UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO

As concepções espontâneas, a resolução de problemas e a história e filosofia da ciência em um curso de mecânica

Luiz O. Q. Peduzzi

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de Santa Catarina para a obtenção do Título de Doutor em Ensino de Ciências Naturais

Orientador : Prof. Dr. Marco Antonio Moreira
Co-orientador : Prof. Dr. Arden Zylbersztajn

1998

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
CURSO DE DOUTORADO EM EDUCAÇÃO

"AS CONCEPÇÕES ESPONTÂNEAS, A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E A HISTÓRIA E FILOSOFIA DA CIÊNCIA EM UM CURSO DE MECÂNICA".

Tese submetida ao Colegiado do Curso de Doutorado em Educação do Centro de Ciências da Educação em cumprimento parcial para a obtenção do título de Doutor em Educação.

APROVADO PELA COMISSÃO EXAMINADORA em 19/05/98

Dr. Marco Antônio Moreira - (Orientador)
Dr. Arden Zylbersztajn - (Co-Orientador)
Dr. Frederico Firmo de Souza e Cruz - (Examinador)
Dr. Jenner B. Bastos Filho - (Examinador)
Dr. João Zanetic - (Examinador)
Dr. José André Peres Angotti - (Examinador)
Dr. Demétrio Delizoicov - (Suplente)
Dr. Gerson Renzetti Ouriques - (Suplente)

Luiz Orlando de Quadro Peduzzi
Florianópolis, Santa Catarina, maio de 1998.

Agradecimentos:

Ao Prof. Dr. Marco Antonio Moreira, meu oientador,

ao Prof. Dr. Arden Zylbersztajn, meu co-orientador,

e a todos aqueles que com seus conhecimentos, comentários críticos, sugestões e apoio tornaram possível a realização deste trabalho.

Resumo

*O texto **As concepções espontâneas, a resolução de problemas e a história e filosofia da ciência em um curso de mecânica**, composto por quatro livros,*

<u>*Livro 1*</u> *:* ***Introdução ao estudo de vetores, à cinemática unidimensional e à resolução de problemas em física*** *(98 p.),*

<u>*Livro 2*</u> *:* ***Força e movimento: de Thales a Galileu*** *(160 p.),*

<u>*Livro 3*</u> *:* ***Força e movimento: de Descartes a Newton*** *(202 p.),*

<u>*Livro 4*</u> *:* ***A teoria da relatividade especial: contexto histórico e conceitos básicos*** *(103 p.),*

constitui o conhecimento produzido na presente pesquisa. Objetivando contribuir para promover a evolução conceitual, a resolução significativa de problemas de lápis e papel e uma concepção não empirista do desenvolvimento científico, entre estudantes universitários de física, o texto articula conteúdos específicos de um curso de física geral com resultados de pesquisa na área das concepções alternativas e da resolução de problemas em física, além de fazer uso didático da história e da filosofia da ciência. Uma versão didática do referencial lakatosiano, combinada com o conceito central da teoria da aprendizagem de Ausubel - o de aprendizagem significativa - ensejou a estruturação seqüencial dos conteúdos do texto. A avaliação deste material instrucional, utilizado como livro de texto na disciplina Física Geral I do Departamento de Física da Universidade Federal de Santa Catarina, no primeiro semestre de 1997, mostrou resultados altamente satisfatórios em termos da sua receptividade por parte do aluno e pelo potencial que apresenta para lidar com diversos problemas que geralmente se fazem presentes no ensino da mecânica.

Abstract

The text ***Spontaneous conceptions, problem solving and the history and philosophy of science in a mechanics's course****, composed by four books*

Book 1 : ***Introduction to the study of vectors, to unidimensional kinematics and to problem solving in physics*** *(98 p.)*

Book 2 : ***Force and moviment: from Thales to Galileu*** *(160 p.),*

Book 3 : ***Force and moviment:from Descartes to Newton*** *(202 p.),*

Book 4 : ***Special relativity: historical context and basic conceptions*** *(103 p.),*

constitutes the main product of the present research. In order to make a relevant contribution to promote conceptual evolution, meaningful paper and pencil problem solving and a non empiriscist view of scientific development among university physics's students, the text proposes an articulation between specif contents of a general physics course and results of research in the areas of the alternative conceptions and problem solving in physics. Besides this it makes a didatic use of the history and philosophy of science. A version of the lakatosian frame combined with the central conception of Ausubel's learning theory - that of the meaningful learning - yield the sequential structure of the text. An evaluation of the instructional material, that has been used as a text book in the discipline of General Physics I of the Physics's Departament of the Federal University of Santa Catarina, Brasil, during the first term of 1997, showed satisfactory results in its receptivity by the students and by the potential that it may represents to deal with several problems in the process of teaching-learning mechanics at university level.

Sumário

Introdução

Caracterização geral do problema e objetivos da pesquisa , 1
Objetivos e conteúdo programático do material instrucional , 3
A estrutura básica da tese , 4
Referências Bibliográficas , 5

1. Descrição sucinta do conteúdo programático do material instrucional

1.1 Introdução , 8
1.2 Livro 1 : Introdução ao estudo de vetores, à cinemática unidimensional e à resolução de problemas em física (98 p.) , 8
1.3 Livro 2 : Força e movimento: de Thales a Galileu (155 p.) , 9
1.4 Livro 3 : Força e movimento: de Descartes a Newton (198 p.) , 11
1.5 Livro 4 : A teoria da relatividade especial: contexto histórico e conceitos básicos (103 p.) , 13
1.6 Referências Bibliográficas , 15

2. Sobre a resolução de problemas no ensino da Física

2.1 Introdução , 16
2.2 Fases ou estágios na resolução de problemas , 17
2.3 A contribuição do especialista no delineamento de estratégias para a resolução de problemas de lápis e papel em física , 21
2.4 Uma estratégia para a resolução de problemas em física básica , 24
2.5 Comentários sobre a estratégia apresentada na seção anterior , 25
2.6 Observações finais , 31
2.7 Referências Bibliográficas , 34

3. Sobre revoluções científicas, programas de pesquisa e a evolução do conhecimento

3.1 O termo revolução: origem, significado e analogias , 37
3.2 Como se desenvolve o conhecimento científico: a perspectiva kuhniana, 41

3.3 A mecânica newtoniana é um caso particular da mecânica relativística?
As diferentes respostas de Kuhn e Popper , 45
3.4 A metodologia dos programas de pesquisa de Lakatos: caracterização geral , 47
3.5 Referências Bibliográficas , 50

4. Sobre a utilização didática da história da ciência
4.1 Introdução , 52
4.2 O uso da história da ciência no ensino: considerações críticas , 52
4.3 A realidade concreta de um texto de mecânica com enfoque histórico , 58
4.4 A questão do empirismo-indutivismo e o texto , 61
a) O empirismo de Russel , 61
b) O empirismo de Berkeley , 62
c) O papel do texto , 63
4.5 Referências Bibliográficas , 66

5. As bases teóricas do texto, em termos de aprendizagem
5.1 Introdução , 68
5.2 Reconstrução histórica e aprendizagem significativa , 69
5.3 À guisa de conclusão , 73
5.4 Referências Bibliográficas , 74

6. A receptividade ao texto em sala de aula: as impressões pessoais do professor-pesquisador e os dados de um opiniário
6.1 Introdução , 76
6.2 Metodologia , 76
6.3 A avaliação do texto , 79
6.4 Resultados das observações (impressões pessoais) do professor-pesquisador:
a) sobre a resolução de problemas , 79
b) sobre as concepções alternativas , 81
c) sobre a história da ciência , 81
6.5 O opiniário respondido pelos alunos , 82
6.6 Resultados do opiniário:
a) sobre a resolução de problemas , 87
b) sobre as concepções alternativas , 88
c) sobre a história da ciência, 89
d) sobre o conhecimento científico , 89

6.7 Referências Bibliográficas , 91
Apêndice do Capítulo 6 , 92

7. O diálogo com alunos

7.1 Introdução , 94
7.2 A entrevista com _V_ e _D_ , 94
7.3 A entrevista com _M_ e _F_ , 103
7.4 A entrevista com _EC_ , 110
7.5 A entrevista com _ED_ , 114

Conclusão

O texto e sua avaliação, 120
Conclusões e perspectivas de novos estudos, 121
Referências Bibliográficas, 127

Anexos

Anexo 1 - Livro 1 : Introdução ao estudo de vetores, à cinemática unidimensional e à resolução de problemas em física , 129
Anexo 2 - Livro 2 : Força e movimento: de Thales a Galileu , 232
Anexo 3 - Livro 3 : Força e movimento: de Descartes a Newton , 398
Anexo 4 - Livro 4 : A teoria da relatividade especial: contexto histórico e conceitos básicos , 606
Anexo 5 - Imagens relativas aos Livros 2 e 3 , 714

Introdução+

Caracterização geral do problema e objetivos da pesquisa

O elevado índice de reprovação e a falta de motivação para o aprendizado da física, em nível universitário básico, têm sido motivo de constante preocupação por parte de professores, estudantes e administradores de instituições de ensino superior com conteúdos de física em seus currículos.

Não são poucas, de fato, as dificuldades que o estudante encontra já na mecânica, usualmente introduzida como primeiro tópico de física em disciplinas de física geral para cursos de física, matemática, química, engenharias etc. Aos problemas oriundos de uma má formação básica, que não prepara adequadamente o aluno para os seus estudos superiores, acrescentam-se outros, advindos de um ensino universitário que está longe de se eximir da crítica.

Assim, sem o hábito da leitura e da reflexão individual, mas pressionado a buscar no livro de texto os estudos complementares à sala de aula, o estudante, via de regra, defronta-se com uma bibliografia que (embora diversificada) não incorpora, mesmo em edições recentes, resultados básicos de pesquisas educacionais. Isto é o que se verifica particularmente com relação as concepções espontâneas ou alternativas[1-4] e a própria resolução de problemas em física.

A persistência das *"concepções que os alunos possuem com significados contextualmente errôneos, não compartilhados pela comunidade científica"*[5], após a instrução tem, no mínimo, mostrado a pouca eficácia das estratégias desenvolvidas por professores e livros de texto no sentido de levarem o estudante à utilização correta das teorias aceitas hoje pela ciência. Ou seja, os dois pilares da mediação do processo ensino-aprendizagem não têm cumprido a contento o papel de auxiliar o aluno na internalização de novos conhecimentos.

Os reflexos de uma apreensão conceitual deficiente se fazem sentir no mau desempenho do estudante em tarefas de resolução de problemas, é claro. Contudo, considerar implícita ou explicitamente o insucesso do aluno nesta atividade como decorrente única e exclusivamente à não compreensão, em níveis desejáveis, dos temas abordados e/ou a insuficientes conhecimentos matemáticos é um erro[6].

Há que se admitir, entre outras coisas, que os exemplos ilustrativos são menos eficazes do que normalmente se pensa. Ocorre que muitos dos 'passos' ou etapas seguidos pelo especialista na resolução de um problema não se fazem perceptíveis à observação, mesmo atenta, do aluno por serem tomados mentalmente e de uma forma bastante abreviada. Usualmente, a única

+ As referências citadas neste capítulo introdutório não têm, obviamente, a pretensão de cobrir a extensa bibliografia existente. Visam, única e exclusivamente, fazer menção básica a alguns dos estudos da literatura especializada.

parte passível de um acompanhamento mais detalhado é a que se refere a execução das operações de rotina, isto é, os cálculos principais do problema. A própria pertinência física do resultado encontrado é muito pouco discutida. Assim, cabe indagar "*como, então, podem os estudantes aprender a fazer uma cuidadosa análise do problema, a planejar os passos relativos à solução e a avaliar os resultados se eles não vêem o especialista fazendo isso?*"[7].

Não há dúvida de que capacitar o aluno à resolução significativa de problemas, afastando-o do 'conhecimento centrado em fórmula' e do envolvimento mecânico que lhe é inerente[8], é uma meta a ser perseguida por professores e materiais instrucionais que reconhecem não ser a resolução de problemas de lápis e papel, em física, uma atividade na qual o aluno, por esforço próprio e sem qualquer orientação específica, tenha necessariamente êxito 'se preparado conceitualmente para tal'. A discussão das linhas gerais de estratégias utilizadas por bons solucionadores de problemas, por exemplo, pode não apenas chamar a atenção do aluno para alguns pontos e aspectos importantes na resolução de qualquer problema como também provê-lo de subsídios para o desenvolvimento de estratégias próprias, que seguramente o auxiliarão a julgar melhor as suas ações junto a esse importante segmento de seu aprendizado em física[9,10].

Por outro lado, uma característica marcante do ensino de física em qualquer nível de escolaridade, refletida de forma bastante contundente nos materiais instrucionais, em geral, é o recurso ao enunciado 'objetivo' de conceitos, leis e princípios que enfatiza o produto final da ciência e não o processo de construção de seus conceitos e teorias. Conteúdos que se estruturam linearmente, segundo critérios lógicos, ahistóricos e modernos, que priorizam ampla e exclusivamente o formalismo matemático, conduzem o aluno não apenas a uma visão irrealista e enfadonha da física mas à uma imagem estereotipada, rígida e estéril do próprio conhecimento científico, na qual a associação cientista - método científico é garantia de sucesso.

A história da ciência e a filosofia das ciências naturais, articuladas entre si e com os tópicos que compõem o currículo tradicional dos cursos de ciências, e o da física, em particular, podem transformar esta situação, corrigindo a disseminação equivocada da ciência e estabelecendo uma nova orientação para um ampla reformulação da concepção ultrapassada de ensino que lhe é subjacente.

Como evidencia uma extensa literatura em filosofia da ciência, não existe uma descrição única e universalmente aceita do 'conjunto de regras' seguido pelo cientista, pois a natureza do conhecimento científico é complexa.[11-13] O método científico, entendido como um processo investigativo constituído por uma seqüência linear de etapas que começa com a observação 'neutra' e culmina com o estabelecimento de leis e teorias (passando pelas fases intermediárias de formulação de hipóteses, experimentação, medição, estabelecimento de relações e conclusões), é mera ficção.[14]

O cientista, ao contrário do que parecem sugerir muitos materiais didáticos, é um ser falível, dependente de sua intuição, criatividade, capacidade de análise, poder de síntese etc., envolvido num amplo processo coletivo de construção do conhecimento. A introdução de aspectos históricos do desenvolvimento científico nos manuais escolares e em sala de aula pode não apenas contribuir para proporcionar ao estudante uma visão mais realista e humana do desenvolvimento da ciência como também auxiliar o professor a desenvolver estratégias que possibilitem uma melhor assimilação de idéias e conceitos por parte do aluno.

Na mecânica, por exemplo, é notável a semelhança de certas idéias mantidas por estudantes de qualquer nível de escolaridade sobre o movimento dos corpos com algumas idéias presentes na física aristotélica e em teorias do impetus, como apontam, já há algum tempo, inúmeros estudos[15-17]. Mas é pouca, quando não inteiramente inexistente, a ênfase atribuída por livros de texto do ensino médio brasileiro[18] (e também universitário, entre aqueles mais consultados) a aspectos históricos da relação entre força e movimento.

A mudança de concepção do 'tudo que se move é movido por alguma coisa' para 'todo o corpo continua em seu estado de repouso ou de movimento retilíneo uniforme a menos que seja compelido a alterar um destes estados por uma força resultante a ele aplicada', que se operou no espírito científico a partir do século XVII e abriu as portas para uma nova física, tem um longo e interessante desenvolvimento histórico[19-21]. Do ponto de vista de um ensino atento à construção do conhecimento, pelo aluno, o resgate de trechos significativos deste percurso pode ser de grande utilidade tanto para o professor (que tem uma opção adicional àquela tradicional de simplesmente enunciar as leis de Newton e logo a seguir exemplificá-las) como para o aluno (na superação de suas dificuldades de compreensão às leis básicas da dinâmica).

Em função deste amplo quadro teórico, delineou-se uma pesquisa com a finalidade de construir um texto de mecânica, em nível universitário básico, que se propõe a estabelecer, na prática, uma articulação concreta entre conteúdos específicos de um curso de física geral e resultados de pesquisas na área das concepções alternativas e da resolução de problemas além de fazer uso didático da história e da filosofia da ciência. A pesquisa também incluiu uma aplicação do texto em sala de aula e uma análise crítica de seus resultados.

Objetivos e conteúdo programático do material instrucional

O texto **As concepções espontâneas, a resolução de problemas e a história e filosofia da ciência em um curso de mecânica**, já apresentado à comunidade científica, em versão preliminar[22], objetiva contribuir para promover a evolução conceitual, a resolução significativa de problemas de lápis e papel e uma concepção não empirista do desenvolvimento científico, entre estudantes universitários de física.

O conteúdo programático do material instrucional, dividido em quatro livros, integrantes desta tese, é o seguinte:

Livro 1 : **Introdução ao estudo de vetores, à cinemática unidimensional e à resolução de problemas em física**

Introdução. 1. Vetores; 2. Cinemática unidimensional; 3. Sobre a resolução de problemas no ensino da física; 4. Exemplos ilustrativos da cinemática linear.

Livro 2 : **Força e movimento: de Thales a Galileu**

Introdução. 1. De Thales a Ptolomeu; 2. A física aristotélica; 3. A física da força impressa e do impetus; 4. As novas concepções do mundo; 5. Galileu e a teoria copernicana; 6. A física de Galileu; 7. As leis de Kepler do movimento planetário.

Livro 3 : **Força e movimento: de Descartes a Newton**

Introdução. 1. O mecanicismo cartesiano; 2. Sobre a questão da conservação da quantidade de movimento e da 'força viva' em colisões frontais e a emergência de uma nova dinâmica; 3. Uma introdução didática às leis de Newton; 4. O atrito; 5. O movimento de projéteis; 6. O movimento circular; 7. A gravitação universal newtoniana.

Livro 4 : **A teoria da relatividade especial: contexto histórico e conceitos básicos**

Introdução. 1. Sobre o referencial absoluto newtoniano; 2. Sobre a transformação de Galileu, a adição galileana de velocidades e a invariância da aceleração para observadores inerciais; 3. A emergência de uma nova teoria científica; 4. Sobre o éter; 5. Os fundamentos da teoria da relatividade especial; 6. A relatividade da simultaneidade; 7. A transformação de Lorentz e a adição relativística de velocidades; 8. Sobre revoluções científicas, programas de pesquisa e a evolução do conhecimento. 9. As bases teóricas do texto, em termos de aprendizagem.

Para facilitar a leitura da tese, estes livros são apresentados como Anexos 1, 2, 3 e 4, respectivamente. No entanto, são eles que constituem o conhecimento produzido na pesquisa que culminou nesta tese, tal como descrito no Capítulo 1.

A estrutura básica da tese

O Capítulo 1 descreve, sucintamente, o conteúdo central de cada um dos capítulos presentes nos livros que estruturam o texto **As concepções espontâneas, a resolução de problemas e a história e filosofia da ciência em um curso de mecânica**. Explicitando o perfil geral do produto da pesquisa, este sumário enseja uma visão de conjunto dos assuntos abordados, e do encadeamento de certas idéias e conceitos básicos.

O Capítulo 2 contempla uma ampla discussão sobre a resolução de problemas no ensino de física, tal como ela, basicamente, se apresenta ao estudante no Livro 1. Com isso, caracteriza-se, de forma ilustrativa, um dos pressupostos básicos que orientou a pesquisa e a elaboração do texto - o que considera a resolução de problemas de lápis e papel, no ensino da física, como uma área da aprendizagem do aluno. Ou seja, há o que aprender (e ensinar) nesta área.

A evolução do conhecimento científico segundo a perspectiva kuhniana[23] e lakatosiana[24] é objeto de análise no Capítulo 3. Com este tema, que é matéria do último capítulo do Livro 4, encerra-se o curso de mecânica.

No Capítulo 4, examina-se criticamente o uso da história no ensino da ciência, e da física, em particular.

No Capítulo 5, discute-se as bases teóricas do texto, em termos de aprendizagem, mostrando a articulação de uma versão didática do referencial lakatosiano com o conceito central da teoria da aprendizagem de David Ausubel[25].

Os Capítulos 6 e 7 apresentam os resultados de uma aplicação do texto, em sala de aula, na disciplina Física Geral I, do Departamento de Física da Universidade Federal de Santa Catarina, no primeiro semestre de 1997.

No Capítulo 8 apresentam-se as conclusões da pesquisa e as perspectivas de novos estudos.

Importa observar que esta ordem de capítulos foge um pouco à regra, no sentido de que não segue a seqüência tradicional: introdução, fundamentação, revisão da literatura ... conclusões. Mas nem tanto, pois os Capítulos 2, 3 e 4, e parte do Capítulo 1, tratam da revisão da literatura, da fundamentação básica em termos de concepções espontâneas, resolução de problemas e história e filosofia da ciência. Ao fazer isso, tratam também da metodologia de construção do material instrucional. O fato de a fundamentação teórica estar no Capítulo 5, não no começo, justifica-se porque se trata de um referencial teórico em termos de aprendizagem que, embora importante, não é o referencial básico da tese. Por outro lado, este mesmo referencial justifica que o principal produto da tese seja apresentado logo no início. Trata-se, simplesmente, de usar o princípio ausubeliano da diferenciação progressiva, segundo o qual o conteúdo mais relevante deve ser apresentado no início e progressivamente diferenciado nas seções seguintes.

Referências Bibliográficas

1. VIENNOT, L. Spontaneous reasoning in elementary dynamics. European Journal of Science Education, 1 (2): 205-21, 1979.

2. ZYLBERSZTAJN, A. Concepções espontâneas em física: exemplo em dinâmica e implicações para o ensino. Revista de Ensino de Física, 5 (2): 3-16, 1983.

3. SOLIS VILLA, R. Ideas intuitivas y aprendizaje de las ciencias. Enseñanza de las Ciencias, 2 (2): 83-9, 1984.

4. PEDUZZI, S. & PEDUZZI, L.O.Q. Leis de Newton: uma forma de ensiná-las. Caderno Catarinense de Ensino Física., 5 (3): 142-61, 1988.

5. SILVEIRA, F.L., MOREIRA, M.A. & AXT, R. Validação de um teste para detectar se o aluno possui concepções científicas sobre corrente elétrica em circuitos simples. Ciência e Cultura, 41 (11): 1129-1133, 1989.

6. GIL-PÉREZ, D., MARTÍNEZ-TORREGROSA, J., RAMIREZ, L., DUMAS-CARRÉ, A., GOFARD, M. & CARVALHO, A.M.P. Questionando a didática de resolução de problemas: elaboração de um modelo alternativo. Caderno Catarinense de Ensino de Física, 9 (1): 7-19, 1992.

7. KRAMERS-PALS, H. & PILOT, A. Solving quantitative problems: guidelines for teaching derived from research. International Journal of Science Education, 10(5): 511-521, 1988.

8. CLEMENT, J. Solving problems with formulas: some limitations. Engineering Education, November 1981.

9. REIF, F., LARKIN, J.H. & BRACKETT, G.C. Teaching general learning and problem solving skills. American Journal of Physics, 44 (3): 212-7, 1976.

10. RECOMENDAÇÕES DO GRUPO DE TRABALHO 'La solución de problemas y la formación de professores de física' da V Reunião Latino Americana de Ensino de Física. Caderno Catarinense de Ensino de Física, 9(3): 258-276, 1992.

11. LAKATOS, I. & MUSGRAVE, A. (orgs.) A crítica e o desenvolvimento do conhecimento. São Paulo, Cultrix, 1979.

12. OLIVA, A. (org.) Epistemologia: a cientificidade em questão. Campinas, Papirus, 1990.

13. CHALMERS, A.F. O que é ciência, afinal? São Paulo, Brasiliense, 1993.

14. MOREIRA, M.A. & OSTERMANN, F. Sobre o ensino do método científico. Caderno Catarinense de Ensino de Física, 10(2): 108-117, 1993.

15. McCLOSKEY, M. Intuitive physics. Scientific American, 248(4): 114-122, 1983.

16. SALTIEL, E. & VIENNOT, L. Qué aprendemos de las semejanzas entre las ideas históricas y el razonamiento espontáneo de los estudiantes? Enseñanza de las Ciencias, 3(2): 137-144, 1985.

17. PEDUZZI, L.O.Q. Física aristotélica: por que não considerá-la no ensino da mecânica? Caderno Catarinense de Ensino de Física, 13(1): 48-63, 1996.

18. PEDUZZI, L.O.Q. Força e movimento na ciência curricular. Revista Brasileira de Ensino de Física, 14 (2): 87-93, 1992.

19. FRANKLIN, A. Principle of inertia in the middle ages. American Journal of Physics, 44(6): 529-545, 1976.

20. KOYRÉ, A. Estudos galilaicos. Lisboa, Publicações Dom Quixote, 1986.

21. COHEN, I.B. O nascimento de uma nova fisica. Lisboa, Gradiva, 1988.

22. PEDUZZI, L.O.Q. As bases teóricas de um texto de mecânica em nível universitário básico. Trabalho apresentado na forma de Comunicação Oral no "Encuentro Internacional sobre el Aprendizaje Significativo", Universidade de Burgos, Burgos (Espanha), 15-19 de setembro de 1997. Actas: 217-228.

23. KUHN, T. S. A estrutura das revoluções científicas. São Paulo, Perspectiva, 1987.

24. LAKATOS, I. La metodología de los programas de investigación científica. Madrid, Alianza, 1989.

25. AUSUBEL, D.P., NOVAK, J.D. & HANESIAN, H. Psicologia educacional. Interamericana, Rio de Janeiro, 1980.

Capítulo 1

Descrição sucinta do conteúdo programático do material instrucional

1.1 - Introdução

No capítulo introdutório deste trabalho, apresentou-se os objetivos e o conteúdo programático do texto **As concepções espontâneas, a resolução de problemas e a história e filosofia da ciência em um curso de mecânica**. Explicita-se, a seguir, o perfil dos livros que estruturam este material instrucional, de modo a se ter uma visão mais completa e integradora dos assuntos que aborda.

O texto é o resultado de uma ampla reformulação (de conteúdo e de idéias) em uma espécie de versão inicial do mesmo (bastante simplificada e fragmentada em relação à atual), constituída por parte do que hoje se estrutura como Livro 1, parte do Livro 2 (testado com boa receptividade, por parte dos alunos [(1)]) e o capítulo 3 do Livro 3.

1.2 - <u>Livro 1</u> : Introdução ao estudo de vetores, à cinemática unidimensional e à resolução de problemas em física (98 p.)

Os capítulos 1 e 2 do Livro 1 procedem, respectivamente, a uma introdução à algebra vetorial e à cinemática unidimensional. O domínio das propriedades básicas dos vetores resulta pré-requisito indispensável para a compreensão significativa não apenas dos conceitos relativos à velocidade e aceleração, da cinemática, mas das grandezas físicas que possuem caráter vetorial, na física.

Ao contrário do que se poderia inicialmente esperar, a queda livre não é discutida no capítulo 2. A razão disso é que as respostas dadas pelo aluno a algumas questões de grande relevância no estudo deste assunto (como, por exemplo, por que um objeto projetado verticalmente para cima diminui de velocidade) extrapolam os domínios da cinemática, fazendo uso do conceito de força. E é exatamente quando o estudante raciocina em termos dinâmicos que se explicitam as suas idéias intuitivas sobre a relação força e movimento. Assim, parece claro que o aluno necessita, primeiro, saber o que é realmente uma força para depois utilizar corretamente este conceito em suas explicações. Por outro lado, a ênfase dada neste capítulo tanto a aspectos relativos à análise qualitativa quanto quantitativa de gráficos $x \times t$ e $v \times t$ visa mostrar ao estudante a potencialidade desta forma de representação.

O conteúdo do capítulo 2 é, fundamentalmente, conceitual. É somente no capítulo 4 que o aluno encontra exemplos de situações-problema relativos à cinemática unidimensional.

Isto ocorre porque o capítulo 3, do texto, reserva ao estudante uma ampla discussão sobre a resolução de problemas no ensino da física. Como se caracteriza uma situação-problema; a distinção entre problema e exercício; a identificação de fases ou estágios na resolução de problemas; a contribuição do especialista no delineamento de estratégias para a resolução de problemas de lápis e papel; a discussão dos elementos de uma estratégia específica como 'fonte' de possíveis subsídios e inspiração para que o estudante desenvolva estratégias próprias para a resolução de problemas; a caracterização de um problema de enunciado aberto e sua importância para o ensino da física ... toda esta discussão, enfim, objetiva minimizar a lacuna que usualmente se estabelece no aprendizado do aluno quando não se dá a certos aspectos da resolução de problemas a importância que lhe é devida.

1.3 - Livro 2 : Força e movimento: de Thales a Galileu (155 p.)

No primeiro capítulo do Livro 2, "De Thales a Ptolomeu", discute-se a constituição da matéria, segundo alguns filósofos gregos, e algumas idéias no campo da astronomia que acabam colocando a Terra como corpo central no universo e elegendo o movimento circular uniforme como um movimento 'perfeito'. Nesta trajetória, chega-se ao universo aristotélico. Vendo de um lado a Terra, em constante mudança, e de outro o céu, que exceto pelo movimento dos astros não é objeto de qualquer alteração, Aristóteles (384-322 a.C.) atribui realidades físicas diferentes a estes dois 'mundos', com reflexos diretos na forma com que irá estruturar as suas concepções em mecânica. O sistema de Ptolomeu (~100 - 170 a.D.), compatível com a doutrina aristotélica de uma Terra imóvel e referencial para todos os movimentos, mas dela divergindo por não centrar na Terra todos os movimentos circulares, suscita uma interessante contenda entre astronomia matemática e astronomia física, examinada ao final do capítulo.

O capítulo 2 introduz os conceitos de lugar natural e de movimento natural, ambos diretamente associados à estrutura logicamente ordenada do universo aristotélico. Através da 'lei de força' de Aristóteles fica clara a proporcionalidade entre força aplicada e velocidade adquirida, bem como a impossibilidade de movimento no vazio. Na dinâmica aristotélica, o que move e o que se movimenta devem estar em permanente contato, não sendo possível, desta forma, a manutenção de um movimento sem uma força constantemente aplicada ao móvel. Isto acaba acarretando problemas na forma como Aristóteles explica o movimento de um projétil após o seu arremesso, devido ao duplo caráter que ele atribui ao meio: o de sustentar o movimento e o de opor uma resistência a ele.

A idéia básica da dinâmica aristotélica, de que é necessário associar uma força a um objeto em movimento, continua presente nos trabalhos de Hiparco (130 a.C.) e Filoponos (século VI a.D.), mas de uma forma diferente. Para eles, o movimento de um projétil se dá por meio de uma força transmitida ao projétil pelo lançador (ao contrário de Aristóteles, para o qual a força provinha do próprio meio). As primeiras seções do capítulo 3 mostram como esta idéia se insere dentro da perspectiva de um universo finito que exige que qualquer movimento seja limitado em extensão. A noção de força impressa de Hiparco e Filoponos serviu de referencial para que, no século XIV, estudiosos da escola parisiense desenvolvessem a teoria do impetus, que originou uma série de novas críticas às considerações de Aristóteles sobre força e movimento. O impetus é uma 'qualidade', 'força', 'impressão', 'potência', 'virtude motriz' que passa do movente ao móvel nos movimentos violentos e de que um corpo em movimento natural também fica impregnado. É através deste conceito, sugerido como explicação para a rotação da Terra ou da esfera das estrelas, que aparece, pela primeira vez, mesmo que de forma incipiente, a idéia de uma única física para explicar eventos terrestres e celestes.

Contudo, para que uma nova física possa encontrar terreno fértil para o seu desenvolvimento faz-se necessário abalar toda uma estrutura rigidamente estabelecida ao longo dos séculos, em que se acham interligados componentes de ciência, filosofia e religião. No capítulo 4, "As novas concepções do mundo", procura-se mostrar como se deram os primeiros passos nesta direção, comentando o pensamento de Nicolau de Cusa sobre a relatividade dos movimentos e a sua idéia de um universo sem limites; discutindo o heliocentrismo de Copérnico e os problemas de ordem física (entre outros) que os aristotélicos levantavam para a sua rejeição; apresentando a argumentação de Giordano Bruno em favor de um universo infinito que passa não pelo testemunho dos sentidos mas sim pela força do intelecto, pelos olhos da razão; fazendo referência à prática de observação sistemática do céu desenvolvida por Tycho Brahe e o espírito de precisão que sempre norteou o seu trabalho que acabaram propiciando dados a Kepler para romper com o mito do movimento circular na astronomia.

Quando surge o telescópio, sentimentos de repulsa de um lado e de adesão de outro dividem o julgamento dos expectadores em relação ao que vêem através das lentes deste novo e revolucionário instrumento. É a imutabilidade do céu, e com ela toda uma concepção de mundo, que está em jogo quando se argumenta existirem estrelas que nunca se viu, irregularidades na superfície lunar, satélites em Júpiter, 'protuberâncias' em Saturno, manchas no Sol e fases em Vênus. O fato de dois observadores com concepções de mundo bem definidas e antagônicas, como aristotélicos e copernicanos, dirigirem o telescópio à Júpiter e admitirem coisas tão distintas como a existência de satélites orbitando em torno deste planeta ou associarem os pontos luminosos a meros borrões/defeitos em suas lentes levanta a pertinente questão do papel da interpretação das observações na defesa e na construção de teorias científicas. O capítulo 5, "Galileu e a teoria copernicana", termina com a defesa de Galileu à liberdade científica, à autonomia da ciência em relação à teologia, em resposta aos que pretendem se valer da Bíblia para resolver disputas filosóficas. Mantendo-se fiel aos 'princípios realistas' da doutrina copernicana, Galileu é proibido, pela Inquisição, de sustentar ou defender as teses do heliocentrismo.

O capítulo 6, "A física de Galileu", apresenta as primeiras idéias deste sábio italiano sobre força e movimento e a influência de Arquimedes em seu trabalho. A seguir, mostra-se como

Galileu obtém a lei da queda dos corpos, introduzindo, definitivamente, uma física quantitativa, inteiramente diferente da física das qualidades de Aristóteles e de seus seguidores, e da física do impetus, bastante confusa e vaga. Finalmente, discute-se o movimento de projéteis e a inércia galileana, chamando a atenção para que esta última seria, no limite, uma inércia circular.

O capítulo 7 é sobre Kepler. Com este estudioso tem início o fim do divórcio entre a física e a astronomia. Universalizando o conceito de força, isto é, aplicando ao 'domínio celeste' um conceito extraído da mecânica terrestre, e procurando entendê-lo tanto qualitativa quanto quantitativamente, Kepler inaugura o estudo da física do sistema solar. Ao fazer isso ele vai contra a praxe secular de explicar assuntos de astronomia de acordo com os métodos da astronomia, que se situavam no campo da geometria e da aritmética, nada tendo a ver com causas e hipóteses físicas. Mas é, sem dúvida, por suas três leis que Kepler ganha notoriedade. É através de sua primeira lei que, definitivamente, começa a ruir o mito do movimento circular na astronomia.

1.4 - Livro 3 : Força e movimento: de Descartes a Newton (198 p.)

Através do "Philosophiae naturalis principia mathematica" ("Princípios matemáticos de filosofia natural"), usualmente conhecido como "Principia", publicado pela primeira vez em 1687, Newton protagoniza um dos mais importantes capítulos na história da física ao promover a grande transformação intelectual que dá origem à ciência moderna.

O "Principia" emerge em uma ciência 'agitada' por uma nova postura filosófica. As hierarquias e qualidades finalísticas e ocultas da filosofia natural aristotélica não fazem mais sentido à discussão. É nas leis da matéria em movimento e do choque mecânico que se supõe residir a chave para a compreensão de todos os fenômenos.

O artífice maior desta nova corrente de pensamento é o filósofo e matemático francês Renê Descartes (1596-1650). O capítulo 1 do Livro 3 explora, sucintamente, o mecanicismo cartesiano, mostrando como Descartes estabelece o princípio da inércia (linear, 'newtoniana', e não circular, galileana) e chega à primeira explicação mecânica para a gravidade a partir do delineamento de uma teoria especulativa sobre a formação progressiva dos astros[+] .

Mas é a lei da conservação da quantidade de movimento, enunciada por Descartes a partir do seu entendimento sobre como se deve investigar a ciência, não o princípio da inércia, que atrai o interesse dos cientistas do século XVII.

[+] É interessante observar que para Aristóteles o universo é eterno, sempre existiu e sempre existirá na forma em que atualmente se encontra. Sua filosofia não admite a criação do cosmos. Já Newton, fiel 'à letra das Escrituras judáico-cristãs', acredita na configuração definitiva do universo, desde o instante da sua criação (por Deus). Evidentemente, *"tal crença não o impediu de apresentar ao público uma das mais sólidas explicações racionais que se conhece dessa ordem"*[(2)].

O que, afinal, se conserva em uma colisão é a tônica dos assuntos explorados no Capítulo 2. Os estudos de alguns cientistas, nesta direção, terminam por estabelecer noções precursoras do moderno princípio da transformação e conservação da energia. A falta, ainda, de uma noção clara do conceito de força é, em última instância, o que precipita estas idéias.

Aceitando como válido o princípio da inércia, Newton ponderou que *"devia haver uma rigorosa correlação entre uma causa externa e a mudança que ela produz. Ali estava uma nova abordagem da força, na qual os corpos eram tratados como objetos passivos de forças externas incidentes sobre eles, não como um veículo ativo de força incidindo sobre outros"*[(3)]. Para o filósofo e matemático alemão Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716), por exemplo, um objeto em movimento possuia uma 'força' dependente de sua massa e do quadrado de sua velocidade - um conceito bastante próximo daquele que mais tarde viria a ser conhecido como a energia cinética de um corpo.

Demonstrando, experimentalmente, em que condições ocorre a conservação da quantidade de movimento em uma colisão, Newton identifica uma força com a variação temporal da quantidade de movimento de um corpo (segunda lei) e conclui que as força envolvidas num choque mecânico possuem a mesma intensidade, a mesma direção e sentidos opostos (terceira lei).

O Capítulo 3 faz uma abordagem essencialmente didática às leis de Newton, estabelecendo o princípio da inércia a partir dos estudos de Galileu sobre o movimento neutro, contrastando alguns aspectos da física newtoniana com a teoria do impetus, de Buridan, promovendo uma ampla discussão sobre a física do senso comum e as dificuldades conceituais de estudantes à dinâmica newtoniana e exemplificando a aplicação das leis de Newton a diversas situações-problema, entre outras coisas.

O Capítulo 4 examina como surgem e o que representam as forças de atrito entre dois corpos. Estuda-se e aplica-se, em várias situações-problema, a lei de força para o atrito de deslizamento a seco e a lei de força para o atrito estático que aparece entre duas superfícies em repouso relativo quando uma delas é forçada a deslizar sobre a outra.

O movimento de projéteis, tanto em uma quanto em duas dimensões, é o tema tratado no Capítulo 5. Os conceitos básicos da cinemática linear, desenvolvidos no capítulo 2 do Livro 1, fazem-se pré-requisitos indispensáveis à descrição matemática destes movimentos. Quanto a sua análise dinâmica, parece relevante incursionar novamente junto a física intuitiva do aluno para superar, de vez, possíveis concepções alternativas ainda existentes sobre a relação força e movimento.

No Capítulo 6 matematiza-se o movimento circular, enfatizando, particularmente, o movimento circular uniforme. O processo de resolução de duas situações-problema por um observador inercial e um observador acelerado caracteriza, fisicamente, as diferenças existentes entre eles.

O capítulo 7 aborda, em linhas gerais, o contexto de surgimento da gravitação universal newtoniana: as concepções iniciais de Newton sobre o movimento circular; o 'legado' de Hooke a Newton (isto é, a hipótese de compor os movimentos dos planetas em um movimento direto segundo a tangente e em um movimento de atração em direção ao corpo central), resultante da correspondência que se estabelece entre ambos; o significado dinâmico que Newton confere à segunda lei de Kepler; a queda da maçã e a implausibilidade teórica de uma ligação direta deste episódio à descoberta da gravitação; a breve correspondência de Newton com Flamsteed; o famoso encontro de Newton com Halley; a aceitação do "Principia", depois de publicado.

Não sendo o objetivo do texto apresentar a trajetória matemática de Newton à gravitação universal (tendo em vista as complexidades deste empreendimento), procede-se à uma discussão didático-matemática deste tema, fazendo uso do movimento circular e de conceitos introduzidos no Capítulo 6. Obtém-se, assim, a lei da gravitação universal, discutindo-a e exemplificando-a.

O Capítulo 7 ainda contempla uma discussão que salienta, contrariamente a tese empirista-indutivista, que a lei da gravitação universal não pode ser derivada por generalização e indução a partir das leis de Kepler.

1.5 - <u>Livro 4</u> : A teoria da relatividade especial: contexto histórico e conceitos básicos (103 p.)

Os dois primeiros capítulos do Livro 4 aprofundam o estudo teórico da mecânica newtoniana.

No Capítulo 1, procede-se a uma ampla discussão sobre a questão do referencial absoluto newtoniano. Indagando sobre o referencial que vai conferir validade às duas primeiras leis de Newton chega-se a uma definição operacional de sistema de referência inercial e ao princípio da relatividade de Galileu.

A transformação de Galileu, a adição galileana de velocidades e a invariância da aceleração para dois observadores inerciais são assuntos abordados no Capítulo 2, que ainda mostra que as leis da mecânica são as mesmas em todos os sistemas de referência inerciais.

O caminho que leva desde os gregos antigos até Descartes, Galileu, Newton, Leibniz e Huyghens, entre outros, ressalta a dinamicidade do conhecimento científico, a ausência de verdades absolutas. Paradoxalmente, no entanto, com o contínuo desenvolvimento da mecânica no século XVIII e na primeira metade do século XIX, a física newtoniana ou física clássica (como veio a ser conhecida) acabou adquirindo o status de dogma filosófico, transformando-se em uma estrutura conceitual com pretensões de dar respostas a questões não apenas do domínio da mecânica mas também de outras áreas da física, como a termologia, a hidrodinâmica, a eletricidade, o magnetismo e a ótica. Para o célebre matemático J. L. Lagrange (1736-1813), por exemplo, Newton tinha sido o maior de todos os cientistas porque a ciência do nosso mundo só podia ser criada uma vez e havia sido Newton o seu criador[4].

O ideal da explicação mecânica de qualquer fenômeno, compartilhado por newtonianos e cartesianos, sofre, contudo, duro e decisivo golpe com o estabelecimento das equações de Maxwell, na segunda metade do século XIX. Com elas estrutura-se uma nova teoria científica, com amplo poder explicativo e preditivo, que torna possível a abordagem de fenômenos no campo da eletricidade e do magnetismo com elegância e 'simplicidade'. O Capítulo 3 trata especificamente deste assunto, mostrando o contexto de surgimento do eletromagnetismo.

Como era de se esperar, a idéia de uma 'segunda física', de um modo alternativo de pensamento que nascia com o conceito de campo (elétrico, magnético, eletromagnético), para lidar com os fenômenos naturais encontrou forte resistência entre aqueles que defendiam a continuidade da hegemonia do conceito mecânico. Havia, ainda, o fato das equações de Maxwell não serem invariantes frente a transformação de Galileu, o que colocava em cheque a equivalência física dos observadores inerciais, trazendo novamente à discussão a questão do referencial absoluto na física.

A existência ou não de um meio material para a propagação das ondas eletromagnéticas; a incompatibilidade da regra clássica da adição de velocidades com a constância da velocidade da luz, que independe do movimento da fonte e/ou do observador; o confronto entre o princípio da relatividade de Galileu e a idéia da existência de um referencial absoluto, entre outras coisas, estavam a exigir uma reordenação de conceitos e princípios na física do começo do século XX, mostrando serem muito mais extensos e complexos os caminhos que conduzem à compreensão do mundo físico do que os imaginados por Lagrange. É neste importante contexto que se encontram as raízes da teoria da relativade especial de Einstein, publicada no volume XVII da revista Annalen der Physik, em junho de 1905.

O Capítulo 4 descreve, didaticamente, a experiência de Michelson-Morley e a relevância e conseqüências teóricas do resultado desta experiência no contexto das discussões sobre a existência ou não do éter. Por exemplo, é contestando o seu resultado que FitzGerald e Lorentz, por caminhos independentes, concluem que o braço do interferômetro cuja direção coincide com a do movimento da Terra contrai-se na direção deste movimento. A invariância das equações de Maxwell frente a transformação de Lorentz constitui-se, igualmente, em um importante resultado teórico, mas é somente com Einstein que transparece, em toda a sua essência, o seu significado.

O Capítulo 5 introduz os postulados da relatividade especial, inserindo-os dentro de uma discussão que enfatiza que para Einstein os conceitos científicos e princípios gerais de uma teoria são 'livres criações do espírito'. É com uma argumentação neste sentido que se conclui o capítulo mostrando que a concepção empirista-indutivista da ciência, que ainda hoje se encontra fortemente disseminada no meio acadêmico, e que concebe, fundamentalmente, a teoria da relatividade especial como uma resposta objetiva e correta ao experimento de Michelson-Morley, não tem sustentação.

O Capítulo 6 faz um breve 'confronto' entre o caráter absoluto da simultaneidade na mecânica newtoniana e o seu caráter relativo na teoria da relatividade especial.

A transformação de Lorentz, a contração de Lorentz-FitzGerald, a dilatação temporal e a adição relativística de velocidades são matérias abordadas no Capítulo 7, que também as ilustra em várias situações-problema.

O Capítulo 8, "Sobre revoluções científicas, programas de pesquisa e a evolução do conhecimento", propicia ao estudante um primeiro contato com as concepções kuhniana e lakatosiana do desenvolvimento científico.

No último capítulo, discute-se as bases teóricas do texto **As concepções espontâneas, a resolução de problemas e a história e filosofia da ciência em um curso de mecânica**, em termos de aprendizagem, mostrando a articulação de uma versão didática do referencial lakatosiano com o conceito central da teoria da aprendizagem de David Ausubel.

1.6 - Referências bibliográficas

1. PEDUZZI, L.O.Q., MOREIRA, M.A. & ZYLBERSZTAJN, A. As concepções espontâneas, a resolução de problemas e a história da ciência numa seqüência de conteúdos em mecânica: o referencial teórico e a receptividade de estudantes universitários à abordagem histórica da relação força e movimento. Revista Brasileira de Ensino de Física, 14 (4): 239-246, 1992.

2. ARAÚJO, C.R.R. Verdade e interesse na cosmogonia de Descartes. Cadernos de História e Filosofia da Ciência, 2, número especial, 1990. p.9.

3. WESTFALL, R.S. A vida de Isaac Newton. Rio de Janeiro, Nova Fronteira, 1995. p.47.

4. INFELD, L. Albert Einstein: a sua obra e a sua influência no mundo contemporâneo. Publicações Europa-América, 3ª edição.

Capítulo 2

Sobre a resolução de problemas no ensino da Física

2.1 - Introdução

A resolução de problemas é de uma variedade infinitamente grande. Ela se faz presente, rotineiramente, não apenas no trabalho dos cientistas e nas atividades escolares dos estudantes, mas no dia-a-dia das pessoas, em geral.

De uma forma bastante genérica, pode-se dizer que uma dada situação, quantitativa ou não, caracteriza-se como um problema para um indivíduo quando, procurando resolvê-la, ele não é levado à solução (no caso dela ocorrer) de uma forma imediata ou automática. Isto é, quando, necessariamente, o solucionador se envolve em um processo que requer reflexão e tomada de decisões sobre uma determinada seqüência de passos ou etapas a seguir.(1)

Em um exercício, por outro lado, independentemente de sua natureza, o que se observa é o uso de rotinas automatizadas como conseqüência de uma prática continuada. Ou seja, as situações ou tarefas com que o indivíduo se depara já são dele conhecidas, não exigindo nenhum conhecimento ou habilidade nova, podendo, por isso mesmo, ser superadas por meios ou caminhos habituais.(2)

Deste modo, a distinção entre problema e exercício é bastante sutil, não devendo ser especificada em termos absolutos. Ela é função do indivíduo (de seus conhecimentos, da sua experiência etc.) e da tarefa que a ele se apresenta. Assim, enquanto uma determinada situação pode representar um problema genuíno para uma pessoa, para outra ela pode se constituir em um mero exercício.

Na escola, e notadamente no campo da matemática, por exemplo, muitas situações que emergem inicialmente como problema para um indivíduo se transformam, para ele próprio, em 'exercícios de aplicação' da teoria, à medida que adquire e desenvolve novos conhecimentos e habilidades.

É oportuno, aqui, destacar, e não desmerecer ou relevar a um segundo plano, o papel do exercício nas tarefas escolares. É através dele que o estudante desenvolve e consolida habilidades. Este fato, no entanto, nem sempre fica claro ao aluno, que muitas vezes considera enfadonho, cansativo e sem propósito a repetição continuada de uma certa prática.

Neste sentido, cumpre ao professor realçar a importância e a função dos exercícios e dos problemas em sua disciplina. Ao se empenhar nisso ele pode contribuir para que seu aluno veja com outros olhos os exercícios e também se prepare melhor, tanto do ponto de vista cognitivo como emocional, para se envolver em atividades mais elaboradas, como as que caracterizam a resolução de problemas.

Infelizmente, a didática usual da resolução de problemas sofre de sérias insuficiências. Particularmente na área do ensino da física, objeto das considerações deste capítulo, o que se verifica é que o professor, ao exemplificar a resolução de problemas, promove uma resolução linear, explicando a situação em questão 'como algo cuja solução se conhece e que não gera dúvidas nem exige tentativas'[3]. Ou seja, ele trata os problemas ilustrativos como exercícios de aplicação da teoria e não como verdadeiros problemas, que é o que eles representam para o aluno.

O entendimento destes problemas-exemplo ou problemas-tipo, pelo estudante, que supostamente exigem o respaldo do conhecimento teórico do assunto estudado, é visto pelo professor como condição suficiente para que o aluno se lance à resolução dos problemas que lhe são propostos.

Dentro desta concepção, as dificuldades do aluno com a resolução de problemas são geralmente diagnosticadas, pelo professor, como estando relacionada a não compreensão, em níveis desejáveis, dos temas abordados e/ou a insuficientes conhecimentos matemáticos. *"Quando se pergunta ao professor em atuação quais podem ser as causas do fracasso generalizado na resolução de problemas de física, raramente expõe razões que culpem a própria didática empregada."*[3]

Neste capítulo procura-se mostrar que a resolução de problemas de lápis e papel, em física, não deve ser considerada pelo professor, com o consentimento passivo do aluno, como uma atividade na qual este último, por esforço próprio, sem qualquer orientação específica, tenha necessariamente êxito. Ao contrário! O que se vê em sala de aula, tanto em nível de segundo grau quanto no ciclo básico do ensino universitário, é que as dificuldades do estudante 'na transferência' do que aprendeu a novas situações são muito grandes.

Constituindo-se em um segmento do ensino com especificidades próprias e por vezes bastante peculiares, a resolução de problemas, não somente em física mas também em outras áreas do conhecimento, não pode ser alijada ou pouco considerada no contexto geral das ações do professor como mediador do processo ensino-aprendizagem.

2.2 - Fases ou estágios na resolução de problemas

Durante bastante tempo, como ressaltam Echeverría e Pozo[4], *"estudos psicológicos e suas aplicações educativas pareceram compartilhar a idéia de que a resolução de problemas se baseia na aquisição de estratégias gerais, de forma que uma vez adquiridas podem se aplicar, com poucas restrições, a qualquer tipo de problema. Segundo este enfoque, ensinar a resolver problemas é proporcionar aos alunos essas estratégias gerais, para que as apliquem cada vez que se encontrem com uma situação nova ou problemática".*

J.Dewey[5], em 1910, enfatiza os seguintes aspectos envolvidos na resolução de problemas:

- Um estado de dúvida, perplexidade cognitiva, frustração ou consciência da dificuldade.
- Uma tentativa para identificar o problema, para compreender o que se procura, isto é, o objetivo a ser alcançado.
- Relacionamento da situação-problema à estrutura cognitiva do solucionador (isto é, ao conjunto organizado de idéias que possui sobre o assunto em questão), ativando idéias de fundo relevante e soluções de problemas previamente alcançadas, que geram proposições de solução ou hipóteses.
- Comprovação sucessiva das hipóteses e reformulação do problema, se necessário.
- Incorporação da solução bem sucedida à estrutura cognitiva (compreendendo-a) e sua posterior aplicação ao problema em questão e a outros espécimes do mesmo problema.

G.Wallas, em seu livro "A arte do pensamento"[(6)], de 1926, sugere quatro fases na solução de problemas:

♣ Preparação - reunião de informações e tentativas preliminares de solução.
♣ Incubação - abandono temporário do problema para envolvimento em outras atividades.
♣ Iluminação - a chave para a solução aparece (é onde ocorre o 'flash' de 'insight', o 'aha!').
♣ Verificação - a solução obtida é testada para verificar a sua eficácia.

Também G.Polya, mais recentemente, em 1945, em seu famoso livro "A arte de resolver problemas"[(7)] propõe uma série de passos na solução de problemas, baseado em observações que ele fez como professor de matemática, que não se limitam à didática de seu campo específico de trabalho. *"Primeiro, temos de comprender o problema, perceber claramente o que é necessário. Segundo, temos de ver como os diversos itens estão inter-relacionados, como a incógnita está ligada aos dados, para termos a idéia da resolução, para estabelecermos um plano. Terceiro, executamos o nosso plano. Quarto, fazemos um retrospecto da resolução completa, revendo-a e discutindo-a."*[(8)] Assim, segundo Polya, é preciso:

♠ Compreender o problema: O solucionador reúne informações sobre o problema e pergunta: *O que se quer, o que é desconhecido? O que se tem, quais são os dados e as condições?* Se houver uma figura deve ser traçada, introduzindo-se notação adequada para especificar os dados e a(s) incógnita(s).

♠ Delinear um plano: O solucionador procura valer-se da sua experiência com outros problemas para encaminhar a solução e pergunta: *Conheço um problema correlato que já foi antes resolvido? É possível utilizá-lo? Deve-se introduzir algum elemento auxiliar para tornar possível a sua utilização?* É difícil imaginar um problema absolutamente novo, sem qualquer semelhança ou relação com algum outro que já tenha sido objeto de estudo; se um tal problema pudesse existir, ele seria insolúvel. De fato, ao resolver um problema, via de regra, aproveitamos alguma coisa de um problema anteriormente solucionado, usando o seu resultado, ou o seu método, ou a experiência adquirida ao resolvê-lo.

Se, contudo, não conseguir resolver o problema proposto, procure antes solucionar algum problema correlato. *É possível imaginar um problema correlato mais acessível? Um problema mais genérico? Um problema mais específico? Um problema análogo? É possível resolver uma parte do problema?*

♠ Colocar em execução o plano: O solucionador experimenta o plano de solução, conferindo cada passo.

O caminho que vai desde a compreensão do problema até o estabelecimento de um plano pode ser longo e tortuoso. Executar o plano é muito mais fácil; paciência é o de que mais se precisa. O plano, no entanto, proporciona apenas um roteiro geral. Precisamos ficar convictos de que os detalhes inserem-se nesse roteiro e, para isto, temos de examiná-los, um após outro, pacientemente, até que tudo fique perfeitamente claro e que não reste nenhum recanto obscuro no qual possa ocultar-se um erro.

♠ Olhar restrospectivamente: O solucionador deve examinar a solução obtida. *É possível verificar o resultado, o argumento utilizado? É possível chegar ao resultado por um caminho diferente? É possível utilizar o resultado, ou o método, em algum outro problema?*

Até mesmo bons alunos ao visualizarem a solução de um problema e escreverem a sua demostração passam rapidamente a um outro problema, ou então fecham os livros e dedicam-se a um outro assunto. Assim procedendo, eles perdem uma fase importante e instrutiva do trabalho da resolução. Se fizerem um retrospecto da resolução completa, reconsiderando e reexaminando o resultado final e o caminho que levou até este, eles poderão consolidar o seu conhecimento e aperfeiçoar a sua capacidade de resolver problemas.

As fases de Polya, por exemplo, se fazem presentes nas sugestões de Reif e outros[9], relativamente à resolução de problemas de lápis e papel em física, quando orientam o estudante a adotar os seguintes procedimentos:

♦ Descrição: listar explicitamente os dados e a informação desejada. Fazer um diagrama da situação (o resultado deste passo deve ser uma formulação clara do problema).
♦ Planejamento: selecionar as relações básicas pertinentes para a solução do problema e delinear como serão usadas (o resultado deste passo deve ser um plano específico para encontrar a solução).
♦ Implementação: executar o plano precedente fazendo todos os cálculos necessários (o resultado deste passo deve ser a solução do problema).
♦ Conferência: certificar-se de que cada um dos passos precedentes seja válido e que a solução final faça sentido (o resultado deste passo deve ser uma solução segura do problema).

A identificação de fases ou etapas que permeiam a resolução de qualquer problema, e que, portanto, não dependem explicitamente de conhecimentos e habilidades específicas a uma determinada área do conhecimento, ao mesmo tempo que dá um tom de unidade e homogeneidade a esta forma de conceber e abordar problemas, deixa claramente transparecer as suas deficiências.

Não há como negar que do ponto de vista psicológico variáveis como ansiedade, expectativas, intuição, sucesso, frustrações, etc. se fazem realmente presentes em qualquer tarefa de resolução de problema. O mesmo pode ser dito de parâmetros que sugerem ao solucionador uma certa organização ou melhor posicionamento em relação à situação-problema, como ler o enunciado do problema com atenção e circular informação relevante, dividir o problema em partes ou subproblemas, analisar o resultado encontrado, etc.

Contudo, o que sem dúvida permite o acesso consciente e responsável do indivíduo em tarefas de resolução de problemas é o conhecimento específico que possui na área de abrangência do mesmo e de como este conhecimento se encontra organizado e disponível em sua estrutura cognitiva. Afirmar, no entanto, que o aluno só deve começar a resolver problemas depois de dominar 'inteiramente' a teoria é partilhar do erro de muitos professores que vêem a resolução de problemas como meros 'exercícios' de aplicação dos conteúdos estudados. Como bem ressalta Kuhn[10], também se aprende a teoria resolvendo problemas.

De qualquer modo, é importante enfatizar que a implementação prática das quatro fases de Polya em problemas de matemática, ou das sugestões de Reif à resolução de problemas de física, depende, fundamentalmente, do arcabouço teórico do solucionador, sob pena de resultarem estéreis se o mesmo não for minimamente adequado ou pertinente.

A pesquisa mais recente na área de resolução de problemas tem dado bastante ênfase à relevância do conhecimento específico e da experiência acumulada em tarefas que exigem do indivíduo a busca de uma solução sem um caminho imediato, evidente, para a sua consecução.

Dos processos gerais úteis à solução de qualquer problema, passa-se, particularmente, a ver com interesse a figura do perito ou especialista como exemplo de eficiência para a resolução de problemas num determinado domínio do conhecimento.

Ao se procurar caracterizar, em linhas gerais, como o especialista (pesquisador ou professor) aborda e desenvolve experimentalmente uma situação-problema na área das ciências naturais (física, química e biologia), por exemplo, verifica-se que o procedimento típico deste profissional, em seu laboratório, é, basicamente, o seguinte:

Primeiro, há a identificação do problema a ser tratado, propriamente dito. Segue-se daí, entre outras coisas, a formulação de hipóteses e a construção de um modelo da situação subjacente. A obtenção, processamento e interpretação dos dados dão seqüência natural a esta abordagem inicial. Isto é, os dados provenientes de um criterioso delineamento experimental são organizados e representados graficamente visando a sua quantificação. As limitações do experimento, o potencial dos resultados obtidos, a pertinência da realização de um novo experimento envolvendo eventuais 'correções de rumo' ou mesmo a busca de uma 'confirmação' e ampliação do escopo de validade dos resultados alcançados são então analisados.

Do ponto de vista do ensino de laboratório nas ciências naturais, a adoção deste procedimento leva a que se referendem leis já conhecidas ou que se proceda à sua 'descoberta', conforme o enfoque dado pelo professor à atividade experimental. Ao cientista, por seu turno, cabe uma análise criteriosa sobre a consistência dos resultados obtidos e a pertinência da sua divulgação à comunidade científica.

Mas a ênfase na identificação e desenvolvimento de habilidades e estratégias relacionadas ao ensino de laboratório, um capítulo certamente muito especial dentro da didática da física, em particular, não é o objetivo deste trabalho. É sobre a resolução de problemas de lápis e papel, no ensino da física, que se concentram as discussões conduzidas nas próximas seções.

2.3 - A contribuição do especialista no delineamento de estratégias para a resolução de problemas de lápis e papel em física

Na área do ensino de física, a resolução de problemas pelo professor (e também por certos estudantes que se destacam por seu desempenho acadêmico) deveria apresentar-se, potencialmente, para muitos alunos, como um 'modelo' a ser seguido.

Isto é, a observação atenta do aprendiz à forma como o especialista aborda uma situação nova e utiliza os conhecimentos disponíveis para equacioná-la e proceder à sua solução deveria, em princípio, ser suficiente para que o primeiro, dispondo de conhecimento relevante e 'seguindo o exemplo' do segundo, tivesse igual sucesso no seu envolvimento com outras situações-problema.

As persistentes dificuldades dos estudantes na resolução de problemas de física têm sistematicamente mostrado que isto não é o que ocorre na prática. Por quê?

Basicamente, porque a resolução de problemas não é vista pelo professor de física como uma atividade que mereça, por si mesma, uma discussão mais específica de sua parte. Paradoxalmente, no entanto, este mesmo professor elege a eficiência na resolução de problemas como condição necessária e suficiente para a aprovação de seu aluno (como atestam as extensas listas de problemas que o estudante recebe para solucionar e as avaliações a que se submete, constituídas quase que exclusivamente de problemas).

Deixando o ceticismo de lado e admitindo-se que há o que aprender em relação à resolução de problemas, tanto da parte do professor, pela mudança de sua postura didática em relação a este tema, quanto do aluno, que melhor orientado pode ter um desempenho mais consciente e ser menos averso a este importante componente de sua aprendizagem de física, cabe de imediato a pergunta: o que fazer, então, a este respeito?

Pode-se, por exemplo, procurar investigar mais amiúde como o especialista resolve problemas, e a partir dos dados disponíveis aprofundar algumas discussões neste sentido.

Assim, solicitar a um bom solucionador que 'pense alto' enquanto resolve um problema, ou que o solucione sem qualquer manifestação oral e depois exprima o que fez e por que fez, pode trazer informações úteis sobre o processo de resolução. Em qualquer dos casos, contudo, é preciso estar atento para as limitações dos registros feitos.

'Forçar' um solucionador a pensar alto durante o seu envolvimento com um problema pode levá-lo, consciente ou inconscientemente, a relatar apenas os passos ou movimentos por ele julgados seguros ou pertinentes. A análise retrospectiva, por outro lado, sem escapar a mesma crítica, torna pouco provável que 'considerações precisas de comportamento, incluindo todos os processos cognitivos empregados, possam ser reconstituídos pelo solucionador'.[11]

A observação crítica em sala de aula, que busca contrastar como situações-problema são abordadas por alunos com diferentes graus de sucesso em relação às mesmas, complementada por informações que advêm da comparação entre o desempenho do aluno em testes e verificações de aproveitamento e a forma como resolve os problemas que constam nestas avaliações, também contribui para que se tenha uma melhor compreensão das diferenças existentes entre bons e maus solucionadores e das dificuldades enfrentadas por muitos estudantes em relação à resolução de problemas em física.

As pesquisas desenvolvidas a partir destas e de outras técnicas e metodologias de investigação mostram que existem diferenças significativas em relação a como bons e maus solucionadores, ou especialistas e novatos, resolvem problemas de física[12-16].

O modelo de Kramers-Pals e Pilot [17] (Fig.1), de aplicabilidade em diversas áreas do conhecimento, segundo os seus autores, é bastante ilustrativo e sugestivo para os propósitos da presente discussão. Nele, as dificuldades mais freqüentemente encontradas por estudantes com pouca experiência na resolução de problemas são elencadas em função de quatro etapas bem distintas existentes no processo de resolução de um problema: <u>análise do problema</u>, <u>planejamento do processo de solução</u>, <u>execução de operações de rotina</u> e <u>conferência da resposta e interpretação do resultado</u>.

Além de deixar patente o mau posicionamento do novato frente a uma situação-problema, este modelo também evidencia as limitações, e mesmo ineficácia, da 'aprendizagem por imitação' do novato pelo especialista, ou do estudante pelo professor, em tarefas de resolução de problemas.

Ocorre que durante o processo de solução de um problema pelo especialista muitos dos 'passos' por ele seguidos não se fazem perceptíveis ao observador atento, pois são tomados mentalmente e de uma forma bastante abreviada. Usualmente, a única parte passível de um acompanhamento mais detalhado é a que se refere à execução das operações de rotina (fase 3, na Fig.1), isto é, os cálculos principais do problema. *"Na fase1, a parte escrita limita-se freqüentemente ao 'rabisco' de alguns dados. Na fase 2, o loop 2b-2c não é em geral comentado, porque a maioria dos problemas são meras rotinas para o professor (exercícios). A conferência dos resultados, tão usual ao especialista, também é feita mentalmente. Como, então, podem os estudantes aprender a fazer uma cuidadosa análise do problema, a planejar os passos relativos a solução e a avaliar os resultados se eles não veem o professor fazendo isso?* [17]

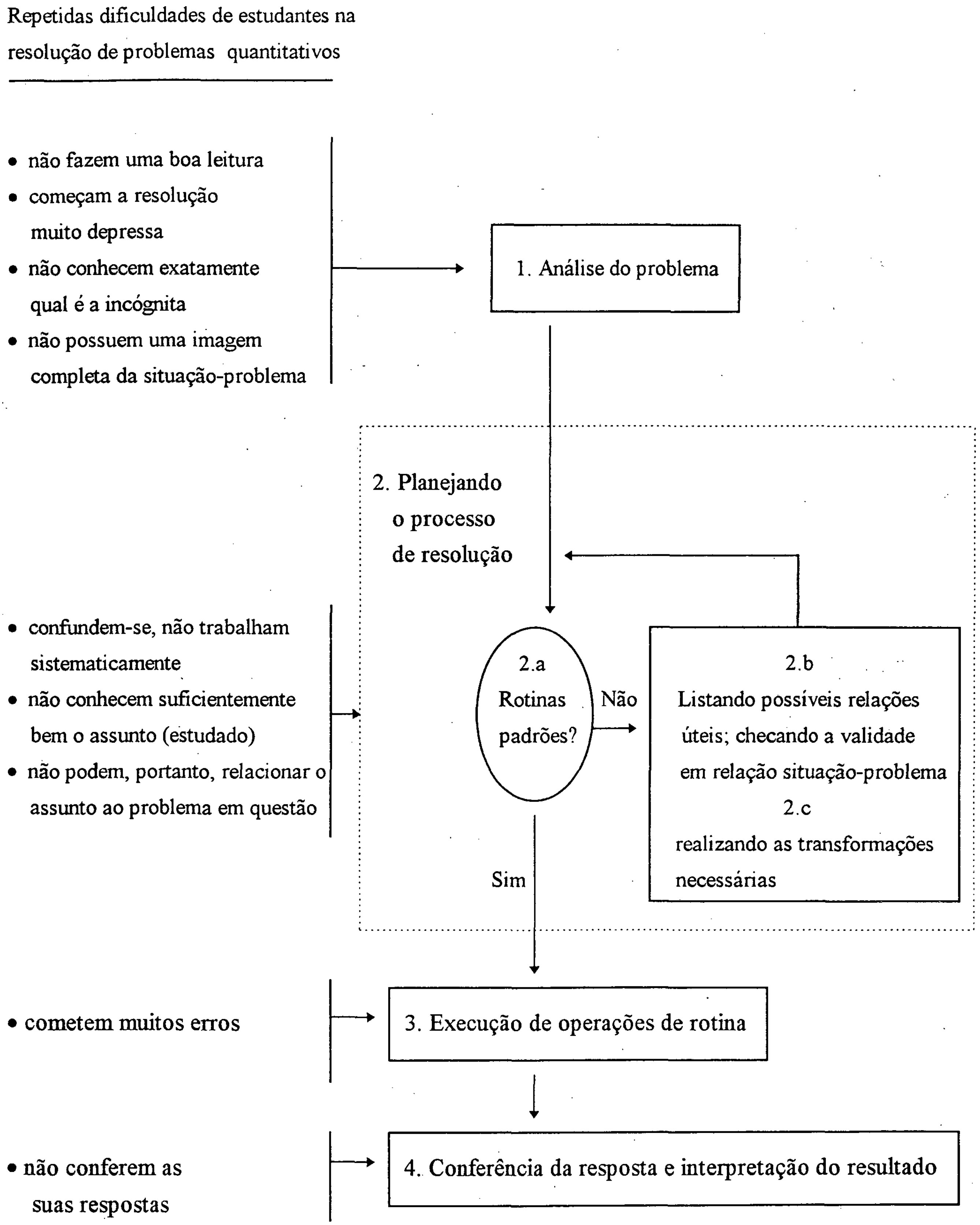


Fig.1 - Um modelo interpretativo para a análise das dificuldades de estudantes em relação a resolução de problemas.

Assim, não há dúvida de que cabe não apenas ao professor (devidamente preparado para tal) mas também a textos didáticos (mais 'atentos' aos resultados das pesquisas educacionais) a tarefa de atuarem como mediadores para capacitar o estudante a ter uma visão mais abrangente e crítica sobre a resolução de problemas em física. Os estudos veiculados na literatura especializada em resolução de problemas fornecem subsídios valiosos para este fim.

Com o objetivo de promover, didaticamente, uma discussão mais pormenorizada sobre a resolução de problemas de lápis e papel no ensino da física geral, apresenta-se, a seguir, a estrutura básica de uma estratégia supostamente adotada por um bom solucionador no processo de resolução de um problema, comentando os seus elementos constituintes na seção 5. Os itens que a compõem são, basicamente, os apresentados por Peduzzi no grupo de trabalho F_2 ('La solución de problemas y la formación de profesores de Física') da V Reunião Latino-americana de Ensino de Física[18]. A sua aceitabilidade geral, entre os participantes, fez com que constassem no item 'Algunas recomendaciones al alumno' das recomendações gerais feitas por este grupo.

Desde já, contudo, cabe ressaltar que uma dada estratégia, independentemente de como esteja estruturada e de como seja utilizada, não pode ser vista como uma receita-padrão para a solução de qualquer problema por qualquer pessoa.

O número de variáveis envolvidas na resolução de problemas é, como se viu, muito grande, já que o ato de solucionar, propriamente dito, não se relaciona apenas com o conhecimento em si. A intuição, a criatividade, a perspicácia, ansiedades, frustrações etc. do solucionador claramente interferem nesta atividade, contribuindo para diferenciar as pessoas umas das outras.

A recusa do cético ao exame dos elementos de uma estratégia, por duvidar de sua eficácia geral, resulta, então, sem sentido, se a estratégia em questão for vista como um elemento desencadeador de dois importantes processos: o de promover, como já foi dito, uma discussão que se faz realmente necessária sobre a resolução de problemas e o de se constituir em uma fonte de possíveis subsídios e inspiração para que o estudante desenvolva estratégias próprias para a resolução de problemas.

2.4 - Uma estratégia para a resolução de problemas em física básica

A implementação da estratégia reúne as seguintes ações (que não estão ordenadas por hierarquia ou ordem de importância) na abordagem de um problema de física básica:

1. Ler o enunciado do problema com atenção, buscando a sua compreensão;
2. Representar a situação-problema por desenhos, gráficos ou diagramas para melhor visualizá-la;
3. Listar os dados (expressando as grandezas envolvidas em notação simbólica);
4. Listar a(s) grandeza(s) incógnita(s) (expressando-a(s) em notação simbólica);
5. Verificar se as unidades das grandezas envolvidas fazem parte de um mesmo sistema de unidades; em caso negativo, estar atento para as transformações necessárias;

6. Analisar qualitativamente a situação problema, elaborando as hipóteses necessárias;

7. Quantificar a situação-problema, escrevendo uma equação de definição, lei ou princípio em que esteja envolvida a grandeza incógnita e que seja adequada ao problema;

8. Situar e orientar o sistema de referência de forma a facilitar a resolução do problema;

9. Desenvolver o problema literalmente, fazendo as substituições numéricas apenas ao seu final ou ao final de cada etapa;

10. Analisar criticamente o resultado encontrado;

11. Registrar, por escrito, as partes ou 'pontos chave' no processo de resolução do problema;

12. Considerar o problema como 'ponto de partida' para o estudo de novas situações-problema.

2.5 - Comentários sobre a estratégia apresentada na seção anterior

Para fins didáticos, examina-se, agora, os componentes da estratégia apresentada na seção anterior sob a ótica do especialista (professor) que, concordando com a sua estrutura geral, tenta sensibilizar o novato (no caso, o estudante iniciante e interessado) à consideração de seus itens.

O primeiro quesito da estratégia enfatiza a importância da leitura cuidadosa do enunciado de um problema. É através dele que o solucionador toma contato com as 'condições de partida' do problema e tem conhecimento das metas a serem atingidas. Por isso, o enunciado deve ser objeto de toda a atenção possível para não serem desconsideradas informações relevantes nele contidas. A sua compreensão é, portanto, fundamental. De fato, *"é uma tolice responder a uma pergunta que não tenha sido compreendida"*(19). Tolice ainda maior é abordar um problema sem querer, de fato, resolvê-lo.

A leitura do enunciado deve ser acompanhada, naturalmente, das primeiras tentativas de visualização e de delineamento do problema. Deste modo, o item dois da estratégia sugere ao solucionador que esboce um desenho ou diagrama da situação física considerada com o objetivo de evitar abstrações desnecessárias que podem ser prejudiciais ao desenvolvimento do problema. Fazer desenhos, gráficos ou diagramas na fase inicial ou de formulação de um problema é uma praxe que se mostra muito mais freqüente entre bons solucionadores do que entre aqueles que não detêm igual sucesso na resolução de problemas.(12,14)

Na forma convencional, em geral apresentada pelos livros de texto e utilizada pelo professor, um problema de física encontra-se especificado em termos de um conjunto bem estruturado de informações - os dados do problema - juntamente com o que se deseja atingir com as informações disponíveis - os objetivos ou metas do problema. Assim, no que diz respeito à organização do problema, pode ser conveniente listar os dados e as grandezas incógnitas (itens 3 e 4 da estratégia), expressando-os em notação pertinente, para se ter fácil acesso, em qualquer etapa da resolução, acerca do que se dispõe e do que se necessita determinar. Inserir dados, e mesmo incógnitas, nos diagramas apresentados pelo problema ou naqueles elaborados pelo solucionador pode ser de grande utilidade.

A partir dos dados, explicitamente apresentados nos problemas numéricos, isto é, não literais, verifica-se a vantagem de trabalhar neste ou naquele sistema de unidades, caso as grandezas envolvidas não possuam unidades expressas em um mesmo sistema. Algumas vezes pode ser interessante efetuar, de imediato, as transformações necessárias para se ter uma idéia mais clara das intensidades relativas das grandezas envolvidas ou, mesmo, para evitar possíveis esquecimentos quando da substituição das mesmas pelos seus correspondentes valores numéricos nas equações do problema. Muitas vezes, contudo, simplificações de termos ou de unidades podem tornar desnecessária esta tarefa de transformação.

Estes primeiros itens da estratégia, que dependendo da natureza do problema exigem uma maior ou menor aplicação do solucionador para a sua implementação, procuram incentivar o estudante a dar início ao problema, auxiliando-o na sua formulação. Um começo, mesmo incipiente, representa, por si, uma mudança significativa em relação à atitude de leitura e desistência que se apodera de muitos alunos quando se envolvem com a resolução de problemas em física. Este procedimento inicial, enfim, pode e deve direcionar a atenção do solucionador para o que propõe o próximo item da estratégia.

O item seis da estratégia sugere uma analise qualitativa do problema, a fim de delineá-lo o mais claramente possível, antes de passar à sua quantificação, isto é, antes de se lidar com as equações que permitirão resolvê-lo. Considerações sobre a constância desta ou daquela grandeza, as aproximações envolvidas, a aplicabilidade de leis e princípios implicados, etc., exemplificam aspectos de um problema que, levados em conta em uma discussão inicial, contribuem para que se desenvolva uma melhor clareza e compreensão da situação tratada.

Esta discussão qualitativa, em nível mais aprofundado, é a que se busca, propositadamente, em problemas não convencionais, de enunciados abertos ou semi-abertos. Nestes casos, o enunciado não se constitui em uma fonte completa de informações, isto é, não apresenta os 'dados usuais' de que se necessita para resolver o problema, como ocorre nos de enunciados fechados - os tradicionais.

Assim, um enunciado do tipo *"Calcule o tempo em que se dará o encontro entre um automóvel e um carro de polícia que se lança em sua perseguição"* exemplifica um enunciado aberto, em contraste com um enunciado fechado que, envolvendo situação análoga, apresentaria uma descrição completa da mesma, especificando, para o cálculo do tempo de encontro dos veículos, a separação inicial entre eles, suas respectivas velocidades e os tipos de movimentos. *"Os problemas sem dados no enunciado obrigam os alunos a fazer hipóteses, a imaginar quais devem* *ser os parâmetros pertinentes e de que forma intervêm. São as hipóteses que focalizam e orientam a solução.*[3] Já a estrutura rígida de um enunciado fechado dá pouca, ou nenhuma, margem para a emissão de hipóteses por parte do solucionador.

Com problemas de enunciados abertos, Gil Perez[20], seu grande incentivador, propõe uma mudança radical na didática habitual da resolução de problemas em física. Além de propiciarem uma resolução de problemas necessariamente mais participativa e consciente, pelo estudante, estes problemas mostram-se potencialmente úteis para familiarizar melhor o aluno com alguns aspectos da metodologia científica, que aparece distorcida nos problemas tradicionais, segundo este pesquisador espanhol.

Ocorre que a estrutura usual dos problemas de lápis e papel, em física, calcada na busca de uma conexão entre dados e incógnitas, induz o estudante a considerar o conhecimento como resultado de um processo indutivo de inferência a partir de dados conhecidos, isto é, a uma visão empirista da ciência.

De acordo com Gil Perez, uma autêntica resolução de problema deve, necessariamente, possibilitar ao solucionador a emissão de hipóteses e a elaboração de estratégias de solução, a partir do repertório teórico de que dispõe, bem como uma cuidadosa apreciação da resposta obtida, em termos de sua viabilidade física à situação desenvolvida.[20] Neste sentido, ao mesmo tempo que ressalta a importância dos problemas de enunciados abertos para alcançar estes objetivos, ele se posiciona contra o uso de 'problemas-tipo', que provocam fixação e tornam mais difícil o engajamento do aluno dentro de uma concepção de problema que privilegia o caráter de investigação que esta atividade deve ter.

É importante ressaltar que a metodologia proposta por Gil Perez para a abordagem de problemas sustenta-se, teoricamente, no desenvolvimento de um ensino em conformidade com certos aspectos consensuais da moderna filosofia da ciência (Kuhn, Popper, Lakatos, Toulmin, Hanson etc.). Isto é, em um ensino que deve destacar o papel central da hipótese e do conjunto de pressupostos teóricos do cientista na proposição, delineamento, articulação e seleção de teorias. A 'transformação' de um problema fechado em um problema de enunciado aberto não demanda maiores dificuldades[21,22], o que sem dúvida facilita a sua utilização pelo professor em classe.

A análise qualitativa (e a elaboração de hipóteses) presente em maior ou menor intensidade em um problema, dependendo de seu 'tipo', conduz de forma natural à busca por equações que se ajustem às condições do problema e que relacionem as grandezas nele envolvidas (item sete da estratégia).

Os itens seis e sete da estratégia deixam claro que é necessária uma adequada fundamentação teórica para que seja viável uma resolução de problema bem sucedida. Uma boa compreensão das equações de definição, leis e princípios é essencial para uma aplicação correta dos mesmos. *"A posse de um conhecimento relevante na estrutura cognitiva, especialmente se claro, estável e discriminável, facilita a solução de problemas. De fato, sem tal conhecimento nenhuma* *solução de problemas é possível, apesar do grau de habilidade do aprendiz na aprendizagem pela descoberta; sem este conhecimento ele não poderia nem começar a compreender a natureza do problema com que se defronta."*[23]

Vê-se, assim, o quanto é imprópria a atitude, bastante comum, de estudantes que se lançam à resolução de problemas sem antes terem desenvolvido ao menos uma compreensão básica do quadro conceitual em que eles se inserem. Isto, certamente, em nada favorece o intercâmbio entre teoria e problemas, nos termos de Kuhn. O que acontece, então, nesses casos, via de regra, é que o estudante fica perdido e ou desiste do problema ou incorre em erro, utilizando, indiscriminadamente, equações que nada têm a ver com a situação considerada.

O item oito da estratégia salienta a importância do sistema de referência na resolução de problemas. O caráter vetorial de inúmeras grandezas físicas, bem como especificações de energia potencial, de posição etc., exigem do solucionador uma particular atenção para definir convenientemente o referencial que vai orientar as suas ações, já que uma escolha apropriada do mesmo pode simplificar bastante o equacionamento de um problema.

A instrução nove da estratégia incentiva o desenvolvimento literal de um problema, já que este procedimento, amplamente utilizado por bons solucionadores de problemas, se constitui em um fator diferenciador entre especialistas e novatos.[14] As vantagens em se obter uma expressão algébrica para a grandeza incógnita e, somente após, nela inserir valores numéricos são, entre outras, as seguintes[24]:

a) a expressão obtida pode ser checada dimensionalmente;

b) o cancelamento de termos na derivação da expressão é exato;

c) o significado físico do resultado é frequentemente mais claro;

d) problemas similares, com diferentes valores para as variáveis, podem ser resolvidos sem que se tenha que recorrer a uma nova derivação;

e) quando a resposta não está correta, pode-se verificar se o erro está na física, na álgebra ou na aritmética;

f) em verificações de aprendizagem, a obtenção correta de uma expressão poderá merecer a maior parte dos pontos da questão, em que pese erro de aritmética no resultado encontrado.

Ao se desenvolver um problema literalmente e encontrar uma expressão geral para a quantidade procurada em função de parâmetros especificados pelo enunciado (problemas fechados) ou indicados pelo próprio solucionador (problemas abertos) se obtém, especificamente, a relação de dependência da incógnita sobre outras quantidades (independente desta ou daquela grandeza, proporcional a esta ou aquela quantidade, etc.). Isto possibilita contrastar a análise qualitativa previamente realizada pelo solucionador com o resultado do problema, além de viabilizar o exame de casos limites (atribuir a uma grandeza valores muito grandes ou muito pequenos e verificar o seu efeito sobre a grandeza incógnita). *"A consideração de casos limites não é apenas* *útil para detectar resultados incorretos, mas também para modificar delineamentos qualitativos, fixar limites de validade das expressões obtidas, etc.*"[25]

A analise crítica do resultado de um problema (item dez da estratégia) é, sem dúvida, uma importante e imprescindível tarefa a ser executada pelo solucionador. Além do que já foi dito a este respeito, deve-se ainda mencionar que o exame da viabilidade física de uma resposta pode sugerir a existência de incorreções na 'fase de execução' do plano estabelecido: é comum, por exemplo, erro no desenvolvimento literal de um problema, ou quando da substituição das grandezas por seus valores numéricos. Por outro lado, em situações onde a aritmética proporciona mais de um resultado (como ocorre em certos problemas envolvendo o movimento de projéteis e também em situações que demandam o cálculo do tempo de encontro de dois corpos), a interpretação e seleção da resposta pertinente faz-se presente como uma ação indispensavelmente obrigatória.

Registrar os 'pontos-chave' no processo de solução (item onze da estratégia), como aspectos relativos à análise qualitativa, possíveis hipóteses, adequação de equações, leis e princípios e a análise do resultado, além de tornar o problema mais compreensível para quem o lê (professor ou colega), pode ser útil ao próprio solucionador em uma leitura ou estudo posterior do mesmo. 'Uma resolução fundamentada e claramente explicada, previamente ou à medida que se avança', como adverte Gil Perez[3], exige verbalização, o que a coloca longe 'dos tratamentos puramente operativos, sem nenhuma explicação, que se encontram muito comumente nos livros de texto' e em situações de sala de aula.

Há sempre alguma coisa a se fazer em relação a um problema, mesmo depois de resolvido. Assim, considerar as perspectivas abertas pelo problema para o estudo de novas situações-problema é o que propõe o item doze da estratégia. O estudo de uma (ou mais) variante do problema recém resolvido pode e deve levar o solucionador a uma compreensão mais abrangente do quadro teórico em que ele se situa. <u>Quando</u> dar realmente por finalizado um problema é, portanto, uma interessante questão que se coloca ao solucionador[26].

Todo este conjunto integrado de ações contribui, enfim, para que o estudante proceda à resolução significativa de um problema, incorporando a solução à sua estrutura cognitiva. Com isso, afasta-se o 'fantasma' da solução mecânica, que tão incansavelmente acompanha a resolução de problemas de muitos estudantes. Esta última ocorre quando se obtém a solução de uma dada situação sem entendê-la bem[27,28]. Uma fonte geradora deste mecanismo é o que o pesquisador norte-americano Clement[29] denomina 'conhecimento' centrado em fórmula. Isto sucede quando o solucionador utiliza corretamente uma equação, princípio, etc. chegando ao resultado, mas a idéia que tem da situação física envolvida é pouca ou nenhuma. Neste caso, ele pode utilizar um tipo de representação com sucesso (por exemplo uma fórmula) mas ter muita dificuldade com uma outra forma de representação da mesma situação (um gráfico, por exemplo). Pode, também, ter bastante dificuldade em explicar o que, e por que, fez.

Às vezes, por mais que se tente, e dispondo de conhecimento específico para tal, não se consegue resolver um problema. Nestes casos, pode ser interessante utilizar o processo de 'incubação', mencionado por Wallas (seção 3.2). Deixar o problema temporariamente de lado, envolvendo-se em outros afazeres, parece contribuir no sentido de dissipar idéias confusas sobre o mesmo. Ao retornar novamente ao problema, depois de passado um certo tempo, o solucionador, por vezes, consegue obter a solução correta do mesmo. Um exemplo bastante comum deste fato provém de relatos de estudantes que afirmam ter resolvido em casa um problema que durante a prova não haviam conseguido solucionar.

Uma versão mais dramática do processo de incubação seguido por iluminação, nos termos de Wallas, sucede quando vem à mente do indivíduo, de repente, a resposta, a chave para a resolução, num contexto em que, curiosa e caprichosamente, o solucionador não está diretamente envolvido com o problema em si. Isto foi exatamente o que se passou com o notável matemático francês J.Henri Poincaré (1854-1912), quando deixou Caen, onde residia, para ministrar um curso de geologia. Conforme ele mesmo relata, *"As peripécias da viagem fizeram-me esquecer meu trabalho matemático. Em Countances, dirigimo-nos ao ônibus que nos levaria a um certo passeio. No momento em que pus o pé no estribo veio-me a idéia, sem que nada em meus pensamentos anteriores tivesse pavimentado o caminho para isto, de que as transformações que usei para definir as funções fuchsianas eram idênticas às da geometria não-euclidiana. Não verifiquei de imediato a idéia; não teria tempo, eis que, assentando-me no ônibus, prossegui numa conversa que já tinha começado - mas eu sentia uma certeza absoluta. Quando de meu retorno a Caen, verifiquei o resultado...*[(30)].

Um outro exemplo, bastante interessante, vem do historiador e tradutor galileano Stillman Drake. Profundo conhecedor da obra e da vida de Galileu, surge a este conceituado pesquisador, 'repentinamente', uma nova e 'perturbadora' hipótese que tem a força de redirecionar todo o planejamento de um trabalho já em andamento. Assim, no capítulo introdutório de seu livro "Galileu" ele relata: *"Só quando escrevia este livro, e depois de ter redigido parte dele de maneira bastante diferente, é que me ocorreu, muito repentinamente, tentar a hipótese de que Galileu tinha falado não convencional mas sinceramente no seu zelo pela Igreja*[+]*, e que, na verdade, o zelo católico o motivara a correr certos riscos pelos quais, finalmente, não foi recompensado mas castigado. Tendo lido anteriormente, e muitas vezes, os documentos relevantes, tinha-os, por assim dizer, simultaneamente presentes com palavras de Galileu em várias ocasiões relacionadas com elas. O efeito que esta nova hipótese me provocou foi como um choque elétrico, como encontrar por acaso um documento esquecido, que resolve velhas confusões."*[(31)]

[+] O tratamento formal, em comunicação oral ou escrita mantido com autoridades exigia, ao tempo de Galileu (e ainda hoje), o uso de palavras de estima e apreço que não tinham, necessariamente, compromisso com a sinceridade.

Naturalmente, é condição necessária para a ocorrência de situações análogas às acima descritas o empenho do indivíduo em reinteradas tentativas de resolução de seu 'problema'. Não é de forma alguma eficaz deixar temporariamente de lado um problema *"sem termos a impressão de que já conseguimos alguma coisa, de que pelo menos um pequeno ponto foi estabelecido, de que algum aspecto da questão ficou de certo modo elucidado, quando paramos de trabalhar nele. Somente voltam melhor delineados aqueles problemas cuja resolução desejamos ardentemente ou para o qual tenhamos trabalhado com grande intensidade. O esforço consciente e a tensão parecem necessários para deflagrar o trabalho subconsciente. De qualquer modo, tudo se passaria com grande facilidade se assim não fosse: poderíamos resolver difíceis problemas simplesmente indo dormir ou esperando o aparecimento de uma idéia brilhante.*[32]

2.6 - Observações finais

Em um levantamento informal realizado pelo autor deste trabalho no segundo semestre de 1995, em consulta a dez professores do Departamento de Física da UFSC em atuação (ou recentemente envolvidos) na disciplina Física I (Mecânica), cursada por estudantes de diversas áreas do conhecimento (Física, Química, Matemática, Engenharias etc.), sobre as possíveis causas do fracasso dos estudantes em relação à resolução de problemas nesta disciplina, houve, como era de se esperar, quase que uma unanimidade no diagnóstico destes docentes em relação a dois pontos básicos:

a) falta de um adequado embasamento teórico, isto é, pouca compreensão dos conceitos e princípios subjacentes aos problemas, o que conduz, do ponto de vista cognitivo, a dificuldades na descrição física e na própria interpretação e compreensão do enunciado do problema; a pouca visão física da situação apresentada; ao não entendimento do que as equações expressam, o que resulta na aplicação incorreta de conceitos e leis físicas, favorecendo a resolução mecânica; a dificuldades na análise do problema e aplicação dos conceitos e princípios pertinentes etc. e

b) insuficientes conhecimentos de matemática elementar (deficiências em trigonometria básica, na análise de gráficos, na manipulação das variáveis de uma equação, na resolução de equações de 1^0 e 2^0 graus, e na solução de um sistema de equações), que impedem uma adequada formalização e tratamento 'sem erros' da situação-problema.

Foram também destacados:

♠ a falta de uma metodologia para a abordagem de problemas, pelo aluno; (Professores R e S)

♠ a falta de raciocínio lógico; (Professores R, S e ML)

♠ o desinteresse do aluno pela disciplina, manifesto pelo pouco empenho na resolução dos problemas propostos, pela freqüência irregular em sala de aula, por uma rotina assistemática de trabalho e pelo seu descrédito quanto a 'utilidade' da disciplina em seu currículo. (Professores T, ML, PC, H e W)

Cabe ainda registrar algumas observações isoladas que, no conjunto das respostas às causas das dificuldades dos alunos recém ingressos na universidade com a resolução de problemas de física, ajudam a mostrar a dimensão do problema em que se insere esta questão.

♣ *"Um operativismo mecânico. Os alunos são condicionados, a partir do 2^0 grau, a verem os 'problemas' como uma questão de aplicação da 'fórmula correta', a qual eles devem encontrar no seu repertório decorado. Desta forma, não se preocupam, ou mesmo não desenvolvem, as habilidades de interpretação do enunciado e de análise teórica da situação-problema. Deve-se notar que as formas como os problemas são apresentados nos textos do 2^0 grau e mesmo universitários induzem a este tipo de atitude por parte do aluno (e do professor, muitas vezes)."* (Professor A)

♣ *"Atitude de apatia frente a um problema - o aluno conclui que não sabe (ou não quer) fazer e portanto nem tenta, espera que o professor faça."* (Professor S)

♣ *"Os alunos não se interessam pela resolução de um problema, apenas pela sua solução."* (Professor ML)

♣ *"O imediatismo. Nossos estudantes permanecem em aula se a gratificação for imediata (uma dica importante, um bom humor em classe, uma brincadeira etc.). A noção de que a verdadeira gratificação é cumulativa e muito pouco estimulante do ponto de vista emocional parece ser estranha aos alunos. Talvez isso seja infantilismo intelectual."* (PC)

♣ *"A existência de inúmeras 'edições' de problemas resolvidos, que funciona como um mecanismo que desmobiliza o estudante a dar a devida atenção ao trabalho de resolver os problemas"* (Professor PC)

♣ *"Os alunos manipulam variáveis físicas como se fossem meras variáveis matemáticas. Também lêem o enunciado com pouca atenção, o que os impede de captar a mensagem do problema."* (Professor W)

♣ *"Os alunos não estão acostumados a estudar de forma correta, o que impede uma associação pertinente entre teoria e problemas. Os problemas são estudados de forma aleatória e não como exemplares paradigmáticos de certos aspectos teóricos."* (Professor A)

A análise crítica de estratégias (como a aqui apresentada e/ou de outras existentes na literatura especializada[24,33-35]), inserida num contexto de discussão geral sobre a importância e os objetivos da resolução de problemas de lápis e papel no ensino da física, pode ser de grande utilidade para que o estudante, mais consciente e com uma melhor compreensão do assunto, desenvolva metodologias mais eficientes para a abordagem dos problemas que lhe são propostos.

Problemas de enunciados abertos, pelo impacto inicial que causam e interesse que logo despertam no estudante, devidamente explorados pelo professor em sala de aula e nas usuais listas de problemas, mostram-se, da mesma forma, indubitavelmente úteis no delineamento de um conjunto articulado de ações que visa mudar o perfil do tradicional 'aluno resolvedor de problemas', origem de tantos insucessos.

Quanto aos problemas fechados, no qual se incluem os problemas-exemplo ou problemas-tipo, de amplo uso na didática usual da resolução de problemas, não é preciso e nem se deve rechaçá-los, ou buscar, necessariamente, tranformá-los em problemas abertos equivalentes. Eles também têm a sua função no aprendizado do estudante. *"Não há nada de errado, naturalmente, com a solução de problemas, identificando-os genuinamente como exemplos de uma classe mais extensa à qual certos princípios e operações podem ser aplicados - desde que se compreenda os princípios em questão, porque eles se aplicam a este caso em particular, e a relação entre os princípios e as operações manipulativas usadas na aplicação. Com demasiada freqüência, porém, isto não é o caso. Na maioria das salas de aula de matemática ou de ciências, a solução de problemas-tipo envolve pouco mais do que a memorização de rotina e aplicação* [mecânica] *de fórmulas."*(36) Cabe, portanto, ao professor, estar atento a esta importante observação ao fazer uso destes problemas em classe.

Neste contexto de 'transformação', a postura coerente do professor que valoriza em suas avaliações o registro dos pontos-chave no processo de resolução de um problema (análise qualitativa, hipóteses feitas, justificativa de leis e princípios utilizados, análise do resultado e comentários gerais) aparece como um incentivo (com as duas interpretações que lhe cabem) de fundamental importância para que o aluno reveja a sua prática usual de abordar problemas.

Também não se pode deixar de constatar que a rotina da resolução de problemas, seja em grande grupo (professor + classe, geralmente com ênfase em problemas-tipo) ou em grupos menores (aluno-aluno, aluno-professor-aluno), que se formam espontaneamente ou com o auxílio do professor, em sala de aula e também em situações extra-classe, caracteriza esta atividade como um empreendimento eminentemente coletivo. Estruturado convenientemente, certamente estimula a colaboração entre diferentes indivíduos.

Visto estritamente sob esta ótica, contudo, parece procedente a crítica de que as dificuldades individuais dos estudantes em relação à resolução de problemas são absolutamente normais, pois em avaliações de aprendizagem, notadamente, exige-se do aluno uma competência para o qual não foi apropriadamente preparado e/ou estimulado - resolver problemas sozinho: *"Se observarmos o comportamento de alunos numa sala de aula, envolvidos na resolução de um problema, vamos notar que a interação social e os comportamentos cooperativos predominam. Os alunos trocam idéias e informações entre si; o professor freqüentemente intervém dirigindo-se a alguns grupos ou à toda sala fazendo sugestões, chamando a atenção para determinados detalhes ou cuidados a serem tomados, até que, aqui e ali, aos poucos, a solução aparece. Logo ela é compartilhada e a maioria dos alunos consegue resolver o problema.... No entanto, nas avaliações, é isso que se exige do aluno: fazer o que não aprendeu, mostrar uma competência que ainda não adquiriu. Ele, então, fracassa, é claro."*(37)

Por isso, é também muito importante alertar o estudante para que invista parte do seu tempo de estudos à reflexão individual, visando o aprofundamento teórico do quadro conceitual e a resolução de problemas por esforço próprio. Neste caso, todo o contexto de discussão ocorrido nos grupos de trabalho certamente contribuirá para o seu posicionamento mais crítico e envolvimento mais produtivo com novas situações-problema.

A resolução de problemas em pequenos grupos também pode e deve ser explorada pelo professor em suas avaliações da aprendizagem, até como forma de espelhar melhor a realidade dos trabalhos desenvolvidos em sala de aula. Não há porque ser contra esta idéia. Os problemas abertos de Gil-Pérez são bastante propícios para este fim.

O tema resolução de problemas de lápis e papel no ensino da física é abrangente, complexo, sutil,...desafiador, também, pelas possibilidades de investigação e de opções que abre ao professor e das perspectivas de mudança que traz ao aluno.

2.7 - Referências Bibliográficas

1. ECHEVERRÍA, M.P.P. & POZO, J.I. Aprender a resolver problemas y resolver problemas para aprender. In: POZO, J.I. (Coord.) La solución de problemas. Madrid, Santillana, 1994. p.17.
2. ECHEVERRÍA, M.P.P. & POZO, J.I. Referência 1, p.18.
3. GIL-PÉREZ, D., MARTÍNEZ-TORREGROSA, J., RAMIREZ, L., DUMAS-CARRÉ, A., GOFARD, M. & CARVALHO, A.M.P. Questionando a didática de resolução de problemas: elaboração de um modelo alternativo. Caderno Catarinense de Ensino de Física, 9 (1): 7-19, 1992.
4. ECHEVERRÍA, M.P.P. & POZO, J.I. Referência 1, p.20.
5. DEWEY, J. How we think. Boston: Heath, 1910. Citado por AUSUBEL, D.P., NOVAK, J.D. & HANESIAN, H. Psicologia Educacional (Tradução de Educational Psychology, 1968). Rio de Janeiro, Interamericana, 1980. p.478.
6. WALLAS, G. The art of thought. Nova York, Harcourt, 1926. Citado por MAYER, R.E. Cognição e aprendizagem humana (Tradução de Thinking and problem solving, 1977). São Paulo, Cultrix. p.86.
7. POLYA, G. A arte de resolver problemas (Tradução de How to solve it, 1945). Rio de Janeiro, Interciência, 1995.
8. POLYA, G. Referência 7, pp.3-4.
9. REIF, F., LARKIN, J.H. & BRACKETT, G.C. Teaching general learning and problem-solving skills. American Journal of Physics., 44(3): 212-217, 1976.
10. KUHN, T.S. A estrutura das revoluções científicas. São Paulo, Editora Perspectiva, 1987. pp.232-233.

11. LESTER, F.K. A procedure for studying the cognitive processes used during problem-solving. Journal of Experimental Education, 48(4): 323-327, 1980.

12. LARKIN, J.H. & REIF, F. Understanding and teaching problem-solving in physics. European Journal of Science Education, 1(2): 191-203, 1979.

13. LARKIN, J.H. & McDERMOTT, J. Expert and novice performance in solving physics problems. Science, 208(4450): 1335-1342, 1980.

14. ROSA, P.R.S., MOREIRA, M.A. & BUCHWEITZ, B. Alunos bons solucionadores de problemas de Física: caracterização a partir de um questionário para análise de entrevistas. Revista Brasileira de Ensino de Física, 14(2): 94-100, 1992.

15. ZAJCHOWSKI, R. & MARTIN, J. Differences in the problem solving of stronger and weaker novices in physics: knowledge, strategies, or knowledge structure? Journal of Research in Science Teaching, 30(5): 459-470, 1993.

16. POZO, J.I. (Coord.) La solución de problemas. Madrid, Santillana, 1994.

17. KRAMERS-PALS, H. & PILOT, A. Solving quantitative problems: guidelines for teaching derived from research. International Journal of Science Education, 10(5): 511-521, 1988.

18. RECOMENDAÇÕES DOS GRUPOS DE TRABALHO DA V RELAEF. Caderno Catarinense de Ensino de Física, 9(3): 258-276, 1992.

19. POLYA, G. Referência 7, p.4.

20. GIL-PÉREZ, D. & MARTÍNEZ-TORREGROSA, J. La resolución de problemas de Física una didáctica alternativa. Madrid/Barcelona, Ediciones Vicens-Vives, 1987. p.10.

21. GIL-PÉREZ, D. & MARTÍNEZ-TORREGROSA, J. Referência 20, Capítulo 3.

22. GARRET, R.M., SATTERLY, D., GIL-PEREZ, D. & MARTINEZ-TORREGROSA, J. Turning exercises into problems: an experimental study with teachers in training. International Journal of Science Education, 12(1): 1-12, 1990.

23. AUSUBEL, D.P., NOVAK, J.D. & HANESIAN, H. Psicologia Educacional (Tradução de Educational Psychology, 1968). Rio de Janeiro, Interamericana,1980. pp.476-477.

24. BURGE, E.J. How to tackle numerical problems in physics. Physics Education, 6(4): 233-237, 1971.

25. GIL-PEREZ, D. & MARTINEZ-TORREGROSA, J. Referência 20, p.54.

26. BLAKESLEE, D. & WALKIEWICZ, T. A. When is a problem finished? The Physics Teacher, 29(7): 464-466, 1991.

27. PEDUZZI, L.O.Q. O movimento de projéteis e a solução mecânica de problemas. Caderno Catarinense de Ensino de Física, 1(1): 8-13, 1984.

28. PEDUZZI, L.O.Q. Solução de problemas e conceitos intuitivos. Caderno Catarinense de Ensino de Física, 4(1): 17-24, 1987.

29. CLEMENT, J. Solving problems with formulas: some limitations. Engineering Education, 72(-): 158-162, 1981.

30. MAYER, R.E. Cognição e aprendizagem humana (Tradução de Thinking and problem solving, 1977). São Paulo, Cultrix. p.87 (Adaptado).

31. DRAKE, S. Galileu. Lisboa, Publicações Dom Quixote, 1981. p.21.

32. POLYA, G. Referência 7, p.156.

33. WRIGHT, D.S. & CLAYTON, D.W. A wise strategy for introductory physics. The Physics Teacher, 24(4): 211-216, 1986.

34. PADGETT, W.T. The long list and the art of solving physics problems. The Physics Teacher, 29(4): 238-239, 1991.

35. MESTRE, J.P., DUFRESNE, R.J., GERACE, W.J. & HARDIMAN, P.T. Promoting skilled problem-solving behavior among beginning physics students. Journal of Research in Science Teaching, 30(3): 303-317, 1993.

36. AUSUBEL, D.P., NOVAK, J.D. & HANESIAN, H. Referência 23, p.474.

37. GASPAR, A. A teoria de Vygotsky e o ensino de física. Trabalho apresentado no IV Encontro de Pesquisa em Ensino de Física. Florianópolis, maio, 1994.

Capítulo 3

Sobre revoluções científicas, programas de pesquisa e a evolução do conhecimento

3.1 - O termo revolução: origem, significado e analogias*

Quando se fala em revolução, seja no domínio das ciências ou na esfera dos acontecimentos sociais e políticos, relaciona-se hoje este termo a uma mudança radical, de considerável magnitude, que denota uma ruptura ou quebra de continuidade com aquilo que é familiar e usual, e que vinculado a uma expressiva inovação traz consigo uma nova perspectiva de mundo (científica e/ou ideológica e/ou social).

A palavra revolução tem sua origem nas ciências exatas. Curiosamente, contudo, o emprego deste termo pelos gregos antigos nada tinha de 'revolucionário'. Utilizado (como ainda é hoje) para referenciar o movimento de rotação de um corpo em torno de um outro corpo ou ponto 'fixo', objetivava, tão somente, exprimir a constância ou regularidade de um fenômeno - daí se falar na revolução de um planeta em sua órbita.

A associação de uma mudança científica de vulto nos padrões de pensamento vigentes à idéia de uma revolução, com conotação em muitos sentidos análoga àquela que altera em parte, ou mesmo por inteiro, o compasso da vida social, econômica e política de um povo, começa a surgir entre os estudiosos durante o século XVIII. Antes de 1700, como ressalta o historiador da ciência I.B. Cohen[(3)], não há referências específicas a 'revoluções' nas ciências. Até esta época, e a partir do século XI, com o resgate da herança grega, preservada pelos árabes, muitos cientistas criativos viam-se como redescobridores do pensamento antigo. Assim, mesmo produzindo por vezes inovações substanciais no conhecimento não as elegiam (ou tinham suas obras vistas por seus pares) como contribuições que pudessem 'abalar' a ordem científica estabelecida.

Uma clara menção a uma revolução, com significado de mudança radical, aparece na obra de Fontenelle, 'Élements de la géométrie de l'infinit', publicada em 1727. Neste trabalho, Fontenelle considera que a invenção do cálculo infinitesimal por Newton e Leibniz (co-descobridor independente), e o seu desenvolvimento subsequente por renomados matemáticos, *"introduziu um nível de simplicidade nunca antes sonhado, com o que se iniciou uma revolução quase total nas matemáticas"*[(4)].

Um pouco mais adiante, em 1747, Clairaut, um estudioso francês, em um trabalho intitulado "Du système du monde dans les principes de la gravitation universelle", afirma que os

* Esta seção fundamenta-se, basicamente, nas referências 1 e 2 da bibliografia constante no final deste capítulo.

Principia de Newton (publicado em 1687) assinalavam *"l'époque d'une grande révolution dans la Physique"*(5).

Estas duas citações à obra de Newton, que, em conjunto, destacam com propriedade e oportunismo os aspectos revolucionários do conteúdo físico e do formalismo matemático de seu trabalho, contribuíram para dar corrência ao significado de um 'novo' termo na ciência ao apontarem as profundas modificações que irremediavelmente se processam na esfera científica com a entrada em cena de um conhecimento genuinamente original e relevante.

Ainda no século XVIII, aparecem outras referências a trabalhos científicos inovadores ou revolucionários, como os de Copérnico e de Descartes. Contudo, talvez a mais significativa seja a de Lavoisier, que em 1773 qualifica como revolucionário seu próprio programa de pesquisa. 'A revolução química: Lavoisier', publicada em 1890 por M.Berthelot, *"fixou a expressão revolução química nos anais da história da ciência"*(6).

O termo revolução, enfim, como expressão de um avanço original e significativo do pensamento científico, começa definitivamente a fazer parte do vocabulário dos cientistas e dos filósofos. A primeira visão de conjunto das conquistas intelectuais do século XVIII, 'A brief retrospect of the eighteen century', de Samuel Miller, publicada em 1803, ilustra isso, através de seu subtítulo, bastante sugestivo, 'uma busca das revoluções e avanços na ciência, nas artes e na literatura durante este período'. Ao procurar explicar a freqüência e rapidez das revoluções científicas, a resposta que Miller encontra, *"resulta bastante moderna, pois viu a principal causa disto na emergência do que hoje chamamos uma comunidade científica. Assinala, em particular, 'a extraordinária difusão do conhecimento', 'o grande número de investigadores e experimentadores existentes' e, sobretudo, 'o grau de intercâmbio sem precedentes de que desfrutavam os científicos', que possibilitava 'a completa e rápida investigação de toda a nova teoria'... [Para Miller], o século XVIII foi, fundamentalmente, <u>a época do intercâmbio literário e científico</u>"* (7).

Contudo, a caracterização de um feito científico como revolucionário não isenta de um alto grau de subjetividade quem o analisa, daí a discordância entre cientistas, historiadores e filósofos da ciência sobre este tema. Isto ocorre, em boa parte, devido à ausência de parâmetros (pela própria dificuldade em estabelecê-los) que confiram uma maior objetividade a este tipo de julgamento.

Há, sem dúvida, episódios na ciência que se constituíram em marcos na história do pensamento científico. Contribuições que extrapolaram as suas próprias áreas de atuação, como as promovidas por Copérnico, Newton, Darwin e Einstein. No que concerne a estes 'saltos' no conhecimento, os critérios estabelecidos pelo historiador da astronomia J.S. Bailly, no século XVIII, para o julgamento de revoluções científicas, ainda hoje desfrutam de boa aceitação. Segundo ele, revoluções de grande envergadura na ciência envolvem dois estágios bem característicos: *"primeiramente se produz uma revolta capaz de destruir o sistema científico aceito; em seguida se introduz algo novo para ocupar o seu lugar"* (8) . De acordo com Bailly, como se observa, não se pode falar de uma revolução cartesiana ou de uma revolução galileana porque as contribuições de Descartes e de Galileu ficaram basicamente restritas ao primeiro estágio, já que é somente com Newton que eclode uma nova filosofia natural.

Ao lado destas maxi-revoluções - que encontram na sociedade o seu paralelo nas grandes revoluções, como as francesa e russa - há uma miríade de mini ou micro-revoluções científicas que atingem, em sua essência, apenas a uma parcela dos profissionais de uma determinada área do conhecimento, ou, ainda, de uma forma um pouco mais ampla, a certos segmentos de diferentes ramos da ciência. Em cada uma destas situações, cabe aos cientistas diretamente envolvidos, de acordo com as especificidades de suas áreas de pesquisas, julgarem a pertinência, os efeitos e o grau das novidades que surgem e afetam seus campos de trabalho.

A descoberta dos raios X pelo físico alemão W.C. Röntgen, em 1895, revolucionou o estudo das radiações, dando novos e importantes desdobramentos à pesquisa nesta área da física. A possibilidade de 'fotografar o invisível' com esta radiação, como mostrava a chapa que registrava a estrutura óssea de uma mão, apresentada à Academia de Ciências de Paris, sinalizava à comunidade médica aplicações promissoras relacionadas a este novo conhecimento. Já para os astronômos os raios X nada tinham de revolucionário, pois não se mostravam relevantes às suas pesquisas.

Um novo instrumento pode, também, desencadear efeitos revolucionários, inclusive em larga escala. Isto foi, por exemplo, o que ocorreu com o telescópio. Construído e apontado pela primeira vez para o céu por Galileu, este instrumento mostrou que o cosmos aristotélico estava longe de exibir a propalada 'perfeição' e imutabilidade preconizada pelo 'mestre daqueles que sabem', agitando os filósofos e astrônomos da época que tinham no heliocentrismo de Copérnico uma alternativa desafiadora e teoricamente viável ao sistema de Ptolomeu. Para o espanto e incredulidade dos aristotélicos, e das pessoas em geral, observavam-se através de suas lentes montanhas e crateras na superfície lunar, 'manchas' no Sol, fases em Vênus, quatro corpos a girar em torno de Júpiter e uma quantidade de estrelas muito maior do que aquela percebida a olho nú.

A resistência à introdução do novo demanda, certamente, o convencimento pela argumentação, mas também a coerção pela força, em muitas situações. O elemento da novidade e o fenômeno da conversão, a ela ligado, apresentam-se como traços característicos e comuns à revoluções científicas e revoluções políticas.

A <u>novidade</u> que um conhecimento científico ou uma proposta revolucionária traz consigo associa-se à idéia de que uma nova história, uma nova sucessão de fatos e eventos, que gera expectativas e promessas de novos desafios, está para desdobrar-se. Conexões ou ligações entre o 'novo' e o 'velho' são comuns na ciência; nas revoluções políticas estes laços são mais frágeis.

Uma característica marcante de uma revolução política é a violência física que invariavelmente está ligada à tomada do poder. Insuperáveis divergências mantidas por grupos politicos, acentadas em concepções muito diferente de sociedade, acabam instaurando um processo de disputa em que o acesso e conversão ao novo resultam impostos pela força. *"Mudanças radicais não iniciadas por uma alteração violenta do sistema dominante são instâncias de alguma outra forma de mudança social."* (9)

As revoluções na ciência, naturalmente, não envolvem violência física. Contudo, uma grande revolução científica pode exibir um padrão de ação similar à derrubada física de um governo. Isto ocorre quando os partidários da nova teoria ou do programa de pesquisa emergente, em busca de adesão e convencimento, desenvolvem, por exemplo, uma série de atos que visam o controle da imprensa científica, do sistema educacional e dos acentos de poder (onde se partilham recursos e elaboram políticas - de pesquisa, educacional etc.).

A consolidação dos Principia, em um ambiente dominado pelos cartesianos após ferrenha luta contra os escolásticos e a Igreja, ilustra isso. Além da própria crítica que Newton faz à teoria dos vórtices, base da cosmologia cartesiana, articula-se todo um conjunto de ações com o claro objetivo de 'facilitar' a aceitação desta nova estrutura conceitual pela comunidade científica. Entre outras, pode-se citar:

♣ a dedicação, por Newton, da primeira edição dos Principia à Royal Society e seu patrono, o rei James II;

♣ a exposição da ciência newtoniana junto à Igreja;

♣ a divulgação da nova ciência em aulas populares;

♣ as críticas dirigidas principalmente às obras cartesianas;

♣ a redação de livros de acordo com os preceitos do novo espírito científico;

♣ a substituição paulatina nas principais universidades de professores escolásticos e cartesianos por newtonianos ortodoxos (por influência do próprio Newton);

♣ a eleição de Newton como presidente da Royal Society.

A 'violência' contra uma teoria científica, ou, mais precisamente, contra seus autores, não é regra, mas quando ocorre pode ser muito forte. Neste caso, suas raízes se situam em um contexto extra-ciência.

As 'idéias revolucionárias' de Einstein, disseminadas em um ambiente científico permeado pelo nazismo, suscitaram forte resistência da parte de cientistas empenhados em defender a supremacia ariana do saber. Entre os que se opuseram veementemente a Einstein estavam os físicos Philipp Lenard e Johannes Stark, ambos detentores de prêmio Nobel. Sob os auspícios de Hitler, chegaram a liderar uma campanha para reorganizar e expandir a física alemã (ou física ariana). Seus esforços, contudo, foram infrutíferos, graças à reação contundente de físicos como Max von Laue, Max Planck, Arnold Sommerfeld e Werner Heisenberg, entre outros.

3.2 - Como se desenvolve o conhecimento científico: a perspectiva kuhniana

A problemática das revoluções na ciência traz à discussão uma questão bastante delicada, cuja resposta abriga profundas diferenças entre cientistas, historiadores e filósofos da ciência. Como, afinal, progride o conhecimento científico? De forma contínua e cumulativa ou através de descontinuidades, de saltos quânticos, como parecem sugerir as revoluções, em seus diversos graus, para aqueles que nelas acreditam?

Para George Sarton, fundador da revista Isis, em 1913, e editor por muitos anos deste conceituado periódico americano publicado pela Sociedade de História da Ciência, limita-se apenas a uma primeira impressão a constatação de que a ciência avança em passos gigantes, como os que são necessários à subida dos altos degraus de uma escadaria, no qual cada patamar atingido representa uma conquista associada a uma descoberta essencial. Segundo ele, *"a medida que detalhamos nossa análise vemos que os grandes passos se subdividem em pedaços menores e estes em outros ainda menores, até que finalmente parecem se anular em seu conjunto"* (10).

Neste sentido, o descrutínio de uma história que busca esclarecer e mesmo enfatizar a contribuição de todos aqueles que direta ou indiretamente colaboraram para o <u>incremento gradual</u> do conhecimento mostra-se de grande relevância aos que defendem implícita ou explicitamente a concepção de ciência cumulativa.

A caracterização da ciência como um empreendimento eminentemente coletivo é igualmente importante para os partidários do crescimento da ciência por descontinuidades. A ênfase dada à contribuição individual é que difere da anterior. Dentro da corrente revolucionária, é basicamente no sentido de se gerarem condições propícias para o surgimento de maxi ou mini revoluções que viabilizam a síntese ou reestruturação de idéias que se insere a célula básica do trabalho individual.

O livro 'A estrutura das revoluções científicas', do físico e historiador da ciência Thomas S. Kuhn, publicado em 1962, é um marco dentro da história e da filosofia da ciência. Nesta obra, Kuhn critica de um lado a filosofia empirista-indutivista da ciência e de outro a historiografia tradicional, que atribui à produção do conhecimento um desenvolvimento linear e cumulativo.

De acordo com Kuhn, a ciência progride através de uma seqüência de períodos de <u>ciência normal</u>, onde o desenvolvimento é cumulativo, alternados por períodos de <u>crise-revolução</u>, durante os quais ocorrem mudanças conceituais.

Os períodos de ciência normal caracterizam-se pela adesão da comunidade científica a um paradigma - conjunto de definições, conceitos, leis, modelos, teorias, instrumentais, valores, etc., partilhados pelos praticantes de uma especialidade científica, que viabiliza 'uma relativa abundância de comunicação profissional' e 'unanimidade de julgamentos'.

O paradigma delimita o campo de trabalho do cientista e orienta a sua pesquisa mostrando-lhe os problemas passíveis de investigação e a natureza das soluções aceitáveis. A postura a-crítica em relação aos pressupostos básicos do paradigma nos períodos de ciência normal é não apenas necessária como fundamental para a sua articulação e aperfeiçoamento. É o 'compromisso profundo com a tradição', que faz o cientista 'postular a teoria corrente como a regra de seu jogo', que leva a natureza a ser objeto de investigação *"com uma profundidade e de uma maneira tão detalhada que de outro modo seria inimaginável"*[(11)]. A confiança no paradigma é tão grande que o fracasso em resolver problemas é culpa do cientista (por falhas de interpretação, aplicação incorreta de técnicas e métodos, etc.) e não do corpo conceitual corrente. *"Uma vez que o paradigma é propriedade coletiva, ele goza de certas imunidades, tem existência duradoura e não perde facilmente a sua credibilidade."*[(12)]

Contudo, a pesquisa científica normal invariavelmente traz à tona problemas teóricos e/ou experimentais relevantes que se mostram resistentes à solução mesmo quando neles se envolvem pesquisadores de reconhecida competência e prestígio. Descobertas e invenções também podem gerar situações e resultados não previstos, como se viu na seção anterior. Quando fatos como esses ocorrem, o meio científico se agita e se instala um período de <u>crise</u>. O equacionamento da crise revigora o paradigma e faz voltar a confiança da comunidade no seu referencial de pesquisa. Por outro lado, a sua persistência e aumento, com a presença de novas situações sem solução, faz com que leis e conceitos fundamentais sejam criticamente examinados. A crise se aprofunda e se apresenta como irreversível quando surge um paradigma rival que além de resolver os mesmos problemas que o paradigma dominante apresenta solução para as suas anomalias e faz novas predições passíveis de teste. A adoção do novo paradigma pela comunidade científica, em susbstituição ao anterior, caracteriza o que Kuhn denomina de uma <u>revolução científica</u>.

<u>Revoluções científicas</u>, em geral, representam *"episódios de desenvolvimento não-cumulativo nos quais um paradigma mais antigo é total ou parcialmente substituído por um novo, incompatível com o anterior"*.[(13)]

Consubstanciada a mudança de referencial conceitual, estabelece-se um novo período de ciência normal e toda a conjuntura de trabalho a ela inerente, na visão kuhniana.

A <u>crise</u> que (segundo Kuhn) necessariamente precede uma revolução científica igualmente se faz presente no processo que culmina com a deflagração de uma revolução política, permitindo o estabelecimento de uma nova analogia entre ambas. Conforme Kuhn, *"as revoluções políticas iniciam-se com um sentimento crescente, com freqüência restrito a um segmento da comunidade política, de que as instituições existentes deixaram de responder adequadamente aos problemas postos por um meio que ajudaram em parte a criar. De forma muito semelhante, as revoluções científicas iniciam-se com um sentimento crescente, também seguidamente restrito a uma pequena subdivisão da comunidade científica, de que o paradigma existente deixou de funcionar adequadamente na exploração de um aspecto da natureza cuja exploração fora anteriormente dirigida pelo paradigma. Tanto no desenvolvimento político como no científico, o senti-*

mento de funcionalismo defeituoso, que pode levar à crise, é um pré-requisito para a revolução"(14).

Do lado político, 'a não existência de uma estrutura supra-institucional neutra e competente' para julgar os pleitos e as visões de sociedade de grupos antagônicos e em competição, conjugada a radicalização de idéias e propostas que de um lado defendem a manutenção do 'status quo' presente e de outro propõem mudanças radicais, torna impossível o diálogo e a busca do entendimento. Surge, então, o conflito e a luta que sucumbe um e glorifica o outro.

No campo da ciência, a escolha entre dois paradigmas em competição, incomensuráveis entre si por representarem diferentes modos de ver e entender a natureza, está longe de se constituir em uma tarefa trivial aos praticantes de uma especialidade científica. Isto ocorre, fundamentalmente, face à inexistência de regras ou critérios isentos de julgamento. Isto é, no debate que se estabelece entre os defensores de diferentes paradigmas, cada grupo fundamenta a sua discussão segundo critérios atrelados a seu próprio referencial conceitual. Desta forma, procedem de uma maneira bastante semelhante àquela em que se empenham os partidários de instituições políticas rivais na defesa de suas teses. Como argumenta Kuhn, *"colocar um paradigma como premissa numa discussão destinada a defendê-lo pode, não obstante, fornecer uma mostra de como será a prática científica para todos aqueles que adotarem a nova concepção da natureza. Esta mostra pode ser imensamente persuasiva, chegando muitas vezes a compelir à sua aceitação. Contudo, seja qual for a sua força, o 'status' do argumento circular equivale tão somente ao da persuasão"*(15)

Conforme se vê, a comunidade científica desempenha um papel de enorme importância na ciência kuhniana, tanto na definição 'de certos modelos de produção intelectual a seus membros' nos períodos de ciência normal, como no julgamento de teorias concorrentes, em um período de ciência extraordinária. Termos como fracasso individual, crise, persuasão, convencimento, consenso etc., pertencentes ao vocabulário kuhniano, mostram claramente que para Kuhn o entendimento da produção e do desenvolvimento da ciência passa por considerações que extrapolam o domínio exclusivo da razão científica. Como bem coloca Oliva, *"a ciência em Kuhn não pode ser entendida como pura episteme, já que constitui uma atividade também envolvida com a erística, isto é, com o desenvolvimento de técnicas de convencimento em situações de conversão"*(16).

A ausência de critérios lógicos para a análise e julgamento científico de paradigmas concorrentes, conjugada à importância que dá aos valores de uma comunidade científica, suscitou muitas críticas a Kuhn, que se viu acusado de promover uma imagem irracional do debate científico.

Para Imre Lakatos, por exemplo, a crise kuhniana 'é um conceito psicológico', 'um pânico contagioso', pois não há causas racionais para o seu aparecimento. A falta de padrões supra-paradigmáticos que viabilizem a apreciação e o julgamento de paradigmas que disputam a hegemonia do conhecimento no contexto científico torna a transferência dos membros de um referencial conceitual a outro 'um efeito de adesão de última hora', ou 'uma conversão mística que não é nem pode ser governada por regras racionais'. Assim, Lakatos considera a revolução científica kuhniana como irracional, como uma 'questão de psicologia das massas'.[17]

Karl R. Popper, de seu lado, argumenta que é sempre possível o diálogo e a discussão crítica entre pessoas situadas em diferentes referencias conceituais. A concepção de que as suas linguagens são mutuamente intradutíveis não passa de um dogma e se constituiu em uma expressão clara de irracionalismo. Ele ressalta que pode haver dificuldades no entendimento entre interlocutores de diferentes paradigmas, chegando a admitir que uma revolução científica se assemelha, com freqüência, a uma conversão religiosa, *"mas isso não quer dizer que não possamos avaliar crítica e racionalmente nossos pontos de vista anteriores à luz de novos fatos"*[18].

Popper também rejeita a postura acrítica do cientista em um período de ciência normal. Para ele, as teorias científicas devem ser objeto de um permanente questionamento, pois não há outro modo de aferir o valor de uma teoria a não ser submetendo-a a contínuas tentativas de refutação. O cientista popperiano deve ter ousadia nas conjecturas e austeridade nas refutações.

Mesmo com divergências profundas, Popper se alia a Kuhn na defesa de importantes teses dentro da filosofia da ciência. Ambos, por exemplo, defendem e realçam o 'embricamento íntimo e inevitável' entre teoria e observação, posicionando-se contrariamente à generalização indutivista da ciência.

Na visão de Popper, a substituição de uma teoria T_A por outra, T_B, demanda que T_B:

a) conflite com T_A, isto é, que contradiga esta teoria em aspectos relevantes (por exemplo, questionando a validade de seus fundamentos);

b) conduza a resultados tão bons quanto os produzidos por T_A nos pontos onde esta teoria é bem sucedida.

Desta forma, se na competição que se estabelece entre duas teorias concorrentes a vencedora for a 'nova', esta incorpora a anterior como um caso particular. É neste sentido que, para Popper, o progresso na ciência, ou pelo menos aquele de maior expressão, é sempre revolucionário[19].

No pósfacio da edição de 1969 de "A estrutura das revoluções científicas", Kuhn sugere uma 'saída' para a questão da incomensurabilidade entre paradigmas rivais. Procurando racionalizar o debate, menciona ser possível o envolvimento de protagonistas pertencentes a diferentes paradigmas numa situação de tradução recíproca. Segundo ele, *"o que resta aos interlocutores que não se compreendem mutuamente é reconhecerem-se uns aos outros como membros de diferentes comunidades de linguagem e a partir daí tornarem-se tradutores"*[20].

A 'tradução' tem início com a identificação e isolamento de áreas de dificuldades na comunicação científica. Os interlocutores, em seguida, recorrem aos vocabulários cotidianos que lhe são comuns, num esforço para elucidar ainda mais seus problemas. A seguir, cada um empenha-se em tentar descobrir o que o outro veria e diria em determinadas situações. Com o tempo, começam a prever bastante bem o comportamento recíproco. Durante este empreendimento fazem uso de padrões de comparação de teorias que transcendem aos paradigmas. Alguns destes valores referem-se às qualidades de uma boa teoria, tais como precisão, consistência, amplitude de aplicação, simplicidade e fertilidade. No fim do processo, cada um terá aprendido a traduzir para a sua própria linguagem a teoria do outro. Pelo menos é isso que espera Kuhn. Como ele destaca, *"a tradução, quando levada adiante, é um instrumento potente de persuasão e conversão, pois permite aos participantes de uma comunicação interrompida experimentarem vicariamente alguma coisa dos méritos e defeitos recíprocos"*[21].

A tradução, sem dúvida, contribui para racionalizar a disputa paradigmática, mas também não se pode deixar de assinalar que por maior que sejam as provas que se possam acumular em favor do novo paradigma ele não se imporá no cenário acadêmico se os 'candidatos' à sua aceitação não acreditarem na promessa de seu sucesso. Como já foi dito, o que deve ficar claro, em última instância, é que a conversão de um cientista a um novo paradigma não pode ser forçada racionalmente por compreender muito mais do que o mero entendimento no campo puramente formal das relações conceituais. De qualquer forma, a <u>incomensurabilidade</u> inicial de Kuhn transforma-se em <u>incompatibilidade</u>, porque há tradução.

3.3 - A mecânica newtoniana é um caso particular da mecânica relativística? As diferentes respostas de Kuhn e Popper

Como se sabe, a transformação de Lorentz se reduz à transformação de Galileu para velocidades pequenas comparadas à da luz. Também não há maiores dificuldades em se mostrar que no limite de $v/c \to 0$ a energia cinética e o momento relativísticos se reduzem às suas correspondentes expressões clássicas. Estas e outras <u>reduções</u> matemáticas acabam disseminando a idéia de que a mecânica newtoniana é incontestavelmente um caso particular da mecânica relativística.

Para Popper, isso, de fato, é o que acontece, já que se cumprem os critérios de conflito e de abrangência mencionados na seção anterior. Isto é, ao mesmo tempo que a teoria da relatividade (incluindo suas duas versões, a restrita e a geral) contradiz a teoria newtoniana em aspectos relevantes ela a contém como uma excelente aproximação no domínio de baixas velocidades e de campos gravitacionais fracos.

A interpretação kuhniana a esta mesma situação, contudo, diverge inteiramente da de Popper. A questão da incompatibilidade de paradigmas, que se evidencia numa competição de teorias, e que particularmente transparece com toda a intensidade numa revolução científica, deixa isso claro.

À luz de seus compromissos de pesquisa, cientistas em diferentes paradigmas vêem os fenômenos naturais de forma distinta, considerando como relevantes e significativas questões e problemas que via de regra pouco ou nada possuem em comum. Deste modo, onde Galileu e Newton viam um pêndulo no movimento de oscilação de uma pedra amarrada à extremidade de um barbante, um aristotélico observava um obstáculo ao movimento natural da pedra para o seu lugar natural (cada interpretação, nitidamente, pressupõe um paradigma); a ação não explicada à distância, admitida pelos newtonianos, era desprezada e considerada como não científica pelos cartesianos; massa e energia, tão profundamente relacionadas na mecânica relativística, são tidas como grandezas físicas independentes e sujeitas, cada qual, a uma lei de conservação distinta dentro da mecânica newtoniana.

Assim, é o próprio Kuhn quem pergunta: **a dinâmica newtoniana pode realmente ser <u>derivada</u> da dinâmica relativística? A que se assemelharia esta derivação?** A sua resposta, em essência, é a seguinte:

"Imaginemos um conjunto de proposições E_1, E_2, ... ,E_n, que juntas abarcam as leis da teoria da relatividade... Para demonstrar a adequação da dinâmica newtoniana como um caso especial, devemos acrescentar aos E_i proposições adicionais, tais como $\left(v/c\right)^2 \prec\prec 1$, restringindo o âmbito dos parâmetros e variáveis. Esse conjunto ampliado de proposições é então manipulado de modo a produzir um novo conjunto N_1, N_2, ... ,N_m, que na sua forma é idêntico às leis de Newton relativas ao movimento, à gravidade e assim por diante. Desse modo, sujeita a algumas condições que a limitam, a dinâmica newtoniana foi aparentemente derivada da einsteiniana... Todavia, continua Kuhn, *tal derivação é espúria... A menos que modifiquemos as definições das variáveis dos Ni, as proposições que derivamos não são newtonianas. Se as mudamos, não podemos realmente afirmar que <u>derivamos</u> as leis de Newton, pelo menos não no sentido atualmente aceito para a expressão 'derivar'."*[(22)]

Exemplificando o ponto de vista kuhniano: segundo a mecânica relativística, um objeto se contrai na direção do movimento. Isto, como se sabe, não é previsto na mecânica clássica. Que significado físico tem, então, a redução matemática da expressão relativística $l = l_0\sqrt{1 - v^2/c^2}$ para $l = l_0$, quando $\left(v/c\right)^2 \prec\prec 1$? Ou, similarmente, afirmar que a massa de um corpo $m = m_0/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ adquire um valor que independe da velocidade no domínio $\left(v/c\right)^2 \prec\prec 1$?

Matematicamente, quando se exclui termos de uma série por serem considerados muito menores do que outros tem-se como resultado tão somente uma aproximação e não a manutenção rigorosa de uma igualdade. Isto, por si só, já questiona as inferências acima. Sem dúvida, uma maior ou menor aproximação ao tratamento de uma determinada situação física é função de diversos fatores (instrumentos de medidas, técnicas disponíveis etc.), mas, em última instância, é ela que determina o grau de precisão dos resultados alcançados. Neste contexto, dois observadores, um einsteiniano e outro newtoniano, que se propusessem a medir a massa de um corpo em diversas situações de movimento (no domínio da mecânica clássica), poderiam chegar a resultados idênticos, ou seja, que a massa não depende da velocidade. Contudo, suas interpretações à evidência experimental seriam diferentes, baseando-se cada um em seu construto teórico. Enquanto o observador newtoniano se dá por satisfeito com os resultados da experiência, o einsteiniano tem consciência de que a não detecção do efeito previsto se deveu a utilização de instrumentos com um grau de precisão aquém daquele demandado pela teoria. Ou seja, apesar de numericamente idênticos, os dados, para cada observador, referem-se a grandezas físicas distintas.

De acordo com a estrutura conceitual da mecânica relativística, a massa de um corpo depende da velocidade. Da mesma forma, um corpo sempre se contrai na direção do movimento no referencial relativístico. Para pequenas velocidades, estes dois efeitos relativísticos podem não ser macroscopicamente perceptíveis, mas, o que é importante, não deixam de existir.

Desta forma, é falho o argumento 'reduzicionista' baseado na cadeia 'adicionando-se à proposição relativística E_j a condição $\left(v/c\right)^2 \prec\prec 1$, resulta a proposição newtoniana N_k ', pois N_k continua a ser uma proposição pertencente ao domínio relativístico.

A massa, a energia, o momento, o espaço, o tempo etc., da teoria da relatividade são conceitos que apenas mantêm a mesma nomenclatura que os seus equivalentes clássicos. Fisicamente são diferentes, porque pertencem a realidades físicas diferentes. Como ressalta Kuhn, *"precisamente por não envolver a introdução de objetos ou conceitos adicionais, a transição da mecânica newtoniana para a einsteiniana ilustra com particular clareza a revolução científica como sendo um deslocamento da rede conceitual através da qual os cientistas vêem o mundo"*[23].

3.4 - A metodologia dos programas de pesquisa de Lakatos: caracterização geral

Enquanto para Popper a ciência é 'revolução permanente' e a crítica o cerne do desenvolvimento científico, na ótica de Kuhn uma revolução científica é um episódio fortuito, extracientífico, e a crítica, em épocas 'normais', é maldição.[24]

Lakatos considera que Popper está certo quando discorda da visão kuhniana de ciência que sustenta o domínio (e desenvolvimento) absoluto de uma única teoria (na verdade de um paradigma) isenta de críticas nos períodos de ciência normal, mas errado ao defender 'a refutação implacável' [25].

De acordo com Lakatos, deve-se dar a uma teoria científica todo o tempo que ela necessita até a sua plena estruturação. Durante o seu processo de desenvolvimento ela não pode e nem deve ser objeto de críticas (neste sentido, mas com esta clara restrição, ele se aproxima de Kuhn). Uma vez concluída, ela está finalmente apta a competir com outras teorias rivais.

Para Lakatos, a ciência mantém-se crítica, racional, dinâmica e em evolução pela competição de teorias ou, mais precisamente, pela competição de programas de pesquisa: *"A história da ciência tem sido, e deve ser, uma história de programas de pesquisa competitivos (ou, se quiserem, de 'paradigmas'), mas não tem sido, nem deve vir a ser, uma sucessão de períodos de ciência normal: quanto antes se iniciar a competição, tanto melhor para o progresso"*[26]. A ciência normal de Kuhn é vista por Lakatos como um programa de investigação científica que logrou monopólio, provisório.

Lakatos caracteriza um programa de pesquisa como uma série de teorias em desenvolvimento. Todo o programa possui um núcleo duro, um cinturão protetor e uma política de pesquisa, especificada por uma heurística positiva e uma heurística negativa.

O **núcleo duro** de um programa de pesquisa contém os seus pressupostos básicos, como as três leis do movimento e a lei da gravitação universal no programa de Newton, e as leis de Newton, a transformação de Galileu e as equações de Maxwell no programa de Lorentz.

O núcleo de um programa desenvolve-se aos poucos, sendo o ensaio e erro parte integrante do processo que envolve a sua construção. Contudo, uma vez estabelecido ele passa a ser convencionalmente aceito, sendo considerado *"irrefutável por decisão metodológica de seus protagonistas"*[27].

Esta política de pesquisa que proíbe que as refutações transmitam falsidade ao núcleo de um programa, desviando-as para o seu cinturão protetor, constitui a **heurística negativa** do programa. Ela assegura a canalização de esforços para o desenvolvimento do programa, propriamente dito, ao tornar inquestionável os seus pressupostos básicos. Como é o núcleo que identifica um programa de pesquisa, qualquer alteração no mesmo implica, necessariamente, no abandono do programa (com sua eventual substituição por um outro). Ao estabelecer um novo modelo para o sistema planetário, que concebe os planetas em órbita ao redor do Sol e este em revolução em torno da Terra, estacionária, Tycho Brahe se afasta, irremediavelmente, tanto do programa ptolomaico quanto do copernicano.

O **cinturão protetor** de um programa de pesquisa tem como função evitar a sua refutação prematura. É constituído por um conjunto de hipóteses auxiliares, modelos e teorias que são estruturados e desenvolvidos de acordo com a heurística positiva do programa.

A **heurística positiva** de um programa de pesquisa científica orienta os seus protagonistas no desenvolvimento do programa. "C*onsiste num conjunto parcialmente articulado de sugestões ou palpites sobre como mudar e desenvolver as 'variantes refutáveis' do programa e sobre como modificar e sofisticar o cinto de proteção 'refutável'* "[27].

Assim, as anomalias (ou contra-exemplos) encontradas em um programa são vistas como refutações dirigidas ao cinturão e não ao núcleo desde programa. A superação das mesmas exige modificações em seu cinturão, de modo a manter o núcleo irrefutável. Nos programas ptolomaico e copernicano, por exemplo, as discrepâncias existentes entre teoria e observação sugeriam aos adeptos de cada programa a premência de se efetuarem ajustes no instrumental geométrico que os estruturava (acrescentar novos epiciclos, redimensionar os seus parâmetros etc.) e não uma indicação para o abandono de seus pressupostos fundamentais.

As previsões teóricas para a órbita de Urano, inconsistentes com os dados observacionais deste planeta, não refutaram a lei da gravitação universal e, em decorrência, o programa newtoniano. Neste caso, era o modelo do sistema solar que estava, ainda, incompleto quanto ao número de seus constituintes. Conforme Adams e Leverrier, às perturbações provenientes de Júpiter e de Saturno sobre Urano deveria se somar à de um outro astro - um planeta ainda não descoberto. O cálculo de sua órbita, por estes dois astrônomos, possibilitou a identificação visual de Netuno, por Galle, e o estabelecimento de uma nova e importante corroboração à teoria newtoniana.

A construção de modelos de complexidade crescente e em sintonia com a sua heurística positiva contitui-se em etapa natural e previsível no desenvolvimento de um programa de pesquisa. Por isso Lakatos considera irrelevante, e mesmo sem sentido, a refutação prematura dos primeiros modelos de uma cadeia, que se sabem, de antemão, necessitam de tempo para a sua reelaboração a fim de estarem em condições de serem submetidos ao teste da experiência.

"O programa de Newton começou com um modelo para o sistema planetário onde cada planeta era puntual e interagia gravitacionalmente apenas com outra massa puntual fixa (o Sol). O próprio Newton, em seguida modificou-o, pois a Terceira Lei (Princípio da Ação e Reação) impedia que o Sol fosse fixo; o Sol e o planeta deviam orbitar em torno do centro de massa do sistema Sol-planeta. Neste caso, a modificação não era decorrente de nenhuma anomalia, mas de uma incompatibilidade teórica do primeiro modelo com as Leis do Movimento, com o 'núcleo firme' [núcleo duro]. *Em seguida, sofisticou-o mais ainda, tratando o Sol e o planeta como sendo esferas, ao invés de massas puntuais; esta sofisticação, que também teve origem teórica, apresentou sérias dificuldades matemáticas, retardando a publicação dos 'Principia' por cerca de dez anos. O próximo passo foi considerar as interações gravitacionais entre os planetas e satélites, chegando assim a uma teoria de perturbações. A partir daí Newton começou a encarar com mais seriedade os fatos, com o objetivo de cotejar suas predições sobre as órbitas; muitos deles eram bem explicados pelo modelo, mas outros não o eram. Passou então a trabalhar com planetas e satélites não esféricos. Desta forma, o programa newtoniano foi avançando, transformando diversas anomalias em corroborações."*(28)

Conforme Lakatos, *"Newton deve ter tido plena consciência da falsidade berrante de suas primeiras variantes. Nada mostra com melhor clareza a existência de uma heurística positiva* [que prevê e digere refutações e anomalias] *em um programa de pesquisa"*(29).

Por outro lado, a idéia de competição de programas leva, naturalmente, a uma pergunta básica: como se dá a substituição de um programa de pesquisa, correntemente aceito, por outro? Esta e outras questões pertinentes à teoria da ciência de Lakatos são examinadas no Capítulo 5, juntamente com a argumentação que defende a tese de que o referencial lakatosiano, devidamente adaptado para o ensino da física, oferece valiosos subsídios para a estruturação de um livro-texto de mecânica.

3.5 - Referências bibliográficas

1. COHEN, I.B. La revolución newtoniana y la transformación de las ideas científicas. Madri, Alianza Editorial, 1983. Cap.2.
2. COHEN, I.B. Revolution in science. Cambridge, Mass., Harvard University Press, 1985. Parte1, Cap.1.
3. COHEN, I.B. Referência 1, p.61.
4. FONTENELLE, B. le B. de Oeuvres de Fontenelle. Nueva ed., 8 vols. París, Chez Jean-François Bastien, 1790. Citado por COHEN, I.B., ref.1, p.62.
5. CLAIRAUT, A.-C. Du système du monde dans les principes de la gravitation universelle. Histoire de l'Académie Royale des Sciences, année MDCCXLV, avec les mémoires de mathématique et de physique pour la même année. París, à l'Imprimerie Royale, 1749. pp.329-364. Citado por COHEN, I.B., ref.1, p.63.
6. BERTHELOT, M. La révolution chimique: Lavoisier. París, F. Alcan., 1890. Citado por COHEN, I.B., ref.1, p.66-67.
7. MILLER, S. A brief retrospect of the eighteen century. Parte primera; en dos volúmenes; con un bosquejo de las revoluciones y avances en la ciencia, las artes y la literatura durante ese período. 2 vols. Nueva York, impreso por T. y J. Swords, 1803. Nunca se llegó a publicar una 'segunda parte'. Citado por COHEN, I.B., ref.1, p.67-68.
8. BAILY, F. An account of the Revd. John Flamsteed, the first Astronomer-Royal; compiled from his own manuscripts, and other authentic documents, never before published. To which is added, his British catalogue of stars, corrected and enlarged. Londres, 1835. Citado por COHEN, I.B., ref.1, p.65.
9. JOHNSON, C. Revolutionary change. Boston, Little, Brown and Company, 1966. Citado por COHEN, I.B., ref.2, p.10.
10. SARTON, G. The history of science and the new humanism. Cambridge, Mass., Harvard University Press, 1937. pp.21-22. Citado por COHEN, I.B., ref.2, p.22.
11. KUHN, T. S. A estrutura das revoluções científicas. São Paulo, Perspectiva, 1987. p.45.
12. CARVALHO, M.C.M. A construção do saber científico: algumas posições. In: CARVALHO, M.C.M. (org.) Construindo o saber: técnica de metodologia científica. Campinas, Papirus, 1989. p.85.

13. KUHN, T. S. Referência 11, p.125.

14. KUHN, T. S. Referência 11, p.126.

15. KUHN, T. S. Referência 11, p.128.

16. OLIVA, A. Kuhn: o normal e o revolucionário na reprodução da racionalidade científica. In PORTOCARRERO, V. (org.) Filosofia, História e Sociologia das Ciências I: abordagens contemporâneas. Rio de Janeiro, Fiocruz, 1994.

17. LAKATOS, I. La metodología de los programas de investigación científica. Madrid, Alianza, 1989.

18. POPPER, K. A ciência normal e seus perigos. In: LAKATOS, I. & MUSGRAVE, A.. (orgs.) A crítica e o desenvolvimento do conhecimento. São Paulo, Cultrix, 1979. p.70.

19. POPPER, K. The rationality of scientific revolutions. In: Hacking I. (Ed.) Scientific Revolutions. Oxford, Oxford University Press, 1987. p.94.

20. KUHN, T.S. Referência 11, p.248.

21. KUHN, T S. Referência 11, p.249.

22. KUHN, T S. Referência 11, p.135-136.

23. KUHN, T.S. Referência 11, p.137.

24. LAKATOS, I. O falseamento e a metodologia dos programas de pesquisa científica. In LAKATOS, I. & MUSGRAVE, A. (orgs.) A crítica e o desenvolvimento do conhecimento. São Paulo, Cultrix, 1979. p.112.

25. KNELLER, G.F. A ciência como atividade humana. São Paulo, Editora da Universidade de São Paulo, 1980. p.72.

26. LAKATOS, I. Referência 24, p.191.

27. LAKATOS, I. Referência 24, p.165.

28. SILVEIRA, F. L. A metodologia dos programas de pesquisa: a epistemologia de Imre Lakatos. Caderno Catarinense de Ensino de Física, 13(3): 219-230, 1996.

29. LAKATOS, I. Referência 24, p.167.

Capítulo 4

Sobre a utilização didática da história da ciência

4.1 - Introdução

A história da ciência evidencia a incessante busca do conhecimento, o sucesso de um empreendimento cunhado ao longo dos tempos pelas conquistas de um sem número de estudiosos. Mas também descortina os erros, as hesitações, a insegurança, o desânimo do cientista, a sua luta por reconhecimento, pela disputa de prioridades na invenção de teorias e instrumentos científicos. Ela desmistifica a imagem do cientista como um ser sobre-humano e infalível. Mostra o conhecimento científico sendo objeto de constante revisão. Ilustra, igualmente, a importância das comunidades científicas, a colaboração formal e informal entre os homens da ciência ....

Contudo, que interesse essa história pode efetivamente ter para o ensino da física, em particular? Contribuiria ela para melhorar o aprendizado de conceitos científicos? para incrementar a cultura geral do aluno? para motivá-lo no estudo da física? Seria mesmo viável a sua utilização em um curso 'tradicional' de física ou tão somente em um curso de evolução de conceitos? Na próxima seção discute-se estas e outras questões que se mostram pertinentes à reflexão do professor de física que almeja fazer uso de uma história da ciência de qualidade em seu ensino.

As seções 4.3 e 4.4 visam caracterizar, com algum detalhe, que história aparece no texto **As concepções espontâneas, a resolução de problemas e a história e filosofia da ciência em um curso de mecânica.**

4.2 - O uso da história da ciência no ensino: considerações críticas

Em sua obra "A função do dogma na investigação científica"[(1)], Kuhn examina como o conhecimento científico é transmitido de uma geração de profissionais para a seguinte, fazendo algumas considerações específicas sobre o que para ele é uma das características mais importantes da educação científica: o fato desta educação estar baseada quase que exclusivamente em manuais especialmente escritos para o estudante[+] .

Os manuais apresentam as generalizações simbólicas, os modelos e os exemplares partilhados pelos membros da comunidade científica, caracterizando, ao estudante, o paradigma

---

[+] A sala de aula e os manuais científicos (livros de texto) ainda são, sem dúvida, as principais fontes de divulgação do conhecimento científico para o aluno. Textos de divulgação científica (livros e revistas), programas educativos (televisão, multimídia), feiras e clubes de ciência, etc. representam outras formas de manifestação deste conhecimento, mas certamente de menor expressão em relação às duas primeiras.

dominante. O aparente acordo, entre os cientistas, sobre o que o futuro profissional deve saber explica o seu uso na educação científica, ao invés de uma combinação eclética de originais de investigação.

Antes do surgimento destes manuais eram grandes obras, como a "Physica", de Aristóteles, o "Almagesto", de Ptolomeu, os "Principia" e a "Optiks", de Newton, a "Eletricidade", de Franklin, a "Química", de Lavoisier, e outras, que, implicita ou explicitamente e por algum tempo, definiam os problemas legítimos e os métodos de investigação para sucessivas gerações de praticantes.

Como 'veículos pedagógicos destinados a perpetuar a ciência normal', os manuais da educação científica, em geral, buscando familiarizar rapidamente o estudante com a estrutura conceitual do paradigma vigente, fazem breves e esparsas alusões históricas aos temas abordados. A seleção dos conteúdos, via de regra, 'por razões óbvias e muito funcionais', prioriza fatos, acontecimentos e a menção a personagens que trouxeram contribuições relevantes para a estruturação e consolidação do novo paradigma.

Entre outras coisas, este procedimento inviabiliza a possibilidade do estudante perceber que os quebra-cabeças da ciência normal com os quais se defronta são próprios de seu paradigma, e que estudiosos de outras gerações *"ocuparam-se com seus próprios problemas, com seus próprios instrumentos e cânones de resolução"*[(2)].

Encorajar, por exemplo, os estudantes de ciência a lerem os clássicos históricos de suas respectivas áreas propiciaria a estes estudantes o contato com trabalhos nos quais *"poderiam descobrir outras maneiras de olhar os problemas discutidos nos seus livros de texto"*, assegura Kuhn, *"mas onde também encontrariam problemas, conceitos e padrões de solução que as suas futuras profissões há muito descartaram e substituiram"*.[(3)] Assim, a exposição à história poderia abalar ou enfraquecer as convicções do estudante sobre o paradigma vigente, sendo, portanto, danosa à sua formação.

De acordo com a visão kuhniana do desenvolvimento científico, a estabilidade do cientista em um período de ciência normal contrasta com as suas incertezas e inseguranças durante as crises e revoluções. Deste modo, por que submeter 'novamente' o estudante, futuro cientista, ao resgate de concepções *"que os melhores e mais persistentes esforços da ciência tornaram possível descartar?"*[(4)].

Justifica-se, portanto, segundo Kuhn, a eficácia operacional de estratégias pedagógicas que não fazem uso da história da ciência, ou, até mesmo, que propositamente a distorcem para cumprir com celeridade, sem maiores delongas, o objetivo fundamental da educação científica, que é o de inculcar no estudante o paradigma vigente.

Contudo, é justamente a pouca presença da história da ciência nos manuais escolares, e o seu uso distorcido, no sentido de promover uma reconstrução de idéias que parecem naturalmente fluir em direção à teorias atualmente aceitas, que *"tende a apresentar as teorias atuais* *como resultado de um processo de gestação, onde os cientistas do passado operavam sobre um embrião que o presente transformou em rebento"*[5], que faz dasapercebida (ou invisível), para o estudante, as grandes rupturas (revoluções científicas, nos termos de Kuhn) no conhecimento científico. Ou seja, a imagem do trabalho científico que resulta desta opção educacional é a de cientistas de épocas anteriores trabalhando linear e cumulativamente em prol de uma ciência em constante desenvolvimento.

Uma outra vertente contrária à utilização da história no ensino, que abriga muitas críticas, é a que sustenta, não sem razão, ser de uma complexidade sem limites a caminhada do cientista na busca do conhecimento. Deste modo, a discussão histórico-didática de concepções científicas já não mais aceitas pela ciência contemporânea seria, no mínimo, incompleta e, por essa razão, suscetível, inerentemente, à fortes objeções.

Para o historiador da ciência M. J. Klein, por exemplo, as perspectivas do historiador e do físico são tão distintas, o primeiro interessado na riqueza e detalhe dos fatos e o último com a 'objetividade' do fenômeno, que a seleção e utilização de materiais históricos com fins didáticos, desfigurada, cheia de omissões, tem tornado inevitável a presença de uma história da ciência de má qualidade no ensino da física. Se esta pseudo-história, ou história simplificada, é a única possível, então ela deve ser evitada.[6]

Realmente, uma dada seleção histórica da evolução dos assuntos de um corpo específico de conhecimentos, em qualquer situação, será sempre um subconjunto do real e intrincado emaranhado de relações que lhe conferiram dinamicidade. E isto não é exceção no sistema educacional, onde as disciplinas que estruturam qualquer currículo lidam com cargas horárias limitadas. Esta dificuldade, no entanto, pode ser contornada se os elaboradores de livros de texto e professores produzirem, como afirma o editor da revista Science & Education, M. R. Matthews, *"uma história simplificada que lance uma luz sobre os conteúdos discutidos, que não seja uma mera caricatura do processo histórico. A simplificação deve levar em consideração a faixa etária dos alunos e todo o currículo a ser desenvolvido. História e ciência podem tornar-se mais e mais complexas à medida que assim exija a situação educacional"*[6]

Naturalmente, a seleção das fontes e dos materiais, tanto da parte do historiador profissional quanto do professor com interesse na história da ciência, envolve decisões que não podem ser dissociadas da visão de mundo e das concepções de ciência do estudioso.

Estabelecer 'a relevância das contribuições de fatores internos e externos à uma determinada mudança científica, ou decidir que Galileu apresentar ao estudante, face as suas múltiplas interpretações[6,7], são exemplos de questões que possuem respostas distintas para investigadores com diferentes expectativas teóricas.

Todo o relato histórico é o resultado de uma interpretação. Como ressalta J. Zanetic, a partir do historiador inglês E. H. Carr, a história não está disponível ao historiador *"... nos documentos, nas inscrições, e assim por diante, como os peixes na tábua do peixeiro"*. A história construída pelos historiadores positivistas *"pressupõe uma separação completa entre sujeito e objeto ... A convicção num núcleo sólido de fatos históricos que existe objetiva e independentemente da interpretação do historiador é uma falácia absurda, mas que é muito difícil de erradicar."*[8]

Toda a opção didática à história da ciência tem um embricamento inevitável com a filosofia da ciência. Não existem escolhas neutras. Como assevera Lakatos, a história da ciência sem a filosofia da ciência é cega. A opção pelo uso da história da ciência, no ensino, sem uma devida fundamentação teórica é acéfala e vulnerável a crítica.

Mesmo uma afirmativa como "A história da ciência pode contribuir para o desenvolvimento do pensamento crítico do aluno" deve ser examinada com cuidado, pois ela não está isenta de críticas, como parece a primeira vista. Assim, por exemplo, quando o aluno se depara com a emergência de uma nova teoria que atitude ele deve ter? Será a da crítica popperiana, contudente? Ou ele concederá ao novo conjunto de idéias o tempo necessário para o seu aprimoramento, sem refutá-lo, de imediato, talvez por não preencher certos 'requisitos' básicos? Por outro lado, quão crítico (ou acrítico) deve ser o 'aluno-cientista' kuhniano em períodos de ciência normal?

De fato, independentemente da utilização ou não da história no ensino, é preciso admitir a importância da educação científica, e em especial o ensino das ciências naturais, procurar na epistemologia uma fundamentação mais sólida. Conforme F. L. Silveira[9], *"sempre há uma concepção epistemológica subjacente a qualquer situação de ensino, nem sempre explicitada e muitas vezes assumida tácita e acriticamente"*.

As semelhanças de certas concepções que os estudantes trazem para a sala de aula com conceitos já abandonados pela ciência, pode, em princípio, orientar a escolha de alguns temas históricos, propiciando, ao aluno, matéria para debate e reflexão.

No entanto, subordinar (através de uma prática continuada) a história da ciência aos objetivos de um ensino preocupado unicamente com um melhor aprendizado de conceitos científicos é dar margem à novas críticas que enfatizam o mau uso desta história.

Questionando, inclusive, a eficácia da história da ciência para a compreensão de conceitos da física contemporânea, o historiador P. Abrantes argumenta que a história da ciência, a nível de educação geral, cumpriria objetivos mais amplos, como, entre outras coisas, o de propiciar discussões sobre como se adquire o conhecimento científico, ou de como ele se desenvolve, ou ainda das relações entre ciência e sociedade. Para ele, não se deveria agregar aos conteúdos de um curso de física 'ingredientes' de história da ciência. O seu referencial, neste caso, é Kuhn. Assim, segundo Abrantes, *"devemos deixar o físico fazendo a sua física. O aluno teria a opção de fazer um curso de história da ciência paralelamente ao seu curso de ciências, e então fazer as misturas que achasse conveniente entre o ensino de física e a história da ciência. Devemos sepa-*

rar as duas coisas porque são disciplinas diferentes com objetivos diferentes, métodos diferentes, e misturarmos as duas pode ser contraproducente tanto para uma quanto para outra"(10).

Tendo presente este intrincado quadro teórico, e sem negar que a educação científica simplifica a ciência, compartimentalizando-a, tornando a sua história 'mais insípeda, mais simples, mais uniforme, mais 'objetiva', mais facilmente acessível'...

Sem discordar (de Feyrabend(11) e de outros com pensamento semelhante, neste particular) de que a história da ciência (como qualquer outra história) é sempre de conteúdo muito mais rico, variado, multiforme, vivo e sutil do que o melhor historiador e o mais atento metodologista possam imaginar...

Aceitando, também, que esta história é dependente de quem a interpreta, que, longe de ser um observador neutro, tem as suas próprias convicções sobre os assuntos abordados, o que amplia e diversifica ainda mais os caminhos...

Admitiu-se, como um pressuposto fundamental para a elaboração do texto **As concepções espontâneas, a resolução de problemas e a história e filosofia da ciência em um curso de mecânica**, que a história da mecânica, enfocada de acordo com certas premissas e devidamente articulada com outras ações didáticas, é relevante para o aprendizado significativo não só de conceitos e princípios em um curso de física (e não de evolução dos conceitos) mas dos próprios métodos e instrumentos da ciência.

Não há dúvida de que os livros de texto e a sala de aula, para não falar na própria estrutura curricular, têm negligenciado o valor didático da história da ciência. O aspecto utilitário dos programas de ensino, voltados à apresentação e aplicação de conceitos, leis e teorias, que enfatiza o produto do conhecimento, acaba passando ao estudante a falsa impressão de que 'a ciência é uma coisa morta e definitiva'. *"Acreditar que temos apenas conclusões a tirar de princípios definitivamente adquiridos é uma idéia absolutamente errada, que põe em perigo o valor educativo do ensino científico."* Uma conseqüência imediata deste ensino 'frio, estático, dogmático' é a perda de interesse, por parte do estudante.(12)

É possível harmonizar-se, didaticamente, produto e processo, arte final e contrução de conceitos científicos. Para que isto efetivamente ocorra é preciso, entre outras coisas, que o educador (professor, elaborador de livros de texto etc.) compartilhe com o historiador kuhniano (ou o de outra corrente de pensamento, que nutra propósito equivalente) a idéia de que as concepções de mundo outrora aceitas não foram nem mais nem menos científicas do que as atuais. Ou seja, não é porque já foram descartadas que teorias mais antigas devem, hoje, ser consideradas acientíficas. Ao contrário, os diferentes conjuntos de crenças, concepções, hipóteses e teorias mantidas pelos estudiosos ao longo dos tempos, subordinados a visões de mundo específicas e por vezes bastante conflitantes entre os membros de uma mesma comunidade científica+, estruturam a

---

+ Discorda-se, aqui, do domínio dogmático da ciência normal kuhniana.

própria história do pensamento científico.

Asim, *"em vez de procurar as contribuições permanentes de uma ciência mais antiga para a nossa perspectiva privilegiada, devemos atentar para a integridade histórica daquela ciência, a partir de sua própria época. Por exemplo, não devemos perguntar pela relação entre as concepções de Galileu e as da ciência moderna, mas antes pela relação entre as concepções de Galileu e aquelas partilhadas por seu grupo, isto é, seus professores, contemporâneos e sucessores imediatos nas ciências"*, salienta Kuhn. Além disso, continua ele, *"devemos procurar estudar as opiniões desse grupo e de outros similares a partir da perspectiva que dá a essas opiniões o máximo de coerência interna"*.(13)

Assim procedendo, o 'professor-historiador' não corre o risco de fazer surgirem inoportunas 'relações de hierarquia e complexidade crescente entre o passado e o presente'. Ou seja, de disseminar a idéia de que *"o passado seria constituído de elementos simples que foram se tornando complexos por conta de um processo contínuo de elaboração científica"*(5).

Por outro lado, também não se pode exagerar ou superdimensionar a contribuição da história junto ao ensino, para não tornar o ensino um escravo da história, e também para não alimentar expectativas que possam concebê-la como a solução dos sérios problemas da didática da física.

É, sem dúvida, a pesquisa, em condições de sala de aula e com materiais históricos apropriados, de boa qualidade, que vai referendar ou refutar afirmações como:

A história da ciência pode,

♦ propiciar o aprendizado significativo de equações (que estabelecem relações entre conceitos, ou que traduzam leis e princípios) que o utilitarismo do ensino tradicional acaba transformando em meras expressões matemáticas que servem à resolução de problemas;

♦ ser bastante útil para lidar com a problemática das concepções alternativas;

♦ incrementar a cultura geral do aluno, admitindo-se, neste caso, que há um valor intrínseco em se compreender certos episódios fundamentais que ocorreram na história do pensamento científico (como a revolução científica dos séculos XVI e XVII, por exemplo);

♦ desmistificar o método científico, dando ao aluno os subsídios necessários para que ele tenha um melhor entendimento do trabalho do cientista;

♦ mostrar como o pensamento científico se modifica com o tempo, evidenciando que as teorias científicas não são 'definitivas e irrevogáveis', mas objeto de constante revisão;

♦ chamar a atenção para o papel de idéias metafísicas (e teológicas) no desenvolvimento de teorias científicas mais antigas;

♦ contribuir para um melhor entendimento das relações da ciência com a tecnologia, a cultura e a sociedade;

◆ tornar as aulas de ciência (e de física) mais desafiadoras e reflexivas, permitindo, deste modo, o desenvolvimento do pensamento crítico;[6]

◆ propiciar o aparecimento de novas maneiras de ensinar certos conteúdos;

◆ melhorar o relacionamento professor-aluno;

◆ levar o aluno a se interessar mais pelo ensino da física;

4.3 - A realidade concreta de um texto de mecânica com enfoque histórico

Sem, evidentemente, esgotar o assunto, a seção anterior estabelece alguns parâmetros e indicadores que podem orientar o julgamento sobre o que se entende ser uma história de boa qualidade para o ensino da física.

Seguramente, não é aquela que concebe o desenvolvimento da ciência como 'uma marcha quase mecânica do intelecto', como uma 'cronologia de resultados positivos', conforme a estruturava a historiografia até o começo deste século.+ Contudo, é exatamente uma história com este perfil que, ainda hoje, se encontra bastante disseminada em materiais instrucionais.

Com freqüência, inclusive, o que aparece em muitos manuais didáticos, principalmente em nível de segundo grau, são 'arremedos de história da ciência'[15]: breves notas históricas sobre acontecimentos puntuais, ilustrações (de cientistas eminentes ou de instrumentos de impacto) as vezes com fins unicamente estéticos, acompanhadas de tímidas legendas, seqüências cronológicas de teorias, de grandes invenções etc. Estas e outras histórias afins desfiguram o trabalho do cientista, apresentam uma 'visão' cumulativa do conhecimento científico e caracterizam como história aquela que é feita pelos vencedores, apenas.

Certas 'curiosidades' em física, ou em qualquer outra área do conhecimento, descontextualizadas (tanto nos livros de texto quanto na sala de aula), também contribuem para propagar uma imagem distorcida do conhecimento científico.

O famoso episódio envolvendo Newton e a queda de uma maçã é um exemplo. Não apreciado dentro do devido contexto de idéias em que se situa, a afirmação de que a queda de uma maçã teria levado Newton à gravitação universal enfatiza, preponderantemente, ao menos, a idéia do acaso na ciência, da descoberta fortuita, que resulta de um lampejo de discernimento. Típico de relatos que fazem um mau uso da história da ciência junto ao ensino, este fato vulgariza uma das mais impressionantes realizações do conhecimento científico. *"A gravitação universal não se curvou diante dele ao primeiro esforço. Newton hesitou e tropeçou, momentaneamente aturdido por*

+ Foi apenas neste século que a história da ciência passou a se constituir em um campo específico de investigação. Até então, ela era desenvolvida por cientistas praticantes, que habitualmente a consideravam como um 'produto lateral da pedagogia'. *"Viam nela, além de interesse intrínseco, um meio para elucidar os conceitos da sua especialidade, estabelecer a sua tradição e atrair estudantes."*[14]

complexidades esmagadoras, que já eram imensas na simples mecânica e que foram várias vezes multiplicadas pelo contexto global."[16]

Como enfatiza Cohen[17], com muita propriedade, é preciso analisar a plausibilidade e implausibilidade de determinadas situações para poder aferir a sua viabilidade. Galileu, por exemplo, certamente deve ter deixado cair um par de pesos, simultaneamente, de uma mesma altura, alguma vez em sua vida. Parece no entanto claro que não foi a partir da Torre de Pisa, como se procurou mostrar na seção 6.3 do Livro 2. Quando, contudo, se enfatiza este episódio em Galileu, sem o devido cuidado, novamente a título de 'curiosidade', acaba-se passando a idéia de um Galileu empirista, quando, na realidade, se deveria enfatizar que a contribuição de Galileu à mecânica foi principalmente conceitual e não apenas experimental.

A implausibilidade teórica de uma associação direta da gravitação universal à queda de uma maçã é mais do que evidente, como mostra a estrutura conceitual do Capítulo 7 do Livro 3.

O 'lampejo de inspiração', o 'flash de insight', a idéia que surge de repente para equacionar/resolver uma dada situação-problema não é mera obra do acaso.

Não foi fortuitamente, e nem sem uma explicação plausível, que o historiador e tradutor galileano Stillman Drake redirecionou o curso de seu livro "Galileu" (Livro 1, seção 3.5).

Os quatro estágios de Wallas na resolução de problemas (Livro 1, seção 3.2) não fazem da incubação uma condição suficiente para a iluminação, evidentemente, mas que muitas vezes ela se manifesta como condição necessária pode ser exemplificada na solução 'súbita', 'fora de hora', encontrada por estudantes à um problema após o término de uma prova.

O cientista, o aluno, as pessoas, em geral, usualmente encontram solução para os seus problemas a partir de um envolvimento constante, decidido e paciente com o seu objeto de estudo, que ativa complexas cadeias de processos mentais, a nível consciente e inconsciente.

O texto **As concepções espontâneas, a resolução de problemas e a história e filosofia da ciência em um curso de mecânica** procura apresentar uma história que, entre outras coisas,

♦ mostra a criatividade e os 'problemas' do cientista em ação - como em Newton, na gravitação universal (Livro 3, Capítulo 7), nos experimentos com o pêndulo (Livro 3, seção 2.7) e na questão do referencial absoluto (Livro 4, Capítulo 1);

♦ ilustra a luta reivindicatória sobre prioridades de descobertas, dentro da ciência - como a que se verifica entre Galileu e Scheiner, no episódio das manchas solares (Livro 2, seção 5.6) e o pleito de Hooke à primasia da descoberta da gravitação universal (Livro 3, seção 7.1);

♦ mostra a força da razão e as observações impregnadas de teorias - que as diferentes interpretações de Galileu e Scheiner sobre as manchas solares exemplificam tão bem (Livro 2, seção 5.3);

- explicita a evolução do conceito de força;

- exibe a dimensão coletiva do conhecimento, à qual se materializa, por exemplo, na troca de correspondência entre os cientistas - como a que envolve Newton e Hooke (Livro 3, seção 7.1);

- destaca a importância de homens que impulsionaram a divulgação de grandes obras - como no caso de Rético, com Copérnico (seção 4.4, Livro 2) e de Halley, com Newton (seção 7.9, Livro 3);

- mostra tanto os acertos quanto os erros, na ciência. Conforme Koyré[18], *"A história da ciência nos revela o espírito humano no que ele tem de mais alto, em sua busca incessante, sempre insatisfeita e sempre renovada, de um objetivo que sempre lhe escapa: a busca da verdade ... O caminho na direção da verdade é cheio de ciladas e semeado de erros e nele os fracassos são mais freqüentes do que os sucessos. Fracassos, de resto, por vezes tão reveladores e instrutivos quanto os êxitos. Assim, cometeríamos um engano se desprezássemos o estudo dos erros; é através deles que o espírito progride em direção à verdade".*

Por outro lado, a dinâmica essencialmente internalista do texto não priva o aluno de situações que mostram a presença e influência de fatores ditos não intelectuais no desenvolvimento da ciência. O mais notável deles é, sem dúvida, o conflito de Galileu com a Igreja Católica, em função da adesão do sábio italiano ao copernicanismo.

A 'pureza' da ciência desfaz-se aos olhos do estudante quando ele trilha o caminho das ações que intrigam Galileu com o Papa Urbano VIII, e o levam à condenação. Nesta trajetória, estão as desavenças de Galileu com os jesuítas, especialmente com Orazio Grassi, na questão relativa a constituição, localização e movimento dos cometas (apenas citada, no texto), e com Christopher Scheiner, no episódio das manchas solares. No primeiro caso, observa-se a ironia e a zombaria na contenda científica, que ferem o orgulho e a dignidade; no segundo, a luta pela primazia de uma descoberta.

Como iria mais tarde afirmar um membro do Colégio Romano, considerado uma das instituições de maior prestígio, à época, *"Se Galileu tivesse sabido preservar as boas graças dos padres deste Colégio, gozaria de renome diante do mundo; poderia ter sido poupado de todos seus infortúnios e poderia ter escrito sobre tudo, até sobre o movimento da Terra."*[19].

Além de mostrar não ter entendido o realismo galileano, o autor desta observação expressa uma opinião típica daqueles que, à época, imaginavam poder subjugar a ciência à teologia. Neste sentido, faz-se imprescindível propiciar ao estudante uma apreciação crítica dos argumentos utilizados por Galileu em favor de uma clara separação entre ciência e religião, a fim de situar o embate entre o geocentrismo e o heliocentrismo no campo da ciência (Livro 2, seção 5.5).

A consolidação do "Principia" newtoniano em um ambiente dominado pelos cartesianos, após ferrenha luta contra os escolásticos e a Igreja, é mais um exemplo (Livro 4, seção 8.1).

4.4 - A questão do empirismo-indutivismo e o texto

a) O empirismo de Russel

De acordo com o filósofo e matemático Bertrand Russel, em "A perspectiva científica", o método científico consiste na observação de fatos particulares que induzem o cientista a obtenção de leis gerais - observação e inferência à lei, estas são as suas duas características essenciais.

Russel reconhece em Arquimedes (275-212 a.C.) o maior cientista grego, 'que inventou eficientes dispositivos mecânicos para defender a cidade de Siracusa contra os romanos', contudo, observa que *"a sua contribuição à ciência, embora notável, ainda exibe a atitude dedutiva dos gregos, que os afastava do método experimental"*(20).

Ocorre que para os gregos antigos o envolvimento em atividades manuais não era considerado digno de um filósofo. Por isso não cogitavam em nenhum estudo que exigisse experimentação. Segundo a concepção empirista-indutivista, porém, não existem premissas evidentes por si mesmas. Assim, a filosofia natural não pode, como o faz a geometria de Euclides, apoiar-se em 'axiomas supostos auto-evidentes e não resultados de experiências'. Desta forma, em relação à famosa obra de Arquimedes "Sobre os corpos que flutuam", originada em função da solução que obteve ao problema que lhe foi apresentado pelo rei Hero, que consistia em descobrir se a coroa que recebera do ourives da corte era mesmo totalmente confeccionada em ouro, Russel admite como válido o método desenvolvido no livro, ressaltando, porém, que *"embora parta de postulados seguindo deduções, temos que acreditar que chegou aos postulados experimentalmente"*(20)

Considerando que, *"o método científico, tal como o entendemos, apareceu em toda a sua pujança com Galileu."*(21), Russel vê o atrito de Galileu com a Inquisição centrar-se numa disputa entre duas distintas formas de buscar a verdade - a que faz uso da indução e a que se inspira na dedução. Criticando esta última, ele afirma que *"Aqueles que acreditam que a dedução é o método indicado para a obtenção de conhecimentos são obrigados a buscar as suas premissas em algum lugar, geralmente num texto sagrado"*(22). Quando isto ocorre, o questionamento da validade científica das premissas pode atingir dogmas religiosos de aceitação secular, provocando a reação contundente do clero, como se deu com Galileu.

Assim, para este filósofo, é somente com Galileu e Kepler que se ilustra toda a pujança do método científico: partindo de dados específicos (no caso de Galileu as experiências com o plano inclinado e com diferentes pesos soltos da Torre de Pisa e no de Kepler os dados observacionais de Tycho Brahe sobre Marte) ambos chegaram a leis de validade geral (a relação $d \propto t^2$ e as três leis de Kepler, respectivamente).

b) O empirismo de Berkeley

A questão do realismo e do instrumentalismo que, dos gregos antigos a Galileu, conferiu conotações bem distintas à filosofia de trabalho dos estudiosos adeptos da astronomia física e da astronomia matemática, aparece, novamente, no cerne da crítica empirista do bispo e filósofo G. Berkeley (1685 - 1753) à dinâmica newtoniana.

Segundo Berkeley, as leis da natureza, isto é, as regularidades dos fenômenos, devem ser apreendidas (descobertas, inferidas) a partir da observação e da experiência, orientadas pela razão, que lhes dá suporte, forma e significado. Conceitos que não possuem qualquer relação com a experiência sensorial devem ser rejeitados, como entidades físicas. Este é o caso dos conceitos newtoniano de espaço absoluto, tempo absoluto e movimento absoluto.

O espaço absoluto, por exemplo, é visto por Berkeley como *"o fantasma dos filósofos da mecânica e da geometria, que não é percebido pelos nossos sentidos ou provado pela nossa razão"*. Da mesma forma, a falta de 'operacionalidade' do movimento absoluto é outro dado inconteste, já que *"nenhum movimento pode ser percebido, ou medido, exceto com a ajuda de coisas sensíveis"*.[23].

Para Berkeley, a mecânica, como uma ciência experimental, não pode e nem deve interessar-se pela 'natureza oculta' ou 'essência' das coisas. Interpretar uma <u>força</u> como a causa (física) de uma aceleração é atribuir-lhe uma qualidade oculta. Analogamente, buscar na <u>gravidade</u> ou na <u>atração</u> a causa física para o entendimento do movimento dos planetas ou dos corpos em queda livre é conferir à mecânica um papel que não lhe compete.

Força, gravidade e atração, particularmente, devem ser vistos como <u>hipóteses matemáticas</u> e não como conceitos físicos. Uma hipótese matemática possui uma função meramente descritiva. 'Se funciona corretamente não deve ser rejeitada'. Ou seja, não cabe discutir a sua veracidade, desde que seja comprovada a sua 'utilidade como instrumento de cálculo'. Entendo-se isso, *"todos os famosos teoremas da filosofia mecânica* [isto é, da teoria de Newton que, afinal, leva a resultados corretos] ... *que tornam possível sujeitar o sistema do mundo (ou seja, o sistema solar) a cálculos humanos pode ser preservado; ao mesmo tempo, o estudo do movimento ficará livre de mil trivialidades e sutilezas sem sentido e de idéias abstratas [desprovidas de significação]."*[24]

De acordo com esta linha de pensamento, hipóteses matemáticas distintas, que levam a resultados idênticos, são igualmente merecedoras dos mesmos créditos. Neste sentido, a visão instrumentalista de Berkeley é, em essência, a mesma dos gregos antigos adeptos da astronomia matemática (Livro 2, seção 1.7), para quem 'salvar as aparências' era tudo o que almejavam com as suas hipóteses. Por isso, viam com naturalidade, e sem quaisquer problemas, a exis-

rimento (de M.-M.), depois de ter sido realizado com extraordinária habilidade e refinamento pelos seus autores, deu a resposta definitiva ... que não existe nenhuma velocidade observável da Terra em relação ao éter. Este incrível e aparentemente inexplicável fato experimental perturbou violentamente a Física do século XIX e por quase vinte anos os físicos ... se esforçaram para torná-lo razoável. Mas Einstein nos chamou atenção: vamos aceitá-lo como um fato experimental estabelecido e tirar as suas inevitáveis conseqüências ... Assim nasceu a teoria da relatividade especial."(28)

Mesmo G. Bachelard, que nada tem de positivista, incorre em erro ao superenfatizar o papel e a função do experimento nas idéias de Einstein: *"Como nós sabemos, e foi-nos repetido milhares de vezes ... a Relatividade nasceu da falência do experimento de Michelson ... Parafraseando Kant, podemos dizer que este experimento acordou a Mecânica Clássica de seu sono dogmático ... Pode um simples experimento do século vinte aniquilar - um sartreano diria nulificar - dois ou três séculos de pensamento racional? Sim, um único decimal é suficiente - como diria o nosso poeta H. de Regnier - para fazer toda a natureza cantar"*(29)

Através de cinco entrevistas feitas com Einstein entre 1950 e 1954, abordando diversos aspectos de seu trabalho, Shankland(30) relata que os resultados experimentais que mais influenciaram Einstein na elaboração de sua teoria foram as observações sobre a aberração estelar e as medidas de Fizeau sobre a velocidade da luz na água em movimento. A experiência de Michelson-Morley só chamou a sua atenção depois de 1905 - 'se não eu a teria mencionado em meu artigo'(31) diz Einstein, referindo-se ao seu famoso trabalho de 1905, no qual divulga a teoria da relatividade especial.

"É facil imaginar, como ressalta Villani(32), *que se cientistas eminentes, nos livros de textos avançados ou nas suas conferências, expressam de forma sistemática uma determinada interpretação, esta mesma, simplificada, passará a ser transmitida através dos livros didáticos e das obras de divulgação."*

Estes últimos parágrafos, que fazem parte do capítulo introdutório do Livro 4, colocam explicitamente ao aluno a questão do empirismo-indutivismo na ciência. O Capítulo 5 do Livro 4 mostra que a teoria da relatividade especial não é uma resposta objetiva ao experimento de Michelson-Morley.

Desde cedo, contudo, encontra-se no texto matéria para o debate desta questão. O sistema cosmológico de Filolau (Livro 2, seção 1.3) é um exemplo. Colocando as suas concepções acima da 'evidência observacional', este pitagórico opõe-se ao tradicional julgamento de que a impressão sensorial direta traz evidências inquestionáveis sobre o mundo e sua estrutura.

As considerações feitas na seção 2.6 do Livro 2 sobre o empirismo de Aristóteles e a seção 7.10 do Livro3, "A dinâmica newtoniana como generalização das leis de Kepler - crítica à posição empirista-indutivista", propiciam novas discussões sobre este tema.

4.5 - Referências Bibliográficas

1. KUHN, T.S. A função do dogma na investigação científica. In: de DEUS, J.D. A crítica da ciência. Rio de Janeiro, Zahar, 1974.
2. KUHN, T.S. A estrutura das revoluções científicas. São Paulo, Editora Perspectiva, 1987. p.178.
3. KUHN, T.S. A tensão essencial. Lisboa, Edições 70, 1989. p.279.
4. KUHN, T.S. Referência 2, p.176.
5. BIZZO, N.M.V. História da ciência e ensino: onde terminam os paralelos possíveis? Em Aberto, 11(55): 28-35, 1992.
6. MATTHEWS, M.R. História, filosofia e ensino de ciências: a tendência atual de reaproximação. Caderno Catarinense de Ensino de Física, 12(3): 164-214, 1995.
7. ZYLBERSZTAJN, A. Galileu: um cientista e várias versões. Caderno Catarinense de Ensino de Física, 5(Número Especial): 36-48, junho, 1988.
8. CARR, E.H. Que é história? Tradução de L.M. Alverga. São Paulo, Paz e Terra, 1985. pp.13-15. Citado por ZANETIC, J. Física também é cultura. Tese de doutorado, FEUSP, São Paulo, 1989. pp. 107-108.
9. SILVEIRA, F.L. Uma epistemologia racional-realista e o ensino da Física. Tese de doutorado. PUCRS, Porto Alegre, 1993.
10. MESA-REDONDA: Influência da história da ciência no ensino de física. Participação de ABRANTES, P.C.C. , Caderno Catarinense de Ensino de Física, 5(Número Especial): 7-22, 1988.
11. FEYERABEND, P. Contra o médodo. Rio de Janeiro, Francisco Alves, 1985.
12. LANGEVIN, P. O valor educativo da história das ciências. In: Ciência e técnica: antologia de textos históricos. Ruy Gama (org.), São Paulo, T.A. Queiroz, 1992.
13. KUHN, T.S. Referência 2, p.22.
14. KUHN, T.S. Referência 3, p.144.
15. ZANETIC, J. Física também é cultura. Tese de doutorado, FEUSP, São Paulo, 1989.
16. WESTFALL, R.S. A vida de Isaac Newton. Rio de Janeiro, Nova Fronteira, 1995. p.51.
17. COHEN, I.B. A sense of history in science. Science & Education, 2 (3): 251-277, 1993.
18. KOYRÉ, A. Perspectivas da história das ciências. In: KOYRÉ, A. Estudos de história do pensamento científico. Brasília, Universidade de Brasília, 1982. pp.370-379.

19. RESTON, J. Galileu, uma vida. Rio de Janeiro, José Olympio, 1995. Citação, p.352

20. RUSSEL, B. A perspectiva científica. São Paulo, Companhia Editora Nacional, 1977. p.21.

21. RUSSEL, B. Referência 20, p.22.

22. RUSSEL, B. Referência 20, p.30.

23. POPPER, K.R. Conjecturas e refutações. Brasília, Editora Universidade de Brasília, 1982. p.194.

24. POPPER, K.R. Referência 23, p.195.

25. LOPARIC, Z. Andreas Osiander: prefácio ao "De revolutionibus orbium coelestium" de Copérnico. Cadernos de História e Filosofia da Ciência, 1: 44-61, 1980.

26. MOREIRA, M.A. & OSTERMANN, F. Sobre o ensino do método científico. Caderno Catarinense de Ensino de Física, 10(2): 108-117, 1993.

27. KOESTLER, A. O homem e o universo. São Paulo, IBRASA, 1989. Citação, p.217.

28. MILLIKAN, R.A. Albert Einstein on his seventieth birthday. Rev.Mod.Phys., 21: 343-344, 1949. Citado por VILLANI, A. O confronto Lorentz-Einstein e suas interpretações. Parte I: A revolução einsteiniana. Revista de Ensino de Física, 3(1): 31-45, 1981.

29. BACHELARD, G. The philosophical dialectic of the concepts of relativity. In: SCHLIPP, P.A. (ed.) Albert Einstein: philosopher-scientist, 566-568, 1949. Citado por VILLANI, A. O confronto Lorentz-Einstein e suas interpretações. Parte I: A revolução einsteiniana. Revista de Ensino de Física, 3(1): 31-45, 1981.

30. SHANKLAND, R.S. Conversations with Albert Einstein. American Journal of Physics, 31(1): 47-57, 1963.

31. THUILLIER, P. De Arquimedes a Einstein: a face oculta da invenção científica. Rio de Janeiro, Jorge Zahar Ed., 1994.

32. VILLANI, A. O confronto Lorentz-Einstein e suas interpretações. Parte I: A revolução einsteiniana. Revista de Ensino de Física, 3(1): 31-45, 1981.

Capítulo 5

As bases teóricas do texto, em termos de aprendizagem

5.1 - Introdução

Os fundamentos teóricos do processo ensino-aprendizagem, hoje, estão no cognitivismo. O cognitivismo trata da cognição, que se refere ao ato de conhecer, de atribuir significados aos conceitos, eventos e objetos do mundo real. O construtivismo significa que a cognição se dá por construção.[1]. *"A aprendizagem é pessoal e idiossincrática; o conhecimento é público e compartilhado."*[2]

Particularmente no ensino da física, as pesquisas sobre as concepções do estudante e a questão da mudança conceitual mostram a importância de se considerar o aluno como um agente ativo na construção de seu próprio conhecimento. Esse processo de construção pressupõe dinamicidade e organização na estrutura cognitiva do aprendiz.

Para aprender significativamente, o indivíduo deve relacionar um novo conhecimento a proposições e conceitos relevantes em sua estrutura cognitiva, isto é, que já existam com um certo grau de clareza, estabilidade e diferenciação. Evidentemente, o professor e os materiais instrucionais, como mediadores da aprendizagem, precisam estar articulados com a natureza deste empreendimento educacional: os professores adotando uma postura construtivista e os materiais de aprendizagem sendo potencialmente significativos.

"Na aprendizagem significativa o novo conhecimento nunca é internalizado de maneira literal, porque no momento em que passa a ter significado para o aprendiz entra em cena o componente idiossincrático da significação. Aprender significativamente implica atribuir significados, e estes têm sempre componentes pessoais. Aprendizagem sem atribuição de significados pessoais, sem relação com o conhecimento preexistente, é mecânica, não significativa. Na aprendizagem mecânica, o novo conhecimento é armazenado de maneira arbitrária e literal na mente do indivíduo. O que não significa que esse conhecimento é armazenado em um vácuo cognitivo, mas sim que ele não interage significativamente com a estrutura cognitiva preexistente, não adquire significados. Durante um certo período de tempo, a pessoa é inclusive capaz de reproduzir o que foi aprendido mecânicamente, mas não significa nada para ela".[3]

O texto **As concepções espontâneas, a resolução de problemas e a história e filosofia da ciência em um curso de mecânica** não está organizado segundo a teoria de aprendizagem de David Ausubel. Mas reconhece como de suma importância o conceito fundamental desta teoria - o de **aprendizagem significativa**. Por isso, estrutura-se para ser um material de aprendizagem potencialmente significativo para o estudante. Na próxima seção, discute-se as bases teóricas do texto.

5.2 - Reconstrução histórica e aprendizagem significativa

O material didático, no construtivismo de D. Ausubel e J. D. Novak* [(4)], deve ser potencialmente significativo, isto é, relacionável de maneira não arbitrária e não literal à estrutura cognitiva do aprendiz. Consistente e articuladamente com esta premissa, idealizou-se uma versão didática do referencial lakatosiano para a estruturação geral dos conteúdos de um texto cujo programa inclui referenciais tradicionais do conhecimento, como o aristotélico, o newtoniano e o einsteniano. Esta 'versão' inspirou-se em estudos desenvolvidos por Silveira[(5)], fundamentados teoricamente nas filosofias da ciência de Popper e Lakatos, sobre a mudança conceitual de estudantes universitários em situações de ensino expositivo.

A reconstrução histórica** dos assuntos tratados no texto compatibiliza-se com a idéia central de que o aluno é um agente ativo na construção de seu conhecimento e de que a aprendizagem significativa subjaz esta construção. Neste sentido, procurou-se, sempre que possível, otimizar a seleção, organização e abordagem dos conteúdos de forma a buscar uma sintonia indispensável entre aquilo que, supostamente, o estudante já sabe e o que ele precisa aprender. Mesmo assim, alguns capítulos do texto (como os iniciais do Livro 2 e o primeiro do Livro 4) parecem demandar um esforço especial do aluno no sentido de estabelecer 'subsunçores' necessários à continuidade de sua aprendizagem.

Um subsunçor+ é um conceito, uma idéia, uma proposição já existente na estrutura cognitiva do aprendiz que serve de 'ancoradouro' a uma nova informação, permitindo ao indivíduo atribuir-lhe significado. *"A aprendizagem significativa caracteriza-se por uma interação (não uma simples associação), entre aspectos específicos e relevantes da estrutura cognitiva e as novas informações, através da qual estas adquirem significado e são integradas à estrutura cognitiva de maneira não arbitrária e não literal, contribuindo para a diferenciação, elaboração e estabilidade dos subsunçores pré-existentes e, conseqüentemente, da própria estrutura cognitiva."*[(6)]

Deste modo, a disponibilidade de subsunçores pertinentes ao tratamento de um determinado assunto se constitui em pré-requisito muito importante para a ocorrência de aprendizagem significativa. Quando, contudo, eles inexistem, que é o que ocorre quando o aluno se depara com conhecimentos totalmente novos para ele, faz-se necessária uma aprendizagem mecânica ini-

---

* Professor da Universidade de Cornell e principal responsável pelo desenvolvimento da Teoria de Ausubel.

** No Capïtulo 4, delineou-se o perfil do que se entende por uma história da ciência de boa qualidade, para o ensino. É a esta história que se liga o termo reconstrução histórica.

+ 'Tradução, para o português, da palavra inglesa 'subsumer'.

cial, provisória, até que alguns elementos de conhecimento relevantes a novas informações se estruturem, de modo a desempenhar o papel de subsunçores, ainda que pouco elaborados. *"À medida que a aprendizagem começa a se tornar significativa, esses subsunçores vão ficando cada vez mais elaborados e mais capazes de servir de ancoradouro a novas informações"*[6]

Por outro lado, aprendizagem significativa não é sinônimo de aprendizagem correta. *"É a interação entre o novo conhecimento e o conhecimento prévio que caracteriza a aprendizagem significativa, não o fato de que tais significados sejam corretos do ponto de vista científico."*[7] . Assim, é lícito considerar os esquemas explicativos que possibilitam as pessoas, em geral, a fazer previsões e mesmo 'explicar' diversos fenômenos do seu dia-a-dia como parte de um processo de construção cognitiva amparado em aprendizagens significativas. A interpretação das concepções alternativas dos estudantes, em particular, como resultado de aprendizagens significativas explica a resistência destas concepções à mudança conceitual, já que *"conhecimentos adquiridos por aprendizagem significativa são muito resistentes à mudança"*[7].

De um modo geral, as concepções alternativas dos estudantes, em física, encontram-se já bem identificadas. Também é notória a semelhança de muitas destas concepções com esquemas de conhecimento historicamente superados. Em mecânica, e especialmente em dinâmica, as concepções não inerciais de estudantes de qualquer nível de escolaridade sobre força e movimento situam-se, essencialmente, no âmbito da física aristotélica e da física do impetus.

Mas se de um lado estão as semelhanças de algumas idéias do estudante com concepções historicamente superadas, que certamente podem ser exploradas didaticamente tendo em vista o construtivismo do aluno, de outro encontra-se a importância histórica destes referenciais cognitivos no processo de construção coletiva do conhecimento humano. O programa de pesquisa aristotélico, por exemplo, é um referencial fundamental para o entendimento das objeções que por um longo período se opuseram a um novo conjunto de idéias que culminou em uma nova física, no século XVII[8].

É esta construção do conhecimento, tanto individual, pelo aluno, como coletiva, via desenvolvimento da ciência, que torna a história da mecânica didaticamente atrativa e uma variável importante na elaboração de um texto que objetiva uma nova abordagem ao ensino da mecânica.

A metodologia dos programas de pesquisa de Lakatos dá ênfase ao pluralismo teórico e na competição entre programas não há qualquer problema de diálogo (como ocorre com o referencial kuhniano, entre distintos paradigmas) por parte de interlocutores de diferentes programas. Assim, é perfeitamente viável o trabalho de um cientista em um programa rival para criticá-lo, conhecendo-o melhor. Em termos históricos tem-se em Newton um exemplo, quando desenvolveu a teoria dos vórtices de Descartes com o objetivo específico de criticá-la. Dentro desta mesma perspectiva, pode, também, ocorrer o que aconteceu com Antonio Santucci, um professor de matemática da Universidade de Pisa, que para refutar a doutrina copernicana estudou-a tão minuciosamente que acabou cativado por ela, aderindo às suas teses.

De qualquer modo, o confronto cognitivo entre diferentes referenciais teóricos, do ponto de vista histórico, e a participação do aluno com suas próprias idéias neste processo é plenamente compatível com a metodologia de Lakatos, ou de sua versão didática.

Lakatos considera indispensável que um conjunto de idéias tenha tempo para se estruturar até estar em condições de fazer frente a um programa estabelecido. O núcleo de um programa, que contém os seus pressupostos básicos e que portanto o indentifica, se desenvolve aos poucos, sendo o ensaio e erro parte integrante do processo que envolve a sua estruturação. Em termos do processo ensino-aprendizagem, o histórico desta construção é muitas vezes vital para o entendimento, pelo aluno, dos fundamentos do programa e pode contribuir para a desmitificação da imagem do cientista como um ser infalível. *"Dar uma severa 'interpretação refutável' à versão incipiente de um programa é uma perigosa crueldade metodológica"*[9], frisa Lakatos. Assim, a inserção do aluno no referencial lakatosiano não lhe permite, por definição, a rejeição prematura de um programa de pesquisa que apresente explicações diferentes daquelas intuitivamente elaboradas.

Para Lakatos, os cientistas não são irracionais quando continuam a desenvolver um programa de investigação mesmo frente a um oceano de anomalias. A heurística positiva do programa está lá, para os orientar. O envolvimento do aluno com um programa de investigação cujas explicações iniciais não o convencem também o colocam frente a anomalias. O seu engajamento 'racional' neste processo se dá através da instrução. Isto é, cabe ao professor construtivista e ao material didático potencialmente significativo otimizar a concatenação de idéias e seqüenciamento de conteúdos de forma a mostrar ao aluno a força heurística do novo corpo de conhecimento.

De acordo com os racionalistas críticos, popperianos e lakatosianos, a preferência de uma teoria sobre outra deve se dar em termos racionais. Lakatos deixa claro que numa situação de concorrência deve ficar evidente o caráter progressivo do 'novo' programa (através de sua capacidade explicativa e poder preditivo) e a fase regressiva ou degenerativa de seu rival (onde se acentuam as inconsistências e abundam as explicações ad-hoc).

Com os conceitos de programa progressivo e regressivo de Lakatos - *"um programa é progressivo quando seu crescimento teórico se antecipa ao seu crescimento empírico, isto é, enquanto continua predizendo fatos novos com algum êxito; é regressivo quando seu crescimento teórico se atrasa com relação ao seu crescimento empírico, ou seja, se só oferece explicações pós-hoc de descobrimentos casuais ou de fatos antecipados e descobertos no seio de um programa rival"* [10] - tem-se um critério para julgar o mérito relativo de programas concorrentes. Assim, *"se um programa de investigação explica de forma progressiva mais fatos que um programa rival 'supera' este último, que pode ser eliminado (ou se se prefere, arquivado)"*[10].

A superação definitiva de um programa por outro, contudo, não é trivial. O próprio Lakatos sugere que qualquer programa em fase degenerativa pode ser revitalizado, voltando a ser progressivo, por ajustes em seu cinturão protetor. Deste modo, resulta difícil dizer quando um programa de pesquisa degenerou para além de toda a esperança, a não ser olhando-se para trás', isto é, invocando-se o testemunho da história. A parábola de Lakatos mostra como é possível adiar-se por bastante tempo a refutação de uma teoria:

"A história é a respeito de um caso imaginário de mau comportamento planetário. Valendo-se da mecânica de Newton, da sua lei da gravitação, (N), e das condições iniciais aceitas, I, um físico da era pré-einsteniana calcula o caminho de um planetasinho recém descoberto, p. Mas o planeta desvia-se da trajetória calculada. O nosso físico newtoniano considera, acaso, que o desvio era proibido pela teoria de Newton e, portanto, uma vez estabelecido, refuta a teoria N? Não. Sugere que deve existir um planeta p', até então desconhecido, que perturba a trajetória de p. Calcula a massa, a órbita, etc., desse planeta hipotético e, em seguida, pede a um astrônomo experimental que teste sua hipótese. O planeta p' é tão pequeno que nem o maior dos telescópios disponíveis pode observá-lo: o astrônomo experimental solicita uma verba de pesquisa a fim de construir um telescópio ainda maior. Em três anos o novo telescópio fica pronto. Se o planeta desconhecido p' fosse descoberto seria saudado como uma nova vitória da ciência newtoniana. Mas não o é. Porventura o nosso cientista abandona a teoria de Newton e sua idéia do planeta perturbador? Não. Sugere que uma nuvem de poeira cósmica esconde o planeta de nós. Calcula a localização e as propriedades dessa nuvem e solicita uma verba de pesquisa para enviar uma nave ao espaço a fim de pôr à prova os seus cálculos. Se os instrumentos do satélite (possivelmente instrumentos novos, baseados numa teoria pouco testada ainda) registrassem a existência da nuvem hipotética, o resultado seria saudado como uma vitória extraordinária da ciência newtoniana. Mas a nuvem não é encontrada. Por acaso o nosso cientista abandona a teoria de Newton, juntamente com a idéia do planeta perturbador e a idéia da nuvem que o esconde? Não. Sugere a existência de um campo magnético naquela região do universo que perturbou os instrumentos do satélite. Um novo satélite é enviado ao espaço. Se o campo magnético fosse encontrado, os newtonianos comemorariam o encontro como uma vitória sensacional. Mas ninguém o encontra. Isto é considerado como uma refutação da ciência newtoniana? Não. Ou se propõe outra engenhosa hipótese auxiliar ou ... toda a história é sepultada nos poentos volumes das publicações especializadas, e nunca mais se toca no assunto."(11)

Esta dubiedade na avaliação de programas de pesquisa <u>no momento da competição</u> suscita críticas à metodologia dos programas de pesquisa de Lakatos. Afinal, quanto tempo se deve passar até que um programa seja considerado irreversivelmente degenerado? Como instrumental didático, contudo, o referencial lakatosiano, adaptado para tal, não pode sofrer esta mesma crítica, pois o que se pretende com a sua utilização é o envolvimento do estudante, sempre que possível, em um processo de competição entre programas na qual a história da ciência já teceu o seu veredito.

A opção consciente do aluno a um conhecimento 'novo', por reconhecer nele o seu caráter progressivo frente ao regressivo de seu oponente 'antigo' (ou em vias de superação), é o que vai levá-lo à pretendida evolução conceitual. Primeiro, das físicas aristotélica e da força impressa e do impetus, onde residem as suas concepções não inerciais sobre força e movimento, à física newtoniana, e depois desta à relatividade einsteiniana.

Na difícil passagem do aluno do referencial intuitivo ao newtoniano, a identificação das concepções alternativas como resultado de aprendizagens significativas, por professores e materiais instrucionais, pode não apenas facilitar a reformulação conceitual como ser indispensável para que ela ocorra. Não sendo possível excluí-las ou apagá-las da estrutura cognitiva do aprendiz, e muito menos ignorá-las, deve-se procurar 'conviver' com elas durante a aprendizagem do estudante, explicitando-as claramente e mostrando a sua insuficiência. Assim, *"um indicador de que a consolidação da nova teoria se deu no aluno é a sua capacidade de responder a situações problemáticas de ambas as formas, de acordo com as concepções alternativas e de acordo com a nova teoria, verbalizando a consciência de que essas respostas estão assentadas sobre teorias diversas."*[(5)]

Naturalmente, espera-se que o aluno passe, progressivamente, a utilizar com maior desenvoltura a teoria científica, que tem maior poder explicativo e preditivo do que a teoria alternativa. Quer dizer, em um determinado subsunçor convivem significados alternativos e científicos. No começo pode haver apenas significados alternativos, os quais permitem, através da aprendizagem significativa, a aquisição (inicialmente um pouco mecânica) dos significados científicos. O resultado disso é que o subsunçor fica muito mais rico em termos de significados, mas a evolução conceitual implica que o aprendiz passe a usar predominantemente os significados científicos para explicar o mundo físico. Se ele apenas for consciente de que suas respostas a situações problemáticas estão assentadas sobre teorias diversas, ele pode não distinguir qual é a melhor, em termos de poder explicativo e preditivo. Então, não terá aprendido física, pois, evidentemente, as teorias físicas que se pretende ensinar-lhe são melhores do que as alternativas que ele trouxe para a aula e que, provavelmente, nunca poderá apagar de sua memória (mas pode não usar).

Certamente, o mesmo raciocínio se aplica ao trânsito do aluno da mecânica clássica à relativística.

5.3 - À guisa de conclusão

A versão didática do referencial lakatosiano, consignada ao texto, enseja ao aluno uma visão mais integradora dos conteúdos abordados ao estimular o seu envolvimento num constante processo de avaliação de programas 'consolidados', e de corpos de conhecimento que não chegaram a se constituir em programas, via competição.

A caracterização e fluidez dos conteúdos compatibilizam-se com a metodologia de Lakatos que, estimulando a competição, não exige a espera de consenso sobre a degeneração de um programa para que um outro se apresente. Contestações a um programa bem sucedido podem (e devem) surgir inclusive no auge deste programa, muito embora, como menciona Lakatos, *"se* *possa compreender a irritação do físico quando, no meio da fase progressiva de um programa de pesquisa, se lhe depara uma proliferação de vagas teorias metafísicas que não estimulam nenhum progresso empírico"*(16), referindo-se à resistência que os defensores de um programa oferecem a seus rivais.

Idéias fortemente arraigadas não se submetem facilmente à mudança. A história da ciência é rica em exemplos que mostram a veracidade desta afirmação. Na busca de adesão a um novo corpo conceitual, não se pode ignorar a existência de ações que muitas vezes extrapolam os domínios do convencimento apenas pela razão.

Em sala da aula, a mudança conceitual do aluno (das concepções alternativas para as cientificamente aceitas) é uma exigência do sistema de escolarização em que ele se encontra. Investindo na evolução conceitual do estudante, a versão didática do referencial lakatosiano procura dar sentido à troca paradigmática, ou de programa de pesquisa, não importa o termo, minimizando, ao menos, a mudança (com freqüencia aparente, provisória) imposta pela força coerciva da avaliação.

De qualquer modo, importa ressaltar que o texto, seguramente, não prescinde das ações do professor construtivista, com ele articulado, que se empenha no sentido de auxiliar o aluno na compreensão de suas dificuldades. Afinal, é na raiz da relação triádica entre professor, aluno e material instrucional *"que o ensino se consuma quando o significado do material que o aluno capta é o significado que o professor pretende que esse material tenha para o aluno."* (17)

5.4 - Referências Bibliográficas

1. MOREIRA, M.A. & REDONDO, A.C. Construtivismo: significados, concepções errôneas e uma proposta. Trabalho apresentado na VIII REF, Rosário, Argentina, outubro de 1993.

2. NOVAK, J.D. & GOWIN, D.B. Aprender a aprender. Plátano, Lisboa. (Original inglês, 1984.)

3. MOREIRA, M.A. Mapas conceituais e aprendizagem significativa. Adaptado e atualizado, em 1997, de um trabalho com o mesmo título publicado em O ENSINO, Revista Galáico Portuguesa de Sócio-Pedagogia e Sócio-Linguística. Pontevedra/Galícia/Espanha e Braga/Portugal, N^0 23 a 28: 87-95, 1988.

4. AUSUBEL, D.P., NOVAK, J.D. & HANESIAN, H. Psicologia educacional. Interamericana, Rio de Janeiro, 1980.

5. SILVEIRA, F.L. Uma epistemologia racional-realista e o ensino da Física. Tese de doutorado. Porto alegre, dezembro de 1992.

6. MOREIRA, M.A. A teoria da aprendizagem de David Ausubel. Porto Alegre, iFUFRGS, Fascículos do CIEF, Série Ensino-Aprendizagem, n.1, 1993.

7. MOREIRA, M.A. A teoria de educação de Novak e o modelo de ensino-aprendizagem de Gowin. Material preparado para a II Escola Latino-Americana sobre Pesquisa e Ensino de Física, Porto Alegre (Canela), Brasil, 5 a 16 de julho de 1993.

8. PEDUZZI, L.O.Q. Física aristotélica: por que não considerá-la no ensino da mecânica? Caderno Catarinense de Ensino de Física, 13(1): 48-63, 1996.

9. LAKATOS, I. O falseamento e a metodologia dos programas de pesquisa científica. In LAKATOS, I. & MUSGRAVE, A. (orgs.) A crítica e o desenvolvimento do conhecimento. São Paulo, Cultrix, 1979. p.186.

10. LAKATOS, I. La metodología de los programas de investigación científica. Madrid, Alianza, 1989. p.146.

11. LAKATOS, I. Referência 9, pp.121-122.

12. GIL-PÉREZ, D. & MARTÍNEZ-TORREGROSA, J. La resolución de problemas de Física una didáctica alternativa. Madrid/Barcelona, Ediciones Vicens-Vives, 1987. p.10.

13. GARRET, R.M., SATTERLY, D., GIL-PEREZ, D. & MARTINEZ-TORREGROSA, J. Turning exercises into problems: an experimental study with teachers in training. International Journal of Science Education, 12(1): 1-12, 1990.

14. LAKATOS, I. Referência 9, p.190.

15. PEDUZZI, L.O.Q., MOREIRA, M.A. & ZYLBERSZTAJN, A. As concepções espontâneas, a resolução de problemas e a história da ciência numa seqüência de conteúdos em mecânica: o referencial teórico e a receptividade de estudantes universitários à abordagem histórica da relação força e movimento. Revista Brasileira de Ensino de Física, 14 (4): 239-246, 1992.

16. LAKATOS, I. Referência 9, p.190.

17. GOWIN, D.B. Educating. Ithaca, Cornell University Press, 1981.

Capítulo 6

A receptividade ao texto em sala de aula: as impressões pessoais do professor-pesquisador e os dados de um opiniário

6.1 - Introdução

Neste capítulo, descreve-se como o texto **As concepções espontâneas, a resolução de problemas e a história e filosofia da ciência em um curso de mecânica** foi utilizado em sala de aula e os resultados desta aplicação, em termos de observações feitas pelo professor-pesquisador (o autor) e das respostas dos alunos a um opiniário.

É importante ressaltar que, com exceção da unidade "Trabalho e Energia", todos os assuntos que estruturam o texto constam no programa da disciplina Física Geral I, do Departamento de Física da Universidade Federal de Santa Catarina.

6.2 - Metodologia

O volumoso material constituído pelos Livros 1, 2, 3 e 4 e o custo elevado para a sua aquisição, por parte do aluno, fizeram com que o autor submetesse o projeto "As concepções espontâneas, a resolução de problemas e a história e filosofia da ciência em um texto de mecânica a nível universitário básico" ao programa FUNGRAD/96, da Universidade Federal de Santa Catarina.

Com a aprovação deste projeto, na íntegra, foi possível oferecer aos alunos matriculados na disciplina Física Geral I os quatro livros, encadernados e com fotocópias de qualidade, por um custo de menos da metade de seu valor real. Através do projeto, adquiriu-se, também, bibliografia suplementar+, encaminhada à biblioteca do Centro de Ciências Físicas e Matemáticas da UFSC para uso temporário e exclusivo dos alunos da disciplina durante o período do curso.

+ CHALMERS, A. O que é ciência, afinal? São Paulo, Brasiliense, 1993; CHALMERS, A. A fabricação da ciência. São Paulo, Editora da Universidade Estadual Paulista, 1994; EINSTEIN, A. Escritos da maturidade: artigos sobre ciência, religião, racismo, educação e relações sociais. Rio de Janeiro, Nova Fronteira, 1994; EVORA, F.R.R. A revolução copernicano-galileana. Campinas, UNICAMP, Centro de Lógica, Epistemologia e História da Ciência, 1993. v.1: Astronomia e cosmologia pré-galileana; EVORA, F.R.R. A revolução copernicano-galileana. Campinas, UNICAMP, Centro de Lógica, Epistemologia e História da Ciência, 1993. v.2 : A revolução galileana; GAMA, R. (org.) Ciência e técnica: antologia de textos históricos. São Paulo, T.A.Queiroz, 1992; GHINS, M. A inércia e o espaço-tempo absoluto: de

Para a utilização do texto, com os 39 alunos que efetivamente se fizeram presentes no início do semestre, desenvolveu-se uma metodologia bastante diversificada.

Os dois primeiros capítulos do Livro 1 foram ministrados da forma tradicional: exposição teórica dos conteúdos, pelo professor-pesquisador, e exemplos de aplicação da álgebra vetorial.

O capítulo 3, "Sobre a resolução de problemas no ensino da física", foi objeto de uma ampla discussão, com os alunos, após a leitura que (supostamente) fizeram do mesmo, dentro de uma atividade extra-classe que lhes foi proposta. Após esta tarefa, encaminhou-se aos estudantes o primeiro problema de cinemática do curso: um problema aberto, nos moldes de Gil-Pérez(1).

A abordagem aos sete capítulos do Livro 2 e aos dois primeiros do Livro 3 foi feita através de seminários, sob a responsabilidade dos alunos, que se agruparam segundo suas preferências. A escolha dos assuntos foi tranquila, não gerando insatisfações. Por sugestão do professor, para não haver repetição de temas, coube a dois grupos a apresentação de biografias, de Galileu e de Newton, centradas, respectivamente, nas obras "Galileu, uma vida"(2) e "A vida de Isaac Newton"(3).

Como estratégia de ensino, para a fixação dos conteúdos e integração da matéria, procedia-se, usualmente, antes da 'apresentação do dia', a um apanhado geral dos temas já discutidos, incentivando a participação ativa de todos os alunos neste 'sumário de idéias'.

Depois de todas as apresentações (exceto a de Newton que por razões seqüenciais foi feita mais tarde), cada grupo elaborou um trabalho escrito que compreendeu um resumo dos conteúdos relativos aos capítulos estudados e a resposta às questões constantes no texto.

Os capítulos 3, 4, 5 e 6, do Livro 3, abordam conteúdos específicos da dinâmica newtoniana, deixando de lado a exposição histórica da mecânica.

Newton a Einstein. Campinas, UNICAMP, Centro de Lógica, Epistemologia e História da Ciência, 1991; KOESTLER, A. O homem e o universo: como a concepção do universo se modificou,através dos tempos. São Paulo, IBRASA, 1989; KOYRÉ, A. Estudos de história do pensamento científico. Rio de Janeiro, Forense Universitária, 1991; NASCIMENTO, C.A. De Tomás de Aquino a Galileu. São Paulo, UNICAMP, Instituto de Filosofia e Ciências Humanas, 1995; PAIS, A. Sutil é o Senhor ... : a ciência e a vida de Albert Einstein. Rio de Janeiro,Nova Fronteira, 1995; THUILLIER, P. De Arquimedes a Einstein: a face oculta da investigação científica. Rio de Janeiro, Jorge Zahar, 1994. **E ainda, em fotocópia**: BALIBAR, F. Einstein: uma leitura de Galileu e Newton. Lisboa, Edições 70, 1984; RESTON, J. Galileu, uma vida. Rio de Janeiro, José Olympio, 1995; WESTFALL, R.S. A vida de Isaac Newton. Rio de Janeiro, Nova Fronteira, 1995; ZANETIC, J. Física também é cultura. Tese de doutoramento. São Paulo, 1989.

Uma seção dedicada à análise da física intuitiva e das dificuldades conceituais dos estudantes às leis de Newton, no capítulo 3, e outra que mostra os resultados de dois estudos desenvolvidos em nível universitário básico sobre idéias intuitivas relacionadas ao movimento de projéteis[4,5], no capítulo 5, subsidiaram discussões em sala de aula sobre a temática das concepções alternativas. Com este procedimento, ensejou-se aos alunos refletirem sobre as suas concepções não científicas, fazendo-os ver, com o auxílio da história da mecânica, que as idéias que conflitam com a dinâmica newtoniana, afinal de contas, não são pura e simplesmente 'estúpidas', ou fora de propósito.

Com o reaparecimento da resolução de problemas, no texto, tanto nos exemplos de aplicação das leis de Newton, no capítulo 3, quanto em situações-problema envolvendo o atrito, o movimento de projéteis e o movimento circular, nos capítulos 4, 5 e 6, sugeriu-se aos alunos uma nova leitura do Capítulo 3 do Livro 1. Individualmente, ou em grupo, os estudantes foram estimulados, entre outras coisas, a resolver problemas abertos, a proceder a resolução literal de problemas, a formular, ao menos, uma questão depois de terem solucionado uma dada situação-problema (de acordo com a hipótese de que o estudo de uma - ou mais - variante do problema recém resolvido pode levar o solucionador à uma compreensão mais abrangente do quadro teórico em que ele se situa. Neste caso, <u>quando</u> dar realmente por finalizado um problema é uma interessante questão que se coloca ao solucionador.[6]), a analisar fisicamente os resultados encontrados etc. Importa registrar que a resolução de problemas, no quadro-negro, pelos alunos, foi amplamente utilizada no curso.

Antes do capítulo 7, relativo à gravitação universal (que foi objeto de exposição, pelo professor, na forma de seminário), foi exposta, pelo último grupo de alunos, a obra "A vida de Isaac Newton".

A unidade "Trabalho e Energia" foi ministrada de maneira tradicional, com farto uso do quadro-negro e o mais didaticamente possível, como forma de 'amenizar' a lacuna deixada pelo material instrucional que não aborda este assunto (por uma questão de tempo, entre estruturar esta grande unidade e o conteúdo pertinente à relatividade especial optou-se por este último, que é matéria do Livro 4).

Tendo em vista todo o quadro teórico em que se situam os Livros 1, 2, 3 e 4, e a primeira aplicação dos mesmos em sala de aula, acabou havendo pouco tempo para a disseminação das idéias constantes no Livro 4, na forma inicialmente planejada. Sendo assim, e de modo a contornar o melhor possível esta deficiência, optou-se por dar aos alunos uma visão panorâmica do contexto de surgimento da teoria da relatividade especial e de seus conceitos básicos. Isto foi feito em dois seminários de três horas-aula, cada um.

Vale destacar que esta parte da matéria é de bastante importância para que se cumpra um dos objetivos teóricos do material instrucional, como um todo, que é o de combater a visão empirista da ciência (o que se procurou fazer com Galileu, especialmente). Neste sentido, presta-se bastante bem, à discussão, contrapor à concepção empirista-indutivista da ciência, que ainda é muito acentuada no meio acadêmico, argumentos que mostram que não é correto vincular a experiência de Michelson-Morley à gênese das idéias de Einstein sobre a teoria da relatividade especial.

Do ponto de vista da competição de programas de pesquisa, que fundamenta a proposta teórica do material instrucional, merece destaque o declínio do conceito mecânico com o surgimento do eletromagnetismo e o fim do domínio absoluto da mecânica newtoniana com a relatividade einsteiniana. De qualquer modo, procurou-se constantemente enfatizar para o aluno que o conhecimento científico não é definitivo.

A avaliação do desempenho dos alunos, na disciplina, foi feita através de quatro provas escritas, com problemas e questões teóricas, e das atividades relacionadas ao Livro 2 e aos dois primeiros capítulos do Livro 3 (seminário + trabalho escrito), que tiveram o mesmo peso que as demais provas, no cálculo da média final. Houve, ainda, uma prova de recuperação, opcional, ao final do curso, abrangendo apenas aqueles conteúdos relativos à verificação de menor aproveitamento do aluno, para a composição de sua nota final.

6.3 - A avaliação do texto

A seguir, procede-se a uma avaliação geral do material instrucional utilizado em sala de aula, primeiro em termos das observações realizadas pelo professor durante o curso e, posteriormente, em função das respostas dadas pelos alunos a um opiniário com questões relativas à resolução de problemas, às concepções alternativas, à história da ciência e ao conhecimento científico.

Vinte e dois alunos, entre aprovados (14) e reprovados com freqüência suficiente (8), responderam ao opiniário. Para a análise das respostas geradas com este instrumento utilizou-se a Escala Likert[(7)], a qual atribui escores que variam de 5 para CF (concordo fortemente) até 1 para DF (discordo fortemente) quando a afirmação é favorável e escores de 1 para CF até 5 para DF, no caso de afirmações desfavoráveis.

A escala Likert fornece uma idéia geral aproximada da opinião do respondente, pois os números atribuídos às respostas são arbitrários e é possível que a resposta C (concordo) para uma questão favorável, por exemplo, não seja semelhante a uma resposta D (discordo) para uma questão desfavorável.

6.4 - Resultados das observações (impressões pessoais) do professor-pesquisador:

a) sobre a resolução de problemas:

A aula na qual se procedeu à uma ampla discussão sobre os conteúdos abordados no capítulo 3 do Livro 1 evidenciou, bem cedo, o quanto se faz necessário tratar a resolução de problemas como uma área específica da aprendizagem do aluno.

Mudar hábitos fortemente arraigados, adquiridos a partir de um ensino em geral bastante questionável, como é o da física no segundo grau, calcado na 'resolução de problemas', (quase que totalmente mecânica, isto é, com pouco ou nenhum significado para o aluno) não é tarefa fácil. Contudo, a estratégia de fazer constantes referências ao capítulo 3 do Livro 1 em situações-problema resolvidas pelo professor (exemplos ilustrativos, esclarecimento de dúvidas etc.) e pelo próprio aluno (em soluções individualizadas ou no quadro-negro) e o papel desempenhado pelo texto quanto à forma de propor problemas (do tipo fechado, com e sem dados numéricos, ou de enunciado aberto) e de encaminhar soluções, parecem ter, em conjunto (enfatizando a importância da interação professor-aluno e aluno-texto), cumprido a 'missão' de mostrar ao estudante que há o que aprender em relação à resolução de problemas. Ao menos, tornou-se perceptível, à observação, entre outras coisas, que:

a) a resolução literal de problemas foi muito bem aceita pelos alunos que logo se aperceberam das vantagens deste procedimento sobre a prática usual de substituição imediata, nas equações, de dados numéricos disponíveis (exame de casos particulares, de casos limites, menor probabilidade de erro aritmético etc.);

b) não houve uma única reclamação quanto à utilização de problemas abertos no curso. Evidentemente, os alunos ficaram surpresos quando lhes foi proposto o primeiro deles em sala de aula. De fato, os estudantes não apenas não se mostraram aversos à emissão de hipóteses, elaboração de estratégias de solução etc, como demonstraram interesse em solucionar problemas que exigiam o seu envolvimento em tarefas desta natureza;

c) com freqüência, muitos alunos iam além das situações-problema propostas, formulando novas perguntas que os conduziam a novos problemas. Este procedimento assegura um envolvimento não mecânico no processo de solução;

d) vários alunos consideraram importante o conhecimento de estratégias de resolução de problemas utilizadas por bons solucionadores. Mesmo assim, alguns fizeram questão de frisar que eles não as viam como 'receitas' a serem seguidas, o que, diga-se de passagem, é muito bom.

Houve, também, dificuldades não resolvidas (em que pese instruções específicas) que parecem demandar soluções que exigem um tempo bem maior do que o disponível em um semestre de estudo (admitindo-se como suficientes as discussões realizadas no capítulo 3 do Livro1). A análise crítica do resultado de um problema (especialmente naqueles casos onde há mais de uma resposta) é um exemplo. O 'desprezo' à teoria é uma outra 'herança' do segundo grau que faz com que muitos estudantes se lancem à resolução de problemas sem estarem minimamente preparados para tal.

b) sobre as concepções alternativas:

A existência de concepções alternativas sobre força e movimento em todos os sete alunos (entre eles o melhor da classe) que participavam de uma conversa informal com o professor da disciplina, antes do começo de uma das aulas de cinemática, caracterizou bem a importância de se levar explicitamente em consideração esta dificuldade do aluno no seu aprendizado das leis de Newton.

Mesmo com uma seção dedicada especificamente à discussão da física intuitiva do estudante no capítulo 3 do Livro 3 e com o encaminhamento de novas discussões realizadas em sala de aula (e fora dela) sobre este assunto, que sugeriam visíveis progressos dos alunos em direção a tão almejada mudança conceitual, esta parece ter ocorrido somente em parte. Ao menos foi isto que se observou nas respostas dos estudantes a duas questões teóricas da prova relativa às leis de Newton: em uma delas (Apêndice deste capítulo, p.92, questão 4) os alunos tiveram um desempenho muito bom; na outra (idem, questão 5), sem dúvida bem mais difícil, do ponto de vista conceitual, o escore de acerto foi muito baixo (inferiror a 20%).

De qualquer modo, uma nova investida contra as concepções alternativas foi feita, em aula, quando da correção desta verificação de aproveitamento. O capítulo 5 do Livro 3, que aborda o movimento de projéteis em uma e em duas dimensões, também subsidiou, mais adiante, produtivas discussões sobre a problemática das concepções alternativas.

É importante ressaltar que não houve uma preocupação <u>específica</u> em avaliar, nos alunos, a evolução conceitual (isto será objeto de um outro estudo). O que seguramente se pode afirmar é que, na opinião do professor-pesquisador, o texto e o curso concientizaram, plenamente, o aluno que ele traz (ou pode trazer) consigo, para a sala de aula, idéias que conflitam com conceitos que ele tem de aprender, e que é necessário um grande esforço de sua parte para que ele proceda às reformulações necessárias de modo a realmente entender os conceitos aceitos pela ciência de hoje.

c) sobre a história da ciência:

Os conteúdos de natureza histórica (Livro 2 e parte do Livro 3) foram muito bem aceitos pelos alunos. De fato, mesmo havendo visíveis dificuldades da parte de vários estudantes para a compreensão de alguns assuntos (como os relativos a certos conteúdos do capítulo 1 do Livro 2 e do primeiro capítulo do Livro 3), o que, aliás, é perfeitamente natural em qualquer situação de aprendizagem, não foi registrada nenhuma rejeição à utilização da história na estruturação das idéias ao longo do texto. Bem ao contrário!

Há clara evidência 'observacional' de que a utilização da história da ciência, no texto/curso:

a) motivou os alunos ao estudo da disciplina. Os três estudantes encarregados da exposição da vida e obra de Galileu, por exemplo, valeram-se da 'dramatização teatral' para a apresentação deste tema. O acesso ao Museu de História da Ciência, em Florença, através da Internet - uma iniciativa original e espontânea destes estudantes - possibilitou a confecção de diversas transparências coloridas com imagens que enriqueceram o seu trabalho.

b) contribuiu para estabelecer um ótimo relacionamento entre o professor da disciplina e os alunos;

c) foi bastante útil para lidar com as concepções alternativas dos alunos sobre a relação força e movimento;

d) ensejou aos alunos entender que o conhecimento científico não é definitivo.

Ela também motivou o próprio professor no desenvolvimento da disciplina, gerando, inclusive, novas idéias para uma melhor articulação do texto com um dos grandes interesses do estudante de hoje - a Internet. Assim, decidiu-se estruturar um 'site' com imagens relativas ao material instrucional utilizado no curso e 'links' com Instituições de Ensino, Institutos de Pesquisa, Museus e projetos na área do ensino da física. Ele foi concebido a partir do vivo interesse que os alunos demonstraram pelas imagens conseguidas pelos estudantes do "Grupo Galileu" junto a Internet, apresentadas em sala de aula na forma de transparências. No último capítulo discute-se, em maior detalhe, este assunto.

A seguir, passa-se ao opiniário, cujos resultados confirmam impressões pessoais do professor-pesquisador quanto à receptividade dos alunos em relação ao texto.

6.5 - O opiniário respondido pelos alunos+

OPINIÁRIO

UFSC - CFM

DEPTO DE FÍSICA - DISCIPLINA FSC 5109

NOME :

INSTRUÇÕES

Este é um opiniário que deverá refletir o seu pensamento sobre diversos aspectos relativos ao curso de Física Geral I do primeiro semestre de 1997. Posicione-se frente a cada uma das afirmações feitas assinalando o seu grau de concordância ou discordância conforme a seguinte escala:

+ Apresenta-se, em cada item, a freqüência de respostas (o número entre parênteses ao lado das opções CF, C, SO, D e DF), o escore total, ET (de um máximo de 110), e o escore médio, EM (de valor máximo 5,0).

CF - Concordo fortemente

C - Concordo

SO - Prefiro não opinar

D - Discordo

DF - Discordo fortemente

Sobre a resolução de problemas

1. Houve uma mudança significativa na forma como eu concebia a resolução de problemas no começo do semestre e na maneira como eu agora vejo e entendo esta atividade.

(9) CF (11) C (1) SO (0) D (1) DF

ET = 93 ; EM= 4,2

2. Os problemas abertos são de pouca utilidade para a aprendizagem do aluno.

(1) CF (0) C (2) SO (7) D (12) DF

ET = 95 ; EM = 4,3

3. Todos os problemas utilizados no curso de Física Geral I deveriam ser do tipo fechado.

(0) CF (0) C (1) SO (10) D (11) DF

ET = 98 ; EM = 4,5

4. É perda de tempo resolver problemas mecânicamente.

(5) CF (8) C (3) SO (4) D (2) DF

ET = 76 ; EM = 3,5

5. Procuro desenvolver um problema literalmente, substituindo, usualmente, os valores numéricos apenas ao final do problema (ou ao final de cada etapa, no caso do problema ter mais de uma etapa).

(13) CF (8) C (0) SO (0) D (1) DF

ET = 98 ; EM = 4,5

6. Todos os problemas utilizados no curso de Física Geral I deveriam conter dados numéricos.

(0) CF (1) C (1) SO (15) D (5) DF

ET = 90 ; EM = 4,1

7. A utilização apenas de problemas fechados em um curso de física básica pode induzir o estudante a considerar o conhecimento como resultado de um processo indutivo de inferência a partir de dados conhecidos, isto é, a uma visão empirista da ciência

(2) CF (7) C (12) SO (0) D (1) DF

ET = 75 ; EM = 3,4

8. O capítulo 3 do Livro 1, "Sobre a resolução de problemas no ensino da física", é de pouco utilidade para o aluno

(0) CF (0) C (1) SO (13) D (8) DF

ET = 95 ; EM = 4,3

9. Não é relevante, para o aluno, a análise crítica de possíveis estratégias utilizadas por bons solucionadores de problemas de lápis e papel em física .

(0) CF (2) C (6) SO (9) D (5) DF

ET = 83 ; EM = 3,8

10. A resolução de problemas deve ser vista, pelo professor, como uma área da aprendizagem do aluno, que requerer discussões específicas para que o estudante nela se envolva de uma forma conscinte e responsável.

(10) CF (11) C (1) SO (0) D (0) DF

ET = 97 ; EM = 4,4

Sobre as concepções intuitivas

11. Há conceitos ou idéias intuitivas do aluno que conflitam com os conceitos leis e teorias que ele deve aprender.

(14) CF (7) C (1) SO (0) D (0) DF

ET = 101 ; EM = 4,6

12. Durante o curso de Física Geral I constatei que possuía idéias intuitivas sobre a relação força e movimento.

(10) CF (10) C (2) SO (0) D (0) DF

ET = 96 ; EM = 4,4

13. Não superei minhas idéias intuitivas sobre força e movimento após o curso de Física Geral I.

(0) CF (2) C (3) SO (6) D (11) DF

ET = 92 ; EM = 4,2

14. Os conteúdos históricos do curso pouco contribuíram para esclarecer as minhas concepções intuitivas sobre a relação força e movimento.

(0) CF (2) C (3) SO (10) D (7) DF

ET = 88 ; EM = 4,0

15. As situações-problema propostas no curso foram úteis para a superação de minhas idéias ituitivas em mecânica.

(7) CF (12) C (3) SO (0) D (0) DF

ET = 92 ; EM = 4,2

Sobre a história da ciência

16. A história da ciência motiva o aluno a estudar física.

(12) CF (7) C (3) SO (0) D (0) DF

ET = 97 ; EM = 4,4

17. A história da mecânica em nada contribui para a compreensão dos conceitos físicos da disciplina Física Geral I.

(0) CF (0) C (0) SO (11) D (11) DF

ET = 99 ; EM = 4,5

18. A história da ciência ilustra o caráter provisório das teorias científicas.

(8) CF (12) C (2) SO (0) D (0) DF

ET = 94 ; EM = 4,3

19. Se eu fosse professor não faria uso da história da ciência com meus alunos.

(0) CF (0) C (2) SO (8) D (12) DF

ET = 98 ; EM = 4,5

20 Há um valor intrínseco (próprio) em se compreender certos episódios fundamentais que ocorreram na história do pensamento científico.

(5) CF (8) C (8) SO (1) D (0) DF

ET = 83 ; EM = 3,8

21. A utilização da história da ciência no 2^0 grau pode fazer com que mais estudantes se interessem pela Ciência/Física.

(11) CF (9) C (1) SO (1) D (0) DF

ET = 96 ; EM = 4,4

22. O que deve ser priorizado em um curso como o de Física Geral I é o produto final da mecânica e não o processo de construção de seus conceitos e teorias.

(0) CF (1) C (2) SO (13) D (6) DF

ET = 90 ; EM = 4,1

23. A história da ciência não contribui para desmistificar a imagem do cientista como um ser infalível, sempre bem sucedido em seu trabalho.

(2) CF (1) C (3) SO (9) D (7) DF

ET = 84 ; EM = 3,8

Sobre o conhecimento científico

24. É a partir dos dados da experiência, e não de idéias pré-concebidas, que Galileu chega a relação $d \propto t^2$.

(1) CF (5) C (10) SO (3) D (3) DF

ET = 68 ; EM = 3,1

25. O conhecimento científico não é definitivo.

(12) CF (8) C (1) SO (1) D (0) DF

ET = 97 ; EM = 4,4

26. As observações e o relato experimental estão impregnados de teoria.

(6) CF (10) C (5) SO (1) D (0) DF

ET = 87 ; EM = 4,0

27. O método científico é constituído por uma seqüência rigorosa de etapas - observação, formulação de hipóteses, experimentação, medição, estabelecimento de relações, conclusões e estabelecimento de leis e teorias.

(7) CF (8) C (2) SO (3) D (2) DF

ET = 51 ; EM = 2,3

28. As teorias científicas são obtidas a partir dos dados da experiência, adquiridos por observação e experimento, ou seja , a experiência é a fonte do conhecimento.

(2) CF (7) C (4) SO (5) D (4) DF

ET = 68 ; EM = 3,1

29. A observação neutra, sem teoria, não existe.

(3) CF (4) C (5) SO (8) D (2) DF

ET = 64 ; EM = 2,9

6.6 - Resultados do opiniário:

a) sobre a resolução de problemas:

Os elevados escores às questões 2 [4,3] e 3 [4,5] do opiniário indicam, de forma bastante clara, que o aluno considera útil e relevante, a seu aprendizado de física, a resolução de problemas abertos.

O 'gosto' do estudante pela resolução literal de problemas fica explicitamente evidenciado no escore de 4,5 à questão 5 e, também, no escore de 4,1 à questão 6.

Os alunos também não rejeitam a análise crítica de possíveis estratégias utilizadas por bons solucionadores de problemas. A maioria, inclusive, acha isto relevante [Questão 9, escore 3,8]

Estes resultados, juntamente com os expressivos escores de 4,2 à questão 1 e de 4,3 à questão 8, sugerem que o capítulo 3 do Livro 1 foi, particularmente, de grande utilidade para o aluno. De fato, *"A resolução de problemas deve ser vista, pelo professor, como uma área da aprendizagem do aluno, que requer discussões específicas para que o estudante nela se envolva de uma forma consciente e responsável"*. Esta afirmação, que consta como item 10 do opiniário, teve um escore de 4,4.

Como se vê, todos estes altos escores corroboram observações feitas na seção 6.4. Dentro deste contexto, o fato de que mais da metade dos alunos optou por uma posição de neutralidade à questão 7 do opiniário parece mostrar que a maioria deles não entendeu bem a afirmação constante neste item (escore 3,4).

Uma outra questão que parece não ter sido formulada de forma clara, para o estudante, foi a de número 4 que, provavelmente, expressaria um escore muito superior ao 3,5 que obteve se a palavra <u>mecanicamente</u> tivesse o seu significado explicado (por exemplo, substituindo o ponto final da frase por uma vírgula e acrescentando "isto é, sem saber ao certo o que se faz.").

b) sobre as concepções alternativas:

O escore de 4,4 à questão 12 do opiniário, na qual 20 dos 22 alunos afirmam ter constatado que possuíam idéias intuitivas sobre a relação força e movimento durante o curso de Física Geral I, referenda totalmente a generalização feita a toda classe, sobre a existência destas concepções, a partir de uma amostra de 7 alunos (quando de uma conversa informal entre estes estudantes e o professor da disciplina, antes de uma das aulas de cinemática, como já se mencionou).

A certeza, proveniente da observação, de que o texto e o curso concientizaram o aluno de que há conceitos ou idéias intuitivas, da parte do aprendiz, que conflitam com os conceitos aceitos pela ciência de hoje (e que têm um impacto altamente negativo em seu aprendizado de física), é corroborada, inequivocamente, a partir do elevado escore de 4,6 (o mais alto de todos) à questão 11.

Os estudantes também manifestaram a convicção de que:

a) os conteúdos históricos do curso contribuíram para esclarecer as suas concepções intuitivas sobre a relação força e movimento [Item 14, escore 4,0];

b) as situações-problema propostas no curso foram úteis para a superação de suas idéias intuitivas em mecânica [Questão 15, escore 4,2].

Por outro lado, é, no mínimo, gratificante constatar, através do escore de 4,2 conferido ao item 13 do opiniário, que os alunos acreditam ter superado às suas idéias inutitivas sobre o força e movimento com o curso de Física Geral I.

c) sobre a história da ciência:

Os escores relativos aos itens 16 a 23 do opiniário parecem não deixar dúvida sobre o valor atribuído pelo aluno à inserção de conteúdos de natureza histórica em um curso de física. Eles não apenas corroboram as observações feitas na seção 6.4 como as ampliam, consideravelmente.

Em resumo, pode-se supor que a história da ciência:

a) motiva o aluno a estudar física [questão 16, escore 4,4];

b) ilustra o caráter provisório das teorias científicas [questão 18, escore 4,3];

c) contribui para desmitificar a imagem do cientista como um ser infalível, sempre bem sucedido em seu trabalho [questão 23, escore 3,8];

d) pode fazer com que mais estudantes se interessem pela ciência/física, se for utilizada no ensino médio [questão 21, escore 4,4];

e) tem 'valor' como cultura [questão 20, escore 3,8].

Os alunos também consideraram que a história da mecânica contribuiu para uma melhor compreensão dos conceitos físicos relativos à disciplina Física Geral I [questão 17, escore 4,5] e que o que deve ser priorizado nesta disciplina não é apenas o produto final da mecânica, mas o processo de construção de seus conceitos e teorias [questão 22, escore 4,1].

Coerentemente com este conjunto de respostas, os estudantes também afirmaram que fariam uso da história da ciência com seus alunos, caso fossem professores [questão 19, escore 4,5].

d) Sobre o conhecimento científico

Os baixos escores médios às questões 24 [3,1], 27 [2,3] e 28 [3,1], particulamente, sugerem que muitos alunos chegaram ao final do curso com uma clara visão empirista da ciência. Isto é, que:

a) foi a partir dos dados da experiência, não de idéias pré-concebidas, que Galileu chegou a a relação $d \propto t^2$;

b) o método científico é constituído por uma seqüência rigorosa de etapas - observação, formulação de hipóteses, experimentação, medição, estabelecimento de relações, conclusões e estabelecimento de leis e teorias;

c) as teorias científicas são obtidas a partir dos dados da experiência, adquiridos por observação e experimento, ou seja , a experiência é a fonte do conhecimento.

Esta constatação, em parte, surpreende, principalmente no caso da questão 24, na qual 10 dos 22 alunos que responderam ao teste preferiram se omitir, assinalando SO (sem opinião), pois no capítulo 6 do Livro 2 (p.127) procurou-se deixar claro que com os experimentos do plano inclinado Galileu objetivava, tão somente, inferir como correta a sua hipótese inicial de que a natureza se serve de um movimento com aceleração constante na queda dos corpos.

Em dois outros lugares, no texto, abordou-se, explicitamente, a questão do empirismo na ciência:

a) no capítulo 7 do Livro 3, quando se enfatizou que a lei da gravitação universal não pode ser derivada por generalização e indução a partir das leis de Kepler e

b) no capítulo 5 do Livro 4, quando se discutiu o papel que a experiência de Michelson-Morley teve na gênese da teoria da relatividade especial.

É importante ressaltar, contudo, que não se efetivou nenhuma discussão específica, nem no texto e tampouco em sala de aula, contestando o método científico entendido como uma seqüência rígida de etapas 'seguidas' pelo cientista em seu trabalho.

Esperava-se, talvez ingenuamente, ou mesmo supervalorizando certas ações contempladas no texto, que os alunos pudessem inferir como falsa a afirmação constante na questão 27.

O fato é que a concepção empirista-indutivista da ciência encontra-se largamente difundida nos materiais instrucionais, em geral, e o estudante de Física Geral I é proveniente de um ensino com uma característica marcante neste sentido.[8]

Sendo tão acentuada a concepção empirista do aluno e, ao que parece, resistente à mudança, faz-se necessário desenvolver-se novas estratégias, tanto ao nível do próprio texto quanto na metodologia que nele se centra, para se lidar com mais este problema no aprendizado do estudante.

Manifesta-se, de imediato, a premência de se fazer uma discussão específica sobre o método científico. Neste sentido, a riqueza e diversidade dos conteúdos abordados no texto (com as devidas reformulações) talvez se mostrem suficientes para munir o aluno da argumentação necessária à sua refutação. O engajamento ativo do estudante neste empreendimento certamente contribuirá para que se efetive uma maior integração dos conteúdos estudados.

Os altos escore às questões 25 e 26 sugerem, fortemente, que os alunos entenderam que o conhecimento científico não é definitivo e que as observações e o relato experimental estão impregnados de teoria. Neste último caso, o conflito de idéias na interpretação das manchas solares por parte de Galileu e Scheiner, um episódio marcante no capítulo 5 do Livro 2, pode ter sido muito importante para que isto ocorresse. Dentro desta argumentação, contudo, fica difícil de entender o baixo escore à questão 29.

Por outro lado, talvez se possa encontrar no empirismo dominante do aluno uma explicação para o baixo escore ao item 7 do opiniário.

6.7 - Referências Bibliográficas

1. GIL-PÉREZ, D. & MARTÍNEZ-TORREGROSA, J. La resolución de problemas de Física una didáctica alternativa. Madrid/Barcelona, Ediciones Vicens-Vives, 1987. p.10.

2. RESTON, J. Galileu, uma vida. Rio de Janeiro, José Olympio, 1995. Citação, p.142.

3. WESTFALL, R.S. A vida de Isaac Newton. Rio de Janeiro, Nova Fronteira, 1995.

4. PEDUZZI, L.O.Q. O movimento de projéteis e a solução mecânica de problemas. Caderno Catarinense de Ensino de Física, 1(1): 8-13, 1984.

5. PEDUZZI, L.O.Q. & PEDUZZI, S.S. Força no movimento de projéteis. Caderno Catarinense de Ensino de Física, 2(3): 114-127, 1985.

6. BLAKESLEE, D. & WALKIEWICZ, T. A. When is a problem finished? The Physics Teacher, 29(7): 464-466, 1991.

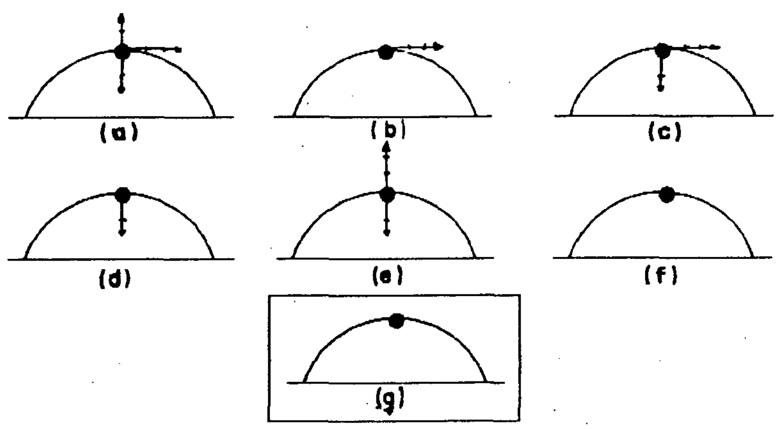
7. BEST, J.W. Research in education. Englewood Cliffs, New Jersey, Prentice-Hall Inc., 1970.

8. MOREIRA, M.A. & OSTERMANN, F. Sobre o ensino do método científico. Caderno Catarinense de Ensino de Física, 10 (2): 108-117, 1993.

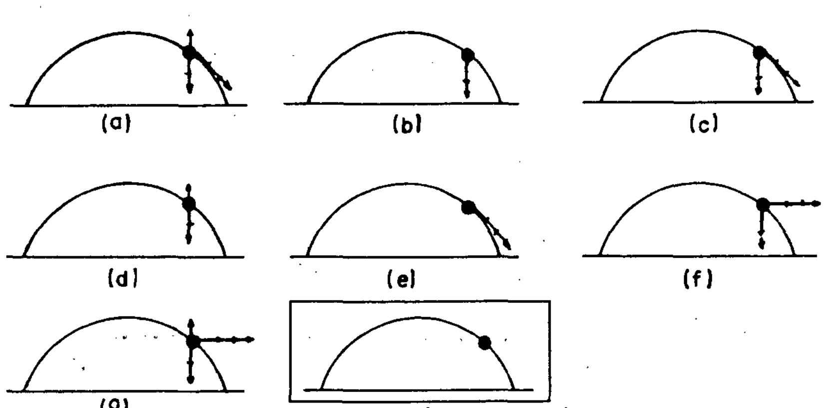
APÊNDICE DO CAPÍTULO 6

QUESTÃO 4 DA AVALIAÇÃO RELATIVA ÀS LEIS DE NEWTON

a) Assinale qual a opção que representa corretamente a(s) força(s) que age(m) sobre uma bola chutada por um jogador de futebol quando ela se encontra no ponto mais alto da sua trajetória. Despreze a resistência do ar. Caso você não concorde com nenhum dos diagramas mostrados, represente a(s) força(s) que agem na bola no quadro que aparece na última opção. Justifique a sua resposta.



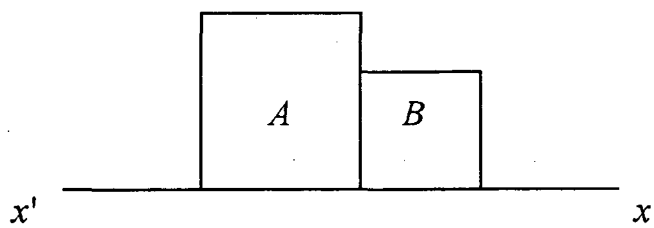
b) Assinale, agora, qual das opções abaixo apresenta corretamente a(s) força(s) que age(m) sobre a bola chutada pelo jogador de futebol, quando ela está em trajetória descendente. Despreze a resistência do ar. Caso você não concorde com nenhum dos diagramas mostrados, represente a(s) força(s) que age(m) sobre a bola no quadro que aparece na última opção. Justifique a sua resposta.



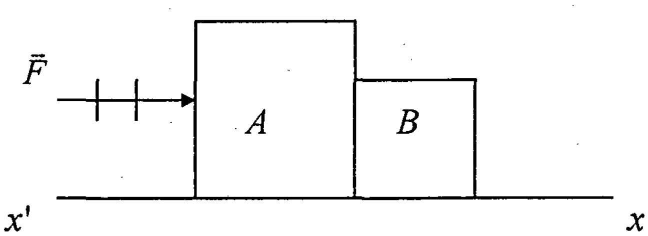
QUESTÃO 5 DA AVALIAÇÃO RELATIVA ÀS LEIS DE NEWTON

Em cada uma das situações abaixo você deverá representar a(s) força(s) que age(m) sobre os blocos A e B, utilizando, obrigatoriamente, vetores com divisões  para indicar quando uma força é maior ou menor do que a outra.

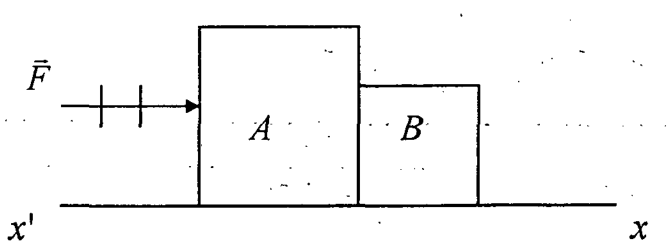
a) Os blocos A e B movimentam-se de x' para x com velocidade constante, deslizando sem atrito ao longo de uma superfície horizontal.



b) Os blocos A e B movimentam-se de x' para x, sob a ação de uma força horizontal constante, $\vec{F}$, aplicada ao bloco A. Despreze o atrito.



c) Os blocos A e B movimentam-se de x' para x, com velocidade constante, sob a ação de uma força horizontal constante, $\vec{F}$, aplicada ao bloco A.



Capítulo 7

O diálogo com alunos

7.1 - Introdução

Com os dados obtidos a partir das observações realizadas pelo professor-pesquisador em sala de aula e das respostas dos alunos ao opiniário, considerados suficientemente relevantes e esclarecedores para os propósitos da presente investigação, passou-se à realização de um conjunto de entrevistas com a finalidade de:

♦ Elucidar algumas respostas constantes no opiniário e em um questionário aberto entregue aos estudantes;

♦ Colher a impressão geral dos alunos sobre o curso (sugestões e críticas),

As entrevistas foram realizadas com seis estudantes, nos meses de novembro e dezembro de 1997. Para a seleção da amostra, escolheu-se dois alunos repetentes, um estudante com com uma boa média e os três alunos com as melhores notas no curso. Todos, com exceção de um, entregaram as suas respostas a um questionário aberto (dado aos estudantes da disciplina quando do preenchimento do opiniário, para uma devolução posterior), que incentivava o respondente a comentar os livros, em geral, e a apresentar críticas e sugestões aos livros e ao curso.

É importante ressaltar que as entrevistas tiveram um caráter bastante informal, podendo ser melhor caracterizadas como uma conversa entre o (ex)professor e os estudantes envolvidos. Assim, não se constituíram em um mero instrumento coletador de novos dados. Em certos momentos, inclusive, tiveram fins educativos. Isto foi o que ocorreu, notadamente, em relação às questões do segmento do opiniário **"Sobre o conhecimento científico"**, que, como já foi frizado, não tiveram o mesmo 'índice de sucesso' que as demais.

Além da transcrição das entrevistas feitas, reproduz-se, também, as opiniões expressas pelos estudantes no questionário aberto. Para evitar confusão entre aquilo que os alunos expressaram verbalmente e o que eles registraram por escrito, optou-se por usar letra inclinada e aspas no primeiro caso e letra normal e aspas no segundo. A fala do entrevistador também está em itálico.

7.2 - A entrevista com <u>*V*</u> e <u>*D*</u>

A entrevista com <u>*V*</u> e <u>*D*</u>, de médias respectivamente iguais a 10,0 e 9,0 na disciplina Física Geral I+, começa com o esclarecimento dado por <u>*V*</u> sobre o seu <u>discordo</u> à questão 4 do opiniário [**"É perda de tempo resolver problemas mecanicamente."**].

+ E escores iguais a 4,8 (<u>*V*</u>) e 4,0 (<u>*D*</u>), no opiniário.

V: *"As vezes é bom a gente resolver problemas mecanicamente ... como se fossem meros exercícios e não problemas ... para fixar as fórmulas."*

Isto é, contrariando o significado consignado ao termo pelo texto, a aluna associa uma resolução mecânica a uma 'prática com sentido', para o aprimoramento de habilidades matemáticas.

Em seguida passou-se à questão 29 do opiniário [**"A observação neutra, sem teoria, não existe."**], à qual ambos discordaram.

Perguntada sobre a sua resposta, V mostrou-se confusa, não conseguindo expressar nitidamente o seu pensamento. Ela admite a existência prévia de teorias, mas não a realização da experiência com propósitos unicamente confirmadores de idéias pré-concebidas.

V: *"A prática vai* [ou pode] *demonstrar aquilo que eu já pensava. Mas, tipo asssim... eu fiz um experimento e daí percebo que aconteceu alguma coisa diferente ... será que isso é coincidência? ... Posso começar a pensar ... não sei, a buscar outros estudos para ver porque aconteceu isso ..."*

E: D?

D: *"Existem muitas situações em que a gente observa mas não procura estabelecer alguma regra para aquilo que está sendo observado. Não procura compreender a fundo, ah!, isto está acontecendo por diversos fatores ou por causa disso ou daquilo ..."*

E: *"Tu julgaste a afirmação à luz de quem está no laboratório ou de quem está fazendo uma observação qualquer?"*

D: *"Qualquer observação! Eu interpretei dessa maneira! É claro que se tu vais realizar um experimento, a tua observação está fundamentada em alguma coisa, senão tu não estarias fazendo aquele experimento."*

Conforme se constata, o aluno, rigorosamente, tem razão na interpretação que deu a esta questão do opiniário, a qual, para não dar margem à dúvidas, deveria conter o termo observação científica e não simplesmente observação.

E: *"O que tu achas disso que ele está dizendo? Como é que tu sabes, por exemplo, que variáveis vais levar em em consideração se não tens nenhuma teoria por trás?"*

V: *"Tipo assim, se eu for para um laboratório, é claro que eu tenho uma teoria ... Só que de repente o que eu percebo tá longe daquela teoria, entendeu?"*

E: *"Mas tem teoria, então?"*

D: *"Não ...* [ela se corrige rapidamente]! *Claro que tem! Só que de repente eu percebo uma coisa diferente que está ligada com aquela teoria que eu estava estudando."*

D: *"Mas aí a teoria serve para tu chegares àquela conclusão, não é?"*

V: *"É."*

E: *"Não quer dizer que tu vais* [necessariamente] *fazer uma experiência para referendar, para confirmar, uma idéia que tu já tens."*

V acena com a cabeça, concordando.

E: *"Tu podes encontrar resultados inesperados, que fogem ao que tu estavas esperando, mas, em todo caso, fugir ao que tu estavas esperando significa o que, o que está por trás?..."*

D: *"Tem uma teoria!"*

V concorda.

E: [continuando] *"... um conjunto de idéias, embasando aquele experimento."*

Indagado sobre o seu concordo à questão 28 do opiniário [**"As teorias científicas são obtidas a partir dos dados da experiência, adquiridos por observação e experimento, ou seja, a experiência é a fonte do conhecimento."**] D diz não saber por que respondeu desta forma.

D: *"Eu discordo! Eu concordei aqui* [referindo-se ao opiniário], *não sei porque .. talvez eu tenha, eu tenha ..."*

E: *"Pode ter sido uma distração, alguma coisa ..."*

D: *"Esta questão está diretamente ligada à anterior* [a 29, recém discutida]. *Pelo fato de tu estares simplesmente no dia a dia, pelo fato de tu observares alguma coisa, de repente tu não estabeleces nenhuma teoria. Tu observas e não tiras nenhuma conclusão. Mas a partir do momento que tu te propões a fazer uma experiência é porque algum resultado tu esperas conseguir. Pode ser que não consiga. Pode ser que consiga um totalmente diferente, mas algum resultado tu esperas conseguir, não é? Então, de certa forma, pode não ter nada definido, a teoria pronta, ... ou seja, de acordo com a lógica, com a teoria, a coisa tem que acontecer asssim, mas pelo menos alguma idéia tu és obrigado a ter."*

E: *"Então se tu fosses responder agora tu discordarias?"*

D: *"Sim."*

E: *"Outra questão que está diretamente relacionada com o que a gente está falando é a questão 24* [**"É a partir dos dados da experiência, e não de idéias pré-concebidas, que Galileu chega a relação $d \propto t^2$."**]. *Esta tua resposta surpreende, porque no caso de Galileu foi frisado* [no texto e em aula] *que não foi a partir da experiência que ele ..."*

D: *"Sim! Esta aqui eu acredito que talvez ... em relação ao caso específico de Galileu, eu não tenha, de repente, lembrado da teoria."*

Perguntado se já tinha ouvido falar de Galileu como o pai da ciência experimental, por exemplo, ele responde que não, procurando ratificar que a sua resposta à questão poderia ter sido diferente se ele tivesse lido mais [ou talvez com maior atenção, se poderia quem sabe colocar com melhor propriedade, pois no questionário aberto ele afirma ter lido 80% do Livro 2.].

Já a estudante _V_ discordou fortemente das afirmativas constantes nas questões 24 e 28 do opiniário. De fato, apesar de suas dificuldades em verbalizar uma explicação clara à questão 29, pode-se afirmar, pelo conjunto de suas respostas, que ela está muito mais próxima (se já não o tiver totalmente) de uma visão não empirista da ciência do que o estudante _D_.

Assim, enquanto _V_ discorda fortemente do que expressa o ítem 27 do opiniário **"O método científico é constituído por uma seqüência rigorosa de etapas - observação, formulação de hipóteses, experimentação, medição, estabelecimento de relações, conclusões e estabelecimento de leis e teorias."**], _D_ concorda com esta afirmação. Na entrevista, percebeu-se, nitidamente, que a seqüência observação, formulação de hipóteses etc., mesmo com as restrições que fez a palavra rigorosa,que consta em seu enunciado (e que não ficou clara em suas explicações), faz, ainda, bastante sentido para _D_.

Neste caso, é tentadora a hipótese de se atribuir ao Livro 4 esta diferença encontrada entre estes dois ótimos estudantes, pois enquanto o percentual de leitura de _V_ ao Livro 4 foi de 100%, no caso de _D_ foi de apenas 10%.

