

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
DOUTORADO EM EDUCAÇÃO: ENSINO DE CIÊNCIAS NATURAIS

TESE DE DOUTORADO

**O CAMPO CONCEITUAL DE ESPAÇO NA ESCOLA E
EM OUTROS CONTEXTOS CULTURAIS**

NEIVA IGNÊS GRANDO

FLORIANÓPOLIS (SC)

1998

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
DOUTORADO EM EDUCAÇÃO: ENSINO DE CIÊNCIAS NATURAIS

**O CAMPO CONCEITUAL DE ESPAÇO NA ESCOLA E
EM OUTROS CONTEXTOS CULTURAIS**

NEIVA IGNÊS GRANDO

**Tese apresentada ao Programa de
Pós-Graduação em Educação da
Universidade Federal de Santa
Catarina para a obtenção do grau de
Doutora em Educação.**

Orientador: Prof. Dr. MÉRICLES THADEU MORETTI

FLORIANÓPOLIS (SC)

1998



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO
CURSO DE DOUTORADO EM EDUCAÇÃO

**“O CAMPO CONCEITUAL DE ESPAÇO NA ESCOLA E EM OUTROS
CONTEXTOS CULTURAIS”.**

Tese submetida ao Colegiado do Curso de
Doutorado em Educação do Centro de
Ciências da Educação em cumprimento
parcial para a obtenção do título de Doutor
em Educação.

APROVADO PELA COMISSÃO EXAMINADORA em 13/08/98

Dr. Mércies Thadeu Moretti

Dr. Angel Pino

Dr. Dario Fiorentini

Dra. Edel Ern

Dra. Maria Laura Leite Lopes

Dr. Demétrio Delizoicov

Dr. Mariano Moreira

Neiva Ignês Grando
Neiva Ignês Grando

Florianópolis, Santa Catarina, agosto de 1998.

Enquanto projeto, enquanto desenho do “mundo” diferente, menos feio, o sonho é tão necessário aos sujeitos políticos, transformadores do mundo e não adaptáveis a ele, quanto, permita-se-me a repetição, fundamental é, para o trabalhador, que projete em seu cérebro o que vai executar antes mesmo da execução (Paulo Freire, Pedagogia da esperança, 1997).

À minha família, em especial a meus pais, Elena e Adolfo (em memória) pela vida e pelo incentivo à cultura.

AGRADECIMENTOS

Não é possível enumerar aqui todas as pessoas ou instituições que contribuíram para que este projeto fosse desenvolvido. Gostaria, no entanto, de agradecer ao professor Méricles Thadeu Moretti, que acompanhou todo o processo de estudos na Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC); ao professor Marcos Lourenço Herter, da mesma universidade, pela importante contribuição em relação à teoria histórico-cultural, que permeou a análise qualitativa deste estudo; ao professor Jean-Pierre Astolfi, pelas discussões e pela dedicação na organização das atividades científicas em institutos de pesquisa e universidades da França.

Um agradecimento especial à equipe da Pós-Graduação em Educação do Centro de Ciências em Educação da Universidade Federal de Santa Catarina, onde, além de cursar o doutorado em Educação e internalizar conceitos científicos, fui cativada pela amizade de professores, funcionários e colegas.

Também devo um agradecimento especial à Capes, que, com seu auxílio, possibilitou que eu realizasse esta pesquisa.

A partir desses destaques, gostaria de agradecer à Universidade de Passo Fundo, que, com seu plano de capacitação docente, permitiu a realização do curso de doutorado.

RESUMO

Envolvendo diferentes contextos culturais, esta pesquisa teve como objetivo estudar o conhecimento matemático de medidas espaciais, com a finalidade de estabelecer relações de aproximação entre o mundo da escola e o mundo mais geral. Buscou-se verificar o grau de assimilação e aplicação dos conceitos matemáticos na escola e em contextos profissionais, no caso, junto a trabalhadores de serrarias, olarias e funilarias. Para proceder a tal estudo, foram feitas entrevistas com trabalhadores dessas atividades e aplicados instrumentos a estudantes de 7^a série do ensino fundamental e de 1^o ano do ensino médio. As entrevistas eram do tipo semi-estruturadas, sendo, a partir delas, elaboradas situações-problema que envolveram sistemas de medidas de comprimento, superfície e volume, com ênfase em representações gráficas e nos conceitos de perímetro, área e volume. A análise dos dados teve como base a teoria histórico-cultural e a teoria dos campos conceituais. Constatou-se que os trabalhadores utilizam conhecimentos matemáticos de uma forma natural em suas atividades, com estratégias próprias, de acordo com cada situação. Por sua vez, os estudantes apresentaram grandes dificuldades ao se depararem com situações-problema cujo conteúdo se origina da atividade de trabalho, embora envolvam conceitos matemáticos da sua atividade de estudo. A principal conclusão deste estudo é que a escola, se quer atingir seus objetivos, precisa repensar o processo ensino-aprendizagem, proporcionando condições de contextualização da atividade de estudo.

Palavras-chave: medidas espaciais, atividade de estudo, atividade de trabalho.

ABSTRACT

Involving different cultural contexts, this research had as objective to study the mathematics knowledge of the spatial measures, with the purpose to establish relations of the approximation between the world of the school and the more general world. One sought to check the degree of the assimilation and application of the mathematical concepts in the school and in professional context, in the case, with workers of the sawmills, potteris and tinmen. In order to do this study, interviews were held with workers of these activities and instruments were applied to students of the seventh grade of the fundamental teaching and of the first year of the middle teaching. The interviews were of the half-structured type, being, from there, elaborated problem-situations that involved systems of the measures of length, surface and volume, with emphasis on graphic representations and on the concepts of perimeter, area and volume. The analysis of the data had as base the historical-cultural theory and the theory of the conceptual fields. One has noticed that the workers utilize mathematical knowledge in the natural form in their activities with proper activities, according to each situation. The students, in turn, presented high difficulties when they faced problem-situations in which the content comes from activity of the work, although it involves mathematical concepts of the study activity. The main conclusion in this study is that the school, if want it wants to reach its objectives, needs to rethink the teaching-learning process, providing conditions of the contextualization of the study activity.

Key-words: spatial measures, activity of study, activity of work.

SUMÁRIO

| | |
|--|-----------|
| 1 – INTRODUÇÃO | 1 |
| 1.1 - A matemática como função social | 2 |
| 1.2 - Apresentação do problema | 3 |
| 2 – ALGUNS PRESSUPOSTOS TEÓRICOS BÁSICOS..... | 6 |
| 3 – OBJETIVOS | 20 |
| 3.1 - Objetivo geral | 20 |
| 3.2 - Objetivos específicos | 20 |
| 4 – METODOLOGIA | 21 |
| 5 – CULTURA ESCOLAR | 24 |
| 5.1 - Aspectos históricos da disciplina de Matemática e a preocupação cultural . | 24 |
| 5.2 - Educação Matemática e os Parâmetros Curriculares Nacionais | 42 |
| 6 – CULTURA DO TRABALHO..... | 45 |
| 6.1 - Cultura da atividade de serraria..... | 45 |
| 6.2 - Cultura da atividade de olaria ou cerâmica | 59 |
| 6.3 - Cultura da atividade de funilaria | 62 |
| 7 – RESULTADOS: TRABALHADORES E ESTUDANTES | 65 |
| 7.1 - Representações gráficas | 66 |
| 7.1.1 - Representação gráfica de objetos bidimensionais | 66 |
| 7.1.2 - Representação gráfica de objetos tridimensionais..... | 73 |
| 7.2 - Sobre o conceito de perímetro..... | 85 |
| 7.3 - Sobre o conceito de área | 91 |
| 7.3.1 – Na atividade de trabalho | 91 |
| 7.3.2 – Na atividade de estudo | 100 |
| 7.4 - Sobre o conceito de volume | 114 |
| 7.4.1 - Na atividade de trabalho | 115 |
| 7.4.1.1 – Volume como um processo de contagem | 115 |
| 7.4.1.1.1 – Na atividade de olaria | 115 |

| | |
|--|------------|
| 7.4.1.1.2 – Na atividade de serraria | 133 |
| 7.4.1.2 – Volume como grandeza tridimensional | 139 |
| 7.4.2 - Na atividade de estudo | 151 |
| 7.4.2.1 – Volume como grandeza tridimensional | 151 |
| 7.4.2.2 – Volume como um processo de contagem | 167 |
| 8 – CONCLUSÕES: IMPLICAÇÕES EDUCACIONAIS | 173 |
| 9 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS | 179 |
| 10- ANEXOS | 185 |
| 10. 1 – Anexo 1: instrumentos do estudo-piloto: serraria e olaria | 186 |
| 10. 1 – Anexo 2: instrumentos de coleta de dados: serraria, olaria e funilaria ... | 195 |
| 10. 1 – Anexo 3: instrumento de coleta de dados das escolas | 206 |

LISTA DE TABELAS

| | |
|--|-----|
| Tabela 1: Subcategorias de representações gráficas e número de alunos | 74 |
| Tabela 2: Demonstrativo das soluções dadas pelos estudantes nas questões b e c | 87 |
| Tabela 3: Modelos matemáticos utilizados pelos estudantes nas questões b e c | 88 |
| Tabela 4: Soluções dadas pelos estudantes à situação 1 | 101 |
| Tabela 5: Modelos matemáticos utilizados e número de estudantes | 102 |
| Tabela 6: Soluções dadas pelos estudantes à situação 2 | 107 |
| Tabela 7: Modelos matemáticos utilizados e número de estudantes | 107 |
| Tabela 8: Resultados apresentados pelos estudantes à atividade 1 | 152 |
| Tabela 9: Modelos matemáticos subjacentes aos planos de ação dos estudantes | 152 |
| Tabela 10: Resultados apresentados pelos estudantes à atividade 2 | 158 |
| Tabela 11: Modelos matemáticos subjacentes aos planos de ação dos estudantes | 159 |
| Tabela 12: Soluções dadas pelos estudantes à atividade 2 | 170 |

1 – INTRODUÇÃO

As preocupações com a educação são percebidas de inúmeras maneiras e se refletem, por exemplo, na programação de eventos científicos, cursos de formação, mudanças de legislação, avaliação de livros didáticos, publicações, ações promovidas por associações e sindicatos. Especificamente na área de educação matemática, principalmente nas duas últimas décadas, tem havido um movimento intenso de discussões envolvendo ensino e pesquisa, cuja meta inicial é a melhoria do ensino de matemática. Promoção de eventos, publicações e cursos de pós-graduação podem ser citados como principais alternativas de contribuição por parte das universidades. Algumas delas, ainda, têm se dado conta da necessidade de intercâmbio, investindo, então, em projetos junto a escolas do ensino fundamental e médio.

Por outro lado, as escolas também têm se preocupado com as dificuldades encontradas na disciplina de Matemática. Muitos professores têm consciência de que algo não está bem, de que é preciso mudar; estão, mesmo, descontentes com sua própria prática pedagógica. Ao mesmo tempo, estão desestimulados, principalmente pela falta de valorização profissional, incluindo a salarial. Uma grande parte dos estudantes, por sua vez, mesmo freqüentando a escola, não está motivada para o processo de aprendizagem. E isso se pode verificar, inclusive, pela resistência que têm demonstrado, por exemplo, em prestar atenção às explicações do professor, em fazer tarefas e, até, em ir para a escola.

Diante de tantas preocupações com a educação, diante de tantas dificuldades como educadora e pesquisadora, é que me propus a desenvolver este projeto, como uma forma de contribuição à educação, uma forma de refletir sobre a prática pedagógica que venho desenvolvendo desde 1974. Nisso, espelho-me em Freire (1997), que aponta, como uma das exigências do ensinar, a necessidade de refletir criticamente sobre a prática pedagógica.

1.1 - A matemática como função social

No movimento de educação matemática, um dos assuntos em pauta diz respeito ao papel da matemática. Grandó (1988) também se insere nele, concebendo a matemática não "apenas como ciência formal, onde os conhecimentos são construídos no âmbito escolar, a matemática também existe nas mais diversas atividades profissionais". Com esse pressuposto, reconhece-se que o conhecimento matemático está embutido nas mais diversas atividades humanas, incluindo as profissionais. Tal conhecimento, muitas vezes, é desenvolvido como uma necessidade para que se possa resolver situações reais.

Há inúmeras pesquisas privilegiando a análise da cognição humana em seu cotidiano, com ênfase no conhecimento matemático utilizado. Destacam-se estudos realizados com alfaiates (Reed e Lave, 1981), com trabalhadores de uma indústria de laticínios e estudantes (Scribner, 1984), com cambistas (Acioly, 1985), com vendedores de rua (Carraher, Carraher e Schliemann, 1988), com marceneiros (Schliemann, 1988), com mestres-de-obras (Carraher, 1988), com feirantes (Carraher e Schliemann, 1988), com agricultores, estudantes e professores (Grandó, 1988), trabalhadores de serrarias (Grandó 1991, 1992, 1993), entre outros.

Carraher, Carraher e Schliemann (1988) analisaram os procedimentos matemáticos utilizados por vendedores de rua - crianças e adolescentes -, concluindo que, em transações comerciais, os sujeitos utilizavam métodos de resolução e estratégias de cálculo diferentes das comumente ensinadas na escola. Por sua vez, o estudo de Scribner (1984) mostrou que, na solução de situações relacionadas com atividades de uma indústria de laticínios, empregados e estudantes tiveram níveis de acerto similares, porém as estratégias utilizadas por ambos apresentaram diferenças marcantes. Já Acioly (1985) detectou estratégias escolares e não escolares utilizadas por cambistas na resolução de problemas relacionados com o jogo do bicho, tanto na situação natural como na situação de exame.

Grandó (1988) verificou, por exemplo, que, apesar de utilizarem os mesmos conceitos matemáticos da escola para determinar "áreas" de suas terras, agricultores

desenvolveram modelos matemáticos próprios. Por outro lado, observou diferenças entre estudantes e agricultores quanto ao significado dos problemas no seu processo de resolução. Entre os agricultores, houve predominância de uso de linguagem oral, não havendo perda do significado como ocorreu com os estudantes, entre os quais houve maior uso da linguagem escrita. A perda do significado foi relacionada com o controle da situação.

Em outro estudo, Grando (1992) constatou que, para determinar o volume de madeira de um toro, trabalhadores de diferentes serrarias utilizaram, também, diferentes procedimentos, os quais envolvem modelos matemáticos diferentes daqueles ensinados na escola.

A matemática, então, representa mais do que um corpo de conhecimentos, elaborado e sistematizado pelo grupo profissional dos matemáticos; ela tem também uma função social, como mediadora na solução de problemas reais do cotidiano. Por outro lado, na escola, ela é um dos componentes do currículo, funcionando como mediadora na construção do conhecimento escolar.

1.2 - Apresentação do problema

Supõe-se que todos os estudos relatados têm, também, como preocupação a escola, e com base nessa suposição, na constatação do distanciamento do mundo da escola em relação ao mundo mais geral e na preocupação particular como educadora e pesquisadora, lanço alguns questionamentos: Em que medida esses estudos estão chegando às escolas? Como podem ir (vir) ao encontro das preocupações da escola? Como podem contribuir com o processo de ensino e aprendizagem, com a construção do conhecimento escolar? Qual a contribuição desses estudos no sentido de aproximar os dois mundos?

Certamente, vários estudos poderiam concorrer para essa discussão. No entanto, deter-me-ei naqueles que julgo mais pertinentes no momento, buscando abordar alguns pontos desses questionamentos.

Ao tratar da epistemologia escolar, Develay (1993) enfatiza a possibilidade de, na escola, utilizarem-se práticas sociais, ou seja, atividades sociais diversas poderiam servir de referência para atividades escolares. Segundo o autor, nesse caso, a transposição didática corresponderia a um duplo trabalho, uma vez que envolveria tanto o saber científico como os saberes dessas práticas.

Martinand (1986) já havia desenvolvido essa idéia ao se referir aos diferentes tipos de produção industrial, artesanal, à pesquisa científica, às práticas domésticas, ideológicas e políticas, como práticas sociais de referência para a escola. Para o autor, com a noção de prática social de referência, os conteúdos das disciplinas de ensino devem ser reexaminados.

Num outro enfoque, Grando e Moretti (1995) analisaram os procedimentos utilizados por agricultores na determinação de áreas de terra. Tendo como parâmetro o conhecimento escolar, fizeram uma análise dos modelos matemáticos para quadriláteros e triângulos, envolvendo os campos da aritmética, da geometria e da álgebra nos diferentes níveis de ensino.

Masingila, Davidenko e Prus-Wisniowska (1996) fizeram uma análise detalhada de estudos que envolvem a matemática dentro e fora da escola, com o objetivo de criar uma estrutura para conectá-los. Concluíram, com isso, que diferenças entre aprendizagem e prática matemática na escola e fora dela podem ser inerentes porque um conceito é aprendido e usado diferentemente nesses contextos. Daí acreditarem que “muitas dessas diferenças podem estreitar através da criação de experiências que engagem estudantes para fazer matemática na escola de maneira similar à aprendizagem e prática matemática fora da escola”.

Na verdade, essas autoras não apresentaram uma estrutura que conecte os estudos analisados que tratam da matemática em diferentes contextos culturais. Além disso, não acreditamos que seja necessário reduzir diferenças entre a escola e outros contextos através de experiências similares às de contextos fora da escola. O importante é que a escola conheça práticas sociais de outros contextos e tente vislumbrar contribuições para a atividade de ensino-aprendizagem, de acordo com seus objetivos.

Com o desenvolvimento do presente projeto, pretende-se, justamente, contribuir para o avanço dessas discussões. A questão principal que o vem motivando é a aproximação do mundo da escola com o mundo mais geral, particularmente no que se refere à educação matemática. Essa idéia traz consigo a necessidade de estudar o conhecimento matemático de diferentes contextos socioculturais, incluindo a escola, questionando :

- Existem diferenças/semelhanças no fazer-matemática na/da escola e em outros contextos sociais? Que tipo de diferenças/semelhanças são essas?
- É possível aproximar a atividade da escola das atividades de outros contextos, como, por exemplo, de grupos profissionais?

Este estudo envolve dois grandes contextos, o da escola e o de grupos profissionais. O conhecimento visado é o da matemática, mais especificamente o campo conceitual de espaço, incluindo particularmente os conceitos de perímetro, área e volume. Inicialmente, foram estudados alguns conceitos matemáticos subjacentes às atividades cotidianas de trabalhadores de serrarias, de olarias e de funilarias. A partir disso, foram apresentadas a estudantes do ensino fundamental e médio situações-problema extraídas ou elaboradas com base nas atividades desses grupos profissionais, analisando-se seus planos de ação quando da resolução das questões.

A análise final ficará por conta do estudo comparativo entre trabalhadores e estudantes quanto aos conceitos envolvidos, no sentido de verificar convergências e divergências tanto na utilização dos conceitos em cada contexto como na representação mental desses.

2 - ALGUNS PRESSUPOSTOS TEÓRICOS BÁSICOS

Pensar a aprendizagem na escola e fora dela implica pensar também em semelhanças e diferenças. Os objetivos e os objetos são diferentes.

O conteúdo da escola envolve vários campos de conhecimento organizados em forma de disciplinas. No processo ensino-aprendizagem de matemática, por exemplo, independentemente de metodologias, um dos objetivos é a apropriação de conceitos matemáticos de número, de medida, entre outros.

Se pensarmos, por outro lado, na atividade de trabalho de alguns contextos, tais como agricultura, olaria, funilaria, serraria, costura, sapataria, verificaremos que a aprendizagem se dá, geralmente, na prática, no próprio local de trabalho. Nessas profissões, o objetivo não está relacionado diretamente com a apropriação de conceitos matemáticos; é a aprendizagem do ofício de cada grupo que traz implícitos muitos dos conceitos da escola, ou seja, conceitos científicos.

Nos dois contextos, o conhecimento é construído através de interação social, contudo o tipo de relação de cada um determina *contratos didáticos*¹ diferentes. As expectativas do professor e do aluno são diferentes das expectativas de um oleiro e de um funcionário aprendiz, por exemplo. De todo modo, conhecimentos a serem adquiridos nas duas situações já fazem parte do social, pois fazer um tijolo na olaria ou determinar o seu volume na escola já faz parte da vida de muitas pessoas. Um outro exemplo é o sistema de numeração decimal, que pode não ter sido ainda apropriado por um estudante, mas que é um sistema já elaborado e sistematizado, isto é, já faz parte da cultura.

¹ *Contrato didático* é uma noção desenvolvida por Brousseau (1986), que o considera como "a relação que determina - explicitamente por uma pequena parte, mas sobretudo implicitamente - aquilo que cada participante, professor e aluno, tem a responsabilidade de gerir e do qual ele será de uma maneira ou de outra, responsável diante do outro."

Nesse ponto, é importante assinalar alguns pressupostos básicos que serão levados em consideração neste estudo, como os da teoria histórico-cultural de Vygotsky e da teoria dos campos conceituais de Vergnaud. Da primeira, serão discutidas algumas questões relacionadas com a aprendizagem em si; da segunda, serão destacados alguns elementos para a análise das situações e dos procedimentos adotados por trabalhadores e estudantes na resolução de problemas.

A atividade do homem, segundo Vygotsky (1984), não é direta; dito de outra forma, qualquer atividade humana ocorre através da mediação de signos. Na perspectiva de Vygotsky (1995), *signos* são estímulos criados artificialmente e utilizados como meio para dominar a conduta humana, o que caracteriza a mediação social. São exemplos de signos a linguagem e o sistema de numeração.

Por outro lado, a atividade humana é permeada por objetos que se constituem em instrumentos, tais como madeira, paquímetro, trena e tábua-padrão, nas serrarias; barro e tijolo, nas olarias ou cerâmicas; régua, compasso, esquadro, metro, giz, livros, figuras e sólidos geométricos e ábaco, na escola.

Na concepção de Rubinstein (1960), a atividade do homem é prática e teórica. Na atividade prática, ocorre a transformação do mundo material com a criação de produtos materiais; na teórica, o produto é ideal, como, por exemplo, a ciência e a arte. Apesar dessa classificação em função de seu produto, o autor destaca que não existe atividade prática na qual não haja a participação de processos psíquicos. Nesse sentido, é próprio falar de *atividades de trabalho* e de *atividades de estudo*. No mundo do trabalho, podem configurar-se como atividades práticas e, no mundo da escola, como atividades teóricas.

Para Leontiev (1988), o desenvolvimento psíquico é determinado pelo desenvolvimento da atividade, o qual, por sua vez, depende das condições reais de vida; no entanto, em cada estágio do desenvolvimento psíquico (da criança), destaca-se um tipo dominante de atividade caracterizada como atividade principal. Para o autor, o conteúdo concreto de cada estágio de desenvolvimento, bem como o processo de desenvolvimento psíquico são influenciados diretamente pelas condições históricas concretas.

Na concepção de Luria (1979), a atividade consciente tem suas raízes “nas condições sociais de vida historicamente formadas”; conseqüentemente, ela é o resultado de novas formas histórico-sociais de atividade-trabalho. Além do trabalho, um outro fator considerado como fundamental pelo autor, na formação da consciência, é a linguagem.

A análise de Leontiev (1978) mostra que o conceito de atividade não é isolado e que está, necessariamente, atrelado ao conceito de motivo. O autor chega mesmo a afirmar que “não há atividade sem motivo”.

Ao encontro disso vem a teoria de Rubinstein (1960), segundo a qual a atividade é um processo: “o processo por meio do qual se torna efetiva uma determinada atitude do homem frente ao meio, frente aos demais indivíduos e aos problemas que a vida lhe traz”. O autor refere-se ao pensamento como sendo atividade no momento em que se consideram os motivos do homem frente aos problemas que o fazem pensar. O processo real de pensamento inclui, segundo ele, um conjunto de processos, tais como a abstração e a generalização; a atividade do pensar reflete a atitude frente aos problemas com os quais se depara (Rubinstein, 1960, p. 347).

Além dos motivos, Leontiev (1978) destaca as ações que os homens realizam nas atividades, denominando *ação* “ao processo subordinado a um fim consciente”. Para ele, o motivo impulsiona as ações, mas essas estão orientadas em direção a um fim; os meios com os quais o homem executa a ação são as operações (Leontiev, 1978, p. 82-85).

Tomando como exemplo o mundo do trabalho de uma olaria, nele, a atividade do trabalhador caracteriza-se como prática. Ali, ele tem como principal instrumento de trabalho, o barro, o qual, no processo de sua atividade, é transformado em tijolo; sua atividade é movida pela necessidade de produção. O objeto (verdadeiro motivo) dessa necessidade pode não ser igual para o empregado e para o proprietário, ou seja, a necessidade do empregado, provavelmente, está relacionada à sua subsistência e à de sua família, ao passo que a necessidade do proprietário pode ser gerada também pela manutenção da firma e pelo desejo de gerar (capitalizar) lucros.

As ações que o trabalhador realiza nessa atividade estão diretamente relacionadas com um fim (consciente), que é, nesse momento, a produção do tijolo. O

processo envolvido na atividade de produção de tijolo é um todo dividido em, pelos menos, três etapas:

- a) fabricação do tijolo cru ou verde;
- b) secagem e
- c) queima.

Rubinstein (1960) refere-se à importância de delimitar as unidades que são realizadas para resolver os problemas na atividade; nesse sentido, as etapas elencadas formam as unidades da atividade trabalho de produzir tijolo.

As ações de fabricar o tijolo cru, de queimar e de secar implicam operações orientadas mentalmente segundo o objetivo de cada etapa ou de cada unidade de ação. Por exemplo, para fabricar o tijolo cru, é preciso, em primeiro lugar, obter a matéria-prima, isto é, os diversos tipos de barro utilizados; colocar no misturador; colocar a máquina em funcionamento para que empurre o barro para a saída; cortar o tijolo na medida prevista. Para a secagem, é preciso, antes de tudo, carregar os tijolos no carrinho-de-mão até o local de secagem e controlar o tempo; para a queima: preparar o forno, dispor os tijolos no seu interior, acender o fogo, controlar a queima, marcar o tempo. E assim, poderíamos descrever mais algumas operações intermediárias até o momento em que a produção estivesse disponível para a entrega.

Obviamente, o trabalho é coletivo e o processo é mediado: a atividade de produzir o tijolo não depende somente da existência da matéria-prima, mas do conhecimento envolvido no processo de produção, o que caracteriza a mediação social, cuja generalização envolve abstração de cada unidade da atividade. A internalização de determinados conhecimentos necessários para lidar com o barro, o tijolo, as máquinas, o forno, como a linguagem, a contagem de tempo, é determinante no desenvolvimento da consciência desses trabalhadores.

Ao mesmo tempo em que, por meio da atividade prática, o trabalhador de uma olaria transforma a matéria-prima - o barro - em tijolo, ocorre também uma atividade cognoscitiva. A atividade de produzir tijolo não está, em princípio, dada no homem (no seu desenvolvimento psíquico). Assim, é a mediação com o mundo da olaria, a sua atitude frente a essa realidade objetiva que lhe permite o reflexo desse mundo em seu pensamento, o que se traduz em consciência na atividade de oleiro.

Passando da análise da atividade de trabalho para a de estudo, identificamos uma diferença fundamental no que diz respeito ao caráter do produto (Rubinstein, 1960, p. 348-349). Pela atividade prática, o homem transforma o mundo material, criando produtos também materiais. É o caso, por exemplo, da transformação do barro em tijolo, da chapa galvanizada em cano para fogão à lenha, da tora de madeira em tábuas.

Na atividade de estudo, especificamente em nível escolar, o objetivo é produzir idéias, desenvolver as funções psicológicas superiores, formar a consciência. É uma atividade essencialmente cognoscitiva (Rubinstein, 1960, p. 348); nela também se podem identificar os motivos, os fins, as ações. O motivo pode variar de um estudante para outro, assim como o próprio motivo pode mudar à medida que a atividade vai sendo desenvolvida.

O motivo pelo qual um estudante se propõe a estudar pode ser o de ser aprovado no final do semestre ou do ano letivo; neste caso, a ação de estudar está relacionada ao fim específico de obter boas notas ou aprovação. Essa ação implica várias operações, desde a de ir para a escola até a de fazer as tarefas propostas. O fim ou a meta a ser alcançada implica, então, uma série de unidades de ação que compõem a atividade de estudo como um todo. A utilização dos instrumentos e a interação com o mundo dos signos, através dos professores, dos colegas, dos livros, são determinantes para o desenvolvimento psíquico do estudante.

A atividade de estudo está estreitamente relacionada com algum tipo de necessidade: necessidade de agradar aos pais, aos professores; de conseguir emprego ou de obter aumento de salário; de passar no vestibular e, mesmo, a própria necessidade de aprender.

De uma forma mais abrangente, podemos falar em processo ensino-aprendizagem como a atividade básica da escola, atividade que se desenvolve em condições materiais e intelectuais próprias a cada comunidade escolar. A mediação desse processo se dá de forma social, caracterizada como uma atividade teórica e, portanto, mediada socialmente.

No ambiente escolar, para o processo ensino-aprendizagem, podemos identificar instrumentos de uso indireto, tais como mesa, cadeira, quadro-verde e giz, e aqueles de uso mais direto, como livros e cadernos, régua, compasso, transferidor e esquadro,

calculadora e computador, figuras e sólidos geométricos e ábaco. Além desses objetos, em forma de instrumentos, a escola utiliza mediadores sociais, tais como a linguagem, o sistema de numeração decimal, a tabela periódica e a tabuada.

Dessa forma, a atividade de estudo é permeada pelo uso de instrumentos e mediada por signos em função de um produto teórico. É o reflexo do mundo da escola, através da atividade psíquica, que se traduz como consciência.

Sobre a formação dos conceitos científicos

A formação dos conceitos científicos, como um dos objetivos da escola, operacionaliza-se através da atividade mediada. A apropriação desses conceitos por parte do aluno é um reflexo mediado socialmente.

Na teoria vygotskyana, tanto o processo de formação de conceitos como o processo da atividade dirigida a um fim, em geral, estão relacionados com os meios utilizados. Segundo Vygotsky (1993), para explicar o trabalho como atividade humana dirigida a um fim, é preciso levar em consideração o uso dos instrumentos e meios apropriados; a explicação das formas superiores de comportamento depende também dos meios com os quais o homem pode dominar o processo do próprio pensamento.

O desenvolvimento das funções psíquicas superiores é um processo mediado, cujo mediador essencial é o signo, que direciona e controla o próprio processo (Vygotsky, 1993, p. 125-126).

No processo de formação de conceitos, a palavra, como signo, é o mediador central para Vygotsky (1993), para quem “a causa do amadurecimento dos conceitos, é o *uso específico da palavra*, a utilização funcional do signo como meio de formação de conceitos”. O uso da palavra como meio de formação de conceitos é considerado a causa psicológica de mudança intelectual que ocorre na fase de transição entre a idade infantil e a adolescência; caracteriza esse uso funcional como o novo uso significativo da palavra.

De acordo com essa teoria, “aprender a dominar o curso dos processos psíquicos próprios mediante palavras ou signos” é central para o processo de formação de conceitos, o qual é uma forma superior de atividade intelectual que Vygotsky (1995)

caracteriza como função psicológica superior de conduta humana. O que distingue essa forma daquelas atividades meramente associativas é a “transição dos processos intelectuais imediatos a operações mediadas por signos” (Vygotsky, 1993, p. 134). Isso significa que, ontogeneticamente, esse processo envolve formações qualitativamente novas .

Os estudos de Vygotsky (1995) mostram que a formação dos conceitos se desenvolve ontogeneticamente através de três fases principais: a primeira, caracterizada pelo pensamento sincrético; a segunda, pelo pensamento em complexos, e a terceira, caracterizada pelo conceito propriamente dito. Para ele, “todo conceito é uma generalização”, o que significa que o processo de generalização no plano lógico-verbal (Krutetsky, 1991, p. 59-84) passa pelo pensamento sincrético, complexo, até chegar à representação conceitual - representação mental do conceito.

Na fase sincrética, o pensamento da criança se orienta por agrupamentos sem relação entre os seus elementos; esses agrupamentos não obedecem a um atributo ou critério comum; assim, não há coerência interna. Os elementos podem ser agrupados, por exemplo, pela sua proximidade espacial; desse modo, as conexões são subjetivas e formadas de acordo com sua própria percepção.

Na segunda fase, a do pensamento em complexos, os elementos são agrupados com critérios objetivos, ou seja, tendo como base as relações que realmente existem entre eles. A diferença entre esse pensamento e o sincrético é que, agora, o pensamento dá mostras de coerência e objetividade e baseia-se em relações concretas e reais. As generalizações ocorrem no plano visual e prático, havendo uma diversidade de conexões que não obedecem a um único critério.

Nessa fase, o pensamento mais evoluído é denominado por Vygotsky (1995) *pseudoconceito*. Para ele, essa é a forma de pensamento em complexos predominante na vida real da criança pré-escolar e que representa uma semente do futuro conceito. A generalização ainda é feita tendo como base o concreto. Por exemplo, se a uma criança é mostrado um triângulo de determinada cor, ela escolhe todos os triângulos do material apresentado, ou seja, agrupa os objetos em função de um atributo comum, mas somente diante do que lhe é posto à vista. Nessa fase, ainda não existe no pensamento da criança a idéia abstrata de triângulo, isto é, o conceito de triângulo, de tal maneira que essa categoria inclua todos os triângulos do mundo.

Nesse sentido, Vygotsky (1995) afirma que é difícil delimitar a fronteira que separa um pensamento em complexos, como o pseudoconceito, de um verdadeiro conceito, até porque uma criança e um adulto podem conversar sobre um determinado assunto mesmo que aquela não tenha o conceito formado. Isso porque o conteúdo dos pseudoconceitos coincide com o conteúdo dos conceitos dos adultos.

Um das diferenças básicas entre o pensamento em complexos, incluindo o pseudoconceito, e o pensamento em conceitos reside no fato de que a generalização passa a se dar abstratamente. O conceito pressupõe, então, a capacidade de abstrair para além das conexões reais e concretas; já o pensamento em complexos se caracteriza pela “superabundância de conexões e ausência de abstração”, uma vez que o processo de análise é débil. A formação do conceito depende dos processos de análise e de síntese, deles resultando a abstração. A generalização, então, se dá no plano lógico-verbal (Krutetsky, 1991, p. 79), ou seja, em nível intelectual.

O processo de desenvolvimento dos conceitos exige o desenvolvimento de funções psicológicas superiores de conduta, tais como a atenção voluntária, a memória lógica, a abstração, a comparação e a diferenciação. Em razão desses processos psíquicos tão complexos, a criança não se apropria dos conceitos como se se apropriasse de qualquer hábito intelectual (Vygotsky, 1993, p. 185).

Para estudar o desenvolvimento dos conceitos científicos, Vygotsky (1993) faz um estudo comparativo entre conceitos científicos e conceitos cotidianos ou espontâneos. Caracteriza *conceito cotidiano* como as formas de pensamento que se desenvolvem na atividade prática, cotidiana da criança, e *conceito científico* como aquele que se forma na atividade escolar.

Pelas suas características formativas, o desenvolvimento desses dois tipos de pensamento segue caminhos particularmente diferentes: o conceito cotidiano parte de coisas vivas e reais, tem uma história própria de significados para cada indivíduo, ao passo que o conceito científico não tem como base primeira o real, formando-se pela mediação social, em direção ao objeto a ser apropriado.

Os conceitos científicos se desenvolvem através de um processo (ensino-aprendizagem) de cooperação sistemática entre professor e aluno, no qual amadurecem

as funções psíquicas superiores, incluindo a abstração. Daí, então, que o conceito cotidiano mostra seu ponto fraco exatamente pela incapacidade de abstração.

Inicialmente, os caminhos de desenvolvimento dos conceitos científicos e dos conceitos cotidianos são opostos. Nesse, a criança “tem o conceito do objeto, toma consciência do objeto representado no conceito, mas não toma consciência do conceito mesmo”; em oposição, o conceito científico começa pela atividade sobre o próprio conceito, pela sua definição verbal; os conceitos científicos iniciam-se a partir do nível não alcançado em seu desenvolvimento pelos conceitos cotidianos da criança.

Vygotsky (1993) afirma que a análise do conceito cotidiano mostra que a criança toma consciência “muito melhor do objeto que do próprio conceito; a análise do conceito científico mostra que a criança toma consciência muito melhor desde o começo do conceito em si que do objeto que representa”. Para ele, o desenvolvimento dos conceitos científicos não está desvinculado do desenvolvimento dos conceitos cotidianos. O nível de amadurecimento destes determina o desenvolvimento daqueles, uma vez que é preciso que a criança tenha alcançado um determinado nível de desenvolvimento dos conceitos cotidianos para que o dos conceitos científicos se torne possível (Vygotsky, 1993, p. 194).

É através dos conceitos científicos que ocorre a tomada de consciência dos conceitos como um processo superior de pensamento. Vygotsky (1993) caracteriza a tomada de consciência como generalização e domínio, de forma que “a generalização significa ao mesmo tempo a tomada de consciência e a sistematização dos conceitos”.

Discutindo a questão dos conceitos científicos e espontâneos como um caso particular da discussão da aprendizagem e desenvolvimento, ele afirma que a aprendizagem não precisa esperar pelo desenvolvimento; a aprendizagem pode adiantar-se e, com isso, provocar novas formações psicológicas. Assim, aprendizagem e desenvolvimento não são processos que coincidem, são processos que se relacionam (Vygotsky, 1993, p. 243).

Na discussão dos conceitos científicos, Vygotsky (1993) ainda introduz um conceito fundamental para a educação, a *zona de desenvolvimento proximal*. Para ele, o nível de desenvolvimento mental deve ser estudado não somente diante do conhecimento que o estudante apresenta em determinado momento da vida escolar,

produto de sua atividade individual e que traduz como funções psicológicas já desenvolvidas, amadurecidas. Deve-se, mais do que isso, considerar as possibilidades que o estudante tem diante das potencialidades, ou seja, diante das funções em amadurecimento; assim, deve-se considerar não só o nível atual de desenvolvimento, mas também a zona de desenvolvimento potencial.

Vygotsky (1993) caracteriza a zona de desenvolvimento proximal como possibilidades de aprendizagem, ou seja, “o que a criança é capaz de fazer hoje em colaboração será capaz de fazê-lo por si mesmo amanhã”. Por isso, segundo ele, a educação deve ter em vista o amanhã do desenvolvimento da criança. Só nessa perspectiva, a educação poderá “provocar os processos de desenvolvimento que se encontram agora na zona de desenvolvimento próximo”. “A educação seria totalmente inútil se só pudesse utilizar o que já está amadurecido no desenvolvimento, se não se constituísse ela mesma uma fonte de desenvolvimento, uma fonte de aparecimento de algo novo”. “Por isso a educação resulta verdadeiramente frutífera quando se leva a cabo dentro dos limites do período que determina a zona de desenvolvimento proximal” (Vygotsky, 1993, p. 243).

Assim, poderíamos pensar num esquema com a seguinte seqüência:

educação/aprendizagem → desenvolvimento → nova zona de desenvolvimento proximal → educação/aprendizagem → desenvolvimento → nova zona de desenvolvimento proximal → ...

Nessa concepção, a educação dentro dos limites da zona de desenvolvimento proximal desencadeia a formação de novas funções psicológicas, o que determina uma nova zona de desenvolvimento proximal. Na perspectiva da teoria de Vygotsky, a educação não poderá ser considerada como sinônimo de acúmulo de conhecimentos, de novos conceitos, com objetivo de vencer programas. A escola constituir-se-á num espaço onde, conscientemente, serão proporcionadas oportunidades de desenvolvimento mental do ser humano.

Vygotsky (1984) refere-se à *internalização* de formas culturais de comportamento, definindo *internalização* como a “reconstrução interna de uma operação externa” e explicando esse processo como uma série de transformações:

- a) *uma operação que inicialmente representa uma atividade externa é reconstruída e começa a ocorrer internamente;*
- b) *um processo interpessoal é transformado num processo intrapessoal;*
- c) *a transformação de um processo interpessoal num processo intrapessoal é o resultado de uma longa série de eventos ocorridos ao longo do desenvolvimento (Vygotsky, 1984, p. 65).*

Quanto às relações entre o processo de desenvolvimento e a capacidade de aprendizado, para Vygotsky, tal capacidade é determinada por, pelo menos, dois níveis de desenvolvimento mental. Um deles é o *nível de desenvolvimento real*, no qual as funções mentais se estabeleceram como resultado de certos ciclos de desenvolvimento já completados. Nesse caso, o nível de desenvolvimento mental de uma criança é determinado tendo como base o que é capaz de fazer sozinha. Por outro lado, o que uma criança é capaz de resolver com a ajuda de outras pessoas, e que não resolveria sozinha, é determinado pelo seu *nível de desenvolvimento potencial*. Assim, Vygotsky denomina como *zona de desenvolvimento proximal* “a distância entre o nível de desenvolvimento real, que se costuma determinar através da solução independente de problemas, e o nível de desenvolvimento potencial, determinado através da solução de problemas sob a orientação de um adulto ou em colaboração com companheiros mais capazes” (1984, p. 97).

A caracterização da zona de desenvolvimento proximal traz implicações para a escola. Um professor tanto pode só identificar como também pode contribuir para o desenvolvimento da zona de desenvolvimento proximal; no entanto, ao avaliar um aluno em determinado momento, dependendo da modalidade de avaliação, poderá estar verificando apenas a sua capacidade de aprendizagem em função do seu desenvolvimento real. Por outro lado, isso pode também ser uma forma de diagnóstico na escola.

No estudo dos conceitos científicos, Vygotsky (1996) dá ênfase à atenção, à memória e à consciência, ressaltando que é no início da idade escolar que as funções intelectuais superiores adquirem um papel de destaque no processo de desenvolvimento. A atenção passa a ser voluntária e dependente do próprio pensamento da criança, e a memória mecânica passa a ser orientada pelo significado - memória lógica. A

consciência se caracteriza pela percepção da atividade da mente, ou seja, “a consciência de estar consciente”.

O aprendizado escolar, segundo Vygotsky (1996), tem então “um papel decisivo na conscientização da criança dos seus próprios processos mentais”. Fazendo um paralelo entre conceitos espontâneos e conceitos científicos, diz que “ao operar com conceitos espontâneos ou cotidianos, a criança não está consciente deles, pois a sua atenção está sempre centrada no objeto ao qual o conceito se refere, nunca no próprio ato do pensamento”.

Ainda, na escola, a aprendizagem de conceitos científicos é uma relação mediada por algum outro conceito; assim, “a própria noção de conceito científico implica uma certa posição em relação a outros conceitos”. Essa inter-relação dos conceitos ocorre em um sistema, o que diferencia, psicologicamente, conceitos científicos de conceitos espontâneos. A passagem de um sistema para outro caracterizaria um novo nível de consciência. Um dos exemplos dados pelo autor são os sistemas numéricos, com a tradução do sistema decimal para um sistema de base diferente - base dez para base cinco. Essa capacidade de passar de um sistema para outro indica, de acordo com o autor, “a existência de um conceito geral de um sistema de numeração” (Vygotsky, 1996, p. 99).

A análise dos procedimentos utilizados na resolução de problemas é de fundamental importância para que se possam identificar as representações mentais e as dificuldades apresentadas. Além disso, é imprescindível que se estudem a complexidade dos problemas, os conceitos envolvidos e as relações que se estabelecem em cada situação. A necessidade de análise conceitual e relacional nos remete à *teoria dos campos conceituais*.

A *teoria dos campos conceituais* (Vergnaud, 1990) fornece elementos para uma análise mais abrangente em termos de estruturas relacionais, permitindo tanto categorizar as diferentes situações como analisar os procedimentos utilizados para resolver os problemas (Levain e Vergnaud, 1994-5).

Campo conceitual é definido como “um conjunto de situações cujo tratamento implica esquemas, conceitos e teoremas, em estreita conexão, assim como as representações linguajares e simbólicas suscetíveis de serem utilizadas para representá-

las” (Laborde, Vergnaud, 1994, p. 71). Os campos conceituais de *estruturas aditivas* e de *estruturas multiplicativas* foram os mais desenvolvidos até o momento (Vergnaud et al., 1978; Vergnaud, 1982a; 1983a).

O *campo conceitual de estruturas aditivas* é definido como “o conjunto de situações cujo tratamento implica em uma ou mais adições ou subtrações, e o conjunto dos conceitos e teoremas que permitem analisar tais situações como tarefas matemáticas”. O *campo conceitual de estruturas multiplicativas*, por sua vez, “é ao mesmo tempo o conjunto das situações cujo tratamento implica uma ou várias multiplicações ou divisões, e o conjunto dos conceitos e teoremas que permitem analisar essas situações” (Vergnaud, 1990, p. 147).

No estudo de estruturas aditivas, Vergnaud (1991; 1994) e Laborde e Vergnaud (1994) distinguem seis relações de base, ou seja, seis grandes categorias de relações aditivas:

- 1) a relação parte-parte-todo;
- 2) a relação estado inicial-transformação-estado final;
- 3) a relação de comparação;
- 4) a composição de transformações;
- 5) a composição de relações de comparação, ou de relações aditivas quaisquer;
- 6) a transformação de uma relação.

No campo conceitual de estruturas multiplicativas, Vergnaud (Vergnaud et al., 1978; Vergnaud, 1994) distingue duas grandes categorias de relações multiplicativas: *isomorfismo de medidas* e *produto de medidas*. Isomorfismo de medidas é uma relação quaternária, com dois espaços de medidas, onde duas quantidades são de um mesmo tipo de medida e duas de outro tipo. Nessa estrutura, Vergnaud (1994) analisa várias relações, destacando problemas cuja solução é dada por uma multiplicação, por uma divisão ou por uma regra de três. Esses problemas se caracterizam por envolver uma proporção direta entre dois espaços de medida, cujas transformações ocorrem de um espaço para outro ou dentro do mesmo espaço.

O produto de medidas se distingue de isomorfismo de medidas por ser uma relação ternária, em que uma das quantidades é o produto das duas outras. Na solução

de problemas com essa estrutura, ocorrem transformações para um terceiro espaço de medidas (Vergnaud, 1994). Como exemplo, pode-se citar o caso de uma situação que envolva a medida de superfície de um retângulo, onde o comprimento e a largura se transformam num terceiro espaço de medidas, a área.

É importante destacar que, segundo Vergnaud (1982b), *medidas espaciais*, tais como comprimento, área, volume, constituem “um campo específico através de estruturas aditivas e multiplicativas”; essas medidas envolvem tanto representação geométrica do espaço como a aritmética.

3 - OBJETIVOS

3.1 - Objetivo Geral

Estudar o conhecimento matemático utilizado em diferentes contextos culturais no campo conceitual de espaço, com a finalidade de aproximar o mundo da escola com o mundo mais geral.

3.2 - Objetivos Específicos

- Analisar os conceitos e relações matemáticas espaciais subjacentes às atividades profissionais de serrarias, olarias e funilarias.
- Analisar os procedimentos de estudantes para resolver situações-problema provindas do cotidiano de trabalhadores de serrarias, olarias e funilarias, envolvendo conceitos espaciais, tais como perímetro, área e volume.
- Estabelecer relações entre os aspectos cognitivos do contexto escolar e extra-escolar, dentro do campo conceitual de espaço.

4 - METODOLOGIA

Neste projeto, participaram sujeitos de contextos escolares e profissionais, mais especificamente estudantes e trabalhadores. Seu desenvolvimento consta de três grandes etapas:

- a) estudo-piloto;
- b) coleta de dados;
- c) análise e escrita da tese.

a) Estudo-piloto

Desta fase participaram trabalhadores de dois municípios da região Norte do estado do Rio Grande do Sul - Campinas do Sul e Passo Fundo -, assim distribuídos:

- serraria: sete sujeitos das sete serrarias da região urbana do município de Passo Fundo;
- olaria: seis sujeitos de seis das 42 olarias do município de Passo Fundo;
- funilaria: dois sujeitos, um da funilaria do município de Campinas do Sul e o outro de uma das funilarias do município de Passo Fundo.

Foram feitas entrevistas individuais nos locais de trabalho, seguindo um roteiro geral (anexo 1) que continha questões relacionadas com as atividades do dia-a-dia de cada trabalhador.

É importante ressaltar que as entrevistas nas serrarias e nas olarias haviam sido feitas através de um projeto desenvolvido na Universidade de Passo Fundo, denominado "Estudo da matemática em diferentes contextos culturais". Esse projeto teve seu início em 1992, ocasião em que foram coletados os dados nas serrarias, e continuou em 1993, quando foi feito o mesmo trabalho nas olarias. Ao iniciar o curso de doutorado, em

1994, o projeto como tal foi interrompido, uma vez que era desenvolvido sob a minha coordenação e com a participação de alunos de graduação, como bolsistas da Fapergs. No entanto, a idéia geral que perpassava os estudos feitos anteriormente - de aproximar o mundo da escola ao mundo mais geral - não mudou; em razão disso, tais entrevistas puderam fazer parte do estudo-piloto do projeto de tese. Além dessas, também a compõem as entrevistas realizadas nas funilarias já no ano de 1995.

As entrevistas foram realizadas de modo bastante informal, possibilitando que os trabalhadores pudessem explicar e mostrar todas as atividades que realizam no seu cotidiano. Teve-se o cuidado especial com questões básicas relacionadas, por exemplo, com matéria-prima, produção e venda. As falas foram gravadas em fitas cassete e transcritas para análise.

b) Coleta de dados

Esta fase envolveu dois contextos, em duas etapas:

- grupos profissionais e
- escolas.

Contexto profissional, com três grupos e, ao todo, nove sujeitos:

- serraria: três trabalhadores, em três serrarias diferentes - município de Passo Fundo (3);
- olaria: três trabalhadores - três olarias diferentes : município de Campinas do Sul (2); município de Passo Fundo (1);
- funilaria: três trabalhadores - três funilarias diferentes : Campinas do Sul (1); Passo Fundo (2).

Para a coleta de dados desses grupos, foram elaborados, a partir do estudo-piloto, três instrumentos: um para as serrarias, um para as olarias e um terceiro para as funilarias (anexo 2). Cada instrumento foi organizado em três partes: dados de identificação do entrevistado e da firma, situações envolvendo o campo conceitual de espaço e questões relacionadas com a escola. A aplicação dos instrumentos foi feita através de entrevistas individuais no próprio ambiente de trabalho e gravadas em fitas cassete.

Contexto escolar, com duas turmas:

- 7ª série do ensino fundamental - 33 alunos - diurno - Escola Estadual de 1º e 2º Graus Joaquim Fagundes dos Reis - Passo Fundo - RS;
- 1º ano do ensino médio - 18 alunos - noturno - Escola Estadual de 1º e 2º Graus Nicolau de Araújo Vergueiro - Passo Fundo -RS.

O instrumento para os estudantes (anexo 3) foi elaborado tendo como base as entrevistas dos grupos profissionais. Foram selecionadas dez situações dentre as nove entrevistas, envolvendo noções espaciais, tais como perímetro, área e volume, bem como situações mais complexas de aplicação dessas noções. A coleta de dados foi feita em sala de aula, em várias etapas, pela própria pesquisadora. As questões foram entregues aos estudantes por escrito e resolvidas individualmente nas próprias folhas.

c) Análise dos dados e escrita da tese

Estas duas atividades foram feitas ao mesmo tempo : primeiramente, a análise dos dados dos profissionais e dos estudantes em separado sem, no entanto, perder de vista um e outro grupo; a partir disso, uma análise comparativa entre os dois grandes contextos, o do profissional e o do escolar.

5 - CULTURA ESCOLAR

Neste capítulo, serão abordadas questões referentes a aspectos históricos da disciplina de Matemática, tendo como preocupação a questão cultural e sua relação com os parâmetros curriculares nacionais.

5.1 - Aspectos históricos da disciplina Matemática e a preocupação cultural

Na tentativa de compreender como a disciplina Matemática foi se constituindo, principalmente no ensino fundamental – 5ª a 8ª série, faz-se uma análise que perpassa a história da educação brasileira desde a chegada dos jesuítas até nossos dias. O objetivo principal dessa análise é o de verificar possíveis preocupações com a questão cultural, ou seja, com a matemática utilizada em outros contextos e, conseqüentemente, com as aplicações da matemática.

Nesse percurso, houve um maior destaque para a evolução do Colégio Pedro II, que foi criado e considerado como modelo para o ensino secundário².

A educação brasileira, a princípio, foi influenciada durante mais de duzentos anos pela Companhia de Jesus, cujo sistema pedagógico não teve influência somente no Brasil e na América Latina, mas em muitos outros países da Europa, tais como França, Espanha, Itália, Bélgica e Portugal (Franca, 1952, p. 6). As bases da Companhia de Jesus foram lançadas na Europa por Inácio de Loiola e outros seis *companheiros* em 15 de agosto de 1534, mais especificamente na capela de Montmartre, em Paris; a Companhia, porém, só foi confirmada por Paulo III em 1540. Os objetivos iniciais da ordem não se voltavam à educação escolar, mas, sim, ao combate à heresia, à propagação da fé e à difusão do Evangelho, numa missão que se dispersava pelo

² O ensino secundário era equivalente ao ensino fundamental - 5ª a 8ª série e ao ensino médio.

continente europeu (Azevedo, 1976, p. 9). Foi a partir de 1543 que a nova ordem enveredou pelos caminhos da missão educativa, quando da fundação em Goa, por São Francisco Xavier, do primeiro colégio para externos, e da doação de São Francisco de Borja para a abertura de um colégio na cidade de Gandia, o qual, mais tarde (1547), foi transformado em universidade (ou *Studium Generale*) (Franca, 1952, p. 7).

