

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**ESTABILIDADE NO CONTROLE
DE FORÇAS EM ROBÔS MANIPULADORES**

Dissertação submetida à Universidade Federal de Santa Catarina
como requisito parcial para obtenção do grau de
Mestre em Engenharia Elétrica

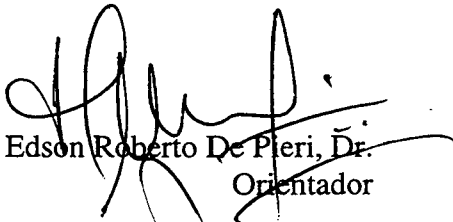
Cleto Cavalcante de Souza Leal

Florianópolis
Fevereiro de 1998.

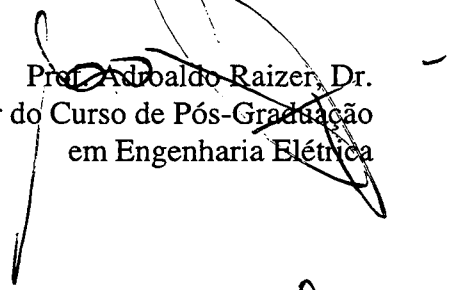
Análise de Estabilidade em Robôs Manipuladores

Cleto Cavalcante de Souza Leal

Esta dissertação foi julgada para a obtenção do título de **Mestre em Engenharia Elétrica**, área de concentração **Controle, Automação e Informática Industrial**, e aprovada em sua forma final pelo curso de Pós-Graduação.



Prof. Edson Roberto De Pieri, Dr.
Orientador



Prof. Adroaldo Raizer, Dr.
Coordenador do Curso de Pós-Graduação
em Engenharia Elétrica

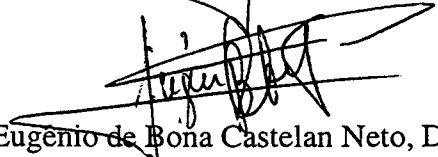
BANCA EXAMINADORA



Prof. Edson Roberto De Pieri, Dr.
Orientador
DAS/UFSC



Prof. Raul Guenther, Dr. Sc.
EMC/UFSC



Prof. Eugênio de Bona Castelan Neto, Dr.
DAS /UFSC



Prof. Werner Kraus Jr, Ph.D.
DAS /UFSC

“Amigos não têm defeitos”.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, à Deus onde todas as coisas são possíveis.

À minha família pelo apoio e orações.

Ao Prof. Edson R. De Pieri pela orientação, dedicação e paciência demonstradas em todas as etapas deste trabalho.

Ao Prof. Raul Guenther pela colaboração e participação neste trabalho.

Aos integrantes da banca examinadora pelas valiosas contribuições.

Aos colegas da UTAM, que possibilitaram o meu afastamento para a realização deste trabalho, particularmente ao Prof. José L. Sansone.

Aos amigos Afonso, Augusto, Cristiane, Cynara, Gerson, Jézer, Luiz, Mauro, Nardênio, Oscar, Valdir, Titi.

Agradecimentos especiais para Adolfo e Leda, Amilton e Nilda, Maurílio e Rose, Lauro e Ieti, Terushi e Léo, Élcio e Renata, Xande e Cíntia, Júnior e Cláudia, Tuca e Shia.

Finalmente, ao meu amor Gisleni, pela compreensão, carinho e apoio sempre que preciso.

RESUMO

O objetivo principal deste trabalho é a análise de estabilidade de robôs manipuladores. É desenvolvido um modelo matemático da dinâmica do manipulador onde ele realiza tarefas em que é exigido um contato com o meio externo. Neste sentido, são desenvolvidos modelos mecânicos do sistema do robô manipulador. Após a obtenção dos modelos dinâmicos eles são divididos em duas partes: modelo do robô rígido e modelo do robô com flexibilidades. O controle dos modelos é realizado através da técnica do Controle Híbrido, utilizando-se os controladores clássicos: proporcional (P), integral (I), proporcional-integral (PI) e proporcional-derivativo (PD). Para as análises de estabilidade dos modelos é considerado somente a malha de força do Controle Híbrido.

ABSTRACT

Stability Analysis of Robots Manipulators

The main aim of this work is the stability analysis of robot manipulators. It is developed a mathematical model for robotic tasks that require interaction with the environment. In this way, mechanic models are developed for manipulator system. After this, models are separated in two kinds: rigid arm and flexible arm. A hybrid control strategy is used for force control. The analyses of stability are done for the force control loop of the hybrid controller with the classical controllers: P, I, PI, and PD.

SUMÁRIO

1	Introdução	1
2	Modelo Matemático do Sistema do Robô Manipulador	8
2.1	Introdução	8
2.2	Modelagem Cinemática	11
2.2.1	Cinemática direta	11
2.2.2	Configuração no espaço de juntas e no espaço da tarefa	12
2.2.3	Cinemática inversa	13
2.2.4	Cinemática diferencial	14
2.3	Modelagem dinâmica	16
2.3.1	Dinâmica do sistema sem restrições	16
2.3.2	Dinâmica no espaço da tarefa	22
2.3.3	Dinâmica do sistema com restrições	24
2.4	Conclusões	26
3	Análise de Sensibilidade do Sistema do Robô Manipulador	27
3.1	Introdução	27
3.2	Linearização e desacoplamento	28
3.3	Modelagem dos componentes do sistema do robô manipulador	30
3.3.1	O robô manipulador	30
3.3.2	O meio	33
3.3.3	O sensor	35
3.4	Modelos de plantas do sistema do robô manipulador	36
3.4.1	Modelo do robô manipulador e meio rígidos	36
3.4.2	Modelo do robô manipulador rígido e meio flexível	37
3.4.3	Modelo do robô manipulador e meio flexível	39
3.4.4	Modelos do robô manipulador flexível e meio rígido	41
3.5	Análises de sensibilidade	43
3.5.1	Análise do modelo do robô e meio rígido	43
3.5.2	Análise do modelo do robô rígido e meio flexível	44
3.5.3	Análise do modelo do robô e meio flexíveis	49

3.5.4	Análise do modelo do robô flexível e meio rígido	56
3.6	Conclusões	60
4	Análise de Estabilidade do Robô Rígido	62
4.1	Introdução	62
4.2	Estratégias de controle de força	63
4.3	Análises de estabilidade	64
4.3.1	Análise do comportamento do robô e meio rígidos	64
4.3.1.1	Controlador proporcional	64
4.3.1.2	Controlador integral	69
4.3.1.3	Controlador proporcional-integral	70
4.3.1.4	Controlador proporcional-derivativo	72
4.3.2	Análise do comportamento do robô rígido e meio flexível	76
4.3.2.1	Controlador proporcional	76
4.3.2.2	Controlador integral	80
4.3.2.3	Controlador proporcional-integral	82
4.3.2.4	Controlador proporcional-derivativo	84
4.4	Conclusões	87
5	Análises de Estabilidade do Robô Flexível	89
5.1	Introdução	89
5.2	Análises de estabilidade	90
5.2.1	Análise do comportamento do robô flexível e meio rígido	90
5.2.1.1	Controlador proporcional	90
5.2.1.2	Controlador integral	94
5.2.1.3	Controlador proporcional-integral	96
5.2.1.4	Controlador proporcional-derivativo	98
5.2.2	Análise do comportamento do robô e meio flexíveis	101
5.2.2.1	Controlador proporcional	101
5.2.2.2	Controlador integral	104
5.2.2.3	Controlador proporcional-integral	106
5.2.2.4	Controlador proporcional-derivativo	108
5.3	Conclusões	112
6	Conclusões	113
	Bibliografia	116

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Os robôs manipuladores são estruturas cinemáticas compostas de elos mecânicos ligados entre si, formando uma cadeia cinemática aberta, quando cada elo liga-se a no máximo dois outros, ou fechada, quando é possível percorrer um caminho fechado sobre os braços do manipulador e voltar ao mesmo ponto inicial [4].

De uma maneira geral, um robô manipulador é constituído de três componentes: mecanismo, acionamento e sistema de controle conforme mostrado na figura 1.1.

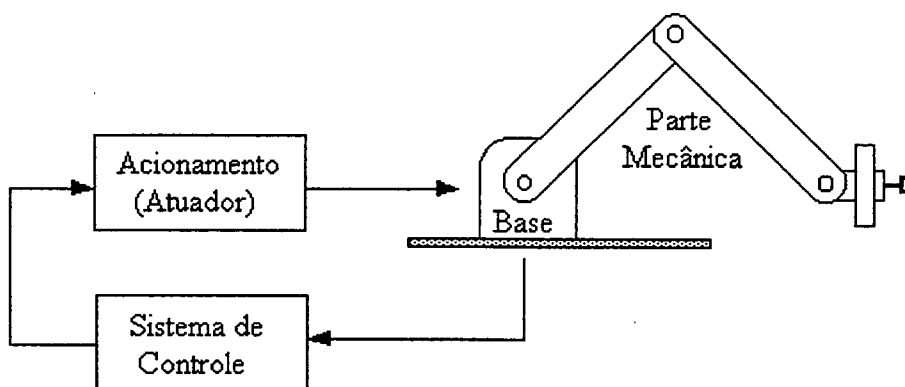


Figura 1.1 - Componentes de um robô manipulador.

A parte mecânica que tem liberdade de movimento, por sua vez, constitui-se em quatro outras partes: base, braço, punho e efetuador final. O braço determina o alcance do efetuador no espaço cartesiano e é constituído de elos interligados por juntas. O punho define a orientação do efetuador final em conjunto com o braço. O efetuador final é escolhido em função da tarefa a ser executada pelo robô manipulador. Pode ser uma garra, pistola de solda ou pintura, ou outra ferramenta qualquer.

O acionamento ou atuador é responsável pela movimentação física de cada junta do mecanismo. O objetivo do acionamento é aplicar as forças ou torques necessários às juntas

de modo que o efetuator final execute o movimento desejado. O acionamento constitui-se, em geral, de um motor e de um sistema de transmissão, o qual é usado para adequar o movimento do motor às necessidades do movimento da parte mecânica [4], [8], [16].

O sistema de controle tem como função gerar um sinal de comando que, transformado em força ou torque nos atuadores faz com que o efetuator final execute um movimento desejado. O sistema de controle de um robô manipulador pode ser composto de vários elementos, conforme esquema mostrado na figura 1.2. As funções relativas aos principais componentes de um sistema de controle são:

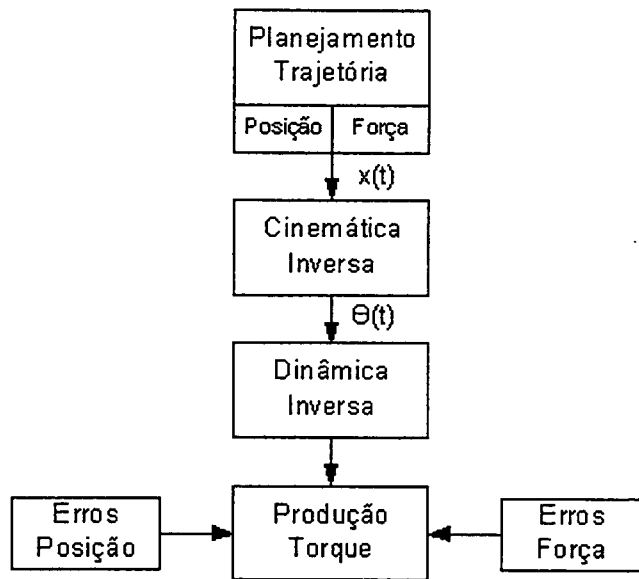


Figura 1.2 - Componentes do sistema de controle.

- um planejamento da trajetória que é feito para mover o manipulador de um ponto inicial até um ponto final. Este planejamento tem que satisfazer as restrições externas (evitar colisões) e restrições internas (capacidade de realizar a tarefa). Mais genericamente, a trajetória é planejada em termos da posição e da orientação do efetuator final. Além disto, forças externas podem aparecer durante o contato e deve existir um planejamento para as variáveis de força e/ou torque.
- a transformação cinemática inversa que converte a posição e a orientação do efetuator final e as suas derivadas (velocidade e aceleração) para o sistema de coordenadas de juntas. As dificuldades que normalmente podem aparecer incluem a *singularidade* e a obtenção de soluções analíticas.

As singularidades representam configurações que não são atingidas pelo manipulador. Nas proximidades das singularidades não existirá uma única solução para o

problema da cinemática inversa. Nestes casos não existirá solução ou haverá infinitas soluções. Em geral, as configurações mais comuns do manipulador fornecem soluções analíticas para a cinemática inversa.

- a transformação dinâmica inversa que permite calcular os torques de juntas necessários às especificações de posições, velocidades e acelerações de juntas. A dinâmica do manipulador é particularmente complicada porque o movimento de uma junta gera torques nas outras juntas, consistindo de forças inerciais, de Coriolis e centrífugas.

Entre alguns fatores que trazem complicação estão as flexibilidades dos elos e juntas, e a dinâmica dos atuadores.

- um controlador de posição que corrige os erros entre as posições atuais e as desejadas durante a trajetória, por meio da geração de um torque corretivo de acordo com alguma lei de controle. Tais erros aparecem por meio de perturbações externas ou erros na modelagem.
- durante o contato entre o manipulador e o meio, as forças podem ter as suas magnitudes amplificadas rapidamente, sem que exista qualquer deslocamento, e a menos que o manipulador ou a superfície ceda, poderá haver danos em um dos elementos de interação, ou seja, o robô ou a própria superfície. Ou o robô deve ter uma resposta muito rápida em relação às medidas de força para o sensor de força ou ele deve ser intrinsecamente flexível. O controle de tais interações é conhecido na literatura como controle de força.

A utilização de robôs manipuladores nas aplicações industriais tem crescido consideravelmente nas últimas décadas. Tarefas que exigem alto grau de precisão e associadas a uma grande rapidez na execução ou tarefas de movimentação e manipulação de objeto já são comumente desempenhadas por robôs manipuladores. Contudo, ainda existem muitos problemas de controle durante a execução das tarefas [9], [11], [13], [16], [20].

Nas tarefas realizadas por robôs manipuladores onde não existe interação com o meio, tais como pintura spray, alguns tipos de soldagem e manipulação de peças, os controladores de posição fornecem um desempenho adequado. As principais estratégias

utilizadas pelos controladores de posição são o controle PD, PID, torque calculado, controle baseado em Lyapunov e controladores baseados na passividade [42].

Em outros tipos de tarefas, tais como operações de montagem, esmerilhamento, polimento, é necessário que o robô manipulador entre em contato com o meio. Tal contato pode resultar em grandes forças de reação (ou momentos) exercidas pelo meio sobre o robô manipulador. Neste caso o robô manipulador pode sofrer danos consideráveis, assim como o próprio meio. Generalizando, pode-se dizer que o objetivo de controle durante o contato é controlar as forças/torques que o robô manipulador exerce sobre o meio enquanto, simultaneamente, regula a posição/orientação do efetuador final. Isto significa que é necessário realizar o controle de força em pelo menos um grau de liberdade do robô manipulador, enquanto os outros graus de liberdade podem permanecer sob o controle de posição. Esta idéia foi formalizada em [25] e definida como controle híbrido. Por exemplo, para a tarefa de colocar um objeto, o manipulador deveria ser controlado por força na direção na qual a posição é restrita pela interação com o meio e controlada por posição em todas as outras direções ortogonais.

O conceito básico do controle híbrido é desacoplar o problema do controle de posição e do controle de força em subespaços. No subespaço do controle de posição pode-se empregar as estratégias de controle mencionadas anteriormente. Mas, no subespaço do controle de força, dois tipos de conceitos têm aparecido: controle explícito de força e controle de impedância [11], [13], [35]. As figuras 1.3 e 1.4 representam os diagramas de blocos simples destes dois esquemas de controle.

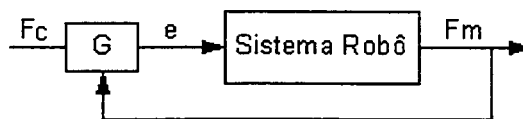


Figura 1.3 - Diagrama de blocos do controle explícito de força.

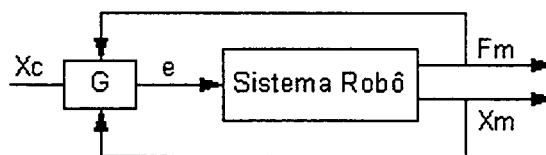


Figura 1.4 - Diagrama de blocos do controle Impedância.

A principal diferença entre estes esquemas é o valor de comando. O controle explícito de força requer que o valor do sinal realimentado, medido pelo sensor de força, seja um sinal de força. O controle de impedância requer que o sensor de força forneça um sinal realimentado de posição, além do sinal realimentado de força. Sem isto o controlador de impedância torna-se um controlador de posição puro.

Idealmente, um controlador de força explícito faz com que o robô manipulador atue como uma fonte de força pura, independente da posição.

Os controladores de posição utilizam, como uma primeira escolha, uma estratégia de controle do tipo PID (PD, PI e/ou PD com compensação da gravidade). Estes controladores têm o desempenho dependente das características dinâmicas dos atuadores, dos elos, dos sensores e dos meios (tarefas), as quais podem ser excitadas durante o movimento. Considerando que as estratégias de controle de posição fornecem um desempenho adequado na execução da tarefa, é interessante considerar alguns dos seguintes aspectos nos algoritmos de controle de força: modelos estendidos dos componentes citados acima (possivelmente não-linear), compensação adaptativa, compensação do atrito, etc. É interessante, também, utilizar as estratégias de controle do tipo PID no controle explícito de força.

Alternativamente, o controle de impedância tem sido apresentado como um método de interação estável com o meio. Isto é devido à relação dinâmica entre a posição do robô manipulador e a força que ele exerce sobre o meio [18]. O princípio básico do controle de impedância é que o braço do robô manipulador deve ser controlado como se fosse uma impedância mecânica para as restrições de posição impostas pelo meio. Isto significa que a força de comando para os atuadores é dependente de sua posição. O comportamento resultante do robô manipulador é: se ele não for restringido ele acelerará e se ele for restringido os torques dos atuadores serão transmitidos ao braço do robô manipulador exercendo força no meio.

Para relações de impedância lineares, a malha de realimentação de força pode ser separada como na figura 1.5. Além disso, esta figura pode ser modificada como na figura 1.6, para mostrar que a malha de realimentação de força é parte interna de um controlador de força explícito. Assim, um controlador de impedância que utiliza a realimentação de força contém um controlador de força explícito.

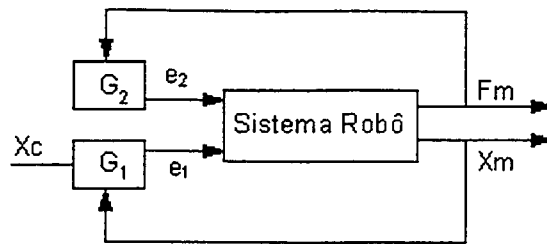


Figura 1.5 - Controle de Impedância dividido na parte de posição G_1 e na parte de força G_2 .

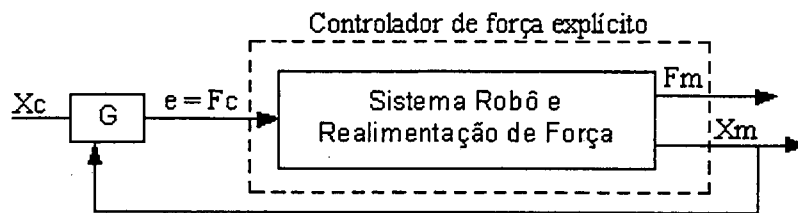


Figura 1.6 - Controle de Impedância com a malha interna do controlador de força explícito.

Estudos da interação entre manipulador e meio têm sido empreendidos por diversos pesquisadores e contribuições importantes quanto ao entendimento desta interação, a modelagem, aos estudos de estabilidade e ao controle do sistema robô - meio têm sido produzidos [7], [17], [18], [19], [20] são apresentadas contribuições a nível de entendimento do problema e da sua modelagem, e analisadas a estabilidade do manipulador interagindo com meios passivos, para controladores de impedância. Com base em um robô de um grau de liberdade [12], [13], [37] analisam a estabilidade de diversas leis de controle explícito de força considerando robôs (rígidos ou com flexibilidade nas juntas) em contato com meios rígidos ou dinâmicos.

Com relação ao controle do sistema robô - meio, [13] e [37] comparam os desempenhos de controladores explícitos de força dos tipos P, I e PD. Em [41] o controle integral é analisado e são propostas algumas medidas no sentido de incrementar a sua robustez.

Apesar dos muitos esforços já empreendidos, os resultados teóricos e práticos ainda são insuficientes para tratar interações complexas, que podem envolver o robô com flexibilidade nas juntas, o sensor de força e o meio dinâmico.

Neste sentido, o presente trabalho visa primeiramente realizar uma análise de sensibilidade do modelo do robô face aos principais parâmetros do sistema e em seguida

analisar o comportamento de diversos controladores clássicos do tipo P, I, PI, PD, quando utilizados para o controle de força de robôs manipuladores.

Sendo assim, o presente trabalho é organizado como segue:

No capítulo 2 é desenvolvido o modelo matemático do sistema do robô manipulador. As equações fundamentais da estrutura mecânica necessárias as análises do movimento do robô manipulador são obtidas considerando-se as modelagens cinemática e dinâmica.

Nas tarefas onde o efetuador final mantém um contato com o meio, os componentes do sistema do robô manipulador têm as suas dinâmicas excitadas. Desta forma, no capítulo 3 os modelos dinâmicos são desenvolvidos considerando-se a interação destes componentes.

As análises de estabilidade, com os controladores clássicos, para o modelo do robô manipulador rígido em contato com o meio são apresentadas no capítulo 4.

No capítulo 5 os controladores clássicos são utilizados para analisar o modelo do robô manipulador com flexibilidades nas juntas.

Finalmente, o capítulo 6 apresenta as principais conclusões obtidas e perspectivas para trabalhos futuros.

CAPÍTULO 2

MODELO MATEMÁTICO DO SISTEMA DO ROBÔ MANIPULADOR

2.1 INTRODUÇÃO

Um robô é, em geral, constituído por um sistema de locomoção (pernas, rodas) para mover-se no meio e por um sistema de manipulação para a operação de objetos (peças) no meio. É, então, importante distinguir entre as classes dos robôs móveis e dos robôs manipuladores.

Na sua forma simplificada, os robôs manipuladores, que constituem o objeto de estudo deste trabalho, são constituídos de uma base, de um braço, de um punho e do efetuator final, figura 2.1. A maioria dos robôs usados na atualidade são montados em uma base fixa ao chão. O braço do robô manipulador consiste de elos rígidos vinculados por meio de juntas, em uma cadeia cinemática aberta. O punho do robô manipulador está localizado na sua extremidade, onde encontra-se o efetuator final e, em geral, é onde se localiza os sensores de força.

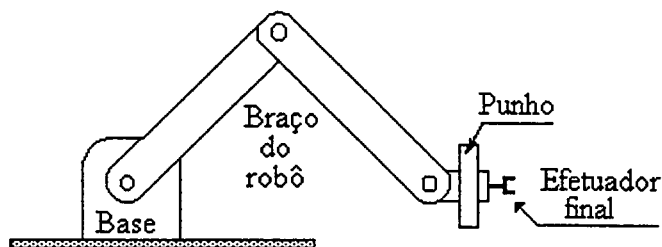


Figura 2.1 - Esquema simplificado de robô manipulador.

O movimento do manipulador é realizado por meio das juntas. Existem dois tipos de mecanismos de juntas usadas pelo manipulador, que são: a junta de revolução na qual o elo adjacente gira com respeito ao outro, em relação ao eixo da junta; e a junta prismática

na qual o elo adjacente translada linearmente em relação ao outro ao longo do eixo da junta. O número de juntas determina o número de graus de liberdade (GDL) do robô manipulador.

As juntas podem ser acionadas por três tipos de sistemas: hidráulico, elétrico e/ou pneumático. Os acionamentos hidráulico e elétrico são os dois tipos principais utilizados nos robôs mais sofisticados. O acionamento hidráulico é usualmente associado a grandes robôs. Ele tem como vantagem fornecer ao robô manipulador grande velocidade e potência. As suas desvantagens é que ele requer uma grande área e pode existir o problema de vazamento de óleo. O sistema de acionamento elétrico não fornece grandes velocidades e potências como o sistema hidráulico, mas a precisão e a repetibilidade dos robôs com acionamento elétrico são usualmente melhores. Conseqüentemente, robôs acionados desta forma tendem a ser mais compactos, requerendo menos espaço e realizam tarefas com maior precisão. O acionamento pneumático é, em geral, reservado para robôs pequenos, que possuem poucos graus de liberdade, e que, em geral, são menos precisos.

Os elos e as juntas são usualmente tão rígidos quanto possível para se obter uma alta precisão no posicionamento dos robôs, mas a maioria dos robôs industriais atuais apresentam flexibilidades. Existem duas fontes principais de flexibilidades mecânicas nos robôs manipuladores:

- devido aos elos;
- devido as juntas e as transmissões dos sistemas de acionamentos.

Resultados experimentais obtidos em [16] mostram que as flexibilidades do sistema das juntas são as mais importantes. Desta forma, na modelagem do robô manipulador são considerados os elos rígidos e as juntas com flexibilidades.

O termo efetuador final é usado para descrever a mão ou a ferramenta que está vinculada ao punho do robô. O braço e o punho do robô manipulador são usados preliminarmente para posicionar o efetuador final ou qualquer ferramenta a ele vinculado, para realizar a tarefa. A realização de uma tarefa genérica requer a execução de um movimento específico predeterminado pelo efetuador final do manipulador. Em certas tarefas realizadas por robôs manipuladores, por exemplo pintura spray, o movimento do efetuador final é livre, não existindo interações físicas entre o efetuador final e o meio. Nas tarefas do tipo manipulação de peças frágeis ou polimento de uma peça, é requerido que o efetuador final estabeleça um contato com o meio originando forças de interação entre eles.

O meio, definido como sendo a superfície onde as forças de interação originam-se, neste caso é simplesmente a peça.

A realização adequada de uma tarefa que exija contato ou interação com o meio requer um controle preciso em face das incertezas e das variações do seu meio. Uma forma de se obter tal controle, é através de sensores capazes de fornecer informações sobre as juntas e/ou o efetuador final. Desta forma, o sensor fornece as informações (posição e força) necessárias aos atuadores das juntas do manipulador para executar o movimento da trajetória desejada.

O controle do movimento do efetuador final demanda uma análise precisa das características das estruturas mecânicas, dos atuadores e dos sensores. O objetivo desta análise é a derivação de modelos matemáticos dos componentes dos robôs, que é o primeiro passo na forma clássica de controle.

No sentido de caracterizar a estrutura mecânica de um robô manipulador, é oportuno considerar as seguintes modelagens [4], [8], [33]:

- a modelagem cinemática de um manipulador está associada à descrição do seu movimento com respeito a um sistema de referência fixo, ignorando as forças e momentos que causam os movimentos das estruturas. O procedimento da modelagem consiste na determinação de um método geral, que descreve o movimento do efetuador final como uma função dos movimentos das juntas.
- a modelagem dinâmica de um manipulador visa a derivação da equação do movimento como uma função das forças e momentos atuando sobre o manipulador. A disponibilidade de um modelo dinâmico é muito útil para o projeto mecânico da estrutura, a escolha dos atuadores, a determinação das estratégias de controle e as simulações do movimento do manipulador. É interessante observar que a cinemática de um manipulador representa as bases de uma derivação geral de sua dinâmica.

O material deste capítulo é organizado como segue. Inicialmente, é realizada a modelagem cinemática dos robôs manipuladores em termos da cinemática direta e da cinemática inversa e o Jacobiano do manipulador é introduzido para descrever a cinemática diferencial. Então a modelagem dinâmica do robô manipulador, com e sem restrições, é apresentada, utilizando-se a formulação de Lagrange.

2.2 MODELAGEM CINEMÁTICA

No estudo da cinemática de robôs manipuladores, é adequado fazer a distinção entre a cinemática e cinemática diferencial. A primeira tem como interesse o estudo do mapeamento entre as posições, enquanto na segunda o estudo está voltado para o mapeamento entre as velocidades. Considerar-se, inicialmente, a cinemática direta do robô manipulador.

2.2.1 CINEMÁTICA DIRETA

Um robô manipulador consiste de uma cadeia cinemática de $n+1$ elos conectados através de n juntas. As juntas podem ser essencialmente de dois tipos: revolução e prismática; juntas complexas podem ser decompostas nestes dois tipos comuns. As juntas de revolução são, usualmente, preferidas em relação às juntas prismáticas do ponto de vista de seu tamanho compacto e de sua maior confiabilidade [42]. Um manipulador é, basicamente, uma série de corpos rígidos. A figura 2.2 mostra o modelo de um robô manipulador como uma série de elos rígidos com uma representação convencional de juntas prismáticas e de revolução. A maioria dos robôs manipuladores industriais e dos modelos utilizados para pesquisas são cadeias cinemáticas abertas ou de estrutura equivalente.

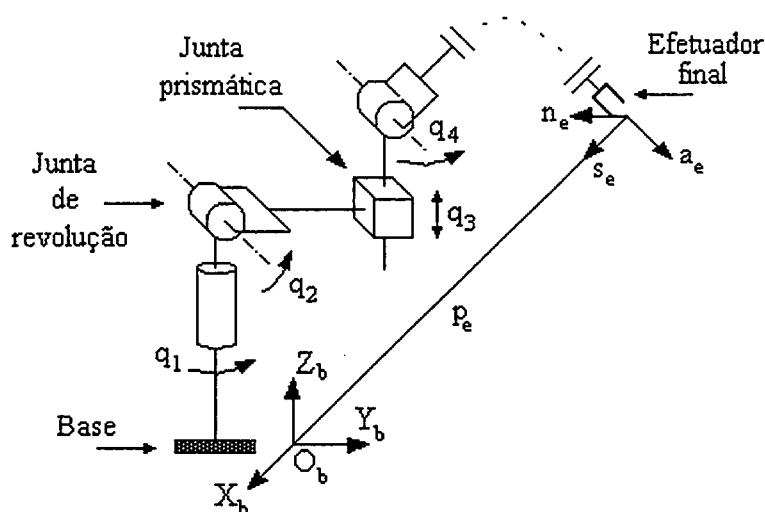


Figura 2.2 - Modelo geral de um robô manipulador.

A cinemática direta do manipulador consiste na determinação do mapeamento entre as variáveis de juntas e a posição e a orientação do efetuador final em relação à algum

sistema de referência. A equação da cinemática direta pode ser expressa em termos da matriz de transformação homogênea (4 x 4)

$$A(q) = \begin{bmatrix} R(q) & p(q) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

onde $q \in \mathcal{R}^{n \times 1}$ é o vetor das variáveis de junta, $p \in \mathcal{R}^{3 \times 1}$ é o vetor de posição do efetuador final e $R = [u_n \ u_s \ u_a] \in \mathcal{R}^{3 \times 3}$ é a matriz de rotação do sistema de coordenadas do efetuador final em relação ao sistema da base, ver figura 2.2. Note que a matriz R é ortonormal, isto é $R^T R = I$ e satisfaz a condição $\det(R) = +1$, e as suas colunas u_n , u_s e u_a são vetores unitários dos eixos X, Y e Z do sistema de efetuador final. Um procedimento efetivo para a obtenção da cinemática direta de um robô manipulador geral é baseado na representação de Denavit-Hartenberg ver [4], [32], [42].

2.2.2 CONFIGURAÇÃO NO ESPAÇO DE JUNTAS E NO ESPAÇO DA TAREFA

Para especificar uma tarefa é necessário estabelecer a posição e a orientação do efetuador final, que muitas vezes são funções do tempo.

A descrição da posição é procedimento fácil, mas a descrição da orientação através dos vetores unitários u_n , u_s e u_a é difícil, uma vez que as suas nove componentes devem satisfazer a condição de ortonormalidade. Este problema torna-se crítico quando se deseja descrever uma trajetória, como função do tempo, para a orientação. A ortogonalidade precisa ser verificada a cada instante do tempo, não sendo possível realizar qualquer interpolação entre a orientação inicial e a final.

O problema de descrever a orientação admite, no entanto, uma solução natural quando uma representação mínima é adotada. Neste caso, não há problema em estabelecer a trajetória de movimento para o conjunto de ângulos escolhidos para representar a orientação.

A posição e a orientação podem, então, ser representadas por um vetor ($m \times 1$)

$$x = \begin{bmatrix} p \\ \phi \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

onde p descreve a posição do efetuador final e ϕ descreve a sua orientação utilizando um conjunto de ângulos de Euler ou roll, pitch e yaw, entre outras representações. Observe

que, rigorosamente, x não é um vetor, pois ϕ não possui a propriedade da comutatividade [4], [42]. Isto significa que se a sequência de rotação dos ângulos das juntas for modificada, o efetuador final apresentará diferentes orientações.

O vetor x é definido no espaço no qual o manipulador opera; conseqüentemente, este espaço é tipicamente chamado de espaço operacional.

O espaço de juntas denota o espaço no qual o vetor $(n \times 1)$ das variáveis de juntas q é definido. Considerando a dependência da posição e da orientação das variáveis de juntas, pode-se escrever a equação da cinemática direta da seguinte forma

$$x = k(q) \quad (2.3)$$

onde $k: \mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R}^n$ é uma função de transformação diferenciável em q .

A notação do espaço de juntas e do espaço da tarefa permite naturalmente introduzir o conceito de *redundância cinemática*. Isto ocorre quando a dimensão do espaço da tarefa é menor do que a dimensão do espaço de juntas ($m < n$). A redundância é, de qualquer maneira, um conceito relativo à tarefa atribuída ao manipulador. Um manipulador pode ser redundante com respeito a uma tarefa e não ser em relação a outra, dependendo do número de variáveis do espaço da tarefa de interesse.

2.2.3 CINEMÁTICA INVERSA

A equação da cinemática direta, na forma (2.1) ou (2.3), estabelece uma relação funcional entre as variáveis de juntas e a posição e orientação do efetuador final. A cinemática inversa consiste na determinação das variáveis de juntas q correspondentes a uma dada posição p e orientação R do efetuador final. A solução deste problema é de fundamental importância na obtenção de um movimento no espaço de juntas, quando a especificação deste movimento é feita no espaço da tarefa.

No problema da cinemática direta, a localização (posição e orientação) do efetuador final é determinada de forma única para diversas configurações de juntas. Por outro lado, o problema da cinemática inversa é mais complexo porque podem existir múltiplas ou infinitas soluções para uma mesma localização do efetuador final. Além disso, as equações são não-lineares e nem sempre é possível achar soluções fechadas. Neste caso, pode-se empregar métodos numéricos para a obtenção dos deslocamentos das juntas. Para a existência das soluções a localização do efetuador final deve pertencer ao espaço de

trabalho do manipulador. Por outro lado, o problema de múltiplas soluções depende do número de graus de liberdade e, também, dos parâmetros de Denavit-Hartenberg; quanto maior for o número de parâmetros não-nulos, maior será o número de soluções possíveis [4].

2.2.4 CINEMÁTICA DIFERENCIAL

O mapeamento entre o vetor ($n \times 1$) de velocidades \dot{q} e o vetor (6×1) de velocidades do efetuador final v é estabelecido pela equação cinemática diferencial

$$v = \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \omega \end{bmatrix} = J(q)\dot{q} \quad (2.4)$$

onde $\dot{p} \in \mathcal{R}^{3 \times 1}$ é o vetor de velocidades lineares, $\omega \in \mathcal{R}^{3 \times 1}$ é o vetor de velocidades angulares, e $J(q)$ é a matriz ($6 \times n$) definida como o Jacobiano do robô manipulador, sendo que as três primeiras linhas estão associadas com a velocidade linear v e as três últimas correspondem a velocidade angular ω . Cada vetor coluna, por outro lado, representa as velocidades linear e angular geradas por cada junta correspondente, então pode-se escrever que

$$J(q) = \begin{bmatrix} j_{L1} & j_{L2} & \cdot & \cdot & \cdot & j_{Ln} \\ j_{A1} & j_{A2} & \cdot & \cdot & \cdot & j_{An} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_L(q) \\ J_A(q) \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

O cálculo do Jacobiano segue, usualmente, um procedimento geométrico baseado no cálculo da contribuição da velocidade de cada junta nas velocidades linear e angular do efetuador final. Por isso, esta matriz é chamada de Jacobiano geométrico do manipulador [42].

Se a localização do efetuador final é especificada em termos de um número mínimo de parâmetros, pode-se calcular as velocidades do efetuador final diferenciando-se a equação da cinemática direta, ou seja,

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \frac{\partial k(q)}{\partial q} \dot{q} \quad (2.6)$$

onde a matriz $J_a(q) = \frac{\partial k(q)}{\partial q}$ é chamada de Jacobiano analítico.

Se as velocidades angulares ω são calculadas a partir de $\dot{\phi}$ através de

$$\omega = T(\phi)\dot{\phi} \quad (2.7)$$

$T(\phi)$ é a matriz de transformação que depende do conjunto de parâmetros escolhidos para representar a orientação do efetuador final. Se este número de parâmetros é mínimo, então $T(\phi) \in \mathcal{R}^{n \times n}$, não-singular, uma matriz de transformação que depende das variáveis ϕ escolhidas para representar a orientação, então

$$v = \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & T(\phi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = T_a(\phi)\dot{x} \quad (2.8)$$

assim

$$v = J(q)\dot{q} = T_a(\phi)J_a(q)\dot{q} \quad (2.9)$$

e

$$J(q) = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & T(\phi) \end{bmatrix} J_a(q) = T_a(\phi)J_a(q) \quad (2.10)$$

Estes dois Jacobianos (analítico e geométrico) são diferentes, embora sejam coincidentes na relação das velocidades lineares, como visto na equação acima. Na utilização dos Jacobianos deve-se observar os seguintes aspectos: o Jacobiano geométrico é usado quando grandezas físicas são de interesse e o Jacobiano analítico é usado quando grandezas no espaço da tarefa são consideradas [42]. É sempre possível passar de um Jacobiano ao outro, exceto quando a matriz de transformação é singular; as orientações para as quais o rank de $T(\phi)$ é reduzido é definido como *configuração ou posição singular*. Isto significa que o robô manipulador perde instantaneamente um ou mais graus de liberdade [4], [6], [21], [32], [33], [42].

2.3 MODELAGEM DINÂMICA

Existem muitos métodos para se obter as equações dinâmicas de sistemas mecânicos. Todos os métodos geram um conjunto de equações equivalentes, mas as diferentes formas das equações podem ser melhor aproveitadas para análise ou para cálculo. Neste trabalho para o desenvolvimento dos modelos utiliza-se a formulação de Lagrange, por ser um método simples e sistemático. Neste método, o comportamento dos sistemas dinâmicos é descrito em termos dos conceitos de trabalho e energia, utilizando-se coordenadas generalizadas. As equações resultantes são, geralmente, compactas e fornecem uma expressão de forma fechada em termos dos torques e dos deslocamentos das juntas.

2.3.1 DINÂMICA DO SISTEMA SEM RESTRIÇÕES

No método de Lagrange, as variáveis de juntas $q = [\dot{q}_1, \dots, q_n]^T$, servem como um conjunto de coordenadas generalizadas. A função Lagrangeana L é definida como a diferença entre a energia cinética e a energia potencial do sistema,

$$L(q, \dot{q}) = K(q, \dot{q}) - U(q) \quad (2.11)$$

onde K é a energia cinética e U é a energia potencial do sistema em coordenadas generalizadas.

A equação do movimento de um manipulador é descrita pela equação de Lagrange [32],

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = \tau_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (2.12)$$

onde τ_i representa as forças generalizadas de entrada para a junta i ; um torque para a junta de revolução e uma força para a junta prismática. Tipicamente as forças generalizadas são referidas como torque, desde que a maioria das juntas são de revolução.

Inicialmente, para o cálculo da energia cinética do manipulador com n juntas, é considerado apenas um elo isolado i do robô manipulador, onde \dot{p}_{ci} é o vetor de velocidade

linear e ω_i é o vetor de velocidade angular do centróide com referência ao sistema de coordenadas da base, o qual é um sistema inercial, figura 2.3.

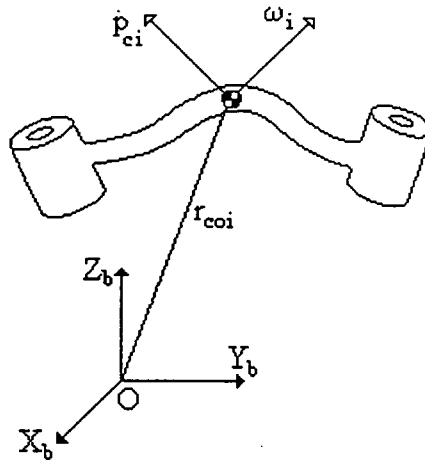


Figura 2.3 - Sistema do elo i.

A energia cinética do elo i é dada por [23]

$$K_i = \frac{1}{2} m_i \dot{p}_{ci}^T \dot{p}_{ci} + \frac{1}{2} \omega_i^T I_i \omega_i \quad (2.13)$$

onde m_i é a massa e I_i é o tensor de inércia (3 x 3) do elo i, com respeito a origem do sistema da base. O primeiro termo em (2.13) representa a energia cinética resultante da translação do centróide, enquanto o segundo representa a energia cinética devido a rotação do elo sobre o centróide. A energia cinética total K do robô manipulador é a soma de todas as energias cinéticas individuais de cada elo assim,

$$K = \sum_{i=1}^n K_i \quad (2.14)$$

Da equação (2.4), verifica-se que as velocidades linear e angular, de qualquer elo, podem ser calculadas através do Jacobiano e das derivadas das juntas. Desde que as variáveis de juntas são, de fato, um conjunto de coordenadas generalizadas, a expressão de energia cinética pode ser escrita em termos de um conjunto de variáveis independentes:

$$\begin{aligned}\dot{p}_{ci} &= J_L^i(q)\dot{q} \\ \omega_i &= J_A^i(q)\dot{q}\end{aligned}\tag{2.15}$$

Substituindo (2.15) e (2.13) em (2.14), obtém-se

$$K = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left(m_i \dot{q}^T J_L^{(i)T} J_L^{(i)} \dot{q} + \dot{q}^T J_A^{(i)T} I_i J_A^{(i)} \dot{q} \right)\tag{2.16}$$

A energia cinética do manipulador pode ser escrita na forma quadrática das velocidades de juntas como,

$$K = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n h_{ij}(q) \dot{q}_i \dot{q}_j = \frac{1}{2} \dot{q}^T H(q) \dot{q}\tag{2.17}$$

onde a matriz $H(q)$ ($n \times n$) é dada por

$$H(q) = \sum_{i=1}^n \left(m_i J_L^{(i)T} J_L^{(i)} + J_A^{(i)T} I_i J_A^{(i)} \right)\tag{2.18}$$

Para completar a formulação de Lagrange deve-se ainda calcular a energia potencial U do manipulador. No caso de robôs manipuladores com elos rígidos, a única fonte de energia potencial é devido à gravidade. A energia potencial, também, é a soma das contribuições das energias armazenadas em cada elo,

$$U = \sum_{i=1}^n U_i\tag{2.19}$$

Se o elo i tem uma massa m_i e um centro de gravidade r_{oci} expresso em relação as coordenadas da base, então a energia potencial armazenada no braço é,

$$U = \sum_{i=1}^n m_i g^T r_{oci}\tag{2.20}$$

onde g é o vetor (3 x 1) que representa a aceleração da gravidade com referência ao sistema de coordenadas da base. O vetor de posição do centróide é dependente da configuração do manipulador e, conseqüentemente, a energia potencial depende somente das variáveis de juntas q .

