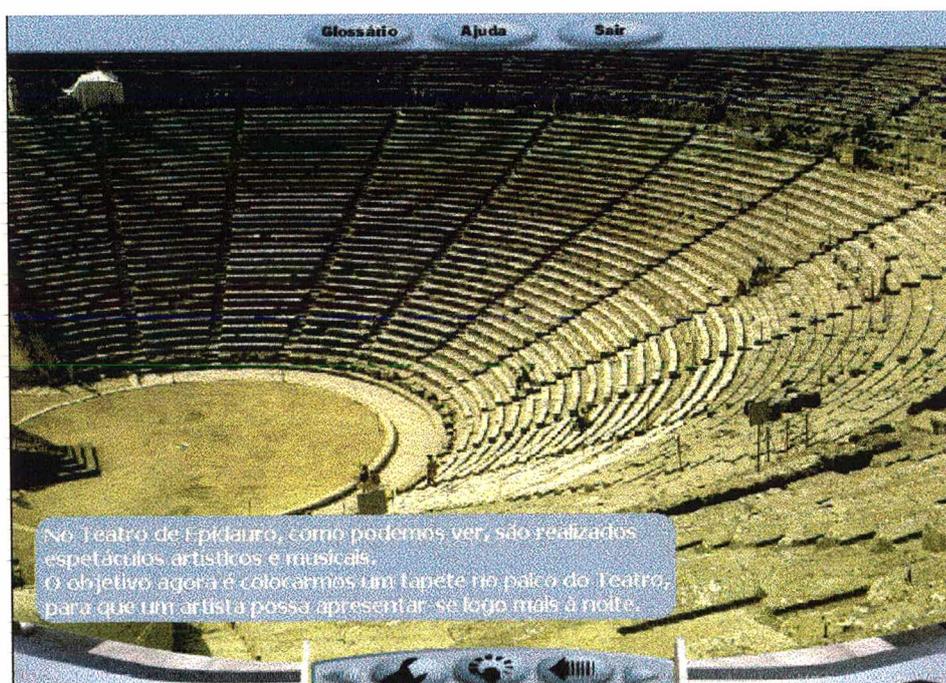


Figura 5.6: Teatro de Epidauro

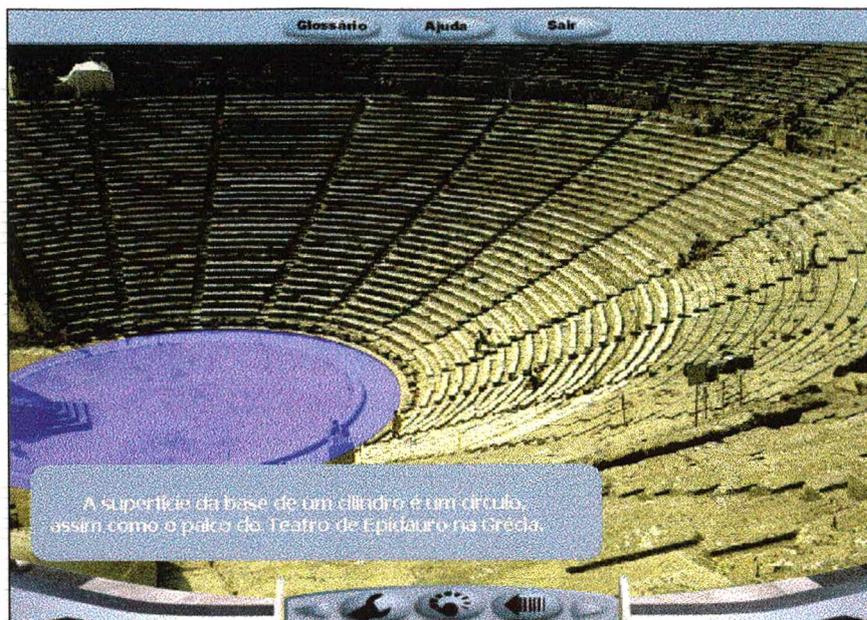


Figura 5.7: Superfície do Palco

Superfície da Base

A figura 5.6 introduz, conforme opção do usuário, o cálculo da área do círculo. Utilizou-se o palco de um teatro por retratar com facilidade este formato e propiciar ao indivíduo relacionar e observar a área da base do cilindro em qualquer outro ambiente.

A figura 5.7 ilustra como o usuário observa um círculo no palco do teatro, tendo posteriormente a opção de troca da cor do tapete que colocará no mesmo.

Uma pergunta sobre a área de um tapete circular (figura 5.8), que inicialmente aparecerá na tela, permitirá ao usuário navegar pelas colunas do Pátio de uma Vila Patrícia (figura 5.9). Nesta vila, em cada coluna aparece uma informação, de modo que o usuário fazendo uma consulta – elemento diferencial nesta questão – encontre a resposta para o questionamento inicial. Evidenciando-se, desta forma, uma ajuda ao aprendiz – conforme apontado no item *interação do usuário* da seção 3.8 do Capítulo 3. Cada coluna que aparece no Pátio da Vila, corresponde a um auxílio matemático ou histórico ao aprendiz.

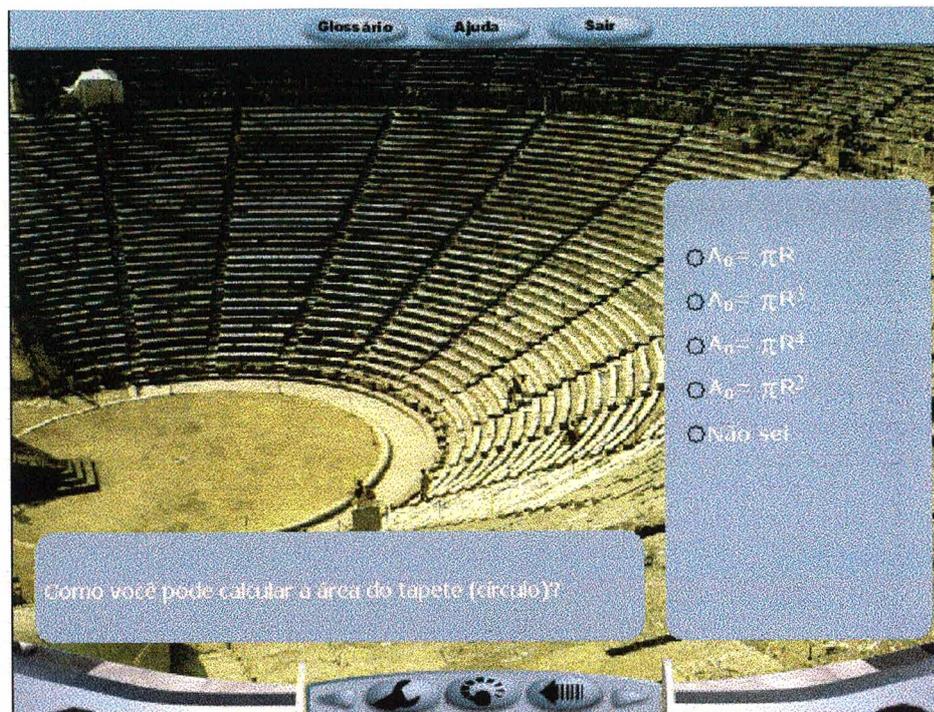


Figura 5.8: Pergunta sobre a área do círculo

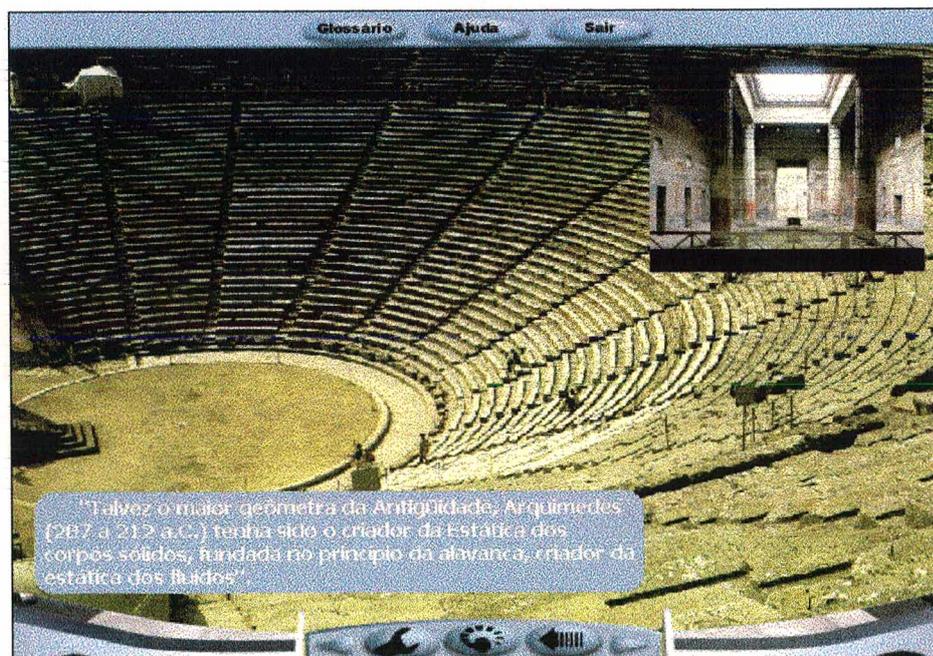


Figura 5.9: Teatro (ao fundo) e Pátio de uma Vila Patrícia (canto superior direito)

Superfície Lateral

Ao estudar a superfície lateral do cilindro, escolheu-se uma coluna no Palácio de Cnossos (figura 5.10) diversificando o estudo da arte relativa ao período greco-romano, mostrando ao usuário o bom estado de conservação em que se encontra, partindo então para uma nova proposta: a restauração do prédio necessita uma proteção maior para as colunas, sugere-se então a colocação de um papel de parede (figura 5.11) para a referida construção. No entanto, a consistência em termos de formatos, denominações, apresentação, entre outros, permanece. Ressalta-se, então, o respeito ao critério ergonômico *homogeneidade*, apresentado na seção 3.6 do Capítulo 3.

Uma animação (figura 5.12) mostrará o papel de parede (escolhido pelo usuário) encapando a coluna e passaremos às relações matemáticas decorrentes deste processo. Analisa-se a altura do cilindro e do papel, questiona-se o aprendiz com relação à base do retângulo (papel) que encobre a coluna e, desta forma, com o caderno de notas o usuário passa a tirar suas próprias conclusões sobre o que está observando nas telas, animações e interações propiciadas pelo ambiente.

Uma nova ferramenta (figura 5.13) – uma calculadora especial – auxilia o aprendiz no estabelecimento de relações entre o comprimento da circunferência na base do cilindro e sua altura. Questões práticas envolvendo a área lateral do cilindro são colocadas de forma a alicerçar o seu conhecimento. Em caso de erros, novas formas de abordagem (animações e outros tipos de interação) oportunizam situações inéditas ao usuário, na busca (por si mesmo) pela resposta correta. Mensagens de erros pertinentes, legíveis e exatas são fornecidas no decorrer das respostas do aprendiz, conforme o critério *gestão de erros* da seção 3.6 do Capítulo 3.

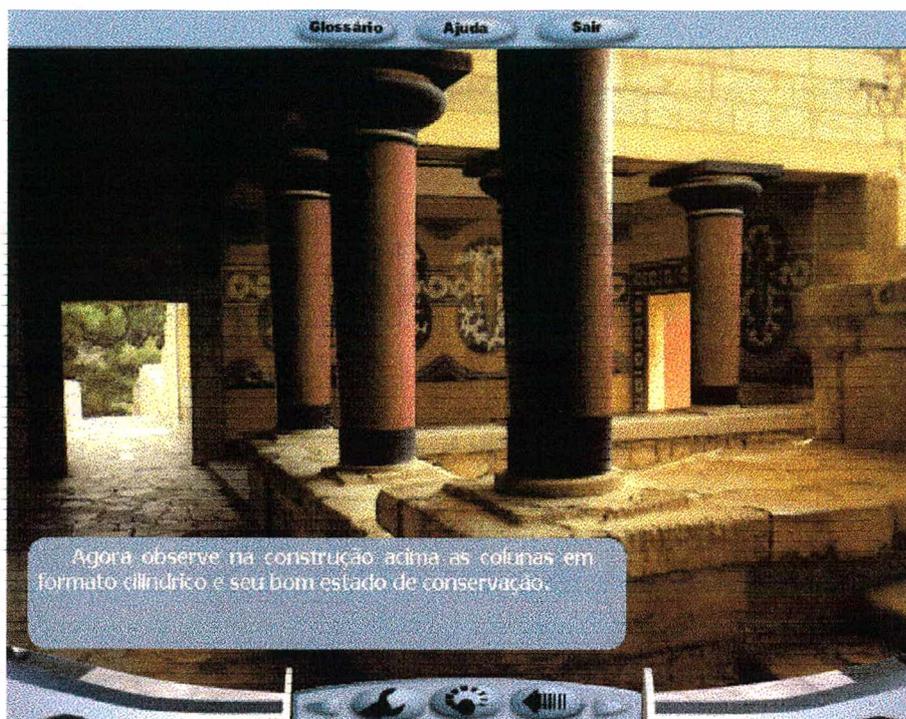


Figura 5.10: Palácio de Cnossos

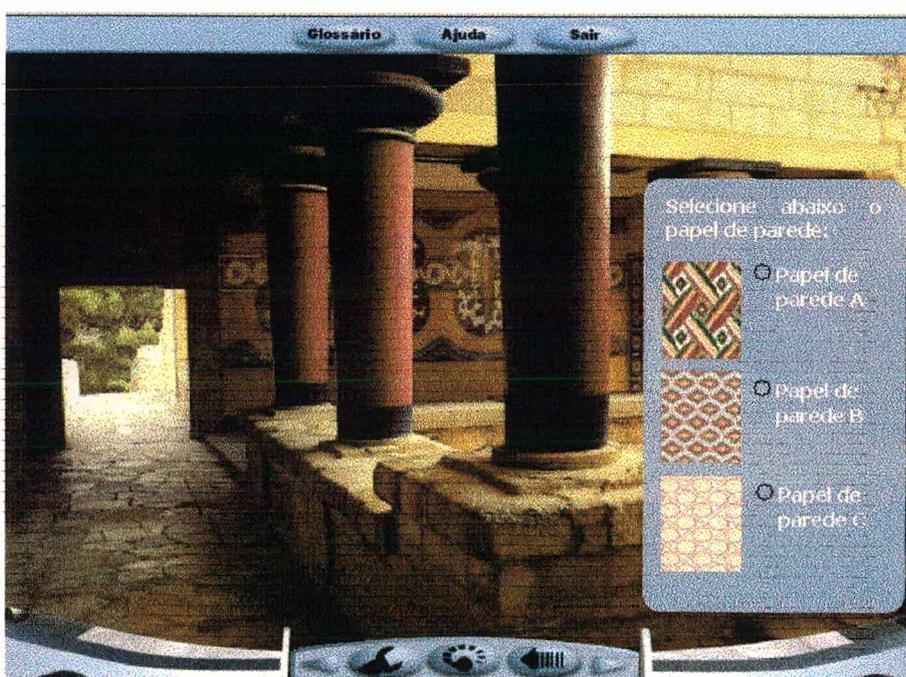


Figura 5.11: Papel de Parede

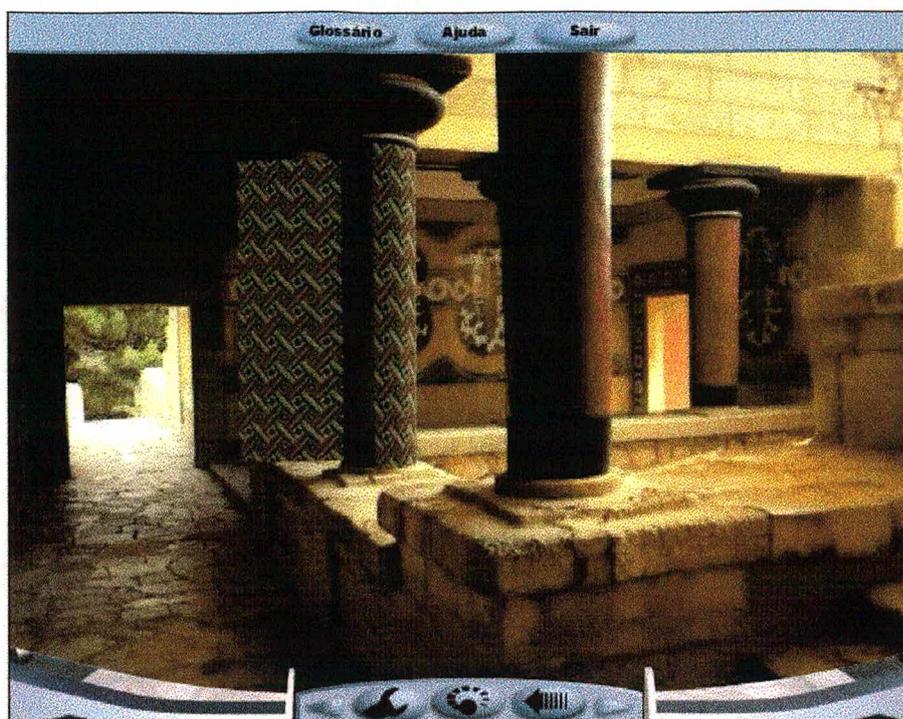


Figura 5.12: Animação

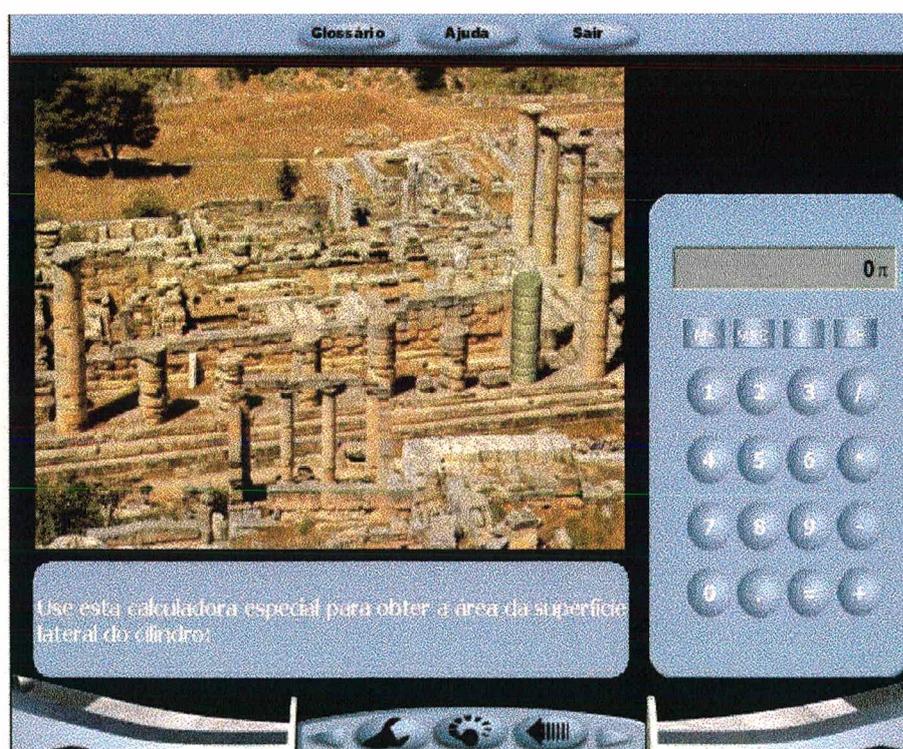


Figura 5.13: Calculadora especial

Volume

Outro tópico abordado neste contexto – o volume do cilindro – volta ao tema da reconstrução de uma obra arquitetônica dos períodos grego e romano.