Os jesuítas da Companhia de Jesus, em número de seis, chegaram ao Brasil, aportando na Bahia, em 1549, juntamente com o primeiro governador-geral Tomé de Souza. Historicamente, a participação da ordem nas ações educacionais foi de tal natureza que, por 210 anos - dois séculos - desde sua chegada até sua expulsão (1759) pelo marquês de Pombal, foram os jesuítas praticamente os únicos educadores no Brasil; religiosos de outras ordens - franciscanos, carmelitas e beneditinos - , além de se fixarem no Brasil só mais tarde (1580), não atribuíam à educação o papel primordial constante no plano de atividades dos jesuítas (Azevedo, 1976, p. 10-11).

A vinda dos jesuítas, chefiados pelo pe. Manoel da Nóbrega, tinha como objetivo atingir uma das metas do regimento do Governo Geral de d. João III (17/12/1548), que era a de converter os indígenas à fé católica através da catequese e da instrução (Ribeiro, 1993, p. 18). Chegaram, então, ao Brasil “os primeiros mestres de ler, escrever e *contar* das escolas brasileiras” (Martins, 1984, p. 10) (grifo nosso), de forma que, em 1552, já funcionavam três escolas de instrução elementar - em Salvador, no Espírito Santo e em São Vicente -, cujos ensinamentos eram os rudimentos de latim e português (Santos apud Martins, 1984, p. 10). Por determinação de Nóbrega, em 1554, houve a fundação de um colégio de educação secundária denominado Colégio de São Paulo, nas planícies de Piratininga, onde o *irmão* José de Anchieta, recém-chegado de Portugal, foi designado para ensinar aos seus colegas que não haviam estudado em Coimbra (Martins, 1984, p. 11; Azevedo, 1976, p. 12); além dessa missão, o jesuíta ensinava leitura, escrita, contas e música aos índios, aos filhos de portugueses e aos próprios irmãos (Santos apud Martins, 1984, p. 11).

Como coordenador dos jesuítas, Nóbrega, nessa época, implantou seu grande plano educacional. Após os estudos elementares (escola de ler e escrever), os melhores alunos, “dotados de inteligência para os estudos, passariam para a aula de Gramática latina” (equivalente ao curso ginasial), enquanto os outros - a maioria - eram encaminhados para o aprendizado de ofícios mecânicos. Vê-se que o plano de Nóbrega

previa, após os estudos elementares, uma bifurcação em ensino ginásial e profissional (Mattos apud Martins, 1984, p. 11).

Segundo Mattos, citado por Martins (1984), com a morte de Nóbrega em 1570, encerra-se o *período heróico* (iniciado com a chegada dos jesuítas ao Brasil) e, conseqüentemente, seu plano educacional. A autora destaca que, em documentos posteriores, não se encontra “nem a mais vaga alusão ao aprendizado profissional (...)”.

Ribeiro (1993) esclarece mais sobre essa questão, informando que a base da economia colonial até meados do século XVII era a produção de açúcar. Os índios e os negros, como escravos, trabalhavam para atender os interesses de Portugal, o que possibilitava produção a baixo custo, além de o escravo ser também fonte de lucro, enquanto mercadoria. Nesse contexto, a educação escolar só poderia ser conveniente e de interesse à classe dirigente que estava no Brasil vinda de Portugal (pequena nobreza e seus descendentes); a instrução, segundo o modelo de colonização adotado, servia de articulação entre os interesses da metrópole (Portugal) e os da colônia (Brasil).

Os jesuítas recebiam subsídios de Portugal e, como contrapartida, deveriam fundar colégios; ao mesmo tempo, tinham, juridicamente, a obrigação de formar gratuitamente sacerdotes para catequizar os índios. No primeiro plano educacional, elaborado por Nóbrega, havia, no entanto, não só a intenção de catequizar e, sim, também de instruí-los. Como os jesuítas eram os únicos educadores de profissão que tinham apoio real na colônia, houve a necessidade de incluir naquele processo também os filhos de colonos (Ribeiro, 1993, p. 21).

Para atender à diversidade de interesses e capacidades, o plano de estudos de Nóbrega começava com o aprendizado do português, incluindo o ensino da doutrina cristã, a escola de ler e escrever; depois dessa fase, em caráter opcional, continuava com o ensino de canto orfeônico e de música instrumental; havia, então, uma bifurcação: de um lado, o aprendizado profissional e o agrícola e, de outro, aula de gramática e viagem de estudos à Europa. Ribeiro sugere que esse plano “não tinha, inicialmente, de modo explícito, a intenção de fazer com que o ensino profissional atendesse à população indígena e o outro à população ‘branca’ exclusivamente”. Ainda: “dentre os de maiores habilidades, contava também Nóbrega recrutar as vocações sacerdotais indígenas (...)”. A percepção de que o índio não se adequava para a formação sacerdotal católica deve ter influenciado Nóbrega na proposição de um ensino profissional e agrícola,

considerado “imprescindível para formar pessoal capacitado em outras funções essenciais à vida da colônia” (Ribeiro, 1993, p. 21-22).

Em 1556, começaram a vigorar as Constituições da Companhia de Jesus, quando, então, o plano de Nóbrega passou a encontrar resistências. Prova disso está na exclusão das etapas iniciais de estudo da Companhia no período de 1570 a 1759, do canto orfeônico e música instrumental (opcionais) e do aprendizado profissional e agrícola (uma das bifurcações após os estudos elementares) (Idem, *ibidem*).

Na parte IV das Constituições em vigor desde 1552, o pe. Inácio de Loiola havia traçado as linhas-mestras da organização didática, destacando o espírito que animaria toda a atividade pedagógica da ordem. Nas próprias Constituições, ele determinava a elaboração de um estatuto que traçasse a ordem e o método dos estudos nos colégios e faculdades (Ribeiro, 1993, p. 16), o qual seria, então, como que um complemento natural e indispensável às Constituições, um *Ratio Studiorum*; “um plano de estudos e de ensino, uniforme e sistemático”, diziam alguns padres, que “traria imenso benefício à Igreja e à Companhia” (Ribeiro, 1993, p. 17).

A edição definitiva do *Ratio* em 1599, como resultado de uma experiência de meio século, chamou-se *Ratio atque Studiorum Societatis Jesu* e constituía-se em um código de leis da Companhia. Esse código de estudos permaneceu como lei oficial até a supressão da ordem em 1773. Durante esse tempo - quase dois séculos -, os colégios dos jesuítas puderam fazer adaptações ou modificações em função das novas exigências dos tempos que mudavam, contanto que fossem acordadas com o Geral (Ribeiro, 1993, p. 23-24).

Foi somente em 1814 que a ordem voltou a atuar, restaurada em toda Igreja por Pio VII depois de haver sido suprimida por quatro décadas. No entanto, a reabertura dos colégios em um ambiente transformado exigia uma revisão do *Ratio*, processo que gerou o *Ratio* revisto, em julho de 1832, cujas modificações mais importantes foram as efetuadas nos cursos de teologia, filosofia e humanidades. Dessas, destaca-se o acréscimo de três anos de *matemática* no curso de filosofia, dos quais um era obrigatório e dois considerados facultativos para os bem dotados, e também um curso de física experimental. No curso de humanidades, entre outras modificações, foram introduzidas disciplinas consideradas secundárias, como história, geografia e *matemáticas elementares* (Franca, 1952, p. 24-26).

A Companhia de Jesus não trabalhava apenas em função da educação primária e secundária; foi assim que, após anos de preparação, em 1941, foi enviado a toda a ordem um novo *Ratio Studiorum Superiorus Societatis Jesu*, o qual, como o próprio título indica, “referia-se apenas aos estudos superiores” (Franca, 1952, p. 26). Assim, o plano completo de estudos da Companhia, segundo o *Ratio Studiorum* de 1599, passaria a abranger o curso de letras humanas (curso de humanidades) - 5 a 7 anos; de filosofia e ciências (curso de artes) - 3 anos, e de teologia e ciências sagradas - 4 anos (Azevedo, 1976, p. 27). Segundo Franca (1952), para os cursos superiores e secundários, foram organizados currículos precisos e pormenorizados.

No curso de humanidades, que correspondia ao curso secundário, não havia lugar para as *ciências*, sendo dividido em cinco classes: retórica, humanidades, gramática superior, média e inferior (Franca, 1952, p. 47); as ciências eram remetidas ao curso de filosofia (Colégio de Artes). Assim, após a formação literária do curso humanista, o jovem que seguia os estudos passava a estudar as ciências já constituídas, ou seja, a matemática (três quartos de hora por dia), a astronomia e a física (Idem, p. 54); faziam também parte desse curso a lógica, a metafísica, a cosmologia, a psicologia e a filosofia moral.

A metodologia do *Ratio* preconizava “o exercício quotidiano da *memória*, sem, porém, incorrer no defeito de memorização”, o que era esclarecido com exemplos, tais como “memoriza viciosamente quem recita um teorema de geometria em vez de expor-lhe a demonstração racionalmente assimilada” (Franca, 1952, p. 59). Percebe-se aqui uma referência à compreensão dos conhecimentos e não à simples memorização ou decoreba como o é normalmente no ensino tradicional.

Os jesuítas foram fiéis à tradição humanista, formando no Brasil somente clérigos e letrados. Azevedo (1976) mostra que, nas várias gerações de estudantes que passaram pelos seus colégios, nenhum deles se destacou na colônia por qualquer interesse pelas ciências físicas e naturais ou preocupação com atividades científicas e artísticas. Como se pode verificar, além de aulas de contas, a matemática, na época jesuítica, integrava somente o curso filosófico, desenvolvido após o curso humanista - que correspondia ao ensino secundário -, no qual não havia estudos envolvendo matemática. Nesse sentido, pode-se afirmar que, nesse nível de ensino, não havia

preocupação com questões culturais da matemática, nem mesmo com aplicações a situações reais.

A expulsão dos jesuítas, em 1759, pelo marquês de Pombal, deixou uma lacuna de 13 anos na educação brasileira, e somente em 1772 o ensino secundário, que era organizado em forma de curso, passou a ser feito em forma de aulas avulsas, chamadas *aulas régias* (Ribeiro, 1993, p. 34). Não é difícil imaginar, então, que a nova estrutura escolar em aulas avulsas tenha trazido alguns problemas à educação brasileira. A esse respeito, Miorim (1995) ressalta que “as aulas avulsas eram dadas em locais diferentes, sem que nenhuma articulação entre elas e sem que houvesse um planejamento escolar” (p. 167).

A educação, que, antes, era feita quase que exclusivamente em colégios de padres, passou a ser ministrada nas aulas e escolas régias; os mestres leigos, no entanto, não chegaram a assimilar o espírito da reforma pombalina, mostrando “não só uma espessa ignorância das matérias que ensinavam, mas uma ausência absoluta de senso pedagógico” (Azevedo, 1976, p. 51). Dessa forma, “o que surgiu (...) foram aulas isoladas de matérias, fragmentárias e dispersas, que mal chegaram a tomar o aspecto de ensino sistemático, em raros colégios religiosos estabelecidos em conventos” (Idem, p. 61).

Apesar dos problemas, segundo Miorim (1995), “seria por meio da introdução dessas aulas régias que os conteúdos escolares começariam a ser modificados, especialmente por meio da introdução de novas disciplinas, tais como a aritmética, a álgebra e a geometria”. A autora observa ainda que “... ao lado das matérias de ensino literário e religioso - o latim, a retórica, o grego, o hebraico, a filosofia, a teologia - a paisagem escolar do Brasil inclui as matemáticas” (Silva apud Miorim, 1995, p. 167).

Além dos problemas já apontados, o ensino de matemática através de aulas régias apresentava problemas no que se referia ao número dessas, bem como ao número de participantes. Haidar (1972) mostra dados de um relatório de 1834, no qual consta que, na Província do Rio de Janeiro, de duas aulas avulsas, uma de geometria e outra de aritmética, geometria e álgebra, a primeira estava vaga e a segunda não possuía alunos; nas outras doze províncias, a única aula avulsa era de geometria, com treze vagas, estando duas delas em funcionamento e onze, vagas. Com relação ao conteúdo e à forma

das aulas régias de matemática, não se têm maiores informações. Martins (1984) diz, inclusive, que, “quanto ao ensino de matemática, pouco se sabe” (p. 22).

Em 1800, houve uma ação considerada como uma ruptura com a tradição jesuítica em razão de sua orientação e de seus métodos: a inauguração, na cidade de Olinda, do Seminário de Pernambuco (Azevedo, 1976, p. 66). No dizer desse autor, “as novas tendências pedagógicas exprimem-se não só no ambiente liberal que nele se criou, com métodos mais suaves e mais humanos, no respeito maior à personalidade do menino, nas transformações profundas das relações dos adultos com as crianças, dos mestres com os discípulos, mas ainda pela importância dada, no plano de estudos, ao *ensino das matemáticas e das ciências físicas e naturais*” (grifo nosso). Nesse seminário, as inovações não se restringiram somente à introdução de disciplinas consideradas científicas já no ensino secundário; envolviam, também, outros aspectos, tais como “a graduação do ensino, a divisão do trabalho docente entre vários professores e a reunião dos alunos em classes ou séries de estudos” (Silva apud Martins 1984, p. 23).

A vinda de d. João VI ao Brasil, em 1808, trouxe algumas alterações no quadro da educação brasileira, as quais teriam sido ditadas mais pelas necessidades imediatas do que por algum modelo, visto que visavam atender a necessidades relacionadas ao meio para onde a corte portuguesa havia se transportado. Essas visavam, então, às especializações e à preparação de mão-de-obra para atender ao serviço público; dessa forma, foram criadas escolas especiais para fins específicos, demonstrando pouca preocupação com a formação do brasileiro (Azevedo, 1976, p. 69-70). Dessa época, destaca-se uma determinação quanto aos programas de matemática na instrução pública, conforme decisão de 22 de junho de 1809:

Que nesta Corte se criasse uma cadeira de aritmética, álgebra e trigonometria; e sendo o estudo da matemática o mais necessário a todas as classes de pessoas que desejarem distinguir-se nas diferentes ocupações e empregos da sociedade, ou científico ou mecânico; convém pelo menos que os seus elementos ou primeiros ramos, como são a aritmética, a álgebra, a geometria teórica e prática, se tornem vulgares, e constituem uma das primeiras instruções da mocidade; (...) terminando o ensino de aritmética e álgebra com a resolução dos diferentes problemas de mais uso no comércio (grifo nosso), como os que pertencem a juros (...) (Moacyr apud Martins, 1984, p. 25).

Vê-se, aqui, uma determinação que faz referência à relação da escola com a comunidade ou, mais especificamente, da matemática como atividade de estudo com a matemática como atividade de trabalho.

Em 1837, criou-se no Rio de Janeiro o colégio que seria considerado durante todo o Império o padrão ideal para todo o país: o Colégio Pedro II. Às vésperas da fundação desse colégio, o número de aulas avulsas no ensino público secundário da capital do Império era o mesmo, a saber: em 1833, havia dez “aulas menores” no município da Corte: latim (três), geometria, filosofia, retórica, grego, francês, inglês e comércio (uma aula de cada); uma aula de geometria estava vaga. O Colégio Pedro II era um estabelecimento de ensino secundário inspirado nos colégios franceses, tendo sido concebido para atuar como padrão (Haidar, 1972, p. 95-97). Segundo Miorim (1995), foi, na verdade, a primeira escola secundária pública brasileira.

No primeiro plano de estudos do Colégio Pedro II, de 1838, predominavam os estudos das letras clássicas; contudo, havia lugar também para as línguas modernas, história, ciências naturais e físicas e *matemáticas* (grifo nosso). As matemáticas estavam em todas as séries e eram assim distribuídas: cinco lições de aritmética nas séries elementares - 8ª e 7ª; uma lição de aritmética na 6ª série; duas lições de geometria nas séries 5ª e 4ª; cinco lições de álgebra na série 3ª; seis lições de matemática na 2ª série e três na última série - 1ª (Haidar, 1972, p. 140).

Em 1841, reformaram-se os estatutos do colégio, acentuando-se os estudos literários; houve “uma redistribuição das matérias nas diferentes séries com o objetivo de melhor atender ao desenvolvimento intelectual dos alunos”. De acordo com o decreto nº 62, de 1º de fevereiro de 1841, “nos primeiros anos dedicam-se os alunos a alguns estudos para os quais ainda não se acham aptos; porquanto, suposto tenham suficientemente desenvolvida a memória, não têm, contudo, desenvolvido no mesmo grau o raciocínio, do qual estes estudos principalmente dependem” (Haidar, 1972, p. 102). Com isso, as matemáticas concentraram-se nos três últimos anos: aritmética e álgebra (cinco lições por semana), no 5º ano; geometria, trigonometria retilínea (três lições), no 6º ano; geografia, matemática e cronologia (duas lições), no 7º ano (p. 141-143). Constata-se, assim, que, em relação ao plano anterior, o número de lições das *matemáticas* diminuiu bruscamente, passando de 29 para 10.

Subjacente a esse plano, havia a concepção de que era preciso “amadurecimento” mental para a atividade de estudo ou, mais especificamente, para estudar matemática. Isso contraria a teoria de Vygotsky (1993) no que diz respeito às possibilidades do estudante quanto à apropriação dos conceitos e, em consequência, o seu desenvolvimento mental. Para esse autor, a educação poderá provocar os processos de desenvolvimento que se encontram na zona de desenvolvimento proximal³.

O regulamento de 1855 inverteu a ordem das matérias de estudo das matemáticas, passando as das três últimas para as três primeiras séries, com a seguinte distribuição: aritmética no 1º ano⁴; continuação da aritmética e álgebra até equações do 2º grau no 2º ano; no 3º ano, geometria (Haidar, 1972, p. 146).

Em 1857, o Colégio Pedro II foi reformado segundo as idéias de Couto Ferraz, quando, “com o objetivo de melhor graduar as dificuldades e de tornar mais suaves os estudos a alunos que, face à precariedade do ensino elementar, ingressavam no colégio apenas alfabetizados”, foi acrescentada uma série denominada *5º ano especial* (Haidar, 1972, p. 118). Com isso, todos os alunos faziam as quatro primeiras séries; os aspirantes ao bacharelado faziam mais três anos (5º, 6º e 7º) e os candidatos ao certificado de estudos da primeira classe faziam um 5º ano especial. As matemáticas ficavam assim distribuídas: 1º ano: aritmética, abrangendo somente os princípios elementares, definições e as quatro operações com números inteiros; 2º ano: continuidade da aritmética, até proporções; 3º ano: aritmética, abrangendo-a até o fim, e álgebra até equações do 2º grau; 4º ano: geometria elementar; 5º ano: trigonometria retilínea; 5º ano especial: trigonometria retilínea; no 6º e 7º anos, não havia matemáticas (Idem, p. 154).

A reformulação efetuada por Couto Ferraz foi considerada sem êxito, tendo havido então, em 1862, nova reforma no Colégio Pedro II. Nessa, o curso especial foi extinto, e as matérias foram reorganizadas num curso único com a duração de sete anos, que se destinava a conduzir aos estudos superiores (Haidar, 1972, p. 119-120). Assim, a aritmética seria estudada no 2º ano; aritmética e álgebra, no 3º ano; geometria plana, no

³ *Zona de desenvolvimento proximal*, segundo Vygotsky (1994), é a distância entre o nível de desenvolvimento real, que se costuma determinar através da solução independente de problemas, e o nível de desenvolvimento potencial, determinado através da solução de problemas sob a orientação de um adulto ou em colaboração com companheiros mais capazes.

⁴ No estudo de Haidar (1972), aritmética não consta especificado nesta série, mas de acordo com a continuidade do programa, no 2º ano, concluindo-se que seu estudo já devia ser iniciado no 1º ano.

4º ano; geometria sólida e trigonometria retilínea, no 5º ano; no 1º, 6º e 7º anos, não havia matemáticas.

Seguiram-se as reformas de 1870, 1876, 1878 e 1881, as quais trouxeram algumas alterações nas matemáticas, porém pouco significativas. Na reforma de 1870, que pregava a missão formativa dos estudos secundários (Haidar, 1972, p. 125), o ensino científico teve especial importância. O objetivo da escola secundária era o de dar ao cidadão uma formação integral a fim de prepará-lo não só para o ingresso nos estudos superiores, mas para “as necessidades complexas e variadas da vida social” (p. 120).

Uma das preocupações do novo programa era a distribuição das matemáticas, em consonância com o grau de desenvolvimento mental dos alunos (Haidar, 1972, p. 125). O plano de estudos trazia a aritmética nos três primeiros anos; no 3º e 4º anos, álgebra até equações de 2º grau e geometria plana no 4º ano (p. 158). Voltou-se a falar em desenvolvimento mental, como na reforma de 1841 e, pela seqüência dada às disciplinas de matemática, supõe-se que a concepção da época era a de que os estudantes teriam mais facilidade de apropriar-se antes de conceitos aritméticos, seguindo-se os algébricos e, por último, os geométricos. Nessa reforma, criou-se o *exame de admissão*, ou seja, para ingressar no primeiro ano do ensino secundário, o estudante precisava mostrar conhecimentos de doutrina cristã, leitura e escrita e noções elementares da gramática portuguesa, as quatro operações fundamentais da aritmética e sistema decimal de pesos e medidas (Idem, p. 126).

O plano de 1876 alterou a distribuição das disciplinas nas séries, reintroduzindo trigonometria; instituiu elementos de aritmética no 1º ano; aritmética e álgebra no 4º ano; geometria e trigonometria no 5º ano (Haidar, 1972, p. 159).

Nas mudanças feitas na reforma de 1878, a aritmética ficou no 1º e 2º anos; álgebra, no 3º ano; geometria no espaço e trigonometria retilínea, no 4º ano (Idem, p. 160).

Em 1881, novas alterações na distribuição das matemáticas e novas designações: aritmética e nomenclatura geométrica no 1º ano; matemáticas elementares no 2º ano; matemáticas elementares e aritmética e álgebra no 3º ano; matemáticas elementares (geometria plana e no espaço e trigonometria retilínea) no 4º ano (Idem, ibidem). Essas reformas não levaram o Colégio Pedro II a se transformar efetivamente em padrão

nacional para o ensino secundário. De acordo com Rui Barbosa, em 1882, e Cunha Leitão, em 1886, “o Colégio de Pedro II só se converteria em padrão nacional quando, abolido o funesto sistema de exames parcelados e estabelecido o bacharelado como condição de matrícula nos cursos superiores, fôssem reconhecidos os graus conferidos que adotassem a estrutura e os planos de estudos do Colégio da Côte” (Haidar, 1972, p. 137). Os projetos de reforma postulando tais medidas foram, contudo, esquecidos na Câmara dos Deputados (Idem, *ibidem*).

Os problemas levantados por essas reformas foram, porém, levados em consideração na reforma seguinte, já na época da República. Pelo decreto nº 981, de 8 de novembro de 1890, assinado por Benjamim Constant Botelho de Magalhães, então ministro da Instrução Pública, o Colégio Pedro II passou a chamar-se *Ginásio Nacional*. A reforma empreendida nessa época transformou-o, efetivamente, em estabelecimento padrão do ensino secundário (Idem, *ibidem*). Essa reforma atingiu toda a instrução pública brasileira, desde a primária e secundária até o ensino superior, tendo sido fortemente influenciada pelas idéias positivistas do francês Augusto Comte (Azevedo, 1976, p. 123).

A instrução primária envolvia as matemáticas nos dois graus, ou seja, nas escolas primárias do 1º grau e nas do 2º grau. O programa geral de matemática a ser desenvolvido nas escolas primárias do 1º grau constava do seguinte: contar e calcular; aritmética prática até regra de três, sistema métrico precedido do estudo da geometria prática (taquimetria⁵); nas escolas primárias do 2º grau, o programa contava com aritmética (estudo complementar), álgebra elementar, geometria e trigonometria (Notas ... 1962, p. 181-182).

O curso integral de estudos do ensino secundário do Ginásio Nacional era de sete anos, oferecendo matemática em todas as séries: no 1º ano, aritmética (estudo completo), álgebra elementar (estudo completo); no 2º ano, geometria preliminar, trigonometria retilínea, geometria especial (estudo perfunctório das seções cônicas, da conchóide, da cissóide, da limaçon de Pascal e da espiral de Arquimedes); no 3º ano, geometria geral e o seu complemento algébrico, cálculo diferencial e integral (limitado ao conhecimento das teorias rigorosamente indispensáveis ao estudo da mecânica geral

⁵ Verificação dos teoremas de geometria, materializando, por meio de figuras planas ou sólidas, a seqüência das operações que conduz à demonstração (Caldas Aulete, 1980, p. 3505).

propriamente dita), geometria descritiva, teoria das sombras e perspectiva, trabalhos gráficos correspondentes; no 4º, 5º, 6º e 7º anos, revisão de cálculo e geometria (Notas ... 1962, p. 186-189).

O decreto nº 981 traz detalhamentos dos estudos que deveriam ser feitos na escola primária, apresentando, além da listagem dos conteúdos a serem ministrados em cada curso e em cada classe, alguns posicionamentos quanto à forma e aos materiais a serem utilizados, bem como questões relacionadas com o cotidiano e relações ou aplicações práticas. Por exemplo, no início da escola primária de 1º grau, em aritmética, “contar, primeiramente pelos processos espontâneos, empregando os dedos, riscas, pedrinhas (cálculos), grãos, contas, etc., e depois os rosários, o contador mecânico, o crivo numeral e o ábaco, usadã entretanto a terminologia da nomenclatura sistemática” (Notas ... 1963, p.181); em geometria, na segunda classe do ensino médio, revisão dos polígonos e sua medida, medida do círculo, *problemas de aplicação, empregando sempre questões da vida usual*; na 2ª classe do curso superior, *noções práticas de topografia e conhecimento dos instrumentos empregados nos trabalhos de campo correspondentes* (Idem, p. 181-191).

O plano de Benjamim Constant sofreu críticas em virtude da introdução dos estudos científicos relacionados ao modelo pedagógico de Comte. De acordo com Azevedo (1976), no plano positivista, as *ciências* não deveriam fazer parte dos estudos antes dos 14 anos; os estudos, até essa idade, deveriam, sim, ser “antes de caráter estético e baseado na poesia, na música, no desenho e estudos de línguas”. Complementa o autor: “ora, no plano de ensino organizado em 1891, já figuram, nas escolas do 1º grau (para alunos de 7 a 13 anos) as ciências físicas e naturais, e nas do 2º grau (para os de 13 a 15 anos), a aritmética, a álgebra, geometria e trigonometria, além das ciências físicas e naturais”.

Várias outras reformas foram empreendidas até 1930, todavia, segundo Miorim (1995), nenhuma delas “chegaria a produzir mudanças significativas no ensino secundário brasileiro”. A cada reforma, novas críticas e, conseqüentemente, nova reforma.

A reforma de 1898 estabeleceu dois tipos de cursos para o ensino secundário no Ginásio Nacional: o curso Propedêutico ou Realista, com a duração de seis anos, e o curso Clássico ou Iluminista, de sete anos. Nos dois, as matemáticas eram ministradas

em todas as séries, cujas cadeiras eram: aritmética; álgebra; geometria e trigonometria; cálculo e geometria descritiva (Martins, 1984, p. 73-74).

A partir de 1899, os programas de ensino do Ginásio Nacional passaram a ser organizados a cada três anos, havendo, nessa época, a eliminação de cálculo diferencial e integral e de geometria descritiva (Moacyr apud Martins, 1984, p. 75).

Em 1901, com a reforma de Epitácio Pessoa, houve uma mudança no ensino secundário que determinou a equiparação dos colégios particulares e estaduais ao Ginásio Nacional, o qual passou a funcionar como instrumento de unificação do ensino secundário brasileiro. O plano de estudos dessa reforma, que vigorou até 1911, fixava o ensino secundário em seis anos; as matemáticas tiveram uma redução quanto ao número de aulas, e as suas disciplinas foram assim distribuídas: aritmética - 1ª série; aritmética e álgebra - 2ª série; álgebra e geometria - 3ª série; álgebra, geometria e trigonometria - 4ª série (Martins, 1984, p. 76-78).

Em 1909, o Ginásio Nacional voltou a se chamar Colégio Pedro II (Nóbrega apud Martins, 1984, p. 81).

A reforma seguinte foi a de 1911, com a decretação da Lei Rivadávia. Na nova orientação dada por Rivadávia ao Colégio Pedro II, o número total de disciplinas diminuiu, passando de 19 para 17; algumas disciplinas foram eliminadas e outras, acrescentadas. As disciplinas de matemática permaneceram as mesmas da reforma de 1901 e distribuídas nas mesmas séries; o número de aulas, porém, aumentou de 15 para 18 (Martins, 1984, p. 84).

Uma das criações da reforma Rivadávia foi a introdução do *exame vestibular*. (Nóbrega apud Martins, 1984, p. 85). Também foi criado o Conselho Superior de Ensino em substituição à função fiscal do Estado, cuja função era servir de elo entre a União e os estabelecimentos de ensino (Moacyr apud Martins, 1972, p. 85). Esse conselho “era composto por diretores de faculdades, do Rio de Janeiro, São Paulo, Bahia, Pernambuco; pelo diretor do Colégio Pedro II, docentes desses estabelecimentos e seu presidente nomeado livremente pelo governo” (Martins, 1972, p. 85-86).

A reforma seguinte, gerada com a Lei Maximiliano, de 30 de março de 1915, não se propunha a inovar, mas a consolidar os aspectos positivos das reformas anteriores. Seu plano de estudos, que vigorou até 1925, alterou alguns números: o ensino

secundário passou a ser de cinco anos, e o número de disciplinas passou de 17 para 15; o número total de aulas das matemáticas permaneceu o mesmo (18), havendo, porém, a sua redistribuição nas séries. As disciplinas foram completamente separadas em função dos campos matemáticos, e o seu número passou para cinco: aritmética, álgebra, geometria plana, geometria no espaço e trigonometria retilínea (Martins, 1984, p. 86-88).

A reforma de 1925, que entrou em vigor em 13 de janeiro e vigorou até 1932, teve duas denominações: Reforma João Luiz Alves ou Lei Rocha Vaz. Segundo o ministro Alves, “o ensino secundário deve ser encarado como um preparo fundamental e geral, para a vida, qualquer que seja a profissão a que se dedicar o indivíduo.” A lei, por sua vez, determinava “o ensino secundário, como prolongamento do ensino primário, para fornecer a cultura média geral do país ...” (Moacyr apud Martins, 1972, p. 92-93)

O número total de disciplinas aumentou para 24, e o número de séries passou para seis; o plano de estudos transformou as cinco disciplinas de matemática da reforma de 1915 em três: aritmética; álgebra; geometria e trigonometria; o total de 18 aulas de matemáticas reduziu-se para 12 (Martins, 1972, p. 92). O Conselho Superior de Ensino, criado em 1911, foi extinto, sendo substituído pelo Conselho Nacional de Ensino, como uma ampliação daquele e composto de três secções: Conselho do Ensino Secundário e do Superior, Conselho do Ensino Artístico e Conselho do Ensino Primário e do Profissional (Nóbrega apud Martins, 1972, p. 95).

Em 1929, um novo decreto determinou algumas modificações na Lei Rocha Vaz, dentre as quais: a seriação do curso secundário no Colégio Pedro II, que era de seis anos, passou a ser de cinco anos; a 6ª série, que funcionava como série normal, passou a ser um curso complementar, com o objetivo de preparar para o curso superior (Martins, 1984, p. 100); as matemáticas, que eram distribuídas em três disciplinas, passaram a constituir uma única, denominada *Matemática*.

Em 1930, criou-se o Ministério da Educação e Saúde Pública, cujo primeiro ministro, Francisco Campos (Martins, 1984, p. 102), empreendeu a reforma 1930/1931 no curso secundário, estabelecendo o curso fundamental, de formação básica geral, em cinco anos e um curso complementar, propedêutico, de dois anos. Comparando com a reforma de 1925, verifica-se que o número total de disciplinas, que era de 24, passou para 14, ou seja, no geral, houve a eliminação de 12 disciplinas e o acréscimo de outras

quatro. Quanto à disciplina de Matemática, o número total de aulas aumentou de 12 para 15, sendo ministradas três aulas em cada uma das cinco séries do curso fundamental (Idem, p. 103). No curso complementar, havia a disciplina de Matemática no 1º ano para os candidatos às faculdades de medicina, odontologia e farmácia; no 1º e 2º anos, para os cursos de engenharia e arquitetura (Romanelli, 1994, p. 136).

A partir de 1942, começaram algumas reformas parciais, as quais receberam o nome de Leis Orgânicas do Ensino, dentre as quais se destacam a Lei Orgânica do Ensino Secundário, decreto-lei 4 244, de 9 de abril de 1942, e a Lei Orgânica do Ensino Primário, decreto-lei 8 529, de 2 de janeiro de 1946. A reforma do ensino secundário foi empreendida pelo ministro da Educação, Gustavo Capanema, e a do ensino primário, pelo ministro Raul Leitão da Cunha (Romanelli, 1994, p. 154). Essas leis orgânicas vigoraram até 1961, quando foram substituídas pela lei nº 4 024, denominada Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB).

O decreto-lei 4 244 modificou a distribuição dos ciclos de estudo do ensino secundário, os quais, pela reforma Francisco Campos, eram compostos de cinco e duas séries; pela reforma Capanema, passaram a ser de quatro e três séries, respectivamente. O 1º ciclo passou a chamar-se curso Ginásial, com quatro séries; no 2º ciclo, havia dois cursos, o Clássico e o Científico, com três séries cada um.

A disciplina de Matemática continuou a ser assim denominada desde 1929, sem as antigas subdivisões por campos matemáticos, e ministrada nos dois ciclos de estudos, em todas as séries (Romanelli, 1994, p. 156-158). Conforme Martins (1984), por essa reforma, a matemática “sofreu redução nos conteúdos ajustando-se à nova seriação, fazendo com que os livros didáticos se adaptassem à programação em vigor”. Na década de 1940, houve a publicação de sete livros, um para cada série do curso secundário, escritos pelo professor Algacyr Munhoz Mäder, com o título *Curso de matemática*. Na folha de rosto dos livros, o autor ressaltava que a coleção fora publicada “de acordo com o programa oficial do Ensino Secundário expedido e pôsto em vigor pela Portaria Ministerial nº 170, de 11 de julho de 1942”.

Pelo decreto-lei 8 529, o ensino primário ficou dividido em ensino primário fundamental (7 a 12 anos): primário elementar - quatro anos; primário complementar - um ano - e ensino primário supletivo - dois anos, para adolescentes e adultos que não haviam freqüentado o nível anterior. No que se refere à matemática, no curso primário

elementar, havia a disciplina de Iniciação à Matemática; nos cursos primário complementar e supletivo, Aritmética e Geometria. No período de discussões em torno da reforma do ensino, que compreendeu os anos de 1948 a 1961, culminando com a votação da lei 4 024, foram feitas algumas alterações ou adaptações no programa de matemática.

O presidente da Congregação do Colégio Pedro II recebeu do ministro da Educação, Simões Filho, carta datada de 30 de junho de 1951, na qual comunicava que, pela portaria nº 614, de 14/10/1951, encarregava aquela Congregação da

simplificação dos programas de ensino: (...) os professores do ensino secundário deverão encontrar nos programas elaborados pelo Colégio Pedro II, um roteiro disciplinador - um programa mínimo - necessário ao desenvolvimento dos trabalhos escolares; assegurando-lhes a liberdade de apresentação da matéria de conformidade com as conveniências didáticas (Nóbrega apud Martins, 1984, p. 185).

Pela portaria nº 966, baixada em 2/10/1951, Simões Filho estabeleceu modificações no programa oficial em vigor para que a nova programação fosse implantada a partir das primeiras séries e a partir de 1952. Pela portaria nº 1 045, de 14/12/1951, foram expedidos “os planos de desenvolvimento dos programas mínimos do ensino secundário, e as respectivas instruções metodológicas, elaborados pela Congregação do Colégio Pedro II (Martins, 1984, p.186).

Quanto ao ensino de matemática, as instruções metodológicas tinham como objetivo esclarecer o professor sobre a *idéia de rigor*, a qual “não deverá ser exagerada, mesmo no segundo ciclo, a fim de que não se torne formal e fastidiosa a explanação da matéria (...)”. Tais instruções recomendavam que “o que importa não é ensinar muito, mas ensinar bem, com orientação adequada, evitando fatos e problemas puramente especulativos” (Nóbrega apud Martins, 1984, p.186).

Nessa época, vários autores brasileiros editaram coleções para o ensino secundário, que seguiam as portarias 966 e 1 045. Por exemplo, em sua coleção *Elementos de matemática*, em quatro volumes, o professor Jacomo Stávale desenvolve os conteúdos matemáticos para o 1º ciclo de estudos, o curso Ginásial. Na introdução de cada volume, o autor esclarece que: “êste compêndio foi preparado de acôrdo com a portaria ministerial de 2 de outubro de 1951, observando-se com todo o rigor o

programa indicado na mesma, assim como as instruções metodológicas que se lhe seguiram” (Stávale, [1954?]; 1954; 1954; 1956).

Seguindo as portarias de 1951, foram editadas, pelo menos, três outras coleções brasileiras de livros didáticos de matemática para o curso ginásial: *Matemática*, de Ary Quintella (Quintella, 1961; 1957; 1961; 1965); *Matemática*, de Osvaldo Sangiorgi (Sangiorgi, 1960; [1960?]; [1960?]; 1961); *Matemática*, de Carlos Galante (Galante, 1965; [1965?]; [1965?]; 1961).

Na década de 1950, no Brasil, já começaram a ser discutidas idéias sobre a introdução da matemática moderna desde o início da escolarização (Motejunas apud Martins, 1984, p.188). Em 1959, “foram tomadas decisões no sentido de serem experimentadas estas novas áreas da Matemática” (Geem apud Martins, 1984, p.196).

A partir dessa decisão, vários grupos de estudos foram fundados: em 1961, em São Paulo, o Grupo de Estudos do Ensino de Matemática (Geem), sob a liderança de Osvaldo Sangiorgi (Geem apud Martins, 1984, p.196); depois desse primeiro, o de Porto Alegre (Grupo de Estudos de Ensino da Matemática de Porto Alegre - Geempa), do Rio de Janeiro (Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática - Gepem), de Rio Claro (Serviço de Assistência Pedagógica e de Orientação - Sapo), de Belo Horizonte (Grupo Columi de Estudos Matemáticos - Gcem), de Campinas (Centro Interdisciplinar de Pesquisa sobre Ensino de Matemática - Cipem), de Curitiba (Núcleo de Estudo e Difusão do Ensino da Matemática - Nedem) (D’Ambrósio apud Martins, 1984, p.197).

Por meio desses grupos foram publicados livros didáticos com ênfase na nova abordagem. Osvaldo Sangiorgi, que havia publicado anteriormente uma coleção para o curso ginásial, escreveu novamente para esse ciclo de estudos, cuja obra tem como título *Matemática curso moderno*; o grupo Nedem publicou a coleção *Ensino moderno da matemática*, série ginásial; pela coordenação de Osny Antonio Dacol, surgiu *Ensino moderno de matemática*, para as quatro séries (Martins, 1984, p. 198).

Pela lei 4 024, de 20 dezembro de 1961, o sistema de ensino ficou organizado em três níveis: ensino pré-primário - escolas maternais e jardins de infância; ensino primário - em quatro anos; ensino médio, em dois ciclos: ginásial (quatro anos) e colegial (três anos); ensino superior (Martins, 1984, p. 191). Essa lei tinha como característica a descentralização; assim, cada estado passava a cuidar do seu sistema

educacional. Como consequência, o Colégio Pedro II, a partir de então, deixou de se caracterizar como modelo para o ensino secundário brasileiro (Idem, p. 190).

Sob essa legislação, a disciplina de Matemática foi considerada obrigatória nas quatro séries do curso ginásial (Idem, p. 192). Os livros didáticos de matemática para o ensino médio, distribuídos em três compêndios, um de aritmética, um de álgebra e um de geometria (incluindo noções de trigonometria), escritos por Oswaldo Marcondes (Marcondes, [1964?]; 1964; 1964), na década de 1960, já seguiam as instruções da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional/61.

Pela lei 5 692, de 11 de agosto de 1971, que fixou as diretrizes e bases para o ensino de 1º e 2º graus, o primário e o ginásial passaram a funcionar como um só curso fundamental, de oito anos. Pelo artigo 4º dessa lei, “os currículos de 1º e 2º graus terão um núcleo comum, obrigatório em âmbito nacional, e uma *parte diversificada* para atender, conforme as necessidades e possibilidades concretas, à peculiaridades locais, aos planos dos estabelecimentos e às diferenças individuais dos alunos” (grifo nosso).

As matérias do *núcleo comum* abrangiam *Comunicação e Expressão, Estudos Sociais e Ciências*, destacando-se em cada uma delas *aspectos* ou *conteúdos particulares*; o conteúdo *matemática* passou a fazer parte da matéria *Ciências*, juntamente com Ciências Físicas e Biológicas. A função da matemática e das ciências físicas e biológicas, conforme a lei, é de “tornar o educando capaz de explicar o meio próximo e remoto que o cerca e atuar sobre ele, desenvolvendo para tanto o espírito de investigação, invenção e iniciativa, o pensamento lógico e a noção da universalidade das leis científicas e matemáticas”. Ainda no que tange à matemática, “procurar-se-á desde o início levar o aluno, com apoio em situações concretas, a compreender as estruturas da realidade e suas relações, deixando em segundo plano a aquisição de mecanismos puramente utilitários para a solução de ‘problemas’ práticos”. A lei refere-se também ao cálculo mental como uma habilidade que “deve sempre incluir-se em mais amplas construções lógicas e delas resultar”.

A nova Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, de nº 9 394, de 20 de dezembro de 1996, organiza a educação em dois níveis: *educação básica*: educação infantil, ensino fundamental (oito anos) e ensino médio (três anos); *educação superior*. Pelo artigo 26 dessa lei, “os currículos do ensino fundamental e médio devem ter uma base nacional comum, a ser complementada, em cada sistema de ensino e

estabelecimento escolar, por uma *parte diversificada*, exigida pelas características regionais e locais da sociedade, da cultura, da economia e da clientela” (grifo nosso).

Pelo parágrafo 1º desse artigo, “os currículos a que se refere o *caput* devem abranger, obrigatoriamente, o estudo da língua portuguesa e da *matemática*, o conhecimento do mundo físico e natural e da realidade social e política, especialmente do Brasil” (grifo nosso).

O objetivo do ensino fundamental é a formação básica do cidadão, o que deverá concretizar-se, segundo o artigo 32, entre outras condições, pelo “desenvolvimento da capacidade de aprender, tendo como meio básico o pleno domínio da leitura, da escrita e do *cálculo*” (grifo nosso). Como se pode observar, o conhecimento matemático está sendo reduzido, aqui, a uma simples questão de cálculo, o que envolve apenas o campo aritmético. Nesse sentido, é preciso destacar que, em relação à matemática, a formação básica do cidadão e o desenvolvimento da sua capacidade de aprender não dependem somente do domínio do cálculo.

5.2 - Educação matemática e os Parâmetros Curriculares Nacionais

Com base na lei 9 394, foram elaborados os *Parâmetros Curriculares Nacionais*, que constituem um referencial para o ensino fundamental em todo o país, tendo como objetivo auxiliar o professor nas reflexões e discussões do cotidiano escolar (PCN, v.1,1997, p.10). De acordo com os parâmetros, “é importante que a Matemática desempenhe, equilibrada e indissociavelmente, seu papel na formação de capacidades intelectuais, na estruturação do pensamento, na agilização do raciocínio dedutivo do aluno, *na sua aplicação a problemas, situações da vida cotidiana e atividades do mundo do trabalho* e no apoio à construção de conhecimentos em outras áreas curriculares” (PCN, v.3, 1997, p. 29) (grifo nosso).

Os parâmetros curriculares sugerem que a organização do conhecimento escolar seja feita em torno de áreas e temas transversais. Em relação aos temas transversais, foram eleitos *ética, saúde, meio ambiente, pluralidade cultural e orientação sexual*, por “envolverem problemáticas sociais atuais e urgentes, consideradas de abrangência nacional e até mesmo de caráter universal”. Além desses, a sugestão é de que sejam

eleitos também temas locais (PCN, v.3, 1997, p. 65), ou seja, questões consideradas de relevância para a comunidade (PCN, v.3, 1997, p. 35).

Em relação ao tema *pluralidade cultural* e, especificamente, em relação ao processo ensino-aprendizagem de matemática, os parâmetros destacam a importância de valorizar o conhecimento matemático, intuitivo e cultural, de aproximar “o saber escolar do universo cultural em que o aluno está inserido”. Tal valorização e aproximação contribuiriam para “a superação do preconceito de que matemática é um conhecimento produzido exclusivamente por determinados grupos sociais ou sociedades mais desenvolvidas” (PCN, v.3, 1997, p. 34). Essas idéias revelam a concepção de que a matemática é feita pelos mais diferentes grupos socioculturais e não somente pelos matemáticos.

Concluindo, essa análise mostra que, ao longo da história da educação brasileira, e especificamente na educação matemática, muito pouco espaço tem-se dado às questões culturais. Fazendo uma revisão, verificamos que o plano de estudos da reforma de 1870 teve uma certa preocupação com a aproximação do mundo da escola com o mundo mais geral, quando se referia ao objetivo da escola secundária, que, além de dar uma formação integral, deveria preparar o cidadão para as *necessidades da vida social*. Supõe-se que, para tal, houvesse, no mínimo, aplicações da matemática levando em consideração situações reais.

Tal preocupação voltou a ser explicitada no plano de estudos da reforma de 1890 para o ensino primário, cujo programa de matemática continha *aritmética prática* até regra de três”. Com isso, novamente supõe-se a efetivação da relação entre a matemática da escola com situações do cotidiano. Nessa mesma reforma, o estudo de geometria da escola primária sugeria *problemas de aplicação, utilizando sempre questões da vida usual e noções práticas de topografia e conhecimento dos instrumentos empregados nos trabalhos de campo correspondentes*.

Uma nova abertura para o estudo, na escola, de situações do cotidiano extra-escolar foi vislumbrada na lei 5 692/71 através da *parte diversificada*, cujo objetivo era atender às peculiaridades locais, aos planos dos estabelecimentos e às diferenças individuais dos alunos. Como os conteúdos dessa parte se originavam, além do Conselho de Educação de cada sistema, também da escola, havia a possibilidade de incorporar à educação matemática estudos além da escola. Em tais estudos, teria sido

possível vislumbrar a matemática utilizada em outros contextos culturais, como aquela utilizada, por exemplo, na agricultura, no comércio, no lazer, em atividades domésticas, na construção civil, entre outras. Embora não se possa ignorar esforços individuais de professores na tentativa de abrir espaço para novas experiências nesse sentido, isso, na verdade, não representou uma prática geral ou conjunta.

A lei 9 394/96 permite uma abertura maior nesse sentido, através de uma complementação, em cada sistema de ensino e em cada estabelecimento escolar, de acordo com características regionais e locais da sociedade, da cultura e da clientela. Tendo essa lei como base, os parâmetros curriculares nacionais enfatizam os temas transversais, no intuito de a escola cumprir com seu papel social (PCN, v.1, 1997, p. 64).

Especificamente no estado do Rio Grande do Sul, onde este estudo está sendo desenvolvido, o Padrão Referencial de Currículo, no seu caderno 13 (1995/1998, p. 11), coloca como necessidades da educação matemática a de *desenvolver a capacidade de matematizar situações reais*, a de *estabelecer relações entre os diversos problemas, em diferentes contextos*, além de *privilegiar a construção de significados, sem deixar de lado a linguagem simbólica* e de *realizar atividades articuladas com outras áreas do conhecimento e da Educação*.

Pode-se, então, concluir, das observações feitas ao longo da história, tanto através da LDB como dos Parâmetros Curriculares Nacionais e do Padrão Referencial de Currículo, que, atualmente, no estado do Rio Grande do Sul, a questão está mais aberta no sentido de discussões em torno de um novo paradigma para a educação matemática, no qual questões culturais ou aplicações da matemática passam a fazer parte da atividade de ensino-aprendizagem.

6 - CULTURA DO TRABALHO

Cada profissão tem suas peculiaridades, sua linguagem, conhecimentos, mediadores, enfim, sua cultura. É com a cultura do trabalho de três grupos profissionais envolvidos neste estudo que me ocuparei aqui, fazendo uma descrição/análise de parte das atividades desenvolvidas em uma serraria, uma olaria e uma funilaria, num processo em que tomo como fio condutor a matéria-prima, a produção e a venda.

6.1 - Cultura da atividade de serraria

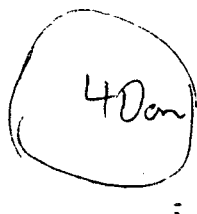
Nas serrarias, a matéria-prima é a madeira, cujos tipos mais utilizados nas três envolvidas neste estudo são: o pinus elioti (pinus americano), o pinheiro (araucária) e a canela. Das três serrarias, duas compram toda a madeira e uma terceira tem reflorestamento próprio. A compra é feita em toras ou em tábuas brutas (pranchas), as quais, depois, são industrializadas.

Nesse grupo profissional, existe uma *unidade* de medida considerada como referência básica para as transações comerciais. Trata-se de uma tábua com 5,40 m de comprimento, 30 cm de largura e 2,5 cm de espessura, denominada *tábua-padrão*. Sobre essa unidade, há duas informações históricas interessantes dadas pelos entrevistados: a primeira é de que, antigamente, o comprimento-padrão era de 5,50 m; a segunda, de que a largura teria sido estabelecida em razão da facilidade de lidar com um determinado bloco por causa do seu peso. Esse bloco tem a forma de um prisma reto, de base quadrangular, cujo lado mede 30 cm.

O protocolo⁶ em seqüência informa mais sobre essa suposição.

S₂ : 29 anos, sempre exerceu a atividade de serraria; nível de escolarização de curso superior (Ciências Contábeis) incompleto:

S₂ - É o...por exemplo, uma tora de 40...



E - Certo.

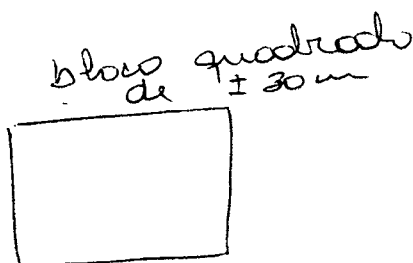
S₂ - Ela vai se reduzi, digamos, por exemplo a um bloco quadrado ...

E - Sim.

S₂ - Um bloco quadrado ...

E - Hmm.

S₂ - Deeee... mais ou menos, digamos 30 cm (faz um desenho, apresentado a seguir).



Aí, por que que se diz, porque geralmente o bloco ficava em 30 cm. Por isso que se partiu de um pressuposto que a tábua de 30 era a melhor prá ti fazê o cálculo das outras demais.

E - Áhhh!

S₂ - Mas se o bloco tivé, por exemplo 20, então vai ficá um bloco de 15.



⁶ Nos protocolos a serem apresentados, E representa o entrevistador; S₁, S₂ e S₃, os entrevistados nas serrarias; O₁, O₂ e O₃, os entrevistados nas olarias; F₁, F₂ e F₃, os entrevistados nas funilarias.

E aí tu faz as guia.

E - Certo, certo...

S₂ - Que é o que mais se vende. Se ficá de 30 e aqui de 20, vai ficá um bloco de 20. Se o pressuposto for sempre do bloco quadrado.

E - Certo. Não, tá ótimo, eu entendi. Ali, por exemplo, esta questão da origem do 30 eu também ... não tinha surgido ainda...

S₂ - É... Geralmente porque é o bloco mais fácil de...

E - Porque foi estabelecido assim...

S₂ - trabalhá; com um bloco de 60 ninguém consegue trabalhá, pelo peso, né. Então faz um bloco de 30 e trabalha.

A tábuas-padrão é uma unidade utilizada tanto em relação a outras peças (tábuas de diferentes medidas, ripas, etc.) como em relação às toras de madeira.

Uma outra particularidade desse ramo é a existência de uma tabela fornecida pelo Ibama - Instituto Brasileiro do Meio Ambiente e dos Recursos Naturais e Renováveis -, a qual traz informações sobre a quantidade de madeira em tábuas (padrão) a ser produzida por tora. Nessa relação, o número de tábuas depende do diâmetro da tora, medido na extremidade mais fina, uma vez que, geralmente, ela não se constitui em um cilindro, mas num tronco em cone. Assim, para cada diâmetro, há, oficialmente, um número que representa a quantidade de tábuas que equivale ao volume de madeira, desconsiderando as perdas de corte. A tabela traduz-se, então, num consenso para as pessoas envolvidas no comércio de madeira e representa um instrumento na atividade de serraria.

No quadro 1 apresenta-se um resumo das principais relações entre a medida do diâmetro da tora e o número de tábuas-padrão, quando o comprimento da tora for padrão, ou seja, de 5,40 m.

