

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**CONTROLE EM CASCATA COM ADAPTAÇÃO DE PARÂMETROS APLICADO A
UM ATUADOR HIDRÁULICO**

**DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À UNIVERSIDADE
FEDERAL DE SANTA CATARINA PARA A OBTENÇÃO
DO TÍTULO DE MESTRE EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

MAURO ANDRÉ BARBOSA CUNHA

FLORIANÓPOLIS, FEVEREIRO DE 1997

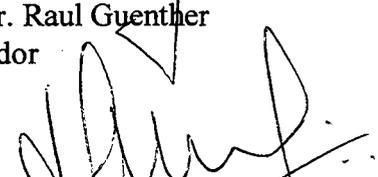
**CONTROLE EM CASCATA COM ADAPTAÇÃO DE PARÂMETROS APLICADO A
UM ATUADOR HIDRÁULICO**

MAURO ANDRÉ BARBOSA CUNHA

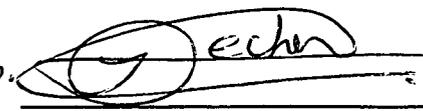
Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de **Mestre em Engenharia** na especialidade **Engenharia Elétrica**, área de concentração **Controle, Automação e Informática Industrial**, e aprovada em sua forma final pelo Curso de Pós-graduação.



Prof. Dr. Raul Guenther
Orientador



Prof. Dr. Edson Roberto de Pieri
Co-orientador

p.p. 

Prof. Dr. Adroaldo Raizer
Coordenador do Curso de Pós-graduação
em Engenharia Elétrica

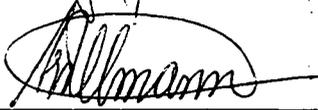
Banca Examinadora



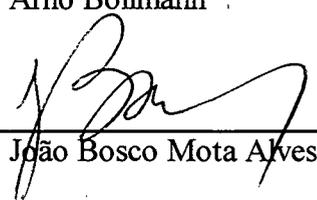
Prof. Dr. Raul Guenther



Prof. Dr. Edson Roberto de Pieri



Prof. Dr. Arno Bollmann



Prof. Dr. João Bosco Mota Alves

Aos meus pais João Paulo e Amélia
e aos meus irmãos Edson e Paulo Cléber

À minha tia Lina
à minha madrinha Maria da Graça
à minha avó Francina
e ao meu tio Elizio

Agradecimentos

Aos professores D.Sc. Raul Guenther e Dr. Edson Roberto de Pieri pela orientação e amizade sincera.

Ao professor Dr. Eugênio Castelan Neto pela amizade transparente.

A todos aqueles que foram meus professores, desde o tempo do Jardim da Infância, pois de uma forma ou de outra contribuíram para realização desta.

À Dâni R. Moreira e sua família pelo carinho, amizade e auxílio em momentos difíceis.

Aos meus colegas de mestrado, em especial ao Fábio Augusto Pires Borges e ao Luís Gustavo Cavalcanti de Oliveira Lopes pelas discussões e companheirismo.

Ao casal Luciano V. Barboza e Jussara B. Cavallin pela amizade sincera.

Ao LASHIP e a todo o seu grupo de trabalho pela estrutura e auxílio prestados durante a realização desta dissertação.

Ao CNPq e a ETFPEL por terem financiado a realização deste trabalho.

A todos os meus colegas e amigos da ETFPEL.

À minha família e aos colegas do Centro Espírita Amor e Humildade do Apóstolo.

À minha avó Osmarina Cunha, ao meu tio e amigo José Barboza e ao meu avô Elizio Barboza, que desencarnaram durante o decorrer desta, por tudo o que me ensinaram durante o nosso convívio.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS.....	x
LISTA DE SÍMBOLOS.....	xii
RESUMO	xvii
ABSTRACT	xviii
1 - INTRODUÇÃO.....	1
2 - MODELAGEM MATEMÁTICA DE UM ATUADOR HIDRÁULICO.....	5
2.1 - Introdução.....	5
2.2 - Componentes de um Sistema de Controle Hidráulico	5
2.3 - Servoválvula Controladora de Vazão	7
2.4 - Modelagem de um Sistema com Atuador Hidráulico	16
2.4.1 - Sistema Não-Linear de 4 ^a ordem.....	16
2.4.2 - Sistema Não-Linear de 3 ^a ordem.....	20
2.4.3 - Sistema Linear de 3 ^a ordem.....	21
2.5 - Influência das Incertezas	22
2.6 - Considerações sobre a Modelagem	24

3 - O CONTROLE DO ATUADOR HIDRÁULICO	26
3.1 - Introdução	26
3.2 - Controlador Proporcional	26
3.3 - Controlador Proporcional - Derivativo	28
3.4 - Controlador Proporcional - Integral	28
3.5 - Controlador Proporcional - Integral - Derivativo	29
3.6 - Técnicas para Melhorar o Amortecimento Propostas por Watton (1989).....	30
3.7 - Controlador de Estados Via Alocação de Pólos	32
3.8 - Conclusões	32
4 - O CONTROLE EM CASCATA APLICADO AO ATUADOR HIDRÁULICO	34
4.1 - Introdução	34
4.2 - Uma Estratégia de Controle em Cascata.....	35
4.3 - Controle em Cascata do Atuador Hidráulico Baseado no Modelo Linear.....	38
4.3.1 - Seguimento no Subsistema Mecânico	40
4.3.2 - Seguimento no Subsistema Hidráulico	41
4.3.3 - Análise de Estabilidade.....	42
4.4 - Controle em Cascata do Atuador Hidráulico Baseado no Modelo Não-Linear	46
4.4.1 - Seguimento no Subsistema Mecânico	47
4.4.2 - Seguimento no Subsistema Hidráulico	47
4.4.3 - Análise de Estabilidade.....	48
4.5 - A Estratégia de Controle em Cascata para o Atuador Hidráulico Apresentada por Heintze et al. (1995a)	50

4.5.1 - Seguimento no Subsistema Mecânico	50
4.5.2 - Seguimento no Subsistema Hidráulico	51
4.5.3 - Análise de Estabilidade.....	52
4.6 - Uma Comparação entre as Estratégias em Cascata Apresentadas nas se- ções 4.4 e 4.5	53
4.7 - Conclusões	54
5 - ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DAS INCERTEZAS PARAMÉTRICAS DO ATUADOR HIDRÁULICO NO DESEMPENHO DO SISTEMA	56
5.1 - Introdução	56
5.2 - Influência das Incertezas Paramétricas no Subsistema Mecânico.....	57
5.3 - Influência das Incertezas no Cálculo da Aceleração	58
5.3.1 - Cálculo da aceleração real (\ddot{y}) em função da aceleração calculada (\ddot{y}_c)	58
5.3.2 - Cálculo da derivada do erro real (\dot{z}) em função da derivada do erro calculado (\dot{z}_c)	59
5.3.3 - Cálculo da derivada da aceleração real ($y_r^{(3)}$) em função da derivada da aceleração calculada ($y_{rc}^{(3)}$)	59
5.3.4 - Cálculo da derivada da pressão desejada real ($\dot{P}_{\Delta d}$) em função da derivada da pressão desejada calculada ($\dot{P}_{\Delta dc}$)	60
5.4 - Influência das Incertezas Paramétricas no Subsistema Hidráulico	60
5.5 - Análise de Estabilidade	62
5.6 - Conclusões	67

6 - CONTROLADOR EM CASCATA BASEADO NO MODELO NÃO-LINEAR DE UM ATUADOR HIDRÁULICO COM ADAPTAÇÃO DE PARÂMETROS.....	68
6.1 - Introdução.....	68
6.2 - Seguimento no Subsistema Mecânico.....	69
6.3 - Seguimento no Subsistema Hidráulico.....	70
6.4 - Análise de Estabilidade	71
7 - SIMULAÇÕES.....	74
7.1 - Introdução.....	74
7.2 - Modelos e Parâmetros	75
7.3 - Parâmetros dos Controladores	76
7.3.1 - Controlador Linear.....	76
7.3.2 - Controlador Não-Linear.....	77
7.3.3 - Controlador de Heintze.....	77
7.3.4 - Controlador Adaptativo	78
7.4 - Seguimento de Trajetórias	78
7.5 - Controle de Posição.....	87
8 - CONCLUSÕES.....	89
APÊNDICE A.....	92
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	96

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Sistema Hidráulico.....	6
Figura 2.2 - Válvula Tipo Carretel de 4 Vias em Perspectiva.....	8
Figura 2.3 - Válvula Tipo Carretel de 4 Vias.....	9
Figura 2.4 - Sistema Válvula-Cilindro	10
Figura 2.5 - Válvula de 4 Vias Tipo Carretel com Centro Subcrítico	15
Figura 2.6 - Gráfico Q/u para $K_C=0$	16
Figura 2.7 - Sistema de Posicionamento com Atuador Hidráulico	17
Figura 2.8 - Lugar das Raízes para o Sistema Linearizado	23
Figura 2.9 - Curvas de Bode	24
Figura 3.1 - Lugar das Raízes para o Sistema com Controlador Proporcional.....	27
Figura 3.2 - Lugar das Raízes para o Sistema com Controlador PD.....	28
Figura 3.3 - Lugar das Raízes para o Sistema com Controlador PI	29
Figura 3.4 - Lugar das Raízes para a Variação do Ganho Integral	30
Figura 4.1 - Controle em Cascata Aplicado ao Atuador Hidráulico	38
Figura 7.1 - Trajetória Desejada.....	79
Figura 7.2 - CL Aplicado ao ML com Parâmetros Nominais	80
Figura 7.3 - CL Aplicado ao MNL com Parâmetros Nominais	81
Figura 7.4 - CNL Aplicado ao MNL com Parâmetros Nominais.....	83
Figura 7.5 - CH Aplicado ao MNL com Parâmetros Nominais.....	84
Figura 7.6 - CA Aplicado ao MNL com Incertezas Paramétricas em M e B.....	85

Figura 7.7 - Convergência dos Parâmetros Adaptados	86
Figura 7.8 - Erros de Trajetória	86
Figura 7.9 - Curva de Posição Desejada.....	88
Figura 7.10 - Erros de Posição.....	88
Figura A.1 - Fluxo Através de um Orifício	94

LISTA DE SÍMBOLOS

a	vetor de parâmetros do sistema;
\hat{a}	vetor de parâmetros estimados;
\tilde{a}	erro no vetor de parâmetros;
A	área líquida do pistão atuador;
A_0	área de um orifício;
B	coeficiente de atrito do subsistema mecânico;
B_t	amortecimento alvo;
c	constante do sistema hidráulico;
c_0	fator de perda;
e_1	função da posição;
g	força hidráulica;
g_d	força desejada;
g_t	força alvo;
$G(s)$	função de transferência (genérica);
i_m	corrente de entrada do motor elétrico;
K	constante da equação não-linear da vazão;
K_C	ganho de vazão-pressão da servoválvula;
K_D	constante derivativa;
K_Q	ganho de vazão da servoválvula;
K_P	ganho de pressão do controlador

K_s	constante de mola alvo;
l	comprimento entre o pistão (posição central) e a extremidade do cilindro;
M	massa total (atuador + carga);
M_t	massa alvo;
N_1	matriz associada a função de Lyapunov;
N_2	matriz associada a derivada da função de Lyapunov;
P	pressão (genérica);
P_0	pressão de retorno (exaustão);
P_1	pressão na câmara 1 do cilindro;
P_2	pressão na câmara 2 do cilindro;
P_a	pressão no ponto a;
P_b	pressão no ponto b;
P_s	pressão de suprimento;
P_{Δ}	diferença de pressão entre as linhas 1 e 2 (pressão na carga);
\dot{P}_{Δ}	derivada da diferença de pressão;
$P_{\Delta d}$	diferença de pressão desejada;
$\dot{P}_{\Delta d}$	derivada da diferença de pressão desejada;
$P_{\Delta t}$	diferença de pressão alvo;
\tilde{P}_{Δ}	erro de pressão;
Q	vazão volumétrica (genérica);
Q_1	vazão volumétrica da servoválvula para a câmara 1 do cilindro;
Q_2	vazão volumétrica da câmara 2 para a servoválvula;
Q_m	vazão de massa (genérica)

Q_{m1}	vazão de massa da servoválvula para a câmara 1 do cilindro;
Q_{m2}	vazão de massa da câmara 2 para a servoválvula;
R	constante positiva;
T_c	torque no eixo do motor elétrico;
u	entrada de controle (deslocamento do carretel da servoválvula);
v	volume total;
v_m	tensão na entrada do motor;
V	função de Lyapunov associada ao sistema total;
V_1	função não-negativa associada ao subsistema mecânico;
V_2	função não-negativa associada ao subsistema hidráulico;
v_{el}	magnitude da velocidade do fluido;
w	diâmetro da servoválvula;
x	vetor de estados (genérico);
x_i	estado i do vetor de estados x ;
y	posição do atuador hidráulico;
\dot{y}	velocidade do atuador hidráulico;
\ddot{y}	aceleração do atuador hidráulico;
y_d	posição desejada;
\dot{y}_d	velocidade desejada;
\ddot{y}_d	aceleração desejada;
$y_d^{(3)}$	derivada da aceleração desejada;
\tilde{y}	erro de posição;
$\dot{\tilde{y}}$	erro de velocidade;

\tilde{y}	erro de aceleração;
z	combinação linear dos erros de posição e velocidade;
z_a	altura do fluido na localização a;
z_b	altura do fluido na localização b;
Z	altura do fluido (genérico);
β	módulo de elasticidade volumétrica;
γ	taxa de convergência;
λ	constante positiva do controlador;
λ_{\max}	autovalor máximo;
λ_{\min}	autovalor mínimo;
η_h	rendimento da bomba hidráulica;
η_m	rendimento do motor elétrico;
ρ	massa específica do fluido (genérica);
ρ_1	massa específica do fluido na linha 1;
ρ_2	massa específica do fluido na linha 2;
ω_e	velocidade no eixo do motor elétrico;
ω_n	freqüência natural (genérica);
ω_v	freqüência natural da servoválvula;
Ω_1	sistema em malha fechada para controlador em cascata linear;
Ω_2	sistema em malha fechada para controlador em cascata modelo não-linear;
Ω_3	sistema em malha fechada para controlador em cascata adaptativo;
Γ	matriz positiva definida;

- (-) indica tomado ou calculado com base nos parâmetros nominais do sistema;
- (^) indica os valores estimados;
- (~) erro nos parâmetros;

RESUMO

CONTROLE EM CASCATA COM ADAPTAÇÃO DE PARÂMETROS APLICADO A UM ATUADOR HIDRÁULICO

Neste trabalho é proposto um algoritmo de controle em cascata com adaptação de parâmetros para um atuador hidráulico. O modelo matemático para o atuador hidráulico é descrito por equações diferenciais não-lineares. Modelando o atuador de forma conveniente, interpreta-se sua estrutura como um subsistema mecânico acionado por um subsistema hidráulico. A partir desta estrutura controladores em cascata baseados nos modelos linear e não-linear são propostos e analisados. Os controladores em cascata apresentados são sintetizados pelo método direto de Lyapunov. Resultados de simulações ilustram as características do controlador proposto.

Palavras Chaves: atuadores hidráulicos, controle adaptativo, controle em cascata, incertezas paramétricas.

ABSTRACT

CASCADE CONTROL WITH PARAMETER ADAPTATION APPLIED TO A HYDRAULIC ACTUATOR

In this work, a cascade control algorithm with parameter adaptation to a hydraulic actuator is proposed. The mathematical model for the hydraulic actuator is described by a set of non-linear differential equations. Modeling the actuator in a convenient form, the structure of the system can be interpreted as a mechanical subsystem driven by a hydraulic subsystem. From this structure, cascade controllers based on linear and non-linear models are proposed and analyzed. The cascade controllers presented are synthesized by the Lyapunov direct method. Simulations results illustrate the main characteristics of proposed controller.

Key-words: hydraulic actuators, adaptive controller, cascade controller, parameter uncertainties.

1 - INTRODUÇÃO

O uso de robôs manipuladores têm aumentado muito nos últimos anos. Um robô consiste basicamente de vários elos, os quais fornecem um certo número de graus de liberdade. Cada elo é acionado por um dos três tipos de atuadores: hidráulico, pneumático ou elétrico. A escolha de um atuador para uma determinada aplicação, depende da sua adequação ao propósito (Sepehri et al., 1990).

Em muitas aplicações onde grandes cargas necessitam ser manipuladas e o espaço disponível é limitado, atuadores hidráulicos são mais atrativos devido às suas excelentes características de relação torque/dimensão (Heintze et al., 1993). Outras vantagens dos atuadores hidráulicos são (Ogata, 1993):

- _ velocidade de resposta com rápidas partidas, paradas e inversões de velocidade;
- _ podem ser operados sob condições contínuas, intermitentes, de reversão e parada repentina sem avarias;
- _ flexibilidade no projeto devido à disponibilidade tanto de atuadores lineares quanto rotativos;
- _ pequena queda de velocidade quando cargas são aplicadas devido às baixas fugas.

Na maioria da literatura de controle de robôs acionados eletricamente a dinâmica do atuador não é levada em conta (Whitney, 1987)(Khosla, 1990). Atuadores hidráulicos apresentam dinâmicas pouco amortecidas. Como estas dinâmicas freqüentemente dominam o comportamento do manipulador, especial atenção para sistemas acionados hidraulicamente é

necessária (Heintze et al., 1995a). Além disso, a dinâmica do sistema hidráulico contém varias não-linearidades (tais como fenômenos de histerese, atrito, zona morta, saturação, etc.) e variações paramétricas (Laval et al., 1996).

O uso de controladores convencionais esbarra nas características complexas e não-lineares dos atuadores hidráulicos, limitando o desempenho do sistema em malha fechada.

Devido às incertezas paramétricas, as características complexas e as não-linearidades dos atuadores hidráulicos, varias técnicas de controle têm sido propostas na literatura, tais como: controle PID sub-ótimo (Kim e Cho, 1991), controladores por realimentação de estados (Virtanen, 1993), controle por impedância (Heintze et al., 1995a), controle por estrutura variável (Heintze et al., 1995b), controle robusto (Plummer e Vaughan, 1996) (Laval et al., 1996), controle adaptativo MRC (Yun e Cho, 1988, 1991) (Ikeo et al., 1993), controle adaptativo self-tuning (Sepehri et al., 1990), controle linearizante (Vossoughi e Donath, 1995), etc. Algumas destas técnicas têm sido propostas em estratégias de controle em cascata (Sepehri et al., 1990) (Heintze et al., 1995a, 1995b) (Guenther et al., 1997a, 1997b), as quais dividem o sistema em dois subsistemas: mecânico e hidráulico. Essas estratégias em cascata têm apresentado bons resultados de desempenho quando comparadas a outras técnicas (tais como as citadas). Com o objetivo de melhorar o desempenho do controlador em cascata, analisa-se neste trabalho os controladores em cascata propostos por Guenther et al. (1997a, 1997b) e por Heintze et al. (1995a), e propõe-se modificações nas técnicas aplicadas aos subsistemas mecânico e hidráulico.

A metodologia empregada neste trabalho passa por:

- estudo e modelagem matemática das servoválvulas e de um atuador hidráulico;
- proposição de controladores em cascata para vencer as dificuldades impostas pelo sistema hidráulico;

- comparação entre as estratégias através de simulações.

Este trabalho está dividido como segue.

No capítulo 2 aborda-se a modelagem dos sistemas hidráulicos, mais especificamente a modelagem matemática de um atuador hidráulico composto por: servoválvula, atuador cilindro-pistão acoplados a uma carga inercial engastada a uma superfície através de um amortecedor. Nesse capítulo são apresentadas representações matemáticas lineares e não-lineares de 3ª e 4ª ordem para o servosistema em questão.

No capítulo 3 discute-se o controle do atuador hidráulico, as limitações e a influência das incertezas em algumas técnicas de controle.

No capítulo 4 descreve-se a fundamentação teórica da estratégia em cascata. Como a estrutura do servosistema em questão permite interpretá-lo como um subsistema mecânico acionado por um subsistema hidráulico, é possível colocá-lo na forma em cascata. São então apresentadas estratégias em cascata baseadas nos modelos linear e não-linear do servosistema. Supondo os parâmetros conhecidos analisa-se a estabilidade e compara-se as estratégias abordadas no capítulo.

No capítulo 5 verifica-se o desempenho do controlador em cascata frente às incertezas paramétricas do sistema. Para este fim utiliza-se o modelo linear, e com algumas considerações estende-se os resultados para o controlador baseado no modelo não-linear.

No capítulo 6 é apresentada uma modificação no controlador em cascata de forma a obter-se uma adaptação dos parâmetros do subsistema mecânico, melhorando com isto, o desempenho desse controlador com relação ao controlador sem adaptação. Este controlador sob determinadas condições conduz os erros de seguimento para zero independente das incertezas paramétricas no subsistema mecânico.

No capítulo 7 realiza-se simulações com os modelos linear e não-linear, de forma a validar os resultados teóricos, e para finalizar, no capítulo 8 apresenta-se a conclusão do trabalho.

2 - MODELAGEM MATEMÁTICA DE UM ATUADOR HIDRÁULICO

2.1 - Introdução

Este capítulo aborda a modelagem de sistemas hidráulicos, mais especificamente a modelagem de um servossistema hidráulico composto por: servoválvula, atuador cilindro-pistão acoplados a uma carga inercial engastada em uma superfície através de um amortecedor.

Este capítulo está organizado como segue. Na seção 2 aborda-se os componentes de um sistema hidráulico. Na seção 3 trata-se do componente de maior interesse que é a servoválvula hidráulica de vazão e direção. A seguir na seção 4 apresenta-se a modelagem de um sistema com um atuador hidráulico proposto. Na seção 5 analisa-se a influência das incertezas no comportamento dinâmico e, para finalizar, na seção 6 descreve-se as considerações sobre a modelagem.

2.2 - Componentes de um Sistema de Controle Hidráulico

O diagrama esquemático de um sistema de controle hidráulico básico (De Silva, 1989) é mostrado na figura 2.1.