Em seu questionário aberto, _D_ observa que seria interessante adaptar as idéias sobre resolução de problemas, discutidas no Capítulo 3 do Livro 1, a outras disciplinas. Indagado sobre isto, ele assim se posiciona:

_D_: *"... o que eu observei com relação a mim, e até com relação aos colegas, também, foi que a gente conseguiu superar isso* [o mecanicismo da resolução de problemas no segundo grau] *de certa forma, com relação a física. Conseguiu superar e visualizar com maior clareza a maioria dos fenômenos que antes a gente conseguia resolver mas sem entender direito do que se tratava. Então, com relação a estender a outras disciplinas, principalmente em relação à matemática* [_D_ se refere ao Cálculo] ... *muitas vezes a gente resolve lá problemas de integração; consegue resolver, consegue acompanhar e desenvolver métodos para resolução, mas muitas vezes sem visualizar exatamente o que acontece ..."*

_E_: *"Tu achas que no caso da matemática teria de ter um outro conjunto de instruções ou de comentários ..."*

_D_: *"Sim, porque a matemática também vem junto com a física do segundo grau trabalhando dessa maneira* [mecanicamente]. *Mas se a gente conseguir visualizar antes o que se está procurando encontrar ... como a gente fazia nas aulas de física: este bloco está descendo, mas e se ângulo for maior? e se o ângulo for menor? o que iria acontecer? ... as coisas ficariam mais claras."*

_V_, então, entra na discussão, fazendo um comentário elucidativo a respeito das extensas listas de exercícios que o aluno normalmente recebe de seus professores (e que estes, usualmente, consideram de suma importância):

V: "*A gente nunca fez, o senhor nunca deu, listas enormes de exercícios* [ela quer dizer problemas]. *Tipo uma lista com 10 questões. Quer dizer, quem ouve, diz, ah!, tem uma lista de 10 questões? É muito pouco para um curso de Física. Só que eram exercícios* [problemas] *que a gente trabalhava tanto e raciocinava tanto que a gente se sentia seguro com aquilo que estava aprendendo.* "+

Referindo-se ao Cálculo, ela enfatiza,

V: "*Como o D disse, a gente tem listas e listas enormes de exercícios. Daí a gente fica tão apavorado com tanto exercício que faz mecanicamente, mesmo. De repente, se a gente pega um exercício mais trabalhoso a gente vai balançar, não é? Mas é porque não tem uma base forte. A resolução de problemas em física levou bastante em conta isso, que eu acho que foi bem bom.*"

Após ressaltar que no segundo grau o aluno não é incentivado a 'parar e pensar' depois de encontrar a solução de alguma coisa, ela continua, convicta:

V: "*... depois de ter a solução, parar e pensar: o que eu posso fazer a mais? Antes eu fazia o exercício e pronto! Acabei e deu, não é?*"

D: "*Não questionava o resultado! Mas será que este resultado está de acordo? Está correto?*"

V: "*Agora, eu faço as listas de Física Geral II e uma das primeiras coisas que eu faço* [ao resolver um problema] *é eu olho o resultado e vejo se pelo menos as unidades se encaixam, depois daí a gente vai vendo o valor e isso é uma coisa que pelo menos para mim fixou bem. Foi bem bom.*"

O que a estudante está ressaltando, aqui, entre outras coisas, é a sua adesão à resolução literal de problemas, que foi muito incentivada no curso, quando se expôs as vantagens de tal procedimento, em substituição à praxe convencional de substituição imediata dos 'dados' às equações.

Conforme D já havia assinalado em seu questionário aberto, "Um ponto forte [no Livro 1] foi a conscientização de que a resolução [de problemas] torna-se mais fácil quando procuramos, primeiro, estruturar as equações e somente ao final substituir os valores. Isso ajuda a melhorar o senso crítico do aluno, e a acabar de vez com as metodologias mecânicas adotadas a nível de 2^0 grau".

Sobre as concepções intuitivas, os dois alunos concordaram, até com veemência, que as possuíam, percebendo que isto é um forte obstáculo à aprendizagem de física. A estudante V, inclusive, estava no grupo dos oito alunos que responderam de forma intuitiva a questão da

---

+ Na verdade, as listas do curso tiveram um pouco mais do que 10 problemas, é bom esclarecer.

identificação da(s) força(s) que atua(m) sobre uma pedra lançada verticalmente para cima, apresentada a alguns alunos, informalmente, antes de uma das aulas do curso (seção ----).

V: *"Eu fui uma das pessoas que botou força para cima. Eu tinha um monte de idéias intuitivas. Por exemplo, de forças aplicadas sobre os corpos e tal, e também no plano inclinado. Eu tinha verdadeiro horror de plano inclinado, e agora para mim é completamente normal, não é?"*

D: *"Falando desse exemplo* [o da pedra]: *bem, se tem um movimento para cá, se tem aceleração* [a da gravidade] *tem que ter uma força resultante para cá* [no mesmo sentido de $\vec{g}$]. *Se não tem aceleração, a resultante deve ser nula. Então a gente consegue analisar, destrinchar, deixar mais claro o problema, visualizar o problema ..."*

V: *"Eu tinha bastante dificuldade assim, no desenho de forças e tal. Não sabia que forças estavam aplicadas em determinado corpo ..."*

D: *"Tipo lançamento vertical!."*

V: *"É. Teve um monte de problemas, destes que a gente fez de avião soltando bombas, que eu pensava de forma errada.."*

D: *"A idéia que eu tinha antes do Vestibular, com relação ao lançamento de projéteis ... era uma coisa que realmente eu olhava assim e achava isso ..."*

V: *"É complicado ..."*

D: *"É monstruoso, como é que eu vou resolver isso? Hoje a gente consegue entender. Tem um deslocamento horizontal, um vertical. Então a gente consegue clarear isso."*

O entrevistador, então, passa a indagar os alunos sobre a história da ciência, no curso.

E: *"E a história da ciência? Serviu como ajuda* [na superação das idéias intuitivas]?"

V: *"Serviu, para mim serviu ..."*

E: *"O que vocês diriam sobre a história da ciência? Ela foi importante no curso?"*

V: *"Para mim, em relação as idéias intuitivas ela ajudou muito ... Eu fui entendendo de onde eu tirei aquelas idéias* [de colocar força para cima em um objeto subindo etc.] ... *Deu para ver* [através da história] *este raciocínio* [o histórico] *evoluindo, e com isso eu acho que eu fui evoluindo também as idéias que eu tinha."*

D: *"Eu achei interessante porque a gente pode comparar, muitas vezes, uma idéia que a gente tinha* [com outras idéias]. *Bom, isto deve acontecer desta maneira: será que isto é ridículo ou não? Pode ser ridículo, mas algum dia alguém já pensou assim ... Então, algum fundamento tem ... Se a gente for analisar, hoje, o modelo, sei lá, de Copérnico, a gente vê que em* *comparação com o que a gente tem hoje ...mas se a gente for olhar a idéia que ele tinha para conseguir traçar todas as órbitas, a gente tem que reconhecer que, realmente, fazia algum sentido. Pode ser ridículo pro que a gente tem hoje ... Mas há quinhentos anos atrás se pensava asssim ..."*

O entusiasmo dos estudantes para com a história da ciência é notório. Com a continuação da conversa, a estudante V menciona a indignação dos alunos com o pouco conhecimento que o professor de Cálculo II [segundo semestre de 1997] mostrou a respeito de Aristóteles.

V: *"O professor começou a falar de Aristóteles. Que não sabe como ele teve uma fama tão grande!"*

D: *"Ele leu Aristóteles e não ficou nada de bom!"*

V: *"Que as idéias dele eram totalmente erradas, totalmente ridículas, que qualquer pessoa sabe que aquelas idéias estavam erradas. Daí a nossa turma toda se revoltou! Professor, a gente só sabe o que sabe hoje porque teve alguém que teve idéia errada pra gente questionar, pra outra pessoa questionar e conseguir botar uma idéia correta ..."*

O professor, seja por ter demonstrado prepotência ou por não ter, por limitações próprias, conseguido realmente entender o argumento dos alunos, continuou insistindo em sua tese (?).

V: *"Daí ele não, não! Como é que uma pessoa tão burra tinha um nome tão grande ... A nossa turma, todo mundo ficou indignado! Daí, credo! Mas isso é bem interessante, não é?"*

É importante ressaltar a expressão da aluna ao contar isso, sorrindo, com aquele ar seguro de quem sabe o que está falando.

A seguir, D faz um outro relato que mostra que as ações desenvolvidas no curso, com o texto, têm efeitos positivos que permanecem com o tempo, podendo ser de muita valia, para os alunos, em outros semestres.

D: *"Outra coisa que aconteceu neste semestre foi no nosso curso de Física Geral II, quando a gente foi estudar gravitação. Antes de começar a estudar as teorias que a gente tem hoje, o professor procurou passar a parte histórica, Kepler, Copérnico... Como eram as idéias que eles tinham antes. E, surpreendentemente, ele falou uma coisa e o pessoal da sala já começou a contar o resto ..."*

V: *"Ele falava uma coisa e a gente continuava!"*

D: *"Então ele disse: eu não vou nem falar nisso, porque pelo que eu vejo vocês já sabem esta parte da história. Foi interessante porque ele quis dar um embasamento teórico que a gente já tinha. No fim, a aula se transformou em mais uma discussão de igual para igual do que com ele tentando passar uma coisa nova. Foi interessante!"*

V: *"É, foi interessante!"*

Novos questionamentos aos alunos trouxeram mais informações sobre o uso didático da história da ciência no curso de Física Geral I.

E: *"E com relação a desmitificação da ciência? Vocês acharam que o cientista era certinho ..."*

V: *"Pelo menos eu conhecia muito aquelas histórias de lendas, da pedra que cai da torre, da maçã, e daí foi bom para a gente saber ... meu Deus!, como é que um cara tem um raciocínio assim, uma maçã cai daí ele fica pensando ...Foi bom porque a gente tirou muito destas lendas, viu que para eles chegarem onde chegaram tiveram que ter uma boa teoria, pelo menos para a época deles ... Daí que a gente percebe que nunca acontece, assim, de ah! descobrir uma coisa porque o cara é muito inteligente. Ele vê um negócio e pronto! Achei, não é? A luz que faltava! Não! É por uma coisa que ele já estava batalhando muito."*

D: *"É muito interessante a gente acompanhar isso, saber como os grandes físicos chegaram às suas conclusões. É interessante saber que muitas vezes eles partiram de idéias que até nós já tivemos, não é? Bom, partiu dessa idéia e começou a trabalhar, e a gente consegue ver hoje, claro, sem querer fazer nenhuma comparação, que muitos resultados não são assim tão absurdos, tão inatingíveis, como a gente imaginava. Eu pensava assim, bom, isso foi mágica e o cara teve a luz e do nada isso veio à cabeça dele. Não! A gente já tem o resultado hoje, mas se a gente começar a pensar não é uma coisa que é impossível de ser atingida por qualquer um de nós. A gente já consegue visualizar uma coisa que tem todo um desenvolvimento e fatos que acontecem, até conseguir chegar num resultado."*

Indagados sobre a metodologia utilizada para a apresentação da parte histórica [constituída pelos sete capítulos do Livro 2 e os dois primeiros do Livro 3] V e D concordaram, entre si, de que a apresentação dos trabalhos, pelos alunos, em grupo, foi válida, mesmo que alguns estudantes não tenham se esforçado o suficiente. Com relação ao tempo dispendido neste conteúdo, não houve acordo. Para D, ele foi muito longo e cansativo. V discorda.

V: *"Como eu não sabia muito da história, para mim, de repente, se fosse mais rápido eu não ia acompanhar."*

E: *"Se eu dissesse assim para vocês, no próximo semestre eu vou dar a disciplina. Repito o mesmo processo* [do trabalho em grupo] *ou eu mesmo dou as aulas?"*

V: *"Eu acho que deveria repetir."*

D: *"Eu acho que deveria repetir, mas não sei se de forma tão extensa ... Eu acho que assim é válido, porque quem quer aprender aprende. Quem não quer não vai aprender, não tem problema. Mas eu acho que em alguns momentos ficou cansativo, ficou muito extenso. E não sei até que ponto isso chegou a prejudicar o tempo para a gente ver outros conteúdos."*

O aluno aponta, aqui, uma das falhas do curso, que foi a falta de tempo para ministrar, a contento, os conteúdos de relatividade. O entrevistador, então, ressalta que isto ocorreu porque era a primeira vez que o material instrucional estava sendo testado como um todo, tranquilizando-os de que este problema seria contornado na próxima aplicação, com os subsídios adquiridos.

D: *"O pessoal que está fazendo a cadeira, este semestre, estava dizendo que eles iam ter uma prova de gravitação e relatividade. A gente não teve isso. Mas eu acho que não dá para fazer uma comparação, porque a bagagem que a gente conseguiu absorver do outro conteúdo, que na minha opinião é mais importante, que era quebrar aquela visão que a gente tinha, acho que isso valeu muito, muito, muito!"*

V: *"E até porque daqui pra frente a gente não vai voltar mais a ver a história da física, tirar as nossas idéias intuitivas. Daí, se a gente não tivesse tirado* [as dúvidas] *na hora certa, bem no começo, de repente a gente ainda estava fazendo as mesmas coisas que a gente fazia quando entrou* [no curso], *não é? Por isso eu acho que foi válido."*

Como críticas específicas, colocadas pelos alunos, pode-se destacar o seguinte:

♦ V ressalta que os livros deveriam ter sido entregues aos alunos com maior antecedência. D concorda. (Sobre isto, importa ressaltar que os Livros 3 e 4 foram concluídos, pelo autor, durante o semestre letivo.)

♦ D novamente coloca a importância do cumprimento integral do programa da disciplina, que, como já foi frisado, não ocorreu;

Em seu questionário aberto, D ainda menciona que:

♦ deveria ter sido dada uma maior atenção ao atrito, à força elástica e à questão dos observadores inerciais e não inerciais, no Livro 3;

♦ faltou, no texto, a conservação da energia, que foi trabalhada, no curso, com outras bibliografias.

Termina-se este relato,

a) com o que escreve o aluno D em seu questionário aberto, primeiro, ao comentar as ações desevolvidas no Livro 2, e, depois, em suas 'conclusões':

• "A demonstração da evolução dos conceitos científicos foi de grande valia para a análise e desenvolvimento do pensamento científico de cada um. A tentativa de tentar nos adaptarmos às condições da época para compreender a consciência e as idéias utilizadas também contribuiu muito. Tudo isso contribuiu para que nos puséssemos dispostos à evolução, juntamente com os conceitos que foram colocados através dos tempos. Isso abriu nossas mentes e facilitou o entendimento do nosso 'hoje'.

A quebra das idéias intuitivas foi simplesmente excepcional. Fez com que, de certa forma, nos tornássemos e nos sentíssemos mais 'Físicos', e aumentou, assim, a paixão pela compreensão do mundo à nossa volta. Como conseqüência disso, nos tornamos muito mais eficazes na resolução de situações-problema e na compreensão de novas teorias e conceitos."

• "Na nossa opinião, o curso de Física Geral I foi um incentivo ao estudo da fisica (em certos momentos ficou claro o interesse de muitos de divulgar os métodos trabalhados a nível de 2^0 grau, para aumentar o interesse dos alunos por fisica), e fez com que sem dúvida pudéssemos criar um forte alicerce para o nosso desenvolvimento no decorrer do curso (resultados já são observados por outros professores, na 2^a fase do curso em que estamos)."

e

b) com o apanhado geral que a estudante *V* faz dos quatro livros:

• "Os livros 1, 2, 3 e 4 foram organizados numa ordem de abordagem de assuntos de uma forma que ajuda o aluno a estruturar e solidificar os conceitos e novos temas aprendidos, bem como ajuda também na superação de idéias já ultrapassadas, e erradas vistas aos olhos da física atual.

Assim, no Livro 1 foi exposto um capítulo inteiro com sugestões de formas que poderiam ajudar na resolução de problemas de lápis e papel em física, antes que qualquer problema fosse exposto para a resolução. No Livro 2 e parte do Livro 3, foram mostradas várias fases do processo de conhecimento e evolução da física, sempre vinculado com o contexto histórico em que ocorriam determinadas mudanças bruscas no pensamento, e só depois foi exposto no Livro 3 como o grande gênio de Newton conseguiu superar idéias que deixavam várias perguntas sem respostas e criar a física newtoniana, que macroscópicamente parecia ter a resposta para todas as perguntas. O Livro 4 é então o desfecho do curso, mostrando uma nova teoria que engloba a newtoniana e a socorre onde esta apresenta falhas.

Para mim, estudar a história e como os conhecimentos da física foram adquiridos foi de grande importância, pois só dessa forma pude entender de onde vinham certas idéias intuitivas e pude corrigí-las, na medida do possível."

7.3 - A entrevista com *M* e *F*

Os estudantes *M* e *F*[+], com médias respectivamente iguais a 4,0 e 3,5, não obtiveram aprovação em Física Geral I.

É a partir da seguinte observação feita por *M*, no preenchimento de seu questionário aberto*, que tem início a conversa com os alunos: "Principalmente em livros didáticos de física

---

+ Escores respectivamente iguais a 4,3 (*M*) e 3,0 (*F*), no opiniário.

* A aluna *F* não respondeu o questionário aberto.

do segundo grau, nota-se uma qualidade impressionante no tocante a fotos, gravuras, desenhos. Isso, na realidade, prende a atenção do leitor. É interessante uma observação neste sentido. Mas claro que não estou levando em conta aqui o ponto financeiro da questão. Quanto a isso, talvez o melhor seja um bom senso entre dinheiro e beleza."

E: *"É interessante esta observação feita sobre as fotos e gravuras nos textos. A falta delas* [em cores, com fotos ilustrativas etc.] *tornou o texto mais árido?"*

M: *"Não! Não tornou o texto mais árido! Mas o que a gente nota é que por exemplo nos livros didáticos do segundo grau, quando você vê aquelas gravuras super bem feitas, super coloridas, imagens super bem elaboradas, eu acho que isto prende muito mais a atenção do aluno. No meu caso eu senti muito isso. Eu gostava muito de ficar folhando os livros... de ficar olhando e lendo as coisas ... eu gostava disso!"*

F: *"É! Eu também concordo. Eu concordo porque só ler, ler ... é legal, só que a partir do momento que tu estás observando a coisa mesmo, na tua frente, é mais legal de entender. Eu penso assim."*

E: *"E quanto ao resumo no final dos capítulos?*

O professor refere-se a um novo comentário feito por M no questionário aberto, onde ele escreve que "Uma síntese ao fim de cada capítulo, segundo a minha opinião, constitui-se de fundamental importância para o complemento do conteúdo, ainda que tenha alguns pontos negativos em relação a didática - como por exemplo o estudante só ler a síntese e não o texto."

M: *"Eu acho interessante um resumo ao final de um capítulo, ainda que o aluno talvez possa ler só o resumo e não ler o texto. Tem este problema ... Mesmo assim eu ainda acho que vale a pena ... As vezes você estava estudando para a prova. Você lia o capítulo ... e se tivesse um resumo das coisas principais você saberia o que mais você teria que estudar. Qual é o ponto mais importante ... O que é o essencial!"*

F: *"Eu penso assim, se o resumo for bem feito, a gente fica lendo o texto e no final a gente vai ler o resumo e ver aonde deu atenção, o que não percebeu, o que passou rápido ... Então é legal!"*

E: *"Que tipo de resumo? Um resumo escrito ou na forma de diagrama? Ou qualquer um deles?"*

M: *"Se tiver os dois, melhor ainda!"*

Risos dos alunos.

M: *"Se tiver um diagrama e uma síntese, perfeito!"*

E: *"Mas será que o meu resumo seria o que tu irias fazer, por exemplo?"*

M: *"É! Não sei ... aí ..."*

E: *"O problema é que cada um tem a sua visão do capítulo. Claro que existem algumas coisas básicas. Mas algumas ligações entre alguns quadros* [em um diagrama] *que eu iria* *fazer, ou que ela iria fazer talvez não fossem aquelas que tu farias ... Então, por um lado pode ajudar, mas por outro ...*"

M concorda.

E: "*Mas o principal risco é esse que vocês mencionaram. Da pessoa não ler* [o texto] *e ir direto para o resumo.*"

Os alunos acenam com a cabeça, concordando.

Uma nova observação feita por M, em seu questionário aberto, a de que "Um bom e bem elaborado questionário, ao término dos capítulos, também há de ter grande relevância para o leitor. É muito importante que o aluno faça bastante exercício", levou o entrevistador a ter a seguinte dúvida: Será que as perguntas feitas ao final dos capítulos foram consideradas pelo aluno em número insuficiente ou estaria ele criticando a falta de questões em alguns capítulos? M esclarece:

M: "*Eu acho fundamental*+ *o aluno fazer muito*+ *exercício. Eu achei que tem pouco exercício nas apostilas* [o aluno quer dizer nos livros]."

E: "*Tu estás entendo por exercícios os relativos a parte histórica?*"

M: "*Na parte histórica e na parte matemática da coisa.*"

M, a seguir, centra mais a sua crítica nos conteúdos históricos:

M: "*Por exemplo, na parte histórica as vezes tem capítulos muito compridos e tem pouquíssimos exercícios.*"

E: "*Aquelas perguntas no final dos capítulos?*"

M: "*É!*"

E: "*E tu, F, concorda também ou ...*"

F: "*Que precisa de bastante exercício?*"

E: "*É.*"

F: "*Eu acho que, como tu falaste o semestre passado, não precisava sessenta exercícios, mas uns dez bem elaborados ... Em relação a este semestre, a gente, nossa! é uma porção de exercícios! Não acaba mais de tanto! Eu acho que a gente se perde muito. Faz aquele, faz outro! O mais difícil, o mais fácil! A gente se perde! Eu sou a favor destes dez bem feitos, bem elaborados. Pra mim é melhor!*"

O professor, então, pergunta a M:

E: "*Neste semestre* [o segundo de 97] *tu achas bom ter n problemas?*"

M: "*É, eu gosto assim da, da ... é claro, quando o professor dá aula ele indiretamente ou diretamente fala* [referindo-se a uma lista de problemas], *olha, são importantes estes e estes. Eu acho interessante a variedade.*"

+ Ênfase do aluno.

F: "Eu também concordo com isso! Tem uma porção de coisa que a gente tem pra ver e pra olhar, mas não dá tempo. A gente não tem só uma matéria. Então, penso que é melhor simplificar a coisa, não é?

O entrevistador expõe para os estudantes, a título de sondagem, a idéia de uma lista de problemas e questões dividida em duas partes: uma série básica e outra optativa, esta última contendo situações-problema que supririam dois tipos de necessidade bem distintos: a de alunos interessados em uma prática adicional (talvez com a finalidade de 'fixar' melhor os conteúdos estudados) e a de estudantes ansiosos por problemas mais difíceis e desafiadores.

Sem perceber bem, no momento, que ratifica a série básica, acima exposta, *M* insiste em deixar claro o seu ponto de vista:

M: "Ou, assim ... você desse todos os exercícios mas assinalasse os que realmente precisa saber."

E: "E deixasse os outros como optativos?"

M: "Claro!"

O entrevistador passa para um outro assunto.

E: "E em termos das exigências sobre o aluno que entra na Universidade?"

M: "É dureza! Eu senti, realmente, que o negócio mudou pra valer! ... No segundo grau é bem diferente. Aqui [na Universidade] *o aluno tem que correr atrás de tudo ... No segundo grau os professores conversavam, ajudavam ... Aqui é você, não é?"*

E: "É mais impessoal."

M: "É."

A seguir, o professor encaminha a conversa com o objetivo de saber a impressão dos alunos sobre os livros e a metodologia utilizada, tomando o cuidado para deixar claro o que ele entende por metodologia.

E: "E quanto ao comentário sobre os livros, de modo geral? As críticas principais ... a metodologia utilizada, [ou seja] *a apresentação dos seminários, as aulas expositivas, os trabalhos em grupo, as exposições, no quadro-negro, de pessoas resolvendo problemas ... A metodologia é todo o conjunto de ações que o professor desenvolveu em sala de aula. Os livros se inserem dentro deste contexto."*

F: "A última apostila [Livro 4] *a gente não viu direito, não é? Devido ao tempo gasto nas apresentações."*

E: "Vamos deixar a última de lado porque, de fato, ela foi exceção."

F: "Tá. Uma coisa que eu adorei mesmo, que eu acho que eu nunca mais vou ter esta oportunidade, foi de conhecer toda essa história, sabe? Acho que não! Em relação a este semestre [o segundo de 97], *a gente não viu nada* [de história]. *Então isso aí pra mim foi muito bom, não é?"*

E: *"Tu gostaste da forma de apresentação dos grupos* [dos seminários dados pelos alunos]*?"*

F: *"Ah, sem dúvida! Claro que todo mundo tem as suas dificuldades ... A primeira vez que a gente faz um trabalho assim não é* [nada] *fácil. Mas foi muito legal. Eu gostei. Gostei mesmo!"*

M: *"Da parte histórica eu achei que foi um curso excelente! Sempre que, por exemplo, alguém fala, toca num assunto de uma parte histórica da física você já sabe, não é? Ah! Já sabe até se ..."*

F: *"Nossa, e como!"*

M: *"... até se ele fala a verdade, se ele fala mentira."*

Risos dos alunos.

F: *"É. A gente se localiza."*

M: *"É."*

F: *"Sabe do que está falando. Sabe o que, como é que aconteceu."*

E: *"E a outra parte do curso, sem história, houve dificuldades aí, não é?"*

M: *"Eu achei que na parte da conservação da energia a gente tinha que ter um capítulo para ler, na apostila, mas faltou!"*

F concorda.

Os alunos referem-se a unidade não abordada pelo texto, e que faz parte do programa da disciplina Física Geral I. Em seguida, M lembra a crítica que fez em seu questionário aberto, sobre a não inclusão, no curso, de uma discussão sobre a relação $E = mc^2$: "Falou-se bastante na questão da relatividade dos referenciais. Neste sentido, acho irônico uma abordagem da história da física sem se tocar na clássica fórmula $E = mc^2$; uma mínima explicação qualitativa que seja, já que o aluno, nesta etapa dos estudos ainda não tem embasamento teórico para entendê-la por completo. Um comentário sobre este assunto, talvez seja oportuno dentro de um capítulo sobre conservação da energia."

E: *"Sim, mas e os conteúdos constantes nos livros? Deve ter tido algum problema, porque vocês não passaram no curso. Qual foi o problema, então?"*

F: *"Estudar eu estudava, sabe? Este semestre* [o segundo de 97] *eu me dediquei quase só a física, mas estou pior que no semestre passado! Aí eu não sei o que está acontecendo."*

E: *"Tentando localizar a dificuldade: seria a falta de base, ou não?"*

F: *"Pra mim seria!"*

E: *"Falando especificamente no meu curso, não neste que vocês estão cursando agora. Acham que precisava ter uma base mínima para* [entender] *os livros ou só com eles era suficiente?"*

F: "Olha, eu senti muito porque eu nunca tive física no segundo grau. Tive entre aspas, não é? Então já é aquele impacto. Outra coisa, também, é que eu vim para cá [do interior do Estado], *o que é uma mudança total."*

A aluna, então, direciona o seu relato enfatizando as dificuldades que teve de enfrentar ao deixar a sua família para ingressar na Universidade (e que podem ilustrar os problemas encontrados por muitos estudantes neste tipo de mudança em suas vidas):

F: "Eu sempre comparava com o pessoal que morava aqui, sabe? Não tinham nada que se preocupar, estavam em casa e tudo mais ... Então também foi isso. Porque eu sempre estudei. Não foi por causa de estudo ... Não sei o que faltou. Não foi perdido! Este semestre [o primeiro de 97] *não foi perdido!"*

M: "Eu acho que a minha maior dificuldade foi porque eu também estava ruim em Cálculo. Era o Cálculo ou a Física. Aí eu falei, puxa, se eu não passar neste Cálculo vai me trancar tudo ... Mas não foi por dificuldade [com os conteúdos da disciplina] ... [ou] *com a didática* [utilizada] *..., não foi por isso. Foi mais coisa pessoal."*

F: "Na aula eu não participo muito, mas eu sei o que está se passando ... Em casa eu estudo ... só que chega na hora da prova eu não sei o que se sucede, sabe? Pra mim parece que some tudo! Troco tudo!"

E: "Falando especificamente em termos de prova. Vocês acham que as provas estavam em um nível de dificulade além da média do que foi visto ou elas foram razoáveis [ou seja, estavam de acordo com o que foi trabalhado em aula]*?"*

M: "Não! Eu achei que as provas não estavam muito além do que a gente estudou. Foram provas razoáveis."

F: "Eu achei que o que foi visto em sala foi cobrado nas provas ... A primeira prova eu achei mais difícil do que as outras."

Como as provas do curso sempre tiveram bastante questões, o entrevistador pergunta a respeito da relação extensão-tempo disponível para a resolução das mesmas.

E: "E com relação a extensão das provas? É melhor ter provas menos extensas ou é bom ter bastante questões e bastante tempo para resolvê-las?"

É *F* quem se pronuncia:

F: "Eu acho que o tempo foi suficiente para resolver todas as provas. Elas eram extensas, mas tinha tempo para resolver ... Eu me lembro que teve uma prova que foi cansativa, que tinha que pensar um pouquinho mais, mas o resto foi bem razoável."

Com a conversa se distanciando cada vez mais da pergunta original ou seja, a da 'base' necessária ou não para a leitura dos livros, o professor volta, novamente, a este assunto.

E: "Está bem. Agora, só para ficar bem clara a posição de vocês com relação a base, a falta de base: ela influiu no desempenho de vocês ou mesmo quem não teve física conse-

gue acompanhar os livros? Ou é necessário algum tratamento [ação] *extra?" No teu caso específico, F.*

F: *"Precisa ... mas não assim ... muito ... coisa básica, mesmo, tipo ... a minha geometria foi muito pobre, a minha física foi muito pobre, então, pra mim, distinguir força de energia ... era difícil! Era difícil.*

E: *"Se tu tivesses tido um curso de física um pouquinho melhor no segundo grau poderia facilitar mais, é isso?"*

F: *"Ah, garanto que sim! Clareava mais."*

Com o silência de M, o entrevistador resolve passar para o próximo assunto, enfocando a resolução de problemas.

E: *"E sobre a resolução de problemas, aquele capítulo específico do Livro 1?"*

M: *"Eu achei que é claro que não tem nenhuma fórmula, assim, específica, pra você resolver problema. Antes de tudo, vale a sua iniciativa. Eu gostei. Gostei! Tem algumas coisas legais que você deve fazer para realmente aprender as coisas."*

F: *"Eu também concordo ... Acho que de modo geral ele foi bem feito ... Como disse o M, vai de cada um! Cada um tem a sua iniciativa de resolver um problema, não é? Tu ensinaste para nós umas coisas bem básicas, mesmo ... Olhar se o problema é fechado ou aberto, a transformação de unidades, aquela coisa básica de todo o problema. Eu sei que ninguém da turma vai esquecer isso! Então pra mim foi legal."*

Voltando-se para o opiniário, o professor pergunta a *M* sobre o seu concordo fortemente à questão 23 do mesmo: **"A história da ciência não contribui para desmistificar a imagem do cientista como um ser infalível, sempre bem sucedido em seu trabalho."**

E: *"Tu achas que a história da ciência não contribui para isso?"*

M: *"Para aí. Deixa eu entender a pergunta direito."*

Após alguns segundos ele exclama:

M: *"Não, não! Isto aqui eu devo ter errado!"*

Depois de salientar que, no geral, a resposta dada anteriormente não era compatível com as demais, o professor examina o que *F* respondeu à mesma pergunta, observando que ela assinalou concordo.

E: *"...*[De fato] *a história da ciência ajuda a gente ver que o cientista é cheio de falhas* [ou melhor, é tão perfeito ou imperfeito como qualquer outro ser humano], *entendeu? Não existe super-homem em lugar nenhum."*

F: *"É."*

Outro ítem do opiniário em que *M* obteve escore 1, desta vez acompanhado por *F*, foi o de número 27: **"O método científico é constituído por uma seqüência rígida de etapas..."**

E:" Será que é isso mesmo?"

M: "O que eu entendi é que, quando, por exemplo, o cara [o cientista] *consegue postular um princípio, ele não segue rigidamente estas coisas."*

E: "Ele não segue?"

M: "É. Ele não+ *segue. Por isso que eu coloquei ... isto aqui, não é?"*

F percebe a contradição entre a resposta dada por *M* no opiniário e a sua argumentação, agora.

E: "Mas o método científico é++ *constituído** *! Então ele não é*+ *constituído!*

F: "É!"

M: "É! Ele não é constituído, assim, de alguma coisa rígida."

E: "Então é o contrário do que tu respondeste!"

Aproveitando a oportunidade (e suprindo, em tempo tardio, uma falha do curso dado) o professor enfatiza para aos alunos a falta de sustentação do método científico concebido da forma expressa no ítem 27 do opiniário.

Cabe ainda ressaltar que apesar do discordo de *M* à questão 28 [**"As teorias científicas são obtidas a partir dos dados da experiência ..."**] ele posicionou-se discordando fortemente da afirmativa constante no ítem 24, isto é, de que foi a partir dos dados da experiência que Galileu chegou a relação $d \propto t^2$. Já os escores de F a estes dois ítens do opiniário foram, respectivamente, iguais a 1 e 3.

Exceto nos ítens acima mencionados, em todos os demais *M* teve escores 4 ou 5 (média de 4,3, no opiniário), mas não *F* (de escore médio igual a 3,0).

7.4 - A entrevista com EC

Perguntado se possuía idéias intuitivas no início do curso de Física Geral I, o aluno *EC*+ afirma que sim, lembrando ao entrevistador que ele foi um dos oito alunos que respondeu de forma intuitiva, assinalando força na direção do movimento, à questão da identificação da(s) força(s) sobre uma pedra atirada verticalmente para cima, formulada pelo professor, a título de sondagem, antes de uma das aulas do curso.

E: "Tu achas que superaste estas idéias alternativas [sobre força e movimento]?"

EC: "Ah, sim! Sem dúvida que superei."

Importa registrar que *EC* mencionou nunca ter ouvido falar de idéias intuitivas no segundo grau.

+ Ênfase do aluno.

++ Ênfase do entrevistador.

* O professor mostra ao aluno o ítem do questionário em discussão.

+ Média 9,0 no curso de Física Geral I e escore 4,4 no opiniário.

Voltando-se para o questionário aberto, o entrevistador solicita maiores esclarecimentos sobre a seguinte afirmação ali feita: "No curso de Física, o que eu acho mais difícil é a desaceitação de idéias falsas e a aceitação de idéias mais elaboradas em relação a natureza, pois esta nos está sendo imposta, cheia de formalismos."

EC: *"Bom, o que eu quis dizer é que ela* [a natureza] *realmente as vezes contraria o que a gente espera, não é? A gente acha que ela se comporta de uma determinada maneira e, na verdade, quando a gente vai estudar mesmo, ela tem um outro comportamento."*

E: *"Um exemplo!"*

EC: *"O exemplo são as idéias intuitivas, não é? As idéias intuitivas eu acho que são ... é uma contrariedade primária! Eu acho que no decorrer do curso a gente vai enfrentar este problema. Quando a gente passar da mecânica clássica para a física moderna, acho que estes problemas vão surgir novamente e a gente vai ter que superar, não é? E estas idéias intuitivas eu acho que são contradições iniciais."*

Indagado, a seguir, sobre o seu posicionamento neutro à questão 22 do opiniário [**"O que deve ser priorizado em um curso como o de Física Geral I é o produto final da mecânica e não o processo de construção de seus conceitos e teorias"**], o estudante assim se posiciona:

EC: *"Bom, eu não coloquei opinião aqui porque eu concordava em parte* [com a afirmação feita]. *Eu acho que é muito importante a pessoa se dar conta dos processos de construção do mundo, não é? Eu acho isso importante, só que eu não quis opinar porque eu achei que não é só isso que é importante. Eu acho que ... a pessoa deve ter bem fortemente construído os resultados. Os resultados finais são tão importantes quanto a construção dos modelos, não é?"*

O entrevistador aproveita esta resposta do aluno para introduzir, no diálogo, a crítica feita por ele, no questionário aberto, sobre o excesso de história no curso de Física Geral I: "Acho muito importante a abordagem histórica, mas acredito que insistimos demais nela e que deixamos um pouco de lado a física, propriamente dita. Acho que a abordagem histórica deveria ser mais concisa, de maneira a visar a abordagem dos aspectos da própria física."

E: *"E então? Isto tem relação com o que tu falaste a pouco?"*

EC: *"Sim! Eu acho que a abordagem histórica deveria ser mais direcionada. Não sei, eu percebi que durante o nosso curso de Física Geral I a gente ficou muito tempo em cima do desenvolvimento histórico. Acho que ele podia ser mais conciso ..."*

Percebendo um certo constrangimento do estudante em prosseguir com a sua crítica, o entrevistador o incentiva a expressar livremente a sua opinião.

E: *"Pode falar o que tu achas! Não tem que dizer as coisas, aqui, para me agradar! Tem que dizer as coisas de forma sincera."*

O aluno, então, continua:

EC: *"Eu acho que ele* [o desenvolvimento histórico] *devia ser mais conciso e isto não afetaria o aproveitamento* [do aluno], *entende? Acho que devia ser mais direcionado, mais ..."*

E: *"Simplificado, quem sabe?"*

EC: *"É. ... E acho que ele devia ser intercalado, também! ... Dado em paralelo, o conteúdo histórico com o conteúdo curricular."*

O aluno EC, tal como D, em entrevista anterior, demonstra a sua preocupação com o conteúdo de relatividade que não foi ministrado como os demais, no curso. Assim, considerando suficientemente esclarecedora a manifestação do estudante sobre este ítem do questionário, o professor passa a examinar o discordo de EC à questão 29 do opiniário [**"A observação neutra, sem teoria, não existe"**].

E: *"Tu discordas desta afirmação. Poderias comentar?*

EC: *"Eu discordo porque existem experimentais que vão para o laboratório e ali ficam fazendo medições, medições, medições e vêm que uma coisa se repete várias vezes e daquilo ali eles tiram uma lei. Então ..."*

O aluno, interrompendo bruscamente o seu raciocínio, talvez para ter a certeza de estar atribuindo ao termo observação neutra o mesmo sentido que o entrevistador lhe confere, pergunta:

EC: *"O que é exatamente observação neutra, sem teoria?*

Ele mesmo responde:

EC: *"A observação neutra seria a obtenção de resultados sem um desenvolvimento teórico* [prévio]*? É isso?"*

O entrevistador ajuda:

E: *"Eu vou para o laboratório com a cabeça livre de todo e qualquer preconceito."*

EC: *"Eu acho que isso existe! Mas não é bom! Eu acho que ... que... não sei se é um preconceito que eu tenho contra a física experimental, mas eu acho que não é Física a pessoa ir para o laboratório e fazer medições, medições, ver que uma coisa se repete sempre e dali obter resultados. Eu acho que ela tem que ter a capacidade de saber interpretar o que a natureza está dizendo para ela, sem que ... isso seja feito por osmose, vamos dizer assim."*

Procurando direcionar mais o assunto, o professor interfere:

E: *"Suponha que o físico experimental vá para o laboratório e que ele tenha um dispositivo para efetuar medidas de alguma propriedade física. Que parâmetros será que ele vai ter que levar em consideração? O que ele vai medir? Ele vai considerar algumas variáveis e* *desprezar outras. Ele vai ter que levar em conta que o instrumental dele tem limitações. Então, as expectativas teóricas não estão por trás dessas medições todas?"*

EC: *"Eu acho que o físico experimental tem que ter um embasamento teórico muito forte, porque ele não pode ir para um laboratório sem saber o que está fazendo. Ele deve saber, como foi um bom exemplo, a limitação dos seus instrumentos, mas isso não deve impedir que ele vá além do que ele consiga obter, não é ...?"*

E: *"Mas então ele tem que ter uma teoria por trás, ou não?"*

EC: *"Sim!"*

E: *"Então não tem observação neutra!"*

EC: *É, mas eu acho que existem experimentais que obtém resultados sem que saibam o que está por trás. Mas eu acho que isto não é uma boa física."*

O aluno ainda reluta ... mas a sua crítica à física experimental, ao menos na forma como ele a concebe, é contundente.

Passando a perguntas de caráter mais geral, o entrevistador procura, primeiramente, colher a impressão do estudante sobre a metodologia utilizada no curso.

E: *"E com relação a metodologia utilizada no curso,* [ou seja] *os seminários que os alunos deram, os trabalhos em grupo, as discussões em grupos ...?"*

EC: *"Em relação a parte histórica?"*

E: *"Não! Em relação ao curso como um todo. Terias alguma sugestão, alguma crítica? Foi ruim? Foi bom? Preferirias* [ter tido] *mais aulas expositivas? O trabalho dos alunos foi interessante ou poderia ser mudado? Enfim, que sugestões tu darias com base em tudo o que tu passaste no curso para uma nova aplicação* [do texto] *em um outro semestre?"*

EC: *"Bom, eu acho que a exposição do conteúdo feita pelos alunos é boa em relação a quem vai expor, mas é ruim para quem vai aborver. Eu acho que a gente absorve muito mais quando o professor está expondo. Mas quando a gente expõe também a gente aprende muito!"*

E: *"Então tem um lado ruim e um lado bom!"*

EC: *"Tem um lado ruim e um lado bom. O lado bom é de quem vai expor e o lado ruim é de quem vai ouvir* [os outros colegas apresentando]*."*

O aluno e o entrevistador sorriem.

Indagado sobre a apresentação do material instrucional, dividido e entregue aos estudantes em quatro livros, o aluno observa que foi boa, pois todos os livros encadernados em um só (com mais de 550 páginas) poderia *"assustar um pouco"*.

O professor encaminha o final da conversação com EC chamando a atenção de que todos os ítens do opiniário por ele respondido, com exceção dos de números 22 e 29, receberam escores 4 ou 5, o que evidencia, de sua parte, uma boa receptividade ao curso ministrado.

E: "Alguma outra sugestão, crítica ...?"

EC: "A minha única sugestão seria aquela que eu dei no começo, de fazer a exposição [dos assuntos] *mais intercalada, mais direcionada."*

Ao mesmo tempo que destaca ser difícil interromper o fluxo de idéias abrangidas pelo Livro 2 e pelos dois capítulos do Livro 3, o professor concorda com EC de que o envolvimento muito prolongado do aluno com a parte histórica pode, realmente, cansá-lo, um pouco. A simplificação (cortes) deste conteúdo seria uma possível saída, mas isso poderia trazer novos problemas. Assim, parece mais oportuno, inicialmente, investir em uma metodologia que, sem excluir a participação do aluno na apresentação de conteúdos, também contemple a exposição teórica, pelo professor, de parte dos assuntos 'históricos'.

Continuando a cumprir com a 'função 'didática', ou fim educativo, do 'diálogo com os alunos', o professor menciona, para EC, não ser fácil compatibilizar, em uma seqüência didática, a resolução de problemas (enquanto área de aprendizagem), a história e a filosofia da ciência, as concepções alternativas e os conteúdos específicos (que representam o produto da ciência) em um curso de mecânica. Com esta atitude, o professor procura expressar, mais uma vez (ratificando o que já havia feito em vários momentos do curso), que há, ainda, muito o que se fazer para minimizar as dificuldades do aluno no seu aprendizado da mecânica.

Finalmente, reproduz-se, a seguir, dois parágrafos do questionário aberto de EC, no qual ele opina sobre o capítulo relativo a resolução de problemas (Capítulo 3, Livro 1) e sobre o Livro 2, como um todo.

"Em relação ao capítulo 3, o que para mim foi mais importante foi a resolução de exercícios [problemas] abertos, pois estes nos dão liberdade de imaginação, dando a oportunidade de expor grande parte do conteúdo aborvido em apenas uma questão. Percebi, também, que um problema não precisa ser necessariamente aberto para que façamos questionamentos em relação a ele."

"[O Livro 2] foi muito importante, pois tivemos a oportunidade de perceber o caminho que a ciência seguiu, nos mostrando que teorias são "ocasionais" e que o conhecimento não tem fronteiras, e que segue infinitamente. Isto é importante pois nos dá condições de encarar novas realidades, e nos disfazer, de certa forma facilmente, de idéias erradas acerca de uma realidade, pois esta ruptura com a realidade "pré-concebida", como já disse, é que torna a física difícil e tortuosa."

7.5 A entrevista com ED

Em seu questionário aberto, o aluno ED + apresenta, sucintamente, duas sugestões: a de colocar ao final de cada capítulo problemas mais difíceis, "para despertar o interesse do

---

+ Média 8,0 no curso de Física Geral I e escore 4,3 no opiniário.

aluno"e a de utilizar, no curso, o Laboratório de Demonstrações* do Departamento de Física da UFSC.

E: *"Tu achaste os problemas dados muito fáceis, sem interesse?"*

ED: *"Não. Eu achei de um nível bom.* [Mas se os problemas fossem mais difíceis] *o aluno pegaria outros livros, as vezes, para poder conseguir fazer. Seria um tipo de desafio, não é? Tipo de uma pesquisa. E o aluno teria mérito se conseguisse fazer."*

O professor, em seguida, faz um breve comentário sobre a segunda sugestão de E, classificando-a como bastante interessante e oportuna e informando o estudante da existência de um projeto, em fase final de redação, do entrevistador com um outro professor do Departamento de Física da UFSC para articular o texto com algumas experiências desenvolvidas no Laboratório de Demonstrações.

Transcreve-se, a seguir, os comentários feitos por ED, em seu questionário aberto, sobre os quatro livros que compõem o texto **As concepções espontâneas, a resolução de problemas e a história e filosofia da ciência em um curso de mecânica.**

Livro 1:

"Gostei deste livro pela sua clareza na abordagem dos assuntos, os exemplos citados e os gráficos. Muito importante foi a utilização de problemas abertos.

Achei muito bom o Capítulo 3 do livro.

Gostei também pela forma como foram ensinadas algumas equações da cinemática, pois não foi usado o cálculo de derivadas e integrais, assunto que não era conhecido ainda."

Livro 2:

"Achei este livro muito bom, pois nos localizamos temporalmente ao estudarmos o assunto dos filósofos e ou cientistas que contribuíram para a ciência. Aprendendo como as coisas evoluíram.

Quanto a clareza da abordagem dos assuntos, achei que o Capítulo 1 ficou um pouco complicado, não sei se foi pela dificuldade do assunto. Mas os outros capítulos estavam bem explicitados.

Este livro também ajudou a retirar a idéia empírica de quem faz ciência.

A forma como foram apresentadas as aula, a apresentação em forma de seminários, foi muito legal."

---

* O Laboratório de Demonstrações do Departamento de Física da UFSC é um espaço de interação científica destinado à visitação de estudantes de primeiro e segundo graus. Possuindo um acervo permanente de experimentos, ele também encontra-se aberto ao aluno universitário interessado em sua utilização.

Livro 3:

"Os assuntos deste livro estavam muito claros; quanto a abordagem sobre idéias intuitivas foi de grande valia para o meu aprendizado.

A apresentação também de situações que muitas vezes são comumente confundidas foi muito importante.

O desenvolvimento e a demonstração das fórmulas estavam bem compreensíveis."

Livro 4:

"Particularmente foi o livro que mais gostei, devido ao assunto, que achei muito interessante, e também devido a clareza dos temas tratados e os métodos de comparação que ajudou a entender o assunto, como no experimento de Michelson-Morley."

Concluindo, o aluno diz, ainda, que "Em geral foi muito interessante este método de ensino, pois abordou bem as idéias intuitivas, a questão de problemas-abertos e a evolução histórica dos conceitos físicos".

Ao relacionar o percentual de leitura dos textos, o estudante afirma ter lido 100% de todos os livros, com exceção do primeiro, com apenas 60%. Indagado a respeito, a resposta de ED foi a seguinte:

ED: *"Porque eu não li a última parte, o capítulo 4."*

E: *"Aquela parte onde se exemplifica as situações-problema?"*

ED: *"É. Esta parte eu não li."*

E: *"E com relação ao Livro 2, podes falar alguma coisa em geral a respeito dele?"*

ED: *"Gostei muito ... A parte histórica do livro foi muito boa. Em Física Geral II para nós também foi muito útil, não é?"*

O aluno termina a frase rindo. O professor o acompanha, pois sabe que ele está se referindo ao episódio já relatado na entrevista com V e D, no qual, para a surpresa do professor de Física Geral II, os alunos demonstraram ter um bom conhecimento do contexto histórico em que se insere a gravitação newtoniana (abordada, explicitamente, no Capítulo 7 do Livro 3). Mesmo assim, ele pergunta:

E: *"Por que?"*

ED: *"Porque fala sobre gravitação. Gravitação envolve um contexto histórico, também. Então a gente soube de onde vieram todas estas idéias, pensamentos. Foi bom para a gente."*

E: *"Facilitou?"*

ED: *"Facilitou."*

E: *"O professor de Física Geral II fez algum comentário?"*

E: *Fez! Ele disse, quando estava dando esta parte de história da física, que a gente estava muito bem. Que nós é que teríamos que ter dado aula para ele* [sobre este assunto]".

O aluno sorri, novamente.

O professor, então, reporta-se a um dos comentários feitos por ED ao Livro 2, no qual ele diz que este livro o "ajudou a retirar a idéia empírica de quem faz ciência".

E: *"Tu queres fazer algum comentário sobre esta afirmação? Depois eu vou fazer uma pergunta a este respeito."*

ED: *"Para mim tirou, não é? Porque eu pensava que fazer ciência era assim: tinha uma idéia genial, chegava lá anotava tudo e pronto, não é? Já era o máximo. Pensava nisso. Mas agora eu sei que não. Eu sei que é um trabalho difícil, que leva tempo, que não é uma coisa tão simples como eu pensava."*

E: *"E o empirismo está relacionado ao que?"A experiência que se faz ..."*

ED: *"Ao pensamento, até. Eu pensei que os grandes gênios tinham, na hora, uma idéia boa e pronto. Não que eles estudassem, não é? Porque todo o mundo dizia, por exemplo, que Einstein era um aluno ruim. Aí então a gente pensa: ele era um gênio! Chegava na hora, tinha uma idéia boa, passava e pronto!"*

Tentando contornar as dificuldades do aluno em ir ao cerne da questão, o professor procura confrontar a afirmação feita pelo aluno, no questionário aberto, com as respostas que ele deu às questões 24 e 29 do opiniário.

E: *"Eu estou perguntando isto porque na questão 24 do opiniário* [a de Galileu, com a relação $d \propto t^2$] *tu assinalaste a opção SO. Eu queria entender melhor esta tua resposta. Não compreendeste a pergunta?"*

ED: *"Eu preferi não opinar. Ele conseguiu chegar* [na relação], mas não é uma coisa que eu esteja de acordo, não é?"

E: *"Ah! Tu não estás de acordo com isso?"*

ED: *"É ... (dúvida)"*

E: *"Foi a partir da experiência ou foi antes da experiência que ele já tinha intuido a relação?"*

ED: *"Ah, tá! Eu pensei que antes dele ter feito o experimento ele já tinha pensado, ele já sabia o que ia ocorrer."*

E: *"Isto é correto. Isto é o que tu achas?"*

ED: *"É claro!*

E: *"Isto está perfeito!"*

ED: *"Ah, não! Talvez eu não tenha entendido ..."*

E: *"Sim, porque aqui* [no opiniário] *está dizendo: é a partir dos dados da experiência e não de idéias préconcebidas, ou seja, não antes da experiência, que Galileu chegou à* *relação. Quer dizer, se tu fosse responder agora como é que tu responderias? Concordas fortemente ou discordas fortemente? Ou concordas, ou discordas?"*

ED: *"Discordo, não é? Discordo fortemente."*

E: *"Discordas fortemente!"*

ED: *"Eu não tinha entendido a pergunta ..."*

E: "[Sim, porque] *esta resposta* [a dada no opiniário] *é contrária ao que tu tinhas enfatizado antes* [no questionário aberto]*...Isto aí de vez em quando pode ocorrer, porque são tantas questões* [no opiniário] *não é? Tá. Mas então ficou claro, no livro, no curso, de que Galileu, pelo menos segundo uma determinada corrente de historiadores, realizou as experiências do plano inclinado para efeitos de confirmação* [do que ele já sabia que iria ocorrer]. *"*

O entrevistador prossegue:

E: *"Uma outra questão, nesta mesma linha, é a última do opiniário:* **["A observação neutra, sem teoria, não existe."]** *Poderias comentar isto ou não entendeste bem, talvez?"* (O professor refere-se a opção SO assinalada pelo aluno.)

ED: *"Acho que não peguei bem a pergunta."*

O professor ajuda (sem dúvida fazendo uma caricatura extrema do empirismo).

E: *"É, porque a observação neutra, sem teoria, está relacionada muito fortemente com o empirismo: quer dizer, eu vou fazer uma experiência sem qualquer teoria previamente estabelecida. Começam a aparecer dados e mais dados e a partir daí eu estabeleço alguma relação entre eles, Isto aí se encaixa ou não com Galileu?* (O entevistador sorri e o aluno também). *Não, não é?"*

ED: *"É claro. Talvez eu não tenha entendido bem. Mas eu não concordo com isso."*

E: *"A pessoa tem todo um pensamento* [ou concepção teórica] *por trás. Pode não ter como Galileu, digamos, neste caso particular, uma idéia tão articulada, mas ela sabe o que vai levar em conta na experiência ..."*

Perguntado sobre o custo (preço) dos livros, isto é, se eles pesaram muito para o aluno, ED responde que não, pelo menos para ele.

E: *"E com relação a turma, em geral?"*

ED: *"Pelo que eu vi, o pessoal não falou muito quanto ao preço. O pessoal achou que era um livro bom. Pelo menos foi o que eu ouvi. Então, cinco ou sete reais, na média ...* [não pesou]. *"*

Sobre a encadernação dos quatro livros em um só, ou a manutenção dos quatro volumes, separados, em uma próxima aplicação do texto, ED assim se expressou:

ED: *"Pra mim quatro livros ou um livro acho que não iria mudar muito não. Mas talvez quatro livros indique bem a divisão dos temas de cada livro."*

ED ainda fez algumas considerações gerais sobre o curso,

a) dizendo que para ele foi bom não ter um curso de Física Geral I que exigisse do estudante, desde o seu início, um envolvimento com derivação e integração (fundamentos matemáticos que o aluno não tem quando chega na Universidade);

b) mencionando que as provas *"estavam boas"* mas enfatizando a necessidade de o aluno ir aos livros e não apenas ficar com os conteúdos vistos em aula, e isto particularmente em relação a primeira avaliação (que ele descuidou e foi mal);

c) enfatizando que para ser bem sucedido no curso de Física Geral I o aluno precisa ter uma base mínima de conhecimentos de matemática e física, *"senão tem que estudar em dobro"*.

Conclusão

O texto e sua avaliação

O texto **As concepções espontâneas, a resolução de problemas e a história e filosofia da ciência em um curso de mecânica**, composto por quatro livros:

<u>Livro 1</u> : Introdução ao estudo de vetores, à cinemática unidimensional e à resolução de problemas em física;

<u>Livro 2</u> : Força e movimento: de Thales a Galileu;

<u>Livro 3</u> : Força e movimento: de Descartes a Newton;

<u>Livro 4</u> : A teoria da relatividade especial: contexto histórico e conceitos básicos,

articula conteúdos específicos de um curso de física geral com resultados consensuais de pesquisa na área das concepções alternativas e da resolução de problemas, além de fazer uso didático de uma história da ciência que se coaduna com uma filosofia da ciência da linha construtivista[1] (Kuhn, Popper, Lakatos etc.).

- Concebendo a resolução de problemas como uma atividade que se ensina ao aluno e não como 'algo' que ele deva aprender sozinho, 'com a prática e com o tempo';
- entendendo que a organização cognitiva de um indivíduo não é uma estrutura estática, nem cumulativa ou arbitrária, mas que 'tem uma dinâmica em que os conhecimentos nela existentes estão relacionados e são importantes para a aquisição de novos conhecimentos'[2];
- interpretando as concepções alternativas do estudante como resultados de aprendizagem significativa, e assumindo uma postura condizente com esta suposição;
- mostrando como o pensamento científico se modifica com o tempo, evidenciando que as teorias científicas não são 'definitivas e irrevogáveis', mas objeto de constante revisão;
- orientando os conteúdos em consonância com uma filosofia da ciência que se opõe ao empirismo exacerbado, e injustificável, que permeia tradicionalmente o ensino da física;
- buscando o aprendizado significativo de equações (que estabelecem relações entre conceitos, ou que traduzem leis e princípios) que o utilitarismo do ensino tradicional acaba transformando em meras fórmulas matemáticas que servem à resolução de problemas,

o texto configura-se como um material potencialmente significativo para o estudante. Contudo, e evidentemente, isto não se dá de forma absoluta, pois exige tanto do aluno como do professor ações compatíveis com os objetivos do texto. Nunca é demais salientar, mais uma vez, como enfatiza Gowin, que é na raiz da relação triádica entre professor, aluno e material instrucional *"que o ensino se consuma quando o significado do material que o aluno capta é o significado que o professor pretende que esse material tenha para o aluno."* [3]

A versão didática do referencial lakatosiano, devidamente articulada com o conceito central da teoria da aprendizagem de Ausubel - o de aprendizagem significativa - ensejou a estruturação seqüencial dos conteúdos do texto. Por conseguinte, é, em princípio, este referencial que deve orientar as ações do professor em sala de aula no sentido de promover o engajamento 'racional', ou melhor dizendo, consciente, do estudante, via instrução, em sistemas conceituais com premissas contrárias às suas concepções. É importante ressaltar que a inserção do aluno no referencial lakatosiano não lhe permite, por definição, a rejeição prematura de um programa de pesquisa que apresente explicações diferentes daquelas intuitivamente elaboradas.

Uma avaliação deste material instrucional utilizado como livro de texto na disciplina Física Geral I do Departamento de Física da Universidade Federal de Santa Catarina, no primeiro semestre de 1997, mostrou resultados altamente satisfatórios em termos da sua receptividade por parte do aluno e pelo potencial que apresenta para lidar com diversos problemas que geralmente se fazem presentes no ensino da mecânica. Três distintas 'instâncias' ou 'instrumentos' de constatação - as impressões pessoais do professor-pesquisador, os resultados de um opiniário e o 'diálogo com estudantes' - propiciaram dados que redundaram em várias observações, comentários e conclusões, disseminados ao longo dos Capítulos 6 e 7, que referendam isso.

Mesmo assim, e à guisa de conclusão deste trabalho, examinam-se, a seguir, alguns de seus principais resultados. Paralelamente a isto, faz-se uma série de considerações que vão desde a descrição de algumas ações já associadas ao texto a partir da análise dos resultados de sua aplicação, a ponderações mais gerais sobre as perspectivas de novas investigações envolvendo este material instrucional.

Conclusões e perspectivas de novos estudos

A presença da história, no texto, foi muito bem aceita pelo aluno. O escore médio de 4.2 nas oito questões do opiniário relativas a avaliação deste tema, as manifestações dos seis estudantes entrevistados e as observações realizadas em sala de aula e no convívio do professor com os alunos durante o semestre letivo corroboram esta afirmação.

Além de motivar o aluno no estudo da disciplina, os conteúdos históricos do texto foram decisivos para mostrar ao estudante a dinamicidade do conhecimento científico, o caráter provisório das teorias científicas, a disputa por prioridades, a falibilidade do cientista, a possibilidade, enfim, de muitos deles, vislumbrarem, de imediato, a viabilidade de se engajarem, com suas limitações, peculiares a todos os seres vivos, a este empreendimento que fascina e orienta a vida de tantas pessoas. O aluno D ratifica esta última observação quando, na entrevista (p.101), diz *"ser interessante acompanhar como os grandes físicos chegaram às suas conclusões'*, ressaltando que *"certos resultados não são assim tão absurdos, tão inatingíveis, como a gente pensava"* e ainda frisando que *"se a gente começar a pensar não é uma coisa que é impossível de ser atingida por qualquer um de nós"*.

A identificação pelo estudante, em geral, de que certas idéias que possui sobre a relação força e movimento não são simplesmente bobas ou idiotas (como, em princípio, poderiam parecer à luz de uma correção sem maiores justificativas, da parte do professor) ao constatar que algumas delas se encontram presentes na trajetória histórica do conceito de força é de grande importância psicológica para o aluno, e também cognitiva, naturalmente, para a organização de seus conhecimentos.

Ao professor, o texto sugere fortemente que não é preciso conceber, necessaria e dicotomicamente, duas distintas realidades no ensino da física: a 'tradicional', 'matemática', que priorizando apenas o produto do conhecimento e orientando-se por extensas listas de problemas torna o ensino frio, distante e dogmático e 'uma outra', 'conceitual', 'histórica', distante de sua prática, que releva a matemática a um plano secundário e que, desta forma, se lhe afigura totalmente inaplicável em cursos de física, química, matemática e engenharias, por exemplo.

Sem descuidar do formalismo matemático e dos resultados da ciência, como está patententemente demonstrado no texto, é possível, também, atentar para os processos de produção do conhecimento. Ou seja, pode-se conceder à matemática *"o papel de instrumento fundamental, mas não o de fim último do conhecimento. Neste caso, a matemática é vista como a mão da física, com a qual ela toca a natureza. Sobre o uso dos dedos dessa mão, cabe o que foi dito em um provérbio chinês: 'o dedo serve para apontar a lua; o sábio olha para a lua, o ignorante para o dedo'."*

Ao se colocar a questão do produto e dos processos na ciência é pertinente a inquietude evidenciada por EC em sua entrevista (p.111) sobre a necessidade de não se descuidar do produto da ciência em um curso de física geral. Ao mesmo tempo que serve de alerta a propostas 'historicistas', esta crítica não se aplica ao texto, sendo melhor dirigida a metodologias que possam não ser eficientes em sua utilização, por exemplo, que suprimam ou não dêem a devida atenção a certos conteúdos 'por falta de tempo'.

A preocupação manifestada pelos alunos, nas entrevistas, quanto ao cumprimento integral do programa de forma uniforme e não 'apressadamente', como foi feito com o conteúdo de relatividade (ministrado na forma de dois extensos seminários de três horas-aula cada um) dada a exigüidade do tempo disponível ao final do curso, demonstra senso crítico e seriedade, e também confiabilidade nas afirmações favoráveis ao texto e nas sugestões para a sua melhoria encontradas em seus relatos.

A propósito do fator tempo, este deverá se constituir em uma variável de grande relevância em uma próxima aplicação do texto em Física Geral I (prevista para o primeiro semestre de 1998), pois uma reforma curricular passou (inexplicavelmente para o autor) o número de créditos desta disciplina de 8 para 6.

Frente a esta inesperada 'condição de contorno', o que se vislumbra em relação ao texto, de imediato, é conferir à aula expositiva um papel de maior expressão e significado no curso. Importa salientar que em um ensino construtivista na perspectiva ausubeliana as aulas expositivas não são 'meros veículos de transmissão de conhecimentos'. Ou seja, a aprendizagem receptiva não é, necessariamente, mecânica.

Assim, dentro de um conjunto geral de estratégias envolvidas em uma nova aplicação do texto caberá, fundamentalmente, à exposição oral, entre outras coisas, o papel de:

a) facilitar a compreensão dos temas de mais difícil assimilação, pelo aluno;

b) agilizar a disseminação de conteúdos, face à carga horária disponível, limitada;

c) integrar conteúdos tanto em nível específico (dentro de um capítulo) quanto geral (relacionando assuntos pertencentes a vários capítulos);

d) divulgar e inculcar, nos alunos, a filosofia do texto e do curso.

Na área da resolução de problemas, supreendeu a facilidade com que foi conseguido, no curso, logo ao seu início, que os alunos priorizassem o desenvolvimento literal de situações-problemas. Esta 'mudança de hábito' (pois no segundo grau o aluno não é incentivado a utilizar este procedimento) provavelmente se deveu à uma ampla discussão efetuada no Capítulo 3 do Livro 1, 'sobre a resolução de problemas no ensino da física'.

É também importante ressaltar que não houve objeções quanto à utilização de problemas abertos ou semiabertos no curso. Neste particular, os estudantes não apenas não se mostraram aversos à emissão de hipóteses, à elaboração de estratégias de solução, etc., como demonstraram interesse em solucionar problemas que exigiam o seu envolvimento em tarefas desta natureza - sem dúvida, uma outra 'mudança drástica', e com sucesso, em relação à resolução de problemas que ocorre no ensino secundário.

Que a resolução de problemas precisa ser considerada pelo professor como uma área da aprendizagem do aluno que demanda discussões específicas para manter o interesse do estudante e possibilitar um envolvimento mais consciente e responsável neste importante segmento de seu ensino (aumentando, com isso, as suas possibilidades de sucesso) é mais um resultado que conta com uma forte anuência do aluno, como mostra o escore de 4,4 à questão 10 do opiniário.

Sobre a pretensa eficácia das extensas listas de problemas geralmente proporcionadas pelo professor universitário a seus alunos, talvez as ponderações feitas por *V*, em sua entrevista (p.98), possam levar professores menos resistentes a mudanças a refletir um pouco mais sobre se esta praxe se constitui, realmente, na melhor alternativa para, supostamente, 'fazer o aluno aprender'. Segundo *V* que, frise-se, obteve média 10,0 no curso de Física Geral I, um número muito grande de problemas estimula a resolução mecânica, tornando impossível ao aluno *'parar e pensar'*, isto é, não lhe dando tempo para examinar o resultado encontrado ou perguntar, por exemplo, *'o que eu posso fazer mais?'*.

Assim, parece ser mais recomendável centrar esforços em uma boa seleção de problemas, possivelmente incluindo questões do tipo aberta ou semiaberta, do que explorar a quantidade, pura e simples, talvez sem toda a almejada qualidade.

De qualquer modo, e como resposta por um lado a alunos como ED, desejosos de problemas mais desafiadores (p.114), e de outro a estudantes com M, que consideram importante fazer 'muito exercício' (p.106), fica a idéia da constituição de uma lista com problemas (e questões) selecionados, para o envolvimento de todos os alunos, e de outra, optativa, contendo situações-problema que contemplariam às pretensões de M e de ED.

Do ponto de vista da evolução conceitual do aluno, parece não haver dúvida de que se pode conceder ao texto o mérito de auxiliar o estudante a entender, significativamente, que em sua estrutura cognitiva podem haver idéias que precisam ser reelaboradas para não comprometerem, seriamente, o seu aprendizado de mecânica.

Mesmo sendo um dos importantes objetivos do texto o de promover a transição das idéias intuitivas para as aceitas pela ciência atual, não se constituiu em objeto da investigação avaliar, quantitativamente, já na primeira aplicação do material instrucional, a sua eficácia na consecução desta meta. No entanto, em nível qualitativo, há fortes indícios que mostram que ela ocorreu, satisfatoriamente, em muitos estudantes.

O empiricismo do aluno, ainda bastante acentuado ao término do curso, evidenciado através dos baixos escores a várias questões do opiniário enfocando este tema e também presente nas entrevistas feitas com os estudantes, precisa ser bem mais trabalhado, tanto ao nível do próprio texto quanto nas ações didáticas nele centradas.

Neste sentido, a inserção no texto de questões provocativas, agregadas ao material instrucional a partir dos resultados de sua análise, como as duas ilustradas a seguir, a primeira constante no capítulo 6 do Livro 2 e a segunda no capítulo 7 do Livro 3, que demandam um posicionamento crítico do aluno podem levá-lo a uma reflexão mais aprofundada de suas leituras:

♦ *"Não foram tanto as observações e experimentos de Galileu que causaram a ruptura com a tradição, mas a sua atitude em relação a eles. Para ele, os dados eram tratados como dados, e não relacionados a alguma idéia pré-concebida ... Os dados da observação poderiam ou não se adequar a um esquema conhecido do universo, mas a coisa mais importante, na opinião de Galileu, era aceitar os dados e construir a teoria para adequar-se a eles."*[(5)]

♦ *"Era uma vez um jovem físico inglês que, numa bela tarde de domingo, estava descansando deitado sob uma macieira, batendo um descontraído papo com um colega da Universidade de Cambridge. Seria um dia como outro qualquer, perdido na voragem dos tempos, caso um pequeno e trivial acidente não tivesse ocorrido. Uma bela e brilhante maçã vermelha, talvez tentando atingir o seu lugar natural, como diria um filósofo aristotélico de então que estivesse assistindo à cena, desprendeu-se da árvore e chocou-se com a cabeça do jovem físico.*

Isaac Newton, este era seu nome, comentou: "Da mesma forma como esta maçã é atraída pela Terra para o seu centro, o é a Lua em seu movimento ao redor do nosso planeta".

Desta forma, para espanto e desespero do pobre observador aristotélico, nascia a teoria da gravitação universal, que daria honra e glória para seu proponente. E resgataria para a história os nomes de muitos pensadores que, desde a época dos antigos gregos, acreditando no movimento da Terra, lançaram as idéias que culminaram com a grande síntese realizada por Newton. Seu livro Princípios Matemáticos da Filosofia Natural, publicado em Londres em 1687, é o registro de tal síntese. Um século e meio após o heliocentrismo de Copérnico, meio século após o 'eppur si muove' de Galileu condenado pela Inquisição, surgia uma obra que iria influenciar e determinar os caminhos da física nos dois séculos seguintes."[6]

Da mesma forma, a seção 7.10 do Livro 3, "A dinâmica newtoniana como generalização das leis de Kepler - crítica à posição empirista-indutivista" e o Capítulo 5 do Livro 4, que mostra que a teoria da relatividade especial não foi uma resposta objetiva ao experimento de Michelson-Morley, surgem como segmentos potencialmente significativos do texto para questionar a visão dominantemente empirista dentro da ciência.

Importa registrar que o número de estudantes aprovados em Física Geral I (17) não foi, em média, nem superior e nem inferior ao de outros semestres. Mas o 'perfil de saída' dos alunos que passaram pelo texto (e não incluindo somente os aprovados) é inegavelmente distinto daquele que estes mesmos alunos apresentaria após um curso tradicional.

Os dois diferentes episódios ocorridos durante o segundo semestre de 1997 envolvendo os estudantes que participaram do curso, um deles ocasionando uma profícua discussão com o professor de Física Geral II sobre o contexto histórico da gravitação e o outro expressando um forte posicionamento crítico (combinado com desapontamento) em relação ao conceito com pouca sustentação científica mantido pelo professor de Cálculo II sobre Aristóteles, sugerem que as ações desenvolvidas no curso de Física Geral I possuem efeitos positivos que permanecem com o tempo, podendo ser úteis em outras disciplinas.

Talvez um dos principais méritos do texto, como um todo, seja o de possibilitar e estimular o envolvimento do aluno em um processo de aprendizagem significativa, que dá sinais sensíveis, concretos e desejáveis de sua ocorrência dentro do semestre letivo. E que o aluno parece predisposto a continuar mantendo este processo mesmo depois, em outros segmentos de sua vida acadêmica. O que, contudo, se pode perguntar é até que ponto tal processo não reverterá seu curso sob o peso de um ensino que insiste em viver no passado.

O texto **As concepções espontâneas, a resolução de problemas e a história e filosofia da ciência em um curso de mecânica** representa, enfim, o ponto de partida para o desenvolvimento de uma série de novos estudos que deverão, constante e paulatinamente, visar o seu aprimoramento. A versão original, testada em sala de aula, já sofreu pequenas alterações (inclusão de novas questões e revisão ortográfica, fundamentalmente).

Um novo material de apoio ao texto, organizado pelo autor basicamente a partir da Internet, é um conjunto de imagens relativas aos conteúdos dos Livros 2 e 3. Disponíveis no formato de uma "home-page", em um conjunto de 8 disquetes de 3 1/4, ou encadernadas (Anexo5 da tese), estas imagens representam um esforço do autor no sentido de 'colorir um pouco' o mundo preto e branco dos textos do curso.

A força motivacional que gravuras e imagens coloridas parecem exercer no sentido de prender a atenção do aluno e, supostamente (ao menos se espera), direcioná-lo, a seguir, a averiguar o que elas representam foi o que desencadeou a execução deste trabalho. As considerações feitas por *M* em sua entrevista (pp 103-104), compartilhadas por *F*, são bastante sugestivas, indicando que um maior vínculo do texto com este material pode trazer bons resultados em termos do aprendizado do aluno como um todo. De qualquer modo, o aprimoramento deste material, e a inclusão no mesmo de imagens relativas ao Livro 4, dependerá do impacto que a sua primeira versão terá sobre os alunos.

Por outro lado, o fato de o texto não incluir em sua seqüência de conteúdos uma unidade relativa a "Trabalho e Conservação da Energia", prevista no programa da disciplina Física Geral I, causou transtornos ao estudante já acostumado com o 'ritmo' e a filosofia do texto. Além de uma descontinuidade forçada na seqüência dos assuntos há o problema das concepções espontâneas do aluno nesta área da física⁺ , que não sendo abordadas pelos textos usualmente disponíveis ao aluno não podem suprir por inteiro a lacuna deixada pelo material instrucional. Um breve histórico sobre a descoberta do princípio da conservação da energia, certamente um tema de bastante complexidade didática[9-11] mas que já lançou suas raízes no texto com as idéias de Leibniz envolvendo do conceitos de 'força viva' ('vis viva'), 'força morta' ('vis morta') e suas transformações mútuas (seções 2.5 e 2.6 do Livro 3), também deverá fazer parte desta nova unidade de ensino, cujo desenvolvimento impõe-se como uma das tarefas de maior prioridade para o autor em uma próxima pesquisa.

Considerações de natureza histórica sobre a cinemática medieval, um assunto igualmente prioritário no planejamento de novos estudos, podem não apenas tornar 'menos áridos' os conteúdos do capítulo 2 do Livro 1 como, até mesmo, conferir uma maior consistência ao texto frente a seus objetivos. Entre outras coisas, elas deverão ressaltar os esforços dispendidos por muitos estudiosos do século XIV em procurar estabelecer uma distinção clara 'entre as causas ou forças envolvidas na produção do movimento e os efeitos espaço-temporais do movimento', mesmo à luz de um conceito de força inteiramente distinto do newtoniano. O texto de Thomas Bradwardine "Treatise on the proportions of velocities in movements", de 1328, por exemplo, caracterizando os diferentes 'domínios' da cinemática e da dinâmica, influenciou vários autores

⁺ As quais fazem com que ele utilize em suas explicações energia e força indistintamente como sinônimos, e que também promovem associações do tipo energia-fluido e energia-combustível etc.[7,8]

que adotaram seus pontos de vista em tratados de mecânica do século XIV[12]. Esta abordagem histórica possibilitará, também, uma maior clareza sobre quais foram as contribuições originais de Galileu à cinemática e o que ele 'herdou' de seus antepassados medievais (o 'teorema da velocidade média' é, definitivamente, uma invenção medieval).

Estes acréscimos significativos de conteúdos ao texto precisam, evidentemente, adaptar-se à carga horária disponível. Assim, sem descaracterizar a sua natureza, deve-se considerar a possibilidade de supressão de alguns conteúdos (por exemplo, os do Livro 4 em cursos de Física I para estudantes de engenharia, matemática, química etc.) e também de eleger alguns assuntos como leitura optativa. O texto, em qualquer estágio de desenvolvimento, estará sempre aberto as pessoas que acreditam nas suas premissas e também à pesquisa, é claro.

Em nível de organização conceitual, estruturação de idéias e agilidade na recuperação de informações, pode ser de bastante valia para o estudante estimular o seu envolvimento na elaboração de resumos, diagramas e mapas conceituais[13].

O interesse de alunos/professores em levar a história da mecânica para o ensino médio abre novas e desafiadoras perspectivas de pesquisa junto ao texto. Neste caso, a sua adaptação para este nível de ensino demandará, entre outra coisas:

- atentar para o uso de uma linguagem de acordo com a faixa etária dos alunos;
- estruturar os conteúdos e determinar o nível de profundidade em que serão abordados de modo a estabelecer, sempre que possível, matéria para discussão e desenvolvimento do pensamento crítico.
- propiciar ao leitor um 'visual' atrativo, para despertar a sua atenção e estimular a sua leitura, utilizando desenhos e imagens coloridas.

Como foi dito na Introdução, o texto constitui, em si, o conhecimento produzido na pesquisa que gerou esta tese. A avaliação preliminar sugere que este conhecimento tem muito valor instrucional mas é preciso dar tempo, nos termos de Lakatos em relação à programas de pesquisas emergentes, para a utilização, desenvolvimento e aprimoramento deste texto em situações de sala da aula antes de um julgamento mais definitivo de suas hipóteses e premissas.

Referências Bibliográficas

1. NUSSBAUM, J. Classroom conceptual change: philosophical perspectives. International Journal of Science Education, 11, Special Issue: 530-540, 1989.

2. MOREIRA, M.A. & REDONDO, A.C. Construtivismo: significados, concepções errôneas e uma proposta. Trabalho apresentado na VIII REF, Rosário, Argentina, outubro de 1993.

3. GOWIN, D.B. Educating. Ithaca, Cornell University Press, 1981.

4. ROBILOTTA, M.R. Construção e realidade no ensino de física. São Paulo, IFUSP, 1985. p.II-15.

5. ANTHONY, H.D. Science and its background. Londres, Macmillan, 1948. p.145. Citado por CHALMERS, A.F. O que é ciência, afinal? São Paulo, Editora Brasiliense, 1993. p.24.

6. ZANETIC, J. Física também é cultura. Tese de doutorado, FEUSP, São Paulo, 1989.

7. SOUZA FILHO, O.M. Evolução da idéia de conservação da energia - um exemplo de história da ciência no ensino de fisica. Dissertação de mestrado. IFUSP/FEUSP, 1987.

8. DUIT, R. In search of an energy concept. In: Energy matters. Proceedings of an invited conference: teaching about energy within the secondary science curriculum. DRIVER, R. & MILLAR, R. (ed). University of Leeds, 1986. pp.67-101.

9 HARMAN, P.F. Energy, force and matter: the conceptual development of nineteenth-century physics. Cambridge History of Science Series. Cambridge University Press, 1990.

10. KUHN, T.S. A conservação da energia como exemplo de descoberta simultânea. In: KUHN, T.S. A tensão essencial. Lisboa, Edições 70, 1989.

11. MARTIN, R.A. Mayer e a conservação da energia. Cadernos de História e Filosofia da Ciência, 6, 1984.

12. CLAGETT, M. Galileu e a cinemática medieval. In: Iniciação à história da ciência. Cultrix, São Paulo, pp.21-37.

13. MOREIRA, M.A. Mapas conceituais e aprendizagem significativa. Adaptado e atualizado, em 1997, de um trabalho com o mesmo título publicado em O ENSINO, Revista Galáico Portuguesa de Sócio-Pedagogia e Sócio-Linguística. Pontevedra/Galicia/Espanha e Braga/Portugal, N^{0} 23 a 28: 87-95, 1988.

Anexo 1

Livro 1

Introdução ao estudo de vetores, à cinemática unidimensional e à resolução de problemas em física

As concepções espontâneas, a resolução de problemas e a história e filosofia da ciência em um curso de mecânica

Livro 1

Introdução ao estudo de vetores, à cinemática unidimensional e à resolução de problemas em física

Luiz O.Q. Peduzzi

Departamento de Física
Centro de Ciências Físicas e Matemáticas
Pós-graduação em Educação: Ensino de Ciências Naturais
Centro de Ciências da Educação
Universidade Federal de Santa Catarina
e-mail : peduzzi@fsc.ufsc.br

Florianópolis - SC
Fevereiro/1998

À Sônia, pela sua integridade e competência.

Sumário

Introdução

Introdução , 1

Referências Bibliográficas , 4

1. Vetores

1.1. Introdução , 5

1.2 Representação e características de um vetor , 5

1.3 Adição e subtração de vetores pelo método geométrico , 6

1.4 Adição e subtração de vetores de mesma direção pelo metódo analítico , 8

1.5 Componentes de um vetor , 9

1.6 Adição e subtração analítica de vetores , 11

1.7 Vetores em três dimensões , 13

1.8 Produto de vetores , 16

1.9 Produto escalar , 16

1.10 Produto vetorial , 21

1.11 Perguntas e respostas , 25

1.12 Questões , 26

2. Cinemática unidimensional

2.1 Introdução , 28

2.2 O movimento de translação e o conceito de partícula , 28

2.3 Representação gráfica de um movimento - gráficos x x t , 30

2.4 Representação gráfica de um movimento - gráficos V x t, 34

2.5 Velocidade média , 36

2.6 Movimento retilíneo uniforme , 39

2.7 Velocidade instantânea em um movimento retilíneo qualquer, a partir de um gráfico x x t , 42

2.8 Aceleração média , 44

2.9 Movimento retilíneo uniformemente variado , 46

2.10 Gráficos x x t de um movimento retilíneo uniformemente variado , 50

2.11 Aceleração instantânea em um movimento retilíneo qualquer, a partir de um gráfico V x t , 51

2.12 Perguntas e respostas , 53

2.13 Questões , 54
2.14 Referências Bibliográficas , 57

3. Sobre a resolução de problemas no ensino da Física

3.1 Introdução , 58
3.2 Fases ou estágios na resolução de problemas , 59
3.3 A contribuição do especialista no delineamento de estratégias para a resolução de problemas de lápis e papel em física , 63
3.4 Uma estratégia para a resolução de problemas em física básica , 66
3.5 Comentários sobre a estratégia apresentada na seção anterior , 67
3.6 Observações e comentários finais , 73
3.7 Questões , 74
3.8 Referências Bibliográficas , 75

4. Exemplos ilustrativos da cinemática linear

4.1 Introdução , 78
4.2 Exemplos ilustrativos da cinemática linear , 78

Introdução

O elevado índice de reprovação e a falta de motivação para o aprendizado da física, em nível universitário básico, têm sido motivo de constante preocupação por parte de professores, estudantes e administradores de instituições de ensino superior com conteúdos de física em seus currículos.

Não são poucas, de fato, as dificuldades que o estudante encontra já na mecânica, usualmente introduzida como primeiro tópico de física em disciplinas de física geral para cursos de física, matemática, química, engenharias etc. Aos problemas oriundos de uma má formação básica, que não prepara adequadamente o aluno para os seus estudos superiores, acrescentam-se outros, advindos de um ensino universitário que está longe de se eximir da crítica.

Assim, sem o hábito da leitura e da reflexão individual, mas pressionado a buscar no livro de texto os estudos complementares à sala de aula, o estudante, via de regra, defronta-se com uma bibliografia que (embora diversificada) não incorpora, mesmo em edições recentes, resultados básicos de pesquisas educacionais. Isto é o que se verifica, particularmente, com relação a certos conceitos que os estudantes possuem com significados que não são compartilhados pela comunidade científica e com a própria resolução de problemas.

Ocorre que a mente do aluno não é um quadro em branco que se submete, passivamente, aos 'caprichos' da instrução escolar. A interação das pessoas com o mundo em que vivem forja, espontaneamente, a elaboração de determinadas construções conceituais, pelo indivíduo, a fim de que certos 'fenômenos' do seu dia-a-dia lhe façam sentido. Assim, por exemplo, em dias de baixas temperaturas o sujeito sabe discriminar, entre dois diferentes casacos, qual o 'aquecerá' mais; entende, também, que o 'Sol' se movimenta do nascente para o poente, induz o movimento das estrelas etc.

Os conceitos ou idéias intuitivas, espontâneas, com os quais o aluno chega à sala de aula, conflitam, fortemente, com os conceitos, leis e teorias que ele deve aprender. Articulados entre si e mostrando, com freqüência, bastante coerência interna, estes conceitos não podem ser considerados como erros conceituais isolados que podem ser facilmente descartados pelo ensino. Resistentes à mudança, acabam dificultando, sobremaneira, a aprendizagem do estudante.[1-3]

A persistência das concepções alternativas do aluno após a instrução tem, no mínimo, mostrado a pouca eficácia das estratégias desenvolvidas por professores e livros de texto no sentido de levarem o estudante à utilização correta das teorias aceitas hoje pela ciência. Ou seja, os dois pilares da mediação do processo ensino-aprendizagem não têm cumprido a contento o papel de auxiliar o aluno na interiorização de novos conhecimentos.

Os reflexos de uma apreensão conceitual deficiente se fazem sentir no mau desempenho do estudante em tarefas de resolução de problemas, é claro. Contudo, considerar implícita ou explicitamente o insucesso do aluno nesta atividade como decorrente única e exclusivamente à não compreensão, em níveis desejáveis, dos temas abordados e/ou a insuficientes conhecimentos matemáticos é um erro, como mostra a literatura especializada[(4-6)].

Há que se admitir, entre outras coisas, que os exemplos ilustrativos são menos eficazes do que normalmente se pensa. Ocorre que muitos dos 'passos' ou etapas seguidos pelo 'expert' na resolução de um problema não se fazem perceptíveis à observação, mesmo atenta, do aluno por serem tomados mentalmente e de uma forma bastante abreviada. Usualmente, a única parte passível de um acompanhamento mais detalhado é a que se refere à execução das operações de rotina, isto é, os cálculos principais do problema. A própria pertinência física do resultado encontrado é muito pouco discutida. Assim, cabe indagar "*como, então, podem os estudantes aprender a fazerem uma cuidadosa análise do problema, a planejarem os passos relativos à solução e a avaliarem os resultados se eles não vêem o especialista fazendo isso?*"[(7)].

Não há dúvida de que capacitar o aluno à resolução significativa de problemas, afastando-o do 'conhecimento centrado em fórmula' e do envolvimento mecânico que lhe é inerente, é uma meta a ser perseguida por professores e materiais instrucionais que reconhecem não ser a resolução de problemas de lápis e papel, em física, uma atividade na qual o aluno, por esforço próprio e sem qualquer orientação específica, tenha necessariamente êxito 'se preparado conceitualmente para tal'. A discussão das linhas gerais de estratégias utilizadas por bons solucionadores de problemas, por exemplo, pode não apenas chamar a atenção do aluno para alguns pontos e aspectos importantes na resolução de qualquer problema como também provê-lo de subsídios para o desenvolvimento de estratégias próprias, que seguramente o auxiliarão a julgar melhor as suas ações junto a esse importante segmento de seu aprendizado em física.

O capítulo 3, do texto, reserva ao estudante uma ampla discussão sobre a resolução de problemas no ensino da física <u>antes</u> do seu envolvimento formal com tarefas desta natureza. Com isso, se não se extingue por completo ao menos se minimiza a lacuna que usualmente se estabelece no aprendizado do aluno quando não se dá a certos aspectos da resolução de problemas a importância que lhe é devida.

Já os capítulos 1 e 2 procedem, respectivamente, a uma introdução à algebra vetorial e à cinemática unidimensional. O domínio das propriedades básicas dos vetores resulta pré-requisito indispensável para a compreensão significativa não apenas dos conceitos relativos à velocidade e aceleração, da cinemática, mas das grandezas físicas que possuem caráter vetorial, na física.

Ao contrário do que se poderia inicialmente esperar, a queda livre não é discutida no capítulo 2. A razão disso é que as respostas dadas pelo aluno a algumas questões de grande relevância no estudo deste assunto (como, por exemplo, por que um objeto projetado verticalmente para cima diminui de velocidade) extrapolam os domínios da cinemática, fazendo uso do conceito de força. E é exatamente quando o estudante raciocina em termos dinâmicos que se explicitam as suas idéias intuitivas sobre a relação força e movimento. Assim, parece claro que o aluno necessita, primeiro, saber o que é realmente uma força para depois utilizar corretamente este conceito em suas explicações. Por outro lado, a ênfase dada neste capítulo tanto a aspectos relativos à análise qualitativa quanto quantitativa de gráficos $X \times t$ e $V \times t$ visa mostrar ao estudante a potencialidade desta forma de representação.

O Livro 1 é o primeiro dos quatro textos de um projeto de pesquisa[8] que objetiva promover a evolução conceitual, a resolução significativa de problemas de lápis e papel e uma concepção não empirista do desenvolvimento científico. Não cabe, aqui, detalhar as especificidades das idéias subjacentes a cada uma destas metas, bastante amplas e ambiciosas. Elas se farão paulatinamente claras ao estudante durante o seu envolvimento sistemático, paciente e progressivo com o texto.

O conteúdo programático do material instrucional, que abrange uma parte significativa da mecânica, a nível universitário básico, é o seguinte:

<u>Livro 1</u> : **Introdução ao estudo de vetores, à cinemática unidimensional e à resolução de problemas em física**
Introdução. 1. Vetores; 2. Cinemática unidimensional; 3. Sobre a resolução de problemas no ensino da física; 4. Exemplos ilustrativos da cinemática linear.

<u>Livro 2</u> : **Força e movimento: de Thales a Galileu**
Introdução. 1. De Thales a Ptolomeu; 2. A física aristotélica; 3. A física da força impressa e do impetus; 4. As novas concepções do mundo; 5. Galileu e a teoria copernicana; 6. A física de Galileu; 7. As leis de Kepler do movimento planetário.

<u>Livro 3</u> : **Força e movimento: de Descartes a Newton**
Introdução. 1. O mecanicismo cartesiano; 2. Sobre a questão da conservação da quantidade de movimento e da 'força viva' em colisões frontais e a emergência de uma nova dinâmica; 3. Uma abordagem didática às leis de Newton; 4. O atrito; 5. O movimento circular e o movimento de projéteis; 6. A gravitação universal newtoniana;

<u>Livro 4</u> : **A teoria da relatividade especial: contexto histórico e conceitos básicos**
Introdução. 1. Sobre o referencial absoluto newtoniano; 2. Sobre a transformação de Galileu, a adição galileana de velocidades e a invariância da aceleração para observadores inerciais; 3. A emergência de uma nova teoria científica; 4. Sobre o éter; 5. Os fundamentos da teoria da relatividade restrita; 6. A relatividade da simultaneidade; 7. A transformação de Lorentz e a adição relativística de velocidades; 8. Sobre revoluções científicas, programas de pesquisa e a evolução do conhecimento. 9. As bases teóricas do texto, em termos de aprendizagem.

O texto é, sem dúvida, um importante componente no contexto geral da aprendizagem do aluno. O professor, que compartilha dos seus objetivos, complementa-o em sala de aula, com as discussões e estratégias que julga apropriadas, elucidando as dúvidas do estudante e motivando-o a superar desânimos que não são incomuns nos caminhos que levam ao conhecimento. Afinal, é na raiz da relação triádica entre professor, aluno e material instrucional *"que o ensino se consuma quando o significado do material que o aluno capta é o significado que o professor pretende que esse material tenha para o aluno."*[9]

Referências Bibliográficas

1. SOLIS VILLA, R. Ideas intuitivas y aprendizage de las ciencias. Enseñanza de las Ciencias, 2 (2): 83-9, 1984.
2. DRIVER, R. Psicologia cognoscitiva y esquemas conceptuales de los alumnos. Enseñanza de las Ciencias, 4: 3-15, 1986.
3. PEDUZZI, S. & PEDUZZI, L.O.Q. Leis de Newton: uma forma de ensiná-las. Caderno Catarinense de Ensino de Física, 5 (3): 142-61, 1988.
4. GIL-PEREZ, D. & MARTINEZ-TORREGROSA, J. La resolución de problemas de Física una didactica alternativa. Madrid/Barcelona, Ediciones Vicens-Vives, 1987.
5. GIL-PEREZ, D., MARTINEZ-TORREGROSA, J., RAMIREZ, L., DUMAS-CARRÉ, A., GOFARD, M. & CARVALHO, A.M.P. Questionando a didática de resolução de problemas: elaboração de um modelo alternativo. Caderno Catarinense de Ensino de Física, 9 (1): 7-19, 1992.
6. RECOMENDAÇÕES DOS GRUPOS DE TRABALHO DA V RELAEF. Caderno Catarinense de Ensino de Física, 9(3): 258-276, 1992.
7. KRAMERS-PALS, H. & PILOT, A. Solving quantitative problems: guidelines for teaching derived from research. International Journal of Science Education, 10(5): 511-521, 1988.
8. PEDUZZI, L.O.Q. As bases teóricas de um texto de mecânica a nível universitário básico. Trabalho aceito para apresentação no "Encuentro Internacional sobre el Aprendizaje Significativo", Burgos, Espanha, 15-19 de setembro, 1997.
9. GOWING, D.B. Educating. Ithaca, Cornell University Press, 1981

Capítulo 1

Introdução ao estudo de vetores+

1.1 - Introdução

Uma grandeza que fica plenamente caracterizada por um número seguido de uma unidade apropriada é denominada grandeza escalar. Temperatura e massa constituem exemplos de grandezas escalares. Quando se diz que a temperatura média do corpo humano é de $36{,}5^0C$ ou que a massa de um corpo é de 3 kg, estas quantidades ficam bem determinadas. Comprimento, área, volume e tempo são outros exemplos de grandezas escalares.

Na física, contudo, há muitas grandezas para as quais a simples quantificação não é suficiente à sua completa especificação. Além do valor numérico devem, necessariamente, se fazer presentes duas outras informações igualmente relevantes: direção e sentido. Grandezas físicas com esse perfil são chamadas grandezas vetoriais. Força é um exemplo. Ao dizer-se que um caixote foi empurrado com uma força de 50 newtons (admita que newton é uma unidade de força), não se estará sendo de todo claro. Afinal, para onde foi empurrado o caixote (isto é, em que direção?)? Se ao longo de um plano inclinado, para cima ou para baixo (em que sentido?)? Como se observa, juntamente com o número e a respectiva unidade é necessário explicitar a direção e o sentido da força aplicada para que esta fique bem definida. Deslocamento, velocidade, aceleração e quantidade de movimento são, também, grandezas vetoriais.

Este capítulo apresenta conceitos básicos da álgebra vetorial, cuja compreensão, pelo aluno, é fundamental para o estudo da mecânica.

1.2 - Representação e características de um vetor

Para a representação gráfica de um vetor, considere, inicialmente, o segmento de reta $\overline{AB}$ sobre a reta r da Fig.1. Orientando-se este segmento por meio de uma seta colocada no ponto B (ou no ponto A), obtém-se a representação gráfica de um vetor (Fig.2). Simboliza-se um vetor por uma letra maiúscula ou minúscula com uma pequena flecha em cima dela.

Na Fig.2, o ponto A é a origem do vetor $\vec{v}$ e o ponto B a sua extremidade. A reta r é a reta suporte do vetor $\vec{v}$. Normalmente, quando se representa um vetor se omite a sua reta suporte.

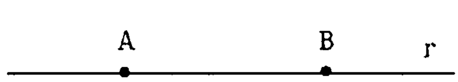


Fig.1

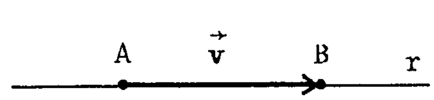


Fig.2

+ Capítulo desenvolvido em co-autoria com Sônia S. Peduzzi (Depto de Física - UFSC).

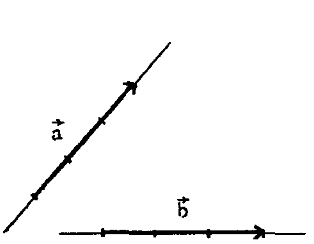
Um vetor fica especificado por suas três características: módulo, direção e sentido.

O módulo de um vetor, dado por um número seguido de uma unidade, especifica a intensidade da grandeza por ele representada (50 newtons, 20 m/s etc.). Simbolicamente, o módulo de um vetor $\vec{v}$ é escrito como $|\vec{v}|$ ou, simplesmente, v.

A direção de um vetor é a da sua reta suporte. Já o seu sentido coincide com o da orientação do segmento de reta orientado.

Os vetores $\vec{a}$, $\vec{b}$ e $\vec{c}$, da Fig.3, têm como característica comum o mesmo módulo (admitindo como unidade de medida o comprimento ——).

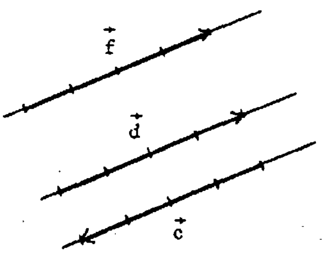
Os vetores $\vec{d}$ e $\vec{f}$, da Fig.4, têm as três características iguais: mesmo módulo, mesma direção (as retas suportes são paralelas) e mesmo sentido. Neste caso, diz-se que os vetores são iguais, isto é, $\vec{d} = \vec{f}$. Já o vetor $\vec{e}$ tem o mesmo módulo e a mesma direção que $\vec{d}$ e $\vec{f}$, porém sentido contrário a eles. Pode-se relacioná-los escrevendo que $\vec{f} = \vec{d} = -\vec{e}$ (onde o sinal negativo significa que o vetor $\vec{e}$ tem o sentido contrário ao dos outros dois.



$a = b = c = 3$ unidades

$\vec{a} \neq \vec{b} \neq \vec{c}$

Fig.3



$f = d = e$

$\vec{f} = \vec{d} = -\vec{e}$

Fig.4

1.3 - Adição e subtração de vetores pelo método geométrico

Considere os vetores $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$ da Fig.5. A soma de $\vec{v}_1$ com $\vec{v}_2$ pode ser efetuada da seguinte maneira: fixa-se $\vec{v}_1$ e desloca-se $\vec{v}_2$ (mantendo-se inalteradas as suas características, isto é, seu módulo, direção e sentido), de modo a que a origem de $\vec{v}_2$ coincida com a extremidade de $\vec{v}_1$ (Fig.6). O vetor que tem por origem a origem de $\vec{v}_1$ e por extremidade a extremidade de $\vec{v}_2$ é o vetor soma de $\vec{v}_1$ com $\vec{v}_2$, $\vec{v}_1 + \vec{v}_2$, como é visto na Fig.7. Pode-se observar, através de uma simples inspeção visual, que a soma dos comprimentos de $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$ é diferente do comprimento do vetor $\vec{v}_1 + \vec{v}_2$.

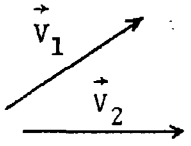


Fig.5

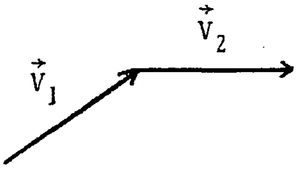


Fig.6

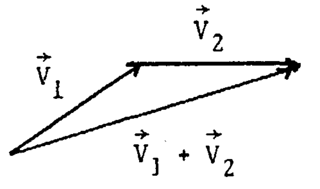


Fig.7

A soma de $\vec{v}_1$ com $\vec{v}_2$ pode também ser feita desenhando-se os vetores com a mesma origem. O vetor resultante, $\vec{v}_1 + \vec{v}_2$, é o vetor que corresponde à diagonal do paralelogramo que tem por lados os vetores $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$ (Fig.8).

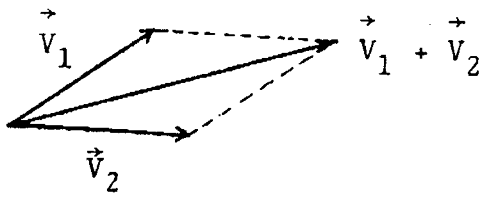


Fig.8

Os procedimentos acima descritos possibilitam a soma geométrica de um número qualquer de vetores. Considere, por exemplo, a soma dos vetores $\vec{A}$, $\vec{B}$, $\vec{C}$, $\vec{D}$ e $\vec{E}$ da Fig.9. O vetor $\vec{A}+\vec{B}+\vec{C}+\vec{D}+\vec{E}$ pode ser obtido da seguinte maneira: fixa-se o vetor $\vec{A}$; desloca-se paralelamente o vetor $\vec{B}$ de modo que a sua origem coincida com a extremidade de $\vec{A}$; desloca-se, da mesma maneira, o vetor $\vec{C}$ tal que a sua origem coincida com a extremidade de $\vec{B}$ e assim sucessivamente. O vetor soma tem por origem a origem do primeiro ($\vec{A}$) e por extremidade a extremidade do último ($\vec{E}$) (Fig.10).

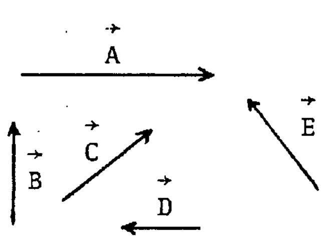


Fig.9

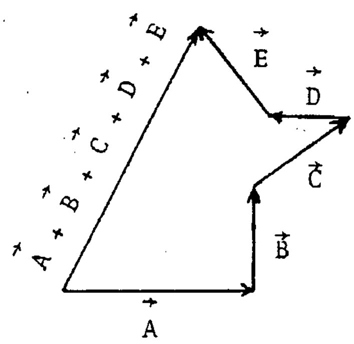


Fig.10

Considere, agora, os vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$ da Fig.11. Para se obter geometricamente o vetor $\vec{A}$ - $\vec{B}$, tranforma-se a diferença em uma soma, já que $\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B})$. O vetor $-\vec{B}$ tem mesmo módulo, mesma direção mas sentido oposto ao do vetor $\vec{B}$ (Fig.12). Desta forma, recai-se na soma dos vetores $\vec{A}$ e $-\vec{B}$, como pode ser visto na Fig.13.

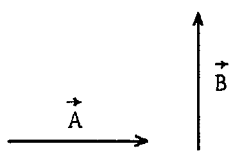


Fig.11

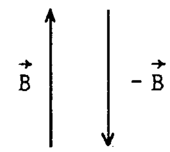


Fig.12

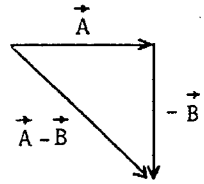


Fig.13

Para efetuar simultaneamente a adição e subtração de um número qualquer de vetores transformam-se as diferenças em somas e adota-se o procedimento já descrito para a soma de vários vetores. Por exemplo,

$$\vec{L} - \vec{M} + \vec{N} - \vec{P} = \vec{L} + (-\vec{M}) + \vec{N} + (-\vec{P})$$

1.4 - Adição e subtração de vetores de mesma direção pelo método analítico

É conveniente, antes de se efetuar a soma e subtração analítica de vetores de mesma direção, definir o que se entende por vetor unitário.

Um vetor é dito unitário quando o seu módulo é igual à unidade. O vetor unitário que tem a direção do eixo x e o sentido de x' para x (Fig.14) é o vetor $\vec{i}$.

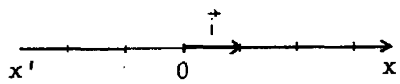


Fig.14

Considere a soma geométrica de dois vetores unitários $\vec{i}$ (Fig.15). Vê-se, por esta figura, que o vetor resultante $\vec{i} + \vec{i}$ tem mesma direção e sentido que o vetor $\vec{i}$ e módulo duas vezes maior. Este vetor é o vetor $2\vec{i}$.

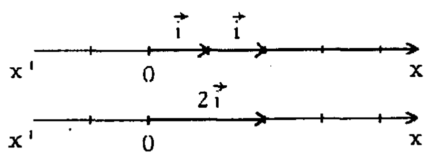


Fig.15

O resultado acima permite interpretar uma igualdade como, por exemplo, $\vec{A} = 7\vec{i}$ da seguinte maneira: $\vec{A}$ é um vetor que tem mesma direção e sentido que o vetor $\vec{i}$ e módulo sete vezes maior. Já o vetor $\vec{B} = -4\vec{i}$ tem a mesma direção do vetor $\vec{i}$, sentido oposto e módulo quatro vezes maior.

Pode-se extender o procedimento utilizado na Fig.15 para se somar e subtrair analiticamente vetores na direção x.

a) Soma de vetores de mesma direção e sentido:

Seja $\vec{C} = 2\,\vec{i}$, $\vec{D} = 6\,\vec{i}$ e $\vec{R}$ o vetor resultante da soma dos vetores $\vec{C}$ e $\vec{D}$.

<u>Soma analítica</u>:

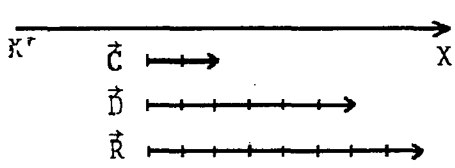
$$\vec{R} = \vec{C} + \vec{D} \;,$$

$$\vec{R} = 2\,\vec{i} + 6\,\vec{i} \;,$$

$$\vec{R} = (2 + 6)\,\vec{i} \;,$$

$$\vec{R} = 8\,\vec{i} \;.$$

<u>Soma geométrica</u>:



b) Soma de vetores de mesma direção e sentidos opostos:

Seja $\vec{E} = 3\,\vec{i}$, $\vec{F} = -5\,\vec{i}$ e $\vec{R}$ o vetor resultante da soma dos vetores $\vec{E}$ e $\vec{F}$.

Soma analítica:

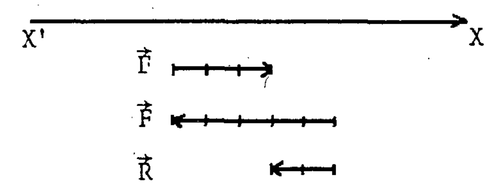
$\vec{R} = \vec{E} + \vec{F}$,

$\vec{R} = 3\vec{i} - 5\vec{i}$,

$\vec{R} = (3 - 5)\vec{i}$,

$\vec{R} = -2\vec{i}$.

Soma geométrica:



A subtração de dois vetores quaisquer $\vec{A}$ e $\vec{B}$, $\vec{A} - \vec{B}$, é feita transformando-se a diferença em uma soma, isto é, $\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B})$.

Para vetores na direção y, pode-se realizar operações de adição e subtração de vetores utilizando-se um procedimento inteiramente análogo ao que se adotou para a direção x. Para isto é necessário que se defina um vetor unitário na direção y. O vetor unitário que tem a direção do eixo y e o sentido de y' para y (Fig.16) é o vetor $\vec{j}$.

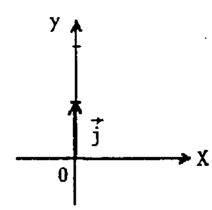


Fig.16

Assim, o vetor resultante da subtração dos vetores $\vec{A} = 12\vec{j}$ e $\vec{B} = 5\vec{j}$, $\vec{R} = \vec{A} - \vec{B}$, tem mesma direção e sentido que o vetor $\vec{j}$ e módulo sete vezes maior ($\vec{R} = 7\vec{j}$).

1.5 - Componentes de um vetor

Considere o sistema de eixos cartesianos xy. Seja $\vec{a}_x$ um vetor na direção x e $\vec{a}_y$ um vetor na direção y (Fig.17). Da soma geométrica destes dois vetores resulta o vetor $\vec{a}$ (Fig.18),

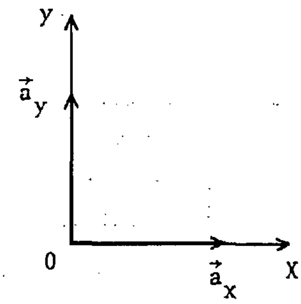


Fig.17

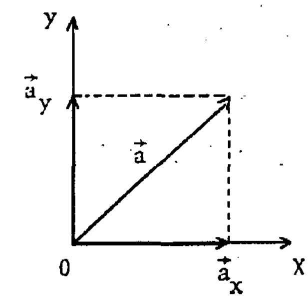


Fig.18

$$\vec{a} = \vec{a}_x + \vec{a}_y \quad . \tag{1}$$

Os vetores $\vec{a}_x$ e $\vec{a}_y$ são denominados, respectivamente, vetores componentes do vetor $\vec{a}$ nas direções x e y. Estes vetores podem ser escritos em termos dos vetores unitários $\vec{i}$ e $\vec{j}$. Assim,

$$\vec{a}_x = a_x \vec{i} \tag{2}$$

e

$$\vec{a}_y = a_y \vec{j} \quad . \tag{3}$$

Substituindo-se as relações (2) e (3) em (1), obtém-se

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} \quad . \tag{4}$$

O escalar a_x é a componente de $\vec{a}$ na direção x. Da mesma forma, a_y é a componente de $\vec{a}$ na direção y.

As componentes a_x e a_y podem ser escritas em termos do módulo do vetor $\vec{a}$ e do ângulo que $\vec{a}$ faz, por exemplo, como o semi-eixo positivo OX. Sendo θ este ângulo e representando-se por a o módulo do vetor $\vec{a}$, obtém-se, através do triângulo retângulo que tem por lados a, a_x e a_y (Fig.19), que

$$\cos\theta = \frac{a_x}{a} \quad \Rightarrow \quad a_x = a\cos\theta \tag{5}$$

e

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{a_y}{a} \quad \Rightarrow \quad a_y = a\operatorname{sen}\theta \quad . \tag{6}$$

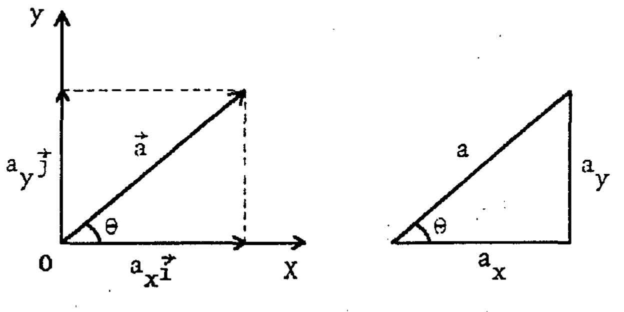


Fig.19

Substituindo-se na eq.(4) os valores encontrados para a_x e a_y, respectivamente, nas eq.(5) e (6), obtém-se

$$\vec{a} = a\cos\theta\,\vec{i} + a\operatorname{sen}\theta\,\vec{j} \quad . \tag{7}$$

Exemplo 1: O vetor $\vec{a}$, mostrado na Fig.20, tem módulo igual a 5 cm e faz um ângulo de 120^0 com o semi-eixo positivo OX. Determine as suas componentes nas direções x e y.

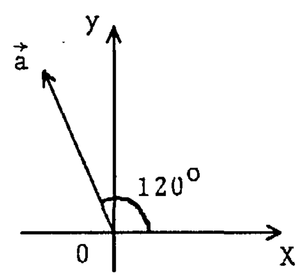


Fig.20

<u>Solução</u>:

Projetando-se o vetor $\vec{a}$ nos eixos x e y, pode-se obervar (Fig.21) que $a_x \vec{i}$ é um vetor com sentido oposto ao do vetor $\vec{i}$; portanto, a componente a_x é negativa. Já o vetor $a_y \vec{j}$ tem sentido igual ao do vetor $\vec{j}$ e a_y é positivo. Usando-se a eq.(7), tem-se que

$$a_x = 5 \cos 120^0 = -2{,}50 \text{ cm}$$

e

$$a_y = 5 \text{ sen } 120^0 = 4{,}33 \text{ cm} \quad .$$

A partir do triângulo retângulo com lados 5 cm, a_x e a_y (Fig.22), e observando o sentido dos vetores $\vec{a}_x$ e $\vec{a}_y$, pode-se igualmente obter as componentes de $\vec{a}$:

$$a_x = -5 \cos 60^0 = -2{,}50 \text{ cm}$$

e

$$a_y = 5 \text{ sen } 60^0 = 4{,}33 \text{ cm} \quad .$$

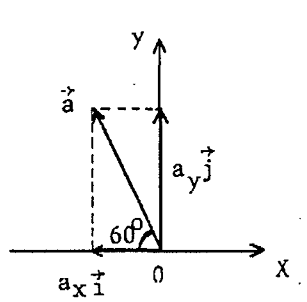


Fig.21

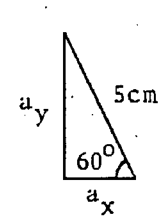


Fig.22

1.6 - Adição e subtração analítica de vetores

A adição/subtração de vetores no plano xy é feita somando-se/subtraindo-se as componentes destes vetores em cada uma das duas direções.

Sendo $\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j}$ e $\vec{b} = b_x \vec{i} + b_y \vec{j}$, obtém-se o ve9tor $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ da seguinte maneira:

$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b} \quad ,$$

$$\vec{c} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + b_x \vec{i} + b_y \vec{j} \quad ,$$

$$\vec{c} = (a_x + b_x) \vec{i} + (a_y + b_y) \vec{j} \quad .$$

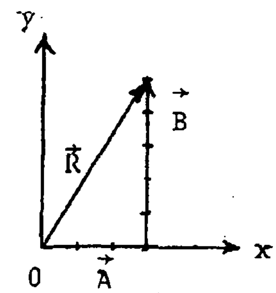
$a_x + b_x$ e $a_y + b_y$ são, respectivamente, as componentes de $\vec{c}$ nas direções x e y.

Exemplo 2: Sendo $\vec{A} = 3\vec{i}$, $\vec{B} = 5\vec{j}$ e $\vec{C} = 4\vec{i} + 6\vec{j}$, obtenha, analítica e geométricamene, os vetores $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$, $\vec{S} = \vec{A} - \vec{B}$ e $\vec{V} = \vec{A} + \vec{C}$.

<u>Solução</u>:

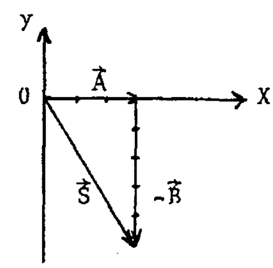
$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} \quad ,$$

$$\vec{R} = 3\vec{i} + 5\vec{j} \quad .$$



$$\vec{S} = \vec{A} - \vec{B} \quad ,$$

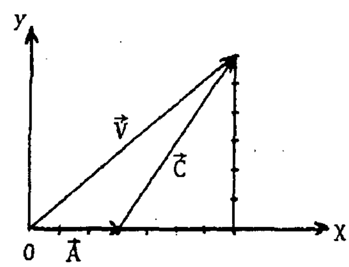
$$\vec{S} = 3\vec{i} - 5\vec{j} \quad .$$



$$\vec{V} = \vec{A} + \vec{C} \quad ,$$

$$\vec{V} = 3\vec{i} + 4\vec{i} + 6\vec{j} \quad ,$$

$$\vec{V} = 7\vec{i} + 6\vec{j} \quad .$$



Exemplo 3: Os vetores $\vec{d}_1$ e $\vec{d}_2$, mostrados na Fig.23, têm módulos respectivamente iguais a 3 cm e 7 cm. Obtenha o vetor $\vec{d} = \vec{d}_1 + \vec{d}_2$.

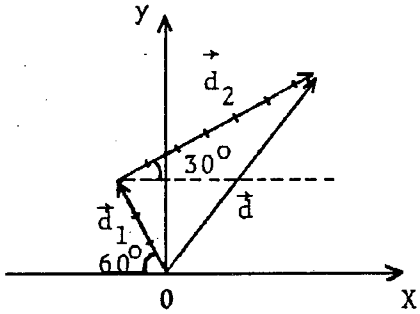


Fig.23

<u>Solução</u>:

O vetor $\vec{d}$ é o vetor soma dos vetores $\vec{d}_1$ e $\vec{d}_2$,

$$\vec{d} = \vec{d}_1 + \vec{d}_2 \quad .$$

Escrevendo o vetor $\vec{d}_1$ em termos de suas componentes (expressas em cm) e dos vetores unitários $\vec{i}$ e $\vec{j}$, obtém-se

$$\vec{d}_1 = -3\cos 60^0\,\vec{i} + 3\,\mathrm{sen}\,60^0\,\vec{j} \quad ,$$

$$\vec{d}_1 = -1{,}5\,\vec{i} + 2{,}6\,\vec{j} \quad .$$

Analogamente para $\vec{d}_2$:

$$\vec{d}_2 = 7\cos 30^0\,\vec{i} + 7\,\mathrm{sen}\,30^0\,\vec{j} \quad ,$$

$$\vec{d}_2 = 6{,}1\,\vec{i} + 3{,}5\,\vec{j} \quad .$$

Somando-se $\vec{d}_1$ e $\vec{d}_2$, resulta

$$\vec{d} = 4{,}6\,\vec{i} + 6{,}1\,\vec{j} \quad .$$

1.7 - Vetores em três dimensões

Até agora, trabalhou-se com vetores em uma e em duas dimensões. A situação que envolve vetores no espaço tridimensional é, no entanto, mais geral.

Considere o sistema de eixos cartesianos xyz. Para se obter a expressão analítica de um vetor neste sistema de eixos, é necessário introduzir um vetor unitário na direção z, que vai desempenhar, nesta direção, papel análogo ao dos vetores $\vec{i}$ e $\vec{j}$ nas direções e x y.

O vetor unitário que tem a direção do eixo z e o sentido de z' para z é o vetor $\vec{k}$ (Fig.24).

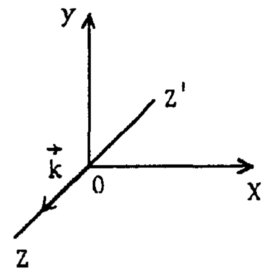


Fig.24

Seja $\vec{a}_x$ um vetor na direção x, $\vec{a}_y$ um vetor na direção y e $\vec{a}_z$ um vetor na direção z. Da soma geométrica destes três vetores (Fig.25), resulta o vetor

$$\vec{a} = \vec{a}_x + \vec{a}_y + \vec{a}_z \quad . \tag{8}$$

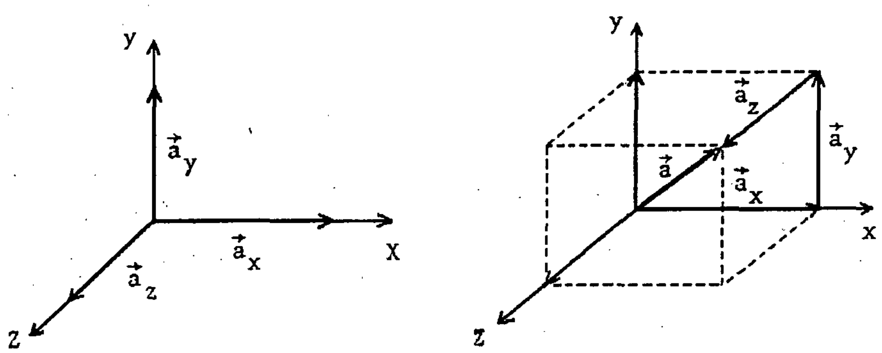


Fig.25

Os vetores $\vec{a}_x$, $\vec{a}_y$ e $\vec{a}_z$ são denominados, respectivamente, vetores componentes do vetor $\vec{a}$ nas direções x, y e z. Estes vetores podem ser escritos como

$$\vec{a}_x = a_x \vec{i} \quad , \tag{9}$$

$$\vec{a}_y = a_y \vec{j} \tag{10}$$

e

$$\vec{a}_z = a_z \vec{k} \quad . \tag{11}$$

Substituindo as relações (9), (10) e (11) na relação (8), obtém-se

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k} \quad . \tag{12}$$

O escalar a_x é a componente de $\vec{a}$ na direção x; a_y é a componente de $\vec{a}$ na direção y e a_z a componente de $\vec{a}$ na direção z.

A relação (12) é a expressão geral de um vetor no espaço tridimensional, escrita em termos de suas componentes e dos respectivos vetores unitários.

Exemplo 4: Represente, num diagrama xyz, os seguintes vetores:
$\vec{E} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 5\vec{k}$ e $\vec{F} = 2\vec{i} + 4\vec{j} - 5\vec{k}$.

<u>Solução</u>:

A Fig.26 mostra o vetor $\vec{E}$ construído como a soma dos seus vetores componentes. Já o vetor $\vec{F}$ foi desenhado utilizando-se um paralelepípedo para melhor visualizá-lo no espaço.

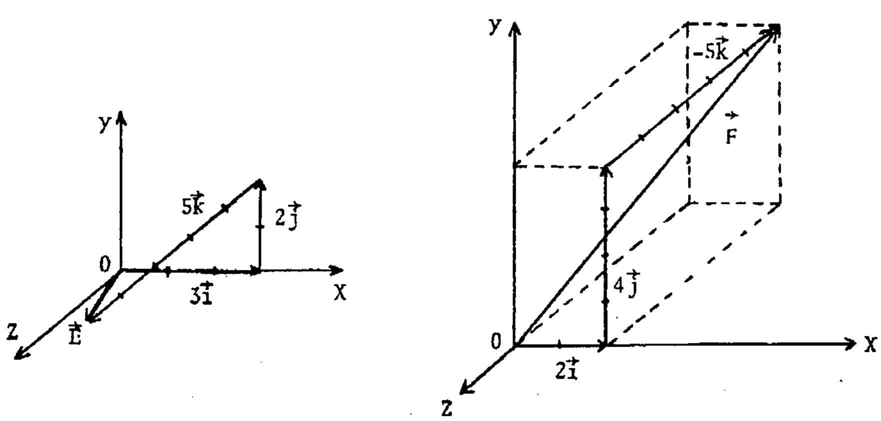


Fig.26

Exemplo 5: Sendo $\vec{A} = 2\vec{i} + \vec{j} - 5\vec{k}$ e $\vec{B} = 4\vec{i} + 2\vec{k}$, determine os vetores $\vec{R} = 2\vec{A} + \vec{B}$ e $\vec{S} = \vec{A} - \vec{B}$.

<u>Solução</u>:

$\vec{R} = 2\vec{A} + \vec{B}$,

$\vec{R} = 2(2\vec{i} + \vec{j} - 5\vec{k}) + 4\vec{i} + 2\vec{k}$,

$\vec{R} = 4\vec{i} + 2\vec{j} - 10\vec{k} + 4\vec{i} + 2\vec{k}$,

$\vec{R} = (4 + 4)\vec{i} + 2\vec{j} + (-10 + 2)\vec{k}$,

$\vec{R} = 8\vec{i} + 2\vec{j} - 8\vec{k}$.

$$\vec{S} = \vec{A} - \vec{B} \quad ,$$

$$\vec{S} = 2\vec{i} + \vec{j} - 5\vec{k} - (4\vec{i} + 2\vec{k}) \quad ,$$

$$\vec{S} = 2\vec{i} + \vec{j} - 5\vec{k} - 4\vec{i} - 2\vec{k} \quad ,$$

$$\vec{S} = (2 - 4)\vec{i} + \vec{j} + (-5 - 2)\vec{k} \quad ,$$

$$\vec{S} = -2\vec{i} + \vec{j} - 7\vec{k} \quad .$$

1.8 - Produto de vetores

Além de somar e subtrair vetores pode-se, também, multiplicá-los, efetuando o produto escalar e o produto vetorial entre dois vetores. Estas operações serão estudadas a seguir, já que muitas grandezas físicas são expressas em termos destes dois produtos.

1.9 - Produto escalar

O produto escalar de dois vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$, representado por $\vec{a} \cdot \vec{b}$ (lê-se a escalar b), é definido como o produto do módulo de $\vec{a}$ pelo módulo de $\vec{b}$ pelo cosseno do ângulo formado entre $\vec{a}$ e $\vec{b}$, ou seja,

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = ab \cos\theta \quad , \tag{13}$$

onde θ é o ângulo entre $\vec{a}$ e $\vec{b}$ (Fig.27).

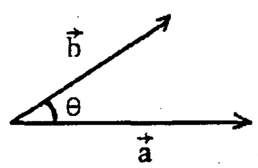


Fig.27

Pode-se também dizer que o produto escalar de dois vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ é igual ao produto do módulo do vetor $\vec{a}$ pela componente do vetor $\vec{b}$ na direção de $\vec{a}$ (Fig.28).

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = (a) \underbrace{(b\cos\theta)}_{\substack{\text{componente} \\ \text{de } \vec{b} \text{ na} \\ \text{direção de } \vec{a}}}$$

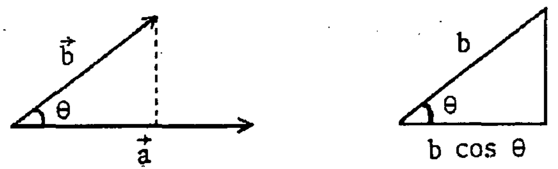
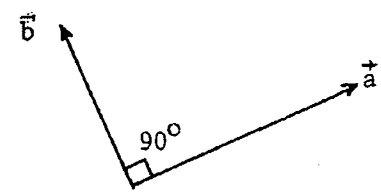


Fig.28

A eq.(13) indica que o produto escalar de dois vetores dá como resultado uma grandeza escalar. Para melhor compreensão desta equação, considere as seguintes situações:

a) O produto escalar de dois vetores perpendiculares é zero, porque $\theta = 90^0$ e $\cos 90^0 = 0$.

$$\vec{a}\,.\,\vec{b} \;=\; a\,b\,\cos 90^0 \quad ,$$
$$\qquad\quad ++ \quad 0$$
$$\vec{a}\,.\,\vec{b} \;=\; 0 \quad .$$

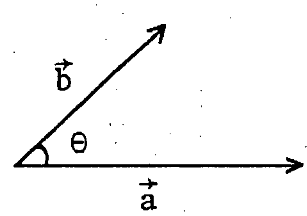


Da mesma forma,

$$\vec{i}\,.\vec{j} \;=\; 0\;,\quad \vec{j}\,.\,\vec{k} \;=\; 0\;,\quad \vec{k}\,.\,\vec{i} \;=\; 0\;,\ \text{etc.} \tag{14}$$

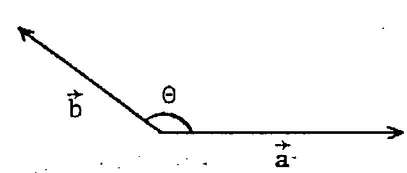
b) O produto escalar de dois vetores que formam entre si um ângulo θ tal que $0 \le \theta \prec 90^0$, é positivo.

$$\vec{a}\,.\,\vec{b} \;=\; a\,b\,\cos \theta \quad ,$$
$$\qquad\quad ++ \quad +$$
$$\vec{a}\,.\,\vec{b} \;\succ\; 0 \quad .$$



c) O produto escalar de dois vetores que formam entre si um ângulo θ tal que $90^0 \prec \theta \le 180^0$, é negativo.

$$\vec{a}\,.\,\vec{b} \;=\; a\,b\,\cos \theta \quad ,$$
$$\qquad\quad ++ \quad -$$
$$\vec{a}\,.\,\vec{b} \;\prec\; 0 \quad .$$



d) O produto escalar de um vetor por ele mesmo é igual ao módulo do vetor ao quadrado, pois o ângulo entre vetores de mesma direção e sentido é $\theta = 0^0$ e $\cos 0^0 = 1$.

$$\vec{a}\,.\,\vec{a} \;=\; a\,a\,\cos 0^0 \quad ,$$
$$\vec{a}\,.\,\vec{a} \;=\; a^2 \quad . \tag{15}$$

De forma análoga,

$$\vec{i} \cdot \vec{i} = 1 \,, \quad \vec{j} \cdot \vec{j} = 1 \,, \quad \vec{k} \cdot \vec{k} = 1 \,. \tag{16}$$

A definição do produto escalar de dois vetores envolve o módulo dos vetores e o ângulo entre eles. Uma outra maneira de expressar o produto escalar de dois vetores é através das componentes destes vetores.

Seja $\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$ e $\vec{b} = b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k}$. Efetuando-se o produto $\vec{a} \cdot \vec{b}$, tem-se:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = (a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}) \cdot (b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k}) \,,$$

$$\begin{aligned} \vec{a} \cdot \vec{b} = {} & a_x \vec{i} \cdot b_x \vec{i} + a_x \vec{i} \cdot b_y \vec{j} + a_x \vec{i} \cdot b_z \vec{k} + \\ & + a_y \vec{j} \cdot b_x \vec{i} + a_y \vec{j} \cdot b_y \vec{j} + a_y \vec{j} \cdot b_z \vec{k} + \\ & + a_z \vec{k} \cdot b_x \vec{i} + a_z \vec{k} \cdot b_y \vec{j} + a_z \vec{k} \cdot b_z \vec{k} \,, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{a} \cdot \vec{b} = {} & a_x b_x \vec{i} \cdot \vec{i} + a_x b_y \vec{i} \cdot \vec{j} + a_x b_z \vec{i} \cdot \vec{k} + \\ & + a_y b_x \vec{j} \cdot \vec{i} + a_y b_y \vec{j} \cdot \vec{j} + a_y b_z \vec{j} \cdot \vec{k} + \\ & + a_z b_x \vec{k} \cdot \vec{i} + a_z b_y \vec{k} \cdot \vec{j} + a_z b_z \vec{k} \cdot \vec{k} \,, \end{aligned}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z \,. \tag{17}$$

Exemplo 6: Seja $\vec{v}_1 = x \vec{i} + 4 \vec{j} - 3 \vec{k}$ e $\vec{v}_2 = 3 \vec{i} - 6 \vec{j} - \vec{k}$. Determine o valor de x para que os vetores $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$ sejam perpendiculares.

<u>Solução</u>:

O produto escalar de dois vetores perpendiculares é nulo, logo, $\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2 = 0$. Assim, usando a eq.(17), resulta:

$$3x + (4)(-6) + (-3)(-1) = 0 \,,$$

$$3x = 21 \,,$$

$$x = 7 \,.$$

As relações (15) e (17) permitem calcular o módulo de um vetor. Fazendo o produto escalar de um vetor $\vec{a}$, qualquer, por ele próprio, primeiro usando a relação (15) e depois a (17), obtém-se

$$\vec{a} \cdot \vec{a} = a^2$$

e

$$\vec{a} \cdot \vec{a} = a_x a_x + a_y a_y + a_z a_z \quad ,$$

$$\vec{a} \cdot \vec{a} = a_x^2 + a_y^2 + a_z^2 \quad .$$

Da igualdade destas duas equações, resulta

$$a^2 = a_x^2 + a_y^2 + a_z^2 \quad ,$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \quad . \tag{18}$$

Exemplo 7 : Sendo $\vec{A} = 3\vec{i} + 10\vec{j} + \vec{k}$ e $\vec{B} = -7\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$, determine o módulo do vetor $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$.

<u>Solução</u>:

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B} \quad ,$$

$$\vec{C} = 3\vec{i} + 10\vec{j} + \vec{k} - 7\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k} \quad ,$$

$$\vec{C} = -4\vec{i} + 11\vec{j} - \vec{k} \quad .$$

Utilizando-se a eq.(18), calcula-se o módulo do vetor $\vec{C}$.

$$C = \sqrt{(-4)^2 + (11)^2 + (-1)^2} = 11{,}75 \text{ unidades}$$

Exemplo 8: Calcule o ângulo entre os vetores $\vec{a} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$ e $\vec{b} = 8\vec{i} - 6\vec{j}$.

<u>Solução</u>:

Da relação (13), obtém-se

$$\cos\theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ab} = \frac{(3)(8) + (-4)(-6)}{\sqrt{(3)^2 + (-4)^2}\sqrt{(8)^2 + (-6)^2}} \quad ,$$

$$\cos\theta = 0{,}96 \quad ,$$

$$\theta = 16{,}26^0 \quad .$$

O produto escalar pode também ser utilizado para a obtenção do módulo do vetor resultante da soma de dois vetores.

Sejam $\vec{a}$ e $\vec{b}$ dois vetores, de módulos respectivamente iguais a a e b, que formam entre si um ângulo θ. Seja $\vec{r}$ o vetor resultante da soma destes dois vetores (Fig.29).

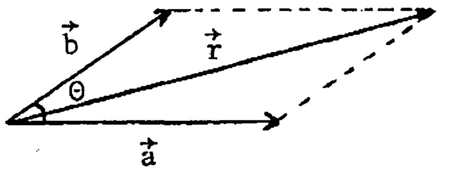


Fig. 29

Fazendo-se o produto escalar de $\vec{r} = \vec{a} + \vec{b}$ por ele próprio, obtém-se

$$\vec{r} \,.\, \vec{r} = (\vec{a} + \vec{b}) \,.\, (\vec{a} + \vec{b}) \quad ,$$

$$\vec{r} \,.\, \vec{r} = \vec{a} \,.\, \vec{a} + \vec{a} \,.\, \vec{b} + \vec{b} \,.\, \vec{a} + \vec{b} \,.\, \vec{b} \quad ,$$

$$r^2 = a^2 + a\,b \cos\theta + b\,a \cos\theta + b^2 \quad ,$$

$$r = \sqrt{a^2 + b^2 + 2\,a\,b \cos\theta} \quad . \qquad (19)$$

Casos particulares desta equação:

a) Quando os vetores são perpendiculares ($\theta = 90^0$), o módulo do vetor $\vec{r}$ é igual à raiz quadrada da soma dos quadrados dos módulos dos vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$,

$$r = \sqrt{a^2 + b^2 + 2\,a\,b \cos 90^0} \quad ,$$

$$r = \sqrt{a^2 + b^2} \quad .$$

b) Se os vetores tiverem a mesma direção e o mesmo sentido (($\theta = 0^0$), o módulo do vetor soma é a soma dos módulos dos vetores,

$$r = \sqrt{a^2 + b^2 + 2\,a\,b \cos 0^0} \quad ,$$

$$r = \sqrt{a^2 + b^2 + 2\,a\,b} \quad ,$$

$$r = \sqrt{(a + b)^2} = a + b \quad .$$

c) Para vetores de mesma direção e sentidos opostos ($\theta = 180^0$), o módulo do vetor $\vec{r}$ é a diferença dos módulos dos vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$,

$$r = \sqrt{a^2 + b^2 + 2\,a\,b\,\cos 180^0} \quad ,$$

$$r = \sqrt{a^2 + b^2 - 2\,a\,b} \quad ,$$

$$r = \sqrt{(a - b)^2} \quad ,$$

$$r = a - b \quad , \qquad a \succ b$$

ou

$$r = b - a \quad , \qquad b \succ a \quad .$$

1.10 - Produto vetorial

Sejam $\vec{a}$ e $\vec{b}$ dois vetores que formam entre si um ângulo θ. O produto vetorial de $\vec{a}$ e $\vec{b}$, representado po $\vec{a}\,x\,\vec{b}$ (lê-se a vetorial b), dá como resultado um vetor $\vec{c}$ $(\vec{a}\,x\,\vec{b} = \vec{c})$ que tem as seguintes características:

Módulo: O módulo do vetor $\vec{c}$ é igual ao produto do módulo de $\vec{a}$ pelo módulo de $\vec{b}$ pelo seno do ângulo formado por $\vec{a}$ e $\vec{b}$,

$$\bar{c} = \left|\,\vec{a}\,x\,\vec{b}\,\right| = \left|\,\vec{a}\,\right| . \left|\,\vec{b}\,\right| . \operatorname{sen}\theta \quad . \qquad (20)$$

Direção: O vetor $\vec{c}$ é perpendicular ao plano determinado pelos vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$, ou seja, $\vec{c}$ é perpendicular, simultaneamente, a $\vec{a}$ e a $\vec{b}$.

Sentido: O sentido do vetor $\vec{c}$ é dado pela regra da mão direita.

Para determinar o sentido do vetor $\vec{c}$, considere os dedos polegar, indicador e médio da mão direita, como está indicado na Fig.30.

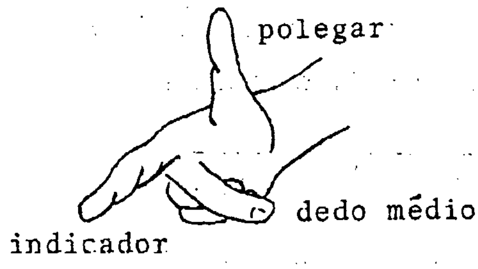


Fig.30

Se o polegar apontar no sentido do vetor $\vec{a}$ e o indicador no sentido do vetor $\vec{b}$, o dedo médio indicará o sentido do vetor $\vec{c}$ (Fig.31).

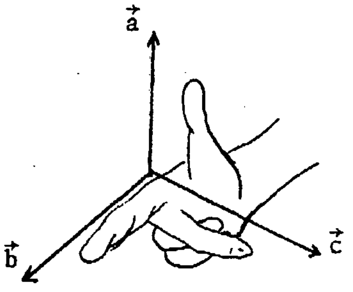


Fig.31

Para exemplificar o uso da regra da mão direita, considere os vetores $\vec{E}$, $\vec{F}$ e $\vec{G}$ da Fig.32 e os seguintes produtos:

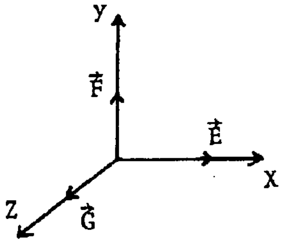


Fig.32

a) $\vec{E} \times \vec{F}$: este produto dá como resultado um vetor de direção e sentido iguais ao do vetor $\vec{G}$;

b) $\vec{G} \times \vec{E}$: deste produto resulta um vetor de direção e sentido iguais ao do vetor $\vec{F}$;

c) $\vec{G} \times \vec{F}$: o vetor resultante deste produto tem a mesma direção que o vetor $\vec{E}$ e sentido oposto ao mesmo.

Usando a regra da mão direita e a eq.(21), pode-se mostrar que, para dois vetores quaisquer $\vec{A}$ e $\vec{B}$, vale a relação

$$\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A} \quad . \qquad (21)$$

Considere, agora, os vetores unitários $\vec{i}$, $\vec{j}$ e $\vec{k}$.

Do produto $\vec{i} \times \vec{j}$ resulta um vetor de

módulo : $|\vec{i} \times \vec{j}| = 1 \,.\, 1 \,.\, \text{sen}\, 90^0 = 1$;

direção : coincidente com a do eixo z ;

sentido : de z' para z .

O vetor com estas características é o vetor $\vec{k}$. Portanto,

$$\vec{i} \; x \; \vec{j} = \vec{k} \quad . \qquad (22)$$

De acordo com a eq.(21),

$$\vec{j} \; x \; \vec{i} = - \vec{k} \quad . \qquad (23)$$

Do mesmo modo,

$$\vec{j} \; x \; \vec{k} = \vec{i} \quad , \qquad \vec{k} \; x \; \vec{j} = - \vec{i} \quad , \qquad (24)$$

$$\vec{k} \; x \; \vec{i} = \vec{j} \quad , \qquad \vec{i} \; x \; \vec{k} = - \vec{j} \quad . \qquad (25)$$

O produto $\vec{i} \; x \; \vec{i}$ dá como resultado um vetor de módulo nulo, isto é,

$$\left| \vec{i} \; x \; \vec{i} \right| = 1 \, . \, 1 \, . \, \text{sen} \, 0^0 \quad .$$

O vetor de módulo igual a zero é o vetor nulo. Deste modo,

$$\vec{i} \; x \; \vec{i} = \vec{0} \quad . \qquad (26)$$

Analogamente,

$$\vec{j} \; x \; \vec{j} = \vec{0} \quad ; \qquad (27)$$

$$\vec{k} \; x \; \vec{k} = \vec{0} \quad . \qquad (28)$$

Exemplo 9: Suponha que o módulo dos vetores da Fig.32 sejam $E = 3$, $F = 2$ e $G = 2$. Determine os produtos vetoriais $\vec{E} \; x \; \vec{F}$, $\vec{E} \; x \; \vec{G}$ e $\vec{F} \; x \; \vec{G}$.

Solução:

$$\vec{E} \; x \; \vec{F} = 3\vec{i} \; x \; 2\vec{j} = 6\vec{k} \quad ;$$

$$\vec{E} \; x \; \vec{G} = 3\vec{i} \; x \; 2\vec{k} = - 6\vec{j} \quad ;$$

$$\vec{F} \; x \; \vec{G} = 2\vec{j} \; x \; 2\vec{k} = 4\vec{i} \quad .$$

O produto vetorial de dois vetóres pode ser expresso em função das componentes destes vetores. Assim, seja $\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$ e $\vec{b} = b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k}$. Efetuando-se o produto vetorial entre $\vec{a}$ e $\vec{b}$, $\vec{a} \; x \; \vec{b}$, segue que

$$\vec{a} \times \vec{b} = (a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}) \times (b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k}) \ ,$$

$$\begin{aligned} \vec{a} \times \vec{b} = & \ a_x \vec{i} \times b_x \vec{i} + a_x \vec{i} \times b_y \vec{j} + a_x \vec{i} \times b_z \vec{k} + \\ & + a_y \vec{j} \times b_x \vec{i} + a_y \vec{j} \times b_y \vec{j} + a_y \vec{j} \times b_z \vec{k} + \\ & + a_z \vec{k} \times b_x \vec{i} + a_z \vec{k} \times b_y \vec{j} + a_z \vec{k} \times b_z \vec{k} \ , \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{a} \times \vec{b} = & \ a_x b_x \vec{0} + a_x b_y \vec{k} + a_x b_z (-\vec{j}) + \\ & + a_y b_x (-\vec{k}) + a_y b_y \vec{0} + a_y b_z (\vec{i}) + \\ & + a_z b_x (\vec{j}) + a_z b_y (-\vec{i}) + a_z b_z \vec{0} \ , \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{a} \times \vec{b} = & \ (a_y b_z - a_z b_y) \vec{i} + (a_z b_x - a_x b_z) \vec{j} + \\ & + (a_x b_y - a_y b_x) \vec{k} \ . \end{aligned} \qquad (29)$$

A eq.(29) pode ser obtida de forma mais simples, utilizando-se um determinante. Esse determinante é construído da seguinte maneira: na sua primeira linha são colocados os vetores unitários $\vec{i}$, $\vec{j}$ e $\vec{k}$; na segunda linha aparecem as componentes do primeiro vetor $(\vec{a})$, nas direções x, y e z ; a última linha do determinante é formada pelas componentes do segundo vetor $(\vec{b})$ nas direções x, y e z .

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} \qquad (30)$$

Exemplo 10: Encontre um vetor perpendicular aos vetores $\vec{A} = 3\vec{i} - \vec{k}$ e $\vec{B} = -5\vec{j} + 7\vec{k}$.

<u>Solução</u>:

Do produto $\vec{A} \times \vec{B}$ resulta um vetor perpendicular aos vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$. Utilizando-se o determinante da eq.(30) para calcular este vetor, obtém-se

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & 0 & -1 \\ 0 & -5 & 7 \end{vmatrix} \ ,$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = -5\vec{i} - 21\vec{j} - 15\vec{k} \quad .$$

Exemplo 11: Determine o módulo do vetor $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$, se $\vec{r} = 4\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$ e $\vec{p} = 6\vec{i} + 2\vec{j}$.

<u>Solução</u>:

Calcula-se, primeiro, o determinante da eq.(30) para obter o vetor $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$. Depois disso, obtém-se o módulo do vetor $\vec{L}$ usando a eq.(19).

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 4 & -1 & 3 \\ 6 & 2 & 0 \end{vmatrix} \quad ,$$

$$\vec{L} = 8\vec{k} + 18\vec{j} + 6\vec{k} - 6\vec{i} \quad ,$$

$$\vec{L} = -6\vec{i} + 18\vec{j} + 14\vec{k} \quad ,$$

$$|\vec{L}| = \sqrt{(-6)^2 + (18)^2 + (14)^2} = 23{,}58 \text{ unidades} \quad .$$

1.11 - Perguntas e respostas

1. Dados os vetores $\vec{A} = -7\vec{i} + 4\vec{k}$ e $\vec{B} = \vec{i} + \vec{j}$, escreva um vetor de mesma direção, mesmo sentido e de módulo menor que o vetor $\vec{A} - \vec{B}$.

Seja $\vec{R} = \vec{A} - \vec{B}$. Assim,

$$\vec{R} = (-7\vec{i} + 4\vec{k}) - (\vec{i} + \vec{j}) \quad ,$$

$$\vec{R} = -8\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k} \quad .$$

Multiplicando o vetor $\vec{R}$ pelo escalar positivo $1/2$, obtém-se um vetor, $\vec{V}$, de mesma direção, mesmo sentido e cujo módulo é a metade do módulo de $\vec{R}$:

$$\vec{V} = -4\vec{i} - 0{,}5\vec{j} + 2\vec{k} \quad .$$

2. Obtenha a expressão de um vetor unitário de mesma direção e sentido que o vetor $-\vec{i} + 4\vec{j} - 3\vec{k}$.

Seja $\vec{v} = -\vec{i} + 4\vec{j} - 3\vec{k}$. Seu módulo é

$$|\vec{v}| = \sqrt{(-1)^2 + (4)^2 + (-3)^2} = \sqrt{26} \text{ unidades} \quad .$$

Desta forma, o vetor

$$\vec{u} = \frac{-\vec{i} + 4\vec{j} - 3\vec{k}}{\sqrt{26}}$$

é um vetor unitário de mesma direção e sentido que $\vec{v}$.

3. Determine o ângulo que o vetor $\vec{f} = 3\vec{i} - \vec{j} + 5\vec{k}$ forma com o semi-eixo positivo *OX*.

Obtém-se o ângulo que $\vec{f}$ faz com o semi-eixo positivo *OX* através do produto escalar deste vetor com o vetor unitário $\vec{i}$. Assim,

$$\vec{f} \,.\, \vec{i} = |\vec{f}|\,|\vec{i}| \cos\theta \quad ,$$

de onde resulta

$$\cos\theta = \frac{\vec{f} \,.\, \vec{i}}{|\vec{f}|\,|\vec{i}|} = \frac{3}{\sqrt{(3)^2 + (-1)^2 + (5)^2}} = \frac{3}{\sqrt{35}} \quad ,$$

$$\theta = 59{,}53^0 \quad .$$

1.12 - Questões

1. Escreva um vetor paralelo ao vetor $7\vec{j} - 11\vec{k}$.

2. Um vetor, no plano xy, tem módulo de 25 unidades e faz um ângulo de 37^0 com o semi-eixo positivo *OX*. Determine:

a) as componentes deste vetor nas direções x e y;

b) os vetores componentes deste vetor nas direções x e y.

3. Dados os vetores $\vec{a} = 3\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ e $\vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j}$, obtenha:

a) $2\vec{a} + \vec{b}$;	d) $\vec{b} \,.\, \vec{a}$;	g) $\lvert\vec{a} \times \vec{b}\rvert$;
b) $\vec{a} - 3\vec{b}$;	e) $\vec{a} \times \vec{b}$;	h) $\lvert\vec{b} \times \vec{a}\rvert$;
c) $\vec{a} \,.\, \vec{b}$;	f) $\vec{b} \times \vec{a}$;	i) $\vec{a} \times \vec{a}$.

4. Calcule o ângulo entre os vetores $\vec{i} + \vec{j}$ e $\vec{j} + \vec{k}$.

5. Encontre a expressão para um vetor $\vec{A}$, no plano xy, de módulo igual a 5 unidades e que é perpendicular ao vetor $\vec{B} = 2\vec{i} + \vec{j}$.

6. Sendo $\vec{f} = \vec{i} - 3\vec{k}$, $\vec{g} = -2\vec{k}$ e $\vec{h} = 5\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$, calcule $\vec{f}.(\vec{g} \times \vec{h})$.

7. Encontre um vetor unitário simultaneamente perpendicular aos vetores $4\vec{i} - \vec{k}$ e $\vec{j} + 2\vec{k}$.

8. Dados os vetores $\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}$ e $\vec{B} = B_x\vec{i} + B_y\vec{j} + B_z\vec{k}$, demonstre que o vetor $\vec{F} = \vec{v} \times \vec{B}$ não tem componentes no plano definido por $\vec{v}$ e $\vec{B}$ (por exemplo, suponha que os vetores $\vec{v}$ e $\vec{B}$ estejam no plano $xy \Rightarrow v_z = 0$ e $B_z = 0$. Neste caso, deve-se mostrar que $F_x = 0$ e $F_y = 0$).

Capítulo 2

Cinemática unidimensional

2.1 - Introdução

O movimento é uma característica dominante do mundo físico. Sendo diariamente vivenciado pelas pessoas, nas suas mais diversas manifestações, não causa espanto que, independentemente de uma instrução escolar específica, haja um certo consenso no linguajar quotidiano sobre alguns termos a ele relacionados, como localização, distância percorrida, tempo, velocidade etc. Para o físico, contudo, estas e muitas outras noções precisam ser trabalhadas cuidadosamente para que cada uma delas tenha um significado preciso e impessoal. Somente assim, e utilizando como linguagem a matemática, ele poderá estudar e entender um sem número de fenômenos de seu interesse.

As primeiras tentativas na busca da compreensão do movimento e de suas possíveis causas ocorreram alguns séculos antes do nascimento de Cristo, com os gregos. A queda livre, o movimento de projéteis, a questão da imobilidade ou não da Terra, entre outras coisas, são assuntos diretamente vinculados a este tema. O desenvolvimento histórico das idéias sobre a relação entre força e movimento, matéria que desafiou o intelecto humano por séculos, será abordado, em detalhes, no Livro 2, e a dinâmica newtoniana, em particular, no Livro 3. Este capítulo introduz, formalmente, os conceitos básicos da cinemática, estruturando a descrição dos movimentos sem recorrer às suas eventuais causas. É com este assunto que se vai iniciar, em termos didáticos, o estudo da mecânica.

2.2 - O movimento de translação e o conceito de partícula

Quando se afirma que um objeto está em movimento, deve-se ter claro em relação a que sua <u>posição</u> varia com o <u>tempo</u>. Em outras palavras, é preciso especificar o <u>referencial</u> segundo o qual o movimento se processa. Todo movimento é relativo. Assim, um mesmo corpo pode ser considerado como estando em repouso ou em movimento dependendo de quem o observa. Por exemplo, para uma pessoa junto ao ponto de parada de um ônibus, é o ônibus, em movimento, que se aproxima. O motorista e os passageiros, por sua vez, julgam-se em repouso uns em relação aos outros, atribuindo movimento às pessoas à espera de condução. A relatividade dos movimentos terrestres estendida ao céu por filósofos do século XIV, que consideravam não se poder defender a imobilidade da Terra pelo simples motivo de que tudo parecia girar ao seu redor, constitui-se em um outro exemplo, pois assegura, no que diz respeito ao 'movimento' das estrelas, que não há diferença em se considerar se são as estrelas, como um todo, que giram uma vez por dia ao redor da Terra, estacionária, ou se é a Terra, em seu movimento diurno, que revoluciona em torno do seu eixo, permanecendo 'fixas' as estrelas.

Quando um corpo se movimenta relativamente a um certo referencial, todos os 'pontos' que o constituem ocupam diferentes posições no espaço. Diz-se que o corpo executa um movimento de translação se todas as suas partes se deslocam da mesma maneira, isto é, se em relação ao sistema de referência considerado todos os pontos do corpo apresentam sempre o mesmo deslocamento em função do tempo. Neste caso, um segmento ligando dois pontos quaisquer do corpo resulta sempre paralelo à sua posição inicial.

A caixa puxada pelo menino da Fig.1 ilustra um movimento de translação. De fato, para o observador O, o segmento que liga os pontos 1 e 2 da caixa (escolhidos arbitrariamente) mantém sempre a mesma direção à medida que se processa o movimento. Sendo assim, todos os pontos da caixa, e não apenas os dois assinalados, sofrem o mesmo deslocamento.

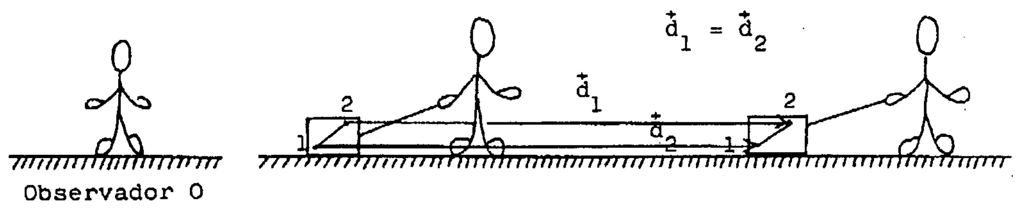


Fig.1

O movimento não retilíneo do lápis mostrado na Fig.2, tanto para o professor que o desloca em sala de aula quanto para os alunos que o observam atentamente, é também de translação, porque todos os seus pontos apresentam o mesmo deslocamento para qualquer intervalo de tempo considerado. Para o professor e os estudantes, o posicionamento do lápis resulta sempre paralelo à sua posição inicial em qualquer lugar onde ele se encontre.

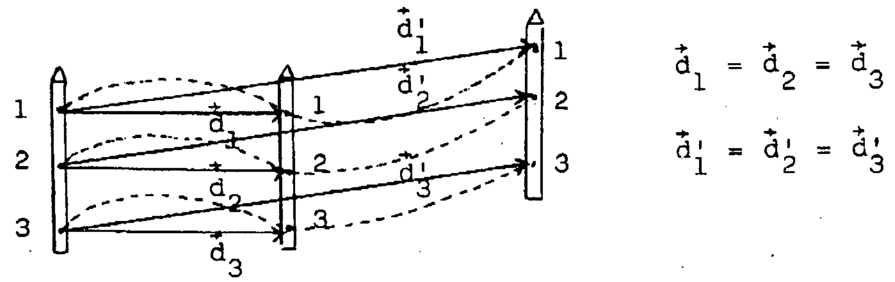


Fig.2

Como as trajetórias dos diferentes pontos de um corpo em movimento de translação resultam sempre paralelas, pode-se tratá-lo como uma partícula ou ponto material, porque conhecendo-se o movimento de um de seus pontos, isto é, a variação da sua posição com o tempo em relação a um dado referencial, se conhece o movimento do corpo como um todo. O conceito de partícula, contudo, não se restringe apenas a corpos em movimento de translação. Ele pode também ser empregado, com grande utilidade prática, a corpos que giram e/ou vibram à medida que se movimentam, desde que não se esteja interessado em nenhum aspecto diretamente ligado à rotação ou à vibração destes corpos. Nestes casos, as dimensões dos corpos devem ser pequenas em relação às distâncias percorridas. Assim, uma bola que rola sobre a grama, em um campo de futebol, pode ser tratada como uma partícula quando houver interesse em saber, por exemplo, quantos metros ela percorre ao ir do pé de um jogador a outro. Analogamente, pode-se tratar como partícula uma gota que pinga de um chuveiro quando se deseja calcular o tempo que ela leva para se chocar contra o chão.

A seguir, inicia-se o estudo da cinemática linear analisando-se graficamente algumas situações de movimento bastante corriqueiras. A potencialidade desta forma de representação ficará evidente em uma discussão qualitativa inicial de gráficos x x t e V x t.

2.3 - Representação gráfica de um movimento - gráficos x x t

Considere um indivíduo parado junto a uma árvore. Suponha, agora, que ele comece a caminhar, em linha reta, afastando-se da sua posição inicial. Neste caso, diz-se que a sua posição em relação à árvore está mudando a cada instante. A árvore desempenha um papel importante neste movimento, pois a partir dela se pode especificar as diferentes posições ocupadas pela pessoa em função do tempo. É, sem dúvida, uma escolha conveniente para a origem de um sistema de referência $X'X$ que tem a direção coincidente com a direção do movimento e cuja orientação positiva se associa ao sentido de percurso do indivíduo.

Na Fig.3, x_1 e x_2 são, respectivamente, as coordenadas de posição da pessoa em relação ao referencial $X'X$, que tem por origem a árvore, nos instantes de tempo t_1 e t_2. Se o tempo começar a ser medido (acionando-se um cronômetro, por exemplo) a partir do momento em que o indivíduo inicia a sua caminhada, pode-se afirmar que as distâncias por ele percorridas nos intervalos de tempo $t_1 - 0$ e $t_2 - t_1$ são, respectivamente, iguais a x_1 e $x_2 - x_1$.

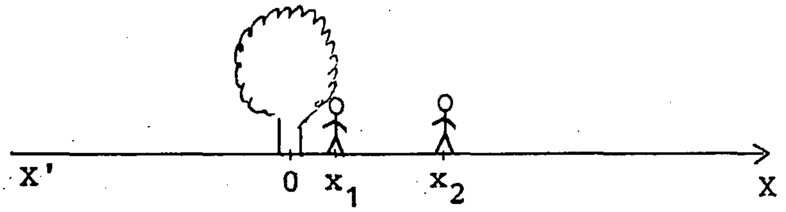


Fig.3

As diferentes posições ocupadas pela pessoa em função do tempo podem ser representadas, graficamente, através de um diagrama x x t. A Fig.4 indica, dentre as muitas alternativas possíveis, uma maneira de a pessoa se movimentar. O gráfico mostra que no instante $t_0 = 0$ o indivíduo está na origem do referencial (junto à árvore, no caso), e que a partir deste instante ele começa a se movimentar no sentido de x crescente. Para iguais intervalos de tempo, a pessoa percorre distâncias cada vez maiores, o que significa que ela caminha cada vez mais depressa.

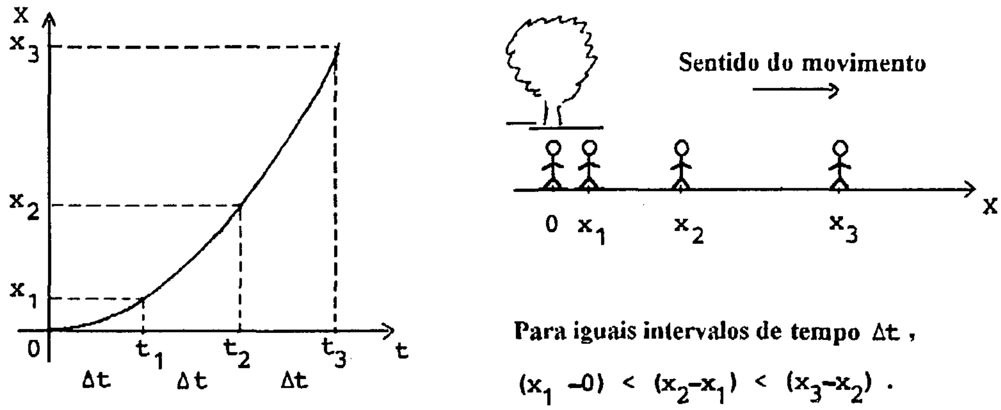


Fig.4

Considere, agora, um ciclista movimentando-se na mesma direção e sentido que a pessoa mencionada anteriormente. Suponha que no exato momento em que o ciclista está passando pela árvore se comece a marcar o tempo, e que o referencial escolhido seja o mesmo da situação anterior. Se o ciclista, por exemplo, percorre distâncias iguais em intervalos de tempos iguais, o gráfico x x t mostrado na Fig.5 representa corretamente o seu movimento. Como se observa, no instante $t_0 = 0$ ele se encontra na origem do sistema de coordenadas, continuando o seu movimento no sentido de x crescente à medida que o tempo passa.

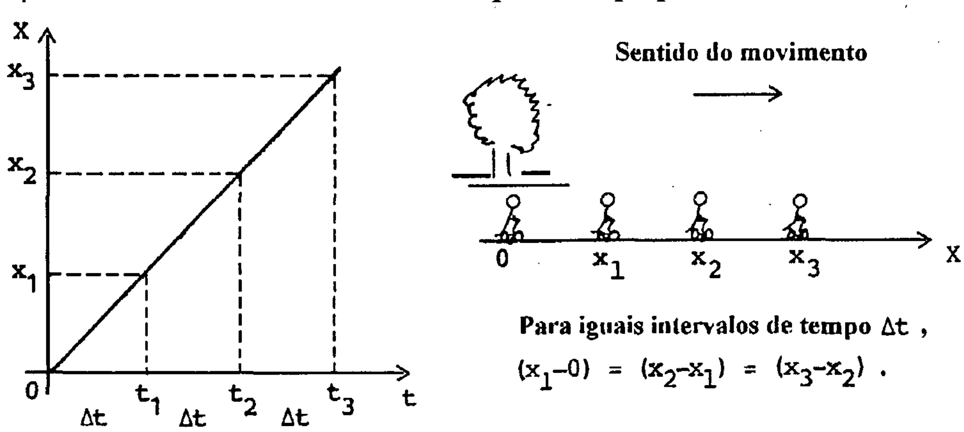
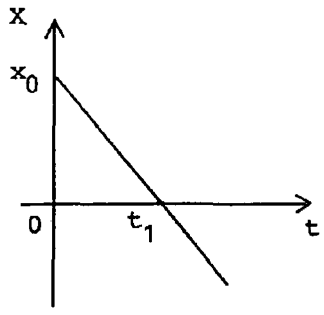


Fig.5

Quando uma pessoa ou um objeto qualquer está mudando de posição em relação a um certo ponto tomado como referência, diz-se que ela ou o objeto tem uma <u>velocidade</u> em relação a este ponto. Para um movimento retilíneo, uma velocidade constante significa distâncias iguais percorridas em iguais intervalos de tempo. Uma velocidade crescente (decrescente) indica que para iguais intervalos de tempo as distâncias percorridas são cada vez maiores (menores). As Fig.4 e Fig.5 exemplificam, respectivamente, um movimento com velocidade crescente e um movimento com velocidade constante.

A Fig.6 ilustra o movimento retilíneo de uma carroça que se desloca com velocidade constante no sentido negativo do eixo de coordenadas x. No instante $t_0 = 0$ a carroça possui abscissa positiva. No instante t_1 ela passa pela origem do sistema de referência; do instante t_1 em diante se afasta da origem, com valores de abscissa negativos.



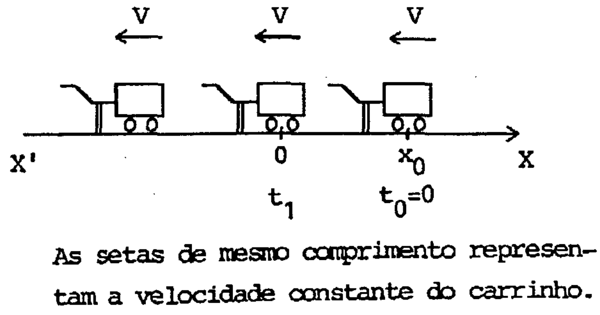


Fig.6

As diferentes inclinações ('para cima' e 'para baixo') dos segmentos de reta nos diagramas x x t das Fig.5 e 6 ocorrem porque o ciclista e a carroça se movimentam em sentidos opostos: o ciclista no sentido de x crescente e a carroça no sentido de x decrescente. Como a velocidade é uma grandeza vetorial (isto é, para caracterizá-la é necessário indicar o seu valor, a sua direção e o seu sentido), em relação aos referenciais segundo os quais se especificam estes movimentos o ciclista terá uma velocidade positiva e a carroça uma velocidade negativa.

A condição de repouso de um corpo, tal como a de seu movimento, pode, também, ser representada graficamente num diagrama x x t. A Fig.7 mostra esta situação, apresentando o gráfico x x t para uma pessoa parada a uma distância negativa da origem de um referencial. Como, à medida que o tempo passa, a pessoa não sai do lugar em que se encontra, o gráfico é o de uma reta paralela ao eixo dos tempos.

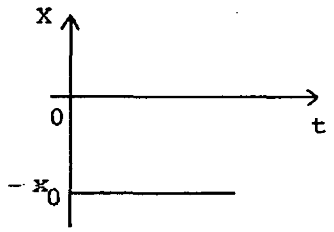
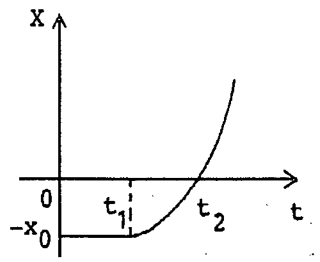


Fig.7

Já o gráfico x x t mostrado na Fig.8 é uma combinação dos gráficos das Fig.4 e 7. Uma situação que poderia ilustrá-lo é a seguinte: em uma avenida, um carro encontra-se parado e próximo a um semáfaro aguardando o sinal verde para se movimentar. O semáfaro é a origem do referencial $X'X$ cuja direção coincide com a da avenida (suposta retilínea) e cujo sentido positivo coincide com o do movimento do carro. Começa-se a marcar o tempo enquanto o sinal ainda está vermelho. Quando o sinal abre, no instante t_1, o carro começa a se movimentar. No instante t_2 ele passa pela origem (o semáfaro) e daí por diante se afasta da mesma. Este veículo, como mostra o diagrama, desloca-se com velocidade crescente.



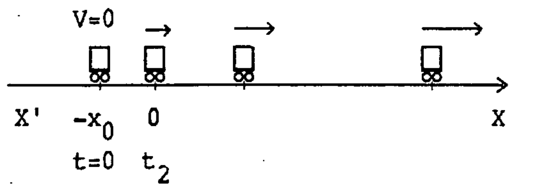


Fig.8

A Fig.9, por outro lado, apresenta um gráfico x x t que não pode representar o deslocamento de nenhum corpo na natureza. Isto ocorre porque, para qualquer instante de tempo maior do que t_1, a cada instante seria possível encontrar um mesmo corpo em dois lugares diferentes. No instante t_2, por exemplo, o corpo estaria a uma distância x_2 e também a uma distância x_2' da origem. Diz-se, assim, que este gráfico é fisicamente impossível.

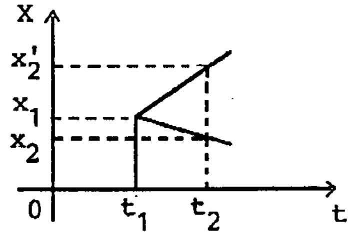
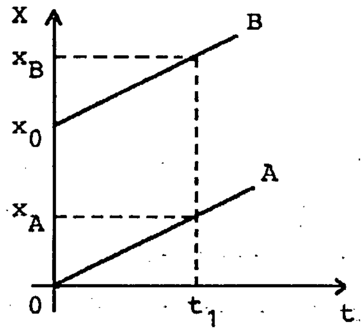


Fig.9

Muitas vezes, resulta conveniente representar em um mesmo diagrama x x t a situação de repouso ou de movimento de dois ou mais corpos. A Fig.10, por exemplo, ilustra o movimento retilíneo, com velocidade constante, de dois soldados de um pelotão em marcha forçada. Dentre outras coisas, pode-se ver que a distância entre os dois soldados permanece sempre a mesma com o passar do tempo.



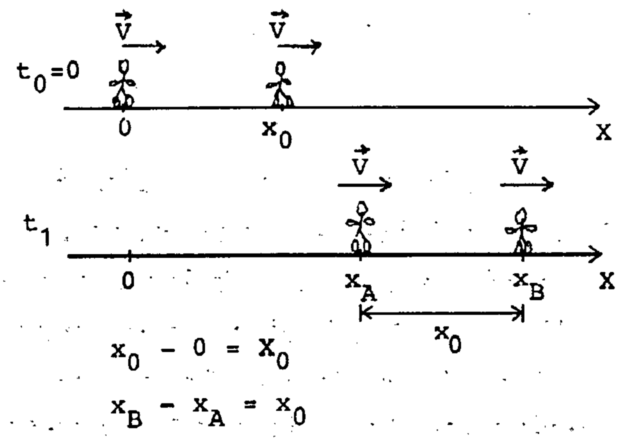


Fig.10

Já através da Fig.11 constata-se que no instante t_1 haverá o encontro de dois corpos (colisão ou passagem de um pelo outro) que, inicialmente, isto é, no instante $t_0 = 0$, estavam separados horizontalmente de uma distância d_0 .

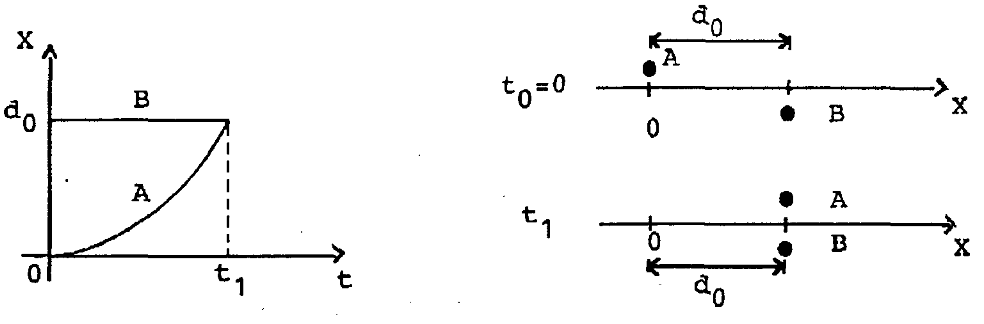


Fig.11

2.4 - Representação gráfica de um movimento - gráficos $V \times t$

Uma análise qualitativa semelhante à desenvolvida para gráficos x x t pode ser estendida para outros diagramas. Em particular, gráficos V x t são bastante úteis na descrição de um movimento.

Assim, se o gráfico V x t que representa o movimento de um avião de passageiros, a uma altura fixa em relação ao solo, é o mostrado na Fig.12, conclui-se que a aeronave percorre distâncias iguais em iguais intervalos de tempo, já que, para o trecho considerado, a sua velocidade permanece inalterada com o passar do tempo.

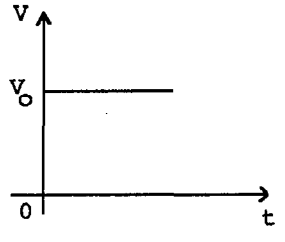
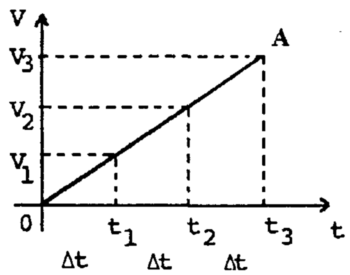


Fig.12

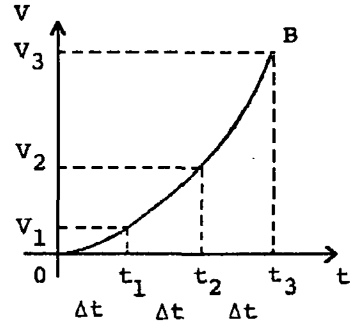
Quanto aos gráficos apresentados nas Fig.13 e 14, suponha que eles ilustrem, respectivamente, os movimentos retilíneos de dois carros de corrida A e B num intervalo de tempo que vai de 0 a t_3. Ambos indicam que no instante $t_0 = 0$ os carros estão parados. Observe que a pergunta 'onde estão parados?' não pode ser respondida com base apenas nestes gráficos, pois um diagrama V x t não fornece informações sobre a localização de um corpo. Conforme se constata através dos gráficos, os carros aumentam de velocidade com o tempo. As diferentes curvas indicam diferentes variações de velocidade. O carro A apresenta acréscimos iguais de velocidade em iguais intervalos de tempo. O carro B, por outro lado, desloca-se de forma a que as suas variações de velocidade são cada vez maiores, para iguais intervalos de tempo Δt.



Para iguais intervalos de tempo Δt,

$(V_1 - 0) = (V_2 - V_1) = (V_3 - V_2)$.

Fig. 13



Para iguais intervalos de tempo Δt,

$(V_1 - 0) < (V_2 - V_1) < (V_3 - V_2)$.

Fig. 14

Relativamente ao gráfico $V \times t$ mostrado na Fig. 15, que representa o movimento retilíneo de um carrinho, subindo uma rampa, pode-se afirmar que:

a) no instante $t_0 = 0$, o carrinho tem uma velocidade $V_0 \succ 0$;

b) o carrinho diminui de velocidade com o tempo;

c) o carrinho apresenta variações iguais de velocidade em intervalos de tempos iguais;

d) no instante t_1, a velocidade do carrinho é nula.

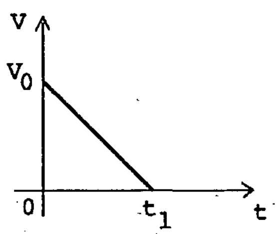


Fig. 15

A Fig. 16, por outro lado, mostra, em um mesmo diagrama $V \times t$, os movimentos retilíneos, com velocidades constantes, de dois automóveis A e B que se deslocam em pistas paralelas de uma estrada retilínea. A velocidade negativa do carro B indica que o seu deslocamento é no sentido de x decrescente, oposto, portanto, ao do carro A, que se movimenta no sentido de x crescente e que por isso tem velocidade positiva.

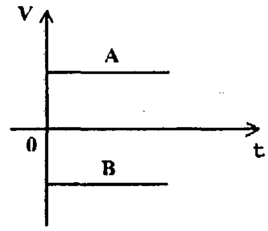


Fig.16

Quando um carro, ou um corpo qualquer, em movimento retilíneo, aumenta em módulo a sua velocidade com o tempo, diz-se que ele está acelerado. Analogamente, afirma-se que um carro, ou um corpo qualquer, em movimento retilíneo, está desacelerado quando ele se movimenta cada vez mais lentamente, isto é, quando ele diminui, em módulo, a sua velocidade com o tempo. As Fig.13 e 14 ilustram movimentos acelerados, enquanto a Fig.15 exemplifica um movimento desacelerado. A Fig.12, por sua vez, mostra um movimento com aceleração nula.

As situações até aqui representadas e discutidas envolvendo gráficos x x t e V x t indicam que, a partir dos mesmos, é possível extrair informações sobre a localização de um corpo, a forma com que se movimenta etc. Este conhecimento inicial, contudo, é certamente limitado. Com o desenvolvimento conceitual da cinemática, a seguir, será possível obter novas e mais completas informações a partir destes mesmos gráficos. Entre elas, estão a determinação da velocidade num instante qualquer a partir de um gráfico x x t, e a obtenção da aceleração em cada instante através de um gráfico V x t.

2.5 - Velocidade média

O conceito de velocidade média é de grande importância no estudo da cinemática.

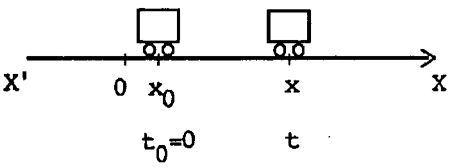
A velocidade média de um corpo é definida como a razão entre o deslocamento sofrido pelo corpo e o intervalo de tempo em que se deu este deslocamento. Como o deslocamento é uma grandeza vetorial, e a operação que envolve o quociente de um vetor por um escalar resulta num vetor, conclui-se pela natureza vetorial da velocidade média.

Designando por $\vec{d}$ o deslocamento de um corpo em um intervalo de tempo $\Delta t = t - 0$, a sua velocidade média, $\vec{V}_m$, neste intervalo, é expressa, matematicamente, como

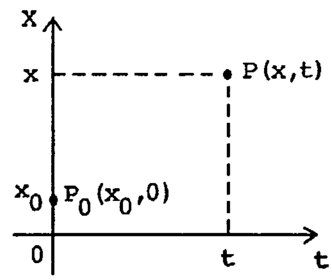
$$\vec{V}_m = \frac{\vec{d}}{t} \qquad (1)$$

A eq.(1), é importante destacar, é válida para qualquer tipo de movimento, seja ele retilíneo ou não. Os vetores deslocamento e velocidade média possuem sempre a mesma direção e o mesmo sentido.

Para compreender melhor o significado físico da velocidade média, considere um carrinho, em movimento retilíneo, cujas posições relativamente a um dado sistema de coordenadas são conhecidas em apenas dois instantes de tempo. Sejam $t_0 = 0$ e t estes instantes e x_0 e x as suas respectivas coordenadas (Fig.17a). Nestas condições, somente dois pontos, $P_0(x_0,t_0)$ e $P(x,t)$ podem ser representados em um diagrama x x t (Fig.17b).



(a)



(b)

Fig.17

Mesmo desconhecendo, em princípio, de que forma o corpo se movimenta entre x_0 e x, pode-se, a partir destes dados, estimar a sua velocidade média neste trecho. Para isso, representa-se por $\vec{a}$ um vetor que vai da origem do sistema de coordenadas até a posição do carrinho no instante $t_0 = 0$ e por $\vec{b}$ um vetor traçado da origem até a posição do carrinho no instante t (Fig.18).

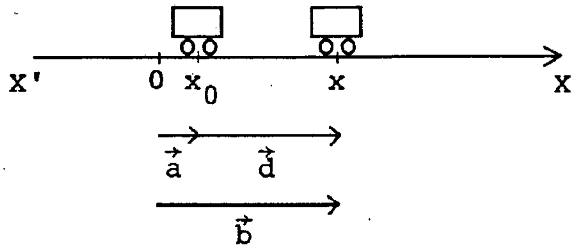


Fig.18

Os vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ estão ambos na direção $X'X$ e seus módulos são, respectivamente, iguais a x_0 e x. Desta forma, pode-se escrevê-los como

$$\vec{a} = x_0\,\vec{i} \qquad (2)$$

e

$$\vec{b} = x\,\vec{i} \quad , \qquad (3)$$

onde $\vec{i}$ é um vetor unitário na direção x, com o sentido de x crescente.

O deslocamento $\vec{d}$ do carrinho no intervalo $\Delta t = t - 0$ pode ser expresso em função dos vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$. Conforme mostra a Fig.18, tem-se que

$$\vec{a} + \vec{d} = \vec{b} \quad ,$$

logo,

$$\vec{d} = \vec{b} - \vec{a} \quad . \tag{4}$$

De (2) e (3) em (4), obtém-se

$$\vec{d} = x\,\vec{i} - x_0\,\vec{i} \quad ,$$

$$\vec{d} = (x - x_0)\,\vec{i} \quad . \tag{5}$$

De acordo com a definição, a velocidade média, $\vec{V}_m$, do carrinho, no intervalo $\Delta t = t - 0$, é

$$\vec{V}_m = \frac{\vec{d}}{t} \quad . \tag{6}$$

De (5) em (6),

$$\vec{V}_m = \frac{(x - x_0)\,\vec{i}}{t} \quad . \tag{7}$$

Deste modo, a velocidade média do carrinho, em forma escalar, resulta

$$V_m = \frac{(x - x_0)}{t} \quad . \tag{8}$$

É importante observar que nem sempre o numerador da fração acima coincide com a distância percorrida pelo corpo. O módulo do deslocamento de um corpo em trajetória retilínea coincide com a distância por ele percorrida somente quando o sentido do movimento permanece inalterado (isto é, quando o móvel não retorna).

Suponha, agora, que o carrinho da Fig.17(a) se desloque no trecho compreendido entre x_0 e x da forma indicada pelo gráfico x x t da Fig.19. O quociente $\Delta x / \Delta t$, neste diagrama, é o coeficiente angular da reta que passa pelos pontos 1 e 2. Segundo o gráfico,

$$tg\,\alpha = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - x_0}{t} \quad . \tag{9}$$

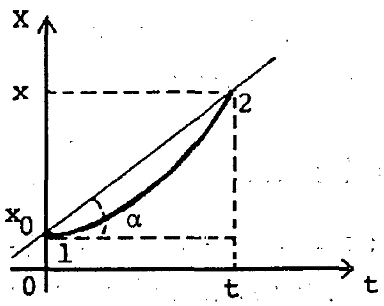


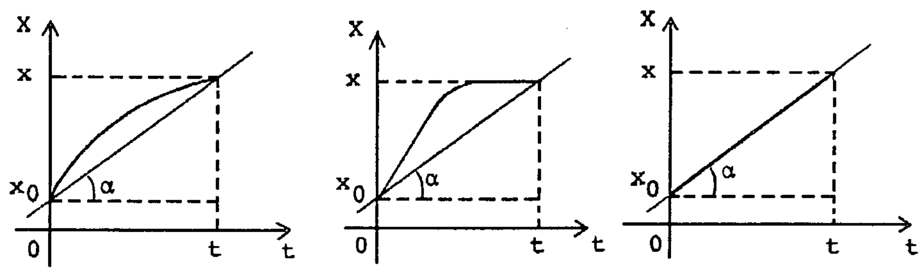
Fig.19

Das eq.(8) e (9), obtém-se

$$V_m = tg\,\alpha \quad . \tag{10}$$

Este resultado pode ser generalizado: num gráfico x x t, a velocidade média entre dois pontos é numericamente igual ao coeficiente angular da reta que passa pelos mesmos.

Como a velocidade média de um corpo em um dado intervalo de tempo além deste intervalo depende apenas das posições do corpo ao início e ao final do mesmo, os gráficos da Fig.20, que representam outras alternativas para o deslocamento do carrinho entre x_0 e x, mostram, todos, iguais velocidades médias no intervalo $\Delta\ t = t$ - 0.



(a) (b) (c)

Fig.20

O significado físico da velocidade média deve ficar claro para o estudante. Quando se diz, por exemplo, que a velocidade média de um carro em um certo segmento retilíneo de uma estrada é de 80 km/h, não se especifica maiores detalhes deste movimento, a não ser as posições inicial e final do móvel e o tempo de percurso. Ou seja, pode ocorrer que em uma parte do trajeto a velocidade do veículo seja crescente, em outra constante etc. Atribuir ao carro, no trecho em questão, a velocidade média de 80 km/h implica considerar que ele percorreria o mesmo trecho, no mesmo intervalo de tempo anterior, caso se movimentasse, em todo o percurso, com uma velocidade constante de 80 km/h.

Deve, também, haver suficiente clareza em relação aos termos velocidade média e velocidade (ou velocidade instantânea). Uma <u>velocidade média</u> envolve sempre um certo <u>intervalo de tempo</u>. Já o termo <u>velocidade</u>, por diversas vezes empregado neste capítulo, refere-se à velocidade de um corpo em um <u>instante de tempo</u>. (A rigor, deveria se empregar o nome velocidade instantânea para se especificar a velocidade de um corpo a cada instante de tempo. Na prática, contudo, o termo velocidade geralmente o substitui.)

2.6 - Movimento retilíneo uniforme

A partir do conceito de velocidade média, pode-se descrever um movimento que desempenhou um papel crucial nos estudos de Galileu sobre o movimento de projéteis - o movimento retilíneo uniforme.

Quando a velocidade média de um corpo em trajetória retilínea resulta constante para qualquer intervalo de tempo considerado, diz-se que o corpo executa um movimento retilíneo uniforme.

Um corpo que se desloca em linha reta e cujo gráfico x x t é o indicado na Fig.21 realiza um movimento retilíneo uniforme. Este gráfico é idêntico ao do ciclista, mostrado na Fig.5. Para iguais intervalos de tempo Δt, são iguais as distâncias percorridas pelo corpo (ciclista). Isto é,

$$x_1 - 0 = x_2 - x_1 = x_3 - x_2 = \Delta x \quad ,$$

$$t_1 - 0 = t_2 - t_1 = t_3 - t_2 = \Delta t \quad .$$

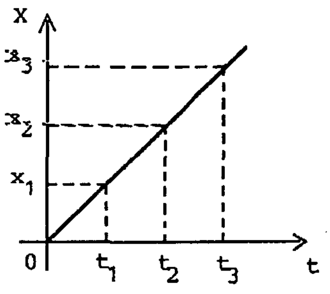


Fig.21

A constância da velocidade média, durante o movimento, pode ser verificada calculando-a, por exemplo, para os intervalos $(0,t_1)$, (t_1,t_2) e $(0,t_2)$:

$$(0\ ,\ t_1):\qquad \vec{V}_m = \frac{x_1\ -\ 0}{t_1\ -\ 0} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = k \quad ,$$

$$(t_1\ ,\ t_2):\qquad \vec{V}_m = \frac{x_2\ -\ x_1}{t_2\ -\ t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = k \quad ,$$

$$(0\ ,\ t_2):\qquad \vec{V}_m = \frac{x_2\ -\ 0}{t_2\ -\ 0} = \frac{2\,\Delta x}{2\,\Delta t} = k \quad ,$$

onde k é uma constante. Isto, naturalmente, só ocorre porque o corpo (ciclista) movimenta-se com velocidade constante a cada instante.

Para um MRU, a velocidade média e a velocidade (instantânea) são iguais. Deste modo, pode-se afirmar que um corpo em trajetória retilínea executa um movimento retilíneo uniforme quando a sua velocidade é constante, isto é, quando ele percorre distâncias iguais em intervalos de tempos iguais.

Designando por x_0 a coordenada de posição de um corpo em MRU no instante $t_0 = 0$ e por x a sua coordenada de posição num instante genérico t (Fig.22), pode-se escrever a relação

$$V_m = V = \frac{(x - x_0)}{t} \quad , \qquad (11)$$

onde V é a velocidade (instantânea) do corpo.

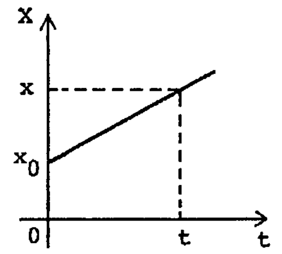


Fig.22

Isolando x, a partir da eq.(11), obtém-se

$$x - x_0 = Vt \quad ,$$

$$x = x_0 + Vt \quad . \qquad (12)$$

Conhecendo-se a velocidade de um corpo em MRU e a sua posição relativamente a um sistema de coordenadas no instante $t_0 = 0$, pode-se, através da eq.(12), determinar a posição do corpo num instante qualquer.

A distância percorrida pelo corpo no intervalo de 0 a t é

$$d = x - x_0 \quad . \qquad (13)$$

Das eq.(12) e (13) resulta, então, que

$$d = Vt \quad . \qquad (14)$$

Assim, a distância percorrida por um corpo em MRU é diretamente proporcional ao tempo gasto em percorrê-la.

O gráfico V x t correspondente ao diagrama x x t da Fig.22 é o mostrado na Fig.23. Observe que o produto Vt, neste gráfico, o qual é numericamente igual à área do retângulo hachuriado, representa a distância percorrida pelo móvel no intervalo 0 a t .

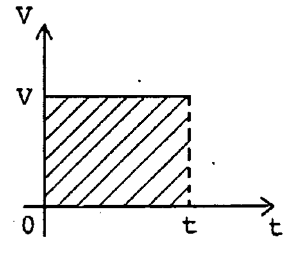


Fig.23

Este último resultado não é válido apenas para um movimento retilíneo com velocidade constante. Não cabe aqui, mas pode-se mostrar que para um movimento retilineo qualquer a área sob a curva num gráfico V x t, relativa a um dado Δt, representa a distância percorrida pelo móvel durante este intervalo de tempo.

2.7 - Velocidade instantânea em um movimento retilíneo qualquer, a partir de um gráfico X x t

Quando um corpo em movimento retilíneo varia a sua velocidade com o tempo, como se determina, quantitativamente, a sua velocidade num instante qualquer, a partir de um gráfico x x t?

Para responder a esta pergunta, considere o gráfico mostrado na Fig.24 e a velocidade média no intervalo $\Delta t = t_2 - t_1$,

$$V_m = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = tg\,\alpha \quad . \tag{15}$$

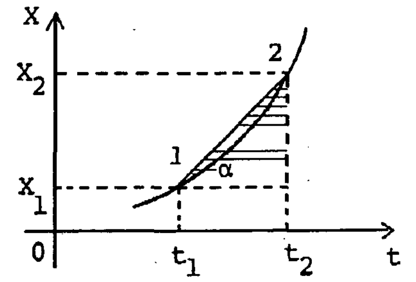


Fig.24

O que ocorre quando se diminui o intervalo $\Delta t = t_2 - t_1$, isto é, quando se faz, progressivamente, t_2 se aproximar de t_1? Diminuindo-se Δt, diminui-se, também, Δx, fazendo o ponto 2 se aproximar do ponto 1. Os sucessivos quocientes $\Delta x/\Delta t$, que representam diferentes valores para a velocidade média, diminuem, conforme se constata pelas inclinações decrescentes das retas correspondentes na Fig.25. Através desta mesma figura é possível perceber que as inclinações das retas decrescem até um valor limite, o qual ocorre para um Δt tendendo a zero $(\Delta t \to 0)$. Neste caso, a reta correspondente é tangente à curva no instante t_1. Isto quer dizer que a velocidade média tende para um valor limite quando $\Delta t \to 0$. Este valor limite é definido como a velocidade do corpo no instante t_1. Desta forma,

$$V = \lim_{\Delta t \to 0} V_m \quad , \tag{16}$$

$$V = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad . \tag{17}$$

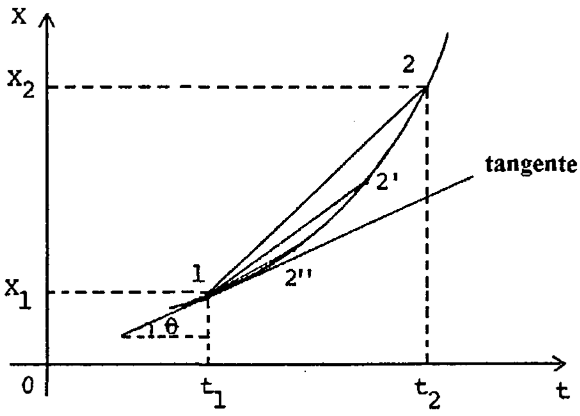


Fig.25

Do cálculo diferencial, segue que

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} \quad , \qquad (18)$$

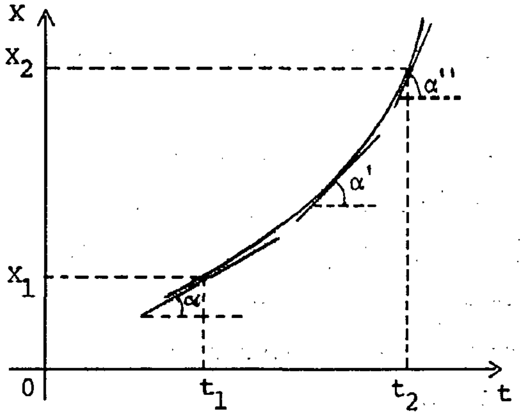
onde dx/dt é a derivada de x em relação ao tempo, que no gráfico X x t da Fig.25 representa o coeficiente angular da reta tangente à curva no instante t_1.

Das eq.(17) e (18) e do exposto acima, resulta

$$V = \frac{dx}{dt} = tg\,\theta \quad , \qquad (19)$$

onde θ é o ângulo de inclinação da reta tangente à curva no instante t_1.

Assim, o gráfico X x t da Fig.24 representa um movimento com velocidade crescente, pois as inclinações de retas tangentes à curva crescem continuamente de t_1 para t_2 (Fig.26).



$\alpha < \alpha' < \alpha''$
$tg\,\alpha < tg\,\alpha' < tg\,\alpha''$
$V < V' < V''$

Fig.26

Este processo limite para a determinação da velocidade instantânea de um corpo, a partir de um gráfico X x t, é novamente ilustrado na Fig.27. A Fig.27(b) mostra o gráfico da

Fig.27(a) ampliado de um fator 10. A Fig.27(c), por sua vez, aumenta o gráfico anterior por mais um fator de 10. O segmento da curva que resulta deste processo de redução em Δt é praticamente retilíneo. Assim, para um intervalo de tempo muito pequeno $(\Delta t \to 0)$, o movimento não uniforme 'se transforma' em um movimento uniforme e uma tangente à curva representa uma extensão de um segmento infinitesimal da própria curva.

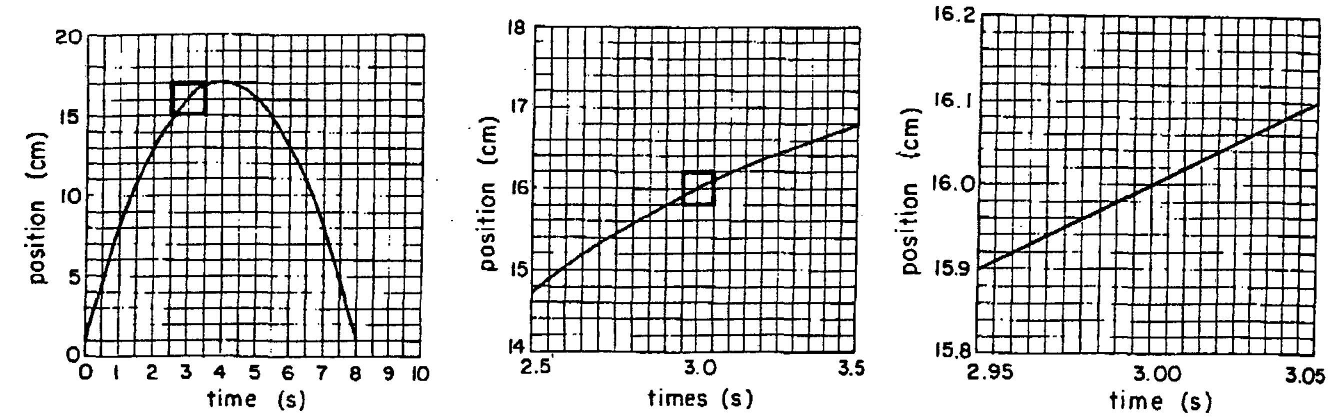


Fig.27[1]

Para concluir, no gráfico apresentado na Fig.28 devemos distinguir dois distintos intervalos de tempo. De 0 a t_1 o corpo, em movimento retilíneo, se movimenta com velocidade decrescente, conforme se pode constatar pelas inclinações decrescentes de retas tangentes à curva neste intervalo, à medida que o tempo cresce. A tangente à curva no instante t_1 tem inclinação nula, o que significa que a velocidade do corpo neste instante é nula $(tg\ 0^\circ = 0)$. De t_1 em diante o corpo permanece parado a uma certa distância da origem do referencial escolhido para estudar o seu movimento.

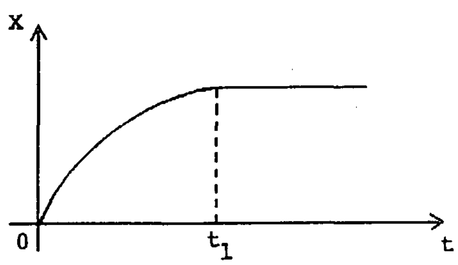


Fig.28

2.8 - Aceleração média

Quando a velocidade de um corpo varia durante o seu movimento, diz-se que ele está acelerado (ou desacelerado). A <u>aceleração média</u> do corpo é definida como a razão entre a variação de sua velocidade e o intervalo de tempo correspondente a esta variação. Como a velocidade é uma grandeza vetorial, a aceleração média também o é, já que sua definição envolve o quociente de um vetor por um escalar. Assim, sendo $\Delta \vec{V}$ a variação de velocidade do corpo ocorrida em um intervalo de tempo Δt, a sua aceleração média, $\vec{a}_m$, neste intervalo, é expressa, matematicamente, como

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} \quad . \qquad (20)$$

Os vetores $\vec{a}_m$ e $\Delta \vec{V}$ possuem sempre a mesma direção e o mesmo sentido. A eq.(20), é importante destacar, é válida para qualquer tipo de movimento, seja ele retilíneo ou não.

Para compreender melhor o significado físico desta grandeza, utilizando um procedimento análogo ao desenvolvido no estudo da velocidade média (seção 2.5), considere o movimento retilíneo de um carrinho cujas velocidades sejam conhecidas em apenas dois instantes de tempo. Sejam $t_0 = 0$ e t estes instantes e $\vec{V}_0$ e $\vec{V}$ as suas respectivas velocidades (Fig.29).

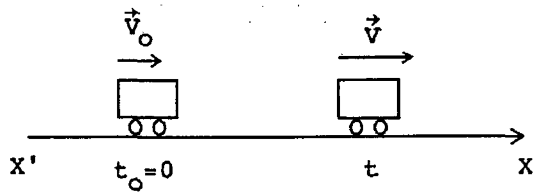


Fig.29

A aceleração média do carrinho no intervalo $\Delta t = t - t_0$ é

$$\vec{a}_m = \frac{\vec{V} - \vec{V}_0}{t} \quad . \qquad (21)$$

Os vetores $\vec{V}$ e $\vec{V}_0$ podem ser escritos em função de suas correspondentes intensidade, V e V_0, e do vetor unitário $\vec{i}$. Assim,

$$\vec{V} = V\,\vec{i} \qquad (22)$$

e

$$\vec{V}_0 = V_0\,\vec{i} \quad . \qquad (23)$$

De (22) e (23) em (21), obtém-se

$$\vec{a}_m = \frac{V\,\vec{i} - V_0\,\vec{i}}{t} \quad ,$$

$$\vec{a}_m = \frac{(V - V_0)\,\vec{i}}{t} \quad . \qquad (24)$$

Deste modo, a aceleração média do carrinho, em forma escalar, resulta

$$a_m = \frac{V - V_0}{t} \quad . \qquad (25)$$

Suponha, agora, que o carrinho se desloque de forma a que o gráfico V x t do seu movimento seja o mostrado na Fig.30. O quociente $\Delta V/\Delta t$, neste gráfico, é o coeficiente angular da reta que passa pelos pontos 1 e 2. Isto é,

$$tg\,\theta = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V - V_0}{t} \quad . \qquad (26)$$

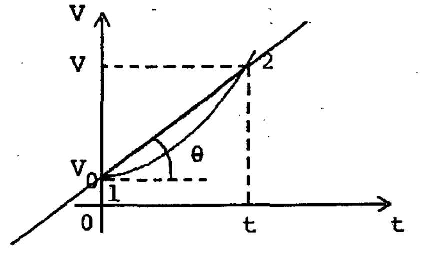


Fig.30

Das eq.(25) e (26), obtém-se

$$a_m = tg\,\theta \quad . \qquad (27)$$

Este resultado pode ser generalizado: em um gráfico V x t, a aceleração média entre dois pontos é numericamente igual ao coeficiente angular da reta que passa por estes pontos.

Como a aceleração média de um corpo em um dado intervalo de tempo, além deste intervalo, depende apenas das velocidades do corpo ao início e ao final do mesmo, os gráficos da Fig.31, que representam outras alternativas para a variação com o tempo da velocidade do carrinho, indicam, todos, iguais acelerações médias no intervalo $\Delta t = t - t_0$.

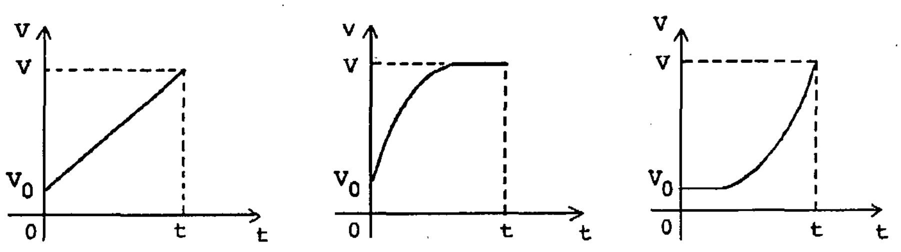


Fig.31

2.9 - Movimento retilíneo uniformemente variado

A partir do conceito de aceleração média, pode-se descrever, matematicamente, um outro movimento que também teve um papel fundamental nos estudos de Galileu sobre a queda livre e o movimento de projéteis - o movimento retilíneo uniformemente variado.

Quando a aceleração média de um móvel em trajetória retilínea é constante, diz-se que o móvel executa um movimento retilíneo uniformemente variado (MRUV). Gráficos V x t correspondentes a este movimento são mostrados na Fig.32. Em qualquer dos casos, a aceleração média é constante, pois a velocidade varia linearmente com o tempo.

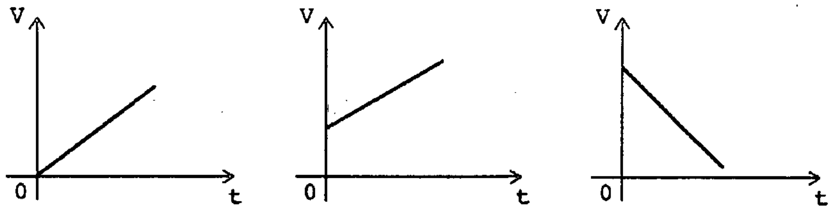


Fig.32

Na seção 2.5, verificou-se que a constância da velocidade média de um corpo implicava em um movimento com velocidade constante. Analogamente, a constância da aceleração média de um corpo durante o seu movimento resulta em um movimento com aceleração constante a cada instante. Assim, pode-se afirmar que um móvel executa um movimento retilíneo uniformemente variado quando a sua aceleração é constante.

Designando-se por $\vec{V}_0$ e $\vec{V}$, respectivamente, as velocidades de um corpo em MRUV nos instantes $t_0 = 0$ e t (Fig.33), a igualdade das acelerações média, $\vec{a}_m$, e instantânea, $\vec{a}$, permite escrever

$$\vec{a}_m = \vec{a} = \frac{\vec{V} - \vec{V}_0}{t} \quad . \qquad (28)$$

Em forma escalar,

$$a_m = a = \frac{V - V_0}{t} \quad . \qquad (29)$$

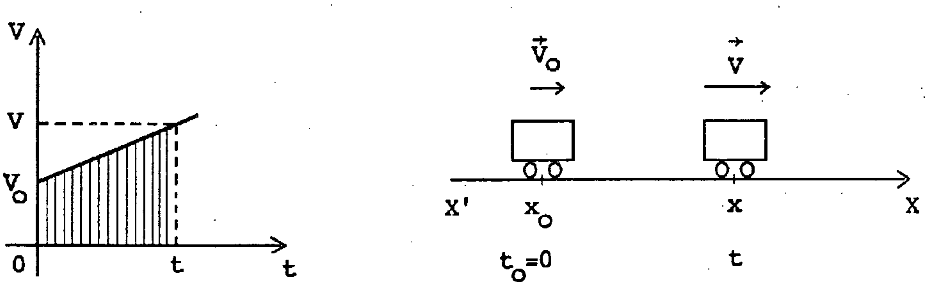


Fig.33

Isolando V na eq.(29), resulta

$$V - V_0 = at \quad ,$$

$$V = V_0 + at \quad . \qquad (30)$$

Conhecendo-se, então, a aceleração de um corpo em MRUV e a sua velocidade no instante $t_0 = 0$ pode-se, através da eq.(30), determinar a sua velocidade num instante t qualquer.

A distância percorrida pelo corpo em função de V, V_0 e t é obtida diretamente do gráfico da Fig.33, já que, como se viu na seção 2.5, a área sob a curva em um gráfico V x t correspondente a um dado Δt, é numericamente igual à distância percorrida pelo móvel durante este intervalo de tempo. Assim, sendo V e V_0 as bases maior e menor do trapézio cuja altura é t, segue que a distância percorrida pelo corpo no intervalo $\Delta t = t - t_0$ é

$$d = \frac{(V + V_0)\, t}{2} \quad . \tag{31}$$

Para expressar esta distância em função de V_0, a e t, substitui-se a eq.(30) na eq. (31). Deste modo, obtém-se

$$d = \frac{(V_0 + at + V_0)\, t}{2} = \frac{2\, V_0\, t + a t^2}{2} \quad ,$$

$$d = V_0\, t + \frac{a t^2}{2} \quad . \tag{32}$$

Sendo x_0 e x as respectivas coordenadas de posição do móvel nos instantes $t_0 = 0$ e t, pode-se escrever que

$$d = x - x_0 \quad . \tag{33}$$

Das eq.(32) e (33), resulta

$$x = x_0 + V_0\, t + \frac{a t^2}{2} \quad , \tag{34}$$

relação que fornece a <u>posição</u> do móvel em função do tempo.

Através das eq.(30) e (31), pode-se deduzir uma expressão que relaciona as velocidades inicial e final, a aceleração e a distância percorrida por um corpo em MRUV. Isolando o tempo em (30) e substituindo-o em (31), obtém-se

$$t = \frac{V - V_0}{a} \quad ,$$

$$d = \frac{(V + V_0)}{2} \frac{(V - V_0)}{a} \quad .$$

Efetuando os produtos necessários e isolando V^2, segue que

$$2\, a d = V^2 - V V_0 + V V_0 - V_0^2 \quad ,$$

$$V^2 = V_0^2 + 2\, a d \quad ,$$

ou

$$V^2 = V_0^2 + 2\, a (x - x_0) \quad . \tag{36}$$

As equações desenvolvidas nessa seção são aplicáveis à resolução de problemas e questões relativas a um movimento com aceleração constante. Quando aceleração e velocidade têm o mesmo sentido, o MRUV é denominado movimento retilíneo uniformemente acelerado (MRUA). Neste caso, o módulo da velocidade do móvel cresce linearmente com o tempo. As Fig.34 e 35 exemplificam um MRUA. Na Fig.34, tanto a velocidade como a aceleração são positivas; já na Fig.35, velocidade e aceleração resultam, ambas, negativas.

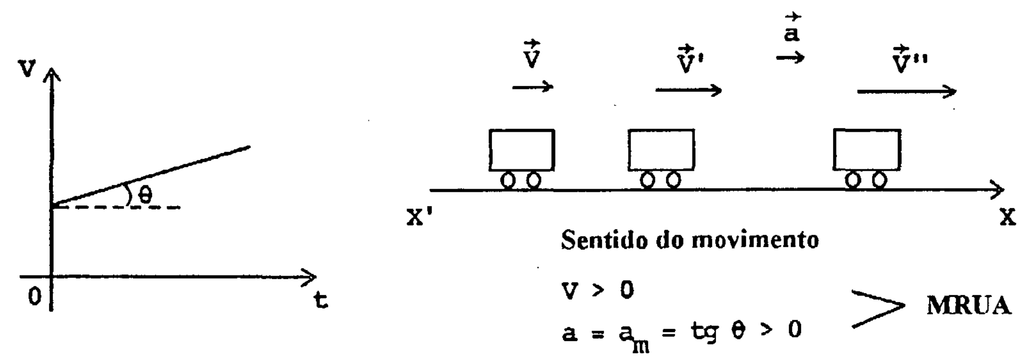


Fig.34

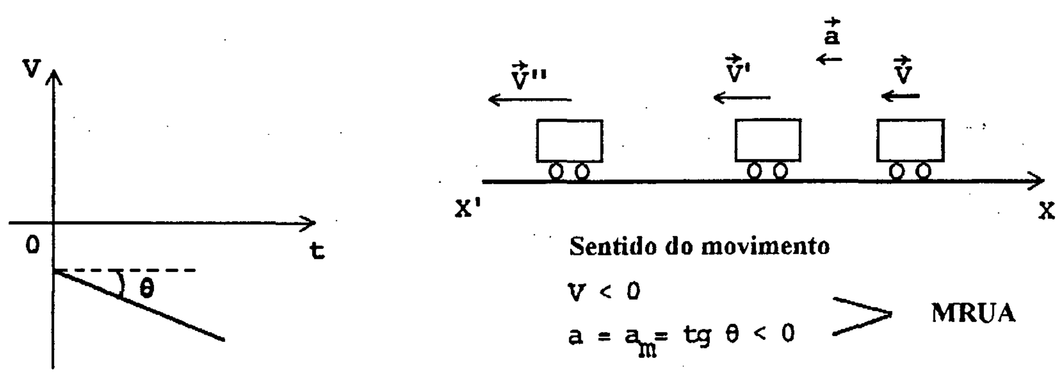


Fig.35

Se aceleração e velocidade possuem sentidos opostos, o MRUV é denominado movimento retilíneo uniformemente retardado (MRUR). Para este movimento, a velocidade do móvel decresce em módulo (linearmente com o tempo). A Fig.36 ilustra um MRUR.

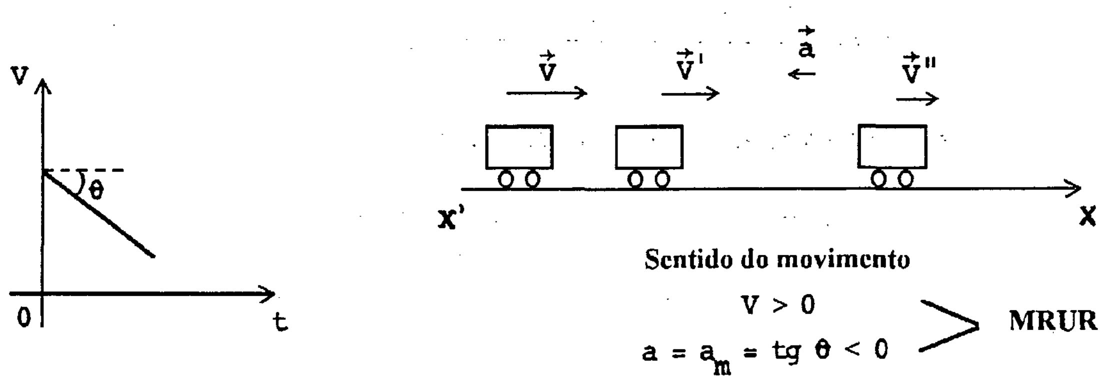


Fig.36

2.10 - Gráficos x x t de um movimento retilíneo uniformemente variado

O gráfico da equação

$$x = x_0 + V_0 t + \frac{a t^2}{2} \qquad (37)$$

é uma parábola. A seguir, são apresentadas algumas situações que ilustram graficamente esta equação.

Para um corpo em movimento retilíneo cujo gráfico é o mostrado na Fig.37, pode-se afirmar que:

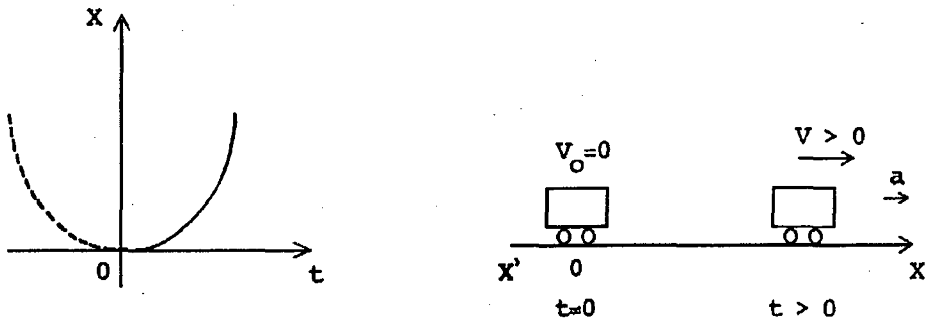


Fig.37

a) no instante $t_0 = 0$ o corpo está na origem do referencial ($x_0 = 0$);

b) à medida que o tempo passa, o corpo se afasta da origem;

c) a velocidade inicial do corpo é nula (a tangente à curva no instante $t_0 = 0$ tem inclinação nula, o que implica $V_0 = 0$);

d) em qualquer instante $t \succ 0$, a velocidade do corpo é positiva;

e) à medida que o tempo passa, a velocidade do corpo aumenta (as tangentes à curva têm inclinações cada vez maiores);

f) a aceleração do corpo é constante (o gráfico x x t é uma parábola) e positiva (V é positivo em qualquer instante $t \succ 0$ e cresce com o tempo, logo, a aceleração tem o mesmo sentido da velocidade);

g) o movimento do corpo é um movimento retilíneo uniformemente acelerado ($\vec{a}$ e $\vec{V}$ têm o mesmo sentido);

h) a eq.(37), para este caso, fica

$$x = \frac{a t^2}{2} \quad ; \quad a \succ 0 \,. \qquad (38)$$

Em relação ao gráfico mostrado na Fig.38, para o movimento retilíneo de um corpo, são válidas as seguintes afirmações:

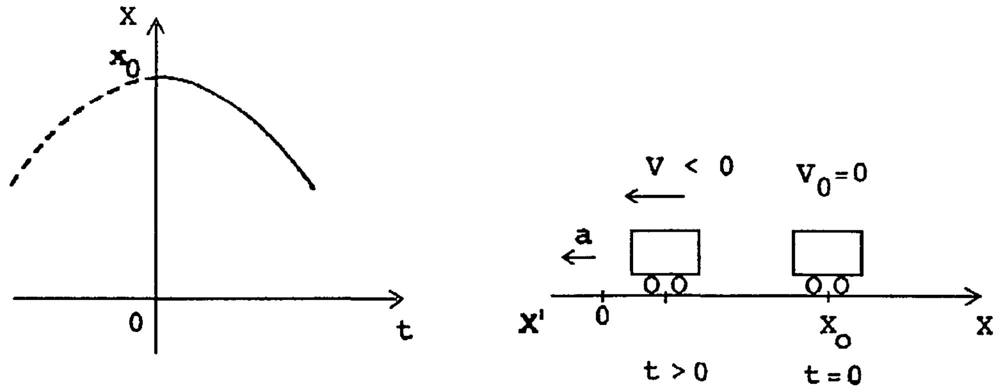


Fig.38

a) no instante $t_0 = 0$, o corpo está a uma distância positiva da origem do referencial ($x_0 \succ 0$);

b) à medida que o tempo passa, o corpo se aproxima da origem;

c) a velocidade inicial do corpo é nula (a tangente à curva no instante $t_0 = 0$ tem inclinação nula, o que implica $V_0 = 0$);

d) em qualquer instante $t \succ 0$, a velocidade do corpo é negativa;

e) à medida que o tempo passa, a velocidade do corpo fica cada vez mais negativa (o corpo se movimenta de x para x' com velocidade crescente em módulo);

f) a aceleração do corpo é constante (o gráfico x x t é uma parábola) e negativa (V é negativo em qualquer instante e cresce, em módulo, com o tempo, logo, a aceleração tem o mesmo sentido da velocidade);

g) o corpo apresenta um movimento retilíneo uniformemente acelerado ($\vec{a}$ e $\vec{V}$ têm o mesmo sentido);

h) a eq.(37), para este caso, resulta

$$x = x_0 + \frac{a t^2}{2} \quad ; \quad a \prec 0 \quad . \qquad (39)$$

2.11 - Aceleração instantânea em um movimento retilíneo qualquer, a partir de um gráfico V x t

Em um movimento retilíneo uniformemente variado, conhecendo-se o valor da aceleração em um dado momento, conhece-se a aceleração do móvel em qualquer outro instante, já que ela é constante. Neste tipo de movimento, a velocidade varia linearmente com o tempo (Fig.33).

Mas e quando um corpo em movimento retilíneo varia a sua aceleração com o tempo, como se determina, quantitativamente, esta aceleração num instante qualquer, a partir de um gráfico V x t ?

Adotando um procedimento análogo ao empregado na seção 2.6 para a obtenção da velocidade instantânea de um corpo em movimento retilíneo a partir de um gráfico x x t, considere o movimento retilíneo de um corpo cujo gráfico V x t é o mostrado na Fig.39. A aceleração média no intervalo $\Delta t = t_2 - t_1$ é igual ao coeficiente angular da reta que passa pelos pontos 1 e 2, isto é

$$a_m = \frac{V_2 - V_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \operatorname{tg} \alpha \quad . \tag{40}$$

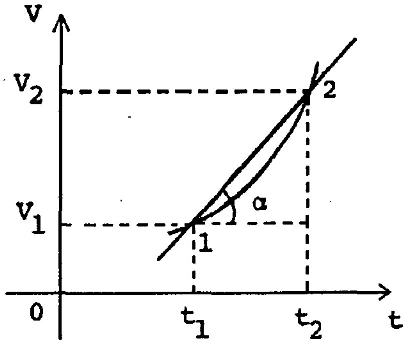


Fig.39

Fazendo-se, progressivamente, t_2 aproximar-se de t_1, os sucessivos quocientes $\Delta V/\Delta t$, que representam diferentes valores para a aceleração média diminuem, conforme se pode constatar pelas inclinações decrescentes das retas correspondentes na Fig.40. Para $\Delta t \to 0$, o quociente $\Delta V/\Delta t$ tende para um valor limite, o qual é definido como a aceleração do corpo no instante t. Assim,

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} a_m \quad , \tag{41}$$

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta V}{\Delta t} \quad . \tag{42}$$

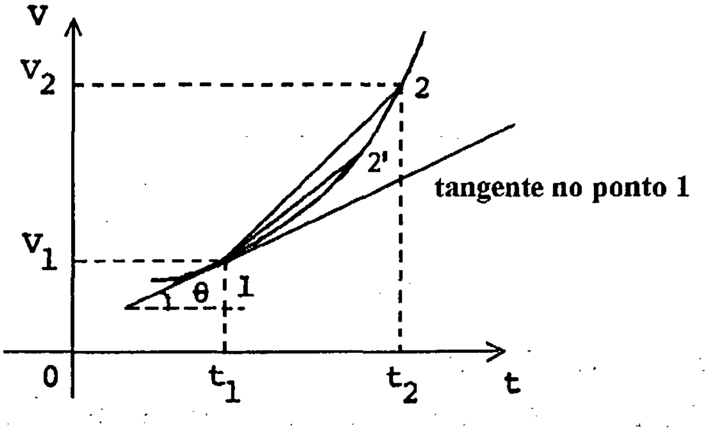


Fig.40

Do cálculo diferencial, segue que

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{dV}{dt} \quad , \qquad (43)$$

onde dV/dt é a derivada de V em relação ao tempo, que no gráfico V x t da Fig.40 representa o coeficiente angular da reta tangente à curva no instante t_1.

Das eq.(42) e (43), resulta

$$a = \frac{dV}{dt} = tg\,\theta \quad , \qquad (44)$$

onde θ é o ângulo de inclinação da tangente à curva no instante t_1.

Como se observa, o gráfico V x t da Fig.39 ilustra um movimento com aceleração crescente, uma vez que as inclinações de retas tangentes à curva crescem, continuamente, de t_1 para t_2.

2.12 - Perguntas e respostas

1. Faça <u>um</u> gráfico x x t do movimento retilíneo de uma partícula com as seguintes características:

- **a aceleração é constante e negativa;**
- **a velocidade da partícula no instante $t = 0$ é negativa;**
- **a partícula não parte da origem do sistema de coordenadas.**

<u>Solução</u>:

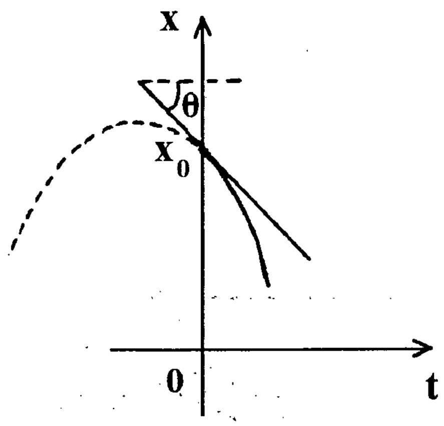


Fig.41

Conforme indica a Fig.41:

- No instante $t_0 = 0$, a partícula tem abscissa positiva $(x_0 \succ 0)$;

♠ a velocidade da partícula no instante $t_0 = 0$ é negativa. Isto é,

$$tg\,\theta \prec 0 \quad \Rightarrow \quad V_0 \prec 0 \quad ;$$

♠ a aceleração do corpo é constante (o gráfico x x t é uma parábola) e negativa (V é negativo em qualquer instante e cresce, em módulo, com o tempo, logo, a aceleração tem o mesmo sentido da velocidade).

2. Demonstre que a velocidade média de um corpo em movimento retilíneo, com aceleração constante, em um intervalo de tempo em que a sua velocidade passa de V_0 a V é

$$V_m = \frac{V + V_0}{2} \quad .$$

Solução:

A distância percorrida por um corpo em movimento retilíneo, com aceleração constante, em um intervalo de tempo $\Delta t = t - 0$, no qual a sua velocidade passou de V_0 a V é, de acordo com a eq.(31) da teoria,

$$d = \frac{(V + V_0)\,t}{2} \quad .$$

Para este movimento, velocidade média, distância percorrida e intervalo de tempo estão relacionados pela equação

$$V_m = \frac{d}{t} \quad ,$$

$$d = V_m\, t \quad .$$

Da igualdade de (1) e (3), resulta

$$V_m = \frac{V + V_0}{2} \quad .$$

2.13 - Questões

1. Explicite em que condições são aplicáveis as seguintes equações, para um movimento retilíneo:

$$V_m = \frac{x - x_0}{t}$$

$$V = V_0 + at$$

$$x = x_0 + V_0 t + \frac{at^2}{2}$$

$$V = \frac{x - x_0}{t}$$

$$V = \frac{dx}{dt}$$

$$a = \frac{dx}{dt}$$

$$a_m = \frac{V - V_0}{t}$$

$$x = x_0 + Vt$$

$$V^2 = V_0^2 + 2a(x - x_0)$$

$$a = \frac{V - V_0}{t}$$

$$x - x_0 = \frac{(V + V_0)t}{2}$$

$$V_m = \frac{V + V_0}{2}$$

2. Dois ciclistas, A e B, movimentam-se em uma estrada retilínea de acordo com o gráfico apresentado na Fig.42

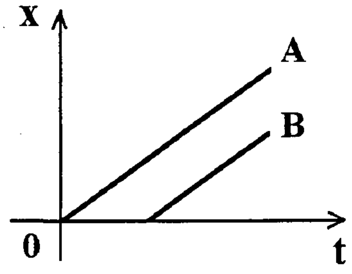


Fig.42

Assinale como certa ou errada cada uma das seguintes afirmativas:

a) O movimento dos ciclistas é acelerado.

( ) certo ( ) errado

b) A aceleração do ciclista A é maior do que a aceleração do ciclista B.

( ) certo ( ) errado

c) Os ciclistas partiram ambos de uma mesma origem e no mesmo instante.

( ) certo ( ) errado

d) Os ciclistas partiram ambos de uma mesma origem em instantes diferentes.

( ) certo ( ) errado

e) O ciclista B desloca-se em movimento retilíneo uniforme.

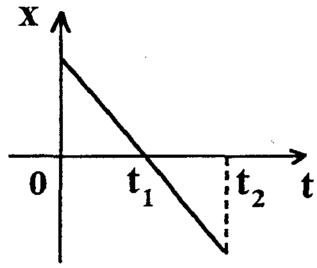
( ) certo ( ) errado

f) Os dois ciclistas movimentam-se de tal maneira que a separação entre eles aumenta com o tempo.

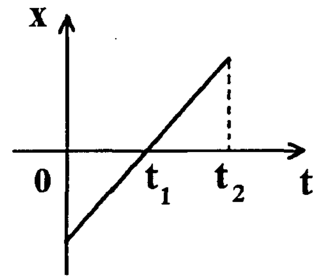
( ) certo ( ) errado

3. Faça um gráfico V x t do movimento retilíneo de um objeto que apresenta aceleração variável mas sempre positiva.

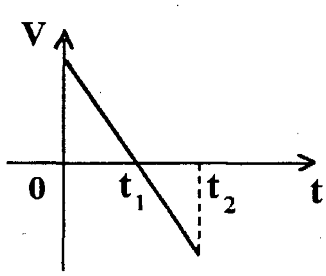
4. Para cada um dos gráficos a seguir, todos representando corpos em movimento retilíneo, indique o tipo de movimento envolvido nos intervalos especificados.



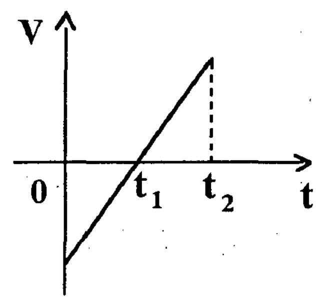
$(0,t_1)$:
(t_1,t_2) :



$(0,t_1)$:
(t_1,t_2) :



$(0,t_1)$:
(t_1,t_2) :



$(0,t_1)$:
(t_1,t_2) :

Fig.43

5. Dois veículos A e B movimentam-se em uma estrada retilínea, em faixas paralelas, de acordo com o gráfico mostrado na figura abaixo. Pode-se, então, afirmar que:

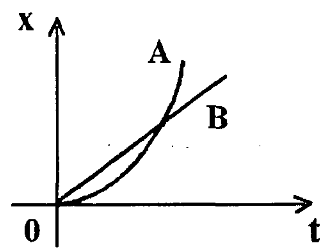


Fig.44

a) No instante t_1 os veículos estão lado a lado.

( ) certo ( ) errado

b) No instante t_1 os veículos possuem a mesma velocidade.

( ) certo ( ) errado

6. Para representar o movimento de uma mosca, sobre uma vidraça, um estudante traçou os seguintes gráficos:

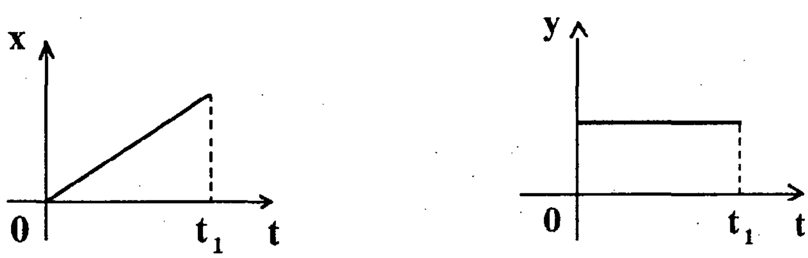


Fig.45

Como se deslocou o inseto no intervalo de tempo $(0,t_1)$, em que foi observado?

7. Faça várias afirmativas sobre cada um dos gráficos V x t especificados a seguir. Os movimentos dos corpos A, B, C, D, E e F são, todos, em uma mesma direção.

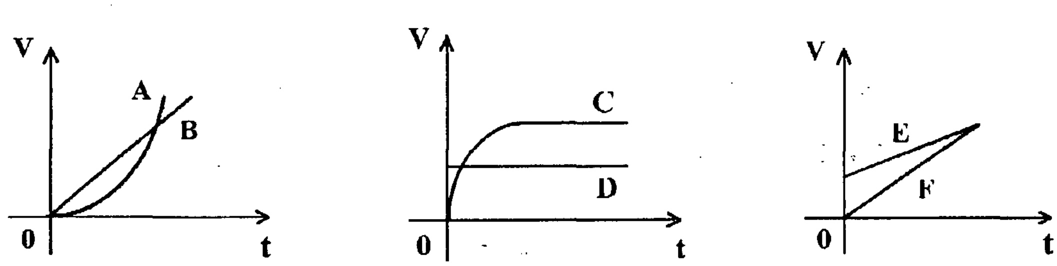


Fig.46

2.14 - Referências Bibliográficas

1. ROSENQUIST, M.L. & McDERMOTT, L.C. A conceptual approach to teaching kinematics. American Journal of Physis, 55 (5): 407-415, 1987.

Capítulo 3

Sobre a resolução de problemas no ensino da Física

3.1 - Introdução

A resolução de problemas é de uma variedade infinitamente grande. Ela se faz presente, rotineiramente, não apenas no trabalho dos cientistas e nas atividades escolares dos estudantes, mas no dia-a-dia das pessoas, em geral.

De uma forma bastante genérica, pode-se dizer que uma dada situação, quantitativa ou não, caracteriza-se como um problema para um indivíduo quando, procurando resolvê-la, ele não é levado à solução (no caso dela ocorrer) de uma forma imediata ou automática. Isto é, quando, necessariamente, o solucionador se envolve em um processo que requer reflexão e tomada de decisões sobre uma determinada seqüência de passos ou etapas a seguir.(1)

Em um exercício, por outro lado, independentemente de sua natureza, o que se observa é o uso de rotinas automatizadas como conseqüência de uma prática continuada. Ou seja, as situações ou tarefas com que o indivíduo se depara já são dele conhecidas, não exigindo nenhum conhecimento ou habilidade nova, podendo, por isso mesmo, ser superadas por meios ou caminhos habituais.(2)

Deste modo, a distinção entre problema e exercício é bastante sutil, não devendo ser especificada em termos absolutos. Ela é função do indivíduo (de seus conhecimentos, da sua experiência etc.) e da tarefa que a ele se apresenta. Assim, enquanto uma determinada situação pode representar um problema genuíno para uma pessoa, para outra ela pode se constituir em um mero exercício.

Na escola, e notadamente no campo da matemática, por exemplo, muitas situações que emergem inicialmente como problema para um indivíduo se transformam, para ele próprio, em 'exercícios de aplicação' da teoria, à medida que adquire e desenvolve novos conhecimentos e habilidades.

É oportuno, aqui, destacar, e não desmerecer ou relevar a um segundo plano, o papel do exercício nas tarefas escolares. É através dele que o estudante desenvolve e consolida habilidades. Este fato, no entanto, nem sempre fica claro ao aluno, que muitas vezes considera enfadonho, cansativo e sem propósito a repetição continuada de uma certa prática.

Neste sentido, cumpre ao professor realçar a importância e a função dos exercícios e dos problemas em sua disciplina. Ao se empenhar nisso ele pode contribuir para que seu aluno veja com outros olhos os exercícios e também se prepare melhor, tanto do ponto de vista cognitivo como emocional, para se envolver em atividades mais elaboradas, como as que caracterizam a resolução de problemas.

Infelizmente, a didática usual da resolução de problemas sofre de sérias insuficiências. Particularmente na área do ensino da física, objeto das considerações deste capítulo, o que se verifica é que o professor, ao exemplificar a resolução de problemas, promove uma resolução linear, explicando a situação em questão 'como algo cuja solução se conhece e que não gera dúvidas nem exige tentativas'[3]. Ou seja, ele trata os problemas ilustrativos como exercícios de aplicação da teoria e não como verdadeiros problemas, que é o que eles representam para o aluno.

O entendimento destes problemas-exemplo ou problemas-tipo, pelo estudante, que supostamente exigem o respaldo do conhecimento teórico do assunto estudado, é visto pelo professor como condição suficiente para que o aluno se lance à resolução dos problemas que lhe são propostos.

Dentro desta concepção, as dificuldades do aluno com a resolução de problemas são geralmente diagnosticadas, pelo professor, como estando relacionada à não compreensão, em níveis desejáveis, dos temas abordados e/ou a insuficientes conhecimentos matemáticos. *"Quando se pergunta ao professor em atuação quais podem ser as causas do fracasso generalizado na resolução de problemas de física, raramente expõe razões que culpem a própria didática empregada."*[3]

Neste capítulo procura-se mostrar que a resolução de problemas de lápis e papel, em física, não deve ser considerada pelo professor, com o consentimento passivo do aluno, como uma atividade na qual este último, por esforço próprio, sem qualquer orientação específica, tenha necessariamente êxito. Ao contrário! O que se vê em sala de aula, tanto em nível de segundo grau quanto no ciclo básico do ensino universitário, é que as dificuldades do estudante 'na transferência' do que aprendeu a novas situações são muito grandes.

Constituindo-se em um segmento do ensino com especificidades próprias e por vezes bastante peculiares, a resolução de problemas, não somente em física mas também em outras áreas do conhecimento, não pode ser alijada ou pouco considerada no contexto geral das ações do professor como mediador do processo ensino-aprendizagem.

3.2 - Fases ou estágios na resolução de problemas

Durante bastante tempo, como ressaltam Echeverría e Pozo[4], *"estudos psicológicos e suas aplicações educativas pareceram compartilhar a idéia de que a resolução de problemas se baseia na aquisição de estratégias gerais, de forma que uma vez adquiridas podem se aplicar, com poucas restrições, a qualquer tipo de problema. Segundo este enfoque, ensinar a resolver problemas é proporcionar aos alunos essas estratégias gerais, para que as apliquem cada vez que se encontrem com uma situação nova ou problemática"*.

J.Dewey[5], em 1910, enfatiza os seguintes aspectos envolvidos na resolução de problemas:

- Um estado de dúvida, perplexidade cognitiva, frustração ou consciência da dificuldade.
- Uma tentativa para identificar o problema, para compreender o que se procura, isto é, o objetivo a ser alcançado.
- Relacionamento da situação-problema à estrutura cognitiva do solucionador (isto é, ao conjunto organizado de idéias que possui sobre o assunto em questão), ativando idéias de fundo relevante e soluções de problemas previamente alcançadas, que geram proposições de solução ou hipóteses.
- Comprovação sucessiva das hipóteses e reformulação do problema, se necessário.
- Incorporação da solução bem sucedida à estrutura cognitiva (compreendendo-a) e sua posterior aplicação ao problema em questão e a outros espécimes do mesmo problema.

G.Wallas, em seu livro "A arte do pensamento"[(6)], de 1926, sugere quatro fases na solução de problemas:

♣ Preparação - reunião de informações e tentativas preliminares de solução.
♣ Incubação - abandono temporário do problema para envolvimento em outras atividades.
♣ Iluminação - a chave para a solução aparece (é onde ocorre o 'flash' de 'insight', o 'aha!').
♣ Verificação - a solução obtida é testada para verificar a sua eficácia.

Também G.Polya, mais recentemente, em 1945, em seu famoso livro "A arte de resolver problemas"[(7)] propõe uma série de passos na solução de problemas, baseado em observações que ele fez como professor de matemática, que não se limitam à didática de seu campo específico de trabalho. *"Primeiro, temos de comprender o problema, perceber claramente o que é necessário. Segundo, temos de ver como os diversos itens estão inter-relacionados, como a incógnita está ligada aos dados, para termos a idéia da resolução, para estabelecermos um plano. Terceiro, executamos o nosso plano. Quarto, fazemos um retrospecto da resolução completa, revendo-a e discutindo-a."*[(8)] Assim, segundo Polya, é preciso:

♠ Compreender o problema: O solucionador reúne informações sobre o problema e pergunta: *O que se quer, o que é desconhecido? O que se tem, quais são os dados e as condições?* Se houver uma figura deve ser traçada, introduzindo-se notação adequada para especificar os dados e a(s) incógnita(s).

♠ Delinear um plano: O solucionador procura valer-se da sua experiência com outros problemas para encaminhar a solução e pergunta: *Conheço um problema correlato que já foi antes resolvido? É possível utilizá-lo? Deve-se introduzir algum elemento auxiliar para tornar possível a sua utilização?* É difícil imaginar um problema absolutamente novo, sem qualquer semelhança ou relação com algum outro que já tenha sido objeto de estudo; se um tal problema pudesse existir, ele seria insolúvel. De fato, ao resolver um problema, via de regra, aproveitamos alguma coisa de um problema anteriormente solucionado, usando o seu resultado, ou o seu método, ou a experiência adquirida ao resolvê-lo.

Se, contudo, não conseguir resolver o problema proposto, procure antes solucionar algum problema correlato. *É possível imaginar um problema correlato mais acessível? Um problema mais genérico? Um problema mais específico? Um problema análogo? É possível resolver uma parte do problema?*

♠ Colocar em execução o plano: O solucionador experimenta o plano de solução, conferindo cada passo.

O caminho que vai desde a compreensão do problema até o estabelecimento de um plano pode ser longo e tortuoso. Executar o plano é muito mais fácil; paciência é o de que mais se precisa. O plano, no entanto, proporciona apenas um roteiro geral. Precisamos ficar convictos de que os detalhes inserem-se nesse roteiro e, para isto, temos de examiná-los, um após outro, pacientemente, até que tudo fique perfeitamente claro e que não reste nenhum recanto obscuro no qual possa ocultar-se um erro.

♠ Olhar restrospectivamente: O solucionador deve examinar a solução obtida. *É possível verificar o resultado, o argumento utilizado? É possível chegar ao resultado por um caminho diferente? É possível utilizar o resultado, ou o método, em algum outro problema?*

Até mesmo bons alunos ao visualizarem a solução de um problema e escreverem a sua demostração passam rapidamente a um outro problema, ou então fecham os livros e dedicam-se a um outro assunto. Assim procedendo, eles perdem uma fase importante e instrutiva do trabalho da resolução. Se fizerem um retrospecto da resolução completa, reconsiderando e reexaminando o resultado final e o caminho que levou até este, eles poderão consolidar o seu conhecimento e aperfeiçoar a sua capacidade de resolver problemas.

As fases de Polya, por exemplo, se fazem presentes nas sugestões de Reif e outros(9), relativamente à resolução de problemas de lápis e papel em física, quando orientam o estudante a adotar os seguintes procedimentos:

♦ Descrição: listar explicitamente os dados e a informação desejada. Fazer um diagrama da situação (o resultado deste passo deve ser uma formulação clara do problema).

♦ Planejamento: selecionar as relações básicas pertinentes para a solução do problema e delinear como serão usadas (o resultado deste passo deve ser um plano específico para encontrar a solução).

♦ Implementação: executar o plano precedente fazendo todos os cálculos necessários (o resultado deste passo deve ser a solução do problema).

♦ Conferência: certificar-se de que cada um dos passos precedentes seja válido e que a solução final faça sentido (o resultado deste passo deve ser uma solução segura do problema).

A identificação de fases ou etapas que permeiam a resolução de qualquer problema, e que, portanto, não dependem explicitamente de conhecimentos e habilidades específicas a uma determinada área do conhecimento, ao mesmo tempo que dá um tom de unidade e homogeneidade a esta forma de conceber e abordar problemas, deixa claramente transparecer as suas deficiências.

Não há como negar que do ponto de vista psicológico variáveis como ansiedade, expectativas, intuição, sucesso, frustrações, etc. se fazem realmente presentes em qualquer tarefa de resolução de problema. O mesmo pode ser dito de parâmetros que sugerem ao solucionador uma certa organização ou melhor posicionamento em relação à situação-problema, como ler o enunciado do problema com atenção e circular informação relevante, dividir o problema em partes ou subproblemas, analisar o resultado encontrado, etc.

Contudo, o que sem dúvida permite o acesso consciente e responsável do indivíduo em tarefas de resolução de problemas é o conhecimento específico que possui na área de abrangência do mesmo e de como este conhecimento se encontra organizado e disponível em sua estrutura cognitiva. Afirmar, no entanto, que o aluno só deve começar a resolver problemas depois de dominar 'inteiramente' a teoria é partilhar do erro de muitos professores que vêem a resolução de problemas como meros 'exercícios' de aplicação dos conteúdos estudados. Como bem ressalta Kuhn[10], também se aprende a teoria resolvendo problemas.

De qualquer modo, é importante enfatizar que a implementação prática das quatro fases de Polya em problemas de matemática, ou das sugestões de Reif à resolução de problemas de física, depende, fundamentalmente, do arcabouço teórico do solucionador, sob pena de resultarem estéreis se o mesmo não for minimamente adequado ou pertinente.

A pesquisa mais recente na área de resolução de problemas tem dado bastante ênfase à relevância do conhecimento específico e da experiência acumulada em tarefas que exigem do indivíduo a busca de uma solução sem um caminho imediato, evidente, para a sua consecução.

Dos processos gerais úteis à solução de qualquer problema, passa-se, particularmente, a ver com interesse a figura do perito ou especialista como exemplo de eficiência para a resolução de problemas num determinado domínio do conhecimento.

Ao se procurar caracterizar, em linhas gerais, como o especialista (pesquisador ou professor) aborda e desenvolve experimentalmente uma situação-problema na área das ciências naturais (física, química e biologia), por exemplo, verifica-se que o procedimento típico deste profissional, em seu laboratório, é, basicamente, o seguinte:

Primeiro, há a identificação do problema a ser tratado, propriamente dito. Segue-se daí, entre outras coisas, a formulação de hipóteses e a construção de um modelo da situação subjacente. A obtenção, processamento e interpretação dos dados dão seqüência natural a esta abordagem inicial. Isto é, os dados provenientes de um criterioso delineamento experimental são organizados e representados graficamente visando a sua quantificação. As limitações do experimento, o potencial dos resultados obtidos, a pertinência da realização de um novo experimento envolvendo eventuais 'correções de rumo' ou mesmo a busca de uma 'confirmação' e ampliação do escopo de validade dos resultados alcançados são então analisados.

Do ponto de vista do ensino de laboratório nas ciências naturais, a adoção deste procedimento leva a que se referendem leis já conhecidas ou que se proceda à sua 'descoberta', conforme o enfoque dado pelo professor à atividade experimental. Ao cientista, por seu turno, cabe uma análise criteriosa sobre a consistência dos resultados obtidos e a pertinência da sua divulgação à comunidade científica.

Mas a ênfase na identificação e desenvolvimento de habilidades e estratégias relacionadas ao ensino de laboratório, um capítulo certamente muito especial dentro da didática da física, em particular, não é o objetivo deste trabalho. É sobre a resolução de problemas de lápis e papel, no ensino da física, que se concentram as discussões conduzidas nas próximas seções.

3.3 - A contribuição do especialista no delineamento de estratégias para a resolução de problemas de lápis e papel em física

Na área do ensino de física, a resolução de problemas pelo professor (e também por certos estudantes que se destacam por seu desempenho acadêmico) deveria apresentar-se, potencialmente, para muitos alunos, como um 'modelo' a ser seguido.

Isto é, a observação atenta do aprendiz à forma como o especialista aborda uma situação nova e utiliza os conhecimentos disponíveis para equacioná-la e proceder à sua solução deveria, em princípio, ser suficiente para que o primeiro, dispondo de conhecimento relevante e 'seguindo o exemplo' do segundo, tivesse igual sucesso no seu envolvimento com outras situações-problema.

As persistentes dificuldades dos estudantes na resolução de problemas de física têm sistematicamente mostrado que isto não é o que ocorre na prática. Por quê?

Basicamente, porque a resolução de problemas não é vista pelo professor de física como uma atividade que mereça, por si mesma, uma discussão mais específica de sua parte. Paradoxalmente, no entanto, este mesmo professor elege a eficiência na resolução de problemas como condição necessária e suficiente para a aprovação de seu aluno (como atestam as extensas listas de problemas que o estudante recebe para solucionar e as avaliações a que se submete, constituídas quase que exclusivamente de problemas).

Deixando o ceticismo de lado e admitindo-se que há o que aprender em relação à resolução de problemas, tanto da parte do professor, pela mudança de sua postura didática em relação a este tema, quanto do aluno, que melhor orientado pode ter um desempenho mais consciente e ser menos averso a este importante componente de sua aprendizagem de física, cabe de imediato a pergunta: o que fazer, então, a este respeito?

Pode-se, por exemplo, procurar investigar mais amiúde como o especialista resolve problemas, e a partir dos dados disponíveis aprofundar algumas discussões neste sentido.

Assim, solicitar a um bom solucionador que 'pense alto' enquanto resolve um problema, ou que o solucione sem qualquer manifestação oral e depois exprima o que fez e por que fez, pode trazer informações úteis sobre o processo de resolução. Em qualquer dos casos, contudo, é preciso estar atento para as limitações dos registros feitos.

'Forçar' um solucionador a pensar alto durante o seu envolvimento com um problema pode levá-lo, consciente ou inconscientemente, a relatar apenas os passos ou movimentos por ele julgados seguros ou pertinentes. A análise retrospectiva, por outro lado, sem escapar a mesma crítica, torna pouco provável que 'considerações precisas de comportamento, incluindo todos os processos cognitivos empregados, possam ser reconstituídos pelo solucionador'.[11]

A observação crítica em sala de aula, que busca contrastar como situações-problema são abordadas por alunos com diferentes graus de sucesso em relação às mesmas, complementada por informações que advêm da comparação entre o desempenho do aluno em testes e verificações de aproveitamento e a forma como resolve os problemas que constam nestas avaliações, também contribui para que se tenha uma melhor compreensão das diferenças existentes entre bons e maus solucionadores e das dificuldades enfrentadas por muitos estudantes em relação à resolução de problemas em física.

As pesquisas desenvolvidas a partir destas e de outras técnicas e metodologias de investigação mostram que existem diferenças significativas em relação a como bons e maus solucionadores, ou especialistas e novatos, resolvem problemas de física[12-16].

O modelo de Kramers-Pals e Pilot [17] (Fig.1), de aplicabilidade em diversas áreas do conhecimento, segundo os seus autores, é bastante ilustrativo e sugestivo para os propósitos da presente discussão. Nele, as dificuldades mais freqüentemente encontradas por estudantes com pouca experiência na resolução de problemas são elencadas em função de quatro etapas bem distintas existentes no processo de resolução de um problema: <u>análise do problema</u>, <u>planejamento do processo de solução</u>, <u>execução de operações de rotina</u> e <u>conferência da resposta e interpretação do resultado</u>.

Além de deixar patente o mau posicionamento do novato frente a uma situação-problema, este modelo também evidencia as limitações, e mesmo ineficácia, da 'aprendizagem por imitação' do novato pelo especialista, ou do estudante pelo professor, em tarefas de resolução de problemas.

Ocorre que durante o processo de solução de um problema pelo especialista muitos dos 'passos' por ele seguidos não se fazem perceptíveis ao observador atento, pois são tomados mentalmente e de uma forma bastante abreviada. Usualmente, a única parte passível de um acompanhamento mais detalhado é a que se refere à execução das operações de rotina (fase 3, na Fig.1), isto é, os cálculos principais do problema. *"Na fase1, a parte escrita limita-se freqüentemente ao 'rabisco' de alguns dados. Na fase 2, o loop 2b-2c não é em geral comentado, porque a maioria dos problemas são meras rotinas para o professor (exercícios). A conferência dos resultados, tão usual ao especialista, também é feita mentalmente. Como, então, podem os estudantes aprender a fazer uma cuidadosa análise do problema, a planejar os passos relativos a solução e a avaliar os resultados se eles não veem o professor fazendo isso?* [17]

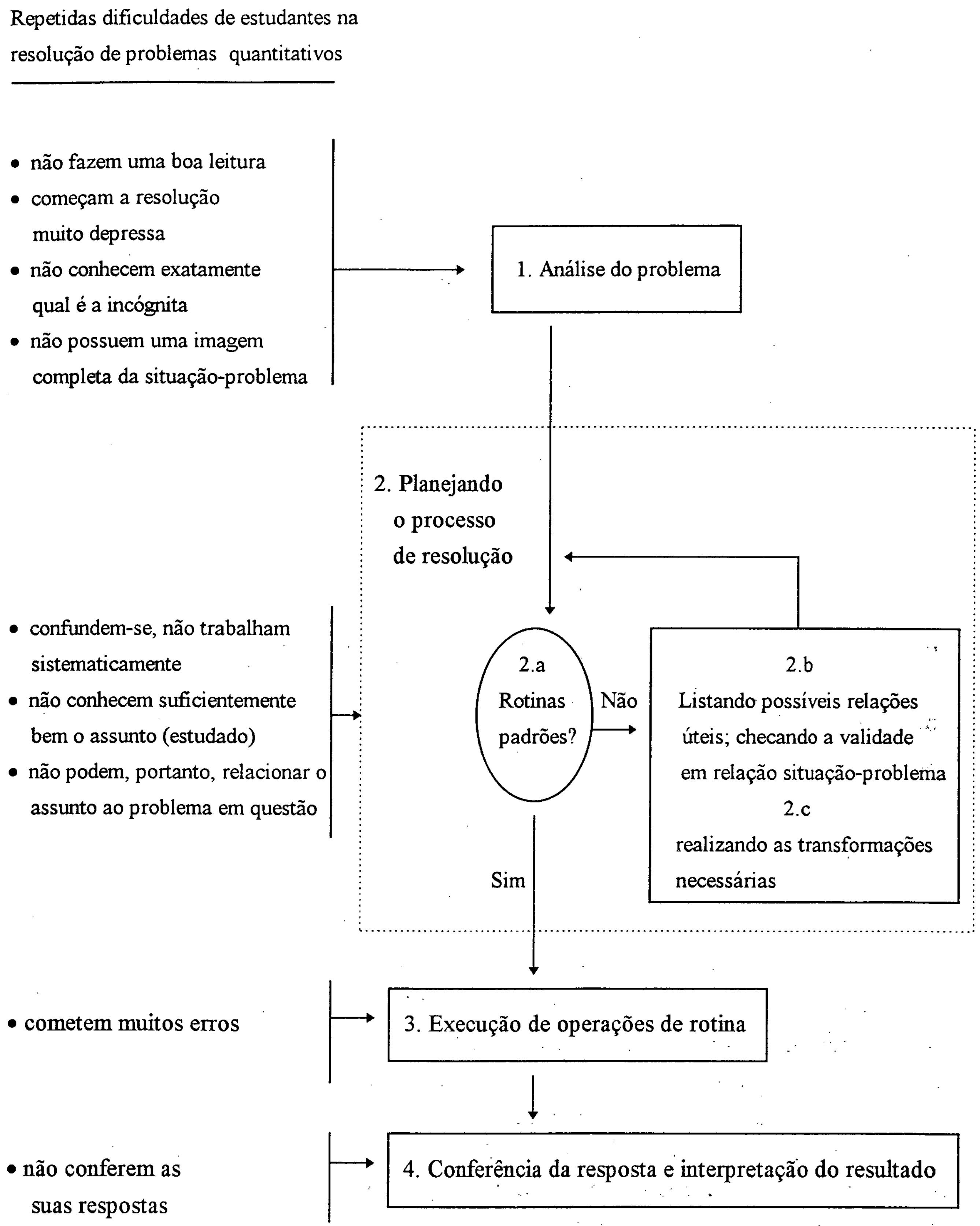


Fig.1 - Um modelo interpretativo para a análise das dificuldades de estudantes em relação a resolução de problemas.

Assim, não há dúvida de que cabe não apenas ao professor (devidamente preparado para tal) mas também a textos didáticos (mais 'atentos' aos resultados das pesquisas educacionais) a tarefa de atuarem como mediadores para capacitar o estudante a ter uma visão mais abrangente e crítica sobre a resolução de problemas em física. Os estudos veiculados na literatura especializada em resolução de problemas fornecem subsídios valiosos para este fim.

Com o objetivo de promover, didaticamente, uma discussão mais pormenorizada sobre a resolução de problemas de lápis e papel no ensino da física geral, apresenta-se, a seguir, a estrutura básica de uma estratégia supostamente adotada por um bom solucionador no processo de resolução de um problema, comentando os seus elementos constituintes na seção 5. Os itens que a compõem são, basicamente, os apresentados por Peduzzi no grupo de trabalho F_2 ('La solución de problemas y la formación de profesores de Física') da V Reunião Latino-americana de Ensino de Física[18]. A sua aceitabilidade geral, entre os participantes, fez com que constassem no item 'Algunas recomendaciones al alumno' das recomendações gerais feitas por este grupo.

Desde já, contudo, cabe ressaltar que uma dada estratégia, independentemente de como esteja estruturada e de como seja utilizada, não pode ser vista como uma receita-padrão para a solução de qualquer problema por qualquer pessoa.

O número de variáveis envolvidas na resolução de problemas é, como se viu, muito grande, já que o ato de solucionar, propriamente dito, não se relaciona apenas com o conhecimento em si. A intuição, a criatividade, a perspicácia, ansiedades, frustrações etc. do solucionador claramente interferem nesta atividade, contribuindo para diferenciar as pessoas umas das outras.

A recusa do cético ao exame dos elementos de uma estratégia, por duvidar de sua eficácia geral, resulta, então, sem sentido, se a estratégia em questão for vista como um elemento desencadeador de dois importantes processos: o de promover, como já foi dito, uma discussão que se faz realmente necessária sobre a resolução de problemas e o de se constituir em uma fonte de possíveis subsídios e inspiração para que o estudante desenvolva estratégias próprias para a resolução de problemas.

3.4 - Uma estratégia para a resolução de problemas em física básica

A implementação da estratégia reúne as seguintes ações (que não estão ordenadas por hierarquia ou ordem de importância) na abordagem de um problema de física básica:

1. Ler o enunciado do problema com atenção, buscando a sua compreensão;
2. Representar a situação-problema por desenhos, gráficos ou diagramas para melhor visualizá-la;
3. Listar os dados (expressando as grandezas envolvidas em notação simbólica);
4. Listar a(s) grandeza(s) incógnita(s) (expressando-a(s) em notação simbólica);
5. Verificar se as unidades das grandezas envolvidas fazem parte de um mesmo sistema de unidades; em caso negativo, estar atento para as transformações necessárias;

6. Analisar qualitativamente a situação problema, elaborando as hipóteses necessárias;

7. Quantificar a situação-problema, escrevendo uma equação de definição, lei ou princípio em que esteja envolvida a grandeza incógnita e que seja adequada ao problema;

8. Situar e orientar o sistema de referência de forma a facilitar a resolução do problema;

9. Desenvolver o problema literalmente, fazendo as substituições numéricas apenas ao seu final ou ao final de cada etapa;

10. Analisar criticamente o resultado encontrado;

11. Registrar, por escrito, as partes ou 'pontos chave' no processo de resolução do problema;

12. Considerar o problema como 'ponto de partida' para o estudo de novas situações-problema.

3.5 - Comentários sobre a estratégia apresentada na seção anterior

Para fins didáticos, examina-se, agora, os componentes da estratégia apresentada na seção anterior sob a ótica do especialista (professor) que, concordando com a sua estrutura geral, tenta sensibilizar o novato (no caso, o estudante iniciante e interessado) à consideração de seus itens.

O primeiro quesito da estratégia enfatiza a importância da leitura cuidadosa do enunciado de um problema. É através dele que o solucionador toma contato com as 'condições de partida' do problema e tem conhecimento das metas a serem atingidas. Por isso, o enunciado deve ser objeto de toda a atenção possível para não serem desconsideradas informações relevantes nele contidas. A sua compreensão é, portanto, fundamental. De fato, *"é uma tolice responder a uma pergunta que não tenha sido compreendida"*[19]. Tolice ainda maior é abordar um problema sem querer, de fato, resolvê-lo.

A leitura do enunciado deve ser acompanhada, naturalmente, das primeiras tentativas de visualização e de delineamento do problema. Deste modo, o item dois da estratégia sugere ao solucionador que esboce um desenho ou diagrama da situação física considerada com o objetivo de evitar abstrações desnecessárias que podem ser prejudiciais ao desenvolvimento do problema. Fazer desenhos, gráficos ou diagramas na fase inicial ou de formulação de um problema é uma praxe que se mostra muito mais freqüente entre bons solucionadores do que entre aqueles que não detêm igual sucesso na resolução de problemas.[12,14]

Na forma convencional, em geral apresentada pelos livros de texto e utilizada pelo professor, um problema de física encontra-se especificado em termos de um conjunto bem estruturado de informações - os dados do problema - juntamente com o que se deseja atingir com as informações disponíveis - os objetivos ou metas do problema. Assim, no que diz respeito à organização do problema, pode ser conveniente listar os dados e as grandezas incógnitas (itens 3 e 4 da estratégia), expressando-os em notação pertinente, para se ter fácil acesso, em qualquer etapa da resolução, acerca do que se dispõe e do que se necessita determinar. Inserir dados, e mesmo incógnitas, nos diagramas apresentados pelo problema ou naqueles elaborados pelo solucionador pode ser de grande utilidade.