Quadro 1: Relação entre a medida do diâmetro da tora e o número de tábuas-padrão.

| Diâmetro (cm) | Número de tábuas-padrão |
|---------------|-------------------------|
| menos de 22 | 1 |
| 22 a 23 | 2 |
| 24 a 27 | 3 |
| 28 a 29 | 4 |
| 30 a 31 | 6 |
| 32 a 35 | 7 |
| 36 a 37 | 8 |
| 38 a 39 | 9 |
| 40 a 44 | 10 |

Há situações em que a tabela não é suficiente para que se saiba quanta madeira será comprada ou vendida, o que ocorre quando a medida do comprimento da tora não for a padrão. Por exemplo: se a tora tiver 5,40 m de comprimento e 30 cm de diâmetro, produzir-se-á o equivalente a seis tábuas-padrão; em oposição, caso a tora não tenha o comprimento-padrão, haverá uma redução em relação a essa medida. Para ilustrar essa atividade, tomar-se-ão dois exemplos:

1º exemplo: compra de uma tora de 3 m de comprimento e 30 cm de diâmetro:

S₁ - (...) eu sei que uma tora de 30, ela dá seis tábuas pela tabela. Agora prá fazê o comprimento, eu posso te explicá. Porque na tabela só vem como 5 e 40. Na tabela vem assim ó: uma tora de 30 de diâmetro por 5 e 40, o Ibama fornece.

E- Certo.

S₁- E aí eu vou lá no mato, eu vou comprá uma tora de 3m.

E- Certo.

S₁- Aí lógico, eu vou tê que reduzi isso aqui e sabê né, porque ela vai dá menos maderá. Então no caso de uma tora de 30 dá seis tábuas na tabela de 5 e 40, eu tenho que vê quantas vai dá 3m

E- Certo, certo.

S₁- com uma tora mais curta. Então eu faço o quê ? 6 (digita), são seis tábuas, né, que já tá me dando na tabela né ?

E- Certo.

S₁- Seis tábuas, vezes 5 e 40, tá ... não, essa de 3, a tora de 3. Então 6 vezes 3 metros (faz na máquina), vai me dá seis tábuas de 3m ; vai me dá 18 metros de tábua, tá ?

E- Certo.

S₁- Aí eu vou fazê o quê ? Dividi por 5 e 40 (faz na máquina), que vai dá ... 6 vezes 3 (faz na máquina), tá, dividido por 5 ponto 40. Vai dá 3 ponto 33 tábuas de 5 e 40 !

(...)

E - Esse 3 ponto 33 o que que significa ?

S₁- São três tábuas, de 30, de 5 e 40. 3 ponto 33. Três tábuas e um terço da ... é, é um terço de ... um pouquinho mais, né ? De um terço de tábua, né ?

2º exemplo: compra de uma tora de 4 m de comprimento e 25 cm de diâmetro:

E - (...) Agora, se uma tora tem 25 cm de diâmetro e 4 de comprimento; quantas tábuas serão ao todo? Claro, relacionado com a tábua-padrão.

S₂ - Bom, isso se ... Isso tu qué dizê roliça, ela?

E - Isto, isto.

S₂ - Bom, aí prá isso eu digo o seguinte: nós temos uma tabela da qual há certas divergências. Por exemplo nós temos a tabela, a tabela de, do Ibama, que é uma tabela, um tanto quanto antiga, que ela diz que uma tora de 25, de 5,40 dá três tábuas. Eu, particularmente, se... prá mim sabê certinho o que que daria uma tora de 25 por 4 metro, se eu fizesse pelo que diz a tabela, 3 dividido por 5,40 vezes 4 (faz na máquina). Vai me dá duas ponto vinte e duas tábuas inteira, reduzida em tábua de 30 por 5,40.

E - Certo.

S₂ - Mas prá sabê uma quantia certa, só se serrasse. Eu creio que alguma divergência dá por causa que essa tabela que eles usam, de antigamente, é uma tabela que era serrada naquela tissó, era uma serra um pouco mais grossa. E hoje como que é serrada na fita, ela dá um pouco mais de aproveitamento...

No primeiro exemplo, S₁ estabelece um plano de ação⁷ (Galperin, 1987, p. 127) que pode ser resumido por meio da expressão numérica: $[(6 \times 3) : 5,40]$. Esses números representam grandezas que são “número de tábuas” e “comprimento da tábua”. A operação matemática 6×3 traduz a solução de uma relação entre o *número de tábuas* e o *comprimento da tábua* em metros. Tal relação pode ser assim representada:

| nº de tábuas | | comprimento (m) |
|--------------|--------|-----------------|
| 1 | —————→ | 3 |
| 6 | —————→ | x |

Comumente, esse tipo de relação, em que um dos elementos é a unidade e a medida procurada não é de mesma grandeza da unidade, nem mesmo está relacionada diretamente com ela, é solucionada apenas com uma multiplicação. Outra característica dessa relação é que se determina ou a medida de uma grandeza (número de tábuas), ou a medida da outra grandeza (comprimento da tábua); assim, as transformações ocorrem dentro dos mesmos espaços de medidas. Em razão disso, Vergnaud (1994) denomina esse tipo de relação quaternária de *isomorfismo de medidas*, como uma das estruturas do campo conceitual de estruturas multiplicativas.

Em resumo, quando S₁ expressa *6 vezes 3 metros*, está, na realidade, determinando a medida do comprimento das seis tábuas, o que significa que está lidando com uma medida linear como se colocasse uma tábua junto da outra, pelo comprimento,

⁷ Galperin (1987) discute a necessidade de uma base orientativa da atividade, a qual envolve esboço do plano de ação, controle e correção da sua execução.

perfazendo um total de 18 m de comprimento de tábua. Na própria linguagem de S_1 : *vai me dá 18 metros de tábua.*

A divisão $18 : 5,40$ traz em seu bojo uma outra relação quaternária, com as mesmas grandezas da relação anterior:

| n° de tábuas | | comprimento (m) |
|--------------|---|-----------------|
| 1 | → | 5,40 |
| x | ← | 18 |

Esse tipo de relação é solucionado com uma divisão, no caso $18 : 5,40$, cuja interpretação pode ser a seguinte: se uma tábua (padrão) tem 5,40 m de comprimento, quantas tábuas conterão 18 m?

Vê-se que, nessa segunda relação, a operação é inversa à primeira: na primeira, houve a passagem da unidade para o todo, do comprimento de uma tábua (de 3 m) para o comprimento das seis tábuas; na segunda, do comprimento total (das seis tábuas) para o número de tábuas (padrão). Dito de outra forma, na primeira, o objetivo era descobrir o comprimento total e, na segunda, descobrir quantas tábuas poderiam ser produzidas com o comprimento total. Obviamente, então, as operações matemáticas teriam que ser inversas.

Numa situação semelhante, S_2 apresenta um outro tipo de representação/generalização. Nesse plano de ação, a solução é mais direta e econômica, mesmo que também envolva duas operações matemáticas: $[(3 : 5,40) \times 4]$. Subjacente a essas operações está uma relação quaternária com duas grandezas: *comprimento da tábua e número de tábuas*:

| comprimento (m) | | n° tábuas |
|-----------------|---|-----------|
| 5,40 | → | 3 |
| 4 | → | x |

Essa proporcionalidade pode ser indicada pela igualdade: $\frac{5,40}{4} = \frac{3}{x}$.

Pela propriedade fundamental das proporções, teríamos a equação $5,40.x = 3.4$, cuja solução poderia ser $\frac{5,40.x}{5,40} = \frac{3.4}{5,40}$, donde $x = \frac{3.4}{5,40}$, valor de x que condicionava a igualdade.

Observe-se que o procedimento de S_2 para encontrar esse valor não seguiu a ordem comum: ao invés de multiplicar 3 por 4 e, depois, dividir por 5,40, primeiramente, ele dividiu 3 por 5,40 e, posteriormente, multiplicou por 4, o que é matematicamente correto e, logicamente, não altera o resultado.

Há pouco, foram analisados procedimentos relacionados com compra de madeira em toras. Como já se disse, a compra também é feita em tábuas brutas, principalmente em cargas completas, denominadas *fechadas*. Na compra de uma carga fechada, a conferência da madeira é feita de duas maneiras: *contagem de peça por peça*, quando as tábuas brutas são de diferentes tamanhos, ou por *lastro*, quando são peças de mesmo tamanho.

O processo de conferência através da contagem de peça por peça, além da medição, envolve a redução das peças em tábuas-padrão. Na segunda opção, através de lastros, para determinar o número de tábuas da carga, S_1 coordena as três dimensões da carroceria, ou seja, comprimento e largura do caminhão e da tábua, num primeiro olhar, para descobrir o número de tábuas do primeiro lastro; altura do caminhão e largura da tábua, num segundo olhar, para descobrir quantos lastros; num terceiro olhar, como síntese, determina o número total de tábuas através da multiplicação do número de tábuas de cada lastro pelo número de lastros.

A solução de S_1 coloca em relação o número de lastros e o número de tábuas:

| lastros | tábuas |
|---------|--------|
| 1 | → 7,5 |
| 36 | → x |

Sendo essa relação uma igualdade $\frac{1}{36} = \frac{7,5}{x}$, o valor de x é encontrado multiplicando-se 7,5 por 36 ou vice-versa.

É importante destacar que a solução dessa situação através de lastros, dada por S_1 , não envolve unidades de medida de volume convencionais, como o metro cúbico, o

centímetro cúbico, o decímetro cúbico, para citar as mais usadas. Em nível escolar, essas unidades são consideradas como sendo cubos de aresta 1 m, 1 cm, 1 dm, respectivamente. No caso da carga de madeira, a unidade é um paralelepípedo retangular cujas arestas medem 5,40 m, 30 cm e 2,5 cm. Se as tábuas tivessem o formato de um cubo de aresta 1, a atividade seria menos complexa.

Percebe-se que, em todos esses casos, a solução da situação-problema está relacionada à descoberta da quantidade de madeira, que, por sua vez, traduz-se em quantidade de tábuas-padrão. Fazendo relação com a matemática estudada na escola, podemos falar, por exemplo, em conceito de *volume*⁸.

Como vimos, a madeira é comprada tanto em toras como em tábuas brutas; comprada ou extraída de reflorestamento próprio, é depois serrada ou industrializada e vendida pelas próprias serrarias. Tanto as toras como as tábuas brutas são transformadas em tábuas, ripas, peças para assoalho, caibros, guias, etc., conforme a demanda. Esse processo está, em parte, explicitado nos dois protocolos que seguem:

S₁ : 36 anos, sempre exerceu a atividade de serraria; nível de escolaridade de 2º grau incompleto (não concluiu o 3º ano):

S₁ - *Olha, eu agora em função desse plano né, e ... ficou difícil né. Então prá reduzi custos eu tenho serrado mas muito pouco. Muito pouco serro né. Mais é compra e venda. Daí eu compro a madeira serrada e industrializo aqui.*

E - *Certo. Compra em toras então?*

S₁ - *Não, eu compro serrada em cargas.*

E - *Em cargas ... O que é que significa isso?*

S₁ - *Eu compro já ... da tora já prá industrializá prá tábuas, tábuas brutas, ou planchas; tábuas brutas de polegada por 30 cm de largura, por 20, por 15, né. Ou planchas de 5 cm de espessura, de 30 cm ou abaixo né, de 4 ou 5 cm, que seria o caibrinho, de 10. Então vem a carga fechada. Ai chega aqui na firma eu desdobro. Ai **duma plancha eu retiro o caibrinho**, conforme o cliente precisa.*

E - *Certo, certo. Então na verdade, então resumindo, já vem cortado em tábuas (Isso, isso!) de diferentes tamanhos e medidas.*

S₁ - *De diferentes tamanhos e medidas, isso.*

S₂

E - *E de onde que vem essa madeira que vocês utilizam no dia-a-dia?*

S₂ - *Ahhh, essa matéria-prima nós vamos buscar na fonte. A gente vai, tira, serra.*

E - *Ahhh, sim...*

S₂ - *Da região.*

(...)

E - *Certo. Hmhm. Tá, e vocês compram em toras?*

S₂ - *Compramos em toras.*

⁸ O conceito de *volume* será analisado no item 7.4.

E - *E compram também já cortadas ou só ...*
 S₂ - *Não. A gente compra em tora e daí serra ...*
 E - *E depois*
 S₂ - *...e depois industrializa né.*

Quanto à venda, em geral, é feita em duas modalidades: por dúzia ou por metro quadrado; o preço é estabelecido em relação à dúzia para a madeira bruta e por metro quadrado para a madeira beneficiada. Os diálogos a seguir esclarecem as modalidades de venda de acordo com o tipo de madeira:

S₁

E - *Certo, depois vamos prá lá.*
 Aí continuando naquela questão da venda. Então em termos de preço, se a pessoa vai comprá um tipo ou outro, guia, ripa, como é que funciona? Cada um tem um tipo de preço, por tamanho...
 S₁ - *Lógico, lógico. Cada um tem um tipo de preço. Vamos supor assim ó, o preço de uma dúzia de ripas eu não vô cobrá o preço de uma dúzia de tábuas. Porque a madeira, é lógico, é muito mais quantidade de madeira. Então vai ser assim ó, vai ser proporcional a dúzia de tábuas. Uma dúzia de ripas eu vô vê quantas tábuas elas dão prá mim podê fazê o preço.*
 E - *Aí é que chegaste no que eu quero entender. Acho bem interessante. Essa parte eu acho interessante.*
 S₁ - *É!*
 E - *Então é sempre relacionado com ...*
 S₁ - *com o preço da dúzia.*

S₂

E - (...) *E como é que é vendida a madeira?*
 S₂ - *Por unidade, o que for maderá bruta e por metro quadrado, tem que (fazê) ser beneficiada.*
 E - *Essa, essa unidade é ...*
 S₂ - *Peça.*
 E - *Peças?*
 S₂ - *Peça.*
 E - *Eu não lembro da outra vez vocês tinham, vocês tem uma, uma tábua-padrão.*
 S₂ - *Isso. A gente tem o preço da tábua-padrão, que é a tábua de 30.*
 E - *De 30.*
 S₂ - *É, a base é de uma polegada por 30 por 5 e 40.*
 E - *Certo.*
 S₂ - *A partir dali, tudo o que tu for reduzindo de 20, 25, tu faz o cálculo.*
 E - *Em função desta tábua?*
 S₂ - *Em função desta tábua, deste preço, desta tábua que tu chega aos demais preços.*
 E - *Certo. Tu falaste também que é assim ... por peça, por unidade, ou beneficiada?*
 S₂ - *Não, a beneficiada seria por metro quadrado.*
 E - *O que significa "ser beneficiada"?*
 S₂ - *É assoalho, forro, parede, cantonera ... Esses negócios. Isso é beneficiada.*
 E - *É beneficiada porque ...*
 S₂ - *É trabalhada.*
 E - *Porque é trabalhada. Áhhh. Certo.*
 S₂ - *Chama-se industrializada.*

Nesses dois últimos protocolos, vê-se também o que é preciso fazer quando a encomenda não for de tábuas de tamanho padrão. Em tais situações, é preciso fazer reduções, dependendo do comprimento, da largura e da espessura das peças solicitadas.

Para compreender esse processo de redução, foram apresentadas aos trabalhadores várias situações de simulação de compra e venda, envolvendo a variação de medidas de uma a três dimensões. Discutir-se-ão, aqui, casos relacionados com a variação da medida de uma dimensão, mantendo-se as outras duas constantes.

a) **largura variável** → espessura e comprimento invariáveis (medidas-padrão)

Situação: Se a encomenda for de 36 tábuas de 20 cm de largura, quantas dúzias de tábuas-padrão serão ao todo?

Os três trabalhadores reduziram o número de tábuas solicitadas, transformando-as em tábuas com a medida da largura da tábua-padrão e utilizando o modelo matemático $[(36 \times 20) : 30]$, que significa:

$$\frac{\text{n}^\circ \text{ tábuas} \times \text{medida da largura da tábua}}{\text{medida da largura da tábua - padrão}} = \text{n}^\circ \text{ de tábuas - padrão}$$

Assim, descobre-se que as 36 tábuas com largura de 20 cm equivalem a 24 tábuas de 30 cm, medida-padrão de largura.

Vejamos como o assunto é colocado:

S₁

E - Agora se a encomenda fosse, digamos, de 36 tábuas de 20cm de largura, aí quantas dúzias de tábua-padrão serão ao todo?

S₁ - Muito bem, então quantas são, 46 ...

E - 36.

S₁ - Então 36 eu multiplico, vezes (na máquina) 20 que é a largura, divide por 30 tá, que é o padrão, dá 24 tábua. Muito bem, se ela fosse de 5 e 40 dava duas dúzias, aí dava fácil o cálculo, mas ela não é de 5 e 40 ou ela é? Ah! Ela é!

E - Esta é.

S₁ - Então é melhor, esta ficou mais fácil de calculá. Então duas dúzias exatas, 24 tábuas.

S₂

E - (...) Agora eu tenho umas, umas encomendas em tábuas. Por exemplo: se eu te encomendar 36 tábuas de 20cm de largura e a espessura e o comprimento padrão. Tá? São 20cm de largura, quantas dúzias de tábua-padrão serão ao todo?

S₂ - Essas 36 tábuas como não diz o comprimento, provavelmente ela é 5 e 40 também né?

E - Isto, 5 e 40 e a espessura também ...

S₂ -. 36 vezes 20 dividido por 30 (faz na máquina). Tu tá me comprando 24 tábua de uma por trinta por cinco e quarenta.

Observe-se que, apesar de utilizarem unicamente a medida da largura em sua solução, tanto S₁ como S₂ referem-se às outras medidas das tábuas. Isso significa que

têm em mente as três dimensões, mesmo que a relação subjacente ao pensamento em ação de cada um deles envolva somente a largura:

| largura da tábua (cm) | nº de tábuas |
|-----------------------|--------------|
| 20 | → 36 |
| 30 | → x |

Essa relação, que também se caracteriza como um isomorfismo de medidas, envolve grandezas inversamente proporcionais; assim, enquanto a medida da largura aumenta, o número de tábuas deve diminuir. Se a *largura* da tábua *aumenta* na razão de 1,5, o *número de tábuas diminui* na mesma proporção.

A proporção formada é $\frac{20}{30} = \frac{x}{36}$, e a equação será $30x = 36.20$, que, dividido por 30, resulta em $x = \frac{36.20}{30}$, o que traduz a solução dos dois sujeitos.

Os trabalhadores dessa atividade lidam com a situação como se estivessem trabalhando com superfícies planas de 20 cm de largura por 5,40 m de comprimento, que se transformam em superfícies de 30 cm por 5,40 m.

b) **comprimento variável** → espessura e largura invariáveis (medidas-padrão)

| Situação: 20 tábuas de 4 m de comprimento equivalem a quantas tábuas-padrão? | |
|--|---|
| Sujeito | Solução |
| S ₁ | Fala $(20 \times 4) : 5,40 = 14,81\dots$ faz $(2000 \times 4) : 540 = 14,81\dots$ Obs.: não considera as ordens decimais para fazer as operações |
| S ₂ | $(20 \times 4) : 5,40 = 14,8$ Obs.: considera as ordens decimais para fazer as operações |
| S ₃ | Fala $(20 \times 4) : 5,40 = 14,80$; 14 peça e 80, faz $(20 \times 4) : 540 = 0,148$ Obs.: não considera as ordens decimais para fazer as operações |

Os três trabalhadores utilizam o mesmo modelo matemático, $[(20 \times 4) : 5,40]$, que se traduz em:

$$\frac{\text{nº tábuas} \times \text{medida do comprimento da tábua}}{\text{medida do comprimento da tábua - padrão}} = \text{nº de tábuas - padrão}$$

Apesar de utilizarem o mesmo modelo, as suas estratégias operacionais foram diferentes no que se refere aos números decimais, sendo, assim, diferente o tratamento dado aos decimais. Nessa situação, S_1 não considera as ordens decimais do número 5,40, mas parece compensar no número 20 ao digitar 2000; é como se tivesse multiplicado por 100 os números 20 e 5,40. Na escola, a divisão de números decimais pode ser estudada através da transformação dos números decimais do dividendo e do divisor em números inteiros, o que se faz multiplicando os dois termos pelo mesmo número, ou seja, por 10, 100, etc.; nesse caso, teria sido por 100 por causa dos centésimos do divisor. O mesmo processo pode ser utilizado nas transformações de medidas. S_2 faz as operações normalmente, considerando a parte decimal do 5,40 (influência da escolarização?); S_3 também não considera o 5,40 como decimal, mas não altera os outros termos.

As diferenças nas estratégias operacionais não impedem que os trabalhadores forneçam a resposta adequada à situação, mesmo que o número encontrado na calculadora seja diferente, como é o caso de S_3 , que encontrou 0,148, mas deu como resposta “14 peça e 80”. Vejamos como os entrevistados explicam o fato:

S_1

E - Agora se eu quisesse, se a gente tivesse 20 tábuas de 4 m de comprimento.

S_1 - Tá, você que sabê quantas tábuas reduzidas, padrão?

E - Isso.

S_1 - Quantas tábua-padrão dá? Então eu vô fazê o cálculo. Eu faço 20 ... (na máquina) elas são 30 e tamanho padrão né?

E - Isso. E o comprimento também.

S_1 - Então, 20 vezes 4, tá, dividido por 5 e 40, vai me dá, só um pouquinho. (S_1 recomeça os cálculos na máquina). 20, já coloco mais ... (coloca 2000 na calculadora), vezes 4, dividido por 5 e 40. Vai dá 14 ponto 81. 14 tábuas ponto 81.

S_2

E - (...) E se eu quisesse ... 20 tábuas de 4m de comprimento?

S_2 - Hmm.

E - Sendo que a espessura e largura não variam.

S_2 - 20 vezes 4, dividido por 5,40 (faz na máquina). Iria achá quatorze vírgula oito tábuas.

S₃ : 65 anos, sempre exerceu atividades relacionadas com serraria (diretamente na serraria ou como motorista de caminhão da mesma firma); nível de escolaridade de quatro anos (equivalente à 1^a a 4^a série do ensino fundamental):

E - Agora, seu Santo, e se eu tiver não mudando, não variando a largura, mas variando o comprimento.

S₃ - tu reduz ela!

E - Reduz também.

S₃ - Quantas peças tu qué?

E - Vinte tábuas de 4 metros de comprimento.

(...)

S₃ - 20 vezes 4, divide por 5 e 40 (faz com a calculadora). Dá 14 peça e 80. Tá?

E - Certo. Veja que na máquina deu zero ponto ...

S₃ - É.

E - ... cento e quarenta e oito (0,148).

S₃ - É isso aí.

E - Certo.

S₃ - Que em si é a mesma coisa.

Quando a medida do comprimento não é padrão, percebe-se que os sujeitos também lidam com a situação como se a dimensão espessura não existisse, colocando sua atenção nas medidas da largura e do próprio comprimento. Novamente a questão passa a ser de transformação (mental) de superfícies, pela qual superfícies menores compõem-se para formar superfícies maiores, para fins de transações comerciais.

c) para espessura variável → comprimento e largura invariáveis

| Situação: Se as tábuas tiverem 3 cm de espessura? | |
|---|--|
| Sujeito | Solução |
| S ₁ | « geralmente você faz o cúbico; aí calcula como cúbico; por cm ³ » $3\text{cm} \times 30 \times 5,40 = 4,86 \text{ cm}^3$ $1 \text{ m}^3 = \text{R\$ } 120,00 \Rightarrow 120 \times 4,86 = 5,83$ segunda opção: fala $3 : 2,5 = 1,2$ mas faz $300 : 2,5 = 120$ 1 tábua e 20 |
| S ₂ | « eu já vou por volume cúbico » Exemplo dado: 5 tábuas de 3cm de espessura: $3\text{cm} \times 30\text{cm} \times 5,40$ $(0,03 \times 0,30 \times 5,40) : 0,0405 = 1,2$ (redução em tábua pelo cúbico) Obs.: associação da escola com a prática, com o trabalho. |
| S ₃ | Exemplo dado: 20 tábuas de 3cm de espessura fala em redução, mas não conseguiu resolver |

Comparando as duas situações anteriores - nas quais a largura ou o comprimento variavam - com essa em que a espessura é variável, constatamos que surgem também outras estratégias de solução. S₁ e S₂ não reduzem as peças tendo como parâmetro a

tábua-padrão; por sua vez, S_3 tenta resolver por compensação, mas apresenta dificuldades em razão de as medidas não serem comuns para ele; os modelos de solução de S_1 e de S_2 envolvem a determinação do volume de madeira. Vejamos como cada sujeito raciocina:

S_1

E - Agora se a gente, não mudasse, no caso comprimento é 5 e 40, e a largura é 30. E se as tábuas mudassem a espessura, se fossem de 3 cm, como é que seria cobrado?

S₁ - De 3 cm, geralmente você faz o cúbico daí né; aí calcula como cúbico. Como que seria? Aí vamos supor o quê? Se as tábuas tivessem 3 cm de espessura, calcula-se por centímetro cúbico então. Tá? Então vamos supor assim ó (vai para a máquina) 3cm de espessura vezes 30 vezes 5 e 40. Vai dá o que? 4 ponto 86 cm³ tá. Então se a dúzia for 120 no caso; não se for o cúbico 120, você vai fazê o quê? 4 ponto 86 vezes 120 (na máquina), você vai cobrá 5 reais e 83 centavos. Deixa eu vê, deixa eu conferi; só um poquinho. 120 a dúzia. 120 o cúbico é. Isso mesmo. 3cm de espessura cobraria. Não, mas tá errado. Tá certo, tá certo.

E - Tu fizeste de uma tábua ou ...

S₁ - Sim, de uma tábua. De uma tábua se ela fosse de 30, aliás 3 cm por 30 por 5 e 40.

E - Agora eu acho que vou entender melhor.

S₁ - Isso, vamo escreve aqui. Então vou fazê o quê? Como ela é 3 cm, vou calculá como cúbico. Entendeu? Então vou fazê 3 vezes 30 vezes 5 e 40 (faz na máquina) vai dá o quê? Vai dá 4 ponto 8, meia cm³. Agora nós tamo falando em cúbico. Entendeu?

E - Certo.

S₁ - Então o que eu vou fazê? 120 é o cúbico, vezes 4 ponto oito meia, igual. É isso aí, eu vou cobrá 5 e 83...

E - Quer dizer Mari que quando é o comprimento que muda, tu fazes a redução

S₁ - É!

E - E quando, nesse caso aqui que é a espessura eu vi que tu tem outro jeito de fazê?

S₁ - Eu faço já pelo cúbico.

S_2

E - E se, eu te encomendasse, tábuas, por exemplo, não de dois e meio, mas três centímetros de espessura?

S₂ - Que tipo?

E - Digamos, um,... cinco tábuas ...

S₂ - Aí, eu já vou por volume cúbico. Mas sempre prá chegá a dúzia.

E - A dúzia.

S₂ - Sempre prá chegá ao preço da dúzia, que é onde eu trabalho com a minha tabela.

E - Tá, então vamos ver. Cinco tábuas de 5,40 por 30 de largura,...

S₂ - Por três centímetros?

E - Por 3 de espessura.

S₂ - Bom, é fácil. Ponto zero três, vezes ponto trinta, vezes 5 e 40, igual (faz na máquina). E aí eu divido por ponto zero quatrocentos e cinco que é o tamanho de uma tábua de 30 por 50. Eu vô chegá a uma ponto duas tábua; uma vírgula dois.

E - Tem lógica, né?

S₂ - Tudo vai reduzi em dúzia.

S₃ tenta fazer por compensação ou equivalência, mas não consegue chegar a um resultado final.

S₃ - *Meia polegada, esse que é o brabo. Meia percisa, cada duas dá uma polegada, viu? Entendeu?*

E - *Se eu lhe encomendasse 5 tábuas de 3cm, como é que eu saberia quantas tábuas padrão dá isso?*

S₃ - *3, dá duas polegada e meia.*

(...)

S₃ - *Pois é, dá meia de uma polegada. Cada duas dá uma polegada.*

E - *A mais?*

S₃ - *Cada duas ... duas tábuas de ...*

E - *de 3?*

S₃ - *É.*

E - *Dá uma polegada a mais?*

S₃ - *Dá uma polegada cheia.*

Analisando o cotidiano de serrarias, desde a obtenção da matéria-prima até o processo de produção e venda, verifica-se que há uma série de conhecimentos em ação, isto é, conhecimentos veiculados na atividade de trabalho. Esse cotidiano envolve desde questões matemáticas até questões ambientais. Para exemplificar, pode-se citar formas geométricas das tábuas e toras, unidades e medidas de comprimento, de superfície e de volume, operações fundamentais com números naturais e decimais, dúzia e milheiro.

Além do conhecimento matemático, há outros conhecimentos envolvidos, que, conforme Develay (1993), podem servir de referência para a atividade de estudo. É o caso da linguagem, dos tipos de madeira, da prática de reflorestamento e das leis brasileiras a respeito do corte de árvores e desmatamento.

6.2 - Cultura da atividade de olaria ou cerâmica

O principal instrumento de trabalho das olarias, isto é, a matéria-prima é o barro; a produção básica das três olarias que participaram deste estudo é o tijolo, maciço ou vasado (seis furos, por exemplo). Para fazer o tijolo, normalmente é feita uma mistura com dois ou três tipos de barro, que pode ser composta de quantidades iguais ou não. Observemos as falas dos oleiros sobre o assunto:

O₁ - 41 anos, proprietário, sempre exerceu a atividade de oleiro; escolarização em nível de ensino fundamental completo (1^a a 8^a série):

E - Ah, sim, e a **mistura do barro**? O senhor faz uma mistura aqui ou...

O₁ - **Fizemo três tipo de barro. O barro preto, o... argila, né, e depois vem o barro cinza e o mais avermelhado. É uma areiazinha do campo.**

E - Tudo que o senhor compra é aqui da redondeza?

O₁ - É.

E - Os três tipos?

O₁ - É, aqui da redondeza. Tem tudo aqui.

E - Hum. Três tipos. E prá, e prá fazê, digamos é **uma mistura proporcional**, de igual partes ou é diferente?

O₁ - Nós usamo **duas com enxada, com a carregadeira, de barro preto, duas daquele cinza e um daquele vermelho.**

E - Dois, dois e um.

O₁ - É. Dois, dois e um.

E - No caso o vermelho, essa, o barro...

O₁ - É uma areizinha cor-de-rosinha.

E - Por causa que esse aí que tem areia?

O₁ - É. Ele é fraquinho, esse aí tem areia. Que o nosso barro tem pouca areia, né.

E - E aqueles outros o senhor diz, o preto e o cinza, então, não, não teria?

O₁ - O cinza, tem bastante areia, mas o preto tem menos.

E - Tá certo.

O₁ - Ele é liguento né, um barro forte ...

E - Eu me lembro deste barro preto, quando ele fica molhado...

O₁ - É, empedra, né.

E - Ele fica lisinho se fica molhado.

O₁ - Ah, quando tá molhado sim, mas quando ele secá, ele fica que nem tijolo, ele empedra todo.

O₂ - 56 anos, empregado, sempre exerceu a atividade de oleiro; nível escolarização de 1^a série do ensino fundamental incompleta:

E - Então a mistura, **tem mistura no barro**?

O₂ - Tem.

E - Que eu já ouvi falá.

O₂ - É, tem **barro forte** e tem **barro mais fraco**, prá, prá saí, prá, prá fazê o, prá saí bom.

E - Dois tipo de barro. E assim, põe a mesma quantidade de cada tipo, ou...

O₂ - **Mesma quantidade.**

E - Mesma quantidade.

O₂ - É.

E - E como é que põe ali?

O₂ - Ali, ali, ali, vem com o caminhão, descarrega ali, depois carrega com a pá; **um carrega uma pazada, um outra...**

E - Com pá.

O₂ - Aí vai se misturando.

E - Certo. Vai se misturando. Certo. Equilibrado, então. E, e, como é que o senhor falou do barro? Dos dois tipos tem um nome esse barro?

O₂ - É, é...

E - Forte, fraco?

O₂ - **Um é mais forte, é mais liguento e o outro é mais de de ... É mais sbruguento.**

E - É mais sbruguento (sbruguento, vem do dialeto italiano) porque tem

O₂ - É mais fraco, é mais fraquinho.

E - Que tem, que tem mais areia?

O₂ - É prá, é prá, prá não, ele bota mais forte. Então se tem so daquele então não sai tijolo bom, quebra. Então, aquele fraco é prá, prá, prá, prá enfraquecê aquele mais forte prá mist ..., que fica misturado, né.

O₃ - 24 anos, empregado, sempre exerceu a atividade de oleiro; nível escolarização de 1^a série do ensino fundamental incompleta (reprovou na 1^a série, matriculou-se novamente, sem completar o ano letivo):

E - E prá fazê o tijolo, vocês usam alguma mistura de barro?

O₃ - É três mistura.

E - Como é que é essa mistura?

O₃ - Tem o preto, amarelo e vermelho.

... completar

E -

O₃ - É três mistura. Tem o preto, amarelo e vermelho. O preto é mais forte, o amarelo já é mais fraco, e o vermelho já um poquinho mais forte mas é mais fraco do que o preto.

E - O que que significa prá vocês, a gente que não é da área, o que que significa esse barro ser mais forte, no caso o preto? Por que que vocês dizem que ele é mais forte?

O₃ - É porque ele deixa o barro liso né.

(...)

E - E por que é que tem que fazê essa mistura mesmo, por que é que não pegam só um deles?

O₃ - Porque daí ele vai ficá muito fraco, ele vai quebrá bastante ... vai rachá no saí.

E - Qual, no caso, o barro que permite, são os três juntos que permitem que ele não quebre, ou tem um desses tipos de barro que influencia mais?

O₃ - Ah, tem que tê uma mescla grande de preto prá ... não ficá muito fraco, nem muito forte.

E - E

(...)

O₃ - Um por um

Os oleiros têm consciência da necessidade da mistura do barro para uma boa produção e justificam-na também através de suas concepções sobre os tipos de barro. Segundo eles, o tamanho do tijolo a ser produzido depende da demanda, sendo definido pelo consumidor, pelo engenheiro ou pelo construtor. Os padrões de medida encontrados nas três olarias envolvidas no estudo são os seguintes:

. tijolo maciço: 22 cm (comprimento) x 10 cm (largura) x 5 cm (altura; grossura) (O₁)

20 cm (comprimento) x 10 cm (altura) x 4,5 cm (grossura) (O₃)

. tijolo de seis furos: 23 cm (comprimento) x 9,5 cm (largura) x 13,5 cm (altura) (O₁)

23 cm (comprimento) x 9 cm (altura) x 15 cm (largura) (O₂)

A produção desses dois tipos de tijolo segue três etapas básicas:

- fabricação - mistura do barro, passagem na máquina e corte;
- secagem - natural ou em estufa;
- queima - em fornos (com utilização de madeira, serragem, etc.).

Existe uma produção média mensal que varia de olaria para olaria, sendo a maior parte vendida para municípios da região. Tanto o tijolo maciço como o vazado (seis furos) têm como base de venda o milheiro; quanto ao preço e às medidas, esses variam de olaria para olaria. A unidade básica é o tijolo, do qual mil unidades compõem o milheiro, considerado como base de venda e, conseqüentemente, de preço. Em vista disso, nesse grupo profissional, não é necessário utilizar ou determinar o volume de um tijolo ou de uma carga como medida espacial tridimensional (em metro cúbico, por exemplo); no entanto, é comum a determinação do número de tijolos que é possível carregar num caminhão (ou numa camionete), ou seja, a capacidade de um caminhão, tendo como unidade de volume o tijolo⁹.

A matemática subjacente à atividade de olaria é mais restrita do que aquela utilizada em serrarias, destacando-se os sólidos geométricos, unidades e medidas de comprimento e operações fundamentais com números naturais e decimais. Nessa atividade, também se podem vislumbrar outras referências para a escola, como, por exemplo, tipos de barro, produção do tijolo, resistência dos materiais, questões ambientais em virtude da retirada do barro, utilização do tijolo, etc.

6.3 - Cultura da atividade de funilaria¹⁰

O material básico das funilarias é a chapa galvanizada; eventualmente, também são utilizadas chapas de lamerin e chapas inoxidáveis, denominadas simplesmente de *inox*. Os três tipos são comprados em chapas ou folhas de tamanhos variados:

- chapa galvanizada: 2 m por 1 m; 2 m por 1,20 m;
- lamerin: 2 m por 1,20 m; 3 m por 1 m;
- inox: 3 m por 1,20 m; 2 m por 2,20 m; 2 m por 1 m.

⁹ Sobre o carregamento, far-se-á uma análise mais aprofundada quando do estudo do conceito de volume.

¹⁰ Funilaria, no Rio Grande do Sul, representa a atividade de fabricação de canos de fogão, calhas, etc.

A compra do material é feita por quilo ou por folha, dependendo da quantidade necessária em cada funilaria.

Os três sujeitos dessa atividade que participaram da pesquisa trabalham com fabricação por encomenda e, também, com prestação de serviços. As peças são fabricadas de acordo com a solicitação do cliente e podem abranger desde cano de fogão, cano de exaustor, forma para assados, telha para fogão, funil, até calha. Nas três funilarias, a maior produção fica por conta de canos de fogão e calhas. Observou-se que o trabalho das funilarias é, de certa forma, artesanal, sendo o maquinário simples e um tanto precário.

As peças são vendidas por unidade, por quilo ou por metro, e o preço depende do tipo e da quantidade de material utilizado. Por exemplo: um cano de fogão tanto pode ser feito de chapa galvanizada como de inox, além de serem fabricados canos de diferentes diâmetros.

Os funileiros têm, pela prática, noção das dimensões de uma chapa galvanizada, do seu tamanho ou de sua área¹¹.

O cano de fogão, como já se disse, é um dos produtos de maior demanda nas funilarias. Assim, foi solicitado aos sujeitos que explicitassem o processo de sua confecção.

A entrevista com F₁ coincidiu com a confecção de um cano de inox, de forma que os questionamentos e as explicações foram pautados pela prática. Quanto a F₂, no final da entrevista, ele fez uma demonstração de como é feito um cano de fogão, escolhendo, para isso, um tamanho em miniatura. A diferença fundamental entre os dois entrevistados foi em relação às condições de trabalho, pois, mesmo com maquinário antigo, F₁ trabalha em uma funilaria com o instrumental básico; já, no caso de F₃, o seu local de trabalho é improvisado, possuindo apenas uma máquina de dobrar.

As entrevistas com os três funileiros mostraram algumas peculiaridades que merecem destaque, havendo tanto semelhanças como diferenças básicas nessa atividade. As medidas do diâmetro e da circunferência são fundamentais para a atividade de confecção do cano. De um modo geral, F₁ e F₃ trabalham com as encomendas de cano em função de seus números. Por exemplo, F₁ confecciona canos de números 11, 11,5,

¹¹ O conceito de área será analisado no item 7.3.

12 e 13; já as encomendas para F_3 devem ser de canos números 1, 2 ou 3. Esses números determinam tanto a medida do diâmetro como a do comprimento da circunferência de cada cano; assim, caso o cliente não saiba a que número corresponde o cano que pretende encomendar, deverá fornecer ao funileiro a medida do diâmetro ou a do comprimento da circunferência.

Os conhecimentos matemáticos utilizados em funilarias são, por exemplo, unidades e medidas de comprimento, de massa, operações fundamentais com naturais e decimais, figuras e sólidos geométricos. As contribuições dessa atividade para a escola podem também ir além de questões matemáticas, como é o caso dos materiais utilizados, envolvendo o conceito de *oxidável*, para os estudos da disciplina de Ciências.

7 – RESULTADOS: TRABALHADORES E ESTUDANTES

Conceitos matemáticos relacionados com sistemas de unidades de medidas de comprimento, superfície e volume, tais como os de perímetro, de área e de volume, são utilizados de diferentes maneiras e em diferentes contextos. Por exemplo, na agricultura (Grando, 1988), em serrarias (Grando, 1991;1992) ou, especificamente neste estudo, em olarias e funilarias. Por outro lado, um dos objetivos da escola é a apropriação desses sistemas de conhecimentos por parte do aluno.

Apesar de os mesmos conceitos poderem ser objeto de apropriação tanto no mundo da escola como no mundo do trabalho, eles têm sentidos diferentes. Segundo Luria (1987), a definição de palavras generalizadoras para os conceitos pode não ter a mesma importância. Por exemplo: para saber quanto de rodapé é necessário para uma sala de 8 m por 5 m, não é preciso saber que a quantidade de rodapé, que representa a medida do contorno da sala, recebe o nome específico de *perímetro*. Nesse tipo de atividade, o objetivo não é apropriar-se do conceito de perímetro, embora a atividade o revele; na escola, contudo, como já se disse, um dos objetivos é a apropriação dos conceitos científicos.

Este capítulo será dedicado à análise conceitual, envolvendo os conceitos de representação gráfica de objetos bi e tridimensionais, de perímetro, área e volume.

Para analisar o nível de desenvolvimento mental-real em relação aos conceitos de perímetro, área e volume, no que diz respeito aos trabalhadores, foram abordadas situações-problema do seu cotidiano. Em relação aos estudantes, foram extraídas ou elaboradas situações relacionadas à atividade de trabalho dos profissionais envolvidos neste estudo. As situações-problema contendo representações gráficas e apresentadas aos estudantes envolveram instrumentos da atividade de trabalho de serraria, olaria ou funilaria, tais como tijolo, tábua-padrão e chapa galvanizada.

7.1 - Representações gráficas

Representações gráficas foram solicitadas somente aos estudantes, uma vez que, como tal, não fazem parte das atividades de trabalho de serrarias, olarias e funilarias; na escola, ao contrário, integram a atividade de estudo, como, por exemplo, das disciplinas de Matemática e Educação Artística.

7.1.1 - Representação gráfica de objetos bidimensionais¹²

Atividade 1:

Nas funilarias, um dos materiais básicos utilizados para a fabricação de canos de fogão, calhas, etc., é a chapa galvanizada, comumente chamada de zinco. Este material é comprado em folhas de, por exemplo, 2m por 1m, 2m por 1,20m e 3m por 1m.

a) O que significa dizer que uma folha tem 2m X 1,20m? Representá-la através de desenho e indicar suas medidas.

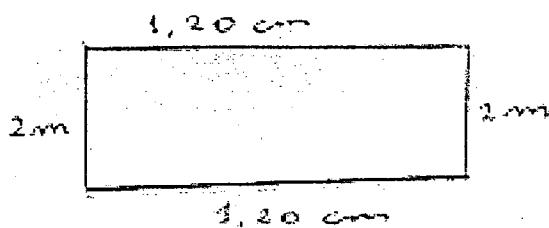
A maior parte dos estudantes das duas turmas desenvolveu a atividade e o fez representando a chapa galvanizada através de um quadrilátero. O conjunto das representações gráficas mostrou que, de um modo geral, nos seus planos de ação, os estudantes valeram-se da liberdade de escolha quanto às dimensões, uma vez que, na situação apresentada, não se especificou qual das duas medidas era a do comprimento ou qual era a da largura. Assim, por exemplo, 2 m tanto podia representar o comprimento como a largura da chapa galvanizada.

Foram, entretanto, detectadas dificuldades quanto à proporcionalidade das medidas das dimensões em relação às medidas reais. No plano de ação de um quinto dos estudantes de cada turma (3/15 do 1º ano e 6/30 da 7ª série) que fizeram o desenho da chapa galvanizada, a medida do lado que representa 2 m é menor que a medida do lado

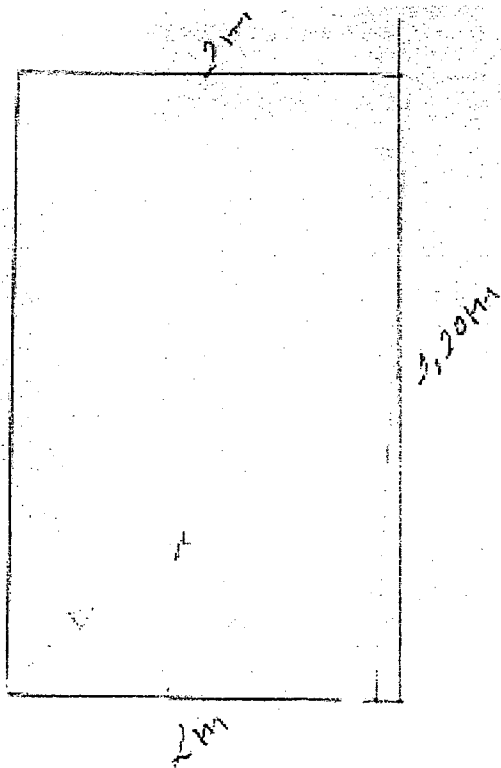
¹² Denominam-se, nesse contexto, *objetos bidimensionais* aqueles que possuem duas dimensões, como é o caso da chapa galvanizada e do assoalho.

que representa 1,20 m. As representações a seguir são exemplificativas desse tipo de dificuldade:

a) S9; 7^a série¹³; 12 anos:

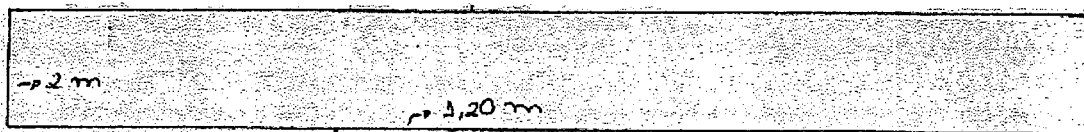


b) S11; 1^o ano; 22 anos:



¹³ As representações gráficas dos estudantes serão incluídas em seu tamanho normal; caso haja necessidade de redução ou ampliação, isso será explicitado.

c) S17; 7ª série¹⁴; 14 anos:



Percebe-se que, no plano de ação desses estudantes, não há unidade entre o objeto real e a representação mental. Poder-se-ia dizer que há unidade na forma do objeto, retângulo, porém sua representação, como tal, não corresponde ao real por não apresentar proporcionalidade.

A atividade de representar graficamente um objeto bidimensional - no caso específico uma chapa galvanizada de 2 m por 1,20 m - fornece elementos para que se apontem, pelo menos, dois tipos de dificuldades no plano de ação (mental) dos estudantes: a falta de proporcionalidade relacionada ao próprio conceito de proporção/proporcionalidade ou, mesmo, relacionada ao conceito de números decimais.

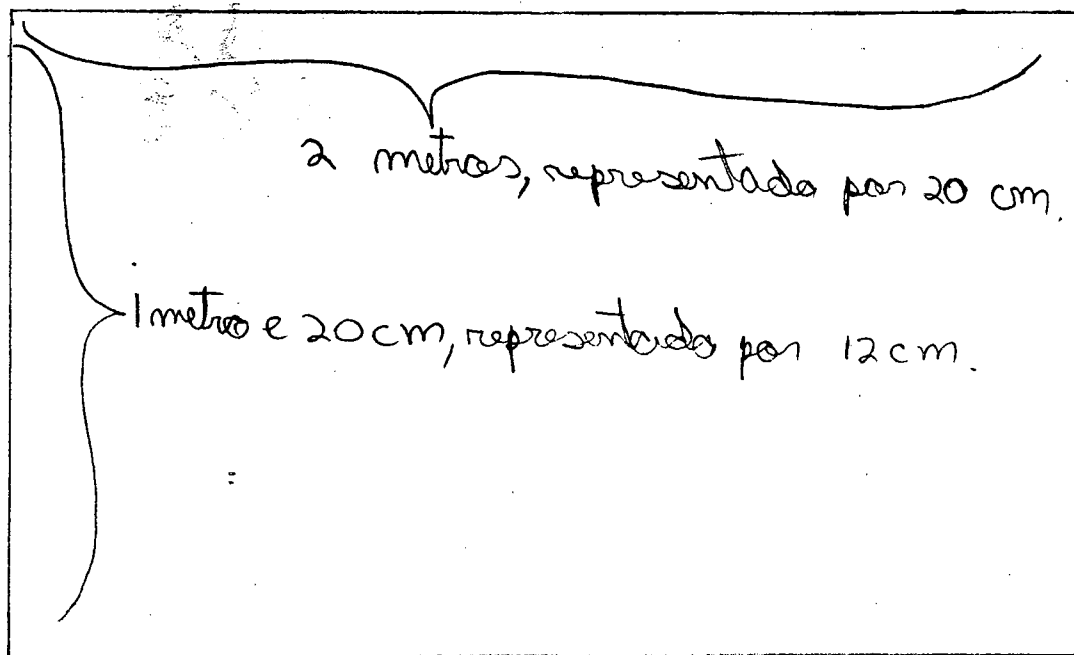
Por exemplo, se o conceito de proporcionalidade não fez parte do plano de ação desses estudantes, tanto isso pode se dever ao fato de não terem se apropriado dele como de não terem consciência da sua necessidade/importância nesse tipo de atividade. Isso poderia ser verificado, por exemplo, numa investigação mais específica sobre o assunto.

A referência ao conceito de número decimal tem sentido se relacionarmos a magnitude das medidas à dificuldade de representar proporcionalmente. É coerente supor que, no desenvolvimento mental-real dos estudantes que inverteram as medidas, uma medida com mais algarismos, como é o caso de 1,20 m, seja maior que outra com menos algarismos, como é o caso de 2 m. Por outro lado, mesmo entre os estudantes que não fizeram tal inversão, constatou-se que a maioria não fez o desenho proporcional ao real, observando-se apenas uma *certa* proporcionalidade.

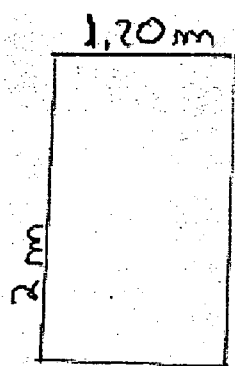
É preciso destacar, no entanto, que os planos de ação de 6/33 de estudantes de 7ª série envolveram a representação em escala. Apesar desse reduzido número, foram identificados três tipos de escalas: 1:10 (três estudantes); 1:50 (um estudante); 1:100 (dois estudantes). No 1º ano, não foram encontrados casos de utilização de escala. Observemos exemplos de representações gráficas em escala:

¹⁴ O desenho foi reduzido; o original mede 19 cm de comprimento e 2 cm de largura.

a) Escala 1:10 (S₁₂; 7^a série; 14 anos)¹⁵:

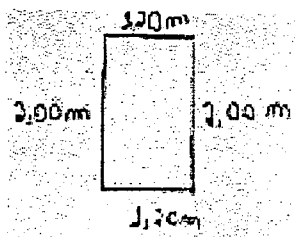


b) Escala 1:50 (S₂₀; 7^a série; 12 anos):



¹⁵ Esta representação gráfica foi reduzida; a representação original tem 20 cm por 12 cm.

c) Escala 1:100 (S₃₂; 7^a série; 13 anos):



É interessante observar que, no grupo de estudantes cujos planos de ação envolveram o conceito de escala, um deles (S₁₂, 7^a série) explicitou por escrito a escala utilizada. Esse fato mostra o seu nível de consciência em relação à atividade de representar graficamente um objeto bidimensional, principalmente quanto à sua analogia com o real.

Atividade 2

O assoalho da sala de uma casa tem 5 m por 8 m.

a) Representá-lo em forma de desenho e indicar suas medidas.

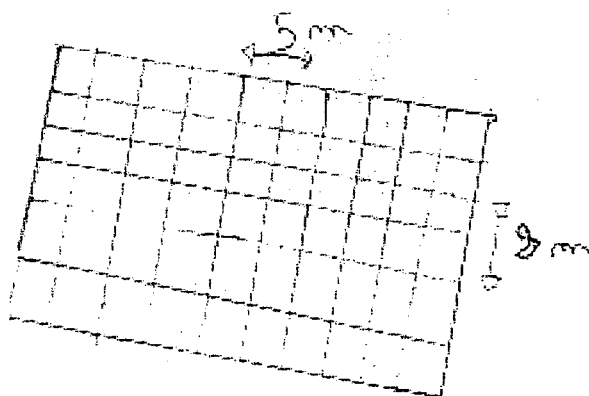
A quase-totalidade dos estudantes das duas turmas desenvolveu a atividade de representação do assoalho. Na 7^a série, não foram verificados casos de inversão de medidas, ou seja, as medidas indicadas no desenho mantêm uma certa proporcionalidade com as medidas reais. É, também, interessante destacar que, dos três estudantes que não representaram a chapa galvanizada (S₁₃, S₁₈ e S₂₇), dois também não o fizeram com o assoalho (S₁₃ e S₂₇), e um (S₁₈) o representou, porém não indicou as suas medidas.

Do total de estudantes que participaram deste estudo, verifica-se que apenas dois deles (S₁₃ e S₂₇) têm um nível de desenvolvimento mental-real incompatível com o conhecimento que envolve representação de objetos de duas dimensões, comprimento e

largura; esses, inclusive, verbalizam não saber desenvolver essa atividade de representação gráfica. Pode-se levantar duas hipóteses para isso: a primeira é de que não houve interiorização do conceito de retângulo como compreensão do espaço a duas dimensões, assim, a não-construção das noções espaciais traduz-se, nesse caso, na não-representação gráfica dos objetos - chapa galvanizada e assoalho; a segunda hipótese é a de que o estudante tem a noção da figura - retângulo, contudo não consegue fazer análise, síntese e generalização, o que se traduziria na representação gráfica. Essa é uma outra questão a ser investigada mais pontualmente a partir das constatações desta pesquisa.