A descrição do funcionamento do sistema da figura 2.1 pode ser feito da seguinte forma: a energia elétrica é transformada em energia mecânica através do motor CA mostrado nesta figura, esta energia mecânica está disponível no eixo do motor. Como o eixo do motor

CA está acoplado à bomba hidráulica, a energia mecânica é aplicada a bomba hidráulica a qual transforma esta energia mecânica em energia de fluido, que corresponde ao fluido (óleo) pressurizado. Em termos de fluxo e através de pares de variáveis, estas conversões de potência podem ser expressadas na notação usual como:

$$\begin{array}{ccccc}
 & \eta_m & & \eta_h & \\
 (i_m, v_m) & \rightarrow & (T_e, \omega_e) & \rightarrow & (Q, P) \\
 \text{motor} & & & & \text{bomba}
 \end{array}$$

onde η_m é o rendimento do motor elétrico, η_h é o rendimento da bomba hidráulica, i_m e v_m são a corrente e a tensão na entrada do motor, T_e e ω_e são o torque e a velocidade no eixo de acoplamento entre o motor e a bomba hidráulica, Q e P são a vazão e a pressão do fluido na saída da bomba hidráulica.

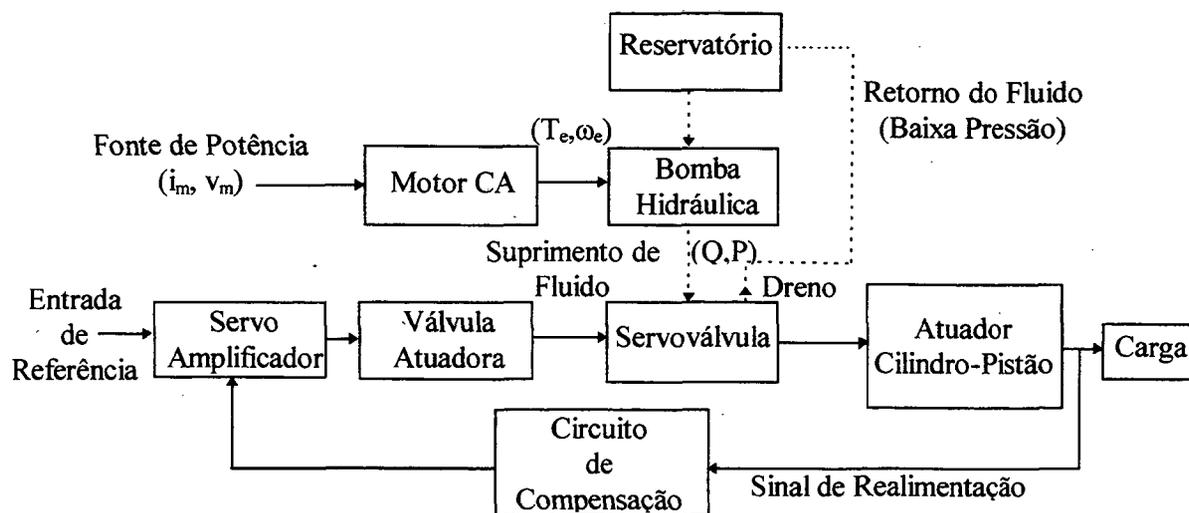


Figura 2.1 - Sistema Hidráulico

O rendimento de um motor é tipicamente muito alto (η_m acima de 90%), enquanto que o rendimento de uma bomba hidráulica não é muito bom (η_h em torno de 60%), principalmente por causa da dissipação, vazamento, e efeitos da compressibilidade (De Silva, 1989).

A servoválvula controla a vazão para o atuador hidráulico. A mesma é acionada através de um motor de torque o qual recebe o sinal de erro amplificado por um servoamplificador. Este sinal de erro é a diferença entre a entrada de referência e o sinal que provém do circuito de compensação, sinal este relativo ao movimento da carga. Isto consiste de forma esquemática o funcionamento de um sistema hidráulico.

Para o estudo da servoválvula, apresenta-se a seguir o comportamento de uma servoválvula controladora de vazão.

2.3 - Servoválvula Controladora de Vazão

São válvulas controladoras de vazão e direção, de regulação contínua e que possuem elevada precisão de fabricação, permitindo obter ótimas características dinâmicas e estáticas. A sua grande vantagem é a atuação como servoválvula amplificadora no conjunto válvula-pistão, pois com pequena potência aplicada à entrada da válvula, consegue-se grandes potências no pistão atuador. As válvulas são classificadas quanto aos elementos de controle em diferentes tipos: tipo carretel, tipo bocal-defletor e tipo tubo injetor. Quanto ao tipo de acionamento são classificadas em: elétrico(motor de força ou de torque) ou mecânico(direto ou alavanca), também são classificadas conforme o número de vias pelas quais o fluido entra ou sai da válvula (De Negri, 1988).

A figura 2.2 (Stringer, 1976) ilustra uma válvula de 4 vias tipo carretel em perspectiva. Esta válvula pode ser melhor representada na figura 2.3, onde u é a entrada de controle (deslocamento do carretel), P_s é a pressão de suprimento e P_0 é a pressão de retorno.

Nota-se da figura 2.3 que existem 4 vias: uma para fornecer pressão, outra para retorno e duas portas de controle nas quais o fluxo pode ser medido.

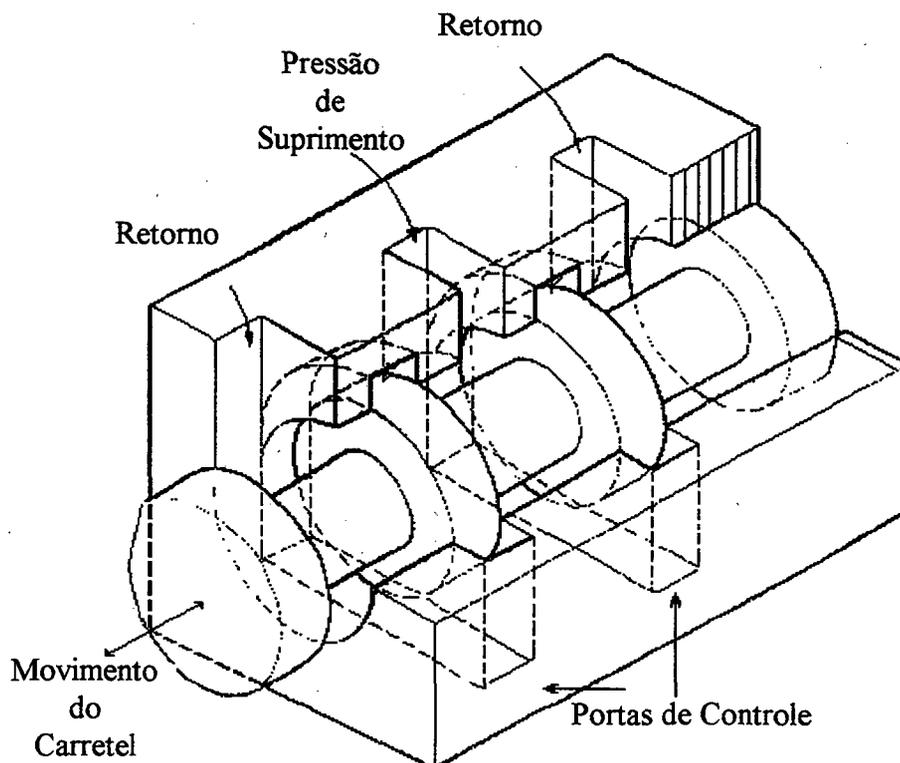


Figura 2.2 - Válvula Tipo Carretel de 4 Vias em Perspectiva

Uma das características construtivas das servoválvulas é o tipo de centro, o qual relaciona a diferença entre o comprimento do ressalto e o comprimento do pórtico como (De Negri, 1988):

- a) Centro Subcrítico: quando o comprimento do ressalto é menor do que o do pórtico;
- b) Centro Crítico: quando o comprimento do ressalto é igual ao do pórtico;
- c) Centro Supercrítico: quando o comprimento do ressalto é maior do que o do pórtico.

A figura 2.4 mostra um sistema válvula-cilindro para que se possa descrever o funcionamento da válvula e deduzir a equação que rege o comportamento da mesma. A válvula considerada para este fim é uma válvula de centro crítico acoplada a um atuador hidráulico.

co linear de dupla ação, onde P_1 é a pressão na câmara 1 do cilindro, P_2 é a pressão na câmara 2, ρ_1 é a massa específica do fluido na câmara 1, ρ_2 é a massa específica do fluido na câmara 2, Q_1 é a vazão da servoválvula para a câmara 2, Q_2 é a vazão da câmara 2 para a servoválvula, e w é o diâmetro da servoválvula.

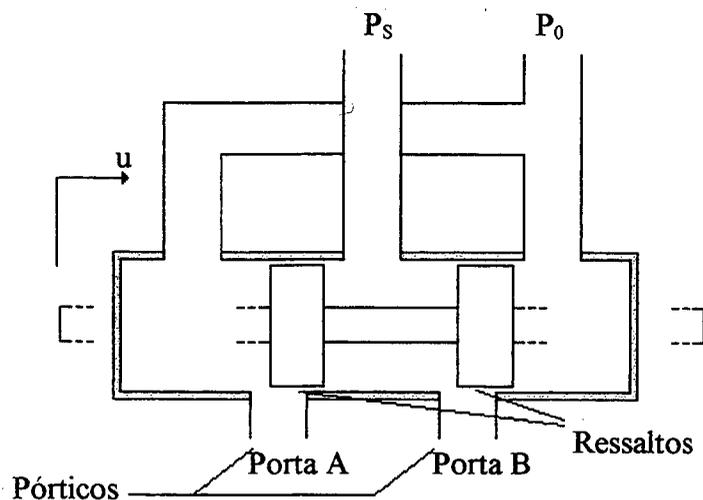


Figura 2.3 - Válvula Tipo Carretel de 4 Vias

Funcionamento: De acordo com a figura 2.4, com o sistema em repouso e a válvula na posição central ($u=0$), as vias de suprimento e exaustão estão fechadas. Quando o carretel da válvula é deslocado para a direita ($u>0$), como a pressão P_s é maior do que P_1 , produz-se uma vazão Q_1 no sentido pressão de suprimento para a câmara 1 do cilindro, que é dada pela equação (A.5) (fluxo através de um orifício - apêndice A), ou seja,

$$Q_1 = c_0 A_0 \sqrt{\frac{2}{\rho_1} (P_s - P_1)} \quad (2.1)$$

onde c_0 é o fator de perda e A_0 é a área do orifício.

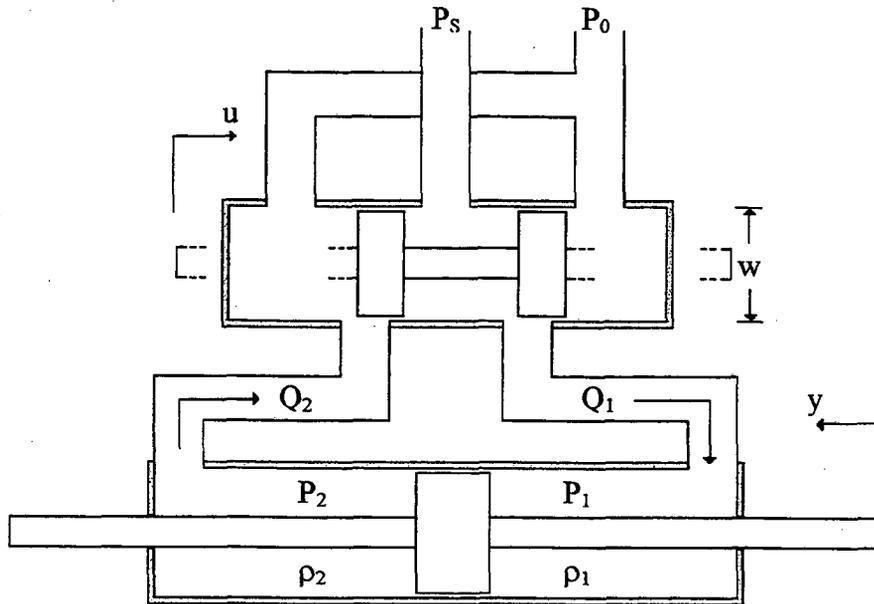


Figura 2.4 - Sistema Válvula-Cilindro

Neste caso, a área do orifício(A_0) é linearmente proporcional ao deslocamento u , então pode-se reescrever a equação (2.1) como

$$Q_1 = cu \sqrt{\frac{2}{\rho_1} (P_s - P_1)} \quad (2.2)$$

onde $c=c_0 \pi w$ é uma constante positiva. Da mesma forma, como P_2 é maior do que P_0 , há uma vazão no sentido da câmara 2 para o retorno dada por

$$Q_2 = cu \sqrt{\frac{2}{\rho_2} (P_2 - P_0)} \quad (2.3)$$

provocando o deslocamento do pistão para a esquerda ($y > 0$).

Assumindo

$$\rho_1 = \rho_2 = \rho \quad (2.4)$$

$$P_0 = 0 \quad (2.5)$$

e que a pressão de suprimento é constante, pode-se escrever

$$P_s = P_1 + P_2 = \text{constante} \quad (2.6)$$

Considerando que existe uma simetria nas características construtivas do cilindro e da servoválvula, sem fugas no cilindro, tem-se

$$Q_1 = Q_2 = Q \quad (2.7)$$

Definindo a diferença de pressão na carga como

$$P_\Delta = P_1 - P_2 \quad (2.8)$$

obtém-se as seguintes relações:

$$P_1 = \frac{P_\Delta + P_s}{2} \quad (2.9)$$

$$P_2 = \frac{P_s - P_\Delta}{2} \quad (2.10)$$

e a equação de vazão é então dada por:

$$Q = cu \sqrt{P_s - P_\Delta} \sqrt{\frac{1}{\rho}} \quad (2.11)$$

Nota-se que a equação acima foi deduzida apenas no sentido $u > 0$ e para ser válida no sentido $u < 0$ deve-se fazer $P_\Delta = P_2 - P_1$ de tal forma que existiriam duas equações, uma para cada sentido. Todavia existe uma alternativa mais elegante, que é a de manter P_Δ como a diferença $P_1 - P_2$ e acrescentar na equação uma não-linearidade tipo sinal de u , definida como:

$$\text{sgn}(u) = \begin{cases} 1, & u > 0 \\ 0, & u = 0 \\ -1, & u < 0 \end{cases}$$

o que resulta na equação válida nos dois sentidos dada por

$$Q = cu\sqrt{P_s - \text{sgn}(u)P_\Delta} \sqrt{\frac{1}{\rho}} \quad (2.12)$$

Como na prática raramente P_Δ excede $(2/3)P_s$ (Stringer, 1976), com a utilização da aproximação binomial para linearizar a equação tem-se um erro menor do que 10%. Desta forma tem-se em série de potência que

$$\sqrt{P_s - P_\Delta} = \sqrt{P_s} \sqrt{1 - \frac{P_\Delta}{P_s}} \approx \sqrt{P_s} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{P_\Delta}{P_s}\right) \quad (2.13)$$

Definido $K = c\sqrt{\frac{1}{\rho}}$ como uma constante hidráulica, a equação da vazão passa a ser

$$Q = K\sqrt{P_s}u - K\frac{\sqrt{P_s}}{2P_s}uP_\Delta \quad (2.14)$$

então a equação da vazão pode ser escrita como

$$Q = K_Q u - K_C P_\Delta \quad (2.15)$$

com

$$K_Q = K\sqrt{P_s} \quad (2.16)$$

$$K_C = K\frac{\sqrt{P_s}}{2P_s}u \quad (2.17)$$

onde K_Q é o ganho de vazão, e K_C é o ganho de vazão-pressão.

Observação 2.1 - A equação (2.15) é deduzida para $u > 0$, contudo esta equação é válida nos dois sentidos. Isto ocorre, porque deduzindo a equação para $u < 0$ e colocando-a na forma de

(2.15), a única diferença é que K_C é dado por $K_C = -K\frac{\sqrt{P_s}}{2P_s}u$. Comparando esta equação

com a (2.17), nota-se que são simétricas. Desta forma, para o mesmo valor absoluto de deslocamento u , sobre o qual deseja-se linearizar o sistema, tem-se o mesmo valor de K_C .

A constante K_Q relaciona a influência da abertura da válvula na vazão. Observa-se pela equação (2.16) que K_Q não depende do deslocamento da válvula, todavia para uma válvula seu valor não é constante, já que o ressalto do carretel nunca tem o mesmo tamanho do pórtico da válvula. Um outro motivo para K_Q não ser exatamente constante é porque a equação que determina o valor de K_Q é uma linearização da equação real, resultando em erros de aproximação.

O ganho de vazão-pressão da servoválvula K_C relaciona a diferença de pressão na carga com a vazão. Observa-se que K_C depende de u e portanto o seu valor depende da abertura da válvula. Normalmente o deslocamento do carretel ocorre em torno de $u=0$ e portanto o valor de K_C é tomado neste ponto. Em uma válvula de centro crítico o valor de K_C deveria ser zero. Na prática o comprimento do ressalto nunca é igual ao do pórtico e também existe uma folga radial entre o carretel e o corpo da válvula, existindo assim um caminho para o fluxo. Assim, o valor de K_C não é, em geral, nulo. O valor de K_C calculado a partir das expressões analíticas difere significativamente dos valores obtidos em medições práticas, acrescentando mais uma incerteza para a equação linearizada. Isso ocorre porque estas equações são determinadas considerando as fugas por vazamento na válvula iguais a zero (Andrighetto, 1996). Métodos práticos para a obtenção de K_C são discutidos em Andrighetto (1996).

Para fazer uma melhor comparação entre as características de uma válvula tipo carretel para diferentes tipos de centro, deduz-se a seguir as equações que regem o comportamento de uma válvula carretel tipo centro subcrítico. Uma válvula tipo carretel de centro subcrítico com 4 vias e construção simétrica é ilustrada na figura 2.5, onde r é uma constante, e $2r$ é igual a diferença entre o comprimento do pórtico e o comprimento do ressalto.

Observando a figura 2.5, nota-se que existe um caminho para o fluxo quando o carretel encontra-se na posição central ($u=0$). Devido a construção simétrica, nesta condição as vazões 1 e 2 são nulas.

Deslocando-se o carretel da servoválvula para a direita, tem-se para a câmara 1:

(i) uma vazão no sentido de Q_1 dada por $c(r+u)\sqrt{P_s - P_1}\sqrt{\frac{1}{\rho_1}}$;

(ii) uma vazão no sentido contrário ao de Q_1 dada por $c(r-u)\sqrt{P_1 - P_0}\sqrt{\frac{1}{\rho_1}}$.

A vazão Q_1 é obtida pela superposição das vazões descritas em (i) e (ii).

$$Q_1 = c(r+u)\sqrt{P_s - P_1}\sqrt{\frac{1}{\rho_1}} - c(r-u)\sqrt{P_1 - P_0}\sqrt{\frac{1}{\rho_1}} \quad (2.18)$$

A vazão Q_2 é obtida da mesma forma que Q_1 , e é dada por

$$Q_2 = c(r+u)\sqrt{P_2 - P_0}\sqrt{\frac{1}{\rho_2}} - c(r-u)\sqrt{P_s - P_2}\sqrt{\frac{1}{\rho_2}} \quad (2.19)$$

Utilizando as equações (2.4) até (2.8), as equações (2.18) e (2.19) podem ser rescritas como uma única equação não-linear que descreve a vazão, a qual é

$$Q = K(r+u)\sqrt{P_s - P_\Delta} - K(r-u)\sqrt{P_s + P_\Delta}$$

Linearizando esta equação, e utilizando a aproximação descrita na equação (2.13)

tem-se que

$$Q = K\sqrt{P_s}2u - K\frac{\sqrt{P_s}}{2P_s}uP_\Delta \quad (2.20)$$

Reescrevendo a equação na forma de (2.15) tem-se que

$$K_Q = 2K\sqrt{P_s} \quad (2.21)$$

$$K_c = K \frac{\sqrt{P_s}}{2P_s} u \quad (2.22)$$

Comparando as equações (2.16) com (2.21) e (2.17) com (2.22) podemos afirmar que o ganho vazão-pressão é o mesmo, porém o valor da constante de fluxo da válvula K_Q é o dobro na região subcrítica.

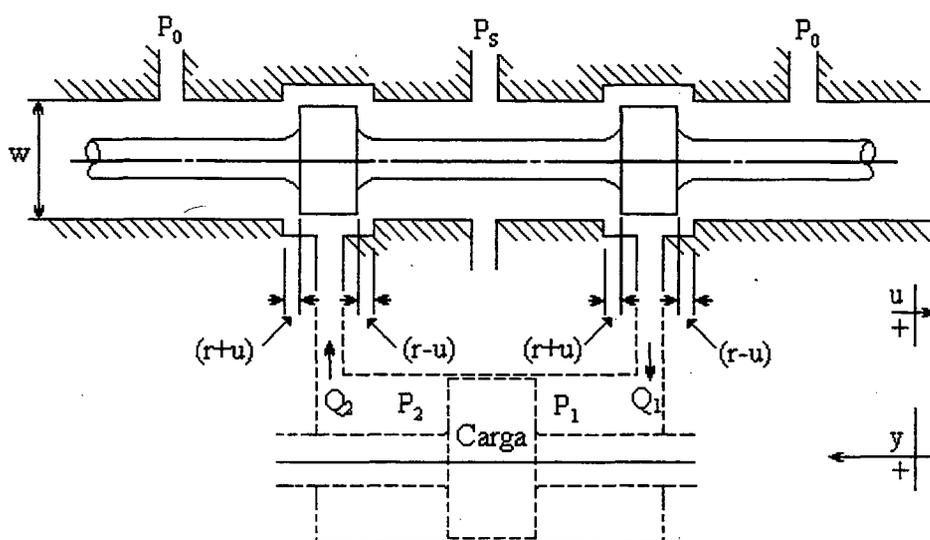


Figura 2.5 - Válvula de 4 Vias Tipo Carretel com Centro Subcrítico

O gráfico da figura 2.6 ilustra a variação da vazão em relação à abertura da válvula, onde Q é tomado como $K_Q u$. É interessante citar que na prática, geralmente, as válvulas de centro crítico não têm o comprimento do ressalto exatamente igual ao do pórtico, o que acrescenta mais uma incerteza ao modelo linear do sistema.