Tendo obtido as expressões das energias cinética e potencial a equação de Lagrange pode ser derivada como segue,

$$L(q, \dot{q}) = \frac{1}{2} \dot{q}^T H(q) \dot{q} - U(q) \quad (2.21)$$

sendo que

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} &= \frac{\partial K}{\partial \dot{q}} = H(q) \dot{q} \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} &= H(q) \ddot{q} + \dot{H}(q) \dot{q} \\ \frac{\partial L}{\partial q} &= \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial q} [\dot{q}^T H(q) \dot{q}] + \frac{\partial U(q)}{\partial q} \end{aligned} \quad (2.22)$$

Portanto, das equações acima, pode-se escrever que,

$$H(q) \ddot{q} + \dot{H}(q) \dot{q} - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial q} [\dot{q}^T H(q) \dot{q}] + \frac{\partial U(q)}{\partial q} = \tau \quad (2.23)$$

Definindo-se

$$C(q, \dot{q}) \dot{q} = \dot{H}(q) \dot{q} + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial q} [\dot{q}^T H(q) \dot{q}] \quad (2.24)$$

e

$$G(q) = \frac{\partial U(q)}{\partial q} \quad (2.25)$$

pode-se escrever, finalmente, a equação dinâmica para o manipulador como,

$$H(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \tau \quad (2.26)$$

onde q é o vetor ($n \times 1$) das coordenadas generalizadas de juntas, $H(q)$ é a matriz de inércia ($n \times n$), $C(q, \dot{q})\dot{q}$ é o vetor ($n \times 1$) de forças e momentos centrífugos e de Coriolis, $G(q)$ é o vetor ($n \times 1$) de forças gravitacionais e τ é o vetor ($n \times 1$) dos torques de controle das juntas.

A equação da dinâmica dado em (2.26) possui um número de propriedades importantes que facilitam a análise e o controle dos robôs manipuladores, [23], [32], [42]. Ainda que não sejam utilizadas neste trabalho, as seguintes propriedades podem ser consideradas como entre as mais relevantes e são, em geral, utilizadas na análise e síntese de controladores e por isso são apresentadas a seguir.

1. A matriz de inércia é simétrica e positiva definida, e existem escalares positivos $\mu_1(q)$ e $\mu_2(q)$ tal que

$$\mu_1(q)I \leq H(q) \leq \mu_2(q)I \quad (2.27)$$

2. A matriz $W(q, \dot{q}) = \dot{H}(q) - 2C(q, \dot{q})$ é anti-simétrica. Esta propriedade é facilmente mostrada pelo cálculo direto. O componente (i, j) da matriz $\dot{H}(q)$ é dado pela regra da cadeia como,

$$\dot{h}_{ij} = \sum \frac{\partial h_{ij}}{\partial q_i} \dot{q}_i \quad (2.28)$$

e o elemento (i, j) da matriz $C(q, \dot{q})$ é dado por

$$C_{ij}(q, \dot{q}) = \sum_{k=1}^n \Gamma_{ijk} \dot{q}_k = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \left\{ \frac{\partial H_{ij}}{\partial q_{ik}} + \frac{\partial H_{ik}}{\partial q_j} - \frac{\partial H_{jk}}{\partial q_i} \right\} \dot{q}_k \quad (2.29)$$

onde

$$\Gamma_{ijk} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \left\{ \frac{\partial H_{ij}}{\partial q_{ik}} + \frac{\partial H_{ik}}{\partial q_j} - \frac{\partial H_{jk}}{\partial q_i} \right\} \quad (2.30)$$

é conhecido como *símbolos de Christoffel de primeiro tipo*. Portanto, o elemento (i j) da matriz $W(q, \dot{q})$ é dado por

$$w_{ij} = \dot{h}_{ij} - 2c_{ij} = \sum_{k=1}^n \left[\frac{\partial H_{ij}}{\partial q_k} - \left\{ \frac{\partial H_{ij}}{\partial q_k} + \frac{\partial H_{ik}}{\partial q_j} - \frac{\partial H_{jk}}{\partial q_i} \right\} \dot{q}_k \right] = \sum_{k=1}^n \left[\frac{\partial H_{ik}}{\partial q_j} - \frac{\partial H_{jk}}{\partial q_i} \right] \dot{q}_k \quad (2.31)$$

A anti-simetria da matriz $W(q, \dot{q})$ é acompanhada da simetria da matriz $H(q)$. A propriedade da anti-simetria, ou seja dada uma matriz M , então $M^T = -M$, está relacionada com a *propriedade da passividade*. A propriedade de um robô manipulador ser estritamente passivo, conforme mostrado por [33] e outros autores, é essencial na síntese de controladores adaptativos.

3. O mapeamento $\tau \rightarrow \dot{q}$ é passivo [32]; isto é, existe um $\beta \geq 0$ tal que

$$\int_0^t \dot{q}^T(u) \tau(u) du \geq -\beta \quad (2.32)$$

Para mostrar esta propriedade, a matriz E deve ser a energia total do sistema

$$E = \frac{1}{2} \dot{q}^T H(q) \dot{q} + U(q) \quad (2.33)$$

Então a derivada da energia total em relação ao tempo, \dot{E} , satisfaz,

$$\dot{E} = \frac{1}{2} \dot{q}^T \dot{H}(q) \dot{q} + \dot{q}^T [H(q) \ddot{q} + G(q)] \quad (2.34)$$

desde que $G(q)^T$ é o gradiente de $U(q)$. Substituindo a equação da dinâmica de Lagrange (2.26) em (2.34) obtém-se,

$$\dot{E} = \dot{q}^T \tau + \frac{1}{2} \dot{q}^T [\dot{H}(q) - 2C(q, \dot{q})] \dot{q} = \dot{q}^T \tau \quad (2.35)$$

pela anti-simetria da matriz $W(q, \dot{q})$. Integrando-se a equação (2.35) em relação ao tempo tem-se que,

$$\int_0^t \dot{q}^T(u) \tau(u) du = E(t) - E(0) \geq -E(0) \quad (2.36)$$

desde que a energia total $E(t)$ não seja nula e a passividade segue com $\beta = E(0)$.

4. A equação da dinâmica de Lagrange dada em (2.26) é linear nos parâmetros [8]. Em outras palavras, existe um vetor de constantes $\theta \in \mathcal{R}^{n \times 1}$ e uma função $Y(q, \dot{q}, \ddot{q}) \in \mathcal{R}^{n \times p}$ tal que

$$H(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = Y(q, \dot{q}, \ddot{q}) \theta = \tau \quad (2.37)$$

onde θ é um vetor de parâmetros que depende das massas dos elos, dos momentos de inércia e dos coeficientes de atrito viscoso do robô manipulador e a função $Y(q, \dot{q}, \ddot{q})$ é chamada de *regressora*, que depende dos deslocamentos, das velocidades e das acelerações de juntas. Esta matriz pode ser calculada para qualquer robô manipulador e assim ser conhecida diretamente.

2.3.2 DINÂMICA NO ESPAÇO DA TAREFA

No item anterior, as variáveis de juntas q foram utilizadas como um conjunto de coordenadas generalizadas para descrever a equação dinâmica de Lagrange. Uma vantagem da formulação de Lagrange é que qualquer conjunto de coordenadas generalizadas pode ser empregado para descrever a dinâmica do sistema e, além disso, as transformações de coordenadas, do espaço de juntas para um outro qualquer, é realizada de uma forma simples e sistemática.

Uma vez que a maioria das tarefas desempenhadas por robôs manipuladores são descritas no espaço da tarefa (espaço cartesiano) ao invés do espaço de juntas, um procedimento natural é descrever a dinâmica do sistema neste sistema de coordenadas.

Desde que a localização do efetuador final foi dada através de uma representação mínima

$$x = \begin{bmatrix} p \\ \phi \end{bmatrix} = k(q) \quad (2.38)$$

sendo que x pode assumir qualquer variável de interesse [23], o novo sistema de coordenadas a ser considerado é o espaço Cartesiano ou, simplesmente, espaço da tarefa.

Derivando-se duas vezes (2.38) obtém-se as seguintes relações

$$\dot{x} = J_a(q)\dot{q} \quad e \quad \ddot{x} = J_a(q)\ddot{q} + \dot{J}_a(q)\dot{q} \quad (2.39)$$

$$\text{com } J_a(q) = \frac{\partial k(q)}{\partial q}$$

Desta forma tem-se que

$$\dot{q} = J_a^{-1}(q)\dot{x} \quad e \quad \ddot{q} = J_a^{-1}(q)\ddot{x} + \frac{d}{dt}(J_a^{-1}(q))\dot{x} \quad (2.40)$$

substituindo as relações dadas por (2.40) na equação da dinâmica do robô manipulador (2.26) e pré-multiplicando por $J_a^{-T}(q) := (J_a^{-1}(q))^T$, obtém-se

$$J_a^{-T}H(q)J_a^{-1}\ddot{x} + \left[J_a^{-T}C(q,\dot{q})J_a^{-1} + J_a^{-T}H(q)\frac{d}{dt}(J_a^{-1}) \right] \dot{x} + J_a^{-T}G(q) = J_a^{-T}\tau \quad (2.41)$$

Definindo-se

$$\begin{aligned} \bar{H}(q) &= J_a^{-T}H(q)J_a^{-1} \\ \bar{C}(q,\dot{q}) &= \left[J_a^{-T}C(q,\dot{q})J_a^{-1} + J_a^{-T}H(q)\frac{d}{dt}(J_a^{-1}) \right] \\ \bar{G}(q) &= J_a^{-T}g(q) \\ F &= J_a^{-T}\tau \end{aligned} \quad (2.42)$$

pode-se reescrever a equação (2.41) como

$$\bar{H}(q)\ddot{x} + \bar{C}(q,\dot{q})\dot{x} + \bar{G}(q) = F \quad (2.43)$$

que representa a equação dinâmica do manipulador no espaço da tarefa.

Observa-se que \bar{H} , \bar{C} e \bar{G} são dependentes de q e \dot{q} , assim a dinâmica no espaço cartesiano não é completamente dada em função de x , \dot{x} e \ddot{x} . Mas, como, o mapeamento $\dot{q} = J(q)^{-1} \dot{x}$ é inversível, é possível eliminar q e \dot{q} da equação (2.43) e assim \bar{H} , \bar{C} e \bar{G} podem ser definidas pelas variáveis do espaço da tarefa [23].

2.3.3 DINÂMICA DO SISTEMA COM RESTRIÇÕES

Em muitas tarefas realizadas por robô manipulador envolve a interação entre o efetuador final e o meio. Em geral, o efetuador final é requerido “acompanhar” uma superfície, de maneira estável, enquanto aplica forças ou torques predeterminados.

Quando o robô manipulador estabelece o contato com o meio, os graus de liberdade do manipulador são reduzidos porque o efetuador final não pode se mover através do meio; portanto um ou mais graus de liberdade são perdidos, no sentido da posição. Nesta situação, forças de interação surgem entre o meio e o robô manipulador.

Considerando que o contato que o robô estabelece com o meio seja contínuo, ou seja não há perda de contato, uma “formulação restrita” é mais conveniente para descrever a dinâmica do sistema. A existência de contato constitui uma perda de graus de liberdade pois o movimento do manipulador fica impossibilitado nas direções onde há restrições. Isto pode ser usado para reduzir a dimensão das equações do sistema, conforme tem sido estudado por alguns autores [26], [27].

Inicialmente, é assumido que o robô manipulador está sujeito a uma restrição holonômica, imposta pelo meio, expressa diretamente no espaço de juntas $q = [q_1, \dots, q_n]^T$

$$\psi(q) = 0, \quad \psi: \mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R}^m, \quad m < n \quad (2.44)$$

A equação (2.44), também conhecida como restrições geométricas, representa o conjunto de restrições que impedem o livre posicionamento do efetuador final em algumas direções.

Nota-se que a dimensão da função de restrição é menor do que o número de variáveis de juntas. No caso de um problema específico, a função $\psi(q)$ é obtida da cinemática do robô manipulador e da geometria do meio [42].

Esta restrição não-linear é a representação equivalente de uma superfície cartesiana rígida e sem atrito, na qual o efetuador final do manipulador mantém o contato.

É assumido que o vetor restrição (2.44) é duas vezes diferenciável e que suas componentes são linearmente independentes. Diferenciando (2.44) obtém-se então,

$$\frac{\partial \psi}{\partial q} \dot{q} = J_{\psi}(q) \dot{q} = 0 \quad (2.45)$$

onde $J_{\psi}(q) = \frac{\partial \psi}{\partial q}$

e

$$J_{\psi}(q) \ddot{q} + \dot{J}_{\psi}(q) \dot{q} = 0 \quad (2.46)$$

A condição assumida implica que o rank de $J_{\psi}(q)$ será igual ao número m de suas linhas, globalmente para q ou pelo menos localmente na vizinhança do ponto de operação.

Utilizando o procedimento apresentado em [42], a dinâmica do manipulador sujeita a (2.44) é escrita como

$$H(q) \ddot{q} + C(q, \dot{q}) \dot{q} + G(q) = \tau - u_f \quad (2.47)$$

onde o vetor u_f ($n \times 1$) representa os torques decorrentes da interação do efetuador final com o meio. Na verdade, u_f aparece devido a presença das restrições e pode ser expresso em termos do vetor ($m \times 1$) dos multiplicadores de Lagrange λ , então

$$u_f = J_{\psi}^T(\lambda) \lambda \quad (2.48)$$

Esta caracterização das forças de restrição associadas com (2.44) segue o *princípio do trabalho virtual*, [4], [26], [27], [42].

Os multiplicadores de força λ podem ser eliminados pela solução de (2.47) para \ddot{q} e substituindo em (2.46) obtém-se,

$$\lambda = (J_{\psi}(q)H^{-1}(q)J_{\psi}^T(q))^{-1} \cdot (J_{\psi}(q)H^{-1}(q)(C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) - \tau) - \dot{J}_{\psi}^T(q)\dot{q}) \quad (2.49)$$

da qual segue que o valor dos multiplicadores instantaneamente dependem, também, do torque de entrada aplicado τ .

2.4 CONCLUSÕES

Neste capítulo foram apresentados alguns conceitos básicos da modelagem cinemática e dinâmica dos robôs manipuladores.

Foi descrita sucintamente a modelagem cinemática do robô manipulador com n juntas baseada na representação de Denavit-Hartenberg, definindo-se a cinemática no espaço de juntas e no espaço da tarefa. Foram comentados os problemas da cinemática inversa e, também, foi desenvolvida a cinemática diferencial utilizando-se o conceito do Jacobiano do manipulador.

Foi desenvolvido a equação da dinâmica do movimento do robô manipulador para as tarefas nas quais os robôs manipuladores não interagem com o meio, isto é, sistemas sem restrições, utilizando-se a formulação de Lagrange (energia cinética e potencial). Com base no princípio do trabalho virtual, esta formulação foi estendida para as tarefas em que o efetuador final do manipulador mantém um contato contínuo com o meio e, assim, obteve-se uma equação dinâmica para sistemas com restrições. Com esta formulação pôde ser constatado que o torque original, quando o robô está manipulando em um meio sem restrições, é modificado devido aos torques decorrentes da interação do efetuador final com o meio.

CAPÍTULO 3

ANÁLISES DE SENSIBILIDADE DO SISTEMA DO ROBÔ

3.1 INTRODUÇÃO

Em muitas tarefas realizadas por robôs manipuladores é necessário que ele estabeleça um contato com o meio. Deste contato originam-se forças de reação, entre o meio e o efetuator final, que devem ser controladas para que o meio e o próprio manipulador não sofram danos. Estas forças de interação são medidas por um sensor de força, cuja saída é realimentada ao controlador para modificar o desempenho do sistema. Entretanto, na maioria dos sistemas em malha fechada tem surgido problemas de estabilidade. Muitos pesquisadores têm apontadas como causas de instabilidade, as seguintes fontes [1], [9], [11], [13], [20]:

- dinâmica do sensor;
- dinâmica do meio;
- flexibilidade do manipulador;
- amostragem digital;
- saturação do controle;
- forças de impacto no contato com o meio;
- folga nas engrenagens da transmissão do movimento do atuador até o elo;
- efeitos das não-linearidades (atrito nas juntas).

De fato, muitas destas causas podem levar o sistema à instabilidade, mas dependendo da configuração do robô ou da tarefa algumas delas podem ter maior influência do que as outras. Neste trabalho, para a análise da estabilidade considera-se: a dinâmica do sensor e do meio, a rigidez do meio e a flexibilidade do manipulador. Dentre todos os parâmetros

do robô, a dinâmica do sensor, a rigidez do meio e a flexibilidade nas articulações mostraram ser as mais relevantes, quando variam, na deterioração da resposta do sistema.

Neste capítulo são desenvolvidos os modelos do sistema do robô manipulador, o qual serve como planta a ser controlada. Nestes modelos, considera-se que o efetuator final está sempre em contato com o meio. Quando o contato é perdido o sistema do robô tem um comportamento instável, produzindo uma resposta indesejada. Desta forma, considera-se que para a realização da tarefa o manipulador mantém um contato contínuo com meio. Nos modelos, dois tipos principais de manipuladores são considerados: robôs com acionamentos diretos (direct drive), isto é, robôs rígidos [38], [43], e robôs com flexibilidades nas juntas, [11], [13], [43].

Para o controle de um robô manipulador é necessário o conhecimento dos parâmetros dinâmicos. As simplificações introduzidas para a obtenção destes parâmetros fazem com que os modelos apresentem imprecisões. Desta forma, será feita uma análise de sensibilidade dos modelos dinâmicos do sistema do robô manipulador, para verificar a importância e extensão da influência destas variações no comportamento de resposta do sistema.

Este capítulo é organizado como segue. Inicialmente, na seção 3.2 é feita a linearização e o desacoplamento da equação dinâmica do robô manipulador. Em seguida, na seção 3.3 os componentes do sistema são analisados separadamente. Os modelos onde estes componentes interagem são desenvolvidos na seção 3.4. As análises de sensibilidade dos modelos do sistema do robô manipulador são realizadas na seção 3.5.

3.2 LINEARIZAÇÃO E DESACOPLAMENTO

O modelo matemático de um robô manipulador é representado por equações dinâmicas não-lineares e fortemente acopladas. O movimento de uma junta afeta o movimento de outras juntas subsequentes e, além disso, as forças de interação, em geral não-linear, causam erros de posição. Desta forma a ação de um atuador deve estar coordenado com a ação dos outros atuadores para que o robô possa realizar o movimento necessário para a execução da tarefa.

Várias estratégias têm sido consideradas para o controle de robô manipulador. O problema de controle fica bastante facilitado quando se utiliza o controle linearizante (torque computado), porque a equação dinâmica torna-se muito simplificada como mostrado a seguir.

No capítulo anterior foi visto que a equação dinâmica do robô manipulador com n graus de liberdade, em contato com o meio, é expressa por (2.47):

$$H(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \tau - u_f \quad (3.1)$$

onde q , \dot{q} e \ddot{q} são os vetores de posição, velocidade e aceleração de juntas, respectivamente, $H(q)$ é a matriz de inércia, $C(q, \dot{q})\dot{q}$ é o vetor de forças e momentos centrífugos e de Coriolis, $G(q)$ é o vetor de forças e momentos gravitacionais, τ é o vetor de forças e momentos nas juntas, $J^T(q)$ é a matriz transposta do Jacobiano e u_f é o vetor de forças e torques decorrentes da interação do efetuador final com o meio.

O Jacobiano $J(q)$ representa o mapeamento entre as coordenadas de junta q e as coordenadas do sistema operacional, em geral, fixo na base do robô. No sistema operacional a posição e a orientação do efetuador final são definidos através do vetor $x = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_6]^T$ [42].

Seja $h: q \rightarrow x$ um mapeamento entre as coordenadas das juntas e as coordenadas do sistema operacional. O Jacobiano $J(q)$ é definido como $J(q) = \frac{\partial h}{\partial q}$ e a relação entre as velocidades das juntas e do efetuador final é dada por:

$$\dot{x} = J(q)\dot{q} \quad (3.2)$$

Derivando a equação (3.2) com relação ao tempo resulta:

$$\ddot{x} = \dot{J}(q)\dot{q} + J(q)\ddot{q}$$

e a aceleração nas juntas pode ser obtida por:

$$\ddot{q} = J^{-1}(q)\ddot{x} + \dot{J}^{-1}(q)\dot{J}(q)\dot{q} \quad (3.3)$$

Substituindo (3.3) na equação (3.1) tem-se:

$$H(q)J^{-1}(q)[\ddot{x} - \dot{J}(q)\dot{q}] + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \tau - u_f \quad (3.4)$$

Utilizando a técnica do torque calculado, define-se τ como:

$$\tau = H(q)J^{-1}(q)[\ddot{a} - J^T(q)\dot{q}] + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + u_f \quad (3.5)$$

onde a é um vetor utilizado para definir diferentes estratégias de controle. Com esta realimentação linearizante obtém-se o seguinte sistema em malha fechada

$$\ddot{x} = a \quad (3.6)$$

Apenas para efeito de análise, a utilização deste controle linearizante permite considerar cada grau de liberdade do manipulador independentemente [23].

3.3 MODELAGEM DOS COMPONENTES DO SISTEMA DO ROBÔ MANIPULADOR

Quando o manipulador está em contato com o meio, a descrição completa da dinâmica inclui a dinâmica do meio e das forças de interação que surgem deste contato. A modelagem de todos estes efeitos produz um modelo dinâmico mais complicado. Assim, para a modelagem do sistema do robô manipulador, considera-se apenas os efeitos dinâmicos dominantes. Deve-se ter em mente, no entanto, que os controladores devem ser robustos em relação às dinâmicas desprezadas.

Durante o contato os sistemas dinâmicos da estrutura do robô, do sensor e do meio estão acoplados. Então, as dinâmicas destes componentes é que são consideradas para o desenvolvimento de uma série de modelos com parâmetros concentrados.

3.3.1 O ROBÔ MANIPULADOR

O modelo de análise mais básico de um robô manipulador rígido com um grau de liberdade é um modelo do tipo massa-amortecedor. A figura 3.1 mostra o modelo de análise do robô representado por um sistema mecânico de segunda ordem. A massa m representa a inércia efetiva total do manipulador naquele grau de liberdade sendo, portanto, dependente da configuração do robô manipulador. A constante c representa o amortecimento viscoso ou que pode ser incluído ativamente através do controlador. Finalmente, a força f

(sinal de entrada) está associada ao atuador e a variável x (sinal de saída) representa o deslocamento do robô manipulador.

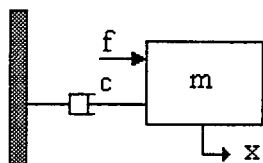


Figura 3.1: Modelo de análise para o robô rígido.

A equação diferencial que descreve o deslocamento do efetuador final com relação à força aplicada é dada por:

$$f = m\ddot{x} + c\dot{x} \quad (3.7)$$

Supondo-se as condições iniciais nulas e aplicando-se a transformada de Laplace na equação (3.7) obtém-se a seguinte função de transferência:

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms^2 + cs} \quad (3.8)$$

onde s é a variável de Laplace. Nota-se que a equação que representa o robô rígido apresenta dois pólos reais e sendo que um deles encontra-se na origem do plano complexo. Além disso, quando o amortecimento é muito pequeno o outro pólo se aproxima da origem, também.

Quando uma força é aplicada ao efetuador final, o robô pode defletir por uma quantidade que depende da sua rigidez e da força aplicada. Existem várias fontes que produzem a deflexão do manipulador. As principais flexibilidades, consideradas aqui, podem ser devido às transmissões ou aos elos. Contudo, na maioria dos robôs industriais atualmente, a mais importante, em termos de estabilidade e de desempenho, é aquela que ocorre nas transmissões do robô, também conhecida como dinâmica das transmissões [13], [43]. Desta forma, o modelo do robô manipulador pode ter a sua complexidade aumentada se

estas flexibilidades (dinâmicas de ordem superior) forem incluídas ao modelo dinâmico. A figura 3.2 mostra o esquema de uma junta com flexibilidade.

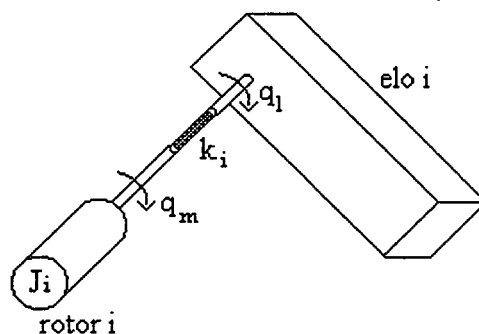


Figura 3.2 - Modelo de flexibilidade na junta.

A figura 3.3 mostra o modelo de análise para um robô manipulador com flexibilidades. Neste caso, a massa total do robô manipulador é subdividida em duas parcelas: a primeira delas, de massa m_1 , refere-se à massa do rotor do atuador e a segunda, de massa m_2 , corresponde à massa do elo, desconsiderando-se o rotor e, ainda, podendo ser incluída a massa de uma ferramenta acoplada ao efetuador final. O amortecimento viscoso do atuador passa a ser representado pelo parâmetro c_1 . A flexibilidade das transmissões é representada pelos parâmetros de amortecimento viscoso c_2 e de rigidez estrutural k_2 . As variáveis de saída x_1 e x_2 representam o deslocamento do eixo do atuador e do efetuador final, respectivamente.

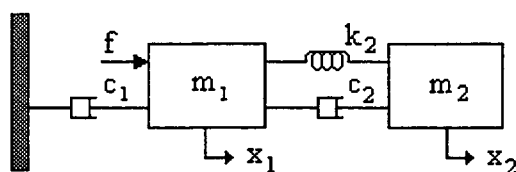


Figura 3.3: Modelo de análise para o robô com flexibilidade.

O sistema de equações que descreve a dinâmica do modelo é:

$$\begin{aligned} f &= m_1 \ddot{x}_1 + c_1 \dot{x}_1 + c_2 (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + k_2 (x_1 - x_2) \\ 0 &= m_2 \ddot{x}_2 + c_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + k_2 (x_2 - x_1) \end{aligned} \quad (3.9)$$

A introdução das flexibilidades das transmissões no modelo de análise para o robô rígido faz com que o modelo seja representado por um sistema de quarta ordem, podendo-se associar as funções de transferência seguintes:

$$\begin{aligned} \frac{X_1(s)}{F(s)} &= \frac{m_2 s^2 + c_2 s + k_2}{[m_1 s^2 + (c_1 + c_2)s + k_2][m_2 s^2 + c_2 s + k_2] - [c_2 s + k_2]^2} \\ \frac{X_2(s)}{F(s)} &= \frac{c_2 s + k_2}{[m_1 s^2 + (c_1 + c_2)s + k_2][m_2 s^2 + c_2 s + k_2] - [c_2 s + k_2]^2} \end{aligned} \quad (3.10)$$

A diferença entre estas duas funções de transferência é que, para $X_1(s)$ existem dois zeros e enquanto para $X_2(s)$ existe um único zero de malha aberta e, além disso, as equações apresentam a mesma equação característica.

Um problema que pode surgir com a introdução das flexibilidades das transmissões no modelo, modificando o seu comportamento dinâmico, é o efeito da não-colocação dos componentes ou modos dinâmicos não-colocados [9], [11]. Isto se deve ao fato de que o sensor e o atuador estão localizados fisicamente em pontos diferentes, ou seja, a atuação é exercida num dado ponto do robô e o sensor realiza as medidas em outro ponto físico, entre estes dois pontos existe a articulação que representa as flexibilidade, conforme está mostrado na figura 3.4.

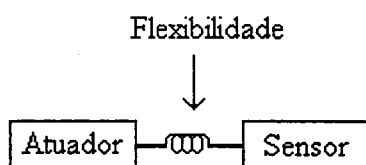


Figura 3.4 - Representação do efeito da não-colocação.

3.3.2 O MEIO

Uma vez que os modelos dos robôs manipuladores foram introduzidos, o próximo passo é discutir os modelos do meio. Isto é importante para que possam ser analisados os casos em que o robô e o meio interagem. Muitos autores não têm feito nenhuma hipótese

sobre a estrutura dinâmica do meio, mas somente que as interações entre o robô manipulador e o meio produzem forças que podem ser medidas [18]. Outros autores que trabalham, usualmente, com sistemas ou sensores flexíveis têm modelado o meio como uma parede rígida [13], [14]. Outros ainda, têm reconhecido que o meio possui alguma flexibilidade (dinâmica) e, portanto, o tem modelado como uma rigidez (mola) simples [30], [41]. Finalmente, outros autores consideram o meio como um sistema de segunda ordem completo [11], [12], [35], [43].

Neste trabalho o meio é considerado de duas formas: meio rígido, isto é, sem dinâmica, e meio flexível, representado por um sistema de segunda ordem, conforme está apresentado na figura 3.5,

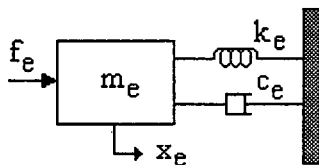


Figura 3.5: Modelo de análise para o meio flexível.

onde m_e é a massa, c_e é o amortecimento, k_e é a rigidez do meio, x_e mede o seu deslocamento e f_e é a força que o efetuator final exerce sobre o meio.

A equação dinâmica do movimento que descreve o modelo é:

$$f_e = m_e \ddot{x}_e + c_e \dot{x}_e + k_e x_e \quad (3.11)$$

e a função de transferência deste modelo é:

$$\frac{X_e(s)}{F_e(s)} = \frac{1}{m_e s^2 + c_e s + k_e} \quad (3.12)$$

A função de transferência que descreve o meio mostra que ele apresenta dois pólos e que se $c_e \rightarrow 0$, então o sistema representa um meio completamente elástico fazendo com que os pólos estejam localizados sobre o eixo imaginário.

3.3.3 O SENSOR

Os sensores de força em um robô podem estar localizados nas juntas (atuador) ou podem estar localizados no próprio meio ou, simplesmente, no efetuator final do manipulador, o que em geral é o mais utilizado. Dependendo da localização do sensor, a determinação da força de interação pode requerer uma transformação geométrica, bem como, o cálculo dos efeitos da aceleração se o manipulador está em movimento [4]. Além disso, as medidas de força são, geralmente, muito ruidosas devido principalmente ao atrito e outras imperfeições no mecanismo de transmissão.

Basicamente os sensores podem ser de três tipos: sensor de força do punho, sensor de torque das juntas e táctil ou sensor de tato. O sensor de força do punho consiste, geralmente, de uma faixa de medidas de força, que pode projetar as componentes do vetor de força/torque nos eixos do sistema de coordenadas do sensor [4], [23]. No caso do sensor de torque das juntas as medidas de forças estão localizadas nas hastes dos atuadores. Para robôs manipuladores acionados por motores elétricos pode-se utilizar a corrente do motor como medida de torque. O sensor de mão está localizado, em geral, nas garras do robô manipulador e é utilizado, também, para fazer o reconhecimento das formas da peça (objeto) da tarefa.

As características de sensor de força, em geral, podem ser modeladas por meio de um sistema de segunda ordem com massa, amortecedor e mola, sendo que a força que ele pode realmente medir é aquela devido ao deslocamento de sua mola. A figura 3.6 mostra um modelo de segunda ordem para o sensor, mas a massa do sensor em relação à massa do robô é muito pequena. Desta forma, para efeito de modelagem, a sua massa pode ser incluída juntamente com a massa do robô ou, ainda, pode ser simplesmente desprezada. Com isso, na modelagem do sistema do robô manipulador a dinâmica do sensor é representada por uma rigidez k_s e por um amortecimento c_s , isto é, por um modelo de primeira ordem.

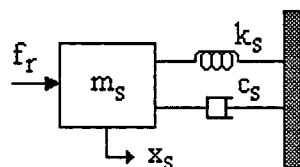


Figura 3.6: Modelo de análise para o sensor.

3.4 MODELOS DE PLANTAS DO SISTEMA DO ROBÔ MANIPULADOR

Tendo obtido os modelos dos componentes do sistema do robô, pode-se agora desenvolver os modelos onde estes componentes interagem, isto é, quando o robô manipulador realiza a tarefa, considerando-se um contato contínuo do efetuador final com o meio. Os modelos desenvolvidos nesta seção representam as plantas a serem controladas pelas estratégias de controle de força.

3.4.1 MODELO DE ANÁLISE PARA O ROBÔ MANIPULADOR E MEIO RÍGIDOS

Inicialmente, é considerado o caso onde o robô rígido está em contato com o meio também rígido. O sensor de força faz o acoplamento entre eles, como mostrado na figura 3.7.

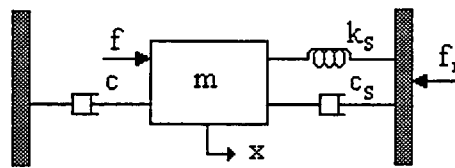


Figura 3.7: Modelo de análise para o robô e meio rígidos.

A equação dinâmica que descreve o modelo é

$$f = m\ddot{x} + (c + c_s)\dot{x} + k_s x \quad (3.13)$$

e a força de reação que o meio exerce sobre o robô é

$$f_r = c_s \dot{x} + k_s x \quad (3.14)$$

A força de interação entre o robô e o meio deve ser controlada e, além disso, permanecer dentro de limites adequados. Com isso, a variável de saída do sistema é a força de contato medida pelo sensor

$$f_c = k_s x \quad (3.15)$$

Obtém-se assim a função de transferência em malha aberta que define o modelo,

$$G_1(s) = \frac{F_c}{F} = \frac{k_s}{m s^2 + (c + c_s)s + k_s} \quad (3.16)$$

O acoplamento do sensor no modelo do robô rígido modifica a localização dos pólos, afastando um deles da origem, em relação a equação (3.8) do robô rígido. O aumento da rigidez k_s , mantendo-se os outros parâmetros constantes, faz com que os pólos da função de transferência transformem-se em pólos complexos conjugados tornando o sistema mais oscilatório.

Em [13] um robô em contato com o meio rígido é modelado usando a equação (3.16) com os seguintes parâmetros: $m = 11,39$, $k_s = 20 \cdot 10^5$, $c_s = 0$ e $c = 155$. Os pólos da função de transferência são mostrados na figura 3.8. O sistema apresenta pólos complexos conjugados com alta frequência.

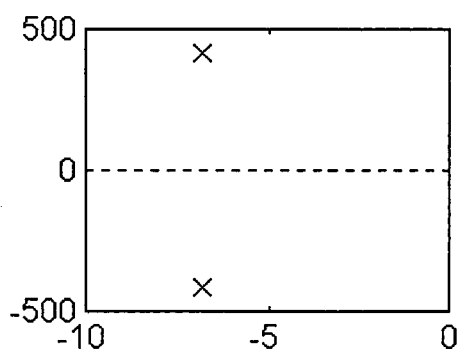


Figura 3.8: Pólos do modelo de análise do robô rígido.

3.4.2 MODELO DE ANÁLISE PARA O ROBÔ MANIPULADOR RÍGIDO E MEIO FLEXÍVEL

No item anterior o robô rígido estabelecia um contato com o meio rígido (sem dinâmica). Um novo modelo é desenvolvido para representar a interação de um robô rígido com um meio flexível. Isto significa que o meio passa a apresentar uma dinâmica que modifica completamente o comportamento do sistema do robô manipulador. A figura 3.9 mostra o modelo de quarta ordem que representa o sistema.

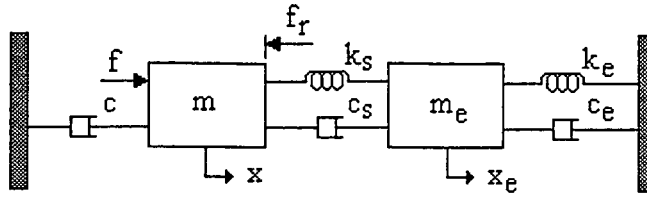


Figura 3.9: Modelo de análise para o robô rígido e meio flexível.

Considerando-se que a força de reação exercida pelo meio é

$$f_r = c_s(\dot{x} - \dot{x}_e) + k_s(x - x_e) \quad (3.18)$$

e a força de contato medida pelo sensor como

$$f_c = k_s(x - x_e) \quad (3.19)$$

Obtém-se a função de transferência do modelo:

$$\begin{aligned} G_2(s) &= \frac{F_c(s)}{F(s)} \\ &= \frac{(m_e s^2 + c_e s + k_e)k_s}{(ms^2 + cs)(m_e s^2 + (c_e + c_s)s + (k_e + k_s)) + (m_e s^2 + c_e s + k_e)(c_s s + k_s)} \end{aligned} \quad (3.20)$$

A equação característica do sistema é dada na seguinte forma:

$$\begin{aligned} D_2(s) &= (m \cdot m_e) \cdot s^4 + [(c_e + c_s) \cdot m + (c + c_s) \cdot m_e] \cdot s^3 + [c \cdot (c_e + c_s) + c_e \cdot c_s + (k_e + k_s) \cdot m + \\ &\quad + k_s \cdot m_e] \cdot s^2 + [(c + c_e) \cdot k_s + (c + c_e) \cdot k_e] \cdot s + k_e \cdot k_s \end{aligned}$$

Como pode ser observado a dinâmica do meio é responsável pela introdução de dois zeros. O sistema passa a ser de quarta ordem, onde um par de pólos é devido a dinâmica do elo-sensor e o outro par é devido a dinâmica do meio. Em [38] um robô em contato com o meio dinâmico é modelado usando-se a equação (3.20) com os seguintes parâmetros: $m = 1,46$, $m_e = 0,14$, $c = 10$, $c_s = 3651$, $c_e = 26,3$, $k_s = 5 \cdot 10^5$, $k_e = 13.000$. A figura 3.10 mostra a localização dos pólos e zeros da função de transferência (3.20) sendo que na figura da direita, com exceção do pólo mais a esquerda, todos são mostrados em detalhe.

Verifica-se que os zeros são complexos conjugados. Os pólos complexos dependem principalmente dos parâmetros do meio, enquanto os pólos reais dependem dos parâmetros do elo-sensor de força [37]. A localização dos pólos mostra que a dinâmica do elo-sensor e os zeros do sistema não possuem uma influência significativa na dinâmica do sistema, uma vez que os pólos devido ao meio são pólos dominantes. Assim, o sistema do robô apresenta um comportamento dinâmico dominante de um sistema de segunda ordem.

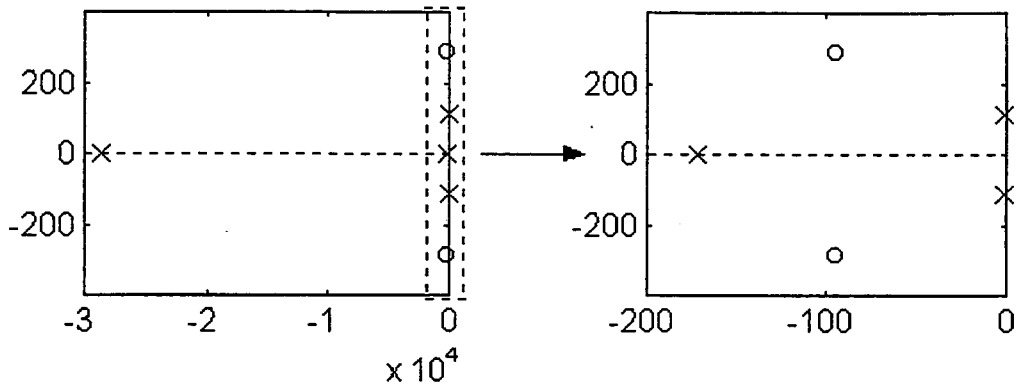


Figura 3.10: Pólos e zeros do modelo.

3.4.3 MODELO DE ANÁLISE PARA O ROBÔ E MEIO FLEXÍVEIS

Continuando a discussão dos itens anteriores, o próximo passo é desenvolver um modelo onde um robô flexível interage com um meio, também, flexível. A figura 3.11 mostra o modelo de sexta ordem necessário para representar o sistema.

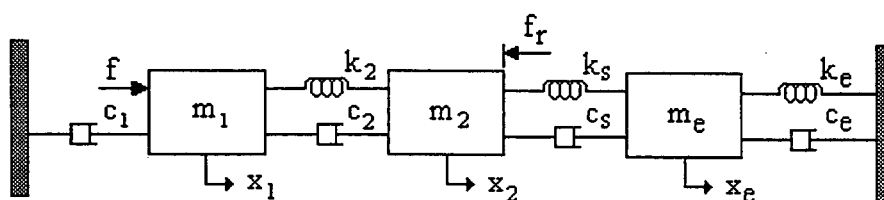


Figura 3.11: Modelo de análise para o robô e meio flexíveis.

O modelo é descrito pelo seguinte sistema de equações

$$\begin{aligned}
 f &= m_1 \ddot{x}_1 + c_1 \dot{x}_1 + c_2 (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + k_2 (x_1 - x_2) \\
 0 &= m_2 \ddot{x}_2 + c_s (\dot{x}_2 - \dot{x}_e) + k_s (x_2 - x_e) + c_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + k_2 (x_2 - x_1) \\
 0 &= m_e \ddot{x}_e + c_e \dot{x}_e + k_e x_e + c_s (\dot{x}_e - \dot{x}_2) + k_s (x_e - x_2)
 \end{aligned} \quad (3.21)$$

Considerando-se que a força de reação do meio neste caso é,

$$f_r = c_s(\dot{x}_2 - \dot{x}_e) + k_s(x_2 - x_e) \quad (3.22)$$

e que a força medida pelo sensor é

$$f_c = k_s(x_2 - x_e) \quad (3.23)$$

Obtém-se a função de transferência do modelo

$$G_3(s) = \frac{F_c}{F} = \frac{N_3(s)}{D_3(s)} \quad (3.24)$$

onde

$$N_3(s) = k_s(m_e s^2 + c_e s + k_e)(c_2 s + k_2)$$

$$D_3(s) = [(m_1 s^2 + (c_1 + c_2)s + k_2)(m_2 s^2 + (c_2 + c_s)s + (k_2 + k_s))(m_e s^2 + (c_s + c_e)s + (k_s + k_e))] + \\ - [(m_1 s^2 + (c_1 + c_2)s + k_2)(c_s s + k_s)^2] - [(m_e s^2 + (c_e + c_s)s + (k_e + k_s))(c_2 s + k_2)^2]$$

A equação característica do sistema é dada na seguinte forma:

$$N_3(s) = k_s \cdot [c_2 \cdot m_e \cdot s^3 + (k_2 \cdot m_e + c_2 \cdot c_e) \cdot s^2 + (c_2 \cdot k_e + c_e \cdot k_2) + k_2 \cdot k_e]$$

$$D_3(s) = m_1 \cdot m_2 \cdot m_e s^6 + (c_s \cdot m_1 \cdot m_e + c_1 \cdot m_2 \cdot m_e + (c_e + c_s) \cdot m_1 \cdot m_2) \cdot s^5 + (c_1 \cdot c_s \cdot m_e + c_e \cdot c_s \cdot m_1 + \\ + (k_s + k_2) \cdot m_1 \cdot m_e + (c_e + c_s) \cdot c_1 \cdot m_2 + k_2 \cdot m_2 \cdot m_e + (k_e + k_s) \cdot m_1 \cdot m_e) s^4 + (c_1 \cdot c_e \cdot c_s + \\ + (c_1 \cdot k_s + (c_1 + c_s) \cdot k_2) \cdot m_e + (c_s \cdot (k_e + k_2) + c_e \cdot (k_s + k_2)) \cdot m_1 + c_1 \cdot (k_e + k_s) \cdot m_2 + \\ + (c_e + c_s) \cdot k_2 \cdot m_2) \cdot s^3 + (c_1 \cdot (c_s \cdot k_e + c_e \cdot k_s) + c_e \cdot c_s \cdot k_2 + (c_e + c_s) \cdot c_1 \cdot k_2 + \\ + k_s \cdot (k_2 \cdot m_e + k_e \cdot m_1) + (k_e + k_s) \cdot k_2 \cdot m_1 + (k_e + k_s) \cdot k_2 \cdot m_2) \cdot s^2 + \\ + (c_1 \cdot k_e \cdot k_s + (c_1 + c_s) \cdot k_e \cdot k_2 + (c_1 + c_e) \cdot k_2 \cdot k_s) \cdot s + (k_2 \cdot k_e \cdot k_s)$$

Pode-se observar que o sistema passa a ser de sexta ordem devido a inclusão das flexibilidades das juntas.