Uma coluna que aparece destruída, será retirada de seu local de origem e um desafio é proposto ao usuário. São dados: o volume, a área da base e altura do cilindro (coluna), de forma que o aprendiz possa estabelecer uma relação entre os três itens e reconstruir a coluna, conforme figura 5.14. Nesta etapa, a calculadora retorna como forma de auxiliar as inferências do indivíduo.

No caso de erro, uma animação mostrará uma série de círculos que sobrepõem-se, na tentativa de fornecer uma idéia para estabelecimento da relação procurada. Assim, a busca por uma expressão passa a ser construída (aprendizagem por descoberta – seção 3.7 do Capítulo 3) pelo usuário.

Para adquirir novas relações (figura 5.15), o usuário dispõe de “links” com retorno ou prosseguimento a diversos pontos do ambiente e com ligações para outras partes da geometria (como a analítica e a descritiva), relacionando não somente arte com geometria, mas também as diversas geometrias. Cria-se, assim, um *controle explícito* (seção 3.6 do Capítulo 3) por parte do indivíduo.



Figura 5.14: Fonte Sagrada



Figura 5.15: Opções de Navegação

5.3.2 Cone

O estudo do cone assemelhou-se bastante ao do cilindro, onde os itens que compõem este módulo relacionaram-se com a área da base, área lateral e volume, incluindo, da mesma forma, ligações com as outras geometrias. Para este sólido apresentamos o bloco de notas e a possibilidade de impressão de figuras planas para a montagem do cone, conforme a vontade do usuário. O diferencial nesta etapa foi a inclusão de recursos do Cabri-Geomètre*, na intenção maior de estimular o indivíduo para uma descoberta.

A abordagem do cone começou pela escolha da época medieval, onde as figuras e formas cônicas aparecem com bastante evidência nos telhados de construções bizantinas e islâmicas.

Descrição

O estudo começa por um histórico das construções, bizantina (figura 5.16) e islâmica (figura 5.17), bem como uma proposta ao usuário de uma situação-problema (figura 5.18): o aprendiz precisa cobrir uma fortaleza com um telhado cônico; para tanto, necessita calcular a área lateral do cone e enchê-lo de concreto. Sabendo resolvê-la, não existe a necessidade de entrada no módulo, caso contrário a viagem pela arte medieval inicia-se (figura 5.19) com uma breve descrição da arte bizantina.

Após uma introdução neste contexto, começa-se o estudo pela planificação do cone; para isto, mostramos um telhado cônico da Igreja do Mosteiro de Gegard, onde aparece uma pergunta sobre o formato da superfície cônica se fosse planificada (figura 5.20). O usuário, ao escolher uma das figuras planas que encontram-se como opções, observa uma animação que mostrará cada uma delas dobrando-se e adquirindo um formato curvo. Ao optar pelo setor circular, um dos itens, verifica que o mesmo é responsável pela superfície cônica.

*Cabri-Geomètre (Cahier de BRoillon Intéreactif) – é um software educacional na área de desenho geométrico.

Com ele pode-se traçar figuras geométricas, deformá-las mantendo algumas características iniciais, medir segmentos ou ângulos, entre outros.



Figura 5.16: Arquitetura Bizantina



Figura 5.17: Arquitetura Islâmica

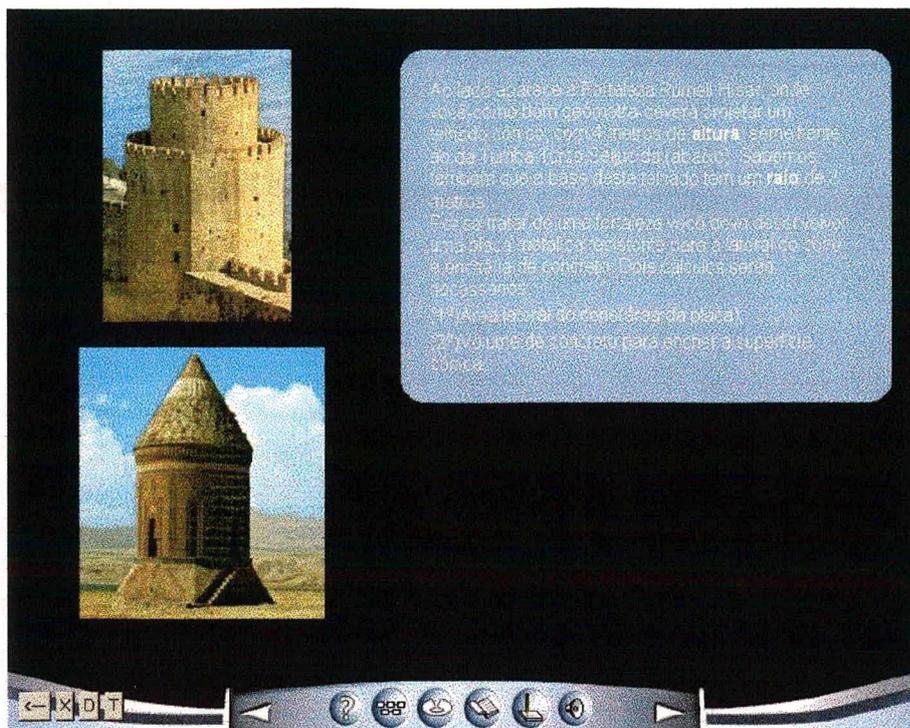


Figura 5.18: Situação-Problema

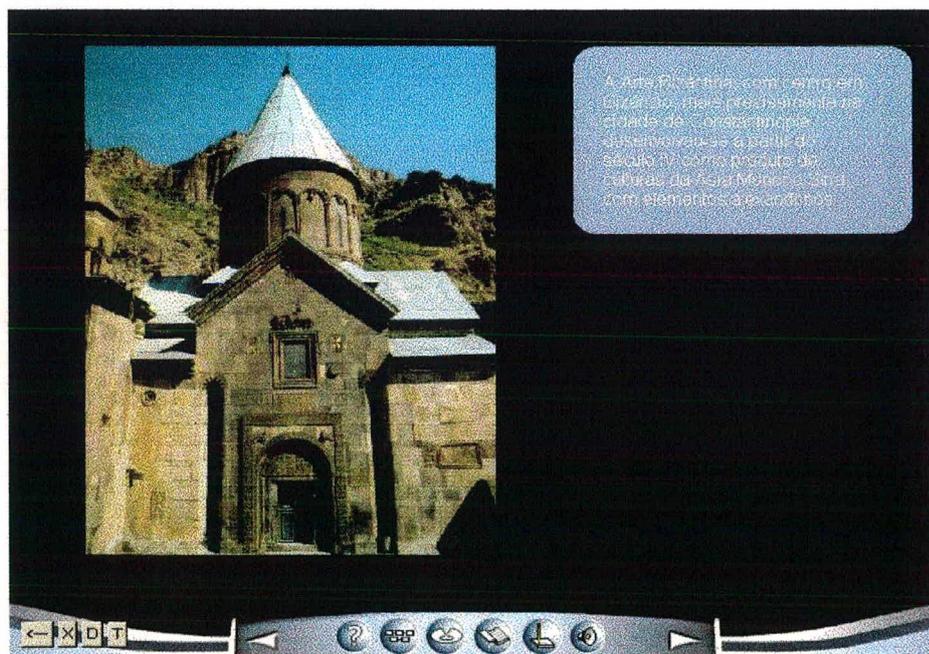


Figura 5.19: Arte Bizantina

Outros três recursos, como reforço desta aprendizagem, são:

- recortar um setor circular que pode ser impresso;
- mostrar, em vídeo, como confeccionar o cone a partir do setor;
- anotar comentários e observações no caderno de notas.

Nestas telas, a essência está no tratamento dinâmico de uma figura, permitindo ao usuário o manuseio de material concreto (conforme recomendação de Piaget – seção 3.9 do Capítulo 3), além da possibilidade de tirar dúvidas com auxílio das imagens e recuperar tal construção e observações (anotações) a qualquer momento em futuras perguntas.

Superfície da Base

A observação de um círculo na base do cone e o “link” feito com o cilindro, onde o mesmo assunto é explorado, aparece na figura 5.21. A relação entre estes dois sólidos e outras geometrias, como a descritiva, é o fundamental nesta apresentação.

A partir daqui (figura 5.22), o usuário volta a ter alguns pontos de ligação com outras partes do ambiente, isto pode ser decidido de acordo com o interesse do aprendiz, enfatizando as características de liberdade na navegação (não-sequencial), conforme apontou-se na seção 2.4 do Capítulo 2.

Superfície Lateral

A área lateral começa a ser explorada, por meio de recursos do Cabri, pedindo ao indivíduo que reconheça os elementos do cone (figura 5.23) e os identifique na superfície plana responsável pela geração da superfície lateral do sólido.

O cálculo desta área aparece na Igreja de Ahtamar (figura 5.24), onde seu telhado passará a primeiro plano (animação) e abrir-se-á, de forma a identificar a superfície lateral do cone como um setor circular. Novamente, a volta para a geometria plana pode ser realizada, a critério do usuário, que seguirá seu ritmo e não o do computador (seção 3.8 do Capítulo 3).