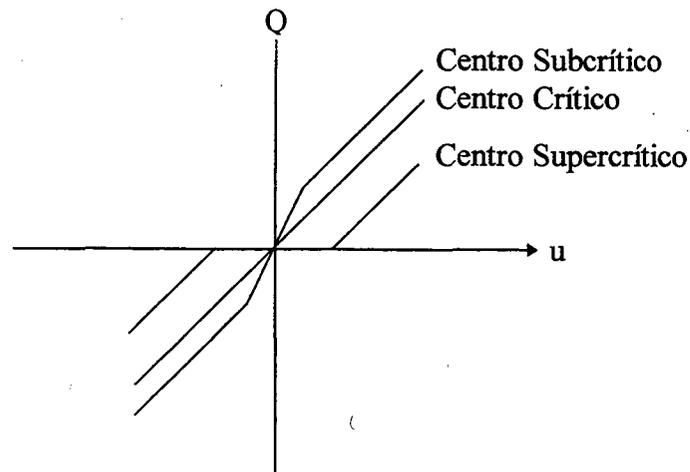


Figura 2.6 - Gráfico Q/u para $K_c=0$

2.4 - Modelagem de um Sistema com Atuador Hidráulico

A partir do sistema da figura 2.7, onde l é o comprimento entre o pistão e a extremidade do cilindro quando o pistão encontra-se na posição central, deseja-se obter a equação dinâmica que rege o movimento da carga. A seguir deduz-se a equação dinâmica não-linear de 4ª ordem, através de algumas considerações reduz-se o modelo para 3ª ordem e por último lineariza-se o sistema. Considera-se válvula tipo centro crítico e um cilindro hidráulico de dupla ação.

2.4.1 Sistema Não-Linear de 4ª Ordem

A dinâmica mecânica da carga pode ser descrita como:

$$M\ddot{y} + B\dot{y} = (P_1 - P_2)A \quad (2.23)$$

onde $(P_1 - P_2)A$ é a força que atua na carga devido à diferença de pressão entre as câmaras 1 e 2, A é a área de seção transversal do pistão atuador, M é a soma da massa do atuador mais a da carga, e B representa a soma dos atritos do sistema.

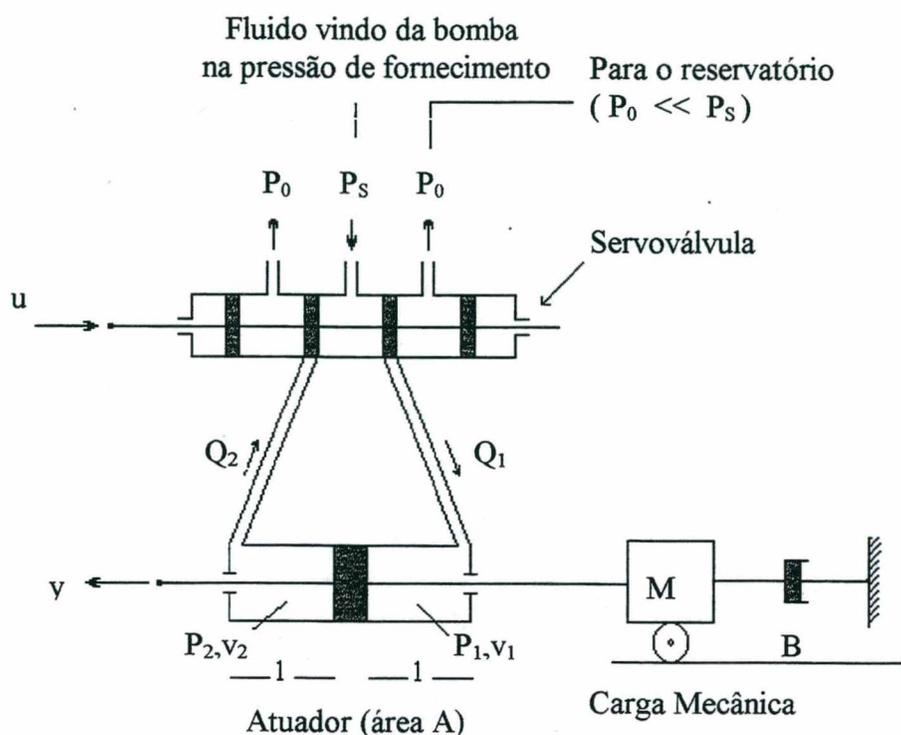


Figura 2.7 - Sistema de Posicionamento com Atuador Hidráulico

Considerando o movimento do carretel para a direita, pela lei da conservação da massa (Apêndice A) (Burton, 1994), tem-se que o fluxo de massa é dado por $Q_{m1} = \dot{m}_1$ e $Q_{m2} = -\dot{m}_2$, onde Q_{m1} é a vazão de massa da servoválvula para a câmara 1, Q_{m2} é a vazão de massa da câmara 2 para a servoválvula, m_1 é a massa de fluido da câmara 1 e m_2 é a massa de fluido da câmara 2. Sejam v_1 e v_2 os volumes nas câmaras 1 e 2 respectivamente. Como $m = \rho v$, então

$$Q_{m1} = \dot{\rho}_1 v_1 + \rho_1 \dot{v}_1$$

$$Q_{m2} = -(\dot{\rho}_2 v_2 + \rho_2 \dot{v}_2)$$

e portanto em vazão volumétrica tem-se

$$Q_1 = \frac{\dot{\rho}_1 v_1 + \rho_1 \dot{v}_1}{\rho_1} \quad (2.24)$$

$$Q_2 = -\left(\frac{\dot{\rho}_2 v_2 + \rho_2 \dot{v}_2}{\rho_2}\right) \quad (2.25)$$

Isolando a densidade na equação (A.2) e substituindo nas equações (2.24) e (2.25) obtém-se

$$Q_1 = \frac{v_1 \dot{P}_1}{\beta} + \dot{v}_1 \quad (2.26)$$

$$Q_2 = -\left(\frac{v_2 \dot{P}_2}{\beta} + \dot{v}_2\right) \quad (2.27)$$

Ao considerar-se v_1 e v_2 os volumes nas câmara 1 e 2 respectivamente (Burton, 1994), despreza-se o volume nas canalizações e pode-se escrever $v_1 = A(1+y)$, $v_2 = A(1-y)$, e portanto,

$$Q_1 = \frac{A(1+y)\dot{P}_1}{\beta} + A\dot{y} \quad (2.28)$$

$$Q_2 = -\left(\frac{A(1-y)\dot{P}_2}{\beta} - A\dot{y}\right) \quad (2.29)$$

Igualando as equações (2.2) com (2.28) e (2.3) com (2.29) tem-se

$$cu\sqrt{\frac{2}{\rho_1}(P_s - P_1)} = \frac{A(1+y)\dot{P}_1}{\beta} + A\dot{y}$$

$$cu\sqrt{\frac{2}{\rho_2}(P_2 - P_0)} = -\left(\frac{A(1-y)\dot{P}_2}{\beta} - A\dot{y}\right)$$

Isolando as derivadas temporais das pressões 1 e 2 nas equações acima obtém-se

$$\dot{P}_1 = \frac{\beta}{A(1+y)} \left[cu\sqrt{\frac{2}{\rho_1}(P_s - P_1)} - A\dot{y} \right] \quad (2.30)$$

$$\dot{P}_2 = \frac{\beta}{A(1-y)} \left[-cu\sqrt{\frac{2}{\rho_2}(P_2 - P_0)} + A\dot{y} \right] \quad (2.31)$$

Observa-se que as equações (2.30) e (2.31) foram deduzidas para o movimento do carretel para a direita, ou seja, para $u > 0$. Desta forma, se $u < 0$ então a vazão 1 dependerá de $(P_1 - P_0)$ e a vazão 2 dependerá de $(P_s - P_2)$. Levando em conta o movimento em ambos os sentidos o conjunto de equações diferenciais não-lineares que descreve todo o sistema é dado por (Burton, 1994)

$$M\ddot{y} + B\dot{y} = (P_1 - P_2)A$$

$$\dot{P}_1 = \begin{cases} \frac{\beta}{A(1+y)} \left[cu \sqrt{\frac{2}{\rho_1} (P_s - P_1) - A\dot{y}} \right], & u > 0 \\ \frac{\beta}{A(1+y)} \left[cu \sqrt{\frac{2}{\rho_1} (P_1 - P_0) - A\dot{y}} \right], & u < 0 \end{cases} \quad (2.32)$$

$$\dot{P}_2 = \begin{cases} \frac{\beta}{A(1-y)} \left[-cu \sqrt{\frac{2}{\rho_2} (P_2 - P_0) + A\dot{y}} \right], & u > 0 \\ \frac{\beta}{A(1-y)} \left[-cu \sqrt{\frac{2}{\rho_2} (P_s - P_2) + A\dot{y}} \right], & u < 0 \end{cases}$$

$$\rho = \rho(P)$$

Definindo um vetor de estados $x = [y \quad \dot{y} \quad P_1 \quad P_2]^T$ (Burton, 1994) pode-se

reescrever o sistema de equações acima na representação de estados como

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{B}{M}x_2 + \frac{A}{M}x_3 - \frac{A}{M}x_4$$

$$\dot{x}_3 = \begin{cases} \frac{\beta}{A(1+x_1)} \left[cu \sqrt{\frac{2}{\rho_1} (P_s - x_3) - Ax_2} \right], & u > 0 \\ \frac{\beta}{A(1+x_1)} \left[cu \sqrt{\frac{2}{\rho_1} (x_3 - P_0) - Ax_2} \right], & u < 0 \end{cases} \quad (2.33)$$

$$\dot{x}_4 = \begin{cases} \frac{\beta}{A(1-x_1)} \left[-cu \sqrt{\frac{2}{\rho_2} (x_4 - P_0) + Ax_2} \right], & u > 0 \\ \frac{\beta}{A(1-x_1)} \left[-cu \sqrt{\frac{2}{\rho_2} (P_s - x_4) + Ax_2} \right], & u < 0 \end{cases}$$

$$y = x_1$$

As não-linearidades apresentadas neste modelo são:

(i) as raízes quadradas envolvendo x_3 e x_4 .

(ii) os termos $\frac{1}{1+x_1}$ e $\frac{1}{1-x_1}$;

(iii) os termos $\frac{2}{\rho_1}$ e $\frac{2}{\rho_2}$ nos quais as massas específicas são funções das

pressões (x_3 e x_4).

A seguir deduz-se a equação não-linear de 3ª ordem.

2.4.2 Sistema Não-Linear de 3ª Ordem

Utilizando as equações (2.4) até (2.8) o sistema de equações não-lineares (2.32) passa a ser

$$M\ddot{y} + B\dot{y} = P_\Delta A$$

$$\dot{P}_1 = \begin{cases} \frac{\beta}{A(1+y)} \left[cu \sqrt{\frac{1}{\rho} (P_s - P_\Delta) - Ay} \right], & u > 0 \\ \frac{\beta}{A(1+y)} \left[cu \sqrt{\frac{1}{\rho} (P_s + P_\Delta) - Ay} \right], & u < 0 \end{cases} \quad (2.34)$$

$$\dot{P}_2 = \begin{cases} \frac{\beta}{A(1-y)} \left[-cu \sqrt{\frac{1}{\rho} (P_s - P_\Delta) + Ay} \right], & u > 0 \\ \frac{\beta}{A(1-y)} \left[-cu \sqrt{\frac{1}{\rho} (P_s + P_\Delta) + Ay} \right], & u < 0 \end{cases}$$

Aplicando a função não-linear $\text{sgn}(u)$, e a definição de K , tem-se

$$M\ddot{y} + B\dot{y} = (P_1 - P_2)A$$

$$\dot{P}_1 = \frac{\beta}{A(1+y)} \left[Ku\sqrt{(P_s - \text{sgn}(u)P_\Delta)} - A\dot{y} \right] \quad (2.35)$$

$$\dot{P}_2 = \frac{\beta}{A(1-y)} \left[-Ku\sqrt{(P_s - \text{sgn}(u)P_\Delta)} + A\dot{y} \right]$$

Derivando (2.8) tem-se que $\dot{P}_\Delta = \dot{P}_1 - \dot{P}_2$, e portanto a ordem do sistema pode ser reduzida para 3ª ordem. Desta forma, aplicando a derivada de (2.8) em (2.35) tem-se

$$M\ddot{y} + B\dot{y} = AP_\Delta$$

$$\dot{P}_\Delta = \frac{\beta v}{\left(\frac{v}{2}\right)^2 - (Ay)^2} \left\{ Ku\sqrt{(P_s - \text{sgn}(u)P_\Delta)} - A\dot{y} \right\} \quad (2.36)$$

onde v é o volume total do cilindro. Definindo-se o vetor de estados como $x = [y \quad \dot{y} \quad P_\Delta]^T$,

então o sistema de equações (2.36) pode ser escrito na representação de estados como

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{B}{M}x_2 + \frac{A}{M}x_3 \quad (2.37)$$

$$\dot{x}_3 = \frac{\beta v}{\left(\frac{v}{2}\right)^2 - (Ax_1)^2} \left[Ku\sqrt{(P_s - \text{sgn}(u)x_3)} - Ax_2 \right]$$

$$y = x_1$$

A seguir lineariza-se o sistema.

2.4.3 Sistema Linear de 3ª Ordem

Linearizando o sistema de equações (2.36) em torno da origem e aplicando a mesma aproximação binomial descrita na equação (2.13), obtém-se

$$\cancel{t} \quad M\ddot{y} + B\dot{y} = P_{\Delta} A$$

$$\cancel{x} \quad \dot{P}_{\Delta} = \frac{4\beta}{v} \left\{ K\sqrt{P_s} \dot{u} - K \frac{\sqrt{P_s}}{2P_s} u P_{\Delta} - A\dot{y} \right\} \quad (2.38)$$

que de acordo com as definições anteriores para K_Q e K_C , pode ser reescrito como

$$M\ddot{y} + B\dot{y} = AP_{\Delta} \quad (2.39)$$

$$\dot{P}_{\Delta} = \frac{4\beta}{v} (K_Q u - K_C P_{\Delta} - A\dot{y}) \quad (2.40)$$

Utilizando a representação de estados tem-se

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{B}{M} x_2 + \frac{A}{M} x_3 \quad (2.41)$$

$$\dot{x}_3 = -\frac{4\beta A}{v} x_2 - \frac{4\beta}{v} K_C x_3 + \frac{4\beta}{v} K_Q u$$

$$y = x_1$$

Combinando as equações (2.39) e (2.40) pode-se obter uma função de transferência de terceira ordem relacionando a entrada "u" à saída "y" do sistema dinâmico:

$$G(s) = \frac{4\beta}{v} \frac{A}{M} K_Q \frac{1}{s(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)} \quad (2.42)$$

onde $\omega_n = 2\sqrt{\frac{\beta}{Mv} (A^2 + BK_C)}$.

2.5 - Influência das Incertezas

Dados práticos aplicados a função de transferência de malha aberta (MA) (2.42) mostram que o sistema linearizado possui um pólo na origem e dois pólos complexos conjugados pouco

amortecidos. O lugar das raízes do modelo linearizado é mostrado na figura 2.8.

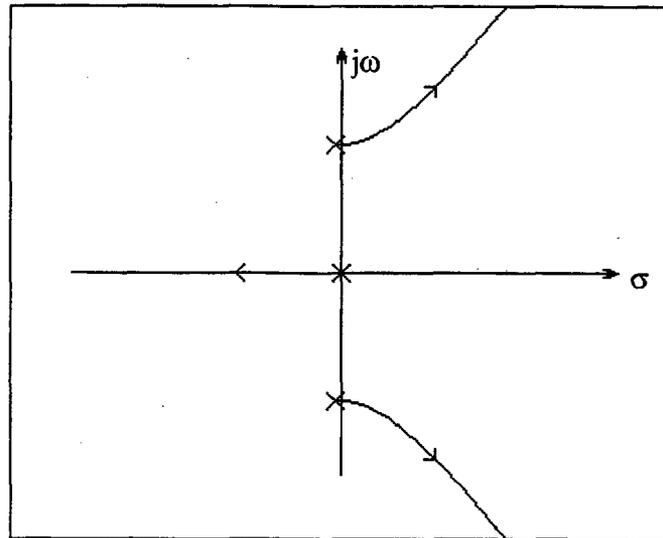


Figura 2.8 - Lugar das Raízes para o Sistema Linearizado

Observando este lugar das raízes tem-se que fechando a malha com um controlador proporcional o ganho é limitado devido aos pólos complexos conjugados.

Analisando a função de transferência (2.42) nota-se que os valores de β e K_Q influenciam diretamente no ganho de MA, e por conseguinte na localização dos pólos de MF (malha fechada). Dessa forma, para um projeto em que K_Q é maior do que o valor nominal o sistema poderia ir para a instabilidade.

A influência das incertezas paramétricas na resposta dinâmica do sistema pode ser visualizada na figura 2.9, onde a faixa preenchida indica a superposição de diversos diagramas de Bode possíveis dentro dos limites das incertezas paramétricas para o modelo linearizado de um atuador hidráulico descrito pela função de transferência (2.42). Semelhante gráfico é mostrado em Vossoughi e Donath (1995).

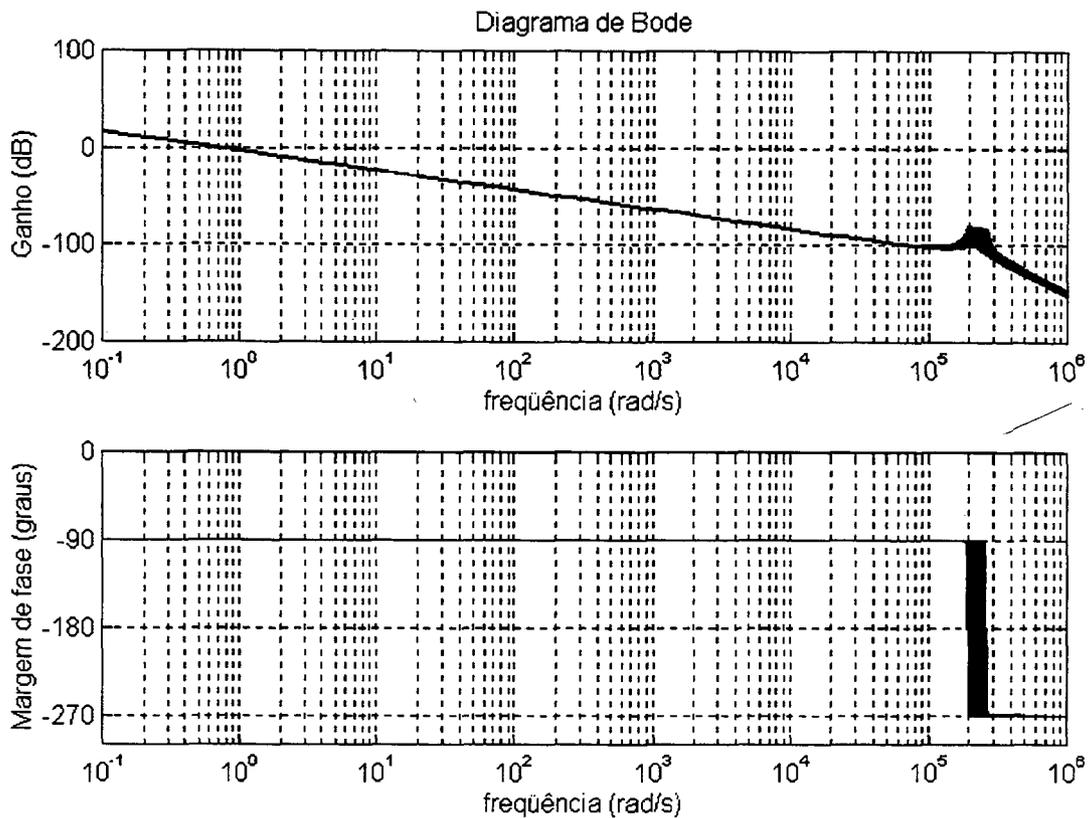


Figura 2.9 - Curvas de Bode

2.6 - Considerações sobre a Modelagem

Nesta modelagem não estão sendo levadas em conta algumas dinâmicas, tais como: dinâmica da servoválvula e a dinâmica devido às tubulações.

Usualmente as válvulas direcionais hidráulicas são representadas como um sistema de 2ª ordem superposto ao modelo descrito pela função de transferência (2.42), surgindo então um modelo linear de 5ª ordem. Quando a frequência natural da servoválvula é bem maior do que a frequência natural hidráulica ($\omega_v \geq 3\omega_n$, onde ω_v é a frequência natural da servoválvula) pode-se desprezar a dinâmica da servoválvula e utilizar o modelo anteriormente

descrito (Andrighetto, 1996). A modelagem utilizada neste trabalho considera a servoválvula como um componente estático.

Quando a tubulação entre a servoválvula e o cilindro hidráulico tem um grande comprimento ela pode originar um comportamento dinâmico nesta tubulação. Este fenômeno é chamado de dinâmica devido às tubulações. Esta dinâmica pode ser representada como um sistema de 2ª ordem com pólos pouco amortecidos em série com a dinâmica da servoválvula e com um sistema representado pela função de transferência (2.42). Dependendo da localização dos sensores de pressão, os zeros referentes à dinâmica devido às tubulações podem ser pouco amortecidos (Heintze et al., 1995b).

O vazamento em atuadores lineares não é muito significativo, tendo sido desprezado nesta modelagem. A influência do termo de vazamento é normalmente modelada como o produto de uma constante com a diferença de pressão P_{Δ} , ou seja, para o modelo linear o vazamento seria somado ao valor da constante K_C (Stringer, 1976). Esse fato, acrescenta mais uma incerteza nos parâmetros do modelo linearizado (2.42).

O módulo de elasticidade volumétrica varia com diversos fatores. Em Jinghong et al. (1994) um modelo que relaciona o módulo de elasticidade volumétrica com a pressão foi desenvolvido. Nessa modelagem este parâmetro foi considerado constante, já que resultados de simulações comprovam que as variações do mesmo não alteram significativamente a saída do sistema em MF com os controladores tratados neste trabalho.

Nesta modelagem, v_1 é o volume na câmara 1 do cilindro, v_2 o volume na câmara 2 e $v = v_1 + v_2$. Isso significa que está sendo suposto que o volume das tubulações e da servoválvula é desprezível. É interessante frisar que esta suposição não altera a estrutura das equações descritas neste capítulo e que para considerar estes volumes basta substituir “Al” por “Al + volumes desconsiderados” e considerar v como o volume total das linhas 1 e 2.