Ainda na 7ª série, o número de estudantes que fez o desenho em escala é maior em relação à representação da chapa galvanizada, sem contar a diferença de traçado (de 1 mm em alguns dos lados), pois 21/33 dos estudantes dessa turma fizeram a representação gráfica do assoalho em escala de 1:100. Provavelmente, as medidas 8 m e 5 m, envolvendo números inteiros, favoreceram o desenho em escala, o que não foi o caso da chapa galvanizada, cujas medidas, 2 m e 1,20 m, envolvem números decimais.

No 1º ano, houve um quinto (20%) de inversões de medidas, como, por exemplo, o caso de S₁ (1º ano),



que representou o lado maior do assoalho como 5 m e o menor, como 8 m.

Na análise intra-sujeitos, verificou-se que os estudantes do 1º ano responsáveis por tal inversão na representação da chapa galvanizada (S₇, S₁₁, S₁₆) não foram os mesmos que fizeram a inversão na situação do assoalho (S₁, S₂, S₆). Nessa turma,

apenas dois estudantes utilizaram escala em seus planos de ação, que foi a de 1:100 (S₁₄, S₁₆).

No geral, os estudantes não apresentaram maiores dificuldades na atividade de representar objetos de duas dimensões numa folha de papel também nas duas dimensões; a dificuldade maior está relacionada com a redução do real, ou seja, redução de escala.

Quanto ao desenvolvimento mental-real (Vygotsky, 1993, p. 238), pode-se distinguir nas duas turmas de estudantes, quatro níveis:

- 1) um nível de dificuldade maior, em que os estudantes não conseguem representar graficamente um objeto bidimensional e explicitam essa dificuldade; nesse caso, não houve unidade entre a mediação instrumental e social entre a atividade de ensino e a atividade de aprendizagem;
- 2) no segundo nível, estudantes representam sem observar a proporcionalidade das medidas das dimensões, invertendo-as; percebe-se que não organizaram adequadamente o espaço em duas dimensões ou não interiorizaram o sistema de conhecimentos necessários para essa atividade, como, por exemplo, o sistema de unidades de medida de comprimento;
- 3) um nível de desenvolvimento que supera o anterior, no qual se situam a maioria dos estudantes que fizeram a atividade. Nesse caso, nas suas representações gráficas, eles mantiveram uma certa proporcionalidade com o real; a execução de seus planos de ação envolveu os processos de análise, de síntese e de generalização do objeto. Pode-se falar em unidade entre o processo de ensino e o processo de aprendizagem no que se refere ao conceito de *bidimensionalidade*;
- 4) por último, um nível de desenvolvimento mental-real mais avançado, no qual os estudantes têm em mente em seu planejamento a noção de escala. Esses, além de terem interiorizado o sistema de conhecimentos envolvido na representação de objetos bidimensionais, conseguem explicitá-los por meio da sua representação gráfica e em escala. A representação mental desses estudantes mostra um nível avançado de analogia com o real.

7.1.2 - Representação gráfica de objetos tridimensionais¹⁶

Para analisar a atividade de representação gráfica de objetos tridimensionais, foram consideradas também duas situações-problema apresentadas aos estudantes:

Situação 1:

Nas serrarias, existe um padrão de tábua que é utilizado para a venda de qualquer tamanho de tábua, ripa, etc. Uma tábua-padrão tem 2,5 cm de espessura, 30 cm de largura e 5,40 m de comprimento.

a) Representá-la através de desenho, indicando suas medidas.

Situação 2:

Um tijolo maciço tem 22 cm x 10 cm x 5 cm.

a) Represente-o, indicando suas medidas.

Nas representações gráficas, foram identificadas duas grandes categorias, que se subdividem em diferentes subcategorias:

a) **tomada em consideração das três dimensões:**

a.1) em perspectiva;

a.2) em forma de moldura;

a.3) em forma de semimoldura.

¹⁶ Denominam-se, nesse contexto, *objetos tridimensionais* aqueles que possuem três dimensões, como é o caso da tábua-padrão e do tijolo.

b) *não-tomada em consideração das três dimensões:*

- b.1) sem indicação de medidas;
- b.2) com indicação de duas medidas;
- b.3) com indicação das três medidas.

Na tabela a seguir, apresenta-se o número de representações encontradas em cada subcategoria, tanto para o caso da tábua-padrão como para o caso do tijolo, nas duas turmas.

Tabela 1: Subcategorias de representações gráficas e número de alunos

| Subcategorias | 1º ano | | 7ª série (n=33) | |
|--------------------------|-------------|--------------|-----------------|--------|
| | Tábua(n=15) | Tijolo(n=17) | Tábua | Tijolo |
| Perspectiva | 6 | 7 | 14 | 16 |
| Moldura | 3 | 2 | 9 | 5 |
| Semimoldura | 2 | 1 | 2 | 0 |
| Sem indicação de medidas | 0 | 0 | 0 | 1 |
| Com indicação 2 medidas | 1 | 0 | 4 | 5 |
| Com indicação 3 medidas | 4 | 4 | 1 | 1 |
| Não representou | 1 | 1 | 3 | 5 |

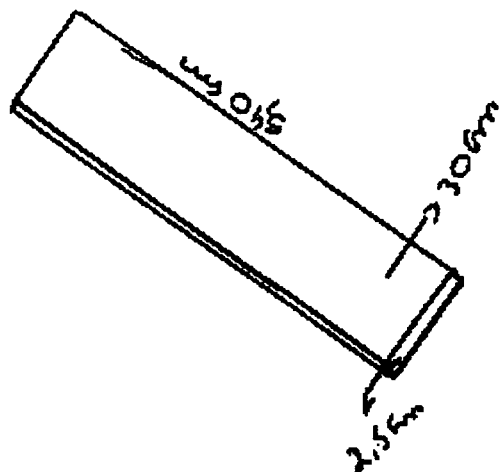
Constatou-se que a maioria dos estudantes das duas turmas tinha em mente, nos seus planos de ação, as três dimensões; no entanto, muitos deles, mesmo entre os que levaram em consideração as três medidas em suas representações gráficas, tiveram dificuldades em relação à terceira dimensão. Em oposição, como já se disse anteriormente, a atividade de representar objetos bidimensionais não trouxe grandes dificuldades para esse mesmo grupo de estudantes.

Em seqüência, analisam-se exemplos de representações gráficas de cada uma das categorias:

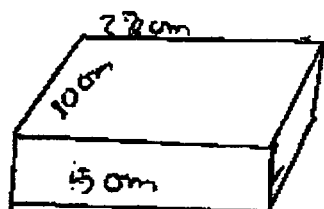
a) tomada em consideração das três dimensões:

a.1) em perspectiva:

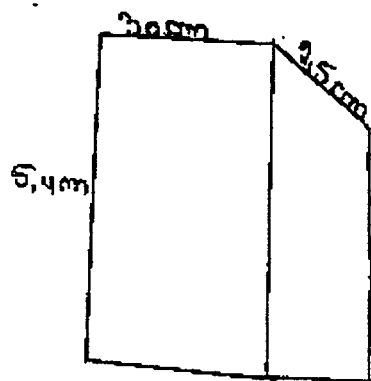
S₈; 1º ano - tábuas-padrão:



S₂₀; 7ª série - tijolo:



S₂₈; 7ª série - tábuas-padrão:



Como se pôde verificar na Tabela 1, foi encontrado um maior número de representações nessa subcategoria nas duas turmas, tanto para o caso da tábua-padrão (6/17 dos estudantes do 1º ano e 14/33 dos estudantes da 7ª série) como para o do tijolo (7/15 dos estudantes do 1º ano e 16/33 dos estudantes da 7ª série). A maior parte deles foi coerente nas suas representações, o que permite identificar com maior propriedade o seu nível de desenvolvimento mental-real.

Os exemplos mostram uma unidade entre o objeto real e a representação gráfica/mental. De um modo geral, foi mantida uma certa proporcionalidade entre as medidas reais e as da representação gráfica.

Os estudantes desse grupo desenvolveram a atividade de representar objetos tridimensionais através de planos de ação-resolução que levam em consideração as três dimensões, além de os terem representado em perspectiva¹⁷. Em função da perspectiva, as suas representações têm analogia com o real, o que aponta um nível de desenvolvimento mental-real mais avançado do que o dos demais estudantes.

Galperin (1987) faz referência às imagens sensoriais como um dos aspectos do desenvolvimento intelectual, afirmando que “junto com as ações se formam as imagens sensoriais e conceitos sobre os objetos destas ações” (p. 128).

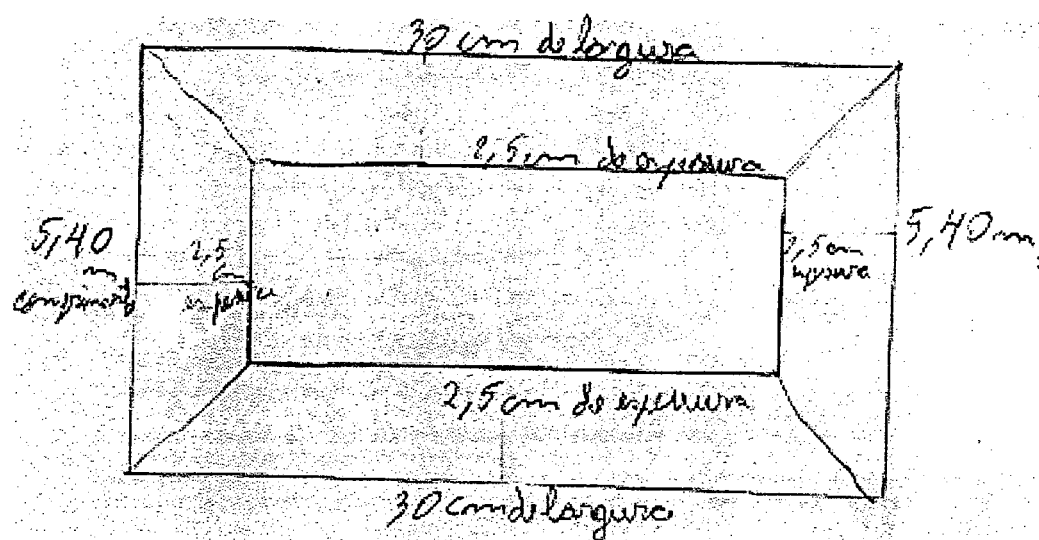
Para Rubinstein (1960), existem componentes sensoriais considerados como produto dos processos cognoscitivos sensoriais, ou seja, de generalizações sensoriais.

No caso específico das representações gráficas, as imagens sensoriais, a percepção dos objetos têm um papel fundamental para a interiorização de objetos tridimensionais. A apropriação de formas de representação gráfica em perspectiva é determinada pelas condições materiais tanto da atividade de estudo como de outras atividades do cotidiano dos estudantes, sendo o produto de diferentes formas de generalização.

¹⁷ É interessante destacar que, culturalmente, foi somente a partir do século XV que se iniciou um movimento de conscientização sobre a representação em perspectiva. A primeira teorização da perspectiva foi feita em Florença, no século XV, por pintores e arquitetos, repercutindo no pensamento científico (Thuiller, 1994, p. 57). A evolução deu-se, também, no significado da própria palavra *perspectiva*, que, na Idade Média (Trecento), designava a ciência da ótica e, a partir do século XV (Quattocento), passou a indicar o conjunto de especulações e técnicas referentes à representação racional do espaço (p. 64).

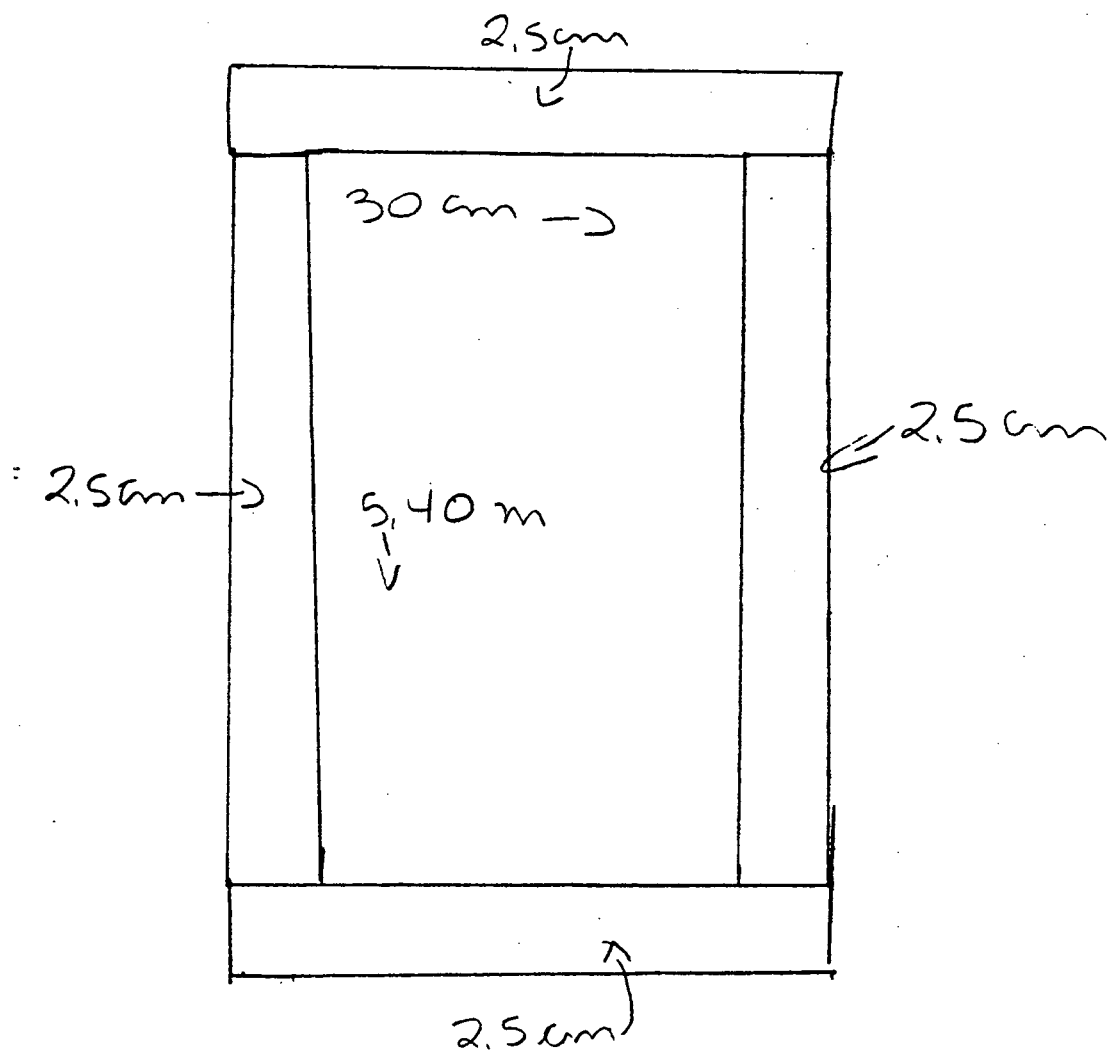
a.2) em forma de moldura¹⁸:

S₂₀; 7ª série - tábua-padrão:



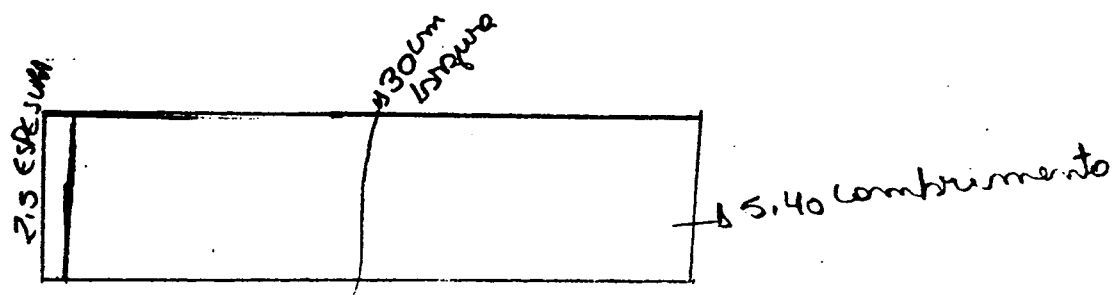
¹⁸ Optou-se pela palavra *moldura* em razão da semelhança desse tipo de representação com molduras de quadros de parede.

S₂₀; 1º ano- tábua-padrão:



a.3) em forma de semimoldura:

S₉; 1º ano - tábua-padrão:



S₁₇; 1º ano - tijolo:



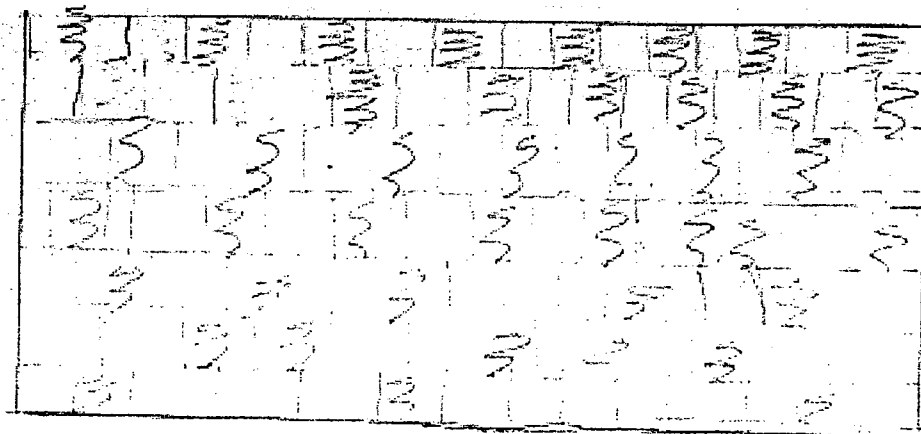
Os estudantes cujos planos de ação levam em consideração as três dimensões, mas o desenvolvem através de representações gráficas em forma de moldura ou semimoldura, revelam dificuldades em relação ao processo de abstração do real; não conseguem estabelecer um plano de ação-resolução que lhes permita representar com analogia, sendo essas representações sem unidade com o real.

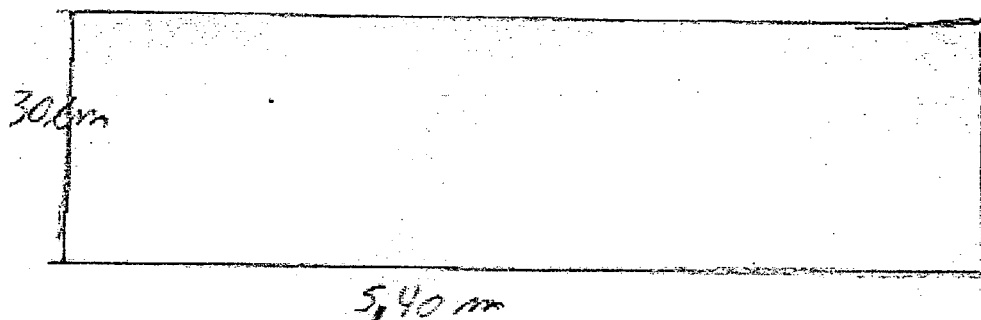
Esses estudantes não se apropriaram do sistema de conhecimentos adequado para tal atividade; não desenvolveram os processos de análise, de síntese, de abstração e de generalização para a atividade/processo de representar um objeto tridimensional. Segundo Galperin (1987), eles não conseguiram ainda organizar uma base orientativa para a atividade, que envolve esboço do plano de ação, controle e correção da execução.

b) *não-tomada em consideração das três dimensões:*

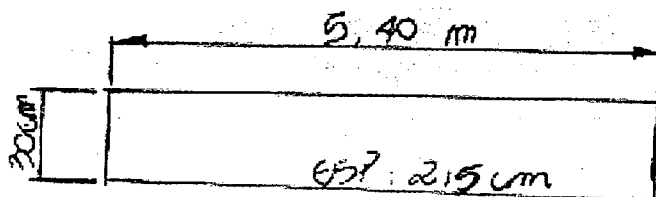
b.1) **sem indicação de medidas:**

S₁₈; 7ª série - tijolo:

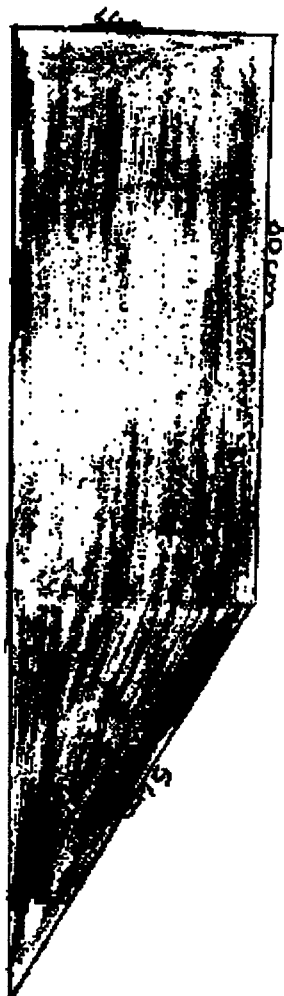


b.2) com indicação de duas medidas:S₇; 1º ano - tábua-padrão:

Observando os dois últimos exemplos (em b.1 e em b.2), vê-se a falta de analogia entre os objetos - tijolo e tábua-padrão - e suas representações mentais. As imagens dos objetos, que, de acordo com Galperin (1987), se formam nas ações, não representam o real. Os processos de mediação, instrumentais e sociais, de que esses estudantes fizeram parte não lhes permitiram desenvolver as capacidades de análise, síntese e generalização que lhes possibilitasse interiorizar objetos tridimensionais.

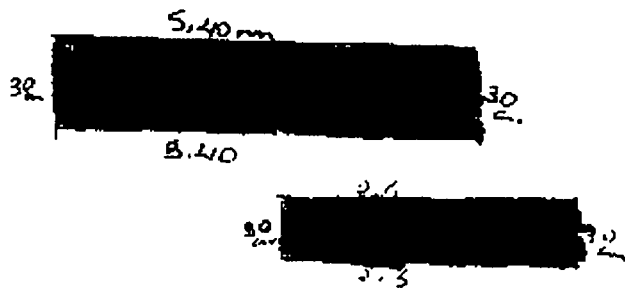
b.3) com indicação das três medidas:S₅; 1º ano - tábua-padrão:

S₂₆; 7ª série - tijolo:



Obs.: as medidas indicadas no desenho são, respectivamente, 22 cm (lado maior do quadrilátero), 5 cm, 10 cm e 5 cm.

S₂₆; 7ª série - tábua-padrão:

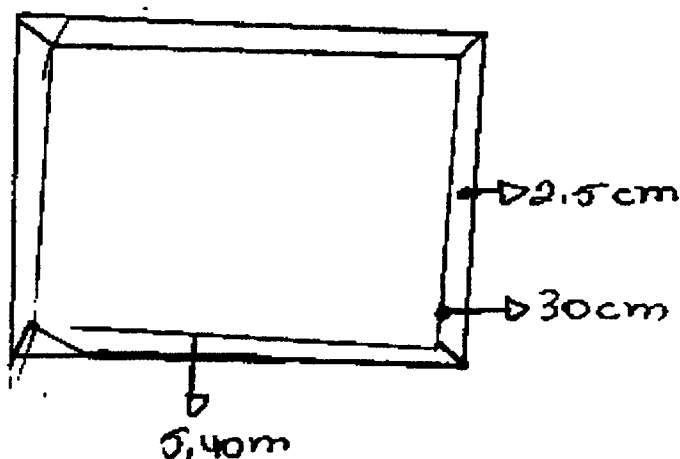


Os exemplos dessa categoria - *não-tomada em consideração das três dimensões* - mostram a falta de apropriação do sistema de conhecimentos que permite a representação de objetos tridimensionais; não há unidade entre a representação mental e o objeto real; não há analogia entre a representação mental e os objetos, nesse caso, a tábua-padrão e o tijolo.

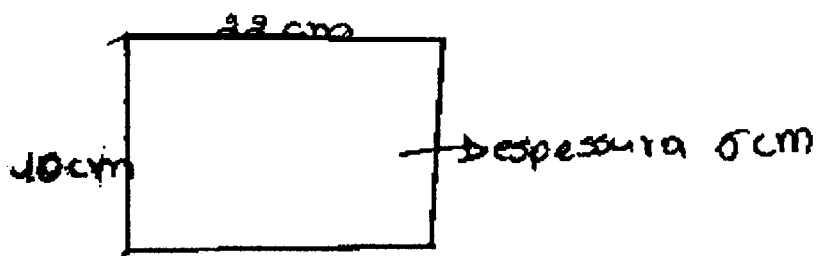
As representações dessa categoria revelam um nível de generalização inferior se comparadas com as representações cujos planos de ação levavam em consideração as três dimensões.

É preciso distinguir planos de ação em que aparecem as três dimensões representadas graficamente (moldura e semimoldura, por exemplo) daqueles em que o desenho representa um objeto de duas dimensões e a terceira dimensão está, de alguma forma, indicada, mas não representada graficamente. Vejam-se dois exemplos que se contrapõem:

S₁₅; 1º ano - tábua-padrão:



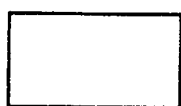
S₁₅; 1º ano - tijolo:



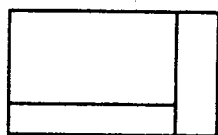
No primeiro exemplo, é visível a tentativa de representar a terceira dimensão, no caso, a espessura; no segundo, ao contrário, há apenas indicação da existência de uma terceira dimensão, também espessura.

Analisando essas duas representações, identificam-se dois diferentes planos de ação e dois diferentes níveis de desenvolvimento mental-real. O estudante que representou em forma de moldura ou semimoldura encontra-se num estágio mais avançado em relação àqueles que representaram duas dimensões e apenas indicaram a existência da terceira. Obviamente, os últimos encontram-se num estágio mais avançado de desenvolvimento mental-real se comparados àqueles que representaram graficamente duas dimensões sem indicação da terceira.

A classificação das representações gráficas desta pesquisa tem uma certa semelhança com a classificação feita por Mitchelmore (apud Orton e Frobisher, 1996, p. 146-147). As representações gráficas de objetos tridimensionais entre crianças de 7 a 15 anos de idade foram agrupadas em quatro categorias: plano esquemático, sólido esquemático, pré-realístico e realístico, conforme esquemas a seguir:



Plano esquemático



Sólido esquemático



Pré-realístico



Realístico

As diferentes representações gráficas traduzem os diferentes níveis de desenvolvimento mental-real dos estudantes que participaram deste estudo.

Os planos de ação da atividade de representar graficamente objetos tridimensionais mostram as dificuldades no processo de generalização. Na análise intra-sujeitos, observaram-se coerências e instabilidades: um pequeno número de estudantes não conseguiu representar a tábua ou o tijolo; alguns apresentaram instabilidade em seus planos de ação, tomando em consideração as três dimensões, para o caso da tábua, e duas para o caso do tijolo, ou vice-versa; há casos de coerência em planos de ação que levaram em consideração somente duas dimensões e outros que o fizeram com três dimensões.

Na realidade, a maioria dos estudantes que participaram deste estudo revelaram planos de ação através de suas representações gráficas, entretanto somente aqueles que o fizeram em perspectiva conseguiram estabelecer planos de ação-resolução. Isso significa que interiorizaram o conceito de tridimensionalidade, mantendo uma analogia entre o objeto real e a respectiva representação gráfica/mental. Significa, de outra forma, que as mediações instrumentais e sociais da atividade de ensino-aprendizagem, certamente aliadas às atividades fora da escola, foram adequadas ao seu nível de desenvolvimento proximal (Vygotsky, 1993, p. 238). Poder-se-ia dizer que, nesse caso, houve unidade entre o processo de ensino e o processo de aprendizagem, considerando que métodos de representações gráficas são conhecimentos inerentes à escola, quer na disciplina de Matemática quer na de Educação Artística. É preciso destacar, no entanto, que os estudantes¹⁹ desse grupo que mostraram coerência em suas representações gráficas/mentais representam menos da metade do total: 28,57% no 1º ano e 39,39 na 7ª série.

Finalmente, pode-se ainda refletir sobre os métodos de pensamento abordados por Krutetsky (1991) no plano visual-imaginativo e no plano lógico-verbal. Pelos dados obtidos, é correto supor, pelo menos, que a maioria dos estudantes envolvidos no estudo apresentaram insuficiente desenvolvimento visual-imaginativo no que se refere à representação de objetos tridimensionais.

¹⁹ Foram considerados somente os estudantes que estiveram presente na aplicação das duas atividades, isto é, 14 do 1º ano e 33 da 7ª série.

7.2 – Sobre o conceito de perímetro

Entre os trabalhadores que participaram deste estudo, a palavra *perímetro* é pouco citada, mas o conceito em si é utilizado na atividade de serraria. Na atividade ensino-aprendizagem, o conceito é normalmente abordado como a “soma das medidas dos lados”²⁰; na serraria, por sua vez, é utilizado com seu próprio significado, ou seja, medida do contorno. Isso acontece em função da atividade que o trabalhador desenvolve, como é o caso da confecção (fabricação, industrialização) ou da venda de rodapé. Vejamos um exemplo.

S₁ : 36 anos, escolaridade de 2º grau incompleto:

E - *Questão do rodapé, vocês fazem?*

S₁ - *Fizemos?*

E - *Digamos assim, eu vou te dá um exemplo. Digamos que eu tenha uma sala de 5m por 8m, como é que eu ...*

S₁ - *Calculo?*

E - *É. Como é que eu sei quanto rodapé precisa?*

S₁ - *É a metragem linear.*

Essa trabalhadora está, na realidade, referindo-se à medida do contorno da sala e, ao mesmo tempo, à medida a ser utilizada para determiná-la, isto é, *metro linear*.

Para Galperin (1987), “pode-se medir cada propriedade da coisa somente com sua medida”. É com essa clareza que S₁ informa que a quantidade de rodapé é *metragem linear*.

E - *Linear.*

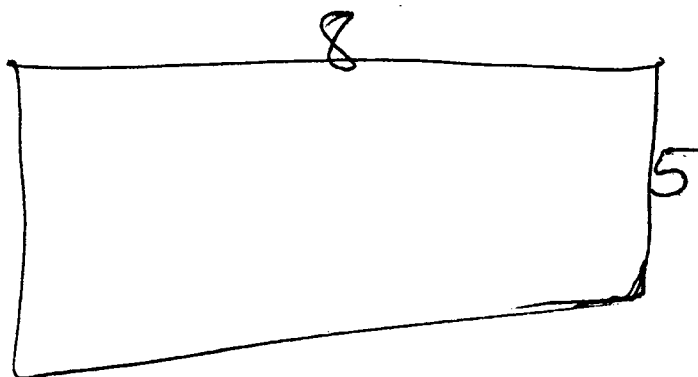
S₁ - *E desconta as portas, se tem. Vamos supor que seja toda fechada.*

E - *É.*

S₁ - *Ah, lógico, aqui então ó (faz o desenho): ela tem 8 aqui ... 8 de largura e 5 de comprimento?*

E - *Isso.*

²⁰ Para Andrini (1989), “perímetro de um polígono é a soma das medidas de seus lados”; este é um dos livros de 5ª série distribuídos pela FAE/PNLD/MEC, utilizado em escolas estaduais no período 1996-1998. Em Guelli (1998), “o perímetro de um triângulo é a soma das medidas dos 3 lados.”; este é um dos livros de 4ª série distribuídos pelo PNLD/FNDE/MEC, para o período 1998-2000.



S₁ - O que que ... é só somá os metros lineares. Só os metros lineares. 8 metros mais 8, mais 10. São 5 e 5. 26 metros lineares.

Nessa atividade, relacionada com sua prática, S₁ operacionaliza seu plano de ação-resolução através de representação gráfica e de operações matemáticas. Subjacente às suas ações, identifica-se o algoritmo $(comprimento + comprimento) + (largura + largura)$, que traduz o modelo matemático²¹ utilizado comumente na escola para determinar o perímetro de um quadrilátero.

S1- Ai o que que vai acontecê? Prá mim cobrá você qué sabê, né? 26 metros lineares (escreve); é que o rodapé ele é vendido, ele é vendido... tu qué sabê assim quantos dá de 5 e 40? Por que ele é vendido por metro.

E- É isso que eu quero!

S1- Ele é vendido a 50 centavos o metro. Então 26 vezes, ponto 50 (faz na máquina). Vai dá 13 reais.

Pode-se identificar duas etapas no desenvolvimento dessa atividade, ou seja, a busca de dois fins parciais (Leontiev, 1978, p. 84): a primeira, em que S₁ determina o perímetro em forma de quantidade de rodapé, e a segunda, em que ela calcula o preço a ser cobrado. Vê-se, assim, que a trabalhadora executa as operações em função de um motivo consciente, o qual Leontiev (1978) denomina *motivo-fim* da atividade.

O desenvolvimento dessa atividade mostra o controle que a trabalhadora tem de todo o processo de simulação do seu cotidiano, incluindo o cálculo para a venda. Percebe-se, claramente, ao longo da sua fala, o desenvolvimento dos processos de análise, de síntese e de generalização no plano visual-imaginativo (Krutetsky, 1991).

²¹ A expressão *modelo matemático* está sendo usada neste estudo com o significado de *fórmula matemática*.

Na escola, por sua vez, para verificar a representação mental dos estudantes em relação ao conceito de perímetro, elaborou-se uma situação-problema a partir dessa atividade da serralha. Foram feitos, então, dois questionamentos, um relacionado com a quantidade de *rodapé* e outro envolvendo diretamente a palavra generalizadora²² *perímetro*. As duas questões, que tratam do contorno da sala, serão analisadas ao mesmo tempo e comparativamente. A atividade proposta consistiu no seguinte:

O assoalho da sala de uma casa tem 5 m por 8 m.

b) Quanto de rodapé é necessário comprar para esta sala? Como é que você descobriu?

:

c) Qual é o perímetro do assoalho desta sala?

Na tabela a seguir, podemos verificar o tipo de solução dada a cada uma das questões, com o número de estudantes e respectiva porcentagem.

Tabela 2: Demonstrativo das soluções dadas pelos estudantes nas questões b e c.

| Solução ²³ | b) Quantidade de rodapé | | | | c) Perímetro | | | |
|-----------------------|-------------------------|-------|-----------------|-------|---------------|-------|-----------------|-------|
| | 1º ano (n=15) | | 7ª série (n=33) | | 1º ano (n=15) | | 7ª série (n=33) | |
| | nº | % | nº | % | nº | % | nº | % |
| Aditiva | 5 | 33,33 | 17 | 51,51 | 6 | 40 | 10 | 30,30 |
| Multiplicativa | 6 | 40 | 4 | 12,12 | 0 | 0 | 3 | 9,09 |
| Outra solução | 1 | 6,66 | 6 | 18,18 | 1 | 6,66 | 3 | 9,09 |
| Nenhuma | 3 | 20 | 6 | 18,18 | 8 | 53,33 | 17 | 51,51 |

²² O uso da expressão *palavra generalizadora* é feito por Luria (1987) em seu estudo sobre abstração e generalização; por exemplo, em seus experimentos, a palavra *instrumento* é utilizada para denominar objetos, tais como martelo e serra. Nesse caso específico, *perímetro* é uma palavra que denomina a medida do contorno de um polígono qualquer, sendo, então, generalizadora do conceito.

²³ Na categoria *aditiva*, os planos de ação podem envolver adições ou subtrações; na categoria *multiplicativa*, multiplicações ou divisões; *outra solução* envolve planos de ação não identificados; na última categoria, enquadram-se os estudantes que não desenvolveram a atividade proposta.

Os principais modelos matemáticos²⁴ subjacentes aos planos de ação dos estudantes, identificados nas questões b e c, são apresentados em seqüência, incluindo o número de estudantes em cada um deles e em cada turma.

Tabela 3: Modelos matemáticos utilizados pelos estudantes nas questões b e c.

| b) <i>Quantidade de rodapé</i> | 1º ano | 7ª série | c) <i>Perímetro</i> | 1º ano | 7ª série |
|---------------------------------------|--------|----------|-----------------------|--------|----------|
| $c + l + c + l$ | 5 | 16 | $c + l + c + l$ | 6 | 9 |
| $c + l$ | 0 | 1 | $c + l$ | 0 | 1 |
| $c \times l$ | 5 | 4 | $c \times l \times l$ | 0 | 1 |
| $(c \times l) \times (c + l + c + l)$ | 1 | 0 | $c : l$ | 0 | 2 |

Na atividade de descobrir a quantidade de *rodapé*, a maioria dos estudantes do 1º ano estabeleceu planos de ação que envolviam ou a adição das medidas dos quatro lados do assoalho ($c + l + c + l$) ou a multiplicação da medida do comprimento pela medida da largura ($c \times l$). Verificou-se que 5/15 dos estudantes do 1º ano e 16/33 dos da 7ª série conseguiram desenvolver planos de ação cuja matematização reflete o real, os quais são, por isso, denominados *planos de ação-resolução*. Essa categoria *plano de ação-resolução* baseia-se no conceito de atividade de Leontiev (1978), principalmente em relação às dimensões *ações e operações/procedimentos*.

É preciso esclarecer que, no presente estudo, optamos pela associação *ação-resolução*, que gerou a categoria *plano de ação-resolução*, por entendermos que a categoria *resolução* materializa o reflexo da realidade, que se encontra sistematizado no conhecimento matemático (nos conceitos de perímetro, de área e de volume, por exemplo).

Quanto à atividade de determinar o *perímetro*, constatou-se que 6/15 dos estudantes do 1º ano e 9/33 dos estudantes da 7ª série estabeleceram planos de ação-resolução, os quais envolvem o modelo matemático $c + l + c + l$. Constata-se, então, que, para 40% dos estudantes do 1º ano e para 27,27% dos de 7ª série, houve unidade entre a atividade de ensino e a de aprendizagem. Os demais, ou não se apropriaram do

²⁴ Nos modelos matemáticos da tabela em seqüência, c representa *comprimento* e l a *largura*.

conceito de perímetro, ou não conseguiram formar uma base orientadora (Galperin, 1987, p. 127) que lhes possibilitasse desenvolver um plano de ação-resolução.

Analisando as duas atividades, pode-se afirmar que aquela cuja palavra generalizadora *perímetro* está colocada explicitamente no enunciado trouxe mais dificuldade que a do *rodapé*. Há, então, evidência de que a dificuldade maior dos estudantes foi em relação à linguagem matemática, especificamente quanto à palavra *perímetro*. Tal evidência reside no fato de, por exemplo, dos 16 estudantes de 7ª série que estabeleceram planos de ação-resolução para a atividade do rodapé, apenas cinco terem elaborado planos de ação-resolução para determinar o perímetro; entre os demais, seis não estabeleceram nenhum plano de ação e cinco o fizeram inadequadamente. Além disso, dos 12 estudantes do 1º ano que resolveram, de alguma forma, a atividade do rodapé, apenas cinco conseguiram estabelecer planos de ação-resolução para a atividade do perímetro.

Ainda na análise intra-sujeitos, constatou-se que apenas 2/15 dos estudantes do 1º ano e 6/33 dos da 7ª série desenvolveram planos de ação-resolução para as duas atividades. Isso significa que somente 13,33% dos estudantes do 1º ano e 18,18% dos da 7ª série estabeleceram alguma relação conceitual entre a quantidade de rodapé e o perímetro.

Como se pode verificar, os estudantes apresentaram dificuldades diante das duas atividades propostas: na primeira, que não envolvia explicitamente o conceito de perímetro, mais da metade deles, das duas turmas, não conseguiu descobrir a quantidade de rodapé; na segunda, com a palavra generalizadora *perímetro* explicitamente enunciada, as dificuldades aumentaram, principalmente em relação à 7ª série (ver Tabela 3).

Em relação ao conceito de perímetro, observou-se que 8/15 dos estudantes do 1º ano e 17/33 dos da 7ª série não conseguiram estabelecer qualquer plano de ação (ver Tabela 2). É importante destacar que a maior parte deles explicita não saber o que é perímetro. Observemos algumas de suas falas-escrita:

S₁; 1º ano; 16 anos: “Não sei o que é perímetro”.

S₁; 7ª série; 13 anos: “Não me lembro”.

S₁₂; 7ª série; 14 anos: “Não entendi. Não sei o que é perímetro”.

Percebe-se que, para a maior parte desses estudantes o conceito de *perímetro*, como objeto de ensino, não teve significado; em consequência, falta-lhes sentido pessoal da noção. Não há, no desenvolvimento mental-real desses estudantes, uma unidade entre a atividade de ensino e a atividade de aprendizagem, visto que não houve interiorização do conceito de perímetro.

É correto também supor que, na atividade de estudo, não houve motivo para que, de fato, se desenvolvesse o processo de aprendizagem. Além disso, pode-se supor que a medição instrumental e social não foi adequada para o nível de desenvolvimento proximal desses estudantes.

Verifica-se que o conceito de perímetro está subjacente tanto nas atividades do mundo da escola como nas de trabalho. A diferença fundamental, entretanto, é que, na serraria, por exemplo, a palavra generalizadora *perímetro* não tem um significado real, uma vez que o objeto está diretamente relacionado com a metragem linear de rodapé. Tal atividade, que é prática, envolve um conhecimento teórico de medidas de comprimento e respectivas operações matemáticas, mas não trata do contorno de um assoalho utilizando a mesma palavra científica *perímetro* e, sim, como quantidade de rodapé²⁵.

Perímetro e rodapé estão estreitamente relacionados, isto é, tanto perímetro como rodapé estão relacionados com o contorno da sala. *Perímetro* pode ser definido como a medida do contorno da sala; quando nos referimos a rodapé, é preciso descobrir quantos metros precisamos e, para isso, concorre a medida do contorno.

Assim, enquanto, na serraria, parte-se do conhecimento cotidiano, sem necessidade de atingir o conhecimento científico de perímetro, na escola, de um modo geral, parte-se do conhecimento científico sem direcioná-lo para situações reais em que o perímetro é utilizado. A aproximação dos dois mundos, o do trabalho e o do estudo, reside exatamente nessa compreensão, no sentido de superação de dificuldades na apropriação do conhecimento matemático.

²⁵ De acordo com um dos significados do *Dicionário contemporâneo da língua portuguesa* Caldas Aulete (1980), *rodapé* é uma “barra ou faixa de madeira ou de tijolo, que corre ao longo da parte inferior das paredes das salas, dos quartos e de outros compartimentos das casas, para evitar que os pés das cadeiras, a vassoura, rocem no forro das paredes e o estraguem”.

7.3 - Sobre o conceito de área²⁶

7.3.1 – Na atividade de trabalho

A primeira situação a ser analisada refere-se à atividade de funilaria, analisando-se planos de ação dos três trabalhadores que participaram da pesquisa e envolvendo a determinação de área de chapas, galvanizadas ou inoxidáveis. Deve-se lembrar que, em funilarias, tais chapas (ou folhas) constituem o principal instrumento de trabalho para o funileiro.

F₁: 56 anos, exerce a atividade de funilaria há 25 anos; profissão anterior: agricultor; escolaridade equivalente à 5ª série do ensino fundamental.

E - Quanto inox tem nessa folha? Não dizê que tem 2 por 1,20, né. Mas se a gente quisesse sabê quanto tem ao todo? Teria algum jeito de...

F₁ - De cubá, tu diz?

E - Ah! Tá certo. Então é isso aí. Ótimo. Como é que poderia, se fosse cubá? Tu tem idéia?

O conceito de *cubar*, nesse contexto, representa o processo de medir a superfície da chapa de inox, ou seja, determinar a área em metros quadrados.

F₁ - Pois é ...

E - Como é que teria que fazê?

F₁ - Dois e vinte por um daria ...

E - É dois por um e vinte, né?

F₁ - É. Daria, quatro metros e quarenta, eu acho.

E - Como é, como é que tu pensou na tua cabeça?

F₁ - É assim ...

E - Prá fazê isso. Ele falou que dá... Não, é, é só prá vê por causa que eu não posso, senão eu não consigo vê. Ele disse que dá quatro...

F₁ - ... E quarenta.

E - E quarenta, né. E tem dois metros...

F₁ - Dá quadrado.

E - por um e vinte.

F₁ - É.

E - Ele tá dizendo também que dá quatro e quarenta, quadrado.

Com a palavra *quadrado*, o trabalhador enfatiza que a medida é em *metros quadrados*.

F₁ - Não dá quatro, dá dois e quarenta.

²⁶ No livro didático de Guelli (1998), para a 4ª série do ensino fundamental, “área de um polígono é a medida da região formada pelo polígono reunido com o interior desse polígono”.

Nesse momento, vê-se o trabalhador corrigindo a execução do seu plano de ação, o que mostra o seu controle em relação à atividade que está desenvolvendo. Para Galperin (1987), a correção da execução do plano de ação faz parte da compreensão da ação, ou seja, da base orientadora do processo de aprendizagem. Certamente, a teoria de Galperin é um instrumento de análise não só da atividade de estudo, mas também da atividade de trabalho.

E - Dois e quarenta?

F₁ - Dois e quarenta.

E - Dois e quarenta. Mas isso...

F₁ - Dois e quarenta quadrado.

É preciso chamar a atenção, mais uma vez, para a linguagem utilizada nesse contexto de trabalho. A palavra *quadrado* é utilizada por F₁ com o significado de *metro quadrado*, e a palavra *cubar*, para esse mesmo trabalhador, representa o processo de medir uma superfície.

A esse respeito, Grandó (1988) também verificou peculiaridades de linguagem na atividade de agricultor. Destacam-se como exemplos as palavras *esquadrear*²⁷, com o significado de transformar figuras (de triângulo ou de quadrilátero qualquer para retângulo); e *cubar*, com o significado de calcular a área. As duas palavras fazem parte da linguagem de um mesmo processo, ou seja, da atividade de determinar áreas de terras.

A seguir, apresentamos protocolos que mostram a atividade de dois agricultores desenvolvendo seus planos de ação para determinar áreas²⁸ (Grandó, 1988, p. 60, 78-79):

Exemplo 1: terreno em forma de quadrilátero, cujos lados medem 45 m, 35 m, 50 m e 15 m (situação apresentada pela entrevistadora, incluindo representação gráfica do quadrilátero):

Agricultor: Aqui vou ter que pegar ... vou somar 15, 35 com 15 (efetua a adição 35 + 15). **Aqui vou ter que dividir e fazer as parede iguais, né. Dividir por 2** (efetua a divisão 50 : 2).

Entrevistadora: **50 dividido por 2 quanto deu?**

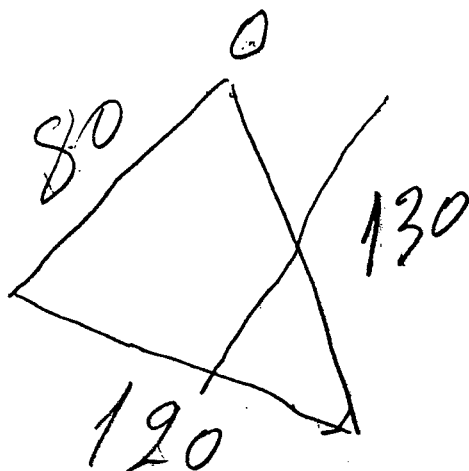
Agricultor: Aqui deu 45, dá 25. (...) **Agora tenho que achar essas parede aqui. 45 por 50, tem que somar, 95 ... dividido por 2. Dá 4, sobrou 15, dá 7 sobrou 1. Dá 47 e meio, então agora pego 47 e meio multiplicado por 25 (...)**

²⁷ *Esquadrear*, como conceito científico, significa *serrar ou cortar em esquadria (corte em ângulo reto)* (Holanda, 1986).

²⁸ Os processos utilizados por agricultores, no estudo de Grandó (1988), para determinar a área de quadriláteros e triângulos, foram retomados no estudo de Grandó e Moretti (1995), com análise no campo aritmético, geométrico e algébrico.

Exemplo 2²⁹: área de terra em formato triangular, cujos lados medem 130 m, 120 m e 80 m (situação apresentada pelo agricultor):

Agricultor: Aqui tem muita área de terra que é ansim, ponta, aqui dá 130 metros, aqui dá 120, aqui dá 80 metros, aqui dá zero, porque termina em ponta aqui, dá “zero”.



Agricultor: (...) 120 metros dividido por 2 dá 60 metros. 130 por mais 80, 210 dividido por 2 dá ... 105. Bom, a gente agora faz o 105 que seria a média aí, vezes o 60 que aqui ela foi tirada uma parte aqui, fosse esquadrejá, por que esse 120 aqui é zero, bota uma parte aqui e uma parte aqui dá 60 (60 no lugar de 120 e 60 no lugar de “0”). 6 vezes 5, 30; 6 vezes 1, 6 e 1, 7. Dá 7.300 metros quadrados. Essa área aqui que é um triângulo, né.

Entrevistadora: Quer dizer que vocês transformam num ...

Agricultor: Num quadrado, prá fazê as conta transforma num quadrado.

Entrevistadora: E depois então ...

Agricultor: A gente multiplica, cuba ela.

Entrevistadora: Multiplica. Depois que transformou, então aí foi só multiplicar?

Agricultor: Só multiplica. Acha a média, né, que depois que tu soma, multiplica a altura pela largura que aqui seria a altura (60) e aqui a largura (105) e multiplica, dá a quantia de metros; isso é metros quadrado.

Tanto no caso do quadrilátero como no caso do triângulo, os planos de ação são semelhantes e constam de duas etapas operacionais: a primeira para *esquadrejar* e a segunda para *cubar*.

Além de ser utilizada nas atividades de funilaria e de agricultura, encontra-se a palavra *cubar* na atividade de serraria, traduzindo o processo de determinação do volume de madeira. Vejamos o exemplo de um dos trabalhadores que participaram deste estudo.

²⁹ A representação gráfica do triângulo, a ser apresentada no decorrer da entrevista, não havia sido incluída no estudo original de Grando (1988).

S₃: 65 anos, sempre exerceu atividades relacionadas com serraria; escolaridade de quatro anos:

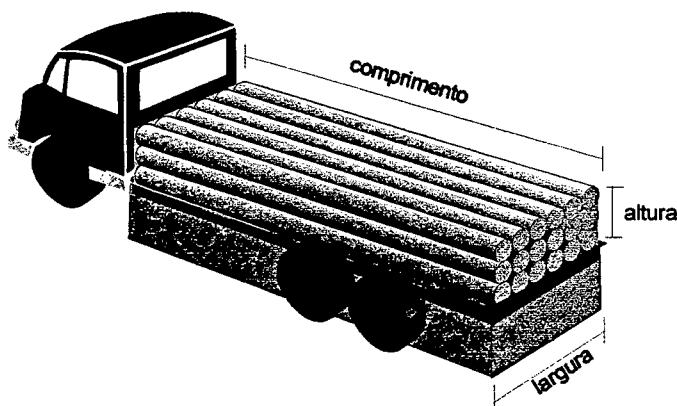
E - Se o senhor tivesse que calculá o volume de madeira de um caminhão carregado de toras.

S₃ - *Cubá ele!*

E - Como é que o senh... Seria interessante...

S₃ - *Mede, mede o comprimento a altura e a largura.*

A apresentação do desenho a seguir tem o objetivo de traduzir graficamente o pensamento desse trabalhador.



E - E a largura. E ...

S₃ - *Multiplica.*

E - *Multiplica.*

S₃ - *Entendeu?*

E - *Essa questão, essa questão é importante.*

S₃ - *Óia aqui, ó: Comprimento, largura e altura.*

E - *E altura...*

S₃ - *Multiplica dá tantos metro cúbico.*

No processo de raciocínio do trabalhador, o plano de ação e as respectivas operações que o executam trazem à tona, explicitamente, o modelo matemático mediatizado socialmente no “mundo científico”: *comprimento x largura x espessura* ($c \times l \times e$). As ações de S₃ mostram um planejamento que ultrapassa o plano visual-imaginativo e que, também, vai além do conhecimento cotidiano. A expressão lógico-verbal manifesta um nivelamento, uma identidade entre o conhecimento cotidiano e o conhecimento científico. Dito de outra forma, há uma unidade entre o volume como conhecimento cotidiano e o volume como conhecimento científico.

Como se pode perceber, *cubar*, no conhecimento cotidiano, tem um duplo significado, dependendo do tipo da atividade de trabalho. Assim, *cubar*³⁰ tanto pode significar o processo de medir superfície como o de medir volume, ou seja, está relacionado tanto ao conceito de *área* como ao conceito de *volume*. Em nenhum dos dois contextos, funilaria (F₁) e serraria (S₃), identificou-se uma representação mental traduzida como pseudoconceito em relação à palavra *cubar*; o que se identificou foram dois sujeitos num nível de desenvolvimento mental em que houve generalização tanto para o conceito de *área* (F₁) como para o conceito de *volume* (S₃).

Dando-se continuidade à entrevista de F₁ (da p.92):

E - E como é... E donde é que saiu dois e quarenta? Qual foi a ...

F₁ - É porque, é só medí o comprimento, né; dois por um e vinte, dá, dá dois e quarenta.

E - Sim, mas foi feito ali o que, uma... uma... uma adição, uma subtração, uma divisão, uma multiplicação, prá encontrá dois e quarenta?

F₁ - É uma ...

E - Tu tem idéia?

F₁ - Eu nem sei nem eu te explicá bem como é isso aí.