Em [43] um robô com flexibilidades em contato com o meio dinâmico é modelado usando a equação (3.24) com os seguintes parâmetros: $m_1 = 1$, $m_2 = 1,88$, $m_e = 16,955$, $c_1 = 0,103$, $c_2 = 0$, $c_s = 0,1$, $c_e = 2,52$, $k_2 = 1$, $k_s = 8,1e$ e $k_e = 45$. A localização dos pólos e zeros da função transferência (3.24) está mostrada na figura 3.12. Como será visto nas análises de sensibilidade, o par de pólos que possui o maior amortecimento é devido aos parâmetros

do meio, o par de pólos com maior frequência de oscilação é devido aos parâmetros do sensor e par de pólos com a menor parte real é devido aos parâmetros da flexibilidade do robô. Como pode ser observado, também, é que todos os pólos estão localizados muito próximos uns dos outros. Neste caso, portanto, cada componente do sistema do robô manipulador contribui significativamente com a sua dinâmica.

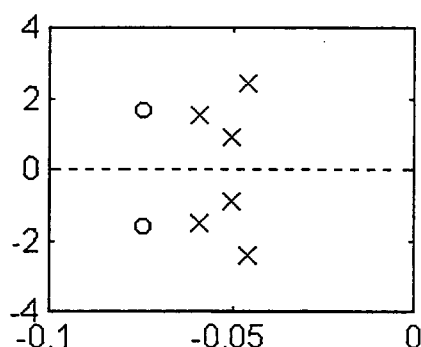


Figura 3.12: Pólos e zeros do modelo de sexta ordem.

3.4.4 MODELO DE ANÁLISE PARA O ROBÔ FLEXÍVEL E MEIO RÍGIDO

Finalmente, a figura 3.13 mostra o sistema do robô flexível em contato com um meio rígido. A flexibilidade nas transmissões pode levar a ocorrência de instabilidade do sistema em malha fechada. Isto ocorre devido à não-colocação do sensor e do atuador; ou seja, o sinal de controle é aplicado no rotor, enquanto o sinal de saída é medido no efetuador final.

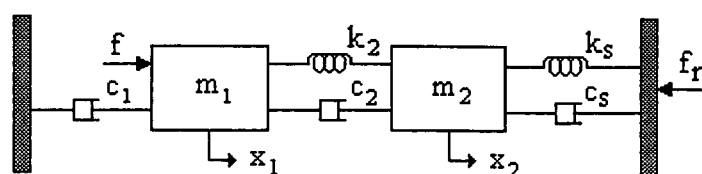


Figura 3.13: Modelo de análise para o robô flexível e meio rígido.

O sistema de equações que descreve este modelo é,

$$\begin{aligned} f &= m_1 \ddot{x}_1 + c_1 \dot{x}_1 + c_2 (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + k_2 (x_1 - x_2) \\ 0 &= m_2 \ddot{x}_2 + c_s \dot{x}_2 + k_s x_2 + c_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + k_2 (x_2 - x_1) \end{aligned} \quad (3.25)$$

Considerando-se que a força de reação exercida pelo meio é,

$$f_r = c_s \dot{x}_2 + k_s x_2 \quad (3.26)$$

e a força de contato medida pelo sensor como

$$f_c = k_s x_2 \quad (3.27)$$

Obtém-se a função de transferência do modelo em malha aberta

$$G_4(s) = \frac{F_c}{F} = \frac{k_s (c_2 s + k_2)}{[(m_1 s^2 + c_1 s)(m_2 s^2 + (c_2 + c_s)s + (k_2 + k_s))] + (m_2 s^2 + c_2 s + k_2)(c_s s + k_s)} \quad (3.28)$$

A equação característica do sistema é dada na seguinte forma:

$$D_4(s) = (m_1 m_2) s^4 + [(c_2 + c_s) m_1 + (c_1 + c_2) m_2] s^3 + [c_1 (c_2 + c_s) + c_2 c_s + (k_2 + k_s) m_2 + k_2 m_2] s^2 + [(c_1 + c_s) k_2 + (c_1 + c_2) k_s] s + k_2 k_s$$

A figura 3.14 mostra a localização das raízes da função de transferência (3.28) considerando os dados do sistema do robô descrito em [13]: $m_1 = 9,3$, $m_2 = 2,09$, $c_1 = 155$, $c_2 = 930$, $c_s = 0$, $k_2 = 8,07 \cdot 10^5$ e $k_s = 20 \cdot 10^5$. Verifica-se que a localização do zero depende exclusivamente dos parâmetros da flexibilidade das juntas do manipulador e a localização dos pólos dependem de todos os parâmetros.

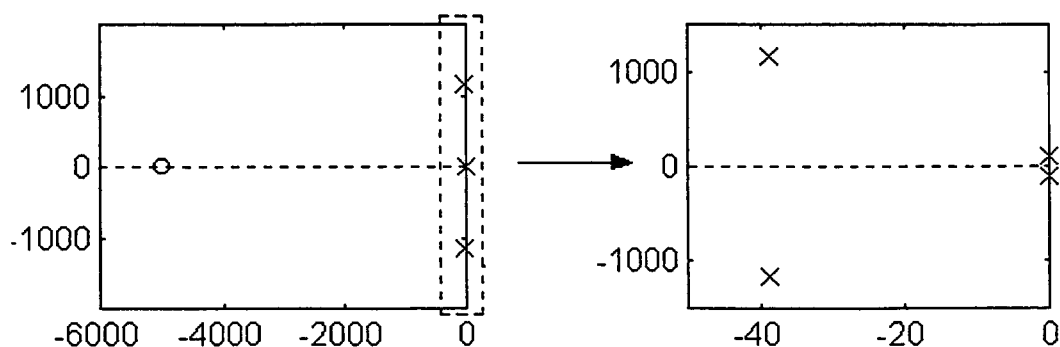


Figura 3.14: Pólos e zeros do modelo.

O par de pólos mais a esquerda é devido a flexibilidade do robô e o outro par de pólo é devido a dinâmica do elo-sensor. Nota-se que no modelo descrito em [13] a dinâmica do sensor exerce uma grande influência no comportamento do sistema, com um par de pólos dominantes.

3.5 ANÁLISES DE SENSIBILIDADE

Nesta seção é realizada a análise de sensibilidade dos modelos lineares do sistema do robô manipulador desenvolvidos na seção anterior. Estes modelos têm sido utilizados para a análise de estabilidade dinâmica do controle de força por vários autores [11], [13], [36], [43].

A localização das raízes do sistema é um método útil para analisar o comportamento do sistema do robô em relação aos seus parâmetros.

É feito, também, o lugar das raízes com uma realimentação proporcional dos modelos, utilizando-se as os parâmetros modificados das análises de sensibilidade.

3.5.1 ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DO ROBÔ E MEIO RÍGIDOS

Na análise de sensibilidade é utilizado o modelo de segunda ordem do robô rígido com meio rígido. Neste caso, somente o parâmetro da rigidez do sensor k_s é analisado, por ser o parâmetro que apresenta maior alteração no comportamento do sistema. A figura 3.15 mostra o mapeamento dos pólos do sistema. Nota-se que os pólos têm a sua frequência de oscilação aumentada quando o parâmetro de rigidez k_s do sensor é, também, aumentada.

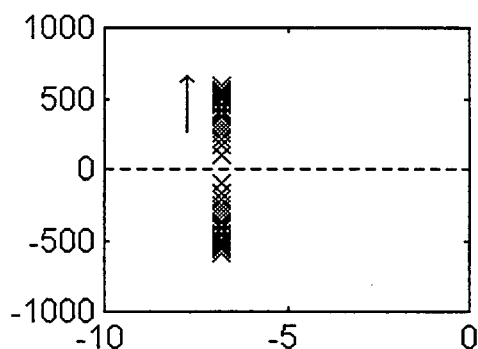


Figura 3.15: Rigidez do sensor variando.

3.5.2 ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DO ROBÔ RÍGIDO E MEIO FLEXÍVEL

Nesta seção é feita a análise de sensibilidade do modelo de quarta ordem do robô rígido e o meio flexível, utilizando-se os parâmetros do modelo da seção 3.4.2. É descrita em cada análise a variação dos parâmetros.

Neste caso, a característica dinâmica do meio é importante na análise do modelo. Assim, são considerados quatro parâmetros de interesse: a massa do robô, m , a rigidez do sensor de força, k_s , a massa, m_e , e a rigidez do meio, k_e .

A figura 3.16 mostra o comportamento do sistema, considerando uma variação na massa do robô, m , de 1 a 40 e uma variação na massa do meio, m_e , de 10% da massa do robô. Verifica-se que à medida que as massas aumentam o par de pólos reais tornam-se complexos conjugados e caminham em direção à origem. O outro par de pólos e os zeros têm a sua frequência diminuída caminhando em direção à origem.

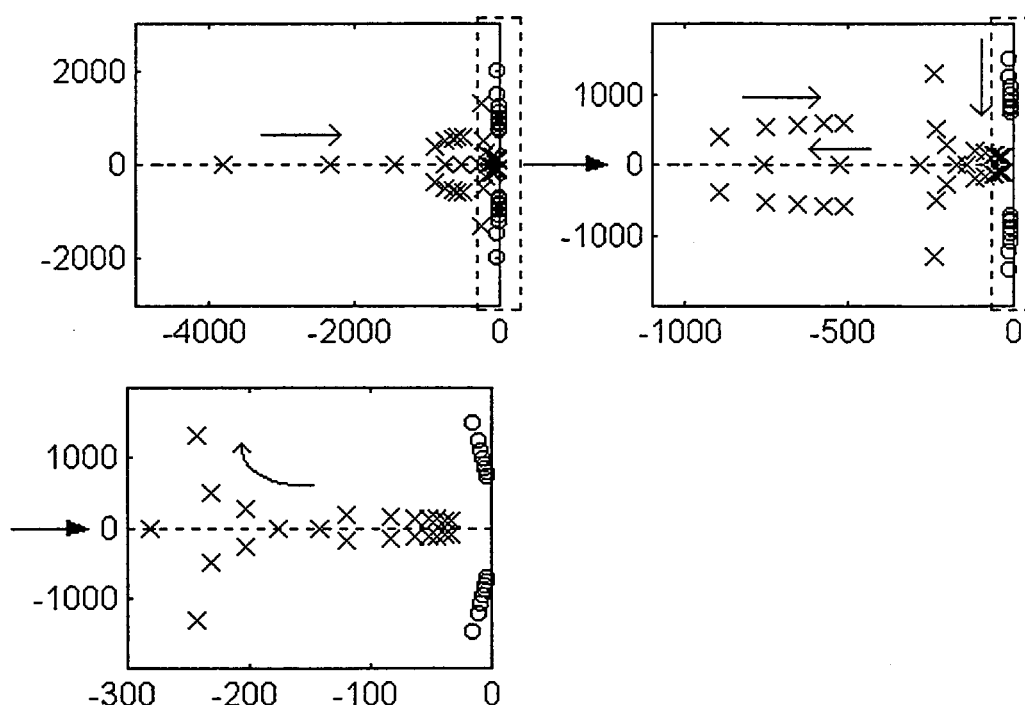


Figura 3.16: Variação dos parâmetros: $m = 1$ a 40 e $m_e = 0.1 * m$.

As figuras 3.17 e 3.18 mostram o lugar das raízes para $m = 1$ e $m_e = 0,1$, respectivamente. As figuras à direita mostram as áreas selecionadas. Nota-se que a localização do par de pólos devido ao meio e dos zeros aproxima mais do eixo imaginário para o aumento das massas do sistema e que a variação do ganho proporcional leva à instabilidade

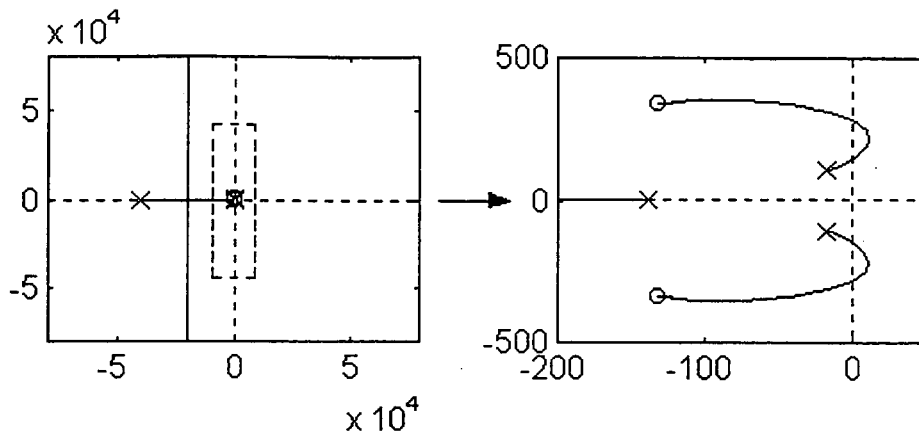


Figura 3.17: Lugar das raízes: $m = 1$ e $m_e = 0,1$.

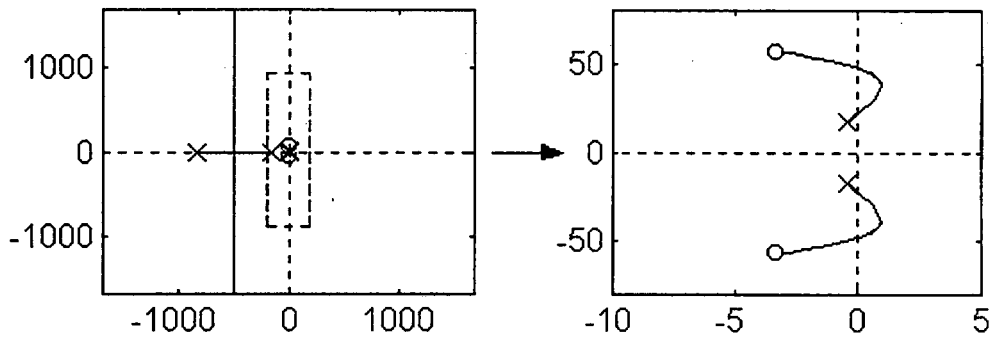


Figura 3.18: Lugar das raízes: $m = 40$ e $m_e = 4$.

A figura 3.19 mostra o comportamento do sistema para uma variação da massa do meio, m_e , de 1 a 40 e uma variação na massa do robô, m , de 10% da massa do meio. É verificado, como no caso anterior, que os pólos e zeros têm o mesmo comportamento considerado anteriormente.

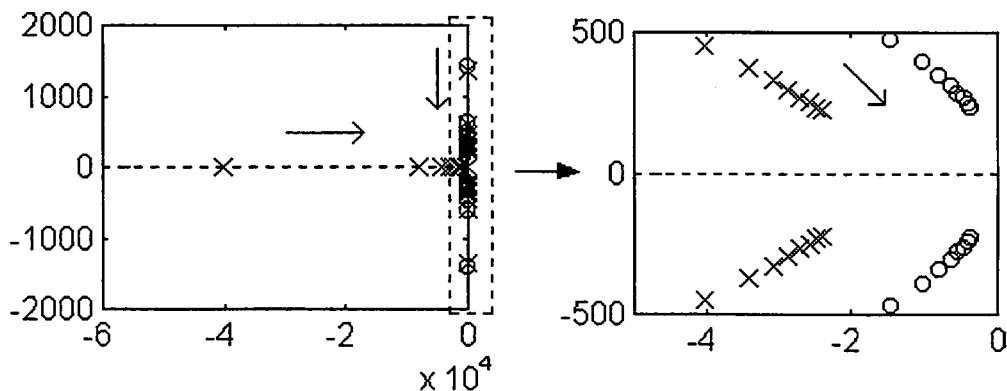


Figura 3.19: Variação dos parâmetros: $m_e = 1$ a 40 e $m = 0,1 * m_e$.

As figuras 3.20 e 3.21 mostram o lugar das raízes para $m = 4$ e $m_e = 40$, respectivamente. Nota-se que o aumento do ganho proporcional faz com que exista o cancelamento dos pólos complexos com os zeros. Desta forma, o comportamento dinâmico do sistema é dominado pela dinâmica do sensor. O aumento da ganho proporcional aumenta a frequência de oscilação do sistema, mas mantém o sistema estável.

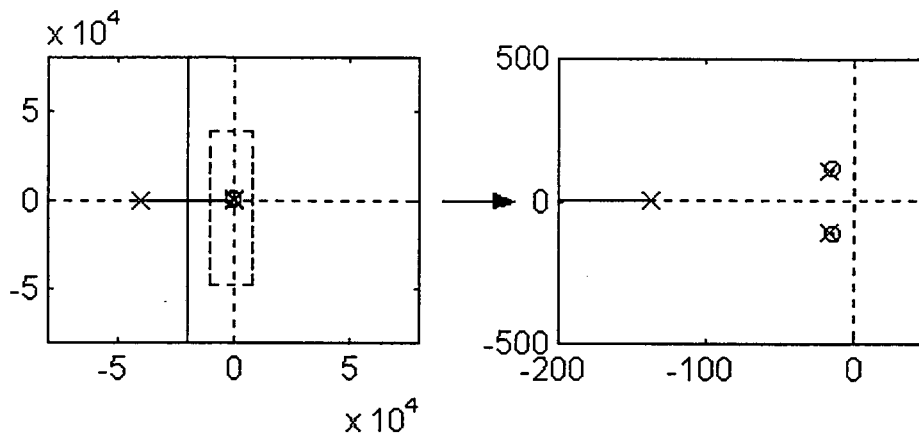


Figura 3.20: Lugar das raízes: $m_e = 1$ e $m = 0,1$.

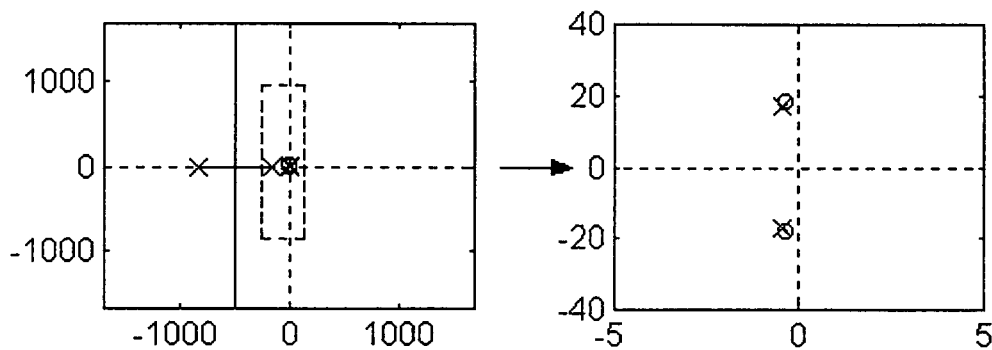


Figura 3.21: Lugar das raízes: $m_e = 40$ e $m = 4$.

A figura 3.22 mostra o comportamento do sistema para a rigidez do meio, k_e , variando de 10^4 até 10^6 . É verificado que os pólos reais não têm a sua posição alterada significativamente. O outro par de pólos e os zeros têm as suas frequências de oscilação aumentadas a medida que a rigidez k_e aumenta.

As figuras 3.23 e 3.24 mostram o lugar das raízes para $k_e = 10^4$ e $k_e = 10^6$, respectivamente. Nota-se que para o valor mais baixo da rigidez do meio o sistema tem um comportamento estável independentemente do ganho. O aumento da rigidez faz com que o sistema apresente um comportamento instável conforme o ganho aumenta.

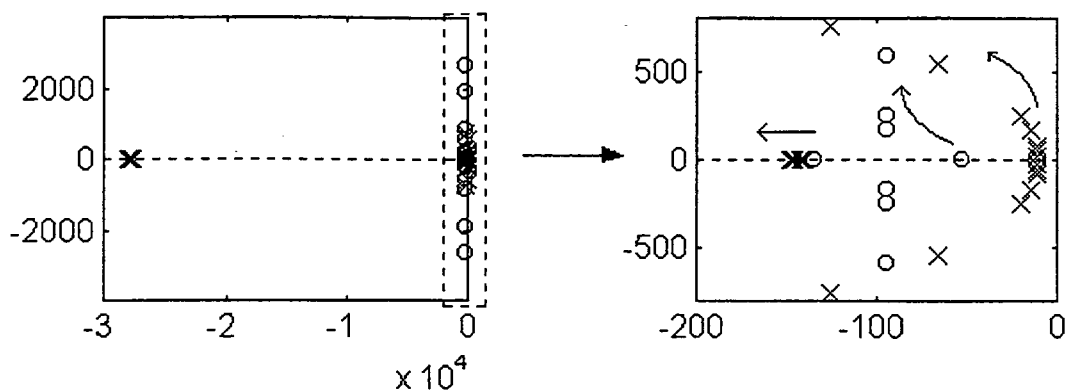


Figura 3.22: Rigidez do meio variando

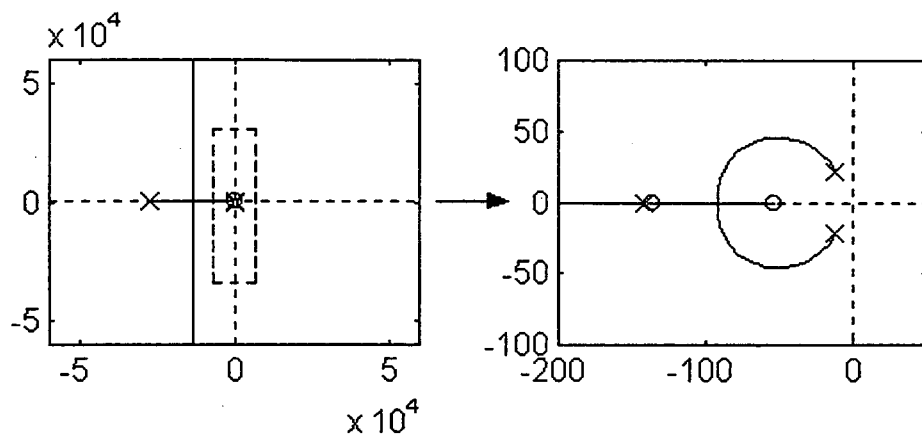


Figura 3.23: Lugar das raízes: $k_e = 10^4$.

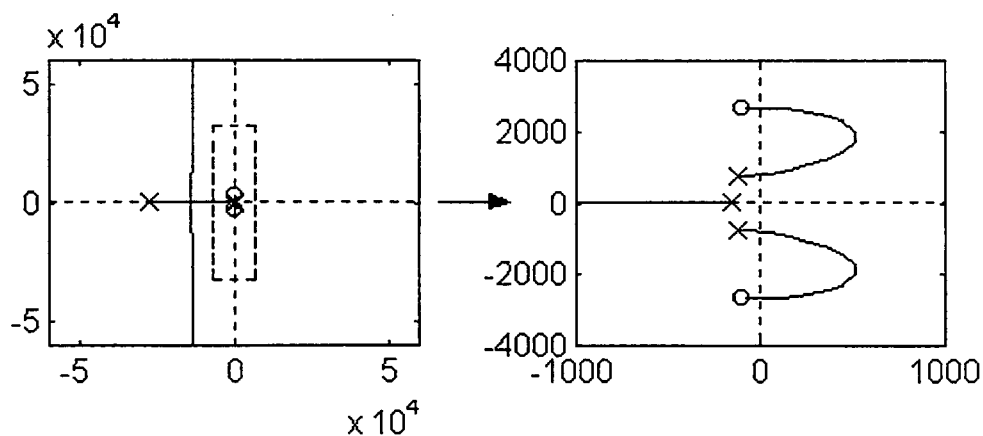


Figura 3.24: Lugar das raízes: $k_e = 10^6$.

A figura 3.25 mostra o comportamento do sistema para k_s variando de 10^4 até 10^6 . Verifica-se que somente os pólos reais têm a sua posição alterada significativamente a medida que a rigidez k_s aumenta.

As figuras 3.26 e 3.27 mostram o lugar das raízes para $k_s = 10^4$ e $k_s = 10^6$, respectivamente. Verifica-se que um sensor mais rígido faz com que o sistema apresenta um com-

portamento estável. Com isso, a influência do sensor é diminuída e a dinâmica do meio torna-se dominante

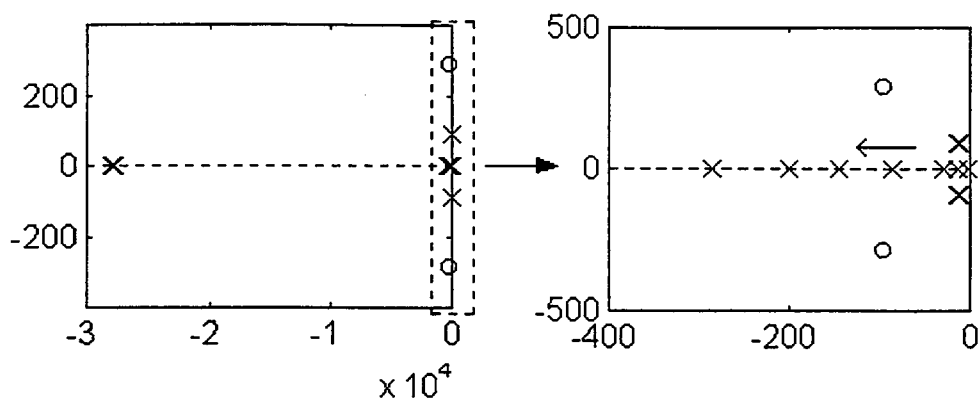


Figura 3.25: Rigidez do sensor variando

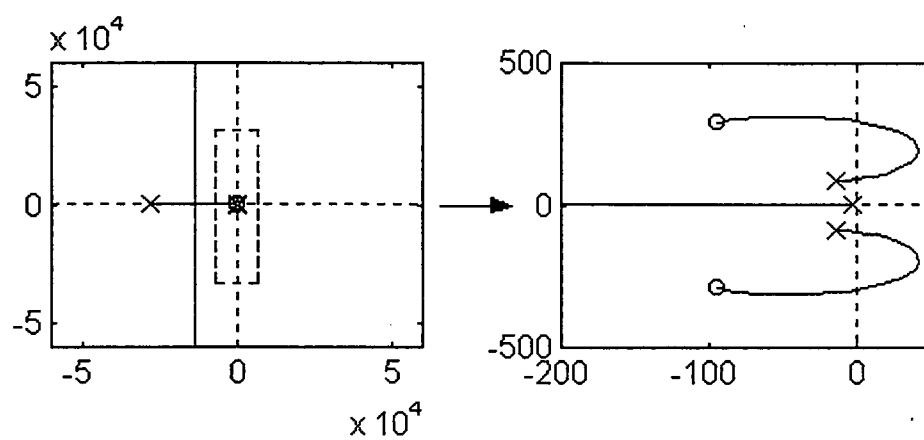


Figura 3.26: Lugar das raízes: $k_s = 10^4$.

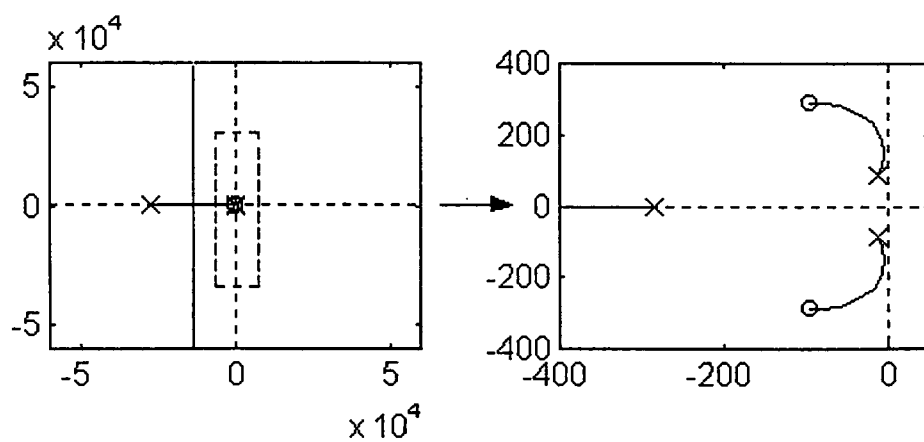


Figura 3.27: Lugar das raízes: $k_s = 10^6$.

3.5.3 ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DO ROBÔ E MEIO FLEXÍVEIS

Nesta seção é feita a análise de sensibilidade do modelo de sexta ordem do robô e o meio flexíveis, utilizando-se os parâmetros do modelo da seção 3.4.3. Para cada análise é descrita a variação dos parâmetros.

O modelo do robô e meio flexíveis é representado por um sistema de sexta ordem, onde as dinâmicas dos componentes do sistema do robô manipulador apresentam influências consideráveis. Desta forma, são considerados na análise de sensibilidade do modelo os seguintes parâmetros: a massa do efetuador final m_2 , a massa do meio m_e , a rigidez do manipulador k_2 , a rigidez do sensor k_s e a rigidez do meio k_e .

A figura 3.28 mostra o comportamento do sistema, considerando uma variação na massa do elo, m_2 , de 0,1 a 5. Verifica-se que a medida que a massa aumenta os pólos do sensor caminham em direção aos zeros do sistema. Os outros pólos têm o seu amortecimento diminuído, caminhando em direção à origem, mas os pólos da flexibilidade do robô têm uma maior variação, para o aumento da massa do elo. Os zeros do sistema não têm a sua localização alterada conforme a massa aumenta, pois como visto na função de transferência do modelo equação (3.24) os zeros dependem somente dos parâmetros do meio e da flexibilidade do sensor.

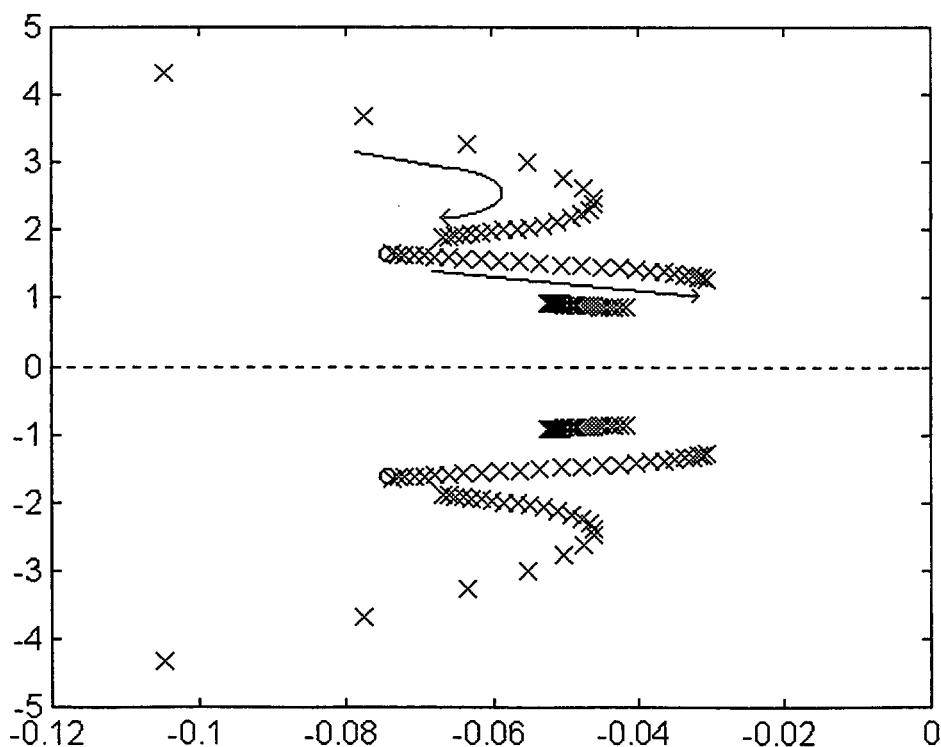


Figura 3.28: Massa do elo variando.

As figuras 3.29 e 3.30 mostram o lugar das raízes para $m_2 = 0,1$ e $m_2 = 5$, respectivamente. Observa-se que o aumento da massa do elo faz com que os pólos tenham as suas frequências de oscilação diminuídas. O aumento do ganho proporcional leva o sistema à instabilidade.

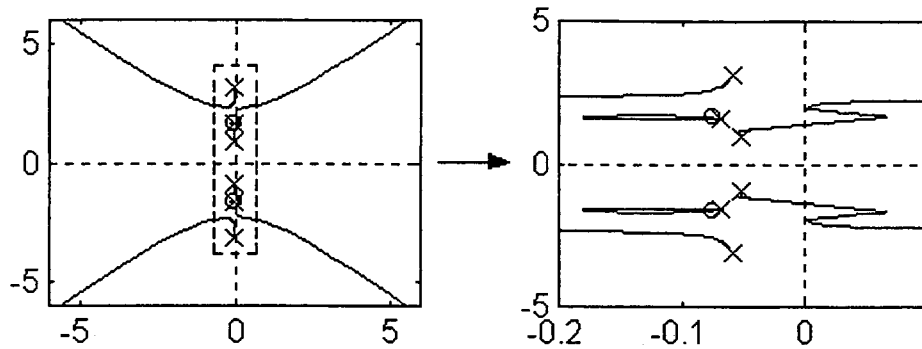


Figura 3.29: Lugar das raízes: $m_2 = 0,1$.

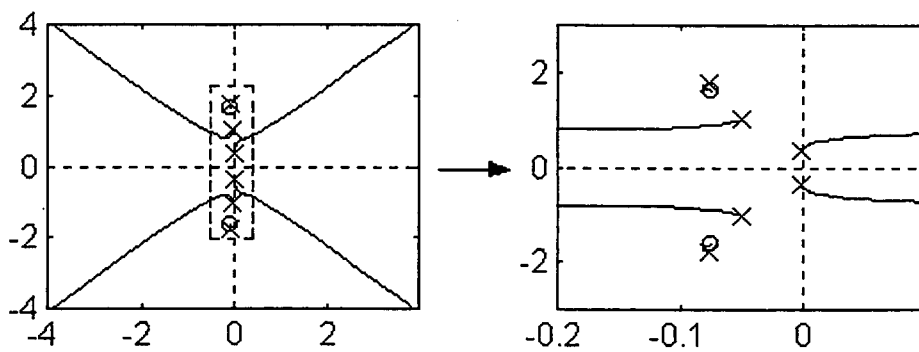


Figura 3.30: Lugar das raízes: $m_2 = 5$.

A figura 3.31 mostra o comportamento do sistema para uma variação da massa do meio, m_e , de 1 a 30. Verifica-se que os pólos e zeros do sistema caminham em direção a origem.

As figuras 3.32 e 3.33 mostram o lugar das raízes para $m_e = 1$ e $m_e = 5$, respectivamente. Em ambos os casos o sistema apresenta um comportamento instável para o aumento do ganho. Para valores baixos de m_e as dinâmicas do meio e da flexibilidade do robô são dominantes, uma vez que os pólos do sensor são cancelados pelos zeros. Sendo que para $m_e = 5$, a dinâmica do sistema não apresenta pólos dominantes e, assim, todos os componentes exercem influência no seu comportamento.

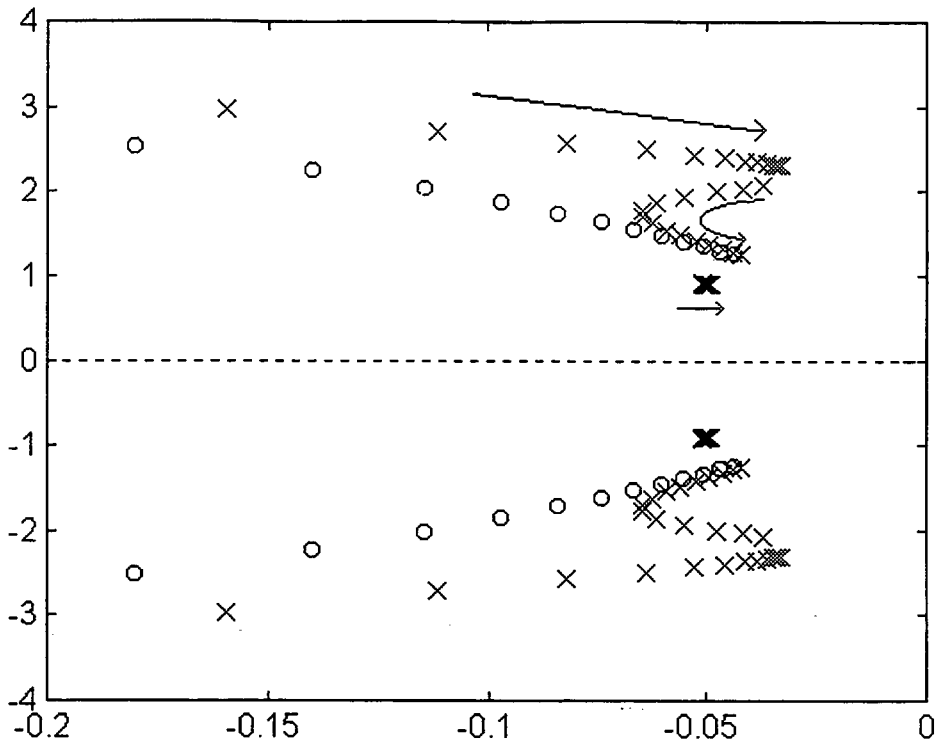


Figura 3.31: Massa do meio variando.

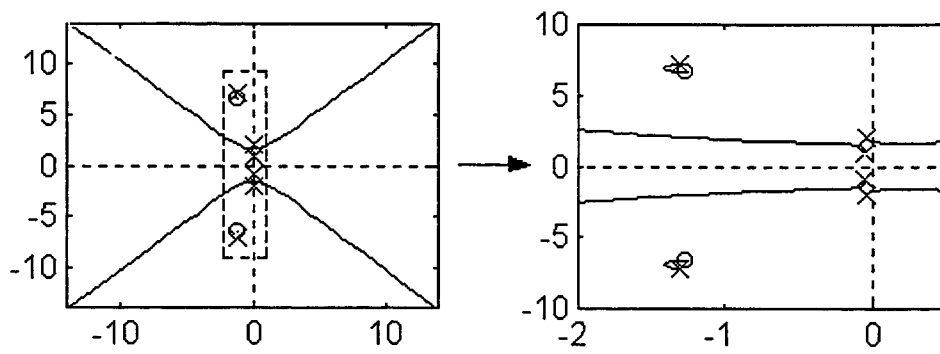


Figura 3.32: Lugar das raízes: $m_e = 1$.

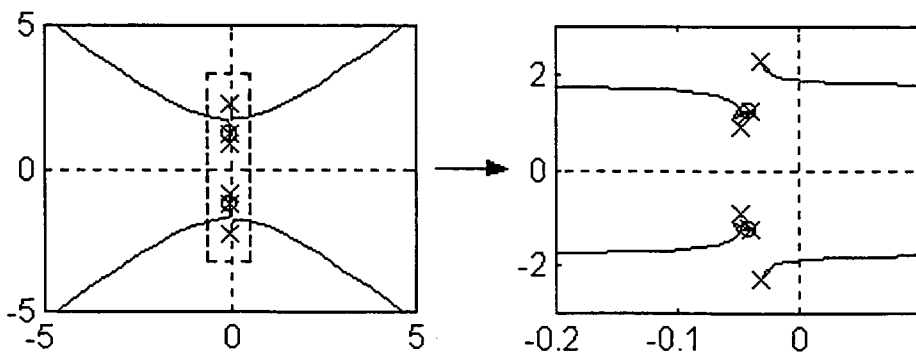


Figura 3.33: Lugar das raízes: $m_e = 30$.

O próximo parâmetro a ser considerado para a análise é a rigidez do robô k_2 , que varia de 0,05 a 2. A figura 3.34 mostra que os pólos do sensor e do meio têm a sua frequência aumentada, enquanto os pólos devido a flexibilidade do robô caminham em direção aos zeros. Desta forma, para um dado valor de k_2 existirá um cancelamento de pólos e zeros, levando o sistema a ser de 4ª ordem.

As figuras 3.35 e 3.36 mostram o lugar das raízes para $k_2 = 0,05$ e $k_2 = 2$, respectivamente. O aumento da rigidez do robô faz com que a frequência de oscilação do sistema aumente. O sistema torna-se instável para o aumento do ganho.

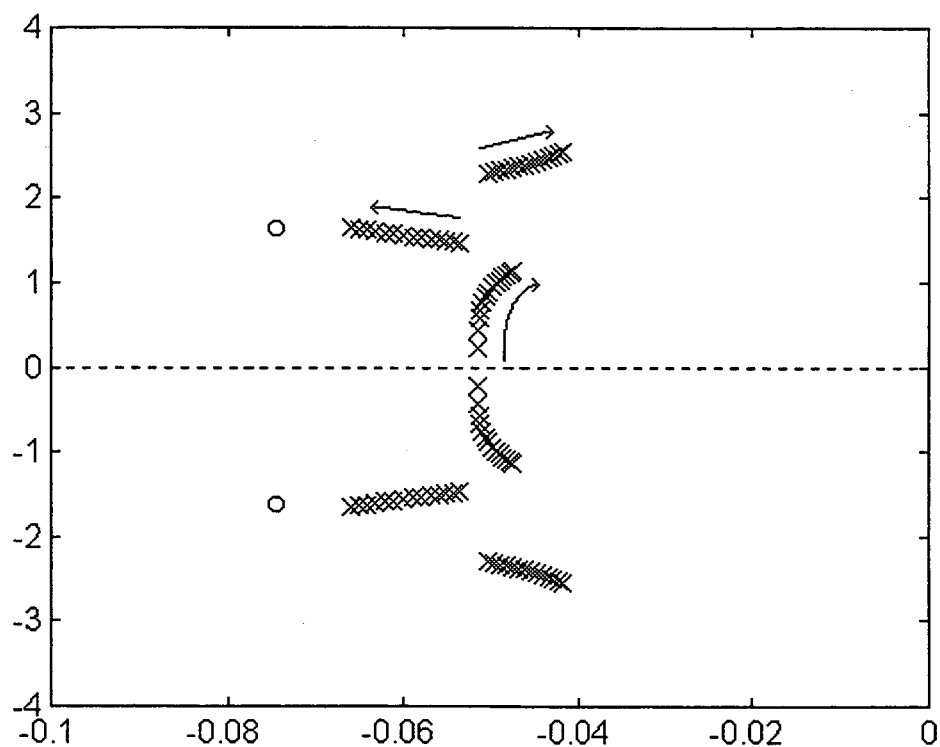


Figura 3.34: Rigidez do robô variando.