3 - O CONTROLE DO ATUADOR HIDRÁULICO

3.1 - Introdução

Neste capítulo é apresentado um estudo qualitativo do uso de controladores PID (Proporcional - Integral - Derivativo) e do controle no espaço de estados com alocação arbitrária de pólos, ambos aplicados ao atuador hidráulico descrito na representação de estados (2.41) e pela função de transferência (2.42). Um estudo detalhado destes controladores é feito em Paim (1997). Técnicas propostas por Watton (1989) para melhorar o amortecimento do sistema também são apresentadas neste capítulo.

Este capítulo está dividido como segue. Na seção 2 aborda-se o controlador proporcional (P), a seguir na seção 3 o controlador proporcional - derivativo (PD), na seção 4 o controlador proporcional - integral (PI), e na seção 5 o controlador proporcional - integral - derivativo (PID). Na seção 6 discute-se o uso de técnicas propostas por Watton (1989). Na seção 7 aborda-se o uso de um controlador de estados via alocação arbitrária de pólos, e para finalizar, na seção 8 apresenta-se uma conclusão sobre o uso destes controladores.

3.2 - Controlador Proporcional (P)

No controle proporcional, a saída do controlador é um sinal diretamente proporcional ao erro. Com isso, o uso de um controlador proporcional não acrescenta na malha fechada (MF) nem pólos e nem zeros ao sistema, apenas a localização dos pólos é alterada.

O Lugar das raízes em relação ao ganho proporcional para o sistema com controlador P é mostrado na figura 3.1.

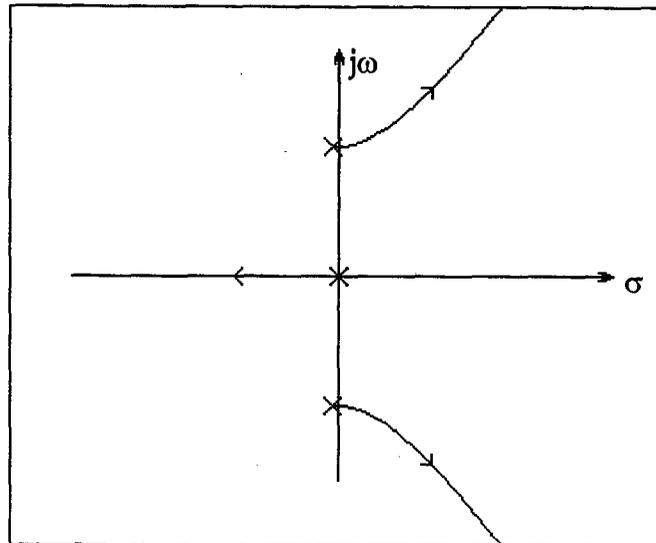


Figura 3.1 - Lugar das Raízes para o Sistema com Controlador Proporcional

Da figura acima observa-se que à medida que aumenta-se o ganho, o pólo real que em malha aberta (MA) localizava-se na origem passa para a esquerda dos pólos complexos. Dessa forma, o sistema que inicialmente tem o pólo na origem como dominante e por conseguinte um comportamento de integrador, com o aumento do ganho proporcional passa a ter comportamento de sistema de segunda ordem devido aos pólos complexos conjugados tornarem-se dominantes. Observa-se também que um aumento do ganho proporcional pode levar o sistema para instabilidade.

O ganho proporcional é escolhido de forma que a influência dos pólos complexos seja pequena, não deixando que a resposta do sistema torne-se oscilatória (Paim, 1997).

Normalmente a faixa de ganho é pequena, o que deixa o controlador proporcional com baixa robustez. Assim, uma pequena perturbação ou variação paramétrica pode levar o sistema para a instabilidade.

3.3 - Controlador Proporcional-Derivativo (PD)

No controle PD, a saída é a soma de um sinal diretamente proporcional ao erro com um sinal proporcional a derivada temporal do erro. Desta forma, o uso de um controlador PD acrescenta um zero à MF deste sistema.

A figura 3.2 ilustra o lugar das raízes para o sistema em MF com um controlador PD. Observando esta figura nota-se que apesar da introdução de um zero à esquerda do pólo na origem, à medida que aumenta-se o ganho proporcional os pólos complexos conjugados tendem a se tornar dominantes e podem até levar o sistema para a instabilidade.

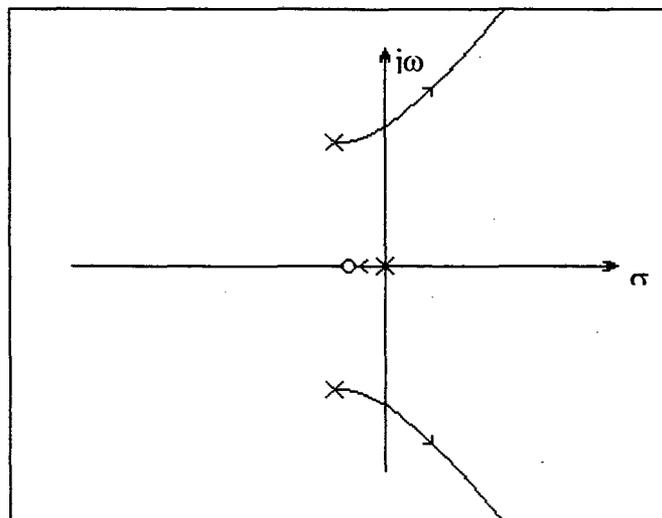


Figura 3.2 - Lugar das Raízes para o Sistema com Controlador PD

3.4 - Controlador Proporcional-Integral (PI)

No controle PI, a saída é a soma de um sinal diretamente proporcional ao erro com um sinal proporcional a integral do erro. Desta forma, o uso de um controlador PI acrescenta neste sis-

tema um pólo e um zero na MF. O lugar das raízes para este controlador aplicado ao sistema pode ser visualizado na figura 3.3.

Observando a figura 3.3 nota-se que pequenos ganhos deixam o sistema com dois pares de pólos complexos conjugados tornando a resposta do sistema oscilatória. Para ganhos muito altos, o sistema pode tornar-se instável. Esses fatores limitam a faixa de ganho do controlador PI. Pequenas perturbações ou incertezas paramétricas podem comprometer a performance do sistema em MF e até levar o sistema à instabilidade.

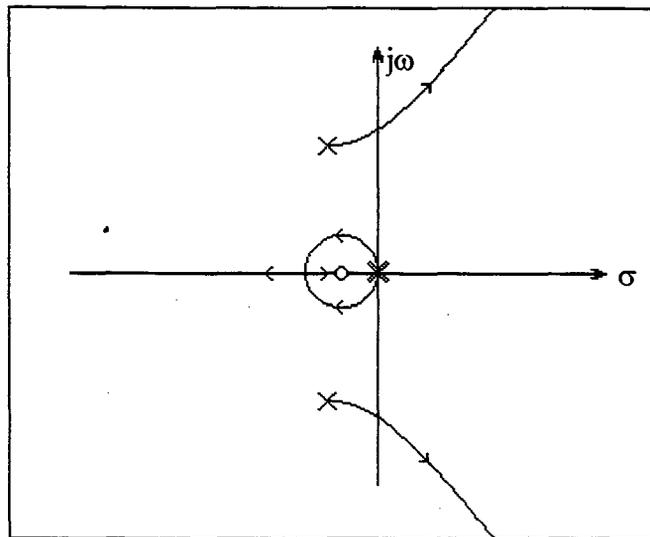


Figura 3.3 - Lugar das Raízes para o Sistema com Controlador PI

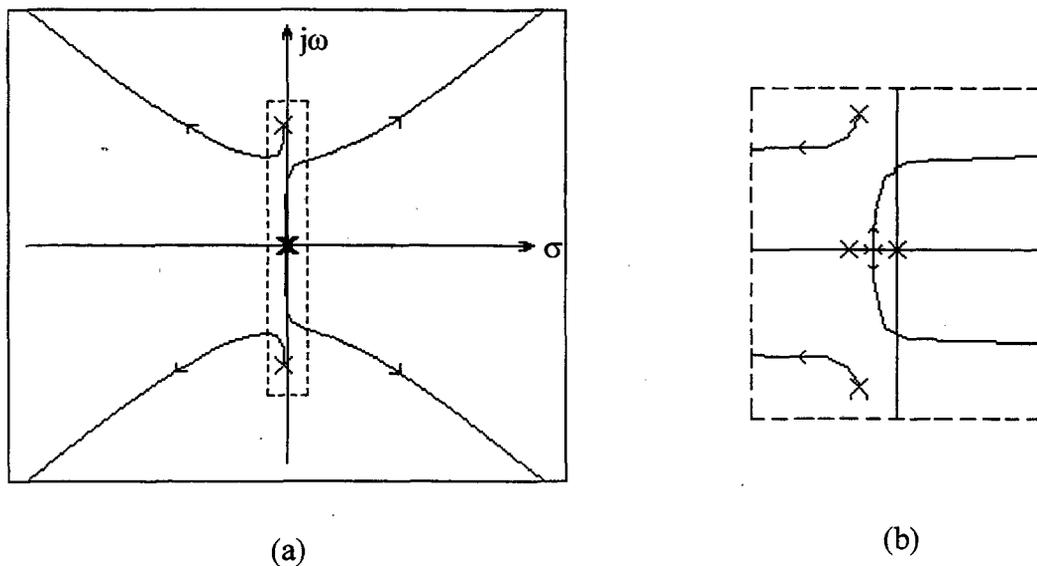
3.5 - Controlador Proporcional-Integral-Derivativo (PID)

O Controlador PID é aquele que une as características das três ações de controle, proporcional, integral e derivativa. Desta forma, o uso de um controlador PID acrescenta neste sistema dois pólos e dois zeros na MF.

Em Paim (1997) o controlador PID para o atuador hidráulico é projetado através do método de contorno das raízes para a obtenção dos valores dos ganhos proporcional, derivativo e integral do controlador.

A figura 3.4 ilustra o lugar das raízes utilizado em Paim (1997) para a obtenção dos limites de variação do ganho integral, pelo método de contorno das raízes, quando os ganhos proporcional e derivativo são mantidos constantes.

Da mesma forma que para o controlador PI, os ganhos do controlador PID precisam ser pequenos para que as especificações de desempenho sejam alcançadas, isto faz com que a resposta torne-se lenta (Paim, 1997).



**Figura 3.4 - (a) Lugar das Raízes para a Variação do Ganho Integral
(b) Ampliação da Parte Pontilhada da Figura (a)**

3.6 - Técnicas para Melhorar o Amortecimento propostas por Watton (1989)

Em Watton (1989) são apresentadas quatro possibilidades para melhorar o amortecimento do sistema: (i) Introduzir um vazamento entre as linhas com pressões P_1 e P_2 , (ii) Usar um filtro

hidromecânico entre as linhas, (iii) Empregar um filtro eletrônico, (iv) Usar uma estratégia de realimentação de estados. As três primeiras possibilidades são discutidas na seqüência, a quarta é abordada na próxima seção.

A introdução de um vazamento entre as linhas de pressão pode melhorar o amortecimento como demonstrado em simulações apresentadas em Watton (1989). Contudo, para um amortecimento efetivo é necessário limitar o ganho proporcional de malha fechada. Porém esta limitação tem um importante papel na possibilidade de redução de erros de posição e banda de passagem.

A principal característica de um filtro hidromecânico é provocar um vazamento entre as linhas somente nas altas freqüências correspondendo aos pólos pouco amortecidos. Conseqüentemente, é possível reduzir o erro de posição sem substancial alteração na banda de passagem, como no caso de vazamento direto entre as linhas.

O emprego de um filtro eletrônico com banda restrita é uma maneira de evitar o deslocamento dos pólos de malha fechada para o lado direito do plano complexo. A idéia básica é introduzir dois zeros para cancelar os pólos complexos conjugados. Existem duas dificuldades para a implementação prática desta técnica. A primeira, é impor que a velocidade dos zeros seja maior que a freqüência natural dos pólos. Se não for o caso, então a introdução dos zeros não é capaz de manter os pólos no semi-plano esquerdo (ver Franklin et al., 1994). É importante notar que a freqüência natural associada aos pólos depende do módulo de elasticidade volumétrica β e da posição do atuador. Como β e a posição do atuador variam, então pode-se concluir, no projeto, que erros na estimativa da freqüência natural dos pólos podem levar a instabilidade na malha fechada.

Uma segunda dificuldade está na implementação do filtro. No caso da implementação prática, o conhecimento aproximado da aceleração do atuador $\ddot{y}(t)$ e sua derivada em

relação ao tempo são necessários. Além disso, o cancelamento aproximado dos pólos não elimina a dinâmica pouco amortecida do sistema, então ganhos, banda de passagem e desempenho do sistema permanecem limitados.

3.7 - Controlador de Estados Via Alocação de Pólos

No controle no espaço de estados com alocação arbitrária dos pólos são especificados todos os pólos de malha fechada. Para que os pólos em malha fechada possam ser alocados livremente é necessário que o sistema seja completamente controlável. O controle no espaço de estado é feito através de uma matriz de realimentação de estados.

Há um custo associado à imposição de todos os pólos de malha fechada, no entanto, porque a imposição de todos os pólos de malha fechada requer medidas bem sucedidas de todas as variáveis de estado ou mesmo requer a inclusão de um observador (Ogata, 1993).

O amortecimento adequado dos pólos pode levar a necessidade de ganhos elevados, e conseqüentemente esbarrar nas limitações físicas da servoválvula. Além disso, a influência das incertezas altera os valores da matriz de estados do sistema, conduzindo os pólos de MF a localizações diferentes das escolhidas.

3.8 - Conclusões

A estrutura dinâmica do atuador hidráulico representada pela sua função de transferência (2.42), permite verificar as limitações de performance deste sistema em malha fechada. A presença de pólos complexos conjugados pouco amortecidos faz com que o ganho proporcional

de realimentação fique restrito a pequenos valores, e isto limita a performance em malha fechada (Guenther et al., 1997b).

Os controladores PD, PI, ou PID introduzem pólos e zeros na malha fechada que, em geral, não alteram a localização dos pólos complexos conjugados pouco amortecidos em (2.42). Conseqüentemente, usando estes controladores não se consegue alterar significativamente a performance do sistema. Uma maneira de contornar este problema é utilizar uma realimentação de estados como em Virtanen (1993). Teoricamente é possível alocar os pólos arbitrariamente uma vez que o sistema é controlável. O amortecimento adequado dos pólos complexos pode, no entanto, necessitar de ganhos de controle e sinais de controle (ou seja, deslocamento da servoválvula “u”) elevados. Como o deslocamento da servoválvula é limitado, o sinal de controle pode saturar (Guenther et al., 1997b).

No próximo capítulo são apresentados controladores que visam superar as limitações impostas pelos controladores clássicos para conseguir uma boa performance no posicionamento do atuador hidráulico.

4 - O CONTROLE EM CASCATA APLICADO AO ATUADOR HIDRÁULICO

4.1 - Introdução

Com o objetivo de vencer as limitações decorrentes da utilização dos controladores clássicos no funcionamento em malha fechada do atuador hidráulico, apresenta-se neste capítulo estratégias de controle em cascata.

As estratégias de controle em cascata apresentadas baseiam-se no fato de que o atuador hidráulico modelado pode ser interpretado como um sistema mecânico acionado por uma força hidráulica.

Na literatura, várias estratégias em cascata têm sido propostas (Sepehri, 1990) (Heintze et al., 1995a, 1995b) (Guenther et al., 1997a, 1997b). As estratégias de controle em cascata diferem nos resultados e nas técnicas de controle aplicadas aos subsistemas: hidráulico e mecânico.

Este capítulo está dividido como segue. Na seção 4.2 apresenta-se a fundamentação teórica da estratégia em cascata utilizada no capítulo. Na seção 4.3 trata-se do controle em cascata proposto por Guenther et al. (1997a, 1997b), o qual é baseado no modelo linear. Na seção 4.4 aborda-se a mesma estrutura de controle, porém baseada no modelo não-linear. A seguir na seção 4.5 analisa-se a estratégia em cascata proposta por Heintze et al. (1995a). Na seção 4.6 faz-se uma comparação entre as estratégias em cascata do capítulo, e para finalizar, na seção 4.7 apresenta-se uma conclusão sobre os controladores expostos.

4.2 - Uma Estratégia de Controle em Cascata

A estratégia de controle em cascata aqui apresentada é formulada a partir da definição do problema de seguimento de trajetória aplicado a atuadores hidráulicos (Guenther et al., 1997a). Esta definição do problema e a estrutura das equações (2.39) e (2.40), aqui representadas por (4.1) e (4.2), inspiram a utilização do método de desacoplamento da dinâmica do sistema proposto por (Utkin, 1987). Na realidade, este método permite obter uma redução da ordem do sistema (De Carlo et al., 1988).

$$M\ddot{y} + B\dot{y} = P_{\Delta}A \quad (4.1)$$

$$\dot{P}_{\Delta} = \frac{4\beta}{v} (K_Q u - K_C P_{\Delta} - A\dot{y}) \quad (4.2)$$

Uma aplicação desta estratégia em cascata foi utilizada em Guenther e Hsu (1993) para o controle de robôs manipuladores com acionamento elétrico e por Hsu e Guenther (1993) para o controle de robôs manipuladores com transmissões flexíveis, e recentemente por Heintze et al. (1995a, 1995b) para o controle de manipuladores hidráulicos.

Definição 4.1 - O problema de seguimento de trajetória aplicado ao atuador hidráulico consiste em obter um deslocamento do carretel de modo que o vetor $[y(t) \ \dot{y}(t)]^T$ siga $[y_d(t) \ \dot{y}_d(t)]^T$, onde $y_d(t)$ é a posição desejada do cilindro no instante t .

Escolhendo o vetor de estados como $[y(t) \ \dot{y}(t) \ P_{\Delta}]^T$, o sistema descrito pelas equações (4.1) e (4.2) pode ser colocado na representação de estados. Observando este vetor e a definição 4.1 verifica-se que o seguimento de trajetória no atuador hidráulico é efetivamente um seguimento parcial do estado.

Considerando o caso geral em que o sistema dinâmico é descrito por

$$\dot{\varepsilon}_1 = h_1(\varepsilon_1, \varepsilon_2, t) \quad (4.3)$$

$$\dot{\varepsilon}_2 = h_2(\varepsilon_1, \varepsilon_2, t) + B_2(\varepsilon_1, \varepsilon_2, t)i \quad (4.4)$$

onde $\varepsilon_1 \in \mathfrak{R}^{n-m}$, $\varepsilon_2 \in \mathfrak{R}^m$, $i \in \mathfrak{R}^o$, n é a ordem do sistema modelado por (4.3) e (4.4) e m é a ordem do subsistema (4.4).

Quando o objetivo principal é o seguimento parcial do estado, pode-se reformular a definição 4.1 para o problema de seguimento de trajetória para o sistema descrito por (4.3) e (4.4) como segue.

Definição 4.2 - O controle de seguimento de trajetória do sistema (4.3) e (4.4) consiste em projetar uma lei de controle "i" tal que o vetor $\varepsilon_1(t)$ siga uma trajetória desejada $\varepsilon_{1d}(t)$.

Como definido em Luka'nov e Utkin (1981) um sistema na forma (4.3) e (4.4) é chamado "regular" se $\det(B_2) \neq 0$. Neste caso, Utkin (1987) propõe uma técnica baseada no "desacoplamento" utilizando o controle por modos deslizantes. Esta técnica é resumida a seguir.

De acordo com Utkin (1987), é possível desacoplar o sistema (4.3)(4.4) quando o objetivo do controle é o seguimento de trajetórias conforme a definição 4.2. Para tanto decompõe-se o vetor de estados e toma-se a parcela ε_2 como o sinal de controle associado ao subsistema (4.3). Define-se

$$\varepsilon_2 = -\pi(\varepsilon_1), \quad \pi: \mathfrak{R}^{n-m} \rightarrow \mathfrak{R}^m \quad (4.5)$$

de acordo com algum critério de performance.

Assim, pode-se definir uma variável $z(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ como

$$z(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = \varepsilon_2 + \pi(\varepsilon_1) \quad (4.6)$$

Agora, pode-se projetar uma lei de controle “i” descontínua tal que $z(\varepsilon_1, \varepsilon_2) \equiv 0$ $\forall t > t_a$. Onde t_a é o tempo necessário para a trajetória do sistema atingir a hipersuperfície $z(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = 0$. A condição $\det(B_2) \neq 0$ em (4.3) e (4.4) garante que esta lei de controle “i” existe (De Carlo et al. 1988).

Se $z(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = 0$, o comportamento do sistema em malha fechada está no modo deslizante e (4.3) representa um sistema de ordem reduzida controlado por ε_2 segundo a lei (4.5).

A técnica de controle em cascata apresentada na seqüência é inspirada na técnica de desacoplamento apresentada acima. Considera-se no caso em que h_1 é linear em ε_2 o sistema representado por (4.3) e (4.4). Assim, as equações (4.3) e (4.4) podem ser rescritas na forma

$$\dot{\varepsilon}_1 = f_1(\varepsilon_1, t) + B_1 \varepsilon_2 \quad (4.7)$$

$$\dot{\varepsilon}_2 = f_2(\varepsilon_1, \varepsilon_2, t) + B_2(\varepsilon_1, \varepsilon_2, t)i \quad (4.8)$$

onde B_1 é uma matriz constante e $f_2 \equiv h_2$.

Seja ε_{2d} o sinal de controle de (4.7). Define-se o erro de seguimento na variável ε_2 como

$$\tilde{\varepsilon}_2 = \varepsilon_2 - \varepsilon_{2d} \quad (4.9)$$

Substituindo (4.9) em (4.7), obtém-se

$$\dot{\varepsilon}_1 = f_1(\varepsilon_1, t) + B_1 \varepsilon_{2d} + B_1 \tilde{\varepsilon}_2 \quad (4.10)$$

$$\dot{\varepsilon}_2 = f_2(\varepsilon_1, \varepsilon_2, t) + B_2(\varepsilon_1, \varepsilon_2, t)i \quad (4.11)$$

A equação (4.10) pode ser interpretada como um subsistema dinâmico controlado por ε_{2d} . Este subsistema está sujeito a uma perturbação dada por $d(t) = B_1 \tilde{\varepsilon}_2$.