A partir dos dados, explicitamente apresentados nos problemas numéricos, isto é, não literais, verifica-se a vantagem de trabalhar neste ou naquele sistema de unidades, caso as grandezas envolvidas não possuam unidades expressas em um mesmo sistema. Algumas vezes pode ser interessante efetuar, de imediato, as transformações necessárias para se ter uma idéia mais clara das intensidades relativas das grandezas envolvidas ou, mesmo, para evitar possíveis esquecimentos quando da substituição das mesmas pelos seus correspondentes valores numéricos nas equações do problema. Muitas vezes, contudo, simplificações de termos ou de unidades podem tornar desnecessária esta tarefa de transformação.

Estes primeiros itens da estratégia, que dependendo da natureza do problema exigem uma maior ou menor aplicação do solucionador para a sua implementação, procuram incentivar o estudante a dar início ao problema, auxiliando-o na sua formulação. Um começo, mesmo incipiente, representa, por si, uma mudança significativa em relação à atitude de leitura e desistência que se apodera de muitos alunos quando se envolvem com a resolução de problemas em física. Este procedimento inicial, enfim, pode e deve direcionar a atenção do solucionador para o que propõe o próximo item da estratégia.

O item seis da estratégia sugere uma analise qualitativa do problema, a fim de delineá-lo o mais claramente possível, antes de passar à sua quantificação, isto é, antes de se lidar com as equações que permitirão resolvê-lo. Considerações sobre a constância desta ou daquela grandeza, as aproximações envolvidas, a aplicabilidade de leis e princípios implicados, etc., exemplificam aspectos de um problema que, levados em conta em uma discussão inicial, contribuem para que se desenvolva uma melhor clareza e compreensão da situação tratada.

Esta discussão qualitativa, em nível mais aprofundado, é a que se busca, propositadamente, em problemas não convencionais, de enunciados abertos ou semi-abertos. Nestes casos, o enunciado não se constitui em uma fonte completa de informações, isto é, não apresenta os 'dados usuais' de que se necessita para resolver o problema, como ocorre nos de enunciados fechados - os tradicionais.

Assim, um enunciado do tipo *"Calcule o tempo em que se dará o encontro entre um automóvel e um carro de polícia que se lança em sua perseguição"* exemplifica um enunciado aberto, em contraste com um enunciado fechado que, envolvendo situação análoga, apresentaria uma descrição completa da mesma, especificando, para o cálculo do tempo de encontro dos veículos, a separação inicial entre eles, suas respectivas velocidades e os tipos de movimentos. *"Os problemas sem dados no enunciado obrigam os alunos a fazer hipóteses, a imaginar quais devem* *ser os parâmetros pertinentes e de que forma intervêm. São as hipóteses que focalizam e orientam a solução.*[3] Já a estrutura rígida de um enunciado fechado dá pouca, ou nenhuma, margem para a emissão de hipóteses por parte do solucionador.

Com problemas de enunciados abertos, Gil Perez[20], seu grande incentivador, propõe uma mudança radical na didática habitual da resolução de problemas em física. Além de propiciarem uma resolução de problemas necessariamente mais participativa e consciente, pelo estudante, estes problemas mostram-se potencialmente úteis para familiarizar melhor o aluno com alguns aspectos da metodologia científica, que aparece distorcida nos problemas tradicionais, segundo este pesquisador espanhol.

Ocorre que a estrutura usual dos problemas de lápis e papel, em física, calcada na busca de uma conexão entre dados e incógnitas, induz o estudante a considerar o conhecimento como resultado de um processo indutivo de inferência a partir de dados conhecidos, isto é, a uma visão empirista da ciência.

De acordo com Gil Perez, uma autêntica resolução de problema deve, necessariamente, possibilitar ao solucionador a emissão de hipóteses e a elaboração de estratégias de solução, a partir do repertório teórico de que dispõe, bem como uma cuidadosa apreciação da resposta obtida, em termos de sua viabilidade física à situação desenvolvida.[20] Neste sentido, ao mesmo tempo que ressalta a importância dos problemas de enunciados abertos para alcançar estes objetivos, ele se posiciona contra o uso de 'problemas-tipo', que provocam fixação e tornam mais difícil o engajamento do aluno dentro de uma concepção de problema que privilegia o caráter de investigação que esta atividade deve ter.

É importante ressaltar que a metodologia proposta por Gil Perez para a abordagem de problemas sustenta-se, teoricamente, no desenvolvimento de um ensino em conformidade com certos aspectos consensuais da moderna filosofia da ciência (Kuhn, Popper, Lakatos, Toulmin, Hanson etc.). Isto é, em um ensino que deve destacar o papel central da hipótese e do conjunto de pressupostos teóricos do cientista na proposição, delineamento, articulação e seleção de teorias. A 'transformação' de um problema fechado em um problema de enunciado aberto não demanda maiores dificuldades[21,22], o que sem dúvida facilita a sua utilização pelo professor em classe.

A análise qualitativa (e a elaboração de hipóteses) presente em maior ou menor intensidade em um problema, dependendo de seu 'tipo', conduz de forma natural à busca por equações que se ajustem às condições do problema e que relacionem as grandezas nele envolvidas (item sete da estratégia).

Os itens seis e sete da estratégia deixam claro que é necessária uma adequada fundamentação teórica para que seja viável uma resolução de problema bem sucedida. Uma boa compreensão das equações de definição, leis e princípios é essencial para uma aplicação correta dos mesmos. *"A posse de um conhecimento relevante na estrutura cognitiva, especialmente se claro, estável e discriminável, facilita a solução de problemas. De fato, sem tal conhecimento nenhuma* *solução de problemas é possível, apesar do grau de habilidade do aprendiz na aprendizagem pela descoberta; sem este conhecimento ele não poderia nem começar a compreender a natureza do problema com que se defronta."*[23]

Vê-se, assim, o quanto é imprópria a atitude, bastante comum, de estudantes que se lançam à resolução de problemas sem antes terem desenvolvido ao menos uma compreensão básica do quadro conceitual em que eles se inserem. Isto, certamente, em nada favorece o intercâmbio entre teoria e problemas, nos termos de Kuhn. O que acontece, então, nesses casos, via de regra, é que o estudante fica perdido e ou desiste do problema ou incorre em erro, utilizando, indiscriminadamente, equações que nada têm a ver com a situação considerada.

O item oito da estratégia salienta a importância do sistema de referência na resolução de problemas. O caráter vetorial de inúmeras grandezas físicas, bem como especificações de energia potencial, de posição etc., exigem do solucionador uma particular atenção para definir convenientemente o referencial que vai orientar as suas ações, já que uma escolha apropriada do mesmo pode simplificar bastante o equacionamento de um problema.

A instrução nove da estratégia incentiva o desenvolvimento literal de um problema, já que este procedimento, amplamente utilizado por bons solucionadores de problemas, se constitui em um fator diferenciador entre especialistas e novatos.[14] As vantagens em se obter uma expressão algébrica para a grandeza incógnita e, somente após, nela inserir valores numéricos são, entre outras, as seguintes[24]:

a) a expressão obtida pode ser checada dimensionalmente;

b) o cancelamento de termos na derivação da expressão é exato;

c) o significado físico do resultado é frequentemente mais claro;

d) problemas similares, com diferentes valores para as variáveis, podem ser resolvidos sem que se tenha que recorrer a uma nova derivação;

e) quando a resposta não está correta, pode-se verificar se o erro está na física, na álgebra ou na aritmética;

f) em verificações de aprendizagem, a obtenção correta de uma expressão poderá merecer a maior parte dos pontos da questão, em que pese erro de aritmética no resultado encontrado.

Ao se desenvolver um problema literalmente e encontrar uma expressão geral para a quantidade procurada em função de parâmetros especificados pelo enunciado (problemas fechados) ou indicados pelo próprio solucionador (problemas abertos) se obtém, especificamente, a relação de dependência da incógnita sobre outras quantidades (independente desta ou daquela grandeza, proporcional a esta ou aquela quantidade, etc.). Isto possibilita contrastar a análise qualitativa previamente realizada pelo solucionador com o resultado do problema, além de viabilizar o exame de casos limites (atribuir a uma grandeza valores muito grandes ou muito pequenos e verificar o seu efeitos sobre a grandeza incógnita). *"A consideração de casos limites não é apenas* *útil para detectar resultados incorretos, mas também para modificar delineamentos qualitativos, fixar limites de validade das expressões obtidas, etc.*"[25]

A analise crítica do resultado de um problema (item dez da estratégia) é, sem dúvida, uma importante e imprescindível tarefa a ser executada pelo solucionador. Além do que já foi dito a este respeito, deve-se ainda mencionar que o exame da viabilidade física de uma resposta pode sugerir a existência de incorreções na 'fase de execução' do plano estabelecido: é comum, por exemplo, erro no desenvolvimento literal de um problema, ou quando da substituição das grandezas por seus valores numéricos. Por outro lado, em situações onde a aritmética proporciona mais de um resultado (como ocorre em certos problemas envolvendo o movimento de projéteis e também em situações que demandam o cálculo do tempo de encontro de dois corpos), a interpretação e seleção da resposta pertinente faz-se presente como uma ação indispensavelmente obrigatória.

Registrar os 'pontos-chave' no processo de solução (item onze da estratégia), como aspectos relativos à análise qualitativa, possíveis hipóteses, adequação de equações, leis e princípios e a análise do resultado, além de tornar o problema mais compreensível para quem o lê (professor ou colega), pode ser útil ao próprio solucionador em uma leitura ou estudo posterior do mesmo. 'Uma resolução fundamentada e claramente explicada, previamente ou à medida que se avança', como adverte Gil Perez[3], exige verbalização, o que a coloca longe 'dos tratamentos puramente operativos, sem nenhuma explicação, que se encontram muito comumente nos livros de texto' e em situações de sala de aula.

Há sempre alguma coisa a se fazer em relação a um problema, mesmo depois de resolvido. Assim, considerar as perspectivas abertas pelo problema para o estudo de novas situações-problema é o que propõe o item doze da estratégia. O estudo de uma (ou mais) variante do problema recém resolvido pode e deve levar o solucionador a uma compreensão mais abrangente do quadro teórico em que ele se situa. <u>Quando</u> dar realmente por finalizado um problema é, portanto, uma interessante questão que se coloca ao solucionador[26].

Todo este conjunto integrado de ações contribui, enfim, para que o estudante proceda à resolução significativa de um problema, incorporando a solução à sua estrutura cognitiva. Com isso, afasta-se o 'fantasma' da solução mecânica, que tão incansavelmente acompanha a resolução de problemas de muitos estudantes. Esta última ocorre quando se obtém a solução de uma dada situação sem entendê-la bem[27,28]. Uma fonte geradora deste mecanismo é o que o pesquisador norte-americano Clement[29] denomina 'conhecimento' centrado em fórmula. Isto sucede quando o solucionador utiliza corretamente uma equação, princípio, etc. chegando ao resultado, mas a idéia que tem da situação física envolvida é pouca ou nenhuma. Neste caso, ele pode utilizar um tipo de representação com sucesso (por exemplo uma fórmula) mas ter muita dificuldade com uma outra forma de representação da mesma situação (um gráfico, por exemplo). Pode, também, ter bastante dificuldade em explicar o que, e por que, fez.

Às vezes, por mais que se tente, e dispondo de conhecimento específico para tal, não se consegue resolver um problema. Nestes casos, pode ser interessante utilizar o processo de 'incubação', mencionado por Wallas (seção 3.2). Deixar o problema temporariamente de lado, envolvendo-se em outros afazeres, parece contribuir no sentido de dissipar idéias confusas sobre o mesmo. Ao retornar novamente ao problema, depois de passado um certo tempo, o solucionador, por vezes, consegue obter a solução correta do mesmo. Um exemplo bastante comum deste fato provém de relatos de estudantes que afirmam ter resolvido em casa um problema que durante a prova não haviam conseguido solucionar.

Uma versão mais dramática do processo de incubação seguido por iluminação, nos termos de Wallas, sucede quando vem à mente do indivíduo, de repente, a resposta, a chave para a resolução, num contexto em que, curiosa e caprichosamente, o solucionador não está diretamente envolvido com o problema em si. Isto foi exatamente o que se passou com o notável matemático francês J.Henri Poincaré (1854-1912), quando deixou Caen, onde residia, para ministrar um curso de geologia. Conforme ele mesmo relata, *"As peripécias da viagem fizeram-me esquecer meu trabalho matemático. Em Countances, dirigimo-nos ao ônibus que nos levaria a um certo passeio. No momento em que pus o pé no estribo veio-me a idéia, sem que nada em meus pensamentos anteriores tivesse pavimentado o caminho para isto, de que as transformações que usei para definir as funções fuchsianas eram idênticas às da geometria não-euclidiana. Não verifiquei de imediato a idéia; não teria tempo, eis que, assentando-me no ônibus, prossegui numa conversa que já tinha começado - mas eu sentia uma certeza absoluta. Quando de meu retorno a Caen, verifiquei o resultado...*[30].

Um outro exemplo, bastante interessante, vem do historiador e tradutor galileano Stillman Drake. Profundo conhecedor da obra e da vida de Galileu, surge a este conceituado pesquisador, 'repentinamente', uma nova e 'perturbadora' hipótese que tem a força de redirecionar todo o planejamento de um trabalho já em andamento. Assim, no capítulo introdutório de seu livro "Galileu" ele relata: *"Só quando escrevia este livro, e depois de ter redigido parte dele de maneira bastante diferente, é que me ocorreu, muito repentinamente, tentar a hipótese de que Galileu tinha falado não convencional mas sinceramente no seu zelo pela Igreja*+*, e que, na verdade, o zelo católico o motivara a correr certos riscos pelos quais, finalmente, não foi recompensado mas castigado. Tendo lido anteriormente, e muitas vezes, os documentos relevantes, tinha-os, por assim dizer, simultaneamente presentes com palavras de Galileu em várias ocasiões relacionadas com elas. O efeito que esta nova hipótese me provocou foi como um choque elétrico, como encontrar por acaso um documento esquecido, que resolve velhas confusões."*[31]

+ O tratamento formal, em comunicação oral ou escrita mantido com autoridades exigia, ao tempo de Galileu (e ainda hoje), o uso de palavras de estima e apreço que não tinham, necessariamente, compromisso com a sinceridade.

Naturalmente, é condição necessária para a ocorrência de situações análogas às acima descritas o empenho do indivíduo em reinteradas tentativas de resolução de seu 'problema'. Não é de forma alguma eficaz deixar temporariamente de lado um problema *"sem termos a impressão de que já conseguimos alguma coisa, de que pelo menos um pequeno ponto foi estabelecido, de que algum aspecto da questão ficou de certo modo elucidado, quando paramos de trabalhar nele. Somente voltam melhor delineados aqueles problemas cuja resolução desejamos ardentemente ou para o qual tenhamos trabalhado com grande intensidade. O esforço consciente e a tensão parecem necessários para deflagrar o trabalho subconsciente. De qualquer modo, tudo se passaria com grande facilidade se assim não fosse: poderíamos resolver difíceis problemas simplesmente indo dormir ou esperando o aparecimento de uma idéia brilhante.*[32]

3.6 - Observações e comentários finais

A análise crítica de estratégias (como a aqui apresentada e/ou de outras existentes na literatura especializada[24,33-35]), inserida num contexto de discussão geral sobre a importância e os objetivos da resolução de problemas de lápis e papel no ensino da física, pode ser de grande utilidade para que o estudante, mais consciente e com uma melhor compreensão do assunto, desenvolva metodologias mais eficientes para a abordagem dos problemas que lhe são propostos.

Problemas de enunciados abertos, pelo impacto inicial que causam e interesse que logo despertam no estudante, devidamente explorados pelo professor em sala de aula e nas usuais listas de problemas, mostram-se, da mesma forma, indubitavelmente úteis no delineamento de um conjunto articulado de ações que visa mudar o perfil do tradicional 'aluno resolvedor de problemas', origem de tantos insucessos.

Quanto aos problemas fechados, no qual se incluem os problemas-exemplo ou problemas-tipo, de amplo uso na didática usual da resolução de problemas, não é preciso e nem se deve rechaçá-los, ou buscar, necessariamente, tranformá-los em problemas abertos equivalentes. Eles também têm a sua função no aprendizado do estudante. *"Não há nada de errado, naturalmente, com a solução de problemas, identificando-os genuinamente como exemplos de uma classe mais extensa à qual certos princípios e operações podem ser aplicados - desde que se compreenda os princípios em questão, porque eles se aplicam a este caso em particular, e a relação entre os princípios e as operações manipulativas usadas na aplicação. Com demasiada freqüência, porém, isto não é o caso. Na maioria das salas de aula de matemática ou de ciências, a solução de problemas-tipo envolve pouco mais do que a memorização de rotina e aplicação* [mecânica] *de fórmulas."*[36] Cabe, portanto, ao professor, estar atento a esta importante observação ao fazer uso destes problemas em classe.

Neste contexto de 'transformação', a postura coerente do professor que valoriza em suas avaliações o registro dos pontos-chave no processo de resolução de um problema (análise qualitativa, hipóteses feitas, justificativa de leis e princípios utilizados, análise do resultado e comentários gerais) aparece como um incentivo (com as duas interpretações que lhe cabem) de fundamental importância para que o aluno reveja a sua prática usual de abordar problemas.

Também não se pode deixar de constatar que a rotina da resolução de problemas, seja em grande grupo (professor + classe, geralmente com ênfase em problemas-tipo) ou em grupos menores (aluno-aluno, aluno-professor-aluno), que se formam espontaneamente ou com o auxílio do professor, em sala de aula e também em situações extra-classe, caracteriza esta atividade como um empreendimento eminentemente coletivo. Estruturado convenientemente, certamente estimula a colaboração entre diferentes indivíduos.

Visto estritamente sob esta ótica, contudo, parece procedente a crítica de que as dificuldades individuais dos estudantes em relação à resolução de problemas são absolutamente normais, pois em avaliações de aprendizagem, notadamente, exige-se do aluno uma competência para o qual não foi apropriadamente preparado e/ou estimulado - resolver problemas sozinho: *"Se observarmos o comportamento de alunos numa sala de aula, envolvidos na resolução de um problema, vamos notar que a interação social e os comportamentos cooperativos predominam. Os alunos trocam idéias e informações entre si; o professor freqüentemente intervém dirigindo-se a alguns grupos ou à toda sala fazendo sugestões, chamando a atenção para determinados detalhes ou cuidados a serem tomados, até que, aqui e ali, aos poucos, a solução aparece. Logo ela é compartilhada e a maioria dos alunos consegue resolver o problema.... No entanto, nas avaliações, é isso que se exige do aluno: fazer o que não aprendeu, mostrar uma competência que ainda não adquiriu. Ele, então, fracassa, é claro."*(37)

Por isso, é também muito importante alertar o estudante para que invista parte do seu tempo de estudos à reflexão individual, visando o aprofundamento teórico do quadro conceitual e a resolução de problemas por esforço próprio. Neste caso, todo o contexto de discussão ocorrido nos grupos de trabalho certamente contribuirá para o seu posicionamento mais crítico e envolvimento mais produtivo com novas situações-problema.

A resolução de problemas em pequenos grupos também pode e deve ser explorada pelo professor em suas avaliações da aprendizagem, até como forma de espelhar melhor a realidade dos trabalhos desenvolvidos em sala de aula. Não há porque ser contra esta idéia. Os problemas abertos de Gil Perez são bastante propícios para este fim.

O tema resolução de problemas de lápis e papel no ensino da física é abrangente, complexo, sutil,...desafiador, também, pelas possibilidades de investigação e de opções que abre ao professor e das perspectivas de mudança que traz ao aluno.

3.7 - Questões

1. Caracterize e exemplique o que se entende por um problema e por um exercício, deixando claro a relatividade destes conceitos para pessoas com diferentes estruturas cognitivas.

2. Construa o enunciado de um 'problema aberto'. Imagine que você o apresente para uma pessoa que está acostumada a resolver, apenas, 'problemas fechados'. A reação da mesma, certamente, será de surpresa frente ao problema proposto. Explique, a ela, o que caracteriza um problema aberto, especificando o papel do solucionador neste tipo de questionamento.

3. Como se pode evitar o 'conhecimento centrado em fórmula', que conduz o solucionador à resolução mecânica de problemas?

4. Que possíveis vantagens apresenta a resolução literal de problemas em relação àquela na qual o solucionador faz uso imediato dos dados numéricos disponíveis?

5. Comente, criticamente, a estratégia para a resolução de problemas em física básica apresentada na seção 3.4.

6. Para Poincaré, a inspiração súbita, que confere ao estudioso um 'sentimento de certeza absoluta, sem nenhuma prova cabal', é 'sinal patente de um extenso trabalho inconsciente anterior'. Conforme ele mesmo ressalta, *"Poderia dizer-se que o trabalho consciente tornou-se mais proveitoso devido à interrupção e que o repouso devolveu ao espírito sua força e capacidade de trabalho. Porém, é mais provável que este repouso tenha sido empregado em um labor inconsciente e que seu resultado se haja revelado logo ao geômetra, exatamente como nos exemplos que tenho citado"*(38). Neste contexto, naturalmente, Poincaré destaca o período de trabalho consciente que se segue a 'iluminação', no qual o cientista deve *"por em prática os resultados da inspiração, deduzir as conseqüências imediatas, ordená-las, redigir as demontações e, sobretudo, comprovar estes resultados*(38)*"*.

Como você vê estas idéias de Poincaré? Elas, de alguma forma, podem contribuir para um melhor engajamento do aluno em um processo de resolução significativa de problema?

7. Analise as vantagens e as desvantagens, os prós e os contras, de resolver uma prova de física juntamente com mais um ou dois colegas, em sala de aula. Qual o seu posicionamento quanto a esta questão? Caso seja favorável, sugira critérios que poderiam ser utilizados pelo professor para a constituição dos grupos.

3.8 - Referências Bibliográficas

1. ECHEVERRÍA, M.P.P. & POZO, J.I. Aprender a resolver problemas y resolver problemas para aprender. In: POZO, J.I. (Coord.) La solución de problemas. Madrid, Santillana, 1994. p.17.

2. ECHEVERRÍA, M.P.P. & POZO, J.I. Referência 1, p.18.

3. GIL-PEREZ, D., MARTINEZ-TORREGROSA, J., RAMIREZ, L., DUMAS-CARRÉ, A., GOFARD, M. & CARVALHO, A.M.P. Questionando a didática de resolução de problemas: elaboração de um modelo alternativo. Caderno Catarinense de Ensino de Física, 9 (1): 7-19, 1992.

4. ECHEVERRÍA, M.P.P. & POZO, J.I. Referência 1, p.20.

5. DEWEY, J. How we think. Boston: Heath, 1910. Citado por AUSUBEL, D.P., NOVAK, J.D. & HANESIAN, H. Psicologia Educacional (Tradução de Educational Psychology, 1968). Rio de Janeiro, Interamericana, 1980. p.478.

6. WALLAS, G. The art of thought. Nova York, Harcourt, 1926. Citado por MAYER, R.E. Cognição e aprendizagem humana (Tradução de Thinking and problem solving, 1977). São Paulo, Cultrix. p.86.

7. POLYA, G. A arte de resolver problemas (Tradução de How to solve it, 1945). Rio de Janeiro, Interciência, 1995.

8. POLYA, G. Referência 7, pp.3-4.

9. REIF, F., LARKIN, J.H. & BRACKETT, G.C. Teaching general learning and problem-solving skills. American Journal of Physics., 44(3): 212-217, 1976.

10. KUHN, T.S. A estrutura das revoluções científicas. São Paulo, Editora Perspectiva, 1987. pp.232-233.

11. LESTER, F.K. A procedure for studying the cognitive processes used during problem-solving. Journal of Experimental Education, 48(4): 323-327, 1980.

12. LARKIN, J.H. & REIF, F. Understanding and teaching problem-solving in physics. European Journal of Science Education, 1(2): 191-203, 1979.

13. LARKIN, J.H. & McDERMOTT, J. Expert and novice performance in solving physics problems. Science, 208(4450): 1335-1342, 1980.

14. ROSA, P.R.S., MOREIRA, M.A. & BUCHWEITZ, B. Alunos bons solucionadores de problemas de Física: caracterização a partir de um questionário para análise de entrevistas. Revista Brasileira de Ensino de Física, 14(2): 94-100, 1992.

15. ZAJCHOWSKI, R. & MARTIN, J. Differences in the problem solving of stronger and weaker novices in physics: knowledge, strategies, or knowledge structure? Journal of Research in Science Teaching, 30(5): 459-470, 1993.

16. POZO, J.I. (Coord.) La solución de problemas. Madrid, Santillana, 1994.

17. KRAMERS-PALS, H. & PILOT, A. Solving quantitative problems: guidelines for teaching derived from research. International Journal of Science Education, 10(5): 511-521, 1988.

18. RECOMENDAÇÕES DOS GRUPOS DE TRABALHO DA V RELAEF. Caderno Catarinense de Ensino de Física, 9(3): 258-276, 1992.

19. POLYA, G. Referência 7, p.4.

20. GIL-PEREZ, D. & MARTINEZ-TORREGROSA, J. La resolución de problemas de Física una didáctica alternativa. Madrid/Barcelona, Ediciones Vicens-Vives, 1987. p.10.

21. GIL-PEREZ, D. & MARTINEZ-TORREGROSA, J. Referência 20, Capítulo 3.

22. GARRET, R.M., SATTERLY, D., GIL-PEREZ, D. & MARTINEZ-TORREGROSA, J. Turning exercises into problems: an experimental study with teachers in training. International Journal of Science Education, 12(1): 1-12, 1990.

23. AUSUBEL, D.P., NOVAK, J.D. & HANESIAN, H. Psicologia Educacional (Tradução de Educational Psychology, 1968). Rio de Janeiro, Interamericana,1980. pp.476-477.

24. BURGE, E.J. How to tackle numerical problems in physics. Physics.Education, 6(4): 233-237, 1971.

25. GIL-PEREZ, D. & MARTINEZ-TORREGROSA, J. Referência 20, p.54.

26. BLAKESLEE, D. & WALKIEWICZ, T. A. When is a problem finished? The Physics Teacher, 29(7): 464-466, 1991.

27. PEDUZZI, L.O.Q. O movimento de projéteis e a solução mecânica de problemas. Caderno Catarinense de Ensino de Física, 1(1): 8-13, 1984.

28. PEDUZZI, L.O.Q. Solução de problemas e conceitos intuitivos. Caderno Catarinense de Ensino de Física, 4(1): 17-24, 1987.

29. CLEMENT, J. Solving problems with formulas: some limitations. Engineering Education, 72(-): 158-162, 1981.

30. MAYER, R.E. Cognição e aprendizagem humana (Tradução de Thinking and problem solving, 1977). São Paulo, Cultrix. p.87 (Adaptado).

31. DRAKE, S. Galileu. Lisboa, Publicações Dom Quixote, 1981. p.21.

32. POLYA, G. Referência 7, p.156.

33. WRIGHT, D.S. & CLAYTON, D.W. A wise strategy for introductory physics. The Physics Teacher, 24(4): 211-216, 1986.

34. PADGETT, W.T. The long list and the art of solving physics problems. The Physics Teacher, 29(4): 238-239, 1991.

35. MESTRE, J.P., DUFRESNE, R.J., GERACE, W.J. & HARDIMAN, P.T. Promoting skilled problem-solving behavior among beginning physics students. Journal of Research in Science Teaching, 30(3): 303-317, 1993.

36. AUSUBEL, D.P., NOVAK, J.D. & HANESIAN, H. Referência 23, p.474.

37. GASPAR, A. A teoria de Vygotsky e o ensino de fisica. Trabalho apresentado no IV Encontrode Pesquisa em Ensino de Física. Florianópolis, maio, 1994.

38. TATON, R. Causalidade e acidentalidade das descobertas científicas. São Paulo, Hemus. Citação, p.16.

Capítulo 4

Exemplos ilustrativos da cinemática linear

4.1 - Introdução

Este capítulo dá seqüência aos conteúdos abordados nos capítulos 2 e 3 - exposição dos conceitos básicos da cinemática e discussão de diversos aspectos relativos à resolução de problemas no ensino de física - exemplificando a resolução de problemas na área da cinemática com o duplo objetivo de promover o 'intercâmbio' entre teoria e problemas, nos termos do filósofo e historiador da ciência Thomas S. Kuhn (seção 3.2), e de ilustrar pontos da estratégia apresentada na seção 3.4 e comentada na seção 3.5.

4.2 - Exemplos ilustrativos da cinemática linear

<u>Exemplo 1</u>: Uma lancha percorre os quatro quilômetros que a separam de uma ilha em 4,8 minutos e os sete quilômetros seguintes em 7,2 minutos. Qual a sua velocidade média no percurso acima considerado?

<u>Solução</u>:

Dados e incógnita:

$d_1 = 4{,}0$ km

$t_1 = 4{,}8$ min

$d_2 = 7{,}0$ km

$t_2 = 7{,}2$ min

$V_m = ?$

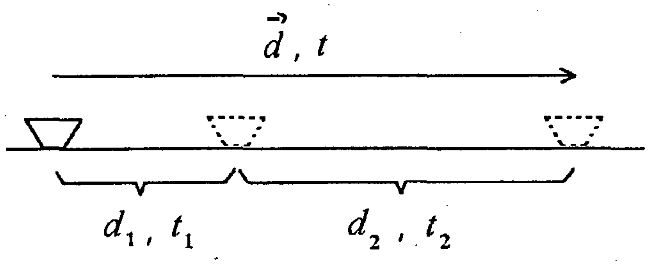


Fig.1

A velocidade média da lancha, no trecho em questão, é

$$\vec{V}_m = \frac{\vec{d}}{t} \quad . \tag{1}$$

Como o movimento se processa sempre no mesmo sentido, o módulo do deslocamento da embarcação no intervalo de tempo $\Delta t = t = t_1 + t_2$ coincide com a distância por ela percorrida. Deste modo, a eq.(1) pode ser escrita, escalarmente, como

$$V_m = \frac{d_1 + d_2}{t_1 + t_2} \quad . \tag{2}$$

Inserindo os valores numéricos correspondentes, obtém-se

$$V_m = \frac{4,0 + 7,0}{4,8 + 7,2} = \frac{11}{12} \frac{\text{km}}{\text{min}} .$$

Passando esta velocidade de km/min para km/h, resulta

$$V_m = 55,0 \frac{\text{km}}{\text{h}} .$$

Ainda em relação a este problema, é bastante pertinente a seguinte discussão:
A velocidade média da lancha nos primeiros 4,0 km é

$$V_{m_1} = \frac{d_1}{t_1} , \qquad (3)$$

$$V_{m_1} = \frac{4,0}{4,8} \frac{\text{km}}{\text{min}} = 50,0 \frac{\text{km}}{\text{h}} .$$

Já no trecho de 7,0 km, a velocidade média da embarcação é

$$V_{m_2} = \frac{d_2}{t_2} , \qquad (4)$$

$$V_{m_2} = \frac{7,0}{7,2} \frac{\text{km}}{\text{min}} = 58,3 \frac{\text{km}}{\text{h}} .$$

Assim, a velocidade média da lancha no percurso de 11 km não é igual à média das velocidades médias nos segmentos de 4,0 km e 7,0 km do seu trajeto. Isto é,

$$V_m \neq \frac{V_{m_1} + V_{m_2}}{2} , \qquad (5)$$

já que

$$55,0 \frac{\text{km}}{\text{h}} \neq 54,15 \frac{\text{km}}{\text{h}} .$$

A fim de analisar melhor o espectro de validade da relação (5), considere, novamente, a eq.(2) deste problema,

$$V_m = \frac{d_1 + d_2}{t_1 + t_2} . \qquad (6)$$

Isolando d_1 e d_2 nas eq.(3) e (4), obtém-se

$$d_1 = V_{m_1} t_1 \tag{7}$$

e

$$d_2 = V_{m_2} t_2 \quad . \tag{8}$$

De (7) e (8) em (6), resulta

$$V_m = \frac{V_{m_1} t_1 + V_{m_2} t_2}{t_1 + t_2} \quad . \tag{9}$$

De fato, para $t_1 \neq t_2$ (a situação deste exemplo), tem-se

$$V_m = \frac{V_{m_1} t_1 + V_{m_2} t_2}{t_1 + t_2} \neq \frac{V_{m_1} + V_{m_2}}{2} \quad . \tag{10}$$

Há, contudo, dois casos particulares em que a velocidade média no percurso total de um movimento retilíneo é igual à média das velocidades médias em cada trecho. Isto ocorre quando:

a) <u>os intevalos de tempo nos dois trechos são iguais;</u>

Para $t_1 = t_2$, segue, da eq.(10), que

$$V_m = \frac{\left(V_{m_1} + V_{m_2}\right) t_2}{2\, t_2} = \frac{V_{m_1} + V_{m_2}}{2} \quad . \tag{11}$$

b) <u>as velocidades médias nos dois trechos são iguais</u> (caso trivial).

Da eq.(10), para $V_{m_1} = V_{m_2}$, resulta

$$V_m = \frac{V_{m_1} \left(t_1 + t_2\right)}{t_1 + t_2} = V_{m_1} = \frac{2\, V_{m_1}}{2} = \frac{V_{m_1} + V_{m_2}}{2} \quad . \tag{12}$$

<u>Exemplo 2</u>: Um remador percorre a primeira metade da distância que o separa da linha de chegada com uma velocidade média V_{m_1} . Sabendo que a sua velocidade média na metade final do trecho é V_{m_2} , demonstre que a sua velocidade média no percurso total é

$$V_m = \frac{2\, V_{m_1} V_{m_2}}{V_{m_1} + V_{m_2}} \quad .$$

Solução:

Dados e incógnita:

V_{m_1}

V_{m_2}

$d_1 = d_2 = d$

$V_m = ?$

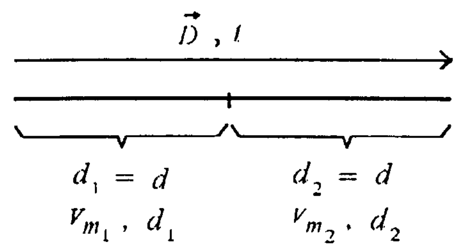


Fig.2

A velocidade média do remador é

$$\vec{V}_m = \frac{\vec{D}}{t} \quad . \tag{1}$$

Como o indivíduo se movimenta sempre no mesmo sentido, o módulo do seu deslocamento coincide com a distância por ele percorrida. De (1) segue, então, que

$$V_m = \frac{d_1 + d_2}{t_1 + t_2} = \frac{2\,d}{t_1 + t_2} \quad , \tag{2}$$

onde t_1 e t_2 são, respectivamente, os intervalos de tempo gastos pelo remador na primeira e segunda metades do percurso de comprimento $2d$.

As velocidades médias do remador nos trechos em questão são

$$V_{m_1} = \frac{d}{t_1} \tag{3}$$

e

$$V_{m_2} = \frac{d}{t_2} \quad . \tag{4}$$

Isolando os tempos nas eq.(3) e (4), obtém-se

$$t_1 = \frac{d}{V_{m_1}} \tag{5}$$

e

$$t_2 = \frac{d}{V_{m_2}} \quad . \tag{6}$$

De (5) e (6) em (2), estabelece-se a relação entre V_{m_1} , V_{m_2} e V_m :

$$V_m = \frac{2\,d}{\dfrac{d}{V_{m_1}} + \dfrac{d}{V_{m_2}}} \;,$$

$$V_m = \frac{2\,d}{d\,(\dfrac{1}{V_{m_1}} + \dfrac{1}{V_{m_2}})} = \frac{2}{\dfrac{V_{m_2} + V_{m_1}}{V_{m_1}\,V_{m_2}}} \;,$$

$$V_m = \frac{2\,V_{m_1}\,V_{m_2}}{V_{m_1} + V_{m_2}} \;. \qquad (7)$$

A eq.(7), portanto, relaciona a velocidade média de um corpo em movimento retilíneo com as velocidades médias que o corpo possui em dois segmentos de iguais comprimentos da sua trajetória. Este é o escopo de validade da eq.(7).

<u>Exemplo 3</u>: O gráfico abaixo indica as diferentes posições ocupadas por um corpo em função do tempo. Determine a velocidade média do móvel no intervalo de tempo compreendido entre o primeiro e terceiro segundos.

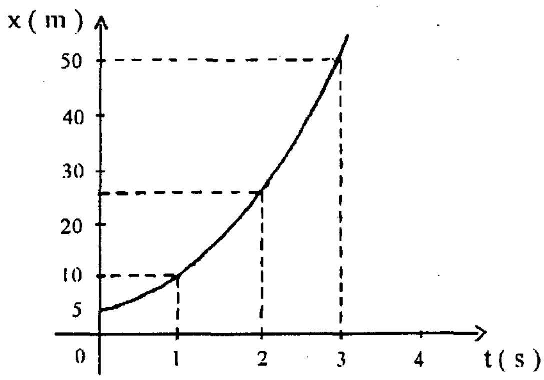


Fig.3

<u>Solução</u>:

Dados e incógnita:

$t_1 = 1{,}0$ s

$x_1 = 10{,}0$ m

$t_3 = 3{,}0$ s

$x_3 = 50{,}0$ m

$V_m = ?$

A velocidade média do móvel no intervalo $\Delta t = t_3 - t_1$ é

$$\vec{V}_m = \frac{\vec{d}}{t} = \frac{\vec{d}}{t_3 - t_1} \quad . \qquad (1)$$

Sendo $\vec{i}$ um vetor unitário na direção x, o deslocamento sofrido pelo móvel no intervalo de tempo em questão é

$$\vec{d} = (x_3 - x_1)\,\vec{i} \quad . \qquad (2)$$

De (2) em (1),

$$\vec{V}_m = \left(\frac{x_3 - x_1}{t_3 - t_1} \right) \vec{i} \quad . \qquad (3)$$

Escalarmente,

$$V_m = \frac{x_3 - x_1}{t_3 - t_1} \quad . \qquad (4)$$

Inserindo os correpondentes valores numéricos em (4), resulta

$$V_m = \frac{50{,}0 - 10{,}0}{3{,}0 - 1{,}0} \quad ,$$

$$V_m = 20{,}0\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad .$$

Em forma vetorial,

$$\vec{V}_m = 20{,}0\,\vec{i} \ \ (\text{m/s}) \quad .$$

Exemplo 4: A velocidade (em m/s) de um corpo em movimento retilíneo varia em função do tempo (em s) de acordo com a equação $V(t) = 9{,}0 - 1{,}0\,t$. Calcule:

a) o instante em que a velocidade do móvel é nula;

b) a distância percorrida pelo corpo em 8,0 s .

Solução:

a) Comparando a relação

$$V(t) = 9{,}0 - 1{,}0\,t \qquad (1)$$

com a equação

$$V(t) = V_0 + a t \quad , \qquad (2)$$

verifica-se que (1) representa o movimento de um móvel com aceleração constante e negativa de $1{,}0\ \mathrm{m/s^2}$ e que tem uma velocidade de $9{,}0\ \mathrm{m/s}$ no instante $t_0 = 0$. A velocidade do corpo diminui com o transcorrer do tempo, até se anular. Calcula-se o instante em que isto ocorre fazendo $V = 0$ em (1). Assim,

$$0 = 9{,}0 - 1{,}0\, t \quad ,$$

resultando

$$t = 9{,}0\ \mathrm{s} \quad .$$

b) Dados e incógnita:

$V_0 = 9{,}0\ \mathrm{m/s}$

$a = -\,1{,}0\ \mathrm{m/s^2}$

$d = ?$

$t = 8{,}0\ \mathrm{s}$

Em movimento retilíneo uniformemente retardado, a distância percorrida pelo móvel, em $8{,}0$ s, é

$$d = V_0 t + \frac{a t^2}{2} \quad , \qquad (3)$$

$$d = (9{,}0)\,(8{,}0) + \frac{(-1{,}0)\,(8{,}0)^2}{2} \quad ,$$

$$d = 40{,}0\ \mathrm{m} \quad .$$

É importante ressaltar que a eq.(3) especifica a distância percorrida por um corpo em movimento com aceleração constante, em função do tempo, quando não há inversão de sentido no movimento do corpo. O problema a seguir esclarece melhor este ponto.

<u>*Exemplo 5*</u>: No instante $t_0 = 0$, uma partícula em movimento ao longo da direção x tem uma velocidade de $20{,}0\ \mathrm{m/s}$ e está a uma distância positiva de $10{,}0$ m da origem de um dado sistema de referência. Sabendo que a partícula se afasta da origem com uma aceleração constante de $-10{,}0\ \mathrm{m/s^2}$, determine:

a) as sua posições nos instantes $t_1 = 1{,}0$ s , $t_2 = 2{,}0$ s , $t_3 = 3{,}0$ s e $t_4 = 4{,}0$ s ;

b) o instante em que a sua velocidade se anula;

c) as distâncias percorridas pela partícula nos intervalos $\Delta t = t_2 - t_0$ e $\Delta t = t_4 - t_0$.

Solução:

Dados e incógnitas:

$V_0 = 20{,}0 \text{ m}/s$

$x_0 = 10{,}0 \text{ m}$

$a = -10{,}0 \text{ m}/\text{s}^2$

$t_1 = 1{,}0 \text{ s} \Rightarrow x_1 = ?$

$t_2 = 2{,}0 \text{ s} \Rightarrow x_2 = ?$

$t_3 = 3{,}0 \text{ s} \Rightarrow x_3 = ?$

$t_4 = 4{,}0 \text{ s} \Rightarrow x_4 = ?$

$t = ?$

$V = 0$

$\Delta t = t_2 - t_0$

$d_{(2,0)} = ?$

$\Delta t = t_4 - t_0$

$d_{(4,0)} = ?$

A posição em função do tempo de um corpo em movimento retilíneo com aceleração constante é dada pela relação

$$x = x_0 + V_0 t + \frac{a t^2}{2} .$$

No caso da situação ilustrada por este problema, tem-se

$$x = 10 + 20\,t - 5\,t^2 .$$

Assim, obtém-se:

$$x_1 = 10 + 20\,(1) - 5\,(1)^2 = 25{,}0 \text{ m} \quad ;$$

$$x_2 = 10 + 20\,(2) - 5\,(2)^2 = 30{,}0 \text{ m} \quad ;$$

$$x_3 = 10 + 20\,(3) - 5\,(3)^2 = 25{,}0 \text{ m} \quad ;$$

$$x_4 = 10 + 20\,(4) - 5\,(4)^2 = 10{,}0 \text{ m} \quad .$$

Como se observa, depois de se afastar da posição que ocupa em relação ao referencial no instante $t_0 = 0$, o móvel se dirige novamente a ela, ocupando-a no instante $t_4 = 4{,}0$ s. Houve, portanto, uma inversão no sentido de movimento do objeto. Para calcular quando ocorreu isto, faz-se $V = 0$ na equação que relaciona a velocidade com o tempo em um movimento com aceleração constante,

$$V(t) = V_0 + a\,t \quad .$$

Assim, resulta

$$0 = 20{,}0 + (-10)\,t \quad ,$$

$$t = 2{,}0 \text{ s} \quad .$$

As distâncias percorridas pelo móvel nos intervalos $\Delta t = t_2 - t_0$ e $\Delta t = t_4 - t_0$, são, portanto, iguais a

$$d_{(0,2)} = x_2 - x_0 = 20{,}0 \text{ m}$$

e

$$d_{(0,4)} = d_{(0,2)} + d_{(2,4)} = d_{(0,2)} + (x_2 - x_4) \quad ,$$

$$d_{(0,4)} = 20{,}0 + 20{,}0 = 40{,}0\text{m} \quad .$$

Exemplo 6: Um pequeno bloco preso à extremidade livre de uma mola horizontal, cuja outra extremidade está fixa, oscila entre dois pontos A e B, conforme indica a figura. O móvel gasta um tempo t_{AB} para se deslocar de A a B e um tempo t_{BC} para ir de B a C. Sabendo que as distâncias AB e BC são, respectivamente, iguais a d_{AB} e d_{BC}, obtenha a velocidade média do corpo no trajeto ABC.

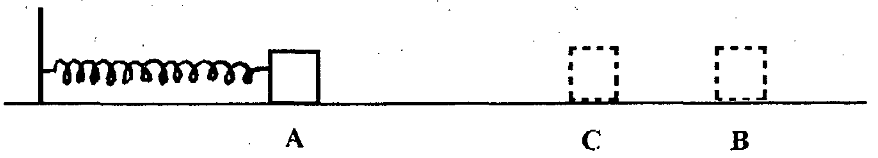


Fig.4

Solução:

Dados e incógnita:

t_{AB}

t_{BC}

d_{AB}

d_{BC}

$V_m = ?$

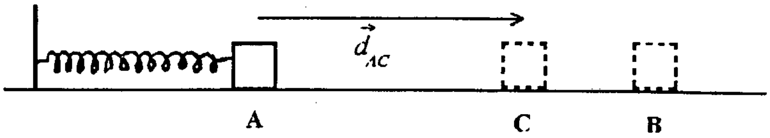


Fig.5

Designando por $\vec{d}_{AC}$ o deslocamento do bloco no intervalo $\Delta t = t_{AB} + t_{BC}$, a sua velocidade média, neste intervalo, é expressa por

$$\vec{V}_m = \frac{\vec{d}_{AC}}{t_{AB} + t_{BC}} \quad . \qquad (1)$$

Como há uma inversão no sentido do movimento do corpo quando ele atinge o ponto B, o módulo do deslocamento $(d_{AB} - d_{BC})$ e a distância percorrida $(d_{AB} + d_{BC})$, no trajeto ABC, <u>não</u> são iguais.

Sendo $\vec{i}$ um vetor unitário de mesma direção e sentido que $\vec{d}_{AC}$, segue que

$$\vec{d}_{AC} = (d_{AB} - d_{BC})\,\vec{i} \quad . \qquad (2)$$

De (2) em (1), resulta

$$\vec{V}_m = \frac{(d_{AB} - d_{BC})\,\vec{i}}{t_{AB} + t_{BC}} \quad . \qquad (3)$$

Escalarmente,

$$V_m = \frac{d_{AB} - d_{BC}}{t_{AB} + t_{BC}} \quad . \qquad (4)$$

Este é mais um problema de resolução literal, em que se deve ter atenção para expressar a resposta em função dos parâmetros que constam como ‘dados’ no enunciado. O deslocamento $\vec{d}_{AC}$ é uma grandeza auxiliar, introduzida no problema para facilitar a sua resolução.

<u>Exemplo 7</u>: Um corpo movimenta-se durante os três primeiros segundos com velocidade constante, porém desconhecida. Nos três segundos seguintes, ele diminui a sua velocidade até parar, como indica a figura. Sabendo que a distância percorrida pelo móvel nestes 6,0 s é de 27,0 m, calcule o comprimento do trajeto executado em movimento retilíneo uniforme.

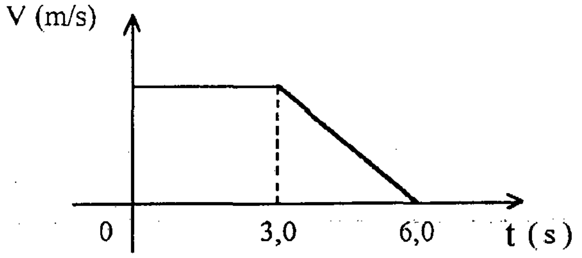


Fig.6

Solução:

Dados e incógnita:

$\Delta t = 3{,}0$ s

V_0(constante) $\Rightarrow d_1$

$\Delta t = 3{,}0$ s

V_0(decrescente) $\Rightarrow d_2$

$V = 0$

$d_1 + d_2 = 27{,}0$ m

$d_1 = ?$

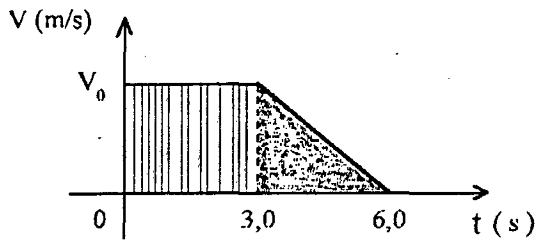


Fig.7

A área sob a curva em um gráfico V x t relativo a um dado Δt representa a distância percorrida pelo móvel durante este intervalo de tempo. Deste modo, na figura acima, as áreas do retângulo e do triângulo correspondem, repectivamente, às distâncias percorridas pelo corpo em MRU e com velocidade decrescente. Portanto, tem-se que

$$d_1 = 3{,}0\ V_0 \qquad (1)$$

e

$$d_2 = \frac{3{,}0}{2}\ V_0 \quad . \qquad (2)$$

A soma destas distâncias, representa a distância total percorrida pelo móvel em 6,0 s ,

$$d_1 + d_2 = 27{,}0 \text{ m} \quad . \qquad (3)$$

De (1) e (2) em (3),

$$3{,}0\ V_0 + \frac{3{,}0}{2}\ V_0 = 27{,}0 \quad ,$$

$$\frac{9{,}0}{2}\ V_0 = 27{,}0 \quad ,$$

$$V_0 = 6{,}0 \ \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad .$$

Com a determinação de V_0 , resulta, através da eq.(1), que a distância percorrida pelo corpo em movimento retilíneo uniforme é

$$d_1 = 18{,}0 \text{ m} \quad .$$

Como complemento à resolução deste problema, suponha que o solucionador desconhecesse a relação entre a distância percorrida pelo móvel e as áreas do retângulo e do triângulo. Neste caso, um outro caminho o levaria às equações (1) e (2). Assim:

a) No trecho em que o corpo se movimenta com velocidade constante e desconhecida, V_0 , esta velocidade e a distância, d_1, por ele percorrida no intervalo $\Delta t = t_1 - 0 = t_1 = 3{,}0$ s estão relacionadas pela equação

$$V_0 = \frac{d_1}{t_1} = \frac{d_1}{3} \quad ,$$

ou

$$d_1 = 3{,}0 \ V_0 \quad ; \qquad (4)$$

b) para o segmento da trajetória em que o corpo parte com uma velocidade inicial V_0 , deslocando-se com aceleração constante e negativa, a, até parar ($V = 0$), após um intervalo de tempo $\Delta t = t_2 = 6{,}0 - 3{,}0 = 3{,}0$ s , vale a relação

$$a = \frac{V - V_0}{t_2} \quad ,$$

da qual resulta

$$a = \frac{0 - V_0}{6 - 3} \quad ,$$

$$a = \frac{-V_0}{3} \quad . \qquad (5)$$

Por outro lado, a equação que expressa a distância percorrida pelo corpo, d_2 , em função de V_0 , a e t_2 é

$$d_2 = V_0 \, t_2 + \frac{a \, t_2^2}{2} \quad . \qquad (6)$$

De (5) em (6), e com a substituição de t_2 pelo seu valor, obtém-se

$$d_2 = 3\,V_0 + \frac{1}{2}\,(\frac{-V_0}{3})(3)^2 \quad ,$$

$$d_2 = \frac{3}{2}\,V_0 \quad . \qquad (7)$$

De (4) e (7) em (3), chega-se a resposta do problema.

Exemplo 8: Calcule o tempo em que se dará o encontro entre um automóvel suspeito e um carro de polícia que se lança em sua perseguição.

Solução:

Este é um problema de enunciado aberto, nos termos descritos na seção 3.5. Cabe, portanto, ao solucionador decidir sobre a separação inicial entre os dois veículos, como eles se localizam em relação a um dado sistema de referência, que velocidades possuem no instante $t_0 = 0$ e de que forma se movimentam.

As situações examinadas a seguir exploram movimentos retilíneos com velocidade constante e/ou aceleração constante, estudados no capítulo 2. Para ampliar o contexto das discussões (abrindo ao aluno a perspectiva de complementar a abordagem realizada), todas as hipóteses desenvolvidas possuem resolução literal, valendo a seguinte nomenclatura para as grandezas envolvidas:

$x_{0_P}\ (x_{0_S})$: posição do carro de polícia (suspeito) no instante $t_0 = 0$;

$x_P\ (x_S)$: abscissa do carro de polícia (suspeito) em um instante t ;

$V_{0_P}(V_{0_S})$: velocidade do carro de polícia (suspeito) no instante $t_0 = 0$;

$V_P(V_S)$: velocidade do carro de polícia (suspeito) em um instante t ;

$a_P\ (a_S)$: aceleração do carro de polícia (suspeito);

t_e : tempo de 'encontro' entre os dois veículos;

$x_{0_S} - x_{0_P} = d$: distância entre os dois carros no instante $t_0 = 0$.

Hipótese 1: O carro de polícia e o automóvel suspeito movimentam-se ambos com velocidades constantes, na mesma direção e no mesmo sentido.

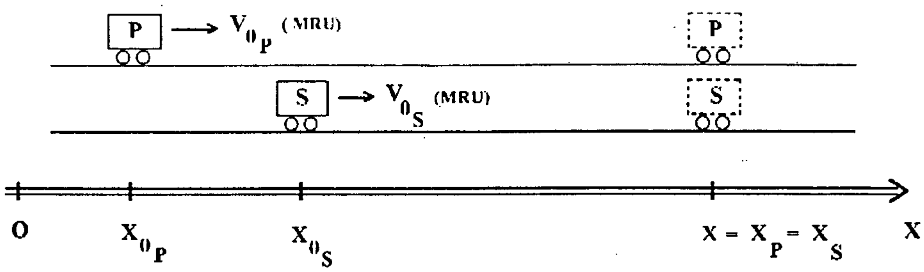


Fig.8

As equações $x = x(t)$ para P e S são, respectivamente,

$$x_P = x_{0_P} + V_{0_P} t \tag{1}$$

e

$$x_S = x_{0_S} + V_{0_S} t \quad . \tag{2}$$

No suposto ponto de encontro,

$$x_P = x_S \quad . \tag{3}$$

De (1) e (2) em (3),

$$x_{0_P} + V_{0_P} t_e = x_{0_S} + V_{0_S} t_e \quad .$$

Isolando t_e,

$$(V_{0_P} - V_{0_S})\, t_e = x_{0_S} - x_{0_P} \quad ,$$

$$t_e = \frac{d}{V_{0_P} - V_{0_S}} \quad . \tag{4}$$

Como indica a eq.(4), haverá, de fato, a abordagem do carro policial sobre o automóvel suspeito se, obviamente, $V_{0_P} \succ V_{0_S}$, isto é, para $t_e \succ 0$. A Fig.9 ilustra essa situação. A maior inclinação do segmento correspondente ao carro de polícia está relacionada à sua maior velocidade em relação ao do veículo suspeito.

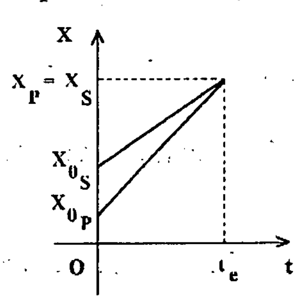


Fig.9

Hipótese 2: O carro de polícia e o veículo suspeito movimentam-se na mesma direção e no mesmo sentido, o primeiro com aceleração constante e o segundo com velocidade constante.

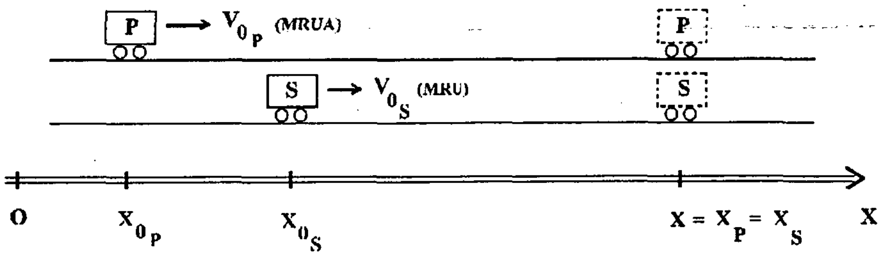


Fig.10

As equações $x = x(t)$ para P e S são, respectivamente,

$$x_P = x_{0_P} + V_{0_P} t + \frac{a_P t^2}{2} \tag{5}$$

e

$$x_S = x_{0_S} + V_{0_S} t \quad . \tag{6}$$

No ponto de encontro,

$$x_P = x_S \quad . \tag{7}$$

De (5) e (6) em (7),

$$x_{0_P} + V_{0_P} t_e + \frac{a_P t_e^2}{2} = x_{0_S} + V_{0_S} t_e \quad ,$$

$$\frac{a_P t_e^2}{2} + (V_{0_P} - V_{0_S})\, t_e - (x_{0_S} - x_{0_P}) = 0 \quad ,$$

$$\frac{a_P t_e^2}{2} + (V_{0_P} - V_{0_S})\, t_e - d = 0 \quad . \tag{8}$$

Resolvendo esta equação do 2^0 grau para t_e, obtém-se

$$t_e = \frac{-(V_{0_P} - V_{0_S}) \pm \sqrt{(V_{0_P} - V_{0_S})^2 - 4(a_P/2)(-d)}}{2\,(a_P/2)} \quad ,$$

$$t_e = \frac{-(V_{0_P} - V_{0_S}) \pm \sqrt{(V_{0_P} - V_{0_S})^2 + 2\, a_P\, d}}{a_P} \quad . \tag{9}$$

Matematicamente, as duas soluções para a eq.(8) são, portanto,

$$t_1 = \frac{-(V_{0_P} - V_{0_S}) + \sqrt{(V_{0_P} - V_{0_S})^2 + 2\, a_P\, d}}{a_P} \qquad (10)$$

e

$$t_2 = \frac{-(V_{0_P} - V_{0_S}) - \sqrt{(V_{0_P} - V_{0_S})^2 + 2\, a_P\, d}}{a_P} \; . \qquad (11)$$

O tempo de encontro entre os carros é a raiz positiva de t_e, isto é, t_1 (como se observa, $\sqrt{(V_{0_P} - V_{0_S})^2 + 2\, a_P\, d} \succ (V_{0_P} - V_{0_S}) \Rightarrow t_1 \succ 0$).

A raiz negativa de t_e, t_2 , reflete, fisicamente, a impossibilidade de um novo encontro entre os dois veículos, na suposição de que eles viessem a manter os seus respectivos movimentos depois de haverem ficado lado a lado. O gráfico da Fig.11 mostra isto.

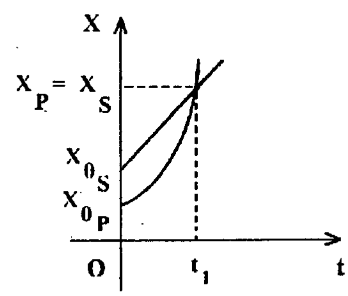


Fig.11

Para encontrar a velocidade do carro de polícia no instante da sua passagem pelo automóvel suspeito, substitui-se a expressão de t_1 (ou o seu valor numérico aí encontrado) na equação

$$V_P = V_{0_P} + a_P\, t_1 \; . \qquad (12)$$

<u>Hipótese 3</u>: Os dois veículos movimentam-se na mesma direção e no mesmo sentido, o carro de polícia em MRUA e o suspeito em MRUR.

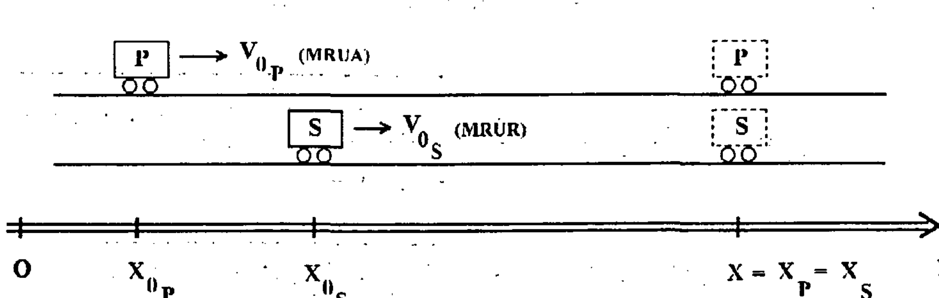


Fig.12

As equações $x = x(t)$, para esta situação, são

$$x_P = x_{0_P} + V_{0_P} t + \frac{a_P t^2}{2} \tag{13}$$

e

$$x_S = x_{0_S} + V_{0_S} t - \frac{a_S t^2}{2} \quad , \quad a_S \succ 0 \quad . \tag{14}$$

No momento do encontro,

$$x_P = x_S \quad . \tag{15}$$

De (13) e (14) em (15),

$$x_{0_P} + V_{0_P} t_e + \frac{a_P t_e^2}{2} = x_{0_S} + V_{0_S} t_e - \frac{a_S t_e^2}{2} \quad ,$$

$$(a_P + a_S) \frac{t_e^2}{2} + (V_{0_P} - V_{0_S}) t_e - (x_{0_S} - x_{0_P}) = 0 \quad ,$$

$$(a_P + a_S) \frac{t_e^2}{2} + (V_{0_P} - V_{0_S}) t_e - d = 0 \quad . \tag{16}$$

Resolvendo para t_e,

$$t_e = \frac{-(V_{0_P} - V_{0_S}) \pm \sqrt{(V_{0_P} - V_{0_S})^2 + 2\,(a_P + a_S)\,d}}{a_P + a_S} \quad . \tag{17}$$

O tempo de encontro entre os veículos é a raiz positiva de t ,

$$t_1 = \frac{-(V_{0P} - V_{0S}) + \sqrt{(V_{0P} - V_{0S})^2 + 2\,(a_P + a_S)\,d}}{a_P + a_S} \quad , \tag{18}$$

por argumentação idêntica à exposta na análise da relação (9) da hipótese anterior.

As velocidades dos carros, quando estão lado a lado, são obtidas a partir das equações

$$V_P = V_{0P} + a_p t_1 \tag{19}$$

e

$$V_S = V_{0_S} - a_S t_1 \quad . \tag{20}$$

Conforme se observa, comparando as eq.(10) e (18), esta última se reduz à primeira para $a_S = 0$ (veículo suspeito em MRU).

A Fig. 13 mostra um possível gráfico x x t para a hipótese 3.

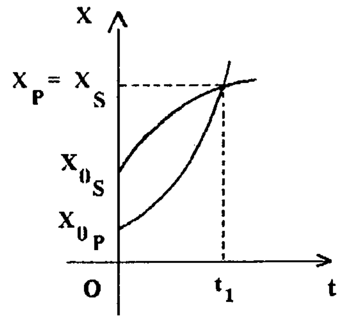


Fig. 13

Hipótese 4: Os carros movimentam-se em sentidos opostos, ambos em MRU.

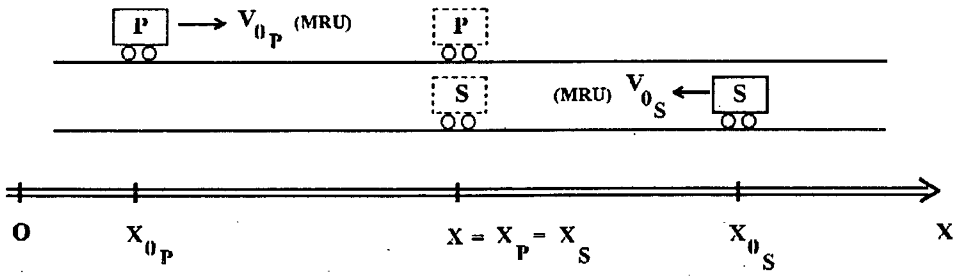


Fig. 14

Neste caso, as equações $x = x(t)$ são:

$$x_P = x_{0_P} + V_{0_P} t \qquad (21)$$

e

$$x_S = x_{0_S} - V_{0_S} t \quad ; \quad V_{0_S} \succ 0 \quad . \qquad (22)$$

No encontro entre os veículos,

$$x_P = x_S \quad . \qquad (23)$$

De (21) e (22) em (23),

$$x_{0_P} + V_{0_P} t_e = x_{0_S} - V_{0_S} t_e \quad .$$

Isolando t_e,

$$(V_{0_P} + V_{0_S})\, t_e = x_{0_S} - x_{0_P} \quad ,$$

$$t_e = \frac{d}{V_{0_P} + V_{0_S}} \quad . \tag{24}$$

O gráfico da Fig. 15 ilustra esta situação.

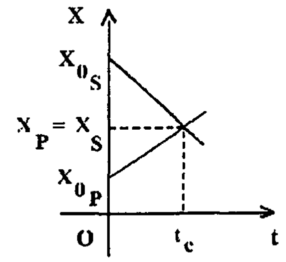


Fig.15

O denominador da eq.(24) representa a velocidade relativa de aproximação entre os dois automóveis. As velocidades se somam, algebricamente, por serem os movimentos de sentidos opostos. Já na eq.(4), que resultou da primeira hipótese feita sobre o movimento dos carros, as velocidades se subtraem, porque os veículos se deslocam no mesmo sentido. Assim, para velocidades de módulos iguais, nos dois casos, o tempo de encontro da hipótese 4 será menor que o da hipótese 1.

Hipótese 5: Os veículos movimentam-se em sentidos opostos, o carro policial em MRU e o suspeito em MRUR.

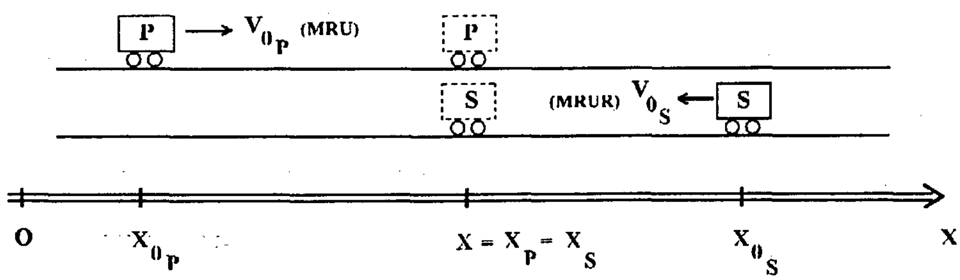


Fig.16

As equações $x = x(t)$ são

$$x_P = x_{0_P} + V_{0_P} t \tag{25}$$

e

$$x_S = x_{0_S} - V_{0_S} t + \frac{a_S t^2}{2} \quad , \quad V_{0_S} \succ 0 \quad . \tag{26}$$

No instante do encontro,

$$x_P = x_S \quad . \qquad (27)$$

De (25) e (26) em (27),

$$x_{0_P} + V_{0_P} t_e = x_{0_S} - V_{0_S} t_e + \frac{a_S t_e^2}{2} \quad ,$$

$$\frac{a_S t_e^2}{2} - (V_{0_P} + V_{0_S})\, t_e + (x_{0_S} - x_{0_P}) = 0 \quad ,$$

$$\frac{a_S t_e^2}{2} - (V_{0_P} + V_{0_S})\, t_e + d = 0 \quad , \qquad (28)$$

Resolvendo para t_e,

$$t_e = \frac{(V_{0_P} + V_{0_S}) \pm \sqrt{(V_{0_P} + V_{0_S})^2 - 2\, a_S\, d}}{a_S} \quad . \qquad (29)$$

A análise desta equação conduz à seguinte discussão:

a) Se $(V_{0_P} + V_{0_S})^2 \prec 2\, a_S\, d$, não haverá o encontro entre os dois veículos, já que a raiz quadrada de um número negativo inviabiliza a obtenção de um tempo real para t_e. Neste caso, antes de ser alcançado por P, o carro S pára, inverte o sentido do movimento e se afasta de seu perseguidor (admite-se, aqui, uma inversão de sentido 'instantânea' para S).

b) Quando $(V_{0_P} + V_{0_S})^2 \succ 2\, a_S\, d$, resulta, de (29), dois valores positivos para t_e [já que $\sqrt{(V_{0_P} + V_{0_S})^2 - 2\, a_S\, d} \prec (V_{0_P} + V_{0_S})$], isto é,

$$t_1 = \frac{(V_{0_P} + V_{0_S}) + \sqrt{(V_{0_P} + V_{0_S})^2 - 2\, a_S\, d}}{a_S} \qquad (30)$$

e

$$t_2 = \frac{(V_{0_P} + V_{0_S}) - \sqrt{(V_{0_P} + V_{0_S})^2 - 2\, a_S\, d}}{a_S} \quad . \qquad (31)$$

Ou seja, em dois diferentes instantes de tempo os móveis podem ser encontrados lado a lado. Esta situação, bastante curiosa, corresponderia a um primeiro encontro (t_2) quando o carro suspeito, deslocando-se em MRUR, tem movimento de sentido oposto ao do veículo policial e a um novo encontro entre ambos $(t_1\ ,\ t_1 \succ t_2)$ quando, depois de inverter o seu movimento, o carro S parte ao encontro de P, seguramente alcançando-o, pois seu movimento é acelerado.

Em relação ao referencial adotado para a descrição dos movimentos, a velocidade de S é negativa em t_2 (V e a de sentidos opostos $\Rightarrow$ MRUR),

$$V_S(t_2) = -V_{0_S} + a_S\, t_2 \quad , \qquad (32)$$

e positiva em t_1 (V e a de mesmo sentido $\Rightarrow$ MRUA),

$$V_S(t_1) = -V_{0_S} + a_S\, t_1 \quad . \qquad (33)$$

c) E quando $(V_{0_P} + V_{0_S})^2 = 2\, a_S\, d$? Fica, para o aluno, a resolução deste caso.

Anexo 2

Livro 2

Força e movimento: de Thales a Galileu

As concepções espontâneas, a resolução de problemas e a história e filosofia da ciência em um curso de mecânica

Livro 2

Força e movimento: de Thales a Galileu

Luiz O.Q. Peduzzi

Departamento de Física
Centro de Ciências Físicas e Matemáticas
Pós-graduação em Educação: Ensino de Ciências Naturais
Centro de Ciências da Educação
Universidade Federal de Santa Catarina
e-mail : peduzzi@fsc.ufsc.br

Florianópolis - SC
Fevereiro/1998

A meu filho Guilherme, por sua infinita bondade e força de vontade para aprender.

Sumário

Introdução

Introdução , 1
Referências Bibliográficas , 6

1. De Thales a Ptolomeu

1.1. Introdução , 8
1.2 Os primórdios da ciência grega: a 'natureza' da matéria para jônicos e pitagóricos , 9
1.3 Os sistemas cosmológicos de Filolau, Heráclides e Aristarco , 13
1.4 Os movimentos irregulares dos planetas e o dogma do movimento circular uniforme , 17
1.5 O universo aristotélico , 21
1.6 O sistema de Ptolomeu , 23
1.7 Astronomia matemática versus astronomia física , 28
1.8 Perguntas e respostas , 30
1.9 Questões , 30
1.10 Referências Bibliográficas , 31

2. A física aristotélica

2.1 Introdução , 34
2.2 Aristóteles e os movimentos naturais , 35
2.3 A lei de força de Aristóteles , 37
2.4 A questão da 'força' e da resistência no movimento natural de uma pedra , 39
2.5 O movimento violento de um projétil , 40
2.6 Implicações para o ensino e comentários finais , 42
2.7 Perguntas e respostas , 43
2.8 Questões , 45
2.9 Referências Bibliográficas , 46

3. A física da força impressa e do impetus

3.1 Introdução , 48
3.2 Hiparco e a noção de força impressa , 49
3.3 Filoponos , 51
3.4 Do reaparecimento da força impressa no século XI ao impetus de Buridan , 53
3.5 A teoria do impetus e a rotação dos corpos celestes , 58

3.6 Novos questionamentos à dinâmica dos projéteis , 60
3.7 Perguntas e respostas , 65
3.8 Questões , 66
3.9 Referências Bibliográficas , 67

4. As novas concepções do mundo

4.1 Introdução , 70
4.2 O universo de Nicolau de Cusa , 72
4.3 Peurbach e Regiomontano , 74
4.4 O heliocentrismo de Nicolau Copérnico , 75
4.5 Considerações finais sobre o heliocentrismo , 82
4.6 Giordano Bruno e a infinitização do universo , 85
4.7 Tycho Brahe e o espírito da precisão , 87
4.8 Perguntas e respostas , 89
4.9 Questões , 90
4.10 Referências Bibliográficas , 90

5. Galileu e a teoria copernicana

5.1 Introdução , 93
5.2 As descobertas de Galileu com o uso do telescópio , 95
5.3 A força da razão e as observações impregnadas de teorias: o impacto do telescópio , 102
5.4 Galileu e o copernicanismo: os primeiros conflitos com a Igreja , 105
5.5 Ciência e fé , 109
5.6 Os caminhos da condenação , 112
5.7 Perguntas e respostas , 115
5.8 Questões , 116
5.9 Referências Bibliográficas , 117

6. A física de Galileu

6.1 Introdução , 120
6.2 As primeiras idéias de Galileu sobre força e movimento , 121
6.3 A influência de Arquimedes e a lendária experiência da Torre de Pisa , 122
6.4 O movimento acelerado e a queda dos corpos , 127
6.5 O movimento neutro e a lei da inércia de Galileu , 134
6.6 A questão do movimento de um projétil em um navio em movimento , 135
6.7 Galileu e o movimento de projéteis , 138

6.8 Questões , 139
6.9 Referências Bibliográficas , 141

7. As leis de Kepler do movimento planetário

7.1 Introdução , 143
7.2 Os sólidos perfeitos e a estrutura do universo kepleriano , 144
7.3 A lei das áreas e a lei das órbitas elípticas , 148
7.4 A elipse: elementos e excentricidade , 151
7.5 A excentricidade dos planetas do sistema solar , 153
7.6 A lei dos períodos , 154
7.7 A física celeste kepleriana , 155
7.8 Epílogo: a aceitação científica das leis de Kepler , 158
7.9 Perguntas e respostas , 159
7.10 Referências Bibliográficas , 160

Introdução

Nasceu em um lugar muito solitário um homem dotado por natureza de grande inteligência e de extraordinária curiosidade. Criando, por prazer, grande diversidade de aves, gostava enormemente de seu canto e com muita admiração observava de que modo, por meio do próprio ar que respiravam, conseguiam formar, ao seu arbítrio, cantos diferentes e todos suavíssimos. Acontece que uma noite, perto de casa, escutou um som delicado, e, nem podendo imaginar que fosse outra coisa a não ser uma pequena ave, foi buscá-la. Chegando à estrada, encontrou um pequeno pastor que, assoprando num pedaço de madeira furada e movimentando os dedos sobre a madeira, uma vez fechando e uma vez abrindo determinados buracos, conseguia produzir aquelas vozes diferentes, semelhantes às de um pássaro, mas de forma bem diversa. Admirado e movido pela sua curiosidade natural, deu de presente um bezerro ao pastor para obter aquela flauta. De regresso à sua casa e percebendo que se não houvesse encontrado por acaso aquele pastor nunca haveria aprendido que existiam na natureza duas formas diversas de criar vozes e cantos suaves, quis sair de casa procurando encontrar outras aventuras. Aconteceu que no dia seguinte, passando perto de uma pequena choça, escutou ressoar dentro dela uma voz semelhante. Para ter certeza se era uma flauta ou um pássaro, entrou e encontrou um menino que estava serrando, com um pequeno arco segurado na mão direita, alguns nervos estendidos sobre um lenho côncavo, enquanto sustentava com a mão esquerda o instrumento sobre o qual, movimentando os dedos e sem sopro algum, extraía dele vozes diversas e suaves. Qual foi seu espanto pode ser julgado facilmente por aquele que possui a mesma inteligência e a mesma curiosidade dele que, vendo aumentar, de duas novas formas, a maneira de produzir uma voz e um canto tão inusitados, começou a acreditar poderem existir ainda outros na natureza. Mas qual foi sua surpresa quando, entrando em um determinado templo, começou a olhar atrás da porta para ver quem estava tocando e percebeu que o som havia saído dos ferros da porta ao abri-la? Em outra ocasião, empolgado pela curiosidade, entrou em um boteco e, acreditando encontrar outra vez alguém que com o arco tocasse as cordas de um violino, viu uma pessoa que, esfregando o dedo sobre a orla de um copo, conseguia produzir um som suavíssimo. Mas logo que observou que as abelhas, os pernilongos e as moscas, com rapidíssimo bater das asas, e não como suas primeiras aves que respirando formavam vozes ininterruptas, produziam um som perpétuo, tanto aumentou sua admiração que diminuiu sua confiança sobre o conhecimento da origem do som. Nem todas as experiências já observadas haveriam sido suficientes para fazer-lhe entender ou acreditar que os grilos, não voando, conseguiam, não por meio do sopro, mas com o movimento das asas, produzir sons tão doces e sonoros. Mas quando acreditou não poderem existir outras formas possíveis de produzir vozes, depois de haver observado, além das maneiras já relatadas, ainda tantos órgãos, trompas, flautas e instrumentos de corda de todos os tipos...

na hora que acreditava haver conhecido tudo, encontrou-se ainda mais no escuro e na ignorância quando havendo encontrado uma cigarra e notado que nem lhe fechando a boca e nem lhe fechando as asas conseguia diminuir seu altíssimo estridor não percebeu movimento algum de escamas nem de outras partes. Finalmente, levantando-lhe a caixa dos pulmões e observando embaixo dela algumas cartilagens duras mas sutis, e acreditando que o som fosse originado de seu movimento, resolveu quebrá-las para fazê-la parar, mas tudo foi em vão. Então, enfincando um agulha mais funda no corpo da cigarra, passando-a, tirou-lhe junto com a voz a vida e assim não pode mais pesquisar se o canto era originado verdadeiramente por aquelas membranas. Tornou-se tão descrente sobre seus possíveis conhecimentos em relação aos sons que todas as vezes que alguém lhe perguntava sua opinião sobre a origem dos sons generosamente respondia não conhecer causa alguma, mas que estava resolvido a acreditar que pudessem existir cem outras maneiras, ainda desconhecidas e impensáveis."[1]

Uma característica marcante do ensino de física em qualquer nível de escolaridade, refletida de forma bastante contundente nos materiais instrucionais, em geral, é o recurso ao enunciado 'objetivo' de conceitos, leis e princípios que enfatiza o produto final da ciência e não o processo de construção de seus conceitos e teorias. Conteúdos que se estruturam segundo critérios lógicos, ahistóricos e modernos, que priorizam ampla e exclusivamente o formalismo matemático e a resolução de problemas de lápis e papel, levam professores e estudantes não apenas a uma visão irrealista e enfadonha da física mas a uma imagem estereotipada, rígida e estéril do próprio conhecimento científico, na qual a associação cientista - método científico é sinônimo garantido de sucesso.

A história da ciência e a filosofia das ciências naturais, articuladas entre si e com os tópicos que compõem o currículo tradicional dos cursos de ciências, e o da física, em particular, podem transformar por inteiro esta situação, corrigindo a disseminação equivocada da ciência e estabelecendo uma nova orientação para uma ampla reformulação da concepção ultrapassada de ensino que lhe é subjacente.

Como evidencia uma extensa literatura em filosofia da ciência, não existe uma descrição única e universalmente aceita do 'conjunto de regras' seguido pelo cientista, pois a natureza do conhecimento científico é complexa. O método científico, entendido como um processo investigativo constituído por uma seqüência linear de etapas que começa com a observação 'neutra' e culmina com o estabelecimento de leis e teorias (passando pelas fases intermediárias de formulação de hipóteses, experimentação, medição, estabelecimento de relações e conclusões), é mera ficção. Mesmo assim, no ensino de ciências de primeiro e segundo graus, notadamente, ele ainda é bastante enfatizado por professores e livros de texto.[2]

O cientista, ao contrário do que parecem sugerir muitos materiais didáticos, é um ser falível, dependente de sua intuição, criatividade, capacidade de análise, poder de síntese etc., envolvido num amplo processo coletivo de construção do conhecimento. A introdução de aspectos históricos do desenvolvimento científico nos manuais escolares e em sala de aula pode não apenas contribuir para proporcionar ao estudante uma visão mais realista e humana do desenvolvimento da ciência como também auxiliar o professor a desenvolver estratégias que possibilitem uma melhor assimilação de idéias e conceitos por parte do aluno.

Em mecânica, por exemplo, de longe a parte da física mais explorada no segundo grau, é notável a semelhança de certas idéias mantidas por estudantes de qualquer nivel de escolaridade sobre o movimento dos corpos com algumas idéias presentes na física aristotélica e em teorias do impetus, como apontam, já há algum tempo, inúmeros estudos [3-7]. Mas é pouca, quando não inteiramente inexistente, a ênfase atribuída por livros de texto do ensino médio brasileiro[8] (e também universitário, entre aqueles mais consultados) a aspectos históricos da relação entre força e movimento.

A mudança de concepção do 'tudo que se move é movido por alguma coisa' para 'todo o corpo continua em seu estado de repouso ou de movimento retilíneo uniforme a menos que seja compelido a alterar um destes estados por uma força resultante a ele aplicada', que se operou no espírito científico a partir do século XVII e abriu as portas para uma nova física, tem um longo e interessante desenvolvimento histórico. Do ponto de vista de um ensino atento à construção do conhecimento, pelo aluno, o resgate de trechos significativos deste percurso pode ser de grande utilidade tanto para o professor (que tem uma opção adicional àquela tradicional de simplesmente enunciar as leis de Newton e logo a seguir exemplificá-las) como para o aluno (na superação de suas dificuldades de compreensão às leis básicas da dinâmica).

Sem uma ênfase na abordagem histórica da mecânica, por exemplo, passa desapercebido o pensamento de Galileu (1564-1642), que é de uma riqueza extraordinária. Nele encontram-se presentes três grandes períodos da história do pensamento científico (físico): a física aristotélica, a física do impetus e a física matemática, experimental, arquimediana.[9] Mas "*não é suficiente ler Galileu com os olhos do século XX ou interpretá-lo em termos modernos. Só podemos compreender o seu trabalho se soubermos algo acerca do sistema que pôs em causa e devemos conhecer esse sistema, independente das afirmações que os seus adversários faziam sobre ele. Em todo o caso, não basta descrever e expor descobertas. É necessário investigar mais profundamente os processos históricos e aprender algo acerca da interdependência dos acontecimentos, assim como esforçarmo-nos por compreender os homens que pensavam de uma maneira diferente da nossa. Não se podem fazer grandes progressos se pensarmos nos estudos mais antigos apenas como exemplo de uma ciência deficiente, ou se imaginarmos que só os progressos conseguidos pelos cientistas recentes são dignos da nossa atenção.*"[10]

Teorias obsoletas, como ressalta o filósofo e historiador da ciência Thomás Kuhn[11], não são acientíficas simplesmente porque foram descartadas. Crenças e concepções mantidas no passado e hoje superadas, quando examinadas dentro de um contexto que ressalta a sua consistência e coerência internas, propiciam não apenas uma melhor compreensão da evolução de idéias e conceitos mas uma visão mais nítida e realista do desenvolvimento da própria física. A excessiva linearização do conhecimento, como em geral é promovida pelos livros de texto e em sala de aula, acaba dando à física uma imagem de ciência destituída de contradições, que a transforma em um encadeamento de idéias sempre bem sucedidas, não passíveis de nenhum percalço em seu desenvolvimento. "*A linearização é responsável por uma imagem de ciência como algo não humano, muito superior às possibilidades dos mortais. A linearização da história apresenta a ciência como um produto a ser venerado, admirado à distância, fazendo com que os estudantes adquiram um sentimento de inferioridade. Esse sentimento sugere a eles ser difícil demais a participação no desenvolvimento e difusão da ciência. A linearização da história promove o triunfo da ciência; nós somos os derrotados. Esse estado de coisas somente pode ser alterado se a história da física passar a fazer parte integrante e orgânica de seu ensino.*"(12)

O presente texto representa um esforço neste sentido.

No primeiro capítulo, "De Thales a Ptolomeu", discute-se a constituição da matéria, segundo alguns filósofos gregos, e algumas idéias no campo da astronomia que acabam colocando a Terra como corpo central no universo e elegendo o movimento circular uniforme como um movimento 'perfeito'. Nesta trajetória chega-se ao universo aristotélico. Vendo de um lado a Terra, em constante mudança, e de outro o céu, que exceto pelo movimento dos astros não é objeto de qualquer alteração, Aristóteles (384-322 a.C.) atribui realidades físicas diferentes a estes dois 'mundos', com reflexos diretos na forma com que irá estruturar as suas concepções em mecânica. O sistema de Ptolomeu (~100 - 170 a.D.), compatível com a doutrina aristotélica de uma Terra imóvel e referencial para todos os movimentos, mas dela divergindo por não centrar na Terra todos os movimentos circulares, suscita uma interessante contenda entre astronomia matemática e astronomia física.

"A física aristotélica" introduz os conceitos de lugar natural e de movimento natural, ambos diretamente associados à estrutura logicamente ordenada do universo aristotélico. Através da 'lei de força' de Aristóteles fica clara a proporcionalidade entre força aplicada e velocidade adquirida, bem como a impossibilidade de movimento no vazio. Na dinâmica aristotélica, o que move e o que se movimenta devem estar em permanente contato, não sendo possível, desta forma, a manutenção de um movimento sem uma força constantemente aplicada ao móvel. Isto acaba acarretando problemas na forma como Aristóteles explica o movimento de um projétil após o seu arremesso, devido ao duplo caráter que ele atribui ao meio: o de sustentar o movimento e o de opor uma resistência a ele.

A idéia básica da dinâmica aristotélica, de que é necessário associar uma força a um objeto em movimento, continua presente nos trabalhos de Hiparco (130 a.C.) e Filoponos (século VI a.D.), mas de uma forma diferente. Para eles, o movimento de um projétil se dá por meio de uma força transmitida ao projétil pelo projetor (ao contrário de Aristóteles, para o qual a força provinha do próprio meio). As primeiras seções do capítulo "A física da força impressa e do impetus" mostram como esta idéia se insere dentro da perspectiva de um universo finito, que exige que qualquer movimento seja limitado em extensão. A noção de força impressa de Hiparco e Filoponos serviu de referencial para que, no século XIV, estudiosos da escola parisiense desenvolvessem a teoria do impetus, que originou uma série de novas críticas às considerações de Aristóteles sobre força e movimento. O impetus, é uma 'qualidade', 'força', 'impressão', 'potência', 'virtude motriz', que passa do movente ao móvel nos movimentos violentos e de que um corpo em movimento natural também fica impregnado. É através deste conceito, sugerido como explicação para a rotação da Terra ou da esfera das estrelas, que aparece, pela primeira vez, mesmo que de forma incipiente, a idéia de uma única física para explicar eventos terrestres e celestes.

Contudo, para que uma nova física possa encontrar terreno fértil para o seu desenvolvimento faz-se necessário abalar toda uma estrutura rigidamente estabelecida ao longo dos séculos, em que se acham interligados componentes de ciência, filosofia e religião. No capítulo "As novas concepções do mundo" procura-se mostrar como se deram os primeiros passos nesta direção, comentando o pensamento de Nicolau de Cusa sobre a relatividade dos movimentos e a sua idéia de um universo sem limites; discutindo o heliocentrismo de Copérnico e os problemas de ordem física que os aristotélicos levantavam para a sua rejeição; apresentando a argumentação de Giordano Bruno em favor de um universo infinito, que passa não pelo testemunho dos sentidos mas sim pela força do intelecto, pelos olhos da razão; fazendo referência à prática de observação sistemática do céu desenvolvida por Tycho Brahe e o espírito de precisão que sempre norteou o seu trabalho, que acabaram propiciando dados a Kepler para romper com o mito do movimento circular na astronomia.

Quando surge o telescópio, sentimentos de repulsa de um lado e de adesão de outro dividem o julgamento dos expectadores em relação ao que vêem através das lentes deste novo e revolucionário instrumento. É a imutabilidade do céu, e com ela toda uma concepção de mundo, que está em jogo quando se argumenta existirem estrelas que nunca se viu, irregularidades na superfície lunar, satélites em Júpiter, 'protuberâncias' em Saturno, manchas no Sol e fases em Vênus. O fato de dois observadores com concepções de mundo bem definidas e antagônicas, como aristotélicos e copernicanos, dirigirem o telescópio à Júpiter e admitirem coisas tão distintas como a existência de satélites neste planeta ou meros borrões/defeitos em suas lentes levanta a pertinente questão do papel da interpretação das observações na defesa e na construção de teorias científicas. O capítulo "Galileu e a teoria copernicana" termina com a defesa de Galileu à liberdade científica, à autonomia da ciência em relação à teologia, em resposta aos que pretendem valer-se da Bíblia para resolver disputas filosóficas. Mantendo-se fiel aos 'princípios realistas' da doutrina copernicana, Galileu é proibido, pela Inquisição, de sustentar ou defender as teses do heliocentrismo.

"A física de Galileu" apresenta as primeiras idéias deste sábio italiano sobre força e movimento e a influência de Arquimedes em seu trabalho. A seguir, mostra-se como Galileu obtém a lei da queda dos corpos, introduzindo, definitivamente, uma física quantitativa, inteiramente diferente da física das qualidades de Aristóteles e de seus seguidores, e da física do impetus, bastante confusa e vaga. Finalmente, discute-se o movimento de projéteis e a inércia galileana, chamando a atenção que esta última seria, no limite, uma inércia circular.

Com Kepler tem início o fim do divórcio entre a física e a astronomia, daí o interesse histórico-didático desta matéria. Universalizando o conceito de força, isto é, aplicando ao 'domínio celeste' um conceito extraído da mecânica terrestre, e procurando entendê-lo tanto qualitativa quanto quantitativamente, Kepler inaugura o estudo da física do sistema solar. Ao fazer isso ele vai contra a praxe secular de explicar assuntos de astronomia de acordo com os métodos da astronomia, que se situavam no campo da geometria e da aritmética, nada tendo a ver com causas e hipóteses físicas. Mas é, sem dúvida, por suas três leis que Kepler ganha notoriedade. É através de sua primeira lei que, definitivamente, começa a ruir o mito do movimento circular na astronomia.

Referências Bibliográficas

1. GALILEI, G. O ensaiador. São Paulo, Nova Cultural, 1996. pp.117-118.
2. MOREIRA, M.A. & OSTERMANN, F. Sobre o ensino do método científico. Cad.Cat.Ens.Fís., 10(2): 108-117, 1993.
3. McCLOSKEY, M. Intuitive physics. Sci. Amer., 248 (4): 114-122, 1983.
4. GILBERT, J.K. & ZYLBERSZTAJN, A. A conceptual framework for science education: the case study of force and movement. Eur. J. Sci. Educ., 7 (2): 107-120, 1985.
5. SALTIEL, E. & VIENNOT, L. ¿Qué aprendemos de las semejanzas entre las ideas historicas y el razonamiento espontaneo de los estudiantes? Enseñanza de las Ciencias, 137-144, 1985.
6. ZYLBERSZTAJN, A. Concepções espontâneas em física: exemplo em dinâmica e implicações para o ensino. Rev. Ens. Fís., 5 (2): 3-16, 1983.
7. SEBASTIA, J.M. Fuerza y movimiento: la interpretación de los estudiantes. Enseñanza de las Ciencias, 2 (3): 161-169, 1984.
8. PEDUZZI, L.O.Q. Força e movimento na ciência curricular. Rev. Bras. Ens. Fis., 14 (2): 87-93, 1992.
9. KOYRÉ, A. Estudos galilaicos. Lisboa, Publicações Dom Quixote, 1986.
10. BUTTERFIELD, H. As origens da ciência moderna. Rio de Janeiro, Edições 70, 1949. p. 11.

11. KUHN, T.S. <u>A estrutura das revoluções científicas</u>. São Paulo, Editora Perspectiva, 1987.

12. ROBILOTTA, M.R. <u>Construção e realidade no ensino de física</u>. São Paulo, IFUSP, 1985. p. IV-10.

Capítulo 1

De Thales a Ptolomeu

1.1 - Introdução

O século VI, antes de Cristo, é um marco na história da ciência. A cultura científica que emerge com os gregos, primeiro numa região da costa sudoeste da Turquia banhada pelo mar Egeu, conhecida como Jônia, e depois na Grécia continental, estrutura-se em bases inteiramente diferentes daquela de caráter eminentemente aplicativo, praticada por egípcios e babilônios.

A busca do saber pelo saber vem com os primeiros filósofos gregos impregnada de uma curiosidade ímpar sobre a natureza da matéria e a estrutura do cosmos. Mesmo entre as primeiras tentativas que fazem para compreender melhor o mundo em que vivem, percebe-se a existência de princípios gerais que orientam a formulação de suas hipóteses e a estruturação de suas teorias.

Os mitos, a magia e as explicações sobrenaturais não encontram espaço no pensamento racional que dirige a investigação da natureza. As bases de uma 'nova' ciência estabelecem-se com o desenvolvimento do pensamento lógico e crítico que vai, pouco a pouco, possibilitando o acúmulo progressivo do conhecimento.

"A nova perspectiva científica não adotou necessariamente o ateismo, embora seus praticantes fossem, às vezes, acusados de professá-lo, mas a divindidade ou divindades eram mantidas em seus lugares."[1] O que importa, e deve ser enfatizado, é a busca de explicações naturais para os fenômenos naturais.

As concepções de universo dos primeiros gregos eram bastante primitivas, e não se poderia esperar o contrário. Mas na 'cúpula' de um céu semiesférico que abarca uma Terra plana e imóvel, por exemplo, não se pensa, como em outros tempos, em um Sol transportado, regularmente, por uma carruagem de fogo do nascente para o poente, durante o dia, e retornando novamente ao nascente à noite, de algum modo. Tampouco é a Lua devorada todos os meses por monstros. Estas concepções são, sem dúvida, bastante anteriores a Thales de Mileto, mas sua essência ilustra uma postura inteiramente superada em relação à natureza.

Este capítulo, enfim, explora, suscintamente, alguns aspectos da ciência grega que vai das primeiras indagações sobre de que o mundo é feito aos princípios que norteiam a estruturação de um sistema astronômico, concluído no século II a.D. O sistema ptolomaico, como ficou conhecido, 'salva' admiravelmente as aparências, ou seja, reproduz com razoável precisão as trajetórias observadas dos astros no céu, dominando hegemonicamente a astronomia até o aparecimento do sistema copernicano, no século XV. Mas não existe realidade física em seus constructos geométricos. Por isso ele é fortemente criticado por aqueles que, mesmo sem uma alternativa matematicamente viável, não admitem hipóteses e modelos que configuram teorias sem contra-partida física.

À questão da astronomia matemática, sustentada pelos 'instrumentalistas', e da astronomia física, defendida pelos 'realistas', juntam-se, ainda, o universo aristotélico, o dogma do movimento circular uniforme, o papel de destaque reservado ao referencial terrestre na descrição dos movimentos e as diferentes realidades físicas atribuídas ao mundo celeste e à Terra como temas de grande relevância para a compreensão das bases teóricas da filosofia natural aristotélica, um notável sistema de conhecimento que, seja convivendo com a crítica isolada ou com a oposição sistemática e decidida, vai impor, como se verá nos próximos capítulos, enormes dificuldades até a sua plena superação, no século XVII, com a revolução newtoniana.

1.2 - Os primórdios da ciência grega: a 'natureza' da matéria para jônicos e pitagóricos

De que o mundo é feito? é a pergunta que dirige o pensamento dos primeiros filósofos jônicos. A crença comum é a de que todas as coisas são originárias de uma mesma matéria prima, que pode ser sensorial e conhecida como a água e o ar, ou inascessível aos sentidos como o 'apeiron', dependendo do pensador.

Thales de Mileto (640-562 a.C.), é o primeiro dos filósofos da natureza. Precursor da idéia de que em que pese a diversidade das coisas todas se originam a partir de uma mesma substância, elegeu a água como princípio de tudo. Desconhece-se os reais motivos pelos quais Thales escolheu este elemento, mas não é difícil especular-se o seu porquê. Conhecedor do ciclo das cheias do Nilo e de sua importância para a agricultura ao recuperar a fertilidade do solo, constatando a presença da água nos vegetais, nos animais, no ar (que é água evaporada) e no céu, Thales via um mundo dependente da água, da umidade, e como tal é natural que pensasse que a partir dela tudo tivesse surgido.

A Terra, na concepção de Thales, é um disco plano que flutua sobre a água. A abóboda celeste é o limite superior do mundo. Quanto a seu limite inferior, isto é, sobre no que se assentava o oceano, nada se sabe, dada a escassez de informações a respeito deste filósofo. Aparentemente, a água, sendo o princípio de todas as coisas, não precisava de nada para suportá-la, sendo possivelmente considerada como infinita em extensão.[2]

Anaximandro (611-545 a.C.) que, como Thales, também é da cidade de Mileto, a mais próspera das colônias gregas asiáticas, na época, contesta a escolha da água como matéria primordial por considerar que ela, como a umidade, tem um oposto, que é o seco. Ambas deveriam, assim, ter se originado a partir de uma outra substância, de algo inicialmente indiferenciado, diferente de qualquer coisa conhecida. Ele denominou esta substância de 'apeiron', que quer dizer indeterminado. É imersa neste elemento, que se estende ilimitadamente em todas as direções, que não tem forma definida, que é indestrutível e do qual provêm todas as coisas, que se encontra a

Terra, que ele concebe como um corpo cilíndrico (habitado em sua face superior), tal como uma coluna das edificações gregas, que flutua eqüidistante de tudo e portanto sem qualquer tendência ou inclinação para deslocar-se do lugar em que se encontra. Anaximandro acredita na pluralidade dos mundos e na criação contínua da matéria a partir do 'apeiron'; a Terra, para ele, é apenas um destes inumeráveis mundos que proliferam neste meio.

De acordo com Anaxímenes (585-528 a.C.), o terceiro dos filósofos milesianos, a Terra é plana e flutua sobre a matéria da qual derivam todas as coisas - o ar, que se dissemina infinitamente em todas as direções, tal como o 'apeiron', de Anaximandro. A maior ou menor rarefação ou condensação deste elemento explica a diversidade das substâncias. Assim, o fogo é ar muito rarefeito; a nuvem, a água e a terra, em suas distintas formas, isto é, os sólidos, resultam, respectivamente, da progressiva condensação deste elemento. *"Ao dizer 'difere em sua natureza de substância por rarefação ou condensação', Anaxímenes explica a qualidade dos diversos tipos de matéria pela quantidade de matéria primordial: tudo é ar, em grau de densidade variável"*[3].

Mesmo vaga, esta idéia de condensação e rarefação representa um avanço no pensamento lógico que, desde Thales, começa a dar os seus primeiros passos, pois se constitui em uma tentativa de explicar fisicamente como as coisas se diferenciam a partir da matéria inicial. Anaximandro não havia logrado êxito em entender como o movimento na substância primordial podia nela gerar os opostos: úmido-quente, seco-frio, etc. As qualidades opostas de quente e frio assumidas pelo ar, por exemplo, devem-se ao seu maior ou menor movimento, segundo Anaxímenes. Assim, não há nada de absurdo em se dizer que um homem pode soprar um ar quente ou um ar frio. *"Tudo depende - respondeu, no mais longo dos fragmentos da sua obra que ainda sobreviveram - de se soprar com a boca toda aberta ou quase fechada. Abra a boca quando soprares e verás que o ar sairá morno. Sopra com os lábios unidos, quase num assobio, e o ar sairá frio. Qual é a diferença entre os dois casos? Apenas esta: quando sopras com a boca toda aberta, o ar sai a baixa pressão, ao passo que quando sopras com os lábios quase fechados, o ar sai comprimido"*[4]

Parece ter origem em Anaxímenes a crença de que as estrelas chamadas fixas encontram-se incrustadas em uma esfera transparente que gira em torno da Terra - uma concepção que, como se verá, vai estar presente no espírito humano por muitos séculos.

Deixando Mileto de lado e indo em direção a Éfeso encontra-se Heráclito (576-480 a.C.), que escolheu o fogo como elemento primordial do mundo. Atento ao papel estratégico deste elemento na fundição dos metais e na confecção de um sem número de objetos, entre outras coisas, este pensador concebe tudo o que existe sob a ótica da transformação. Tudo muda, tudo se altera, nada é permanente. O fogo é, para ele, muito mais um símbolo deste dinamismo do mundo e das mudanças que nele se operam do que um constituinte fundamental da matéria, como imaginavam os milesianos.

O fogo apresenta-se concretamente na qualidade de um dos quatro constituintes básicos da matéria com Empédocles (492-432 a.C.), já na Grécia continental. Para este pensador, todas as coisas têm a sua origem a partir de uma combinação dos elementos terra, água, ar e fogo. A pluralidade dos objetos é explicada pelas diferentes proporções em que neles existem estes elementos. Assim, por exemplo, um pedaço de madeira contém terra porque é pesado e sólido; possui água porque ao ser aquecido expele umidade (a seiva); contém ar porque fumega e fogo porque emite chamas quando queima. Os diferentes percentuais destes elementos determinam a espécie de madeira.[5] Aristotéles, dois séculos mais tarde, fará uso desta teoria dos quatro elementos ao desenvolver o seu sistema filosófico natural, que irá dominar a atenção do intelecto humano por dois mil anos.

Além de propor um novo conceito de matéria, pondo um fim ao monismo jônico, Empédocles considera que todos os fenômenos (como o movimento e a agregação/desagregação da matéria) ocorrem pela ação de duas forças básicas da natureza: a 'força amor' (atração), que aproxima os diversos elementos e a 'força ódio' (repulsão), que os separa. *"Em seu modo poético e qualitativo, Empédocles é o primeiro a postular a realidade das causas no mundo físico e em identificá-las com forças."*[6] Para a ciência jônica, o movimento e as subseqüentes transformações ocorridas na matéria primordial são atributos inerentes a esta matéria, o que dispensa a análise causal de qualquer evento.

Pitágoras de Samos (570-497 a.C.), é o fundador de uma escola de pensamento com bases filosóficas diferentes da escola 'materialista' de Mileto. Como os milesianos, acredita na existência de uma matéria primordial, mas não se ocupa em especular que substância é essa. O mundo para ele e seus seguidores é governado pelos números. *"Os números constituíam o verdadeiro elemento de que era feito o mundo. Chamavam Um ao ponto, Dois à linha, Três à superfície e Quatro ao sólido, de acordo com o número mínimo de pontos necessários para definir cada uma dessas dimensões. Os pontos se somavam para formar as linhas; as linhas, por sua vez, para formar superfícies; e estas para formar os volumes. A partir de Um, Dois, Três e Quatro podiam construir o mundo."*[7] As diferenças entre as diversas espécies de coisas devem ser buscadas na forma, nas distintas estruturas geométricas dos corpos, ditadas pelos números. *"A ênfase é deslocada da matéria* [que afinal de contas é comum a todas as coisas] *para a forma. A estrutura é a realidade fundamental, e esta estrutura pode ser expressa numericamente, em termos de quantidade"*[8].

Pitágoras é uma figura lendária, que chegou a ser elevada, por seus adeptos, à categoria de um ser divino, devido a seus ensinamentos científicos e religiosos. O mito que se criou em torno da sua pessoa juntamente com o voto de silêncio que proibia aos pitagóricos divulgarem os ensinamentos de seu mestre impedem uma distinção clara entre o que ele realmente descobriu e o que foi descoberto por seus seguidores. De qualquer modo, a principal contribuição dos pitagóricos no campo científico é a tentativa que fazem de matematizar a natureza.

Estudando as vibrações de uma corda de um instrumento musical, Pitágoras estabeleceu, pela primeira vez na história do pensamento científico, uma relação quantitativa entre duas grandezas físicas, descobrindo que para uma dada tensão, a altura de uma nota (isto é, a sua freqüência) é inversamente proporcional ao comprimento da corda percutida.* A partir daí, obteve relações numéricas simples entre esses comprimentos e os sons correspondentes - reduzindo, por exemplo, o comprimento de uma corda pela metade obtinha uma nota uma oitava acima e assim sucessivamente. A música estava, assim, indissoluvelmente ligada aos números, como qualquer outra coisa.

Pitágoras e seus seguidores descobriram os cinco sólidos regulares: o cubo, o tetraedro, o octaedro, o dodecaedro e o icosaedro. A simetria de cada uma destas figuras, traduzida pela igualdade de todos os seus ângulos e faces, os impressionava. Também encontraram diversas relações matemáticas envolvendo números, todas sem maior importância exceto a célebre máxima de que o quadrado da hipotenusa de um triângulo retângulo é igual a soma dos quadrados de seus catetos.+ Estes fatos acentuavam a crença pitagórica no poder mágico dos números, no potencial que tinham para descrever o mundo físico.

No campo da astronomia, a regularidade dos fenômenos, tais como o dia e a noite, o movimento diurno das estrelas etc., evidencia ordem, simetria, beleza ... A Terra ganha com os pitagóricos, pela primeira vez, a forma do mais perfeito dos sólidos, a esfera. Os planetas, incluindo sob esta designação além dos cinco conhecidos, Mercúrio, Vênus, Marte, Júpiter e Saturno, também o Sol e a Lua, são igualmente esferas, mas de natureza divina, que executam o mais simples e simétrico dos movimentos ao redor da Terra, o movimento circular uniforme (Fig.1), um movimento que dominará todas as discussões sobre sistemas astronômicos até os tempos modernos. Pitágoras também acreditava na existência de uma música celestial, imperceptível ao ouvido humano, associada ao movimento dos planetas.

"A filosofia pitagórica é, fundamentalmente, muito mais mística e intuitiva do que racional e científica. Não deixa de ser racional à medida que fornece argumentos para as suas

---

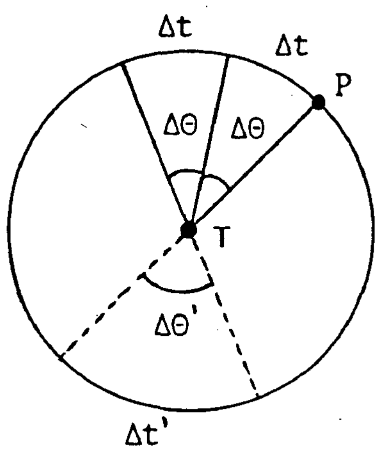
* A relação matemática hoje conhecida, envolvendo as freqüências naturais de vibração, f_n, de uma corda de comprimento L e densidade linear (massa por unidade de comprimento) μ, fixa em ambas as extremidades e sujeita a uma tensão F, é

$$f_n = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{F}{\mu}} \quad ,$$

onde n é o número de meios comprimentos de onda das ondas estacionárias produzidas na corda.

+ Esta relação matemática, pela qual o nome de Pitágoras é hoje mencionado em sala de aula, pode não ter sido uma descoberta original de Pitágoras. Para alguns historiadores da ciência ela já era conhecida pelos egípcios.

conclusões místicas, não se apoiando na fé ou na credulidade, características da religião revelada;"[9] Para os que acreditam que a ciência se deve estruturar e desenvolver necessariamente a partir da observação do fenômeno concreto, muitas das conjecturas dos pitagóricos, que transcendem as aparências externas, como a música dos planetas e o 'poder' divino dos números, se mostram, claramente, incompreensíveis, sendo objeto de severas críticas. De qualquer modo, 'aprende-se' com os pitagóricos que os caminhos trilhados pelos homens da ciência nem sempre são claros e objetivos. O espírito criador é freqüentemente impulsionado por concepções que colocam a ciência bastante longe de uma busca puramente metódica ao desconhecido.



$$\frac{\Delta\theta'}{\Delta t'} = \frac{2\Delta\theta}{2\Delta t} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \quad ,$$

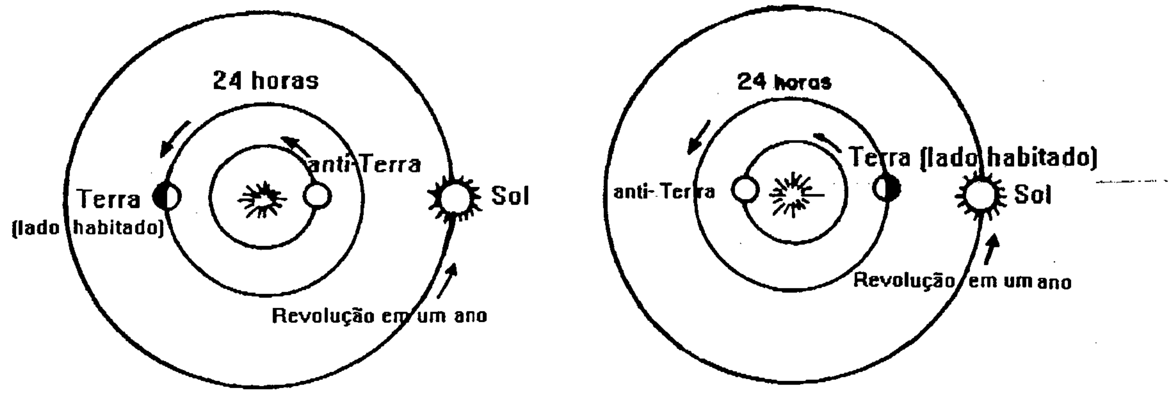
$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \text{constante} \quad .$$

Fig.1 - Um planeta, *P*, executa um movimento circular uniforme em torno da Terra, *T*, quando se movimenta sobre uma circunferência percorrendo ângulos iguais, $\Delta\theta$, em iguais intervalos de tempo, Δt. Assim, o quociente $\Delta\theta/\Delta t$, que representa a sua velocidade angular, ω, é constante.

1.3 - Os sistemas cosmológicos de Filolau, Heráclides e Aristarco

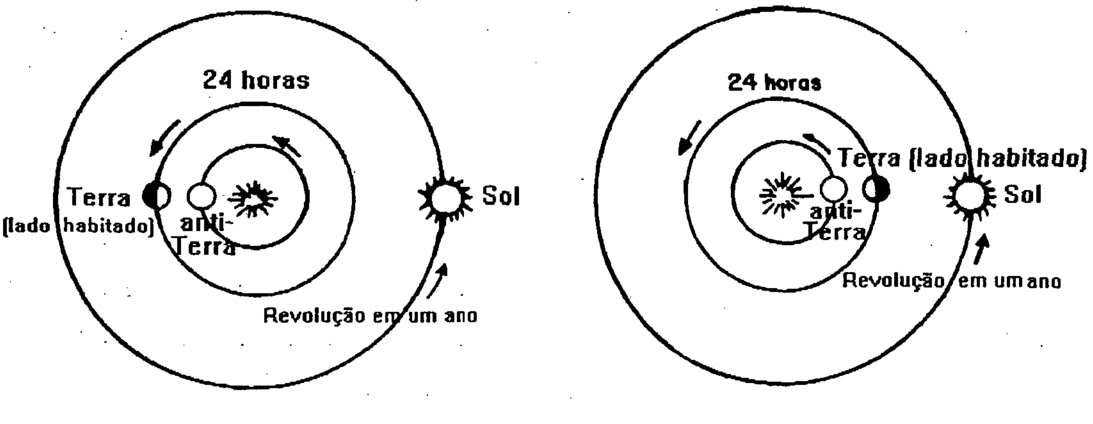
O pitagórico Filolau (480-400 a.C.) de Tarento é o primeiro a retirar a Terra do centro do universo. Em seu lugar coloca um fogo em torno do qual orbitam a Terra e os demais corpos celestes. No seu movimento diurno, a Terra apresenta permanentemente a mesma face para o fogo central, à semelhança da Lua que mostra sempre o mesmo hemisfério para a Terra. Este fogo, ou 'lareira do universo', é invisível para os moradores da Terra, já que é a sua parte inabitada que está voltada para ele. Entre a Terra e o fogo central Filolau acredita existir a anti-Terra.

Para alguns historiadores da ciência[10], a anti-Terra estaria sempre em oposição à Terra, como mostra a Fig.2. Uma outra corrente[12], considera que a anti-Terra de Filolau, apresentando um movimento em perfeita sincronia com o da Terra, estaria, com esta, sempre do mesmo 'lado' do corpo central (Fig.3).



(a) (b)

Fig.2 - A anti-Terra revoluciona ao redor do fogo central uma vez por dia. A sua posição em relação à Terra e a sincronia de seu movimento com o da Terra impede a sua visibilidade a partir desta. Em (a), é noite na Terra; (b) doze horas depois o Sol, deslocado de aproximadamente meio grau em relação à sua posição anterior (já que gira em torno do fogo central uma vez por ano), ilumina a Terra. Como a anti-Terra, neste período, também se deslocou de meia volta, ela continua não sendo visível para os moradores da Terra. (Adaptada da referência 11.)



(a) (b)

Fig.3 - Revolucionando ambos em torno do corpo central, em 24 horas, Terra e anti-Terra, em movimentos síncronos, e 'lado-a-lado', tornam possível à anti-Terra ocultar o fogo central das partes não habitadas da Terra, evitando o super-aquecimento destas regiões. Tal como na figura anterior, um intervalo de 12 horas separa as ilustrações (a) e (b).

Em qualquer dos casos, atribuindo à Terra um movimento circular, Filolau explica como o céu, estacionário, parece se mover em torno do globo terrestre. Contudo, a existência da anti-Terra parece ter sido concebida para completar em dez (número sagrado para os pitagóricos, já que 1+2+3+4=10) o número de corpos móveis no universo. As distâncias destes corpos ao ponto central são proporcionais ao seu grau de nobreza.. A Terra, exceto pela anti-Terra, é o menos nobre dos corpos, enquanto a esfera das estrelas é o mais perfeito. Assim, *"dez corpos divinos movem-se como em uma dança, o Céu e os cinco planetas, depois deles o Sol, embaixo dele a Lua, e embaixo da Lua a Terra e embaixo da Terra a anti-Terra; depois de todos eles vem o fogo, que é colocado como uma lareira ao redor do centro."*[(13)]

Por ter raízes conceituais profundamente ligadas à filosofia pitagórica, este modelo, que pode ter pavimentado o caminho para a explicação do movimento celeste, via rotação da Terra em torno de seu eixo[+], não reuniu adeptos fora desta escola. De fato, a adesão a um sistema que implicava na aceitação de um corpo central imóvel de cuja existência não havia nenhuma indicação concreta, além da própria anti-Terra, de natureza pouco clara, exigia, de seu seguidor, um alto grau de fé.[(14)]

Estas concepções acabaram por se tornar insustentáveis para o espírito científico, tendo em vista que deslocamentos marítimos para regiões cada vez mais distantes não indicavam a ocorrência de nenhuma penumbra ou escuridão permanente (como a que seria causada pela anti-Terra no modelo da Fig.3) e nem tampouco qualquer 'calor insuportável' (esperado por aqueles que mantinham a crença de uma anti-Terra associada ao modelo da Fig.2).

Por sua forma simplificada e de fácil poder de assimilação entre o público leigo, especialmente, ganhou grande divulgação, durante muitos séculos, como se verá, um modelo que apresentava a Terra, imóvel, como centro do universo, em torno da qual orbitavam, circularmente, os demais corpos celestes, incluindo a esfera das estrelas, que representava o limite do cosmos.

É importante ressaltar que a ordem de afastamento dos planetas em relação à Terra foi concebida pelos antigos, basicamente, em função do tempo que cada planeta levava para retornar à mesma posição no céu. Entre aqueles que apresentavam maiores períodos estavam Saturno (por volta de 29 anos) e Júpiter (cerca de 12 anos). Assim, eles deviam estar mais próximos da esfera das estrelas do que os demais, e portanto mais distantes da Terra. Marte vinha a seguir, demorando aproximadamente 2 anos para deslocar-se periodicamente pelo zodíaco. A observação terrestre, contudo, apontava tanto para o Sol como para Mercúrio e Vênus o mesmo tempo médio de 1 ano para a revolução destes astros em torno da Terra, tornando polêmica a ordenação dos mesmos em função das suas respectivas distâncias a ela. A seqüência Terra - Lua - Mercúrio -

---

[+] Não se sabe, ao certo, quem primeiro sugeriu a rotação terrestre. Parece ter sido Hiketas (século V a.C.), um pitagórico de Siracusa.[(12)]

Vênus - Sol - Marte - Júpiter - Saturno - esfera das estrelas foi, mais tarde, definitivamente consagrada por Ptolomeu (seção 1.6).

Ocorre que em um modelo de órbitas concêntricas, com a Terra na posição central, vê-se apenas grosseiramente refletido o que realmente acontece no céu, já que ele não permite compreender os movimentos irregulares dos planetas Mercúrio, Vênus, Marte, Júpiter e Saturno na faixa do firmamento chamada Zodíaco. Estes corpos participam do giro diurno das estrelas para ocidente, mas apresentam movimentos próprios bastante peculiares entre as constelações (seção 1.4) - por isso, a designação de planetas ou 'estrelas errantes' a esses cinco pontos luminosos (e também ao Sol e a Lua).

Por incorporar novos e significativos fatos do conhecimento à sua época, merece registro o sistema cosmológico desenvolvido por Heráclides de Pontos (375-310 a.C.), que estudou com Platão. A Terra, neste sistema, ocupa a posição central no universo girando em torno de um eixo que passa pelo seu centro. A sua rotação completa, uma vez por dia, explicava o movimento periódico das estrelas, que mantinham fixas as suas posições umas em relação às outras. Com o seu engenhoso modelo, Heráclides ofereceu uma 'solução' para a questão das variações periódicas no brilho de Vênus que evidenciavam movimentos alternados de aproximação e afastamento em relação à Terra. Não sendo possível o giro deste planeta em torno da Terra, em uma órbita de raio constante, à semelhança da Lua, por exemplo, e como os movimentos de Vênus e Mercúrio pareciam estar intimamente vinculados ao Sol, considerou que o Sol orbitava em torno da Terra, uma vez por ano, com Vênus e Mercúrio girando em torno do Sol. Marte, Júpiter e Saturno, pela ordem, seguiam-se ao Sol, descrevendo órbitas circulares concêntricas à Terra (Fig.4) - uma hipótese insustentável, como se viu, face aos movimentos irregulares destes planetas.

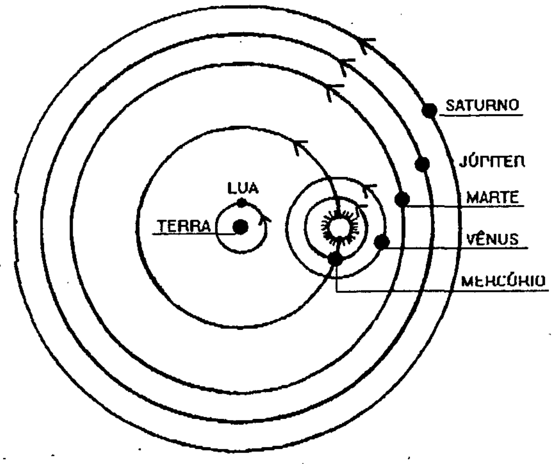


Fig.4 - O sistema de Heráclides

Entre todos os primeiros modelos que visam tornar inteligível o universo até então conhecido, aquele que mais impressiona, não apenas pela sua originalidade mas face à sua singularidade no contexto de idéias antagônicas em que emerge, é o estabelecido por Aristarco de Samos (~ 310-230 a.C.).

Mesmo sob uma ciência dominada pela força do aristotelismo (seção 1.5), para Aristarco é o Sol, imóvel, o centro do mundo. Em torno dele giram, em órbitas circulares e uniformemente, a Terra (com a Lua revolucionando ao seu redor) e os demais planetas. As estrelas são fixas. Além da sua translação em torno do Sol, a Terra rotaciona com velocidade angular constante em torno de um eixo que passa pelo seu centro, completando uma volta em 24h.

Esta 'antecipação' das linhas gerais (isto é, da estrutura básica) do sistema que Copérnico irá apresentar no século XV, como era de se esperar, não reuniu seguidores, pois, segundo Aristóteles, por ser o centro do universo o 'lugar natural' da Terra (seção 2.1), é em torno dela que devem girar todos os corpos celestes.

A Fig.5 ilustra a equivalência cinemática do sistema Sol-Terra, em termos da relatividade de movimentos, nas visões helio e geocêntrica.

1.4 - Os movimentos irregulares dos planetas e o dogma do movimento circular uniforme

Os movimentos irregulares de Mercúrio, Vênus, Marte, Júpiter e Saturno contra o fundo das 'estrelas fixas' constituía-se no grande quebra-cabeça que desafiava a compreensão dos filósofos, astrônomos e matemáticos ao tempo de Platão (428-347 a.C.). Cada planeta movimenta-se, como um todo, de oeste para leste, entre as constelações do zodíaco, até completar um ciclo. Mas durante este seu percurso há acelerações e desacelerações, paradas e inversões de sentido. Explicando melhor: seguindo-se o movimento de um planeta para leste, entre as estrelas, observa-se, depois de um certo tempo, que o seu deslocamento vai ficando cada vez mais lento, até que o planeta pára e inverte o sentido do movimento. A partir daí há uma rápida aceleração seguida de desaceleração e nova parada, com inversão de movimento. O deslocamento para oeste de um planeta é chamado de movimento retrógrado+.

A Fig.6 explicita o movimento retrógrado de um planeta, visto da Terra, em um referencial astronômico cuja disposição dos astros é, essencialmente, a mesma que a que lhe confere Aristarco - o sistema heliocêntrico de Nicolau Copérnico (seção 4.4). Na Fig.8 da seção 1.6 encontra-se uma outra explicação para este fenômeno, centrada no geocentrismo ptolomaico.

+ Os períodos durante os quais os planetas apresentam movimentos retrógrados são consideravelmente menores do que aqueles nos quais os seus movimentos são diretos, isto é, para leste. O movimento de Júpiter, por exemplo, que tem um período de 12 anos, é direto por cerca de 39 semanas e retrógrado por 17. Já Mercúrio, cujo período é de 88 dias, apresenta movimentos retrógrados que duram cerca de 3 semanas, contra 13 ou 14 semanas de movimentos diretos.[16]

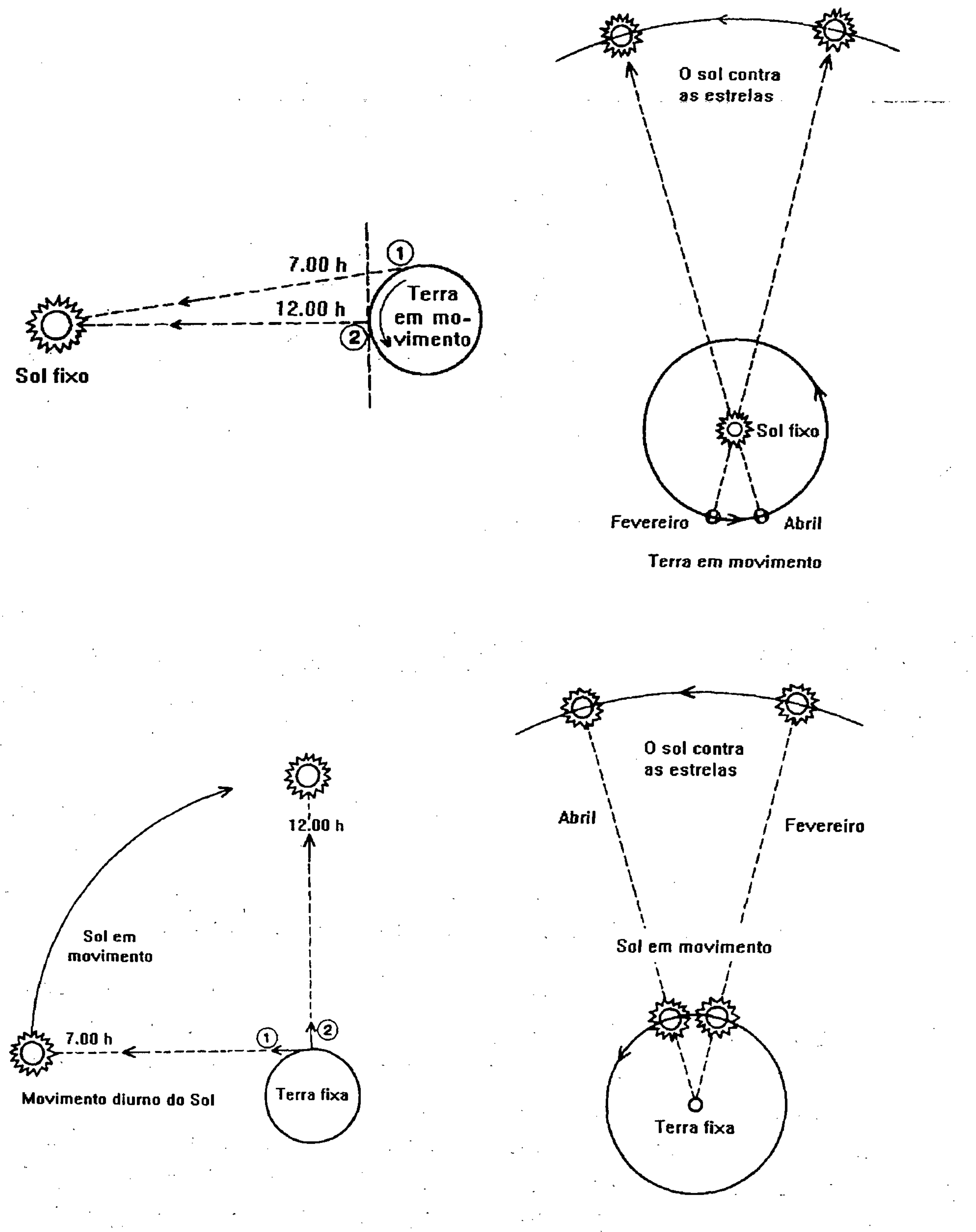


Fig.5 - Equivalência cinemática do sistema Sol-Terra, nas visões hélio e geocêntrica. (Extraída da referência 15).

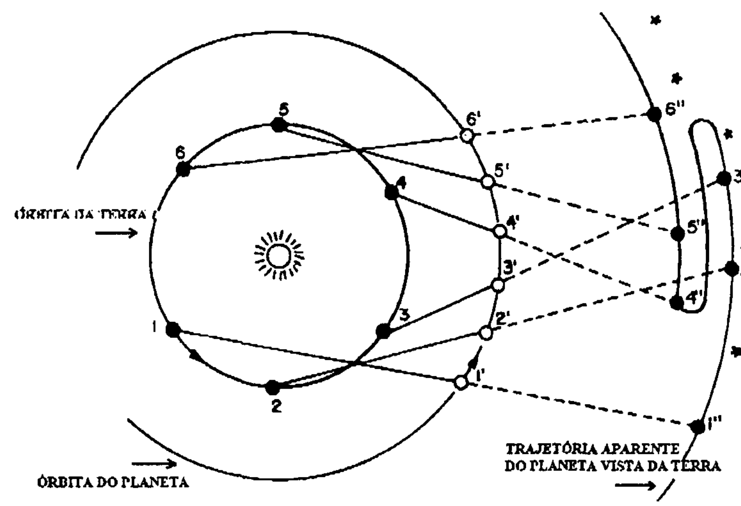


Fig.6 - De acordo com o heliocentrismo copernicano, as diferentes velocidades orbitais da Terra e dos demais planetas explicam porque um observador terrestre atribui inversões periódicas no sentido de seus movimentos. Conforme exemplifica a figura, considerando a Terra e um determinado planeta, quando a Terra está na posição 1 de sua órbita, o planeta, no ponto 1' da sua trajetória em torno do Sol, é visto, a partir da Terra, contra o fundo estelar, como estando localizado em 1''. Prosseguindo ambos os seus respectivos movimentos, geram-se os pares de pontos (2,2'), (3,3'), (4,4') e assim sucessivamente, que levam o observador terrestre a situar o planeta em 2'', 3'', 4'' etc. Como no diagrama em questão o período da Terra é menor do que o do planeta considerado, a Terra se 'adianta' em relação a ele, o que resulta em uma aparente inversão no sentido do movimento do planeta, pouco depois de 3'', e uma nova retomada de seu movimento direto, logo em seguida, para oeste, a partir de 4''. Esta é a explicação para os movimentos retrógrados de Marte, Júpiter e Saturno. No caso de Mercúrio e Vênus a situação é análoga, só que são estes planetas que 'ultrapassam' a Terra por possuírem maior velocidade orbital do que ela.(Figura adaptada da referência 17.)

Influenciado pelas idéias de simetria e beleza do universo pitagórico, Platão é partidário da concepção de um mundo limitado por uma grande esfera na qual se acham 'incrustadas' as estrelas em posições fixas umas em relação às outras. Para além desta esfera não há matéria, não há espaço, não há nada. A Terra, imóvel, é o centro do universo. Por ela passa o eixo da esfera celeste que gira uniformemente de leste para oeste, causando os dias e as noites. Considerando os corpos celestes como entidades de natureza divina e eterna, tal como os pitagóricos, Platão postula que os movimentos irregulares dos planetas resultam de uma <u>combinação</u> de movimentos circulares uniformes, pois somente uma forma geométrica perfeita, como o círculo ou a esfera, pode estar associada às revoluções destes astros.

Platão não é um matemático; é um filósofo, de expressão ímpar na história do conhecimento, que concebe a ordem no universo em termos geométricos, matemáticos. O problema que propõe aos estudiosos, particularmente aos matemáticos, - 'encontrar quais são os movimentos circulares uniformes e ordenados a partir do quais se pode deduzir o movimento dos planetas' - determina os rumos da astronomia teórica até o século XVI, quando finalmente Kepler rompe com o dogma do movimento circular associando órbitas elípticas ao movimento planetário.

Eudoxo (408-355 a.C.), discípulo de Platão e excepcional matemático, seguindo o 'programa' definido por seu mestre para a astronomia, elaborou um complexo sistema explicativo para o movimento do Sol, da Lua e dos planetas ao redor da Terra, estacionária. Segundo ele, o movimento de cada astro está associado à rotação simultânea de um conjunto de esferas concêntricas à Terra onde cada uma gira uniformemente sobre um eixo preso à esfera seguinte (Fig.7). Combinando, adequadamente, o número e tamanho destas esferas com as direções dos eixos de rotação e as correspondentes velocidades angulares, buscava descrever a trajetória de qualquer astro no céu.

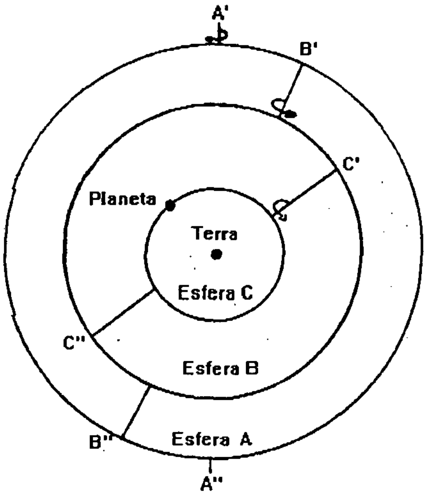


Fig.7 - O sistema de esferas homocêntricas, de Eudoxo, para fins iltustrativos. A esfera C, em cujo equador se encontra o astro cuja trajetória se deseja reproduzir, gira com velocidade angular constante em torno do eixo C'C", o qual encontra-se fixo à esfera B. A esfera B gira com velocidade angular constante em torno do eixo B'B" que está preso à esfera A que, por sua vez, gira com velocidade angular constante em relação ao eixo A'A". O movimento concatenado dessas esferas simula o movimento resultante do astro no céu.

Foram em número de vinte e sete as esferas móveis de Eudoxo: três para o Sol, três para a Lua, quatro para cada planeta e mais a esfera das estrelas fixas, que engloba todo o conjunto. Com este sistema, ele foi o primeiro a formular, matematicamente, uma explicação convincente para a irregularidade do movimento planetário. O modelo apresentou resultados muito bons para Saturno, Júpiter e Mercúrio, bons para a Lua, apenas médios para Sol e Vênus e péssimos para Marte[18]. Contudo, *"Eudoxo não fez qualquer tentativa para conectar uns com os outros os movimentos dos vários grupos de esferas. Assim, é provável que considerasse esse seu sistema apenas como uma construção geométrica conveniente para computar a trajetória aparente dos planetas."*[19] Calipo, que estudou com Eudoxo, refinou o modelo de seu mestre, acrescentando-lhe mais sete esferas

1.5 - O universo aristotélico

Das esferas matemáticas de Eudoxo e Calipo chega-se a Aristóteles e suas esferas materiais. Mas quem é Aristóteles?

Aristóteles de Estagira (384-322 a.C.) é apontado por historiadores da ciência como uma das mentes mais brilhantes de todos os tempos. Contribuiu com trabalhos em várias áreas do conhecimento, como a Biologia, Astronomia, Física, Filosofia, Teologia, Política e outras. Foi, por séculos, considerado como o 'Mestre daqueles que sabem'. *"Se alguém desejava saber, a maneira de o conseguir era ler os textos de Aristóteles com cuidado, estudar comentários sobre Aristóteles para compreender o seu significado em passagens difíceis, e explorar questões que tinham sido levantadas e debatidas a partir dos livros de Aristóteles."*[20] A educação, na universidade, foi moldada sob estas normas, desde o seu começo, no século XIII.

Aristóteles foi um atento observador da natureza. As suas constatações sobre o que via ocorrer na Terra e no firmamento levaram-no a fazer afirmações sobre a natureza das coisas e a formular um modelo do universo.

Na Terra, Aristóteles encontrava um mundo em constante mudança: as alterações no clima promoviam variações drásticas em suas paisagens; o progresso e a decadência na vida dos povos eram períodos que se podiam observar com freqüência; o nascimento, desenvolvimento e posterior morte dos seres humanos, dos vegetais e dos animais exemplificavam algumas destas mudanças. Estas e tantas outras coisas fizeram com que Aristóteles associasse a Terra a mundo imperfeito, corruptível, sujeito a contínuas e profundas modificações.

Toda e qualquer mudança, para Aristóteles, resulta de um propósito intrínseco ou pré-determinado que as coisas têm para se comportar da maneira como se comportam. Assim, um menino cresce porque é da sua natureza transformar-se num homem; uma semente desenvolve-se e transforma-se em uma planta porque assim é da sua natureza. Da mesma forma, uma pedra cai porque há nela um propósito intrínseco em dirigir-se, como se verá, para o centro do universo que é o seu lugar natural. O termo mudança, para Aristóteles, insere-se dentro de um contexto bastante amplo, significando tanto mudança por crescimento (com a passagem do tempo) como mudança por locomoção (mudança de lugar em relação ao tempo), como também alterações verificadas na natureza, em geral.

Quando, por outro lado, Aristóteles voltava-se para o céu via a perfeição. Exceto pelos movimentos dos astros, não havia qualquer espécie de mudança no firmamento. Tudo parecia harmonioso e igual para sempre: a mesma Lua, o mesmo Sol, os mesmos planetas, as mesmas estrelas.

O mundo dos céus e o mundo da Terra eram diferentes e portanto deveriam apresentar constituições físicas diferentes. Isto ainda era reforçado pelo fato de que a Terra parecia ocupar um lugar de destaque neste cenário, a julgar-se pela constatação de que todos os corpos celestes pareciam girar ao seu redor. A própria imobilidade da Terra podia ser constatada por um fato bastante corriqueiro: lançando-se um objeto para cima, este retornava, rigorosamente, ao mesmo lugar de onde partira. Se, por outro lado, a Terra estivesse em movimento (de rotação, ou de translação, ou de ambos, simultaneamente) isto, de acordo com o pensamento da época, não deveria acontecer porque enquanto o objeto estivesse no ar a Terra se deslocaria e, desta forma, o objeto cairia num ponto afastado em relação àquele do lançamento.

Estes fatos fizeram com que Aristóteles, ao organizar o seu sistema filosófico natural, retomasse a concepção de Empédocles segundo a qual a terra, a água, o ar e o fogo se combinariam entre si para formar todas as coisas. Ele, no entanto, colocou a restrição de que esses elementos comporiam apenas as coisas da Terra. Os corpos celestes, diferentemente, eram compostos, exclusivamente, de uma quinta substância, o éter, um elemento puro, inalterável, transparente e sem peso, que contrastava com os encontrados na Terra, que estão sujeitos a mudanças e que portanto são corruptíveis. Com isso explicava Aristóteles a decadência das coisas, o nascimento e a morte dos animais e vegetais etc. na Terra, e a permanência dos objetos celestes.

O universo de Aristóteles é finito e esférico. Tem a Terra, imóvel, como centro, e a região onde se encontram as estrelas como seu limite. Para além da esfera das estrelas não existe nada. *"Na ciência de Aristóteles, matéria e espaço andam juntos ... e devem terminar juntos; não é preciso construir uma parede para limitar o universo e a seguir ficar se interrogando sobre o que limita esta parede"*[21]. Conforme ele menciona em uma das passagens de seu livro 'Dos céus', *"Não há qualquer massa ou corpo para além do céu. O mundo, no seu todo, é constituído pela soma total da matéria disponível ... "*[22]

Com Aristóteles chegam a 55 o número de esferas necessárias para descrever o mundo físico. Valendo-se dos períodos aparentes de revolução da Lua, do Sol e dos planetas em torno da Terra classificou-os de acordo com a seguinte ordem crescente de afastamento a partir desta: Lua, Mercúrio, Vênus, Sol, Marte, Júpiter e Saturno. Devido à maior proximidade com a Terra, a Lua era o único corpo celeste no qual se podia detectar alguma imperfeição, conforme se podia constatar pela sua aparência manchada. Isto, contudo, não representava nada de mais grave porque, afinal, ela se constituía *"numa espécie de marco divisório entre a região terrestre da mudança (corruptibilidade) e a região celeste da permanência e da incorruptibilidade."*[23] Para Aristóteles só podiam ocorrer mudanças no céu em regiões circunvizinhas à Terra. Assim, não considerava os cometas como astros, mas como evaporações que tinham origem na Terra e que ascendendo à alta atmosfera se inflamavam.

De acordo com Aristóteles, não há, em nenhum ponto do universo, o vácuo, isto é, ausência de matéria. As esferas associadas aos movimentos dos astros são esferas materiais, constituídas de éter. Sete destas esferas contêm o Sol, a Lua e os cinco planetas, que são condensações locais do éter que 'preenche' toda a região celeste. As demais fornecem as ligações mecânicas necessárias para a reprodução dos movimentos observados. *"A esfera das estrelas é movida uniformemente por um motor divino. Por atrito, o movimento dessa esfera se transmite às outras, o que mantém a Lua, o Sol e os planetas em movimento ... O atrito gerado pelo movimento relativo das esferas aquece os corpos celestes, o que explica tanto o seu brilho como o calor que irradiam."*[24]

É importante observar que com suas esferas materiais Aristóteles pretendia estabelecer um modelo que tivesse realidade física, ao contrário de Eudoxo e Calipo que se limitaram a construir dispositivos puramente geométricos para o céu. As esferas aristotélicas, no entanto, mesmo possibilitando um sem número de combinações de movimentos circulares envolvendo cada planeta, restringiam o movimento destes astros a distâncias fixas em relação à Terra, não sendo possível, por esse motivo, conciliar o modelo com as flutuações nos brilhos dos planetas.

1.6 - O sistema de Ptolomeu

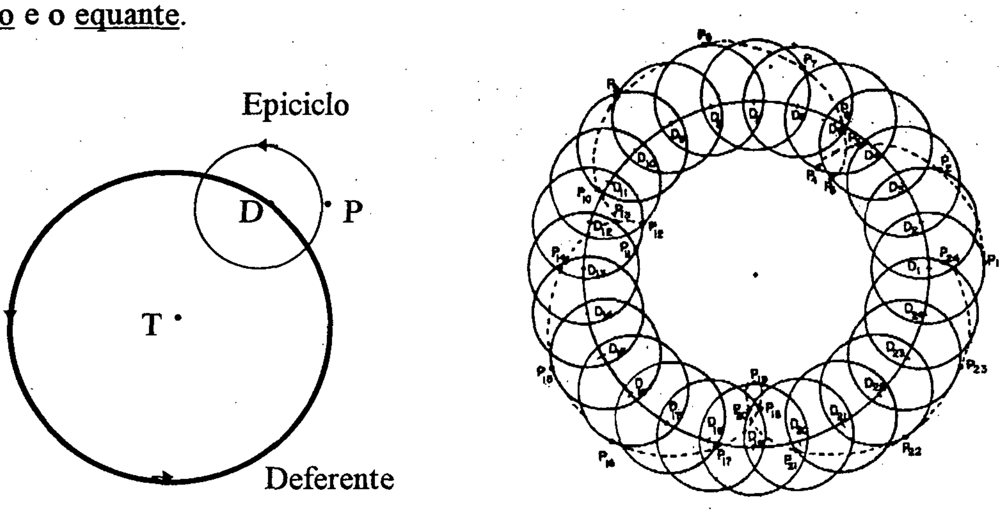
Até Aristóteles, os modelos que visavam representar os movimentos do Sol, da Lua e dos planetas alicerçavam-se, basicamente, sobre observações esparsas e irregulares destes astros e não é difícil se entender as suas limitações. A geração de novos dados observacionais, conjugada a uma astronomia essencialmente matemática, acabou propiciando condições para a elaboração de um novo sistema astronômico que dominou, até Copérnico (século XV), a descrição do céu. Este sistema começou a ser desenvolvido por Apolônio de Perga (230 a.C.), foi aperfeiçoado por Hiparco de Nicéia (130 a.C.), no século seguinte, e estruturado em sua forma final por Claudio Ptolomeu (~100 - 170 a.D.), que viveu na cidade de Alexandria.

A "Sintaxis Mathematica", o "Almagesto", como ficou conhecido, é um tratado matemático em que Ptolomeu apresenta uma teoria completa, coerente, com amplo poder preditivo, sobre o movimento da Lua, do Sol e dos planetas.[25] A sua astronomia é compatível com a doutrina aristotélica de uma Terra imóvel e referencial para todos os movimentos. O céu, esférico, gira diurnamente de leste a oeste para um observador no equador terrestre. A regularidade com que, dia após dia, 'aparecem' e 'desaparecem' as estrelas, que não mudam de posição umas em relação às outras, atesta isso.

No sistema ptolomaico, as estrelas encontram-se distribuídas sobre uma superfície esférica concêntrica à Terra. A esse respeito, vale registrar as palavras de Geminos que, no século I a.C, escreve: *"No alto, existe a esfera que é chamada a esfera das (estrelas) fixas, sobre a qual se encontra a representação de todas as constelações. Resguardemo-nos de supor que todas as estrelas estão situadas sobre a mesma superfície: umas são mais elevadas, outras mais baixas* *(mais próximas da Terra); mas, como a vista só atinge certa distância, a diferença de altura se torna imperceptível."*[26] Mesmo havendo algumas divergências quanto ao fato de as estrelas estarem ou não a uma mesma distância da Terra, o que, afinal, nem é tão importante assim, como ressalta o próprio Geminos, é a concepção amplamente aceita de que 'as estrelas estão sobre uma mesma superfície ou ocupando um pequeno volume', que Ptolomeu incorpora ao sistema que elabora.

A esfericidade da Terra é outro pressuposto fundamental. Inúmeros fatos a corroboram, como, por exemplo, a sombra projetada pela Terra no Sol e na Lua durante os eclipses e a constatação de que o Sol, a Lua e as estrelas se põem, primeiro, para observadores situados mais a leste e depois para aqueles mais a oeste (Se a Terra tivesse uma configuração plana, todos os astros 'desapareceriam' no horizonte de uma só vez, independentemente da posição do observador). Por outro lado, as dimensões desta esfera não se configuram muito grandes, pois através da observação constata-se que algumas estrelas visíveis para observadores mais ao norte deixam de ser observadas por viajantes que se deslocam para o sul.

A fim de explicar, entre outras coisas, as diferentes estações do ano, as fases da Lua, o movimento retrógrado dos planetas e suas variações de brilho e diferentes períodos o sistema ptolomaico inclui inúmeros artifícios geométricos, entre os quais o epiciclo-deferente, o excêntrico e o equante.



(a) (b)

Fig.8 - O sistema epiciclo-deferente (extraído da referência 27). (a) Em relação ao centro do epiciclo, D, o planeta, P, executa um movimento circular uniforme. (b) O movimento do planeta, visto a partir da Terra, T, apresenta diversos 'loopings' que estão asssociados a seu movimento retrógrado. As 'paradas' e subsequentes inversões de sentido do planeta ocorrem quando as velocidades de rotação de P e D são iguais e opostas.

Através do epiciclo-deferente podia-se entender o movimento retrógrado de um planeta. De acordo com este modelo, em sua forma mais simplificada, um planeta desloca-se com velocidade angular constante em uma circunferência denominada epiciclo, cujo centro orbita em torno da Terra, com velocidade angular também constante, em uma circunferência maior denominada deferente (Fig.8). Tomando por base esta estrutura inicial, procedia-se ao ajuste dos raios do epiciclo e do deferente e das velocidades de rotação do planeta e do epiciclo, visando a concordância do modelo com as observações do planeta a partir da Terra, estacionária. Novos epiciclos, adicionados aos já existentes, terminavam por garantir a consecução deste objetivo.

O excêntrico explicava as variações de velocidade do Sol em relação à Terra. De acordo com este modelo, o Sol orbita com velocidade angular constante em torno de um ponto que não coincide com o centro da Terra. Em decorrência disto, a sua velocidade angular é variável para um observador terrestre (Fig.9). A distância entre o centro da Terra e o centro do excêntrico é denominada excentricidade.

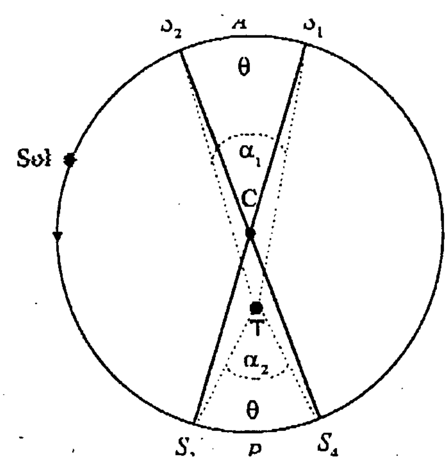
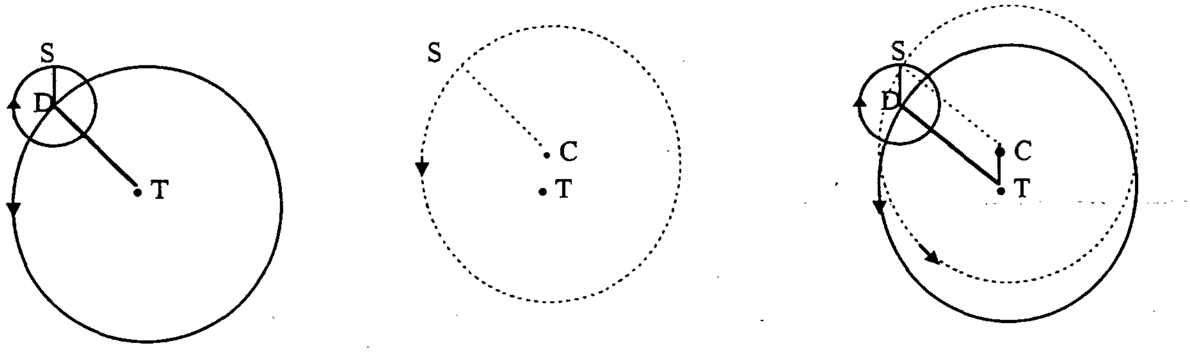


Fig.9 - O modelo excêntrico. Em movimento uniforme em torno de C, o ângulo descrito pelo Sol em seu deslocamento de S_1 a S_2, e de S_3 a S_4, durante um intervalo Δt, é θ para um observador em C, e, respectivamente, igual a α_1 e α_2 para um observador na Terra. Como $\alpha_1 \prec \theta$ e $\alpha_2 \succ \theta$, isto implica que $\omega_1 = \alpha_1/t < \omega = \theta/t \prec \omega_2 = \alpha_2/t$. Assim, o Sol movimenta-se mais rápido no perigeu (ponto mais próximo da Terra) P, do que no apogeu (ponto mais afastado da Terra) A.

O modelo epiciclo-deferente pode, também, descrever as variações de velocidade do Sol em sua órbita. De fato, o epiciclo-deferente, em sua forma mais simples, e o excêntrico são equivalentes, isto é, conduzem rigorosamente ao mesmo movimento resultante para o Sol (Fig.10) quando são iguais o raio do epiciclo e a excentricidade (o mesmo ocorrendo em relação aos diâmetros do deferente e do excêntrico) e os períodos de revolução do movimento do Sol em torno do centro do epiciclo e do centro do epiciclo em torno da Terra. Como o movimento do Sol é sempre 'direto', não apresentando inversões de sentido, epiciclo e deferente revolucionam em sentidos opostos.



(a) (b) (c)

Fig. 10 - O epiciclo-deferente (a) e o excêntrico (b), são ambos equivalentes para a descrição do movimento orbital do Sol (c), quando além de serem idênticos os raios do deferente, TD e do excêntrico, CS, forem também iguais os comprimentos DS e TC, bem como os perídos de revolução de S em torno de D e de D ao redor de T, movimentos estes que se processam, respectivamente, no sentido horário e anti-horário.

O equante constitui-se em um outro importante dispositivo empregado por Ptolomeu para reconciliar a teoria dos epiciclos com os dados observacionais. Neste arranjo geométrico (Fig. 11), o centro do epiciclo de um planeta não se desloca com velocidade angular constante nem em relação ao centro de seu deferente, que não coincide com o centro da Terra, nem em relação à Terra. O movimento uniforme somente ocorre para um ponto próximo a estes dois últimos, denominado equante.

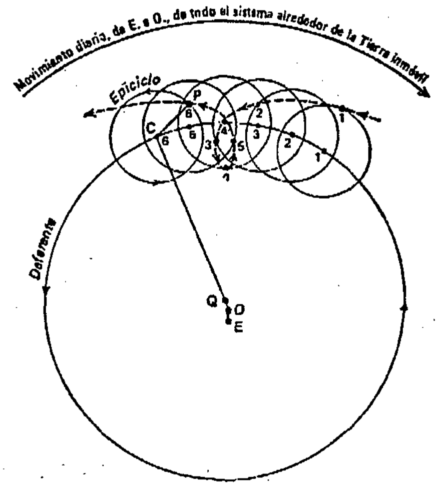


Fig. 11 - O equante (extraído da referência 28). A trajetória irregular de um planeta, P, vista da Terra, T, contra o fundo das estrelas, é descrita pela linha pontilhada. Neste sistema, à medida que o planeta se movimenta, o segmento CQ, determinado pelo centro do epiciclo, C, e pelo centro do equante, Q, descreve ângulos iguais em intervalos de tempos iguais.

A Fig. 12 ilustra os diferentes arranjos geométricos através dos quais o sistema ptolomaico consegue reproduzir, com razoável precisão e de forma muito superior a de qualquer outro sistema até então proposto, os dados de que se dispunham sobre o movimento dos planetas, do Sol e da Lua. Houve, até Copérnico (século XV), algumas tentativas no sentido de aperfeiçoá-lo, mas sem acréscimos significativos.

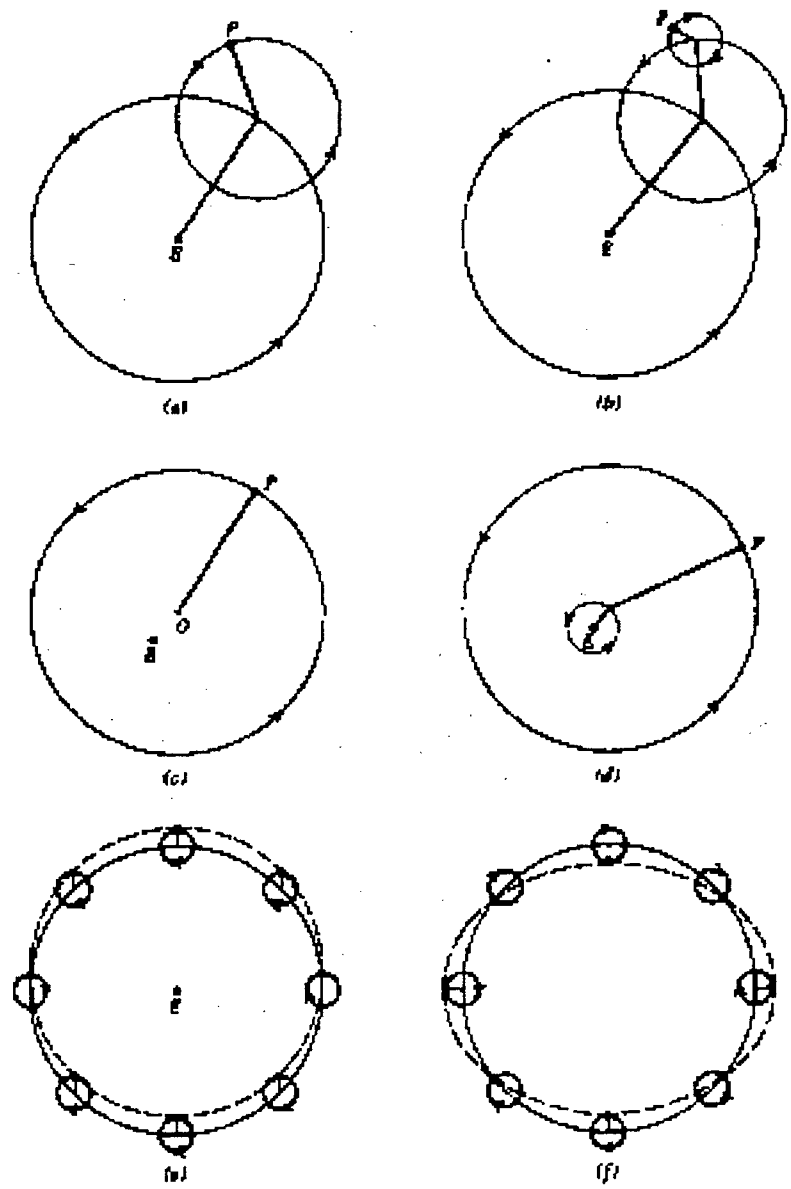


Fig. 12 - Os artifícios geométricos da astronomia ptolomaica: (a) um epiciclo sobre um deferente; (b) um epiciclo sobre um epiciclo maior; (c) um excêntrico; (d) um excêntrico sobre um deferente; (e) o efeito de um epiciclo menor de mesmo período que o deferente; (f) o efeito de um epiciclo menor com o dobro do período do deferente. (Extraída da referência 29.)

1.7 - Astronomia matemática versus astronomia física

Os diferentes sistemas cosmológicos e artifícios matemáticos apresentados nas seções anteriores, vistos aos olhos da ciência de hoje, colocam à discussão uma interessante questão de cunho epistemológico.

De acordo com Aristóteles, a física, ou filosofia natural, tem o seu escopo de atuação bem definido: ela objetiva o estudo do mundo material, ou seja, dos processos de mudança inerentes à matéria situada na região sublunar, sujeita à geração e corrupção, de acordo com a sua natureza.

No que diz respeito à astronomia, uma outra importante vertente do conhecimento teórico, 'a elaboração de constructos puramente computacionais, que visavam efetuar predições corretas', ou 'o desenvolvimento de cosmologias que se propunham a descrever e explicar o mundo tal como de fato ele é', caracterizava dois diferentes programas de investigação, duas concepções filosóficas distintas sobre o 'status' cognitivo de uma teoria científica, das quais Platão e Aristóteles são seus artífices[30].

O programa astronômico de Platão deu origem à astronomia matemática. Seus 'adeptos' não questionavam a veracidade ou a falsidade de uma teoria, mas sim a sua utilidade, em termos descritivos e preditivos. Não há qualquer compromisso dos elementos constituintes da teoria com a materialidade do mundo físico. Em poucas palavras, as teorias assim construídas são matemáticas e não físicas. Os defensores desta tese são os 'instrumentalistas'. As esferas de Eudoxo, os excêntricos, os epiciclos e todo o instrumental da astronomia ptolomaica exemplificam esta corrente de pensamento.

A cosmologia aristotélica lançou as raízes da astronomia física. As entidades postuladas pelas teorias desenvolvidas segundo esta linha de pensamento não são meros instrumentos de cálculo, elas possuem realidade física, como as esferas celestes de Aristóteles, daí a designação de 'realistas' a seus seguidores.

Instrumentalistas e realistas, apesar de suas divergências metodológicas, centram no movimento circular uniforme as hipóteses e modelos que desenvolvem no intuito de reproduzir as trajetórias observadas dos astros no céu.

Para os instrumentalistas, hipóteses bem distintas, que geram resultados idênticos, são igualmente válidas para a descrição de um mesmo fenômeno. Salvar as aparências, é o que eles visam com suas hipóteses. Neste sentido, é vista com naturalidade, dentro do que se está chamando de astronomia matemática, a equivalência dos modelos excêntrico e epiciclo-deferente no que concerne à descrição das variações de velocidade do Sol em sua órbita (seção 1.6).

Adrasto de Aphrodisia, provou que a hipótese do excêntrico era uma conseqüência da hipótese do epiciclo-deferente. Theon de Smyrna, em sua "Astronomia", demonstrou o inverso. De acordo com Theon, este fato revela que *"é impossível, ao astrônomo, descobrir a hipótese verdadeira, aquela que está de acordo com a natureza das coisas"*. Assim, *"qualquer que seja a*

Tee, p.265

hipótese mantida, as aparências serão salvas; é por isso que se pode considerar como vãs as discussões dos matemáticos, alguns dos quais dizem que os planetas só são transportados por círculos excêntricos, enquanto outros pretendem que eles sejam levados por epiciclos, e outros ainda que eles se movam em torno do mesmo centro que as esferas fixas"[31]

Por outro lado, o universo esférico, as esferas celestes sólidas em movimento circular uniforme em torno do centro do mundo e a posição privilegiada da Terra, imóvel, neste ponto central são condições que Aristóteles impõe a qualquer hipótese, *"não porque elas lhe pareçam indispensáveis para salvar as aparências que os observadores constatam, mas porque elas são exigidas, segundo ele, pela perfeição da essência de que os céus são formados e pela natureza do movimento circular. Enquanto Eudoxo e Calipo controlam suas hipóteses examinando se elas salvam as aparências, Aristóteles dirige a escolha dessas hipóteses por proposições justificadas por especulações sobre a natureza dos corpos."*[32] O método que Aristóteles defende é, sem dúvida, o do físico, ou melhor, o da astronomia física, para não entrar em conflito com a dicotomia por ele estabelecida sobre os mundos celestes e terrestres.

Adrasto e Theon situam-se entre os 'realistas', pois consideram que a escolha de uma hipótese astronômica deve estar de acordo com a natureza das coisas. Mas eles não comungam dos mesmos 'princípios físicos' seguidos por Aristóteles. Ambos, por exemplo, atribuem materialidade física ao mecanismo do epiciclo, que Aristóteles rejeita. Segundo Theon, em sua *"Astronomia", "Adastro de Aphrodisia, atribui a cada astro errante um orbe contido entre duas superfícies esféricas concêntricas ao Universo. No interior desse orbe encontra-se uma esfera cheia que ocupa toda a sua espessura. O astro, enfim, está encaixado nesta esfera cheia. O orbe arrasta esta esfera na rotação que efetua em torno do centro do Mundo, enquanto a esfera cheia gira sobre si mesma. Por esse mecanismo, o planeta descreve um epiciclo cujo centro percorre um círculo concêntrico ao Mundo."*[33]

Para estes dois astrônomos, *"o que está de acordo com a natureza, é que certas linhas circulares ou helicoidais não sejam descritas pelos próprios astros movendo-se por si mesmos em sentido contrário ao do movimento do Universo; e também que não existam círculos que giram em torno de seus centros particulares arrastando os astros que lhes estão invariavelmente ligados... Como poderia ocorrer, de fato, que tais corpos fossem ligados a círculos imateriais?"*[34] Esta é a compreensão que têm da realidade da natureza e dos modelos que visam o seu entendimento - um astro não pode se mover por si mesmo através do céu. Ele necessita de um mecanismo condutor, fisicamente possível.

Com o sistema de Ptolomeu, a astronomia matemática estabelece domínios quase absolutos até Copérnico. O movimento circular uniforme, presente na rotação de esferas homocêntricas, nos epiciclos, nos excêntricos, em esferas que giram articuladamente sem ter um centro em comum etc., é a chave para a combinação de movimentos que levam a um bom termo teoria e observação, isto é, que conseguem salvar os fenômenos, salvar as aparências. Cabe, contudo, ao astrônomo *"resguardar-se contra a crença de que suas hipóteses representam os movimentos reais dos astros."*[35]

Os rumos que a astronomia toma sob esta filosofia contribuem, curiosa e decisivamente, para realçar a dicotomia entre o céu e a Terra, tão acentuadamente enfatizada na filosofia aristotélica.

1.8 - Perguntas e respostas

1. A 'natureza da essência celeste' impõe algum limite ao trabalho do astrônomo que se alinha ao programa de Platão para salvar os fenômenos?

Não! O astrônomo que procura hipóteses adequadas para salvar os movimentos aparentes dos astros não conhece outro guia senão a regra da maior simplicidade: é preciso, do melhor modo possível, adaptar as hipóteses mais simples aos movimentos celestes; mas se elas não são suficientes, deve-se tomar outras mais convenientes. A representação exata dos movimentos celestes poderá obrigar o astrônomo a complicar gradualmente suas suposições; mas a complexidade do sistema no qual ele se detém não poderá ser um motivo para rejeição do sistema se ele concordar exatamente com as observações.[36]

2. Por que devemos colocar a origem da astronomia e da cosmologia científica na Grécia e não na Babilônia?

Ao responder a esta pergunta, o historiador da ciência Alexandre Koyré reporta-se aos feitos dos babilônios que observaram os céus, fixaram as posições das estrelas e organizaram catálogos com as posições dos planetas. Isto acabou permitindo-lhes fazer certas previsões sobre as posições dos planetas e incursionar pelos caminhos da astrologia. *"Assim, se a predição e a previsão equivalem a ciência, nada é mais científico do que a astronomia babilônica. Mas vendo-se na atividade científica sobretudo um trabalho teórico e acreditando-se que não há ciência onde não há teoria, rejeitar-se-á a ciência babilônica e dir-se-á que a cosmologia científica dá seus primeiros passos na Grécia, pois foram os gregos que, pela primeira vez, conceberam e formularam teorias explicativas sobre o dado observável, algo que os babilônios jamais fizeram.*[37]

1.9 - Questões

1. Que pergunta dirige o pensamento dos primeiros filósofos jônicos?

2. Para Pitágoras, os planetas descreviam o mais simples e simétrico dos movimentos ao redor da Terra, o movimento circular uniforme. Em que consiste tal movimento?

3. Por que Aristóteles considerava a Terra diferente dos demais corpos celestes?

4. Que movimento perpétuo é compatível com a idéia de um universo finito? Explique.

5. Por que o mecanismo do epiciclo é incompatível com a filosofia aristotélica?

6. Discuta o confronto astronomia matemática versus astronomia física.

1.10 - Referências Bibliográficas

1. RONAN, C.A. História ilustrada da ciência. Rio de Janeiro, Zahar, 1987. v.1, p.15.

2. DREYER, J.L.E. A history of astronomy from Thales to Kepler. New York, Dover Publications. p.12 e 13.

3. SAMBURSKY, S. El mundo físico de los griegos. Madrid, Alianza Editorial, 1990. p.31.

4. COLLINGWOOD, R.G. Ciência e filosofia. Lisboa, Editorial Presença, 5ª ed., 1986. pp.46-47.

5. RONAN, C.A. Referência 1, p.82.

6. SAMBURSKY, S. Referência 3, p.39.

7. FARRINGTON, B. A ciência grega. São Paulo, Ibrasa, 1961. p.37.

8. GUTHRIE, W.K.C. Os filósofos gregos: de Thales a Aristóteles. Lisboa, Editorial Presença, 1ª ed., 1987. p.36.

9. GORMAN, P. Pitágoras: uma vida. São Paulo, Cultrix/Pensamento, 1989. p.9.

10. DUHEM, P. Le système du monde - histoire des doctrines cosmologiques de Platon à Copernic. Paris, 1913, v.1. Citado por KOESTLER, A. O homem e o universo: como a concepção do universo se modificou através dos tempos. São Paulo, Ibrasa, 1989. 2ª ed.

11. GOMPERZ THEODOR. The development of the pythagorean doctrine. In: MUNITZ, M.K. (ed.) Theories of the universe: from babylonian myth to modern science. New York, The Press, 1957. Citado por EVORA, F.R.R. A revolução copernicana-galileana. Campinas, UNICAMP, Centro de Lógica, Epistemologia e História da Ciência, 1988. v.1, p.16.

12. DREYER, J.L.E. Referência 2, p.42.

13. AËTIUS. Placita. apud COHEN, M.R. & DRABKIN, I.E. A source book of greek science. Cambridge, Harvard University, 1966. p.97. Citado por EVORA, F.R.R. Referência 11, p.17.

14. DREYER, J.L.E. Referência 2, p.49.

15. HANSON, N.R. Constelaciones y conjeturas. Madrid, Alianza Universidad, 1985. pp.25 e 27.

16. BERRY, A. A short history of astronomy. New York, Dover Publications. p.15.

17. BLANPIED, W.A. Physics: its structure and evolution. Whaltham, Baisdell Publishing Company, 1969. p.58.

18. Citado por MARTINS, R.A. (nota 21, p.48) In: COPÉRNICO, N. Commentariolus: pequeno comentário de Nicolau Copérnico sobre suas próprias hipóteses acerca dos movimentos celestes. São Paulo, Nova Stella, 1990.

19. DREYER, J.L.E. Referência 2, p.91.

20. DRAKE, S. Galileu. Lisboa, Publicações Dom Quixote, 1981. p.25.

21. KUHN, T.S. A revolução copernicana. Rio de Janeiro, Edições 70, 1990. p.100.

22. ARISTÓTELES, On the heavens. trad. W.K.C. Guthrie. The Loeb Classical Library (Cambridge: Harvard University Press, 1939). p.91. Citado por KUHN, T.S. Referência 21, p.100.

23. COHEN, I.B. O nascimento de uma nova fisica. Lisboa, Gradiva, 1988. p.33.

24. LUCIE, P. A gênese do método científico. Rio de Janeiro, Edições Campus, 1977. p.43.

25. PÉREZ SEDEÑO, E. Introducción. In: PTOLOMEO, C. Las hipótesis de los planetas. Madrid, Alianza Editorial, 1987. p15.

26. GEMINOS. Introduction aux phénomènes. Livro I, 23, p.6. Citado por MARTINS, R.A. (nota 7, p.33) In: COPERNICO N. Referência 18.

27. EVORA, F.R.R. Referência 11, pp.44 e 45.

28. CROMBIE, A.C. Historia de la ciencia: de San Agustín a Galileu. Siglos XIII-XVII. Madrid, Alianza Editorial, 1987. p.84.

29. WESTFALL, R.S. The construction of modern science: mechanisms and mechanics. Cambridge, Cambridge University Press, 1990. p.7

30. PÉREZ SEDEÑO, E. Referência 25, pp.20 e 21.

31. THEON de Smyrna. Liber de Astronomia cum Sereni fragmento, textum primus edidit, latine vertit T.H.MARTIN (Paris,1849), p.221. Citado por DUHEM, P. Salvar os fenômenos: ensaio sobre a noção de teoria fisica de Platão a Galileu. Cadernos de História e Filosofia da Ciência. Suplemento 3/1984. p.10.

32. DUHEM, P. Referência 31, p.8.

33. THEON de Smyrna, p.275. Citado por DUHEM, P. Referência 31, p.14.

34. Conforme MARTIN, T.H. (nota 5, p.274). Citado por DUHEM, P. Referência 31, p14.

35. DUHEM, P. Referência 31, p.21.

36. DUHEM, P. Referência 31, p.16.

37. KOYRÉ, A. Estudos de história do pensamento científico. Brasília, Editora Universidade de Brasília, 1982. pp.81 e 82.

Capítulo 2

A física aristotélica

2.1 - Introdução

É pouca a ênfase atribuída por livros de texto do ensino médio brasileiro (e mesmo universitários) a aspectos históricos da relação entre força e movimento[1]. A física aristotélica, por exemplo, é apresentada em geral de forma incipiente e amplamente descontextualizada nos materiais instrucionais. Com isso, mostra-se pouco atrativa e mesmo desprovida de sentido para o leitor que, não compreendendo os seus fundamentos básicos, vê com desconfiança e incredulidade algumas idéias aparentemente superficiais e ingênuas, aos olhos de hoje, aparecerem como elementos essenciais de uma teoria científica.

Como ressalta o historiador da ciência Alexandre Koyré, *"A física de Aristóteles não é um amontoado de incoerências mas, pelo contrário, é uma teoria científica, altamente elaborada e perfeitamente coerente, que não só possui uma base filosófica muito profunda como está de acordo muito mais do que a de Galileu com o senso comum e a experiência quotidiana"*[2].

A descaracterização do referencial aristotélico nos textos didáticos acaba inibindo qualquer relacionamento entre este referencial e o senso comum do aluno, deixando à margem do processo educativo um importante resultado da pesquisa educacional: o fato de que para estudantes de qualquer nível de escolaridade não pode haver movimento sem força e que força e velocidade são proporcionais.

Contudo, há muito mais a se explorar em Aristóteles do que apenas a sua tão divulgada idéia de que deve haver compulsoriamente um agente motor atuando sobre um corpo para a manutenção de seu movimento. O meio, também, e não apenas a força motora, desempenha um papel de destaque na dinâmica aristotélica. O vácuo, para Aristóteles, não existe, assim como não existe movimento sem resistência. Para rejeitar o movimento no vazio, Aristóteles, curiosamente, acaba utilizando como argumento o que a partir do século XVII seria conhecido como o princípio da inércia. Segundo suas próprias palavras, *"[Deste modo] ninguém poderá dizer por que uma coisa uma vez colocada em movimento deveria parar aqui ou ali? Assim, uma coisa estará ou em repouso ou movendo-se 'ad infinitum' a menos que algo mais forte se lhe oponha como obstáculo"*[3]. Aristóteles, de fato, não pode aceitar este princípio porque um movimento infinito implicaria em um universo sem limites, o que era inconcebível para ele.

Nas próximas seções discute-se as idéias de Aristóteles sobre o movimento dos corpos como parte integrante e indissociável de sua filosofia natural. Além do seu valor didático junto a certas idéias intuitivas do estudante sobre o relacionamento entre força e movimento, a física aristotélica apresenta-se como um referencial indispensável para a compreensão da física medieval e da revolução na mecânica ocorrida no século XVII.

2.2 - Aristóteles e os movimentos naturais

No campo da mecânica, as considerações de Aristóteles sobre o movimento dos corpos foram objeto de extensos estudos e debates, notadamente no período que vai do final do século XII até Galileu. A sua concepção de movimento, e em particular o de um movimento natural, é parte fundamental da sua cosmologia. Ela relaciona-se com a forma pela qual imaginava estar constituída a matéria e com a idéia de que os elementos terra, água, ar e fogo possuíam lugares definidos no universo físico.

O lugar natural da terra e da água (por serem 'pesados') é embaixo. Assim, eles tendem a se mover para baixo. Por ser mais leve (menos densa) que a terra, o lugar natural da água é sobre a terra.

O lugar natural do fogo e do ar (por serem 'leves') é em cima. Por isso eles tendem a se mover para cima. Por ser mais leve que o ar, o fogo procura o seu lugar natural, que é acima do ar.

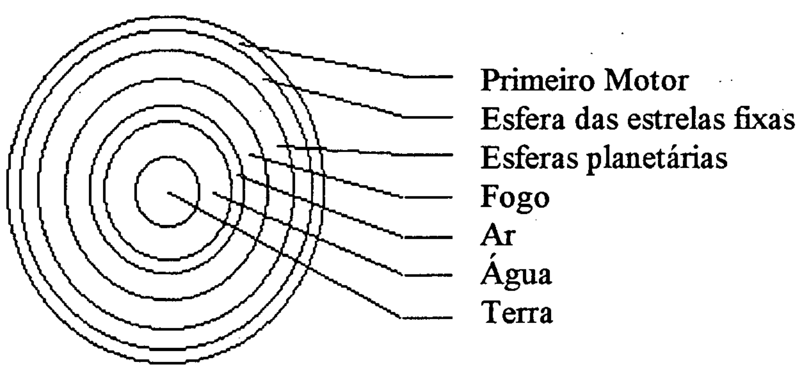


Fig.1 - Um esboço geral do universo aristotélico. As camadas concêntricas dos elementos terra, água, ar e fogo, nesta ordem, constituem a região sub-lunar. Seguem-se as esferas planetárias e a esfera das estrelas fixas, situadas na região celeste. A esfera das estrelas é movida pelo Primum Mobile, (Primeiro Motor) de origem divina.

Idealmente, isto é, livre de perturbações, estes quatro elementos seriam encontrados em sua forma pura dispostos em camadas concêntricas tendo como centro o centro da Terra (Fig.1). Isto, contudo, não acontece, porque a região terrestre é perturbada pelo movimento da esfera da Lua, "*que empurra constantemente camadas de fogo para baixo estabelecendo correntes que impelem e misturam os elementos em todo o mundo sublunar*"[(4)]. Desta forma, a água dos rios, por exemplo, é constituída principalmente do elemento água, mas também apresenta pequenas quantidades de terra, ar e fogo: a água contém terra porque aparecem resíduos da mesma no fundo de um recipiente com água; contém ar porque os seres vivos marinhos respiram; contém fogo porque quando aquecida ela tende a subir (dilata-se). Ao ferver, a percentagem do elemento fogo existente na água aumenta muito e a mistura 'sobe', como vapor. Analogamente, a terra de que fala Aristóteles não é aquela que se pode pegar com as mãos, mas sim *"uma substância mais refinada e sublime, liberta das misturas e impurezas que caracterizam a terra vulgar"*[(5)].

Segundo Aristóteles, as diferentes substâncias e objetos do mundo terrestre originam-se de diferentes combinações dos elementos terra, água, ar e fogo. Um corpo será mais leve ou mais pesado de acordo com o percentual em que nele figuram cada um destes quatro elementos.

Dentro desta concepção de lugar natural e da constituição da matéria pode-se, então, entender porque uma pedra cai quando solta de uma certa altura. Por ser uma pedra constituída basicamente do elemento terra, ela cai porque deve retornar ao centro do universo, seu lugar natural. O movimento da pedra em direção ao solo é um movimento natural e por isso não precisa ser objeto de uma discussão mais aprofundada. A propósito, para Aristóteles, se duas pedras, uma pesada e outra leve, são soltas de uma mesma altura, a pedra mais pesada atinge o solo primeiro. Isto acontece porque a pedra mais pesada possui mais 'terra' do que a pedra mais leve. Com isso, a pedra mais pesada tem uma tendência maior para alcançar mais depressa a sua posição natural.

De modo análogo, a fumaça, por ser leve, sobe para ocupar o seu lugar natural, que é 'em cima'. O movimento de subida da fumaça é também um movimento natural.

Movimentos naturais (como o da pedra e da fumaça), isto é, movimentos 'para baixo' de corpos pesados ou movimentos 'para cima' de substâncias leves, resultam de um propósito intrínseco que as coisas têm para buscar o seu lugar natural.

O Sol, a Lua, os planetas e as estrelas também apresentam movimentos naturais que, no entanto, são distintos dos movimentos naturais retilíneos terrestres, que têm um início e um fim, como qualquer fenômeno na Terra. Os corpos celestes estão em constante movimento natural em seu lugar próprio. O movimento circular perpétuo que executam é compatível com a sua natureza - são feitos de éter - e com a idéia de um universo finito.

Assim, a diferença entre os movimentos naturais terrestres e celestes explicita dois tipos de realidades físicas diferentes. Uma é a que existe na Terra, imperfeita, onde tudo muda e decai e nada é o mesmo para sempre. A outra é a que envolve o mundo dos céus, onde tudo é perfeito e incorruptível.

O universo imaginado por Aristóteles tem uma estrutura logicamente ordenada. Nele *"as coisas estão (ou devem estar) distribuídas e dispostas de uma maneira bem determinada; estar aqui ou ali não lhes é indiferente, mas, ao invés, cada coisa possui, no universo, um lugar próprio conforme a sua natureza. (É só no 'seu lugar' que se completa e se realiza um ser, e é por isso que ele tende para lá chegar). Um lugar para cada coisa e cada coisa no seu lugar;*

a noção de 'lugar natural' traduz esta exigência teórica da física aristotélica"[6].

A busca de um corpo a seu lugar natural implica, portanto, num processo de mudança que tem por finalidade a preservação da ordem em um universo hierarquicamente estruturado. De acordo com esta concepção, o repouso de um corpo no seu lugar próprio não necessita de maiores explicações. *"É a sua própria natureza que o explica, que explica, por exemplo, o repouso da Terra no centro do mundo."*[7] O movimento, e não o repouso, é o objeto das atenções de Aristóteles.

Na cosmologia aristotélica, as noções de movimento natural e de lugar natural trazem consigo a exigência de um universo finito em extensão. Isto ocorre porque um universo infinito não tem centro. E se não há um ponto central com concentração do elemento terra não pode haver qualquer movimento natural para cima ou para baixo, porque o conceito de lugar natural num universo infinito não tem sentido, já que todos os pontos num universo sem limites são igualmente equivalentes.

2.3 - A lei de força de Aristóteles

Além dos movimentos naturais, existe uma infinidade de outros movimentos, como o de uma caixa que é empurrada ou o de um projétil que é lançado, que são denominados de movimentos violentos ou forçados (por não serem naturais).

Acerca do movimento, em geral, Aristóteles conclui que ele só é possível quando, necessariamente, está associado àquele que se move uma força[+]. Esta é uma afirmação inteiramente plausível dentro do contexto das observações de Aristóteles. Afinal, quando se deixa de empurrar um objeto, ele pára; quando um cavalo pára de puxar uma carroça, cessa o movimento. A ênfase é sobre forças de contato, isto é, sobre a ação de puxar ou empurrar alguma coisa. Para haver um movimento, portanto, o que se move e o que se movimenta devem estar em permanente contato.

O meio também desempenha um importante papel sobre as idéias de Aristóteles em relação ao movimento dos corpos. As suas discussões orientam-se para o estudo de situações concretas encontradas na natureza e não para uma situação abstrata, não observável, como a que envolveria movimento em um vácuo hipotético. Assim, detinha-se na questão da influência de meios como o ar e a água no movimento dos corpos. Aristóteles não concebia a existência de um movimento no vazio (vácuo) porque, segundo ele, sem haver uma resistência ao movimento de um objeto este teria velocidade infinita. Esta impossibilidade é exemplificada considerando o caso do movimento natural de retorno de um objeto (como o de uma pedra, por exemplo) ao seu lugar

---

[+] O leitor deve ter claro, aqui, para não ser induzido em erro, que Aristóteles não tinha uma conceituação de força no sentido mais moderno deste termo. Ele, na verdade, falava em motor ou em causa do movimento. A substituição destas expressões por força, visa, apenas, facilitar a denominação, tornando-a atualizada.

natural. Ao voltar ao seu lugar natural (depois de lá ter sido retirado por violência) o corpo movimenta-se em linha reta e tanto mais rápido quanto o meio lhe permite. "*Se, pelo contrário, nada o detivesse, se o meio no qual ele se move não opusesse qualquer resistência ao seu movimento (tal como se passaria no vazio), então ele dirigir-se-ia para lá com velocidade infinita. Ora, um movimento instantâneo parece a Aristóteles (não sem razão) perfeitamente impossível. Assim, portanto, o movimento não se pode efetuar no vazio.*"(8)

Para fins didáticos, pode-se expressar a 'lei de movimento' de Aristóteles através da relação

$$v \propto \frac{F}{R} , \qquad (1)$$

onde F representa a intensidade da força aplicada ao corpo e R a 'resistência' do meio. Ou seja, a velocidade, v, de um corpo é diretamente proporcional à força motriz a ele aplicada e inversamente proporcional à resistência do meio no qual ele se movimenta.

É importante frisar que Aristóteles não deu forma matemática às suas conclusões porque para ele a descrição matemática dos fenômenos terrestres era de pouco valor. Ele, na verdade, estudou, <u>separadamente</u>, os efeitos sobre a velocidade de um objeto decorrentes do meio por onde o objeto se movimenta e de variações nas forças a ele aplicadas. A relação (1), contudo, expressa em parte o pensamento de Aristóteles sobre este assunto. Dela pode-se concluir que:

a) Sendo a resistência constante, sob a influência de uma força constante um objeto se movimenta com velocidade constante;

b) a magnitude da velocidade é proporcional à intensidade da força aplicada;

c) para uma resistência constante, um objeto apresenta variação de velocidade quando sobre ele age uma força variável;

d) uma força aplicada a um objeto produz movimento;

Para, no entanto, traduzir corretamente o pensamento de Aristóteles com relação a esta situação deve-se ter um certo cuidado, já que, evidentemente, ele sabia que nem sempre a aplicação de uma força a um corpo resultava, necessariamente, no seu movimento. O caso de uma pessoa que empurra uma carroça sem que esta saia do lugar é um exemplo. Assim, pensando na força aplicada e na resistência como efeitos opostos, ele colocou a condição adicional de que para haver movimento era necessário que a ação da força fosse maior do que a resistência oferecida. Desta forma, para ser fiel a Aristóteles, deve-se restringir a relação (1) à situação em que $F > R$ porque, segundo Aristóteles, para $F \leq R$ não há movimento. Obviamente, sem força ($F = 0$) não há movimento.

e) é necessária a presença de um meio para que haja movimento. Não existe o vácuo.

De acordo com a relação (1), uma resistência nula implica em uma velocidade infinitamente grande, que necessariamente se associa a idéia de um universo infinito em extensão, noção frontalmente contrária à visão de mundo aristotélica que sustenta um universo limitado pela esfera das estrelas fixas.

2.4 - A questão da 'força' e da resistência no movimento natural de uma pedra

Se qualquer movimento está vinculado à existência de uma força responsável por ele, o que diz Aristóteles, neste sentido, sobre o movimento natural de um corpo, tal como uma pedra, solto de uma certa altura? Quando a pedra é solta ela entra em movimento, dito natural, por não se encontrar no seu lugar natural. Com esse movimento ela dirige-se para o centro do universo, que coincide com o centro da Terra. A porção de terra que já existe na região central a impede de lá chegar fazendo com que a pedra atinja o solo e aí permaneça em repouso. Contudo, se durante a queda da pedra a Terra deixasse de existir este fato em nada alteraria o seu movimento, isto é, a pedra prosseguiria com a sua tendência inalterada de deslocar-se até o ponto central e de lá permanecer em repouso. Isto significa que "*os corpos pesados se dirigem para o centro não porque alguma coisa lá se encontre ou porque alguma força física os atraia para lá; eles se dirigem para o centro porque é sua natureza que para lá os impele*"(9). Não há, portanto, nenhuma <u>interação</u> entre a pedra e a Terra, pois uma <u>atração</u> ao lugar natural da pedra implicaria em uma <u>ação à distância</u>, o que era inconcebível para Aristóteles. Por se tratar de um movimento natural este deslocamento da pedra também não pode se dar através de nenhuma <u>força</u>, como as que são produzidas por agentes responsáveis por movimentos violentos.

Aristóteles concluiu então que uma 'força' inerente ao próprio corpo é a responsável por sua queda, isto é, por este seu movimento natural. "*O objeto não se move por si mesmo mas tem, intrinsecamente, a fonte do movimento - não a capacidade de mover alguma coisa ou a de causar movimento, mas a de sofrê-lo.*"(10)

Como salienta o historiador da ciência Max Jammer(11), mesmo tendo presente esta concepção de 'força' inerente à matéria (que hoje estaria mais próxima ao conceito de energia potencial), Aristóteles não se interessa em discutí-la mais a fundo. De fato, é a noção de força como um agente compulsório do movimento, ou seja, é a idéia de força diretamente vinculada aos atos de puxar ou empurrar um corpo que Aristóteles submete à investigação 'quantitativa' e que forma o núcleo central da sua mecânica. Desta forma, o 'peso' associado à pedra que cai é, para Aristóteles, manifestação de movimento natural e não causa compulsória de movimento.

E com relação à resistência oferecida pelo meio aos movimentos naturais? Nos movimentos naturais esta resistência está relacionada com a densidade do meio. No caso da pedra que cai no ar, "*nos instantes sucessivos da queda a pedra ocupa posições em que se encontrava o ar, <u>e esse ar estava no seu lugar natural</u>. Ora, ao ar 'repugna' ser desalojado do seu lugar próprio e a gravidade da pedra deve constantemente vencer esta repugnância*"(12). Um meio mais denso do que o ar dificultaria mais o movimento da pedra.

A relação (1) aplicada, como tentativa, ao movimento natural da pedra resulta

$$v \propto \frac{P}{d} \quad , \qquad (2)$$

sendo a velocidade da pedra diretamente proporcional ao seu peso, P, e inversamente proporcional à densidade do meio, d.

Ao se igualar o peso a uma força e tentar 'equacionar' o pensamento de Aristóteles para um movimento natural, percebe-se as dificuldades que advêm da matematização de uma situação para a qual a matemática não fazia sentido. Ocorre que para Aristóteles a queda de um objeto não se dava com velocidade constante durante todo o tempo. Para Aristóteles, "*dando-se o movimento de queda dos corpos pesados (ou, correlativamente, o movimento de elevação dos corpos leves) em virtude de uma tendência natural do objeto para chegar ao seu 'lugar próprio', que haveria de mais 'natural' do que ver tal movimento acelerar-se à medida da sua aproximação do fim?*"(13).

Vê-se, assim, a inviabilidade da eq.(2) para essa situação, pois estaria a representar uma velocidade variável com uma 'causa' constante (peso). O fato de um corpo 'ansiar' por chegar cada vez mais depressa ao seu lugar natural, com conseqüentes acréscimos de velocidade quando em suas imediações, manifesta uma qualidade finalística que se faz presente à matéria da física aristotélica na preservação da ordem das coisas.

2.5 - O movimento violento de um projétil

Contrastando com o movimento natural de queda de um objeto, que dispensa a ação física de uma **força**, está o movimento de um projétil, como o de uma pedra, impulsionada, e a questão da força responsável pelo seu deslocamento depois de cessado o contato projétil-lançador. A discussão deste tipo de movimento é particularmente importante porque a situação pós-arremesso parece evidenciar a persistência de um movimento sem uma causa aparente, isto é, a continuidade de um movimento sem uma força motora responsável pelo mesmo. As explicações de Aristóteles para o movimento violento dos projéteis foram objeto de muita polêmica, por vários séculos, devido ao duplo carácter que ele atribuiu ao meio: o de sustentar o movimento e o de também opor uma resistência a ele.

Segundo Aristóteles, a continuidade do movimento de um projétil depois da perda de contato com o arremessador tem a seguinte explicação: quando se movimenta, o projétil passa a ocupar o lugar que antes era preenchido pelo ar que havia à sua frente. Este mesmo ar, por sua vez, flui em torno da pedra para ocupar o 'espaço vazio' deixado pela mesma. Com este movimento o ar impele o objeto para a frente. Este processo, denominado antiperistasis (Fig.2), é imperfeito e a força sobre o projétil gradualmente se extingue e ele pára.

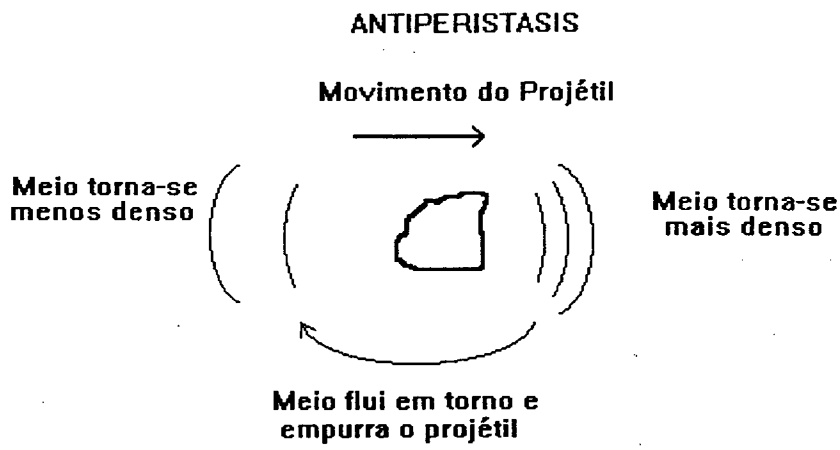


Fig.2 - Aristóteles concluiu que o meio fornece a força necessária para manter um projétil em movimento (extraído da referência 14).

A resistência ao movimento de um projétil inclui tanto o meio, na medida em que a antiperistasis não é perfeita, como o próprio peso do corpo, cuja função é a de fazer com que ele retorne ao seu lugar natural.

No movimento de projéteis constata-se, mais uma vez, a impossibilidade de movimento no vazio. O vazio não é um meio e como tal não pode transmitir e conservar o movimento de um corpo.

A Fig.3 ilustra os dois segmentos que compõem a trajetória de um projétil disparado por um canhão, de acordo com os aristotélicos da Idade Média, fiéis à doutrina de seu mestre. Durante a subida, o movimento é retilíneo e violento, na direção do lançamento. O retorno do projétil ao solo se processa também em linha reta, de acordo com a menor distância que o separa do seu lugar natural.

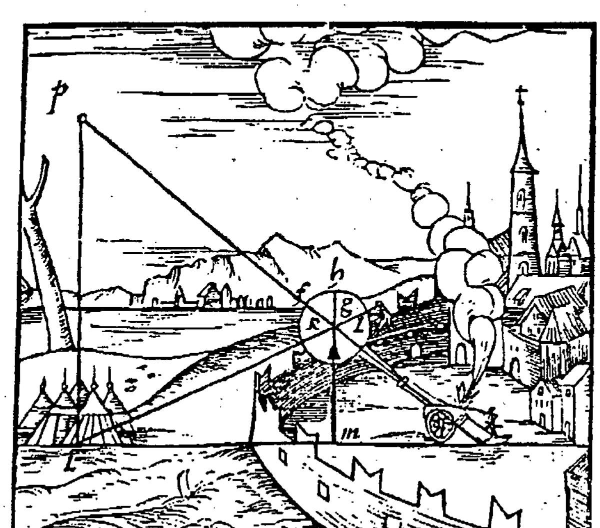


Fig.3 - Trajetória de um projétil lançado horizontalmente, segundo Aristóteles. (Extraída da referência 15.)

Além da antiperistasis, Aristóteles aventou uma outra possibilidade do meio agir sobre um objeto para movimentá-lo. De alguma forma, o meio adquire uma 'força', um 'poder' para movimentar um corpo, seja a partir do lançador (que ao arremessar um projétil movimenta junto o ar que por sua vez empurra o projétil) ou dele próprio (como na situação em que um corpo com densidade menor do que a da água sobe, depois de submerso).

2.6 - Implicações para o ensino e comentários finais

A dinâmica aristotélica, como se viu, é parte integrante e indissociável da cosmologia aristotélica. Por esta razão, o estudo das idéias de Aristóteles sobre o movimento dos corpos não pode prescindir de uma discussão preliminar sobre a sua concepção de mundo. Somente assim as idéias deste sábio grego, que tão profunda e duradouramente influenciaram o pensamento científico, exibirão coerência e serão dotadas de sentido para o estudante que as procura entender como um dos importantes referenciais da história da ciência.

Por outro lado, as observações e interações das pessoas, e do estudante em particular, com objetos em movimento induzem um conhecimento empírico que pode ser sintetizado matematicamente pelas relações

$$F = constante\ , \quad se \quad v = constante\ ,$$

$$F = k\,v\ . \qquad (3)$$

Isto é, de acordo com a concepção intuitiva, forjada pela experiência, há uma relação direta entre força e movimento: não pode haver movimento sem força. Força e velocidade resultam, assim, proporcionais. Se a velocidade de um corpo é constante, a força que age sobre ele também o é. Qualquer acréscimo ou decréscimo na velocidade de um corpo vincula-se a uma correspondente alteração na intensidade da força que o impele.

Desta forma, em termos didáticos, e tendo em vista a construção do conhecimento por parte de quem aprende, parece não apenas inevitável como salutar o estabelecimento de algumas analogias entre a 'lei de movimento' de Aristóteles e certas concepções mantidas por estudantes de qualquer grau de escolaridade sobre força e movimento.

Estas semelhanças, contudo, não devem ser superestimadas.

A antiperistasis aristotélica não é considerada pelo aluno. As explicações causais dos estudantes para o movimento de projéteis, na verdade, detêm analogias com o conceito ou idéia de força impressa de Hiparco/Filoponos e com a teoria do impetus de Buridan e seus seguidores (Capítulo 3).

Ao contrário do leigo que, quando indagado, examina apenas com uma certa curiosidade e sem maiores preocupações de coerência interna as suas predições sobre o movimento dos corpos, Aristóteles vê no mundo sensível, perceptível, a matéria prima para a investigação científica.

A grande ênfase que Aristóteles dá à observação qualitativa 'o conduz a uma atitude fundamentalmente empirista em relação aos fenômenos da natureza'[16]. Mas se Aristóteles *"nos mostra o pensamento sendo penosa e lentamente elaborado a partir da sensação bruta"*, também é verdade que *"em certa altura o sensível é inteiramente ultrapassado"*.[17].

Ainda que não o seja matematicamente, a física aristotélica é uma teoria altamente elaborada, que transcende os fatos do senso comum que servem de base à sua elaboração. *"Não é nem um prolongamento grosseiro e verbal do senso comum nem uma fantasia infantil, mas sim uma teoria, isto é, uma doutrina que, partindo, bem entendido, dos dados do senso comum, os submete a uma elaboração sistemática extremamente coerente e severa"*.[18]

Conceitos como movimento natural, movimento forçado, lugar natural, etc. estruturam princípios (como, por exemplo, todo movimento forçado pressupõe um motor, etc.) não dedutíveis de outros mais gerais. Isto é, enunciados que 'funcionam como premissas para a dedução de correlações a serem encontradas em níveis mais baixos de generalidade'[19] (tal como a velocidade de um corpo é diretamente proporcional à força motriz a ele aplicada e inversamente proporcional à resistência do meio no qual ele se movimenta)

Há, em Aristóteles, *"uma concepção geral da realidade física, concepção cujas peças mestras parecem ser a) a crença na existência de 'naturezas' bem determinadas e b) a crença na existência de um cosmo, isto é, em princípios de ordem em virtude dos quais o conjunto dos seres forma um todo (naturalmente) bem ordenado"*[20].

Entende-se, assim, as razões das explicações teleológicas+ em Aristóteles, que envolvem não apenas seres vivos (uma semente germina e se desenvolve a fim de se tornar uma planta, ou uma árvore) mas também elementos inanimados (o fogo dirige-se para cima com o propósito de alcançar o seu lugar natural - 'uma camada esférica próxima e dentro da órbita lunar').

A história da mecânica mostra a evolução do conceito de força. Sem a física e a cosmologia aristotélica esta história, e tudo o que ela representa, não tem sentido e nem mesmo pode ser contada.

2.7 - Perguntas e respostas

1. Explique como a partir do conceito aristotélico de que 'tudo o que se move é movido por alguma coisa' se pode chegar a um último motor, causa final de todos os movimentos.

+ Para Aristóteles *"toda a explicação científica de uma correlação ou processo deveria incluir um relato de sua causa final. Explicações teleológicas são explicações que utilizam a expressão 'a fim de que' ou equivalentes desta"*.[21]

Esta prova baseia-se na impossibilidade de prolongar indefinidamente uma série causal, de remontar infinitamente do efeito à causa. Isto é, como todo o movimento pressupõe um motor e o que move e o que é movido devem estar em permanente contato, deduz-se que aquele que causa o movimento também se move, o que conduz, em princípio, a uma cadeia infinita de causa e efeito. Assim, deve existir um agente motor que mova sem ser movido. Para São Thomás de Aquino, este fim primeiro e último dos seres é Deus.[22,23]

2. Considerando como 'aproximadamente' constante a velocidade de queda de um objeto dentro da física aristotélica, isto é, aplicando, como tentativa, a seu movimento natural a relação $v \propto P/d$, demonstre que os tempos de queda de duas pedras soltas de uma mesma altura são inversamente proporcionais a seus pesos.

Sejam v_1 e v_2 as velocidades dos movimentos naturais de duas pedras de pesos respectivamente iguais a P_1 e P_2, que se deslocam em um meio com densidade d. Valendo para o movimento das pedras a relação $v \propto P/d$, suas velocidades resultam diretamente proporcionais a seus pesos, isto é,

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{P_1/d}{P_2/d} \quad ,$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{P_1}{P_2} \quad . \qquad (1)$$

Por outro lado, como os movimentos ocorrem com velocidades supostamente constantes, velocidades e tempos de queda, para uma mesma distância percorrida, D, podem ser expressos como

$$v_1 = \frac{D}{t_1} \qquad (2)$$

e

$$v_2 = \frac{D}{t_2} \quad . \qquad (3)$$

Dividindo (6) por (7), obtém-se

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{t_2}{t_1} \quad . \qquad (4)$$

Comparando as equações (1) e (4), resulta

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{t_2}{t_1} \qquad (5)$$

Com isso conclui-se que um objeto dez vezes mais pesado do que outro, em queda, percorre a mesma distância num tempo dez vezes menor, um resultado da teoria de Aristóteles que será fortemente contestado por Galileu, entre outros.

2.8 - Questões

1. O que vem a ser um movimento natural, para Aristóteles?

2. Um corpo está necessariamente em repouso quando se encontra em seu lugar natural?

3. Como, no universo aristotélico, os movimentos naturais terrestres e celestes contribuem para explicitar dois tipos de realidades físicas diferentes? Que característica marcante distingue corpos terrestres e celestes?

4. Suponha que um guerreiro fosse até os 'limites' do universo (concebendo-o como finito) e, de lá, arremessasse uma lança (Fig.4). O que aconteceria com ela?

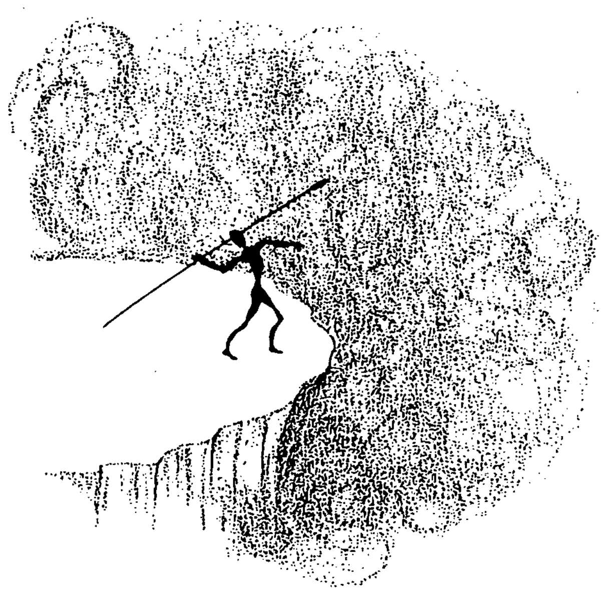


Fig.4

5. Quando é que para um aristotélico um objeto se encontra em movimento com velocidade constante? E acelerado?

6. Como explicava Aristóteles o fato de que o movimento de uma pedra não se dava com velocidade constante durante todo o tempo de sua queda?

7. A aplicação de uma força a um corpo resulta, necessariamente, no seu movimento, segundo a concepção aristotélica? Explique.

8. Por que Aristóteles rejeitava o vazio?

9. Discuta a questão da 'força' no retorno de uma pedra a seu lugar natural.

10. Explique a antiperistasis aristotélica

2.9 - Referências Bibliográficas

1. PEDUZZI, L.O.Q. Força e movimento na ciência curricular. Revista Brasileira de Ensino de Física, 14 (2): 87-93, 1992.
2. KOYRÉ, A. Estudos de história do pensamento científico. Brasília, Universidade de Brasília, 1982. p.185.
3. ARISTOTLE. Physics. Traduzido por R.P. Hardie e R.K. Gaye, In: M.R. COHEN e I.E. DRABKIN, A source book in greek science. Cambridge, MA, Harvard University, 1948. pp.203-204. Citado por FRANKLIN, A. Principle of inertia in the middle ages. American Journal of Physics, 44(6): 529-545, 1976.
4. KUHN, T.S. A revolução copernicana. Rio de Janeiro, Edições 70. p.104.
5. BUTTERFIELD, H. As origens da ciência moderna. Rio de Janeiros, Edições 70, 1992. p.129.
6. KOYRÉ, A. Estudos galilaicos. Lisboa, Publicações Dom Quixote, 1986. p.22-23.
7. KOYRÉ, A. Referência 6, p.24.
8. KOYRÉ, A. Referência 6, p.28.
9. KOYRÉ, A. Referência 2, p.50.
10. LYTHCOTT, J. Aristotelian was given as the answer but what was the question? American Journal of Physics, 53 (5): 428-432, 1985.
11. JAMMER, M. Concepts of force: a study in the foundations of dynamics. Cambridge, Harvard University Press, 1957.
12. LUCIE, P. A gênese do método científico. Rio de Janeiro, Edições Campus, 1977. p.45.
13. KOYRÉ, A. Referência 2, p.41.
14. FRANKLIN, A. Inertia in the middle ages. The Physics Teacher, 16 (4): 201-208, 1978.
15. SMITH, A.G.R. A revolução científica nos séculos XVI e XVII. Lisboa, Editorial Verbo, 1973. p.17.

16. DIJKSTERHUIS, E.J. The mecanization of the world picture. Oxford, Oxford University Press,1969. p.18.

17. KOYRÉ, A. Referência 2, p.40.

18. KOYRÉ, A. Referência 6, p.21.

19. LOSEE, J. Introdução histórica à filosofia da ciência. Belo Horizonte, Editora Itatiaia, 1979, p.22.

20. KOYRÉ, A. Referência 6, p.22.

21. LOSEE, J. Referência 19, p.23.

22. KOYRÉ, A. Referência 2, p.38.

23. SOUZA CRUZ, F.F. O conceito de força no pensamento grego. Caderno Catarinense de Ensino de Física, Ano I, n.2 (Vol.2, n.1): 16-24, 1985.

Capítulo 3

A física da força impressa e do impetus

3.1 - Introdução

Em uma clássica situação-problema em física geral tem-se um balão subindo com uma certa velocidade quando dele se deixa cair um saco de areia. Dada a velocidade do balão e a sua altura em relação ao solo no momento em que o saco é solto, deve-se determinar a distância total percorrida pelo saco desde o momento em que deixa o balão até se chocar contra o solo.

Muitos estudantes, inclusive universitários, ao equacionarem este problema, consideram que o saco de areia imediatamente após deixar o balão tem um movimento descendente em relação ao solo. Estes mesmos estudantes frente à não menos clássica questão da pedra solta do alto do mastro de um navio em movimento com velocidade constante respondem, tal como os aristotélicos, que a pedra fica para trás, caindo em algum ponto afastado da base do mastro. Em ambos os casos, o erro, como se sabe, está na não consideração da velocidade que o objeto possui quando abandona o respectivo sistema em movimento: por ter a mesma velocidade do balão, logo que é solto, o saco de areia sobe um pouco até a sua velocidade se tornar nula para depois cair; por compartilhar da mesma velocidade horizontal do navio, quando solta, a pedra cai junto ao mastro, para uma resistência do ar desprezível.

Embora as respostas do estudante e de um aristotélico sejam coincidentes nas situações acima consideradas, o 'aparato' conceitual que justifica cada uma é, evidentemente, bem distinto: o aristotélico fundamenta suas respostas num paradigma bem estruturado, onde noções como lugar e movimento natural, entre outras, encontram-se logicamente articuladas em uma teoria altamente elaborada, ainda que não o seja matematicamente [(1,2)]; o estudante, por outro lado, responde com base em sua 'física intuitiva'.[(3-5)]

Ao ser examinado em maior detalhe o entendimento dos estudantes às situações acima e a outras envolvendo o movimento 'violento' de um projétil, constata-se que o seu senso comum está longe de fazer qualquer referência à dinâmica aristotélica dos projéteis. As explicações causais dos estudantes para o movimento de um projétil, em geral, detêm uma notável semelhança com o conceito ou idéia de força impressa, introduzido no século II antes de Cristo pelo astrônomo Hiparco, segundo o qual um projétil se movimenta, depois de arremessado, devido a uma força 'transmitida' a ele pelo lançador.

A noção de força impressa tem um interessante desenvolvimento histórico. Ela é um elemento fundamental em discussões que se estabeleceram, principalmente a partir do século XII, sobre a existência ou não do vazio e de todo o tipo de conseqüência advinda do possível movimento de um projétil num meio sem resistência. Parece também ter se constituído em um importante referencial para o estabelecimento da <u>teoria do impetus</u> de J. Buridan, no século XIV. Esta teoria não apenas trouxe novos questionamentos à dinâmica aristotélica dos projéteis como, também, estendeu a aplicação de um conceito até então utilizado exclusivamente a fenômenos terrestres para um nova classe de eventos - os que ocorrem no céu.

O pano de fundo das discussões deste capítulo é, como não poderia deixar de ser, a física aristotélica. Em termos didáticos, é evidente a relevância deste assunto dentro da perspectiva de um ensino que leva em consideração as idéias prévias dos alunos. O desenvolvimento de estratégias que façam uso de algumas concepções historicamente superadas, como é o caso da força impressa/impetus, além de situar e dar um maior sentido a algumas fortes idéias intuitivas dos estudantes pode contribuir para melhor concientizá-los de que é necessário reformular algumas de suas concepções, a fim de torná-las consistentes com o que a ciência hoje determina como cientificamente aceito.

3.2 - Hiparco e a noção de força impressa

O astrônomo Hiparco (130 a.C.), de Nicéia, discordando da dinâmica aristotélica do movimento de projéteis, explica a situação pós-arremesso de um móvel de uma maneira inteiramente diferente daquela concebida pelos seguidores de Aristóteles. Para ele, o movimento se dá por meio de uma força 'transmitida' ao projétil pelo lançador. Essa força, 'absorvida' pelo projétil, se extingue gradativamente à medida que ele se movimenta.

No caso de uma pedra arremessada verticalmente para cima (Fig. 1), Hiparco argumenta que:[6]

a) A força projetora é a causa do movimento ascendente da pedra;

b) enquanto a força projetora é maior do que a tendência do objeto para baixo (peso), o corpo sobe. O movimento para cima continua, porém cada vez mais lento, com o decréscimo da força projetora;

c) o projétil começa a cair quando a força para cima é menor do que a tendência do objeto para baixo. O movimento descendente do corpo, sob a influência do seu próprio impulso interno (peso), ocorre cada vez mais rapidamente com a contínua diminuição da força projetora, e da maneira mais rápida quando esta força é inteiramente gasta.

Hiparco utiliza um argumento semelhante para explicar a aceleração dos corpos em queda, liberados a partir do repouso. Inicialmente considera um objeto mantido parado a uma certa altura em relação ao solo, por exemplo, seguro entre as mãos de uma pessoa. Nesta circunstância, o objeto não se movimenta porque a sua tendência natural para baixo é compensada pela ação da pessoa sobre o mesmo. Depois de solto (Fig.2), a força que o mantinha parado continua com o objeto. Esta força, no entanto, à medida que o objeto cai vai diminuindo, até se anular em algum ponto da trajetória. A existência dessa força, combinada com o peso do corpo, explica porque ele se movimenta de forma mais lenta logo que é liberado e depois aumenta a sua velocidade, isto é, explica a aceleração do objeto.

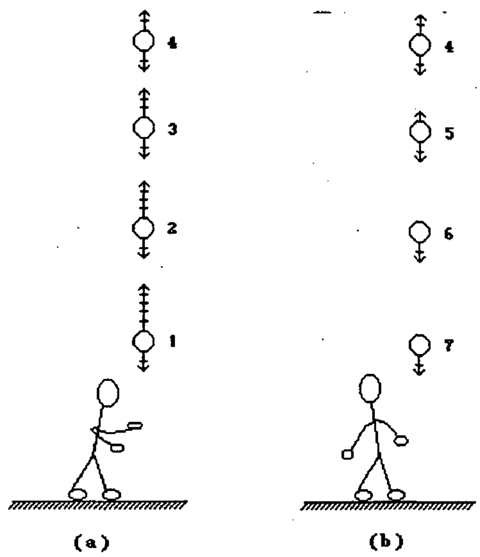


Fig.1 - Forças sobre uma pedra atirada verticalmente para cima durante sua subida (a) e em sua descida (b), segundo a concepção de Hiparco. No ponto 1 a pedra já deixou o contato com a mão do lançador. O ponto 4 indica a posição mais alta atingida pelo projétil. Os pontos 2 e 3 representam posições do trajeto de subida da pedra, enquanto 5, 6 e 7 indicam pontos da sua descida.

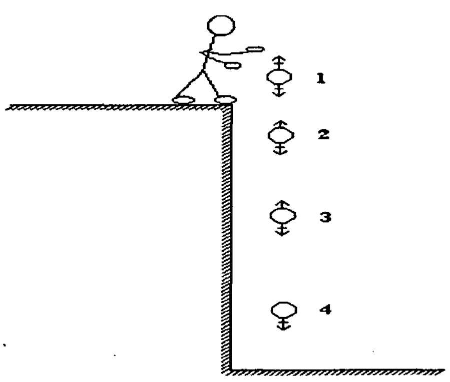


Fig.2 - Forças sobre uma pedra solta de uma certa altura em relação ao solo, segundo Hiparco. No ponto 1 não há mais contato da pedra com a mão da pessoa. Os pontos 2 e 3 representam posições da trajetória em que ainda existe 'força para cima' sobre a pedra. No ponto 4 (e nos demais até o seu choque contra o solo) está presente sobre a pedra apenas a sua 'tendência' para baixo, isto é, o seu peso.

"Com efeito, Hiparco (segundo o que nos diz Simplício, num certo opúsculo em que ele estudou muito particularmente este problema) pensou que o movimento natural é mais

rápido para o fim porque no começo do seu movimento o móvel é constrangido por uma força estranha; de onde resulta que ele não pode exercer a sua potência nativa; é por isso que se move lentamente; mais tarde, quando essa força estranha e exterior pouco a pouco desaparece, a potência natural restabelece-se e, de certa maneira liberta de entraves, age mais eficazmente. É assim que os corpos aceleram progressivamente a sua velocidade; processo absolutamente comparável ao do arrefecimento da água muito aquecida e afastada do fogo. Com efeito, a princípio esta arrefece de forma insensível e parece não fazer qualquer progresso, mas quando o calor se fatiga, ela recobra a sua antiga faculdade, arrefece mais rapidamente e, por fim, vai tão longe que acaba por estar muito mais fria do que tinha estado antes do seu aquecimento."[7]

A noção de força impressa, enfim, traz consigo um elemento novo nas considerações sobre força e movimento. Enquanto que para Aristóteles a força que impulsiona um projétil provém do próprio meio, sendo portanto externa a ele, para Hiparco a força responsável pelo seu movimento é uma força interna, 'armazenada' no projétil.

3.3 - Filoponos

Uma importante crítica medieval sobre as considerações de Aristóteles de que um meio é necessário tanto para sustentar como para oferecer resistência ao movimento de um projétil foi feita por Filoponos de Alexandria, no século VI.

Ao rejeitar a antiperistasis aristotélica como causa do movimento violento de uma pedra ou flecha Filoponos assim se expressa: "*...Sobre esta suposição seria difícil dizer o que faz o ar, uma vez empurrado adiante, mover-se de volta, isto é, ao longo dos lados da flecha, e depois alcançar a traseira da flecha, voltando uma vez mais e empurrando a flecha adiante. Pois, nesta teoria, o ar em questão deve realizar três movimentos distintos: ele deve ser empurrado para frente pela flecha, então mover-se para atrás e, finalmente, voltar e continuar para frente uma vez mais. Todavia o ar é facilmente movido e, uma vez colocado em movimento, atravessa uma distância considerável. Como então pode o ar, empurrado pela flecha, deixar de mover-se na direção do impulso impresso, mas em lugar disso virar, como por algum comando, e retraçar seu curso? Além disso, como pode este ar, ao virar, evitar de ser disperso no espaço, mas colidir precisamente sobre o entalho final da flecha e novamente empurrar a flecha adiante e presa a ele? Tal visão é inteiramente inacreditável e chega a ser fantástica."*[8]

Ele também insiste na impossibilidade de uma flecha ou pedra ser empurrada pelo ar porque "*... é evidente que quanto maior for a quantidade de ar movido, e quanto maior for a força com que ele é movido, mais este ar empurraria a flecha ou pedra, e mais longe ele as atiraria. Mas o fato é que ainda que você coloque a flecha ou pedra sobre uma linha ou ponto* *completamente destituído de espessura e ponha em movimento todo o ar detrás dos projéteis, com toda força possível, o projétil não se moveria a uma distância de um únivo côvado+.* "(9)

O meio, para Filoponos, apenas retarda o movimento de um corpo. Contudo, a noção de que é necessária a presença contínua de uma força para a manutenção de um movimento também é um lugar comum em seu pensamento. No caso de não haver contato físico entre o movedor e aquele que se move, como na situação pós-arremesso de um projétil, Filoponos, tal como Hiparco, argumenta em favor de uma força impressa ao projétil pelo projetor, quando de seu lançamento. A sua 'lei de movimento', em linguagem moderna, tem a forma

$$v \propto (F - R) \quad , \qquad (1)$$

onde v representa a velocidade do corpo, F a força que o desloca e R a resistência ao seu movimento.

Divergindo mais uma vez de Aristotéles, Filoponos admite como possível a existência de um movimento sem resistência. Neste caso, sendo $R = 0$, velocidade e força aplicada resultam proporcionais, não havendo nenhum movimento instantâneo, como julgavam os aristotélicos. No entanto, Filoponos submete-se à concepção dominante de um mundo finito que exige que qualquer movimento seja limitado em extensão. Isto o leva a concluir pela auto-extinção da força impressa a um projétil em movimento no vazio, embora não tenha argumentos para mostrar como isto se daria.

Por outro lado, a diminuição da força impressa a um projétil em movimento num meio qualquer é atribuída à resistência do meio e à tendência natural do corpo (isto é, sua inclinação em retornar para o seu lugar natural).

Filoponos também contestou Aristóteles sobre o que este afirmava em relação aos tempos de queda de objetos de pesos diferentes, soltos de uma mesma altura, argumentando que "*a experiência contradiz as opiniões comumente aceitas: porque se você deixa cair da mesma altura dois corpos, um dos quais é muitas vezes mais pesado do que o outro, verá que a razão dos tempos gastos nos movimentos não depende da razão dos pesos, mas sim que a diferença dos tempos é muito pequena. E, assim, se a diferença entre os pesos não for considerável, a saber, se um é, digamos, o dobro do outro, não existirá diferença, ou melhor, haverá uma diferença imperceptível [nos tempos de queda].* "(10)

Trata-se, historicamente, do primeiro relato de uma experiência envolvendo a queda livre. Por estar em completo desacordo com o pensamento reinante e os valores da sua época, não mereceu a atenção dos estudiosos. Além disso, para os seguidores de Aristóteles, era muito difícil imaginar-se um engano de seu mestre em relação aos aspectos essenciais da sua filosofia da natureza. Muito menos provável, ainda, seria o seu erro concernente a coisas mais sim-

---

+ O côvado é uma antiga unidade de medida de comprimento equivalente a três palmos, ou 66 cm.

ples, como, por exemplo, o da relação dos tempos de queda de objetos de pesos diferentes. A própria medição, para os aristotélicos, exceto em astronomia, não tinha nenhum significado. Nesta área, é bom ressaltar, as medidas e os cálculos eram tarefas dos astrônomos, que a isso se deveriam limitar. Aos filósofos, e apenas a estes, cabiam as explicações físicas dos fenômenos encontrados, as quais eram buscadas utilizando como parâmetros os princípios básicos da filosofia natural aristotélica.

3.4 - Do reaparecimento da força impressa no século XI ao impetus de Buridan

A noção de força impressa aparece novamente no trabalho do filósofo árabe Avicena (980-1037). A força que um projétil adquire ao ser arremessado é para ele uma qualidade análoga ao calor dado à água pelo fogo. Discordando da força auto-extinguível de Filoponos, considera que a força impressa a um projétil só pode ser 'consumida' se o corpo se movimenta através de algum meio. Em decorrência disso, conclui pela inexistência do vácuo, porque um objeto que nele se deslocasse manteria inalterada a força projetora inicial, o que resultaria num inadmissível movimento perpétuo em linha reta.

Avicena explica o movimento de um projétil arremessado horizontalmente da seguinte maneira: inicialmente o projétil move-se em linha reta, na direção em que foi lançado; ele continua o seu movimento horizontal até que a força (horizontal) que lhe foi impressa seja totalmente gasta. Quando isso acontece o projétil pára, momentaneamente, e logo movimenta-se para baixo sob a ação do seu 'peso natural'. A trajetória do projétil, de acordo com Avicena, é a de um L invertido (Fig.3).

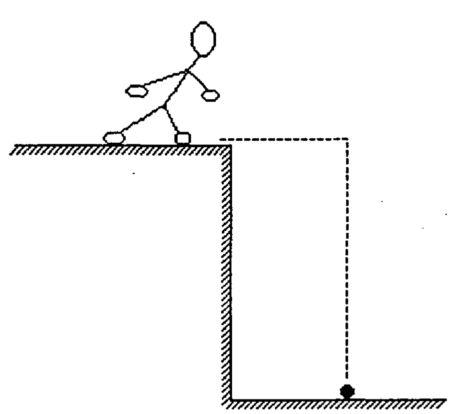


Fig.3 - Trajetória de um projétil lançado horizontalmente, segundo a concepção de Avicena.

Coube, contudo, ao árabe espanhol Avempace (1106-1138) o mérito da discussão e divulgação da obra de Filoponos. Ao defender a lei $v \alpha \ (F - R)$, Avempace discorda da concepção aristotélica de que a resistência é a causa da sucessão temporal do movimento de um corpo (enfatizada através da proporcionalidade inversa entre velocidade e resistência da dinâmica aristotélica), admitindo como possível e não instantâneo um movimento sem resistência. Para ele a velocidade de um corpo no vazio é necessariamente finita porque, mesmo sem resistência, o corpo tem uma distância a percorrer, gastando portanto um certo tempo para isso. Seguindo Filoponos, citou o movimento dos corpos celestes como exemplo de movimento sem resistência com velocidade finita.(11)

O trabalho de Avempace, na verdade, nunca foi traduzido para o latim. A sua grande circulação deve-se a Averroes (1125-1198), célebre comentador e defensor das idéias de Aristóteles, que o descreveu para refutá-lo. A 'lei de movimento' $v \propto F/R$ é bastante ressaltada por Averroes, que considera o vácuo uma abstração inútil e igualmente destituído de sentido o auto-movimento de um corpo via força impressa.

Mesmo num contexto predominantemente aristotélico, as idéias de Filoponos/Avempace tiveram importantes adeptos no século XIII, entre os quais São Tomás de Aquino (1225-1274) e Roger Bacon (1214- 1294). Aquino, por exemplo, rejeitava a existência do vácuo devido às conseqüências inerciais do movimento. Mas admitia a tese de um vácuo hipotético. Neste caso, concordava com as considerações de Avempace sobre a finitude da velocidade de um corpo que não encontra resistência a seu deslocamento.

O conceito de força impressa auto-extinguível foi retomado no início do século XIV por Francisco de Marchia. Marchia teve o cuidado de assinalar que a força cedida a uma pedra pela mão de uma pessoa ou por uma corda de arco não era permanente. *"Era uma qualidade acidental, extrínseca e violenta que, por ser oposta às inclinações naturais do corpo, era tolerada somente durante um tempo. Dizia que a força motriz de um projétil era uma 'forma' que não era inteiramente permanente, como a brancura ou o calor do fogo, nem inteiramente transitória, como o processo do aquecimento ou o do movimento, mas algo intermediário que durava um tempo limitado."*(12)

O trabalho de Marchia pode ter influenciado J. Buridan (1300-1358) no desenvolvimento da sua teoria do impetus. É a partir de novos questionamentos à dinâmica aristotélica que este francês põe em curso importantes idéias sobre o movimento dos corpos.

Assim, menciona o caso de um pião que, ao girar, não muda de posição, para criticar a antiperistasis, já que segundo esta só é possível o movimento de um corpo se o que o move penetra no seu lugar (para impedir a formação do vazio).

Em um outro exemplo, Buridan discute o caso de uma embarcação que tendo recebido um impulso continua a mover-se contra a corrente de um rio por algum tempo depois que o impulso cessa. Como o deslocamento se dá contra a corrente, a força responsável pelo movimento teria de ser fornecida, segundo Aristóteles, pelo ar. E, no entanto, diz Buridan: *"... um marinheiro sobre o convés não sente qualquer ar atrás dele empurrando-o. Ele sente somente o ar da frente resistindo (a ele). Além disso, supondo que o navio mencionado estivesse carregado com grãos* *ou madeira e um homem estivesse situado atrás da carga, então, se o ar tem um tal impetus capaz de empurrar o navio adiante, o homem seria empurrado muito mais violentamente entre aquela carga e o ar atrás dela.*"(13)

A partir destes e de outros casos, Buridan conclui que *"nós podemos e devemos dizer que em uma pedra ou em outro projétil há algo impresso que é a força motriz ('virtus motiva') daquele projétil. E isto é evidentemente melhor do que recorrer à afirmação de que o ar continua a mover aquele projétil. Pois o ar parece mais resistir. Portanto, parece-me que deve ser dito que o motor, ao mover um corpo móvel, imprime um certo 'impetus', ou uma certa 'força motriz' ('vis motiva') ao corpo móvel [no qual age o 'impetus'] na direção para o qual o motor estava movendo o corpo móvel, para cima ou para baixo ou lateralmente ou circularmente. Quanto mais rapidamente o motor mover aquele corpo móvel, mais forte será o 'impetus' que ele lhe imprimirá. É por esse 'impetus' que a pedra é movida depois que o atirador pára de movê-la.*"(14)

A Fig.4 mostra como se processa o movimento horizontal violento de um corpo, segundo a teoria do impetus. No momento em que o corpo é arremessado ele adquire um impetus a partir do movedor. Este impetus, do qual o corpo fica 'impregnado', diminui com o tempo, devido à ação externa sobre o mesmo (contato do corpo com a superfície e com o ar). O corpo pára quando o impetus se extingue por completo.

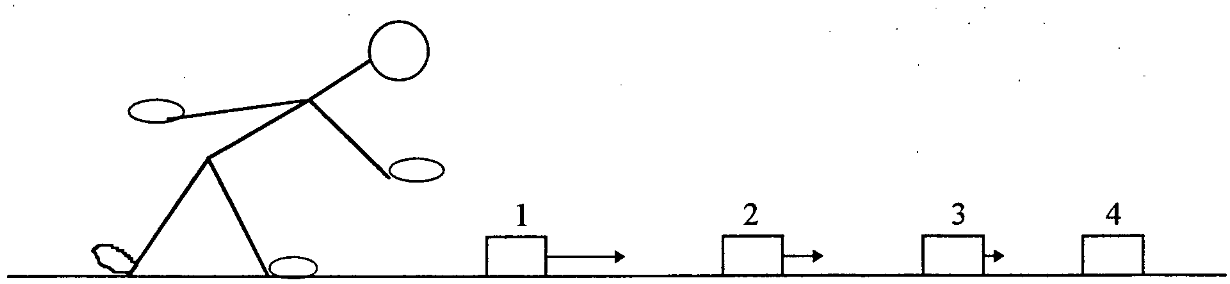


Fig.4 - Movimento de um corpo arremessado horizontalmente, à luz da teoria do impetus. As flechas decrescentes representam o impetus decrescente do corpo. No ponto 1 o corpo deixa o contato com a mão do lançador. Os pontos 2 e 3 indicam pontos da trajetória que evidenciam o decréscimo do impetus. No ponto 4 o impetus é nulo e o corpo encontra-se imóvel.

O impetus de Buridan:

a) Tem uma natureza permanente. Ele só pode ser dissipado por influências externas, como a da ação da gravidade (entendida como a tendência de um projétil em dirigir-se para o seu lugar natural) e a da resistência de um meio. Em decorrência disso, ele não acreditava na existência do vácuo, pois a permanência do impetus levaria a um movimento perpétuo;

b) também se aplica a um movimento circular. Assim, cessada a causa do movimento de uma roda (como a roda de um moinho, por exemplo), ela não pára imediatamente; continua girando um pouco mais até ser totalmente consumido o impetus por ela adquirido quando em contato com o movedor. No caso do movimento de um pião, a situação é análoga à da roda;

c) é proporcional à quantidade de matéria e à velocidade de um objeto. Esta definição quantitativa lembra imediatamente o conceito de quantidade de movimento da mecânica clássica. Deve-se ressaltar, no entanto, que *"não está claro se Buridan considera o impetus como um efeito do movimento, como se poderia considerar o momentum, ou como uma causa do movimento, o que o faria similar a uma força. A definição quantitativa (o impetus é uma qualidade permanente que é definido pelo produto da massa e velocidade) parece argumentar pelo primeiro ponto de vista. O uso de Buridan do impetus para explicar o movimento de projéteis e a sua associação do impetus com potência motora parece favorecer o último ponto de vista. É mais plausível acreditar que o próprio Buridan nunca esteve inteiramente convicto desta distinção."*[(6)]

Por se aplicar tanto a um movimento retilíneo como a um movimento circular (e no caso de entendê-lo como um efeito do movimento), o impetus de Buridan difere da quantidade de movimento de Newton (Livro 3, seção 2.2). Assim, *"ele inclui algo do que se poderia chamar tanto de momento linear como de momento angular* "*[(6)]

E o movimento natural de um corpo em queda e a sua velocidade que se mostra crescente, como o explicava Buridan de acordo com a sua teoria?

Buridan associou a variação de velocidade de um corpo em queda com o crescente impetus que o corpo adquiria durante o seu deslocamento. No início da queda o movimento é lento. O corpo se move apenas sob a ação da gravidade (e da resistência oferecida pelo ar) e a sua velocidade é constante. À medida que o corpo continua caindo ele adquire, com este seu movimento, um certo impetus e começa a aumentar a sua velocidade. Sob a ação contínua da gravidade e deste impetus que cresce com o aumento da velocidade, o corpo se movimenta aceleradamente (Fig.5). A velocidade é crescente até o choque do corpo contra o solo porque *"ele está constantemente unido à virtude movente"*[(15)] (a gravidade).

Como se observa, não há aqui como compatibilizar a explicação de Buridan para a aceleração de um corpo em movimento natural com a sua definição quantitativa de impetus (massa x velocidade). Com efeito, o movimento natural faz aparecer um impetus e este mesmo impetus

---

* Em forma escalar, o momento linear (ou quantidade de movimento), p, de um corpo de massa m e velocidade v (relativa a um dado sistema de referência) é $p=mv$.

Também em forma escalar, o momento angular, L, de um corpo de massa m, que descreve um círculo de raio r, é $L=rmv$, onde v é a velocidade do corpo.

faz crescer a velocidade que, por sua vez, aumenta o impetus ... O impetus, desta maneira, parece ser, ao mesmo tempo, causa e efeito do movimento.

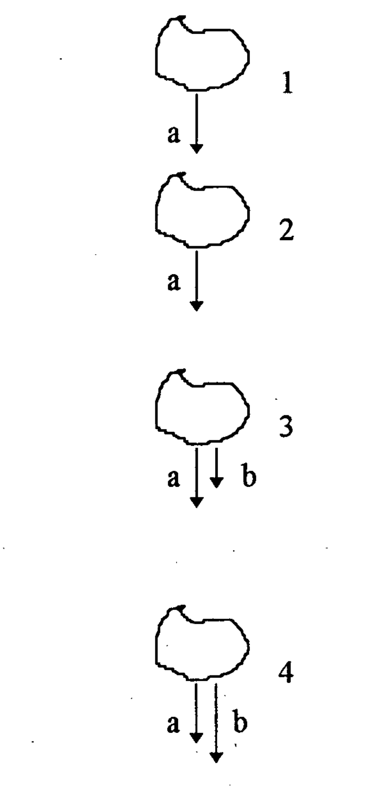


Fig.5 - Movimento de queda vertical de um corpo segundo a concepção de Buridan. A flecha a representa o efeito resultante, sobre o corpo, da ação conjunta do peso e da resistência do ar, enquanto a flecha crescente b indica o impetus crescente do corpo. Nos pontos 1 e 2 a velocidade do corpo é constante. No ponto 3 (e nos demais) o corpo movimenta-se aceleradamente.

A teoria do impetus foi utilizada por Alberto da Saxônia (1316-1390), um seguidor das idéias de Buridan, para explicar o movimento de um projétil lançado horizontalmente ou obliquamente (Fig.6). Para isso, ele dividiu o movimento em três partes:

a) Inicialmente, o projétil move-se em linha reta, na direção em que foi lançado, porque o impetus que lhe foi implantado pelo projetor sobrepuja amplamente o seu peso natural;

b) com a continuidade do movimento, o impetus começa a ser gradativamente dissipado tanto pela resistência do meio como pela ação da gravidade. Por este motivo, o projétil se desvia da direção em que foi lançado e a sua trajetória se encurva;

c) após ser totalmente consumido o impetus proveniente do movimento violento, o projétil desloca-se verticalmente para baixo.

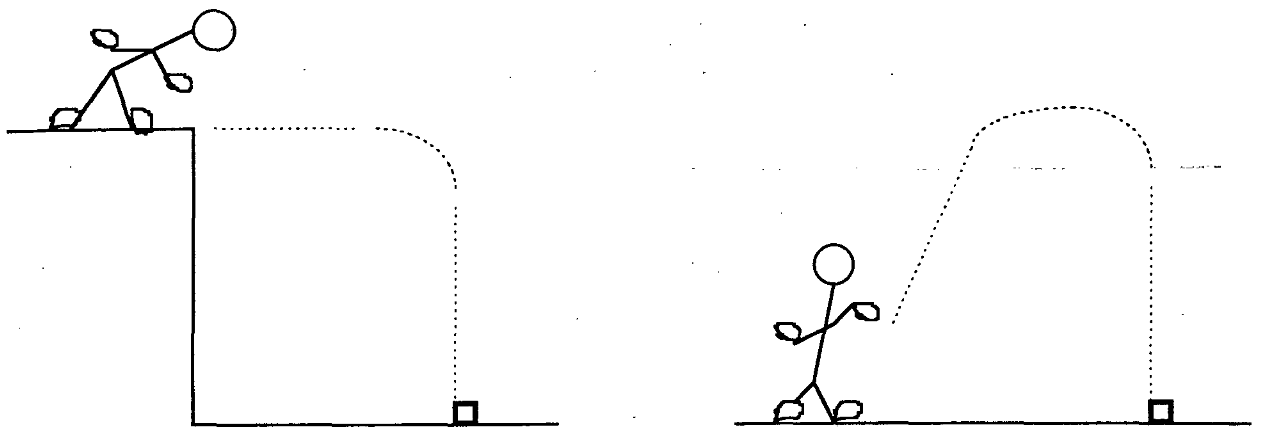


Fig.6 - Trajetória de um projétil lançado horizontalmente (a) e obliquamente (b) de acordo com Alberto da Saxônia.

Enquanto o impetus de Buridan é permanente, só podendo ser dissipado por influências externas, para Nicolau Oresme (1325-1382), outro estudante de Buridan, o impetus cedido a um corpo é auto-extinguível. A diferença entre as duas concepções permite a Oresme aceitar como fisicamente possível o movimento no vácuo, que Buridan rejeita. Sendo o impetus auto-extinguível, nenhum movimento pode resultar infinito, mesmo que se efetue no vácuo.

O impetus, esta 'qualidade', 'força', 'impressão', 'potência', 'virtude motriz', que passa do movente ao móvel nos movimentos violentos e de que um corpo em movimento natural também fica impregnado, se constitui no cerne de uma teoria não matematizada que, vista aos olhos de hoje, é vaga e por vezes até contraditória. Esta teoria, contudo, teve uma inegável importância histórica por gerar todo um conjunto de explicações que, apesar de diferir completamente daquelas dadas por Aristóteles, parecia se ajustar muito bem aos eventos comumente observados. Até Galileu, mais tarde, sentiu-se atraído pela noção de impetus e a utilizou nos seus estudos sobre o movimento dos corpos (seção 5.2). A idéia de impetus extrapolou, inclusive, a classe dos movimentos terrestres, sendo estendida ao movimento dos corpos celestes.

3.5 - A teoria do impetus e a rotação dos corpos celestes

Ao mesmo tempo em que a teoria do impetus era discutida e empregada como uma nova alternativa para explicar o movimento dos corpos, um outro tema também despertava o interesse de filósofos do século quatorze - o da possível rotação da Terra sobre seu eixo.

Para Buridan, Oresme e Alberto da Saxônia, entre outros, a simples inspeção visual do céu, que fornece ao observador a impressão de que tudo gira ao seu redor, não pode ser usada como prova em favor da imobilidade da Terra. A relatividade dos movimentos, uma idéia trazida do movimento quotidiano dos corpos, aplicada ao céu e à Terra, assegura que, no que diz respeito à observação das estrelas, não há diferença em se considerar se é a esfera das estrelas que gira uma vez por dia ao redor da Terra, estacionária, ou se é a Terra em seu movimento diurno que revoluciona ao redor do seu eixo, permanecendo fixa a esfera das estrelas. As duas situações são cinematicamente equivalentes. A argumentação de Oresme, neste sentido, é esclarecedora. "*Suponho que o movimento local somente pode ser percebido quando um corpo altera a sua posição relativamente a outro. Assim, se um homem está em um barco A, que se move suavemente, rápida ou lentamente, não puder ver nada a não ser um segundo barco B, que se move exatamente da mesma forma que A, então eu digo que a esse homem parecerá que nenhum dos barcos se move. E que se A está em repouso e B se move, parecerá a ele que B se movimenta; e que se é A que se movimenta e B está em repouso, continuará parecendo a ele que A está em repouso e que B se movimenta. Da mesma forma, se A fosse detido durante 1 hora e B estivesse em movimento e durante a hora seguinte acontecesse o inverso, estando A em movimento e B parado, esse homem [no barco A] não seria capaz de perceber a mudança ou variação parecendo a ele que o barco B movimentou-se durante todo o tempo; esta é a evidência da experiência ... Nos pareceria [durante] todo o tempo que o lugar que nos encontramos está em repouso e que os outros se movem sempre, da mesma forma que para um homem em um bote em movimento parecem ser as árvores que se movem. De maneira semelhante, se um homem estivesse no firmamento, supondo que ele se movesse com um movimento diário ... pareceria a ele que é a Terra que se move diariamente, precisamente da mesma forma que nos parece desde a Terra que é o céu que se move. Analogamente, se a Terra estivesse em movimento diário e o céu não, nos pareceria, desde a Terra, encontrar-se esta em repouso e que o céu é que se move. Qualquer pessoa inteligente pode imaginar facilmente isto.*"(16)

Buridan, no entanto, não admite que a Terra possa girar porque, segundo ele, se uma flecha for atirada verticalmente para cima ela cairá exatamente no ponto de onde foi lançada, o que só acontece, conclui ele, pelo fato de a Terra se encontrar em repouso.* Estando a Terra imóvel quem gira é a esfera das estrelas. A contribuição original de Buridan aparece quando ele tenta explicar a causa física desta rotação. Buridan atribui o movimento da esfera que limita o mundo a um impetus circular por ela adquirido durante a criação do universo. Como não há no céu mecanismos de dissipação, a permanência inalterada deste impetus asseguraria a revolução constante desta grande esfera.

Ao ampliar a noção de impetus para explicar o movimento celeste, em geral, Buridan assim se expressa: "*É desnecessário postular inteligências como motores dos corpos celestes, uma vez que as Sagradas Escrituras não nos informam que inteligências devam ser reivindicadas. Quando Deus criou o mundo, Ele movimentou cada corpo celeste como quis, imprimindo-*

---

* Este e outros argumentos físicos contrários ao movimento da Terra, tanto a nível de rotação quanto de translação, serão comentados na seção 4.3.

lhes impulso suficiente para se moverem sem lhes voltar a tocar... E estes impulsos não vieram a diminuir ou alterar-se com o tempo, porque não há qualquer resistência corruptiva ou regressiva aos mesmos e também nenhuma inclinação dos corpos celestes para outros movimentos."[17]

Oresme compartilha deste mesmo ponto de vista, isto é, *"... quando Deus criou [os céus]... Ele os imprimiu com uma certa qualidade ou força de movimento, assim como Ele imprimiu as coisas terrestres com peso ...; é exatamente o mesmo de um homem que constrói um relógio e o deixa andar por si próprio. Assim Deus deixou os céus se moverem continuamente ... de acordo com a ordem [por Ele] estabelecida."*[18]

É interessante observar que a associação do impetus ao movimento celeste implica em estender a aplicação de um conceito até então utilizado exclusivamente a eventos terrestres para uma nova classe de fenômenos - os que ocorrem no céu. Começam assim a surgir, ainda que de forma não necessariamente consciente e intencional, argumentos físicos que apontam para o rompimento da dicotomia aristotélica entre o mundo celestial e o mundo sublunar.

3.6 - Novos questionamentos à dinâmica dos projéteis

Com o desenvolvimento das armas de fogo, algumas questões levantadas pela balística atrairam a atenção de muitos estudiosos para o estudo teórico do movimento de projéteis.

Em sua análise sobre as causas do movimento de um projétil lançado obliquamente, Leonardo da Vinci (1452-1519), pintor, escultor, arquiteto e engenheiro, adota um mecanismo explicativo idêntico ao sugerido por Alberto da Saxônia, concebendo a situação pós-arremesso composta por um deslocamento retilíneo inicial (em que sobre o móvel só age o impetus que lhe foi conferido no lançamento), seguida de um trecho onde a trajetória é curva (por atuarem sobre o projétil, simultaneamente, uma parcela do 'impetus inicial' e a gravidade) e de um novo segmento de movimento retilíneo (onde o projétil desloca-se em movimento natural).[19]

A balística é amplamente explorada nos estudos desenvolvidos pelo engenheiro e agrimensor Niccolò Tartaglia[20] (1500-1557). Em sua obra "Nova scientia" (referindo-se à balística, como uma nova ciência), Tartaglia tece interessantes considerações sobre o movimento dos corpos 'que não são suscetíveis de sofrer uma oposição sensível do ar em seu movimento', isto é, artefatos de chumbo, ferro, pedra, etc., usados como projéteis.

Para Tartaglia, todo o corpo grave [pesado], em queda, afasta-se do ponto de partida com um movimento cada vez mais rápido. Inversamente, quanto mais um corpo grave se distancia do ponto em que foi lançado verticalmente para cima, mais lentamente se torna o seu deslocamento. Seja em movimento natural ou em movimento violento, um corpo 'não pode ter uma mesma velocidade em dois instantes diferentes de seu percurso'. Em ambos os casos, o móvel desloca-se aceleradamente em toda a extensão de sua trajetória.

Assim, não faz sentido, como queriam os aristotélicos, falar de acréscimos significativos na velocidade de um corpo em queda apenas nos 'estágios finais' de seu movimento, isto é, quando se aproxima de seu 'habitat natural'. A velocidade do corpo cresce sempre (o mecanismo do impetus o explica), sendo que é a altura da queda que determina a maior ou menor velocidade que pode atingir ao chegar a seu lugar natural.

Ao discutir a queda de um objeto em direção ao centro do mundo (a Terra), vê-se o quanto as concepções de Tartaglia diferem das aristotélicas. *"A opinião de um grande número de filósofos"*, escreve ele, *"é a de que se existisse um canal aberto de fora a fora através da Terra, passando por seu centro, na qual um corpo pudesse se movimentar, esse corpo pararia subitamente ao chegar ao centro do mundo. Mas essa opinião, segundo me parece, não é exata. Longe de parar repentinamente ao chegar ao centro, o móvel, animado que se acha de uma grande velocidade, ultrapassaria esse ponto, como se tivesse sido lançado em um movimento violento, e se dirigiria em direção ao céu do hemisfério oposto ao nosso, para, em seguida, voltar na direção do mesmo centro, ultrapassá-lo novamente, ao chegar a ele, em virtude de um movimento violento que, desta feita, o traria em nossa direção, daí recomeçando ainda a mover-se em movimento natural em direção ao mesmo centro, etc., diminuindo gradualmente de velocidade até, enfim, parar efetivamente no centro da Terra.*[21]

Quanto à trajetória descrita por um projétil arremessado obliquamente, Tartaglia vê-se em dificuldades para explicar, em termos causais, o trecho em que ela é manifestamente curva, pois reluta em admitir a possibilidade de um movimento violento combinar-se com um movimento natural.

A própria 'divisão' da trajetória do projétil em três partes, sendo duas delas retilíneas (a primeira e a última), traz consigo uma incompatibilidade lógica na argumentação daqueles que não consideram a ação da gravidade no primeiro trecho do movimento. Como é possível, pergunta-se Tartaglia, que a gravidade possa atuar sobre o projétil apenas nos dois últimos segmentos do movimento? Admitindo-se a combinação de movimentos no trecho 'intermediário' da trajetória, forçosamente há que se admiti-la, também, no primeiro trecho, pois o peso do projétil durante o seu deslocamento nunca é nulo. Em decorrência disso, a primeira parte do movimento não pode ser plenamente retilínea.

Ainda procurando entender melhor este assunto, Tartaglia pondera que se, de fato, ocorre algum 'desvio' da suposta trajetória retilínea 'inicial' do projétil, ele é tão pequeno, imperceptível mesmo à observação mais acurada que, para efeitos práticos, pode ser considerado desprezível.

Somente vários anos mais tarde, em um outro trabalho, "Quesiti et inventione diverse", é que Tartaglia defende, convictamente, que não existe movimento violento em linha reta, exceto nos projéteis arremessados verticalmente para cima ou para baixo.

Os "Quesiti" são escritos em forma de diálogos e discussões. Na parte desta obra em que estuda o movimento de projéteis[22], Tartaglia procura convencer um tal duque Francesco Maria d'Urbino de suas idéias sobre este assunto. Em termos didáticos, parece bastante útil apresentar uma síntese desta discussão, pois as dúvidas do duque certamente coincidem com as de muitos estudantes, hoje.

Para Tartaglia, *"a trajetória de uma bala de arcabuz ou de canhão não comporta nenhuma parte retilínea; nem quando o tiro é dirigido (obliquamente) para cima ou para baixo, nem quando sua direção é horizontal: a trajetória sempre é inteiramente em linha curva e o projétil começa a abaixar-se desde o primeiro instante de seu lançamento".*

O duque, naturalmente, protesta, considerando esta pretensão completamente contrária à experiência. *"De certo, ele deseja admitir que os movimentos para cima e para baixo sejam retilíneos. Mas que, em nenhuma outra direção, e independentemente da dimensão da trajetória, o projétil não se mova em linha reta, eis aí algo que não é crível e que ele não crê, tanto mais que experiências feitas em Verona, com uma colubrina* de 20 libras, mostraram-lhe muito bem que, à distância de 200 passos, a bala se colocava no ponto de mira, o que significa que ela voava em linha reta. Que, se a referida colubrina fosse elevada para atirar a uma distância maior, a trajetória não seria inteiramente em linha reta, é muito provável, e o duque está disposto a concordar com isso. Mas daí não se pode concluir que ela seja incapaz de lançar uma bala em linha reta a uma distância de 200 passos, ou de 100, ou de 50."*

"Ao que Tartaglia retruca que a bala não só não percorrerá 50 passos em linha reta, como nem mesmo um único passo."

A fim de fazer notar a seu interlocutor a falsidade de suas concepções sobre este tema, Tartaglia pergunta à Sua Excelência até que ponto da trajetória a bala seguirá em movimento retilíneo e também qual é a causa pela qual ela se deslocará, depois, em linha curva. *"O duque responde que é a grande velocidade da bala, da qual está animada quando sai da boca da peça, que constitui a causa própria pela qual, durante pouco tempo, ou espaço, ela se deslocará em linha reta; mas que, mais tarde, faltando-lhe em algum grau vigor e velocidade, ela começará a desacelerar-se e a abaixar-se paulatinamente em direção à Terra e continuará assim até que caia na Terra."*

Prosseguindo, Tartaglia representa por uma linha ABCD a trajetória descrita por uma bala lançada de uma colubrina (Fig.7). Considera então lógico admitir que se existe algum trecho retilíneo no percurso seguido pelo projétil, que seja AB este trecho. Em seguida, divide AB em duas partes iguais. Conforme suas próprias palavras, *"... a bala atravessará mais rapidamente o espaço AE do que o espaço EB. Ora, por razões já explicadas, a bala se deslocará mais retilineamente no espaço AE do que no espaço EB, porque a linha AE será mais reta do que a linha EB, o que é uma coisa impossível porque, se se supõe que toda a linha AB seja perfeitamente reta, uma metade dela não pode ser nem mais nem menos reta do que a outra metade; e se uma*

* Antiga peça de artilharia.

metade fosse mais reta do que a outra, seguir-se-ia, necessariamente, que essa outra metade não seria reta e, por conseguinte, que a linha AB não seria reta."

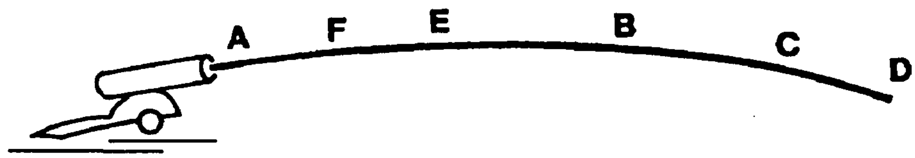


Fig.7 - A trajetória de uma bala lançada por uma colubrina, de acordo com Tartaglia.

Aplicando raciocínio análogo ao trecho AE, dividindo-o em duas partes iguais, AF e FE e, assim, sucessivamente, Tartaglia conclui que nenhuma parte da trajetória pode ser retilínea.

Ainda reticente, o duque usa o testemunho 'irrecusável' da experiência para contra-argumentar que, pelo menos para curtas distâncias, as balas dirigem-se diretamente ao alvo.

"Argumento falacioso, responde Tartaglia. É verdade que acreditamos ver a bala ir diretamente ao ponto visado; ora, trata-se de uma ilusão. Nossos sentidos não são suficientemente agudos e precisos para distinguir a curva muito estendida, do início da trajetória, de uma linha reta; assim, um mar calmo nos parece ser perfeitamente plano, quando na realidade sua superfície é de uma esfera."

"O duque admite o valor do raciocínio, embora a tese de Tartaglia continue a parecer-lhe estranha. Mas ele não se entrega: pois, mesmo que se admitisse que uma bala atirada horizontalmente fosse, em todo o seu percurso, desviada de seu curso pela gravidade que sobre ela atua nas condições mais favoráveis a essa ação, certamente não será o caso em que ela é atirada obliquamente no ar e em que a gravidade é menos apta a fazê-la desviar. A trajetória oblíqua comporta, certamente, uma parte retilínea."

"Tartaglia, porém, mantém sua posição. O que é impossível é impossível. Assim, a bala não se deslocará em linha reta senão quando for atirada verticalmente para cima (ou em direção à Terra); em qualquer outra posição ela descreverá uma curva. Seguramente, é verdade que a gravidade atuará tanto menos quanto maior for a elevação do tiro e que, por isso, a encurvação será tanto mais fraca. Porém, nunca será nula. Jamais uma bala poderá deslocar-se em linha reta, 'em nenhuma parte, por mínima que seja, de seu movimento'"

As considerações teóricas de Tartaglia de que a trajetória bidimensional de um projétil é sempre curva, baseada em sua idéia central de que 'há sempre um pouco de gravidade afastando o projétil da sua linha de movimento' tiveram pouca receptividade no meio científico da época, pois eram por demais ousadas para serem aceitas. Vale ressaltar que Tartaglia publicou diversas tabelas relacionando o ângulo de elevação de um canhão com o seu alcance, a partir de dados empíricos, constatando que o alcance máximo de um projétil lançado em solo horizontal é de 45^0.

Ainda de interesse didático como assunto deste capítulo, e matéria para embasar futuras discussões, encontram-se a explicação que o físico italiano Giambattista Benedetti (1530-1590) dá ao movimento de projeção de uma pedra que é arremessada depois de sucessivas rotações e o relato de uma importante experiência desenvolvida pelo engenheiro belga Simon Stevin (1548-1620).

Benedetti, crítico severo de Aristóteles,[(23)] rejeita, entre outras coisas, a antiperistasis aristotélica, explicando a 'persistência' do movimento de um corpo depois de seu lançamento por uma força motriz, uma impetuosidade, um impulso, um impetus por ele adquirido a partir da causa motora. Segundo ele, ao se movimentar circularmente uma pedra em uma 'funda' (tal como o fez David, contra Golias), imprime-se à pedra um impetus, que é tanto maior quanto mais depressa ela girar. Quando a pedra deixa a funda, o seu movimento, como projétil, se efetua ao longo da reta tangente à circunferência no instante do lançamento, processando-se o seu deslocamento, daí por diante, sob a ação da gravidade, da forma 'usualmente' conhecida.

Como se vê, Benedetti tem uma concepção de impetus diferente da de Buridan. Para este último, qualquer corpo em rotação possui um impetus circular. Ao abandonar a funda, portanto, a pedra, de acordo com Buridan, sai 'em curva' e não tangencialmente à trajetória circular, como admite Benedetti, que insiste no caráter linear do impetus (Fig.8)

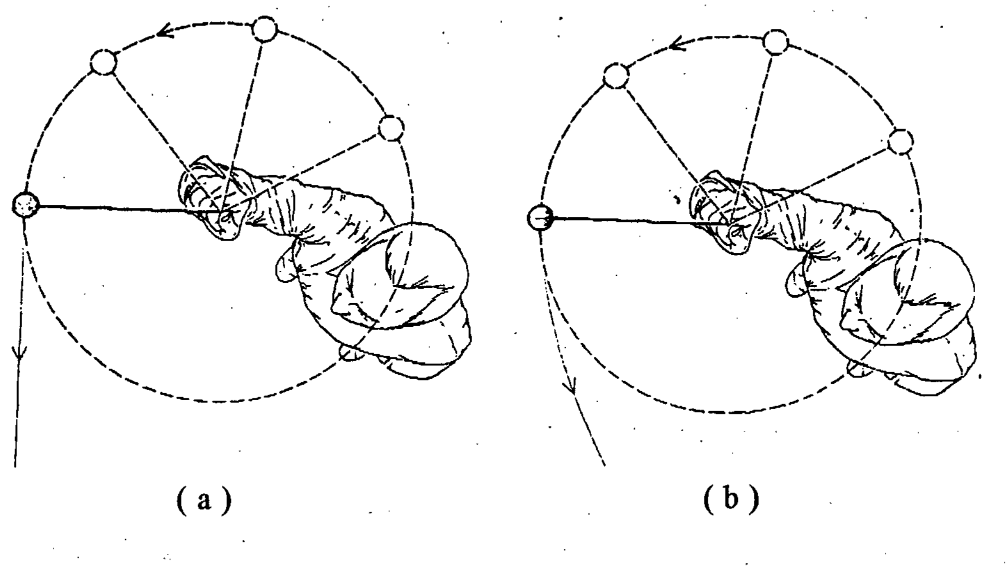


Fig.8 - A 'saída' de uma pedra em movimento circular segundo (a) Benedetti e (b) Buridan. (Figura extraída da referência 24.)

Estas 'diferenças', no entanto, só enfatizam, mais uma vez, a fragilidade de uma noção que se propõe a traduzir, em termos científicos, experiências quotidianas baseadas no dado do senso comum. *"Efetivamente, o que é o impetus, a forza, a virtus motiva, senão uma conden-*

sação, se assim se pode dizer, do esforço muscular e do impulso?[25] Contudo, o domínio de aplicabilidade deste conceito transcende à esfera dos movimentos terrestres, como se viu, questionando a filosofia aristotélica em aspectos fundamentais.

Explicar o movimento dos planetas e demais corpos celestes através de um impetus por eles adquirido 'no início dos tempos', isto é, quando de sua formação, significa conceber um mundo inteiramente diferente de *"um universo no qual mãos invisíveis tinham de estar em constante operação e Inteligências sublimes tinham de fazer girar as esferas planetárias"*[26]. Pode-se muito bem imaginar, como ressalta Oresme, que um poder inicial (que se pode chamar de Deus, caso se queira), tenha posto o universo a funcionar, 'como uma espécie de relógio' e deixado esta máquina monumental a trabalhar por si mesma.