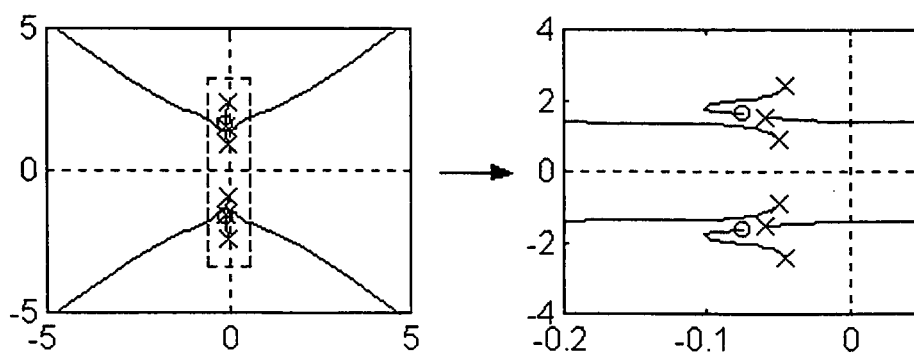


Figura 3.35: Lugar das raízes: $k_2 = 0,05$.

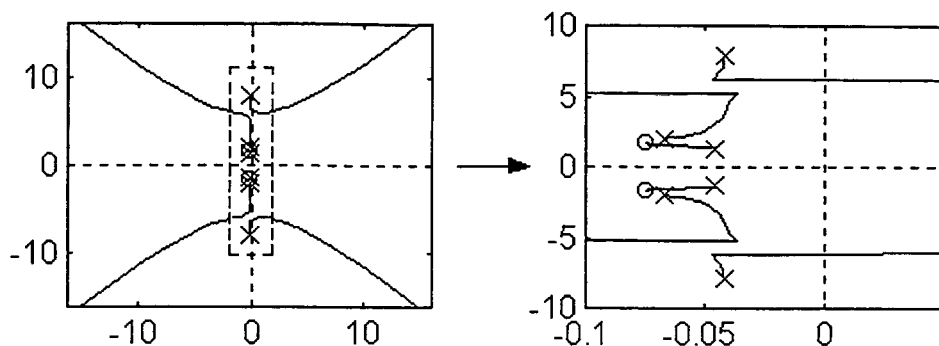


Figura 3.36: Lugar das raízes: $k_2 = 2$.

Em seguida, é feita a análise considerando a rigidez do sensor variando de 1 a 20. Pode-se ver, na figura 3.37, que os pólos do sensor têm a sua frequência aumentada, enquanto os pólos restantes caminham em direção aos zeros, cuja localização não modifica com a variação da rigidez do sensor. Assim, se é considerado um sensor mais 'rígido' para a realização da tarefa o sistema tende a se torna mais oscilatório e devido, também, porque a linearização não é completamente exata.

As figuras 3.38 e 3.39 mostram o lugar das raízes para $k_s = 1$ e $k_s = 20$, respectivamente. O sistema torna-se instável para o aumento do ganho proporcional.

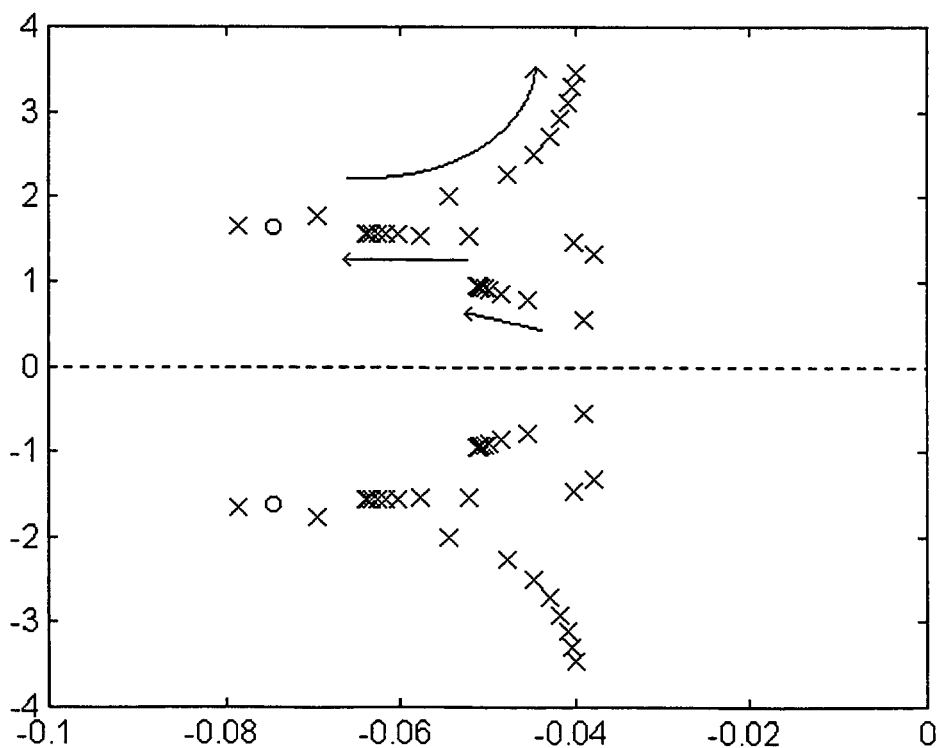


Figura 3.37: Rigidez do sensor variando.

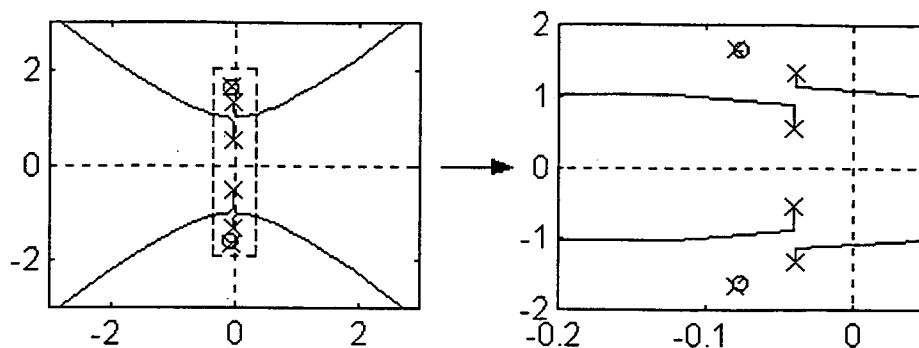


Figura 3.38: Lugar das raízes: $k_s = 1$.

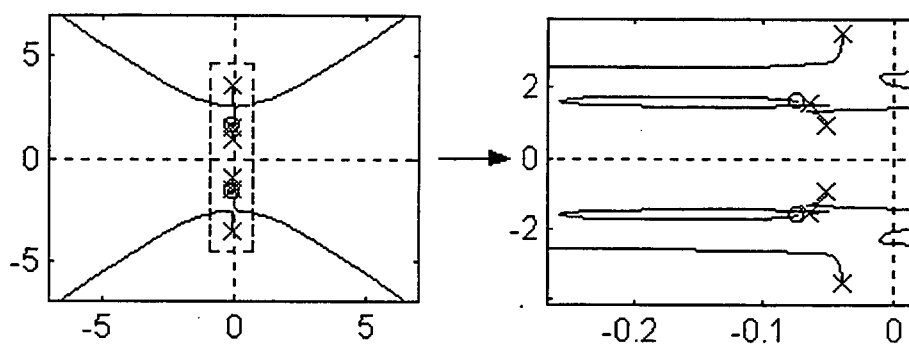


Figura 3.39: Lugar das raízes: $k_s = 20$.

Finalmente, o parâmetro de rigidez do meio k_e é considerado para a análise. Neste caso, o parâmetro varia de 1 a 90. A figura 3.40 mostra o comportamento das raízes do sistema. Nota-se que os pólos do meio e da flexibilidade do robô tem a sua frequência aumentada e os pólos do sensor caminham em direção aos zeros, que também tem a sua frequência aumentada. Apesar da não-colocação do sensor os pólos e zeros do sistema permanecem no semi plano esquerdo do plano complexo.

As figuras 3.41 e 3.42 mostram o lugar das raízes para $k_e = 1$ e $k_e = 90$, respectivamente. Novamente observa-se que o sistema fica instável para o aumento do ganho.

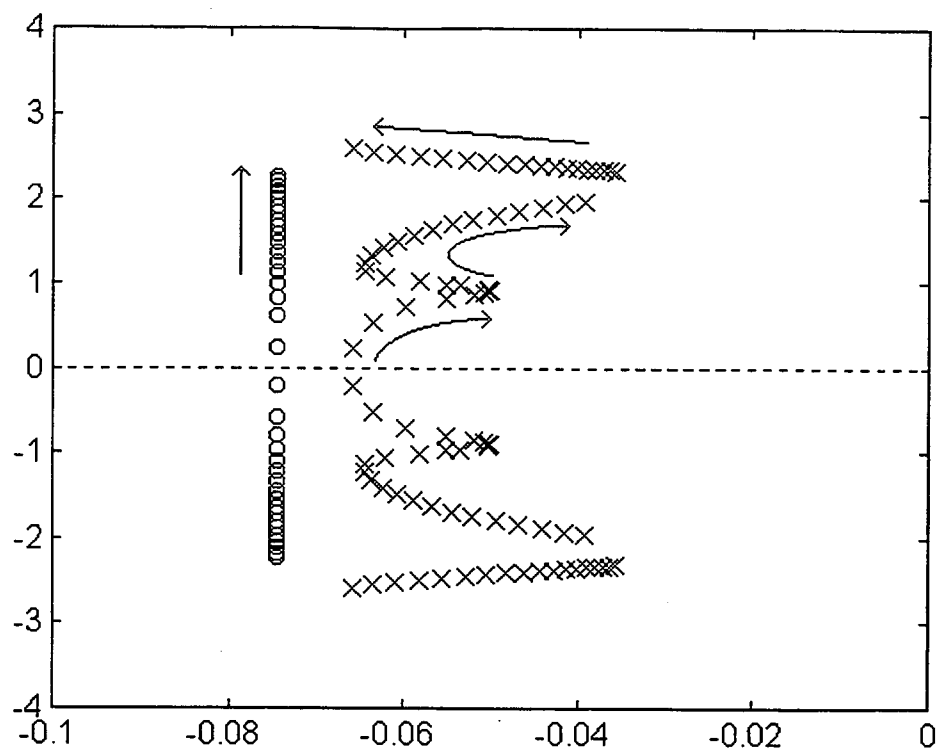


Figura 3.40: Rigidez do meio variando.

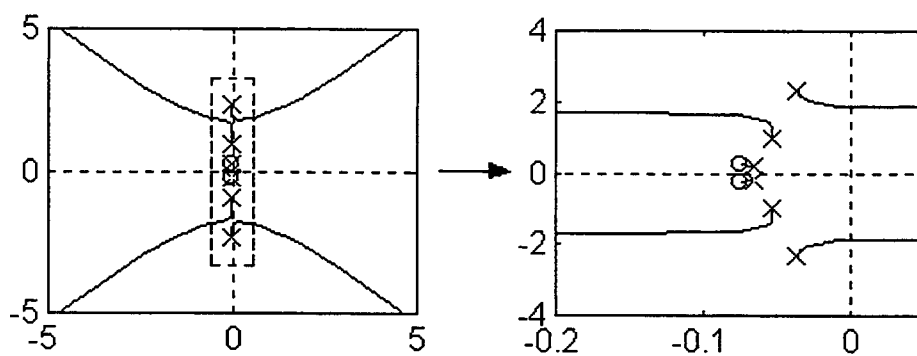


Figura 3.41: Lugar das raízes: $k_e = 1$.

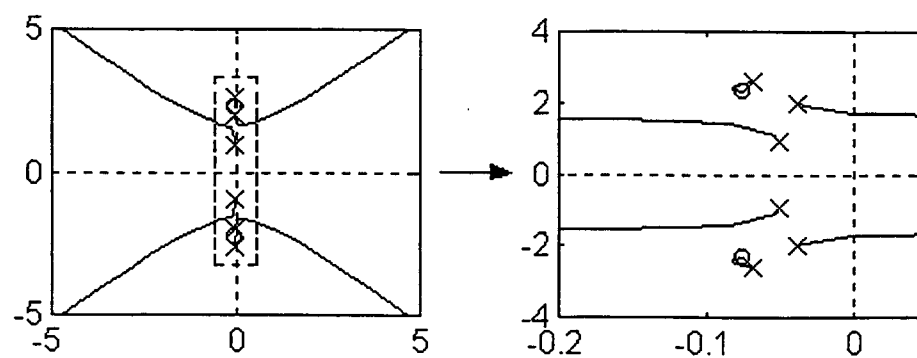


Figura 3.42: Lugar das raízes: $k_e = 90$.

3.5.4 ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DO ROBÔ FLEXÍVEL E MEIO RÍGIDO

É feita a análise de sensibilidade considerando o modelo do robô utilizado em [13] e os parâmetros estão descritos na seção 3.4.4. Os parâmetros modificados são descritos em cada análise.

A figura 3.43 mostra o comportamento do sistema, considerando como parâmetro variante a massa do elo: $m_2 = 1,5$ a $2,6$. É verificado que o par de pólos da flexibilidade do robô caminha na direção da origem, tornando o sistema menos oscilatório em relação a estes pólos. Entretanto, a resposta do sistema fica praticamente inalterada, pois o par de pólos devido ao sensor permanece dominante, sem mudanças significativas na sua posição.

As figuras 3.44 e 3.45 mostram o lugar das raízes para $m_2 = 1,5$ e $m_2 = 2,6$, respectivamente. Verifica-se que o sistema torna-se instável no dois casos.

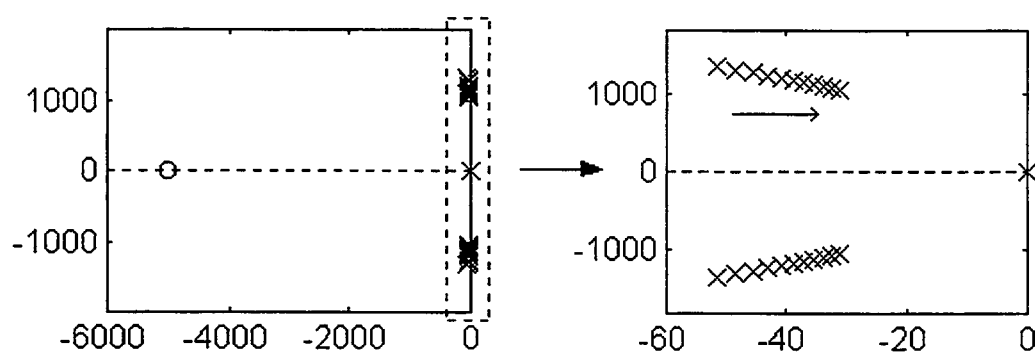


Figura 3.43: Massa do elo variando.

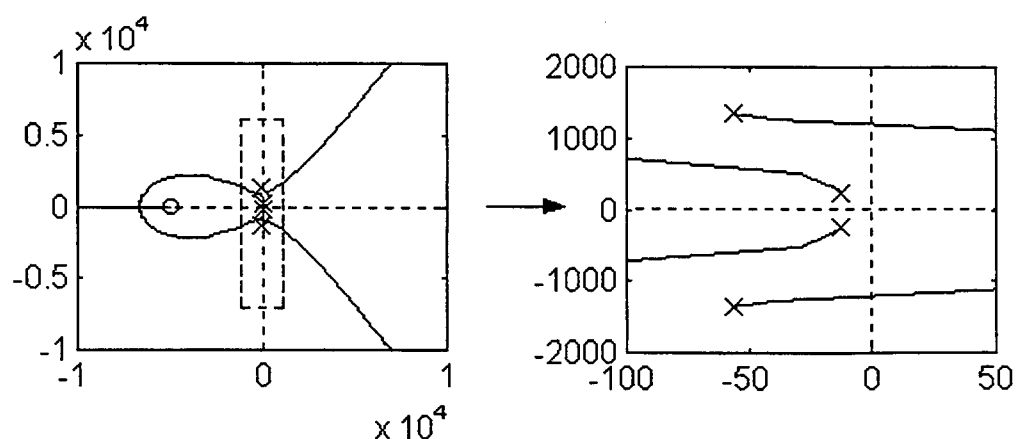


Figura 3.44: Lugar das raízes: $m_2 = 1,5$.

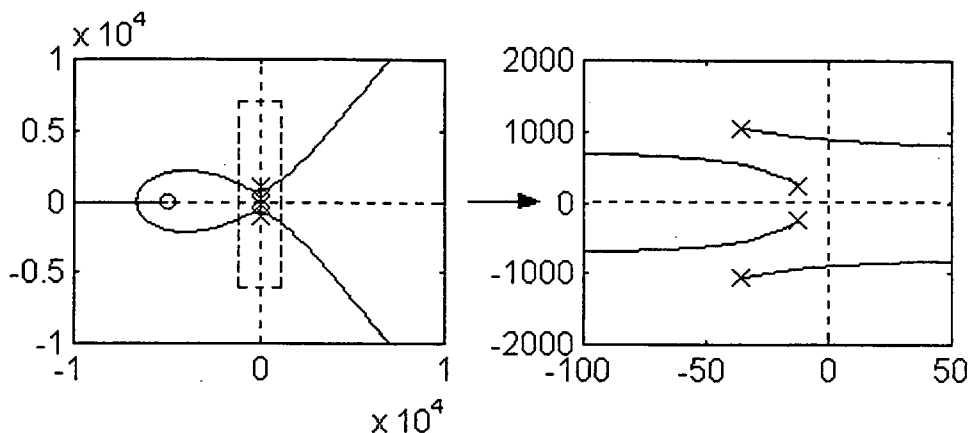


Figura 3.45: Lugar das raízes: $m_2 = 2,6$.

A figura 3.46 mostra o comportamento do sistema para k_2 variando 1 a 40. É verificado que os pólos da flexibilidade do robô têm a sua frequência aumentada. Verifica-se, também, que os pólos devido ao sensor aproximam-se mais da origem para valores elevados da rigidez k_2 e, conseqüentemente, aumentando a sua influência no comportamento do sistema.

As figuras 3.47 e 3.48 mostram o lugar das raízes para $k_2 = 1$ e $k_2 = 40$, respectivamente. O sistema torna-se instável quando o ganho é aumentado.

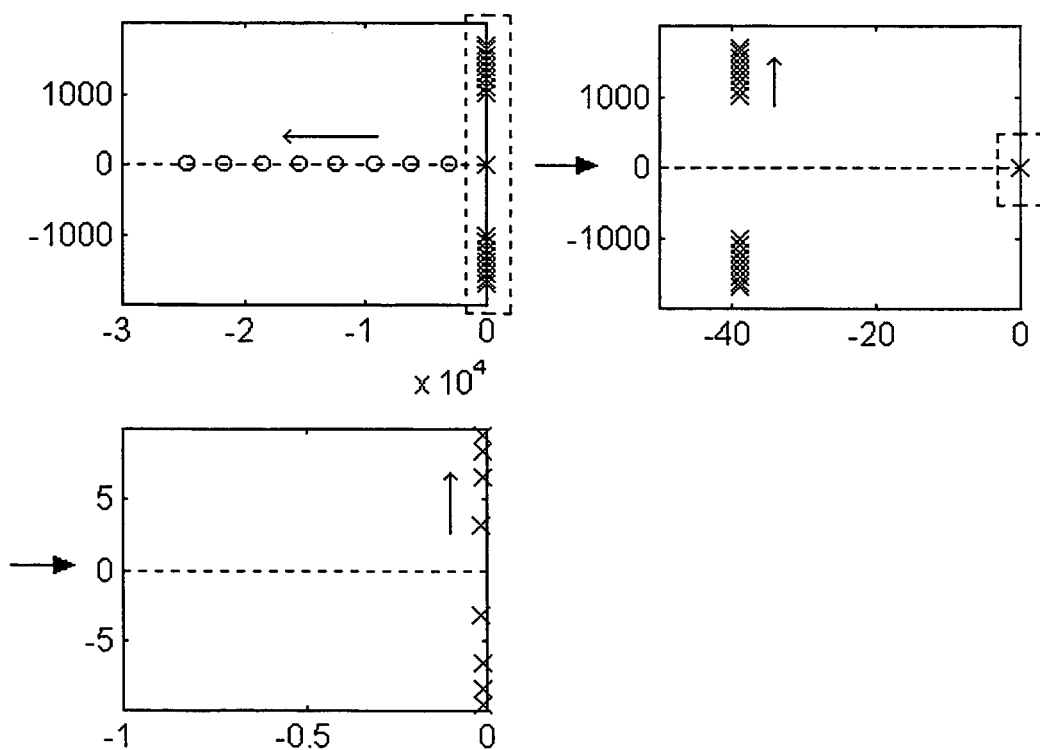


Figura 3.46: Rigidez do robô variando.

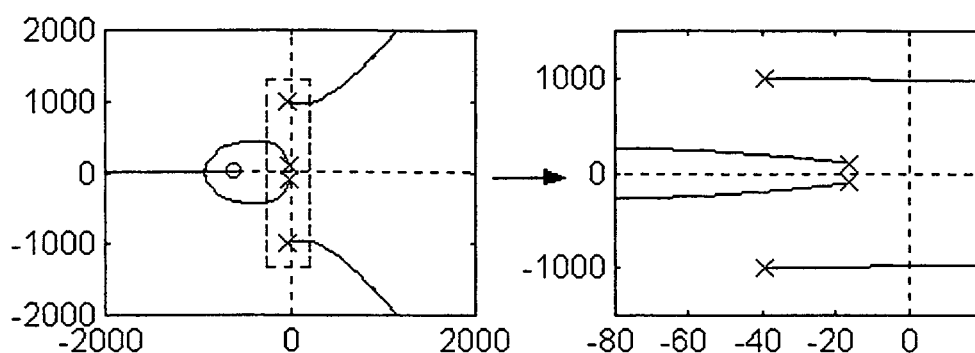


Figura 3.47: Lugar das raízes: $k_2 = 1$.

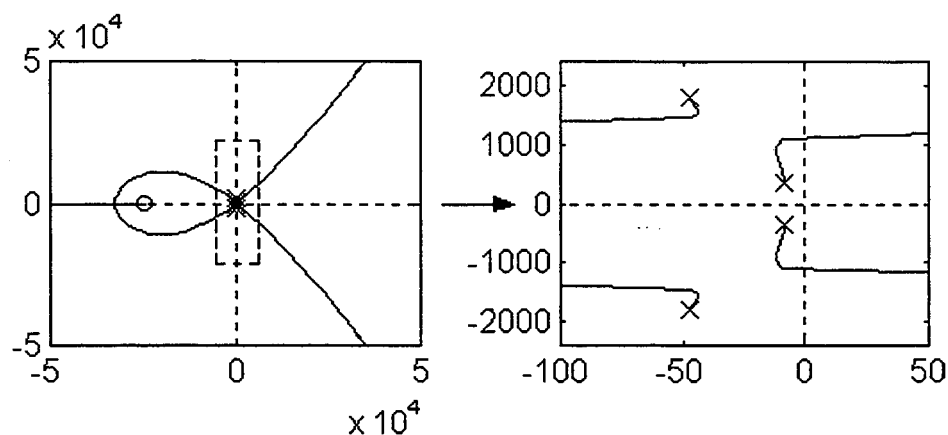


Figura 3.48: Lugar das raízes: $k_2 = 40$.

A figura 3.49 mostra o comportamento do sistema para k_s variando 1 a 40. Nota-se que os pólos têm a sua frequência aumentada tornando o sistema mais oscilatório a medida que a rigidez k_s aumenta. Entretanto, o par de pólos do sensor continua a ser dominante no sistema.

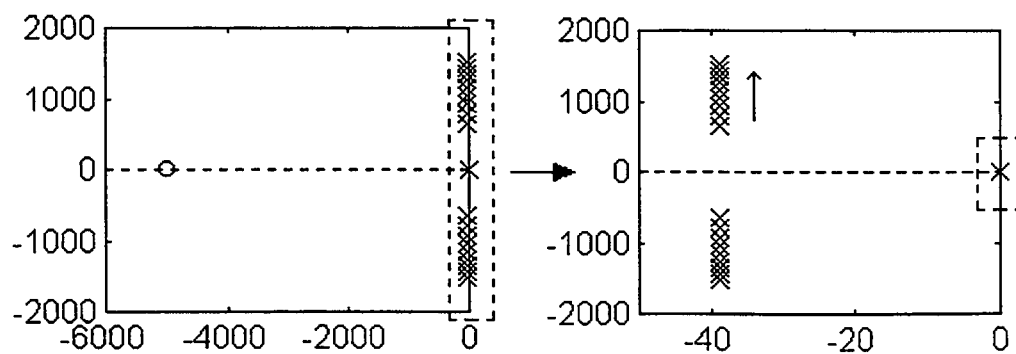


Figura 3.49: Rigidez do sensor variando.

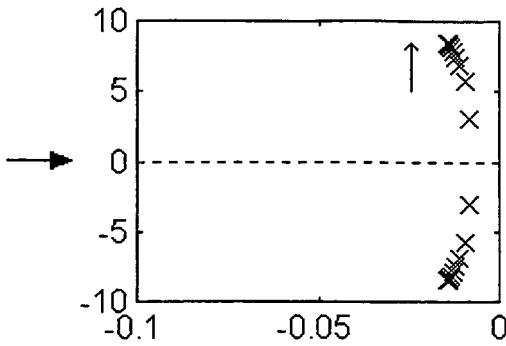


Figura 3.49: Rigidez do sensor variando (continuação).

As figuras 3.50 e 3.51 mostram o lugar das raízes para $k_s = 1$ e $k_s = 40$, respectivamente. O sistema torna-se instável quando o ganho é aumentado.

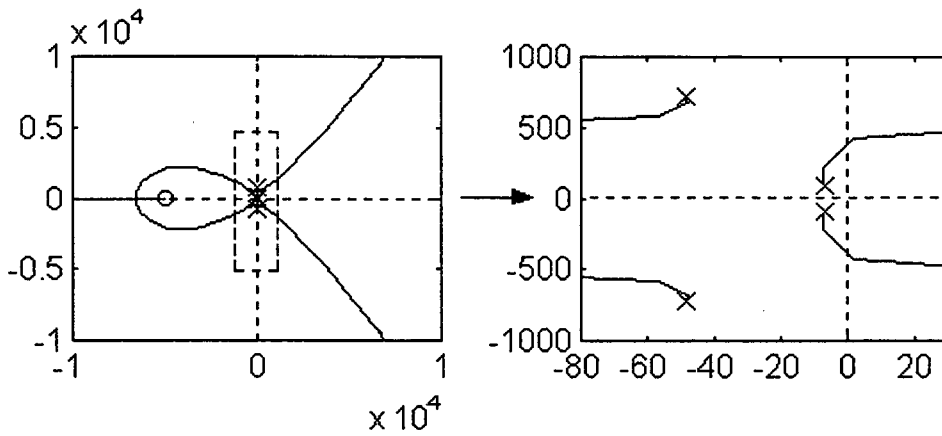


Figura 3.50: Lugar das raízes: $k_s = 1$.

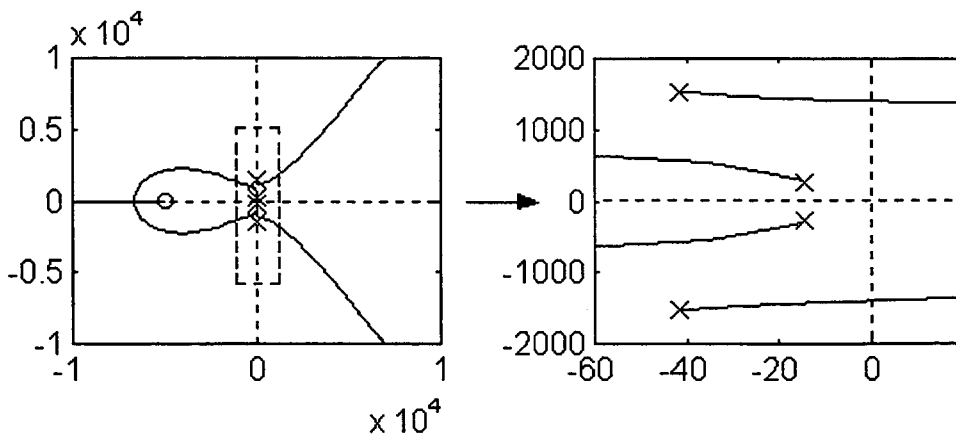


Figura 3.51: Lugar das raízes: $k_s = 40$.

3.6 CONCLUSÕES

No desenvolvimento dos modelos dinâmicos foi considerado que o manipulador mantém um contato contínuo com o meio até o final da tarefa.

Quando a tarefa é realizada o manipulador, o sensor e o meio têm as suas dinâmicas excitadas. Assim sendo, os componentes do sistema do robô foram modelados individualmente e, em seguida, analisados interagindo conjuntamente, sendo desenvolvidos os modelos mecânicos de segunda, de quarta e de sexta ordem. Estes modelos abrangem dois tipos de robôs manipuladores: robô rígido e robô flexível. O modelo mecânico de segunda ordem representa o sistema do robô rígido, sensor e meio, também, rígido. Os modelos de quarta ordem representam os sistemas do robô rígido, sensor e meio flexível, e, também, o robô flexível, sensor e meio rígido. Por último o modelo de sexta ordem representa o sistema do robô flexível, sensor e meio flexível.

Os modelos do robô flexível apresentam o problema de modos dinâmicos não-colocados. Isto é devido a localização, em pontos físicos diferentes, do atuador e do sensor.

No caso do robô rígido interagindo com o meio, também, rígido, a análise de sensibilidade mostrou que o aumento da rigidez do sensor somente faz com que o sistema tenha a sua frequência de oscilação aumentada.

No modelo do robô rígido e meio flexível as variações nas massas (elo e meio) mostraram através do lugar das raízes que o aumento da massa do manipulador em relação à massa do meio faz com que o sistema apresente uma faixa de estabilidade menor. Porém, no caso inverso, o aumento das massas não afetou a estabilidade do sistema. Quando o meio apresenta uma rigidez baixa o sistema mantém a estabilidade. No caso em que o sensor tem uma rigidez baixa, o sistema apresenta um comportamento dinâmico instável, com o aumento da rigidez o sistema mantém um comportamento estável.

O modelo do robô e meio flexíveis mostrou que os parâmetros analisados exercem grande influência no comportamento dinâmico do sistema, principalmente porque o sistema não possui pólos dominantes. O sistema apresenta faixas de estabilidade, isto é, as variações nos parâmetros do modelo não fornecem um comportamento dinâmico estável.

O modelo do robô flexível e meio rígido apresenta um par de pólos complexos conjugados dominantes devido ao sensor, significando que a dinâmica do sensor no sistema do robô manipulador é que exerce maior influência. Apesar do modelo ser representado por um sistema de quarta ordem, o sistema não tem um comportamento dinâmico completa-

mente estável para as variações dos seus parâmetros, apresentando somente faixas de estabilidade.

As análises mostraram que a variação dos parâmetros dos modelos fornece uma boa visão do comportamento dinâmico do sistema em malha fechada considerando uma realimentação proporcional. Verificou-se, também, que a modificação de um mesmo parâmetro não implica que os modelos (robô rígido e flexível) tenham a mesma resposta dinâmica.

CAPÍTULO 4

ANÁLISES DE ESTABILIDADE DO ROBÔ RÍGIDO

4.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo são realizadas as análises de estabilidade do modelo do sistema do robô manipulador rígido em contato com o meio, descritos no capítulo anterior.

Como discutido anteriormente, para o controle da planta (modelo do sistema do robô) tem sido considerado, atualmente, duas estratégias principais, que são: o controle de impedância e o controle de força explícito. Contudo, no capítulo 1 foi mostrado que todo controlador de impedância contém um controlador de força explícito. Portanto, nas análises de estabilidades realizadas neste e no próximo capítulo, serão discutidos somente o controle de força explícito. O objetivo do controle de força explícito é fazer com que o sinal de saída acompanhe o mais próximo possível o sinal de entrada. Na literatura este controle de força tem sido dividido em dois tipos: o controle baseado na força e o controle baseado na malha interna de posição. O controle baseado na força necessita que as medidas realizadas pelo sensor sejam, exclusivamente, de força e, enquanto, no controle baseado na posição é necessário, também, medidas de posição. Neste trabalho só será utilizado a estratégia do controle de força baseado na força.

Na análise de estabilidade, são considerados os controladores clássicos: proporcional (P), integral (I), proporcional-integral (PI) e o proporcional-derivativo (PD), assim como uma forma de filtragem utilizando-se um filtro do tipo passa baixa. Além disso, utiliza-se o sinal de força de referência para eliminar o erro em regime, como proposto em [1].

Este capítulo é organizado como segue. Inicialmente, na seção 4.2 as estratégias de controle de força do robô manipulador são apresentadas. Na seção 4.3 são feitas as análises de estabilidades do sistema, em malha fechada, do robô rígido em contato com o meio rígido e o meio com dinâmica.

4.2 ESTRATÉGIAS DE CONTROLE DE FORÇA

Nesta seção são apresentadas as estratégias de controle de força, utilizadas para as simulações e análises de estabilidade dos modelos dos sistemas do robô manipulador apresentados no capítulo anterior.

O controle de força explícito (baseado na força) é implementado através de um controlador (figura 4.1), que compara o sinal de referência com o sinal medido/calculado, processando-os e fornecendo um sinal de atuação diretamente à planta (modelo). O diagrama de blocos da figura 4.1 mostra o esquema geral de controle do sistema do robô manipulador, onde F_r é o sinal da força de referência, F_c é o sinal da força de saída (força de contato), C é o controlador, R é o termo de alimentação direta do sinal da força de referência aplicado à planta, visando eliminar o erro em regime para entradas de sinal constante, F é um filtro e G é o modelo do sistema do robô manipulador.

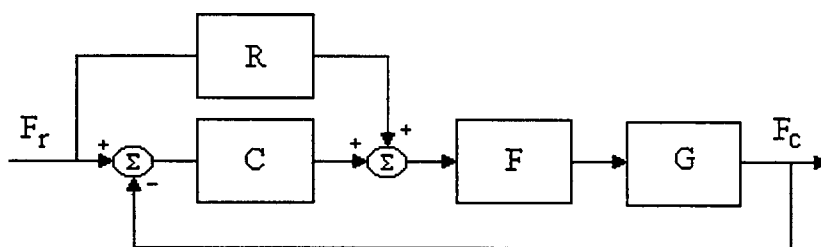


Figura 4.1 - Diagrama de blocos geral do controle de força.

Este é o esquema completo do controle de força [35]. Nas análises que se seguem, esta estrutura de controle será utilizada com algumas modificações que serão indicadas quando necessárias.

As estratégias de controle de força estão mostradas na tabela 4.1. A seguinte notação é utilizada para a identificação dos parâmetros: f_r é a força de referência, f_c é a força de contato medida/calculada pelo sensor de força, f é o sinal de controle, K_p é o ganho proporcional, K_i é o ganho integral e K_d é o ganho derivativo de força. Um resumo das estratégias de controle pode ser obtida em [37].

CONTROLE	LEIS DE CONTROLE
Proporcional	$f = k_p (f_r - f_c)$
Integral	$f = k_i \int (f_r - f_c) dt$
Proporcional-integral	$f = k_p (f_r - f_c) + k_i \int (f_r - f_c) dt$
Proporcional-derivativo	$f = k_p (f_r - f_c) + k_d \frac{d}{dt} (f_r - f_c)$

Tabela 4.1 - Estratégias de controle de força.

4.3 ANÁLISES DE ESTABILIDADE

4.3.1 ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DO ROBÔ E MEIO RÍGIDOS

Nesta seção são realizadas as análises de estabilidades do modelo do sistema do robô manipulador e meio rígidis descritos no capítulo anterior. Nesta análise a função de transferência do modelo, $G_1(s)$, é dada na equação (3.16) e utilizando-se os parâmetros apresentados na seção 3.4.1: $m = 11,39$, $k_s = 20 \cdot 10^5$, $c_s = 0$, $c = 155$. As leis de controle utilizadas estão mostradas na tabela 4.1.

4.3.1.1 CONTROLADOR PROPORCIONAL (P)

Para o controlador proporcional tem-se que, na figura 4.1, $C = K_p$, $F = 1$ e $G = G_1(s)$. Sendo que, a inclusão do termo de alimentação direta R não afeta a equação característica da função de transferência. Desta forma, a função de transferência em malha fechada do modelo do robô e meio rígidis com controlador proporcional é dada por,

$$\frac{F_c(s)}{F_r(s)} = \frac{(K_p + R)G_1(s)}{1 + K_p G_1(s)} \quad (4.1)$$

Nas análises desenvolvidas aqui o termo de alimentação direta R é considerado, inicialmente, nulo e em seguida é considerado como unitário, para que o erro em regime que o sistema apresenta seja eliminado. Esta é a grande vantagem que ele fornece, pois o erro é eliminado independentemente do valor do ganho do controlador.

A figura 4.2 mostra o lugar das raízes para o ganho K_p . Nota-se que o sistema permanece estável independentemente do aumento do ganho K_p , mas isto faz com que a frequência de oscilação do sistema aumente.

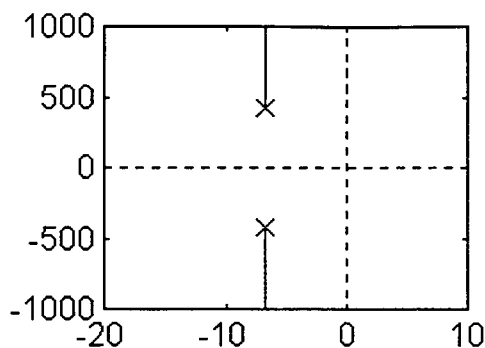


Figura 4.2 - Lugar das raízes para o controlador proporcional.

O problema que surge quando o ganho K_p é aumentado pode ser observado no diagrama de Bode da figura 4.3. O sistema com controlador proporcional apresenta um elevado pico de ressonância que é amplificado conforme o ganho proporcional é aumentado, ou seja a frequência amortecida do sistema tende ao infinito quando o ganho K_p aumenta.

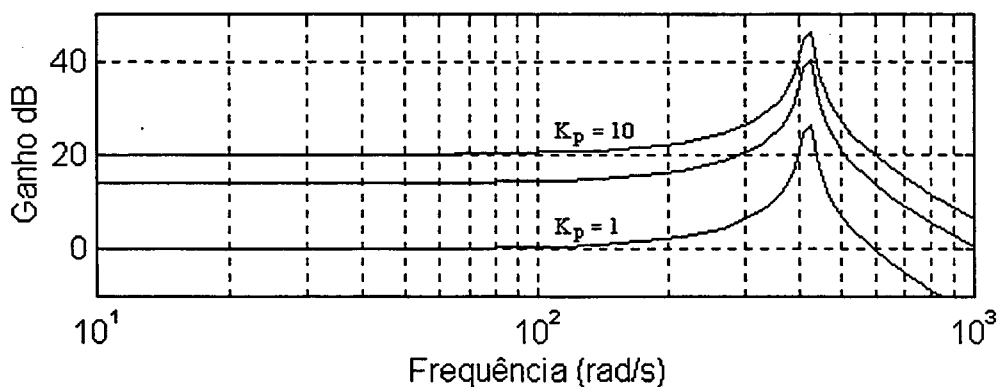


Figura 4.3 - Resposta em frequência: $K_p = [1 \ 5 \ 10]$.

Para o controlador proporcional a resposta ao degrau unitário, para alguns valores do ganho K_p , está mostrada nas figuras 4.4 (o sinal da força de referência não está incluído). Nota-se que sistema possui grandes oscilações e um erro finito em regime. As figuras 4.5 mostram a resposta ao degrau unitário considerando-se o sinal de força de referência, $R = 1$, o que faz com que o erro seja eliminado, mas as oscilações continuem presente no sistema.

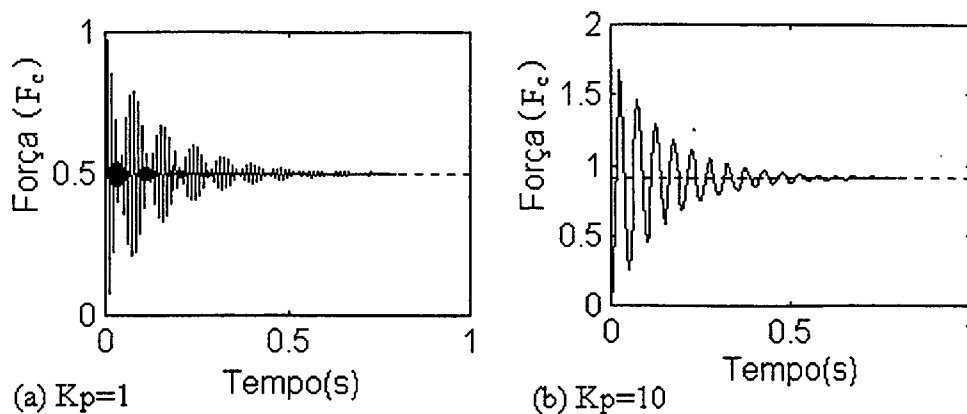


Figura 4.4 - Resposta ao degrau unitário.

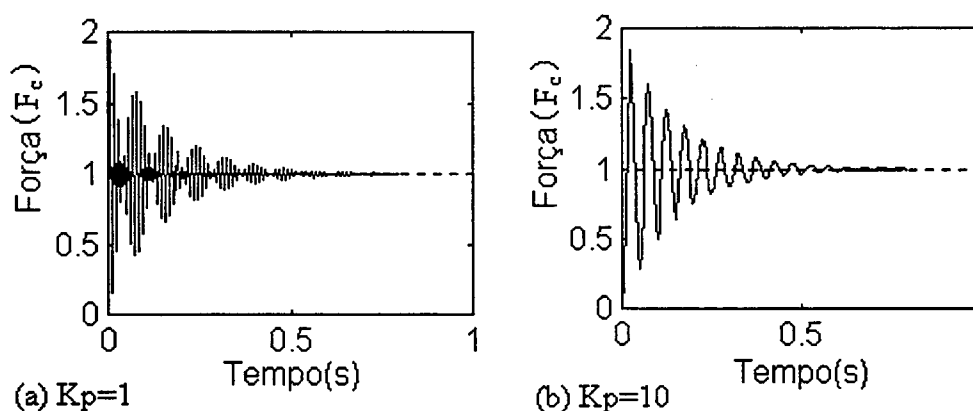


Figura 4.5 - Resposta ao degrau unitário com sinal de força de referência.

Em [1] foi proposto uma maneira de eliminar as oscilações que aparecem na resposta ao degrau utilizando-se um filtro passa baixa do tipo

$$F = \frac{a}{(s + a)} \quad (4.2)$$

É importante observar que, na figura 4.1, o filtro está localizado na malha direta, logo após ao controlador. Assim, a nova função de transferência do sistema passa a ser,

$$\frac{F_c}{F_r} = \frac{(K_p + R) F(s) G_1(s)}{1 + K_p F(s) G_1(s)} \quad (4.3)$$

O lugar das raízes é modificado pela presença do pólo real do filtro. Dependendo do valor de a escolhido ele pode reduzir a amplitude do pico de ressonância. Para $a \rightarrow \infty$ o sistema comporta-se como se o controlador fosse do tipo proporcional puro e para $a \rightarrow 0$ o sistema tem a característica de um controlador integral (a ser visto na próxima seção).