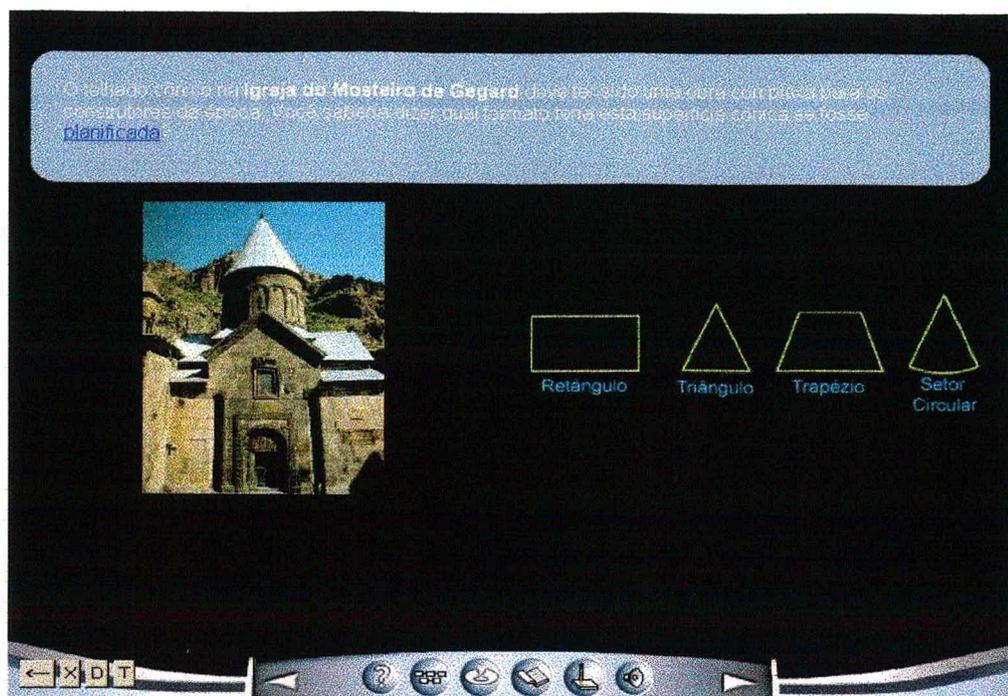


Figura 5.20: Igreja do Mosteiro de Gegard

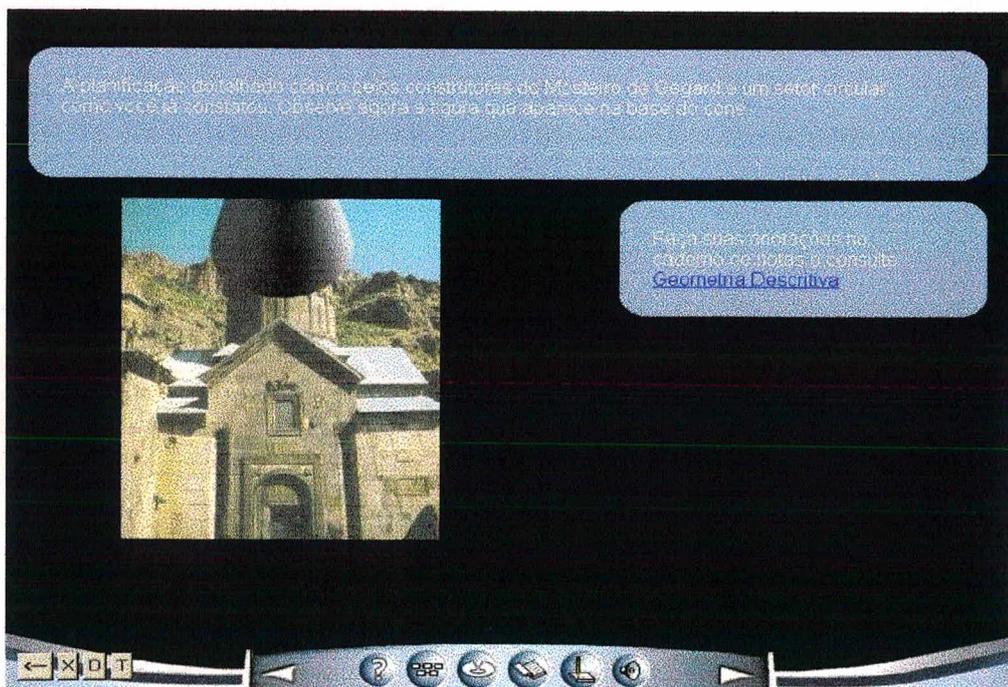


Figura 5.21: Base do Cone e Geometria Descritiva

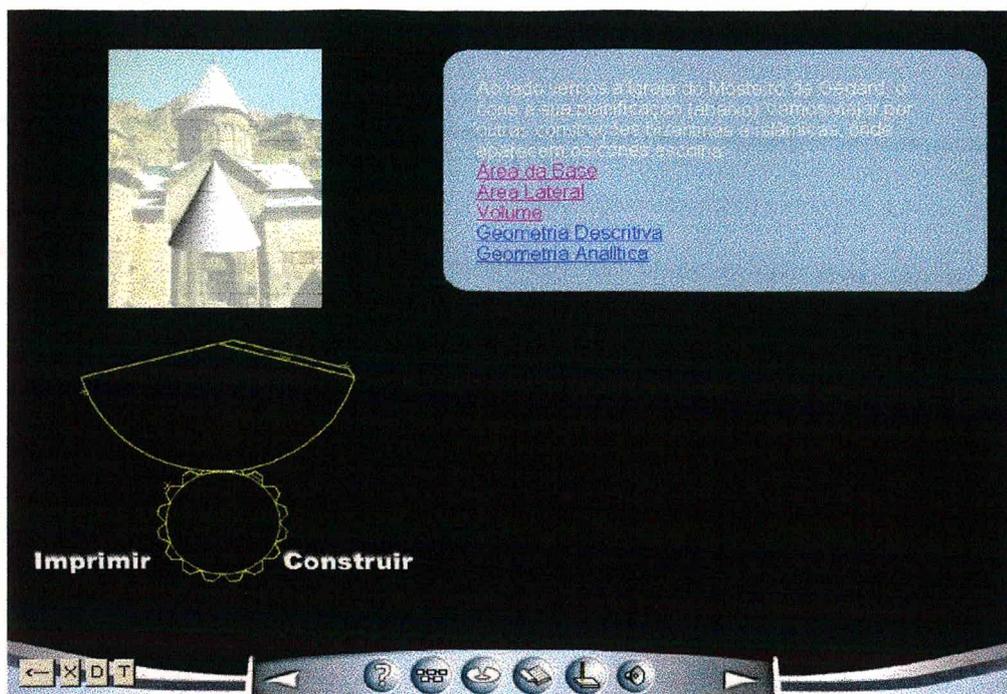


Figura 5.22: Liberdade na Navegação

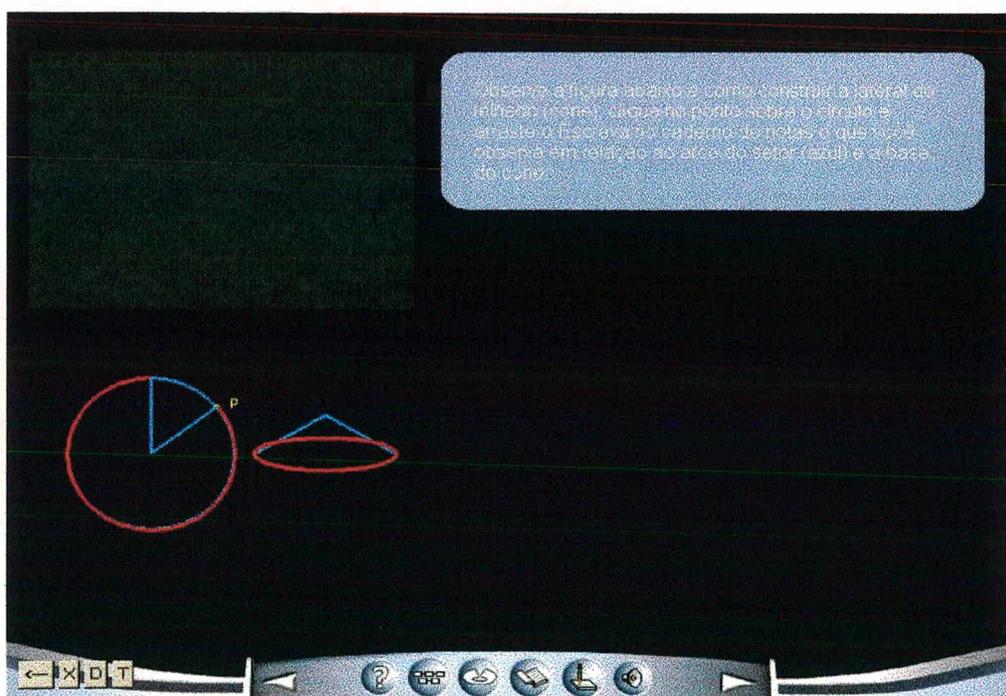


Figura 5.23: Área Lateral e Cabri-Geomètre

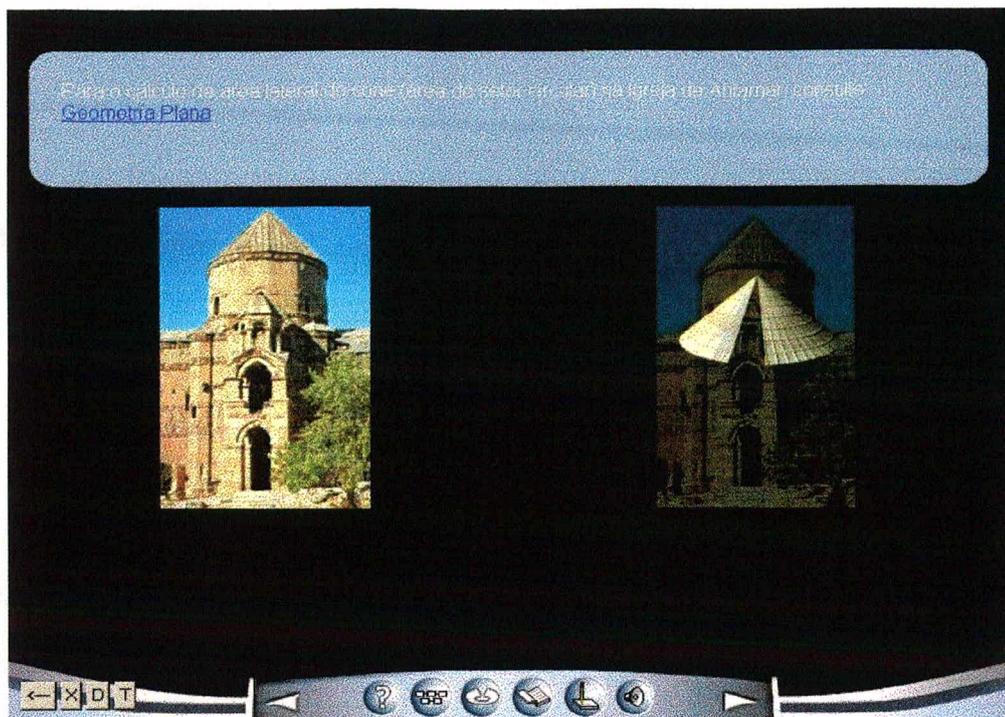


Figura 5.24: Igreja de Ahtamar

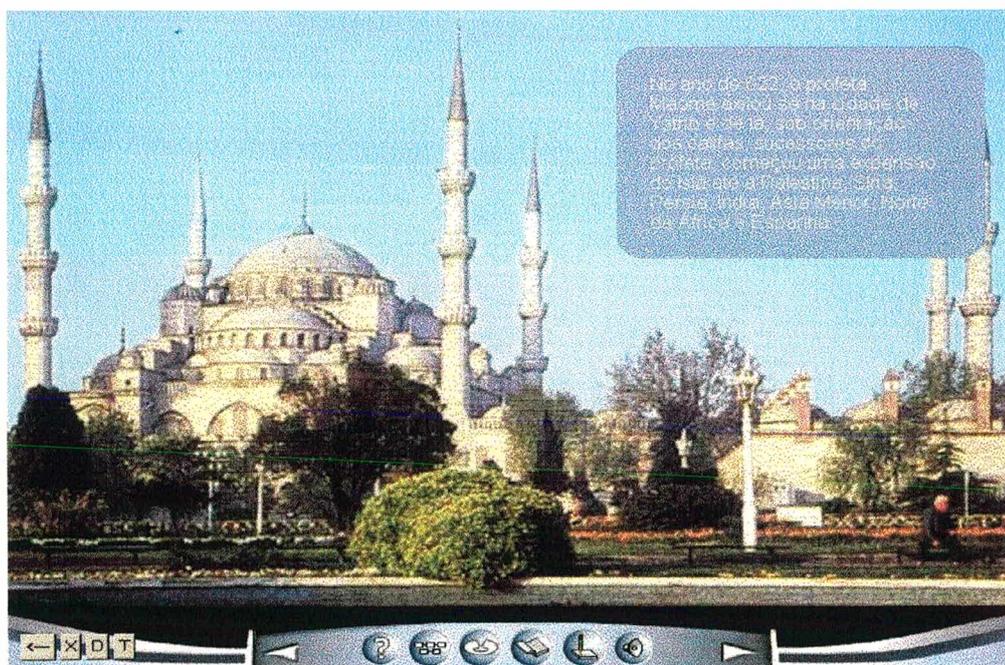


Figura 5.25: Arte Islâmica

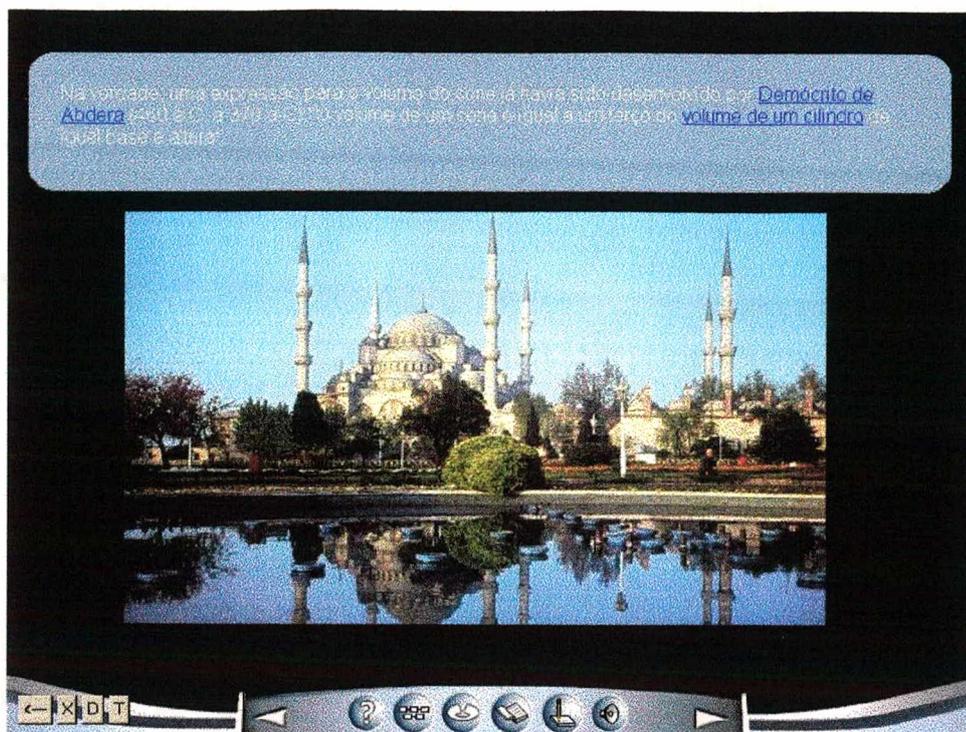


Figura 5.26: Demócrito e Cilindro



Figura 5.27: Seções Cônicas e Navegação

Volume

A arte islâmica apareceu também retratada num pequeno histórico na figura 5.25, quando iniciamos o estudo do volume. Procurou-se relacioná-lo com o estudo de cilindro e de esfera (figura 5.26), buscando em Demócrito de Abdera (uma tela de esfera) a expressão: $\text{Volume} = (1/3) \cdot (\text{área base}) \cdot (\text{altura})$.

Demócrito, juntamente com Heráclito, aparece retratado no quadro de Bramante (pintor renascentista), segurando um globo terrestre. Sobre Demócrito, além de filósofo, descobriu-se que foi autor da importante relação acima e, sua introdução neste contexto, reforça a idéia base do Geometrando: “a caminhada no tempo com a geometria” (seção 1.2 do Capítulo 1).

Na Tumba Turco-Seljúcida, encerrou-se o estudo de cone, mostrando secções planas e voltando a fazer ligações com outras geometrias ou possibilitando a navegação para outras partes do ambiente (figura 5.27) – conforme a vontade do usuário.

5.3.3 Esfera

A esfera diferenciou-se de outras formas de abordagem que foram adotadas em cilindro e cone. Estudou-se inicialmente os elementos: equador, paralelos, meridianos, polos e círculo máximo, para então, desenvolver expressões para a área da superfície esférica e o volume da esfera.

A ênfase aos elementos da esfera foi o diferencial neste tema; uma palavra-cruzada aparece como um importante recurso na busca do conhecimento do usuário para este sólido. No caso de inclusão de palavras com formato inadequado, um mecanismo do próprio sistema corrige a entrada de dados, seguindo aquilo que sugere o critério ergonômico *gestão de erros* da seção 3.6 do Capítulo 3. O bloco de notas permaneceu e o Renascimento foi a época escolhida para o desenvolvimento deste assunto.

Descrição

Optou-se por apresentar apenas o *storyboard* de esfera (Anexo 4), num formato que permita a implementação por parte da equipe de programação do Geometrando.

O estudo inicia com as telas 1, 2 e 3 que apresentam uma breve descrição histórica da Arte Renascentista, onde o homem é a medida de todas as coisas. Representou-se, assim, uma volta às formas e proporções da antigüidade greco-romana, que em pouco tempo difundiu-se por várias cidades italianas e, desse modo, inicia-se a caminhada no tempo com a esfera.

A tela 4 (representada pela figura 5.28) apresenta a pintura renascentista de Bramante, onde Heráclito e Demócrito são vistos segurando um globo terrestre. A proposta, então, é viajar com os filósofos pela arte e discutir um pouco de astronomia (criando um enredo para o estudo da esfera). A contextualização em outra área, é a dinâmica desta forma de abordagem.

A apresentação dos personagens que surgiram nas telas anteriores foi realizada (tela 5). Neste momento, Demócrito, como já foi citado em cone, aparece como autor de expressões para o volume deste último sólido e, também, de pirâmide. O usuário passa a dispor de ligações com diversos pontos do Geometrando: cone, cilindro (o volume de um cone é igual a um terço do de cilindro), pirâmide e prisma (onde a mesma relação é proposta para estes sólidos).

A riqueza desta última tela, está no fato do aprendiz poder caminhar no tempo, de acordo com seu interesse (*ritmo e ordem* – seção 3.8 do Capítulo 3) conhecendo outros sólidos. Na seqüência da navegação, apresenta-se um quadro intitulado “Os embaixadores”, de Hans Holbein – o moço, onde figuras de corpo inteiro mostrando instrumentos ligados à sabedoria e às tendências culturais da época, reforçam a idéia base da obra. Em segundo plano aparecem globos terrestres que nos conduzirão ao estudo da astronomia. O primeiro dos globos ligará o usuário com os astrônomos antigos. Já, o segundo, irá conduzir o mesmo, para a esfera celeste.

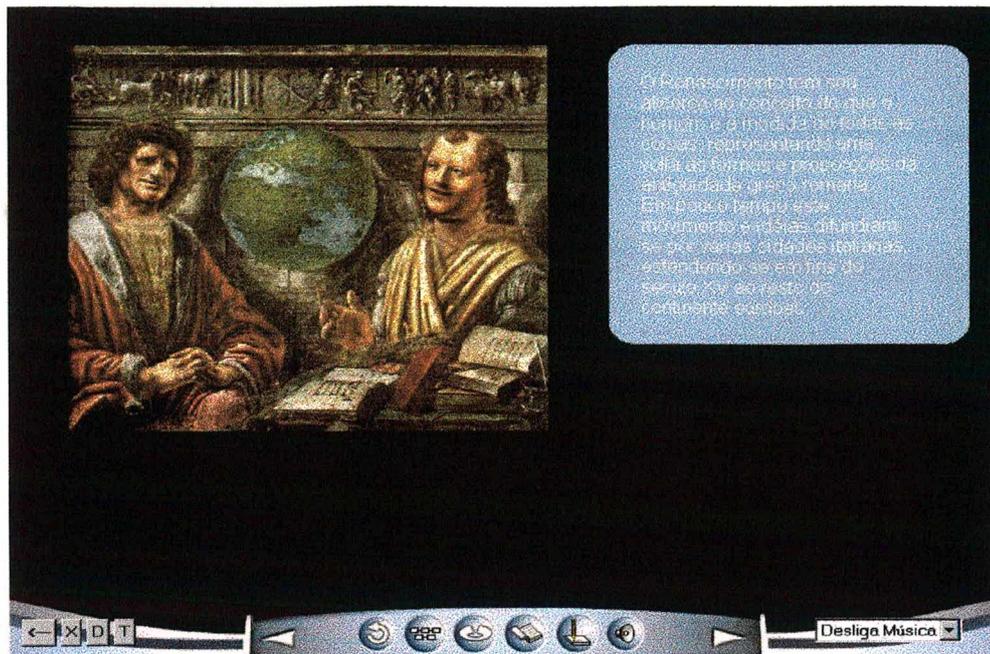


Figura 5.28: Heráclito e Demócrito

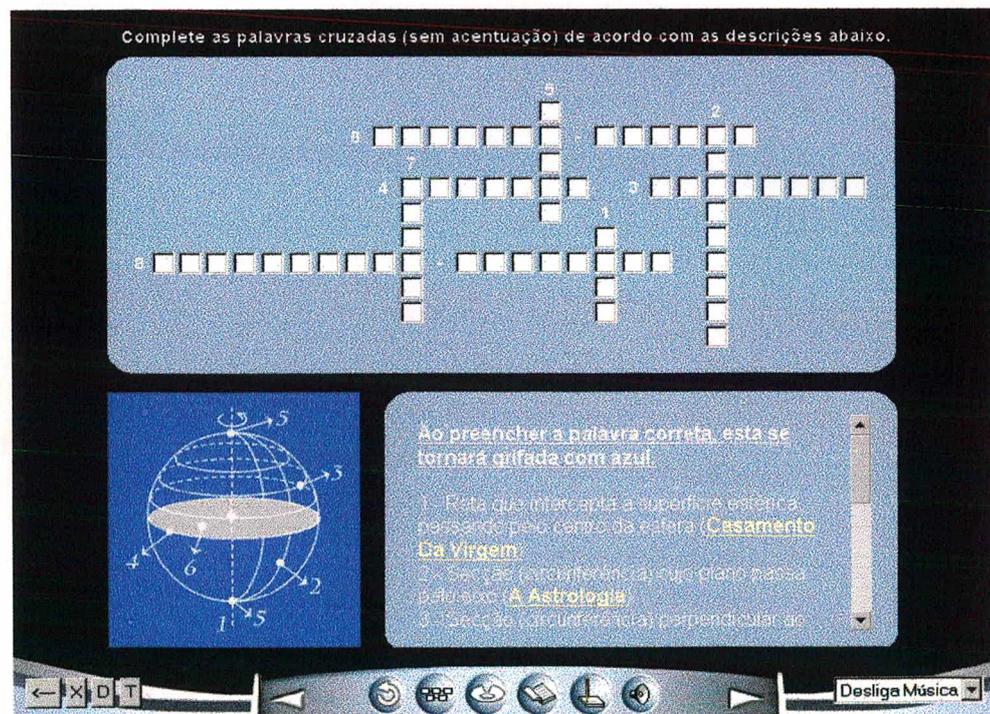


Figura 5.29: Palavra-Cruzada

Elementos

A tela 9, apresenta um breve histórico dos astrônomos antigos e inicia o estudo dos elementos da esfera. Tales de Mileto, é o primeiro destes astrônomos. O segundo, Pitágoras de Samos, acreditava que a Terra, Lua e outros corpos celestes eram esféricos.