Esta técnica de controle consiste em controlar o subsistema (4.10) através de ε_{2d} , de forma que ε_1 siga $\varepsilon_{1d}(t)$ e ε_2 no subsistema (4.11) siga $\varepsilon_{2d}(t)$ somente aplicando um sinal de controle $i(t)$.

Por este motivo, o projeto do controlador consiste dos dois passos seguintes:

- (i) Estabelecer uma lei de controle ε_{2d} tal que ε_1 siga $\varepsilon_{1d}(t)$ na presença de uma perturbação $d(t)$;
- (ii) Estabelecer uma lei de controle $i(t)$ como definido em (4.11) tal que ε_2 siga $\varepsilon_{2d}(t)$.

4.3 - Controle em Cascata do Atuador Hidráulico Baseado no Modelo

Linear

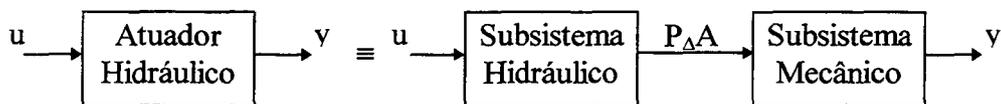


Figura 4.1 - Controle em Cascata Aplicado ao Atuador Hidráulico

A inspeção das equações (4.1) e (4.2) indica que elas podem ser escritas na forma (4.10) e (4.11). De fato, o sistema (4.1) e (4.2) pode ser interpretado como um subsistema mecânico (4.1) acionado pela força hidráulica $g = AP_\Delta$, ao qual esta superposto um subsistema que fornece uma diferença de pressões P_Δ , quando acionado pelo deslocamento “u” do carretel. Esta interpretação fundamenta a descrição do modelo (4.1)(4.2) em cascata (figura 4.1).

Para descrever (4.1) e (4.2) como um sistema em cascata define-se $g_d = P_{\Delta d}A$ como a força desejada para que a massa M siga uma trajetória desejada $y_d(t)$. Seja

$$\tilde{P}_{\Delta} = P_{\Delta} - P_{\Delta d} \quad (4.12)$$

o erro na diferença de pressões. Usando (4.12) pode-se reescrever as equações (4.1)(4.2) como:

$$M\ddot{y} + B\dot{y} = AP_{\Delta d} + A\tilde{P}_{\Delta} \quad (4.13)$$

$$\frac{v}{4\beta K_Q} \dot{P}_{\Delta} + \frac{K_C}{K_Q} P_{\Delta} + \frac{A}{K_Q} \dot{y} = u \quad (4.14)$$

Claramente, este sistema esta na forma em cascata como definido em (4.10) e (4.11). A equação (4.13) pode ser vista como um subsistema mecânico de segunda ordem acionado pela força desejada g_d sujeita a uma perturbação de entrada $d = A\tilde{P}_{\Delta}$. A equação (4.14) representa o subsistema hidráulico.

O projeto do controlador em cascata pode ser resumido como segue:

- (i) Estabelecer uma lei de controle g_d para o subsistema mecânico (4.13) tal que o deslocamento do cilindro siga uma trajetória desejada $y_d(t)$ na presença da perturbação $d = A\tilde{P}_{\Delta}$. Pode-se calcular a diferença de pressão desejada através da relação:

$$P_{\Delta d} = \frac{g_d}{A} \quad (4.15)$$

- (ii) Estabelecer uma lei de controle “u” tal que P_{Δ} siga $P_{\Delta d}(t)$ definido em (3.13).

O projeto da lei de controle para o subsistema mecânico g_d é feita com base no controlador proposto por Slotine e Li (1988). A lei de controle para “u” é sintetizada de forma a obter boas características de performance para o seguimento no subsistema hidráulico.

4.3.1 - Seguimento no Subsistema Mecânico

De acordo com Slotine e Li (1987) g_d é obtido por

$$g_d = \bar{M}\dot{y}_r + \bar{B}\dot{y}_r - K_D z \quad (4.16)$$

onde $(\bar{\cdot})$ representa os parâmetros nominais do sistema, K_D é uma constante positiva, \dot{y}_r é a velocidade de referência e “z” representa uma medida do erro de seguimento de velocidade.

De fato, \dot{y}_r pode ser obtida modificando a velocidade desejada como segue

$$\dot{y}_r = \dot{y}_d - \lambda \tilde{y} \quad (4.17)$$

$$\tilde{y} = y - y_d \quad (4.18)$$

$$z = \dot{y} - \dot{y}_r = \dot{\tilde{y}} + \lambda \tilde{y} \quad (4.19)$$

onde λ é uma constante positiva.

Substituindo (4.16) em (4.13) e considerando os parâmetros do subsistema mecânico iguais aos nominais, a equação do erro referida ao subsistema mecânico torna-se

$$M\dot{z} + (B + K_D)z = A\tilde{P}_\Delta \quad (4.20)$$

Considere a função não negativa:

$$2V_1 = Mz^2 + R\tilde{y}^2 \quad (4.21)$$

onde R é uma constante positiva definida na seqüência. A derivada em relação ao tempo de (4.21) é

$$\dot{V}_1 = Mz\dot{z} + R\tilde{y}\dot{\tilde{y}} \quad (4.22)$$

De (4.20) e (4.22) obtém-se

$$\dot{V}_1 = -(B + K_D)z^2 + R\tilde{y}\dot{\tilde{y}} + Az\tilde{P}_\Delta \quad (4.23)$$

A expressão (4.23) é usada na análise de estabilidade apresentada em 4.3.3.

4.3.2 - Seguimento no Subsistema Hidráulico

Para alcançar o seguimento no subsistema hidráulico (4.14) propõe-se a lei de controle

$$u = \bar{u} - K_p \tilde{P}_\Delta \quad (4.24)$$

onde \bar{u} é uma lei de controle nominal, isto é, esta lei é projetada com os parâmetros nominais do sistema hidráulico e K_p é uma constante positiva.

O projeto de \bar{u} e K_p é baseado na função escalar não negativa V_2 :

$$2V_2 = L\tilde{P}_\Delta^2 \quad (4.25)$$

onde $L = \frac{v}{4\beta K_Q}$ é uma constante positiva.

Tomando a derivada em relação ao tempo de (4.25) juntamente com a equação (4.14), levando-se em conta os erros de diferença de pressão $\tilde{P}_\Delta(t)$ e a lei de controle definida em (4.24) obtém-se

$$\dot{V}_2 = -\tilde{P}_\Delta \left[(u^* - \bar{u}) + K_p \tilde{P}_\Delta \right] \quad (4.26)$$

onde

$$u^* = L\dot{P}_{\Delta d} + \frac{K_C}{K_Q} P_\Delta + \frac{A}{K_Q} \dot{y} \quad (4.27)$$

A expressão (4.26) é usada na análise de estabilidade apresentada em 4.3.3.

Considerando o esquema de controle em cascata proposto, o deslocamento do carretel “u” pode ser calculado utilizando a relação

$$u = \bar{u} - K_p (P_\Delta - P_{\Delta d}) \quad (4.28)$$

com o controle nominal \bar{u} dado por

$$\bar{u} = \bar{L}\dot{P}_{\Delta d} + \frac{\bar{K}_C}{\bar{K}_Q} P_\Delta + \frac{\bar{A}}{\bar{K}_Q} \dot{y} \quad (4.29)$$

onde $\bar{L} = \frac{\bar{v}}{4\beta\bar{K}_Q}$.

A diferença de pressão desejada $P_{\Delta d}$ da equação (4.28) pode ser calculada usando as equações (4.15) e (4.16):

$$P_{\Delta d} = \frac{g_d}{A} = \frac{1}{A} (M\ddot{y}_r + B\dot{y}_r - K_D z) \quad (4.30)$$

A derivada da diferença de pressão desejada $\dot{P}_{\Delta d}$ da equação (4.29) é a derivada em relação ao tempo de (4.30), cujo cálculo envolve relações $\frac{d^3}{dt^3}(y_r) = y_r^{(3)}$ e $\frac{d}{dt}(z) = \dot{z}$. Das equações (4.17) e (4.19) pode-se concluir a necessidade de conhecer a aceleração do cilindro \ddot{y} .

No caso em que os parâmetros do subsistema mecânico são conhecidos, \ddot{y} pode ser calculada usando a equação (4.1). Procedendo desta forma e empregando as expressões (4.17) e (4.19) obtém-se

$$\dot{P}_{\Delta d} = \frac{1}{A} \left[\left(\frac{K_D B}{M} - \lambda K_D \right) \dot{y} - A \left(\frac{K_D}{M} + \lambda \right) P_{\Delta} + M y_d^{(3)} + (B + K_D + \lambda M) \ddot{y}_d + \lambda (B + K_D) \dot{y}_d \right] \quad (4.31)$$

Pode-se notar de (4.27) e (4.31) que o sinal u^* é obtido medindo y , \dot{y} e P_{Δ} , isto é, o vetor de estados associado com o sistema (4.1) e (4.2).

4.3.3 - Análise de Estabilidade

Combinando os algoritmos de seguimento de trajetória apresentados em 4.3.1 e 4.3.2 obtém-se o controlador em cascata. Considere agora o modelo matemático linear do atuador hidráulico e o controlador em cascata. Neste caso, o sistema em malha fechada é $\Omega_1 = \{(4.13), (4.14), (4.16), (3.24)\}$, ou seja, Ω_1 é composto por

$$M\ddot{y} + B\dot{y} = AP_{\Delta d} + A\tilde{P}_{\Delta}$$

$$\frac{v}{4\beta K_Q} \dot{P}_{\Delta} + \frac{K_C}{K_Q} P_{\Delta} + \frac{A}{K_Q} \dot{y} = u$$

$$g_d = \bar{M}\ddot{y}_r + \bar{B}\dot{y}_r - K_D z$$

$$u = \bar{u} - K_p \tilde{P}_{\Delta}$$

Assume-se que a trajetória desejada $y_d(t)$ e suas derivadas de até terceira ordem são uniformemente limitadas.

Seja $\alpha = [\tilde{y} \quad \dot{\tilde{y}} \quad \tilde{P}_{\Delta}]^T$ o vetor de erros de seguimento de Ω_1 .

Para demonstrar a estabilidade exponencial da malha fechada Ω_1 utiliza-se um lema de convergência apresentado em Slotine e Li (1991).

Lema 4.1 - Se uma função real $V(t)$ satisfaz a desigualdade

$$\dot{V}(t) + \gamma V(t) \leq 0 \tag{4.32}$$

onde γ é um número real, então

$$V(t) \leq V(0)e^{-\gamma t} \tag{4.33}$$

Prova: ver Slotine e Li (1991)

Teorema 4.1. O sistema Ω_1 descrito acima é exponencialmente estável com respeito à origem do vetor de erros de seguimento α .

Prova: Considere a função de Lyapunov

$$V = V_1 + V_2 = \frac{1}{2} \alpha^T N_1 \alpha \tag{4.34}$$

onde V_1 e V_2 foram definidas em (4.21) e (4.25), respectivamente. A matriz N_1 é dada por

$$N_1 = \begin{bmatrix} \lambda^2 M + R & \lambda M & 0 \\ \lambda M & M & 0 \\ 0 & 0 & L \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

Para o caso em que os parâmetros referidos a servoválvula e ao cilindro são conhecidos $u = u^*$. Então, de acordo com (4.33) e (4.36), a derivada em relação ao tempo de (4.34) é

$$\dot{V} = -(B + K_D)z^2 + R\tilde{y}\dot{\tilde{y}} + Az\tilde{P}_\Delta - K_p\tilde{P}_\Delta^2 \quad (4.36)$$

Usando a equação (4.19)

$$\dot{V} = -(B + K_D)\dot{\tilde{y}}^2 - [2\lambda(B + K_D) - R]\tilde{y}\dot{\tilde{y}} - \lambda^2(B + K_D)\tilde{y}^2 + \lambda A\tilde{y}\tilde{P}_\Delta + A\dot{\tilde{y}}\tilde{P}_\Delta - K_p\tilde{P}_\Delta^2 \quad (4.37)$$

Define-se

$$R = 2\lambda(B + K_D) \quad (4.38)$$

então

$$\dot{V} = -\alpha^T N_2 \alpha \quad (4.39)$$

onde

$$N_2 = \begin{bmatrix} \lambda^2(B + K_D) & 0 & -\frac{1}{2}\lambda A \\ 0 & B + K_D & -\frac{1}{2}A \\ -\frac{1}{2}\lambda A & -\frac{1}{2}A & K_p \end{bmatrix} \quad (4.40)$$

A matriz N_2 é positiva definida se duas condições são verificadas: $B + K_D > 0$ e $(B + K_D)K_p > \frac{1}{2}A^2$. Em termos dos parâmetros do controlador, uma condição suficiente pode ser firmada como segue:

$$K_D K_p > \frac{1}{2}A^2 \quad (4.41)$$

então $N_2 > 0$, e

$$\dot{V}(t) = -\alpha^T N_2 \alpha \leq 0 \quad (4.42)$$

Seja $\lambda_{\max}(N_1)$ o maior autovalor da matriz N_1 , e $\lambda_{\min}(N_2)$ o menor autovalor da matriz N_2 , e seja $\gamma = \lambda_{\min}(N_2) / \lambda_{\max}(N_1)$. Como N_1 e N_2 são matrizes positivas definidas, conseqüentemente todos os escalares são positivos. Pela teoria das matrizes (Noble e Daniels, 1986):

$$\begin{aligned} N_1 &\leq \lambda_{\max}(N_1)I \\ \lambda_{\min}(N_2)I &\leq N_2 \end{aligned} \quad (4.43)$$

onde I é a matriz identidade. Desta forma,

$$\alpha^T N_2 \alpha \geq \frac{\lambda_{\min}(N_2)}{\lambda_{\max}(N_1)} \alpha^T [\lambda_{\max}(N_1)I] \alpha \geq \gamma V(t) \quad (4.44)$$

Usando este resultado combinado com (4.42) é possível escrever

$$\dot{V}(t) \leq -\gamma V(t) \quad (4.45)$$

De acordo com o lema 4.1 a expressão (4.45) torna-se

$$V(t) = \frac{1}{2} \alpha^T N_1 \alpha \leq V(0) e^{-\gamma t} \quad (4.46)$$

De (4.46) e usando a relação $\alpha^T N_1 \alpha \geq \lambda_{\min}(N_1) \|\alpha(t)\|^2$ pode-se afirmar que o vetor de erros associado ao sistema α converge exponencialmente para a origem com uma taxa de convergência maior que $\gamma / 2$.

Observação 4.1 - Se a expressão (4.41) é verificada então pode-se utilizar ganhos tão grandes quanto necessário a fim de que os requisitos de performance possam ser atingidos, isto é, não existem limitações de ganho. Conseqüentemente o controlador em cascata supera as limitações que inerentemente aparecem para os controladores clássicos.

Observação 4.2 - De fato, para finalidades práticas os ganhos são limitados pela dinâmica não modelada devido a válvula e as tubulações.

4.4 - Controle em Cascata do Atuador Hidráulico Baseado no Modelo Não-Linear

Tomando como referência o controlador baseado no modelo linear (seção anterior), propõe-se o controlador em cascata baseado no modelo não-linear. O modelo não-linear a ser tratado é descrito pelo sistema de equações (2.36), e representado nesta seção pelas equações abaixo.

$$M\ddot{y} + B\dot{y} = AP_{\Delta} \quad (4.47)$$

$$\dot{P}_{\Delta} = \frac{\beta v}{\left(\frac{v}{2}\right)^2 - (Ay)^2} \left\{ Ku\sqrt{(P_s - \text{sgn}(u)P_{\Delta})} - A\dot{y} \right\} \quad (4.48)$$

Observando as equações (4.47) e (4.48) nota-se que este sistema pode ser colocado na forma (4.10) e (4.11). Desta maneira pode-se escrever estas equações na forma em cascata como segue:

$$M\ddot{y} + B\dot{y} = AP_{\Delta d} + A\tilde{P}_{\Delta} \quad (4.49)$$

$$\dot{P}_{\Delta} = -e_1\dot{y} + e_2Ku\sqrt{(P_s - \text{sgn}(u)P_{\Delta})} \quad (4.50)$$

onde

$$e_1 = \frac{\beta Av}{\left(\frac{v}{2}\right)^2 - (Ay)^2} \quad (4.51)$$

$$e_2 = \frac{e_1}{A} \quad (4.52)$$

são funções da posição.

A equação (4.49) pode ser interpretada como um subsistema mecânico acionado por uma força gerada por um subsistema hidráulico (4.50), o que caracteriza a estrutura em cascata. A seguir define-se as leis de controle para o subsistema mecânico e para o subsistema hidráulico.

4.4.1 - Seguimento no Subsistema Mecânico

Para o subsistema mecânico propõe-se a mesma lei de controle da seção anterior, equação (4.16).

$$g_d = \bar{M}\ddot{y}_r + \bar{B}\dot{y}_r - K_D z$$

Desta forma, utilizando a função não-negativa (4.21)

$$2V_1 = Mz^2 + R\tilde{y}^2$$

obtem-se a expressão (4.23) que é usada na análise de estabilidade na seção 4.4.3.

$$\dot{V}_1 = -(B + K_D)z^2 + R\tilde{y}\dot{\tilde{y}} + Az\tilde{P}_\Delta$$

4.4.2 - Seguimento no Subsistema Hidráulico

Baseado no conceito de controle pela dinâmica inversa, propõe-se a seguinte lei de controle para alcançar o seguimento no subsistema hidráulico:

$$u = \frac{1}{\bar{K}\sqrt{P_S - \text{sgn}(u)P_\Delta}} \left(\frac{1}{\bar{e}_2} \dot{P}_{\Delta d} + \bar{A}\dot{y} - \frac{1}{\bar{e}_2} K_p \tilde{P}_\Delta \right) \quad (4.53)$$

Considere a função não-negativa:

$$V_2 = \frac{1}{2} \tilde{P}_\Delta^2 \quad (4.54)$$

Derivando V_2 ao longo das trajetórias do sistema tem-se

$$\dot{V}_2 = -\tilde{P}_\Delta \left(\dot{P}_{\Delta d} + e_1 \dot{y} - e_2 K \sqrt{P_s - \text{sgn}(u) P_\Delta} u \right) \quad (4.55)$$

Substituindo a lei de controle “u” definida em (4.53) com os valores nominais iguais aos do sistema obtém-se

$$\dot{V}_2 = -K_p \tilde{P}_\Delta^2 \quad (4.56)$$

que é usada na análise de estabilidade apresentada em 4.4.3.

4.4.3 - Análise de Estabilidade

Combinando os algoritmos de seguimento de trajetória apresentados na seção obtém-se o controlador em cascata. Considere agora o modelo matemático não-linear do atuador hidráulico e o controlador em cascata. Neste caso, o sistema em malha fechada é $\Omega_2 = \{(4.49), (4.50), (4.16), (4.53)\}$, ou seja, Ω_2 é composto por

$$M\ddot{y} + B\dot{y} = AP_{\Delta d} + A\tilde{P}_\Delta$$

$$\dot{P}_\Delta = -e_1 \dot{y} + e_2 K u \sqrt{(P_s - \text{sgn}(u) P_\Delta)}$$

$$g_d = \bar{M}\dot{y}_r + \bar{B}y_r - K_D z$$

$$u = \frac{1}{\bar{K} \sqrt{P_s - \text{sgn}(u) P_\Delta}} \left(\frac{1}{\bar{e}_2} \dot{P}_{\Delta d} + \bar{A}\dot{y} - \frac{1}{\bar{e}_2} K_p \tilde{P}_\Delta \right)$$

Assume-se que a trajetória desejada $y_d(t)$ e suas derivadas de até terceira ordem são uniformemente limitadas.

Teorema 4.2 - O sistema Ω_2 descrito acima é exponencialmente estável com respeito à origem do vetor de erros de seguimento α .

Prova: Considere a função de Lyapunov

$$V = V_1 + V_2 = \frac{1}{2} \alpha^T N_1 \alpha \quad (4.57)$$

onde V_1 e V_2 foram definidas em (4.21) e (4.54) respectivamente. A matriz N_1 é, aqui, dada por

$$N_1 = \begin{bmatrix} \lambda^2 M + R & \lambda M & 0 \\ \lambda M & M & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.58)$$

A derivada com relação ao tempo de (4.57) é dada por $\dot{V} = \dot{V}_1 + \dot{V}_2$, que resulta em $\dot{V} = -(\mathbf{B} + \mathbf{K}_D)z^2 + R\tilde{y}\tilde{y} + Az\tilde{P}_\Delta - K_p\tilde{P}_\Delta^2$, que é igual a (4.36).

Portanto, definindo R da mesma forma que em (4.38), $R = 2\lambda(\mathbf{B} + \mathbf{K}_D)$, \dot{V} pode ser escrita como (4.39)(4.40):

$$\dot{V} = -\alpha^T N_2 \alpha$$

$$\text{onde } N_2 = \begin{bmatrix} \lambda^2(\mathbf{B} + \mathbf{K}_D) & 0 & -\frac{1}{2}\lambda A \\ 0 & \mathbf{B} + \mathbf{K}_D & -\frac{1}{2}A \\ -\frac{1}{2}\lambda A & -\frac{1}{2}A & K_p \end{bmatrix}.$$

Fazendo uma analogia com o resultado da seção anterior tem-se que se a condição $K_D K_p > \frac{1}{2} A^2$ é satisfeita, então pode-se afirmar que o vetor de erros α associado ao sistema Ω_2 converge exponencialmente para a origem com uma taxa de convergência $\gamma/2$, onde $\gamma = \lambda_{\min}(N_2) / \lambda_{\max}(N_1)$ e $\lambda_{\max}(N_1)$ é calculado a partir de (4.58).