O lugar das raízes para o ganho K_p pode ser visto na figura 4.6. A presença do pólo do filtro torna o sistema com controlador proporcional instável a medida que o ganho K_p aumenta. A figura à direita mostra os pólos nas proximidades da origem.

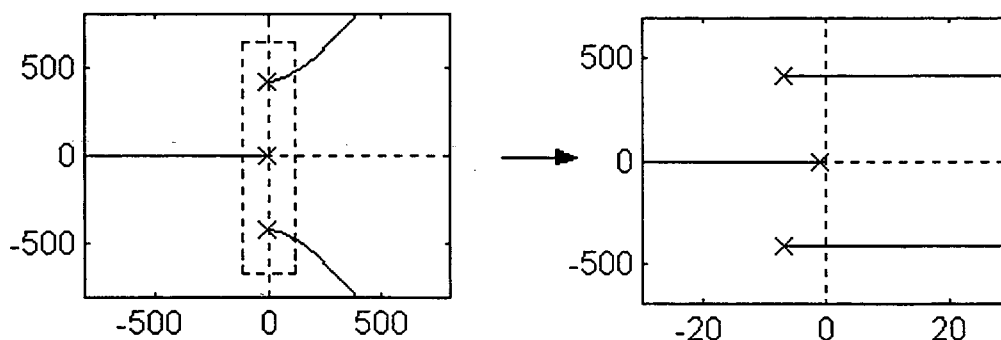


Figura 4.6 - Lugar das raízes para o controlador proporcional com filtro.

Observa-se do diagrama de Bode da figura 4.7, que para $a = 1$ o pico de ressonância está abaixo da unidade, e enquanto para $a = 100$ o pico de ressonância já está acima da unidade. Desta forma, nesta dissertação só será considerado o projeto do filtro para pequenos valores de a .

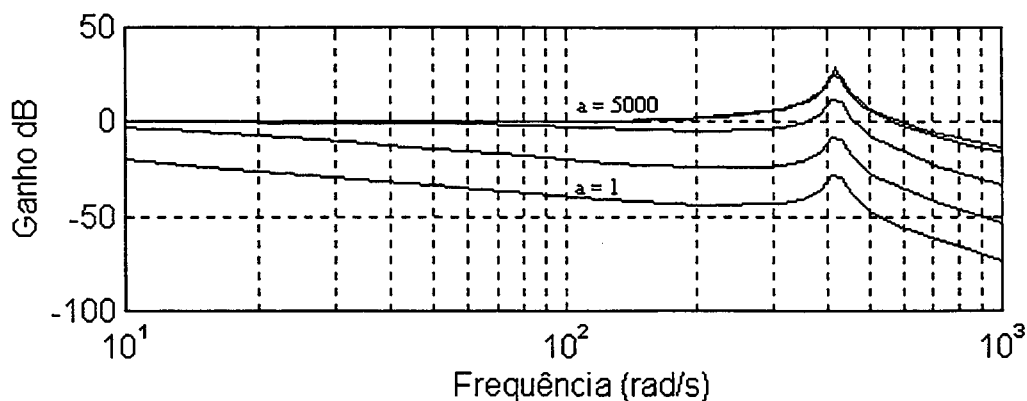


Figura 4.7 - Resposta em frequência: $K_p=1$ e $a = [1 \ 10 \ 100 \ 1000 \ 5000]$.

Como o sistema passa a apresentar um pólo dominante, a resposta ao degrau tem a característica de um sistema de primeira ordem, como pode ser visto na figura 4.8 (a). Nota-se que as oscilações foram eliminadas mas o erro em regime permanece. A inclusão do sinal de força de referência faz com que o sinal de saída acompanhe o sinal de entrada, figura 4.8 (b). Também, verifica-se que conforme o ganho K_p é aumentado o sistema tem um tempo de resposta mais rápido, para os valores de K_p dentro da faixa de estabilidade.

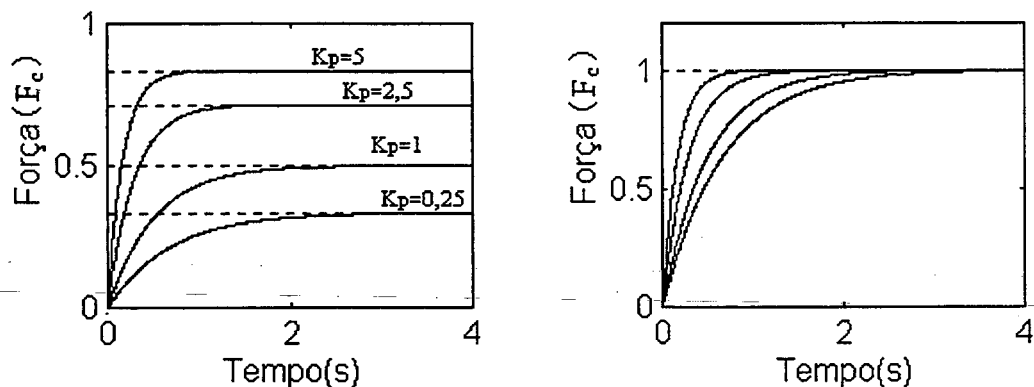


Figura 4.8 - Resposta ao degrau (a) $R=0$ e (b) $R=1$.

4.3.1.2 CONTROLADOR INTEGRAL (I)

Considera-se para o controlador integral, no esquema geral da figura 4.1, que:

$C = \frac{K_i}{s}$, $F = 1$ e $G = G_1(s)$. Com isso, a função de transferência em malha fechada do modelo do robô e meio rígidos com controlador integral é dada por,

$$\frac{F_c}{F_r} = \frac{\left(\frac{K_i}{s}\right) G_1(s)}{1 + \left(\frac{K_i}{s}\right) G_1(s)} \quad (4.4)$$

Neste caso, a inclusão do sinal de força de referência não é necessária porque o controlador integral elimina o erro em regime para uma entrada de sinal constante, isto é, o sistema é do tipo 1 e tem erro finito a rampa.

Para o controlador integral o lugar das raízes está mostrado na figura 4.9. Verifica-se que o comportamento do sistema é similar ao do controlador proporcional com filtro. O

sistema permanece estável para a faixa do ganho $0 \leq K_i \leq 13,08$, acima deste valor o sistema torna-se instável.

O controlador integral tem a característica de um filtro passa baixa, reduzindo os picos de ressonância de alta frequência que aparecem quando o controlador é do tipo proporcional, como pode ser visto no diagrama de Bode da figura 4.10.

A resposta ao degrau unitário da figura 4.11 mostra que o sistema não apresenta erro em regime e o tempo de resposta depende do valor do ganho K_i escolhido. O sistema apresenta oscilações conforme o ganho K_i é aumentado.

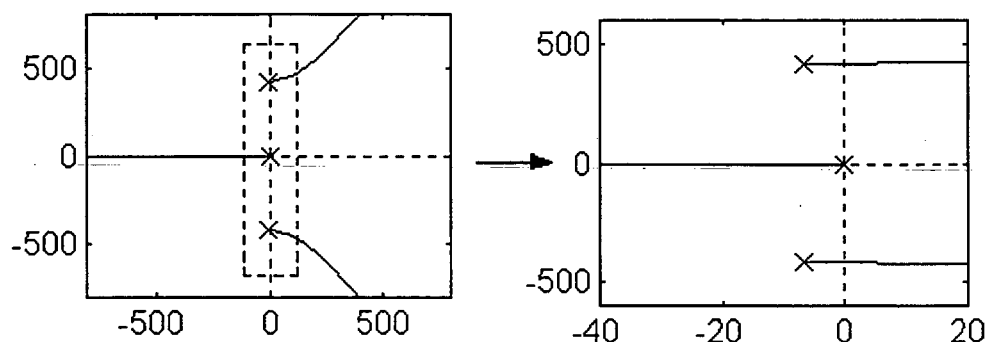


Figura 4.9 - Lugar das raízes para o controlador integral

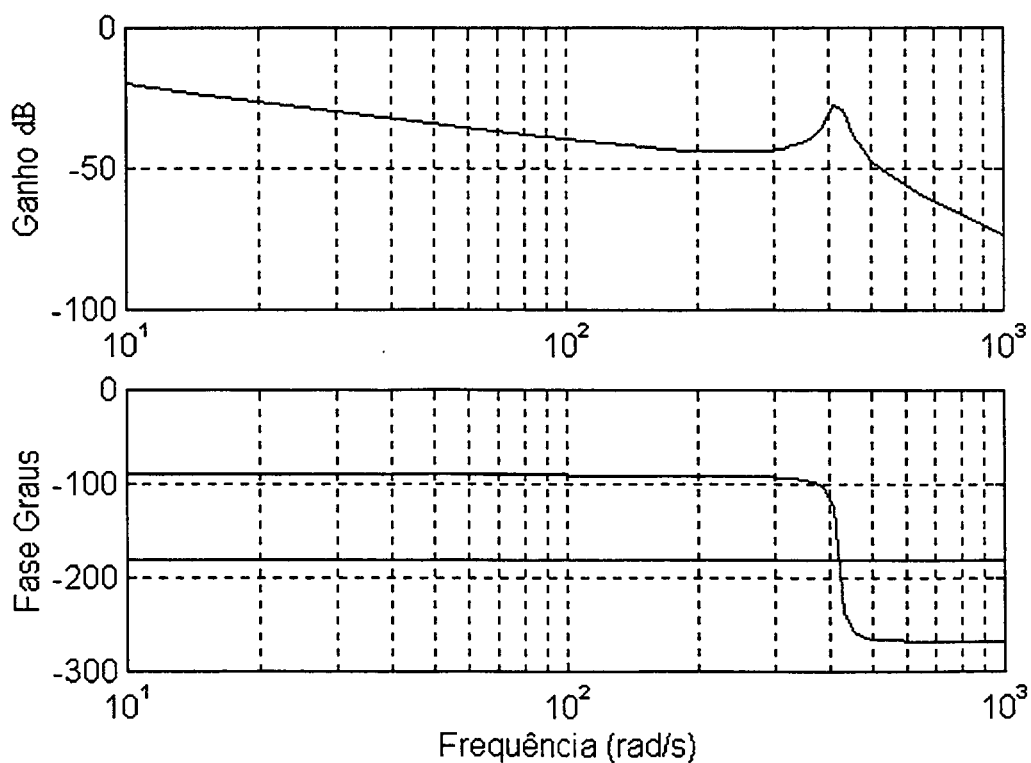


Figura 4.10 - Resposta em frequência: $K_i = 1$

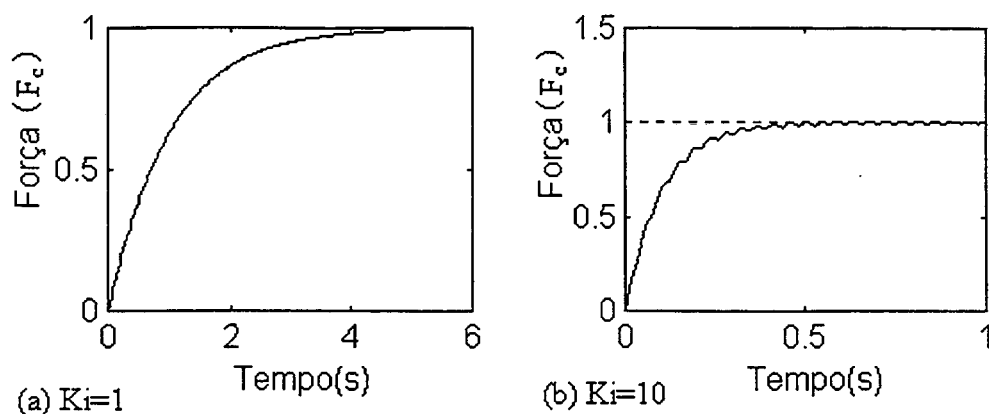


Figura 4.11 - Resposta ao degrau unitário.

4.3.1.3 CONTROLADOR PROPORCIONAL-INTEGRAL (PI)

No esquema geral da figura 4.1, tem-se que: $C = K_p + \frac{K_i}{s}$, $F = 1$ e $G = G_1(s)$. Assim, a função de transferência em malha fechada do modelo do robô e meio rígidos com controlador proporcional-integral é,

$$\frac{F_c}{F_r} = \frac{(K_p + \frac{K_i}{s}) G_1(s)}{1 + (K_p + \frac{K_i}{s}) G_1(s)} \quad (4.5)$$

O controlador PI é a combinação linear dos controladores proporcional e integral. Assim como no controlador integral, o sinal de força de referência não é necessário pois o erro em regime, para uma entrada constante, é eliminado, ou seja, segundo o esquema da figura 4.1 $R = 0$.

O lugar das raízes para o controlador proporcional-integral é semelhante ao lugar das raízes do controlador integral como mostrado na figura 4.12. Neste caso, o ganho proporcional é $K_p = 1$ e o ganho integral K_i é o ganho variante, sendo assim o sistema tem uma faixa para o ganho integral de $0 \leq K_i \leq 13,33$. Verifica-se que o comportamento do sistema é similar ao do controlador proporcional com filtro.

O diagrama de Bode mostra que o sistema com controlador proporcional-integral tem um pico de ressonância similar ao do controlador proporcional, fornecendo ao sistema as mesmas características deste controlador.

Este fato pode ser comprovado pela resposta ao degrau unitário da figura 4.14. As oscilações estão presentes no sistema e aumentam quando os ganhos K_p e K_i são aumentados. Estas oscilações poderiam ser reduzidas se o valor do ganho proporcional fosse reduzido e fazendo com que o ganho integral do controlador seja aumentado.

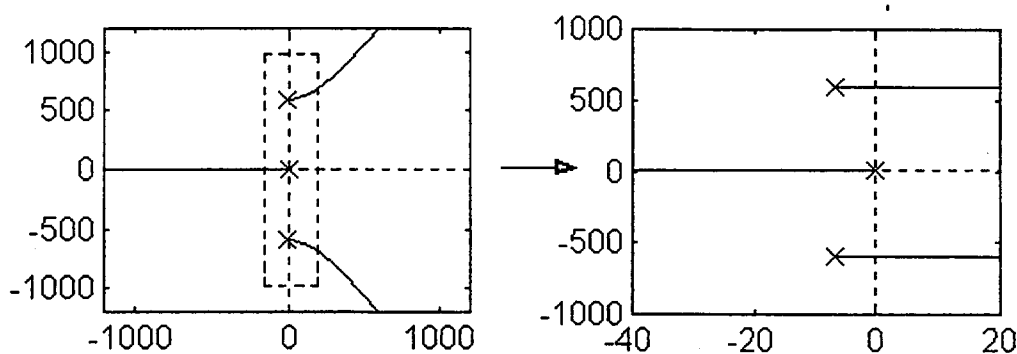


Figura 4.12 - Lugar das raízes para o controlador PI.

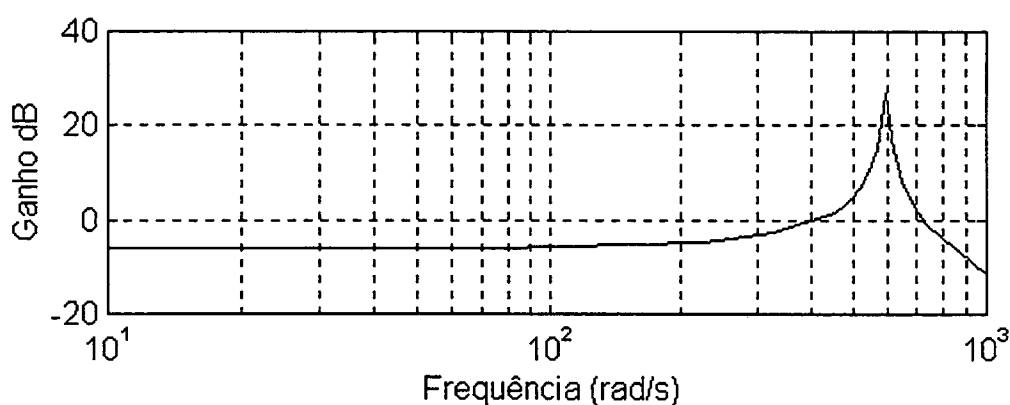


Figura 4.13 - Resposta em frequência: $K_p=1$ e $K_i=1$.

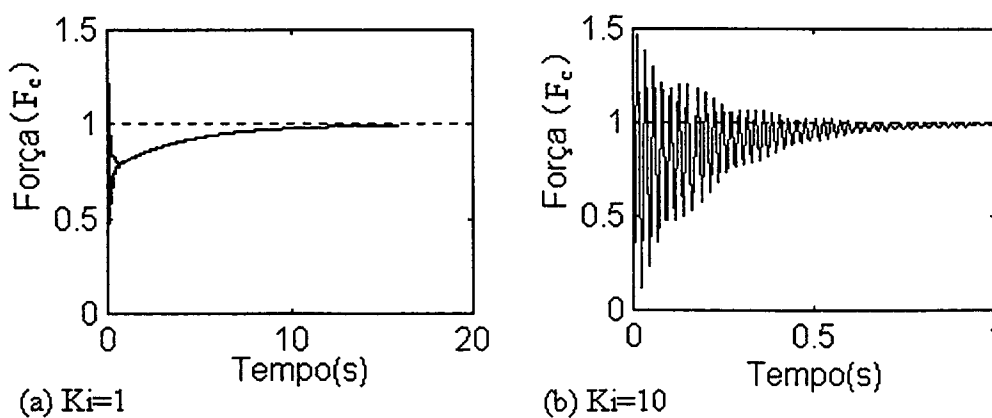


Figura 4.14 - Resposta ao degrau unitário.

4.3.1.4 CONTROLADOR PROPORCIONAL-DERIVATIVO (PD)

Para o controlador proporcional-derivativo tem-se no esquema geral representado na figura 4.1 que: $C = K_d s + K_p$, $F = 1$ e $G = G_1(s)$. O termo de alimentação direta, R , é incluído na função de transferência para eliminar o erro em regime que o sistema apresenta.

A função de transferência em malha fechada do modelo do robô e meio rígidos para o controlador proporcional-derivativo é,

$$\frac{F_c}{F_r} = \frac{(K_d s + K_p + R) G_1(s)}{1 + (K_d s + K_p) G_1(s)} \quad (4.6)$$

A figura 4.15 mostra o lugar das raízes do modelo com controlador PD, considerando-se o ganho $K_p = 1$ e K_d variante. Neste caso, o valor do ganho K_p pode ser fixado dentro da faixa estabelecida pelo controlador proporcional da seção 4.3.1.1, e assim o sistema permanece estável. Valores fixados fora da faixa tornam o sistema instável. A escolha do ganho K_p determina o ponto inicial do lugar das raízes do sistema, mas não modifica a sua característica.

Em relação ao controlador proporcional, a inclusão do zero na origem do plano complexo, faz com que os pólos sejam “puxados” para a esquerda, tornando o sistema menos oscilatório. Contudo, o diagrama de Bode da figura 4.16 mostra que, ainda para pequenos ganhos de K_d , o pico de ressonância tem a sua magnitude amplificada.

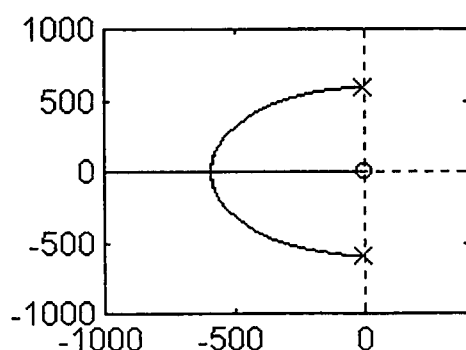


Figura 4.15 - Lugar das raízes para o controlador PD.

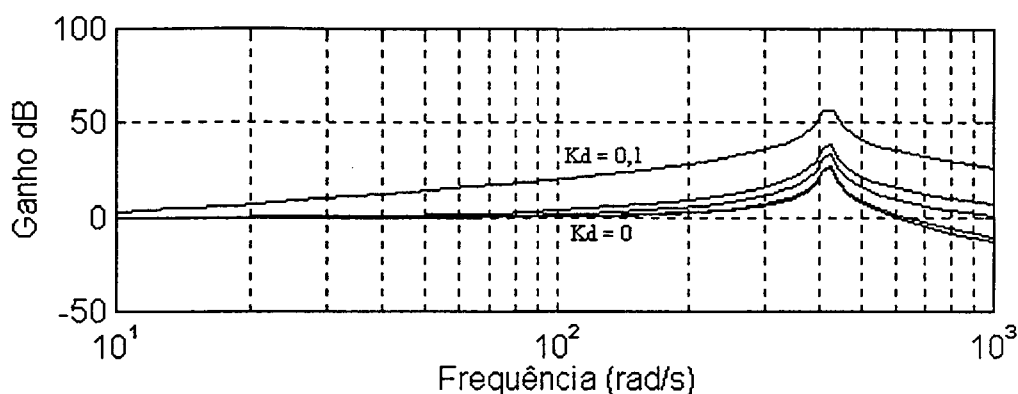


Figura 4.16 - Resposta em frequência: $K_p = 1$ e $K_d = [0 \ 0.001 \ 0.005 \ 0.01 \ 0.1]$.

Em geral, para um sistema de 2ª ordem a resposta do sistema é bastante modificada pela presença de um zero próximo aos pólos. No caso extremo em que o zero está localizado exatamente sobre o pólo existe uma redução na ordem do sistema, nos casos práticos este cancelamento não existe. Entretanto, a influência do zero na resposta torna-se mais significativa a medida que este se aproxima do eixo imaginário [29].

Na resposta ao degrau unitário a figura 4.17, com o ganho $K_p=1$ e o termo de alimentação direta $R=1$, fica evidente a influência que o zero exerce sobre no sistema. Quando o valor do ganho $K_d \rightarrow 0$ o sistema apresenta a característica do controlador proporcional e quando $K_d \rightarrow \infty$ o zero aproxima-se do eixo imaginário tornando o sistema mais lento. Além disso, o controlador PD não elimina o erro em regime. Como foi visto anteriormente, a inclusão do sinal de força de referência elimina o erro fazendo o sinal de saída acompanhar o sinal de entrada, como pode ser visto na figura 4.18.

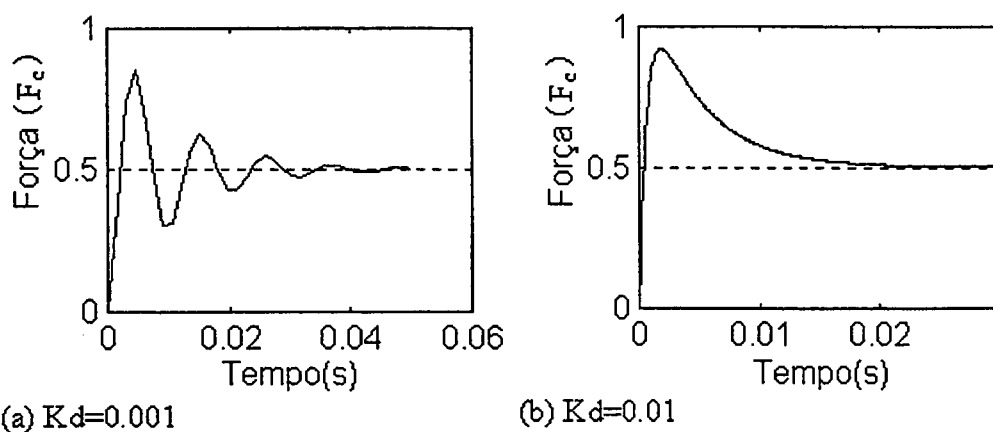


Figura 4.17 - Resposta ao degrau unitário

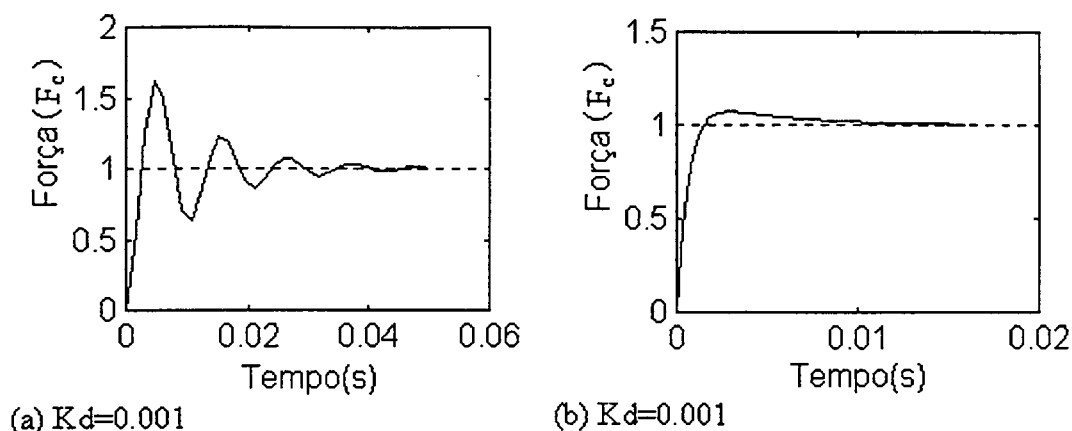


Figura 4.18 - Resposta ao degrau unitário.

A inclusão de um filtro passa baixa $F(s)$ reduz a magnitude do pico de ressonância e, também, a influência do zero. Com a inclusão do filtro a nova função de transferência do sistema passa a ser

$$\frac{F_c}{F_r} = \frac{(K_d s + K_p + R)F(s)G_1(s)}{1 + (K_d s + K_p)F(s)G_1(s)} \quad (4.7)$$

O lugar das raízes é modificado pela presença do pólo do filtro, como mostra a figura 4.19. Para o lugar das raízes é considerado que $K_p = 1$, $a = 1$ e K_d como o ganho variante. Verifica-se que o pólo do filtro diminui o efeito do zero do controlador, enquanto os pólos do sistema têm a sua frequência aumentada conforme o ganho K_d aumenta.

Assim, como no controle proporcional, o filtro reduz a magnitude do pico de ressonância, mas um pequeno aumento do ganho K_d faz com que ele volte a ser amplificado como mostra a figura 4.20, tornando a filtragem ineficaz.

A resposta ao degrau unitário das figuras 4.21 (a) e (b) mostra que o pólo do filtro tem uma grande influência, fazendo com que o sistema tenha um comportamento de um sistema de 1ª ordem, aumentando porém o tempo de resposta. Novamente é verificado que a inclusão do sinal de força de referência, isto é, $R=1$, elimina os erros em regime, figuras 4.21 (c) e (d).

Nas próximas seções o sinal de força de referência não será considerado, uma vez que está evidenciado que ele é utilizado simplesmente para eliminar o erro em regime.

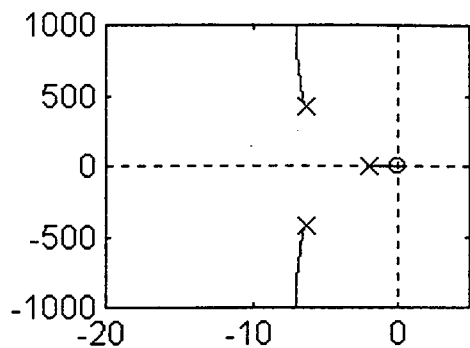


Figura 4.19 - Lugar das raízes para o controlador PD com filtro.

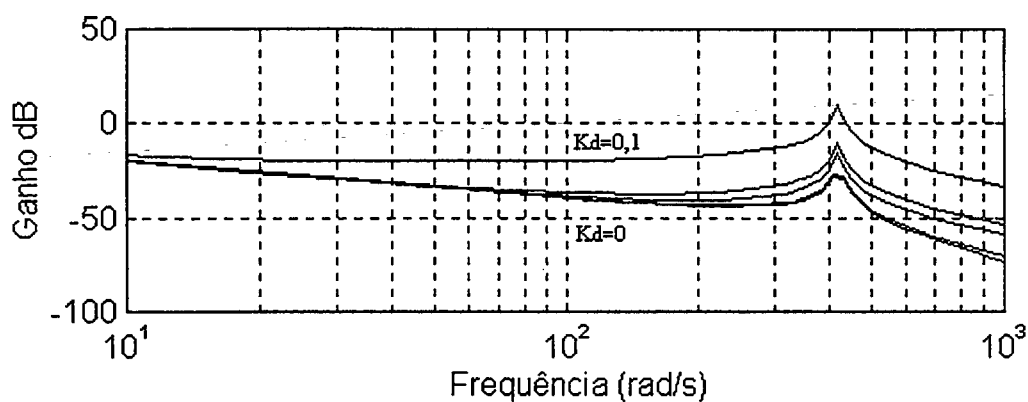
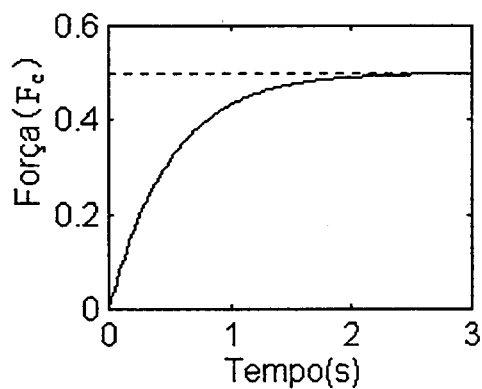
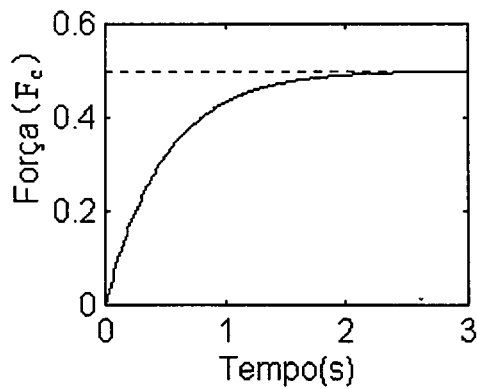


Figura 4.20 - Resposta em frequência: $K_p = 1$ e $K_d = [0 \ 0.001 \ 0.005 \ 0.01 \ 0.1]$.



(a) $K_d=0.001$



(b) $K_d=0.01$

Figura 4.21 - Resposta ao degrau unitário.

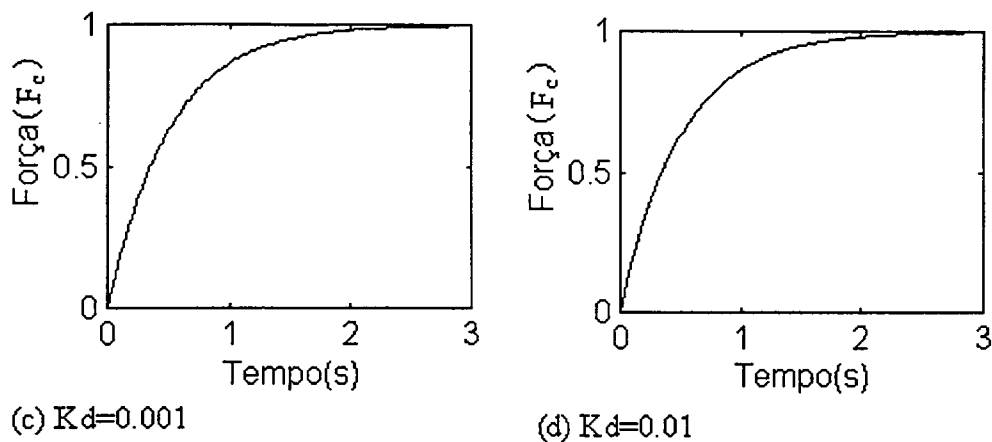


Figura 4.21 - Resposta ao degrau unitário (continuação).

4.3.2 ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DO ROBÔ RÍGIDO E MEIO FLEXÍVEL

Nesta seção são apresentadas as análises de estabilidade do modelo do robô manipulador rígido e meio flexível. Este modelo é descrito pela função de transferência $G_2(s)$, representado pela equação (3.20). O estudo a seguir considera os seguintes parâmetros: $m = 1,46$, $m_e = 0,14$, $c = 10$, $c_s = 10$, $c_e = 26,3$, $k_s = 500.000$ e $c_s = 13.000$.

4.3.2.1 CONTROLADOR PROPORCIONAL (P)

Utilizando-se o esquema geral da figura 4.1, a função de transferência em malha fechada do sistema com controlador proporcional é

$$\frac{F_c}{F_c} = \frac{K_p G_2(s)}{1 + K_p G_2(s)} \quad (4.8)$$

Este sistema é do tipo 0 (zero) com erro finito para uma entrada em degrau. O lugar das raízes do sistema para o ganho K_p é mostrado na figura 4.22, sendo que a figura à direita é uma ampliação dos pólos e zeros próximos a origem. Nota-se que o sistema torna-se mais oscilatório conforme o ganho K_p aumenta. Os pólos do sensor tornam-se complexos conjugados e caminham para o infinito. Além disso, os pólos devido ao meio caminham para os zeros através do semi plano direito do plano complexo, tornando o controle proporcional instável. O sistema apresenta duas faixas do ganho proporcional para a qual ele permanece estável: $0 \leq K_p \leq 1,2$ e $K_p \geq 21,95$.

Assim como no modelo do sistema de 2ª ordem, o controlador proporcional apresenta um pico de ressonância como mostra a figura 4.23, de onde obtém-se a margem de ganho do sistema $MG = 1,2$. Uma vez que o sistema, em malha fechada, apresenta um pico de ressonância, a resposta transitória não será satisfatória.

Como pode ser visto na figura 4.24, a resposta ao degrau unitário torna-se mais oscilatória a medida que o ganho K_p é aumentado. Para valores de K_p escolhidos dentro da segunda faixa de ganhos, o sistema apresenta maiores oscilações em sua resposta.

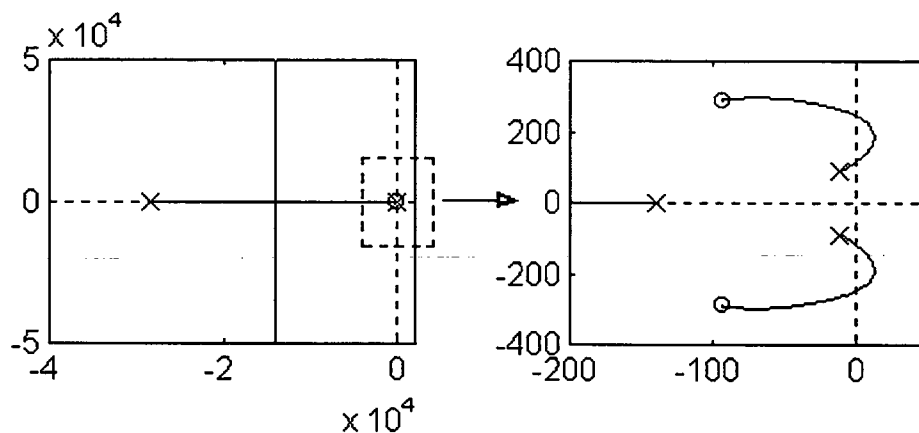


Figura 4.22 - Lugar das Raízes para o ganho K_p .

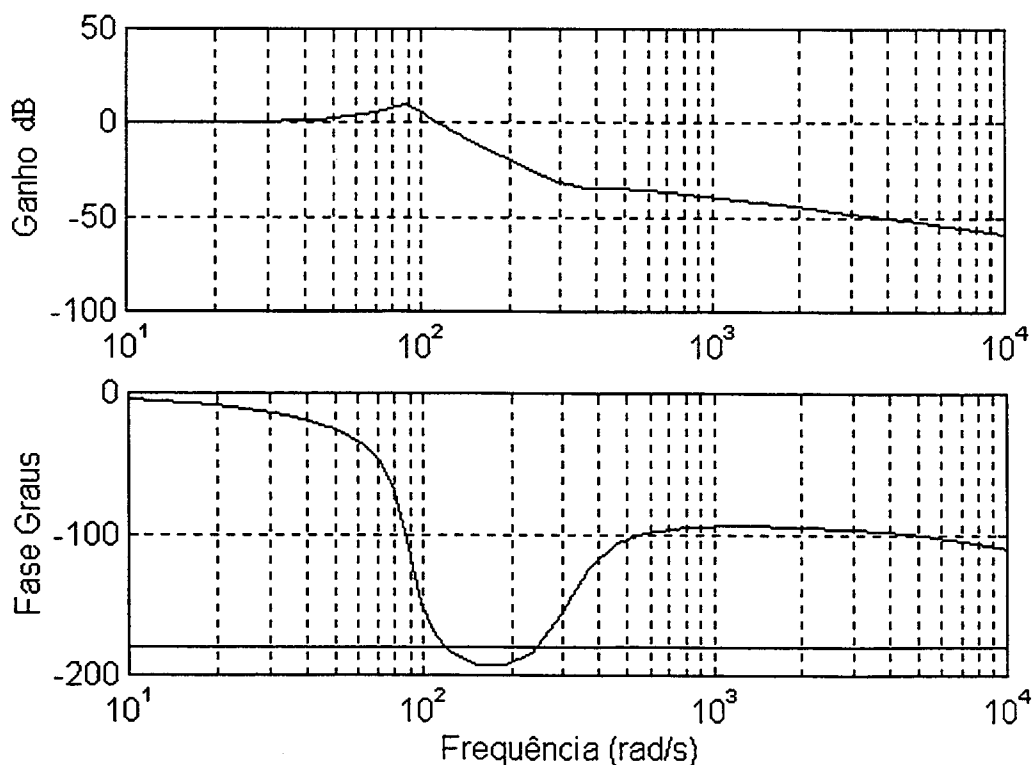


Figura 4.23 - Resposta em frequência: $K_p = 1$.

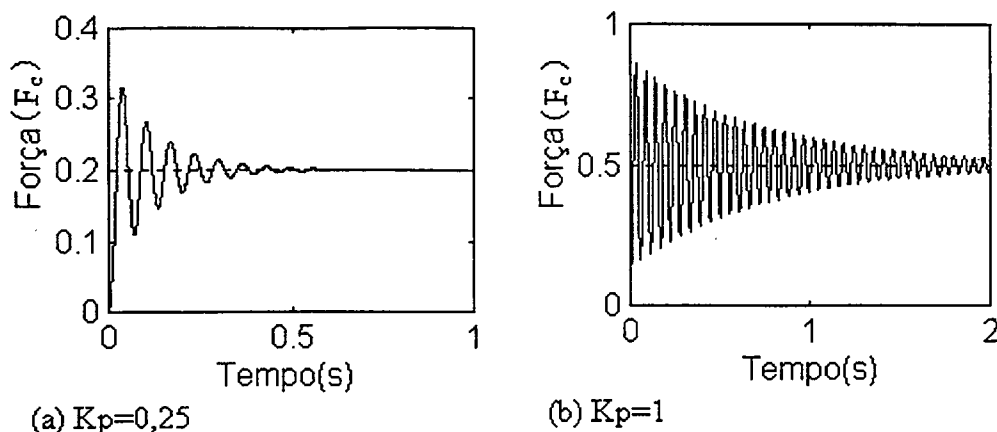


Figura 4.24 - Resposta ao degrau unitário.

A inclusão do filtro passa baixa reduz as oscilações que o sistema apresenta. A nova função de transferência em malha fechada, com o filtro colocado na malha direta, passa a ser:

$$\frac{F_c}{F_r} = \frac{K_p F(s) G_2(s)}{1 + K_p F(s) G_2(s)} \quad (4.9)$$

O pólo do filtro modifica o lugar das raízes como mostra a figura 4.25, sendo que a figura da direita mostra em detalhe a área selecionada próximo a origem. Desta forma, inclui-se um pólo dominante no sistema fazendo com que ele tenha a característica de um sistema de 1ª ordem. O sistema passa a ter apenas uma faixa de valores do ganho, $K_p \leq 16,25$, para a qual ele permanece estável, esta faixa é consideravelmente maior do que o controlador proporcional apresenta.

A inclusão do filtro reduz o pico de ressonância que o sistema apresenta e, com isso, o sistema passa a ter uma margem de ganho maior, com mostra o diagrama de Bode do sistema da figura 4.26, quando comparado com a figura 4.23. Conseqüentemente, a redução do pico de ressonância abaixo da unidade faz com que o sistema tenha uma resposta transitória adequada.

A figura 4.27 mostra a resposta ao degrau unitário do sistema com controlador proporcional com filtro. Nota-se que para valores baixos do ganho K_p o sistema não apresenta oscilações. O erro em regime é menor para valores elevados do ganho K_p , mas implicando em maiores oscilações no sistema. Como foi visto na seção anterior, o erro

pode ser eliminado acrescentando-se o sinal de força de referência. O aumento do ganho implica que os pólos em malha fechada estão próximos ao eixo imaginário. Nota-se que a resposta temporal apresenta uma faixa maior do ganho K_p para a qual o sistema permanece estável.

Como o pólo do filtro está próximo a origem, o sistema passa a ter a característica do sistema com controlador integral, como visto a seguir.

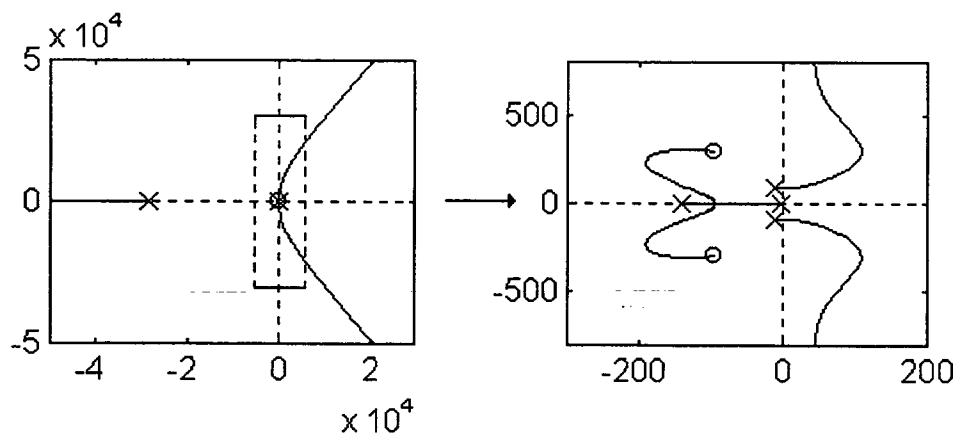


Figura 4.25 - Lugar das raízes controlador proporcional com filtro.