A partir daqui, realiza-se uma pergunta ao usuário, de forma a identificar a Terra com achatamentos nos polos, diferenciando-se do conceito geométrico de esfera (sem achatamentos). A riqueza das animações e a viagem para outras partes do ambiente (de modo não-sequencial), torna-se o diferencial desta proposta e algo que seria praticamente impossível de se realizar em sala de aula sem o uso do computador.

Na viagem com os artrônomos antigos (tela 10), aparece Eratóstenes de Cirênia, diretor da biblioteca de Alexandria, a idéia então, foi partir para a geometria plana, já que o mesmo havia trabalhado com o diâmetro da Terra e a proposta ao usuário é a de medir o diâmetro de um círculo.

Na tela 15, encontramos Arquimedes (287 à 212 a.C.), que relacionou a área do círculo máximo com a área da superfície esférica e o volume da esfera. Para o cálculo do diâmetro devemos nos reportar a um número histórico que chamamos π (Pi) (tela 19) e novos “links” são feitos, de forma a propiciar ao usuário uma viagem (proposta do Geometrando).

A montagem de um observatório, na continuação do estudo dos elementos da esfera, foi idealizada na tela 21. O sistema solar tornou-se alvo deste novo estudo, na intenção de mostrar ao aprendiz, algo mais sobre astronomia e o restante dos elementos. Na tela 27, ao observar a rotação de um círculo, responsável pela geração da esfera, destaca-se outro elemento – o eixo.

A ligação com a geometria analítica, aparece na tela 29, quando cita-se a importância de Kepler para a astronomia e seus estudos sobre o cálculo de volume de sólidos obtidos pela rotação de segmentos de secções cônicas em volta de um eixo (reta) no seu plano. Sua

contribuição rompe com o rigor de Arquimedes; para quem o círculo compunha-se de uma infinidade de triângulos com o vértice no centro (ponto); analogamente, a esfera consistia numa infinidade de pirâmides.

Sem enfatizar excessivamente teoremas, postulados e a presença rigorosa de tais argumentos matemáticos, procurou-se desenvolver esta tela e todas as demais deste projeto, conforme recomendações feitas na seção 4.4 do Capítulo 4.

A diversidade dos assuntos mostrados acima e as ligações com as diversas geometrias, possibilitam ao usuário a familiaridade com construções geométricas fundamentais, termos como ponto e reta que são considerados como entes geométricos, não são intuições e muito menos “entes” *a priori*, mas resultado de longa e complexa construção a partir de intuições topológicas (vizinhança, fechamento, fronteira,...) – conforme Piaget chama a atenção na seção 3.9 do Capítulo 3. Por isto, preferiu-se abordar tais temas ligados à construção do real, onde o indivíduo constrói lentamente, uma série de estruturas (classificação, substituição, simetria,...) que serão indispensáveis para a aquisição das mais elementares noções de matemática.

Para o estudo do equador, paralelos e meridianos, utilizou-se uma escultura de Antônio di Jacopo Benci, entre outras atividades, foi escultor e pintor. Um de seus melhores trabalhos foi a tumba de bronze do Papa Sixtus IV onde em detalhe aparece a escultura denominada a “Astrologia”. Apresentou-se, na tela 33, uma introdução da Astrologia, falando sobre Ptolomeu e mostrando uma animação de um globo girando com indicação dos elementos citados acima.

Finalizando o estudo dos elementos mencionados, definiu-se nas telas 43 e 44, esfera celeste. Aqui, uma palavra-cruzada (representada pela figura 5.29), irá recuperar todas as informações e questionamentos que foram feitos ao aprendiz no decorrer das telas anteriores. Em caso de dúvidas no preenchimento desta tarefa o usuário retorna, conforme sua vontade, aos quadros ou esculturas que apresentaram os temas propostos.

Área da Superfície Esférica e Volume da Esfera

A partir da tela 45, o quadro de Rogier van der Weyden, passou a ser utilizado no estudo destes temas. Como o proposto em sua obra, refere-se ao cristianismo, preferiu-se diferenciar astronomia, astrologia e o cristianismo, para que os assuntos iniciais não ficassem perdidos neste novo contexto.

As telas 48 e 49 mostram uma animação inserindo infinitos cones em uma esfera, de forma similar ao que Arquimedes havia imaginado (inserindo pirâmides em uma esfera). Preferiu-se, no entanto, os cones para que um “link” com este tema pudesse ser estabelecido. Um questionamento final ao aprendiz, sobre a altura do cone e o raio da esfera, além de observações que o mesmo realiza no caderno de notas, são os elementos que compõem estas últimas telas (50 e 51) e finalizam a proposta deste trabalho, ou seja, a participação do aprendiz nas decisões (liberdade, não-linearidade, dinamismo,...) de seu estudo.

5.4 Conclusão

A variedade de telas que apresentamos foram aperfeiçoadas através da inclusão do enredo ou história que elaboramos, com animações de certa complexidade, vídeo (quando da construção de cilindro e cone com papel e cola), sons e conceitos geométricos de toda sorte, tendo como diferencial, além de conteúdos de natureza histórica, a comunicação (questionamentos feitos ao usuário). Precisamos, ainda, passar por um processo de avaliação, para que a característica de utilização do ambiente (conforme seção 3.4 do Capítulo 3) possa ser concretizada. No capítulo 6, reiteramos esta preocupação.

A proposta moderna de ensino que elaboramos desafia o usuário a sintetizar o conhecimento adquirido e busca avançar na construção de seus conhecimentos geométricos. Este crescimento que envolve uma outra modalidade de aprendizagem, por descoberta, seção 3.7 do Capítulo 3, poderá transformar o aprendiz em um emissor de novos e alternativos conhecimentos (em busca de autonomia) - objetivo que este projeto procurará concretizar.

CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Neste trabalho foram desenvolvidos módulos hipermídia referentes aos conteúdos de cilindro, cone e esfera com o objetivo de integrá-los em um ambiente para aprendizagem de geometria.

O desenvolvimento desses módulos foi algo realmente desafiador, não apenas devido aos limites da tecnologia que esteve presente na confecção das etapas iniciais destas atividades, mas principalmente porque exige dos elaboradores, apoiado no ergonomista, amplo conhecimento do conteúdo geométrico e também pedagógico (na exploração de teorias da aprendizagem), além do compromisso educacional e de colaboração que precisa ser constantemente exercido.

Na concepção dos módulos e conteúdos geométricos abordados nesta dissertação, utilizou-se como metáfora a história da arte no estudo de diferentes geometrias, concebidas dentro de uma estratégia pedagógica construtivista.

Procurou-se em variados contextos, uma forma livre de aprendizagem, com ênfase nas observações que o próprio usuário poderá realizar. Propõe-se, assim, um estudo em primeira pessoa, com participação ativa do usuário, decidindo quando e como estudar geometria.

A apresentação dos conteúdos de cilindro, cone e esfera de forma hipertextual, repleta de animações e interações, evidenciam a liberdade do aprendiz, num caminho não-linear e dinâmico.

Mais particularmente, trabalhou-se em contextos específicos cada um dos módulos de ensino:

- o cilindro, associado à restauração de obras greco-romanas, descobrindo nas colunas de templos e outros monumentos arquitetônicos, os elementos essenciais para o estudo da superfície lateral, da base e seu volume;
- o cone, ligado aos telhados das construções bizantinas e islâmicas; por apresentar coberturas neste formato;
- a esfera, com uma proposta de enfatizar a astronomia na época do renascimento e, de forma geral a ciência, criando um caráter interdisciplinar com a geometria, aproximando o aprendiz de um sistema integrado ao seu mundo real.

Como sugestões para que esta integração seja ainda mais evidente, a execução de novos projetos dentro da própria geometria ou com relação a outras áreas da matemática podem ser pensados, na tentativa de criar-se a partir dos conhecimentos geométricos uma melhor compreensão de diferentes temas da realidade.

E ainda, no campo das recomendações, das atividades, exercícios e conteúdos contemplados nos módulos, existe a necessidade de novas formas de cálculo serem implementadas: deve haver uma folha de rascunho que esteja ligada a recursos de inteligência aplicada, permitindo a elaboração por parte do usuário de fórmulas e operações numéricas, algébricas,... que são feitas no dia-a-dia do aluno e que contribuirão, ainda mais, para sua formação e aprendizagem.

A participação dos alunos e a parceria com professores da rede pública torna-se fundamental quando da testagem do ambiente para possíveis ajustes, onde alguns critérios como a tolerância do sistema, o número e a gravidade dos erros feitos pelo usuário devem ser considerados. Dessa forma, poder-se-á fazer comparativos de assimilação do conteúdo na forma tradicional e quando da utilização dos módulos hipermídia em questão, na busca por um ambiente de ensino que privilegie a lógica de utilização.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BAIRON, Sérgio. **O discurso do Hipertexto**. Multimídia, São Paulo: Global, 1995.
- BARTHET, M.F. **Logiciels interactifs et ergonomie: modèles et méthodes de conception**. Paris: Bordas, 1988.
- BLACKWELL, Les. **Rethinking the roles of technology in education**. Proceedings of the Tenth International Conference of Technology and Education. p. 691, 1993.
- BOYER, Carl B. **História da Matemática**. São Paulo: Editora Edgard Blücher Ltda, 1974.
- BRAVIANO, Gilson; FERREIRA, Cláudio L.; ULBRICHT, V. R.; MATTIA, Rangel. **Desenho Geométrico Virtual**. In: II Congresso Internacional de Engenharia Gráfica nas Artes e no Desenho e 13º Simpósio Nacional de Geometria Descritiva e Desenho Técnico, Feira de Santana, Bahia, setembro, 1998, p.340-346.
- BROWNE, Dermot P.; SUMMERSGILL, Robert; STRADLING, Phil. **The user interface: the poor relation in structured methods**. In: Advances in human computer interaction. V.3, p. 34-68, Norwood: Ablex, 1992.
- BRUILLARD, Eric. **Les machines à enseigner**. p. 225-276, Paris: Hermes, 1997.
- CARVALHO, J.B.P. **As Idéias Fundamentais da Matemática**. Boletim – GEPEN, Rio de Janeiro, 1988.
- CASTILHO, Sônia F. R. **Geometria – até onde a vista alcança**. Revista - AMAE – Educando, Belo Horizonte, 1989.

- CASTRUCCI, Benedito. **Desenho e os Fundamentos Matemáticos**. In: II Congresso Nacional de Desenho, p. 32-43, Florianópolis, 1981.
- COUTINHO, Henrique J. S. & QUEIROZ, Ricardo. **Aprendizado de Geometria Descritiva auxiliada por Computação Gráfica – Animação**. In: III Congresso Internacional de Engenharia Gráfica nas Artes e no Desenho e 14º Simpósio Nacional de Geometria Descritiva e Desenho Técnico, Ouro Preto, Minas Gerais, junho, 2000.
- CYBIS, Walter de Abreu. **A identificação dos objetos de interfaces homem-computador e de seus atributos ergonômicos**. Tese de Doutorado em Engenharia de Produção, UFSC, Florianópolis, SC, 1994.
- DEDE, Christopher J. **Restructuring for Learning with Technology**. New York; Center for Technology in Education, Bank Street College of education and national center on Education and the Economy, 1990, pp. 49-74.
- DUL, J. & WEERDMEEESTER, B. **Ergonomia Prática**. São Paulo: Editora Edgard Blücher Ltda, 1995.
- FREITAS, Maria T. A. **O Pensamento de Vygotsky e Bakhtin no Brasil**. São Paulo: Editora Papirus, 1994.
- GARVIN, David. **Building a learning organization**. Harvard Business Review, v. 71, n. 4, Boston, 1993.
- GONÇALVES, Marília Matos. **O Ensino de Desenho Geométrico Auxiliado Pelo Computador**. Monografia, UFSC, Florianópolis, SC, 1997.
- GRAHAM, Gordon. **Dicionário de Informática 3D Visual**. São Paulo: Berkeley Brasil Editora, 1995.

- HAWKINS, J. **O uso de novas tecnologias na educação.** Rev. TB, Rio de Janeiro, jan.-mar., 1995.
- HIRATSUKA, Tei Peixoto. **Contribuições da Ergonomia e do Design na Concepção de Interfaces Multimídia.** Dissertação de Mestrado em Engenharia de Produção, UFSC, Florianópolis, SC, 1996.
- HIX, Deborah, HARTSON, H. Rex. **Developing user interfaces: ensuring usability through product & process.** John Wiley & Sons, 1993.
- IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; POMPEO, José N. **Fundamentos da Matemática Elementar.** São Paulo: Atual Editora, v. 10, 1985.
- IIDA, Itiro. **Ergonomia: projeto e produção.** São Paulo: Edgard Blücher Ltda, 1989.
- KALEFF, Ana Maria. **Tomando o ensino da Geometria em nossas mãos...** SBEM – A Educação Matemática. Revista de número 2, ANO I, 1994.
- KOZMA, R. B. **Learning with media.** Review of Educational Research, 61 (2), 179-211, 1991.
- LAVILLE, Antoine. **Ergonomia.** São Paulo: Pedagógica e Universitária, Ed. Universidade de São Paulo, 1977.
- LÉVY, Pierre. **As Tecnologias da Inteligência.** São Paulo: Editora 34, 1998.
- LIMA, Lauro de Oliveira. **Piaget para Principiantes.** São Paulo: Sumus, 1980.
- LINDQUIST, Mary M. & SHULTE, Albert P. **Aprendendo e Ensinando Geometria.** Atual Editora, 1994.
- LOGOTHETTI, David. **An Interview with H. S. M. Coxeter, the King of Geometry.** Two-Year College Mathematics Journal, 1980.

- MARTIN, James. **Hiperdocumentos e como criá-los**. Rio de Janeiro: Campus, 1992.
- MENEZES, Fernanda; SOARES, Felipe. **Imagens por Computador – Interface entre Técnica e Arte**. In: I Congresso Internacional de Engenharia Gráfica nas Artes e no Desenho e 12º Simpósio Nacional de Geometria Descritiva e Desenho Técnico, Florianópolis, Santa Catarina, setembro, 1996, p.278-283
- MONTMOLLIN, Maurice de. **A Ergonomia**. Instituto Piaget, Lisboa, 1990.
- MORAES, Anamaria de. & MONT'ALVÃO, Cláudia. **Ergonomia: conceitos e aplicações**. 2AB Editora, 1998.
- OLIVEIRA, Marta Kohl. **Vygotsky – aprendizado e desenvolvimento - um processo sócio-histórico**. São Paulo: Scipione, 1993.
- PIAGET, J. & INHELDER, B. **La représentation de l'espace chez l'enfant**. Paris: P.U.F., 1947.
- PIAGET, J. **L'epistémologie de l'espace**. Paris: P.U.F., 1964.
- PIAGET, J. **Introduction à l'epistémologie génétique: La pensée Mathématique**. Paris: P.U.F., 1949.
- PREECE, J. **Human-computer interaction**. Addison-Wesley Publishing Company, 1994.
- PRÍNCIPE JR., Alfredo dos Reis. **Noções de Geometria Descritiva**. V.2, Livraria Nobel S.A., 1977.
- PUTNOKI, José Carlos. **Elementos de Geometria**. São Paulo: Scipione, v. 1,2,3,1991.

- PUTNOKI, José Carlos. **Que se devolva a Euclides a régua e o compasso**. Revista do Professor de Matemática, v. 13, pg. 13-17. SBM, 1988.
- RIGHI, Carlos Antonio Ramirez. **Aplicação de recomendações ergonômicas ao componente de apresentação da interface de softwares interativos**. Programa de Pós-Graduação de Engenharia de Produção, Dissertação de Mestrado, Florianópolis: UFSC, 1993.
- RODRIGUES, Álvaro J. **Geometria Descritiva – Projetividades Curvas e Superfícies**. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico S.A., 1964.
- SALOMON, G. **AI in reverse: Computer tools that turn cognitive**. Journal of Educational Computing Research, 4(2), 123-139.
- SANTOS, Eduardo Toledo & MARTINEZ, Maria Laura. **Software para ensino de Geometria e Desenho Técnico**. In: III Congresso Internacional de Engenharia Gráfica nas Artes e no Desenho e 14º Simpósio Nacional de Geometria Descritiva e Desenho Técnico, Ouro Preto, Minas Gerais, junho, 2000.
- SANTOS, Neri dos.; DUTRA, Ana R.A.; RIGHI, Carlos A.R.; FIALHO, Francisco A.P.; PROENÇA, Rossana P. da Costa. **Antropotecnologia: A Ergonomia dos Sistemas de Produção**. Curitiba: Genesis, 1997.
- SCHNEIDERMAN, B. **Designing the user interface: strategies for effective human-computer interaction**. Reading: Addison – Wesley, 1992.
- SECRETARIA DO ESTADO DA EDUCAÇÃO (Santa Catarina). **Proposta Curricular**. Florianópolis: SC, IOESC, 1998.
- SIQUEIRA, Karin C. **A Influência do Computador no Processo Ensino-Aprendizagem**. Programa de Pós-Graduação de Engenharia de Produção, Florianópolis: UFSC, 1996.