Atentando-se, deste modo, para o conceito de impetus em toda a sua amplitude percebe-se que a alegada 'fragilidade do impetus' é, em verdade, enganosa. A doutrina do impetus desempenhou um papel de grande relevância na estruturação de todo um conjunto de idéias que conduziu o espírito científico à revolução do século XVII.

Mas não é apenas a nível teórico que se dirigem críticas à dinâmica aristotélica. Em um trabalho sobre mecânica, publicado em 1586, Simon Stevin (1548-1620) relata uma experiência em que contesta, através de seus resultados, a opinião de Aristóteles de que corpos pesados caem mais depressa do que corpos mais leves de mesma natureza (constituição), dispendendo tempos inversamente proporcionais a seus pesos. Conforme Stevin, *"A experiência contra Aristóteles é esta: Tomemos ... duas bolas de chumbo, sendo uma delas dez vezes mais pesada do que a outra e deixemo-las cair juntas de uma altura de trinta pés sobre uma prancha ou algo que emita um som claro; notar-se-á, então, que o tempo da queda da mais leve não é dez vezes maior, mas sim que ambas caem tão igualmente sobre a prancha que os dois ruídos dão a sensação de serem um único."*[27].

A efervescência das idéias no campo da mecânica é notória. Esta situação é, sem dúvida, condição necessária, mas não suficiente, para gerar condições definitivas para o estabelecimento de uma teoria científica com amplo poder explicativo. O mundo supralunar também precisa ser seriamente questionado em relação aos 'princípios' que o norteiam.

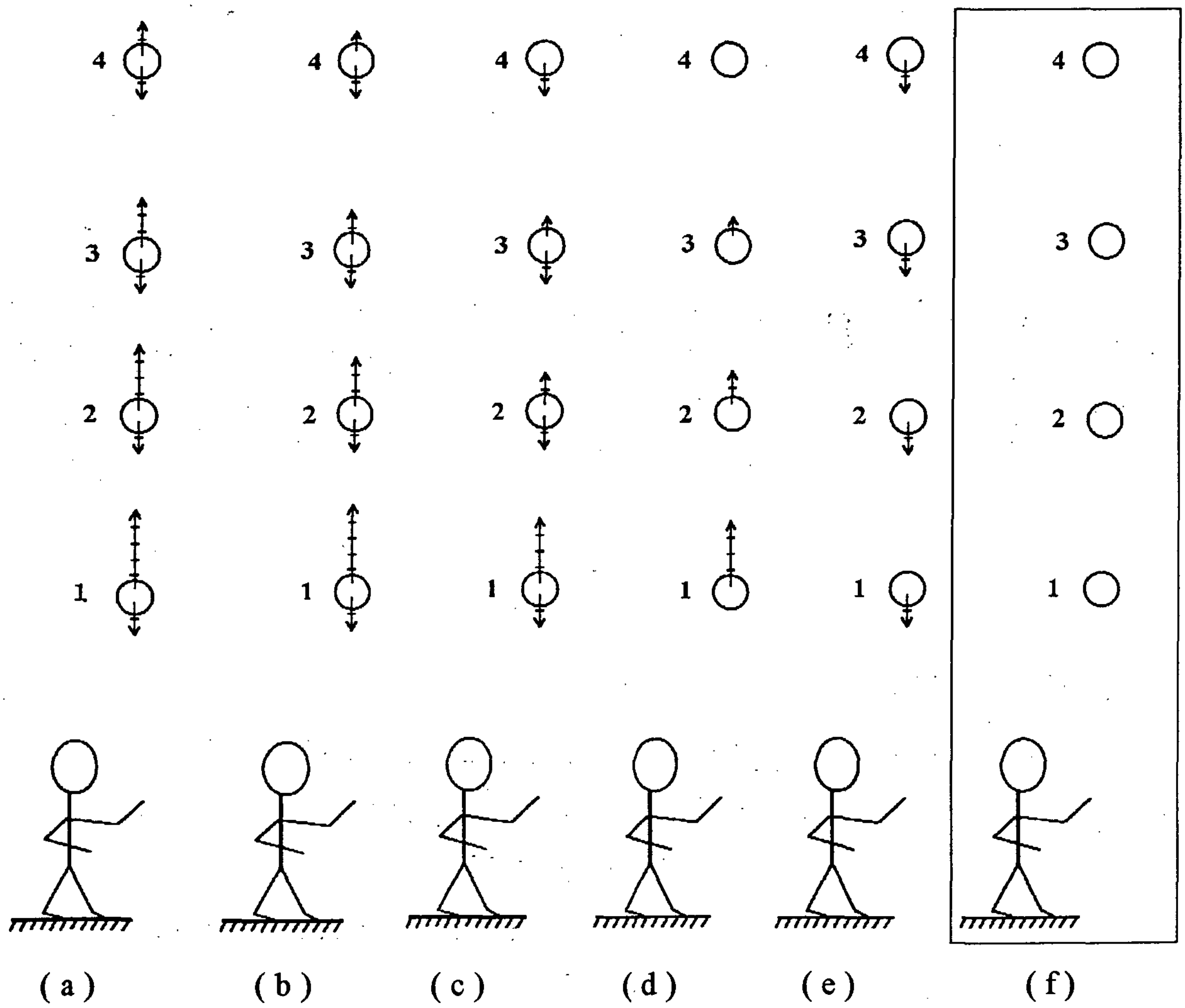
3.7 - Perguntas e respostas

Por que as considerações de Tartaglia de que é sempre curva a trajetória de um projétil lançado horizontal ou obliquamente eram de difícil aceitação, à época?

Porque os teóricos da balística e os artilheiros do Renascimento acreditavam que dois movimentos não podiam coexistir num mesmo corpo sem se 'combaterem' entre si. Como o dado do senso comum indicava ser retilíneo o percurso seguido por um projétil durante uma certa etapa inicial de seu deslocamento, concebiam a trajetória, como um todo, constituída por duas partes retilíneas, cada uma com seu impetus 'bem definido', interligadas por uma linha encurvada, onde se exauria o impetus do qual o projétil havia se impregnado quando do seu lançamento.

3.8 - Questões

1. Uma bola é atirada verticalmente para cima. Supondo a resistência do ar desprezível, assinale o diagrama que indica corretamente a (s) força (s) que age (m) sobre a bola nas posições apresentadas. Em todos os diagramas, o ponto 1 mostra a posição da bola após ter deixado a mão do lançador; os pontos 2 e 3 são pontos intermediários na subida; o ponto 4 é a posição mais alta atingida pela bola. Caso você não concorde com nenhum dos diagramas mostrados, represente a (s) força (s) que age (m) sobre a bola nas posições 1, 2, 3 e 4 na coluna da direita. Justifique a sua resposta.



2. Formule a pergunta anterior à algumas pessoas (familiares, colegas de outras áreas do conhecimento etc), anotando o ítem assinalado e os comentários feitos. Há algum traço em comum entre as respostas dadas?

3. Em que consiste o conceito de força impressa, introduzido por Hiparco?

4. Represente, através de um diagrama, a forma como Hiparco explica, em termos causais a) o movimento de subida e de descida de uma pedra atirada verticalmente para cima; b) o deslocamento de uma pedra solta de uma certa altura em relação ao solo.

5. Expresse, matematicamente, a 'lei de força' de Filoponos. Segundo ele, em que condições um objeto se movimenta com velocidade constante?

6. Explique por que para Filoponos o movimento no vazio é possível, enquanto que para Aristóteles esta era uma noção insustentável.

7. Que críticas Filoponos dirige à antiperistasis aristotélica?

8. Em que diferem, basicamente, as explicações de Aristóteles e de Hiparco (Filoponos) sobre a causa do movimento de um projétil depois de cessado o contato projétil-projetor?

9. Como descreve Avicena a trajetória de um projétil arremessado horizontalmente de uma certa altura em relação ao solo?

10. O que vem a ser o impetus de Buridan? Em que ele difere da força impressa de Hiparco e Filoponos?

11. Descreva o movimento de um saco de areia que cai de um balão que sobe verticalmente, do ponto de vista de um teórico do impetus.

12. Explique, em termos causais, como se processa o movimento de um projétil lançado horizontal ou obliquamente àqueles que consideram sua trajetória constituída por dois segmentos retilíneos conectados por uma linha curva.

13. Cite duas conjecturas, uma favorável e outra contrária, à existência de um movimento sem resistência.

14. Que argumentos físicos utiliza Buridan para rejeitar a rotação da Terra?

15. Qual a importância histórica do impetus?

3.9 - Referências Bibliográficas

1. KUHN, T.S. A revolução copernicana. Rio de Janeiro. Edições 70. Cap.3.

2. PEDUZZI, L.O.Q. Física aristotélica: por que não considerá-la no ensino da mecânica? Caderno Catarinense de Ensino de Física, 13(1), 1996.

3. DRIVER, R. Psicología cognoscitiva y esquemas conceptuales de los alumnos. Enseñanza de las Ciencias, 4 (1): 3-15, 1986.

4. SEBASTIA, J.M. Fuerza y movimiento: la interpretación de los estudiantes. Enseñanza de las Ciencias, 2 (3): 161-169, 1984.

5. ZYLBERSZTAJN, A. Concepções espontâneas em física: exemplo em dinâmica e implicações para o ensino. Revista de Ensino de Física, 5 (2): 3-16, 1983.

6. FRANKLIN, A. Principle of inertia in the middle ages. American Journal of Physics, 44 (6): 529-545, 1976.

7 . KOYRÉ, A. Estudos galilaicos. Lisboa, Publicações Dom Quixote, 1986. pp.45-46.

8. PHILOPONUS, I. Commentary on Aristotle's physics. pp.639.3-642.9 (Vitelli). Apud COHEN, M.R. & DRABKIN, I.E. A source book in greek science. pp.221-222. Citado por EVORA, F.R.R. A revolução copernicana-galileana. Campinas, UNICAMP, Centro de Lógica, Epistemologia e História da Ciência, 1988. v.1, p.66.

9. PHILOPONUS, I. Commentary on Aristotle's physics. pp.639.3-642.9 (Vitelli). Apud COHEN, M.R. & DRABKIN, I.E. A source book in greek science. p.223. Citado por EVORA, F.R.R. Referência 8, p.66.

10. COHEN, I.B. O nascimento de uma nova física. Lisboa, Gradiva, 1988. pp.23-24.

11. CROMBIE, A.C. História de la ciência: de San Agustín a Galileu. Siglos XIII- XVII. Madri, Alianza Editorial, 1987. p.56.

12. CROMBIE, A.C. Referência 11, p.62.

13. BURIDAN, J. Quaestiones super octo libros physicorum (Paris,1509). Livro VIII, questão 12, parágrafo 2, trad. M. Clagett, The science of mechanics in the middle age (Madison, Wis.: University of Wisconsin Press, 1959), p.534. Citado por EVORA, F.R.R. Referência 8, p.70.

14. BURIDAN, J. Quaestiones super octo libros physicorum (Paris,1509). Livro VIII, questão 12, parágrafo 4, trad. M. Clagett, The science of mechanics in the middle age (Madison, Wis.: University of Wisconsin Press, 1959). Citado por EVORA, F.R.R. Referência 8, pp.70-71.

15. KOYRÉ, A. Referência 7, p.60.

16. CROMBIE, A.C. Referência 11, p.77.

17. BURIDAN, J. Quaestiones super octo libros physicorum (Paris,1509). Citado por KUHN, T.S. Referência 1, p.121 (Original em inglês, ed.1957), a partir de M. Clagett, Selections in medieval mechanics, University of Wisconsin, mimeographed pamphlet, p.40.

18. ORESME, N. Le livre du ciel et du monde. Ed. A.D. Menut & A.J. Denomy, In: Medieval Studies, III-V (Toronto: Pontificial Institute of Medieval Studies, 1941-1943), IV, p.243. Citado por KUHN, T.S. Referência 1, p.121 (Original em inglês, ed. 1957).

19. MASON, S.F. História da ciência: as principais correntes do pensamento científico. Porto Alegre, Globo, 1962. p.118.

20. KOYRÉ, A. A dinâmica de Niccolò Tartaglia. In: KOYRÉ, A. Estudos de história do pensamento científico. Brasília, Universidade de Brasília, 1982. pp.107-127.

21. TARTAGLIA, N. Nova scientia inventa. Veneza, 1537. Citado por KOYRÉ, A. Referência 20, p.110.

22. TARTAGLIA, N. Quesiti et inventione diverse. Veneza, 1546. Citado por KOYRÉ, A. Referência 20, pp.118-120.

23. KOYRÉ, A. Giambattista Benedetti, crítico de Aristóteles. In: KOYRÉ, A. Estudos de história do pensamento científico. Brasília, Universidade de Brasília, 1982. pp.128-151.

24. McCLOSKEY, M. Intuitive physics. Scientific American, 248(4): 114-122, 1983.

25. KOYRÉ, A. Referência 23, p.136.

26. BUTTERFIELD, H. As origens da ciência moderna. Rio de Janeiro, Edições 70. p.18.

27. MASON, S.F. Referência 19, p.119.

Capítulo 4

As novas concepções do mundo

4.1 - Introdução

Paralelamente aos debates que se processam a partir do século XI sobre a física da força impressa e a possibilidade, concreta ou hipotética, do movimento no vazio (seção 3.4), há, no âmbito da astronomia, primeiro entre os árabes e posteriormente com os europeus, o ressurgimento de uma antiga polêmica.

Depois de um longo período em que o Almagesto é acriticamente lido, resumido, comentado e utilizado para fins práticos, voltam a ser questionadas a realidade física dos excêntricos e dos epiciclos.

Para uma corrente de estudiosos que comunga dos ideais de construção do sistema ptolomaico, os excêntricos e os epiciclos da astronomia ptolomaica não possuem existência real. São artifícios matemáticos, 'ficções' dos geômetras, idealizados para fins computacionais. Com eles se constroem tabelas, se prevêem eventos (como eclipes), se salvam, enfim, as aparências.

Por outro lado, aos realistas, com seus diferentes modelos mecânicos, não basta apenas salvar os fenômenos. É preciso atentar para a realidade física dos dispositivos propostos antes de buscar, 'a qualquer preço', a concordância com a observação.

Deste modo, no que se refere a princípios, há uma divergência insuperável entre a filosofia aristotélica e a astronomia ptolomaica, pois a primeira não pode admitir evoluções circulares que não tenham a Terra como centro. Daí o repúdio dos aristotélicos aos epiciclos e excêntricos.

O realismo de astrônomos árabes como Thabit ibn Qurra (836-901) e Ibn al-Haytan (Alhazen,965-1039), que imprimem a seus trabalhos uma dinâmica semelhante às de Adrasto de Aphrodisia e Theon de Smyrna (seção 1.7), dá início a uma forte 'reação' contra os mecanismos puramente artificiais da astronomia ptolomaica, à qual logo se engajam os filósofos árabes, que em sua ampla maioria são estudiosos e defensores da física peripatética.

Ibn Rushd, o conhecido Averroes (1125-1198), por exemplo, esforça-se, sem contudo lograr êxito, em construir um sistema astronômico cujas hipóteses encontrem amparo na 'Física' e na 'Metafísica' de Aristóteles. Notabiliza-se, no entanto, como comentador e defensor das idéias aristotélicas. Em um destes seus comentários não apenas expõe o mecanismo das esferas homocêntricas de Aristóteles, sustentando-o, como submete a uma severa crítica a astronomia desenvolvida no Almagesto.

Mesmo os que discordam da explicação que os aristotélicos concedem ao movimento de projéteis, como Avempace (Ibn Badja, 1106-1138), juntam suas vozes ao coro do protesto realista contra aqueles que, com suas hipóteses, objetivam tão somente a descrição geométrico-cinemática dos céus.

Em uma obra cujo título fala por si mesmo - "Teoria dos planetas provada por razões físicas" - Al Bitrogi (Alpetragius), contemporâneo de Averroes, inspirado em Aristóteles, elabora os fundamentos de um sistema astronômico baseado na rotação de esferas homocêntricas.

A teoria de Al-Bitrogi, da qual, incompleta, não resultam tabelas que permitam confrontar as suas predições com o veredito imposto pelos fatos, apresenta-se muito mais como uma legítima 'representante conceitual' de uma forma de ver a natureza do que uma rival, propriamente, ao sistema de Ptolomeu. Talvez isto explique a sua boa aceitação entre os estudiosos europeus que já a partir do século XI começam a ter acesso à cultura grega através dos árabes, no primeiro dos renascimentos intelectuais do Ocidente.

A posição de Roger Bacon (1214-1294) em relação a esta teoria é bastante ilustrativa. Apesar de admitir o mérito de seus princípios, ele a recusa em favor do sistema ptolomaico face a inexistência de instrumentos que possibilitem confrontá-la com a experiência. Para ele, 'o objetivo de toda a teoria astronômica é fornecer cálculos conformes com as observações'(1)

Entre optar por um sistema que comprovadamente está de acordo com os sentidos e cujas hipóteses, matemáticas, dispensam o teste da viabilidade física <u>ou</u> adotar uma posição que deixa de lado a ilusão do acerto momentâneo para enfrentar toda a sorte de dificuldade inerente à estruturação ou reestruturação de teorias inspiradas por hipóteses 'viáveis' à natureza, a ampla maioria dos estudiosos do céu (para não dizer todos), nos séculos que se seguem, adota a primeira.

Fica, contudo, o registro da esperança que nutre São Bonaventura ao vivenciar o dilema entre estas duas escolhas que é o de 'encontrar um sistema onde os princípios do físico e as observações do astrônomo sejam igualmente salvaguardadas'(2), pensamento que antecipa o ideal da ciência moderna.

O consenso que se dissemina então entre os astrônomos até o final da Idade Média é o de que desde que disponham dos meios para determinar com precisão as posições dos corpos celestes não lhes cabe indagar mais nada. Discutir sobre a realidade ou não das órbitas não é matéria de sua competência.

Este consenso fortalece a posição do filósofo que reconhece terem os céus e a Terra constituições e realidades físicas bem distintas, que <u>sabe</u>, enfim, residir na cosmologia aristotélica o grande referencial do conhecimento teórico. Afinal, se o sistema ptolomaico é meramente instrumental que importância pode ter o questionamento a seus mecanismos?

Assim, para se produzir uma alteração significativa em um conhecimento bem estruturado como o aristotélico, capaz, inclusive, de levar à sua substituição por um outro, faz-se imperativo abalar as suas estruturas hierárquicas.

A física aristotélica, como se viu, além de estar no palco das discussões sobre o movimento no vazio, já há bastante tempo vem sendo objeto de severas críticas em relação às suas ponderações sobre a queda dos corpos e o movimento de projéteis, cristalizando-se as maiores objeções na teoria do impetus de Buridan e seus seguidores. Mas os céus, com a superação das 'incompreensões' já discutidas, permanecem, ainda, praticamente imunes à crítica.

É bem verdade que algumas considerações sobre a aplicabilidade do impetus às rotações da Terra e da esfera celeste começam a surgir no pensamento de algumas mentes que não se acomodam às estruturas conceituais vigentes, anunciando os primeiros sinais de uma tímida 'ligação' física entre os mundos sub e supralunar. Mas é das sementes de uma idéia verdadeiramente transformadora no âmbito da astronomia que o solo do fértil ambiente intelectual europeu dos séculos XV e XVI necessita para fazer prosperar uma cultura capaz de revolucionar o conhecimento científico.

Uma série de acontecimentos ocorridos durante o século XV contribuiu, direta ou indiretamente, não importa, para gerar as condições a seu aparecimento. A conquista de Constantinopla pelos turcos, em 1453, possibilitou uma ampla divulgação do conhecimento grego preservado pelos árabes. A invenção da imprensa, que substituiu os manuscritos por livros, imprimiu uma nova dinâmica à difusão do saber literário e científico. Os clássicos gregos, pouco ou quase nada conhecidos, foram traduzidos ou retraduzidos e reeditados.

O culto às letras e às artes, sem dúvida, reveste com novas cores um novo período na história da humanidade, que deixa para trás a Idade Média. O brilho maior nesta transição, contudo, está no resgate, mesmo que efêmero, de algo profundamente prezado e respeitado pelos gregos antigos: a liberdade intelectual, a livre expressão de idéias.

É em um período de grande tolerância da Igreja Católica para com filosofias inovadoras e mesmo revolucionárias, a seus olhos, que o cônego Nicolau Copérnico elabora um sistema astronômico que vai desencadear um processo lento mas progressivo de ruptura irreversível com o conhecimento estabelecido.

O questionamento filosófico das hierarquias aristotélicas através do cardeal Nicolau de Cusa e os trabalhos dos astrônomos alemães Peurbach e Regiomontano, que ao tornarem o Almagesto mais 'compreensível' o abrem à perspectiva de novas críticas, precedem o desenvolvimento do heliocentrismo de Copérnico, contextualizando o quadro conceitual em que ele se estabelece.

4.2 - O universo de Nicolau de Cusa

O fim da Idade Média vê surgir, através do cardeal Nicolau de Cusa (1401-1464), uma nova concepção de mundo. As suas reflexões sobre a relação Deus-universo-infinito o levaram a acreditar na existência de um universo extremamente vasto, sem limites de confinamento. A esfera das estrelas fixas não limita o mundo e nem a Terra ou qualquer outro corpo celeste é o seu centro. "*O universo não é infinito no sentido positivo deste termo, mas 'indeterminado', o que significa apenas que ele não tem limites e que não está contido na carapaça exterior das 'esferas' celestes; o que também quer dizer que ele não está 'terminado' nos seus constituintes, ou seja, que ele carece completamente de precisão e de determinação rigorosa. Ele nunca atinge o seu 'limite'; no sentido pleno do termo ele é 'indeterminado'. É por isso que ele não pode ser objeto de uma ciência total e precisa, mas apenas de um conhecimento parcial e conjectural.*"[(3)] Cada um dos inumeráveis constituintes do universo forma um todo finito. A qualificação de infinito Cusa reserva a Deus. Deus sim é todo infinito em sua grandeza e perfeição. O conhecimento parcial a que se refere advém do fato de que a verdade absoluta se encontra apenas em Deus e este é inacessível ao homem.

Cusa advoga a 'douta ignorância', uma ignorância que pode ser qualificada como douta porque o homem, em sua tentativa de entender o mundo em que vive, tem consciência das limitações do seu saber. "*A sua obra mestra A Douta Ignorância (1440), não cabe em nenhum quadro pré-estabelecido. Do ponto de vista cosmológico, é a afirmação muito original, na época, da unidade do universo, sem referência às hierarquias aristotélicas.*"[(4)]

Para Cusa não existe nenhum corpo imóvel no universo. Em decorrência disto, não se pode referenciar nenhum movimento em termos absolutos. Todo o movimento é relativo. A constatação de que tudo parece girar em torno da Terra, estacionária, é um dos aspectos desta relatividade, pois para alguém que se encontrasse na Lua (ou qualquer outra Terra ou Sol) esta, também, lhe pareceria ser um centro imóvel, com todos os astros girando ao seu redor. O que Cusa propõe de novo é uma relatividade de movimentos que tem como fundo uma nova concepção de mundo, o que a torna original. Não existe nenhum centro para o mundo, pois em qualquer parte do cosmo em que o observador se encontre ele verá o universo girar em torno de si.

Na cosmologia de Cusa a Terra não ocupa um plano inferior em relação aos demais corpos celestes. Para ele a Terra é tão perfeita ou imperfeita como qualquer outro astro, já que considera que todos os corpos celestes são constituídos dos mesmos elementos (terra, água, ar e fogo). A unidade do universo não permite qualquer distinção ou tratamento diferenciado entre os seus constituintes. Assim:

a) a corrupção e a mudança não são exclusividades apenas de nosso planeta pois "*temos todas as razões para supor, ainda que evidentemente não o possamos <u>saber</u>, que por toda a parte suceda a mesma coisa ...*"[(5)]

b) a cor sombria da Terra não pode ser utilizada em favor da sua inferioridade em relação a outros astros porque "*se alguém estivesse no Sol o seu brilho não lhe surgiria como a nós ...*" Analogamente, para uma pessoa situada fora do globo terrestre "*esta Terra, graças à sua circunferência de fogo, apareceria como uma estrela brilhante, tal como para nós que estamos fora da região do Sol este aparece muito brilhante.*"[(6)] Cusa conclui, então, que não só a Terra, mas também a Lua e os planetas, da mesma forma que o Sol, brilham por luz própria.

A semelhança da Terra com os demais corpos celestes e o potencial criador Divino, que através dos infindáveis mundos espalhados na imensidão do cosmo evidencia a exuberância de sua obra, são elementos básicos dos quais se vale Cusa para afirmar que a vida existe não só na Terra mas também em outros astros. Uma afirmação ousada, mas que inserida no conjunto de suas idéias tem o dom de enaltecer a imagem do Criador.

O pensamento de Cusa é original (embora nem sempre sejam muito claras as suas idéias), revolucionário para a sua época. "*Pela primeira vez a concepção clássica de um mundo fechado e hierarquicamente ordenado, que dominou o pensamento humano durante quase dois mil anos, foi atacada em favor de um mundo aberto e se não infinito, ao menos ilimitado e indefinidamente extenso.*"[(7)] As bases de seu pensamento, contudo, são puramente especulativas e as concepções que desenvolve demasiadamente radicais para serem aceitas entre os seus contemporâneos. A noção de um universo claramente infinito em extensão, por exemplo, só aparecerá cem anos depois, com Giordano Bruno.

Além de Cusa, contribuem para compor o quadro de idéias em que se instaura a revolução copernicana os trabalhos de Peurbach e Regiomontano.

4.3 - Peurbach e Regiomontano

O 'renascimento das letras', marca registrada do novo renascimento intelectual do Ocidente, no século XV, chega também à astronomia e a seu principal texto - o Almagesto.

Ocorre que as versões latinas desta obra, feitas a partir de traduções árabes do original grego, incorporavam comentários e interpretações árabes que com freqüência não podiam ser distinguidos do texto original, mesclando-se a ele e distorcendo muitas vezes o seu significado.

Por outro lado, as Tabelas Alfonsinas, elaboradas há mais de dois séculos, apresentavam-se claramente insatisfatórias, revelando erros mais do que evidentes. A sua correção, ou substituição por outras, exigia um estudo aprofundado do Almagesto.

Com o intuito de facilitar a compreensão da essência da astronomia ptolomaica, o astrônomo George Peurbach (1423-1461) escreveu um notável trabalho que foi objeto de inúmeras reedições e comentários. Sem se preocupar em examinar a natureza das hipóteses do Almagesto, Peurbach descreve clara e concisamente as construções de Ptolomeu em sua obra "Theoricae novae planetarium". Durante este seu empreendimento, contudo, percebe as dificuldades de lidar com 'versões interpretativas' deste texto e decide se engajar em um novo projeto: versar o Almagesto, diretamente de seu original grego, para o latim. Seu falecimento prematuro, impediu-o de levar a termo esta tarefa.

Os ideais de Peurbach foram continuados por seu discípulo Johann Müller, conhecido por Regiomontano (1436-1476), que estudou o Almagesto em seu original e completou um outro trabalho iniciado por Peurbach - "Epitome in Ptolomaei almagestum". Ele também escreveu um importante tratado de trigonometria que inclui uma tabela de senos para cada minuto e uma tabela de tangentes para cada grau(8)

Alguns autores consideram ter Regiomontano ensinado que a Terra gira ao redor do Sol, mas as evidências em que se baseiam não provam isto de forma contundente. Bem ao contrário, o que se constata no "Epitome" é a sua 'total aceitação a cada detalhe do sistema ptolomaico'(9).

A obra destes dois astrônomos tornou a astronomia ptolomaica mais clara e compreensível ao mundo ocidental, e também mais vulnerável à contestações. É a partir dela que vários estudiosos passam a dirigir críticas aos dispositivos utilizados no sistema de Ptolomeu. Felizmente, para o desenvolvimento da ciência, não se repetem, apenas, as discussões que se processaram num passado recente. E a razão disto é Copérnico.

4.4 - O heliocentrismo de Nicolau Copérnico

Em 1543 resulta publicado o tão esperado livro de Nicolau Copérnico (1473-1543), "Sobre a revolução das órbitas celestes" ("De revolutionibus orbium caelestium"), no qual o autor, no ano de sua morte, apresenta um sistema astronômico, matematicamente estruturado, capaz de rivalizar com aquele que por séculos vinha 'salvando as aparências'.

Esta obra foi precedida por duas outras que 'cautelosamente' anunciavam os fundamentos da nova astronomia.

A primeira delas é um manuscrito de oito páginas intitulado "Um breve esboço das hipóteses de Nicolau Copérnico sobre os movimentos celestes" ("Nicolai Copernici de hypothesibus motuum caelestium a se constitutis commentariolus"), conhecido como "Commentariolus", no qual Copérnico divulga 'sem provas e sem demonstrações matemáticas' a sua primeira descrição de um sistema em que a Terra se encontra em movimento e o Sol ocupa posição central no universo. Trata-se de uma versão inicial do heliocentrismo, que Copérnico fez circular apenas entre um número reduzido de pessoas, por volta de 1510.

A segunda, a "Narratio prima", escrita a pedido de Copérnico por seu discípulo Jorge Joaquim Rético (1514-1576), tem a forma de carta dirigida pelo autor a um antigo mestre de astronomia e matemática. Nela Rético consegue extrair, com rara habilidade, a essência da astronomia copernicana contida no manuscrito das Revoluções, uma obra volumosa, repleta de tabelas astronômicas, fileiras de cálculo e complicados diagramas.(10)

Copérnico relutou muito em publicar a sua obra principal, pois temia ser ridicularizado com a sua hipótese de uma Terra móvel, que contrariava amplamente a evidência dos sentidos. Na dedicatória do "De revolutionibus" ao papa Paulo III ele menciona a dúvida que o assolou por longo tempo entre expor as suas idéias na forma escrita ou apenas reportá-las oralmente a quem as pudesse realmente entender, seguindo o antigo rito pitagórico.+

A própria "Narratio", de Rético, contém trechos que mostram precaução quanto às novidades que cercam as hipóteses astronômicas de Copérnico, ressaltando o respeito e a veneração deste para com os sábios antigos. Em um deles ressalta Rético: *"Quanto ao sábio Mestre, ser-me-ia um prazer saberdes e vos convencerdes plenamente de que para ele nada existe melhor nem mais importante do que seguir as pegadas de Ptolomeu e, como fez Ptolomeu, ir empós dos antigos e dos que de muito o precederam. Contudo, quando os fenômenos, que dirigem o astrônomo, o compeliram a fazer certas hipóteses até a contra-gosto, bastava, assim pensou, apontar as setas para o mesmo alvo, pelo mesmo método empregado por Ptolomeu, embora utilizasse um arco e flechas de um tipo de material bem diverso do de Ptolomeu."*(12)

É verdade que Copérnico rejeitou o equante da astronomia ptolomaica que, para ele, violava o princípio da uniformidade do movimento circular, na medida em que o centro do epiciclo de um planeta não descreve ângulos iguais em tempos iguais nem em relação ao centro de seu deferente e nem em relação ao centro da Terra, mas sim para um observador supostamente situado em um ponto do espaço próximo a estes dois últimos (ver Fig.11, seção 1.6). Mas, de resto, fez pleno uso das técnicas e dispositivos matemáticos de que se valeu Ptolomeu para a estruturação de 'seu' sistema.

Copérnico construiu a sua teoria atribuindo, admiravelmente, novos 'papéis' ao Sol e à Terra em seu sistema. Contudo, adotou o mesmo princípio que norteou o trabalho dos gregos antigos e não teve contestações ao longo do tempo, até Kepler (Capítulo 7): 'encontrar quais são os movimentos circulares e ordenados a partir dos quais se pode deduzir o movimento dos planetas'. Por isso, não conseguiu escapar das complexidades geométricas inerentes ao mecanismo descritivo desta concepção.

Para Copérnico é o Sol e não a Terra o centro do mundo* . O próprio Copérnico escreve: *"No centro de tudo situa-se o Sol. Quem, com efeito, nesse esplêndido templo colocaria a luz em lugar diferente ou melhor do que aquele de onde pudesse iluminar ao mesmo tempo todo o templo? Portanto, não é impropriamente que certas pessoas chamam-no de lâmpada do mundo, outros de sua mente, outros de seu governante ... Assim, como que repousando no trono*

+ Propiciar conhecimento a quem não se encontra preparado para tal é o mesmo que verter água limpa e fresca em um poço cheio de impurezas, como escreve um pitagórico (Lisis) a outro (Hiparco). *"... nada lucraríamos, a não ser agitar a mundície e estragar a água. Eis o que sucede aos que ensinam e são ensinados desse modo. Densas e sombrias florestas cobrem o espírito e o coração dos que não foram iniciados da maneira correta e perturbam a suave contemplação das idéias.."*(11)

* Na verdade, no sistema copernicano a Terra e os demais planetas não se movem à volta do Sol, mas sim em relação a um ponto muito próximo a ele - o centro da órbita da Terra.

real, o Sol governa a circundante família dos astros. "[13] Em torno do Sol, imóvel, movimentam-se a Terra e os planetas na seguinte ordem de afastamento a partir do Sol: Mercúrio, Vênus, Terra (com a Lua girando ao seu redor), Marte, Júpiter e Saturno.

Esquemas representativos como o da Fig. 1, que atribuem um só círculo ao movimento de cada planeta, servem, apenas, para fins ilustrativos do heliocentrismo. O sistema copernicano é tão ou mais intricado quanto o que ele almejava substituir. Assim, enquanto para Ptolomeu eram necessários 40 círculos para descrever as posições dos planetas observados a partir de uma Terra estacionária, para Copérnico eram precisos 48 círculos a fim de representar estas mesmas posições a partir de uma Terra em movimento.

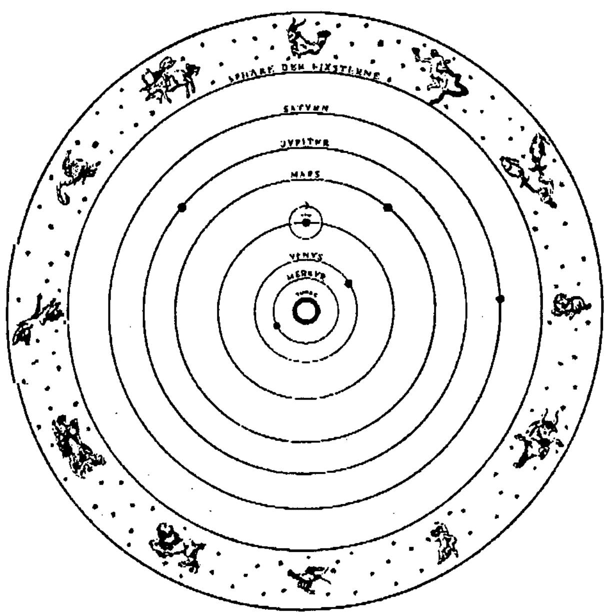


Fig. 1 - O modelo Copernicano, esquematizado para fins de divulgação (extraído da referência 14). Este modelo, como se viu, já havia sido proposto por Aristarco de Samos (270 a.C.), o qual foi rejeitado porque o lugar natural da Terra, de acordo com a filosofia aristotélica, era o centro do universo.

O universo copernicano é finito e limitado pela esfera das estrelas. Esta esfera encontra-se em repouso. É a Terra que se movimenta e não os céus. A rotação do globo terrestre em torno do seu eixo, uma vez por dia, responde pelo movimento diário aparente das estrelas fixas e do Sol. Já a sua translação e a dos planetas ao redor do Sol explica outros fatos, como o das aproximações e afastamentos dos planetas em relação à Terra, por exemplo.

O "De revolutionibus" confere ao movimento retrógrado dos planetas uma solução 'simples' e elegante. Reside nas diferentes velocidades orbitais planetárias a causa das acelerações, desacelerações e inversões de sentido dos planetas percebidas pelo observador terrestre, como mostra qualitativamente a Fig.6, na seção 1.4.

É interessante notar que exceto por algumas observações feitas pelo próprio Copérnico*, o sistema que edifica se baseia, essencialmente, no mesmo conjunto de dados observacionais que os disponíveis a Ptolomeu. Se por um lado isto resulta salutar numa avaliação comparativa entre dois modelos que com hipóteses tão distintas pretendem cobrir o mesmo conjunto de fenômenos, de outro mostra um Copérnico despreocupado com a fidedignidade dos dados que possui, aceitando-os acriticamente, sem indagar sobre a qualidade das observações que os geraram e também não considerando a possibilidade de haver erros no processo de sua transmissão, seja por transcrições desatentas ou por maus tradutores. A sua confiança nos antigos, neste ponto, parece ter sido irrestrita.

Ao se pronunciar, por exemplo, a respeito do questionamento a certas observações de Ptolomeu e Timócrates feitas por um matemático em um tratado sobre o movimento da oitava esfera (a esfera celeste) Copérnico repudia com veemência as dúvidas do matemático, escrevendo que *"... convém-nos seguir os métodos dos antigos estritamente e ater-nos às suas observações, que nos foram legadas como Testamento. E àquele que julga não deverem merecer inteira confiança fecham-se, indubitavelmente, as portas da nossa Ciência. Ficará diante dessas portas e tecerá os sonhos do insano sobre o movimento da oitava esfera e receberá o que mereceu por acreditar que pode dar apoio às suas alucinações mediante a trucidação dos antigos."*(16)

Vê-se, claramente, os contrastes em Copérnico. Ao mesmo tempo em que se apresenta extremamente conservador, adotando princípios, observações e métodos matemáticos dos gregos antigos ele rompe com a tradição, oferecendo ao mundo um novo sistema astronômico. Mas, que motivos levaram Copérnico a realizar este empreendimento?

Não se sabe, ao certo. Exceto por algumas pistas (verdadeiras ou falsas?) ensejadas pelo homem que deixou de fora dos agradecimentos de seu livro o nome da pessoa que mais o incentivou e trabalhou para a publicação de sua obra (Rético), somente se pode conjecturar a este respeito.

De acordo com Copérnico, foi a sua insatisfação com o equante da astronomia ptolomaica que 'iniciou toda a reação em cadeia': *"Tendo percebido esses defeitos, pensei repetidas vezes se não era possível descobrir uma disposição mais razoável de círculos ... em que tudo se moveria uniformemente em torno do seu próprio centro..."*(17)

As sucessivas alterações introduzidas no sistema de Ptolomeu por astrônomos e matemáticos árabes e europeus para melhor adequá-lo aos dados observacionais, as quais não lhe acrescentavam inovações significativas, apresentam-se igualmente relevantes. Talvez, como pode

---

* O De Revolutionibus contém dados relativos a apenas vinte e sete observações realizadas por Copérnico, disseminadas ao longo de um período de trinta e dois anos.(15)

ter pensado Copérnico ao idealizar os fundamentos de seu sistema, um 'certo' rompimento com a tradição pudesse levar a resultados melhores.

Neste contexto também se encontram as leituras de Copérnico de alguns clássicos da antiguidade, através dos quais tem conhecimento de que durante bastante tempo a imobilidade da Terra não foi consenso entre os filósofos gregos. Hiketas e Heráclides, por exemplo, atribuíram à Terra um movimento giratório em relação a um eixo fixo que passa pelo seu centro. Já Filolau supunha que ela orbitava em torno de um fogo central e Aristarco que, além de girar sobre si mesma, revolucionava ao redor do Sol.

Contudo, não se pode precisar se em sua procura por uma nova alternativa para a descrição do movimento dos planetas Copérnico partiu, de fato, apenas de suas insatisfações convictas sobre o equante e foi buscar apoio às suas novas idéias no conhecimento dos gregos antigos ou se, ao contrário, foi influenciado por este conhecimento, particularmente em relação à astronomia heliocêntrica de Aristarco de Samos, para estruturar o seu sistema.

Copérnico não faz referência, em seu livro, à predecessores imediatos (como era costume à época) que, mesmo em número muito reduzido, levantavam hipóteses quanto à possibilidade de vir a ser a Terra dotada de algum tipo de movimento. Mas se, possivelmente, ele desconhecia as especulações dos teóricos do impetus e, em particular, os trabalhos de Oresme, o mesmo, certamente, não pode ser dito em relação à obra de Nicolau de Cusa, amplamente divulgada.

Atribuir algum movimento à Terra feria o dado proveniente do senso comum; no entanto, o sentimento intuitivo deste movimento sempre permeou a mente de alguns estudiosos em determinados períodos da história do pensamento científico no qual essa era uma idéia inconcebível à ciência.

De qualquer modo, deixando de lado as suas possíveis fontes de inspiração, o produto que emerge do trabalho de Copérnico é notável, essencial para o desenvolvimento da ciência. Pela primeira vez, desde Ptolomeu, aparecia em cena um sistema astronômico matematicamente formulado, em todos os detalhes, concebido sobre novas bases, que passava pelo teste da experiência (ao menos em proporções idênticas ao que ele almejava substituir), colocando-se, assim, como uma alternativa concreta ao julgamento dos estudiosos.

Profundas inovações no conhecimento extrapolam suas áreas específicas de abrangência imediata. Com o sistema de Copérnico isto não foi diferente. Assim, o heliocentrismo deparou-se com inúmeros problemas de ordem física decorrentes da idéia de uma Terra não estacionária. Afinal, não se pode esquecer que a cosmologia aristotélica dominava o saber científico da época:

a) Admitir que a Terra compartilhava com os demais planetas o mesmo tipo de movimento, isto é, o movimento circular uniforme, significava torná-la idêntica a qualquer outro planeta. Neste caso, se quatro elementos compõem todas as coisas na Terra eles também devem estar presentes nos demais planetas e constituir as coisas que neles existam. Isto, é claro, chocava-se com a crença dominante de que a Terra e os planetas possuíam naturezas físicas diferentes;

b) uma Terra em rotação, argumentavam os defensores do geocentrismo, seria feita em pedaços pela ação da 'força centrífuga', a qual também impediria a permanência de qualquer corpo em sua superfície. Copérnico contestou esta afirmação dizendo que a 'força centrífuga' só aparecia em movimentos rotativos violentos. Atribuindo à Terra um movimento natural, Copérnico evitou a crítica à sua rotação, já que um movimento natural não pode gerar nenhuma ação violenta;

c) para os aristotélicos, os corpos pesados caem devido à tendência natural que possuem em se dirigir para o centro do universo. Não se encontrando a Terra neste centro, como se deslocaria uma pedra, por exemplo, quando solta de uma certa altura em relação ao solo? A resposta de Copérnico é que o movimento da pedra continua sendo um movimento natural, mas em direção ao centro da Terra e não do universo. Isto ocorre devido a uma propriedade denominada gravidade que tende a agregar a matéria e que não é privilégio só da Terra. Segundo ele mesmo ressalta, "*Parece-me que a gravidade não passa de uma inclinação natural concedida às partes dos corpos pelo Criador a fim de combinar as partes no formato de uma esfera e contribuir, assim, para a sua unidade e integridade. E podemos crer que tal propriedade está presente também no Sol, na Lua e nos planetas, de modo que com isso retêm o seu formato esférico não obstante a variedade de caminhos.*"(18)

d) explicar o movimento dos corpos numa Terra em movimento constituía-se num outro grande problema não só para Copérnico mas a todos que ventilavam a hipótese de uma Terra não estacionária. Assim, por exemplo, se o globo terrestre se movimenta, por que quando se solta uma pedra esta não fica para trás já que enquanto a pedra está no ar ela não tem nenhum contato com a Terra? A resposta de Copérnico é vaga ao admitir que de alguma maneira a pedra participa do movimento da Terra e por isso não se atrasa em relação a ela;

e) outra importante indagação referia-se à órbita da Lua em torno da Terra. "*Se a Terra se move ao redor do Sol, como fazem os outros planetas, e se por qualquer motivo os objetos que caem podem continuar a cair diretamente para baixo, e se os pássaros não se perdem porque o ar está de certo modo vinculado à Terra, como é possível que a Lua continue a se mover ao redor da Terra enquanto esta se lança tão rapidamente através do espaço?*"(19) Copérnico não tem resposta. A solução para esta e outras questões exigiria um rompimento definitivo com a física aristotélica.

Mas as objeções que o heliocentrismo enfrenta transcendem a esfera científica. A sua aceitação implica na retirada do homem da posição central do universo, uma idéia que, mesmo antes da publicação do "De revolutionibus", é criticada por Martinho Lutero, fundador do protestantismo. Suas palavras sintetizam o desprezo que nutre à nova concepção de mundo: "*Fala-se por aí de um novo astrônomo que quer provar que a Terra se move e anda à volta em vez do céu,* *o Sol e a Lua, como se alguém que se movesse numa carruagem ou navio pretendesse que estava imóvel, enquanto a terra e as árvores se moviam. Mas é assim que tudo vai em nossos dias: quando um homem quer parecer inteligente é preciso que invente qualquer coisa especial, e o modo como o consegue deve parecer o melhor! O louco quer virar toda a arte da astronomia de cabeça para os pés. E, no entanto, como nos dizem as Sagradas Escrituras, foi Josué quem mandou parar a Sol e não a Terra."*[20]

Esta 'conseqüência' do sistema copernicano, contudo, não pode ser superdimensionada, afinal, de há muito já se evidenciara a pequenez do homem e de sua morada em relação ao universo. Em um trecho de uma das obras mais lidas da Idade Média, o "Consolatione Philosophie", de Boécio, a substância desta idéia aparece sem meias palavras: *"Ficaste assim a saber através de provas dadas pela astronomia que a Terra inteira em comparação com o universo não é maior que um ponto, isto é, comparada com a esfera dos céus temos de a conceber como não tendo absolutamente nenhum tamanho. Além disso, só um quarto deste pequeno canto, segundo Ptolomeu, é que é habitável pelas coisas vivas. Tirai desse quarto os mares, os pântanos e outros lugares desertos e vereis então que o espaço deixado para o homem mal merece sequer o nome de infinitesimal".*[21]

A própria Igreja Católica, em uma época de relativa tolerância intelectual, demonstrava expectativa na publicação da obra de Copérnico, como mostram as palavras que o Cardeal Schoenberg lhe dirige incentivando-o a dar ciência ao mundo culto de suas descobertas: *"...Fui informado de que não somente possuís um exaustivo conhecimento das matérias dos antigos matemáticos como também criastes uma nova teoria do universo segundo a qual a Terra se move e o Sol ocupa a posição básica e, portanto, central, que a oitava esfera (a das estrelas fixas) permanece em posição imóvel e eternamente fixa, e a Lua, com os elementos incluídos na sua esfera, colocada entre as esferas de Marte e Vênus, gira anualmente em torno do Sol; soube mais que escrevestes um tratado sobre esta teoria inteiramente nova de astronomia, e calculastes os movimentos dos planetas e os pusestes em tabelas, para a maior admiração de todos. Por conseguinte, sem desejar ser inoportuno, peço-vos, insistentemente, comuniqueis o descobrimento ao mundo culto, e me envieis o mais breve possível as vossas teorias sobre o universo, com as tabelas e tudo o mais pertencente ao assunto..."*[22]

Assim, não foram dificuldades junto ao segmento religioso que levaram Copérnico a protelar, por bastante tempo, a publicação do "De revolutionibus". É importante registrar que é somente com o Concílio de Trento (1545-1563) que vem a Inquisição e se estabelece a perseguição da Igreja Católica à novas doutrinas, tanto científicas quanto religiosas. O próprio livro das Revoluções só foi oficialmente proibido 73 anos depois de publicado. O que Copérnico parecia realmente temer era se expor ao ridículo por não ser capaz de provar suas idéias aos ignorantes e nem de defendê-la da crítica dos estudiosos. 'Daí o recurso ao segredo pitagórico, e a cessão relutante, lenta, do sistema ao público'.[23]

De qualquer forma, os temores de Copérnico amenizam-se no prefácio que Andreas Osiander (1498-1552) escreve (com ou sem a permissão do autor, não se sabe) ao "De revolutionibus". Nele, este pastor luterano, que passou a supervisionar os trabalhos de impressão do "De revolutionibus" em substituição a Rético, obrigado a abandonar esta tarefa devido a compromissos assumidos na universidade onde lecionava, apresenta o heliocentrismo como uma hipótese matemática que objetiva salvar os fenômenos. Colocada no âmbito da astronomia matemática, dentro da corrente instrumentalista, a teoria edificada com base em uma nova estrutura planetária acaba emergindo, ao público, como promessa de um poderoso instrumento de cálculo e previsão à serviço do astrônomo. Trechos deste prefácio, reproduzidos a seguir, dão uma idéia clara do que deveria esperar o leitor em relação ao livro de Copérnico:

"Não duvido de que certos estudiosos - em conseqüência da divulgação da notícia sobre a novidade das hipóteses desta obra, que estipula ser a Terra móvel e, ainda, o Sol imóvel no centro do universo - se tenham fortemente chocado e julguem que não convém conturbar disciplinas liberais já há tanto tempo bem estabelecidas. Na verdade, se quisessem examinar o caso com exatidão, descobririam que o autor desta Obra nada cometeu que mereça repreensão. Com efeito, é próprio do astrônomo compor, por meio de uma observação diligente e habilidosa, o registro dos movimentos celestes. Depois, como nenhum raciocínio lhe permite atingir as causas ou hipóteses verdadeiras desses movimentos, ele concebe e imagina hipóteses quaisquer, de tal modo que a partir delas esses movimentos possam ser corretamente calculados, de acordo com os princípios da geometria, tanto para o passado quanto para o futuro...Não é necessário que essas hipóteses sejam verdadeiras, e nem mesmo verossímeis; basta que forneçam cálculos que concordem com as observações...É bem evidente que essa ciência [a astronomia] *ignora pura e simplesmente as causas das irregularidades dos movimentos aparentes. E se inventa algumas na imaginação, como certamente inventa muitas delas, todavia não o faz de modo algum para persuadir quem quer que seja de que assim é, mas tão somente para estabelecer corretamente o cálculo. E como as vezes várias hipóteses se oferecem para um mesmo movimento (como é o caso do excêntrico e do epiciclo na teoria do movimento do Sol), o astrônomo de preferência tomará aquela cuja compreensão seja a mais fácil. O filósofo talvez exigisse antes a verossimilhança, contudo, nenhum dos dois compreenderá ou transmitirá nada de certo a não ser que lhe seja revelado por Deus. Permitamos, pois, que, junto com as antigas, em nada mais verossímeis, se façam conhecer também essas novas hipóteses ...*"[24,25]

4.5 - Considerações finais sobre o heliocentrismo

Há diferentes entendimentos sobre as razões que levaram Osiander a escrever o prefácio ao "De revolutionibus". Como esta questão remete à discussão a controvertida polêmica entre astronomia matemática e astronomia física (seção 1.7) e também coloca em cheque a posição de Copérnico sobre este assunto, parece oportuno, neste momento, fazer algumas considerações a este respeito.

Segundo alguns estudiosos, o prefácio de Osiander prestou um importante serviço à ciência, ao 'favorecer o estudo técnico e matemático da nova teoria sem expô-la a discussões filosóficas e teológicas possivelmente mortíferas'. Vale observar que o "De revolutionibus" só foi posto no Index dos livros proibidos pela Igreja Católica depois da publicação da "Astronomia nova" de Kepler, em 1609, e da carta que Galileu endereçou a Duquesa Cristina de Médici, em 1615, na qual defende o copernicanismo (seções 5.4 e 5.5).[(24)].

Para outros, Osiander é um oportunista, um impostor, que com o seu texto contradiz a essência do pensamento de Copérnico.

Dirigindo uma carta a Copérnico, em 1541, Osiander sugere a ele 'a rejeição aberta da interpretação realista da sua teoria'. Em um trecho desta correspondência, Osiander afirma: *"Eu sempre acreditei que as hipóteses não são artigos de fé, mas bases para cálculos; de modo que não importa que sejam falsas, desde que esses últimos reproduzam exatamente as aparências dos fenômenos. Com efeito, se seguirmos as hipóteses de Ptolomeu, quem nos dirá se o movimento irregular do Sol se dá em razão de um epiciclo ou de uma excentricidade, posto que os dois dispositivos podem explicar os fenômenos? Seria, portanto, desejável que abordasses de leve esse assunto na tua Introdução. Dessa maneira, poderás apaziguar os peripatéticos e os teólogos cuja posição temes."*[(26)]

Não se sabe a resposta de Copérnico a Osiander. *"Temos sobre o assunto apenas um relato de Kepler dando a entender que Copérnico teria rejeitado a sugestão de Osiander acreditando dever publicar suas opiniões abertamente, mesmo que isso causasse danos à ciência."*[(24)] Com ou sem a permissão de Copérnico, o fato é que o prefácio intitulado "Ao leitor, sobre as hipóteses desta obra" foi agregado ao livro. Como um exemplar do "De revolutionibus" só chegou às mãos de Copérnico quando ele já estava nos últimos momentos de sua vida, já sem plena capacidade discernidora dos fatos, desconhece-se qual teria sido a sua reação concernente ao mesmo.

Quanto à questão de Copérnico interpretar a sua teoria como realista ou meramente instrumentalista cabe apresentar dois pontos de vista bastante conflitantes em seu trabalho: um quando ele especula e outro quando calcula.[(24)]

O primeiro, em que se manifesta como um pitagórico, aparece em um trecho da dedicatória do "De revolutionibus" ao Papa Paulo III, no qual Copérnico diz: *"Foi assim que, tendo suposto os movimentos que mais adiante nesta obra atribuo à Terra, descobri finalmente, depois de muitas e longas observações, que se os movimentos dos outros astros errantes são referidos ao centro do movimento circular orbital da Terra e se esse é tomado como base de cálculo da revolução de cada astro, não somente seguem-se daí os movimentos aparentes mas também a ordem e as dimensões de todos os astros e orbes, e que o céu inteiro fica estruturado de* *tal maneira que se torna impossível mudar qualquer coisa em alguma de suas partes sem provocar a desordem em todas as outras e no universo inteiro."*[27]

O segundo, observado pelo historiador da ciência Dijksterhuis, mostra claramente o instrumentalismo presente na atitude de Copérnico: *"De fato, ele se dava fartamente a liberdade de salvar desvios observados em relação a uma teoria simples pela assunção de mais um outro epiciclo; e ainda, explicava engenhosamente que às vezes é possível salvar um mesmo fenômeno por meio de hipóteses totalmente diferentes, sem nem mesmo tentar decidir qual delas é fisicamente mais plausível; e, especialmente em relação ao planeta Mercúrio, as combinações de movimentos a que chegou foram tão complicadas que ele não pode tê-las encarado como fisicamente realizadas no espaço. Quando lemos esses livros tendo em mente o programa de Osiander, não percebemos neles a mínima contradição."*[28]

Parece assim razoável supor, a guisa de conclusão, no estudo aqui empreendido sobre o heliocentrismo, que Copérnico realmente acreditava que a Terra se movia, como os demais planetas, sendo o centro da órbita terrestre o ponto de referência do movimento planetário. Contudo, *"era-lhe impossível acreditar que a Terra ou os planetas se moviam da maneira descrita no seu sistema de epiciclos e deferentes, meras ficções geométricas".*[29]

É importante ainda destacar que o "De revolutionibus" é um livro de uma complexidade matemática muito grande. Modelado segundo o Almagesto, esta obra dirigia-se a um seleto grupo de astrônomos, 'preferencialmente' àqueles com habilidades e conhecimento suficientes para contrastar as versões do velho e do novo sistema do mundo. Este fato frustrou as expectativas do meio erudito desencorajando os estudiosos à leitura do livro de Copérnico, daí a pouca receptividade às suas idéias à época.

Assim, se Copérnico ainda gozou de um certo prestígio entre os estudiosos que imediatamente o sucederam isto não se deve à sua nova teoria planetária, mas às tabelas astronômicas (chamadas Tabelas Prutênicas) elaboradas por Erasmo Reinhold a partir do "De revolutionibus". Concebendo a obra de Copérnico do ponto de vista instrumentalista, o trabalho de Reinhold foi muito bem aceito pelos astrônomos, que o adotaram em substituição às Tabelas Alfonsinas, que datavam do século XIII.[30]

"Como um todo, o "De revolutionibus" mantém-se quase inteiramente numa antiga tradição astronômica e cosmológica: no entanto, dentro da sua estrutura geralmente clássica, encontram-se algumas novidades que mudam a direção do pensamento científico de maneira imprevista pelo seu autor e que dão origem a um corte rápido e completo com a tradição antiga. Analisado numa perspectiva fornecida pela história da astronomia, o "De revolutionibus"é ao mesmo tempo antigo e moderno, conservador e radical...É mais um fabricante de revolução do que um texto revolucionário.[31]

A hipótese heliocêntrica de Copérnico veio a se constituir, posteriormente, em um importante referencial para a compreensão do movimento dos planetas. As órbitas planetárias são (aproximadamente) elipses (com o Sol num dos focos) e não círculos (ou combinações de círculos). Mas o círculo como forma geométrica perfeita era uma forte herança grega e dela Copérnico não conseguiu se afastar.

4.6 - Giordano Bruno e a infinitização do universo

Com Giordano Bruno (1543-1600) o conhecimento humano tem um novo salto em qualidade. Defensor do heliocentrismo de Copérnico ele vai muito além deste ao afirmar que existem infinitos sistemas solares semelhantes ao nosso espalhados pelo universo. A esfera das estrelas fixas, que impõe limites ao mundo, deixa de existir e o universo se torna infinito (e não indefinido, como o é para Cusa). Suas idéias, inovadoras para o seu tempo, encontram um mundo ainda acorrentado a preconceitos aristotélicos e só começarão a ser admiradas com o surgimento do telescópio de Galileu, em 1609, que vai tornar o céu diferente daquele que, até então, era o mesmo que o observado pelos gregos antigos.

Num espaço infinito, vale ressaltar, não pode haver nenhum ponto central absoluto e também nenhum limite ou periferia. Assim, a Terra, o Sol, ou qualquer outro astro, pode ser considerado centro apenas em relação ao espaço (infinito) que o circunda. A argumentação de Bruno em favor de um universo infinito passa, entre outras coisas, por considerações que envolvem a limitação dos sentidos no ser humano, a uniformidade do espaço e a grandiosidade do Criador.

Através dos seus sentidos, o ser humano interage com o mundo em que vive e tenta compreendê-lo. Contudo, ele deve estar atento para os limites que estes lhe impõem na detecção e na percepção das coisas. Assim, eles devem ser usados com cautela pois podem proporcionar o delineamento de idéias e crenças que muitas vezes não estão de acordo com a realidade dos fatos. O geocentrismo de Ptolomeu, aceito durante séculos, é um exemplo contundente destas limitações: o Sol, os planetas e as estrelas, de fato, parecem girar em torno da Terra, estacionária, mas isto é falso, como alega Copérnico. Por outro lado, ninguém pode negar a existência de algo simplesmente porque seus sentidos não são capazes de detectá-lo. Para Bruno, a via capaz de proporcionar a compreensão da infinitude do universo não passa pelo testemunho dos sentidos mas sim pela força do intelecto, pelos olhos da razão.

Em seu livro "Acerca do infinito, do universo e dos mundos"[(32)], o personagem Filóteo, que defende suas idéias, questiona Búrquio, aristotélico, acerca dos limites do universo imposto pela esfera das estrelas fixas: "*É absolutamente impossível que, com qualquer juízo ou fantasia (mesmo que outros juízos ou fantasias surgissem), me possas levar a afirmar, com real intenção, que se encontre tal superfície, tal limite, tal extremidade, para além da qual não existe corpo nem vácuo ... Se dizes (pois tenho a certeza de que queres afirmar a existência de qualquer coisa, para fugir ao vácuo e ao nada) que fora do mundo há um ente intelectual e divino, Deus, que vem a ser lugar de todas as coisas, tu mesmo ver-te-ás muito atrapalhado para fazeres com-*

preender como uma coisa incorpórea, inteligível e sem dimensões possa ser lugar de coisas extensas." E Filóteo continua: *"Ora, seja esta superfície o que se quiser, nunca me cansarei de perguntar: o que é que está para além dela? Se se responde que está o nada, então direi ser o vácuo, o inane, e um tal vácuo, um tal inane que não tem limite nem qualquer termo ulterior, tendo porém limite e fim no lado de cá. É mais difícil imaginar isto que pensar ser o universo infinito e imenso, porque não podemos fugir ao vácuo se quisermos admitir o universo finito."*

A uniformidade do espaço é a seguir invocada por Bruno para tentar dissuadir de suas posições aqueles que insistem em colocar barreiras no mundo em que vivem. A sua argumentação neste sentido revela todo o desprendimento de um espírito verdadeiramente inovador. Ele considera, inicialmente, a existência de um espaço muito vasto, infinito e uniforme. A seguir, em algum ponto ou região deste espaço ele imagina situar-se o nosso mundo (Sol, Terra, Lua, planetas e estrelas). Neste espaço, estar aqui ou ali é, obviamente, indiferente. Em outras palavras, a região ocupada por nosso mundo não está mais capacitada a contê-lo do que qualquer outra região deste espaço. Assim, *"o espaço ocupado por nosso mundo e o espaço fora dele é um só. E se é um só, é impossível que o espaço 'de fora' seja tratado por Deus de modo diferente do 'de dentro'."*(33)

Como se percebe, nesta imensidão nosso mundo ocupa apenas uma região ínfima. Uma gota d'água num vasto oceano. Como seria então possível imaginar que uma região tão extensa se apresentasse árida, despovoada de corpos celestes? Bruno não admite a limitação na ação criadora de Deus. É novamente Filóteo quem questiona os aristotélicos: *"Por que queremos ou podemos pensar que a potência divina seja ociosa? Por que pretendemos afirmar que a bondade divina, que se pode comunicar às coisas infinitas e difundir infinitamente prefira ser escassa e quase reduzida a um nada, visto que toda a coisa finita é nada em relação ao infinito ... Logo, por todas as razões segundo as quais se diz ser conveniente, bom e necessário este mundo, entendido como finito, se deve também afirmar serem convenientes e bons todos os outros mundos inumeráveis a que, pela mesma razão, a onipotência concede a existência; e sem os quais ela, por não querer ou por não poder, viria a ser criticada por deixar um vácuo, ou se não queres dizer vácuo, um espaço infinito."*(34)

Neste cenário tão grandioso, a vida, inteligente ou não, não pode ser um privilégio apenas de nosso planeta. A pluralidade dos mundos implica em infinitos sistemas solares semelhantes ao nosso, em uma infinidade de 'Terras' com condições físicas exatamente semelhantes as aqui encontradas. A vida inteligente, para Bruno, espalha-se através da imensidão do cosmo. A Divindade, na sua infinitude criadora, não poderia ter realizado uma obra tão magnífica para a contemplação de tão poucas criaturas.

Há, sem dúvida, traços do pensamento de Cusa nas idéias cosmológicas de Bruno, mas o conjunto de fatos que o leva a conceber a infinitude do universo tem a sua marca pessoal. Referindo-se à visão do cosmo finito e ordenado de Aristóteles ele pergunta: *"Onde está, então,* *aquela boa ordem, aquela bela hierarquia da natureza? ... [No mesmo lugar] onde estão os sonhos, as fantasias, as quimeras, as loucuras."*[35], responde ele.

4.7 - Tycho Brahe e o espírito da precisão

As concepções que surgem sobre o universo e como nele se inserem o Sol e a Terra, neste período de dois séculos que vai de Cusa a Bruno, começam a delinear os contornos de um caminho que, mesmo trilhado de forma lenta, acabará conduzindo o homem à revolução científica do século XVII, com o estabelecimento de um novo método em ciência.

Aristóteles, no entanto, continua a ser largamente difundido na universidade dos séculos XV e XVI. Além dos filósofos que o estudam e disseminam as suas idéias, ele conta com um poderoso aliado na defesa de premissas básicas de sua filosofia natural, a Igreja Católica. Para esta Instituição, o conceito de uma Terra estacionária, 'diferente' do resto do universo e centro de tudo traduzia, de forma inequívoca, o interesse do Criador de todas as coisas em assegurar um lugar de destaque para o ser gerado à sua imagem e semelhança.

As novas idéias no campo da astronomia, como se viu, extrapolam o domínio puramente científico dos fatos. É contra toda uma estrutura rigidamente estabelecida ao longo dos séculos, em que se acham interligados componentes de ciência, filosofia e religião, que elas têm que se deparar. Dentro deste cenário que confronta o novo e o revolucionário com o velho e o tradicional, também se encontra o astrônomo dinamarquês Tycho Brahe (1546-1601), contemporâneo de Giordano Bruno.

Brahe foi um atento e pertinaz observador do firmamento. Em 1577 sua atenção esteve voltada para um brilhante cometa que aparecera no céu. Reunindo dados provenientes de suas observações e também de outros astrônomos ele chegou à conclusão de que o cometa não podia estar relacionado a nenhum fenômeno meteorológico, como o predizia Aristóteles, porque se encontrava muito além da órbita da Lua. Corroborava esta sua asserção a ausência de paralaxe. Isto é, visto de diferentes lugares sobre a superfície terrestre, o cometa não acusava mudança de posição em relação ao fundo estelar, apresentando um deslocamento angular nulo em relação a este referencial.*

---

* O fenômeno da paralaxe pode ser melhor compreendido da seguinte forma: erga o indicador à altura dos olhos observando-o, primeiro, com o olho esquerdo, mantendo o direito fechado, e depois realizando a operação inversa. Você verá que a posição do dedo em relação ao fundo dos objetos que existem à sua frente altera-se, significativamente. Em uma nova experiência, considere um objeto bem ao longe. Dê, a seguir, um passo lateral e novamente o observe. Neste caso, constatará que a posição do mesmo praticamente não muda em relação aos demais, que constituem o quadro de fundo. Na primeira situação há uma paralaxe observável, isto é, um deslocamento angular detectável do dedo; na segunda, em que o objeto está muito distante, não.

Em 1572, Brahe chegara à mesma conclusão com relação a uma estrela que surgira na constelação de Cassiopéia (uma nova+). Sem paralaxe mensurável, esta estrela, definitivamente, achava-se a uma distância muito grande da Terra. A nova e o cometa, portanto, evidenciavam mudanças no céu imutável de Aristóteles.

Desde jovem, Tycho percebeu que observações ocasionais e esporádicas dos corpos celestes, uma prática até então empregada pelos astrônomos, não propiciavam dados suficientemente confiáveis para a elaboração de tabelas planetárias 'precisas'. Assim, juntamente com colaboradores, desenvolveu um extenso programa de observação sistemática do céu, durante vários anos, que culminou com o mapeamento de cerca de 1000 estrelas e o desenvolvimento de novas tabelas para as posições dos planetas.

O espírito de precisão sempre norteou o seu trabalho. Aliado a isso, ele desenvolveu uma notável consciência acerca do fato de que nenhuma medida pode resultar completamente sem erro, não importando quão bom seja o instrumento utilizado para obtê-la, e do significado desta limitação no julgamento de uma teoria: *"ao se procurar uma descrição matemática para um conjunto de dados observacionais é importante se saber o quão precisas são realmente estas medidas, de maneira a se ter presente o quanto pode ser tolerado na discrepância entre as predições da teoria matemática e os dados numéricos. Esta prática, hoje comum, de assinalar limites quantitativos de precisão a dados numéricos medidos, foi introduzida na ciência experimental por Tycho Brahe."*(36)

Brahe, contudo, não se limitou apenas a observar. Ao estabelecer um modelo para o sistema planetário ele evita toda a série de problemas associado a uma Terra não estacionária, ao mesmo tempo que nele incorpora aspectos do heliocentrismo de Copérnico que lhe parecem convenientes. Em seu modelo geocêntrico a Terra encontra-se em repouso com a Lua girando ao seu redor. Os cinco planetas conhecidos giram em torno do Sol que, por sua vez, revoluciona ao redor da Terra. Como se pode constatar através da Fig.2, que ilustra este modelo, a ordem de afastamento dos planetas a partir do Sol é a mesma que a proposta no modelo copernicano. Com isso, a relatividade do movimento Terra-Sol permitiria a um observador no Sol julgar-se centro do movimento planetário, apontando para a Terra uma órbita circular entre as órbitas de Vênus e de Marte.

Mas não é pelo seu modelo, que ele sabia necessitar de arranjos que só um competente matemático seria capaz de introduzir a fim de compatibilizá-lo com os dados de que dispunha, e sim pela precisão de suas observações que Brahe deixa o nome na história do pensamento científico. É baseado nos dados deste astrônomo dinamarquês acerca das posições dos planetas

---

+ Uma nova é uma estrela que sofre uma explosão repentina, aumentando, temporariamente, a sua luminosidade em centenas de milhares de vezes.

que Kepler infere que a eles se ajustam órbitas elípticas ao redor do Sol, dando com isso um fim definitivo ao postulado secular grego do movimento circular uniforme para os corpos celestes.

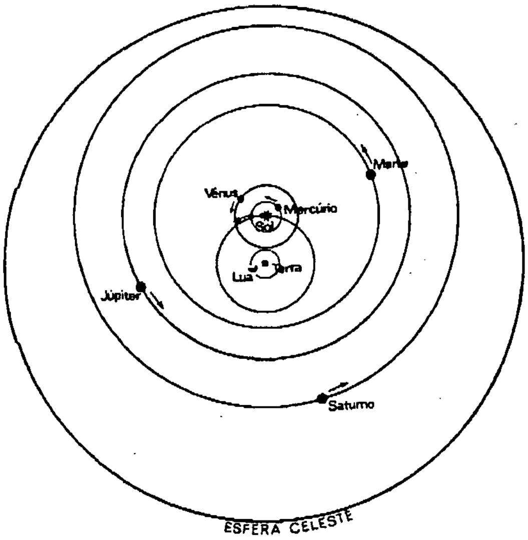


Fig.2 - O sistema tychônico (extraído da referência 37).

4.8 - Perguntas e respostas

1. Por que, no finito universo copernicano, as estrelas devem, necessariamente, estar a uma distância incomensuravelmente grande da Terra?

Porque, à época de Copérnico, e ainda três séculos depois, não se divisava nenhuma paralaxe estelar, mesmo entre observações separadas de seis meses, quando a Terra se encontra em pontos diametralmente opostos de sua órbita. Assim, a única explicação plausível para a ausência deste fenômeno era estarem as estrelas muito distantes da Terra.

2. A pluralidade dos mundos num universo infinito, admitida por Giordano Bruno, levanta uma interessante questão do ponto de vista da crença religiosa, com a perda da Terra de sua posição privilegiada no cosmo aristotélico-ptolomaico. Explicite-a, suscintamente.

Segundo Arthur O. Lovejoy, um estudioso americano, a 'nova' posição da Terra no universo *"privava a vida humana ou a história terrestre da importância única e do valor que o esquema de idéias medievais lhe atribuira. A teoria da pluralidade dos mundos habitados tendia a suscitar dificuldades relativas não só às particularidades menores da história envolvidas no credo cristão, mas também aos seus dogmas fundamentais. Todo o comovente drama da Encarnação e da Redenção parecia, evidentemente, pressupor um único mundo habitado. Se tal pres-*

suposto devia ser abandonado, como se deviam interpretar aqueles dogmas, no caso de se resolver conservá-los? Dever-se-ia supor, como perguntaria mais tarde um pensador inglês do século XVIII, 'que todo o mundo, na criação infinita, tivesse uma Eva, uma maçã, uma serpente e um Redentor?' A segunda Pessoa da Trindade ter-se-ia encarnado, sucessivamente, em inumeráveis planetas ou seria o nosso planeta o único fragmento do universo em que os agentes morais tivessem tido necessidade de Redenção?".[38]

4.9 - Questões

1. De que argumentos se pode valer, até o momento, um opositor à filosofia natural aristotélica, para criticá-la?
2. Que nova concepção de mundo surge ao final da Idade Média, com Nicolau de Cusa? Qual a sua importância no contexto da cosmologia aristotélica?
3. A relatividade do movimento é um conceito de há muito conhecido dos cientistas. Contudo, que caráter de originalidade lhe confere Cusa, em seus trabalhos?
4. Que importância têm os trabalhos de Peurbach e Regiomontano dentro da chamada Revolução Copernicana?
5. Considerando algumas hipóteses especulativas, que motivos teriam levado Copérnico ao heliocentrismo?
6. Cite algumas objeções, de ordem física, dos aristotélicos à astronomia copernicana.
7. Por que se diz não serem apenas de natureza científica as contestações ao heliocentrismo? Que força argumentativa tinham, à época?
8. Copérnico realmente acreditava que a Terra se movia? Comente a sua respota.
9. Posicione-se em relação ao prefácio de Osiander ao "De revolutionibus", de Copérnico, primeiro na qualidade de um instrumentalista e depois como um realista.
10. Em que se apoia, basicamente, Giordano Bruno para invocar a infinitização do universo?
11. Qual foi a principal contribuição de Tycho Brahe para a ciência?
12. Que eventos, observados por Brahe, evidenciavam mudanças no céu imutável de Aristóteles? Explique.

4.10 - Referências Bibliográficas

1. DUHEM, P. Salvar os fenômenos. Cadernos de História e Filosofia da Ciência. Suplemento 3 : 5-105, 1984. p.35.
2. DUHEM, P. Referência 1, p.37.
3. KOYRÉ, A. Do mundo fechado ao universo infinito. Lisboa, Gradiva. p.13. (São Paulo,

Editora da Universidade de São Paulo, 1979.)

4. VÉDRINE, H. As filosofias do renascimento. Portugal, Publicações Europa-América, 1971. p.33.

5. KOYRÉ, A. Referência 3, p.27.

6. KOYRÉ, A. Referência 3, p.24.

7. DUMAS, M. et al. A ciência moderna. O renascimento. In: TATON, R. (org.), História geral das ciências. São Paulo, Difusão Européia do Livro, 1960. t.2, v.1, p.59.

8. DREYER, J.L.E. A history of astronomy from Thales to Kepler. New York, Dover Publications. p.289.

9. DREYER, J.L.E. Referência 8, p.290.

10. KOESTLER, A. O homem e o universo. São Paulo, Ibrasa, 1989. p.107.

11. PROWE, L. Nicolaus Copernicus. Berlim, 1883-1884. v.II, p.132-137. Citado por KOESTLER, A. Referência 10, p.100.

12. RHETICUS, G.J. Narratio prima. Tradução de E. ROSEN, Three copernican traetises. Columbia, 1939. Nova York, Octagon Books, 1971. Citado por KOESTLER, A. Referência 10, p.107.

13. KOYRÉ, A. Referência 3, p.39.

14. VON BRAUN, W. Kepler y la astronomia. In: Joahannes Kepler: 1571/1971. Colonia, Bonner Universitäts-Buchdruckerei, 1971. p.5.

15. KOESTLER, A. Referência 10, p.82.

16. PROWE, L. Referência 11, v.II, p.176. Citado por KOESTLER, A. Referência 10, p.134.

17. KOESTLER, A. Referência 10. Citação, p.136.

18. KOESTLER, A. Referência 10, p.131.

19. COHEN, I.B. O nascimento de uma nova fisica. São Paulo, Livraria Editora, 1967. p.55

20. PROWE, L. Nicolaus Copernicus. Berlim, 1883-1884. Citado por SANTOS, J.T. Breve introdução à leitura de Galileu. In: Galilei, G. Diálogo dos grandes sistemas (primeira jornada), Lisboa, Gradiva, 2ª edição. p.7.

21. Citado por COLLINGWOOD, R.G. Ciência e filosofia. Lisboa, Editorial Presença, 1986. p.109.

22. KOESTLER, A. Referência 10. Citação, p.101.

23. KOESTLER, A. Referência 10, p.102.

24. LOPARIC, Z. Andreas Osiander: prefácio ao "De revolutionibus orbium coelestium" de Copérnico. Cadernos de História e Filosofia da Ciência, 1: 44-61, 1980.

25. DUHEM, P. Referência 1, p.63.

26. ROSEN, E. Three copernican treatises. Nova York, Octagon Books, 1971. pp.23-24. Citado por LOPARIC, Z. Referência 24.

27. KOYRÉ, A. Nicolas Copernic: des révolutions des orbes célestes (livro I, caps 1-11. Texto, tradução, introdução e notas). Paris, Féliz Alcan, 1934.
Citado por LOPARIC, Z. Referência 24.

28. DIJKSTERHUIS, E.J. The mecanization of the world picture. Oxford, Oxford University Press, 1961. Citado por LOPARIC, Z. Referência 24.

29. KOESTLER, A. Referência 10, p.115.

30. KOESTLER, A. Referência 10, pp.143-144.

31. KUHN, T.S. A revolução copernicana. Rio de Janeiro, Edições 70, 1990. pp.160-161.

32. BRUNO, G. Acerca do infinito, do universo e dos mundos. Lisboa, Fundação Calouste Gulbenkian, 1958. pp.29-32.

33. KOYRÉ, A. Referência 3, p.54.

34. BRUNO, G. Referência 32, pp.38 e 40.

35. BRUNO, G. Referência 32, p.101.

36. BLANPIED, W.A. Physics: its structure and evolution. Whaltham, Baisdell Publishing Company, 1969. p.58.

37. LUCIE, P. A gênese do método científico. Rio de Janeiro, Editora Campus, 1977. p.99.

38. LOVEJOY, A.O. La grande catena dell'essere. 1966. Citado por FORMIGARI, L. O mundo depois de Copérnico. São Paulo, Martins Fontes, 1984. pp.17-18.

Capítulo 5

Galileu e a teoria copernicana

5.1 - Introdução

A física e a astronomia aristotélicas, articuladas em um sistema de conhecimento de notável coerência interna e profunda base filosófica, vêm, hegemonicamente, impondo-se a toda a sorte de obstáculos e dificuldades ao longo dos tempos, como se viu nos capítulos anteriores.

Atribuindo ao sistema ptolomaico uma função meramente instrumental, os filósofos aristotélicos não poupavam críticas àqueles arranjos geométricos que para 'salvar os fenômenos' não mantinham a exclusividade do movimento circular a órbitas apenas em torno da Terra. Há muito, também, a filosofia natural aristotélica resistia a contestações sobre as explicações causais que imputava a certos movimentos.

Os cometas e as novas, que de acordo com alguns eruditos expressavam inequívocas alterações na região celeste, não abalaram a confiança dos filósofos em seu sistema. A ausência de paralaxe atribuída a estes fenômenos era produto de uma técnica baseada em 'regras terrrestres' estendida à estimativa de distâncias siderais, concluíam os aristotélicos, 'algo', portanto, totalmente estranho a seus princípios. Galileu, mais tarde, vai contestar fortemente esta argumentação aristotélica, perguntando aos filósofos o que eles podiam saber acerca da medida de qualquer coisa. *"Era aos matemáticos, dizia ele, que se tinha de confiar no que respeitava a medições, e estes não se importavam se a coisa vista era feita de quinta-essência ou de polenta, porque isso não ia modificar a sua distância"*[1]

Quanto ao sistema copernicano, estruturalmente, ele é muito semelhante a seu rival ptolomaico.

Ptolomeu fundamenta no consenso da ciência da época as premissas básicas de sua teoria: o movimento dos corpos celestes são todos circulares e uniformes, o céu e a Terra possuem forma esférica, a Terra, imóvel, ocupa posição central na esfera celeste etc. A partir daí, busca resolver os problemas que interessam e preocupam a astronomia da observação, como as irregularidades do movimento planetário, a velocidade variável do Sol em sua órbita e tantos outros. Na execução desta tarefa adota procedimento típico do astrônomo que visa deixar seus cálculos em conformidade com a Natureza, servindo-se de movimentos que, embora circulares, não estão centrados na Terra, como o excêntrico, o epiciclo-deferente e o equante.

Já Copérnico, opondo-se ao pensamento tradicional, concebe a mobilidade da Terra e estabilidade do Sol como o cerne de seu sistema. Ele não a institui como uma hipótese inicial potencialmente promissora para salvar as aparências, à moda do astrônomo, como querem os que se opõem ao heliocentrismo. Ao contrário, ela reflete o que Copérnico verdadeiramente pensava ser uma realidade no campo da astronomia. Com este 'ponto de partida', ele desenvolve a funcionalidade de seu modelo, fazendo uso, como Ptolomeu, de todo um conjunto de artifícios matemáticos bem conhecidos, com exceção do equante.

Alicerçados em princípios que explicitam diferentes visões de mundo, a superação do sistema ptolomaico pelo copernicano implicaria no fim de todo um sistema de conhecimento vigente, como logo se apercebem os aristotélicos.

O 'perigo', contudo, não é imediato. Contribuem para isso:

a) o prefácio de Osiander;

b) a complexidade matemática do "De revolutionibus";

c) a tese central do heliocentrismo, amplamente contrária ao senso comum.

"O mensageiro das estrelas", um livro publicado em 1610 por um professor de matemática da Universidade de Pádua, que conclamava a todos, especialmente aos filósofos e aos astrônomos, à contemplação de 'grandes, insólitos e notáveis espetáculos', desvendados a partir de 'observações realizadas com um novo óculo astronômico', acirrou a disputa entre os dois grandes sistemas de mundo. Seu autor, Galileu Galilei (1564-1642), já era reconhecido tanto por seus conhecimentos matemáticos quanto por suas contestações à física aristotélica.

Quando ainda era estudante, em Pisa, Galileu observou, durante uma tempestade de granizo, que pedras pequenas e grandes chegavam juntas ao solo. Supondo, com razão, que elas se precipitavam de uma mesma altura, considerou absurda a proposição aristotélica que atribuía aos objetos em queda velocidades proporcionais a seus pesos. Anos depois, e isto teria acontecido em 1589, quando era professor na Universidade de Pisa, Galileu retornaria a este assunto, segundo se diz, realizando a famosa experiência da torre para mostrar a um seleto grupo de professores e estudantes o erro de Aristóteles. Esta demonstração, contudo, não tem o referendo de historiadores da ciência, que a vêem como um mero episódio lendário...

A física galileana, enfim, será examinada em detalhes no próximo capítulo. São as descobertas propiciadas pelo telescópio, que não se restringem àquelas descritas no "mensageiro", e sua repercussão, que serão apresentadas e discutidas nas próximas seções. Afinal, como se posicionam os que continuam advogando a imutabilidade do mundo celeste quando se argumenta existirem estrelas que nunca se viu, irregularidades na superfície lunar, satélites em Júpiter, 'protuberâncias' em Saturno, manchas no Sol e fases em Vênus?

A caracterização precisa de dois diferentes domínios do conhecimento, com verdades próprias e que não se contradizem, um relativo aos fenômenos da natureza e o outro concernente ao campo da salvação, é a resposta que Galileu dá aos que, na defesa do geocentrismo, buscam refúgio nas Sagradas Escrituras para defender a sua ciência.

A Bíblia não pode se constituir em árbitro de disputas filosóficas, enfatiza Galileu. Não cabe, deste modo, alegar serem as proposições copernicanas heréticas e condenáveis, por, supostamente, contradizerem certas passagens do Livro Sagrado.

5.2 - As descobertas de Galileu com o uso do telescópio

Em 1609, Galileu teve notícias de que na Holanda havia sido construído um instrumento que possibilitava a uma pessoa enxergar de perto objetos distantes. Percebendo a importância de um dispositivo deste tipo para observações celestes interessou-se pelo assunto e, no mesmo ano, construiu o seu primeiro telescópio (uma luneta, na verdade). Após aperfeiçoá-lo, Galileu fez notáveis descobertas no campo da astronomia, divulgando as primeiras delas em seu livro "Sidereus Nuncius" ("O mensageiro sideral", que se pode traduzir, também, como "O mensageiro das estrelas" ou "A mensagem das estrelas"), publicado em março do ano seguinte. O resultado de seus achados causou um grande impacto em relação à propalada perfeição do mundo dos céus proclamada por Aristóteles e defendida pelos seus seguidores.

Ao investigar a Lua, com o seu instrumento, Galileu constatou que a sua superfície não era lisa, uniforme e perfeitamente esférica, como se pensava, mas áspera e desigual, cheia de cavidades e saliências, à semelhança da Terra, com suas cadeias de montanhas e vales profundos.

Em fases de lua crescente ou minguante, quando o disco lunar está parcialmente iluminado, a borda que separa a região escura da iluminada não se encontra representada por uma linha oval, como seria de se esperar caso a superfície lunar fosse lisa, mas por um traçado desigual e sinuoso, indicando um relevo bastante acidentado. Altas montanhas podiam ser claramente inferidas a partir dos pontos luminosos que salpicavam a região escura próximo à parte iluminada, por analogia com o que sucede na Terra quando, em lugares montanhosos, os primeiros raios solares atingem os picos mais altos enquanto permanecem à sombra as superfícies menos elevadas. Elas também explicavam a existência de pequenas manchas escuras na região iluminada, que diminuiam e desapareciam à medida que aumentava o ângulo de incidência do Sol sobre a superfície da Lua.

Quanto às estrelas chamadas fixas, Galileu observou com o telescópio que, diferentemente das 'errantes' (os planetas), as quais mostravam seus globos perfeitamente redondos e bem definidos, elas continuavam a ser vistas como simples pontos luminosos, não se conseguindo nelas divisar nenhum contorno circular. Assim, não podia haver dúvida de que as estrelas distavam infinitamente mais da Terra do que os planetas. A ausência de paralaxe estelar mensurável corroborava esta asserção: vista de qualquer lugar no globo terrestre, ou de uma mesma posição por observações separadas de seis meses (de forma a se ter a Terra em pontos diametralmente opostos de sua órbita, admitindo o seu movimento), uma estrela não acusava mudança de posição em relação a um 'fundo' de outras estrelas.

A supernova+ recentemente aparecida na constelação da Serpente, em 1604, e a nova registrada por Tycho Brahe, em 1572, ambas com paralaxe nula, apresentavam-se, assim, como fortes evidências de mudanças em pontos muito afastados da Terra.

+ Estrela que aumenta temporariamente a sua luminosidade (entre centenas de milhares a centenas de milhões de vezes) em decorrência de uma gigantesca explosão.

Galileu viu-se igualmente surpreendido pelo grande número de estrelas que se fazia visível ao telescópio, mas não à vista desarmada. Para ilustrar isso, ele assinalou a existência de oitenta novas estrelas na constelação de Órion, localizando-as em um diagrama juntamente com as três estrelas do cinturão e as seis da espada, já conhecidas (Fig.1). Também especificou outras trinta, invisíveis a olho nú (das mais de quarenta que observou) na constelação das Plêiades (Fig.2).

Fig.1 - Neste diagrama, as três estrelas do cinturão e as seis da espada, visíveis a olho nú, na constelação de Órion, encontram-se desenhadas em contorno duplo. Em linha única e tamanho menor Galileu reproduz as estrelas que observou, preservando as suas distâncias relativas.

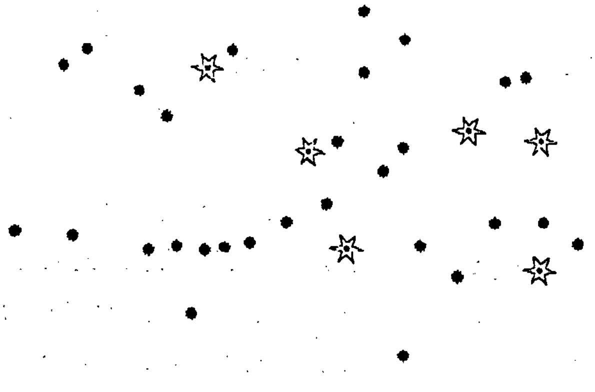


Fig.2 - Às seis estrelas de Touro denominadas Plêiades (a sétima não se enxerga), desenhadas em contorno duplo, Galileu adiciona trinta outras, imperceptíveis à vista desarmada.

A 'questão' da Via Láctea também foi abordada por Galileu, que com o seu óculo (como ele inicialmente chamou o seu telescópio) pensava em dirimir 'todas as controvérsias que têm atormentado durante tantos séculos os filósofos, libertando-os das disputas verbais': *"A Via Láctea nada mais é do que um conglomerado de inumeráveis estrelas reunidas em grupos. A qualquer parte que se dirija o óculo, uma enorme quantidade delas imediatamente se apresenta à vista."*(2)

Da mesma forma, argumentava Galileu, as nebulosas dispersas pela galáxia *"são agregados de estrelinhas admiravelmente espalhadas, cujos raios, por sua mescla, escapam do alcance da vista pela pequenez ou pelo grande afastamento de nós; assim surge aquela brancura que até agora se tinha tomado por uma parte mais densa do céu, capaz de refletir os raios do Sol ou das estrelas"*(2). A nebulosa de Praesepe, segundo Galileu, é um conglomerado de mais de quarenta estrelas (Fig.3).

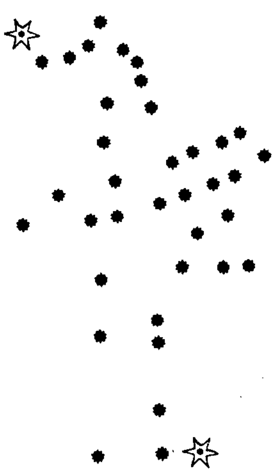


Fig.3 - A nebulosa de Praesepe, com trinta e seis 'novas' estrelas assinaladas por Galileu, das mais de quarenta que ele observou.

A última e mais contundente descoberta de Galileu, anunciada no "Sidereus nuncius", foi a de que quatro pontos luminosos acompanhavam Júpiter em seu deslocamento pelo céu, <u>orbitando</u> ao seu redor. Eram, deste modo, astros pertencentes à classe das errantes e não das fixas.

Para total espanto e incredulidade dos aristotélicos, os planetas medíceos, como Galileu os designou em homenagem à família real Médicis, constituíam, pela primeira vez, evidência observacional concreta de que havia mais do que um centro de rotação no universo.

Não era, assim, apenas a Terra que tinha um outro corpo girando a seu redor, o que de certo modo a tornava única em relação aos demais planetas, servindo, além disso, à crítica dos que não aceitavam a existência de um movimento composto: da Lua em relação à Terra e da

Terra em relação ao Sol. Júpiter também possuia luas, que se deslocavam com ele através do céu, e isto era um forte golpe à visão de mundo dominante à época.

Galileu fez, ainda, outras importantes descobertas astronômicas.

Ao observar Saturno, muito mais distante da Terra do que Júpiter, e sem conseguir perceber os seus anéis, Galileu visualizou-o como 'um globo em forma de azeitona, dotado de orelhas ou alças'. Deste modo, pensou tratar-se de um astro triplo. Quando torna pública esta sua descoberta, no último trimestre de 1610, ele assim se expressa: *"Saturno não é um astro único, mas três reunidos, que se tocam entre si. Com um telescópio que amplie mil vezes, os três globos podem ser vistos bem definidamente, quase se tocando, com apenas um pequeno espaço escuro entre eles."*[(3)] (Fig.4)

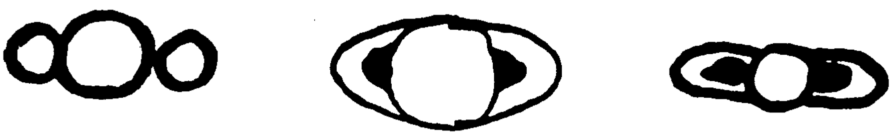


Fig.4 - Concepção que Galileu tinha de Saturno, de acordo com as suas primeiras observações.

Cerca de dois anos depois, quando aponta novamente o telescópio para Saturno, Galileu o vê, com perplexidade, completamente esférico. Sem encontrar uma explicação plausível para a nova e surpreendente aparição deste planeta, ele relata, em tom poético, toda a dúvida que o assola: *"Ao observar Saturno nestes últimos poucos dias, descobri-o sozinho, sem seus astros costumeiros, perfeitamente redondo e definido como Júpiter, e assim continua. Como isso é possível? Dissiparam-se os dois astros menores como manchas solares* ? Terão subitamente sumido e fugido? Ou terá Saturno devorado seus próprios filhos+ ? Ou foi a aparência um engano e uma ilusão? Não consigo analisar uma mudança tão nova, tão estranha e tão inesperada. A limitação do tempo, a fraqueza de meu intelecto, o terror de estar equivocado confundiram-me grandemente."*[(5)]

Sem divisar os anéis de Saturno, por uma questão de limitação na resolução de seu instrumento, Galileu, naturalmente, não podia entender que eles não se faziam visíveis, naquele período, por estarem de perfil à observação terrestre.

A investigação acurada de Vênus, por outro lado, mostrou a Galileu que este astro apresentava fases, como a Lua. Brilhava, portanto, por luz refletida e não própria, à semelhança da

---

* Outra 'marca de corrupção nos céus, descoberta por Galileu em 1610, mas anunciada somente no ano seguinte.

+ Uma alusão de Galileu à mitologia clássica, onde *"Saturno (Cronos, em grego), filho de Urano e de Vesta, por força de uma promessa a Titã, devora os próprios filhos recém-nascidos"*[(4)]

Terra e dos demais planetas, que dependiam do Sol para se fazerem visíveis, pensava ele. Apesar de não se constituir em prova conclusiva do heliocentrismo, já que o sistema de Tycho Brahe também comportava o giro de Vênus em torno do Sol, as quatro fases deste planeta não tinham explicação no sistema ptolomaico (Fig.5). Vale ressaltar que Galileu considerava o sistema tychônico como inaceitável do ponto de vista dinâmico, pois se o Sol movimentava todos os planetas por que não haveria de mover também a Terra?

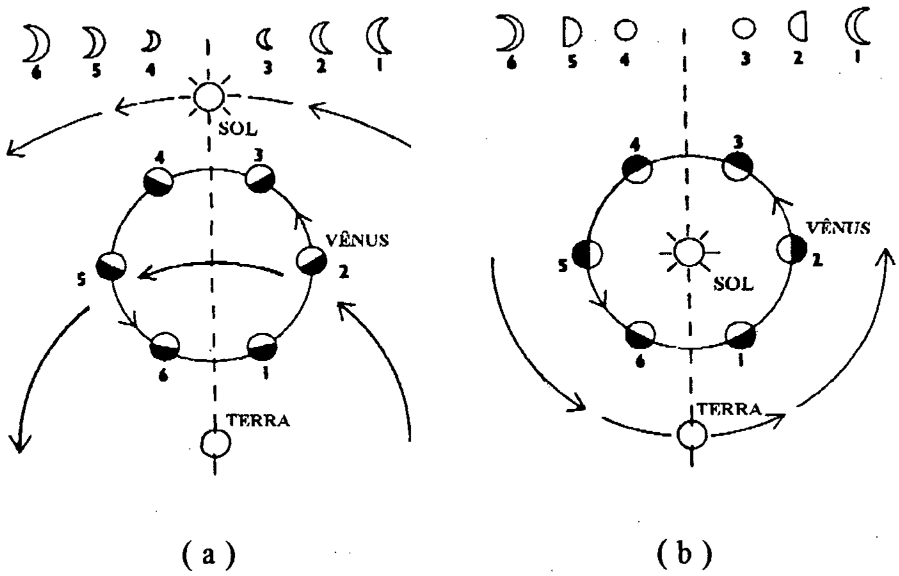


Fig.5 - A aparência de Vênus predita pelos sistemas ptolomaico (a) e copernicano (b). O sistema epiciclo-deferente atribuído pela astronomia ptolomaica a este planeta sugere uma iluminação apenas parcial de seu disco. Ao contrário, no sistema de Copérnico, Vênus apresenta ao observador terrestre um ciclo completo de fases. (Extraída da referência 6.)

Aperfeiçoando o sentido da visão, o telescópio ajudou a elucidar o que o olho desarmado da mente aristotélica-ptolomaica apontava como uma forte contestação ao heliocentrismo: o fato da aparência de Vênus não se alterar significativamente apesar das grandes variações de distância deste planeta à Terra, previstas no sistema copernicano. Ao mostrar que Vênus apresenta fases e que quanto mais iluminado o disco deste planeta maior é o seu afastamento em relação à Terra (Fig.6), Galileu transforma um argumento contrário à translação de Vênus e da Terra em torno do Sol em evidência favorável a estes movimentos.

O Sol, também, desafiava a pretensa incorruptibilidade do domínio celeste, pois apresentava diminutas manchas escuras espalhadas sobre sua brilhante superfície. E mais, aqueles 'corpúsculos' mostravam-se em movimento, ao telescópio. Sucessivas observações levaram Galileu a concluir, com exatidão, que não eram as manchas que se moviam, mas o Sol que girava sobre si mesmo, completando uma revolução a cada trinta dias, aproximadamente.

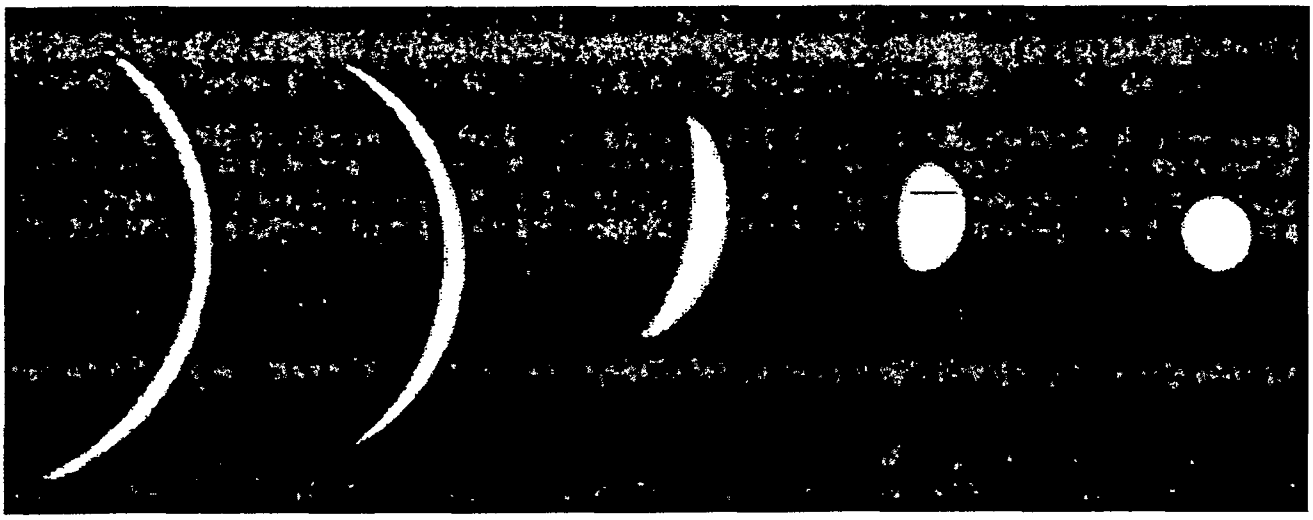


Fig.6 - Fases de Vênus, fotografadas através de um telescópio, mostrando que o percentual de luminosidade do disco do planeta aumenta com o seu afastamento em relação à Terra.

As manchas solares foram igualmente observadas por Christopher Scheiner, um jesuíta alemão, que as interpretou diferentemente de Galileu.

Não conseguindo distinguir um padrão de repetição periódica na disposição das supostas manchas solares, com o passar do tempo, 'impedido', ao que parece, principalmente por suas convicções filosóficas (seção 5.4), tal era o seu desejo de 'libertar o Sol da ofensa das manchas'[7], Scheiner descartou a hipótese delas se encontrarem no Sol - e, com isso, a rotação solar. Segundo ele, as 'manchas' observadas no Sol eram, na verdade, sombras projetadas em seu disco por corpos que o eclipsavam - astros que orbitavam a seu redor ou, então, que se situavam 'longe' dele, mas entre o observador terrestre e o Sol.

Levando em consideração as limitações mesmo do seu mais aperfeiçoado telescópio, Galileu teve acesso a todas as 'maravilhas' capaz de serem detectadas durante os primeiros anos de uso deste instrumento. É somente com a identificação do satélite Titã de Saturno, em 1655, por Christiaan Huyghens (1629-1695), que a astronomia telescópica retoma o 'ritmo' de suas intermináveis e sempre surpreendentes descobertas, impusionadas, desde então, pelo aprimoramento contínuo do seu instrumental.

Com telescópios de sua própria construção, de potência e poder de resolução muito superiores ao de seus predecessores, Huyghens conseguiu igualmente solucionar a questão das 'protuberâncias' de Saturno, divisando claramente a estrutura anelar em torno do planeta e seu 'desaparecimento' quando vista de perfil (Fig.7). Na sua obra "Systema saturnium", publicada em 1659, Huyghens também ilustra a variada aparência de Saturno vista por ele e outros observadores que o antecederam (Fig.8).[9]

Fig.7 - Saturno, visto e representado, esquematicamente por Huyghens, em seu "Systema saturnium".[8]

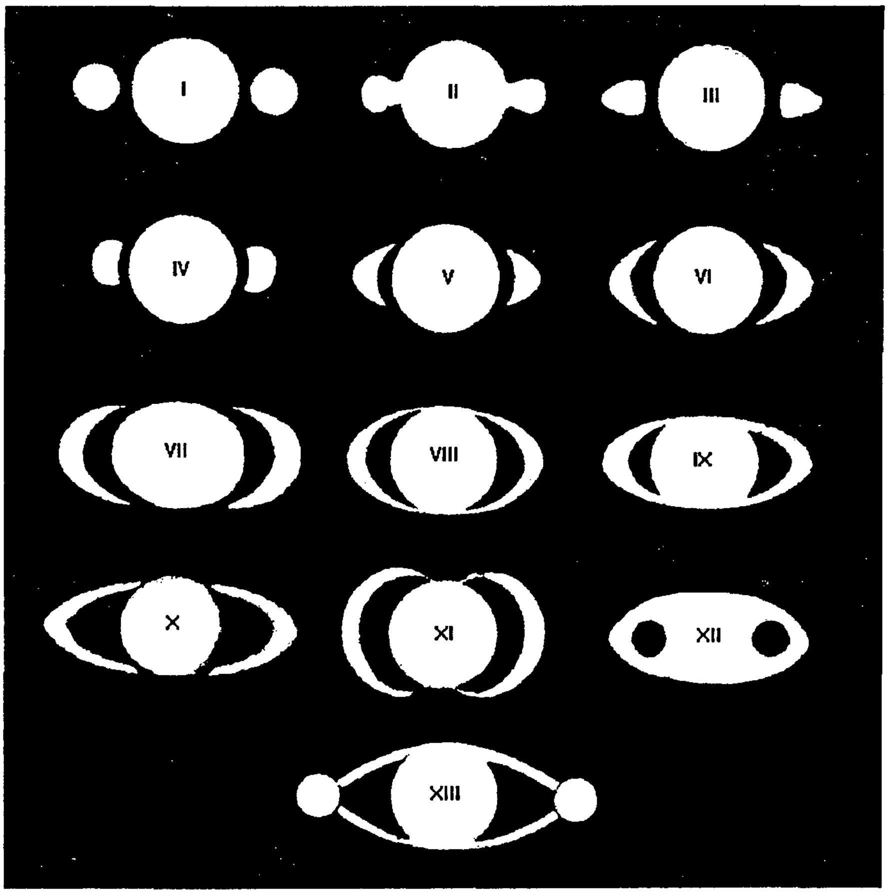


Fig.8 - Primeiros desenhos representativos de Saturno, conforme Huyghens.[10]

Concluindo, pode-se dizer que Galileu não foi o inventor do telescópio. Mas construiu e aperfeiçou, sistematicamente, todos os instrumentos que utilizou, dispondo sempre de aparelhos muitas vezes superiores em qualidade, alcance e capacidade de resolução ao de qualquer outro observador à época.

Galileu também não foi o primeiro a observar as irregularidades da superfície lunar. Thomas Harriot (1520-1621), um matemático inglês, o precedeu, por alguns meses, desenvolvendo, inclusive, mapas da Lua. Mas foi Galileu o primeiro a publicar o resultado de suas observações (o que não foi feito por Harriot).

As manchas solares parecem ter sido um fenômeno de descoberta simultânea por vários observadores independentes. Mas é de Galileu a explicação correta de sua procedência.

5.3 - A força da razão e as observações impregnadas de teorias: o impacto do telescópio

As revelações do telescópio não foram aceitas passivamente, como é fácil intuir, face a seu impacto em velhas e arraigadas concepções.

Muitos estudiosos simplesmente se recusaram a olhar através daqueles 'tubos óticos' apontados para o céu, priorizando a razão, amparada em uma concepção de mundo, à evidência observacional sem sustentação teórica. Um instrumento que aguçava a visão humana trazendo para perto objetos distantes, como castelos, igrejas e navios, não podia transferir estas suas propriedades aproximativas ao acesso de corpos situados em regiões que não obedeciam a regras terrestres. Os 'territórios' sub e supralunares eram bem demarcados pela filosofia natural aristotélica e como tal precisavam ser respeitados e preservados.

A familiarização do ser humano com os objetos de seu meio, em geral, capacita-os a reconhecê-los, mesmo em situações adversas, quando eventualmente se apresentam pouco nítidos ou difusos à visão. A miopia não corrigida, através de óculos, ilustra isso.

Do mesmo modo, quando se dirige o telescópio ao mar, as silhuetas mal percebidas que se divisam no horizonte são prontamente identificadas como embarcações deste ou daquele tipo. Esta mesma 'prática', contudo, não se aplica quando se direciona o telescópio para o céu. Por se tratar de uma região nobre, não afeta a mudanças de qualquer espécie, não pode merecer credibilidade imagens que só são vistas através de suas lentes, 'desaparecendo' sem elas.

Do ponto de vista físico, a principal crítica ao telescópio era de que não havia uma teoria ótica fundamentando a sua construção. Como, então, dar pleno crédito ao que eventualmente pudesse ser visto através de suas lentes? Assim, o mesmo telescópio que mostrava para uns e existência de satélites em Júpiter indicava, a outros, imperfeições ou efeitos ainda não explicados em um instrumento que carecia de bases teóricas para o seu total entendimento. A 'estranha' forma de Saturno representava mais uma evidência das deformidades que aquele instrumento era capaz de produzir, alegavam os fiéis defensores do aristotelismo.

Dada a forma bastante rudimentar dos primeiros telescópios, sem base fixa, de uso inteiramente manual e com um reduzido campo visual, a operação a contento destes instrumentos exigia um certo grau de habilidade por parte do usuário. Isto era necessário, por exemplo, para localizar e 'acompanhar' o objeto observado, especialmente se pequeno, como no caso dos planetas, em rápido movimento, 'carregados' pela esfera celeste.

Em função de tudo isso, *"não era de todo insensato suspeitar que os pontos borrados surgidos ao olho forçado e raso de água encostado à lente do tamanho de uma lente de óculos fossem ilusões óticas da atmosfera, ou então* [coisas] *produzidas pelo misterioso aparelho"*[11].

Especulações arbitrárias, pouco plausíveis, tentavam preservar, a qualquer custo, a perfeição dos céus. Assim, defendendo a esfericidade da Lua contra as investidas do telescópio, Ludovico delle Colombe, um filósofo florentino de pouca expressão, sugeriu estar este astro revestido por um cristal transparente, embaixo do qual se situariam as alegadas montanhas, que Galileu 'erradamente' julgara estarem localizadas na 'superfície lunar'.[12] Esta idéia foi aceita por Christopher Clavius (1537-1612), um notável e influente matemático jesuíta do prestigioso Colégio Romano, que também professava a sua incredulidade sobre os satélites de Júpiter.

Mas as evidências do telescópio eram tão fascinantes e perturbadoras que alguns ferrenhos defensores do geocentrismo foram obrigados a se curvarem à elas, depois de olharem através das lentes deste revolucionário instrumento, suplantando convicções filosóficas que poderiam fazê-los rejeitar, por definição, aqueles descobrimentos.

Isto foi o que ocorreu com o padre Clavius, entre outros. Apesar de continuar rejeitando a doutrina copernicana, rendeu-se às descobertas de Galileu, particularmente à da existência de 'planetas' girando em torno de Júpiter. Insistindo em que 'tanto a astronomia quanto a Igreja teriam de lidar com elas', afirma que *"Todo o sistema dos céus está despedaçado e precisa ser reparado"*[13].

Por outro lado, a adesão de Galileu à doutrina copernicana condicionou e até dirigiu a interpretação de suas observações.

Ao inspecionar a Lua com o telescópio, o que Galileu inicialmente 'viu' 'foi um número de manchas maior do que ele esperava'. *"Foi preciso algum tempo, como Galileu nos conta, para transformar estes dados sensoriais ou imagens visuais em um novo conceito: a superfície lunar com montanhas e vales, origem e causa daquilo que vira através do telescópio."*[14] Esta transformação ocorre através da hipótese, sustentada por Galileu, de que as superfícies dos dois astros têm relevos idênticos e, portanto, o mesmo 'comportamento' no que se refere a sombras projetadas por grandes elevações e a cavidades que se iluminam com a elevação do Sol.

A descoberta de um sistema solar em miniatura, constituído por Júpiter e seus satélites, exigiu de Galileu a postura de um estudioso crítico, com convicções definidas, que aborda com cautela e precisão dados observacionais que sabe vão contaminar ainda mais os fundamentos de um sistema filosófico que se mostra irremediavelmente insustentável.

Ao proceder a observação de Júpiter com um instrumento 'mais aperfeiçoado', Galileu constatou a existência de três pontos luminosos em 'linha reta', nas suas imediações, que não tinham a aparência de estrelas. Sucessivas e cuidadosas observações indicaram a Galileu que as posições destes astros se alteravam de uma noite para outra (e até em uma mesma noite, como verificou posteriormente) e que não eram em número de três, mas quatro, os pontos luminosos que acompanhavam Júpiter em seu movimento pelo céu.

Estes mesmos pontos luminosos, é forçoso admitir, mesclados a dezenas de outros 'semelhantes', seguramente se fariam indistinguíveis dos demais para um adepto da imutabilidade do cosmo aristotélico que, no lugar de Galileu, tivesse eventualmente olhado àquela região do céu.

As diferentes interpretações que Scheiner e Galileu dão às manchas solares, sob marcos conceituais bem definidos, ilustram, também, com notável propriedade, o fato de que não existem observações neutras, isto é, todas as observações que, de uma maneira ou outra, 'fazem sentido', encontram-se impregnadas de teorias.

Depois de excluir as hipóteses de defeito nas lentes do seu telescópio, falhas em seus olhos e perturbações na atmosfera terrestre, Scheiner viu-se diante de duas alternativas:

a) As manchas pertencem ao Sol; em decorrência disto, este astro gira em torno de si mesmo.

b) As manchas não pertencem ao Sol; são sombras projetadas em seu disco por astros que se interpõem entre o Sol e o observador terrestre.

De acordo com Scheiner, se as manchas fossem um fenômeno solar elas deveriam retornar à mesma posição e ordem a cada quinze dias* . Tendo observado as manchas solares durante dois meses e constatado que isto não ocorria, concluiu que elas não se localizavam no Sol. Contudo, *"ele não levou em conta que a forma e o tamanho das manchas variavam consideravelmente, a ponto de ficarem irreconhecíveis, durante o período em que eram visíveis, algo que se podia claramente notar nos diagramas que elaborou. Também era óbvia a implicação de que elas podiam ter se tornado irreconhecíveis durante os quinze dias seguintes; mas só para uma mente disposta a aceitar a premissa necessária, ou seja, que era possível ocorrer uma mudança real nos céus, e não uma mera reorganização das partes. Não se pode acusar Scheiner de ignorar essa possibilidade, mas devemos dizer que nunca a considerou seriamente. Educado para pensar dentro do marco de referência cosmológico tradicional, resistia a admitir qualquer imperfeição no Sol. Desde o começo, havia pensado em preservar a imutabilidade dos céus, adequando os novos dados à velha teoria".*(7)

Assim, para Scheiner, as manchas solares derivavam de corpos que eclipsavam o Sol. Era, afinal, menos problemático, para o cosmo aristotélico, aceitar a existência de corpos que se colocavam à frente do Sol, ainda que não fossem visíveis, do que admitir gigantescas perturbações num astro pertencente ao domínio da perfeição.

---

* Galileu mostrou que o período de rotação do Sol é de aproximadamente trinta dias.

Galileu, ao contrário, sem 'preconceitos bloqueadores', conseguiu divisar um padrão de regularidade na disposição das manchas. Levando em conta que elas variavam em número e forma durante os períodos de observação, interpretou-as corretamente, como um fenômeno solar.

5.4 - Galileu e o copernicanismo: os primeiros conflitos com a Igreja

As primeiras expressões de apoio de Galileu à teoria copernicana ocorreram em 1597, quando, já tendo deixado Pisa, ele lecionava em Pádua, situada na República de Veneza, a 32 km de Veneza. Representam, na realidade, dois episódios bastante fortuitos, pois logo em seguida Galileu se retrai, só vindo a se manifestar publicamente favorável ao copernicanismo em 1615.

O primeiro deles envolve Jacopo Mazzoni, uma velha amizade de Galileu, que escrevera um livro comparando as filosofias de Platão e Aristóteles e o encaminhara a Galileu, para considerações. Nesta obra, o autor abordava com impropriedade alguns aspectos do heliocentrismo, colocando-se contra a teoria de Copérnico. Considerando-os errôneos, Galileu procedeu a sua correção, remetendo suas criticas a Mazonni.

Alguns meses depois, chegava às mãos de Galileu um outro trabalho, o "Mysterium cosmographicum", de um astrônomo alemão, Johannes Kepler (1571-1630), a quem a história reservaria, mais adiante, a glória de ter sido o responsável pela quebra do monopólio do movimento circular na astronomia. O livro era 'uma mistura sofisticada de ciência e misticismo' que, segundo seu autor, continha a 'prova' intuitiva de que o Sol e não a Terra ocupava a posição central no universo'.[15]

Um novo referendo à tese copernicana é claramente manifesto na correspondência que Galileu dirige a Kepler: *"É realmente lastimável que tão poucos procurem a verdade, mas não cabe aqui lamentar as misérias de nosso tempo. Lerei seu livro com especial prazer, pois tenho sido um adepto do sistema copernicano por muitos anos. Ele me explica as causas de muitos aspectos da natureza totalmente ininteligíveis dentro das hipóteses comumente aceitas."*[15]

Ao concluir, Galileu explica porque não torna público o seu apoio a Copérnico: *"Coletei inúmeros argumentos para refutar a teoria [aristotélica], mas não os publico temendo compartilhar o destino de nosso mestre Copérnico. Embora ele tenha alcançado a fama imortal para alguns, para outros (tamanho é o número de tolos) ele se tornou um objeto de ridículo e escárnio. Se houvesse mais pessoas como você, eu publicaria minhas especulações. Não sendo esse o caso, eu me reprimo."*[16]

Como se observa, não é à autoridade da Igreja Católica, reafirmada pelas decisões do Concílio de Trento (1546-1563), e à Inquisição instituída como juiz implacável de opiniões heréticas, que Galileu dirige os seus temores. Por não possuir provas convincentes do sistema copernicano, ou, ao menos, argumentos que pudessem abalar as seculares convicções aristotélicas, Galileu adota uma postura cautelosa, evitando o escárnio de seus colegas professores e a incredulidade de outras autoridades.

É difícil saber a partir de quando Galileu aderiu às idéias de Copérnico. Desde cedo, em seus primeiros estudos, as suas contestações se dirigiam à dinâmica aristotélica, e não ao geocentrismo, propriamente dito.

Não é improvável que tenha acontecido com Galileu o que se verificou com Antonio Santucci, um professor de matemática da Universidade de Pisa, que para refutar a doutrina copernicana estudou-a tão minuciosamente que acabou aderindo às suas teses(17). Afinal, deve-se admitir que a hipótese copernicana é amplamente contrária ao senso comum, pois qualquer pessoa, valendo-se dos sentidos, pode 'ver', e até 'sentir', que a Terra não se movimenta.

Mesmo no "Sidereus nuncius", não há um posicionamento de Galileu em favor de Copérnico. Ao concluir a descrição minuciosa do ciclo de observações dos satélites de Júpiter ele destaca, 'isentamente', isto é, sem qualquer adesão ao fato, em si, ter excluído uma forte objeção interposta pelos opositores do heliocentrismo, qual seja, a de ser a Terra o único planeta centro da revolução de um outro corpo celeste. Assim, escreve que *"Temos um excelente e esplêndido argumento para eliminar os escrúpulos daqueles que, tolerando com comedimento a revolução dos planetas em torno do Sol no sistema copernicano, se sentem tão perturbados pela presença de uma Lua circulando a Terra enquanto ambas completam uma órbita anual ao redor do Sol, que concluem ser impossível, e portanto dever ser descartada, esta constituição do universo; pois se tem somente um planeta girando em torno de outro* [a Lua em torno da Terra] *enquanto ambos percorrem um grande círculo em volta do Sol. Mas nossa visão nos oferece quatro estrelas* [as luas de Júpiter] *errando em torno de Júpiter, como a Lua ao redor da Terra, enquanto todos eles percorrem juntos com Júpiter uma grande órbita em volta do Sol, no espaço de doze anos."*(18)

Mas, seria necessário esperar um apoio público de Galileu à Copérnico, como ocorre em sua famosa "Carta a Cristina Lorena"(19), para considerá-lo 'oficialmente' membro da doutrina copernicana, ou isto é inteiramente irrelevante, por já se encontrar explícito na interpretação do conjunto de suas observações, como se viu?

De qualquer modo, a correspondência que Galileu dirige à grã-duquesa Cristina de Lorena+, é o resultado de um contra-ataque de Galileu às acusações que vinha sofrendo por parte de alguns filósofos que viam nele um 'perigoso' divulgador e propagador de teses heréticas e condenáveis. Em substituição às já desgastadas e debilitadas respostas dos aristotélicos às descobertas da observação astronômica, e de suas conseqüências, surge o recurso à Bíblia Sagrada como árbitro supremo, capaz de dirimir todas as dúvidas. Para os defensores da filosofia vigente, a mobilidade da Terra encontrava-se em clara contradição com certas passagens bíblicas, como mostrava, particularmente, o bem conhecido milagre de Josué.

+ Mãe do grão-duque de Toscana, Cósimo II, a quem Galileu dera aulas, na mocidade, quando príncipe.

Desta vez, não são objeções puramente científicas que Galileu tem de rebater. Uma série de acontecimentos precipitam uma advertência oficial à Galileu, por parte da Igreja, e tornam proibido o "De revolutionibus".

Um episódio importante nas intrigas em que Galileu se vê envolvido localiza-se em uma ceia no palácio dos Médicis, ocorrida em dezembro de 1613, da qual participaram, além dos membros da corte, diversos estudiosos, entre os quais Benedetto Castelli (1578-1643), discípulo e colaborador de Galileu e Cósimo Boscaglia, professor de filosofia.

Ao final da cerimônia, Benedetto explica a Cristina de Lorena que o milagre de Josué, interpretado corretamente, não contradiz o heliocentrismo. O interesse da grã-duquesa prendeu-se ao fato de que durante a ceia Boscaglia havia dito acreditar na existência dos 'planetas medíceos', mas que negava o movimento da Terra por contradizer as Sagradas Escrituras.

No mesmo mês de dezembro, Galileu escreve a "Carta ao padre Benedetto Castelli"[(20)], em resposta ao relato de Benedetto sobre o incidente na corte. Nesta correspondência ele elogia o desempenho de Benedetto, ao mesmo tempo em que 'complementa' os argumentos utilizados por seu colaborador à grã-duquesa. Assim, Galileu enfatiza que as Sagradas Escrituras jamais incorrem em erro, mas que podem errar os que interpretam literalmente o significado de suas palavras. Acrescenta também acreditar que *"seria prudente não permitir a ninguém o emprego das Escrituras de forma a que venham a sustentar como verdadeiras algumas conclusões naturais quando a experiência racional e necessária evidenciar o contrário"*[(21)].

Um ano depois, um jovem dominicano ambicioso, Tommaso Caccini, aspirando uma nomeação em Roma, e desejando destaque, ataca Galileu, aludindo ao milagre de Josué para 'referendar' a imobilidade da Terra[(22)]. Em seu sermão, do púlpito da Igreja Santa Maria Novella, em Florença, ele cita textualmente o décimo capítulo de Josué:

> *"Então Josué disse na presença dos israelistas:*
> *Sol, detém-te em Gibeom,*
> *e tu, Lua, no vale de Aijalom.*
> *E o Sol se deteve, e a Lua parou,*
> *até que o povo se vingou de seus inimigos.*
> *O Sol, pois, se deteve no meio do céu,*
> *e não se apressou a pôr-se, quase um dia inteiro.*
> *Não houve dia semelhante a este, nem antes nem depois dele,*
> *tendo o Senhor assim atendido à voz de um homem."*[(23)]

Preocupado com as repercussões das acusações de Caccini, Castelli divulga amplamente a carta que Galileu lhe escrevera+. A boa intenção de Benedetto tem um efeito resultante contrário ao pretendido, pois uma cópia da carta acaba batendo às portas da temível Inquisição Romana, encaminhada por Niccolò Lorini, um dominicano que já em 1612 atacara os seguidores de 'Ipérnico, ou como se chame', por defenderem doutrina contrária à Bíblia.

A denúncia de Lorini resulta na abertura de um processo contra Galileu. Baseado no parecer dos qualificadores que investigaram a sua procedência, a Congregação conclui que a "Carta a Castelli" não é portadora de qualquer tese condenável pela Igreja Católica e encerra o caso.

Sentindo-se difamado pelas injúrias caluniosas de heresia, Galileu amplia os conteúdos de sua "Carta a Castelli", detalhando-os minuciosamente e dirigindo, politica e astuciosamente, o produto destes seus escritos à Grã-duquesa mãe de Toscana, tendo em vista o interesse que ela havia anteriormente manifestado em relação ao milagre de Josué, quando em conversa com Benedetto. Na "Carta a Cristina de Lorena", Galileu deixa claramente explícita a sua adesão ao sistema copernicano, afirmando, tacitamente, sem rodeios, que *"a respeito da constituição das partes do mundo, sustento que o Sol, sem mudar de lugar, permanece situado no centro das revoluções dos orbes celestes e que a Terra, que gira sobre si mesma, se move em torno dele"*(25). Mas é, acima de tudo, a autonomia da ciência que Galileu defende entusiástica e convictamente nesta carta (seção 5.5). A ciência, definitivamente, não pode admitir a ingerência da teologia em seus domínios, muito menos submeter-se a ela.

Pressionado a adotar uma atitude mais drástica em relação à Galileu, a partir da divulgação de sua "Carta a Cristina", na qual o sábio italiano <u>ousava</u> pretender ensinar aos teólogos o que lhes competia na interpretação da Bíblia, o cardeal Roberto Bellarmino, consultor do Santo Ofício e membro da Inquisição, disposto a evitar um indesejável e iminente conflito entre ciência e religião, procurou buscar na postura dos astrônomos matemáticos a solução para o impasse criado. Assim, sugeriu a Galileu e ao copernicano P.A. Foscarini, 'que havia escrito um livro defendendo com detalhe a compatibilidade do sistema copernicano com a Bíblia', que adotassem e expusessem a doutrina copernicana como uma teoria astronômica que não tinha pretensões de fazer inferências sobre a verdadeira organização do mundo, ou seja, como uma construção matemática edificada tão somente com o fim de 'salvar as aparências'. Com isso se preservaria de qualquer condenação os seus adeptos e não haveria igualmente conflito com as Sagradas Escrituras.(26)

Defensor de uma interpretação realista do sistema copernicano, Galileu não podia concordar em promover alterações que deturpassem a essência das idéias de Copérnico. Por que

---

+ Uma atitude comum, naquele tempo, já que certas cartas, como a que Galileu dirige a Lorena Cristina, eram redigidas, propositadamente, para circularem de mão em mão, entre os estudiosos. Cumpriam, assim, de alguma forma, um papel semelhante ao das atuais revistas científicas.(24)

fazer isso em um texto publicado já há setenta anos e contra o qual a Igreja, até então, nada lhe opunha?

Enfatizando a tese central do heliocentrismo - a da mobilidade da Terra e estabilidade do Sol - Galileu defende a realidade física dos epiciclos e dos excêntricos. Afinal, argumenta ele, o epiciclo nada mais é do que a circunferência descrita por um astro que não tem a Terra na posição central. Como mostra a inspeção do céu através do telescópio, quatro de tais circunferências são geradas pelo movimento de quatro astros em torno de Júpiter. Vênus também descreve uma circunferência tendo como centro o Sol e não o globo terrestre. O que isso representa se não um epiciclo? *"Ademais, sendo o excêntrico uma circunferência que de fato circunda a Terra mas não a contém em seu centro, não há que duvidar que o curso de Marte seja excêntrico à Terra, encontrando-se este ora mais próximo e ora mais afastado dela"*(27).

Galileu, contudo, concorda com aqueles que rejeitam existir no céu *"uma estrutura de orbes sólidos divididos e separados entre si que, se atritando e se friccionando juntos, carregam os corpos dos planetas"*, referindo-se, certamente, ao modelo aristotélico do universo. Estas concepções, continua ele *"são introduzidas pelos fabricantes de artifícios teóricos para auxiliar a inteligência dos principiantes e o cômputo dos calculadores"*.(27)

Dada a resistência de Galileu em manter-se fiel aos 'princípios realistas' da teoria copernicana, foi instituída uma comissão de teólogos para examinar a tese central do heliocentrismo. O veredito da Congregação do Santo Ofício foi o seguinte: a proposição da imobilidade do Sol é condenável por ser tola e absurda do ponto de vista filosófico e formalmente herética, já que contradiz expressamente afirmações da Sagrada Escritura em muitas passagens. Quanto à mobilidade da Terra, merece uma censura idêntica do ponto de vista filosófico; do ponto de vista teológico é menos errônea, no que se refere à fé'.(28)

Assim, no início de 1616 Galileu foi expressamente proibido de sustentar ou defender as proposições condenadas pela Igreja, sob pena de enfrentar as severas punições da Inquisição. O livro de Copérnico, temporariamente proibido, só teve novamente autorizada a sua circulação quatro anos depois, após 'corrigido' no sentido de converter em hipotética a teoria que apresentava.(29)

5.5 - Ciência e fé

Em qualquer discussão de natureza científica, como as que se travam, por exemplo, entre os defensores do sistema ptolomaico e os adeptos do sistema copernicano, ou entre os que argumentam pela física do impetus contra a física aristotélica, deve-se ter, como pressuposto implícito e tacitamente aceito entre os protagonistas dos debates, a apresentação e defesa dos diferentes pontos de vista envolvidos pautadas em considerações que se situam no âmbito da ciência. Recorrer a passagens bíblicas como força de persuasão a determinadas idéias, em detrimento de outras, não faz parte das regras do jogo científico 'moderno', que Galileu ajudou a instituir.

A Bíblia não é um texto científico. Sendo assim, não pode se constituir em árbitro de teorias que se confrontam entre si. Se os escritores que a redigiram, orientados pelo Espírito Santo, tivessem a intenção de persuadir o povo sobre a disposição e o movimento dos corpos celestes, não teriam abordado este assunto de forma tão incipiente, 'que é como que nada em comparação com as infinitas conclusões, dignas de admiração, que estão contidas e se demonstram na ciência da astronomia'.(30) Analogamente, é nas obras de Euclides (~330-260 a.C.) e Galeno (129-199), respectivamente, que se pode encontrar conhecimentos específicos e detalhados sobre geometria e medicina, e não nas Escrituras.

Ao dotar o homem de razão e intelecto, Deus o torna apto a buscar compreender os fenômenos naturais por sua própria capacidade de investigação. Não se pode 'fechar o caminho ao livre filosofar a respeito das coisas do mundo e da Natureza como se elas já tivessem sido todas descobertas e patenteadas com certeza'.(31) Por muitos séculos, o tema relativo à mobilidade da Terra e à estabilidade do Sol esteve afastado do ensino e dos debates filosóficos, dado o domínio absoluto e plena aceitação do sistema ptolomaico. Este assunto, contudo, como se recorda, já foi objeto de uma viva e intensa polêmica, nas idéias de Pitágoras, Filolau, Hiketas, Heráclides e Aristarco, entre outros. Com Cusa, Copérnico e Bruno, e as descobertas recentes propiciadas pelo telescópio, que refutam o geocentrismo, ele volta, novamente, com força, à discussão.

O conhecimento humano é dinâmico, suscetível a alterações que não podem ser obstaculizadas ou chanceladas pela autoridade eclesiástica. O texto bíblico deve ser invocado, apenas, em matéria de fé, para *"persuadir os homens daqueles artigos e proposições que, sendo necessários à sua salvação e colocando-se acima de qualquer possibilidade da mente humana, não se podem fazer críveis por nenhum outro meio senão pela palavra do próprio Espírito Santo"*(21)

Esta é uma parte importante do pensamento que Galileu procura deixar claro àqueles que misturam ciência e fé, particularmente aos filósofos e teólogos que consideram o heliocentrismo em contradição com algumas passagens da Bíblia. Lendo-se na Sagrada Escritura que o Sol se movimenta e a Terra é fixa, e admitindo-se como inquestionável a veracidade da palavra do Espírito Santo, argumentam eles, seguem-se como inverídica e herética as opiniões de quem sustenta o oposto, ou seja, a de estar o Sol em repouso e a Terra em movimento.

Conforme adverte Galileu em sua "Carta a Cristina", as proposições bíblicas não podem ser interpretadas literalmente, pois foram redigidas para se adequarem à capacidade de entendimento do homem comum. A imagem de Deus que o Santo Texto evoca, por exemplo, é a de um ser fisicamente semelhante ao homem, provido de sentimentos e fraquezas, como a ira, o arrependimento, o ódio e o esquecimento, entre outras 'imperfeições'. Além disso, se o 'rude e iletrado' já se vê suficientemente envolvido com tantos mistérios da fé, não parece realmente pertinente mesclar a estes noções que contradizem o senso comum, a observação imediata, como a de ir contra a crença popular de que o Sol se move e a Terra permanece parada.

Ao discutir a passagem bíblica mencionada por Lutero (seção 4.4) e outros, na qual Deus teria atendido às preces de Josué e parado o Sol, Galileu mostra que ela é incompatível com o geocentrismo e plenamente consistente com o heliocentrismo.

No sistema ptolomaico, o observador terrestre atribui ao Sol dois movimentos: um próprio, de oeste para leste (como as demais estrelas), responsável pelas estações do ano, e outro diurno, de leste para oeste, que ocasiona os dias e a noites pelo fato do Sol ser 'carregado', juntamente com os demais astros, pelo movimento rotativo da esfera celeste. Deste modo, para prolongar o dia, fazendo com que o Sol permanecesse estacionário acima do horizonte, afim de que dispusesse de um maior tempo de luz natural para combater os inimigos com o seu exército, Josué deveria ter ordenado que se detivesse a esfera celeste, e não o Sol. Ou, então, que o Sol se acelerasse, movendo-se com uma velocidade muitas vezes maior do que a de seu deslocamento anual, para compensar o movimento contrário da grande esfera e, assim, se fazer imóvel.

Dirigindo suas palavras a pessoas com dificuldades para entender o simples movimento do Sol do oriente para o poente, e não tendo a intenção de lhes ensinar a organização das esferas, mas a de ressaltar a grandeza do milagre feito no alongamento do dia, Josué se expressou de forma a que o compreendessem, e não como o faria se dirigindo a homens cultos.

Sendo intocável o texto da Sagrada Escritura, isto é, não passível de alterações em sua redação, há que se buscar em uma estrutura planetária distinta da proposta por Ptolomeu um melhor entendimento deste milagre.

Para Galileu, o Sol é o regente máximo da natureza, alma e coração do mundo, que dá luz e movimento aos planetas. É ele, e não a Terra, que ocupa a posição central no universo, girando sobre si mesmo (completando uma revolução a cada trinta dias, aproximadamente), como mostra Galileu em suas "Cartas sobre as manchas solares"[(32)].

Adotando o heliocentrismo, mas partindo de uma premissa falsa sobre o Sol - a de que cessando a sua rotação cessam, igualmente, os movimentos dos demais astros, assim como parando de bater o coração de um animal cessam todos os seus movimentos - Galileu apresenta a seguinte explicação sobre o episódio bíblico que envolve Josué: *"Sendo, pois, o Sol tanto fonte de luz como princípio dos movimentos, querendo Deus que, à ordem de Josué, todo o sistema do mundo permanecesse por muitas horas imóvel no mesmo estado, bastou deter o* Sol [isto é, fazê-lo parar de girar]. *Com sua imobilidade, pararam todas as outras revoluções; tanto a Terra como a Lua e o Sol permaneceram no mesmo arranjo, bem como todos os outros planetas; nem o dia declinou para a noite por todo este tempo, mas, milagrosamente, se prolongou. Desta maneira, com a paralisação do Sol, sem alterar num ponto ou confundir os outros aspectos e arranjos recíprocos das estrelas, pôde-se prolongar o dia na Terra, em excelente conformidade com sentido literal do texto sagrado"*[(33)]

O que este episódio ilustra, enfim, é que as palavras do texto bíblico devem ser examinadas com muito cuidado, para não se extrair delas conclusões precipitadas e imprecisas.

Muitas de suas proposições têm um significado literal diferente do 'verdadeiro'.

A ciência não pode tolerar a ingerência da teologia em sua área de atuação. Como diferentes domínios em que se manifesta a verdade, uma em relação aos fenômenos da natureza e outra no campo da salvação, não devem ser superpostos. Isto não quer dizer que devam ser incompatíveis ou excludentes. Ao contrário! É função dos sábios estudiosos da Igreja empenharem-se em esclarecer aos homens cultos o contexto em que se situam aquelas citações que alimentam interpretações polêmicas, explicando porque foram proferidas e redigidas sob a forma em que se encontram. Nesta tarefa, devem estar atentos às conclusões evidenciadas pela ciência, fundamentadas na razão, em experiências sensíveis e em demonstrações astronômicas e geométricas, para chegarem ao genuíno significado das verdades contidas na Bíblia. Deste modo, se há alguma subordinação ou compromisso entre ciência e religião, é a última que deve olhar para a primeira, e não, como querem os teólogos e outros estudiosos, o oposto.

Galileu condena o uso indiscriminado e irresponsável de citações bíblicas para definir conclusões acerca da Natureza. Esta praxe, utilizada por aqueles que se valem de enunciados que sequer entendem bem quando se sentem acuados e sem argumentação para defender as suas falsas opiniões, expõe a sérios riscos as Escrituras e a Igreja.

Evidentemente, o conhecimento sobre as coisas da Natureza não é propriedade dos cristãos. Assim, *"quando sábios infiéis* [ateus] *surpreendem um cristão em erro sobre assuntos que lhes são perfeitamente conhecidos, e o vêem afirmar o que diz como sendo tirado de nossos livros, poderão eles crer nestes livros quando nos falam da ressurreição dos mortos, da esperança da vida eterna e do reino dos céus, vendo-os cheios de erros sobre coisas que eles podem conhecer por experiência ou descobrir por razões indubitáveis?"*(34)

A mobilidade ou estabilidade da Terra ou do Sol, ou qualquer outra questão concernente à Natureza, não é matéria de fé. É assunto da ciência e neste campo, com as regras vigentes, devem ser examinadas e julgadas as proposições de cunho provável, as conjecturas verossímeis e a certeza indubitável, amparada pela experiência.

Contudo, a advertência do Santo Ofício a Galileu é uma realidade e as conseqüências de sua desobediência são bem previsíveis. Assim, Galileu é obrigado a conter, temporariamente, os seus esforços no sentido de continuar minando os alicerces da filosofia vigente.

5.6 - Os caminhos da condenação

Em 1623 Galileu publica "O ensaiador", em resposta a uma obra provocativa do padre jesuíta Orazio Grassi. Em seu "Balança astronômica e filosófica", Grassi atribuía a Galileu não só as idéias mas a própria autoria de um trabalho apresentado por um discípulo e amigo, Mario Guiducci, à Academia de Florença, sobre a constituição, localização e movimento dos cometas.

No "Ensaiador", Galileu não apenas rebate, uma a uma, as críticas e os argumentos apresentados por Grassi como também o expõe ao ridículo, zombando com uma mordaz ironia dos conceitos defendidos por este homem que a história mostraria ser 'o mais notável adversário científico e institucional de Galileu'(35).

Por esta conduta arrogante e intempestiva, Galileu atraiu para si a ira dos jesuítas, que acorreram à defesa de um dos mais brilhantes membros de sua ordem, o ilustre matemático que, anos depois, iria assinar o majestoso projeto arquitetônico da Igreja de Santo Inácio, anexa ao Colégio Romano. Projetada para ser incorporada ao prédio principal sem qualquer separação, 'de modo a criar uma área ao mesmo tempo intelectual e religiosa', esta edificação e o Colégio, juntos, iriam simbolizar 'a materialização arquitetônica de uma visão de mundo e a celebração de uma prestigiosa supremacia' - a da submissão da ciência aos dogmas da Igreja.(36)

Como irá mais tarde registrar um dos membros deste Colégio, considerado uma das mais importantes instituições científicas, à época+, *"Se Galileu tivesse sabido preservar as boas graças dos padres deste Colégio, gozaria de renome diante do mundo; poderia ter sido poupado de todos seus infortúnios e poderia ter escrito sobre tudo, até sobre o movimento da Terra"*(38).

Com a eleição para papa do cardeal Maffeo Barberini, que se torna Urbano VIII em agosto de 1623, Galileu começa a sondar o ambiente político para novas investidas a favor da teoria copernicana, pois de há longo tempo vem mantendo uma relação de cordialidade e amizade com a família Barberini e, particularmente, com o homem que agora tem o comando da Igreja Católica.

O 'balão de ensaio' de Galileu foi a resposta a uma carta que recebera de um prelado de nome Francesco Ingoli, na qual o autor tecia diversas críticas ao copernicanismo. Rebatendo os frágeis argumentos científicos de Ingoli, a carta é habilmente redigida com o fim a que se destina. Ao mesmo tempo que professa que *"Por reverência às Sagradas Escrituras e aos Patriarcas da Igreja, e pelo meu zelo por nossa santa fé, jamais sustentaria a teoria copernicana como verdadeira, independentemente de sua probabilidade"*, Galileu revela que *"Conheço certos fatos que não foram observados por mais ninguém, além de mim. Com base neles, dentro dos limites de minha sabedoria humana, a correção do sistema copernicano me parece incontestável"*.(39)

+ O Colégio Romano era uma das mais prestigiosas universidades européias do século XVII, motivo de orgulho dos jesuítas. Com um ensino científico de alta qualidade, estabeleceu uma forte tradição no domínio da matemática, 'com cursos que se estendiam da astronomia à ótica geométrica, da geometria de Euclides à aritmética, da arquitetura à geografia', ministrados por professores de grande notoriedade acadêmica, como Christopher Clavius, Orazio Grassi e Christopher Scheiner, entre outros. Contudo, o ensino da filosofia natural, isto é, da física e da cosmologia (aristotélica) não se distinguia, como o da matemática, em relação ao de outras instituições, abrigando professores competentes, mas não extraordinários.(37)

Por insistência de Galileu, a carta acabou chegando ao conhecimento do 'santo' papa. Seguramente, pelo clima de festividades e descontração que reinava com a eleição do novo pontífice, Urbano VIII não viu nela qualquer ofensa aos dogmas da Igreja.

Iludido por uma má avaliação dos fatos, e ignorando o potencial acumulado de ira dos jesuítas - e nele também se inclui, a do astrônomo e matemático Christopher Scheiner, que advogava a precedência, sobre Galileu, da descoberta das manchas solares - Galileu deu seqüência ao seu novo projeto científico - um diálogo sobre as duas principais visões de mundo.

"A idéia estava profundamente enraizada em sua própria vida, em sua obra e em sua cultura. Tratar-se-ia de uma síntese. Seu diálogo conectaria as principais realizações de toda a sua vida científica, abordaria suas muitas controvérsias e exporia suas crença mais profundas. Sua essência seria a discussão entre as visões convencional e revolucionária da galáxia, entre Aristóteles e Copérnico, entre a Idade Média e o Renascimento, entre ele e todos os seus críticos no decorrer dos anos. Seria uma obra-prima que vinha sendo prometida por quatorze anos, desde que anunciara a intenção no "Mensageiro estelar" de escrever um tratado sobre o seu sistema de mundo."[(40)]

O 'Diálogo' ocupou Galileu por um período de seis anos, de 1624 a 1630. Seus protagonistas, constantemente envolvidos num caloroso e dinâmico debate de idéias e princípios, são <u>Sagredo</u>, homem ponderado e de educação elevada, que investiga livremente a verdade das proposições apresentadas à discussão, <u>Salviati</u>, um intelecto sublime, homem de ciência, sempre ávido por finas especulações e <u>Simplício</u>, que tem na fama adquirida pelas interpretações aristotélicas o maior obstáculo à compreensão da verdade.

Sagredo e Salviati são figuras literárias inspiradas em personagens reais, Gianfrancesco Sagredo (1573-1620) e Filippo Salviati (1582-1614) - duas expressivas e muito prezadas amizades do contexto da vida científica e social de Galileu. O próprio diálogo se desenvolve no palácio de Sagredo, em Veneza. Já Simplicio é um 'oponente universal', que não se identifica com nenhum adversário em particular das novas idéias. Pode-se dizer que ele representa todos e ao mesmo tempo nenhum deles.

É na cidade de Veneza que em fevereiro de 1632 resulta publicado o "Diálogos sobre os dois principais sistemas do mundo". Nesta obra, Galileu não mede esforços na defesa da teoria copernicana:

- ♣ criticando os princípios fundamentais da física aristotélica e o sistema ptolomaico;
- ♣ contestando as objeções físicas ao movimento da Terra;
- ♣ apresentando a teoria das marés que ele julgava, erradamente, ser uma prova conclusiva da mobilidade terrestre;
- ♣ enfatizando o resultado de suas descobertas astronômicas e suas conseqüências.

A reação aos "Diálogos" não se fez esperar. Articulando uma trama verdadeiramente sinistra, a vingança jesuíta foi fulminante. Liderados por Christopher Scheiner e Orazio Grassi, desenvolveu-se um minucioso e preciso trabalho cirúrgico de convencimento ao papa de que o Simplício dos "Diálogos" era o próprio Urbano VIII - um absurdo total, mas que teve o efeito pretendido. *"O Santo Padre seria o bobalhão, o simplório, o alvo das gozações. Em contrapartida, o gênio da peça seria o copernicano Salviati - que na verdade era Galileu."*(41)

A raiva papal pareceu, por muito tempo, não ter limites.

Por ordem expressa da Inquisição, foi suspensa a venda dos "Diálogos".

Disposto a fazer de um sábio ilustre, como Galileu, (mais) um exemplo de punição a todos que ousavam defender teorias contrárias à Igreja, a Inquisição, uma vez acionada, procedeu com todo o rigor que lhe era costumeiro. A acusação contra Galileu era a de desobediência à ordem que lhe fora pessoalmente dada pelo cardeal Bellarmino, em 1616, pois em seu último trabalho havia sustentado e defendido uma doutrina já condenada como falsa e herética.

Sob a ameaça explícita de tortura, Galileu cede às investidas do implacável inquisidor, declarando-se culpado e arrependido de todos os seus 'erros', evitando, com isso, o mesmo fim de Giordano Bruno.

Em junho de 1633 Galileu submete-se à humilhante cerimônia pública de abjuração, sendo condenado à prisão perpétua nas masmorras do Santo Ofício.

Por uma especial deferência do benevolente pontífice, em atenção aos pedidos do grão-duque de Toscana, que intercede por Galileu, o angustiado e deprimido ancião de setenta anos é transferido de Roma para Siena, afim de cumprir prisão em cárcere privado. O luxuoso e confortável castelo de um arcebispo, seu admirador e que se ofereceu para hospedá-lo, o espera.

5.7 - Perguntas e respostas

1. Como Galileu inventou/construiu o telescópio? Que papel teve nesta descoberta?

Galileu estava em Veneza quando lhe chegou a notícia de que um holandês havia apresentado ao Conde Maurício de Nassau um 'óculo' com o qual objetos longínquos se faziam visíveis como se estivessem próximos ao obervador. Conta ele que retornando a Pádua, onde residia, começou a raciocinar sobre aquele relato *"e na primeira noite depois de minha volta encontrei a solução. No dia seguinte fabriquei o instrumento e comuniquei o acontecido aos amigos de Veneza com os quais, no dia anterior, eu havia discutido este problema. Dediquei-me logo a construção de outro mais perfeito, que seis dias depois levei para Veneza, onde, com grande admiração minha, foi observado por quase todos os gentis-homens daquela república"*(42).

Àqueles que, mais tarde, tentaram lhe diminuir os méritos da construção deste novo instrumento, por já saber de sua existência, Galileu respondeu da seguinte maneira: *"Pode ser que* *alguém afirme ser de bastante ajuda, para solucionar qualquer problema, saber, antecipadamente, da verdade da conclusão e assim estar seguro de não estar procurando o impossível, e que por isso o conhecimento e a certeza de que a luneta já havia sido construída me foram de tanta ajuda que sem eles eu não a teria talvez encontrado. Respondo a isso dizendo que a ajuda oferecida pelo conhecimento da existência do telescópio me impulsionou a pensar sobre o assunto, porque pode ser que sem ele eu nunca tivesse pensado nisto; porém, que o conhecimento de sua existência possa ter facilitado minha invenção, não acredito; e afirmo mais, que encontrar a solução de um problema já marcado e conhecido é obra de raciocínio muito maior do que daquele que é necessário para encontrar a solução de um problema ainda não pensado nem conhecido, pois naquela hipótese pode haver influência do acaso em grande parte, mas nesta última é obra do desenvolvimento lógico. E estamos certos de que o holandês, primeiro inventor do telescópio, era um simples fabricante de óculos comuns, que, casualmente, manuseando vários tipos de vidros, encontrou, ao olhar ao mesmo tempo através de dois deles, um convexo e outro côncavo, colocados a distâncias diferentes do olho, o efeito derivado, e assim inventou o óculo* [a luneta].(43) Isto foi o que Galileu escreveu em "O ensaiador", uma obra publicada em 1623.

Já no "Mensageiro das estrelas" Galileu conta como chegou a construção de seu instrumento: *"Em primeiro lugar preparei um tubo de chumbo em cujos extremos adaptei duas lentes de vidro, ambas planas em uma face enquanto a outra face era convexa em uma lente e côncava na restante. Assim, com o olho na côncava, vi os objetos tão grandes e próximos que pareciam três vezes mais próximos e nove vezes maiores que quando observados apenas com a visão natural. Mais tarde fiz outro melhor, que representava os objetos mais de sessenta vezes maiores. Por fim, não medindo nem gastos nem fadiga, consegui fabricar um instrumento tão excelente que as coisas vistas com ele pareciam quase mil vezes maiores e mais de trinta vezes mais próximos que quando observados com a faculdade natural".*(44)

5.8 - Questões

1. Que descobertas científicas propiciou o telescópio, na época de Galileu? Comente a importância de cada uma delas.

2. A rejeição às evidências astronômicas de um instrumento emergente, como o telescópio, foram de natureza bastante diversificada. Faça um resumo das principais tendências refutadoras.

3. As observações e o relato experimental estão impregnados de teoria. Você concorda com esta afirmação? Fundamente a sua resposta.

4. Comente, criticamente, a seguinte passagem da obra "O ensaiador", de Galileu: *"Parece-me perceber em Sarsi* [pseudônimo utilizado por Orazio Grassi em seu trabalho "Balança astronômica e filosófica"] *a sólida crença de que para filosofar uma pessoa deve se apoiar nas opiniões de algum autor célebre, como se os nossos espíritos devessem ficar permanentemente*

estéreis e vazios, a não ser que estivessem conjugados com o raciocínio de alguém. Possivelmente pensa que a filosofia é um livro de ficção de algum autor, como a "Ilíade" ou "Orlando Furioso" - produções em que o fato menos importante é saber se aquilo que nelas está escrito é verdadeiro. Bem, Sarsi, as coisas não são assim. A filosofia está escrita neste grande livro que continuamente se abre perante nossos olhos (isto é, o universo), o qual não pode ser compreendido a menos que se aprenda, primeiro, a entender a sua linguagem e conhecer os caracteres em que está composto. Ele está escrito em linguagem matemática, e os seus caracteres são triângulos, circunferências e outras figuras geométricas, sem as quais é humanamente impossível compreender uma só palavra; sem eles, vaguia-se em um labirinto escuro."[45]

5. Explique por que o milagre de Josué não contradiz o heliocentrismo?
6. Discuta o conflito entre ciência e religião, no contexto galileano.

5.9 - Referências Bibliográficas

1. DRAKE, S. Galileu. Lisboa, Publicações Dom Quixote, 1981. p.69.
2. GALILEI, G. A mensagem das estrelas. Tradução de CAMENIETZKI, C.Z. Rio de Janeiro, Museu de Astronomia e Ciências Afins, 1987. p.55.
3. RESTON, J. Galileu, uma vida. Rio de Janeiro, José Olympio, 1995. Citação, p.142.
4. RESTON, J. Referência 3. Nota do tradutor, p.143.
5. RESTON, J. Referência 3. Citação, p.143.
6. GALILEI, G. Sidereus nuncius. Translated with introduction, conclusion and notes by VAN HELDEN, A. Chicago, The University of Chigago Press, 1989. p.108.
7. SHEA, W.R. La revolución intelectual de Galileo. Barcelona, Editorial Ariel, 1983. p.69.
8. HUYGHENS, C. Systema saturnium, 1659. Citado por BERRY, A. A short history of astronomy. New York, Dover Publications. p.201.
9. BERRY, A. Referência 8, p.200.
10. HUYGHENS, C. Referência 8, p.203.
11. KOESTLER, A. O homem e o universo. São Paulo, IBRASA, 1989. p.255.
12. DRAKE, S. Referência 1, p.81.
13. RESTON, J. Referência 3. Citação, p.149.
14. COHEN, I.B. O nascimento de uma nova física. Lisboa, Gradiva, 1988. p.234.
15. RESTON, J. Referência 3, p.79.
16. RESTON, J. Referência 3, p.80.

17. DRAKE, S. Referência 1, p.17.

18. GALILEI, G. Referência 6, p.84.

19. GALILEI, G. Carta a Cristina de Lorena. In: GALILEI, G. Ciência e fé. São Paulo, Nova Stella, 1988. pp.41-81.

20. GALILEI, G. Carta a Benedetto Castelli. In: GALILEI, G. Ciência e fé. São Paulo, Nova Stella, 1988. pp.17-24.

21. GALILEI, G. Referência 20, p.20.

22. DRAKE, S. Referência 1, pp.98-99.

23. RESTON, J. Referência 3. Citação, p.194.

24. GONZÁLEZ, M. Introducción. In: GALILEI, G. Carta a Cristina de Lorena y otros textos sobre ciencia y religión. Madrid, Alianza Editorial, 1987. p.30.

25. GALILEI, G. Referência 19, p.43.

26. GONZÁLEZ, M. Referência 24, p.26.

27. GALILEI, G. Carta a Piero Dini. In: GALILEI, G. Ciência e fé. São Paulo, Nova Stella, 1988. p33.

28. GONZÁLEZ, M. Referência 24. Citação, p.28.

29. GONZÁLEZ, M. Referência 24, p.29.

30. GALILEI, G. Referência 19, p.50.

31. GALILEI, G. Referência 19, p.54.

32. GALILEI, G. Letters on sunspots. In.: DRAKE, S. Discoveries and opinions of Galileo. New York, Doubleday Anchor Books, 1957. pp.87-144.

33. GALILEI, G. Referência 19, p.79.

34. GALILEI, G. Referência 19, p.73.

35. REDONDI, P. Galileu herético. São Paulo, Companhia de Letras, 1991. p.138.

36. REDONDI, P. Referência 35, p.135.

37. REDONDI, P. Referência 35, p.143.

38. RESTON, J. Referência 3. Citação, p.352.

39. RESTON, J. Referência 3. Citação, p.261.

40. RESTON, J. Referência 3, p.264.

41. RESTON, J. Referência 3, p.310.

42. GALILEI, G. O ensaiador. São Paulo, Nova Cultural, 1996. p.85.

43. GALILEI, G. Referência 42, pp.85-86.

44. GALILEI, G. Referência 2, pp.36-37.

45. GALILEU, G. Referência 42, p.46 (ver também DRAKE, S. Referência 1, p.113).

Capítulo 6
A física de Galileu

6.1 - Introdução

O trabalho científico de Galileu Galilei pode ser dividido, grosso modo, em três períodos com características bem marcantes:

- ♣ O primeiro começa em 1589, com a nomeação de Galileu como professor de matemática na Universidade de Pisa e se estende até o advento do telescópio, em 1609. Neste intervalo, ele desenvolve os seus principais conceitos sobre o movimento dos corpos;
- ♣ A publicação do "Mensageiro das estrelas", em 1610, dá início a uma etapa de grandes polêmicas científicas e atritos pessoais, na vida de Galileu. É o seu envolvimento na sustentação e defesa do sistema copernicano, que se prolonga até a publicação do "Dialógos sobre os dois principais sistemas de mundo", em 1632. Imediatamente, Galileu é acusado de heresia, pelo Santo Ofício;
- ♣ A condenação de Galileu, em 1633, desencadeia a retomada de seus trabalhos sobre a resistência dos materiais e o movimentos dos corpos, culminando com a publicação do "Discursos e demonstrações matemáticas sobre duas novas ciências", em 1638, sua última grande obra.

Em janeiro de 1642 Galileu morre em Arcetri, com 78 anos de idade.

O "Discursos e demonstrações matemáticas sobre duas novas ciências" é a obra prima de Galileu. *"À semelhança do 'Diálogo sobre os dois principais sistemas de mundo', Salviati, Sagredo e Simplício subiram novamente ao palco, mas todos mais velhos e sábios, menos confrontadores e mais afáveis. Salviati havia amadurecido consideravelmente, e Simplicio tinha aprendido mais matemática. Em vez de perguntas ignorantes ou bobas emanando 'da boca de um tolo', o novo Simplicio tornou-se o jovem Galileu, formulando as mesmas perguntas instruídas sobre mecânica de quando jovem."*(1)

Muito mais do que uma síntese de resultados já obtidos no primeiro período de sua vida científica, os "Discursos" apresentam as conclusões de Galileu sobre a sua ciência do movimento. Uma ciência que rompe com a tradição e estabelece as bases da moderna cinemática ao proceder a investigação da queda livre abstendo-se de considerar o mecanismo causal deste movimento. Assim, Galileu consegue obter a lei da queda dos corpos, estabelecendo a proporcionalidade das distâncias percorridas com os quadrados dos tempos envolvidos. Com a investigação deste tema Galileu, definitivamente, introduz na ciência uma física quantitativa, inteiramente diferente da física das qualidades, de Aristóteles e seus seguidores, e da física do impetus, bastante confusa e vaga.

Galileu não chegou ao princípio da inércia, na forma newtoniana, mas seus estudos nesta direção fizeram com que Newton lhe atribuísse o mérito desta descoberta. Galileu admite que um corpo lançado sobre um plano horizontal e não sujeito a nenhum obstáculo se desloca indefinidamente em movimento uniforme (e essa suposição foi fundamental para a sua dedução matemática da trajetória parabólica no movimento de projéteis). Contudo, ele entende por superfície horizontal aquela cujos pontos são todos equidistantes de um mesmo ponto, o centro da Terra. Deste modo, um movimento perpétuo, para Galileu, só ocorre para um corpo em movimento circular. Este é o que se poderia denominar de seu princípio da inércia, que é compatível com a sua idéia de um universo muito extenso, porém finito. Mas a física galileana é, exatamente, o objeto de estudo deste capítulo.

6.2 - As primeiras idéias de Galileu sobre força e movimento

Em seus primeiros estudos, Galileu começou a analisar os movimentos investigando suas causas, como lhe haviam ensinado na universidade. Em 'De motu' (Do movimento), trabalho que desenvolveu quando professor de matemática na Universidade de Pisa, Galileu também considera necessário associar uma força a um objeto em movimento para manter este movimento. No entanto, critica Aristóteles quanto ao papel que ele atribui ao meio nas suas explicações sobre o deslocamento de um corpo não mais em contato com o seu motor. Para explicar o movimento de um projétil após cessado o contato projétil-lançador, Galileu aderiu à idéia de força impressa.

Para Galileu, quando um corpo pesado (tal como uma pedra) é projetado para cima, imprime-se ao corpo uma certa qualidade ou virtude (força, impetus). Em decorrência disso, o corpo adquire uma espécie de leveza, já que se elevar é próprio dos corpos leves. Essa leveza é perdida pelo corpo durante a sua descida. Neste sentido, ele faz uma analogia interessante entre a diminuição gradativa da força (impetus) impressa a um projétil, à medida que se processa o movimento, e o 'calor' de uma barra de ferro que gradualmente diminui depois que a barra é retirada do fogo: *"Agora, de maneira a explicar o nosso ponto de vista, primeiro perguntemos o que é essa força motora a qual é impressa pelo projetor sobre o projétil. A nossa resposta, então, é a de que há uma retirada de peso quando o corpo é atirado para cima e uma retirada de leveza quando o corpo é arremessado para baixo. Mas se uma pessoa não se surpreende que o fogo pode privar o ferro do frio, introduzindo calor, ela não se surpreenderá que o projetor pode, atirando um corpo para cima, despojá-lo de peso e fazê-lo leve. O corpo, então, é movido pelo projetor para cima enquanto está em sua mão e é despojado do seu peso; da mesma maneira o ferro é movido, em um movimento alternativo, em direção ao aquecimento enquanto está no fogo e é despojado do frio. Força motora, isto é, leveza é preservada na pedra quando o movedor não está mais em contato; calor é preservado no ferro depois que o ferro é removido do fogo. A força* *impressa gradualmente diminui no projétil quando ele não está mais em contato com o projetor; o calor diminui no ferro quando o fogo não está presente."*(2)

Em outras palavras, quando um projétil é arremessado verticalmente para cima ele sobe porque a força (impetus) que lhe foi impressa é maior do que o seu peso natural. À medida que o projétil continua subindo esta força vai diminuindo, gradativamente, até chegar a um ponto da trajetória em que ela não pode mais sobrepujar a tendência natural do projétil. A partir daí, inicia-se a sua queda. Durante a mesma, a força impressa ao projétil continua diminuindo. Com isso, a tendência natural do projétil sobrepuja a força impressa, o que explica a sua aceleração. A partir do momento em que a força impressa se anula, o projétil se move com velocidade constante.

Estes fatos sugerem um vínculo indispensável entre a aceleração de um corpo em queda e a força a ele impressa quando do seu lançamento para cima. No caso de um objeto solto de uma certa altura, como então se explica as suas variações de velocidade, já que, segundo Galileu, *"se dispuséssemos de uma torre suficientemente alta veríamos (lançando pesos do alto dessa torre) o movimento acelerado transformar-se em movimento uniforme."*(3)?

De acordo com Galileu, quando um corpo atirado para cima é, posteriormente, retido pelas mãos de uma pessoa, ou por um anteparo qualquer, 'leveza' e peso natural resultam iguais. Esta leveza é conservada (mantida inalterada) pelo corpo enquanto ele permanece detido nesta posição. *"Aliás, esse corpo, no alto da torre, não experimenta ele, por parte do seu suporte, uma pressão para cima (que o impede de descer) exatamente igual ao seu peso?"*(4) Soltando-o, esta leveza diminui, até se extinguir totalmente. Daí por diante, a sua velocidade fica constante. Deste modo, quando um corpo é solto de uma certa altura, ele retém, de alguma maneira, uma certa força (impetus) proveniente do projetor que, agindo contrariamente à tendência natural do corpo, até se esgotar, explica a sua aceleração.

Como se vê, os argumentos apresentados por Galileu sobre o movimento vertical de um projétil são análogos aos de Hiparco. No entanto não se pode precisar, ao certo, se Galileu tinha ou não conhecimento sobre as idéias de Hiparco em relação a este assunto.

6.3 - A influência de Arquimedes e a lendária experiência da Torre de Pisa

Arquimedes (287-212 a.C.), popularmente conhecido pelo seu 'Eureka' ao encontrar a solução para o problema que lhe havia sido proposto pelo rei Heron, de Siracusa (que consistia em saber se a coroa confeccionada pelo ourives da corte era toda de ouro puro ou se havia nela mistura de outros materiais), exerceu uma grande influência no trabalho de Galileu. A sua admiração por este sábio grego, que via um mundo capaz de ser entendido de forma quantitativa, sob leis expressas matematicamente, pode ser percebida pela maneira com que Galileu, em seus primeiros estudos, a ele se referia, denominando-o o 'divino', o 'sobre-humano'.

Embora o trabalho de Arquimedes não tenha sido completamente desconhecido na Idade Média, foi apenas no século XVI que várias de suas obras foram traduzidas e apreciadas no cenário acadêmico. A redescoberta de Arquimedes abriu uma nova e viva visão de mundo que exerceu a fascinação da novidade sobre um homem jovem que até então vinha sendo sujeito ao tédio da desgastada força do aristotelismo. A par disso, o modo como estava estruturada a Universidade no final do século XVI deu uma maior liberdade intelectual a Galileu. Como professor de Matemática, ele não tinha as mesmas obrigações que seus colegas professores de Filosofia. Enquanto Galileu explicava em suas aulas os trabalhos de Euclides e Ptolomeu, cabia aos professores de Filosofia manterem acesa a doutrina aristotélica, fornecendo aos estudantes os elementos de que necessitavam para poderem interpretar o mundo físico. [5]

Com Arquimedes nasceu a ciência da Hidrostática, e foi através de sua obra "Sobre os corpos flutuantes" que Galileu se inspirou para relacionar a velocidade de queda ou de subida de um corpo em um dado meio (dependendo, respectivamente, se o corpo é mais pesado ou mais leve do que o meio) com o peso específico do corpo e do meio por onde ele se desloca. Para isso ele adotou a relação de Filoponos

$$v \propto (F - R) \ . \qquad (1)$$

O uso desta equação, por Galileu, passa pela compreensão que ele tem da relatividade dos conceitos leve e pesado. Um corpo, dependendo da situação e do meio onde ele se encontra, pode ser considerado como leve ou pesado. Um pedaço de madeira, por exemplo, quando solto no ar cai (por ser pesado), mas quando imerso em água e depois solto se eleva (por ser leve). Ao assumir a relatividade destes conceitos, para um dado corpo, Galileu mais uma vez discorda de Aristóteles. Para Aristóteles o peso de um corpo é uma propriedade absoluta, intrínseca, própria deste corpo. Galileu, distintamente, salienta que o que deve ser considerado no estudo do movimento é o peso do corpo relativamente ao meio onde ele se encontra, que é o que vai determinar a sua velocidade neste meio.

Ao empregar a relação de Filoponos, Galileu considera que a principal influência do meio não é a de opor resistência ao movimento de um corpo, mas sim a de exercer sobre ele um <u>empuxo</u>. Em decorrência disso, para saber se um corpo sobe ou desce num dado meio, Galileu compara o peso do corpo com o peso do meio, tomando iguais volumes dos mesmos. Para iguais volumes de um corpo de peso P_c e de um meio de peso P_m , os quocientes P_c/V e P_m/V , são, respectivamente, os pesos específicos do corpo, ρ_c, e do meio, ρ_m. Assim, se $\rho_c > \rho_m$ o corpo desce no meio; se $\rho_c < \rho_m$ o corpo sobe.

Deste modo, por volta de 1590, Galileu acreditava que a velocidade natural de queda de um corpo num dado meio era proporcional à diferença dos pesos específicos do corpo e do meio. Isto é,

$$v \propto (\rho_c - \rho_m) \qquad (2)$$

As grandezas ρ_c e ρ_m , em (2), desempenham, respectivamente, os 'papéis' de F (força reponsável pelo movimento) e de R (resistência a esse movimento) na relação (1).

A partir da relação (2), conclui-se que a velocidade máxima de um corpo em queda se dá no vazio, onde a diferença $\rho_c - \rho_m$ se reduz a ρ_c . Portanto, no vazio, a velocidade natural de um corpo em queda não é infinita, como apregoavam os aristotélicos, mas sim máxima e proporcional ao seu peso específico.

A relação (2) também exprime a idéia de que, no vazio, todos os corpos são pesados. No vazio, portanto, não é possível nenhum movimento ascencional natural, nem mesmo o do fogo.

Por outro lado, a razão entre as velocidades v_1 e v_2 de dois corpos de iguais volumes e de pesos específicos ρ_1 e ρ_2 , que caem em um meio de peso específico ρ_m , (sendo P_1, P_2 e P_m , respectivamente, os pesos de iguais volumes dos corpos e do meio), é expressa por

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{P_1/V - P_m/V}{P_2/V - P_m/V} \tag{3}$$

ou

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\rho_1 - \rho_m}{\rho_2 - \rho_m} . \tag{4}$$

Caso os objetos estejam subindo, o que ocorre quando ρ_m é maior do que ρ_1 e ρ_2, a razão entre as velocidades dos dois corpos fica

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\rho_m - \rho_1}{\rho_m - \rho_2} . \tag{5}$$

Neste último caso, como se percebe, o empuxo do meio sobre o objeto é a força responsável pelo seu movimento, atuando o peso do objeto como força de resistência.

Da eq.(3) resulta que se dois objetos de mesmo tamanho são deixados cair no ar, de uma mesma altura, o mais pesado cai primeiro. No "De motu", Galileu lida especificamente com esta situação, quando descreve experimentos com bolas de chumbo e de madeira, de mesmo tamanho, soltas de uma mesma altura. Ele constatou que as bolas caíam com diferentes velocidades, mas que estas velocidades, no começo da queda, não aderiam rigorosamente à eq.(3), devido à aceleração a que ficavam sujeitas enquanto não se extinguia aquela qualidade impressa às bolas quando de seus lançamentos.

É oportuno, neste momento, comentar a suposta participação de Galileu na realização de experiências do alto da famosa torre inclinada de Pisa para 'provar' que dois corpos de pesos diferentes caem juntos, quando soltos simultaneamente.

Exceto pelo relato de Vincenzio Viviani, um de seus últimos alunos e quem também escreveu a primeira biografia de Galileu, não há outro testemunho, à época, de que Galileu tenha se envolvido em experiências desta natureza. Ao estudar posteriormente a queda livre, Galileu não faz nenhuma menção a experiências envolvendo o lançamento de objetos do alto de qualquer torre. Ao invés disso, relata experimentos com bolas movimentando-se sobre planos inclinados.

Contudo, admitindo-se, hipoteticamente, que Galileu tivesse subido à Torre e realizado experiências para uma incrédula platéia de professores e estudantes, seus objetos de prova seriam corpos de pesos diferentes <u>mas de mesmo material</u> (mesma densidade), pois somente neste caso eles chegariam aproximadamente juntos ao solo (na eq.(4), para $\rho_1 = \rho_2$, resulta $v_1 = v_2$). Ele não teria tentado mostrar que objetos de mesmo tamanho e de pesos diferentes (densidades diferentes) caíam com a mesma velocidade quando soltos simultaneamente porque, como foi visto acima, ele sabia que isto não acontecia. (É interessante observar que quando duas bolas de mesmo tamanho, uma de ferro e outra de borracha, são soltas simultaneamente de uma mesma altura de 38m, a bola mais leve está a mais de 7m do chão quando a mais pesada atinge o solo. Esta experiência, feita por Adler & Coulter[6], dois pesquisadores americanos, revela uma significativa diferença entre a distância relativa dos objetos quando o mais pesado atinge o solo.)

Em todo o caso, o texto em que Viviani descreve a realização desta lendária experiência tem a seguinte redação: *"Naquele tempo (1589-1590), ele estava convencido de que a investigação dos efeitos da natureza exigia necessariamente um conhecimento verdadeiro da natureza dos movimentos, de acordo com o axioma ao mesmo tempo filosófico e vulgar 'ignorato motu ignoratur natura'*+*. Foi então que, para grande indignação de todos os filósofos, ele demostrou - com o auxílio de experiências, provas e raciocínios exatos - a falsidade de numerosíssimas conclusões de Aristóteles sobre a natureza do movimento, conclusões que, até então, eram tidas como perfeitamente claras e indubitáveis. Assim, entre outras, a de que as velocidades de móveis da mesma matéria, mas desigualmente pesados e movendo-se através do mesmo meio, não obedecem a proporção de seus pesos, como é declarado por Aristóteles, mas se movem, todos, com a mesma velocidade. O que demonstrou em repetidas experiências, feitas no alto do campanário de Pisa, na presença de todos os outros professores e filósofos e de toda a Universidade..."*[7]

Como enfantiza Koyré, *"as experiências de Pisa são um mito"*[7]. Para defender a sua completa improcedência, ele examina as condições de hierarquia da universidade à época e a importância que nela podia ter um jovem professor de matemática recém contratado, além do 'impacto' que poderia apresentar (mais) uma contestação à dinâmica aristotélica: *"Entretanto...um pouco de reflexão e de bom senso, um pouco de conhecimento teórico, um pouco de conhecimen-*

+ 'Ignorar o movimento é ignorar a natureza'.

tos físicos, bastaria para reconhecer a inverossimilhança do relato de Viviani. E até de sua impossibilidade. Realmente, é preciso ser verdadeiramente um pouco ingênuo demais ou ter uma demasiada ignorância dos usos e costumes das Universidades e dos universitários para admitir que a assembléia dos professores, seguida do conjunto dos estudantes, pudesse dirigir-se 'in corpore' a uma praça pública com a finalidade única de assistir a uma experiência ridícula para a qual a tivesse convidado o último dos professores auxiliares - o mais novo, o de menor graduação e menor remuneração - da última de suas faculdades. Por outro lado, para indignar e consternar 'todos os filósosfos', não bastaria por em dúvida o ensinamento de Aristóteles. Com efeito, havia cem anos que não se fazia outra coisa"(7)

Um outro resultado que advém do uso por Galileu da relação de Filoponos é o que diz respeito às velocidades de um corpo em diferentes meios. Assim, a razão entre as velocidades de um mesmo objeto, de peso específico ρ, em meios com pesos específicos ρ_{m_1} e ρ_{m_2} é dada por

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\rho - \rho_{m_1}}{\rho - \rho_{m_2}} , \qquad (6)$$

se ρ é maior do que ρ_{m_1} e ρ_{m_2} , isto é, quando o corpo desce, ou por

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\rho_{m_1} - \rho}{\rho_{m_2} - \rho} , \qquad (7)$$

caso ρ seja menor do que ρ_{m_1} e ρ_{m_2} , o que acontece quando o corpo sobe.

A citação a seguir ilustra a eq.(7), quando Galileu aborda o movimento de subida de um mesmo corpo em dois meios de densidades diferentes, criticando a posição de Aristóteles acerca da relação entre as citadas velocidades:

"Se, por exemplo, um pedaço de madeira cujo peso é 4 move-se para cima na água e o peso de um volume de água igual àquele da madeira é 6, então a madeira se moverá com uma velocidade que podemos representar como 2. Mas se agora o mesmo pedaço de madeira é conduzido para cima em um meio mais pesado do que a água, um meio tal que um volume dele igual ao volume da madeira tenha um peso de 10, o peso subirá neste meio com uma velocidade que podemos representar como 6. Mas ele se move no outro meio com uma velocidade 2. Portanto, as duas velocidades estarão uma para a outra como 6 e 2 e não (como Aristóteles mantinha) como os pesos ou densidades dos meios que estão um para o outro como 10 e 6 (Fig.1). Está claro, então, em todos os casos, que as velocidades do movimento para cima estarão uma para a outra como o excesso de peso de um meio sobre o peso do corpo que se movimenta está para o excesso de peso do outro meio sobre o peso do corpo."(2)

GALILEU

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\rho_{m_1} - \rho}{\rho_{m_2} - \rho}$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{10 - 4}{6 - 4} = \frac{6}{2}$$

ARISTÓTELES

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\rho_{m_1}}{\rho_{m_2}}$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{10}{6}$$

Fig. 1 - Relação entre as velocidades de subida de um mesmo objeto (de peso específico $\rho \rightarrow 4$) em dois meios distintos (de pesos específicos $\rho_{m_1} \rightarrow 10$ e $\rho_{m_2} \rightarrow 6$), segundo as concepções galileana e aristotélica.

Esta discussão explicita mais uma contestação de Galileu à física de Aristóteles. Para Galileu, não pode haver nenhum movimento natural para cima, pois *"os corpos que se elevam nunca se elevam por si mesmos, espontaneamente: se se elevam é porque são empurrados por outros mais pesados do que eles. O único movimento natural que Galileu doravante reconhece é o dos corpos pesados (e todos o são, mesmo o ar, mesmo o fogo) para baixo, isto é, para o centro do mundo. É também o único movimento que ainda possui um fim natural, o qual falta ao movimento para cima."*[8]

6.4 - O movimento acelerado e a queda dos corpos

Continuando a desenvolver os seus estudos sobre o movimento, Galileu conclui que a queda dos corpos se dá de forma acelerada em todo o trajeto e não apenas em parte dele, como havia pensado anteriormente.

Em uma carta que dirige a Paolo Sarpi, em 1604, Galileu afirma que um corpo em movimento natural aumenta de velocidade proporcionalmente à <u>distância</u> de seu ponto de partida. No "Discursos e demonstrações matemáticas sobre duas novas ciências", Galileu reformula esta concepção errada da queda livre, já que, como entendeu 'depois de longas reflexões', a <u>velocidade é proporcional ao tempo</u> e não à distância de queda.

Por considerar que a natureza sempre se manifesta na sua forma mais simples, Galileu associou a queda dos corpos a um movimento com <u>aceleração constante</u>, definindo-o logo a seguir.

"Quando, portanto, observo uma pedra que cai de uma certa altura a partir do repouso e que adquire pouco a pouco novos acréscimos de velocidade, por que não posso acreditar que tais acréscimos de velocidade não ocorrem segundo a proporção mais simples e mais óbvia? Se considerarmos atentamente o problema, não encontraremos nenhum acréscimo

mais simples do que aquele que sempre se repete da mesma maneira. O que entenderemos facilmente, se considerarmos a estrita afinidade existente entre o corpo e o movimento: do mesmo modo, com efeito, que a uniformidade do movimento se define e se concebe com base na igualdade dos tempos e dos espaços (com efeito, chamamos movimento uniforme ao movimento que em tempos iguais percorre espaços iguais), assim também, mediante uma divisão de tempo em partes iguais, podemos perceber que os aumentos de velocidade acontecem com simplicidade; concebemos no espírito que um movimento é uniformemente acelerado quando, em tempos iguais quaisquer, adquire aumentos iguais de velocidade."(9)

Matematicamente, pode-se escrever que

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \,, \tag{8}$$

onde, para qualquer intervalo de tempo, a razão $\Delta v/\Delta t$ é constante.

Galileu, no entanto, não tinha como provar diretamente, através da experiência, esta sua suposição, pois isto exigiria medidas de velocidades instantâneas, o que não era possível em sua época. Poderia, assim, objetar-se quanto à validade desta sua hipótese, concebida e admitida em abstrato, sobre o movimento natural de queda de um corpo.

Para superar esta dificuldade, Galileu representa geometricamente, como Oresme e outros estudiosos do século XIV já haviam feito, um movimento com aceleração constante por um triângulo retângulo e um movimento com velocidade constante por um retângulo (Fig.2). A partir destes primitivos 'gráficos' $v \times t$, Galileu mostra um resultado já conhecido da cinemática medieval, ou seja, que

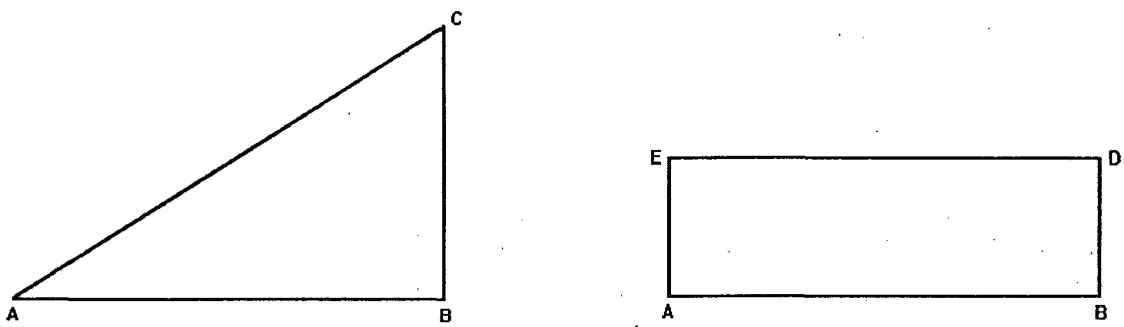
> a distância percorrida por um corpo, a partir do repouso, em movimento retilíneo uniformemente acelerado, em um intervalo de tempo $\Delta t = t_f - 0 = t_f$,
>
> é igual
>
> à distância que este mesmo corpo percorreria em movimento retilíneo uniforme caso estivesse animado de uma velocidade igual àquela do movimento uniformemente acelerado no instante médio do tempo (isto é, em $t_f/2$).

Na Fig.3, os pontos A, F e B correspondem, respectivamente, aos instantes $t = 0$, $t = t_f/2$ e $t = t_f$. do eixo temporal de um gráfico $v \times t$ e os pontos E e C às velocidades v' e v_f. Como os triângulos retângulos AEG e GDC são iguais, resultam idênticas as áreas do triângulo ABC e do retângulo ABDE e também as distâncias percorridas pelos movimentos com aceleração e velocidade constantes, isto é,

$$A_{ABC} = A_{ABDC} \quad ,$$

$$\overline{AB} \,.\, \frac{\overline{BC}}{2} = \overline{AB} \,.\, \overline{BD} \quad ,$$

$$(t) \,.\, (\frac{v_f}{2}) = (t) \,.\, (v') = d \quad . \qquad (9)$$



(a) (b)

Fig.2 - O triângulo retângulo e o retângulo representam, respectivamente, movimentos retilíneos com aceleração uniforme e com velocidade uniforme. Perpendiculares levantadas a partir das bases desta figuras ($\overline{AB}$) até interceptarem o segmento inclinado $\overline{AC}$ (a), e o segmento retilíneo $\overline{ED}$ (b), evidenciam isso. As áreas destas figuras estão relacionadas às distâncias percorridas pelos móveis com estes movimentos.

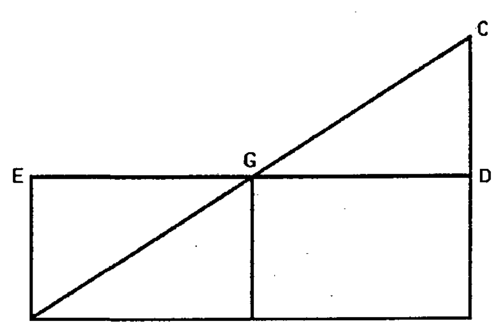


Fig.3 - Superpondo o triângulo retângulo e o retângulo da Fig.2, e associando as grandezas tempo a pontos do segmento horizontal e velocidades à dimensão vertical, verifica-se, facilmente, a igualdade das áreas destas figuras geométricas e a equivalência das distâncias percorridas nos dois movimentos, na medida em que a velocidade do movimento uniforme é igual à metade da velocidade máxima do movimento uniformemente acelerado.

Como, de acordo com a relação (8), a velocidade de um corpo que parte do repouso e se desloca com aceleração constante é proporcional ao tempo do movimento,

$$v \propto t \quad , \tag{10}$$

segue, de (10) em (9), que

$$d \propto t^2 \quad , \tag{11}$$

Assim, de seus estudos sobre as propriedades de um movimento com aceleração constante, Galileu conclui que as distâncias percorridas por um móvel, a partir do repouso, são proporcionais aos quadrados dos tempos gastos em percorrê-las.

Com a equivalência das relações (8) e (11) para um movimento uniformemente acelerado, Galileu transfere o problema de medidas de velocidades instantâneas para medidas de distâncias, que ele podia fazer.

Como, porém, a queda livre se dá de uma forma muito rápida, o que dificultava medidas mais precisas de tempo, Galileu valeu-se do plano inclinado para diluir a rapidez desta descida. A hipótese que fez foi a de que qualquer que fosse a aceleração de um objeto deslizando sobre um plano inclinado o seu movimento seria, assim como o de um corpo em queda livre, um movimento uniformemente acelerado. Esta é uma hipótese bem aceitável, pois um corpo que desce um plano com uma certa inclinação está, em termos de variação de velocidade, numa situação intermediária a outras duas: a que envolve uma superfície horizontal (neste caso um objeto nela colocado em repouso permaneceria aí parado), de um lado, e a que se refere a uma superfície com 90° de inclinação (caso em que o objeto cairia como se não existisse a referida superfície), de outro.

Restava portanto a Galileu mostrar, através da experiência, a validade da relação $d \propto t^2$ para o movimento de um corpo sobre um plano inclinado para, a partir deste resultado, corroborar a sua hipótese inicial de que a natureza se serve de um movimento com aceleração constante na queda dos corpos.

O tipo de dispositivo utilizado por Galileu e o resultado das suas experiências é o seguinte, segundo as suas próprias palavras:

"Numa ripa, ou melhor dito, numa viga de madeira com um comprimento aproximado de 12 braças , uma largura de meia braça num lado e três dedos no outro, foi escavada uma canaleta neste lado menos largo com pouco mais de um dedo de largura. No interior desta canaleta perfeitamente retilínea, para ficar bem polida e limpa, foi colocada uma folha de pergaminho que era polida até ficar bem lisa; fazíamos descer por ela uma bola de bronze duríssima perfeitamente redonda e lisa. Uma vez construído o mencionado aparelho ele era colocado*

* 1 braça ≈ 2,2 m (antiga unidade de comprimento)

numa posição inclinada, elevando sobre o horizonte uma de suas extremidades até a altura de uma ou duas braças, e se deixava descer (como afirmei) a bola pela canaleta anotando, como exporei mais adiante, o tempo que empregava para um descida completa: repetindo a mesma experiência muitas vezes, para determinar exatamente a quantidade de tempo, na qual nunca se encontrava uma diferença nem mesmo da décima parte de uma batida de pulso. Feita e estabelecida com precisão tal operação, fizemos descer a mesma bola apenas por uma quarta parte do comprimento total da canaleta; e, medido o tempo de queda, resultava ser sempre rigorosamente igual a metade do outro. Variando a seguir a experiência, e comparando o tempo requerido para percorrer todo o comprimento com o tempo requerido para percorrer metade, ou os três quartos, ou, para concluir, qualquer outra fração, através de experiências repetidas mais de cem vezes, sempre se encontrava que os espaços percorridos estavam entre si como os quadrados dos tempos e isso em todas as inclinações do plano, ou seja, da canaleta, pela qual se fazia descer a bola."[10]

As figuras 4 e 5 sintetizam os resultados do experimento de Galileu com o plano inclinado.

Quanto às medidas dos tempos, Galileu diz: *"... empregávamos um grande recipiente cheio de água, suspenso no alto, o qual através de um pequeno orifício feito no fundo deixava cair um fino fio de água, que era recolhido num pequeno copo durante todo o tempo em que a bola descia pela canaleta ou por suas partes. As quantidades de água assim recolhidas eram cada vez pesadas com uma balança muito precisa, sendo as diferenças e proporções entre os pesos correspondentes às diferenças e proporções entre os tempos; e isto com tal precisão que, como afirmei, estas operações, muitas vezes repetidas, nunca diferiam de maneira significativa."*[11]

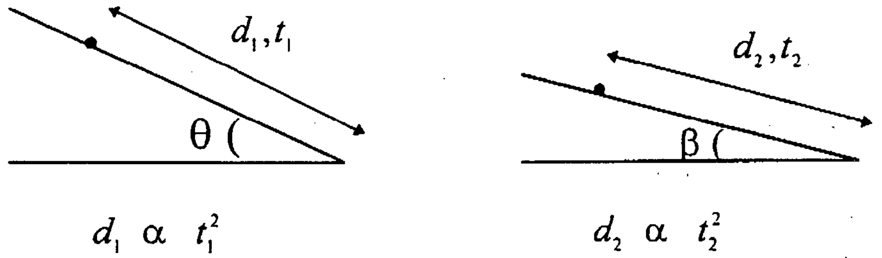


Fig.4 - Mantendo o ângulo fixo e considerando um plano bastante polido e uma esfera dura e lisa, Galileu mediu os tempos de queda da esfera para diferentes distâncias percorridas. Após inúmeras medidas, ele obteve que as distâncias percorridas pela esfera eram proporcionais aos quadrados dos tempos de queda.

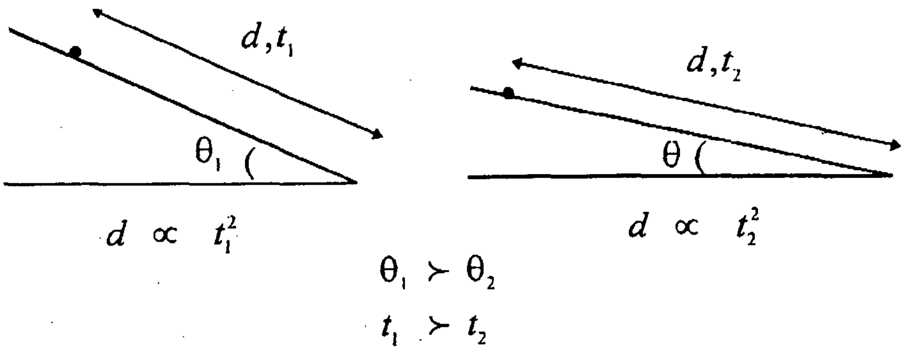


Fig.5 - Aumentando continuamente o ângulo de inclinação do plano, Galileu constatou que uma mesma distância era percorrida em tempos cada vez menores, mas sempre envolvendo a proporcionalidade distância-tempo ao quadrado.

Galileu, de fato, obteve experimentalmente a proporcionalidade $d \alpha t^2$, mas deve-se notar que um relacionamento qualquer entre variáveis pode ser estabelecido em diversos níveis de aproximação. Galileu sabia das limitações de seu experimento, isto é, dos efeitos retardadores do meio no deslocamento dos corpos e das medidas aproximadas da variável tempo; por isso não procurava uma proporcionalidade exata entre as variáveis distância e tempo ao quadrado. A relação experimental por ele obtida é, sem dúvida, aproximada, mas muito importante porque, a partir dela, Galileu inferiu que o movimento uniformemente acelerado não é, rigorosamente, o movimento que um corpo executa ao cair. A queda de um corpo com aceleração constante (equivalente a um 'movimento' num plano com 90^0 de inclinação, como se disse), só ocorre na situação especial (ou ideal) em que não existe nenhuma resistência ao seu deslocamento, isto é, quando o seu movimento se processa no 'vácuo'. Somente aí se tem, com exatidão, a proporcionalidade $d \alpha t^2$. *"A experimentação feita em condições concretas - no ar e não no vazio, sobre uma prancha lisa e não sobre um plano geométrico, etc. - não pode dar os resultados previstos pela análise do caso abstrato. Daí ele não o exigir. O caso abstrato é um caso suposto. E a experiência deve confirmar que a suposição é boa. No caso limite dos meios."*(12) E isto Galileu fez.

Estas considerações levaram Galileu a concluir que quando dois corpos, independentemente de seus pesos e do material do qual são constituídos, são soltos de uma mesma altura, ambos atingem o solo simultaneamente. Os adversários de Galileu argumentaram contra esse resultado alegando que uma esfera de chumbo e uma pena cairiam de uma mesma altura em tempos completamente diferentes. Galileu retrucou afirmando que eles cairiam exatamente ao mesmo tempo (isto é, com a mesma aceleração) se o atrito de ambos com o ar fosse nulo.

Admitir que o movimento natural de um objeto, como o de sua queda, por exemplo, possa se dar no vazio tem contra si toda uma argumentação fortemente estruturada e defendida pelos aristotélicos. Além do problema referente à causa deste movimento (*"o vácuo não é um meio físico e não pode receber, transmitir e manter um movimento"*(13)), e da velocidade infinita que resultaria em tal movimento hipotético (para Aristóteles e seus seguidores), há um outro tão forte quanto estes dois e que tem sérias implicações em relação à própria filosofia aristotélica. *"No vácuo (como no espaço da geometria euclidiana) não há lugares privilegiados ou direções. No vácuo não há, e não pode haver, lugares naturais. Por conseguinte, um corpo colocado no vácuo não saberia para onde ir, não teria nenhuma razão para se dirigir numa direção mais do que em outra e, portanto, absolutamente nenhuma razão para se mover."*(13) Como se vê, é contra todo um sistema filosófico que Galileu tem que lutar para defender as suas idéias.

As previsões de Galileu sobre o movimento no vazio foram confirmadas posteriormente, com a invenção da bomba de vácuo. Colocando-se, por exemplo, em um recipiente uma pena de ave e uma moeda e extraindo-se o ar de seu interior pode-se verificar, facilmente, que ambos os corpos chegam exatamente juntos ao fundo do recipiente, se soltos simultaneamente de uma mesma altura (Fig.6).

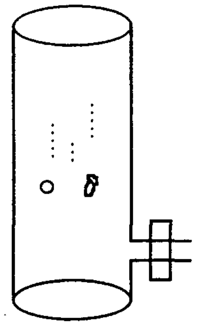


Fig.6 - Comprovação experimental das previsões de Galileu sobre o movimento no vazio. A pena e a moeda chegam juntas ao fundo do recipiente pois, sendo (praticamente) nulo o atrito com o ar, ambas ficam sujeitas, durante a queda, à mesma aceleração.

Não se pode deixar de admirar o rompimento de Galileu com a praxe secular dos filósofos, que consistia em iniciar qualquer discussão sobre o movimento dos corpos indagando sobre suas causas. Ao perceber que a chave para a compreensão da queda livre estava em não abordá-la do ponto de vista dinâmico, Galileu assim se manifestou: *"Não me parece ser este o momento oportuno para empreender a investigação da causa da aceleração do movimento natural, a respeito da qual vários filósofos apresentaram diferentes opiniões... Estas fantasias, e muitas outras, conviriam ser examinadas e resolvidas com pouco proveito. Por ora é suficiente ... estudar e demonstrar algumas propriedades de um movimento acelerado (qualquer que seja a sua aceleração) de tal modo que a intensidade da sua velocidade aumenta, após ter saído do repouso, com aquela simplíssima proporção com a qual cresce a continuação do tempo, que é o mesmo que dizer que em tempos iguais se fazem acréscimos iguais de velocidade."*(14)

Galileu deixa de lado as causas e busca a descrição matemática do movimento.

6.5 - O movimento neutro e a lei da inércia de Galileu

Numa época em que os movimentos ainda eram considerados como naturais ou violentos, Galileu notou que um corpo poderia se movimentar de uma terceira maneira, isto é, sem exibir movimento violento e sem estar, necessariamente, se aproximando ou se afastando do centro da Terra. Como exemplo deste tipo de movimento, que ele denominou de movimento neutro, apontou a rotação de uma esfera homogênea em torno de um eixo fixo que passa pelo seu centro. Desprezando-se o atrito esfera-eixo, esfera-meio e colocando-se a esfera em movimento, através de um breve impulso inicial, ela permanece girando indefinidamente. Como para cada parte da esfera que se aproxima da Terra existe uma outra que se afasta da mesma, a esfera, como um todo, não se aproxima nem se afasta da Terra. Nestas condições, o movimento da esfera é um movimento neutro (Fig.7).

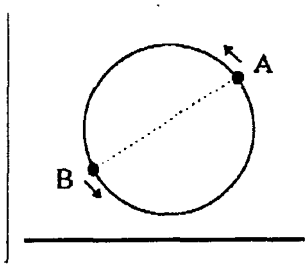


Fig.7 - Para cada par de pontos da esfera simétricos em relação ao eixo de rotação (que passa pelo centro da esfera e é perpendicular ao plano desta página), quando um deles se aproxima da Terra (ponto B) o outro se afasta da mesma (ponto A).

Através de seus estudos com o plano inclinado (em que se incluem alguns experimentos efetivamente realizados e outros meramente de pensamento), Galileu também concluiu ser possível a existência de um movimento neutro numa superfície plana com inclinação nula.

Assim, quando um objeto é colocado sobre um plano inclinado e a seguir solto ele desce o plano, devido à tendência natural que tem, como corpo pesado, de se movimentar para baixo. Este mesmo objeto, por outro lado, colocado em repouso sobre a base do plano inclinado não pode subir, por si mesmo, o plano; para isso ele precisa ser projetado para cima, com uma certa força. É também necessária uma força para mantê-lo imóvel em um ponto qualquer sobre o plano inclinado.

Se este objeto (ou um outro qualquer) for colocado em repouso sobre uma superfície horizontal (um plano com inclinação zero), ele permanecerá aí parado. Não é preciso nenhuma força para mantê-lo nesta posição, já que não há nenhuma tendência do objeto para se movimentar. No entanto, caso ele seja colocado em movimento, através de um impulso inicial, de que forma se moverá quando não estiver mais sob a ação da força que o impulsionou? Neste caso, se todo e qualquer atrito for desprezado, ele deslocar-se-á na direção em que foi projetado, até onde a superfície se estender, pois não estará nem acelerado (que é o que ocorre quando desce um plano inclinado) nem desacelerado (que é o que acontece quando ele é projetado para cima em um plano inclinado). Assim, para uma superfície horizontal infinitamente extensa, o objeto deslocar-se-ia permanentemente com velocidade igual à que foi originalmente lançado.

Estes fatos, à primeira vista, parecem sugerir que Galileu tenha chegado ao princípio da inércia. Um exame mais detalhado, investigando o que Galileu entendia por uma superfície horizontal, revela que Galileu não chegou, rigorosamente, ao princípio da inércia.

Para Galileu uma superfície horizontal era aquela cujos pontos eram todos equidistantes de um mesmo ponto, o centro da Terra. A superfície do globo terrestre era, para ele, uma superfície horizontal por não ser inclinada nem para cima e nem para baixo. Assim, se a superfície terrestre fosse totalmente lisa, um corpo nela colocado em movimento se deslocaria com velocidade constante e perpetuamente (como um navio em águas tranquilas após ter sofrido um impulso inicial (Fig8)).

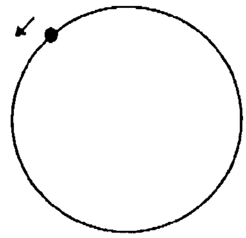


Fig.8 - Sob a ação de um impulso inicial, e livre de qualquer impedimento ao seu deslocamento, o movimento de um navio sobre a superfície da Terra seria um movimento neutro. Em seu movimento perpétuo ele não se aproximaria e nem se afastaria do centro da Terra.

"Assim, claramente, o que pareceu ser a princípio um plano infinito, reduziu-se na discussão a um trecho da superfície esférica da Terra. E aquele movimento que se dizia perpétuo e parecia ser movimento uniforme ao longo de um plano infinito, termina por ser o movimento de um navio em mar calmo, ou de qualquer outro objeto que se move ao longo de uma esfera lisa como a Terra."[15]

6.6 - A questão do movimento de um projétil em um navio em movimento

Na física aristotélica, como se recorda, um movimento violento representa uma perturbação na ordem natural das coisas. O movimento natural que se segue a qualquer movimento engendrado pela violência representa um retorno à situação de ordem que deve existir em um universo hierarquicamente organizado, como o imaginado por Aristóteles. Nesta passagem de um corpo de um lugar para o <u>seu</u> lugar está presente a idéia de movimento como um processo de mudança, que afeta o corpo que se move e que só se extingue quando cessa o motivo da sua existência. Assim, um corpo retorna ao seu lugar natural, depois de ter sido de lá retirado por violência, devido a uma 'tendência', a um 'desejo', enfim, a algo intrínsico que o corpo tem de para lá se dirigir, o mais rápido possível, e de lá permanecer em seu estado natural de repouso.

É sobre este prisma que se deve julgar as conclusões de Aristóteles sobre o movimento de queda de um objeto no interior de um navio em movimento. Para Aristóteles, soltando-se uma pedra de cima do mastro de um navio que se desloca em águas tranquilas, esta cairá não na base mas em algum ponto afastado da base do mastro (Fig.9). Isto acontece porque enquanto o navio se movimenta a pedra cai verticalmente em direção ao barco, já que o movimento natural de qualquer corpo se dá sempre segundo uma linha reta, que é o trajeto que envolve a menor distância que separa o objeto do seu lugar natural. Desta forma, o movimento do navio não tem nenhuma influência no movimento de retorno da pedra ao seu lugar natural, isto é, como a pedra não compartilha do movimento horizontal do navio, ela fica 'para trás'. Assim, a pedra somente cairá diretamente na base do mastro se o navio se encontrar em repouso (Fig.10).

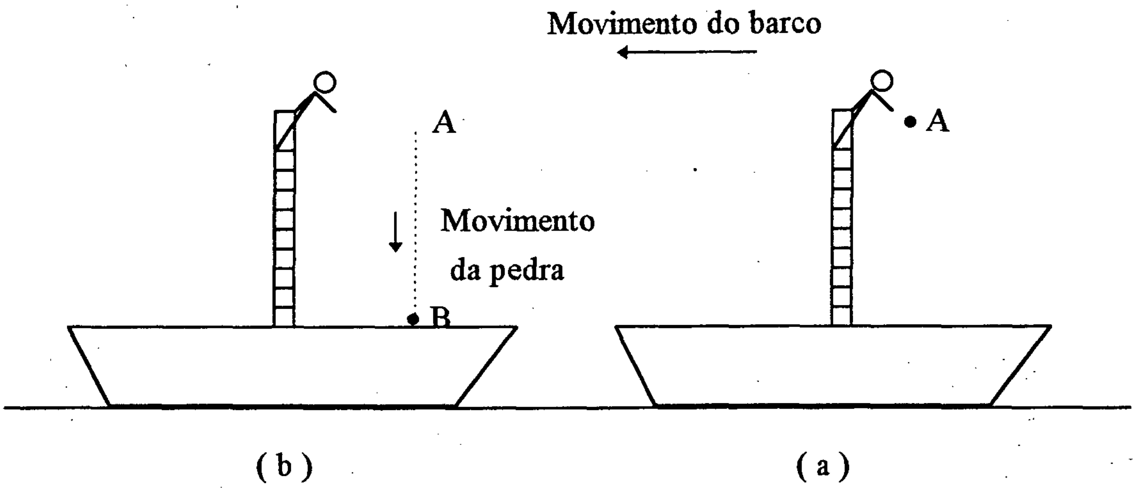


Fig.9 - Soltando-se uma pedra do ponto A no interior de um barco em movimento (a), a pedra cairá verticalmente segundo a linha AB (b) ficando, portanto, 'para trás'.

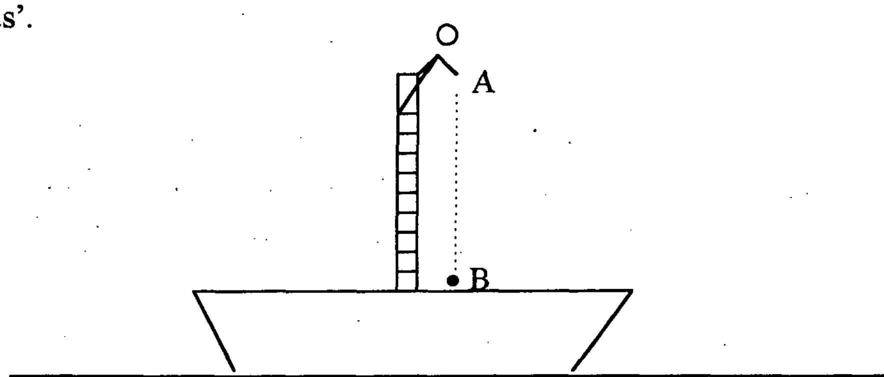


Fig.10 - Para o navio em repouso, o ponto de onde a pedra é solta e o ponto onde ela se choca com o barco encontram-se sob a mesma vertical.

A questão do navio e da pedra é resolvida por Giordano Bruno de uma forma totalmente diferente. Para Bruno, o movimento do navio tem influência no movimento de uma pedra solta do seu interior. Afim de mostrar isso, ele faz uso da física do impetus ao discutir uma experiência (imaginária, é claro) envolvendo a queda de duas pedras soltas simultaneamente de uma mesma altura, uma delas por uma pessoa situada dentro de um navio em movimento (uniforme) e a outra por uma pessoa fora do navio. Segundo suas próprias palavras: *"Imaginem-se dois homens: um no navio que está a andar e outro fora deste: que um e outro tenham a mão no mesmo ponto do ar e que desse mesmo lugar, ao mesmo tempo, um deixe cair uma pedra, e o outro, outra, sem lhes dar impulsão alguma; a pedra do primeiro, sem perder um ponto e sem se desviar da sua linha (vertical), irá para o lugar fixado antecipadamente; e a do segundo será transportada para trás. O que provém somente do fato de a pedra que parte da mão daquele que é levado pelo navio e que, por conseguinte, se move segundo o movimento deste, possuir uma certa virtude impressa que a outra não possui, a que vem da mão daquele que está fora do navio; e isto ainda que as (duas) pedras tenham a mesma gravidade e que, já que elas partiram - tanto quanto isto é possível - do mesmo ponto e sofreram a mesma impulsão, tenham o mesmo ar a atravessar. Desta diversidade não podemos dar nenhuma razão a não ser a de que as coisas que estão ligadas ao navio por uma ligação ou por uma tal presença se movem com ele; e que uma das pedras, a que se move com o navio, leva consigo a virtude do motor, enquanto a outra não tem aí participação."*(16)

A noção de sistema físico delineia-se claramente nos argumentos de Bruno que continua: *"se alguém que se encontre na margem atirar uma pedra diretamente no navio falhará o seu alvo, e isto na proporção da velocidade do navio. Mas esteja alguém colocado no mastro deste navio, e corra este tão depressa quanto se queira, o seu arremesso não será desviado um ponto sequer. De tal maneira que a pedra, ou qualquer outra coisa grave (pesada), lançada do mastro para um ponto situado no pé do dito mastro, ou para qualquer outra parte do porão ou do corpo do navio, irá em linha reta. Da mesma maneira, se alguém que se encontre no navio atirar em linha reta (vertical) uma pedra para o cimo do mastro ou para o cesto da gávea, essa pedra voltará para baixo pela mesma linha, mova-se o navio da maneira que se mover, desde que este não sofra oscilações."*(17)

Da mesma forma que os aristotélicos valem-se dos acontecimentos que têm lugar no navio em movimento para argumentar em favor da imobilidade da Terra, Bruno os utiliza, de uma forma diferente, para refutar essa imobilidade. E a noção de sistema físico que ele introduz, que acarreta uma 'ligação' entre os corpos de um sistema, mesmo na ausência de contato entre eles, é decisiva na sua argumentação. Assim, quando um corpo cai sobre a Terra esta, em movimento, não o deixa para trás como imaginavam os aristotélicos porque, como Bruno salienta, todos os corpos na Terra participam do seu movimento já que, juntamente com ela, fazem parte de um mesmo sistema físico. A situação presente na Terra é análoga à encontrada no navio em movimento. Na argumentação de Bruno percebe-se a importância do papel desempenhado pela força impressa. Sem esta 'qualidade', esta 'virtude movente', não poderia Bruno sustentar a noção de sistema físico.

6.7 - Galileu e o movimento de projéteis

Tendo estudado o movimento neutro sobre um plano horizontal e o movimento naturalmente acelerado sobre planos de qualquer inclinação e do qual, como se viu, a queda livre se constitui em um caso particular, Galileu volta a sua atenção para o movimento de um projétil lançado horizontalmente de uma certa altura em relação ao solo.

Inicialmente ele imagina um corpo projetado com uma certa velocidade sobre um plano horizontal finito e livre de qualquer impedimento. Nestas circunstâncias, o corpo se deslocaria com velocidade constante até onde se estendesse o plano, percorrendo distâncias iguais em intervalos de tempos iguais. Por outro lado, argumenta Galileu, se este mesmo corpo fosse solto de uma certa altura em relação ao solo, ficando sujeito apenas à ação da gravidade, ele percorreria distâncias proporcionais aos quadrados dos tempos envolvidos. A seguir, Galileu considera o seu 'corpo de prova' sob a ação simultânea destes dois movimentos. Isto é, se o plano horizontal por onde o corpo se move com velocidade constante estivesse a uma certa altura do solo, este corpo, uma vez chegado à extremidade do plano, acrescentaria àquele movimento uniforme e indestrutível, a tendência de ir para baixo, devido à sua própria gravidade.[17] Os afastamentos horizontal e vertical do projétil da borda do plano representam, evidentemente, as suas coordenadas em relação a este ponto, as quais estão sujeitas, respectivamente, às leis $x \propto t$ e $y \propto t^2$. Galileu, então, mostrou que da combinação desses dois movimentos perpendiculares resulta um movimento de trajetória parabólica (Fig11).

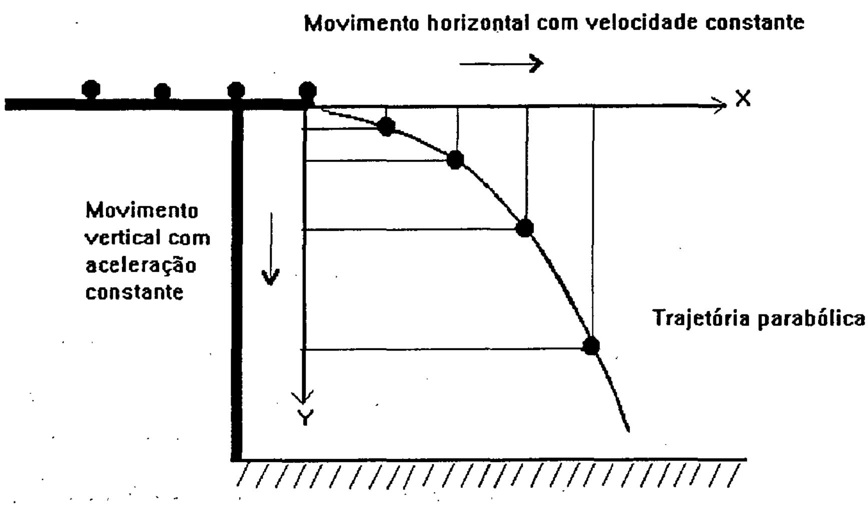


Fig.11 - A trajetória de um corpo projetado horizontalmente de uma certa elevação em relação ao solo, em um meio não resistente, é uma parábola.

É também oportuno, neste momento, examinar a questão da pedra solta do alto do mastro de um navio em movimento uniforme à luz das idéias de Galileu sobre o movimento plano de um projétil

Quando a pedra é solta, ela fica sujeita à ação simultânea de dois movimentos: um horizontal, com velocidade constante, e outro vertical, com aceleração constante. O movimento horizontal da pedra pode ser entendido atentando-se para o fato de que antes da pedra ser solta ela se encontrava em repouso em relação ao navio e, portanto, deslocando-se em relação à água com a mesma velocidade da embarcação. Ao deixar a mão do lançador a pedra conserva o seu movimento horizontal em relação à agua porque, nesta direção, não existe nada (desprezando-se a resistência do ar) que a faça alterar o seu estado de movimento uniforme. Assim, como na direção vertical a pedra fica sujeita à ação da gravidade e na direção horizontal a velocidade relativa da pedra e do navio é nula, a pedra se choca contra o navio em um ponto diretamente abaixo daquele em que foi solta (Fig.12).

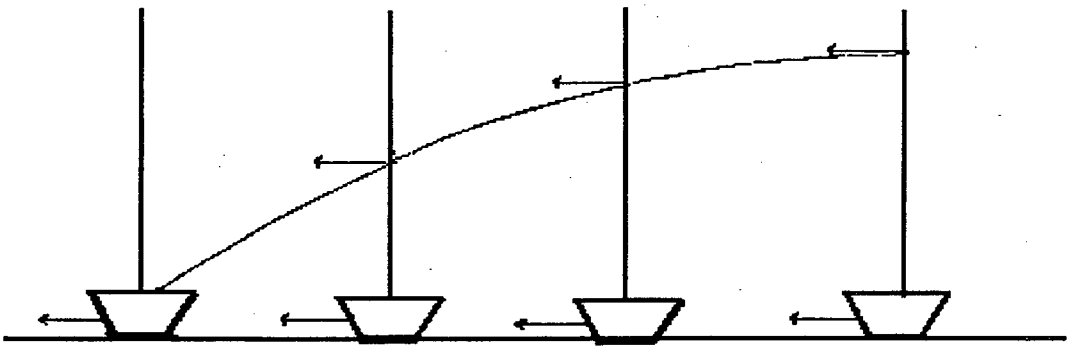


Fig.12 - A velocidade relativa da pedra e do navio, na direção do movimento deste, é nula. Desta forma, a pedra não se atrasa e nem se adianta em relação ao barco, caindo ao pé do mastro.

6.8 - Questões

1. Comente, criticamente, o seguinte relato sobre 'a experiência de Pisa' feito por um historiador em um livro de 1931[18]:

"Quando Galileu soube que todos os outros professores exprimiam dúvidas quanto às conclusões do insolente inovador, aceitou o desafio. Solenemente, convidou aqueles graves doutores e todo o corpo de estudantes, em outras palavras, toda a Universidade, para assistir a uma de suas experiências. Mas não no seu lugar habitual. Não, este não era bastante grande para ele. Lá fora, a céu aberto, na vasta praça da catedral. E a cátedra acadêmica claramente indicada para aquelas experiências era o Campanário, a famosa torre inclinada.

Os professores de Pisa, como os de outras cidades, tinham sempre sustentado, de acordo com os ensinamentos de Aristóteles, que a velocidade da queda de um objeto era proporcional ao seu peso. Por exemplo, uma bola de ferro pesando cem libras, e outra pesando apenas uma libra, soltas no mesmo momento, da mesma altura, evidentemente devem tocar a

Terra em instantes diferentes e, obviamente, a que pesa cem libras atingirá a Terra primeiro, pois é justamente mais pesada do que a outra.

Galileu, pelo contrário, pretendia que o peso não vinha ao caso e que ambas atingiriam a Terra no mesmo momento. Ouvir semelhantes asserções, feitas no coração de uma cidade tão velha e sábia, era intolerável. E considerou-se necessário e urgente fazer uma afronta pública àquele jovem professor que se tinha, a si próprio, em tão alta conta, e dar-lhe uma lição de modéstia da qual se lembrasse até o fim de sua vida.

Doutores em trajes de veludo e magistrados, que pareciam acreditar estar indo a uma espécie de feira de aldeia, deixaram de lado suas diversas ocupações e se misturaram com os representantes da Faculdade, prontos a zombar do espetáculo, qualquer que fosse o seu desfecho.

Talvez o ponto mais estranho de toda essa história seja o fato de que não tenha vindo ao espírito de ninguém fazer a experiência por si próprio antes de chegar à arena. Ousar por em dúvida algo que Aristóteles afirmara nada mais era que uma heresia aos olhos dos estudantes daquele tempo. Era um insulto a seus mestres e a eles próprios, uma desgraça que os poderia excluir dos círculos da elite. É indispensável ter essa atitude constantemente presente no espírito para apreciar plenamente o gênio de Galileu, sua liberdade de pensamento e sua coragem, e também para avaliar, em sua justa medida, o sono profundo do qual a consciência humana iria ser despertada. Que esforços, que lutas eram necessárias para fazer nascer uma ciência exata!

Galileu subiu os degraus da torre inclinada, calmo e tranquilo, a despeito dos risos e gritos da multidão. Compreendia bem a importância da hora. No alto da torre, formulou mais uma vez a questão com toda a exatidão. Se os corpos, ao cair, chegassem ao solo ao mesmo tempo, ele seria o vitorioso; mas, se chegassem em momentos diferentes, seriam seus adversários que teriam razão.

Todos aceitaram os termos do debate. Gritavam: "Faça a prova!"

Chegara o momento. Galileu largou as duas bolas de ferro. Todos os olhares se dirigiam para o alto.

Silêncio! E o que se viu: as duas bolas partir juntas, cair juntas e juntas tocar a Terra ao pé da torre."

2. Se, conforme o relato de Viviane, Galileu realmente fez a famosa experiência da torre de Pisa, o que ele teria tentado mostrar aos espectadores? O que ele sabia que não poderia demonstrar?

3. Descreva as principais dificuldades e soluções encontradas por Galileu nos estudos que o levaram à relação $d \propto t^2$.

4. O que vem a ser um movimento neutro, para Galileu?

5. Galileu chegou ao princípio da inércia, segundo o qual todo corpo continua seu estado de repouso ou de movimento uniforme em linha reta a menos que seja compelido a modificar o estado em que se encontra por forças a ele aplicadas?

6. Um marujo, em um navio que se movimenta com velocidade constante, solta uma pedra do alto da 'torre' de observação. Descreva o movimento da pedra sob o ponto de vista de um aristotélico, de um teórico do impetus e de um galileano.

7. Comente, criticamente, a seguinte afirmativa:

"Não foram tanto as observações e experimentos de Galileu que causaram a ruptura com a tradição, mas sua atitude em relação a eles. Para ele, os dados eram tratados como dados, e não relacionados a alguma idéia préconcebida ... Os dados da observação poderiam ou não se adequar a um esquema conhecido do universo, mas a coisa mais importante, na opinião de Galileu, era aceitar os dados e construir a teoria para adequar-se a eles."(19)

6.9 - Referências Bibliográficas

1. RESTON, J. Galileu, uma vida. Rio de Janeiro, José Olympio, 1995. Citação, p.142.
2. FRANKLIN, A. Principle of inertia in the middle ages. American Journal of Physics, 44(6): 529-545, 1976.
3. KOYRÉ, A. Estudos galilaicos. Lisboa, Publicações Dom Quixote, 1986. p.83.
4. KOYRÉ, A. Referência 3, p.87.
5. SHEA, W.R. Galileo's intellectual revolution - middle period, 1610-1632. New York, Neale Watson Academic Publications, 1977. p.2.
6. ADLER, C.G. & COULTER, B.L. Galileo and the tower of Pisa experiment. American Journal of Physics, 46(3): 199-201, 1978.
7. KOYRÉ, A. Galileu e a experiência de Pisa: a propósito de uma lenda. In: KOYRÉ, A. Estudos de história do pensamento científico. Brasília, Universidade de Brasília, 1982. pp.197-207.
8. KOYRÉ, A. Referência 3, pp.90-91.
9. GALILEU, G. Duas novas ciências. São Paulo, Nova Stella Editorial, 1935. p.127.
10. GALILEU, G. Referência 9, p.140.
11. GALILEU, G. Referência 9, p.141.
12. KOYRÉ, A. Referência 3, p.192.
13. KOYRÉ, A. Galileu e Platão. In: KOYRÉ, A. Estudos de história do pensamento científico. Brasília, Universidade de Brasília, 1982. pp.152-180.

14. GALILEU, G. Referência 9, p.131.

15. COHEN, I.B. O nascimento de uma nova física. São Paulo, Livraria Editora, 1967. p.127.

16. KOYRÉ, A. Referência 3, p.216.

17. KOYRÉ, A. Referência 3, pp.214-215.

18. NAMER, E. Galileo, searcher of the heavens. New York, 1931, pp.28-29.
Citado por KOYRÉ, A. Referência 7, pp.199-200.

19. ANTHONY, H.D. Science and its background. Londres, Macmillan, 1948. p.145.
Citado por CHALMERS, A.F. O que é ciência, afinal? São Paulo, Editora Brasiliense, 1993. p.24.

Capítulo 7

As leis de Kepler do movimento planetário

7.1 - Introdução

De Aristóteles a Copérnico, a separação do mundo em duas regiões distintas, a terrestre e a celeste, havia tornado sem sentido qualquer indagação a respeito das causas físicas dos movimentos dos astros. A distinção entre a física e a astronomia, como campos independentes do conhecimento, restringia o trabalho dos astrônomos à tarefa de observar, descrever e predizer eventos, o que os conduzia *"a uma simples geografia descritiva do céu, com a elaboração de mapas das estrelas fixas e tabelas de horário dos movimentos do Sol, da Lua, dos planetas e de acontecimentos especiais como eclipses, solstícios, equinócios etc.. As causas físicas dos movimentos, as forças da natureza por trás deles não interessavam ao astrônomo"*(1) . Um reflexo bastante contundente da dicotomia entre estas duas ciências está espelhado no sistema de Copérnico que, tal como o ptolomaico, quatorze séculos antes, limitava-se somente à descrição cinemática do movimento.

A física do impetus, atribuída como causa da possível rotação da Terra e de outros corpos celestes, por filósofos do século XIV, estendia ao céu um conceito extraído do movimento quotidiano terrestre, é bem verdade, mas representava uma idéia de repercussão limitada junto ao meio acadêmico, pois a própria questão da rotação da Terra não estava ainda resolvida, permanecendo, para muitos, no campo da hipótese.

O fim do divórcio entre a astronomia e a física teve início com Johannes Kepler (1571-1630) que, desde a mocidade, se sentiu fortemente atraído pelo sistema copernicano. Procurando justificar por que as velocidades orbitais dos planetas decrescem segundo a ordem em que distam do Sol, Kepler considera o Sol não apenas fonte de luz e calor e referencial para as órbitas planetárias, mas também o agente responsável pelo movimento dos planetas. *"Se o Sol se acha no centro do mundo, é preciso que os movimentos dos planetas não sejam ordenados em relação a ele de uma maneira geométrica ou ótica, como em Copérnico, mas também de uma maneira física e dinâmica"*(2) . As diferentes velocidades dos planetas, então, se devem a diferentes <u>forças</u> exercidas pelo Sol sobre cada planeta, que diminuem com a distância destes astros ao Sol.

Universalizando o conceito de força, isto é, aplicando ao 'domínio celeste' um conceito extraído da mecânica terrestre, e procurando entendê-lo tanto qualitativa como quantitativamente, Kepler inaugura o estudo da física do sistema solar. Ao fazer isso ele vai contra a praxe secular de explicar assuntos de astronomia de acordo com os métodos da astronomia, que se situavam no campo da geometria e da aritmética, nada tendo a ver com causas e hipóteses físicas.

O universo kepleriano é extenso, como sustentam os que advogam o movimento orbital da Terra, de modo a explicar a ausência de paralaxe estelar, mas finito. Os inumeráveis mundos de Giordano Bruno representam para ele especulações sem nenhum fundamento científico. Para Kepler não pode haver ordem em uma estrutura infinita, onde tudo é centro e nada tem fim.

É em bases apriorísticas que Kepler considera que o universo é um sistema sujeito a regularidades que podem ser expressas em termos quantitativos; que Deus organizou o mundo segundo leis de harmonia matemática(2); que todo conhecimento genuíno tem de ser matemático(3).

Antecipando os ideais da ciência moderna, Kepler impõe limites à especulação filosófica que deve, imprescindivelmente, compatibilizar conjecturas com o dado da experiência empírica. Devem-se a ele as famosas três leis (aproximadas) do movimento planetário. É através da lei das órbitas elípticas que, definitivamente, começa a ruir o mito do movimento circular na astronomia.

7.2 - Os sólidos perfeitos e a estrutura do universo kepleriano

A Fig.1 mostra duas circunferências e um triângulo equilátero: a circunferência menor tangencia os lados do triângulo no ponto médio de cada um; a circunferência maior contém os seus vértices. Diz-se, assim, que o triângulo equilátero está inscrito na circunferência maior e circunscreve a circunferência menor.

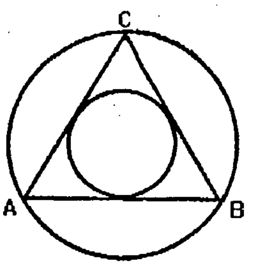


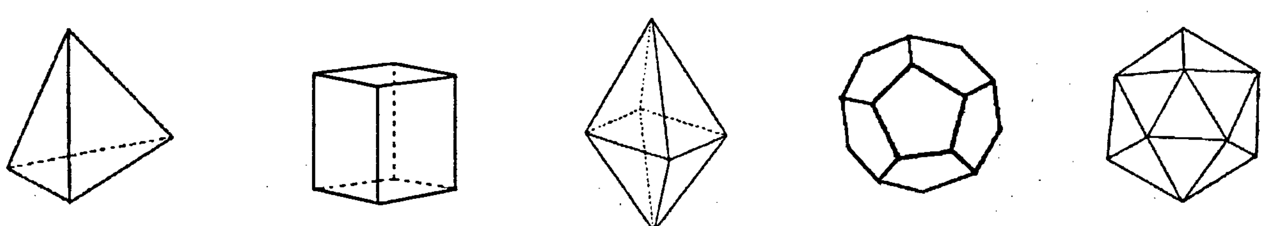
Fig.1 - A circunferência maior circunscreve o triângulo equilátero ABC que, por sua vez, circunscreve a circunferência menor.

Esta figura da geometria plana contém a essência da idéia que direcionou Kepler, aos vinte e cinco anos de idade, à construção do que ele imaginava ser o 'esqueleto invisível' do universo.

A inspiração ocorreu súbita e repentinamente a Kepler, quando, em classe, desenhava uma certa figura geométrica no quadro negro. O episódio, em si, parece evidenciar mais um exemplo de incubação seguido de iluminação (Livro 1, seção 3.5), pois o pensamento de Kepler, naquele momento, não estava voltado para o trabalho que já lhe consumira vários meses de um intenso esforço: o de descobrir alguma relação entre as óbitas planetárias tendo por base a hipótese copernicana. Conforme ele mesmo haveria de escrever mais tarde, referindo-se à singularidade da sensação de posse da chave de uma verdade da natureza, *"Jamais poderei descrever em palavras o deleite que experimentei com o descobrimento"*(4).

A idéia revolucionária envolvia a suposição de que o arranjo dos corpos celestes era regulado por figuras simétricas da geometria plana. A primeira delas, o triângulo (equilátero) vinculava as órbitas dos dois últimos planetas, inscrevendo-se na órbita de Saturno e circunscrevendo a de Júpiter. *"Tentei imediatamente inscrever, no intervalo seguinte, entre Júpiter e Marte, um quadrado, entre Marte e a Terra um pentágono, entre a Terra e Vênus, um hexágono ... "* Não logrando êxito, mas confiando nos rumos de sua intuição, ele redireciona o seu pensamento: *"Por que procurar formas bidimensionais para adaptar órbitas no espaço? É preciso procurar formas tridimensionais, e, olha, caro leitor, tens agora em mãos o meu descobrimento!"*[4]

Ocorre que desde os gregos antigos se sabia ser em número de cinco os poliedros regulares, ou seja, os sólidos cujas faces poligonais são todas iguais entre si. Conhecidos como sólidos perfeitos, dada a simetria de suas faces (Fig.2), o tetraedro (pirâmide) é constituído por quatro triângulos equiláteros; o hexaedro (cubo) por seis quadrados; o octaedro possui oito faces que reproduzem triângulos equiláteros idênticos; doze pentágonos constituem o dodecaedro e vinte triângulos equiláteros formam o icosaedro.



(a)

(b) (c) (d) (e)

Fig.2 - Os cinco poliedros regulares: (a) tetraedro, (b) hexaedro, (c) octaedro, (d) dodecaedro e o (e) icosaedro.

Os poliedros regulares podem ser inscritos em uma esfera. Isto se verifica quando todos os vértices do poliedro se situam sobre a superfície da esfera que lhe circunscreve.

Um poliedro regular tem igualmente a propriedade de circunscrever uma esfera. Neste caso, cada uma das faces do poliedro é tangenciada em seu ponto central pela superfície esférica.

Assim, Kepler julgou não se tratar de mera coincidência o fato do número de sólidos regulares corresponder ao número dos intervalos de separação entre os seis planetas, e de poderem estes sólidos inscrever e circunscrever esferas. Em sua obra o "Mysterium cosmographicum" ("Mistério cósmico"), publicada em 1596, Kepler inscreve e circunscreve os cinco sólidos regulares (Fig.3) em esferas, intercalando-os numa seqüência pertinente e com as dimensões apropriadas, visando o acordo entre as distâncias médias dos planetas ao Sol e os raios destas esferas. A disposição estabelecida por Kepler foi a seguinte (Fig.4):

Esfera de Saturno

Hexaedro regular (Cubo)

Esfera de Júpiter

Tetraedro regular (pirâmide)

Esfera de Marte

Dodecaedro regular

Esfera da Terra

Icosaedro regular

Esfera de Vênus

Octaedro regular

Esfera de Mercúrio

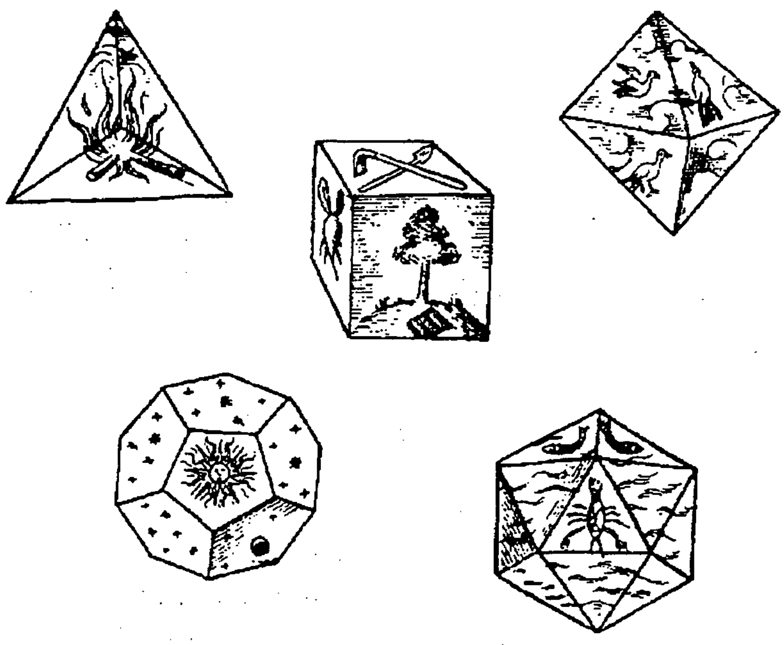


Fig.3 - Os sólidos regulares 'keplerianos', como constam na obra "Harmonice Mundi" (A harmonia do mundo), publicada em 1619. (Extraída da referência 5.)

Ou seja, a esfera de Saturno circunscreve o hexaedro regular; o cubo, inscrito na esfera de Saturno, circunscreve à esfera de Júpiter, que circunscreve o tetraedro regular e assim por diante, até chegar à esfera de Mercúrio, que está inscrita no octaedro regular.

Sendo a distância dos planetas ao Sol variável, cada esfera tem uma espessura. As paredes interna e externa da carapaça esférica que delimita o movimento de um planeta são determinadas, respectivamente, pelos afastamentos mínimo e máximo do planeta ao Sol.

Evidentemente, Kepler não acreditava na existência real destas esferas planetárias;

tampouco atribuía realidade física aos sólidos que as separavam. A harmonia do universo, contudo, só pode ser entendida em termos matemáticos, e é isto que está vivamente presente no pensamento de Kepler, desde os seus primeiros estudos.

A certeza a priori de uma intuição claramente pitagórica, que se centra em argumentos de simetria e aposta na simplicidade do 'funcionamento' da natureza, que aspira a compreensão dos segredos do universo em termos matemáticos, geométricos, quantitativos, dá toda a sensação a Kepler de ter encontrado a resposta do porquê serem seis, 'e não vinte ou cem', os planetas do sistema solar e de distarem estes astros um do outro da forma como o fazem.

Mas o lado místico de Kepler é contrabalançado por um espírito crítico que sabe ser indispensável o confronto das idéias com o veredito da experiência. Assim, no mesmo livro em que ele diz não ter palavras para expressar o sentimento de alegria e de satisfação que se apoderou do seu espírito ao compreender o 'mistério cósmico', ele afirma, algumas páginas depois, cautelosamente, que se a determinação astronômica das órbitas não referendar a sua tese, 'terão sido inúteis todos os nossos esforços prévios' - *"a verdade ou a mentira decidida pelos fatos observados: sem transição, num único surpreendente salto, atravessamos a fronteira entre a especulação metafísica e a ciência empírica."*(6)

O modelo kepleriano do universo não suportou o confronto com os fatos, como compreenderia mais tarde Kepler, para a sua frustração, ao ter acesso ao acervo das observações precisas de Tycho Brahe.

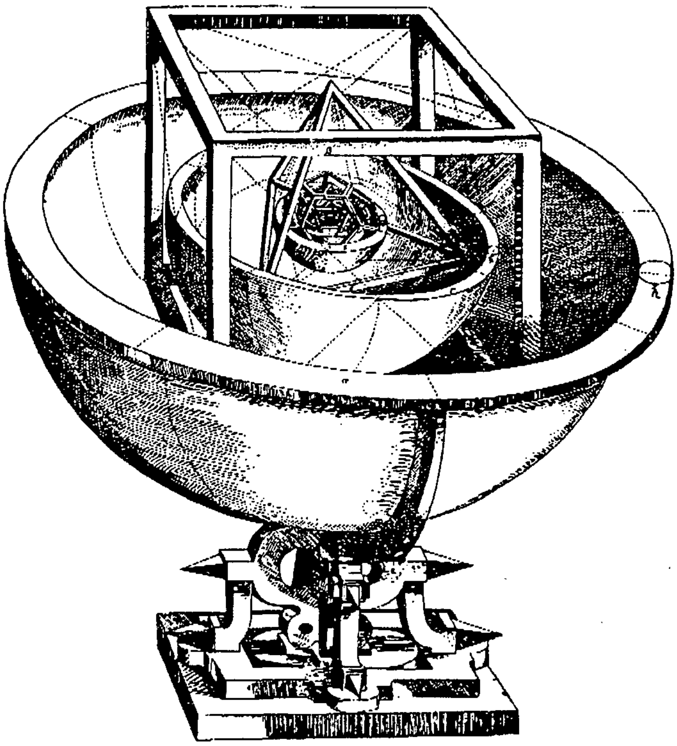


Fig.4 - O universo kepleriano.

7.3 - A lei das áreas e a lei das órbitas elípticas

Ao começar a trabalhar com Tycho Brahe, em 1600, Kepler recebeu deste conceituado astrônomo a difícil tarefa de determinar a órbita do planeta Marte, que tanto no sistema de Ptolomeu como no de Copérnico apresentava discrepâncias bastante pronunciadas entre o que previam estes modelos e a trajetória do planeta no céu, a partir de uma extensa série de observações deste astro feitas por Brahe e sua equipe durante vários anos.

Sendo um copernicano, Kepler, a contragosto, iniciou a sua missão adotando como referencial teórico o modelo tychoniano - um meio termo, como se viu (seção 4.7), entre o sistema copernicano e o ptolomaico, 'recomendado a todos que relutavam em antagonizar a ciência acadêmica mas que desejavam salvar os fenômenos'[7] - . Ao fim de muitas tentativas, ele concluiu que não era possível ajustar os dados de que dispunha a nenhuma órbita circular, como almejava Brahe. Voltou-se, então, para o sistema copernicano.

Mantendo o círculo da astronomia grega, Kepler buscou o acordo com os dados utilizando o modelo do equante (Fig.5), refutado por Copérnico. O que ele precisava então encontrar era o raio da órbita circular, a direção (em relação às estrelas fixas) da reta que passa pelos pontos de aproximação máxima e mínima de Marte relativamente ao Sol (afélio e periélio, respectivamente) e a posição de três 'pontos' sobre esta reta: o centro da órbita marciana, o ponto equante e a localização do Sol.[8]

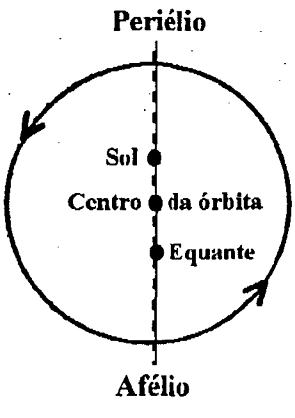


Fig.5 - O modelo do equante, utlilizado por Kepler na procura de uma órbita circular para Marte. (Adaptada da referência 8.)

Após um extenso e árduo trabalho, Kepler concluiu que algumas posições previstas teoricamente para o planeta apresentavam uma discordância de 8 minutos de arco em relação às observações de Brahe. Ptolomeu e Copérnico podiam aceitar uma discrepância entre observação e teoria desta magnitude, pois as observações de que se valeram para o teste de suas teorias apresentavam uma margem de erro de dez minutos de arco. Mas não Kepler, apoiado em medidas que ele não colocava em dúvida e cuja precisão se situava em torno dos quatro minutos de arco.

O seu pouco convívio com Tycho, que morreu em 1601, fora suficiente para mostrar a Kepler a obstinação e o cuidado deste astrônomo com relação às medidas que registrara. A diferença entre observação e teoria indicava, assim, que o seu modelo tinha que ser modificado ou mesmo abandonado. Para alterá-lo, ele teria que aumentar a sua complexidade matemática, o que o levaria a mais um daqueles sistemas puramente geométricos (como os de Ptolomeu e Copérnico), sem realidade física. Kepler, que desejava encontrar uma órbita que refletisse a real trajetória de Marte no céu e acreditando na simplicidade da natureza, optou, então, por abandonar o seu modelo. Assim, *"uma teoria construída sobre anos de trabalho e tormento foi imediatamente deixada de lado por uma discordância de oito míseros minutos de arco. Em vez de amaldiçoá-los como uma pedra de tropeço, Kepler transformou-os na pedra fundamental de uma nova ciência"*[(9)].

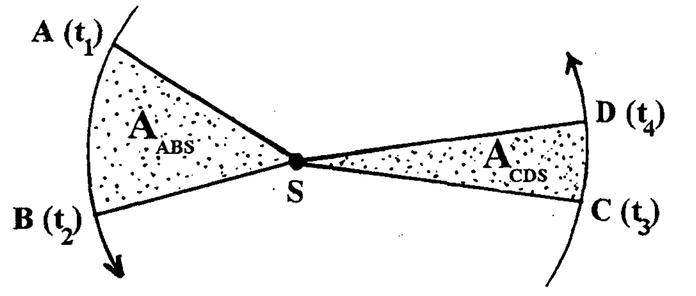
Este momento da obra de Kepler ilustra, com rara propriedade, a marca de um novo tempo na história da ciência, em que se define como condição fundamental à plena aceitação de uma teoria a sua harmonia com o fato empírico: *"Anteriormente, quando um pormenor de menos peso não se ajustava a uma hipótese de maior importância era dissimulado ou posto fora. Esta indulgência consagrada pelo tempo deixa de ser permissível."*[(9)] Começam a soprar os ventos de uma nova era de 'austeridade e rigor' na ciência.

Fiel à crença do heliocentrismo e baseado nos dados observacionais de Brahe, Kepler percebeu que um novo ponto de partida para a correta determinação da órbita de Marte passava, primeiro, por uma acurada determinação da forma da órbita da própria Terra, pois as observações de Marte haviam sido realizadas a partir de uma Terra em movimento e não estacionária, como o imaginava Brahe. Assim, ele poderia saber as posições de Marte em relação à Terra nas datas em que foram feitas as observações do planeta vermelho.

"A órbita que Kepler encontrou para a Terra era muito próxima de um círculo, com o Sol um pouco deslocado do ponto central. Pelo seu traçado e a partir dos registros das posições aparentes do Sol para cada data do ano ele pode localizar a posição da Terra na sua órbita e [estimar] a sua velocidade ao longo da mesma"[(10)]. Deste modo, Kepler constatou que a Terra se movimentava mais rapidamente quando estava mais próxima do Sol. Isto significava que, para um mesmo intervalo de tempo, os comprimentos dos arcos por ela descritos para pontos de sua órbita mais afastados do Sol eram menores do que aqueles por ela determinados quando estava mais próxima do mesmo. A Fig.6, que mostra dois trechos da órbita da Terra, ilustra este fato. O que Kepler descobriu de extraordinário a partir desta constatação[+] foi que uma linha traçada da Terra ao Sol gerava áreas iguais em iguais intervalos de tempo ($A_{ABS} = A_{CDS}$, na Fig. 6). Mesmo sem ainda conhecer a órbita de Marte, Kepler constatou que esta mesma 'regra' também se aplicava a este planeta. *"Acredita-se que Kepler tenha de fato calculado tais áreas somente*

[+] Superpondo erros que, cancelando-se mutuamente, terminaram por conduzí-lo ao resultado correto.

para as posições mais próximas e mais distantes dos planetas Terra e Marte; contudo, a simplicidade e beleza desta relação levou-o a concluir pela sua validade geral, isto é, para todas as partes das órbitas".[10]



$$\Delta t = t_2 - t_1 = t_4 - t_3$$

$$AB \succ CD$$

$$A_{ABS} = A_{CDS}$$

Fig.6 - Para um mesmo intervalo de tempo ($t_2 - t_1 = t_4 - t_3$), a Terra move-se mais rapidamente no trecho *AB* e mais lentamente no trecho *CD* de forma a que as áreas *ABS* e *CDS* sejam iguais.

Havia sido descoberta, então, a primeira propriedade que se mantinha constante no movimento de um planeta (pois se valia para a Terra e para Marte deveria se aplicar, também, ao movimento de qualquer outro planeta): "Uma linha traçada do Sol a um planeta varre áreas iguais em iguais intervalos de tempo". Esta é a segunda lei de Kepler do movimento planetário ou lei das áreas.

Restava ainda a Kepler descobrir a forma da órbita de Marte. O que era evidente, pela lei das áreas, é que seu formato deveria ser ovalado, o que representava nada mais nada menos que a destruição por completo de um mito de dois mil anos de crenças e associações do movimento circular ao movimento dos planetas.

Para determinar a órbita de Marte, Kepler utilizou dados observacionais deste planeta separados por um período marciano. Pelo fato da Terra se encontrar em diferentes posições da sua órbita para um dado período de Marte, a intersecção das retas que passam pelos dois planetas especifica uma posição de Marte em sua órbita (Fig.7). Assim, Kepler conseguiu obter vários pontos da órbita que ele precisava determinar. Após muitos meses de trabalho ele concluiu que a órbita de Marte em torno do Sol era uma elipse, uma cônica cujas propriedades já eram conhecidas desde o século II antes de Cristo.

Deve-se ressaltar que *"o que Kepler descobriu não foi simplesmente que a órbita de Marte é uma elipse, uma descoberta extraordinária por si só, mas também que o Sol está em um dos focos (o outro está vazio)"*[11] Kepler acabou estendendo este resultado aos demais planetas em sua lei das órbitas elípticas, também conhecida como a primeira lei de Kepler do movimento planetário: "Cada planeta do sistema solar tem por órbita uma elipse com o Sol num dos focos".

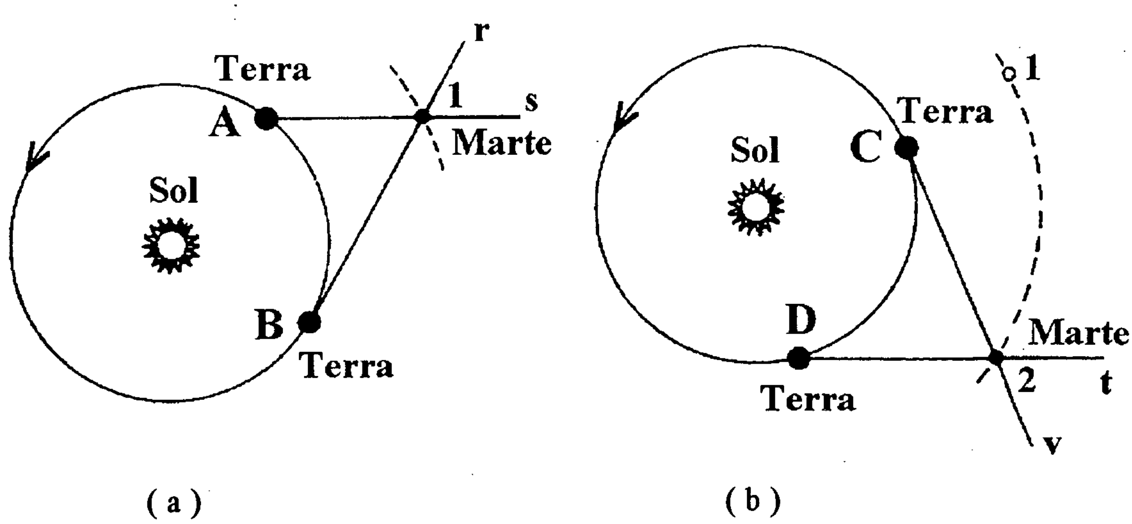


Fig.7 - A ilustração (a) mostra as posições A e B ocupadas pela Terra em sua órbita após um período marciano (durante este tempo a Terra não chega a executar duas voltas completas). As intersecções das semiretas r e s especificam um ponto da órbita de Marte em torno do Sol (ponto 1). A determinação de um outro ponto desta órbita (b) exige um novo par de dados observacionais de Marte separados de um período e o conhecimento das respectivas posições da Terra em sua órbita neste intervalo de tempo. (Adaptada da referência 12.)

7.4 - A elipse: elementos e excentricidade

A elipse é uma curva fechada, plana, obtida pela intersecção de um plano com um cilindro ou cone circulares, da maneira mostrada na Fig.8.

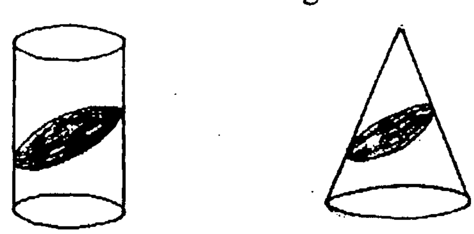


Fig.8 - A elipse.

O seu traçado pode ser feito de uma maneira bastante simples, com o auxílio de dois suportes fixos, um fio e um lápis, como indica a Fig.9. À medida que o lápis se movimenta, sujeito ao vínculo do fio que está preso aos dois suportes F_1 e F_2, ele gera o lugar geométrico dos pontos que caracterizam a elipse. Como se observa, para cada ponto P da elipse vale a relação $PF_1 + PF_2$ = constante = comprimento do fio.

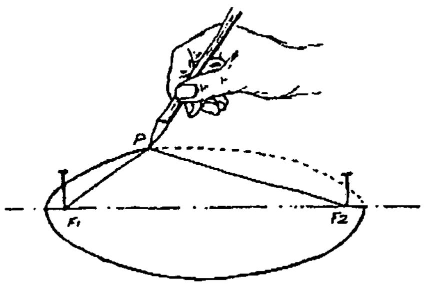
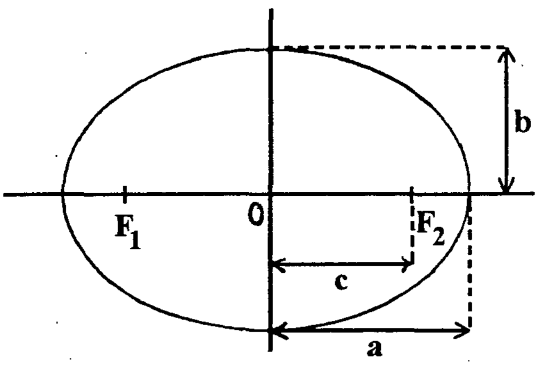


Fig.9 - O traçado de uma elipse.

A Fig.10 mostra os elementos de uma elipse. Os parâmetros a, b e c estão relacionados através da equação

$$a^2 = b^2 + c^2 \quad . \tag{1}$$



F_1 e F_2 : focos
a : semieixo maior
b : semieixo menor
c : metade da distância entre os focos

Fig.10 - Elementos de uma elipse.

Para demonstrar a eq. (1), considere os pontos P e P' da elipse apresentada na Fig.11 e a distância de cada um deles aos focos, que é constante. Assim,

$$PF_1 + PF_2 = P'F_1 + P'F_2 = \text{constante} \quad . \tag{2}$$

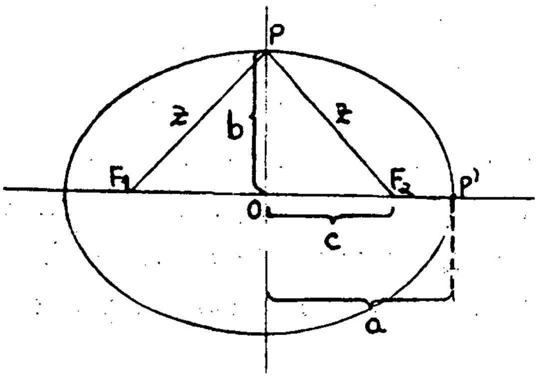


Fig.11 - O parâmetro z, nesta elipse, especifica a distância do ponto P aos focos F_1 e F_2 e se constitui em uma grandeza auxiliar para a demonstração da eq. (5).

Expressando estas distâncias em função de a, c e z, obtém-se:

$$z + z = (a + c) + (a - c) \quad ,$$

$$2z = 2a \quad ,$$

$$z = a \quad . \qquad (3)$$

Do triângulo retângulo de catetos b e c e hipotenuza z, resulta

$$z^2 = b^2 + c^2 \quad . \qquad (4)$$

De (3) em (4),

$$a^2 = b^2 + c^2 \quad , \qquad (5)$$

como se queria demonstrar.

A excentricidade de uma elipse, e, que determina o seu maior ou menor grau de achatamento, é definida por

$$e = \frac{c}{a} \quad . \qquad (6)$$

Quando $c = 0$, $a = b$ e $e = 0$. Neste caso, os dois focos coincidem e a curva resultante apresenta todos os pontos equidistantes do ponto central. A circunferência, portanto, é uma elipse de excentricidade nula. Quanto mais próximo de a for o valor de c, isto é, quanto mais próximo de 1 for a excentricidade de uma elipse, mais achatada será a sua forma (Fig.12). No caso limite de $c = a$, ou $e = 1$, os focos delimitam um segmento de reta.

7.5 - A excentricidade dos planetas do sistema solar

Dos planetas conhecidos até Kepler, Mercúrio é o que apresenta a maior excentricidade (e = 0,206). Seguem-se, em ordem decrescente, Marte (e = 0,093), Saturno (e = 0,056), Júpiter (e = 0,048), Terra (e = 0,017) e Vênus (e = 0,007)[+]. Com estas pequenas excentricidades, as órbitas planetárias apresentam-se como quase circulares. Estes dados, e o perfil das elipses mostradas na Fig.12, dão uma idéia das dificuldades encontradas por Kepler para chegar à elipse como curva representativa da trajetória de Marte (e, por extensão, dos demais planetas) em torno do Sol. Conforme ele próprio menciona na sua "Nova astronomia", *"Creio que foi um ato da Divina Providência ter eu chegado exatamente na hora em que Longomontanus* se entretinha* (já

[+] As excentricidades das órbitas dos planetas Urano, Netuno e Plutão, descobertos em 1781, 1846 e 1930, são, respectivamente, 0,047, 0,009 e 0,249.

[*] Membro da equipe de Brahe, a quem Kepler vai substituir no estudo de Marte.

desanimado face a complexidade da tarefa) *com Marte. Sim, porque somente Marte é que nos permite penetrar os segredos da astronomia, os quais, diversamente, nos ficariam ocultados para sempre*"(13).

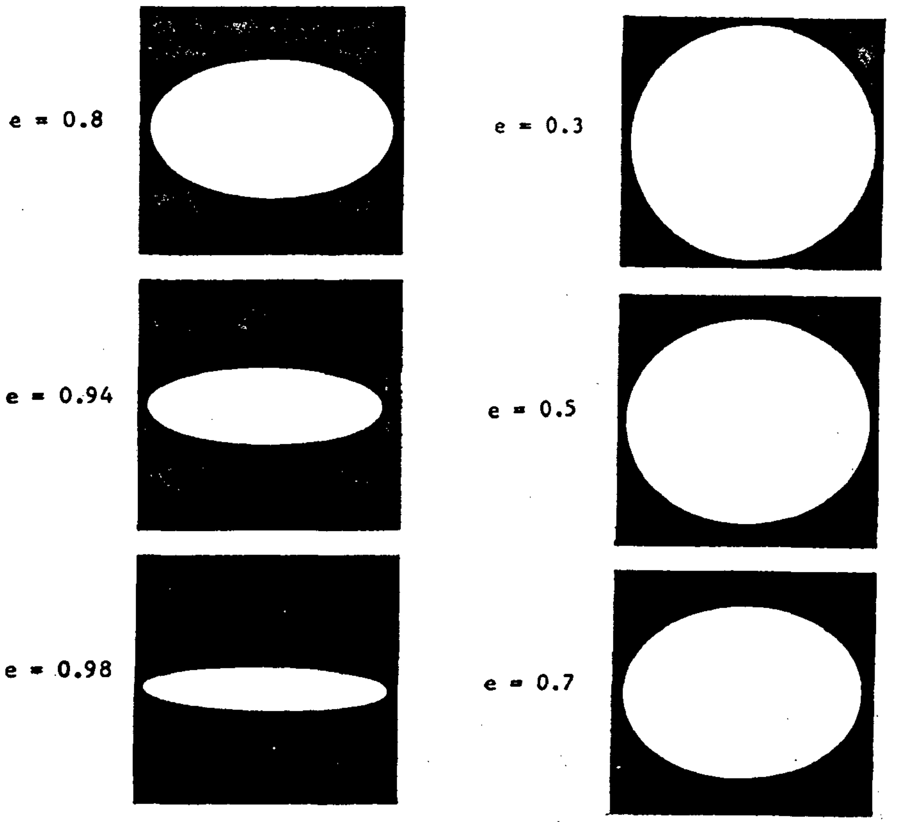


Fig. 12 - Elipses de diversas excentricidades. (Extraída da referência 11.)

7.6 - A lei dos períodos

As duas primeiras leis de Kepler foram publicadas em 1609, em seu livro "Nova astronomia". Somente em 1618 é que resulta divulgada a sua terceira lei, na obra "Harmonice mundi" (A harmonia dos mundos). O fato das velocidades orbitais dos planetas decrescerem com a distância ao Sol, com o conseqüente aumento dos correspondentes períodos de revolução, fez Kepler intuir que deveria haver uma relação de dependência entre estes dois parâmetros do movimento planetário. De fato, tal relação existe e Kepler a encontrou para a sua satisfação pessoal, já que ansiava por alguma lei que 'ligasse', por assim dizer, as diversas órbitas planetárias. A lei dos períodos ou terceira lei de Kepler, como veio a ser conhecida, tem o seguinte enunciado: "A razão entre o cubo da distância média de um planeta ao Sol e o quadrado do seu período de revolução é a mesma para todos os planetas do sistema solar." Assim,

$$\frac{\bar{r}^3}{T^2} = K \quad , \tag{7}$$

onde K é uma constante que tem o mesmo valor para todos os planetas.

A distância média de um planeta ao Sol é igual à metade da distância entre o periélio e o afélio, pontos, respectivamente, de menor e de maior afastamento do planeta em relação ao Sol. Em outras palavras, $\bar{r}$ é igual ao semi-eixo maior da órbita elíptica (Fig.13). Isto é,

$$\bar{r} = \frac{d_{min} + d_{máx}}{2} \quad ,$$

$$\bar{r} = \frac{(a - c) + (a + c)}{2} \quad ,$$

$$\bar{r} = a \quad . \tag{8}$$

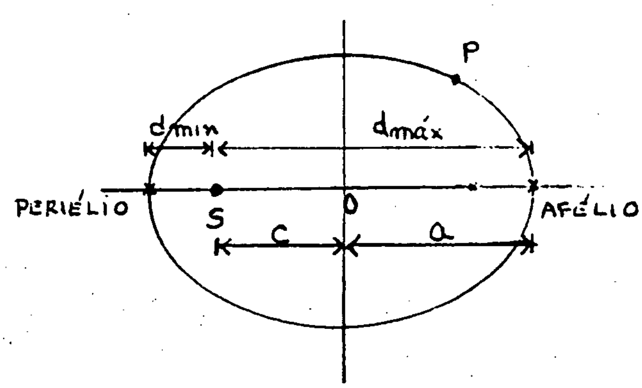


Fig.13 - A distância média de um planeta ao Sol é igual ao semi-eixo maior da órbita elíptica do planeta.

7.7 - A física celeste kepleriana

Com a lei das órbitas elípticas chega finalmente ao fim o mito da associação de movimentos circulares aos planetas. Já a lei das áreas explica porque um planeta se movimenta com velocidade variável em sua órbita. A lei dos períodos, por outro lado, relaciona o tempo de revolução com a distância média de um planeta ao Sol. Mas e quanto à causa do movimento planetário? Isto é, que tipo de força proveniente do Sol vincula os planetas a órbitas elípticas e faz com que as suas velocidades orbitais decresçam segundo a ordem em que dele distam? Qual o mecanismo de ação desta força e como ela varia com a distância Sol-planeta? Ao lidar com estas questões, Kepler foi influenciado pela obra do físico inglês William Gilbert (1540-1603) sobre o magnetismo, "De Magnete", publicada em 1600.

