

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

**IRRADIAÇÃO SONORA DE PLACAS PLANAS COM
DESCONTINUIDADES**

**DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA PARA A
OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA**

VÍTOR LITWINCZIK

FLORIANÓPOLIS, JUNHO DE 1998

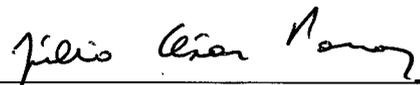
IRRADIAÇÃO SONORA DE PLACAS PLANAS COM DESCONTINUIDADES

VÍTOR LITWINCZIK

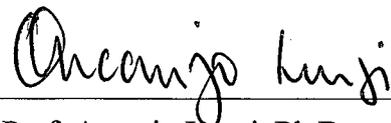
ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO
TÍTULO DE

MESTRE EM ENGENHARIA

ESPECIALIDADE ENGENHARIA MECÂNICA, ÁREA DE CONCENTRAÇÃO VIBRAÇÕES E
ACÚSTICA, E APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO

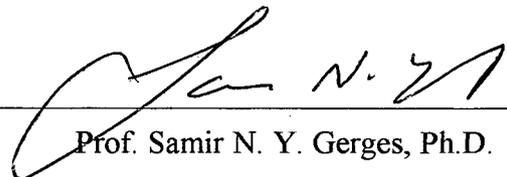


Prof. Júlio César Passos, Dr.
Coordenador

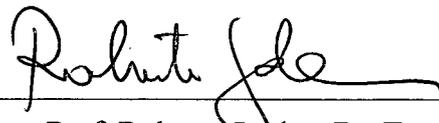


Prof. Arcanjo Lenzi, Ph.D.
Orientador

BANCA EXAMINADORA:



Prof. Samir N. Y. Gerges, Ph.D.



Prof. Roberto Jordan, Dr. Eng.



Prof.ª. Elvira Barros Viveiros da Silva, Dra. Eng.

AGRADECIMENTOS

- À Deus;
- À minha família, pelo apoio e pela confiança;
- Ao professor Arcanjo Lenzi, pela orientação, ensinamentos e amizade;
- À Capes, pelo apoio financeiro;
- Aos bolsistas Paiotti e Marcelo, pela ajuda prestada para o bom andamento deste trabalho;
- Aos amigos do LVA, pela ajuda, troca de conhecimentos e momentos de descontração;
- E a todas pessoas que de alguma forma tenham contribuído para a realização deste trabalho.

SUMÁRIO

LISTA DE SÍMBOLOS	v
LISTA DE FIGURAS E TABELAS	vii
RESUMO	xii
ABSTRACT	xiii
1 – INTRODUÇÃO	01
2 – CONCEITOS BÁSICOS	05
2.1 FONTES SONORAS	06
2.2 FONTE ESFÉRICA	06
2.3 FONTE CILÍNDRICA	09
2.4 REVISÃO SOBRE IRRADIAÇÃO SONORA DE UMA PLACA PLANA INFINITA	15
2.5 PLACAS PLANAS	19
2.6 COMPORTAMENTO ACÚSTICO DE PLACAS FINITAS	22
3 – RESPOSTAS DE PLACAS MODELADAS COMO VIGAS EULER-BERNOULLI	27
3.1 PLACAS VIBRANTES	27
3.2 ONDAS DE FLEXÃO	28
3.3 CONDIÇÕES DE CONTORNO	31
3.4 APLICAÇÃO DO MÉTODO DA MOBILIDADE	35
3.5 MÉTODO NUMÉRICO	38
4 – IRRADIAÇÃO SONORA DE PLACAS PLANAS	41
4.1 IRRADIAÇÃO DE PLACAS PLANAS INFINITAS	41
4.2 PLACAS PLANAS SEMI-INFINITAS	45
4.3 PLACAS PLANAS INFINITAS COM DESCONTINUIDADE	46
4.3.1 PLACAS PLANAS INFINITAS COM DESCONTINUIDADE TIPO APOIO	47
4.3.2 PLACAS PLANAS INFINITAS COM DESCONTINUIDADE TIPO VIGA	49
4.4 IRRADIAÇÃO SONORA DE PLACAS PLANAS FINITAS	53
4.4.1 IRRADIAÇÃO SONORA DE PLACAS PLANAS FINITAS LISAS	54

<i>4.4.2 IRRADIAÇÃO SONORA DE PLACAS PLANAS FINITAS COM DESCONTINUIDADES</i>	57
<i>4.5 IRRADIAÇÃO SONORA DE PLACAS PLANAS FINITAS COM DUAS DESCONTINUIDADES</i>	68
<i>4.6 IRRADIAÇÃO SONORA DE PLACAS PLANAS FINITAS BIDIMENSIONAIS COM DESCONTINUIDADES</i>	79
5 – CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	87
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	89
APÊNDICE A	92
APÊNDICE B	97
APÊNDICE C	100

LISTA DE SÍMBOLOS

Relação dos símbolos utilizados neste trabalho:

a	raio da fonte esférica;
b	base da viga;
B	rigidez à torção da placa;
c	velocidade do som no ar;
c_p	velocidade do som na placa;
E	módulo de elasticidade;
F	esforço cortante;
h	altura da viga;
$H_m^{(1)}$	função de Hankel de primeira classe e ordem m;
I	momento de inércia;
J	momento de massa de inércia da viga;
J_m	função de Bessel de primeiro tipo e ordem m;
k	número de onda no ar;
k_b	número de onda de flexão;
k_z	número de onda estrutural na direção z;
L, L_x	comprimento da placa;
L_{base}	comprimento base das placas infinitas;
m	massa da viga;
M	momento fletor;
m'	massa por unidade de comprimento;
p	pressão sonora;
q_0	velocidade de volume;
R	distância entre fonte e ponto de observação;
r	raio médio da fonte sonora;
S	área;

t	espessura da alma ou aba da viga;
t	tempo;
u	velocidade de partícula;
v	velocidade de superfície;
w	deslocamento transversal da placa;
W_{rad}	potência sonora irradiada;
Y_{ij}	mobilidade no ponto i devido a uma força aplicada em j ;
Y_m	função de Bessel de segundo tipo e ordem m ;
ω	freqüência angular;
λ	comprimento de onda no ar;
ρ	densidade do meio;
θ	deslocamento angular da placa;
ξ	deslocamento radial;
σ	eficiência de irradiação;
∇	operador Gradiente;
ϕ	potencial de velocidades;
∇^2	operador Laplaciano;
λ_b	comprimento de onda de flexão na placa;
ρ_p	densidade do material da placa;

CONVENÇÕES

O símbolo * indica número complexo conjugado;

O símbolo $\bar{}$ sobre uma variável indica número complexo;

O símbolo $\dot{}$ sobre uma variável, indica derivada temporal;

O símbolo $\text{Re}\{ \}$ indica a parte real do termo entre as chaves;

O símbolo j representa imaginário puro, $j = \sqrt{-1}$.

LISTA DE FIGURAS E TABELAS

Figura 2.2.1 Esfera pulsante.	7
Figura 2.3.1 Coordenadas cilíndricas.	10
Figura 2.3.2 Funções de Bessel.	13
Figura 2.3.3 Placa plana com ondas em uma direção de propagação.	14
Figura 2.4.1 Comprimento de onda.	16
Figura 2.4.2 Eficiência de irradiação de uma placa plana infinita.	18
Figura 2.4.3 Movimento das partículas.	19
Figura 2.5.1 Fonte esférica.	20
Figura 2.5.2 Coordenadas do ponto de observação.	20
Figura 2.6.1 Frequência de coincidência para uma placa de aço, $E=21 \times 10^{10}$ Pa, $\rho=7850$ kg/m ³ e espessura $h=0,005$ m.	23
Figura 2.6.2 Regiões de cancelamentos em uma placa simplesmente apoiada (modo de canto).	24
Figura 2.6.3 Fontes sonoras em uma placa vibrante.	25
Figura 2.6.4 Regiões de cancelamentos em uma placa simplesmente apoiada (modo de borda).	26
Figura 3.2.1 Diagrama de corpo livre de um elemento de viga.	28
Figura 3.3.1 Condições de contorno para diferentes tipos de terminação.	31
Figura 3.3.2 Primeiro e segundo modos de uma placa finita bi-apoiada e bi-engastada.	32
Figura 3.3.3 Terceiro e quarto modos de uma placa finita bi-apoiada e bi-engastada.	32
Figura 3.3.4 Placa tri-apoiada.	33
Figura 3.3.5 Placa com descontinuidade tipo viga.	33
Figura 3.3.6 Equilíbrio de deslocamentos e esforços.	33
Figura 3.4.1 Subestruturas.	35
Figura 3.4.2 Modo simétrico e anti-simétrico de uma placa tri-apoiada.	37
Figura 3.5.1 Primeiro modo de uma placa plana apoiada nas extremidades com uma viga I	

no centro.	39
Figura 3.5.2 Segundo modo de uma placa plana apoiada nas extremidades com uma viga I no centro.	40
Figura 3.5.3 Terceiro modo de uma placa plana apoiada nas extremidades com uma viga I no centro.	40
Figura 4.1.1 Placa plana infinita.	42
Figura 4.1.2 Eficiência de irradiação de uma placa infinita.	42
Figura 4.1.3 Linhas de valores médios da eficiência de irradiação de chapas planas infinitas calculadas pela equação 2.1.	43
Figura 4.1.4 Regiões de cancelamento em uma placa plana apoiada.	44
Figura 4.2.1 Placa semi-infinita apoiada e engastada.	45
Figura 4.2.2 Eficiência de irradiação de placas planas semi-infinitas.	46
Figura 4.3.1 Placa plana infinita com apoio na origem do sistema de coordenadas.	47
Figura 4.3.2 Placa plana infinita com uma viga na origem do sistema de coordenadas.	47
Figura 4.3.1.1 Velocidade e intensidade sonora ao longo de 6m de uma placa infinita lisa [100 Hz].	48
Figura 4.3.1.2 Velocidade e intensidade sonora ao longo de 6m de uma placa infinita com apoio central [100 Hz].	48
Figura 4.3.1.3 Comparação entre eficiência de irradiação de uma placa plana infinita lisa e com um apoio central em frequências de 1/3 de oitava.	48
Figura 4.3.2.1 Placa infinita com viga de reforço tipo I.	49
Figura 4.3.2.2 Placa infinita com viga de reforço tipo quadrada maciça.	50
Figura 4.3.2.3 Placa infinita com viga de reforço tipo T invertido.	50
Figura 4.3.2.4 Placa infinita com viga de reforço tipo quadrada vazada.	51
Figura 4.3.2.5 Eficiências de irradiação de placas infinitas com vigas de 0,2m de altura.	51
Figura 4.3.2.6 Eficiências de irradiação de placas infinitas com vigas de 0,1m de altura.	52
Figura 4.3.2.7 Velocidade de superfície de placas planas infinitas com descontinuidade tipo viga I e QM, na frequência de 100 Hz.	53
Figura 4.4.1.1 Placa bi-apoiada e bi-engastada.	54
Figura 4.4.1.2 Comparação entre uma placa bi-apoiada e bi-engastada.	54
Figura 4.4.1.3 Comparação entre o método proposto e o Método da Transformada de Fourier, para uma placa simplesmente apoiada.	55
Figura 4.4.1.4 Comparação entre o método proposto e o Método da Transformada de	

Fourier, para uma placa engastada.	55
Figura 4.4.1.5 Comparação entre placas bi-apoiadas com comprimentos diferentes.	56
Figura 4.4.1.6 Comparação entre placas bi-apoiadas com comprimentos diferentes, em frequências de 1/3 de oitava.	57
Figura 4.4.2.1 Placa tri-apoiada.	57
Figura 4.4.2.2 Placas apoiadas. Valores calculados para frequências discretas.	58
Figura 4.4.2.3 Placas apoiadas. Valores em faixa de frequência de 1/3 de oitava.	58
Figura 4.4.2.4 Modos de vibração de placas apoiadas.	59
Figura 4.4.2.5 Distribuição de intensidades ao longo de uma placa com dois e três apoios.	60
Figura 4.4.2.6 Descontinuidade tipo viga.	61
Figura 4.4.2.7 Placa plana com viga I.	61
Figura 4.4.2.8 Placa plana com viga I, em frequências de 1/3 de oitava.	62
Figura 4.4.2.9 Placa plana com viga Quadrada Maciça.	62
Figura 4.4.2.10 Placa plana com viga Quadrada Maciça, em frequências de 1/3 de oitava.	63
Figura 4.4.2.11 Placa plana com viga T invertida.	63
Figura 4.4.2.12 Placa plana com viga T invertida, em frequências de 1/3 de oitava.	64
Figura 4.4.2.13 Placa com vigas de altura 0,20m.	64
Figura 4.4.2.14 Placa com vigas de altura 0,20m, em frequências de 1/3 de oitava.	65
Figura 4.4.2.15 Placas tri-apoiada e com vigas I.	65
Figura 4.4.2.16 Placas tri-apoiada e com viga I, em frequências de 1/3 de oitava.	66
Figura 4.4.2.17 Modos de uma placa apoiada com descontinuidade tipo viga e tipo apoio	66
Figura 4.4.2.18 Placas tri-apoiadas.	67
Figura 4.4.2.19 Placas tri-apoiadas, em frequências de 1/3 de oitava.	67
Figura 4.5.1 Placas com duas descontinuidades.	68
Figura 4.5.2 Placas apoiadas.	68
Figura 4.5.3 Placa apoiadas, em frequências de 1/3 de oitava.	69
Figura 4.5.4 Placa plana com duas vigas I.	69
Figura 4.5.5 Placa plana com duas vigas I, em frequências de 1/3 oitava.	70
Figura 4.5.6 Modos de vibração de uma placa apoiada e com duas vigas de reforço.	70
Figura 4.5.7 Modos de vibração de uma placa apoiada e com duas vigas de reforço.	71
Figura 4.5.8 Modos de vibração de uma placa com quatro apoios.	71
Figura 4.5.9 Modos de vibração de uma placa apoiada e com duas vigas de reforço.	72
Figura 4.5.10 Detalhe da deflexão da placa no ponto onde se encontra a viga.	72

Figura 4.5.11 Placa plana com duas vigas de reforço quadradas maciças.	73
Figura 4.5.12 Placa plana com duas vigas de reforço quadradas maciças, em frequências de 1/3 de oitava.	73
Figura 4.5.13 Placa plana com duas vigas de reforço tipo T invertido.	74
Figura 4.5.14 Placa plana com duas vigas de reforço tipo T invertido, em frequências de 1/3 de oitava.	74
Figura 4.5.15 Placas com duas vigas tipo T invertido com comprimentos variados.	75
Figura 4.5.16 Placas com duas vigas tipo T invertido com comprimentos variados, em frequências de 1/3 de oitava.	75
Figura 4.5.17 Comparação entre uma placa com uma e com duas vigas de reforço.	76
Figura 4.5.18 Comparação entre uma placa com uma e com duas vigas de reforço, em frequências de 1/3 de oitava.	76
Figura 4.5.19 Modos de vibração simétricos em uma placa com vigas.	77
Figura 4.5.20 Modos de vibração anti-simétricos em uma placa com vigas.	77
Figura 4.5.21 Comparação entre placa com duas vigas e placa com quatro apoios.	78
Figura 4.5.22 Comparação entre placa com duas vigas e placa com quatro apoios, em frequências de 1/3 de oitava.	78
Figura 4.5.23 Modos de vibração de uma placa com quatro apoios e com duas vigas.	79
Figura 4.5.24 Detalhe da deflexão da placa no ponto de apoio (localizado em 1m e 2m).	79
Figura 4.6.1 Placa plana finita bidimensional.	80
Figura 4.6.2 Comparação entre a eficiência de irradiação calculada, em frequências discretas, e a simplificação proposta por Beranek.	80
Figura 4.6.3 Comparação entre a eficiência de irradiação calculada, em frequências centrais de bandas de terço de oitavas, e a simplificação proposta por Beranek.	81
Figura 4.6.4 Comparação entre a eficiência de irradiação de uma placa simplesmente apoiada com uma placa simplesmente apoiada e com um apoio central, em frequências discretas.	81
Figura 4.6.5 Comparação entre a eficiência de irradiação de uma placa simplesmente apoiada com uma placa simplesmente apoiada e com um apoio central, nas frequências centrais de bandas de terço de oitavas.	82
Figura 4.6.6 Comparação entre a eficiência de irradiação de uma placa simplesmente apoiada com uma placa simplesmente apoiada e com uma viga de reforço, em frequências discretas.	82

Figura 4.6.7 Comparação entre a eficiência de irradiação de uma placa simplesmente apoiada com uma placa simplesmente apoiada e com uma viga de reforço, nas frequências centrais de bandas de terço de oitavas.	83
Figura 4.6.8 Comparação entre a eficiência de irradiação de uma placa simplesmente apoiada e com um apoio central com uma placa simplesmente apoiada e com uma viga de reforço, em frequências discretas.	83
Figura 4.6.9 Comparação entre a eficiência de irradiação de uma placa simplesmente apoiada e com um apoio central com uma placa simplesmente apoiada e com uma viga de reforço, nas frequências centrais de bandas de terço de oitavas.	84
Figura 4.6.10 Modos de vibração de uma placa simplesmente apoiada.	85
Figura 4.6.11 Modos de vibração de uma placa simplesmente apoiada com um apoio central.	86
Figura A 1 Momento aplicado em uma placa tri-apoiada.	92
Figura A 2 Primeiro subsistema.	93
Figura A 3 Segundo subsistema.	94
Figura A 4 Terceiro subsistema.	95
Figura B 1 Irradiação de uma tira.	97
Figura C 1 Comparação entre eficiências de irradiação para um placa infinita ($100xL_{base}$) com diferentes discretizações.	102
Figura C 2 Fluxograma do programa	103
Tabela 3.3.1 Características de vigas.	34
Tabela 3.4.1 Condições de contorno para placa tri-apoiada.	36

RESUMO

Neste trabalho foi analisada a influência de vigas de reforço na eficiência de irradiação de placas planas vibrando por ondas de flexão, propagando-se em uma direção, apenas. Para tanto, uma fórmula análoga à Integral de Rayleigh foi desenvolvida. Através do conhecimento da eficiência de irradiação de placas reforçadas é possível modelar sistemas com melhores resultados no que tange à irradiação sonora. Esse tipo de estrutura é comumente encontrada em plataformas *offshore*, compostas basicamente de placas reforçadas. A energia vibratória gerada pelas máquinas sobre a plataforma propaga-se estruturalmente irradiando energia sonora em várias regiões da plataforma inclusive em locais onde deve-se ter um controle maior dos níveis de ruído, tais como nos alojamentos e salas de controle. Em vista deste problema torna-se importante o conhecimento da eficiência de irradiação de placas reforçadas. A irradiação sonora de placas planas finitas depende da capacidade de cancelamento da potência sonora dos modos abaixo da frequência de coincidência, causada pela proximidade das fontes sonoras que compõem a placa e pelas deformações na forma das ondas de flexão sobre a placa. Esses cancelamentos tendem a ser menores em regiões próximas às discontinuidades tendo em vista uma maior deformação da forma da onda de flexão, formando áreas de irradiação efetiva. Neste trabalho foram analisadas placas lisas com uma e duas discontinuidades, a fim de se conhecer a influência da quantidade e geometria das vigas na irradiação sonora. Verificou-se que a irradiação sonora é maior nas frequências que possuem modos simétricos onde não ocorre o cancelamento da potência sonora. Para o cálculo da potência sonora buscou-se conhecer a pressão sonora através da Integral de Rayleigh, modificada para fonte cilíndrica, gerada por uma velocidade de superfície conhecida. Os mesmos cálculos foram realizados pelo método da Transformada de Fourier.

ABSTRACT

This work analyzes the influence of stiffening beams on the radiation efficiency of plates undergoing vibrations by flexural modes. The intensity of the sound radiation from plates was calculated by Rayleigh's Integral, while for plates undergoing flexural waves motion, in one direction only, a similar formulation was developed and used. Reinforced plates are usually found in offshore platform structures. The knowledge of the radiation efficiency of such structures is important for minimizing the overall sound levels normally found at the accommodation area. The sound radiated from finite flat plates below the critical frequency is directly dependent upon cancellation that occur over most of the plate's surface. Discontinuities caused by reinforced beams make cancellations inefficient and regions near such discontinuities, including plates boundaries, are responsible for sound radiation below the critical frequency. In this work the sound radiation from flat plates having one and two reinforcing beams was analyzed. It was noticed that the sound power radiated from the whole plate is greater for symmetric modes for which cancellations are less efficient. The use of reinforced beams increases the radiation efficiency of plates. Reinforcing beams on plates produce effects similar to those of simple supports from the radiation efficiency point of view.

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

A maioria das fontes sonoras irradiam energia que é gerada pela ação de superfícies vibrantes sobre o fluido que a circunda. Máquinas em funcionamento geram energia vibratória que pode se propagar através das estruturas que as suportam. Essa energia pode ser irradiada na forma de ruído, diretamente da fonte, isto é, da máquina, ou, ao ser propagada para a estrutura, a energia vibratória da máquina faz com que a estrutura vibre e também irradie ruído, não apenas nas regiões próximas à máquina mas em outras regiões onde a energia pode ser propagada estruturalmente.

Esse fenômeno de propagação da energia vibratória pode ser encontrado em vários ramos da engenharia, como aeroespacial e naval, principalmente. O fenômeno descrito acima é um problema típico em plataformas de prospecção e produção de petróleo. Plataformas *offshore* são estruturas metálicas constituídas basicamente de placas reforçadas por vigas, proporcionando um importante caminho de transmissão da energia vibratória. Nestas plataformas, a existência de máquinas, tanto de grande quanto de pequeno porte, fazem com que as mesmas estejam sob constante excitação. Uma parte da energia vibratória assim gerada será irradiada na forma de ruído, por todas as superfícies da estrutura onde estão instaladas as máquinas e equipamentos até as áreas de lazer e descanso, os alojamentos, escritórios, refeitórios e outros afins, locais onde os níveis de ruído devem ser bastante limitados a fim de proporcionar conforto e tranquilidade aos ocupantes. Em vista deste problema, torna-se importante o conhecimento da irradiação sonora de placas lisas e reforçadas por vigas.

Através do conhecimento mais preciso da propagação de energia vibratória através de estruturas e da eficiência de irradiação de chapas reforçadas por vigas, torna-se possível construir sistemas com melhores características no que tange à irradiação sonora.

Em vista destes problemas, vários trabalhos foram publicados no sentido de melhor

entender tanto a transmissão de energia através de placas e vigas, quanto a irradiação sonora de placas lisas ou com descontinuidades.

Esses estudos vêm sendo realizados já há algum tempo podendo ser aqui citados alguns, considerados os mais relevantes. Quanto à transmissão de energia vibratória, na década de 60, UNGAR (1960) publicou um trabalho sobre transmissão de ondas de flexão no plano através de vigas de reforço, no do qual visava estudar a concentração de tensões nas descontinuidades do sistema. Neste trabalho foi considerado somente um caso simples de estrutura composta de uma placa infinita com uma viga estreita e uniforme acoplada à placa. Baseada nesta simplificação, foi apresentada uma formulação geral que governa a interação entre placa e viga. Essa formulação pode ser estendida para o caso de uma placa finita.

HECKL (1960) estudou a propagação de ondas em estruturas tipo vigas acopladas a placas. Do mesmo modo que Ungar, Heckl adotou algumas considerações a fim de tornar o problema mais fácil de ser trabalhado matematicamente. Inicialmente considerou uma placa infinita em uma direção e finita em outra, com apenas uma viga de reforço, estando a placa, e a viga, simplesmente apoiadas. Partindo desta simplificação e da formulação apresentada por Ungar, apresentou uma solução para a atenuação de ondas de flexão que se propagam através da estrutura mencionada. Posteriormente, considerou uma estrutura com uma placa nas mesmas condições anteriores mas com um conjunto de vigas igualmente espaçadas entre si e aproximou a solução para a atenuação de ondas em estruturas placa-vigas.

Mais recentemente CUSCHIERI & McCOLLUM (1989) estudaram a transmissão de ondas de flexão em placas espessas através do fluxo de potência, utilizando funções de mobilidade. Neste trabalho foi considerada uma estrutura composta por duas placas unidas em L, rotulada na união. A união permite apenas deflexão do tipo rotação em torno do eixo. Pelo Método da Mobilidade, que é descrito no trabalho, uma estrutura complexa pode ser dividida em várias subestruturas menores e a transmissão de potência é descrita através de mobilidades pontuais e de transferência entre as subestruturas. Neste trabalho foram apresentadas todas as condições de contorno e desenvolvidas todas as expressões de mobilidades que regem o problema proposto.

FIATES (1996), estudou a viabilidade da aplicação do Método do Fluxo de Potência utilizando funções de mobilidade em estruturas tipo grelha, com o intuito de qualificar os principais tipos de ondas na transmissão de energia, e obter a resposta dinâmica da estrutura. Comparativamente com o Método dos Elementos Finitos, Fiates mostrou que o Método da Mobilidade é uma ferramenta que exige menos esforço computacional e obtém respostas tão

precisas quanto o Método dos Elementos Finitos.

Vários trabalhos tem sido publicados sobre a irradiação sonora tanto de placas lisas como de placas com descontinuidades (NIKIFOROV (1963); ROMANOV (1969); WALLACE (1970); EVSEEV (1973); LIN & HAYEK (1977)). Alguns se destacam pelas importantes contribuições que proporcionaram, e serão, aqui, citados. MAIDANIK (1962) publicou um importante trabalho sobre irradiação sonora de placas com vigas de reforço em um campo reverberante, onde foram desenvolvidas as equações que regem o comportamento acústico de placas contendo somente ondas de flexão. Neste trabalho são analisadas as várias situações de irradiação de uma placa, isto é, são analisadas as relações entre o comprimento de onda na placa e no ar e entre o número de onda sonoro e as dimensões da placa, bem como as conseqüências de irradiação que a placa terá. Posteriormente, foram desenvolvidas equações para a irradiação sonora de placas com vigas de reforço. Maidanik considerou que cada região delimitada por quatro vigas se comporta como uma placa lisa. Foram realizados experimentos a fim de verificar a validade de seu estudo teórico. Os resultados obtidos vieram a comprovar a teoria de que a inserção de vigas de reforço aumenta a eficiência de irradiação de placas planas.

LEPPINGTON, BROADBENT & HERON (1981) publicaram um trabalho sobre eficiência de irradiação acústica de placas retangulares. Retomando configurações básicas, foi determinada a eficiência de irradiação para uma placa finita retangular simplesmente apoiada, circundada por um *baffle* infinito, através de soluções assintóticas, em regiões de altas frequências. Vários resultados foram apresentados sendo que todos estavam de acordo com o estudo feito por MAIDANIK (1962). Este trabalho veio ratificar a teoria do comportamento acústico de placas.

HENDY (1988) publicou um trabalho propondo um método de cálculo numérico alternativo para eficiência de irradiação de placas baseado na Integral de Rayleigh, em que utilizou um menor número de iterações computacionais. Utilizando um determinado tipo de discretização da superfície da placa, tornou-se possível fazer várias simplificações a fim de diminuir o tempo de processamento sem perda de precisão. Foi utilizado o método de integração numérica de Simpson para o cálculo da pressão sonora e da potência sonora irradiada. Os resultados obtidos concordaram com os obtidos por LEPPINGTON, BROADBENT & HERON (1982).

BERRY, GUYADER & NICOLAS (1990) propuseram uma formulação geral para a irradiação sonora de placas retangulares circundadas por um *baffle* com condições de contorno arbitrárias. Para determinar a velocidade de superfície da placa utilizaram o Princípio de

Hamilton e o método de Rayleigh-Ritz para uma solução aproximada. Os resultados obtidos mostram boa concordância com os encontrados na literatura.

O presente trabalho tem como objetivo estudar a influência de vigas de reforço na eficiência de irradiação de placas planas, tendo como base a Integral de Rayleigh para o cálculo da pressão sonora sobre a placa. Para tanto um programa em linguagem C foi desenvolvido a fim de calcular numericamente a integral citada, já que sua solução analítica torna-se difícil. Pretende-se analisar a influência da variação da seção transversal das vigas de reforço sobre a eficiência de irradiação de placas.

Este estudo trata apenas de ondas de flexão em uma direção de propagação apenas, incidindo perpendicularmente às vigas de reforço. Considerou-se somente ondas de flexão devido à maior quantidade de fluido que elas deslocam, e por possuírem uma maior densidade modal. As vigas foram consideradas como sendo do tipo Euler-Bernoulli. Como foram consideradas somente ondas se propagando em uma direção, derivou-se uma integral para o cálculo da pressão sonora análoga à Integral de Rayleigh.

No capítulo 2 são apresentadas as equações para a pressão sonora de fontes esféricas e cilíndricas. Será apresentada, também, uma revisão sobre o comportamento acústico de placas planas infinitas e finitas.

O capítulo 3 apresenta a solução geral da equação da placa e as condições de contorno para determinar as constantes da solução. Neste capítulo, é feita uma breve descrição do Método da Mobilidade e dos elementos utilizados quando do uso do Método dos Elementos Finitos.

No quarto capítulo são apresentados os resultados obtidos das simulações realizadas pelo programa, quanto à eficiência de irradiação das placas em questão. São apresentadas comparações de placas infinitas e de placas finitas com descontinuidades tipo apoio simples e vigas de reforço.

O capítulo 5 apresenta as conclusões do trabalho e sugestões para trabalhos futuros.

CAPÍTULO 2

CONCEITOS BÁSICOS

Em problemas de acústica estrutural geralmente deseja-se conhecer não somente a potência sonora irradiada, mas também a relação entre esta e a vibração estrutural. Essa relação é usualmente descrita em termos da eficiência de irradiação, que é designada por σ_{rad} , e definida por

$$\sigma_{\text{rad}} = \frac{W_{\text{rad}}}{\rho c S \langle v^2 \rangle} \quad (2.1)$$

onde W_{rad} é a potência sonora irradiada pela superfície; S , a área da superfície; ρ , a densidade do meio; c , a velocidade do som no meio e $\langle v^2 \rangle$ a velocidade média quadrática espaço-temporal.

Se uma superfície rígida como um pistão, movimenta-se numa frequência para a qual as dimensões da superfície são consideravelmente maiores que o comprimento de onda no ar, o ar deslocado não poderá mover-se lateralmente. Desta forma a velocidade de partícula do ar deve ser igual à velocidade de superfície da placa vibrante. Assim, a irradiação sonora irá ocorrer na direção normal à superfície. A pressão sonora produzida no meio será, então, dada por

$$p = \rho c \bar{v} \quad (2.2)$$

e a potência radiada por $W = S p \bar{v} = S \rho c \bar{v}^2$.

Conclui-se, então, que a eficiência de irradiação, σ_{rad} , terá valores tendendo à unidade para estruturas vibrando como um pistão. Conseqüentemente, a eficiência de irradiação indica a relação entre a potência irradiada por uma estrutura e aquela que é irradiada por um pistão rígido

de mesma área, em um *baffle*, vibrando com mesma amplitude.

Neste capítulo serão apresentados os tipos de fontes sonora utilizadas neste trabalho para a modelagem do problema de irradiação de uma placa plana. Serão apresentadas expressões para a pressão e potência sonora para as fontes utilizadas. Será apresentada, também, uma revisão sobre o comportamento acústico de placas planas infinitas e finitas.

2.1 FONTES SONORAS

Superfícies vibrantes em contato com fluidos deslocam volume de fluido na interface. Devido à grande diversidade de formas e complexidade das fontes sonoras, torna-se inviável tentar desenvolver expressões analíticas que descrevam seus comportamentos de uma forma genérica. De uma maneira simples, pode-se considerar a superfície radiante como sendo composta por um conjunto de fontes simples distribuídas por toda a sua superfície. Pelo princípio da superposição dos efeitos, pode-se modelar o campo sonoro resultante com sendo a soma dos campos produzidos individualmente por cada fonte elementar, distribuídas por toda superfície. Desta forma, este capítulo será iniciado com uma revisão destas fontes simples.

2.2 FONTE ESFÉRICA

Uma fonte esférica consiste numa esfera cujo volume varia com o tempo. Uma fonte sonora como uma esfera pulsante é raramente encontrada na prática, mas é de grande importância teórica visto que, como mencionado anteriormente, fontes sonoras mais complexas podem ser consideradas como uma união de um grande número de fontes esféricas.

Considerando uma esfera de raio “a”, com centro de massa localizado na origem do sistema de coordenadas, que realiza um movimento radial (pulsação) com frequência ω , variando com o tempo e dado por

$$a + \operatorname{Re}\{\xi e^{j\omega t}\} \quad (2.2.1)$$

então a velocidade de superfície será

$$v(t) = \text{Re}\{j\omega \bar{\xi} e^{j\omega t}\} = \text{Re}\{\bar{v} e^{j\omega t}\} \quad (2.2.2)$$

Como a amplitude de velocidade é pequena, a dependência com o tempo pode ser arbitrária.

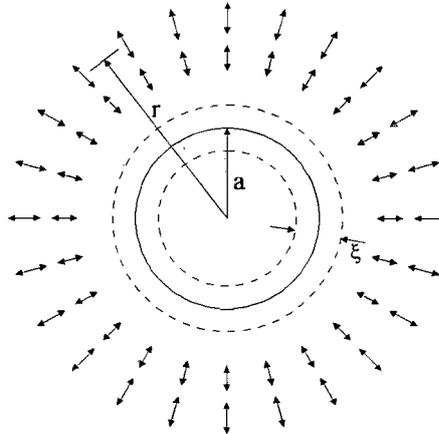


Figura 2.2.1 Esfera pulsante.

Essa velocidade deve ser igual a velocidade de propagação das ondas no meio, na interface de contato ($r = a$). Desta forma, o problema consiste em encontrar a solução da equação homogênea da onda sonora, sujeita à condição de contorno de que na interface a componente normal da velocidade no meio deve ser igual à velocidade de superfície:

$$\nabla^2 p + k^2 p = 0 \quad (2.2.3)$$

onde ∇^2 representa o Laplaciano, k é o número de onda sonoro e o escalar p representa a pressão sonora. Considerando que a pulsação da esfera é periódica, podem-se determinar os vários componentes do vetor velocidade v através da equação de Euler para meios invíscidos, linearizada, dada por:

$$v = \frac{-1}{j\omega\rho} \nabla p \quad (2.2.4)$$

onde ∇ representa o operador (vetor) gradiente e ρ , a densidade do meio. As relações entre velocidade de partícula e o potencial de velocidade, e entre a pressão sonora e o potencial de velocidade, são dadas por:

$$u(x, t) = \nabla\phi(x, t) \quad (2.2.5)$$

$$p(x, t) = -\rho \frac{\partial\phi(x, t)}{\partial t} \quad (2.2.6)$$

Para o caso de simetria esférica, pode-se dizer que a variação espacial da pressão sonora é dada por (CREMER, HECKL & UNGAR, 1987)

$$p(r) = \frac{A}{r} e^{-jkr} \quad (2.2.7)$$

sendo A uma constante a ser determinada. A pode ser determinada pela componente radial da velocidade, isto é, resolvendo a equação 2.2.4 em função de r e aplicando a condição de contorno em $r=a$. Como a esfera possui movimento pulsante a componente tangencial da velocidade é nula. Então

$$v_r = -\frac{A}{j\omega\rho} \left(-\frac{1}{r^2} - \frac{jk}{r} \right) e^{-jkr} \quad (2.2.8)$$

$$v_r = v_a = \frac{A(1 + jka)e^{-jka}}{j\omega\rho a^2} \quad (2.2.9)$$

$$A = \frac{j\omega\rho a^2}{1 + jka} v_a e^{jka} \quad (2.2.10)$$

Assim, a variação espacial da velocidade e da pressão sonora, para uma fonte esférica, são dadas por

$$v_r = v_a \frac{a^2}{1 + jka} \frac{1 + jkr}{r^2} e^{-jk(r-a)} \quad (2.2.11)$$

$$p_r = v_a \frac{j\omega\rho a^2}{1 + jka} \frac{1}{r} e^{-jk(r-a)} \quad (2.2.12)$$

Com esses valores pode-se obter a potência sonora irradiada da fonte

$$W_{\text{rad}} = \frac{1}{2} \text{Re} \left\{ \int_S p v_r^* dS \right\} \quad (2.2.13)$$

$$W_{\text{rad}} = v_a^2 \frac{4\pi r^2}{2} \text{Re} \left\{ \frac{j\omega\rho a^2}{1 + jka} \frac{a^2}{r(1 - jka)} \frac{1 - jkr}{r^2} \right\} \quad (2.2.14)$$

ou

$$W_{\text{rad}} = 2\pi a^2 v_a^2 \rho c \frac{k^2 a^2}{1 + k^2 a^2} \quad (2.2.15)$$

Um caso particular de importância relevante é o caso de uma fonte pontual, para a qual $ka \ll 1$. Para esse tipo de fonte, pode-se determinar a pressão sonora através da equação 2.2.12 ✓

$$p_r = j\omega\rho \frac{v_a a^2}{r} e^{-jkr} = j\omega\rho \frac{q_0}{4\pi r} e^{-jkr} \quad (2.2.16)$$

onde q_0 é a velocidade de volume dada pelo produto da velocidade pela área da superfície da fonte. Esse conceito de velocidade de volume permite utilizar o conceito de fonte pontual a qualquer tipo de irradiador.

2.3 FONTE CILÍNDRICA

Considera-se, inicialmente, uma fonte cilíndrica tendo velocidade de superfície dada por $v_r = v_0 e^{j\omega t}$. Neste caso, necessita-se determinar a solução da equação da onda em coordenadas cilíndricas. Se o meio ao redor da fonte não possuir fontes sonoras, o potencial de velocidade deve: a) satisfazer a equação da onda em coordenadas cilíndricas, b) obedecer a condição de

contorno de que a componente radial da velocidade de partícula do meio seja igual a velocidade de superfície da fonte, em $r = a$.

A equação da onda em coordenadas cilíndricas em função do potencial de velocidade é dada de forma análoga a equação 2.2.3

$$\frac{\partial^2 \phi(r, \theta, z, t)}{\partial t^2} - c^2 \nabla^2 \phi(r, \theta, z, t) = 0 \quad (2.3.1)$$

sendo ∇^2 o laplaciano em coordenadas cilíndricas

$$\nabla^2 = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (2.3.2)$$

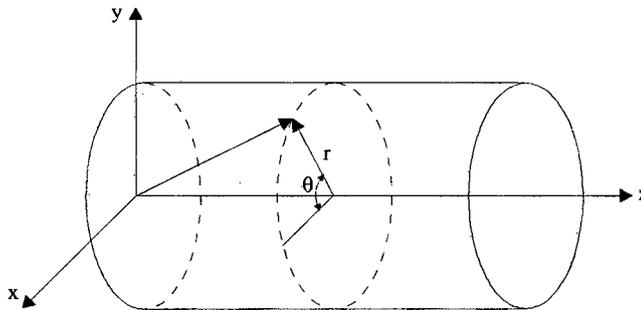


Figura 2.3.1 Coordenadas cilíndricas.