STRUICK, Dirk J. **História Concisa das Matemáticas**. Editora Ciência Aberta (Gradiva), 1987.

TEIXEIRA, Fábio G.; da SILVA, Régio P.; da SILVA, Tânia L. K. **Aprendizagem Hiperídia para Geometria Descritiva**. In: III Congresso Internacional de Engenharia Gráfica nas Artes e no Desenho e 14º Simpósio Nacional de Geometria Descritiva e Desenho Técnico, Ouro Preto, Minas Gerais, junho, 2000.

TEIXEIRA, Francisco Gomes. **História das Matemáticas em Portugal**. Academia das Ciências de Lisboa, Coimbra, 1934.

ULBRICHT, V. R.; BRAVIANO, Gilson; dos SANTOS, N. **Visual GD: Ambiente Hiperídia para a construção do conhecimento aplicado à projeção cilíndrica ortogonal**. In: XXIV Conferência Latinoamericana de Informática, Quito, Equador, outubro 1998.

VEJA Especial. **Computador: o micro chega às casas**. Dezembro, 1995.

WANDERLINDE, Josiane & PEREIRA, Alice T. Cybis. **O ensino da geometria descritiva, relacionando a instrumentalização tradicional com os recursos da informática**. In: I Congresso Internacional de Engenharia Gráfica nas Artes e no Desenho e 12º Simpósio Nacional de Geometria Descritiva e Desenho Técnico, Florianópolis, setembro, 1996.

WISNER, A. **Por dentro do trabalho: ergonomia; método e técnica**. São Paulo: FTD, 1987.

YOUSSEF, Antônio N. & FERNANDEZ, Vicente P. **Matemática – Conceitos e Fundamentos**. São Paulo: Scipione, v.2, 1993.

ANEXOS

ANEXO 1

DEFINIÇÕES PARA O AMBIENTE HIPERMÍDIA

Tomando como base algumas figuras que escolhemos para cada módulo do Geometrando, surgiu a necessidade de sintetizarmos algumas definições específicas para o ambiente hipermídia, consultando Rodrigues (1964), Príncipe Jr (1977), Putnoki (1991) e Iezzi (1985) apresentamos:

1. CURVAS

1.1. CURVAS PLANAS

Se todos os seus pontos estão no mesmo plano, com dois tipos:

- a) curvas planas finitas;
- b) curvas planas de ramos infinitos.

1.2. CURVAS REVERSAS

Se a trajetória do ponto não pode ser aplicada num plano.

2. SUPERFÍCIES AUXILIARES NO ESTUDO DESCRITIVO DE IMPORTANTES CURVAS

2.1. PLANO

2.2. SUPERFÍCIE DO CONE CIRCULAR

2.3. SUPERFÍCIE DO CILINDRO CIRCULAR

2.4. SUPERFÍCIE DA ESFERA

3. SUPERFÍCIES CÔNICAS DE UMA MANEIRA GERAL

Geradas por uma reta que se apoiando numa curva diretriz fixa é obrigada no seu movimento gerador a passar por um ponto, também fixo, que é o ponto central ou vértice da superfície. A geratriz sendo uma reta indefinida suas duas partes, de um lado e de outro do vértice, descrevem duas folhas da superfície.

3.1. A Superfície Cônica é circular se a diretriz é uma circunferência e o vértice da superfície está na perpendicular levantada pelo centro da diretriz.

3.2. Cone de Revolução: o cone pode também ser descrito ou gerado pela rotação de uma reta em torno de um eixo fixo, concorrente com este ponto, que é o ponto central ou vértice da superfície – contanto que o ângulo formado por essas duas retas permaneça o mesmo em todo o movimento da geratriz.

- Limita-se essa superfície traçando dois planos perpendiculares ao eixo, de um e de outro lado do vértice. Esses planos perpendiculares ao eixo do cone determinam os círculos que servem de bases ao sólido.
- O cone de revolução terá seu eixo vertical se as bases forem traçadas em planos horizontais. A superfície cônica é desenvolvível, porque duas posições infinitamente próximas da geratriz estão no mesmo plano, como retas concorrentes. Isto significa que a superfície cônica pode ser distendida sobre um plano sem contração de nenhuma de suas partes.

3.3. Secções Planas: devem-se a Apollonius de Perga as generalizações, as construções, teoremas e até mesmo as denominações referentes às secções feitas por planos na superfície de um cone circular – a saber: elipse, hipérbole e parábola – curvas resultantes das secções planas não perpendiculares ao eixo do cone.

Teorema de Apollonius – “a secção feita num cone circular por um plano qualquer é uma elipse, uma parábola ou uma hipérbole, segundo o plano secante faz com o eixo do cone um ângulo superior, igual ou inferior ao semi-ângulo no vértice do cone”.

- a) A secção feita por um plano perpendicular ao eixo do cone de revolução é uma *circunferência* – por conseqüência uma cônica.
- b) A secção feita por um plano que corta todas as geratrizes; isto é, o plano que forme com o eixo um ângulo maior que o semi-ângulo no vértice do cone é uma *elipse*.
- c) A secção feita por um plano secante se for paralelo a uma das geratrizes do cone; isto é, o plano forma um ângulo igual ao semi-ângulo no vértice do cone, então a cônica será uma *parábola*.

d) A secção feita por um plano secante encontrar duas folhas do cone, ou o ângulo for menor do que o semi-ângulo no vértice, então, a cônica será uma *hipérbole*.

4. SUPERFÍCIES CILÍNDRICAS DE UMA MANEIRA GERAL

Geradas por uma reta que se apoia numa curva diretriz fixa, conservando-se no seu movimento sempre paralela a uma direção dada.

4.1. A Superfície Cilíndrica é circular se a diretriz é uma circunferência e a direção dada for perpendicular ao plano em que está traçada essa circunferência.

4.2. Cilindro de Revolução: o cilindro pode também ser descrito como gerado por uma reta animada de um movimento circular em torno de um eixo fixo, conservando-se no seu movimento sempre paralela a esse eixo, o que equívale a considerar a superfície cilíndrica de revolução, como caso especial da superfície do cone de revolução, quando o vértice é lançado ao infinito.

- Dois planos perpendiculares ao eixo limitam essa superfície e os círculos traçados nesses planos, limitam o sólido e constituem duas bases perfeitamente iguais.
- O cilindro circular terá seu eixo e , por consequência, suas geratrizes verticais se as bases forem traçadas em planos horizontais. Apresenta-se a planificação com a forma de um retângulo, cujas bases são retificações das circunferências das bases do cilindro e os outros dois lados a verdadeira grandeza da geratriz entre essas duas bases.
- Pode conceber-se o cilindro circular, ainda, como o limite de uma superfície prismática reta, cujo número de faces aumentasse indefinidamente. As geratrizes do cilindro nessa hipótese conservam-se no desenvolvimento paralelas entre si, como arestas da superfície prismática.

5. SUPERFÍCIE DA ESFERA

A Superfície da Esfera é o lugar geométrico dos pontos do espaço situados a uma mesma distância de um ponto fixo. É a mais perfeita das superfícies e a mais simples de ser concebida. Bastará se observar que ela é de revolução em torno de qualquer de seus diâmetros, propriedade demonstrada por: “A secção plana de uma esfera é um círculo que será máximo se o plano secante passar pelo centro da esfera”.

5.1. RAIOS

O raio r de uma circunferência situada num plano a uma distância d do centro da esfera é menor que o raio da esfera R , considerado como hipotenusa do triângulo retângulo tendo para lados do ângulo reto a distância d e o raio da circunferência. Então: $R^2 = r^2 + d^2$ onde:

5.2. EIXO

O eixo de uma esfera é um diâmetro vertical em relação ao sistema de planos ortogonais.

5.3. MERIDIANO

O meridiano é determinado pela secção feita por um plano passando pelo eixo.

5.4. PARALELO

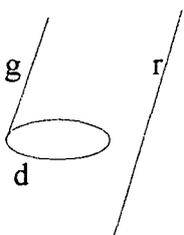
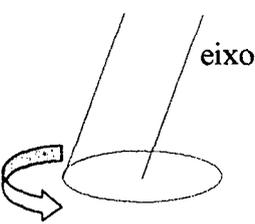
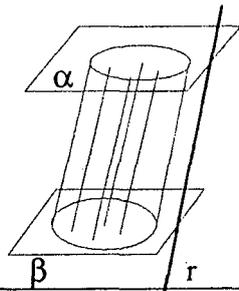
O paralelo fica determinado pela secção feita por um plano perpendicular ao eixo. Equador – é um paralelo máximo, pois contém o centro da esfera.

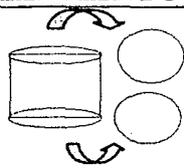
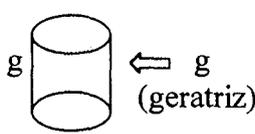
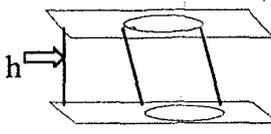
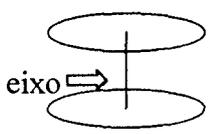
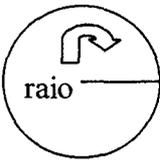
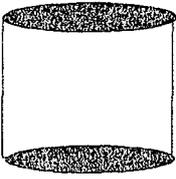
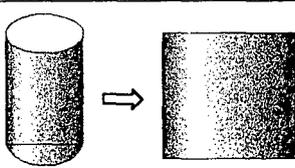
Observações:

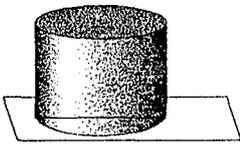
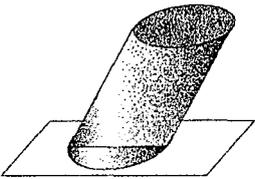
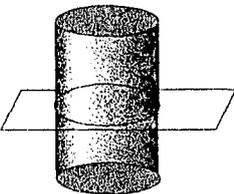
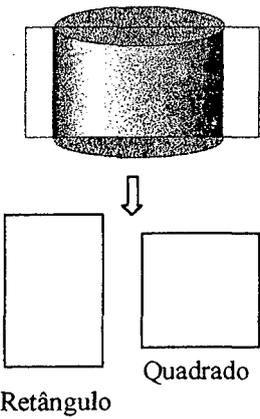
- Os meridianos e os paralelos constituem dois sistemas de geratrizes ortogonais da esfera, porque a superfície da esfera também pode ser entendida (outra definição) como gerada por um meridiano. Se uma circunferência girar em torno de seu diâmetro, um ponto qualquer da geratriz descreve uma circunferência, cujo plano é perpendicular ao eixo e cujo centro está sobre o eixo.
- Uma esfera fica perfeitamente determinada quando conhecemos projeções do centro e a verdadeira grandeza do raio.

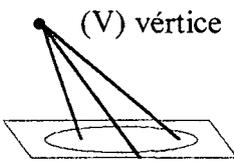
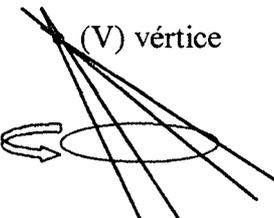
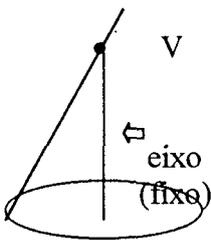
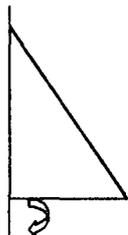
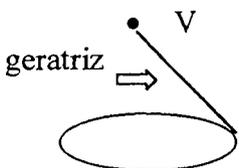
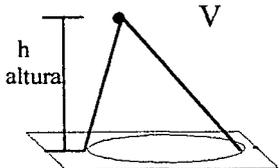
ANEXO 2

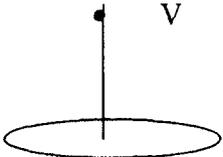
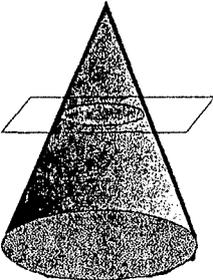
GLOSSÁRIO
CILINDRO, CONE E ESFERA

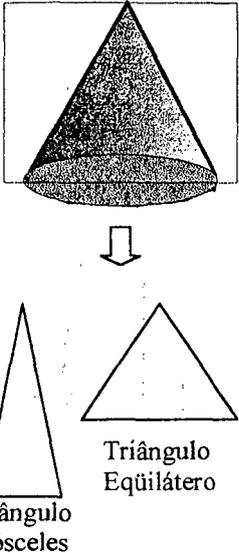
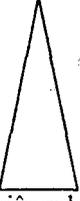
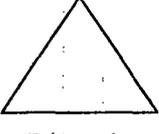
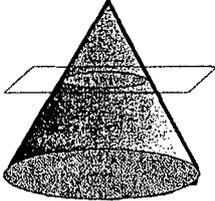
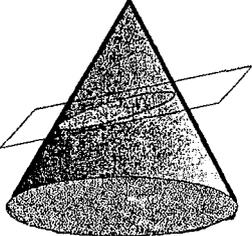
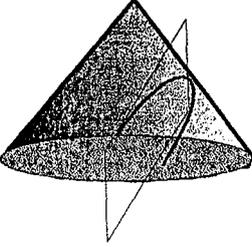
CONCEITOS ESPECÍFICOS		
CILINDRO DE REVOLUÇÃO		
ITEM	FIGURA	DESCRIÇÃO
DEFINIÇÕES		<p>Definição 1 (Superfícies desenvolvíveis cilíndricas): “Geradas por uma <u>reta</u> g (<u>geratriz</u>) que se mantém paralela a uma reta dada r (direção) e percorre os <u>pontos</u> de uma linha dada d (<u>diretriz</u>) – uma <u>circunferência</u>.” (Iezzi, 1985, p. 209)</p>
		<p>Definição 2 (Superfície cilíndrica de rotação ou revolução): Gerado por uma <u>reta</u> animada de um movimento circular em torno do <u>eixo do cilindro</u> (fixo), conservando-se sempre paralela no seu movimento. (Iezzi, 1985)</p>
		<p>Definição 3: Pode-se conceber um cilindro de revolução, girando um <u>retângulo</u> em torno de um de seus lados. (Pequeno Dicionário Brasileiro da Língua Portuguesa – Aurélio B. de Holanda Ferreira – 1972)</p>
		<p>Definição 4: “Considere dois <u>planos</u> α e β paralelos, um <u>círculo</u> de centro O e <u>raio</u> R contido num deles, e uma <u>reta</u> r concorrente com os dois. Chamamos de cilindro à reunião de todos os <u>segmentos</u> paralelos a r, com extremidades no círculo e no outro plano.” (Youssef & Fernandez, 1993, p. 320)</p>

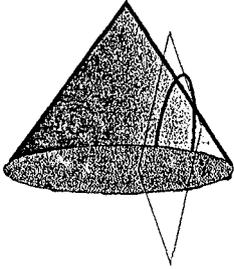
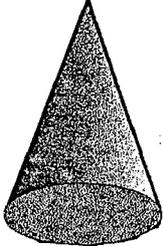
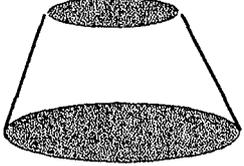
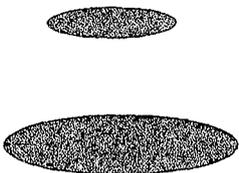
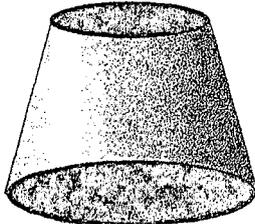
ELEMENTOS DO CILINDRO		
BASES DO CILINDRO		Círculos congruentes. (Youssef & Fernandez, 1993)
GERATRIZES DO CILINDRO		<u>Segmentos</u> com extremidades nos pontos da <u>circunferência</u> de centro O e raio R. (Youssef & Fernandez, 1993)
ALTURA DO CILINDRO		É a distância h entre os <u>planos</u> das bases. (Iezzi, 1985)
EIXO DO CILINDRO		É o <u>segmento</u> determinado pelos centros das bases – que são <u>circunferências</u> . (Youssef & Fernandez, 1993)
RAIO		<u>Segmento de reta</u> que une o centro do <u>círculo</u> com qualquer ponto da <u>circunferência</u> . (Pequeno Dicionário Brasileiro da Língua Portuguesa – Aurélio B. de Hollanda Ferreira – 1972)
SUPERFÍCIES DO CILINDRO		
SUPERFÍCIE DA BASE		Região delimitada por <u>circunferências</u> das bases. Área da base de um cilindro reto: $A_b = \pi R^2$
SUPERFÍCIE LATERAL		Reunião das <u>geratrizes</u> . Se planificado, transforma-se num <u>retângulo</u> . (Iezzi, 1985) Área lateral de um cilindro reto: $A_l = 2\pi Rh$