4.5 - A Estratégia de Controle em Cascata para o Atuador Hidráulico Apresentada por Heintze et al. (1995)

Em Heintze et al. (1995) foi proposto um controlador em cascata baseado no modelo não-linear de 3ª ordem de um atuador hidráulico rotacional. Usando a mesma estratégia de controle apresentada por Heintze et al. (1995) para o atuador hidráulico rotacional, descreve-se nesta seção, sua aplicação para o atuador hidráulico linear, o qual é representado pelas equações abaixo.

$$M\ddot{y} + B\dot{y} = AP_{\Delta} \quad (4.59)$$

$$\dot{P}_{\Delta} = -e_1\dot{y} + e_2Ku\sqrt{(P_S - \text{sgn}(u)P_{\Delta})} \quad (4.60)$$

Com o objetivo de facilitar a comparação entre as estratégias, continua-se a usar a mesma metodologia até aqui empregada para a descrição desta estratégia, ao invés da metodologia do autor. Por este motivo, serão empregados os termos seguimento do subsistema mecânico/hidráulico em detrimento aos termos laço externo/interno aplicados por Heintze et al. (1995).

4.5.1 - Seguimento no Subsistema Mecânico

Para o seguimento no subsistema mecânico utiliza-se o controle por impedância. O método de projeto do controle por impedância consiste na escolha dos parâmetros que caracterizam a resposta dinâmica do sistema. Esta dinâmica desejada é expressa através de uma impedância, chamada de impedância alvo (target impedance). Em Heintze et al. (1995) é proposto um sistema de segunda de segunda ordem como impedância alvo, ou seja, um sistema massa-mola-amortecedor.

Seja

$$g_t = M\ddot{y}_t + B\dot{y}_t \quad (4.61)$$

a força alvo(desejada) para que a resposta dinâmica do subsistema mecânico tenha as características determinadas por um sistema de segunda ordem, onde \ddot{y}_t é a aceleração alvo. Definindo a diferença de pressão alvo como $P_{\Delta t} = \frac{1}{A}g_t$, considerando $P_{\Delta} = \hat{P}_{\Delta t}$, e substituindo na

equação (4.59) obtém-se

$$M\ddot{y} + B\dot{y} = A \frac{1}{A} (M\ddot{y}_t + B\dot{y}_t)$$

$$\ddot{y} = \ddot{y}_t \quad (4.62)$$

Seja $\{M_t, B_t, K_t\}$ os valores da massa, amortecimento e constante de mola que compõem a impedância alvo, define-se

$$\ddot{y}_t = -\frac{K_t}{M_t}\tilde{y} - \frac{B_t}{M_t}\dot{\tilde{y}} \quad (4.63)$$

onde o erro de posição \tilde{y} é dado por (4.18).

Desta forma, utilizando a lei de controle para o subsistema mecânico e a equação (4.63) obtém-se

$$Y(s) = \frac{B_t s + K_t}{M_t s^2 + B_t s + K_t} Y_d(s) \quad (4.64)$$

onde a dinâmica que relaciona a saída y com a entrada desejada y_d é caracterizada pela dinâmica de segunda ordem dos parâmetros que compõem a impedância alvo.

4.5.2 - Seguimento no Subsistema Hidráulico

Em Heintze et al. (1995a) são apresentadas duas propostas diferentes de controladores para o seguimento do subsistema hidráulico, denominadas como: Controlador em Cascata e Contro-

lador Inverso. Neste trabalho é analisado apenas o controlador em cascata, visto que o controlador inverso utiliza uma característica que é mais significativa em atuadores rotacionais (vazamento).

A idéia básica deste controlador é uma realimentação direta de $(P_{\Delta t} - P_{\Delta})$, além de uma compensação de velocidade. Desta forma, tem-se a seguinte lei de controle:

$$u = \frac{1}{K\sqrt{P_s - \text{sgn}(u)P_{\Delta}}} \left[K_p (P_{\Delta t} - P_{\Delta}) + \bar{A}\dot{y} \right] \quad (4.65)$$

4.5.3 - Análise de Estabilidade

A partir das leis de controle propostas aplicadas aos subsistemas mecânico e hidráulico, respectivamente, prova-se a seguir que o sistema descrito por $\{(4.59), (4.60), (4.61), (4.63), (4.65)\}$ é BIBO-estável.

Aplicando a lei de controle (4.65), com os valores nominais iguais aos do sistema, em (4.60) tem-se

$$\dot{P}_{\Delta} + e_2 K_p P_{\Delta} = e_2 K_p P_{\Delta t} \quad (4.66)$$

Combinando a equação (4.66) com a equação (4.59), e aplicando a transformada de Laplace obtém-se

$$Y(s) = \frac{A}{s(Ms + B)} \frac{e_2 K_p}{(s + e_2 K_p)} P_{\Delta t} \quad (4.67)$$

Como $e_2 > 0$, em Heintze et al. (1995a) trata-se implicitamente e_2 como uma constante positiva. Escolhe-se então K_p de modo que $\left(e_2 K_p \gg \frac{B}{M} \right)$ e reescreve-se a equação acima como

$$Y(s) = \frac{A}{s(Ms + B)} P_{\Delta t} \quad (4.68)$$

Esta simplificação equivale a considerar $P_{\Delta} = P_{\Delta t}$. Portanto, pelo demonstrado no equacionamento do subsistema mecânico tem-se

$$Y(s) = G(s)Y_d(s)$$

onde $G(s) = \frac{B_t s + K_t}{M_t s^2 + B_t s + K_t}$ é a função de transferência que relaciona a saída y com a entrada y_d .

Como os valores que compõem a impedância alvo são todos positivos, o sistema descrito pela função de transferência acima tem todos os pólos no semi-plano esquerdo e, portanto, é BIBO-estável.

Para o controle de posição, onde o objetivo é alcançar um ponto final, pode-se aplicar o teorema do valor final para uma entrada em degrau e concluí-se facilmente que o erro de posição tende exponencialmente para zero. Contudo, para sinais do tipo senoidal sempre teremos $y = |G(j\omega)| \angle G(j\omega) y_d$, onde ω é a frequência do sinal de entrada. Desta forma, para entradas senoidais os erros de posição e velocidade tendem a um conjunto residual, que depende da amplitude e frequência máxima do sinal de entrada.

4.6 - Uma Comparação entre as Estratégias em Cascata Apresentadas nas seções 4.4 e 4.5

Como a estratégia em cascata apresentada na seção 4.3 que é baseada no modelo linear e a estratégia proposta na seção 4.4 obtida com base no modelo não-linear têm a mesma estrutura, fica evidente concluir que o controlador em cascata baseado no modelo não-linear supera o

desempenho do controlador baseado no modelo linear quando os parâmetros do sistema são conhecidos. Resultados de simulações com o modelo não-linear comprovam a afirmação. Por este motivo, compara-se apenas os controladores apresentados nas seções 4.4 e 4.5, que são baseados no modelo não-linear.

A comparação entre as estratégias pode ser feita segundo os objetivos de controle, que são a regulação e o rastreamento de uma trajetória desejada.

Quando o problema é o controle de posição, ambos os controladores conduzem a erros de posição e velocidade nulos.

No caso do problema de seguimento de trajetórias, que é o caso dos robôs manipuladores, a prova de estabilidade por Lyapunov demonstra que o controlador apresentado na seção 4.4 faz com que os erros de seguimento de trajetória tendam exponencialmente para zero. Já para o controlador proposto por Heintze et al. (1995) demonstra-se, através da análise no domínio da frequência, que para entradas senoidais os erros de trajetória tendem a um conjunto residual, o qual depende da amplitude e frequência da trajetória desejada.

Uma crítica que não pode deixar de ser feita, é que no trabalho em que é apresentado o controlador discutido na seção 4.5 (Heintze et al., 1995a), não é feita nenhuma ressalva sobre e_2 ser considerado uma constante positiva. Esta consideração é feita na seção 4.5 para que a prova da BIBO-estabilidade fique coerente, e é válida para o sistema operando em torno de um ponto (normalmente $y=0$).

4.7 - Conclusões

Pelo exposto nas seções anteriores pode-se concluir que se os parâmetros do atuador hidráulico são conhecidos, para o problema de seguimento de trajetórias o controlador em cascata

baseado no modelo não-linear apresenta o melhor desempenho, visto que os erros de trajetória tendem exponencialmente para a origem. Este fato não acontece com controlador baseado no modelo linear quando aplicado ao modelo não-linear, visto que os parâmetros do subsistema hidráulico para o modelo linear seriam incertos e variantes no tempo. Com relação ao controlador proposto por Heintze, como este impõe uma dinâmica que pode ser descrita por uma função de transferência em “s” entre a entrada desejada e a saída, para sinais do tipo senoidal o erro depende das características da entrada.

5 - ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DAS INCERTEZAS PARAMÉTRICAS DO ATUADOR HIDRÁULICO NO DESEMPENHO DO SISTEMA

5.1 - Introdução

Neste capítulo analisa-se a influência das incertezas paramétricas no desempenho do sistema quando da utilização do controlador em cascata baseado no modelo linear apresentado na seção 4.3 (Guenther et al., 1997a, 1997b).

Para facilitar a análise, a equação do modelo linear do atuador hidráulico pode ser escrita como

$$K_1 \ddot{y} + K_2 \dot{y} = P_{\Delta d} + \tilde{P}_{\Delta} \quad (5.1)$$

$$K_3 \dot{P}_{\Delta} + K_4 P_{\Delta} + K_5 \dot{y} = u \quad (5.2)$$

onde $K_1 = \frac{M}{A}$, $K_2 = \frac{B}{A}$, $K_3 = L$, $K_4 = \frac{K_C}{K_Q}$ e $K_5 = \frac{A}{K_Q}$.

Define-se neste capítulo o erro com relação aos parâmetros nominais como

$$(\tilde{K}_i) = (\bar{K}_i) - (K_i) \quad (5.3)$$

onde (\bar{K}_i) representa os parâmetros nominais e (K_i) indica os valores reais do sistema.

O capítulo está dividido como segue. Na seção 5.2 é apresentado a influência das incertezas paramétricas no seguimento no subsistema mecânico. Na seção 5.3 aborda-se a influência destas incertezas no cálculo da aceleração, e a seguir, na seção 5.4 analisa-se esta

influência no seguimento no subsistema hidráulico. Após na seção 5.5 verifica-se a estabilidade do sistema frente às incertezas, e para finalizar apresenta-se a conclusão.

5.2 - Influência das Incertezas Paramétricas no Subsistema Mecânico

A lei de controle para o subsistema mecânico, com base nos parâmetros nominais, é dada por

$$P_{\Delta d} = \bar{K}_1 \ddot{y}_r + \bar{K}_2 \dot{y}_r - \bar{K}_6 z \quad (5.4)$$

onde $\bar{K}_6 = \frac{K_D}{A}$.

Aplicando esta lei de controle nominal ao subsistema mecânico (5.1) resulta em

$$K_1 \ddot{y} + K_2 \dot{y} = \bar{K}_1 \ddot{y}_r + \bar{K}_2 \dot{y}_r - \bar{K}_6 z + \tilde{P}_\Delta$$

Substituindo a definição (5.3) com relação a K_1 e K_2 tem-se

$$K_1 (\ddot{y} - \ddot{y}_r) + K_2 (\dot{y} - \dot{y}_r) = \tilde{K}_1 \ddot{y}_r + \tilde{K}_2 \dot{y}_r - \bar{K}_6 z + \tilde{P}_\Delta$$

Usando as equações (4.17), (4.19) e suas derivadas temporais pode-se escrever

$$K_1 \dot{z} + (K_2 + \bar{K}_6)z = \tilde{K}_1 \dot{y}_d + \tilde{K}_2 \dot{y}_d - \lambda \tilde{K}_2 \tilde{y} - \lambda \tilde{K}_1 \dot{\tilde{y}} + \tilde{P}_\Delta \quad (5.5)$$

Considere a função não-negativa V_1 :

$$V_1 = \frac{1}{2} (K_1 z^2 + R \tilde{y}^2) \quad (5.6)$$

A derivada em relação ao tempo de (5.6) é $\dot{V}_1 = K_1 z \dot{z} + R \tilde{y} \dot{\tilde{y}}$. Substituindo (5.5)

obtem-se $\dot{V}_1 = -(K_2 + \bar{K}_6)z^2 + z(\tilde{K}_1 \dot{y}_d + \tilde{K}_2 \dot{y}_d - \lambda \tilde{K}_2 \tilde{y} - \lambda \tilde{K}_1 \dot{\tilde{y}} + \tilde{P}_\Delta) + R \tilde{y} \dot{\tilde{y}}$

Definindo $\delta_1 = \tilde{K}_1 \dot{y}_d + \tilde{K}_2 \dot{y}_d$, ou seja $\delta_1 = \delta_1(\dot{y}_d, \ddot{y}_d)$, e substituindo a equação

(4.19) tem-se

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 = & -\lambda^2(K_2 + \tilde{K}_2 + \bar{K}_6)\tilde{y}^2 - (K_2 + \lambda\tilde{K}_1 + \bar{K}_6)\dot{\tilde{y}}^2 + \left\{ R - \lambda[(\tilde{K}_2 + \lambda\tilde{K}_1) + 2(K_2 + \bar{K}_6)] \right\} \tilde{y}\dot{\tilde{y}} + \\ & + \lambda\tilde{y}\tilde{P}_\Delta + \dot{\tilde{y}}\tilde{P}_\Delta + \lambda\delta_1\tilde{y} + \delta_1\dot{\tilde{y}} \end{aligned}$$

Usando a definição de R como $R = 2\lambda(K_2 + \bar{K}_6)$ pode-se reescrever \dot{V}_1 como

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 = & -\lambda^2(K_2 + \tilde{K}_2 + \bar{K}_6)\tilde{y}^2 - (K_2 + \lambda\tilde{K}_1 + \bar{K}_6)\dot{\tilde{y}}^2 - \lambda(\tilde{K}_2 + \lambda\tilde{K}_1)\tilde{y}\dot{\tilde{y}} + \\ & + \lambda\tilde{y}\tilde{P}_\Delta + \dot{\tilde{y}}\tilde{P}_\Delta + \lambda\delta_1\tilde{y} + \delta_1\dot{\tilde{y}} \end{aligned} \quad (5.7)$$

Esta equação é usada na prova de estabilidade da seção 5.5.

5.3 - Influência das Incertezas no Cálculo da Aceleração

Na prática é difícil medir a aceleração do pistão \ddot{y} . Como a medição da velocidade é contaminada com ruídos, a obtenção da aceleração através da derivação numérica pode introduzir erros significativos. Por isso, a aceleração é obtida a partir dos parâmetros do sistema usando a expressão (5.1). Quando os parâmetros do sistema são conhecidos pode-se calcular a aceleração com exatidão. Contudo, quando existem incertezas nos parâmetros do sistema, este cálculo com base nos parâmetros nominais introduz um erro entre a aceleração calculada \ddot{y}_c e a aceleração real \ddot{y} . Nesta seção, observa-se a influência deste erro introduzido pelo cálculo da aceleração nas equações que descrevem o controlador em cascata.

5.3.1 - Cálculo da aceleração real (\ddot{y}) em função da aceleração calculada (\ddot{y}_c)

A aceleração real pode ser obtida como $\ddot{y} = K_7 P_\Delta - K_8 \dot{y}$, onde $K_7 = \frac{A}{M} = \frac{1}{K_1}$ e

$K_8 = \frac{B}{M} = \frac{K_2}{K_1}$. Substituindo a definição (5.3) tem-se

$$\ddot{y} = \bar{K}_7 P_\Delta - \bar{K}_8 \dot{y} - (\tilde{K}_7 P_\Delta - \tilde{K}_8 \dot{y})$$

mas a aceleração calculada é dada por $\ddot{y}_c = \bar{K}_7 P_\Delta - \bar{K}_8 \dot{y}$, então pode-se escrever

$$\ddot{y} = \ddot{y}_c - (\tilde{K}_7 P_\Delta - \tilde{K}_8 \dot{y}) \quad (5.8)$$

5.3.2 - Cálculo da derivada do erro real (\dot{z}) em função da derivada do erro calculado (\dot{z}_c)

Derivando (4.19) tem-se que $\dot{z} = \ddot{\tilde{y}} + \lambda \dot{\tilde{y}} = \ddot{y} - \ddot{y}_d + \lambda \dot{\tilde{y}}$, substituindo (5.8) nesta equação pode-se escrever

$$\dot{z} = \ddot{y}_c - (\tilde{K}_7 P_\Delta - \tilde{K}_8 \dot{y}) - \ddot{y}_d + \lambda \dot{\tilde{y}}$$

Seja \dot{z}_c dado por $\dot{z}_c = \ddot{y}_c - \ddot{y}_d + \lambda \dot{\tilde{y}}$, então a equação acima pode ser reescrita como

$$\dot{z} = \dot{z}_c - (\tilde{K}_7 P_\Delta - \tilde{K}_8 \dot{y}) \quad (5.9)$$

Substituindo \ddot{y}_c na definição de \dot{z}_c , e usando a derivada de (4.18) tem-se

$$\dot{z}_c = (\lambda - \bar{K}_8) \dot{\tilde{y}} - \ddot{y}_d - \bar{K}_8 \dot{y}_d + \bar{K}_7 P_\Delta \quad (5.10)$$

Esta equação é usada em 5.3.4.

5.3.3 - Cálculo da derivada da aceleração real ($y_r^{(3)}$) em função da derivada da aceleração calculada ($y_{rc}^{(3)}$)

Derivando (4.17) e (4.18) duas vezes com relação ao tempo e combinando os resultados, pode-se escrever $y_r^{(3)} = y_d^{(3)} + \lambda \ddot{y}_d - \lambda \ddot{y}$. Substituindo (5.8) nesta equação tem-se que

$$y_r^{(3)} = y_d^{(3)} + \lambda \ddot{y}_d - \lambda \ddot{y}_c + \lambda (\tilde{K}_7 P_\Delta - \tilde{K}_8 \dot{y}). \quad \text{Definindo } y_{rc}^{(3)} \text{ como } y_{rc}^{(3)} = y_d^{(3)} + \lambda \ddot{y}_d - \lambda \ddot{y}_c,$$

obtem-se

$$y_r^{(3)} = y_{rc}^{(3)} + \lambda (\tilde{K}_7 P_\Delta - \tilde{K}_8 \dot{y}) \quad (5.11)$$

Substituindo \ddot{y}_c na definição de $y_{rc}^{(3)}$, e usando a derivada de (4.18) tem-se

$$y_r^{(3)} = \lambda \bar{K}_8 \dot{\hat{y}} + y_d^{(3)} + \lambda \ddot{y}_d + \lambda \bar{K}_8 \dot{y}_d - \lambda \bar{K}_7 P_\Delta \quad (5.12)$$

Esta equação é usada em 5.3.4.

5.3.4 - Cálculo da derivada da pressão desejada real ($\dot{P}_{\Delta d}$) em função da derivada da pressão desejada calculada ($\dot{\bar{P}}_{\Delta dc}$)

Derivando (5.4) obtém-se $\dot{P}_{\Delta d} = \bar{K}_1 y_r^{(3)} + \bar{K}_2 \ddot{y}_r - \bar{K}_3 \dot{z}$. Substituindo (5.9) e (5.11) nesta equação resulta em $\dot{P}_{\Delta d} = \bar{K}_1 y_{rc}^{(3)} + \bar{K}_2 \ddot{y}_r - \bar{K}_3 \dot{z}_c + (\lambda \bar{K}_1 + \bar{K}_3)(\tilde{K}_7 P_\Delta - \tilde{K}_8 \dot{y})$. Definindo $\dot{P}_{\Delta dc}$ como $\dot{P}_{\Delta dc} = \bar{K}_1 y_{rc}^{(3)} + \bar{K}_2 \ddot{y}_r - \bar{K}_3 \dot{z}_c$, obtém-se

$$\dot{P}_{\Delta d} = \dot{P}_{\Delta dc} + (\lambda \bar{K}_1 + \bar{K}_3)(\tilde{K}_7 P_\Delta - \tilde{K}_8 \dot{y}) \quad (5.13)$$

Substituindo (5.10), (5.12) e a derivada de (4.18) na definição de $\dot{P}_{\Delta dc}$ tem-se

$$\dot{P}_{\Delta dc} = \gamma_1 + \bar{K}_9 \dot{\hat{y}} - \bar{K}_{10} P_\Delta \quad (5.14)$$

onde

$$\gamma_1 = \bar{K}_1 y_d^{(3)} + (\lambda \bar{K}_1 + \bar{K}_2 + \bar{K}_6) \ddot{y}_d + (\lambda \bar{K}_1 \bar{K}_8 + \bar{K}_6 \bar{K}_8) \dot{y}_d \quad (5.15)$$

$$\bar{K}_9 = \lambda \bar{K}_1 \bar{K}_8 - \lambda \bar{K}_2 - \bar{K}_6 (\lambda - \bar{K}_8) = -\bar{K}_6 (\lambda - \bar{K}_8) \quad (5.16)$$

$$\bar{K}_{10} = \lambda \bar{K}_1 \bar{K}_7 + \bar{K}_6 \bar{K}_7 = \lambda + \bar{K}_6 \bar{K}_7 \quad (5.17)$$

5.4 - Influência das Incertezas Paramétricas no Subsistema Hidráulico

Utilizando a lei de controle (4.14) proposta na seção 4.3 para o subsistema hidráulico e a

função não-negativa (4.25) $2V_2 = K_6 \tilde{P}_\Delta^2$ obtém-se

$$\dot{V}_2 = -\tilde{P}_\Delta \left[(u^* - \bar{u}) + K_p \tilde{P}_\Delta \right] \quad (5.18)$$

onde em função das constantes definidas neste capítulo tem-se

$$u^* = K_3 \dot{P}_\Delta + K_4 P_\Delta + K_5 \dot{y} \quad (5.19)$$

$$\bar{u} = \bar{K}_3 \dot{P}_{\Delta dc} + \bar{K}_4 P_\Delta + \bar{K}_5 \dot{y} \quad (5.20)$$

Fazendo (5.19) menos (5.20) tem-se

$$u^* - \bar{u} = \bar{K}_3 \dot{P}_{\Delta d} - \bar{K}_3 \dot{P}_{\Delta dc} - \tilde{K}_4 P_\Delta - \tilde{K}_5 \dot{y}$$

Substituindo (5.13) obtém-se

$$u^* - \bar{u} = -\tilde{K}_3 \dot{P}_{\Delta dc} - \mu_1 P_\Delta - \mu_2 \dot{y} \quad (5.21)$$

onde

$$\mu_1 = \left[\tilde{K}_4 - K_3 \tilde{K}_7 (\lambda \bar{K}_1 + \bar{K}_3) \right] \quad (5.22)$$

$$\mu_2 = \left[\tilde{K}_5 - K_3 \tilde{K}_8 (\lambda \bar{K}_1 + \bar{K}_3) \right] \quad (5.23)$$

Substituindo (5.14) em (5.21), utilizando a equação (4.18) e a definição de \tilde{P}_Δ

resulta em

$$u^* - \bar{u} = -(\mu_2 \dot{y}_d + \tilde{K}_3 \gamma_1) - (\mu_2 + \tilde{K}_3 \bar{K}_9) \dot{\tilde{y}} + (\tilde{K}_3 \bar{K}_{10} - \mu_1) \tilde{P}_\Delta + (\tilde{K}_3 \bar{K}_{10} - \mu_1) P_{\Delta d} \quad (5.24)$$

Definindo $\gamma_2 = \bar{K}_1 \dot{y}_d + \bar{K}_2 \dot{y}_d$, $\bar{K}_{11} = \lambda(\bar{K}_2 + \bar{K}_6)$, $\bar{K}_{11} = \lambda \bar{K}_1 + \bar{K}_6$, e colocando

$P_{\Delta d}$ definido na equação (5.4), em função dos erros obtém-se

$$P_{\Delta d} = \gamma_2 - \bar{K}_{11} \tilde{y} - \bar{K}_{12} \dot{\tilde{y}}$$

Substituindo esta equação em (5.24) pode-se escrever

$$u^* - \bar{u} = -\mu_3 \tilde{y} - \mu_4 \dot{\tilde{y}} - \mu_5 \tilde{P}_\Delta - \delta_2 \quad (5.25)$$

onde

$$\mu_3 = \bar{K}_{11}(\tilde{K}_3 \bar{K}_{10} - \mu_1) \quad (5.26)$$

$$\mu_4 = \bar{K}_{12}(\tilde{K}_3 \bar{K}_{10} - \mu_1) + (\mu_2 + \tilde{K}_3 \bar{K}_9) \quad (5.27)$$

$$\mu_5 = -(\tilde{K}_3 \bar{K}_{10} - \mu_1) \quad (5.28)$$

$$\delta_2 = \mu_2 \dot{y}_d + \tilde{K}_3 \gamma_1 - (\tilde{K}_3 \bar{K}_{10} - \mu_1) \gamma_2 \quad (5.29)$$

Aplicando (5.25) em (5.18) obtém-se

$$\dot{V}_2 = \mu_3 \tilde{y} \tilde{P}_\Delta + \mu_4 \dot{\tilde{y}} \tilde{P}_\Delta + (\mu_5 - K_p) \tilde{P}_\Delta^2 + \delta_2 \tilde{P}_\Delta \quad (5.30)$$

Esta equação é usada na próxima seção.