Assumindo-se que o movimento da fonte seja harmônico, a equação 2.3.1 se reduz à Equação de Helmholtz, em coordenadas cilíndricas

$$\nabla^2 \psi(r, \theta, z) + k^2 \psi(r, \theta, z) = 0 \quad (2.3.3)$$

onde $\phi(r, \theta, z, t) = \psi(r, \theta, z)e^{j\omega t}$ e o número de onda é dado por $k = \omega/c$. Através do método de separação de variáveis, pode-se escrever $\psi(r, \theta, z)$ na forma de $F(r)G(\theta)H(z)$. Substituindo na equação 2.3.3, obtêm-se três equações diferenciais ordinárias

$$\frac{d^2 H(z)}{dz^2} + k_z^2 H(z) = 0 \quad (2.3.4)$$

$$\frac{d^2 G(\theta)}{d\theta^2} + m^2 G(\theta) = 0 \quad (2.3.5)$$

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left\{ r \frac{dF(r)}{dr} \right\} + \left\{ (k^2 - k_z^2) - \frac{m^2}{r^2} \right\} F(r) = 0 \quad (2.3.6)$$

Desde que não se assume nenhuma condição de contorno em z , a solução geral da equação 2.3.4 será

$$H(z) = A_z e^{-jk_z z} + B_z e^{jk_z z} \quad (2.3.7)$$

Na direção θ (circunferencial) não é especificada nenhuma condição de contorno, mas deve possuir periodicidade circunferencial, tal que

$$G(\theta = 0) = G(\theta = 2\pi)$$

que resulta numa solução do tipo

$$G(\theta) = A_\theta \cos(m\theta) + B_\theta \sin(m\theta) \quad (2.3.8)$$

Rearranjando a equação 2.3.6, obtém-se

$$r^2 \frac{d^2 F(r)}{dr^2} + r \frac{dF(r)}{dr} + (r^2 n^2 - m^2) F(r) = 0$$

onde $n^2 = k^2 - k_z^2$. Essa é a Equação de Bessel de ordem “ m ” cuja solução é dada por

$$F(r) = A_r J_m(rn) + B_r Y_m(rn) \quad (2.3.9)$$

$J_m(rn)$ é chamado de Função de Bessel de primeiro tipo e ordem m e $Y_m(rn)$ é a Função de Bessel de segundo tipo e ordem m .

Para uma fonte sonora cilíndrica infinita, a solução da equação 2.3.3 é dada pelas equações 2.3.7, 2.3.8 e 2.3.9

$$\phi(r, \theta, z, t) = (A_m e^{j\omega t} + B_m e^{-j\omega t}) \{C_m H_m^{(1)}(kr) + D_m H_m^{(2)}(kr)\} (E_m \cos m\theta + F_m \sin m\theta) \quad (2.3.10)$$

onde $H_m^{(1)}(kr)$ e $H_m^{(2)}(kr)$ são Funções de Hankel de ordem m , que podem ser descritas através das Funções de Bessel, na forma

$$H_m^{(1)}(kr) = J_m(kr) + jY_m(kr) \quad (2.3.11)$$

$$H_m^{(2)}(kr) = J_m(kr) - jY_m(kr) \quad (2.3.12)$$

Para o caso de existirem somente ondas cilíndricas divergentes, a solução da equação da onda (em função do potencial de velocidades) em coordenadas cilíndricas, equação 2.3.10, fica

$$\phi(r, \theta, t) = A \cos(m\theta) H_m^{(2)}(kr) e^{j\omega t} \quad (2.3.13)$$

Para um cilindro pulsante, $m = 0$ (TEMKIN, 1981; FEIT, 1993). Assim a equação 2.3.13 fica

$$\phi(r, t) = A H_0^{(2)}(kr) e^{j\omega t} \quad (2.3.14)$$

Sendo

$$u_r(r, t) = \frac{\partial \phi(r, t)}{\partial r} \quad (2.3.15)$$

$$u_r(r, t) = A \frac{\partial H_0^{(2)}(kr)}{\partial r} e^{j\omega t} \quad (2.3.16)$$

$$\frac{\partial H_0^{(2)}(kr)}{\partial r} = -k H_1^{(2)}(kr) \quad (2.3.17)$$

Logo, a velocidade de partícula será:

$$u_r(r, t) = -AkH_1^{(2)}(kr)e^{j\omega t} \quad (2.3.18)$$

Utilizando a condição de contorno (b) ($u_r(a, t) = u_0e^{j\omega t}$), para determinar a constante A, obtêm-se:

$$A = -\frac{u_0}{kH_1^{(2)}(ka)} \quad (2.3.19)$$

$$\phi(r, t) = -\frac{u_0}{k} \frac{H_0^{(2)}(kr)}{H_1^{(2)}(ka)} e^{j\omega t} \quad (2.3.20)$$

Assim podem-se obter os valores de pressão e de velocidade de partícula, sabendo-se que $p = -j\omega\rho\phi(r)$, para variações harmônicas no tempo, conforme estão sendo consideradas,

$$p(r, t) = ju_0\rho c \frac{H_0^{(2)}(kr)}{H_1^{(2)}(ka)} e^{j\omega t} \quad (2.3.21)$$

$$u_r(r, t) = u_0 \frac{H_1^{(2)}(kr)}{H_1^{(2)}(ka)} e^{j\omega t} \quad (2.3.22)$$

Como as funções de Hankel apresentadas possuem valores assintóticos somente para valores $kr \gg 1$, devem-se fazer algumas considerações em ambas as equações.

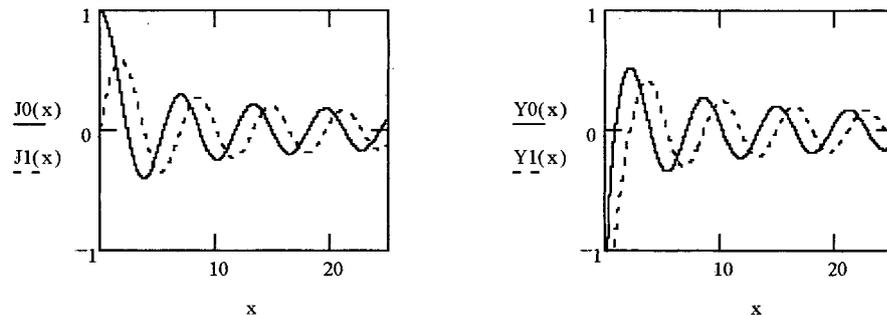


Figura 2.3.2 Funções de Bessel.

Assume-se que o observador esteja localizado em um ponto distante da fonte e a mesma possui um raio muito pequeno (REYNOLDS, 1981), $ka \ll 1$, então:

$$H_1^{(2)}(ka) = j \frac{2}{\pi ka} \quad (2.3.23)$$

e substituindo na equação de pressão

$$p(r) = u_0 \frac{\pi \omega a \rho}{2} H_0^{(2)}(kr) \quad (2.3.24)$$

onde a velocidade de volume q_0 é dada pelo produto da velocidade pela área, $q_0 = u_0 2\pi a l$. Considerando o comprimento do cilindro de dimensão unitária, tem-se $q_0 = u_0 2\pi$. Então,

$$p(r) = \frac{q_0 \omega \rho}{4} H_0^{(2)}(kr) \quad (2.3.25)$$

que é a pressão sonora para uma fonte cilíndrica. De forma análoga à obtida para fontes esféricas (equação 2.2.16) torna-se possível determinar a pressão sonora de placas planas através do princípio da superposição dos efeitos.

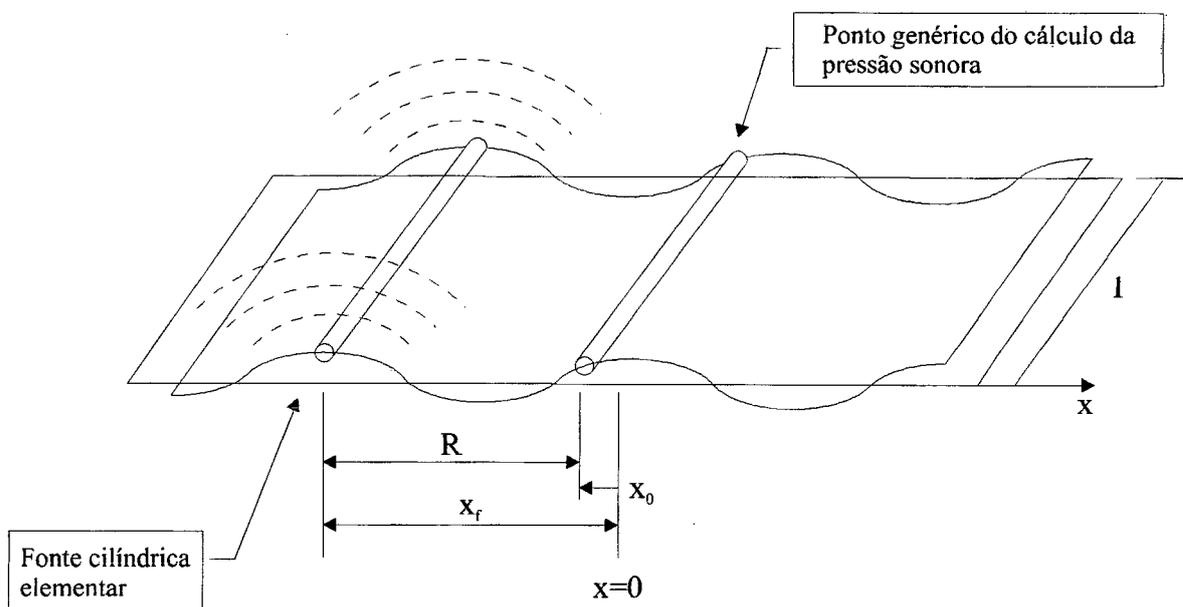


Figura 2.3.3 Placa plana com ondas em uma direção de propagação.

Por se tratar de uma fonte cilíndrica, a modelagem de placas com esse tipo de fonte faz com que, ao considerar a placa com movimento vibratório com ondas de flexão, essas ondas se propaguem somente em uma direção já que a fonte cilíndrica possui o mesmo comportamento ao longo de seu eixo axial (Figura 2.3.3). De outra forma, o uso de fontes esféricas permite modelar uma placa vibrante contendo modos distribuídos no plano da mesma.

2.4 REVISÃO SOBRE IRRADIAÇÃO SONORA DE UMA PLACA PLANA INFINITA

Para uma placa infinita vibrando somente em uma direção, com velocidade de superfície $v(x) = v_0 e^{-jk_b x}$ (Figura 2.4.1) o campo de pressão resultante da irradiação pode ser representado por

$$p(x, z) = p_0 e^{-jk_b x} e^{-jk_z z} \quad (2.4.1)$$

sendo k_b o número de onda de flexão na placa.

Essa expressão proposta para a pressão sonora deve satisfazer à equação da onda (equação 2.2.3) e a componente normal da velocidade de partícula no meio, na interface, deve ser igual à velocidade de superfície da placa. Substituindo a equação 2.4.1 na equação da onda, obtém-se:

$$p_0(-k_b^2 - k_z^2)e^{-jk_b x} e^{-jk_z z} + p_0 k^2 e^{-jk_b x} e^{-jk_z z} = 0 \quad (2.4.2)$$

A primeira condição de contorno, portanto, será satisfeita se $k_z^2 = k^2 - k_b^2$. A segunda condição de contorno impõe que a componente normal da velocidade do som na superfície ($z = 0$), deve ser igual à da placa vibrante na direção perpendicular (eixo z).

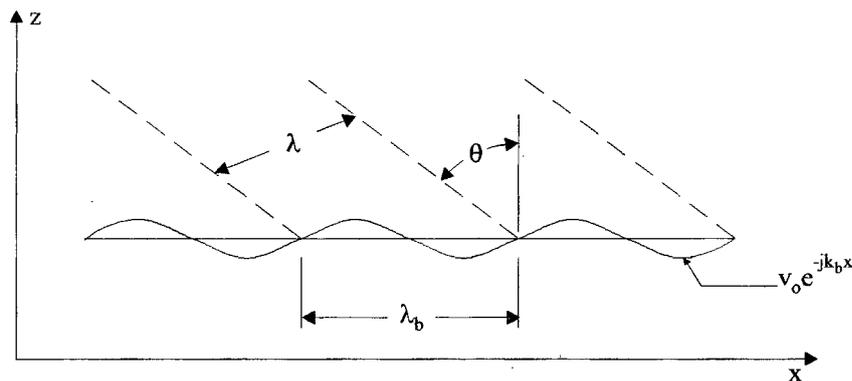


Figura 2.4.1 Comprimento de onda.

$$v_{z=0} = -\frac{1}{j\omega\rho} \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right)_{z=0} \quad (2.4.3)$$

$$v_{z=0} = \frac{p_0 k_z}{\omega\rho} e^{-jk_b x} \quad (2.4.4)$$

$$p_0 = \frac{v_0 \omega \rho}{k_z} = \frac{v_0 \rho c k}{k_z} \quad (2.4.5)$$

Conclui-se que a pressão sonora no meio espaço acima da placa será

$$p(x, z) = \frac{v_0 \rho c}{\sqrt{1 - \frac{k_b^2}{k^2}}} e^{-jk_b x} e^{-j(\sqrt{k^2 - k_b^2})z} \quad (2.4.6)$$

A equação anterior pode ser melhor entendida se for reescrita em função do ângulo θ , que representa a direção de propagação das ondas irradiadas pela placa. Esse ângulo deve ser tal que a onda sonora e a vibração da placa tenham a mesma dependência na direção x , isto é, a distância entre duas frentes de onda no ar deve ser a mesma que o comprimento de onda de flexão na placa, tal que

$$\frac{\lambda}{\lambda_b} = \text{sen } \theta \quad \text{ou} \quad \frac{k_b}{k} = \text{sen } \theta \quad (2.4.7)$$

então

$$p(x, z) = \frac{V_0 \rho c}{\cos \theta} e^{-jk_b x} e^{-jk_z z \cos \theta} \quad (2.4.8)$$

Essa condição só é válida para $\lambda_b > \lambda$, caso contrário, não existirá um ângulo real de irradiação sonora mas sim, um campo de pressão sonora cujas amplitudes diminuem exponencialmente com o aumento da distância ao plano, como mostra a equação abaixo

$$p(x, z) = \frac{jV_0 \rho c}{\sqrt{\frac{k_b^2}{k^2} - 1}} e^{-jk_b x} e^{-\left(\sqrt{k_b^2 - k^2}\right)z} \quad (\lambda_b < \lambda) \quad (2.4.9)$$

Pode-se concluir que existem duas regiões distintas de irradiação no plano infinito, de acordo com a relação de comprimentos de onda no ar e na placa. Se $\lambda_p > \lambda$, a placa irradia ondas planas para o meio com um ângulo dado pela relação de comprimentos de ondas. Neste caso, na interface, a pressão sonora está em fase com a velocidade da placa.

Dessa forma, a eficiência de irradiação será dada por

$$\sigma_{\text{rad}} = \frac{1}{\cos \theta} = \frac{k}{\sqrt{k^2 - k_b^2}} \quad (2.4.10)$$

Se λ_b for menor que λ , a pressão sonora e a velocidade de superfície estarão defasadas de 90° e não haverá irradiação de energia sonora. Essa situação cria uma condição de campo próximo onde a pressão decresce mais rapidamente do que o aumento da diferença entre os comprimentos de onda.

Se $k_b = k$, a formulação indica que as ondas são irradiadas em um ângulo $\theta = 90^\circ$ e a eficiência de radiação de uma placa infinita torna-se também infinita. Na prática isso não ocorre pois não se pode ter uma placa de dimensões infinitas e também por que seria impossível gerar energia vibratória suficiente para tal irradiação. Portanto, nessa região, a eficiência de irradiação não é infinita, mas será bem superior em relação aos valores nas outras frequências. Esse

comportamento pode ser observado na Figura 2.4.2, abaixo, obtido através da equação 2.4.10.

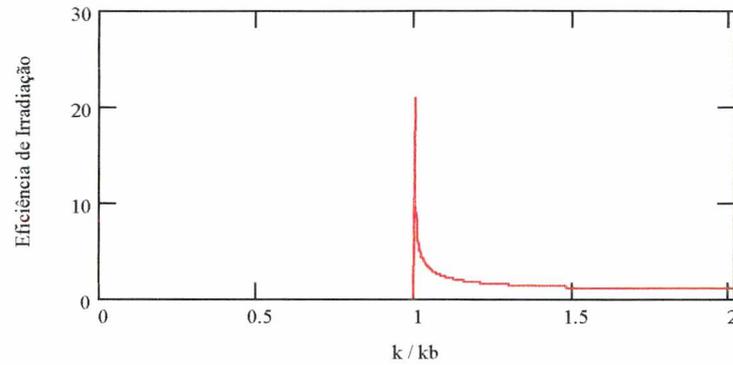


Figura 2.4.2 Eficiência de irradiação de uma placa plana infinita.

O movimento das partículas de fluido em regiões onde $\lambda_b > \lambda$ é descrito por um movimento alternativo de vai-e-vem na mesma direção de propagação do som. Em regiões onde $\lambda_b < \lambda$ (campo próximo) as componentes x e z da velocidade podem ser dadas por:

$$v_x = \frac{jk_b v_0}{\sqrt{k_b^2 - k^2}} e^{-jk_b x} e^{-\sqrt{k_b^2 - k^2} z} \quad (2.4.11)$$

$$v_z = v_0 e^{-jk_b x} e^{-\sqrt{k_b^2 - k^2} z} \quad (2.4.12)$$

isto é, estão 90° fora de fase.

O movimento elíptico das partículas pode ser visto na Figura 2.4.3, abaixo

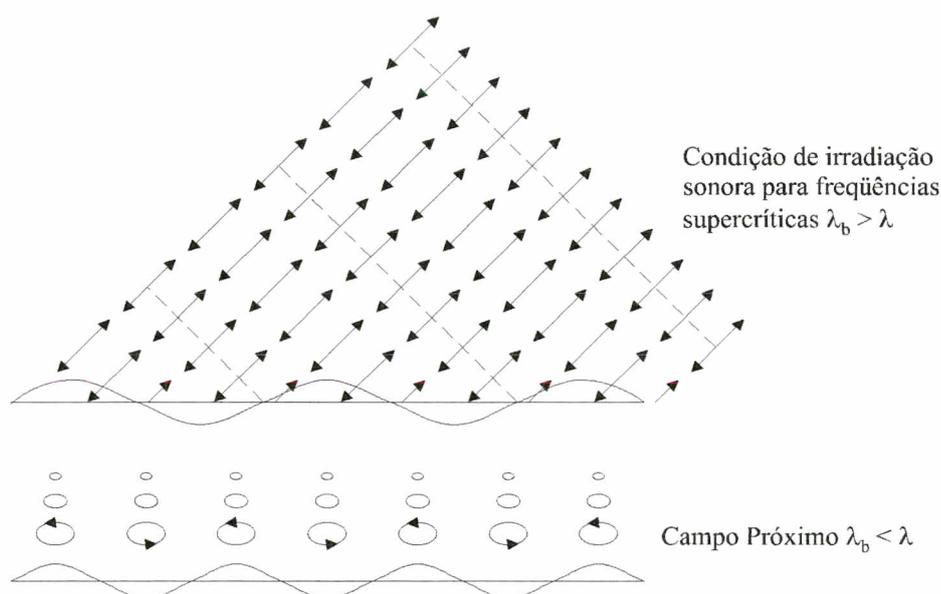


Figura 2.4.3 Movimento das partículas.

Esse movimento elíptico pode ser entendido como uma fuga das partículas em direção lateral à compressão do ar, sendo o movimento resultante um vai-e-vem lateral e da crista para o vale da onda (curto-circuito hidrodinâmico).

2.5 PLACAS PLANAS

Conforme afirmado anteriormente, superfícies vibrantes complexas podem ser consideradas como sendo formadas por um conjunto de fontes elementares. Assim sendo, pode-se considerar uma placa plana como sendo formada por uma distribuição de fontes elementares, não importando a complexidade de vibração desta placa.

Uma fonte pontual em um plano pode ser comparada a uma fonte esférica em vista da sua simetria esférica e do movimento pulsante que possui. A diferença está no fato de que num plano a fonte pontual produz, em um lado do plano, isto é, em meio espaço, a metade do fluxo de volume do que em campo livre, mas continua produzindo a mesma pressão sonora que em campo livre.

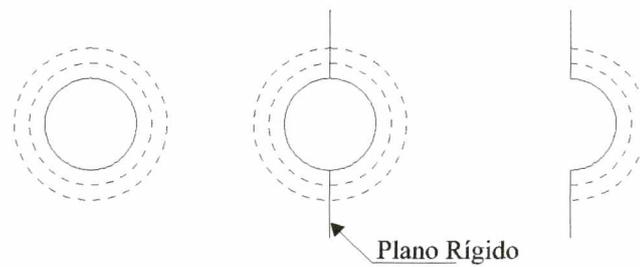


Figura 2.5.1 Fonte esférica.

O potencial de velocidade para uma fonte esférica monocromática é (TEMKIN, 1981)

$$\tilde{\phi}(r, t) = -\frac{q_0}{4\pi r} \frac{e^{-j(k(r-a)) - \omega t}}{(1 - jka)} \quad (2.5.1)$$

Para obter o potencial de velocidades de uma fonte pontual faz-se $a \rightarrow 0$ e q_0 constante. Considerando que a fonte não se encontra na origem do sistema:

$$\tilde{\phi}(R, t) = -\frac{q_0 e^{-jk(R)} e^{j\omega t}}{4\pi R} \quad (2.5.2)$$

onde $R = |\vec{x} - \vec{x}_i|$ é a distância entre a fonte (\vec{x}_i) e o ponto de observação (\vec{x}).

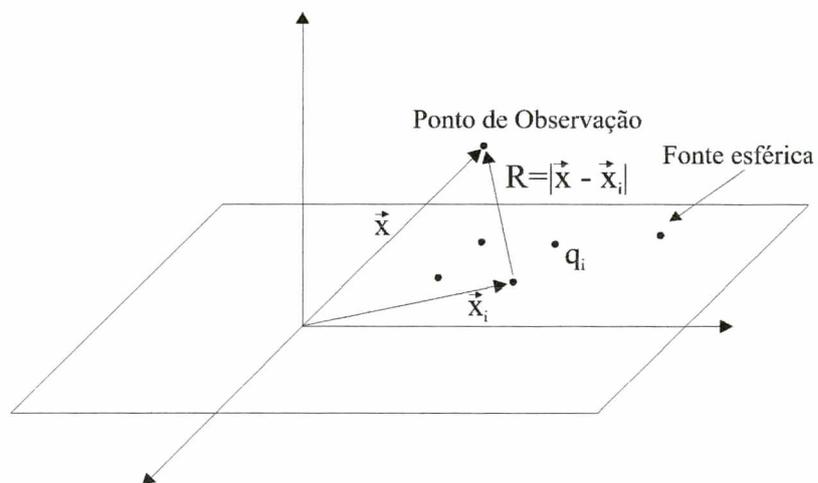


Figura 2.5.2 Coordenadas do ponto de observação.

Para um observador posicionado em um dos lados do plano e a fonte sonora sobre o

plano, a fonte de volume aparece como sendo a metade de uma fonte em campo livre, $q_0/2$, e a pressão sonora, então, é calculada pela seguinte expressão

$$p(\mathbf{R}, t) = j\omega\rho \frac{q_0 e^{-jk(\mathbf{R})} e^{j\omega t}}{4\pi R} \quad (2.5.3)$$

Fazendo a velocidade normal de superfície em uma área elementar, δS , igual a $v_n(t) = v_n e^{j\omega t}$, então $\frac{q_0}{2} = v_n \delta S$, e a equação 2.5.3 pode ser reescrita como

$$p(\mathbf{R}, t) = j\omega\rho \frac{2v_n \delta S e^{j(\omega t - kR)}}{4\pi R} \quad (2.5.4)$$

Para o caso de várias fontes distribuídas de maneira discreta, o campo resulta da superposição dos efeitos de cada uma das fontes elementares, dadas pela equação 2.5.4. Se a distribuição for contínua o somatório se transforma numa integral

$$p(x, y) = \frac{j\omega\rho}{2\pi} \int_A u(x, y) \frac{e^{-jkR}}{R} dA \quad (2.5.5)$$

onde $u(x, y)$ é a velocidade de superfície e R a distância entre o ponto de observação e a fonte no plano. Essa equação, conhecida como “Integral de Rayleigh”, fornece a pressão sonora de uma placa plana irradiando em meio espaço, isto é, somente em um dos lados da placa.

Alterando o tipo de fonte, pode-se chegar a uma solução análoga a Integral de Rayleigh mas com outras características inerentes à geometria da fonte.

Conforme apresentado na equação 2.3.25 reproduzida abaixo, a pressão sonora de uma fonte cilíndrica é dada por:

$$p(\mathbf{R}) = \frac{q_0 \omega \rho}{4} H_0^{(2)}(kR) \quad (2.5.6)$$

Seguindo a mesma idéia utilizada para uma fonte esférica, isto é, colocando a fonte

cilíndrica num plano, ela deverá gerar a metade da velocidade de volume mas com a mesma pressão sonora em meio espaço, assim

$$p(\mathbf{R}) = \frac{q_0 \omega \rho}{2} H_0^{(2)}(kR) \quad (2.5.7)$$

Se a distribuição dessas fontes for discreta, a pressão sonora será dada pelo somatório das pressões geradas em cada uma das fontes individualmente. Se a distribuição de fontes for contínua, o somatório se converte numa integral de área. No caso de fontes cilíndricas, essa integral de área pode ser considerada como uma integral de linha já que, ao longo de cada cilindro elementar, o comportamento da fonte é o mesmo

$$p(\mathbf{R}) = \int_L \frac{q_0 \omega \rho}{2} H_0^{(2)}(kR) dx \quad (2.5.8)$$

$$p(\mathbf{R}) = \frac{\omega \rho}{2} \int_L u(x) H_0^{(2)}(kR) dx \quad (2.5.9)$$

Conhecendo-se a velocidade de superfície $u(x)$ e obtendo-se a pressão sonora através da expressão 2.5.9, pode-se determinar a potência sonora gerada por uma placa contendo fontes cilíndricas, ou seja, que contenha ondas de flexão somente em uma direção.

2.6 COMPORTAMENTO ACÚSTICO DE PLACAS FINITAS

A fonte sonora de maior importância prática consiste, talvez, de uma estrutura tipo placa, cuja vibração resulta da superposição de seus modos naturais. Neste caso torna-se útil analisar uma placa retangular composta de fontes pontuais iguais dispostas regularmente sobre a placa e defasadas entre si de 180° . Pode-se considerar cada fonte como sendo o resultado do movimento vibratório da placa, sendo cada fonte delimitada pelas linhas nodais da placa. Fica claro que quanto maior o número de linhas nodais, mais o modelo se aproxima do conceito de superposição de fontes pontuais.

O movimento de placas planas finitas difere do de placas infinitas devido à presença dos contornos, que causam o aparecimento de ondas estacionárias pela interferência das ondas

incidente e refletida. Essas ondas estacionárias podem causar o aparecimento de deslocamentos transversais de grande amplitude.

Conforme já mencionado, existe uma diferença na eficiência de irradiação de acordo com a relação de números de onda, k/k_p , isto é, se essa razão é maior ou menor que um (frequência de coincidência).

O comprimento de onda de flexão de placas homogêneas é dado por

$$\lambda_b = 2\pi \sqrt[4]{\frac{B'}{\omega^2 m'}} \quad (2.6.1)$$

que varia inversamente com a raiz quadrada da frequência. Como o comprimento de onda no ar varia inversamente com a frequência, existe somente uma frequência para uma placa de uma dada espessura e material, na qual o comprimento de onda no ar (λ) e na placa (λ_b) possuem o mesmo valor (Figura 2.6.1). Essa frequência é chamada de frequência de coincidência e é dada por

$$\omega_c = c^2 \sqrt{\frac{m'}{B'}} \quad (2.6.2)$$

ou

$$f_c = \frac{c^2}{2\pi} \sqrt{\frac{m'}{B'}} \quad (2.6.3)$$

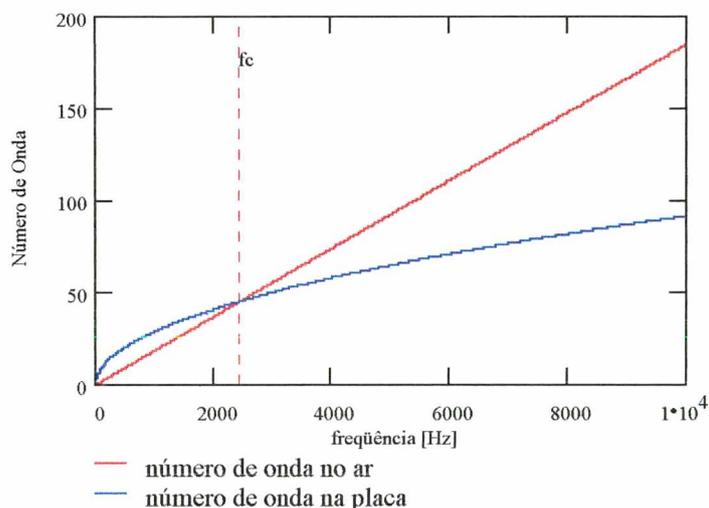


Figura 2.6.1 Frequência de coincidência para uma placa de aço, $E=21 \times 10^{10}$ Pa, $\rho=7850$ kg/m³ e espessura $h=0,005$ m.

onde c é a velocidade do som no meio, m' a massa por unidade de área da placa e B' a rigidez a flexão da placa.

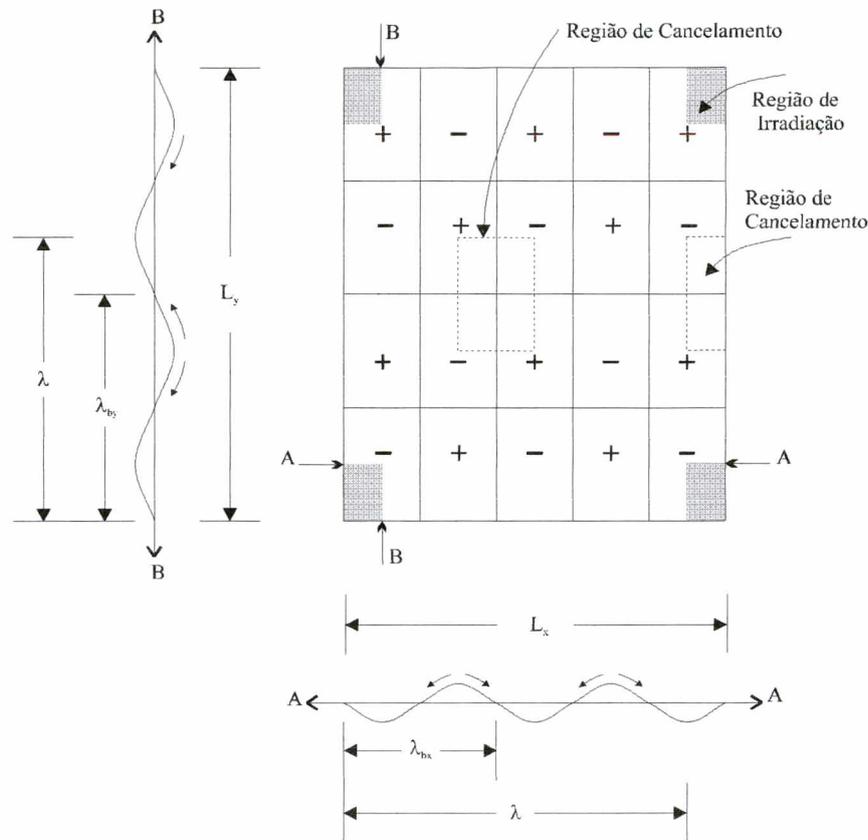


Figura 2.6.2 Regiões de cancelamentos em uma placa simplesmente apoiada (modo de canto).

A fim de entender melhor essa variação da eficiência de irradiação, será considerada inicialmente uma placa plana finita simplesmente apoiada, com um modo de vibração alto, isto é, k_x e k_y maiores que k . Isso implica que as linhas nodais em ambas direções estão distantes entre si de menos que meio comprimento de onda no ar (Figura 2.6.2). Por causa dessa pequena distância entre as linhas nodais, o ar deslocado por uma área (retângulo delimitado por quatro linhas nodais) tende a ocupar o espaço deixado pelas áreas adjacentes sem que seja comprimido. Neste caso, tem-se pouca potência sonora irradiada. Nas bordas da placa, o “cancelamento” não é tão efetivo pois cada área está circundada por apenas três regiões de cancelamento. Nos cantos da placa existem apenas duas áreas de cancelamento resultando em uma eficiência maior.

Esse fenômeno pode ser interpretado como irradiação de fontes multipolos. Considerando a placa como sendo constituída por fontes discretas, a integral de Rayleigh pode ser escrita da

seguinte forma

$$p(x, y, z) = \frac{j\omega\rho}{2\pi R} q e^{-jkR} \sum_{n=0}^{n_1-1} \left(e^{j\left(ka\frac{x}{R} + \pi\right)} \right)^n \sum_{m=0}^{m_1-1} \left(e^{j\left(kb\frac{z}{R} + \pi\right)} \right)^m \quad (2.6.4)$$

Com essa expressão pode-se determinar a pressão sonora para vários casos, sendo os mais relevantes relacionados abaixo

- monopolo $n_1 = m_1 = 1$: $|p| = \frac{\omega\rho q}{2\pi R}$
- dipolo $n_1 = 2, m_1 = 1$: $|p| \approx \frac{\omega\rho q}{2\pi R} ka \frac{x}{R}$ para $ka \ll 1$.
- quadrupolo longitudinal $n_1 = 4, m_1 = 1$: $|p| \approx \frac{\omega\rho q}{2\pi R} 2ka \frac{x}{R}$ para $ka \ll 1$.
- quadrupolo lateral $n_1 = 2, m_1 = 2$: $|p| \approx \frac{\omega\rho q}{2\pi R} ka \frac{x}{R} kb \frac{z}{R}$ para $ka \ll 1$.

Pode-se observar que, a pressão sonora irradiada por fontes muito próximas nunca excede a pressão de uma fonte pontual. Esse efeito pode ser explicado pelo fenômeno do curto-circuito hidrodinâmico, o que, para uma placa infinita, faz com que a pressão sonora seja completamente cancelada. No caso de uma placa finita, esse cancelamento, como já foi dito, não é total.

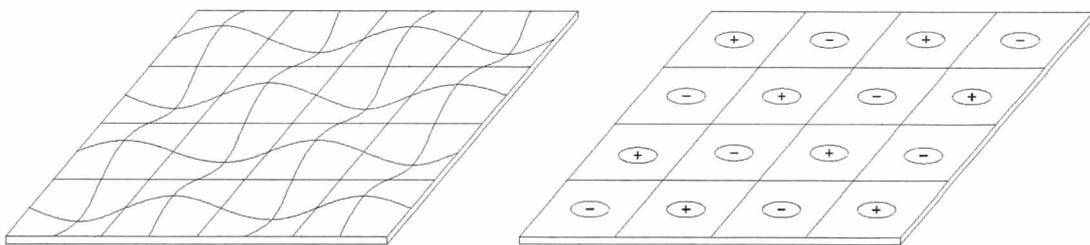


Figura 2.6.3 Fontes sonoras em uma placa vibrante.

Associando as equações anteriores com a Figura 2.6.3 pode-se afirmar que as regiões centrais da placa irradiam pouca energia sonora devido à presença de quadrupolos. As bordas da placa formam fontes dipolos ou quadrupolos longitudinais e em cada um dos quatro cantos da placa, tem-se a presença de um monopolo. Se a dimensão da placa for menor que um comprimento de onda no ar ($kl_x < 1, kl_y < 1$), ocorre uma interação dos cantos da placa. A placa terá características diferentes de irradiação de acordo com a fase dos monopolos dos cantos. A

CAPÍTULO 3

RESPOSTAS DE PLACAS MODELADAS COMO VIGAS EULER-BERNOULLI

Neste capítulo serão apresentadas as equações de velocidade de superfície da placa e suas soluções. Será apresentado um breve resumo do método da mobilidade para o cálculo da resposta de uma placa em termos de velocidade de superfície.

3.1 *PLACAS VIBRANTES*

Conforme descrito no capítulo anterior, superfícies vibrantes em contato com fluidos deslocam volume de fluido na interface. Em uma placa vibrante, a maior quantidade de fluido deslocado é gerado por ondas de flexão. Os demais tipos de onda, torcional, cisalhante e longitudinal, causam deslocamentos de fluido menores em relação aos proporcionados por ondas de flexão. Além disso, as ondas de flexão possuem maior densidade modal. No capítulo anterior foram desenvolvidas fórmulas para a pressão sonora de fontes simples e foi descrito o comportamento acústico de placas planas finitas e infinitas. Pode-se notar que o comportamento de uma placa contendo ondas unidirecionais é o mesmo que para ondas bidirecionais, diferindo, apenas, nos tipos de modos de irradiação que possuem. Neste capítulo será considerada uma placa vibrando somente com ondas de flexão em uma direção.

Sabe-se que, para uma placa finita simplesmente apoiada, circundada por um “baffle”, em um fluido, a irradiação sonora de um modo excitado abaixo da frequência crítica ocorre fundamentalmente das regiões dos cantos e das bordas da placa, que atuam como pólos não cancelados de irradiação. Esse mecanismo está diretamente relacionado ao truncamento da forma da onda vibrante. Outro aspecto determinante para a irradiação sonora é a presença de vibrações de “campo próximo”, isto é, campo vibratório que decresce exponencialmente com a distância da

excitação, nas proximidades dos contornos.

Uma placa simplesmente apoiada proporciona um caso em que as condições de contorno nos apoios simples não geram termos de resposta de campo próximo. Em situações onde as condições de contorno proporcionam vibrações de campo próximo (engaste, por exemplo), os deslocamentos das ondas na região do campo próximo contribuem para uma irradiação acústica. Logo, o mecanismo de irradiação sonora de um modo isolado, abaixo da frequência crítica, é devido: (i) ao truncamento da forma de onda nos contornos e, (ii) à presença de um campo próximo vibrante nos contornos.

Obviamente, tal mecanismo é dependente das condições de contorno e do modelo vibracional próximo às descontinuidades.

3.2 ONDAS DE FLEXÃO

Partindo-se do princípio que a placa possui somente ondas de flexão em uma direção, o campo acústico poderá ser modelado em apenas duas dimensões. A equação de placa, então, se reduz à equação de uma viga (MATTEI,1995), supondo livres os contornos laterais da placa.

Considerando a viga como sendo do tipo Euler-Bernoulli, isto é, o desenvolvimento da equação da onda obedece as seguintes hipóteses: a seção transversal é uniforme; as dimensões laterais são pequenas se comparadas com o comprimento da viga; a rigidez à flexão é constante; seções transversais planas se mantêm planas; não há forças axiais; são desprezados os efeitos de inércia rotatória e de cisalhamento; o material é homogêneo e isotrópico; as amplitudes de vibração são pequenas.