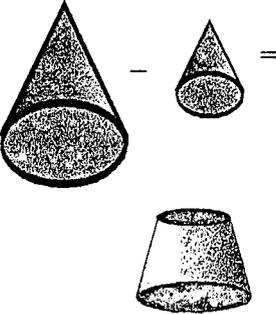
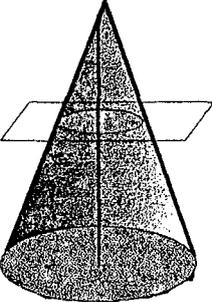
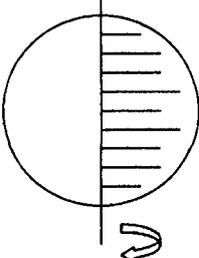
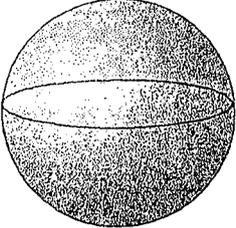
SUPERFÍCIE TOTAL		Reunião da <u>superfície lateral</u> com os <u>círculos</u> das bases. (Iezzi, 1985) Área total de um cilindro reto: $A_t = 2\pi Rh + 2\pi R^2$
CLASSIFICAÇÃO		
CILINDRO CIRCULAR RETO		<u>Geratrizes</u> perpendiculares aos <u>planos</u> das bases. (Iezzi, 1985)
CILINDRO CIRCULAR OBLÍQUO		<u>Geratrizes</u> oblíquas aos <u>planos</u> das bases, não sendo de revolução. (Iezzi, 1985)
SECÇÕES		
SECÇÃO TRANSVERSAL		<u>Plano</u> paralelo à base, secciona o cilindro original em dois outros.
SECÇÃO MERIDIANA	<p style="text-align: center;">Cilindro Reto</p> 	<p>É a intersecção do cilindro com um <u>plano</u> que contém o <u>eixo</u>. (Youssef & Fernandez, 1993)</p> <p>Obs.:</p> <ul style="list-style-type: none"> • A secção meridiana de um <u>cilindro oblíquo</u> origina um <u>paralelogramo</u>. • A secção meridiana de um <u>cilindro reto</u> origina: a) <u>Retângulo</u> b) <u>Quadrado</u> (neste caso o cilindro recebe o nome de: cilindro equilátero).
VOLUME DO CILINDRO		É o produto da área da base pela medida da <u>altura</u> . (Youssef & Fernandez, 1993) Volume de um cilindro reto: $V = \pi R^2 h$

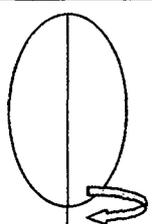
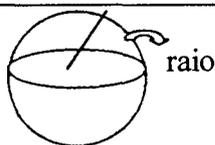
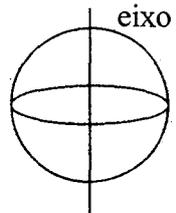
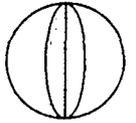
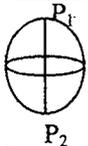
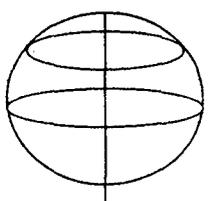
CONE DE REVOLUÇÃO		
DEFINIÇÕES	 <p>(V) vértice</p>	<p>Definição 1: Dado um <u>plano</u> e um <u>círculo</u> contido neste plano. Considerando um <u>ponto V</u>, fora dele, chamamos cone à reunião de todos os <u>segmentos</u> com uma extremidade em V e outra no círculo. (Youssef & Fernandez, 1993)</p>
	 <p>(V) vértice</p>	<p>Definição 2: Uma <u>reta g</u> (<u>geratriz</u>) passando por um ponto V (<u>vértice</u>) e percorrendo os pontos de uma linha d (<u>diretriz</u>) – uma <u>circunferência</u> – gera uma superfície cônica. (Iezzi, 1985)</p>
	 <p>V</p> <p>eixo (fixo)</p>	<p>Definição 3: A rotação de uma <u>reta</u> em torno de um <u>eixo</u> fixo, concorrente com este num <u>ponto</u> e permanecendo o mesmo <u>ângulo</u> em todo o movimento, gerará uma superfície cônica. (Iezzi, 1985)</p>
		<p>Definição 4: Um <u>triângulo retângulo</u> girando em torno de um dos catetos, gerará um cone reto. (Pequeno Dicionário Brasileiro da Língua Portuguesa – Aurélio B. de Hollanda Ferreira – 1972)</p>
ELEMENTOS DO CONE		
BASE DO CONE		<p><u>Círculo</u> de centro O e <u>raio R</u>, situado num <u>plano</u>.</p>
GERATRIZ DO CONE	 <p>geratriz</p> <p>V</p>	<p><u>Segmento</u> com uma extremidade em V e a outra na <u>circunferência</u> da base. (Youssef & Fernandez, 1993)</p>
ALTURA DO CONE	 <p>h altura</p> <p>V</p>	<p>É a distância entre o <u>vértice</u> e o <u>plano</u> da base. (Youssef & Fernandez, 1993)</p>

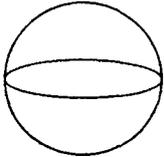
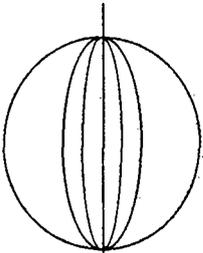
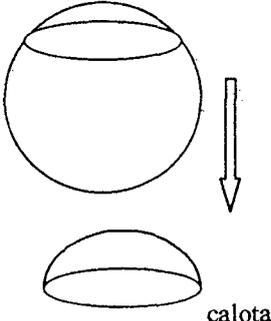
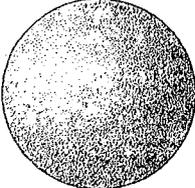
EIXO DO CONE		<p>Segmento com uma extremidade em V (<u>vértice</u>) e outra no centro da <u>circunferência</u>. (Youssef & Fernandez, 1993)</p>
SUPERFÍCIES DO CONE		
SUPERFÍCIE DA BASE		<p>Região delimitada pela <u>circunferência</u> da base. Área da base de um cone reto: $A_b = \pi R^2$</p>
SUPERFÍCIE LATERAL		<p>Reunião das <u>geratrizes</u>. Se planificado, transforma-se num <u>setor circular</u>. (Iezzi, 1985) Área lateral de um cone reto: $A_l = \pi Rg$</p>
SUPERFÍCIE TOTAL		<p>Reunião da <u>superfície lateral</u> com o <u>círculo</u> da base. (Iezzi, 1985) Área total de um cone reto: $A_t = \pi Rg + \pi R^2$</p>
CLASSIFICAÇÃO		
CONE CIRCULAR RETO		<p>O <u>eixo</u> é perpendicular (forma 90°) ao <u>plano</u> da base.</p>
CONE CIRCULAR OBLÍQUO		<p>O <u>eixo</u> é oblíquo, inclinado, ao <u>plano</u> da base, não sendo de revolução.</p>
SECÇÕES		
SECÇÃO TRANSVERSAL		<p>É a <u>secção</u> feita num cone por um <u>plano</u> paralelo à base, separando em dois sólidos: a) sólido que contém o <u>vértice</u> é um novo cone; b) sólido que contém a base é um <u>tronco de cone</u>. (Youssef & Fernandez, 1993)</p>

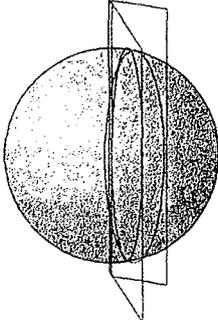
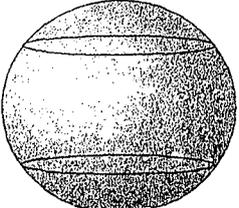
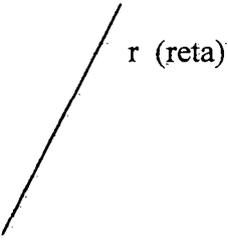
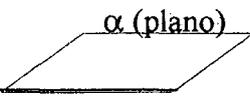
SECÇÃO MERIDIANA	<p style="text-align: center;">Cone Reto</p>  <p style="text-align: center;">↓</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;">  Triângulo Isósceles </div> <div style="text-align: center;">  Triângulo Equilátero </div> </div>	<p>É a intersecção de um cone com um <u>plano</u> que contém o <u>eixo</u>. (Youssef & Fernandez, 1993)</p> <p>Obs.:</p> <ul style="list-style-type: none"> • A secção meridiana de um <u>cone oblíquo</u> origina um <u>triângulo escaleno</u> ou <u>isósceles</u>. • A secção meridiana de um <u>cone reto</u> pode ser: a) <u>Triângulo Isósceles</u> b) <u>Triângulo Equilátero</u> (neste caso, o cone recebe o nome de cone equilátero)
SECÇÕES QUE ORIGINAM CÔNICAS		
CIRCUNFERÊNCIA		<p>Secção feita por um <u>plano</u> perpendicular ao <u>eixo</u> do <u>cone reto</u>. (Rodrigues, 1964)</p>
ELIPSE		<p>Secção feita por um <u>plano</u> que corta todas as <u>geratrizes</u>; o plano forma com o <u>eixo</u> um <u>ângulo</u> maior que o semi-ângulo no <u>vértice</u> do cone. (Rodrigues, 1964)</p>
PARÁBOLA		<p>Secção feita por um <u>plano</u> secante (paralelo a uma das <u>geratrizes</u> do cone); o plano forma com o <u>eixo</u> um <u>ângulo</u> igual ao semi-ângulo no <u>vértice</u> do cone. (Rodrigues, 1964)</p>

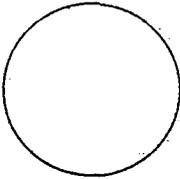
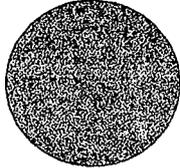
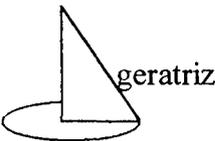
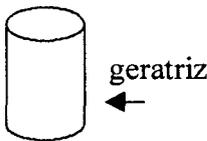
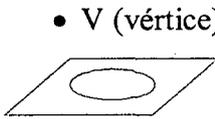
HIPÉRBOLE		<p>Secção feita por um <u>plano</u> secante (encontrando duas folhas do cone); o plano forma com o <u>eixo</u> um <u>ângulo</u> menor que o <u>semi-ângulo</u> no <u>vértice</u> do cone. (Rodrigues, 1964)</p>
VOLUME		<p>O volume de um cone é um terço do produto da área da base pela medida da altura. (Youssef & Fernandez, 1993) Volume de um cone reto: $V = (1/3)\pi R^2 h$</p>
TRONCO DE CONE		
TRONCO DE CONE		<p>Ao seccionar um cone reto por um plano paralelo à base, o sólido que contém a base é chamado tronco de cone.</p>
ÁREA LATERAL DO TRONCO DE CONE		<p>Diferença entre as áreas dos <u>setores</u> <u>circulares</u>. $A_l = \pi(r_1 + r_2).G$ onde r_1- raio do círculo menor r_2- raio do círculo maior G- geratriz do tronco</p>
ÁREAS DAS BASES DO TRONCO DE CONE		<p>São as áreas dos <u>círculos</u>. $A_{b1} = \pi r_1^2$ $A_{b2} = \pi r_2^2$ onde r_1- raio do círculo menor r_2- raio do círculo maior</p>
ÁREA TOTAL DO TRONCO DE CONE		<p>Reunião da superfície lateral com os <u>círculos</u> das bases. $A_t = \pi(r_1 + r_2).G + \pi r_1^2 + \pi r_2^2$ onde r_1- raio do círculo menor r_2- raio do círculo maior G- geratriz do tronco</p>

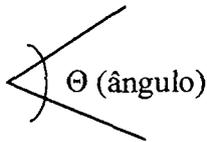
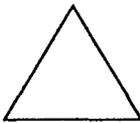
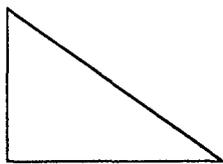
VOLUME DO TRONCO DE CONE		<p>Diferença entre o <u>volume</u> do cone original e o volume do novo cone.</p> $V = (H \cdot \pi / 3) \cdot (r_1^2 + r_1 \cdot r_2 + r_2^2)$ <p>onde r_1- raio do círculo menor r_2- raio do círculo maior H- altura do tronco</p>
RAZÃO DE SEMELHANÇA		<p>Ao seccionarmos um <u>cone reto</u> por um <u>plano</u> paralelo à base, o novo cone e o cone primitivo têm a mesma natureza:</p> <ul style="list-style-type: none"> • ângulos ordenadamente congruentes; • elementos como: alturas, raios,... são proporcionais; <p>configurando uma semelhança, onde destaca-se as propriedades:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) $h_1/h_2 = k$ $r_1/r_2 = k$ 2) $A_{b1}/A_{b2} = k^2$ $A_{l1}/A_{l2} = k^2$ 3) $V_1/V_2 = k^3$
ESFERA		
DEFINIÇÕES		<p>Definição 1: Sólido gerado pela rotação completa de um semi-círculo em torno do seu <u>diâmetro</u>. (Pequeno Dicionário Brasileiro da Língua Portuguesa – Aurélio B. de Hollanda Ferreira – 1972)</p>
		<p>Definição 2: A reunião da <u>superfície esférica</u> com todos os pontos do seu interior é chamado esfera. (Youssef & Fernandez, 1993)</p>
SUPERFÍCIE ESFÉRICA		
DEFINIÇÕES		<p>Definição 1: Superfície esférica de <u>centro</u> O e raio R é o conjunto dos <u>pontos</u> do espaço que distam R unidades de O. (Youssef & Fernandez, 1993)</p> <p>Área $S_e = 4\pi R^2$</p>

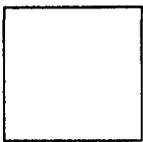
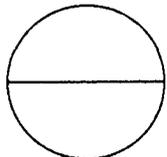
		Definição 2: É o <u>lugar geométrico</u> dos pontos do espaço situados a uma mesma distância de um ponto fixo. É de revolução, em torno de qualquer de seus <u>diâmetros</u> . (Rodrigues, 1964) Área $S_e = 4\pi R^2$ onde: S_e – superfície esférica (área) R – raio da esfera
		Definição 3: A superfície da esfera é gerada por um <u>meridiano</u> . (Rodrigues, 1964) Área $S_e = 4\pi R^2$ onde: S_e – superfície esférica (área) R – raio da esfera
ELEMENTOS DA ESFERA		
CENTRO DA ESFERA		É um <u>ponto</u> O .
RAIO DA ESFERA		É a distância do <u>centro</u> à <u>superfície esférica</u> .
EIXO DA ESFERA		É um <u>diâmetro</u> vertical em relação ao sistema de planos ortogonais. (Rodrigues, 1964)
MERIDIANO		Secção (<u>circunferência</u>) feita por um plano passando pelo <u>eixo</u> . (Rodrigues, 1964)
POLOS		São as extremidades do eixo; pontos P_1 e P_2 . Distância Polar – é a distância de um <u>ponto</u> qualquer de um <u>paralelo</u> ao polo.
PARALELO		Secção (<u>circunferência</u>) de um plano perpendicular ao <u>eixo</u> . (Rodrigues, 1964)

EQUADOR		É um <u>paralelo máximo</u> , pois contém o <u>centro da esfera</u> . (Rodrigues, 1964)
PARTES DA SUPERFÍCIE ESFÉRICA		
FUSO ESFÉRICO		É a parte da <u>superfície esférica</u> limitada por dois <u>planos</u> , cuja intersecção contém um <u>diâmetro</u> dessa superfície. (Youssef & Fernandez, 1993) Área $S_f = S_e \cdot \alpha / 360^\circ$ onde: S_e – superfície esférica (área) α – ângulo formado entre os dois planos (α em graus).
CALOTA ESFÉRICA		É uma porção da superfície esférica gerada por um arco da circunferência e cujo eixo é uma reta, tal que: a) passa pelo centro da circunferência; b) passa por um extremo do arco e c) está no mesmo plano do arco. Área $S_c = 2\pi R \cdot h_c$ onde: R – raio da esfera h_c – projeção do arco sobre o eixo.
ZONA ESFÉRICA	 zona esférica	É uma porção da superfície esférica gerada por um arco da circunferência e cujo eixo: a) passa pelo centro da circunferência que contém o arco; b) não passa pelos extremos do arco e c) está no mesmo plano do arco. Área $S_z = 2\pi R \cdot h_z$ onde: R – raio da esfera h_z – projeção do arco sobre o eixo.
VOLUMES ESFÉRICOS		
VOLUME DA ESFERA		O volume de uma esfera é dado pela expressão: $V = (4/3) \cdot \pi R^3$ onde R – raio da esfera