5.5 - Análise de Estabilidade

Nesta seção, analisa-se a estabilidade do sistema quando existem incertezas paramétricas no sistema. Prova-se que quando existem incertezas paramétricas, para o problema de seguimento de trajetórias, o controlador em cascata proposto na seção 4.3 faz com que o vetor de erros α convirja para uma região limitada. Contudo, quando o problema é o controle ponto-a-ponto (regulação), o controlador em cascata conduz à erros nulos.

Teorema 5.1 - Quando existem incertezas paramétricas, o vetor de erros α associado ao sistema Ω_1 descrito em 4.3.3 converge para uma região limitada de forma exponencial

Prova: Considere a função de Lyapunov

$$V = V_1 + V_2 = \frac{1}{2} \alpha^T N_1 \alpha \quad (5.31)$$

onde V_1 e V_2 estão definidas em (4.21) e (4.25) respectivamente. A matriz N_1 é dada por

$$N_1 = \begin{bmatrix} \lambda^2 K_1 + R & \lambda K_1 & 0 \\ \lambda K_1 & K_1 & 0 \\ 0 & 0 & K_6 \end{bmatrix} \quad (5.32)$$

Derivando (5.31) em relação ao tempo tem-se

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -\lambda^2 (K_2 + \tilde{K}_2 + \bar{K}_6) \tilde{y}^2 - (K_2 + \lambda \tilde{K}_1 + \bar{K}_6) \dot{\tilde{y}}^2 - (K_p - \mu_5) \tilde{P}_\Delta^2 + \\ & + (\mu_3 + \lambda) \tilde{y} \tilde{P}_\Delta - \lambda (\tilde{K}_2 + \lambda \tilde{K}_1) \tilde{y} \dot{\tilde{y}} + (1 + \mu_4) \dot{\tilde{y}} \tilde{P}_\Delta + \lambda \delta_1 \tilde{y} + \delta_1 \dot{\tilde{y}} + \delta_2 \tilde{P}_\Delta \end{aligned}$$

Esta equação pode ser reescrita como

$$\dot{V} = -\alpha^T N_2 \alpha + \alpha^T T_d \quad (5.33)$$

$$\text{onde } N_2 = \begin{bmatrix} \lambda^2 (K_2 + \tilde{K}_2 + \bar{K}_6) & \frac{1}{2} \lambda (\tilde{K}_2 + \lambda \tilde{K}_1) & -\frac{1}{2} (\mu_3 + \lambda) \\ \frac{1}{2} \lambda (\tilde{K}_2 + \lambda \tilde{K}_1) & (K_2 + \lambda \tilde{K}_1 + \bar{K}_6) & -\frac{1}{2} (1 + \mu_4) \\ -\frac{1}{2} (\mu_3 + \lambda) & -\frac{1}{2} (1 + \mu_4) & (K_p - \mu_5) \end{bmatrix} \text{ e } T_d = \begin{bmatrix} \lambda \delta_1 \\ \delta_1 \\ \delta_2 \end{bmatrix}.$$

Note que δ_1 e δ_2 são funções de \dot{y}_d , \ddot{y}_d e $y_d^{(3)}$ que são limitadas. Desta forma, T_d é limitado.

Definindo uma constante $\bar{T}_d \geq \|T_d\|$, e aplicando as relações entre normas pode-se escrever a seguinte desigualdade

$$\dot{V} \leq -\alpha^T N_2 \alpha + \|\alpha\| \bar{T}_d \quad (5.34)$$

$$\dot{V} \leq -\lambda_{\min}(N_2) \|\alpha\|^2 + \|\alpha\| \bar{T}_d$$

Tem-se então que para $\dot{V} \leq 0$ é necessário que $\|\alpha\| \geq \frac{\bar{T}_d}{\lambda_{\min}(N_2)}$. Da teoria de Lyapunov

conclui-se que o vetor de erros do sistema tende para uma região limitada \mathfrak{D} , onde

$\mathfrak{G} \leq \frac{\bar{T}_d}{\lambda_{\min}(N_2)}$. Isto implica que todo estado que começa dentro de \mathfrak{G} permanece em \mathfrak{G} , e

todo estado que começa fora de \mathfrak{G} converge para \mathfrak{G} . Aqui termina a prova do teorema 5.1, contudo é possível provar que para uma condição inicial fora de \mathfrak{G} , o estado converge exponencialmente para uma região limitada.

Dado $\|\alpha(0)\| \geq \mathfrak{G}$ então pode-se escrever (5.34) como

$$\dot{V} \leq -\alpha^T N_2 \alpha + \Delta \quad (5.35)$$

onde Δ é uma constante dada por

$$\Delta = \|\alpha(0)\| \bar{T}_d \quad (5.36)$$

Da teoria das matrizes tem-se que

$$\lambda_{\max}(N_1) I \geq N_1 \quad (5.37)$$

$$N_2 \geq \lambda_{\min}(N_2) I \quad (5.38)$$

Pré-multiplicando ambos os lados da desigualdade (5.38) por α^T e pós-multiplicando por α obtém-se

$$\alpha^T N_2 \alpha \geq \alpha^T \lambda_{\min}(N_2) I \alpha$$

Multiplicando o lado direito da desigualdade acima por $\lambda_{\max}(N_1) / \lambda_{\max}(N_1)$ e utilizando a definição de $\gamma = \lambda_{\min}(N_2) / \lambda_{\max}(N_1)$ resulta em

$$\alpha^T N_2 \alpha \geq \gamma \alpha^T \lambda_{\max}(N_1) I \alpha \quad (5.39)$$

De (5.31) e (5.37) pode-se escrever $\alpha^T \lambda_{\max}(N_1) I \alpha \geq \alpha^T N_1 \alpha \geq V$. Desta forma, (5.39) pode ser reescrita como $\alpha^T N_2 \alpha \geq \gamma V$. Multiplicando esta equação por (-1) obtém-se $-\alpha^T N_2 \alpha \leq -\gamma V$. De (5.33) tem-se que $\dot{V} - \Delta \leq -\alpha^T N_2 \alpha$ e, portanto, fica-se com

$$\dot{V} - \Delta \leq -\gamma V$$

Esta equação pode ser colocada na forma

$$\dot{W} + \gamma W \leq 0 \quad (5.40)$$

onde $W = V - \frac{\Delta}{\gamma}$, e por conseguinte $\dot{W} = \dot{V}$. Aplicando o lema da convergência (Slotine e Li,

1991) em (5.40) resulta em $W(t) \leq W(0)e^{-\gamma t}$. Esta desigualdade pode ser reescrita em função de V como

$$V(t) \leq \left[V(0) - \frac{\Delta}{\gamma} \right] e^{-\gamma t} + \frac{\Delta}{\gamma} \quad (5.41)$$

A equação (5.41) prova que $V(t)$ tende exponencialmente para $\frac{\Delta}{\gamma}$. Utilizando a relação

$\lambda_{\min}(N_1) \|\alpha(t)\|^2 \leq V(t)$, pode-se escrever que o vetor de erros tende exponencialmente para

$$\|\alpha(\infty)\|^2 \leq \frac{1}{\lambda_{\min}(N_1)} \frac{\Delta}{\gamma} \quad (5.42)$$

Analisa-se a seguir a convergência do vetor de erros α no problema de controle de posição.

Definição 5.1 - Sejam $y_{d1} = y_d(t_1)$ e $y_{d2} = y_d(t_2)$ as respectivas posições desejadas, onde $t_2 > t_1$. Define-se o problema de controle de posição como: existe um $\sigma \geq t_2$ tal que $y_d(\sigma) = y_{d2}$.

Teorema 5.2 - Para o problema de controle de posição descrito na definição 5.1, o vetor de erros α associado ao sistema Ω_1 converge para a origem.

Prova: Escrevendo V e \dot{V} em função de σ tem-se:

$$V(\sigma) = \frac{1}{2} \alpha(\sigma)^T N_1 \alpha(\sigma) \quad (5.43)$$

$$\dot{V}(\sigma) = -\alpha(\sigma)^T N_2 \alpha(\sigma) + \alpha(\sigma)^T T_d(\sigma) \quad (5.44)$$

Da definição 5.1 tem-se que $y_d(\sigma) = \text{cte}$, por conseguinte as derivadas temporais de $y_d(\sigma)$ são nulas e $T_d(\sigma) = 0$. O vetor $T_d(\sigma)$ é nulo, devido a todos os elementos de T_d serem combinações lineares das derivadas da posição desejada. Assim, a equação (5.44) pode ser reescrita como

$$\dot{V}(\sigma) = -\alpha(\sigma)^T N_2 \alpha(\sigma) \quad (5.45)$$

Calculando os ganhos do controlador de forma a N_2 ser positiva definida tem-se que \dot{V} é negativa definida a partir do instante t_2 . Dessa forma, pela teoria de Lyapunov, conclui-se que o vetor de erros α tende assintoticamente para a origem a partir do instante t_2 .

Observação 5.1 - Para o controlador baseado no modelo não-linear descrito na seção 4.4 pode-se chegar a resultados teóricos semelhantes aos expostos neste capítulo para o controlado baseado no modelo linear, desde que e_1 seja considerado como uma constante positiva.

Observação 5.2 - Resultados de simulações comprovam a observação 5.1, e demonstram que o controlador baseado no modelo não-linear conduz a uma melhor performance.

Com o objetivo de melhorar a performance do sistema quando existem incertezas paramétricas, propõe-se no próximo capítulo o controlador em cascata baseado no modelo não-linear com adaptação de parâmetros para o subsistema mecânico.

5.6 - Conclusões

Pelo exposto acima pode-se concluir que quando existem incertezas paramétricas e a aceleração é calculada com base nos parâmetros nominais do sistema, para o problema de seguimento de trajetórias o vetor de erros tende a uma região limitada, tanto com o controlador em cascata baseado no modelo linear quanto ao baseado no modelo não-linear.

No problema de controle de posição estes controladores conduzem à erros de posição nulos.

6 - CONTROLADOR EM CASCATA BASEADO NO MODELO NÃO-LINEAR DE UM ATUADOR HIDRÁULICO COM ADAPTAÇÃO DE PARÂMETROS

6.1 - Introdução

Neste capítulo apresenta-se um controlador em cascata baseado no modelo não-linear (6.1)(6.2) com adaptação de parâmetros no subsistema mecânico.

$$M\ddot{y} + B\dot{y} = AP_{\Delta d} + A\tilde{P}_{\Delta} \quad (6.1)$$

$$\dot{P}_{\Delta} = -e_1\dot{y} + e_2Ku\sqrt{(P_s - \text{sgn}(u)P_{\Delta})} \quad (6.2)$$

onde $e_1 = \frac{\beta Av}{\left(\frac{v}{2}\right)^2 - (Ay)^2}$ e $e_2 = \frac{e_1}{A}$ são funções da posição que estão definidos em (4.51) e

(4.52).

A técnica a ser usada no subsistema mecânico é o controle adaptativo por modelo de referência. Esta técnica é utilizada quando os parâmetros do sistema são incertos ou variam lentamente, e caracteriza-se pelos erros entre a saída e a referência tenderem para zero sem que haja convergência dos parâmetros adaptados para os valores verdadeiros (Slotine e Li, 1991). Assume-se neste capítulo que os parâmetros do subsistema hidráulico são conhecidos e que a aceleração pode ser medida.

Este capítulo está dividido como segue. Na seção 2 é apresentada a lei de controle e a lei de adaptação para o seguimento no subsistema mecânico. Na seção 3 aborda-se o seguimento no subsistema hidráulico, e para finalizar na seção 4 analisa-se a estabilidade em MF.

6.2 - Seguimento no Subsistema Mecânico

A equação (6.1) pode ser parametrizada em função da velocidade de referência \dot{y}_r e da aceleração de referência \ddot{y}_r e reescrita como

$$M\ddot{y}_r + B\dot{y}_r = Ya \quad (6.3)$$

onde $Y = [\ddot{y}_r \quad \dot{y}_r]$ é o regressor e $a = [M \quad B]^T$ é o vetor de parâmetros.

Propõe-se então a seguinte lei de controle (Slotine and Li, 1991):

$$P_{\Delta d} = \frac{1}{A}(Y\hat{a} - K_D z) \quad (6.4)$$

onde \hat{a} representa o vetor de parâmetros estimados, ou seja, $\hat{a} = [\hat{M} \quad \hat{B}]^T$.

Substituindo (6.4) em (6.1) resulta em

$$M\ddot{y} + B\dot{y} = Y\hat{a} - K_D z + A\tilde{P}_\Delta$$

Definindo $\tilde{a} = \hat{a} - a$ como o erro no vetor de parâmetros, resulta em

$$M\ddot{y} + B\dot{y} = Ya + Y\tilde{a} - K_D z + A\tilde{P}_\Delta \quad (6.5)$$

que pode ser reescrita como

$$M\ddot{y} + B\dot{y} = M\ddot{y}_r + B\dot{y}_r + Y\tilde{a} - K_D z + A\tilde{P}_\Delta$$

Usando a definição de “z” (4.19) obtém-se

$$M\dot{z} + Bz = Y\tilde{a} - K_D z + A\tilde{P}_\Delta \quad (6.6)$$

Considere a função não-negativa:

$$V_1 = \frac{1}{2} [Mz^2 + R\tilde{y}^2 + \tilde{a}^T \Gamma^{-1} \tilde{a}] \quad (6.7)$$

onde Γ é uma matriz simétrica positiva definida.

Derivando V_1 ao longo das trajetórias tem-se

$$\dot{V}_1 = zM\dot{z} + \tilde{y}R\dot{\tilde{y}} + \dot{\tilde{a}}^T \Gamma^{-1} \tilde{a} \quad (6.8)$$

Isolando $M\dot{z}$ na equação (6.6) e substituindo em (6.8) resulta em

$$\dot{V}_1 = -(\mathbf{B} + \mathbf{K}_D)z^2 + zY\tilde{a} + Az\tilde{P}_\Delta + \tilde{y}R\dot{\tilde{y}} + \dot{\tilde{a}}^T \Gamma^{-1} \tilde{a} \quad (6.9)$$

Definindo a lei de adaptação como (Slotine e Li, 1991)

$$\dot{\tilde{a}} = -\Gamma Y^T z \quad (6.10)$$

tem-se

$$\dot{V}_1 = -(\mathbf{B} + \mathbf{K}_D)z^2 + Az\tilde{P}_\Delta + \tilde{y}R\dot{\tilde{y}} \quad (6.11)$$

Este resultado é usado na análise de estabilidade da seção 6.4.

6.3 - Seguimento no Subsistema Hidráulico

A fim de alcançar o seguimento no subsistema hidráulico propõe-se a mesma lei de controle da seção 4.4.2, ou seja,

$$u = \frac{1}{\bar{K}\sqrt{P_s - \text{sgn}(u)P_\Delta}} \left(\frac{1}{\bar{e}_2} \dot{P}_{\Delta d} + \bar{A}\dot{y} - \frac{1}{\bar{e}_2} \mathbf{K}_p \tilde{P}_\Delta \right) \quad (6.12)$$

Considere a função não-negativa:

$$V_2 = \frac{1}{2} \tilde{P}_\Delta^2 \quad (6.13)$$

Derivando V_2 ao longo das trajetórias do sistema tem-se

$$\dot{V}_2 = -\tilde{P}_\Delta \left(\dot{P}_{\Delta d} + e_1 \dot{y} - e_2 K \sqrt{P_S - \text{sgn}(u) P_\Delta} u \right) \quad (6.14)$$

Substituindo a lei de controle “u” definida em (6.12) com os valores nominais iguais aos do sistema na equação (6.14) obtém-se

$$\dot{V}_2 = -K_p \tilde{P}_\Delta^2 \quad (6.15)$$

que é usada na análise de estabilidade apresentada na próxima seção.

6.4 - Análise de Estabilidade

Combinando os algoritmos de seguimento de trajetória apresentados na seção obtém-se o controlador em cascata com adaptação no subsistema mecânico. Considere agora o modelo matemático não-linear do atuador hidráulico e o controlador em cascata adaptativo apresentado. Neste caso, o sistema em malha fechada é $\Omega_3 = \{(6.1), (6.2), (6.4), (6.10), (6.12)\}$.

Assume-se que a trajetória desejada $y_d(t)$ e suas derivadas de até terceira ordem são uniformemente limitadas.

Teorema 6.1. O sistema Ω_3 descrito acima é globalmente estável e o vetor de erros de seguimento $\alpha \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty$, onde $\alpha = [\tilde{y} \quad \dot{\tilde{y}} \quad \tilde{P}_\Delta]^T$.

Prova: Considere a função de Lyapunov

$$V = V_1 + V_2 = \frac{1}{2} \alpha^T N_1 \alpha + \frac{1}{2} \tilde{a}^T \Gamma^{-1} \tilde{a} \quad (6.16)$$

onde $N_1 = \begin{bmatrix} \lambda^2 M + R & \lambda M & 0 \\ \lambda M & M & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ e Γ é uma matriz simétrica positiva definida.

A derivada de (6.16) com relação ao tempo é dada por $\dot{V} = \dot{V}_1 + \dot{V}_2$. Como \dot{V}_1 e \dot{V}_2 têm as mesmas expressões das respectivas derivadas da seção 4.4, \dot{V} pode ser escrita como

$$\dot{V} = -\alpha^T N_2 \alpha \quad (6.17)$$

$$\text{onde } N_2 = \begin{bmatrix} \lambda^2(B + K_D) & 0 & -\frac{1}{2}\lambda A \\ 0 & B + K_D & -\frac{1}{2}A \\ -\frac{1}{2}\lambda A & -\frac{1}{2}A & K_p \end{bmatrix}.$$

A matriz N_2 é positiva definida se duas condições são verificadas: $B + K_D > 0$ e $(B + K_D)K_p > \frac{1}{2}A^2$. Em termos dos parâmetros do controlador, uma condição suficiente pode ser afirmada como segue:

$$K_D K_p > \frac{1}{2}A^2 \quad (6.18)$$

Da teoria de Lyapunov pode-se afirmar que se (6.18) é satisfeita então \dot{V} é negativa semi-definida, o que em conjunto com V positiva definida implica em que o sistema é estável no sentido de Lyapunov. Invocando o Lema de Barbalat (Slotine e Li, 1991) pode-se provar que $\alpha \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty$.

Para tanto é preciso mostrar que \dot{V} é uniformemente contínua, e isto ocorre se \ddot{V} é limitada. Aplicando o Lema de Barbalat a este caso tem-se que se \ddot{V} é limitada então $\dot{V} \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty$, e por conseguinte $\alpha \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty$.

Adotando este caminho mostra-se a seguir que \ddot{V} é limitada. Derivando \dot{V} em relação ao tempo resulta em

$$\ddot{V} = -2\alpha^T N_2 \dot{\alpha} \quad (6.19)$$

Analisando esta equação tem-se que para \ddot{V} ser limitada deve-se provar que α e $\dot{\alpha}$ são limitados. Esta prova é feita na seqüência.

(i) Prova de que α é limitado

Com a condição (6.18) satisfeita tem-se \dot{V} semi-definida negativa, o que implica que V é limitada e por conseguinte α e $\tilde{\alpha}$ são limitados, já que V é uma função de α e $\tilde{\alpha}$. O fato de α e $\tilde{\alpha}$ serem limitados implica que \tilde{y} , $\ddot{\tilde{y}}$, \tilde{P}_Δ , \hat{a} , \dot{y}_r , \ddot{y}_r , Y , z também são limitados. Da equação (6.4) tem-se que $P_{\Delta d}$ é limitado, resultando que P_Δ é limitado.