Para Gilbert, a Terra era um gigantesco ímã envolto por uma camada superficial de água, solo e rochas. A ação deste ímã sobre a matéria ordinária impedia os corpos de se projetarem para o espaço, assegurando a unidade da Terra como um todo. Em outras palavras, era o magnetismo que mantinha a matéria coesa e reunida. De acordo com esta concepção, a queda de uma pedra para o solo se devia a uma força magnética exercida pela Terra sobre a pedra. Esta força, no entanto, não envolvia nenhuma ação à distância entre a Terra e a pedra . Um 'fluido' sutil era o agente mediador desta interação.

Através de experiências com ímãs de diferentes tamanhos e formas, Gilbert constatou que quanto maior era o tamanho de um ímã (isto é, quanto maior era a sua massa), mais longe se fazia sentir os seus efeitos. No caso da Terra, face às suas dimensões, significava que ela poderia exercer influência sobre corpos bem distantes, como a Lua, por exemplo.

Gilbert também observou que a ação entre dois ímãs era recíproca: não era apenas o corpo de maior massa que atraia o menor; ambos se atraíam. Desta forma, se a Terra exerce uma força magnética sobre a Lua, a Lua também exerce uma força magnética sobre a Terra. A ação é mútua, mas as intensidades das forças são diferentes. O corpo de maior massa é quem exerce maior força.

A gravidade de Gilbert é um conceito novo, diferente da gravidade copernicana. Enquanto que para Copérnico, como se recorda, a gravidade é simplesmente uma inclinação natural da matéria para se concentrar numa esfera, para Gilbert são pedaços concretos de matéria que são considerados como centros de gravidade, exercendo entre si forças de natureza magnética.

O trabalho de Gilbert se restringiu à experimentação e à discussão qualitativa. Os resultados de suas experiências e conjecturas sobre a força magnética não foram matematizados. Mesmo assim, seus estudos são parte integrante do caminho que leva à moderna teoria da gravitação. À sua época, e mesmo depois, foi também bastante considerado por aqueles para quem o fenômeno das marés indicava uma clara influência da Lua sobre a Terra.

Kepler, como Gilbert, também considerou a Terra como um grande ímã, que atraía os corpos para a sua superfície por meio de forças magnéticas. Foi igualmente adepto da ação recíproca entre dois corpos. Segundo suas próprias palavras, *"Se duas pedras fossem colocadas em qualquer lugar do espaço, uma perto da outra, e fora do alcance de um terceiro corpo cognato, unir-se-iam, à maneira dos corpos magnéticos, num ponto intermediário, aproximando-se cada uma da outra em proporção a massa da outra."*[(14)] Mas o interesse de Kepler estava no Sol e nos planetas, na explicação do mecanismo físico do sistema solar, e não na Terra.

"A fim de explicar o movimento dos planetas, Kepler supôs que o Sol emitia eflúvios magnéticos que, à semelhança dos raios de uma roda, giravam com ele no plano de rotação dos planetas. Essas emanações magnéticas os impeliam em seus cursos devido a forças tangenciais."[(15)] Como se observa, força e velocidade estão intimamente relacionados no pensamento de Kepler, que desta forma não pode aceitar um movimento sem força. Por outro lado, estas forças, que como braços gigantes arrastam os planetas em suas órbitas, devem sua existência ao movimento de rotação do Sol. Se o Sol não girasse, nenhum planeta poderia se mover em torno dele.

Analogamente para o sistema Terra-Lua: se a Terra não girasse, a Lua não poderia se mover em torno da Terra.

Ao especular sobre as razões de serem elípticas as órbitas dos planetas, Kepler descreveu o Sol como um enorme ímã esférico com um polo no centro e o outro distribuído sobre a sua superfície e os planetas como magnetos bipolares. Apresentando eixos com orientação fixa no espaço, cada planeta seria então alternadamente atraído e repelido pelo Sol, e a circularidade de sua órbita deformada em uma elipse, conforme 'apontasse' para o Sol, no curso de sua órbita, o polo que por atração o aproximaria ou por repulsão o afastaria do mesmo.[15.16]

As discussões de Kepler sobre os 'mecanismos' do sistema solar e suas causas não ficaram restritas apenas ao nível qualitativo. Ao buscar uma relação de dependência da força atrativa do Sol com a distância, Kepler inicialmente supôs que a intensidade desta força variava com o inverso do quadrado da distância média do planeta ao Sol. As 'conseqüências' desta variação, no entanto, fizeram Kepler mudar de idéia. Uma força do tipo $1/r^2$, deveria 'espalhar-se' em todas as direções através do espaço, como ocorre com a luz, e não apenas restringir sua ação ao plano das órbitas planetárias, como ele julgava ocorrer.

Com as leis das áreas e a proporcionalidade entre força e velocidade da física aristotélica Kepler obteve a dependência de F com r. Através da sua segunda lei constatou que para qualquer ponto da órbita elíptica de um planeta o produto da velocidade do planeta neste ponto pela sua distância ao Sol é uma constante. Isto é,

$$rv = \text{constante} \quad . \qquad (11)$$

Assim,

$$v \propto \frac{1}{r} \quad . \qquad (12)$$

Da proporcionalidade entre força e velocidade da física aristotélica,

$$F \propto v \quad , \qquad (13)$$

da qual Kepler compartilha, segue que

$$F \,\alpha\, \frac{1}{r} \quad . \qquad (14)$$

O que importa ser ressaltado, aqui, é o esforço e a originalidade da abordagem dinâmica do sistema solar desenvolvida por Kepler e não, evidentemente, o conteúdo específico da sua física que não está correto. De qualquer modo, é de inquestionável importância a contribuição científica de Kepler na escalada dos conhecimentos que culmina com a lei da gravitação universal newtoniana.

7.8 - Epílogo: a aceitação científica das leis de Kepler

Atribuindo à órbita dos planetas uma curva que jamais havia sido cogitada por qualquer estudioso, até então, Kepler se insurgia contra um dogma da ciência - o do movimento circular. Sua condição de copernicano confesso, além disso, atraía, naturalmente, uma maior rejeição a qualquer de suas idéias. Em decorrência disso, a elipse kepleriana não podia ser vista de outra forma senão com desconfiança e má vontade pelos conservadores que sentiam ameaçados/questionados valores fundamentais da sua ciência.

Mesmo os copernicanos, em que pese todas as entusiastas exaltações de Kepler ao Sol, como regente da marcha planetária, viram com cautela e reservas o surgimento da aplicação revolucionária ao movimento orbital daquela oval que, há tanto tempo, Apolonio de Perga havia dissecado as propriedades.

Galileu, por exemplo, nunca se referiu às leis de Kepler em seus textos científicos, nem para elogiá-las nem para criticá-las.(17).

A aparentemente paradoxal 'reação' copernicana a Kepler, além da novidade em si, que contrariava o dogma, pode estar relacionada à reintrodução, em uma parte de seu trabalho, como se viu, do ingrediente da astronomia ptolomaica que Copérnico sempre rejeitou com grande veemência - o equante.(18).

Até a publicação da primeira edição da obra-prima de Newton, em 1687 - o "Philosophiae naturalis principia mathematica" (Princípios matemáticos de filosofia natural"), o Principia, como abreviadamente ficou conhecido - foi bastante diversificada a aceitação das três leis de Kepler no contexto científico.

A terceira lei não sofreu praticamente objeções, por ser de fácil comprovação e exprimir um resultado sem qualquer conseqüência catastrófica aos costumes vigentes.

A lei das órbitas elípticas, obtida 'rigorosamente' por Kepler para Marte, não podia ser 'simplesmente' estendida aos demais planetas por um processo de generalização indutiva de uma única 'experiência'. Mesmo assim, apareceu enunciada em alguns livros de astronomia. Neles, *"a nova elipse kepleriana se harmonizava com a tradicional astronomia epicíclica mediante à sua construção não como uma seção de um cone (ao estilo de Apolônio), nem como um lugar relativo a dois pontos (ao estilo de Kepler), mas sim como a curva traçada por um epiciclo com período de rotação igual ao período de revolução do seu centro ao longo do deferente"*(19).

Com relação a lei das áreas, pode-se dizer que permaneceu ignorada.(19).

É somente quando Newton mostra, no Principia, o significado físico e as condições de generalidade e aplicabilidade da cada uma das leis de Kepler, deixando inequivocamente clara a relevância deste conhecimento na estruturação de uma nova física, que o valor científico destas leis, dentro do contexto de sua aplicabilidade, é finalmente reconhecido.

Por outro lado, não se pode julgar ou taxar Kepler como um empirista-indutivista a partir do seu procedimento na formulação da primeira lei. O tratamento que ele dispensa aos dados, como se viu, está impregnado de teorias (o modelo tychonico, o modelo copernicano, a tentativa com o equante...). Um outro episódio pouco comentado de seus estudos, em que Kepler prova que o plano da órbita de Marte não oscila no espaço, como previa a teoria copernicana, ilustra com bastante ênfase a presença de uma concepção teórica forte e previamente estruturada submetida ao teste dos dados. Assim, a partir das observações de Brahe, Kepler prova que o ângulo entre os planos das órbitas terrestres e marciana é constante e igual a 1^0 50', contendo ambos o Sol. Rejubilando-se com a sua demonstração, ele afirma que *"as observações postaram-se ao lado das minhas idéias concebidas de antemão, como fizeram muitas vezes antes*+*"*(20).

7.9 - Perguntas e respostas

1. Para Kepler, tal como a Aristóteles, a persistência, e a própria existência, do movimento de um corpo está direta e necessariamente ligada à ação de uma força motora sobre ele. Kepler, contudo, entre outras coisas, rejeita os lugares naturais aristotélicos em favor de um espaço homogêneo, sem direções privilegiadas. Neste espaço, se um corpo está em repouso ele assim permanece, só modificando esta situação por uma causa externa (força). Ora, Kepler relaciona a força da gravidade como uma espécie de força de atração magnética exercida pela Terra sobre os corpos. De acordo com esta concepção, como ele rebate o argumento contrário ao movimento da Terra apresentado pelos que afirmam não se atrasar nem se adiantar em relação a origem do lançamento um corpo projetado verticalmente para cima?

Segundo Kepler, era justamente por desconhecerem, ou não entenderem/aceitarem esta ação magnética da Terra sobre os corpos que se manifestavam oposições ao movimento da Terra com base na queda dos corpos. Um projétil arremessado verticalmente para cima cai no mesmo lugar do lançamento porque a Terra arrasta consigo, em seu movimento, todos os corpos, mesmo aqueles que não compartilham com ela de um contato físico. Ou seja, é devido à existência desta força magnética de atração que se estabelece uma unidade física entre a Terra e as nuvens, os pássaros e os corpos deixados cair ou projetados. Fique bem claro: esta explicação não sustenta nenhuma ação à distância (à futura moda newtoniana) da Terra sobre os corpos - as pedras, as nuvens, o ar etc. encontram-se ligados à Terra por espécies de 'laços ou correntes magnéticas' imperceptíveis à sensação humana.(21)

+ Grifo meu.

7.10 - Referências Bibliográficas

1. KOESTLER, A. O homem e o universo. São Paulo, IBRASA, 1989. p.187.
2. KOYRÉ, A. As etapas da cosmologia científica. In: KOYRÉ, A. Estudos de história do pensamento científico. Brasília, Universidade de Brasília, 1982. p.88.
3. BURTT, E.A. As bases metafísicas da ciência moderna. Brasília, Universidade de Brasília, 1991. p.46.
4. KEPLER, J. Mysterium cosmographicum (Prefácio ao leitor). Citado por KOESTLER, A. Referência 1, pp.168-172.
5. RUTHERFORD, F.J., HOLTON, G. & WATSON, F.G. The projecto physics course. New York, Holt, Rinehart and Winston, 1970. p.55.
6. KOESTLER, A. Referência 1, p.174.
7. KOESTLER, A. Referência 1, p.203.
8. KOESTLER, A. Referência 1, p.219.
9. KOESTLER, A. Referência 1, p.221.
10. RUTHERFORD, F.J., HOLTON, G. & WATSON, F.G. Referência 5, p.58.
11. RUTHERFORD, F.J., HOLTON, G. & WATSON, F.G. Referência 5, p.61.
12. RUTHERFORD, F.J., HOLTON, G. & WATSON, F.G. Referência 5, p.59.
13. KOESTLER, A. Referência 1. Citação, p.215.
14. KOESTLER, A. Referência 1. Citação, p.231.
15. MASON, S.F. História da ciência: as principais correntes do pensamento científico. Porto Alegre, Globo, 1962. pp.154-155.
16. HOLTON, G. Johannes Kepler's universe: its physics and metaphysics. American Journal of Physics, 24 (5): 340-351, 1956.
17. COHEN, I.B. O nascimento de uma nova física. Lisboa, Gradiva, 1988. p.178.
18. COHEN, I.B. Referência 17, pp.178-179.
19. COHEN, I.B. La revolución newtoniana y la transformación de las ideas científicas. Madrid, Alianza Editorial, 1983. pp.247-248.
20. KOESTLER, A. Referência 1. Citação, p.217.
21. KOYRÉ, A. Estudos galilaicos. Lisboa, Publicações Dom Quixote, 1986. pp.232-235.

Anexo 3

Livro 3

Força e movimento: de Descartes a Newton

As concepções espontâneas, a resolução de problemas e a história e filosofia da ciência em um curso de mecânica

Livro 3

Força e movimento: de Descartes a Newton

Luiz O.Q. Peduzzi

Departamento de Física
Centro de Ciências Físicas e Matemáticas
Pós-graduação em Educação: Ensino de Ciências Naturais
Centro de Ciências da Educação
Universidade Federal de Santa Catarina
e-mail : peduzzi@fsc.ufsc.br

Florianópolis - SC
Fevereiro/1998

A Luiza, minha filha querida.

Sumário

Introdução

Introdução , 1
Referências Bibliográficas , 4

1. O mecanicismo cartesiano

1.1. Introdução , 5
1.2 A 'verdade evidente' em Descartes , 5
1.3 O princípio da inércia , 7
1.4 A explicação mecânica da gravidade , 8
1.5 Referências Bibliográficas , 11

2. Sobre a questão da conservação da quantidade de movimento e da 'força viva' em colisões frontais e a emergência de uma nova dinâmica

2.1 Introdução , 13
2.2 A quantidade de movimento - uma grandeza vetorial , 13
2.3 Choque perfeitamente inelástico , 14
2.4 Choque elástico , 16
2.5 A medida de uma 'força' , 19
2.6 A conservação da 'força viva' , 22
2.7 A conservação da quantidade de movimento em uma colisão: os estudos newtonianos , 23
2.8 A concepção clássica de força , 26
2.9 A relação $\bar{F} = d\bar{p}/dt$, 28
2.10 O peso de um corpo , 30
2.11 Perguntas e respostas , 31
2.12 Questões , 33
2.13 Referências Bibliográficas , 34

3. Uma introdução didática às leis de Newton

3.1 Introdução , 35
3.2 A primeira lei de Newton , 35

3.3 O movimento circular uniforme - uma descrição qualitativa , 40
3.4 Sobre observadores inerciais , 43
3.5 A relação $\vec{F} = m\vec{a}$, 43
3.6 A segunda e a terceira leis de Newton , 53
3.7 Física newtoniana x teoria do impetus , 54
3.8 Unidades de massa e força , 55
3.9 A física intuitiva e as dificuldades conceituais dos estudantes em relação às leis de Newton , 57
3.10 Exemplos de aplicação das leis de Newton , 64
3.11 Questões , 80
3.12 Referências Bibliográficas , 84

4. O atrito

4.1 Introdução , 86
4.2 Lei de força para o atrito de deslizamento a seco, 88
4.3 O atrito a nível microscópico: um fenômeno complexo , 92
4.4 Lei de força para o atrito estático , 94
4.5 Situações-problema sobre o atrito , 100
4.6 Questões , 112
4.7 Referências Bibliográficas , 112

5. O movimento de projéteis

5.1 Introdução , 113
5.2 O movimento vertical de um projétil: algumas situações-problema , 114
5.3 O movimento oblíquo de um projétil , 124
5.4 Dificuldades e idéias intuitivas no movimento de projéteis: os resultados de dois estudos a nível universitário básico , 130
5.5 O movimento oblíquo de um projétil: algumas situações-problema , 135
5.6 Questões , 147
5.7 Referências Bibliográficas , 150

6. O movimento circular

6.1 Introdução , 151
6.2 A aceleração de um corpo em movimento circular , 152
6.3 Força no movimento circular , 156
6.4 O equacionamento de um movimento circular uniforme , 157

6.5 O conceito de força fictícia em observadores não inerciais , 158
6.6 Exemplo de aplicação das equações de um movimento circular uniforme , 164

7. A gravitação universal newtoniana

7.1. Introdução , 167
7.2 O significado dinâmico da segunda lei de Kepler do movimento planetário , 170
7.3 A lei da força centrípeta para órbitas circulares , 174
7.4 A lei da gravitação para órbitas circulares (centro de força fixo) , 176
7.5 Aceleração da gravidade para pontos na superfície da Terra e externos a ela , 179
7.6 Aceleração da gravidade para pontos internos da Terra , 181
7.7 O sistema Terra-Lua , 183
7.8 A queda da maçã e o seu significado no contexto da gravitação universal , 185
7.9 A breve correspondência com Flamsteed e o encontro com Halley , 187
7.10 A dinâmica newtoniana como generalização das leis de Kepler - crítica à posição empirista-indutivista , 190
7.11 Epílogo: a aceitação do Principia , 195
7.12 Questões, 199
7.13 Referências Bibliográficas , 199
Quadro de Newton, feito por Godfrey Kneller em 1702, 201
Pintura a óleo de Newton por John Venderbank, 202

Introdução

Desde os tempos antigos, o movimento dos corpos e suas causas foram objeto de especulações científicas e filosóficas. A queda dos corpos, o movimento de projéteis e o movimento no vazio e suas conseqüências inerciais foram temas para os quais convergiram as discussões de muitos filósofos e estudiosos desde Aristóteles até Galileu.

Para os aristotélicos, os movimentos naturais, como o da queda dos corpos, tinham por finalidade assegurar a ordem em um universo hierarquicamente organizado, onde cada elemento possuía o seu lugar natural. A imobilidade da Terra, situada em uma posição central no universo, podia ser constatada por evidências corriqueiras do dia-a-dia, propiciadas, por exemplo, pelos pássaros que não ficam 'para trás' quando voam das árvores para o solo em busca de alimento e pelo retorno ao ponto de lançamento de um objeto projetado verticalmente para cima. As dificuldades da física aristotélica com o conceito de antiperistasis para explicar a causa física do movimento não natural de um projétil levou Hiparco a introduzir o conceito de força impressa e Buridan à teoria do impetus.

Tanto a física aristotélica (no caso de movimentos violentos) como a física da força impressa e a física do impetus mantinham a crença comum de que só era possível a permanência de um objeto em movimento se sobre ele agisse continuamente uma 'força'/impetus. Deste modo, variações na velocidade de um objeto representavam, inequivocamente, variações na intensidade da 'força'/impetus que o deslocava.

Enquanto entre os aristotélicos a presença de um meio era indispensável para que se processasse qualquer movimento, para alguns partidários da teoria do impetus, como Oresme, este não se constituía em uma condição necessária, primeiro pela forma com que um corpo era capaz de ceder um impetus a outro e segundo porque para um impetus auto-extinguível nenhum movimento poderia resultar infinito, mesmo que se efetuasse no vácuo.

O universo, para Galileu, mesmo sem as hierarquias aristotélicas e sendo muito mais amplo do que o imaginado por Copérnico, é finito. Por isso ele só admitia um movimento perpétuo em trajetórias circulares. Ao chegar à conclusão de que num movimento com aceleração constante a velocidade de um corpo varia uniformemente com o tempo e que o movimento de um objeto sob a ação da gravidade (se desprezada a resistência do ar) é o seu mais notável exemplo, Galileu desconsidera a(s) causa(s) do movimento. Assim, ele não sabe por que a queda dos corpos, sem resistência, independe de suas massas. A explicação do porquê os corpos caem, tal como hoje é aceita pela ciência, e que vai exigir uma conceituação clara e precisa do conceito de força, vem com Isaac Newton (1642-1727) e se acha inserida dentro de um amplo quadro teórico.

Com o seu "Philosophiae naturalis principia mathematica" ("Princípios matemáticos de filosofia natural"), usualmente conhecido como 'Principia', publicado em 1687, Newton protagoniza um dos mais importantes capítulos na história da física ao promover a grande transformação intelectual que deu origem à ciência moderna.

O 'Principia' está dividido em três partes ou livros.

No Livro 1, Newton desenvolve os princípios gerais da dinâmica dos corpos em movimento. Nele aparecem as suas famosas três leis:

♣ A primeira lei ou princípio da inércia define qualitativamente força, promovendo a mudança conceitual do 'tudo que se move é movido por alguma coisa', das físicas aristotélicas e do impetus, para o 'todo o corpo continua no seu estado de repouso ou de movimento retilíneo uniforme a menos que seja compelido a mudar o estado em que se encontra por forças a ele aplicadas'.

♣ A segunda lei define força, matematicamente.

♣ A terceira lei de Newton ou princípio da ação e reação caracteriza uma força fisicamente, como uma interação entre dois corpos.

O Livro 2 trata da mecânica dos fluidos, isto é, do movimento dos corpos em meios resistentes (líquidos e gases) e do movimento desses meios. *"Ao estudar questões como o movimento de esferas e cilindros em fluidos e a resistência a eles oferecida, a oscilação da água em tubos em U, a propagação de ondas na superfície da água e a velocidade do som no ar, Newton funda um novo capítulo da mecânica: a hidrodinâmica."*(1)

O Livro 3 aplica a mecânica newtoniana ao movimento dos corpos celestes.

O Principia emerge em uma ciência 'agitada' por uma nova postura filosófica. As hierarquias e qualidades finalísticas e ocultas da filosofia natural aristotélica não fazem mais sentido à discussão. É nas leis da matéria em movimento e do choque mecânico que se supõe residir a chave para a compreensão de todos os fenômenos.

O artífice maior desta nova corrente de pensamento é o filósofo e matemático francês Renê Descartes (1596-1650). O capítulo 1 explora, suscintamente, o mecanicismo cartesiano, mostrando como Descartes estabelece o princípio da inércia (linear, 'newtoniana', e não circular, galileana) e chega à primeira explicação mecânica para a gravidade a partir do delineamento de uma teoria especulativa sobre a formação progressiva dos astros+.

Mas é a lei da conservação da quantidade de movimento, enunciada por Descartes a partir do seu entendimento sobre como se deve investigar a ciência, e não o princípio da inércia,

---

+ É interessante observar que, para Aristóteles, o universo é eterno, sempre existiu e sempre existirá na forma em que atualmente se encontra. Sua filosofia não admite a criação do cosmo. Já Newton, fiel 'à letra das Escrituras judaico-cristãs', acredita na configuração definitiva do universo, desde o instante da sua criação (por Deus). Evidentemente, *"tal crença não o impediu de apresentar ao público uma das mais sólidas explicações racionais que se conhece desta ordem"*(2).

que atrai o interesse dos cientistas do século XVII.

O que, afinal, se conserva em uma colisão é a tônica dos assuntos explorados no Capítulo 2. Os estudos de alguns cientistas, nesta direção, terminam por estabelecer noções precursoras do moderno princípio da transformação e conservação da energia. A falta, ainda, de uma noção clara do conceito de força é, em última instância, o que precipita estas idéias.

Aceitando como válido o princípio da inércia, Newton ponderou que *"devia haver uma rigorosa correlação entre uma causa externa e a mudança que ela produz. Ali estava uma nova abordagem da força, na qual os corpos eram tratados como objetos passivos de forças externas incidentes sobre eles, e não como um veículo ativo de força incidindo sobre outros"*[(3)]. Para o filósofo e matemático alemão Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716), por exemplo, um objeto em movimento possuia uma 'força' dependente de sua massa e do quadrado de sua velocidade - um conceito bastante próximo daquele que mais tarde viria a ser conhecido como a energia cinética de um corpo.

Demonstrando, experimentalmente, em que condições ocorre a conservação da quantidade de movimento em uma colisão, Newton identifica uma força com a variação temporal da quantidade de movimento de um corpo (segunda lei) e conclui que as forças envolvidas em um choque mecânico possuem a mesma intensidade, a mesma direção e sentidos opostos (terceira lei).

O Capítulo 3 faz uma abordagem essencialmente didática às leis de Newton, estabelecendo o princípio da inércia a partir dos estudos de Galileu sobre o movimento neutro, contrastando alguns aspectos da física newtoniana com a teoria do impetus, de Buridan, promovendo uma ampla discussão sobre a física do senso comum e as dificuldades conceituais de estudantes à dinâmica newtoniana e exemplificando a aplicação das leis de Newton a diversas situações-problema, entre outras coisas.

O Capítulo 4 examina como surgem e o que representam as forças de atrito entre dois corpos. Estuda-se e aplica-se, em várias situações-problemas, a lei de força para o atrito de deslizamento a seco e a lei de força para o atrito estático, que aparece entre duas superfícies em repouso relativo quando uma delas é forçada a deslizar sobre a outra.

O movimento de projéteis, tanto em uma quanto em duas dimensões, é o tema tratado no Capítulo 5. Os conceitos básicos da cinemática linear, desenvolvidos no capítulo 2 do Livro 1, fazem-se pré-requisitos indispensáveis à descrição matemática destes movimentos. Quanto à sua análise dinâmica, parece relevante incursionar novamente junto à física intuitiva do aluno para superar, de vez, possíveis concepções alternativas ainda existentes sobre a relação força e movimento.

No Capítulo 6 matematiza-se o movimento circular, enfatizando, particularmente, o movimento circular uniforme.

O capítulo 7 discute a gravitação universal, enunciada no Livro 1 do 'Principia' e aplicada ao movimento celeste no Livro 3:

♣ A lei da gravitação universal estabelece que dois corpos, quaisquer que sejam e onde quer que estejam, se atraem mutuamente com uma força diretamente proporcional ao produto de suas massas e inversamente proporcional ao quadrado da distância que os separa.

O universo, definitivamente, é regido por leis físicas que desconhecem fronteiras. A força de atração gravitacional entre dois corpos explica o movimento orbital dos planetas, satélites e cometas, a queda dos corpos, o fenômeno da marés ...

Com a descoberta das leis do movimento dos corpos e a sua generalização a todos os constituintes do universo, culmina todo um longo e, com freqüência, bastante turbulento processo de construção e transformação de idéias que levou o conhecimento científico a um novo patamar de desenvolvimento. O caráter eminentemente coletivo deste empreendimento não dispensa o impulso das contribuições de exceção, o 'insight' de um gênio.

Referências Bibliográficas

1. MORENO, M.Q. Principia mathematica: 300 anos. Ciência Hoje, 7(41): 58-64, 1988.

2. ARAUJO, C.R.R. Verdade e interesse na cosmogonia de Descartes. Cadernos de História e Filosofia da Ciência, 2, número especial, 1990. p.9.

3. WESTFALL, R.S. A vida de Isaac Newton. Rio de Janeiro, Nova Fronteira, 1995. p.47.

Capítulo 1

O mecanicismo cartesiano

1.1 - Introdução

As conquistas da ciência dos séculos XV e XVI preparam o espírito científico do século XVII para uma ruptura definitiva com esquemas conceituais que se mostram claramente superados. A física qualitativa, descritiva, cede lugar a uma física quantitativa, matemática; o mundo fechado perde sua carapaça limitadora, transformando-se num universo, se não infinito, ao menos muito extenso, sem limites definidos; as hierarquias do mundo aristotélico não fazem mais sentido. À suposta dicotomia das físicas terrestres e celestes insinua-se, cada vez mais intensamente, a idéia de uma única física capaz de reger os fenômenos em todos os domínios do universo. O próprio homem é obrigado a repensar muitos dos seus valores, ao ver iminente o seu 'habitat' natural deixar a ilusória posição central no cosmo para ser tão somente uma entidade entre uma infinidade de outras existentes em um universo sem fim.

É dentro desta atmosfera de profundas transformações, em que já se encontram em andamento mudanças drásticas em relação às formas até então vigentes de entendimento e de representação da natureza e de seus fenômenos, que eclode o mecanicismo, como uma filosofia da natureza.

O mecanicismo, basicamente, é uma filosofia que postula que todos os fenômenos (físicos, biológicos, etc.) devem ser explicados pelas leis da matéria em movimento. A matéria, em si, é inerte, passiva, liberta de qualidades ocultas ou finalísticas. Resultam, assim, sem sentido, entre tantas outras coisas, as explicações teleológicas da filosofia natural aristotélica. O mecanicismo advoga uma nova postura científica, uma forma inteiramente diferente e bastante peculiar de conceber a natureza e seus fenômenos. Desde já, contudo, importa ressaltar que é principalmente 'dando ao homem um outro olhar sobre o universo, e não na sua aplicação ao pormenor dos fenômenos, que ele se mostrou fecundo'(1).

É dentro do programa mecanicista do filósofo e matemático francês René Descartes (1596-1650) que aparece claramente delineado o princípio da inércia - uma inércia efetivamente linear, na forma newtoniana, e não 'circular', como a galileana. Com ele surge, também, a primeira explicação mecânica sobre a causa da gravidade.

1.2 - A 'verdade evidente' em Descartes

Na elaboração de seu complexo sistema filosófico, Descartes situa-se em uma escola de pensamento que entende que todo o conhecimento pode ser adquirido através da razão e da intuição. É a 'doutrina da verdade evidente' que constitui o âmago dos seus ensinamentos. Isto é, *"a verdade é sempre reconhecível quando colocada diante de nós: se ela não se revelar por si só, precisará apenas ser desvelada ou descoberta. Depois disso não haverá mais necessidade de argumentos adicionais. Recebemos olhos para ver a verdade, e a 'luz natural' da razão para enxergá-la"*. Deste modo, *"aquilo que distinguimos claramente como sendo a verdade será de fato verdadeiro: caso contrário, Deus estaria nos enganando"* [(2)].

Mas será que os conhecimentos concebidos de acordo com essa filosofia são necessariamente verdadeiros? Qual o critério 'terreno' para julgá-los? Em outras palavras, que papel tem a experimentação na confirmação ou refutação de teorias científicas? Afinal, não é tão descabido admitir que um possível erro na concepção dos princípios gerais dos quais derivam as leis possa se dever à falibilidade humana no suposto 'ato da revelação' e não a uma 'traição de Deus'.

Para Descartes, a experimentação tem, fundamentalmente, o papel de corroborar teorias. Assim, 'ele frequentemente desprezava os dados empíricos apresentados por seus críticos'[(3)]. Explicando melhor: no curso do desenvolvimento de qualquer experimento, a identificação e coleta dos dados não se processa ao acaso, ou seja, não é obra de uma mera catalogação acrítica. A seleção que precede e fundamenta uma descrição está, ela própria, sujeita a interpretações carregadas de teorias (o episódio relativo à explicação das manchas solares, envolvendo Galileu e Scheiner (Livro 2, seção 5.3), ilustra bem esta questão). Por isso, o que Descartes na verdade rejeitava era a crítica sem uma fundamentação teórica explícita.

O problema do pêndulo esclarece com bastante propriedade o pensamento de Descartes sobre esse assunto. Em resposta a uma indagação feita pelo matemático Isaac Beeckman, *"Descartes formula uma teoria do movimento pendular. Beeckman replica, mostrando dados empíricos que pareciam refutar a sua teoria. Descartes escreve outra vez dizendo que duvidava das experiências de Beeckman, já que, por mais que os dados divergissem da teoria, eles não poderiam ser levados em consideração enquanto não fossem 'explicados com razão', Em outras palavras, Descartes só se disporia a considerar as informações empíricas se estivessem acopladas a uma teoria geral alternativa do movimento pendular."*[(4)].

Em todo caso, a 'doutrina da verdade evidente' prescreve que o erro só ocorre à mente deturpada, *"porque nossas mentes abrigam preconceitos inculcados pela educação, pela tradição e outras influências maléficas que perverteram nossas mentes originalmente puras e inocentes. A ignorância pode resultar da ação de forças que conspiram para nos manter ignorantes e para perverter nossas mentes, enchendo-as de falsidade e cegando nossos olhos para que não possam enxergar a verdade evidente. Tais preconceitos e tais forças são, portanto, as fontes da ignorância."*[(2)]

É dentro deste contexto de idéias que se deve entender o princípio metafísico da conservação da quantidade de movimento, admitido por Descartes como uma verdade inquestionável.

1.3 - O princípio da inércia

Descartes concebe a grandeza física quantidade de movimento como o produto da 'quantidade de matéria' de um corpo pela velocidade da qual ele se acha animado.

É importante ressaltar que para Descartes as qualidades ou atributos essenciais dos corpos materiais são a extensão, a forma, o movimento e o repouso. A quantidade de matéria, ou massa, na física de Descartes, está relacionada à extensão da matéria, isto é, a seu tamanho (volume). Desta forma, ao expressar que dois corpos de 'massas' e velocidades diferentes têm a mesma quantidade de movimento ele o faz da seguinte maneira: *"Quando uma parte da matéria se move duas vezes mais velozmente que uma outra e esta outra é duas vezes maior que a primeira, devemos pensar que há tanto movimento na menor quanto na maior."*[5]

O conceito que Descartes tem de massa não é o clássico, ou newtoniano, que, como se verá mais adiante, relaciona a quantidade de matéria de um corpo com o seu volume e a sua densidade (assim, dois corpos de substâncias (densidades) diferentes animados de uma mesma velocidade e possuindo as mesmas dimensões têm a mesma quantidade de movimento para Descartes, mas não para Newton). Contudo, para os fins da presente discussão esta diferença não é relevante, como também não foi importante a caracterização precisa da massa quando se afirmou (Livro 2, seção 3.4) que Buridan definiu quantitativamente o impetus (identificado em uma de suas interpretações a uma quantidade de movimento) como o produto da 'massa' de um corpo pela sua velocidade. Certamente, o conceito de massa de Buridan não era nem o de Descartes e nem o de Newton.

Entendendo a quantidade de movimento como uma grandeza escalar, Descartes considera que a quantidade de movimento do universo nada mais é do que a soma das quantidades de movimento individuais de todos os corpos existentes.

Para Descartes, a quantidade de movimento do mundo é constante porque ao criar a matéria Deus a dotou tanto de repouso quanto de um movimento eterno e indestrutível. O movimento e o repouso são interpretados, corretamente, como estados da matéria. Como, fisicamente, de acordo com o mecanicismo cartesiano, o contato e o choque representam, respectivamente, as únicas possibilidades de comunicação e de ação entre dois corpos, Descartes vê no mecanismo das colisões apenas alterações de quantidades de movimento individuais, mas não a total do universo.

Decorrem, daí, algumas regras ou leis 'segundo as quais há que pensar que Deus fez agir a natureza'[6].

As duas primeiras leis antecipam a formulação newtoniana do princípio da inércia:

Lei 1 : O estado de repouso ou de movimento de um corpo não pode mudar espontaneamente sem uma causa externa.

Lei 2 : Um corpo em movimento tende a continuar o seu movimento em linha reta. Qualquer trajetória curva, por ele seguida, deve-se, necessariamente, à ação de um outro corpo sobre ele.

Ou seja, é somente pelo contato direto dos corpos uns com os outros que se modificam estados de repouso e de movimento da matéria. Nenhum corpo pode se mover por si próprio se estiver em repouso e tampouco pode mudar por si mesmo o seu movimento se estiver em movimento. Na natureza nenhum objeto altera o estado em que se encontra a não ser que seja forçado a isto por um agente externo.

Por outro lado, um corpo constrangido a se movimentar em uma trajetória circular tem, em cada ponto da trajetória, a tendência a se deslocar segundo a direção especificada pela tangente à curva. Por isso, como bem enfatiza a segunda lei, Descartes concorda com Benedetti, e não com Buridan, quanto à 'saída' de uma pedra em movimento circular (Livro 2, seção 3.6).

A terceira lei refere-se à transferência de movimento, ou, mais especificamente, da quantidade de movimento de um corpo à outro em uma colisão unidimensional:

Lei 3 : Se um corpo colide com outro que tem uma tendência maior a persistir no estado em que se encontra, ele não perde nada da sua quantidade de movimento [isto é, ele simplesmente inverte o sentido de seu movimento]; se, por outro lado, este corpo incidir contra um outro que tem a tendência menor à manutenção de seu estado, ele perde tanto movimento quanto o que imprime ao corpo com o qual colide.

A partir da terceira lei, sob a égide do princípio da conservação da quantidade de movimento, Descartes deriva outras sete regras para o choque mecânico - todas, com exceção de uma, falsas, já que Descartes desconhece o caráter vetorial da quantidade de movimento.(7)

1.4 - A explicação mecânica da gravidade

Descartes formulou o princípio da inércia, pela primeira vez, em uma obra intitulada "Le monde" ("O mundo"), concluída em 1933 e só publicada em 1650, após a sua morte. A recente condenação, pela Congregação do Santo Ofício, dos "Diálogos sobre os dois principais sistemas do mundo", de Galileu, o levou a suspender a publicação deste livro em que ele concebe o copernicanismo como a única concepção de mundo plausível ao entendimento.

Uma década mais tarde, já famoso, Descartes publica a sua obra mais importante, o "Principia philosophiae" ("Princípios da filosofia"(5)). As leis fundamentais da natureza são, nos "Princípios", as mesmas que no "O mundo". Contudo, eles não se dirigem ao mesmo público: enquanto o "Le monde" é endereçado ao 'homem de bem' (justo, honesto, honrado), o "Principia" é dirigido às escolas.(8).

O "Principia" contém uma teoria completa sobre a formação do universo. Resulta de interesse descrevê-la, em linhas gerais, para entender, entre outras coisas, a recusa de Descartes em aceitar a existência do vazio, a concepção que tem da divisibilidade infinita da matéria, o que o coloca como um adversário ferrenho dos que aceitam a existência do átomo (concebido, então, como a menor partícula da matéria) e o conceito cartesiano de 'vortéx', que o leva a uma explicação mecânica da gravidade.

Ao contrário de Aristóteles, que concebe o universo como eterno, sem começo e sem fim, Descartes acredita na estruturação (formação) dos astros e em sua distribuição neste universo que se apresenta ilimitado em extensão, a partir de um começo - de uma matéria primordial, dotada, simultâneamente, de repouso e de movimento no momento da sua criação, por Deus.

O texto dos "Principia" *"parece sugerir uma divisão 'potencial' de toda a matéria em 'cubos'. A intervenção divina faz surgir neles dois tipos de movimento: alguns giram em torno de seu próprio eixo; outros rotacionam não só em torno de si mesmos mas também ao redor de centros distantes. Para que não haja vazio, a matéria passa a se partir em pedaços menores, sobretudo nas regiões fronteiriças dos cubos"*(9)

As leis do choque preservam a quantidade de movimento total do sistema. O processo de arredondamento dos cubos (pela perda de suas arestas) da matéria primitiva dá uma nova forma a esta matéria: de um lado encontram-se corpos esféricos, duros, resistentes; de outro, diminutos corpúsculos, 'extremamente móveis e quebradiços', que preenchem os espaços existentes entre as esferas do grupo anterior, evitando o vazio.

De acordo com a terminologia empregada por Descartes, o subproduto das interações dos cubos originais constitui a matéria do primeiro elemento; as esferas compõem a matéria do segundo elemento. A fusão da matéria do primeiro elemento, apertada e esprimida pelo rolamento, umas sobre as outras, das esferas do segundo elemento, desencadeia o aparecimento de um terceiro elemento.

A matéria do terceiro elemento é o componente majoritário dos corpos de todos os astros. Neles também se fazem presentes, em bem menores proporções, os outros dois elementos. Já os 'céus' são constituídos, primordialmente, pelas esferas do segundo elemento, entremeadas por matéria do primeiro elemento que evitam a formação dos espaços vazios entre as esferas.

Aos cinco elementos aristotélicos formadores de todas as coisas contrapõe-se a matéria primitiva de Descartes, única, que dividida (fracionada), subdividida, polida e reunida compõe diferentes grupos de elementos que estruturam todos os corpos. Não há, assim, em Descartes, a dicotomia aristotélica das físicas celestes e terrestres. As mesmas leis devem reger todos os fenômenos do universo.

Partidário do heliocentrismo, mas procedendo com cautela devido à condenação de Galileu, Descartes vale-se de certos recursos literários na exposição de suas idéias, que o eximem de uma possível censura religiosa.+

O certo é que não cabe dúvidas, no pensamento de Descartes, de que dentre os inumeráveis aglomerados de matéria que se formam a partir do agrupamento e colapso de gigantescas estruturas rotacionais por todo o universo encontra-se o Sol, como astro central do sistema solar.

À medida que os astros vão se formando, turbilhões secundários, estabelecem-se ao redor de cada um deles, tornando-os aptos a exercerem influência sobre outros corpos, inclusive celestes, em suas proximidades. Assim, pode-se particularmente entender porque os corpos na superfície da Terra não alçam vôo e também porque uma pedra cai em direção ao solo quando solta de uma certa altura: é a matéria do turbilhão terrestre, constituída predominantemente das esferas do segundo elemento, que 'empurra' os corpos para o centro do vortéx, isto é, para o centro da Terra. Mas como, mais precisamente, se dá isso?

Todo corpo em rotação tende a se afastar do centro de rotação, uma idéia consensual, à época. A matéria em movimento em torno do globo terrestre não se constitui em exceção. As partículas que se encontram mais próximas do centro do vortéx não conseguem dele se distanciar porque são impedidas por outras, semelhantes, que já ocupam posições mais afastadas. Estas, por sua vez, também permanecem 'equidistantes' do centro por não poderem ocupar posições já preenchidas por outras partículas deste meio e, assim, sucessivamente.*

Neste turvelinho, a matéria terrestre, 'fora de posição', é causa de um desequilíbrio momentâneo, por apresentar, supostamente, um movimento mais lento do que o das demais partículas do fluído etéreo em sua vizinhança imediata. Isto acaba fazendo com que ela seja impelida para uma posição mais próxima do centro de rotação a fim de ceder lugar àqueles elementos com maior tendência centrífuga.

Como escreve Christiaan Huygens, que também defende, como Descartes, uma explicação mecânica para a gravidade, *".. se entre as partes desta matéria* [etérea] *houvesse alguma* [tal como um objeto terrestre] *que não seguisse o movimento circular das outras, ou que se movimentasse menos velozmente do que aquelas que a cercam, ela seria empurrada para o centro .. "*(12)

Ratifica esta sua idéia uma experiência que desenvolveu em 1669: *"Havendo provocado um redemoinho na água contida em uma tigela, notou que grãos de areia eram arrastados para o meio do recipiente, bem no centro do redemoinho. Em vista disso, Huyghens pensou*

+ Como, por exemplo, o expediente à fábula, que usa como pretexto para tornar menos enfadonha, ao leitor, a apresentação de suas idéias, *"mas à qual a verdade não deixará de aparecer suficientemente"*(10)

* O equilíbrio dinâmico entre turbilhões impede que a matéria do segundo elemento pertencente a cada um deles siga além da periferia dos mesmos.(11)

que a gravidade não era outra coisa senão 'a ação do éter que circula em volta do centro da Terra e luta por afastar-se daí e forçar aqueles corpos alheios ao seu movimento a tomar o lugar dele'."(13)

Assim, a queda de um corpo para o solo não envolve nenhuma ação à distância da Terra sobre o objeto. O corpo é 'pressionado para baixo' por uma nuvem de partículas numa espécie de reação destas partículas à presença do corpo em lugares que 'de direito' pertencem a partículas com maior tendência centrífuga. É esta a causa da gravidade na queda dos corpos. *"Vê-se, portanto, o quanto é contrário ao bom senso admitir-se o vazio: não só o vazio é, em si, impossível; não só a aceitação da sua existência nos forçaria a admitir a noção obscura e mágica de uma ação à distância (atração), mas também, de uma maneira mais concreta, a suposição do vazio não facilitaria de modo algum a queda dos graves: pelo contrário, torná-la-ia impossível.* Conforme Descartes, *"se a matéria sutil que gira à volta da Terra não girasse, nenhum corpo seria pesado..."*(14)

A explicação do porquê a Lua gira ao redor da Terra; do porquê a Terra e os demais planetas revolucionam ao redor do Sol, e também do 'transporte' da Lua pela Terra e dos satélites de Júpiter por este astro, é análoga. São os turbilhões ao redor destes conglomerados de matéria as causas de todos estes movimentos. É assim que Descartes, seguindo as diretrizes de seu programa mecanicista, desenvolve uma explicação mecânica para a ação da gravidade sobre os corpos. Com esta atitude, ele preserva a matéria das 'qualidades ocultas' de uma ação à distância.

1.5 - Referências Bibliográficas

1. BEAUDE, J. Mecanismo. In: Galileu, Descartes e o mecanismo. Lisboa, Gradiva, 1987. p.70.

2. POPPER, K.R. Conjecturas e refutações. Brasília, Editora Universidade de Brasília, 1982. p.35.

3. ARAUJO, C.R.R. Verdade e interesse na cosmogonia de Descartes. Cadernos de História e Filosofia da Ciência, 2, número especial, 1990. p.42.

4. SAKELLARIADIS, S. Descartes' use of empirical data to test hypotheses. Isis, 73 (266): 68-76, 1982. Citado por ARAUJO, C.R.R. Referência 3, p.43.

5. DESCARTES, R. Princípios da filosofia. Lisboa, Guimarães Editores, 1960. Citado por BASTOS FILHO, J.B. & XAVIER, R.M. Conflitos entre os *Principia* de Newton e os *Principia* de Descartes. Cadernos de História e Filosofia da Ciência, Série 2, 1 (1): 65-76, 1989.

6. KOYRÉ, A. Estudos galilaicos. Lisboa, Dom Quixote, 1986. p.404.

7. GOEHRING, G.D. 17th century treatments of one dimensional collisions. Physics Education, 10 (6): 457-460, 1975.

8. KOYRÉ, A. Referência 6, p.416.

9. ARAUJO, C.R.R. Referência 3, p.21.

10. DESCARTES, R. Oeuvres philosophiques. Paris, Editor F. Alquié, 1973. Citado por ARAUJO, C.R.R. Referência 3, p.26.

11. ARAUJO, C.R.R. Referência 3, p.24.

12. HUYGENS, C. Discours de la cause de la pesanteur. Leide, Pierre van der Aa, 1690. Citado por MARTINS, R.A. Huygens e a gravitação newtoniana. Cadernos de História e Filosofia da Ciência, Série 2, 1 (2): 151-184, 1989.

13. MASON, S.F. História da ciência: as principais correntes do pensamento científico. Porto Alegre, Globo, 1962. pp.156.

14. KOYRÉ, A. Referência 6, pp.164-165.

Capítulo 2

Sobre a questão da conservação da quantidade de movimento e da 'força viva' em colisões frontais e a emergência de uma nova dinâmica

2.1 - Introdução

O princípio da inércia, como se viu na seção 1.3, surge como um caso particular da lei da conservação da quantidade de movimento proposta por Descartes. Para este sábio francês, a interação entre dois corpos só pode ocorrer quando há contato direto entre eles. Não é possível nenhuma ação à distância entre dois corpos. A explicação mecânica que dá à gravidade ilustra bem esta sua convicção. É por esta razão que um objeto só pode alterar o seu estado de repouso ou de movimento mediante forças de contato.

Mas é a lei da conservação da quantidade de movimento e não o princípio da inércia, propriamente, que desperta o interesse de cientistas do século XVII. A busca pela comprovação desta lei vai exigir um minucioso estudo de choques mecânicos, o qual, por sua vez, irá alimentar uma importante polêmica sobre o que, realmente, se conserva numa colisão entre dois corpos. Os estudos de Isaac Newton (1642-1727), nesta direção, vão estabelecer as bases conceituais de uma nova dinâmica.

Para uma maior agilidade e clareza na apresentação e discussão dos conteúdos abordados neste capítulo, torna-se explícita a natureza vetorial da velocidade e da quantidade de movimento de um corpo, introduzindo notação matemática pertinente, moderna. Importa destacar que o conceito de vetor não se encontra formalmente expresso nem mesmo na física newtoniana, muito embora se faça fortemente sentir a essência da sua conceituação no caráter de direcionalidade, contido na segunda lei, e na especificação da ação recíproca de dois corpos, presente na terceira lei, como se verá na seção 2.9.

Assume-se também, antecipadamente, a definição newtoniana de massa, que relaciona esta propriedade da matéria com o volume e a densidade de um corpo, e a proporcionalidade entre peso e massa estabelecida por Newton a partir de seus experimentos com pêndulos.

2.2 - A quantidade de movimento - uma grandeza vetorial

A quantidade de movimento de um corpo, matematicamente expressa através do produto massa x velocidade, é uma grandeza vetorial, já que, como se sabe da álgebra vetorial, do produto entre um escalar e um vetor resulta um vetor. Como a massa de um corpo é sempre positiva, a relação $\vec{p} = m\,\vec{v}$ indica que $\vec{p}$ e $\vec{v}$ possuem sempre a mesma direção e sentido.

Assim, se um corpo de massa m = 5,0 kg movimenta-se em linha reta com uma velocidade de 10,0 m/s, a intensidade da sua quantidade de movimento é constante e vale

$$p = (5\,kg)\cdot(10\,m/s) \quad ,$$
$$p = 50{,}0\,kg.m/s \quad .$$

Caracterizando a direção do movimento como a direção x, e admitindo-se que o objeto se desloque no sentido de x crescente, a sua quantidade de movimento, em forma vetorial, pode ser expressa como

$$\bar{p} = m\,\bar{v} = m\,v\,\bar{i} = p\,\bar{i} \quad , \qquad (1)$$
$$\bar{p} = 50{,}0\,\bar{i} \quad (kg.m/s) \quad ,$$

onde $\bar{i}$ é um vetor unitário na direção x, com o sentido de x crescente.

Esta é a concepção moderna da quantidade de movimento. É sob este referencial que se deve avaliar o pensamento de alguns cientistas sobre a questão da conservação ou não desta grandeza física em processos de colisão, apresentado a seguir.

2.3 - Choque perfeitamente inelástico

É com base na lei da conservação da quantidade de movimento que o matemático inglês John Wallis (1616-1703) estabelece equações para colisões frontais nas quais os objetos seguem juntos depois do choque(1). Uma colisão em que os corpos permanecem juntos após o impacto é denominada colisão perfeitamente inelástica.

Sem distinguir peso e massa, Wallis relaciona as velocidades antes e depois do choque, para a situação na qual dois objetos se movem na mesma direção e sentido antes do impacto, seguindo juntos após o mesmo (Fig.1), através do seguinte equacionamento:

$$P_1 v_1 + P_2 v_2 = (P_1 + P_2)\,v \quad , \qquad (2)$$

do qual segue que

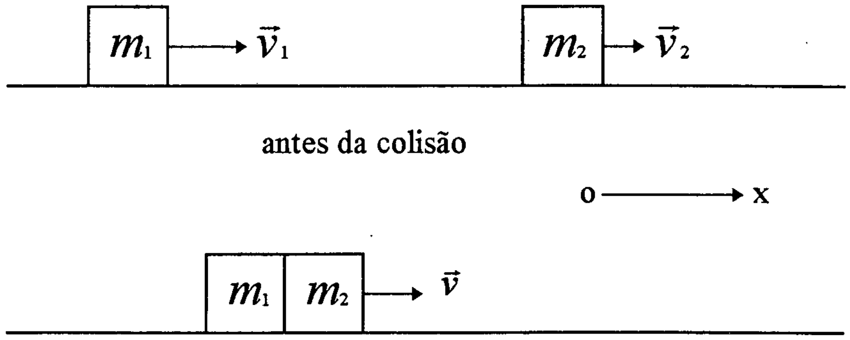
$$v = \frac{P_1 v_1 + P_2 v_2}{P_1 + P_2} \quad . \qquad (3)$$

Para o caso em que os objetos se movimentam em sentidos opostos antes da colisão (Fig.2), resulta

$$P_1 v_1 - P_2 v_2 = (P_1 + P_2)\,v \quad , \qquad (4)$$

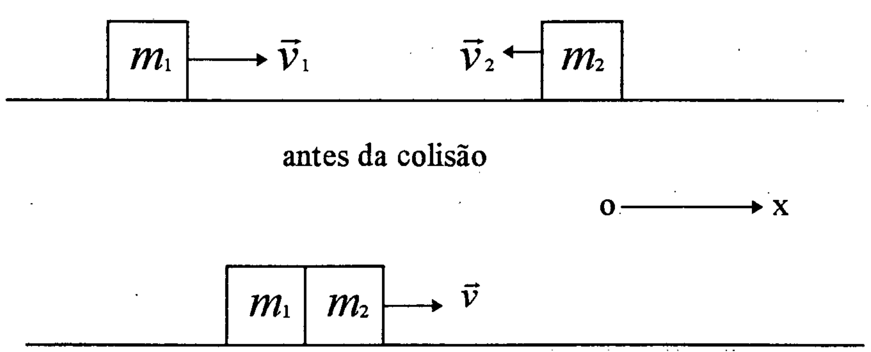
ou

$$v = \frac{P_1 v_1 - P_2 v_2}{P_1 + P_2} \quad . \qquad (5)$$



depois da colisão

Fig. 1 - Colisão perfeitamente inelástica entre dois objetos que se movem na mesma direção e sentido $(v_1 > v_2)$. A quantidade de movimento do sistema antes da colisão, $m_1 v_1 + m_2 v_2$, é igual a quantidade de movimento do sistema depois do choque, $(m_1 + m_2)\, v$. Assim, a velocidade dos corpos após o impacto, em forma escalar, resulta $v = \dfrac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$. Como se observa, multiplicando o numerador e o denominador desta equação por uma mesma constante, g, e identificando, antecipadamente, a grandeza *mg* como o peso de um corpo, obtém-se a velocidade que Wallis estabelece para esta colisão (eq.(3)), atestando o acerto de seu raciocínio.



depois da colisão

Fig.2 - Colisão perfeitamente inelástica entre dois objetos que se movem em sentidos opostos. As quantidades de movimento do sistema antes e depois da colisão são iguais. Neste caso, de acordo com a orientação do referencial escolhido, a velocidade com que os corpos se movimentam depois do impacto é

$$v = \frac{m_1 v_1 - m_2 v_2}{m_1 + m_2} = \frac{P_1 v_1 - P_2 v_2}{P_1 + P_2}.$$

Os produtos $P_1 v_1$ e $P_2 v_2$ diferem em sinal porque Wallis atribui à velocidade v_1 um valor positivo e a v_2 um valor negativo pelo fato dos objetos se deslocarem em sentidos opostos antes da colisão. De acordo com Wallis, e ao contrário do que pensava Descartes, a quantidade de movimento de um corpo nem sempre é positiva. O sentido do movimento representa mais uma variável que precisa ser explicitamente considerada ao se postular a conservação da quantidade de movimento numa colisão entre dois corpos.

Em linguagem moderna, o sinal negativo na eq.(4) resulta da natureza vetorial da velocidade e, conseqüentemente, da quantidade de movimento.

2.4 - Choque elástico

Uma outra importante abordagem ao choque mecânico foi desenvolvida pelo matemático, físico e astrônomo holandês Christiaan Huygens (1629-1695). O trabalho de Huygens, envolvendo colisões elásticas unidimensionais (isto é, colisões entre objetos 'duros'), tem como ponto de partida três hipóteses básicas.

A primeira destas hipóteses é o princípio da inércia, nos termos de Descartes.

Em sua segunda hipótese Huygens refere-se ao tipo de colisão que será objeto de seus estudos, caracterizando-a para o caso particular de choque entre corpos de massas iguais: quando dois corpos idênticos colidem frontal e elasticamente um com o outro, com velocidades iguais e opostas, eles conservam as velocidades que tinham antes do choque, com sinais contrários (Fig.3)

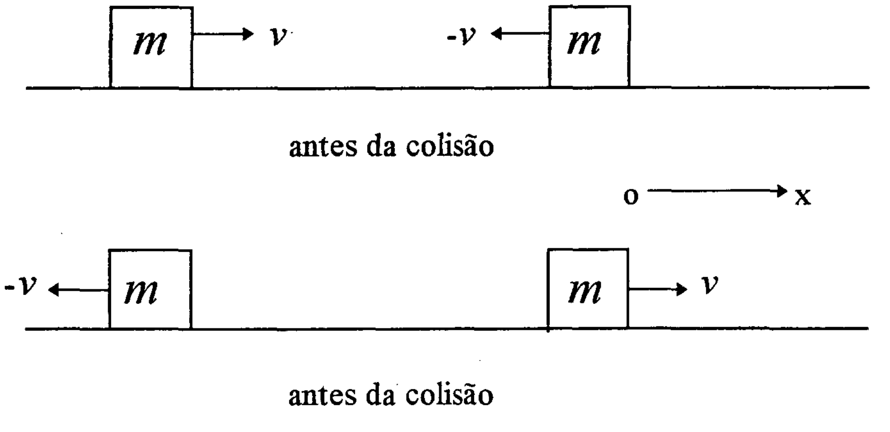


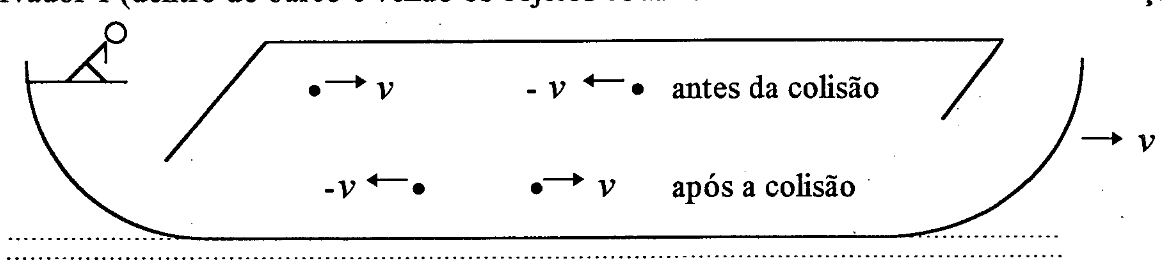
Fig.3 - Choque elástico frontal entre dois objetos idênticos que se movimentam em sentidos opostos. Após a colisão eles se deslocam com velocidades originais invertidas, havendo a conservação da quantidade de movimento do sistema. A quantidade de movimento do sistema antes e depois da colisão é nula.

A relatividade dos movimentos, ressaltada por Huygens em sua terceira hipótese, abre-lhe a perspectiva de análise de uma mesma colisão sob a ótica de diferentes observadores.

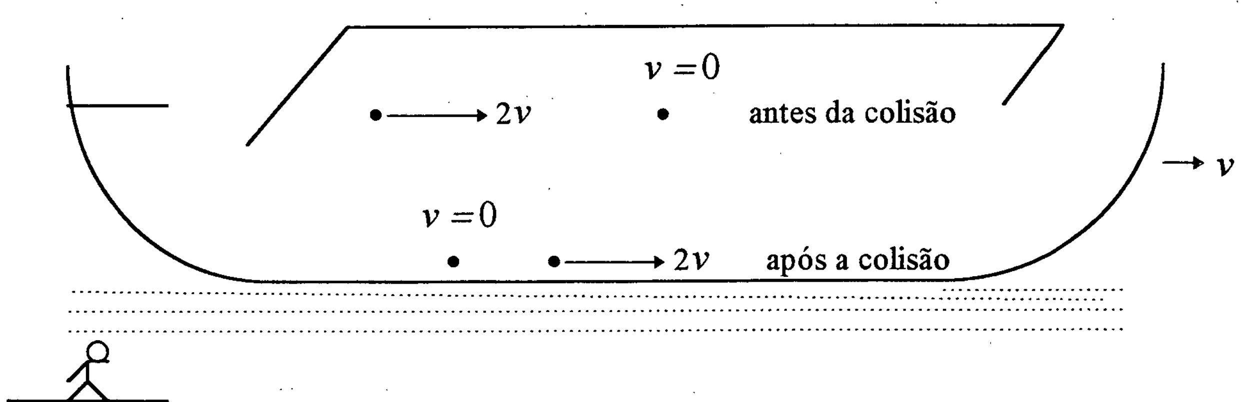
Para desenvolver esta idéia ele faz uso da equivalência (dinâmica) dos estados de repouso e de movimento retilíneo uniforme, assegurada pelo princípio da inércia. Huygens então considera que a colisão mencionada em sua segunda hipótese ocorra dentro de um barco que se movimenta suavemente em relação à praia. O que concluiria, sobre esta colisão, um observador na margem (Observador 2), que visse o barco se movimentar na direção do movimento dos objetos com velocidade em módulo igual a que o observador dentro do barco (Observador 1) atribui aos objetos (Fig.4)?

Neste caso, o Observador 2 veria um objeto com velocidade $2v$ chocar-se com outro, idêntico, em repouso. Após o impacto, as situações de repouso e de movimento dos objetos se inverteriam, seguindo com velocidade $2v$ aquele que estava parado e permanecendo parado aquele que estava em movimento.

Observador 1 (dentro do barco e vendo os objetos colidirem no chão horizontal da embarcação)



(a)



Observador 2 (situado em terra e 'vendo' os objetos colidirem no chão horizontal do barco que abriga o Observador 1 (não representado))

(b)

Fig.4 - Colisão frontal e elástica entre dois objetos idênticos situados em um barco, que se movimenta com velocidade v em relação à margem, vista por dois diferentes observadores: um parado no barco (a) e outro na margem (b). Todos os movimentos ocorrem segundo uma mesma direção.

Desta forma, conclui Huygens, generalizando, quando um corpo colide elástica e frontalmente com outro de igual tamanho (mesma massa) que se encontra em repouso, o corpo que estava em movimento permanece em repouso e o corpo que estava inicialmente em repouso adquire a velocidade daquele que se encontrava originalmente em movimento.

Ajustando convenientemente a velocidade do barco que se movimenta suavemente pelos canais holandeses em suas experiências de pensamento, a fim de analisar uma determinada colisão sob o ponto de vista de diferentes observadores, e fazendo novas hipóteses para tratar o choque elástico entre objetos de massas diferentes (por exemplo, quando um corpo de massa maior colide elasticamente com outro menor que se encontra em repouso ele o coloca em movimento, perdendo parte de seu movimento etc.), Huygens dá seqüência a seu trabalho.[2,3]

Um importante resultado que obtém diz respeito às velocidades relativas entre os objetos antes e depois da colisão, um resultado que termina por caracterizar uma colisão elástica unidimensional na forma como hoje é aceita: numa colisão elástica unidimensional entre dois objetos de qualquer massa, as velocidades relativas de aproximação e de afastamento dos objetos são iguais.

De um modo geral, no entanto, para Huygens a quantidade de movimento não se conserva durante as colisões (Quando a colisão envolve corpos idênticos, contudo, ela sempre se conserva, em qualquer sistema de referência). Ele também a considera como uma grandeza escalar[1,3], destituída, portanto, de direção e sentido. No caso da situação mostrada na Fig.4, o seu Observador 1 afirmaria, corretamente, que há conservação da quantidade de movimento do sistema, mas erraria ao especificar como $2mv$, e não zero, o seu valor antes e depois da colisão.

O que segundo Huygens se conserva em uma colisão elástica, em qualquer sistema de referência, é a soma dos produtos das massas dos corpos pelos quadrados de suas respectivas velocidades (isto é, $m_1v_1^2 + m_2v_2^2 = \text{constante}$). A menos do fator $1/2$ em cada termo, esta conservação, que para Huygens não tinha um maior significado físico, representa a constância da energia cinética do sistema antes e após a colisão. Mas a idéia de uma energia (nos termos de hoje) associada ao movimento de um corpo só será estabelecida (e estudada) mais adiante...

Um exemplo que ilustra muito bem esta última conclusão de Huygens é o que envolve uma colisão entre duas massas pendulares duras (de madeira ou de vidro, por exemplo). Assim, sejam A e B duas esferas idênticas, uma ao lado da outra, suspensas verticalmente por fios de iguais comprimentos (Fig.5a). Deslocando-se a esfera A até uma certa altura e soltando-a (Fig.5b), verifica-se que ela fica imóvel depois de se chocar contra a esfera B, enquanto esta se eleva à altura da qual A foi liberada (Fig.5c). A igualdade das alturas inicial de A e final de B indica que a velocidade da esfera A antes do choque foi integralmente transferida à esfera B. Isto, naturalmente, está de acordo com o que prevê Huygens para o caso de um choque elástico entre dois corpos idênticos no qual um deles se encontra em repouso antes da colisão: após o impacto as situações de repouso e de movimento se invertem, parando o que estava em movimento e se movimentando com a velocidade do corpo incidente àquele que se encontrava parado. Quando as duas esferas colidem novamente (Fig.5d) a situação se inverte: B fica parada e A atinge praticamente a mesma altura a qual foi inicialmente solta (Fig.5e).

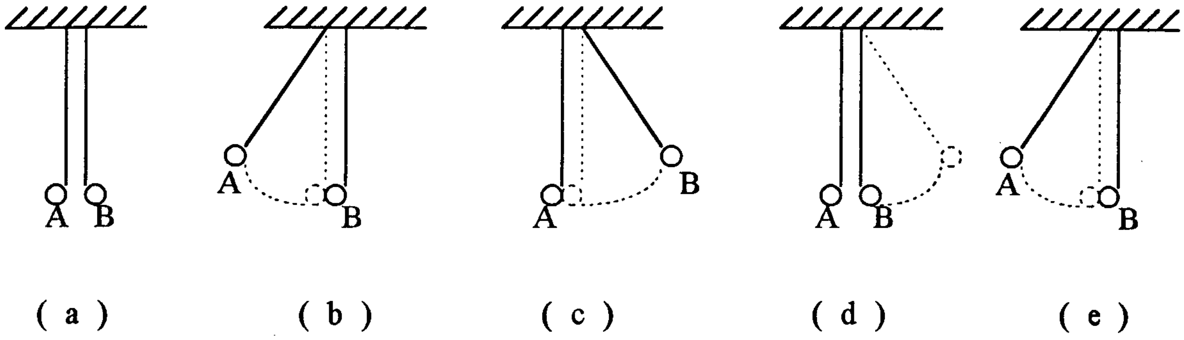


Fig.5 - Choque elástico entre duas massas pendulares.

De fato, colisões entre esferas de aço, de vidro, de madeira dura etc., isto é, entre objetos duros podem ser consideradas, na prática, como exemplos de colisão elástica, desde que não sejam violentas a ponto de danificar os corpos. Para este tipo de colisão, a soma dos produtos das massas dos corpos pelos quadrados de suas respectivas velocidades após o impacto é tipicamente da ordem de 96% do seu valor antes da colisão[(4)].

Um outro exemplo que ilustra ainda melhor uma colisão elástica é o que envolve o choque entre discos magnéticos numa mesa de ar. Neste caso, os corpos dotados de ímãs, que se repelem mutuamente, colidem sem se tocarem. A função da mesa de ar é a de reduzir a níveis desprezíveis o atrito no movimento horizontal dos objetos.

2.5 - A medida de uma 'força'

A partir de Descartes, Kepler e Galileu, a matematização de conceitos e leis físicas se torna uma exigência básica para a compreensão do mundo físico. Contudo, ainda inexiste uma definição quantitativa (a nível de consenso) para o conceito de força.

As forças envolvidas no choque mecânico entre dois objetos mostram-se tão mais intensas quanto maiores são as massas e as velocidades dos corpos que colidem. O senso comum também indica que é através de forças que os objetos são colocados e mantidos em movimento. Assim, parecia, para alguns, bastante natural considerar a quantidade de movimento de um corpo como uma expressão da 'força' que o corpo tinha ou era capaz de produzir.

À idéia de medir a 'força de um corpo' por sua quantidade de movimento se opôs o filósofo e matemático alemão Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716), para quem o conceito de força sofre uma radical transformação.

A sua teoria abriga os conceitos de 'força viva' e 'força morta'. Um objeto em movimento possui uma 'força viva' ('vis viva'), distintamente de outro, em repouso, que é dotado de uma 'força morta' ('vis mortua'). A transformação de uma 'força morta' em uma 'força viva' é perfeitamente possível, como se observa, por exemplo, ao se soltar um objeto de uma certa altura; e vice-versa, quando um projétil sobe.

De acordo com Leibniz, a 'força de um corpo' deve ser proporcional a sua quantidade de matéria e também depender da sua velocidade, embora não necessariamente da primeira potência desta velocidade. Assim, denotando-se por m a massa do corpo e por $f(v)$ uma função de velocidade que precisa ser determinada, tem-se, como uma medida da 'força, F, de um corpo' a expressão

$$F = m f(v) \quad . \tag{6}$$

A fim de determinar $f(v)$, Leibniz desenvolve, basicamente, o seguinte raciocínio[5]: Para erguer um corpo A, de massa $m_A = m$ a uma altura $h_A = 4h$, faz-se a mesma 'força' que para erguer um corpo B, de massa $m_B = 4m$, a uma altura $h_B = h$ (Fig.6). Analogamente, estas mesmas 'forças' estarão presentes na queda dos corpos, após terem percorrido estas mesmas distâncias. Assim, pode-se escrever que

$$m_A f(v_A) = m_B f(v_B) \quad . \tag{7}$$

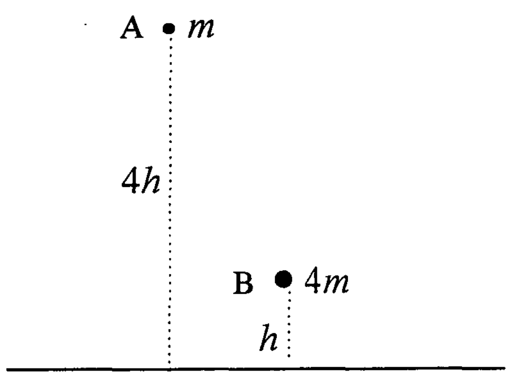


Fig.6 - Segundo Leibniz, são iguais as 'forças' necessárias para erguer as massas m e $4m$, respectivamente, as alturas $4h$ e h. Assim como são também iguais as 'forças' produzidas por estes objetos ao se chocarem contra o solo, em suas quedas.

De acordo com Galileu, a velocidade de um objeto em queda livre e a distância por ele percorrida estão relacionadas através da relação

$$v^2 \propto d \quad . \tag{8}$$

Para os corpos A e B têm-se, então, que:

$$v_A^2 \ \propto \ 4\,h \qquad (9)$$

e

$$v_B^2 \ \propto \ h \ . \qquad (10)$$

Dividindo (9) por (10), obtém-se

$$\left(\frac{v_A}{v_B} \right)^2 = 4 \quad ,$$

$$v_A = 2\,v_B \ . \qquad (11)$$

De (11) em (7), tornando explícita a relação entre as massas, resulta

$$m\,f\,(2v_B) = 4\,m\,f\,(v_B) \quad ,$$

$$f\,(2v_B) = 4\,f\,(v_B) \ . \qquad (12)$$

De acordo com a eq.(12), é quadrática a função de velocidade da qual depende a 'força de um corpo'. Isto é

$$f\,(v) \ \propto \ v^2 \ . \qquad (13)$$

De fato, a partir da relação (13), pode-se escrever

$$f\,(v_B) \ \propto \ v_B^2 \quad , \qquad (14)$$

$$f\,(2v_B) \ \propto \ 4\,v_B^2 \ . \qquad (15)$$

Dividindo-se (15) por (14), tem-se

$$\frac{f\,(2v_B)}{f\,(v_B)} = 4 \quad ,$$

ou

$$f\,(2v_B) = 4\,f\,(v_B) \quad , \qquad (16)$$

que reproduz a eq.(12).

Deste modo, o que se constitui na medida de uma 'força' para Leibniz, a menos de uma constante, é o produto mv^2, já que de (13) em (6) resulta

$$F \ \propto \ m\,v^2 \ . \qquad (17)$$

Esta argumentação de Leibniz coloca novamente em evidência uma expressão matemática que com o fator $1/2$ representará, a partir de meados do século XVIII, a energia cinética de um corpo. O que Leibniz chama de 'força de um corpo' está, na verdade, bem próximo do que hoje se denomina energia cinética.

2.6 - A conservação da 'força viva'

Numa colisão elástica, como se viu nos estudos de Huygens, a soma dos produtos das massas dos corpos pelos quadrados de suas velocidades é constante (em linguagem moderna, as energias cinéticas antes e depois do choque são iguais). Quando isto não ocorre e os corpos seguem separados após o impacto, a colisão recebe o nome de colisão inelástica (ou semi-elástica, parcialmente elástica).

A perda de movimento (isto é, de energia cinética) numa colisão inelástica (e também em uma colisão perfeitamente inelástica, onde ela é máxima) só pode ser inteiramente entendida dentro de um novo quadro conceitual, em que a grandeza física energia desempenha um papel central. Este assunto, a propósito, será objeto de estudo específico em um outro momento. Mesmo assim, faz-se necessária uma rápida incursão neste novo domínio do conhecimento físico a fim de concluir o pensamento de Leibniz sobre o choque mecânico.

Para Leibniz, a quantidade de força que existe no universo é constante (assim como para Descartes isto ocorre com relação à quantidade de movimento). Esta sua concepção pressupõe um universo que 'funciona' sem a interferência de agentes estranhos a ele, isto é, sem a influência de entidades divinas, uma idéia que hoje é aceita de forma indiscutível no meio científico mas que no século XVII ainda enfrentava resistências. Mas Leibniz vai mais longe ainda ao afirmar que a quantidade de 'força' se conserva em qualquer colisão!

A conservação da 'força viva' num choque elástico de dois corpos de massas m_1 e m_2 pode ser facilmente entendida a partir da relação $F \propto mv^2$, e do resultado encontrado por Huygens,

$$m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2 = m_1 v_1'^2 + m_2 v_2'^2 = constante \quad , \qquad (18)$$

para este tipo de choque. Assim, de fato,

$$F_1 + F_2 = F_1' + F_2'. \qquad (19)$$

Mas e numa colisão inelástica, onde a perda de movimento, e por conseguinte de 'força', nos termos de Leibniz, é evidente?

Colisões inelásticas são apenas fenômenos macroscópicos onde a perda de 'força' é apenas aparente, explica Leibniz. Quando dois corpos macios ou não elásticos colidem não há perda de 'força' porque parte da 'força' dos corpos é espalhada entre as suas pequenas partes (isto é, entre as suas moléculas).

Aos olhos de hoje, pode-se entender esta explicação de Leibniz (que na verdade trata-se de pura especulação, pois ele não tem como comprovar isso) como precursora do moderno princípio da transformação da energia, que aplicado ao caso de uma colisão inelástica relaciona o decréscimo de energia cinética ao aumento da energia interna (e conseqüentemente da temperatura) dos corpos que colidem.[5]

Por outro lado, a transformação de uma 'força viva' em uma 'força morta' e de uma 'força morta' em uma 'força viva', como a que ocorre nos movimentos de subida e de descida de um projétil, traz consigo a idéia de transformação do movimento em alguma outra coisa e desta em movimento, novamente. A 'força viva' que 'impulsiona' o projétil não se perde. Ela, de alguma forma, é 'armazenada' na subida e progressivamente 'recuperada' na descida, até atingir o seu valor inicial quando o projétil retorna ao ponto de lançamento. Novamente aqui se pode ver, em estado latente, as primeiras sementes de uma idéia que, refinada e fazendo parte de um sólido e poderoso quadro conceitual, mais tarde, evidenciará relações de transformação de energia cinética em energia potencial gravitacional e vice-versa.

2.7 - A conservação da quantidade de movimento em uma colisão: os estudos newtonianos

Considerando, entre outros, os resultados de Wallis e Huyghens sobre o choque mecânico como relevantes e digno de registro, mas percebendo que o tema exigia um tratamento teórico e experimental adequado às condições reais envolvidas num choque, Isaac Newton (1642-1727) decidiu investigar este assunto em toda a sua extensão, levando em conta tanto a resistência do ar como a elasticidade dos corpos envolvidos. Para isso recorreu ao pêndulo, estudando experimentalmente diversas situações de colisão frontal entre objetos esféricos macios, duros, iguais e diferentes.

Depois de mostrar como encontrar as velocidades de duas massas pendulares imediatamente antes e depois de uma colisão, Newton comenta os resultados que obtém a partir de uma série de experimentos: *"Assim, experimentando com pêndulos de 10 pés** *, tanto com corpos iguais como desiguais, e fazendo os corpos concorrerem* [isto é, chocarem-se] *após uma descida através de grandes espaços, como de 8, 12 ou 16 pés, sempre encontrei, com erro inferior a 3 polegadas*+ *, que quando os corpos concorriam diretamente* [colisão frontal], *mudanças iguais em direção às partes contrárias eram produzidas em seus movimentos ..."*[6]

---

* 1 pé = 30,48 cm

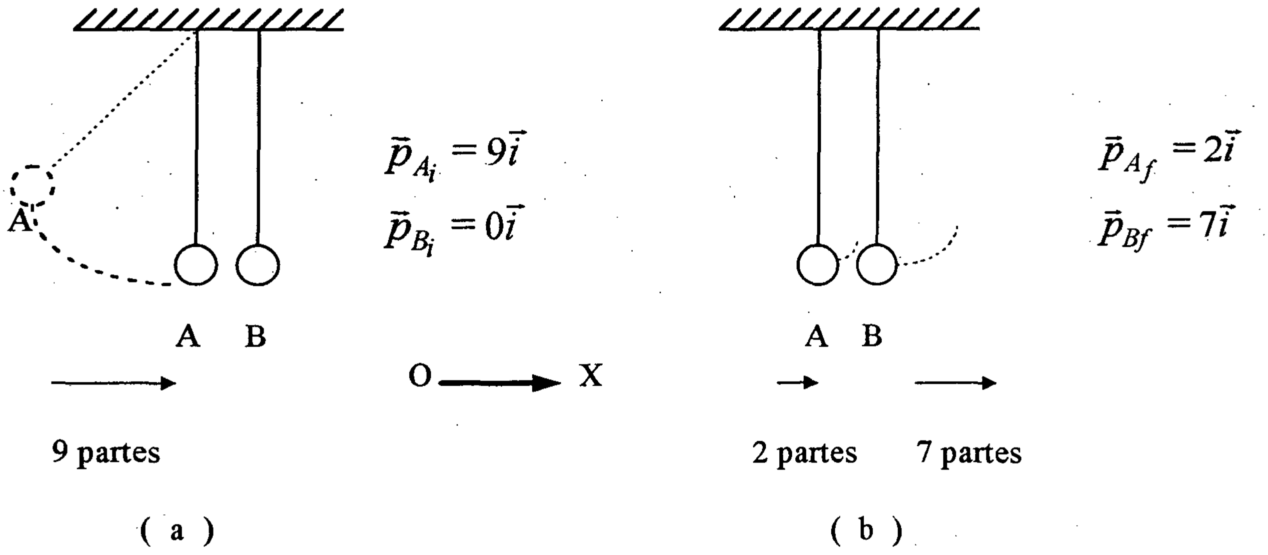
+ 1 polegada = 2,54 cm

Em linguagem moderna, o que Newton conclui com as suas experiências é que num choque frontal entre duas massas pendulares A e B as variações das quantidades de movimento de cada corpo antes e depois de choque são sempre iguais e opostas, isto é,

$$\Delta \vec{p}_A = - \Delta \vec{p}_B \quad . \qquad (20)$$

As três experiências apresentadas a seguir[7] comprovam esta relação. Nelas, as grandezas $\vec{p}_{A_i}$ e $\vec{p}_{B_i}$ de um lado, e $\vec{p}_{A_f}$ e $\vec{p}_{B_f}$, de outro, representam, respectivamente, as quantidades de movimento de duas esferas A e B imediatamente antes e imediatamente após a colisão frontal entre elas.

<u>Experiência 1</u>: *"Se uma massa pendular, A, incide com 9 partes de movimento* [isto é, com uma quantidade de movimento de 9 unidades] *sobre uma outra, B, que se encontra em repouso e nesta colisão perder 7 partes* [ou seja, 7 unidades da sua quantidade de movimento original], *ela continua o seu movimento com 2, enquanto a outra se desloca com 7 partes."* (Fig.6)



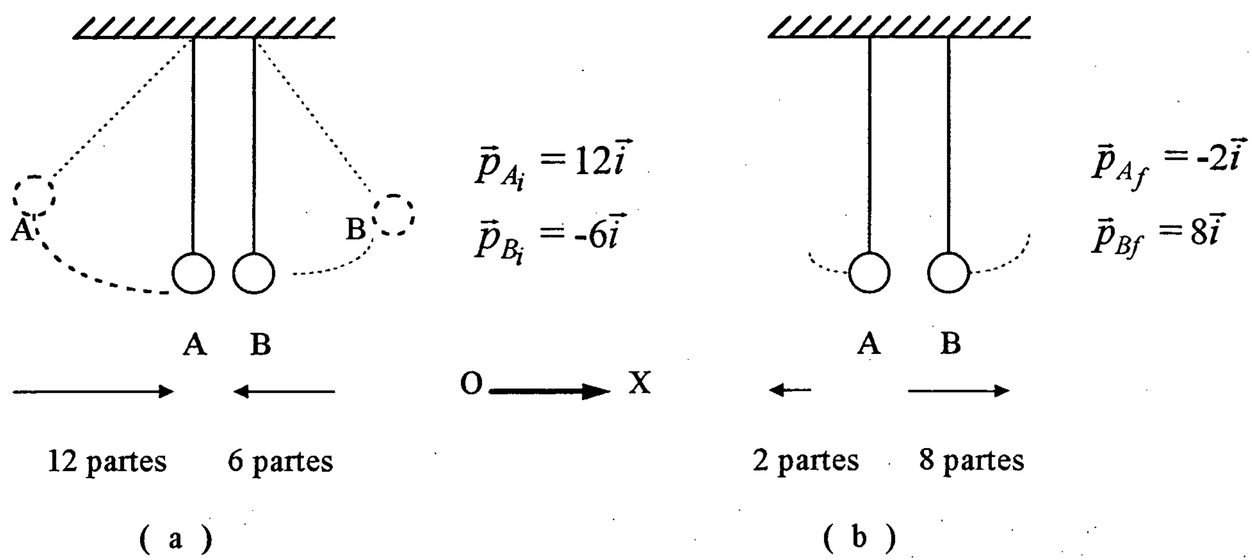
$$\Delta\vec{p}_A = \vec{p}_{A_f} - \vec{p}_{A_i} = 2\vec{i} - 9\vec{i} = -7\vec{i}$$

$$\Delta\vec{p}_B = \vec{p}_{B_f} - \vec{p}_{B_i} = 7\vec{i} - 0\vec{i} = 7\vec{i}$$

$$\Delta \vec{p}_A = - \Delta \vec{p}_B \quad .$$

Fig.6 - Colisão frontal de uma massa pendular em movimento com outra que se encontra em repouso. Situação imediatamente antes do choque (a) e imediatamente após o impacto (b), e a comprovação da relação $\Delta \vec{p}_A = - \Delta \vec{p}_B$.

Experiência 2: *"Se os corpos concorressem com movimentos contrários, A com 12 partes de movimento e B com 6, então se A retrocedesse com 2, B recuaria com 8, havendo uma variação de 14 partes de movimento de cada lado. Pois subtraindo 12 partes do movimento de A, nada restará; mas subtraindo 2 partes mais, um movimento de 2 partes será gerado na direção* [sentido] *contrária; e, assim, subtraindo 14 partes do movimento do corpo B, que era de 6 partes, é gerado um movimento de 8 partes na direção* [sentido] *contrária."* (Fig.7)



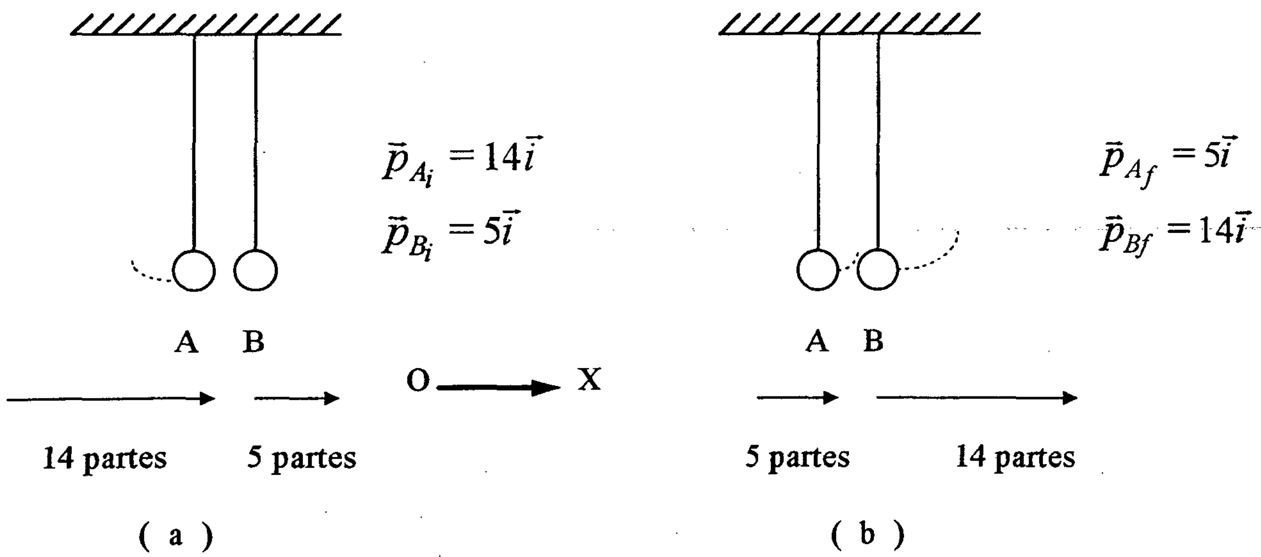
$$\Delta\vec{p}_A = \vec{p}_{A_f} - \vec{p}_{A_i} = -2\vec{i} - 12\vec{i} = -14\vec{i}$$

$$\Delta\vec{p}_B = \vec{p}_{B_f} - \vec{p}_{B_i} = 8\vec{i} - (-6\vec{i}) = 14\vec{i}$$

$$\Delta\vec{p}_A = -\Delta\vec{p}_B \quad .$$

Fig.7 - Choque frontal entre duas esferas que se movimentam em sentidos opostos. Situação imediatamente antes do impacto (a) e imediatamente após a colisão (b), e a comprovação da relação $\Delta\vec{p}_A = -\Delta\vec{p}_B$.

Experiência 3: *"Mas se ambos os corpos se movessem na mesma direção* [sentido], *sendo A o mais rápido, com 14 partes de movimento, e B o mais lento, com 5, e após a reflexão* [impacto] *A seguisse com 5, B prosseguiria com 14 partes, sendo 9 partes transferidas de A para B."* (Fig.8)



$$\Delta\vec{p}_A = \vec{p}_{A_f} - \vec{p}_{A_i} = 5\vec{i} - 14\vec{i} = -9\vec{i}$$

$$\Delta\vec{p}_B = \vec{p}_{B_f} - \vec{p}_{B_i} = 14\vec{i} - 5\vec{i} = 9\vec{i}$$

$$\Delta\vec{p}_A = -\Delta\vec{p}_B \quad .$$

Fig.8 - Colisão frontal entre duas esferas que se deslocam no mesmo sentido no momento do choque. Situação imediatamente antes do impacto (a) e imediatamente após ele (b), e a comprovação da relação $\Delta\vec{p}_A = -\Delta\vec{p}_B$.

A eq (20), portanto, expressa a conservação da quantidade de movimento de dois corpos em uma colisão frontal. Reescrevendo-a, resulta

$$\vec{p}_{A_f} - \vec{p}_{A_i} = -(\vec{p}_{B_f} - \vec{p}_{B_i}) \quad ,$$

$$\vec{p}_{A_f} + \vec{p}_{B_f} = \vec{p}_{A_i} + \vec{p}_{B_i} \quad . \tag{21}$$

2.8 - A concepção clássica de força

Os experimentos de Newton com o pêndulo evidenciam que a variação da quantidade de movimento de uma massa pendular A, em um processo de colisão com uma outra, B, se deve à ação de uma <u>força</u> exercida por B sobre A; e vice-versa. Como as variações das quantidades de movimento dos dois corpos são iguais e opostas, é lícito pensar que também sejam iguais e opostas as forças envolvidas no choque.

Designando, respectivamente, por $\Delta\vec{p}_A$ e $\Delta\vec{p}_B$ as variações das quantidades de movimento de duas massas pendulares A e B, devido a um processo de colisão entre ambas, pode-se escrever, de acordo com a eq.(20), que

$$\Delta\vec{p}_A = -\Delta\vec{p}_B \quad . \qquad (22)$$

Dividindo-se ambos os membros desta igualdade por Δt, intervalo de tempo durante o qual os dois corpos exercem ações recíprocas, resulta

$$\frac{\Delta\vec{p}_A}{\Delta t} = -\frac{\Delta\vec{p}_B}{\Delta t} \quad . \qquad (23)$$

Calculando o limite para $\Delta t \rightarrow 0$, segue que

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{p}_A}{\Delta t} = -\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{p}_B}{\Delta t} \quad ,$$

$$\frac{d\vec{p}_A}{dt} = -\frac{d\vec{p}_B}{dt} \quad . \qquad (24)$$

Esta relação indica que a taxa de variação com o tempo da quantidade de movimento do corpo A é igual e oposta à taxa de variação com o tempo da quantidade de movimento do corpo B.

Identificando a variação temporal da quantidade de movimento de um corpo à <u>força</u> (líquida, resultante) sobre ele (conforme Newton, *"a variação do movimento é proporcional à força motora impressa e tem a direção desta força"*[8]), constata-se que o primeiro termo da eq.(24) nada mais é do que a força exercida pelo corpo B sobre o corpo A $(\vec{F}_{BA})$ e que o segundo termo representa a força que A exerce em B $(\vec{F}_{AB})$. Ou seja, tem-se, a partir da relação (24), que

$$\vec{F}_{BA} = -\vec{F}_{AB} \quad . \qquad (25)$$

Estabelece-se, assim, que as forças envolvidas no choque possuem a mesma intensidade $(F_{BA} = F_{AB})$, a mesma direção e sentidos opostos. Este resultado foi generalizado por Newton em um enunciado conhecido como a <u>lei da ação e da reação</u>, ou <u>terceira lei de Newton</u>: *"A uma ação sempre se opõe uma reação igual, ou seja, as ações de dois corpos um sobre o outro são sempre iguais e se dirigem a partes contrárias"*[9]

Isto significa que quando você segura um objeto em sua mão, tal como um laranja, por exemplo, da mesma forma que a sua mão aplica uma força sobre a laranja $(\vec{N})$ para sustentála, também a laranja aplica uma força sobre a sua mão ($\vec{N}'$), 'comprimindo-a' (Fig.9). Estas forças constituem um par ação-reação: se uma é a ação, a outra é a reação correspondente. Não importa qual das forças do par, ($\vec{N}$) ou ($\vec{N}'$), seja considerada como a ação ou a reação.

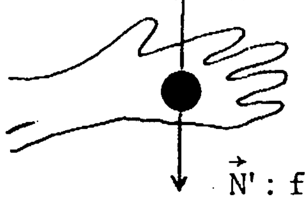


Fig.9 - As forças $\vec{N}$ e $\vec{N}'$ possuem o mesmo módulo, a mesma direção e sentidos opostos. Portanto, pode-se escrever, vetorialmente, que $\vec{N} = - \vec{N}'$.

Analogamente, quando uma bola atinge uma vidraça, a força exercida pela bola sobre o vidro é exatamente igual, em módulo, a força que o vidro exerce sobre a bola. A eventual quebra da vidraça nada tem a ver com a terceira lei de Newton.

Contudo, o conceito newtoniano de força como uma interação entre dois corpos estende-se muito além da idéia intuitiva do senso comum que relaciona força, basicamente, às ações de sustentar, puxar, empurrar ou deformar alguma coisa. Assim, dois ímãs exercem ações recíprocas, os planetas também se influenciam mutuamente ... e não há qualquer contato físico entre as partes envolvidas. No capítulo 6, dentro do contexto geral da gravitação newtoniana, discute-se esta questão da 'ação à distância' entre dois corpos, que é totalmente inconcebível para os cartesianos.

2.9 - A relação $\vec{F} = d\vec{p}/dt$

"A variação do movimento é proporcional à força motora impressa e tem a direção da força" é o enunciado que Newton dá à sua segunda lei do movimento. A relação

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \tag{26}$$

o 'traduz' em linguagem atual.

Assim, ao enunciar a sua segunda lei, Newton não identifica, explicitamente, a força líquida, resultante, sobre um corpo à sua massa e aceleração. Ele relaciona força à variação temporal da quantidade de movimento de um corpo, que define como o produto da massa do corpo pela velocidade com que ele se desloca relativamente a um observador inercial+, ou seja, como

$$\vec{p} = m\,\vec{v} \quad . \tag{27}$$

Quando a força líquida sobre um corpo é nula, não há variação temporal da sua quantidade de movimento. Isto é,

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{0}$$

implica que $\vec{p} = m\vec{v}$ é um vetor constante. Para um observador inercial, portanto, o corpo está parado ($|\vec{p}| = 0$) ou em movimento retilíneo uniforme ($|\vec{p}| = constante \neq 0$).

Por outro lado, de (27) em (26), resulta

$$\vec{F} = \frac{d\,(m\,\vec{v})}{dt} \quad . \tag{28}$$

Aplicando a regra da derivada de um produto, segue que

$$\vec{F} = \left(\frac{dm}{dt}\right)\vec{v} + m\,\frac{d\vec{v}}{dt} \quad ,$$

ou

$$\vec{F} = \left(\frac{dm}{dt}\right)\vec{v} + m\,\vec{a} \quad . \tag{29}$$

Não havendo variação da massa do corpo com o tempo, $dm/dt = 0$ e a eq.(29) se reduz a

$$\vec{F} = m\,\vec{a} \quad . \tag{30}$$

Para um amplo espectro de sistemas físicos de interesse, na mecânica newtoniana, não há variação de massa com o tempo e as eq.(26) e (30) podem ser usadas indistintamente. Há, no entanto, sistemas em que a relação $\vec{F} = m\vec{a}$ não se aplica. Constituem-se exemplos:

a) a queda de uma gota de chuva durante a qual condensações de umidade e evaporação de água na gota alteram a sua massa;

+ O capítulo 1 do Livro 4 apresenta uma ampla discussão sobre a conceituação de um sistema de referência inercial. Caracteriza-se, aqui, brevemente, um observador inercial como um observador livre de forças, ou sujeito a um sistema de forças cuja resultante é nula.

b) um foguete (ou mesmo um autómovel) que diminui de massa em decorrência da queima de seu combustível;

c) um caminhão de bombeiro com um vazamento de água no seu tanque etc.

À estes e outros sistemas similares vale a equação $\vec{F} = d\vec{p}/dt$.

É interessante observar que, geralmente, se inicia o estudo da relação matemática existente entre a força líquida que atua sobre um corpo e sua correspondente variação de velocidade a partir da equação $\vec{F} = m\vec{a}$. A nível de 2^0 grau isto parece ser mesmo inevitável, pelas limitações que o formalismo matemático impõe a este assunto. No entanto, deve-se estar atento para os limites de validade da equação (30). Vale ressaltar que a relação $\vec{F} = m\vec{a}$ não foi estabelecida por Newton, mas sim por Leonard Euler (1707-1783), cerca de cinqüenta anos depois de Newton ter publicado a primeira edição do seu "Principia", sua obra principal.[10,11]

2.10 - O peso de um corpo

A segunda lei de Newton e o entendimento provisório, mas mais geral, de uma força como uma interação entre dois corpos, que não envolve, necessariamente, contato físico aparente entre eles, permitem caracterizar conceitual e matematicamente o peso de um corpo a partir de uma situação experimental bastante corriqueira, como a que envolve a queda de um objeto.

Seja m a massa de um objeto solto de uma certa altura em relação ao solo. O corpo cai, de acordo com a física newtoniana, porque é atraído pela Terra. Esta força de atração da Terra sobre o corpo é o peso do corpo[+] (no local da Terra em que se encontra). Desconsiderando a resistência do ar, o peso é a única força que age sobre o objeto em queda (Fig.10).

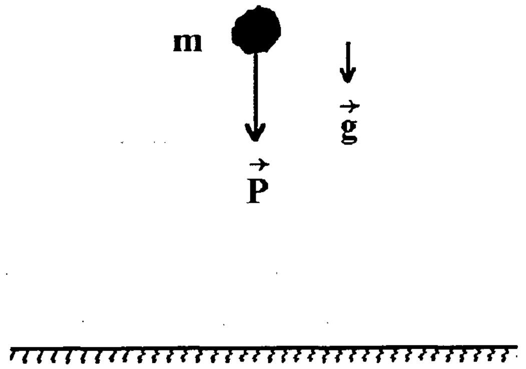


Fig.10 - A força resultante sobre um corpo de massa m, em queda livre, é o seu peso, P

[+] O corpo também exerce uma força sobre a Terra, de acordo com a terceira lei de Newton, mas seu efeito é desprezível, face às dimensões da Terra.

Da segunda lei de Newton, com $\vec{a} = \vec{g}$ e $\vec{F} = \vec{P}$, resulta, então, que

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = m\,\vec{a} \quad , \qquad (31)$$

$$\vec{P} = m\,\vec{g} \quad . \qquad (32)$$

Em forma escalar,

$$P = m\,g \quad . \qquad (33)$$

2.11 - Perguntas e respostas

Demonstre que em uma colisão elástica unidimensional entre dois objetos de qualquer massa, as velocidades relativas de aproximação e de afastamento dos objetos são iguais.

A Fig. 11 ilustra o choque elástico frontal entre dois corpos de massas m_1 e m_2 que se movimentam no mesmo sentido antes e depois de colidirem. Sejam v_1 e v_2 os módulos das velocidades dos objetos antes da colisão e v_1' e v_2' as intensidades das respectivas velocidades após o choque.

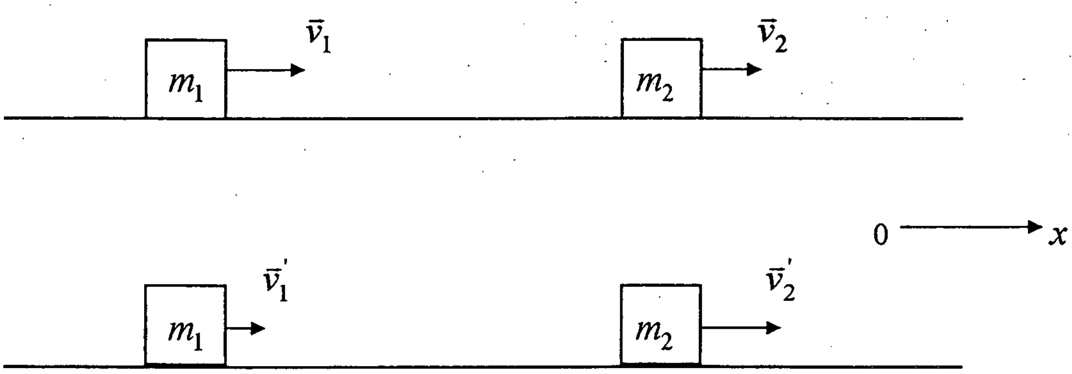


Fig. 11

Para uma colisão elástica, como pensava corretamente Huygens, é constante a soma dos produtos das massas dos corpos pelos quadrados de suas respectivas velocidades. Deste modo, pode-se escrever que

$$m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2 = m_1 v_1'^2 + m_2 v_2'^2 \quad . \qquad (1)$$

De acordo com a conservação da quantidade de movimento,

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \quad . \qquad (2)$$

Agrupando termos nas equações (1) e (2), obtém-se

$$m_1(v_1^2 - v_1'^2) = m_2(v_2'^2 - v_2^2) \quad , \qquad (3)$$

$$m_1(v_1 - v_1') = m_2(v_2' - v_2) \quad . \qquad (4)$$

Dividindo (3) por (4), resulta

$$\frac{m_1(v_1 - v_1')(v_1 + v_1')}{m_1(v_1 - v_1')} = \frac{m_2(v_2' - v_2)(v_2' + v_2)}{m_2(v_2' - v_2)} \quad ,$$

$$v_1 + v_1' = v_2' + v_2 \quad ,$$

$$v_1 - v_2 = v_2' - v_1' \quad , \qquad (5)$$

como se queria demonstrar.

Para a situação considerada na Fig.12, na qual os objetos que se chocam elasticamente se movimentam em sentidos opostos antes e depois da colisão, a demonstração é análoga.

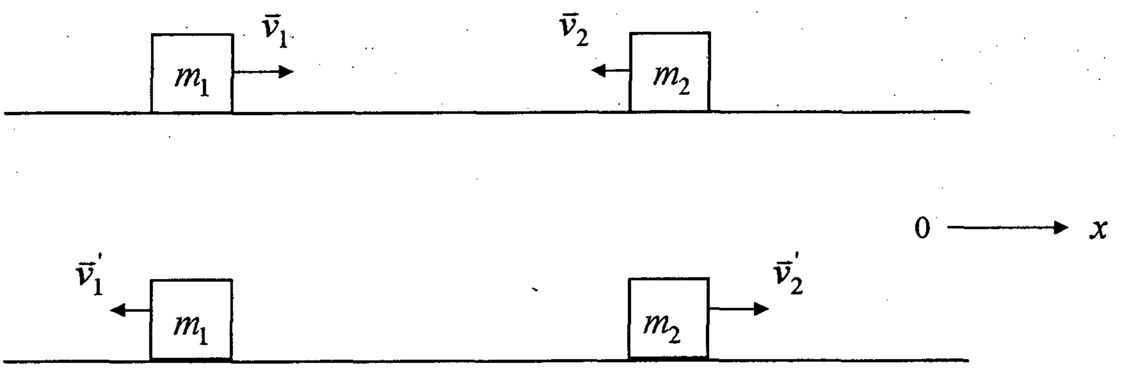


Fig.12

Conforme Huygens,

$$m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2 = m_1 v_1'^2 + m_2 v_2'^2 \quad . \qquad (6)$$

Pela conservação da quantidade de movimento (e levando em conta o caráter vetorial desta quantidade física),

$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = - m_1 v_1' + m_2 v_2' \quad . \qquad (7)$$

Agrupando termos nas equações (6) e (7),

$$m_1(v_1^2 - v_1'^2) = m_2(v_2'^2 - v_2^2) \quad , \tag{8}$$

$$m_1(v_1 + v_1') = m_2(v_2' + v_2) \quad . \tag{9}$$

Dividindo (8) por (9), obtém-se

$$\frac{m_1(v_1 - v_1')(v_1 + v_1')}{m_1(v_1 + v_1')} = \frac{m_2(v_2' - v_2)(v_2' + v_2)}{m_2(v_2' + v_2)} \quad ,$$

$$v_1 - v_1' = v_2' - v_2 \quad ,$$

$$v_1 + v_2 = v_2' + v_1' \quad , \tag{10}$$

como se queria demonstrar.

2.12 - Questões

1. Caracterize e exemplifique o tipo de colisão estudada pelo matemático inglês John Wallis.

2. Com que hipóteses básicas lida Christiaan Huygens em seus estudos sobre o choque elástico?

3. Que quantidade física se conserva em uma colisão elástica, em qualquer sistema de referência, segundo Huygens?

4. O filósofo e matemático alemão G.W. Leibniz se opôs a idéia de medir a 'força de um corpo' por sua quantidade de movimento. Como Leibniz concebe, conceitualmente, a 'força de um corpo'?

5. Caracterize e exemplifique os conceitos de 'força viva' ('vis viva') e 'força morta' ('vis mortua') defendidos por Leibniz.

6. Conceitue, classicamente, uma força.

7. A expressão $\vec{F} = m\vec{a}$ representa, realmente, a segunda lei de Newton? Explique.

8. Obtenha a terceira lei de Newton combinando a lei experimental da conservação da quantidade de movimento $(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{k})$ com a definição de força dada pela segunda lei de Newton.

9. Exemplifique a terceira lei de Newton.

10. Prove que quando a força resultante sobre um corpo é nula, não há variação temporal da sua quantidade de movimento.

2.13 - Referências Bibliográficas

1. CARVALHO, A.M.P. Física: proposta para um ensino construtivista. São Paulo, Editora Pedagógica e Universitária, 1989.
2. WESTFALL, R.S. The construction of modern science. Cambridge, Cambridge University Press, 1990. Capítulo VII.
3. GOEHRING, G.D. 17th century treatments of one dimensional collisions. Physics Education, 10 (6): 457-460, 1975.
4. O triunfo da mecânica. In: Projeto Física. Lisboa, Fundação Calouste Gulbenkian, 1980. p.23
5. JAMMER, M. Concepts of force: a study on the foundations of dynamics. Cambridge, Harvard University Press, 1957. pp.163-164.
6. NEWTON, I. Principia: princípios matemáticos de filosofia natural. São Paulo, Editora da Universidade de São Paulo, 1990. p.26.
7. NEWTON, I. Referência 6, pp.26-27.
8. NEWTON, I. Referência 6, pp.15-16.
9. NEWTON, I. Referência 6, p.20.
10. HOLTON, G. & BRUSH, S.G. Introducción a los conceptos y teorías de las ciencias físicas. Barcelona, Editorial Reverté, 1976. p.173.
11. RAMAN, V.V. The second law of motion and Newton's equations. Physics Teacher, 10 (3): 136-137, 1972.

Capítulo 3

Uma introdução didática às leis de Newton

3.1 - Introdução

Este capítulo faz uma abordagem essencialmente didática às leis de Newton,

a) estabelecendo o princípio da inércia a partir das conclusões de Galileu sobre um movimento neutro;

b) procedendo a uma descrição qualitativa da dinâmica do movimento circular;

c) introduzindo a relação $\vec{F} = m\vec{a}$ a partir de um definição operacional de força;

d) contrastando alguns aspectos da física newtoniana com a teoria do impetus, de Buridan;

e) mostrando que a partir de medidas de uma grandeza cinemática, como a aceleração, e do estabelecimento de uma unidade padrão de massa é possível expressar a massa de qualquer corpo em função desta massa padrão;

f) efetivando uma ampla discussão sobre a física do senso comum e as dificuldades conceituais dos estudantes em relação a este tema;

g) aplicando a relação $\vec{F} = m\vec{a}$ em inúmeras situações-problema.

No estudo da física aristotélica e da física da força impressa e do impetus (Livro 2, capítulos 2 e 3), destacou-se que as observações e interações das pessoas em geral, e do estudante em particular, com o movimento dos corpos aproxima a física intuitiva ou física do senso comum de certas explicações veiculadas por estes referenciais de conhecimento.

A imersão do aluno em aspectos históricos da relação força-movimento ao mesmo tempo que situa e dá sentido a muitas de suas dúvidas sobre este assunto insere-o dentro de um processo de competição de teorias que evidencia a evolução, o progresso, do conhecimento científico. Isto, seguramente, pode auxiliá-lo a promover as transformações conceituais necessárias à compreensão significativa das leis de Newton.

3.2 - A primeira lei de Newton

Ao estudar as propriedades de um movimento neutro, abordando a questão do repouso e do movimento de um corpo em um plano horizontal, Galileu (Livro 2, seção 6.5) conclui que não é necessária nenhuma força para manter um objeto parado sobre este plano (Fig.1) e que também não é preciso nenhuma força para conservar um objeto em deslocamento com velocidade constante ao longo do mesmo (Fig.2).

Ora, para os aristotélicos esta conclusão é destituída de qualquer sentido. Primeiro, porque o repouso de um corpo em seu lugar natural não precisa de nenhuma explicação; segundo, porque é absurdo se pensar em qualquer movimento sem que a ele esteja associado uma força (no caso de um movimento retilíneo uniforme, a força que age sobre o corpo deve ser maior do que a resistência oferecida pelo meio); e terceiro porque um movimento com resistência nula (como propõe Galileu ao considerar um deslocamento horizontal livre de qualquer impedimento) implicaria em uma velocidade infinita.

Na física do impetus a situação não é muito diferente. É a força impressa a um corpo que torna possível o seu movimento depois de cessado o contato com o lançador. Mas esta força se dissipa, quer pela resistência do meio no caso de um movimento 'real' ao longo de uma superfície horizontal, quer pelo próprio peso do corpo (ou de algum outro modo), numa situação de movimento sem resistência. O importante também aqui é assegurar a finitude de qualquer movimento.

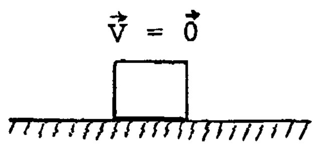


Fig.1 - Se um objeto for colocado em repouso sobre uma superfície horizontal ele permanecerá aí parado. Não é preciso nenhuma força para mantê-lo nesta posição, já que ele não tem qualquer tendência a se movimentar.

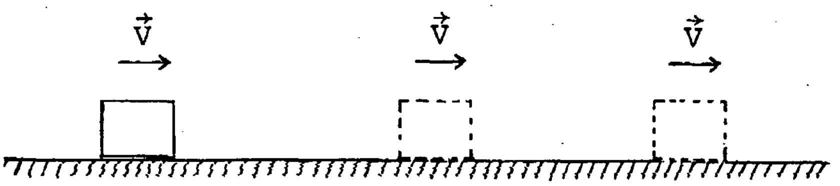


Fig.2 - Se um objeto for colocado em movimento sobre uma superfície horizontal ele continuará a se movimentar com velocidade constante até onde a superfície se estender. Não é necessária nenhuma força para mantê-lo em movimento retilíneo uniforme, desde que não haja qualquer impedimento (resistência) ao seu deslocamento.

Enfatizando o aspecto causal do problema, é interessante explorar, com um detalhamento maior, esta afirmação de Galileu sobre o repouso e o movimento retilíneo uniforme, da qual se vale Newton para enunciar a sua primeira lei ou princípio da inércia.

Se a um corpo em repouso forem simultâneamente aplicadas duas forças de mesmo módulo mas de sentidos contrários* (Fig.3), esta sua condição não será alterada, pois os efeitos

* A partir deste momento, caracteriza-se força como uma grandeza vetorial, sujeita, portanto, às leis da álgebra vetorial.

destas forças se cancelarão mutuamente. Isto é, não haverá força líquida ou resultante sobre o corpo.

De forma análoga, a situação de movimento retilíneo uniforme de um corpo também não será modificada se sobre ele agirem, simultaneamente, duas forças de mesmo módulo e de sentidos contrários (Fig.4). O corpo continuará a se deslocar com velocidade constante e igual a que tinha antes das duas forças terem sido nele aplicadas, pois novamente a força líquida sobre ele será nula.

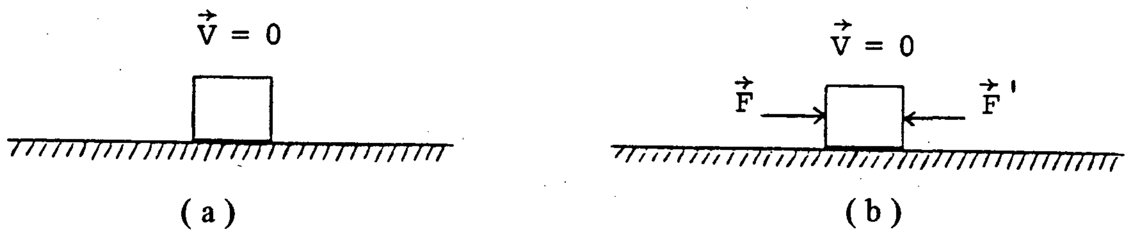


Fig.3 - Um corpo em repouso (a), sujeito, simultaneamente, a duas forças iguais e opostas (b), continua em repouso.

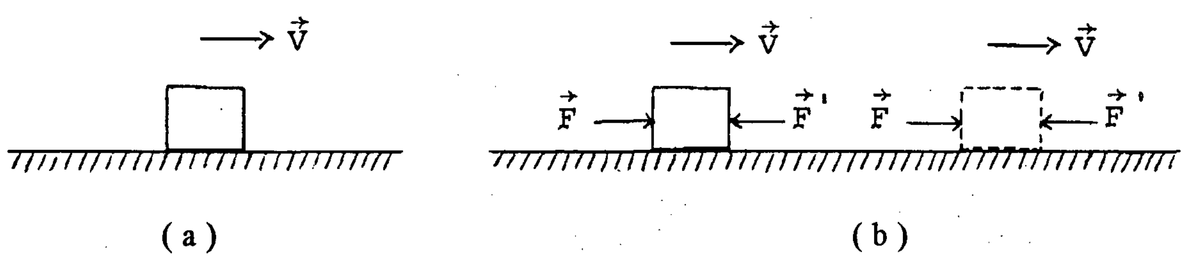


Fig.4 - Um corpo que se movimenta com velocidade constante (a) não altera esta sua velocidade quando é submetido, simultaneamente, a ação de duas forças iguais e opostas (b).

O repouso e o movimento retilíneo uniforme são, então, estados dinamicamente equivalentes, ou seja, estados nos quais se encontra um corpo quando não está submetido à ação de uma força ou quando está sujeito à ação de duas ou mais forças que se cancelam mutuamente (força líquida ou resultante nula). Em ambos os casos, tem-se uma aceleração nula.

Vê-se, assim, que o efeito de uma força (ou resultante de um sistema de forças) sobre um corpo que se encontra inicialmente parado ou em movimento retilíneo com velocidade constante é o de alterar o estado em que o corpo se encontra, o que se traduz pela variação da sua velocidade com o tempo. (Fig.5 e 6).

Enganam-se, deste modo, os aristotélicos e os adeptos de Buridan: a ação de uma força (líquida) sobre um corpo não tem a função de manter o seu movimento; o seu efeito é o de produzir alterações na velocidade do corpo (seja em intensidade, como ocorre em um movimento retilíneo, seja em direção, com variação ou não do módulo da velocidade, como acontece em um movimento curvilíneo).

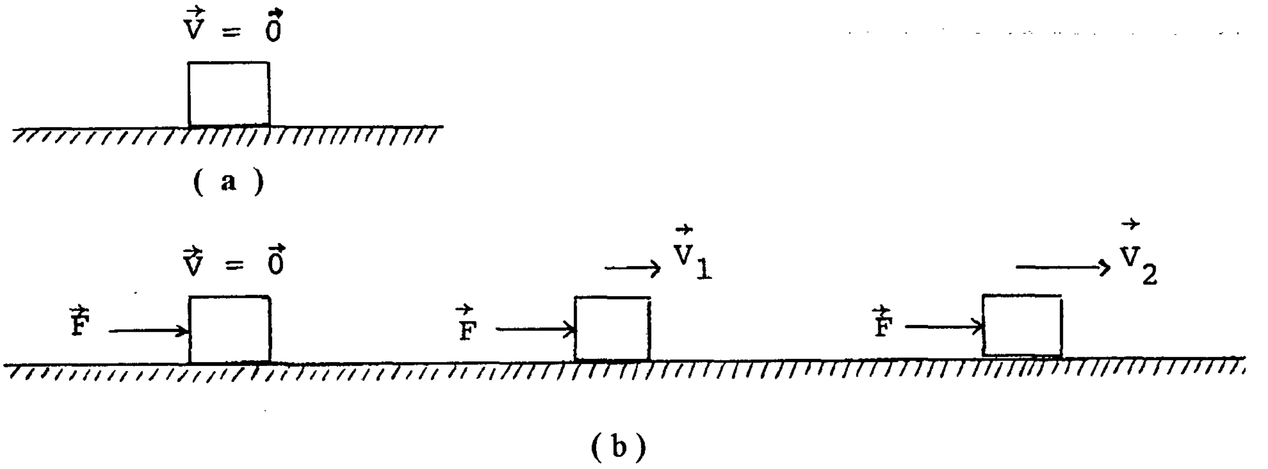


Fig.5 - Sob a ação de uma força, um corpo, inicialmente em repouso (a), aumenta a sua velocidade com o tempo (b).

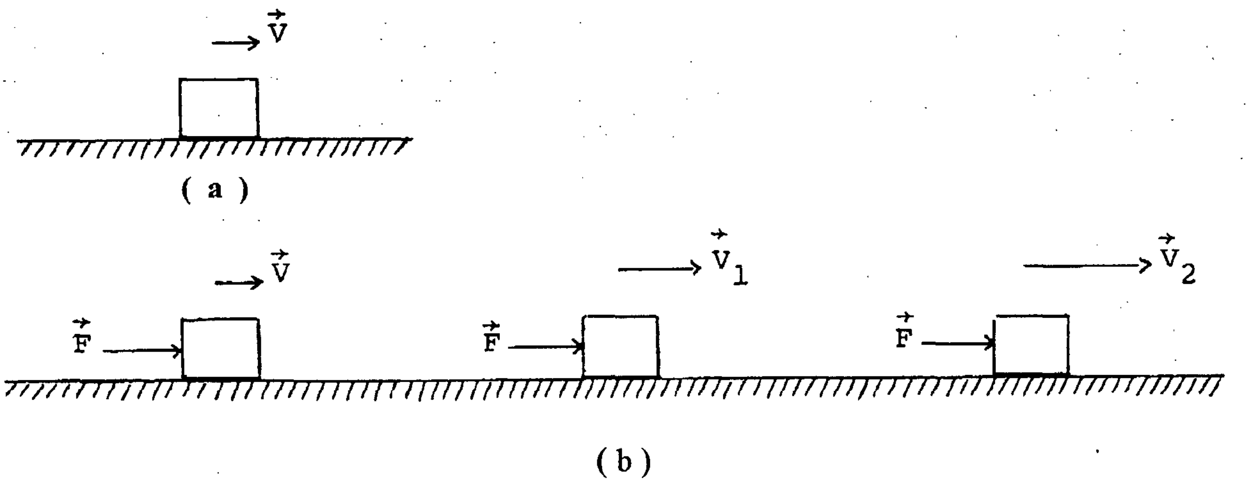


Fig.6 - Um corpo inicialmente em movimento com velocidade constante (a), sob a ação de uma força, aumenta a sua velocidade com o tempo (b).

Galileu tem isso presente quando estuda o movimento plano de um projétil. A trajetória parabólica que obtém (Livro 2, seção 5.6) se baseia na combinação de dois movimentos perpendiculares e na ação desprezível da resistência do ar. O movimento horizontal se processa com velocidade constante porque não há força atuando sobre o projétil nesta direção. A variação com o tempo da componente vertical da velocidade do projétil indica a existência de uma força sobre o mesmo nesta direção (Fig.7).

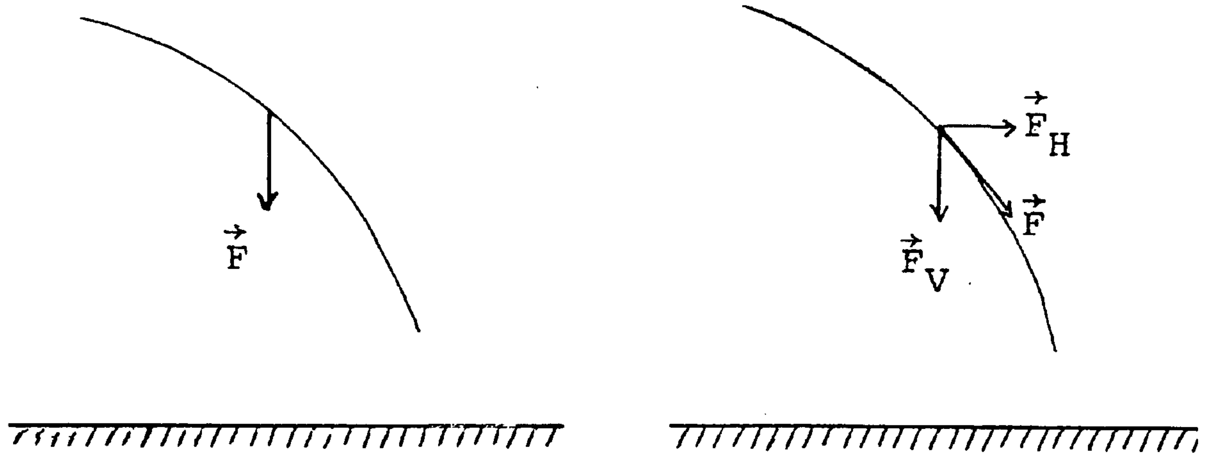


Fig.7 - A força sobre um projétil em movimento plano, desconsiderando a influência do meio em seu deslocamento, tem a direção vertical (a). Se a força sobre o projétil tivesse qualquer outra direção, por exemplo se fosse tangente à trajetória (b), haveria uma componente desta força na direção horizontal, o que alteraria a constância da velocidade nesta direção.

Galileu, asssim, dispõe de todos os elementos para enunciar o princípio da inércia da forma como Newton o faz na sua primeira lei: 'Todo corpo continua em seu estado de repouso ou de movimento uniforme, em linha reta, a menos que seja compelido a modificar o estado em que se encontra por forças a ele aplicadas.' Por que isso não ocorre?

Uma explicação para isso é a de que *"mesmo nos exemplos particulares de inércia, discutidos por Galileu, havia sempre o atrito do ar e o movimento cessava quase imediatamente, como quando um projétil atingia o solo. Em toda a extensão da física explorada por Galileu, não há exemplo algum de um objeto físico que tenha pelo menos uma componente de puro movimento inercial, exceto num tempo muito curto. Foi talvez por essa razão que Galileu nunca formulou uma lei geral da inércia. Ele era excessivamente físico!"*[(1)]

Um outro aspecto que também deve ser ressaltado é que Galileu, como os aristotélicos e alguns defensores do impetus, se preocupava com a finitude de um movimento, no caso deste não ser circular. Isto é, se não houvesse nenhuma resistência ao deslocamento de um corpo, e se este seu movimento fosse retilíneo, haveria um movimento perpétuo numa certa direção - uma situação incompatível com a crença galileana de um universo finito.

Ao contrário de Galileu, para quem um movimento com velocidade constante (em módulo) só é possível se o corpo mantém sempre a mesma distância em relação ao centro da Terra (o que o conduz a uma 'inércia circular'), Newton, ao enunciar o princípio da inércia, admite que o movimento horizontal de um corpo livre de qualquer impedimento pode se dar, realmente, ao longo de um plano infinito.

3.3 - O movimento circular uniforme - uma descrição qualitativa

Pelo exposto na seção anterior, nenhum movimento circular pode ser inercial. A variação contínua na direção da velocidade indica isso. O movimento circular uniforme dos antigos (e também de Galileu) é, portanto, um movimento acelerado, sujeito à ação contínua de uma força líquida.

Em um movimento circular uniforme o módulo da velocidade de um corpo permanece constante, razão pela qual são descritos comprimentos de arcos iguais em iguais intervalos de tempo (Fig.8). Assim, não se pode pensar em associar a este movimento uma força que tenha componente na direção da velocidade porque isso, naturalmente, alteraria o seu módulo (Fig.9). Desta forma, conclui-se que a força líquida sobre um corpo em movimento circular uniforme tem direção radial. Esta força não altera o módulo da velocidade; altera a sua direção.

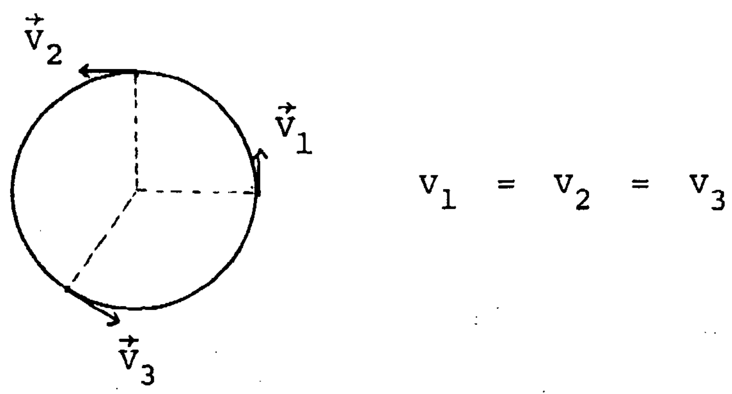


Fig.8 - A velocidade de um corpo em movimento circular uniforme é constante em módulo. O que muda continuamente é a direção da velocidade.

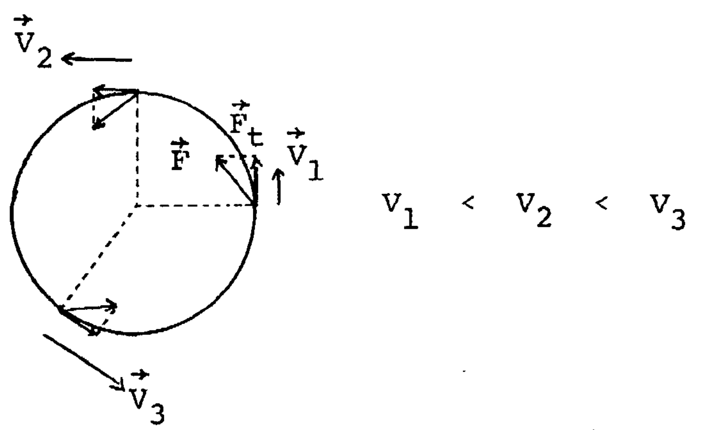
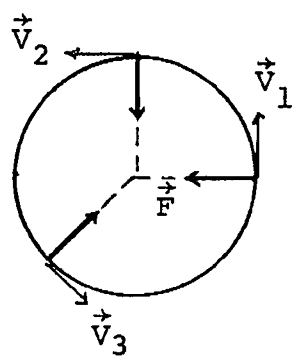


Fig.9 - Uma força com componente na direção tangencial altera o módulo da velocidade de um corpo em movimento circular.

Mas e quanto ao sentido desta força radial: ela aponta para o centro do círculo ou do centro para fora? E com relação à sua intensidade, isto é, a sua dependência de fatores como o raio do círculo, a velocidade do corpo, etc.? As respostas a estas questões são, sem dúvida, básicas para um completo entendimento desta força, mas a presente discussão do movimento circular uniforme limita-se a ressaltar, em nível qualitativo, apenas alguns aspectos deste movimento, os quais, seguramente, propiciarão uma melhor compreensão do mesmo quando da sua quantificação, em um outro capítulo. No momento, então, deixar-se-á de lado a questão da intensidade desta força, admitindo-se, contudo, que a sua orientação seja para o centro do círculo (Fig.10).



$$v_1 = v_2 = v_3$$

Fig.10 - A força sobre um corpo em movimento circular uniforme tem a direção radial e aponta, a cada instante, para o centro do círculo.

Estando um corpo em movimento circular uniforme sob a ação de uma força radial que aponta para o centro do círculo, por que ele não é projetado, por esta força, para o centro? Esta pergunta procede porque parece difícil se conceber um movimento com força resultante (líquida) perpendicular à velocidade. Mas isso é exatamente o que ocorre em um movimento circular uniforme. A causa deste movimento é a força radial, que altera constantemente a direção da velocidade do corpo. Se esta força deixasse de existir num certo ponto da trajetória, o corpo, deste momento em diante, se deslocaria em linha reta, com velocidade constante, na direção caracterizada pela tangente à curva neste ponto.

Esta situação pode ser melhor visualizada através do seguinte exemplo: uma esfera é projetada, a partir do ponto A, para o interior de uma mangueira em forma circular (Fig.11). Enquanto está sujeita ao vínculo da mangueira, a esfera, a cada instante, fica submetida à ação de uma força radial, exercida pela mangueira sobre ela. Esta força não altera o módulo da velocidade por ser perpendicular a ela. O seu efeito é o de fazer variar a direção da velocidade tangencial. A descontinuidade existente na mangueira, no ponto B, faz cessar a causa do movimento circular e a esfera, não estando mais sujeita à ação de nenhuma força líquida, passa a se deslocar em movimento retilíneo uniforme com velocidade de módulo igual a que tinha no movimento circular e segundo a direção da sua velocidade no ponto B.

A constância do módulo da velocidade da esfera em todo o trajeto ABC mostra que não é necessária nenhuma força para manter um objeto em movimento, como afirmavam os aristotélicos. A força sobre a esfera na parte curvilínea da trajetória apenas a conserva em órbita circular - ela não a mantém em movimento

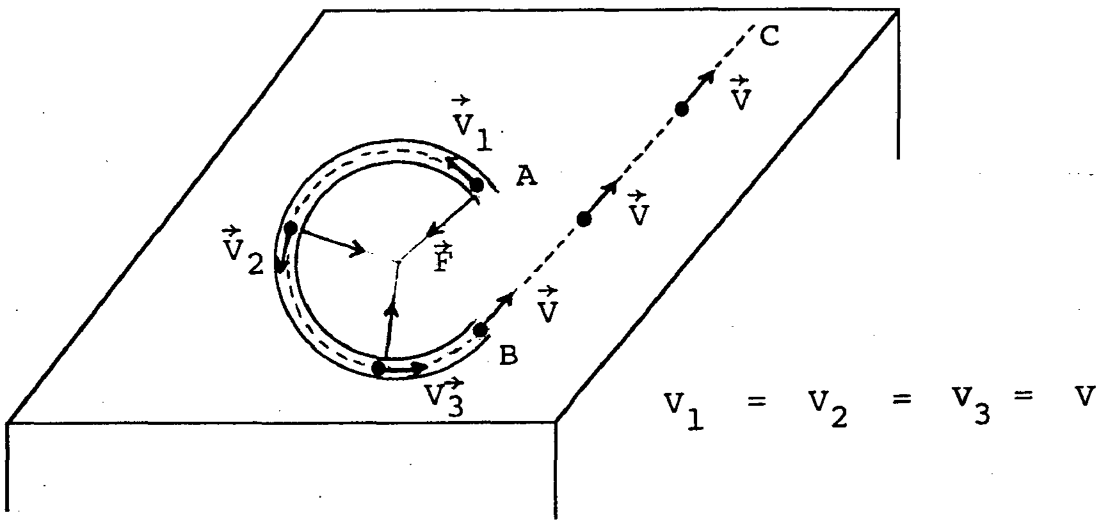


Fig. 11 - A velocidade de uma esfera projetada para o interior de uma mangueira em forma circular varia apenas em direção (considerando-se uma situação de resistência desprezível a seu movimento), de modo que quando a esfera deixa a mangueira ela executa um movimento retilíneo uniforme com velocidade de módulo igual a que tinha no ponto A.

Já um seguidor da teoria do impetus discorda frontalmente da concepção newtoniana do trajeto retilíneo seguido pela esfera ao deixar a mangueira. Ele dirá que a esfera, 'impregnada' que está de um impetus circular, deixa a parte circular da trajetória 'em curva', podendo, inclusive, entrar novamente na mangueira se o seu impetus for suficiente para tal, isto é, se ela for inicialmente projetada para dentro da mangueira com uma 'rapidez' conveniente (Fig. 12). Mas os teóricos do impetus já prestaram a sua contribuição para o desenvolvimento da ciência, e da mecânica, em particular. É de uma nova física que agora se está falando.

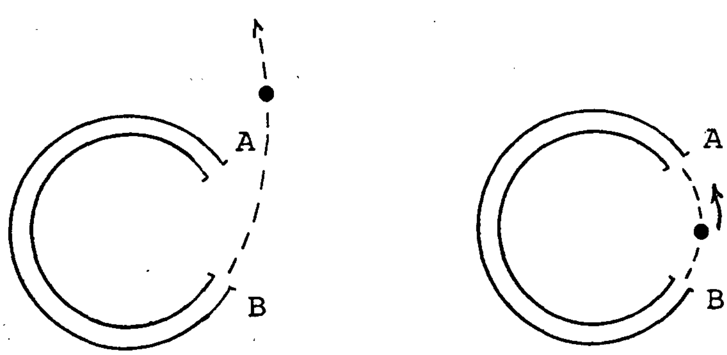


Fig. 12 - a) Para um teórico do impetus, a esfera deixa a mangueira seguindo uma trajetória curva devido ao impetus circular que ela possui. b) Se este impetus tiver uma intensidade suficiente, ela entra novamente na mangueira.

3.4 - Sobre observadores inerciais

Na seção 2.9 mencionou-se que o capítulo 1 do Livro 4 contempla uma discussão detalhada sobre a conceituação de um sistema de referência inercial e o observador a ele associado - o observador inercial. Também no presente capítulo bastará caracterizar este observador como um elemento livre de forças, ou sujeito a um sistema de forças cuja resultante é nula. Mas, afinal, que importância tem este observador na mecânica newtoniana?

Para responder sucintamente a esta pergunta, é preciso realmente entender que é sempre em relação a um observador que a velocidade de um corpo vai se apresentar constante (nula/diferente de zero) ou variável. A questão da relatividade dos movimentos, tão bem levantada por Cusa, Oresme e outros, no Livro 2, mostra claramente isto. Em todo o estudo da cinemática, realizado no Livro 1, ou no próprio desenvolvimento didático da primeira lei de Newton, na seção 3.2, esta idéia básica também esteve presente, implícita ou explicitamente, no encaminhamento das discussões.

A equivalência dinâmica dos estados de repouso e de movimento retilíneo uniforme estende, potencialmente, a uma gama infinita de 'observadores' o título de inercial. A primeira lei de Newton, assim, caracteriza, implicitamente, o que são referenciais inerciais.

A Terra não é um referencial inercial, pois nenhum observador ligado a ela ou a qualquer corpo em rotação está livre de força, já que ao girar fica sujeito a uma força líquida, radial, dirigida para o centro da trajetória. Contudo, em muitas situações físicas de interesse os efeitos não inerciais decorrentes desta rotação são desprezíveis. Neste caso, a Terra pode ser considerada como um referencial inercial. O navio de Galileu (e de Giordano Bruno), que se movimenta com velocidade constante num tempo de calmaria, e o trem de Einstein, como se verá no estudo da relatividade, em translação uniforme entre duas cidades, que servem à discussão de vários experimentos, pressupõem a Terra como referencial inercial.

O tratamento físico de um sem número de eventos, entre eles o movimento de projéteis, a partir de referenciais ligados à uma Terra considerada estacionária, para efeitos práticos, não deixa de se constituir, ironicamente, em um curioso 'retorno', por assim dizer, a uma idéia naturalmente aceita pelo leigo e por muitos filósofos, ao longo dos séculos - a da imobilidade da Terra.

3.5 - A relação $\bar{F} = m\bar{a}$

A variação na velocidade de um corpo (seja em módulo, seja em direção ou em ambos, simultaneamente) implica, de acordo com a primeira lei de Newton, a presença de uma força não equilibrada sobre o mesmo. Este fato sugere, fortemente, a existência de uma relação quantitativa entre força líquida e mudança de velocidade. Uma seqüência de experiências envolvendo o movimento unidimensional de um objeto na presença de diferentes forças, cujas intensidades podem ser medidas com o auxílio de um dinamômetro (que é um instrumento constituído por uma mola em espiral que se distende proporcionalmente à força que lhe é aplicada longitudinalmente), evidenciará que tal relação existe, e a tornará explícita.

Assim, considere, inicialmente, a situação estática de um disco de alumínio em uma superfície horizontal, conforme vista por um observador inercial (Fig. 13).

Fig. 13 - Para um observador inercial, a força líquida sobre um corpo em repouso é nula, pois do contrário este seu estado não seria preservado.

A fim de melhor estudar o movimento retilíneo deste disco sob a influência de forças, sempre do ponto de vista de um observador inercial, considerar-se-á que os seus deslocamentos ocorram ao longo de uma superfície plana que não lhe ofereça uma resistência significativa ao movimento. A eliminação por completo do atrito, na prática, é impossível. Entretanto, fazendo-se o disco deslizar sobre uma fina camada de ar obtém-se situações de movimento em que o atrito sobre o disco é tão pequeno que, com excelente aproximação, ele pode ser desprezado. Neste caso, as variações na velocidade do disco estarão diretamente vinculadas às intensidades das forças a ele aplicadas.

Desta forma, se ao disco em repouso da Fig. 13 for aplicada uma força horizontal de intensidade constante F_1, o seu estado inicial será necessariamente alterado, já que na direção em que esta força é aplicada não existe nenhuma outra força para contrabalançá-la. Uma experiência como esta indica que, sob a ação de F_1, o objeto adquire uma aceleração constante a_1, de mesma direção e sentido que a força aplicada (Fig. 14).

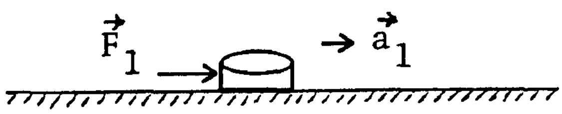


Fig. 14 - Sob a influência de F_1, o disco adquire um movimento uniformemente acelerado, de aceleração a_1.

Se sobre este mesmo disco, em repouso, agir uma força horizontal de intensidade constante F_2, diferente da anterior, o corpo adquirirá uma aceleração constante a_2, distinta de a_1. E assim sucessivamente, isto é, para diferentes forças aplicadas são encontradas diferentes acelerações (Fig. 15).

A experiência mostra uma relação intuitivamente já esperada entre os pares (F_1,a_1), (F_2,a_2), ... (F_n,a_n): dividindo-se a intensidade de cada força pela intensidade da correspondente aceleração adquirida obtém-se um valor constante. Isto é,

$$\frac{F_1}{a_1} = \frac{F_2}{a_2} = \ldots = \frac{F_n}{a_n} = k \quad . \tag{1}$$

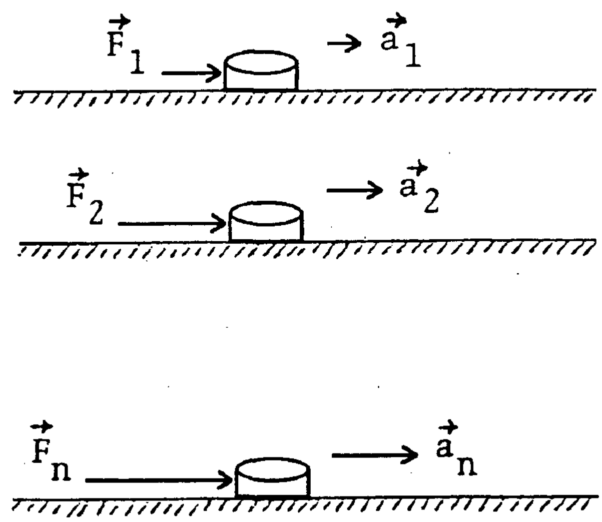


Fig.15 - Diferentes forças horizontais de intensidades constantes F_1, F_2, ... F_n, sobre o disco de alumínio, geram diferentes movimentos uniformemente acelerados, de acelerações respectivamente iguais a a_1, a_2, ... a_n.

Para o objeto considerado há, então, uma proporcionalidade entre a força que lhe é aplicada e a aceleração que ele adquire. Sendo k esta constante, pode-se escrever que

$$F = k\,a \quad . \tag{2}$$

O gráfico $F\,x\,a$ relativo a eq.(2) está mostrado na Fig.16. Quanto maior for a força aplicada ao objeto, maior será a sua aceleração.

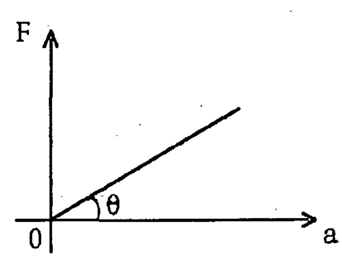


Fig.16 - Representação gráfica da relação $F = ka$. A constante k é numericamente igual ao coeficiente angular da reta ($k = F/a = tg\,\theta$).

Mas qual o significado físico da constante k, na eq.(2)? Para melhor entendê-lo, considere uma segunda experiência, análoga à mostrada na Fig.15, mas com um disco de alumínio de volume duas vezes maior do que foi lá considerado. Submetendo-se este objeto ao mesmo conjunto de forças $\vec{F}_1, \vec{F}_2, ..., \vec{F}_n$, da primeira experiência, as respectivas acelerações serão $\vec{a}_1', \vec{a}_2', ..., \vec{a}_n'$ (Fig.17). Neste caso, as razões entre as intensidades das forças aplicadas e as correspondentes acelerações dão novamente uma constante, mas de valor duas vezes maior que o anterior.

$$\frac{F_1}{a_1'} = \frac{F_2}{a_2'} = \dots = \frac{F_n}{a_n'} = k' = 2\,k \quad . \tag{3}$$

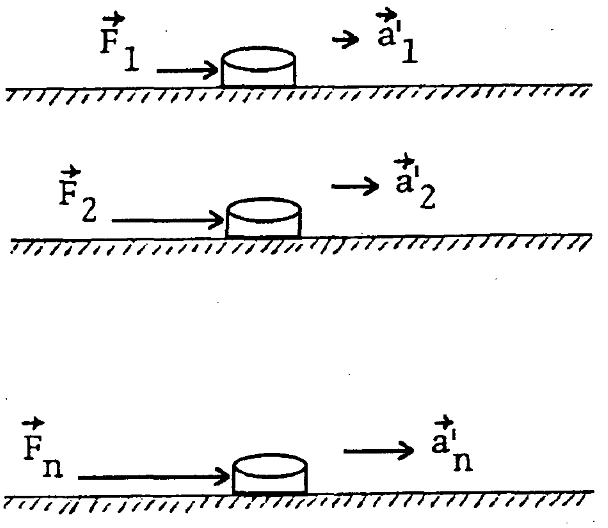


Fig.17 - As forças de intensidades F_1, F_2, ... F_n da primeira experiência, atuando em um objeto diferente do anteriormente considerado, geram novos movimentos uniformemente acelerados, agora de acelerações respectivamente iguais a $\vec{a}_1', \vec{a}_2', \dots, \vec{a}_n'$.

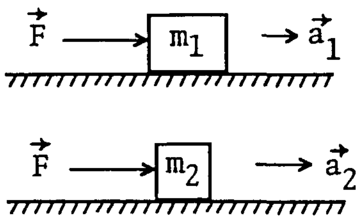
O que se verifica nesta e em outras experiências similares é que, para materiais de igual densidade, a constante de proporcionalidade é proporcional ao volume do objeto. Assim, esta constante representa uma medida da quantidade de matéria que nele existe (alumínio, no caso dos discos das experiências 1 e 2), isto é, indica o valor da massa do corpo.

Resumindo, uma mesma força aplicada em corpos diferentes produz diferentes acelerações. Pode-se então afirmar que a constante de proporcionalidade k, que varia de corpo para corpo mas que para um dado corpo é sempre a mesma, é uma grandeza intrínseca do mesmo - a sua massa. Sendo esta grandeza comumente representada pela letra m, a eq.(2) pode ser reescrita como

$$F = m\,a \quad . \tag{4}$$

Desta equação pode-se concluir que:

a) Se uma mesma força é exercida em corpos de massas diferentes, o de massa maior adquire uma aceleração menor (Fig.18). Uma menor aceleração representa uma menor variação de velocidade em função do tempo. Conclui-se, deste modo, que a massa de um corpo explicita a resistência que o corpo oferece a uma alteração em seu estado dinâmico. Por isso se diz que quanto maior é a massa de um corpo maior é a sua inércia;



$F = m_1 a_1$

$F = m_2 a_2$

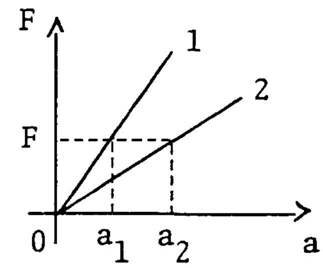
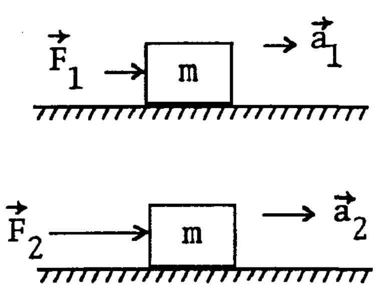


Fig. 18 - Sendo $m_1 a_1 = m_2 a_2$, $m_1 \succ m_2$ implica que $a_1 \prec a_2$.

b) quanto maior for a intensidade da força aplicada a um corpo, maior será a sua aceleração (Fig. 19);



$F_1 = m\, a_1$

$F_2 = m\, a_2$

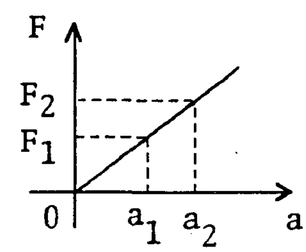
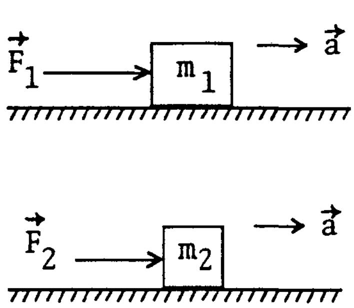


Fig. 19 - Como $F_1/a_1 = F_2/a_2$ ou, equivalentemente, $F_1 a_2 = F_2 a_1$, $F_2 \succ F_1$ implica que $a_2 \succ a_1$.

c) Para que dois corpos de massas diferentes tenham a mesma aceleração, deve ser aplicada uma força maior no de maior massa (Fig.20).



$F_1 = m_1 a$

$F_2 = m_2 a$

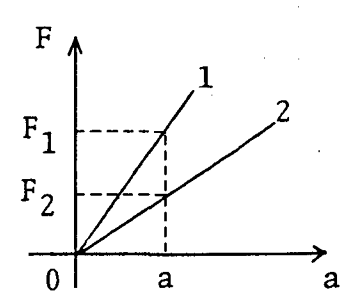


Fig.20 - Sendo $F_1/m_1 = F_2/m_2$, ou, equivalentemente, $F_1 m_2 = F_2 m_1$, $m_1 \succ m_2$ implica que $F_1 \succ F_2$.

E se mais de uma força atuar sobre um corpo na direção de seu movimento? A Fig.21(a) exemplifica esta situação. Nela, um objeto de massa m movimenta-se na direção x sob a ação de duas forças de intensidades constantes e de sentidos opostos. Neste caso, a Fig.21(b) mostra, em termos de força, uma situação completamente equivalente à apresentada na Fig.22(a).

Fig.21 - (a) O movimento unidimensional de um corpo sob a ação de duas forças de intensidades constantes e sentidos opostos e (b) sua situação equivalente.

Explicando melhor, as forças que atuam sobre o objeto na direção x são equivalentes a uma única força, de intensidade F, que tem a mesma direção das forças aplicadas, o sentido da de maior intensidade e módulo dado por $F_2 - F_1$. Usando a notação $\sum F_x$ para representar o somatório das forças que atuam sobre o objeto na direção x, tem-se

$$\sum F_x = F = F_2 - F_1 \quad . \tag{5}$$

Como o efeito de uma única força atuando sobre um corpo acelera-o na direção e sentido desta força, pode-se escrever que

$$\sum F_x = F = F_2 - F_1 = m\,a \quad , \tag{6}$$

ou, simplesmente,

$$F_2 - F_1 = m\,a \quad . \tag{7}$$

$F_2 - F_1$ é a intensidade da força resultante sobre o corpo.

A propósito, somar forças de mesma direção, um procedimento direto e bastante intuitivo, não se constituti em uma novidade propriamente dita, pois já se lançou mão desta propriedade da grandeza força

a) explicitamente, por exemplo, na situação mostrada na Fig.3 (b), onde um corpo em repouso, submetido simultaneamente a duas forças iguais e opostas, continua em seu estado de repouso. Evidentemente, isto só é possível se o efeito das duas forças se cancelam mutuamente $(F - F = 0)$ e,

b) implicitamente, ao se considerar nula, na direção y, a força líquida sobre um corpo em repouso ou em movimento, aceleradamente ou não, na direção x. A situação mostrada na Fig.21 exemplifica este caso. Na direção y, agem duas forças sobre o corpo: o seu peso e a resistência oferecida pela superfície na qual o corpo se apóia, conhecida como força normal. Como estas forças têm a mesma intensidade e sentidos opostos, a sua soma é nula (Fig.22). Desta forma,

$$\sum F_y = 0 \quad , \tag{8}$$

$$N - P = 0 \quad ,$$

$$N = P \quad . \tag{9}$$

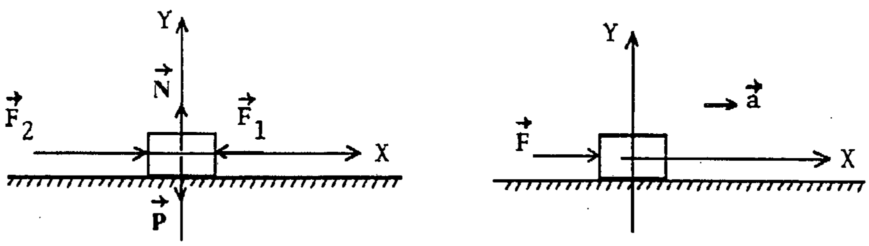


Fig.22 - (a) As forças de intensidades P e N que agem sobre o corpo na Fig.21, na direção y, associadas ao peso e a resistência da superfície, cancelam-se mutuamente. Não fosse assim, haveria uma força líquida na direção y e uma correspondente aceleração nesta direção. (b) Situação equivalente deste conjunto de forças.

Um outro exemplo envolvendo o movimento acelerado de um corpo é o mostrado na Fig.23.

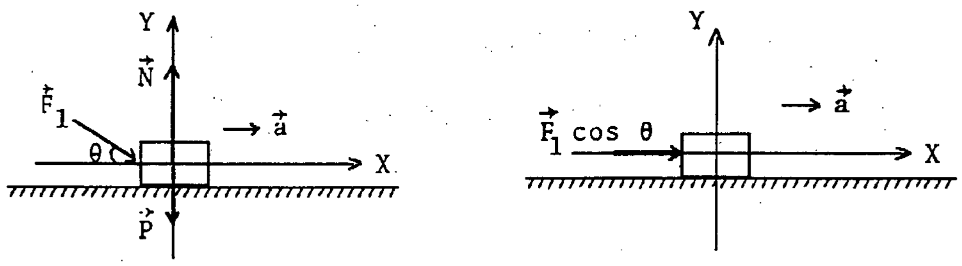


Fig.23 - Movimento unidimensional de um objeto sob a ação de três forças de intensidades F_1, N e P e (b) sua situação equivalente.

Como o corpo se desloca aceleradamente na direção x, o somatório das forças na direção y é nulo. As forças normal e peso, neste caso, não são iguais. A razão disso é a componente y da força $\vec{F}_1$ ($F_1 \operatorname{sen}\theta$), que tem o efeito de pressionar ou comprimir ainda mais o objeto contra a sua superfície de apoio. Assim,

$$\sum F_y = 0 \quad , \tag{10}$$

$$N - F_1 \operatorname{sen}\theta - P = 0 \quad ,$$

$$N = P + F_1 \operatorname{sen}\theta \quad . \tag{11}$$

A componente x da força que empurra o objeto acelera-o nesta direção. Deste modo,

$$\sum F_x = F_1 \cos\theta = m\,a \quad . \tag{12}$$

$F_1 \cos\theta$ é a intensidade da força resultante.

Observe que a partir das eq.(11) e (12), para $\theta = 0$, resulta

$$N = P \tag{13}$$

e

$$F_1 = m\,a \quad , \tag{14}$$

como seria de esperar se a força aplicada ao corpo estivesse na direção x.

A força resultante sobre um corpo não precisa estar, necessariamente, na 'direção x'. Ilustra esta situação um disco de massa m, em uma mesa de ar, sob a ação simultânea de duas forças perpendiculares, de intensidades F_1 e F_2, orientadas, respectivamente, ao longo dos eixos coordenados OX e OY, paralelos ao plano da mesa (Fig.24).

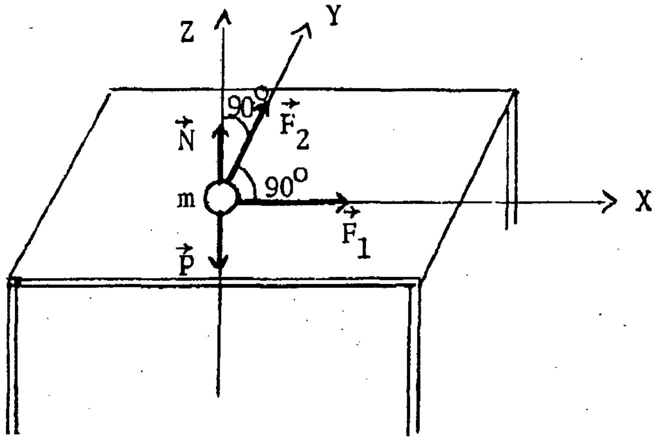


Fig.24 - Forças sobre um disco que se desloca em uma mesa de ar. De acordo com o sistema de eixos escolhido para referenciar o seu movimento, tanto a abscissa como a ordenada do objeto variam com o tempo.

A força normal e a força peso são perpendiculares à mesa. Orientando-se, portanto, o eixo positivo OZ com o mesmo sentido da força normal, obtém-se

$$\sum F_z = 0 \quad , \tag{15}$$

$$N - P = 0 \quad ,$$

$$N = P \quad . \tag{16}$$

onde N e P são, respectivamente, as intensidades das forças normal e peso.

Os somatórios das forças nas direções x e y são ambos diferentes de zero, já que nestas direções há forças não equilibradas. Isto é, o corpo possui uma aceleração a_x na direção x e uma aceleração a_y na direção y. Assim,

$$\sum F_x = F_1 = m\,a_x \qquad (17)$$

e

$$\sum F_y = F_2 = m\,a_y \ . \qquad (18)$$

As forças $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ são equivalentes a uma única força, $\vec{F}$, obtida geometricamente através da soma vetorial de $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ (Fig.25 a). Do triângulo retângulo que tem por catetos F_1 e F_2 e por hipotenusa F, obtém-se o módulo da força resultante sobre o corpo (Fig.25 b),

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} \ . \qquad (19)$$

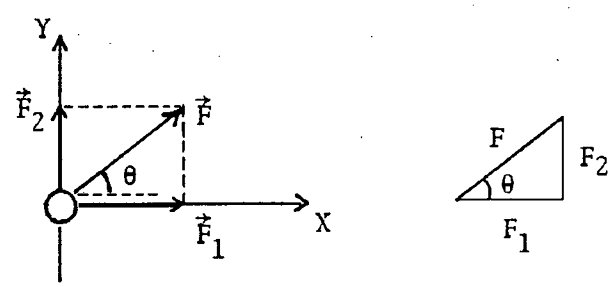


Fig.25 - (a) Somando-se vetorialmente as forças $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ encontra-se a força resultante $\vec{F}$. (b) A intensidade desta força é obtida através do teorema de Pitágoras, a partir do triângulo retângulo de hipotenusas e catetos respectivamente iguais a F, F_1 e F_2.

O ângulo, θ, que a força $\vec{F}$ faz com o semieixo positivo OX pode ser obtido através da relação

$$tg\,\theta = \frac{F_2}{F_1} \ ,$$

de onde resulta,

$$\theta = \text{arc tg}\,\frac{F_2}{F_1} \ . \qquad (20)$$

O disco da Fig.24, portanto, desloca-se com uma aceleração constante de módulo

$$a = \frac{F}{m} \qquad (21)$$

numa direção que faz um ângulo $\theta = arctg F_2 / F_1$ com o semieixo positivo OX (Fig.26). As acelerações a_x e a_y com as quais o corpo se encontra animado nas direções x e y, respectivamente, são as projeções da aceleração do disco nestas direções.

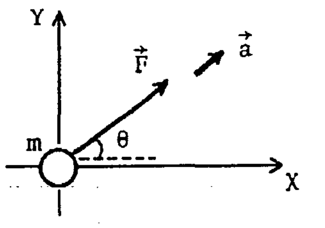
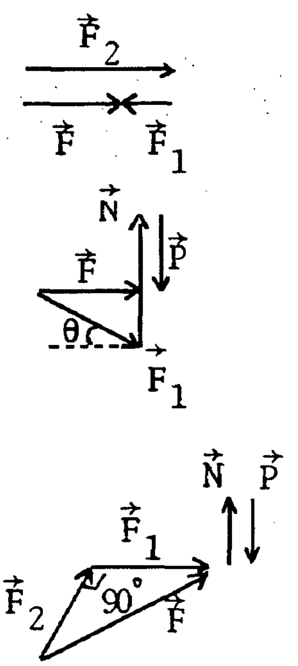


Fig.26 - Vista de cima, do disco da Fig.24. Força resultante e aceleração têm a mesma direção e o mesmo sentido.

A partir das diversas situações consideradas nesta seção, generaliza-se um importante resultado: para um observador inercial, força resultante $(\vec{F})$ e aceleração $(\vec{a})$ têm sempre a mesma direção e o mesmo sentido. A eq.(4), deste modo, pode ser escrita, vetorialmente, como

$$\vec{F} = m\,\vec{a} \quad . \tag{22}$$

A Fig.27 mostra a soma vetorial das forças envolvidas nas situações representadas nas Fig.22, 23 e 24 para enfatizar, geometricamente, que força resultante e aceleração <u>sempre</u> têm a mesma direção e o mesmo sentido.



$$\vec{F} = \vec{F}_2 + \vec{F}_1$$

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{N} + \vec{P}$$

$$F = F_1 \cos\theta$$

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{N} + \vec{P}$$

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$$

Fig.27 - Adição vetorial das forças envolvidas nas situações de movimento apresentadas nas Fig.22, 23 e 24.

Para finalizar esta seção, será demonstrado, agora, que a equação vetorial $\vec{F} = m\vec{a}$ é equivalente a três equações escalares $\sum F_x = ma_x$, $\sum F_y = ma_y$ e $\sum F_z = ma_z$, para o caso geral do movimento de um corpo de massa m em relação a um sistema de referência tridimensional XYZ.

Escrevendo a força resultante e a aceleração em termos de suas componentes nas direções x, y e z e dos respectivos vetores unitários, tem-se

$$\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k} \qquad (23)$$

e

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k} \quad . \qquad (24)$$

De (23) e (24) em (22), obtém-se

$$F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k} = m\, a_x \vec{i} + m\, a_y \vec{j} + m\, a_z \vec{k} \qquad (25)$$

Afim de satisfazer esta igualdade, os coeficientes dos vetores unitários em ambos os lados da equação devem ser iguais. Desta forma

$$F_x = m\, a_x \quad ,$$

$$F_y = m\, a_y \quad ,$$

$$F_z = m\, a_z \quad .$$

F_x representa o somatório das forças que agem sobre o corpo na direção x e das forças que têm componentes nesta direção. Analogamente para F_y e F_z. Assim,

$$F_x = \sum F_x = m\, a_x \quad , \qquad (26)$$

$$F_y = \sum F_y = m\, a_y \quad , \qquad (27)$$

$$F_z = \sum F_z = m\, a_z \quad , \qquad (28)$$

como se queria demonstrar.

3.6 - A segunda e a terceira leis de Newton

A partir de estudos envolvendo diversas situações de colisão entre dois pêndulos (seção 2.7), Newton obteve dados experimentais que o levaram a estabelecer que as variações das quantidades de movimento de duas massas pendulares antes e depois de uma colisão eram sempre iguais e opostas. Em função disso, e identificando uma força à taxa de variação temporal de uma quantidade de movimento,

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad , \tag{29}$$

em linguagem atual, Newton concluiu que as forças mútuas exercidas por duas massas pendulares em colisão possuíam a mesma intensidade, a mesma direção e sentidos opostos (seção 2.8).

Generalizando este último resultado, Newton enunciou a sua terceira lei, ou lei da ação e da reação: "Se um corpo A exerce uma força sobre um corpo B $(\vec{F}_{AB})$, o corpo B também exerce uma força sobre o corpo A $(\vec{F}_{BA})$; estas forças têm a mesma intensidade, a mesma direção e sentidos opostos",

$$\vec{F}_{AB} = - \vec{F}_{BA} \quad . \tag{30}$$

A relação $\vec{F} = d\vec{p}/dt$ sintetiza, em linguagem matemática atual, o enunciado dado por Newton à sua segunda lei: *"A variação do movimento é proporcional à força motora impressa e tem a direção da força."*[2] A equação $\vec{F} = m\vec{a}$ é um caso particular dela (seção 2.9). Como, para uma ampla gama de sistemas físicos a massa de um corpo não varia com o tempo, é esta última e não a primeira destas relações a que mais se usa, na prática.

É importante ainda destacar que

a) as forças de ação e reação atuam sempre em corpos diferentes;

b) a terceira lei de Newton não se restringe a sistemas de referência inerciais. *"Os movimentos não são bem definidos a menos que haja uma especificação do sistema de coordenadas de referência a partir do qual eles são observados. Mas isto não é verdadeiro para as forças. A despeito do fato de que ela é chamada a terceira lei do movimento, a lei se refere a forças, e não a movimentos. De fato, a terceira lei se aplica não importa qual sistema de coordenadas de referência seja usado para observar os corpos em interação que exercem forças uns sobre os outros."*[3]

3.7 - Física newtoniana versus teoria do impetus

Com os conceitos newtoniano de força, quantidade de movimento e referencial inercial, pode-se estabelecer algumas diferenças básicas entre a mecânica newtoniana e a teoria do impetus.

a) Na física newtoniana, o repouso e o movimento de um corpo são estados sempre referidos em relação a um sistema de referência. Já na física do impetus, um corpo tem ou não impetus em termos absolutos: estando parado, está desprovido de impetus; se está em movimento, desloca-se devido ao impetus a ele transferido pelo agente movedor, mesmo quando não há mais contato físico entre ambos - a situação do corpo independe de qualquer referencial.

b) Enquanto na dinâmica newtoniana há força (líquida) agindo sobre um corpo quando há variação temporal na sua quantidade de movimento relativamente a um observador inercial, na dinâmica do impetus há um impetus associado a um corpo sempre que houver movimento, mesmo sendo este um movimento uniforme.

Não há, assim, como 'confundir', a exemplo de Buridan, os conceitos de quantidade de movimento e impetus. Buridan definiu o impetus de um corpo como proporcional à quantidade de matéria e à velocidade do corpo, mas o utilizou como uma causa do movimento, portanto como uma força. Há duas diferenças cruciais entre estes dois conceitos: *"a primeira é a de que o impetus era considerado uma causa do movimento, enquanto o momentum é simplesmente uma quantidade empregada para descrever um movimento. A segunda é a de que na teoria do impetus se considerava um objeto dotado de impetus em sentido absoluto, enquanto na mecânica newtoniana momentum, como velocidade, é definido relativamente a um sistema de referência."*[4]

c) O movimento circular é considerado de forma bem distinta por essas duas teorias físicas. *"Na teoria do impetus o movimento circular é visto como não sendo fundamentalmente diferente do movimento em linha reta. Ambas as formas de movimento são geradas fornecendo o impetus apropriado ao objeto. Na mecânica newtoniana existe uma clara distinção entre movimento em linha reta e movimento em um círculo."*[4] Um objeto movimenta-se em linha reta, com velocidade constante, quando a força líquida sobre ele é nula. Uma trajetória circular, por outro lado, exige a presença, sobre o corpo, de uma força radial constantemente dirigida para o centro da trajetória.

3.8 - Unidades de massa e força

Na seção 3.5 estabeleceu-se a relação $\vec{F} = m\vec{a}$ a partir de uma definição operacional de força. Ou seja, partindo-se de valores conhecidos para as intensidades de diferentes forças aplicadas a um mesmo corpo (pelas compressões e distensões de uma mola, por exemplo) e de suas respectivas acelerações, obteve-se o quociente constante $F/a = m$, o qual define massa. Uma conseqüência direta deste resultado é que para dois corpos de massas m_A e m_B, sujeitos a uma mesma força, vale a relação

$$m_A\, a_A = m_B\, a_B \quad , \qquad (31)$$

onde a_A e a_B são, respectivamente, as acelerações de m_A e m_B relativas a um observador inercial.

Por outro lado, na seção 3.6 definiu-se força, matematicamente, a partir da relação $\vec{F} = d\vec{p}/dt$ (de onde $\vec{F} = m\vec{a}$ surge como um caso particular), complementando o seu significado, como um processo de interação entre dois corpos, a partir da terceira lei de Newton. É evidente que, também neste caso, se pode chegar à eq.(31), bastando para isso que se tenha certeza de que <u>uma mesma força</u> age sobre dois corpos de massas diferentes. Consegue-se isso através de uma situação na qual dois corpos A e B exerçam ações recíprocas e que estas sejam as forças resultantes sobre cada um deles (como no caso de duas massas pendulares em colisão). Assim, denominando por $\vec{F}_{BA}$ e $\vec{F}_{AB}$, respectivamente, as forças que B exerce em A e que A exerce em B, seus módulos são iguais,

$$F_{BA} = F_{AB} \quad . \tag{32}$$

Constituindo-se estas nas forças resultantes sobre cada corpo pode-se escrever, em forma escalar, que

$$\frac{d\bar{p}_A}{dt} = \frac{d\bar{p}_B}{dt} \quad . \tag{33}$$

Para massas constantes, resulta

$$m_A\, a_A = m_B\, a_B \quad , \tag{34}$$

onde, novamente, as acelerações são relativas a um observador inercial.

De uma ou de outra maneira, a razão das massas é igual à razão inversa das acelerações,

$$\frac{m_A}{m_B} = \frac{a_B}{a_A} \quad . \tag{35}$$

Este resultado é importante porque mostra que a partir de medidas de uma grandeza cinemática, como a aceleração, e do estabelecimento de uma unidade padrão de massa é possível se expressar a massa de qualquer corpo em função desta massa padrão.

A unidade de massa no Sistema Internacional de Unidades (SI) corresponde à massa de um cilindro de platina que se encontra na Repartição Internacional de Pesos e Medidas em Sèvres, na França. A massa deste cilindro é de um quilograma (1 kg).

Assim, por exemplo, se as acelerações de dois corpos A e B, sujeitos a uma mesma força, são, respectivamente, iguais a $2\,m/s^2$ e $4\,m/s^2$, pode-se determinar a massa de A caso a massa de B seja igual a do corpo padrão (ou um múltiplo ou submúltiplo dela). Isolando m_A na eq.(35) e substituindo as grandezas pelos correspondentes valores numéricos (considerando-se $m_B = 1kg$), resulta

$$m_A = \frac{a_B}{a_A}\, m_B \quad ,$$

$$m_A = \frac{4}{2} \,.\, 1 = 2\ kg \quad .$$

A unidade de medida de massa no Sistema CGS (centímetro, grama e segundo) é o grama, que corresponde a um milésimo da unidade de massa do sistema SI. Ou seja,

$$1\,g \;=\; 10^{-3}\,kg \quad .$$

Definidas unidades de medida para massa, a relação $\vec{F} = m\vec{a}$ viabiliza o estabelecimento de unidades para força.

A unidade de força no Sistema Internacional é a força que imprime a uma massa de 1 kg uma aceleração de 1 $\mathrm{m/s^2}$. Esta força é denominada um newton (1 N), isto é,

$$1\,N \;=\; 1\,kg \,.\, 1\,\frac{m}{s^2} \quad . \qquad (36)$$

No sistema CGS, a unidade de força é a força que imprime a uma massa de 1 g uma aceleração de 1 cm/s^2, a qual é denominada uma dina (1 $dina$), ou seja,

$$1\,dina \;=\; 1\,g \,.\, 1\,\frac{cm}{s^2} \quad . \qquad (37)$$

A relação entre o newton e a dina é a seguinte:

Como

$$1\,kg \;=\; 10^{+3}\,g$$

e

$$1\,m \;=\; 10^{+2}\,cm \quad ,$$

segue que

$$1\,N \;=\; 1\,kg \,.\, 1\,\frac{m}{s^2} \quad ,$$

$$1\,N \;=\; 10^{3}\,\mathrm{g} \,.\, 10^{2}\,\frac{cm}{s^2} \quad ,$$

$$1\,N \;=\; 10^{5}\,dinas \quad . \qquad (38)$$

3.9 - A física intuitiva e as dificuldades conceituais dos estudantes em relação às leis de Newton

As discussões que se processam ao longo da história sobre a relação força e movimento, patrocinadas por Aristóteles e seus seguidores, por Hiparco e Filoponos, pelos teóricos do impetus, por Descartes, Galileu e Newton (entre tantos outros pensadores dos séculos XVI e

XVII), que subentendem, sempre, visões de mundo bem definidas, ilustram, muito mais do que a evolução do conceito de força, como são tortuosos e difíceis os caminhos do conhecimento.

O aprendizado significativo das leis de Newton, pelo aluno, também está longe de se constituir em uma tarefa trivial. O estudante, em geral, reluta em considerá-las como cientificamente válidas porque elas contrariam esquemas intuitivos que possui e que lhe possibilitam, razoavelmente bem, compreender e fazer predições sobre o movimento dos corpos e suas possíveis causas. Conforme assinala com bastante propriedade o historiador da ciência Alexandre Koyré, *"o senso comum é e sempre foi medieval e aristotélico"*.[5] Assim, evidenciando muitas semelhanças com esquemas de pensamento historicamente superados, a concepção generalizada, disseminada entre estudantes de qualquer nível de escolaridade sobre o movimento dos corpos, que se mantém com freqüência intacta mesmo após o ensino convencional das leis de Newton (enunciado, pouca discussão e imediata aplicação a problemas), é a da associação força-movimento. Algumas de suas 'leis'[6-8] são:

- Para que um objeto se mantenha em movimento, é necessário que atue sobre ele, continuamente, uma força.
- A força aplicada coincide sempre com a direção do movimento.
- Sob a influência de uma força constante, um objeto se movimenta com velocidade constante.
- A magnitude da velocidade é proporcional à magnitude da força aplicada.

As expressões

$$F = constante\,, \quad se \quad v = constante \quad ,$$

$$F = k\,v \quad . \qquad (39)$$

sintetizam este conhecimento empírico.

As observações e interações das pessoas, e do estudante em particular, com objetos em movimento induzem esse relacionamento natural entre os conceitos de força e velocidade, que é reforçado pelo fato do atrito não ser identificado, antes do ensino formal, como uma força, nos termos newtonianos.

As questões 1 e 2, a seguir, extraídas de um estudo[9] que mostra a existência de conceitos intuitivos sobre as leis do movimento de Newton, em vestibulandos, ilustram a relação (39).

<u>Questão 1</u>

Para manter um carrinho em movimento retilíneo com velocidade constante, sobre uma mesa horizontal, verifica-se que é preciso puxá-lo com uma força constante $\vec{F}$, paralela à superfície da mesa. Isto indica que, sem levar em conta a resistência do ar,

(a) apenas a força $\vec{F}$ atua no carrinho;

(b) apenas a força $\vec{F}$ e o peso estão atuando no carrinho;

(c) a força de reação à força $\vec{F}$ também está atuando no carrinho;'

(d) a força de atrito, que está atuando no carrinho, é igual, em módulo, à força $\vec{F}$ aplicada;

(e) a força de atrito, que está atuando no carrinho, é menor, em módulo, do que a força $\vec{F}$ aplicada.

Freqüência de respostas à questão+

	Sup(27)	Med (46)	Inf (27)
(a)	2,15	5,17	10,05
(b)	5,54	13,30	18,24
(c)	11,87	18,83	22,88
(d)	35,67	22,02	19,36
(e)	44,75	40,63	29,36

A maior incidência de respostas de todos os grupos na alternativa (e), mostra o predomínio do esquema intuitivo

$$F = constante \ , \ se \quad v = constante \ .$$

<u>Questão 2</u>

A força resultante sobre uma pequena esfera que cai verticalmente no interior de um líquido homogêneo, em repouso, torna-se zero a partir de determinado instante. Isto significa que, a partir daquele instante, a esfera

(a) permanece em repouso em relação ao líquido;

(b) é acelerada de baixo para cima;

(c) é acelerada de cima para baixo;

(d) se move com velocidade constante para baixo;

(e) se move com velocidade constante para cima.

+ As notações Sup (27), Med (46) e Inf (27) referem-se, respectivamente, aos grupos superior (27%), médio (46%) e inferior (27%), definidos pelo autor em relação ao desempenho global da prova.

Freqüência de respostas à questão

	Sup(27)	Med (46)	Inf (27)
(a)	36,36	44,30	50,58
(b)	17,59	20,94	16,95
(c)	3,34	7,00	11,13
(d)	38,79	23,35	16,40
(e)	3,91	4,40	4,86

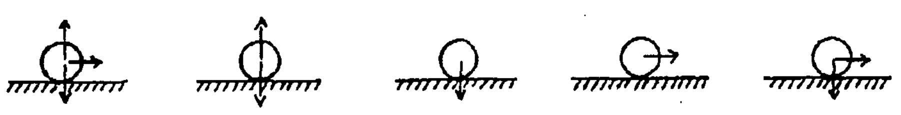
Como frisa o autor, *"mesmo para um corpo em movimento, no instante em que a força resultante se torna zero quase 50% dos candidatos examinados aplicam a 'lei intuitiva'* $F = k\,v$ e, conseqüentemente, imaginam que a esfera pára.

Na física intuitiva de um sem número de alunos, como na física aristotélica, não há lugar para um movimento com força resultante nula.

A indispensável existência de uma causa, interna ao próprio corpo, nos termos de um teórico do impetus, para assegurar a continuidade de um "movimento violento', mesmo sob atrito desprezível, é patente nas respostas apresentadas por alunos universitários de Química e Matemática[10], antes da instrução, à questão 3, a seguir. Os números dentro dos parênteses, ao lado de cada opção, indicam as freqüências de respostas atribuídas a cada item.

Questão 3

Um jogador de 'snooker' dá uma tacada em uma bolinha com o objetivo de colocá-la numa caçapa. Marque qual das alternativas abaixo mostra a (s) força (s) que age (m) sobre a bolinha um pouco antes de chegar ao seu alvo. Despreze o atrito.



a (18) b (3) c (2) d (4) e (1)

Fig.28

Como se vê, dezoito estudantes (uma expressiva maioria) indicaram a alternativa a como sendo a correta. Para eles, além das forças peso e normal (que atuam na direção vertical), age também sobre a bolinha uma força horizontal de sentido coincidente com o do movimento. Esta força também existe para quatro alunos que assinalaram a opção d e para um que marcou a letra e. Mas qual a origem desta força? Para um newtoniano ela não pode ser proveniente do taco porque este age apenas durante uma fração de segundo para colocar a bolinha em movimento e o que o exercício postula é a identificação da (s) força (s) sobre a bolinha um pouco antes dela atingir o seu alvo, portanto, muito depois de ter sido golpeada pelo taco. Assim, não encontrando nenhum agente responsável por esta força, a conclusão a que um newtoniano chega é a de que ela não existe fisicamente. No ponto considerado, então, somente o peso e a normal atuam sobre a bolinha, já que o atrito é desprezado.

A freqüência típica de respostas apresentadas por estudantes de engenharia a uma já clássica questão na literatura das concepções espontâneas (questão 4) acentua ainda mais o envolvimento do aluno com a noção de força impressa.

Questão 4

Uma bola é atirada verticalmente para cima. Supondo a resistência do ar desprezível, assinale o diagrama que indica corretamente a (s) força (s) que age (m) sobre a bola nas posições apresentadas. Em todos os diagramas, o ponto 1 mostra a posição da bola após ter deixado a mão do lançador; os pontos 2 e 3 são pontos intermediários na subida; o ponto 4 é a posição mais alta atingida pela bola. Caso você não concorde com nenhum dos diagramas mostrados, represente a (s) força (s) que age (m) sobre a bola nas posições 1, 2, 3 e 4 na coluna da direita.

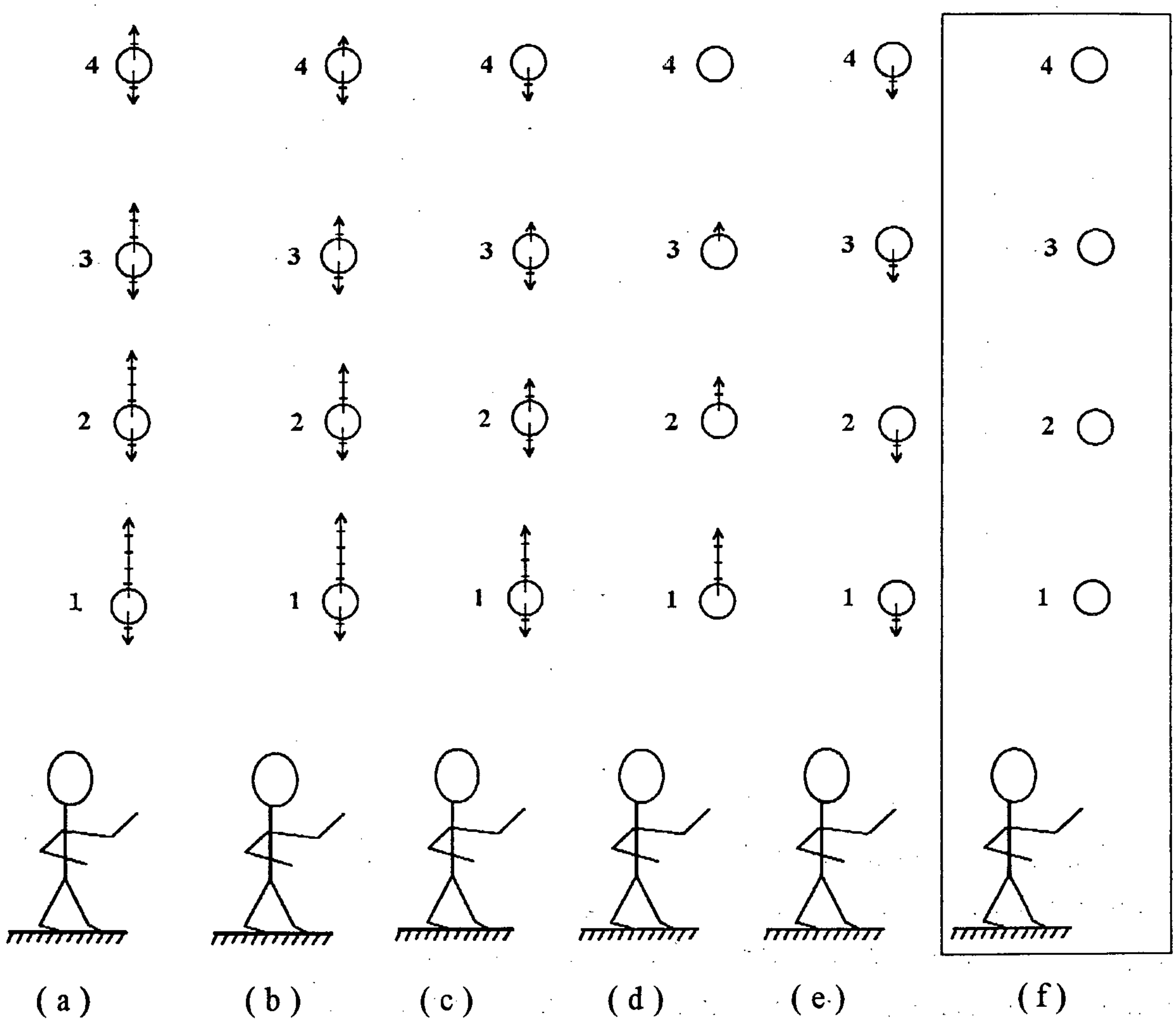


Fig.29

Mais da metade das respostas recaíram no item *a*, sendo que outras 30% foram distribuídas nos itens *b*, *c* e *d*. Isto é, um percentual característico de mais de 80% destes estudantes indicou uma força variável na direção e sentido do movimento como causa da subida da bola. Evidentemente, a resposta correta ao exercício é obtida quando

a) se identifica a força constante para baixo (que aparece em todas as opções, exceto a *d*) com a força peso, que é a força de atração gravitacional que a Terra exerce sobre a bola;

b) se conclui que a força variável não existe, pois não há qualquer agente externo exercendo força para cima sobre a bola nos pontos 1, 2, 3 e 4 (depois que a mão do lançador deixa de impulsionar a bola para o alto, ela não exerce mais nenhuma força de contato sobre a bola).

Desta forma, depois de impulsionada, a bola movimenta-se para cima única e exclusivamente sob a ação da força peso. O peso é a força resultante sobre a bola. De acordo com a lei $F = ma$, força resultante e aceleração têm o mesmo sentido. Assim, a aceleração a que fica submetida a bola (que é a aceleração da gravidade, já que se despreza o atrito com o ar), de sentido contrário ao seu movimento, determina na mesma uma diminuição de velocidade com o tempo, até que no ponto mais alto da trajetória a sua velocidade é nula.

Estudantes universitários norte-americanos(11) e venezuelanos, de nível secundário e universitário(12), em percentuais da ordem de 90%, também indicaram a existência de uma força para cima sobre um objeto arremessado verticalmente para o alto depois de não haver mais o contato projétil-lançador. Esta fortíssima idéia intuitiva, de fato, parece desconhecer fronteiras.

Nesta questão, a principal dificuldade dos estudantes está em aceitar a idéia de movimento em um sentido e de força em outro.

Por outro lado, a noção de um 'impetus circular' também está presente no pensamento de muitos estudantes. A questão 6, extraída de uma pesquisa com alunos universitários norte-americanos(13), mostra isso.

Questão 6

Em cada um dos diagramas abaixo, lança-se uma bolinha de metal para dentro de um tubo encurvado e plano. Desenhe as trajetórias seguidas pelas bolinhas em suas respectivas saídas (as flechas representam os pontos de lançamento). Assuma que as bolinhas saem de todos os tubos com iguais velocidades, em módulo.

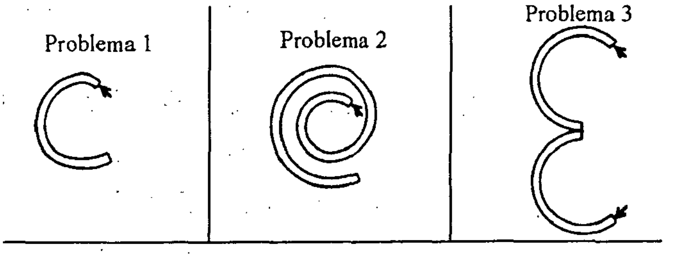


Fig.30

Os diagramas da Fig.31 apresentam, conjuntamente, as respostas corretas e a forma mais comum das respostas incorretas a este exercício. Os percentuais mostrados indicam que muitos estudantes acreditam que quando um objeto se move através de um tubo encurvado ele continua em movimento curvilíneo após deixar o tubo. Conforme ressaltam os autores, com base em entrevistas conduzidas após a realização do experimento, *"entre os estudantes que assinalaram caminhos curvos à saída das bolinhas, a maioria pensa que um objeto deslocando-se através de um tubo encurvado adquire uma 'força' ou 'momentum' que faz com que ele continue em movimento curvilíneo por algum tempo depois que sai do tubo. Esta força ou momentum eventualmente se dissipa e a trajetória do objeto gradualmente se torna retilínea".* A semelhança dessas idéias com a concepção medieval de impetus circular é notória.

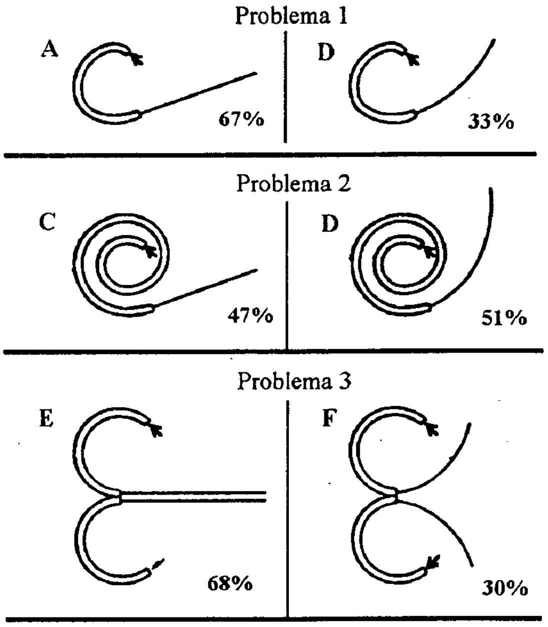


Fig.31

Além de discutir algumas situações físicas usuais no ensino da dinâmica, as questões exploradas nesta seção objetivaram destacar a problemática das concepções intuitivas relacionadas ao tema força e movimento.

Evidentemente, o que se almeja como 'produto final' do ensino é que o estudante assimile o conhecimento científico atualmente aceito. Não há, contudo, como negar que idéias não científicas como 'a lã é quente' e as relativas à força e movimento, por exemplo, fazem sentido no contexto extra-escolar, na sociedade em que as pessoas vivem, cumprindo aí um determinado papel.

A instrução escolar não deve visar a 'destruição' de idéias intuitivas. Não é possível, não é preciso e nem desejável que isso ocorra. O que é necessário, sim, é concientizar o aluno sobre a possível existência de concepções intuitivas relacionadas aos temas objeto de estudo e, com um ensino que o envolva como um agente ativo na construção do seu próprio conhecimento, ajudá-lo a superá-las, capacitando-o a operar com clareza no domínio científico dos fatos.

3.10 - Exemplos de aplicação das leis de Newton

Exemplo 1: Um corpo de massa m encontra-se em repouso sobre a superfície de uma mesa. Atuam sobre ele as forças $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{N}$ e $\vec{P}$, de módulos respectivamente iguais a F_1, F_2, N e P. α_1 e α_2 são os ângulos que $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ fazem com a horizontal (Fig.32)

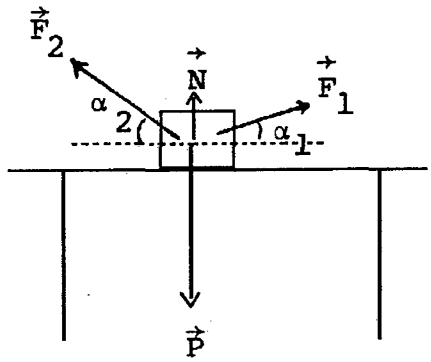


Fig.32

a) adicione, geometricamente, as forças $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{N}$ e $\vec{P}$.

b) Que relação existe entre as intensidades das forças $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ e os ângulos α_1 e α_2?

c) Obtenha a intensidade da força normal em função de F_1, F_2, P, α_1 e α_2.

d) Expresse a intensidade da força normal em função de F_1, P, α_1 e α_2.

e) Se as forças $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$, simultaneamente, deixarem de agir sobre o corpo, o que acontecerá a ele?

Solução:

a) A soma vetorial das forças $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{N}$ e $\vec{P}$ é nula, pois ela representa a força resultante sobre o corpo. Adicionando-se, geometricamente, estas forças, resulta:

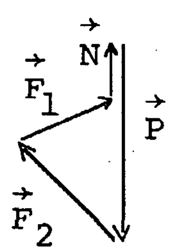


Fig.33

b) A soma vetorial $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{N} + \vec{P} = \vec{0}$ é equivalente às equações escalares $\sum F_x = 0$ e $\sum F_y = 0$. Para o sistema de eixos xy, mostrado na Fig.34, o somatório nulo das forças na direção x determina o relacionamento de F_1 e F_2 com os ângulos α_1 e α_2. Assim,

$$\sum F_x = 0 \quad ,$$

$$F_1 \cos \alpha_1 - F_2 \cos \alpha_2 = 0 \quad ,$$

$$F_1 \cos \alpha_1 = F_2 \cos \alpha_2 \quad . \qquad (1)$$

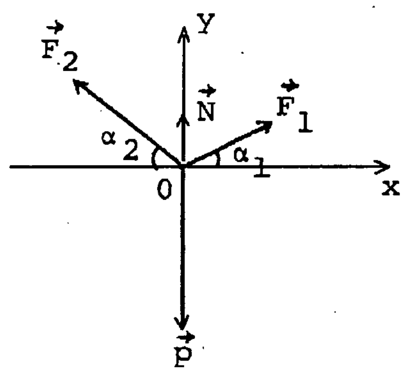


Fig.34

c) Analogamente, o somatório nulo das forças na direção y permite expressar N em termos de F_1, F_2, P, α_1 e α_2 .

$$\sum F_y = 0 \quad ,$$

$$N + F_1 \text{ sen } \alpha_1 + F_2 \text{ sen } \alpha_2 - P = 0 \quad ,$$

$$N = P - (F_1 \text{ sen } \alpha_1 + F_2 \text{ sen } \alpha_2) \quad . \qquad (2)$$

d) Para obter $N = N(P, F_1, \alpha_1, \alpha_2)$, isola-se F_2 na eq.(1),

$$F_2 = \frac{F_1 \cos \alpha_1}{\cos \alpha_2} \qquad (3)$$

e substitui-se este seu valor na eq.(2),

$$N = P - (F_1 \text{ sen } \alpha_1 + \frac{F_1 \cos \alpha_1}{\cos \alpha_2} \text{ sen } \alpha_2) \quad ,$$

$$N = P - F_1 (\text{sen } \alpha_1 + \cos \alpha_1 \text{ tg } \alpha_2) \quad . \qquad (4)$$

e) Se as forças $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ deixarem de atuar, simultaneamente, sobre o corpo, ele continuará em repouso. Na direção x, obviamente, não haverá mais nenhuma força sobre o objeto. Na direção y, a igualdade das forças normal e peso assegura a resultante nula das forças nesta direção (para $F_1 = F_2 = 0$, tanto a eq.(2) como a eq.(4) fornecem $N = P$).

Exemplo 2: Um bloco de peso P encontra-se em repouso sobre um plano inclinado de um ângulo θ com a horizontal. Um fio que faz um ângulo α com a superfície do plano impede o deslizamento do objeto (Fig.35). Desprezando o atrito bloco-plano de apoio, demonstre que a tensão no fio é

$$T = \frac{P \operatorname{sen} \theta}{\cos \alpha} \;;$$

e que a força exercida pela superfície sobre o bloco, expressa em termos do peso do corpo e dos ângulos θ e α, é dada por

$$N = P(\cos \theta - \operatorname{sen} \theta \; tg\, \alpha) \;.$$

Calcule os valores da tensão e da nomal para $P = 20N$, $\theta = 25^0$ e $\alpha = 30^0$.

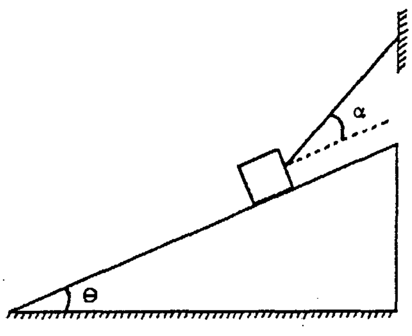


Fig.35

Solução:

A soma vetorial das forças $\vec{P}, \vec{N}$ e $\vec{T}$, que atuam sobre o bloco, é nula (Fig.36).

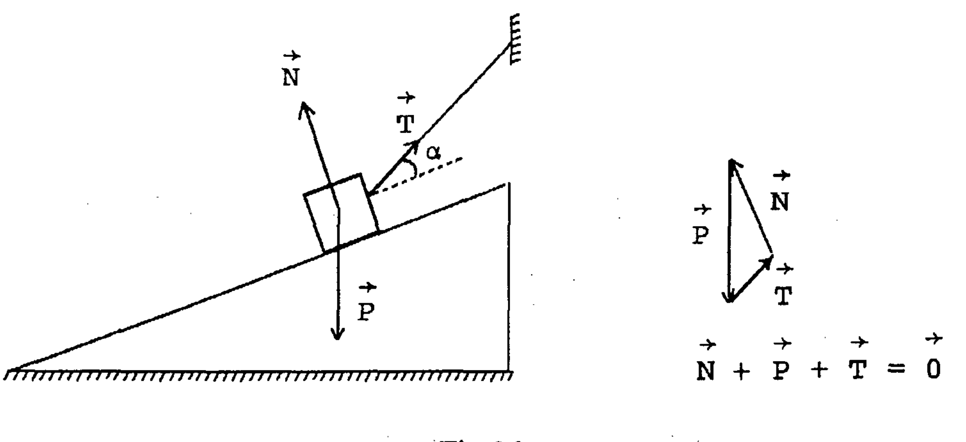


Fig.36

Escolhendo-se o sistema de eixos xy de forma a que a direção x seja paralela à superfície do plano (Fig.37), já que a tendência do objeto seria a de deslizar ao longo desta direção, não fosse o fio, obtém-se, para o somatório nulo das forças nas direções x e y, que

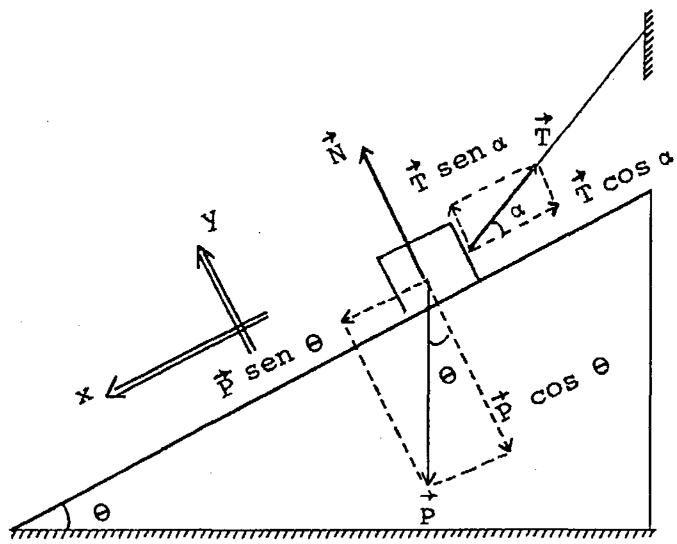


Fig.37

$$\sum F_x = 0 \quad ,$$

$$P \operatorname{sen}\theta - T\cos\alpha = 0 \quad ,$$

$$P \operatorname{sen}\theta = T\cos\alpha \quad ,$$

$$T = \frac{P \operatorname{sen}\theta}{\cos\alpha} \quad , \qquad (1)$$

estabelecendo, assim, a tensão em função do peso do corpo e dos ângulos θ e α, e

$$\sum F_y = 0 \quad ,$$

$$N + T \operatorname{sen}\alpha - P\cos\theta = 0 \quad ,$$

$$N = P\cos\theta - T\operatorname{sen}\alpha \quad . \qquad (2)$$

Para expressar N em função de P, θ e α, substitui-se (1) em (2),

$$N = P\cos\theta - \frac{P\operatorname{sen}\theta}{\cos\alpha}\operatorname{sen}\alpha \quad ,$$

$$N = P(\cos\theta - \operatorname{sen}\theta \ \operatorname{tg}\alpha) \quad . \qquad (3)$$

As eq.(1) e (3) mostram que quanto maior for o peso do objeto, para θ e α fixos, maiores serão as intensidades da tensão e da normal. Por outro lado, para P e θ fixos, uma diminuição no ângulo α acarreta uma diminuição na tensão (eq.(1)) e aumento na normal (eq.(3)).

Para $\alpha = 0$, a configuração do sistema reduz-se à mostrada na Fig.38. Neste caso, a tensão e a normal se igualam, respectivamente, às componentes x e y do peso do corpo, isto é,

$$T = P \operatorname{sen}\theta \tag{4}$$

e

$$N = P \cos\theta \quad . \tag{5}$$

Finalmente, para $P = 20$ N, $\theta = 25^0$ e $\alpha = 30^0$, as eq.(1) e (3) fornecem, para T e N, os seguintes valores:

$$T = \frac{P \operatorname{sen}\theta}{\cos\alpha} = \frac{20 \operatorname{sen} 25^0}{\cos 30^0} \quad ,$$

$$T = 9{,}76 \text{ N} \quad .$$

$$N = P(\cos\theta \; - \; \operatorname{sen}\theta \; \operatorname{tg}\alpha) \quad ,$$

$$N = 20\,(\cos 25^0 \; - \; \operatorname{sen} 25^0 \; \operatorname{tg} 30^0) \; ,$$

$$N = 13{,}25 \text{ N} \quad .$$

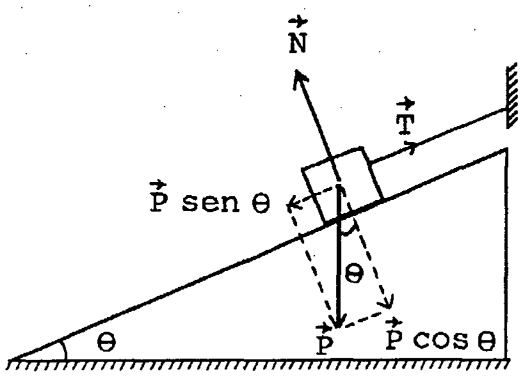


Fig.38

Exemplo 3: A Fig.39 mostra uma esfera de peso P sustentada por fios que formam ângulos θ_1 e θ_2 com a horizontal. Demonstre que as tensões nos fios 1 e 2 são, respectivamente,

$$T_1 = \frac{P \cos\theta_2}{\operatorname{sen}(\theta_1 + \theta_2)} \qquad \text{e} \qquad T_2 = \frac{P \cos\theta_1}{\operatorname{sen}(\theta_1 + \theta_2)} \quad .$$

Considerando $P = 5$ N, $\theta_1 = 45^0$ e $\theta_2 = 37^0$, calcule os valores de T_1 e T_2.

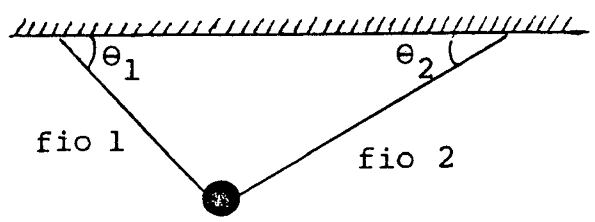


Fig.39

Solução:

A força resultante sobre a esfera é nula. Para o sistema de eixos xy mostrado na Fig.40, obtém-se

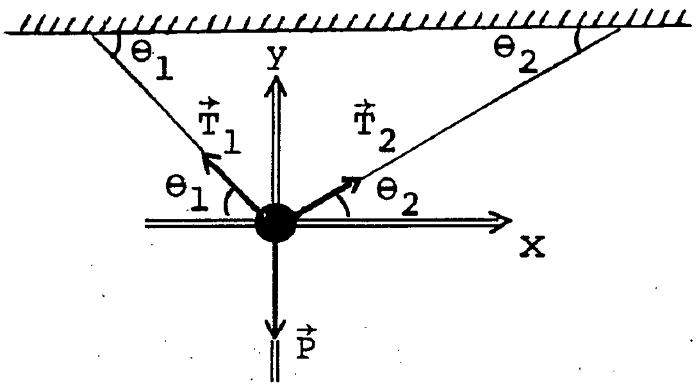


Fig.40

$$\sum F_x = 0 \quad ,$$

$$T_2 \cos\theta_2 = T_1 \cos\theta_1 \qquad (1)$$

e

$$\sum F_y = 0 \quad ,$$

$$T_1 \operatorname{sen}\theta_1 + T_2 \operatorname{sen}\theta_2 = P \quad . \qquad (2)$$

Isolando-se T_2 na eq.(1),

$$T_2 = \frac{T_1 \cos\theta_1}{\cos\theta_2} \qquad (3)$$

e substituindo-se este seu valor na eq.(2), obtém-se T_1 em função de P, θ_1 e θ_2 .

$$T_1 \operatorname{sen}\theta_1 + \frac{T_1 \cos\theta_1}{\cos\theta_2} \operatorname{sen}\theta_2 = P \quad ,$$

$$T_1\,(\operatorname{sen}\theta_1 + \frac{\cos\theta_1 \operatorname{sen}\theta_2}{\cos\theta_2}) = P \quad ,$$

$$T_1\,(\frac{\operatorname{sen}\theta_1\cos\theta_2 + \cos\theta_1\operatorname{sen}\theta_2)}{\cos\theta_2}) = P \quad ,$$

$$T_1\,[\frac{\operatorname{sen}(\theta_1 + \theta_2)}{\cos\theta_2}] = P \quad ,$$

$$T_1 = \frac{P\cos\theta_2}{\operatorname{sen}(\theta_1 + \theta_2)} \quad . \qquad (4)$$

Substituindo-se (4) em (3), expressa-se T_2 em função de P, θ_1 e θ_2 ,

$$T_2 = \frac{P\cos\theta_2}{\operatorname{sen}(\theta_1 + \theta_2)}\,\frac{\cos\theta_1}{\cos\theta_2} \quad ,$$

$$T_2 = \frac{P\cos\theta_1}{\operatorname{sen}(\theta_1 + \theta_2)} \quad . \qquad (5)$$

As eq.(4) e (5) confirmam, matematicamente, as expectativas intuitivas de que um deslocamento da esfera 'mais para a direita' (diminuição de θ_1 e, conseqüentemente, aumento em θ_2) causa um aumento em T_2 e uma diminuição em T_1. De fato, qualquer deslocamento da esfera para um lado ou para o outro deixa inalterado os denominadores das eq.(4) e (5). As mudanças em T_1 e T_2, decorrentes de variações em θ_1 e θ_2, ocorrem devido ao fator cosseno que aparece nos numeradores destas duas equações.

Para $P = 5$ N, $\theta_1 = 45^0$ e $\theta_2 = 37^0$, obtém-se

$$T_1 = \frac{5\cos 37^0}{\operatorname{sen}(45^0 + 37^0)} = 4{,}03 \text{ N}$$

e

$$T_2 = \frac{5\cos 45^0}{\operatorname{sen}(45^0 + 37^0)} = 3{,}57 \text{ N} \quad .$$

<u>*Exemplo 4*</u>: Um corpo de 400 g, partindo do repouso, desliza sem atrito sobre um plano inclinado de 30^0 com a horizontal. Determine a força normal sobre o corpo e a sua velocidade depois de percorrer 8 m.

Solução:

Dados e incógnitas:

$m = 0{,}4$ kg

$V_0 = 0$

$\theta_0 = 30^0$

$N = ?$

$V_A = ?$

$d = 8$ m

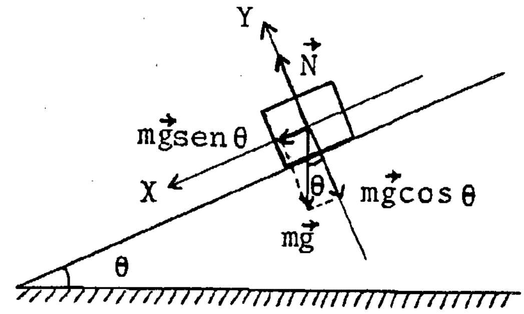


Fig.41

Relativamente ao sistema de eixos escolhido na Fig.41, tem-se:

$$\Sigma F_y = 0 \quad ,$$

$$N - mg\cos\theta = 0 \quad ,$$

$$N = mg\cos\theta \quad ,$$

$$N = (0{,}4)\,(10)\,\cos 30^0 = 3{,}46\ \mathrm{N} \quad ,$$

de onde se obtém a intensidade da força normal sobre o corpo e

$$\sum F_x = ma \quad ,$$

$$mg\,\mathrm{sen}\,\theta = ma \quad ,$$

$$a = g\,\mathrm{sen}\,\theta \quad .$$

Conforme se constata, a aceleração a que fica sujeito o objeto não depende da sua massa e vale

$$a = 10\,\mathrm{sen}\,30^0 = 5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \quad .$$

Como a trajetória é retilínea e a aceleração constante, o corpo executa um movimento retilíneo uniformemente acelerado. A equação que relaciona , V_0, a e d, neste caso, é

$$V^2 = V_0^2 + 2\,a\,d \quad .$$

A velocidade inicial é zero, portanto, a velocidade do corpo depois de percorrer 8 m resulta

$$V = \sqrt{2\,a\,d} = \sqrt{2\,(5)\,(8)} = 8{,}94\ \frac{m}{s}\ .$$

relativamente a um observador inercial.

Veja que a força resultante (soma vetorial das forças $\vec{P}$ e $\vec{N}$ tem a direção x (Fig.42) e que seu módulo é mg sen θ.

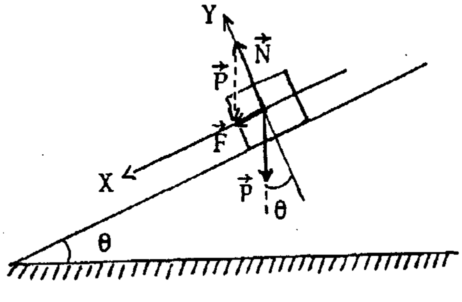


Fig.42

Exemplo 5: Dois blocos A e B, de massas respectivamente iguais a 12 kg e 15 kg, unidos por um fio de massa desprezível, deslizam horizontalmente, com uma aceleração de 30 $\mathrm{cm/s^2}$, sob a ação de uma força horizontal, $\vec{F}$, aplicada ao corpo B (Fig.43). Desprezando o atrito, calcule o módulo de $\vec{F}$ e a tensão no fio.

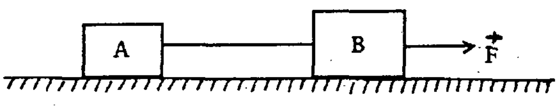


Fig.43

Solução:

Este problema envolve um sistema de três corpos: os blocos e os fios. A aceleração do sistema, relativamente a um observador inercial, é de 0,3 $\mathrm{m/s^2}$ (os blocos e o fio deslocam-se com a mesma aceleração porque sofrem as mesmas variações de velocidade com o tempo). Seja a direção do movimento arbitrariamente escolhida como a direção x.

Dados e incógnitas:

$m_A = 12$ kg

$m_B = 15$ kg

$F = ?$

$a = 0{,}3\ \mathrm{m/s^2}$

$T_A = ?$

$T_B = ?$

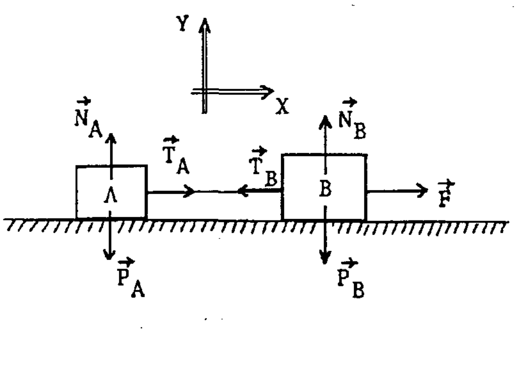


Fig.44

A Fig.44 mostra as forças que atuam sobre os blocos A e B. Aplicando-se a segunda lei de Newton para cada um deles, resulta

$$\sum F_x = m_B\, a \quad ,$$

$$F - T_B = m_B\, a \quad , \qquad (1)$$

para o bloco B, onde T_B é a intensidade da força exercida pela corda sobre B e

$$\sum F_x = m_A\, a \quad ,$$

$$T_A = m_A\, a \quad , \qquad (2)$$

para o bloco A, onde T_A representa a intensidade da força exercida pela corda sobre A.

As forças sobre o fio estão mostradas na Fig.45. Aplicando-se a segunda lei para o fio, admitindo-se que este tenha uma massa, m_f muito, muito, pequena, obtém-se

$$\sum F_x = m_f\, a \quad ,$$

$$T_B' - T_A' = m_f\, a \quad . \qquad (3)$$

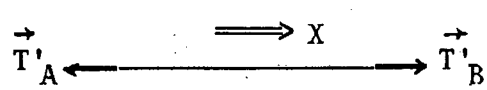


Fig.45

$\vec{T}_B'$ é a força exercida pelo bloco B sobre o fio, cujo módulo é igual a T_B, pela lei da ação e reação.

$\vec{T}_A'$ é a força exercida pelo bloco A sobre o fio, cuja intensidade é T_A, pela terceira lei de Newton. Deste modo, a eq.(3) pode ser reescrita como

$$T_B - T_A = m_f\, a \quad . \qquad (4)$$

Sendo a massa do fio desprezível, isto é, podendo ser considerada nula por ser muito menor do que as massas dos corpos A e B, o fio exerce sobre os blocos forças de módulos iguais,

$$T_B = T_A \quad .$$

Para $T_B = T_A = T$, as equações (1) e (2) ficam:

$$F - T = m_B\, a \quad , \qquad (5)$$

$$T = m_A\, a \quad . \qquad (6)$$

O sistema constituído pelas equações (5) e (6) pode ser resolvido para F e a (note que o mesmo não ocorria com o sistema formado pelas equações (1) e (2), em que haviam três incógnitas. De (6) em (5),

$$F - m_A a = m_B a \quad ,$$

$$F = (m_A + m_B)\, a \quad , \qquad (7)$$

$$F = (12 + 15)\; 0{,}3 = 8{,}1\,\mathrm{N} \quad .$$

De (6),

$$T = (12)\,(0{,}3) = 3{,}6\,\mathrm{N} \quad .$$

Exemplo 6: Uma corda de massa desprezível, que passa por uma polia lisa, liga dois corpos A e B de massas respectivamente iguais a 6 kg e 2 kg, conforme mostra a Fig.46. O corpo B, pendente da polia, cai verticalmente, fazendo com que o corpo A, que se encontra sobre um plano horizontal liso deslize sobre o mesmo puxado pela força horizontal de tensão da corda. Se o sistema partiu do repouso, determine a distância percorrida pelo corpo A em 4 s.

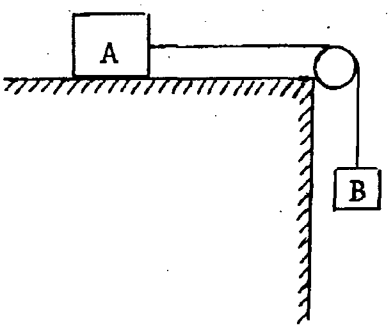


Fig.46

Solução:

Dados e incógnita:

$m_A = 6$ kg

$m_B = 2$ kg

$V_0 = 0$

$d = ?$

$t = 4$ s

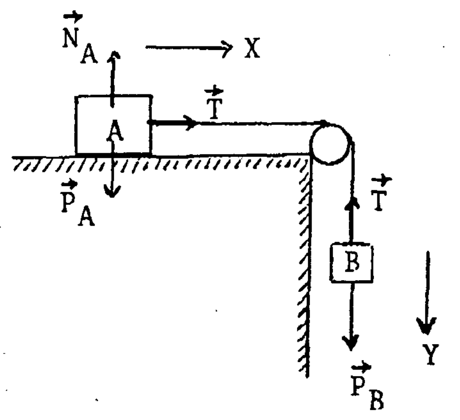


Fig.47

As forças sobre A e B estão mostradas na Fig.47. O sistema de eixos para cada corpo é escolhido de forma a que o movimento de A se dê ao longo do semi-eixo OX e o movimento de B ao longo de OY. Na direção x age sobre A apenas a força de tensão da corda que, de acordo com a segunda lei de Newton, o acelera nesta direção. Como A e B estão unidos por uma corda de comprimento fixo, se A está acelerado, B também deverá estar. Isto implica que sobre B deve haver uma força resultante na direção y $(m_B g \succ T)$, que o acelera nesta direção. Designando por a o módulo da aceleração dos corpos relativamente a um observador inercial e aplicando a segunda lei de Newton para cada um, resulta

$$\Sigma F_x = m_A a \quad ,$$

$$T = m_A a \quad , \qquad (1)$$

para o corpo A e

$$\sum F_y = m_B a \quad ,$$

$$m_B g - T = m_B a \quad , \qquad (2)$$

para o corpo B.

De (1) em (2),

$$m_B g - m_A a = m_B a \quad ,$$

$$a = \frac{m_B g}{m_A + m_B} \quad , \qquad (3)$$

$$a = \frac{(2)\ (10)}{6 + 2} = 2{,}5 \ \mathrm{m/s^2} \quad .$$

Como A executa um movimento retilíneo uniformemente acelerado, partindo do repouso, a distância por ele percorrida em 4 s é

$$d = \frac{a t^2}{2}$$

$$d = \frac{(2{,}5)\ (4)^2}{2} = 20 \ \mathrm{m} \quad .$$

É importante ressaltar que este problema em nada mudaria se em lugar da polia houvesse um pino fixo e liso como o mostrado na Fig.48. Ou seja, as situações mostradas nas Fig.46 e Fig.48 são completamente equivalentes. A polia lisa ou o pino alteram apenas as direções das forças exercidas pela corda, mas não os seus módulos, que são iguais, conforme já foi explicado no exemplo anterior.

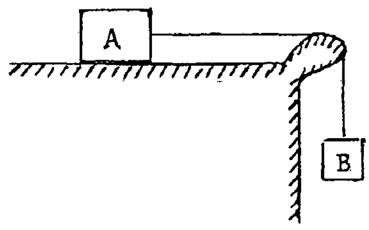


Fig.48

Exemplo 7: Dois corpos A e B, em contato, um ao lado do outro, deslizam sobre um plano horizontal liso sob a ação de uma força de 96 N inclinada de 60^0 com a horizontal, dirigida para baixo e aplicada em A. Determine a aceleração do conjunto e a força de contato entre os corpos. As massas de A e B são, respectivamente, 17 kg e 13 kg.

Solução:

Dados e incógnitas:

$F = 96$ N

$\alpha = 60^0$

$a = ?$

$F_{AB} = ?$

$m_A = 17$ kg

$m_B = 13$ kg

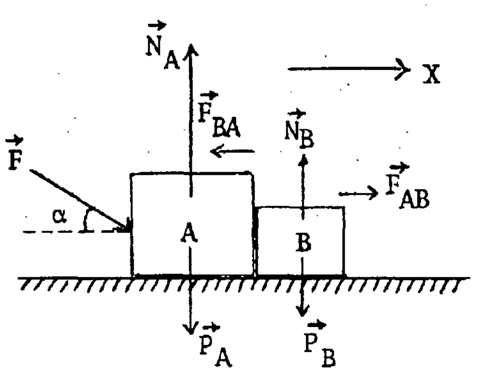


Fig.49

As forças sobre A e B estão representadas na Fig.49. Aplicando-se a segunda lei de Newton para cada corpo, obtém-se

$$\Sigma F_x = m_A a \quad ,$$

$$F \cos\alpha - F_{BA} = m_A a \quad , \tag{1}$$

para o objeto A, onde F_{BA} é a intensidade da força de contato exercida por B sobre A; e

$$\Sigma F_x = m_B a \quad ,$$

$$F_{AB} = m_B\, a \quad , \tag{2}$$

para o corpo B, onde F_{AB} é a intensidade da força de contato exercida por A sobre B.

Pela terceira lei de Newton,

$$F_{AB} = F_{BA} \quad .$$

Assim, a eq.(2) pode ser reescrita como

$$F_{BA} = m_B\, a \quad . \tag{3}$$

De (3) em (1),

$$F \cos\alpha - m_B a = m_A\, a \quad ,$$

de onde, isolando a e calculando o seu valor, resulta

$$a = \frac{F\cos\alpha}{m_A + m_B} \quad , \tag{4}$$

$$a = \frac{96 \cos 60^0}{17 + 13} = 1{,}6 \ \mathrm{m/s^2} \quad .$$

Esta é a aceleração do sistema relativamente a um observador inercial.

A força de contato entre os corpos pode, então, ser calculada a partir da eq.(1) ou da eq.(3). Desta última, obtém-se

$$F_{AB} = F_{BA} = (13)\,(1{,}6) = 20{,}8 \ \mathrm{N} \quad .$$

Exemplo 8: Estude, dinamicamente, o sistema mostrado na Fig.50. F é a intensidade da força horizontal constante que age sobre o corpo C, de massa m_C. θ é o ângulo de inclinação da superfície que contém os corpos A e B, de massas respectivamente iguais a m_A e m_B. Considere a polia lisa e desprezíveis a massa do fio e o atrito dos corpos com seus suportes.

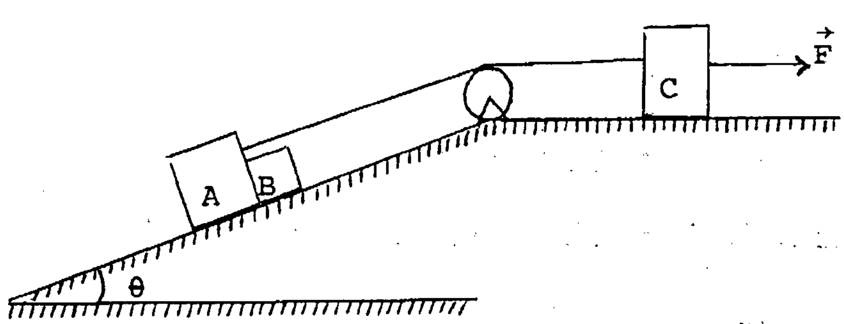


Fig.50

Solução:

Há duas hipóteses básicas para esta situação-problema que tem como 'dados' m_A, m_B, m_C, F e θ.

1ª hipótese: O conjunto desloca-se aceleradamente.

Neste caso, a aceleração do sistema é constante, pois todas as forças sobre os seus elementos são constantes. Aplicando-se a segunda lei de Newton para cada um dos corpos, admitindo que os blocos A e B subam o plano inclinado, obtém-se

$$\sum F_x = m_A\, a \quad ,$$

$$T - m_A\, g \operatorname{sen}\theta - F_{BA} = m_A\, a \,. \qquad (1)$$

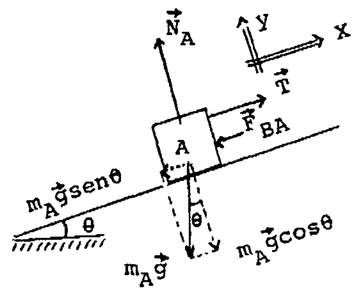


Fig.51

$$\sum F_x = m_B\, a \quad ,$$

$$F_{AB} - m_B\, g \operatorname{sen}\theta = m_B\, a \,. \qquad (2)$$

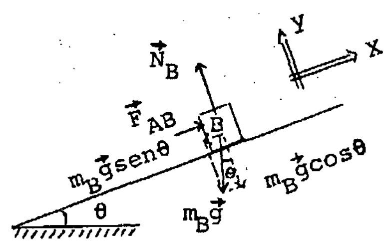


Fig.52

$$\sum F_x = m_C\, a \quad ,$$

$$F - T = m_C\, a \,. \qquad (3)$$

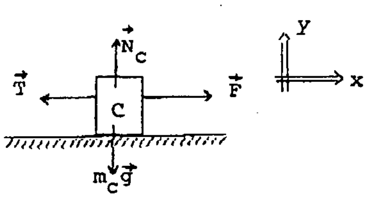


Fig.53

Somando-se as eq.(1), (2) e (3), as forças internas ao sistema, T, F_{BA} e F_{AB} se anulam,

$$T - m_A\, g \operatorname{sen}\theta - F_{BA} + F_{AB} - \mathrm{m_B}\, g \operatorname{sen}\theta + F - T =$$
$$= (m_A + m_B + m_C)\, a \quad ,$$

$$F - m_A\, g \operatorname{sen}\theta - m_B\, g \operatorname{sen}\theta = (m_A + m_B + m_C)\, a \ ,$$

$$F - (m_A + m_B) g \operatorname{sen}\theta = (m_A + m_B + m_C)\, a \ . \qquad (4)$$

e a aceleração do conjunto resulta

$$a = \frac{F - (m_A + m_B) g \operatorname{sen}\theta}{(m_A + m_B + m_C)} \ . \qquad (5)$$

Para $\theta = 90^0$ (Fig.54), as eq.(4) e (5) se reduzem a

$$F - (m_A + m_B) g = (m_A + m_B + m_C)\, a \qquad (6)$$

e

$$a = \frac{F - (m_A + m_B) g}{(m_A + m_B + m_C)} \ . \qquad (7)$$

Observe que a subida, agora vertical, de A e B exige $F \succ (m_A + m_B) g$.

Para $\theta = 0^0$ (Fig.55), as eq.(4) e (5) fornecem

$$F = (m_A + m_B + m_C)\, a \qquad (8)$$

e

$$a = \frac{F}{m_A + m_B + m_C} \ . \qquad (9)$$

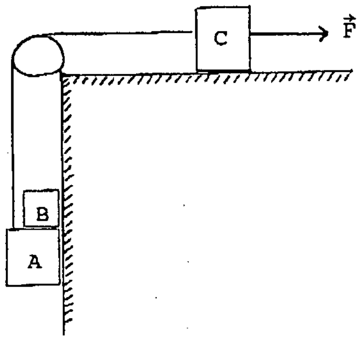


Fig.54

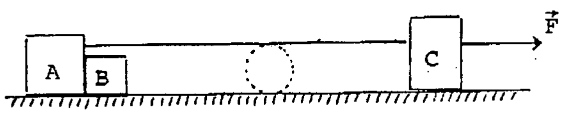


Fig.55

Analogamente, se os blocos A e B descem o plano inclinado (Fig.57), a aceleração do sistema resulta

$$a = \frac{(m_A + m_B) g \operatorname{sen}\theta - F}{(m_A + m_B + m_C)} \ . \qquad (10)$$

Neste caso, para $\theta = 90^0$, a aceleração do sistema será a maior possível, isto é,

$$a = \frac{(m_A + m_B)g - F}{(m_A + m_B + m_C)} \quad . \qquad (11)$$

<u>2ª hipótese</u>: O conjunto está parado ou em movimento retilíneo uniforme.

As situações de repouso e de movimento com velocidade constante são dinâmicamente equivalentes, já que em ambos os casos a força resultante é nula. Assim, fazendo $a = 0$ na eq.(4), obtém-se a equação que relaciona as grandezas m_A, m_B, θ e F,

$$F = (m_A + m_B)\, g \operatorname{sen}\theta \quad . \qquad (12)$$

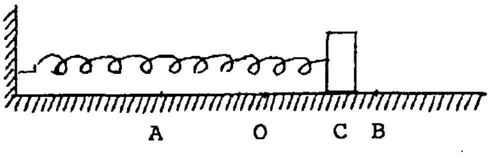
Para $\theta = 90^0$ (Fig.54), a intensidade da força F é igual a soma dos pesos de A e B, isto é,

$$F = (m_A + m_B)\, g \quad . \qquad (13)$$

Através dos exemplos discutidos nesta seção, pode-se observar que somente forças externas a um sistema podem nele produzir variações de velocidade com o tempo. Isto é, para um conjunto de dois ou mais corpos, forças internas ao sistema, como tensões e forças de contato, não o aceleram ou desaceleram. As eq.(7), (3), (4) e (5), respectivamente, dos exemplos 5, 6, 7 e 8 mostram isso. Evidentemente, quando o sistema é constituído por apenas um corpo (como ocorre, por exemplo, quando se 'isola' um elemento de um conjunto de dois ou mais corpos), todas as forças que sobre ele agem são forças externas, podendo, assim, causar variações em sua velocidade.

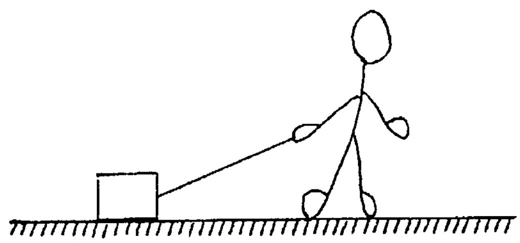
3.11 - Questões

1. Um objeto, preso a uma das extremidades de uma mola, oscila entre os pontos A e B de uma superfície horizontal muito lisa. Represente a(s) força(s) que atuam sobre o objeto quando ele passa pelo ponto C, um pouco antes de ele chegar ao ponto B. Comente a sua resposta.

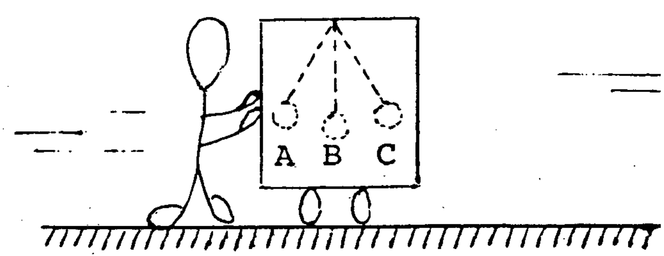


2. Na palma da mão de uma pessoa, a uma certa altura do solo, encontra-se uma laranja. O que se deve fazer a fim de movimentá-la para cima, com velocidade constante?

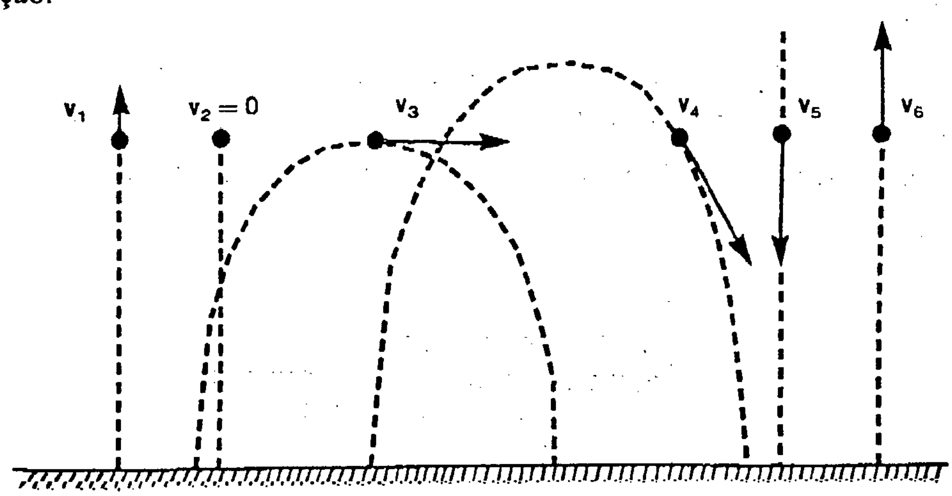
3. Uma criança, caminhando pela calçada, puxa um pequeno caixote por meio de uma corda que está inclinada. Se o caixote se movimenta com velocidade constante, a força exercida pela corda sobre o caixote tem intensidade maior, menor ou igual à intensidade da força de atrito que age sobre ele? Explique a sua resposta.



4. Um menino empurra um carrinho com velocidade constante ao longo de uma superfície horizontal. Dentro do carrinho encontra-se uma esfera suspensa por um fio. Qual das opções, *A*, *B* ou *C* representa, corretamente, o posicionamento do sistema esfera-fio? Represente a(s) força(s) sobre a esfera durante o movimento do carrinho.

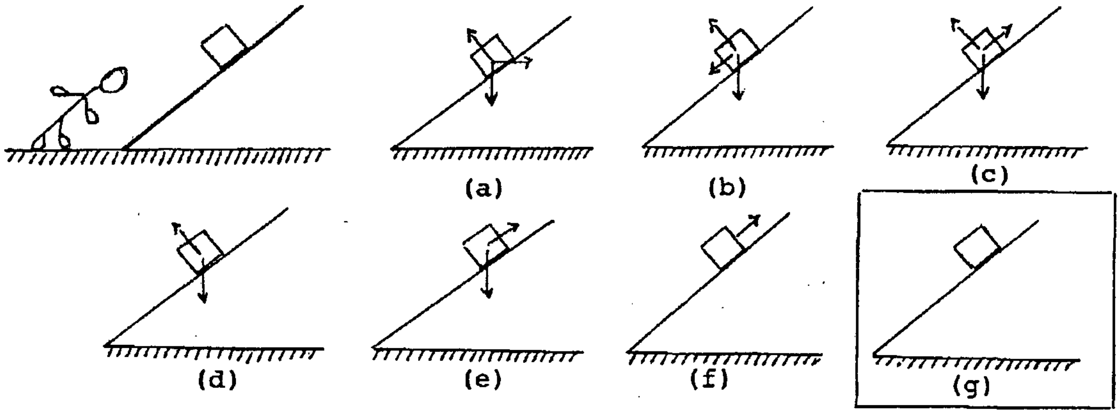


5. Um malabarista efetua uma exibição com seis bolas idênticas. A figura apresenta as respectivas trajetórias e as velocidades quando todas se encontram a uma mesma altura do solo. Represente a(s) força(s) sobre cada bola neste instante. Comente possíveis idéias intuitivas presentes nesta situação.[+]

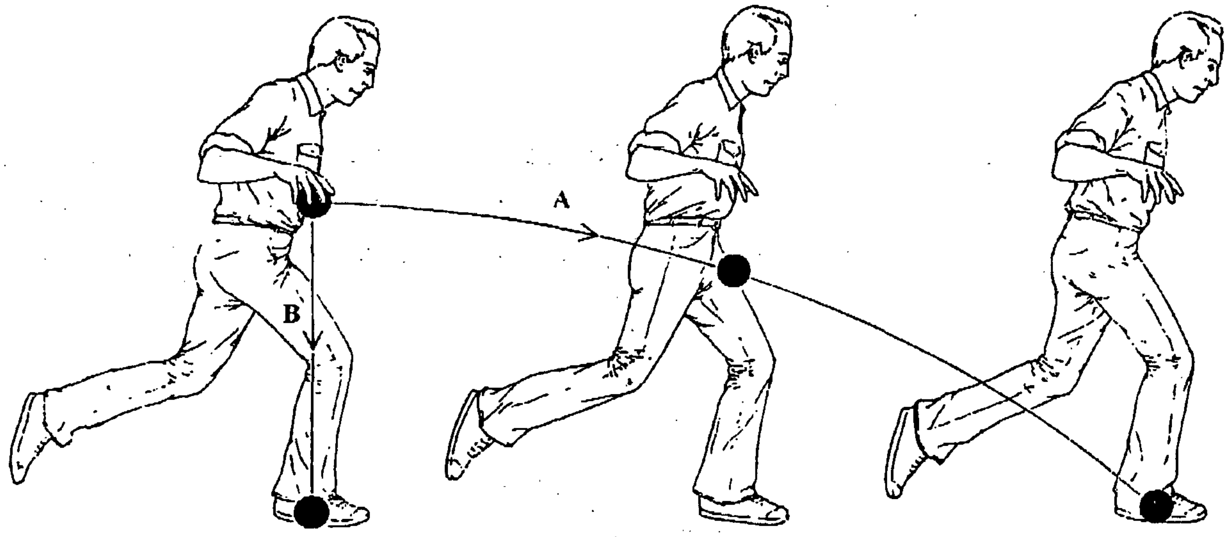


[+] Baseado na referência 6.

6. Um objeto é lançado de baixo para cima ao longo de uma superfície inclinada muito lisa. Assinale qual das opções representa corretamente a(s) força(s) sobre o objeto enquanto ele está ainda subindo. Caso você não concorde com nenhum dos diagramas apresentados, represente a(s) força(s) que age(m) sobre o bloco no quadro que aparece na última opção. Justifique a sua resposta.*



7. Uma pessoa, caminhando a passos regulares, deixa cair de uma de suas mãos uma pequena esfera. As trajetórias A e B, mostradas na figura, representam diferentes conjecturas sobre o movimento do objeto; para um estudante, a esfera, enquanto cai, acompanha o deslocamento horizontal da pessoa, daí o seu trajeto 'encurvado'; já para um outro estudante, a esfera cai verticalmente, chocando-se contra o solo em um ponto diretamente abaixo daquele em que foi solta. Discuta, fisicamente, estes dois raciocínios.+

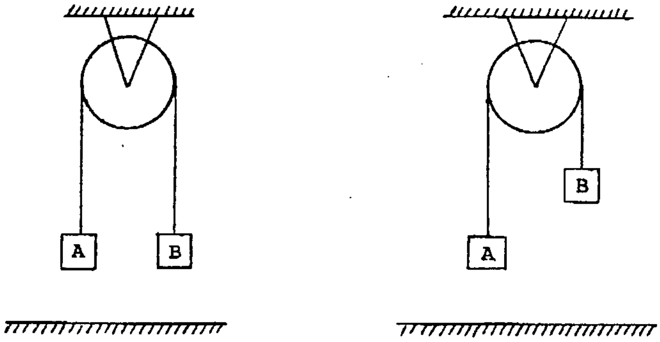


---

* Extraído da referência 14.

+ Baseado na referência 4.

8. Dois corpos A e B pendem livremente das extremidades de um fio que passa por uma roldana e estão a uma mesma altura do solo. A massa do fio é considerada desprezível. Mantendo-se o bloco A na sua posição original e diminuindo-se o comprimento do fio que sustenta B (por exemplo, cortando-se parte do fio e prendendo-se novamente o bloco B ao fio restante) este fica numa posição mais alta em relação ao solo do que A. Liberando-se o conjunto nesta posição, assinale qual das afirmativas abaixo você julga ser a correta. Despreze qualquer atrito no sistema.*



a) O corpo A sobe e o corpo B desce, até permanecerem juntos (um ao lado do outro).

b) O corpo A sobe e o corpo B desce, até o corpo B tocar no solo.

c) O corpo B sobe e o corpo A desce, até o corpo A tocar no solo.

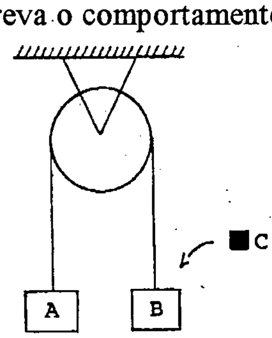
d) O corpo A e o corpo B não se movimentam.

e) O corpo A e o corpo B oscilam até permanecerem juntos (um ao lado do outro).

f) Se você não concorda com nenhuma das afirmativas, dê a sua própria resposta.

Explique a sua resposta.

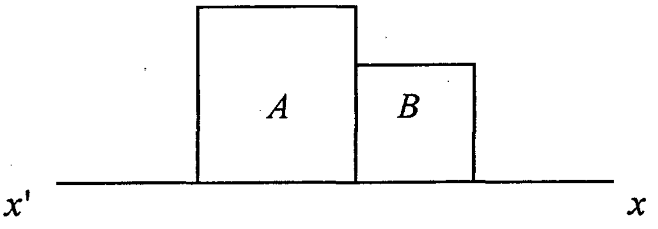
9. Dois corpos A e B pendem livremente das extremidades de um fio que passa por uma roldana. A massa do fio é considerada desprezível. Um objeto é colocado sobre o corpo B e logo em seguida é retirado. Descreva o comportamento do sistema depois que isso ocorre.



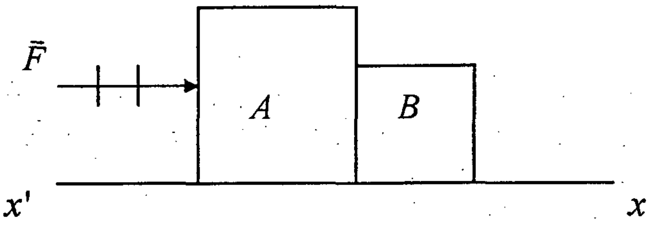
* Extraído da referência 15.

10. Em cada uma das situações abaixo você deverá representar a(s) força(s) que age(m) sobre os blocos A e B, utilizando, obrigatoriamente, vetores com divisões  para indicar quando uma força é maior ou menor do que a outra.

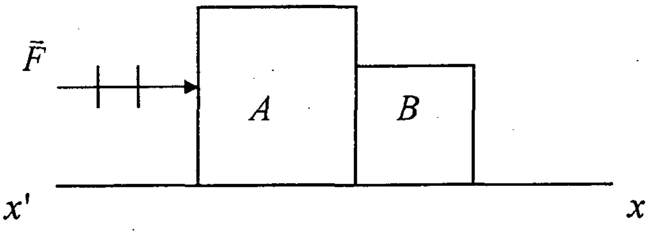
a) Os blocos A e B movimentam-se de x' para x com velocidade constante, deslizando sem atrito ao longo de uma superfície horizontal.



b) Os blocos A e B movimentam-se de x' para x, sob a ação de uma força horizontal constante, $\vec{F}$, aplicada ao bloco A. Despreze o atrito.



c) Os blocos A e B movimentam-se de x' para x, com velocidade constante, sob a ação de uma força horizontal constante, $\vec{F}$, aplicada ao bloco A.



3.12 - Referências Bibliográficas

1. COHEN, I. B. O nascimento de uma nova física. Lisboa, Gradiva, 1988. p.198.

2. NEWTON, I. Principia: princípios matemáticos de filosofia natural. São Paulo, Editora da Universidade de São Paulo, 1990. pp.15-16.

3. EISBERG, R.M. & LERNER, L.S. Física: fundamentos e aplicações. São Paulo, McGraw-Hill, 1982. v.1, p.160.

4. McKLOSKEY, M. Intuitive physics. Scientific American, 248 (4): 114-122, 1983.

5. KOYRÉ, A. Estudos galilaicos. Lisboa, Publicações Dom Quixote, 1986.

6. VIENNOT, L. Spontaneous reasoning in elementary dynamics. European Journal of Science Education, 1 (2): 205-221, 1979.

7. CHAMPAGNE, A.B., KLOPFER, L.E. & ANDERSON, J.H. Factors influencing the learning of classical mechanics. American Journal of Physics, 48 (12): 1074-1079, 1980.

8. SOLIS VILLA, R. Ideas intuitivas y aprendizaje de las ciencias. Enseñanza de las Ciencias, 2 (2): 83-89, 1984.

9. AXT, R. Conceitos intuitivos em questões objetivas aplicadas no concurso vestibular unificado da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Ciência e Cultura, 38 (3): 444-452, 1986.

10. PEDUZZI, L.O.Q. & PEDUZZI, S.S. O conceito intuitivo de força no movimento e as duas primeiras leis de Newton. Caderno Catarinense de Ensino de Física, 2 (1): 6-15, 1985.

11. CLEMENT, J. Spontaneous preconceptions in introductory mechanics. American Journal of Physics, 50 (1): 66-71, 1982.

12. SEBASTIÁ, J.M. Fuerza y movimiento: la interpretación de los estudiantes. Enseñanza de las Ciencias, 2 (3): 161-169, 1984.

13. McKLOSKEY, M., CARAMAZZA, A. & GREEN, B. Curvilinear motion in the absence of external forces: naïve beliefs about the motion of objects. Science, 210 (5): 1139-1141, 1980.

14. PEDUZZI, S.S. & PEDUZZI, L.O.Q. Movimento em um plano inclinado: forças e idéias intuitivas. Comunicação apresentada na 38ª Reunião Anual da SBPC, Curitiba, Pr, julho/1986.

15. PEDUZZI, L.O.Q. Solução de problemas e conceitos intuitivos. Caderno Catarinense de Ensino de Física, 4 (1): 17-24, 1987.

Capítulo 4
O atrito

4.1 - Introdução

No capítulo anterior, estudou-se inúmeras situações de movimento nas quais desprezou-se, explicitamente, os efeitos do atrito. Não há, no entanto, movimento sem atrito. A experiência quotidiana mostra que qualquer corpo posto a deslizar sobre uma superfície horizontal acaba parando se sobre ele não agir uma força de intensidade conveniente para manter este seu movimento. Assim, quando, por exemplo, um cubo de madeira é lançado com uma velocidade $\vec{v}_0$ sobre uma mesa horizontal ele pára após alguns instantes. Isso ocorre porque depois do arremesso age sobre o cubo uma força horizontal proveniente da mesa que se opõe ao seu deslocamento - a força de atrito* . Como na vertical o peso e a normal se compensam, a força de atrito é a força resultante sobre o corpo. Força resultante e aceleração, de acordo com a lei $\vec{F} = m\vec{a}$, têm o mesmo sentido. Em decorrência disso, o cubo fica sujeito a uma aceleração de sentido contrário ao da sua velocidade, o que determina uma diminuição desta última com o tempo e a conseqüente parada do objeto.

Diminuindo-se o atrito do cubo com a mesa através de um lubrificante, ou fazendo-o deslizar sobre uma mesa de ar, reduz-se a aceleração a que ele fica submetido. Neste caso, o corpo deslizaria uma distância maior até parar, já que a sua velocidade diminuiria mais lentamente com o tempo (Fig. 1).

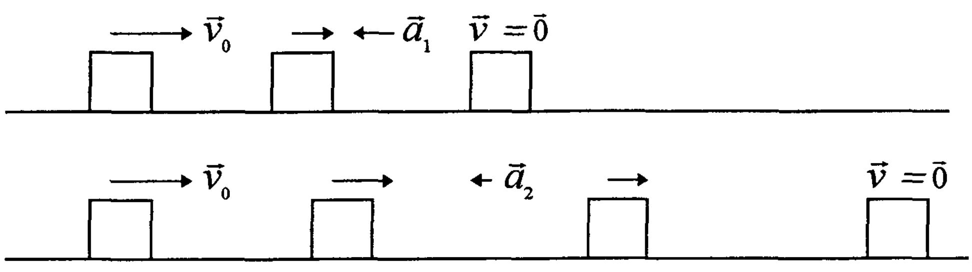


Fig. 1 - Movimento de deslizamento de um corpo lançado com uma velocidade $\vec{v}_0$ numa superfície horizontal a) não lubrificada e b) lubrificada, num mesmo intervalo de tempo.

Uma experiência com atrito zero não pode ser realizada em nenhum laboratório porque a eliminação por completo do atrito não é experimentalmente possível. Pode-se, contudo,

---

* O atrito do cubo com o ar pode ser desconsiderado por ser muito menor do que o atrito devido ao deslizamento do cubo sobre a mesa.

inferir sobre a situação ideal de atrito nulo no deslocamento de um corpo a partir de resultados encontrados em experiências possíveis de serem concretizadas. Assim, como uma diminuição crescente no atrito levaria o cubo a deslizar por distâncias cada vez maiores, conclui-se que caso não houvesse nenhuma força contrária ao deslocamento do cubo após a sua projeção a força resultante sobre ele seria zero e a sua aceleração nula. Neste caso ideal não haveria diminuição na velocidade de lançamento e o cubo seguiria em linha reta, com velocidade constante, não sendo necessária nenhuma força para mantê-lo em movimento.

Deste modo, a questão da relação força-movimento-movimento perpétuo, tão polêmica desde os tempos de Aristóteles, tem, com a física newtoniana, e com o papel que esta atribui ao atrito no movimento dos corpos, uma explicação que hoje é aceita como cientificamente correta.

Mas como, afinal, surgem as forças de atrito entre dois corpos? Para que se compreenda melhor a existência destas forças, é importante observar que qualquer superfície, mesmo aquela considerada, a primeira vista, como altamente polida, mostra-se rugosa ou áspera ao microscópio potente, isto é, apresenta-se constituída por uma série interminável de saliências e vales (Fig.2). Estas irregularidades geram forças tangenciais entre dois corpos em movimento relativo (denominadas forças de atrito cinético) e entre superfícies em repouso relativo, quando uma delas é 'forçada' a deslizar sobre a outra (as forças de atrito estático).*

Fig.2 - Mesmo metais muito polidos apresentam superfícies irregulares, a nível microscópico.

Como se vê, o atrito não aparece, apenas, quando há movimento relativo entre dois corpos. Pode ocorrer, também, entre superfícies em repouso relativo - quando se segura um lápis na posição de escrever, ou se tenta deslocar um objeto do lugar em que se encontra sem que isto seja possível, por exemplo.

O atrito, enfim, é parte integrante do dia-a-dia das pessoas e manifesta-se sobre as mais diversas formas. As fagulhas que saem do metal de uma tesoura ou faca quando afiados em um esmeril, o rastro de luz deixado por um meteorito em contato com a atmosfera terrestre, o vôo de uma asa delta, as acrobacias de um grupo de paraquedistas, a dificuldade em se arrastar objetos pesados, em se caminhar por superfícies muito lisas etc., são alguns exemplos.

* O fenômeno do atrito, na verdade, é bastante complexo.

Aos olhos do cientista e do técnico, o domínio conceitual do atrito possibilita um melhor delineamento aerodinâmico de veículos, o emprego de óleos lubrificantes adequados que evitam o desgaste prematuro de peças, uma menor perda de energia em linhas transmissão etc..

Dentro deste assunto tão amplo e de vastíssimo interesse tecnológico estudar-se-á, a nível introdutório, as leis que governam o atrito a seco, que é o que se verifica quando duas superfícies interagem uma com a outra quando livres de lubrificantes ou de quaisquer outras partículas entre elas (pó, por exemplo).

As leis do atrito são leis obtidas através da experiência e se aplicam a uma ampla variedade de situações de interesse tanto na física como na engenharia.

4.2 - Lei de força para o atrito de deslizamento a seco

A experiência diária mostra que é mais difícil arrastar um corpo pesado do que um leve. Exemplificando: se uma mesma força horizontal é aplicada em dois corpos de mesmo material mas de pesos diferentes, há uma variação de velocidade maior no corpo de menor massa, para iguais intervalos de tempo (Fig.3)

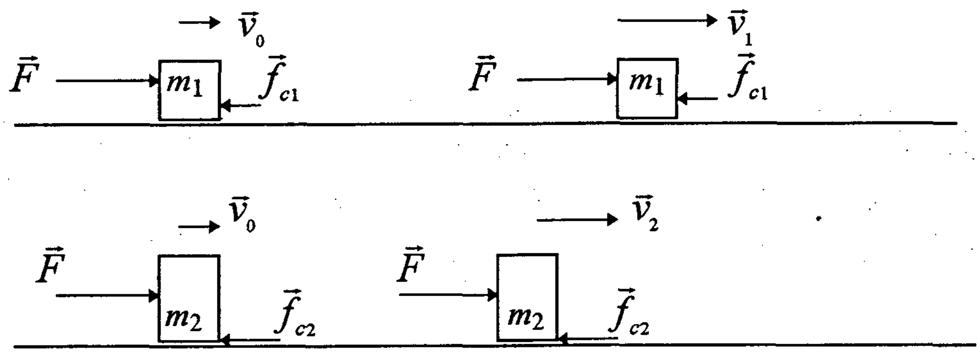


Fig.3 - A ação contínua de uma mesma força horizontal em dois cubos de madeira, por exemplo, provoca uma aceleração maior no cubo de menor massa. Em ambas as situações há uma força de atrito que se opõe ao movimento.

Designando por $\vec{f}_{c_1}$ e $\vec{f}_{c_2}$, respectivamente, as forças de atrito cinético sobre os corpos de massas m e m_2 e aplicando a segunda lei de Newton para ambas as situações, resulta:

$$F - f_{c_1} = m_1 a_1 \tag{1}$$

e

$$F - f_{c_2} = m_2 a_2 \quad , \tag{2}$$

onde a_1 e a_2 são, respectivamente, as intensidades das acelerações de m_1 e m_2 relativas a um observador inercial. Como $f_{c_2} \succ f_{c_1}$, isto implica que $m_1 a_1 \succ m_2 a_2$. Sendo $m_2 \succ m_1$, resulta $a_2 \prec a_1$, concordando com o que indica a experiência.

Esta experiência sugere, assim, que a força de atrito no deslizamento de um corpo depende do seu peso: quanto maior o peso de um corpo, maior é a força que se opõe ao seu deslizamento.

Uma outra experiência envolvendo o deslizamento de um mesmo corpo, primeiro sob a ação de uma força horizontal $\vec{F}_1$ e depois sujeito a uma força inclinada para baixo $\vec{F}_2$, tal que a componente de $\vec{F}_2$ na direção do movimento seja igual à intensidade de $\vec{F}_1$ mostra que, para iguais intervalos de tempo, as variações de velocidade do corpo no primeiro caso são maiores do que as verificadas no segundo (Fig.4).

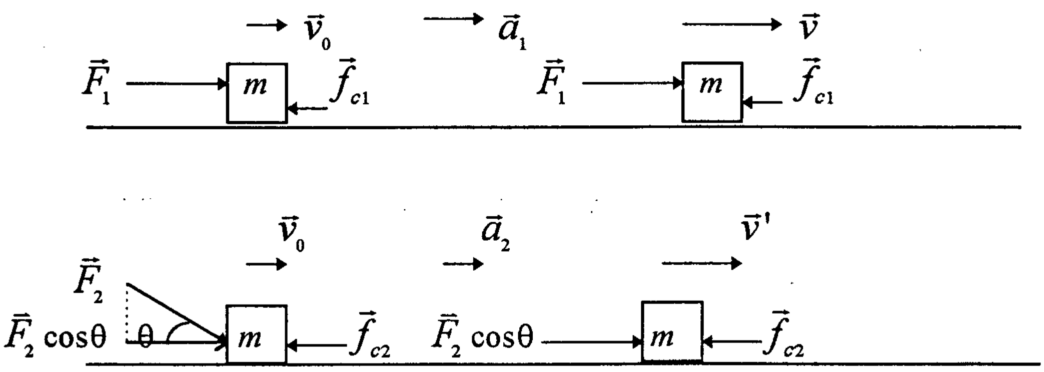


Fig.4 - Um mesmo corpo de massa m, sujeito a forças de iguais intensidades na direção do seu deslocamento ($F_2 \cos\theta_1 = F_1$), apresentará acelerações de diferentes intensidades a_1 e a_2, se as forças verticais sobre ele forem diferentes. θ é o ângulo que a força $\vec{F}_2$ faz com a horizontal.

Isto ocorre porque as forças normais sobre o corpo, nas duas situações são diferentes. No primeiro caso ela é igual ao peso do objeto ($N_1 = mg$); no segundo, ela é maior do que o peso ($N_2 = mg + F_2 \operatorname{sen}\theta$) devido a componente de $\vec{F}_2$ perpendicular ao movimento que 'comprime' mais o corpo sobre o seu apoio aumentando as interações entre as duas superfícies. Conclui-se, deste modo, que a força de atrito no deslizamento de um corpo depende da força normal sobre o mesmo: quanto maior a força normal, N, maior é a força de atrito cinético, f_c. Matematicamente:

$$f_c \propto N \quad . \tag{3}$$

Aplicando a segunda lei de Newton para as duas situações mostradas na Fig.4, obtém-se,

$$F_1 - f_{c_1} = m\, a_1 \quad , \tag{4}$$

e

$$F_1 - f_{c_2} = m\, a_2 \quad , \tag{5}$$

já que $F_2 \cos\theta = F_1$.

Como $f_{c_2} \propto N_2 \succ f_{c_1} \propto N_1$ resulta, das equações (4) e (5), $ma_1 \succ ma_2$ e, portanto, $a_1 \succ a_2$.

Uma terceira experiência mostra que um mesmo tijolo 'deitado' ou 'de lado', sob a ação de uma mesma força, apresenta iguais variações de velocidade em iguais intervalos de tempo (Fig.5).

(a) (b)

Fig.5 - As acelerações de um mesmo tijolo deitado (a) ou de lado (b), sob a ação de uma mesma força $\vec{F}$, são iguais.

Isto acontece porque a força de atrito sobre o tijolo, nas duas situações, é a mesma. Aparentemente, este resultado contraria o senso intuitivo imediato que atribui uma maior força de atrito para o tijolo quando deitado.

Ocorre que quando um objeto desliza sobre outro o contato entre ambos se dá, predominantemente, através das 'pontas' ou 'saliências' das duas superfícies (há, também, um certo entrelaçamento entre as 'pontas' e os 'vales' das mesmas). Deste modo, a área de contato real é muito menor do que a área de contato aparente (Fig.6).

Quando se aumenta a força normal sobre um corpo, através de uma compressão adicional do mesmo sobre a sua superfície de apoio, tal como no exemplo anterior (Fig.4b), aumenta-se a área real de contato entre as superfícies envolvidas. Com o aumento das interações das moléculas das duas superfícies, aumenta o atrito entre elas.

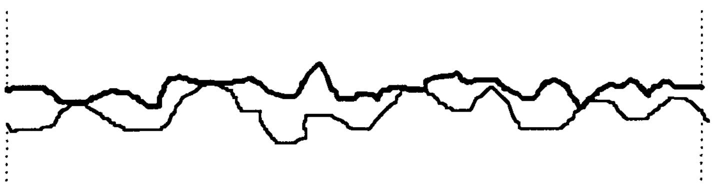


Fig.6 - Devido às irregularidades de superfície, a área de cobertura de uma superfície sobre a outra, isto é, a área de contato aparente entre as duas superfícies, é muito maior do que a área de contato real entre elas.

No caso do tijolo, a força normal sobre o mesmo, sendo igual à força peso, independe do seu posicionamento sobre a superfície de apoio. Deitado ou de lado, o que muda é a pressão - definida como a força pela área de atuação da mesma - Quando o tijolo está deitado, são inúmeros os pontos de contato entre as duas superfícies, que totalizam uma certa área. Na posição de lado, o número destes pontos diminui, mas com o aumento de pressão ocorrido há um maior 'achatamento' entre os pontos de contato existentes, que totalizam a mesma área de contato que a anterior. Assim, a força de atrito no deslizamento de um corpo depende da área de contato real entre as superfícies envolvidas e não da área de contato aparente entre elas.

Sintetizando os resultados até aqui obtidos em relação a esta força tangencial que se opõe ao deslizamento de um corpo, pode-se então (re)afirmar que: *"A área microscópica de contato, que determina a força de atrito f_c é proporcional à força normal N "*[1], como expressa a relação (3).