Constata-se que o trabalhador fez e refez as operações de seu plano de ação ao perceber que o resultado encontrado não está adequado, o que revela a capacidade de avaliar a atividade durante o processo e de redimensioná-la quando se faz necessário. No entanto, nesse momento, o seu nível de consciência metacognitivo o impede de explicitar seu plano de ação.

E - Ele disse "Não sei nem eu te explicá isso aí como é que é", mas ele disse que é dois e...

F₁ - Dois e quarenta.

E - Dois e quarenta. Qué dizê, cubado, né?

F₁ - Fosse ... forrá, por exemplo, aqui ... daria dois e quarenta porque é bem certo ...

E - Tá certo. Ele tá falando em forrá, qué dizê, tá mostrando com a mão, se fosse forrá toda a mesa, né, significa que tá se referindo à ... provavelmente, à área.

Além de determinar a *área*, esse trabalhador fornece um exemplo do que poderia fazer com a chapa de inox, que é um dos instrumentos de sua atividade. Mesmo não conseguindo explicitar as operações do seu plano de ação, mostra, verbal e gestualmente, que poderia cobrir a sua mesa de trabalho com o material em questão. Por essa razão, pode-se perfeitamente afirmar que esse trabalhador tem a representação mental do conceito de *área* como medida de superfície e o generaliza na sua atividade prática. De acordo com Krutetsky (1991), tal generalização é feita no plano visual-imaginativo.

³⁰ Pelo conhecimento científico, *cubar* significa *avaliar ou medir o volume de um sólido* (Holanda, 1986).

F₂: 48 anos, sempre exerceu a atividade de funilaria (de 37 a 40 anos); sua escolaridade é equivalente à 8ª série do ensino fundamental:

E - E se a gente quisesse sabê em função, digamos, da área dela?

F₂ - Sim, da área, como?

E - Não por peso. Se, se,... em termos, ... digamos de, de, de quanto tem, é uma medição, mas não em função do peso.

F₂ - Hmhm.

E - Em função da área mesmo.

F₂ - Sim a área dela dá um metro e vinte por ... por dois ...

E - Por dois.

F₂ - Ela daria dois metros ... dois metro e vinte.

E - Dois e vinte. Como é que o senhor ...

F₂ - Tá, ela dá ...

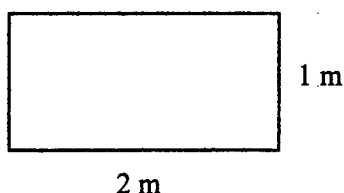
E - Que conta que o senhor, se o senhor ... eu tenho calculadora, se acaso precisá.

F₂ - Ela dá dois metros ...

E - Certo.

F₂ - Se ela fosse dois por um, ela daria dois por um, né? Um metro por dois.

O trabalhador toma o exemplo de uma chapa galvanizada de 2 m por 1 m , como uma maneira de analisar e generalizar, para o caso do exemplo dado (chapa de 2 m por 1,20 m). O desenho a seguir traduz a sua exemplificação:



F₂ - Mas ela tem um e vinte por dois. Então ela dá dois e vinte de área.

E - E dois, e esse dois e vinte seria o que? Metro ... que tipo?

F₂ - Sim, quadrado.

E - Que tipo de medida?

F₂ - É quadrado.

E - Metro quadrado?

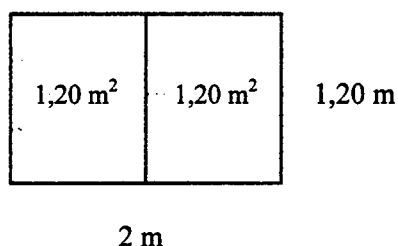
F₂ - Metro quadrado.

O trabalhador tem clareza da unidade de medida que está utilizando no seu plano de ação para determinar a área da chapa galvanizada; além disso, tem consciência da grandeza que está determinando.

E - Certo.

F₂ - Que ela dá um e vinte aqui, mais um e vinte, dá dois e quarent ... dá dois e quarenta.

O entrevistado refere-se a $1,20 \text{ m}^2$ em cada metade da chapa galvanizada, dividida verticalmente. O desenho que segue representa essa chapa galvanizada com suas respectivas medidas, bem como a separação mental em duas partes feita pelo trabalhador:



E - Dois e quarenta.

F₂ - É dois e quarenta.

E - E aí na sua cabeça, e aí na sua cabeça, o que que o senhor, assim, o senhor deve ter feito alguma conta, imagino eu.

F₂ - Hmhm.

E - Eu não consegui percebê se o senhor fez uma adição, se o senhor fez uma multiplicação. O senhor somou, o senhor multiplicou ... ?

F₂ - Não, eu fiz o seguinte. Eu fiz um e vinte por mais um e vinte. Dá dois e quarenta.

A explicitação “Eu fiz um e vinte por mais um e vinte” revela o processo analítico-sintético do sujeito, que pode ser representado matematicamente como:

$$1,20 \text{ m}^2 + 1,20 \text{ m}^2 = 2,40 \text{ m}^2.$$

F₂ - Dá dois e quarenta de área, né.

Essa última frase completa a explicitação da generalização do trabalhador em relação ao conceito de área.

Constata-se que tanto F_1 como F_2 mostram a capacidade de, durante o desenvolvimento do plano de ação, corrigi-lo ao se darem conta de que o seu pensamento está equivocado. Isso significa que, durante o processo, avaliam o desenvolvimento do seu plano de ação e retomam suas idéias num outro nível, adequando o seu pensamento à situação. Esse fato revela, de certa forma, o nível de consciência da atividade por parte desses trabalhadores.

Na discussão sobre a formação das ações mentais na atividade de estudo, Galperin (1987) destaca dois níveis de desenvolvimento: o das ações materiais e o do pensamento sobre essas ações. A passagem da ação objetual (ação material) para a ação

mental representa a transformação do processo material em processo psíquico. O autor divide a ação objetual em duas partes: a compreensão da ação e a sua execução (capacidade para realizá-la). A compreensão da ação representa a base orientativa e compreende a composição do quadro das circunstâncias, o esboço do plano de ação, o controle e a correção de sua execução. A teoria de Galperin (1987) contribui para a interpretação da atividade desses trabalhadores no que se refere à análise da base orientativa, principalmente na questão do controle e execução da ação.

F₃: 39 anos, sempre exerceu a atividade de funilaria (25 anos); tem escolaridade equivalente à 4ª série do ensino fundamental:

*E - É essa chapa de dois por um, se a gente quisé sabê quanto tem ali, quanto de material que tem?
Teria alguma maneira de...*

F₃ - O quadrado?

E - É. Isto. O quadrado.

F₃ - O quadrado?

E - Isto.

F₃ - Pois é, ela tem dois por um.

E - Isto.

F₃ - Então isso significa que ela tem dois metro quadrado.

Nessa etapa da entrevista, o trabalhador já mostra a sua generalização da atividade de determinar a medida da superfície. Essa é a atividade principal ou diretora, ou seja, descobrir quantos metros quadrados tem a superfície. Constatou-se que está muito claro para ele o que quer medir e com que medida vai medir, o que revela a sua representação do conceito de área como medida espacial.

A partir dessa parte da entrevista, a atividade principal não é mais a mesma; agora, a atividade consiste em explicar a descoberta da área da chapa galvanizada, o que fica claro na continuidade do protocolo.

E - Dois metro quadrado.

F₃ - Exato.

E - Como, como é que o senhor sabe? O que o senhor pensa aí na sua cabeça, prá sabê que dá dois "metro quadrado"?

F₃ - Dá dois metro quadrado se tu marcá um metro, um por um, coloca... Aqui tem um metro, né.

E - Certo.

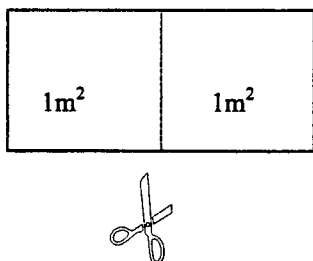
F₃ - E aqui tem dois.

E - Isso.

F₃ - Então tu marca aqui um metro de diagonal (está se referindo à vertical, mas fala diagonal) aqui e corta ela.

O trabalhador mostra, numa folha de papel, com as mãos, que, se cortá-la pela metade, cada parte ficará com um metro quadrado, uma vez que a chapa galvanizada

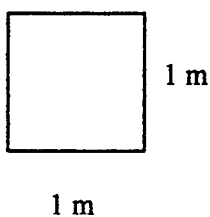
possui 2 m por 1 m. Isso evidencia o processo analítico-sintético na atividade de determinar a área, que pode ser graficamente mostrado como:



Percebe-se que F_3 está explicitando o seu conhecimento cotidiano (Vygotsky, 1993) acerca do conceito científico de área. Assim, é importante destacar que esse sujeito tem mentalmente representado o conceito de área com o mesmo significado e sentido.

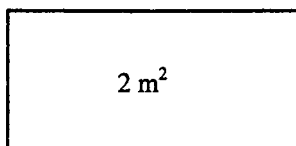
F_3 - Ai corta ela e daí dá um metro, então sobra um por um.

O sujeito refere-se ao corte da folha, mostrando que, depois de realizar tal ação, ainda ficará uma parte de 1 m por 1 m, ou seja, 1m^2 . Percebe-se que o trabalhador também tem a representação do conceito de *metro quadrado* como um quadrado de 1 m de lado. Podemos traduzir graficamente a sua representação do conceito de metro quadrado como:



E - Certo.

F_3 - Então são dois metro quadrado.



Está evidente o domínio que o trabalhador tem do seu conhecimento cotidiano. No início de sua fala, quando afirma “isso significa que ela tem dois metro quadrado”,

ele já havia explicitado sua representação em relação à área da chapa galvanizada. Ao ser questionado sobre seu plano de ação, apóia-se no concreto e tenta *abrir* seu pensamento para ser entendido; e esse *abrir* revela as operações mentais com as quais ele atinge seu fim, ou seja, descobrir a área de uma determinada chapa galvanizada.

O conhecimento desses trabalhadores (F_1 , F_2 e F_3) em relação ao conceito de área caracteriza-se, segundo Vygotsky (1993), como um conhecimento cotidiano, generalizado no plano visual-imaginativo (Krutetsky, 1991). Constatamos que cada um desses trabalhadores *transita* pelos conhecimentos subjacentes aos instrumentos de sua atividade-trabalho (chapa galvanizada e de inox), ou seja, o que compõe seu contexto sociocultural, as mediações sociais realizadas no seu mundo do trabalho.

A análise das representações mentais dos três sujeitos nos permite afirmar que eles têm consciência tanto da grandeza a ser medida como da unidade de medida a ser utilizada para tal. Nesse sentido, reportamo-nos ao estudo de Galperin (1987), que coloca a importância de termos em mente o que queremos medir e, ao mesmo tempo, com que medida podemos medir. Destacamos aqui que essa consciência é importante não somente para a atividade de trabalho, mas também, e principalmente, para a atividade de ensino-aprendizagem.

Segundo Galperin (1987), o nível de compreensão quanto à ação objetual determina a qualidade de execução por parte de cada um dos sujeitos. Assim, as diferenças que existem na compreensão da ação e na capacidade para realizá-la determinam as diferenças na forma como cada trabalhador descobre a medida da superfície da chapa galvanizada ou da chapa de inox.

7.3.2 – Na atividade de estudo

A análise do desenvolvimento mental dos estudantes em relação ao conceito de área terá com base a solução de duas situações-problema, uma envolvendo a área de uma chapa galvanizada e a outra, a área do assoalho de uma sala.

Situação 1:

Nas funilarias, um dos materiais básicos utilizados para a fabricação de canos de fogão, calhas, etc., é a chapa galvanizada, comumente chamada de zinco. Este material é comprado em folhas de, por exemplo, 2 m por 1 m, 2 m por 1,20 m e 3 m por 1 m.

- a) O que significa dizer que uma folha tem 2 m x 1,20 m? Represente-a através de desenho e indique suas medidas³¹.
- b) Qual é a área de uma chapa como essa? Como é que você descobriu?

A Tabela 4 apresenta o panorama geral das soluções dos estudantes.

Tabela 4: Soluções dadas pelos estudantes à situação 1.

| Área da chapa galvanizada: 2 m por 1,20 m | | | | |
|--|---------------|-------|-----------------|-------|
| Solução ³² | 1º ano (n=17) | | 7ª série (n=33) | |
| | nº | % | nº | % |
| Multiplicativa | 4 | 23,52 | 10 | 30,30 |
| Aditiva | 5 | 29,41 | 12 | 36,36 |
| Outra solução | 4 | 23,52 | 5 | 15,15 |
| Nenhuma | 4 | 23,52 | 6 | 18,18 |

³¹ Esta questão já foi analisada em 7.1.1, *representações gráficas de objetos bidimensionais*.

³² Na categoria *multiplicativa*, os planos de ação envolvem, como operação principal, a multiplicação; na categoria *aditiva*, os planos de ação envolvem somente adições de medidas; na categoria *outra solução*, os planos de ação não foram identificados.

A Tabela 4 mostra que os planos de ação identificados entre os estudantes distribuíram-se quase que proporcionalmente entre soluções multiplicativas e aditivas. Os modelos matemáticos detectados nesses planos de ação estão explicitados em seqüência com o respectivo número de estudantes que optaram por eles.

Tabela 5: Modelos matemáticos utilizados e número de estudantes.

| Solução | Modelo matemático ³³ | 1º ano | 7ª série |
|-----------------------|---------------------------------|--------|----------|
| Multiplicativa | $c \times l$ | 4 | 8 |
| | $(c + c) \times (l + l)$ | 0 | 2 |
| Aditiva | $c + l$ | 2 | 5 |
| | $c + c + l + l$ | 2 | 4 |
| | $(c + c)$ e $(l + l)$ | 0 | 3 |
| | $l + l$ | 1 | 0 |

Apesar de ter sido encontrado um maior número de estudantes cujos planos de ação envolvem o modelo matemático *comprimento x largura*, verifica-se que houve uma dispersão de soluções. Essa dispersão é significativa principalmente se considerarmos que tais números representam 9/17 e 22/33 dos estudantes do 1º ano e da 7ª série, respectivamente, em cuja solução foi possível identificar planos de ação.

Além disso, entre os 13 estudantes do 1º ano que forneceram alguma resposta, foram encontradas 11 diferentes respostas para o problema; na 7ª série, entre os 27 que resolveram a questão, foram identificadas 16 diferentes respostas.

Tomando-se o caso dos estudantes que optaram por solucionar o problema através de *comprimento x largura*, as respostas encontradas foram: 2,40; 2,40 m; 2,40² m; 240 m²; 2,80; 2,80 m².

É preciso ressaltar também que nenhum dos 12 estudantes cujo plano de ação envolveu um modelo matemático adequado (*comprimento x largura*) apresentou uma resposta correta (2,40 m²). Como se pode ver pelas respostas indicadas, as dificuldades se situaram ou na medida ou na unidade de medida de área.

³³ Nas equações matemáticas dessa tabela, c representa a medida do *comprimento* e l a medida da *largura*.

Outras respostas encontradas no 1º ano ou na 7ª série foram: 4,40 m; 122 m; 3,20; 3,20 m; 6,40 m; 6,40 m²; 9,60 m; 2,80 cm; 2,80 cm; 1,20 m; 2 x 1,20; 2 cm por 1,20 m; 2 m por 1,20 m; 4 m por 2,40 m.

A diversidade de respostas evidencia, também, diferentes planos de ação, sendo a maioria deles inadequados para a solução da atividade proposta. Alguns (4/17 dos do 1º ano e 8/33 dos da 7ª série), envolvendo $c \times l$, foram considerados significativos, mas nenhum deles se caracterizou como um plano de ação-resolução, uma vez que nenhum dos estudantes conseguiu determinar a área real da chapa galvanizada.

Esses resultados refletem contradições na atividade de ensino-aprendizagem do conceito matemático *área*, as quais, certamente, obstaculizam a organização de ações/procedimentos facilitadores de processos lógico-verbais e visual-imaginativos, ou seja, a interiorização de conceitos científicos. A atividade de ensino deveria proporcionar ao estudante a interiorização desses processos através da mediação com o conceito matemático de área para, então, estabelecer um plano de ação-resolução.

Em seqüência, apresentam-se alguns planos de ação que revelam alguns tipos de dificuldade dos estudante.

a) S₃ : 7ª série do ensino fundamental, 14 anos:

A área dessa chapa é de 6,40 m.
 Eu descobri que tinha que somar as duas
 larguras e as duas de comprimento

Esse tipo de plano de ação indica que a representação mental está relacionada com o conceito de perímetro, o que significa que não houve unidade entre a atividade de ensino e a atividade de aprendizagem em relação ao conceito de área.

b) S₁₄ : 7ª série do ensino fundamental, 13 anos:

largura e 2 m de comprimento. Se ela tem 1,20 m de largura ela ocuparia a área de 3,20 m de comprimento.

$$\begin{array}{r} 1,20 \\ - 1,20 \\ + 2,00 \\ \hline 3,20 \end{array}$$

Nesse plano de ação, identificamos duas dificuldades básicas em relação ao conceito de área como medida de superfície: a primeira diz respeito ao modelo matemático *comprimento + largura*, o qual revela a representação mental de *semi-perímetro*; a segunda é identificada na própria linguagem do estudante no momento em que verbaliza que a chapa ocupará uma *área* de 3,20 de *comprimento*. Além de confirmar a concepção aditiva, através da unidade de medida utilizada para medir a superfície (metro), esta segunda dificuldade revela uma contradição conceitual, na medida em que o estudante refere-se à área e ao comprimento como fazendo parte do mesmo sistema de conhecimentos.

c) S₃₂ : 7ª série do ensino fundamental, 13 anos:

A área dessa chapa é de 6,40 metros². Descobri somando todos os lados.

Ao contrário do exemplo anterior, este estudante utiliza-se de um plano de ação que envolve uma concepção aditiva, indicando o resultado em metros quadrados, como se se estivesse tratando de uma solução multiplicativa.

Dos três exemplos de planos de ação, nenhum deles é significativo em relação à atividade proposta, que envolvia a determinação de área. Sem contar as contradições entre medidas e respectivas unidades, eles envolvem a determinação do perímetro ou semiperímetro da chapa galvanizada.

d) S₂ : 7ª série do ensino fundamental, 13 anos:

A área de uma chapa é de 9,60 m. Eu descobri multiplicando largura x largura e comprimento x comprimento

É preciso destacar que a resposta encontrada não coincide com a explicitação do plano de ação do estudante, o que leva à pressuposição de que ele tenha utilizado o seguinte modelo matemático:

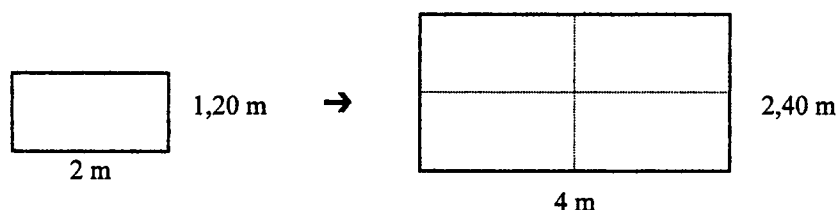
(largura + largura) x (comprimento + comprimento), ou seja,

$$(2 + 2) \times (1,20 + 1,20) = 4 \times 2,40 = 9,60.$$

De toda maneira, além da dificuldade no próprio plano de ação, identifica-se uma dificuldade na sua explicitação, o que demonstra a falta de consciência de sua operacionalização. Esse plano de ação não é significativo, uma vez que quadriplica a área real da chapa galvanizada. Observemos a transformação operada:

Objeto real: 2 m x 1,20 m

Objeto transformado: 4 m x 2,40 m



e) S₃ : 1º ano do ensino médio, 16 anos:

2m x 1,20m

2,40m

*DESCOBI MULTIPLICANDO A BASE VEZES
A ALTURA.*

Esse plano de ação envolve um modelo matemático significativo, ou seja, tem relação com a solução da atividade proposta. No entanto, apresenta uma contradição interna entre a medida de área e a respectiva unidade, não havendo coerência entre o

modelo matemático utilizado e a medida de área. Dito de outra forma, a operação mental indica também uma contradição entre a concepção multiplicativa e a aditiva, uma vez que, ao multiplicar duas medidas de comprimento, ele obtém uma medida cuja unidade é de mesma grandeza. Matematicamente, o produto de duas medidas de comprimento resulta em uma medida de outra grandeza, ou seja, de superfície.

Por esse último plano de ação, percebe-se que apropriar-se do modelo matemático *comprimento \times largura*, ou *base \times altura* pode não significar internalização do conceito de *área*. Um modelo matemático/fórmula/algoritmo, como é o caso de $c \times l$, representa apenas uma maneira de determinar a medida de uma superfície retangular, por exemplo, e tê-lo em mente não significa tê-lo apropriado com significado. Há outros níveis de conhecimento, além de algoritmos ou fórmulas, que fundamentam o conceito de área.

Antes de mais nada, a atividade de ensino-aprendizagem precisa envolver o significado do conceito de área como medida de superfícies. Além disso, precisa envolver a identificação do tipo de medida ou de unidade que possibilita medir superfícies (neste caso específico, superfícies planas).

Ao tratar especificamente do número como resultado de uma medição, Galperin (1987) explicita essa preocupação, destacando a importância de distinguir *o que medir e com que medir*.

Situação 2:

O assoalho da sala de uma casa tem 5 m por 8 m.

d) E qual é a sua área? Como você fez para resolver esta questão?

A tabela a seguir mostra o panorama geral das soluções.

Tabela 6: Soluções dadas pelos estudantes à situação 2.

| Área do assoalho de uma sala de 5 m por 8 m | | | | |
|---|---------------|-------|-----------------|-------|
| Solução ³⁴ | 1º ano (n=15) | | 7ª série (n=33) | |
| | nº | % | nº | % |
| Multiplicativa | 7 | 46,66 | 7 | 21,21 |
| Aditiva | 3 | 20 | 10 | 30,30 |
| Outra solução | 2 | 13,33 | 4 | 12,12 |
| Nenhuma | 3 | 20 | 12 | 36,36 |

Comparado aos resultados da situação anterior, vemos que o quadro geral se alterou: no 1º ano, diminuíram os planos de ação com solução aditiva e aumentaram os de solução multiplicativa; ao contrário, na 7ª série, diminuiu o número de planos de ação com solução multiplicativa e, ao mesmo tempo, dobrou o número de estudantes que não resolveu a questão.

Os modelos matemáticos identificados nos planos de ação, com respectivo número de estudantes em cada um deles são mostrados na tabela a seguir.

Tabela 7: Modelos matemáticos utilizados e número de estudantes.

| Solução | Modelo matemático ³⁵ | 1º ano | 7ª série |
|-----------------------|---------------------------------|--------|----------|
| Multiplicativa | $c \times l$ | 6 | 5 |
| | $(c \times l) \times (c : l)$ | 0 | 1 |
| | $(b \times a) : 2$ | 1 | 1 |
| Aditiva | $c + l$ | 2 | 4 |
| | $c + c + l + l$ | 1 | 5 |
| | $(c \times c) + (l \times l)$ | 0 | 1 |

³⁴ Na categoria *multiplicativa*, os planos de ação envolvem operações de multiplicação ou de divisão; na categoria *aditiva*, envolvem, como operação principal, adições de medidas; na categoria *outra solução*, não foram identificados.

³⁵ Nas equações matemáticas dessa tabela, c representa a medida do comprimento, l a medida da largura e b a medida da base.

Apesar de essa situação ser menos complexa que a anterior, principalmente em razão da magnitude das medidas, que envolvia números decimais, foram também identificados seis modelos matemáticos nos planos de ação dos estudantes. Três se repetiram (1°, 4° e 5°) e outros três são novos (2°, 3° e 6°) em relação à situação anterior. Em vista disso, a coerência dar-se-á somente levando em conta planos de ação que utilizaram os modelos matemáticos $c \times l$, $c + l$ ou $c + c + l + l$.

Nessa situação, também se verificou uma variedade de respostas dentro de cada modalidade de solução, porém em número ligeiramente menor do que na situação 1. Na situação 1, 12/50 dos estudantes (24%) incluíram em seus planos de ação o modelo matemático *comprimento x largura*, porém nenhum deles desenvolveu um plano de ação-resolução. Nessa segunda situação, 11/48 dos estudantes (22,91%) utilizaram esse mesmo modelo matemático e três deles (dois do 1° ano e um da 7ª série = 6,25%) desenvolveram planos de ação-resolução. Vale ressaltar que são considerados planos de ação-resolução aqueles planos de ação que levaram os estudantes a determinar a área real do assoalho.

Em seqüência, selecionamos exemplos que permitem a análise de algumas das dificuldades que os estudantes apresentaram em seus planos de ação.

a) S₆: 1° ano do ensino médio, 15 anos:

13 metros quadrados

A resposta desse estudante, que não explicitou seu plano de ação, mostra uma representação mental vinculada a uma concepção aditiva ($8 \text{ m} + 5 \text{ m}$) e em cuja soma a unidade ficou transformada em uma medida de grandeza diferente. Dito de outra forma, a adição de duas medidas de comprimento gerou uma medida de superfície (m^2), o que revela uma contradição na representação do conceito de área.

b) S₃: 7ª série do ensino fundamental, 14 anos:

26 m²

Eu somei as larguras e os comprimentos.

Também aqui vemos uma contradição na representação mental do estudante. O plano de ação envolve uma composição de medidas (Vergnaud, 1994, p.133) de comprimento que deveria determinar uma medida de mesma grandeza, ou seja, de comprimento. No entanto, o resultado dessa composição de medidas é indicado com uma unidade de medida de superfície, metro quadrado, o que mostra uma incoerência no seu plano de ação.

c) S₁₅ : 1º ano do ensino médio, 15 anos:

A área é de 20m.
Fiz a base x altura ÷ 2

O estudante apresenta dois níveis de dificuldade: a primeira quanto ao plano de ação, que corresponde à determinação de área de triângulos; a segunda quanto ao resultado, que indica uma medida de comprimento.

d) S₁₅ : 7ª série do ensino fundamental, 12 anos:

Sua área é de 20 m. Multiplicando suas medidas, chegando a um resultado de: P = 160 m² e A = 20 m.

O plano de ação do estudante mostra, na sua operacionalização, um produto de medidas de comprimento com incoerência na unidade indicada. Tal incoerência revela a falta de unidade no processo ensino-aprendizagem. O estudante, nesse caso, demonstra saber que é preciso multiplicar as duas medidas de comprimento para obter a área/ medida da superfície, contudo não tem consciência do tipo de medida a ser utilizada para tal atividade.

e) S₂₉ : 7ª série do ensino fundamental, 15 anos:

Sua área é de 40 m². Multipliquei um comprimento pelo outro.

Esse exemplo de plano de ação-resolução revela a generalização do conceito de área para a situação, o que mostra a unidade entre o processo de ensino e o processo de aprendizagem.

Considerando as situações 1 e 2 entre as duas turmas, foram identificados planos de ação com nove diferentes modelos matemáticos. Além dessa diversidade, houve também muita variação em termos de respostas, o que ocorreu tanto em relação às medidas encontradas como às unidades de medida indicadas.

Conclusões sobre a representação mental dos estudantes

Com base nos resultados das duas situações, é possível chegar a algumas conclusões quanto às representações mentais dos estudantes em relação ao conceito de área.

Dentre os 14 estudantes do 1º ano que estiveram presentes na aplicação das duas situações, apenas quatro mostraram coerência quanto aos modelos matemáticos utilizados em seus planos de ação. Para esses, a área de retângulos é determinada pela multiplicação da medida do comprimento pela medida da largura ($c \times l$).

Na 7ª série, 11/33 dos estudantes mostraram coerência em relação aos modelos matemáticos de seus planos de ação, conforme a identificação que segue:

- a) $c \times l \rightarrow 5$ estudantes;
- b) $c + l \rightarrow 3$ estudantes;
- c) $c + l + c + l \rightarrow 3$ estudantes.

Dentre os três modelos matemáticos identificados na solução das duas situações-problema, o único que permite a determinação da medida de uma superfície plana é $c \times l$. Destaca-se que tal modelo está presente nos planos de ação de somente 28,57% dos estudantes do 1º ano e de 15,15% dos da 7ª série.

Apesar da coerência observada entre esses estudantes quanto aos modelos matemáticos utilizados, constataram-se algumas dificuldades na operacionalização de seus planos de ação. Essas estão relacionadas com as operações matemáticas das medidas indicadas ou com a própria unidade de medida de área. Em consequência

dessas dificuldades, nenhum dos estudantes, tanto do 1º ano quanto da 7ª série, conseguiu obter o resultado correto para as duas atividades propostas. Assim, constatou-se que nenhum deles conseguiu desenvolver planos de ação-resolução para as duas atividades propostas, ou seja, para as situações-problema envolvendo a determinação da área da chapa galvanizada e do assoalho.

Como exemplo, entre os estudantes cujo plano de ação envolveu *comprimento x largura*, observou-se que, na 7ª série, 4/5 deles não tiveram dificuldades nas operações matemáticas das medidas, mas indicaram como unidade de área o *metro* para as duas situações; o quarto estudante indicou 2m para a primeira e m^2 para a segunda situação.

No 1º ano, dos quatro estudantes, dois indicaram como unidade o *metro* nas duas situações; o terceiro indicou *metro quadrado* na primeira situação e *metro* na segunda; o quarto estudante não indicou unidade na primeira situação e *metro quadrado* na segunda. Dois estudantes do 1º ano mostraram dificuldade na multiplicação de 2 m por 1,20 m, encontrando como medida o número 240.

Por outro lado, para 18,18% (6/33) dos estudantes da 7ª série, o conceito de área está relacionado ao perímetro ou ao semiperímetro, o que mostra flagrantemente a falta de internalização do conceito de área como medida de superfície. Segundo os estudos de Vygotsky (1995), esses estudantes encontram-se numa etapa anterior à dos pseudoconceitos.

Identificamos três grupos de estudantes de acordo com o nível de desenvolvimento mental real em relação à determinação da medida da superfície de um retângulo, ou seja, em relação ao conceito de área:

1) estudantes cujos planos de ação envolvem um modelo matemático aditivo:

$$c + l \text{ ou } c + l + c + l;$$

2) estudantes cujos planos de ação envolvem ora um modelo matemático aditivo, ora um modelo matemático multiplicativo: $c + l$ ou $c \times l$ ou vice-versa;

3) estudantes cujos planos de ação envolvem o modelo matemático multiplicativo $c \times l$.

O desenvolvimento mental real dos estudantes de cada um desses grupos caracteriza-se, então, pelo grau de generalização na apropriação do conceito de área como medida de superfície.

Os planos de ação do primeiro grupo mostram que a atividade de ensino-aprendizagem não proporcionou os elementos necessários para a elaboração de uma base orientativa (Galperin, 1987) que lhes possibilitasse a determinação da medida de superfícies planas; não houve unidade entre a atividade de ensino e a atividade de aprendizagem. Nos planos de ação desses estudantes, estão subjacentes modelos matemáticos que servem para determinar perímetro ou semiperímetro de figuras geométricas planas retangulares.

Os planos de ação do segundo grupo mostram a instabilidade na generalização, que não é a mesma para o mesmo tipo de situação-problema. Esses alunos estão na etapa de generalização dos conceitos científicos caracterizada por Vygotsky (1995) como *pensamento por pseudoconceitos*. Nela, não há generalização do conceito de área; não há, ainda, uma idéia abstrata do objeto área para todas as situações.

O terceiro grupo caracteriza-se por um nível mais elevado de generalização. Os estudantes que o compõem se subdividem em três subgrupos:

- 3.1) utilização de unidade de medida adequada: metro quadrado;
- 3.2) instabilidade no uso de unidade de medida: metro ou metro quadrado;
- 3.3) inadequação no uso da unidade de medida: metro.

Os estudantes que, no seu plano de ação, utilizam o modelo matemático *comprimento x largura* e, no seu resultado, indicam uma unidade de medida de comprimento, no caso o *metro*, não organizaram ainda a base orientativa da atividade de aprendizagem. Esses se apropriaram de um modelo matemático que possibilita a determinação da medida de superfície (retângulos), mas não conseguem relacioná-lo com a medida que permite medi-la, o que significa que não houve interiorização - transformação - da ação objetual para o plano intelectual do conceito de área como medida de superfície (Galperin, 1987, p. 127-128).

Os planos de ação-resolução envolvendo o modelo matemático *comprimento x largura* e a indicação de uma medida de superfície adequada caracterizam os estudantes em cujo desenvolvimento mental houve a organização de uma base orientativa da atividade de estudo (Galperin, 1987, p. 127). Esses internalizaram o conceito de área como medida de superfície; para eles, houve unidade entre a atividade de ensino e a atividade de aprendizagem, garantindo a organização de planos de ação-resolução.

Certamente, as mediações instrumentais e sociais de que esses estudantes fizeram parte estavam em consonância com o seu nível de desenvolvimento proximal (Vygotsky, 1993, p. 238).

Os estudantes cujo plano de ação-resolução envolve o modelo matemático *comprimento x largura*, mas a unidade de medida indicada no resultado encontrado oscila entre metro e metro quadrado, estão numa etapa intermediária em relação àqueles que organizaram a base orientativa e internalizaram o conceito de área e àqueles que não organizaram a base orientativa. Tais estudantes estão numa fase de transição quanto à generalização do conhecimento científico visado.

Conclusões sobre estudantes e trabalhadores

A diferença fundamental entre o pensamento dos trabalhadores e o dos estudantes que participaram deste estudo é que os trabalhadores têm clareza do que pretendem determinar/medir e também da medida necessária para isso, mostrando que o conceito envolvido - neste caso, o de *área* - foi generalizado e, de acordo com Krutetsky (1991), no plano visual-imaginativo. Já os estudantes, mesmo aqueles que utilizam um modelo matemático adequado, apresentam dificuldades ou na medida ou na unidade de medida, o que mostra dificuldades no próprio conceito de área subjacente à situação-problema.

A generalização do conceito de área como medida de superfície é um processo de pensamento que envolve várias abstrações, como, por exemplo, o que é uma superfície, como se medem superfícies planas, com que medidas se pode medi-las e, até mesmo, a compreensão de que o resultado se compõe de uma medida e da correspondente unidade de medida. O modelo matemático, nesse processo, traduz uma síntese do pensamento e integra o conceito (de área).

Observou-se entre os trabalhadores que, apesar de estabelecerem planos de ação diferenciados, cada qual revela o significado e o sentido dos conhecimentos/conceitos envolvidos. O mesmo já não acontece com os estudantes, cujos planos de ação revelam a falta de compreensão do significado dos conceitos científicos e, em consequência, eles não lhes imprimem um sentido (adequado).

7.4 – Sobre o conceito de volume

Volume é um conceito científico que, normalmente, faz parte dos programas de 5ª a 8ª série do ensino fundamental. Há escolas em que esse conceito faz parte da atividade de estudo da 5ª série; outras, da 6ª série e, em outras, até mesmo das séries seguintes. Em livros didáticos, geralmente o conceito é apresentado para a 5ª série³⁶.

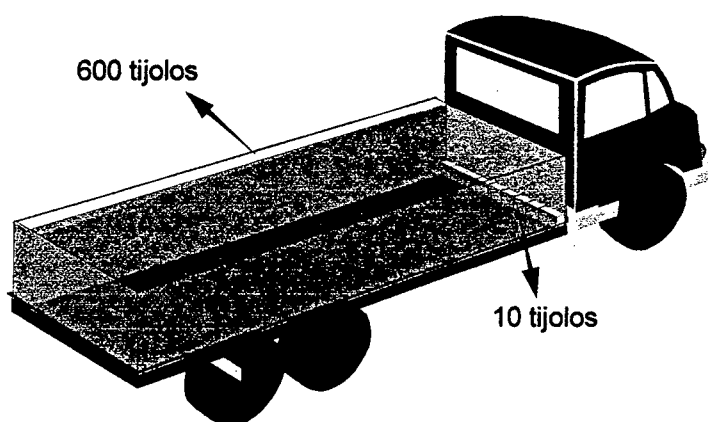
Há, no entanto, outros contextos, além da escola, em que o volume é utilizado, como é o caso de olaria, serraria, funilaria, construção civil, agronomia, engenharia, entre outros.

Apesar de ser utilizado tanto na atividade de estudo como em atividades de trabalho, há uma diferença básica em relação ao objeto e ao objetivo em ambos. Na escola, volume é objeto de conhecimento cujo objetivo está relacionado diretamente com a apropriação ou internalização do referido conceito por parte do aluno. Por sua vez, nas atividades profissionais, volume não é objeto direto de conhecimento; assim, quando de sua utilização, não se busca a apropriação do conceito, mas, sim, a sua aplicação prática. Em olarias, por exemplo, determina-se o volume de tijolos de um caminhão quando da entrega do produto vendido; em serrarias, o volume de madeira de um caminhão quando do recebimento de uma carga de madeira bruta, para conferir se essa está completa. Nesses casos, a preocupação não é com o conceito e, sim, com a atividade de trabalho, a qual, sem dúvida, envolve o conceito. A atividade de trabalho, nesse caso, revela a generalização do conceito.

Em seguimento, analisaremos a representação do conceito de volume de estudantes e trabalhadores, análise que está dividida em volume como um processo de contagem e volume como grandeza tridimensional (Vergnaud, 1983b, p. 22-23).

Nas olarias, a transação comercial é feita tendo como base o preço do milheiro. É preciso, então, descobrir a quantidade de tijolos, ou seja, quantos milheiros podem ser carregados numa determinada carroceria. Nesse caso, a determinação do volume tem como unidade o tijolo. Dessa forma, *comprimento*, *largura* e *altura*, que são multiplicadas entre si, representam o número de vezes que o tijolo cabe no comprimento, na largura e na altura a carroceria. No caso de volume como grandeza

³⁶ Como exemplo, Guelli (1997), em seu livro de 5ª série, apresenta o conceito de volume como *a medida do espaço ocupado por um sólido*.



Percebe-se que, nessa primeira parte, a atividade de carregar seis mil tijolos foi criada pelo oleiro para explicitar as suas ações (sua representação mental) diante de uma situação abstrata; assim, ao mesmo tempo em que simula uma situação-problema concreta, resolve-a. Ele não esclarece a operação mental feita para descobrir quantos tijolos serão colocados pela dimensão altura (por pilha); por isso, uma parte dos processos de análise e síntese fica apenas implícita. É possível que ele tenha usado uma divisão ou, até mesmo, uma multiplicação (tentativa e erro); por outro lado, parece que o processo de solução já estava representado mentalmente. Mesmo assim, certamente, em algum momento de sua atividade de oleiro, esse tipo de situação tem se apresentado, havendo a necessidade de ele desenvolver um processo de solução.

E - Como que seria, digamos ali no seu, no, no, no, se o senhor faz na folha aqui, eu prefiro seu Calcing.

O₁ - Na folha?

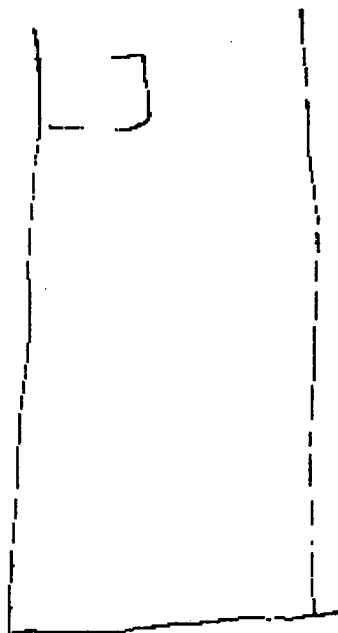
E - Eu prefiro porque daí eu fico com os desenhinho, do jeito que for, mas...

O₁ - É, eu vô fazê numa carroceria né?

E - Isso. Essa questão é bem interessante entendê.

O₁ - O caso é o seguinte: então ele tem que, conta daqui aqui, ó ...

Nesse momento da entrevista, O₁ representa a carroceria de um caminhão e mostra, ao longo do lado maior, em que parte dela colocaria os tijolos, ou seja, pelo comprimento. Observe-se que tanto a carroceria como os tijolos são representados como se fossem objetos bidimensionais.



E - Ali pelo comprimento né, do caminhão, da carroceria?

O₁ - É, esse comprimento. E, é, eu faço assim, né. Coloco uma filera, depois uma de largura.

E - E essa filera, no caso, se for esse tijolo, como é que vai?

O₁ - Esse, no caminhão, dá dez filera.

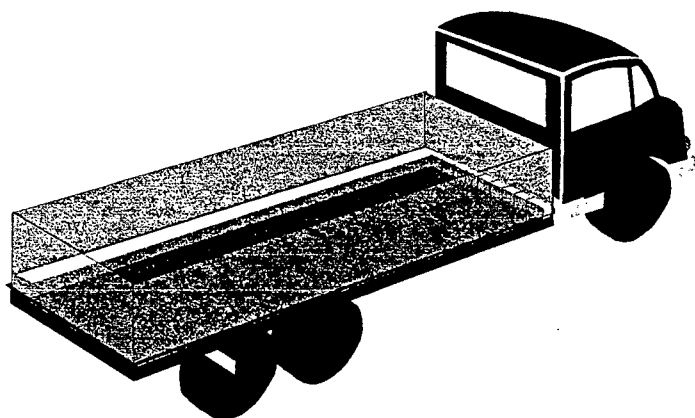
E - Mas assim, digamos o senhor bota ... que a outra vez eu não entendi, já, uma outra parte. É assim, assim...

O₁ - É assim, é assim de quina.

E - Ah, tá.

O₁ - E daí tu conta, né. E aí dá todas filera igual.

Quando o trabalhador diz que “dá todas filera igual”, está se referindo ao número de tijolos da largura da carroceria, o que equivale ao número de fileiras pelo comprimento, assim representado graficamente:



E - Então, no caso, aqui, quanto que o senhor disse que dá, pelo comprimento?

O₁ - No nosso caminhão dá oitenta e cinco tijolo.

E - Oitenta e cinco tijolos aqui de comprimento.

O₁ - É.

E - Deixa eu explicá um pouquinho aqui. Ele ... seu Calceng tá me explicando, que o tijolo que ele diz no comprimento, ele põe no chão, a parte mais, no caso a espessura, e na parede do caminhão, fica o fundo do tijolo. Prá podê entendê depois prá ... quando eu for estudá. Então dá mais ou menos oitenta e cinco ...

O₁ - Dá oitenta e cinco por dez de largura.

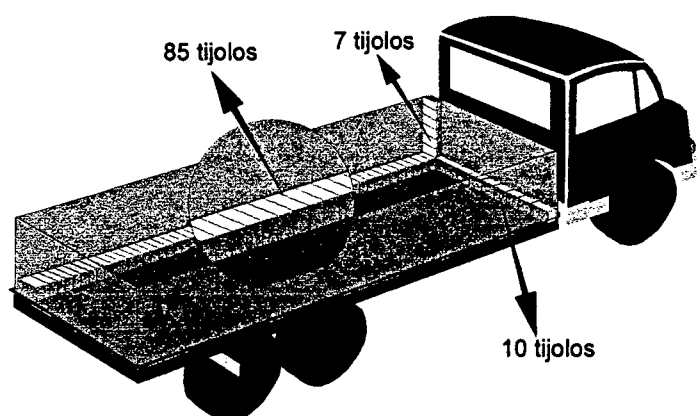
E - Por dez de largura ... porque na verdade aqui vai ficá tudo assim, né.

O₁ - Todos assim.

E - Todos assim. Por dez de largura. E depois...

O₁ - E ... sete de altura.

E - E sete de altura.



Analisando essas duas últimas partes do protocolo, pode-se distinguir claramente os fins parciais do fim geral (Leontiev, 1978, p. 84): o fim geral é o de carregar o caminhão; já as contagens de tijolos pelo comprimento, pela largura e pela altura da carroceria se caracterizam como fins parciais. É preciso destacar que a atividade de carregar o caminhão inclui a previsão do volume de tijolos que caberão em sua carroceria.

O₁ - E daí faz a conta que dá certo, seis mil, seis e cem, por ali.

E - E que conta que o senhor faz?

O₁ - Oitenta e cinco por sete.

E - No caso, vezes sete.

O₁ - Vezes sete, e depois vezes dez!

E - E vezes dez.

Assim, determinar o número de tijolos a serem carregados integra a atividade principal de carregar o caminhão. A *contagem* do total de tijolos, traduzida como o

volume de tijolos ou a capacidade da carroceria, também é um fim parcial da atividade principal de uma olaria, que, nesse caso, é produzir tijolos.

O₁ - É simples! Uma contazinha bem simples.

E - Certo. Hmhm.

O₁ - Agora no tijolo maciço já dá o onze, filera; daí muda.

E - Hum.

O₁ - Mas é sempre assim: a altura, vezes o comprimento, vezes a largura.

E - Então, primeiro vê a questão do peso, e além disso, e além disso faz também essa contagem?

O₁ - A capacidade do caminhão que ele carrega, né.

Numa análise mais apurada, vê-se que a clareza de consciência permite que O₁, além de explicitar o resultado dos processos de análise-síntese, de abstração e de representação das unidades de ação, revele o processo de generalização do conceito de capacidade ou volume quando culmina com a frase “Mas é sempre assim: a altura, vezes o comprimento, vezes a largura”.

O₂ - 56 anos, empregado, sempre exerceu a atividade de oleiro; nível escolarização de 1^a série do ensino fundamental incompleta:

E - Em vez de ser, em vez de ser por peso, seu Marini ...

O₂ - Sim.

E - De um outro jeito; pelo número de tijolos, digamos assim, como é que eu saberia, quantos tijolos têm aqui numa carroceria, ou quantos eu posso botá?

O₂ - É que a gente faz o seguinte, vamos supor, tu não pode carregá mil né, tem que fazê duas viagem, pode botá só quinhento.

E - Isso, isso.

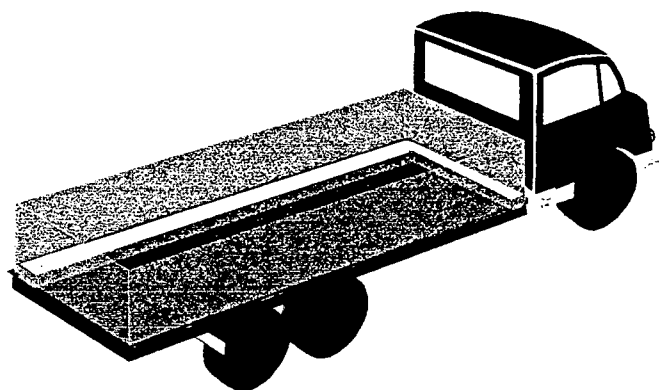
O₂ - E daí eu boto uma carreira em cima ...

E - Hmhm.

O₂ - Fora a fora, conto. Dá tanto, né. Daí vejo quanto que vai de largura ...

E - Certo.

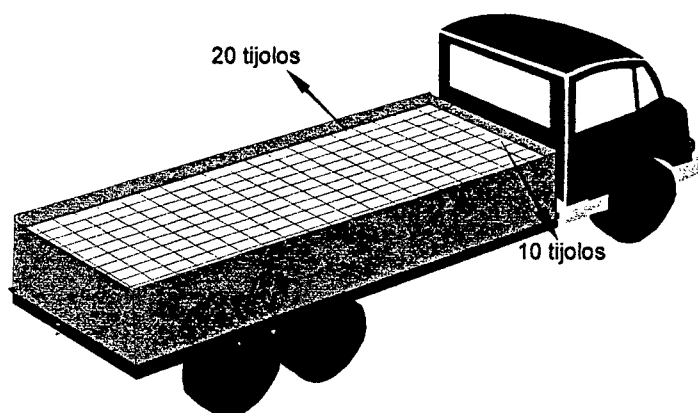
O sujeito refere-se a uma fileira de tijolos pelo comprimento da carroceria e uma pela largura; assim, está se referindo aos fins parciais da atividade, como se pode visualizar na representação gráfica a seguir.



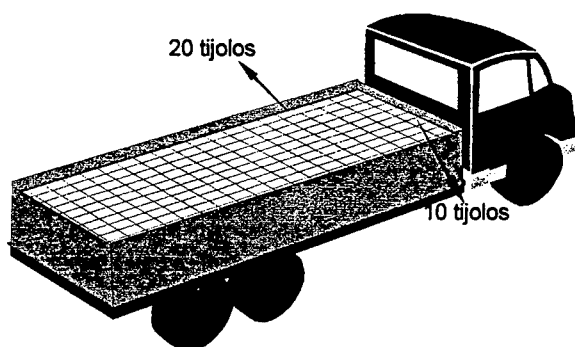
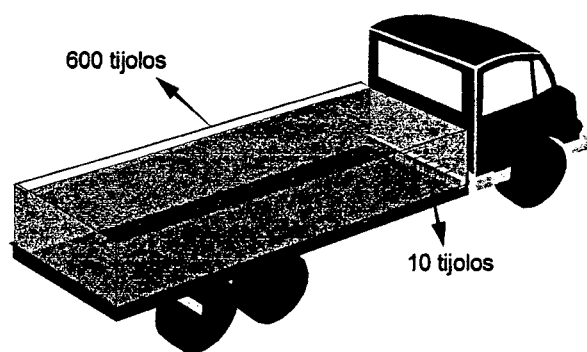
O₂ - daí faz a conta dá tanto. Vai faltá mais, mais duzentos tijolo. É dez carrera, bota mais vinte cada carrera em cima, então dá, dá certo.

E - Certo. Então ...

O₂ - Confere em cima do caminhão.



Observe-se que a representação dessa atividade tem particular semelhança com a representação da primeira parte do protocolo de O₁ (p.115). No caso de O₁, o total de tijolos (seis mil) deveria ser distribuído em dez pilhas/camadas verticais pelo comprimento da carroceria; nesse segundo caso, para completar a carga, é preciso distribuir duzentos tijolos numa última camada horizontal, tendo como base também um número já definido de tijolos pela largura. Tanto num caso como no outro, os fins parciais são abstraídos para representar o fim geral (carregar o caminhão). A atividade dos dois trabalhadores está sintetizada graficamente em seqüência.



O₃ - 24 anos, empregado, sempre exerceu a atividade de oleiro; nível escolarização de 1^a série do ensino fundamental incompleta (reprovou na 1^a série, matriculou-se novamente, sem completar o ano letivo):

E- Como carregam no caminhão?

O3- Conta as carreras. Dá 150 por carrera, daí faz a conta prá vê quanto dá a carga, 7, 8 mil, 5 mil, aí faz a conta.

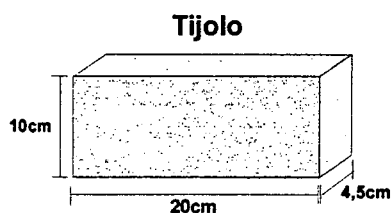
E- Digamos que isso aqui (recipiente de acrílico - paralelepípedo de base retangular) fosse a carroceria, onde é que tu estás me dizendo que são as carreiras?

O3- As carrera ela vai acompanhando, o caminhão, ela fica encostada assim daí ela vai ...

E- Ao longo da carroceria?

O3- É (refere-se ao comprimento da carroceria).

E- E como é que coloca o tijolo? Digamos que aqui fosse (mostra os tijolos um ao lado do outro que estão na mesa, com a face média como base)...



O3- Ele vai como tá o tijolo.

E- Como tá assim?

O3- É, como ele tá assim.

E- (na parede da carroceria, ou seja, na lateral fica a face menor do tijolo) Então, por carreira vai em média quantos tijolos?

O3- 144.

E- E depois, e depois prá chegá a um total?

O3- Vai 4 de altura, dá 48 carreira.

E- 4 de altura. Altura do mesmo jeito né?

O3- É.

E- E no caso ...

O3- E assim no comprimento tu qué dizê?

E- É.

O3- 10

E- 10 ... ?

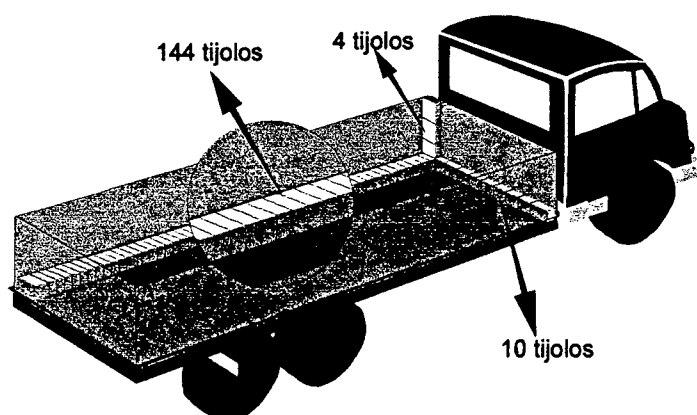
O3- de largura.

E- De largura. Então vai 10 de largura, 4 de altura e 144 ...

O3- de carreira.

E- No comprimento total do caminhão, na carroceria né, a parte mais comprida?

O3- Sim.



Até esta etapa da explicitação, vê-se o sujeito em busca de seus fins parciais, ou seja, a indicação do número de tijolos em cada dimensão da carroceria.

E- E daí, como é que a gente sabe quantos tijolos têm nesse caminhão?

O3- Aí tem que fazê a conta prá ...

E- E qual é a conta que tem que fazê?

O3- Aí faz 140 por 30, as carreira, ou 32 conforme.

E- No caso aí, neste caso, de 144 carreiras né, por 4 de altura e por 10 de largura, como é que ...