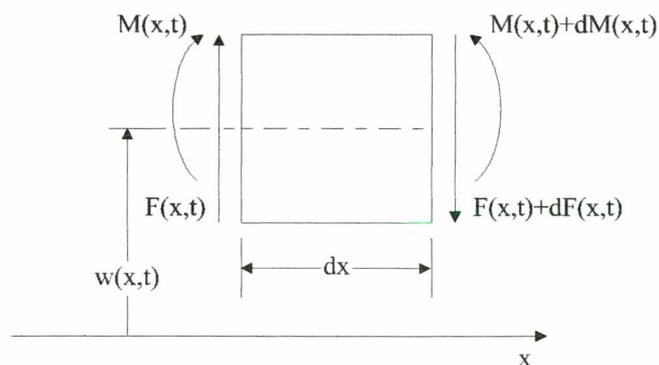


Figura 3.2.1 Diagrama de corpo livre de um elemento de viga.

Neste caso a equação do movimento da placa vibrando livremente, desenvolvida a partir de um elemento infinitesimal, como mostrado na Figura 3.2.1, é dada por:

$$\bar{E}I \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} + m' \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} = 0 \quad (3.2.1)$$

onde $m' = \rho S$, é a massa por unidade de comprimento da placa, ρ , a densidade da placa e S , a área da seção transversal (RAO, 1986). A mesma equação reescrita no domínio da frequência, fica:

$$\frac{\partial^4 w(x,f)}{\partial x^4} - \bar{k}_b^2 w(x,f) = 0 \quad (3.2.2)$$

onde

$$\bar{c}_b = \sqrt[4]{\frac{\omega^2 \bar{E}I}{m'}} \quad (3.2.3)$$

$$\bar{k}_b = \frac{\omega}{\bar{c}_b} \quad \text{ou} \quad \bar{k}_b = \sqrt[4]{\frac{\omega^2 m'}{\bar{E}I}} \quad (3.2.4)$$

O único meio de dissipação de energia é devido ao amortecimento interno que é considerado hysterético, constante em toda faixa de frequência e representado analiticamente através do módulo de elasticidade complexo

$$\bar{E} = E(1 + j\eta) \quad (3.2.5)$$

A solução geral da equação 3.2.1 pode ser encontrada através do método da separação de variáveis

$$w(x,t) = W(x)T(t) \quad (3.2.6)$$

que substituindo na equação 3.2.1, obtém-se:

$$\bar{w}(x, t) = \left(A_1 e^{\bar{k}_b x} + A_2 e^{-\bar{k}_b x} + A_3 e^{j\bar{k}_b x} + A_4 e^{-j\bar{k}_b x} \right) e^{j\omega t} \quad (3.2.7)$$

ou

$$\bar{w}(x) = \left(A_1 \cos \bar{k}_b x + A_2 \sen \bar{k}_b x + A_3 \cosh \bar{k}_b x + A_4 \sinh \bar{k}_b x \right) \quad (3.2.8)$$

sendo as constantes A_1 , A_2 , A_3 e A_4 determinadas através das condições de contorno do problema.

Na solução proposta pela equação 3.2.7, os dois primeiros termos representam o campo vibratório com fase constante, cuja amplitude decresce exponencialmente com a distância. Esses dois termos representam as contribuições de campo próximo. Os outros dois, representam os termos de propagação de onda.

Conhecendo-se o deslocamento transversal w da placa, pode-se obter o deslocamento angular θ , o momento fletor M e o esforço cortante F , que atuam na dada seção, através das equações

$$\bar{\theta}(x, t) = \frac{\partial \bar{w}(x, t)}{\partial x} \quad (3.2.9)$$

$$\bar{M}(x, t) = \bar{B} \frac{\partial^2 \bar{w}(x, t)}{\partial x^2} \quad (3.2.10)$$

$$\bar{F}(x, t) = \bar{B} \frac{\partial^3 \bar{w}(x, t)}{\partial x^3} \quad (3.2.11)$$

onde

$$\bar{B} = \bar{E}I \quad (3.2.12)$$

Com o auxílio destas relações, pode-se determinar o campo de velocidades para os vários tipo de discontinuidades contidas no sistema. A barra sobre as variáveis representa número

complexo.

3.3 CONDIÇÕES DE CONTORNO

Na propagação de uma onda sobre uma superfície, as características de fase e de amplitude permanecem constantes enquanto a onda não encontrar uma descontinuidade ou extremidade livre da superfície. Ao incidir sobre essas descontinuidades pode haver uma alteração de suas características, como variação de amplitude e mudança de fase.

Para determinar as constantes das equações 3.2.7 ou 3.2.8 e as frequências naturais do sistema, é necessária a resolução de um sistema com quatro equações, obtidas a partir de quatro condições de contorno. A solução deve satisfazer condições de continuidade dos deslocamentos transversal (w) e angular (θ), e equilíbrio dos esforços (Forças e Momentos). Essas condições de contorno estão relacionadas abaixo (RAO, 1996; CREMER, HECKL & UNGAR, 1987):

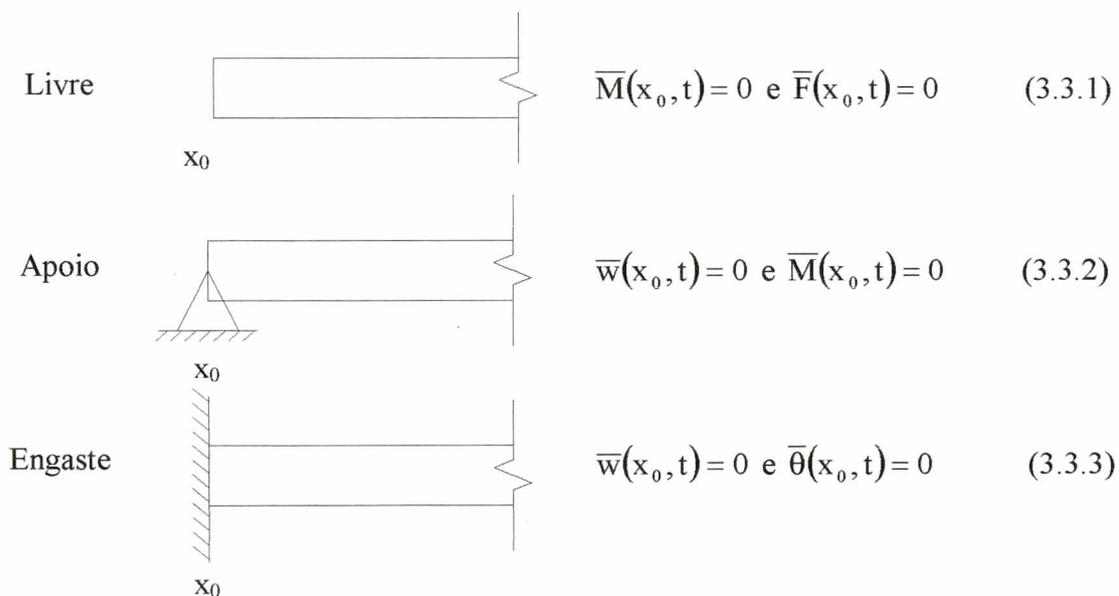


Figura 3.3.1 Condições de contorno para diferentes tipos de terminação.

Para cada tipo de terminação, podem ser escritas pelo menos duas equações, a partir de condições de contorno independentes. A simples superposição da onda incidente à refletida não é suficiente para determinar todas as constantes da solução geral da equação da onda. Nas Figuras 3.3.2 e 3.3.3, são apresentadas algumas curvas de respostas de uma placa finita, em termos de velocidade de superfície, para os casos de apoio simples e de engaste nas extremidades. São

apresentados modos simétricos e anti-simétricos.

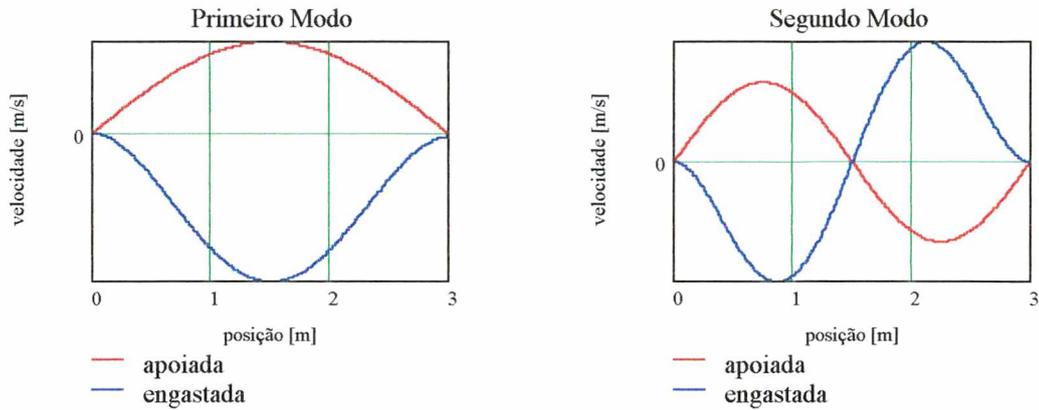


Figura 3.3.2 Primeiro e segundo modos de uma placa finita bi-apoiada e bi-engastada.

As restrições aos deslocamentos transversal e angular, no caso de engaste, provoca o aparecimento de uma maior área de irradiação não cancelada, se comparado com uma placa simplesmente apoiada, que restringe apenas o deslocamento transversal. O surgimento dessa maior área não cancelada sugere uma potência sonora irradiada maior, para frequências acústicas, quando comparada à potência gerada pelo apoio simples.

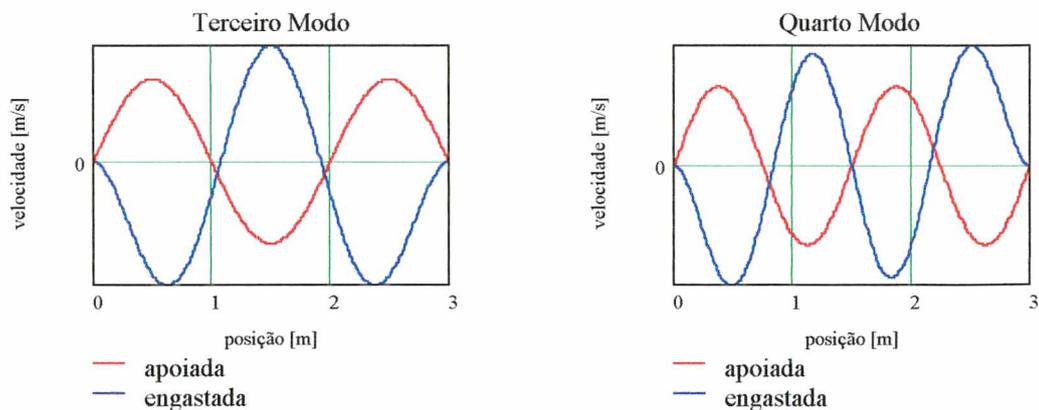


Figura 3.3.3 Terceiro e quarto modos de uma placa finita bi-apoiada e bi-engastada.

No caso da placa possuir uma descontinuidade (viga ou apoio), o problema necessita de duas soluções para as vibrações da placa, uma para cada trecho, separadas pela descontinuidade. Fazem-se necessárias oito condições de contorno, duas em cada extremidade e quatro na descontinuidade.

Considerando-se que a placa possua um apoio adicional no meio, como mostra a Figura 3.3.4,

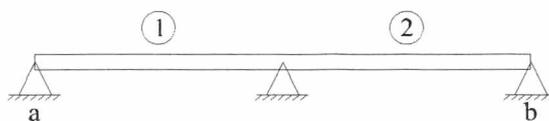


Figura 3.3.4 Placa tri-apoiada.

além das condições de contorno apresentadas anteriormente para as extremidades, fazem-se necessárias mais quatro condições de contorno na união (apoio central) para a solução do sistema

$$w_1 = w_2 = 0 \quad (3.3.4)$$

$$\theta_1 = \theta_2 \quad (3.3.5)$$

$$M_1 = M_2 \quad (3.3.6)$$

Caso a placa vier a possuir uma viga de reforço no lugar do apoio, como mostra a Figura 3.3.5,

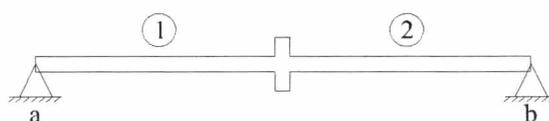


Figura 3.3.5 Placa com descontinuidade tipo viga.

as condições de contorno serão (HECKL, 1960):

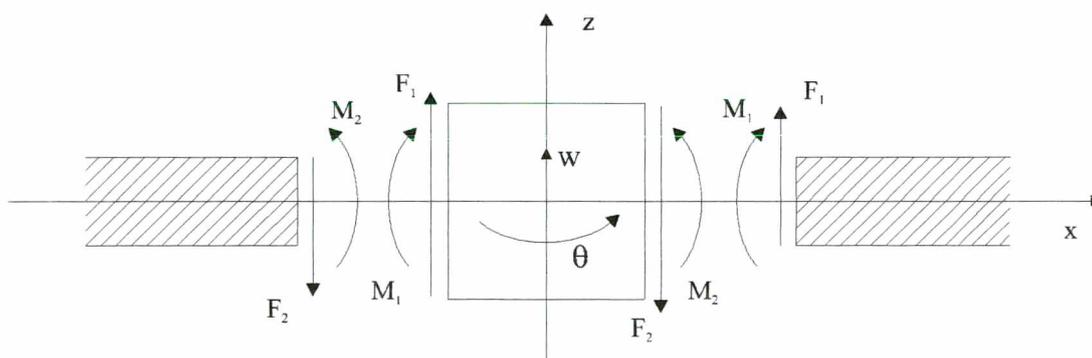


Figura 3.3.6 Equilíbrio de deslocamentos e esforços.

$$w_1 = w_2 \quad (3.3.7)$$

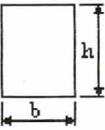
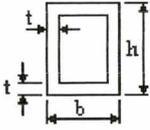
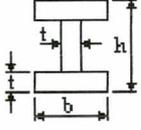
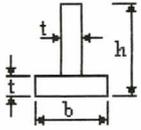
$$\theta_1 = \theta_2 \quad (3.3.8)$$

$$M_2 - M_1 = j\omega J \dot{\theta}_2 \quad (3.3.9)$$

$$F_2 - F_1 = j\omega m \dot{w}_2 \quad (3.3.10)$$

onde m é a massa da viga e J o momento de massa de inércia por unidade de largura da viga, que é dado por $\rho(I_{zz} + I_{xx})$. A Tabela 3.3.1 relaciona algumas características das vigas utilizadas, como descontinuidade, neste trabalho; consideram-se os eixos de simetria passando no centro da seção transversal da viga.

Tabela 3.3.1 Características de vigas.

Viga	Área	I_{zz}	I_{xx}
	bh	$\frac{hb^3}{12}$	$\frac{bh^3}{12}$
	$bh - (b - 2t)(h - 2t)$	$\frac{hb^3}{12} - \frac{(h - 2t)(b - 2t)^3}{12}$	$\frac{bh^3}{12} - \frac{(b - 2t)(h - 2t)^3}{12}$
	$2bt + t(h - 2t)$	$2\frac{tb^3}{12} + \frac{(h - 2t)t^3}{12}$	$\frac{bh^3}{12} - \frac{(b - t)(h - 2t)^3}{12}$
	$bt + t(h - t)$	$\frac{tb^3}{12} + \frac{(h - b)t^3}{12}$	$\frac{bh^3}{12} - \frac{(b - t)(h - t)^3}{12}$

3.4 APLICAÇÃO DO MÉTODO DA MOBILIDADE

A mobilidade é definida como a razão entre velocidade (transversal ou angular) e excitação (força ou momento), dada no domínio da frequência. Representa a resposta da estrutura na forma de velocidade, devido à excitação em um dado ponto da estrutura. Pode ser de dois tipos: mobilidade pontual, onde a resposta é obtida no mesmo ponto de aplicação da força, e mobilidade de transferência, onde a resposta é medida num ponto diferente do ponto de aplicação da força (McCOLLUM & CUSCHIERI, 1990)

$$Y_{i,j}(f) = \frac{V_j}{F_i}$$

onde j é o ponto onde se obtém a resposta e i o ponto de aplicação da força.

Através do método da mobilidade, é possível determinar as frequências naturais de um sistema qualquer. O método consiste basicamente em:

- separar a estrutura em subestruturas menores;
- introduzir os esforços nas uniões;
- escrever as condições de contorno dos esforços nas uniões;
- determinar as mobilidades;
- determinar os esforços nas uniões;
- determinar as equações dos deslocamentos do sistema como um todo, a partir dos esforços.

De posse dos deslocamentos, é possível determinar as frequências naturais do sistema.

Utilizando este procedimento, pode-se resolver o problema proposto na Figura 3.3.4 conforme descrito abaixo

a – Inicialmente, a estrutura principal foi dividida em duas subestruturas, considerando o apoio central na origem, e foi aplicado um momento unitário, M_1 , em uma das extremidades, com respectivas reações no apoio central.

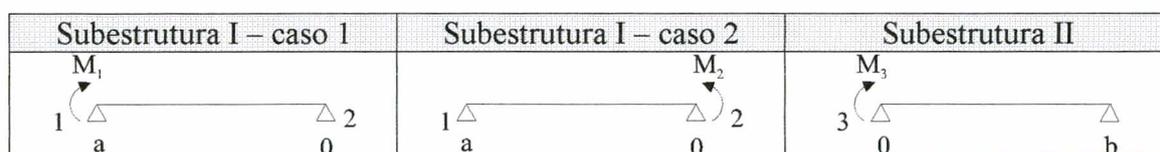


Figura 3.4.1 Subestruturas.

b – As condições de contorno são escritas para os esforços existentes em cada subestrutura.

Tabela 3.4.1 Condições de contorno para placa tri-apoiada

I	II	III
$w(a) = 0$	$w(a) = 0$	$w(0) = 0$
$M(a) = M_1$	$M(a) = 0$	$M(0) = M_3$
$w(0) = 0$	$w(0) = 0$	$w(b) = 0$
$M(0) = 0$	$M(0) = M_2$	$M(b) = 0$

c – Com as condições de contorno determinam-se as mobilidades:

$$\bar{Y}_{21} = \frac{\dot{\theta}_{21}}{M_1} \quad (3.4.1)$$

$$\bar{Y}_{22} = \frac{\dot{\theta}_{22}}{M_2} \quad (3.4.2)$$

$$\bar{Y}_{33} = \frac{\dot{\theta}_{33}}{M_3} \quad (3.4.3)$$

onde:

$\dot{\theta}_{21}$, representa a velocidade angular no ponto 2 devido ao momento aplicado no ponto 1;

$\dot{\theta}_{22}$, a velocidade angular no ponto 2 devido ao momento aplicado no ponto 2;

$\dot{\theta}_{33}$, a velocidade angular no ponto 3 devido ao momento aplicado no ponto 3;

d – Das condições de contorno na união, podem-se determinar os esforços do sistema, partindo do princípio de que as duas placas são iguais e que possuem sistemas de coordenadas independentes, logo $M_2 = -M_3$, podendo-se representar os momentos na união por M ,

$$\dot{\bar{\theta}}_1 = \dot{\bar{\theta}}_2 \quad (3.4.4)$$

$$\dot{\bar{\theta}}_{21} + \dot{\bar{\theta}}_{22} = \dot{\bar{\theta}}_{33} \quad (3.4.5)$$

$$\bar{Y}_{21} + \bar{Y}_{22}\bar{M}_2 = \bar{Y}_{33}\bar{M}_3 \quad (3.4.6)$$

$$\bar{M}_2 = -\bar{M}_3 = \bar{M} \quad (3.4.7)$$

$$\bar{Y}_{21} + \bar{Y}_{22}\bar{M} = -\bar{Y}_{33}\bar{M} \quad (3.4.8)$$

$$\bar{M} = \frac{-\bar{Y}_{21}}{\bar{Y}_{22} + \bar{Y}_{33}} \quad (3.4.9)$$

e – Com o valor de \bar{M} determinado, retorna-se às equações 3.4.1, 3.4.2 e 3.4.3, obtém-se as velocidades angulares ou transversais sobre a estrutura e suas frequências naturais. O apêndice A mostra o cálculo e as expressões deste item de uma forma mais completa.

Na Figura 3.4.2 abaixo, são apresentadas duas respostas de uma placa de três metros, tri-apoiada (Figura 3.3.4), em termos de velocidade de superfície, utilizando o método descrito acima

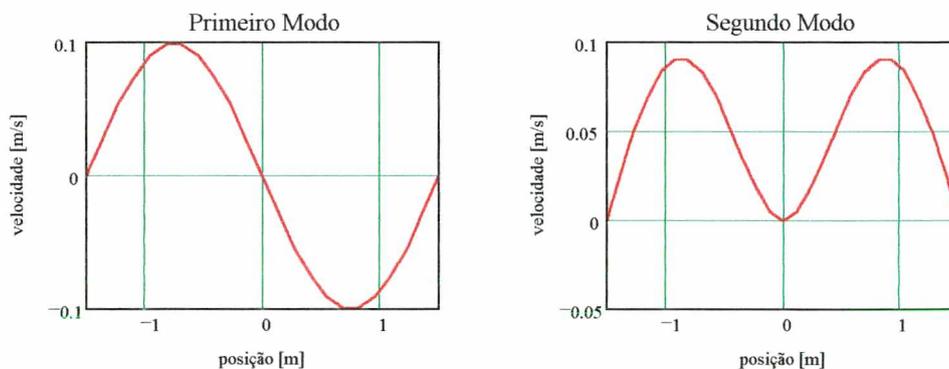


Figura 3.4.2 Modo simétrico e anti-simétrico de uma placa tri-apoiada.

3.5 MÉTODO NUMÉRICO

Para a solução do problema de placas finitas contendo vigas como descontinuidade, utilizou-se, também, o Método dos Elemento Finitos, através do software ANSYS. Esse recurso foi utilizado devido à dificuldade de inversão da matriz gerada pelas condições de contorno na viga (equações 3.3.7, 3.3.8, 3.3.9 e 3.3.10), na aplicação do Método da Mobilidade.

Esse procedimento foi escolhido por ser preciso, aplicável em altas frequências (para o caso em questão), fácil de simular diversos tipos de condições de contorno e possuir relativa rapidez de cálculo.

Para a obtenção das soluções do problema realiza-se inicialmente uma análise harmônica. O “software” possui três métodos de cálculo: o Método “Full”, que utiliza matrizes completas, onde a ordem da matriz é igual ao número de graus de liberdade do sistema, o que garante uma maior precisão mas com elevado tempo de processamento; o Método Reduzido, em que as matrizes utilizadas são reduzidas a um número de graus de liberdade “masters” pré-selecionados (possui o inconveniente de, na seleção automática dos graus “masters”, localizá-los em locais com maior concentração de massa); o Método da Superposição Modal, que baseia-se no somatório dos autovetores da estrutura a ser analisada.

Optou-se pela utilização do terceiro método, Superposição Modal, por ser um método que proporciona boa precisão e menor tempo de execução, quando comparado com o Método “Full”.

A utilização do Método da Superposição Modal exige como dados de entrada os valores dos autovalores e autovetores da estrutura que são obtidos através de uma análise modal prévia da estrutura. Para a resolução da análise modal o ANSYS possui quatro métodos de solução: o Método Reduzido (utiliza matrizes de ordens reduzidas em relação ao número de graus “masters” selecionados), o Método dos Subespaços (utiliza matrizes completas e simétricas), o Método Assimétrico (matrizes assimétricas) e o Método Amortecido (considera a matriz de amortecimento). O Método Assimétrico é utilizado em casos de interação fluido-estrutura; o Método Reduzido tem o inconveniente da concentração dos graus de liberdade “masters” em locais de maior concentração de massa; e o Método Amortecido é utilizado para problemas onde a matriz de amortecimento não pode ser desprezada como em análises de rolamentos. Desta forma, foi selecionado o Método dos Subespaços que é o método de maior precisão apesar de implicar num maior dispêndio computacional.

A análise harmônica fornece como resultados os deslocamentos nodais. Multiplicando o deslocamento nodal por $j\omega$ obtém-se a velocidade.

Como já foi mencionado, o modelo de placa utilizado vibrando em flexão em uma direção apenas, pode ser reduzido ao de uma viga. Desta forma, a placa foi modelada com elemento de viga BEAM4, que é um elemento elástico de viga 3-D. Trata-se de um elemento uniaxial que suporta esforços de compressão, torção e flexão. Possui seis graus de liberdade por nó: translações nas direções x, y e z e rotações nos eixos x, y e z. Como a placa foi modelada como viga, a descontinuidade (viga de reforço), teve que ser modelada como uma massa adicional. O elemento utilizado foi o MASS21, que é um elemento estrutural de massa. É um elemento pontual com seis graus de liberdade: translação nas direções x, y e z e rotação nos eixos x, y e z. Possui massa e inércia rotatória diferentes para cada direção coordenada. Em alguns casos a análise foi estendida até 10000 Hz, o que corresponde a um comprimento de onda de 0,068 m. As malhas continham 3000 elementos, que para uma placa de três metros fornece 68 elementos por comprimento de onda, muito acima do limite exigido pelo método, que é de seis elementos por meio comprimento de onda. Alguns casos foram modelados com placas de nove metros e com a mesma malha anterior, isto é, um elemento a cada três milímetros e 22,6 elementos por comprimento de onda.

Nas Figuras 3.5.1 à 3.5.3 estão representados algumas das respostas da placa em termos de velocidade de superfície obtidas pela modelagem descrita acima, para uma placa ($L_x = 3$ m, $L_y = 1$ m, $h = 0,005$ m, $E = 21 \times 10^{10}$ Pa e $\rho = 7850$ kg/m³) como mostrada na Figura 3.3.5, com a viga de mesmo material da placa (aço) deslocada para a parte inferior da placa.

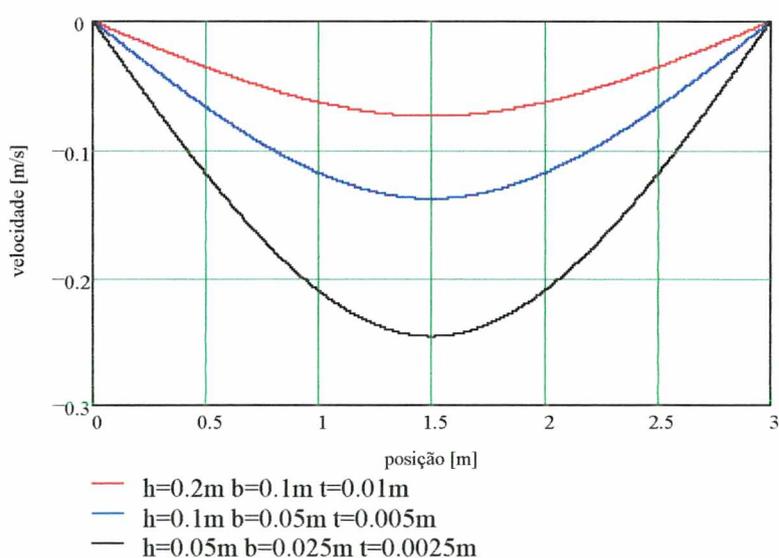


Figura 3.5.1 Primeiro modo de uma placa plana apoiada nas extremidades com uma viga I no centro.

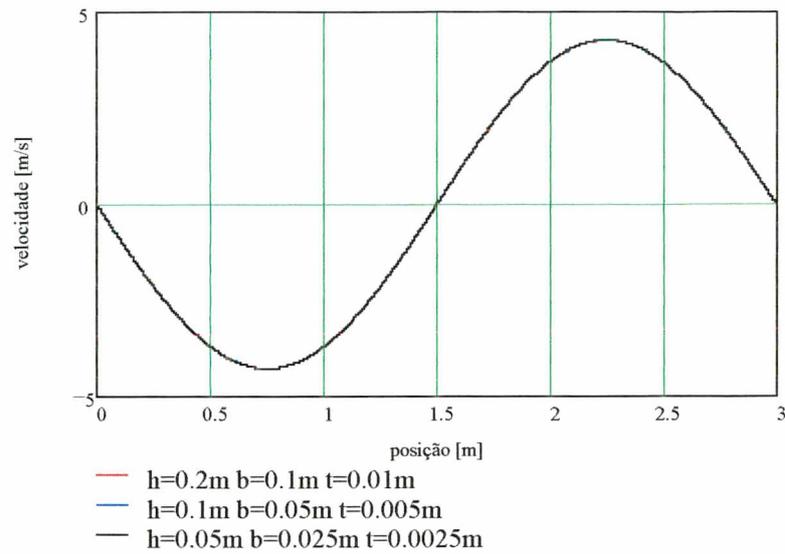


Figura 3.5.2 Segundo modo de uma placa plana apoiada nas extremidades com uma viga I no centro.

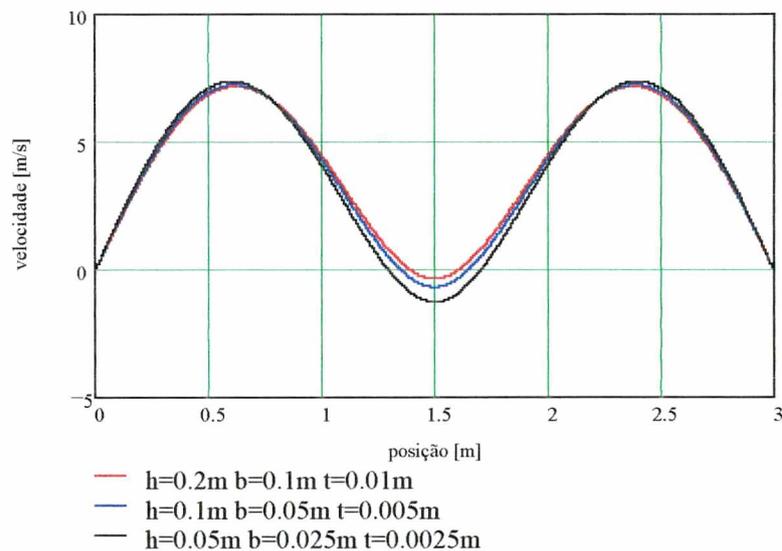


Figura 3.5.3 Terceiro modo de uma placa plana apoiada nas extremidades com uma viga I no centro.

Os termos nas legendas são: h , altura da viga; b , base da viga e t , espessuras da alma e da aba (ver tabela 3.3.1). A presença da viga influencia somente nas vibrações dos modos simétricos (Figura 3.5.1 e Figura 3.5.3). Nos modos anti-simétricos a presença da viga de qualquer seção transversal é indiferente na vibração da placa, como pode ser observado na superposição das curvas na Figura 3.5.2.

CAPÍTULO 4

IRRADIAÇÃO SONORA DE PLACAS PLANAS

Neste capítulo serão apresentados os resultados da análise da irradiação de placas planas em termos de eficiência de irradiação, mostrando a influência do tipo das vigas acopladas às chapas. A análise será concentrada na região de frequências subcríticas.

Primeiramente, será mostrada a eficiência de irradiação de placas infinitas e a precisão do programa desenvolvido para efetuar os cálculos. Posteriormente, será apresentada a irradiação de placas finitas pelo método proposto e pelo Método da Transformada de Fourier.

Para o cálculo da eficiência de irradiação foi desenvolvido um programa em linguagem C, que utiliza um algoritmo para integração numérica por Gauss/Legendre ou Simpson (Apêndice C).

4.1 IRRADIAÇÃO DE PLACAS PLANAS INFINITAS

O Capítulo 2 apresentou uma revisão sobre fontes sonoras e irradiação sonora de placas planas, incluindo a eficiência de irradiação de placas infinitas. Na Figura 2.4.2 foi mostrada a eficiência de irradiação de uma placa plana infinita em condições ideais. De acordo com a formulação apresentada no Item 2.5, desenvolveu-se um programa em linguagem C para o cálculo da eficiência de irradiação de placas planas, contendo ondas de flexão propagando-se somente em uma direção. A fim de verificar-se a validade e precisão do programa, efetuou-se o cálculo da irradiação sonora de uma placa plana infinita para a obtenção, pelo método proposto, da menor eficiência possível na região abaixo da frequência de coincidência, com base na Figura 2.4.2. Esta simulação foi feita considerando uma placa base de largura unitária e comprimento de um metro e meio. O cálculo da pressão sonora foi realizado considerando a influência de 100 vezes a área base, em cada sentido do eixo x , estando a origem do sistema localizada no meio do

trecho considerado (Figura 4.1.1). Isto garante que a placa seja suficientemente grande, se comparada com o comprimento de onda da primeira frequência (63 Hz) que é de 0,86m (menor que o comprimento base), podendo, assim, ser considerada infinita. Para o cálculo da velocidade média quadrática espaço-temporal e potência sonora foram consideradas somente duas áreas base, isto é, uma placa de três metros de comprimento. Para todos os casos analisados as placas foram discretizadas, tendo sempre um mínimo de 10 elementos por meio comprimento de onda sobre a placa. Este valor foi determinado após alguns testes, através dos quais concluiu-se que esta discretização é a que apresenta melhores resultados em relação a precisão e tempo de cálculo. Os gráficos apresentados neste capítulo referem-se à uma placa plana de aço com $E = 21 \times 10^{10}$ Pa, $\rho = 7850$ kg/m³ e espessura $h = 0,005$ m. A Figura 4.1.2, mostra a comparação entre a eficiência de irradiação de uma placa plana infinita com cinquenta, cem e cento e cinquenta vezes a área base (cujo comprimento é de 1,5m)

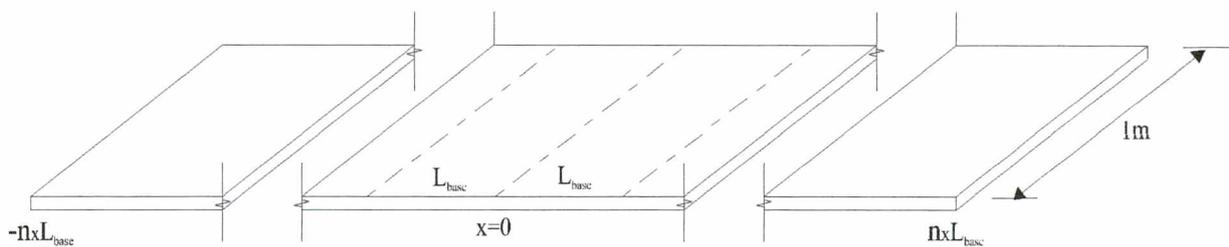


Figura 4.1.1 Placa plana infinita.

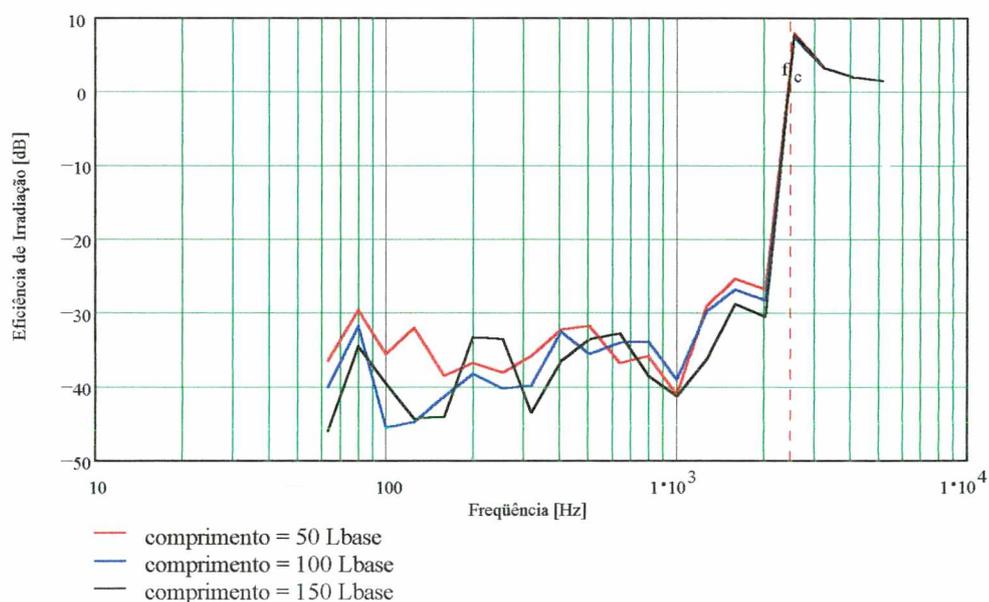


Figura 4.1.2 Eficiência de irradiação de uma placa infinita.

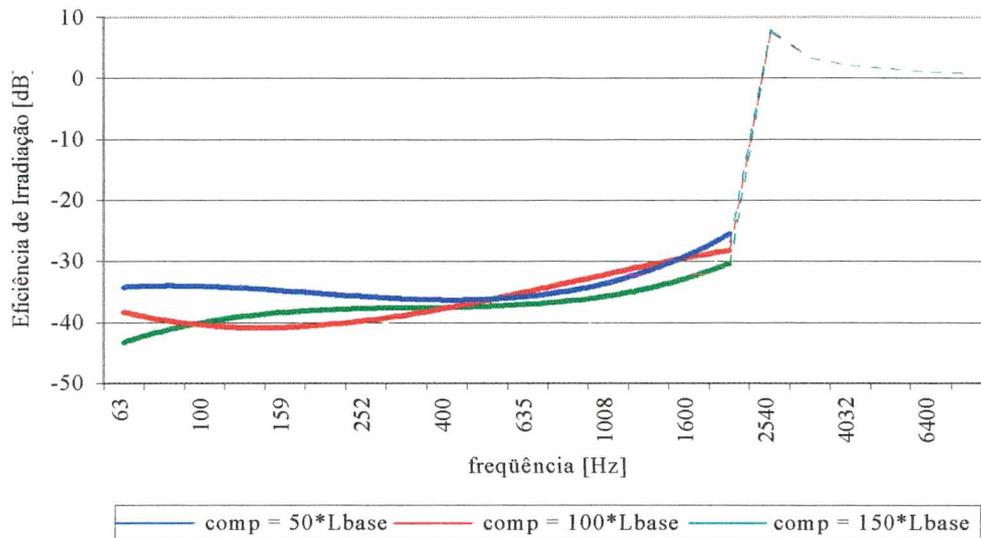


Figura 4.1.3 Linhas de valores médios da eficiência de irradiação de chapas planas infinitas calculadas pela equação 2.1.

As variações de σ_{rad} observadas na Figura 4.1.2 devem-se à precisão de cálculo do programa desenvolvido.

Nota-se que a frequência de coincidência não varia com o aumento do comprimento da placa, conforme esperado. Através da equação 2.6.3

$$f_c = \frac{c^2}{2\pi} \sqrt{\frac{m'}{B'}}$$

pode-se observar que a frequência de coincidência varia inversamente com raiz quadrada da rigidez à flexão da placa e diretamente com a raiz quadrada da massa por unidade de área. Desta forma, a variação do comprimento da placa não afeta a frequência de coincidência. A frequência de coincidência será alterada somente com a variação de rigidez ou aumento de seção transversal da placa. Observa-se que o aumento do comprimento da região de cálculo da eficiência de irradiação não causa uma diminuição considerável na eficiência de irradiação. Desta maneira, optou-se por considerar extensões de placas de cem vezes a área base, em ambos sentidos do eixo x, quando forem analisadas placas infinitas.

Este primeiro teste mostra que o algoritmo desenvolvido fornece valores considerados confiáveis sempre que estes forem superiores aos obtidos acima, isto é, para valores de eficiência

de irradiação maiores que -35 dB, aproximadamente, já que para o caso de uma placa plana infinita a eficiência de irradiação abaixo da frequência de coincidência possui valores muito menores que a unidade. A Figura 4.1.3 mostra os mesmos resultados da Figura 4.1.2, sendo, entretanto, calculados valores médios com a frequência, da eficiência de irradiação, para facilitar as comparações.