Contudo, lançando-se um mesmo objeto, com uma mesma velocidade inicial, ao longo de duas superfícies horizontais, uma polida e outra áspera, verifica-se que o corpo percorre uma distância maior, até parar, quando em movimento sobre a superfície polida, pois neste caso, presumivelmente, as interações resultantes das irregularidades das duas superfícies são menores. Assim, além da dependência com a força normal, a força de atrito cinético sobre um corpo depende da natureza do par de superfícies em movimento relativo. A grandeza μ_c , denominada coeficiente de atrito cinético, simboliza, entre outras coisas, esta dependência e transforma a proporcionalidade expressa na relação (1) em uma igualdade. Portanto,

$$f_c = \mu_c N \qquad (6)$$

O coeficiente de atrito cinético é adimensional e para um dado par de materiais ele é aproximadamente constante (Tabela 1)

Tabela 1 - Coeficientes de atrito cinético para superfícies secas (valores médios aproximados)+

Material	μ_c
Aço e aço	0,5
Aço e madeira	0,2
Vidro e vidro	0,4
Cobre e vidro	0,5
Cobre e aço	0,4
Níquel e níquel	0,5

+Esses valores devem ser considerados somente como médias, visto que os coeficientes de atritos são grandezas macroscópicas que dependem das propriedades dos dois materiais, e flutuam bastante.

Pode-se determinar μ_c, experimentalmente, pelo ângulo de inclinação de uma superfície plana ao longo da qual um corpo, uma vez colocado em movimento, desce com velocidade constante. A força resultante sobre o corpo, nesta situação, é nula (Fig.7). Isto significa que a componente do peso na direção do deslocamento é igual à intensidade da força de atrito cinético,

$$mg \operatorname{sen} \theta = \mu_c N \quad , \tag{7}$$

e que a força normal tem mesma intensidade que a componente do peso perpendicular ao deslocamento,

$$N = mg \cos \theta \quad . \tag{8}$$

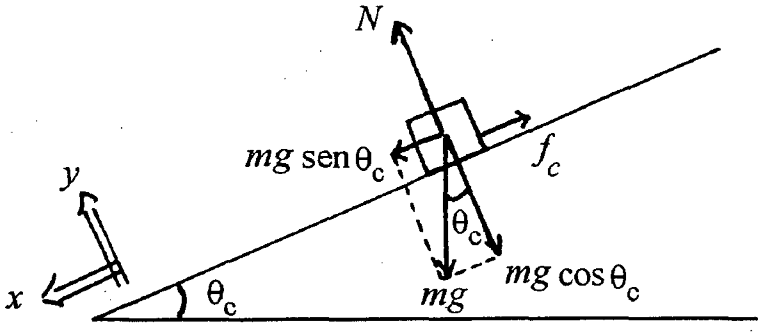


Fig.7 - A força resultante sobre um corpo de massa m, que desce com velocidade constante um plano inclinado de um ângulo θ_c com a horizontal, é nula.

De (8) em (7), resulta

$$mg \operatorname{sen} \theta = \mu_c \, mg \cos \theta \quad .$$

Portanto,

$$\mu_c = \operatorname{tg} \theta_c \quad . \tag{9}$$

4.3 - O atrito a nível microscópico - um fenômeno complexo

O atrito, a nível microscópico, é um fenômeno extremamente complexo. A força de atrito entre dois corpos é o resultado de um número muito grande de interações entre moléculas das superfícies em contato. O tratamento individual destas interações é, evidentemente, impossível. Assim, chega a surpreender que, no que diz respeito ao movimento, o produto destas interações possa ser resumido na forma de uma lei empírica simples, como a expressa através da eq.(6). Mas esta lei tem as suas limitações.

Em áreas de contato de maior pressão entre duas superfícies, as moléculas de uma se aproximam tanto de moléculas da outra que se combinam entre si devido a fortes forças elétricas atrativas. Deste modo, um sem número de pontos de contato ficam 'soldados a frio'. *"Quando um corpo (metálico, por exemplo) é puxado sobre um outro, a resistência de atrito está associada com a ruptura de milhares de soldas diminutas que se reformam continuamente quando ocorrem novos contatos".*[2] Por isso, é preciso a ação contínua de uma força para manter o movimento de um corpo, já que sua ação se faz necessária para romper estas soldas. Neste processo há um aumento de temperatura das superfícies em contato. *"A ruptura de uma solda gera excitações locais sob a forma de vibrações que se propagam nos materiais como ondas sonoras. Este processo dissipa energia mecânica gerando calor, ou seja, há um aquecimento local. Este fato é muito importante porque é devido a ele que as forças de atrito têm caráter dissipativo tendendo a se opor ao movimento que se produziria na ausência de atrito."*[2]

Quando a força normal atinge valores demasiadamente altos o número de soldas cresce muito, já que um aumento de pressão favorece uma maior combinação entre as moléculas das duas superfícies. O mesmo ocorre para grandes velocidades relativas, devido ao excessivo calor gerado. Deste modo, a eq.(6) representa uma boa aproximação para o cálculo da força de atrito cinético sobre um corpo somente quando a força normal sobre ele e a sua velocidade de deslizamento não forem muito elevadas.

Uma outra limitação à eq.(6) é imposta pelo coeficiente de atrito cinético. A determinação experimental deste coeficiente não é simples como parece sugerir a experiência relatada anteriormente (Fig.7), pois para o ângulo θ_c (onde $\mu_c = \text{tg}\,\theta_c$) o movimento de descida de um objeto sobre uma rampa não se dá de forma uniforme durante todo o tempo. Há, com frequência, pequenos 'solavancos' no mesmo ao longo do percurso. Isto ocorre porque a força de atrito não se iguala, rigorosamente, à componente do peso na direção do deslocamento devido a pequenas variações do coeficiente de atrito ao longo da rampa causadas por 'desníveis' existentes na rampa e por 'sujeiras' que se interpõem entre o corpo e o seu apoio. O coeficiente de atrito cinético, na verdade, *"depende de muitas variáveis tais como a natureza dos materiais, o acabamento das superfícies, películas superficiais, temperatura e extensão da contaminação".*[2] Os valores tabelados são apenas valores médios.

À medida que se analisa cada vez mais aprofundadamente o fenômeno do atrito vê-se o quão complexo ele é. Assim, de forma superficial e intuitivamente, poder-se-ia pensar que quanto mais polidas forem as superfícies em movimento relativo menor deveria ser o atrito entre elas. Isto, contudo, não é o que ocorre. Existe um limite além do qual o polimento adicional das superfícies aumenta ao invés de diminuir o atrito entre elas. As soldas que se formam quando duas superfícies metálicas, por exemplo, são atritadas, explicam este fato. *"Com efeito, se polirmos oticamente as superfícies de dois blocos do mesmo metal e removermos as impurezas e gases absorvidos nas superfícies (o que pode ser feito colocando os blocos numa câmara em alto vá-*

cuo), bem como quaisquer camadas fluidas depositadas nas superfícies, os dois blocos, colocados em contato, ficarão praticamente soldados um ao outro: é como se estivéssemos criando um bloco único do mesmo metal, com as forças interatômicas agindo em toda a extensão da área de contato, produzindo a coesão."(2) As intensas forças de atrito desenvolvidas entre os blocos, em seu movimento relativo, devem-se a altíssimos valores assumidos pelo coeficiente de atrito cinético.

4.4 - Lei de força para o atrito estático

Considere um corpo de massa m imóvel sobre uma superfície horizontal.

Não há, inicialmente, nenhuma força atuando sobre o corpo na direção x (Fig.8). Deste modo,

$$\sum F_x = 0 \quad . \tag{10}$$

Na direção y, agem sobre o objeto as forças peso $(\vec{P})$ e normal $(\vec{N})$, que são iguais em módulo. Assim,

$$\sum F_y = 0 \quad , \tag{11}$$

$$\vec{N} = -\vec{P} \quad , \tag{12}$$

$$N = P \quad . \tag{13}$$

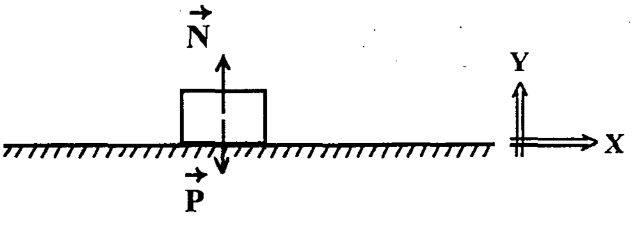


Fig.8 - Sendo nula a força resultante sobre m, o seu estado inicial de repouso em relação ao referencial xy não é alterado

Nestas condições, suponha que seja aplicada ao objeto uma força horizontal, $\vec{F}_1$, que não o movimente. Para que isto se verifique, e continue válida a relação (10), deve, necessariamente, agir sobre o objeto uma força horizontal, proveniente da superfície de apoio, de mesmo módulo e de mesma direção que $\vec{F}_1$, mas de sentido contrário a ela. Designado por $\vec{f}_{e_1}$ esta força (Fig.9), pode-se escrever

$$\vec{F}_1 = -\vec{f}_{e_1} \quad , \tag{14}$$

$$F_1 = f_{e_1} \quad . \tag{15}$$

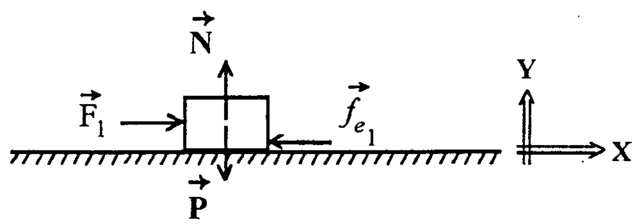


Fig.9 - As intensidades das forças $\vec{F}_1$ e $\vec{f}_{e_1}$ são iguais. Portanto, m, parado, não se movimenta.

Imagine, agora, que m esteja sob a ação de uma outra força horizontal, $\vec{F}_2$, de intensidade maior do que $\vec{F}_1$, mas que permaneça, ainda, parado. À $\vec{F}_2$ se opõe, portanto, uma outra força, $\vec{f}_{e_2}$, de mesmo módulo, mesma direção e sentido contrário (Fig.10). Isto é,

$$\vec{F}_2 = -\vec{f}_{e_2} \quad , \tag{16}$$

$$F_2 = f_{e_2} \quad . \tag{17}$$

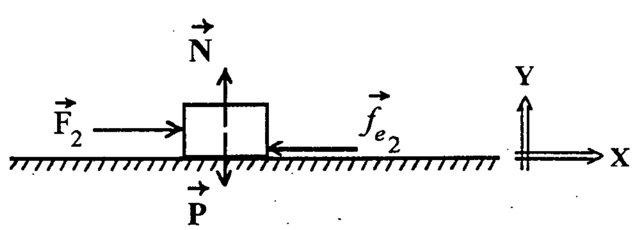


Fig.10 - Sujeito a um novo sistema de forças cuja resultante é nula, m, parado, não muda de estado.

Estas duas situações mostram que aumentando a força aplicada ao corpo também aumenta a força horizontal que a superfície de apoio exerce sobre ele $(f_{e_2} \succ f_{e_1})$. Ou seja, a <u>força de atrito estático é variável</u>.

Evidentemente, a força de atrito estático não cresce indefinidamente, pois se assim fosse nenhum objeto imóvel em relação a uma dada superfície poderia deslizar ao longo dela.

Deste modo, considere que sobre m atue uma força horizontal, $\vec{F}$, que solicite da superfície de apoio a maior resistência possível ao movimento, $\vec{f}_{e_m}$ (força de atrito estático máxima). Novamente,

$$\vec{F} = -\vec{f}_{e_m} \quad , \tag{18}$$

$$F = f_{e_m} \quad , \tag{19}$$

$$F - f_{e_m} = 0 \quad . \tag{20}$$

A eq.(20) expressa o fato de que qualquer força horizontal de intensidade maior do que $\vec{F}$ vai colocar m em movimento.

Determina-se, experimentalmente, a força de atrito estático máxima sobre m medindo-se a intensidade de $\vec{F}$, com o auxílio de um dinamômetro.

Conforme mostra a experiência, a força de atrito estático máxima sobre um corpo

a) é proporcional à força normal,

$$f_{e_m} \propto N \quad , \tag{21}$$

ou seja, quanto mais pressionado estiver um corpo contra a sua superfície de apoio, mais difícil será colocá-lo em movimento;

b) depende da natureza das superfícies em repouso relativo (mais ou menos ásperas, tipo de material, etc.) A grandeza μ_e, denominada coeficiente de atrito estático, simboliza, entre outras coisas, esta dependência e transforma a proporcionalidade expressa na relação (21) em uma igualdade. Assim,

$$f_{e_m} = \mu_e N \quad . \tag{22}$$

O coeficiente de atrito estático é adimensional e para um dado par de materiais é aproximadamente constante.

Resumindo, a força de atrito entre duas superfícies em repouso relativo possui valores compreendidos entre zero (quando elas não são forçadas a deslizar uma sobre a outra) e um máximo igual a $\mu_e N$ (quando é iminente a passagem do repouso para o movimento relativo). Desta forma, é lícito escrever

$$f_e \leq f_{e_m} \quad , \tag{23}$$

$$f_e \leq \mu_e N \quad . \tag{24}$$

Para um dado par de superfícies, o coeficiente de atrito estático é maior do que o coeficiente de atrito cinético,

$$\mu_e \succ \mu_c \quad . \tag{25}$$

Pode-se verificar experimentalmente este resultado estudando o equilíbrio dinâmico de um corpo em um plano inclinado.

A Fig.11 mostra as forças que atuam sobre um objeto de massa m situado em uma rampa inclinada de um ângulo θ sobre a horizontal. Assumindo que o corpo esteja inicialmente imóvel e sob força resultante nula tem-se que

$$\sum F_x = 0 \quad ,$$

$$mg \text{ sen } \theta = f_e \tag{26}$$

e

$$\sum F_y = 0 \quad ,$$

$$N = mg \cos\theta \quad . \tag{27}$$

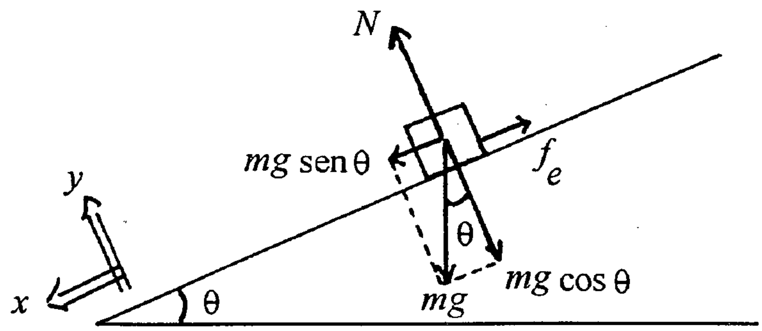


Fig. 11 - Sob força resultante nula, não há alteração no estado inicial de repouso de um corpo sobre um plano inclinado.

Aumentando-se, paulatinamente, θ, cresce a componente x da força peso e, correspondentemente, a intensidade da força de atrito estático que a contrabalança. Para um certo ângulo de inclinação $\theta = \theta_e$, verifica-se que o corpo fica na iminência de escorregar (Fig. 12). Neste caso,

$$mg \text{ sen } \theta_e = f_{e_m} \quad , \tag{28}$$

$$mg \text{ sen } \theta_e = \mu_e N \tag{29}$$

e

$$N = mg \cos \theta_e \quad . \tag{30}$$

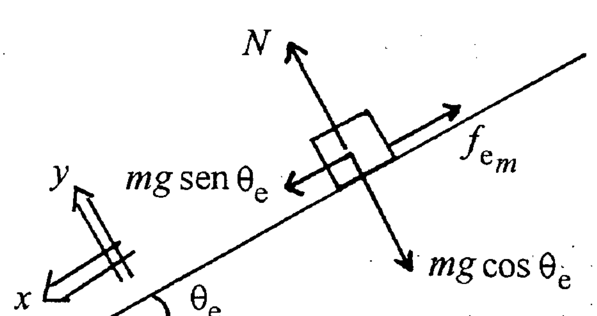


Fig. 12 - Para um ângulo de inclinação $\theta = \theta_e$, a força de atrito estático tem valor máximo e o corpo fica prestes a deslizar.

De (30) em (29),

$$mg \text{ sen } \theta_e = \mu_e \, mg \cos \theta_e \quad ,$$

$$\mu_e = \text{tg}\, \theta_e \quad . \tag{31}$$

Para qualquer ângulo maior do que θ_e, constata-se que o corpo desliza aceleradamente sobre a rampa (Fig. 13), valendo as relações

$$\sum F_x = m\,a \quad ,$$

$$mg \text{ sen } \alpha - f_c = m\,a \quad , \tag{32}$$

$$mg \text{ sen } \alpha - \mu_c N = m\,a \tag{33}$$

e

$$\sum F_y = 0 \quad ,$$

$$N = mg \cos \alpha \quad . \tag{34}$$

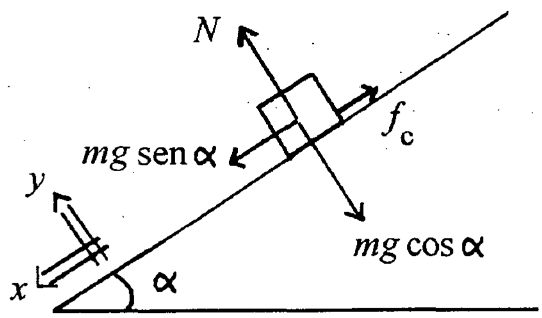


Fig. 13 - Para um ângulo $\alpha \succ \theta_e$, o movimento é uniformemente acelerado.

Prosseguindo-se com o experimento, e a partir de β, começa-se a diminuir, lentamente, o ângulo de inclinação da rampa. Com isso, naturalmente, decresce a aceleração de m.

Ao se atingir, novamente, o ângulo $\theta = \theta_e$, verifica-se (talvez não sem surpresa), que o corpo continua em movimento acelerado.

O movimento descendente, com velocidade constante, ocorre para um ângulo de inclinação $\theta = \theta_c$. Para esta situação (Fig. 14), resulta

$$mg \text{ sen } \theta_c = \mu_c N \quad , \tag{35}$$

e

$$N = mg \cos \theta \quad . \tag{36}$$

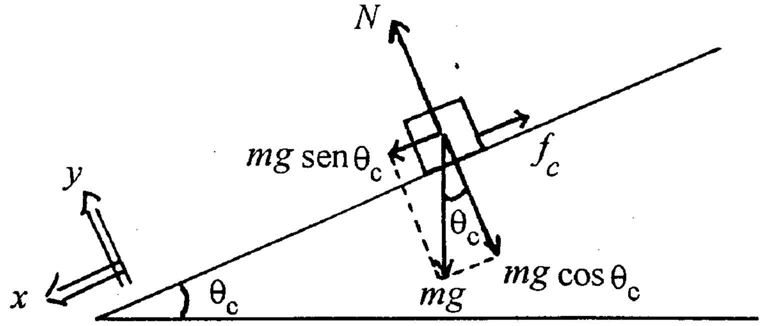


Fig. 14 - Com a diminuição do ângulo de inclinação da rampa, ocorre um movimento descendente com velocidade constante para $\theta = \theta_c$.

De (36) em (37), obtém-se

$$\mu_c = \mathrm{tg}\,\theta_c \quad . \qquad (37)$$

As equações (31) e (37) mostram, inequivocamente, que

$$\mu_e \succ \mu_c \quad , \qquad (38)$$

pois sendo $\theta_e \succ \theta_c$, $\mathrm{tg}\,\theta_e \succ \mathrm{tg}\,\theta_c$.

Finalmente, inclinações da rampa segundo ângulos menores do que θ_c encaminham o corpo para o repouso, pois a componente do peso na direção do movimento resulta menor do que a força de atrito cinético sobre m (Fig. 15). Ou seja, a aceleração é negativa na relação,

$$mg\,\mathrm{sen}\,\beta - f_c = m\,a \quad .$$

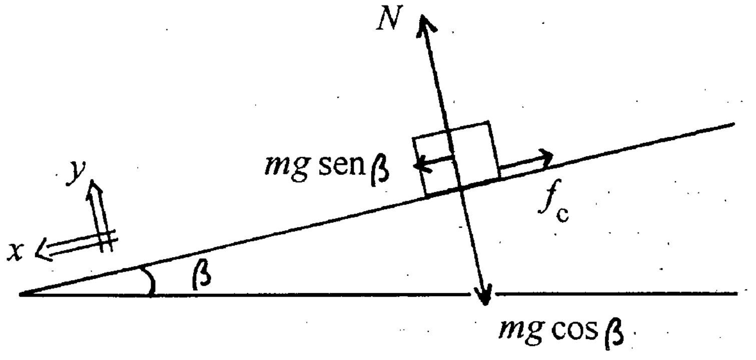


Fig. 15 - Para $\beta \prec \theta_c$, o corpo desce a rampa com movimento uniformemente retardado.

4.5 - Situações-problema sobre o atrito

Situação 1: Um corpo de massa m sobe uma rampa inclinada de um ângulo α em relação à horizontal, com aceleração constante a, empurrado por uma força de intensidade constante paralela a base da rampa. Sabendo que o coeficiente de atrito cinético é μ_c, encontre a intensidade desta força.

Solução:

Dados e incógnita:

m

α

a

μ_c

$F = ?$

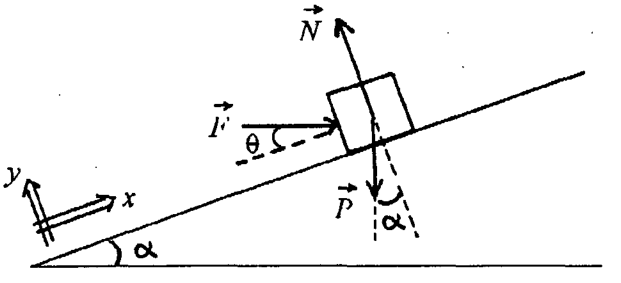


Fig.16

Identificadas as forças sobre o objeto (Fig.xx), aplica-se a segunda lei de Newton tendo em vista o referencial xy escolhido. Assim,

$$\sum F_x = ma \quad ,$$

$$F\cos\theta - \text{mg sen}\,\alpha - f_c = ma \quad ,$$

$$F\cos\theta - \text{mg sen}\,\alpha - \mu_c N = ma \qquad (1)$$

e

$$\sum F_y = 0 \quad ,$$

$$N - F\,\text{sen}\,\theta - mg\cos\alpha = 0 \quad ,$$

$$N = F\,\text{sen}\,\theta + mg\cos\alpha \quad . \qquad (2)$$

Como se observa, a intensidade da força normal não é igual à componente do peso na direção y, pois na direção de N há uma componente da força que empurra o objeto para cima.

De (2) em (1), determina-se F:

$$F\cos\theta - \text{mg sen}\,\alpha - \mu_c\,(F\,\text{sen}\,\theta + mg\cos\alpha) = ma \quad ,$$

$$F\,(\cos\theta - \mu_c\,\text{sen}\,\theta) - mg\,(\text{sen}\,\alpha + \mu_c\cos\alpha) = ma \quad ,$$

$$F = \frac{ma + mg\,(\text{sen}\,\alpha + \mu_c \cos\alpha)}{\cos\theta - \mu_c\,\text{sen}\,\theta} \quad . \qquad (3)$$

Se a força que empurra o objeto sobre o plano inclinado não fosse paralela à base do plano, a eq.(3) expressaria a resposta à pergunta formulada no enunciado. Como na presente situação-problema $\theta = \alpha$, a eq.(3) fica

$$F = \frac{ma + mg\,(\text{sen}\,\alpha + \mu_c \cos\alpha)}{\cos\alpha - \mu_c\,\text{sen}\,\alpha} \quad . \qquad (4)$$

<u>Discussão</u>:

Se a força que empurra o objeto 'para cima' fosse paralela à superfície do plano inclinado, isto é, para $\theta = 0^0$, as equações (1), (2) e (3) se reduziriam, respectivamente, a

$$F - \text{mg sen}\,\alpha - \mu_c N = ma \quad , \qquad (5)$$

$$N = mg \cos\alpha \qquad (6)$$

e

$$F = ma + mg\,(\text{sen}\,\alpha + \mu_c \cos\alpha) \quad . \qquad (7)$$

<u>Situação2</u>: Uma corda ideal, que passa por uma polia lisa, liga dois blocos A e B de massas respectivamente iguais a $5{,}0$ kg e $9{,}0$ kg. O bloco B, pendente da polia, cai verticalmente fazendo com que o bloco A, que se encontra sobre um plano com 37^0 de inclinação suba o mesmo, puxado pela força de tensão da corda paralela à superfície do plano. Determine a tensão na corda. O coeficiente de atrito de deslizamento (cinético) é $0{,}2$

<u>Solução</u>:

Dados e incógnita:

$m_A = 5{,}0$ kg

$m_B = 9{,}0$ kg

$\theta = 37^0$

$\mu_c = 0{,}2$

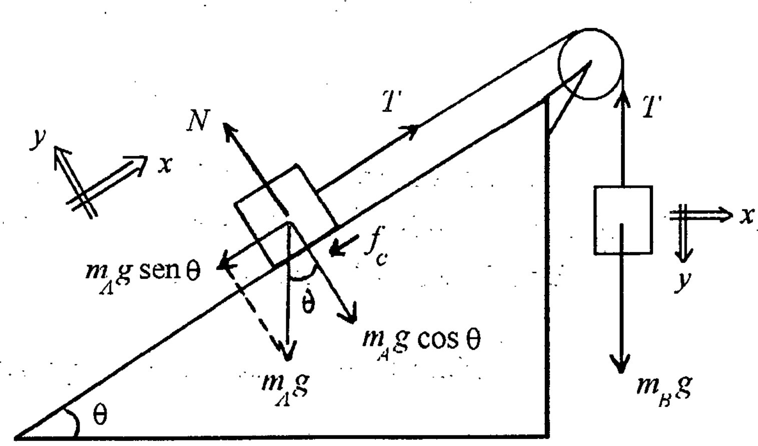


Fig.17

Aplicando-se a segunda lei de Newton a este sistema, obtém-se:

a) para o bloco A:

$$\sum F_x = ma \quad ,$$

$$T - m_A g \operatorname{sen}\theta - f_c = m_A a \quad ,$$

$$T - m_A g \operatorname{sen}\theta - \mu_c N = m_A a \qquad (1)$$

e

$$\sum F_y = 0 \quad ,$$

$$N = m_A g \cos\theta \quad . \qquad (2)$$

De (1) em (2),

$$T - m_A g \operatorname{sen}\theta - \mu_c m_A g \cos\theta = m_A a \qquad (3)$$

b) Para o bloco B:

$$\sum F_y = m_B a \quad ,$$

$$m_B g - T = m_B a \quad . \qquad (4)$$

De (3) e (4),

$$\frac{T - m_A g \operatorname{sen}\theta - \mu_c m_A g \cos\theta}{m_A} = \frac{m_B g - T}{m_B} \quad ,$$

$$T m_B - m_A m_B g \operatorname{sen}\theta - \mu_c m_A m_B g \cos\theta = m_A m_B g - T m_A \quad ,$$

$$T (m_A + m_B) = m_A m_B g (\operatorname{sen}\theta + \mu_c \cos\theta) + m_A m_B g \quad ,$$

$$T = \frac{m_A m_B g (1 + \operatorname{sen}\theta + \mu_c \cos\theta)}{m_A + m_B} \quad , \qquad (5)$$

$$T = \frac{(5)(9)(10)\,(1 + \operatorname{sen} 37^0 + 0{,}2 \cos 37^0)}{5 + 9} \quad ,$$

$$T = 56{,}6 \text{ N} \quad .$$

Discussão:

Somando as equações (3) e (4), obtém-se a aceleração do sistema:

$$- m_A g \operatorname{sen}\theta - \mu_c m_A g \cos\theta + m_B g = m_A a + m_B a \quad ,$$

$$a = \frac{m_B g - m_A g (\operatorname{sen}\theta + \mu_c \cos\theta)}{m_A + m_B} \quad , \qquad (6)$$

$$a = \frac{90 - 50 (\operatorname{sen} 37^0 + 0{,}2 \cos 37^0)}{9 + 4} \quad ,$$

$$a = 3{,}71 \ \mathrm{m/s^2} \quad .$$

De acordo com a eq.(6), quanto menor for o valor do coeficiente de atrito cinético μ_c , maior será o valor de a.

Para $\theta = 0^0$, e $\mu_c \neq 0$, a eq.(6) se reduz a

$$a = \frac{m_B g - \mu_c m_A g}{m_A + m_B} \quad . \qquad (7)$$

e

$$a = \frac{90 - (0{,}2)(50)}{9 + 4} \quad ,$$

$$a = 5{,}71 \ \mathrm{m/s^2} \quad .$$

Situação 3: De acordo com a situação apresentada na figura 18, calcule que aceleração mínima deve ter o carrinho para que o corpo de massa $m = 4{,}0$ kg não deslize ao longo da sua superfície de apoio. A massa do carrinho é $M = 20{,}0$ kg e o coeficiente de atrito estático entre as superfícies envolvidas é $0{,}4$.

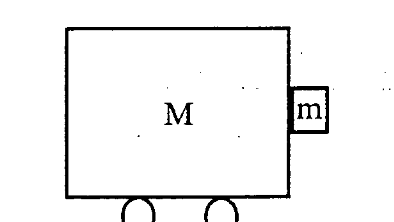


Fig.18

Solução:

Dados e incógnita:

$a_{min} = ?$

$m = 4{,}0$ kg

$\mu_e = 0{,}4$

$M = 20{,}0$ kg

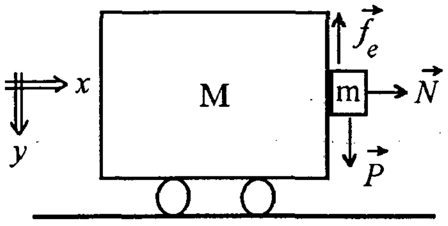


Fig.19

Na direção do movimento, m e M possuem iguais variações de velocidade com o tempo. A força que acelera m na direção x é a força de intensidade N, que expressa o 'empurrão horizontal' exercido por M sobre m. Assim,

$$\sum F_x = ma \quad ,$$

$$N = ma \quad . \tag{1}$$

Para que m não escorregue em relação a M, o peso de m deve ser contrabalançado pelo atrito. Deste modo,

$$\sum F_y = 0 \quad ,$$

$$mg = f_e \quad . \tag{2}$$

De acordo com a teoria do atrito,

$$f_e \leq f_{e_m} \quad ,$$

$$f_e \leq \mu_e N \quad . \tag{3}$$

De (1) e (2) em (3), segue que

$$mg \leq \mu_e ma \quad ,$$

$$a \geq \frac{g}{\mu_e} \quad . \tag{4}$$

Logo,

$$a_{min} = \frac{g}{\mu_e} \quad , \tag{5}$$

$$a_{mín} = \frac{10}{0,4} \quad ,$$

$$a_{mín} = 25,0 \ \mathrm{m/s^2} \quad .$$

Discussão:

Conforme se observa através da eq.(5), quanto menor for o valor do coeficiente de atrito estático entre as duas superfícies, maior deverá ser a aceleração mínima do carrinho M para que m não deslize sobre M.

Situação 4: Discuta, dinamicamente, a situação de um objeto pressionado contra uma parede vertical por uma certa força.

Solução:

Os parâmetros considerados neste problema aberto são os seguintes:

m : massa do corpo envolvido;

$F = ?$ intensidade da força que pressiona o corpo contra a parede vertical;

g : intensidade da aceleração da gravidade;

a : intensidade da aceleração do corpo;

θ : ângulo que a força $\vec{F}$ faz com o peso, $\vec{P}$, do corpo;

μ_c : coeficiente de atrito cinético;

μ_e : coeficiente de atrito estático.

A seguir, considera-se oito diferentes hipóteses em relação a esta situação-problema: nas quatro primeiras o objeto apresenta-se parado; nas demais, está em movimento.

a) Hipótese 1: A força que atua sobre o objeto é perpendicular à parede e ele não se movimenta (Fig.20). Desta forma,

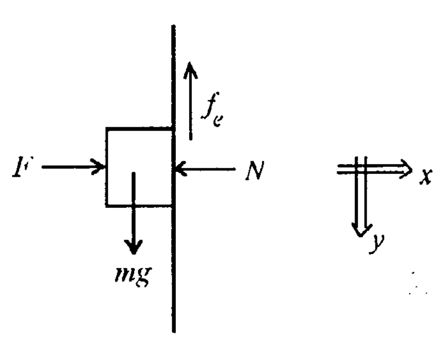


Fig.20

$$\sum F_y = 0 \quad , \qquad \sum F_x = 0 \quad ,$$

$$mg - f_e = 0 \quad , \qquad F - N = 0 \quad ,$$

$$mg = f_e \qquad (1) \qquad F = N \qquad (2)$$

Naturalmente, deve haver um valor mínimo da força $\vec{F}$ para que o corpo não deslize em relação à parede. Para obtê-lo, deve-se recordar, da teoria do atrito, que a força de atrito estático é sempre menor ou no máximo igual à força de atrito estático máxima,

$$f_e \leq f_{e_m} \quad , \qquad (3)$$

$$f_e \leq \mu_e N \quad . \qquad (4)$$

De (1) e (2) em (4), resulta

$$mg \leq \mu_e F \quad ,$$

$$F \geq \frac{mg}{\mu_e} \quad . \qquad (5)$$

Logo, a força mínima exercida sobre o corpo a fim de mantê-lo imóvel é

$$F_{mín} = \frac{mg}{\mu_e} \quad . \qquad (6)$$

b) Hipótese 2: A força que atua sobre o objeto é perpendicular à parede e ele está na iminência de se movimentar. Neste caso, a força de atrito estático é máxima. Assim,

$$mg = f_{e_m}$$

$$mg = \mu_e N \qquad (7)$$

De (2) em (7),

$$mg = \mu_e F$$

$$F = \frac{mg}{\mu_e} \quad . \qquad (8)$$

Como se vê, as equações (6) e (8) são idênticas. Ou seja, o valor mínimo da força $\vec{F}$ que age sobre o objeto impedindo o seu deslizamento tem como contra-partida uma força de atrito estático máxima.

c) Hipótese 3: A força que age sobre o objeto faz um ângulo θ com o peso e o objeto está parado.

$$\sum F_y = 0 \quad ,$$

$$mg + F\cos\theta - f_e = 0 \quad ,$$

$$mg + F\cos\theta = f_e \tag{9}$$

e

$$\sum F_x = 0 \quad ,$$

$$F\,\text{sen}\,\theta = N \quad . \tag{10}$$

As equações (9) e (10) expressam a situação de equilíbrio dinâmico do corpo.

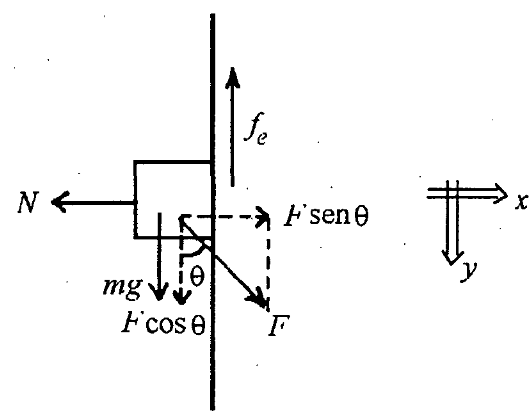


Fig.21

d) Hipótese 4: A força $\vec{F}$ faz um ângulo θ com o peso, $\vec{P}$, e o objeto está na iminência de deslizar.

$$\sum F_y = 0 \quad ,$$

$$mg + F\cos\theta = f_{e_m} \quad ,$$

$$mg + F\cos\theta = \mu_e N \quad . \tag{11}$$

De (10) em (11),

$$mg + F\cos\theta = \mu_e F\,\text{sen}\,\theta \quad ,$$

$$mg = F(\mu_e \operatorname{sen}\theta - \cos\theta) \quad ,$$

$$F = \frac{mg}{\mu_e \operatorname{sen}\theta - \cos\theta} \quad . \qquad (12)$$

Como era de se esperar, para $\theta = 90^0$, a eq.(12) se reduz à eq.(8).

e) A força é horizontal e o objeto está em movimento com velocidade constante.

$$\sum F_y = 0 \quad ,$$

$$mg - f_{e_c} = 0 \quad ,$$

$$mg = \mu_c N \quad . \qquad (13)$$

De (2) em (13),

$$mg = \mu_c F \quad ,$$

$$F = \frac{mg}{\mu_c} \quad . \qquad (14)$$

e) O objeto está em movimento uniforme sob a ação de uma força que faz um ângulo θ com o peso.

$$\sum F_y = 0 \quad ,$$

$$mg + F\cos\theta = \mu_c N \quad . \qquad (15)$$

De (10) em (15),

$$mg + F\cos\theta = \mu_c F \operatorname{sen}\theta \quad .$$

$$F = \frac{m\,g}{\mu_c \operatorname{sen}\theta - \cos\theta} \quad . \qquad (16)$$

Como se pode observar, a eq.(16) se reduz à eq.(14) para $\theta = 90^0$.

f) A força é horizontal e o objeto desliza com aceleração constante..

$$\sum F_y = ma \quad ,$$

$$mg - f_{e_c} = ma \quad ,$$

$$mg - \mu_c N = ma \quad , \tag{17}$$

De (2) em (17),

$$mg - \mu_c F = ma \quad ,$$

$$F = \frac{m\,(g - a)}{\mu_c} \quad . \tag{18}$$

Para $a = 0$, a eq.(18) se reduz à relação (14).

g) O objeto está em movimento com aceleração constante sob a ação de uma força que faz um ângulo θ com o peso.

$$\sum F_y = ma \quad ,$$

$$mg + F\cos\theta - f_c = ma \quad ,$$

$$mg + F\cos\theta - \mu_c N = ma \quad , \tag{19}$$

De (10) em (19),

$$mg + F\cos\theta - \mu_c F \operatorname{sen}\theta = ma \quad ,$$

$$m(g - a) = F(\mu_c \operatorname{sen}\theta - \cos\theta) \quad ,$$

$$F = \frac{m\,(g - a)}{\mu_c \operatorname{sen}\theta - \cos\theta} \quad . \tag{20}$$

♠ Para $a = 0$, (20) se reduz a (16).

♠ Para $a = 0$ e $\theta = 90^0$, (20) se iguala a (14).

Exemplo 5: Discuta, dinamicamente, a situação de um objeto impulsionado para cima ao longo de um plano inclinado.

Solução:

Os parâmetros considerados nesta situação-problema são os seguintes:

m : massa do corpo envolvido;

g : intensidade da aceleração da gravidade;

a : intensidade da aceleração do corpo;

θ : ângulo de inclinação do plano inclinado;

μ_c : coeficiente de atrito cinético;

μ_e : coeficiente de atrito estático.

A Fig.22 mostra as forças que atuam sobre o corpo em movimento ascendente depois da força de projeção não mais agir sobre ele. Aplicando a segunda lei de Newton para esta situação, obtém-se:

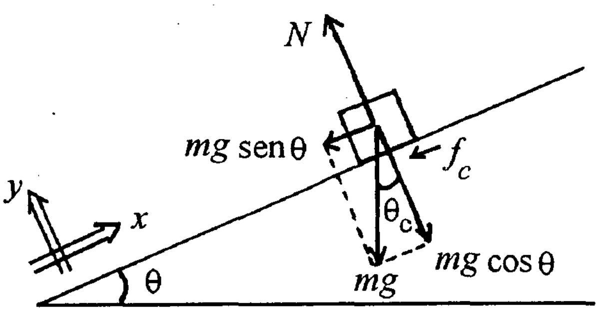


Fig.22

$$\sum F_x = ma \quad ,$$

$$-mg \text{ sen } \theta - f_c = ma \quad ,$$

$$-mg \text{ sen } \theta - \mu_c N = ma \quad , \tag{1}$$

e

$$\sum F_y = 0 \quad ,$$

$$N = mg \cos \theta \quad . \tag{2}$$

De (2) em (1),

$$-mg \text{ sen } \theta - \mu_c \, mg \cos \theta = ma \quad ,$$

$$a = -g \, (\text{sen } \theta + \mu_c \, g \cos \theta) \quad . \tag{3}$$

Sob uma aceleração de sentido oposto à velocidade de projeção, o corpo desliza com velocidade decrescente.

Quando o corpo pára, há duas diferentes hipóteses a considerar:

Hipótese 1: A componente do peso na direção do movimento é menor ou igual à força de atrito estático máxima,

$$mg\ \text{sen}\ \theta\ \leq f_{e_m} \quad . \tag{4}$$

Neste caso, o corpo está parado e a força resultante sobre ele é nula, isto é,

$$mg\ \text{sen}\ \theta\ = f_e \tag{5}$$

ou

$$mg\ \text{sen}\ \theta\ = f_{e_m} \quad , \tag{6}$$

$$mg\ \text{sen}\ \theta\ = \mu_e N = \mu_e\, mg \cos\theta \quad , \tag{7}$$

ele permanece imóvel sobre o plano inclinado.

Hipótese 2:

$$mg\ \text{sen}\ \theta\ \succ f_{e_m} \quad . \tag{8}$$

Sendo diferente de zero a força resultante sobre o corpo no instante em que a sua velocidade é nula (Fig.23), ele entra em movimento, descendo o plano inclinado com aceleração constante:

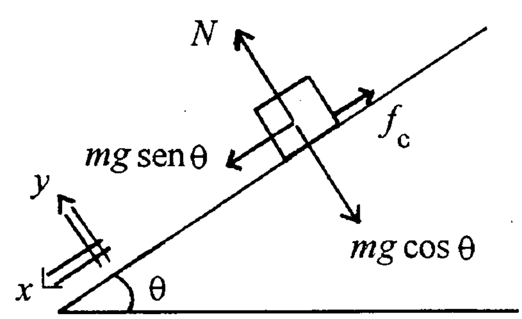


Fig.23

$$\sum F_x = ma \quad ,$$

$$mg\ \text{sen}\ \theta - f_c = ma \quad ,$$

$$mg\ \text{sen}\ \theta - \mu_c\, mg \cos\theta = ma \quad ,$$

$$a = g\,(\text{sen}\ \theta - \mu_c\, g \cos\theta) \quad . \tag{9}$$

4.6 - Questões

1. Sem entender o que caracteriza um problema aberto, um estudante enfrentou dificuldades quanto à solução da seguinte situação-problema:

Um homem empurra uma mesa, da esquerda para a direita, de modo que o bloco de madeira que se encontra sobre a mesa permaneça em repouso em relação à ela. Qual das situações abaixo representa corretamente as forças que atuam sobre o bloco de madeira? Caso você não concorde com nenhuma das opções oferecidas, represente a(s) força(s) que age(m) sobre o bloco no quadro (F) na última opção.

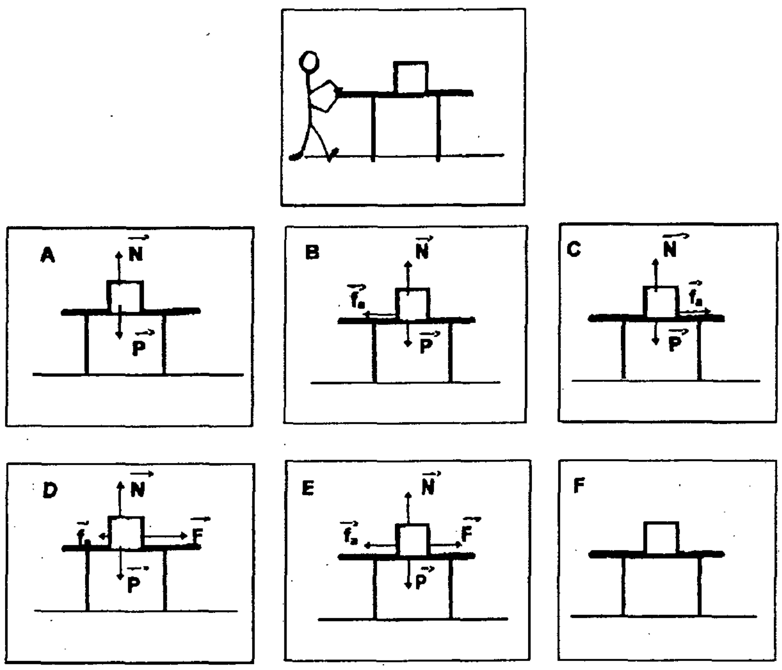


Fig.24

Procure identificar quais foram estas dificuldades e resolva você mesmo esta questão.

2. Considere um relógio de parede. Exatamente quando o relógio assinala três horas, é colocado um pequeno bloco sobre o ponteiro das horas. Sabendo que o ponteiro dos minutos, em sua trajetória, não toca o bloco, e considerando o coeficiente de atrito estático entre o bloco e o ponteiro das horas igual a 0,47, calcule que hora marcará o relógio quando o bloco cair.

4.7 - Referências Bibliográficas

1. HALLIDAY, D., RESNICK, R. & MERRILL, J. Fundamentos de física. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos, 1994. v.1.

2. FEYNMAN, R.P., LEIGHTON, R.B. & SANDS, M. The Feynman lectures on physics. Bogotá, Fondo Educativo Interamericano, 1971. v.1.

Capítulo 5

O movimento de projéteis

5.1 - Introdução

Neste capítulo, descreve-se, quantitativamente, o movimento de projéteis, tanto em uma quanto em duas dimensões. Encaminha-se, assim, para o seu final, o estudo desta matéria que tanta polêmica gerou dentro da história da mecânica.

Os capítulos 2 e 4 do Livro 1, que consistiram, respectivamente, da exposição teórica dos conceitos básicos da cinemática e da sua aplicação em problemas e questões, fazem-se, naturalmente, pré-requisitos indispensáveis para o desenvolvimento deste assunto.

Contudo, a física intuitiva das pessoas, e do aluno, em especial, dificulta a compreensão conceitual do movimento de projéteis. Como se recorda, através das observações feitas sobre a questão 4 da seção 3.9, a atribuição de uma 'força para cima' sobre um projétil arremessado verticalmente para o alto, depois de não haver mais o contato projétil-lançador, apresenta-se como uma fortíssima idéia intuitiva mantida por muitos estudantes, em qualquer nível de escolaridade.

Tal como no movimento vertical, o movimento de um projétil lançado obliquamente também suscita o aparecimento de concepções alternativas relacionando força e movimento, conforme se verá. Neste sentido, não apenas as contribuições de Tartaglia (Livro 2, seção 3.6), de Galileu (Livro 2, Capítulo 6, notadamente as seções 6.4 e 6.7) e do próprio Newton, com a conceituação clássica de força, resultam particularmente relevantes para o entendimento destas respostas - e de sua correção, de forma a adaptá-las às idéias cientificamente aceitas - como, também, as concepções (ultrapassadas, historicamente) dos pensadores que a elas dão, de certo modo, sentido.

Como estratégia para a apresentação e desenvolvimento dos conteúdos, segue-se, novamente, Kuhn, que enfatiza que também se aprende teoria com a prática da resolução de problemas. Neste sentido, uma criteriosa e planejada articulação entre teoria e problemas evita, de um lado, a resolução mecânica de problemas (Livro 1, seção 3.5) e, de outro, a falsa sensação de se julgar ter entendido o que, em sua essência, não se comprendeu bem. Dito em outras palavras, mesmo quando se verifica um bom desempenho do aluno em tarefas de resolução de problemas, este não garante, necessariamente, a compreensão teórica, em níveis muitas vezes desejáveis, dos assuntos de que dizem respeito os problemas.

Na próxima seção discute-se diversas situações-problemas envolvendo o movimento vertical de um projétil. A importância do sistema de referência no equacionamento de cada uma delas deve merecer toda a atenção do estudante. Nas seções seguintes, examina-se o movimento parabólico de um projétil.

5.2 - O movimento vertical de um projétil: algumas situações-problema

Situação 1: Um objeto é arremessado verticalmente para baixo de uma altura de 32 m sobre o solo. Sabendo que a sua velocidade de lançamento é de 2 m/s, determine a que altura ele se encontra após 2 s.

Solução:

Dados e incógnita:

$y_0 = 32$ m

$V_0 = 2$ m/s

$y_1 = ?$

$t_1 = 2$ s

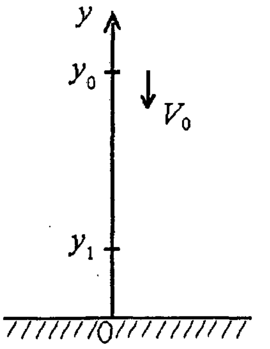


Fig.1

De acordo com o referencial adotado, a equação $y = y(t)$, para o objeto, resulta

$$y = y_0 - V_0 t - \frac{g t^2}{2} \quad .$$

A posição do objeto em relação ao solo, isto é, a sua altura, no instante $t_1 = 2$ s é

$$y_1 = y_0 - V_0 t_1 - \frac{g t_1^2}{2} \quad , \qquad (1)$$

$$y_1 = 32 - 2\,(2) - 5\,(2)^2 \quad ,$$

$$y_1 = 8 \text{ m} \quad .$$

Discussão:

Obtém-se a velocidade do corpo no instante t_1 através da equação

$$V = -V_0 - g t_1 \quad . \qquad (2)$$

Assim,

$$V = -(2) - (10)\,(2) \quad ,$$

$$V = -22 \text{ m/s} \quad .$$

Como a aceleração do movimento é constante e V e a possuem o mesmo sentido (ambos negativos em relação ao sistema de referência escolhido), o corpo executa um movimento retilíneo uniformemente acelerado.

Situação 2: Um objeto é arremessado verticalmente para cima de uma altura de 30 m sobre o solo. Sendo a velocidade de lançamento igual a $20\ \text{m/s}$, determine a que altura o objeto se encontra do solo em $t_1 = 1\ \text{s}$, $t_2 = 2\ \text{s}$, $t_3 = 3\ \text{s}$, $t_4 = 4\ \text{s}$ e $t_5 = 5\ \text{s}$. Obtenha, também, as velocidades do objeto nestes instantes.

Solução:

Dados e incógnitas:

$y_0 = 30\ \text{m}$

$V_0 = 20\ \text{m/s}$

$y_1 = ?$; $V_1 = ?$
$t_1 = 1\ \text{s}$

$y_2 = ?$; $V_2 = ?$
$t_2 = 2\ \text{s}$

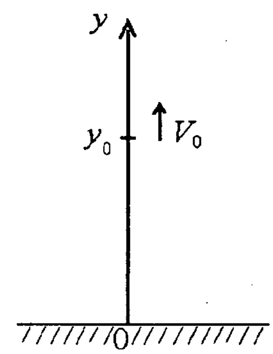


Fig.2

$y_3 = ?$; $V_3 = ?$
$t_3 = 3\ \text{s}$

$y_4 = ?$; $V_4 = ?$
$t_4 = 4\ \text{s}$

$y_5 = ?$; $V_5 = ?$
$t_5 = 5\ \text{s}$

As equações que expressam a velocidade e a posição do móvel, em função do tempo, de acordo com o referencial que tem por origem o solo e que aponta verticalmente para cima (como indica a figura), são, respectivamente,

$$V = V_0 - g\,t = 20 - 10\,t \qquad (1)$$

e

$$y = y_0 + V_0\,t - \frac{g\,t^2}{2} = 30 + 20\,t - 5\,t^2 \ . \qquad (2)$$

Assim,

a) p/ $t_1 = 1\ \text{s}$,

$$y_1 = 30 + 20\,(1) - 5\,(1)^2 \ ;$$

$$y_1 = 45\ \text{m} \ ;$$

$$V_1 = 20 - 10\,(1) \quad ,$$

$$V_1 = 10 \text{ m/s} \quad .$$

O corpo está subindo.

b) p/ $t_2 = 2$ s ,

$$y_2 = 30 + 20\,(2) - 5\,(2)^2 \quad ,$$

$$y_2 = 50 \text{ m} \quad ;$$

$$V_2 = 20 - 10\,(2) \quad ,$$

$$V_2 = 0 \text{ m/s} \quad .$$

O objeto atinge o ponto mais alto da sua trajetória.

c) p/ $t_3 = 3$ s ,

$$y_3 = 30 + 20\,(3) - 5\,(3)^2 \quad ,$$

$$y_3 = 45 \text{ m} \quad ;$$

$$V_3 = 20 - 10\,(3) \quad ,$$

$$V_3 = -10 \text{ m/s} \quad .$$

O corpo está caindo. Consistentemente com o referencial adotado, a sua velocidade é negativa.

d) p/ $t_4 = 4$ s ,

$$y_4 = 30 + 20\,(4) - 5\,(4)^2 \quad ,$$

$$y_4 = 30 \text{ m} \quad ;$$

$$V_4 = 20 - 10\,(4) \quad ,$$

$$V_4 = -20 \text{ m/s} \quad .$$

O objeto passa pelo ponto de lançamento, já que sua velocidade é, em módulo, igual à velocidade com que foi projetado verticalmente para cima.

e) p/ $t_5 = 5$ s ,

$$y_5 = 30 + 20\,(5) - 5\,(5)^2 \quad ,$$

$$y_5 = 5 \text{ m} \quad ;$$

$$V_5 = 20 - 10\,(5) \quad ,$$

$$V_5 = -30 \text{ m/s} \quad .$$

O corpo encontra-se bem próximo do solo.

Situação 3: Um objeto é arremessado verticalmente para baixo de uma certa altura em relação ao solo. Sabendo que em 3 s e 4 s ele percorre, respectivamente, $1/2$ e $4/5$ da distância que o separa do solo, encontre:

a) de que altura o objeto foi projetado;
b) a velocidade de lançamento.

Solução:

Dados e incógnitas:

$$t_1 = 3 \text{ s}$$

$$y_0 - y_1 = \frac{1}{2}\,y_0 \quad \Rightarrow y_1 = \frac{y_0}{2}$$

$$t_2 = 4 \text{ s}$$

$$y_0 - y_2 = \frac{4}{5}\,y_0 \quad \Rightarrow y_2 = \frac{y_0}{5}$$

$$y_0 = ?$$

$$V_0 = ?$$

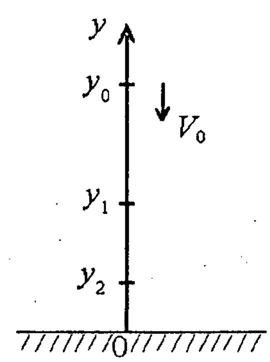


Fig.3

A equação $y = y(t)$ para o objeto, de acordo com o referencial adotado, é

$$y = y_0 - V_0\,t - \frac{g\,t^2}{2} \quad . \qquad (1)$$

Assim,

$$y_1 = y_0 - V_0\,t_1 - \frac{g\,t_1^2}{2} \quad , \qquad (2)$$

$$\frac{y_0}{2} = y_0 - 3\,V_0 - 5\,(3)^2 \quad ,$$

$$3\,V_0 + 45 = \frac{y_0}{2} \qquad (3)$$

e

$$y_2 = y_0 - V_0 t_2 - \frac{g t_2^2}{2} \quad , \tag{4}$$

$$\frac{y_0}{5} = y_0 - 4 V_0 - 5 (4)^2 \quad ,$$

$$4 V_0 + 80 = \frac{4y_0}{5} \quad . \tag{5}$$

Das equações (3) e (5), resulta

$$2 (3 V_0 + 45) = \frac{5}{4} (4 V_0 + 80) \quad ,$$

$$6 V_0 + 90 = 5 V_0 + 100 \quad ,$$

$$V_0 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad .$$

Como era de se esperar, encontra-se para V_0 uma quantidade positiva porque o seu valor negativo (tendo em vista o referencial escolhido) já foi considerado na eq.(1) (no termo $-V_0 t$).

De (3), com $V_0 = 10$ m/s , obtém-se,

$$3 (10) + 45 = \frac{y_0}{2} \quad ,$$

$$y_0 = 150 \text{ m} \quad .$$

Para esta situação, portanto, a equação que fornece a posição do móvel em função do tempo é

$$y = 150 - 10 t - 5 t^2 \quad . \tag{6}$$

Discussão:

Uma outra forma de encaminhar a resolução desta questão consiste em equacioná-la de acordo com um referencial vertical orientado positivamente para baixo e cuja origem coincide com o ponto de lançamento do objeto. Neste caso, $y_0 = 0$ e a ordenada do projétil ao atingir o solo, y_s, corresponde à altura de lançamento, h.

Solução:

Dados:

$y_0 = 0$

$y_s = h$

$t_1 = 3$ s

$y_1 = \dfrac{h}{2}$

$t_2 = 4$ s

$y_2 = \dfrac{4h}{5}$

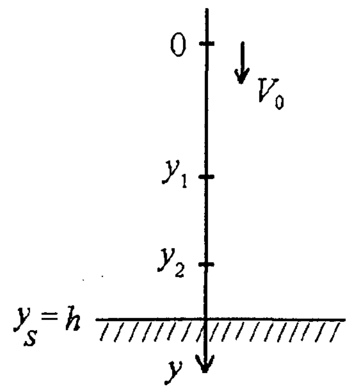


Fig.4

A equação $y = y(t)$ para o objeto, segundo o referencial adotado, é

$$y = 0 + V_0 t + \frac{g t^2}{2} \quad . \qquad (7)$$

Assim,

$$y_1 = V_0 t_1 + 5 t_1^2 \quad ,$$

$$\frac{h}{2} = 3 V_0 + 45 \qquad (8)$$

e

$$y_2 = V_0 t_2 + 5 t_2^2 \quad ,$$

$$\frac{4h}{5} = 4V_0 + 80 \quad . \qquad (9)$$

As equações (8) e (9) são idênticas, respectivamente, as equações (3) e (5), com $h = y_0$, o que leva aos valores já obtidos para a velocidade de lançamento e para a altura do projétil.

De (7), segue que a equação que expressa a posição do móvel em função do tempo (e também a distância por ele percorrida, já que parte da origem e não há inversão no sentido do movimento), é

$$y = 10\, t + 5\, t^2 \quad . \qquad (10)$$

Situação 4: Dois objetos são atirados verticalmente para baixo, de uma mesma altura e no mesmo instante, um com velocidade de 5,0 m/s e outro com velocidade inicial desconhecida. Sabendo que a separação vertical entre os objetos depois de 2,8 s é igual a 8,4 m, calcule a velocidade de lançamento desconhecida.

Solução:

Dados e incógnita:

$y_{0_1} = y_{0_2} = y_0$

$V_{0_1} = 5{,}0 \text{ m/s}$

$V_{0_2} = ?$

$d = 8{,}4 \text{ m}$

$t_d = 2{,}8 \text{ s}$

Como não se sabe qual dos objetos é projetado com maior velocidade para baixo, deve-se analisar duas diferentes hipóteses: $\left|\vec{V}_{0_2}\right| \succ \left|\vec{V}_{0_1}\right|$ (Fig.5) e $\left|\vec{V}_{0_1}\right| \succ \left|\vec{V}_{0_2}\right|$ (Fig.6).

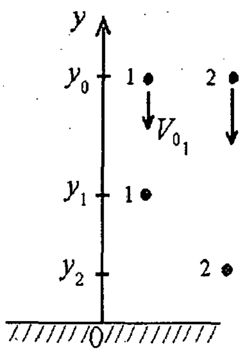


Fig.5

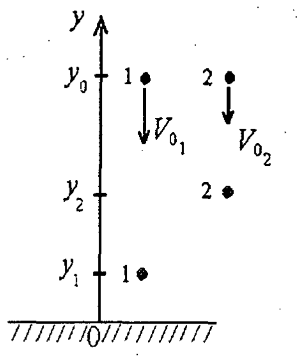


Fig.6

a) Hipótese 1 : $\left|V_{0_2}\right| \succ \left|V_{0_1}\right|$:

As equações $y = y(t)$ para os dois objetos são:

$$y_1 = y_0 - V_{0_1} t - \frac{g t^2}{2} \tag{1}$$

e

$$y_2 = y_0 - V_{0_2} t - \frac{g t^2}{2} \; . \tag{2}$$

Sendo t_d o tempo (a contar de quando os objetos foram soltos) em que a separação dos dois corpos é d, tem-se que

$$y_1 - y_2 = d \quad . \tag{3}$$

De (1) e (2) em (3),

$$y_0 - V_{0_1} t_d - \frac{g t_d^2}{2} - y_0 + V_{0_2} t_d + \frac{g t_d^2}{2} = d \quad ,$$

$$V_{0_2} t_d - V_{0_1} t_d = d \quad ,$$

$$\left(V_{0_2} - V_{0_1}\right) t_d = d \quad ,$$

$$V_{0_2} = V_{0_1} + \frac{d}{t_d} \quad , \tag{4}$$

$$V_{0_2} = 5{,}0 + \frac{8{,}4}{2{,}8} \quad ,$$

$$V_{0_2} = 8{,}0 \text{ m/s} \quad .$$

b) Hipótese 2 : $\left|\vec{V}_{0_1}\right| \succ \left|\vec{V}_{0_2}\right|$:

Neste caso,

$$y_2 - y_1 = d \quad . \tag{5}$$

De (1) e (2) em (5),

$$y_0 - V_{0_2} t_d - \frac{g t_d^2}{2} - y_0 + V_{0_1} t_d + \frac{g t_d^2}{2} = d \quad ,$$

$$\left(V_{0_1} - V_{0_2}\right) t_d = d \quad ,$$

$$V_{0_2} = V_{0_1} - \frac{d}{t_d} \quad ,$$

$$V_{0_2} = 5{,}0 - \frac{8{,}4}{2{,}8} \quad ,$$

$$V_{0_2} = 2{,}0 \text{ m/s} \quad .$$

Situação 5: Uma pedra é jogada para cima, com velocidade V_1 , da borda de um poço bastante profundo. Decorridos k segundos de seu lançamento, uma segunda pedra é solta do mesmo ponto de onde foi lançada a primeira. Haverá o choque entre as pedras? Em caso afirmativo, depois de quanto tempo do lançamento do primeiro objeto?

Solução:

Dados e incógnita:

$V_{0_1} = V_1$

$V_{0_2} = 0$

$y_{0_1} = y_0$

$y_{0_2} = y_0$

$t_1 = t$

$t_2 = t - k$

$t = ?$

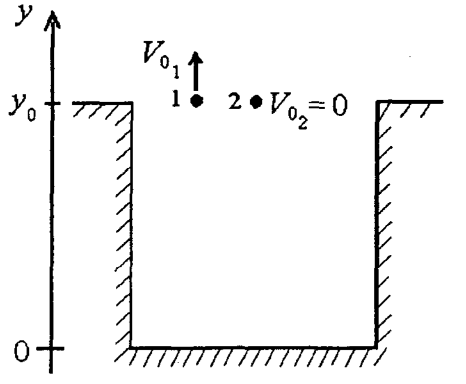


Fig.7

As equações $y = y(t)$ para as duas pedras, em relação ao referencial considerado, são:

$$y_1 = y_0 + V_{0_1} t_1 - \frac{g t_1^2}{2} \quad ,$$

$$y_1 = y_0 + V_1 t - 5 t^2 \tag{1}$$

e

$$y_2 = y_0 - \frac{g t_2^2}{2} \quad ,$$

$$y_2 = y_0 - 5 (t - k)^2 \quad . \tag{2}$$

No suposto encontro,

$$y_1 = y_2 \quad . \tag{3}$$

De (1) e (2) em (3),

$$y_0 + V_1 t - 5 t^2 = y_0 - 5 \left(t^2 - 2 t k + k^2\right) \quad ,$$

$$V_1 t = 10 t k - 5 k^2 \quad ,$$

$$t = \frac{5\,k^2}{10\,k - V_1} \quad . \tag{4}$$

O choque entre as pedras implica na existência de um valor positivo para t . Isto ocorre, de acordo com a eq.(4), para

$$V_1 \prec 10\,k \quad . \tag{5}$$

<u>Discussão</u>:

Se a segunda pedra fosse jogada para baixo com uma velocidade de módulo V_2 , sua equação de movimento seria

$$y_2 = y_0 - V_2\,t_2 - \frac{g\,t_2^2}{2} \quad ,$$

$$y_2 = y_0 - V_2\,(t - k) - 5\,(t - k)^2 \quad . \tag{6}$$

No impacto entre as pedras,

$$y_1 = y_2 \quad . \tag{7}$$

De (1) e (6) em (7),

$$y_0 + V_1\,t - 5\,t^2 \quad = \quad y_0 - V_2\,(t - k) - 5\,(t - k)^2 \quad ,$$

$$V_1\,t = -V_2\,t + V_2\,k + 10\,k\,t - 5\,k^2 \quad ,$$

$$5\,k^2 - V_2\,k = -(\,V_1 + V_2\,)\,t + 10\,k\,t \quad ,$$

$$t = \frac{5\,k^2 - V_2\,k}{10\,k - (V_1 + V_2)} \quad . \tag{8}$$

Para haver o encontro entre os dois objetos deve ser satisfeita a condição

$$10\,k \succ (V_1 + V_2) \quad . \tag{9}$$

Sendo, por exemplo, $V_{0_1} = V_1 = 12\ \text{m/s}$, $V_{0_2} = V_2 = 8\ \text{m/s}$ e $k = 3\ \text{s}$, obtém-se, a partir de (8), que

$$t = \frac{5\,(3)^2 - (8)\,(3)}{10\,(3) - (12 + 8)}$$

$$t = 2{,}1 \text{ s} \quad .$$

Resolva os dois casos considerados na presente situação-problema ($V_{0_2} = 0$ e $V_{0_2} = V_2$, 'para baixo') fazendo a origem do eixo y coincidir com y_0. Faça os comentários que julgar pertinentes.

5.3 - O movimento oblíquo de um projétil

A Fig.8 mostra a trajetória descrita por um projétil lançado da origem de um referencial xy com uma velocidade de módulo V_0 inclinada de um ângulo θ_0 sobre a horizontal. A aceleração da gravidade, g , a que fica sujeito o móvel é constante durante o seu deslocamento.

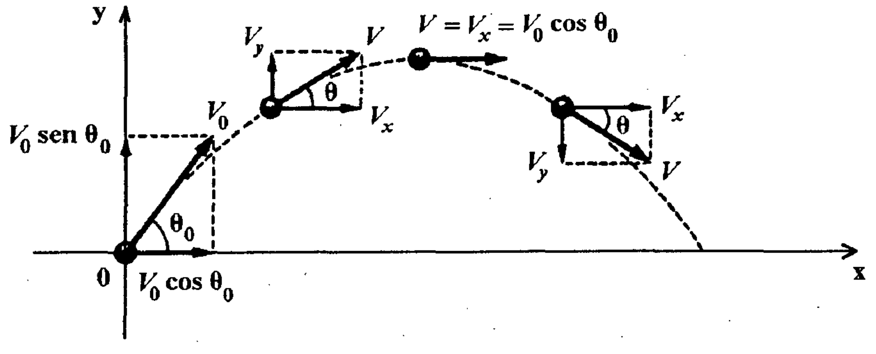


Fig.8

O movimento do projétil resulta de uma combinação de dois movimentos perpendiculares entre si: um movimento horizontal (na direção x) com velocidade constante e um movimento vertical (na direção y) com aceleração constante.

Designando por V o módulo da velocidade do projétil em um ponto qualquer da trajetória, pode-se escrever esta velocidade, em termos de suas componentes nas direções x e y, V_x e V_y , respectivamente, como

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} \quad . \tag{1}$$

A velocidade com que o projétil se afasta horizontalmente do ponto de lançamento é dada, em qualquer instante, pela projeção de V_0 na direção x, pois V_x é constante. Ou seja,

$$V_x = V_0 \cos\theta_0 \quad . \tag{2}$$

Já a projeção de V_0 na direção y, $V_0 \text{ sen } \theta_0$, representa a velocidade inicial de subida do projétil. Sob a ação de uma aceleração constante e de sentido oposto a esta velocidade, a componente y da velocidade do projétil fica expressa em função do tempo (tomando por base a equação $V = V_0 - gt$) por

$$V_y = V_0 \operatorname{sen} \theta_0 - g t \quad . \qquad (3)$$

A eq.(3) e a Fig.8 mostram que:

♠ No instante $t_0 = 0$ a velocidade V_y do projétil é $V_0 \operatorname{sen} \theta_0$.

♠ A medida que o tempo cresce, V_y diminui, pois de $V_0 \operatorname{sen} \theta_0$ subtrae-se o termo gt, que aumenta com o tempo.

♠ Quando gt se iguala a $V_0 \operatorname{sen} \theta_0$, o projétil atinge o ponto mais alto da sua trajetória ($V_y = 0$). Isto ocorre para $t = t_s$. Assim, de (3), com $V_y = 0$, resulta

$$0 = V_0 \operatorname{sen} \theta_0 - g t_s \quad ,$$

$$t_s = \frac{V_0 \operatorname{sen} \theta_0}{g} \quad . \qquad (4)$$

♠ Para $t \succ t_s$, $V_y \prec 0$ (projétil em queda).

♠ A velocidade do projétil no ponto mais alto da trajetória é

$$V = V_x = V_0 \cos \theta_0 \quad .$$

De acordo com a localização e orientação do sistema de referência considerado, as coordenadas que especificam a posição do projétil em movimento, x e y (Fig.9), são, respectivamente (tomando por base a equação $x = x_0 + V_0 t + at^2/2$, da cinemática linear),

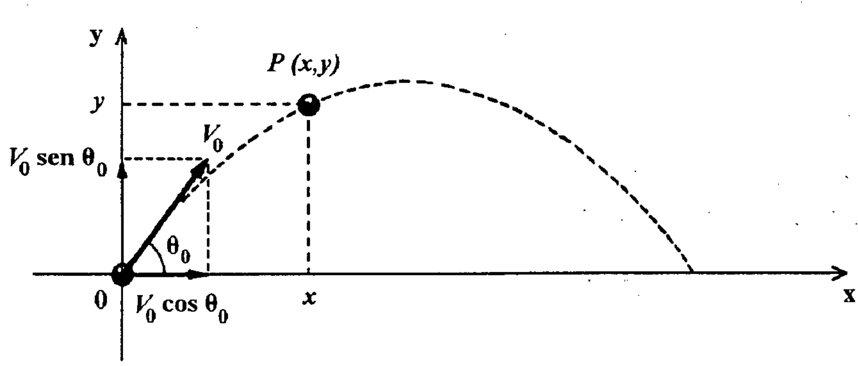


Fig.9

$$x = V_{0x} \, t \qquad (x_0 = 0 \quad ; \quad a_x = 0) \quad ,$$

$$x = V_0 \cos \theta_0 \, t \qquad (5)$$

e

$$y = V_{0y} \, t + \frac{a_y \, t^2}{2} \qquad (y_0 = 0 \quad ; \quad a_y = -g) \quad ,$$

$$y = V_0 \operatorname{sen} \theta_0 \, t - \frac{g t^2}{2} \quad . \tag{6}$$

Para uma situação de lançamento vertical $(\theta_0 = 90^0)$, as equações (2), (3), (5) e (6) se reduzem a

$$V_x = 0 \quad , \tag{7}$$

$$V_y = V_0 - g t \quad , \tag{8}$$

$$x = 0 \tag{9}$$

e

$$y = V_0 t - \frac{g t^2}{2} \quad . \tag{10}$$

como era de se esperar.

Por outro lado, substituindo-se (4) em (6), obtém-se a ordenada do projétil no ponto mais alto da sua trajetória (Fig.10). Sendo $y = y_m$, quando $t = t_s$, resulta

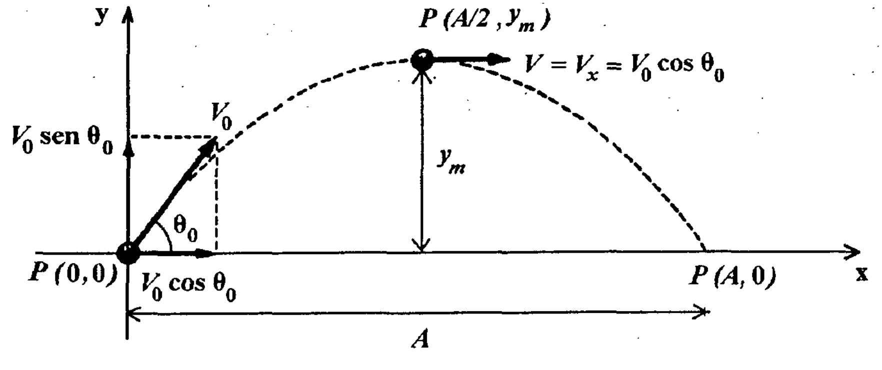


Fig.10

$$y_m = V_0 \operatorname{sen} \theta_0 \, t_s - \frac{g t_s^2}{2} \quad ,$$

$$y_m = V_0 \operatorname{sen} \theta_0 \left(\frac{V_0 \operatorname{sen} \theta_0}{g}\right) - \frac{g}{2} \left(\frac{V_0 \operatorname{sen} \theta_0}{g}\right)^2 \quad ,$$

$$y_m = \frac{V_0^2 \operatorname{sen}^2\theta_0}{g} - \frac{V_0^2 \operatorname{sen}^2\theta_0}{2g} \quad ,$$

$$y_m = \frac{V_0^2 \, \mathrm{sen}^2\theta_0}{2\,g} \quad . \tag{11}$$

De acordo com a Fig.10, há dois diferentes valores para a abscissa do projétil quando $y = 0$: $x = 0$ e $x = A$. Fazendo $y = 0$ em (6), segue que

$$0 = V_0 \, \mathrm{sen}\, \theta_0 \, t - \frac{g\,t^2}{2} \quad ,$$

$$t \, (\, V_0 \, \mathrm{sen}\, \theta_0 - \frac{g\,t}{2} \,) = 0$$

As duas raízes desta equação são

$$t = t_0 = 0 \tag{11}$$

e

$$t = t_t = \frac{2 \, V_0 \, \mathrm{sen}\, \theta_0}{g} \quad . \tag{12}$$

No instante $t = 0$ o projétil, naturalmente, encontra-se na origem (ponto de lançamento, $P(0,0)$). Já $t = t_t$ representa o tempo total de vôo do projétil (isto é, o intervalo de tempo transcorrido entre o seu lançamento e o impacto contra o alvo em $P(A,0)$). Dada a simetria da Fig.10, este tempo é o dobro do tempo que o projétil leva para atingir o ponto de altura máxima, $P(A/2\,, y_m)$.

De (12) em (5), determina-se o alcance, A, do projétil:

$$A = V_0 \cos\theta_0 \, t_t \quad ,$$

$$A = V_0 \cos\theta_0 \, (\frac{2 \, V_0 \, \mathrm{sen}\, \theta_0}{g}) \quad ,$$

$$A = \frac{V_0^2}{g} \, 2 \, \mathrm{sen}\, \theta_0 \cos\theta_0 \quad . \tag{13}$$

Fazendo uso da trigonometria,

$$2 \, \mathrm{sen}\, \theta_0 \cos\theta_0 = \mathrm{sen}\, 2\,\theta_0 \quad .$$

Assim,

$$A = \frac{V_0^2 \operatorname{sen} 2\,\theta_0}{g} \quad . \tag{14}$$

Contudo, a situação mais geral de lançamento oblíquo é a que envolve o arremesso em ângulo a partir de uma certa altura.

A Fig. 11 apresenta a trajetória descrita por um projétil lançado de uma altura h sobre o solo com uma velocidade de módulo V_0 inclinada de um ângulo θ_0 sobre a horizontal. A aceleração da gravidade, g, é constante em todo o percurso do projétil.

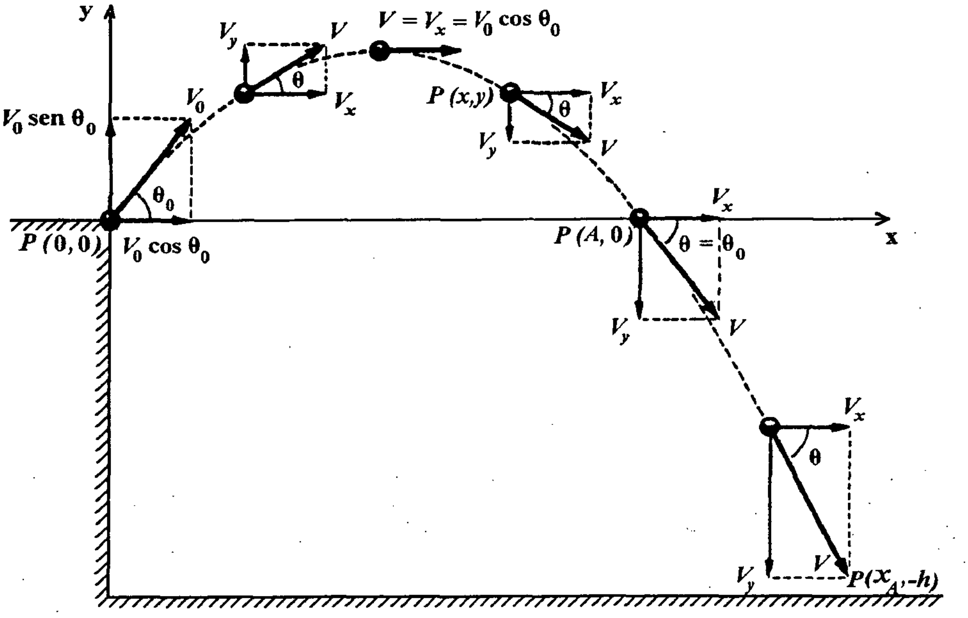


Fig. 11

Em relação ao referencial que tem por origem o ponto de lançamento e cujo eixo y aponta verticalmente para cima, seguem válidas as equações (5), (6), (2) e (3) para a obtenção da posição do projétil e das componentes de sua velocidade num ponto qualquer, $P(x,y)$, da trajetória. Isto é,

$$x = V_0 \cos \theta_0\, t \quad , \tag{15}$$

$$y = V_0 \operatorname{sen} \theta_0\, t - \frac{g t^2}{2} \quad , \tag{16}$$

$$V_x = V_0 \cos \theta_0 \tag{17}$$

e

$$V_y = V_0 \operatorname{sen} \theta_0 - g t \quad . \tag{18}$$

A partir destas equações e da Fig. 11 pode-se afirmar que:

a) O alcance do projétil, x_A , não é mais dado pela eq.(14), pois a curva não é simétrica em relação ao ponto de altura máxima.

b) O ponto no qual o projétil atinge o alvo tem abscissa positiva (x_A) e ordenada negativa $(-h)$.

c) Para: $t \prec \dfrac{2\ V_0 \text{ sen } \theta_0}{g} \quad , \quad y \succ 0 \quad ;$

$$t = \frac{2\ V_0 \text{ sen } \theta_0}{g} \quad , \quad y = 0 \quad ;$$

$$t \succ \frac{2\ V_0 \text{ sen } \theta_0}{g} \quad , \quad y \prec 0 \quad .$$

d) A componente y da velocidade do projétil no ponto $P(A,0)$ é, em módulo, igual a V_{0_y}. De (12) em (18), demonstra-se isso:

$$V_y = V_0 \text{ sen } \theta_0 - g\, t_t \quad ,$$

$$V_y = V_0 \text{ sen } \theta_0 - g\, (\frac{2\ V_0 \text{ sen } \theta_0}{g}) \quad ,$$

$$V_y = -V_0 \text{ sen } \theta_0 \quad . \qquad (19)$$

e) A trajetória do projétil é uma parábola.

Para demonstrar matematicamente este resultado, isola-se a variável tempo na eq.(15),

$$t = \frac{x}{V_0 \cos \theta_0} \quad , \qquad (20)$$

substituindo-se a sua expressão em (16). Assim,

$$y = V_0 \text{ sen } \theta_0 \, (\frac{x}{V_0 \cos \theta_0}) - \frac{g}{2}\, (\frac{x}{V_0 \cos \theta_0})^2 \quad ,$$

$$y = \tan \theta_0 \ x - \frac{g\, x^2}{2\ V_0 \cos^2 \theta_0} \quad . \qquad (21)$$

5.4 - Dificuldades e idéias intuitivas no movimento de projéteis: os resultados de dois estudos a nível universitário básico

Antes de examinar quantitativamente algumas situações problema envolvendo o movimento oblíquo de um projétil, pode ser de bastante interesse didático, para o estudante, analisar criticamente os resultados de dois estudos[1,2] realizados com alunos universitários sobre o movimento de projéteis: um no campo da cinemática e outro no âmbito da dinâmica.

Estudo 1:

Objetivo: Verificar a compreensão de alunos calouros de engenharia sobre a combinação de movimentos no movimento de projéteis.

As questões que fizeram parte deste estudo foram formuladas depois do desenvolvimento teórico tradicional das equações básicas do movimento de projéteis e da sua aplicação em algumas situações-problema. Em ambos os casos, houve participação ativa do aluno em sala de aula. A investigação, propriamente dita, teve início com a seguinte questão:

Questão 1: Considere duas pedras sobre uma mesma linha horizontal na borda de um poço de profundidade infinita (isto é, tão grande quanto se possa imaginar). Suponha que uma delas seja lançada horizontalmente, com uma velocidade de módulo V_0 , e que no mesmo instante a outra seja solta (Fig.12). Haverá colisão entre as pedras? Despreze a resistência do ar.

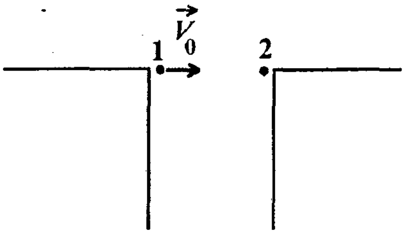
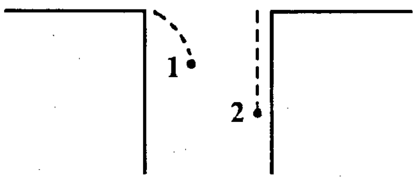


Fig.12

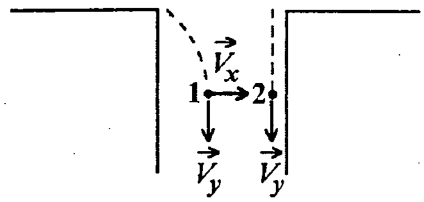
A resposta correta não foi dada por nenhum dos 35 alunos que responderam a pergunta. Alguns disseram que a possível colisão dependia do valor de V_0 , outros afirmaram depender da distância horizontal entre as pedras e outros não responderam nada.

Com o propósito de estimular a discussão e de encaminhar à resposta, o professor solicitou aos alunos que representassem, através de pontos, as posições das duas pedras após um certo tempo de movimento. Desta feita, três estudantes colocaram as pedras no mesmo nível (sem, no entanto, saber explicar o porquê de suas respostas). Excetuando cerca de seis alunos que não representaram as posições dos objetos, todos os demais situaram a pedra 2 numa posição abaixo da pedra 1 (Fig.13a).

A posição correta das pedras foi, a seguir, apontada pelo professor (Fig.13b), que explicou que mais cedo ou mais tarde elas acabariam se chocando por terem componentes V_y de velocidades iguais e pelo fato da componente de velocidade V_x da pedra 1 estar constantemente diminuindo a separação entre elas.



(a)
Resposta incorreta dada pela maioria dos alunos à questão 1.



(b)
Posição correta das pedras após um certo tempo de movimento.

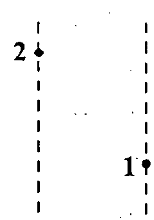
Fig.13

Esgotadas as discussões, apresentou-se aos alunos uma nova situação-problema:

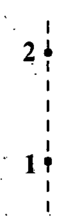
Questão 2:

Um avião de bombardeio, com uma velocidade de 198 km/h e em vôo horizontal, solta três bombas com um intervalo de 2 s entre elas. Qual a distância vertical entre a primeira e a segunda bomba no momento do lançamento da terceira? Despreze a resistência do ar.

Nos diagramas feitos por alguns estudantes que resolveram numericamente (e de forma correta) esta questão, as posições das bombas não foram desenhadas sobre a mesma vertical. O professor, então, optou por interromper momentaneamente os trabalhos solicitando a todos que representassem, novamente valendo-se de pontos, as posições das primeira e segunda bombas no instante em que o avião iria soltar a terceira bomba. Quando foram colocadas no quadro-negro as duas alternativas de resposta, a maioria dos alunos apontou a Fig.14a como sendo a correta. Com isso, os estudantes demonstraram não haver ainda compreendido bem a composição de movimento no movimento de projéteis (mesmo após a discussão da questão 1 e de muitos deles já terem resolvido problemas com uma aparente compreensão dos mesmos).



(a)
Posição das bombas 1 e 2 para a maioria dos alunos.



(b)
Posição correta das bombas

Fig.14

Com o objetivo de fazer com que os estudantes refletissem um pouco melhor sobre suas respostas, foi-lhes oferecida a situação mostrada na Fig.15, com a seguinte pergunta: onde estará o avião quando a bomba solta do mesmo atingir o solo no ponto B?

Neste caso, a maioria respondeu corretamente, mas novamente houve dificuldade quanto à justificativa à resposta dada. O 'efeito cursinho', aqui, manifestou-se claramente, evidenciando uma nítida influência de um estudo preparatório anterior (mas sem a devida fundamentação) para o ingresso na universidade.

Finalmente, a explicação desta última situação, pelo professor, de imediato induziu a resposta correta à pergunta anterior.

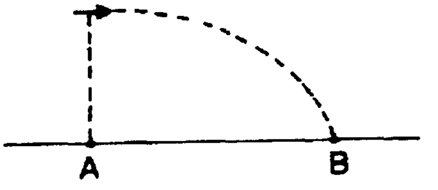


Fig.15

Estudo 2:

Objetivo: Investigar como estudantes calouros de Química e de Matemática explicam, em termos de força, o movimento de projéteis.

Neste estudo, e antes da instrução, os alunos respondem a um teste constituído por seis questões básicas sobre o movimento de um projétil em situação de resistência nula: uma bola atirada verticalmente para cima (questões 1 e 2), uma bola chutada por um jogador de futebol (questões 3, 4 e 5) e uma pedra lançada horizontalmente da janela de um edifício (questão 6) - todas apresentadas na seção 5.6.

Em cada pergunta, o estudante assinala a alternativa que em sua opinião representa corretamente a(s) força(s) que age(m) sobre o projétil em movimento. Em todas as questões, além das alternativas propostas, há um quadro dentro do qual o aluno pode construir a sua própria resposta, em caso de discordar das opções apresentadas.

Na questão 1, apresentam-se vários diagramas de forças para quatro pontos do percurso de subida da bola, desde o momento em que ela deixa a mão de quem a lançou até atingir o ponto mais alto. Os diagramas indicam possíveis variações da(s) força(s) sobre a bola ao longo da trajetória entre os pontos considerados. De acordo com a opção escolhida pelo estudante, o teste o instrui a dirigir-se para a página que contém a descida da bola (questão 2). Se, por exemplo, a opção escolhida foi a (a), o teste o remete à página 4, e assim por diante. Na descida da bola novamente aparecem diagramas de forças para quatro pontos, onde o primeiro deles corresponde ao ponto mais alto da trajetória com a(s) força(s) previamente assinaladas.

Na questão 3, solicita-se ao estudante que escolha a opção que melhor representa a(s) forças que age(m) sobre a bola em um ponto da sua trajetória, na subida, ou que construa a sua própria solução. Em função da sua resposta, ele se dirige a uma nova página do teste onde encontra, em três pontos da trajetória, várias opções de variação ou não da(s) força(s) assinada(s) por ele. Ao se pronunciar por uma delas, o aluno indica se a(s) força(s) que ele representou na questão 3 aumenta(m), diminui(em) ou permanece(m) constante(s).

A questão 4 corresponde ao ponto mais alto da trajetória da bola de futebol.

As questões 5 e 6 possuem uma dinâmica equivalente às questões 1 e 3.

As respostas dadas pelos estudantes foram divididas em três grandes grupos.

O primeiro grupo se caracterizou pelo fato de os estudantes colocarem uma força tangente à trajetória do projétil, tanto no lançamento oblíquo (subida e descida), quanto no horizontal. Esta força tangencial apresentou-se constante para alguns e variável para outros (geralmente crescente na descida do projétil). A maioria dos componentes deste grupo acrescentou, também, para o arremesso oblíquo, uma força vertical para cima, que diminuía ao longo da subida do projétil. Na descida, esta força permanecia ainda existindo para alguns estudantes no lançamento oblíquo, mas não, exceto para um, no horizontal. Na Fig.16, são apresentadas as respostas ao teste de um dos alunos do grupo 1.

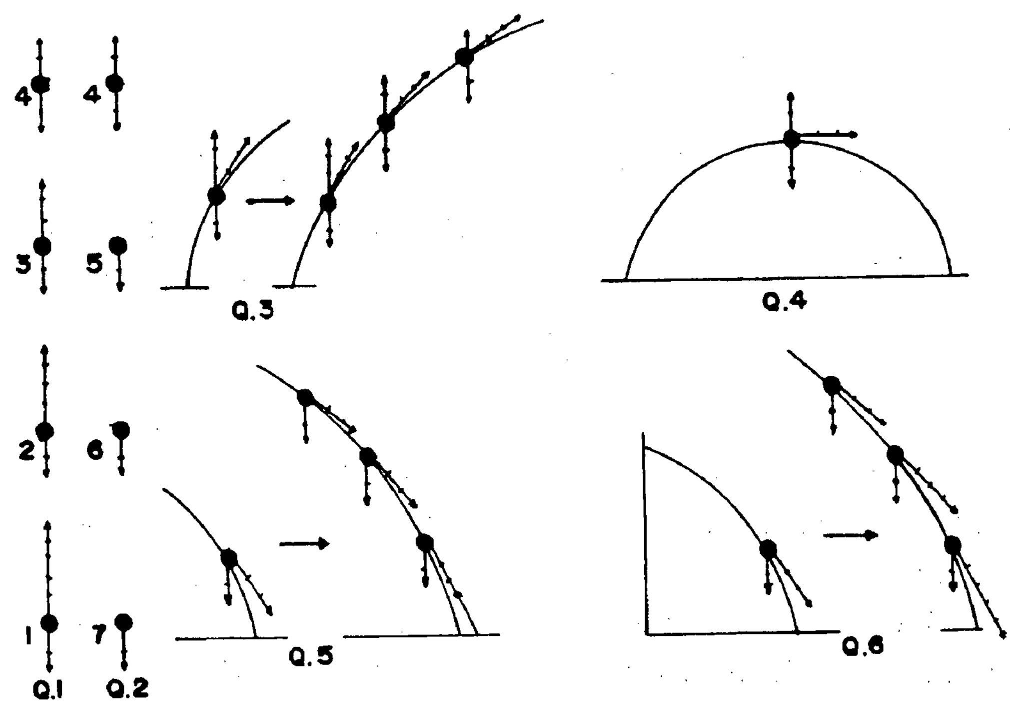


Fig.16 - Resposta ao teste por um aluno do grupo 1: Q.1 significa a questão 1 do teste, Q.2 a questão 2, etc.

Os indivíduos do grupo 2 identificaram uma força horizontal agindo sobre o projétil em movimento, tanto no lançamento oblíquo (subida e descida) quanto no arremesso horizontal, e uma força vertical para cima, descendente, durante a subida do projétil (também existente para alguns na descida do lançamento oblíquo). A força horizontal apresentou comportamento variado.

Na Fig.17 encontram-se as respostas ao teste de um dos alunos do grupo 2.

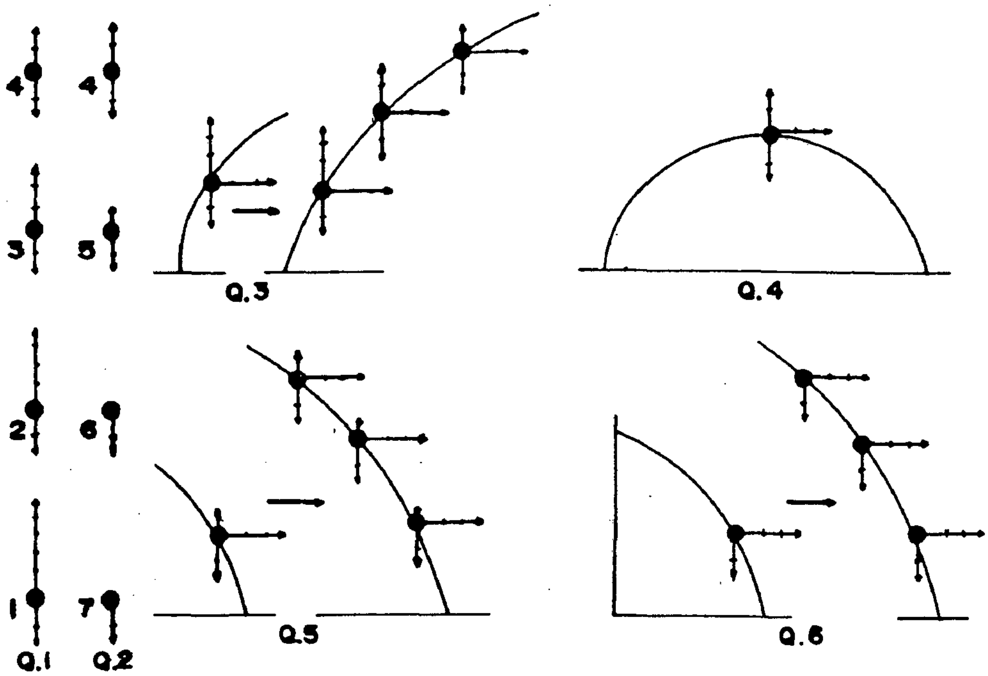


Fig.17 - Resposta ao teste por um aluno do grupo 2.

O terceiro grupo foi constituído por alunos que associaram ao movimento do projétil lançado horizontalmente uma força horizontal (variável ou não) e que, para o lançamento oblíquo, consideraram agir forças já identificadas nos grupos 1 e 2. Um exemplo das respostas dos alunos deste grupo encontra-se na Fig.18.

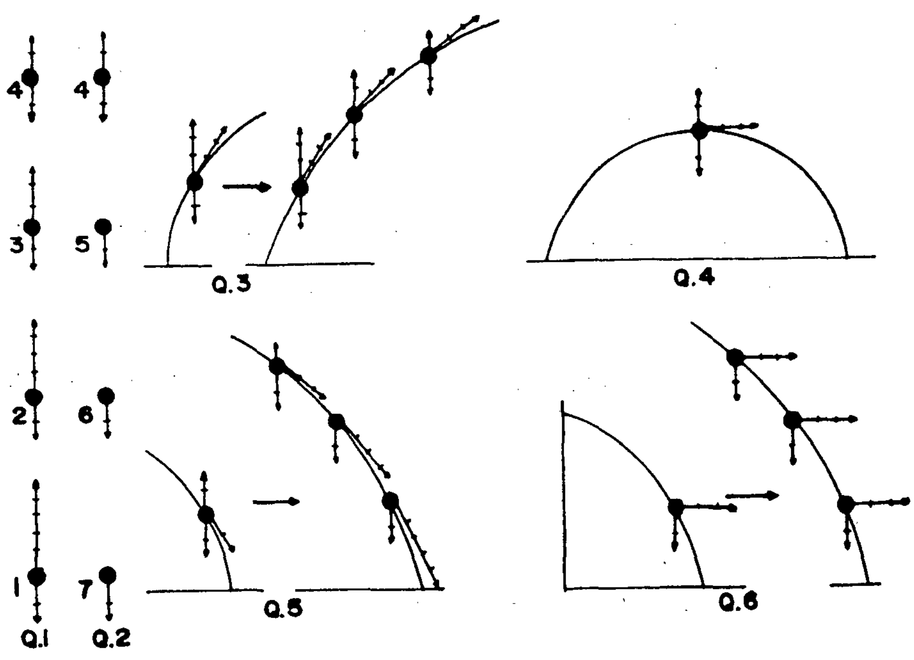


Fig.18 - Resposta ao teste por um aluno do grupo 3.

Estes dois estudos, enfim, mostram que não são triviais as dificuldades conceituais de estudantes universitários no aprendizado do movimento de projéteis. O ensino tradicional deste tema, calcado, basicamente, na resolução de problemas as encobre, com freqüência.

5.5 - O movimento oblíquo de um projétil: algumas situações-problema

<u>Situação1</u>: De acordo com a figura abaixo, a que distância x da cesta deve estar o atleta para que consiga encestar a bola?

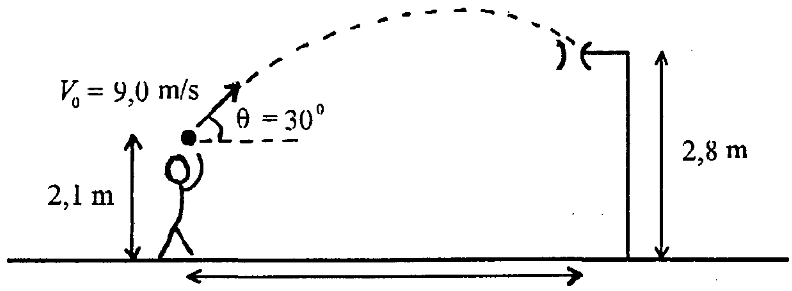


Fig.19

<u>Solução</u>:

Dados e incógnita:

$V_0 = 9{,}0$ m/s

$\theta_0 = 30^0$

$y_r = 2{,}8$ m

$y_b = 2{,}1$ m

$x = ?$

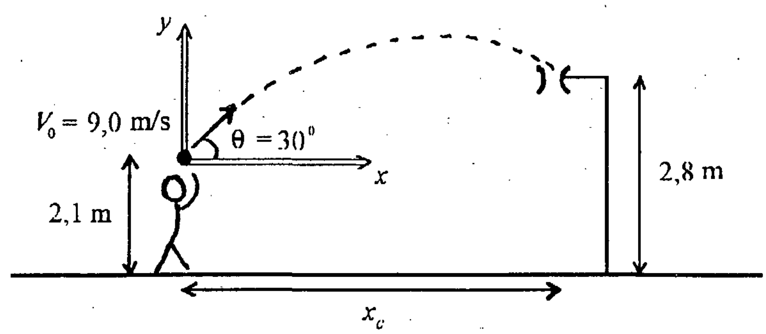


Fig.20

Segundo o referencial escolhido (Fig.20), e para que o jogador atinja o seu objetivo, a bola deve ter coordenadas $x = x_c$ e $y = y_c = y_r - y_b = 0{,}7$ m t_c segundos depois de arremessada.

As equações que especificam as coordenadas do projétil, em função do tempo, são

$$x = V_0 \cos \theta_0 \, t \qquad (1)$$

e

$$y = V_0 \,\text{sen}\, \theta_0 \, t - \frac{g\,t^2}{2} \qquad (2)$$

Na cesta,

$$x_c = V_0 \cos \theta_0 \, t_c \tag{3}$$

e

$$y_c = V_0 \operatorname{sen} \theta_0 \, t_c - \frac{g\, t_c^2}{2} \quad . \tag{4}$$

Encontrando t_c a partir da eq.(4) e substituindo-o em (3), obtém-se x_c. Deste modo,

$$0{,}7 = 9 \operatorname{sen} 30^0 \, t_c - 5\, t_c^2 \quad ,$$

$$5\, t_c^2 - 4{,}5\, t_c + 0{,}7 = 0 \quad , \tag{5}$$

$$t_c = \frac{4{,}5 \pm \sqrt{(4{,}5)^2 - 4\,(5{,}0)\,(0{,}7)}}{2\,(5{,}0)} \quad ,$$

$$t_c = \frac{4{,}5 \pm 2{,}5}{10} \quad ,$$

$$t_c' = 0{,}7 \text{ s}$$

e

$$t_c'' = 0{,}2 \text{ s} \quad .$$

As duas raízes positivas da relação (5) indicam que o projétil tem ordenada igual a $0{,}7$ m em dois diferentes instantes da sua trajetória: na subida (correspondente a t_c'') e na descida (em t_c'). Naturalmente, a bola vai cair na cesta quando o seu movimento for descendente.

De (3), com $t_c' = 0{,}7$ s , encontra-se a distância que o atleta deve estar da cesta para lograr sucesso em seu arremesso:

$$x = 9{,}0 \cos 30^0 \; (0{,}7) \quad ,$$

$$x = 5{,}46 \text{ m} \quad .$$

<u>Discussão</u>:

Esta situação-problema também pode ser solucionada a partir da equação da trajetória do projétil, que fornece, diretamente, $y = y(x)$,

$$y = \operatorname{tg} \theta_0 \, x - \frac{g\, x^2}{2\, V_0^2 \cos^2\theta_0} \quad . \tag{6}$$

Assim,

$$0{,}7 = \operatorname{tg} 30^0 \, x - \frac{5\,x^2}{81 \cos^2 30} \quad ,$$

$$x^2 - 7{,}01\,x + 8{,}51 = 0 \quad . \qquad (7)$$

As duas raízes desta equação são

$$x' = 5{,}45 \text{ m}$$

e

$$x'' = 1{,}56 \text{ m}$$

Em x'' o projétil encontra-se, ainda, subindo, de forma que esta raiz da eq.(7) é eliminada, fisicamente, em favor do valor de x correspondente a 5,45 m.

Situação 2: Um projétil é disparado para o mar, do alto de um rochedo de 95 m de altura, com uma velocidade de 180 m/s e inclinação de 30^0 em relação à horizontal. Calcule o alcance do projétil, isto é, a distância horizontal do local de lançamento ao ponto onde o projétil atinge a água/alvo.

Solução:

Dados e incógnita:

$y = -95$ m

$V_0 = 180$ m/s

$\theta_0 = 30^0$

$x_A = ?$

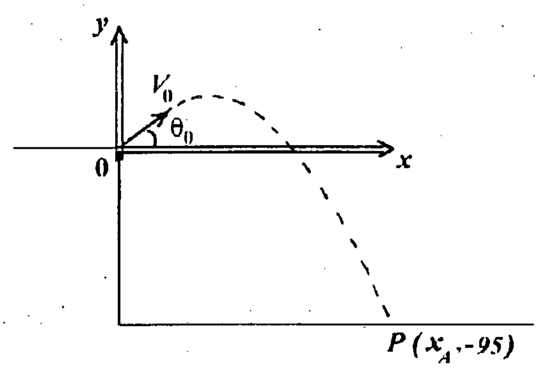


Fig.21

De acordo com o referencial adotado (Fig.21), o projétil atinge a água/alvo no ponto P, de coordenadas $x = x_A$ e $y_A = -95$ m.

As coordenadas do projétil, em função do tempo, são expressas pelas equações

$$x = V_0 \cos\theta_0 \, t \qquad (1)$$

e

$$y = V_0 \operatorname{sen}\theta_0 \, t - \frac{g\,t^2}{2} \qquad (2)$$

No ponto de impacto,

$$x_A = V_0 \cos\theta_0 \, t_A \qquad (3)$$

e

$$y_A = V_0 \operatorname{sen}\theta_0 \, t_A - \frac{g\,t_A^2}{2} \quad . \qquad (4)$$

A partir de (4) determina-se o tempo de vôo do projétil, t_A. Substituindo, a seguir, o seu valor em (3), obtém-se o alcance do projétil. Deste modo, resulta

$$-95 = 180 \operatorname{sen} 30^0 \, t_A - 5\,t_A^2 \quad ,$$

$$5\,t_A^2 - 90\,t_A - 95 = 0$$

$$t_A^2 - 18\,t_A - 19 = 0 \qquad (5)$$

$$t_A = \frac{18 \pm \sqrt{(18)^2 - 4\,(-19)}}{2} \quad ,$$

$$t_A = \frac{18 \pm 20}{2} \quad ,$$

$$t_A' = 19 \text{ s}$$

e

$$t_A'' = -1 \text{ s} \quad .$$

A raiz negativa de t_A na eq.(5) expressa o fato de que apenas uma vez, isto é, no instante $t_A' = 19$ s, o projétil terá ordenada $y_A = -95$ m, e nunca mais. Assim, de (3), com $t_A' = 19$ s, obtém-se

$$x_A = 180 \cos 30^0 \, (19) \quad ,$$

$$x_A = 2\,962 \text{ m} \quad .$$

<u>Discussão</u>:

Dependendo da distância do alvo a ser atingido pelo artilheiro, este pode inclinar o canhão tanto acima como abaixo da horizontal. O enunciado do problema permite uma segunda interpretação para θ_0, situando-o <u>abaixo</u> da horizontal (Fig.22).

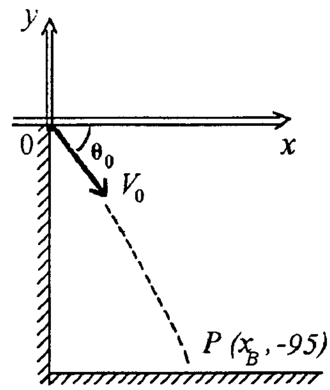


Fig.22

Neste caso, a ordenada do projétil, em função do tempo, é dada pela relação

$$y = -V_0 \operatorname{sen} \theta_0 \, t - \frac{g t^2}{2} \quad .$$

Portanto, o tempo que o projétil leva para atingir a água/alvo, t_B , é,

$$-95 = -180 \operatorname{sen} 30^0 \, t_B - 5 \, t_B^2 \quad ,$$

$$t_B^2 + 18 \, t_B - 19 = 0 \quad , \qquad (5)$$

$$t_B = \frac{-18 \pm \sqrt{(18)^2 - 4\,(-19)}}{2} \quad ,$$

$$t_B = \frac{-18 \pm 20}{2} \quad ,$$

$$t_B{}' = 1 \text{ s}$$

e

$$t_B{}'' = -19 \text{ s} \quad \text{(eliminado , fisicamente)} \; ;$$

De (3),

$$x_B = 180 \cos 30^0 \; (1) \quad ,$$

$$x_B = 156 \text{ m} \quad .$$

Como se observa, $x_A \succ\succ x_B$.

Situação 3: A velocidade de um projétil, colocado em movimento a partir da origem de um referencial xy, é

$$\vec{V} = 5\,\vec{i} - 10\,t\,\vec{j} \quad , \qquad t \rightarrow \mathrm{s} \ , \quad V \rightarrow \mathrm{m/s} \quad ;$$

Determine a equação da trajetória.

Solução:

Dados e incógnita:

$x_0 = 0$

$y_0 = 0$

$y = y(x) = ?$

A velocidade de um projétil em um ponto qualquer da trajetória é

$$\vec{V} = V_x\,\vec{i} + V_y\,\vec{j} \quad ,$$

$$\vec{V} = V_0 \cos\theta_0\,\vec{i} + (V_0 \operatorname{sen}\theta_0 - gt)\,\vec{j} \quad . \tag{1}$$

Comparando esta equação com a relação

$$\vec{V} = 5\,\vec{i} - 10\,t\,\vec{j} \quad , \tag{2}$$

obtém-se:

$$V_0 \cos\theta_0 = 5 \ \mathrm{m/s} \quad , \tag{3}$$

$$V_0 \operatorname{sen}\theta_0 = 0 \tag{4}$$

e

$$g = 10 \ \mathrm{m/s^2} \quad . \tag{5}$$

Como $V_0 \neq 0$, segue, de (4) e (3), que o projétil é lançado horizontalmente ($\theta_0 = 0$), com velocidade inicial de 5,0 m/s.

As coordenadas do objeto em um ponto $P(x,y)$ da trajetória são

$$x = V_0 \cos\theta_0\, t \quad ,$$

$$x = 5\,t \tag{6}$$

e

$$y = V_0 \operatorname{sen}\theta_0\, t - \frac{g\,t^2}{2} \quad ,$$

$$y = -5\,t^2 \quad . \qquad (7)$$

Isolando-se o tempo na eq.(6) e substituindo-o em (7), obtém-se $y = y(x)$. Assim,

$$t = \frac{x}{5} \quad , \qquad (8)$$

$$y = -5\,\frac{x^2}{25} \quad ,$$

$$y = -\frac{x^2}{5} \quad . \qquad (9)$$

A Fig.23 mostra a trajetória do projétil relativamente a um referencial que tem por origem o ponto de lançamento e cujo eixo y é orientado positivamente para cima. Independentemente do valor da abscissa, a ordenada do projétil em movimento é sempre negativa.

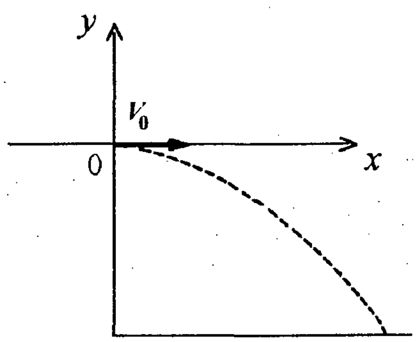


Fig.23

Situação 4: Um projétil é arremessado com uma velocidade inicial de módulo V_0 inclinada de um ângulo θ_0 acima da horizontal. Sabendo que se movimenta sob uma aceleração da gravidade constante, g, obtenha, em função destes três parâmetros, o instante em que a velocidade do projétil é perpendicular à velocidade de lançamento.

Solução:

Dados e incógnita:

V_0

θ_0

g

$t = ?$

$V \perp V_0$

Seja t o instante em que a velocidade do projétil, $\vec{V}$, é perpendicular a $\vec{V}_0$. Escrevendo-as vetorialmente segue que

$$\vec{V} = V_x \vec{i} + V_y \vec{j} \quad ,$$

$$\vec{V} = V_0 \cos\theta_0 \vec{i} + (V_0 \operatorname{sen}\theta_0 - g t)\vec{j} \tag{1}$$

e

$$\vec{V}_0 = V_x \vec{i} + V_{0_y} \vec{j} \quad ,$$

$$\vec{V}_0 = V_0 \cos\theta_0 \vec{i} + V_0 \operatorname{sen}\theta_0 \vec{j} \quad . \tag{2}$$

Como $\vec{V}$ e $\vec{V}_0$ são perpendiculares,

$$\vec{V} \cdot \vec{V}_0 = 0 \quad . \tag{3}$$

De (1) e (2) em (3), resulta

$$[V_0 \cos\theta_0 \vec{i} + (V_0 \operatorname{sen}\theta_0 - g t)\vec{j}] \cdot [V_0 \cos\theta_0 \vec{i} + V_0 \operatorname{sen}\theta_0 \vec{j}] = 0 \ ,$$

$$V_0^2 \cos^2\theta_0 + (V_0 \operatorname{sen}\theta_0 - g t)(V_0 \operatorname{sen}\theta_0) = 0 \quad ,$$

$$V_0^2 (\cos^2\theta_0 + \operatorname{sen}^2\theta_0) - g t V_0 \operatorname{sen}\theta_0 = 0 \quad ,$$

$$V_0^2 = g t V_0 \operatorname{sen}\theta_0 \quad ,$$

$$t = \frac{V_0}{\mathrm{g} \operatorname{sen}\theta_0} \quad . \tag{4}$$

<u>Discussão</u>:

De acordo com a eq.(4), diminuindo θ_0 , aumenta t . Para $\theta_0 \to 0$, $t \to \infty$.

A fim de comparar os módulos de $\vec{V}$ e de $\vec{V}_0$ no instante em que são perpendiculares, procede-se, a seguir, a determinação de V.

Em qualquer ponto da trajetória, o módulo da velocidade do projétil é

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} \quad , \tag{5}$$

onde

$$V_x = V_0 \cos\theta_0 \qquad (6)$$

e

$$V_y = V_0 \operatorname{sen}\theta_0 - g\,t \quad . \qquad (7)$$

De (4) em (7),

$$V_y = V_0 \operatorname{sen}\theta_0 - g\,(\frac{V_0}{\text{g sen}\,\theta_0}) \quad ,$$

$$V_y = V_0\,(\operatorname{sen}\theta_0 - \frac{1}{\operatorname{sen}\theta_0}) \quad ,$$

$$V_y = V_0\,(\frac{\operatorname{sen}^2\theta_0 - 1}{\operatorname{sen}\theta_0}) \quad ,$$

$$V_y = -\frac{V_0 \cos^2\theta_0}{\operatorname{sen}\theta_0} \quad . \qquad (8)$$

De (6) e (8) em (5),

$$V = \sqrt{V_0^2 \cos^2\theta_0 + \frac{V_0^2 \cos^2\theta_0 \cos^2\theta_0}{\operatorname{sen}^2\theta_0}} \quad ,$$

$$V = V_0 \cos\theta_0 \sqrt{1 + \frac{\cos^2\theta_0}{\operatorname{sen}^2\theta_0}} = V_0 \cos\theta_0 \sqrt{\frac{\operatorname{sen}^2\theta_0 + \cos^2\theta_0}{\operatorname{sen}^2\theta_0}} \quad ,$$

$$V = \frac{V_0 \cos\theta_0}{\operatorname{sen}\theta_0} \quad ,$$

$$V = \frac{V_0}{\operatorname{tg}\theta_0} \quad . \qquad (9)$$

Para : $\theta_0 \prec 45^0 \quad , \quad V \succ V_0 \quad ;$

$\theta_0 = 45^0 \quad , \quad V = V_0 \quad ;$

$\theta_0 \succ 45^0 \quad , \quad V \prec V_0 \quad .$

Situação 5: Um projétil é arremessado da base de uma rampa que forma um ângulo α sobre a horizontal. Sabendo que ele parte com velocidade de módulo V_0 inclinada de um ângulo θ_0 em relação à horizontal e que se movimenta sob a ação de uma aceleração da gravidade constante, g, demonstre que o alcance do artefato, medido ao longo da rampa, é

$$A = \frac{2\,V_0^2 \cos\theta_0}{g \cos^2\alpha} \operatorname{sen}(\theta - \alpha) \quad .$$

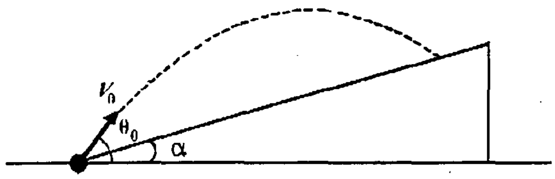


Fig. 24

Solução:

Dados e incógnita:

α

g

V_0

θ_0

$A = ?$

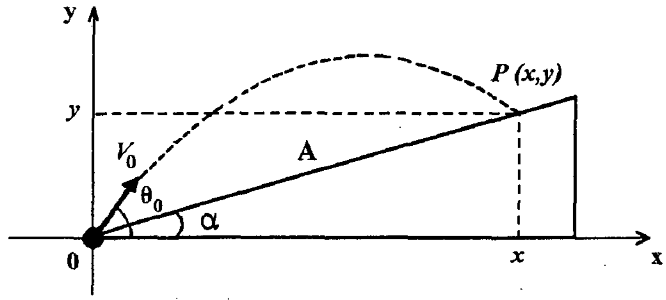


Fig. 25

Na Fig.25, o ponto $P(x,y)$ denota a intersecção de duas curvas: da parábola do projétil,

$$y = \operatorname{tg}\theta_0\, x - \frac{g\,x^2}{2\,V_0^2 \cos^2\theta_0} \quad , \tag{1}$$

e da reta suporte da rampa,

$$y = \operatorname{tg}\alpha\; x \quad . \tag{2}$$

Como ambas as curvas têm iguais ordenadas em $P(x,y)$, segue, da igualdade de (1) e (2), que

$$\operatorname{tg}\theta_0\, x - \frac{g\,x^2}{2\,V_0^2 \cos^2\theta_0} = \operatorname{tg}\alpha\; x \quad ,$$

$$\frac{g\,x}{2\,V_0^2 \cos^2\theta_0} = \operatorname{tg}\theta_0 - \operatorname{tg}\alpha \quad . \tag{3}$$

O alcance do projétil ao longo da rampa, A, e a ordenada do projétil no ponto de intersecção das curvas, x, estão relacionados pela equação

$$x = A \cos\alpha \quad . \tag{4}$$

De (4) em (3), obtém-se

$$\frac{g A \cos\alpha}{2 V_0^2 \cos^2\theta_0} = \operatorname{tg}\theta_0 - \operatorname{tg}\alpha \quad ,$$

$$A = \frac{2 V_0^2 \cos^2\theta_0}{g \cos\alpha} \left(\frac{\operatorname{sen}\theta_0}{\cos\theta_0} - \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha}\right) \quad ,$$

$$A = \frac{2 V_0^2 \cos^2\theta_0}{g \cos\alpha} \left(\frac{\operatorname{sen}\theta_0 \cos\alpha - \operatorname{sen}\alpha \cos\theta_0}{\cos\theta_0 \cos\alpha}\right) \quad ,$$

$$A = \frac{2 V_0^2 \cos\theta_0}{g \cos^2\alpha} \operatorname{sen}(\theta_0 - \alpha) \tag{5}$$

Discussão:

Para $\alpha = 0$,

$$A = \frac{2 V_0^2 \cos\theta_0 \operatorname{sen}\theta_0}{g} \quad ,$$

$$A = \frac{V_0^2}{g} \operatorname{sen} 2\,\theta_0 \quad , \tag{6}$$

como seria de se esperar.

Situação 6: Um projétil é disparado da base de uma rampa que forma um ângulo α sobre a horizontal. Sabendo que parte com uma velocidade de módulo V_0 inclinada de um ângulo θ_0 sobre a horizontal e que se desloca sob aceleração da gravidade constante, g, demonstre que o tempo que o projétil leva para atingir a rampa, onde supostamente está o seu alvo, é

$$t = \frac{2 V_0}{g} \frac{\operatorname{sen}(\theta_0 - \alpha)}{\cos\alpha} \quad .$$

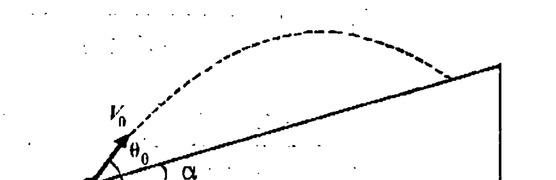


Fig. 26

Solução:

Dados e incógnita:

V_0

θ_0

g

$t = ?$

α

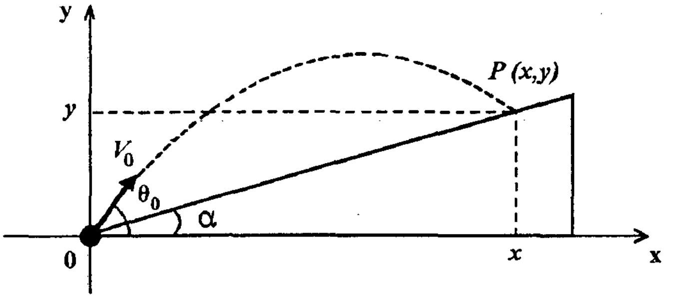


Fig.27

A equação da reta que passa pela origem e pelo ponto $P(x,y)$ é

$$y = \operatorname{tg}\alpha\ x \quad . \tag{1}$$

A ordenada do projétil em $P(x,y)$ é dada por

$$y = V_0 \operatorname{sen}\theta_0\, t - \frac{g\,t^2}{2} \quad . \tag{2}$$

Igualando (1) e (2),

$$\operatorname{tg}\alpha\ x = V_0 \operatorname{sen}\theta_0\, t - \frac{g\,t^2}{2} \quad . \tag{3}$$

Como a abscissa do projétil em $P(x,y)$ é

$$x = V_0 \cos\theta_0\, t \quad , \tag{4}$$

substituindo-se (4) em (3) obtém-se o instante em que as duas curvas se interceptam. Assim,

$$\operatorname{tg}\alpha\ V_0 \cos\theta_0\, t = V_0 \operatorname{sen}\theta_0\, t - \frac{g\,t^2}{2} \quad ,$$

$$\frac{g\,t}{2} = V_0(\operatorname{sen}\theta_0 - \operatorname{tg}\alpha\ \cos\theta_0) \quad ,$$

$$t = \frac{2\,V_0}{g}(\operatorname{sen}\theta_0 - \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha}\ \cos\theta_0) \quad ,$$

$$t = \frac{2\,V_0}{g}(\frac{\operatorname{sen}\theta_0 \cos\alpha - \operatorname{sen}\alpha\cos\theta_0}{\cos\alpha}) \quad ,$$

$$t = \frac{2\,V_0}{g}\;\frac{\text{sen}\,(\theta_0\;-\;\alpha)}{\cos\alpha} \quad . \tag{5}$$

Discussão:

Para $\alpha = 0$, resulta $t = 2V_0 \,\text{sen}\,\theta_0 / g$, já que, neste caso, a curva é simétrica em ralação ao ponto mais alto da trajetória.

5.6 - Questões*

Q.1 - Uma bola é atirada verticalmente para cima. Supondo a resistência do ar desprezível, assinale o diagrama que indica corretamente a(s) força(s) que age(m) sobre a bola nas posições apresentadas. Em todos os diagramas, o ponto 1 mostra a posição da bola após ter deixado a mão do lançador, os pontos 2 e 3 são pontos intermediários na subida e o ponto 4, o ponto mais alto atingido pela bola. Caso você não concorde com nenhum dos diagramas mostrados, represente a(s) força(s) que age(m) na bola nas posições 1, 2, 3 e 4, na coluna da direita.

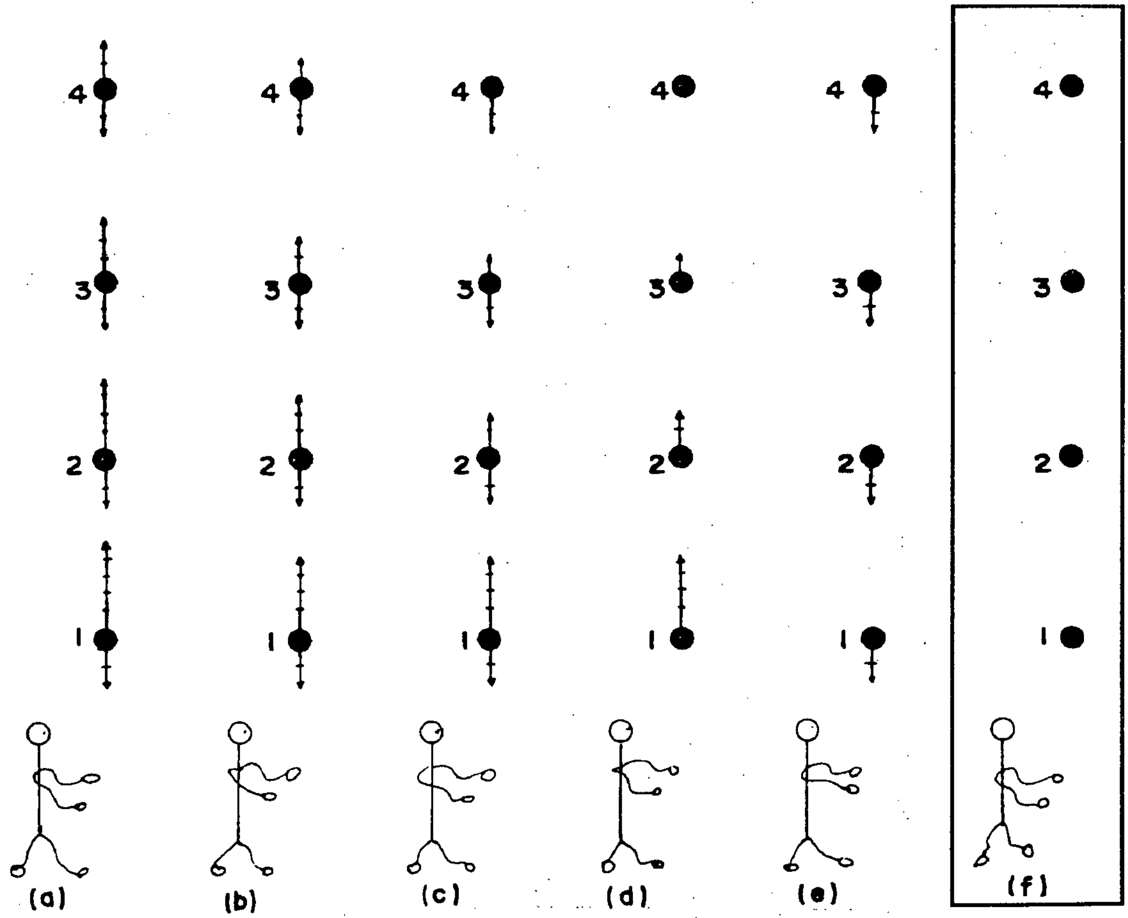


Fig.28

* Referentes ao Estudo 2, relatado na seção 5.4.

Q.2+ - Considere, agora, a descida da bola, desde o ponto mais alto da trajetória (ponto 4) até um pouco antes dela chegar novamente à mão do lançador (ponto 7). Os pontos 5 e 6 representam pontos intermediários na descida da bola. Desconsiderando a resistência do ar, assinale o diagrama que indica corretamente a(s) força(s) que age(m) sobre a bola nas posições apresentadas. Caso você não concorde com nenhum dos diagramas, desenhe a(s) força(s) que age(m) sobre a bola nas posições 4, 5, 6 e 7, na coluna da direita.

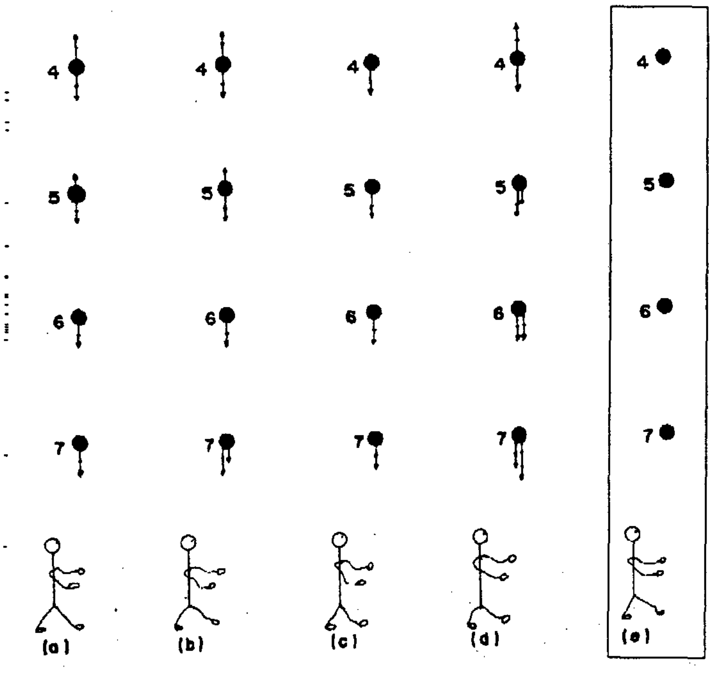


Fig.29

Q.3 - Um jogador de futebol chuta uma bola parada sobre a grama em direção ao campo adversário. Desprezando a resistência do ar, assinale qual das opções abaixo apresenta corretamente a(s) força(s) que age(m) sobre a bola. Caso você não concorde com nenhum dos diagramas mostrados, represente a(s) força(s) que age(m) sobre a bola no quadro que aparece na opção (h).

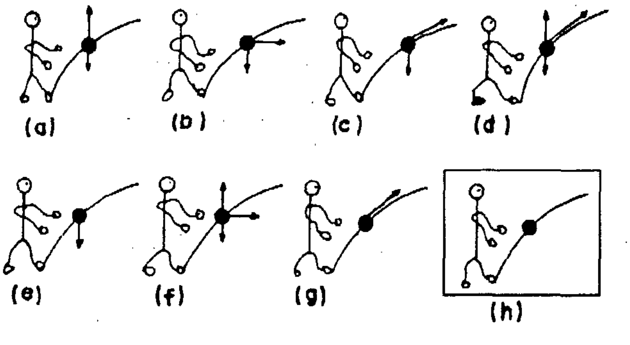


Fig.30

+ Relativa à página 4 do teste.

Q.4 - Assinale qual a opção que representa corretamente a(s) força(s) que age(m) sobre a bola arremessada pelo jogador de futebol quando esta passa pelo ponto mais alto da sua trajetória. Despreze a resistência do ar. Caso você não concorde com nenhum dos diagramas mostrados, represente a(s) força(s) que agem na bola no quadro que aparece na última opção.

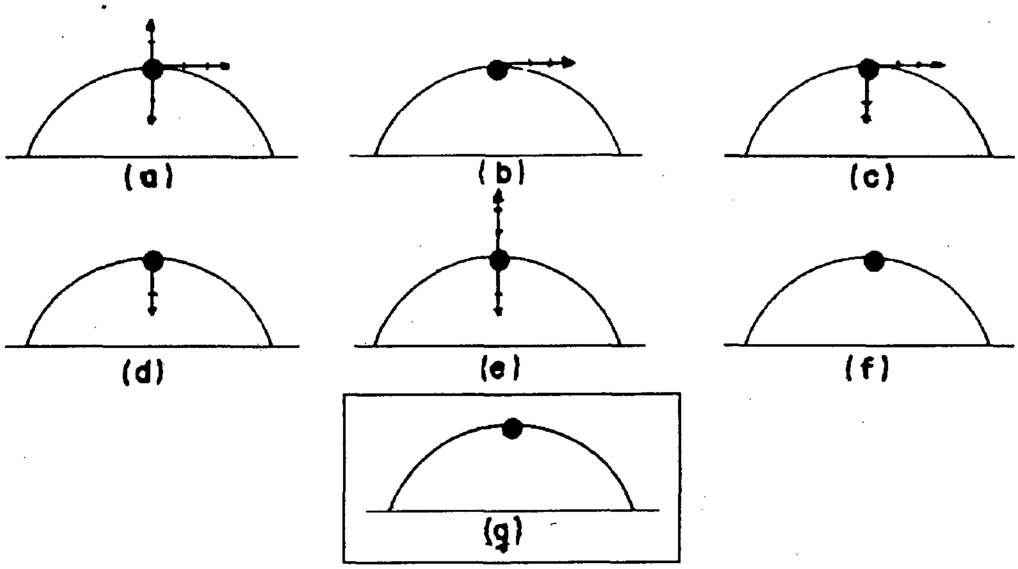


Fig.31

Q.5 - Assinale, agora, qual das opções abaixo apresenta corretamente a(s) força(s) que age(m) sobre a bola chutada pelo jogador de futebol, na descida da mesma. Despreze a resistência do ar. Caso você não concorde com nenhum dos diagramas mostrados, represente a(s) força(s) que age(m) sobre a bola no quadro que aparece na última opção.

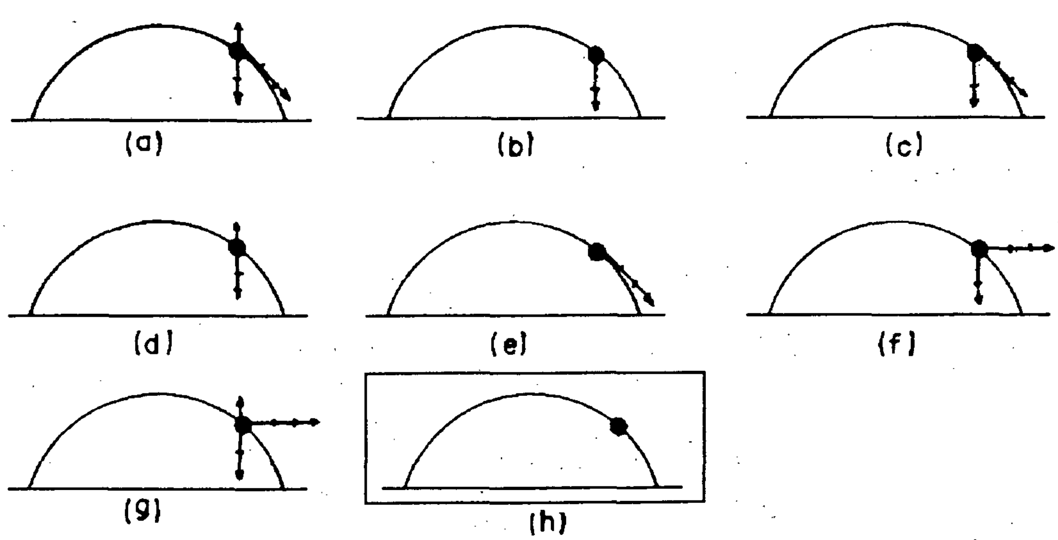


Fig.32

Q.6 - Uma pedra é lançada horizontalmente da janela de um edificio. Desprezando a resistência do ar, indique a figura que mostra corretamente a(s) força(s) que age(m) sobre a pedra. Caso você não concorde com nenhum dos diagramas apresentados, represente a(s) força(s) que age(m) sobre a pedra no quadro que aparece na opção (f).

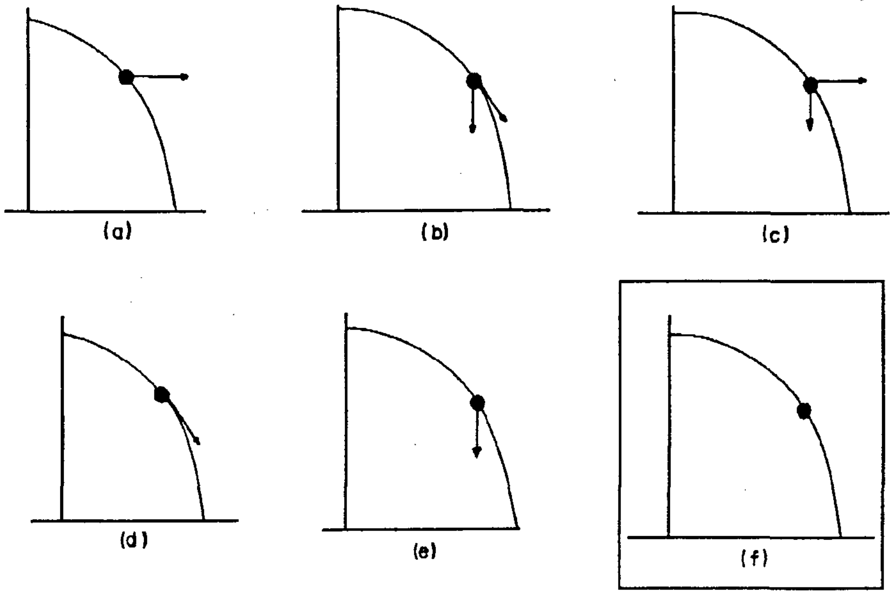


Fig.33

5.7 - Referências Bibliográficas

1. PEDUZZI, L.O.Q. O movimento de projéteis e a solução mecânica de problemas. Caderno Catarinense de Ensino de Física, 1(1): 8-13, 1984.

2. PEDUZZI, L.O.Q. & PEDUZZI, S.S. Força no movimento de projéteis. Caderno Catarinense de Ensino de Física, 2(3): 114-127, 1985.

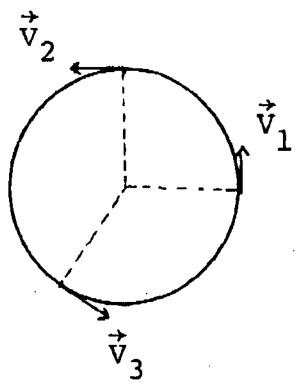
Capítulo 6

O movimento circular

6.1 - Introdução

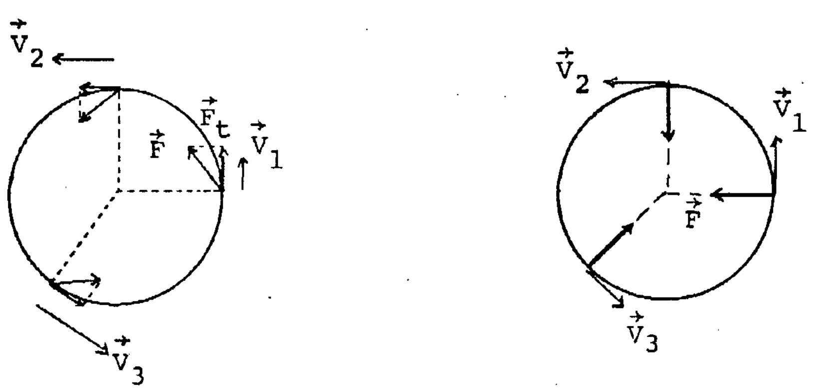
Na seção 3.3 desenvolveu-se, a nível qualitativo, uma discussão preliminar sobre a dinâmica de um movimento que foi a base para a descrição cinemática do movimento planetário desde os pitagóricos até Kepler: o movimento circular uniforme.

Como se viu, ao contrário do que pensavam os antigos, e o próprio Galileu, o movimento circular uniforme é um movimento acelerado, sujeito à ação contínua de uma força líquida que tem a direção radial (Figuras 1 e 2).



$v_1 = v_2 = v_3$

Fig. 1 - A velocidade de um corpo em movimento circular uniforme é constante em módulo. O que muda continuamente é a direção da velocidade.



$V_1 \prec V_2 \prec V_3$ $\qquad$ $V_1 = V_2 = V_3$

(a) $\qquad$ (b)

Fig.2 - (a) Uma força com componente na direção tangencial altera o módulo da velocidade de um corpo em movimento circular. Assim, (b) a força sobre um corpo em movimento circular uniforme tem a direção radial e aponta para o centro do círculo.

Contudo, o estudo qualitativo deste movimento (como era de se esperar), mostrou limitações, como a falta de argumentos para a comprovação de que o sentido da força radial é para o centro do círculo (e não para fora).

Neste capítulo, analisa-se a dinâmica de um movimento circular qualquer, e situações específicas envolvendo o movimento circular uniforme de um corpo.

6.2 - A aceleração de um corpo em movimento circular

A Fig.3 ilustra um trecho da trajetória circular descrita por um certo corpo. Para o estudo cinemático de seu movimento, considere duas de suas posições, P e P', separadas por um intervalo de tempo Δt, e os seguintes parâmetros:

$\vec{u}_t$: vetor unitário tangente à trajetória do móvel em P, com sentido do movimento;

$\vec{u}_t'$: vetor unitário tangente à trajetória do móvel em P', com o sentido do movimento;

$\Delta\theta$: ângulo formado pelos vetores $\vec{u}_t$ e $\vec{u}_t'$;

Δx : comprimento do arco descrito pelo corpo quando se movimenta de P para P', descrevendo um ângulo $\Delta\theta$;

r : raio da trajetória circular;

$\vec{u}_r$: vetor unitário que tem a direção radial e aponta para o centro da trajetória circular quando o móvel se encontra em P;

$\vec{u}_r'$: vetor unitário que tem a direção radial e aponta para o centro da circunferência quando o móvel se encontra em P'.

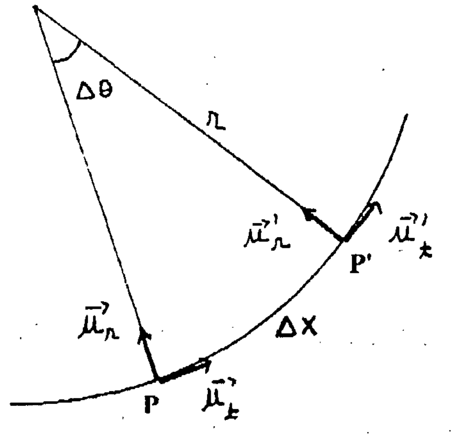


Fig.3

De acordo com a Fig.3, Δx, $\Delta\theta$ e r estão relacionados pela equação

$$\Delta\theta = \frac{\Delta x}{r} \quad , \tag{1}$$

$$\Delta x = r\,\Delta\theta \quad . \tag{2}$$

Dividindo-se ambos os termos da eq.(2) por Δt, e fazendo $\Delta t \to 0$, resulta

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = r\,\frac{\Delta\theta}{\Delta t} \quad ,$$

$$\lim_{\Delta t\to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = r \lim_{\Delta t\to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \quad ,$$

$$\frac{dx}{dt} = r\,\frac{d\theta}{dt} \quad . \tag{3}$$

As quantidades $\frac{dx}{dt}$ e $\frac{d\theta}{dt}$ são, respectivamente, a velocidade tangencial, V e a velocidade angular, ω, do corpo. Desta forma, a eq.(3) pode ser escrita como

$$V = \omega\, r \quad . \tag{4}$$

Por outro lado, traçando os vetores $\vec{u}_t$ e $\vec{u}_t^{\,'}$ com a mesma origem (Fig.4), segue, da álgebra vetorial, que

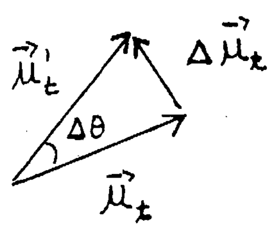


Fig.4

$$\vec{u}_t + \Delta\vec{u}_t = \vec{u}_t^{\,'} \quad ,$$

$$\Delta\vec{u}_t = \vec{u}_t^{\,'} - \vec{u}_t \quad . \tag{5}$$

Para determinar o módulo de $\Delta\vec{u}_t$, calcula-se $\Delta\vec{u}_t \,.\, \Delta\vec{u}_t$:

$$\Delta\vec{u}_t \,.\, \Delta\vec{u}_t = (\vec{u}_t^{\,'} - \vec{u}_t) \,.\, (\vec{u}_t^{\,'} - \vec{u}_t) \quad ,$$

$$(\Delta u_t)^2 = \vec{u}_t' \,.\, \vec{u}_t' - 2\,\vec{u}_t' \,.\, \vec{u}_t + \vec{u}_t \,.\, \vec{u}_t \quad ,$$

$$(\Delta u_t)^2 = 1 - 2\cos\Delta\theta + 1 \quad ,$$

$$(\Delta u_t)^2 = 2(1 - \cos\Delta\theta) \quad ,$$

$$\Delta u_t = 2\sqrt{\frac{1 - \cos\Delta\theta}{2}} \quad ,$$

$$\Delta u_t = 2\,\text{sen}\,\Delta\theta/2 \quad . \tag{6}$$

Dividindo ambos os termos desta igualdade por $\Delta\theta$, resulta

$$\frac{\Delta u_t}{\Delta\theta} = \frac{2\,\text{sen}\,\Delta\theta/2}{\Delta\theta} \quad ,$$

$$\frac{\Delta u_t}{\Delta\theta} = \frac{\text{sen}\,\Delta\theta/2}{\Delta\theta/2} \quad . \tag{7}$$

Fazendo $\Delta\theta \to 0$, obtém-se

$$\lim_{\Delta\theta\to 0} \frac{\Delta u_t}{\Delta\theta} = \lim_{\Delta\theta\to 0} \frac{\text{sen}\,\Delta\theta/2}{\Delta\theta/2} \quad ,$$

$$\frac{du_t}{d\theta} = 1 \quad . \tag{8}$$

Assim, $d\vec{u}_t/d\theta$ é um vetor unitário. Este vetor tem a direção radial e aponta para o centro da trajetória circular descrita pelo corpo. Vale, portanto, a igualdade

$$\frac{d\vec{u}_t}{d\theta} = \vec{u}_r \quad . \tag{9}$$

A velocidade tangencial do móvel em um ponto qualquer da trajetória pode ser escrita, vetorialmente, em função do módulo desta velocidade e de um vetor unitário tangente à trajetória (e com o sentido do movimento) no ponto considerado. Sendo, por exemplo, P, este ponto, segue que

$$\vec{V} = V\,\vec{u}_t \quad . \tag{10}$$

Derivando ambos os membros desta equação em relação ao tempo, obtém-se

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d}{dt}(V\,\vec{u}_t) \quad ,$$

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{dV}{dt}\,\vec{u}_t + V\,\frac{d\vec{u}_t}{dt} \quad . \qquad (11)$$

Reescrevendo $d\vec{u}_t/dt$ como

$$\frac{d\vec{u}_t}{dt} = \frac{d\vec{u}_t}{d\theta}\,\frac{d\theta}{dt} \quad ,$$

e fazendo uso das equações (3), (4) e (9), resulta que

$$\frac{d\vec{u}_t}{dt} = \vec{u}_r\,\frac{V}{r} \quad . \qquad (12)$$

De (12) em (11),

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{dV}{dt}\,\vec{u}_t + \frac{V^2}{r}\,\vec{u}_r \quad . \qquad (13)$$

Assim, a aceleração do corpo em movimento circular

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} \quad , \qquad (14)$$

tem duas componentes:

- ♦ uma aceleração tangencial,

$$\vec{a}_t = \frac{dV}{dt}\,\vec{u}_t \quad , \qquad (15)$$

de módulo

$$a_t = \frac{dV}{dt} = \frac{d(\omega\, r)}{dt} = r\,\frac{d\omega}{dt} \quad , \qquad (16)$$

e

- ♦ uma aceleração radial, centrípeta,

$$\vec{a}_r = \frac{V^2}{r}\,\vec{u}_r \quad , \qquad (17)$$

de módulo

$$a_r = \frac{V^2}{r} \quad . \tag{18}$$

Deste modo,

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_r \quad . \tag{19}$$

6.3 - Força no movimento circular

Seja m a massa do objeto que se movimenta circularmente na situação representada na Fig.3. De acordo com a relação

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad , \tag{20}$$

e com os resultados obtidos na seção anterior, a força resultante sobre o móvel

$$\vec{F} = m\vec{a}_t + m\vec{a}_r \quad , \tag{21}$$

possui duas componentes:

♦ uma força tangencial,

$$\vec{F}_t = m\vec{a}_t = m\frac{dV}{dt}\,\vec{u}_t \quad , \tag{22}$$

de módulo

$$F_t = m\frac{dV}{dt} = mr\frac{d\omega}{dt} \quad , \tag{23}$$

e

♦ uma força radial, centrípeta,

$$\vec{F}_r = m\vec{a}_r = m\,\frac{V^2}{r}\,\vec{u}_r \quad , \tag{24}$$

de módulo

$$F_r = \frac{mV^2}{r} \quad . \tag{25}$$

A força tangencial altera o <u>módulo</u> da velocidade tangencial do corpo, fazendo-o girar mais ou menos rapidamente, dependendo da situação física em questão. Já a força centrípeta altera a <u>direção</u> da velocidade (Assim, é possível se ter um movimento circular com força tangencial nula, mas não com força centrípeta nula).

De (22) e (24) em (21),

$$\vec{F} = \vec{F}_t + \vec{F}_r \quad , \tag{26}$$

$$\vec{F} = m\frac{dV}{dt}\,\vec{u}_t + \frac{mV^2}{r}\vec{u}_r \quad , \tag{27}$$

A análise física desta última equação mostra que:

♣ Se a velocidade tangencial do corpo não varia com o tempo, isto é, se $dV/dt = 0$ (aceleração tangencial nula), a força resultante sobre ele é, somente, centrípeta,

$$\vec{F} = \vec{F}_r = \frac{mV^2}{r}\vec{u}_r \quad . \tag{28}$$

Neste caso, o corpo se desloca em movimento circular uniforme.

♣ Para uma força centrípeta nula (caso limite em que $r \to \infty$), a equação (21) fornece

$$\vec{F} = \vec{F}_t = m\frac{dV}{dt}\,\vec{u}_t \quad , \tag{29}$$

mostrando que o corpo se movimenta em trajetória retilínea.

6.4 - O equacionamento de um movimento circular uniforme

Como a aceleração tangencial de um corpo em movimento circular uniforme é nula, a sua velocidade angular é constante. Isto é, para

$$a_t = \frac{dV}{dt} = 0 \quad , \tag{30}$$

e

$$V = \omega\, r \quad , \tag{31}$$

segue, de (31) em (30) que

$$\frac{d(\omega r)}{dt} = 0 \quad ,$$

$$\frac{r\, d(\omega)}{dt} = 0 \quad ,$$

$$\omega = \text{constante} \quad .$$

Desta forma, um corpo em movimento circular uniforme descreve ângulos iguais, $\Delta\theta$, em iguais intervalos de tempo, Δt, valendo a relação

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \text{constante} \quad . \qquad (32)$$

Naturalmente, o móvel também percorre comprimentos de arcos iguais, Δx, em intervalos de tempos iguais, Δt, ou seja, vale para o módulo da sua velocidade tangencial a relação

$$V = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \text{constante} \quad . \qquad (33)$$

Em um período, P(intervalo de tempo dispendido pelo móvel para executar uma rotação completa), a distância percorrida pelo móvel é igual ao perímetro da circunferência (de raio r), $2\pi r$, e o correspondente ângulo gerado neste interim é 2π radianos. Assim, as equações (32) e (33) podem ser escritas como

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{2\pi}{P} \qquad (34)$$

e

$$V = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2\,\pi\,r}{P} \qquad (35)$$

De acordo com a eq.(28), a força resultante, $\vec{F}_r$, sobre um corpo em movimento circular uniforme tem a direção radial (a mesma do vetor unitário $\vec{u}_r$), aponta para o centro da trajetória (já que a sua orientação é igual a do vetor $\vec{u}_r$) e possui intensidade igual a

$$F_r = ma_r = \frac{m\,V^2}{r} \quad . \qquad (36)$$

O módulo da aceleração, centrípeta, deste movimento é

$$a_r = \frac{V^2}{r} \quad . \qquad (37)$$

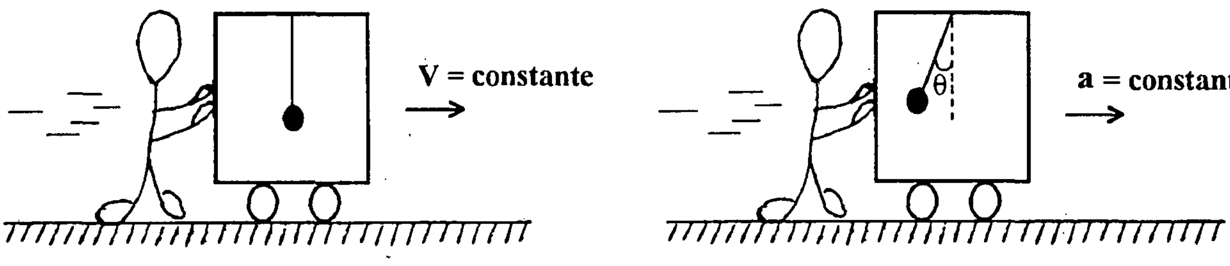
6.5 - O conceito de força fictícia em observadores não inerciais

Nesta seção discute-se duas situações-problema que enfatizam a importância do observador inercial na física newtonina: a primeira envolve o movimento de translação de um objeto e a segunda o movimento de rotação de uma pessoa dentro de um brinquedo, em um parque de diversões.

Situação-problema 1:

Um menino empurra um carrinho com velocidade constante ao longo de uma superfície horizontal. Dentro do carrinho encontra-se uma esfera de massa m, suspensa por um fio. Nesta situação (Questão 4, seção 3.11), a esfera pende verticalmente do fio (Fig.5a).

Ao imprimir no carrinho um movimento com aceleração constante, o menino constata que o fio se afasta da vertical, permanecendo novamente imóvel quando faz um certo ângulo θ com esta direção (Fig.5b).



(a) (b)

Fig.5 - (a) Quando o carrinho se movimenta com velocidade constante, o fio é vertical. (b) Sob aceleração constante, o fio se afasta da vertical, como indica a figura.

Do ponto de vista de um observador inercial, interessado no cálculo de θ, o equilíbrio de forças na direção y e a componente x da tensão na corda explicam o movimento com aceleração constante da esfera m, e a inclinação do fio (Fig.6).

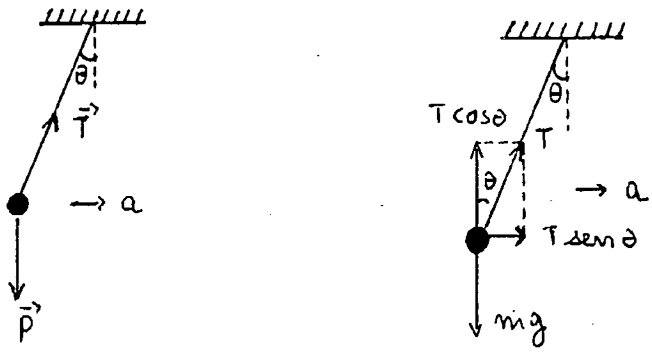


Fig.6 - Análise dinâmica das forças que atuam sobre a esfera, segundo um observador inercial. A intensidade da força resultante sobre a esfera é T sen θ .

Assim, aplicando a segunda lei de Newton à esfera, ele obtém

$$\sum F_x = ma \quad ,$$

$$T \operatorname{sen} \theta = ma \qquad (38)$$

e

$$\sum F_y = 0 \quad ,$$

$$T\cos\theta = mg \quad . \qquad (39)$$

Dividindo (38) por (39), resulta

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{a}{g} \quad ,$$

$$\theta = \operatorname{arctg}\frac{a}{g} \quad . \qquad (40)$$

A análise dinâmica desta mesma situação, por parte do menino que, movendo-se juntamente com o carrinho, é um observador não inercial (acelerado), reserva surpresas.

Tal como o observador inercial, o menino decide aplicar a lei $\vec{F} = m\vec{a}$ para determinar θ. Ao identificar o peso e a tração como as forças que agem sobre a esfera, ele consegue explicar a imobilidade deste objeto (a partir do seu referencial) na direção y (em que o peso e a componente y da tensão se compensam), mas não em relação à direção de movimento do carrinho (onde há uma força não equilibrada - a componente x da tensão da corda).

Como observador acelerado, o menino não pode aplicar, corretamente, a segunda lei de Newton a esta situação.

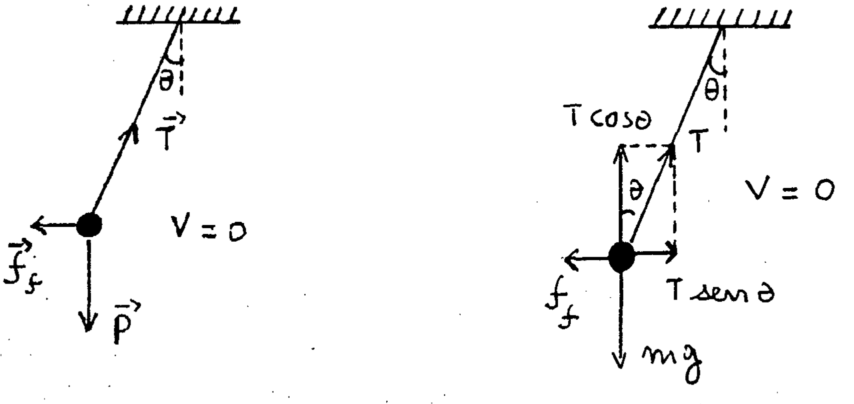


Fig.7 - Análise dinâmica das forças que, supostamente, agem sobre a esfera para um observador que se movimenta juntamente com ela. A força resultante sobre a esfera é nula.

Contudo, a sua insistência em obter um somatório de forças nulo também para a direção x o leva a afirmar que sobre a esfera atua uma força f_f de mesmo módulo e de sentido contrário à componente x da tração no fio (Fig.7).

É importante destacar que a força f_f não tem existência física para um observador inercial. Ela é criação de um observador acelerado para, do seu ponto de vista, justificar o equilíbrio de forças sobre um objeto 'acelerado'. A força f_f, de valor igual a ma, é chamada, não sem motivo, de força fictícia.

Com esta 'providência', o menino pode resolver o seu problema, escrevendo

$$\sum F_y = 0 \quad ,$$

$$T \cos\theta = mg \qquad (41)$$

e

$$\sum F_x = 0 \quad ,$$

$$T \operatorname{sen}\theta - f_f = 0$$

$$T \operatorname{sen}\theta = f_f = ma \quad . \qquad (42)$$

De (41) e (42), obtém

$$\theta = \operatorname{arctg}\frac{a}{g} \quad . \qquad (43)$$

Situação-problema 2:

Considere, agora, um grande cilindro oco, de raio r, e um homem de massa m, encostado em sua parede interna (Fig.8). Fazendo o cilindro girar em torno do seu eixo, verifica-se que para um certo valor crítico da velocidade angular a retirada da plataforma de apoio, junto aos pés do indivíduo, não lhe causa nenhum transtorno. Isto é, a posição do sujeito relativa ao cilindro não sofre qualquer modificação (ele não 'cai').

Para um observador inercial, o homem é um corpo que se movimenta circularmente em um mesmo plano sob a ação de três forças: peso, força de atrito estático e normal.

Ele explica que o homem não escorrega, verticalmente, ao longo da parede devido à igualdade da força peso e da força de atrito estático. Deste modo, na direção y, perpendicular ao plano do movimento, tem-se que

$$\sum F_y = 0 \quad ,$$

$$mg - f_e = 0 \quad ,$$

$$mg = f_e \quad . \qquad (44)$$

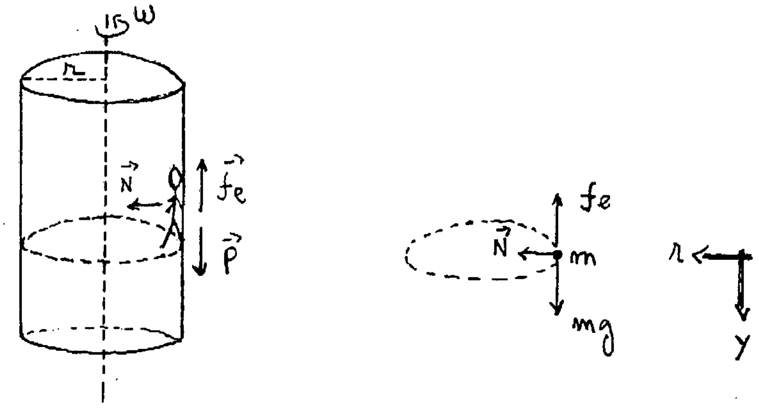


Fig.8 - Análise dinâmica das forças que atuam sobre um homem dentro de um cilindro oco, que gira com velocidade angular constante, ω, segundo um observador inercial.

Estando em movimento circular com velocidade angular constante, a força resultante sobre o sujeito, no plano do movimento, tem, necessariamente, a direção radial e aponta para o centro do círculo. Na direção radial há, apenas, uma força agindo sobre o indivíduo - a força normal, $\vec{N}$, proveniente da parede, de intensidade N. Assim,

$$\sum F_r = \frac{mV^2}{r} \quad ,$$

$$N = \frac{mV^2}{r} \quad . \tag{45}$$

Sendo

$$V = \omega\, r \quad , \tag{46}$$

$$N = m\,\omega^2\, r \quad . \tag{47}$$

Como

$$f_e \leq f_{e_m} \quad ,$$

$$f_e \leq \mu_e N \quad , \tag{48}$$

onde μ_e é o coeficiente de atrito estático entre o homem e a parede vertical, segue, de (44) e (47) em (48), que

$$mg \leq \mu_e m \omega^2 r \quad ,$$

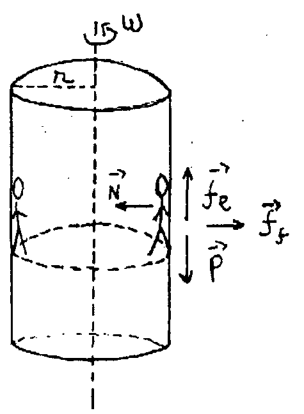
$$\omega^2 \geq \frac{g}{\mu_e r} \quad ,$$

$$\omega \geq \sqrt{\frac{g}{\mu_e r}} \quad . \tag{49}$$

Assim, a menor velocidade angular que o cilindro deve ter para que o homem não caia quando retirado o assoalho sob seus pés, é

$$\omega_{mín} = \sqrt{\frac{g}{\mu_e r}} \quad . \tag{50}$$

Por outro lado, ao analisar o sistema de forças sobre o homem no interior do cilindro em movimento, e tentar aplicar a relação $\vec{F} = m\vec{a}$, um observador dentro do cilindro (Fig.9) depara-se com um problema semelhante ao enfrentado pelo menino, no caso anterior.



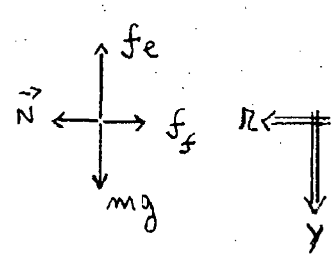


Fig.9 - Análise dinâmica das forças que, supostamente, agem sobre um homem dentro de um cilindro oco que gira com velocidade angular constante, ω, de acordo com um outro observador situado dentro do cilindro.

Assim, ele consegue explicar por que o homem não cai, na ausência da plataforma de apoio, igualando a força peso à força de atrito estático,

$$mg = f_e \quad . \tag{51}$$

Mas não pode compreender porque o homem não se movimenta na 'direção radial', sob a ação da força normal, $\vec{N}$, exercida pela parede. Sua resposta para o 'incompreensível' repouso do objeto é a criação de uma força fictícia, igual e oposta à força normal, de valor igual a ma,

$$N = f_f = ma \quad ,$$

$$N = m\,\omega^2\,r \quad . \qquad (52)$$

o que lhe permite resolver o problema, encontrando o valor de $\omega_{mín}$, a partir de (65), (66) e (62).

$$mg = f_e \quad .$$

6.6 - Exemplo de aplicação das equações de um movimento circular uniforme

Determine, em função de L, θ e g, o período de um pêndulo cônico. L é o comprimento do fio ideal, θ o ângulo do fio com a vertical e g a intensidade da aceleração da gravidade no local. Este dispositivo é mostrado na Fig.10. A esfera presa à extremidade do fio gira com velocidade angular constante em uma circunferência horizontal. Com este movimento, o fio gera uma superfície cônica.

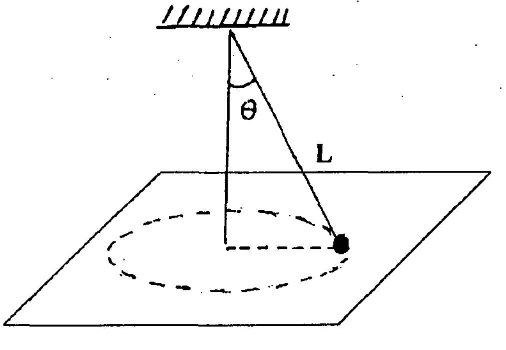


Fig.10

Solução:

Dados e incógnita:

L

θ

g

$P = P(L,\theta,g) = ?$

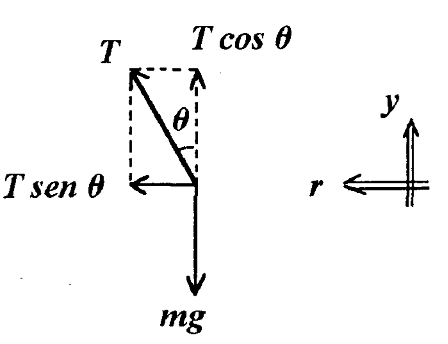


Fig.11

A força resultante sobre a esfera (de massa m) tem a direção radial e aponta para o centro do círculo, pois ela descreve um movimento circular uniforme. Assim, tem-se que

$$\sum F_r = \frac{m\,V^2}{r} \quad ,$$

$$T \operatorname{sen}\theta = \frac{m\,V^2}{r} \quad . \qquad (1)$$

e

$$\sum F_y = 0 \quad ,$$

$$T \cos\theta - mg = 0 \quad ,$$

$$T \cos\theta = mg \quad . \qquad (2)$$

Dividindo (1) por (2), resulta

$$\frac{T \operatorname{sen}\theta}{T\cos\theta} = \frac{m\,V^2}{r\,mg} \quad ,$$

$$V^2 = g\,r\,tg\,\theta \quad . \qquad (3)$$

Sendo

$$V = \frac{2\,\pi\,r}{P} \quad , \qquad (4)$$

segue, de (4) em (3), que

$$\frac{4\,\pi^2\,r^2}{P^2} = g\,r\,tg\,\theta \quad , \qquad (5)$$

Mas

$$r = L \operatorname{sen}\theta \quad . \qquad (6)$$

Assim, de (6) em (5), encontra-se

$$\frac{4\,\pi^2\,L \operatorname{sen}\theta}{P^2} = g\,\frac{\operatorname{sen}\theta}{\cos\theta} \quad ,$$

Capítulo 7

A gravitação universal newtoniana

7.1 - Introdução

Em seus primeiros questionamentos sobre o movimento dos corpos, Newton não foi exceção à regra do senso comum, pois acreditava que uma força inerente aos corpos os mantinha em movimento quando não mais em contato com seus agentes motores.

Nos 'Princípios', de Descartes, e nos 'Diálogos', de Galileu, Newton se deparou com a concepção inercial de movimento e, particularmente em Descartes, com 'dois problemas formulados e imperfeitamente respondidos': a mecânica dos choques e a dinâmica do movimento circular'(1).

Da sua adesão ao 'princípio da inércia' e de seus estudos com o pêndulo, resultaram as suas três leis e a solução da primeira destas questões. É evidente que estas leis também solucionam o segundo 'problema', pois são leis gerais da mecânica e não 'regras' para resolver esta ou aquela situação.

Contudo, a questão do movimento circular é bastante ilustrativa das dificuldades dos cientistas, à época (e de Newton também), com este tema, e sua discussão procede não apenas por isso mas pelo papel que este movimento vai acabar desempenhando na trajetória de Newton à gravitação universal.*

Ocorre que a mecânica do movimento circular sugeria a existência de uma força inerente ao corpo girante, o que, conflitando com o princípio da inércia, reforçava a idéia da relação força e movimento, do senso comum. Os estudos de movimentos curvilíneos, tais como os desenvolvidos por Renê Descartes (1596-1650) e Christiaan Huygens (1629-1695), por exemplo, baseavam-se no conceito de força centrífuga (termo cunhado por Huygens), sendo esta força, identificada com a 'tendência', ou mesmo 'esforço', do objeto em rotação de se afastar do centro em torno do qual revolucionava+ .

De acordo com a concepção vigente, uma trajetória circular estável (tal como a de uma pedra em uma funda) exigia a ação de uma força <u>sobre</u> o corpo em rotação (proveniente de quem o girava), para compensar o <u>seu</u> efeito centrífugo.

Em 1679, o físico inglês Robert Hooke (1635-1703) sugeriu uma mudança radical

---

* Mesmo aceitando, tal como Descartes, o princípio da inércia, já há bastante tempo, todas as implicações de uma física inercial ainda não estavam claras para Newton, no final da década de 70.

+ Como se viu, no Capítulo 6, a tendência centrífuga de um corpo em rotação está diretamente relacionada à observação do corpo a partir de um sistema de referência que gira junto com ele.

na análise dinâmica de um movimento circular. Ele supôs (sem no entanto comprovar) que o deslocamento de um corpo em uma trajetória curvilínea é o resultado da combinação de dois movimentos: um inercial, ao longo da tangente à curva e outro atrativo em direção ao centro da trajetória (Fig. 1).

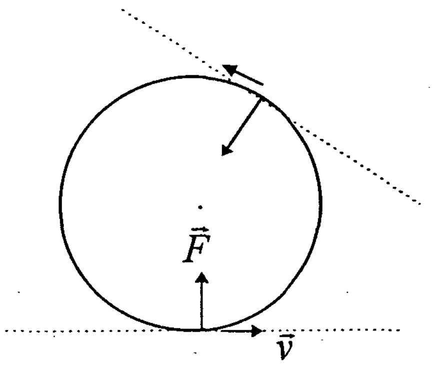


Fig. 1 - Para um movimento curvilíneo, a tangente à curva, em cada ponto da trajetória, representa a direção do movimento puramente inercial que o objeto teria se não sofresse a ação contínua de uma força atrativa dirigida para o centro da trajetória.

Embora as leis de Kepler (principalmente as duas primeiras) não tivessem plena aceitação no meio científico do século XVII antes da publicação do "Principia" newtoniano, é certo que elas sugeriam que o Sol se constituía em um centro de força que, de alguma maneira ainda não claramente explicada, 'arrastava' os planetas ao seu redor+.

Seguidor de Kepler, mas adotando a dinâmica corrente do movimento circular (a nível de simples conjectura, pois desconhecia a matemática da força centrífuga), Alfonso Borelli (1608 - 1679), um professor de matemática da Universidade de Pisa, acreditava na existênca de um equilíbrio de forças entre a ação solar e a tendência centrífuga dos planetas. Não fosse assim, pensava, os planetas projetar-se-iam em direção ao Sol, em um movimento espiralado, ou, então, abandonariam as curvas de suas órbitas, analogamente a uma pedra quando deixa uma funda.[(2)]

A suposição revolucionária de Hooke, aplicada ao movimento orbital, abria uma nova perspectiva teórica: ela implicava o abandono da noção corrente de força centrífuga (e do equilíbrio de forças que a sua existência demandava em órbitas estáveis) em favor de uma única força, centrípeta, dependente do corpo central.

De acordo com Hooke, a órbita estável de um corpo celeste em torno de um centro de força (como a da Lua ao redor da Terra, ou de um planeta em volta do Sol) pressupunha uma espécie de equilíbrio ou balanço dinâmico (dependente da velocidade, raio da trajetória circular e

+ Sobre a influência do magnetismo na dinâmica kepleriana, ver a seção 7.7 do Livro 2.

intensidade da força central) de modo a que o corpo girante não seguisse por uma tangente a órbita e igualmente não se precipitasse em direção ao corpo central.

Em correspondência que manteve com Newton, por sua própria iniciativa, no final de 1679, Hooke procurou, inicialmente, saber a opinião de Newton sobre a sua *"hipótese de compor os movimentos dos planetas num movimento direto segundo a tangente e em um movimento de atração em direção ao corpo central"*[(3)]. Segundo Hooke, esta força de atração deveria ser inversamente proporcional ao quadrado da distância entre o Sol e um planeta.

Sendo já bem conhecida, à epoca, a regra da força centrífuga

$$f \propto \frac{v^2}{r} \quad , \qquad (1)$$

obtida e publicada por Huyghens, em 1673, não era difícil, a partir dela e da terceira lei de Kepler (de aceitação mais geral do que as outras duas), chegar à dependência da força com o inverso do quadrado da distância,

$$f \propto \frac{1}{r^2} \quad , \qquad (2)$$

ao menos para órbitas circulares (seções 7.3 e 7.9). Mas os planetas não descreviam trajetórias circulares...

Em uma outra correspondência, Hooke incitava Newton a solucionar nada mais nada menos do que a questão fundamental do movimento planetário (a ser válida a sua hipótese). Em terminologia moderna, ela tem o seguinte enunciado: 'Se uma força atrativa central faz um objeto desviar-se de um caminho inercial e mover-se em uma curva, que tipo de curva resulta se esta força varia com o quadrado da distância?'[(4)]

Newton foi sempre evasivo em suas respostas a Hooke (o que acabou encerrando a correspondência entre ambos), porque se sentiu pressionado, por este, a demonstrar, matematicamente, resultados que o próprio Hooke não lograra conseguir. *"Como Newton muito corretamente supôs, uma coisa é fazer uma boa conjectura e outra é encontrar uma verdade matemática e suas conseqüências. A primeira é fácil, mas a segunda é difícil."*[(5)] Além disso, conforme evidenciam os apontamentos de Newton, a compreensão que ele tinha da dinâmica do movimento circular antes de sua correspondência com Hooke não diferia da de outros estudiosos, que atribuíam ao corpo girante um 'estado de equilíbrio entre duas forças iguais e opostas'.[(6)]

O legado de Hooke a Newton não foi a dependência da força com o inverso do quadrado da distância, que também era admitida (mas não provada, se a órbita não fosse circular) por outros cientistas, da época. Tampouco foi a idéia de atração, que já era mencionada por William Gilbert (1540-1603), antes de 1600, a partir de seus estudos experimentais e discussão qualitativa sobre o magnetismo (Livro 2, seção 7.7). Concebendo a Terra como um gigantesco ímã, Gilbert não apenas considerava que a sua influência podia se estender até a Lua como admitia, com base nos resultados de suas experiências, uma reciprocidade de ações entre a Terra e a Lua.

A hipótese original de Hooke sim, aceita por Newton, indicou-lhe a direção correta para a análise precisa de um movimento curvilíneo, e da 'dança dos planetas', em especial.

7.2 - O significado dinâmico da segunda lei de Kepler do movimento planetário

Segundo o princípio da inércia, todo o corpo continua em seu estado de repouso ou de movimento uniforme em linha reta a menos que seja forçado a alterar o estado em que se encontra por uma força resultante externa.

Se corpos como os planetas são, a cada instante, desviados de linhas retas tangentes a suas órbitas, é lícito pensar que estejam sujeitos a forças atrativas proveniente do centro de força.

Adotando a hipótese de Hooke, Newton não apenas demonstra que um objeto com uma componente inercial de movimento e sujeito a uma força centrípeta desloca-se em uma trajetória curvilínea como também estabelece que o seu movimento se processa de acordo com a segunda lei de Kepler, ou lei das áreas. Antes de passar a esta demonstração, contudo, pode ser pertinente uma rápida observação no campo da matemática elementar.

Assim, é importante ter-se claro que dois triângulos de bases iguais e de mesma altura possuem áreas iguais. Através da Fig.2, por exemplo, verifica-se que a área do paralelogramo $ABCD$ é igual à área do retângulo $EFCD$, já que os triângulos EAD e FBC são iguais.

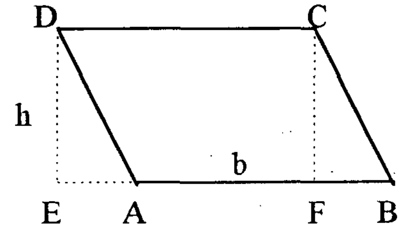


Fig.2 - $A_{\text{paralelogramo ABCD}} = A_{\text{retângulo EFCD}} = b \; x \; h$.

Sendo a área do triângulo ABD (Fig.3) igual à metade da área do paralelogramo $ABCD$, e a área do triângulo EFD a metade da área do retângulo $EFCD$, estes dois triângulos, de mesma base $(AB = EF = b)$ e de mesma altura (h), possuem áreas iguais,

$$A_{\Delta_{ABD}} = A_{\Delta_{EFD}} = \frac{b \; x \; h}{2} \quad . \qquad (3)$$

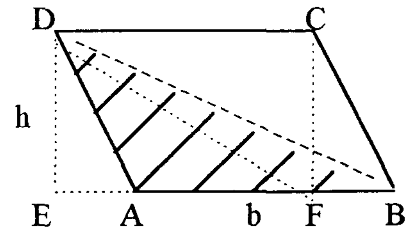


Fig. 3 - $A_{\Delta_{ABD}} = \frac{1}{2} A_{\text{paralelogramo ABCD}} = \frac{b\,x\,h}{2}$;

$$A_{\Delta_{EFD}} = \frac{1}{2} A_{\text{retângulo EFCD}} = \frac{b\,x\,h}{2} .$$

Newton inicia a sua demonstração considerando, em primeiro lugar, um movimento puramente inercial (Fig.4). Seja P um ponto qualquer fora da direção de movimento do objeto. Ligando P aos pontos A, B, C, D e E formam-se os triângulos PAB, PBC, PCD e PDE, que têm áreas iguais, já que suas bases são iguais e todos têm a mesma altura,

$$A_{\Delta_{PAB}} = A_{\Delta_{PBC}} = A_{\Delta_{PCD}} = A_{\Delta_{PDE}} = \frac{b\,x\,h}{2} . \qquad (4)$$

A segunda lei de Kepler, portanto, aplica-se a um movimento retilíneo uniforme, já que para iguais intervalos de tempo um segmento traçado do ponto P ao objeto varre áreas iguais.

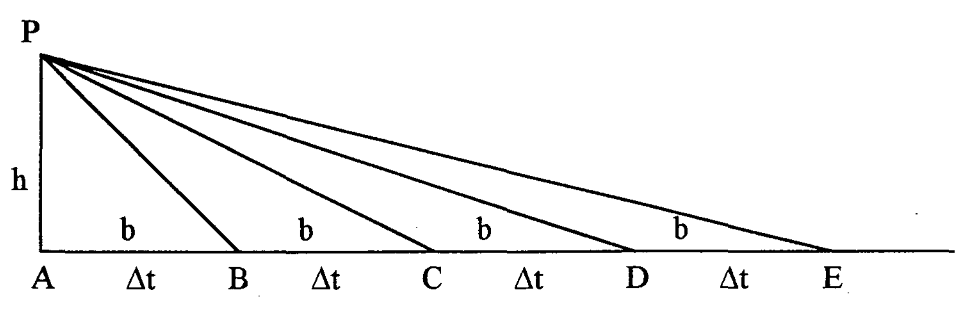


Fig.4 - Na ausência de força (ou sob força resultante nula), um corpo em movimento percorre distâncias iguais, b, em iguais intervalos de tempo, Δt.

Suponha, agora, que o corpo da Fig.4, ao atingir o ponto B, receba um impulso instantâneo (isto é, sofra a ação de uma certa força num intervalo de tempo tão pequeno quanto se possa imaginar) dirigido para o ponto P. Com isso, ele se desvia da sua trajetória inicial, movimentando-se ao longo do segmento BC' (Fig.5), que representa o movimento resultante da combinação do movimento inercial inicial com a componente do movimento decorrente do impulso na direção de P. Tendo o impulso ocorrido apenas no ponto B, o corpo desloca-se em movimento retilíneo uniforme até atingir o ponto C'. Se neste ponto o corpo receber um novo impulso momentâneo dirigido para P, ele novamente mudará de direção, deslocando-se ao longo do trajeto $C'D'$ e de D' para E', se um novo impulso atuar no ponto D', em direção a P.

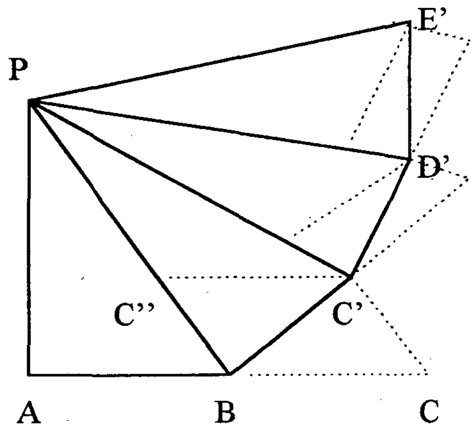


Fig.5 - Os pontos B, C', D' e E' representam posições em que o corpo sofre a ação de impulsos instantâneos dirigidos para P. Nos intervalos (BC'), $(C'D')$ e $(D'E')$ o corpo desloca-se com velocidade constante (embora de módulo diferente em cada intervalo).

Sendo iguais os intervalos de tempo em que o corpo se movimenta nos trechos AB, BC', $C'D'$ e $D'E'$, estará se demonstrando a validade da segunda lei de Kepler para esta situação se os triângulos PAB, PBC', $PC'D'$ e $PD'E'$ tiverem áreas iguais. Isto é o que se fará a seguir.

Na Fig.6(a), reproduz-se os dois primeiros triângulos da Fig.6. As áreas destes triângulos são, respectivamente, iguais à metade das áreas dos retângulos $PABY$ e $PBC'X$ (Fig.6(b)). Como as áreas PXY e $AC''B$ são iguais, o mesmo ocorrendo com as áreas PAC'' e YBC', as áreas dos retângulos $PABY$ e $PBC'X$ são iguais, já que a área PBY é comum a ambos. Assim,

$$A_{\Delta_{PAB}} = A_{\Delta_{PBC'}} \quad . \qquad (5)$$

Generalizando-se este resultado, pode-se escrever

$$A_{\Delta_{PAB}} = A_{\Delta_{PBC'}} = A_{\Delta_{PC'D'}} = A_{\Delta_{PD'E'}} \quad . \qquad (6)$$

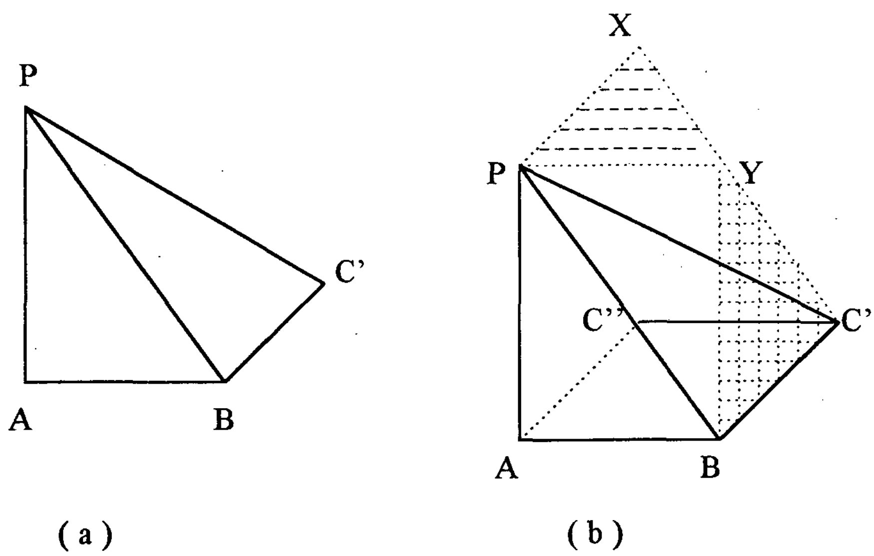


Fig. 6 - (a) Para mostrar que $A_{\Delta_{PAB}} = A_{\Delta_{PBC'}}$, (b) faz-se uso de retângulos auxiliares nos quais os triângulos PAB e PBC' estão inseridos.

Aumentando-se o número destes triângulos, diminuindo, correspondentemente, suas larguras (ou seja, Δt), verifica-se que a linha poligonal vai se tornando progressivamente menos abrupta. Quando os intervalos entre os impulsos tendem a zero, a força (dirigida a P) pela qual o corpo é continuamente desviado da tangente à curva atua continuamente e a linha poligonal torna-se uma curva suave. Áreas como PBC' e $PD'E'$, sob curva contínua (Fig.7), geradas em iguais intervalos de tempos, são iguais. Ou seja, um segmento traçado de P ao corpo varre áreas proporcionais ao tempo de movimento(7), Este resultado mostra que uma força centrípeta gera uma curva de acordo com a lei das áreas.

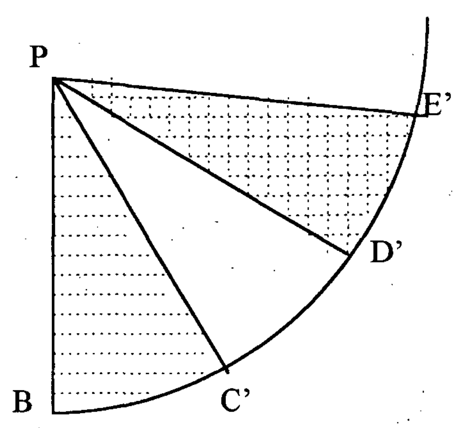


Fig.7 - À medida que o objeto se movimenta em seu trajeto curvilíneo, uma linha traçada de P a pontos da curva gera áreas iguais em iguais intervalos de tempo.

É preciso clareza sobre o que Newton realmente demonstrou com o procedimento acima descrito. Ele não obteve, pura e simplesmente, a lei das áreas de Kepler. Ele deu um significado dinâmico a esta lei ao provar que sobre um corpo em movimento curvilíneo atua, continuamente, uma força centrípeta.

A seguir, Newton mostra, através de novos argumentos geométricos, que se um corpo descreve uma elipse a força que age sobre ele, e que tende para o foco da elipse, onde se encontra o centro de força, é inversamente proporcional ao quadrado da distância do corpo ao centro de força, um resultado que apresentado a Edmund Halley (1656-1742), em 1684, o deixará perplexo.

Assim, "se a relação da proporcionalidade com o inverso do quadrado da distância decorrera, a princípio, da substituição da fórmula da força centrífuga na terceira lei de Kepler, com o pressuposto simplificador das órbitas circulares, a demonstração de sua necessidade nas órbitas elípticas superou em muito a dificuldade de uma simples substituição. Na verdade esta demonstração, provavelmente datada do início de 1680 foi uma das duas pedras angulares em que se assentou o conceito da gravitação universal"[(8)].

7.3 - A lei da força centrípeta para órbitas circulares

A demonstração de que uma órbita elíptica exige uma força atrativa central que varia com o inverso do quadrado da distância não será aqui desenvolvida. Contudo, como as órbitas planetárias possuem excentricidades muito pequenas (Livro 2, seção 7.5), deduzir-se-á a lei de força sobre um planeta considerando-o como um corpo que descreve uma trajetória circular em torno de um centro de força fixo - o Sol. O tratamento matemático, neste caso, é simples.

Sendo a órbita circular (Fig.8), a segunda lei de Kepler garante a uniformidade do movimento. Neste caso, a aceleração centrípeta a que fica sujeito o planeta tem módulo constante e, em linguagem matemática atual, pode ser escrita, vetorialmente, como

$$\vec{a} = -\frac{v^2}{r}\,\vec{u}_r \quad , \qquad (7)$$

onde v é o módulo constante da velocidade orbital do planeta, e $\vec{u}_r$ um vetor unitário na direção radial, que aponta do centro para fora da circunferência.

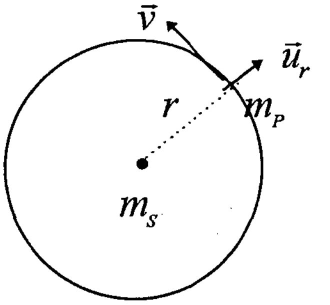


Fig.8 - Um corpo de massa m_p movimenta-se circulamente em torno de um centro de força atrativo de massa m_s. A distância entre as massas é r.

A velocidade, v, pode ser expressa em função do período, T, do movimento e do perímetro da órbita,

$$v = \frac{2 \pi r}{T} \quad . \tag{8}$$

De (8) em (7) :

$$\vec{a} = - \frac{4 \pi^2 r}{T^2} \vec{u}_r \quad . \tag{9}$$

Valendo a segunda lei de Newton não apenas para os movimentos terrestres mas também para os movimentos dos corpos celestes, a força de atração do Sol sobre o planeta, $\vec{F}_{sp}$, resulta

$$\vec{F}_{sp} = m_p \, \vec{a} = - m_p \frac{4 \pi^2 r}{T^2} \vec{u}_r \quad . \tag{10}$$

O sinal negativo indica que $\vec{F}_{sp}$ tem sentido oposto ao do vetor $\vec{u}_r$, sendo, portanto, uma força atrativa.

Por outro lado, pela terceira lei de Kepler, a razão entre o cubo da distância média de um planeta ao Sol e o quadrado do seu período de revolução é uma constante (de mesmo valor para todos os planetas do sistema solar). Isto é,

$$\frac{\bar{r}^3}{T^2} = k \quad . \tag{11}$$

Para uma órbita circular, $\bar{r} = r$. Portanto,

$$T^2 = \frac{r^3}{k} \quad . \tag{12}$$

De (12) em (10),

$$\vec{F}_{sp} = - m_p \frac{4 \pi^2 r}{r^3/k} \vec{u}_r \quad ,$$

$$\vec{F}_{sp} = - 4 \pi^2 k \frac{m_p}{r^2} \vec{u}_r \quad . \tag{13}$$

Assim, a força atrativa que continuamente desvia um planeta do seu movimento inercial é proporcional à massa do planeta e varia com o inverso do quadrado da sua distância ao Sol.

Provar, matematicamente, ainda que os passos principais da trajetória de Newton à gravitação universal não é, de fato, o objetivo deste capítulo. As complexidades matemáticas deste empreendimento, além de muito grandes, desviariam o eixo central das discussões, desvirtuando, inclusive, os próprios objetivos em que se assentam os textos dos Livros 1, 2, 3 e 4.

Esta observação é oportuna porque na próxima seção se estabelece, de imediato, a lei da gravitação universal considerando ainda como circulares as órbitas planetárias, e o centro de força fixo.

As razões disso residem, basicamente, em

a) fazer uso de um formalismo matemático acessível ao aluno;

b) propiciar a utilização de conceitos desenvolvidos no Capítulo 6;

c) estabelecer um resultado (a lei da gravitação universal newtoniana) que embasará novas e importantes discussões.

7.4 - A lei da gravitação para órbitas circulares (centro de força fixo)

Seja m_p a massa de um planeta que se movimenta circularmente em torno de um centro de força fixo, o Sol, de massa m_s, como mostra a Fig.8.

De acordo com a eq.(13), a intensidade da força atrativa exercida pelo Sol sobre o planeta, F_{sp}, é proporcional à massa do planeta e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre os dois corpos. Ou seja,

$$F_{sp} \propto m_p \qquad (14)$$

e

$$F_{sp} \propto \frac{1}{r^2} \quad . \qquad (15)$$

Pela terceira lei de Newton, a força exercida pelo Sol sobre o planeta, $\vec{F}_{sp}$, é, em módulo, igual à força exercida pelo planeta sobre o Sol, $\vec{F}_{ps}$,

$$F_{sp} = F_{ps} \quad . \qquad (16)$$

Como o Sol exerce sobre o planeta uma força proporcional à massa do planeta, pela simetria da situação, a força que o planeta exerce sobre o Sol deve ser proporcional à massa solar,

$$F_{ps} \propto m_s \quad . \qquad (17)$$

Das relações (16) e (17), resulta que

$$F_{sp} \propto m_s \quad . \qquad (18)$$

Pelas relações (14), (15) e (18) conclui-se, então, que a intensidade da força exercida pelo Sol sobre o planeta é proporcional ao produto das massas m_p e m_s+ e inversamente proporcional ao quadrado da distância do Sol ao planeta, ou seja

$$F_{sp} \propto \frac{m_s\, m_p}{r^2} \quad . \qquad (19)$$

Vetorialmente,

$$\vec{F}_{sp} \propto \frac{m_s\, m_p}{r^2}\,(-\vec{u}_r) \quad . \qquad (20)$$

Por outro lado, multiplicando-se e dividindo-se o termo à direita da eq.(13) pela constante m_s, obtém-se

$$\vec{F}_{sp} = -\left[\,\frac{4\pi^2 k}{m_s}\,\right] \frac{m_s\, m_p}{r^2}\,\vec{u}_r \quad . \qquad (21)$$

Comparando (20) e (21), conclui-se que $\dfrac{4\pi^2 k}{m_s}$ é a constante de proporcionalidade que transforma a proporcionalidade da relação (20) na igualdade da eq.(21). Designando por G esta constante,

$$G = \frac{4\,\pi^2\,k}{m_s} \quad , \qquad (22)$$

segue que

$$\vec{F}_{sp} = -\,\frac{G\, m_s\, m_p}{r^2}\,\vec{u}_r \quad . \qquad (23)$$

Finalmente, das equações (16) e (23), resulta

+ Se uma grandeza é proporcional a duas grandezas independentes, ela é proporcional ao produto de ambas.

$$F_{sp} = F_{ps} = \frac{G\, m_s\, m_p}{r^2} \quad . \tag{24}$$

Esta relação mostra que a força de atração gravitacional mútua entre o Sol e um planeta é diretamente proporcional ao produto das suas massas e inversamente proporcional ao quadrado da distância que os separa.

A simplificação da situação física, para tratamento matemático elementar, não esconde a originalidade do pensamento de Newton, o passo gigantesco que o distancia de qualquer outro cientista, da época. É na ação recíproca entre dois corpos, enfatizada em sua terceira lei (a qual é parte de uma teoria mecânica matematicamente formulada), que se encontra a essência da gravitação universal.

A eq.(24) é válida não apenas entre o Sol e um planeta, mas também para quaisquer pares de corpos de massas m_1 e m_2 separados por uma distância r (Fig.9), isto é,

$$F_{m_1 m_2} = F_{m_2 m_1} = \frac{G\, m_1\, m_2}{r^2} \quad . \tag{25}$$

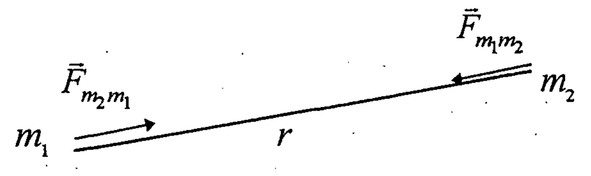


Fig.9 - Força de atração gravitacional entre dois corpos de massas m_1 e m_2, separados por uma distância r. $\vec{F}_{m_2 m_1}$ é a força de atração exercida pelo corpo de massa m_2 sobre o corpo de massa m_1. Analogamente, $\vec{F}_{m_1 m_2}$ representa a força gravitacional de m_1 sobre m_2. $F_{m_1 m_2} = F_{m_2 m_1}$.

A generalização da eq.(24), para qualquer sistema de dois corpos, implica que a constante G, definida através da eq.(22), tenha validade geral, isto é, seja uma constante universal (como a velocidade da luz, c, por exemplo). Não é possível provar isto. Contudo, não existe evidência experimental que contradiga esta suposição. Deste modo, até prova em contrário, G é a mesma para a interação gravitacional entre todos os corpos do universo.

A física e a filosofia natural aristotélica estão definitivamente sepultadas. O universo, como um todo, é regido pelas mesmas leis físicas.

7.5 - Aceleração da gravidade para pontos na superfície da Terra e externos a ela

Através da lei da gravitação universal e da segunda lei de Newton pode-se entender porque a aceleração dos corpos em queda livre é independente das suas massas. Assim, o módulo da força de atração gravitacional da Terra sobre um corpo a uma altura h da sua superfície ($h \prec\prec R_T$ = raio da Terra) é

$$F_{m_T m_C} = \frac{G\, m_T\, m_c}{R_T^2} \quad , \tag{26}$$

onde m_T e m_C são, respectivamente, as massas da Terra e do corpo envolvido. Ao se escrever esta equação está se fazendo uso de um importante resultado obtido matematicamente por Newton, que é o de que um corpo esférico massivo atrai pequenos objetos em suas imediações como se toda a sua massa estivesse concentrada em seu centro geométrico. Daí a razão de se considerar no demoninador da eq. (26) a distância corpo-centro da Terra e não corpo superfície da Terra.

A força com que a Terra atrai um corpo é o peso do corpo. Portanto,

$$P = F_{m_T m_C} = \frac{G\, m_T\, m_C}{R_T^2} \quad . \tag{27}$$

O peso de um corpo em queda, desprezando a resistência do ar, é a força resultante sobre ele. Então, de acordo com a segunda lei de Newton,

$$P = m_c\, a = m_c\, g \quad , \tag{28}$$

onde g é o valor da aceleração da gravidade na superfície da Terra ou para pontos muito próximos dela.

Da igualdade das equações (27) e (28) resulta

$$m_c\, g = \frac{G\, m_T\, m_c}{R_T^2} \quad ,$$

$$g = \frac{G\, m_T}{R_T^2} \quad . \tag{29}$$

Desta forma, no 'vácuo', uma pluma e uma pedra, soltas simultaneamente de uma mesma altura, caem juntas, por estarem ambas sujeitas a uma mesma aceleração, já que g não depende da massa do corpo em queda.

Na obtenção da eq. (29) considerou-se h desprezível em relação a R_T. Mas, e se isto não ocorrer, como, por exemplo, no caso de um satélite em órbita terrestre (Fig. 10)?

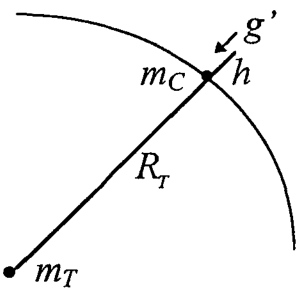


Fig. 10 - Um satélite artificial, de massa m_C , orbitando a uma altura h em relação à superfície da Terra. O peso, abstraindo-se qualquer resistência ao movimento do satélite, é a força resultante sobre ele. Para maior clareza, o desenho não obedece proporções corretas entre R_T e h.

Neste caso, o peso do satélite é

$$P = F_{m_T m_C} = \frac{G\, m_T\, m_c}{(R_T + h)^2} \quad . \qquad (30)$$

Pela segunda lei de Newton,

$$P = m_c\, g' \quad , \qquad (31)$$

onde g' é o valor da aceleração da gravidade a uma distância $r = R_T + h$ do centro da Terra.

Das equações (30) e (31), obtém-se

$$g' = \frac{G\, m_T}{(R_T + h)^2} \quad , \qquad (32)$$

$$g' = \frac{G\, m_T}{r^2} \quad ; \qquad r \geq R_T \qquad (33)$$

isto é, a intensidade da aceleração da gravidade é diretamente proporcional à massa da Terra e inversamente proporcional ao quadrado da distância a que se encontra o corpo (satélite) do centro da Terra. Naturalmente, para $h \to 0$, $r \to R_T$, caso em que as equações (33) e (29) fornecem o mesmo resultado. Assim, a validade da eq. (33) é para $r \geq R_T$.

7.6 - Aceleração da gravidade para pontos internos da Terra

O módulo da aceleração da gravidade diminui com o aumento da altura a partir da superfície da Terra, como se viu na seção anterior. E para pontos internos da Terra, como varia g com a profundidade?

Para responder a esta questão, considere, por exemplo, um trabalhador de massa m' no interior de uma mina bastante profunda, a uma distância r do centro da Terra. Seja g' o módulo da aceleração da gravidade no local. Neste caso, a força de atração gravitacional da Terra sobre a pessoa é devido, apenas, à massa, m, contida em uma esfera de raio r (Fig.11). Aplicando-se a segunda lei de Newton a esta situação, resulta

$$\frac{G\,m\,m'}{r^2} = m'\,g' \quad ,$$

$$g' = \frac{G\,m}{r^2} \quad . \qquad (34)$$

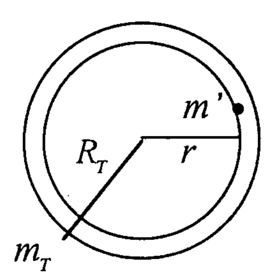


Fig.11 - A força de atração gravitacional sobre um corpo de massa m' situado no interior de uma esfera de raio R_T e massa m_T provém, apenas, da interação entre m' e a massa, m, contida na esfera de raio r. Para efeitos de clareza, o desenho não obedece proporções corretas entre a profundidade da mina e o raio da Terra.

Considerando a Terra como uma esfera homogênea (massa específica constante), pode-se escrever, a partir da relação

$$\rho = \frac{m}{V} \quad , \qquad (35)$$

que

$$\rho = \frac{m}{\frac{4}{3}\pi\,r^3} \quad . \qquad (36)$$

Isolando m, obtém-se

$$m = \frac{4}{3}\pi\rho r^3 \quad . \tag{37}$$

De (37) em (34) tem-se

$$g' = \frac{G}{r^2}\frac{4\pi\rho r^3}{3} \quad ,$$

$$g' = \frac{4\pi\rho G}{3} r \quad ; \qquad r \leq R_T \tag{38}$$

Denominando

$$\frac{4\pi\rho G}{3} = k \quad , \tag{39}$$

segue que

$$g' = k r \quad ; \qquad r \leq R_T \tag{40}$$

Conclui-se, assim, que a intensidade da aceleração da gravidade para pontos internos da Terra é proporcional à distância ao centro da Terra.

A Fig. 12 mostra a variação da intensidade da aceleração da gravidade em função da distância ao centro da Terra. Para $r = R_T$, as equações (33) e (40) se reduzem à eq. (29).

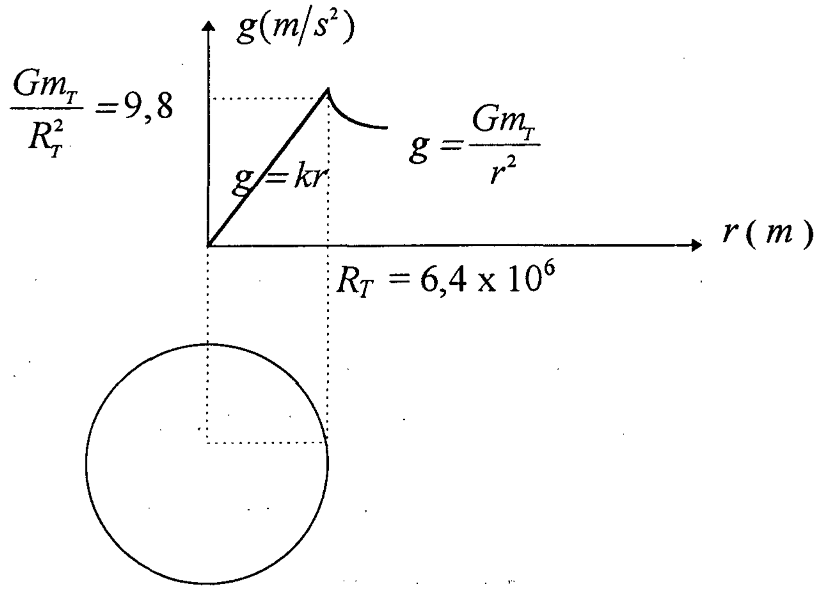


Fig. 12 - Variação da intensidade da aceleração da gravidade em função da distância ao centro da Terra.

7.7 - O sistema Terra - Lua

Considerando-se como circular a órbita da Lua em torno da Terra, fixa (Fig.13), a aceleração centrípeta a que a Lua fica sujeita é

$$\vec{a}_L = - \frac{V^2}{R_{TL}} \vec{u}_r \quad , \tag{41}$$

onde V é a velocidade orbital da Lua, R_{TL} a distância centro da Terra - centro da Lua e $\vec{u}_r$ um vetor unitário, de direção radial, com o sentido da Lua para a Terra.

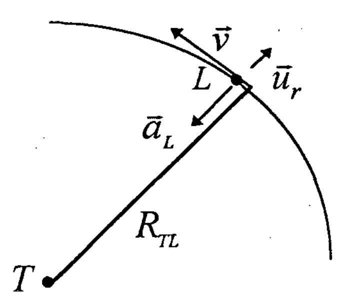


Fig.13 - O sistema Terra - Lua, com a Lua girando em torno da Terra, fixa.

Expressando a velocidade em função do período do movimento e da correspondente distância percorrida pela Lua em sua órbita neste intervalo de tempo, tem-se que

$$V = \frac{2\,\pi\,R_{TL}}{T} \quad . \tag{42}$$

De (42) em (41), resulta

$$\vec{a}_L = - \frac{4\,\pi^2\,R_{TL}}{T^2} \vec{u}_r \quad . \tag{43}$$

Para calcular a intensidade desta aceleração é necessário conhecer os valores de R_{TL} e T.

A distância (média) do centro da Terra até o centro da Lua é de $3{,}84\ x\ 10^5$ km , que corresponde, aproximadamente, a 60 raios terrestres, isto é

$$R_{TL} = 3{,}84 \times 10^8 \text{ m} \cong 60\,R_T \quad . \tag{44}$$

O período da Lua em torno da Terra é

$$T = 27{,}3 \text{ dias} = 27{,}3\ x\ 86.400 \text{ s} \quad .$$

Deste modo, a intensidade da aceleração centrípeta da Lua em volta da Terra é

$$a_L = \frac{4\pi^2(3{,}84 \; x \; 10^8)}{(27{,}3 \; x \; 86400)^2} = 2{,}72 \; x \; 10^{-3} \; \mathrm{m/s^2} \quad .$$

Este valor corresponde, aproximadamente, a $(1/60)^2$ do valor da aceleração da gravidade na superfície da Terra. Ou seja

$$a_L \cong (\frac{1}{60})^2 \, g \quad . \tag{45}$$

Reescrevendo a eq. (44) e elevando-a ao quadrado, obtém-se

$$(\frac{1}{60})^2 \cong (\frac{R_T}{R_{TL}})^2 \quad . \tag{46}$$

De (46) em (45), resulta

$$a_L \cong (\frac{R_T}{R_{TL}})^2 \, g \quad . \tag{47}$$

Por outro lado, aplicando a eq. (33) (seção 7.5) para a Lua, satélite natural da Terra, segue que

$$g' = a_L = \frac{G \, m_T}{(R_{TL})^2} \quad . \tag{48}$$

Pela eq. (29) (seção 7.5), a aceleração da gravidade na superfície da Terra, ou para pontos muito próximos dela, é

$$g = \frac{G \, m_T}{R_T^2} \quad . \tag{49}$$

Dividindo (48) por (49), resulta

$$\frac{a_L}{g} = (\frac{R_T}{R_{TL}})^2 \quad ,$$

$$a_L = (\frac{R_T}{R_{TL}})^2 \, g \quad . \tag{50}$$

Como se observa, este último resultado, encontrado a partir da dinâmica newtoniana da atração gravitacional entre dois corpos, está em plena concordância com o módulo da aceleração centrípeta da Lua em torno da Terra, obtido através da eq. (45) por argumentos puramente cinemáticos, o que corrobora a teoria da gravitação de Newton.

Ou seja, a intensidade da aceleração da gravidade terrestre na Lua é, de fato, como prevê a teoria da gravitação universal para um corpo situado a uma distância de 60 raios terrestres, $(1/60)^2$ do valor da aceleração da gravidade na superfície da Terra (um raio terrestre).

7.8 - A queda da maçã e o seu significado no contexto da gravitação universal

Em 1665, uma terrível peste assolou Londres, alastrando-se, em seguida, às cidades universitárias de Cambridge (onde residia Newton) e Oxford. Isto obrigou Newton a retirar-se para a fazenda de sua mãe em Woolsthorpe, sua cidade natal, onde permaneceu até 1666.

Através de um informe autobiográfico redigido em 1718, quando contava com 76 anos de idade, Newton afirma que foi nos anos da peste, quando estava no auge o seu interesse pela filosofia e pela matemática, que ele considerou a hipótese da gravidade terrestre se estender até a órbita da Lua. Este fato estaria diretamente vinculado ao (lendário ou verdadeiro?) episódio da queda da maçã, que teria desencadeado em Newton a idéia da gravitação universal. Mas Newton, neste informe, nada menciona sobre esta ligação.

Em uma biografia de Newton, escrita pelo Reverendo William Stukeley, em 1752, o autor afirma ter ouvido do próprio Newton menção explícita à maçã, em uma visita que fez ao sábio inglês em abril de 1726. Conforme Stukeley, depois de cearem, e estando a temperatura bastante amena, ele e Newton dirigiram-se ao jardim para beber chá, à sombra de algumas macieiras. Entre outras coisas da agradável conversa que mantiveram, Newton teria revelado a Sukeley que se encontrava sentado (provavelmente em uma ambiente tão acolhedor quanto aquele), em uma situação contemplativa, quando a gravitação lhe veio à mente, ocasionada pela queda de uma maçã.

Ao fazer uma cronologia de suas descobertas, Newton, com freqüência, as situa em data anterior àquelas que evidenciam a análise dos fatos históricos. Isto parece ter sido uma estratégia empregada por ele para argumentar contra os seus adversários (notadamente Leibniz e Hooke) em controvérsias sobre prioridades.(9)

Conforme ressalta muito bem o historiador da ciência I.B. Cohen, especialista em Newton, o relato de Stukeley não prova que a história é verdadeira; prova que Newton a contou.(10)

Em todo caso, o evento da maçã é também registrado por John Conduitt, um outro biógrafo de Newton (marido de sua sobrinha), que escreve: "... *quando meditava num jardim, ocorreu-lhe que o poder da gravidade (que derrubara uma maçã da árvore no chão) não estava limitado a uma certa distância da Terra, mas deveria estender-se muito além do que se costu-*

mava pensar. Por que não até a Lua?, disse ele a si mesmo, e, se assim fosse, isso deveria influenciar seu movimento e talvez mantê-la em sua órbita; ao que ele se pôs a calcular qual seria o efeito dessa suposição ..."(11)

Como já foi enfatizado na seção introdutória deste capítulo, antes da correspondência com Hooke o entendimento que Newton tinha sobre a dinâmica do movimento circular não era, essencialmente, diferente do de Borelli e outros, que supunham existir sobre o corpo girante um equilíbrio de forças ou tendências opostas: uma em direção ao centro da órbita e outra para fora deste centro.

Assim, uma coisa é estender a gravidade terrestre à órbita da Lua, uma concepção extraordinária, em si mesma, e de grande impacto conceitual. Outra, é entender o seu significado em um contexto muito mais amplo de idéias - o de uma gravitação universal, que enfatiza a interação mútua entre dois corpos. A tentativa de um vínculo linear e direto entre ambas é insustentável face às concepções de Newton em uma época histórica de grande 'turbulência' conceitual (os redemoinhos de Descartes em uma explicação mecânica da gravidade, o papel central da força centrífuga nos movimentos circulares etc.).

Concretamente, o que se tem, é que, de fato, Newton procedeu a uma comparação entre as intensidades da aceleração da gravidade na superfície da Terra (um raio terrestre) e na Lua (60 raios terrestres), obtendo 'uma correspondência bastante próxima', segundo o próprio Newton. Já Conduitt diz que 'o seu cálculo não concordou com a sua teoria'.(12)

Conforme se viu na seção 7.7, este estudo era plenamente possível à Newton, fundamentado em considerações puramente cinemáticas, desde que conhecesse a lei V^2/r. Como mostrou recentemente (1960) o historiador John Herivel, analisando alguns dos primeiros trabalhos de Newton sobre força e movimento, Newton, de fato, derivou esta lei dez anos antes de Huyghens (que a divulgou em um trabalho de 1673), só que não a publicou.

Do ponto de vista da dinâmica do movimento circular, dista de estar claro como Newton concebia que a tendência centrífuga "*poderia equilibrar-se ou ser contrabalançada pela gravidade ou tendência para baixo dos corpos dirigida para a Terra (o peso terrestre), que se haveria de estender até a órbita da Lua.*"(13) "*Não obstante, Newton deve ter tido algo em mente ao comparar a força centrífuga da Lua com a gravidade, e há todas as razões para crer que a queda de uma maçã tenha estado na origem disso... Alguma coisa tinha que exercer uma pressão contrária sobre os planetas. Ademais, Newton guardou uma lembrança dessa ocasião e de seu cálculo, tanto que, passados mais de 50 anos, eles lhe pareceram constituir um acontecimento importante em sua evolução. Alguma idéia havia flutuado na fímbria de sua consciência, ainda incompletamente formulada, imperfeitamente focalizada, mas sólida o bastante para não desaparecer. Ele era moço. Teria tempo para pensar nela, como exigem as questões de grande porte.*"(12)

A queda da maçã, como um episódio descontextualizado e meramente 'curioso', no ensino da física, tem contribuído para disseminar a idéia de que 'a gravitação universal surgiu diante de Newton num lampejo de discernimento'. Típico de relatos que fazem um mau uso da história da ciência junto ao ensino, este fato vulgariza uma das mais impressionantes realizações do conhecimento científico. *"A gravitação universal não se curvou diante dele ao primeiro esforço. Newton hesitou e tropeçou, momentaneamente aturdido por complexidades esmagadoras, que já eram imensas na simples mecânica e que foram várias vezes multiplicadas pelo contexto global."*[12]

Como mais uma vez explica Cohen[10], com muita propriedade, é preciso analisar a plausibilidade e implausibilidade de determinadas situações para poder aferir a sua viabilidade. Galileu, por exemplo, certamente deve ter deixado cair um par de pesos, simultaneamente, de uma mesma altura, alguma vez em sua vida. Parece no entanto claro que não foi a partir de Torre de Pisa, como se procurou mostrar na seção 6.3 do Livro 2. Quando, contudo, se enfatiza este episódio em Galileu, sem o devido cuidado, novamente a título de 'curiosidade', acaba-se passando a idéia de um Galileu empirista, quando, na realidade, se deveria enfatizar que a contribuição de Galileu à mecânica foi principalmente conceitual e não apenas experimental.

A implausibilidade teórica de uma associação direta da gravitação universal à queda de uma maçã parece mais do que evidente.

7.9 - A breve correspondência com Flamsteed e o encontro com Halley

No final de 1680, Newton troca uma interessante e esclarecedora correspondência com o astrônomo inglês John Flamsteed (1646-1719), a qual permite concluir que, apesar de sua avançada compreensão da dinâmica do movimento orbital de um planeta, que o levou, inclusive à lei de força para trajetórias elípticas, Newton não havia ainda chegado à lei da gravitação universal.

O assunto em questão era o aparecimento, no céu, de dois cometas: 'um observado antes do alvorecer, no começo de novembro' que desaparecera no fim do mês, e o outro que surgira em meados de dezembro, no começo do anoitecer.

Discordando dos demais astrônomos, Flamsteed acreditava que os dois cometas eram, na verdade, um só. De acordo com a teoria que apresentou a Newton, o 'cometa de novembro' havia, tão somente, invertido o curso do seu movimento nas imediações do Sol (fazendo meia volta, sem circulá-lo), aparecendo, novamente, no mês seguinte.

À época, *"a maior parte da opinião abalizada afirmava que os cometas eram corpos estranhos, não relacionados com o sistema solar e não regidos por suas leis. Em seus escritos sobre os cometas, Hooke os excluíra da atração entre os corpos cósmicos que havia postulado. Aparentemente, o astrônomo Halley era de opinião semelhante, em 1680"*[14] Nas duas cartas que Newton escreveu a Flamsteed, criticando a sua teoria, Newton mostra não ter estendido a lei do inverso do quadrado também para os cometas.

Contudo, quando em 1682 surge o cometa que mais tarde viria a ser conhecido como o cometa de Halley, verifica-se que já há, em Newton, uma total reformulação em relação ao que pensara sobre o movimento destes astros. Ocorre que desde Flamsteed, Newton havia se empenhado em coletar o maior número possível de dados sobre cometas já registrados. *"Num conjunto de proposições sobre eles, ao lado de afirmações de que o Sol e os planetas tinham uma gravitação para os seus centros que decrescia conforme o quadrado da distância, e de que a gravitação do Sol era muito maior do que a dos planetas, Newton havia abandonado a teoria das trajetórias retilíneas dos cometas e aceitado as trajetórias curvas. O ponto de maior curvatura coincidia com o ponto do periélio. Quando o cometa voltava, a curva era uma 'oval'; quando não voltava, era quase uma hipérbole. Qualquer que tivesse sido a relutância de Newton na primavera de 1681, a essa altura ele já reconhecia a aplicação da dinâmica orbital dos planetas aos cometas."*[15]

Assim, olhando retrospectivamente a caminhada de Newton, constata-se que depois de estabelecer o significado dinâmico da segunda lei de Kepler e de mostrar que uma órbita elíptica demanda uma força dirigida para o centro de força que varia em proporção inversa com o quadrado da distância, Newton mostra que também para um corpo cuja trajetória é uma hipérbole ou uma parábola (as outras duas cônicas) a força é dirigida para o foco em que se encontra o centro de força e varia com o inverso do quadrado da distância.

Em 1684, Newton recebe a visita do astrônomo inglês Edmund Halley (1656-1742), que trouxe com ele uma célebre pergunta na história da gravitação.

Para entendê-la melhor, importa ressaltar que com a recente publicação da fórmula de Huyghens para a força centrífuga em um movimento circular,

$$f \propto \frac{V^2}{r} , \qquad (51)$$

diversos cientistas, entre eles Christopher Wren (1632-1723), Hooke e o próprio Halley, fazendo uso da relação de Huyghens e da terceira lei de Kepler, haviam concluído que a força centrífuga (ou centrípeta, para Hooke) agindo sobre um planeta decrescia segundo o inverso do quadrado da distância do planeta ao Sol. Isto é, sendo

$$V = \frac{2 \pi r}{T} , \qquad (52)$$

$$V^2 = \frac{4 \pi^2 r^2}{T^2} ,$$

$$V^2 \propto \frac{r^2}{T^2} \quad , \qquad (53)$$

e

$$\frac{r^3}{T^2} = \text{constante} \quad , \qquad (54)$$

segue, de (54) em (53), que

$$V^2 \propto \frac{1}{r} \quad , \qquad (55)$$

e de (55) em (51) que

$$f \propto \frac{1}{r^2} \quad . \qquad (56)$$

Fica deste modo bastante claro, como já foi frizado anteriormente (seção 7.1), que *"o problema formulado por Hooke a Newton no inverno* [verão, no hemisfério sul] *de 1679-80 era igual ao que várias pessoas haviam definido para si praticamente ao mesmo tempo. Na verdade, trata-se da grande pergunta sem resposta com que a filosofia natural se confrontava - a derivação das leis do movimento planetário de Kepler a partir de princípios da dinâmica".*[16]

De acordo com um relato quase contemporâneo desta visita, feita por Abraham DeMoivre, ocorreu o seguinte: *"Em 1684, o doutor Halley foi visitá-lo em Cambridge e, depois de passarem algum tempo juntos, perguntou-lhe como ele pensava que seria a curva descrita pelos planetas, supondo-se que a força de atração do Sol fosse inversa ao quadrado de suas distâncias a ele. Sir Isaac Newton retrucou imediatamente que seria uma elipse, ao que o doutor, com grande alegria e assombro, perguntou-lhe como ele sabia disso; ora, disse ele, eu a calculei; ao que o doutor Halley pediu-lhe seu cálculo sem maiores delongas; Sir Isaac procurou entre os seus papéis mas não conseguiu encontrá-lo; mas prometeu refazê-lo e depois lho enviar..."*[17]

Algum tempo depois Halley recebeu de Newton muito mais do que ele lhe havia solicitado. Newton remeteu-lhe um pequeno tratado de nove páginas intitulado "De motu corporum in gyrum" (Do movimento dos corpos numa órbita). *"Este não apenas demonstrava que a órbita elíptica implicava uma força inversamente proporcional ao quadrado em direção a um foco, como também esboçava uma demontração do problema original: a força inversamente proporcional ao quadrado implicava uma órbita cônica, que é uma elipse para velocidades abaixo de um certo limite."*[17]

Com o incentivo e estímulo de Halley, este tratado acabou se desenvolvendo e transformando em uma das obras mais fascinantes do conhecimento científico: o "Philosophiae naturalis principia mathematica".

7.10 - A dinâmica newtoniana como generalização das leis de Kepler - crítica à posição empirista-indutivista

Ao apresentar o cerne da argumentação empirista-indutivista que sustenta que a lei da gravitação pode ser obtida indutivamente a partir das leis de Kepler, o historiador Pierre Duhem estrutura-a, suscintamente, na forma de três assertativas básicas[18]:

a) Da lei das áreas, Newton teria intuido que cada planeta está constantemente sujeito a uma força que tem a direção da reta que passa pelos centros do Sol e do planeta;

b) A lei das órbitas seria, para Newton, uma indicação da dependência da força com a distância e, em particular, o ponto de partida para a sua demonstração de que a força de atração é inversamente proporcional ao quadrado da distância;

c) A terceira lei de Kepler teria evidenciado a Newton que se diferentes planetas fossem mantidos a uma mesma distância do Sol, sofreriam, por parte deste, atrações proporcionais às suas respectivas massas.

Assim, estando presente nas leis de Kepler a essência da ação exercida pelo Sol sobre um planeta, teria cabido a Newton, por indução, chegar à formulação matemática de uma lei de atração de validade geral para todos os corpos no universo.

Ocorre que a lei das órbitas, que atribui trajetórias elípticas de diferentes excentricidades ao movimento planetário, postula o Sol como um centro de força fixo em um dos focos destas elipses. Este astro age sobre cada planeta mas não se constitiu, ele próprio, em objeto de nenhuma ação por parte dos planetas.

A situação é análoga para o caso de um planeta e seus satélites: o planeta, como um referencial de força, gera sobre cada satélite uma força atrativa proporcional a massa do satélite e inversamente proporcional ao quadrado da distância do satélite ao planeta (isto é o que evidencia a eq.(13), obtida, como se recorda, considerando como circular a órbita de um planeta (satélite) em torno do Sol (planeta)). Com isso, de fato, resulta que as forças de atração exercidas por um planeta sobre dois satélites eventualmente localizados a uma mesma distância do planeta seriam diretamente proporcionais às massas dos satélites.

A lei da gravitação universal de Newton, no entanto, afirma muito mais do que as proporcionalidades

$$F_{sp} \propto m_p$$

e

$$F_{sp} \propto \frac{1}{r^2} ,$$

sugeridas pelas relações (14) e (15) da seção 7.4.

Para estabelecer o resultado

$$\vec{F}_{sp} = - \frac{G\, m_s\, m_p}{r^2}\, \vec{u}_r \quad , \qquad (57)$$

expresso vetorialmente e em linguagem atual, Newton fez uso da sua terceira lei: assim como o Sol (planeta) exerce uma força de atração sobre um planeta (satélite), também o planeta (satélite) exerce uma força de atração sobre o Sol (planeta) - e essas forças de 'ação e reação' possuem módulos iguais.

O significado físico consignado pela terceira lei de Newton a essa situação reveste-a de particularidades sem paralelos na física kepleriana. O centro de força não é imperturbável, como imaginava Kepler. A essência das idéias de Kepler e de Newton são, na verdade, radicalmente divergentes.

As órbitas planetárias não são elípticas, são aproximadamente elípticas. O mesmo ocorre em relação aos satélites e seus planetas. As forças que os corpos do sistema solar exercem uns sobre os outros, em maior ou menor intensidade, são as causas das discrepâncias irreconciliáveis existentes entre o que estabelece a teoria newtoniana e o que prevêm as leis de Kepler. A descoberta de Netuno é um bom exemplo.

Ocorre que o estudo da órbita de Urano, descoberto pelo astrônomo William Herschel (1738-1822), em 1781, revelava irregularidades (incompatibilidade entre as posições teóricas previstas para este planeta e os dados observacionais) que não podiam ser explicadas por perturbações provenientes apenas de Júpiter e Saturno.

Admitindo que um novo planeta era o agente responsável por este fenômeno, dois astronômos, John Couch Adams (1819-1892) e Urbain Leverrier (1811-1877), trabalhando teoricamente, e de forma independente, calcularam a órbita prevista para este corpo celeste. Em 1846 o astrônomo Galle encontrou o corpo procurado, corroborando, mais uma vez, a mecânica newtoniana e conferindo notoriedade a Adams e Leverrier.[+]

A lei da gravitação universal de Newton não pode ser derivada por generalização e indução a partir das leis de Kepler porque, formalmente, ela contradiz a estas leis. *"Se a teoria newtoniana é correta, as leis de Kepler são, necessariamente, falsas"*[(19)]

Estes fatos não invalidam a demonstração da lei da gravitação universal para órbitas circulares apresentada na seção 7.4. A dedução é válida para um sistema isolado constituído por apenas dois corpos, um dos quais possui massa infinitamente maior do que o outro. Por ser um sistema isolado, não pode sofrer perturbações externas. Sendo uma das massas desprezível em relação à outra, o 'corpo central' pode ser considerado fixo, mesmo sofrendo força por parte do outro corpo que, desta forma, orbita a seu redor.

[+] No começo do século XX, descobriu-se que também Mercúrio apresentava irregularidades em sua órbita. Neste caso, no entanto, a mecânica newtoniana não conseguiu solucionar o problema, que só foi resolvido por uma outra teoria científica, a mecânica relativística.

Esta última situação é, sem dúvida, bastante peculiar, pois, rigorosamente, não existe na natureza. Mas é por aproximações sucessivas, ou seja, examinando em graus de complexidade crescente o problema da interação gravitacional entre dois corpos que Newton estabelece uma das leis fundamentais do mundo material.

Na introdução da seção XI de seu Principia[20], Newton explica que a atração de um corpo em direção a um centro imóvel de força inexiste na natureza. Pela terceira lei do movimento, as ações entre dois corpos são sempre recíprocas e iguais em intensidade. Nem o corpo que atrai nem aquele que é atraído está em repouso - ambos giram em torno do centro comum de gravidade do sistema que constituem.

A Fig. 14 ilustra o movimento de duas estrelas sob atração gravitacional mútua. Os dois corpos giram em torno do centro de gravidade do sistema.

Fig. 14 - Uma estrela dupla, fotografada, respectivamente, em julho de 1908, em setembro de 1915 e em julho de 1920.

Para demonstrar didaticamente este resultado, que vai evidenciar a incompatibilidade da terceira lei de Kepler com a mecânica newtoniana, considere um sistema isolado constituído por dois corpos de massas m_1 e m_2 sujeitos à ação recíproca (Fig. 15)

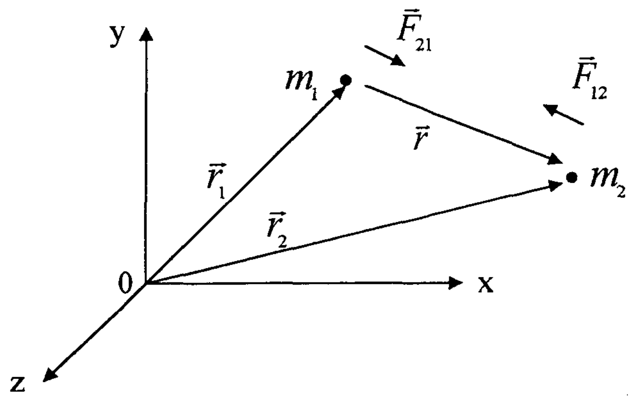


Fig. 15 - Dois corpos, constituindo um sistema isolado, interagem mutuamente segundo forças que têm a direção do segmento de reta que os une. $\vec{r}_1$ e $\vec{r}_2$ são, respectivamente, os vetores posição de m_1 e m_2 relativamente à origem do referencial inercial xyz. A distância entre m_1 e m_2 é $|\vec{r}| = r$.

Não havendo influência externa sobre o sistema, a força resultante sobre m_1 provém inteiramente de m_2 . Designando por $\vec{F}_{21}$ esta força e aplicando a segunda lei de Newton para o movimento de m_1 , resulta

$$\vec{F}_{21} = m_1 \vec{a}_1 = m_1 \frac{d\vec{v}_1}{dt} \quad . \tag{58}$$

Analogamente, a equação de movimento para m_2 é

$$\vec{F}_{12} = m_2 \vec{a}_2 = m_2 \frac{d\vec{v}_2}{dt} \quad , \tag{59}$$

sendo $\vec{F}_{12}$ a força que m_1 exerce sobre m_2 .

De (58) e (59) :

$$\frac{d\vec{v}_1}{dt} = \frac{\vec{F}_{21}}{m_1} \quad , \tag{60}$$

$$\frac{d\vec{v}_2}{dt} = \frac{\vec{F}_{12}}{m_2} \quad . \tag{61}$$

Fazendo (60) - (61) ,

$$\frac{d\vec{v}_1}{dt} - \frac{d\vec{v}_2}{dt} = \frac{\vec{F}_{21}}{m_1} - \frac{\vec{F}_{12}}{m_2} \quad ,$$

$$\frac{d}{dt} (\vec{v}_1 - \vec{v}_2) = \frac{\vec{F}_{21}}{m_1} - \frac{\vec{F}_{12}}{m_2} \quad . \tag{62}$$

De acordo com a terceira lei de Newton,

$$\vec{F}_{12} = - \vec{F}_{21} \quad . \tag{63}$$

De (63) em (62) ,

$$\frac{d}{dt} (\vec{v}_1 - \vec{v}_2) = \vec{F}_{21} \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right) \quad . \tag{64}$$

Designando por

$$\vec{v}_1 - \vec{v}_2 = \vec{v}_{1-2} \tag{65}$$

a velocidade de m_1 em relação a m_2 , segue, de (64), que

$$\frac{d\vec{v}_{1-2}}{dt} = \vec{F}_{21} \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right) ,$$

$$\vec{a}_{1-2} = \vec{F}_{21} \left(\frac{m_2 + m_1}{m_1 \, m_2} \right) , \qquad (66)$$

onde $\vec{a}_{1-2}$ é a aceleração de m_1 em relação a m_2.

Isolando $\vec{F}_{21}$ em (66),

$$\vec{F}_{21} = \left(\frac{m_1 \, m_2}{m_1 + m_2} \right) \vec{a}_{1\text{-}2} \ . \qquad (67)$$

Analogamente,

$$\vec{F}_{12} = \left(\frac{m_1 \, m_2}{m_1 + m_2} \right) \vec{a}_{2\text{-}1} \ . \qquad (68)$$

Para o caso de um sistema isolado constituído pelo Sol ($m_1 = m_S$) e por um planeta ($m_2 = m_P$), a eq.(68) fica

$$\vec{F}_{SP} = \left(\frac{m_S \, m_P}{m_S + m_P} \right) \vec{a}_{P\text{-}S} , \qquad (69)$$

onde $\vec{F}_{SP}$ é a força de atração gravitacional do Sol sobre o planeta e $\vec{a}_{P\text{-}S}$ a aceleração centrípeta do planeta. Deste modo, utilizando as relações (7) e (23) da teoria, resulta

$$\frac{G \, m_S \, m_P}{r^2} (-\vec{u}_r) = \left(\frac{m_S \, m_P}{m_S + m_P} \right) \frac{v_{PS}^2}{r} (-\vec{u}_r) ,$$

$$\frac{G}{r^2} = \left(\frac{1}{m_S + m_P} \right) \frac{v_{P\text{-}S}^2}{r} \ . \qquad (70)$$

A relação entre a velocidade orbital e o período de revolução é,

$$v_{P-S} = \frac{2 \, \pi \, r}{T} \ . \qquad (71)$$

De (71) em (70), obtém-se

$$\frac{G}{r^2} = \left(\frac{1}{m_S + m_P} \right) \frac{4\,\pi^2\, r}{T^2} \quad . \qquad (72)$$

Assim, a razão entre o cubo da distância entre os dois astros e o quadrado do período de revolução do planeta resulta

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{G}{4\,\pi^2} \left(m_S + m_P \right) \quad ,$$

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{G\, m_S}{4\,\pi^2} \left(1 + \frac{m_P}{m_S} \right) \quad . \qquad (73)$$

Como o segundo termo desta equação varia em função da massa do planeta considerado, a razão r^3/T^2 <u>não é a mesma</u> para todos os planetas do sistema solar, contrariando o que estabelece a terceira lei de Kepler para o movimento planetário.

De fato, a eq.(73) se reduz à eq.(11) somente quando a razão m_P/m_S tende a zero, isto é, quando $m_P \prec\prec m_S$. Fisicamente, esta situação equivale à revolução de um corpo em torno de um centro de força fixo, que ocupa um dos focos da elipse kepleriana (ou, como se viu na demonstração feita na seção 7.3, o centro de uma circunferência, que constitui um caso particular de elipse que tem os dois focos coincidentes).

7.11 - Epílogo: a aceitação do Principia

O "Principia" newtoniano emerge em uma ciência dominada pelo mecanicismo cartesiano, que, banindo da filosofia natural as qualidades ocultas e finalísticas da filosofia aristotélica, postulava o entendimento de todos os fenômenos com base nas leis da matéria em movimento. Forças de contato transmitidas de um corpo a outro através de choques mecânicos e as 'pressões' da matéria sutil sobre corpos em posições indevidas (em termos de suas tendências centrífugas) nos redemoinhos de partículas da cosmologia cartesiana eram as únicas 'interações' permitidas à matéria, e, portanto, constituintes fundamentais em qualquer explicação de natureza científica.

A publicação do "Principia philosophiae" ("Princípios da filosofia"), em 1644, disseminou amplamente o pensamento de Descartes, e a sua física e cosmologia, em particular, fora da França.

A tradução para o latim de um livro-texto de física escrito pelo francês Rohault, contendo uma exposição didática da teoria dos vórtices, de Descartes, por exemplo, contribuiu para popularizar as idéias de Descartes entre os ingleses. *"A profunda divergência das mecânicas de Rohault e Newton aparece claramente na afirmativa de Rohault de que o movimento em um* *círculo é tão natural quanto em uma linha reta. A doutrina cartesiana tinha elementos de apelo popular. O leigo em matemática poderia entendê-la. Qualquer um já havia visto lascas de madeira rodopiar em redemoinhos nos rios. Qualquer um já havia visto um diminuto redemoinho de vento levantar a poeira em pequenos ciclones. Os planetas moviam-se como pedaços de madeira em redemoinhos. Estas figuras mentais eram convincentes."*[21]

O "Principia" de Newton, ao contrário, apesar de não fazer uso do cálculo infinitesimal, exigia do leitor uma sólida base de geometria (linguagem matemática utilizada por Newton) como condição necessária (mas não suficiente) para o entendimento das demonstrações ali presentes.

Tal como o "De revolutionibus" ("O livro das revoluções"), de Copérnico, o "Principia" prima pela sua complexidade, sendo de uma leitura extremamente difícil. Talvez C.Gillispie (autor do livro "The edge of objectivity", que pode ser traduzido por "O limite da objetividade") tenha conseguido exprimir bem este fato quando diz que *"É um livro intratável. É duvidoso que qualquer outra obra de influência comparável tenha sido lida por tão poucas pessoas. A própria comunidade científica necessitou de 40 anos de discussões, que às vezes assumiram o tom de controvérsia, para dominar as implicações do livro de Newton e adotar a postura da física clássica. Depois disso, dificilmente seria necessário que fosse lido. Bastava que existisse."*[22]

Ademais, os métodos de Descartes e de Newton divergiam, drasticamente. Para o professor de astronomia e filosofia experimental do Trinity College, Roger Cotes, que redigiu o prefácio à segunda edição do "Principia", em 1713, qualquer sistema explicativo deve alicerçar suas bases em princípios fundamentais 'provados' pela experiência. As hipóteses, seguramente, prestam-se à discussão e ao debate, mas seu papel não deve ser superdimensionado. *"Aqueles que tomam as hipóteses como princípios primeiros de suas especulações, embora mais tarde procedam com a maior precisão a partir destes princípios, podem realmente construir um engenhoso romance, mas que ainda assim será um engenhoso romance"*[23]

Assim, não basta postular (por inspiração divina, talvez) o princípio da conservação da quantidade de movimento e a partir daí derivar conclusões. É preciso, antes, assegurar-se de sua validade. O que Cotes defende, enfim, é a experiência como 'base sólida para especulações mais nobres'.

A teoria newtoniana da gravitação foi severamente criticada pelos que, sem a entender, viam na atração à distância uma retomada das qualidades ocultas da filosofia natural aristotélica.

O emprego usual, no "Principia", de expressões como

♦ 'Se dois corpos S e P, atraindo-se mutuamente com forças inversamente proporcionais ao quadrado da sua distância giram em torno do seu centro comum de gravidade ..." (Proposição LX. Teorema XXIII) [24]

♦ 'Se dois corpos semelhantes um ao outro e constituídos de matéria igualmente atrativa ...' (Proposição LXXXVII. Teorema XLIX)[25] etc.,

parece apresentar os corpos dotados de propriedades atrativas inatas, o que se chocava frontalmente contra a concepção corrente de matéria inerte e passiva da física cartesiana.

Contudo, Newton nunca considerou a gravidade como uma propriedade inata da matéria. Segundo suas próprias palavras, " *É inconcebível que a matéria bruta e inanimada devesse, sem a mediação de alguma outra coisa não-material, atuar sobre e afetar outra matéria sem haver contato mútuo, como deveria ser se a gravitação fosse essencial e inerente a ela ... Que a gravidade seja inata, inerente e essencial à matéria, de forma que um corpo possa atuar sobre outro a uma distância através do vácuo, sem a mediação de qualquer outra coisa, por e através da qual sua ação e força possa ser transportada de um para outro, é para mim um absurdo tão grande que acredito que nenhum homem dotado de uma faculdade competente em assuntos filosóficos possa nele recair. A gravidade deve ser causada por um agente que atue constantemente de acordo com certas leis; mas se este agente é material ou imaterial, deixo para a consideração de meus leitores*"[26].

Ligando a gravidade a propriedades essenciais da matéria, ainda desconhecidas, Newton exime-se de abordar no "Principia" aspectos relativos à sua origem, ou às suas 'razões mecânicas', como exigiam os cartesianos e outros mecanicistas.

Huyghens é um bom exemplo da relutância da comunidade científica internacional de aceitar irrestritamente o "Principia". "*Quando o Principia apareceu em 1687, Huyghens aceitou imediatamente a força centrípeta de Newton variando inversamente com o quadrado da distância, porque os movimentos no sistema solar eram explicados com maior sucesso por essa lei. Mas rejeitou a idéia newtoniana de que as partículas de matéria de todos os corpos se atraíam, pois não conseguia ver como tais atrações poderiam ser explicadas com base em algum princípio mecânico.*"[27]

O próprio prefácio de Cotes teve como grande objetivo combater a teoria dos vórtices de Descartes, e isto depois de passados vinte e seis anos do aparecimento da primeira edição do "Principia"!

Admitindo-se que os corpos celestes fossem arrastados em volta do Sol pelos redemoinhos de partículas sugeridos por Descartes, quando um cometa e um planeta, por exemplo, estivessem em uma mesma região do firmamento, eles deveriam possuir iguais velocidades. Mas, como argumenta Cotes, "*quando os planetas e cometas se encontram exatamente nas mesmas partes dos céus eles são arrastados com diferentes velocidades e direções. Portanto, segue necessariamente que aquelas partes do fluido celeste que estão às mesmas distâncias do Sol devem girar ao mesmo tempo com velocidades diferentes, em diferentes direções; porque um tipo de velocidade e direção é requerido para o movimento dos planetas e um outro para o dos cometas. Mas uma vez que isto não pode ser explicado satisfatoriamente, devemos afirmar ou que todos os* *corpos celestes não são arrastados pelos vórtices, ou, então, que seus movimentos são derivados não de um único vórtice, mas de vários e distintos vórtices que enchem e permeiam os espaços em torno do Sol"*(28). E continua, *"Mas se vários vórtices estão contidos no mesmo espaço e imaginamos que um penetra o outro e que giram com movimentos diferentes, então porque esses movimentos devem concordar com aqueles dos corpos arrastados por eles, que são perfeitamente regulares e realizados por seções cônicas que são às vezes bastante excêntricas e às vezes quase circulares?... Certamente, se estes movimentos fictícios são mais difíceis de serem explicados do que os movimentos verdadeiros dos planetas e cometas, parece sem propósito admiti-los na filosofia, uma vez que toda a causa deve ser mais simples do que o seu efeito"*(28).

Idéias profundamente arraigadas não se submetem, com facilidade, à mudança. A história da ciência é rica em exemplos que atestam a veracidade desta afirmação. A 'troca' da física cartesiana pela física newtoniana ilustra, mais uma vez, isso.

Assim, o livro de Rohault, 'considerado de longe o melhor em física geral, naquele tempo, foi, por muitos anos, utilizado como livro-de-texto nas principais universidades inglesas, em sucessivas edições de uma nova tradução para o latim, feita por Samuel Clarke. Discípulo e amigo de Newton, Clarke, habilmente, disseminou a física newtoniana através deste livro, seja em notas de rodapé ou em comentários ao seu final, fazendo-as tomar vulto, induzindo o leitor a perceber que os vórtices cartesianos não explicavam os fatos observados.+

As resistências à aceitação do "Principia" na Europa Continental foram maiores. *"Na França ele chegava à hostilidade e seu principal foco era a Academia de Ciências de Paris, bastião do cartesianismo (muito embora tenham eleito Newton seu membro associado estrangeiro em 1699, em homenagem à sua notoriedade)."*(22)

Foi somente em meados do século XVIII que a obra de Newton lançou raízes profundas e definitivas no cenário internacional.

Ao comentar, de uma forma um tanto quanto dramática, que tinham sido necessários mais de 50 anos para que a teoria gravitacional reunisse seguidores fora da Inglaterra, o matemático e filósofo Pierre Maupertuis (1698-1759), um dos principais responsáveis pela introdução da física newtoniana na França, assim se expressa: *"Ela (a teoria da gravitação) permaneceria encerrada em sua ilha; ou, se atravessava o mar, não parecia mais que a reprodução de um monstro que fora proscrito; aplaudia-se tanto o ter-se banido da filosofia as qualidades ocultas, e tinha-se tanto medo de que elas ressuscitassem, que tudo o que aparentemente se assemelhasse com elas intimidava."*(22)

+ Na seção 8.1 do Livro 4, mencionam-se outras 'medidas' adotadas pelos newtonianos para a consolidação do "Principia".

7.12 - Questões

1. Posicione-se, criticamente, em relação a seguinte 'provocação' contida no artigo "A maçã, Newton, a física e o 2º grau"(30).

♦ *"Era uma vez um jovem físico inglês que, numa bela tarde de domingo, estava descansando deitado sob uma macieira, batendo um descontraído papo com um colega da Universidade de Cambridge. Seria um dia como outro qualquer, perdido na voragem dos tempos, caso um pequeno e trivial acidente não tivesse ocorrido. Uma bela e brilhante maçã vermelha, talvez tentando atingir o seu lugar natural, como diria um filósofo aristotélico de então que estivesse assistindo à cena, desprendeu-se da árvore e chocou-se com a cabeça do jovem físico. Isaac Newton, este era seu nome, comentou: "Da mesma forma como esta maçã é atraída pela Terra para o seu centro, o é a Lua em seu movimento ao redor do nosso planeta".*

Desta forma, para espanto e desespero do pobre observador aristotélico, nascia a teoria da gravitação universal, que daria honra e glória para seu proponente. E resgataria para a história os nomes de muitos pensadores que, desde a época dos antigos gregos, acreditando no movimento da Terra, lançaram as idéias que culminaram com a grande síntese realizada por Newton. Seu livro Princípios Matemáticos da Filosofia Natural, publicado em Londres em 1687, é o registro de tal síntese. Um século e meio após o heliocentrismo de Copérnico, meio século após o 'eppur si muove' de Galileu condenado pela Inquisição, surgia uma obra que iria influenciar e determinar os caminhos da física nos dois séculos seguintes."

2. Qual a plausibilidade da afirmação de que a queda de uma maçã teria desencadeado em Newton a idéia da gravitação universal?

7.13 - Referências Bibliográficas

1. WESTFALL, R.S. A vida de Isaac Newton. Rio de Janeiro, Nova Fronteira, 1995. p.46.
2. BUTTERFIELD, H. As origens da ciência moderna. Rio de Janeiros, Edições 70, 1992. p.135.
3. COHEN, I.B. O nascimento de uma nova física. Lisboa, Gradiva, 1988. p.273.
4. COHEN, I.B. Newton's discovery of gravity. Scientific American, 244 (3): 123-33, 1981.
5. COHEN, I.B. Referência 3, p.275.
6. WESTFALL, R.S. Referência 1, p.148.
7. NEWTON, I. Principia: princípios matemáticos de filosofia natural. São Paulo, Editora da Universidade de São Paulo, 1990. pp.49-50.
8. WESTFALL, R.S. Referência 1, p.151.

9. COHEN, I.B. Referência 3, p.285.

10. COHEN, I.B. A sense of history in science. Science & Education, 2 (3): 251-277, 1993.

11. WESTFALL, R.S. Referência 1. Citação, pp.50-51.

12. WESTFALL, R.S. Referência 1, p.51.

13. COHEN, I.B. La revolución newtoniana y la transformación de las ideas científicas. Madrid, Alianza Editorial, 1983. p.253.

14. WESTFALL, R.S. Referência 1, pp.154-155.

15. WESTFALL, R.S. Referência 1, p.155.

16. WESTFALL, R.S. Referêncai 1, p.158.

17. WESTFALL, R.S. Referência 1, p.159.

18. DUHEM, P. The aim and structure of physical theory. New York, Princeton University Press, 1974. p.191.

19. DUHEM, P. Referência 18, p.193.

20. NEWTON, I. Referência 7, p.189.

21. CAJORI, F. Apêndice histórico e explicativo. In: NEWTON, I. Referência 7, p.270.

22. GILLISPIE, C.C. The edge of objectivity. Princeton University Press, 1961. In: MORENO, M.Q. Principia mathematica: 300 anos. Ciência Hoje, 7(41): 58-64, 1988.

23. COTES, R. O prefácio de Cotes à segunda edição. In: NEWTON, I. Referência 7, p.IV.

24. NEWTON, I. Referência 7, p.193.

25. NEWTON, I. Referência 7, p.244.

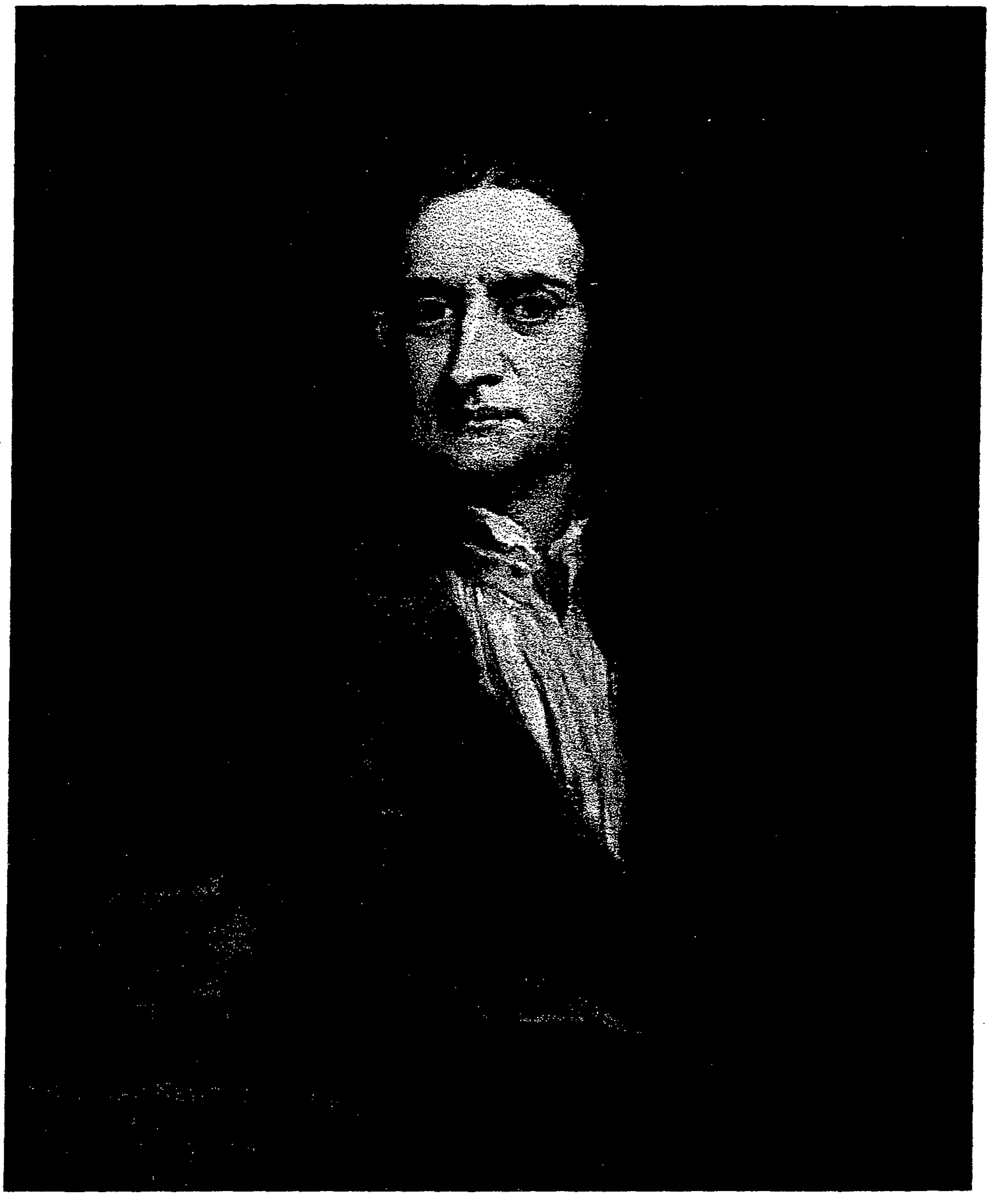
26. CAJORI, F. Referência 21, p.274.

27. CAJORI, F. Referência 21, p.273.

28. COTES, R. Referência 23, p.XII.

29. MORENO, M.Q. Principia mathematica: 300 anos. Ciência Hoje, 7(41): 58-64, 1988.

30. ZANETIC, J. Física também é cultura. Tese de doutorado, FEUSP, São Paulo, 1989.



Quadro de Newton, feito por Godfrey Kneller em 1702.

Anexo 4

Livro 4

A teoria da relatividade especial: contexto histórico e conceitos básicos

As concepções espontâneas, a resolução de problemas e a história e filosofia da ciência em um curso de mecânica

Livro 4

A teoria da relatividade especial: contexto histórico e conceitos básicos

Luiz O.Q. Peduzzi

Departamento de Física
Centro de Ciências Físicas e Matemáticas
Pós-graduação em Educação: Ensino de Ciências Naturais
Centro de Ciências da Educação
Universidade Federal de Santa Catarina
e-mail : peduzzi@fsc.ufsc.br

Florianópolis - SC
Fevereiro/1998

A meu filho Eduardo, por sua alegria e inteligência.

Sumário

Introdução

Introdução , 1

Referências Bibliográficas , 3

1. Sobre o referencial absoluto newtoniano

1.1 A questão do referencial absoluto newtoniano , 5

1.2 Força inercial , 8

1.3 A experiência do balde , 9

1.4 A experiência de pensamento dos globos em rotação , 11

1.5 Referencial inercial , 12

1.6 Referências Bibliográficas , 14

2. Sobre a transformação de Galileu, a adição galileana de velocidades e a invariânciada aceleração para observadores inerciais

2.1 A transformação de Galileu , 16

2.2 A adição galileana de velocidades , 19

2.3 A invariância da aceleração para dois observadores inerciais , 21

2.4 A invariância da mecânica newtoniana frente à transformação de Galileu , 23

3. A emergência de uma nova teoria científica

3.1 O declínio do conceito mecânico , 24

3.2 O surgimento do eletromagnetismo , 25

3.3 A contribuição de Faraday para o eletromagnetismo , 28

3.4 A síntese de Maxwell , 31

3.5 Referências Bibliográficas , 34

4. Sobre o éter

4.1 A questão do 'meio' de propagação das ondas eletromagnéticas , 36

4.2 A experiência de Michelson-Morley , 38

4.3 A contração de Lorentz-FitzGerald , 44

4.4 À guisa de resumo , 46

4.5 Referências Bibliográficas , 47

5. Os fundamentos da teoria da relatividade especial

5.1 Os postulados da relatividade especial, 48
5.2 A teoria da relatividade especial foi uma resposta ao 'resultado negativo' da experiência de Michelson-Morley?, 51
5.3 Referências Bibliográficas, 53

6. A relatividade da simultaneidade

6.1 O caráter absoluto da simultaneidade na mecânica newtoniana, 55
6.2 A sincronização de relógios em um referencial inercial, 57
6.3 A relatividade da simultaneidade, 59
6.4 Referências Bibliográficas, 60

7. A transformação de Lorentz e a adição relativística de velocidades

7.1 A transformação de Lorentz, 61
7.2 A contração de Lorentz-FitzGerald, 63
7.3 Dilatação temporal, 66
7.4 Adição relativística de velocidades, 69
7.5 Exemplos de aplicação dos conteúdos deste capítulo, 73
7.6 Referências Bibliográficas, 80

8. Sobre revoluções científicas, programas de pesquisa e a evolução do conhecimento

8.1 O termo revolução: origem, significado e analogias, 81
8.2 Como se desenvolve o conhecimento científico: a perspectiva kuhniana, 85
8.3 A mecânica newtoniana é um caso particular da mecânica relativística? As diferentes respostas de Kuhn e Popper, 89
8.4 A metodologia dos programas de pesquisa de Lakatos: caracterização geral, 91
8.5 Referências Bibliográficas, 94

9. As bases teóricas do texto, em termos de aprendizagem

9.1 Introdução, 96
9.2 Reconstrução histórica e aprendizagem significativa, 97
9.3 Epílogo, 101
9.5 Referências Bibliográficas, 102

Introdução

O caminho que leva desde os gregos antigos até Descartes, Galileu, Newton, Leibniz e Huyghens, entre outros, ressalta a dinamicidade do conhecimento científico, a ausência de verdades absolutas. Paradoxalmente, no entanto, com o contínuo desenvolvimento da mecânica no século XVIII e na primeira metade do século XIX, a física newtoniana ou física clássica (como veio a ser conhecida) acabou adquirindo o status de dogma filosófico, transformando-se em uma estrutura conceitual com pretensões de dar respostas a questões não apenas do domínio da mecânica mas também de outras áreas da física, como a termologia, a hidrodinâmica, a eletricidade, o magnetismo e a ótica. Para o célebre matemático J. L. Lagrange (1736-1813), por exemplo, Newton tinha sido o maior de todos os cientistas porque a ciência do nosso mundo só podia ser criada uma vez e havia sido Newton o seu criador(1).

O ideal da explicação mecânica de qualquer fenômeno, compartilhado por newtonianos e cartesianos, sofre, contudo, duro e decisivo golpe com o estabelecimento das equações de Maxwell, na segunda metade do século XIX. Com elas estrutura-se uma nova teoria científica, com amplo poder explicativo e preditivo, que torna possível a abordagem de fenômenos no campo da eletricidade e do magnetismo com elegância e 'simplicidade'.

Como era de se esperar, a idéia de uma 'segunda física', de um modo alternativo de pensamento que nascia com o conceito de campo (elétrico, magnético, eletromagnético), para lidar com os fenômenos naturais encontrou forte resistência entre aqueles que defendiam a continuidade da hegemonia do conceito mecânico.