CUNHA ESFÉRICA		<p>É a parte da esfera limitada por dois <u>planos</u>, cuja intersecção contém um <u>diâmetro</u> dessa esfera. (Youssef & Fernandez, 1993)</p> $V_c = \alpha \cdot \pi R^3 / 270^\circ$ <p>onde R – raio da esfera α – ângulo formado entre os dois planos (α em graus).</p>
SETOR ESFÉRICO		<p>É um sólido (parte da esfera), seguindo a mesma geração de uma <u>zona esférica</u>.</p> $V_s = (2/3) \cdot \pi R^2 \cdot h_s$ <p>onde: R – raio da esfera h_s – projeção do arco sobre o eixo.</p>
CONCEITOS BÁSICOS		
PONTO	<ul style="list-style-type: none"> • P (ponto) 	<p>Faz parte do grupo dos entes geométricos que não se definem e dos quais todo ser humano tem idéia já formada, por intermédio da observação e da experiência (observando um grão de areia ou uma estrela ou o sinal deixado por uma agulha sobre um objeto plástico). Euclides definia-o pela sua indivisibilidade como: “o que não tem dimensão alguma”. (Pequeno Dicionário Brasileiro da Língua Portuguesa – Aurélio B. de Hollanda Ferreira – 1972)</p>
RETA		<p>Conceito fundamental da Geometria; junto com o <u>ponto</u> e o <u>plano</u> constituem os entes fundamentais da Geometria. (Pequeno Dicionário Brasileiro da Língua Portuguesa – Aurélio B. de Hollanda Ferreira – 1972)</p>
PLANO		<p>Um dos entes fundamentais da Geometria, também considerado como conceito primitivo. Superfície onde se pode assentar retas em todas as direções. (Pequeno Dicionário Brasileiro da Língua Portuguesa – Aurélio B. de Hollanda Ferreira – 1972)</p>

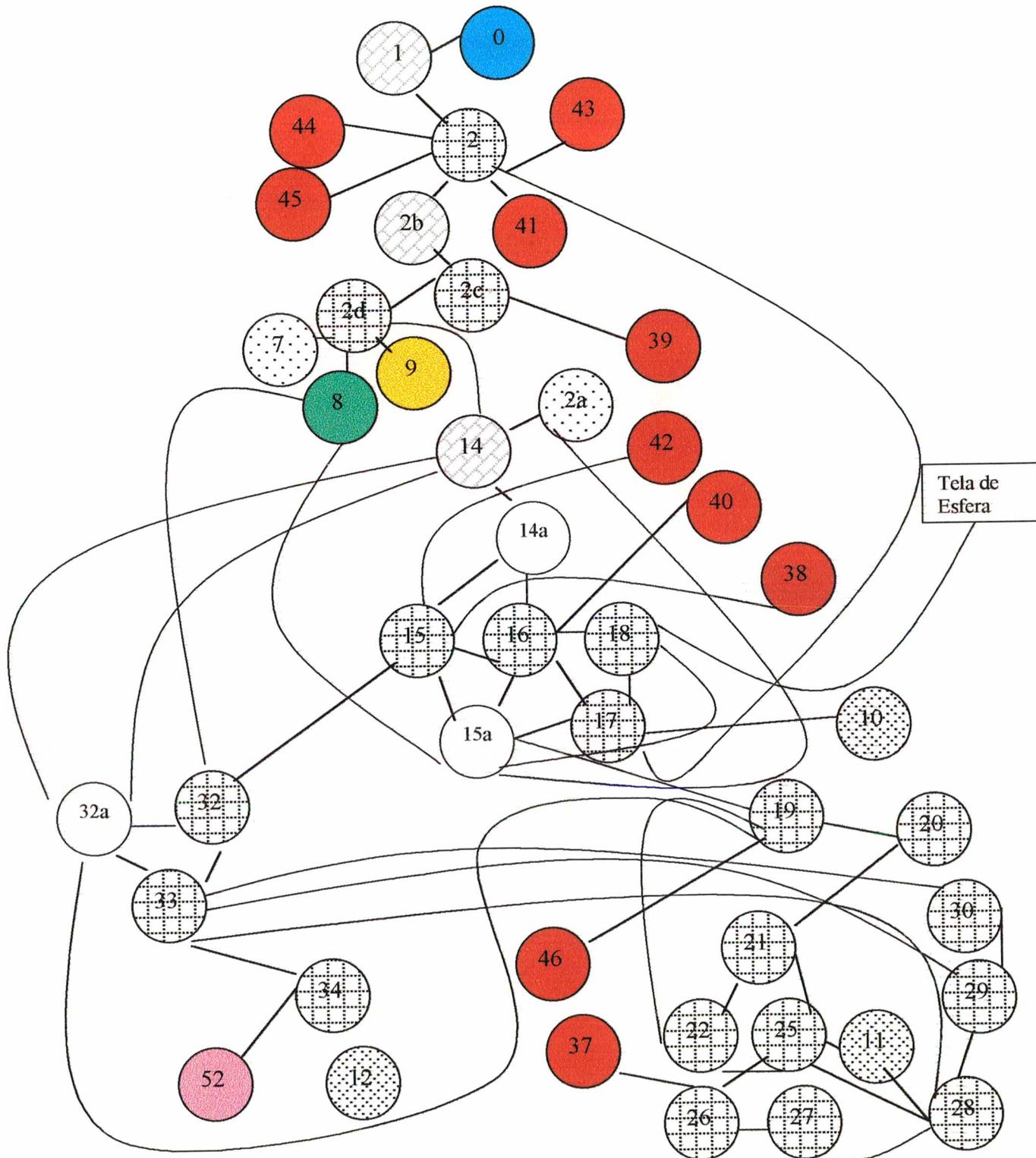
CIRCUNFERÊNCIA		Curva plana fechada, cujos pontos são equidistantes de um <u>ponto</u> interior – centro. (Pequeno Dicionário Brasileiro da Língua Portuguesa – Aurélio B. de Hollanda Ferreira – 1972)
CÍRCULO		Porção do plano limitado por uma <u>circunferência</u> . (Pequeno Dicionário Brasileiro da Língua Portuguesa – Aurélio B. de Hollanda Ferreira – 1972)
SEGMENTO DE RETA		Conjunto de infinitos <u>pontos</u> de uma <u>reta</u> , compreendidos entre dois pontos. (Pequeno Dicionário Brasileiro da Língua Portuguesa – Aurélio B. de Hollanda Ferreira – 1972)
GERATRIZ		Linha (reta ou curva) que, movendo-se no espaço, segundo uma lei determinada e contínua, gera esta superfície. (Pequeno Dicionário Brasileiro da Língua Portuguesa – Aurélio B. de Hollanda Ferreira – 1972)
GERATRIZ DE UM CONE DE REVOLUÇÃO		Hipotenusa do <u>triângulo retângulo</u> gerador desse <u>cone</u> . (Pequeno Dicionário Brasileiro da Língua Portuguesa – Aurélio B. de Hollanda Ferreira – 1972)
GERATRIZ DE UM CILINDRO DE REVOLUÇÃO		Lado do <u>retângulo</u> gerador paralelo ao <u>eixo</u> de rotação. (Pequeno Dicionário Brasileiro da Língua Portuguesa – Aurélio B. de Hollanda Ferreira – 1972)
VÉRTICE		É um <u>ponto</u> . Fora do <u>plano</u> da <u>circunferência</u> , no caso do <u>cone</u> .

DIRETRIZ		São linhas ou superfícies fixas que determinam, em relação à <u>geratriz</u> , em cada posição, as condições peculiares da lei de geração de uma superfície. (Rodrigues, 1964)
ÂNGULO		Região do plano limitada por duas semi-retas que têm a mesma origem. (Pequeno Dicionário Brasileiro da Língua Portuguesa – Aurélio B. de Hollanda Ferreira – 1972)
TRIÂNGULO ESCALENO		Triângulo que tem os lados desiguais. (Pequeno Dicionário Brasileiro da Língua Portuguesa – Aurélio B. de Hollanda Ferreira – 1972)
TRIÂNGULO ISÓSCELES		Triângulo que tem dois lados iguais. (Pequeno Dicionário Brasileiro da Língua Portuguesa – Aurélio B. de Hollanda Ferreira – 1972)
TRIÂNGULO EQÜILÁTERO		Triângulo que tem os lados iguais entre si. (Pequeno Dicionário Brasileiro da Língua Portuguesa – Aurélio B. de Hollanda Ferreira – 1972)
TRIÂNGULO RETÂNGULO		Triângulo que tem um <u>ângulo</u> reto (ângulo de 90°). (Pequeno Dicionário Brasileiro da Língua Portuguesa – Aurélio B. de Hollanda Ferreira – 1972) O lado oposto ao ângulo de 90° é chamado hipotenusa, os outros dois lados chamam-se catetos.
PLANIFICADO		Desenhado num <u>plano</u> , desenvolvido num plano. (Pequeno Dicionário Brasileiro da Língua Portuguesa – Aurélio B. de Hollanda Ferreira – 1972)
SETOR CIRCULAR		Parte de um <u>círculo</u> compreendido entre dois <u>raios</u> e o <u>arco</u> que eles limitam. (Pequeno Dicionário Brasileiro da Língua Portuguesa – Aurélio B. de Hollanda Ferreira – 1972)
ARCO		Qualquer pedaço de uma linha curva e contínua. (Pequeno Dicionário Brasileiro da Língua Portuguesa – Aurélio B. de Hollanda Ferreira – 1972)

RETÂNGULO		Quadrilátero (figura plana de 4 lados) com lados opostos paralelos e ângulos todos retos (iguais a 90°). (Pequeno Dicionário Brasileiro da Língua Portuguesa – Aurélio B. de Hollanda Ferreira – 1972)
PARALELOGRAMO		Quadrilátero (figura plana de 4 lados) com lados opostos paralelos. (Pequeno Dicionário Brasileiro da Língua Portuguesa – Aurélio B. de Hollanda Ferreira – 1972)
QUADRADO		<u>Paralelogramo</u> que possui todos os lados iguais e todos os <u>ângulos</u> iguais. (Pequeno Dicionário Brasileiro da Língua Portuguesa – Aurélio B. de Hollanda Ferreira – 1972)
LUGAR GEOMÉTRICO		É um lugar onde todos os pontos a ele pertinentes e somente eles, possuem uma propriedade característica comum. (Pequeno Dicionário Brasileiro da Língua Portuguesa – Aurélio B. de Hollanda Ferreira – 1972)
DIÂMETRO		É o dobro do raio da circunferência.
<p>OBS.: * As palavras sublinhadas nos conceitos apresentados, foram grifadas por mim, com o objetivo de conduzir a outros itens do próprio glossário (links); portanto, não fazem parte das definições de origem.</p>		
<p>BIBLIOGRAFIA:</p> <p>FERREIRA, Aurélio B. de Hollanda. Pequeno Dicionário Brasileiro da Língua Portuguesa, 1972.</p> <p>IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; POMPEO, José N. Fundamentos da Matemática Elementar. V.10, Atual Editora, São Paulo, 1985.</p> <p>RODRIGUES, Álvaro J. Geometria Descritiva – Projetividades Curvas e Superfícies. Ao Livro Técnico S.A., Rio de Janeiro, 1964.</p> <p>YOUSSEF, Antônio N. & FERNANDEZ, Vicente P. Matemática – Conceitos e Fundamentos. V.2, Editora Scipione, São Paulo, 1993.</p>		

ANEXO 3

Diagrama de Estado: Cilindro



Observações:

- Os números nos círculos correspondem às telas de cilindro;
- As linhas de ligação entre os círculos são os “links” entre as telas;
- Os diferentes aspectos dos círculos possuem funções e autoria específicas.



Geração Cilindro (Vanzin).



Equação – Geometria Analítica (Decon).



Projeção – Geometria Descritiva (Marília).



Prisma (Elenita).



Conceitos Básicos – Geometria Plana (João Haroldo).



Cilindro (Alexandre) – Tela Principal: possibilita navegação para diversos pontos do ambiente hipermídia: contém botões para estas ligações, animação, “hotwords” explicativas, sons: “beep” e música.



Cilindro (Alexandre) – Animação.



Cilindro (Alexandre) – Elementos: animação, texto (pergunta), história, interação, “hotwords”, som: “beep” e locução.



Cilindro (Alexandre) – “Hotword” (com possível animação).



Cilindro (Alexandre) – Tópicos: história, figura com “link”.

ANEXO 4

Story-Board: Esfera

TELA: 1

GEOMETRIA: Espacial

DESCRICAÇÃO: Essa tela pretende apresentar um breve histórico da Arte Renascentista.

MÍDIA: Imagem Pura

TEXTO: O Renascimento tem seu alicerce no conceito de que o homem é a medida de todas as coisas, representando uma volta às formas e proporções da antigüidade greco-romana. Em pouco tempo este movimento e idéias difundiram-se por várias cidades italianas, estendendo-se em fins do século XV ao resto do continente europeu.

CARACTERÍSTICAS DA MÍDIA: Foto de Cd 6 (Caras), n. 1052.

CARACTERÍSTICAS DO TEXTO: Haverá locução e música de fundo, podendo ser desabilitado a qualquer momento pelo usuário (esta observação vale para as demais telas).

Referência para o texto: “Enciclopédia Multimídica da Arte Universal” – Cd 6

TELA: 2

GEOMETRIA: Espacial

DESCRICAÇÃO: Essa tela pretende apresentar um breve histórico da Arte Renascentista.

MÍDIA: Imagem Pura

TEXTO: O espírito da antiga filosofia clássica inundou as cortes da nova aristocracia burguesa. Músicos, pintores, escultores e arquitetos saem da obscuridade do mundo medieval e vêm crescer seus ideais, nome e fama. Por Martinho Lutero a mudança espalha-se para Alemanha e circunvizinhanças, da Espanha surge a descoberta da América e os homens ingressam definitivamente na modernidade.

CARACTERÍSTICAS DA MÍDIA: Foto de Cd 6 (Caras), n. 1052.

CARACTERÍSTICAS DO TEXTO: Referência para o texto: “Enciclopédia Multimídica da Arte Universal” – Cd 6

TELA: 3

GEOMETRIA: Espacial

DESCRICAÇÃO: Essa tela pretende apresentar um breve histórico da Arte Renascentista.

MÍDIA: Imagem Pura

TEXTO: " Por volta do século XV, cidades italianas revelaram com competência bons matemáticos. Além disso, os seus pintores eram também geômetras - muitos artistas e engenheiros desta época demonstraram interesse pela geometria sólida ". (Struik, 1987)

CARACTERÍSTICAS DA MÍDIA: Foto de Cd 6 (Caras), n. 1052.

CARACTERÍSTICAS DO TEXTO: Referência para o texto: Struik, Dirk J. História Concisa das Matemáticas. Editora Ciência Aberta, 1987.

TELA: 4

GEOMETRIA: Espacial

DESCRICAÇÃO: Essa tela pretende apresentar uma breve descrição do quadro e linkar com astronomia.

MÍDIA: Imagem Pura

TEXTO: Na pintura renascentista de Bramante (ao lado), Heráclito e Demócrito são vistos observando um globo onde aparece mapeado o nosso planeta. Vamos viajar com os filósofos pela arte e discutir um pouco de astronomia.

CARACTERÍSTICAS DA MÍDIA: Foto de Cd 6 (Caras), n. 1052.

CARACTERÍSTICAS DO TEXTO: Texto com links:

<Heráclito e Demócrito> -linka com tela 5

<astronomia> - linka.com.tela 6

TELA: 5

GEOMETRIA: Espacial

DESCRICAÇÃO: Essa tela pretende apresentar um breve histórico de Heráclito e Demócrito e linkar com cone, cilindro, pirâmide e prisma.

MÍDIA: Imagem Pura

TEXTO 1: Heráclito - nasceu em Éfeso (por volta de 540 a.C.) é descendente do fundador da cidade e considerado o mais importante dos pré-socráticos. Filósofo, chamava a atenção, além da pluralidade, para os opostos.

TEXTO 2: Demócrito - nasceu em Abdera (aproximadamente 460 a.C.) - conhecido por sua teoria atômica mas também era um excelente geômetra. São atribuídos a ele os seguintes resultados: (1º) o volume de um cone é igual a um terço do volume de um cilindro de igual base e altura; (2º) o volume de uma pirâmide é um terço do volume de um prisma de igual base e altura.

CARACTERISTICAS DA MIDIA: Foto de Cd:6 (Caras), n. 1052.

CARACTERISTICAS DO TEXTO 1: Referências para o texto:

Heráclito: <http://www.fortunecity.com/silverstone/bertone/182/heraclito.html> 25/07/00

CARACTERISTICAS DO TEXTO 2: Referências para o texto:

Demócrito: <http://www.mat.usach.cl/histmat/html/demo.html> 25/07/00

Texto com links:

<cone> - linka com tela 1 de cone.

<cilindro> - linka com tela 1 de cilindro.

<pirâmide> - linka com tela 1 de pirâmide.

<prisma> - linka com tela 1 de prisma.

TELA: 9

GEOMETRIA: Espacial

DESCRICAÇÃO: Essa tela pretende apresentar um breve histórico dos astrônomos antigos e linkar com outras telas.

MIDIA: Imagem Pura

TEXTO 1: **Astrônomos Antigos**

Tales de Mileto (~ 624 - 546 a.C.) introduziu os fundamentos da geometria e da astronomia na Grécia, trazidos do Egito. Pensava que a Terra era um disco plano em uma vasta extensão de água.

TEXTO 2: Pitágoras de Samos (~ 527 - 497 a.C.) acreditava que a Terra, Lua e outros corpos celestes eram esféricos. Você concorda que a Terra é uma esfera? Sim Não

CARACTERISTICAS DA MIDIA: Foto de Cd:6 (Caras), n. 3385.

CARACTERÍSTICAS DO TEXTO 1: Texto Simples.

CARACTERÍSTICAS DO TEXTO 2: Texto Simples com link para:

<Sim> - linka com tela 12.