A velocidade de volume de sucessivos pares fora de fase se cancelam ao longo da superfície da placa. Considerando uma placa plana simplesmente apoiada com ondas somente em uma direção de propagação, nas suas extremidades encontram-se regiões de velocidade de volume não canceladas com largura $\frac{\pi}{k_m} = \frac{L_x}{m}$, onde m é o valor do modo de vibração da placa, como mostra a Figura 4.1.4.

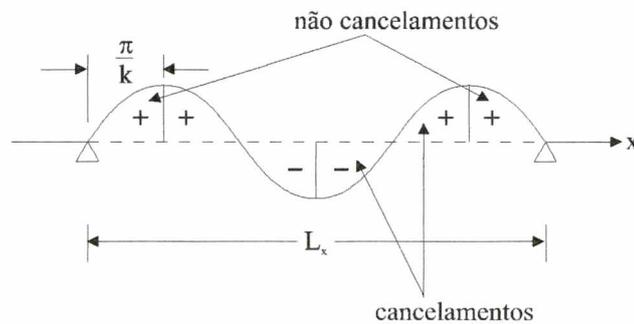


Figura 4.1.4 Regiões de cancelamento em uma placa plana apoiada.

Desta maneira, existe uma região central de cancelamentos e somente duas áreas, os cantos da placa, que se comportam como fontes de velocidade de volume (FAHY, 1985). Associando esse fenômeno a uma placa plana infinita, se não houver nenhum tipo de descontinuidade, somente existirão regiões de cancelamento enquanto a frequência for menor que a de coincidência. A existência de uma descontinuidade causa o surgimento de áreas não canceladas e, conseqüentemente, o aumento da eficiência de irradiação nas regiões abaixo da frequência de coincidência. Este aumento da eficiência de irradiação está associado ao tamanho da área não cancelada. De acordo com o tipo de descontinuidade existirá uma maior ou menor área efetiva de irradiação. Em particular, uma maior área efetiva de irradiação resulta de uma condição de engaste onde não somente a velocidade transversal, mas também a velocidade angular, são nulas no contorno.

4.2 PLACAS PLANAS SEMI-INFINITAS

Em vista do exposto no item anterior, em relação às regiões não canceladas, neste subitem será analisado o efeito de uma descontinuidade na eficiência de irradiação de uma placa plana semi-infinita.

Segundo FAHY (1985), os cancelamentos ocorrem da relação entre o comprimento de onda na estrutura e no meio, devido à forma senoidal da velocidade de superfície. O aparecimento de qualquer tipo de descontinuidade tende a quebrar esta forma, fazendo com que ocorra uma redução dos cancelamentos e um conseqüente aumento da potência sonora irradiada próximo à descontinuidade. Quanto maior for a deformação da forma senoidal da onda, maior será a área de irradiação gerada. Desta forma, os dois tipos de apoios que causam situações extremas são o apoio simples e o engaste.

Como é sabido, uma condição de contorno tipo engaste gera o dobro da irradiação em relação a uma condição de apoio simples (BERANEK, 1988). Para verificar esta afirmação foram calculadas as eficiências de irradiação de uma placa semi-infinita apoiada e de uma placa semi-infinita engastada, como o esquema mostrado na Figura 4.2.1.

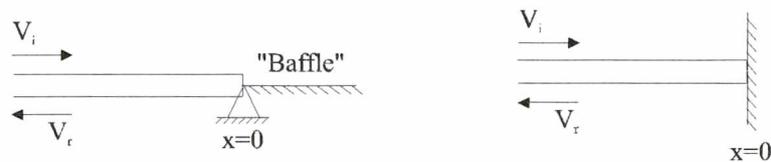


Figura 4.2.1 Placa semi-infinita apoiada e engastada.

As velocidades das ondas incidente (v_i) e refletida (v_r) são dadas por:

$$v_i = e^{-jk_b x} \quad (4.2.1)$$

$$v_r = B_1 e^{jk_b x} + B_2 e^{k_b x} \quad (4.2.2)$$

As constantes B_1 e B_2 são determinadas através das condições de contorno apresentadas na Tabela 3.3.1.

De posse dos valores das velocidades de superfície, podem-se calcular as eficiências de irradiação. Os resultados estão mostrados na Figura 4.2.2. Observa-se um aumento de 3 dB,

aproximadamente, em toda faixa de baixas frequências em relação à extremidade simplesmente apoiada. A eficiência de irradiação, neste caso, foi calculada para uma extensão de 1,5m da placa próxima ao engaste.

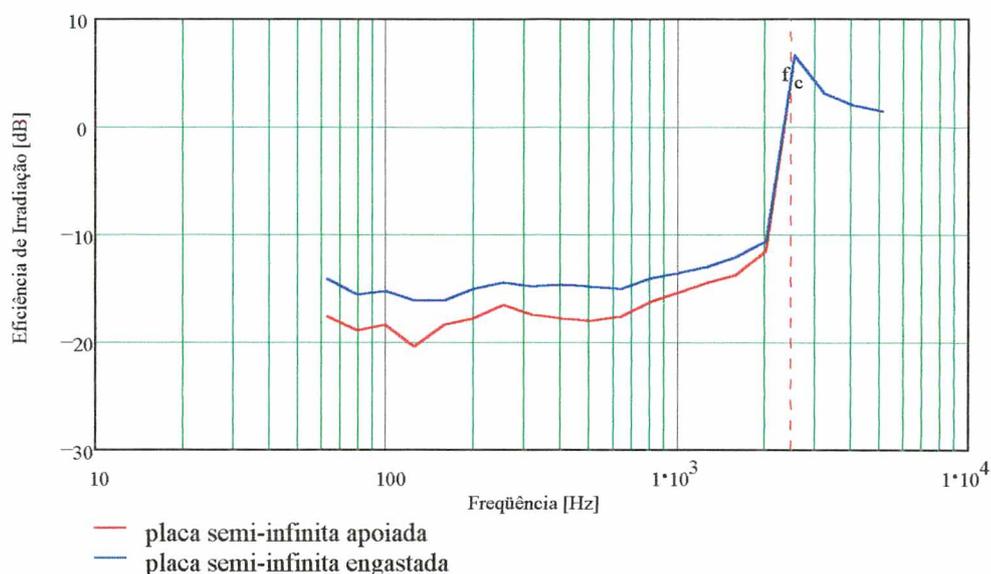


Figura 4.2.2 Eficiência de irradiação de placas planas semi-infinitas.

Nota-se que este aumento da eficiência de irradiação verifica-se até aproximadamente 1000 Hz, a partir da qual as placas começam a ter comportamentos semelhantes. A frequência de coincidência é de 2460 Hz.

4.3 PLACAS PLANAS INFINITAS COM DESCONTINUIDADE

Como mencionado no item anterior, quanto maior a restrição ao movimento ondulatório da placa maior a formação de áreas não canceladas. Nos itens 4.3.1 e 4.3.2 a seguir serão apresentados gráficos de eficiência de irradiação para uma placa infinita com descontinuidades tipo apoio e tipo viga, onde uma maior inércia à rotação da viga sugere uma eficiência de irradiação maior. As descontinuidades foram colocadas na origem do sistema de coordenadas, estando o plano da placa em $z=0$ e as descontinuidades em $z < 0$, como mostram as Figuras 4.3.1 e 4.3.2.

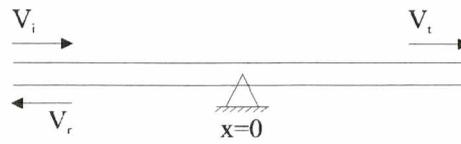


Figura 4.3.1 Placa plana infinita com apoio na origem do sistema de coordenadas.

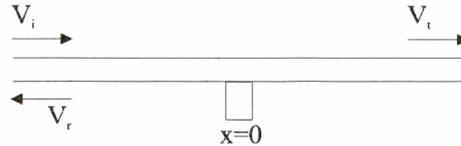


Figura 4.3.2 Placa plana infinita com uma viga na origem do sistema de coordenadas.

As velocidades das ondas incidente (v_i), refletida (v_r) e transmitida (v_t) são dadas por:

$$v_i = e^{-jk_b x} \quad (4.3.1)$$

$$v_r = B_1 e^{jk_b x} + B_2 e^{k_b x} \quad (4.3.2)$$

$$v_t = C_1 e^{-jk_b x} + C_2 e^{-k_b x} \quad (4.3.3)$$

sendo a velocidade resultante no lado esquerdo da descontinuidade (v_l) dada pela soma das velocidades incidente e refletida. As constantes B e C são determinadas pelas condições de contorno na descontinuidade, apresentadas no Capítulo 3 (equações 3.3.4, 3.3.5 e 3.3.6). A irradiação sonora será calculada para região acima da placa, isto é, $z > 0$.

4.3.1 PLACAS PLANAS INFINITAS COM DESCONTINUIDADE TIPO APOIO

Considera-se, inicialmente, uma placa plana com um apoio (Figura 4.3.1). Esse apoio faz com que apareçam duas áreas não canceladas próximo a ele, como pode ser observado comparando as Figuras 4.3.1.1 e 4.3.1.2. A Figura 4.3.1.3 apresenta a comparação entre os resultados para placa com e sem apoio.

Verifica-se um aumento na eficiência de irradiação na região abaixo da frequência de coincidência, causado pelo surgimento de duas áreas não canceladas junto à descontinuidade.

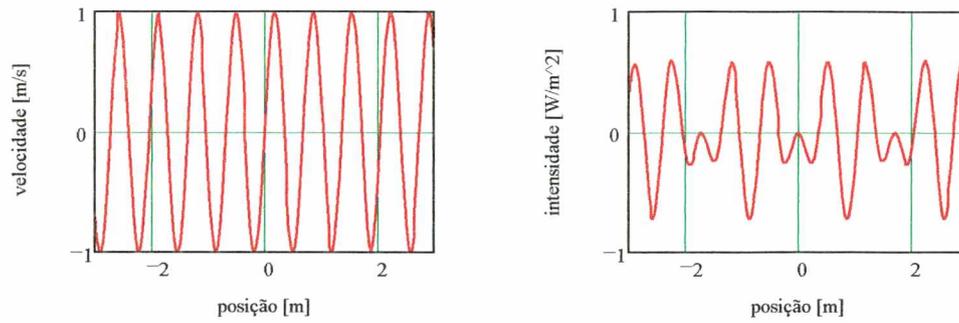


Figura 4.3.1.1 Velocidade e intensidade sonora ao longo de 6m de uma placa infinita lisa [100 Hz].

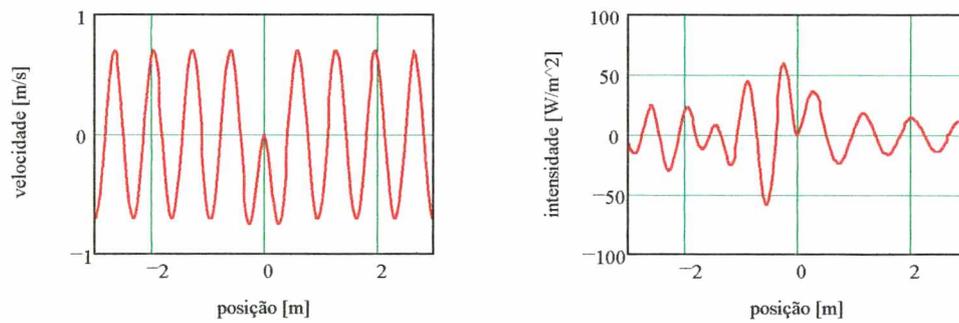


Figura 4.3.1.2 Velocidade e intensidade sonora ao longo de 6m de uma placa infinita com apoio central [100Hz].

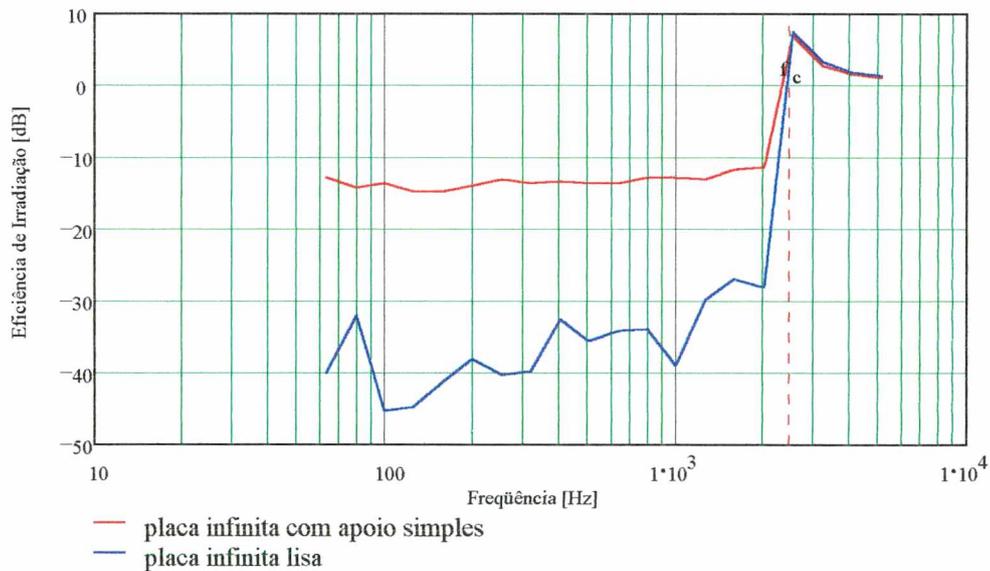


Figura 4.3.1.3 Comparação entre eficiência de irradiação de uma placa plana infinita lisa e com um apoio central em frequências de 1/3 de oitava.

Da comparação entre as Figuras 4.3.1.1 e 4.3.1.2 percebe-se a diferença de amplitude das intensidades. Nota-se, também, que para o caso apoiado, a intensidade tende a diminuir com o

aumento da distância ao apoio. A fim de verificar a validade da resposta, na forma de eficiência de irradiação, obtida através do método de integração proposto, o mesmo cálculo foi realizado utilizando-se o Método da Transformada de Fourier, descrito no apêndice B.

4.3.2 PLACAS PLANAS INFINITAS COM DESCONTINUIDADE TIPO VIGA

A seguir serão apresentados gráficos de eficiência de irradiação para placas planas infinitas com descontinuidades tipo viga, como mostrado anteriormente na Figura 4.3.2. Os símbolos nas legendas dos gráficos referem-se à seção transversal da viga: viga I (I); viga T invertida (T); viga quadrada maciça (QM) ou viga quadrada vazada (QV), e as dimensões da seção transversal, altura da viga (h), base da viga (b) espessura da alma e aba da viga (t). As vigas são consideradas rígidas. Seus efeitos são de inércia à rotação e à translação.

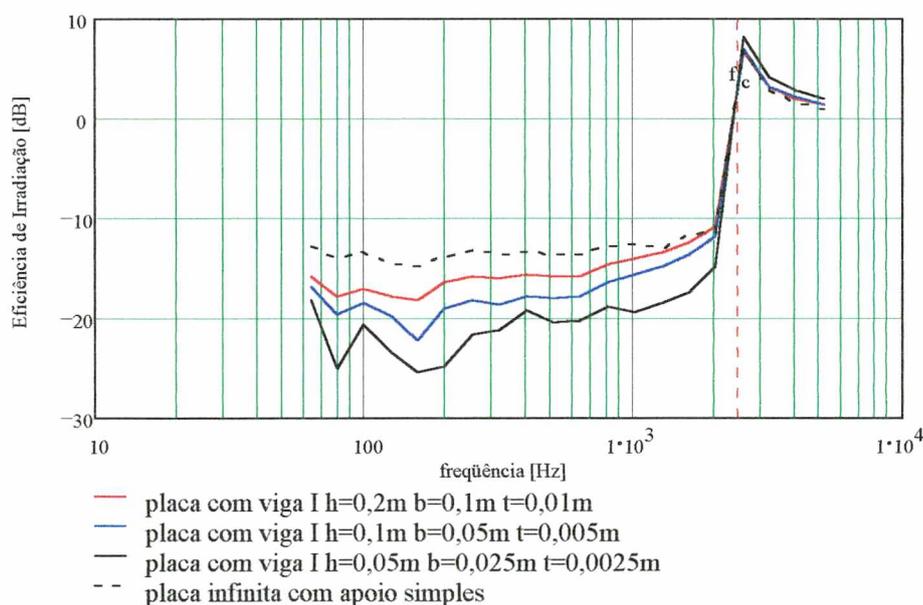


Figura 4.3.2.1 Placa infinita com viga de reforço tipo I.

Por se tratarem de placas planas infinitas, a área utilizada no cálculo da eficiência de irradiação corresponde a uma extensão de 3 m, estando a viga localizada no centro desta distância.

As Figuras 4.3.2.1 a 4.3.2.4 mostram os resultados para as vigas I, QM, T e QV, respectivamente. As Figuras 4.3.2.5 e 4.3.2.6 mostram comparações entre os quatro tipos de vigas, com 0,2m e 0,1 m de altura, respectivamente.

Observa-se que as vigas tendem a produzir menores valores de σ_{rad} em relação a um apoio simples, já que não restringem totalmente o movimento transversal da placa. Vigas maiores produzem resultados que se aproximam aos de um apoio simples, enquanto que vigas menores produzem valores de σ_{rad} também menores, tendendo aos de uma placa lisa, sem vigas.

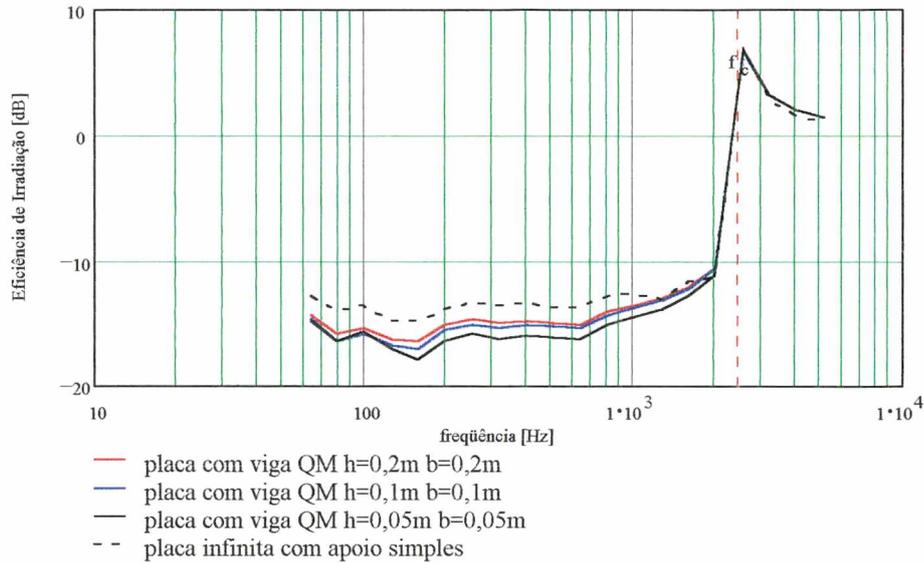


Figura 4.3.2.2 Placa infinita com viga de reforço tipo quadrada maciça.

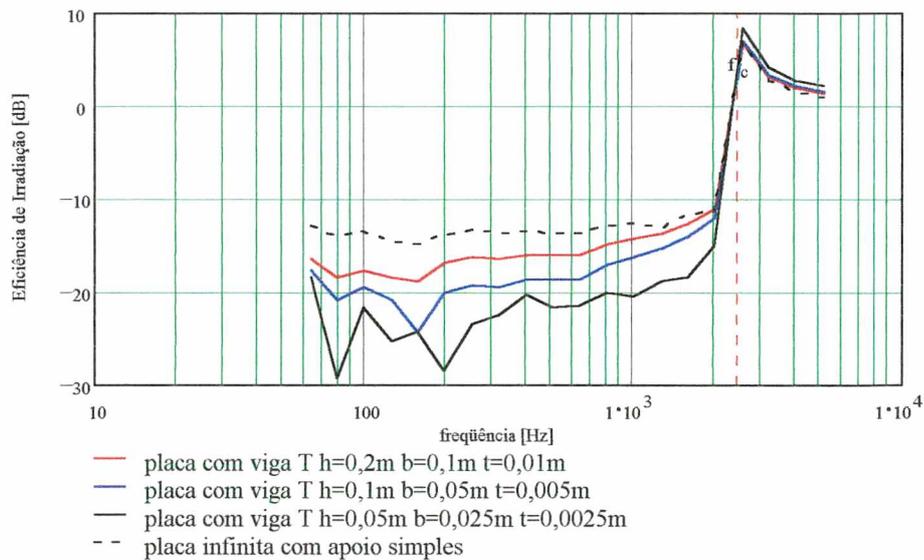


Figura 4.3.2.3 Placa infinita com viga de reforço tipo T invertido.

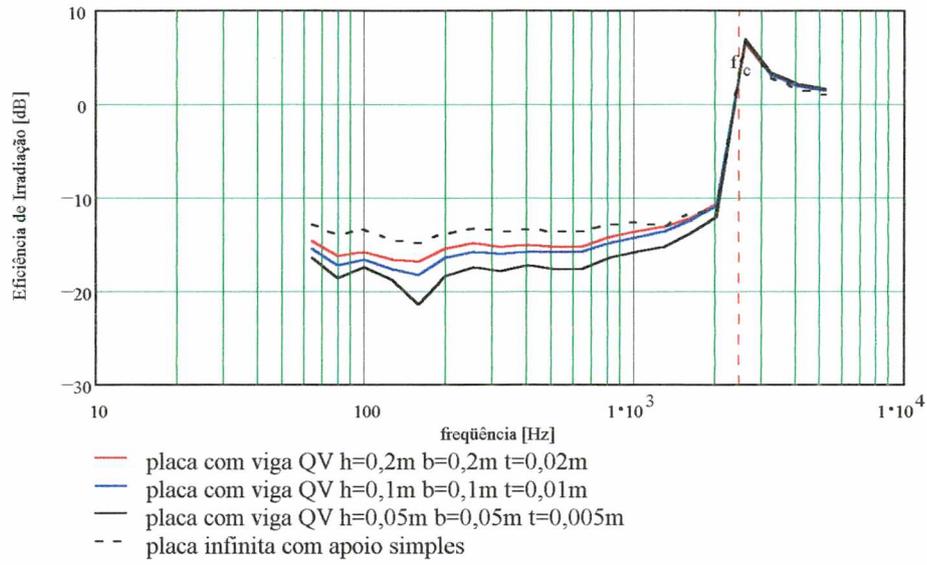


Figura 4.3.2.4 Placa infinita com viga de reforço tipo quadrada vazada.

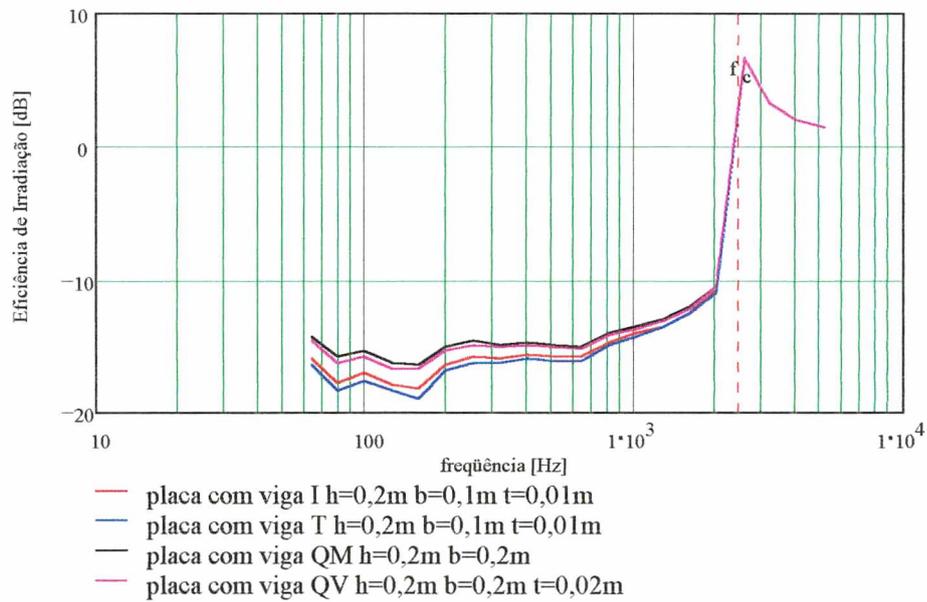


Figura 4.3.2.5 Eficiências de irradiação de placas infinitas com vigas de 0,2m de altura.

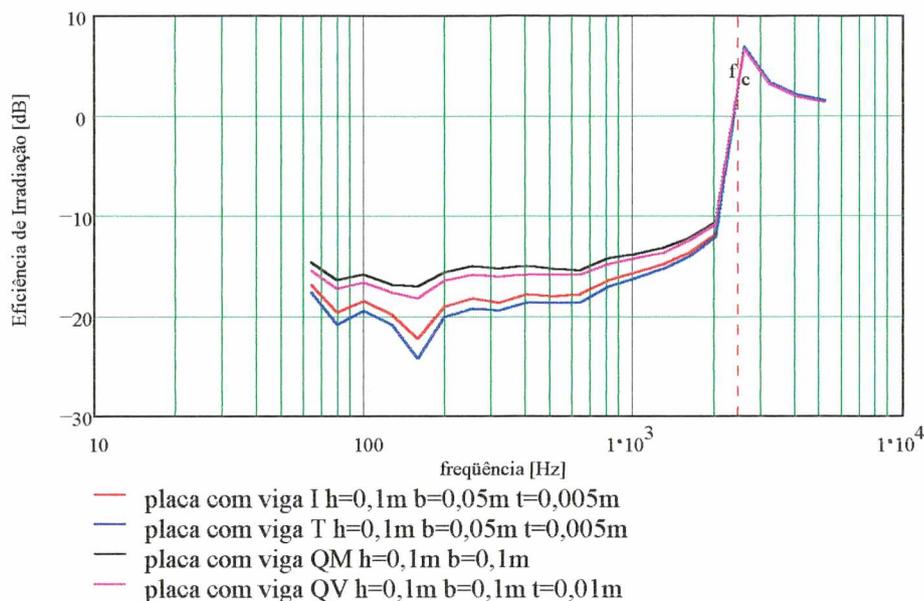
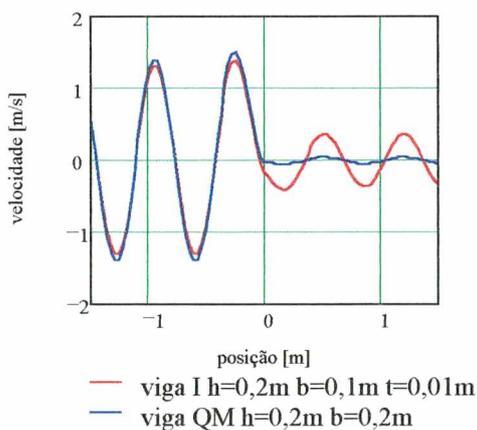
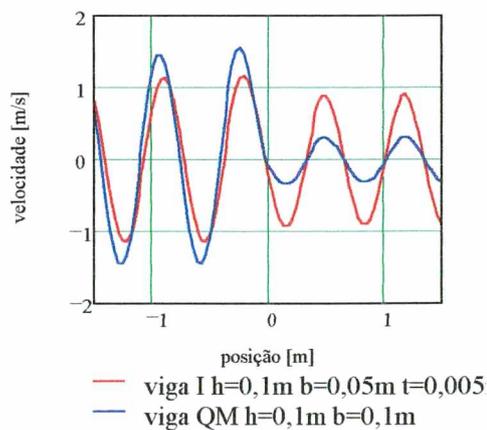


Figura 4.3.2.6 Eficiências de irradiação de placas infinitas com vigas de 0,1 m de altura.

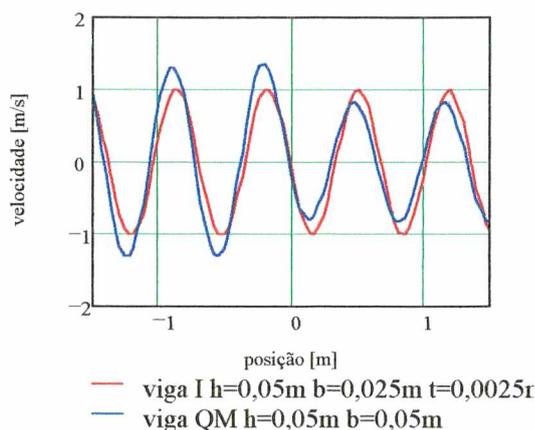
Nas Figuras 4.3.2.5 e 4.3.2.6, nota-se que quanto maior a massa da viga e inércia à rotação, maior a eficiência de irradiação. Isso ocorre porque, aumentando-se a massa da viga, aumenta-se o coeficiente de reflexão da onda incidente e diminui-se a amplitude do deslocamento transversal da onda transmitida. Conseqüentemente, diminui-se o cancelamento nas imediações da viga. Isso pode ser observado na Figura 4.3.2.7 (a), (b) e (c), que considera o deslocamento de uma placa infinita com uma viga I e com uma viga QM com três seções transversais diferentes, para uma frequência de 100 Hz.



(a)



(b)



(c)

Figura 4.3.2.7 Velocidade de superfície de placas planas infinitas com descontinuidade tipo viga I e QM, na frequência de 100 Hz.

Relacionando com a Figuras 4.3.2.5 e 4.3.2.6, nota-se que a maior eficiência de irradiação da placa com uma viga QM deve-se à maior restrição que ela causa ao movimento da placa, como pode ser observado na Figura 4.3.2.7.

Observa-se que o aumento da eficiência de irradiação da placa está diretamente relacionado com o aumento da inércia rotatória da viga de reforço, como mostram as Figuras 4.3.2.5 e 4.3.2.6, para as vigas T, I, QV e QM, nesta ordem.

4.4 IRRADIAÇÃO SONORA DE PLACAS PLANAS FINITAS

O comportamento acústico de placas planas finitas foi discutido no Item 2.6. Neste item são apresentados os resultados obtidos, na forma de eficiência de irradiação, para alguns casos de placas planas finitas lisas e com descontinuidades.

Uma comparação com o Método da Transformada de Fourier também será apresentada, a fim de verificar-se a validade dos cálculos pelo método proposto.

Os resultados são apresentados de duas maneiras, uma em frequências discretas e outra nas frequências centrais de banda de terço de oitava, para facilitar a visualização e comparação dos resultados para alguns casos.

4.4.1 IRRADIAÇÃO SONORA DE PLACAS PLANAS FINITAS LISAS

De forma análoga ao Item 4.1, inicialmente será apresentada uma comparação entre o caso de uma placa plana simplesmente apoiada e uma engastada, como mostram os esquemas da Figura 4.4.1.1, a fim de comprovar a maior eficiência de irradiação gerada por uma placa engastada.

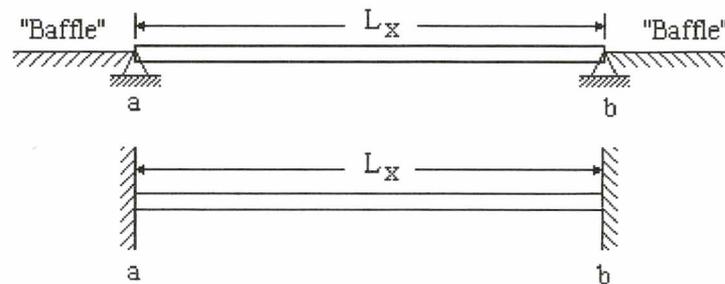


Figura 4.4.1.1 Placa bi-apoiada e bi-engastada.

A placa utilizada para esses casos possui características semelhantes às placas infinitas, isto é, considera-se a placa vibrando em modos de flexão, em uma direção, sendo o comprimento da placa, L_x , de 3m e espessura, h , de 0,005m. A frequência de coincidência é a mesma obtida anteriormente, $f_c = 2460$ Hz.

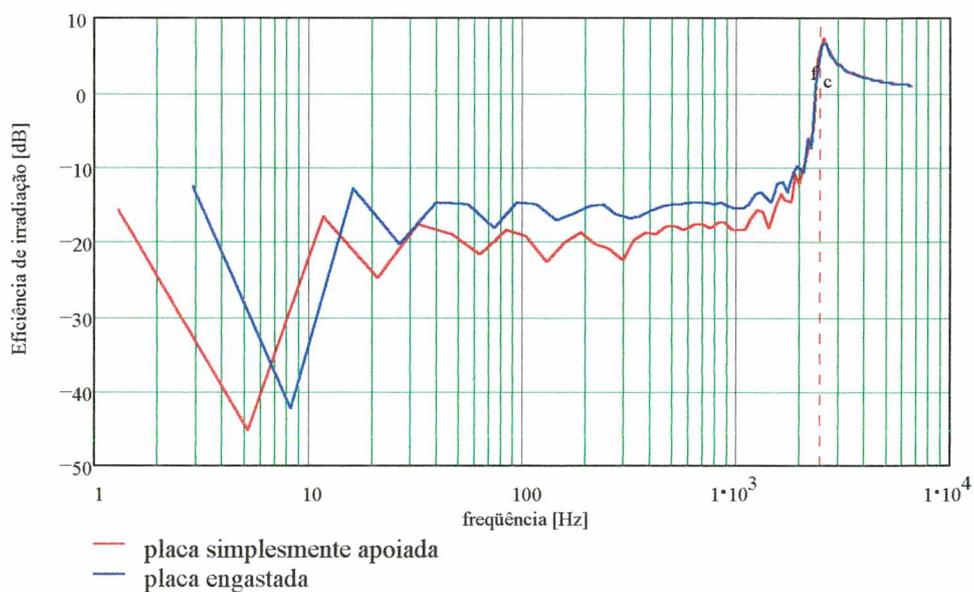


Figura 4.4.1.2 Comparação entre uma placa bi-apoiada e bi-engastada.

Na Figura 4.4.1.2 observam-se variações de σ_{rad} calculadas para cada frequência de ressonância, indicando os modos bons irradiadores e os ineficientes. Os valores médios para cada placa, nas baixas frequências, variam 3 dB aproximadamente. As Figuras 4.4.1.3 e 4.4.1.4 mostram boa concordância entre os resultados obtidos pelo método proposto e usando o método da Transformada de Fourier, descrito no Apêndice B.

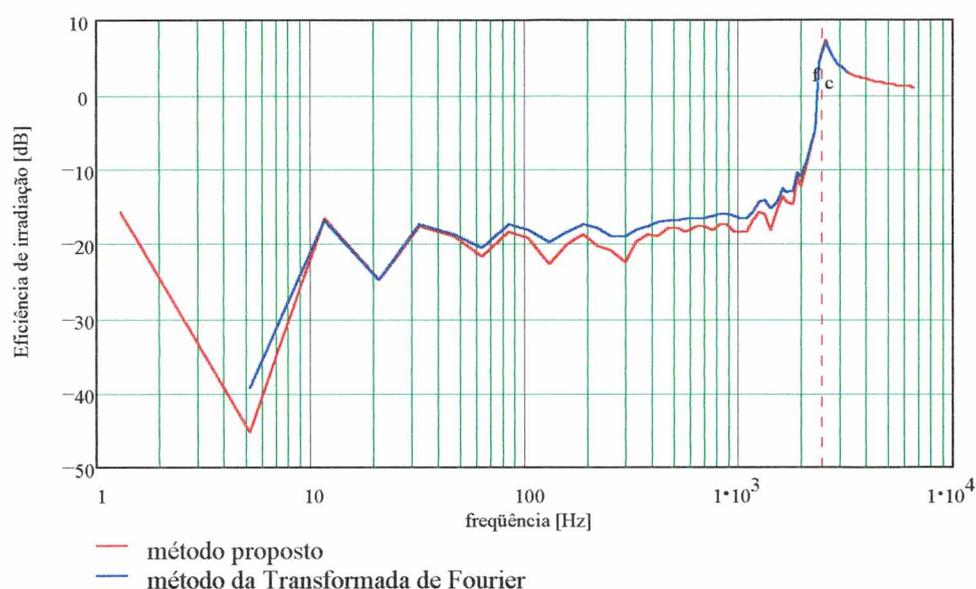


Figura 4.4.1.3 Comparação entre o método proposto e o Método da Transformada de Fourier, para uma placa simplesmente apoiada.

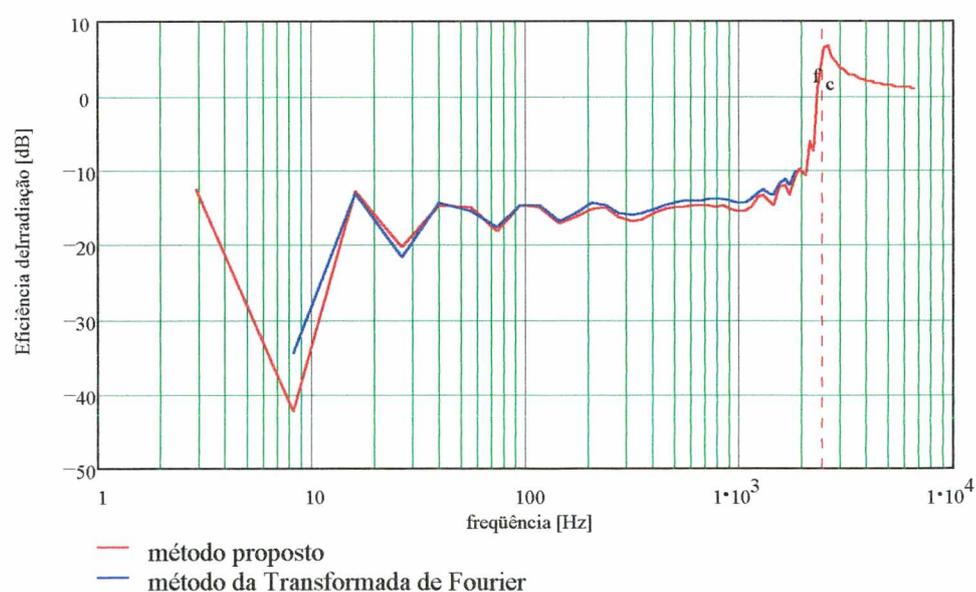


Figura 4.4.1.4 Comparação entre o método proposto e o Método da Transformada de Fourier, para uma placa engastada.

A diferença observada na Figura 4.4.1.2 deve-se a uma maior área não cancelada no caso de placa engastada, onde fica evidente a influência do tipo de modo na irradiação sonora. Sabe-se que se a dimensão da placa for menor que um comprimento de onda sonoro ($kL_x < 1$), as regiões não canceladas nas extremidades interagem entre si. A radiação sonora terá característica de monopolo se as extremidades da placa estiverem em fase e comportar-se-á como um dipolo se fora de fase. Quando a dimensão da placa for maior que o comprimento de onda sonoro, as extremidades estarão desacopladas e a potência sonora resultante de ambas as regiões representa a soma vetorial. A relação $kL_x < 1$ é válida para frequências menores que 30 Hz, para o caso em questão, como observado na Figura 4.4.1.2. Percebe-se que o primeiro e terceiro modos, cujas respostas nas extremidades estão em fase, possuem uma eficiência de irradiação maior que o segundo e quarto modos, para os quais as respostas estão fora de fase (Figuras 3.3.2 e 3.3.3), fazendo com que a placa se comporte como um dipolo.