O3- 140 por 40.

E- Faz uma adição, uma multiplicação ... Esse 140 ou 144?

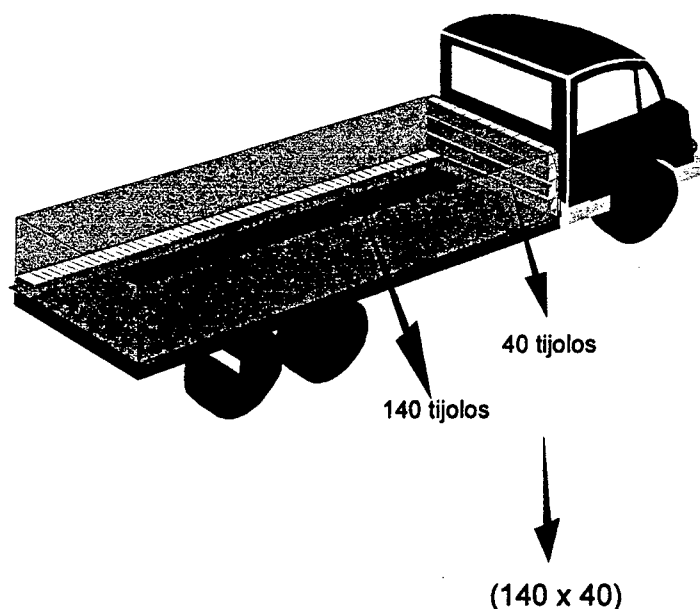
O3- 140 ou 144.

E- Digamos 140 por 40, esse por é uma multiplicação ou uma adição ...

O3- Sim, claro!

E- Uma multiplicação?

O3- É.



Subjacente a essa segunda parte, podemos perceber uma síntese geral com a coordenação das três dimensões de forma associativa. O oleiro coordena, inicialmente, a largura e a altura, através da multiplicação do número de tijolos pela largura e do número de tijolos pela altura ($c \times a$); num segundo momento, coordena esse produto com o comprimento através do número de tijolos pelo comprimento.

O modelo matemático que traduz essas coordenações é $c \times (l \times a)$.

b) Atividade de contagem de tijolos de um caminhão carregado

E - Tá certo. E se eu quero o caminhão, digamos, carroceria bem cheia então eu tenho que sabê pelo ...

O₂ - Conta uma carreira ...

E - Uma carreira ...

O₂ - Quanta de altura ...

E - Ah, e quanto de altura e quanto de ...

O₂ - De largura.

Identificam-se aqui os fins parciais da atividade. É possível verificar que as operações de contar os tijolos em cada carreira, nas três dimensões, não são isoladas mentalmente uma da outra; ao contrário, são coordenadas entre si, o que permite que sejam abstraídas.

E - De largura. E depois? E aí o que que eu faço com esses números?

O₂ - (pausa)

E - Assim, eu sei quanto deu de comprimento ...

O₂ - Sim.

E - ... quanto deu de largura, e quanto deu de altura, né?

O₂ - Faiz, má faiz a conta!

E - Ah, fazê a conta. Que conta que tem que fazê?

O₂ -(ri) Fazê as conta, a conta ... prá vê quanto, quanto que dá!

E - Certo. Mas assim, como que o senhor faz, na sua cabeça? Eu não posso adivinhar, né? (E e O₂ riem) Se eu tenho que somá, se eu tenho que multiplicá, como é, que conta que é?

O₂ - Má eu faço, eu faço na cabeça mesmo.

E - Na cabeça. Então vamos dizer ...

O₂ - Se eu faço na cabeça, aí eu vejo que não dá, daí eu faço com o lápis ...

Atente-se para o fato de que o sujeito refere-se à representação mental e à representação gráfica como opções de registro, ou seja, como uma espécie de memória lógica de suas operações.

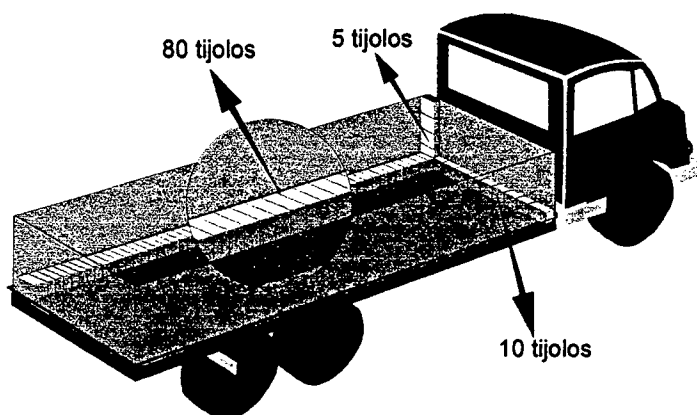
E - Tá certo. Vamos dizer assim que deu, é, vamos dizer que deu oitenta de comprimento, quanto pode dá de largura?

O₂ - Ah, tem que dá ...

E - Vinte ...

O₂ - ... dez carrera.

E - Dez carreira e de altura cinco.



E - Como é que a gen ... como é que o senhor faz, então, na sua cabeça? Vamos dizer que ... oitenta ...

O₂ - Cinco?

E - Cinco.

O₂ - Dá quatrocentos cada pilha, dá quatro mil tijolo.

E - Mas e como é que o senhor pensou?

O₂ - Oitenta cada carrera ...

E - É.

O₂ - Cinco de altura.

E - É.

O₂ - Então, faz a conta, deiz, deiz ...

E - Isso.

O₂ - Deiz por quarenta, quanto dá?

E - Não sei, eu que tô lhe perguntando? (O₂ e E riem) Dez. Então é oitenta, cinco e dez. E quantos que o senhor disse que cabe então, no total?

O₂ - Se dá, se dá oitenta cada carrera ...

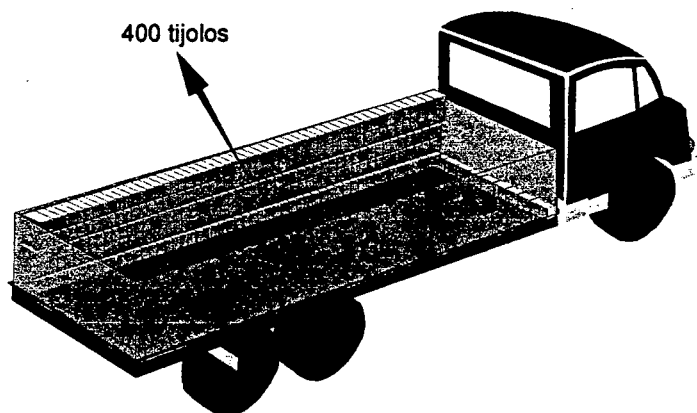
E - Isso.

O₂ - Cinco de altura.

E - Isso.

O₂ - Dá quatrocento cada, cada pilha. E tem dez ...

Quatrocentos é o produto do número de tijolos pelo comprimento e pela altura; a pilha, então, representa uma camada de tijolos na vertical. O sujeito refere-se a dez como sendo o número de pilhas, ou seja, o número de camadas, que equivale ao número de tijolos pela largura da carroceria. Vejamos isso pela representação gráfica.



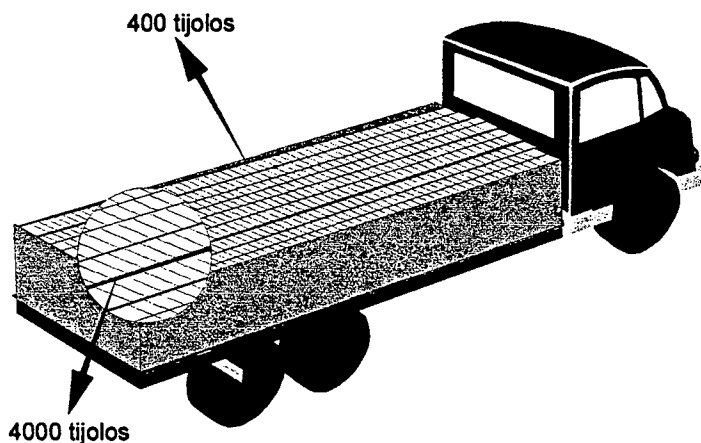
Identificam-se aqui, por meio dessas operações mentais, as capacidades analítico-sintéticas do oleiro, que extrai alguns elementos e relaciona-os em direção à abstração (Kalmykova, 1991, p. 20-21).

E - É.

O₂ - Daí dá quatro mil (ri).

E - Certo.

O₂ - Dá quatro mil tijolo.



Esse resultado foi obtido através de um plano de ação que envolve um modelo matemático em que a propriedade associativa tem um significado concreto. Como já se disse, os fins parciais de contagem de tijolos nas três dimensões da carroceria são coordenados entre si por meio dos processos de análises e de sínteses. Nesse caso, a multiplicação do número de tijolos/comprimento (c) pelo número de tijolos/altura (a) é uma associação multiplicativa cujo produto é o número de tijolos numa pilha/camada. Esse produto, multiplicado pelo número de pilhas-camada (largura) (l), gera o produto final do número total de tijolos da carroceria. Assim, o modelo matemático representado mentalmente por esse trabalhador poderia ser indicado como $(c \times a) \times l$.

Apesar da dificuldade que apresenta o oleiro para explicitar o processo de generalização da atividade, a interpretação da sua fala nos leva a concluir que ele tem consciência do processo. Da coordenação dos fins parciais à abstração e da nova síntese à generalização, o sujeito desenvolve um nível de consciência superior, traduzido como generalização da atividade, com a conseqüente representação cognitiva de todo o processo.

c) Outras situações apresentadas ao oleiros

O₂

E - Tá, agora só ... vamo dizê seu Marini, se eu chego aqui com uma caminhonete, que ninguém disse quanto dá prá pôr dentro, né; como é que o senhor saberia quanto de tijolo eu posso pôr nessa caminhonete? Independente de fiscalização; quantos tijolo cabe, digamos, naquela caminhonete?

O₂ - Ah, eu sei quanto que vai (estimativa, pela prática).

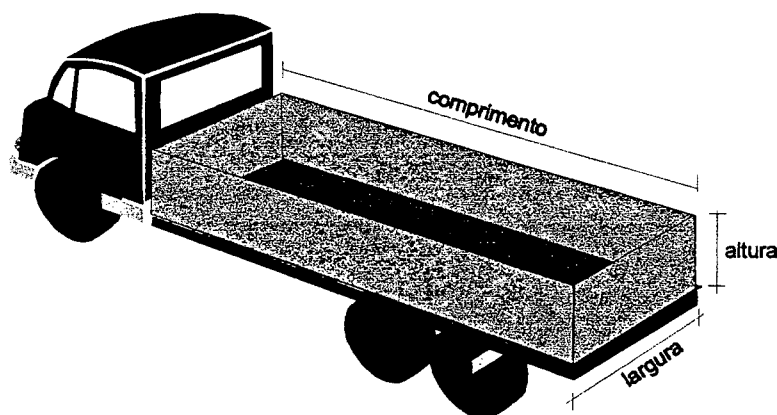
E - Como é que o sen ... como é que o senhor me explicaria?

- O₂ - Eu sei o caminhão, porque o caminhão que pode carregá ...*
- E - Sim, mas se é uma caminhonete, eu venho aqui, alugo uma caminhonete e venho aqui buscá, compro uns tijolo eu boto, e daí, e aí o senhor vai me dizer quantos tijolos, ... como é que o senhor sabe?*
- O₂ - Mas a senhora tem que me dizê, tem que me dizê ... quanto tijolo vai comprá.*
- E - Tá, eu digo, eu quero tantos, tanto, é eu vou comprá tantos, mas aí o senhor vai me dizer, não, não cabe aí ou cabe. Como é que o senhor saberia, tem que ... o senhor tem que contá os tijolos, o senhor tem que botá lá e contá ...*
- O₂ - Mas eu já digo, quando eu vejo o caminhão eu digo que não vai tudo essa quantia ... (estimativa!)*
- E - Ah, o senhor mais ou menos ...*
- O₂ - Tem que fazê duas viagem.*
- E - Pela, pela prática, o senhor já ...*
- O₂ - Sim.*
- E - Já olha e já diz.*
- O₂ - Sim.*
- E - Eu digo ó, eu quero botá mil tijolos, o senhor vai dizê não, não cabe.*
- O₂ - Não cabe, tem que fazê duas viagem.*

Essa situação : mostra a explicitação do trabalhador quanto à sua habilidade/capacidade para fazer estimativas em relação à capacidade da carroceria de uma caminhonete. Diante de uma situação abstrata, porém relacionada com sua atividade de trabalho, ele se mostra capaz de resolvê-la no plano lógico-verbal (Krutetsky, 1991, p. 59-84).

O₃

- E- Agora suponhamos que eu venha aqui com uma camioneta buscá tijolo. Aí eu vou comprá uma quantidade x de tijolo e vou te perguntá assim: olha, Fiorentino, será que cabe de uma vez só? Será que eu posso levá numa viagem só? Esse número, digamos 4 000 tijolos, como é que tu irias fazer prá me dá essa resposta, prá dizê cabe ou não cabe?*
- O3- Ah, daí tu teria que vê o comprimento da carroceria né.*
- E- O comprimento da carroceria ...*
- O3- A altura, prá vê que dá as carrera certa, né.*
- E- Certo. Prá colocá os tijolos do mesmo jeito?*
- O3- Sim, do mesmo jeito como se fosse no caminhão.*
- E- Então teria que vê o comprimento, da carroceria da camionete, no caso.*
- O3- E a largura.*
- E- E a largura.*
- O3- Prá vê quantas carrera dá né, de altura também.*
- E- E de altura também?*
- O3- Sim.*
- E- Certo.*



Apesar de, nessa última situação, O₃ não ter explicitado a representação da atividade como generalização, mostra-se a necessidade de coordenar os pontos de vista (sínteses) das três dimensões, comprimento, largura e altura.

d) Exemplo dado por um dos oleiros

O₂ - *No tempo que ele tinha olaria, meu irmão, ia lá, carregava 3 000 telha, ele ia lá com a caneta, eu, eu não ficava parado, ia colocando, ia trabaçando, os cara me dava as telha eu ia colocando; terminava de carregá, ele não tinha feito a conta ainda ...*

E - *E o senhor tinha ...*

O₂ - *Eu já tinha feito enquanto que eu ia trabaçando ... a conta ... né.*

E - *Enquanto o senhor ia carregando, o senhor já fazia a conta.*

O₂ - *Sim, eu botava uma carrera, contava, depois ia carregando ia, ia pensando, fazia a conta, botava o certo; botava duas carrera mais vinte aqui, ou trinta que fosse, na última, na segunda carrera, não precisa de completá, daí ...*

E - *Ah, nem precisava completá o caminhão, que o senhor já sabia quanto dava.*

O₂ - *Sim.*

E - *Então o senhor botava uma carrera ...*

O₂ - *E depois, contava quanto que ia, depois ia colocando. E aqui em baixo precisa duas carrera, botava duas e depois digo falta ... tantas. Botava mais vinte ou trinta cada carrera em cima só. Tanto é, ele ficava lá, e nós terminava de carregá, e eu já tinha feito a conta, sem, sem o lápis.*

Vê-se aqui o sujeito referindo-se ao desenvolvimento de sua consciência, de suas funções psicológicas superiores, de atenção e de memória lógicas (Vygotsky, 1995, p. 29), enfim, de sua capacidade de análise, síntese, abstração e generalização.

E - *E ele ia começá.*

O₂ - *E ele ainda não terminava de fazê a conta! Que que adianta então? O meu irmão Alexandre.*

E - *É que o senhor já ia ao mesmo tempo já ia, já ia raciocinando, já ia ...*

O₂ - *É mais rápido na cabeça.*

E - *Certo. Deixa eu ver o que que eu tenho mais aqui ...*

O₂ - *Foi poco na aula, má prá conta assim ... não me logram.*

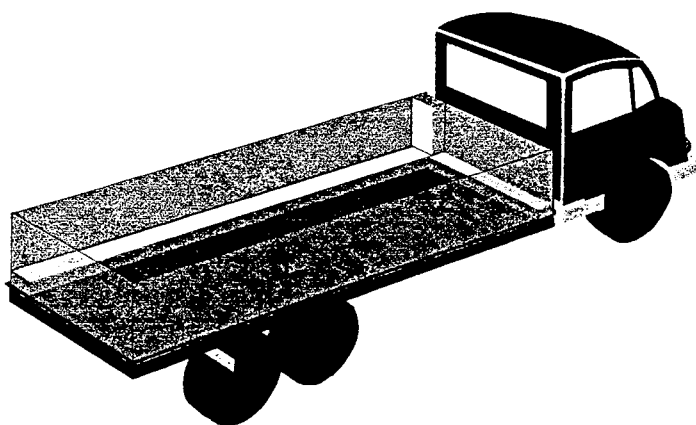
E - *Não lhe logram. Tá.*

Nessa situação, está subjacente, mais uma vez, o nível de desenvolvimento da consciência desse sujeito que, tendo frequentado a escola por menos de um ano, consegue, pela interação com o mundo do trabalho, passar da generalização, do plano imaginativo-visual, para o plano lógico-verbal (Krutetsky, 1991, p. 59-84).

Prever o número de tijolos faz parte da atividade de carregar o caminhão. Os tijolos não são contados antes ou depois do carregamento, nem mesmo na ação de descarregar, mas no próprio ato de carregar. Tal decisão já mostra o nível de desenvolvimento cultural desse grupo profissional. Essa abstração e conseqüente generalização são o resultado da mediação instrumental e social dos trabalhadores de olarias. Os próprios sujeitos afirmam terem aprendido a atividade de oleiro na prática, com outras pessoas que desenvolviam o mesmo tipo de atividade.

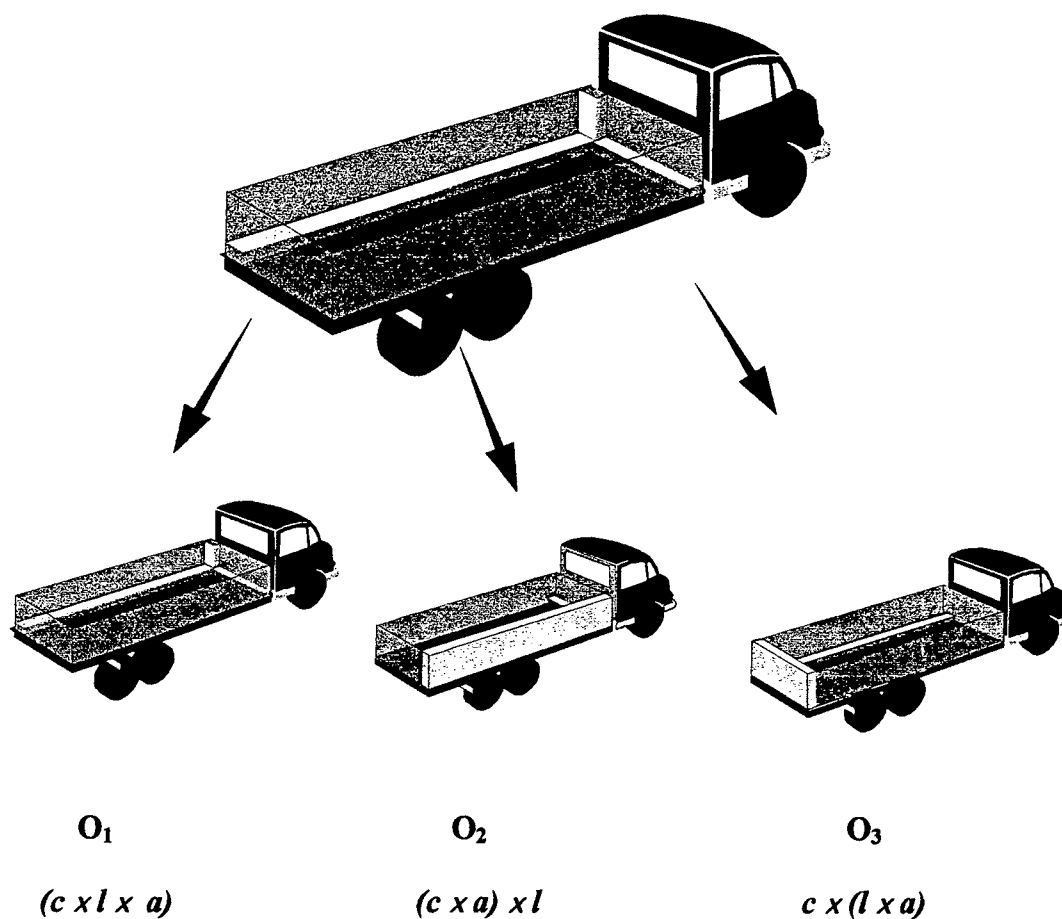
O processo que substitui a contagem um a um subdivide-se em duas operações, das quais a primeira é comum entre os três sujeitos:

- a) colocação e contagem do número de tijolos de uma fileira pelo comprimento da carroceria (c); o mesmo procedimento em relação à largura (l) e à altura (a).



A segunda operação mostra uma diferença entre cada um deles:

- b) O_1 - multiplicação dos três resultados obtidos, onde o produto representa a capacidade em número de tijolos da carroceria: $c \times l \times a$;
- O_2 - multiplicação associativa do número de tijolos das três dimensões: $(c \times a) \times l$;
- O_3 - multiplicação associativa do número de tijolos das três dimensões: $c \times (l \times a)$.



Verifica-se que esse processo (atividade) já está generalizado para os três oleiros. Tal conclusão é evidenciada na própria explicitação, por exemplo, de O_1 : (...) “é sempre assim: *a altura, vezes o comprimento, vezes a largura*”.

É importante perceber que o carregamento dos tijolos não faz parte da atividade de produção, mas da entrega do produto vendido. Pode-se dizer que é uma ação da atividade de venda, uma vez que é sempre a olaria que a executa.

A atividade de carregar o caminhão é concreta, prática (plano visual-concreto), e seu motivo é a entrega do produto; a *contagem* dos tijolos, por sua vez, representa um fim parcial dessa atividade.

A ação realizada para carregar o caminhão não é feita aleatoriamente por nenhum dos sujeitos. O fim parcial (Leontiev, 1978, p. 84) da ação de *contagem* dos tijolos leva os sujeitos a desenvolverem, durante o processo de carregamento, processos

de pensamento, como análise, síntese, abstração, representação e generalização de cada operação (colocação e contagem de tijolos em cada dimensão da carroceria). O estabelecimento de relações entre os elementos de cada operação (entre o número de tijolos de cada dimensão) e conseqüente tomada de consciência desse processo, mediado instrumental e socialmente, permite que, numa nova síntese, o sujeito represente e generalize a atividade. Generalizar a atividade implica construir conceitos, tal como o de volume ou de capacidade.

Assim, na atividade de carregar o caminhão, o sujeito passa do plano visual concreto (colocação dos tijolos nas três dimensões) para o plano lógico-abstrato (generalização do processo) (Krutetsky, 1991, p. 75). Com a generalização da atividade, o modelo matemático utilizado para a *contagem geral*, que também está representado mentalmente, faz parte da consciência do trabalhador.

A diferença de pensamento mais significativa entre os três sujeitos refere-se especificamente à representação do conceito de capacidade ou volume de tijolos. Verifica-se que O_1 abstrai o conhecimento para determinar o número de tijolos em cada dimensão da carroceria e generaliza a atividade de determinar o número total de tijolos de uma carroceria qualquer com uma representação mental que envolve a multiplicação dos três números que indicam os tijolos de cada dimensão, sem distinção entre eles.

Já os modelos de O_2 e O_3 caracterizam-se pela determinação do número de tijolos através de camadas. Vejamos:

O_2

O₂ - Se dá, se dá oitenta cada carrera ...

E - Isso.

O₂ - Cinco de altura.

E - Isso.

O₂ - Dá quatrocento cada, cada pilha. E tem dez ...

E - É.

O₂ - Daí dá quatro mil.

Quatrocentos é o produto do número de tijolos pelo comprimento (80) e pela altura (5) e representa uma pilha, ou seja, uma camada na vertical. O número de tijolos pela largura representa o número de camadas.

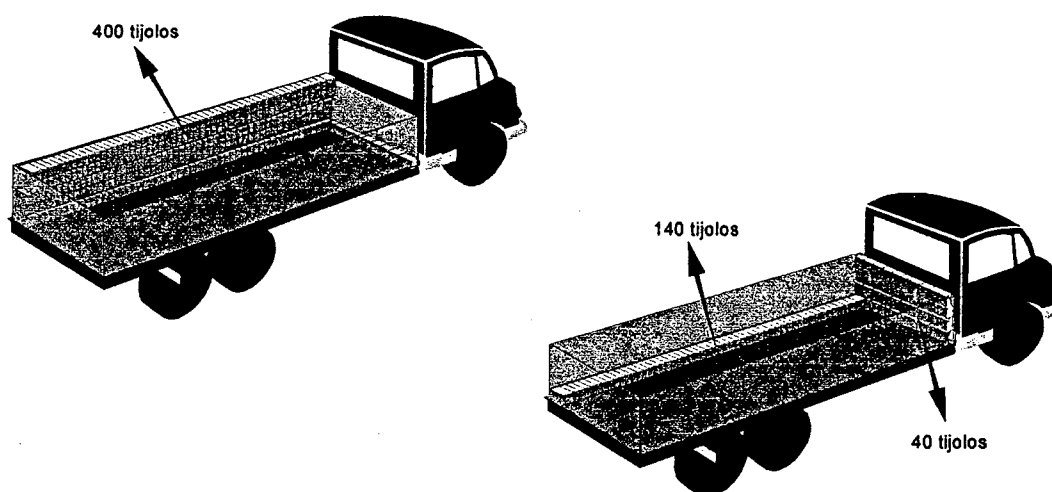
O₃

O₃ - Ai faz 140 por 30, as carrera, ou 32 conforme.

E - No caso ai, neste caso, de 144 carreiras né, por 4 de altura e por 10 de largura, como é que ...

O₃ - 140 por 40.

Cento e quarenta representa o número de tijolos pelo comprimento e 40, o número de tijolos de uma camada, também na vertical, mas envolvendo a altura e a largura da carroceria. Vejamos as interpretações das representações desses dois trabalhadores, O₂ e O₃, respectivamente.



Apesar da diferença no estabelecimento da camada de tijolos, podemos traduzir o modelo de representação mental dos dois sujeitos como:

número de tijolos numa camada x número de camadas

É importante salientar que, no decorrer das entrevistas, O₂ e O₃ apresentaram uma certa dificuldade na explicitação de suas ações de pensamento. Ressalta-se que o nível de escolarização dos dois é inferior em relação a O₁, o qual, além dos oito anos de escolarização, participou de atividades de estudo com um professor fora da escola, informando que “cálculo de juro, cubá tijolo, lenha, tudo isso foi com o professor”. Apesar da maior facilidade de expressão verbal de O₁, verifica-se que os três trabalhadores generalizaram a atividade de carregar tijolos.

7.4.1.1.2 - Na atividade de serraria

A determinação do número de tábuas de uma carga fechada é uma das situações-problema do mundo do trabalho de serrarias; as tábuas podem ser do mesmo tamanho ou de tamanhos diferentes. Analisemos o caso em que as tábuas são do mesmo tamanho (tábuas-padrão) o seu comprimento coincide com a medida do comprimento da carroceria do caminhão (5,40 m).

A diferença entre a situação dos tijolos com a das tábuas é que a primeira envolve uma previsão, ou seja, a capacidade da carroceria em número de tijolos, e a última, a determinação do número de tábuas-padrão (5,40 m x 2,5 cm x 30 cm) de uma carroceria, no sentido de volume.

Na atividade de conferir a carga de madeira comprada, o plano de ação depende do tipo de carga. Conferir significa determinar a quantidade de madeira (em tábuas-padrão); assim, o motivo desse processo consiste em descobrir o número de tábuas-padrão. O protocolo a seguir apresenta um exemplo desse tipo de atividade.

E - Então, aí te trazem aqui o caminhão carregadinho, a tal de carga fechada ...

S₁ - Isso, isso.

E - E tu tem ... e eles te dizem quanto tem ou tu calc ...

S₁ - Não, eles mandam o ramaneio deles e eu confiro. E eu conto.

E - Isso, e como que é essa conferência ?

S₁ - Tá, como é que é. A maderá, assim ó: tu tem que contá peça por peça, medí, passa o metro peça por peça

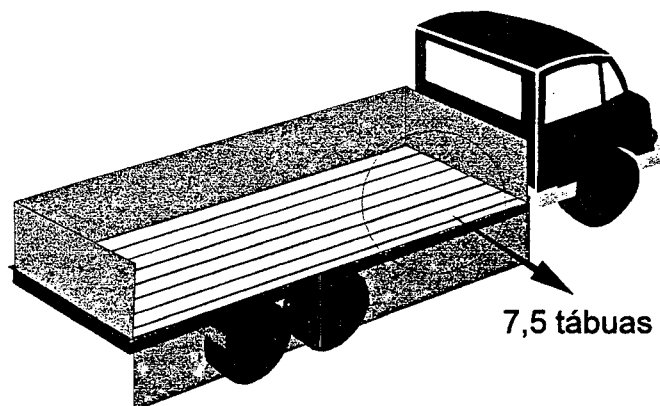
E - peça por peça?!

S₁ - e anota; isso, peça por peça; vamos supor assim ó: peça por peça ou também lastro.

Quando o sujeito fala em conferir *peça por peça*, refere-se ao caso em que as peças não são de mesmo tamanho; ao contrário, quando são de mesmo tamanho, refere-se à conferência por *lastro*. No primeiro caso, S₁ reporta-se a uma situação essencialmente prática, ou seja, medir linearmente as três dimensões de cada peça (tábuas brutas ou pranchas). Nessa, o seu plano de ação passa pela descoberta do número de tábuas de cada tamanho até a respectiva transformação em tábuas-padrão.

S₁ - e anota; isso, peça por peça; vamos supor assim ó: peça por peça ou também lastro. Lastro. O caminhão carrega assim ó: 7 tábuas e meia, tá, na largura dum caminhão. 7 tábuas e meia quando o caminhão tem aqui ó: 7 ponto 5 (na máquina) ... só um poquinho; 7 ponto 5 vezes 30 (faz na máquina), o caminhão tem 2 e 25 de largura; então se elas estão bem encostadinha, bem juntinha uma da outra, vai dá 7 tábuas e meia cada lastro;

O desenho a seguir ilustra o processo analítico-sintético do pensamento de S₁, para descobrir o número de tábuas de cada lastro pela largura.



S₁ - e o comprimento, se o comprimento é 5 e 40 ...

E - Das tábuas?

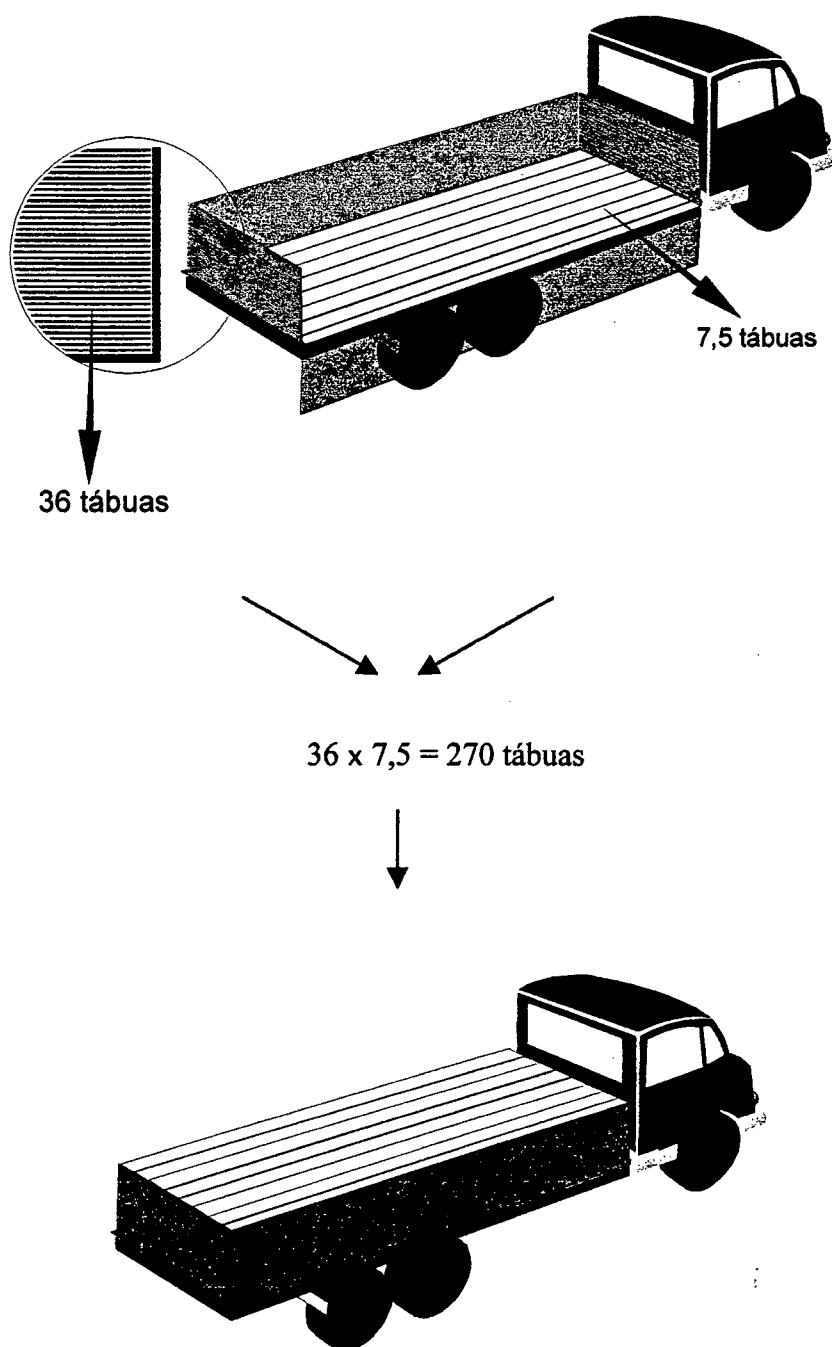
S₁ - Das tábuas, então tu calcula assim ó: 7 tábuas e meia vezes quantos lastros de altura tem ... quantas tábuas de altura.

E - Certo.

Depois de descobrir o número de lastros pela largura (que corresponde a tábuas/largura), S₁ refere-se ao comprimento das tábuas. Sendo elas de 5,40 m e o comprimento da carroceria igual, a trabalhadora passa a operar com a altura sem mesmo verbalizar sua operação mental em relação ao comprimento. Melhor dizendo, os processos de análise-síntese e de abstração em relação ao comprimento da tábua e da carroceria estão de tal forma internalizados para a trabalhadora, por serem tão óbvios, que, provavelmente, ela não vê necessidade de explicitá-los.

S₁ - Então assim ó: o caminhão vem com 36, digamos, de altura; 36 polegadas de altura. 36 tábuas, tá? Dá 2 centímetro ... É, polegada, 36 polegada de altura. 36 vezes 7 ponto 5 (faz na máquina), vai te dá quantas tábuas? 270 tábuas.

A síntese da atividade mental de conferir a carga pode ser expressa pela seguinte seqüência gráfica:



Nessa situação, a atividade é planejada e desenvolvida com consciência e controle, o que implica uma atitude metacognitiva do sujeito. Vê-se o trabalhador selecionando e analisando cada aspecto essencial, isto é, coordenando cada dimensão da carroceria e da tábua, respectivamente, num processo de abstrações e de sínteses, dito de outra forma: largura da carroceria e largura da tábua, comprimento da carroceria e comprimento da tábua, altura da carroceria e espessura da tábua.

É possível ler na *fala* do sujeito a representação que ele tem da atividade como um todo e percebê-la generalizada no plano visual-imaginativo (Krutetsky, 1991). Matematicamente, a representação mental pode ser traduzida e simplificada pelo seguinte modelo geral:

$$\boxed{\text{número de tábuas por lastro} \times \text{número de lastros}}$$



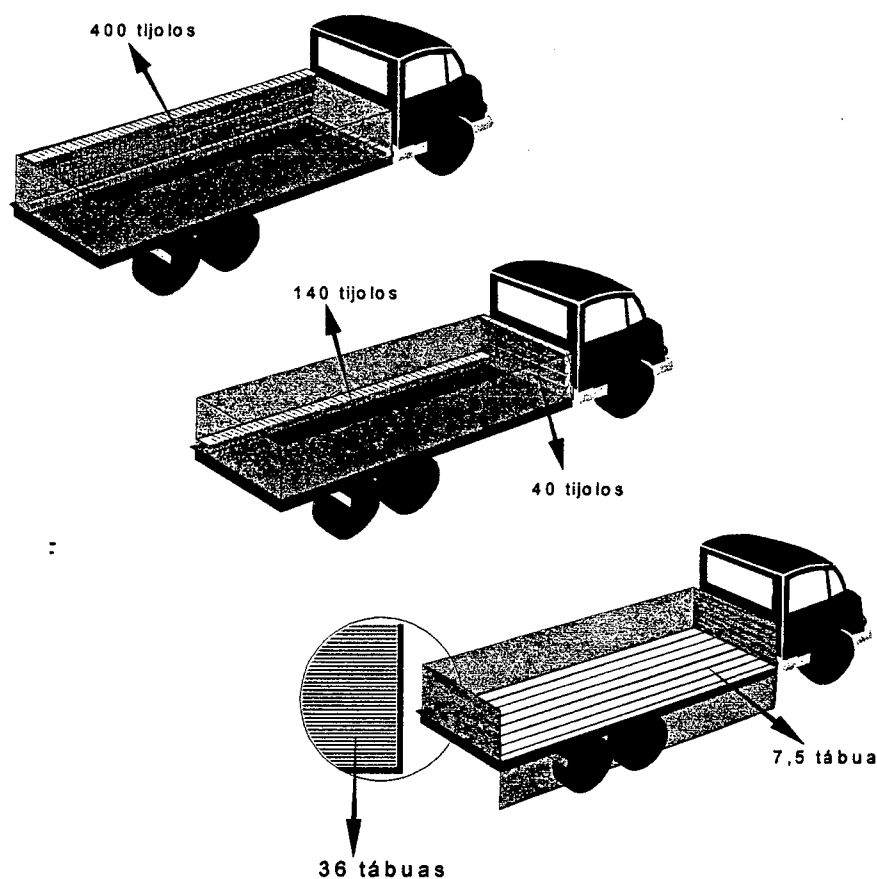
n° tábuas/altura

n° tábuas/largura x n° tábuas/comprimento

A conferência da carga é motivada pela necessidade de verificar se a entrega de madeira comprada está de acordo com o que foi pedido. O plano de ação, envolvendo desde a determinação do número de tábuas por lastro até o número de lastros, tem como fim a descoberta do número de tábuas-padrão.

Essa atividade pode ser comparada com aquela da contagem de tijolos no caminhão, estando a diferença nos fins parciais, visto que O_2 e O_3 determinam, primeiramente, o número de tijolos de uma camada pela vertical e S_1 , o número de tábuas de uma camada na horizontal.

Observemos, no conjunto, as representações gráficas que simbolizam o pensamento dos três trabalhadores (O_2 , O_3 e S_1 , respectivamente):



As diferentes situações de determinação da quantidade de tijolos ou de tábuas revelam as peculiaridades do pensamento desses trabalhadores. A análise da atividade de carregamento de tijolos na carroceria de um caminhão, por exemplo, fornece dados que possibilitam vislumbrar contribuições para a escola, uma vez que traz o conceito de volume como um processo de contagem, o que não é enfatizado comumente na atividade de estudo.

Situações em que o estudante se depare com unidades de medida diferentes das medidas-padrão são significativas para o processo ensino-aprendizagem por, pelo menos, três motivos: o primeiro, para tomar consciência de que os mesmos conceitos da escola estão subjacentes a outras atividades do homem, como, por exemplo, as profissionais; o segundo, para que o estudante perceba que, na realidade, há outras unidades de volume além daquelas do sistema de unidades de medida de volume, como é o caso do tijolo e da tábua-padrão; o terceiro refere-se à comparação de situações que

envolvem unidades de medida variadas e do que isso significa em relação ao conceito matemático.

Se entrarmos no mérito dos modelos matemáticos utilizados na escola, como, por exemplo, *comprimento x largura x altura* ou, simplesmente, *área da base x altura*, veremos que as situações do carregamento de tijolos e da conferência das tábuas são situações que podem favorecer a apropriação desses modelos e do próprio conceito de volume ou capacidade.

Como se pode observar, tanto o carregamento de tijolos como o descarregamento ou conferência de uma carga de tábuas são atividades que envolvem contagem. Subjacentes a elas, podem-se distinguir dois conceitos matemáticos que podem confundir-se, *volume* e *capacidade*; assim, o que determina se estamos tratando com um ou com outro é a própria situação-problema. Por exemplo: se a situação envolve a determinação da quantidade de madeira bruta de um caminhão carregado, referimo-nos ao volume de madeira; se, por sua vez, precisarmos estimar/prever a quantidade de madeira que pode caber na carroceria de um determinado caminhão, estaremos nos referindo à capacidade dessa carroceria. Nos dois casos exemplificados, poderíamos estar considerando como unidade de medida o tijolo e a tábua ou o metro cúbico.

Estamos nos referindo a dois níveis de conhecimento: o significado de volume/capacidade e o de volume como um processo de contagem e como grandeza tridimensional.

Do ponto de vista psicológico, vemos que a generalização de um modelo de determinação da capacidade de uma carroceria ou do volume de tijolos envolve um nível superior de consciência (representação) se comparado ao que é feito quando da contagem dos tijolos.

Os planos de ação dos trabalhadores, tanto nas situações do tijolo como da madeira, trazem consigo a explicitação da atividade como um processo que coordena outros processos, como os de análise, síntese e abstração.

7.4.1.2 -Volume como grandeza tridimensional

Constatou-se que, tanto nas serrarias como nas olarias, há situações em que o volume ou capacidade são utilizados como um processo de contagem. Nas funilarias que integram este estudo, não há situações-problema explícitas com tal enfoque. Por outro lado, nas olarias, não há situações-problema em que haja necessidade de volume como grandeza tridimensional, uma vez que, geralmente, os tijolos são do mesmo tamanho numa mesma olaria. O que pode variar é o tamanho dos tijolos fabricados pelas diferentes olarias, ou variar o tamanho do tijolo maciço e o de seis furos, por exemplo, numa mesma olaria. Como a venda de tijolos é feita por milheiro, num carregamento, os tijolos que são do mesmo tamanho são apenas *contados*, como já se viu no caso do volume como um processo de contagem.

Nos três grupos profissionais envolvidos neste estudo, o conceito de volume como grandeza tridimensional está subjacente, principalmente na atividade de serraria. Para comprovar isso, algumas situações foram apresentadas e outras surgiram naturalmente no decorrer das entrevistas.

A análise do conceito de volume como grandeza tridimensional será feita com base em duas situações: o volume de madeira de um caminhão carregado (a) e o volume da tábua-padrão (b).

a) Volume de madeira de um caminhão carregado

S₁: 36 anos, sempre exerceu a atividade de serraria; nível escolaridade de 2º grau incompleto (não concluiu o 3º ano):

E - (...) tu não calculas o volume total, no caminhão assim, o caminhão carregado ?

S₁ - Se tu quisé fazê dá também, má daí dá muita quebra daí tem que dá 30% de desconto, 20% ...

E - Digamos que seja assim, fechadinho de ... né, esse 7 e meio e o comprimento 5 e 40, antes de descarragá, teria como sabê o que que tem ? Sem contá uma por uma ou vê que tem tanto certo de largura... assim digamos um volume total.

S₁ - Quantos cúbicos ?

E - Quantos cúbicos.

S₁ - Tem, mas daí depois tem que dá o desconto, né.

E - Tá certo, e como que faria?

S₁ - Então assim, vamos supor que ela tem 5 e 40,

E - de comprimento ...

S₁ - é, 5 e 40 de comprimento, vezes ... vamos supor que ela tenha 1 m e 20 de altura então, é isso que tu qué dizê?

E - A carroceria digamos, né?

S₁ - É, vamo fazê pela carroceria, isso!

E - Certo.

S₁ - Isso. Dá também, tranqüilo! Assim ó: altura, largura e comprimento.

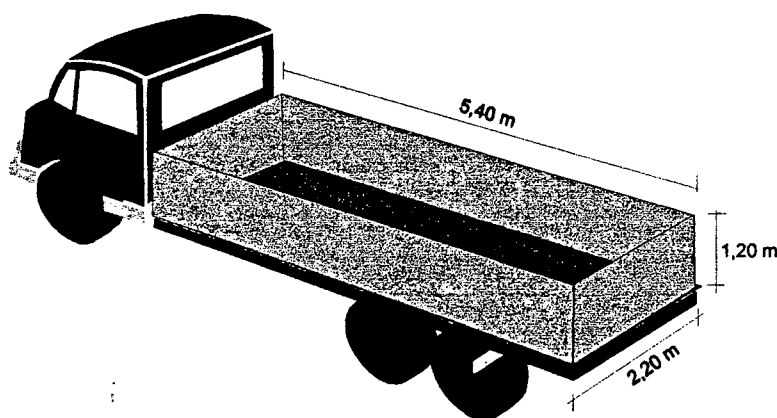
Ao mesmo tempo em que a trabalhadora procura elementos concretos para explicitar a sua representação (mental) da atividade, abandona as operações mentais com números, adiantando a síntese, ou seja, fazendo a generalização. Assim, não é preciso que ela explicita as operações de multiplicar as medidas das três dimensões para que se possa deduzir que, em seu plano de ação, elas seriam multiplicadas entre si .

E - Hm.

S₁- Tá? Então ela tem 1 e 20 de altura, 5 e 40 de comprimento e 2 e 20 de largura. Só assim ó: 2 e 20 vezes 5 ... (faz na máquina) 2 ponto 20 vezes 5 ponto 40, vezes 1 ponto 20. 14 metros e 25 (atende ao telefone).

S₁ volta ao exemplo concreto, indicando as operações mentais entre as medidas das três dimensões da carroceria.

Vejamos, na representação gráfica a seguir, a síntese generalizada da atividade mental de S₁.



E - Então Mari, continuando, aqui então tu multiplicaste ... só prá gente revisá né, o 2 e 20 por 5 e 40 por 1 e 20 e deu ...?

S₁- 14 metro vírgula 256!

Observe-se que, mesmo se referindo ao volume em metros cúbicos (*Quantos cúbicos?*), S₁ expressa o resultado obtido em metros. *Metro*, nesse caso, tem o significado de *metro cúbico*. Essa simplificação é comum na linguagem dos trabalhadores que participaram da pesquisa. O mesmo ocorre quando indicam a medida em *metro*, com o que, na verdade, estão se referindo a *metro quadrado*. Observemos um exemplo:

S₁ - (...) Você vê o cliente aqui ele que ... eu quero 20 metros de assoalho. Como é que eu vou sabê entregá esses 20 metros de assoalho! Eu tenho que sabê dizê ó vai tanto peças prá dá tantos metros quadrados de assoalho.

Esse tipo de simplificação de linguagem foi também verificado na atividade de agricultor, especificamente na determinação de áreas de terra (Grando, 1988, p. 73). Por exemplo: ao determinar a área de um terreno com formato triangular, com 15 m de lado (triângulo eqüilátero), um agricultor indica como unidade de medida o *metro*. Vejamos:

Agricultor - Então deixa vê o cárculo aqui que eu vou usá; 15 ... dividido por 2 dá 7 sobra 1, então dá 7 metros e meio; multiplica por 15 ... 7 né, e meio. Dá 10 ... 5 ... 2; aqui então seria multiplicado né, e aqui vai dá ... 112 metros e meio cada metade.

Entrevistador - Cada metade; e aí no total?

Agricultor - No total dá 225 metros.

O protocolo a seguir mostra o processo realizado por outro agricultor (Grando, 1988, p. 52):

Entrevistador - Quer dizer que área, tanto se é da forma de um quadrado como de um retângulo é multiplicá os dois lados?

Agricultor - É multiplicá. O quadrado, tem 20 ali e 20 ali, é só multiplicá (está se referindo a um problema cujo terreno mede 20 m por 20 m). E aqui, como é retangular então tem que pegá a parte comprida pela parte estreita e multiplicá. Aí saem os metros certo, dá 1.000 metro. 50 vezes 20 dá 1.000 metros quadrados que é a área que tem aqui dentro de terra.

Nos exemplos trazidos da atividade de agricultor, vê-se que, além da utilização de linguagem simplificada em relação às unidades de medida de área, os sujeitos operacionalizam mentalmente os seus planos de ação. Se observarmos o segundo exemplo, perceberemos um sujeito que tem a representação mental tanto do modelo matemático utilizado para determinar a área de quadriláteros retangulares como do conceito de área como medida de superfície.

Em prosseguimento, proceder-se-á à análise do pensamento do segundo trabalhador de serraria quanto ao volume de um caminhão carregado de madeira.

S₂: 29 anos, sempre exerceu a atividade de serraria; nível de escolarização de curso superior (Ciências Contábeis) incompleto:

E - Se tivermos... se tivé um caminhão carregado com toras...

S₂ - Bom, se é o pinus, a gente compra por metro cúbico estéreo³⁸. O que que é metro cúbico estéreo? É medida a largura, o comprimento e a larg... e a ... altura...

E - Do caminhão?

S₂ - Do camin... da carga...

E - Da carga.

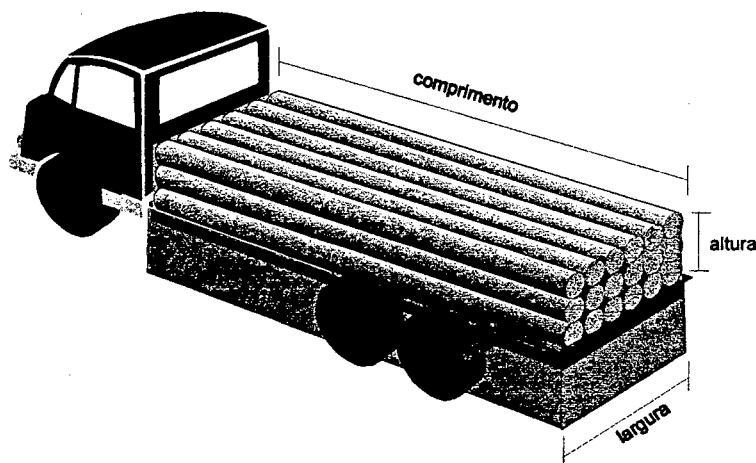
³⁸ O metro cúbico, empregado para medir lenha, denomina-se *estéreo*, tendo como múltiplo o *decastéreo* (10 m³) e, como submúltiplo, o *decistéreo* (0,1 m³) (Galante, 1965).

S₂ - ... e se faz uma aproximação pra deixá de forma uniformemente retangular, quadrada, se faz prá que se fique em volume cúbico. Isso que se chama volume cúbico estéreo. E se... isso é em pinus. Madera de lei e pinheiro é tudo medido, medido a tora. Tora por tora.

E - Tora por tora.

S₂ - Uma por uma.

O desenho a seguir traduz a representação mental de S₂.



A comparação do último protocolo de S₁ com esse de S₂ permite que se apontem diferenças culturais de pensamento entre os dois trabalhadores (Luria, 1987, p. 60-156): enquanto S₁ generaliza a partir de uma situação concreta, com medidas reais, S₂ explicita sua generalização num nível mais abstrato.

S₂ refere-se à altura, ao comprimento e à espessura como medidas da carroceria de um caminhão qualquer, ou seja, todos os casos se enquadram na mesma lógica, em que a unidade de medida generalizada e representada mentalmente é o metro cúbico estéreo. Dito de outra forma, não importam as medidas das dimensões; basta ter-se uma carga distribuída uniformemente e determinar o número de metros cúbicos que contém ou que ocupa na carroceria. Percebe-se, dessa forma, uma maior influência da escolarização no desenvolvimento cultural de S₂, que transita na atividade de trabalho sob a influência da teoria e da prática, ou seja, entre o abstrato e o concreto.

Resumindo, S₁ convive com os conceitos cotidianos e os generaliza no plano visual-imaginativo; S₂ utiliza os conceitos científicos para resolver situações práticas da sua atividade de trabalho e, por isso, generaliza tanto no plano visual-imaginativo como no plano lógico-verbal (Krutetsky, 1991, p. 59-84).

S₃: 65 anos, sempre exerceu atividades relacionadas com serraria (diretamente na serraria ou como motorista de caminhão da mesma firma); nível de escolaridade de quatro anos (equivalente à 1^a a 4^a série do ensino fundamental):

E - Se o senhor tivesse que calculá o volume de madeira de um caminhão carregado de toras.

S₃ - *Cubá ele!*

E - Como é que o senh... Seria interessante...

S₃ - *Mede, mede o comprimento a artura e a largura.*

E - E a largura. E ...

S₃ - *Multiplica.*

E - Multiplica.