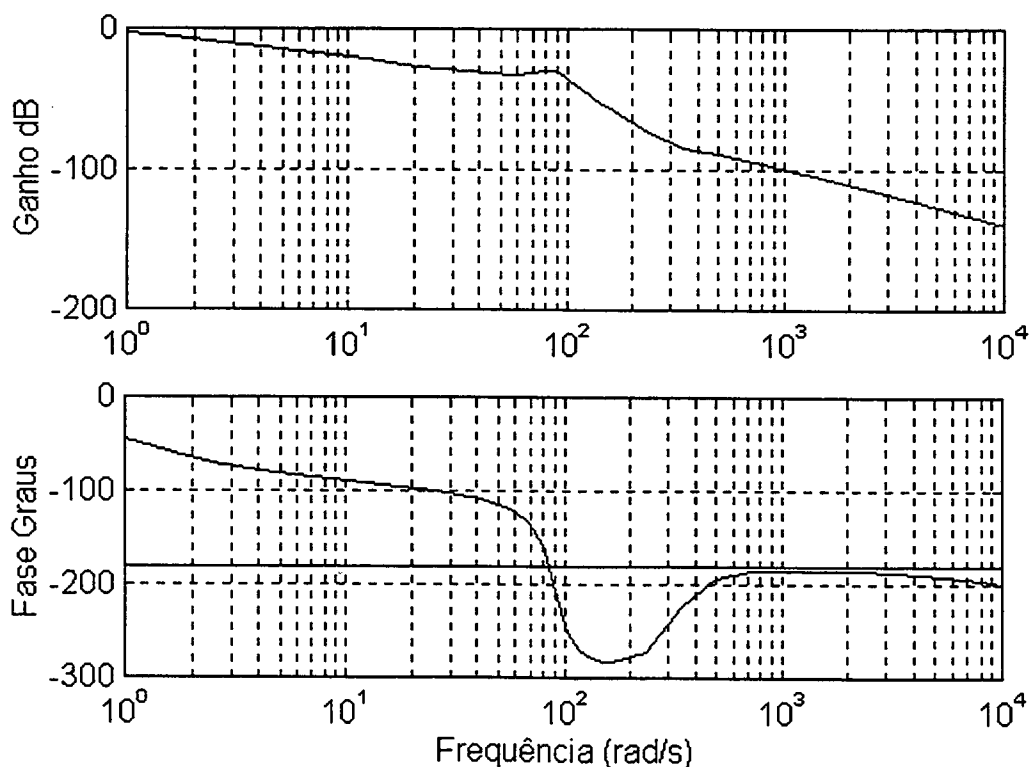


Figura 4.26 - Resposta em frequência: $K_p = 1$.

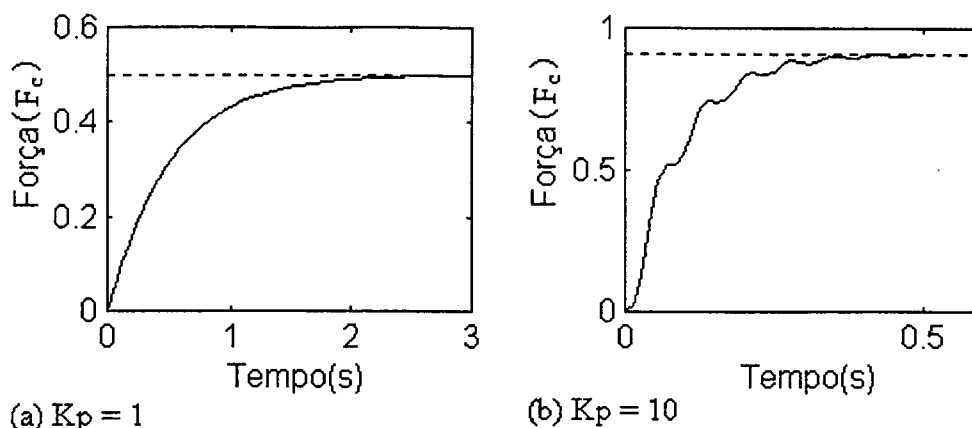


Figura 4.27 - Resposta ao degrau unitário.

4.3.2.2 CONTROLADOR INTEGRAL (I)

Considerando-se o esquema geral da figura 4.1, a função de transferência em malha fechada para o controlador integral é,

$$\frac{F_c}{F_r} = \frac{\left(\frac{K_i}{s}\right) G_2(s)}{1 + \left(\frac{K_i}{s}\right) G_2(s)} \quad (4.10)$$

Este é um sistema do tipo 1 e que possui um erro finito para a entrada em rampa. O controlador integral tem como vantagem introduzir um pólo real dominante na origem do plano s . Como mostra a figura 4.28, o lugar das raízes tem as mesmas características do controlador proporcional com filtro. A área seleccionada está mostrada à direita. Neste caso, a faixa de ganho para a qual o sistema permanece estável é $0 \leq K_i \leq 13,17$, que é menor do que a faixa do controlador proporcional com filtro. O aumento do ganho K_i faz com que os pólos correspondentes ao meio caminhem em direção ao semi plano direito, fazendo com que o sistema se torne instável.

No diagrama de Bode da figura 4.29 observa-se que o sistema com este controlador, praticamente, elimina o pico de ressonância. Assim, o sistema apresentará uma resposta transitória satisfatória.

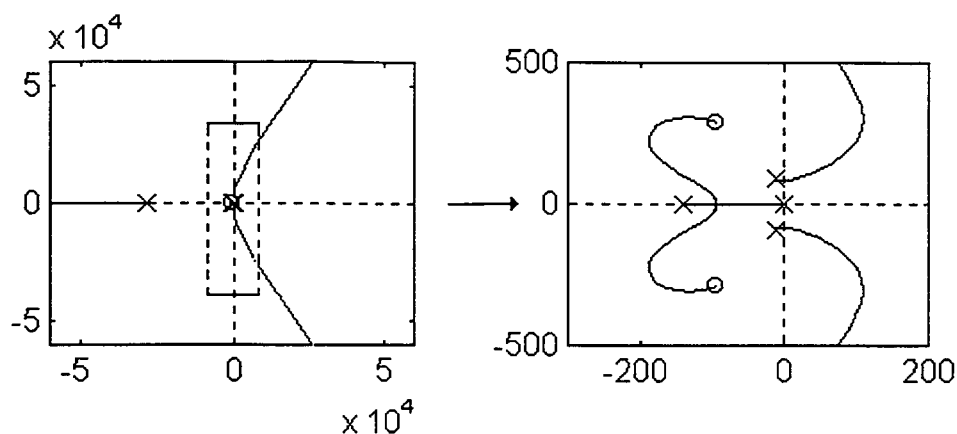


Figura 4.28 - Lugar das raízes para o controlador integral.

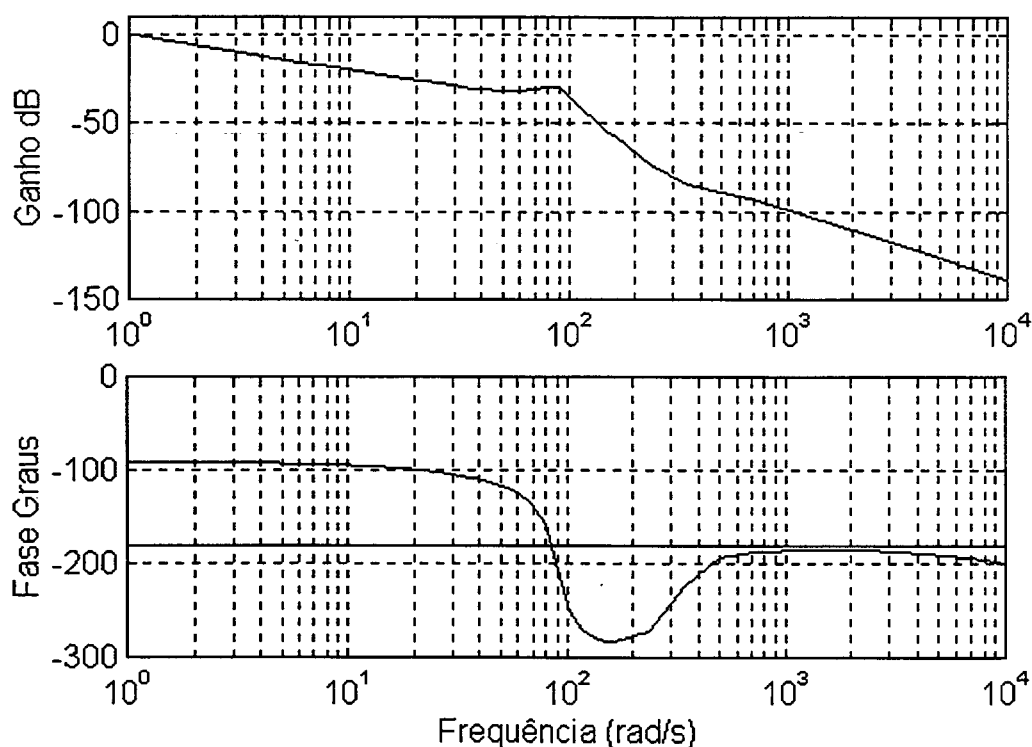


Figura 4.29 - Resposta em frequência: $K_i = 1$.

A figura 4.30 mostra a resposta ao degrau unitário do sistema. É observado que o controlador integral apresenta as mesmas formas das curvas que o controlador proporcional com filtro, exceto que o erro em regime é eliminado para qualquer valor do ganho K_i e, também, ocorre o aumento das oscilações do sistema quando K_i aumenta. Isto é esperado, conforme pode ser visto na figura 4.28, pois um aumento no ganho K_i reduz o amortecimento efetivo do sistema podendo, inclusive, levá-lo a instabilidade. Assim como no controlador proporcional com filtro, a faixa do ganho K_i para a qual o sistema permanece estável é maior do que a obtida pelo lugar das raízes.

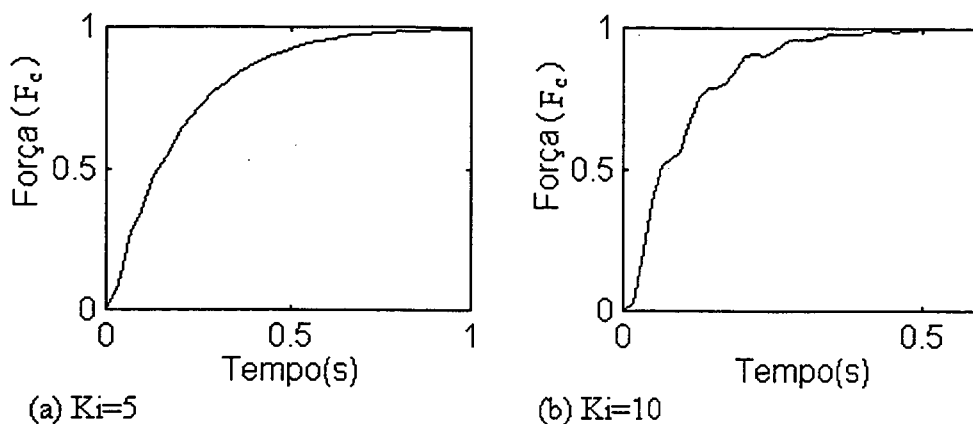


Figura 4.30 - Resposta ao degrau unitário.

4.3.2.3 CONTROLADOR PROPORCIONAL-INTEGRAL (PI)

A função de transferência para o controlador proporcional-integral em malha fechada, utilizando-se o esquema geral da figura 4.1, é

$$\frac{F_c}{F_r} = \frac{(K_p + \frac{K_i}{s}) G_2(s)}{1 + (K_p + \frac{K_i}{s}) G_2(s)} \quad (4.11)$$

O lugar das raízes da figura 4.31, para o ganho K_i como parâmetro variante, mostra que o controlador proporcional-integral tem uma característica similar a do controlador integral apresentando um pólo na origem. O valor escolhido do ganho K_p determina o ponto inicial do lugar das raízes, mas não altera a sua característica. Na seção 4.3.2.1 o ganho máximo obtido para o ganho K_p foi de 1,2. No caso do controlador proporcional-integral o ganho de K_p pode variar nesta faixa, para que o sistema tenha um comportamento estável. Com o ganho $K_p = 1$, o sistema tem a seguinte faixa do ganho integral: $0 \leq K_i \leq 4,45$.

Apesar do pólo na origem, o sistema ainda apresenta um pico de ressonância devido a parcela proporcional do controlador. A figura 4.32 mostra o diagrama de Bode para o controlador PI. É observado que ela é semelhante à resposta em frequência do controlador proporcional, da figura 4.23.

Assim como no controlador proporcional, na resposta transitória o sistema apresentará oscilações devido à influência da parte proporcional do controlador e bem como ao aumento do ganho K_i . A figura 4.33 mostra a resposta ao degrau unitário para o controlador proporcional-integral considerando o ganho $K_p = 1$.

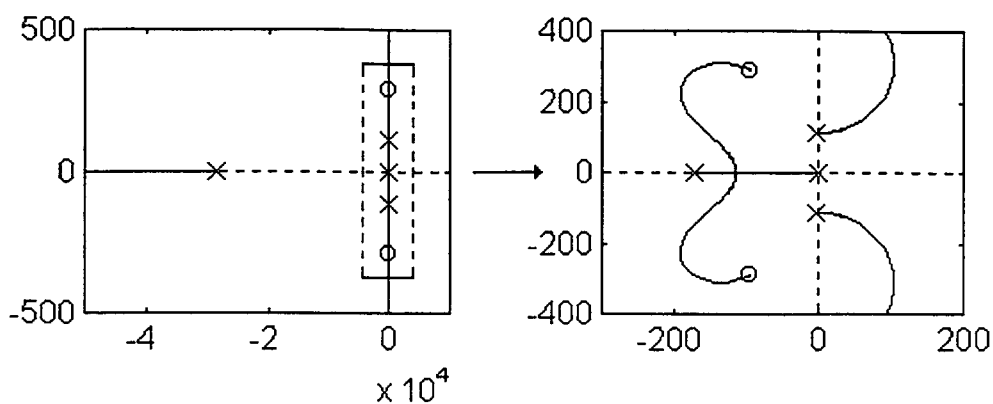


Figura 4.31 - Lugar das raízes para o controlador PI: $K_p = 1$.

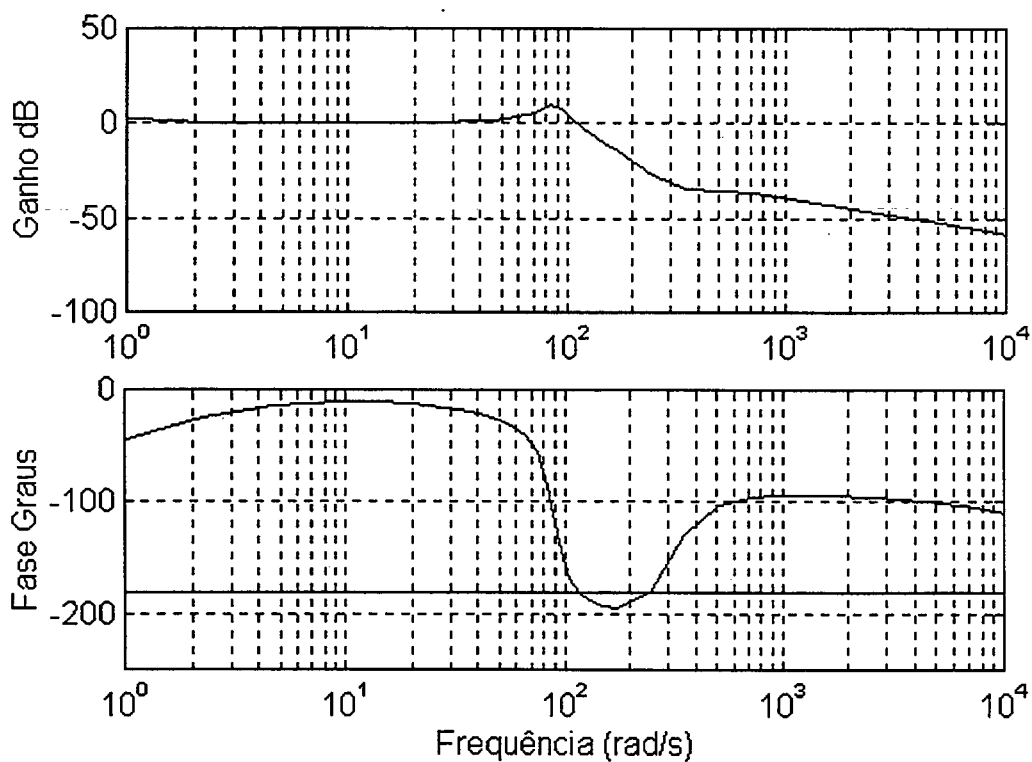


Figura 4.32 - Resposta em frequência para o controlador PI: $K_p=1$ e $K_i=1$.

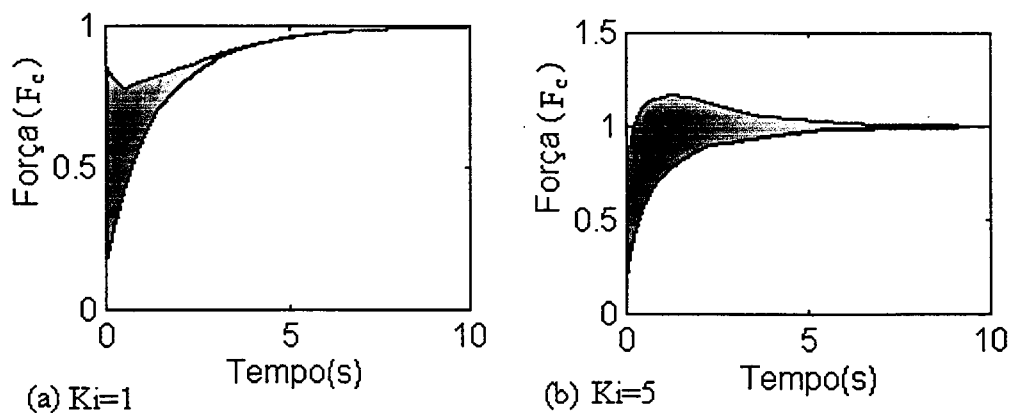


Figura 4.33 - Resposta ao degrau unitário.

4.3.2.4 CONTROLADOR PROPORCIONAL-DERIVATIVO (PD)

No esquema da figura 4.1, a função de transferência em malha fechada do sistema para o controlador proporcional-derivativo é,

$$\frac{F_c}{F_r} = \frac{(K_d s + K_p) G_2(s)}{1 + (K_d s + K_p) G_2(s)} \quad (4.12)$$

O lugar das raízes para o controlador proporcional-derivativo considerando o ganho $K_p = 1$ está mostrado na figura 4.34 e a figura à direita mostra detalhadamente a área selecionada próxima a origem. Assim como no controlador proporcional-integral o ganho K_p deve ter como valor máximo 1,2, para que o sistema tenha um comportamento estável. O controlador proporcional-derivativo apresenta as mesmas características do modelo de 2ª ordem, isto é, o aumento do ganho K_d faz com que os pólos do meio caminhem para a esquerda, em direção aos zeros. Um pólo devido ao sensor vai para o infinito, enquanto o outro pólo vai em direção ao zero do controlador.

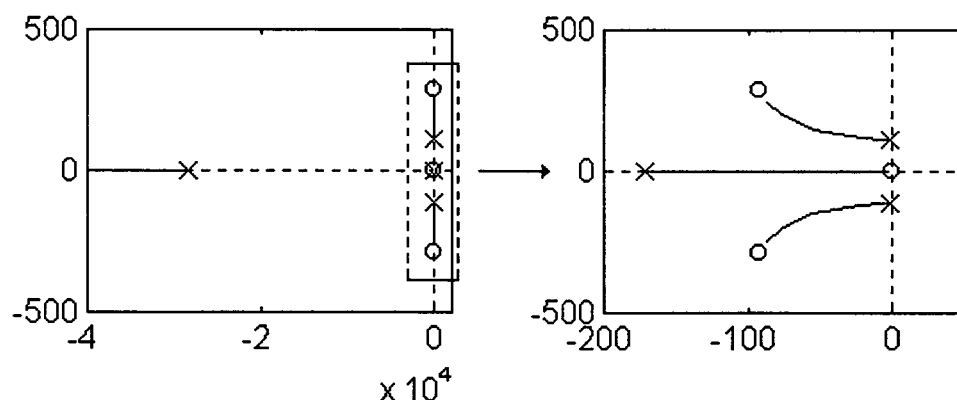


Figura 4.34 - Lugar das raízes para o controlador PD.

O problema que surge, como visto na seção anterior, o aumento do ganho K_d faz com que o pico de ressonância tenha a sua magnitude amplificada, como mostra o diagrama de Bode da figura 4.35. A presença do pico de ressonância faz com que a resposta transitória apresente oscilações indesejáveis.

A presença do zero próximo a origem modifica a característica da resposta ao degrau unitário. Comparando-se as figuras 4.36 e 4.30, o aumento do ganho K_d faz com

que o sistema tenha um tempo de resposta menor, mas com sobrelevações de sinal maior do que o controlador integral.

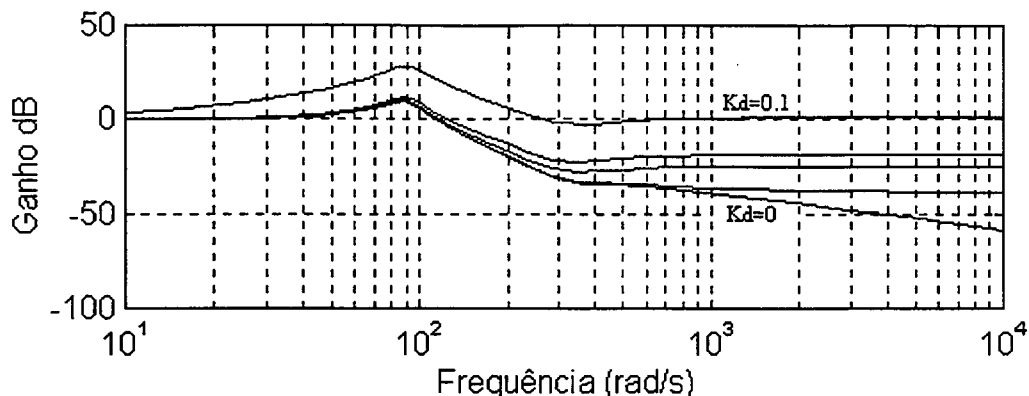


Figura 4.35 - Resposta em frequência: $K_p = 1$ e $K_d = [0 \ 0.001 \ 0.005 \ 0.01 \ 0.1]$.

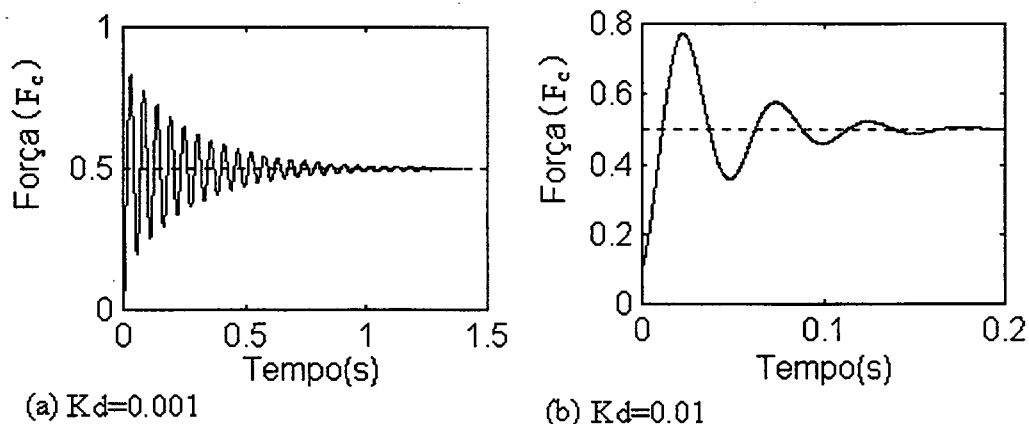


Figura 4.36 - Resposta ao degrau unitário.

A inclusão do filtro passa baixa reduz a magnitude do pico de ressonância. A nova função de transferência do sistema passa a ser

$$\frac{F_c}{F_r} = \frac{(K_d s + K_p) F(s) G_2(s)}{1 + (K_d s + K_p) F(s) G_2(s)} \quad (4.13)$$

O lugar das raízes é modificado pela presença do pólo do filtro, figura 4.37. A figura à direita mostra que a inclusão do filtro faz com que o controlador proporcional-derivativo tenha uma faixa de instabilidade. Do gráfico do lugar das raízes, obtém-se que as faixas para as quais o sistema permanece estável são: $0 \leq K_d \leq 0,90$ ou $K_d \geq 27,14$. Com

um controlador proporcional-derivativo o problema das oscilações torna-se significativo a ponto de ser necessário a inclusão de um filtro. A síntese do filtro, entretanto, no melhor caso leva a um cancelamento pólo e zero e a resposta do sistema é análoga àquela obtida com o controlador proporcional. Além disso, quando $a \rightarrow 0$, o sistema comporta-se como se fosse um controlador proporcional, enquanto $a \rightarrow \infty$ o sistema volta a ser um controlador proporcional-derivativo puro.

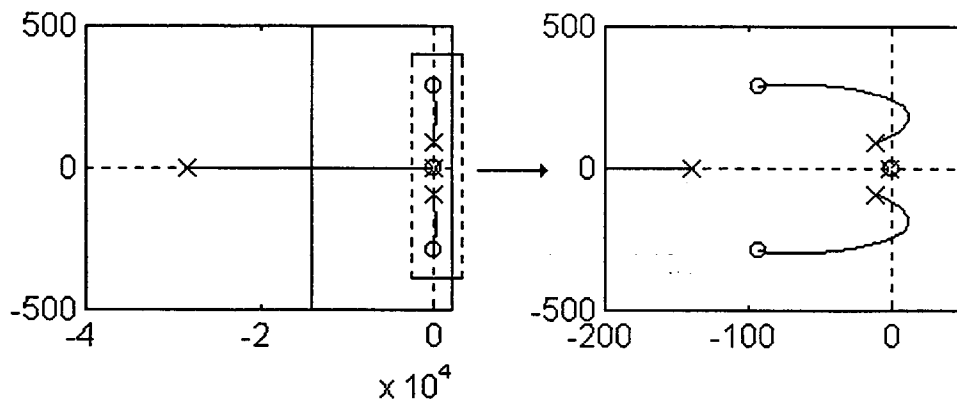


Figura 4.37 - Lugar das raízes para o controlador PD: $K_p=1$.

A vantagem da inclusão do filtro é que o pico de ressonância tem a sua magnitude reduzida abaixo da unidade, como pode ser visto no diagrama de Bode da figura 4.38. Para valores baixos do ganho K_d a resposta transitória será adequada, mas o seu aumento faz com que o sistema volte a ter oscilações.

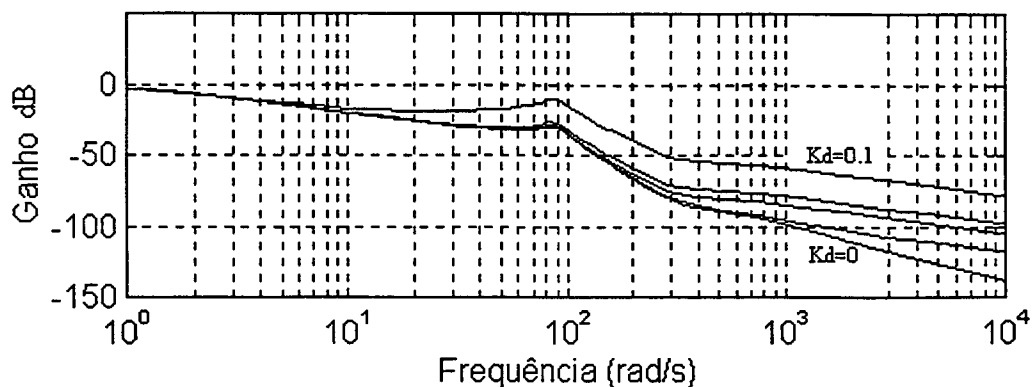


Figura 4.38 - Resposta em frequência: $K_p = 1$ e $K_d = [0 \ 0.001 \ 0.005 \ 0.01 \ 0.1]$.

Uma outra vantagem que surge, devido a inclusão do filtro, é que a influência do zero do controlador é reduzida. A presença do pólo do filtro faz com que o sistema tenha uma característica de um sistema de 1ª ordem, figura 4.39. O tempo de resposta do sistema é aumentado, embora o aumento do ganho K_d não modifique significativamente este tempo de resposta, ele faz com que o sistema apresente oscilações, tornando o objetivo do filtro ineficaz.

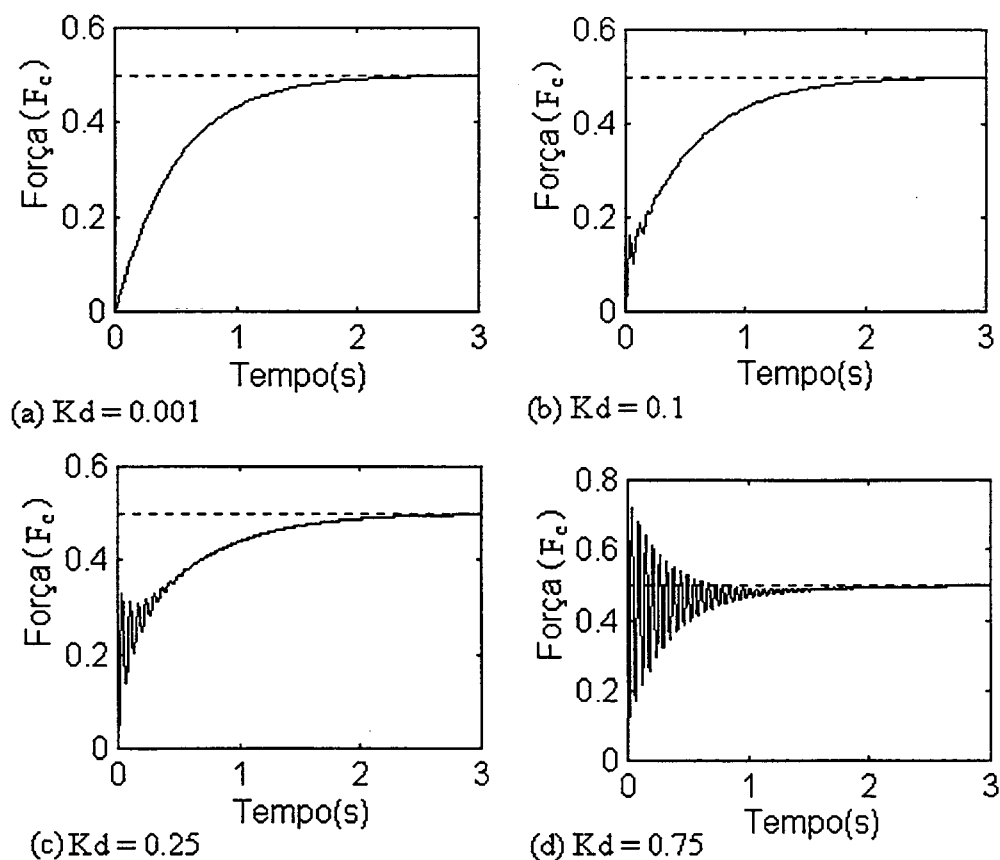


Figura 4.39 - Resposta ao degrau unitário.

4.4 CONCLUSÕES

Neste capítulo foram feitas as análises de estabilidade dos modelos dos sistema do robô manipulador rígido desenvolvidos no capítulo 3. As análises de estabilidade foram baseadas no controle de força explícito, utilizando-se os controladores clássicos: proporcional, integral, proporcional-integral e proporcional-derivativo. Foi utilizado, também, um filtro do tipo passa baixa na malha direta da função de transferência. Sendo

que o objetivo deste filtro é a eliminação ou redução do pico de ressonância que o sistema apresenta.

Inicialmente foi analisado o caso do robô rígido interagindo com o meio rígido. As análises mostraram que os controladores levam o sistema à instabilidade, exceto o controlador proporcional. Contudo, este controlador apresentou elevados picos de ressonância, ainda que para baixos valores do ganho proporcional, fazendo com que o sistema apresentasse uma resposta transitória oscilatória. O controlador proporcional com filtro (pólo dominante) mostrou uma resposta transitória satisfatória. A inclusão deste pólo fez com que o sistema apresentasse uma resposta do tipo de primeira ordem. O erro em regime que o sistema apresentou foi eliminado com a inclusão do sinal de força de referência, independentemente do valor do ganho proporcional. O controlador integral apresentou um comportamento idêntico ao do controlador proporcional com filtro, mas sem a necessidade da inclusão do sinal de força de referência para eliminar o erro em regime. Os controladores proporcional-integral e proporcional-derivativo apresentaram elevados picos de ressonância resultando em respostas oscilatória. A inclusão do filtro no controlador proporcional-derivativo não apresentou o efeito desejado, pois as magnitudes dos picos de ressonância não foram reduzidas, ainda que para baixos valores do ganho derivativo.

No caso do robô rígido interagindo com o meio flexível os controladores proporcional com filtro e integral mostraram ter comportamentos dinâmicos similares aos do modelo de 2ª ordem. Para os controladores proporcional, proporcional-integral e proporcional-derivativo as respostas do sistema apresentaram grandes oscilações, novamente, e, também, a inclusão do filtro no controlador proporcional-derivativo não apresentou o efeito desejado. Embora a faixa do ganho derivativo fosse pequena o sistema apresentou respostas com grandes oscilações.

CAPÍTULO 5

ANÁLISES DE ESTABILIDADE DO ROBÔ FLEXÍVEL

5.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo são realizadas as análises do modelo do sistema do robô manipulador flexível em contato com o meio rígido e com dinâmica, desenvolvidos no capítulo 3.

Existem várias fontes de flexibilidades no sistema do robô manipulador e dentre as mais importantes estão as flexibilidades dos elos e as flexibilidades devido as transmissões das juntas. A flexibilidade nos elos é decorrente de projetos que necessitam robôs leves, como é o caso das aplicações aeroespaciais, podendo ser classificada como uma característica intencional de projeto. Por outro lado, a flexibilidade nas juntas está presente na maioria dos robôs industriais e é, em geral, uma característica indesejada que tem grande influência sobre o comportamento do sistema. Apesar de ambos os tipos de flexibilidades apresentarem grandes desafios em termos de controle somente a flexibilidade nas juntas é analisada neste trabalho. Assim sendo, o termo robô flexível designa, portanto, no contexto deste trabalho, robôs com flexibilidades nas juntas. No capítulo 3 foi desenvolvido o modelo do manipulador considerando as flexibilidades nas juntas. Uma característica importante neste modelo são os modos dinâmicos não-colocados, isto é, o atuador está colocado fisicamente em um ponto diferente do sensor de força.

Nas análises dos modelos dos manipuladores com flexibilidades é, também, utilizado o controle de força explícito, considerado os controladores clássicos: proporcional (P), integral (I), proporcional-integral (PI) e o proporcional-derivativo (PD), e, ainda, é utilizado um filtro do tipo passa baixa, como visto no capítulo anterior.

Este capítulo é organizado como segue. Inicialmente, são realizadas as análises de estabilidade do modelo do sistema do manipulador com flexibilidades nas juntas em contato com o meio rígido. Em seguida, as análises são feitas para o modelo do robô em contato com o meio dinâmico.

5.2 ANÁLISES DE ESTABILIDADE

5.2.1 ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DO ROBÔ FLEXÍVEL E MEIO RÍGIDO

Nesta seção são apresentadas as análises de estabilidade do modelo do robô manipulador com flexibilidade nas juntas e meio rígido, representado pela função de transferência (3.26) com os seguintes parâmetros: $m_1 = 9,3$, $m_2 = 9,3$, $c_1 = 0,103 \cdot 10^5$, $c_2 = 0$, $c_s = 0,1 \cdot 10^5$, $k_2 = 8,07 \cdot 10^5$ e $k_s = 20 \cdot 10^5$. Utiliza-se um diagrama de blocos similar ao do capítulo 4 para o controle de força, como mostra a figura 5.0. Sendo que, o sinal da força de referência não será considerado como já foi mencionado anteriormente.

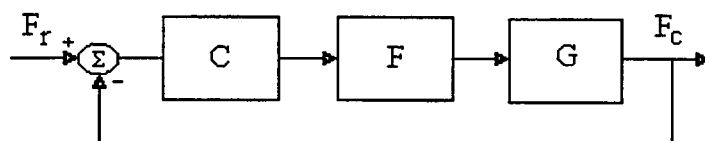


Figura 5.1 - Diagrama de blocos geral do controle de força.

5.2.1.1 CONTROLADOR PROPORCIONAL (P)

Considerando o esquema geral da figura 5.1, com $C = K_p$, $F = 1$ e $G = G_4(s)$, a função de transferência em malha fechada do sistema do robô flexível e meio rígido com controlador proporcional é dada por,

$$\frac{F_c}{F_r} = \frac{K_p G_4(s)}{1 + K_p G_4(s)} \quad (5.1)$$

O lugar das raízes para o sistema com controlador proporcional está mostrado na figura 5.2 e a figura à direita mostra os pólos próximos a origem. Assim, a faixa do ganho K_p para a qual o sistema permanece estável é: $0 \leq K_p \leq 4,1$. Nota-se que os pólos devido a flexibilidade do robô manipulador caminham para a instabilidade quando o ganho K_p é aumentado. Enquanto um pólo do sensor vai para o infinito e outro cancela o zero do sistema. Assim, quando há o aumento do ganho K_p a parte da flexibilidade do manipulador

torna-se dominante, fazendo com que o sistema tenha a característica de um sistema de segunda ordem. Esta característica muda sensivelmente o desempenho do sistema como pode ser constatado quando comparamos as figuras 5.2 e 4.2. Isto representa um problema adicional para o controle de robôs com flexibilidades, visto que a variação do ganho leva à instabilidade.

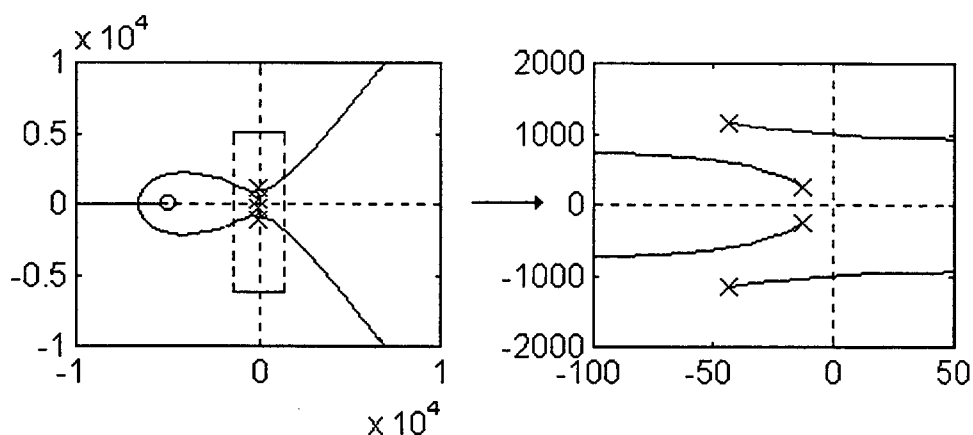


Figura 5.2 - Lugar das raízes para o controlador proporcional.

O diagrama de Bode do sistema com controlador proporcional está mostrado na figura 5.3. Verifica-se que o sistema apresenta dois picos de ressonância, sendo que um tem a sua amplitude abaixo da unidade não influenciando sobremaneira a resposta do sistema. A presença do outro pico de ressonância acima da unidade, significa que o sistema tem uma resposta transitória não desejada.

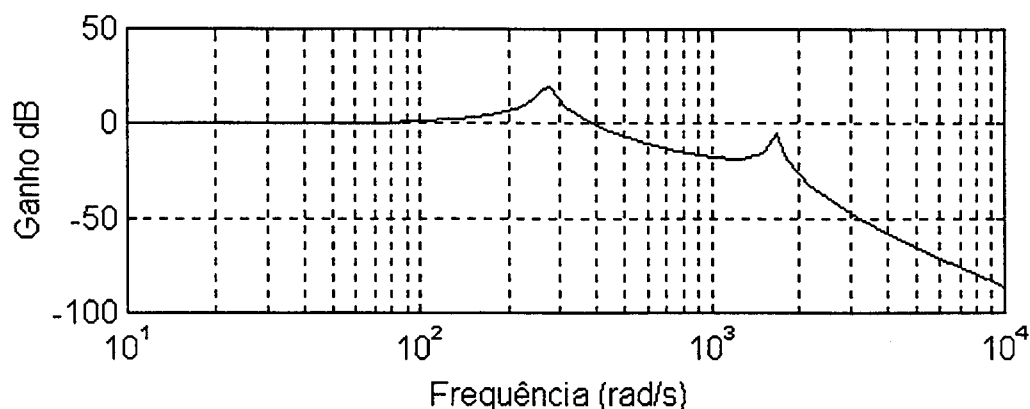


Figura 5.3 - Resposta em frequência: $K_p=1$.

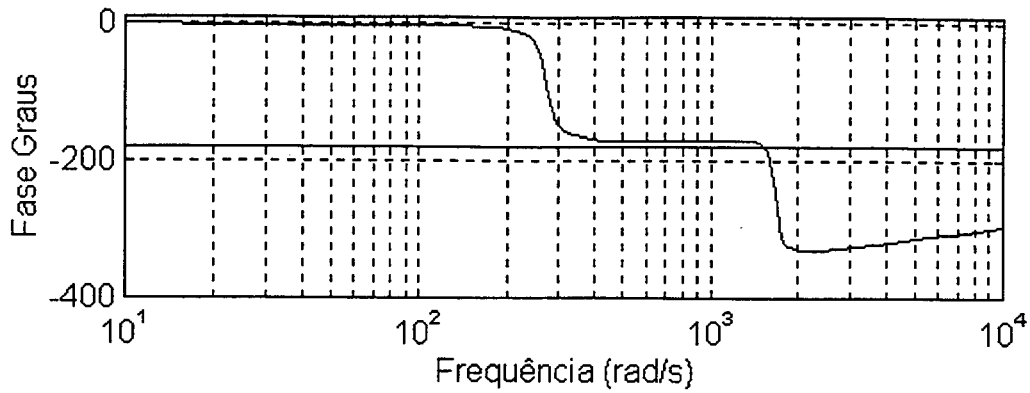


Figura 5.3 - Resposta em frequência: $K_p=1$ (continuação).

A resposta ao degrau unitário da figura 5.4 mostra que conforme o ganho K_p é aumentado o sistema tem as suas oscilações aumentadas e, também, o sinal de saída tem amplificadas as sobrelevações.

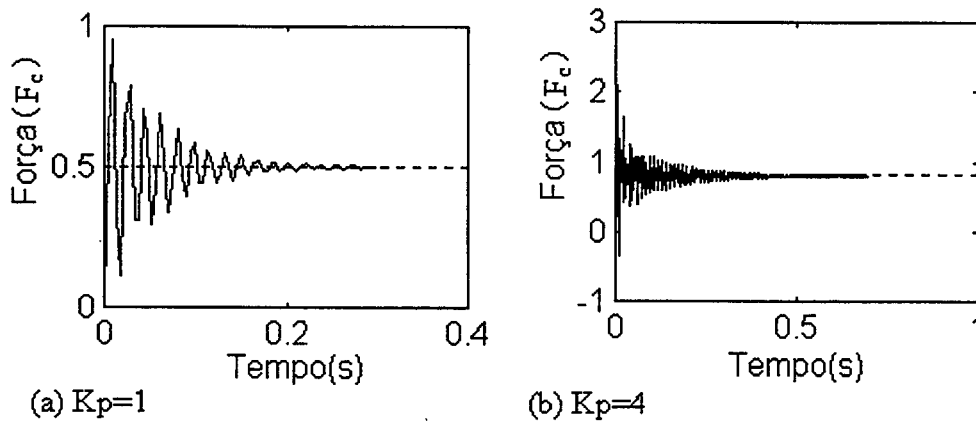


Figura 5.4 - Resposta ao degrau unitário.

Assim como no capítulo anterior, utilizando-se um filtro do tipo passa baixa as oscilações e as sobrelevações são reduzidas significativamente, fazendo com que o sistema tenha uma resposta transitória adequada. Assim, a nova função de transferência do sistema, considerando o pólo $a = -1$, passa a ser,

$$\frac{F_c}{F_r} = \frac{K_p F(s) G_4(s)}{1 + K_p F(s) G_4(s)} \quad (5.2)$$

Neste caso, os pólos devido ao sensor é que caminham para o semi plano direito, enquanto os pólos devido a flexibilidade vão para o infinito, como mostra a figura 5.5.