Mantendo-se as mesmas condições de contorno, porém aumentando o comprimento da placa, a eficiência de irradiação tende a diminuir, já que as áreas não canceladas mantêm-se constantes, gerando a mesma potência sonora, mas ocorrendo um aumento da área considerada no cálculo da eficiência de irradiação. Isso pode ser observado nas Figuras 4.4.1.5 e 4.4.1.6.

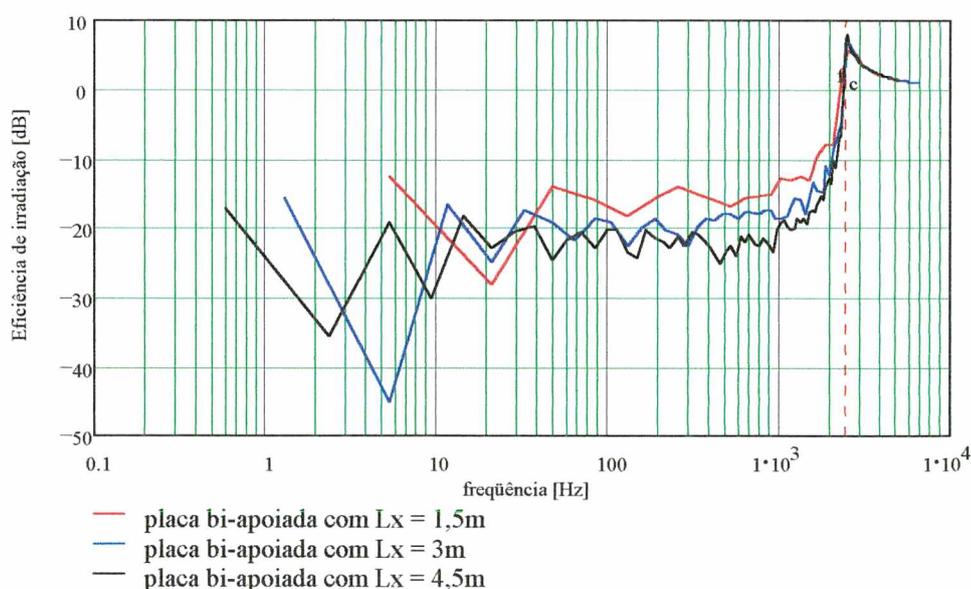


Figura 4.4.1.5 Comparação entre placas bi-apoiadas com comprimentos diferentes.

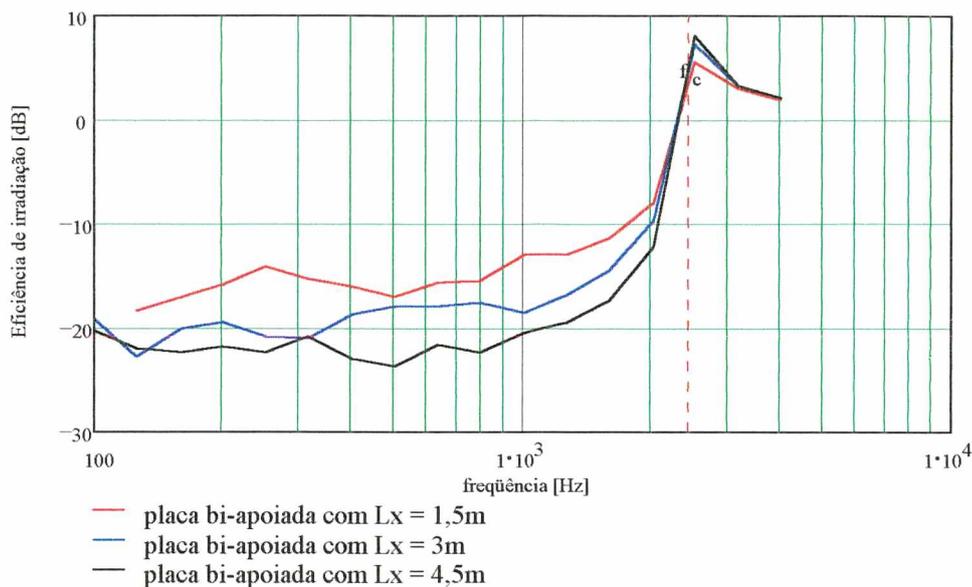


Figura 4.4.1.6 Comparação entre placas bi-apoiadas com comprimentos diferentes, em frequências de 1/3 de oitava.

4.4.2 IRRADIAÇÃO SONORA DE PLACAS PLANAS FINITAS COM DESCONTINUIDADES

A colocação de uma descontinuidade na placa induz o aparecimento de distorções na forma da onda, aumentando a sua eficiência de irradiação. Para verificar este fato, simulou-se uma placa apoiada, como apresentada na Figura 4.4.2.1, sendo $L_x = 1,5\text{m}$.

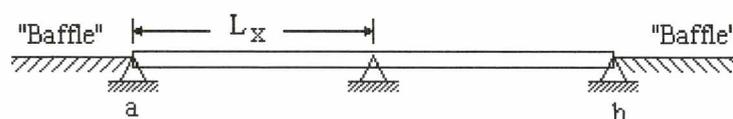


Figura 4.4.2.1 Placa tri-apoiada.

As Figuras 4.4.2.2 e 4.2.2.3 mostram uma comparação entre os resultados de σ_{rad} para uma placa bi-apoiada e uma tri-apoiada, ambas com comprimento total de 3m. Nota-se a maior eficiência de irradiação para a placa com três apoios. Novamente, percebe-se que os modos simétricos irradiam uma maior quantidade de energia sonora.

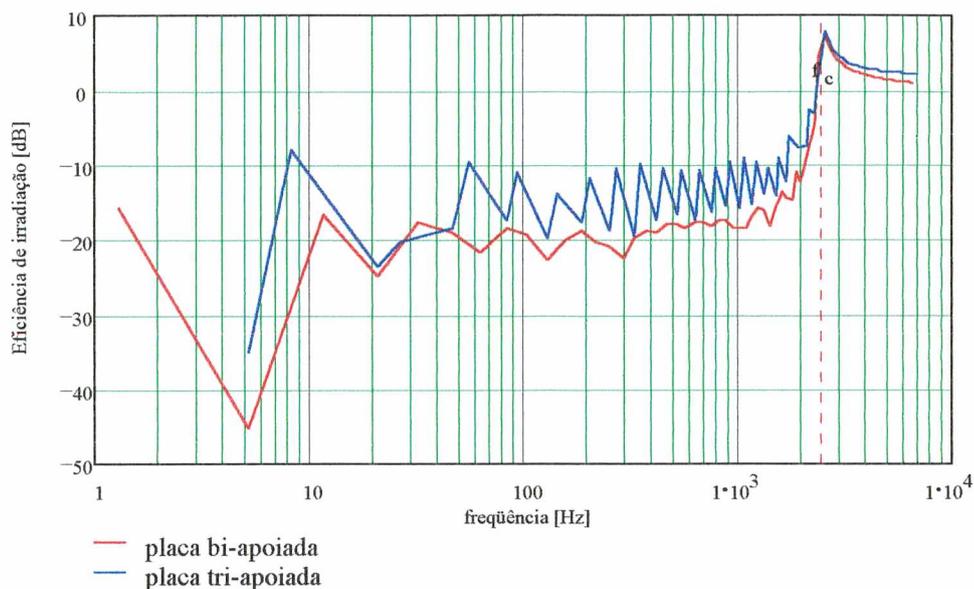


Figura 4.4.2.2 Placas apoiadas. Valores calculados para frequências discretas.

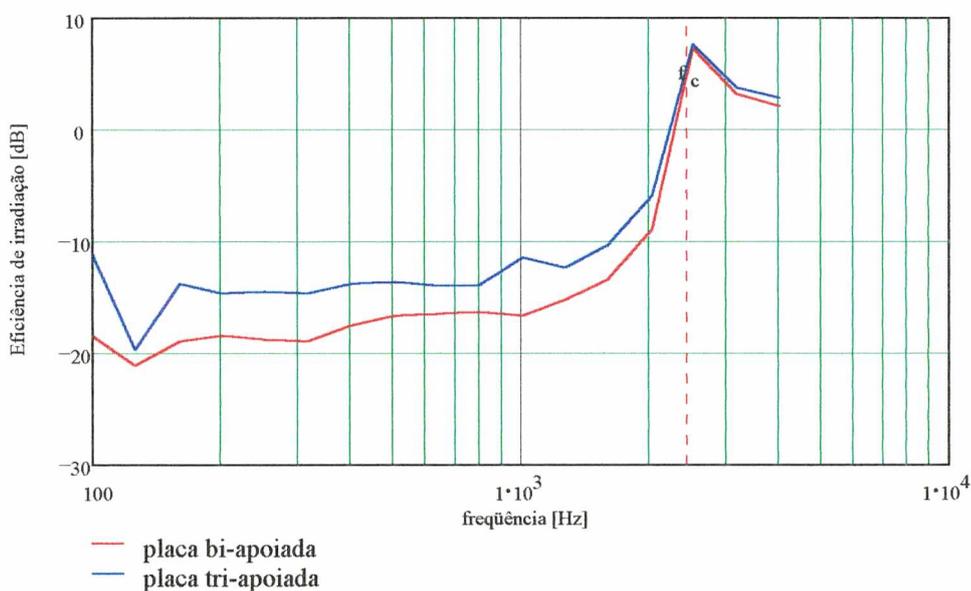


Figura 4.4.2.3 Placas apoiadas. Valores em faixa de frequência de 1/3 de oitava.

Para a placa com três apoios os modos ímpares possuem uma forma análoga aos modos pares de uma placa simplesmente apoiada, fazendo com que a eficiência de irradiação de ambas possuam valores semelhantes. Nos modos pares da placa com apoio central, as condições de contorno no apoio fazem com que cada metade da placa se comporte como se estivesse engastada, isto é, possuam deslocamentos transversal e angular nulos, como mostra a Figura 4.4.2.4, abaixo

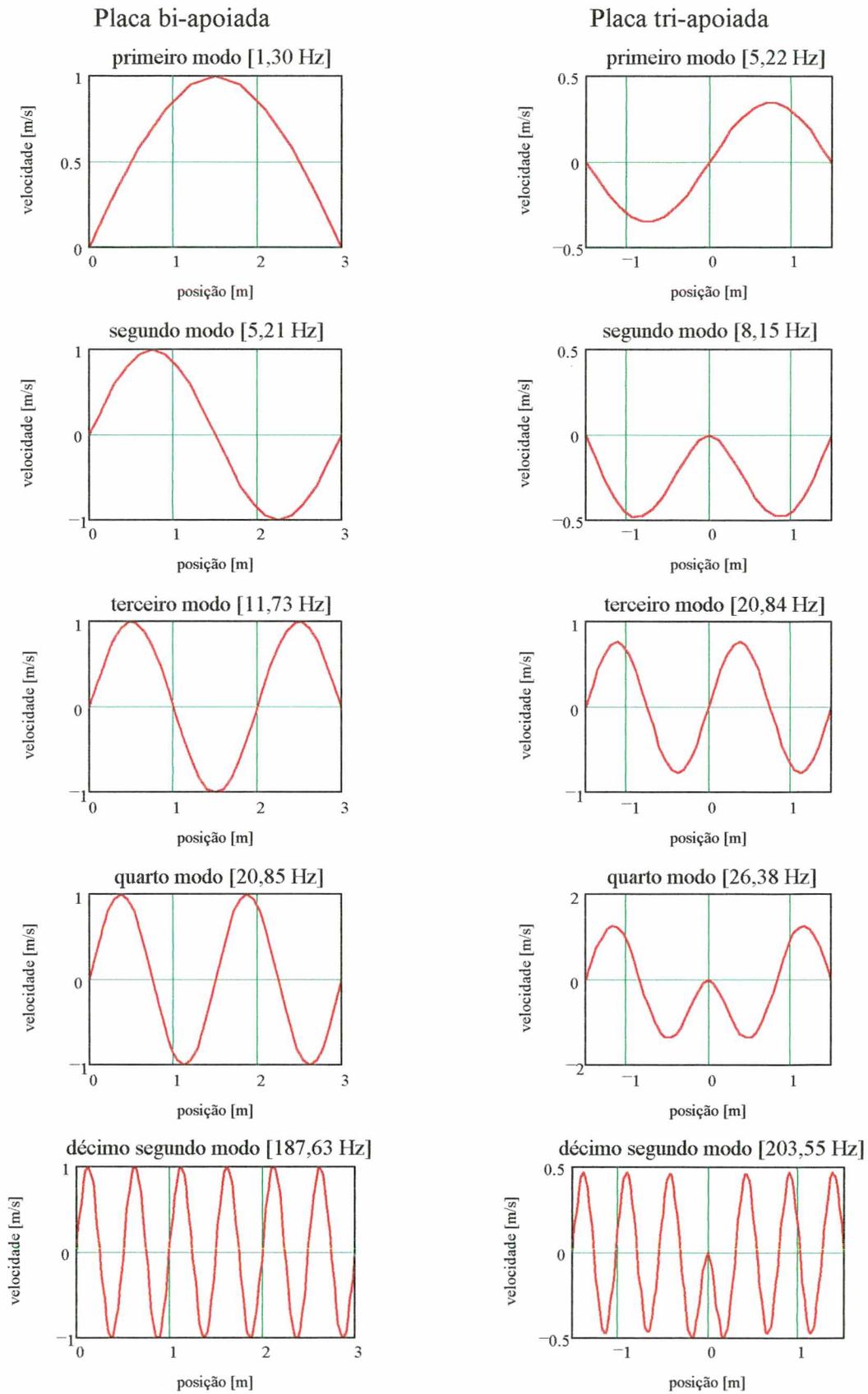


Figura 4.4.2.4 Modos de vibração de placas apoiadas.

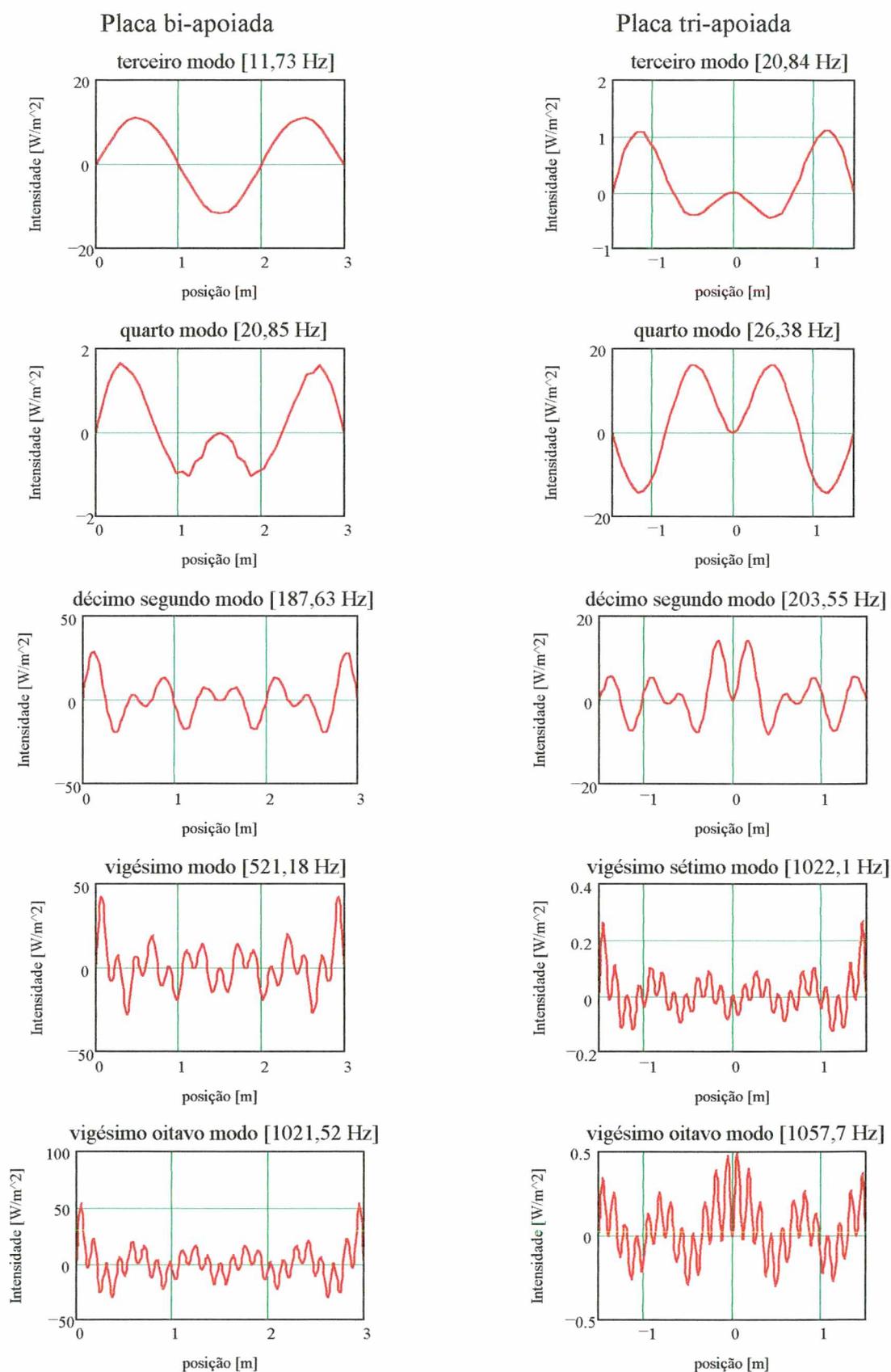


Figura 4.4.2.5 Distribuição de intensidades ao longo de uma placa com dois e três apoios.

Com a colocação de um apoio central, as duas novas áreas não canceladas possuem características de descontinuidade tipo engaste (Figura 4.4.2.4) fazendo com que o aumento da eficiência de irradiação seja muito acentuada nos modos onde esta característica aparece (modos pares), como pode ser observado nas Figuras 4.4.2.2 e 4.4.2.5, onde a última mostra a distribuição de intensidades ao longo da placa.

A existência de uma descontinuidade que não restrinja tanto o movimento vibratório da placa deverá proporcionar uma eficiência de irradiação que deverá ser menor que a da placa tri-apoiada e maior que a da placa simplesmente apoiada.

As vigas utilizadas neste caso são as mesmas utilizadas para placas infinitas, e foram dispostas como na Figura 4.4.2.6, abaixo, com $L_x = 1,5\text{m}$.

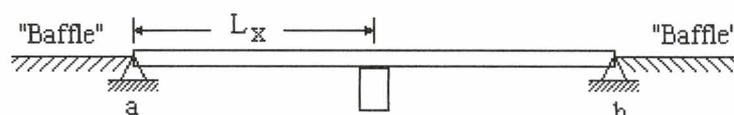


Figura 4.4.2.6 Descontinuidade tipo viga.

Nos gráficos das Figuras 4.4.2.7 a 4.4.2.17 as legendas seguem a mesma simbologia apresentada no Item 4.3.2 quanto ao tipo de viga. Os números representam as dimensões das vigas, a saber: 20 – altura 0,20m, base 0,10m e alma ou espessura da aba 0,01m; 10 – altura 0,10m, base 0,05m e alma ou espessura da aba 0,005m; e 5 – altura 0,05m, base 0,025m e alma ou espessura da aba 0,0025m

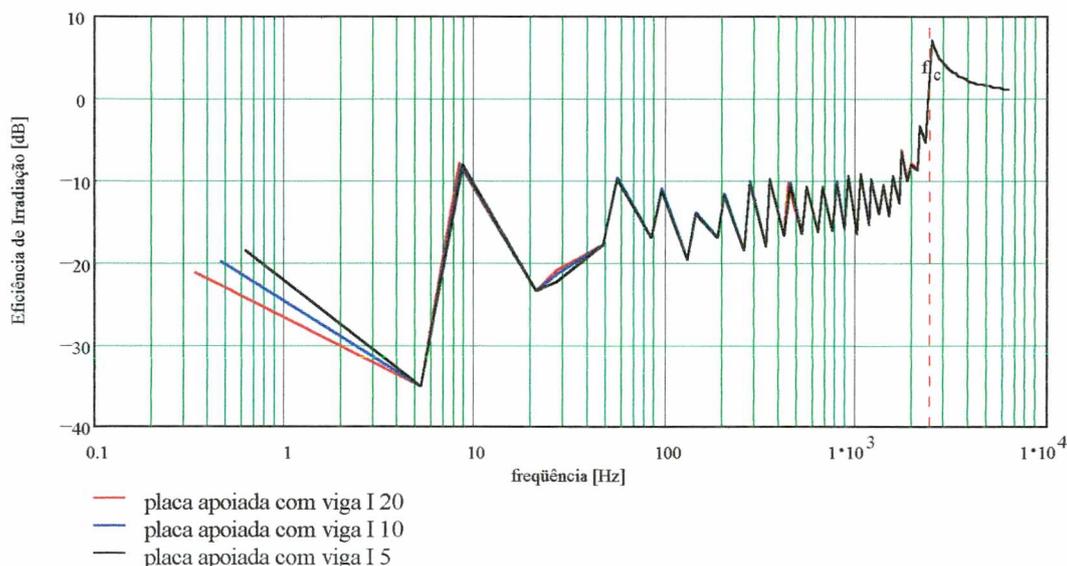


Figura 4.4.2.7 Placa plana com viga I.

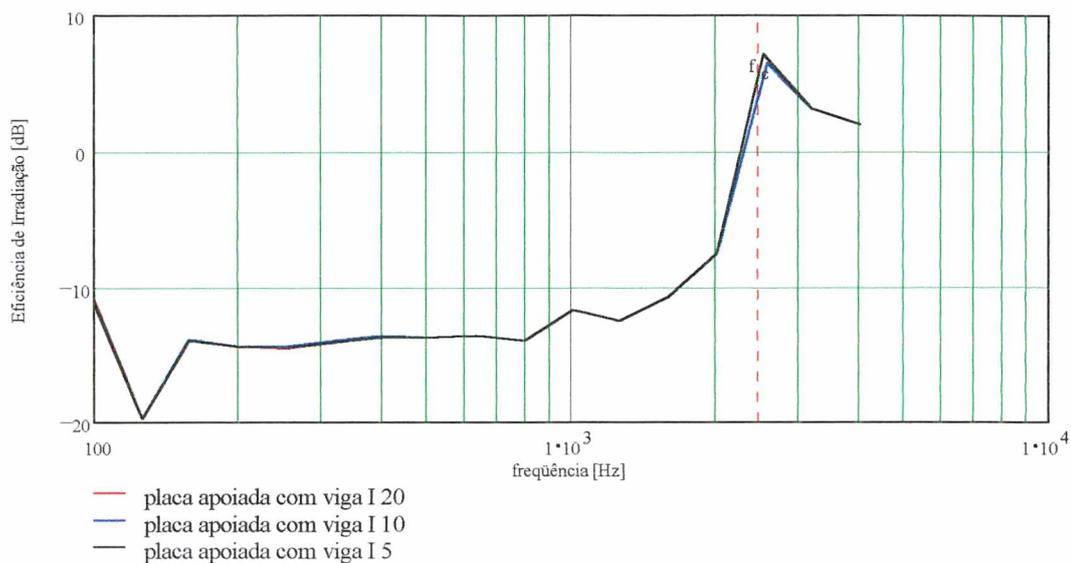


Figura 4.4.2.8 Placa plana com viga I, em frequências de 1/3 de oitava.

Nota-se que o aumento das dimensões da viga, não altera a eficiência de irradiação da placa. Como pode ser observado nas Figuras 3.5.1, 3.5.2 e 3.5.3, fica claro que o pequeno aumento na deflexão da placa, causada pela variação das dimensões da viga, não é suficiente para formar uma área de cancelamento considerável a ponto de diminuir a eficiência de irradiação de uma placa com uma viga de dimensões maiores. Esse mesmo comportamento também pode ser observado variando-se o tipo de viga, como mostram as Figuras.4.4.2.9 a 4.4.2.12.

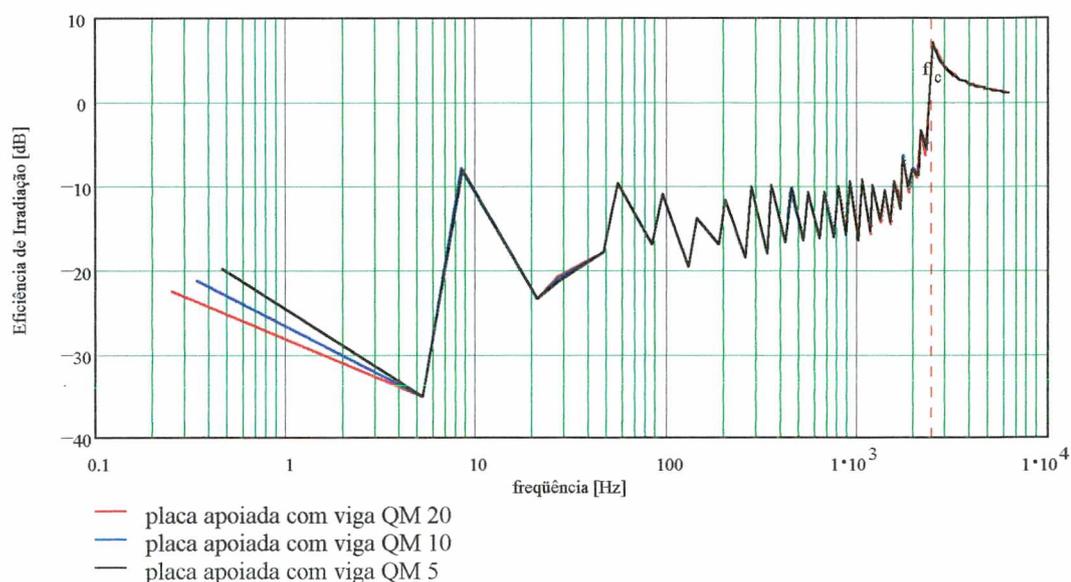


Figura 4.4.2.9 Placa plana com viga Quadrada Maciça.

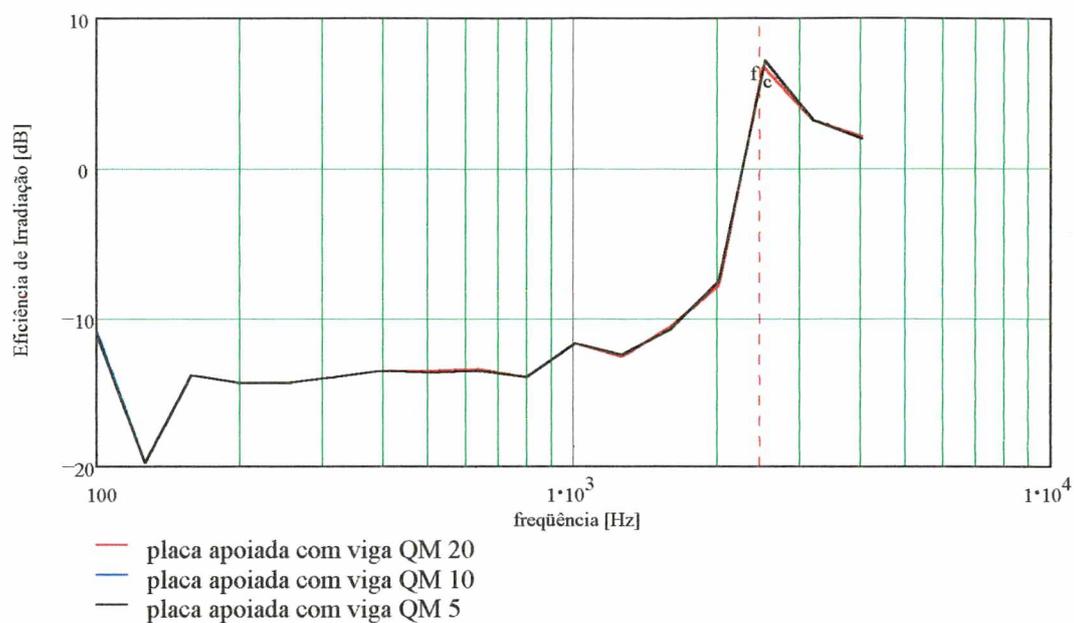


Figura 4.4.2.10 Placa plana com viga Quadrada Maciça, em frequências de 1/3 de oitava.

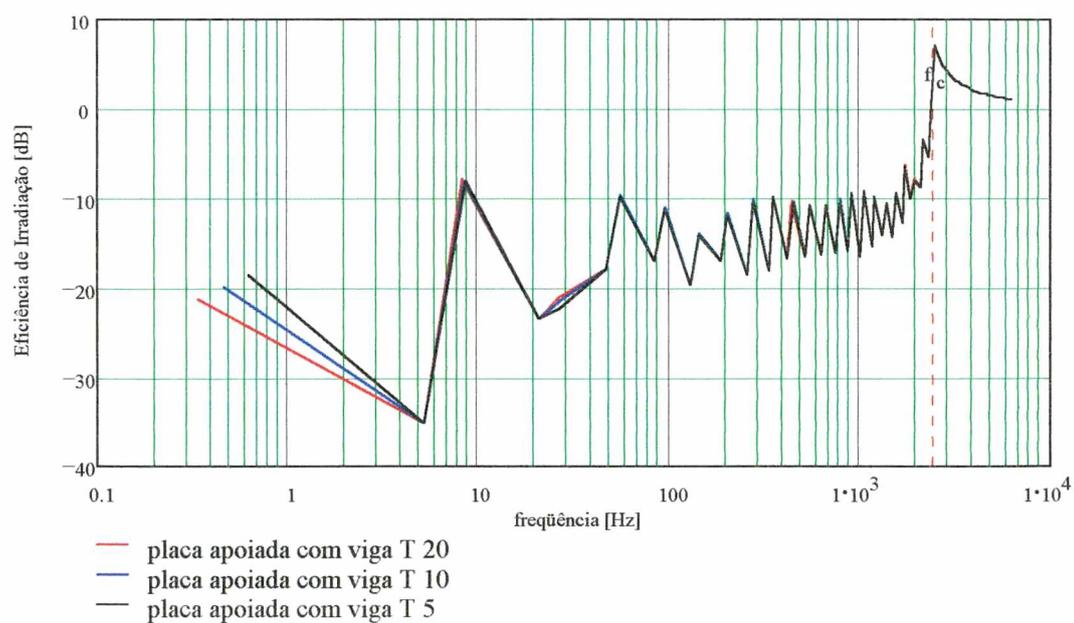


Figura 4.4.2.11 Placa plana com viga T invertida.

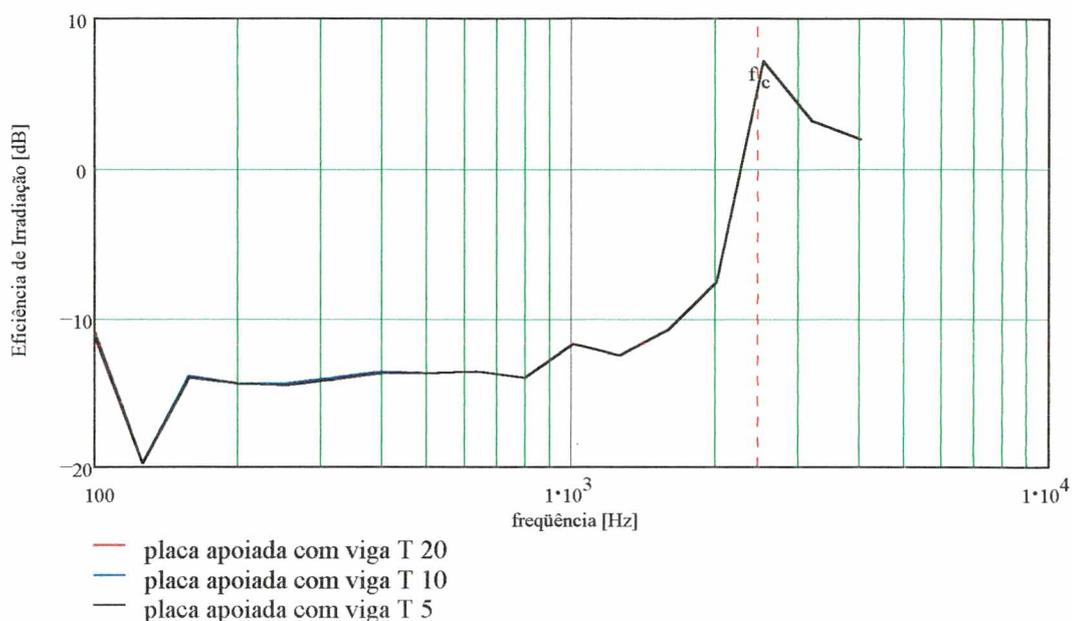


Figura 4.4.2.12 Placa plana com viga T invertida, em frequências de 1/3 de oitava.

Comparando os três tipos de vigas de uma mesma altura, em um único gráfico, percebe-se que a variação das características da viga, como massa e rigidez, não altera a eficiência de irradiação da placa com esse tipo de descontinuidade.

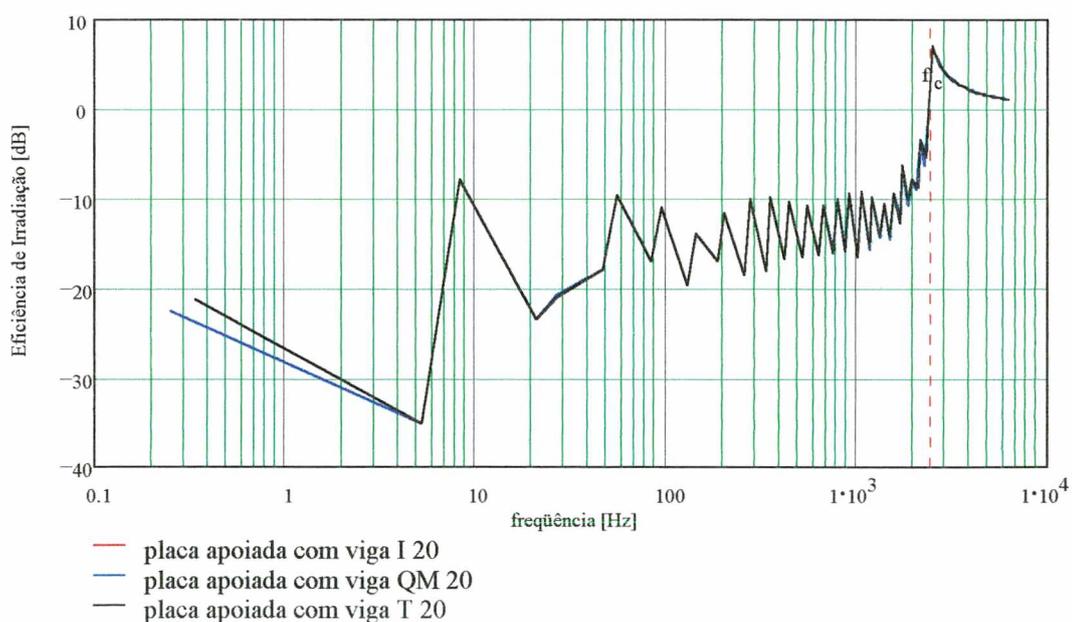


Figura 4.4.2.13 Placa com vigas de altura 0,20m.

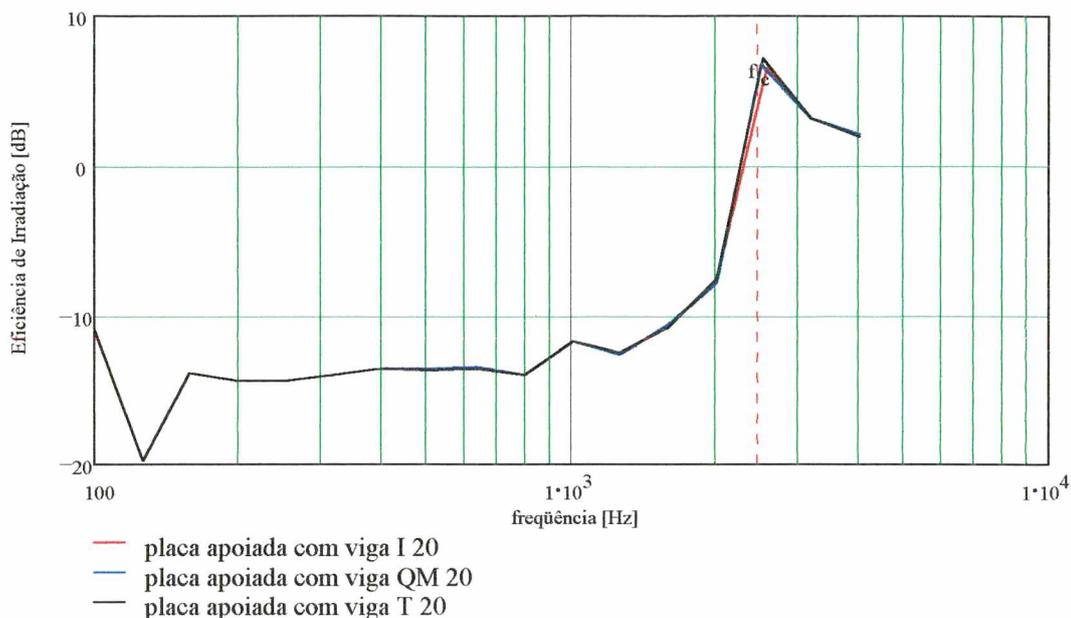


Figura 4.4.2.14 Placa com vigas de altura 0,20m, em frequências de 1/3 de oitava.

Observando-se as Figuras 3.5.2 e 3.5.3, percebe-se que para os modos simétricos de placas com descontinuidade tipo viga, a deflexão causada pela viga é muito pequena. Se comparada com o modo de vibração da placa tri-apoiada (Figura 4.4.2.4), a deflexão causada pela viga é insignificante (Figura 4.4.2.17). Nas Figuras 4.4.2.15 e 4.4.2.16, são apresentadas uma comparação entre duas placas apoiadas e com descontinuidades, uma tipo viga e outra tipo apoio.

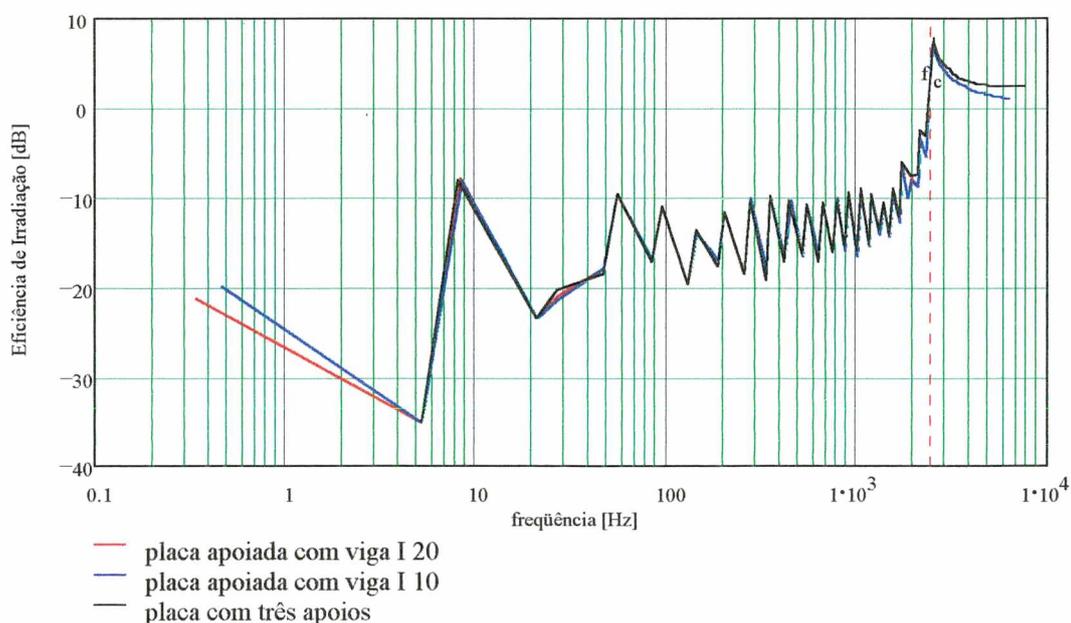


Figura 4.4.2.15 Placas tri-apoiada e com vigas I.