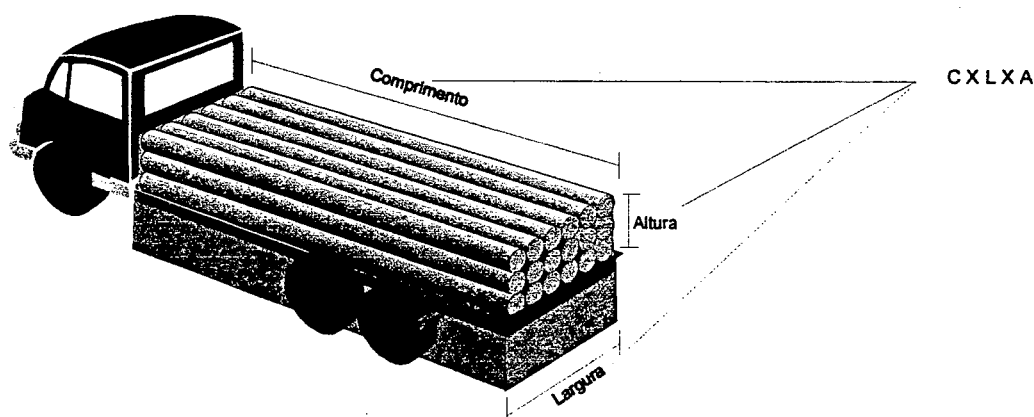
S₃ - *Entendeu?*

E - Essa questão, essa questão é importante.

S₃ - *Óia aqui, ó: Comprimento, largura e artura.*

E - E altura...

S₃ - *Multiplica, dá tantos metro cúbico.*



E - Metros cúbicos. Certo. E não tem algum desconto? Não?

S₃ - *Tem gente que dá 10%, por causa das frestas que tem, né.*

E - Certo.

S₃ - *Tá?*

E - Agora...

S₃ - *Madeira serrada!*

E - Ah! a madeira...

S₃ - *Serrada!*

E - Já em tábuas?

S₃ - *Em tábuas.*

A análise desses protocolos não deixa dúvidas quanto a representação mental que os trabalhadores de serraria têm do conceito de volume como grandeza tridimensional. Verifica-se que eles levam em consideração as medidas das três dimensões - *comprimento, largura e altura* da carga - e fazem referência ao *metro*

cúbico como unidade de medida de volume. Comparando o conceito de volume como grandeza tridimensional com o de volume como um processo de contagem, a diferença básica concentra-se nas unidades de medida.

b) Volume da tábua-padrão

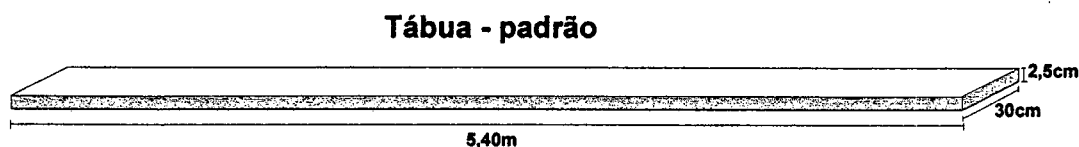
S₁: 36 anos, sempre exerceu a atividade de serraria; nível de escolaridade de 2º grau incompleto (não concluiu o 3º ano):

E - Bom, o tamanho da tábua-padrão tu já me falaste. E qual é o volume de uma tábua-padrão?

S₁ - Qual que é o volume?

E - O volume de madeira de uma tábua-padrão, a gente pode...

S₁ - Polegada por 30 por 5 e 40.



Ao mencionar *polegada por 30 por 5 e 40*, a trabalhadora está se referindo às medidas das três dimensões da tábua-padrão, o que, na verdade, não deixa de ser um outro tipo de simplificação de linguagem matemática. *Polegada* representa a medida da espessura, ou seja, 2,5 cm; 30 representa a medida da largura da tábua, em centímetros; 5,40 é a medida do comprimento em metros.

Por outro lado, a expressão *polegada por 30, por 5 e 40* pode não estar representando só a indicação das medidas da tábua-padrão. É correto supor que a trabalhadora esteja já explicitando a sua representação mental do modelo matemático que possibilita determinar o seu volume: *espessura vezes largura vezes comprimento*.

E - Se eu quisesse saber o volume de madeira que tem nessa tábua?

S₁ - O cúbico?

E - Isto! O cúbico.

S₁ - Tá, só um pouquinho que eu vô calculá então (risos de S₁ e E).

E - Ótimo! (risos da entrevistada e entrevistadora). Vamos lá então. (S₁ vai para a máquina)

S₁ - Então vai ser assim ó, 30 vezes 5 e 40 tá, vezes 2 ponto 5, que é a espessura 2 centímetro e meio. Vai dá o que? Vai dá 4 centímetro zero cinco.

Nessa fala, vê-se, mais uma vez, a simplificação de linguagem analisada anteriormente: 30 vezes 5 e 40 vezes 2 ponto 5 equivale a 30 cm vezes 5,40 m vezes 2,5

cm. Veja-se que *centímetro*, na resposta *4 centímetro zero cinco*, está representando centímetros cúbicos.

E - Agora me diz uma coisa Mari, eu preciso ver um detalhezinho ali, nessa parte da matemática, que eu te vi fazendo uma conta ... na máquina ... e eu não vi vírgula; por exemplo no 5 e 40 quanto tu fazes...

S₁ - Ah! mas eu ...

E - E como é que tu sabes que é isso?

S₁ - É a prática querida, eu já sei, já tenho noção; eu não coloco tantos pontos a mais ou a menos porque eu já tenho noção do que pode dá. (...)

(...)

E - E como é que tu sabes que é 4 ponto 05?

S₁ - Mas como que eu sei! Pela minha prática, de tanto tempo trabalhando, que prá mim eu já sei. Agora uma outra pessoa já não sabe, vai tê que mais ... colocá o ponto certo. E eu acostumei assim né. Eu acostumei; com a prática já que eu sei que uma tábua ... eu não vô dizê... eu fazendo, é lógico que eu sei que não pode dá 40 cm³. Entendeu? Porque não tem nem ... uma tábua vai dá ... é mais pela prática né?

Quando questionada sobre as operações matemáticas realizadas no seu plano de ação, vemos que as explicações de S₁ dizem respeito ao desenvolvimento do conhecimento cotidiano da atividade de trabalho. Observe-se S₁ falando de sua prática como determinante na generalização desses conhecimentos.

E - Ali na máquina ficou em 40.000. Digamos 40.500 (40 mil e quinhentos) que como resultado final, digamos são 4 ...

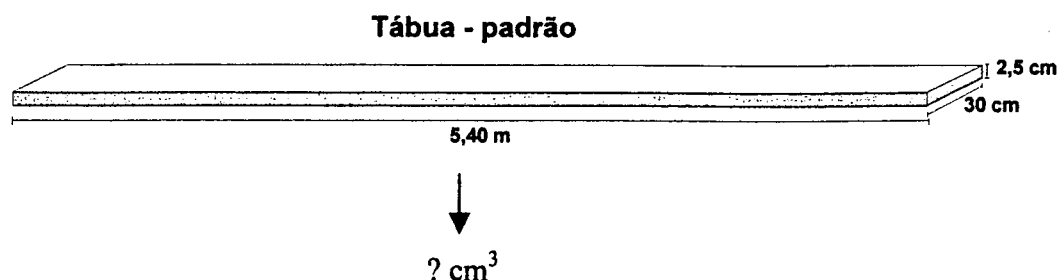
S₁ - 4 centímetros zero cinco

E - E esse centímetro, é centímetro simples, centímetro quadrado ...

S₁ - É centímetro cúbico, porque nós estamos fazendo em cúbico. Ali nós estamos querendo sabê quantos centímetros cúbicos dá uma tábua.

E - Dá uma tábua. Exatamente, que era a minha questão inicial. Muito bem!

Podemos perceber o controle que essa trabalhadora tem tanto da situação-problema em si como da atividade de resolução do problema, do plano de ação que estabeleceu e do fim a que se propõe. Questionada sobre a unidade *centímetro*, ela imediatamente respondeu, mostrando a clareza do processo; ainda, justificou e lembrou à entrevistadora (eu) o objetivo da atividade: *Ali nós estamos querendo sabê quantos centímetros cúbicos dá uma tábua*. O seu pensamento pode traduzir-se pela representação gráfica abaixo:



Ao longo do protocolo e culminando com sua última frase, S_1 explicita verbalmente não só a sua representação mental do modelo matemático para determinar o volume de um sólido/paralelepípedo, como também a representação do conceito de volume como medida espacial.

Além disso, a operação mental de medir, como comparação de duas grandezas de mesma espécie, está subjacente ao pensamento de S_1 (Caraça, 1984, p. 29). A definição intuitiva de volume de um sólido é dada como “a quantidade de espaço por ele ocupada” (Lima, 1973, p. 33). Para medir a grandeza *volume*, é necessário compará-la com uma unidade de mesma espécie; o número que resulta dessa comparação é a *medida* do volume determinado. A *unidade* de volume formalmente utilizada é um cubo cuja aresta mede uma unidade de comprimento. A unidade de volume metro cúbico, seus múltiplos (km^3 , hm^3 , dam^3) e seus submúltiplos (dm^3 , cm^3 , mm^3) formam um sistema de conhecimentos denominado sistema de unidades de medida de volume.

Um sólido se distingue de um segmento de reta ou de um plano pela dimensionalidade de espaço que ocupa, ou seja, pelo espaço que ocupa. Como o sólido, a exemplo da tábua-padrão, ocupa um espaço tridimensional, a unidade para medi-lo deve ser tridimensional, como é o caso do centímetro cúbico utilizado por S_1 .

S_2 : 29 anos, sempre exerceu a atividade de serraria; nível de escolarização de curso superior (Ciências Contábeis) incompleto:

E - Jôia. Bom, o tamanho da tábua-padrão já vimos. É... qual é o volume, o volume de madeira de uma tábua-padrão?

S₂ - O volume será em metro cúbico ou volume...

E - Isto. Por exemplo em ... por metro cúbico.

S₂ - Bom. A gente faz o seguinte cálculo.

E - Vai anotando.

S₂ - Pont... É, é polegada por 12 polegada por 5 metro e 40. Então a polegada é ponto zero vinte e cinco vezes ponto trinta que é as 12 polegada, vezes 5 e 40. Cada tábua corresponde a: zero vírgula zero quatro metros cúbicos ($0,0405 \text{ m}^3$).

Analisando a atividade de S_1 e de S_2 , observamos semelhanças e diferenças nas suas representações mentais, o que mostra diferenças no nível de desenvolvimento mental. Para determinar o volume de madeira da tábua-padrão, os dois trabalhadores referem-se ao *cúbico* (simplificação de linguagem) ou ao *metro cúbico*, o que demonstra que a representação do conceito de volume está relacionada a uma medida de grandeza tridimensional.

Tanto S_1 como S_2 estabelecem um plano de ação com o mesmo modelo matemático, representado como *comprimento vezes largura vezes espessura*; no entanto, S_1 refere-se à tábua como *polegada por 30 por 5 e 40*, e S_2 , como *polegada por 12 polegada por 5 e 40*. Essa linguagem é peculiar e significativa no desenvolvimento cultural desses trabalhadores.

Certamente, a unidade de medida linear *polegada* tem sentido pessoal (Leontiev, 1978, p. 117-124) diferente para esses trabalhadores e para estudantes do ensino fundamental ou médio. Quando S_1 , S_2 ou S_3 ouvem ou pronunciam a palavra *polegada*, esse conceito significa mais do que uma unidade ou medida linear, porque está relacionado diretamente com a prática de trabalho de cada um. O conceito, a palavra *polegada*, pode ter sido internalizado tanto na atividade de trabalho como na atividade de estudo e, mesmo assim, pode ter um sentido diferente do significado, que é geral; o sentido, por ser pessoal, pode ser diferente também entre os próprios trabalhadores. As expressões *polegada por 30 por 5 e 40* e *polegada por 12 polegada por 5 e 40* são um exemplo vivo dessa diferença. Somente uma análise mais apurada pode traduzir *12 polegada por 30 cm*, que representa a medida da largura da tábua-padrão ($12 \times 2,5 \text{ cm} = 30 \text{ cm}$). É importante ressaltar que, numa primeira análise, pela dificuldade de interpretação da linguagem do trabalhador, o número 12 foi relacionado com a dúzia de tábuas.

Além das diferenças de linguagem, vemos uma diferença básica nas operações de pensamento dos sujeitos. S_1 não explicita a operação de transformar as medidas da tábua para uma mesma unidade; no entanto, toma a medida do comprimento (5,40 m) como um número inteiro (540), o que, na realidade, equivale à transformação de metros para centímetros. O procedimento é o seguinte: *largura x comprimento x espessura*, cuja representação numérica é $30 \times 540 \times 2,5$. No contexto dessa atividade, os números 30, 540 e 2,5 representam medidas em centímetros; o resultado, o volume, é indicado em centímetros cúbicos, ou seja, $4,05 \text{ cm}^3$. Matematicamente, o resultado de $30 \text{ cm} \times 540 \text{ cm} \times 2,5 \text{ cm}$ é igual a 40500 cm^3 , que equivale a $0,0405 \text{ m}^3$.

Pelas operações mentais de S_2 , percebe-se um nível de pensamento superior em relação a S_1 , visto que as medidas são transformadas em uma unidade comum, o *metro*. Essas operações revelam a força (a influência) dos conceitos científicos na atividade de

trabalho e, ao mesmo tempo, mostram o caminho do conceito científico em direção ao concreto (Vygotsky, 1993, p. 183).

Finalmente, a expressão numérica que representa as operações matemáticas realizadas por S_2 é $0,025\text{ m} \times 0,30\text{ m} \times 5,40\text{ m}$, a qual traduz o modelo matemático da escola $c \times l \times e$ de forma comutativa.

S_3 : 65 anos, sempre exerceu atividades relacionadas com serraria (diretamente na serraria ou como motorista de caminhão da mesma firma); nível de escolaridade de quatro anos (equivalente a 1ª a 4ª série do ensino fundamental):

E - Qual é, seu Santo, qual é o volume mesmo de uma tábua-padrão? Que a gente ainda não viu hoje aqui.

S₃ - Que jeito?

E - Quanto de ... Qual é o volume de madeira que tem numa tábua-padrão? A gente só viu o preço, né?

S₃ - Certo.

E - Quanto de madeira, tem numa tábua-padrão? O senhor faz... já fez o cálculo?

S₃ - Tem que med... Tem que... Isso aí é bucha, né cara (referindo-se a S_2 , seu Carlos, um funcionário do escritório da firma). Uma tábua ...

S₄ - Agora você levou prá um lado que ... é... Claro, eu vô ... Ele sabe... ele tem a vivência mas não tem a teoria. É isso aí né?

E - O seu Carlos está dizendo que o seu Santo tem a vivência, mas não tem a teoria.

S₃ - Não, não, isso aí não.

S_3 deixa claro que não sabe determinar o volume da tábua-padrão, o que significa que em nenhum momento de sua atividade foi necessário fazer isso: “na prática não precisa”.

Nesse momento da entrevista, S_3 e o outro funcionário (S_4) começam a conversar. Percebe-se que S_4 explica como procede para determinar o volume da tábua-padrão e S_3 , então, faz as operações na máquina. Ao final, diz: “Dá quatrocent... quaren... quatro vírgula cinco...”.

É importante destacar algumas colocações de S_4 sobre a situação:

S₄ - (...) É que tu ... É ... desculpe ... É que tu tá sempre prá frente ó, e ela agora veio prá trás ó... Entende? Nós aqui sempre precisemo a cubagem, por exemplo aqui, uma tábua quanto dá isso, quanto dá aquilo, mas sempre no aumento. Então ela diminuiu aí ... aí que dá ... desculpe ele sabe também, o cavalinho dele já não puxa mais né?

S₃ - É.

E - Tá certo.

S₄ - Então veio prá trás né ... Ele sabe ...

E - Tá certo. Isso aí eu entendi. O senhor percebeu bem como ...

S₄ - Ela qué sabê ali vamo dizê de ti, como tu faz o cálculo, certo? Mas tu sabe de cor, que 12 tábua de 30 é meio metro.

S₃ - É meio metro. 24 ...

S₄ - Certo? Mas tu nunca te preocupou em sabê quanto é uma tábua!

E - Porque também não precisou né, seu Santo?

S₃ - É, nunca precisou ...

E - Na prática ...

S₃ - Na prática não precisa.

Nesse diálogo, observa-se o trabalhador (S₃) confirmando o processo de generalização de conhecimentos na prática social de trabalho de serraria.

Dias depois dessa entrevista, fez-se necessário complementar algumas questões que não haviam ficado claras na gravação e outras que não foram feitas em razão de interferências de outras pessoas no local da entrevista. Então, S₃ foi questionado novamente sobre o volume da tábua-padrão. Vejamos:

E - Sobre aquela tábua-padrão que vocês trabalham, aquela de 5 e 40, de 30 cm e de 2 e meio. Se tivesse que calculá o volume de madeira daquela tábua?

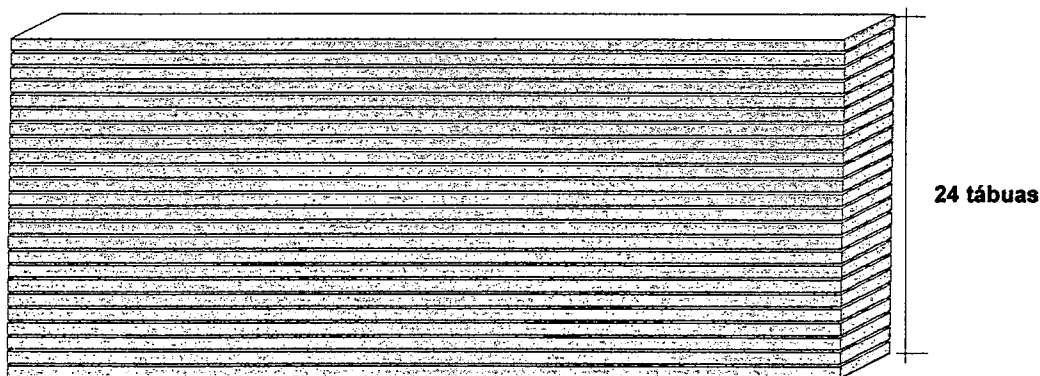
S₃ - Por metro cúbico?

E - Por metro cúbico.

S₃ - Metro cúbico, são 24 peça de 30, dá 1 m (observe-se a simplificação de linguagem em relação ao m³).

E - Dá 1 m?

S₃ - 1 metro cúbico.



A relação de equivalência de 24 tábuas-padrão para 1 m³ representa um conhecimento cotidiano generalizado por S₁ na atividade de trabalho³⁹. *Vinte e quatro tábuas-padrão* é uma das formas de representação do metro cúbico que traduz um conhecimento prático, real, que não tem a forma de um cubo como comumente é utilizada na escola, a de um cubo de 1 m de aresta.

Se compararmos o conceito cotidiano de metro cúbico envolvido nessa relação com o conceito científico de metro cúbico, vemos que a idéia de exatidão nem sempre é

³⁹ O volume real de 24 tábuas-padrão equivale a 0,972 m³.

essencial em atividades práticas. Pensando matematicamente, podemos verificar que 24 tábuas-padrão multiplicadas pelo volume da tábua-padrão resulta, aproximadamente, igual a 1 m^3 . Vejamos:

$$24 \text{ tábuas-padrão} \times 0,0405 \text{ m}^3 = 0,972 \text{ m}^3.$$

Se dividirmos o metro cúbico pelo volume da tábua-padrão, teremos o número exato de tábuas-padrão necessário para que a relação de equivalência seja matematicamente correta:

$$1 \text{ m}^3 : 0,0405 \text{ m}^3 = 24,69 \text{ tábuas-padrão}$$

Certamente, a parte de tábua que falta nessa relação de equivalência não deve estar perturbando as transações comerciais entre serrarias e consumidores, mas pode ser um assunto interessante e polêmico para ser tratado na escola.

E - Certo. E se a gente quisesse sabê só de uma tábua, quanta madeira tem?

S₃ - Ai tem que dividi, né.

E - O que que teria que dividi?

S₃ - 5 e 40 por 30 ... tu não tem uma máquina aí?

E - Tem.

S₃ - Então faz isso aí (S₃ pede para que eu faça os cálculos para ele, na máquina). 5 e 40 ... faz, pode fazê.

E - 5 ...

S₃ - e 40. 5 e 40 ...

E - (dígito)

S₃ - vezes

E - vezes

S₃ - 30. Quanto deu ali?

E - 16 e 200 (a operação matemática foi 540×30 , resultando em 16200)

(pausa)

E - Eu não botei o ponto no 5 e 40.

S₃ - Dá ... metro cúbico, né? Vezes 23; vezes 25, 25.

E - Ah! Sim (foi efetuado $16200 \times 25 = 40500$).

S₃ - É isso aí (olhando o resultado 40500 na calculadora). Dá 4 ... dá 4 centímetro vírgula 5.

E - Certo. Cada tábua?

S₃ - Cada tábua.

(...)

S₃ - Tá. 5 e 40 vezes 30 vezes 25 que é a grossura. Tá? Isso, 4 centímetro. Entendeu?

(...)

S₃ - 4 centímetro, em metro cúbico.

E - Em metro cúbico.

S₃ - Isto!

Essa situação mostra, mais uma vez, a possibilidade de apropriação de conhecimentos construídos socialmente numa prática social específica, como é o caso da atividade de serraria. Vê-se um sujeito (S₃), numa determinada situação, explicitar sua dificuldade, traduzida pela ausência de um dado conhecimento (nesse caso, volume da

tábua-padrão); posteriormente, em virtude da interação social com um colega de trabalho, o mesmo sujeito apresenta, ainda que com uma certa dificuldade, a generalização da atividade feita na prática, ou seja, no plano visual-imaginativo.

Esse é um exemplo real em relação aos estudos de Vygotsky em torno do conceito de *zona de desenvolvimento proximal* (1993, p. 238), que mostra a possibilidade de se fazer amanhã o que se faz hoje com a colaboração de outra pessoa.

7.4.2 – Na atividade de estudo

7.4.2.1 – Volume como grandeza tridimensional

Para proceder à análise conceitual do volume como grandeza tridimensional, foram propostas aos estudantes duas atividades, uma envolvendo o volume de uma tábua-padrão e outra o volume de um tijolo maciço.

Atividade 1:

Nas serrarias, existe um padrão de tábua que é utilizado para a venda de qualquer tamanho de tábua, ripa, etc. Uma tábua-padrão tem 2,5 cm de espessura, 30 cm de largura e 5,40 m de comprimento.

b) Qual é o volume de uma tábua-padrão? Tente explicar como você encontrou esse resultado.

A tabela a seguir mostra o quadro geral das soluções dos estudantes.

Tabela 8: Resultados apresentados pelos estudantes à atividade 1.

| Volume da tábua-padrão: 5,40 m x 30 cm x 2,5 cm | | | | |
|---|---------------|-------|-----------------|-------|
| Solução ⁴⁰ | 1º ano (n=17) | | 7ª série (n=33) | |
| | nº | % | nº | % |
| Multiplicativa | 3 | 17,64 | 2 | 6,06 |
| Aditiva | 2 | 11,76 | 12 | 36,36 |
| Outras soluções | 5 | 29,41 | 5 | 15,15 |
| Nenhuma | 7 | 41,17 | 14 | 42,42 |

Os modelos matemáticos identificados nos planos de ação, com o respectivo número de estudantes de cada turma, são apresentados abaixo.

Tabela 9: Modelos matemáticos subjacentes aos planos de ação dos estudantes.

| Solução | Modelo matemático ⁴¹ | 1º ano | 7ª série |
|-----------------------|---------------------------------|--------|----------|
| Multiplicativa | $c \times l \times e$ | 2 | 1 |
| | $e \times l$ | 1 | 1 |
| Aditiva | $c + l + e$ | 1 | 7 |
| | $l + e$ | 1 | 0 |
| | $c + c + l + l + e + e$ | 0 | 1 |
| Outras soluções | $(l \times c) + e$ | 0 | 1 |

Na categoria *outras soluções*, só foi possível identificar a representação mental do modelo matemático de um dos estudantes; os demais (9/50) apresentaram a solução em forma de frase, ou apenas em forma de resultado.

Dentre os planos de ação identificados, observe-se que, na 7ª série, a solução encontrada em maior número envolve uma concepção *aditiva*, ao passo que, no 1º ano,

⁴⁰ Nesse caso, soluções multiplicativas foram obtidas através de multiplicações; soluções aditivas, através de adições.

⁴¹ Nesses modelos matemáticos, c representa a medida do comprimento; l , a medida da largura e e , a medida da espessura.

foi multiplicativa. Além disso, destaca-se que, nas duas turmas, houve um expressivo número de estudantes que não apresentaram qualquer tipo de solução.

A representação mental do modelo matemático para a determinação de volume como grandeza tridimensional $c \times l \times e$ só foi identificada no plano de ação de três estudantes (S_1 e S_2 , 1º ano, e S_4 , 7ª série). Desses, nenhum conseguiu determinar o volume da tábua-padrão (40500 cm^3 ou $0,0405 \text{ m}^3$), não gerando, então, planos de ação-resolução para essa atividade, ou seja, não determinando o volume de madeira da tábua-padrão. As dificuldades se concentraram em dois níveis conceituais: o das medidas e o das unidades de medida. Vejamos algumas constatações:

- a) operacionalmente, as medidas das dimensões da tábua foram consideradas por S_2 (1º ano) e S_4 (7ª série) como de mesma unidade;
- b) S_2 (1º ano) multiplicou as três medidas sem fazer qualquer transformação, como se todas fossem de mesma unidade. Além disso, a unidade de medida indicada no resultado obtido não é de volume e, sim, de área (m^2), o que aponta, também, uma dificuldade relacionada ao próprio conceito de volume. Observemos o seu procedimento:

$$\begin{array}{r} 15,40 \\ \times 30 \\ \hline 46200 \\ \hline 16200 \\ \hline 16200 \\ \times 2,5 \\ \hline 63000 \\ 32400 - \\ \hline 382000 \end{array}$$

Um volume de uma
TABUA PADRÃO é de
 $3,82 \text{ m}^2$

- c) não foi possível identificar a forma como S_4 (7ª série) operacionalizou seu plano de ação, uma vez que a unidade de volume ficou definida como *decímetro* (linear), e a

própria medida de volume indicada nada tem a ver com o produto da expressão matemática apresentada pelo estudante. Vejamos:

O volume da Tábua - pedrões e - em 710,0.

Encontrai o resultado fo sendo esse volume $5,40 \cdot 30 \cdot 2,5$.

c) supõe-se que S₁ (1º ano) tenha consciência das diferenças de unidades das dimensões, pois parece ter transformado a medida do comprimento (5,40 m) de metro para centímetros. Apesar da dificuldade na multiplicação, vê-se que a unidade de medida indicada para o volume é centímetros cúbicos:

$$\begin{aligned} 2,5 \times 30 \times 540 &= \\ 75 \times 540 &= 39,700 \text{ cm}^3 \\ 39,700 \text{ cm}^3 & \end{aligned}$$

Concluindo, os três estudantes que partiram de um plano de ação determinado por um modelo matemático comum, *comprimento x largura x espessura*, apresentaram algumas diferenças na sua operacionalização. No decorrer do processo de solução do problema, S₂ (1º ano) e S₄ (7ª série) mostraram dificuldades para operacionalizar com as medidas e respectivas unidades das dimensões da tábua; isso também ocorreu com a unidade de volume, quando indicaram unidade de área (m²) e unidade de comprimento (dm), respectivamente. S₁ (1º ano) indicou uma unidade de volume adequada, mas teve problemas com as operações com decimais. Enfim, independentemente de unidades, constatou-se que os três estudantes têm dificuldade em operar matematicamente com números decimais.

Diante dessa situação-problema, poder-se-ia dizer que S₁ (1º ano) demonstra um nível de desenvolvimento real (Vygotsky, 1993) mais avançado no que se refere ao conceito de volume, pois conseguiu apropriar-se de forma mais significativa dos conhecimentos relacionados ao sistema de unidades de medida de comprimento e, conseqüentemente, de volume. Mesmo assim, seu conhecimento e, melhor dizendo, seu

desenvolvimento mental real ainda não lhe permitiram desenvolver um plano de ação-resolução.

As dificuldades operacionais nas ações dos estudantes não foram evidenciadas somente nas soluções multiplicativas. Foram detectadas, por exemplo, dificuldades nas soluções aditivas, tanto no que se refere às unidades como nas próprias estratégias operacionais com decimais. Vejamos alguns exemplos:

- a) S₁₄ (7ª série): “Somando a espessura 25, cm, a largura 30 cm e o comprimento 5,40 m cheguei a conclusão que o volume da tabúa é de 5,95 m.”

A operação apresentada pelo estudante foi a seguinte:

$$\begin{array}{r} 25\text{cm} \\ 30\text{cm} \\ 5,40\text{m} \\ \hline 5,95\text{m} \end{array}$$

- b) S₁₂ (7ª série): “eu acho que é de 5 metros e 95 cm. encontrei assim se estiver certo”

$$\begin{array}{r} 5,40 \\ + 30 \\ 25 \\ \hline 5,95 \end{array}$$

- c) S₃ (7ª série):

O volume é de 8,20 m
Achei esse resultado somando os
2,3 em com 30 em e 5,40 m, e cheguei
esse resultado.

Nenhum dos estudantes (três) que encontraram esse resultado apresentou a operação armada (conta), entretanto supõe-se que tenham procedido da seguinte maneira:

$$\begin{array}{r} 5,40 \\ + 2,5 \\ \hline 30 \\ \hline 8,20 \end{array}$$

d) S₂₈ (7ª série):

$$\begin{array}{l} A = 5,4 \text{ m} \\ L = 30 \text{ cm} \\ E = 2,5 \text{ cm} \\ A + L + E = \\ 5,4 + 30 + 2,5 = \\ B = 30,9 \text{ cm} \end{array}$$

SOMAR a largura + a espessura e o comprimento

Apesar de esse estudante não ter apresentado a operação armada (conta), é correto supor que a matematização tenha sido esta:

$$\begin{array}{r} 5,4 \\ + 30 \\ 2,5 \\ \hline 10,9 \end{array}$$

Subjacente a essas soluções aditivas, é possível identificar um mesmo plano de ação e, certamente, uma mesma representação do conceito de volume e sua determinação. No entanto, verifica-se que as operações mentais para executar as ações têm uma diferença conceitual básica, relacionada ao sistema de unidades de medida de comprimento. No primeiro exemplo (S₁₄), a medida da espessura 2,5 cm passa a valer 25 cm; no segundo (S₁₂), 2,5 dm; no terceiro (S₃), transforma-se em 2,5 m; no quarto (S₂₈) exemplo, 2,5 cm transforma-se em 2,5 m e 30 cm, em 3 m.

Observando os quatro exemplos, pode-se supor que S₁₄ e S₃ têm em mente a *regra prática* da colocação de vírgulas uma abaixo da outra. A *regra vírgula embaixo de*

vírgula, normalmente difundida para a adição e subtração de decimais, pode se constituir em obstáculo para a aprendizagem de operações com decimais e, conseqüentemente, com medidas decimais. Isso porque a vírgula, que é apenas um sinal separador da parte inteira da decimal, é dado o estatuto de elemento determinante (de comando) nessas operações. Essa regra prática, principalmente quando “ditada” aos estudantes, pode dificultar e até impossibilitar tanto a compreensão das operações com decimais como do próprio sistema de numeração decimal.

A análise dos procedimentos dos estudantes, cujo plano de ação envolve *adições* (14/50), mostrou que todos têm dificuldades operacionais com medidas e, especificamente, com medidas decimais. Na verdade, esses estudantes não internalizaram as unidades de medida de comprimento como um sistema de conhecimentos. As próprias unidades são fruto de agrupamentos de base 10, e isso pressupõe adições ou multiplicações. A compreensão do processo de formação das unidades como agrupamentos traz em si o conceito de valor posicional, que é básico para que o estudante possa formar/internalizar o conceito de adição e, mesmo, de subtração, por exemplo.

Obviamente, nenhuma das soluções aditivas é significativa em relação à situação apresentada, ou seja, em relação à solução do problema, que envolve o conceito de volume. No entanto, em se tratando de educação, todo e qualquer plano de ação merece destaque, uma vez que está diretamente relacionado com o processo de representação dos conceitos.

É importante destacar dois tipos de representação mental que podem ser considerados significativos se pensarmos no conceito de volume. É o caso dos modelos matemáticos (*espessura x largura*) e $[(largura \times comprimento) + espessura]$. O primeiro deles refere-se à área de uma das faces da tábua, o que corresponderia à *área da base*, do modelo matemático *área da base x altura*, comumente utilizado na escola para determinar o volume de prismas retos. O segundo modelo adiciona a medida da *espessura* à *área da base*, o que revela uma certa lógica no contexto do problema. São, também, dois exemplos de planos de ação que merecem ser analisados em sala de aula, partindo do julgamento dos próprios estudantes. Vale ressaltar que esses estudantes estão num nível de desenvolvimento mental intermediário em relação ao conceito de volume.

Atividade 2:

Um tijolo maciço tem 22 cm x 10 cm x 5 cm.

b) Qual é o seu volume? Como você resolveu esta questão?

O resumo dos resultados dessa situação é apresentado na tabela abaixo.

Tabela 10: Resultados apresentados pelos estudantes à atividade 2.

| Soluções | 1º ano (n=15) | | 7ª série (n=33) | |
|-----------------|---------------|-------|-----------------|-------|
| | nº | % | nº | % |
| Multiplicativa | 6 | 40 | 4 | 12,12 |
| Aditiva | 1 | 6,66 | 11 | 33,33 |
| Outras soluções | 2 | 13,33 | 5 | 15,15 |
| Nenhuma | 6 | 40 | 13 | 39,39 |

Nessa situação, não foi possível identificar nenhum plano de ação na categoria *outras soluções*.

Os modelos matemáticos identificados como soluções multiplicativas e aditivas, com o número de estudantes de cada turma, são apresentados a seguir.

Tabela 11: Modelos matemáticos subjacentes aos planos de ação dos estudantes.

| Solução ⁴² | Modelo matemático ⁴³ | 1º ano | 7ª série |
|-----------------------|---------------------------------|--------|----------|
| Multiplicativa | $c \times l \times e$ | 5 | 3 |
| | $l \times e$ | 0 | 1 |
| | $(c \times l) : e$ | 1 | 0 |
| Aditiva | $c + l + e$ | 1 | 6 |
| | $l + e$ | 0 | 1 |
| | $c + l$ | 0 | 1 |
| | $(c + l + e) + (c + l + e)$ | 0 | 1 |
| | $c + c + e + l + l$ | 0 | 1 |

Observando os resultados contidos na Tabela 10, constata-se que, aparentemente, a atividade de determinação do volume do tijolo se apresentou menos complexa do que aquela da tábua-padrão, uma vez que o número de estudantes que utilizou estrutura multiplicativa duplicou nas duas turmas. No entanto, a diversidade de planos de ação com os correspondentes modelos matemáticos identificados, ao invés de diminuir, aumentou de seis para oito. Um outro ponto que merece ser destacado é o de que a porcentagem de estudantes que não resolveu o problema praticamente não se alterou em relação à atividade 1.

É importante atentar para os planos de ação com concepções multiplicativas identificados, os quais são considerados significativos para essa situação-problema uma vez que envolvem modelos matemáticos relacionados com sua solução.

O desenvolvimento do plano de ação dos *oito* estudantes que solucionaram o problema através de *comprimento x largura x espessura* traz algumas particularidades que merecem destaque, pois apenas um de cada turma indicou uma resposta completa, ou seja, a medida e respectiva unidade de volume (1100 cm^3). Na verdade, foram identificadas seis diferentes respostas: 1,100; 110 cm^2 ; 1100 cm^3 ; 1100; 1 metro e 100 centímetros; 1100 cm.

⁴² Nessa atividade, soluções multiplicativas envolvem multiplicações e divisões e soluções aditivas, apenas adições.

⁴³ Nessas expressões, c representa a medida do comprimento; l , a medida da largura e e , a medida da espessura.

Percebe-se que, apesar de estarem utilizando em seus planos de ação um modelo matemático adequado, esses estudantes demonstram dificuldades operacionais para executá-lo. Essas dificuldades relacionam-se com a *medida* ou com a *unidade de medida* indicada. Vejamos alguns exemplos:

a) S₂ (1º ano):

$$\begin{array}{r} 22 \\ \times 10 \\ \hline 00 \\ 22 \\ \hline 220 \\ \times 5 \\ \hline 1100 \end{array}$$

SEU VOLUME É
DE 1100m².

Esse estudante, que multiplica as medidas das três dimensões em centímetros e obtém como unidade de medida de volume centímetro quadrado, mostra uma contradição conceitual em seu plano de ação em consequência da não-representação do conceito de volume.

b) S₁₅ (7ª série):

$$V = l \cdot h + e$$

$$V = 30 \text{ cm} \cdot 5,40 \text{ m} + 2,5 \text{ cm}$$

$$V = 16,20 \text{ m} + 2,5 \text{ cm}$$

$$V = 18,70 \text{ m}$$

R: MULTIPLICANDO A LARGURA PELO ALTURA E SOMANDO O EXCESSO, CHEGANDO DO RESULTADO DE 18,70 m.

Vê-se que o estudante forneceu a resposta correta, mas demonstrou não ter compreendido o significado da unidade de volume centímetro cúbico.

S₅ (1º ano):

Seu volume é de 1.100 cm^3 . Resolvi multiplicando as três medidas e elevando sem multiplicação ao expoente 3 onde por tanto a resposta ficou em cm^3 (centímetros cúbicos).

Constata-se que esse estudante não faz relação entre o modelo matemático utilizado para determinar o volume (*comprimento x largura x espessura*) e a unidade de volume. Pode-se verificar isso pela própria explicitação/justificativa de como obteve centímetros cúbicos: “elevando sem multiplicação ao expoente 3 onde portanto a resposta ficou em cm^3 ”. É interessante observar que, na situação 1, que envolvia o volume da tábua-padrão, esse mesmo estudante indicou como unidade de volume *metro*, o que, evidentemente, mostra que não houve internalização do conceito de volume.

Medida e unidade de medida estão *amarradas* entre si; fazem parte da mesma ação, do mesmo processo, ou seja, cada medida, que indica o resultado do ato de medir, depende da unidade escolhida; assim, podemos obter diferentes medidas para um mesmo objeto. Por exemplo, o volume da tábua-padrão pode ser dado como 40500 cm^3 ou por $0,0405 \text{ m}^3$, basta que, para isso, optemos por uma ou por outra unidade de medida. Assim, se a medida ou a unidade estiverem incorretas, ou mesmo se a unidade não estiver indicada, pode-se, apropriadamente, supor que o sujeito não tem a representação mental de volume, não tendo, possivelmente, generalizado o processo como um todo.

Decorar a fórmula para determinar o volume de um sólido não significa tê-la compreendido, muito menos garante que houve internalização do conceito; por outro lado, a compreensão do significado da palavra *volume*, por si só, também não indica que o sujeito sabe determiná-lo. São, portanto, dois processos que se complementam: a formação do conceito de volume e sua determinação como medida.

Observou-se que a maioria dos estudantes das duas turmas cujo plano de ação envolvia adição das medidas mostrou coerência entre medida e unidade, significando

que, para eles, a adição de medidas lineares tem como resultado uma medida também linear; contudo, significa também que, para eles, a medida para o volume é linear.

Galperin (1987, p. 133) discute, apropriadamente, o problema do número como resultado de uma medição, abordando duas questões básicas: uma relacionada ao que medir e outra com que medir. Para o autor, é importante compreender que propriedade do objeto se pretende medir, uma vez que um mesmo objeto tem diferentes propriedades. Nesse sentido, ao tomarmos objetos, tais como a tábua-padrão e o tijolo, podemos medir tanto a superfície de uma das faces ou o seu perímetro, como o volume desses objetos. Por isso, na escola, é muito importante que a palavra generalizadora (Luria, 1987, p. 108), ou seja, a palavra que representa o conceito, resulte de um processo de tomada de consciência do seu significado. Isso cabe, evidentemente, aos conceitos de perímetro, área e volume envolvidos neste estudo.

Como já se disse, para Galperin (1987), é importante também saber com que medir, pois, segundo ele, só se pode medir uma determinada propriedade do objeto com sua medida, o que significa que, para medir comprimentos, teremos que tomar como *medida* unidades de mesma grandeza, ou seja, lineares. Para medir superfícies, não podemos tomar medidas cujas unidades sejam, por exemplo, de comprimento ou de volume; já, para determinar o volume de um determinado objeto, só podemos utilizar medidas cujas unidades sejam de mesma grandeza, ou seja, tridimensionais. Essa é uma discussão essencial para o processo ensino-aprendizagem e, prioritariamente, para os cursos de formação de professores.

Analisando epistemologicamente as *situações 1 e 2*, as quais envolvem o conceito de *volume*, vemos duas diferenças básicas:

- na magnitude das medidas;
- nas unidades de medidas.

As medidas da tábua (5,40 m x 30 cm x 2,5 cm) envolvem números decimais e unidades diferentes, ao passo que as medidas do tijolo (22 cm x 10 cm x 5 cm) representam números inteiros e são de mesma unidade. Assim, operacionalmente, para determinar o volume da tábua, é preciso transformar metros em centímetros ou vice-versa, e, para determinar o volume do tijolo, basta multiplicar as medidas dadas.

A análise intra-sujeitos mostrou que, nas duas turmas, poucos estudantes foram coerentes em relação aos modelos matemáticos de seus planos de ação. Verificou-se que cinco dos cinquenta estudantes têm a mesma representação mental, tendo, assim, utilizado o mesmo modelo matemático para resolver as duas situações. A coerência ficou por conta de duas representações:

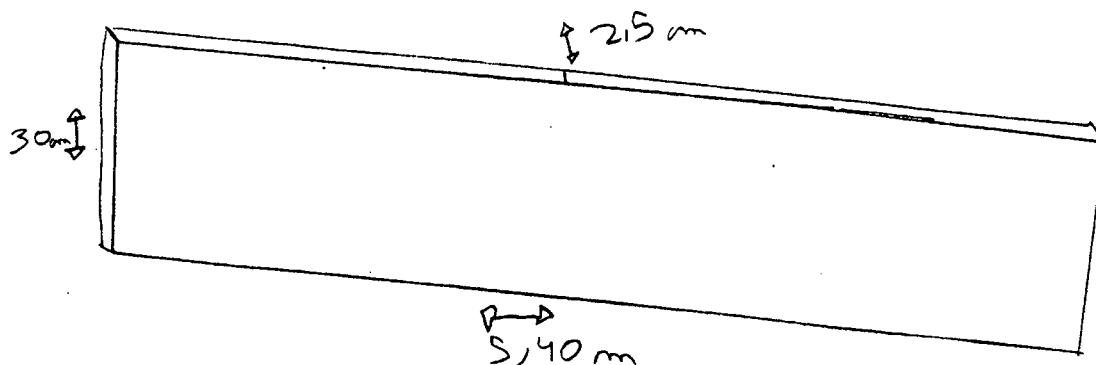
a) *comprimento x largura x espessura* - um estudante do 1º ano (S_1);

b) *comprimento + largura + espessura* - quatro estudantes da 7ª série (S_1 , S_3 , S_{14} e S_{20}).

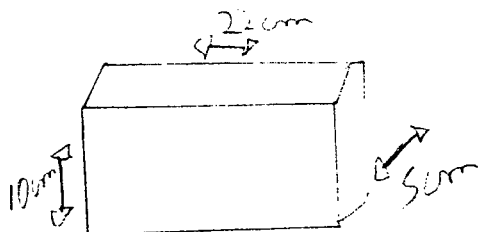
Além dos modelos matemáticos, observou-se que os cinco estudantes têm coerência nas representações gráficas da tábua-padrão e do tijolo. Vejamos alguns exemplos:

S_1 (1º ano):

a) representação da tábua-padrão:

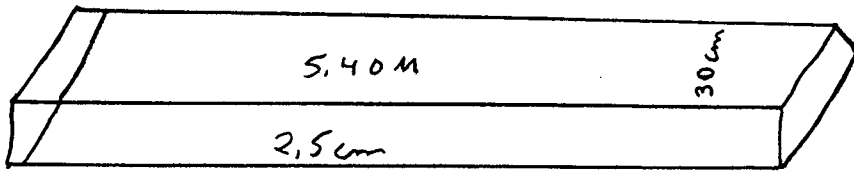


b) representação do tijolo:

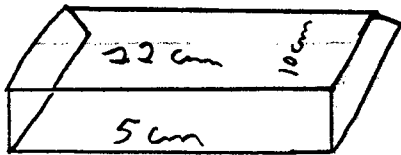


S_1 (7ª série):

a) representação da tábua-padrão:

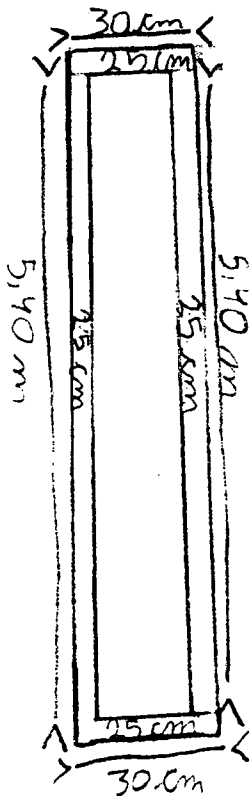


b) representação do tijolo:

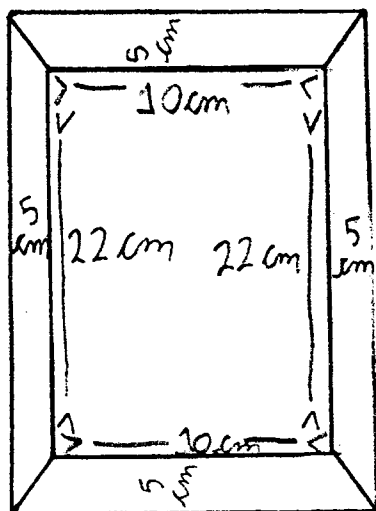


S_{14} (7ª série):

a) representação da tábua-padrão:



b) representação do tijolo:



Diante desses resultados, pode-se dizer que a grande maioria dos estudantes das duas turmas não têm a representação do conceito de volume como grandeza tridimensional.

A análise dos procedimentos de cada estudante do 1º ano e da 7ª série permite que se apontem dois níveis de dificuldade: o primeiro diz respeito ao próprio *conceito de volume* como medida espacial, e o segundo refere-se a outros conceitos ou capacidades básicas que permitem a resolução de problemas matemáticos. As dificuldades detectadas nesse segundo nível são, por exemplo, do tipo:

- a) lidar com medidas envolvendo números decimais;
- b) lidar com medidas de unidades diferentes numa mesma situação;
- c) operar, matematicamente, com medidas decimais ou com medidas de unidades diferentes;
- d) prever ou estimar resultados;
- e) conferir resultados em função de uma situação dada.

Resumindo, além da dificuldade conceitual em relação ao volume propriamente, verificou-se que a maioria dos estudantes das duas turmas têm dificuldades básicas que envolvem medidas espaciais, números decimais e sistema de numeração decimal. Vejamos mais alguns exemplos indicativos dessas dificuldades:

a) S₄ (1º ano):

$$37 \text{ cm}^2 = \text{somando as suas áreas}$$

A análise do plano de ação desse estudante, que adicionou as medidas das dimensões do tijolo e indicou como unidade de medida uma unidade de área, pode ter, pelo menos, duas interpretações:

- ele tem uma representação mental contraditória, uma vez que indicou a unidade em centímetros quadrados ao invés de indicá-la em centímetros; o seu plano de ação, que envolve uma composição de medidas (Vergnaud, 1994, p. 133), na qual duas ou mais medidas se compõem, deveria gerar uma medida de mesma unidade, ou seja, linear;
- ele tem uma representação correta de composição de medidas, considerando cada uma das medidas dadas como áreas das faces do tijolo.

De toda maneira, o seu procedimento mostra dificuldades com o sistema de unidades de medida de comprimento, de superfície e de volume.

b) S₈ (7ª série):

$$10 \text{ cm} \times 5 \text{ cm} = 50 \text{ cm}$$

O volume é 50 cm.

c) S₁₅ (7ª série):

$$V = 10 \text{ cm} \cdot 22 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm}$$

$$V = 1.100 \text{ cm}$$

MULTIPLICANDO SUAS MEDIDAS

Os planos de ação desses dois estudantes (S₈ e S₁₅), que envolvem a multiplicação de duas e de três medidas, respectivamente, revelam uma dificuldade comum: eles indicam, no produto, uma unidade de comprimento como se estivessem fazendo uma composição de medidas.

d) S₁₆ (1º ano):

$$\begin{array}{r} 30 \\ 25 \\ \hline 55 \text{ cm} \end{array}$$

("30 + 2,5 = 5,5 cm")

Nesse plano de ação, identificamos que medidas de unidades diferentes são adicionadas entre si, como, por exemplo, 3 (dm) com 2 (cm), o que revela diferentes níveis de dificuldade.

e) S₁₅ (7ª série):

$$V = l \cdot h + e$$

$$V = 30 \text{ cm} \cdot 5,40 \text{ m} + 2,5 \text{ cm}$$

$$V = 16,20 \text{ m} + 2,5 \text{ cm}$$

$$V = 18,70 \text{ m}$$

R: MULTIPLICANDO A LARGURA PELO ALTURA E SOMANDO O EXPRESSÃO, CHEGANDO DO RESULTADO DE 18,70 m.

7.4.2.2 - Volume como um processo de contagem

A análise do conceito de volume como um processo de contagem teve como base duas atividades:

Atividade 1:

Um tijolo maciço tem 22 cm x 10 cm x 5 cm.

c) Como você faria para descobrir quantos tijolos cabem na carroceria de um caminhão qualquer?⁴⁴

⁴⁴ O item a dessa atividade foi analisado em 7.1.2 e o b em 7.4.2.1.

Além de a questão envolver o conceito de volume como um processo de contagem, há uma diferença básica em relação àquelas que envolvem o volume da tábua-padrão e do tijolo (item b desta situação). Aqui o estudante precisa estabelecer um planejamento próprio diante de uma situação que pode ser caracterizada como abstrata; o único dado concreto é o tamanho do tijolo, mas que não precisa, obrigatoriamente, ser utilizado. Com base em seu desenvolvimento mental real e frente a uma situação hipotética, o estudante é solicitado a apresentar um plano de ação geral para determinar o volume/capacidade de um caminhão qualquer, tendo como medida o tijolo.

Os resultados mostraram que, no 1º ano, 60% (9/15) dos estudantes apresentaram algum tipo de plano de ação e, na 7ª série, 60,60% (20/33). Foram identificadas duas categorias de planos de ação: *significativos* e *não significativos*. *Significativos* são aqueles planos que têm alguma relação com a solução da questão; em oposição, *não significativos* são aqueles planos que nada têm a ver com a questão proposta, ou que são inadequados para a sua solução.

Como planos de ação *não significativos* temos, por exemplo:

S₃ (1º ano): “Eu descobriria a quantidade de carga do caminhão e dividiria por alguns tijolos”.

S₁₁ (7ª série): “Eu iria em outras olarias para ver quantos tijolos cabem nos caminhões deles”.

S₁₅ (7ª série): “Multiplicando a área de cada tijolo, e então dividindo pela área da carroceria de um caminhão”.

São exemplos de planos de ação *significativos*:

S₄ (1º ano): “Sabendo quanto é a capacidade do peso da carroceria e quanto pesa cada tijolo”.

S₁₈ (1º ano): “Tirava a area do caminhão e dividia pelo tamanho do tijolo”.

S₂₈ (7ª série): “Multiplicando o número de tijolos em cada fileira pelo número de fileiras”.

Analisando a solução dos estudantes que estabeleceram algum tipo de plano de ação, constatamos que apenas um deles se caracteriza como um plano de ação-

resolução: “Eu multiplicaria a largura, o comprimento e a altura da carroceria do caminhão e dividiria o resultado pelo volume do tijolo” (S₂₀; 7ª série).

É interessante citar alguns casos em que os estudantes fazem menção ao conhecimento cotidiano, ou seja, a algum tipo de experiência concreta fora da escola:

S₁₀ (7ª série): “Bom um caminhão levou tijolo na minha casa e ele veio cheio e nós tinha encomendado 2.000 tijolo. Na minha opinião o máximo para se levar num caminhão é 2.000 tijolos”.

S₃₀ (7ª série): “P/ carregar um caminhão truck se conta por fileira de 100 tijolos ou mãozadas de 5 tijolos”.

Percebe-se que há diferentes níveis de desenvolvimento mental real (Vygotsky, 1993) entre os estudantes que participaram do estudo: alguns não conseguem estabelecer *nenhum plano de ação*; outros estabelecem *planos inadequados ou não significativos* e há aqueles que estabelecem *planos de ação significativos* em relação à questão proposta. Dentro dessas categorias, há variações nos procedimentos e, mesmo, pode-se dizer que cada solução tem alguma diferença em relação à representação mental. Os planos de ação são de tal forma diversificados que poderíamos extrair várias subcategorias, o que, entretanto, não interessa para os objetivos deste estudo.

As dificuldades apresentadas pelos estudantes, tanto para estabelecer planos de ação como nos próprios planos, apontam para a necessidade de serem enfatizadas situações-problema abertas, que não exigem, para sua solução, uma resposta numérica, mas um planejamento adequado.

Atividade 2:

Um oleiro informou que na carroceria do seu caminhão cabem 80 tijolos no comprimento, 10 tijolos na largura e 7 tijolos na altura. Quantos tijolos cabem no total? Por quê?