Além disso, a figura à direita mostra que o pólo dominante é o pólo do filtro. Quando o ganho K_p é aumentado os pólos do sensor aproximam do eixo imaginário diminuindo a influência do pólo do filtro. O pólo do filtro aumenta a faixa do ganho K_p , para a qual o sistema permanece estável, em relação ao controlador proporcional: $0 \leq K_p \leq 16,3$.

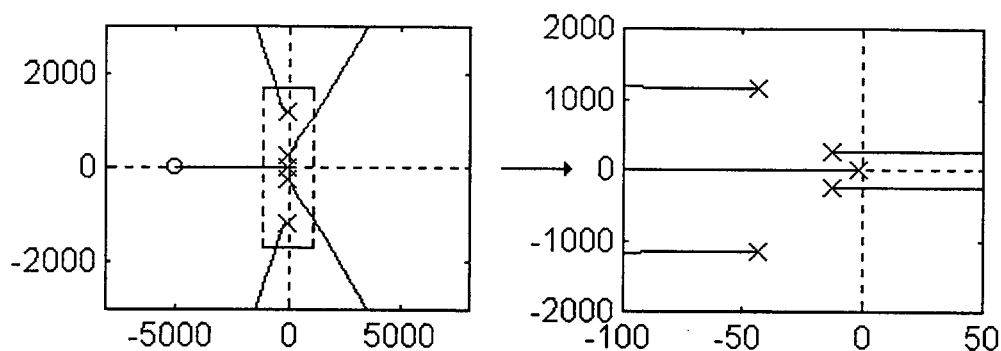


Figura 5.5 - Lugar das raízes para o controlador proporcional com filtro.

Como mostra o diagrama de Bode do sistema, figura 5.6, a inclusão do filtro reduz consideravelmente a amplitude do pico de ressonância abaixo da unidade. Isto faz com que o sistema tenha uma resposta transitória satisfatória, diminuindo as oscilações.

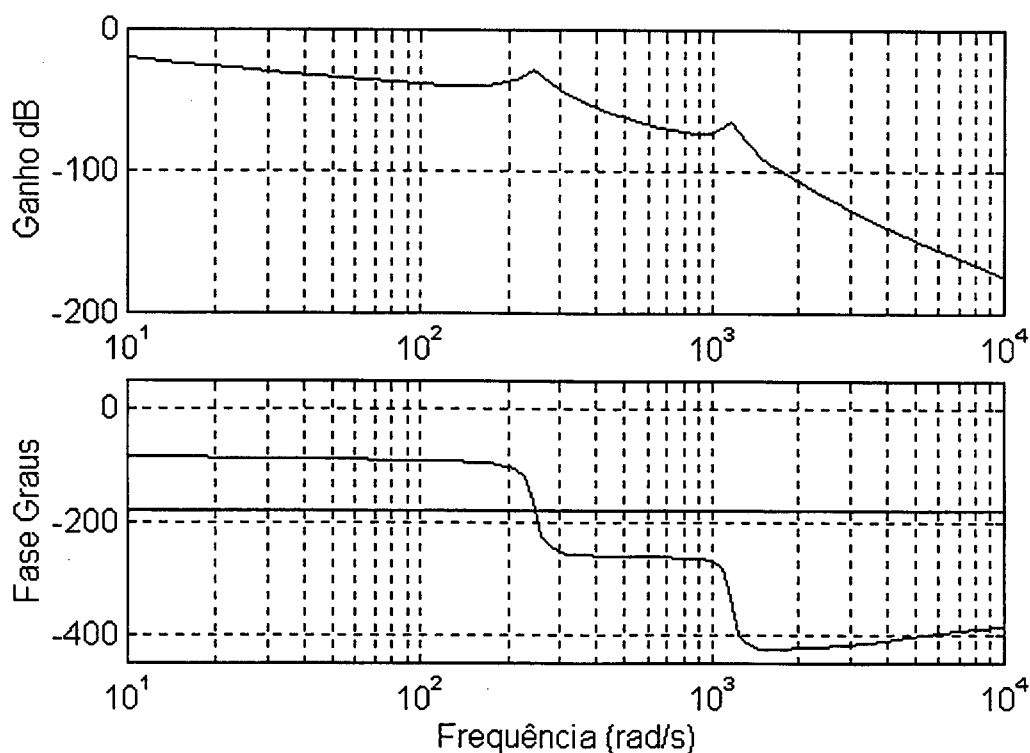


Figura 5.6 - Resposta em frequência: $K_p=1$.

A resposta ao degrau unitário da figura 5.7 mostra que o sistema tem a característica de um sistema de 1ª ordem. Verifica-se que a faixa que o ganho K_p é aumentada significativamente com a introdução do filtro na malha direta do sistema.

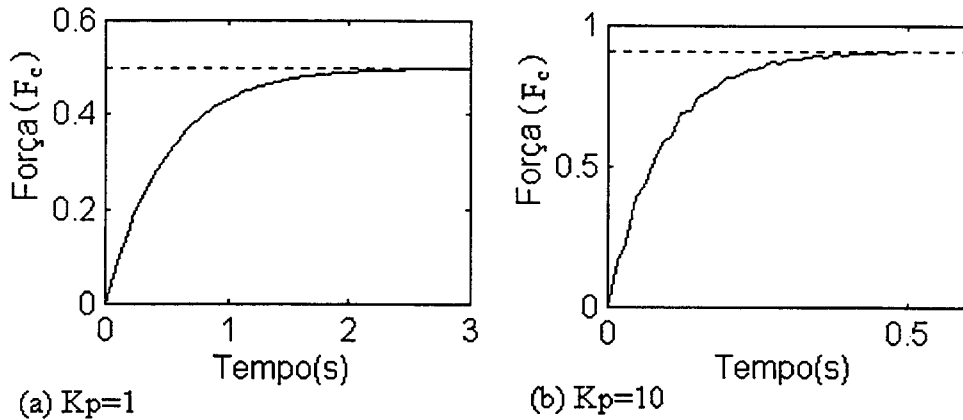


Figura 5.7 - Resposta ao degrau unitário.

5.2.1.2 CONTROLADOR INTEGRAL (I)

A função de transferência em malha fechada do modelo do robô flexível e meio rígido com controlador integral, do diagrama de blocos da figura 5.1 com $C = K_i$, $F = 1$ e $G = G_4(s)$, é dada por,

$$\frac{F_c}{F_r} = \frac{\frac{K_i}{s} G_4(s)}{1 + \frac{K_i}{s} G_4(s)} \quad (5.3)$$

O lugar das raízes do sistema com o controlador integral é mostrado na figura 5.8. Na figura à direita está mostrado que o controlador integral introduz um pólo dominante na origem. Neste caso, ele apresenta uma característica semelhante a do controlador proporcional com filtro. Para o controlador integral o sistema apresenta a seguinte faixa do ganho, para a qual ele permanece estável: $0 \leq K_p \leq 13,0$.

O diagrama de Bode, da figura 5.9, mostra que o controlador integral elimina o pico de ressonância que o sistema tinha com o controlador proporcional. Além disso, a sua característica e desempenho é semelhante ao do controlador proporcional com filtro.

Através da resposta ao degrau unitário da figura 5.10 é observado que o controlador integral apresenta oscilações quando o ganho K_i é aumentado e, ainda que, o erro em regime é eliminado.

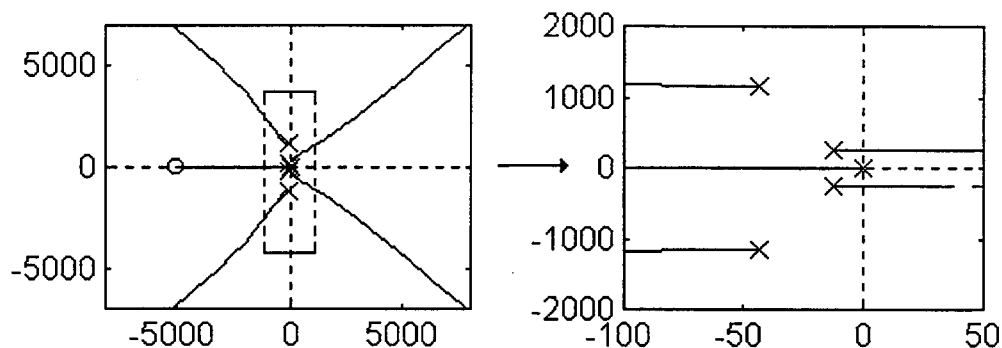


Figura 5.8 - Lugar das raízes para o controlador integral.

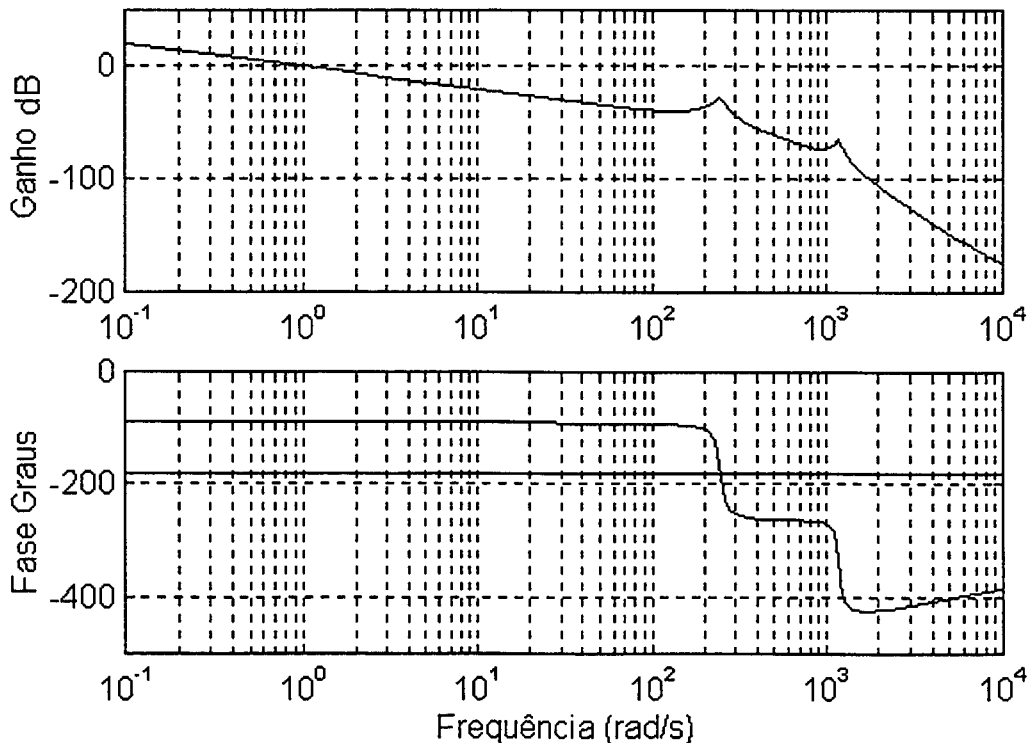


Figura 5.9 - Resposta em frequência: $K_i=1$.

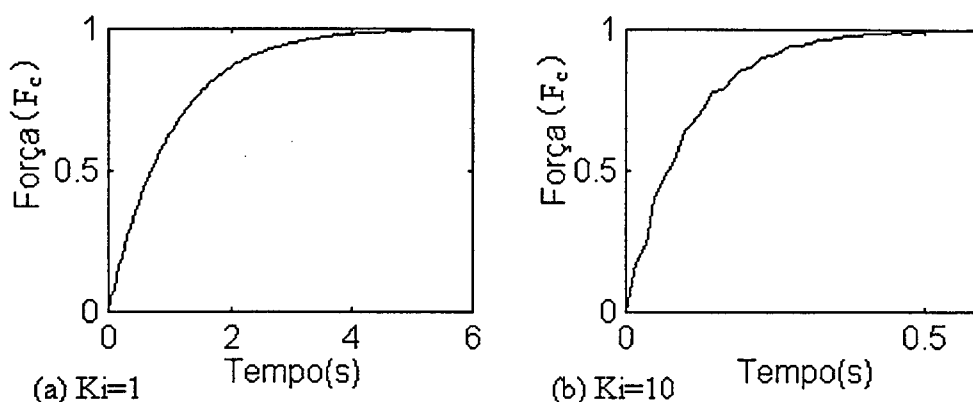


Figura 5.10 - Resposta ao degrau unitário.

5.2.1.3 CONTROLADOR PROPORCIONAL-ÍTEGRAL (PI)

Para o sistema com o controlador proporcional-integral, no diagrama de blocos da figura 5.1, tem-se que: $C = K_p + \frac{K_i}{s}$, $F = 1$ e $G = G_4(s)$. A função de transferência em malha fechada do modelo do robô flexível e meio rígido é então,

$$\frac{F_c}{F_r} = \frac{(K_p + \frac{K_i}{s}) G_4(s)}{1 + (K_p + \frac{K_i}{s}) G_4(s)} \quad (5.4)$$

O lugar das raízes, da figura 5.11, para o sistema com controlador proporcional-integral é semelhante ao lugar das raízes do controlador integral como mostrado na figura 5.8. Para o ganho $K_p = 1$, a faixa do ganho integral é: $0 \leq K_i \leq 38,9$.

No caso deste controlador o diagrama de Bode está mostrado na figura 5.12, considerando $K_p = 1$ e $K_i = 1$. Pode ser visto que os picos de ressonância do sistema têm a sua magnitude amplificadas em relação ao controlador proporcional puro. A parte integral do controlador não reduz os picos de ressonância do sistema, assim como acontece quando se tem o controlador integral sozinho. O fato destes picos apresentarem amplitudes significativas torna a resposta do sistema mais oscilatória.

A resposta ao degrau unitário da figura 5.13 considerando o ganho $K_p = 1$, mostra que o sistema apresenta muitas oscilações, mesmo quando o ganho K_i é aumentado. O tempo de resposta dependerá dos valores dos ganhos escolhidos. É observado pela resposta ao degrau que a faixa do ganho K_i , é maior do que aquela estabelecida pelo lugar das raízes.

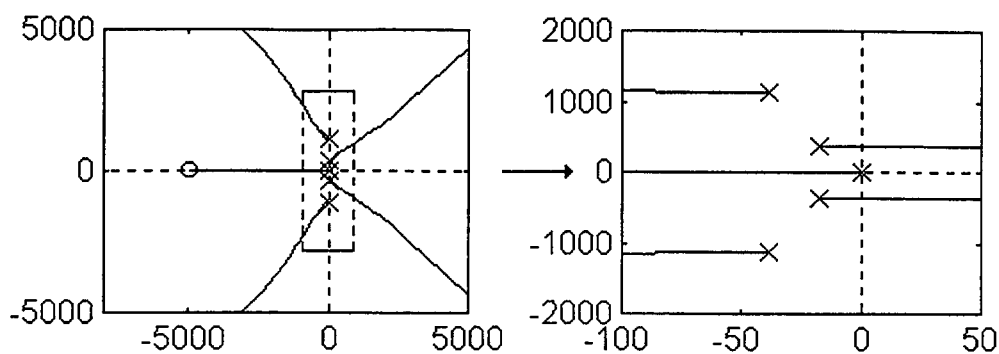


Figura 5.11 - Lugar das raízes para o controlador PI.

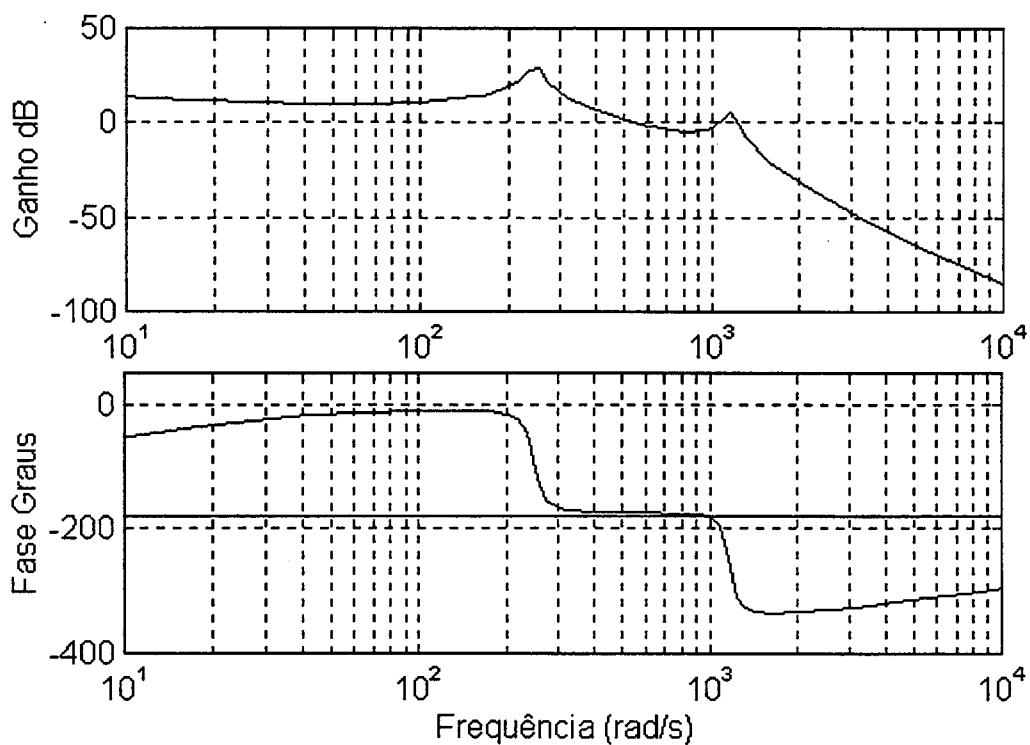


Figura 5.12 - Resposta em frequência: $K_p=1$ e $K_i=1$.

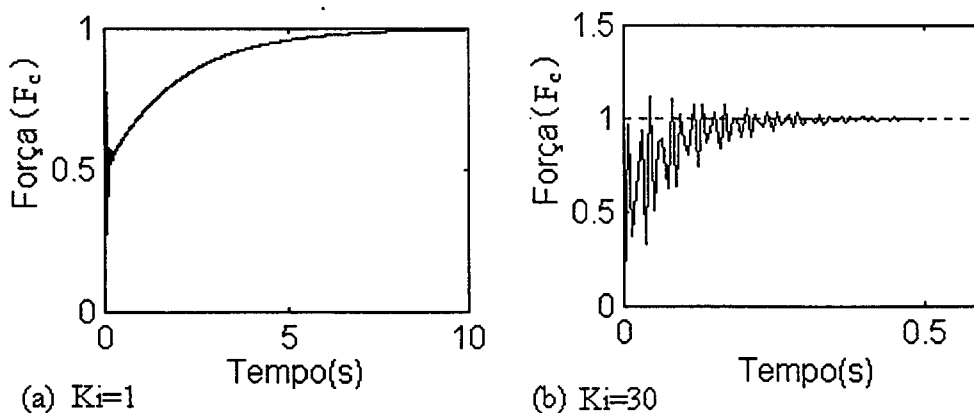


Figura 5.13 - Resposta ao degrau unitário.

5.2.1.4 CONTROLADOR PROPORCIONAL-DERIVATIVO (PD)

Para o controle de força do sistema do robô manipulador com o controlador proporcional-derivativo, no diagrama de blocos da figura 5.1, tem-se que: $C = K_d s + K_p$, $F = 1$ e $G = G_4(s)$. Assim, a função de transferência em malha fechada do modelo do robô flexível e meio rígido é dada por,

$$\frac{F_c}{F_r} = \frac{(K_d s + K_p) G_4(s)}{1 + (K_d s + K_p) G_4(s)} \quad (5.5)$$

Considerando o ganho $K_p = 1$ e K_d o ganho como parâmetro variante. O lugar das raízes para este controlador está na figura 5.14, apresentando a seguinte faixa de estabilidade: $0 \leq K_d \leq 0,0005$. Na figura à direita está mostrada o comportamento dos pólos e zeros do sistema próximos à origem. É observado que, no sistema com controlador proporcional-derivativo, os pólos devido a flexibilidade do manipulador caminham para a instabilidade e, enquanto, os pólos do sensor são cancelados pelos zeros, quando o ganho K_d é aumentado.

O diagrama de Bode, da figura 5.15, mostra que o aumento do ganho K_d faz com que os picos de ressonância do sistema sejam amplificados significativamente, ainda que para pequenos valores. Este fato pode ser melhor observado na resposta ao degrau unitário da figura 5.16. O sistema apresenta grandes oscilações mesmo para valores muito baixos de K_d .

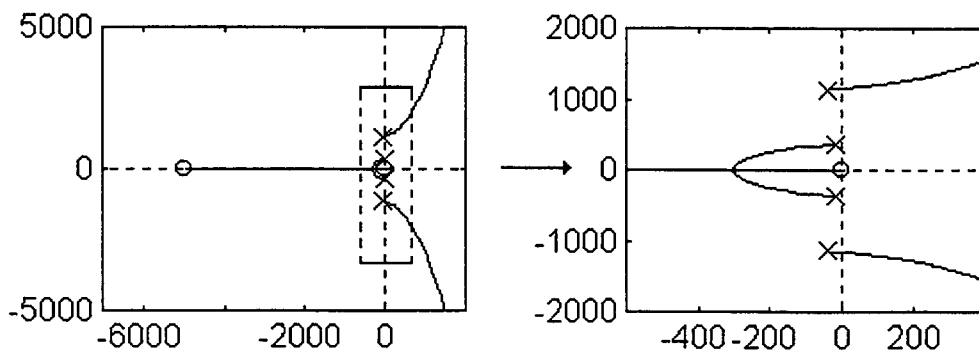


Figura 5.14 - Lugar das raízes para o controlador PD.

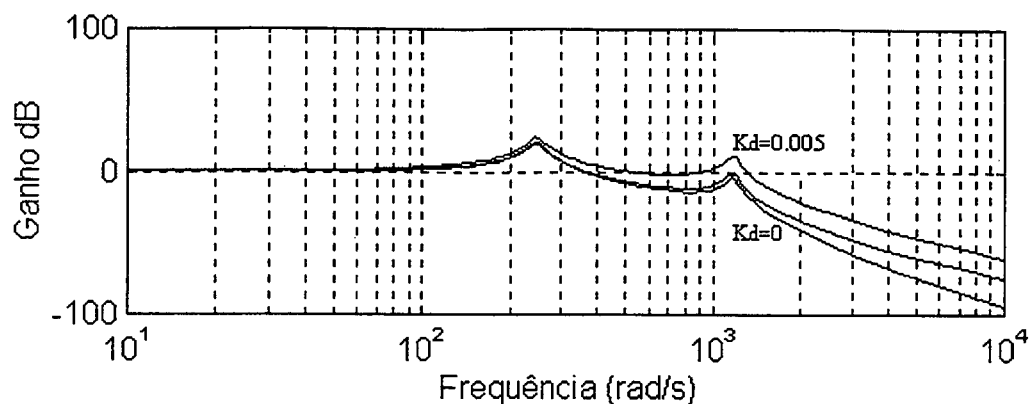


Figura 5.15 - Resposta em frequência: $K_p=1$ e $K_d=[0 \ 0.001 \ 0.005]$.

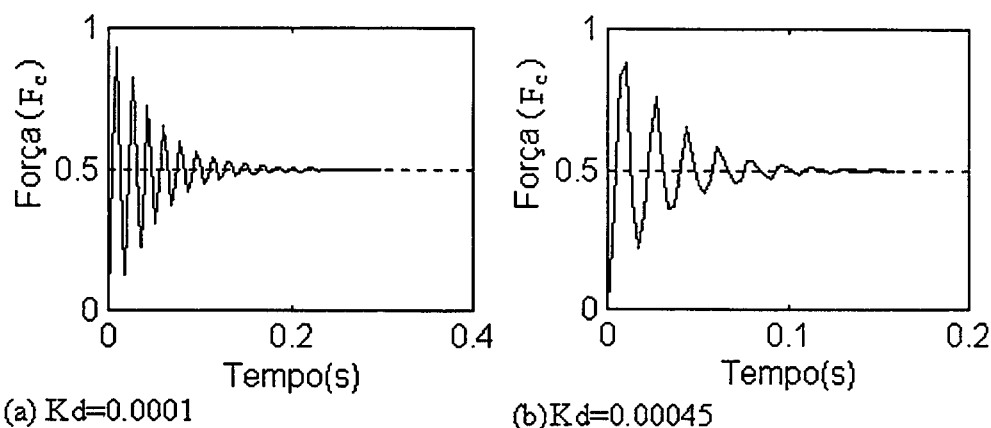


Figura 5.16 - Resposta ao degrau unitário.

A inclusão de um filtro passa baixa reduz as oscilações que o sistema apresenta.

$$\frac{F_c}{F_r} = \frac{(K_d s + K_p) F(s) G_4(s)}{1 + (K_d s + K_p) F(s) G_4(s)} \quad (5.6)$$

Na figura 5.17 está mostrado o lugar das raízes considerando-se o ganho $K_p = 1$ e o pólo do filtro $a=-1$, tendo o ganho K_d como parâmetros variante. A inclusão do filtro aumenta, consideravelmente, a faixa do ganho K_p para a qual o sistema permanece estável: $0 \leq K_d \leq 3,89$.

Isto é melhor observado pelo diagrama de Bode da figura 5.18. Comparando-se a figura 5.15 com a figura 5.18, nota-se que para o valor de $K_d = 0,1$ os picos de ressonância

do sistema ainda permanecem abaixo da unidade. Desta forma, o sistema não apresentará uma resposta transitória com oscilações.

Na figura 5.19 a resposta ao degrau unitário mostra que o aumento no ganho K_d somente faz com que o sistema mais oscilações, enquanto o tempo de resposta mantém-se praticamente o mesmo.

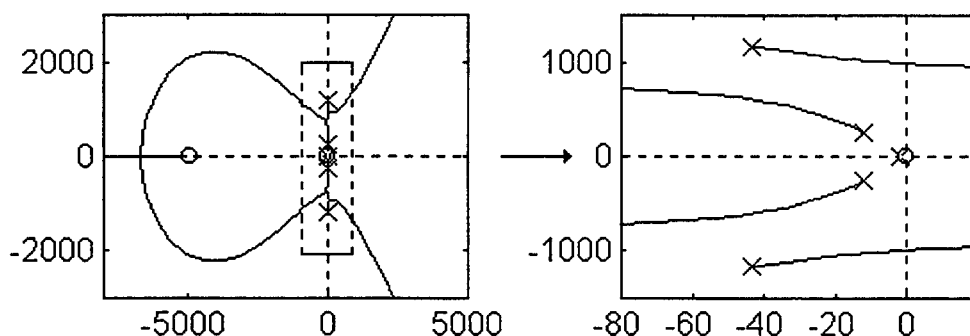


Figura 5.17 - Lugar das raízes para o controlador PD com filtro.

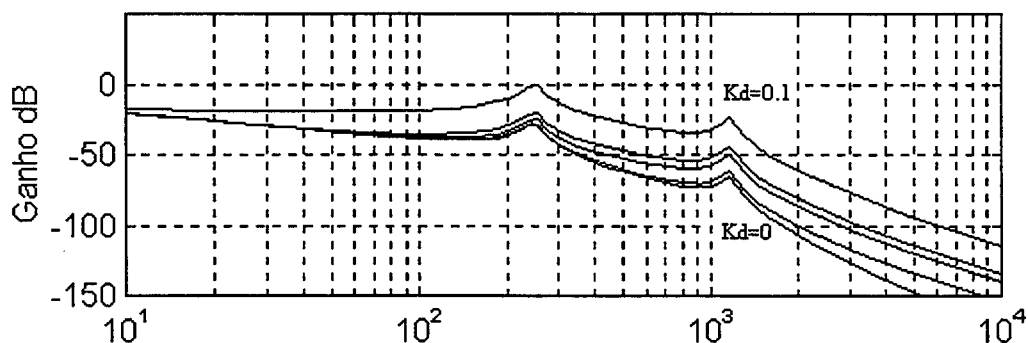


Figura 5.18 - Resposta em frequência: $K_p=1$ e $K_d=[0 \ 0.001 \ 0.005 \ 0.01 \ 0.1]$.

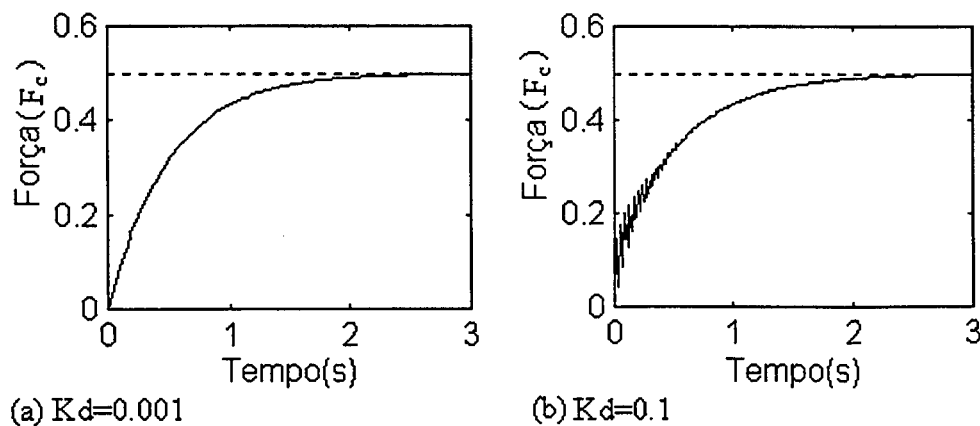


Figura 5.19 - Resposta ao degrau unitário.

5.2.2 ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DO ROBÔ E MEIO FLEXÍVEIS

Nesta seção são apresentadas as análises de estabilidade do modelo do robô manipulador com flexibilidade nas juntas e meio dinâmico, representado pela função de transferência (3.23) com os seguintes parâmetros: $m_1 = 1$, $m_2 = 1,88$, $m_e = 16,955$, $c_1 = 0,103$, $c_2 = 0$, $c_s = 0,1$, $c_e = 2,52$, $k_2 = 1$, $k_s = 8,1$ e $k_e = 45$.

5.2.2.1 CONTROLADOR PROPORCIONAL (P)

A função de transferência em malha fechada do modelo do robô e meio flexíveis com controlador proporcional, no diagrama de blocos da figura 5.1 com $C = K_p$, $F = 1$ e $G = G_3(s)$, é dada por,

$$\frac{F_c}{F_r} = \frac{K_p G_3(s)}{1 + K_p G_3(s)} \quad (5.7)$$

O lugar das raízes para o sistema com controlador proporcional está mostrado na figura 5.20, sendo que à direita encontra-se a área selecionada próxima a origem. Os pólos devido a flexibilidade do robô manipulador caminham em direção ao semi plano direito do plano complexo s , fazendo com que o sistema com o controlador proporcional seja instável. Neste caso, a faixa do ganho para a qual o sistema permanece estável é: $0 \leq K_p \leq 0,63$. Tem-se ainda que, os pólos do sensor caminham em direção aos zeros do sistema e os pólos do meio vão para o infinito.

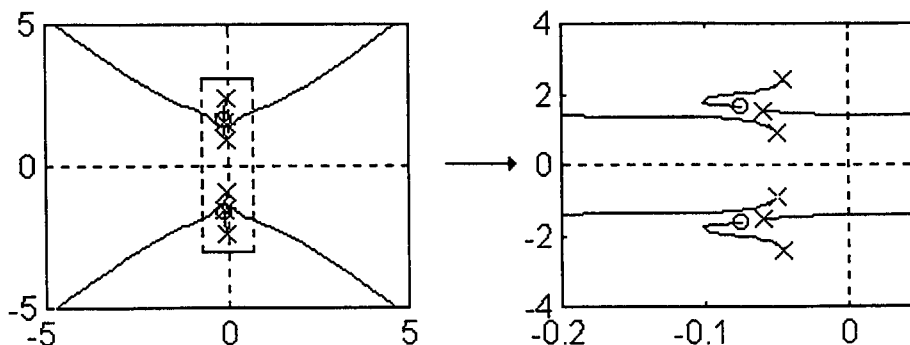


Figura 5.20 - Lugar das raízes para o controlador proporcional.

Do diagrama de Bode da figura 5.21 nota-se que o controlador proporcional apresenta um pico de ressonância, assim como nos modelos anteriores, o que significa que o sistema apresentará oscilações na resposta transitória. Através dos gráficos obtém-se a margem de ganho do sistema $MG = 1,3$ para $K_p = 0,50$. A resposta ao degrau unitário da figura 5.22 mostra, para alguns valores do ganho K_p , que o sistema possui grandes oscilações.

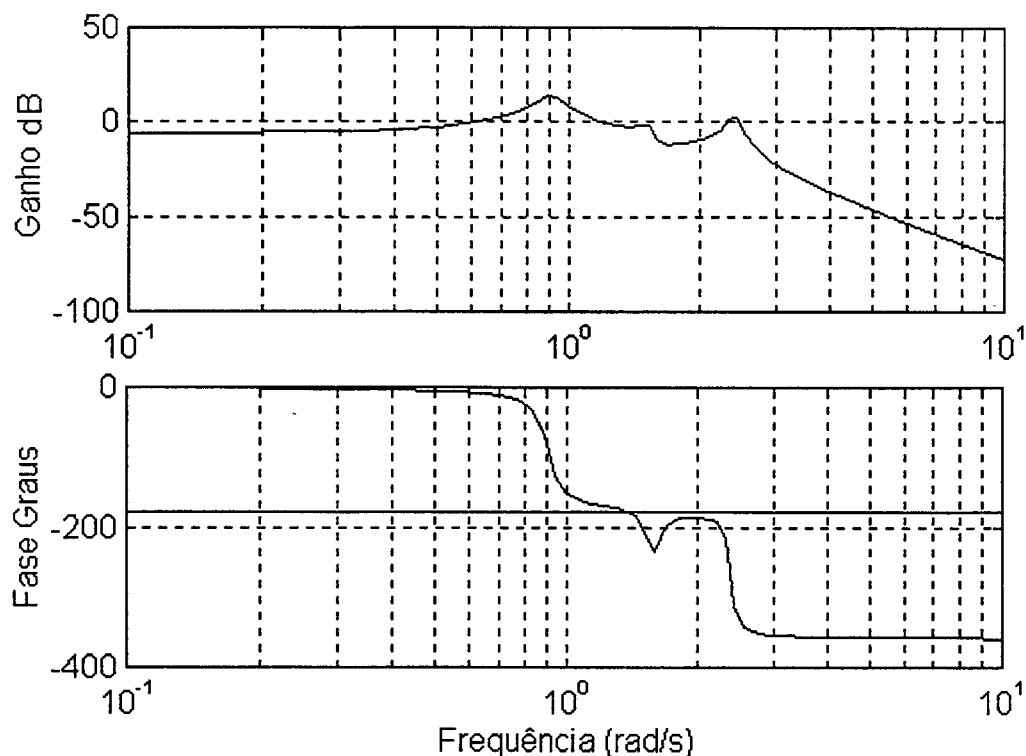


Figura 5.21 - Resposta em frequência: $K_p=0.50$.

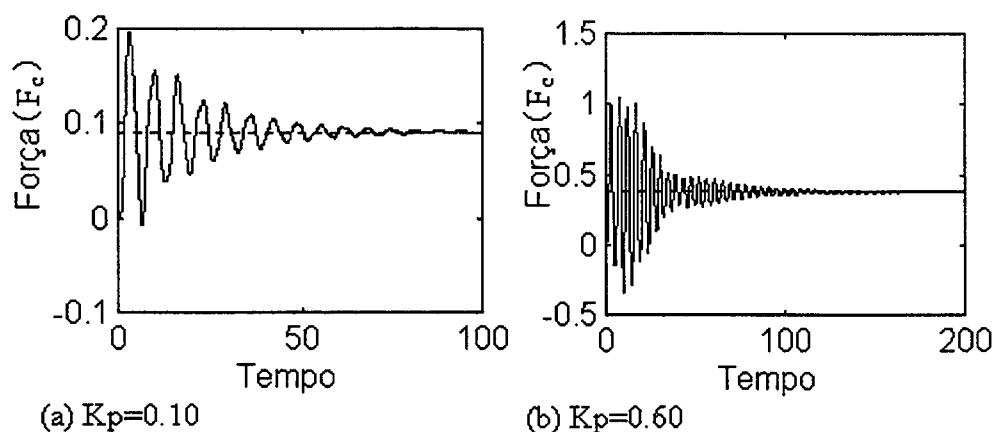


Figura 5.22 - Resposta ao degrau unitário.

Incluindo-se um filtro do tipo passa baixa as oscilações são eliminadas, fazendo com que o sistema tenha uma resposta suave. Assim, a nova função de transferência do sistema passa a ser,

$$\frac{F_c}{F_r} = \frac{K_p F(s) G_3(s)}{1 + K_p F(s) G_3(s)} \quad (5.8)$$

A figura 5.23 mostra que a inclusão pólo em $s = -0.01$ modifica o lugar das raízes, uma vez que os pólos devido ao meio é que caminham em direção ao semi plano direito. Com a introdução do filtro, a faixa de estabilidade do ganho é aumentada significativamente: $0 \leq K_p \leq 4,91$.

O filtro passa baixa reduz o pico de ressonância bem abaixo da unidade, como mostra a figura 5.24. Nota-se, da figura, que para um valor de a menor o sistema apresenta uma margem de ganho maior e, assim, a faixa do ganho K_p para a qual ele é estável é aumentado.

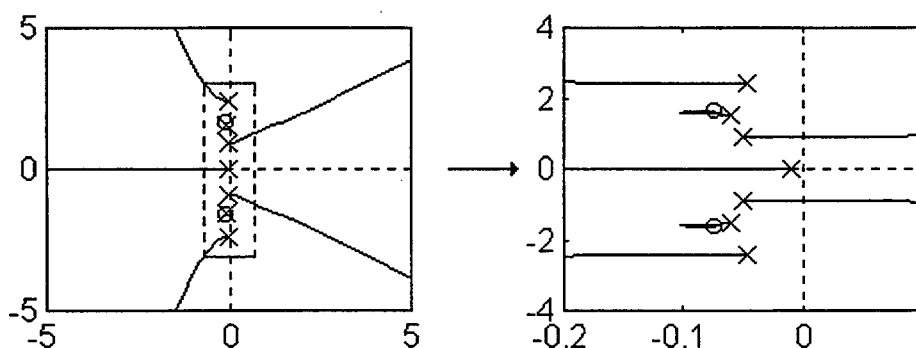


Figura 5.23 - Lugar das raízes para o controlador proporcional com filtro.

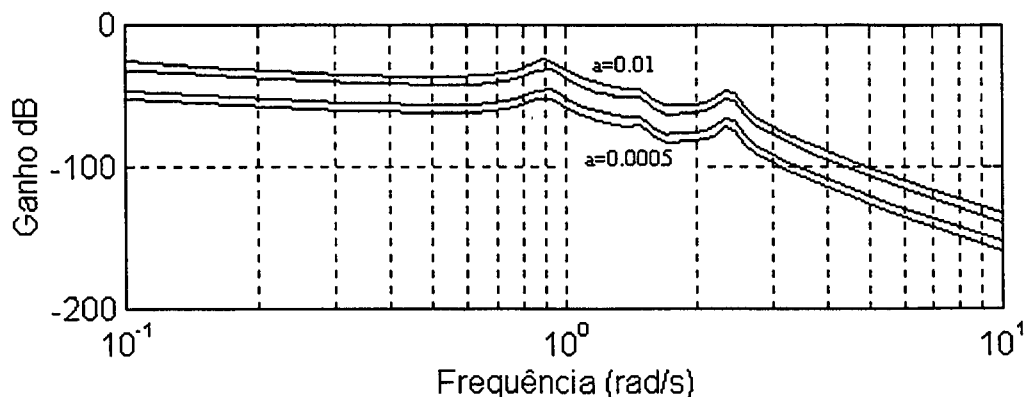


Figura 5.24 - Resposta em frequência: $K_p=0,50$ e $a=[0.0005 \ 0.001 \ 0.005 \ 0.01]$.

A figura 5.25 mostra a resposta ao degrau unitário considerando alguns valores do ganho K_p . Nota-se que o sistema tem um tempo de resposta maior do que o controlador proporcional sem o filtro. O aumento no ganho K_p faz com que as oscilações também aumentem, mas o efeito da inclusão do filtro faz com que o sistema apresente menores sobrelevações do sinal de resposta. Além disso, o aumento do ganho K_p reduz o erro em regime do sistema.

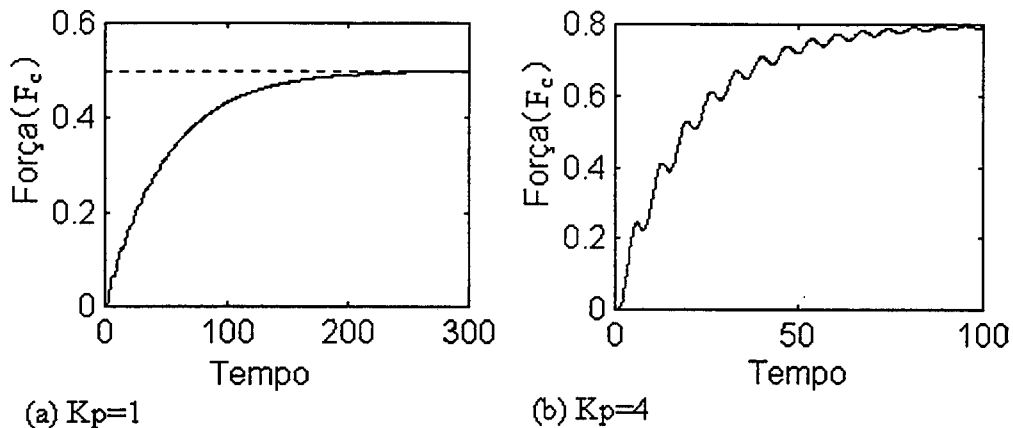


Figura 5.25 - Resposta ao degrau unitário.

5.2.2.2 CONTROLADOR INTEGRAL (I)

No diagrama de blocos da figura 5.1 sendo que $C = K_i$, $F = 1$ e $G = G_3(s)$, a função de transferência em malha fechada do modelo do robô e meio flexíveis com controlador integral é dada por,

$$\frac{F_c}{F_r} = \frac{\frac{K_i}{s} G_3(s)}{1 + \frac{K_i}{s} G_3(s)} \quad (5.9)$$

O lugar das raízes do sistema com controlador integral é mostrado na figura 5.26. Para este controlador o sistema apresenta a seguinte faixa de estabilidade do ganho integral é: $0 \leq K_i \leq 0,053$. A diferença em relação ao controlador proporcional com filtro é somente que neste caso o pólo do integrador está na origem do plano complexo s . Mas, neste caso o controlador integral não apresenta um comportamento semelhante o controlador proporcional com filtro, como visto nos modelos anteriores.

Através dos gráficos da resposta em frequência da figura 5.27, obtém-se que a margem de ganho do sistema é consideravelmente reduzida em relação ao controlador proporcional com filtro. Neste caso, o sistema tem uma margem de ganho $MG = 8,17$ para o ganho $K_i = 0,01$.

Através da resposta ao degrau unitário da figura 5.28 é observado que o controlador integral tem um tempo de resposta maior do que o controlador proporcional com filtro, mas conseguindo eliminar o erro em regime mesmo que para valores pequenos do ganho K_i .