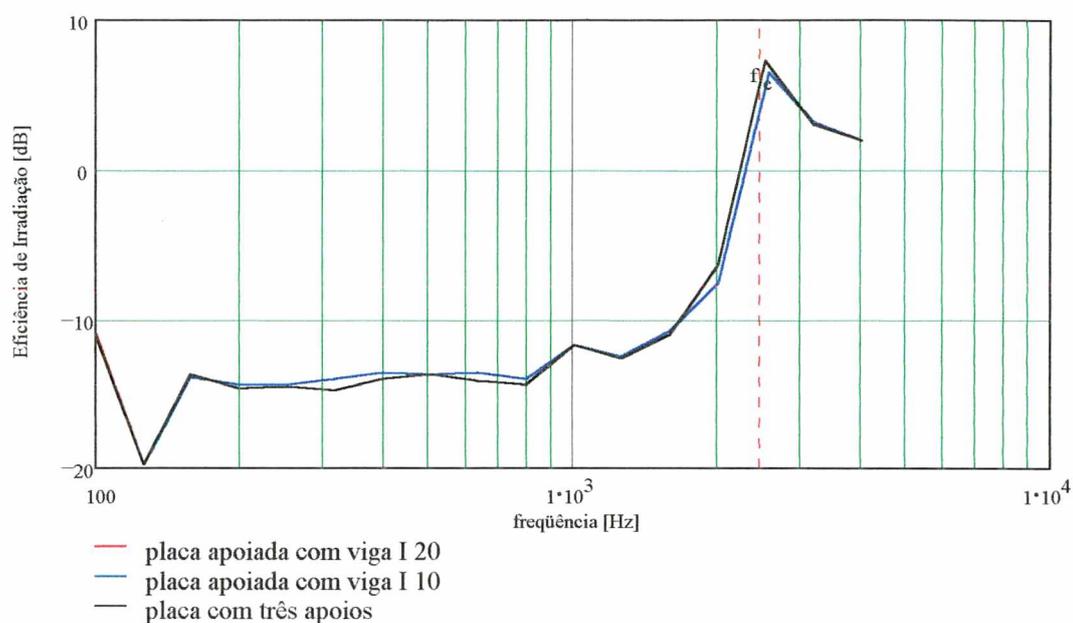


Figura 4.4.2.16 Placas tri-apoiada e com viga I, em frequências de 1/3 de oitava.

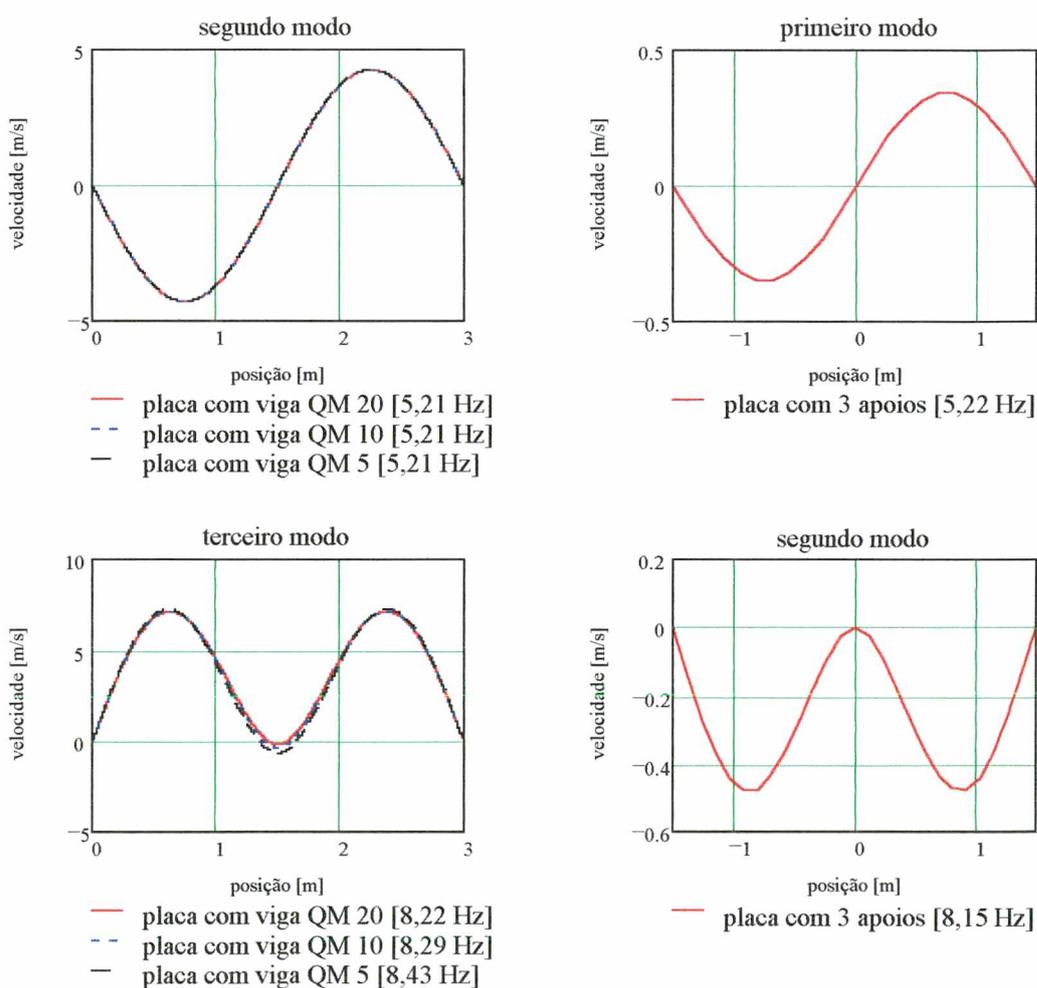


Figura 4.4.2.17 Modos de uma placa apoiada com descontinuidade tipo viga e tipo apoio.

Nota-se que a eficiência de irradiação de uma placa plana tri-apoiada é a mesma de uma placa plana com uma viga.

Como já foi mencionado, se as áreas não canceladas (extremidades) estiverem distantes entre si de mais de um comprimento de onda no ar, estas irradiam energia de forma independente entre si. Assim, aumentando-se o comprimento da placa, deve-se ter uma diminuição da eficiência de irradiação (BERANEK, 1971), como pode ser observado nas Figuras 4.4.2.18 e 4.4.2.19, para o caso de uma placa com três apoios. Isto pode ser entendido considerando a tendência de se ter a mesma potência sendo irradiada por áreas maiores.

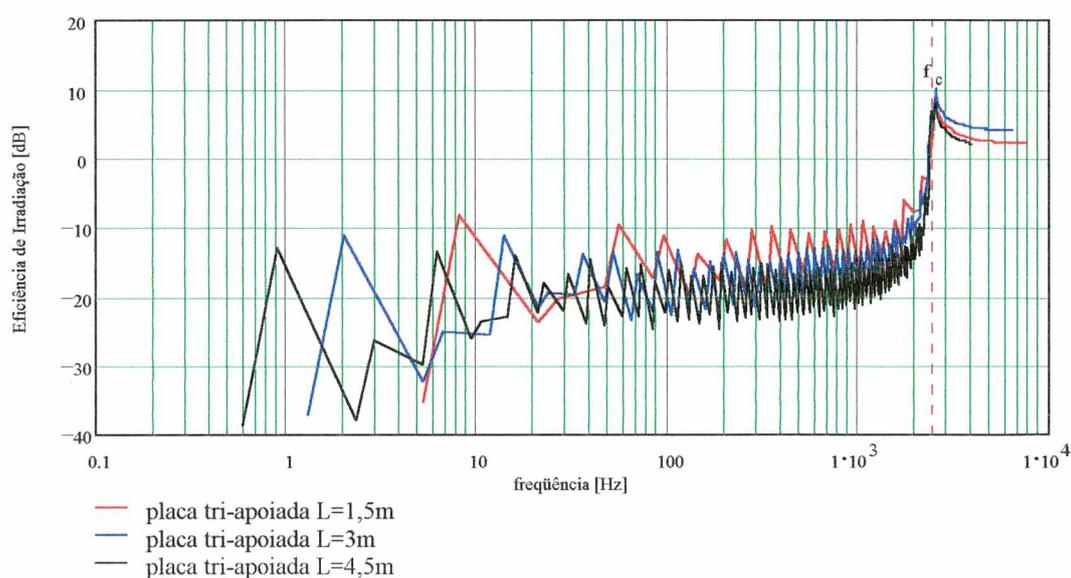


Figura 4.4.2.18 Placas tri-apoiadas.

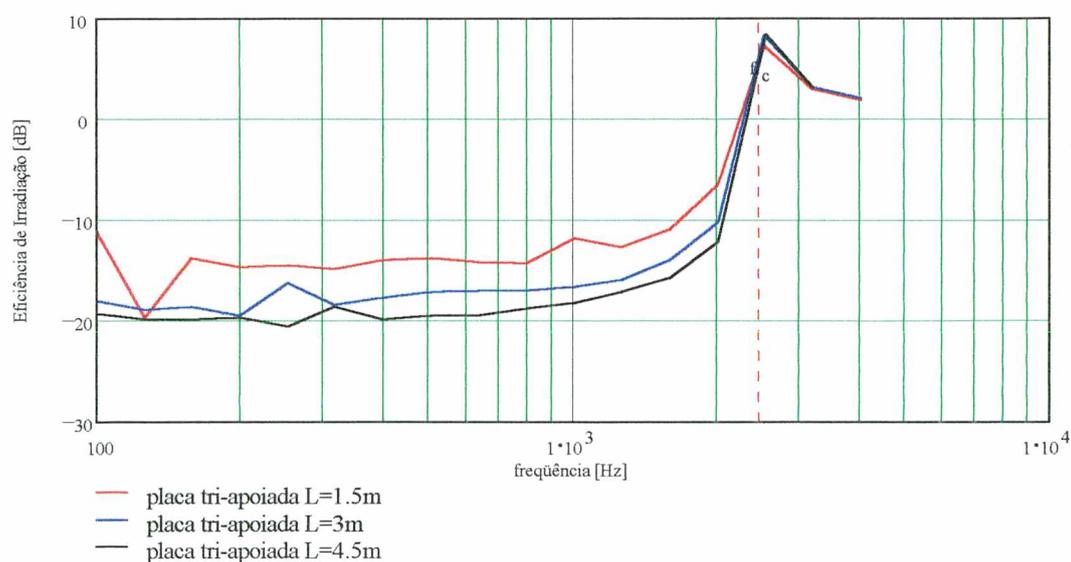


Figura 4.4.2.19 Placas tri-apoiadas, em frequências de 1/3 de oitava.

4.5 IRRADIAÇÃO SONORA DE PLACAS PLANAS FINITAS COM DUAS DESCONTINUIDADES

Conforme mencionado no Item 4.2, a existência de descontinuidades causa o aparecimento de áreas de não cancelamento sobre a placa, aumentando a eficiência de irradiação. As duas vigas, ou apoios, considerados estão colocados a uma distância L_x entre si e das extremidades, como mostra o esquema da Figura 4.5.1.

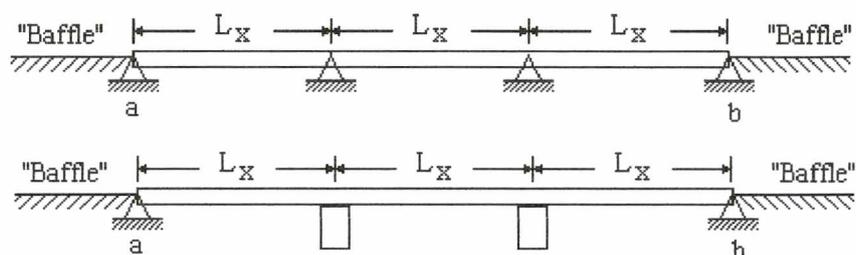


Figura 4.5.1 Placas com duas descontinuidades.

Para verificar o aumento de irradiação comparou-se, inicialmente, a resposta de uma placa plana simplesmente apoiada nas extremidades, uma placa com três apoios e uma com quatro apoios, todas com o mesmo comprimento total, $L = 3\text{m}$ (Figuras 4.5.2 e 4.5.3).

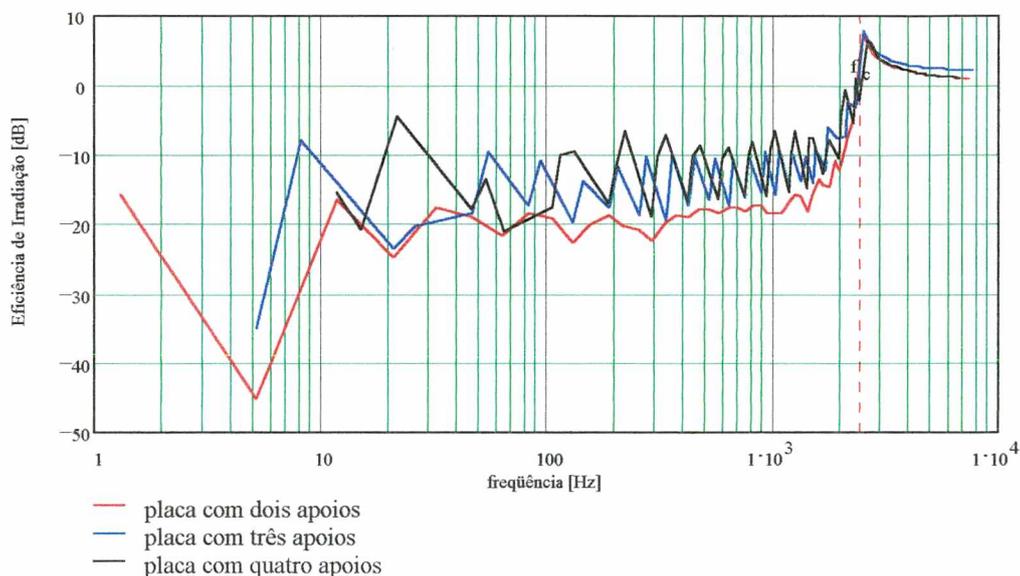


Figura 4.5.2 Placas apoiadas.

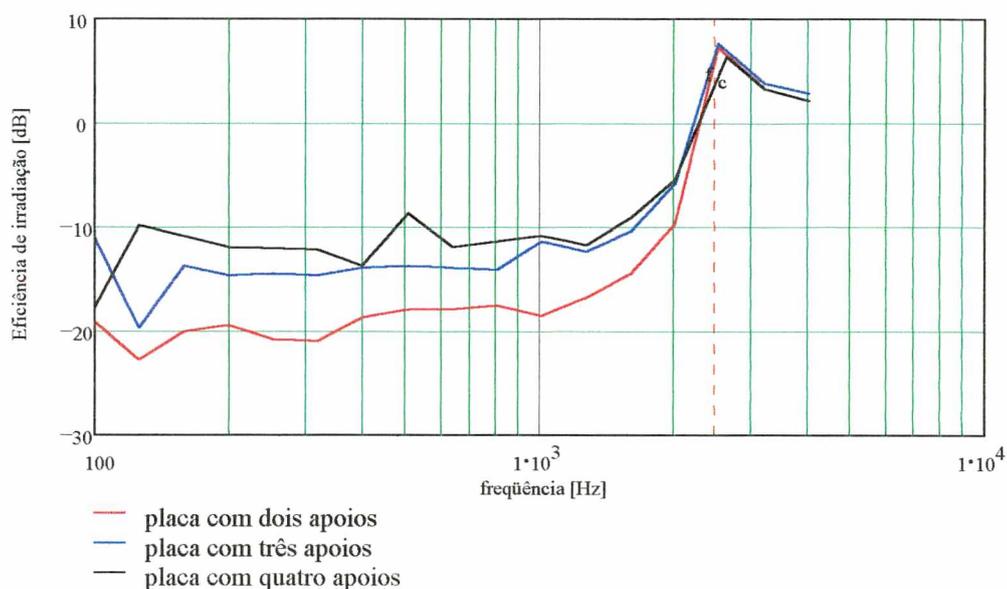


Figura 4.5.3 Placa apoiadas, em frequências de 1/3 de oitava.

Observa-se que o aumento do número de discontinuidades, para uma placa de comprimento constante, provoca um aumento da eficiência de irradiação da mesma.

Substituindo-se o apoio por uma viga, como no item anterior, espera-se que a restrição ao movimento da placa diminua, surgindo cancelamentos nas discontinuidades e diminuindo a eficiência de irradiação (Figura 4.5.4 e 4.5.5).

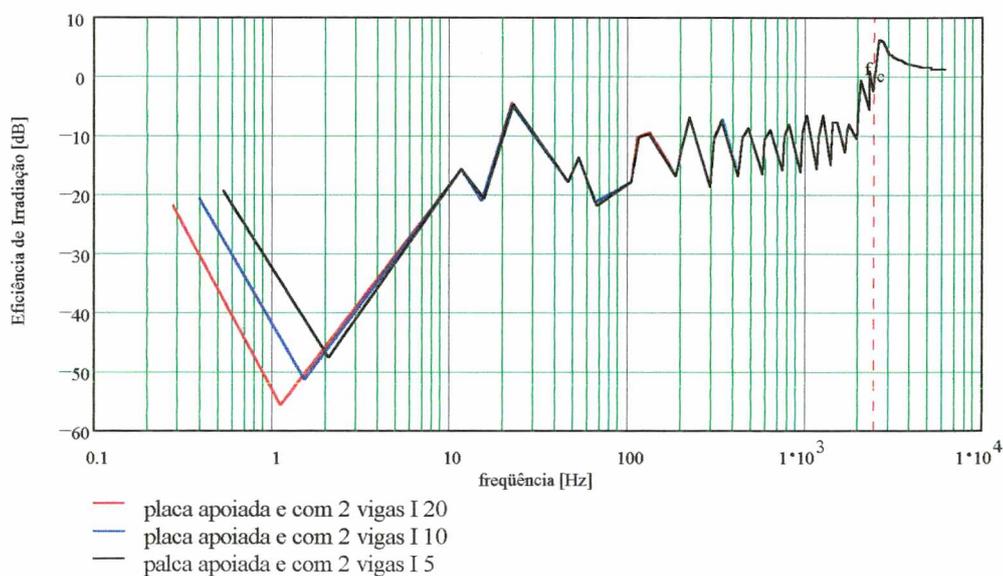


Figura 4.5.4 Placa plana com duas vigas I.

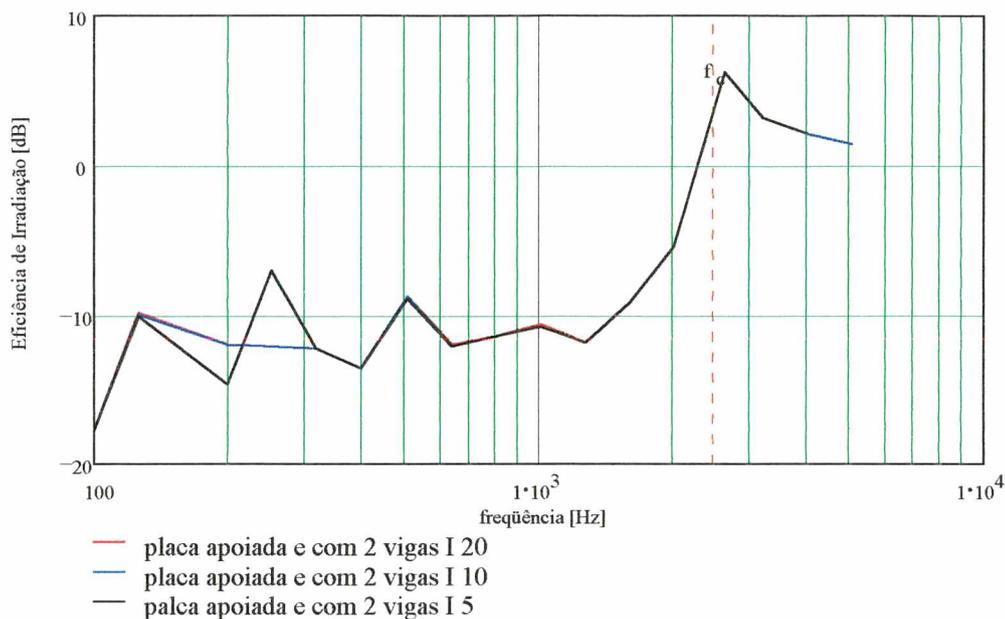


Figura 4.5.5 Placa plana com duas vigas I, em frequências de 1/3 oitava.

Como para o caso de uma placa com uma viga de reforço, o aumento das dimensões das vigas não reflete diretamente em um aumento na eficiência de irradiação da placa. Observando-se a Figura 4.5.6, que mostra o terceiro e quarto modos de vibração de uma placa apoiada com duas vigas de reforço, nota-se que a pequena variação na deflexão da placa nos pontos onde se encontram as vigas não é suficiente para que ocorra um aumento do cancelamento, quando as dimensões da viga são diminuídas.

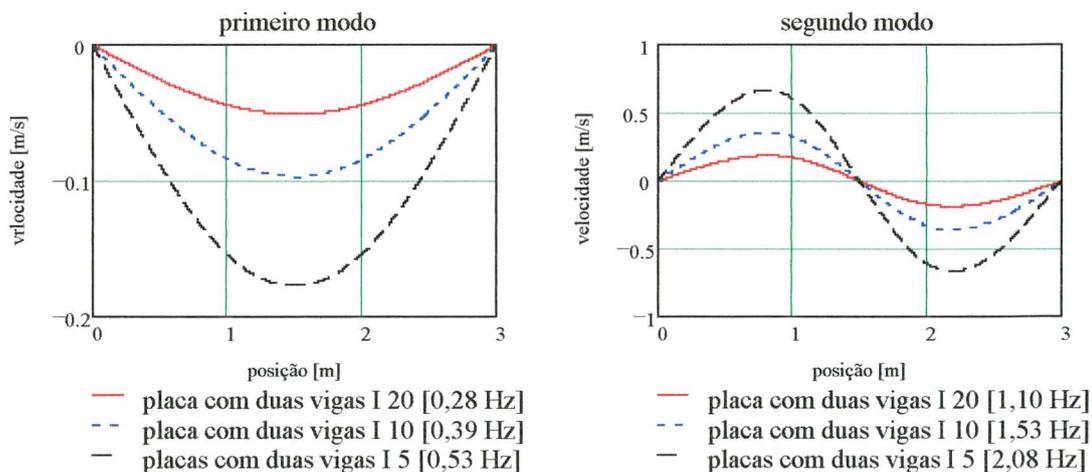


Figura 4.5.6 Modos de vibração de uma placa apoiada com duas vigas de reforço.

Nota-se que, como no caso de uma placa apoiada e com apenas uma viga de reforço, a

variação na deflexão da placa, devido a variação nas dimensões das vigas, pode ser desprezada (Figura 4.4.2.17), fazendo com que a placa se comporte como se possuísse apoios nos lugares das vigas, como pode ser observado nas Figuras 4.5.7 a 4.5.9. Na Figura 4.5.10 é apresentado em detalhe a deflexão da placa no ponto onde se encontra uma viga de reforço, para três dimensões diferentes de uma viga I, mostrando a ocorrência de uma variação desprezível.

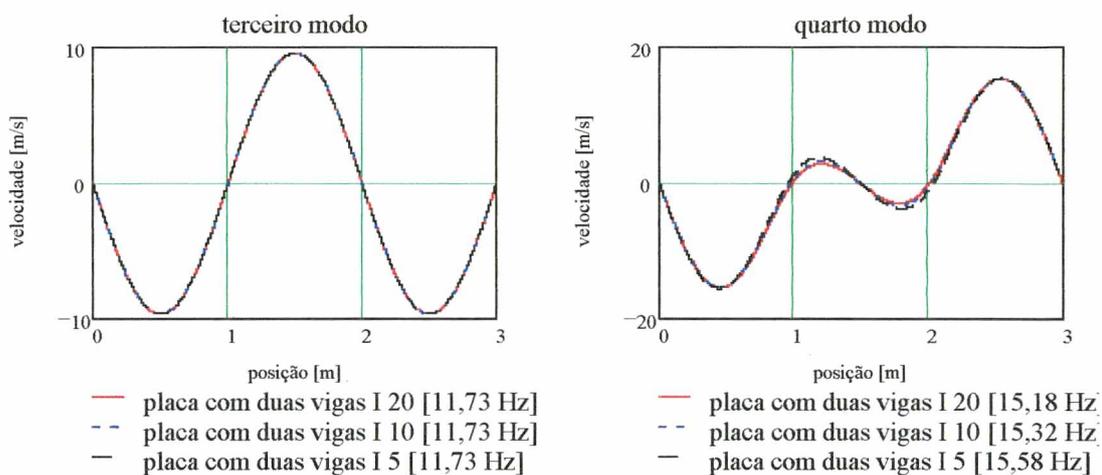


Figura 4.5.7 Modos de vibração de uma placa apoiada e com duas vigas de reforço.

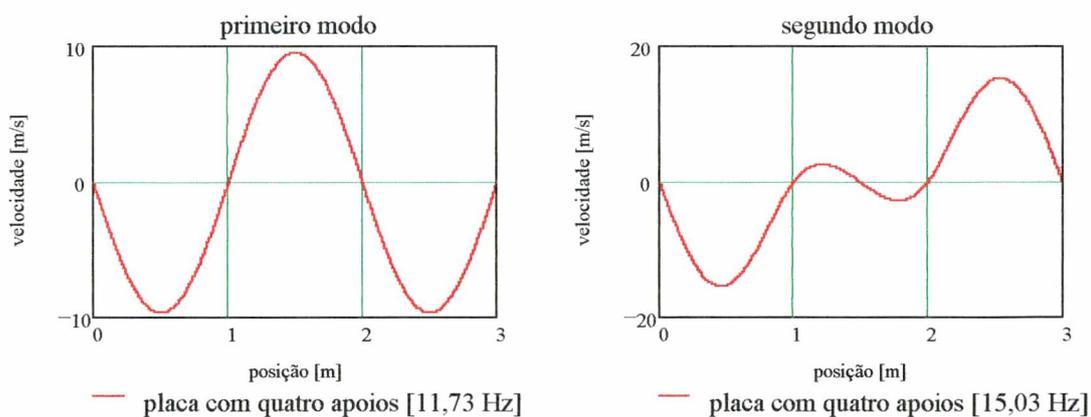


Figura 4.5.8 Modos de vibração de uma placa com quatro apoios.

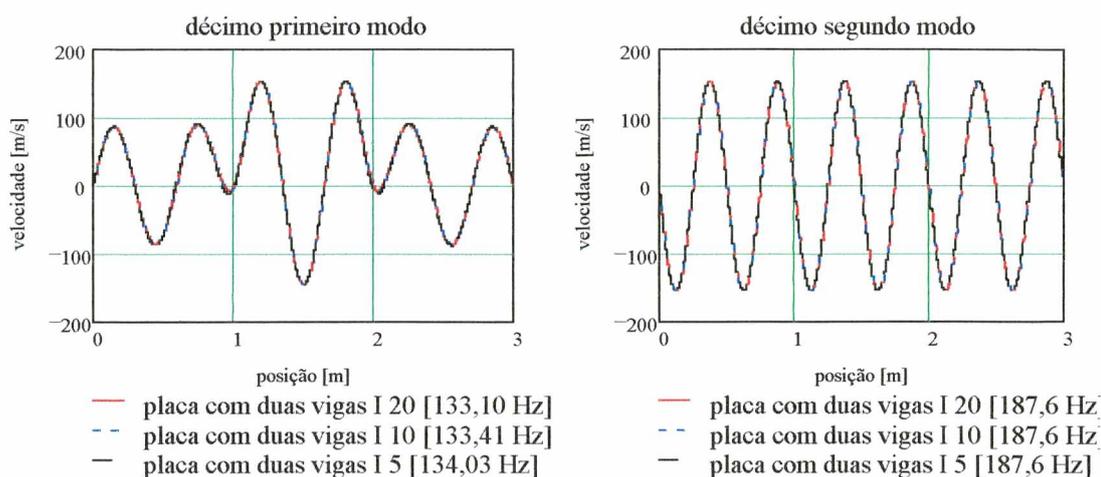


Figura 4.5.9 Modos de vibração de uma placa apoiada e com duas vigas de reforço.

A variação do tipo de viga, T invertida e quadrada maciça, não gera um comportamento diferente do apresentado na Figura 4.5.4, como pode ser observado nas Figuras 4.5.11 a 4.5.14

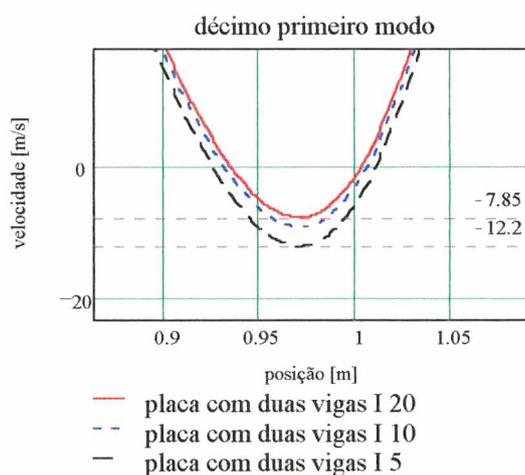


Figura 4.5.10 Detalhe da deflexão da placa no ponto onde se encontra a viga.

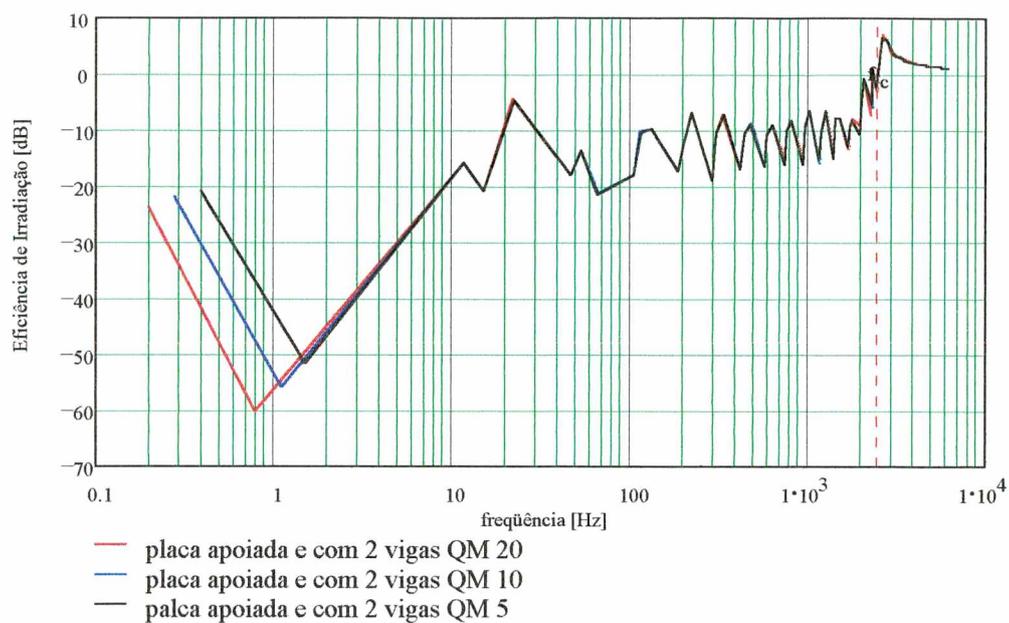


Figura 4.5.11 Placa plana com duas vigas de reforço quadradas maciças.

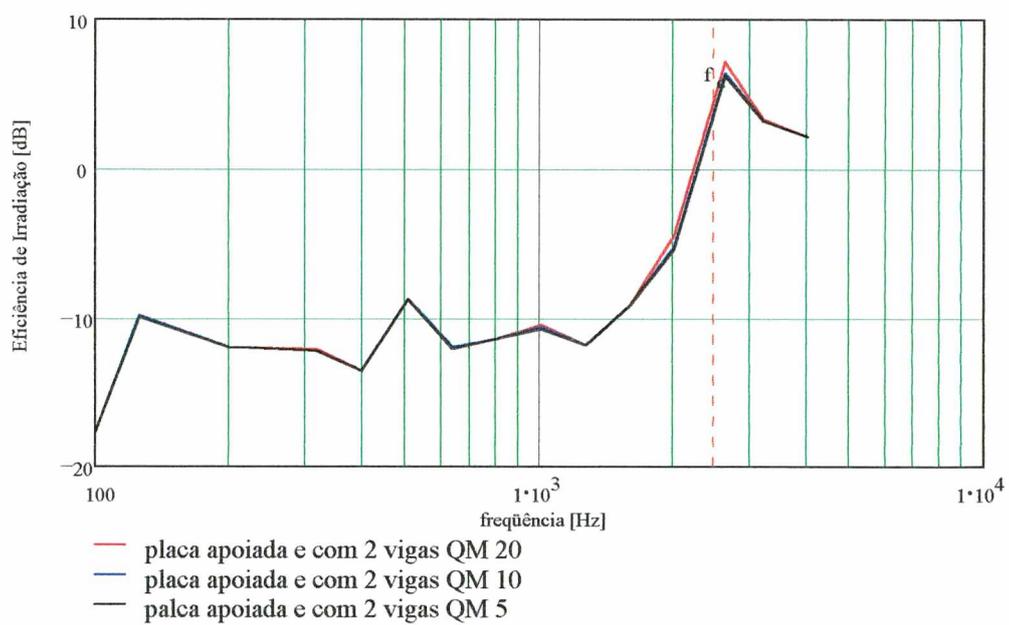


Figura 4.5.12 Placa plana com duas vigas de reforço quadradas maciças, em frequências de 1/3 de oitava.

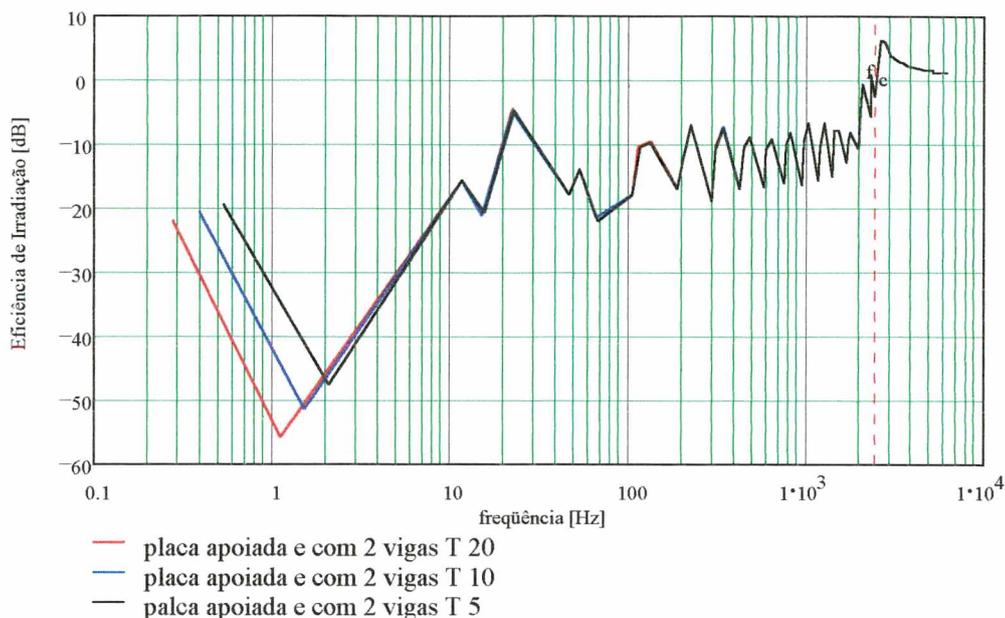


Figura 4.5.13 Placa plana com duas vigas de reforço tipo T invertido.

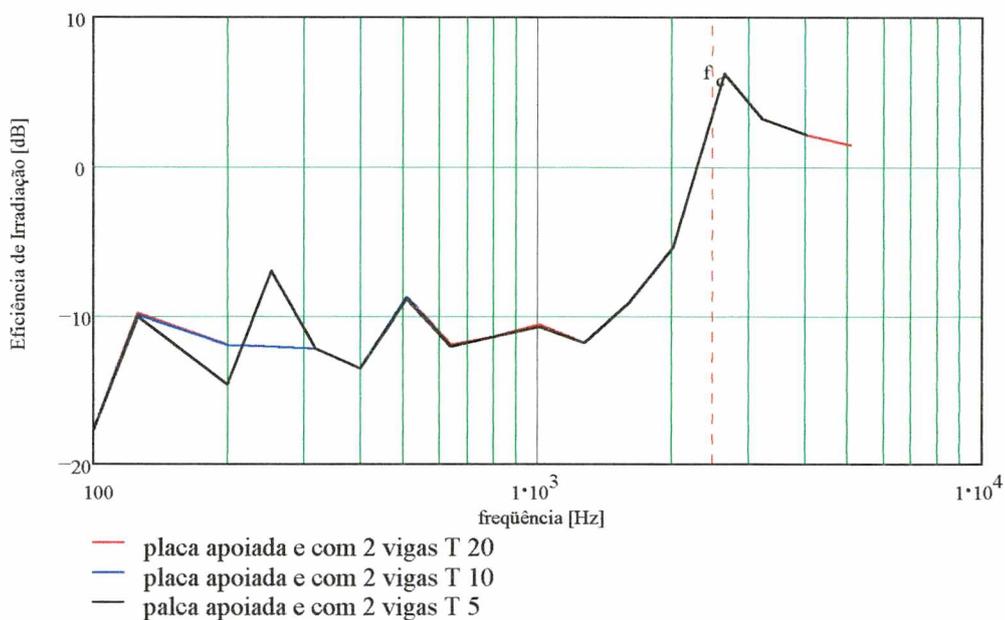


Figura 4.5.14 Placa plana com duas vigas de reforço tipo T invertido, em frequências de 1/3 de oitava.

De modo semelhante ao item anterior, ao ser aumentada a dimensão da placa, as extremidades não canceladas atuam de maneira independente. O aumento da área da placa faz com que a mesma possua uma maior região de cancelamentos, diminuindo a eficiência de irradiação. A presença das vigas cria duas áreas não canceladas em torno de cada uma delas, como já foi mencionado anteriormente.