A tabela em seqüência mostra o panorama geral das soluções dessa situação-problema.

Tabela 12: Soluções dadas pelos estudantes à atividade 2.

| Soluções ⁴⁵ | 1º ano (n=10) | | 7ª série (n=27) | |
|-------------------------------|---------------|----|-----------------|-------|
| | nº | % | nº | % |
| $c \times l \times a$ | 5 | 50 | 6 | 22,22 |
| $c \times l$ | 1 | 10 | 0 | 0 |
| $c + l + a$ | 1 | 10 | 12 | 44,44 |
| $c + c$ | 0 | 0 | 1 | 3,70 |
| $(c \times a) : l$ | 0 | 0 | 1 | 3,70 |
| $(c \times a) + l$ | 0 | 0 | 1 | 3,70 |
| $(c \times l) + (c \times a)$ | 0 | 0 | 1 | 3,70 |
| Outra solução | 2 | 20 | 3 | 11,11 |
| Nenhuma | 1 | 10 | 2 | 7,40 |

Nessa atividade, foram identificados vários planos de ação, porém a concentração maior ficou por conta daqueles que envolvem o modelo matemático: no 1º ano, *número de tijolos pelo comprimento x número de tijolos pela largura x número de tijolos pela altura*; na 7ª série, *número de tijolos pelo comprimento + número de tijolos pela largura + número de tijolos pela altura*. Se observarmos a Tabela 12, vemos que houve uma grande dispersão de planos de ação, principalmente na 7ª série.

Destaca-se que, entre os estudantes cujo plano de ação envolveu a adição do número de tijolos pelo comprimento, pela largura e pela altura da carroceria, não se constatarem dificuldades operacionais. Já, entre aqueles cujo plano de ação se caracterizou como a multiplicação do número de tijolos pelo comprimento, pela largura e pela altura da carroceria, foram constatadas algumas dificuldades em relação às operações matemáticas. Vejamos alguns exemplos:

⁴⁵ Nessas soluções, c representa o número de tijolos pelo comprimento; l , pela largura e a , pela altura.

a) S₁₀ (1º ano):

5677

Se cabem 80 no comprimento
10 na largura
7 na altura e multiplica-os

Destaca-se que o número 5 677 não corresponde ao produto da multiplicação indicada pelo estudante.

b) S₂₅ (7ª série):

$$\begin{array}{r} 80 \\ \times 10 \\ \times 7 \\ \hline 1275 \end{array}$$

Calem 1275

Por que se tem 80
tijolos no comprimento
10 na largura e 7 na
altura multipli-
cando a todo da
1275 Tijolos

Da mesma forma que no exemplo anterior, 1 275 não corresponde ao resultado da multiplicação indicada pelo estudante.

Além das dificuldades de representação da operação de multiplicação, percebe-se a falta de hábito para estimar e para fazer a verificação do problema. Observe-se, também, por exemplo, que, nesses dois casos, um dos fatores é uma potência de 10, o que determina que o produto tenha final zero. Isso significa que as operações matemáticas foram feitas sem consciência e que o resultado obtido, absurdo ou não, é indicado como resposta.

A consciência desses dois pontos levantados, a *estimativa* e a *verificação*, é fundamental no processo ensino-aprendizagem tanto para o professor como para o

aluno. Estimar e verificar o resultado diante da situação-problema proposta são operações que devem fazer parte do plano de ação da atividade de resolução de problemas.

É preciso destacar, enfim, que foram identificados planos de ação-resolução: 20% dos estudantes do 1º ano e 14,81% dos da 7ª série conseguiram obter uma resposta correta para o problema.

8 – CONCLUSÕES: IMPLICAÇÕES EDUCACIONAIS

Com este estudo, foi possível verificar que a matemática, assim como outros conhecimentos, faz parte naturalmente da atividade humana de trabalho. Em qualquer situação, ao deparar-se com um problema real, o homem planeja suas ações, operacionalizando-as em busca de um determinado fim. Podemos verificar isso nas atividades de olaria, serraria, funilaria e, certamente, em muitas outras.

É importante destacar a atribuição que D'Ambrósio (1986) dá à matemática, como “uma atividade inerente ao ser humano, praticada com plena espontaneidade, resultante de seu ambiente sociocultural e, conseqüentemente, determinada pela realidade material na qual o indivíduo está inserido”. Também é importante enfatizar a visão desse autor, como educador matemático, em relação à matemática e à educação, na medida em que vê a disciplina Matemática como “uma estratégia desenvolvida pela espécie humana ao longo de sua história para explicar, para entender, para manejar e conviver com a realidade sensível, perceptível, e com o seu imaginário, naturalmente dentro de um contexto natural e cultural” (D'Ambrósio, 1996, p. 7).

A escola deveria, então, proporcionar meios para que o estudante se envolvesse no processo ensino-aprendizagem, na perspectiva de, ao conhecer a realidade, apropriar-se do conhecimento já elaborado, num processo individual e coletivo de construção de conhecimentos.

Especificamente neste estudo, constatou-se uma diferença básica entre a atividade de trabalho e a atividade de estudo em relação ao fazer-matemática. Na primeira, o trabalhador se utiliza de conhecimentos matemáticos no processo de produção e venda. Os conceitos matemáticos são veiculados no seu cotidiano, ainda que não como objeto de conhecimento, como, por exemplo, os conceitos de perímetro, área, volume, porcentagem, entre outros. Isso significa que o conhecimento é generalizado no plano visual-concreto de pensamento; ao contrário, na atividade de estudo, esses mesmos conceitos são objeto específico de conhecimento, objetivando-se a

generalização no plano lógico-abstrato. Assim a intencionalidade do mundo do trabalho está na apropriação da atividade de trabalho, tendo como finalidade a produção – material ou ideal; na escola, a intencionalidade está na apropriação dos conceitos científicos como produto ideal, porque traduzido como produto intelectual. Isso não significa que a escola deva atingir seus objetivos sem vinculação com o mundo exterior. As condições históricas concretas constituem um fator determinante para a atividade principal dos estudantes – o estudo – e, em conseqüência, o tipo de currículo construído também determina a formação do estudante/cidadão.

Na realidade, verifica-se que o fazer-matemática do trabalhador é de tal forma natural que se confunde no seu fazer-cotidiano. Um ponto de destaque, então, é que o trabalhador transita com naturalidade pelo conhecimento matemático à medida que a atividade o exige. Isso significa que, em busca de um determinado fim consciente, o homem busca ou elabora o conhecimento necessário para tal. Quanto aos estudantes, verificou-se que, em sua maioria, apresentaram dificuldades para resolver situações-problema reais - relacionadas com a atividade de trabalho e que envolviam conceitos matemáticos estudados na escola.

No geral, constatou-se que não houve unidade entre o processo de ensino e o processo de aprendizagem. Essa afirmação se justifica pelo fato de os estudantes não terem conseguido resolver apropriadamente situações envolvendo conceitos matemáticos, tais como perímetro, área e volume, que fazem parte de sistemas de medidas de comprimento, de superfície e de volume, como sistemas de conhecimentos estudados na escola. Dito de outra forma, a maioria dos estudantes que participaram do estudo não conseguiu estabelecer planos de ação-resolução, o que revela a falta de unidade na atividade de ensino-aprendizagem. A dificuldade em estabelecer tais planos revela, também, a falta de uma base orientativa (Galperin, 1987) para a resolução de problemas.

As constatações aqui levantadas nos possibilitam apontar algumas questões que podem contribuir para o processo ensino-aprendizagem, especialmente quanto aos sistemas de medidas de comprimento, superfície e volume e às representações gráficas de objetos bi e tridimensionais. São duas as questões básicas: contextualização/descontextualização e princípios norteadores da apropriação de conceitos científicos.

Conceitos científicos gerados por necessidades da relação do homem com o mundo e, portanto, determinados pelas condições materiais do desenvolvimento sociohistórico são descontextualizados através do processo de transposição didática⁴⁶ para se constituírem em objetos de conhecimento na escola. A seleção e as transformações pelas quais o conhecimento passa até que o estudante dele se aproprie, incluindo o modo pelo qual esse lhe é apresentado, têm também aspectos negativos. Os principais são a descontextualização e a falta de uma recontextualização/ressignificação, que poderiam se dar pela análise epistemológica – história da matemática – ou pela análise de atividades nas quais os conceitos científicos abordados pela escola são utilizados. Nesse sentido, Develay (1993) e Martinand (1986) mostram a importância de serem utilizadas práticas sociais como referência para a escola.

A riqueza de conhecimentos subjacentes à atividade de trabalho dos grupos envolvidos neste estudo e as dificuldades apresentadas pelos estudantes apontam para a possibilidade de contribuições para o processo ensino-aprendizagem através da aproximação do mundo mais geral com o mundo da escola e, especificamente, da atividade de trabalho com a atividade de estudo. O envolvimento de práticas sociais na atividade de estudo implica, então, uma ampliação da noção e do significado da transposição didática estudada por Chevallard (1985), uma vez que se refere às transformações do saber sábio, o qual se traduz como conhecimento científico, não incluindo outras práticas sociais ou conhecimentos cotidianos.

O processo ensino-aprendizagem é regido por contratos didáticos que podem influenciar o motivo da atividade de estudo. Um contrato didático que privilegie a contextualização do conhecimento tanto em nível epistemológico-histórico como em nível de utilização em diferentes práticas sociais atuais, certamente, cria expectativas diferentes tanto por parte do professor como dos estudantes. A diversidade de contextos situacionais, além de contribuir para a *visualização* do conceito matemático em situações reais, proporciona condições mais significativas para desenvolver a capacidade de resolver problemas, considerada como uma das atividades básicas da educação matemática.

A organização da atividade de resolução de problemas traduz-se na elaboração de uma base orientativa (Galperin, 1987) que envolve o estabelecimento de um plano de

⁴⁶ Essa é uma noção desenvolvida por Chevallard (1985) para caracterizar o conjunto de transformações adaptativas do saber sábio (científico) até se tornar objeto de ensino.

ação. A capacidade para organizar essa atividade, de tal forma que resulte no desenvolvimento de um plano de ação-resolução, deve fazer parte da atividade de ensino-aprendizagem. Para isso, é preciso, antes de tudo, identificar e analisar o conteúdo e os conceitos matemáticos envolvidos em cada problema. A análise do conteúdo, por exemplo, passa pela identificação de situações que se caracterizem como problemas. Na escola, de um modo geral, utilizam-se exercícios ou problemas simulados sem, na maioria das vezes, entrar-se no mérito do conteúdo do enunciado, isto é, sem verificar se é real, se está coerente; assim, não se oportuniza ao estudante essa prática. É como se o aluno não estivesse autorizado a julgar o enunciado. Além disso, não se tem como princípio, na escola, buscar situações reais para a atividade de resolução de problemas; ao mesmo tempo, constatam-se cada vez mais dificuldades dos estudantes, tanto no que se refere à apropriação dos conceitos matemáticos como à sua utilização em situações reais.

Apenas a identificação dos conceitos envolvidos nas situações-problema, entretanto, não é suficiente; é preciso que o estudante se aproprie dos conceitos, o que pode se dar, inclusive, na atividade de resolução de problemas. O importante é que o processo ensino-aprendizagem seja regido por princípios norteadores da aprendizagem e que o professor tenha participação no processo de elaboração/seleção de princípios; portanto, tenha consciência deles ao estabelecer contratos didáticos com os alunos. Tais princípios são gerais, em relação à teoria que fundamenta a prática pedagógica, e específicos, em relação aos próprio conhecimento matemático.

Este estudo, à semelhança de outros, traz, mais uma vez, a explicitação dessa necessidade, evidenciada na dificuldade que os estudantes apresentaram tanto na atividade de resolução de problemas como na identificação dos próprios conceitos matemáticos envolvidos, ou seja, na aplicação de conceitos e fórmulas matemáticas.

As discussões atuais em torno do Padrão Referencial de Currículo/RS e dos Parâmetros Curriculares Nacionais veiculam a sugestão de que se estabeleçam relações entre o mundo da escola e as atividades fora dela através dos temas transversais. O Padrão Referencial de Currículo/RS apresenta como uma das necessidades da educação matemática desenvolver a capacidade de matematizar situações reais. Isso significa que o desenvolvimento de tal capacidade deverá fazer parte dos objetivos da escola e, para que seja alcançado, deve ser oportunizado o estudo de situações reais que envolvam também conhecimentos matemáticos.

Nesse sentido, pôde-se constatar que as práticas sociais/culturais envolvidas nesta pesquisa estão permeadas de situações-problema que podem servir de referência para a escola no sentido de alcançar seus objetivos, tanto em relação à aprendizagem como ao desenvolvimento mental dos estudantes. Tais situações não se constituiriam em referências só para o processo ensino-aprendizagem de matemática, mas também para a formação de um cidadão com mais consciência da realidade.

Particularizando, podemos perceber que no mundo do trabalho são utilizadas as unidades de medida mais convenientes para cada atividade, como é o caso do tijolo na olaria e da tábua-padrão na serraria. Na escola, quando se estudam os sistemas de unidades de medidas, o destaque é para unidades oficiais. No entanto, em determinadas situações de atividades de trabalho, há outras unidades em jogo e que não estão sendo levadas em consideração na atividade de estudo.

Na escola, o metro cúbico é utilizado como unidade fundamental para a determinação de volume; na olaria, essa não é uma unidade conveniente, uma vez que a venda é por milheiro. Aparece, então, o conceito de volume como um processo de contagem, raramente focado na escola. Nas serrarias, as transações comerciais praticamente giram em torno da tábua-padrão, outra unidade de volume diferente das oficiais.

Na escola, na realidade, tratamos tudo de forma muito uniforme, com o mesmo estatuto; tendemos a reduzir tudo a metro cúbico, não a tábuas ou tijolos. Daí termos constatado que a maioria dos estudantes apresentou dificuldades na determinação de volumes e que apenas um deles conseguiu estabelecer um plano de ação-resolução para prever a quantidade de tijolos que caberiam numa carroceria. Isso se caracterizaria, por exemplo, na capacidade de matematização de situações reais. Numa serraria, não teria sentido falar em $0,5 \text{ m}^3$, por exemplo, uma vez que teríamos "n" tábuas com esse volume, e mesmo que nos referíssemos a uma tábua de 1 m^3 , não se trataria de enquadrá-la como sendo um cubo de 1 m de aresta, como é comumente representado na escola. E é nessa diversidade que reside a contribuição, a possibilidade de aproximar os mundos, o da escola com o de fora dela, separados que estão em relação ao conhecimento cotidiano e científico.

Este estudo mostra que há possibilidades de se efetivar a aprendizagem de conhecimentos - conceitos matemáticos - tendo como referência a atividade de outros contextos sociais. Na atividade de trabalho, constata-se também que há consciência dos

fins. Pode-se citar como exemplo a clareza dos trabalhadores quanto ao que pretendem medir e a medida com que podem fazê-lo. Essa é uma contribuição forte para a escola, uma vez que se constatou que os estudantes, em sua maioria, mostraram dificuldades nos conceitos matemáticos, especialmente nos de perímetro, área e volume e nas suas determinações e respectivas unidades de medida. Os estudantes não conseguiram estabelecer relações entre o que estudaram e os conceitos envolvidos nas situações-problema que lhes foram apresentadas. Então, defende-se a idéia de que, se eles puderem analisar situações reais, de trabalho ou de lazer, por exemplo, as dificuldades, certamente, tenderão a diminuir. Não estamos aqui defendendo que relacionar a matemática da escola com aquela que usamos diariamente fora dela implica a solução de todos os problemas da educação matemática, mas, sim, que essa relação deve ser considerada como um dos seus princípios, juntamente com outros, como:

- a aprendizagem se dá pela mediação social;
- o papel do professor no contrato didático é o de permitir e proporcionar situações para que ocorra a aprendizagem;
- a aprendizagem determina (contribui para) o desenvolvimento mental, criando novas zonas de desenvolvimento proximal;
- os conceitos estão interligados a outros conceitos, formando um sistema de conhecimentos, como é o caso dos sistemas de unidades de medidas, em que uma unidade está relacionada a outra, bem como um sistema está relacionado a outro;
- por último, o conhecimento matemático faz parte das atividades do homem além da escola; assim, se ela tomar consciência disso, talvez consiga pensar práticas pedagógicas que aproximem o seu mundo do mundo mais geral, no sentido de uma educação mais consciente, portanto, mais significativa.

Esta pesquisa, além de mostrar a necessidade e possibilidades de aproximação entre a atividade de estudo e a atividade de trabalho, aponta novos caminhos para estudo, como: a influência da utilização de práticas sociais como referência para a atividade de estudo; a contribuição dessa prática na generalização lógico-abstrata dos conceitos matemáticos e, ainda, a influência da generalização no plano visual-concreto para a generalização lógico-abstrata.

9 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ANDRINI, Álvaro. *Praticando matemática*. São Paulo: Editora do Brasil, 5ª série, 1989.
- ACIOLY, Nadja Maria. *A lógica do jogo do bicho: compreensão ou utilização de regras?* Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 1985.
- AZEVEDO, Fernando de. *A transmissão da cultura*. São Paulo: Melhoramentos/Instituto Nacional do Livro, 1976.
- BRASIL. Lei nº 5 692, de 11 de agosto de 1971. Fixa diretrizes e bases para o ensino de 1º e 2º graus. *Diário Oficial da União*, Brasília, 12 ago. 1971.
- BRASIL. Lei nº 9 394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. *Diário Oficial da União*, Brasília, 20 dez. 1996.
- BRASIL. *Parâmetros curriculares nacionais: introdução aos parâmetros curriculares nacionais*. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, v.1, 1997.
- BRASIL. *Parâmetros curriculares nacionais: matemática*. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, v. 3, 1997.
- BROUSSEAU, Guy. *Fondements et méthodes de la Didactique des Mathématiques. Recherches en Didactique des Mathématiques*, v. 7, n. 2, p. 33-115, 1986.
- CALDAS AULETE. *Dicionário contemporâneo da língua portuguesa*. 3. ed., Rio de Janeiro: Editora Delta, v. 5, 1980.
- CARAÇA, Bento de Jesus. *Conceitos fundamentais da matemática*. Lisboa: Sá da Costa Editora, 1984.
- CARRAHER, Terezinha Nunes, CARRAHER, David William, SCHLIEMANN, Analúcia D. Na vida dez; na escola, zero: os contextos culturais da aprendizagem da matemática, 1988. In: *Na vida dez, na escola zero*. São Paulo: Cortez Editora, p. 23-43, 1988.

- CARRAHER, Terezinha Nunes, SCHLIEMANN, Analúcia D. Álgebra na feira? In: CARRAHER, Terezinha Nunes, CARRAHER, David William, SCHLIEMANN, Analúcia D. *Na vida dez, na escola zero*. São Paulo: Cortez Editora, p. 127-141, 1988.
- CARRAHER, Terezinha Nunes. Passando da planta para a construção: um trabalho de mestres. In: CARRAHER, Terezinha Nunes, CARRAHER, David William, SCHLIEMANN, Analúcia D. *Na vida dez, na escola zero*. São Paulo: Cortez Editora, p. 101-125, 1988.
- CHEVALLARD, Yves. *La transposition didactique*. Grenoble: La pensée sauvage, 1985.
- D'AMBRÓSIO, Ubiratan. *Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática*. Campinas: Summus, 1986.
- D'AMBRÓSIO, Ubiratan. *Educação Matemática: da teoria à prática*. 3. ed., Campinas: Papirus, 1996.
- DEVELAY, Michel. *De l'apprentissage à l'enseignement: pour une épistémologie scolaire*. 3. ed., Paris: ESF éditeur, 1993.
- FRANCA, Leonel. *O método pedagógico dos jesuítas*. Rio de Janeiro: Agir, 1952.
- FREIRE, Paulo. *Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa*. 2. ed., São Paulo: Paz e Terra, 1997.
- GALANTE, Carlos. *Matemática*. 55. ed., São Paulo: Editora do Brasil, 1ª série, 1965.
- GALANTE, Carlos. *Matemática*. s. ed., São Paulo: Editora do Brasil, 2ª série, [1965?].
- GALANTE, Carlos. *Matemática*. s. ed., São Paulo: Editora do Brasil, 3ª série, [1965?].
- GALANTE, Carlos. *Matemática*. 3. ed., São Paulo: Editora do Brasil, 4ª série, 1961.
- GALPERIN, P. Sobre la investigación del desarrollo intelectual del niño. In: *La psicología evolutiva y pedagógica en la URSS*. Moscú: Editorial Progreso, p. 125-142, 1987.
- GRANDO, Neiva Ignês. *A matemática na agricultura e na escola*. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 1988.
- _____. A matemática em diferentes contextos culturais. *Boletim de Educação Matemática*, n. 3, ago-out./1991.
- _____. Diversidade de modelos matemáticos. *Boletim de Educação Matemática*, n. 4, nov-dez./1991, jan-abr./1992.

- _____. Compondo figuras na serraria. *Boletim de Educação Matemática*, a. 4, n. 2, v. 2, jul./set./1993.
- GRANDO, Neiva Ignês, MORETTI, Mércles Thadeu. Análise de modelos utilizados na agricultura na determinação de áreas. *Zetetiké*, Campinas, a. 3, n. 4, nov. 1995.
- GUELLI, Oscar. *Matemática*. 4. ed., São Paulo: Ática, 4ª série, 1998.
- GUELLI, Oscar. *Matemática: uma aventura do pensamento*. São Paulo: Ática, 5ª série, 1997.
- Haidar, Maria de Lourdes Mariotto. *O ensino secundário no Império brasileiro*. São Paulo: Grijaldo, 1972.
- HOLANDA, Aurélio Buarque de. *Novo dicionário da língua portuguesa*. 2. ed., Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1986.
- KALMYKOVA, Z.I. Pressupostos psicológicos para uma melhor aprendizagem da resolução de problemas aritméticos. In: LURIA, LEONTIEV, VIGOTSKY, *et. al. Psicologia e pedagogia II: investigações experimentais sobre problemas didáticos específicos*. 2. ed., Lisboa: Editorial Estampa, p. 9-26, 1991.
- KRUTETSKY, V.A. Algumas características do desenvolvimento do pensamento nos estudantes com pouca capacidade para as matemáticas. In: LURIA, LEONTIEV, VIGOTSKY, *et. al. Psicologia e pedagogia II: investigações experimentais sobre problemas didáticos específicos*. 2. ed., Lisboa: Editorial Estampa, p. 59-84, 1991.
- LABORDE, Colette; VERGNAUD, Gérard. L'apprentissage et l'enseignement des mathématiques. In: VERGNAUD, Gérard. *Apprentissages et didactiques, où en est-on?* Paris: Hachette Éducation, p. 57-80, 1994.
- LEONTIEV, Alexis. *Actividad, conciencia y personalidad*. Buenos Aires: Ediciones Ciencias del Hombre, 1978.
- LEONTIEV, Alexis. Uma contribuição à teoria do desenvolvimento da psique infantil. *Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem*. São Paulo: Ícone, 1988.
- LEVAIN, Jean-Pierre; VERGNAUD, Gérard. Proportionnalité simple, proportionnalité multiple. *Grand N*, n. 56, p. 55-66, 1994-1995.
- LIMA, Elon Lages. *Áreas e volumes*. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico, 1973.
- LURIA, Alexander Romanovich. *Desarrollo histórico de los procesos cognitivos*. Madrid: Akal, 1987.
- LURIA, Alexander Romanovich. *Curso de psicologia geral: introdução evolucionista à psicologia*. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, v. I, 1979.

- MARCONDES, Oswaldo. *Aritmética*. s. ed., São Paulo: Editora do Brasil, [1964?].
- MARCONDES, Oswaldo. *Álgebra*. 11. ed., São Paulo: Editora do Brasil, 1964.
- MARCONDES, Oswaldo. *Geometria*. 12. ed., São Paulo: Editora do Brasil, 1964.
- MARTINAND, Jean-Louis. *Connaître et transformer la matière: des objectifs pour l'initiation aux sciences et techniques*. Berne: Peter Lang, 1986.
- MARTINS, Maria Antonieta Meneghini. *Estudo da evolução do ensino secundário no Brasil e no estado do Paraná com ênfase na disciplina de Matemática*. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1984.
- MASINGILA, Joanna O; DAVIDENKO, Susana; PRUS-WISNIOWSKA, Ewa. Mathematics learning and practice in and out of school: a framework for connecting these experiences. *Educational studies in mathematics*, n. 31, p. 175-200, 1996.
- MIORIM, Maria Ângela. *O Ensino de matemática: evolução e modernização*. Tese de Doutorado. Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1995.
- NOTAS para a história da educação, *Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos*, Brasília, v.XXXVIII, n. 87, p. 180-201, jul./set.1962.
- NOTAS para a história da educação, *Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos*, Brasília, v.XL, n. 91, p. 181-195, jul./set.1963.
- ORTON, Anthony; FROBISCHER, Leonard. *Insights into teaching mathematics*. London: Cassel, 1996.
- QUINTELLA, Ary. *Matemática*. 72. ed., São Paulo: Nacional, 1ª série, 1961.
- QUINTELLA, Ary. *Matemática*. 34. ed., São Paulo: Nacional, 2ª série, 1957.
- QUINTELLA, Ary. *Matemática*. 44. ed., São Paulo: Nacional, 3ª série, 1961.
- QUINTELLA, Ary. *Matemática*. 56. ed., São Paulo: Nacional, 4ª série, 1965.
- REED, H. J. e LAVE, Jean. Arithmetic as a tool for investigating relations between culture and cognition. In: CASSON, R. W. (ed.). *Language, culture, and cognition*. New York: MacMillan, p. 437-455, 1981.
- RIBEIRO, Maria Luiza Santos. *História da educação brasileira: a organização escolar*. 13. ed., Campinas: Autores Associados, 1993.
- RIO GRANDE DO SUL. *Padrão referencial de currículo: matemática*. Secretaria da Educação. Porto Alegre: Divisão de Ensino Fundamental, caderno 13, 1ª versão, 1998.

- ROMANELLI, Otaíza de Oliveira. *História da Educação no Brasil*. 16.ed., Petrópolis: Vozes, 1994.
- RUBINSTEIN, S. L. *El ser y la conciencia*. Montevideo: Ediciones Pueblos Unidos, 1960.
- SANGIORGI, Osvaldo. *Matemática*. 90. ed., São Paulo: Nacional, 1ª série, 1960.
- SANGIORGI, Osvaldo. *Matemática*. 90. ed., São Paulo: Nacional, 2ª série, [1960?].
- SANGIORGI, Osvaldo. *Matemática*. s. ed., São Paulo: Nacional, 3ª série, [1960?].
- SANGIORGI, Osvaldo. *Matemática*. 42. ed., São Paulo: Nacional, 4ª série, 1961.
- SCHLIEMANN, Analúcia D. Escolarização formal versus experiência prática na resolução de problemas. In: CARRAHER, Terezinha Nunes, CARRAHER, David William, SCHLIEMANN, Analúcia D. *Na vida dez, na escola zero*. São Paulo: Cortez Editora, p. 69-84, 1988.
- SCRIBNER, Sylvia. Studying working intelligence. In: ROGOFF, B. & LAVE, J. (eds.), *Everyday cognition: its development in social context*. Cambridge: Harvard University Press, p. 9-40, 1984.
- STÁVALE, Jacomo. *Elementos de matemática*. São Paulo: Nacional, v. 1, [1954?], v. 2, 1954, v. 3, 1954.
- STÁVALE, Jacomo. *Elementos de matemática*. São Paulo: Nacional, v. 4, 1956.
- THUILLER, Pierre. *De Arquimedes a Einstein: a face oculta da invenção científica*. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor, 1994.
- VERGNAUD, Gérard et al. *Acquisition des "Structures Multiplicatives" dans le premier cycle du second degré*. Paris, 1978.
- VERGNAUD, Gérard. A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems. In: CARPENTER, T. P.; MOSER, J. M.; ROMBERG, T. A. (eds.). *Addition and subtraction: a cognitive perspective*. Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, p. 39-59, 1982a.
- VERGNAUD, Gérard. Cognitive and developmental psychology and research in Mathematics Education: some theoretical and methodological issues. *For the learning of mathematics*, v. 3, n. 2, p. 31-41, 1982b.
- _____. Multiplicative structures. In: LESH, R.; LANDAU, M. (Eds.). *Acquisition of mathematics: concepts and process*. New York: Academic Press, p. 127-174, 1983a.
- _____. Didactique et acquisition du concept de volume. *Recherches en didactique des mathématiques*, v. 4.1, 1983b.

_____. La théorie des champs conceptuels. *Recherches en didactique des mathématiques*, v. 10, n. 2.3, p. 133-170, 1990.

_____. Morphismes fondamentaux dans les processus de conceptualisations. In: *Les sciences cognitives en débat*. Paris: CNRS éditions, p. 15-28, 1991.

_____. *L'enfant, la mathématique et la réalité*. Berne: Peter Lang, 5e. édition, 1994.

VYGOTSKY, Lev. Semenovitch. *A formação social da mente*. São Paulo: Martins Fontes, 1984.

_____. *Pensamento e linguagem*. São Paulo: Martins Fontes, 1996.

VYGOTSKI, Lev Semiónovich. *Obras escogidas II*. Madrid: Visor Distribuciones, 1993.

VYGOTSKI, Lev Semiónovich. *Obras escogidas III*. Madrid: Visor Distribuciones, 1995.

Anexo 1

UNIVERSIDADE DE PASSO FUNDO

INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E GEOCIÊNCIAS

Departamento de Matemática e Desenho

Projeto: ESTUDO DA MATEMÁTICA EM DIFERENTES CONTEXTOS CULTURAIS

Coordenadora: Prof^ª Neiva Ignês Grandó

Data da entrevista:

1)Nome da Serraria:

2)Nome do(s) Proprietário(s):

3)Proprietário desde quando:

4)Ano de início:

5)Endereço:

6)Natureza da Empresa: ---> N^o de funcionários:

---> Quantos?

---> São da família?

Nome do entrevistado:

Idade:

Função na firma:

Tempo de serviço: ---> Na firma:

---> No ramo:

Escolaridade:

Como se compra madeira?

Como se vende madeira?

Tipo de madeira: ---> Vendida hoje:

---> Vendida antes:

Para que é usada a madeira?

Para que serve?

Compra de quem?

Onde compram?

Onde aprendeu os cálculos: () na escola:

(utilizados nesse trabalho) () fora da escola

Os cálculos sempre foram esses, ou houve evolução?

Com quem ?

Como foi ?

Influência da escola no seu trabalho: A escola contribuiu?

Papel da escola para o trabalho:

Usa calculadora?

Cálculos mentais:

UNIVERSIDADE DE PASSO FUNDO
Instituto de Ciências Exatas e Geociências
Departamento de Matemática e Desenho
Profª: Neiva Ignês Grandó
Aluna: Marlova Balke

ENTREVISTA PARA OLARIAS

1) Dados Pessoais do Entrevistado:

1.1) Nome:

1.2) Idade:

1.2) Função na firma:

Funcionário

Proprietário

1.3) Tempo de Serviço:

Na firma:.....

No ramo:.....

1.4) Serviço anterior:

1.5) Escolaridade:

Primeiro Grau Incompleto. (série completa:.....)

Primeiro Grau Completo.

Segundo Grau Incompleto. (série completa:.....)

Segundo Grau Completo.

Nome do Curso:.....

Terceiro grau Incompleto. (ano:....., semestre:.....)

Nome do Curso:.....

Terceiro Grau Completo.

Nome do Curso:.....

1.6) Atividade dos pais:

2) **Dados da Olaria:**

2.1) Nome:

2.2) Endereço:

2.3) Proprietário:

Há quanto tempo?

2.4) Início do funcionamento da olaria:

2.5) Proprietário anterior:

2.6) Local de funcionamento da firma:

sempre neste local.

outros.....

Por que trocou de local?

2.7) Número de funcionários:

da família:

outros:.....

2.8) O senhor conhece outras olarias de Passo Fundo?

sim

não

2.9) Onde se localizam?

2.10) Por que as olarias do município de Passo Fundo se concentram nessa região?

3) Produção da olaria:

3.1) Matéria-prima

3.1.1) Que tipo de material produzem?

tijolo maciço

tijolo com furos. Quantos furos?

tijolo vasado.

telha

outros. Quais?

3.1.2) Sempre produziram este material?

sim

não. Por quê?

3.1.3) De onde vem a matéria-prima, o barro utilizado nessa olaria?

3.1.4) O barro é comprado?

sim

não

3.1.5) De quem ?

3.1.6) Todo barro utilizado na olaria é comprado?

sim

não

3.1.7) Qual a quantidade comprada?

3.1.8) Qual a quantidade própria de barro?

3.1.8) A matéria-prima é entregue aqui?

sim

não

3.1.9) Como esta matéria-prima é transportada?

3.1.10) Quanto barro é transportado cada vez?

3.1.11) Como é feito o corte do barro a ser tirado?

3.1.12) Existe mistura no barro para fabricar os tijolos?

sim não

3.1.13) Como é essa mistura?

3.1.14) E para os outros materiais produzidos, existe mistura?

sim não

3.1.15) Como é essa mistura?

3.1.16) Por que essa mistura é necessária?

3.2) Fabricação

3.2.1) Quem define o tipo de tijolo, telha a ser produzido?

a própria olaria

o comprador

outros. Quem?

3.2.2) Qual o padrão de medida do tijolo fabricado nessa olaria?

3.2.3) Por que vocês definem esse tamanho de tijolo?

3.2.4) Qual é o peso médio de cada tijolo:

a) antes da secagem?

b) após a secagem?

3.2.5) Qual a perda média de peso ou de medidas de cada tijolo no final da secagem?

3.2.6) Qual o processo utilizado para obter o tijolo cru?

3.2.7) E a secagem como é feita?

3.2.8) O processo para fabricar o tijolo foi sempre o mesmo? O que mudou?

3.2.9) Qual a quantidade de barro utilizada para um tijolo?

3.2.10) E para um milheiro?

3.2.11) O tijolo maciço e o tijolo com furo tem o mesmo tamanho?

sim não

3.2.12) Os dois têm a mesma quantidade de barro?

sim não

3.2.13) Qual é a diferença entre a quantidade de barro de um e de outro?

3.2.14) Se os dois tipos de tijolo fossem do mesmo tamanho, qual seria a diferença na quantidade de barro utilizada?

3.2.15) Qual a produção média diária?

3.2.16) Qual a produção média mensal?

3.2.17) Como o Senhor faz os cálculos na olaria?

a mão

de cabeça

com calculadora

com computador

outros.....

3.3) Aprendizagem

3.3.1) Com quem o Senhor aprendeu os cálculos que utiliza?

3.3.2) Como o Senhor aprendeu?

3.3.3) Quando o Senhor aprendeu?

3.3.4) Os cálculos utilizados foram sempre esses?

sim não. O que mudou?

3.3.5) O que o Senhor aprendeu na escola contribuiu para o seu trabalho na olaria?

sim não

3.3.6) De que forma?

3.3.7) O senhor acha que a matemática que se utiliza na olaria deveria ser estudada na escola?

sim não

3.3.8) O que o senhor utiliza na olaria, de matemática, e que deveria ser estudado na escola? Por quê?

3.3.9) O Senhor acha importante mostrar aos alunos o trabalho que se faz numa olaria? Por quê?

3.4) Venda da produção

3.4.1) Para que serve o tijolo que vocês fabricam?

3.4.2) Para quem vocês vendem os tijolos?

3.4.3) Como vendem?

por unidade

por milheiro

outros. Como?

3.4.4) Qual o preço do tijolo hoje?

3.4.5) Vocês entregam ou o comprador vem buscar?

3.4.6) O preço do frete está incluído no preço do tijolo?

Anexo 2

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

Centro de Ciências em Educação

Doutorado em Educação

Entrevistadora: *Neiva Ignês Grandó*

ENTREVISTA PARA SERRARIAS

1) Dados pessoais do entrevistado

1.1) Nome:

1.2) Idade:

1.2) Função na firma: () Funcionário

() Proprietário

1.3) Tempo de Serviço:

Na firma:

No ramo:

1.4) Serviço anterior:

1.5) Escolaridade: (grau e série completa)

1.6) Atividade dos pais:

2) Dados da serraria

2.1) Nome:

2.2) Endereço:

2.3) Proprietário:

Há quanto tempo?

2.4) Início do funcionamento da firma:

2.5) Proprietário anterior:

2.6) Número de funcionários:

da família:

outros:

2.7) Natureza da empresa: (só serraria ou beneficiamento?)

3) Matéria-prima (madeira utilizada)/Compra e venda

3.1) Que tipo de madeira vocês utilizam?

3.2) E antigamente, quais eram os tipos mais comercializados?

3.3) De onde vem a madeira utilizada aqui? Como é que o senhor compra essa madeira?

3.4) Vocês têm reflorestamento? Como funciona?

3.5) E como é vendida a madeira?

3.5.1) Dez tábuas valem quanto em dúzia?

3.6) Qual é o tamanho de uma tábua-padrão? E qual é o seu volume? Como é que o senhor sabe que tem esse volume de madeira?

3.7) Questionar sobre o tamanho e o volume das outras peças feitas normalmente na serraria e como será calculado para cobrar.

3.8) Cálculos com tora de madeira:

3.8.1) Solicitar o cálculo do volume de uma tora de madeira (escolher uma tora da própria serraria para o cálculo).

3.8.2) Uma tora de 15 cm de diâmetro e 3,60 m de comprimento equivale a quantas tábuas? Como seria cobrado?

3.8.3) Se uma tora tem 25 cm de diâmetro e 4 m de comprimento, quantas tábuas serão ao todo? E em dúzias? E o preço?

3.9) Solicitar o cálculo do volume de madeira de um caminhão carregado com toras.

3.10) Simular a compra de um certo número de tábuas:

3.10.1) *Variação de uma das três medidas:*

a) para largura variável → espessura e comprimento invariáveis

* Se a encomenda for de 36 tábuas de 20 cm de largura, quantas dúzias de tábuas-padrão serão ao todo?

* Se houver 47 tábuas de 15 cm de largura, qual será o preço?

(Observar as estratégias do sujeito para transformar em tábuas e em dúzias e para cobrar)

* 6 ripas de 10 cm de largura, formam quantas tábuas? E o preço?

b) para comprimento variável → espessura e largura invariáveis

* 20 tábuas de 4 m de comprimento equivalem a:

- quantas tábuas (padrão)

- quantas dúzias (padrão)

E o preço das 20 tábuas?

* 3 tábuas de 3,30 m, quantas tábuas? Qual é o preço?

* 10 peças de 3,5 m de comprimento, quantas tábuas? E o preço?

* Qual é o preço de três tábuas de 3,60 m de comprimento?

c) para espessura variável → comprimento e largura invariáveis

Se as tábuas tiverem:

* 3 cm de espessura

* 5 cm de espessura

Como é feito o cálculo para cobrar?

3.10.2) *Varição de mais de uma medida:*

* Quanto custa uma encomenda de 25 tábuas de 15 cm de largura e 2,70 m de comprimento? (espessura = 2,5 cm)

* Se as tábuas tiverem 20 cm de largura, como é que o Senhor faz os cálculos para transformar em tábuas-padrão? (Se a encomenda for de 40 tábuas, por exemplo)

Qual é o preço de:

* 1 tábua de 2,5 cm x 30 cm x 5,40 m ($v = 0,0405 \text{ m}^3$)

* 1 tábua de 5 cm x 30 cm x 5,40 m ($v = 0,081 \text{ m}^3$)

* 1 tábua de 5 cm x 15 cm x 5,40 m ($v = 0,0405 \text{ m}^3$)

* 1 tábua de 5 cm x 15 cm x 2,70 m ($v = 0,02025 \text{ m}^3$)

* 10 ripas de 5 cm x 3 m x 2,70 cm ($v = 0,00405 \text{ m}^3$)

* 50 ripas de 4 cm x 6 cm x 4 m

- Como é que o senhor diferencia 1 m, de 1 m^2 , de 1 m^3 ?

- O metro cúbico de tábua, de tora, de caminhão carregado de tora: se o Senhor diz que essas tábuas tem $x \text{ m}^3$, essa tora tem $y \text{ m}^3$ e um caminhão tem $z \text{ m}^3$, então o m^3 não tem sempre o mesmo jeito, o mesmo formato? Como é isso?

3.11) O Senhor sabe se nas outras serrarias os cálculos são feitos da mesma maneira?

3.12) Onde o Senhor aprendeu a fazer esses cálculos:

() na escola () fora da escola

3.13) Com quem? Como foi?

3.14) Será que os cálculos foram sempre esses ou houve mudança?

3.15) Apresentar peças (figuras ou sólidos geométricos feitos de zinco ou de madeira que costumam ser utilizados em aula para geometria) e verificar como ele as confeccionaria:

- do mesmo tamanho

- em tamanho maior (ampliado)
- em tamanho menor

- 3.16.a) Apresentar um cubo do material multibase (um milhar) e perguntar quantos cubinhos há.
- 3.16.b) Apresentar um cubo vazio, representando 1 dm^3 e perguntar quantos cubinhos cabem nele.
- 3.17) Suponhamos que o Senhor tenha que construir um pilar feito de tábuas. Como o senhor saberia quantas tábuas-padrão foram utilizadas? Ou, como o Senhor saberia quantas tábuas-padrão serão necessárias?
- 3.18) Digamos que de hoje em diante o seu padrão não seja mais uma tábua, mas, sim uma peça como essa (mostrar um cubinho de madeira de 1 cm^3).
- a) Quantos cubinhos cabem em uma tábua-padrão?
 - b) Em relação a tábua-padrão, quanto seria cobrado por um cubinho?
- 3.19) Se eu lhe encomendasse peças como essa (cubos de 3 cm de aresta), em relação ao cubinho, quanto custaria cada peça?
- 3.20) E o senhor acha que a escola ajudou, contribuiu para o seu trabalho? Como?
- 3.21) O Senhor acha importante mostrar aos alunos o trabalho que é feito numa serraria?
Por quê?

ENTREVISTA PARA OLARIAS

1) Dados pessoais do entrevistado

1.1) Nome:

1.2) Idade:

1.2) Função na firma:

Funcionário

Proprietário

1.3) Tempo de serviço:

Na firma:

No ramo:

1.4) Serviço anterior:

1.5) Escolaridade (grau e série completa):

1.6) Atividade dos pais:

1.7) O senhor tem outras atividades além da olaria?

2) Dados da olaria e tipo de produção

2.1) Nome:

2.2) Endereço:

2.3) Proprietário:

Há quanto tempo?

2.4) Início do funcionamento da olaria:

2.5) Proprietário anterior:

2.6) Número de funcionários:

da família: outros:

2.7) Que tipo de material produzem?

tijolo maciço. Só tijolo inteiro?

tijolo com furos. Quantos furos?

tijolo vasado

telha

outros. Quais?

2.8) Sempre produziram este material? Por quê?

3) Produção da olaria:

3.1) Matéria-prima

3.1.1) De onde vem a matéria-prima, o barro utilizado nesta olaria?

3.1.2) O barro é comprado?

3.1.3) De quem ?

3.1.4) Todo barro utilizado na olaria é comprado?

3.1.5) Qual a quantidade comprada?

3.1.6) Qual a quantidade própria de barro?

3.1.7) Existe mistura no barro para fabricar os tijolos?

3.1.8) Como é essa mistura?

3.1.9) E para os outros materiais produzidos, existe mistura?

3.1.10) Como é essa mistura?

3.1.11) Por que essa mistura é necessária?

3.2) Fabricação

3.2.1) Quem define o tipo de tijolo, telha a ser produzido?

a própria olaria

o comprador

outros. Quem?

3.2.2) Qual o padrão de medida do tijolo fabricado nesta olaria?

3.2.3) Qual é o peso médio (questionar sobre o processo de "pesagem"):

a) do tijolo cru?

b) do tijolo cozido?

3.2.4) Qual a perda média de peso ou de medidas de cada tijolo no final da secagem?

3.2.5) Qual o processo utilizado para obter o tijolo cru?

3.2.6) E a secagem como é feita?

3.2.7) O processo para fabricar o tijolo foi sempre o mesmo? O que mudou?

3.2.8) Qual a produção média diária?

3.2.9) Qual a produção média mensal?

3.10) E qual o volume de um tijolo?

- 3.11) De que tamanho é a carroceria de um caminhão que carrega tijolos? Como é que o senhor sabe quantos tijolos cabem num caminhão como esse? E se precisasse saber em termos de volume da carga de tijolos, como o senhor faria para descobrir ou para calcular?
- 3.12.a) Suponhamos que o Senhor precisasse alugar uma caminhonete para transportar um determinado número de tijolos (em uma viagem só). Como é que o Senhor sabe se esses tijolos vão caber nessa caminhonete?
- 3.12.b) Digamos que isto (desenho ou prisma do formato de uma carroceria?) represente a carroceria da caminhonete, onde é que o Senhor mediria?
- 3.13) De que tamanho é o forno da sua olaria? Qual a capacidade máxima desse forno, em número de tijolos?
- 3.14) Digamos que a sua produção vai aumentar e o Senhor precisasse secar o dobro desse número de tijolos (de uma só vez). O que seria necessário fazer com este forno? (Como seriam suas medidas?)

3.3) **Aprendizagem**

- 3.3.1) Com quem o Senhor aprendeu o trabalho da olaria?
- 3.3.2) Quando e como o Senhor aprendeu?
- 3.3.3) O que o Senhor aprendeu na escola contribuiu para o seu trabalho na olaria? De que forma?
- 3.3.4) O Senhor acha importante mostrar aos alunos o trabalho que é feito numa olaria? Por quê?

3.4) **Venda da produção**

- 3.4.1) Para que serve o tijolo que vocês fabricam?
- 3.4.2) Para quem vocês vendem os tijolos?
- 3.4.3) Como vendem?
- () por unidade
 - () por milheiro
 - () outros. Como?

3.4.4) Qual o preço do tijolo (milheiro) hoje? Compram só milheiro inteiro? E se lhe encomendassem:

3500 tijolos

500 tijolos

1500 tijolos

200 tijolos

450 tijolos

60 tijolos

Qual seria o preço de cada encomenda?

3.4.5) Vocês entregam ou o comprador vem buscar?

3.4.6) O preço do frete está incluído no preço do tijolo?

ENTREVISTA PARA FUNILARIAS

1) Dados pessoais do entrevistado

1.1) Nome:

1.2) Idade:

1.2) Função na firma:

Funcionário

Proprietário

1.3) Tempo de Serviço:

Na firma:

No ramo:

1.4) Serviço anterior:

1.5) Escolaridade: (grau e série completa)

1.6) Atividade dos pais:

2) Dados da funilaria

2.1) Nome:

2.2) Endereço:

2.3) Proprietário:

Há quanto tempo?

2.4) Início do funcionamento da firma:

2.5) Proprietário anterior:

2.6) Número de funcionários:

da família: outros:

2.7) Natureza da empresa (só funilaria? Prestação de serviço?)

3) Matéria-prima/Compra e venda

3.1) Que tipo de material vocês utilizam? De onde vem esse material?

3.2) Como é comprado? (ver se o preço é proporcional a espessura, se cada número é comprado separado)

3.3) O que é que vocês produzem normalmente?

3.4) Para quem vocês vendem ou fazem esses materiais? Como são vendidos?

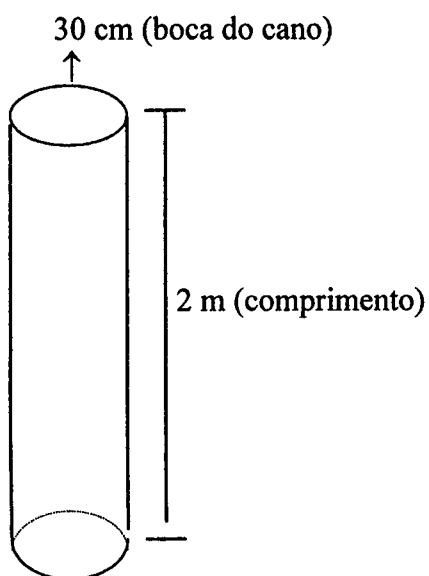
- 3.5) De que tamanho são as folhas de zinco compradas por vocês? Existem outros tamanhos?
- 3.6) O que significa dizer que uma folha tem 2 por 1? 2 por 1,20? 3 por 1? E a espessura conta?
- 3.7) Se a gente quisesse saber a quantidade de zinco (ou a área) de cada uma dessas folhas, seria possível? Como se poderia descobrir?
- 3.8) Digamos que eu precise encomendar um cano de fogão de 3,20 m de comprimento e com esse tamanho de boca (pegar um cano no próprio local). Eu gostaria de saber como o Senhor vai fabricá-lo.
- 3.9) E se eu precisasse de uma peça como um cano, mas que a boca (o fundo) fosse desse formato (apresentar o desenho de uma figura em forma ovalada, sem indicação de medidas; ou apresentar o molde de uma figura ovalada?) (de tamanho real?)
- 3.10) Agora eu gostaria de ver o processo utilizado para a fabricação de um funil (verificar se existem moldes; como foram feitos; escolher um deles; verificar como é/seria feito).
- 3.11) Apresentar peças (figuras ou sólidos geométricos feitos de zinco ou de madeira que costumam ser utilizados em aula para geometria) e verificar como ele as confeccionaria:
- do mesmo tamanho
 - em tamanho maior
 - em tamanho menor
- 3.12) E se alguém lhe encomendasse uma peça como um globo, uma bola, o que é que o Senhor teria que observar para fazer tal peça? (mostrar o globo)
- 3.13) E quanto à escola, o Senhor acha que ajudou, contribuiu para o seu trabalho? Como?
- 3.14) O Senhor acha importante mostrar aos alunos o trabalho que é feito numa serraria? Por quê?

Anexo 3

| | | | | | | | |
|---------|-------|------------|-------|--------|-------|-------|-------|
| Nome: | _____ | | | | | | |
| Escola: | _____ | | | | | | |
| Curso: | _____ | | | | | | |
| Série: | _____ | Turma: | _____ | Turno: | _____ | Data: | _____ |
| Idade: | _____ | Profissão: | _____ | | | | |

- 1) Nas funilarias, um dos materiais básicos utilizados para a fabricação de canos de fogão, calhas, etc., é a chapa galvanizada, comumente chamada de zinco. Este material é comprado em folhas de, por exemplo, 2 m por 1 m, 2 m por 1,20 m e 3 m por 1 m.
- O que significa dizer que uma folha tem 2 m x 1,20 m? Representá-la através de desenho e indicar suas medidas.
 - Qual é a área de uma chapa como essa? Como é que você descobriu?
- 2) Nas serrarias existe um padrão de tábua que é utilizado para a venda de qualquer tamanho de tábua, ripa, etc. Uma tábua-padrão tem 2,5 cm de espessura, 30 cm de largura e 5,40 m de comprimento.
- Representá-la através de desenho, indicando suas medidas.
 - Qual é o volume de uma tábua-padrão? Tente explicar como você encontrou esse resultado.
- 3) O assoalho da sala de uma casa tem 5 m por 8 m.
- Representá-lo em forma de desenho e indicar suas medidas.
 - Quanto de rodapé é necessário comprar para esta sala? Como é que você descobriu?
 - Qual é o perímetro do assoalho desta sala?
 - E qual é a sua área? Como você fez para resolver esta questão?

- 4) Um tijolo maciço tem 22 cm x 10 cm x 5 cm.
- Represente-o, indicando suas medidas.
 - Qual é o seu volume? Como você resolveu esta questão?
 - Como você faria para descobrir quantos tijolos cabem na carroceria de um caminhão qualquer?
- 5) O desenho a seguir representa um cano de fogão de inox feito em uma funilaria (as medidas indicadas são as reais). Observe-o e responda às seguintes questões:
- Tente imaginá-lo como estava antes de ser montado; represente-o através de desenho, indicando suas medidas.
 - Quanto de inox foi utilizado para confeccioná-lo? Como você descobriu?



- 6) A carroceria do caminhão de uma determinada serraria mede 5,40 m de comprimento, por 1,20 m de altura, por 2,25 m de largura. Lembrando que cada tábuapadrão tem 5,40 m de comprimento, 2,5 cm de espessura e 30 cm de largura, responda:
- Se as tábuas estiverem juntinhas, quantas delas cabem nesta carroceria? Tente explicar como você resolveu.
 - Qual o volume total da carga? Como você fez para encontrar esse resultado?

- 7) Numa olaria, o tijolo de seis furos tem as seguintes medidas: 23 cm (comprimento) x 9,5 cm (espessura) x 13,5 cm (largura). Se esta olaria precisasse fabricar uma certa quantidade de tijolos com o dobro desse tamanho, como poderiam ser suas medidas? Como você pensou para dar essa resposta?
- 8) Um oleiro informou que na carroceria do seu caminhão cabem 80 tijolos no comprimento, 10 tijolos na largura e 7 tijolos na altura. Quantos tijolos cabem no total? Por quê?
- 9) O dono de uma olaria informou que, para fazer pisos são necessárias 14 lajes por metro quadrado. Quantas lajes você acha que é preciso comprar para fazer o piso de uma sala de 7 m x 10 m? Tente explicar como você resolveu.
- 10) Numa serraria, há uma encomenda de 20 m² de assoalho. A questão é a seguinte: descobrir quantas peças de 8 cm de largura por 2,70 m de comprimento são necessárias para entregar a encomenda certa. Explique como você fez.