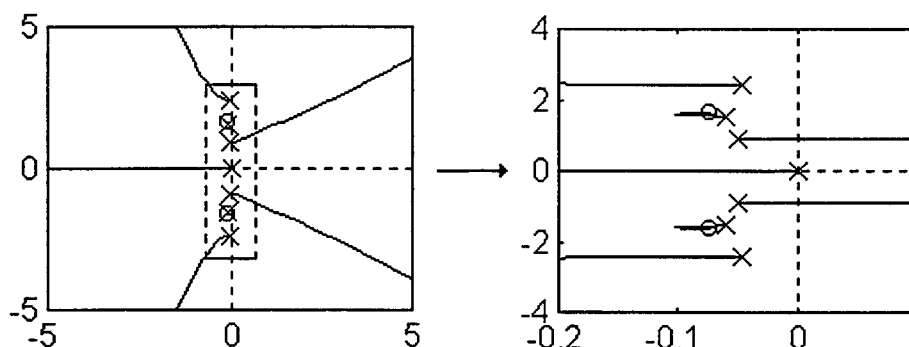


Figura 5.26 - Lugar das raízes para o controlador integral.

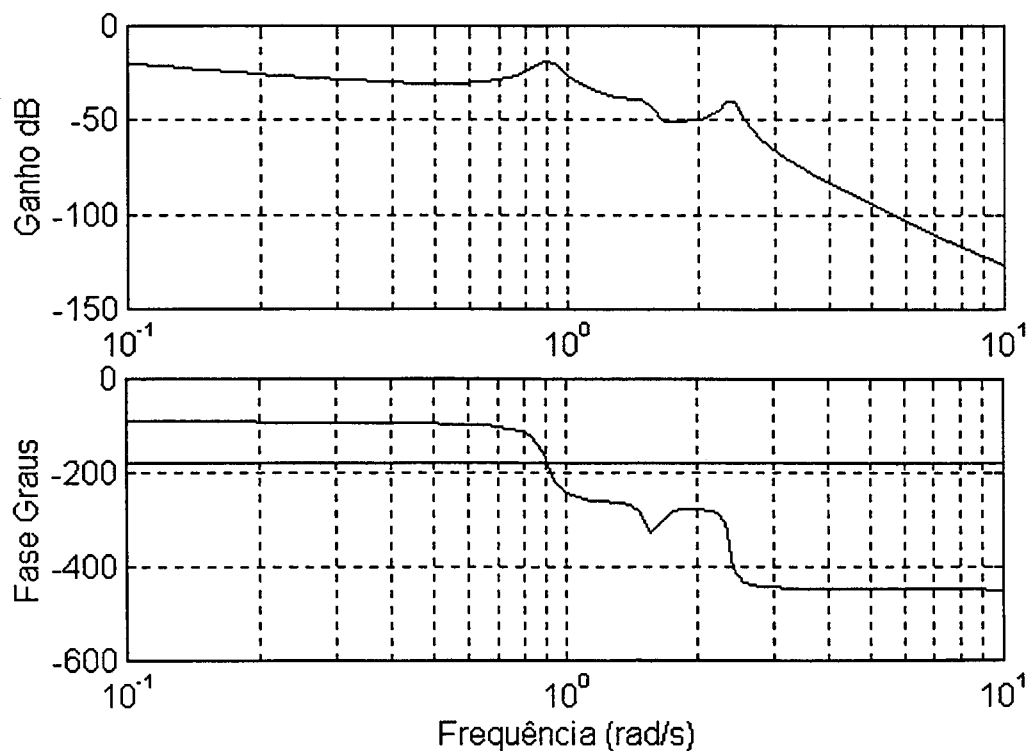


Figura 5.27 - Resposta em frequência: $K_i=0.01$

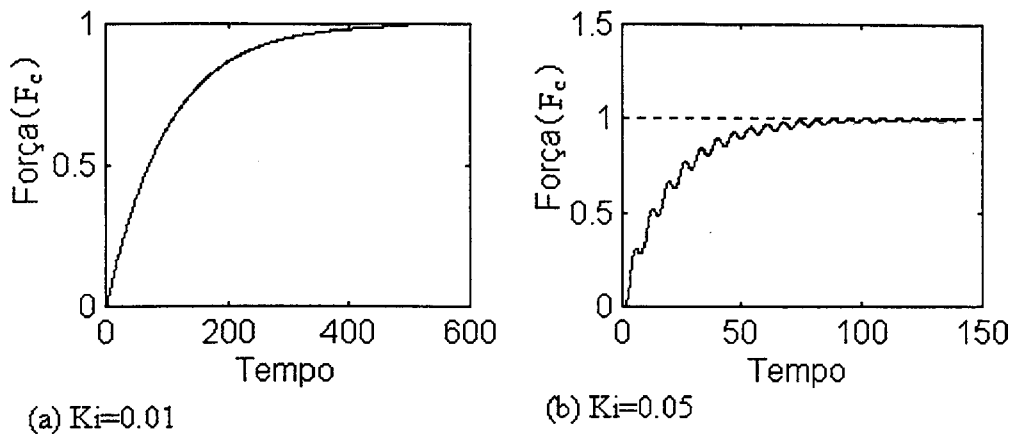


Figura 5.28 - Resposta ao degrau unitário.

5.2.2.3 CONTROLADOR PROPORCIONAL-INTEGRAL (PI)

A função de transferência em malha fechada do modelo do robô e meio flexíveis para o controlador proporcional-integral, utilizando o esquema da figura 5.1 com

$C = K_p + \frac{K_i}{s}$, $F = 1$ e $G = G_3(s)$, é dada por,

$$\frac{F_c}{F_r} = \frac{(K_p + \frac{K_i}{s}) G_3(s)}{1 + (K_p + \frac{K_i}{s}) G_3(s)} \quad (5.10)$$

O lugar das raízes para o sistema com controlador proporcional-integral da figura 5.29 é semelhante ao lugar das raízes do controlador integral como mostrado na figura 5.26. Considerando o ganho $K_p = 0,5$, a faixa do ganho do integral para a qual o sistema permanece estável é: $0 \leq K_i \leq 0,053$.

O aumento do ganho K_p implica que o sistema tem o pico de ressonância amplificado, como mostra o diagrama de Bode da figura 5.30, tornando-o mais oscilatório.

A resposta ao degrau unitário da figura 5.31 mostra que, ainda para valores baixos do ganho K_p , o sistema apresenta oscilações que aumentam conforme os ganhos são aumentados. O tempo de resposta depende dos valores dos ganhos escolhidos. A parte do integral do controlador proporcional-integral elimina o erro em regime, independentemente dos ganhos escolhidos.

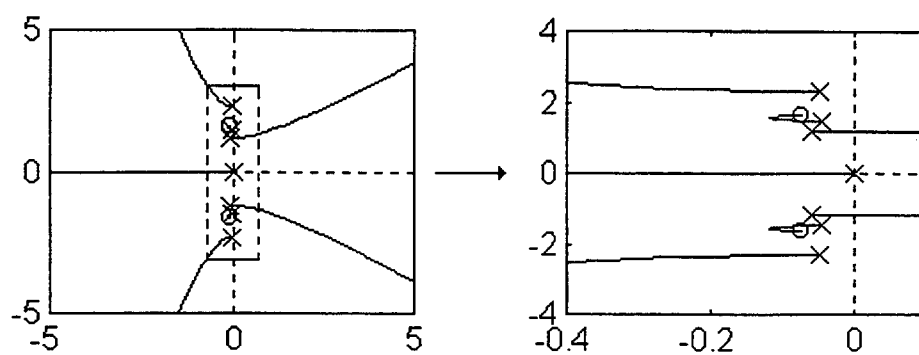


Figura 5.29 - Lugar das raízes para o controlador PI: $K_p=0.50$

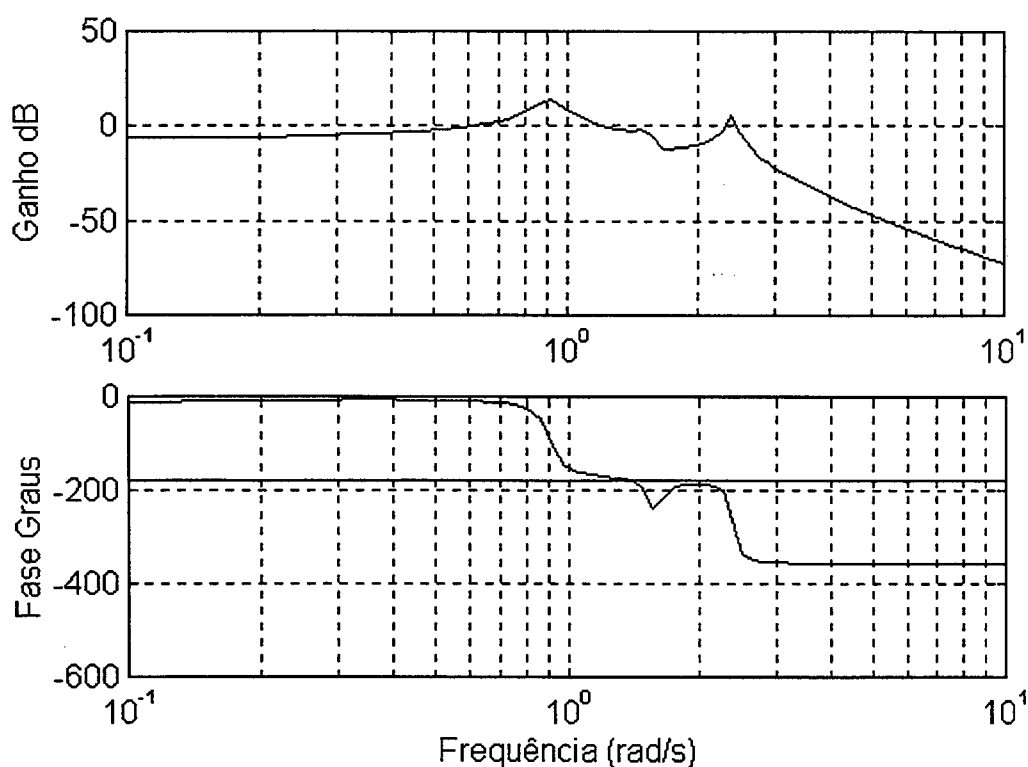


Figura 5.30 - Resposta em frequência: $K_p=0.50$ e $K_i=0.01$

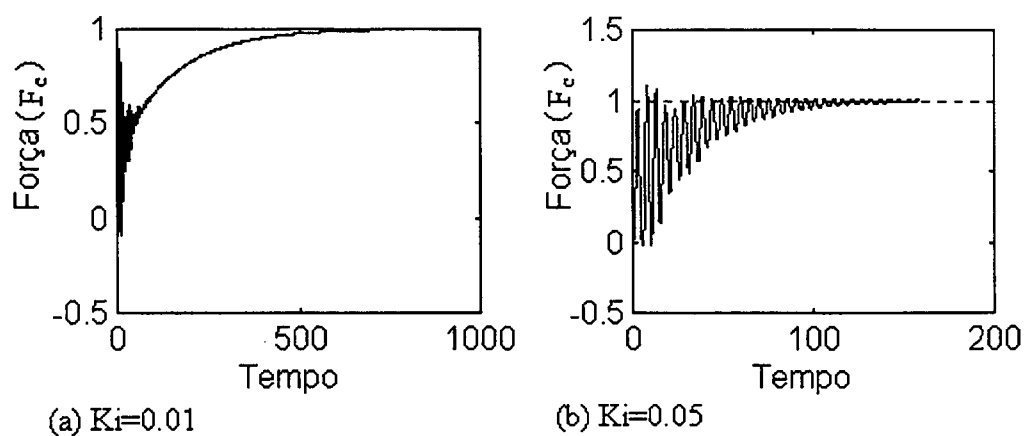


Figura 5.31 - Resposta ao degrau unitário.

5.2.2.4 CONTROLADOR PROPORCIONAL-DERIVATIVO (PD)

No diagrama de blocos da figura 5.1, com $C = K_d s + K_p$, $F = 1$ e $G = G_3(s)$, a função de transferência em malha fechada do sistema com controlador proporcional-derivativo é,

$$\frac{F_c}{F_r} = \frac{(K_d s + K_p) G_3(s)}{1 + (K_d s + K_p) G_3(s)} \quad (5.11)$$

A figura 5.32 (a) mostra o lugar das raízes para o sistema com controlador proporcional-derivativo considerando o ganho $K_p = 0,50$, com a seguinte faixa de estabilidade: $0 \leq K_d \leq 0,021$. É observado que os pólos do sensor caminham para o semi plano direito tornando o sistema instável. Além disso, os pólos da flexibilidade do robô caminham para os zeros do sistema através semi plano direito. Na figura 5.31 (b), é considerado o ganho $K_p = 0,1$ obtendo-se uma faixa de estabilidade de: $0 \leq K_d \leq 0,064$. Observa-se que os pólos devido a flexibilidade do robô não tornam-se instáveis. Os pólos do sensor continuam em direção à instabilidade. Desta forma nota-se que o controlador proporcional-derivativo reduz a faixa do ganho K_p para qual o sistema é estável, em relação a faixa obtida pelo controlador proporcional puro. O aumento dos ganhos faz com que os pólos, em malha fechada, se aproximem do eixo imaginário tornando o sistema mais oscilatório.

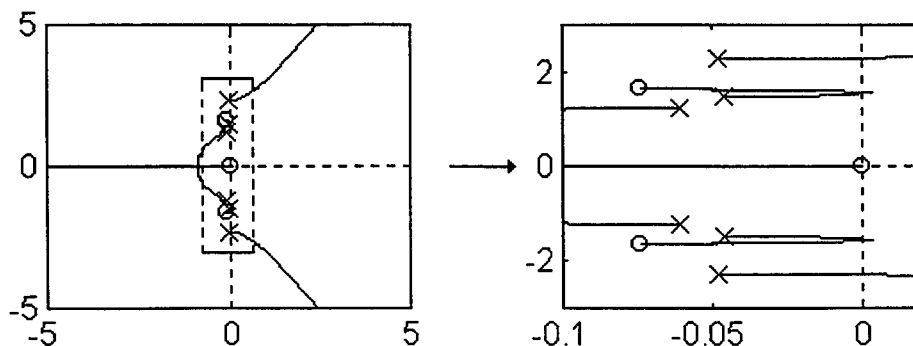
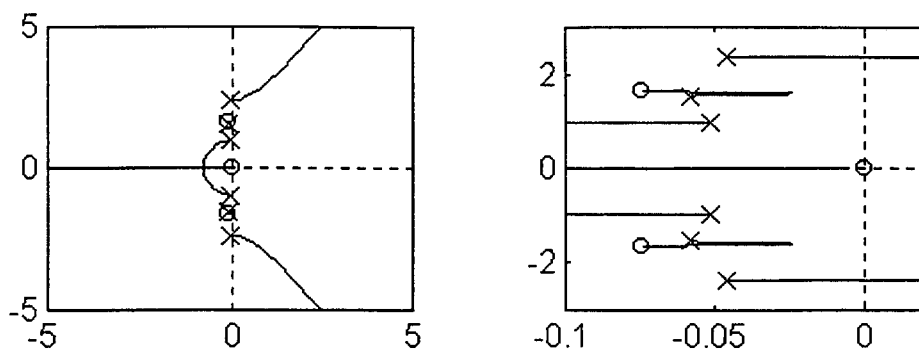
(a) $K_p=0.5$

Figura 5.32 - Lugar das raízes para o controlador PD.



(b) $K_p=0.1$

Figura 5.32 - Lugar das raízes para o controlador PD (continuação).

O diagrama de Bode da figura 5.33 mostra que o aumento do ganho K_d faz com que o sistema tenha os picos de ressonância amplificados, fazendo com que ele tenha uma resposta transitória insatisfatória.

A resposta ao degrau unitário da figura 5.34, para $K_p = 0,1$, mostra que para pequenos valores dos ganhos o sistema apresenta oscilações.

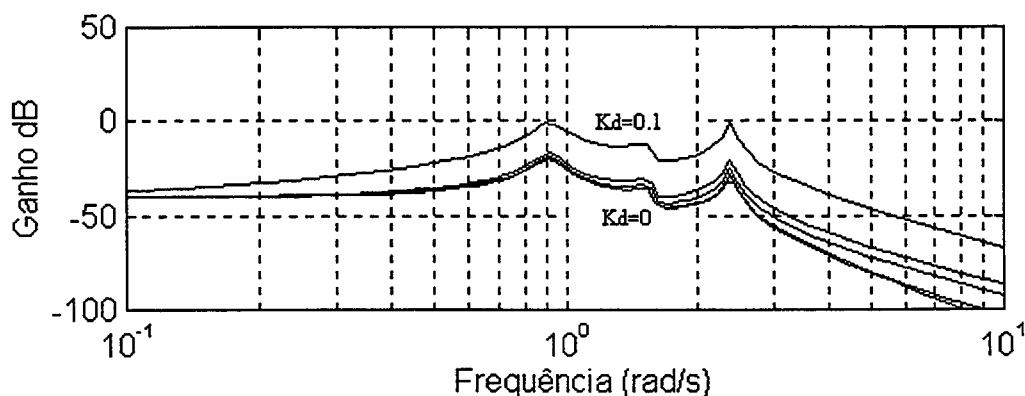
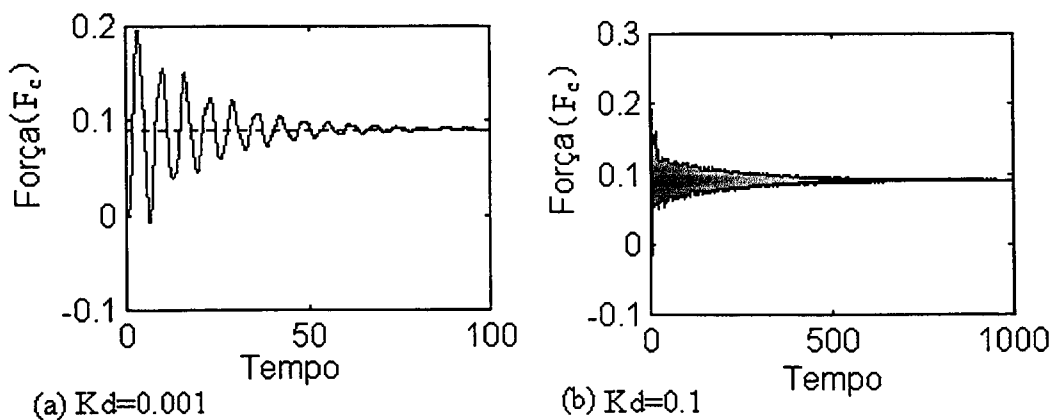


Figura 5.33 - Resposta em frequência: $K_p=0.01$ e $K_d=[0 \ 0.001 \ 0.005 \ 0.01 \ 0.1]$.



(a) $K_d=0.001$

(b) $K_d=0.1$

Figura 5.34 - Resposta ao degrau unitário.

A inclusão de um filtro passa baixa reduz as oscilações que o sistema apresenta. A função de transferência do sistema é modificada e passa a ser

$$\frac{F_c}{F_r} = \frac{(K_d s + K_p) F(s) G_3(s)}{1 + (K_d s + K_p) F(s) G_3(s)} \quad (5.12)$$

Na figura 5.35, é mostrado o lugar das raízes considerando-se alguns valores do ganho K_p e com $a = 0,01$. Tem-se que para estes gráficos o sistema apresenta as seguintes faixas de estabilidade: $K_p = 0,01$ e $0 \leq K_d \leq 59,05$, $K_p = 0,5$ e $0 \leq K_d \leq 59,5$, $K_p = 1$ e $0 \leq K_d \leq 60$, e $K_p = 8$ e $0 \leq K_d \leq 57,9$. Nota-se que a inclusão do filtro aumenta a faixa do ganho K_p para a qual o sistema permanece estável. Esta faixa é a mesma estabelecida no controlador proporcional com filtro. Para valores pequenos do ganho K_p os pólos da flexibilidade do robô manipulador é que caminham à instabilidade e quando o ganho K_p é aumentado os pólos do meio se aproximam do eixo imaginário e assim, vão em direção ao semi plano direito.

O diagrama de Bode da figura 5.36, considerando o ganho $K_p = 1$, mostra que o aumento do ganho K_d as magnitudes dos picos de ressonância ficam abaixo da unidade. Nos modelos discutidos anteriormente, um pequeno aumento do ganho K_d causava uma diminuição da margem de ganho e, enquanto neste caso, há um ganho na faixa de valores do ganho K_d como pode ser observado na figura 5.35. Considerando um ganho $K_d = 10$ o sistema ainda mantém o pico de ressonância abaixo da unidade.

Na figura 5.37 a resposta ao degrau unitário, considerando $K_p = 1$, mostra que o aumento no ganho K_d somente faz com que o sistema apresente mais oscilações, enquanto o tempo de resposta do sistema é o mesmo. Em relação ao controlador proporcional-derivativo a utilização do filtro faz com que o sistema tenha menos oscilações e um menor erro em regime permanente. O erro em regime continua sendo proporcional a $K_p/(1+K_p)$, e o aumento no ganho K_p diminui este erro, mas eleva as oscilações. Para a completa eliminação do erro deve-se incluir o sinal de força de referência como feito no sistema de segunda ordem (modelo do robô e meio rígidos).

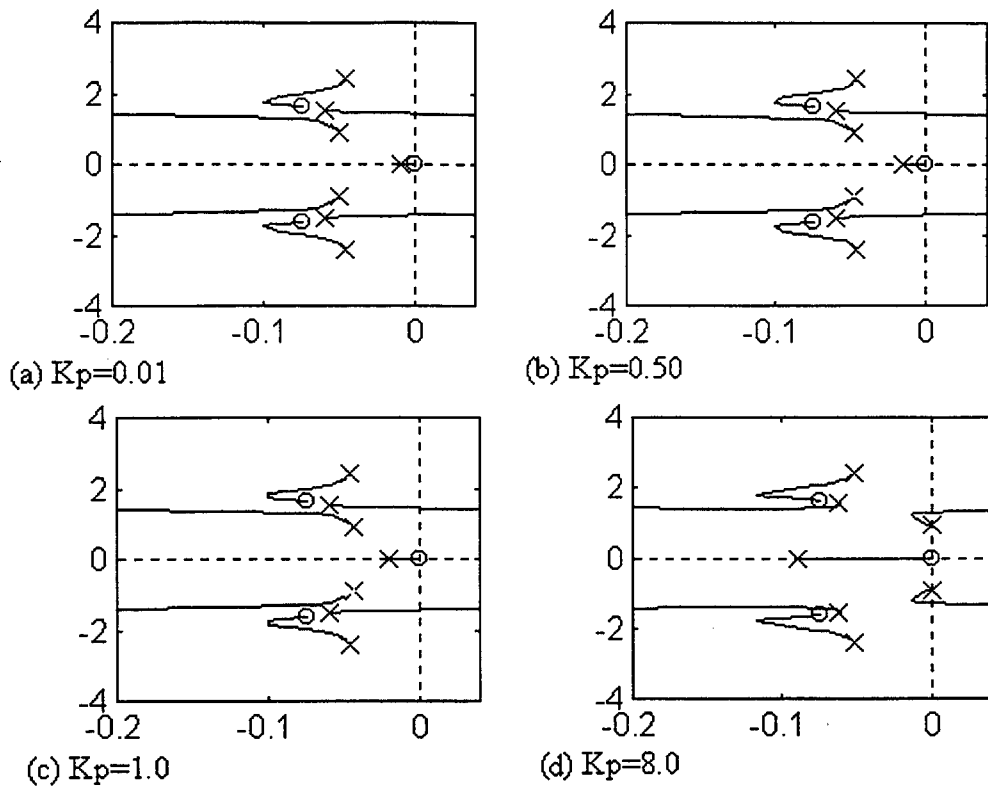


Figura 5.35 - Lugar das raízes para o controlador PD com filtro.

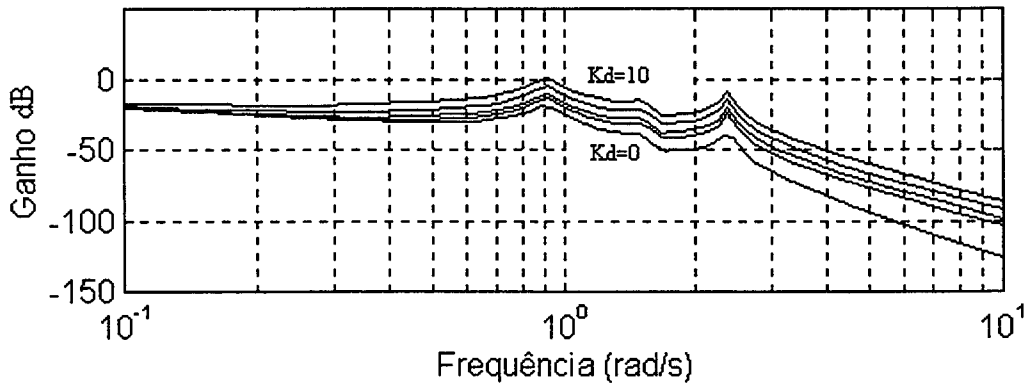


Figura 5.36 - Resposta em frequência : $K_p=1$ e $K_d=[0 \ 1 \ 2.5 \ 5 \ 10]$.

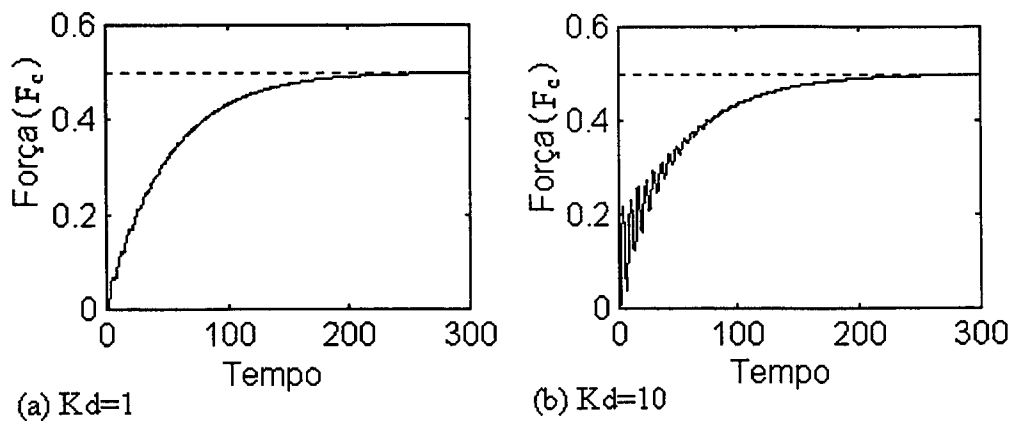


Figura 5.37: - Resposta ao degrau unitário.

5.3 CONCLUSÕES

Neste capítulo foram feitas as análises de estabilidade dos sistemas do robô manipulador com flexibilidade nas juntas interagindo com o meio sem dinâmica (rígido) e com dinâmica desenvolvidos no capítulo 3.

As análises de estabilidade foram baseadas no controle de força explícito, utilizando-se os controladores clássicos: proporcional, integral, proporcional-integral e proporcional-derivativo. Foi utilizado, também, um filtro do tipo passa baixa com os controladores proporcional e proporcional-derivativo, colocado na malha direta da função de transferência..

Como discutido no capítulo anterior, no modelo de 4^a ordem, que representa o robô flexível interagindo com o meio rígido, o controlador proporcional com filtro mostrou ter um comportamento satisfatório para o controle de força. O controlador integral mostrou ter um comportamento similar ao do controlador proporcional com filtro e apresentando a mesma faixa de ganho de estabilidade. A vantagem do controlador integral é que o erro em regime é eliminado para uma entrada constante (por exemplo, degrau unitário), enquanto no controlador proporcional com filtro é necessário a inclusão do sinal de força de referência.. Os controladores proporcional, proporcional-integral e o proporcional-derivativo mostraram ter um comportamento inadequado, devido as respostas oscilatórias que o sistema apresentou. O controlador proporcional-derivativo apresentou, ainda, uma faixa de estabilidade muito pequena do ganho derivativo. A inclusão do filtro passa baixa neste controlador não reduziu os picos de ressonância que o sistema apresentou, ainda que para baixos valores do ganho derivativo.

No modelo de 6^a ordem, que representa o sistema do robô manipulador interagindo com o meio dinâmico, o controlador integral não apresentou um comportamento satisfatório, devido a baixa faixa do ganho integral e, também, as resposta oscilatórias que o sistema apresentou. A utilização do filtro passa baixa melhorou significativamente as características dos controladores proporcional e proporcional-derivativo, aumentando as faixas dos ganhos para as quais o sistema permanece estável, mas mesmo assim o sistema ainda apresentou respostas oscilatórias. Os controladores proporcional e proporcional-integral apresentaram as mesmas características anteriormente vistas , isto é, respostas completamente oscilatórias. Neste caso, todos os controladores avaliados mostraram ter um comportamento insatisfatório para a realização do controle de força do sistema do robô flexível interagindo com o meio dinâmico.

CAPÍTULO 6

CONCLUSÕES

Este trabalho tratou do problema de estabilidade no controle de forças em robôs manipuladores, que desempenham tarefas que exigem contato contínuo com o meio.

Para a análise de estabilidade, no capítulo 2 foi realizada a descrição e modelagem matemática do movimento do robô manipulador, considerando-se dois aspectos: cinemático e dinâmico. Na modelagem cinemática foram comentados os problemas de redundância e singularidade bem como foi introduzido o conceito do Jacobiano do manipulador. Através da formulação de Lagrange obteve-se a equação dinâmica do manipulador para tarefas onde nenhum contato é estabelecido com o meio, isto é, sistemas sem restrição. Esta formulação foi estendida, com base no princípio do trabalho virtual, para a obtenção da equação dinâmica que descreve o movimento do manipulador interagindo com o meio. Isto é, para sistemas em que o efetuador final mantém um contato contínuo com o meio para a realização da tarefa ou, simplesmente, sistemas com restrição.

No capítulo 3 foram desenvolvidos os modelos de análise para o sistema do robô manipulador baseado nos modelos desenvolvidos inicialmente em [9], [10] e [36]. Para a obtenção de um modelo dinâmico do sistema do robô foram considerados: a estrutura do robô manipulador, do sensor e do meio, pois durante o contato estes componentes têm a sua dinâmica excitada e nas simulações realizadas foram os parâmetros que mais influenciaram no desempenho do sistema. O robô manipulador foi considerado de duas formas distintas: como um robô rígido e como um robô com flexibilidades nas juntas. Contudo, foi considerada somente a flexibilidade que ocorre nas transmissões do robô manipulador, por ser a mais importante na maioria dos robôs industriais. O meio, também, foi considerado de duas formas distintas: como uma parede rígida, isto é, sem dinâmica e como um sistema de segunda ordem completo (massa-mola-amortecedor). O sensor foi considerado como um sistema de segunda ordem, mas sendo que a sua massa pode ser

adicionada ao manipulador ou ser simplesmente desprezada. Desta forma, o sensor foi representado através de seu amortecimento e de sua rigidez. Foram obtidos os modelos dinâmicos, de análise, para as tarefas que exigem um contato contínuo, considerando as características de todos os componentes descritos anteriormente. Desta forma, quatro modelos dinâmicos foram obtidos; dois modelos para o robô rígido (de 2ª e 4ª ordem) e dois modelos para o robô com flexibilidades (de 4ª e 6ª ordem). Para estas análises foram considerados os parâmetros que mostraram ser os mais importantes e, assim, foi traçado o lugar das raízes para os modelos de considerando-se as variações nestes parâmetros. Foi observado que a variação de um mesmo parâmetro traz influências diversas nos modelos considerados.

No capítulo 4, utilizando-se os modelos do sistema do robô rígido foram realizadas as análises de estabilidade considerando-se os controladores clássicos: proporcional, integral, proporcional-integral e proporcional-derivativo. Também, foi utilizado um filtro do tipo passa baixa na malha direta do controle de força. Nas análises feitas, o controlador integral mostrou ser o mais adequado para realizar o controle do robô rígido. Isto tem sido atribuído a sua forma simples, à sua natureza passa baixa e além de eliminar o erro em regime para uma entrada constante. O uso do controle integral, tem sido corrente na literatura referente ao controle de força, entretanto justificativas do seu emprego não tinham sido até então apresentadas. O controlador proporcional com filtro mostrou-se, também, ter um comportamento satisfatório pelo fato de que o pólo do filtro próximo à origem fornece a este controlador as mesmas características do controlador integral. Os controladores proporcional e proporcional-integral amplificam o pico de ressonância que o sistema apresenta quando o ganho proporcional é aumentado, fornecendo respostas oscilatórias para o sistema. O controlador proporcional-derivativo mostrou ter um comportamento inadequado, pois ainda que para pequenos valores do ganho derivativo, ele amplifica o pico de ressonância que o sistema apresenta. A utilização do filtro passa baixa mostrou-se ineficaz para este controlador, ver tabela 5.1. O erro em regime que o sistema apresenta é eliminado com a inclusão do sinal da força de referência na função de transferência, o que foi comprovado pela resposta ao degrau unitário do sistema de segunda ordem.

No capítulo 5, utilizando-se os modelos do robô com flexibilidades obtidos no capítulo 3 foram realizadas as análises de estabilidade considerando os mesmos controladores do capítulo 4. As análises feitas para o modelo de quarta ordem, o controlador integral apresentou um comportamento mais adequado para realizar o controle

de força. O controlador proporcional com filtro mostrou ter um desempenho similar ao do controlador integral, fornecendo ao sistema um comportamento satisfatório para o controle de força do robô flexível. Os controladores proporcional, proporcional-integral e o proporcional-derivativo apresentaram um comportamento inadequado, fornecendo respostas oscilatórias. No modelo de sexta ordem o melhor desempenho foi conseguido através controlador proporcional com a utilização do filtro passa baixa, mas ainda fornecendo respostas oscilatórias. O controlador integral apresentou um comportamento insatisfatório, apresentando uma faixa de ganho de estabilidade muita baixa e com respostas oscilatórias. O controlador proporcional-derivativo com filtro apresentou uma faixa de ganho maior que os casos anteriores, mas com o problema da resposta oscilatória que o sistema apresentou. Os outros controladores apresentaram comportamentos insatisfatórios, devido principalmente às respostas oscilatórias apresentadas, ver tabela 5.1.

MODELO DE ANÁLISE	ADEQUADO	OSCILAÇÕES	BAIXA FAIXA DE ESTABILIDADE
Robô e meio rígidos	P filtro e I	P, PI e PD	PD filtro
Robô rígido e meio flexível	P filtro e I	P, PI e PD	PD filtro
Robô flexível e meio rígido	P filtro e I	P, PI e PD	PD filtro
Robô e meio flexíveis	---	P (+filtro), PI e PD (+filtro)	I

Tabela 5.1 – Classificação dos controladores.

Uma perspectiva de trabalho futuro é a busca de estratégias de controle para robôs manipuladores em contato com o meio que, entre outras características, apresentam flexibilidades nas juntas, variações nos parâmetros e influências de perturbações externas. Uma outra perspectiva de trabalhos futuros é a investigação de outras causas de instabilidade, tais como: saturação do controle, amostragem digital e forças de impactos no contato do robô manipulador com o meio.

BIBLIOGRAFIA

- [1] AN, C. H.; HOLLERBACH, John. Dynamic Stability Issues in Force Control Manipulators. In *Proceedings of the IEEE Conference on Robotics and Automation*, p. 890-896. IEEE 1987.
- [2] _____. Kinematic Stability Issues in Force Control Manipulators. In *Proceedings of the IEEE Conference on Robotics and Automation*, p. 897-903. IEEE 1987.
- [3] ANDERSON, Robert J.; SPONG, Mark W. Hybrid Impedance Control of Robotics Manipulators. *IEEE Journal of Robotics and Automation*, v. 4, n. 5, p. 549-556, Oct. 1988.
- [4] ASADA, H.; SLOTINE, J. J. *Robot Analysis and Control*. John Wiley & Sons, Inc., New York, 1986.
- [5] ASADA, H.; KANADE, T.; TAKEYAMA, I. Control of a Direct Arm. *Transactions of the ASME - Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, v. 105, p. 136-142, Sept. 1992.
- [6] CHIAVERINI, Stefano; SICILIANO, Bruno; VILLANI, Luigi. Force Position Regulation of Compliant Robots Manipulators. *IEEE Transaction on Automatic Control*, v. 39, n.3, p. 647-652, Mar. 1994.
- [7] COLGATE, J. E.; HOGAN, N. Robust Control of Dynamically Interacting Systems. *International Journal of Control*, v. 48, n. 1, p. 65-88, Apr. 1988.
- [8] CRAIG, J. J. *Introduction to Robotics - Mechanics and Control*. Addison-Wesley Pub.1986.
- [9] EPPINGER, S. D.; SEERING, W. P. Three Dynamic Problems in Robot Force Control. *IEEE Transaction on Robotics and Automation*, v. 8, n. 6, p. 751-758, Dec. 1992.
- [10] _____. Introduction to Dynamic Models for Robot Force Control. *IEEE Control Systems Magazine*, p. 48-52, Apr. 1987.
- [11] _____. Understanding Bandwidth Limitations in Robot Force Control. *IEEE Int. Conf. Robotics and Automation*, p. 904-909, Apr. 1987.

- [12] _____. On Dynamic Models of Robot Force Control. *IEEE Int. Conf. Robotics and Automation*, p. 29-34, Mar. 1986.
- [13] FERRETTI, G.; MAGNANI, G.; ROCCO, P. On the Stability of the Integral Force Control in Case of Contact with Stiff Surfaces. *Transactions of the ASME - Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, v. 117, p. 547-553, Dec. 1995.
- [14] _____. Joint Stiffness estimation Based on Force Sensor Measurements in Industrial Manipulators. *Transactions of the ASME - Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, v. 116, p. 547-553, Mar. 1994.
- [15] FRANKLIN, F. Gene; POWELL, J; EMANI-NAEINI, Abbas. *Feedback Control of Dynamic Systems*. Addison-Wesley Publishing Co., 1986.
- [16] GOOD, M. C.; SWEET, L. M.; STROBEL; K. L. Dynamic Models for Control System Design of Integrated Robot and Drive Systems. *Transactions of the ASME - Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, v. 107, p. 53-59, Mar. 1985.
- [17] HOGAN, Neville. On the Stability of Manipulators Performing Contact Tasks. *IEEE Journal of Robotics and Automation*, v. 4, n. 6, p. 677-686, 1988.
- [18] _____. Impedance Control: An approach to manipulation, Parts: I,II,III. *Journal of Dynamic System, Measurement and Control*, v. 107, p. 1-24, Mar. 1985.
- [19] KAZEROONI, H. On the Robot Compliant Motion Control. *Transactions of the ASME - Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, v. 111, p. 416-425, Sept. 1989.
- [20] _____. Contact Instability of the Direct Drive Robot when Constrained by a Rigid Environment. *IEEE Transactions on Automatic and Control*, v. 35, n. 6, p. 710-714, June 1990.
- [21] KHATIB, O. A unified Approach for Motion and Force control of Robots Manipulators: The Operational Space Formulation. *IEEE Journal of Robotics and Automation*, v. RA3, n.1, p. 43-53, Feb. 1987.
- [22] KUO, B. C. *Sistemas de Controle Automáticos*. 4^a ed. Rio de Janeiro: Prentice-Hall do Brasil, 1985.
- [23] LEWIS, F. L.; ABDALLAH, C. T.; DAWSON. D. M. *Control of Robot Manipulators*. MacMillan, Publishing Co., 1993.
- [24] MARTINS, N. A. *O Controle Adaptativo de Robôs Manipuladores no Espaço da Tarefa*, Florianópolis, 1997. Dissertação (Mestrado em Engenharia), - EEL/LCMI,UFSC.

- [25] MASON, T. M. Compliance and Force Control for Computer Controlled Manipulators, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics SMC-11*, p. 418-432, June 1981.
- [26] MCCLAMROCH, N. H.; WANG, D. Feedback Stabilization and Tracking Constrained Robots. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 33, n. 5, p. 419-426, May 1988.
- [27] MILLS, James K.; GOLDENBERG, Andrew A. Force and Position Control of Manipulators During Constrained Motions Task. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, v. 5, n. 1, p. 304-320, Feb. 1989.
- [28] MURRAY, R.; LI, Z.; SASTRY, S. S. *A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation*. CRC Press, Inc. 1994.
- [29] OGATA, K. *Engenharia de Controle Moderno*. 2^a ed. Rio de Janeiro: Prentice-Hall do Brasil, 1993.
- [30] RAIBERT, M. H.; CRAIG, J. J. Hybrid Position/Force Control of Manipulators. *Transactions of the ASME - Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, v.102, p. 126-133, June 1981.
- [31] SPONG, M. Modeling and Control of Elastic Joint Robots. *Transactions of the ASME - Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*. v. 109, p. 310-319, Dec. 1987.
- [32] SPONG, M. W.; DE SCHUTTER, J.; BRUYNINCKX, H. et al. *Motion Control of Robot Manipulators*, p. 1339-13351. The Control Handbook, 1986.
- [33] SPONG, M. W., VIDYASAGAR, M. *Robot Dynamics and Control*. John Wiley and Sons, 1989.
- [34] TOMEL, P. An Observer for Flexible Joint Robots. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 35, n. 6, p. 739-743, June 1990.
- [35] VOLPE, R. A.. *Real and Artificial Forces in the Control of Manipulators: Theory and Experiments*. USA, 1990. Doctor Thesis - Carnegie Mellon University.
- [36] VOLPE, R. A.; KHOSLA, P. _____. Theoretical Analysis and Experimental Verification of a Manipulator / Sensor / Environment Model for Force Control, in *Proc. IEEE Int. Conf. Syst., Man, Cybernetics*, p. 784-791, Los Angeles, Nov. 1990.
- [37] VOLPE, R. A.; KHOSLA, P. A Theoretical and Experimental Investigation of Explicit Force Control Strategies for Manipulators. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 38, n.11, p.: 1634-1650, Nov. 1993.

- [38] VUKOBRATOVIC, Miomir. The Role of Environment Dynamics in Contact Force Control of Manipulation Robots. *Transactions of ASME - Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*. v. 119, p. 86-89, Mar. 1997.
- [39] WEN, John T.; MURPHY, Steve. Stability Analysis of Position and Force Control for Robot Arms. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 36, n. 3, p. 365-371, Mar. 1991.
- [40] WHITNEY, Daniel E. Historical Perspective and State of the Art in Robot Force Control. In *Proceedings of the IEEE Conference on Robotics and Automation*, p. 262-268. IEEE 1985.
- [41] WILFINGER, L. S.; WEN, J. T.; MURPHY, S. Integral Force Control with Robustness Enhancement. *IEEE Control Systems Magazine*, p.31-40, February 1994.
- [42] WIT, C. Canudas de; SICILIANO, Bruno; BASTIN, G. *Theory of Robot Control*. Springer-Verlag, London, 1996.
- [43] YOUSEF-TOUMI, K. Force Control of Direct-Drive Manipulators for Surface Following. In *Proceedings of the IEEE Conference on Robotics and Decision*, p. 365-371, Mar. 1991.
- [44] YOUSEF-TOUMI, K.; GUTZ, D. A. Impact and Force Control: Modeling and Experiments. *Transactions of the ASME - Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, v. 116, p. 89-98, Mar. 1994.