A questão da existência ou não de um meio material para a propagação das ondas eletromagnéticas; a incompatibilidade da regra clássica da adição de velocidades com a constância da velocidade da luz, que independe do movimento da fonte e/ou do observador; o confronto entre o princípio da relatividade de Galileu e a idéia da existência de um referencial absoluto, entre outras coisas, estavam a exigir uma reordenação de conceitos e princípios na física do começo do século XX, mostrando serem muito mais extensos e complexos os caminhos que conduzem à compreensão do mundo físico do que os imaginados por Lagrange. É neste importante contexto que se encontram as raízes da teoria da relativade especial de Einstein, publicada no volume XVII da revista Annalen der Physik, em junho de 1905.

As origens históricas da teoria da relatividade especial, contudo, têm sido objeto de diferentes interpretações por parte de cientistas, filósofos e historiadores da ciência, tanto entre aqueles que procuram encontrar na própria ciência as razões de seu desenvolvimento quanto nos que consideram a instituição ciência dentro de um contexto mais amplo, sujeito e influenciado por pressões ideológicas, políticas e econômicas dentro da sociedade. Do ponto de vista didático, esta discussão, em geral, encontra-se ausente, ou quando se faz presente é pouco explorada, nos livros de textos (mesmo de terceiro grau, entre aqueles de maior uso, pelo menos). Este fato acaba não apenas tornando árida e pouco atrativa a apresentação da teoria da relatividade nos manuais escolares (e na sala de aula, em decorrência) como também ensejando ao leitor uma visão limitada sobre este assunto, quando, com freqüência, ocorre a disseminação de idéias de uma só corrente de pensamento.

O papel que muitos físicos atibuem à experiência de Michelson-Morley na gênese da teoria da teoria da relatividade especial, por exemplo, contribui para a divulgação da ciência como generalizações que resultam de induções fundadas em fatos.

R.A. Millikan, em um artigo de 1949, ilustra a visão empirista-indutivista da ciência quando procura sintetizar a origem experimental da teoria da relatividade especial afirmando que *"A teoria da relatividade especial pode ser considerada ... essencialmente uma generalização a partir do experimento de Michelson ... Descartando todas as concepções a priori sobre a natureza da realidade ... Einstein tomou como ponto de partida fatos experimentais cuidadosamente testados ..., independentemente deles parecerem no momento razoáveis ou não ... Mas este experimento (de M.-M.), depois de ter sido realizado com extraordinária habilidade e refinamento por seus autores, deu a resposta definitiva ... que não existe nenhuma velocidade observável da Terra em relação ao éter. Este incrível e aparentemente inexplicável fato experimental perturbou violentamente a física do século XIX e por quase vinte anos os físicos ... se esforçaram para torná-lo razoável. Mas Einstein nos chamou a atenção: vamos aceitá-lo como um fato experimental estabelecido e tirar as suas inevitáveis conseqüências ... Assim nasceu a teoria da relatividade especial."*[2]

Mesmo G. Bachelard, que nada tem de positivista, incorre em erro ao superenfatizar o papel e a função do experimento nas idéias de Einstein: *"Como nós sabemos, e foi-nos repetido milhares de vezes ... a Relatividade nasceu da falência do experimento de Michelson ... Parafraseando Kant, podemos dizer que este experimento acordou a mecânica clássica de seu sono dogmático ... Pode um simples experimento do século vinte aniquilar - um sartriano diria nulificar - dois ou três séculos de pensamento racional? Sim, um único decimal é suficiente - como diria o nosso poeta H. de Regnier - para fazer toda a natureza cantar"*[3]

Através de cinco entrevistas feitas com Einstein entre 1950 e 1954, abordando diversos aspectos de seu trabalho, Shankland[4] relata que os resultados experimentais que mais influenciaram Einstein na elaboração de sua teoria foram as observações sobre a aberração estelar e as medidas de Fizeau sobre a velocidade da luz na água em movimento. A experiência de Michelson-Morley só chamou a sua atenção depois de 1905 - 'se não eu a teria mencionado em meu artigo'[5] diz Einstein, referindo-se ao seu famoso trabalho de 1905, no qual divulga a teoria da relatividade especial.

"É facil imaginar, como ressalta Villani[6], *que se cientistas eminentes, nos livros de textos avançados ou nas suas conferências, expressam de forma sistemática uma determinada*

interpretação, esta mesma, simplificada, passará a ser transmitida através dos livros didáticos e das obras de divulgação."

A teoria da relatividade, por outro lado, exige uma mudança radical de diversos conceitos básicos da mecânica clássica que fazem parte do senso comum das pessoas, e do estudante em particular, como os relativos a massa, espaço, tempo e adição clássica de velocidades, para citar alguns exemplos. Assim, fala-se, entre outras coisas, em dilatação temporal, no caráter relativo da simultaneidade de eventos, em contração dos objetos na direção do movimento, na relação massa-energia e numa combinação de velocidades que faz uso de uma transformação de coordenadas diferente da de Galileu. Dentro desta perspectiva, esta teoria apresenta-se como um constructo conceitual revolucionário, que demanda uma nova maneira de ver e entender o mundo. Deste modo, a relatividade também propicia terreno fértil para o estabelecimento e desenvolvimento de uma discussão que situa em posições diametralmente opostas duas correntes de pensamento: a que defende a produção cumulativa do conhecimento (que permeia a quase totalidade dos livros de texto) e a que sustenta o avanço da ciência por descontinuidades.

O enfoque histórico-filosófico do contexto de surgimento da teoria da relatividade especial, a nível universitário básico, exige uma adequada fundamentação teórica por parte do leitor interessado, sob pena de resultar estéril. De maneira a tornar o texto, tanto quanto possível, auto-suficiente, discute-se os pressupostos fundamentais da mecânica newtoniana e o surgimento do eletromagnetismo. Incursiona-se, igualmente, na base conceitual da teoria de Einstein, abordando-se, entre outros temas, os postulados da relatividade especial, a contração de Lorentz-Fitzgerald, a dilatação temporal e a adição relativística de velocidades.

O Livro 4 é o último de uma série de textos (Livro 1: "Introdução ao estudo de vetores, à cinemática unidimensional e à resolução de problemas em física"; Livro 2: "Força e movimento: de Thales a Galileu" e Livro 3: "Força e movimento: de Descartes a Newton") que estruturam o material instrucional **As concepções espontâneas, a resolução de problemas e a história e filosofia da ciência em um curso de mecânica**, o qual objetiva promover a evolução conceitual, a resolução significativa de problemas de lápis e papel e uma concepção não empirista do desenvolvimento científico em um curso de física geral, em nível universitário básico. No último capítulo, particularmente, discute-se as bases teóricas deste material, em termos de aprendizagem, mostrando a articulação de uma versão didática do referencial lakatosiano(7) com o conceito central da teoria da aprendizagem de David Ausubel(8).

Referências Bibliográficas

1. INFELD, L. Albert Einstein: a sua obra e a sua influência no mundo contemporâneo. Publicações Europa-América, 3ª edição.

2. MILLIKAN, R.A. Albert Einstein on his seventieth birthday. Rev.Mod.Phys., 21: 343-344, 1949. Citado por VILLANI, A. O confronto Lorentz-Einstein e suas interpretações. Parte I: A revolução einsteiniana. Revista de Ensino de Física, 3(1): 31-45, 1981.

3. BACHELARD, G. The philosophical dialectic of the concepts of relativity. In: SCHLIPP, P.A. (ed.) Albert Einstein: philosopher-scientist, 566-568, 1949. Citado por VILLANI, A. O confronto Lorentz-Einstein e suas interpretações. Parte I: A revolução einsteiniana. Revista de Ensino de Física, 3(1): 31-45, 1981.

4. SHANKLAND, R.S. Conversations with Albert Einstein. American Journal of Physics, 31(1): 47-57, 1963.

5. THUILLIER, P. De Arquimedes a Einstein: a face oculta da invenção científica. Rio de Janeiro, Jorge Zahar Ed., 1994.

6. VILLANI, A. O confronto Lorentz-Einstein e suas interpretações. Parte I: A revolução einsteiniana. Revista de Ensino de Física, 3(1): 31-45, 1981.

7. LAKATOS, I. La metodologia de los programas de investigación científica. Madrid, Alianza, 1989.

8. AUSUBEL, D.P., NOVAK, J.D. & HANESIAN, H. Psicologia educacional. Interamericana, Rio de Janeiro, 1980.

Capítulo 1

Sobre o referencial absoluto newtoniano

1.1 - A questão do referencial absoluto newtoniano

Na história da mecânica, a primeira lei de Newton ou princípio da inércia promove a mudança conceitual radical do 'tudo o que se move é movido por alguma coisa', das físicas aristotélicas e do impetus, para 'todo o corpo continua em seu estado de repouso ou de movimento uniforme em linha reta a menos que seja compelido a mudar o estado em que se encontra por forças a ele aplicadas'.

Este princípio traz consigo a equivalência dos estados de repouso e de movimento uniforme em linha reta, já que em ambos os casos a força líquida é nula. Mas o que significa, exatamente, afirmar-se que um corpo está em repouso? Ou em movimento? Afinal, um mesmo corpo pode estar estacionário para um observador mas em movimento para um outro. A primeira lei de Newton, assim, levanta a questão do referencial em relação ao qual se especifica o estado dinâmico de um corpo.

Cabe, então, a pergunta: em relação a quem ou a que ponto do espaço um corpo continua em seu estado de repouso ou de movimento uniforme em linha reta quando livre de força ou sob a ação de força resultante nula? Em outras palavras, haverá ponto ou pontos 'especiais' do espaço em relação aos quais podem ser referenciados, de forma absoluta, tanto o repouso quanto o movimento?

Enquanto que para um newtoniano esta é uma questão pertinente, para um aristotélico ela é destituída de sentido. A Terra, em repouso no centro do universo, é, evidentemente, o corpo em relação ao qual se operam todas as 'mudanças'. Mas o aristotelismo, no campo da ciência* , de há muito está agonizante.. .

Nas páginas que precedem o enunciado de suas três leis na obra Philosophiae Naturalis Principia Mathematica (Princípios Matemáticos da Filosofia Natural), mais conhecida como Principia, Newton defende a existência de um referencial absoluto, um sistema de referência privilegiado, em relação ao qual o 'verdadeiro' movimento (e repouso) de um corpo pode ser conhecido. O espaço absoluto, infinito, uniforme, homogêneo, imutável, que, por sua própria natureza, tem existência independente de qualquer objeto material, é, para Newton, este referencial.

Um corpo está em repouso absoluto se a sua 'posição' não se altera em relação ao espaço absoluto. O deslocamento do corpo de um lugar para outro deste espaço caracteriza o seu

---

* O mesmo não ocorre em relação ao senso comum das pessoas que, de acordo com o historiador da ciência Alexandre Koyré[1], é e sempre foi medieval e aristotélico.

movimento absoluto. Ou seja, é em relação a este espaço que se pode especificar o 'verdadeiro' movimento ou repouso de um objeto material.

Por outro lado, um corpo encontra-se em repouso em relação a um outro objeto material (repouso relativo) se as relações espaciais entre ambos permanecem inalteradas. Caso isto não ocorra, os dois corpos apresentam um movimento relativo.

Movimentos absoluto e relativo são ilustrados por Newton através do seguinte exemplo: *"Se a Terra está realmente em repouso, um corpo parado relativamente a um navio, em seu interior, mover-se-á verdadeira e absolutamente com a mesma velocidade com que o navio se movimenta na Terra. Mas se a Terra também se move, o verdadeiro e absoluto movimento do corpo surgirá em parte devido ao movimento verdadeiro da Terra em relação ao espaço imóvel e em parte devido ao movimento relativo do navio na Terra. Se o corpo também se mover relativamente ao navio, seu verdadeiro movimento surgirá em parte do verdadeiro movimento da Terra no espaço imóvel, e em parte dos movimentos relativos tanto do navio na Terra como do corpo no navio, e destes movimentos surgirá o movimento relativo do corpo na Terra. Assim, se aquela parte da Terra onde se encontra o navio se move verdadeiramente para leste com uma velocidade de 10 010 partes, enquanto o navio, propriamente dito, com velas desfraldadas por um vento forte, se dirige para oeste, com uma velocidade expressa por 10 daquelas partes, um marinheiro caminhando no navio na direção leste, com 1 parte da velocidade mencionada, vai ser verdadeiramente levado através do espaço imóvel na direção leste, com uma velocidade de 10 001 partes, e relativamente à Terra, para oeste, com nove partes daquela velocidade."*[2]

Fica então claro que Newton concebe o movimento como uma relação entre dois 'objetos': *"quando um destes 'objetos' é o espaço em si, o movimento é absoluto"*.[3]

De um modo geral, para dois corpos quaisquer A e B, pode-se escrever que

$$e_{AB} + e_{Be} = e_{Ae} \quad , \tag{1}$$

onde

e_{AB} : representa o movimento de A em relação a B;
e_{Be} : denota o movimento de B em relação ao espaço absoluto, e;
e_{Ae} : designa o movimento de A em relação ao espaço absoluto, e.

O movimento de A em relação a B é, portanto, igual à diferença entre os movimentos absolutos de A e B, isto é,

$$e_{AB} = e_{Ae} - e_{Be} \quad . \tag{2}$$

A identificação de um movimento absoluto, contudo, é bastante difícil. Como todos os 'pontos' ou 'lugares' do espaço absoluto são idênticos, parece, em princípio, necessariamente fadada ao insucesso qualquer tentativa de 'detectar' o deslocamento de um corpo neste espaço. Deste modo, é obviamente natural, para Newton, que a rotina do senso comum atue dentro da perspectiva relativa, isto é, que a localização e a mudança de posição dos corpos sejam sempre estimadas em relação a algum ponto de referência (um corpo animado ou inanimado). *"Assim, em vez de lugares e movimentos absolutos, usamos lugares e movimentos relativos, e isto sem qualquer incoveniente em questões comuns."*[(4)]

O que Newton alerta é para que não se considere o 'referencial estático' que serve à descrição quotidiana de eventos, seja ele qual for, como um referencial absoluto, *"pois pode ser que não haja um corpo realmente em repouso com relação ao qual os lugares e movimentos de outros possam ser referidos"*[(4)].

Segundo Newton, há, inclusive, uma impossibilidade lógica associada à detecção do repouso absoluto de um objeto material. Mesmo existindo algum corpo com este atributo especial, por exemplo na região longínqua das estrelas 'fixas', ou talvez muito além delas, não é possível identificá-lo, pois *"é impossível saber, a partir das posições dos corpos uns com relação aos outros nas nossas regiões, se qualquer deles mantém a mesma posição* [de repouso absoluto] *com relação àquele corpo remoto..."*[(5)]. (Como se vê, Newton extende ao repouso absoluto uma propriedade associada ao repouso relativo. Isto é, se corpos que se encontram em repouso relativamente a um objeto qualquer, observável ou não, estão em repouso uns com relação aos outros, então dois ou mais corpos que estivessem em repouso absoluto estariam em repouso entre si.)

Além desta dificuldade, há que se acrescentar, ainda, uma outra. Um corpo supostamente em repouso no espaço absoluto newtoniano teria que estar livre da ação de forças, ou sob força resultante nula. Se houvesse entre os corpos apenas 'forças de contato', bastaria a ausência de contato ou a presença de forças de contato equilibradas sobre um determinado corpo para que isso se efetivasse, na prática, e, desta forma, poder-se eleger tantos referenciais absolutos quantos satisfizessem a este critério. O conceito de força, no entanto, extrapola os atos de puxar ou empurrar dos aristotélicos. O peso de um corpo manifesta uma ação da Terra sobre o corpo (e vice-versa) sem que haja, necessariamente, contato direto entre ambos. De forma análoga, limalhas de ferro nas imediações de um ímã sofrem a sua influência, sendo por ele atraídas ou repelidas. Esta ação à distância, tão veementemente rejeitada pelos antigos, que traz consigo a idéia de força como uma <u>interação</u> entre dois corpos, está presente no universo como um todo, fazendo com que os corpos influenciem-se mutuamente segundo a lei da gravitação universal, estabelecida pelo próprio Newton. Com isso constata-se que nenhum corpo no universo está livre de força, pois rigorosamente perturba e é perturbado, em maior ou menor intensidade, por outros corpos. Sendo assim, somente se poderia conferir a um objeto material o credencial de referencial absoluto caso se pudesse aferir como nula a força resultante sobre ele decorrente de sua interação com o resto do universo.

Conclui-se, assim, que não se pode determinar o movimento verdadeiro, absoluto, de um corpo por referência a qualquer outro objeto material, já que o que se tem, como certeza, é apenas o repouso relativo dos corpos. Ao caracterizar as diferenças entre movimentos absoluto e relativo em termos causais Newton reforça ainda mais esta idéia.

Sempre que uma força (resultante) age sobre um corpo modifica-se o seu estado de repouso absoluto ou de movimento absoluto, isto é, o corpo apresenta uma aceleração em relação ao espaço absoluto (aceleração absoluta) durante o intervalo de aplicação da força. Contudo, a mudança relativa no estado dinâmico de um corpo não é prova de seu movimento absoluto, isto é, de que sobre ele está, necessariamente, agindo uma força. Para que se modifique o movimento de um corpo A em relação a um outro corpo B, não é preciso aplicar nenhuma força a A; é suficiente exercer uma força sobre B. A força aplicada a B altera, portanto, a aceleração de A em relação a B, mas não o movimento (ou repouso) de A em relação ao espaço absoluto.

Uma outra diferença está no fato de que enquanto o movimento absoluto de um corpo é compulsoriamente modificado por uma força (resultante) a ele aplicada, em um movimento relativo isto não é necessariamente o que ocorre. Quando sobre dois corpos idênticos A e B agem forças iguais modificam-se os movimentos absolutos de A e B enquanto perdura a ação das forças, mas não o movimento relativo.

Portanto, *"qualquer movimento relativo pode ser modificado quando o movimento verdadeiro permanece inalterado, e o relativo pode ser preservado quando o verdadeiro sofre qualquer modificação"*[(6)]. Definitivamente, não é através de considerações sobre o movimento relativo por si, isto é, da evidência empírica de possíveis variações no estado dinâmico de um corpo por referência a um outro corpo material, que se vai 'chegar' ao movimento absoluto, e ao espaço absoluto. Será mesmo possível, então, 'detectar' um movimento absoluto? Do ponto de vista de Newton sim, que diz que *"o caso não é de todo desesperador pois temos argumentos para nos guiar parcialmente a partir dos movimentos aparentes, que são as diferenças dos movimentos verdadeiros* [eq.(2)], *e parcialmente a partir das forças, que são as causas e os efeitos dos movimentos verdadeiros".*[(7)]

1.2 - Força inercial

Antes de prosseguir com as considerações de Newton sobre o movimento absoluto, faz-se necessário um breve parêntese para, a partir de uma situação bastante familiar ao senso comum, tecer alguns comentários sobre o que Newton entende por força de inércia.

Assim, todos sabem que as pessoas sentadas em um ônibus (ou em qualquer outro veículo) são 'pressionadas' contra o encosto de seus assentos quando ele 'arranca' e 'projetadas' para a frente quando ele frea. Nas curvas, os passageiros 'tendem para os lados', e aqueles que se encontram em pé, principalmente, necessitam segurar-se tão mais fortemente quanto mais 'fechada' for a curva e/ou maior for a velocidade do veículo. Em qualquer destas três situações as pessoas são corpos acelerados, que sofrem a ação de forças inerciais.

A força de inércia, ou força inata da matéria, como Newton a denomina, 'traduz' (ou representa) a resistência que todo corpo oferece a uma mudança em seu estado de repouso ou de movimento retilíneo uniforme. Esta 'resistência' é proporcional à quantidade de matéria (massa) do corpo e a variação de sua velocidade.

A força de inércia (força inercial) é, para Newton, tão real quanto uma 'força de contato' ou uma força gravitacional. Se não existisse esta força, *"mesmo a menor força exercida poderia comunicar a qualquer corpo uma aceleração infinita"* (8).

Não há força de inércia sobre um objeto material em repouso ou em translação uniforme*. Assim, se sobre um corpo não há força inercial, este corpo está em repouso ou em movimento com velocidade constante. Se o corpo for uma pessoa que não dispõe de nenhuma estrutura de fundo para norteá-la, seja por estar suficientemente afastada de qualquer objeto material ou por encontrar-se imersa numa região totalmente 'escura', ela não terá como saber se está ou não em movimento. Dado o caráter relativo do repouso e do movimento, a ausência de matéria observável torna a distinção pretendida, inclusive, sem sentido.

A situação muda por inteiro ao menor sinal da presença de forças inerciais sobre a pessoa. Neste caso ela pode com certeza afirmar que é um corpo acelerado, seja em translação, em rotação ou através de uma combinação destes dois movimentos, dependendo da situação física a que estiver sujeita. *"Este fato empírico fornece o fundamento para que Newton 'prove' a existência do espaço absoluto. As forças inerciais*, para Newton, *constituem uma clara indicação do movimento absoluto através do espaço e do tempo."*(10)

É fazendo uso do efeito da ação de forças inerciais na rotação de dois sistemas físicos distintos - o constituído por um balde com água em seu interior e o formado por dois globos ligados por um fio - que Newton prova, ou espera provar, a existência do espaço absoluto.

1.3 - A experiência do balde

A célebre experiência do balde, desenvolvida por Newton, ilustra, segundo ele, um movimento circular verdadeiro, absoluto. Suscintamente, tem a seguinte descrição:

Inicialmente, prende-se um balde à extremidade livre de uma corda vertical. A seguir, torce-se fortemente a corda, coloca-se água dentro do recipiente e libera-se o sistema ao evidenciar-se a situação de repouso do líquido em relação ao balde. Quando a corda começa a se desenrolar constata-se que apenas o recipiente gira, permanecendo a superfície da água plana e estacionária (Fig.1a). Por atrito, a parede interna do balde transmite movimento às partículas de água em suas imediações; estas, por sua vez, comunicam movimento às suas vizinhas, desencadeando um processo que faz a água girar em relação ao balde. Ao revolucionar, a água afasta-se da posição central do recipiente, isto é, do eixo de rotação do movimento circular, 'subindo' pelas suas bordas, o que confere à sua superfície uma forma côncava (Fig.1b). Quanto mais rápido é o

* Neste caso o corpo possui apenas uma 'capacidade', um 'poder de reação', em virtude de sua massa, que é uma quantidade intrínseca característica do corpo.(9)

movimento, maior é a concavidade da água, que atinge o limite máximo quando água e balde apresentam movimento relativo nulo, isto é, quando o balde e água giram com a mesma velocidade angular (Fig.1c). Parando-se repentinamente o balde, verifica-se que a água ainda mantém, por alguns instantes, a sua concavidade máxima (Fig.1d), que a seguir vai decrescendo em intensidade com o passar do tempo, devido ao atrito da água com a parede do balde estacionário.

Fig.1 - (a) Logo que o balde começa a girar a água não se movimenta em relação ao balde, permanecendo plana a sua superfície. (b) Com a seqüência do movimento, verifica-se que a água começa a girar em relação ao balde e que sua superfície apresenta uma forma côncava. (c) Quando as velocidades angulares do balde e da água são iguais, a concavidade é máxima e a água não se movimenta em relação ao balde. (d) Parando-se repentinamente o balde, constata-se que a água ainda detém, por alguns instantes, a sua concavidade máxima (que vai diminuindo rapidamente com o passar do tempo até que a sua superfície exiba novamente a forma plana).

Através desta experiência, Newton conclui que a concavidade da água não pode ser atribuída ao movimento do líquido em relação às paredes do balde (movimento relativo). O que corrobora esta sua interpretação é o fato da água apresentar formatos de superfície diferentes em duas situações de repouso em relação ao balde (plana na Fig.1a e côncava na Fig.1c), e também mostrar a mesma superfície côncava tanto quando está em repouso em relação ao balde (Fig.1c), quanto em movimento máximo em relação a ele (Fig.1d). Além disso, como se observa durante a própria experiência, a elevação do líquido em relação às paredes aumenta com a diminuição do movimento relativo entre a água e o balde.

A água é um corpo acelerado, que sofre a ação de forças inerciais. Estas forças, que Newton nesta experiência designa por 'forças de afastamento do eixo de rotação', ou 'forças centrífugas', explicam a concavidade do líquido. Como com propriedade resume Ghins[11]:

- As forças centrífugas não podem ser atribuídas a uma causa externa; têm sua origem no próprio movimento. São forças internas, ou ainda, forças de inércia;

- Estas forças de inércia são reais. Elas devem, pois, ter uma causa ou uma fonte real;

- *As forças de inércia são os efeitos de uma modificação do estado de movimento retilíneo uniforme em relação a um sistema de referência real.*

Este referencial não é nem o balde, nem a Terra, nem as estrelas e nem qualquer objeto material. É o espaço absoluto!

Em conclusão: *"a concavidade da superfície da água é causada por forças internas que têm sua fonte em um movimento de rotação em relação ao espaço absoluto."* Em outras palavras, a concavidade da água é, para Newton, uma evidência de movimento circular absoluto.

1.4 - A experiência de pensamento dos globos em rotação

Em uma outra experiência, agora de pensamento, Newton volta a examinar aspectos do movimento relativo e do movimento absoluto de um sistema físico, desta feita o de dois globos, mantidos a uma mesma distância um do outro por meio de uma corda que os liga, postos a girar em torno do centro de massa do sistema.

Examinando apenas o deslocamento dos globos em relação a um conjunto de corpos (como o das estrelas) que mantêm ao longo do tempo as mesmas posições uns com relação aos outros, não se pode precisar se o movimento pertence 'de fato' aos globos ou a estes corpos, como um todo.

Por outro lado, a rotação dos globos determina a existência de uma <u>tensão</u> na corda, como resultado da tendência que os corpos têm de se afastarem do eixo do movimento (Fig.2). Esta tensão, mensurável, possibilita, inclusive, a quantificação deste movimento.

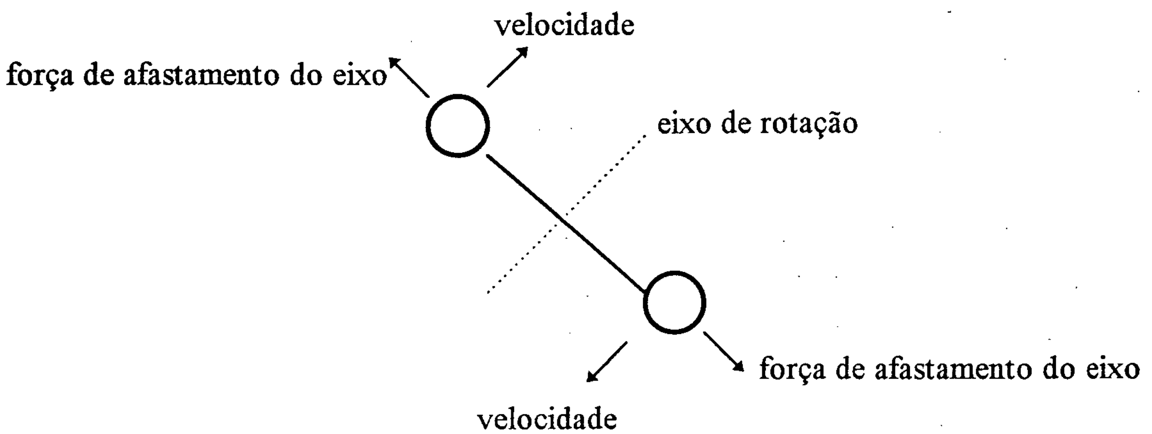


Fig.2 - Quando os globos giram, há uma tensão na corda em decorrência da tendência dos corpos a se afastarem do eixo de rotação.

Como já se viu anteriormente, a presença de forças inerciais sobre um dado sistema constitui uma clara indicação de seu movimento em relação ao espaço absoluto. Assim, não importa se os globos se encontram ou não em um imenso vazio, onde não há nada externo ou sensível com o qual os corpos possam ser comparados. Este fato é mesmo irrelevante, já que para se ter evidência inequívoca do movimento absoluto dos dois globos é suficiente, apenas, a análise interna do sistema, via tensão na corda.

1.5 - Referencial inercial

No prefácio que faz ao livro de Max Jammer, "Concepts of space: the history of theories of space in physics", Einstein atribui ao conceito de espaço duas conotações bem distintas: a) o espaço não existe se não há matéria ou b) o espaço tem existência independente de qualquer objeto material. Estas duas interpretações, segundo Einstein, *"representam criações livres da imaginação humana, meios destinados a facilitar a compreensão de nossas experiências sensíveis"*[12].

a) Não há espaço se não existe matéria.

De acordo com esta visão, espaço e matéria encontram-se indissoluvelmente ligados. *"O espaço não é, senão, uma espécie de disposição dos objetos materiais."*[13] Não há espaço sem matéria. Não existe o vazio.

b) O espaço existe independentemente dos objetos materiais.

Para caracterizar melhor esta idéia de espaço, Einstein busca uma analogia com uma caixa vazia dentro da qual podem ser colocados objetos materiais. O termo 'espaço' da caixa designa a região delimitada pelos seus contornos. Este espaço existe independentemente de haver ou não objetos no interior da mesma. A caixa, portanto, pode ser considerada como um receptáculo de objetos materiais. *"O conceito de espaço, então, adquire uma significação que o torna independente de qualquer conexão com um objeto material particular. Chega-se assim, através de uma extrapolação inteiramente natural, ao conceito de espaço independente (absoluto), de extensão ilimitada, no qual se encontram todos os objetos materiais... Com esta noção de espaço, a idéia de que possa existir um espaço vazio torna-se de todo inconcebível... O espaço é o receptáculo de todos os objetos materiais."*[12]

O conceito de espaço b) foi, como observa Einstein, 'enriquecido' por Newton ao conferir-lhe o adjetivo de absoluto e o eleger como referencial para a descrição do 'verdadeiro' estado de um corpo. A validade da primeira lei de Newton está atrelada à existência deste sistema de referência universal, que, como se viu ao longo do texto, emerge face a impossibilidade lógica e experimental da identificação do repouso absoluto de um objeto material.

Contudo, como o espaço absoluto é inacessível à percepção sensorial, qual é, então, a sua utilidade prática? Newton não se manifesta de forma clara a este respeito. Na experiência dos dois globos em rotação, quando menciona não se poder determinar se o movimento pertence aos globos ou às estrelas 'fixas', fica explícito o uso por Newton deste conjunto de corpos distantes que mantém inalteradas as suas posições relativas* como um referencial para o movimento dos globos. Como ressalta Zylbersztajn(14), *"talvez seja esta passagem que tenha levado a crença de ter Newton assumido as estrelas fixas como um substituto prático ao espaço absoluto; mas ele nunca disse isto explicitamente."* O referencial absoluto, para Newton, é único, e este referencial é o espaço absoluto.

Frente a esta situação, pouco se acrescenta ao se dizer, excluindo-se o espaço absoluto, que um referencial inercial é aquele no qual é válida a primeira lei de Newton. Que referencial é este, afinal, que vai dar validade ao uso das duas primeiras leis de Newton (já que a terceira é independente do referencial adotado) na descrição prática do movimento dos corpos?

A Terra não é um referencial inercial, pois nenhum observador ligado a ela ou a qualquer corpo em rotação está livre de força. Contudo, em um sem número de situações físicas de interesse, os efeitos não inerciais decorrentes desta rotação são desprezíveis. Neste caso, a Terra pode ser considerada como um referencial inercial. O navio de Galileu (e de Giordano Bruno), que se movimenta com velocidade constante num tempo de calmaria, e o trem de Einstein, em translação uniforme entre duas cidades, que servem à discussão de vários experimentos, pressupõem a Terra como referencial inercial.

O Sol, que rotaciona em torno de seu eixo e movimenta-se, como as demais estrelas da Via Láctea, ao redor do centro de gravidade da galáxia, também não é um referencial inercial. Mas pode vir a sê-lo em certas circunstâncias, como ocorre, por exemplo, quando se descreve cinemática e dinamicamente o movimento de um planeta em relação a ele.

Chega-se, assim, generalizando-se o conteúdo deste raciocínio, a uma 'definição operacional' de sistema de referência inercial: "Um sistema inercial é um sistema de referência no qual a lei da inércia parece (é tudo o que se pode dizer, na verdade) ser válida." Ou, se se preferir, "é um referencial no qual se supõe valer (dentro de uma determinada aproximação) a lei da inércia". Um corpo, neste sistema, está estacionário ou em translação uniforme se não há força (resultante) atuando sobre ele.

Uma vez caracterizado um sistema de eixos coordenados como um referencial inercial, qualquer outro sistema em repouso ou em translação uniforme em relação a este referencial será, também, um sistema inercial.

Não há um referencial especial, privilegiado. Todos os referenciais inerciais oferecem perspectivas equivalentes para o estudo de um sistema mecânico. Dito de outra maneira, "as leis da mecânica são as mesmas em todos os sistemas de referência inerciais." Este enunciado é conhecido como o princípio da relatividade da física clássica, ou princípio da relatividade de Galileu.

* Em uma publicação de 1718, Halley relata ter constatado alterações nas posições de Sirius, Aldebaran, Betelgeuse e Arcturus, ao comparar a disposição espacial destas estrelas com a catalogada por Ptolomeu. No entanto, foi somente depois da morte de Newton que as estrelas deixaram de ser 'fixas', sendo o seu movimento aceito pela comunidade científica.(13)

De acordo com este princípio, nenhuma experiência mecânica conduzida em um sistema inercial pode conferir repouso ou movimento a este sistema. A própria indagação a este respeito resulta sem significado face a completa descontextualização dos conceitos de espaço absoluto, repouso absoluto e movimento absoluto num mundo onde, de fato, apenas a relatividade do repouso e do movimento faz sentido.

A teoria da relatividade especial, publicada em 1905 por Albert Einstein, altera radicalmente as noções de espaço e tempo da física clássica. Negando a existência de um sistema universal de referência, seja ele o espaço absoluto de Newton ou o éter estacionário (Capítulo 4), Einstein reformula o princípio da relatividade de Galileu para enfatizar que as leis da Física (e não só da mecânica) são as mesmas (isto é, quando matematicamente escritas possuem a mesma forma) em todos os sistemas de referência inerciais.

O absoluto da física clássica cede lugar ao relativo nesta nova teoria. O paradigma einsteiniano, como se verá ao longo dos próximos capítulos deste texto, é revolucionário, no sentido de que ele representa uma nova maneira de conceber o mundo. Conceitos 'antigos' são redefinidos (na verdade mantêm apenas o nome), e desempenham novos 'papéis' na teoria de Einstein. Por exemplo, a distância entre dois pontos, na mecânica newtoniana, não depende do observador que as mede. Contudo, imputar à mensuração de um comprimento um caráter absoluto traz inerentemente consigo a noção de que aquilo que é simultâneo para um observador também o é para qualquer outro. Mas isto não é verdade na teoria da relatividade. *"Opondo-se à simultaneidade absoluta*, como se verá, *Einstein faz desmoronar o espaço absoluto imóvel."*[(15)]

1.6 - Referências Bibliográficas

1. KOYRÉ, A. Estudos galilaicos. Lisboa, Publicações Dom Quixote, 1986.
2. NEWTON, I. Principia: princípios matemáticos de filosofia natural. São Paulo, Nova Stella, 1990. p.8.
3. RAY, C. Tempo, espaço e filosofia. Campinas, Papirus, 1993. p.139.
4. KOYRÉ, A. Referência 1, p.9.
5. KOYRÉ, A. Referência 1, p.9-10.
6. KOYRÉ, A. Referência 1, p.11.
7. KOYRÉ, A. Referência 1, p.13.
8. GHINS, M. A inércia e o espaço-tempo absoluto: de Newton a Einstein. Campinas: UNICAMP, Centro de Lógica, Epistemologia e História da Ciência, 1991. p.27.
9. GHINS, M. Referência 8, p.23.
10. NEWTON, I. Referência 2, p.136,149.

11. GHINS, M. Referência 8, p.43-44.

12. JAMMER, M. Concepts of space: the history of theories of space in physics. New York, Dover Publications, 1993. p.xv.

13. JAMMER, M. Referência 12, p.104.

14. ZYLBERSZTAJN, A. Newton's absolute space, Mach's principle and the possible reality of ficticious forces. Eur. J. Phys., 15: 1-8, 1994.

15. BALIBAR, F. Einstein: uma leitura de Galileu e Newton. Lisboa, Edições 70, 1988.

Capítulo 2

Sobre a transformação de Galileu, a adição galileana de velocidades e a invariância da aceleração para obervadores inerciais

2.1 - A transformação de Galileu

Admitindo-se a inexistência material do referencial privilegiado na física, todos os sistemas de referência que se movem em translação relativa uniforme oferecem perspectivas equivalentes para o estudo de um sistema mecânico (seção 1.5). Neste contexto, faz-se necessário explicitar como se dá a passagem de coordenadas de um referencial inercial a outro para, a partir daí, estabelecer as conexões existentes entre as velocidades e as acelerações que os diferentes observadores destes sistemas atribuem a um mesmo sistema físico.

Assim, sejam S e S' dois sistemas de referência inerciais que no instante t = 0 possuem eixos e origens coincidentes. O sistema S' movimenta-se com velocidade $\vec{v} = v\vec{i}$ em relação a S.

Para um observador O, situado na origem do referencial S, um ponto P, qualquer, tem coordenadas x, y e z. Este mesmo ponto possui coordenadas x', y' e z' para um observador O', situado na origem de S'.

Como o movimento relativo dos dois sistemas se dá ao longo da direção X (Fig.1), as coordenadas de P nos dois sistemas estão relacionadas pelas equações

$$\begin{aligned} x' &= x - vt \\ y' &= y \\ z' &= z \quad . \end{aligned} \qquad (1)$$

Além disso, tem-se, também,

$$t' = t \quad , \qquad (2)$$

já que se constitui em um axioma da mecânica newtoniana a universalidade do tempo, isto é, seu caráter absoluto. Em outras palavras, a mensuração do tempo não depende do estado do observador.

As equações (1) e (2) representam a <u>transformação de Galileu</u> do sistema S para o sistema S'.

A transformação inversa

$$
\begin{aligned}
x &= x' + vt' \\
y &= y' \\
z &= z' \\
t &= t' \quad ,
\end{aligned}
\tag{3}
$$

(que pode ser obtida diretamente a partir da eq.(1), substituindo v por - v e trocando x', y' e z', respectivamente, por x, y e z, além de se escrever, naturalmente, t = t'), permite a obtenção das coordenadas de P no sistema S a partir de suas coordenadas no sistema S'.

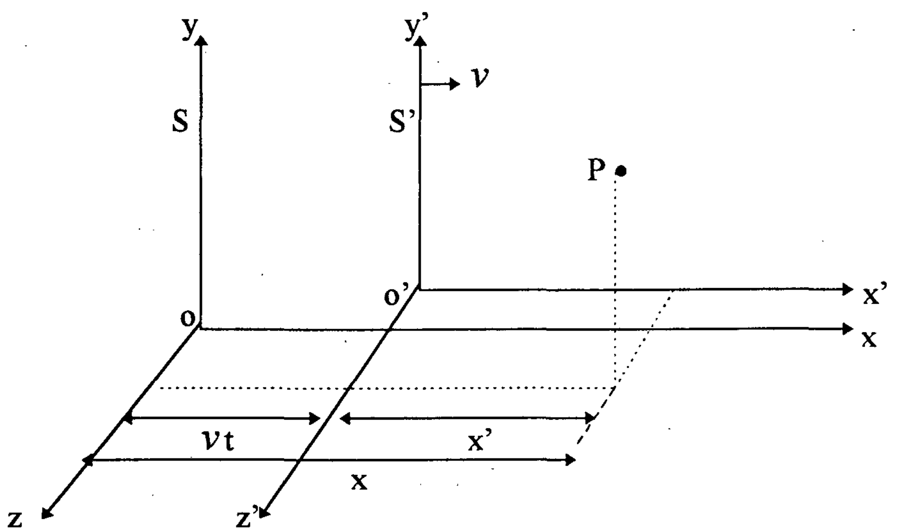


Fig. 1 - No intervalo de tempo $\Delta t = t - 0$, o sistema S', que se movimenta com uma velocidade v em relação a S, ao longo da direção X, percorre a distância vt.

Como exemplo da passagem de coordenadas de um sistema para outro, considere a situação na qual um bombardeiro, movimentando-se horizontalmente com velocidade constante v e a uma altura y_0 do solo, deixa cair um artefato.

Os eixos e as origens dos sistemas S e S' são coincidentes no momento em que o projétil é solto (instante t = t' = 0). A velocidade de S' é a mesma do avião. Deste modo, para o observador O', a bomba cai verticalmente, em movimento uniformemente acelerado, desconsiderando a resistência do ar (situação ideal). Suas coordenadas num instante qualquer, t, são (Fig.2):

$$
\begin{aligned}
x' &= 0 \\
y' &= y_0 - \frac{g}{2}t^2 \\
z' &= z \quad .
\end{aligned}
\tag{4}
$$

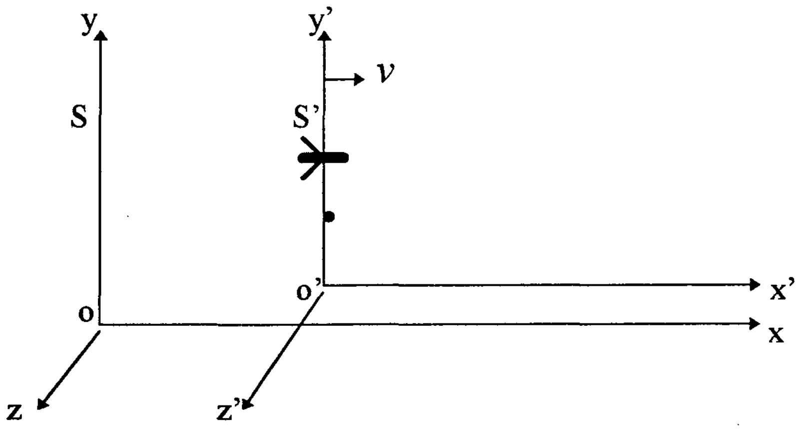


Fig.2 - Como a resistência do ar é desconsiderada, bomba e avião permanecem sempre na mesma vertical até o impacto do projétil contra o solo, pois a componente horizontal da velocidade da bomba é igual à velocidade do avião.

Afim de encontrar as correspondentes coordenadas da bomba para o observador O, em S, substitui-se (4) em (3), resultando

$$
\begin{aligned}
x &= vt \\
y &= y_0 - \frac{g}{2}t^2 \\
z &= z' \ .
\end{aligned}
\qquad (5)
$$

A trajetória parabólica do projétil, segundo O, é obtida matematicamente isolando-se, primeiro, t na equação que expressa a abscissa do projétil em função do tempo

$$t = \frac{x}{v} \qquad (6)$$

para em seguida substituir por esta expressão algébrica a variável t na relação que especifica a altura do projétil em função do tempo de movimento. Com este procedimento, obtém-se

$$y = y_0 - \frac{g}{2}\left(\frac{x}{v}\right)^2 \ . \qquad (7)$$

Um outro exemplo, bastante trivial, da aplicabilidade da transformação de Galileu na mecânica clássica, é o da invariância de um comprimento para dois observadores inerciais.

Assim, sejam P_2 (x_2, 0, 0) e P_1 (x_1, 0, 0) as coordenadas das extremidades de uma haste delgada em repouso em um sistema de referência S (Fig.3). Para um observador neste sistema, o comprimento da haste é

$$l_s = x_2 - x_1 = l_o \ . \qquad (8)$$

De acordo com um observador em repouso em um sistema de referência S', que se movimenta com uma velocidade $\vec{v} = v\vec{i}$ em relação a S (no instante t = t' = 0, S e S' apresentam eixos e origens coincidentes), o comprimento da barra é

$$l_{s'} = x'_2 - x'_1 \quad . \tag{9}$$

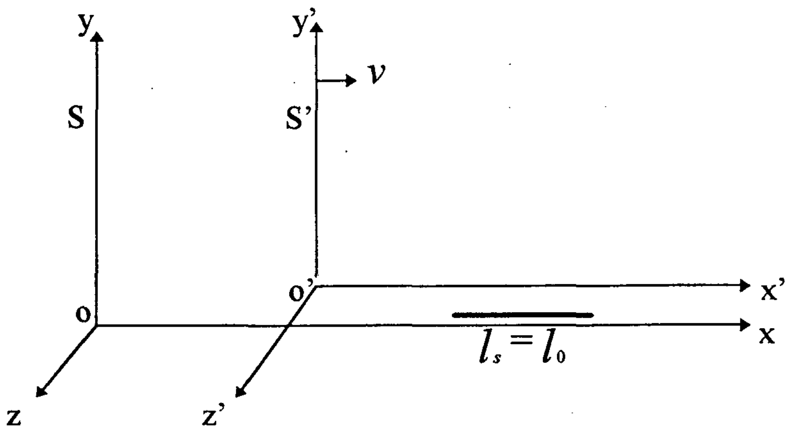


Fig. 3 - Uma haste delgada encontra-se em repouso no sistema S. O seu comprimento medido por um observador neste sistema é l_0.

A transformação de Galileu relaciona as medidas nos dois sistemas, mostrando a igualdade dos comprimentos para os dois observadores. De (1) em (9), segue que

$$\begin{aligned} l_{s'} &= (x_2 - vt) - (x_1 - vt) \\ l_{s'} &= x_2 - x_1 \\ l_{s'} &= l_s = l_o \quad . \end{aligned} \tag{10}$$

2.2 - A adição galileana de velocidades

Devido à relatividade do movimento, diferentes observadores inerciais atribuem diferentes velocidades ao deslocamento de um mesmo corpo. A transformação de coordenadas de um sistema a outro permite relacionar estas velocidades.

Assim, se na Fig.1 a posição de P varia com o tempo em relação a O, sua velocidade, $\vec{u}$, pode ser escrita, genericamente, como

$$\begin{aligned} \vec{u} &= \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k} \\ \vec{u} &= u_x\vec{i} + u_y\vec{j} + u_z\vec{k} \quad . \end{aligned} \tag{11}$$

Por outro lado, a velocidade de P em relação a O', $\vec{u}'$, é

$$\vec{u}' = \frac{dx'}{dt'}\vec{i} + \frac{dy'}{dt'}\vec{j} + \frac{dz'}{dt'}\vec{k}$$
$$\vec{u}' = u'_x\,\vec{i} + u'_y\,\vec{j} + u'_z\,\vec{k} \quad . \qquad (12)$$

Derivando (1) em relação ao tempo, t, obtém-se

$$\frac{dx'}{dt} = \frac{dx}{dt} - v = u_x - v$$
$$\frac{dy'}{dt} = \frac{dy}{dt} = u_y \qquad (13)$$
$$\frac{dz'}{dt} = \frac{dz}{dt} = u_z \quad .$$

Tendo em vista a invariância do tempo para os dois observadores, pode-se escrever

$$\frac{dx'}{dt} = \frac{dx'}{dt'} = u'_x$$
$$\frac{dy'}{dt} = \frac{dy'}{dt'} = u'_y \qquad (14)$$
$$\frac{dz'}{dt} = \frac{dz'}{dt'} = u'_z \quad .$$

De (14) em (13), resulta

$$u'_x = u_x - v$$
$$u'_y = u_y \qquad (15)$$
$$u'_z = u_z \quad .$$

Conforme se constata, as componentes y e z da velocidade de P são idênticas para os dois observadores. É apenas segundo X que $\vec{u}$ e $\vec{u}'$ possuem componentes diferentes, pois é nesta direção que S e S' apresentam movimento relativo.

A partir de (15) igualmente se observa que se a velocidade de P for constante para O ela também será constante para O', já que a velocidade relativa dos dois observadores não muda com o tempo.

A adição galileana de velocidades é a base da composição de velocidades na mecânica newtoniana. A situação a seguir, bastante familiar, a exemplifica numericamente.

Uma escada rolante de um shopping center sobe com uma velocidade de 1,0 m/s em relação a uma pessoa parada junto a uma loja próxima (observador O, em S). Em um dos degraus da escada encontra-se o observador O', do sistema S' (S e S' posssuem eixos e origens coincidentes no instante t = 0). Se O' encontrar uma pessoa, com pressa, subindo a escada com velocidade u'_x = 1,5 m/s, esta mesma pessoa, para O, terá velocidade

$$u_x = u'_x + v$$
$$u_x = 1{,}5 + 1{,}0 = 2{,}0\ m/s \quad .$$

Dada a coincidência dos eixos coordenados X e X' com a direção do movimento, tem-se $u_y = u_y' = u_z = u_z' = 0$.

2.3 - A invariância da aceleração para dois observadores inerciais

Como as velocidades de um corpo medidas por dois observadores inerciais diferem entre si apenas por um fator constante – o da velocidade relativa dos sistemas - quando a velocidade do corpo varia para um observador inercial esta variação tem o mesmo valor para qualquer outro observador inercial. Isto é, a aceleração de um corpo é a mesma para todos os observadores em translação relativa uniforme.

Deste modo, se a velocidade de P na Fig.1 varia com o tempo em relação a O, sua aceleração, $\vec{a}$, expressa pela derivada em relação ao tempo da relação (11), é

$$\vec{a} = \frac{d\vec{u}}{dt} \qquad (16)$$

$$\vec{a} = \frac{du_x}{dt}\bar{i} + \frac{du_y}{dt}\bar{j} + \frac{du_z}{dt}\bar{k}$$

$$\vec{a} = a_x\,\bar{i} + a_y\,\bar{j} + a_z\,\bar{k} \quad . \qquad (17)$$

Analogamente, a aceleração de P, para O', é

$$\vec{a}' = \frac{d\vec{u}'}{dt'} \qquad (18)$$

$$\vec{a}' = \frac{du'_x}{dt'}\bar{i} + \frac{du'_y}{dt'}\bar{j} + \frac{du'_z}{dt'}\bar{k}$$

$$\vec{a}' = a'_x\,\bar{i} + a'_y\,\bar{j} + a'_z\,\bar{k} \quad . \qquad (19)$$

As acelerações $\vec{a}$ e $\vec{a}'$ relacionam-se pela derivada de (15) em relação ao tempo, isto é

$$\frac{du'_x}{dt} = \frac{du'_x}{dt'} = \frac{du_x}{dt}$$
$$\frac{du'_y}{dt} = \frac{du'_y}{dt'} = \frac{du_y}{dt} \qquad (20)$$
$$\frac{du'_z}{dt} = \frac{du'_z}{dt'} = \frac{du_z}{dt} \quad ,$$

que resulta na igualdade das componentes das duas acelerações

$$a'_x = a_x$$
$$a'_y = a_y \qquad (21)$$
$$a'_z = a_z \quad ,$$

ou seja, em

$$\vec{a}' = \vec{a} \quad , \qquad (22)$$

como se queria demonstrar.

A escolha da direção X para o movimento relativo dos referenciais inerciais S e S' em nada limita a validade deste resultado. Assim, se a velocidade de S' em relação a S for

$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k} \quad , \qquad (23)$$

a transformação de coordenadas do sistema S para o sistema S' resulta

$$x' = x - v_x t$$
$$y' = y - v_y t \qquad (24)$$
$$z' = z - v_z t \quad ,$$

da qual a relação (1) é um caso particular com $v_y = v_z = 0$ e $v_x = v$.

Derivando (24) em relação ao tempo, obtém-se a forma mais geral da transformação de velocidade de um sistema a outro

$$u'_x = u_x - v_x$$
$$u'_y = u_y - v_y \qquad (25)$$
$$u'_z = u_z - v_z \quad ,$$

de onde (15) aparece como um caso particular em que $v_x = v$ e $v_y = v_z = 0$.

A invariância da aceleração para os dois observadores inerciais fica estabelecida a partir da derivada de (25) em relação ao tempo, o que conduz a

$$
\begin{aligned}
a'_x &= a_x \\
a'_y &= a_y \\
a'_z &= a_z
\end{aligned}
\qquad (26)
$$

e portanto a

$$\vec{a}' = \vec{a} \quad , \qquad (27)$$

já que $d\,v_x/dt = d\,v_y/dt = d\,v_z/dt = 0$.

2.4 - A invariância da mecânica newtoniana frente à tranformação de Galileu

A massa de um corpo, na mecânica clássica, é uma constante universal. Isto é, diferentes observadores, independentemente de seus movimentos relativos, concordam, todos, sobre o valor (único) que atribuem à quantidade de matéria de um corpo.

Por outro lado, como se viu na seção anterior, as variações de velocidade de um objeto material com o tempo são idênticas para dois observadores que se deslocam um em relação ao outro com velocidade constante.

Assim, multiplicando-se os dois membros da eq.(22) pela massa, m, do corpo que apresenta uma aceleração $\vec{a}$ para um observador no referencial S e $\vec{a}'$' para um observador em S' (Fig. 1), resulta

$$m\vec{a} = m\vec{a}'$$

ou

$$\bar{F} = \bar{F}' \quad . \qquad (28)$$

Isto é, quando dois observadores em diferentes referenciais inerciais valem-se da transformação de Galileu para relacionar as coordenadas de um corpo nos dois sistemas, a invariância da aceleração conjugada à constância da massa mostra que a força resultante sobre o corpo tem o mesmo valor para ambos os observadores, ou seja, que as equações de movimento são as mesmas nos dois sistemas coordenados.

Acrescentando-se a este resultado o conteúdo da terceira lei de Newton (que referindo-se a forças e não a movimentos extrapola a sua validade para além do âmbito restrito dos referenciais inerciais), chega-se, então, à seguinte conclusão: de acordo com a mecânica newtoniana, todos os referenciais inerciais em translação relativa uniforme são fisicamente equivalentes para o estudo de um sistema mecânico. Ou, em outras palavras, formulando novamente o princípio da relatividade de Galileu: as leis da mecânica são as mesmas em todos os sistemas de referências inerciais.

Capítulo 3

A emergência de uma nova teoria científica

3.1 - O declínio do conceito mecânico

No primeiro capítulo discutiu-se amplamente a questão do referencial inercial dentro da mecânica newtoniana e a problemática do conceito de espaço absoluto que lhe é subjacente. Particularmente em relação a este assunto, as severas críticas de Leibniz(1) e de outros cientistas à falta de clareza quanto ao referencial em que as leis de Newton são válidas não obstaculizou o desenvolvimento deste corpo conceitual por físicos e matemáticos nos duzentos anos que se seguiram à publicação dos Principia.

Depois de definitivamente aceito, foi muito grande a confiança da comunidade científica no sistema newtoniano como base teórica para a articulação de explicações no campo da termodinâmica, da hidrodinâmica, da ótica, da eletricidade e do magnetismo.

Em suas "Notas Autobiográficas", por exemplo, Einstein menciona que quando estudante o que mais o impressionava em relação à mecânica newtoniana não era tanto o seu imenso sucesso na resolução de problemas complexos a ela correlatos, mas sim as conquistas desta teoria em áreas aparentemente não ligadas a esta parte da Física.(2)

Tão enraizada estava a idéia de fundamentar a descrição de qualquer fenômeno em termos de 'forças de contato' ou de forças de ação à distância entre objetos materiais que o conceito mecânico, ou seja, a visão mecanicista da natureza, acabou se constituindo em um dogma filosófico. H. Helmholtz (1821-1894), um dos formuladores da lei da conservação da energia, traduz bem esta 'meta' científica ao mencionar que *"... o problema da ciência física é referir os fenômenos naturais a forças atrativas e repulsivas imutáveis cuja intensidade depende inteiramente da distância. A solubilidade deste problema é a condição da completa compreensibilidade da natureza"*(3).

Contudo, a partir de 1820, especialmente, uma série de descobertas envolvendo a eletricidade e o magnetismo acabou colocando em evidência fatos teóricos e experimentais que mostraram haver uma estreita ligação entre estes dois domínios do conhecimento, até então considerados independentes um do outro.

Com a síntese matemática do eletromagnetismo, elaborada pelo físico escocês J.C Maxwell (1831-1879), na segunda metade do século XIX, vê-se surgir uma nova e poderosa teoria científica com amplo poder explicativo, que vai abalar definitivamente a hegemonia do conceito mecânico.

O relato desta história é matéria complexa, objeto de um extenso número de publicações científicas pela riqueza de nuances e detalhes que possui, e não faz parte dos objetivos deste texto. As seções que seguem, no entanto, encadeiam algumas idéias e fatos que mostram em que condições emerge um conceito chave nesta nova teoria, sem paralelos na mecânica clássica, que vai levar a física a novos patamares de desenvolvimento - o conceito de campo.

3.2 - O surgimento do eletromagnetismo

Estava bem estabelecido pela ciência do final do século XVIII, graças ao trabalho de cientistas como Joseph Priestley (1733-1804), Henry Cavendish (1731-1810) e outros, que a carga de um condutor se situa inteiramente em sua superfície. Isto explicava porque, por exemplo, dois corpos de mesmas dimensões, um maciço e outro oco, quando igualmente carregados, exibiam os mesmos efeitos elétricos sobre um objeto 'teste' (ou carga de prova) colocado em suas imediações. Também parecia justificar o fato de não haver nenhuma ação elétrica (isto é, força) sobre um pequeno objeto carregado situado no interior de uma esfera condutora oca.

A semelhança deste último resultado com a força gravitacional nula a que fica sujeita uma massa puntiforme no interior de uma casca esférica de densidade uniforme induziu Priestley a supor e Cavendish a demonstrar* que a força elétrica entre duas cargas é proporcional ao inverso do quadrado da distância que as separa.

Em 1785, o físico francês C.A. Coulomb (1738-1806), utilizando uma balança de torção, estabeleceu experimentalmente que a lei de força entre duas pequenas esferas eletrizadas e em repouso é inversamente proporcional ao quadrado da distância entre seus centros.

Ao delinear o seu experimento e interpretar as suas medidas Coulomb tinha perfeitamente claro os seus pressupostos teóricos. São os primeiros passos na busca da matematização da ciência da eletricidade, alicerçados em uma possível analogia com a teoria da gravitação universal, que impulsionam e fundamentam o seu trabalho.

Assim, Coulomb não descreveu qualquer experimento para determinar a dependência da força com a quantidade de carga nas esferas. A proporcionalidade de F com o produto das cargas foi diretamente estabelecida por analogia com a lei da gravitação de Newton.[5]

A lei de força entre duas 'partículas'+ carregadas e em repouso relativo, a lei de Coulomb, como ficou conhecida, tem a direção da reta que as une e é de atração se as cargas são de sinais diferentes e de repulsão se os sinais são iguais. Sendo q_1 e q_2 os módulos das cargas e $|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|$ a distância entre elas (Fig.1), resulta

$$|\vec{F}| \;\alpha\; \frac{q_1\, q_2}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^2} \quad . \qquad (1)$$

* Em um manuscrito que data de 1773, mas que permaneceu inédito e ignorado até 1879, quando Maxwell o retirou dos arquivos da Universidade de Cambridge para lhe dar publicidade.[4]

+ Corpos que mantém uma distância relativa muito grande em comparação com as suas dimensões.

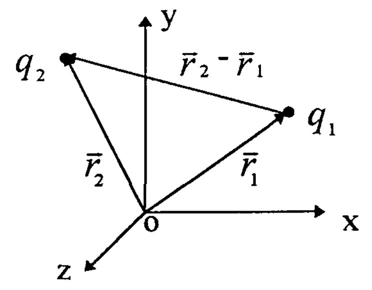


Fig. 1

De acordo com Coulomb, a mesma lei também se aplicaria ao cálculo da força entre duas 'massas magnéticas' m_1 e m_2 separadas por uma distância $|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|$, já que ele concluíra, a partir do mesmo dispositivo experimental que o utilizado para as cargas, ser proporcional ao inverso do quadrado da distância a força de atração ou de repulsão entre dois ímãs. Ou seja,

$$|\vec{F}| \;\alpha\; \frac{m_1\, m_2}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^2} \quad . \qquad (2)$$

Às leis de força (1) e (2), de aspecto formal idêntico à lei que rege a interação gravitacional entre dois corpos, coube uma interpretação compatível com a visão de mundo newtoniana: a interação entre corpos eletrizados e em repouso, e a que também envolve ímãs em repouso relativo, se dá por forças que atuam à distância, direta e instantaneamente, através do espaço vazio.

O aparecimento da pilha, inventada por Alessandro Volta (1745-1827), em 1799, e logo aperfeiçoada, mudou drasticamente as perspectivas de estudos no campo da eletricidade. As usualmente pequenas quantidades de eletricidade com que até então se lidavam nos experimentos (que por vezes eram até intensas mas efêmeras, como as descargas elétricas) cediam agora lugar, com este dispositivo, a um fluxo contínuo de eletricidade que de imediato possibilitou o estudo de novos fenômenos e conexões entre eventos que aparentemente não mantinham qualquer ligação entre si. A eletrostática, enfim, começava a ceder lugar a um novo e promissor campo de pesquisa.

Assim, em 1820, o físico dinamarquês H.C. Oersted (1777-1851) constatou que um fio percorrido por uma corrente desviava uma agulha imantada colocada paralelamente à direção do fio. Este fenômeno indicava que o 'fluído elétrico' no fio condutor, de alguma forma, exercia ações que transcendiam ao próprio fio.

É importante observar, para melhor contextualizar a descoberta de Oersted, que a existência de certos efeitos magnéticos produzidos pela eletricidade, constatados em fenômenos de ocorrência espontânea, como os relativos aos desvios de agulhas de bússulas durante tempestades e a imantação de materiais de ferro, ambos originados pela ação de raios, sugeriam aos cientistas haver alguma conexão entre eletricidade e magnetismo.

Contudo, experimentos com descargas elétricas produzidas artificialmente no laboratório, capazes de imantar pequenas agulhas de ferro em determinadas situações, não levaram os cientistas das últimas décadas do século XVIII a resultados conclusivos sobre uma relação inconteste entre eletricidade e magnetismo. Conforme escreve Benjamin Franklin (1706-1790), em 1773, *"Em relação ao magnetismo, que parece ser produzido pela eletricidade, minha opinião real é que esses dois poderes da natureza não possuem afinidade mútua, e que a aparente produção do magnetismo [pelas descargas elétricas] é puramente acidental"*[6].

Através de um grande número de experiências em que examina várias posições relativas de diferentes fios e agulhas magnetizadas móveis, Oersted conclui que[7]:

a) a influência da corrente elétrica sobre a bússula não depende da natureza do fio condutor;

b) a deflexão só ocorre em agulhas imantadas e não sobre outras agulhas metálicas;

c) o efeito magnético de uma corrente elétrica não é paralelo à corrente. Isto é, em que pese a corrente se manifestar como um fenômeno que se processa ao longo do fio condutor, seu efeito apresenta um aspecto de rotação ou circulação em torno do fio.

A validade da terceira lei de Newton para a interação entre um fio condutor portador de corrente e um ímã também foi mostrada, qualitativamente, por Oersted: *"da mesma forma que a corrente elétrica faz girar a agulha magnética, um ímã em posição adequada produz sobre o condutor um torque oposto que tende também a girá-lo"*[7].

A descoberta de Oersted desencadeou o estudo do eletromagnetismo.

A.M. Ampère (1775-1836) foi o primeiro a mostrar a existência de uma interação entre duas correntes elétricas. Ele provou, experimentalmente, que dois fios paralelos conduzindo corrente exerciam ações recíprocas, submetendo-se a forças de atração ou de repulsão conforme as correntes circulassem, respectivamente, no mesmo sentido ou em sentidos opostos. Também constatou que uma bobina circular, transportando corrente, comportava-se como um ímã. As pesquisas de Ampère o levaram, inclusive, a acreditar estarem as propriedades magnéticas de certos materiais relacionadas à existência de correntes elétricas microscópicas, fechadas, em suas superfícies.

Estas e outras evidências experimentais, como a magnetização de agulhas de ferro e de aço por correntes elétricas, constatada por D.F. Arago (1786-1853) e J.L. Gay-Lussac (1778-1850) e a mensuração da força magnética produzida por uma corrente elétrica sobre o polo de uma agulha imantada, realizada por J.B.Biot (1774-1862) e F.Savart (1791-1841),[7,8] tornavam cada vez mais sólida e inquestionável a relação entre eletricidade e magnetismo.

Das experiências de Oersted e de Biot e Savart, contudo, surgiu um resultado imprevisto e bastante 'incômodo' aos físicos newtonianos acostumados a pensar em termos da ação de forças centrais entre objetos materiais. A força magnética que age (produzindo um torque) sobre um ímã posicionado paralelamente a um fio portador de corrente é <u>perpendicular</u> ao plano definido pelo fio e o ímã. Especificando melhor, a força magnética sobre o polo de uma agulha imantada colocada dentro da 'esfera de ação' de um fio retilíneo que conduz corrente é perpendicular à normal baixada do polo ao fio e varia com o inverso desta distância. Além disso, esta interação parecia não ser instantânea, levando alguns cientistas a conjecturarem sobre a possível existência de um meio para mediá-la.

3.3 - A contribuição de Faraday para o eletromagnetismo

A obra de Michael Faraday (1791-1867), um gênio da física experimental, é de grande relevância para a estruturação da ciência do eletromagnetismo. Esta importância é bem dimensionada quando se diz que Faraday esteve para Maxwell assim como Kepler e Galileu estiveram para Newton. A descoberta da indução eletromagnética em 1831 e a introdução do conceito de campo, via linhas de força, mostram, em especial, a grandeza de seu trabalho.

No que diz respeito ao fenômeno da indução eletromagnética, duas questões se apresentavam como potencialmente significativas à intuição de Faraday:

a) Se um corpo eletrizado, isto é, carregado, pode <u>induzir</u> cargas elétricas em um outro, colocado em suas proximidades[+], não poderia um fio, transportando corrente, induzir uma corrente em um outro fio próximo a ele?

b) Se uma corrente elétrica produz efeitos magnéticos (forças magnéticas) não deveria um ímã, analogamente, originar 'efeitos elétricos', isto é, produzir, por exemplo, uma corrente em um fio condutor?

Os primeiros experimentos conduzidos por Faraday mostraram não haver produção de corrente em um circuito elétrico, conforme indicava um galvanômetro[*] a ele conectado, nem quando se colocava em suas imediações um ímã parado e nem em presença de um outro circuito portador de corrente (constante).

Neste último caso, contudo, Faraday notou que ao ligar e desligar o interruptor do 'circuito fonte', o galvanômetro do 'circuito teste' acusava o aparecimento e desaparecimento súbito de uma corrente. Percebeu, então, que somente uma <u>corrente variável</u> tinha a propriedade de induzir corrente em um outro circuito.

Do mesmo modo, constatou que um ímã permanente, ou, equivalentemente, uma bobina portadora de corrente constante, <u>em movimento</u>, também podia induzir uma corrente elétrica em um circuito próximo.

Não se sentindo apto para empreender um tratamento matemático a esse assunto, Faraday desenvolveu um conjunto de imagens bastante peculiares para melhor entender os fenômenos do eletromagnetismo e, em particular, a indução eletromagnética, que recém descobrira.

Ao fazer isso, Faraday mostra a sua profunda divergência com a concepção de in-

---

[+] Este fenômeno é conhecido como indução eletrostática.

[*] Instrumento usado para medir correntes elétricas.

teração à distância entre dois corpos, ou seja, com a idéia de que dois objetos materiais possam influenciar-se mútua e instantaneamente por forças que não exigem 'a intervenção de qualquer meio'.

Segundo Faraday, demanda tempo a transmissão dos efeitos de uma força, qualquer que seja a sua natureza, de um lugar a outro, de um corpo a outro. Para ele, as vias de transmissão destas forças são linhas ou tubos de força.

As linhas de força de um corpo carregado, de um ímã etc., posssibilitam a visualização da 'esfera de ação' deste corpo, isto é, do campo (elétrico e/ou magnético) por ele produzido em uma determinada região do espaço.

Assim, a configuração exibida por limalhas de ferro sobre uma folha de papel nas proximidades de um ímã, por exemplo, mostram o campo magnético deste ímã. As linhas de força são curvas fechadas, que saem do polo positivo e se dirigem para o polo negativo (Fig.2).

Conforme escreve Faraday em seu trabalho "Experimental researches in electricity" (Pesquisas experimentais em eletricidade), *"Nesta concepção do ímã, o meio ou o espaço em torno dele é tão essencial como o próprio ímã, fazendo parte do verdadeiro e completo sistema magnético"*[9].

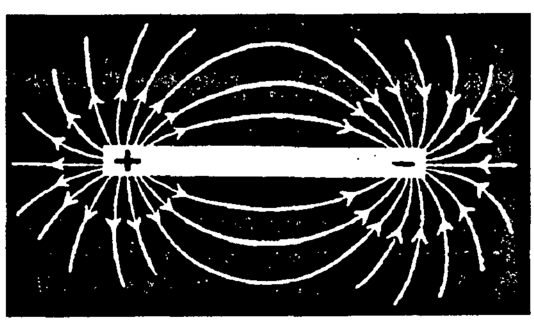


Fig.2 - Linhas de força de um ímã em forma de barra.

A idéia de que uma carga elétrica estacionária gera um campo eletrostático que altera as propriedades de homogeneidade e de isotropia da região do espaço em que se encontra pode ser visualizada em termos de linhas de força radiais que divergem de uma carga positiva (Fig.3a) e que convergem para uma carga negativa (Fig.3b).

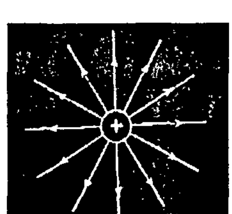
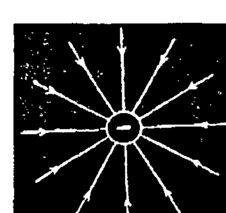
(a)  (b) 

Fig.3 - (a) Linhas de força de uma carga positiva e (b) de uma carga negativa

Em qualquer situação, quanto maior é a concentração ou densidade de linhas de força, maior é a intensidade do campo. A tangente a uma linha de força especifica a direção segundo a qual age uma força elétrica ou uma força magnética.

Já as linhas do campo magnético produzido por uma corrente em um fio retilíneo (como o que interagiu com a agulha magnetizada de Oersted) forma círculos concêntricos ao redor do fio (Fig.4).

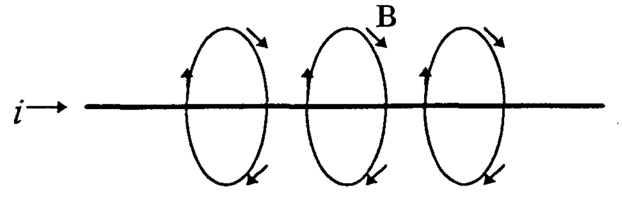


Fig.4 - Linhas do campo magnético de um fio retilíneo conduzindo corrente.

Faraday relaciona o aparecimento de uma corrente induzida em um fio condutor ao número variável de linhas de força magnética que atravessam a sua superfície. Em linguagem moderna, o fenômeno da indução eletromagnética pode ser entendido da seguinte maneira:

Quando há movimento relativo entre um circuito elétrico e um ímã, o número de linhas de força que atravessa o fio condutor varia. Isto traduz uma alteração no campo magnético a que se encontra submetido o fio. Este campo magnético variável com o tempo induz uma corrente no fio.

O aparecimento de uma corrente induzida em um circuito quando é interrompida bruscamente a corrente em um outro circuito próximo a ele (o caso dos circuito teste e fonte, mencionados acima) tem a mesma explicação. Ou seja, com o corte da corrente há uma variação brusca no campo magnético a que está sujeito o outro circuito e, em decorrência, o aparecimento de uma corrente induzida de certa intensidade, momentânea, que logo cai a zero.

É importante destacar que para Faraday as linhas de força tinham existência real. Nos experimentos de Ampère envolvendo fios paralelos portadores de corrente, por exemplo, são elas que 'puxam' um fio em direção ao outro quando as correntes fluem no mesmo sentido e que 'repelem' os dois fios quando as correntes estão em sentidos opostos.

No caso de um ímã, a força magnética manifesta-se como 'linhas invisíveis em estado de tensão, como fitas de borracha estiradas'. O padrão geométrico assumido pela limalha de ferro que se distribui ao longo das linhas, por atração magnética, permite a visualização destas linhas.[10]

As linhas de força de Faraday aparecem, enfim, como uma alternativa ousada à idéia de ação à distância. É através delas que Faraday imagina possam a eletricidade e o magnetismo ser explicados em termos mecânicos. Para Faraday, *"A instrumentalidade da ação elétrica e magnética eram linhas de força que percorriam o espaço - não linhas puramente imaginárias,* *mas entidades físicas reais, dotadas de propriedade de tensão, atração, repulsão, movimento e assim por diante".*[11]

Colocando em confronto a 'visão de campo' de Faraday e a visão de ação instantânea, Maxwell assim se expressa: *"Com os olhos do espírito viu Faraday linhas de força atravessando todo o espaço, onde os matemáticos viam centros de força agindo à distância; viu Faraday um meio onde eles nada mais enxergavam além da distância; procurou Faraday a sede dos fenômenos em ações reais desenvolvidas no meio, ao passo que eles se satisfaziam em encontrá-la num poder de ação à distância impresso nos fluídos elétricos"*[11].

3.4 - A síntese de Maxwell †

Um século e meio separa Coulomb de Faraday. Do estudo de fenômenos como os da indução eletrostática e das forças de atração ou de repulsão entre cargas estáticas, de um lado, e do fato empírico de há muito conhecido, mas sem ainda uma explicação científica, de que certos objetos constituídos por óxidos de ferro têm a 'propriedade' de atrair ou de repelir materiais semelhantes, de outro, que consubstanciavam a eletricidade e o magnetismo como corpos independentes de conhecimento, passa-se a investigar nos dois últimos terços deste período as relações existentes entre ambos, a partir do marco estabelecido por Oersted.

O rápido desenvolvimento do eletromagnetismo e, particularmente, as idéias de Faraday, chamaram a atenção do físico escocês James Clerk Maxwell (1831-1879). Possuindo extraordinários conhecimentos e habilidades no campo da matemática, Maxwell empenha-se em dar uma estrutura matemática ao eletromagnetismo, como um todo. Para isso, apóia-se em dois pressupostos básicos:

a) As ações elétricas e magnéticas se transmitem contiguamente, e não à distância;

b) é possível encontrar uma explicação mecânica para os fenômenos eletromagnéticos.

Em seu primeiro artigo, "On Faraday's lines of force" (Sobre as linhas de força de Faraday), publicado em 1855, Maxwell estabelece uma analogia entre conceitos do eletromagnetismo e da hidrodinâmica. No modelo físico que desenvolve, as linhas de força elétricas e a magnéticas correspondem a linhas (ou tubos) de corrente em um fluido incompressível; a força elétrica relaciona-se à velocidade do fluido; o potencial elétrico equivale à pressão; uma carga positiva corresponde a uma fonte e uma carga negativa a um sumidouro do fluido e assim por diante. É à luz destas analogias, e a partir das equações da hidrodinâmica, que Maxwell dá impulso a seu empreendimento.

Prosseguindo com a sua convicção de que 'as ações elétricas e magnéticas não se transmitem diretamente à distância', Maxwell passa a examinar o mecanismo de funcionamento do

† Os comentários sobre os artigos de Maxwell baseiam-se na referência 12.

meio 'magneto-elétrico' capaz de produzir as forças mecânicas que se observam existir em corpos eletrizados, magnéticos e nos que transportam corrente.

Em estudos publicados no período 1861-1862, sob o título "On physical lines of force" (Sobre as linhas de força física), ele adere à concepção de Faraday sobre 'a existência de uma tensão ao longo das linhas de força e de uma repulsão (ou pressão) lateral entre essas linhas', atribuindo ao 'meio eletromagnético' intrincados movimentos microscópicos que não cabe aqui discutir.

Ao calcular a velocidade com que se propaga um distúrbio neste meio, Maxwell chega a um valor muito próximo ao obtido experimentalmente por Hippolyte Fizeau (1819-1896), em 1849, para a velocidade da luz no ar, que é de aproximadamente 300000 km/s. Segundo Maxwell, *"A velocidade das ondulações transversais em nosso meio hipotético ... concorda tão exatamente com a velocidade da luz, ... que dificilmente podemos evitar a inferência que a luz consiste em ondulações transversais do mesmo meio que é causa dos fenômenos elétricos e magnéticos"*(13).

O que Maxwell procura ressaltar, com ênfase, é que o éter luminífero, no qual se admite que a luz se propaga, e o meio eletromagnético são na verdade um só.

É oportuno, neste momento, fazer um breve parêntese sobre o éter. A aplicação deste conceito à ótica foi feita pela primeira vez por Christiaan Huygens (1629-1695), em 1678. De acordo com a teoria de Huygens, a luz é uma onda, que, como o som, exige um meio para a sua transmissão. Este meio é o éter, de propriedades ainda desconhecidas. O diálogo hipotético de um seguidor de Huygens, H, e de um newtoniano, N, opositor às suas idéias, é ilustrativo:

"N: Isso não é tão simples quanto parece. As ondas sonoras se espalham no ar, as ondas do oceano na água. Toda onda tem de ter um meio material no qual caminhe. Mas a luz atravessa o vácuo, o mesmo não se dando com o som. Supor-se uma onda no espaço vazio não é, na realidade, supor-se onda alguma.

H: Sim, trata-se de uma dificuldade, embora não seja nova para mim. O meu mestre pensou nisso cuidadosamente e decidiu que a única saída é admitir-se a existência de uma substância hipotética, o <u>éter</u>, um meio transparente que permeia todo o universo. O universo está, por assim dizer, imerso no éter. Uma vez tenhamos a coragem de introduzir este conceito, tudo o mais se torna claro e convincente.

N: Mas faço objeção a tal suposição. Em primeiro lugar, ela introduz uma nova substância hipotética, e já temos substâncias em demasia em física. Há ainda outra razão contra ela. Por certo você não duvida de que temos de explicar tudo em termos de mecânica. Que dizer do éter, neste sentido? Estará você capacitado a responder à questão sobre como o éter é formado por suas partículas elementares e como ele se revela em outros fenômenos?

H: Sua primeira objeção é certamente justificada. Mas, introduzindo o éter destituído de peso e algo artificial, livramo-nos imediatamente dos corpúsculos de luz, muito mais *artificiais. Temos apenas uma substância 'misteriosa', em vez de um número infinito delas, correspondente ao grande número de cores do espectro. Não acha que isso seja de fato um progresso? Pelo menos todas as dificuldades são concentradas em um só ponto. Não mais necessitamos da suposição fictícia de que as partículas pertencentes a cores diferentes caminhem com a mesma velocidade no espaço vazio. O segundo argumento também é verdadeiro. Não podemos dar uma explicação mecânica do éter. Mas não há dúvida alguma quanto a que o estudo futuro dos fenômenos óticos e talvez de outros revelará a sua estrutura. No momento, devemos aguardar outras experiências e conclusões, mas finalmente estaremos, confio, capacitados a esclarecer o problema da estrutura mecânica do éter.* "[14]

O conceito de éter, como meio de transmissão de ondas luminosas, foi retomado por Augustin Fresnel (1788-1827), em 1818. Certos experimentos envolvendo a interferência de feixes de luz, realizados por Fresnel e por Thomas Young (1773-1829), exigiam a interpretação da luz como um fenômeno ondulatório de propagação contínua, não podendo prescindir de um meio à sua ocorrência.[15]

Para encontrar uma expressão matemática exata de tudo o que é conhecido sobre o eletromagnetismo, como ele próprio menciona, Maxwell, abandona toda e qualquer consideração teórica sobre a estrutura do meio 'magneto-elétrico' por considerar de caráter provisório e artificial as hipóteses que elaborou sobre os mecanismos deste meio. A unificação eminente do eletromagnetismo e da ótica exigia bases teóricas mais sólidas nesse sentido.

Assim, no seu terceiro artigo "A dynamical theory of the eletromagnetic field" (Teoria dinâmica do campo eletromagnético), publicado em 1864, Maxwell aplica ao eletromagnetismo o formalismo lagrangeano da mecânica analítica, que dispensa o conhecimento dos vínculos internos de um sistema mecânico ao centrar-se no conceito de energia (mecânica) e não no conceito de força.

As equações que enfim postula, e que aparecem em sua obra "A treatise on electricity and magnetism" (Tratado sobre eletricidade e magnetismo), de 1873, sintetizam matematicamente todo o conhecimento no domínio do eletromagnetismo clássico.

A Tabela 1, a título de ilustração, apresenta as equações de Maxwell em sua forma integral. Elas desempenham no eletromagnetismo papel análogo ao das leis de Newton na mecânica clássica.

Mesmo sem 'desempacotá-las', é possível se ter uma idéia aproximada do significado de cada uma delas tomando por base o que foi discutido nas seções anteriores.

A eq.(3) expressa a lei de Gauss para a eletricidade. A partir dela pode-se mostrar que o campo elétrico de uma carga puntiforme obedece a lei de Coulomb.

A eq.(4) é a lei de Gauss para o magnetismo. Comparando-se o segundo membro, nulo, desta equação com o correspondente termo na eq.(3), verifica-se que não há, no magnetismo, o equivalente à carga livre q da eletricidade. Em outras palavras, não existem monopolos magnéticos, isto é, polos magnéticos isolados.

De acordo com a lei de Ampère-Maxwell, eq.(5), um campo magnético é produzido tanto por uma corrente elétrica quanto por um campo elétrico variável.

A lei de Faraday, eq.(6), especifica que um campo magnético variável produz um campo elétrico.

Tabela 1 - Equações de Maxwell - forma integral

$$\varepsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = q \tag{3}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \tag{4}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \left(\varepsilon_0 \frac{\partial \phi_E}{\partial t} + i \right) \tag{5}$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{\partial \phi_B}{\partial t} \tag{6}$$

A simples inspeção visual das equações de Maxwell mostra que elas não são simétricas em relação aos campos elétricos e magnéticos. A razão física desta assimetria deve-se à inexistência de cargas magnéticas. Confrontando-se as eq.(3) e (4) de um lado (já comentado) e as eq.(5) e (6) de outro, verifica-se facilmente isto. De fato, não há na lei de Faraday um termo correspondente a uma corrente magnética, que seria o análogo da corrente elétrica na lei de Ampère-Maxwell. Deste modo, uma corrente elétrica origina um campo magnético, mas não há qualquer movimento de partículas magnéticas produzindo um campo elétrico.

Desta forma, o magnetismo aparece como um subproduto da eletricidade, pois resulta do movimento de cargas elétricas. O monopolo magnético, caso existisse, restauraria a simetria das equações de Maxwell em relação aos campos elétricos e magnéticos[16].

3.5 - Referências Bibliográficas

1. RAY, C. Tempo, espaço e filosofia. Campinas, Papirus, 1993. Cap.5.

2. EINSTEIN, A. Notas autobibiográficas. Rio de Janeiro, Nova Fronteira, 1982. p.27.

3. EINSTEIN, A. & INFELD, L. A evolução da Física. Rio de Janeiro, Guanabara Koogan, 1988. p.54.

4. SCHURMANN, P.F. Historia de la Fisica. Tomo I. Buenos Aires, Editorial Nova. p.348.

5. HEERING, P. On Coulomb's inverse square law. Am.J.Phys., 60 (11): 988-994, 1992.

6. SPARKS, J. (ed.) The works of Benjamin Franklin, v.10, Philadelphia, Childs and Peterson, 1840. v.5. Citado por MARTINS, R.A., referência 7.

7. MARTINS, R.A. Orsted e a descoberta do eletromagnetismo. Cadernos de História e Filosofia da Ciência, 10: 89-114, 1986.

8. LAUE, M.Von History of physics. Academic Press Inc. Publishers, New York, 1950. Cap.V.

9. Citado por KONDO, H., referência 10.

10. KONDO, H. Michael Faraday. In.: Scientific American: Cientistas famosos. São Paulo, Ibrasa, 1961. pp.133-146.

11. Citado por NEWMAN, J.R. James Clerk Maxwell. In.: Scientific American: Cientistas famosos. São Paulo, Ibrasa, 1961. pp.161-186.

12. ABRANTES, P.C.C. A metodologia de J.C. Maxwell e o desenvolvimento da teoria eletromagnética. Cad.Cat.Ens.Fís., 5 (número especial): 58-75, 1988.

13. HEIMANN, P.M. Maxwell and the modes of consistent representation. Archives Hist. Exact. Sci., 6: 171-213, 1969/1970. Citado por ABRANTES, P.C.C., referência 12.

14. EINSTEIN, A. & INFELD, L. A evolução da fisica. Rio de Janeiro, Guanabara Koogan, 1988. pp.92-93.

15. SHANKLAND, R.S. The Michelson-Morley experiment. Scientif American, 107-114, October, 1964.

16. FRENKEL, J. & FRENKEL, M.L. Monopolos magnéticos. Revista de Ensino de Física, 3 (2): 77-85, 1981.

Capítulo 4
Sobre o éter

4.1 - A questão do 'meio' de propagação das ondas eletromagnéticas

Como se sabe, uma pequena esfera carregada, em repouso, é fonte de um campo elétrico. Se sob a ação de uma determinada força a esfera começa a oscilar, o seu movimento gera um campo elétrico variável. Este campo elétrico variável, por sua vez, produz um campo magnético variável. A carga oscilante gera, então, uma onda eletromagnética.

A verificação experimental da existência dessas ondas foi feita pelo físico alemão Heirich Hertz (1857-1894), em 1888. Montando um circuito elétrico capaz de colocar cargas a oscilar, Hertz conseguiu gerar e detectar ondas de radio. Segundo Hertz, *"a conexão entre luz e eletricidade ... de que havia suspeitas e sugestões e até previsões teóricas, acha-se agora estabelecida ... A ótica não mais se reduz a mínimas ondas de éter, de pequena fração de milímetro de comprimento; seu domínio estende-se a ondas medidas em decímetros, metros e quilômetros. E, apesar dessa extensão, surge ela apenas ... como pequeno apêndice do grande domínio da eletricidade. Vemos que este último se tornou um poderoso reino"*[1].

A identificação da luz como um fenômeno eletromagnético, por Maxwell, estende às ondas eletromagnéticas, em geral, a questão do 'meio' necessário à sua propagação. Consideradas como ondas mecânicas, de acordo com o espírito mecanicista da época, as ondas eletromagnéticas deviam também envolver a vibração de um meio, à semelhança de todas as ondas até então conhecidas.

O suporte físico e o veículo de transmissão dos fenômenos eletromagnéticos é, supostamente, o éter das teorias ondulatórias da luz. Como um meio mecânico constituído por uma matéria muito rarefeita, o éter, tal como a água e o ar, deve apresentar propriedades elásticas para transportar o distúrbio eletromagnético. Contudo, 'estranhamente', não deve possuir massa porque, teoricamente, como se evidencia a partir das equações de Maxwell, é possível a propagação de uma onda eletromagnética num 'meio' não resistente. De qualquer modo, a idéia deste meio contínuo, 'ainda de todo não conhecido', que representava, também, a possibilidade da materialização do espaço absoluto da mecânica newtoniana, resultava preferível à concepção de propagação das ondas eletromagnéticas através do vácuo.

Ocorre que as equações de Maxwell não são invariantes frente à transformação de Galileu. Isto é, o princípio da relatividade de Galileu, válido para os fenômenos mecânicos, não se aplica ao eletromagnetismo. Esta constatação teórica coloca, de imediato, em cheque a equivalência física dos observadores inerciais, trazendo novamente à discussão a questão do referencial absoluto na física.

Se é em relação ao éter que a velocidade da luz e demais ondas eletromagnéticas, c, tem valor aproximadamente igual a 3,0 x 10^8 m/s, para qualquer outro referencial em translação uniforme em relação ao éter a velocidade destas ondas será diferente de c. Isto é o que mostra a aplicação de uma transformação de Galileu às equações de Maxwell, e que se pode facilmente inferir a partir da adição galileana de velocidades.

A comprovação experimental da existência deste fluido, através de seus efeitos sobre o movimento dos corpos, tornou-se, definitivamente, tarefa não apenas necessária como imprescindível.

Segundo os mecanicistas (que insistem na validade do princípio da relatividade de Galileu), nenhuma experiência mecânica conduzida em um sistema inercial pode conferir repouso ou movimento, em termos absolutos, a este sistema, já que não é possível a observação de um espaço vazio, sem matéria.

Mas e se realmente houvesse um referencial universal e fosse o éter estacionário este sistema? Mesmo descartando qualquer experiência mecânica para a sua detecção, a própria natureza da luz, como um movimento ondulatório neste meio, induzia a acreditar ser possível tentar provar a existência deste fluido através de experimentos no campo da ótica, ou mesmo da eletricidade.

A determinação do movimento da Terra em relação ao éter, particularmente, foi objeto de muitas investigações experimentais. Os resultados, contudo, foram sempre nulos, estabelecendo uma espécie de consenso de que com a sensibilidade do instrumental disponível, que permitia medidas da ordem da razão entre a velocidade orbital da Terra e a velocidade da luz, $v/c \approx 10^{-4}$, não se poderia detectar nenhum movimento através do éter.

A teoria de Maxwell trouxe novas perspectivas a este assunto. Uma das previsões dessa teoria era a de que o deslocamento da Terra através de um éter estacionário poderia ser constatado por experimentos óticos ou elétricos que propiciassem medidas de segunda ordem na razão v/c, isto é, de $(v/c)^2$. Esses experimentos, no entanto, foram considerados pelo próprio Maxwell como hipotéticos, face à reduzidíssima magnitude do efeito previsto, de uma parte em cem milhões.(2)

Dois americanos, Albert A. Michelson (1852-1931) e Edward W. Morley (1838-1923), em 1887, mostraram que Maxwell subdimensionara a engenhosidade da técnica experimental.

A experiência de Michelson-Morley, como ficou conhecida dentro da história da ciência, acabou coroando de êxito os esforços de Michelson, que já em 1881 se empenhara, com a precisão exigida pela teoria mas sem, contudo, chegar a um resultado conclusivo, por falhas experimentais, na tarefa de investigar o suposto movimento da Terra em relação ao éter.

4.2 - A experiência de Michelson-Morley

Para determinar a velocidade da Terra em relação ao éter estacionário, Michelson concebe um experimento que tem, essencialmente, o seguinte delineamento físico: dois feixes de luz provenientes de uma mesma 'fonte' movimentam-se em direções mutuamente perpendiculares. Percorrendo ambos a mesma distância, são refletidos e retornam a um mesmo ponto. Se o éter realmente existe, o movimento da Terra em relação a este fluido gera um 'vento' - o 'vento de éter' - e o tempo de chegada dos feixes será diferente.

A essência da idéia de Michelson pode ser melhor entendida através de uma analogia da situação experimental por ele imaginada com a que envolve o cálculo dos intervalos de tempo gastos por um barqueiro para percorrer, com a mesma velocidade (em módulo), dois trechos de ida e volta, de comprimentos iguais, em um rio: um na direção da corrente e outro perpendicularmente a ela, discutida a seguir.

Assim, seja v_r a velocidade (constante) de um rio em relação à margem e v_B a velocidade de um barqueiro em relação a este rio.

Os parâmetros envolvidos quando o barco se desloca na mesma direção da corrente, primeiro rio abaixo (Fig.1(a)) e depois rio acima (Fig.1(b)), são os seguintes:

x : distância entre os pontos *a* e *b*;
t_{ab} : tempo gasto pelo barco para se deslocar de *a* até *b*;
t_{ba} : tempo que o barco leva para ir de *b* até *a*;
t_1 : tempo gasto pelo barqueiro no trajeto *aba*.

(a) Trecho a b (b) Trecho b a

Fig.1

Neste caso,

$$t_{ab} = \frac{x}{v_B + v_r}$$

e

$$t_{ba} = \frac{x}{v_B - v_r} .$$

Somando-se estes dois tempos, obtém-se

$$t_1 = t_{ab} + t_{ba}$$

$$t_1 = \frac{x}{v_B + v_r} + \frac{x}{v_B - v_r}$$

$$t_1 = x \left[\frac{v_B - v_r + v_B + v_r}{(v_B + v_r)(v_B - v_r)} \right]$$

$$t_1 = \frac{2\, x\, v_B}{v_B^2 - v_r^2} \quad . \qquad (1)$$

Quando o barqueiro se desloca (em movimento resultante) perpendicularmente à corrente (Fig.2), os parâmetros são:

x : distância entre os pontos *c* e *d*;
t_{cd} : tempo envolvido no trecho *cd*;
t_{dc} : tempo dispendido no trajeto *dc*;
t_2 : tempo gasto pelo barqueiro para efetuar o trajeto *cdc*.
v_R : velocidade resultante do barqueiro, perpendicular à corrente.

(a) Trecho c d   (b) Trecho d c

Fig.2

Nesta situação, resulta

$$t_{cd} = \frac{x}{v_R} = t_{dc}$$

$$t_{cd} = \frac{x}{\sqrt{v_B^2 - v_r^2}} = t_{dc}$$

e

$$t_2 = \frac{2x}{\sqrt{v_B^2 - v_r^2}} \quad . \qquad (2)$$

A partir de (1) e (2), obtém-se a relação entre os tempos t_1 e t_2 :

$$\frac{t_2}{t_1} = \left(\frac{2\,x}{\sqrt{v_B^2 - v_r^2}} \right) \left(\frac{v_B^2 - v_r^2}{2\,x\,v_B} \right)$$

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{\sqrt{v_B^2 - v_r^2}}{v_B}$$

$$\frac{t_2}{t_1} = \sqrt{1 - \left(\frac{v_r}{v_B} \right)^2} \quad . \qquad (3)$$

Portanto, $t_2 \prec t_1$.

No caso da experiência de Michelson, uma possível diferença nos tempos de chegada dos sinais envolve a detecção de intervalos de tempo muito pequenos. Para lidar com essa situação, Michelson projetou e construiu um dispositivo chamado interferômetro que, como a sua designação sugere, faz uso do fenômeno da interferência ótica. De acordo com este instrumento, se os dois feixes convergem para um mesmo ponto, chegando exatamente juntos ($\Delta t=0$), eles se reforçam mutuamente. Havendo uma diferença no tempo de chegada dos sinais luminosos produzem-se franjas de interferência, isto é, regiões escuras e claras que se alternam devido à interferência das ondas.

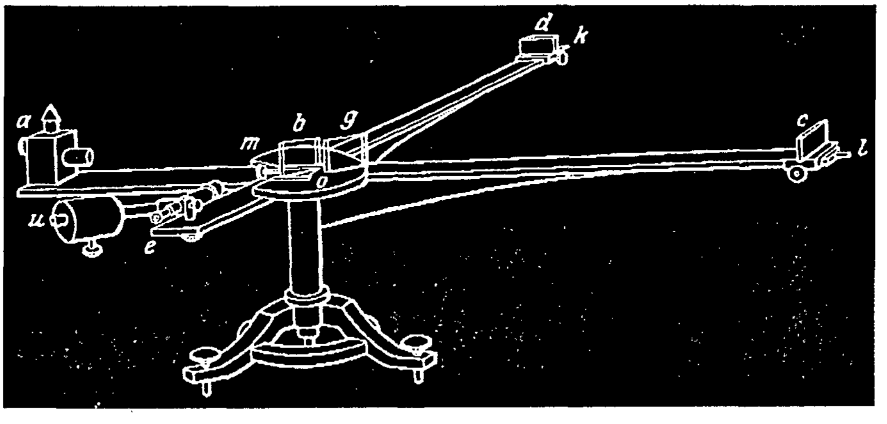


Fig. 3 - O interferômetro de Michelson.

A Fig.3 mostra o interferômetro utilizado por Michelson em sua experiência de 1881. Este dispositivo possui dois braços horizontais de iguais comprimentos e perpendiculares entre si. Na extremidade de cada braço há um espelho fixo. Uma lâmina de vidro, posicionada onde os braços se interseccionam, separa apropriadamente a luz que sobre ela incide. Além de uma fonte luminosa, há uma luneta para a observação das franjas de interferência. O princípio geral de funcionamento deste instrumento, de acordo com o diagrama esquemático da Fig.4, é o seguinte:

Um feixe luminoso monocromático é emitido a partir de S. Ao encontrar uma lâmina de vidro, M, uma parte do feixe atravessa o vidro, dirigindo-se para o espelho M_1 (linha pontilhada), enquanto outra é refletida, seguindo em direção ao espelho M_2 (linha cheia). Após reflexão nestes espelhos, os dois feixes luminosos retornam ao vidro, onde são parcialmente refletidos e transmitidos. Chegam, então, à luneta, a parte do feixe proveniente de M_2 que atravessa o vidro (linha cheia) e a parcela do feixe que, oriunda de M_1, se reflete no vidro (linha pontilhada).

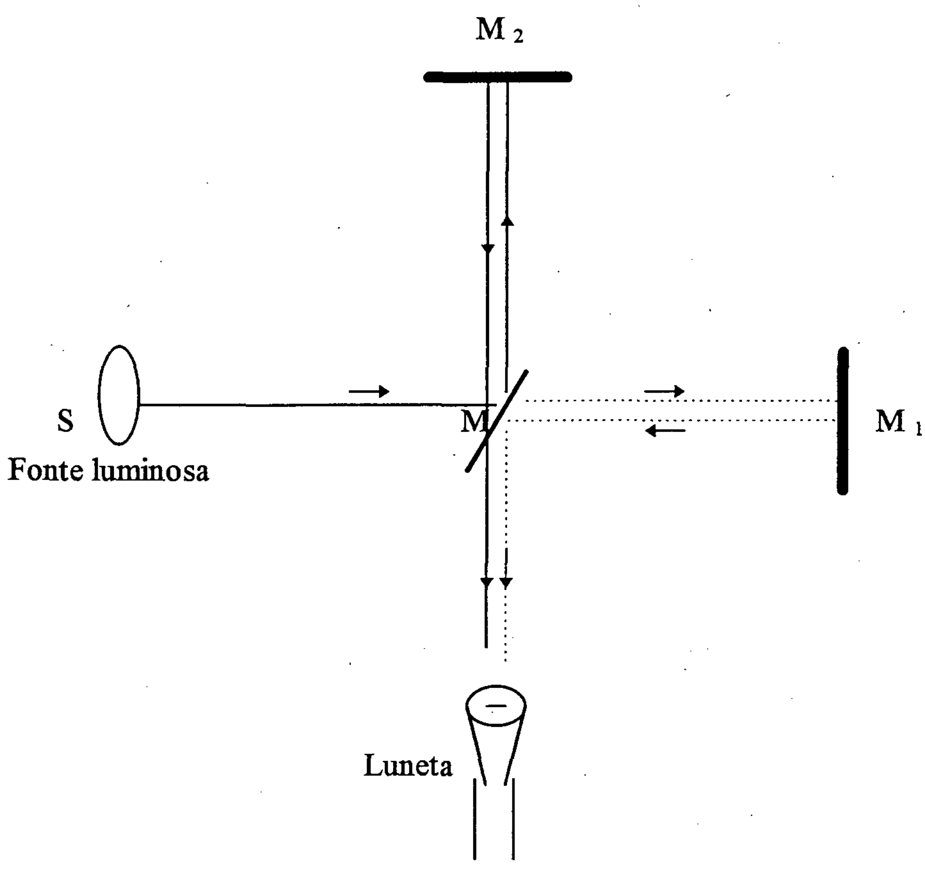


Fig.4 - Esquema simplificado do princípio de funcionamento do interferômetro de Michelson.

Considere, agora, que a Terra se movimente em relação ao éter, sem arrastá-lo (hipótese do éter estacionário). Suponha, também, que o braço do interferômetro que contém o espelho M_1 esteja alinhado com a direção da velocidade da Terra (Fig.5).

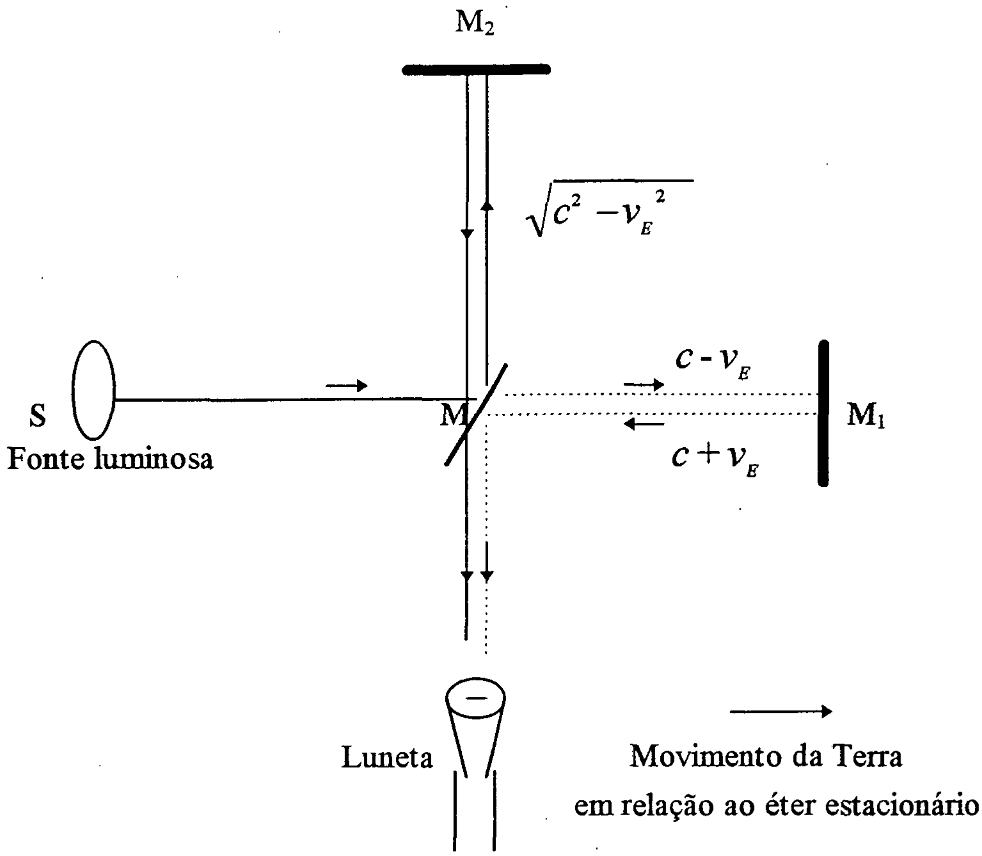


Fig.5 - O interferômetro de Michelson, submetido ao suposto 'vento do éter'.

Seja v_E o módulo da velocidade da Terra em relação ao éter, x o comprimento dos segmentos MM_1 e MM_2 e c a velocidade da luz em relação ao éter.

O tempo que o feixe luminoso que atravessa a lâmina de vidro M leva para ir até o espelho M_1 e novamente voltar a M é

$$t_1 = t_{MM_1} + t_{M_1M} \quad .$$

De acordo com a adição galileana de velocidades, a 'velocidade resultante' do feixe no trajeto MM_1 é $c - v_E$ (pois neste trecho o espelho M_1 tende a se afastar do feixe - movimentos na mesma direção e no mesmo sentido) e no percurso M_1M é $c + v_E$ (já que, neste caso, a lâmina M 'vai de encontro' ao feixe luminoso - movimentos na mesma direção e em sentidos opostos). Deste modo, segue que

$$t_1 = \frac{x}{c - v_E} + \frac{x}{c + v_E}$$

$$t_1 = x\left[\frac{c + v_E + c - v_E}{(c - v_E)(c + v_E)}\right]$$

$$t_1 = \frac{2\,x\,c}{c^2 - v_E^{\;2}} \quad . \qquad (4)$$

Já o tempo dispendido pelo feixe luminoso que sai refletido da lâmina, sofre nova reflexão em M_2 e volta novamente a M é

$$t_2 = t_{MM_2} + t_{M_2M} \quad .$$

Nos dois trajetos, a 'velocidade resultante' do feixe, novamente segundo a regra clássica da adição de velocidades, é $\sqrt{c^2 - v_E^{\;2}}$, pois em ambos os casos, c é a hipotenusa do triângulo retângulo que tem por catetos v_E e a velocidade resultante. Assim,

$$t_2 = \frac{x}{\sqrt{c^2 - v_E^{\;2}}} + \frac{x}{\sqrt{c^2 - v_E^{\;2}}}$$

$$t_2 = \frac{2x}{\sqrt{c^2 - v_E^{\;2}}} \quad . \qquad (5)$$

As equações (4) e (5) são análogas, respectivamente, às equações (1) e (2), com v_B equivalendo a c e v_r a v_E . Somente no caso de ser nula a velocidade da Terra em relação ao éter (ou da corrente do rio em relação à margem) é que se terá a igualdade dos tempos t_1 e t_2 . Caso contrário, haverá uma defasagem na chegada dos feixes ao observador e, conseqüentemente, o aparecimento das franjas de interferência.

O experimento de 1881 não mostrou qualquer deslocamento da Terra em relação ao éter.

Em 1887, Michelson realizou um novo experimento, no qual contou com a colaboração de Morley. O interferômetro da primeira experiência foi modificado, tornando-se ainda mais sensível. Para aumentar o percurso dos dois feixes luminosos, na direção do movimento da Terra e perpendicularmente a ela, e, deste modo, acentuar o efeito de uma possível diferença no tempos de viagem destes feixes, cada um foi forçado a se refletir diversas vezes entre vários espelhos dentro do aparelho.

O resultado desta experiência foi, para espanto geral, o mesmo do experimento de 1881. *"Para ter certeza de que o efeito nulo não era resultado de uma fortuita combinação dos vetores de velocidade que faziam com que seu laboratório, no transcorrer da medida, estivesse em repouso em relação ao éter, Michelson e Morley fizeram observações em diferentes horas do* *dia, em diferentes estações do ano. Nunca foi observado efeito algum. A despeito das predições da teoria clássica, a experiência da Michelson-Morley estava a mostrar que a velocidade da luz é a mesma quando medida ao longo de dois eixos perpendiculares, em um sistema de referência que, presumivelmente, se move com relação ao éter em diferentes direções, em diferentes épocas do ano.*(3)

4.3 - A contração de Lorentz-FitzGerald

O resultado negativo da experiência de Michelson-Morley levou Fitzgerald e Lorentz, por caminhos independentes, à conclusão de que as dimensões dos corpos rígidos se modificam em conseqüência do seu movimento através do éter.

Segundo o físico irlandês G.F.FitzGerald (1851-1901), o braço do interferômetro de Michelson cuja direção coincide com a do movimento da Terra contrai-se na direção deste movimento. A magnitude desta contração é tal que torna igual os tempos de propagação dos sinais luminosos nos trechos MM_1M e MM_2M (Fig.5).

Designando por l e l_0 , respectivamente, os comprimentos dos segmentos MM_1 e MM_2 , obtém-se, a partir das equações (4) e (5), que

$$t_1 = \frac{2\,l\,c}{c^2 - v_E^{\,2}} \qquad (6)$$

e

$$t_2 = \frac{2\,l_0}{\sqrt{c^2 - v_E^{\,2}}} \quad . \qquad (7)$$

Para que não ocorram franjas de interferência,

$$t_1 = t_2 \quad .$$

Deste modo,

$$\frac{2\,l\,c}{c^2 - v_E^{\,2}} = \frac{2\,l_0}{\sqrt{c^2 - v_E^{\,2}}}$$

$$l = \frac{l_0}{c}\sqrt{c^2 - v_E^{\,2}}$$

$$l = l_0\sqrt{1 - \frac{v_E^{\,2}}{c^2}} \quad . \qquad (8)$$

Assim, o comprimento do segmento MM_1 é <u>menor</u> do que o comprimento do segmento MM_2, o qual, por posicionar-se perpendicularmente à direção do movimento, não sofre nenhuma contração.

O que, em outras palavras, estabelece a eq.(8), em claro confronto com a mecânica clássica, é que o comprimento de um corpo se contrai na direção do movimento por um fator igual a $\sqrt{1-v^2/c^2}$. Essa contração não é perceptível para velocidades pequenas em comparação com a velocidade da luz. A eq.(8) também impõe um limite à velocidade de um corpo, que não pode exceder a velocidade da luz.

A explicação do físico holandês H.A.Lorentz (1853-1928), para a ausência de franjas de interferência no experimento de Michelson-Morley baseia-se na sua teoria do elétron.

No trabalho 'Fenômenos eletromagnéticos num sistema que se move com qualquer velocidade inferior a da luz'[(4)], Lorentz considera os elétrons como esferas rígidas, quando em repouso (em relação ao éter). Por efeito de uma translação, estas esferas têm as suas dimensões reduzidas na direção do movimento, tornando-se elipsóides.

Quanto a um corpo rígido, supõe que 'há para cada partícula' que o constitui 'equilíbrio entre as atrações e repulsões que sobre ela exercem as partículas vizinhas'.

Para movimentos uniformes com velocidades menores do que a velocidade da luz, Lorentz então demonstra que *"a influência de uma translação sobre a grandeza e a forma (tanto de um elétron isolado como de um corpo ponderável considerado como um todo) fica limitada às dimensões que são paralelas à direção do movimento, as quais se tornam k* $[k = 1/\sqrt{1-v^2/c^2}\,]$ *vezes menores do que no estado de repouso"*[(5)].

São estas deformações nos corpos, em conseqüência de seus movimentos, que fazem os fenômenos eletromagnéticos em qualquer sistema de referência em translação uniforme em relação ao éter estacionário obedecer às mesmas leis que no sistema do éter. Lorentz obtém este resultado a partir das suas famosas equações de tranformação. As equações de transformação de Lorentz de um sistema de coordenadas espaciais x, y, z, associado ao éter em repouso, para um outro sistema de referência x', y', z', com eixos paralelos ao anterior e movimento com velocidade v na direção x (Fig.6), escritas em 1904, são:

$$\begin{aligned} x' &= \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\ y' &= y \\ z' &= z \quad . \end{aligned} \tag{9}$$

O tempo do sistema em movimento, que Lorentz chama de <u>tempo próprio</u>, ou tempo local, t', relaciona-se com o tempo t, real, 'verdadeiro', do referencial em repouso através da equação

$$t' = \frac{t - vx/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad . \qquad (10)$$

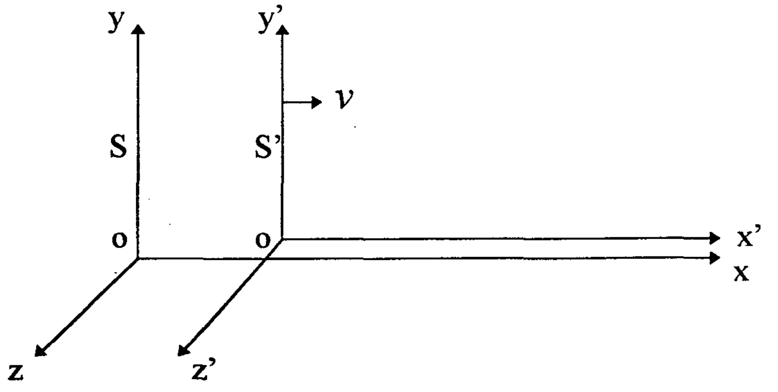


Fig.6 - O sistema S está em repouso em relação ao éter estacionário. Relativamente a este referencial, S' movimenta-se na direção x com velocidade de módulo constante, v.

Com as equações de transformação (9) e (10) Lorentz demonstra que as equações de Maxwell mantêm a mesma forma nos sistemas S e S'.

Conforme Lorentz, *"a 'priori', não se pode afirmar que a nossa hipótese sobre a contração dos elétrons seja plausível nem, tão pouco, que seja inadmissível. O que nós sabemos sobre a natureza dos elétrons é muito pouco, e o único meio de progredir consiste em submeter tais hipóteses a provas, como fizemos aqui"*[(6)].

A invariância das equações de Maxwell frente à transformação de Lorentz constitui-se em um importante resultado teórico. Contudo, não há clareza quanto ao significado físico das mesmas dentro do trabalho de Lorentz. É somente com o artigo de Einstein, em 1905, que transparece, em toda a sua essência, o significado que possuem.

4.4 - À guisa de resumo

♣ Segundo o princípio da relatividade de Galileu, não há <u>um</u> referencial especial, privilegiado. Todos os referenciais inerciais oferecem perpectivas equivalentes para o estudo de um sistema mecânico.

♣ A adição galileana de velocidades é a base da composição de velocidades na mecânica newtoniana.

♣ As leis da mecânica são invariantes frente à transformação de Galileu.

♣ O princípio da relatividade de Galileu não se aplica ao eletromagnetismo. As equações de Maxwell são invariantes frente à transformação de Lorentz.

♣ A velocidade das ondas eletromagnéticas num 'meio não resistente' é uma constante universal. Este resultado é incompatível com o conceito de éter e com a regra clássica da adição de velocidades.

♣ A contração de Lorentz-FitzGerald é, para muitos, uma hipótese ad-hoc - uma explicação cientificamente construída com o objetivo de explicar um resultado experimental não previsto. A invenção de hipóteses especiais para cada novo resultado experimental, utilizada de forma indiscriminada, tem, naturalmente, o repúdio dos cientistas, pois o avanço da ciência não pode se dar nessas condições.

Como bem acentua Infeld[7], *"A física estava madura para a revolução de Einstein. O que queremos dizer por uma revolução em física?** Queremos dizer: um esclarecimento súbito dos nossos princípios, formação de uma nova representação, uma solução de contradições e dificuldades".*

Há uma clara situação de impasse na física do fim do século XIX, e Einstein vai equacioná-la.

4.5 - Referências Bibliográficas

1. Citado por NEWMAN, J.R. James Clerk Maxwell. In.: Scientific American: Cientistas famosos. São Paulo, Ibrasa, 1961. pp.161-186.
2. SHANKLAND, R.S. The Michelson-Morley experiment. Scientific American, 107-114, October,1964.
3. EISBERG, R.M. Fundamentos da física moderna. Rio de Janeiro, Guanabara Dois, 1979. p.12.
4. LORENTZ, H.A. Fenômenos eletromagnéticos num sistema que se move com qualquer velocidade inferior à da luz. In: LORENTZ, H.A., EINSTEIN, A. & MINKOWSKI, H. Textos fundamentais da física moderna. v.1. O princípio da relatividade. Lisboa, Fundação Calouste Gulbenkian, 1971.
5. LORENTZ, H.A. Referência 4, p.34.
6. LORENTZ, H.A. Referência 4, p.37.
7. INFELD, L. Albert Einstein: a sua obra e a sua influência no mundo contemporâneo. Publicações Europa-América, 3ª edição. pp. 40-41.

* O assunto revolução científica é abordado no Capítulo 8.

Capítulo 5

Os fundamentos da teoria da relatividade especial

5.1 - Os postulados da relatividade especial

Um dos motivos que conduz os homens ao 'Templo da Ciência', de acordo com Albert Einstein (1879-1955), é o desejo que têm de formar uma imagem simples e clara do mundo. Thales (640-562 a.C.), de Mileto, parece ter sido o precursor deste ideal científico. Considerado o primeiro dos filósofos da natureza, nasce com ele a primeira escola de pensamento que busca uma visão compreensiva e integrada do mundo deixando de lado os mitos e as explicações sobrenaturais até então vigentes na explicação de qualquer fenômeno. 'De que o mundo é feito?' é a pergunta que dirige o pensamento dos primeiros filósofos jônicos e de outros pensadores e escolas que se seguiram.

Desde os gregos antigos, têm sido inúmeras as concepções de mundo estabelecidas pela ciência dos cientistas, como mostram a história e a filosofia da ciência. Na visão de Einstein, ao se envolver na construção desta imagem do mundo, o cientista que emerge da revolução newtoniana deve inicialmente se engajar em uma tarefa para a qual não há qualquer método prescritivo ou caminho lógico a ser seguido: o da procura por leis e princípios gerais aplicáveis ao maior número possível de fenômenos. Vencida esta etapa ele dá imediatamente início a uma outra, para a qual a Escola em geral o habilitou, que consiste em extrair, por dedução, a partir dos pressupostos básicos da teoria, as suas conseqüências (previsões e explicações).

A geometria euclidiana, enquanto sistema lógico, certamente teve influência na articulação destas suas idéias. Einstein a classificava como uma obra prima do pensamento humano. Causava-lhe admiração e respeito ver que toda uma arquitetura conceitual logicamente integrada resultava de um conjunto reduzido de proposições (axiomas) cuja validade não era posta em dúvida. *"Esta composição admirável da razão humana autoriza o espírito a ter confiança em si mesmo para qualquer nova atividade"* , observa ele em 'Como vejo o mundo'[(1)].

Na estruturação de uma ciência da natureza é indispensável o compromisso entre o discurso teórico e os fatos empíricos. A teoria não pode contradizer a experiência. De fato, o confronto teoria-experiência é inevitável para, em princípio, ratificar ou refutar, via conseqüências verificáveis, os princípios gerais de uma teoria. É a experiência, em última instância, que determina a escolha de uma construção teórica. *"O supremo juiz, reconheçamo-lo, continua a ser o fato experimental"*.[(2)]

Einstein contudo deixa claro que os conceitos científicos e princípios gerais de uma teoria são 'livres criações do espírito humano'. As bases axiomáticas da física não podem ser obtidas a partir da experiência. Qualquer ação neste sentido está necessariamente fadada ao insucesso, pois *"nenhum caminho lógico conduz das percepções aos princípios de uma teoria"* [3]. Em outras palavras, o conhecimento não é uma síntese indutiva dos fatos, como acreditam os empiristas-indutivistas.

Einstein insiste na importância dos princípios básicos para a dedução de uma teoria. Enquanto estes princípios não forem descobertos, *"o teórico não tem absolutamente necessidade dos fatos individuais da experiência. Nem mesmo pode empreender qualquer coisa com as leis mais gerais, descobertas empiricamente. Deve antes confessar seu estado de impotência diante dos resultados elementares da pesquisa empírica até que se lhe manifestem princípios, utilizáveis como base de dedução lógica.*[4]

O notável trabalho de Kepler, que resultou no enunciado de suas três leis do movimento planetário e trouxe consigo o fim do mito do movimento circular na astronomia, exemplifica as limitações da base empírica na construção mais geral de uma explicação científica. É somente com a teoria da gravitação universal de Newton que se pode passar da cinemática à dinâmica do movimento dos planetas, 'corrigindo' a lei das órbitas: as órbitas dos planetas não são elípticas; são aproximadamente elípticas. Os cometas também não se movem em trajetória retilínea, como pensava Kepler. Suas órbitas, como a de qualquer corpo sujeito à influência gravitacional de outro, são elipses, parábolas ou hipérboles.

A teoria da relatividade especial ilustra a essência destas idéias de Einstein. Publicada em 1905 na revista alemã Annalen der Physik, em um artigo intitulado 'Sobre a eletrodinâmica dos corpos em movimento', tem como pressupostos básicos o postulado da relatividade e o postulado da constância da velocidade da luz.

No começo deste seu trabalho, Einstein menciona que a aplicação da teoria de Maxwell a corpos em movimento conduz a certas assimetrias que não parecem ser inerentes aos fenômenos observados. Cita, como exemplo, o caso da interação entre um ímã e um condutor elétrico em movimento relativo, que tem para o aparecimento de um mesmo fenômeno - o da corrente induzida no condutor - explicações que se baseiam em diferentes leis, conforme o ímã seja considerado em repouso e o condutor em movimento ou vice e versa.

"Exemplos desse gênero, assim como o insucesso das experiências feitas para constatar o movimento da Terra em relação ao meio luminífero, levam à suposição de que, tal como na mecânica, também na eletrodinâmica os fenômenos não apresentam propriedades correspondentes à idéia de um repouso absoluto."[5]

Sem mencionar a experiência de Michelson-Morley ou qualquer outra, em particular, Einstein avança em direção ao estabelecimento dos fundamentos de seu trabalho, assegurando validade às equações de Maxwell em qualquer sistema de referência inercial.

"Em todos os sistemas de coordenadas em que são válidas as equações da mecânica, são também igualmente válidas às leis da ótica e da eletrodinâmica. E continua: *Vamos erguer à categoria de postulado esta nossa suposição (a cujo conteúdo chamaremos, daqui em*

diante, 'Princípio da Relatividade'). Além disso, vamos introduzir o postulado - só aparentemente incompatível com o primeiro - de que a luz, no espaço vazio, se propaga sempre com uma velocidade determinada, independente do estado de movimento da fonte luminosa."[5]

Assim, o postulado da relatividade diz que as leis da física são as mesmas em todos os sistemas de referência inerciais.

Este enunciado, como se observa, generaliza a toda a física o princípio da relatividade de Galileu, aplicável à mecânica. Quem o primeiro formulou foi o matemático francês J.Henri Poincaré (1854-1912), baseado no resultado negativo da experiência de Michelson-Morley. A não comprovação experimental da hipótese teórica da existência deste fluido sugeria, entre outras coisas, o descarte definitivo da figura do referencial absoluto 'concreto' na física. Não há um referencial em especial, mas sim uma classe de referenciais igualmente bons para a descrição dos fenômenos físicos: àqueles que se movimentam em translação uniforme uns em relação aos outros.

O movimento retilíneo uniforme ganha novamente destaque em detrimento de outros movimentos, como se vê, mas esta é uma questão que só será resolvida por Einstein anos depois, com a teoria da relatividade geral.

O princípio da relatividade tem diferentes significados para Einstein e Poincaré. Poincaré o considera, sobretudo, como um fato experimental, sujeito, portanto, a uma incessante revisão. Para Einstein ele é um pressuposto fundamental de sua teoria. Pelo menos de maneira provisória não pode ser questionado.[6]

Já o postulado da constância da velocidade da luz estabelece que a velocidade da luz no vácuo tem o mesmo valor para todos os observadores inerciais.

Na física clássica, como se sabe, não há limite imposto à velocidade de um objeto material. Uma força constantemente aplicada a um corpo pode, teoricamente, levá-lo do repouso a um estado de qualquer velocidade. Na teoria da relatividade especial isto não acontece. A velocidade da luz aparece como uma constante da natureza, determinando um valor limite a qualquer velocidade. Isto é, independentemente do movimento da fonte e/ou do observador, a velocidade da luz no vácuo tem um valor constante. Assim, se um observador O_1 faz um sinal de luz com sua lanterna para um observador O_2, a velocidade da luz medida por O_2 (ou por qualquer outro observador inercial) é aproximadamente igual a 300.000 km/s, não importando o movimento relativo dos observadores. A adição galileana de velocidades não se aplica à mecânica relativística. A transformação de coordenadas de um sistema inercial a outro, nesta nova teoria, não pode, portanto, se basear na transformação de Galileu.

A partir da 'igualdade de direito' de todos os referenciais inerciais e da constância da velocidade da luz, Einstein deduz as conseqüências de sua teoria, reformulando as noções fundamentais de espaço e de tempo da mecânica newtoniana; mostrando que o conceito de simultaneidade é relativo; eliminando o conceito de éter; obtendo as equações de transformação de Lorentz e discutindo o seu significado físico (em particular, a influência do movimento sobre a marcha dos relógios e as dimensões dos objetos); provando ser fisicamente impossível velocidades superiores a da luz; demonstrando o aumento da massa com a velocidade e a equivalência massa-energia, entre outras coisas.

Do ponto de vista de um físico newtoniano, a teoria da relatividade conduz a resultados totalmente inesperados, os quais se mostram inacessíveis à percepção sensorial no domínio de baixas velocidades, que acabam determinando uma reação de resistência até mesmo natural à sua aceitação. Ela *"prediz coisas que divergem do que se imagina que o mundo ou a natureza deveriam oferecer. O ponto importante não é, entretanto, o de as previsões se adequarem às intuições - ponto que é falível - mas o de as previsões serem corretas, conduzindo a resultados suscetíveis de ensaio experimental e de comprovação através de ensaio desse tipo"*[7]. Assim, como um novo programa de pesquisa que surge, nos termos do filósofo da ciência I. Lakatos[8] (Capítulo 9), o referencial einsteiniano precisa mostrar a sua competência de programa progressivo (através de sua capacidade explicativa e poder preditivo) para superar àquele(s) que no momento logra(m) monopólio.

5.2 - A teoria da relatividade especial foi uma resposta ao 'resultado negativo' da experiência de Michelson-Morley?

A concepção empirista-indutivista da ciência, que ainda hoje se encontra fortemente disseminada no meio acadêmico, concebe, fundamentalmente, a teoria da relatividade especial como uma resposta objetiva e correta ao experimento de Michelson-Morley.

De modo geral, a divulgação da produção do conhecimento científico (através de artigos em revistas de cunho mais popular, livros de divulgação, materiais didáticos etc.) dentro de um contexto de desenvolvimento linear e cumulativo fortalece ainda mais a proliferação desta visão.

Conforme argumenta o historiador da ciência Gerald Holton, o quadro eminentemente positivista em que se situam as idéias de Einstein no começo deste século acaba fomentando uma forte ligação entre a sua teoria da relatividade especial e a experiência de Michelson-Morley. Nesta circunstância, *"... parece inevitável que, durante a década que se seguiu o trabalho de Einstein de 1905 - especialmente na literatura didática - se desse uma união simbiótica entre o enigmático experimento de Michelson e a incrível teoria da relatividade. O indubitável resultado dos experimentos de Michelson podia ser visto como fonte de uma base experimental para a compreensão da teoria da relatividade que, por outro lado, parecia contrária ao próprio senso comum; a teoria da relatividade, por sua vez, podia fornecer uma explicação do resultado experimental de Michelson de forma não artificial ou ad-hoc, como parecia ser baseada na suposta contração de Lorentz-FitzGerald. Isto provou ser um casamento de longa duração"*[9]

Esta 'vinculação didática' da teoria da relatividade ao experimento de Michelson-Morley desempenhou, à época, importante papel para a sua aceitação por parte de cientistas, estudantes e público em geral. O próprio Einstein *"considerava que o experimento de Michelson-Morley era necessário para que a maioria dos físicos aceitasse a sua teoria; mas isso é bem diferente de considerar o experimento como gênese e base da relatividade"*[(10)].

Como já foi mencionado, para Einstein as bases axiomáticas da física não podem ser obtidas a partir da experiência. Nenhum caminho lógico conduz das percepções aos princípios de uma teoria. Os fundamentos de uma teoria científica são livres criações do espírito humano.

Essas idéias, per si, já antecipam a resposta de Einstein à pergunta que dá título a essa seção.

De qualquer modo, numa carta que escreve a um historiador, um ano antes de falecer, Einstein posiciona-se claramente em relação a esse assunto. *"Demonstrar que esse esperado efeito de segunda ordem estava de fato ausente em um caso decisivo foi o maior mérito de Michelson. Essa obra de Michelson, grande tanto pela vigorosa e clara formulação do problema como pela habilidosa maneira de alcançar a precisão de medida que se requeria, constitui a contribuição imortal que ele deu ao conhecimento científico. Essa contribuição erigiu-se em novo e sólido argumento favorável à não existência do movimento absoluto, princípio da relatividade especial, o qual nunca foi posto em dúvida no campo da mecânica, desde Newton, mas que parecia incompatível com a eletrodinâmica.* E Einstein prossegue: *Sobre meu próprio trabalho, o resultado de Michelson não exerceu influência ponderável. Nem mesmo recordo se o conhecia quando escrevi, pela primeira vez, sobre o primeiro assunto* [1905]. *A razão reside em que eu estava, por motivo de ordem geral, firmemente convencido de que o movimento absoluto não existe e meu problema se resumia em saber como conciliar esse ponto com o conhecimento que temos da eletrodinâmica. Entende-se, assim, porque, em minha obra pessoal, não coube papel ou, pelo menos, papel decisivo ao experimento de Michelson. "*[(11)]

Assim como não é correto se vincular à experiência de Michelson e Morley à gênese das idéias de Einstein sobre a teoria da relatividade, também se constitui em erro histórico acreditar que o resultado desta experiência tenha descartado 'de imediato' do cenário científico a figura do éter. As hipóteses de arrastamento parcial ou total deste fluido, as contrações de FitzGerald e Lorentz e a realização de novos experimentos vinculados à sua existência asseguram isso.

Para Lorentz, *"a importância da experiência de Michelson-Morley reside antes no fato de poder ela nos ensinar alguma coisa sobre as mudanças das dimensões: as dimensões dos corpos são afetadas pelo seu movimento através do éter".*[(12)] E Lorentz tem toda uma teoria a esse respeito, embora admita que *"sendo a natureza das forças moleculares inteiramente desconhecida para nós, é impossível testar esta hipótese* [da contração]*".*[(13)]

A respeitável teoria do elétron de Lorentz e a ainda forte influência entre os físicos da idéia do éter, persuadiu Morley e D.C. Miller a realizar uma série de experimentos utilizando diferentes sólidos como braços para o interferômetro. Esperavam, com isso, testar o efeito de diferentes estruturas moleculares nos deslocamentos dos feixes luminosos. O resultado continuou a ser o mesmo - não foi constatado nenhum movimento da Terra em relação ao éter.[14]

Como observa Lakatos, mesmo depois de 1905, não se considerava a experiência de Michelson e Morley como refutadora da existência do éter. *"Isto talvez explique porque Michelson não recebeu o seu Prêmio Nobel (em 1907) por refutar a teoria do éter, mas por seus instrumentos óticos de precisão e pelas investigações espectroscópicas e metodológicas levadas a efeito com a ajuda deles."*[15]

5.3 - Referências Bibliográficas

1. EINSTEIN, A. Como vejo o mundo. Rio de Janeiro, Nova Fronteira, 1981. p.146-147.
2. EINSTEN, A. Referência 1, p.172.
3. EINSTEIN A. Referência 1, p.140.
4. EINSTEIN A. Referência 1, p.142-143.
5. EINSTEIN, A. Sobre a eletrodinâmica dos corpos em movimento. In: LORENTZ, H.A., EINSTEIN, A. & MINKOWSKI, H. Textos fundamentais da física moderna. v.1. O princípio da relatividade. Lisboa, Fundação Calouste Gulbenkian, 1971. p.48.
6. THUILLIER, P. De Arquimedes a Einstein: a face oculta da invenção científica. Rio de Janeiro, Jorge Zahar, 1994. p.235.
7. BERNSTEIN, J. As idéias de Einstein. São Paulo, Cultrix, 1973 (Original inglês). p.26.
8. LAKATOS, I. La metodología de los programas de investigación científica. Madrid, Alianza, 1989.
9. HOLTON, G. Einstein, Michelson, and the crucial experiment. In: HOLTON, G. Thematic origins of scientific thought. Harvard Univ. Press, Cambridge (Mass.), 1973. pp.261-353. Citado por VILLANI, A., referência 10.
10. VILLANI, A. O confronto Lorentz-Einstein e suas interpretações. Parte I: A revolução einsteiniana. Rev.Ens.Fís., 3(1): 31-45, 1981.
11. HOLTON, G. Einstein and the crucial experiment, p.969. Citado por BERNSTEIN, J. As idéias de Einstein. São Paulo, Cultrix, 1973 (Original), p.51.
12. LORENTZ, H.A. The relative motion of the earth and the ether, 1892. Citado por LAKATOS, I. O falseamento e a metodologia dos programas de pesquisa científica. In LAKATOS, I. & MUSGRAVE, A. (orgs.) A crítica e o desenvolvimento do conhecimento. São Paulo, Cultrix, 1979. p.199.

13. LORENTZ, H.A. Stokes' theory of aberration, 1892. Citado por LAKATOS, I. O falseamento e a metodologia dos programas de pesquisa científica. In LAKATOS, I. & MUSGRAVE, A. (orgs.) A crítica e o desenvolvimento do conhecimento. São Paulo, Cultrix, 1979. p.199.

14. BERNSTEIN, J. As idéias de Einstein. São Paulo, Cultrix, 1973 (Original), p.54.

15. LAKATOS, I. O falseamento e a metodologia dos programas de pesquisa científica. In LAKATOS, I. & MUSGRAVE, A. (orgs.) A crítica e o desenvolvimento do conhecimento. São Paulo, Cultrix, 1979. p.203.

Capítulo 6

A relatividade da simultaneidade

6.1 - O caráter absoluto da simultaneidade na mecânica newtoniana

No Principia, Newton introduz os conceitos de tempo absoluto e de tempo relativo. *"O tempo absoluto, verdeiro e matemático, por si mesmo e de acordo com a sua própria natureza, flui uniformemente sem relação com qualquer coisa externa ... "*(1). Através do tempo relativo, 'aparente e comum', mensurável por meio do movimento de um objeto material, tem-se uma estimativa do tempo absoluto. Neste caso, qualquer fenômeno físico que se repita periodicamente pode ser usado como 'relógio': batimento cardíaco, oscilação de um pêndulo, passagem da areia do compartimento superior para o inferior em uma ampulheta, rotação diária da Terra, translação anual terrestre etc. Quanto mais precisas forem esta regularidade e sua correspondente medição, melhor será o relógio e mais próximo do tempo absoluto estará o valor expresso pelo tempo relativo. Contudo, a busca da igualdade destes dois tempos evidencia-se, em princípio, como utópica, pois, como ressalta Newton, talvez não exista o movimento uniforme do qual se possa fazer uso para medir o tempo rigorosamente.

Vê-se, mais uma vez, agora sob novo ângulo, a importância da lei da inércia na física newtoniana. Coerentemente com a maneira pela qual julga fluir o 'verdadeiro' tempo, Newton, deixando de lado os movimentos periódicos, enfatiza que o único movimento em que se pode esperar a igualdade dos tempos absoluto e relativo é aquele no qual um objeto material em trajetória retilínea percorre distâncias iguais em intervalos de tempos iguais. É, afinal, neste movimento que se encontra a caracterização rigorosa de dois intervalos de tempos iguais.

De qualquer modo, cristaliza-se no estudo do movimento dos corpos a idéia de tempo como uma grandeza escalar que flui uniforme e igualmente para todos os observadores, independentemente de seus estados dinâmicos, e que, portanto, tem um significado único e universal. Em outras palavras, o tempo do sistema newtoniano tem o status de grandeza absoluta: uma vez determinado, por uma das numerosas unidades bem conhecidas, como o segundo, a hora, o dia, o ano, etc., apresenta o mesmo valor para todos os observadores.

Para questionar esta universalidade do tempo na física clássica, Einstein decidiu explorar a fundo o conceito de simultaneidade absoluta que lhe é subjacente.

Segundo Einstein, *"temos que ter em conta que todas as nossas considerações em que intervém o tempo são sempre apreciações sobre acontecimentos simultâneos. Quando eu digo, por exemplo: 'aquele trem chega aqui às 7 horas' isto significa que 'a indicação 7 dada pelo ponteiro pequeno do meu relógio e a chegada do comboio são acontecimentos simultâneos."*(2)

Como, contudo, proceder para avaliar a simultaneidade de eventos que ocorrem 'longe' de um observador?

Neste caso, considere, por exemplo, dois pontos A e B afastados um do outro e um observador O_1 a meia distância de ambos. Seja O_2 um observador localizado num ponto qualquer entre A e O_1. Suponha que dois pulsos luminosos (faísca, piscar de uma lanterna etc.) sejam emitidos de A e B e que a simultaneidade ou não destes eventos seja apreciada por O_1 e O_2 em relação às duas seguintes possibilidades:

Situação 1: As frentes de onda oriundas de A e B chegam juntas a O_1 (Fig.1);

Situação 2: As duas frentes de onda chegam no mesmo instante a O_2 (Fig.2);

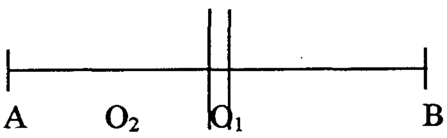


Fig.1 - Os sinais provenientes de A e B são detectados no mesmo instante pelo observador O_1.

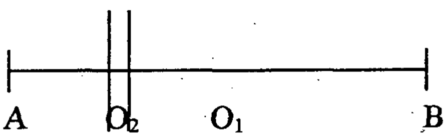


Fig.2 - Os sinais que se originam em A e B chegam juntos a O_2.

Para julgar a simultaneidade destes eventos é preciso levar em conta, basicamente, a posição do observador em relação à ocorrência dos acontecimentos e o tempo de recepção dos sinais. A definição operacional que Einstein propõe, considerando a constância e finitude da velocidade da luz, para avaliar esta e outras situações similares é a seguinte: 'dois eventos são simultâneos quando são detectados no mesmo instante por um observador equidistante dos mesmos'.

Assim, tomando-se O_2 como interlocutor dos fatos, resulta a seguinte análise:

Na situação 1, os eventos A e B não são percebidos como simultâneos por O_2, mas são julgados objetivamente como simultâneos por este observador porque ele sabe que estes dois eventos são simultâneos para o observador O_1, a meia distância de ambos. A defasagem na chegada dos sinais para O_2 deve-se, simplesmente, às distâncias desiguais percorridas pelos dois pulsos.

Já na situação 2, apesar de detectar no mesmo instante os sinais provenientes de A e B, O_2 não julga os eventos como simultâneos, isto é, como tendo ocorrido no mesmo instante, porque sabe que não se encontra a igual distância dos pontos onde cada um deles foi produzido. Tem-se, aqui, um exemplo de dois eventos que parecem simultâneos a um observador sem realmente o serem. Obviamente, de acordo com a definição, estes eventos também não são simultâneos para O_1.

O julgamento da simultaneidade de eventos na mecânica newtoniana fundamenta-se, vale enfatizar, no caráter absoluto que se atribui ao tempo dentro desta teoria. Isto é, quando se especifica um certo instante, ou um intervalo de tempo, esta grandeza tem o mesmo valor para qualquer observador. Apenas nestas condições faz sentido falar, como no exemplo acima, em eventos que ocorrem 'no mesmo instante' ou em 'instantes diferentes' para diferentes observadores. Vê-se, assim, que a simultaneidade, na mecânica clássica, tem caráter absoluto. Ou seja, se um observador prova que dois eventos são simultâneos, então eles serão considerados como simultâneos por todos os demais observadores (mesmo que a eles não pareçam como tal).

Para fazer uso da simultaneidade destacada por Einstein, isto é, para fazer coincidir os 'ponteiros' de um relógio com a ocorrência de um determinado evento num dado sistema de referência, necessita-se, evidentemente, não apenas de um relógio, em particular, mas de uma seqüência deles espalhados por este referencial. Somente assim haverá sempre um relógio tão próximo quanto se queira de uma situação física de interesse para descrever a sua evolução temporal. A sincronização prévia destes relógios, naturalmente, apresenta-se como uma condição indispensável para o diálogo racional sobre a variável tempo entre os diferentes observadores deste sistema.

6.2 - A sincronização de relógios em um referência inercial

Rigorosamente, há uma inconsistência (desprezível na prática, como se verá em seguida) entre a definição de simultaneidade de dois eventos que se produzem aproximadamente no mesmo lugar (como a que envolve a posição dos ponteiros de um relógio e a chegada de um trem a uma estação) e aquela que se assenta no julgamento de um observador localizado no ponto médio da ocorrência de dois eventos quaisquer. Esta última, ao contrário da anterior, é absolutamente precisa porque leva em consideração o tempo de propagação da luz de um ponto a outro do espaço, já que não há transmissão instantânea de um sinal luminoso.

Em "Duas Novas Ciências"[(3)], Galileu, através do personagem Sagredo, alerta Simplício para não fundamentar em bases falsas o seu argumento em favor da infinitude da velocidade da luz.

"Sagredo : Mas de que natureza e magnitude avaliamos ser a velocidade da luz? Será instantânea, momentânea ou, ao contrário, temporária como os outros movimentos? Poderíamos certificar-nos disso através da experiência?

Simplício : A experiência quotidiana nos ensina que a propagação da luz é instantânea. Quando vemos à distância um disparo de artilharia, a claridade intensa da chama chega *aos nossos olhos sem interposição de tempo, o que não ocorre com o som, o qual não chega aos nossos ouvidos senão depois de um considerável intervalo de tempo.*

<u>Sagredo</u> *: Um momento, Sr. Simplício! Desta conhecida experiência não podemos deduzir senão que o som chega aos nossos ouvidos num tempo menos breve que aquele gasto pela luz; isto, porém, não assegura que o movimento da luz seja por isso instantâneo e não temporário, ainda que rapidíssimo."*

O motivo que leva aristotélicos e escolásticos a considerarem como instantânea a propagação da luz é o que também conduz hoje as pessoas a acreditarem neste fato: a razão muito pequena do quociente d/c. Isto é, se dois pontos quaisquer A e B estão separados por uma distância d, um sinal luminoso emitido em A será percebido por um observador em B depois de um intervalo de tempo igual a d/c, onde c representa a velocidade da luz que, no vácuo, é aproximadamente igual a 300.000 km/s. Assim, para d = 9,0 km, por exemplo, $d/c = 3{,}0 \times 10^{-5}$ s.

Com um intervalo de tempo desta magnitude, mesmo estando, em princípio, envolvida uma distância bastante considerável, Galileu não poderia ter tido êxito no experimento que desenvolveu para testar a sua hipótese de finitude da velocidade da luz. Na situação experimental por ele descrita, duas pessoas separadas por uma distância de menos de meia milha (804,5 m) 'acendiam' e 'apagavam' (cobriam e descobriam) periodicamente as lanternas que dispunham. Galileu percebeu que não podia decidir se a aparição da luz oposta era instantânea face à pequena separação dos observadores. Entretanto ficou a ele uma certeza: a de que se a velocidade de propagação da luz não era instantânea (como imaginava), ela sem dúvida era rapidíssima.

No caso da análise da simultaneidade de eventos suficientemente próximos por parte de um observador situado junto a eles mas não equidistante de ambos, a tendência a zero das razões d/c torna imperceptíveis as diferenças existentes nos tempos de propagação dos sinais das 'fontes' (trem e relógio, por exemplo) ao observador, fazendo válidas as suas conclusões baseadas, essencialmente, no julgamento visual de transmissão instantânea dos sinais.

Pelo exposto, e visando a maior precisão possível, fica absolutamente claro que para <u>sincronizar</u> relógios estacionários situados em diferentes pontos de um mesmo sistema de referência inercial por meio de sinais torna-se necessário levar em conta o tempo de propagação do sinal emitido (luz, onda de rádio etc.) de um relógio a outro para, somente então, defasando-os corretamente, promover o devido ajuste entre eles. Assim, dois relógios estacionários separados por uma distância igual à distância (média) entre a Terra e a Lua devem diferir 2,5 s um do outro para estarem sincronizados, já que este é, aproximadamente, o intervalo de tempo gasto por uma onda de rádio (que como qualquer radiação eletromagnética se propaga com a velocidade da luz) para ir e voltar da Terra à Lua (ou de um observador a outro).

O ponto médio da distância que separa dois relógios pode também ser usado por um observador para, baseado na simultaneidade de eventos - no caso a coincidência dos 'ponteiros' dos dois relógios - estabelecer a sincronia de ambos (Afim de realizar a contento esta tarefa o observador pode valer-se, por exemplo, de espelhos ou de uma imagem televisada dos dois instrumentos).

Há, ainda, teoricamente, uma outra possibilidade para promover a sincronia de relógios: reunir todos eles em um mesmo local e, depois de acertá-los, distribuí-los sincronizados nos diversos pontos de interesse do sistema de referência adotado. Mas neste caso não se tem certeza se o próprio movimento não altera o ritmo de um relógio (como a teoria da relatividade vai mostrar que ocorre). Assim, evita-se este procedimento.

Com uma rede de relógios síncronos em um referencial inercial pode-se, enfim, julgar, objetivamente, a simultaneidade de acontecimentos neste sistema. Dois eventos em pontos quaisquer deste sistema são simultâneos quando os relógios a eles associados assinalam a mesma hora.

6.3 - A relatividade da simultaneidade

Discutida a simultaneidade de eventos do ponto de vista de observadores estacionários pertencentes a um mesmo referencial, passa-se, agora, à análise da questão da simultaneidade de dois eventos para observadores inerciais em movimento relativo. Assim, considere que no instante $t = t' = 0$ dois sistemas de referência S e S' possuem eixos e origens coincidentes, e que S' se movimente com velocidade $\vec{v} = v\vec{i}$ em relação a S. Se dois eventos são simultâneos para um observador em S' serão eles também simultâneos para um observador em S?

Para responder a esta pergunta, suponha que sejam coincidentes os pares de pontos A,A' e B,B' dos dois sistemas no instante t = 0, o mesmo ocorrendo com as posições dos observadores O e O' destes referenciais, os quais se encontram, respectivamente, no ponto médio dos segmentos AB e A'B' (Fig.3).

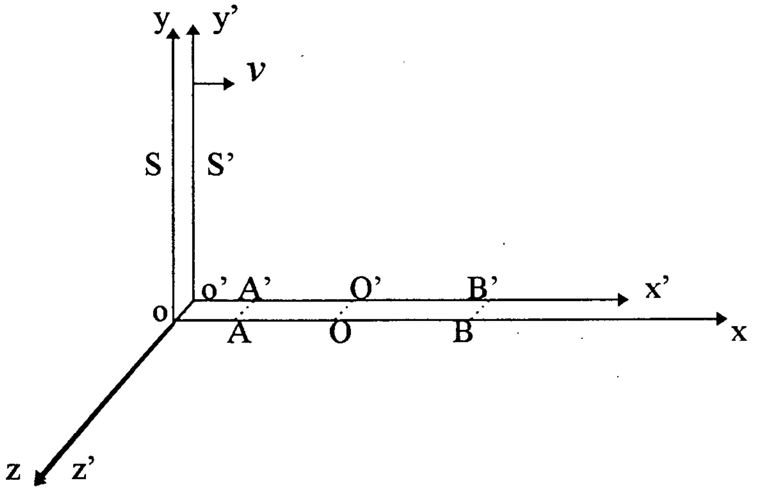


Fig.3 - Em relação a seus sistemas, os observadores O e O' têm posições fixas e equidistantes, respectivamente, dos pares de pontos A e B e A' e B'.

No intante t = 0, a partir dos pontos A' e B' do referencial S' são emitidos dois pulsos luminosos que chegam juntos à posição do observador O'. Como O' está equidistante de ambos, ele atribui simultaneidade a estes eventos.

Do ponto de vista do observador O os dois eventos não são simultâneos. Isto ocorre porque na medida que S' se desloca A' se aproxima de O, enquanto B' dele se afasta. Com isso, a frente de onda originada em A', que se movimenta com velocidade c, percorre até O uma distância menor do que aquela que tem de percorrer a frente de onda que parte de B, que também se move com velocidade c, de acordo com o postulado da constância da velocidade da luz. Daí a diferença nos tempos de chegada dos dois pulsos até O.

Da mesma forma, por raciocínio análogo e sem dificuldade se conclui que se os eventos tivessem origem nos pontos A e B do referencial S eles seriam simultâneos para O, e não para O' que detectaria primeiro o sinal proveniente de B.

Deste modo, dois eventos simultâneos para um observador não são simultâneos para um outro observador em translação uniforme em relação ao primeiro. A simultaneidade é um conceito relativo e não absoluto, como prescreve a mecânica clássica. Em decorrência disso, não é possível falar, sem contradição, em um tempo único para todos os observadores independentes de seu movimento relativo. Também o tempo tem um caráter relativo e não absoluto.

Começam-se a delinear as bases de uma nova e revolucionária teoria científica.

Em suas Notas Autobiográficas, de 1949, Einstein assim se expressa em relação às limitações da mecânica newtoniana: *"Perdoa-me, Newton. A via que abriste era talvez a única possível, à época, para um homem dotado do mais alto raciocínio e poder criativo. Os conceitos que criaste ainda hoje orientam o nosso pensamento na Física, embora saibamos que devam ser substituídos por outros, muito afastados da esfera da experiência imediata, para possibilitar a compreensão mais profunda das relações existentes entre as coisas."*(4)

6.4 - Referências Bibliográficas

1. NEWTON, I. Principia: princípios matemáticos de filosofia natural. São Paulo, Nova Stella, 1990. p.7.

2. EINSTEIN, A. Sobre a eletrodinâmica dos corpos em movimento. In: LORENTZ, H.A., EINSTEIN, A. & MINKOWSKI, H. Textos fundamentais da física moderna. v.1. O princípio da relatividade. Lisboa, Fundação Calouste Gulbenkian, 1971. p.49.

3. GALILEI, G. Duas novas ciências. São Paulo, Nova Stella. p.40.

4. EINSTEIN, A. Notas autobiográficas. Rio de Janeiro, Nova Fronteira, 1982. p.38.

Capítulo 7

A transformação de Lorentz e a adição relativística de velocidades

7.1 - A tranformação de Lorentz

Analogamente ao que foi feito no Capítulo 2 para a mecânica newtoniana, especifica-se, agora, como se dá a transformação de coordenadas de um referencial inercial a outro dentro da mecânica relativística.

Sejam S e S' dois sistemas de referência inerciais que no instante t = t'= 0 possuem eixos e origens coincidentes. S' movimenta-se com velocidade $\vec{v} = v\vec{i}$ em relação a S (Fig.1). A partir dos dois postulados da teoria da relatividade especial e da hipótese de homogeneidade do espaço e do tempo (a qual implica que medidas de comprimento e de tempo não dependem do lugar em que são realizadas) pode-se mostrar[1,2] que as equações de transformação de coordenadas do sistema S para o sistema S', denominadas transformação de Lorentz (por serem idênticas às equações (9) e (10) do Capítulo 4) são:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$
$$y' = y \qquad (1)$$
$$z' = z$$

e

$$t' = \frac{t - vx/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad . \qquad (2)$$

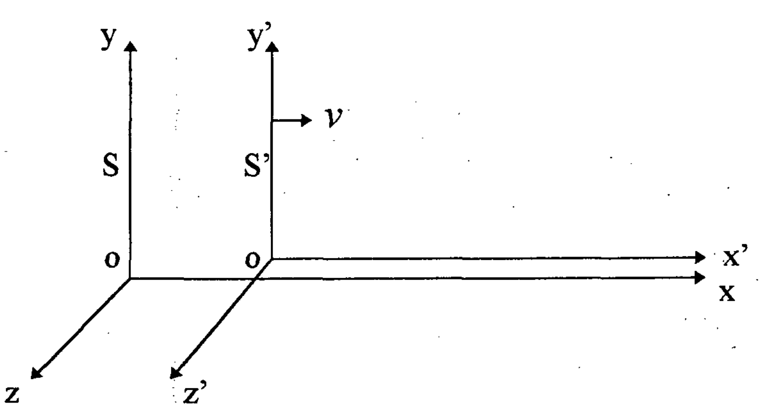


Fig. 1 - Os sistemas de coordenadas inerciais S e S' apresentam movimento relativo na direção X. Seus eixos e origens coincidem no instante t = t'= 0.

A transformação inversa

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$y = y' \qquad (3)$$

$$z = z'$$

e

$$t = \frac{t' + vx'/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad , \qquad (4)$$

que pode ser obtida diretamente a partir das equações (1) e (2) substituindo v por $-v$ (já que para um observador em S' o sistema S se desloca no sentido oposto ao da orientação do semieixo positivo OX') e fazendo respectivamente a troca de x', y', z' e t' por x, y, z e t, permite a obtenção das coordenadas de um evento no sistema S a partir das suas coordenadas no sistema S'.

Para velocidades pequenas comparadas com a velocidade da luz, isto é, para $v/c \prec\prec 1$, a transformação de Lorentz se reduz à transformação de Galileu (seção 2.1), como é fácil demonstrar.

Assim, reescrevendo $x' = x'(x,t)$ em (1) como

$$x = \frac{x' - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = (x' - vt)(1 - v^2/c^2)^{-1/2} \qquad (5)$$

e fazendo uso da expressão

$$(1 + u)^p = 1 + up + p(p - 1)\frac{u^2}{2!} + \ldots \quad , \qquad (6)$$

afim de expandir $(1 - v^2/c^2)^{-1/2}$ em série, resulta

$$(1 - v^2/c^2)^{-1/2} = 1 + \left(-\frac{v^2}{c^2}\right)\left(-\frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{3}{2}\right)\left(-\frac{v^2}{c^2}\right)^2 + \ldots$$

$$(1 - v^2/c^2)^{-1/2} = 1 + \frac{1}{2}\left(\frac{v}{c}\right)^2 + \frac{3}{8}\left(\frac{v}{c}\right)^4 + \ldots \quad . \qquad (7)$$

Para $v/c \prec\prec 1$,

$$(1 - v^2/c^2)^{-1/2} \rightarrow 1 \, . \qquad (8)$$

De (8) em (5), obtém-se

$$x' = x - vt \quad . \qquad (9)$$

A partir de (8) e com $v/c^2 \to 0, \;\Rightarrow\; vx/c^2 \to 0,\; t' = t'(x,t)$, em (2), se reduz ao resultado clássico

$$t' = t \quad . \qquad (10)$$

A contração dos objetos na direção do movimento e a dilatação temporal são conseqüências importantes da transformação de Lorentz, como se verá nas próximas seções.

7.2 - A contração de Lorentz-FitzGerald

Com o intuito de estudar o efeito do movimento sobre as dimensões de um objeto, dois observadores, O e O', localizados, respectivamente, na origem dos referenciais S e S' da Fig.1, acionam seus cronômetros a partir da marca zero (isto é, em t = t' = 0) quando os eixos dos dois sistemas coincidem entre si. A tarefa que têm é a de comparar os comprimentos que cada um atribui a uma haste delgada, de coordenadas fixas em relação à origem do sistema S' e disposta paralelamente à direção X' (Fig.2).

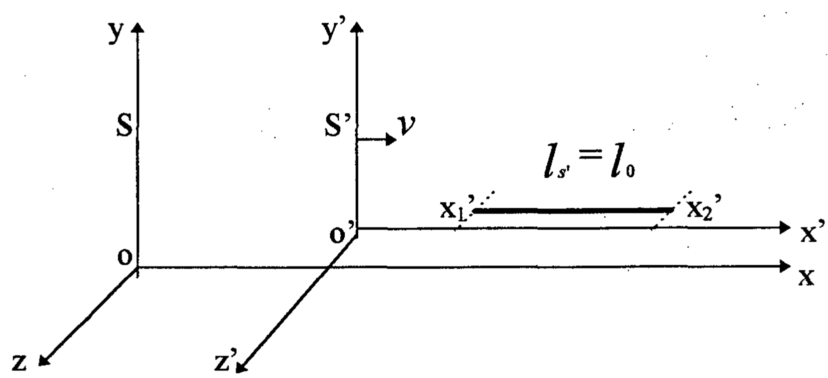


Fig.2 - Uma haste delgada tem 'comprimento de repouso' l_0 para um observador estacionário no referencial S'. Terá ela o mesmo comprimento para um observador em repouso no sistema S?

De acordo com O' (e para qualquer observador em repouso no referencial S'), a haste apresenta comprimento $l_{s'} = l_0$. Sendo x_2' e x_1' as abscissas de suas extremidades, segue que

$$l_{s'} = l_0 = x_2' - x_1' \quad . \qquad (11)$$

Para um observador em repouso no referencial S, tal como O', o comprimento da haste é

$$l_s = x_2 - x_1 \quad . \qquad (12)$$

A transformação de Lorentz (eq.(1)) relaciona as coordenadas das extremidades da haste nos dois sistemas, possibilitando aos observadores o confronto de suas medidas. Assim, decorrido o intervalo de tempo $\Delta t = t - 0$ da superposição dos eixos coordenados dos dois sistemas, pode-se escrever

$$x_2' = \frac{x_2 - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad (13)$$

e

$$x_1' = \frac{x_1 - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \ . \qquad (14)$$

De (13) e (14) em (11), obtém-se

$$l_0 = \frac{x_2 - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - \frac{x_1 - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$l_0 = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \ . \qquad (15)$$

De (12) em (15), conclui-se que

$$l_0 = \frac{l_s}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \ ,$$

ou

$$l_s = l_0 \sqrt{1 - v^2/c^2} \ . \qquad (16)$$

Como $\sqrt{1 - v^2/c^2} \prec 1$, isto implica que $l_S \prec l_0$. Desta forma, o comprimento da haste para o observador que a vê em movimento é <u>menor</u> do que aquele que lhe confere um observador para o qual a haste está estacionária.

Analogamente, se a haste tem coordenadas fixas em relação à origem do sistema S, sendo x_2 e x_1 as abscissas de suas extremidades (Fig.3), seu comprimento, $l_s = l_0$, para O (ou para qualquer outro observador imóvel em relação à haste) é

$$l_s = l_0 = x_2 - x_1 \ . \qquad (17)$$

Utilizando a transformação de Lorentz inversa (eq.(3)) para a passagem de coordenadas do sistema S ao sistema S', estabelece-se a relação entre l_S e l_S' . Passado o intervalo de tempo $\Delta t' = t' - 0$ da superposição dos referenciais, segue então que

$$x_2 = \frac{x_2' + v\,t'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad (18)$$

e

$$x_1 = \frac{x_1' + v\,t'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad . \qquad (19)$$

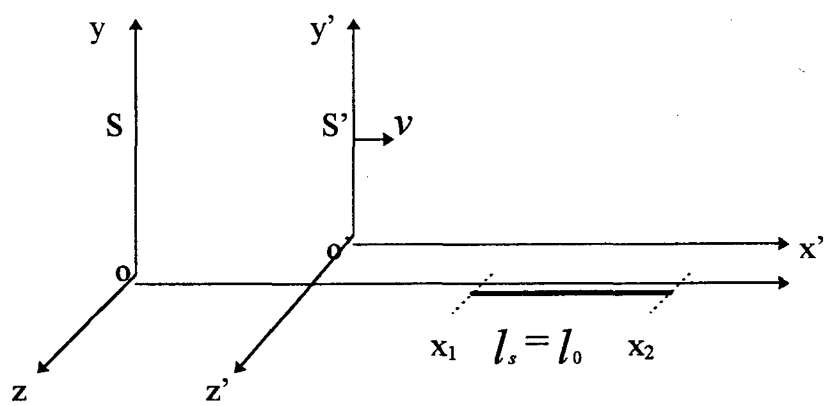


Fig.3 - A haste tem 'comprimento de repouso' l_0 para O. Através da transformação de Lorentz pode-se obter o seu comprimento, $l_{s'}$, para o observador O'.

De (18) e (19) em (17), considerando ainda que $l_{s'} = x_2' - x_1'$, resulta

$$l_0 = \frac{x_2' + v\,t'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - \frac{x_1' + v\,t'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$l_0 = \frac{x_2' - x_1'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$l_0 = \frac{l_{s'}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad ,$$

ou

$$l_{s'} = l_0 \sqrt{1 - v^2/c^2} \quad . \qquad (20)$$

Neste caso, é para o observador O' que o comprimento da haste aparece reduzido do fator $\sqrt{1 - v^2/c^2}$.

Generalizando estes resultados, pode-se então afirmar que quando um objeto qualquer se aproxima ou se afasta de um observador, a dimensão do objeto <u>na direção do movimento</u> aparece ao observador menor do que aquela que ele determina quando observador e objeto se encontram em repouso relativo. Este fenômeno, conhecido como contração de Lorentz-Fitzgerald, por ter sido sugerido, independentemente, por FitzGerald e Lorentz, a fim de explicar o resultado negativo da experiência de Michelson e Morley, tem para estes cientistas e Einstein diferentes significados.

De acordo com Lorentz e FitzGerald, a contração de um corpo na direção do movimento é uma contração real, à qual ficam sujeitos todos os corpos que se movem através do éter. O v da eq.(8) do Capítulo 3, refere-se à velocidade do objeto material em relação ao éter. A contração de Einstein, por outro lado, é função do movimento relativo existente entre objeto e observador, conforme indica o v que aparece na eq.(20) deste capítulo. Deste modo, a contração do objeto resulta diferente para diferentes observadores inerciais.(3)

Segundo Einstein, é exatamente este aspecto da relatividade do movimento de dois observadores que faz com que cada um atribua ao outro uma contração na direção do movimento.

Para baixas velocidades, isto é, quando $v/c \prec\prec 1$, tem-se que $\sqrt{1 - v^2/c^2} \rightarrow 1$. Com isso, (16) e (20) reduzem-se, respectivamente, a $l_S = l_0$ e $l_{S'} = l_0$. Ou seja, a haste apresenta o mesmo comprimento para qualquer observador independentemente do movimento relativo haste-observador. De fato, no domínio da mecânica clássica o comprimento é uma grandeza invariante.

7.3 - Dilatação temporal

Suponha, agora, que incida sobre a variável tempo a análise de dois observadores inerciais situados em referenciais com eixos e origens coincidentes nos instantes t = t' = 0 e em translação relativa unidimensional - o referenciais S e S' da Fig.1.

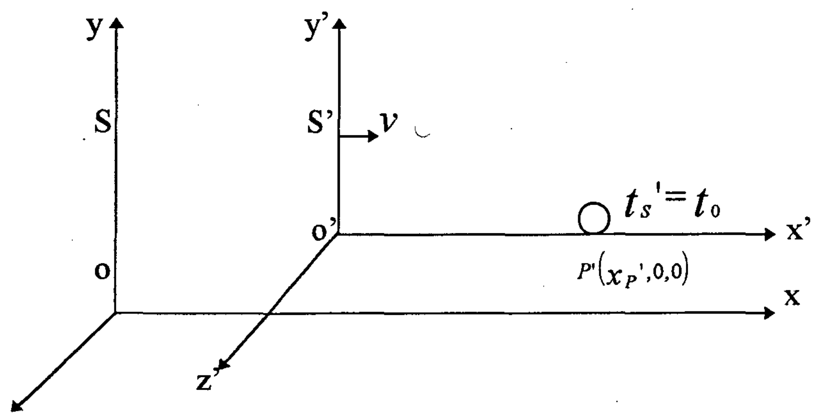


Fig.4 - Um relógio em repouso no referencial S', que se movimenta com velocidade $\bar{v} = v\bar{i}$ em relação a S, assinala o intervalo de tempo $t_S' = t_0$ para um certo acontecimento neste sistema. Como se relaciona este tempo com o que lhe é conferido por um observador em repouso no referencial S?

Seja

$$\Delta t' = t_2' - t_1' = t_s' \qquad (21)$$

o intervalo de tempo de um dado acontecimento registrado pelo relógio de um observador que se encontra no ponto de coordenadas $P'(x_P', 0, 0)$ do sistema S'.

Do ponto de vista de um observador em repouso no referencial S, este mesmo acontecimento ocorre no intervalo de tempo

$$\Delta t = t_2 - t_1 = t_s \quad . \qquad (22)$$

A transformação de Lorentz inversa (eq.(4)) possibilita a passagem das coordenadas temporais do sistema S' para o sistema S e a comparação de t_s e t_s'. Deste modo,

$$t_2 = \frac{t_2' + v x_P'/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad (23)$$

e

$$t_1 = \frac{t_1' + v x_P'/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad . \qquad (24)$$

De (23) e (24) em (22), levando também em consideração a relação (21), resulta

$$t_s = \frac{t_2' + v x_P'/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - \frac{t_1' + v x_P'/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$t_s = \frac{t_2' - t_1'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$t_s = \frac{t_s'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad (25)$$

ou

$$t_s = \frac{t_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad . \qquad (26)$$

Sendo $\sqrt{1 - v^2/c^2} \prec 1$, segue que $t_s \succ t_s' = t_0$. Isto é, o intervalo de tempo atribuído ao acontecimento pelo observador em S é maior do que aquele que lhe confere o observador que o estuda em S'. Como para o observador em S os ponteiros do seu relógio parecem movimentar-se mais rapidamente do que os do relógio em S', o relógio em movimento lhe parecerá atrasado.

Analogamente, se o relógio está estacionário no ponto $P(x_P,0,0)$ do sistema S (Fig.5), a transformação de Lorentz (eq.(2)) relaciona os instantes de tempo t_2 e t_2',

$$t_2' = \frac{t_2 - v x_P/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \tag{27}$$

e t_1 e t_1',

$$t_1' = \frac{t_1 - v x_P/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad , \tag{28}$$

consignados pelo relógio do observador em S e por um relógio pertencente a um observador em repouso no referencial S'.

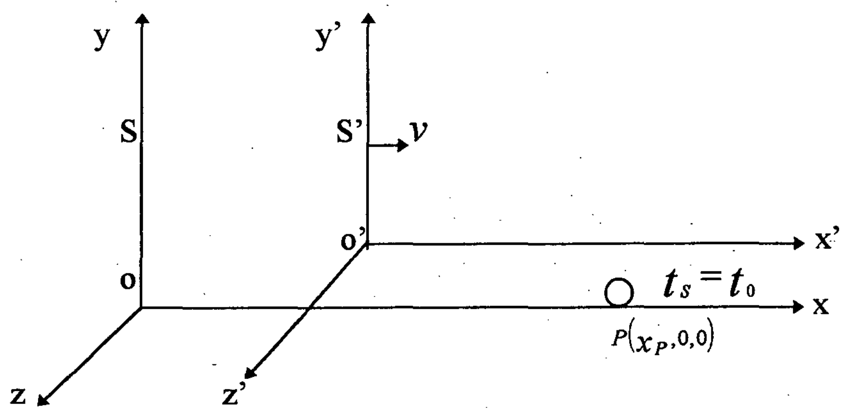


Fig.5 - Um observador com seu relógio estacionário em S assinala o intervalo de tempo $t_S = t_0$ para um dado acontecimento neste referencial. Através da transformação de Lorentz pode-se conhecer a duração deste intervalo, t_S', para um observador em repouso no sistema S'.

Assim, de (27) e (28) em (21), obtém-se a relação entre os intervalos de tempo t_S' e $t_S = t_2 - t_1 = t_0$, ou seja,

$$t_S' = \frac{t_2 - v x_P/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - \frac{t_1 - v x_P/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$t_S' = \frac{t_2 - t_1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{t_S}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \tag{29}$$

ou

$$t_s' = \frac{t_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad . \qquad (30)$$

Neste caso, $t_s' \succ t_s = t_0$. Desta feita, é o observador em S' que vê o relógio de S em movimento; por isso, é para este observador que ocorre a dilatação temporal. já que o tempo, para ele, parece fluir mais depressa do que aquele que é mensurável pelo observador com seu relógio estacionário em S.

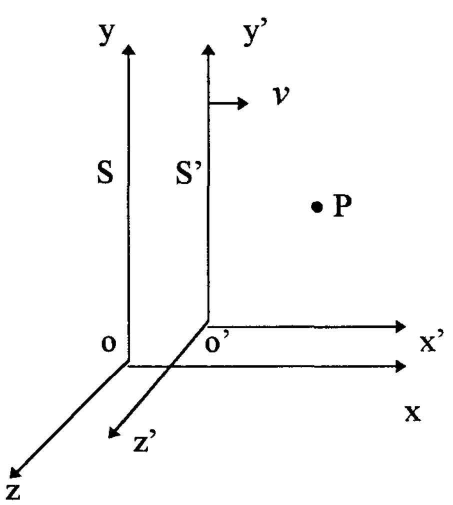
7.4 - Adição relativística de velocidades

O segundo postulado da teoria da relatividade especial, como se viu, estabelece que a velocidade da luz no vácuo tem o mesmo valor para todos os observadores inerciais.

Este enunciado, por si só, apresenta uma total incompatibilidade com a regra de adição de velocidades da mecânica clássica. Ocorre que na física newtoniana é a transformação de Galileu que relaciona as coordenadas de um evento em diferentes referenciais inerciais. Na teoria da relatividade cabe à transformação de Lorentz esta função.

Assim, da mesma forma que a adição clássica de velocidades é regida pela transformação de Galileu, a adição relativística de velocidades tem como suporte ou ponto de partida a transformação de Lorentz.

A Fig.6 reproduz os referenciais S e S' da Fig.1 e as equações de transformação de S para S'(eq.(1) e (2)) e de S' para S (eq.(3) e (4)).



$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$y' = y \qquad y = y'$$

$$z' = z \qquad z = z'$$

$$t' = \frac{t - vx/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad t = \frac{t' + vx'/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Fig.6 - Os sistemas de coordenadas inerciais S e S' apresentam movimento relativo na direção X. Seus eixos e origens coincidem no instante t = t'= 0.

No ponto P da Fig.6 encontra-se um objeto que possui coordenadas espaço-temporais x, y, z e t para um observador O em S e x', y', z' e t para O', em S'.

Se a posição de P varia com o tempo em relação a O, sua velocidade, $\vec{u}$, pode ser escrita, genericamente, como

$$\vec{u} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}$$
$$\vec{u} = u_x\,\vec{i} + u_y\,\vec{j} + u_z\,\vec{k} \quad . \tag{31}$$

Por outro lado, a velocidade de P em relação a O', $\vec{u}'$, é

$$\vec{u}' = \frac{dx'}{dt'}\vec{i} + \frac{dy'}{dt'}\vec{j} + \frac{dz'}{dt'}\vec{k}$$
$$\vec{u}' = u'_x\,\vec{i} + u'_y\,\vec{j} + u'_z\,\vec{k} \tag{32}$$

Assim, cabe a pergunta: que relação existe entre as velocidades $\vec{u}$ e $\vec{u}'$? Em outras palavras, sabendo-se, por exemplo, a velocidade de P em relação a O (isto é, conhecendo-se u_x, u_y e u_z), que velocidade terá P para o observador O' (isto é, quais serão as suas componentes u_x', u_y' e u_z') ?

Para a determinação da componente u_x' de $\vec{u}'$, procede-se da seguinte maneira:

$$u_x' = \frac{dx'}{dt'} = \frac{dx'}{dt}\,\frac{dt}{dt'} \tag{33}$$

A partir de (1) e (4), com $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$, resulta

$$\frac{dx'}{dt} = \gamma\left(u_x - v\right) \tag{34}$$

e

$$\frac{dt}{dt'} = \gamma\left(1 + \frac{v}{c^2}\,u_x'\right) \quad . \tag{35}$$

De (34) e (35) em (33) segue que

$$u_x' = \gamma^2\left(u_x - v\right)\left(1 + \frac{v}{c^2}\,u_x'\right)$$

$$u_x' - \gamma^2\left(u_x - v\right)\frac{v}{c^2}\,u_x' = \gamma^2\left(u_x - v\right)$$

$$u_x' \left[1 - \gamma^2 (u_x - v) \frac{v}{c^2} \right] = \gamma^2 (u_x - v) \quad .$$

Dividindo cada um dos termos por , γ^2

$$u_x' \left[\frac{1}{\gamma^2} - (u_x - v) \frac{v}{c^2} \right] = (u_x - v) \quad .$$

Expressando γ em função de v e c, obtém-se

$$u_x' \left[1 - \frac{v^2}{c^2} - (u_x - v) \frac{v}{c^2} \right] = u_x - v$$

$$u_x' \left(1 - u_x \frac{v}{c^2} \right) = u_x - v$$

$$u_x' = \frac{u_x - v}{1 - \frac{u_x v}{c^2}} \quad . \qquad (36)$$

Para a obtenção de u_y' , o procedimento é o mesmo.

$$u_y' = \frac{dy'}{dt'} = \frac{dy'}{dt} \frac{dt}{dt'} \qquad (37)$$

Das relações (1) e (4), segue que

$$\frac{dy'}{dt} = \frac{dy}{dt} = u_y \qquad (38)$$

e

$$\frac{dt}{dt'} = \gamma \left(1 + \frac{v}{c^2} u_x' \right) \quad . \qquad (39)$$

De (38) e (39) em (37), resulta

$$u_y' = u_y \gamma \left(1 + \frac{v}{c^2} u_x' \right) \quad . \qquad (40)$$

Substituindo a expressão de u_x' (eq.(36)) em (40)

$$u_y' = u_y \gamma \left[1 + \frac{v}{c^2} \frac{(u_x - v)}{1 - \frac{u_x v}{c^2}} \right]$$

e rearranjando os termos, obtém-se

$$u_y' = u_y \gamma \left[\frac{1 - \frac{u_x v}{c^2} + \frac{v}{c^2}(u_x - v)}{1 - \frac{u_x v}{c^2}} \right]$$

$$u_y' = u_y \gamma \left[\frac{1 - v^2/c^2}{1 - u_x v/c^2} \right]$$

$$u_y' = \frac{u_y}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \left[\frac{1 - v^2/c^2}{1 - u_x v/c^2} \right]$$

$$u_y' = \frac{u_y \sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - u_x v/c^2} \quad . \qquad (41)$$

Analogamente, devido a simetria da situação, tem-se que

$$u_z' = \frac{u_z \sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - u_x v/c^2} \quad . \qquad (42)$$

A partir das equações (36), (41) e (42), obtém-se a transformação de velocidade do sistema S' para o sistema S, resultando

$$u_x = \frac{u_x' + v}{1 + \frac{u_x' v}{c^2}} \qquad (43)$$

$$u_y = \frac{u_y' \sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 + u_x' v/c^2} \qquad (44)$$

$$u_z = \frac{u_z' \sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 + u_x' v/c^2} \quad . \qquad (45)$$

Para testar o segundo postulado, considere que o objeto em P se desloque relativamente ao observador O com a velocidade da luz e no sentido do semieixo positivo Ox. A velocidade deste objeto para o observador O', no referencial S', é encontrada a partir das equações (36), (41) e (42), com $u_x = c$, $u_y = 0$ e $u_z = 0$. Assim,

$$u_x' = \frac{c - v}{1 - \frac{cv}{c^2}} = \frac{c - v}{1 - \frac{v}{c}} = \left(\frac{c - v}{c - v} \right) c = 0$$

$$u_y' = 0$$

e

$$u_z' = 0$$

como era de se esperar.

7.5 - Exemplos de aplicação dos conteúdos deste capítulo

Exemplo 1:

Considere dois sistemas de referência inerciais, S e S', que no instante $t = t' = 0$ possuem eixos e origens coincidentes. Suponha que S' se movimente com velocidade $\vec{v} = v\vec{i}$ em relação a S e que no instante em que os eixos coincidem seja emitido um pulso luminoso a partir da origem comum dos dois sistemas. Um observador O, situado na origem de S, vê-se centro de uma frente de onda que se expande em todas as direções com a velocidade da luz. Demonstre que o mesmo ocorre para um observador O', localizado na origem de S'.

Solução:

O raio, r, da frente de onda esférica que tem o observador O como centro, cresce com o tempo, t, de acordo com a equação

$$r = c\,t \quad , \qquad (1)$$

que pode ser reescrita como

$$r^2 = c^2 t^2$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 = 0 \quad . \qquad (2)$$

A partir da eq.(2) e da transformação de coordenadas do sistema S para o sistema S', prova-se que o observador O' também é centro de uma frente de onda esférica que dele se afasta com a velocidade da luz. Assim, das equações (3) e (4) da teoria, na eq.(2), acima, obtém-se:

$$\frac{(x' + v\,t')^2}{1 - v^2/c^2} + y'^2 + z'^2 - c^2 \frac{\left(t' + v\,x'/c^2\right)^2}{1 - v^2/c^2} = 0$$

$$x'^2 + 2x't'v + v^2t'^2 + y'^2 \left(1 - v^2/c^2\right) +$$

$$+ z'^2 \left(1 - v^2/c^2\right) - c^2 \left(t'^2 + \frac{2x't'v}{c^2} + \frac{v^2x'^2}{c^4} \right) = 0$$

$$x'^2 + 2x't'v + v^2t'^2 + y'^2 - \frac{v^2}{c^2} y'^2 +$$

$$+ z'^2 - \frac{v^2}{c^2} z'^2 - c^2t'^2 - 2x't'v - \frac{v^2}{c^2} x'^2 = 0 \; .$$

Reagrupando termos e sabendo que $r'^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2$, resulta

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 - \frac{v^2}{c^2}\left(x'^2 + y'^2 + z'^2\right) + v^2t'^2 - c^2t'^2 = 0$$

$$r'^2 - \frac{v^2}{c^2} r'^2 + v^2t'^2 - c^2t'^2 = 0$$

$$r'^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right) = t'^2 \left(c^2 - v^2 \right)$$

$$r'^2 \left(\frac{c^2 - v^2}{c^2} \right) = t'^2 \left(c^2 - v^2 \right)$$

$$r'^2 = c^2\, t'^2$$

$$r' = c\, t' \quad ,$$

como se queria demonstrar.

Exemplo 2:

O radar de um centro espacial registra que dois objetos voadores não identificados estão em rota de colisão deslocando-se com velocidades de intensidades iguais a v_1 e v_2 . Qual a velocidade de um objeto em relação ao outro?

Solução:

A Fig.7 situa os dois objetos e o centro espacial em função dos referenciais S e S'. A partir dela pode-se afirmar que

$u_x = -v_2$: velocidade do objeto 2 em relação ao centro espacial, localizado no ponto O do referencial S;

$v = v_1$: velocidade do referencial S' relativamente ao referencial S = velocidade do objeto 1 segundo o centro espacial;

$u_x' = ?$: velocidade com que o objeto2 se aproxima do objeto 1, a ser determinada.

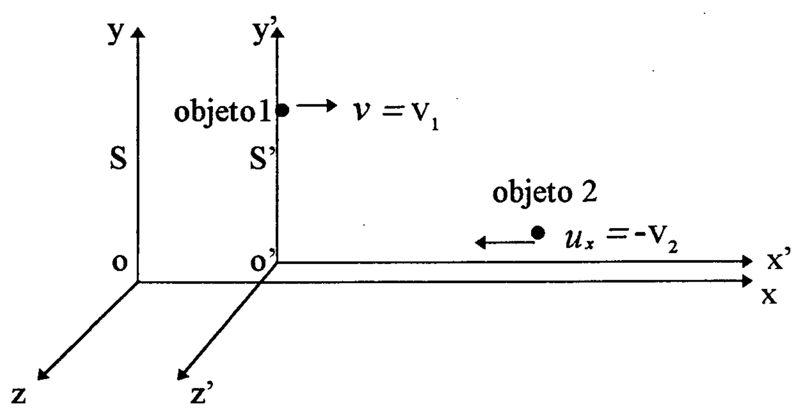


Fig. 7

Aplicando-se a este problema a eq.(36) da teoria,

$$u_x' = \frac{u_x - v}{1 - \frac{u_x v}{c^2}} ,$$

obtém-se

$$u_x' = \frac{-v_2 - v_1}{1 - \frac{(-v_2)v_1}{c^2}}$$

$$u_x' = - \frac{v_1 + v_2}{1 + \frac{v_2 v_1}{c^2}} \quad . \qquad (1)$$

O sinal negativo nesta equação indica que do ponto de vista do objeto 1, o objeto 2 se desloca de x' para O', isto é, no sentido oposto ao do semieixo positivo Ox'.

Caso os objetos estivessem se afastando um do outro (Fig.8), por raciocínio semelhante ao acima desenvolvido resultaria

$$u_x' = \frac{v_2 - (-v_1)}{1 - \frac{v_2(-v_1)}{c^2}}$$

$$u_x' = \frac{v_1 + v_2}{1 + \frac{v_2 v_1}{c^2}} \quad , \qquad (2)$$

mostrando a simetria das duas situações em termos de velocidade relativa de aproximação (eq.(1)) e de afastamento (eq.(2)).

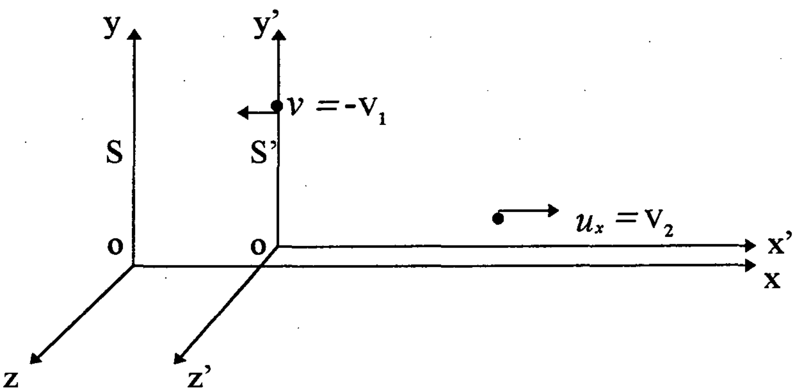


Fig. 8

Conforme mostram as equações (1) e (2), o módulo da velocidade de um objeto em relação ao outro é <u>menor</u> do que aquele que lhe confere a adição galileana de velocidades, isto é,

$$|u_x'| \prec (v_1 + v_2) \qquad (3)$$

Exemplo 3:

Duas réguas, A e B, possuem iguais comprimentos, l_0 , quando em repouso para um observador inercial. Se elas se deslocam na mesma direção e em sentidos opostos, com velocidades de igual intensidade, v, para este observador, que comprimento terá cada régua no referencial em que a outra se encontra em repouso?

Solução:

A Fig.9 mostra a régua B em repouso relativamente ao referencial S'. O observador O', para o qual ela está estacionária, é quem vai estimar o comprimento da régua A. Suscintamente, tem-se que:

$u_x = \mathrm{v}$: velocidade da régua A segundo o observador O, no referencial S;

$v = -\mathrm{v}$: velocidade da régua B de acordo com o observador O' = velocidade de S'em relação a S;

$u_x' = ?$: velocidade atribuída à régua A pelo observador O'.

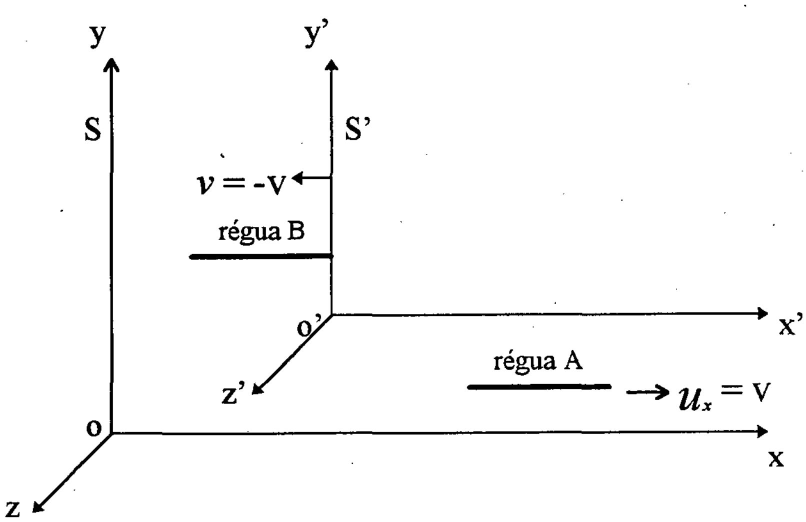


Fig. 9

Segundo O', o comprimento da régua A é

$$l_A' = l_0 \sqrt{1 - u_x'^2/c^2} \quad . \qquad (1)$$

A determinação de u_x' é feita a partir da eq.(36) da teoria,

$$u_x' = \frac{u_x - v}{1 - \dfrac{u_x v}{c^2}} \; ,$$

que para este problema resulta

$$u_x' = \frac{\mathrm{v} - (-\mathrm{v})}{1 - \frac{\mathrm{v}(-\mathrm{v})}{c^2}}$$

$$u_x' = \frac{2\mathrm{v}}{1 + \mathrm{v}^2/c^2} \quad . \qquad (2)$$

De (2) em (1), obtém-se l_A' , isto é,

$$l_A' = l_0 \sqrt{1 - \frac{1}{c^2}[\frac{2\mathrm{v}}{1 + \mathrm{v}^2/c^2}]^2} \quad . \qquad (3)$$

Exemplo 4:

Se as réguas A e B do problema anterior se deslocam segundo direções perpendiculares relativamente ao observador inercial, que comprimento terá cada régua no referencial em que a outra se encontra em repouso?

Solução:

A Fig.10 mostra que as réguas A e B se movimentam em direções perpendiculares segundo o observador inercial O, no sistema S. Assim, as componentes de velocidade dos dois objetos, relativas a este observador,são:

$$(u_x)_A = \mathrm{v} \qquad (u_x)_B = 0$$
$$(u_y)_A = 0 \quad (1) \qquad (u_y)_B = \mathrm{v} \quad (2)$$
$$(u_z)_A = 0 \qquad (u_z)_B = 0$$

Do ponto de vista do observador O', no referencial S', a régua A se encontra em repouso. Já a régua B, para este observador, tem comprimento

$$l_B = (l_0)_B \sqrt{1 - \frac{u_B'^2}{c^2}} \quad . \qquad (3)$$

A determinação de l_B passa, primeiro, pela obtençãode u_B' , onde

$$u_B' = \sqrt{(u_x')^2 + (u_y')^2 + (u_z')^2} \,. \qquad (4)$$

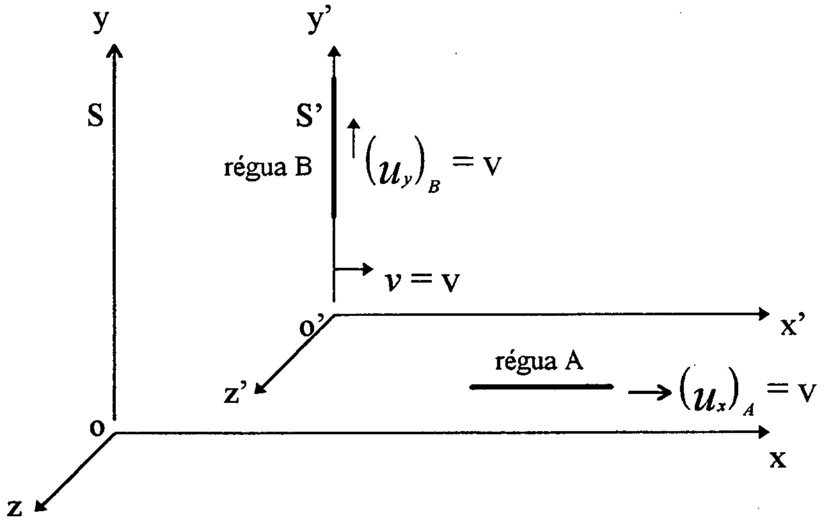


Fig. 10

As componentes da velocidade da régua B nos referenciais S e S' estão relacionadas pelas equações (36), (41) e (42) da teoria. Assim, segue, respectivamente, para $(u_x')_B$, $(u_y')_B$ e $(u_z')_B$ que:

$$(u_x')_B = \frac{(u_x)_B - v}{1 - \dfrac{(u_x)_B\, v}{c^2}}$$

$$(u_x')_B = \frac{0 - v}{1 - \dfrac{0\, v}{c^2}}$$

$$(u_x')_B = -\, v \qquad (5)$$

$$(u_y')_B = \frac{(u_y)_B \sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - (u_x)_B\, v/c^2}$$

$$(u_y')_B = v \sqrt{1 - v^2/c^2} \qquad (6)$$

$$(u_z')_B = \frac{(u_z)_B \sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - (u_x)_B\, v/c^2} = 0 \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

$$(u_z')_B = 0 \qquad (7)$$

De (5), (6) e (7) em (4), resulta

$$u_B' = \sqrt{v^2 + v^2(1 - v^2/c^2)}$$

$$u_B' = v\sqrt{2 - v^2/c^2} \quad . \qquad (8)$$

De (8) em (9), obtém-se

$$l_B = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}(2 - v^2/c^2)} \quad . \qquad (9)$$

7.6 - Referências Bibliográficas

1. RESNICK, R. Introdução à relatividade especial. São Paulo, Editora da Universidade de São Paulo, 1971. pp.60-66.
2. BEISER, A. Conceitos de física moderna. São Paulo, Polígono, 1969. pp.16-19.
3. ALLONSO, M. & FINN, E.J. Física: um curso universitário. v.1. São Paulo, Edgard Blücher, 1972. p.140.

Capítulo 8

Sobre revoluções científicas, programas de pesquisa e a evolução do conhecimento

8.1 - O termo revolução: origem, significado e analogias*

Quando se fala em revolução, seja no domínio das ciências ou na esfera dos acontecimentos sociais e políticos, relaciona-se hoje este termo a uma mudança radical, de considerável magnitude, que denota uma ruptura ou quebra de continuidade com aquilo que é familiar e usual, e que vinculado a uma expressiva inovação traz consigo uma nova perspectiva de mundo (científica e/ou ideológica e/ou social).

A palavra revolução tem sua origem nas ciências exatas. Curiosamente, contudo, o emprego deste termo pelos gregos antigos nada tinha de 'revolucionário'. Utilizado (como ainda é hoje) para referenciar o movimento de rotação de um corpo em torno de um outro corpo ou ponto 'fixo', objetivava, tão somente, exprimir a constância ou regularidade de um fenômeno - daí se falar na revolução de um planeta em sua órbita.

A associação de uma mudança científica de vulto nos padrões de pensamento vigentes à idéia de uma revolução, com conotação em muitos sentidos análoga àquela que altera em parte, ou mesmo por inteiro, o compasso da vida social, econômica e política de um povo, começa a surgir entre os estudiosos durante o século XVIII. Antes de 1700, como ressalta o historiador da ciência I.B. Cohen[3], não há referências específicas a 'revoluções' nas ciências. Até esta época, e a partir do século XI, com o resgate da herança grega, preservada pelos árabes, muitos cientistas criativos viam-se como redescobridores do pensamento antigo. Assim, mesmo produzindo por vezes inovações substanciais no conhecimento não as elegiam (ou tinham suas obras vistas por seus pares) como contribuições que pudessem 'abalar' a ordem científica estabelecida.

Uma clara menção a uma revolução, com significado de mudança radical, aparece na obra de Bernard de Fontenelle (1657-1757), 'Élements de la géométrie de l'infinit', publicada em 1727. Neste trabalho, Fontenelle considera que a invenção do cálculo infinitesimal por Newton e Leibniz (co-descobridor independente), e o seu desenvolvimento subsequente por renomados matemáticos, *"introduziu um nível de simplicidade nunca antes sonhado, com o que se iniciou uma revolução quase total nas matemáticas"*[4].

Um pouco mais adiante, em 1747, Clairaut, um estudioso francês, em um trabalho intitulado "Du système du monde dans les principes de la gravitation universelle", afirma que os

* Esta seção fundamenta-se, basicamente, nas referências 1 e 2 da bibliografia constante no final deste capítulo

Principia de Newton (publicado em 1687) assinalavam *"l'époque d'une grande révolution dans la Physique"*[(5)].

Estas duas citações à obra de Newton, que, em conjunto, destacam com propriedade e oportunismo os aspectos revolucionários do conteúdo físico e do formalismo matemático de seu trabalho, contribuíram para dar corrência ao significado de um 'novo' termo na ciência ao apontarem as profundas modificações que irremediavelmente se processam na esfera científica com a entrada em cena de um conhecimento genuinamente original e relevante.

Ainda no século XVIII, aparecem outras referências a trabalhos científicos inovadores ou revolucionários, como os de Copérnico e de Descartes. Contudo, talvez a mais significativa seja a de Lavoisier, que em 1773 qualifica como revolucionário seu próprio programa de pesquisa. 'A revolução química: Lavoisier', publicada em 1890 por M.Berthelot, *"fixou a expressão revolução química nos anais da história da ciência"*[(6)].

O termo revolução, enfim, como expressão de um avanço original e significativo do pensamento científico, começa definitivamente a fazer parte do vocabulário dos cientistas e dos filósofos. A primeira visão de conjunto das conquistas intelectuais do século XVIII, 'A brief retrospect of the eighteen century', de Samuel Miller, publicada em 1803, ilustra isso, através de seu subtítulo, bastante sugestivo, 'uma busca das revoluções e avanços na ciência, nas artes e na literatura durante este período'. Ao procurar explicar a freqüência e rapidez das revoluções científicas, a resposta que Miller encontra, *"resulta bastante moderna, pois viu a principal causa disto na emergência do que hoje chamamos uma comunidade científica. Assinala, em particular, 'a extraordinária difusão do conhecimento', 'o grande número de investigadores e experimentadores existentes' e, sobretudo, 'o grau de intercâmbio sem precedentes de que desfrutavam os científicos', que possibilitava 'a completa e rápida investigação de toda a nova teoria'... [Para Miller], o século XVIII foi, fundamentalmente, <u>a época do intercâmbio literário e científico</u>"* [(7)].

Contudo, a caracterização de um feito científico como revolucionário não isenta de um alto grau de subjetividade quem o analisa, daí a discordância entre cientistas, historiadores e filósofos da ciência sobre este tema. Isto ocorre, em boa parte, devido à ausência de parâmetros (pela própria dificuldade em estabelecê-los) que confiram uma maior objetividade a este tipo de julgamento.

Há, sem dúvida, episódios na ciência que se constituíram em marcos na história do pensamento científico. Contribuições que extrapolaram as suas próprias áreas de atuação, como as promovidas por Copérnico, Newton, Darwin e Einstein. No que concerne a estes 'saltos' no conhecimento, os critérios estabelecidos pelo historiador da astronomia J.S. Bailly, no século XVIII, para o julgamento de revoluções científicas, ainda hoje desfrutam de boa aceitação. Segundo ele, revoluções de grande envergadura na ciência envolvem dois estágios bem característicos: *"primeiramente se produz uma revolta capaz de destruir o sistema científico aceito; em seguida se introduz algo novo para ocupar o seu lugar"*[(8)]. De acordo com Bailly, como se observa, não se pode falar de uma revolução cartesiana ou de uma revolução galileana porque as contribuições de Descartes e de Galileu ficaram basicamente restritas ao primeiro estágio, já que é somente com Newton que eclode uma nova filosofia natural.

Ao lado destas maxi-revoluções - que encontram na sociedade o seu paralelo nas grandes revoluções, como as francesa e russa - há uma miríade de mini ou micro-revoluções científicas que atingem, em sua essência, apenas a uma parcela dos profissionais de uma determinada área do conhecimento, ou, ainda, de uma forma um pouco mais ampla, a certos segmentos de diferentes ramos da ciência. Em cada uma destas situações, cabe aos cientistas diretamente envolvidos, de acordo com as especificidades de suas áreas de pesquisas, julgarem a pertinência, os efeitos e o grau das novidades que surgem e afetam seus campos de trabalho.

A descoberta dos raios X pelo físico alemão W.C. Röntgen, em 1895, revolucionou o estudo das radiações, dando novos e importantes desdobramentos à pesquisa nesta área da Física. A possibilidade de 'fotografar o invisível' com esta radiação, como mostrava a chapa que registrava a estrutura óssea de uma mão, apresentada à Academia de Ciências de Paris, sinalizava à comunidade médica aplicações promissoras relacionadas a este novo conhecimento. Já para os astronômos os raios X nada tinham de revolucionário, pois não se mostravam relevantes às suas pesquisas.

Um novo instrumento pode, também, desencadear efeitos revolucionários, inclusive em larga escala. Isto foi, por exemplo, o que ocorreu com o telescópio. Construído e apontado pela primeira vez para o céu por Galileu, este instrumento mostrou que o cosmos aristotélico estava longe de exibir a propalada 'perfeição' e imutabilidade preconizada pelo 'mestre daqueles que sabem', agitando os filósofos e astrônomos da época que tinham no heliocentrismo de Copérnico uma alternativa desafiadora e teoricamente viável ao sistema de Ptolomeu. Para o espanto e incredulidade dos aristotélicos, e das pessoas em geral, observavam-se através de suas lentes montanhas e crateras na superfície lunar, 'manchas' no Sol, fases em Vênus, quatro corpos a girar em torno de Júpiter e uma quantidade de estrelas muito maior do que aquela percebida a olho nú.

A resistência à introdução do novo demanda, certamente, o convencimento pela argumentação, mas também a coerção pela força, em muitas situações. O elemento da novidade e o fenômeno da conversão, a ela ligado, apresentam-se como traços característicos e comuns à revoluções científicas e revoluções políticas.

A novidade que um conhecimento científico ou uma proposta revolucionária traz consigo associa-se à idéia de que uma nova história, uma nova sucessão de fatos e eventos, que gera expectativas e promessas de novos desafios, está para desdobrar-se. Conexões ou ligações entre o 'novo' e o 'velho' são comuns na ciência; nas revoluções políticas estes laços são mais frágeis.

Uma característica marcante de uma revolução politica é a violência fisica que invariavelmente está ligada à tomada do poder. Insuperáveis divergências mantidas por grupos políticos, acentadas em concepções muito diferente de sociedade, acabam instaurando um processo de disputa em que o acesso e conversão ao novo resultam impostos pela força. *"Mudanças radicais não iniciadas por uma alteração violenta do sistema dominante são instâncias de alguma outra forma de mudança social."* (9)

As revoluções na ciência, naturalmente, não envolvem violência física. Contudo, uma grande revolução científica pode exibir um padrão de ação similar à derrubada física de um governo. Isto ocorre quando os partidários da nova teoria ou do programa de pesquisa emergente, em busca de adesão e convencimento, desenvolvem, por exemplo, uma série de atos que visam o controle da imprensa científica, do sistema educacional e dos acentos de poder (onde se partilham recursos e elaboram políticas - de pesquisa, educacional etc.).

A consolidação dos Principia, em um ambiente dominado pelos cartesianos após ferrenha luta contra os escolásticos e a Igreja, ilustra isso. Além da própria crítica que Newton faz à teoria dos vórtices, base da cosmologia cartesiana, articula-se todo um conjunto de ações com o claro objetivo de 'facilitar' a aceitação desta nova estrutura conceitual pela comunidade científica. Entre outras, pode-se citar:

♣ a dedicação, por Newton, da primeira edição dos Principia à Royal Society e seu patrono, o rei James II;

♣ a exposição da ciência newtoniana junto à Igreja;

♣ a divulgação da nova ciência em aulas populares;

♣ as críticas dirigidas principalmente às obras cartesianas;

♣ a redação de livros de acordo com os preceitos do novo espírito científico;

♣ a substituição paulatina nas principais universidades de professores escolásticos e cartesianos por newtonianos ortodoxos (por influência do próprio Newton);

♣ a eleição de Newton como presidente da Royal Society.

A 'violência' contra uma teoria científica, ou, mais precisamente, contra seus autores, não é regra, mas quando ocorre pode ser muito forte. Neste caso, suas raízes se situam em um contexto extra-ciência.

As 'idéias revolucionárias' de Einstein, disseminadas em um ambiente científico permeado pelo nazismo, suscitaram forte resistência da parte de cientistas empenhados em defender a supremacia ariana do saber. Entre os que se opuseram veementemente a Einstein estavam os físicos Philipp Lenard e Johannes Stark, ambos detentores de prêmio Nobel. Sob os auspícios de Hitler, chegaram a liderar uma campanha para reorganizar e expandir a física alemã (ou física ariana). Seus esforços, contudo, foram infrutíferos, graças à reação contundente de físicos como Max von Laue, Max Planck, Arnold Sommerfeld e Werner Heisenberg, entre outros.

8.2 - Como se desenvolve o conhecimento científico: a perspectiva kuhniana

A problemática das revoluções na ciência traz à discussão uma questão bastante delicada, cuja resposta abriga profundas diferenças entre cientistas, historiadores e filósofos da ciência. Como, afinal, progride o conhecimento científico? De forma contínua e cumulativa ou através de descontinuidades, de saltos quânticos, como parecem sugerir as revoluções, em seus diversos graus, para aqueles que nelas acreditam?

Para George Sarton, fundador da revista Isis, em 1913, e editor por muitos anos deste conceituado periódico americano publicado pela Sociedade de História da Ciência, limita-se apenas a uma primeira impressão a constatação de que a ciência avança em passos gigantes, como os que são necessários à subida dos altos degraus de uma escadaria, no qual cada patamar atingido representa uma conquista associada a uma descoberta essencial. Segundo ele, *"a medida que detalhamos nossa análise vemos que os grandes passos se subdividem em pedaços menores e estes em outros ainda menores, até que finalmente parecem se anular em seu conjunto"* [(10)].

Neste sentido, o descrutínio de uma história que busca esclarecer e mesmo enfatizar a contribuição de todos aqueles que direta ou indiretamente colaboraram para o incremento gradual do conhecimento mostra-se de grande relevância aos que defendem implícita ou explicitamente a concepção de ciência cumulativa.

A caracterização da ciência como um empreendimento eminentemente coletivo é igualmente importante para os partidários do crescimento da ciência por descontinuidades. A ênfase dada à contribuição individual é que difere da anterior. Dentro da corrente revolucionária, é basicamente no sentido de se gerarem condições propícias para o surgimento de maxi ou mini revoluções que viabilizam a síntese ou reestruturação de idéias que se insere a célula básica do trabalho individual.

O livro 'A estrutura das revoluções científicas', do físico e historiador da ciência Thomas S. Kuhn, publicado em 1962, é um marco dentro da história e da filosofia da ciência. Nesta obra, Kuhn critica de um lado a filosofia empirista-indutivista da ciência e de outro a historiografia tradicional, que atribui à produção do conhecimento um desenvolvimento linear e cumulativo.

De acordo com Kuhn, a ciência progride através de uma seqüência de períodos de ciência normal, onde o desenvolvimento é cumulativo, alternados por períodos de crise-revolução, durante os quais ocorrem mudanças conceituais.

Os períodos de ciência normal caracterizam-se pela adesão da comunidade científica a um paradigma - conjunto de definições, conceitos, leis, modelos, teorias, instrumentais, valores, etc., partilhados pelos praticantes de uma especialidade científica, que viabiliza 'uma relativa abundância de comunicação profissional' e 'unanimidade de julgamentos'.

O paradigma delimita o campo de trabalho do cientista e orienta a sua pesquisa mostrando-lhe os problemas passíveis de investigação e a natureza das soluções aceitáveis. A postura a-crítica em relação aos pressupostos básicos do paradigma nos períodos de ciência normal é não apenas necessária como fundamental para a sua articulação e aperfeiçoamento. É o 'compromisso profundo com a tradição', que faz o cientista 'postular a teoria corrente como a regra de seu jogo', que leva a natureza a ser objeto de investigação *"com uma profundidade e de uma maneira tão detalhada que de outro modo seria inimaginável"*[11]. A confiança no paradigma é tão grande que o fracasso em resolver problemas é culpa do cientista (por falhas de interpretação, aplicação incorreta de técnicas e métodos, etc.) e não do corpo conceitual corrente. *"Uma vez que o paradigma é propriedade coletiva, ele goza de certas imunidades, tem existência duradoura e não perde facilmente a sua credibilidade."*[12]

Contudo, a pesquisa científica normal invariavelmente traz à tona problemas teóricos e/ou experimentais relevantes que se mostram resistentes à solução mesmo quando neles se envolvem pesquisadores de reconhecida competência e prestígio. Descobertas e invenções também podem gerar situações e resultados não previstos, como se viu na seção anterior. Quando fatos como esses ocorrem, o meio científico se agita e se instala um período de crise. O equacionamento da crise revigora o paradigma e faz voltar a confiança da comunidade no seu referencial de pesquisa. Por outro lado, a sua persistência e aumento, com a presença de novas situações sem solução, faz com que leis e conceitos fundamentais sejam criticamente examinados. A crise se aprofunda e se apresenta como irreversível quando surge um paradigma rival que além de resolver os mesmos problemas que o paradigma dominante apresenta solução para as suas anomalias e faz novas predições passíveis de teste. A adoção do novo paradigma pela comunidade científica, em susbstituição ao anterior, caracteriza o que Kuhn denomina de uma revolução científica.

Revoluções científicas, em geral, representam *"episódios de desenvolvimento não-cumulativo nos quais um paradigma mais antigo é total ou parcialmente substituído por um novo, incompatível com o anterior".*[13]

Consubstanciada a mudança de referencial conceitual, estabelece-se um novo período de ciência normal e toda a conjuntura de trabalho a ela inerente, na visão kuhniana.

A crise que (segundo Kuhn) necessariamente precede uma revolução científica igualmente se faz presente no processo que culmina com a deflagração de uma revolução política, permitindo o estabelecimento de uma nova analogia entre ambas. Conforme Kuhn, *"as revoluções políticas iniciam-se com um sentimento crescente, com freqüência restrito a um segmento da comunidade política, de que as instituições existentes deixaram de responder adequadamente aos problemas postos por um meio que ajudaram em parte a criar. De forma muito semelhante, as revoluções científicas iniciam-se com um sentimento crescente, também seguidamente restrito a uma pequena subdivisão da comunidade científica, de que o paradigma existente deixou de funcionar adequadamente na exploração de um aspecto da natureza cuja exploração fora anteriormente dirigida pelo paradigma. Tanto no desenvolvimento político como no científico, o senti-*

mento de funcionalismo defeituoso, que pode levar à crise, é um pré-requisito para a revolução"[14].

Do lado político, 'a não existência de uma estrutura supra-institucional neutra e competente' para julgar os pleitos e as visões de sociedade de grupos antagônicos e em competição, conjugada a radicalização de idéias e propostas que de um lado defendem a manutenção do 'status quo' presente e de outro propõem mudanças radicais, torna impossível o diálogo e a busca do entendimento. Surge, então, o conflito e a luta que sucumbe um e glorifica o outro.

No campo da ciência, a escolha entre dois paradigmas em competição, incomensuráveis entre si por representarem diferentes modos de ver e entender a natureza, está longe de se constituir em uma tarefa trivial aos praticantes de uma especialidade científica. Isto ocorre, fundamentalmente, face à inexistência de regras ou critérios isentos de julgamento. Isto é, no debate que se estabelece entre os defensores de diferentes paradigmas, cada grupo fundamenta a sua discussão segundo critérios atrelados a seu próprio referencial conceitual. Desta forma, procedem de uma maneira bastante semelhante àquela em que se empenham os partidários de instituições políticas rivais na defesa de suas teses. Como argumenta Kuhn, *"colocar um paradigma como premissa numa discussão destinada a defendê-lo pode, não obstante, fornecer uma mostra de como será a prática científica para todos aqueles que adotarem a nova concepção da natureza. Esta mostra pode ser imensamente persuasiva, chegando muitas vezes a compelir à sua aceitação. Contudo, seja qual for a sua força, o 'status' do argumento circular equivale tão somente ao da persuasão"*[15]

Conforme se vê, a comunidade científica desempenha um papel de enorme importância na ciência kuhniana, tanto na definição 'de certos modelos de produção intelectual a seus membros' nos períodos de ciência normal, como no julgamento de teorias concorrentes, em um período de ciência extraordinária. Termos como fracasso individual, crise, persuasão, convencimento, consenso etc., pertencentes ao vocabulário kuhniano, mostram claramente que para Kuhn o entendimento da produção e do desenvolvimento da ciência passa por considerações que extrapolam o domínio exclusivo da razão científica. Como bem coloca Oliva, *"a ciência em Kuhn não pode ser entendida como pura episteme, já que constitui uma atividade também envolvida com a erística, isto é, com o desenvolvimento de técnicas de convencimento em situações de conversão"*[16].

A ausência de critérios lógicos para a análise e julgamento científico de paradigmas concorrentes, conjugada à importância que dá aos valores de uma comunidade científica, suscitou muitas críticas a Kuhn, que se viu acusado de promover uma imagem irracional do debate científico.

Para Imre Lakatos, por exemplo, a crise kuhniana 'é um conceito psicológico', 'um pânico contagioso', pois não há causas racionais para o seu aparecimento. A falta de padrões supra-paradigmáticos que viabilizem a apreciação e o julgamento de paradigmas que disputam a hegemonia do conhecimento no contexto científico torna a transferência dos membros de um referencial conceitual a outro 'um efeito de adesão de última hora', ou 'uma conversão mística que não é nem pode ser governada por regras racionais'. Assim, Lakatos considera a revolução científica kuhniana como irracional, como uma 'questão de psicologia das massas'.[17]

Karl R. Popper, de seu lado, argumenta que é sempre possível o diálogo e a discussão crítica entre pessoas situadas em diferentes referencias conceituais. A concepção de que as suas linguagens são mutuamente intradutíveis não passa de um dogma e se constituiu em uma expressão clara de irracionalismo. Ele ressalta que pode haver dificuldades no entendimento entre interlocutores de diferentes paradigmas, chegando a admitir que uma revolução científica se assemelha, com freqüência, a uma conversão religiosa, *"mas isso não quer dizer que não possamos avaliar crítica e racionalmente nossos pontos de vista anteriores à luz de novos fatos"*[18].

Popper também rejeita a postura acrítica do cientista em um período de ciência normal. Para ele, as teorias científicas devem ser objeto de um permanente questionamento, pois não há outro modo de aferir o valor de uma teoria a não ser submetendo-a a contínuas tentativas de refutação. O cientista popperiano deve ter ousadia nas conjecturas e austeridade nas refutações.

Mesmo com divergências profundas, Popper se alia a Kuhn na defesa de importantes teses dentro da filosofia da ciência. Ambos, por exemplo, defendem e realçam o 'embricamento íntimo e inevitável' entre teoria e observação, posicionando-se contrariamente à generalização indutivista da ciência.

Na visão de Popper, a substituição de uma teoria T_A por outra, T_B, demanda que T_B:

a) conflite com T_A, isto é, que contradiga esta teoria em aspectos relevantes (por exemplo, questionando a validade de seus fundamentos);

b) conduza a resultados tão bons quanto os produzidos por T_A nos pontos onde esta teoria é bem sucedida.

Desta forma, se na competição que se estabelece entre duas teorias concorrentes a vencedora for a 'nova', esta incorpora a anterior como um caso particular. É neste sentido que, para Popper, o progresso na ciência, ou pelo menos aquele de maior expressão, é sempre revolucionário[19].

No pósfacio da edição de 1969 de "A estrutura das revoluções científicas", Kuhn sugere uma 'saída' para a questão da incomensurabilidade entre paradigmas rivais. Procurando racionalizar o debate, menciona ser possível o envolvimento de protagonistas pertencentes a diferentes paradigmas numa situação de tradução recíproca. Segundo ele, *"o que resta aos interlocutores que não se compreendem mutuamente é reconhecerem-se uns aos outros como membros de diferentes comunidades de linguagem e a partir daí tornarem-se tradutores"*[20].

A 'tradução' tem início com a identificação e isolamento de áreas de dificuldades na comunicação científica. Os interlocutores, em seguida, recorrem aos vocabulários cotidianos que lhe são comuns, num esforço para elucidar ainda mais seus problemas. A seguir, cada um empenha-se em tentar descobrir o que o outro veria e diria em determinadas situações. Com o tempo, começam a prever bastante bem o comportamento recíproco. Durante este empreendimento fazem uso de padrões de comparação de teorias que transcendem aos paradigmas. Alguns destes valores referem-se às qualidades de uma boa teoria, tais como precisão, consistência, amplitude de aplicação, simplicidade e fertilidade. No fim do processo, cada um terá aprendido a traduzir para a sua própria linguagem a teoria do outro. Pelo menos é isso que espera Kuhn. Como ele destaca, *"a tradução, quando levada adiante, é um instrumento potente de persuasão e conversão, pois permite aos participantes de uma comunicação interrompida experimentarem vicariamente alguma coisa dos méritos e defeitos recíprocos"*[(21)].

A tradução, sem dúvida, contribui para racionalizar a disputa paradigmática, mas também não se pode deixar de assinalar que por maior que sejam as provas que se possam acumular em favor do novo paradigma ele não se imporá no cenário acadêmico se os 'candidatos' à sua aceitação não acreditarem na promessa de seu sucesso. Como já foi dito, o que deve ficar claro, em última instância, é que a conversão de um cientista a um novo paradigma não pode ser forçada racionalmente por compreender muito mais do que o mero entendimento no campo puramente formal das relações conceituais. De qualquer forma, a incomensurabilidade inicial de Kuhn transforma-se em incompatibilidade, porque há tradução.

8.3 - A mecânica newtoniana é um caso particular da mecânica relativística? As diferentes respostas de Kuhn e Popper

Na seção 7.1 mostrou-se que a transformação de Lorentz se reduz à transformação de Galileu para velocidades pequenas comparadas à da luz. Também não há maiores dificuldades em se mostrar que no limite de $v/c \to 0$ a energia cinética e o momento relativísticos se reduzem às suas correspondentes expressões clássicas. Estas e outras reduções matemáticas acabam disseminando a idéia de que a mecânica newtoniana é incontestavelmente um caso particular da mecânica relativística.

Para Popper, isso, de fato, é o que acontece, já que se cumprem os critérios de conflito e de abrangência mencionados na seção anterior. Isto é, ao mesmo tempo que a teoria da relatividade (incluindo suas duas versões, a restrita e a geral) contradiz a teoria newtoniana em aspectos relevantes ela a contém como uma excelente aproximação no domínio de baixas velocidades e de campos gravitacionais fracos.

A interpretação kuhniana a esta mesma situação, contudo, diverge inteiramente da de Popper. A questão da incompatibilidade de paradigmas, que se evidencia numa competição de teorias, e que particularmente transparece com toda a intensidade numa revolução científica, deixa isso claro.

À luz de seus compromissos de pesquisa, cientistas em diferentes paradigmas vêem os fenômenos naturais de forma distinta, considerando como relevantes e significativas questões e problemas que via de regra pouco ou nada possuem em comum. Deste modo, onde Galileu e Newton viam um pêndulo no movimento de oscilação de uma pedra amarrada à extremidade de um barbante, um aristotélico observava um obstáculo ao movimento natural da pedra para o seu lugar natural (cada interpretação, nitidamente, pressupõe um paradigma); a ação não explicada à distância, admitida pelos newtonianos, era desprezada e considerada como não científica pelos cartesianos; massa e energia, tão profundamente relacionadas na mecânica relativística, são tidas como grandezas físicas independentes e sujeitas, cada qual, a uma lei de conservação distinta dentro da mecânica newtoniana.

Assim, é o próprio Kuhn quem pergunta: **a dinâmica newtoniana pode realmente ser <u>derivada</u> da dinâmica relativística? A que se assemelharia esta derivação?** A sua resposta, em essência, é a seguinte:

"Imaginemos um conjunto de proposições $E_1, E_2, \ldots, E_n$, que juntas abarcam as leis da teoria da relatividade... Para demonstrar a adequação da dinâmica newtoniana como um caso especial, devemos acrescentar aos E_i proposições adicionais, tais como $\left(v/c\right)^2 \prec\prec 1$ *, restringindo o âmbito dos parâmetros e variáveis. Esse conjunto ampliado de proposições é então manipulado de modo a produzir um novo conjunto $N_1, N_2, \ldots, N_m$, que na sua forma é idêntico às leis de Newton relativas ao movimento, à gravidade e assim por diante. Desse modo, sujeita a algumas condições que a limitam, a dinâmica newtoniana foi aparentemente derivada da einsteiniana... Todavia,* continua Kuhn, *tal derivação é espúria... A menos que modifiquemos as definições das variáveis dos Ni, as proposições que derivamos não são newtonianas. Se as mudamos, não podemos realmente afirmar que <u>derivamos</u> as leis de Newton, pelo menos não no sentido atualmente aceito para a expressão 'derivar'."*[22]

Exemplificando o ponto de vista kuhniano: segundo a mecânica relativística, um objeto se contrai na direção do movimento. Isto, como se sabe, não é previsto na mecânica clássica. Que significado físico tem, então, a redução matemática da expressão relativística $l = l_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}$ para $l = l_0$, quando $\left(v/c\right)^2 \prec\prec 1$? Ou, similarmente, afirmar que a massa de um corpo $m = m_0/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ adquire um valor que independe da velocidade no domínio $\left(v/c\right)^2 \prec\prec 1$?

Matematicamente, quando se exclui termos de uma série por serem considerados muito menores do que outros tem-se como resultado tão somente uma aproximação e não a manutenção rigorosa de uma igualdade. Isto, por si só, já questiona as inferências acima. Sem dúvida, uma maior ou menor aproximação ao tratamento de uma determinada situação física é função de diversos fatores (instrumentos de medidas, técnicas disponíveis etc.), mas, em última instância, é ela que determina o grau de precisão dos resultados alcançados. Neste contexto, dois observadores, um einsteiniano e outro newtoniano, que se propusessem a medir a massa de um corpo em diversas situações de movimento (no domínio da mecânica clássica), poderiam chegar a resultados idênticos, ou seja, que a massa não depende da velocidade. Contudo, suas interpretações à evidência experimental seriam diferentes, baseando-se cada um em seu construto teórico. Enquanto o observador newtoniano se dá por satisfeito com os resultados da experiência, o einsteiniano tem consciência de que a não detecção do efeito previsto se deveu a utilização de instrumentos com um grau de precisão aquém daquele demandado pela teoria. Ou seja, apesar de numericamente idênticos, os dados, para cada observador, referem-se a grandezas físicas distintas.

De acordo com a estrutura conceitual da mecânica relativística, a massa de um corpo <u>depende</u> da velocidade. Da mesma forma, um corpo <u>sempre</u> se contrai na direção do movimento no referencial relativístico. Para pequenas velocidades, estes dois efeitos relativísticos podem não ser macroscopicamente perceptíveis, mas, o que é importante, <u>não deixam de existir</u>.

Desta forma, é falho o argumento 'reduzicionista' baseado na cadeia 'adicionando-se à proposição relativística E_j a condição $(v/c)^2 \prec\prec 1$, resulta a proposição newtoniana N_k ', pois N_k continua a ser uma proposição pertencente ao domínio relativístico.

A massa, a energia, o momento, o espaço, o tempo etc., da teoria da relatividade são conceitos que apenas mantêm a mesma nomenclatura que os seus equivalentes clássicos. Fisicamente são diferentes, porque pertencem a realidades físicas diferentes. Como ressalta Kuhn, *"precisamente por não envolver a introdução de objetos ou conceitos adicionais, a transição da mecânica newtoniana para a einsteiniana ilustra com particular clareza a revolução científica como sendo um deslocamento da rede conceitual através da qual os cientistas vêem o mundo"*[(23)].

8.4 - A metodologia dos programas de pesquisa de Lakatos: caracterização geral

Enquanto para Popper a ciência é 'revolução permanente' e a crítica o cerne do desenvolvimento científico, na ótica de Kuhn uma revolução científica é um episódio fortuito, extracientífico, e a crítica, em épocas 'normais', é maldição.[(24)]

Lakatos considera que Popper está certo quando discorda da visão kuhniana de ciência que sustenta o domínio (e desenvolvimento) absoluto de uma única teoria (na verdade de um paradigma) isenta de críticas nos períodos de ciência normal, mas errado ao defender 'a refutação implacável' [(25)].

De acordo com Lakatos, deve-se dar a uma teoria científica todo o tempo que ela necessita até a sua plena estruturação. Durante o seu processo de desenvolvimento ela não pode e nem deve ser objeto de críticas (neste sentido, mas com esta clara restrição, ele se aproxima de Kuhn). Uma vez concluída, ela está finalmente apta a <u>competir</u> com outras teorias rivais.

Para Lakatos, a ciência mantém-se crítica, racional, dinâmica e em evolução pela competição de teorias ou, mais precisamente, pela competição de programas de pesquisa: *"A história da ciência tem sido, e deve ser, uma história de programas de pesquisa competitivos (ou, se quiserem, de 'paradigmas'), mas não tem sido, nem deve vir a ser, uma sucessão de períodos de ciência normal: quanto antes se iniciar a competição, tanto melhor para o progresso"*[26]. A ciência normal de Kuhn é vista por Lakatos como um programa de investigação científica que logrou monopólio, provisório.

Lakatos caracteriza um programa de pesquisa como uma série de teorias em desenvolvimento. Todo o programa possui um núcleo duro, um cinturão protetor e uma política de pesquisa, especificada por uma heurística positiva e uma heurística negativa.

O núcleo duro de um programa de pesquisa contém os seus pressupostos básicos, como as três leis do movimento e a lei da gravitação universal no programa de Newton, e as leis de Newton, a transformação de Galileu e as equações de Maxwell no programa de Lorentz.

O núcleo de um programa desenvolve-se aos poucos, sendo o ensaio e erro parte integrante do processo que envolve a sua construção. Contudo, uma vez estabelecido ele passa a ser convencionalmente aceito, sendo considerado *"irrefutável por decisão metodológica de seus protagonistas"*[27].

Esta política de pesquisa que proíbe que as refutações transmitam falsidade ao núcleo de um programa, desviando-as para o seu cinturão protetor, constitui a **heurística negativa** do programa. Ela assegura a canalização de esforços para o desenvolvimento do programa, propriamente dito, ao tornar inquestionável os seus pressupostos básicos. Como é o núcleo que identifica um programa de pesquisa, qualquer alteração no mesmo implica, necessariamente, no abandono do programa (com sua eventual substituição por um outro). Ao estabelecer um novo modelo para o sistema planetário, que concebe os planetas em órbita ao redor do Sol e este em revolução em torno da Terra, estacionária, Tycho Brahe se afasta, irremediavelmente, tanto do programa ptolomaico quanto do copernicano.

O cinturão protetor de um programa de pesquisa tem como função evitar a sua refutação prematura. É constituído por um conjunto de hipóteses auxiliares, modelos e teorias que são estruturados e desenvolvidos de acordo com a heurística positiva do programa.

A heurística positiva de um programa de pesquisa científica orienta os seus protagonistas no desenvolvimento do programa. "C*onsiste num conjunto parcialmente articulado de sugestões ou palpites sobre como mudar e desenvolver as 'variantes refutáveis' do programa e sobre como modificar e sofisticar o cinto de proteção 'refutável'* "[27].

Assim, as anomalias (ou contra-exemplos) encontradas em um programa são vistas como refutações dirigidas ao cinturão e não ao núcleo desde programa. A superação das mesmas exige modificações em seu cinturão, de modo a manter o núcleo irrefutável. Nos programas ptolomaico e copernicano, por exemplo, as discrepâncias existentes entre teoria e observação sugeriam aos adeptos de cada programa a premência de se efetuarem ajustes no instrumental geométrico que os estruturava (acrescentar novos epiciclos, redimensionar os seus parâmetros etc.) e não uma indicação para o abandono de seus pressupostos fundamentais.

As previsões teóricas para a órbita de Urano, inconsistentes com os dados observacionais deste planeta, não refutaram a lei da gravitação universal e, em decorrência, o programa newtoniano. Neste caso, era o modelo do sistema solar que estava, ainda, incompleto quanto ao número de seus constituintes. Conforme Adams e Leverrier, às perturbações provenientes de Júpiter e de Saturno sobre Urano deveria se somar à de um outro astro - um planeta ainda não descoberto. O cálculo de sua órbita, por estes dois astrônomos, possibilitou a identificação visual de Netuno, por Galle, e o estabelecimento de uma nova e importante corroboração à teoria newtoniana.

A construção de modelos de complexidade crescente e em sintonia com a sua heurística positiva contitui-se em etapa natural e previsível no desenvolvimento de um programa de pesquisa. Por isso Lakatos considera irrelevante, e mesmo sem sentido, a refutação prematura dos primeiros modelos de uma cadeia, que se sabem, de antemão, necessitam de tempo para a sua reelaboração a fim de estarem em condições de serem submetidos ao teste da experiência.

"O programa de Newton começou com um modelo para o sistema planetário onde cada planeta era puntual e interagia gravitacionalmente apenas com outra massa puntual fixa (o Sol). O próprio Newton, em seguida modificou-o, pois a Terceira Lei (Princípio da Ação e Reação) impedia que o Sol fosse fixo; o Sol e o planeta deviam orbitar em torno do centro de massa do sistema Sol-planeta. Neste caso, a modificação não era decorrente de nenhuma anomalia, mas de uma incompatibilidade teórica do primeiro modelo com as Leis do Movimento, com o 'núcleo firme' [núcleo duro]. *Em seguida, sofisticou-o mais ainda, tratando o Sol e o planeta como sendo esferas, ao invés de massas puntuais; esta sofisticação, que também teve origem teórica, apresentou sérias dificuldades matemáticas, retardando a publicação dos 'Principia' por cerca de dez anos. O próximo passo foi considerar as interações gravitacionais entre os planetas e satélites, chegando assim a uma teoria de perturbações. A partir daí Newton começou a encarar com mais seriedade os fatos, com o objetivo de cotejar suas predições sobre as órbitas; muitos deles eram bem explicados pelo modelo, mas outros não o eram. Passou então a trabalhar com planetas e satélites não esféricos. Desta forma, o programa newtoniano foi avançando, transformando diversas anomalias em corroborações."*[28]

Conforme Lakatos, *"Newton deve ter tido plena consciência da falsidade berrante de suas primeiras variantes. Nada mostra com melhor clareza a existência de uma heurística positiva* [que prevê e digere refutações e anomalias] *em um programa de pesquisa"*[29].

Por outro lado, a idéia de competição de programas leva, naturalmente, a uma pergunta básica: como se dá a substituição de um programa de pesquisa, correntemente aceito, por outro? Esta e outras questões pertinentes à teoria da ciência de Lakatos são examinadas no próximo capítulo, juntamente com a argumentação que defende a tese de que o referencial lakatosiano, devidamente adaptado para o ensino da física, oferece valiosos subsídios para a estruturação de um livro-texto de mecânica.

8.5 - Referências bibliográficas

1. COHEN, I.B. La revolución newtoniana y la transformación de las ideas científicas. Madri, Alianza Editorial, 1983. Cap.2.
2. COHEN, I.B. Revolution in science. Cambridge, Mass., Harvard University Press, 1985. Parte1, Cap.1.
3. COHEN, I.B. Referência 1, p.61.
4. FONTENELLE, B. le B. de Oeuvres de Fontenelle. Nueva ed., 8 vols. París, Chez Jean-François Bastien, 1790. Citado por COHEN, I.B., ref.1, p.62.
5. CLAIRAUT, A.-C. Du système du monde dans les principes de la gravitation universelle. Histoire de l'Académie Royale des Sciences, année MDCCXLV, avec les mémoires de mathématique et de physique pour la même année. París, à l'Imprimerie Royale, 1749. pp.329-364. Citado por COHEN, I.B., ref.1, p.63.
6. BERTHELOT, M. La révolution chimique: Lavoisier. París, F. Alcan., 1890. Citado por COHEN, I.B., ref.1, p.66-67.
7. MILLER, S. A brief retrospect of the eighteen century. Parte primera; en dos volúmenes; con un bosquejo de las revoluciones y avances en la ciencia, las artes y la literatura durante ese período. 2 vols. Nueva York, impreso por T. y J. Swords, 1803. Nunca se llegó a publicar una 'segunda parte'. Citado por COHEN, I.B., ref.1, p.67-68.
8. BAILY, F. An account of the Revd. John Flamsteed, the first Astronomer-Royal; compiled from his own manuscripts, and other authentic documents, never before published. To which is added, his British catalogue of stars, corrected and enlarged. Londres, 1835. Citado por COHEN, I.B., ref.1, p.65.
9. JOHNSON, C. Revolutionary change. Boston, Little, Brown and Company, 1966. Citado por COHEN, I.B., ref.2, p.10.
10. SARTON, G. The history of science and the new humanism. Cambridge, Mass., Harvard University Press, 1937. pp.21-22. Citado por COHEN, I.B., ref.2, p.22.
11. KUHN, T. S. A estrutura das revoluções científicas. São Paulo, Perspectiva, 1987. p.45.
12. CARVALHO, M.C.M. A construção do saber científico: algumas posições. In: CARVALHO, M.C.M. (org.) Construindo o saber: técnica de metodologia científica. Campinas, Papirus, 1989. p.85.

13. KUHN, T. S. Referência 11, p.125.

14. KUHN, T. S. Referência 11, p.126.

15. KUHN, T. S. Referência 11, p.128.

16. OLIVA, A. Kuhn: o normal e o revolucionário na reprodução da racionalidade científica. In PORTOCARRERO, V. (org.) Filosofia, História e Sociologia das Ciências I: abordagens contemporâneas. Rio de Janeiro, Fiocruz, 1994.

17. LAKATOS, I. O falseamento e a metodologia dos programas de pesquisa científica. In: LAKATOS, I. & MUSGRAVE, A. (orgs.) A crítica e o desenvolvimento do conhecimento. São Paulo, Cultrix, 1979.

18. POPPER, K. A ciência normal e seus perigos. In: LAKATOS, I. & MUSGRAVE, A.. (orgs.) A crítica e o desenvolvimento do conhecimento. São Paulo, Cultrix, 1979. p.70.

19. POPPER, K. The rationality of scientific revolutions. In: Hacking I. (Ed.) Scientific Revolutions. Oxford, Oxford University Press, 1987. p.94.

20. KUHN, T.S. Referência 11, p.248.

21. KUHN, T S. Referência 11, p.249.

22. KUHN, T S. Referência 11, p.135-136.

23. KUHN, T.S. Referência 11, p.137.

24. LAKATOS, I. O falseamento e a metodologia dos programas de pesquisa científica. In LAKATOS, I. & MUSGRAVE, A. (orgs.) A crítica e o desenvolvimento do conhecimento. São Paulo, Cultrix, 1979. p.112.

25. KNELLER, G.F. A ciência como atividade humana. São Paulo, Editora da Universidade de São Paulo, 1980. p.72.

26. LAKATOS, I. Referência 24, p.191.

27. LAKATOS, I. Referência 24, p.165.

28. SILVEIRA, F. L. A metodologia dos programas de pesquisa: a epistemologia de Imre Lakatos. Caderno Catarinense de Ensino de Física, 13(3): 219-230, 1996.

29. LAKATOS, I. Referência 24, p.167.

Capítulo 9

As bases teóricas do texto, em termos de aprendizagem

9.1 - Introdução

Os fundamentos teóricos do processo ensino-aprendizagem, hoje, estão no cognitivismo. O cognitivismo trata da cognição, que se refere ao ato de conhecer, de atribuir significados aos conceitos, eventos e objetos do mundo real. O construtivismo significa que a cognição se dá por construção.[1]. *"A aprendizagem é pessoal e idiossincrática; o conhecimento é público e compartilhado."*[2]

Particularmente no ensino da física, as pesquisas sobre as concepções do estudante e a questão da mudança conceitual mostram a importância de se considerar o aluno como um agente ativo na construção de seu próprio conhecimento. Esse processo de construção pressupõe dinamicidade e organização na estrutura cognitiva do aprendiz.

Para aprender significativamente, o indivíduo deve relacionar um novo conhecimento a proposições e conceitos relevantes em sua estrutura cognitiva, isto é, que já existam com um certo grau de clareza, estabilidade e diferenciação. Evidentemente, o professor e os materiais instrucionais, como mediadores da aprendizagem, precisam estar articulados com a natureza deste empreendimento educacional: os professores adotando uma postura construtivista e os materiais de aprendizagem sendo potencialmente significativos.

"Na aprendizagem significativa o novo conhecimento nunca é internalizado de maneira literal, porque no momento em que passa a ter significado para o aprendiz entra em cena o componente idiossincrático da significação. Aprender significativamente implica atribuir significados, e estes têm sempre componentes pessoais. Aprendizagem sem atribuição de significados pessoais, sem relação com o conhecimento preexistente, é mecânica, não significativa. Na aprendizagem mecânica, o novo conhecimento é armazenado de maneira arbitrária e literal na mente do indivíduo. O que não significa que esse conhecimento é armazenado em um vácuo cognitivo, mas sim que ele não interage significativamente com a estrutura cognitiva preexistente, não adquire significados. Durante um certo período de tempo, a pessoa é inclusive capaz de reproduzir o que foi aprendido mecânicamente, mas não significa nada para ela".[3]

O texto **As concepções espontâneas, a resolução de problemas e a história e a filosofia da ciência em um curso de mecânica** não está organizado segundo a teoria de aprendizagem de David Ausubel. Mas reconhece como de suma importância o conceito fundamental desta teoria - o de **aprendizagem significativa**. Por isso, estrutura-se para ser um material de aprendizagem potencialmente significativo para o estudante. Na próxima seção, discute-se as bases teóricas do texto.

9.2 - Reconstrução histórica e aprendizagem significativa

O material didático, no construtivismo de D. Ausubel e J. D. Novak* (4), deve ser potencialmente significativo, isto é, relacionável de maneira não arbitrária e não literal à estrutura cognitiva do aprendiz. Consistente e articuladamente com esta premissa, idealizou-se uma versão didática do referencial lakatosiano para a estruturação geral dos conteúdos de um texto cujo programa inclui referenciais tradicionais do conhecimento, como o aristotélico, o newtoniano e o einsteniano. Esta 'versão' inspirou-se em estudos desenvolvidos por Silveira(5), fundamentados teoricamente nas filosofias da ciência de Popper e Lakatos, sobre a mudança conceitual de estudantes universitários em situações de ensino expositivo.

A reconstrução histórica** dos assuntos tratados no texto compatibiliza-se com a idéia central de que o aluno é um agente ativo na construção de seu conhecimento e de que a aprendizagem significativa subjaz esta construção. Neste sentido, procurou-se, sempre que possível, otimizar a seleção, organização e abordagem dos conteúdos de forma a buscar uma sintonia indispensável entre aquilo que, supostamente, o estudante já sabe e o que ele precisa aprender. Mesmo assim, alguns capítulos do texto (como os iniciais do Livro 2 e o primeiro do Livro 4) parecem demandar um esforço especial do aluno no sentido de estabelecer 'subsunçores' necessários à continuidade de sua aprendizagem.

Um subsunçor+ é um conceito, uma idéia, uma proposição já existente na estrutura cognitiva do aprendiz que serve de 'ancoradouro' a uma nova informação, permitindo ao indivíduo atribuir-lhe significado. *"A aprendizagem significativa caracteriza-se por uma interação (não uma simples associação), entre aspectos específicos e relevantes da estrutura cognitiva e as novas informações, através da qual estas adquirem significado e são integradas à estrutura cognitiva de maneira não arbitrária e não literal, contribuindo para a diferenciação, elaboração e estabilidade dos subsunçores pré-existentes e, conseqüentemente, da própria estrutura cognitiva."*(6)

Deste modo, a disponibilidade de subsunçores pertinentes ao tratamento de um determinado assunto se constitui em pré-requisito muito importante para a ocorrência de aprendizagem significativa. Quando, contudo, eles inexistem, que é o que ocorre quando o aluno se depara com conhecimentos totalmente novos para ele, faz-se necessária uma aprendizagem mecânica ini-

---

* Professor da Universidade de Cornell e principal responsável pelo desenvolvimento da Teoria de Ausubel.

** No Capïtulo 4, delineou-se o perfil do que se entende por uma história da ciência de boa qualidade, para o ensino. É a esta história que se liga o termo reconstrução histórica.

+ 'Tradução, para o português, da palavra inglesa 'subsumer'.

cial, provisória, até que alguns elementos de conhecimento relevantes a novas informações se estruturem, de modo a desempenhar o papel de subsunçores, ainda que pouco elaborados. *"À medida que a aprendizagem começa a se tornar significativa, esses subsunçores vão ficando cada vez mais elaborados e mais capazes de servir de ancoradouro a novas informações"*(6)

Por outro lado, aprendizagem significativa não é sinônimo de aprendizagem correta. *"É a interação entre o novo conhecimento e o conhecimento prévio que caracteriza a aprendizagem significativa, não o fato de que tais significados sejam corretos do ponto de vista científico."*(7). Assim, é lícito considerar os esquemas explicativos que possibilitam as pessoas, em geral, a fazer previsões e mesmo 'explicar' diversos fenômenos do seu dia-a-dia como parte de um processo de construção cognitiva amparado em aprendizagens significativas. A interpretação das concepções alternativas dos estudantes, em particular, como resultado de aprendizagens significativas explica a resistência destas concepções à mudança conceitual, já que *"conhecimentos adquiridos por aprendizagem significativa são muito resistentes à mudança"*(7).

De um modo geral, as concepções alternativas dos estudantes, em física, encontram-se já bem identificadas. Também é notória a semelhança de muitas destas concepções com esquemas de conhecimento historicamente superados. Em mecânica, e especialmente em dinâmica, as concepções não inerciais de estudantes de qualquer nível de escolaridade sobre força e movimento situam-se, essencialmente, no âmbito da física aristotélica e da física do impetus.

Mas se de um lado estão as semelhanças de algumas idéias do estudante com concepções historicamente superadas, que certamente podem ser exploradas didaticamente tendo em vista o construtivismo do aluno, de outro encontra-se a importância histórica destes referenciais cognitivos no processo de construção coletiva do conhecimento humano. O programa de pesquisa aristotélico, por exemplo, é um referencial fundamental para o entendimento das objeções que por um longo período se opuseram a um novo conjunto de idéias que culminou em uma nova física, no século XVII(8).

É esta construção do conhecimento, tanto individual, pelo aluno, como coletiva, via desenvolvimento da ciência, que torna a história da mecânica didaticamente atrativa e uma variável importante na elaboração de um texto que objetiva uma nova abordagem ao ensino da mecânica.

A metodologia dos programas de pesquisa de Lakatos dá ênfase ao pluralismo teórico e na competição entre programas não há qualquer problema de diálogo (como ocorre com o referencial kuhniano, entre distintos paradigmas) por parte de interlocutores de diferentes programas. Assim, é perfeitamente viável o trabalho de um cientista em um programa rival para criticá-lo, conhecendo-o melhor. Em termos históricos tem-se em Newton um exemplo, quando desenvolveu a teoria dos vórtices de Descartes com o objetivo específico de criticá-la. Dentro desta mesma perspectiva, pode, também, ocorrer o que aconteceu com Antonio Santucci, um professor de matemática da Universidade de Pisa, que para refutar a doutrina copernicana estudou-a tão minuciosamente que acabou cativado por ela, aderindo às suas teses.

De qualquer modo, o confronto cognitivo entre diferentes referenciais teóricos, do ponto de vista histórico, e a participação do aluno com suas próprias idéias neste processo é plenamente compatível com a metodologia de Lakatos, ou de sua versão didática.

Lakatos considera indispensável que um conjunto de idéias tenha tempo para se estruturar até estar em condições de fazer frente a um programa estabelecido. O núcleo de um programa, que contém os seus pressupostos básicos e que portanto o indentifica, se desenvolve aos poucos, sendo o ensaio e erro parte integrante do processo que envolve a sua estruturação. Em termos do processo ensino-aprendizagem, o histórico desta construção é muitas vezes vital para o entendimento, pelo aluno, dos fundamentos do programa e pode contribuir para a desmistificação da imagem do cientista como um ser infalível. *"Dar uma severa 'interpretação refutável' à versão incipiente de um programa é uma perigosa crueldade metodológica"*[9], frisa Lakatos. Assim, a inserção do aluno no referencial lakatosiano não lhe permite, por definição, a rejeição prematura de um programa de pesquisa que apresente explicações diferentes daquelas intuitivamente elaboradas.

Para Lakatos, os cientistas não são irracionais quando continuam a desenvolver um programa de investigação mesmo frente a um oceano de anomalias. A heurística positiva do programa está lá, para os orientar. O envolvimento do aluno com um programa de investigação cujas explicações iniciais não o convencem também o colocam frente a anomalias. O seu engajamento 'racional' neste processo se dá através da instrução. Isto é, cabe ao professor construtivista e ao material didático potencialmente significativo otimizar a concatenação de idéias e seqüenciamento de conteúdos de forma a mostrar ao aluno a força heurística do novo corpo de conhecimento.

De acordo com os racionalistas críticos, popperianos e lakatosianos, a preferência de uma teoria sobre outra deve se dar em termos racionais. Lakatos deixa claro que numa situação de concorrência deve ficar evidente o caráter progressivo do 'novo' programa (através de sua capacidade explicativa e poder preditivo) e a fase regressiva ou degenerativa de seu rival (onde se acentuam as inconsistências e abundam as explicações ad-hoc).

Com os conceitos de programa progressivo e regressivo de Lakatos - *"um programa é progressivo quando seu crescimento teórico se antecipa ao seu crescimento empírico, isto é, enquanto continua predizendo fatos novos com algum êxito; é regressivo quando seu crescimento teórico se atrasa com relação ao seu crescimento empírico, ou seja, se só oferece explicações pós-hoc de descobrimentos casuais ou de fatos antecipados e descobertos no seio de um programa rival"* [10] - tem-se um critério para julgar o mérito relativo de programas concorrentes. Assim, *"se um programa de investigação explica de forma progressiva mais fatos que um programa rival 'supera' este último, que pode ser eliminado (ou se se prefere, arquivado)"*[10].

A superação definitiva de um programa por outro, contudo, não é trivial. O próprio Lakatos sugere que qualquer programa em fase degenerativa pode ser revitalizado, voltando a ser progressivo, por ajustes em seu cinturão protetor. Deste modo, resulta difícil dizer quando um programa de pesquisa degenerou para além de toda a esperança, a não ser olhando-se para trás', isto é, invocando-se o testemunho da história. A parábola de Lakatos mostra como é possível adiar-se por bastante tempo a refutação de uma teoria:

"A história é a respeito de um caso imaginário de mau comportamento planetário. Valendo-se da mecânica de Newton, da sua lei da gravitação, (N), e das condições iniciais aceitas, I, um físico da era pré-einsteniana calcula o caminho de um planetasinho recém descoberto, p. Mas o planeta desvia-se da trajetória calculada. O nosso físico newtoniano considera, acaso, que o desvio era proibido pela teoria de Newton e, portanto, uma vez estabelecido, refuta a teoria N? Não. Sugere que deve existir um planeta p', até então desconhecido, que perturba a trajetória de p. Calcula a massa, a órbita, etc., desse planeta hipotético e, em seguida, pede a um astrônomo experimental que teste sua hipótese. O planeta p' é tão pequeno que nem o maior dos telescópios disponíveis pode observá-lo: o astrônomo experimental solicita uma verba de pesquisa a fim de construir um telescópio ainda maior. Em três anos o novo telescópio fica pronto. Se o planeta desconhecido p' fosse descoberto seria saudado como uma nova vitória da ciência newtoniana. Mas não o é. Porventura o nosso cientista abandona a teoria de Newton e sua idéia do planeta perturbador? Não. Sugere que uma nuvem de poeira cósmica esconde o planeta de nós. Calcula a localização e as propriedades dessa nuvem e solicita uma verba de pesquisa para enviar uma nave ao espaço a fim de pôr à prova os seus cálculos. Se os instrumentos do satélite (possivelmente instrumentos novos, baseados numa teoria pouco testada ainda) registrassem a existência da nuvem hipotética, o resultado seria saudado como uma vitória extraordinária da ciência newtoniana. Mas a nuvem não é encontrada. Por acaso o nosso cientista abandona a teoria de Newton, juntamente com a idéia do planeta perturbador e a idéia da nuvem que o esconde? Não. Sugere a existência de um campo magnético naquela região do universo que perturbou os instrumentos do satélite. Um novo satélite é enviado ao espaço. Se o campo magnético fosse encontrado, os newtonianos comemorariam o encontro como uma vitória sensacional. Mas ninguém o encontra. Isto é considerado como uma refutação da ciência newtoniana? Não. Ou se propõe outra engenhosa hipótese auxiliar ou ... toda a história é sepultada nos poentos volumes das publicações especializadas, e nunca mais se toca no assunto."[11]

Esta dubiedade na avaliação de programas de pesquisa <u>no momento da competição</u> suscita críticas à metodologia dos programas de pesquisa de Lakatos. Afinal, quanto tempo se deve passar até que um programa seja considerado irreversivelmente degenerado? Como instrumental didático, contudo, o referencial lakatosiano, adaptado para tal, não pode sofrer esta mesma crítica, pois o que se pretende com a sua utilização é o envolvimento do estudante, sempre que possível, em um processo de competição entre programas na qual a história da ciência já teceu o seu veredito.

A opção consciente do aluno a um conhecimento 'novo', por reconhecer nele o seu caráter progressivo frente ao regressivo de seu oponente 'antigo' (ou em vias de superação), é o que vai levá-lo à pretendida evolução conceitual. Primeiro, das físicas aristotélica e da força impressa e do ímpetus, onde residem as suas concepções não inerciais sobre força e movimento, à física newtoniana, e depois desta à relatividade einsteiniana.

Na difícil passagem do aluno do referencial intuitivo ao newtoniano, a identificação das concepções alternativas como resultado de aprendizagens significativas, por professores e materiais instrucionais, pode não apenas facilitar a reformulação conceitual como ser indispensável para que ela ocorra. Não sendo possível excluí-las ou apagá-las da estrutura cognitiva do aprendiz, e muito menos ignorá-las, deve-se procurar 'conviver' com elas durante a aprendizagem do estudante, explicitando-as claramente e mostrando a sua insuficiência. Assim, *"um indicador de que a consolidação da nova teoria se deu no aluno é a sua capacidade de responder a situações problemáticas de ambas as formas, de acordo com as concepções alternativas e de acordo com a nova teoria, verbalizando a consciência de que essas respostas estão assentadas sobre teorias diversas."*[(5)]

Naturalmente, espera-se que o aluno passe, progressivamente, a utilizar com maior desenvoltura a teoria científica, que tem maior poder explicativo e preditivo do que a teoria alternativa. Quer dizer, em um determinado subsunçor convivem significados alternativos e científicos. No começo pode haver apenas significados alternativos, os quais permitem, através da aprendizagem significativa, a aquisição (inicialmente um pouco mecânica) dos significados científicos. O resultado disso é que o subsunçor fica muito mais rico em termos de significados, mas a evolução conceitual implica que o aprendiz passe a usar predominantemente os significados científicos para explicar o mundo físico. Se ele apenas for consciente de que suas respostas a situações problemáticas estão assentadas sobre teorias diversas, ele pode não distinguir qual é a melhor, em termos de poder explicativo e preditivo. Então, não terá aprendido física, pois, evidentemente, as teorias físicas que se pretende ensinar-lhe são melhores do que as alternativas que ele trouxe para a aula e que, provavelmente, nunca poderá apagar de sua memória (mas pode não usar).

Certamente, o mesmo raciocínio se aplica ao trânsito do aluno da mecânica clássica à relativística.

9.3 - Epílogo

A versão didática do referencial lakatosiano, consignada ao texto, enseja ao aluno uma visão mais integradora dos conteúdos abordados ao estimular o seu envolvimento num constante processo de avaliação de programas 'consolidados', e de corpos de conhecimento que não chegaram a se constituir em programas, via competição.

A caracterização e fluidez dos conteúdos compatibilizam-se com a metodologia de Lakatos que, estimulando a competição, não exige a espera de consenso sobre a degeneração de um programa para que um outro se apresente. Contestações a um programa bem sucedido podem (e devem) surgir inclusive no auge deste programa, muito embora, como menciona Lakatos, *"se* *possa compreender a irritação do físico quando, no meio da fase progressiva de um programa de pesquisa, se lhe depara uma proliferação de vagas teorias metafísicas que não estimulam nenhum progresso empírico"*[16], referindo-se à resistência que os defensores de um programa oferecem a seus rivais.

Idéias fortemente arraigadas não se submetem facilmente à mudança. A história da ciência é rica em exemplos que mostram a veracidade desta afirmação. Na busca de adesão a um novo corpo conceitual, não se pode ignorar a existência de ações que muitas vezes extrapolam os domínios do convencimento apenas pela razão.

Em sala da aula, a mudança conceitual do aluno (das concepções alternativas para as cientificamente aceitas) é uma exigência do sistema de escolarização em que ele se encontra. Investindo na evolução conceitual do estudante, a versão didática do referencial lakatosiano procura dar sentido à troca paradigmática, ou de programa de pesquisa, não importa o termo, minimizando, ao menos, a mudança (com freqüencia aparente, provisória) imposta pela força coersiva da avaliação.

De qualquer modo, importa ressaltar que o texto, seguramente, não prescinde das ações do professor construtivista, com ele articulado, que se empenha no sentido de auxiliar o aluno na compreensão de suas dificuldades. Afinal, é na raiz da relação triádica entre professor, aluno e material instrucional *"que o ensino se consuma quando o significado do material que o aluno capta é o significado que o professor pretende que esse material tenha para o aluno."* [17]

9.4 - Referências Bibliográficas

1. MOREIRA, M.A. & REDONDO, A.C. Construtivismo: significados, concepções errôneas e uma proposta. Trabalho apresentado na VIII REF, Rosário, Argentina, outubro de 1993.

2. NOVAK, J.D. & GOWIN, D.B. Aprender a aprender. Plátano, Lisboa. (Original inglês, 1984.)

3. MOREIRA, M.A. Mapas conceituais e aprendizagem significativa. Adaptado e atualizado, em 1997, de um trabalho com o mesmo título publicado em O ENSINO, Revista Galáico Portuguesa de Sócio-Pedagogia e Sócio-Linguística. Pontevedra/Galícia/Espanha e Braga/Portugal, N^0 23 a 28: 87-95, 1988.

4. AUSUBEL, D.P., NOVAK, J.D. & HANESIAN, H. Psicologia educacional. Interamericana, Rio de Janeiro, 1980.

5. SILVEIRA, F.L. Uma epistemologia racional-realista e o ensino da Física. Tese de doutorado. Porto alegre, dezembro de 1992.

6. MOREIRA, M.A. A teoria da aprendizagem de David Ausubel. Porto Alegre, iFUFRGS, Fascículos do CIEF, Série Ensino-Aprendizagem, n.1, 1993.

7. MOREIRA, M.A. A teoria de educação de Novak e o modelo de ensino-aprendizagem de Gowin. Material preparado para a II Escola Latino-Americana sobre Pesquisa e Ensino de Física, Porto Alegre (Canela), Brasil, 5 a 16 de julho de 1993.

8. PEDUZZI, L.O.Q. Física aristotélica: por que não considerá-la no ensino da mecânica? Caderno Catarinense de Ensino de Físca, 13(1): 48-63, 1996.

9. LAKATOS, I. O falseamento e a metodologia dos programas de pesquisa científica. In LAKATOS, I. & MUSGRAVE, A. (orgs.) A crítica e o desenvolvimento do conhecimento. São Paulo, Cultrix, 1979. p.186.

10. LAKATOS, I. La metodología de los programas de investigación científica. Madrid, Alianza, 1989. p.146.

11. LAKATOS, I. Referência 9, pp.121-122.

12. GIL-PEREZ, D. & MARTINEZ-TORREGROSA, J. La resolución de problemas de Física una didáctica alternativa. Madrid/Barcelona, Ediciones Vicens-Vives, 1987. p.10.

13. GARRET, R.M., SATTERLY, D., GIL-PEREZ, D. & MARTINEZ-TORREGROSA, J. Turning exercises into problems: an experimental study with teachers in training. International Journal of Science Education, 12(1): 1-12, 1990.

14. LAKATOS, I. Referência 9, p.190.

15. PEDUZZI, L.O.Q., MOREIRA, M.A. & ZYLBERSZTAJN, A. As concepções espontâneas, a resolução de problemas e a história da ciência numa seqüência de conteúdos em mecânica: o referencial teórico e a receptividade de estudantes universitários à abordagem histórica da relação força e movimento. Revista Brasileira de Ensino de Física, 14 (4): 239-246, 1992.

16. LAKATOS, I. Referência 9, p.190.

17. GOWIN, D.B. Educating. Ithaca, Cornell University Press, 1981.

Anexo 5

Imagens relativas aos Livros 2 e 3

As concepções espontâneas, a resolução de problemas e a história e filosofia da ciência em um curso de mecânica

Imagens relativas aos Livros 2 e 3

Luiz O.Q. Peduzzi

Departamento de Física
Centro de Ciências Físicas e Matemáticas
Pós-graduação em Educação: Ensino de Ciências Naturais
Centro de Ciências da Educação
Universidade Federal de Santa Catarina
e-mail : peduzzi@fsc.ufsc.br

Florianópolis - SC
Fevereiro/1998

Aos alunos

Alexsander Fortkamp , Andreia Terezinha Evaristo ,

Aziz Miguel Hueb Filho , Cristiano Binder , Daniel de Medeiros ,

Eduardo de Carli da Silva , Eduardo Inácio Duzzioni ,

Ewerton Luiz da Silva , Fábio Hobold Spillere , Fábio Lopes ,

Fernanda Consenso Tonetto , Henrique Martins Barboza ,

Liliam Ribeiro , Lúcio Santana Gonçalves ,

Marcel Cardoso Tavelin , Marcelo Kroin , Otávio Bocheco ,

Renato Miranda Steiner , Samuel João da Silveira

Vanessa Souza Leite

pelo interesse e dedicação à disciplina Física Geral I (primeiro semestre de 1997) e pelas críticas e sugestões ao texto.