A variação na eficiência de irradiação para uma placa com diferentes comprimentos e com duas vigas de reforço tipo T invertido com $h=0,20\text{m}$, $b=0,10\text{m}$ e $t=0,01\text{m}$, como esquematizado na Figura 4.5.1, é apresentado nas Figuras 4.5.15 e 4.5.16.

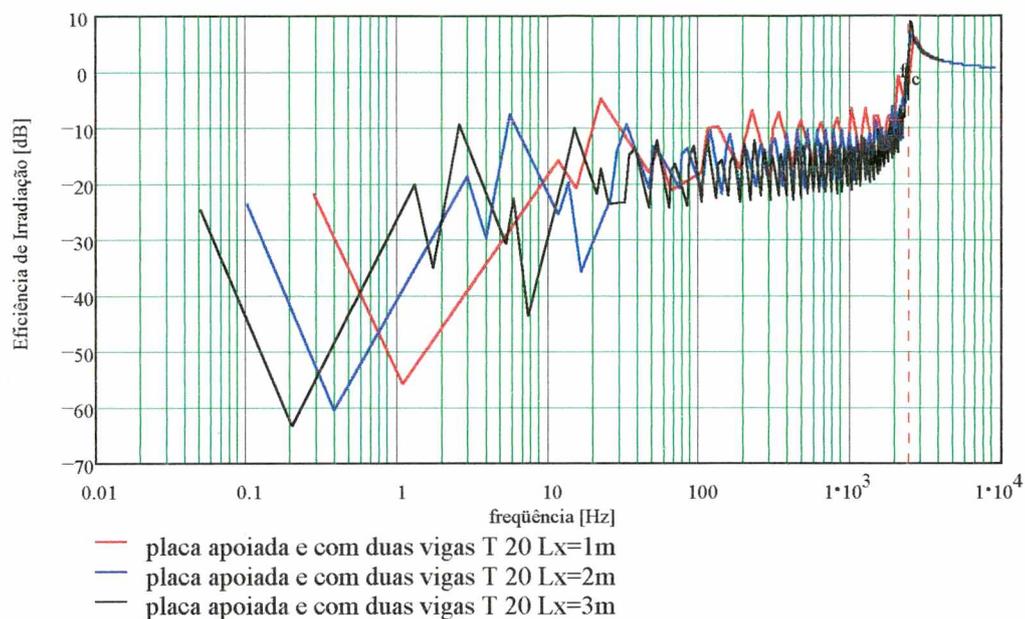


Figura 4.5.15 Placas com duas vigas tipo T invertido com comprimentos variados.

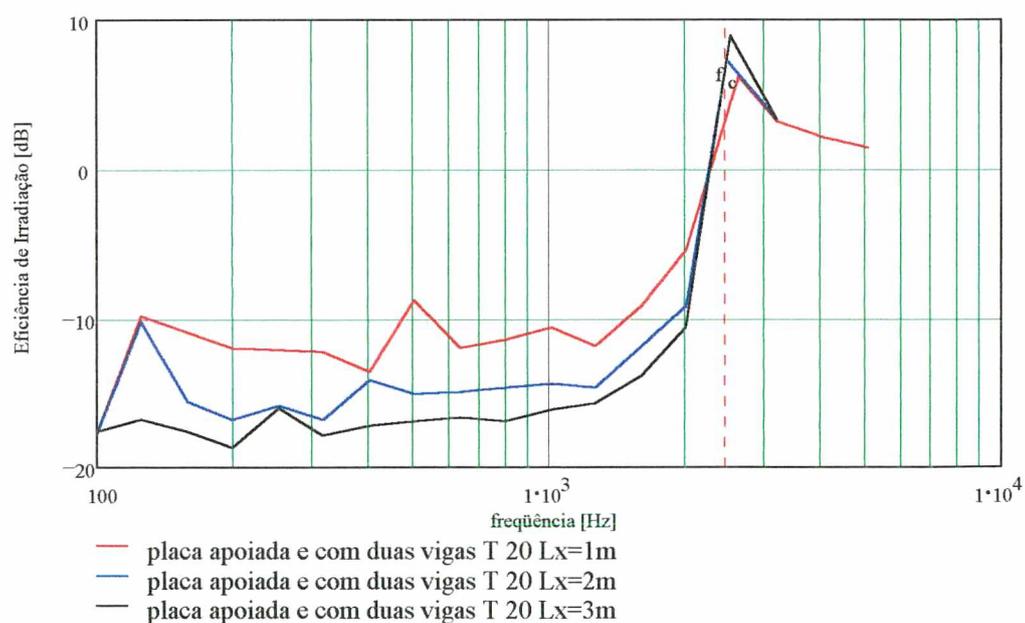


Figura 4.5.16 Placas com duas vigas tipo T invertido com comprimentos variados, em frequências de 1/3 de oitava.

Como já mencionado, o aumento do número de discontinuidades faz com que aumente a

área não cancelada e, conseqüentemente, a eficiência de irradiação. As Figuras 4.5.17 e 4.5.18, mostram uma comparação entre a eficiência de irradiação de uma placa apoiada e com uma e duas vigas de reforço. Em ambos os casos as vigas são as mesmas utilizadas para a comparação feita na Figura 4.4.2.11 e o comprimento total da placa de 3m

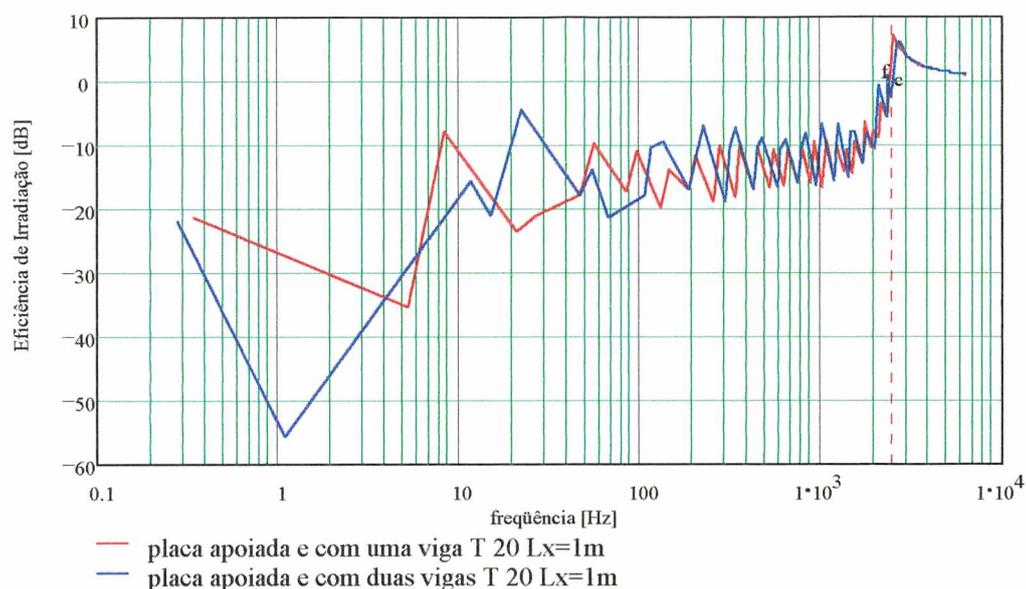


Figura 4.5.17 Comparação entre uma placa com uma e com duas vigas de reforço.

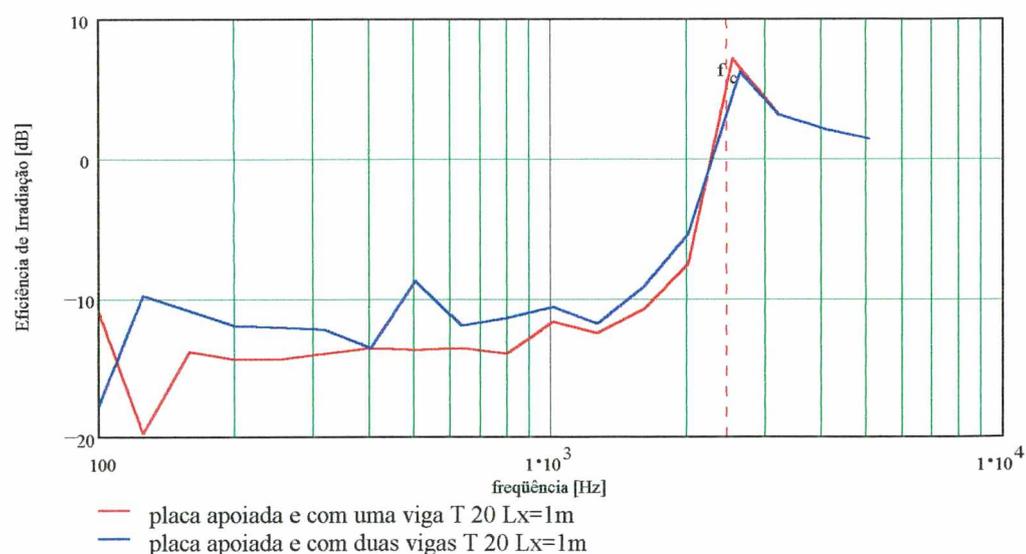


Figura 4.5.18 Comparação entre uma placa com uma e com duas vigas de reforço, em frequências de 1/3 de oitava.

Observando o décimo primeiro e décimo segundo modos, frequências em torno de 140 Hz ($\lambda_b = 0,579\text{m}$) e 185 Hz ($\lambda_b = 0,504\text{m}$), respectivamente, pode-se notar que o aumento da

eficiência de irradiação para o décimo primeiro modo (Figura 4.5.19) é devido à presença de áreas não canceladas em torno das discontinuidades. Para o décimo segundo modo, (Figura 4.5.20) não existem áreas não canceladas que não sejam as extremidades, gerando assim a mesma eficiência de irradiação. Para as frequências de 100 Hz e 1000 Hz os comprimentos de onda na placa (λ_b) são de 0,685m e 0,217m respectivamente.

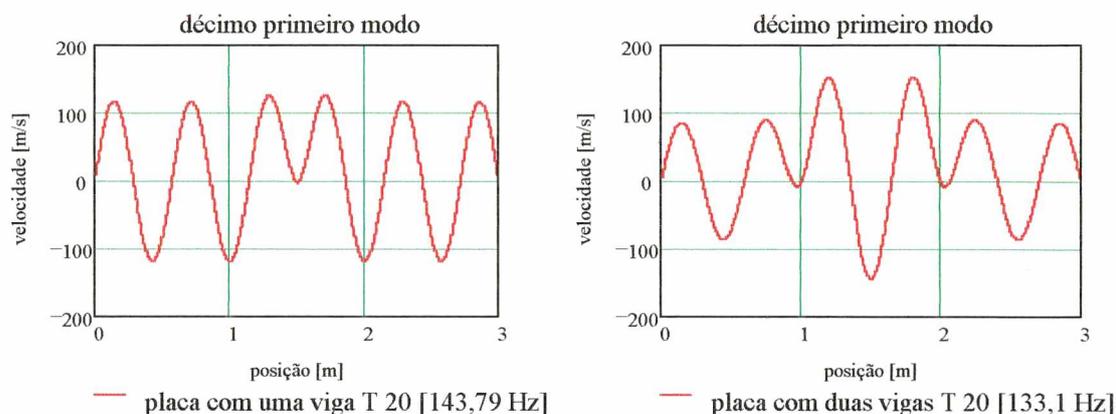


Figura 4.5.19 Modos de vibração simétricos em uma placa com vigas.

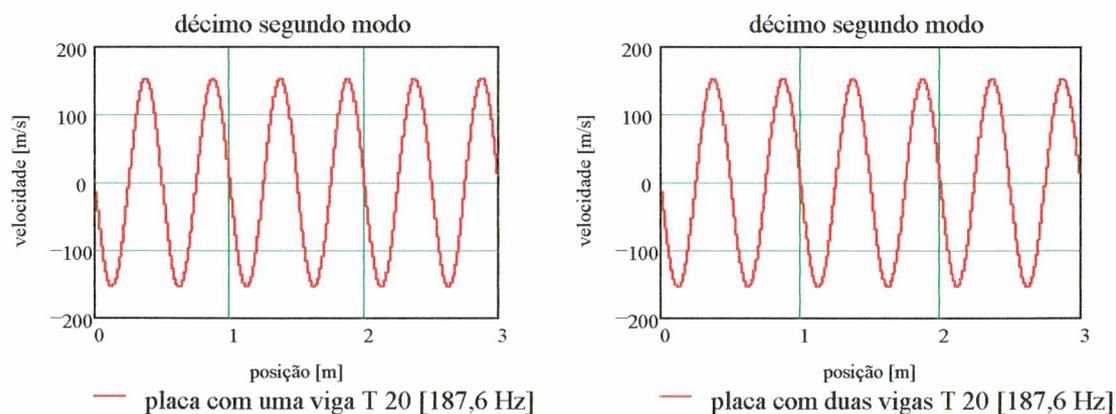


Figura 4.5.20 Modos de vibração anti-simétricos em uma placa com vigas.

Comparando-se uma placa simplesmente apoiada e com duas vigas de reforço e uma placa com quatro apoios (Figuras 4.5.21 e 4.5.22), pode-se dizer que as vigas se comportam com se fossem apoios simples, já que a deflexão causada por elas não são insuficientes para gerar cancelamentos reduzindo a eficiência de irradiação da placa. A Figura 4.5.23 apresenta as velocidades de superfície de dois modos da placa com uma viga T 20 e da placa com apoio. Percebe-se que a deflexão da placa, na região da viga, pode ser desprezada, como mostrado no detalhe da deflexão apresentada na Figura 4.5.24.

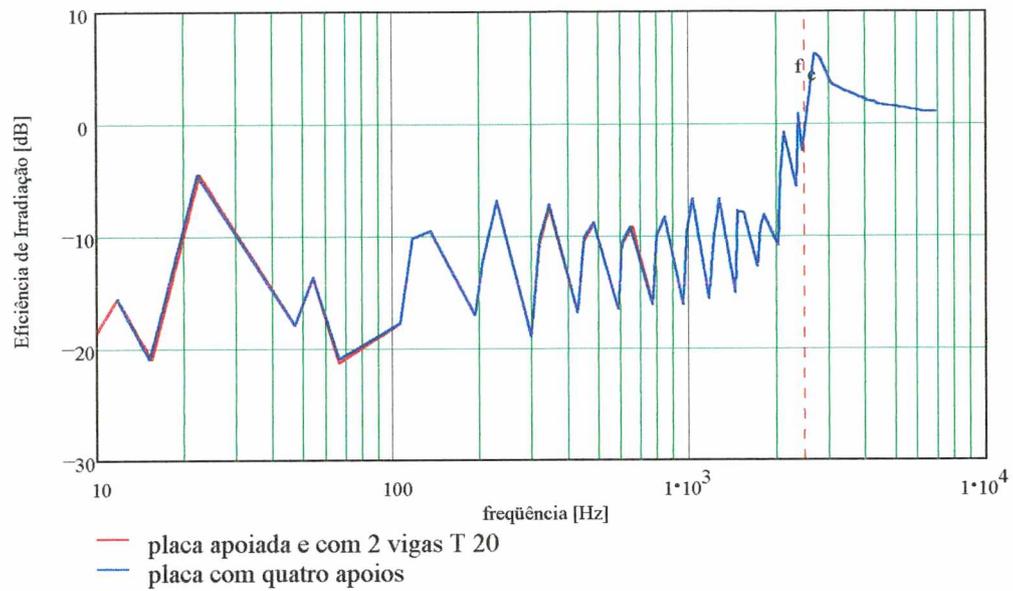


Figura 4.5.21 Comparação entre placa com duas vigas e placa com quatro apoios.

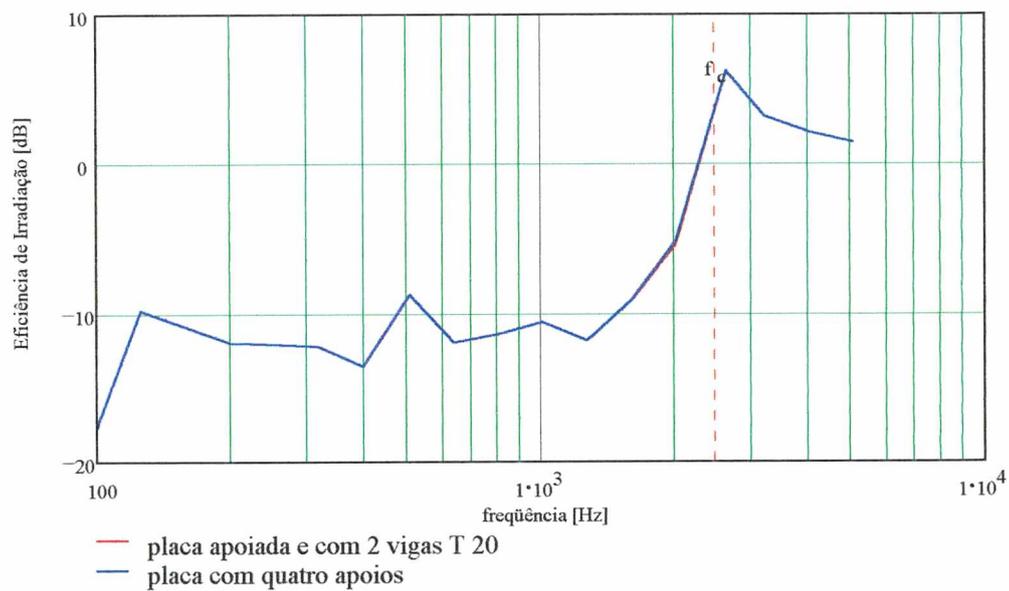


Figura 4.5.22 Comparação entre placa com duas vigas e placa com quatro apoios, em frequências de 1/3 de oitava.

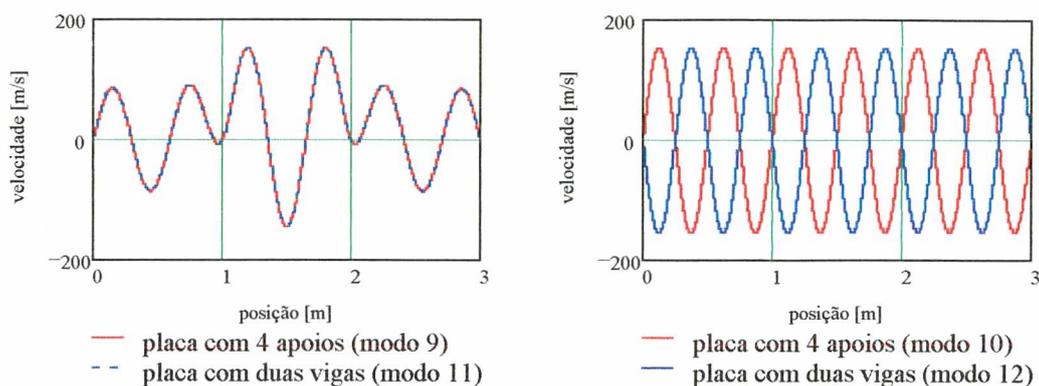


Figura 4.5.23 Modos de vibração de uma placa com quatro apoios e com duas vigas.

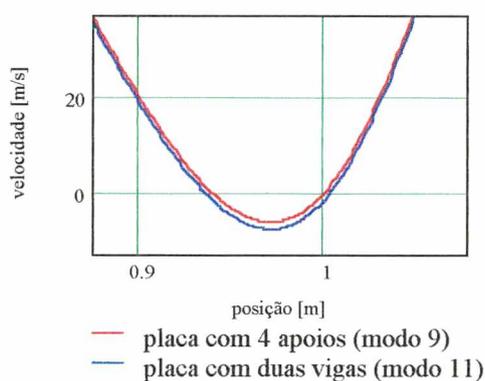


Figura 4.5.24 Detalhe da deflexão da placa no ponto de apoio (localizado em 1m e 2m).

4.6 IRRADIAÇÃO SONORA DE PLACAS PLANAS FINITAS BIDIMENSIONAIS COM DESCONTINUIDADES

O comportamento acústico de placas planas foi discutido no Capítulo 2, mais especificamente no Item 2.6, onde foi apresentado o comportamento de uma placa plana finita bidimensional mostrando os tipos de modos de irradiação da placa de acordo com a relação entre os comprimentos de onda no ar e na placa (k / k_b). Neste item serão apresentados os resultados obtidos, na forma de eficiência de irradiação, para alguns casos de placas planas simplesmente apoiadas, lisas e com descontinuidades.

A fim de verificar os resultados obtidos, primeiramente comparou-se a eficiência de irradiação de uma placa plana simplesmente apoiada nas quatro bordas, como mostra a Figura 4.6.1, obtida através do programa desenvolvido utilizando a Integral de Rayleigh, com uma simplificação sugerida por BERANEK (1971). A placa utilizada possui as seguintes

características: $L_x = 1,1\text{m}$, $L_y = 1,0\text{m}$, $h = 0,008\text{m}$, $E = 21 \times 10^{10}\text{ Pa}$ e $\rho = 7850\text{ kg/m}^3$.

A Figura 4.6.2 mostra a concordância dos resultados sugerindo a validade dos dados obtidos. Como já feito anteriormente, os resultados serão apresentados de duas formas, em frequências discretas e em frequências centrais de bandas de terço de oitava.

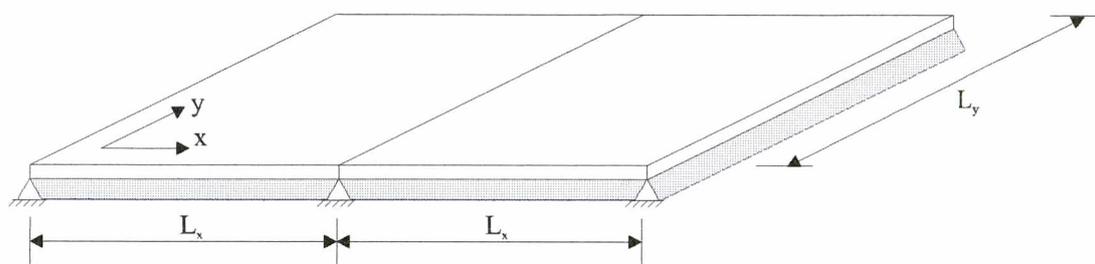


Figura 4.6.1 Placa plana finita bidimensional.

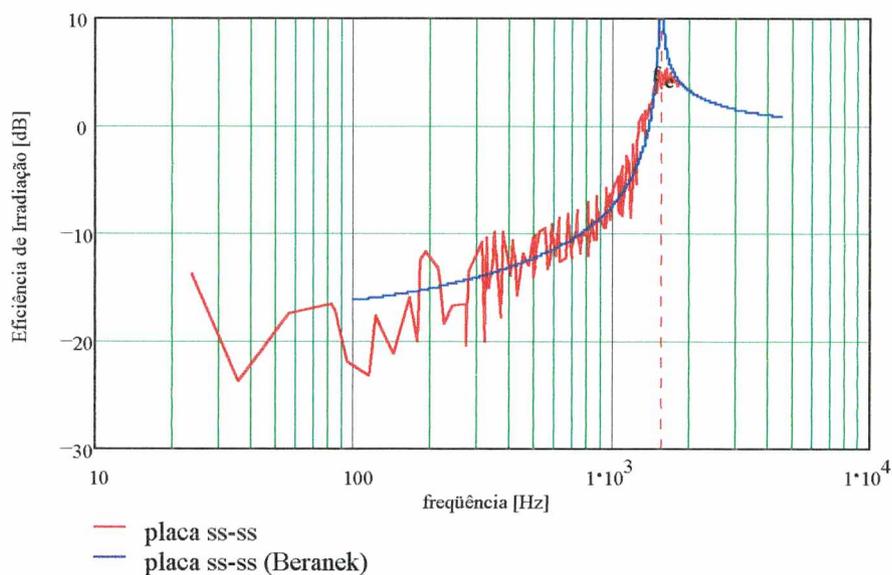


Figura 4.6.2 Comparação entre a eficiência de irradiação calculada, em frequências discretas, e a simplificação proposta por Beranek.

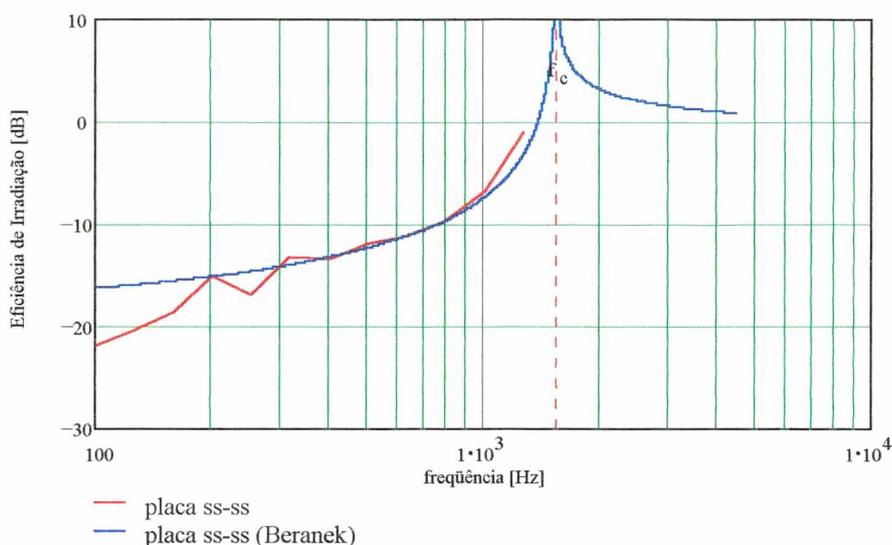


Figura 4.6.3 Comparação entre a eficiência de irradiação calculada, em frequências centrais de bandas de terço de oitavas, e a simplificação proposta por Beranek.

Na Figura 4.6.2 fica evidente a presença dos modos bons irradiadores e ineficientes. Este comportamento é devido, como explicado anteriormente, ao tipo de modo da placa que causa uma maior ou menor área de cancelamento sobre a placa. Este efeito também pode ser observado nos casos apresentados a seguir, onde são feitas comparações entre a eficiência de irradiação de uma placa plana lisa simplesmente apoiada (ss-ss) e de uma placa plana simplesmente apoiada e com um apoio central (Figuras 4.6.4 e 4.6.5), ou com uma viga no lugar do apoio (Figuras 4.6.6 e 4.6.7) e entre a placa com o apoio e com a viga (Figuras 4.6.8 e 4.6.9).

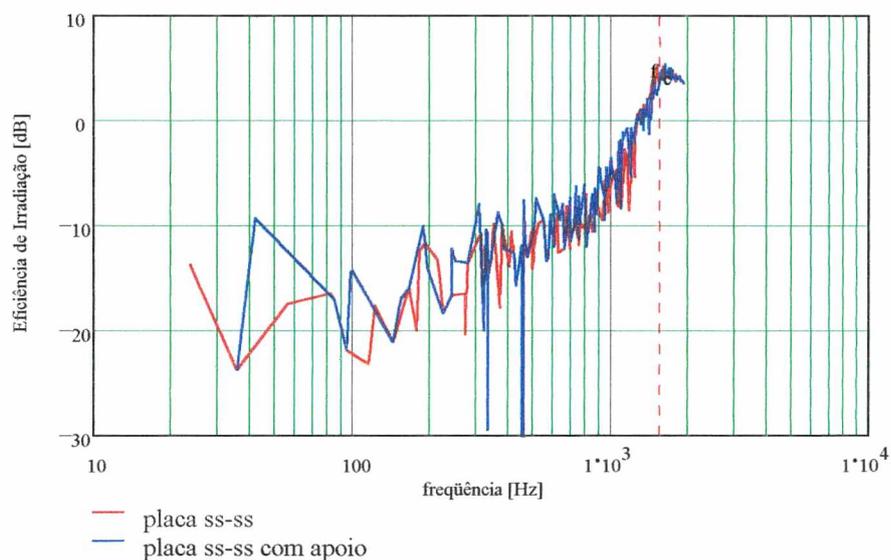


Figura 4.6.4 Comparação entre a eficiência de irradiação de uma placa simplesmente apoiada com uma placa simplesmente apoiada e com um apoio central, em frequências discretas.

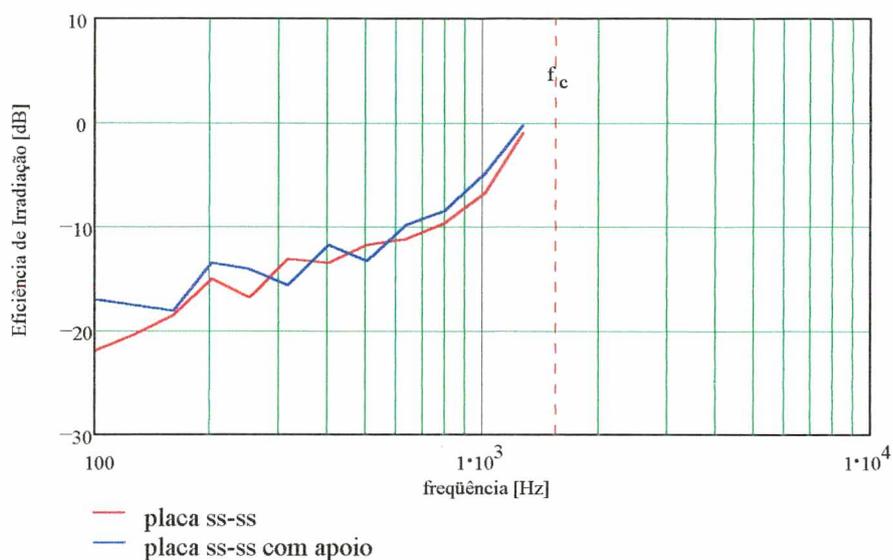


Figura 4.6.5 Comparação entre a eficiência de irradiação de uma placa simplesmente apoiada com uma placa simplesmente apoiada e com um apoio central, nas frequências centrais de bandas de terço de oitavas.

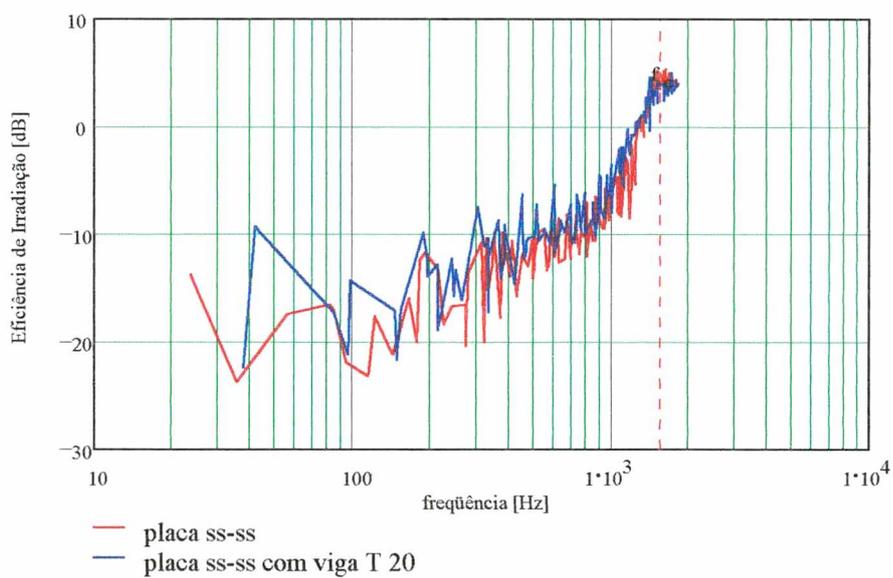


Figura 4.6.6 Comparação entre a eficiência de irradiação de uma placa simplesmente apoiada com uma placa simplesmente apoiada e com uma viga de reforço, em frequências discretas.

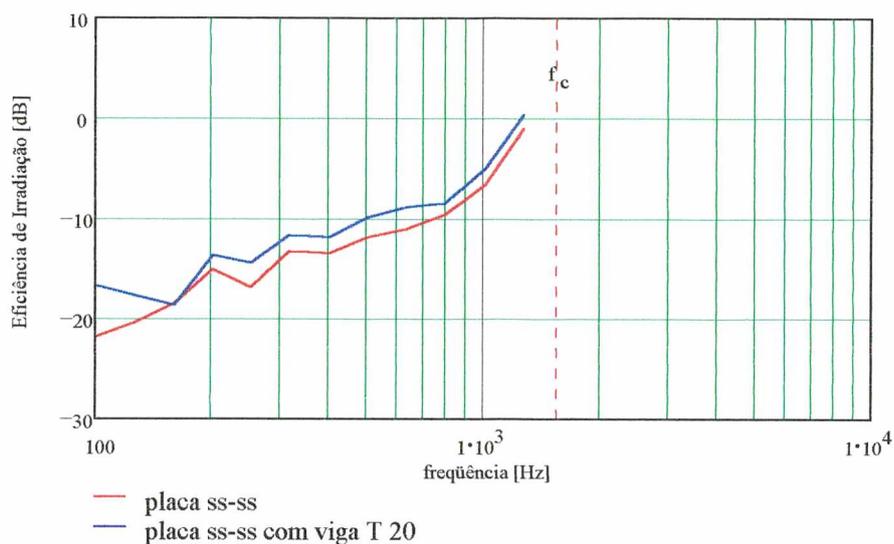


Figura 4.6.7 Comparação entre a eficiência de irradiação de uma placa simplesmente apoiada com uma placa simplesmente apoiada e com uma viga de reforço, nas frequências centrais de bandas de terço de oitavas.

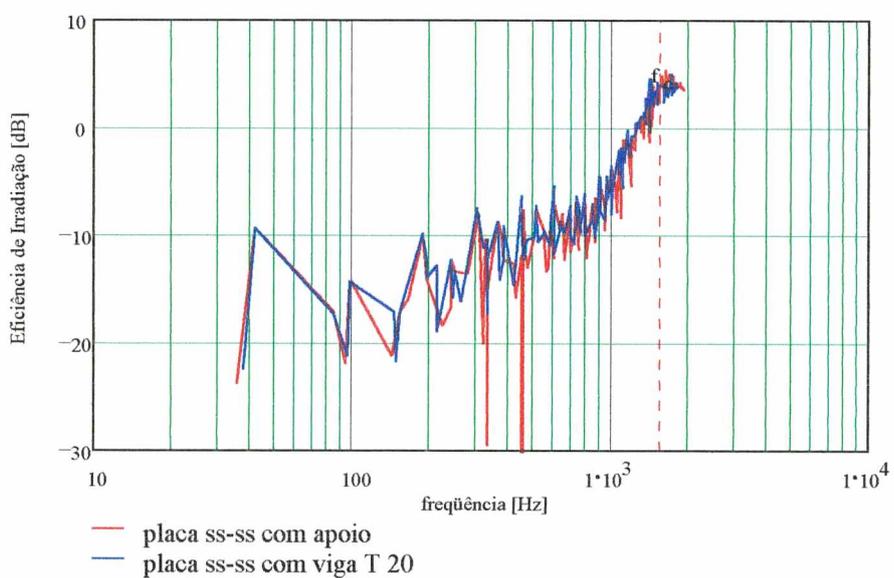


Figura 4.6.8 Comparação entre a eficiência de irradiação de uma placa simplesmente apoiada e com um apoio central com uma placa simplesmente apoiada e com uma viga de reforço, em frequências discretas.

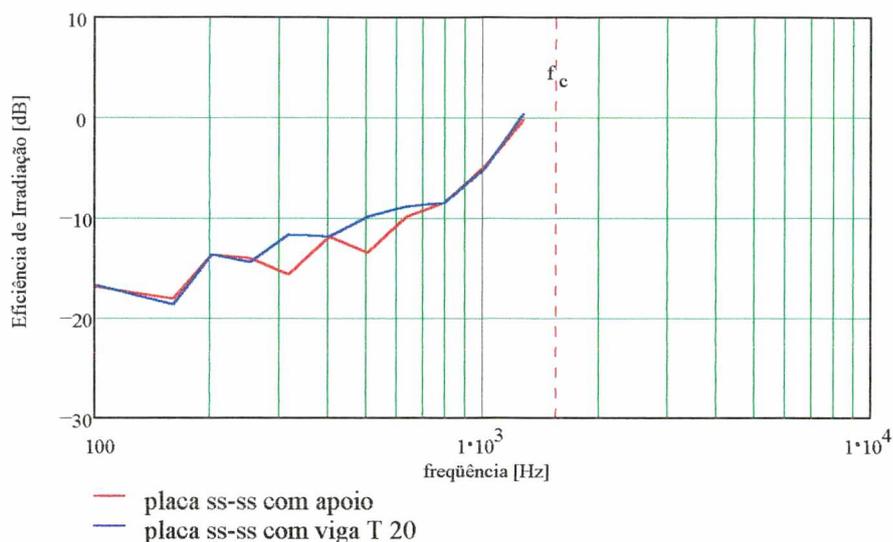
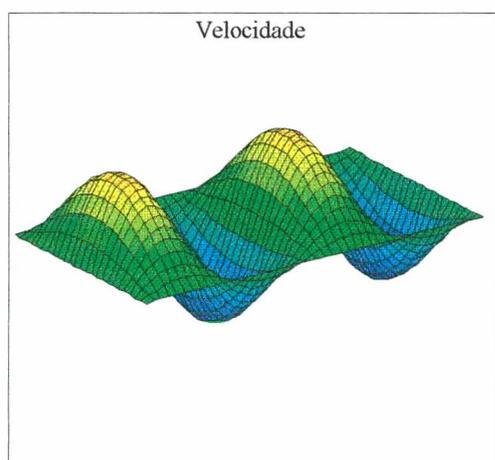


Figura 4.6.9 Comparação entre a eficiência de irradiação de uma placa simplesmente apoiada e com um apoio central com uma placa simplesmente apoiada e com uma viga de reforço, nas frequências centrais de bandas de terço de oitavas.

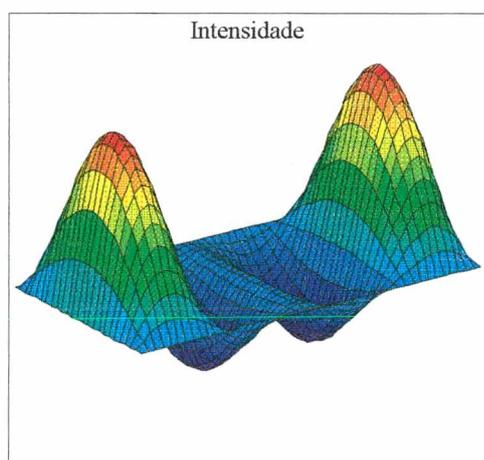
Nota-se que a inserção de uma descontinuidade faz com que ocorra um aumento da eficiência de irradiação da placa como apresentado para o caso unidimensional. A inserção de uma viga não causa um aumento considerável da eficiência de irradiação se comparado com o apoio simples.