<Não> - linka com tela 13.

TELA: 10

GEOMETRIA: Espacial

DESCRICAÇÃO: Essa tela pretende apresentar um breve histórico dos astrônomos antigos e linkar com outras telas.

MÍDIA: Imagem Pura

TEXTO 1: Aristarco de Samos (310 a 230 a.C.) foi o primeiro a propor que a Terra se movia em volta do Sol, antecipando Copérnico em quase 2000 anos.

TEXTO 2: Eratóstenes de Cirênia (276 a 194 a.C.) diretor da biblioteca de Alexandria, foi o primeiro a medir o diâmetro da Terra. Vamos ver como medir o diâmetro de um círculo através do quadro “Heráclito e Demócrito”.

CARACTERÍSTICAS DA MÍDIA: Foto de Cd 6 (Caras), n. 3385.

CARACTERÍSTICAS DO TEXTO 1: Texto Simples.

CARACTERÍSTICAS DO TEXTO 2: Texto Simples com link para:

<diâmetro> - linka com tela de João Haroldo.

<círculo> - linka com tela de João Haroldo.

<Heráclito e Demócrito> - linka com tela 15.

TELA: 15

GEOMETRIA: Espacial

DESCRICAÇÃO: Essa tela apresenta vários links e mostra os conceitos de círculo máximo e diâmetro (através de uma animação).

MÍDIA: Animação Tridimensional

TEXTO: Ao observarmos a animação acima e caminharmos pela História da Matemática, encontramos Arquimedes (287 à 212 a.C.), que relacionou a área do círculo máximo com a área da superfície esférica e o volume da esfera. Para o cálculo do diâmetro devemos nos reportar a um número histórico que chamamos π (Pi).

CARACTERISTICAS DA MIDIA: Foto de Cd 6. (Caras), n. 1052, onde um globo que aparece no quadro, sairá da pintura e posicionar-se-á em primeiro plano, ficando a figura como marca d'água. O globo sai do quadro, desaparece o mapa, transforma-se numa esfera com um plano seccionando a mesma e em seguida o círculo máximo aparece. Ver Story board no papel.

CARACTERISTICAS DO TEXTO: Texto com links:

<área do círculo> - linka com tela de João Haroldo.

<área da superfície esférica> - tela 47.

<volume da esfera> - tela 48.

< π > - tela 16.

TELA: 19

GEOMETRIA: Espacial

DESCRICAÇÃO: Essa tela apresenta um livro aberto, contendo mais explicações sobre o π (Pi) através do tempo. Links para outras telas também aparecem.

MIDIA: Animação Tridimensional

TEXTO: π (Pi) através do tempo

Já no Egito encontram-se relatos do Papiro Rhind que:

$4 \cdot (\frac{8}{16})^2 = 3,16$ era um valor para π .

O 1º cálculo teórico foi apresentado por Arquimedes (287-212 a.C.).

Ele obteve: $\frac{223}{71} < \pi < \frac{22}{7}$

71 7

Vários outros estudiosos trabalharam com o π (Pi), incluindo:

Ptolomeu (150 d. C.) – 3,1416 (π)

Tsu Ch'ung Chi (430 – 501 d.C.) 355

113

al - Khwarizmi (c. 800 d.C.) – 3,1416

Vieté (1540 – 1603), 9 casas decimais.

Machin (1701) - 100 dígitos.

Rutherford (1853) - 440 dígitos.

Em 1737, Eulér usou o símbolo (π) e

foi rapidamente utilizado como um

modelo de notação para os dias atuais.

CARACTERISTICAS DA MIDIA: Foto de Cd 6 (Caras), n. 1052, onde um dos livros que aparece no quadro aparecerá abrindo-se, onde em seguida, o texto “Pi através do tempo”, mostrado acima será seu conteúdo. A figura 1052 ficará como marca d’água ao fundo. Na parte inferior, esquerda e direita, do livro, aparecem marcadores que possibilitam retornar ou prosseguir na navegação. Ver Story board no papel.

CARACTERISTICAS DO TEXTO: Texto com links:

<volta> - tela 16.

<curiosidades> - tela 17.

TELA: 21

GEOMETRIA: Espacial

DESCRICA0: Essa tela apresenta uma introdução ao Sistema Solar (texto) e uma foto dos planetas, tudo isto dentro da sala que criamos a partir do quadro, O Casamento da Virgem, que servirá como nosso observatório.

MIDIA: Animação Tridimensional

TEXTO:

OBSERVATÓRIO

O Sistema Solar

O sistema solar é uma unidade bem estruturada, com o sol (no seu centro), ao redor do qual orbitam 9 planetas.

CARACTERISTICAS DA MIDIA: Sala (observatório) criado a partir da animação anterior – tela 20. Ver Story board no papel.

CARACTERISTICAS DO TEXTO: Referência: figuras e texto principal desta parte foram obtidos em: <http://www.if.ufrgs.br/oei/solar/solar.htm> e <http://astro.if.ufrgs.br/ssolar.htm> 02/08/00

TELA: 26

GEOMETRIA: Espacial

DESCRICA0: Essa tela apresenta uma explicação sobre a rotação do triângulo e linka com tela de cone.

MIDIA: Animação Tridimensional

TEXTO:

OBSERVATÓRIO



- Você assinalou triângulo; observe sua rotação:

Gerou um cone; se quiser conhecer mais sobre este sólido vá para: Igreja do Mosteiro de Gegard.

CARACTERÍSTICAS DA MÍDIA: Sala criado a partir da animação – tela 20.

CARACTERÍSTICAS DO TEXTO: Referência: figuras e texto principal desta parte foram obtidos em: <http://www.if.ufrgs.br/oei/solar/solar.htm> e

<http://astro.if.ufrgs.br/ssolar.htm> 02/08/00

Texto com links:

<triângulo> - tela de João Haroldo

<Igreja do Mosteiro de Gegard > - tela 1 de cone.

TELA: 27

GEOMETRIA: Espacial

DESCRICAÇÃO: Essa tela apresenta uma explicação sobre a rotação do círculo e linka com outras telas.

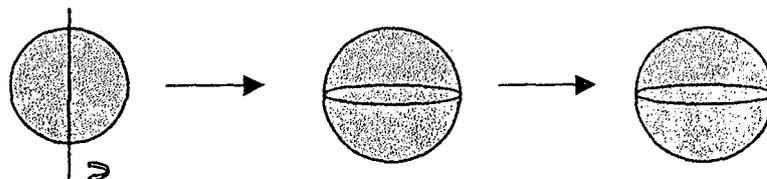
MÍDIA: Animação Tridimensional

TEXTO:

OBSERVATÓRIO

Esfera

Vênus



- Você assinalou círculo; observe sua rotação:

- O círculo é responsável pela geração da esfera (sólido) e a circunferência gera a superfície esférica (casca).
- Na última animação destacamos um elemento primordial para a ocorrência desta rotação, ou seja, o eixo – reta que contém o diâmetro do círculo, intercepta a superfície esférica, passando pelo centro.

CARACTERISTICAS DA MIDIA: Sala criado a partir da animação – tela 20.

CARACTERISTICAS DO TEXTO: Referência: figuras e texto principal desta parte foram obtidos em: <http://www.if.ufrgs.br/oei/solar/solar.htm> e <http://astro.if.ufrgs.br/ssolar.htm> 02/08/00

Texto com links:

<diâmetro> - tela de João Haroldo. <círculo > - tela de João Haroldo.

TELA: 29

GEOMETRIA: Espacial

DESCRICAÇÃO: Essa tela apresenta um histórico de Kepler e linka com outras partes da geometria.

MIDIA: Animação Tridimensional

TEXTO: **OBSERVATÓRIO**

Johannes Kepler (1571 - 1630)

- Em seus trabalhos é evidente a influência estimulante da nova astronomia em problemas que envolviam longos cálculos. Kepler ocupou-se do cálculo de volume de sólidos obtidos pela rotação de segmentos de secções cônicas em volta de um eixo no seu plano.
- Rompeu com o rigor de Arquimedes; o círculo compunha-se de uma infinidade de triângulos com o vértice no centro; analogamente, a esfera consistia numa infinidade de pirâmides.

CARACTERISTICAS DA MIDIA: Sala (observatório) criado a partir da animação – tela

20. **CARACTERISTICAS DO TEXTO:** Referência para este texto: Struik, 1987

Texto com links:

<segmentos> - tela de João Haroldo.

<círculo> - tela de João Haroldo.

<triângulos> - tela de João Harôldo.

<secções cônicas> - tela de Decon (Geometria Analítica).

<eixo> - glossário.

<plano> - glossário.

TELA: 33

GEOMETRIA: Espacial

DESCRICAÇÃO: Essa tela pretende apresentar uma introdução da Astrologia, falar sobre Ptolomeu e mostrar uma animação de um globo girando com indicação dos principais elementos.

MÍDIA 1 : Imagem Pura (com o telhado escolhido)

MÍDIA 2 : Animação Tridimensional

TEXTO 1: A Astrologia relaciona a posição dos astros no céu, tanto no nascimento quanto diariamente, com os fatos na terra. A Astrologia não é uma ciência e não deve ser confundida com Astronomia.

TEXTO 2: Claudius Ptolomeu (85 – 165 d.C.) definiu as bases da astrologia que conhecemos ainda hoje; onde a chave é o horóscopo, uma carta que mostra a posição dos planetas no momento do nascimento, definindo os signos.

CARACTERÍSTICAS DA MÍDIA 1: Foto de Cd 6 (Caras), n. 2551.

CARACTERÍSTICAS DA MÍDIA 2: Animação onde aparecerá a foto 2551 como marca d'água e o globo aparecerá girando: aparecendo a linha do equador (em verde), os paralelos em outra tonalidade e os meridianos, além do eixo.

CARACTERÍSTICAS DO TEXTO: Texto simples.

TELA: 43

GEOMETRIA: Espacial

DESCRICAÇÃO: Essa tela pretende definir esfera celeste.

MÍDIA: Animação Tridimensional

TEXTO1: Este conceito já havia sido desenvolvido pelos antigos gregos como sendo uma grande esfera incrustada de estrelas, onde o céu (material cristalino) é chamado Esfera Celeste.

TEXTO2: Com o passar das horas, os astros se movem no céu, nascendo a leste e se pondo a oeste. Isso causa a impressão de que a Esfera Celeste está girando de leste para o oeste, em torno de um eixo imaginário, que intercepta a esfera em dois pontos fixos, os polos.

CARACTERISTICAS DA MIDIA: Foto de Cd 6 (Caras), n. 3385, fica como marca d'água e uma esfera sai do quadro, aparecendo um indivíduo sobre o globo e em seguida o 3D Studio colocará o mesmo indivíduo no centro de uma esfera transparente com as indicações conforme aparecem na figura (para esta animação consultar: <http://astro.if.ufrgs.br/z.jpg>)

CARACTERISTICAS DO TEXTO 1: Texto Simples.

CARACTERISTICAS DO TEXTO 2: Texto Simples com links:

<pontos> - linka com definições do glossário.

<polos> - linka com definições do glossário.

TELA: 44

GEOMETRIA: Espacial

DESCRICA0: Essa tela apresenta uma palavra-cruzada e um globo com todos os elementos definidos.

MIDIA 1: Animação Tridimensional

MIDIA 2: Palavra - Cruzada

TEXTO:

1 - Reta que intercepta a superfície esférica, passando pelo centro da esfera. (Casamento da Virgem)

2 - Secção (circunferência) cujo plano passa pelo eixo. (A Astrologia)

3 - Secção (circunferência) perpendicular ao eixo e paralela ao equador. (A Astrologia)

4 - Linha de contorno (circunferência) perpendicular ao eixo passando pelo centro da superfície. (A Astrologia)

5 - Intersecções da superfície com o eixo. (Os Embaixadores)

6 - Secção plana passando pelo centro da esfera. (Heráclito e Demócrito)

7 - Sólido gerado pela rotação de um círculo, tendo como eixo o seu diâmetro. (O Casamento da Virgem)

8 - Superfície de revolução (rotação) gerada por uma circunferência, onde o eixo passa pelo diâmetro. (**Alegoria da Fortuna Inconstante**)

CARACTERISTICAS DA MIDIA 1: Animação mostrando uma esfera com a presença de todos os seus elementos. (Ver Story Board no papel)

CARACTERISTICAS DA MIDIA 2: Ver palavra-cruzada no papel.

CARACTERISTICAS DO TEXTO: Texto com links:

Casamento da Virgem - linka com tela 27

A Astrologia - linka com tela 40

Os Embaixadores - linka com tela 43

Heráclito e Demócrito - linka com tela 15

Alegoria da Fortuna Inconstante - linka com tela 14

TELA: 45

GEOMETRIA: Espacial

DESCRICAÇÃO: Essa tela apresenta o quadro e seu pintor.

MIDIA: Imagem Pura

TEXTO: "Rogier van der Weyden (1400 - 1464) pintor renascentista que mostrou um crescente interesse em termos da paixão de Cristo, apresenta ao lado (Tríptico da Família Braque) com rigor e precisão nos detalhes, a figura de nosso Senhor como parte de uma arte mais realisticamente humana e menos intensamente mística".

CARACTERISTICAS DA MIDIA: Foto de Cd 6 (Caras), n. 121

CARACTERISTICAS DO TEXTO: Texto Simples.

Referência: <http://www.bibl.u-szeged.hu/cgfa/weyden/weyden-bio.htm>

TELA: 48

GEOMETRIA: Espacial

DESCRICAÇÃO: Essa tela pretende apresentar uma animação e a forma de calcular a superfície esférica.

MIDIA 1 : Animação Tridimensional

MIDIA 2 : Animação Tridimensional

TEXTO 1: Voltando para o campo científico, vamos calcular a área da superfície esférica no quadro de Weyden, observe:

TEXTO 2: Vamos projetar todos os paralelos (acima do equador) na circunferência que delimita o círculo máximo, portanto:

$$2\pi R \cdot R = 2\pi R^2$$

Projetando os paralelos (abaixo do equador) temos:

$$2\pi R^2 \cdot 2 = 4\pi R^2 \text{ (Área da Superfície Esférica)}$$

CARACTERISTICAS DA MIDIA 1: Animação mostrando a esfera saindo do quadro, desaparecendo o fundo e mostrando os diversos paralelos acima do equador (sendo projetados no círculo máximo).

CARACTERISTICAS DA MIDIA 2: Animação mostrando as circunferências sendo projetadas no círculo máximo..

CARACTERISTICAS DO TEXTO 1: Texto simples.

CARACTERISTICAS DO TEXTO 2: Texto simples.

TELA: 49

GEOMETRIA: Espacial

DESCRICAÇÃO: Essa tela apresenta o quadro e uma animação inserindo infinitos cones em uma esfera.

MIDIA: Animação Tridimensional

TEXTO 1: Ainda no campo científico, vamos descobrir o volume da esfera no quadro de Weyden.

TEXTO 2: Arquimedes (287 a 212 a.C.) imaginou o volume da esfera como uma infinidade de pirâmides inscritas na esfera, com vértice no centro da mesma. Vamos imaginá-la como infinitos cones, observe a animação ao lado:

CARACTERISTICAS DA MIDIA: Foto de Cd 6 (Caras), n. 121, ficando como marca d'água e a esfera passando a primeiro plano com uma infinidade de cones em seu interior. (ver story board no papel)

CARACTERISTICAS DO TEXTO 1: Texto simples.

CARACTERISTICAS DO TEXTO 2: Texto com links:

<pirâmides> - linka com tela de Elenita

<cones> - linka com tela 1 de cone.

TELA: 50

GEOMETRIA: Espacial

DESCRICAÇÃO: Essa tela apresenta o quadro e uma animação inserindo infinitos cones em uma esfera, além de um questionamento.

MÍDIA: Animação Tridimensional

TEXTO 1: Consulte volume do cone para cálculo de um deles. Todas as bases dos cones somadas representariam a área da superfície esférica ($4\pi R^2$)

TEXTO 2: Quem seria a altura do cone ?

Diâmetro da Esfera

Raio da Esfera

Comprimento do círculo máximo

Faça suas observações no caderno de notas, escolhendo um dos itens acima.

CARACTERÍSTICAS DA MÍDIA: Foto de Cd. 6 (Caras), n. 121, ficando como marca d'água e a esfera passando a primeiro plano com uma infinidade de cones em seu interior. (ver story board no papel)

CARACTERÍSTICAS DO TEXTO1: Texto com links:

<volume do cone> - linka com tela de cone.

CARACTERÍSTICAS DO TEXTO2: Texto simples.

TELA: 51

GEOMETRIA: Espacial

DESCRICAÇÃO: Essa tela apresenta o quadro e uma animação inserindo infinitos cones em uma esfera, além do volume da esfera.

MÍDIA: Animação Tridimensional

TEXTO 1: Observe que as geratrizes do cone se aproximam muito do valor da **altura** e em consequência do **raio (R) da esfera**.

TEXTO 2: Volume da esfera = $\frac{4}{3}\pi R^2 \cdot R = \frac{4}{3}\pi R^3$

CARACTERISTICAS DA MIDIA: Foto de Cd. 6 (Caras), n. 121, ficando como marca d'água e a esfera passando a primeiro plano com uma infinidade de cones em seu interior.

CARACTERISTICAS DO TEXTO1: Texto com link:

<geratrizes> - linka com definição do glossário.

CARACTERISTICAS DO TEXTO2: Texto simples.