Sumário

Introdução

♦ Introdução , 1

Imagens relativas ao Livro 2: De Thales a Galileu

Imagens thg1

♦ O Sol, transportado por uma flamejante carruagem dourada, puxada por cavalos mágicos , 2
♦ Concepção de mundo bastante antiga , 2
♦ Mapa ilustrativo de cidades associadas a grandes personagens do mundo antigo , 3
♦ A Terra cilíndrica de Anaximandro , 4
♦ A Terra plana de Anaxímenes , 4
♦ O sistema cosmológico de Filolau , 5
♦ Terra e anti-Terra em movimentos síncronos , 6
♦ O sistema de Heráclides , 7

Imagens thg2

♦ Aristóteles , 8
♦ A "Escola de Atenas" de Rafael , 8
♦ O universo aristotélico simplificado para fins ilustrativos , 10
♦ A concepção do universo aristotélico por um escritor medieval , 10
♦ Os elementos e as qualidades essenciais na filosofia natural aristotélica , 11
♦ O que acontecerá a uma lança projetada em direção ao 'limite' do universo? , 11
♦ Claudio Ptolomeu , 12
♦ O mundo geocêntrico de Ptolomeu no atlas de estrelas de 1708 de Andreas Cellaris , 12
♦ O sistema geocêntrico simplificado , 13
♦ Artifícios matemáticos da astronomia ptolomaica , 13
♦ O movimento retrógrado, visto contra o fundo estelar , 13
♦ Al hazen , 14
♦ Regiomontano , 14

Imagens thg3

♦ Nicolau Copérnico , 15

♦ O heliocentrismo de Copérnico (pintura de Jean-Leon Huens) , 16
♦ O universo copernicano simplificado para fins ilustrativos , 17
♦ O sistema heliocêntrico simplificado , 17
♦ O movimento retrógrado de Marte no sistema heliocêntrico , 18
♦ A pluralidade dos mundos segundo Fontenelle , 18
♦ Gravura do século XVII enfatizando o heliocentrismo , 19

Imagens thg4

♦ Tycho Brahe , 20
♦ A nova vista por Brahe na constelação de Cassiopéia , 20
♦ O sistema de Tycho Brahe , 21
♦ Diagrama do sistema tychônico em uma obra de 1647 de Johannes Hevelius , 21
♦ O sistema astronômico de Tycho Brahe , 22
♦ O imperador Rudolfo II e Tycho Brahe, em um quadro de 1855 de Edouard Ender , 23
♦ Detalhes do quadro de Endler , 23
♦ Capa da "Astronomia institutio" de Joahnnes Luyts, publicada em 1692 , 25
♦ Paralaxe , 25
♦ Giordano Bruno , 26

Imagens thg5

♦ Galileu Galilei , 27
♦ Diagrama da constelação de Órion, apresentado por Galileu no "Sidereus nuncius". O caçador encontra-se explicitamente representado em um atlas de estrelas de John Flamsteed, publicado em 1729 , 28
♦ O caçador, na constelação de Órion , 29
♦ Diagrama da constelação de Touro constante no "Sidereus nuncius" e detalhe da região Órion-Touro em uma edição de 1776 do atlas de Flamsteed , 30
♦ Fases de Vênus , 31
♦ Fases de Vênus no sistema ptolomaico e no sistema copernicano , 32

Imagens thg6

♦ As 'quatro' luas de Júpiter , 33
♦ 'Confronto' entre observações de Galileu sobre as luas de Júpiter e uma simulação computacional , 33
♦ Foto de Júpiter mostrando dois de seus satélites , 34
♦ Manchas solares , 34

♦ Os primeiros desenhos esquemáticos de Saturno , 35
♦ Representação de Saturno no livro "Systema saturnium" de Christiaan Huygens , 36
♦ Christiaan Huygens , 36
♦ Foto de Saturno , 37
♦ Galileu e o telescópio , 37

Imagens thg7

♦ Avicena, para quem a trajetória de um projétil lançado horizontalmente é a de um L invertido , 38
♦ A trajetória de um projétil lançado horizontalmente, segundo Avicena , 38
♦ Os segmentos que compõem a trajetória de um projétil para aristotélicos da Idade Média , 39
♦ A trajetória 'sempre encurvada' de um projétil, de acordo com Tartaglia , 39
♦ Niccolò Tartaglia , 40
♦ Como se daria a queda de um objeto por um canal aberto 'de fora a fora' através da Terra? Tartaglia responde rejeitando a explicação aristotélica , 40
♦ Leonardo da Vinci , 41
♦ Galileu Galilei , 42
♦ As quedas de dois objetos de pesos diferentes, e de mesmo material, para Galileu , 42
♦ Plano inclinado , 43
♦ 'Demonstrações' de Galileu com o plano inclinado , 43
♦ "Diálogo sobre os dois principais sistemas de mundo" de Galileu , 44

Imagens thg8

♦ Vicenzio Viviane, o primeiro biógrafo de Galileu , 45
♦ Benedetto Castelli, discípulo e colaborador de Galileu , 45
♦ Paolo Sarpi, amigo e conselheiro de Galileu. Figura de grande prestígio no meio político e científico , 46
♦ Federico Cesi, grande amigo de Galileu e fundador da Academia dos Lince , 46
♦ Virginia Galilei (Irmã Celeste), uma das filhas de Galileu , 47
♦ Christopher Clavius, notável e influente matemático jesuíta , 47
♦ Roberto Bellarmino, consultor do Santo Ofício, membro da Inquisição e personagem central nos primeiros conflitos de Galileu com autoridades eclesiásticas , 48
♦ Maffeo Barberini (Urbano VIII), o papa que condenou Galileu , 48
♦ Galileu e a Inquisição , 49
♦ Galileu diante do Santo Ofício , 49
♦ Galileu e Vivivane na prisão domiciliar de Galileu em Arcetri , 50

♦ Galileu e o poeta John Milton em Arcetri (possível encontro) , 51
♦ John Milton , 51

Imagens thg9

♦ Johannes Kepler , 52
♦ A 'essência' da idéia que direcionou Kepler à construção do 'esqueleto invisível' do universo , 53
♦ O 'esqueleto invisível' do universo para Kepler , 53
♦ Kepler e Brahe, em um quadro de Jean-Leon Huens , 54
♦ Kepler , 55
♦ Determinação da órbita marciana , 56
♦ A lei das órbitas e a lei das áreas , 56
♦ Elipses com diferentes excentricidades , 58
♦ O contraste de uma circunferência com uma elipse de excentricidade 0,5 , 58

Links e bibliografia de referência do Livro 2

♦ Links e bibliografia de referência , 59

Imagens relativas ao Livro 3: De Descartes a Newton

Imagens new1

♦ Gravura de um texto do século XVIII mostrando os vórtices cartesianos e vários sistemas solares , 64
♦ "A noite estrelada" de Vincent Van Gogh , 65
♦ René Descartes , 66
♦ John Wallis , 66
♦ Christiaan Huygens , 67
♦ Gottfried Wilhelm Leibniz , 67
♦ Choque inelástico , 68
♦ Choque elástico , 68
♦ Colisão perfeitamente inelástica , 68
♦ Conservação da quantidade de movimento em uma explosão , 69
♦ Uma questão sobre a colisão de partículas , 69

Imagens new2

- Isaac Newton, em uma pintura de 1689 de Godfrey Kneller , 70
- Isaac Newton , 70
- Newton, em um quadro de 1726 de Enoch Seeman , 71
- Quadro de Newton, feito por Godfrey Kneller em 1702 , 72
- Pintura a óleo de Newton por John Venderbank , 73

Imagens new3

- Questões, algumas respostas e observações gerais relativas às leis de Newton , 74

Imagens new4

- Foto estroboscópica da queda livre de dois corpos de massas diferentes soltos simultaneamente de uma mesma altura , 86
- Foto estroboscópica da queda de dois objetos de massas diferentes: um liberado verticalmente a partir do repouso e o outro projetado horizontalmente, ambos de uma mesma altura e no mesmo instante , 87
- Um objeto projetado verticalmente para cima, com a mesma velocidade, em duas diferentes situações: em uma delas o lançador se encontra em repouso e na outra ele se move horizontalmente com velocidade constante , 87
- A queda de um objeto do alto do mastro de um barco em movimento vista por dois observadores inerciais , 88
- O 'looping' de um carrinho em uma montanha russa , 89
- Forças sobre uma esfera em movimento circular , 90
- Forças em um pêndulo cônico , 91
- O atrito sobre um veículo em movimento em uma pista plana e em uma pista inclinada , 92

Imagens new5

- A 'sugestão' ou 'legado' de Hooke a Newton , 93
- O 'episódio da maçã' no contexto histórico da gravitação universal: fato verídico ou lenda? , 94
- Força de atração gravitacional entre dois corpos , 95
- Variação da intensidade da força gravitacional com a distância para pontos externos à Terra , 96
- Variação da intensidade da força gravitacional com a distância para pontos internos e externos de uma Terra com densidade uniforme , 97

♦ Variação da intensidade da força gravitacional com a distância para pontos internos e externos de uma Terra oca , 98
♦ As conclusões de uma experiência de pensamento desenvolvida por Newton , 99
♦ O envio de um foguete a Marte , 100

Imagens new6

♦ John Flamsteed (por Thomas Gibson, 1712) , 101
♦ Sala de observação, ilustrando o uso de um quadrante e de um telescópio , 101
♦ Christopher Wren , 102
♦ Edmund Halley , 102
♦ O cometa Halley , 103
♦ As seções cônicas , 103
♦ Dependendo da excentricidade, as órbitas dos corpos celestes são elípticas, parabólicas ou hiperbólicas , 105
♦ Imagem de Urano feita pela Voyager 2 , 106
♦ Sobre a descoberta de Urano , 106
♦ John Couch Adams , 107
♦ Urbain Leverrier , 107
♦ Netuno , 108
♦ É correto afirmar-se que Plutão é o planeta mais distante do Sol? , 108
♦ Imagem de Plutão e sua lua, Charon , 109
♦ Clyde Tombaugh , 109

Imagens new7

♦ Posição do centro de massa de um sistema constituído por N partículas , 110
♦ Posição do centro de massa de um sistema constituído por duas partículas , 111
♦ Posição do centro de massa de um sistema constituído por duas partículas de massas iguais, 112
♦ Posição do centro de massa de um sistema constituído por duas partículas uma das quais possui o triplo da massa da outra , 113
♦ Visualização do centro de massa de duas esferas presas às extremidades de uma haste fina , 114
♦ Componentes do centro de massa de um sistema de N partículas distribuídas no espaço , 115
♦ Cálculo das coordenadas do centro de massa de um sistema constituído por três corpos , 116
♦ Posição do centro de massa de um sólido contínuo , 117
♦ Movimento de rotação de dois corpos em torno do centro de massa do sistema , 118

Introdução

Advertência ao leitor

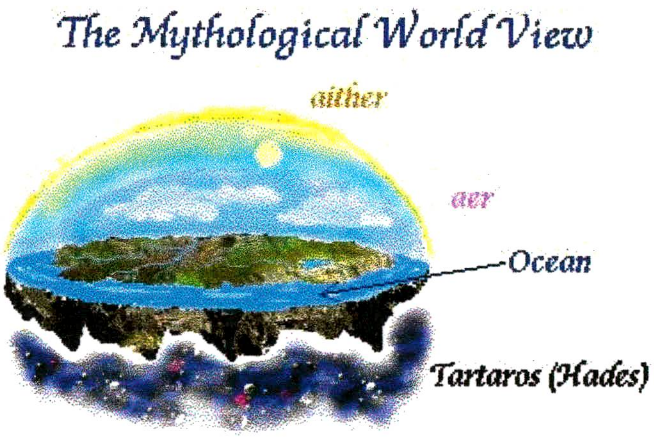
Neste trabalho, apresenta-se um conjunto de imagens complementares aos Livros 2 ("Força e movimento: de Thales a Galileu") e 3 ("Foça e movimento: de Descartes a Newton") do texto **"As concepções espontâneas, a resolução de problemas e a história e filosofia da ciência em um curso de mecânica"**.

Organizadas pelo autor basicamente a partir da Internet, elas ilustram situações que vão de simples diagramas de forças newtonianos a belas pinturas a óleo que estreitam os laços da ciência e da arte. Contudo, apenas o fascínio que eventualmente possam exercer sobre o leitor não é suficiente (embora seguramente necessário), do ponto de vista instrucional. É a interação do aluno com o texto (Livros 2 e 3) e as imagens que vai conferir significado às ilustrações, tornando este material potencialmente significativo.

Os 'links e bibliografia de referência' asseguram o devido crédito aos autores das imagens e acesso às fontes para novas leituras e aprofundamento em temas específicos.

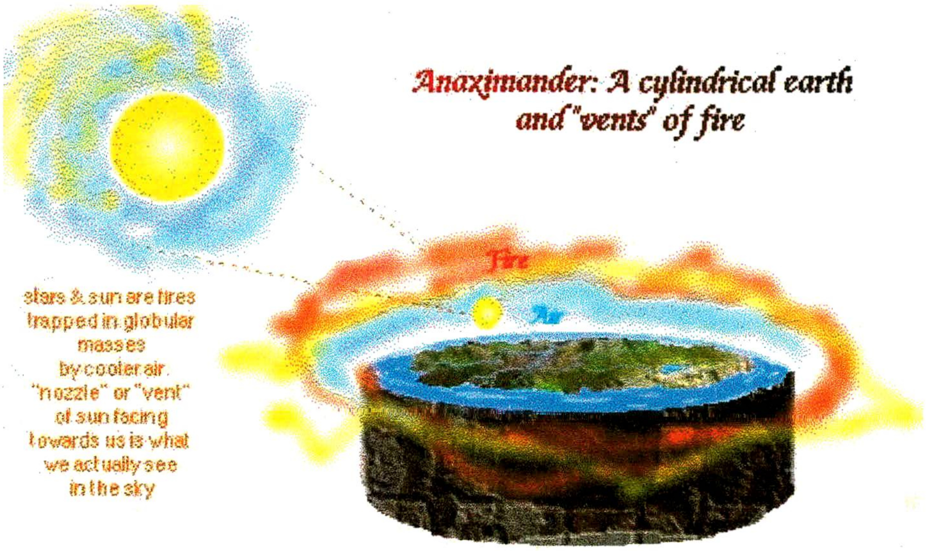
Imagens thg1

O Sol, transportado por uma flamejante carruagem dourada, puxada por cavalos mágicos.

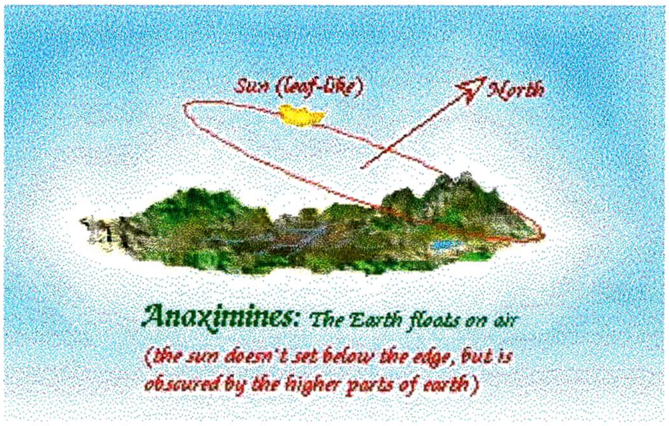


Concepção de mundo bastante antiga.

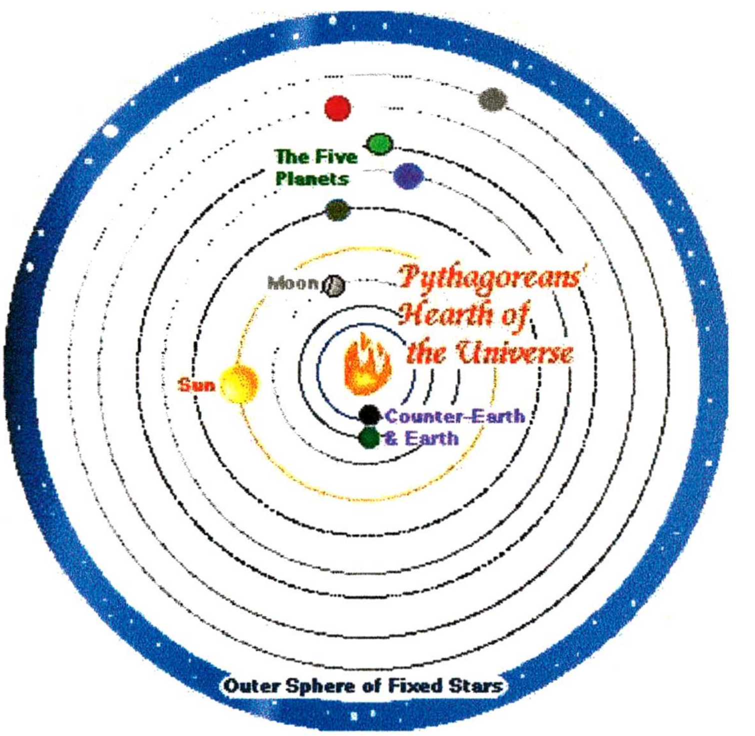
Mapa ilustrativo de cidades associadas a grandes personagens do mundo antigo.



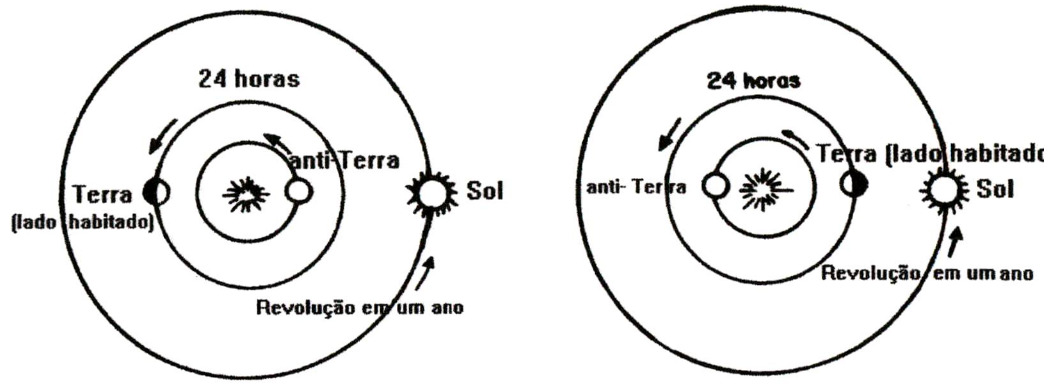
A Terra cilíndrica de Anaximandro de Mileto (611-545 a.C.) imersa no apeiron.



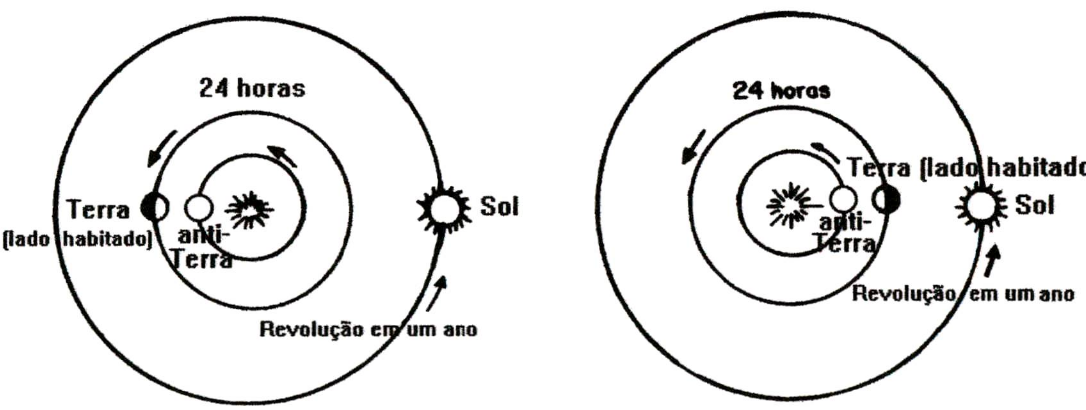
A Terra plana de Anaxímenes de Mileto (585-528) flutuando no elemento ar.



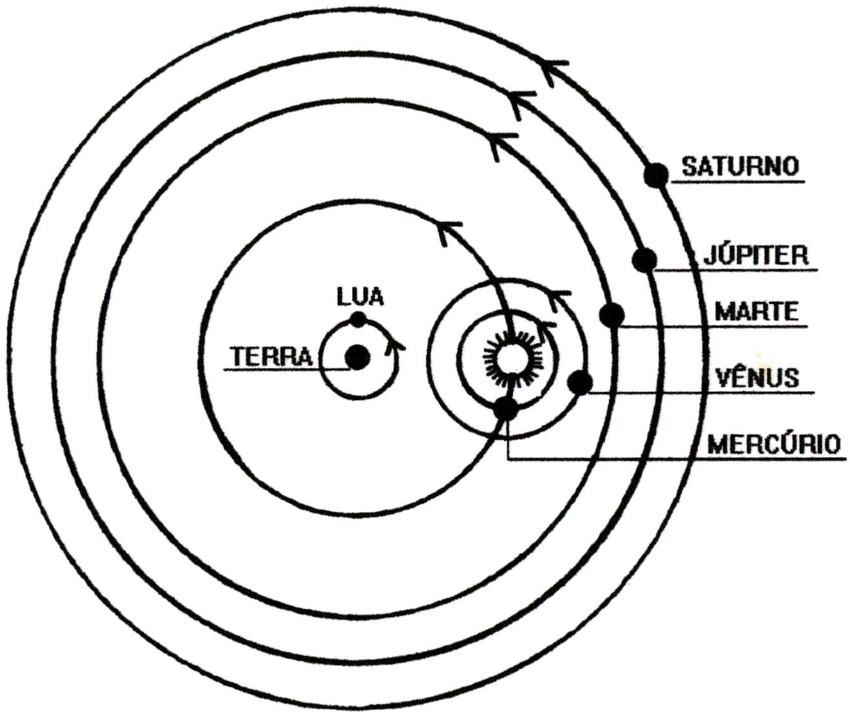
O sistema cosmológico de Filolau de Tarento (480-400 a.C).



Terra e anti-Terra em movimentos síncronos e opostos.

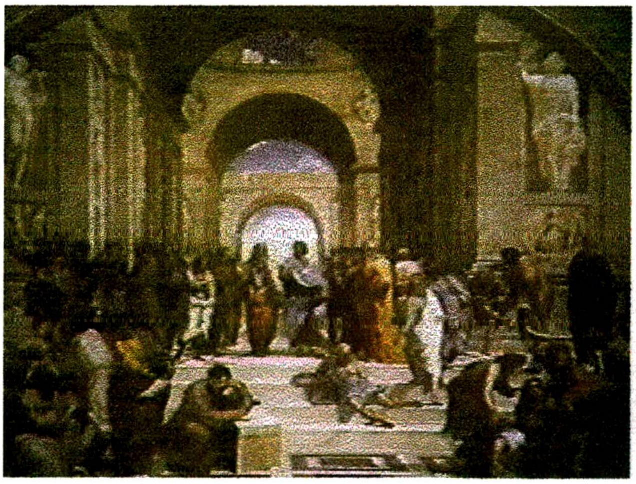


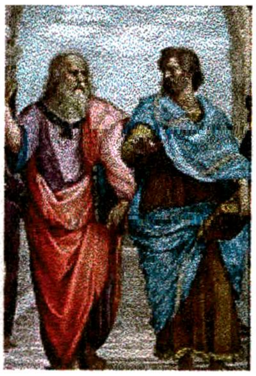
Terra e anti-Terra em movimentos síncronos 'lado-a-lado'.



O sistema de Heráclides de Pontos (375-310 a.C.).

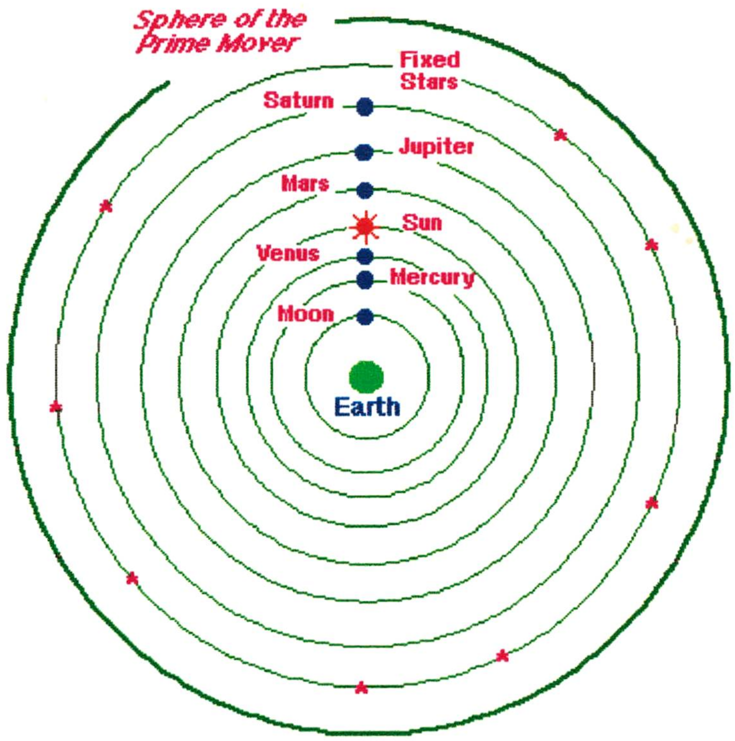
Aristóteles de Estagira (384-322 a.C.).



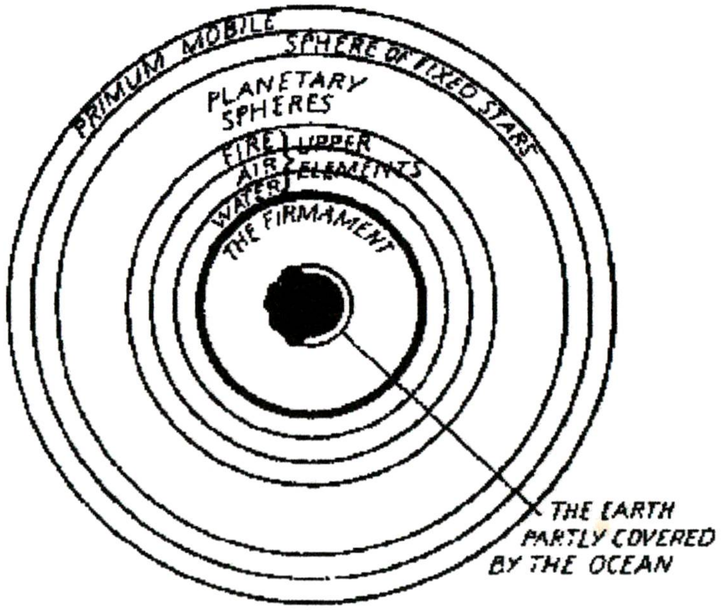


A "Escola de Atenas" de Rafael.

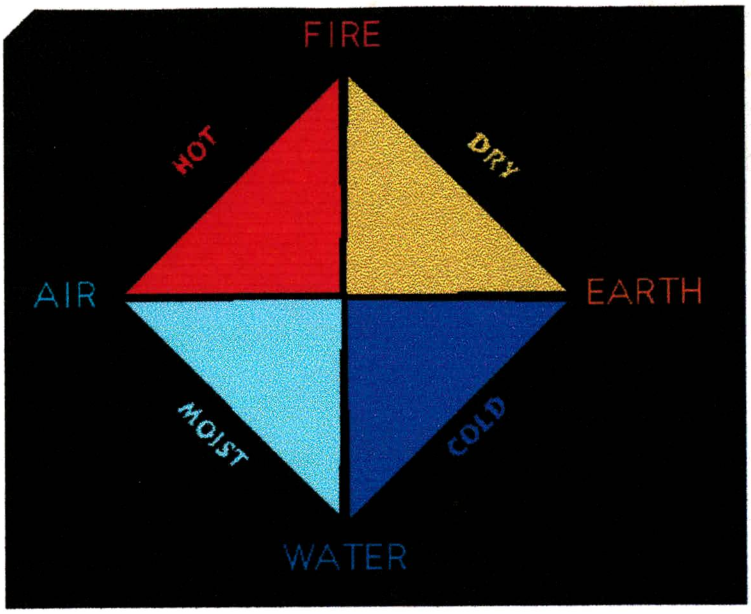
A "Escola de Atenas" de Rafael.



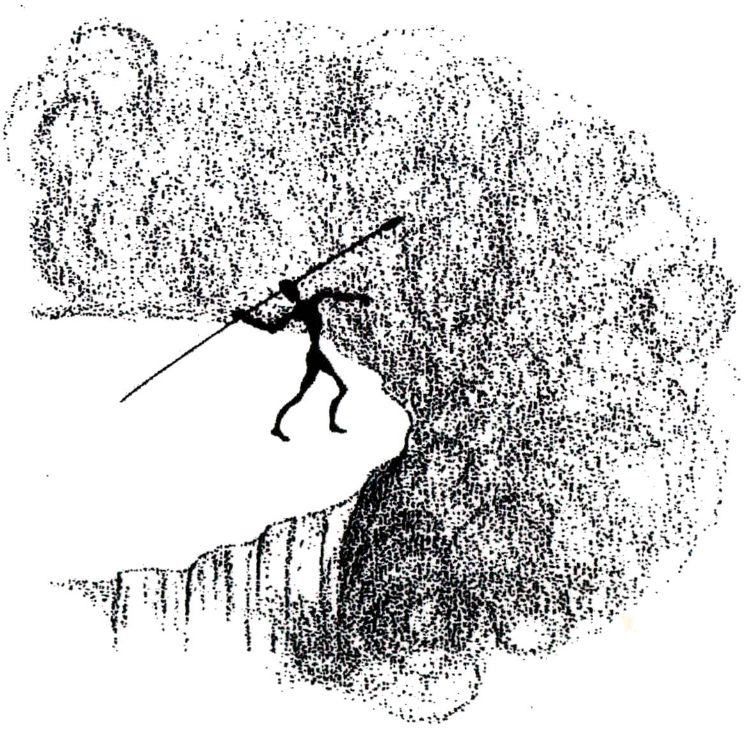
O universo aristotélico simplificado para fins ilustrativos.



A concepção do universo aristotélico explicitada por um escritor medieval.

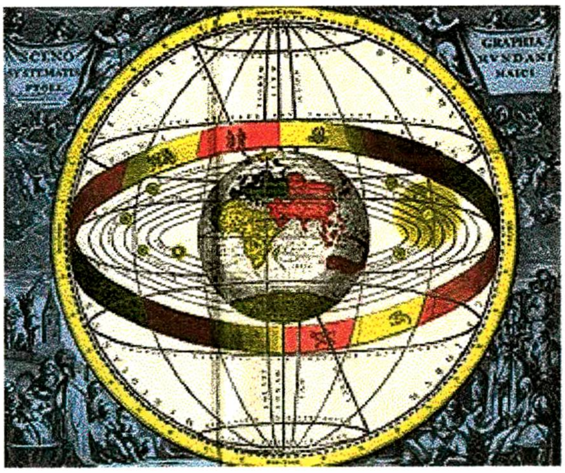


Os elementos e as qualidades essenciais na filosofia natural aristotélica.

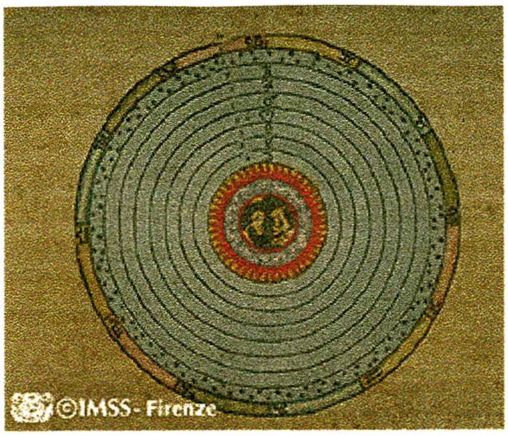


O que acontecerá a uma lança projetada em direção ao 'limite' do universo?

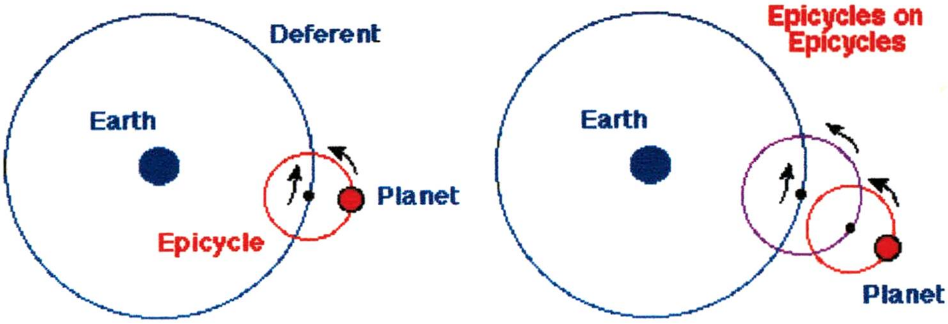
Claudio Ptolomeu (~100 -170 a.D.).



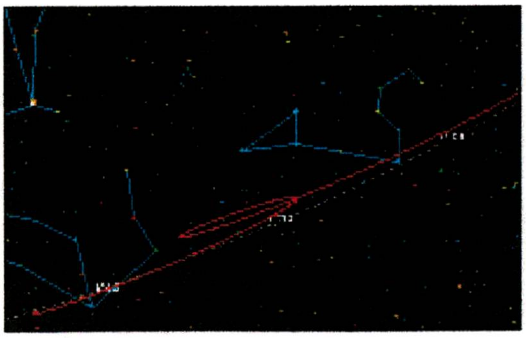
O mundo geocêntrico de Ptolomeu no atlas de estrelas de 1708 de Andreas Cellaris.



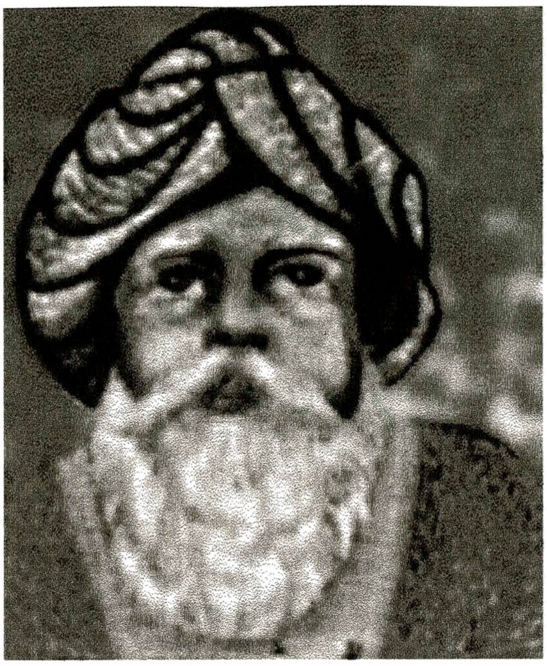
O sistema geocêntrico simplificado.



Artifícios matemáticos da astronomia ptolomaica.

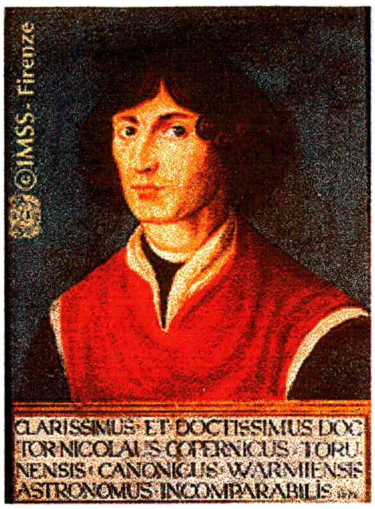


O movimento retrógrado, visto contra o fundo estelar.



Ibn al-Haytan (Alhazen) (965-1039).

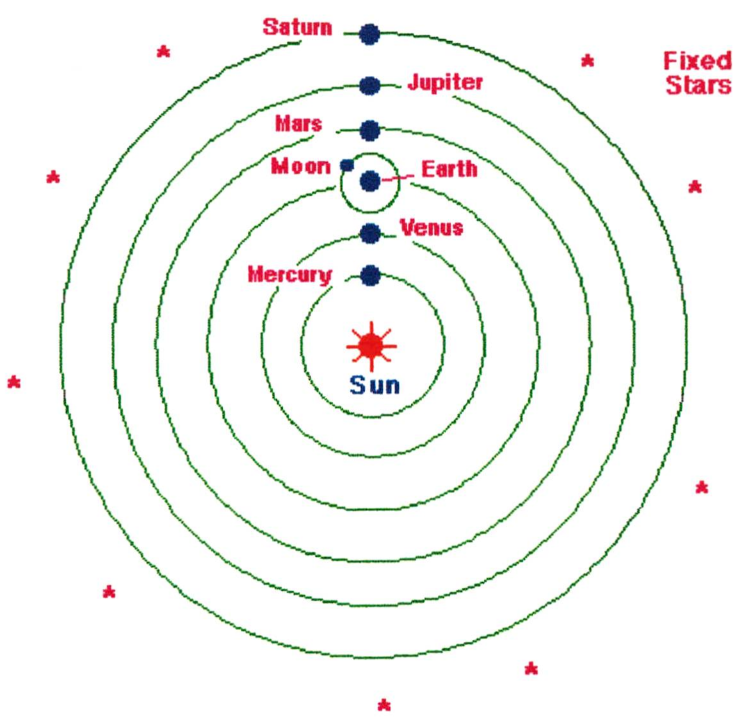
Johann Müller (Regiomontano) (1436-1476).



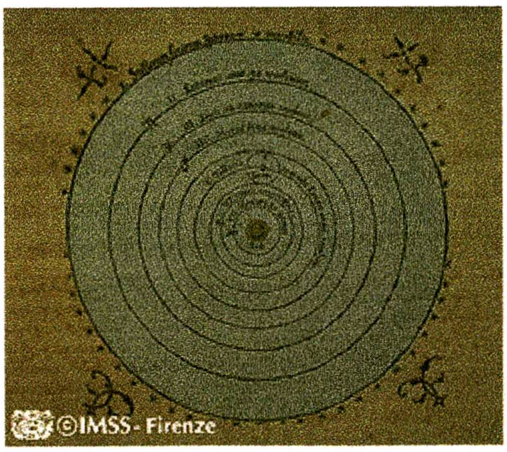
Nicolau Copérnico (1473-1543).

Nicolau Copérnico.

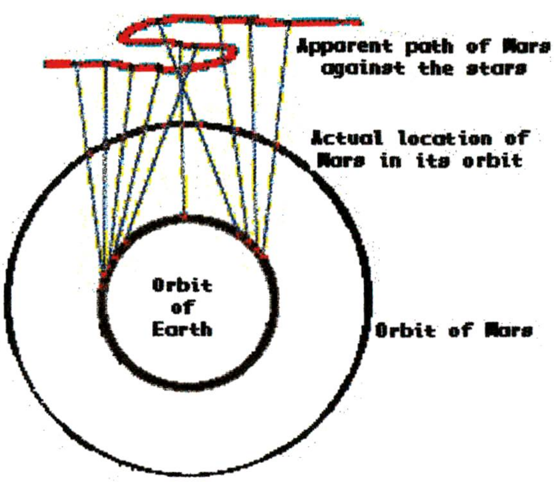
O heliocentrismo de Copérnico (pintura de Jean-Leon Huens).



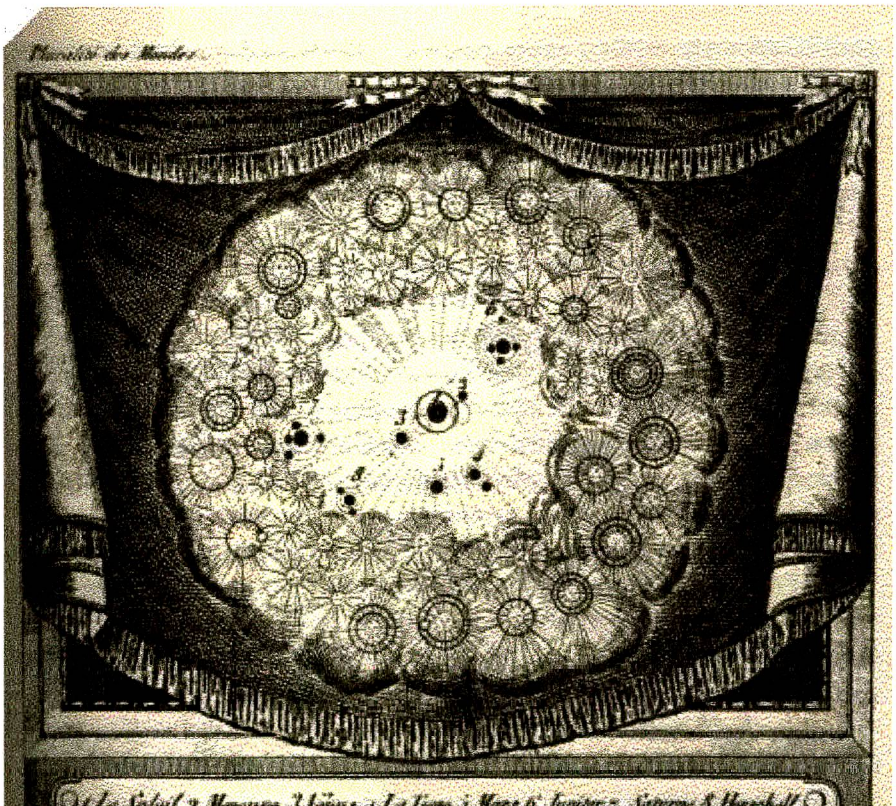
O universo copernicano simplificado para fins ilustrativos.



O sistema heliocêntrico simplificado.



O movimento retrógrado de Marte no sistema heliocêntrico.

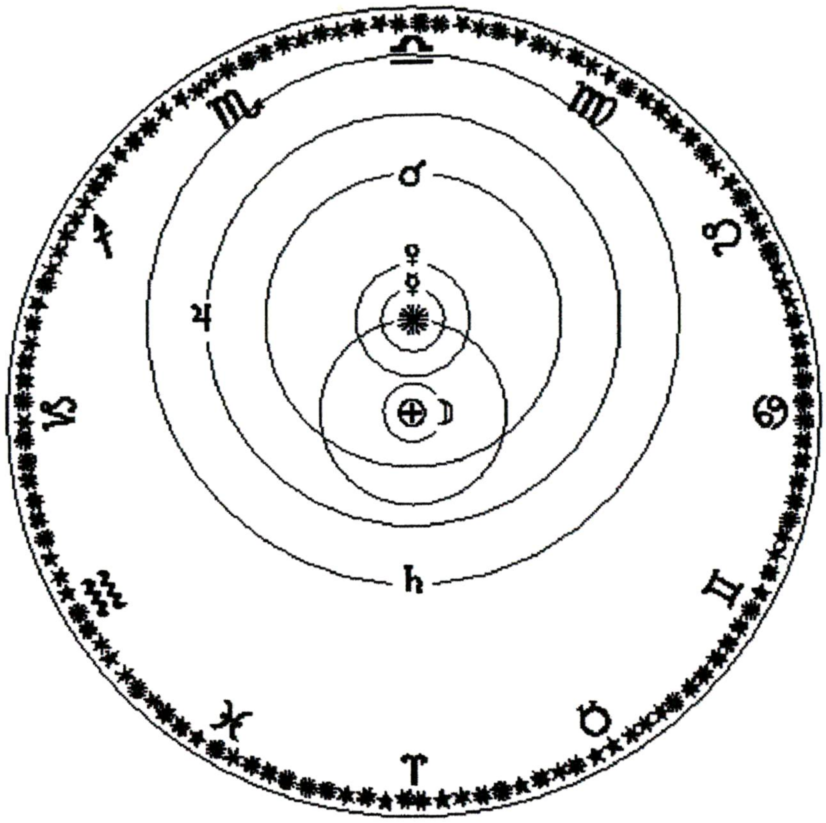


A pluralidade dos mundos segundo Bernard de Fontenelle (1657-1757), cujo mais famoso trabalho foi "Entretiens sur la pluralité des mondes (1689).

Gravura do século XVII enfatizando o heliocentrismo.

Tycho Brahe (1546-1601).

A nova vista por Brahe na constelação de Cassiopéia.



O sistema de Tycho Brahe.

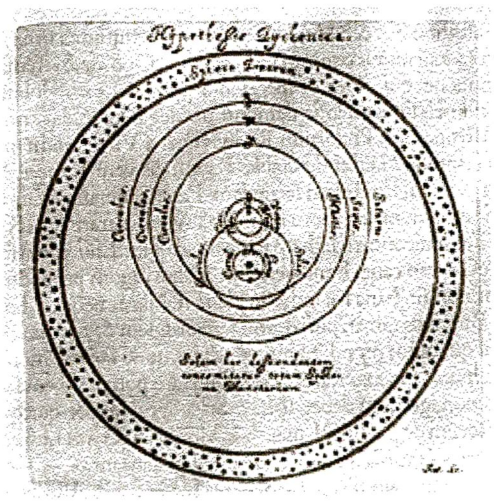
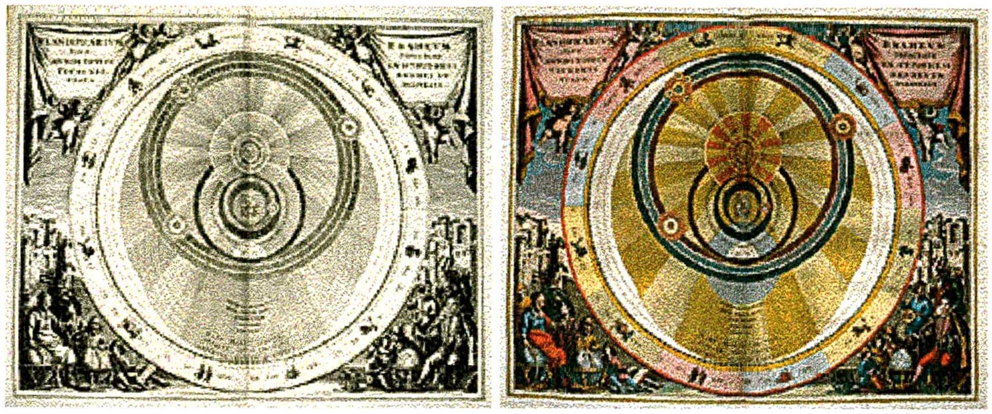
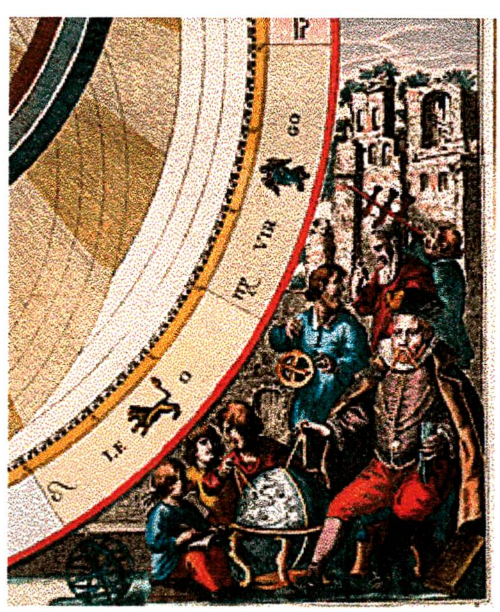


Diagrama do sistema tychônico em uma obra de 1647 de Johannes Hevelius.



O sistema astronômico de Tycho Brahe.

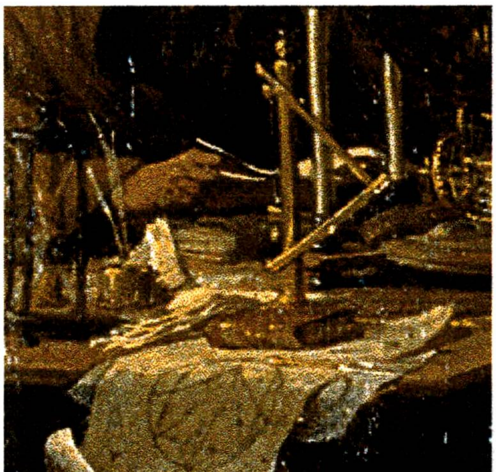


Detalhe da figura anterior, que mostra a presença de Tycho Brahe na ilustração.

O imperador Rudolfo II e Tycho Brahe, em um quadro de 1855 de Edouard Ender.

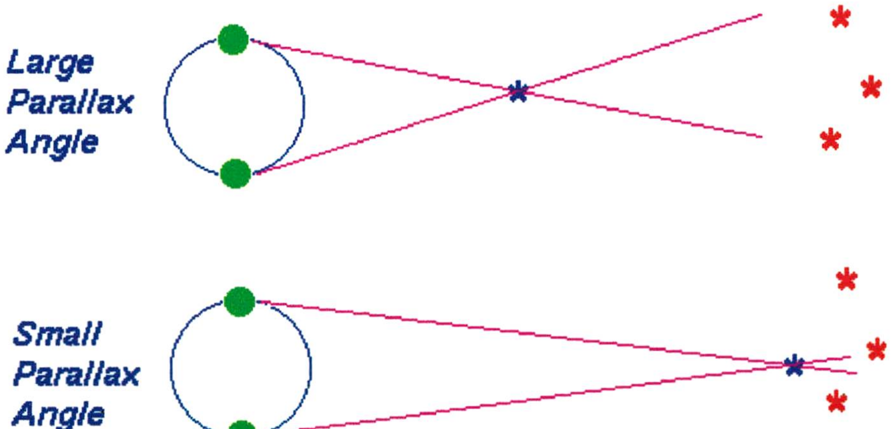
Brahe no quadro de Ender.

Detalhe do quadro de Ender: a folha de papel aos pés do imperador é um diagrama do movimento planetário, provavelmente retratando o sistema tychônico.

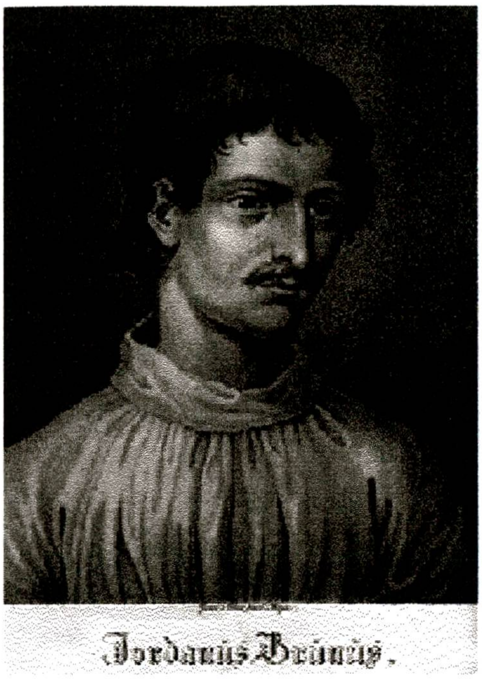


Detalhe do quadro de Ender: o manuscrito que pende da mesa mostra aspectos de um diagrama planetário.

Capa da "Astronomica institutio" de Johannes Luyts, publicada em 1692. O autor aparece sentado, em primeiro plano, na companhia de Galileu, Hevelius, Brahe, Copérnico e Ptolomeu.



A paralaxe de objeto próximos ao obervador é maior do que a de objetos distantes.



Giordano Bruno (1543-1600).

Galileu Galilei ((1564-1542).

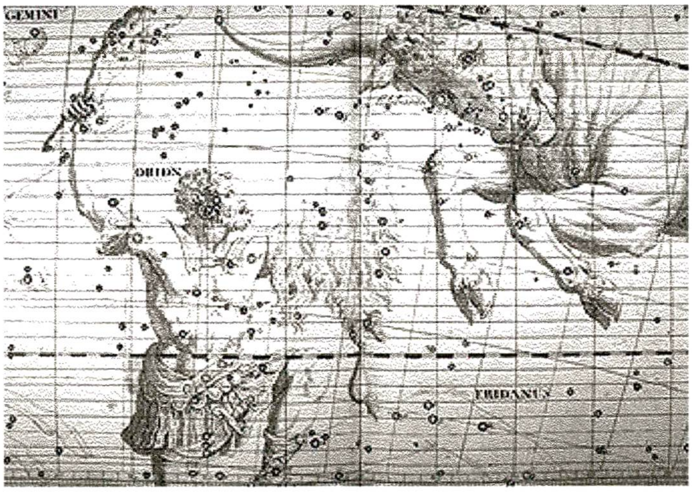
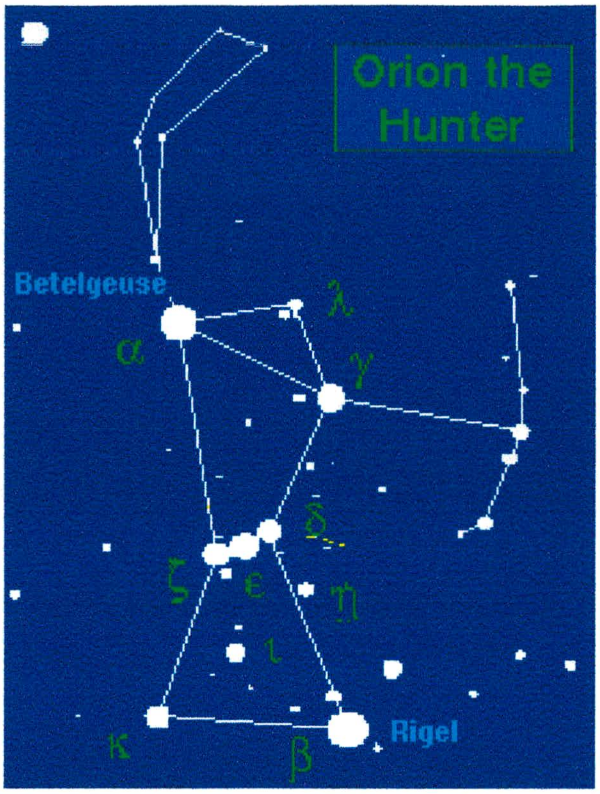
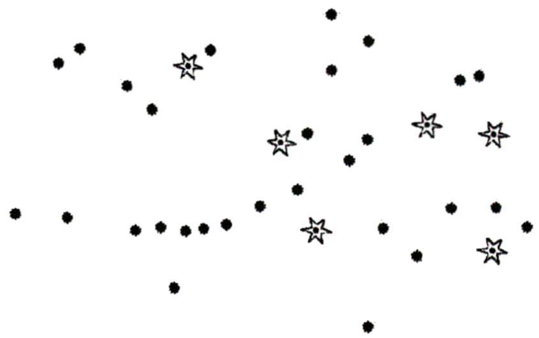
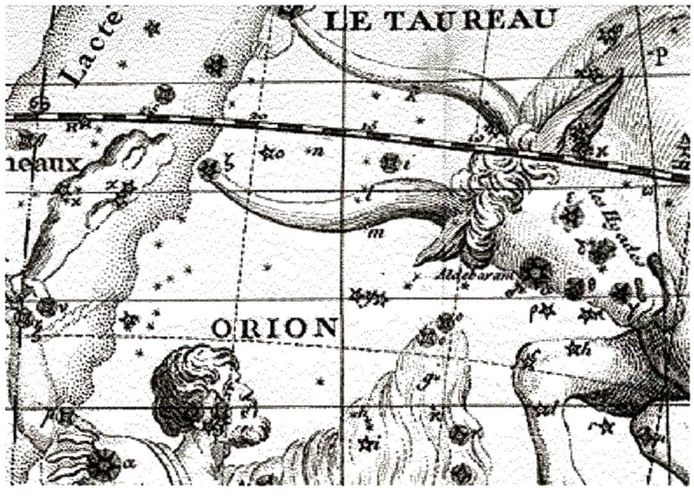


Diagrama da constelação de Órion, apresentado por Galileu no "Sidereus nuncius" (acima). O caçador encontra-se explicitamente representado em um atlas de estrelas de John Flamsteed (1646-1719), publicado em 1729 (abaixo).



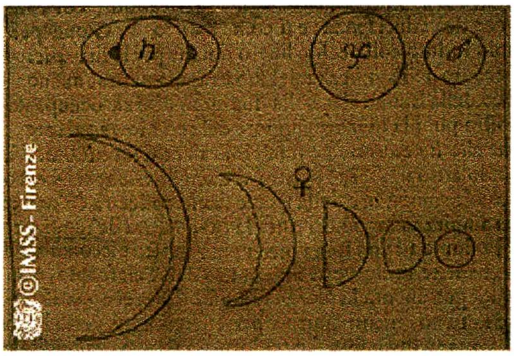
O caçador, na constelação de Órion.



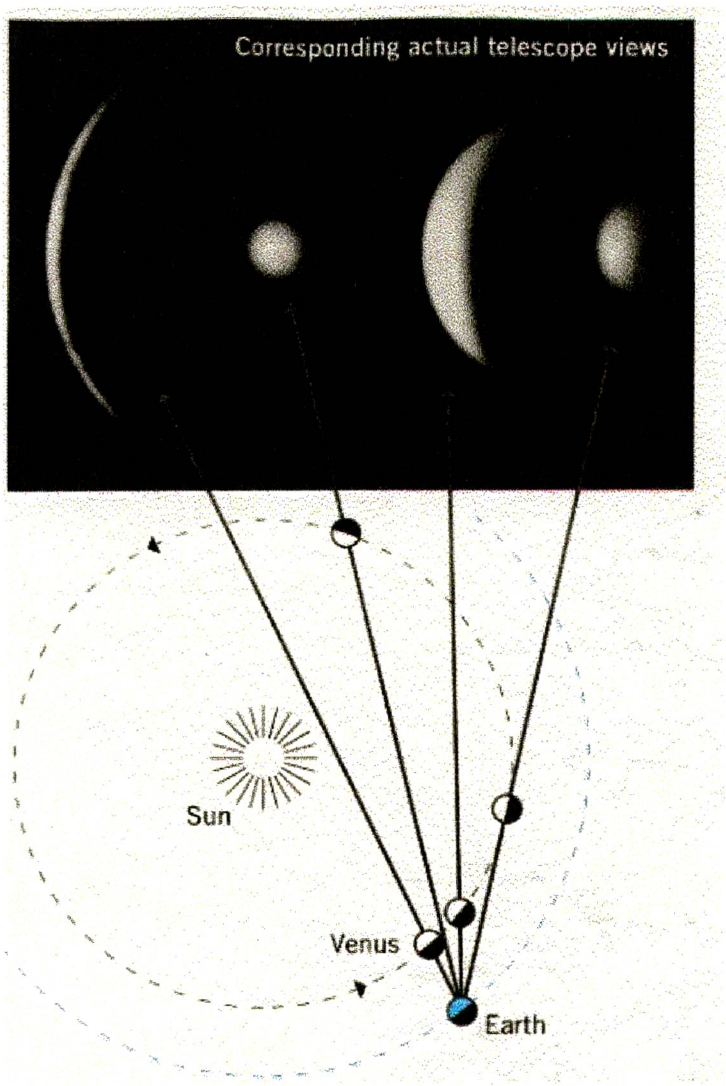


Acima, diagrama da constelação de Touro constante no "Sidereus nuncius" de Galileu. Abaixo, detalhe da região Órion-Touro em uma edição de 1776 do atlas de Flamsteed.

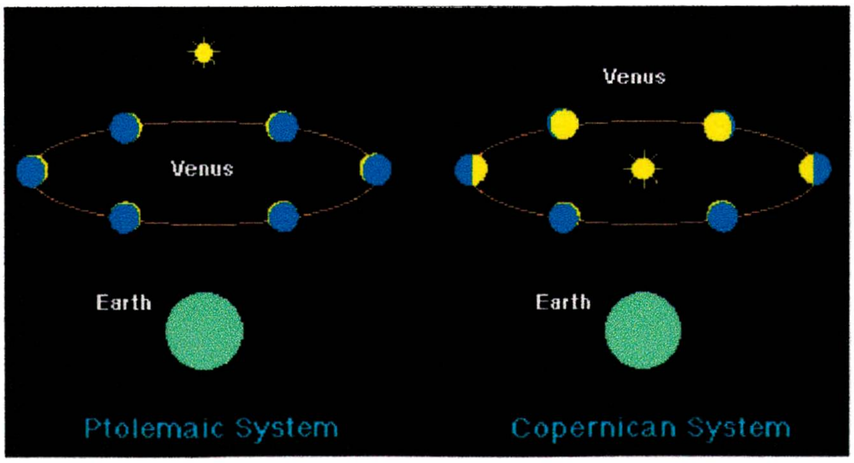
Fases de Vênus fotografadas através de um telescópio 'moderno'.



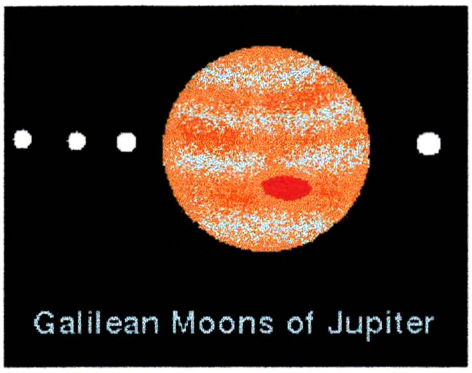
Fases de Vênus.



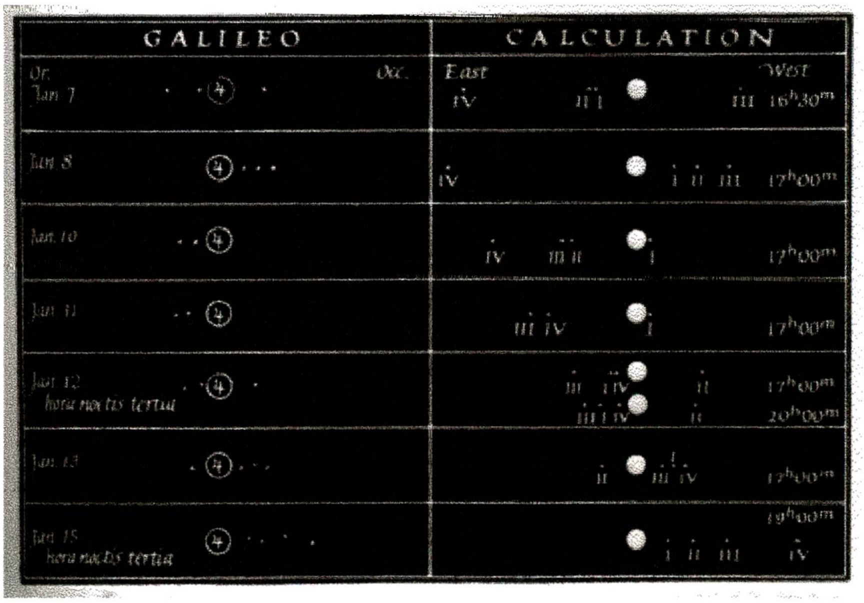
As fases de Vênus no modelo copernicano.



As fases de Vênus no sistema ptolomaico e no sistema copernicano.



As 'quatro' luas de Júpiter.



'Confronto' entre observações de Galileu sobre as luas de Júpiter e uma simulação computacional.

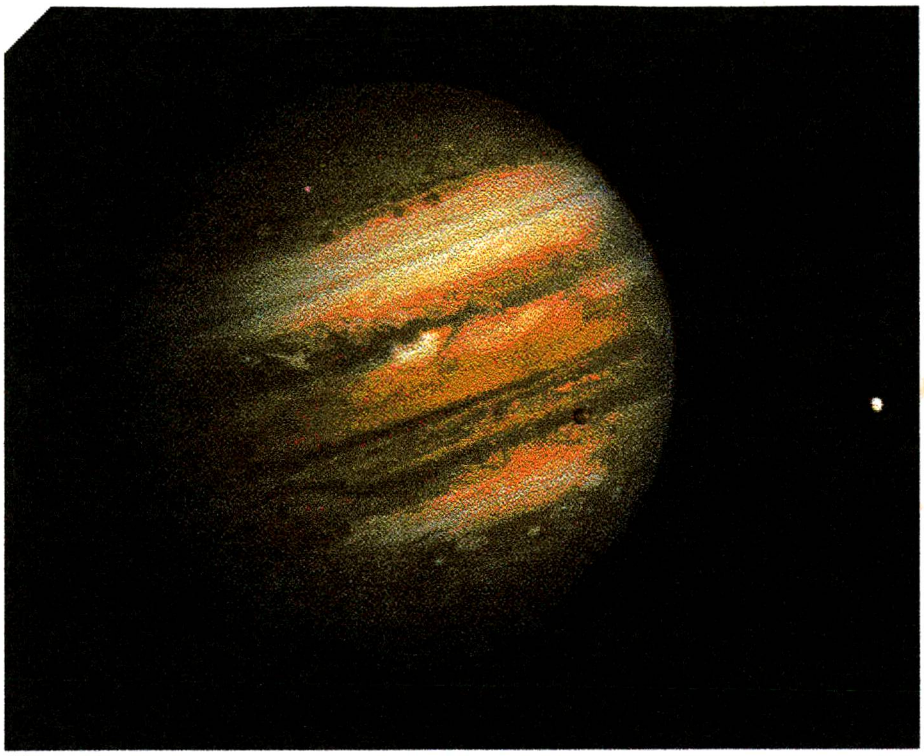
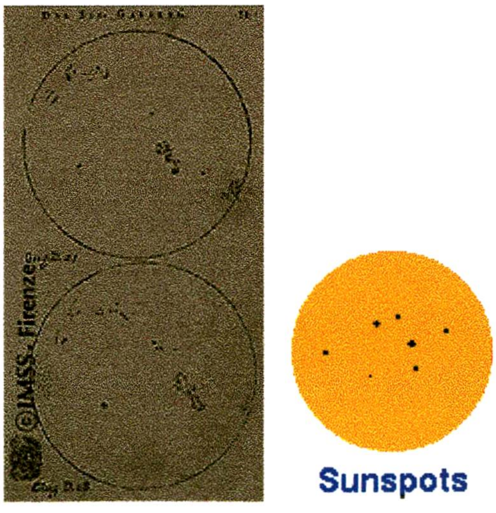
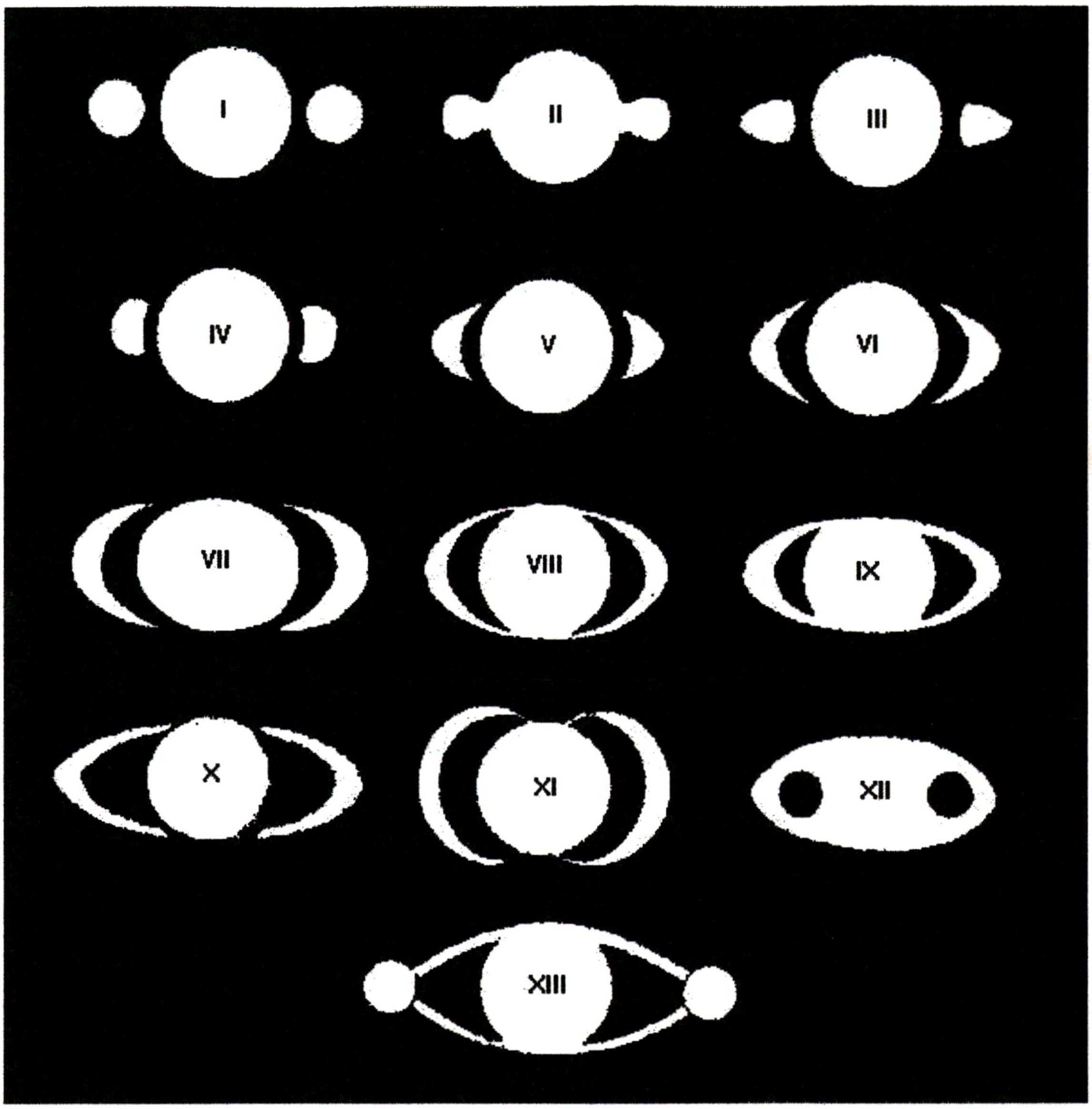


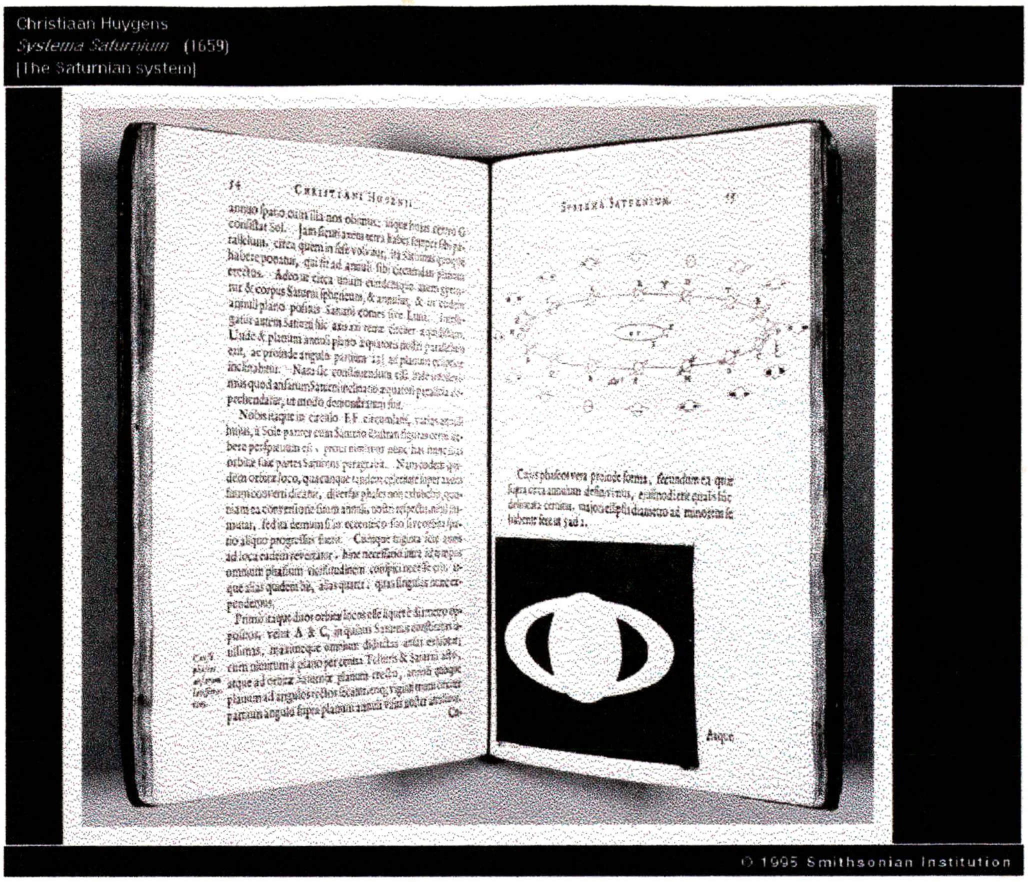
Foto de Júpiter mostrando dois de seus satélites.



Manchas solares.



Os primeiros desenhos esquemáticos de Saturno.



Representação de Saturno no livro "Systema saturnium" de Christiaan Huygens.

Christiaan Huygens (1629-1695).

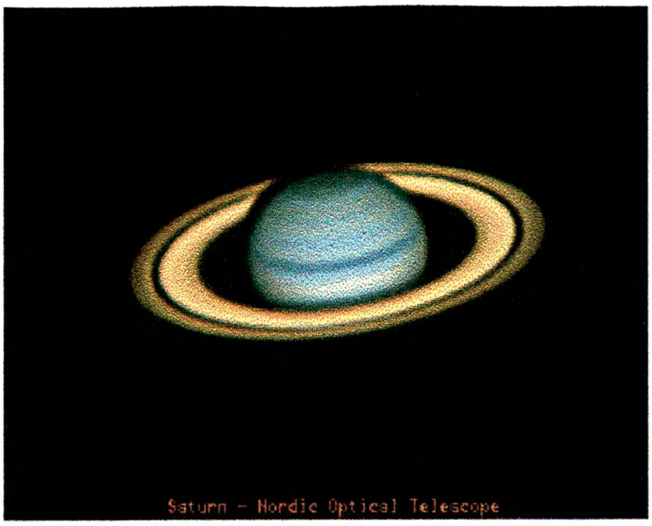
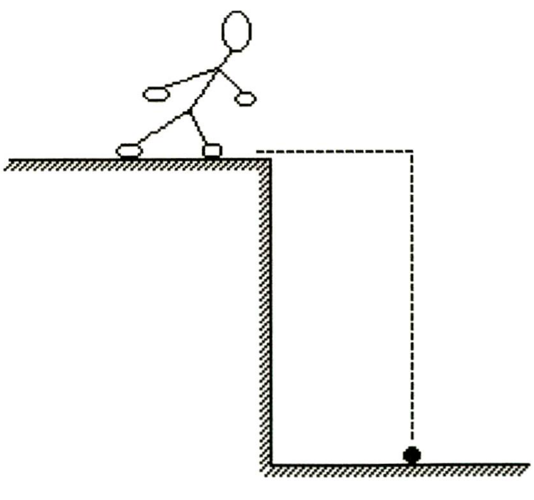


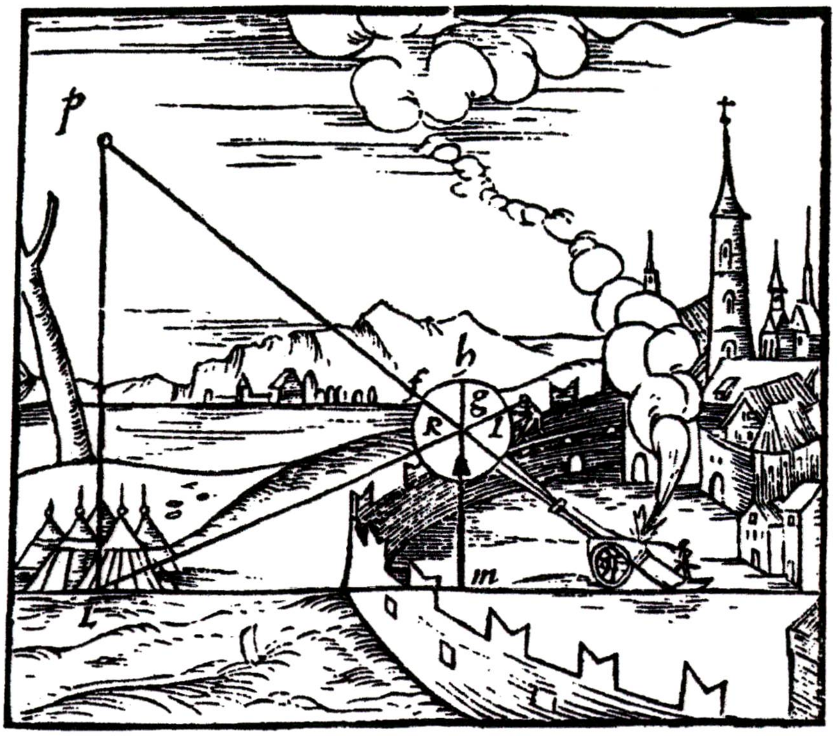
Foto de Saturno.

Galileu apresentando o seu telescópio ao senado veneziano, um quadro de Luigi Sabatelli (1772-1850).

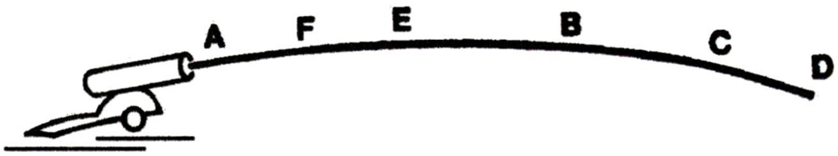
Abu Ali al'Husain ibn Abdullah ibn Sina Avicena (980-1037), para quem a trajetória de um projétil lançado horizontalmente é a de um L invertido.



A trajetória de um projétil lançado horizontalmente, segundo Avicena.

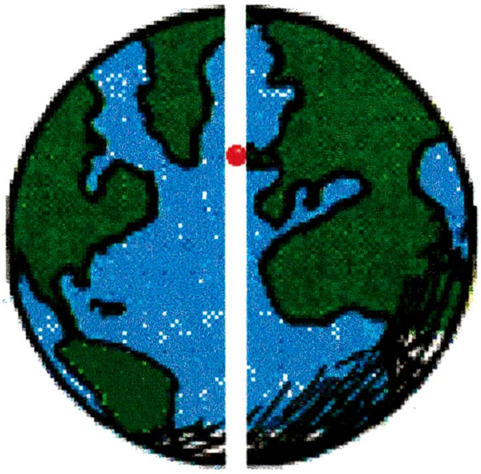


Os dois segmentos que compõem a trajetória de um projétil disparado por um canhão, de acordo com aristotélicos da Idade Média.

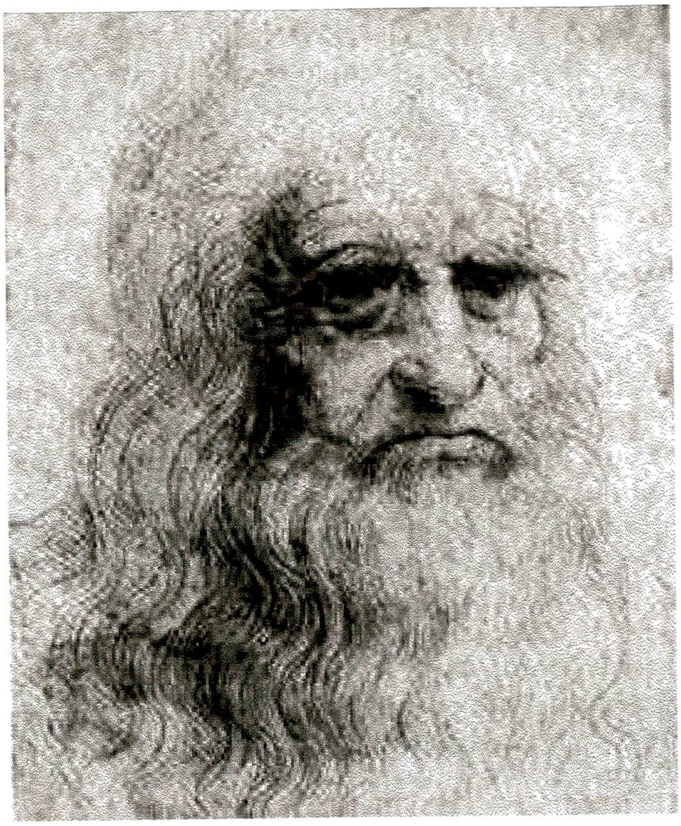


A trajetória 'sempre encurvada' de uma bala lançada por uma colubrina, conforme Nicollò Tartaglia (1500-1557).

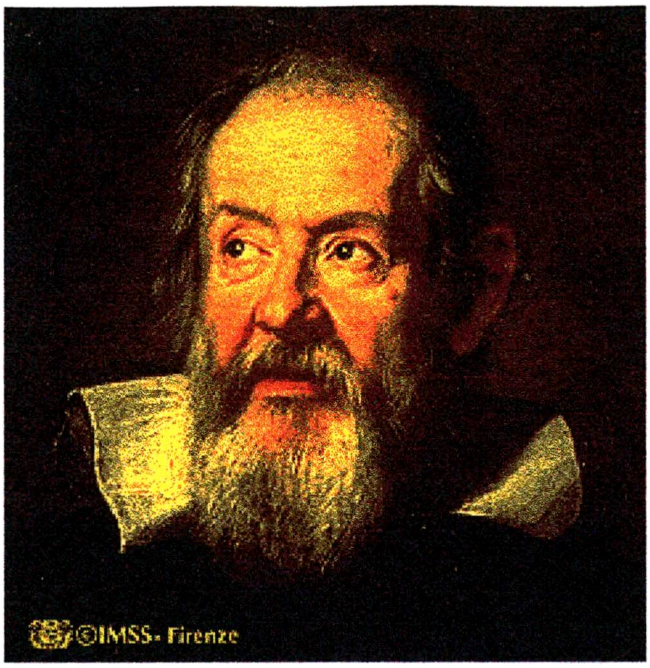
Niccolò Tartaglia (1500-1557).



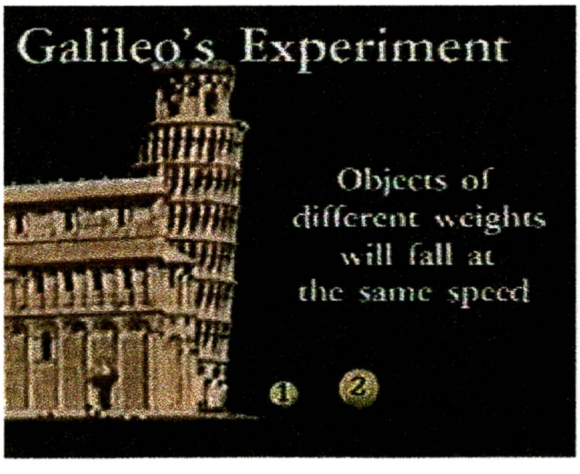
Como se daria a queda de um objeto por um canal aberto 'de fora a fora' através da Terra? Tartaglia responde rejeitando a explicação aristotélica.



Leonardo da Vinci (1452-1519).



Galileu Galilei.



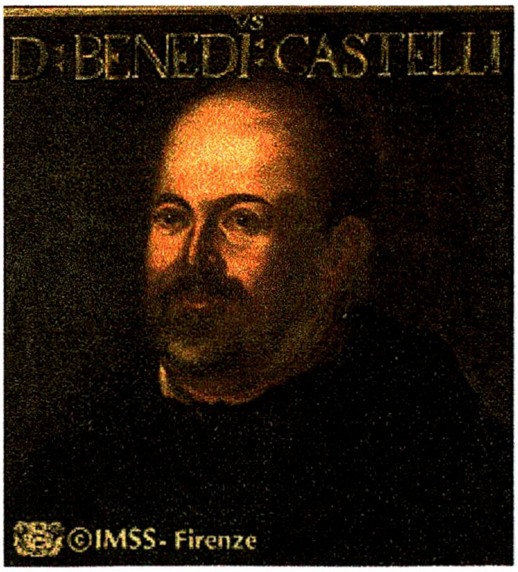
Para Galileu, quando dois objetos de pesos diferentes, <u>e de mesmo material</u>, são soltos ao mesmo tempo de uma mesma altura em relação ao solo eles chegam (aproximadamente) juntos.

Plano inclinado.

'Demonstrações' de Galileu com o plano inclinado para uma platéia incrédula.

"Diálogo sobre os dois principais sistemas de mundo" de Galileu.

Vicenzio Viviane (1622-1703), o primeiro biógrafo de Galileu.



Benedetto Castelli (1578-1643), discípulo e colaborador de Galileu.

Frei Paolo Sarpi (1552-1623), amigo e conselheiro de Galileu. Figura de grande prestígio no meio político e científico, foi um severo crítico da autoridade irrestrita conferida a reis e papas.

Federico Cesi (1585-1630), grande amigo de Galileu e fundador da Academia dos Linces.

Virginia Galilei (Irmã Maria Celeste) (1600-1634), uma das filhas de Galileu.

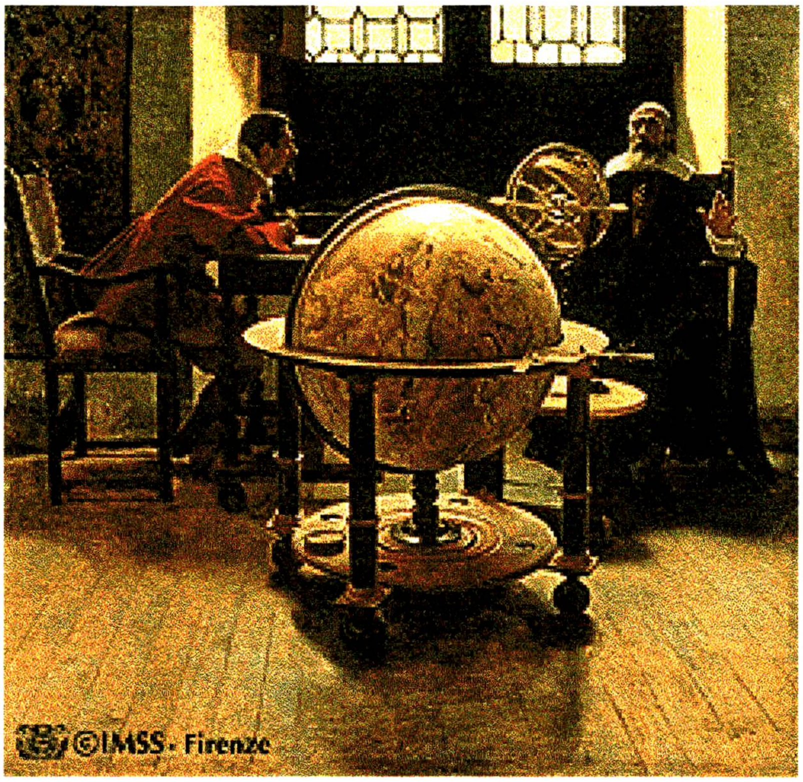
Christopher Clavius (1537-1612), notável e influente matemático jesuita.

Roberto Bellarmino (1542-1621), consultor do Santo Ofício, membro da Inquisição e personagem central nos primeiros conflitos de Galileu com autoridades eclesiásticas.

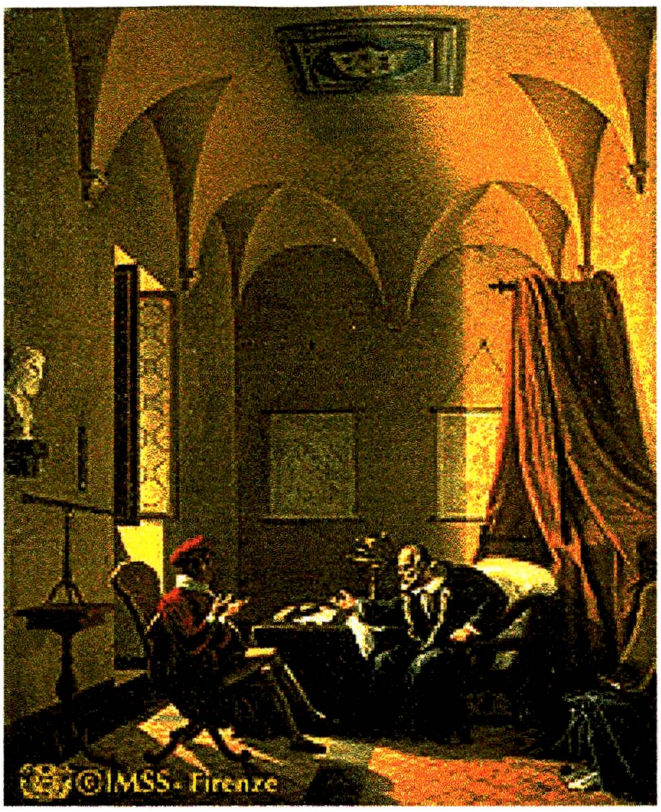
Maffeo Barberini (Urban VIII) (1568-1644), o papa que condenou Galileu.

Galileu e a Inquisição.

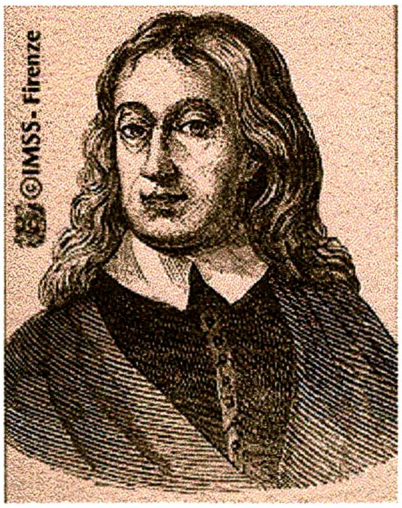
Galileu diante do Santo Ofício.



Galileu e Viviane na prisão domiciliar de Galileu em Arcetri. Quadro de Tito Lessi.



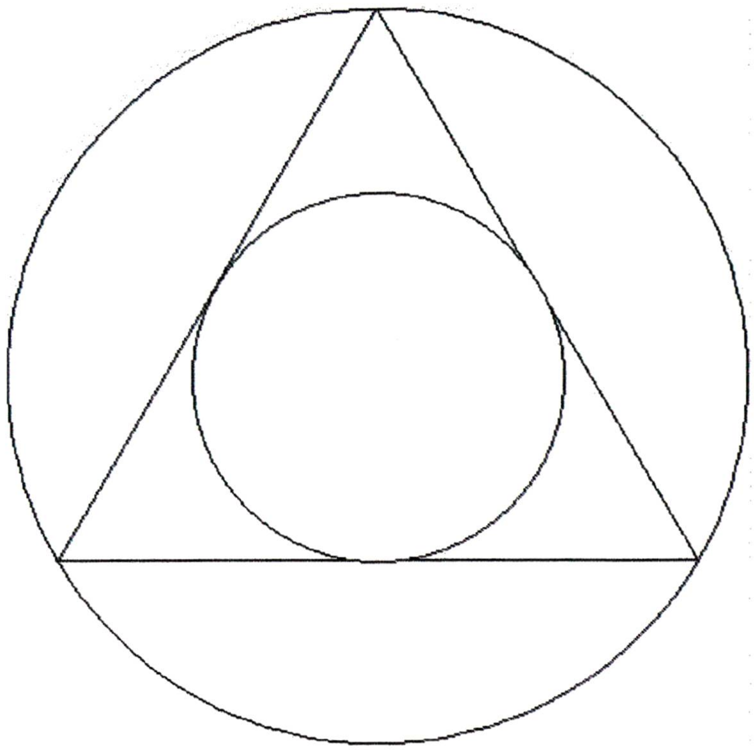
Pintura do artista florentino Annibale Gatti (nascido em 1828), ilustrando um possível encontro entre Galileu e o poeta John Milton em Arcetri.



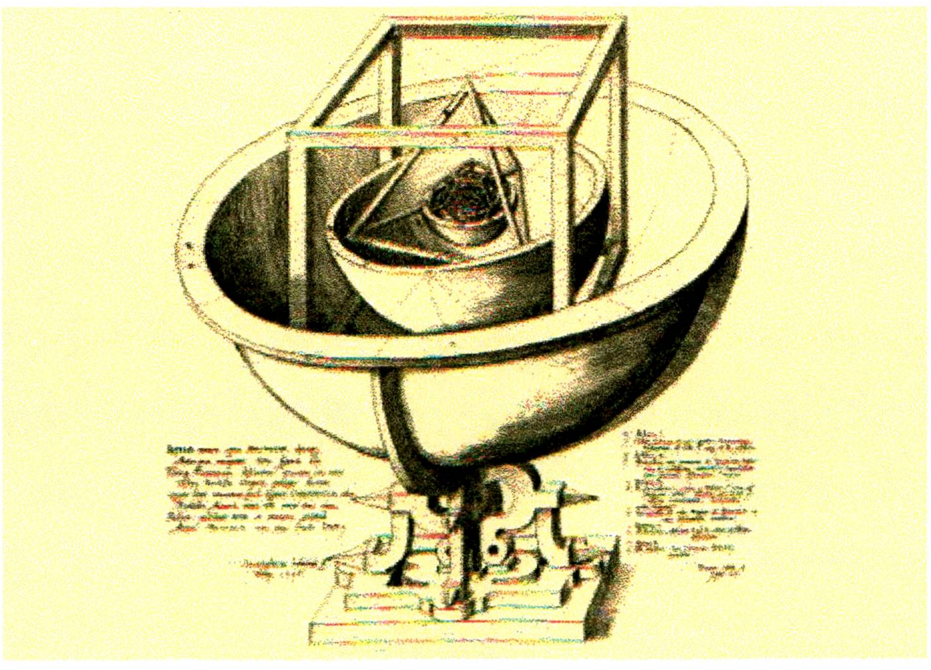
John Milton (1608-1674).

Johannes Kepler (1571-1630).

Kepler.



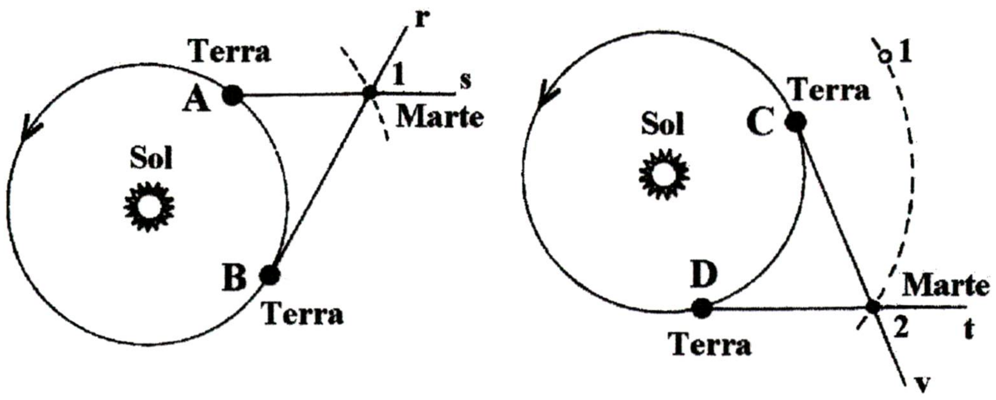
Esta figura da geometria plana contém a essência da idéia que direcionou Kepler à construção do que ele imaginava ser o 'esqueleto invisível' do universo.



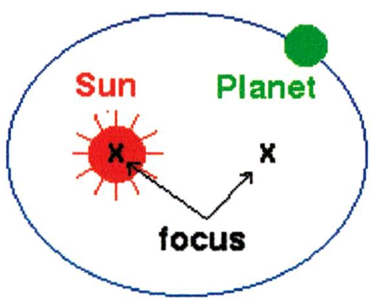
O 'esqueleto invisível' do universo para Kepler.

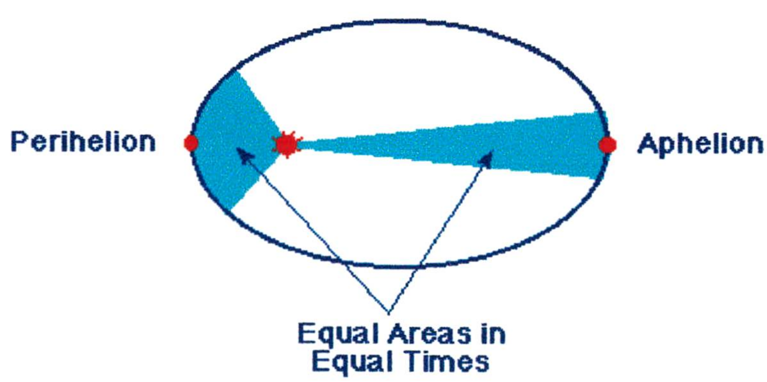
Kepler e Brahe, em um quadro de Jean-Leon Huens.

Kepler.

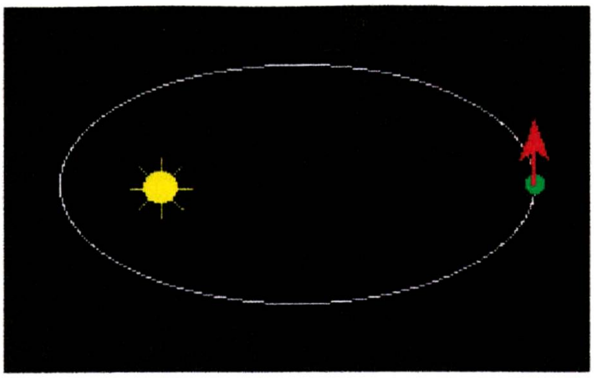


Determinação da órbita marciana: pelo fato da Terra encontrar-se em diferentes posições da sua órbita para um dado período de Marte, a intersecção das retas que passam pelos dois planetas especifica uma posição de Marte em sua órbita.

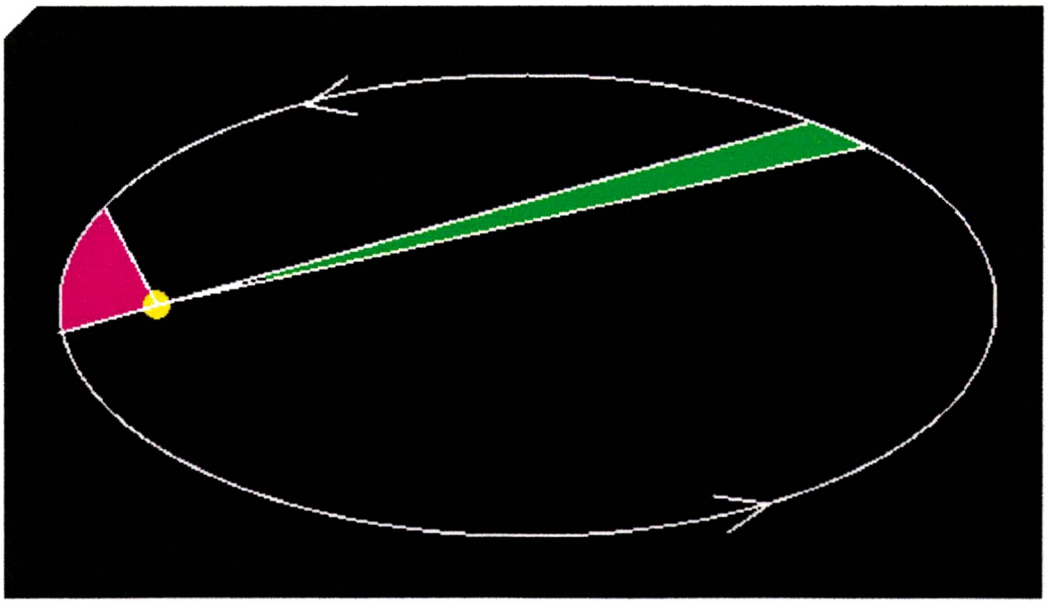




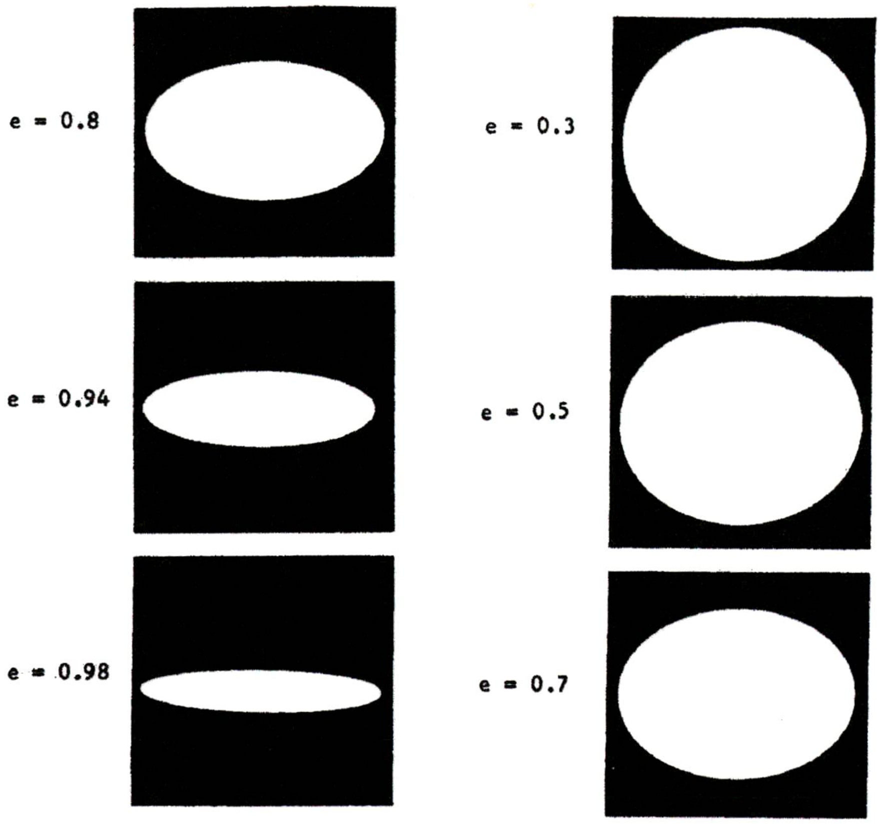
A lei das órbitas e a lei das áreas.



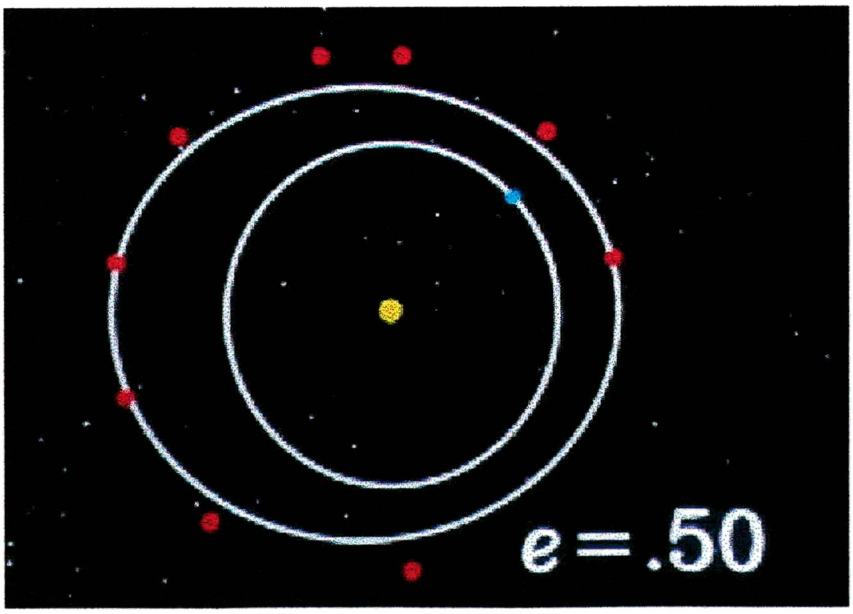
A trajetória elíptica (com uma excentricidade muito exagerada, para fins ilustrativos) do movimento de um planeta.



A lei das áreas, novamente mostrando uma elipse com uma grande excentricidade para fins ilustrativos.



Elipses com diferentes excentricidades.



O contraste de uma circunferência com uma elipse de excentricidade 0,5.

Links e bibliografia de referência do Livro 2

Links e bibliografia de referência

Imagens thg1

http://www.perseus.tufts.edu/GreekScience/Students/Ellen/EarlyGkAstronomy.html#RTFToC4

http://www.postershop.com/artist/raphael/rap2001_e.htm

AZIMOV, I. A Terra é redonda? Rio de Janeiro, Gaivota, 1975. p.11.

GOMPERZ THEODOR. The development of the pythagorean doctrine. In: MUNITZ, M.K. (ed.) Theories of the universe: from babylonian myth to modern science. New York, The Press, 1957. Citado por EVORA, F.R.R. A revolução copernicana-galileana. Campinas, UNICAMP, Centro de Lógica, Epistemologia e História da Ciência, 1988. v.1, p.16 (Figura adaptada).

SAGAN, C. Cosmos. Rio de Janeiro, Francisco Alves, 1989. p.174.

Imagens thg2

http://www.imss.firenze.it/museo/b/earisto.html

http://www.cuny.edu:80/multimedia/arsnew/arch5.html

http://www.perseus.tufts.edu/GreekScience/Students/Tom/AristotleAstro.html

http://www.hcc.hawaii.edu/hccinfo/instruct/div5/sci/sci122/GalSchPhys.html

http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/Mathematicians/Ptolemy.html

http://www.museon.nl/objextra.eng/ptolemeu.html

http://www.imss.firenze.it/museo/a/esistea.html

http://csep10.phys.utk.edu/astr161/lect/retrograde/aristotle.html

http://www.physics.utulsa.edu/astronomy/cosmology/motions.html

http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/Mathematicians/Al'Haitam.html

http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/Mathematicians/Regiomontanus.html

http://csep10.phys.utk.edu/astr161/lect/retrograde/retrograde.html

HARRISON, E. A escuridão da noite. Rio de Janeiro, Zahar, 1995. p.34.

Imagens thg3

http://es.rice.edu:80/ES/humsoc/Galileo/Things/copernican_system.html

http://www.imss.firenze.it/museo/b/ecopern.html

http://spider.netropolis.net/frankn/people.htm

http://csep10.phys.utk.edu/astr161/lect/retrograde/copernican.html

http://www.imss.firenze.it/museo/a/esistec.html

http://www.hcc.hawaii.edu/hccinfo/instruct/div5/sci/sci122/DARK_DAWN.html#

http://csep10.phys.utk.edu/astr161/lect/retrograde/copernican.html

DICK, S.J. Plurality of worlds. Cambridge, Cambridge University Press, 1982. p.127.

GIORGIO, R. La fisica nel cassetto. Historia, Anno XXXVII, n.424: 42-48, 1993.

SAGAN, C. Cosmos. Rio de Janeiro, Francisco Alves, 1989. p.52.

Imagens thg4

http://csep10.phys.utk.edu/astr161/lect/retrograde/copernican.html

http://www.mhs.ox.ac.uk/tycho/catfm.htm?intro

http://www.cuny.edu:80/multimedia/arsnew/galileo2.html

http://www.nada.kth.se/~fred/tycho.html

http://www.phy.syr.edu/courses/modules/SETI/HISTORY/bruno.html

Imagens thg5

http://www.lhl.lib.mo.us/pubserv/hos/stars/for_fla.htm

http://www.lhl.lib.mo.us/pubserv/hos/stars/for.htm

http://csep10.phys.utk.edu/astr161/lect/time/naming.html

http://www.imss.firenze.it/museo/a/efasidi.html

http://csep10.phys.utk.edu/astr161/lect/history/galileo.html

http://selena.physics.utah.edu/springer/astro/clockwork/clockwork.htm

GALILEI, G. A mensagem das estrelas. Rio de Janeiro, Museu de Astronomia e Ciências Afins, 1987. p.54-55.

Imagens thg6

http://csep10.phys.utk.edu/astr161/lect/history/galileo.html

http://www.imss.firenze.it/museo/a/emaccha.html

http://dept.physics.upenn.edu/courses/gladney/mathphys/explorer/subsection4_1_4.html

http://silweb.sil.si.edu/exhibits/artistsbook/astr.htm

http://spider.netropolis.net/frankn/people.htm

http://dept.physics.upenn.edu/courses/gladney/mathphys/explorer/subsection4_1_3.html

http://galileo.imss.firenze.it/museo/b/egalilg.html

DRAKE, S. Galileu at work: his scientific biography. New York, Dover Publications, 1995. p.153.

HUYGHENS, C. Systema saturnium, 1659. Citado por BERRY, A. A short history of astronomy. New York, Dover Publications. p.203.

Imagens thg7

http://galileo.imss.firenze.it/museo/b/egalilg.html

http://galileo.imss.firenze.it/museo/b/egalilg.html

http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/Mathematicians/Leonardo.html

http://www.cuny.edu:80/multimedia/arsnew/galileo1.html

http://library.advanced.org/11924/aristotle.html

http://www.imss.firenze.it/museo/4/eiv13.html

http://www.ac.wwu.edu/~stephan/Animation/galileo.falling.html

http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/Mathematicians/Avicenna.html

http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/Mathematicians/Tartaglia.html

http://www.imss.firenze.it/museo/a/edialog.html

SMITH, A.G.R. A revolução científica nos séculos XVI e XVII. Lisboa, Editorial Verbo, 1973. p.17.

Imagens thg8

http://es.rice.edu/ES/humsoc/Galileo/People/viviani.html

http://www.imss.firenze.it/museo/4/eiv16.html

http://www.imss.firenze.it/museo/b/ecastel.html

http://www.imss.firenze.it/museo/b/esarpip.html

http://www.imss.firenze.it/museo/b/ebellar.html

http://www.imss.firenze.it/museo/b/egalilv.html

http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/Mathematicians/Clavius.html

http://www.imss.firenze.it/museo/b/ecesife.html

http://es.rice.edu/ES/humsoc/Galileo/People/urban_VIII.html

http://www.cuny.edu:80/multimedia/arsnew/galileo3.html

http://www.imss.firenze.it/museo/a/esantuf.html

http://www.imss.firenze.it/museo/4/eiv17.html

http://www.imss.firenze.it/museo/b/emilton.html

RUTHERFORD, F.J., HOLTON, G. & WATSON, F.G. The project physics course. New York, Holt, Rinehart and Winston, 1970. p.59.

Imagens thg9

http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/Mathematicians/Kepler.html

http://www.phys.virginia.edu/classes/109N/1995/lectures/kepler.html

http://www.projmath.caltech.edu/mu126.htm?7,13

http://spider.netropolis.net/frankn/people.htm

http://www2.andrews.edu/~zaher/kepler.html

http://csep10.phys.utk.edu/astr161/lect/history/kepler.html

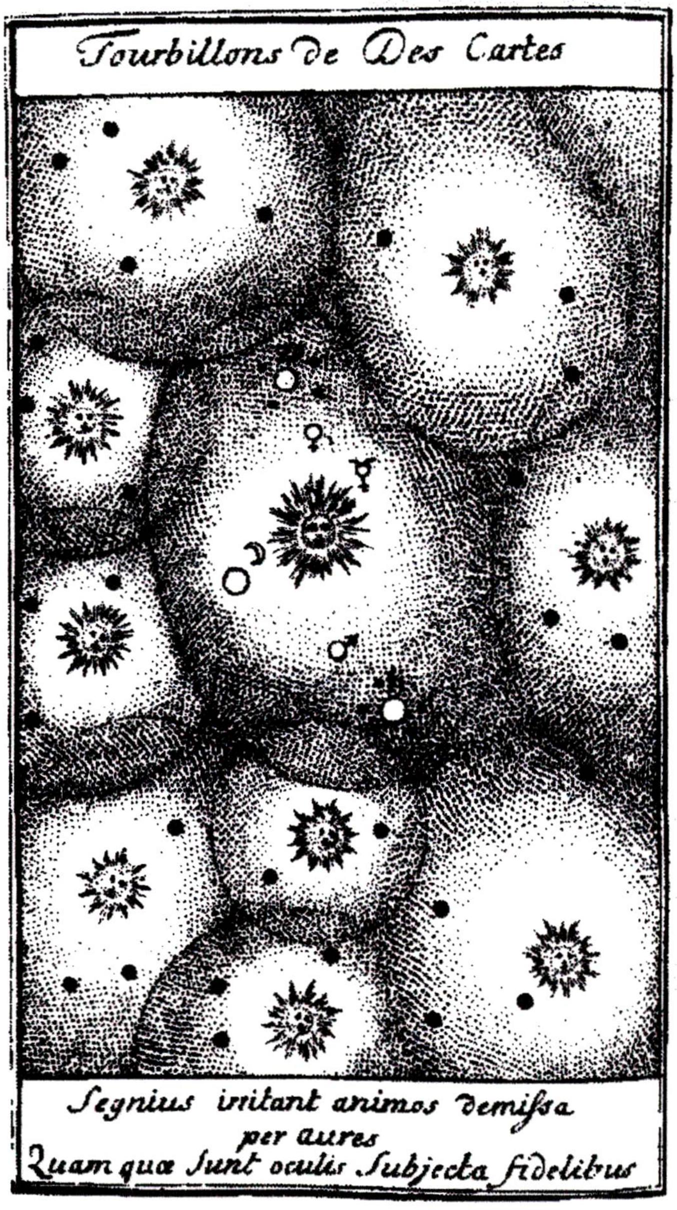
http://csep10.phys.utk.edu/astr161/lect/history/newtonkepler.html

http://zebu.uoregon.edu/~soper/Orbits/newtonplanets.html

http://www.projmath.caltech.edu/mu121.htm?13,10

RUTHERFORD, F.J., HOLTON, G. & WATSON, F.G. The project physics course. New York, Holt, Rinehart and Winston, 1970. p.61.

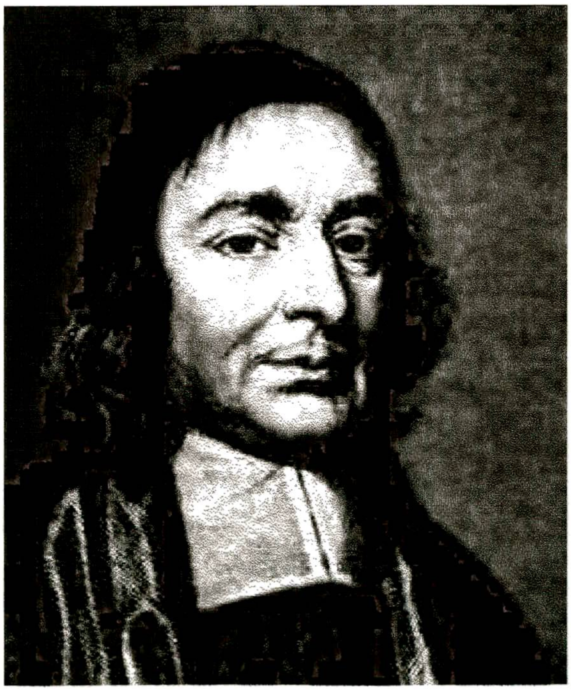
SAGAN, C. Cosmos. Rio de Janeiro, Francisco Alves, 1989. p.52.



Gravura extraída de um texto do século XVIII mostrando os vórtices cartesianos e vários sistemas solares. O Sol, a Terra e os demais planetas ocupam a posição central.

“A noite estrelada” de Vincent Van Gogh. Como bem destaca o texto “The project physics course”, *“o sentimento intuitivo de que todos os fenômenos da natureza estão interligados em uma grande escala é compartilhado tanto por cientistas como por artistas.*

René Descartes (1596-1650).



John Wallis (1616-1703).

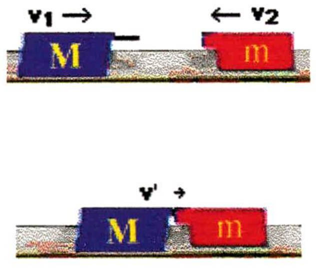
Christiaan Huygens (1629-1695).

Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716).

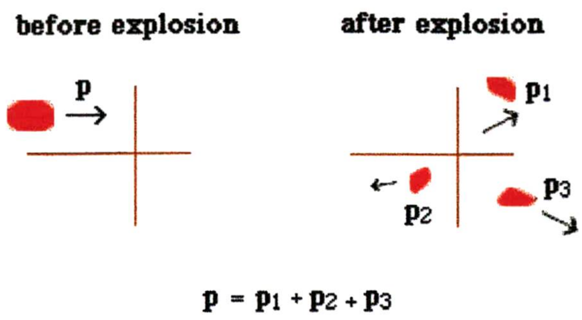
Colisão unidimensional entre dois objetos: em um choque inelástico não há conservação da energia cinética do sistema.

Colisão unidimensional entre dois objetos: em um choque elástico a energia cinética do sistema antes e depois da colisão é a mesma.

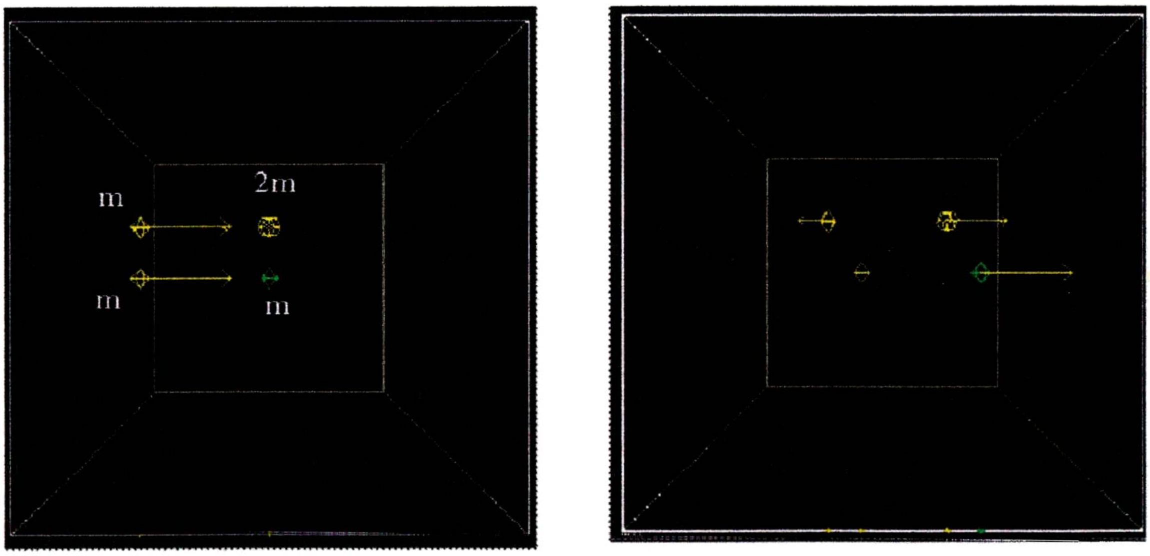
Colisão perfeitamente inelástica: os dois corpos seguem juntos após o choque.



Conservação da quantidade de movimento em uma colisão perfeitamente inelástica.



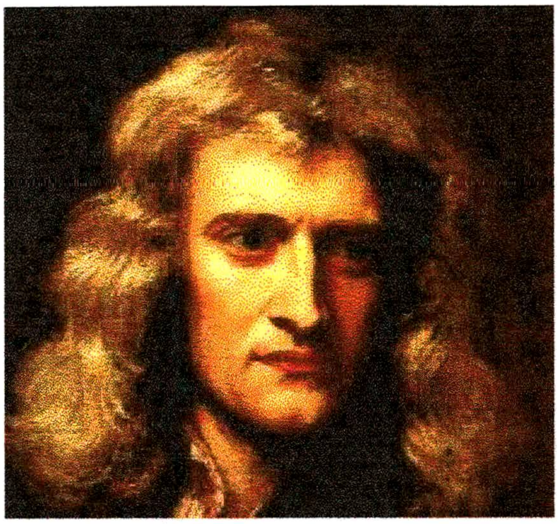
Conservação da quantidade de movimento em uma 'explosão'.



before collision

after collision

O que se pode inferir sobre as colisões das partículas mostradas nesta figura?



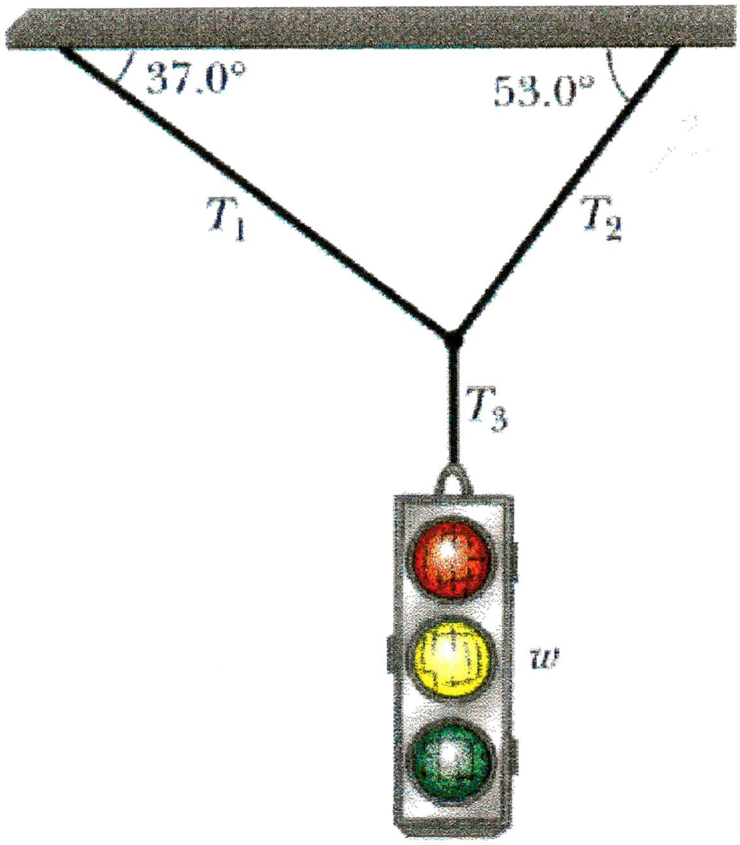
Isaac Newton, em uma pintura de 1689 de Godfrey Kneller.

Isaac Newton.

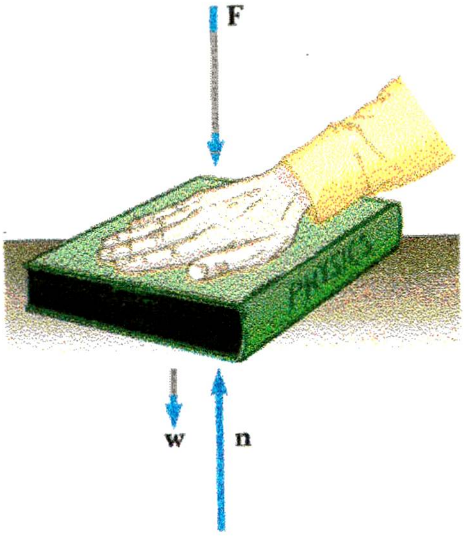
Newton, em um quadro de 1726 de Enoch Seeman.

Quadro de Newton, feito por Godfrey Kneller em 1702.

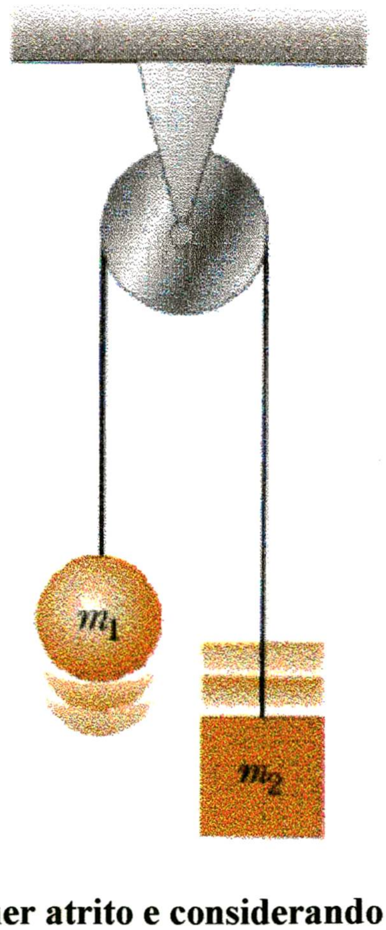
Pintura a óleo de Newton por John Venderbank.



Relacione, vetorial e escalarmente, as forças existentes nos fios de sustentação da sinaleira.



Explique a situação de repouso do livro relacionando as forças envolvidas, vetorial e escalarmente.



Desprezando todo e qualquer atrito e considerando a massa do bloco maior que a da esfera, elabore um diagrama de forças para cada um dos corpos em movimento.

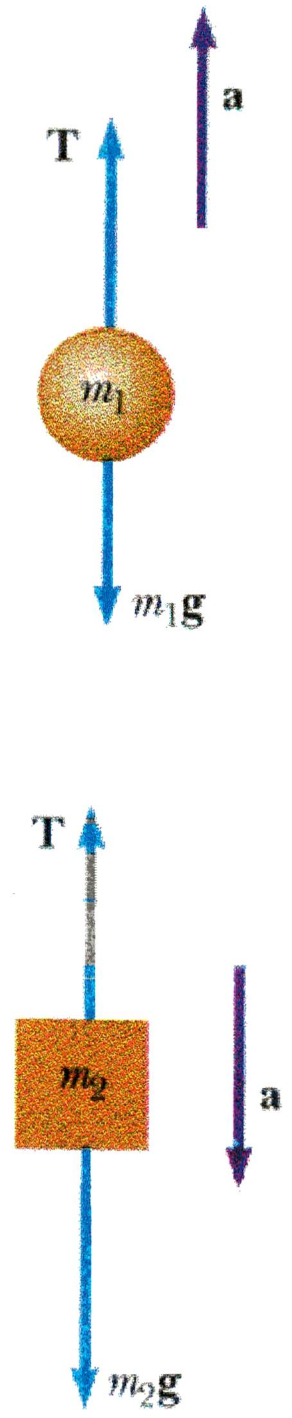
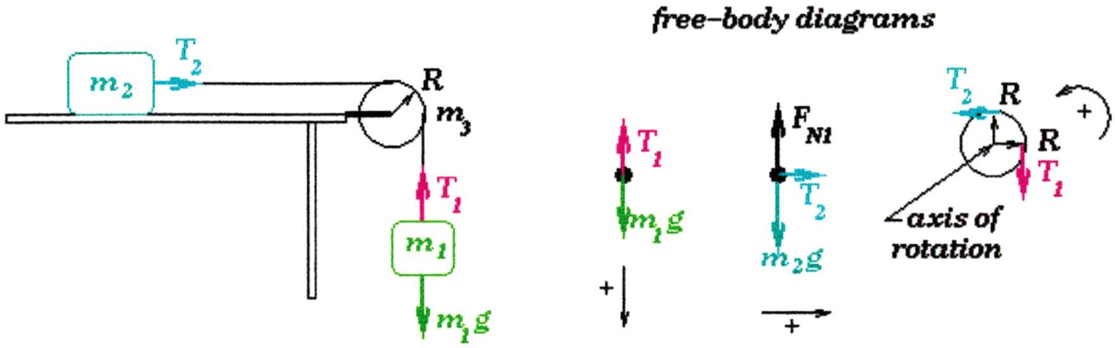
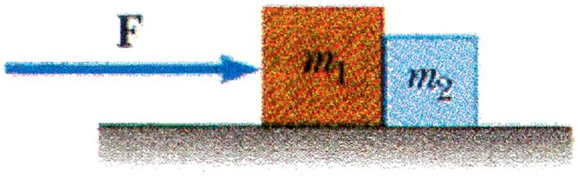


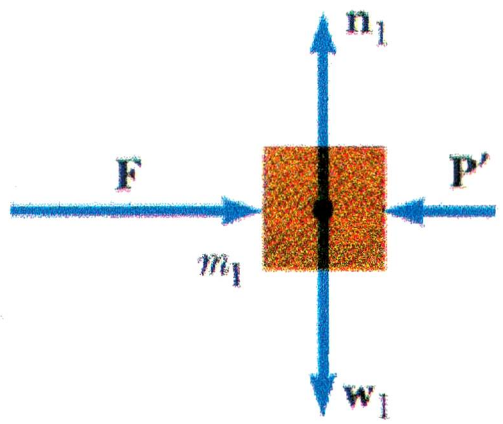
Diagrama de forças para o movimento de cada corpo do sistema, respeitando as intensidades das forças envolvidas.



Quando a roldana gira, as trações nos fios que ligam os dois blocos são diferentes.



Elabore um diagrama de forças para cada um dos corpos deste sistema. Despreze o atrito.



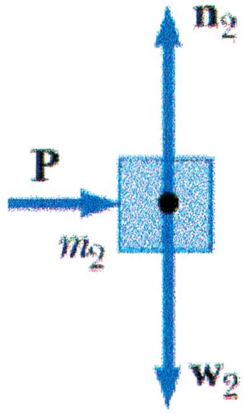
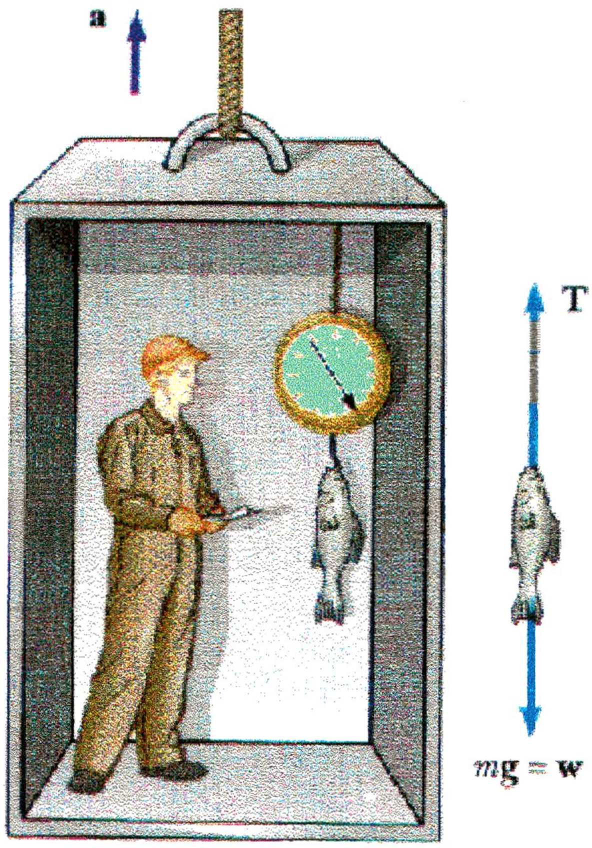
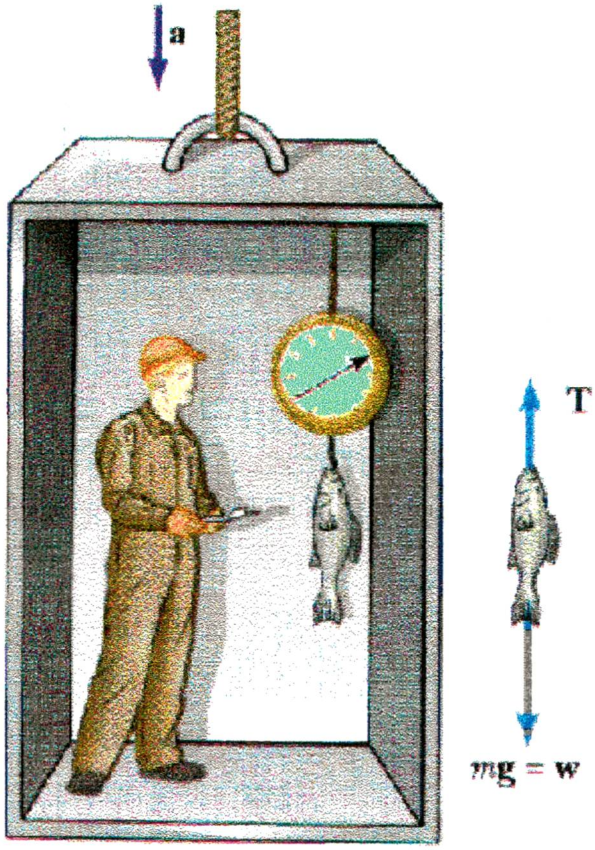


Diagrama de forças para cada corpo, respeitando as intensidades das forças envolvidas.

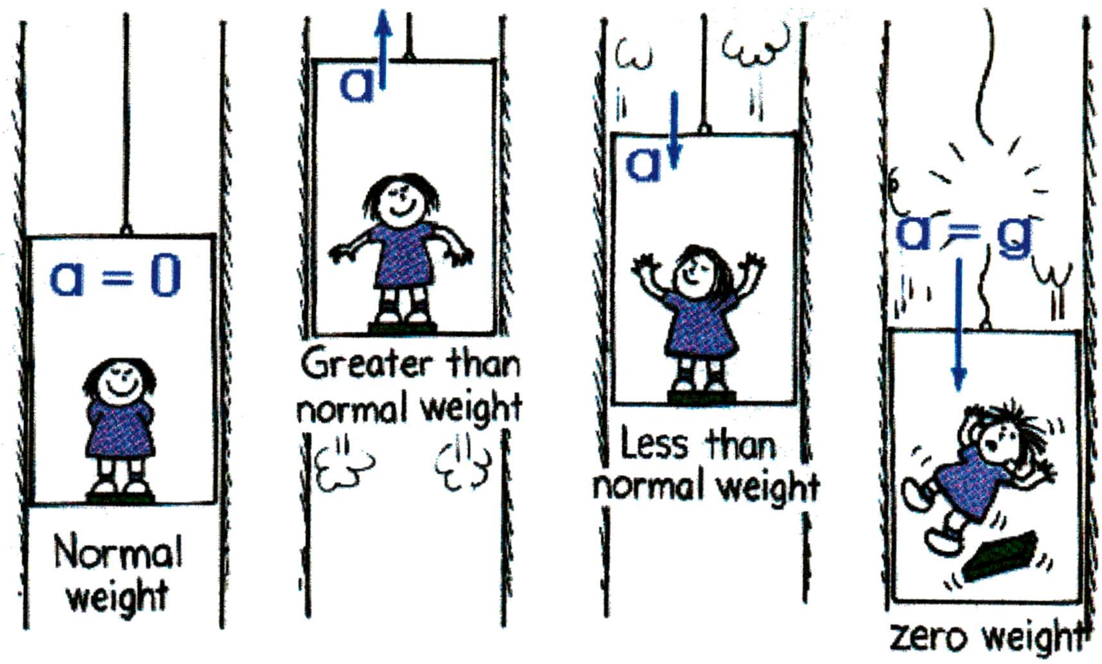


O peso aparente de um peixe no interior de um elevador que sobe com uma aceleração constante é maior, menor ou igual ao peso que tem quando o elevador está parado?

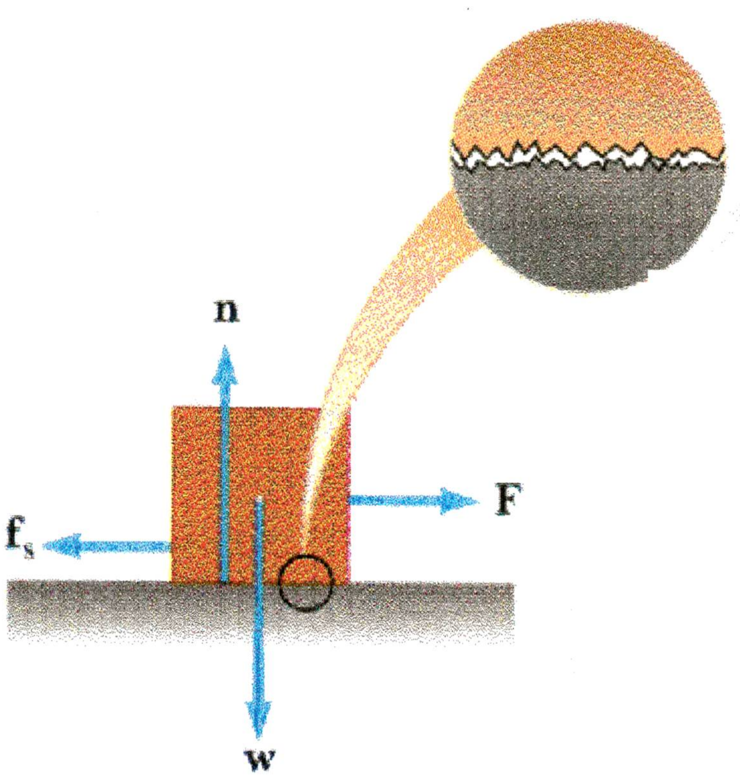


O peso aparente de um peixe no interior de um elevador que desce com uma aceleração constante é maior, menor ou igual ao peso que possui dentro de um elevador em movimento com velocidade constante?

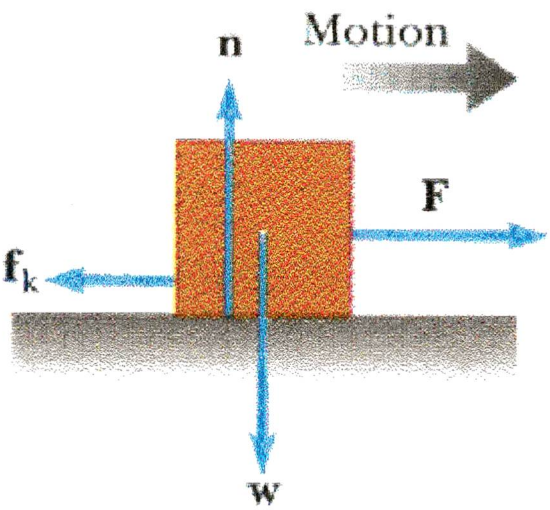
Agora você já pode responder a seguinte questão: Um vendedor desonesto preferiria vender (tendo que pesar) a sua mercadoria em um elevador parado, subindo com aceleração constante ou descendo com aceleração constante?



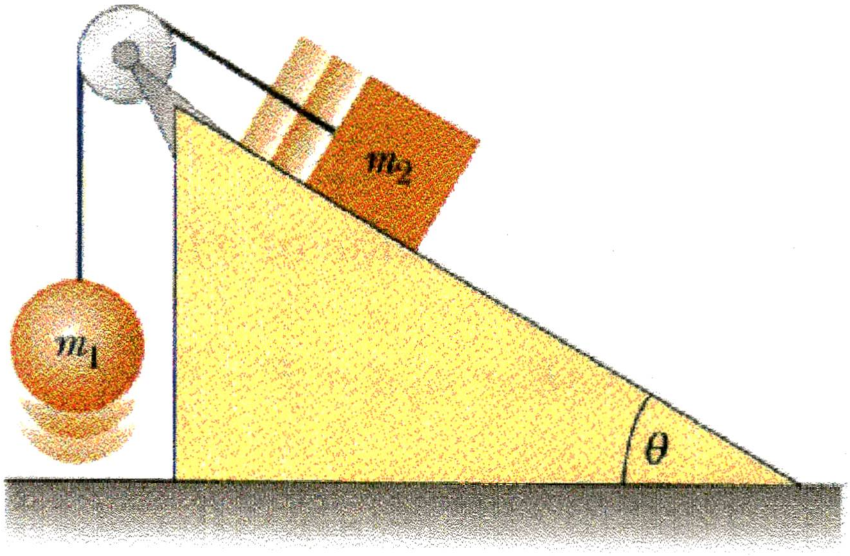
Explique cada uma das situações 'enfrentadas' pela menina.



Qualquer superfície, mesmo aquela considerada a primeira vista como altamente polida, mostra-se rugosa ou áspera à inspeção detalhada. Esta figura ilustra uma situação de equilíbrio estático.



A força exercida sobre o corpo é maior do que a força de atrito cinético e seu movimento é acelerado. E se a força aplicada fosse igual a força de atrito cinético? E se fosse menor?



Considerando a polia lisa e que o bloco desce aceleradamente o plano inclinado com atrito, elabore um diagrama de forças para a esfera e o bloco.

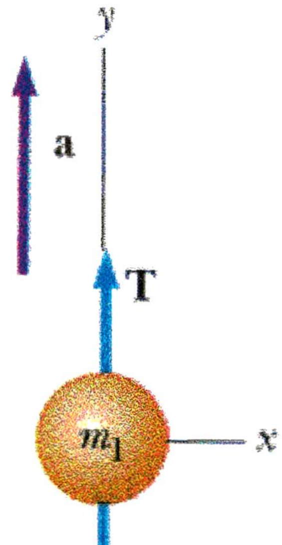


Diagrama de forças para a esfera.

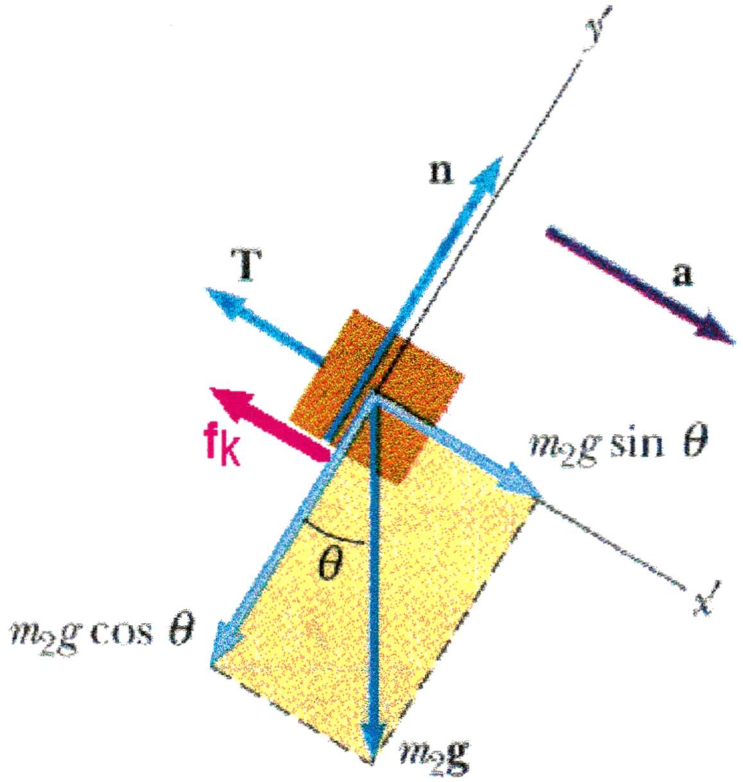
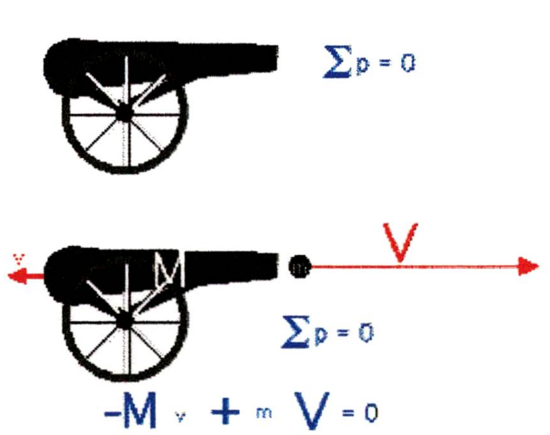
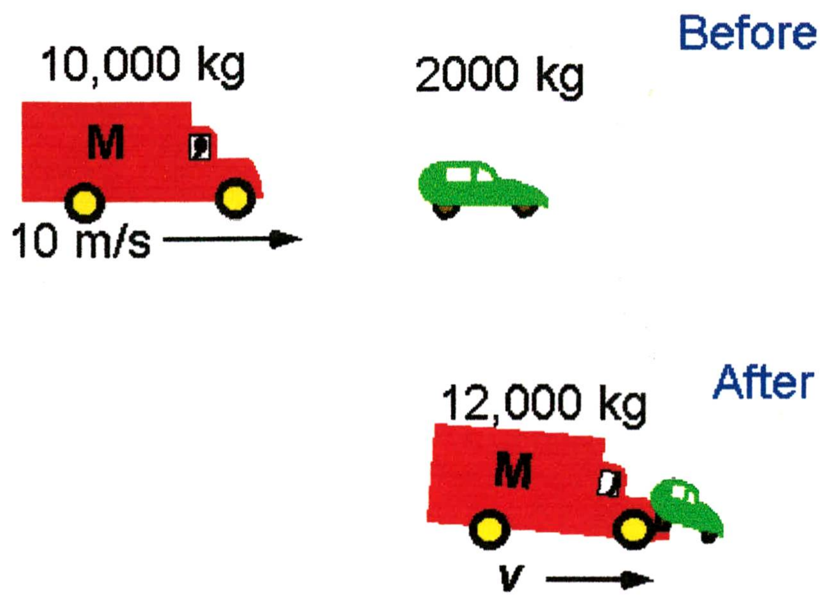


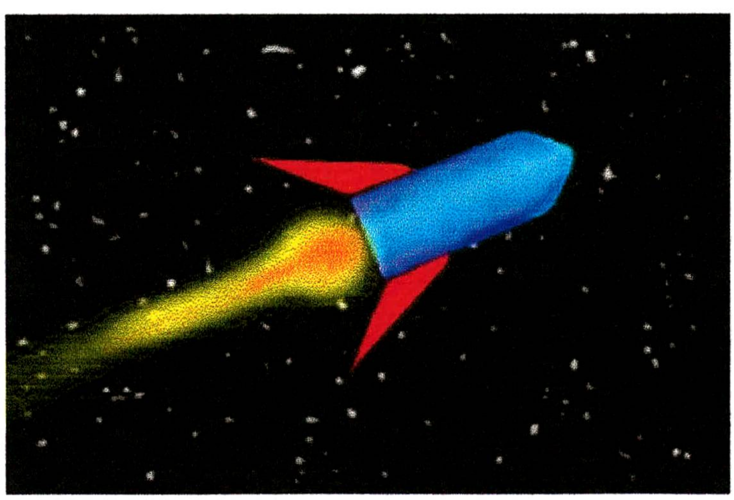
Diagrama de forças para o bloco.



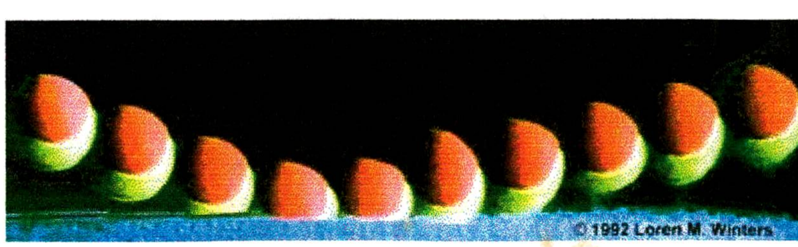
O recuo de um canhão e a conservação da quantidade de movimento.



Conservação da quantidade de movimento em um choque inelástico: situação imediatamente antes e depois da colisão entre os dois veículos.



Um foguete em movimento é um exemplo de um sistema de massa variável.



O impacto de uma raquete sobre uma bola de tênis.

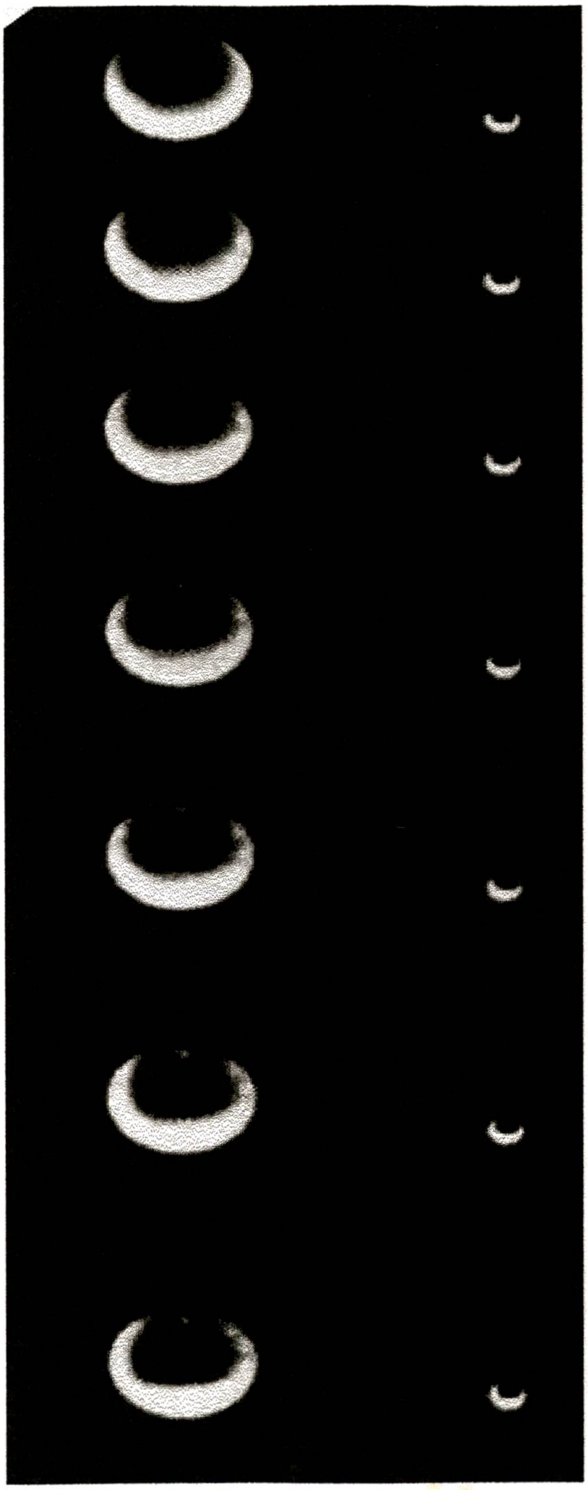


Foto estroboscópica da queda livre de dois corpos de massas diferentes soltos simultaneamente de uma mesma altura.

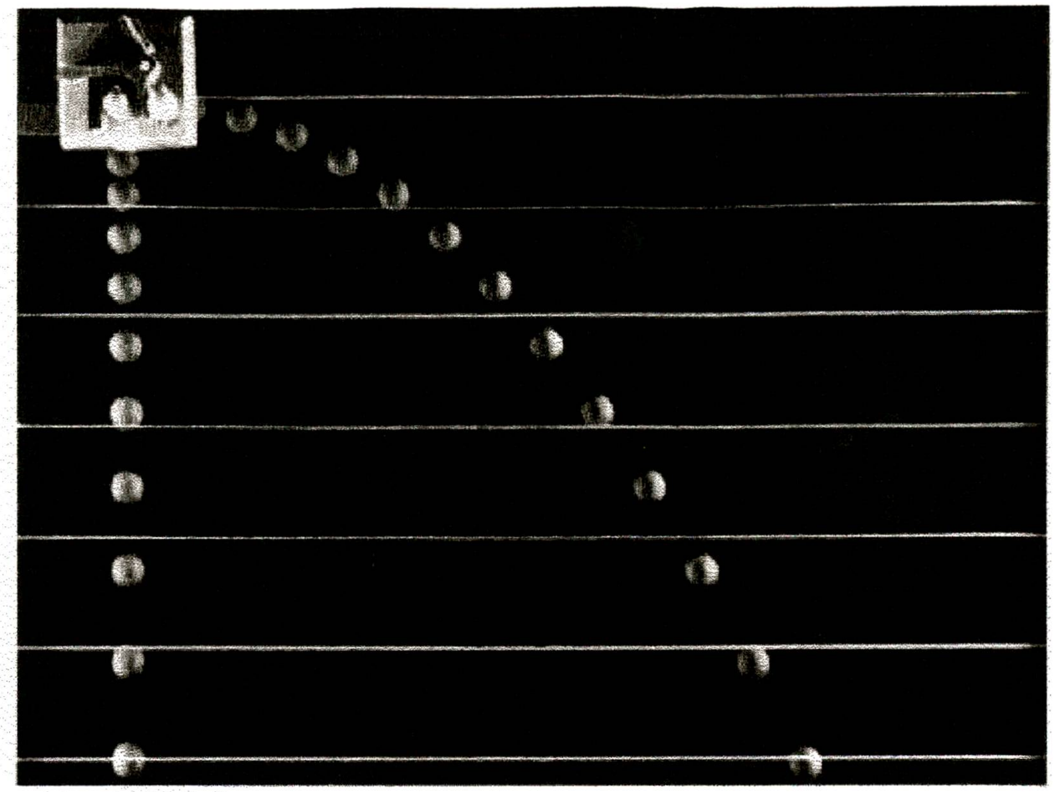
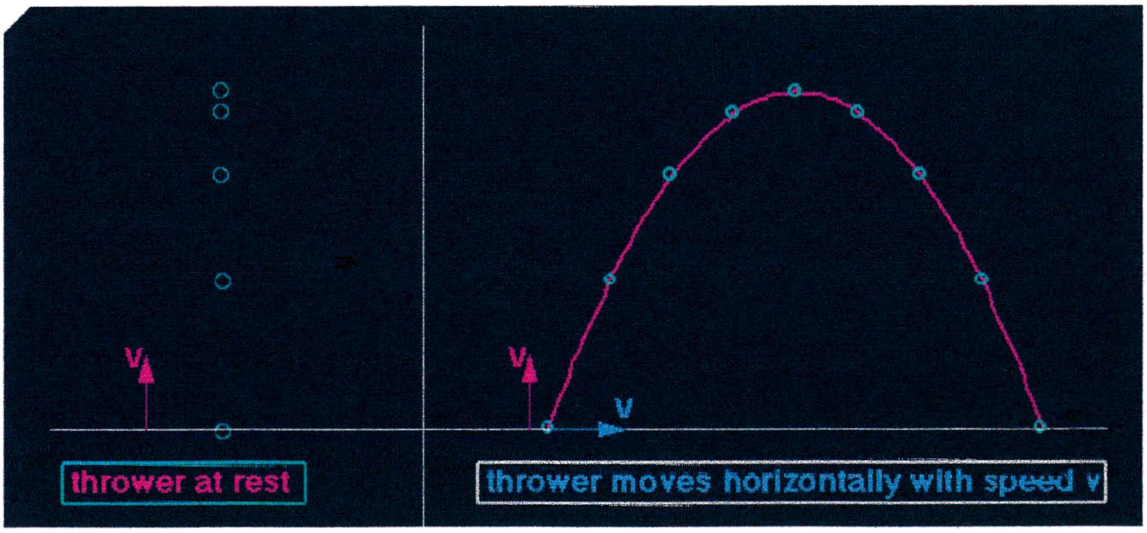
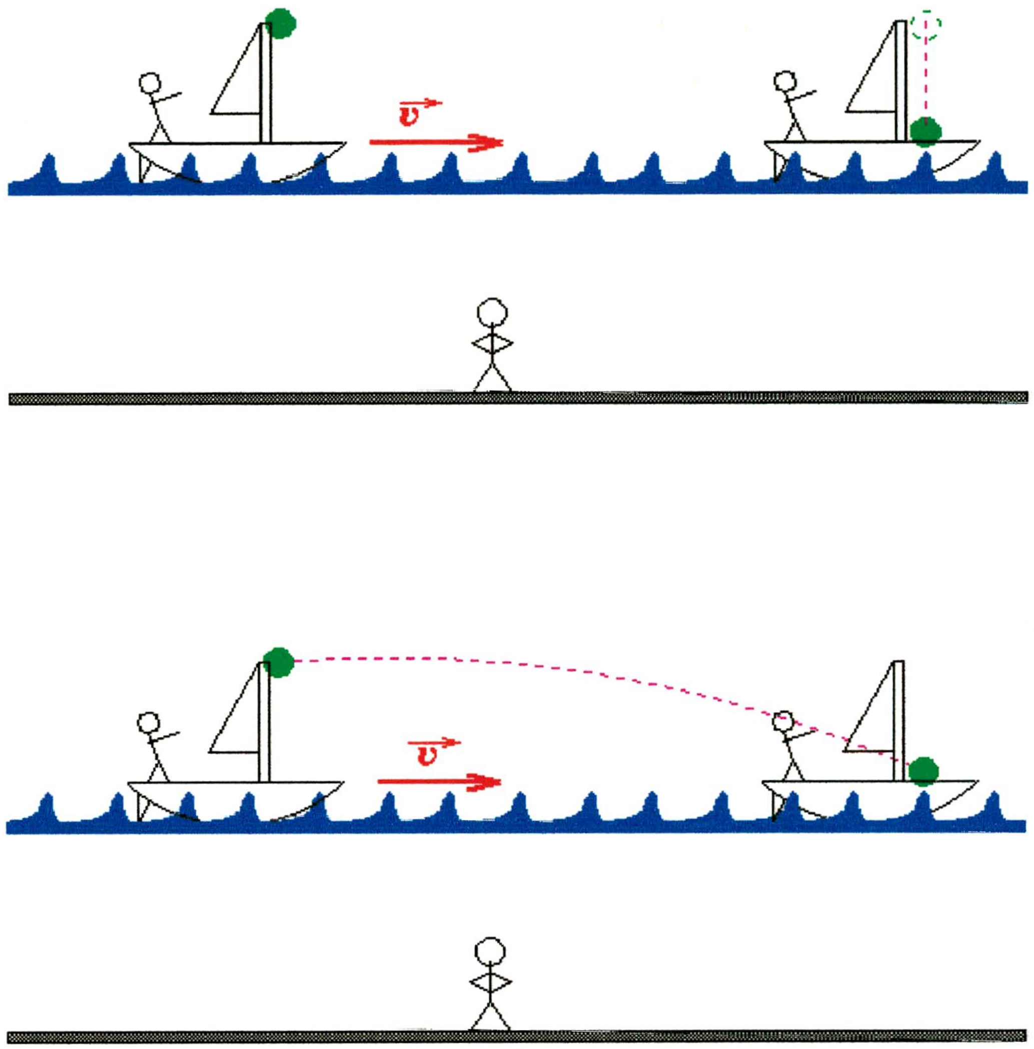


Foto estroboscópica da queda de dois objetos de massas diferentes: um liberado verticalmente a partir do repouso e o outro projetado horizontalmente, ambos de uma mesma altura e no mesmo instante.

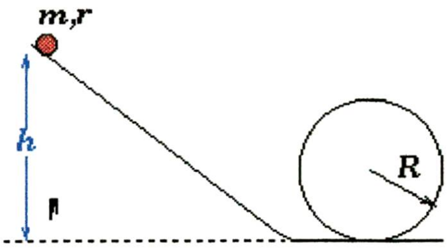


Um objeto projetado verticalmente para cima, com a mesma velocidade, em duas diferentes situações: em uma delas (a esquerda) o lançador se encontra em repouso e na outra ele se move horizontalmente com velocidade constante (a direita). Comente as semelhanças e diferenças dos dois movimentos.

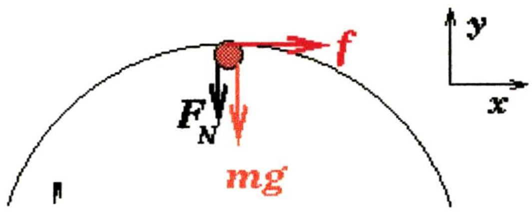


A queda de um objeto do alto do mastro de um barco em movimento vista por dois observadores inerciais: para o observador no interior do barco o objeto cai verticalmente enquanto para o observador na praia a trajetória é parabólica. Explique o porquê.

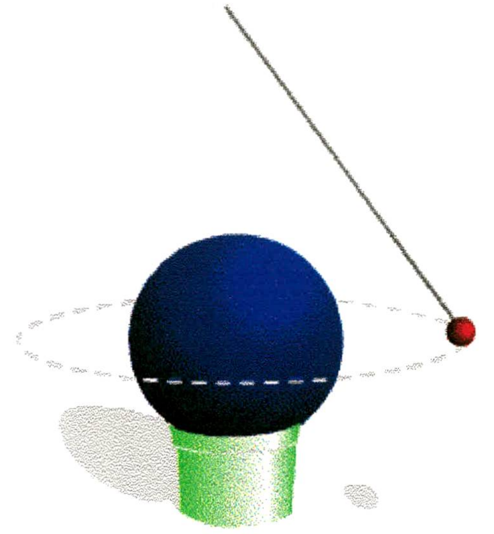
A dinâmica do movimento circular explica o looping do carrinho na montanha russa.



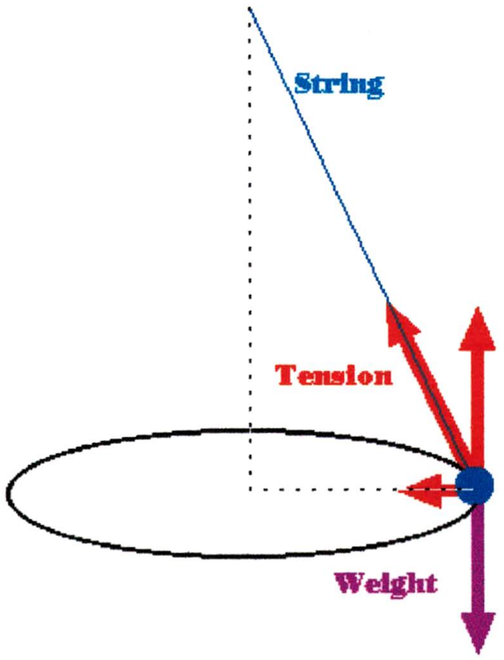
Solta de uma altura adequada, a esfera realiza o looping 'com sucesso'. A força radial resultante em um movimento circular é a força centrípeta.



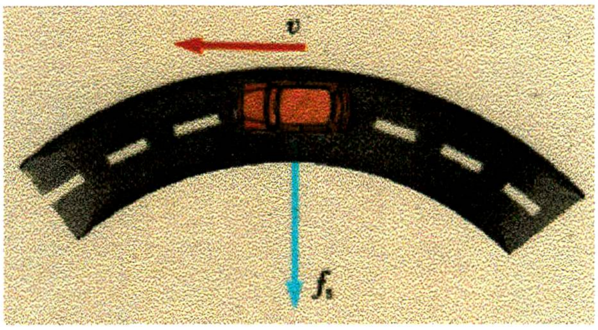
Considerando a situação mostrada na figura anterior, caracterize as forças que atuam sobre a esfera no ponto mais alto da trajetória circular.



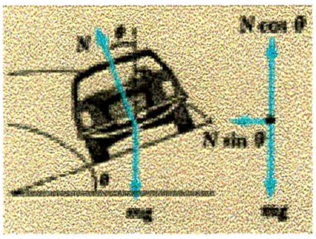
Explicite as forças que agem sobre a esferinha em seu movimento ao redor da esfera maior.



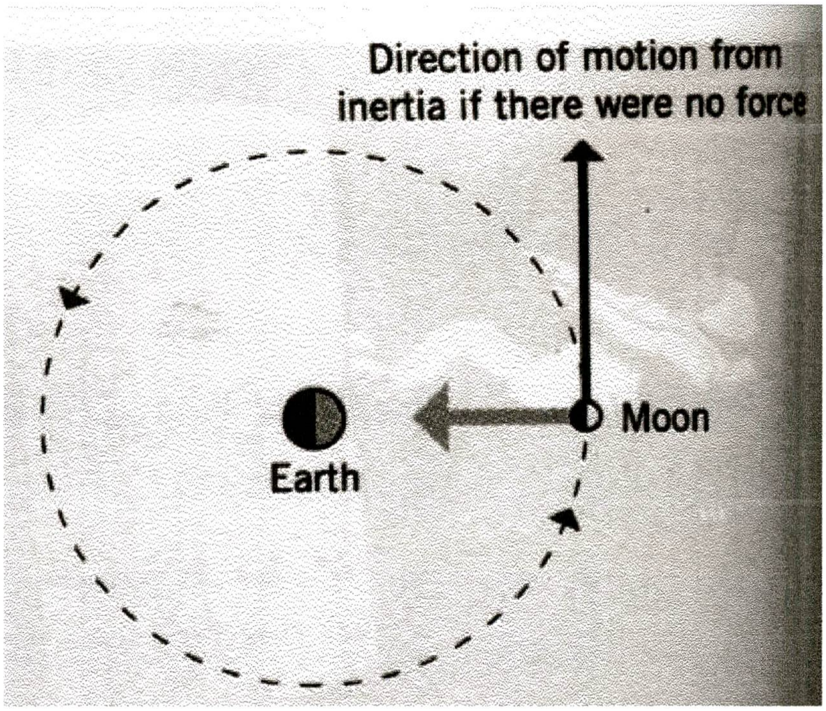
Forças em um pêndulo cônico.



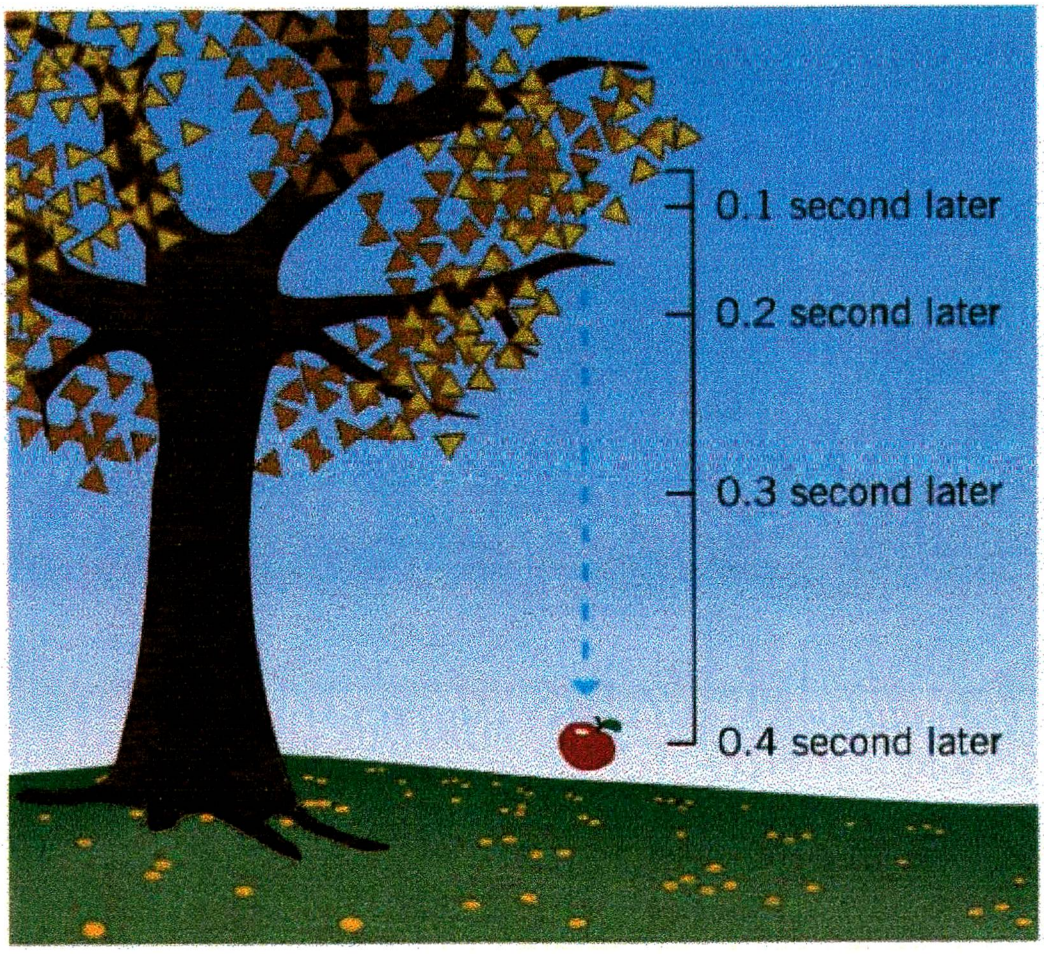
Em uma pista plana, o atrito fornece a força centrípeta necessária para o veículo efetuar a trajetória circular.



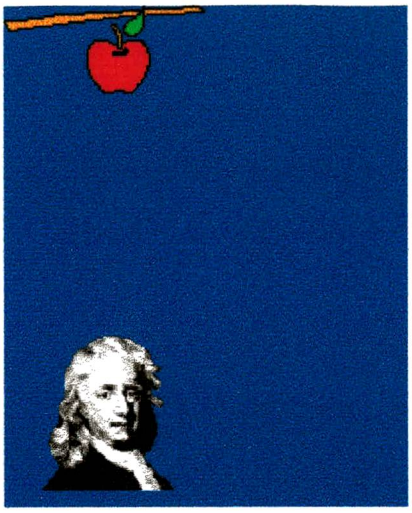
Em uma pista inclinada, o atrito e a componente do peso na 'direção radial' se somam para fornecer a força centrípeta exigida pelo veículo para executar a trajetória circular.



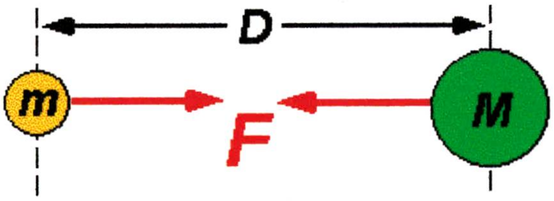
A 'sugestão' ou 'legado' de Hooke a Newton, segundo a qual o deslocamento de um corpo em trajetória curvilínea é o resultado da combinação de dois movimentos: um inercial, ao longo da tangente à curva e outro atrativo, em direção ao centro da trajetória.



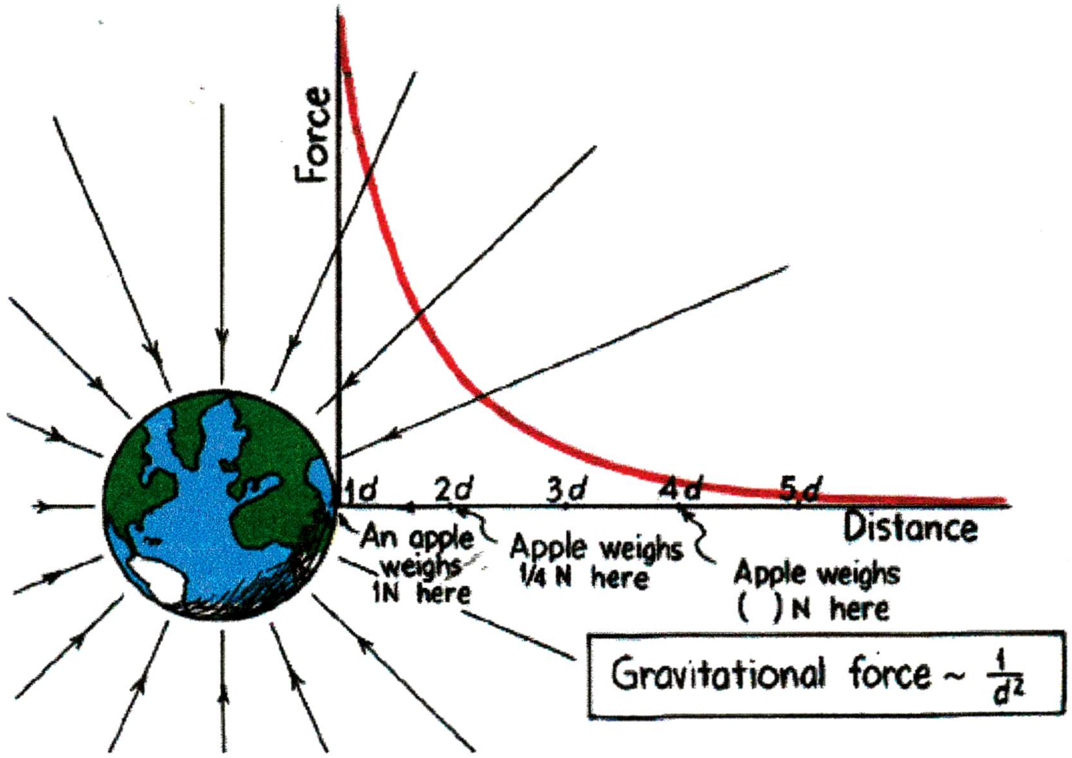
As distâncias percorridas por uma maçã, em queda, são crescentes para cada intervalo de tempo considerado. É famoso o 'episódio da maçã' no contexto histórico da gravitação universal: fato verídico ou lenda?



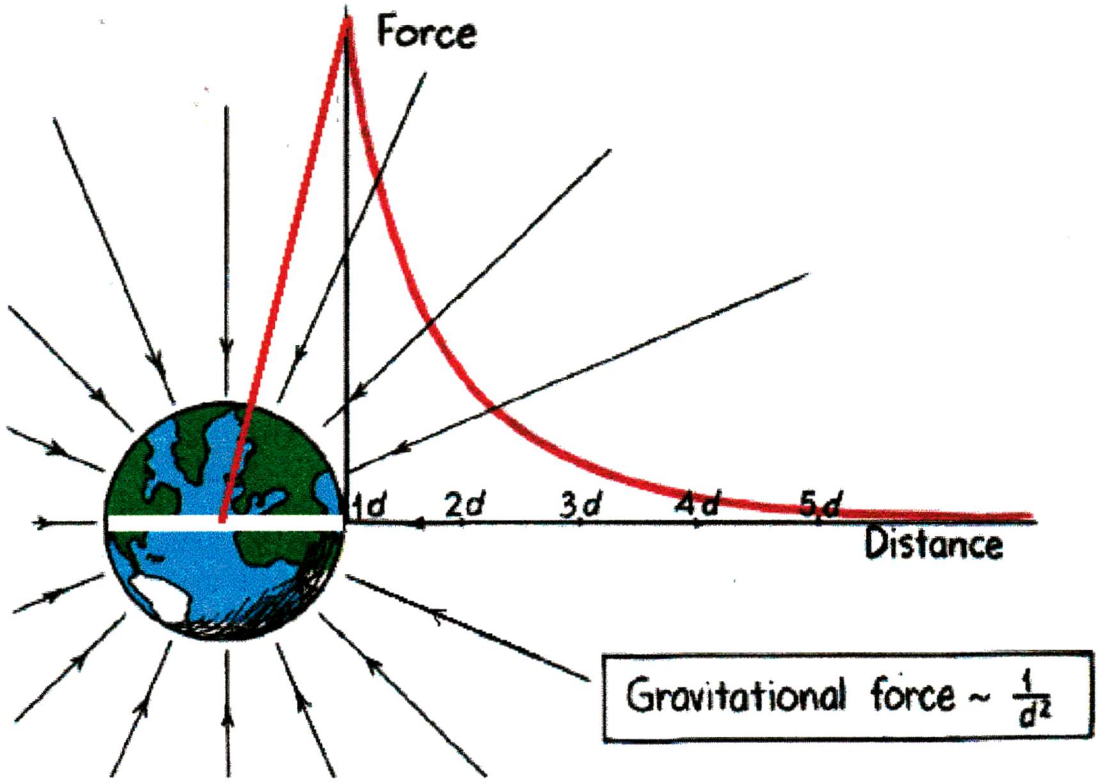
Qual a plausiblidade da afirmação de que a queda de uma maçã teria desencadeado em Newton a idéia da gravitação universal?



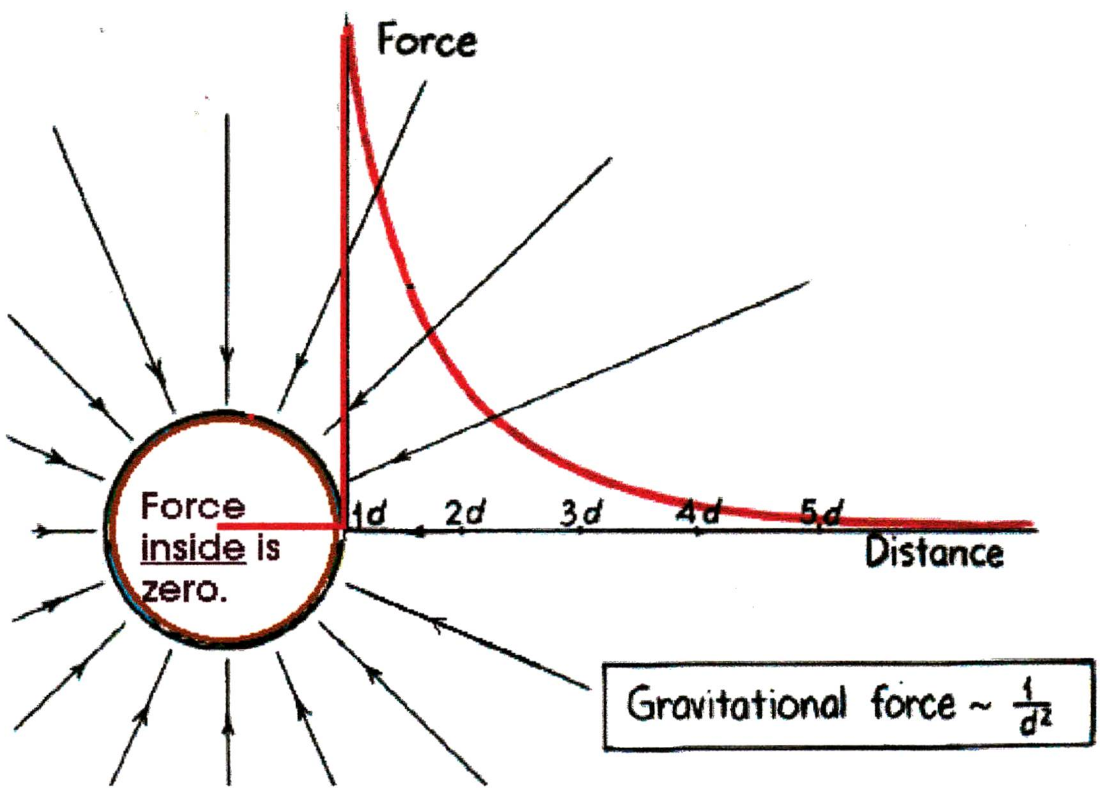
A força de atração gravitacional entre dois corpos é diretamente proporcional ao produto de suas massas e inversamente proporcional ao quadrado da distância que as separa.



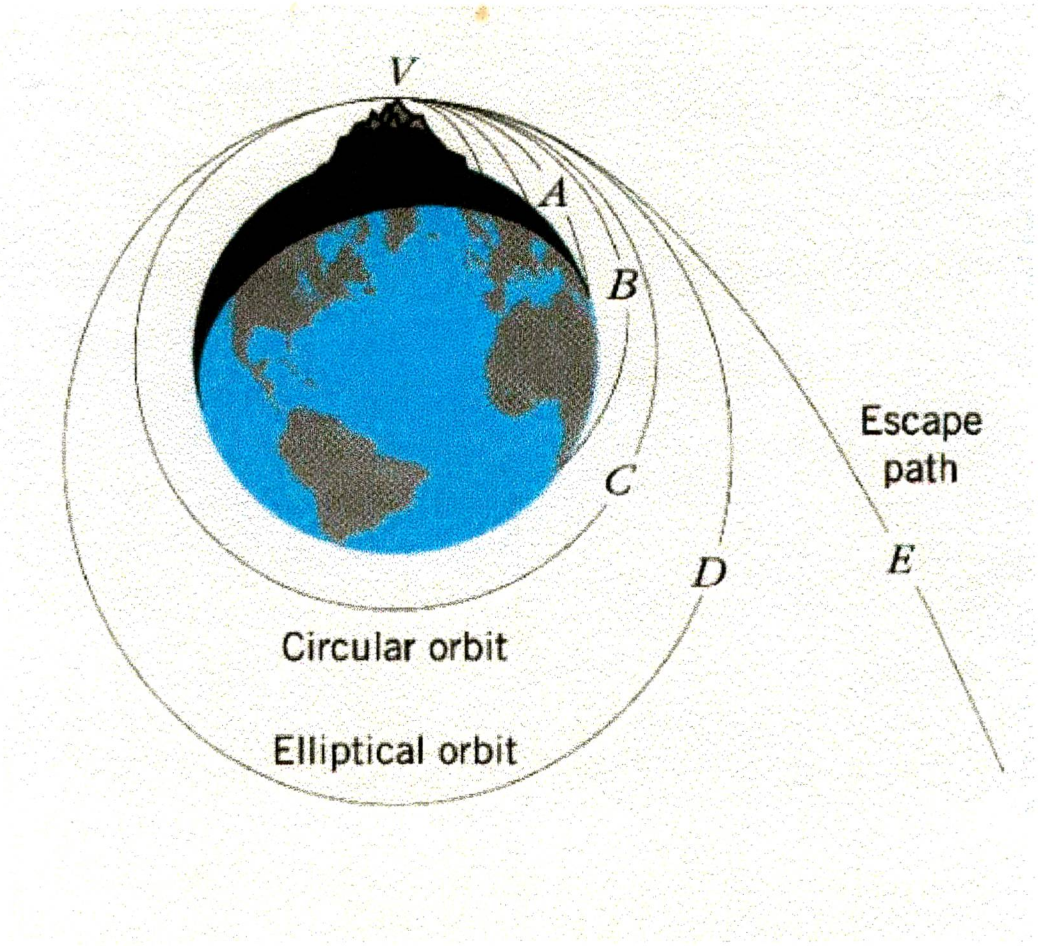
Variação da intensidade da força gravitacional com a distância para pontos externos à Terra.



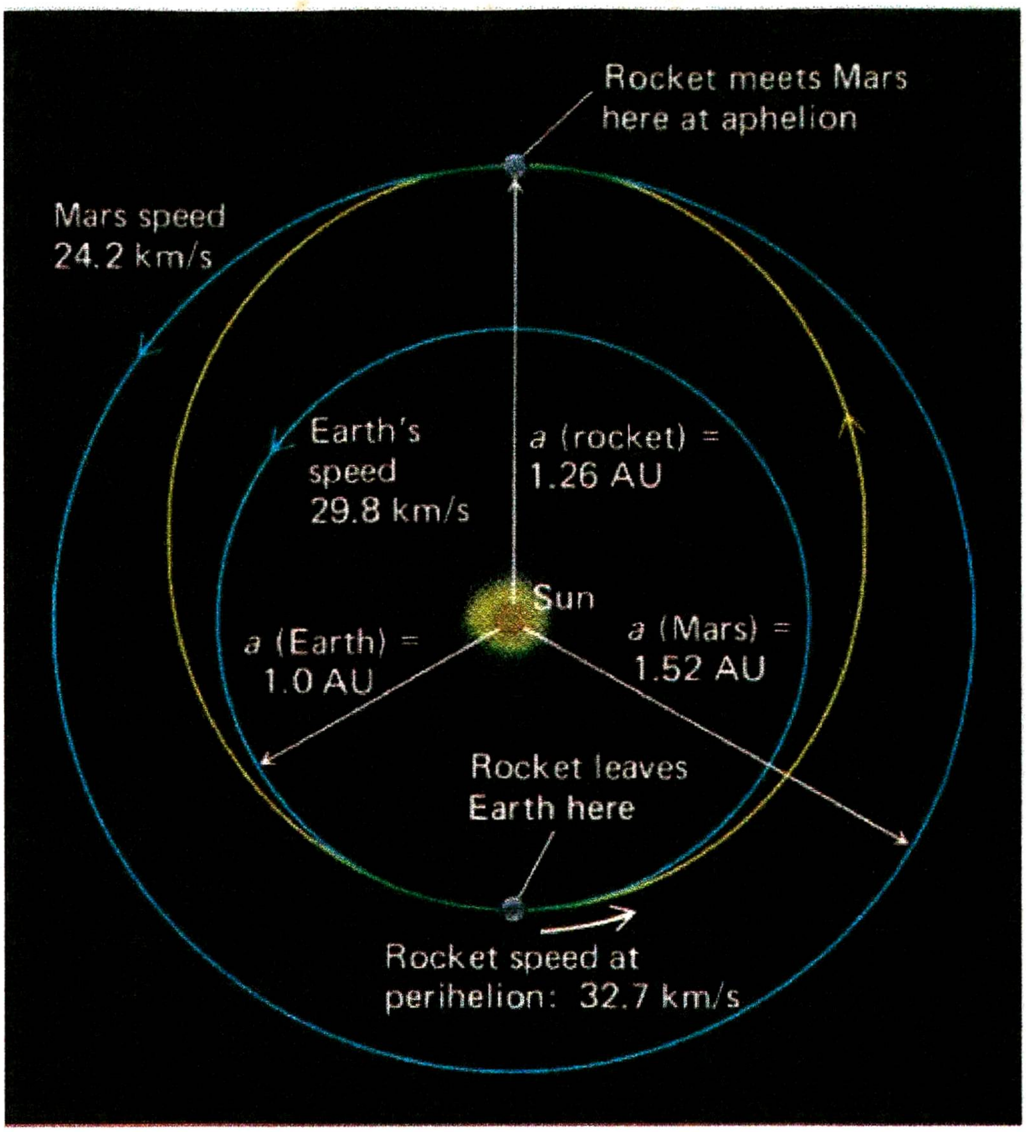
Variação da intensidade da força gravitacional com a distância para pontos internos e externos de uma Terra com densidade uniforme.



Variação da intensidade da força gravitacional com a distância para pontos internos e externos de uma Terra oca.

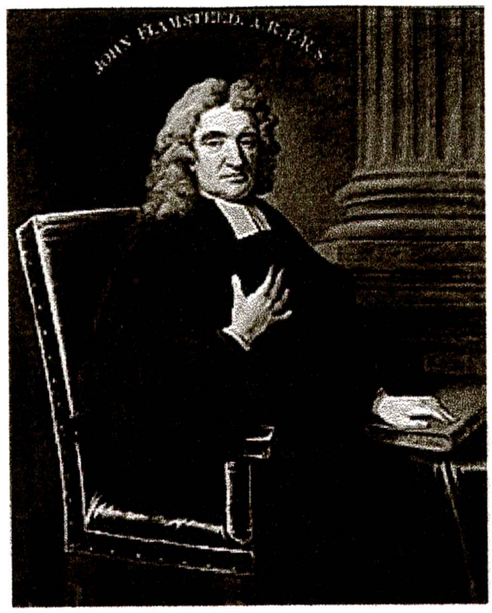


As conclusões de uma experiência de pensamento desenvolvida por Newton: aumentando-se progressivamente a velocidade de lançamento de um projétil arremessado por um canhão do alto de uma montanha, ele atinge pontos cada vez mais distantes sobre a superfície terrestre. Para uma certa velocidade, a bala do canhão entra em órbita ao redor da Terra, apresentando um movimento análogo ao da Lua.

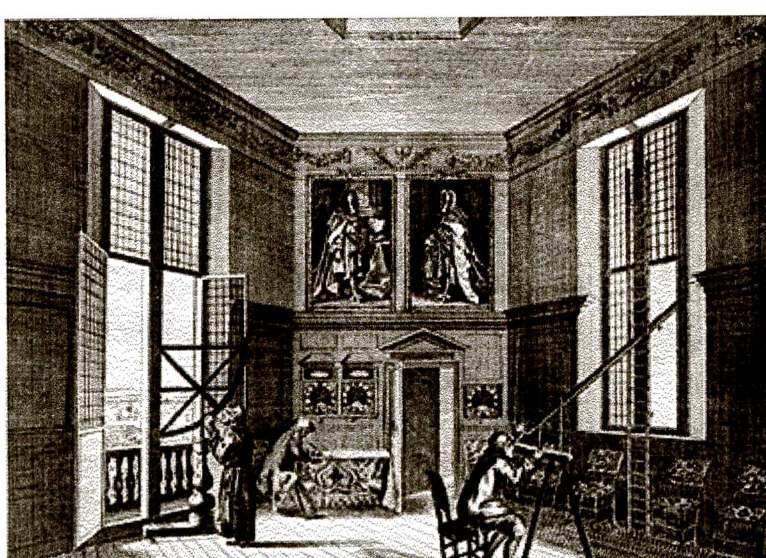


O envio de um foguete a Marte.

Imagens new6



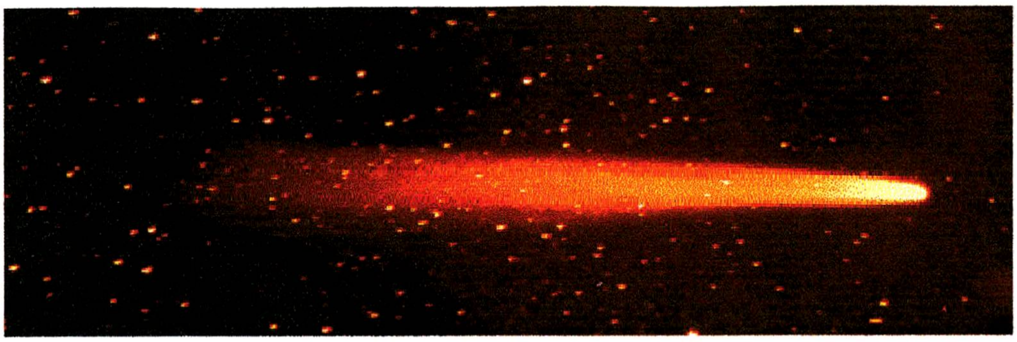
John Flamsteed (1646-1719) (por Thomas Gibson, 1712).



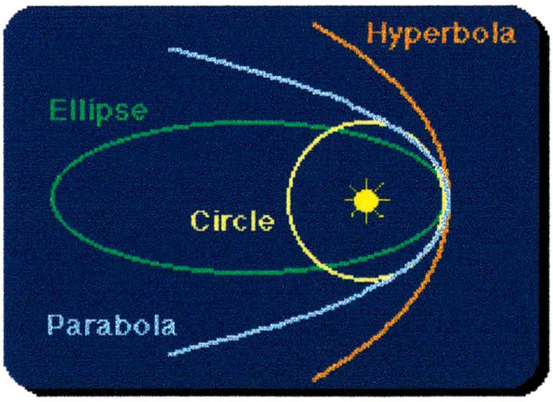
Sala de observação, ilustrando o uso de um quadrante e de um telescópio.

Christopher Wren (1632-1723).

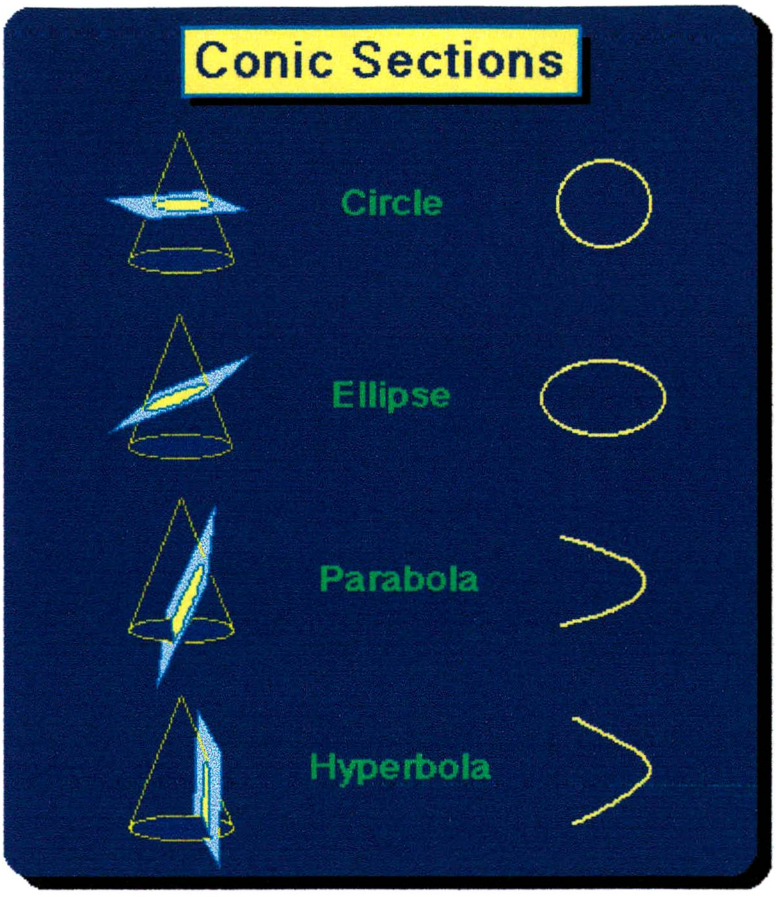
Edmund Halley (1656-1742).



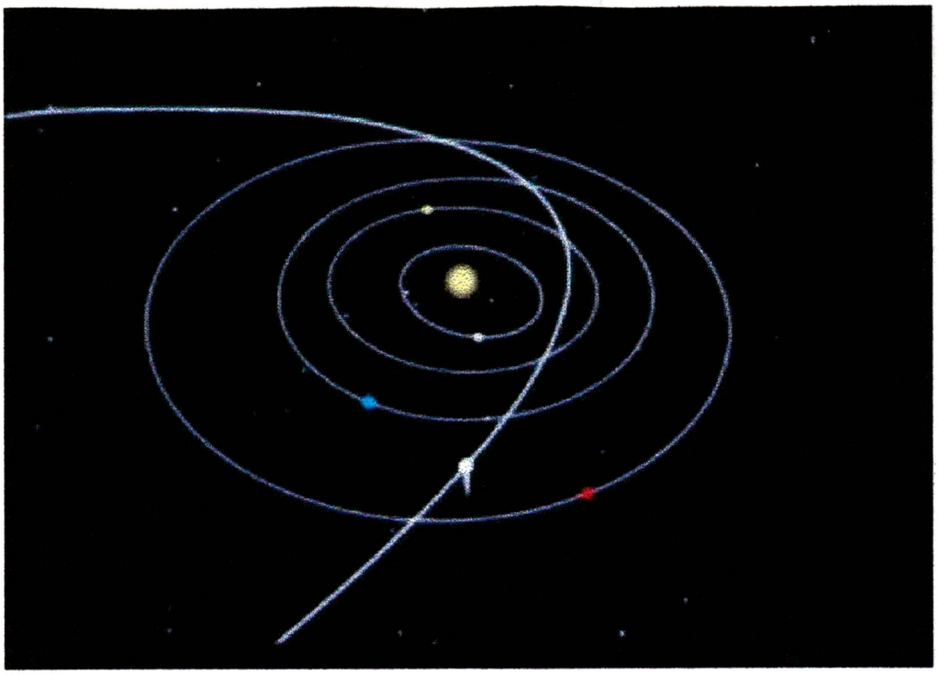
O cometa Halley, cuja órbita foi calculada por Edmund Halley. Conhecido desde 240 a.C. (pelo menos), o período deste cometa é de 76 anos.



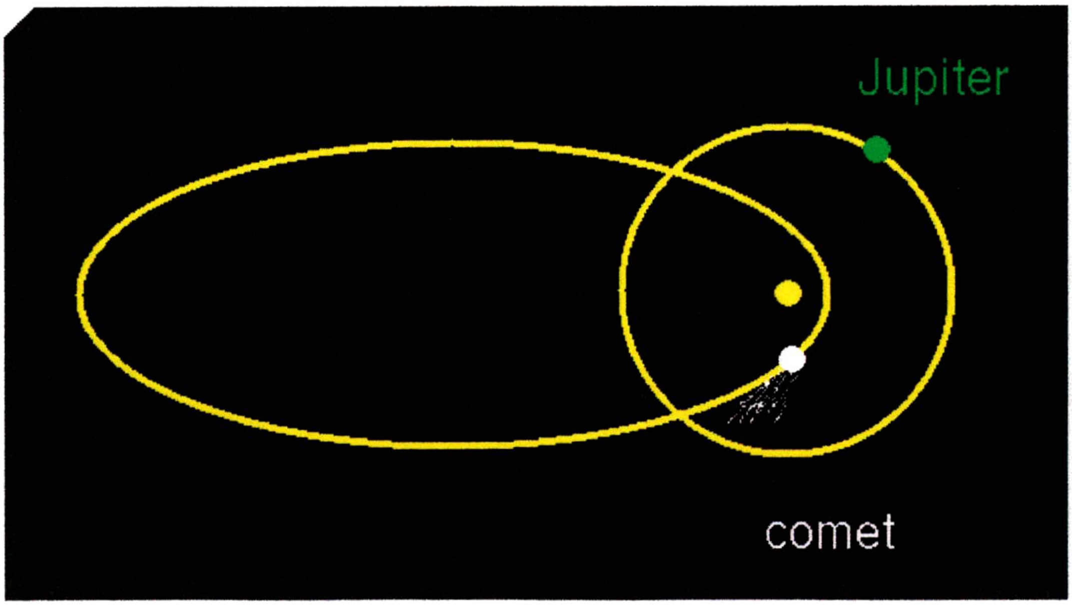
As seções cônicas.



As seções cônicas são figuras produzidas pela intersecção de um cone e um plano. A excentricidade da figura resultante está relacionada ao ângulo de corte: a circunferência possui excentricidade nula; a excetricidade de uma elipse é maior do que zero e menor do que um; a parábola é uma cônica com excentricidade igual a um; a excentricidade de uma hipérbole é maior que um.



Dependendo da excentricidade, as órbitas dos corpos celestes são elípticas, parabólicas ou hiperbólicas.



As órbitas elípticas de Júpiter e de um cometa.

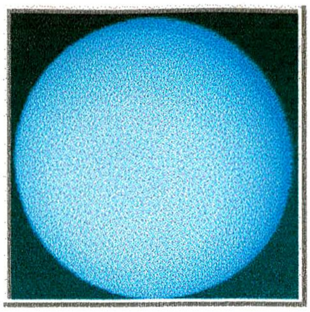
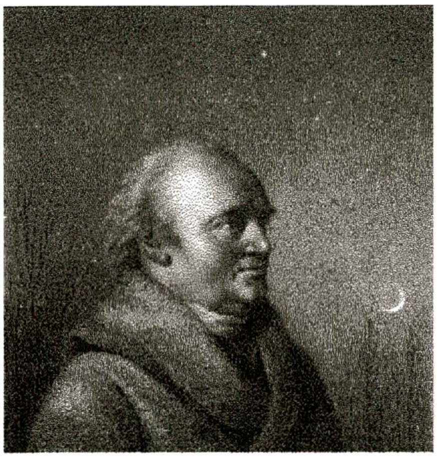
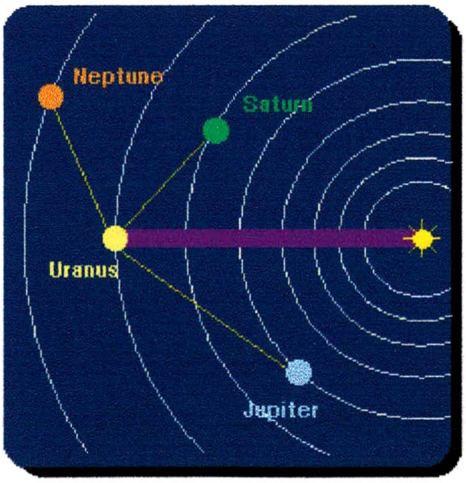


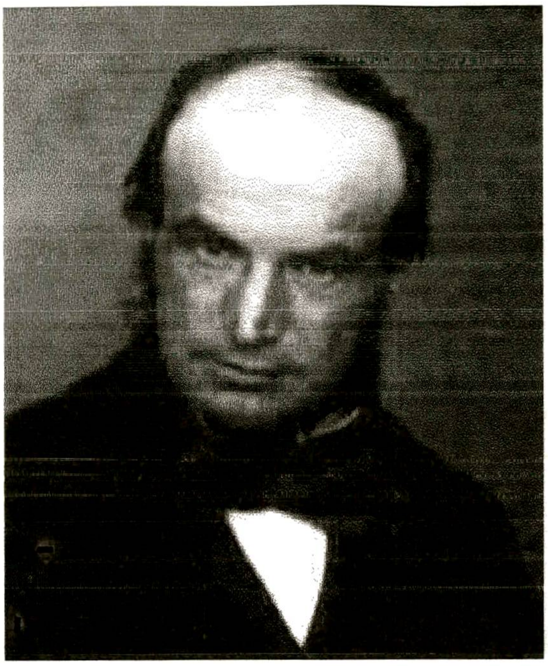
Imagem de Urano feita pela Voyager 2, em janeiro de 1986.



William Herschel (1738-1822).

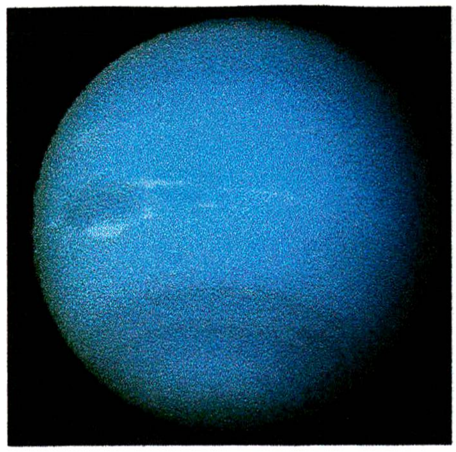


A descoberta de Netuno solucionou o problema das irregularidades (discrepâncias entre os cálculos teóricos e as observações) da órbita de Urano, enfatizando a 'força' da teoria da gravitação universal newtoniana.

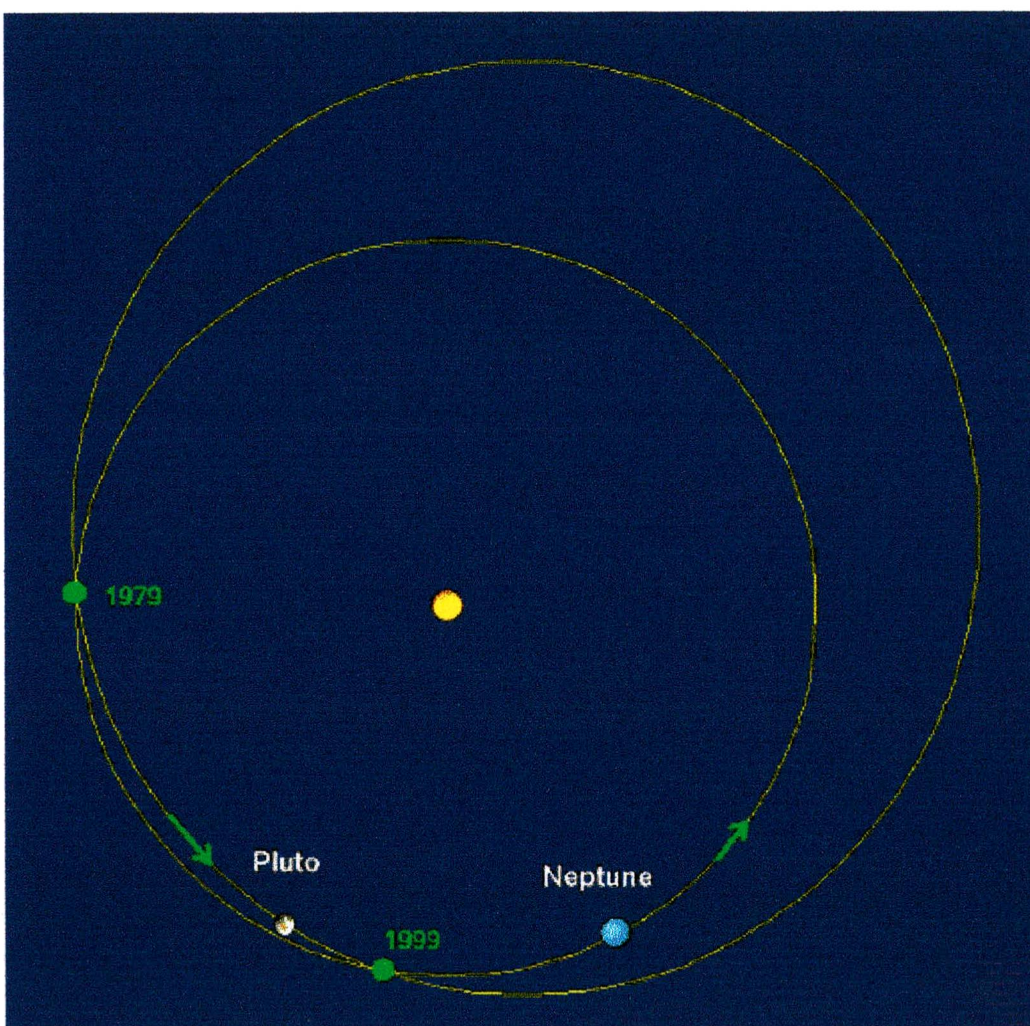


John Couch Adams (1819-1892).

Urbain Leverrier (1811-1877).



Netuno.



Devido a excentricidade de sua órbita, entre 1979 e 1999 a órbita de Plutão situa-se no interior da órbita de Netuno. Portanto, neste período, Plutão não pode ser considerado o planeta mais distante do Sol.

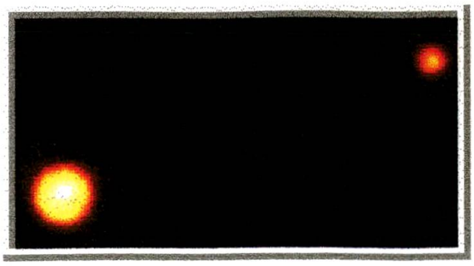
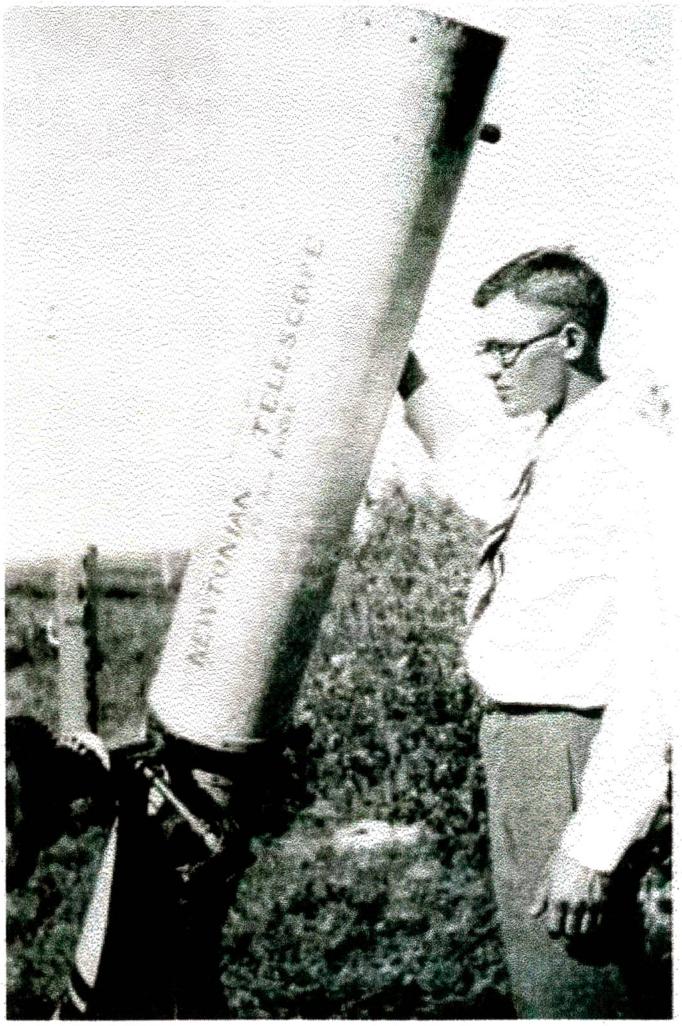
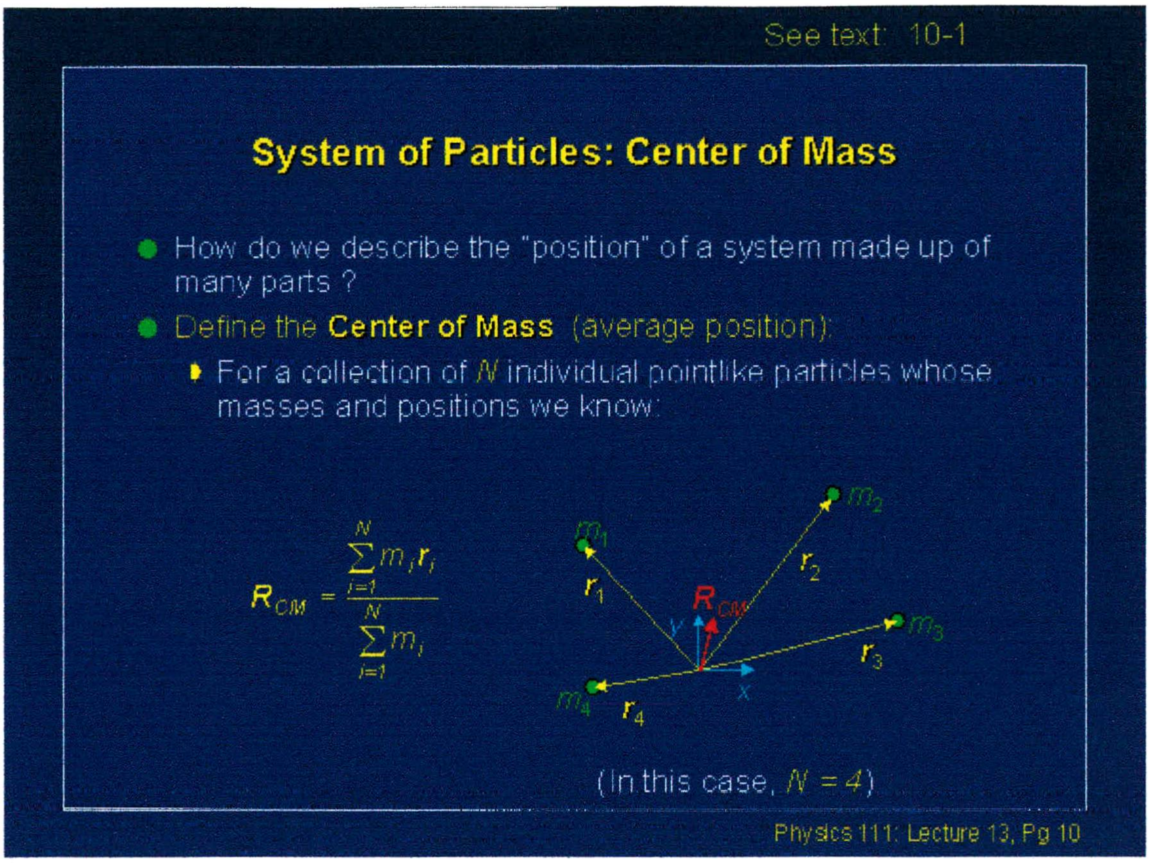


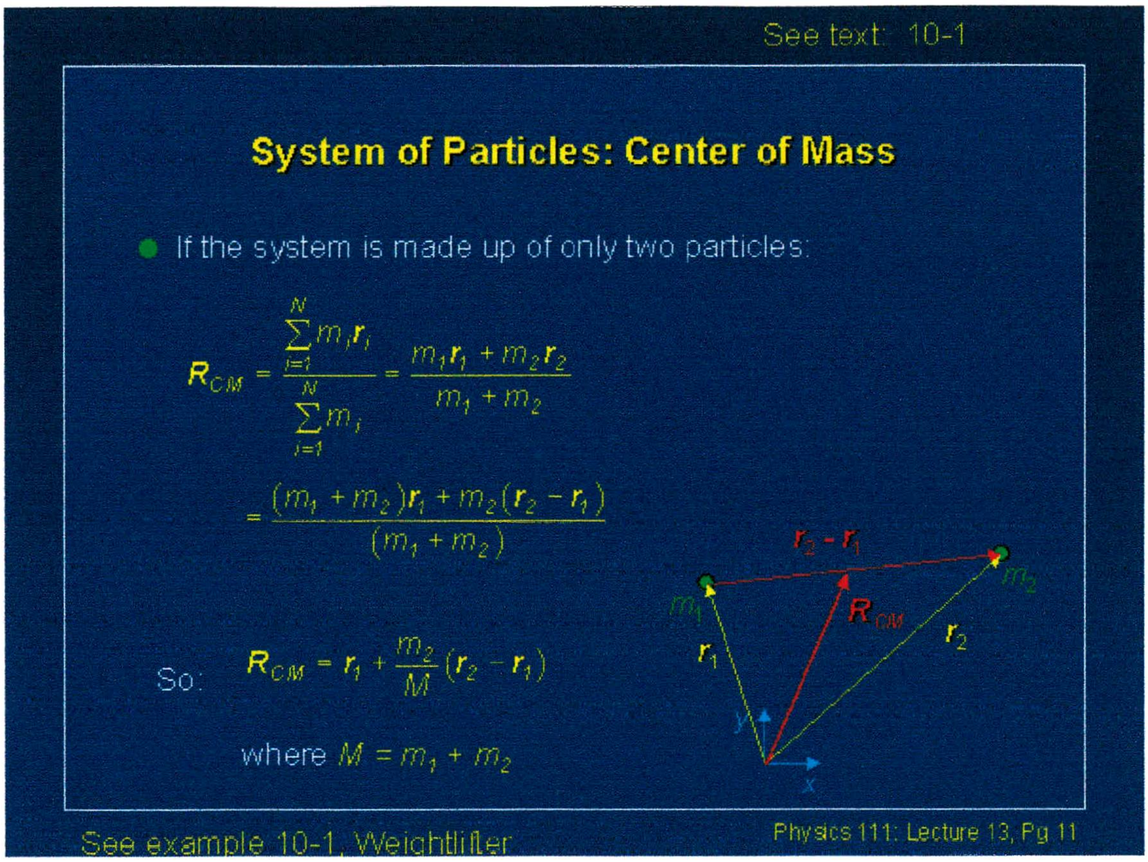
Imagem de Plutão e sua lua, Charon, feita pelo telescópio espacial Hubble, em fevereiro de 1994, quando o planeta se encontrava a 4,4 bilhões de quilômetros da Terra.



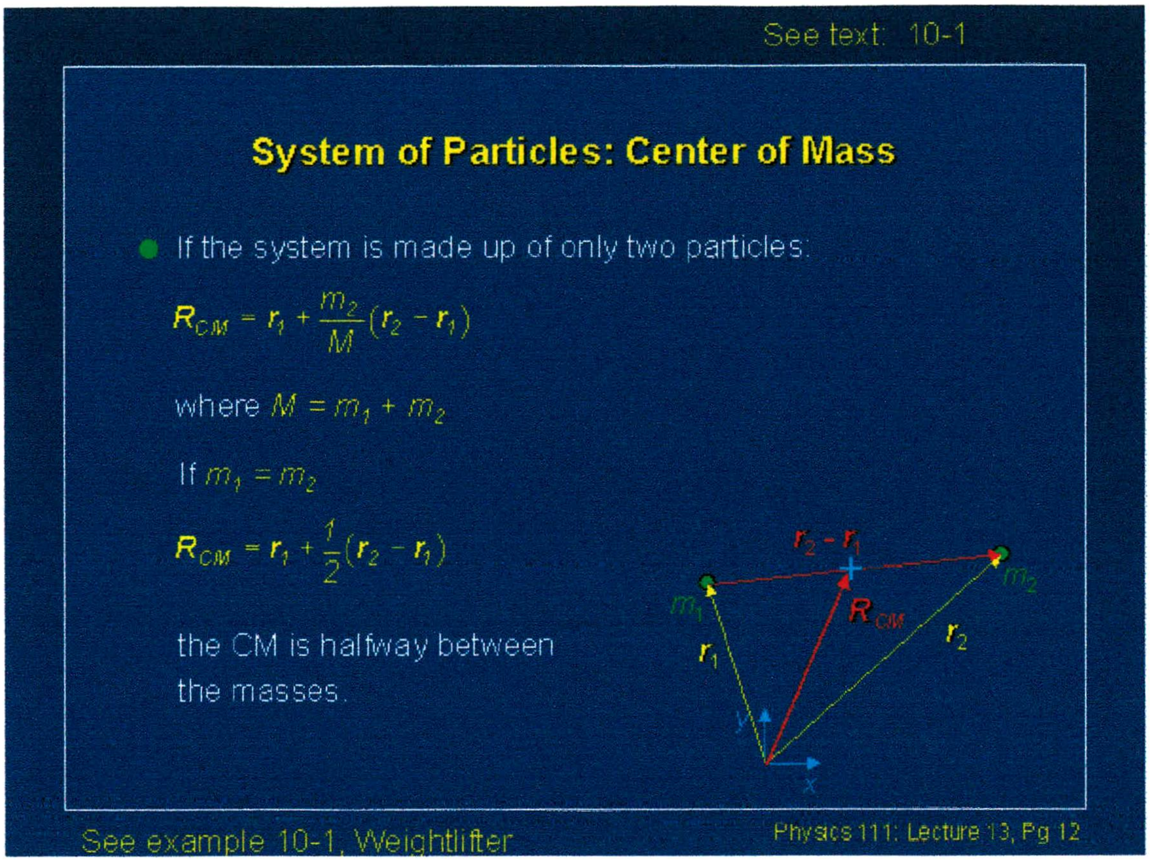
Clyde Tombaugh, descobridor de Plutão em 1930.



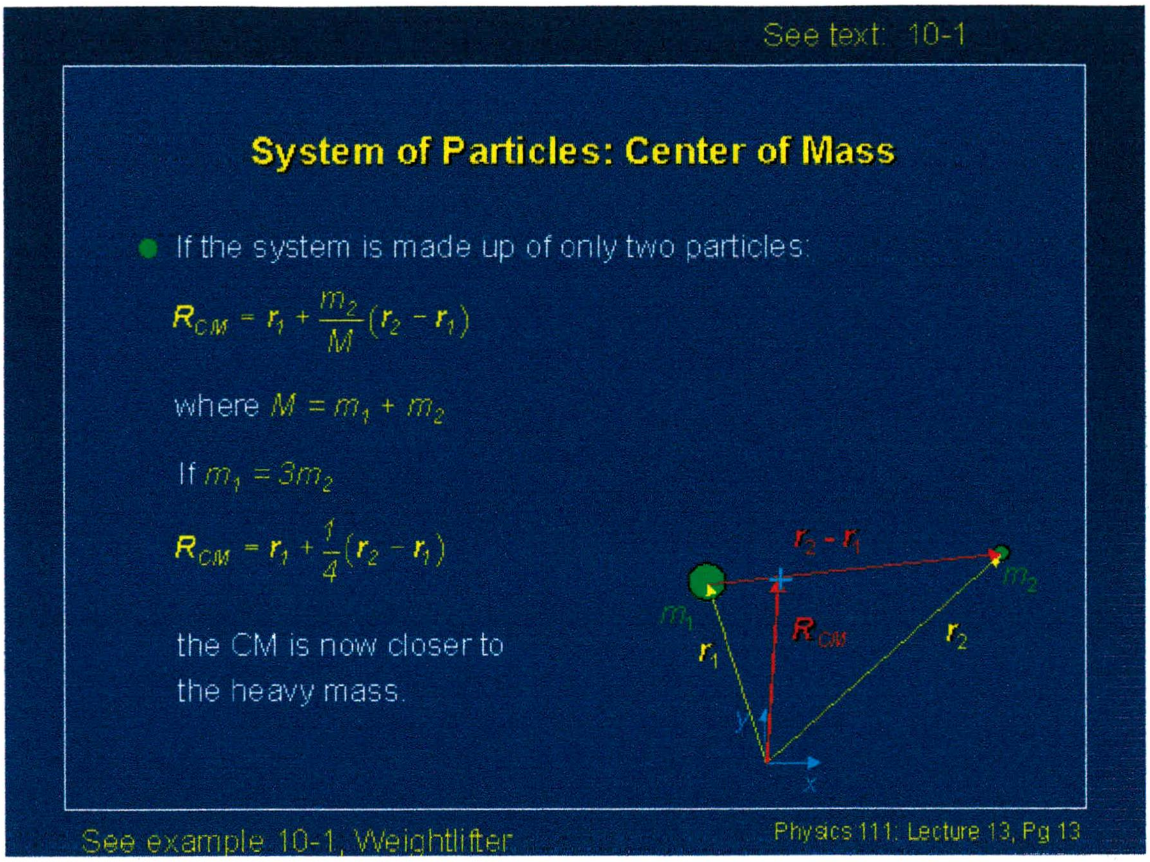
Posição do centro de massa de um sistema constituído por N partículas.



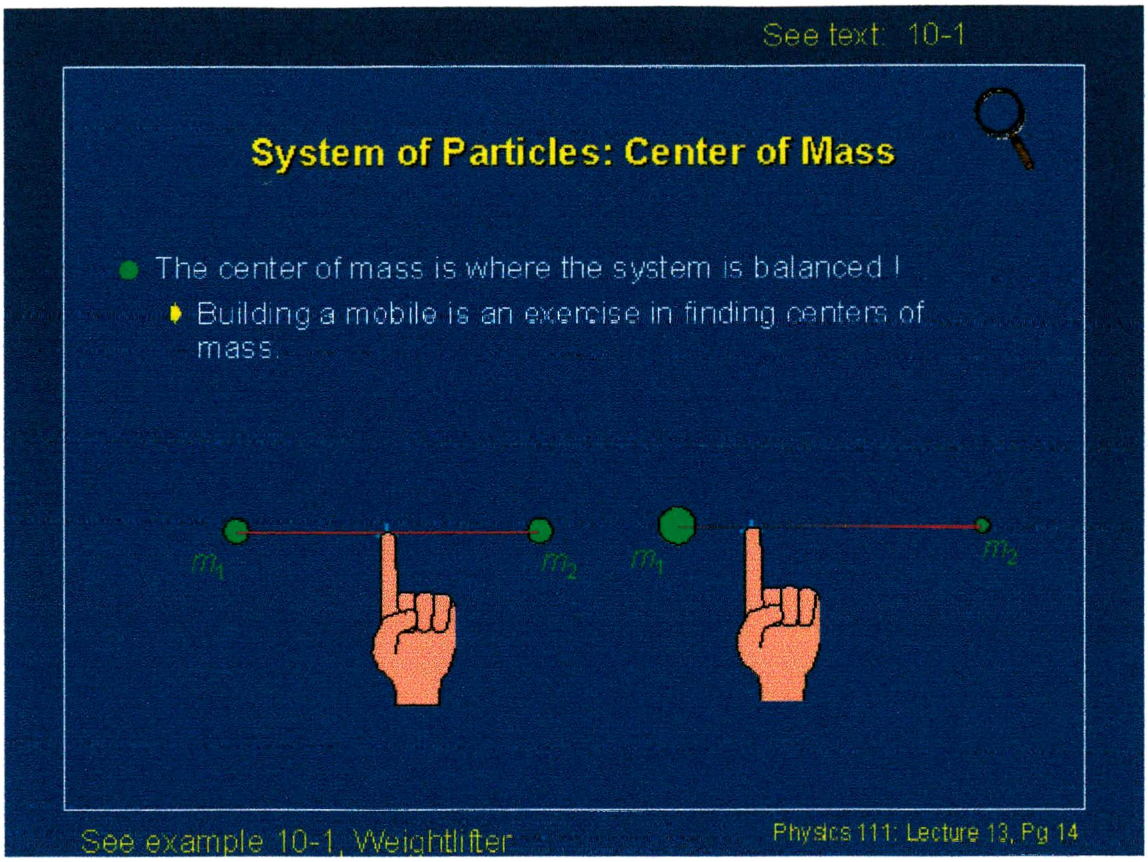
Posição do centro de massa de um sistema constituído por duas partículas.



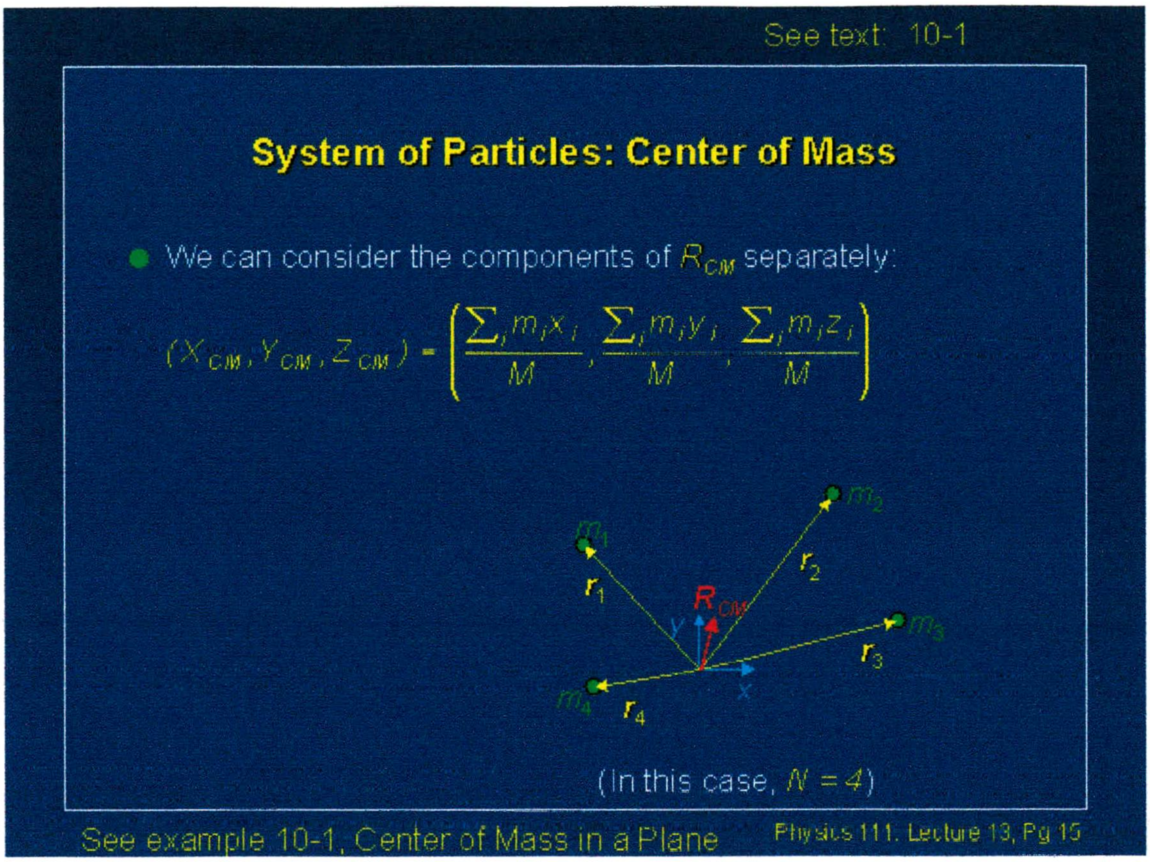
Posição do centro de massa de um sistema constituído por duas partículas de massas iguais. O CM está equidistante das duas massas.



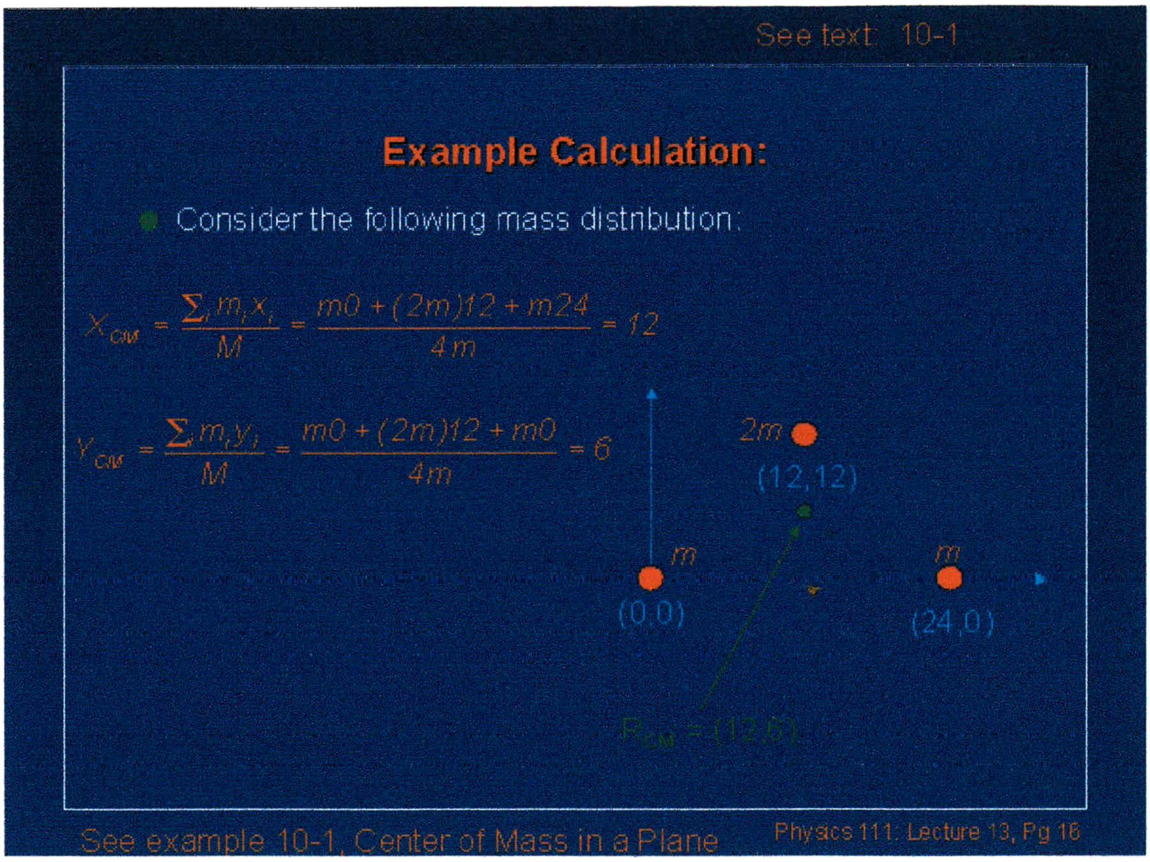
Posição do centro de massa de um sistema constituído por duas partículas uma das quais possui o triplo da massa da outra. O CM está mais próximo da massa maior.



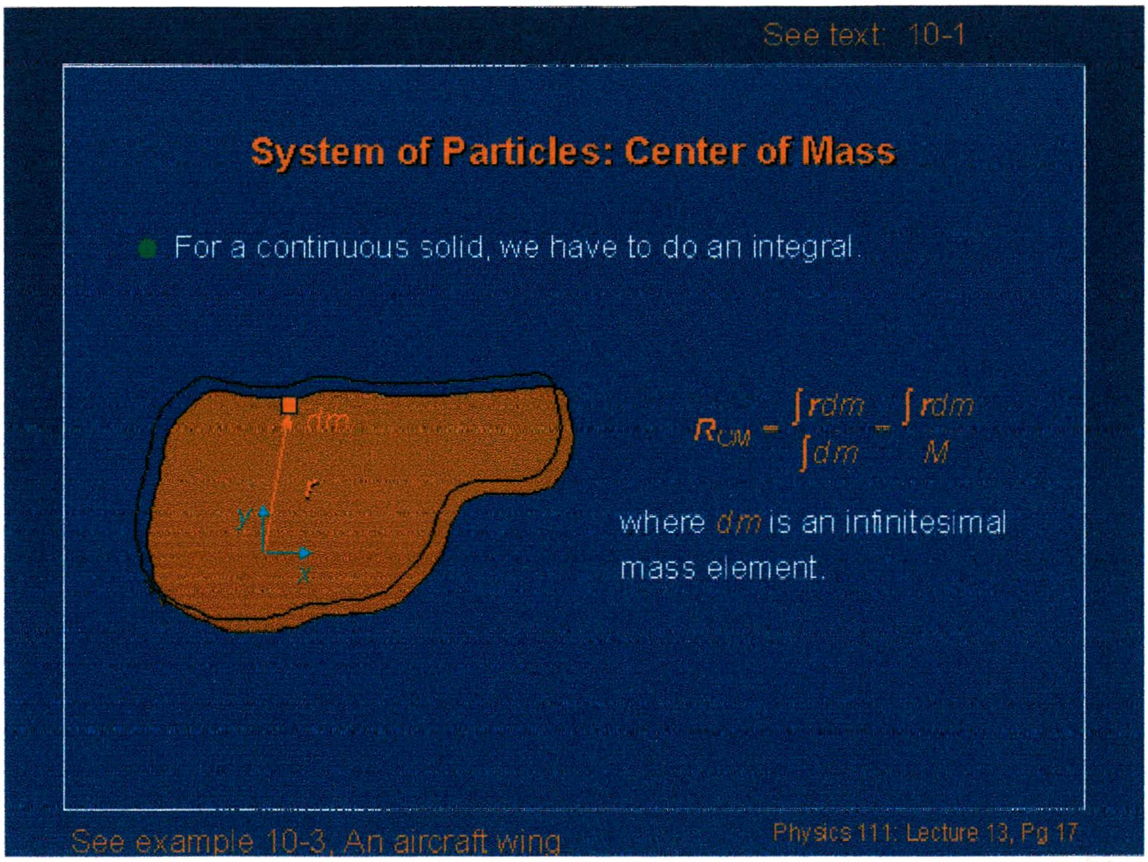
Visualização do centro de massa de duas esferas presas às extremidades de uma haste fina: massas iguais (à esquerda) e massas diferentes (à direita).



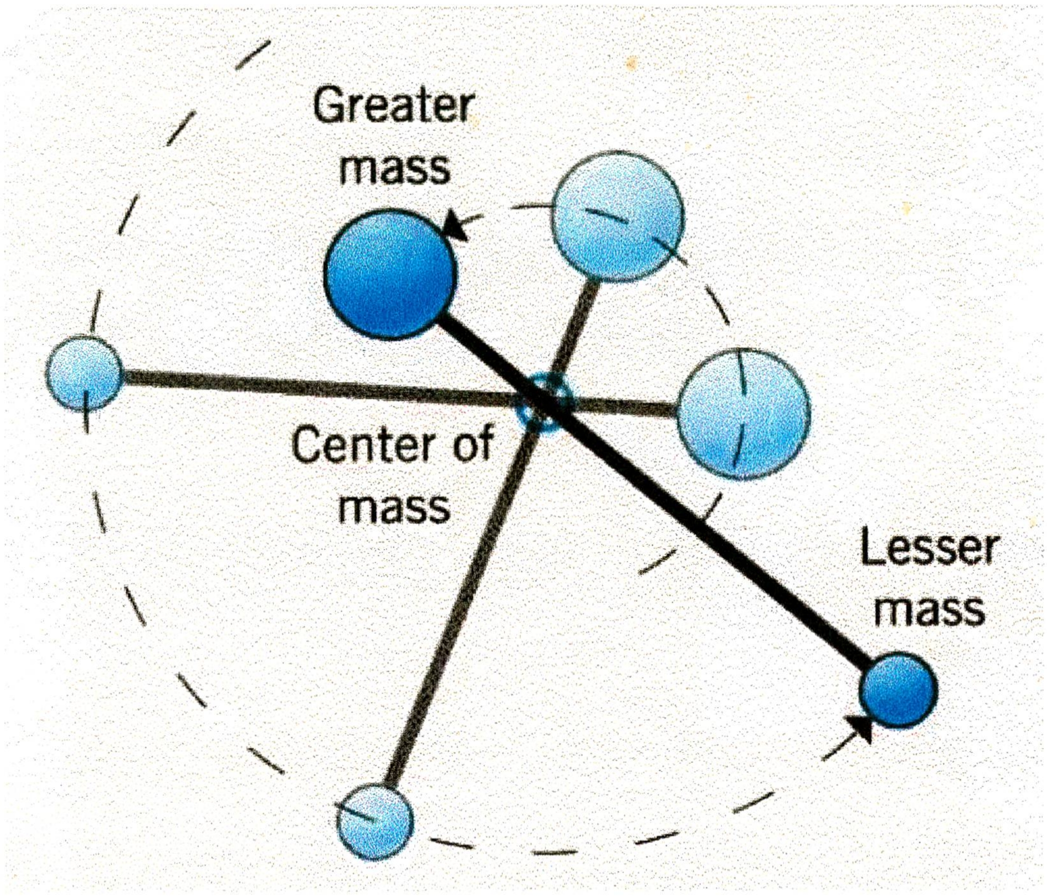
Componentes do centro de massa de um sistema de N partículas distribuídas no espaço.



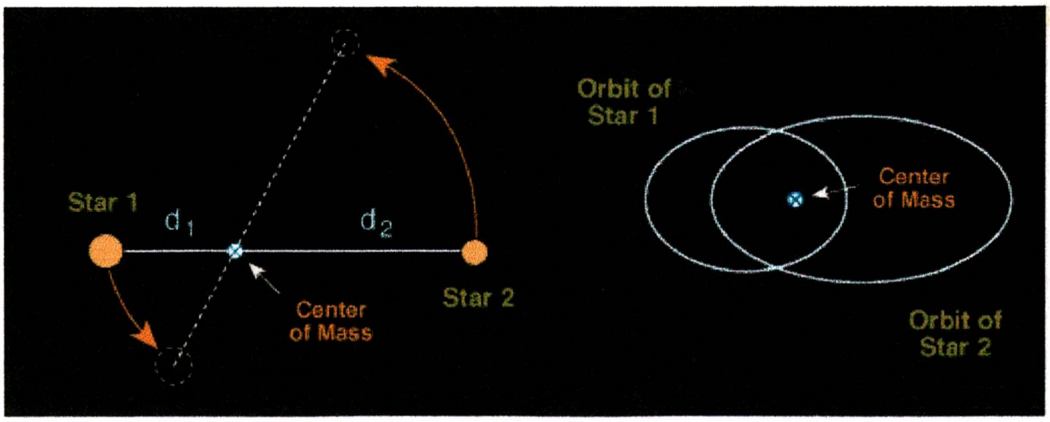
Cálculo das coordenadas do centro de massa de um sistema constituído por três corpos.



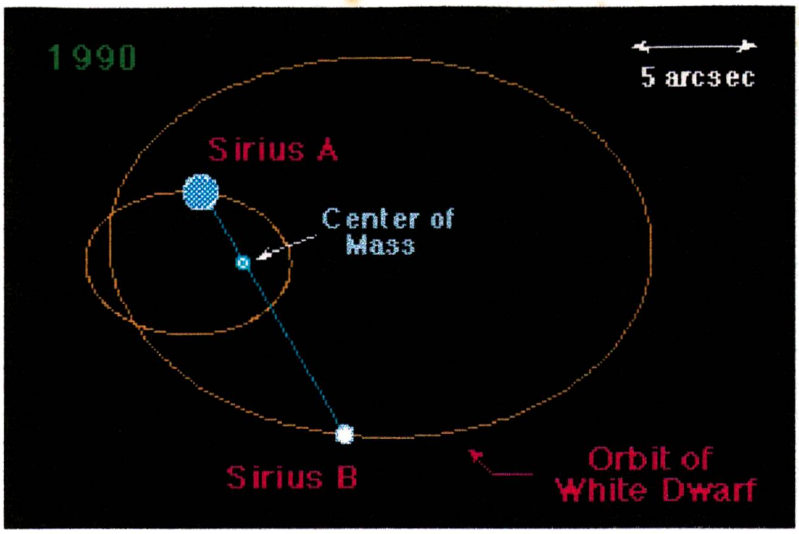
Posição do centro de massa de um sólido contínuo.



Movimento de rotação de dois corpos em torno do centro de massa do sistema.

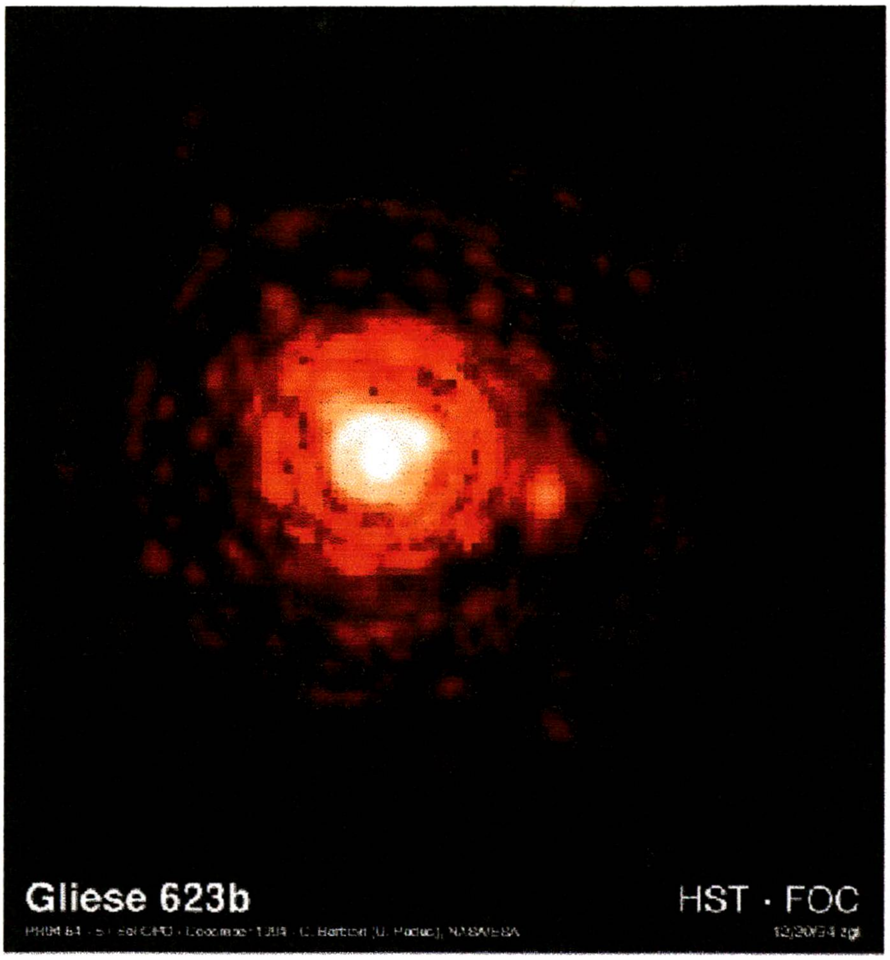


O movimento de duas estrelas em torno do centro de massa do sistema.

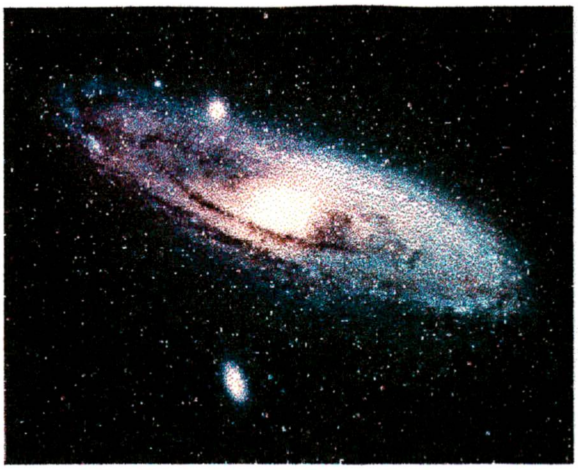


Os movimentos de Sirius A e Sirius B em torno do centro de massa do sistema.

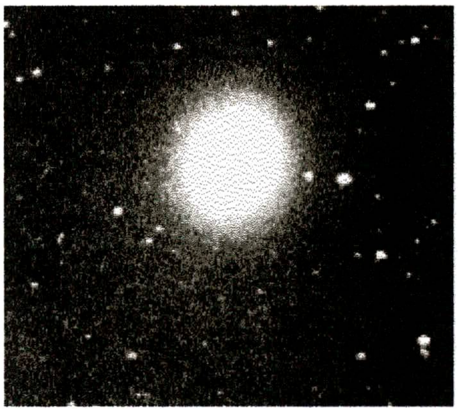
Imagens new8



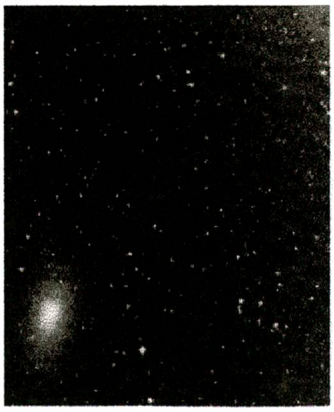
Localizada a uma distância de 25 anos-luz, na constelação de Hércules, a estrela Gliese 623b é a componente de menor massa de um sistema de estrelas duplas em que a separação entre os dois membros é de duas vezes a distância entre a Terra e o Sol.



A galáxia de Andrômeda, M31, e suas duas galáxias satélites, M32 e M110.



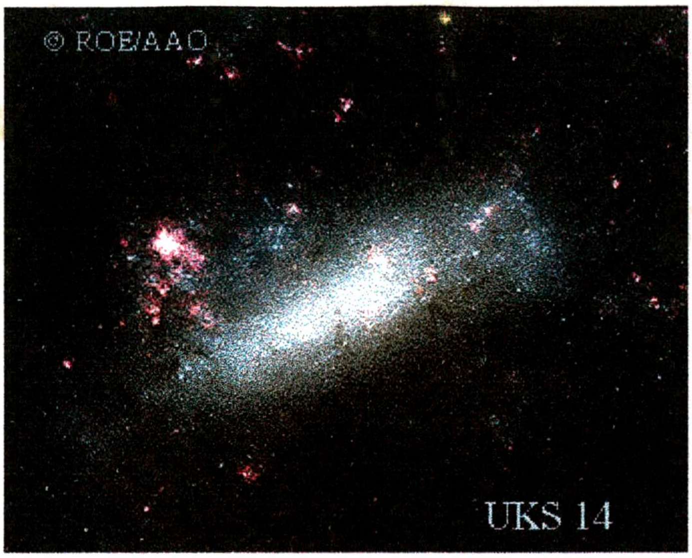
M32, uma anã elíptica, com cerca de 3 bilhões de massas solares.



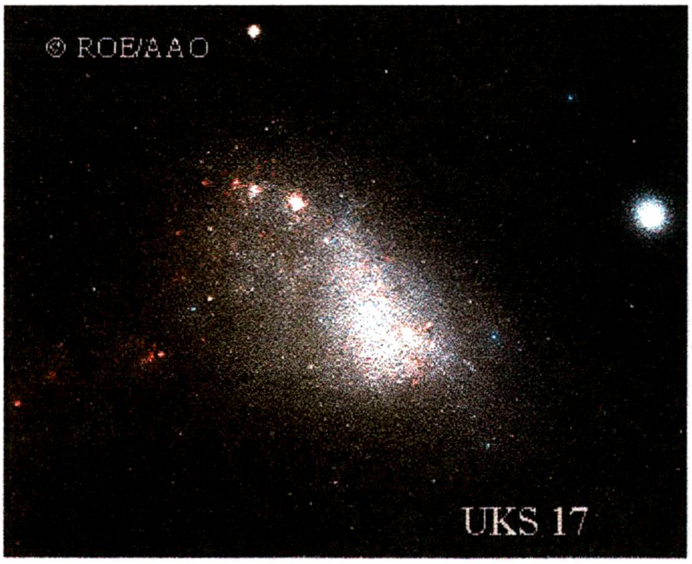
M110, descoberta pelo astrônomo francês Charles Messier (1730-1817) em 1773.

A Via-Láctea é uma galáxia espiral com cerca de 200 bilhões de estrelas e um diâmetro de 100.000 anos-luz.

O cúmulo globular M13, situado na Via Láctea, é um sistema de estrelas ligado gravitacionalmente.



Nuvem de Magalhães Maior.



Nuvem de Magalhães Menor.

Links e bibliografia de referência do Livro 3

Links e bibliografia de referência

Imagens new1

http://www.postershop.com/artist/vangogh/vgo542_e.htm

http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/Mathematicians/Descartes.html

http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/Mathematicians/Wallis.html

http://www.chemie.uni-bremen.de/stohrer/biograph/huygens.htm

http://www.math.wayne.edu/~zhihui/Leibniz.html

http://rowlf.cc.wwu.edu:8080/~vawter/PhysicsNet/Pages/OneDCollisions.html

http://rowlf.cc.wwu.edu:8080/~vawter/PhysicsNet/Pages/PerfectlyElasticCollision.html

http://rowlf.cc.wwu.edu:8080/~vawter/PhysicsNet/Pages/InelasticCollision.html

http://usafa.af.mil/dfp/lessons/kw1th2.htm

http://usafa.af.mil/dfp/lessons/kw1th2d.htm

http://www.ipn.uni-kiel.de/work/a7.1/xyzet/Experiments/E_collision.html

RUTHERFORD, F.J., HOLTON, G. & WATSON, F.G. The project physics course. New York, Holt, Rinehart and Winston, 1970. p.92.

FAUVEL. J., RAYMOND, F., SHORTLAND, M. & WILSON, R. (ed.) Let Newton be. Oxford, Oxford University Press, 1990. P.57.

Imagens new2

http://www.cyberstation.net/%7Ejweesner/newton.jpg

http://www.math.wayne.edu/~zhihui/Newton.html

http://selena.physics.utah.edu/springer/astro/clockwork/clockwork.htm

http://www.caltech.edu/cgi-bin/arctohtml?50.10-1

http://sunsite.unc.edu/cjackson/k/p-kneller1.htm

Imagens new3

http://oldsci.eiu.edu/physics/DDavis/1350/05Laws/appl.html

http://dept.physics.upenn.edu/courses/gladney/mathphys/java/sect4/subsubsection4_1_4_3.html

http://oldsci.eiu.edu/physics/DDavis/1050/Ch8Grv/Wt.html

http://www.edit.bonus.com/bonus/templates/facecard.root.htmp?url=/bonus/card/Newton.html

http://oldsci.eiu.edu/physics/DDavis/1350/05Laws/frict.html

http://www.has.vcu.edu/rgowdy/IntroPhy/mod/018/xmp5.htm#5

http://www.has.vcu.edu/rgowdy/IntroPhy/mod/018/xmp5.htm#5-a

http://192.154.43.167/physcal/labs/vlab3/tennis.html

http://www.hcc.hawaii.edu/hccinfo/instruct/div5/sci/sci122/newton/momentum/momex.html

Imagens new4

http://selena.physics.utah.edu/springer/astro/clockwork/clockwork.htm

http://oldsci.eiu.edu/physics/DDavis/1350/06CirMtn/ToC.html

http://dept.physics.upenn.edu/courses/gladney/mathphys/java/sect4/subsubsection4_1_4_4.html

http://www.physics.uiuc.edu/courses/150/spring96/slides/lecture07/slide08.html

http://dept.physics.upenn.edu/courses/gladney/mathphys/java/sect4/subsection4_1_2.html

http://www.ssl.msfc.nasa.gov/msl1/ground_lab/aroundtheworld.htm

http://www.cs.stedwards.edu/u/wright/sci20/motionlaw.html#third law

http://www.cs.stedwards.edu/u/wright/sci20/Tran13c-100.gif

Imagens new5

http://selena.physics.utah.edu/springer/astro/clockwork/clockwork.htm

http://csep10.phys.utk.edu/astr161/lect/history/newtongrav.html

http://www.vcu.edu/hasweb/phy/mod/g31/s.htm

http://oldsci.eiu.edu/physics/DDavis/1050/Ch8Grv/Newtn.html

http://oldsci.eiu.edu/physics/DDavis/1050/Ch8Grv/GrvFld.html

Imagens new6

http://www.mhs.ox.ac.uk/tycho/catfm.htm?intro

http://www.mhs.ox.ac.uk/tycho/catfm.htm?intro

http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/Mathematicians/Wren.html

http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/Mathematicians/Halley.html

http://csep10.phys.utk.edu/astr161/lect/comets/halley.html

http://bang.lanl.gov/solarsys/portug/uranus.htm#movie

http://star.arm.ac.uk/history/herschel.html

http://csep10.phys.utk.edu/astr161/lect/history/newtonkepler.html

http://www.projmath.caltech.edu/mu123.htm?11,9

http://csep10.phys.utk.edu/astr161/lect/history/perturbations.html

http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/Mathematicians/Adams.html

http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/Mathematicians/Le_Verrier.html

http://zebu.uoregon.edu/~soper/Orbits/newtonplanets.html

http://csep10.phys.utk.edu/astr161/lect/neptune/neptune.html

http://csep10.phys.utk.edu/astr161/lect/pluto/features.html

http://csep10.phys.utk.edu/astr161/lect/pluto/moons.html

http://dosxx.colorado.edu/Pluto/2tombaugh.jpg

Imagens new7

http://webug.physics.uiuc.edu/courses/phys111/fall97/Lectures/Lect13sw/sld010.htm

http://webug.physics.uiuc.edu/courses/phys111/fall97/Lectures/Lect13sw/sld011.htm

http://webug.physics.uiuc.edu/courses/phys111/fall97/Lectures/Lect13sw/sld012.htm

http://webug.physics.uiuc.edu/courses/phys111/fall97/Lectures/Lect13sw/sld013.htm

http://webug.physics.uiuc.edu/courses/phys111/fall97/Lectures/Lect13sw/sld014.htm

http://webug.physics.uiuc.edu/courses/phys111/fall97/Lectures/Lect13sw/sld015.htm

http://webug.physics.uiuc.edu/courses/phys111/fall97/Lectures/Lect13sw/sld016.htm

http://webug.physics.uiuc.edu/courses/phys111/fall97/Lectures/Lect13sw/sld017.htm http://selena.physics.utah.edu/springer/astro/clockwork/clockwork.htm

Imagens new8

http://www.kingsu.ab.ca/~brian/astro/gl623b.htm

http://seds.lpl.arizona.edu/messier/m/m031.html

http://seds.lpl.arizona.edu/messier/m/m032.html

http://seds.lpl.arizona.edu/messier/m/m110.html

http://seds.lpl.arizona.edu/messier/more/mw.html

http://encke.jpl.nasa.gov/TIE/globc.html

http://seds.lpl.arizona.edu/messier/xtra/ngc/lmc.html

http://seds.lpl.arizona.edu/messier/xtra/ngc/smc.html