Nas Figuras 4.6.10 e 4.6.11 estão representados as distribuições de velocidade e intensidade de alguns modos das placas lisas simplesmente apoiada e com um apoio central, respectivamente.



x_1, y_1, z_1

quinto modo (4, 1)



$i x_1, i y_1, i z_1$

Quinto modo (4, 1) $\sigma_{\text{rad}} = -16,9 \text{ dB}$

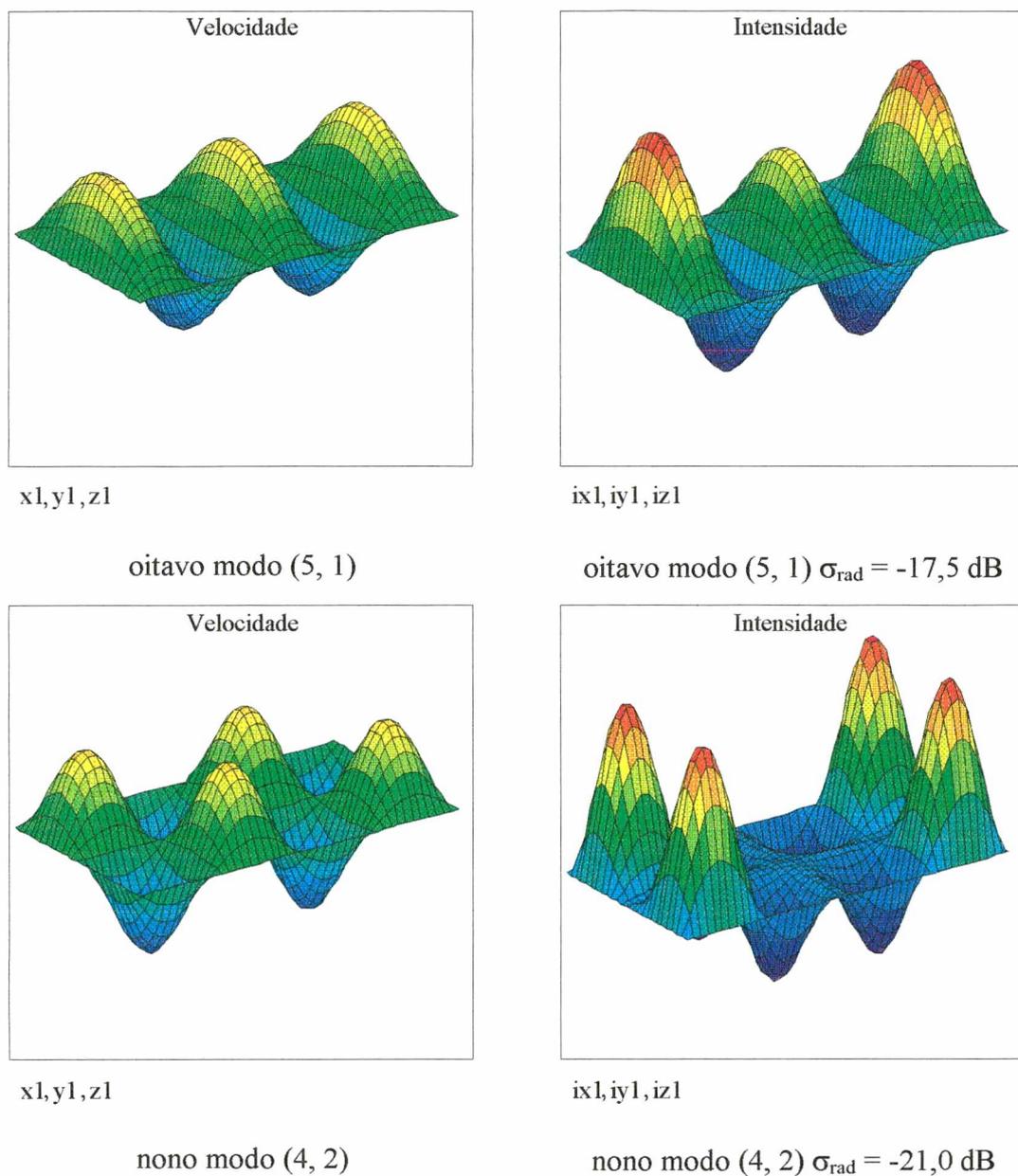
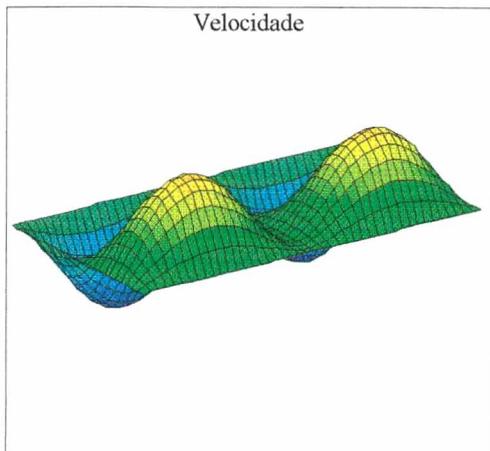


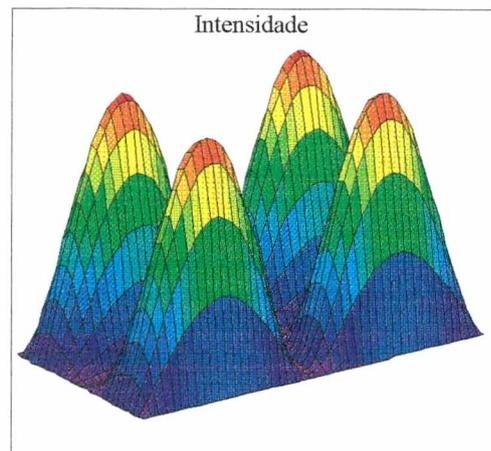
Figura 4.6.10 Modos de vibração de uma placa simplesmente apoiada.

Nota-se a diferença no tipo de modo de irradiação (modos de borda e modos de canto) entre o oitavo e nono modos da placa e a conseqüente variação da eficiência de irradiação.

Para os mesmos modos da placa com apoio central (Figura 4.6.11) essa diferença na eficiência de irradiação não é marcante pois a presença do apoio central causa o aparecimento de áreas não canceladas aumentando a potência sonora irradiada nesta região.



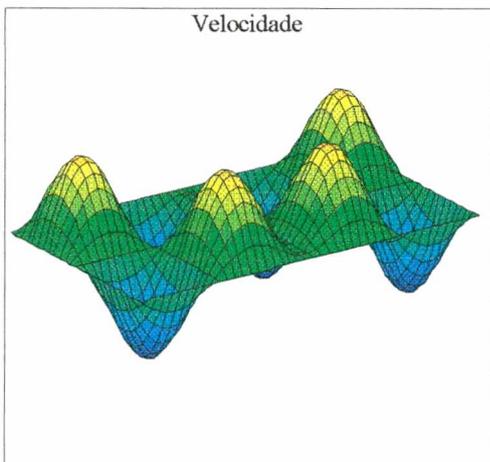
x_1, y_1, z_1



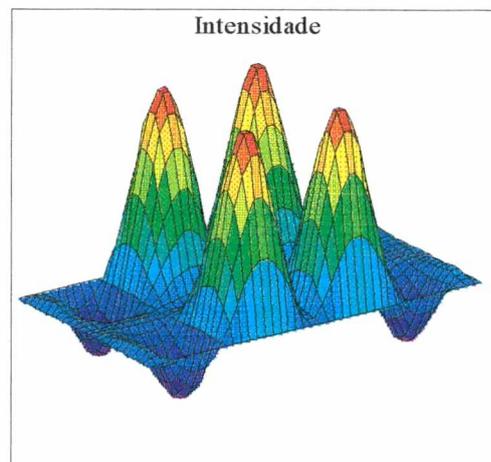
ix_1, iy_1, iz_1

quinto modo (3, 2)

quinto modo (3, 2) $\sigma_{\text{rad}} = -14,4 \text{ dB}$



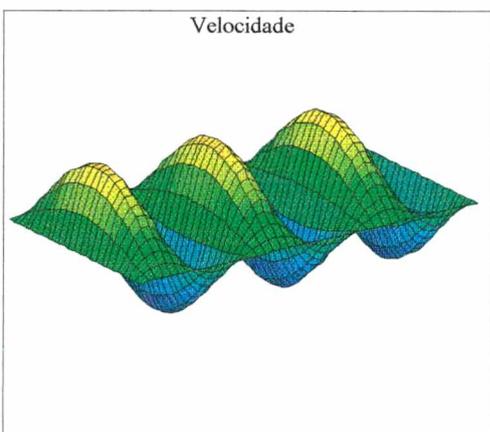
x_1, y_1, z_1



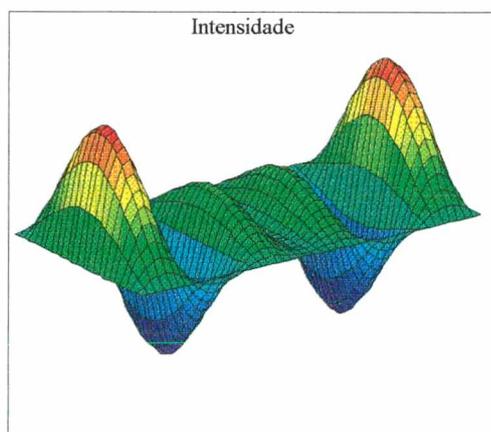
ix_1, iy_1, iz_1

oitavo modo (5, 2)

oitavo modo (5, 2) $\sigma_{\text{rad}} = -16,9 \text{ dB}$



x_1, y_1, z_1



ix_1, iy_1, iz_1

nono modo (7, 1)

nono modo (7, 1) $\sigma_{\text{rad}} = -15,0 \text{ dB}$

Figura 4.6.11 Modos de vibração de uma placa simplesmente apoiada com um apoio central.

CAPÍTULO 5

CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

O método de cálculo de eficiência de irradiação, partindo do cálculo da pressão sonora através de uma fórmula análoga à Integral de Rayleigh, apresenta bons resultados quando comparado com o Método da Transformada de Fourier, que requer somente o conhecimento da velocidade de superfície. Comparativamente com a transformada de Fourier, calculando a transformada numericamente, isto é, sem a utilização de algoritmos de FFT, o método utilizado neste trabalho é de fácil implementação e requer menos tempo computacional.

Os resultados obtidos nos cálculos das eficiências de irradiação de placas infinitas com vigas de reforço apresentam valores coerentes com a teoria, isto é, a inserção de uma descontinuidade faz com que a eficiência de irradiação seja maior do que a de uma placa lisa devido ao surgimento de áreas de não cancelamento próximo às descontinuidades. Estes resultados, juntamente com os resultados obtidos da comparação com o Método da Transformada de Fourier, mostram a validade do algoritmo desenvolvido. Este aumento da eficiência de irradiação será tanto maior quanto maior for a restrição ao movimento vibratório da placa, em pontos concentrados. Pode-se observar que, aumentando a inércia a rotação da viga, uma maior parcela da onda incidente é refletida, causando uma grande variação da amplitude de velocidade em cada lado da viga, aumentando a eficiência de irradiação do sistema. Esta variação é responsável pelo não cancelamento da intensidade sonora. Em pontos distantes da descontinuidade esta variação não ocorre, fazendo com que os cancelamentos sejam mais efetivos e a potência sonora seja irradiada pelas áreas adjacentes à descontinuidade.

Esperava-se que o comportamento para placas finitas, em relação a variação da seção da viga, fosse o mesmo que o anterior, o que não ocorre. Por estar-se trabalhando com placas finitas, o surgimento de ondas estacionárias, nas frequências de ressonâncias, faz com que a velocidade em ambos os lados da viga sejam iguais, isto é, os cancelamentos nas proximidades

da viga irão ocorrer apenas para os modos simétricos. Para os modos anti-simétricos a placa se comporta como se não possuísse descontinuidade.

Esperava-se, também, que a inclusão de uma viga causasse uma variação na deflexão da viga suficientemente grande para que surgissem regiões canceladas. Comparando com a condição de apoio, o caso mais crítico simulado, isto é, restrição total ao movimento transversal da placa, a deflexão causada pela presença da viga é pequena. A variação da seção transversal da viga também causa uma variação muito pequena que, para qualquer das vigas analisadas, podem ser tratadas com se fossem apoios simples (Figura 4.4.2.14).

A análise feita com relação ao acréscimo de descontinuidades mostrou que, mantendo a área da placa constante e aumentando o número de descontinuidades, a eficiência de irradiação aumenta, conforme esperado. Mantendo o número de descontinuidades constante e aumentando a área da placa, a eficiência de irradiação tende a cair, isso porque as áreas não canceladas se mantêm constantes, bem como a potência sonora, mas a área total da placa aumenta, provocando diminuição na eficiência de irradiação do sistema.

Os testes realizados com uma placa em duas dimensões e com uma viga de reforço de grande porte vieram a comprovar a conclusão acima, ou seja, de que o efeito que uma viga de reforço causa sobre a eficiência de irradiação de uma placa é o semelhante ao de um apoio simples.

Esse trabalho foi realizado fazendo-se várias considerações a fim de simplificar o estudo. Esse trabalho sugere de forma geral que a colocação de vigas de reforço aumenta a eficiência de irradiação, independente da seção transversal da viga.

Em vista do exposto, pode-se citar como sugestões para trabalhos futuros o melhoramento do modelo utilizado, com:

- modelagem das vigas como vigas Timoshenko;
- análise de estruturas tipo placa com vigas de reforço concorrentes;
- utilização de placa com vigas de dimensões diferentes;
- análise da influência de outros tipos de ondas na irradiação sonora;
- verificação experimental dos resultados obtidos.

e a abordagem do problema de irradiação sonora de estruturas placas reforçadas através de outros métodos como otimização através de algoritmos genéticos e estruturas *fuzzy*.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BERRY, A.; GUYADER, J.; NICOLAS, J.; *A General Formulation for the Sound Radiation from Rectangular, Baffled Plates with Arbitrary Boundary Conditions*, Journal of the Acoustical Society of America, vol. 88 (6), p. 2792 - 2802, 1990.
- BERANEK, L. L., *Noise and Vibration Control*, Institute of Noise Control Engineering, Washington, DC, 1988.
- CREMER L.; HECKL M.; UNGAR, E. E., *Structure-Borne Sound*, Springer-Verlag, Berlin, 1987.
- CUNHA C., *Métodos Numéricos Para as Engenharias e Ciências Aplicadas*, Editora da Unicamp, Campinas, 1993.
- EVSEEV, V. N.; *Sound radiation from an infinite plate with periodic inhomogeneities*, Soviet Physics – Acoustics, vol. 19 (3), p. 226 - 229, 1973.
- FAHY, F.; *Sound and Structural Vibrations*, Academic Press, Southampton England, 1985.
- FIATES, F., *Análise de vibrações de componentes estruturais tipo vigas acopladas pelo método da mobilidade*, Florianópolis, 1996. Dissertação (Mestrado em Vibrações e Acústica) – Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina.
- HECKL, M.; *Wave propagation on beam-plate systems*, Journal of the Acoustical Society of America, vol. 33 (5), p. 640 - 651, 1960.
- HENDY, D. J., *Numerical evaluation of the sound power radiated from baffled, rectangular*

- panels*, Journal of Sound and Vibration, vol. 127 (2), p. 283 - 289, 1988.
- JUNGER, M. C.; FEIT, D., *Sound, Structures, and Their Interaction*, Acoustical Society of America, USA, 1993.
- LEPPINGTON, F. G.; BROADBENT, E. G.; HERON, K. H., *The acoustic radiation efficiency of rectangular panels*, Proceedings of the Royal Society of London, vol. A 382, p. 245 - 271, 1982.
- LIN, G. F.; HAYEK, S. I.; *Acoustic radiation from point excited rib-reinforced plate*, Journal of Acoustic Society of America, vol. 62 (1), p.72 - 83, 1977.
- MAIDANIK, G., *Response of Ribbed Panels to Reverberant Acoustic Fields*, The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 34 (6), p. 809 - 826, 1962.
- MATTEI, P. -O., *Sound radiation by baffled and constrained plates*, Journal of Sound and Vibration, vol. 179 (1), p. 63 - 77, 1995.
- McCOLLUM, M. D.; CUSCHIERI, J. M., *Thick plate bending wave transmission using a mobility power flow approach*, Journal of the Acoustical Society of America, vol. 88 (3), p.1472 - 1479, 1990.
- PRESS, W. H.; TEUKOLSKY, S. A.; VETTERLING, W. T.; FLANNERY, B. P.; *Numerical Recipes in C – The Art of Scientific Computing*, 2. Ed. Cambridge University Press, Cambridge, 1992.
- RAO, S. S., *Mechanical Vibrations*, Addison-Wesley Publishing Company, Reading, MA, 1986.
- REYNOLDS, D. D., *Engineering Principles of Acoustics – Noise and Vibration Control*, Allyn and Bacon, Inc, Boston, 1981.
- ROMANOV, V. N.; *Radiation of Sound by an Infinite Plate with Reinforcing Beams*, Soviet Physics – Acoustics, vol. 17 (1), p. 92 - 96, 1971.

TEMKIN, S., *Elements of Acoustics*, John Wiley & Sons, Inc, New York, 1981.

UNGAR, E. E., *Transmission of plate flexural waves through reinforced beams; Dynamic stress concentrations*, Journal of the Acoustical Society of America, vol. 33 (5), p. 663 - 639, 1960.

APÊNDICE A

Para uma placa contendo somente ondas de flexão em uma direção, a equação de flexão da viga pode ser utilizada para representar o movimento da placa. Neste caso as equações dos deslocamentos e do momento são expressas em uma função das constantes A_1 , A_2 , A_3 e A_4 , como segue

$$\bar{w}(x) = \left(A_1 e^{-j\bar{k}_b x} + A_2 e^{-\bar{k}_b x} + A_3 e^{j\bar{k}_b x} + A_4 e^{\bar{k}_b x} \right) \quad (\text{A } 1)$$

$$\bar{\theta}(x) = k_b \left(-jA_1 e^{-j\bar{k}_b x} - A_2 e^{-\bar{k}_b x} + jA_3 e^{j\bar{k}_b x} + A_4 e^{\bar{k}_b x} \right) \quad (\text{A } 2)$$

$$\bar{M}(x) = \bar{B}k_b^2 \left(-A_1 e^{-j\bar{k}_b x} + A_2 e^{-\bar{k}_b x} - A_3 e^{j\bar{k}_b x} + A_4 e^{\bar{k}_b x} \right) \quad (\text{A } 3)$$

A placa utilizada possui as seguintes características: $E = 21 \times 10^{10}$ Pa, $\rho = 7850$ kg/m³, $\eta = 0,01$, $L = 3$ m, $h = 0,005$ m e Largura unitária.

A aplicação de um momento no ponto 1, indicado na Figura A1, induz o aparecimento de esforços no apoio central

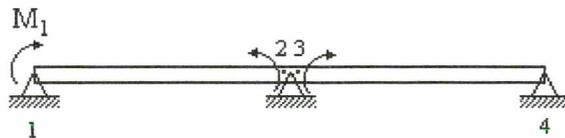


Figura A1 Momento aplicado em uma placa tri-apoiada.

A fim de determinar os esforços gerados no apoio central, separa-se a estrutura em três subestruturas e determinam-se as mobilidades, individualmente, partindo-se da solução do

sistema de equações gerado pelas condições de contorno de cada subsistema com sistemas de coordenadas locais, isto é, sistemas de coordenadas independentes para cada subsistema com a origem de ambos localizada na descontinuidade central.

MOBILIDADE \bar{Y}_{21}

Considerando somente o primeiro subsistema, as condições de contorno serão as determinadas na Tabela 3.4.2.



Figura A2 Primeiro subsistema.

Resolvendo o sistema de equações proposto obtém-se as constantes A, considerando um valor unitário para M_1 .

$$\bar{A}_1(f) = \frac{1}{4} \frac{j}{(\bar{B}k_b^2) \text{sen}(\bar{k}_b L)} \quad (\text{A } 4)$$

$$\bar{A}_2(f) = \frac{-1}{2 \left((\bar{B}k_b^2) \left(e^{-\bar{k}_b L} - e^{\bar{k}_b L} \right) \right)} \quad (\text{A } 5)$$

$$\bar{A}_3(f) = -\frac{1}{4} \frac{j}{(\bar{B}k_b^2) \text{sen}(\bar{k}_b L)} \quad (\text{A } 6)$$

$$\bar{A}_4(f) = \frac{1}{2 \left((\bar{B}k_b^2) \left(e^{-\bar{k}_b L} - e^{\bar{k}_b L} \right) \right)} \quad (\text{A } 7)$$

Desta forma tem-se que a mobilidade \bar{Y}_{21} , devido ao momento unitário aplicado em 1, será

$$\bar{Y}_{21} = j\omega \dot{\bar{\theta}}_{21} \quad (\text{A } 8)$$

MOBILIDADE \bar{Y}_{22}

O momento aplicado em 1 induz o surgimento de reações, momentos M_2 e M_3 , na união. Considerando agora, somente o segundo subsistema



Figura A3 Segundo subsistema.

e seguindo o mesmo procedimento descrito anteriormente, isto é, resolvendo o sistema de equações gerado pelas condições de contorno propostas na Tabela 3.4.2, em função do momento M_2 que ainda é desconhecido, determinam-se as constantes B, que serão:

$$\bar{B}_1(f) = -\frac{1}{4} \frac{j e^{-j\bar{k}_b L}}{\bar{B} \bar{k}_b^2 (\text{sen}(\bar{k}_b L))} M_2(f) \quad (\text{A } 9)$$

$$\bar{B}_2(f) = -\frac{1}{2} \frac{e^{\bar{k}_b L}}{\bar{B} \bar{k}_b^2 (e^{\bar{k}_b L} - e^{-\bar{k}_b L})} M_2(f) \quad (\text{A } 10)$$

$$\bar{B}_3(f) = \frac{1}{4} \frac{j e^{-j\bar{k}_b L}}{\bar{B} \bar{k}_b^2 (\text{sen}(\bar{k}_b L))} M_2(f) \quad (\text{A } 11)$$

$$\bar{B}_4(f) = \frac{1}{2} \frac{e^{-\bar{k}_b L}}{\bar{B} \bar{k}_b^2 (e^{\bar{k}_b L} - e^{-\bar{k}_b L})} M_2(f) \quad (\text{A } 12)$$

Retornando essas constantes às equações de deslocamento e momento, essas ficarão em função do momento M_2 . Como a mobilidade é uma função resposta em frequência dada pela razão entre velocidade e força (neste caso, M_2), tem-se

$$\bar{Y}_{22} = j\omega \dot{\bar{\theta}}_{22} M_2 \quad (\text{A } 13)$$

MOBILIDADE \bar{Y}_{33}

Considerando que as placa são iguais, a mobilidade \bar{Y}_{33} será determinada de maneira análoga a \bar{Y}_{22} diferindo apenas do esforço na união, M_3 , que será uma reação do momento M_2



Figura A4 Terceiro subsistema.

Assim sendo, as constantes C serão

$$\bar{C}_1(f) = \bar{B}_1(f) \quad (\text{A } 14)$$

$$\bar{C}_2(f) = \bar{B}_2(f) \quad (\text{A } 15)$$

$$\bar{C}_3(f) = \bar{B}_3(f) \quad (\text{A } 16)$$

$$\bar{C}_4(f) = \bar{B}_4(f) \quad (\text{A } 17)$$

E a mobilidade será

$$\bar{Y}_{33} = j\omega \dot{\bar{\theta}}_{33} M_3 \quad (\text{A } 18)$$

MOMENTO NA UNIÃO

De posse das mobilidades pode-se determinar o momento na união e a velocidade da

placa que será composta por duas equações, uma para cada lado da descontinuidade.

Da condição de continuidade dos deslocamentos (velocidades) tem-se que,

$$\dot{\bar{\theta}}_2 = \dot{\bar{\theta}}_3 \quad (\text{A } 19)$$

$$\bar{Y}_{21} + \bar{Y}_{22} \bar{M}_2 = \bar{Y}_{33} \bar{M}_3 \quad (\text{A } 20)$$

já que o deslocamento angular θ_2 é composto de uma parte gerada pelo momento M_1 e outra pelo momento M_2

Sabendo que as placas são iguais, pode-se dizer que $\bar{M}_2 = -\bar{M}_3 = \bar{M}$, e da condição de equilíbrio dos esforços determina-se o momento \bar{M} :

$$\bar{Y}_{21} + \bar{Y}_{22} \bar{M} = -\bar{Y}_{33} \bar{M} \quad (\text{A } 21)$$

$$\bar{M} = \frac{-\bar{Y}_{21}}{\bar{Y}_{22} + \bar{Y}_{33}} \quad (\text{A } 22)$$

Uma vez determinados os valores de \bar{M}_2 e \bar{M}_3 , pode-se calcular a resposta em qualquer ponto de qualquer viga.

APÊNDICE B

DETERMINAÇÃO DO CAMPO DE PRESSÃO UTILIZANDO TRANSFORMADA DE FOURIER

Considerando uma placa de comprimento L em uma placa infinita, contendo ondas somente em uma direção de propagação. Deseja-se determinar a potência sonora irradiada pela placa no meio espaço acima da mesma, $y > 0$, devido a uma distribuição de velocidade $v(x)$ na placa, $0 < x < L$.

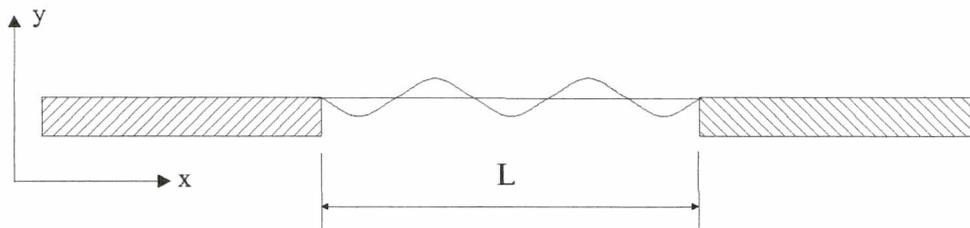


Figura B1 Radiação de uma tira.

A configuração acima pode ser tratada como uma placa infinita onde as ondas se propagam em ambos os sentidos com comprimento, amplitude e fases diferentes, que juntas compõem a velocidade $v(x)$. Desta forma é necessário determinar a distribuição $\bar{v}(k_x)$ que gera a velocidade $v(x)$ na região $0 < x < L$ e nula fora dela.

Essa velocidade $\bar{v}(k_x)$ deve satisfazer a condição

$$v(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{v}(k_x) e^{-jk_x x} dk_x \quad (\text{B } 1)$$

Observa-se que $\bar{v}(k_x)$ é a transformada de Fourier de $v(x)$, logo:

$$\bar{v}(k_x) = \int_0^L v(x) e^{jk_x x} dx \quad (\text{B } 2)$$

A vantagem de se decompor a velocidade $v(x)$ em ondas planas se propagando na forma $\bar{v}(k_x) e^{-jk_x x}$ é que a relação de impedância, equação 2.3.4, pode ser aplicada a cada componente, permitindo, assim, relacionar o campo de pressão à distribuição de velocidades normal à superfície. Desde que $k_y^2 = k^2 - k_x^2$, a pressão sonora de uma onda será:

$$\bar{p}(k_x) = \bar{v}(k_x) \frac{\rho c k}{\sqrt{k^2 - k_x^2}} \quad (\text{B } 3)$$

A pressão sonora gerada pelas infinitas ondas é dada por

$$p(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\rho c k \bar{v}(k_x)}{\sqrt{k^2 - k_x^2}} e^{-jk_x x} e^{-j\sqrt{k^2 - k_x^2} y} dk_x \quad (\text{B } 4)$$

de onde pode-se determinar a potência sonora irradiada por unidade de largura

$$P = \frac{1}{2} \text{Re} \int_0^L p(x, y) v^*(x) dx \quad (\text{B } 5)$$

$$P = \frac{1}{8\pi^2} \text{Re} \left[\int_0^L \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\rho c k \bar{v}(k_x) e^{jk_x x}}{\sqrt{k^2 - k_x^2}} \bar{v}^*(k'_x) e^{jk'_x x} dk_x dk'_x dx \right] \quad (\text{B } 6)$$

Substituindo a equação B1 na equação B2, tem-se

$$\bar{v}(k_x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^L \int_{-\infty}^{\infty} \bar{v}(k'_x) e^{-jk'_x x} e^{jk_x x} dk'_x dx \quad (\text{B } 7)$$

O valor k'_x é apresentado somente para distinguir as duas integrais. A potência sonora irradiada pode ser, então, obtida substituindo a equação B7 na equação B6. Sabendo-se que o

produto de um número pelo seu complexo conjugado é igual ao quadrado do seu valor absoluto e que $\sqrt{k^2 - k_x^2}$, possui valor real somente no intervalo $-k < k_x < k$, obtém-se

$$P = \frac{\rho c k}{4\pi} \operatorname{Re} \left[\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\bar{v}(k_x) \bar{v}^*(k_x)}{\sqrt{k^2 - k_x^2}} dk_x \right] \quad (\text{B } 8)$$

$$P = \frac{\rho c k}{4\pi} \int_{-k}^k \frac{|\bar{v}(k_x)|^2}{\sqrt{k^2 - k_x^2}} dk_x \quad (\text{B } 9)$$

Esse resultado permite calcular a potência sonora irradiada diretamente através da Transformada de Fourier da velocidade de superfície da placa.

APÊNDICE C

O PROGRAMA PARA O CÁLCULO DA EFICIÊNCIA DE IRRADIAÇÃO

No Capítulo 2 foram desenvolvidas as equações para o cálculo da irradiação sonora de placas planas modeladas com fontes esféricas (Integral de Rayleigh) e cilíndricas, reescritas aqui, respectivamente.

$$p(x, y) = \frac{j\omega\rho}{2\pi} \int_S u(x, y) \frac{e^{-jkR}}{R} dS \quad (C 1)$$

$$p(R) = \frac{\omega\rho}{2} \int_L u(x) H_0^{(2)}(kR) dx \quad (C 2)$$

Com o conhecimento da pressão sonora, pode-se determinar eficiência de irradiação através das expressões:

$$W_{\text{rad}} = \frac{1}{2} \text{Re} \left\{ \int_S p v_r^* dS \right\} \quad (C 3)$$

$$\sigma_{\text{rad}} = \frac{W_{\text{rad}}}{\rho c S \langle v^2 \rangle} \quad (C 4)$$

e a velocidade média quadrática é obtida por

$$\langle v^2 \rangle = \frac{1}{S} \int_S \frac{1}{T} \int_T v^2(x, y, t) dS dt \quad (C 5)$$

Como é sabido, as Equações C1 e C2 possuem soluções analíticas de difícil obtenção (CREMER, HECKL & UNGAR, 1987). Desta forma, foi desenvolvido um programa em

linguagem C para o cálculo da pressão, da potência sonora e, por fim, da eficiência de irradiação, numericamente, sendo as integrais envolvidas nos cálculos resolvidas pelo Método de Simpson, com $n = 2$ (CUNHA, 1993).

Considerando somente o caso de uma placa lisa contendo fontes cilíndricas (Equação C2), já que para ambas as fontes o programa possui a mesma estrutura, tem-se como dados de entrada do programa a velocidade de superfície, $u(x)$, o comprimento (L), e espessura (h), da placa, a discretização da placa (dx), suas características físicas (ρ , E , I_z , ν) e a faixa de frequências de interesse, como esquematizado no fluxograma da Figura C2. No caso da placa possuir viga de reforço, necessita-se informar as características físicas e dimensões da viga.

Para algumas frequências pré-selecionadas, o programa executa uma subrotina que permite a obtenção de valores discretos de velocidade de superfície, pressão sonora, potência e intensidade sonora, permitindo que se obtenham gráficos desses valores ao longo da superfície, podendo-se, assim, analisar o comportamento da placa em tais frequências.

Para o cálculo da eficiência de irradiação de placas infinitas faz-se necessário informar outro dado de entrada, o comprimento base, mencionado no Capítulo 4, que corresponde à região onde se obtém a potência sonora e a eficiência de irradiação da placa, bem como quantos comprimentos base serão adotados para simular a condição de placa infinita

DISCRETIZAÇÃO

Para a resolução das integrais envolvidas no método proposto para o cálculo da eficiência de irradiação, optou-se por utilizar-se o método de integração numérica de Simpson com grau 2 (CUNHA, 1993), por ser um método de fácil implementação e por produzir bons resultados sem muito custo computacional.

Este método exige que o intervalo de integração possua um número ímpar de divisões, gerando um número par de pontos de integração. Para melhor descrever a forma da onda de flexão, procurou-se discretizar o intervalo de integração de maneira a conter um número fixo de pontos de integração por comprimento de onda, fazendo com que, independente da frequência de excitação, um comprimento de onda de flexão seja descrita sempre pelo mesmo número de pontos. Como o método de integração exige um número ímpar de pontos ao longo da placa, o programa verifica se a discretização proposta satisfaz essa condição e, então, adiciona, ou não, mais um ponto de integração.

A fim de verificar quantos pontos eram necessários para descrever a superfície da placa

de maneira confiável, realizou-se um teste com algumas discretizações cujo resultado, para uma placa com 100 vezes o comprimento base para cada lado da origem, é apresentado na Figura C1.

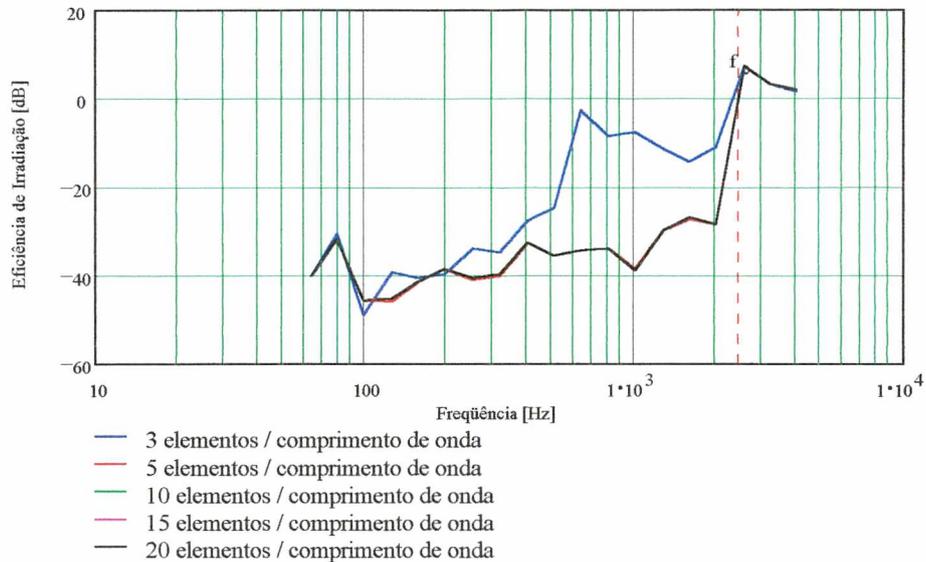


Figura C1 Comparação entre eficiências de irradiação para um placa infinita ($100 \times L_{base}$) com diferentes discretizações.

Percebe-se que para três elementos por comprimento de onda, a eficiência de irradiação não tem um comportamento estável. Para valores superiores a 10 elementos por comprimento de onda, os valores de eficiência de irradiação não variam. Desta forma escolheu-se trabalhar sempre com dez elementos por comprimento de onda.

FREQÜÊNCIAS

O objetivo principal do programa é obter os valores de eficiência de irradiação de uma placa plana ao longo de um espectro de frequências, desta forma tornou-se necessário discretizar o espectro de forma a melhor descrever o comportamento da placa no que tange à eficiência de irradiação.

Para placas infinitas, as eficiências de irradiação foram calculadas somente nas frequências centrais de bandas de terços de oitavas. Nos casos de placas finitas, devido ao surgimento de ondas estacionárias, uma grande parcela da energia vibratória é irradiada nestas frequências, o que torna importante conhecer o valor da eficiência de irradiação em tais frequências. Nestes casos o programa calcula a eficiência de irradiação somente nas frequências de ressonâncias destas placas.

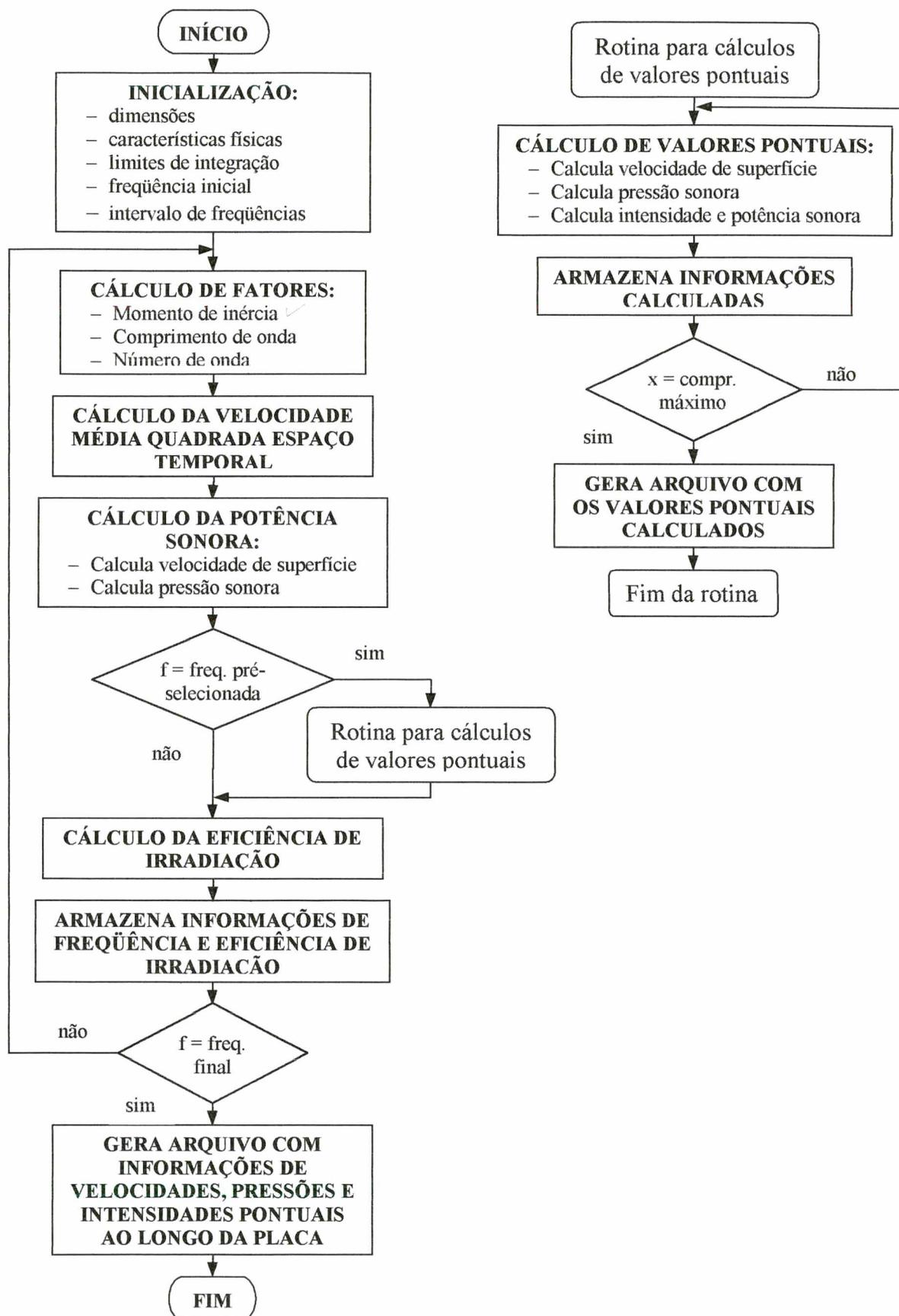


Figura C2 Fluxograma do programa