(ii) Prova de que $\dot{\alpha}$ é limitado

A derivada do vetor de erros α é $\dot{\alpha} = \begin{bmatrix} \dot{\tilde{y}} & \ddot{\tilde{y}} & \dot{\tilde{P}}_\Delta \end{bmatrix}^T$. Então deve-se provar que os três componentes do vetor $\dot{\alpha}$ são limitados.

(ii.1) O erro na velocidade \tilde{y} já foi mostrado ser limitado em (i);

(ii.2) De (i) e da equação (6.6) tem-se que \dot{z} é limitado, e por conseguinte $\ddot{\tilde{y}}$, \ddot{y}_r e \dot{y} são limitados.

(ii.3) Derivando (6.4) obtém-se $A\dot{P}_{\Delta d} = \dot{Y}\hat{a} + Y\dot{\hat{a}} - K_D\dot{z}$. Analisando esta equação e a equação (6.10) chega-se a conclusão que $\dot{P}_{\Delta d}$ é limitado, e por conseguinte, utilizando a equação (6.12) tem-se que “ u ” é limitado. Assim, da equação (6.2) resulta que \dot{P}_Δ é limitado, e portanto, $\dot{\tilde{P}}_\Delta$ também é limitado.

Das provas (i) e (ii) chega-se a conclusão que \dot{V} é limitada, então pelo Lema de Barbalat $\dot{V} \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty$, e por conseguinte $\alpha \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty$.

Observação 6.1 - O resultado acima é coerente com os resultados gerais da técnica de controle adaptativo por modelo de referência, na qual não garante-se a convergência dos parâmetros adaptados para os valores verdadeiros.

7 - SIMULAÇÕES

7.1 - Introdução

Neste capítulo são apresentadas os resultados de simulações com os controladores em cascata (capítulos 4 e 6) aplicados ao atuador hidráulico. Estas simulações têm o objetivo de comprovar os resultados teóricos discutidos nos capítulos anteriores. Não são apresentados resultados de simulações com os controladores clássicos, visto que em Paim (1997) e Guenther et al. (1997b) mostra-se que o controlador em cascata supera o desempenho destes controladores.

A fim de facilitar a leitura, a partir deste ponto refere-se ao controlador em cascata baseado no modelo linear (seção 4.3) como controlador linear (CL), ao controlador em cascata baseado no modelo não-linear (seção 4.4) como controlador não-linear (CNL), ao controlador em cascata proposto por Heintze et al.(1995a) (seção 4.5) como controlador de Heintze (CH), e ao controlador em cascata baseado no modelo não-linear com adaptação de parâmetros como controlador adaptativo (CA).

Este capítulo está dividido como segue. Na seção 2 são apresentados os modelos e os parâmetros utilizados para o atuador hidráulico. Na seção 3 discute-se os parâmetros dos controladores. Na seção 4 analisa-se o problema de seguimento de trajetórias, e para finalizar, na seção 5 discute-se o controle de posição.

7.2 - Modelos e Parâmetros

Para as simulações deste capítulo são utilizados os modelos linear e não-linear de 3ª ordem do atuador hidráulico descritos pelas equações (2.41) e (2.37), respectivamente. O modelo linear descrito pela representação de estados (2.41) pode ser reescrito na forma matricial como

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{B}{M} & \frac{A}{M} \\ 0 & -\frac{4\beta A}{v} & -\frac{4\beta}{v}K_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{4\beta}{v}K_Q \end{bmatrix} u \quad (7.1)$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

onde $x = [y \quad \dot{y} \quad P_\Delta]^T$.

O modelo não-linear descrito em (2.37) está representado na equação abaixo.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\frac{B}{M}x_2 + \frac{A}{M}x_3 \\ \dot{x}_3 &= \frac{\beta v}{\left(\frac{v}{2}\right)^2 - (Ax_1)^2} \left[Ku\sqrt{(P_s - \text{sgn}(u)x_3)} - Ax_2 \right] \end{aligned} \quad (7.2)$$

$$y = x_1$$

Os parâmetros do sistema utilizados são propostos em um exemplo “padrão” em Davidson (1990) e estão adaptados em Paim (1997). Estes dados podem ser visualizados na tabela 7.1. Substituindo os parâmetros nominais no modelo linear do atuador hidráulico, verifica-se que o mesmo possui um pólo na origem e um par de pólos complexos conjugados em $-8,3 \pm j240$.

TABELA 7.1 - Parâmetros do Atuador Hidráulico

Parâmetro (unidade)	Modelo linear	Modelo não-linear	Valor mínimo	Valor nominal	Valor máximo
M (Kg)	*	*	50	128,7	300
B (Ns/m)	*	*	50	163	564
A (m ²)	*	*	1,050x10 ⁻³	1,075x10 ⁻³	1,110x10 ⁻³
β (N/m ²)	*	*	9x10 ⁸	14x10 ⁸	16x10 ⁸
P _s (N/m ²)	*	*	—	6,9x10 ⁶	—
V (m ³)	*	*	—	0,874x10 ⁻³	—
K _C (m ⁵ /Ns)	*	*	—	2,4x10 ⁻¹²	—
K _Q (m ² /s)	*	*	—	0,74	—
K (m ³ /s√N)	*	*	—	2,8x10 ⁻⁴	—

7.3 - Parâmetros dos Controladores

Nesta seção apresenta-se os parâmetros dos controladores utilizados nas simulações. Estes parâmetros foram escolhidos de forma a obter o menor erro de seguimento de trajetória com um tempo de acomodação satisfatório. Os parâmetros do controlador que dependem dos valores do sistema (ex. \bar{M}) são os valores nominais da tabela 7.1

7.3.1 - Controlador Linear

As leis de controle para o subsistema mecânico e hidráulico são respectivamente (7.3) e (7.4).

$$P_{\Delta d} = \frac{1}{A} (\overline{M}\ddot{y}_r + \overline{B}\dot{y}_r - K_D z) \quad (7.3)$$

$$u = \overline{L}\dot{P}_{\Delta d} + \frac{\overline{K}_C}{\overline{K}_Q} P_{\Delta} + \frac{\overline{A}}{\overline{K}_Q} \dot{y} - K_P (P_{\Delta} - P_{\Delta d}) \quad (7.4)$$

Os parâmetros utilizados para este controlador são $K_P=1 \times 10^{-9}$, $K_D=1000$ e $\lambda=10$.

7.3.2 - Controlador Não-Linear

As leis de controle para o subsistema mecânico e hidráulico são respectivamente (7.5) e (7.6).

$$P_{\Delta d} = \frac{1}{A} (\overline{M}\ddot{y}_r + \overline{B}\dot{y}_r - K_D z) \quad (7.5)$$

$$u = \frac{1}{\overline{K}\sqrt{P_S - \text{sgn}(u)P_{\Delta}}} \left(\frac{1}{\overline{e}_2} \dot{P}_{\Delta d} + \overline{A}\dot{y} - \frac{1}{\overline{e}_2} K_P \tilde{P}_{\Delta} \right) \quad (7.6)$$

Os parâmetros utilizados para este controlador são $K_P=1 \times 10^4$, $K_D=1000$ e $\lambda=3$.

7.3.3 - Controlador de Heintze

As leis de controle que regem o funcionamento deste controlador estão representadas nas equações (7.7), (7.8) e (7.9).

$$\ddot{y}_t = -\frac{K_t}{M_t} \tilde{y} - \frac{B_t}{M_t} \dot{\tilde{y}} \quad (7.7)$$

$$P_{\Delta t} = \frac{1}{A} (\overline{M}\ddot{y}_t + \overline{B}\dot{y}_t) \quad (7.8)$$

$$u = \frac{1}{\overline{K}\sqrt{P_S - \text{sgn}(u)P_{\Delta}}} \left[K_P (P_{\Delta t} - P_{\Delta}) + \overline{A}\dot{y} \right] \quad (7.9)$$

Os parâmetros utilizados como impedância alvo são $M_t=1$, $B_t=31,8$ e $K_t=4460$. Estes valores da impedância alvo correspondem a um par de pólos complexos conjugados. O ganho $K_P=1 \times 10^{-9}$ foi determinado a partir de simulações.

7.3.2 - Controlador Adaptativo

As leis de controle e adaptação para o subsistema mecânico e hidráulico são

$$P_{\Delta d} = \frac{1}{A} (\bar{M}\ddot{y}_r + \bar{B}\dot{y}_r - K_D z) \quad (7.10)$$

$$\hat{a} = -\Gamma Y^T z \quad (7.11)$$

$$u = \frac{1}{\bar{K}\sqrt{P_s - \text{sgn}(u)P_{\Delta}}} \left(\frac{1}{\bar{e}_2} \dot{P}_{\Delta d} + \bar{A}\dot{y} - \frac{1}{\bar{e}_2} K_p \tilde{P}_{\Delta} \right) \quad (7.12)$$

Os parâmetros utilizados para este controlador são $K_p=1 \times 10^4$, $K_D=1000$, $\lambda=3$ e

$\Gamma = 10^4 I_2$, onde I_2 representa a matriz identidade 2×2 .

7.4 - Seguimento de Trajetórias

Nesta seção analisa-se o comportamento dos controladores em cascata no problema do seguimento de trajetórias. Para isto, utiliza-se como curva de posição desejada uma trajetória senoidal de baixa frequência. As equações que descrevem esta curva de posição desejada e suas derivadas temporais são

$$y_d = 0,1 \text{sen}\left(\frac{\pi}{2} t\right) \quad (\text{m}) \quad (7.13)$$

$$\dot{y}_d = 0,05\pi \cos\left(\frac{\pi}{2} t\right) \quad (\text{m/s}) \quad (7.14)$$

$$\ddot{y}_d = -0,025\pi^2 \text{sen}\left(\frac{\pi}{2} t\right) \quad (\text{m/s}^2) \quad (7.15)$$

$$y_d^{(3)} = -0,0125\pi^3 \cos\left(\frac{\pi}{2} t\right) \quad (\text{m/s}^3) \quad (7.16)$$

A figura 7.1 ilustra a trajetória desejada.

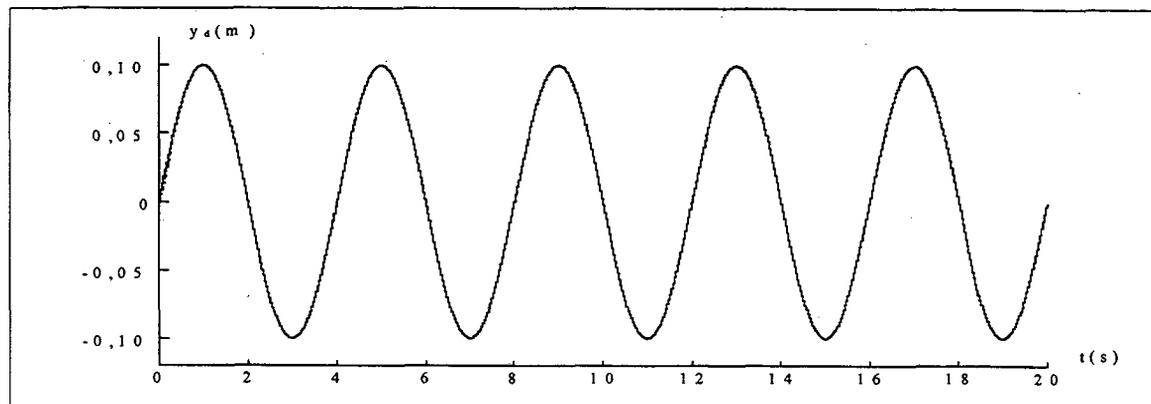


Figura 7.1 - Trajetória Desejada

O comportamento do controlador em cascata linear aplicado ao modelo linear do sistema hidráulico pode ser visualizado na figura 7.2. Esta figura mostra os resultados de simulações para os parâmetros do sistema iguais aos valores nominais.

Os resultados comprovam o teorema 4.1, ou seja, quando os parâmetros do sistema são conhecidos os erros de trajetória tendem para zero.

Esta simulação realizada com o modelo linear serve apenas para comprovar os resultados teóricos da seção 4.3. Desta forma, utiliza-se a partir deste ponto apenas o modelo não-linear do atuador hidráulico, o qual descreve melhor o sistema físico.

A figura 7.3 apresenta os resultados de simulações para o controlador linear aplicado ao modelo não-linear. Como o modelo linear do atuador é resultado da linearização do modelo não-linear em torno da origem, aplicar o controlador baseado no modelo linear no não-linear equivale a aplicar no modelo linear com os parâmetros do subsistema hidráulico incertos e variantes no tempo. Desta forma, vale a análise do capítulo 5. Estes resultados comprovam o teorema 5.1, ou seja, quando existem incertezas os erros de trajetória tendem a uma região limitada.

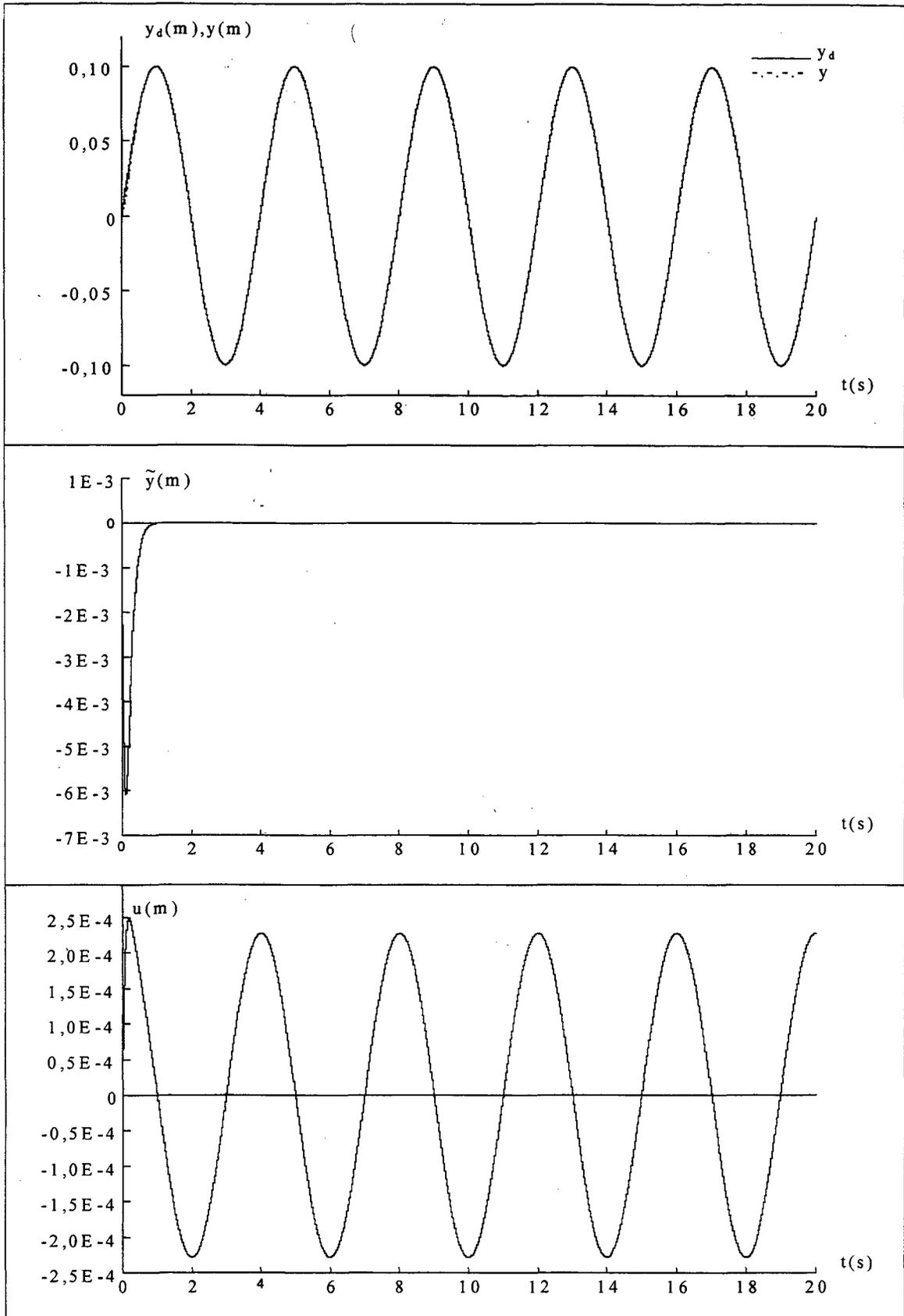


Figura 7.2 - CL Aplicado ao ML com Parâmetros Nominiais

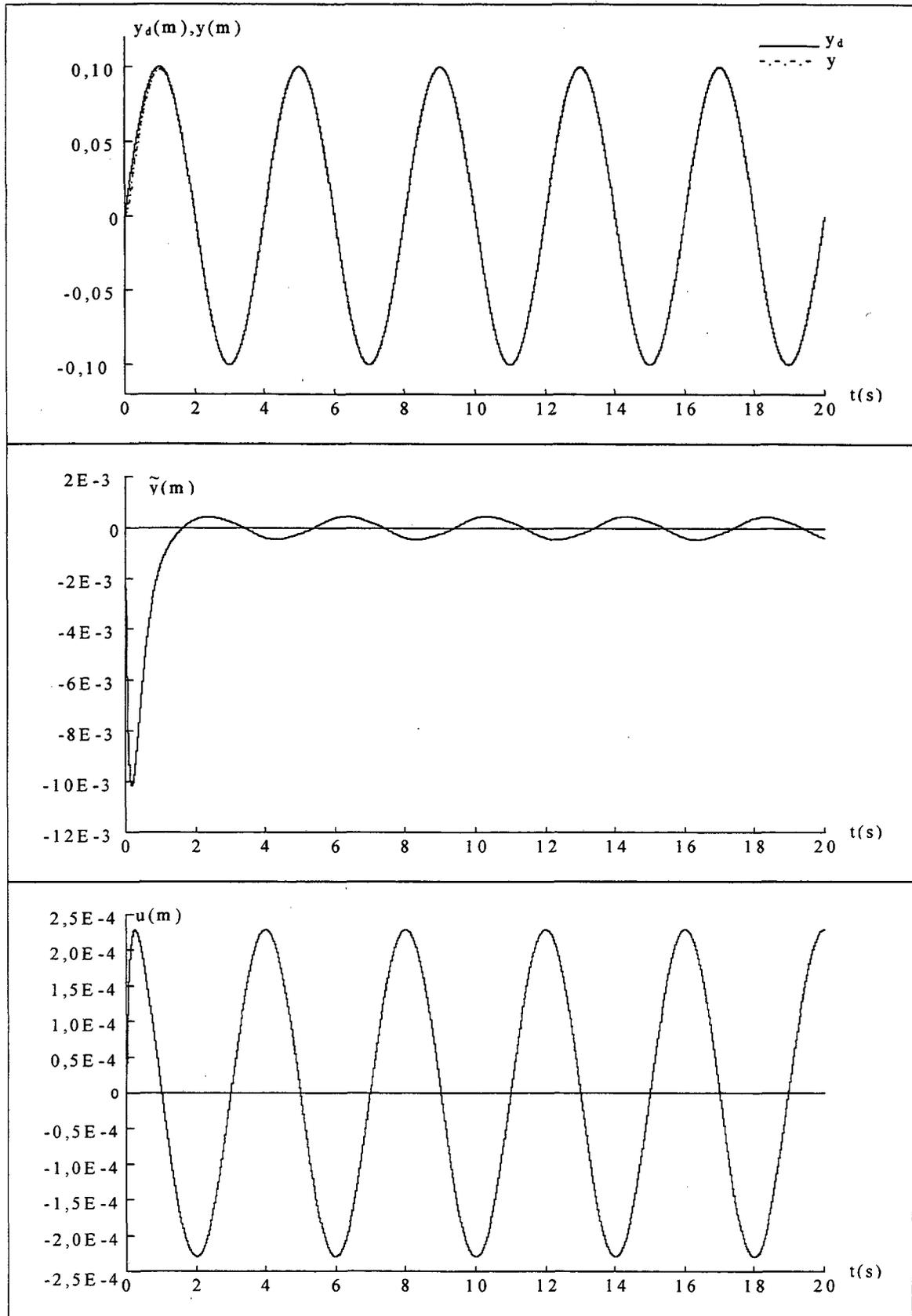


Figura 7.3 - CL Aplicado ao MNL com Parâmetros Nominais

Na figura 7.4 pode-se visualizar o desempenho do controlador em cascata não-linear quando os parâmetros do sistema são conhecidos. Estes resultados comprovam o teorema 4.2, ou seja, os erros de trajetória tendem à zero. Verifica-se também a afirmativa da seção 4.6, de que o controlador não-linear supera o desempenho do controlador linear.

A figura 7.5 ilustra os resultados para o controlador de Heintze aplicado ao modelo não-linear com os parâmetros nominais. Estes resultados comprovam que este controlador apresenta um erro de regime permanente no seguimento de trajetórias senoidais.

A fim de comprovar a convergência dos erros de trajetória para zero, proporcionada pelo uso do controlador adaptativo quando existem incertezas no subsistema mecânico, apresenta-se na figura 7.6 resultados de simulações com o controlador adaptativo com medição da aceleração aplicado ao modelo não-linear com incerteza nos parâmetros do subsistema mecânico (massa e atritos máximos). Estes resultados comprovam o teorema 6.1, ou seja, o controlador adaptativo conduz os erros de trajetória para zero quando os parâmetros do subsistema hidráulico e a aceleração são conhecidos.

Os parâmetros estimados podem ser visualizados na figura 7.7. A convergência dos parâmetros para os valores verdadeiros é devido ao fato da excitação ser persistente (senoidal) (ver Slotine e Li 1991).

A figura 7.8 ilustra os erros de trajetória para os controladores CL, CNL, CH e CA aplicados ao modelo não-linear com incertezas nos subsistemas mecânico e hidráulico. Utiliza-se como parâmetros do sistema os valores máximos descritos na tabela 7.1. A aceleração utilizada pelos controladores é calculada com base nos parâmetros nominais. A partir deste ponto utiliza-se λ e K_D iguais a 300 e 5000, respectivamente. Estes resultados mostram que os controladores em cascata apresentam um bom desempenho, contudo o controlador adaptativo apresenta a melhor performance.

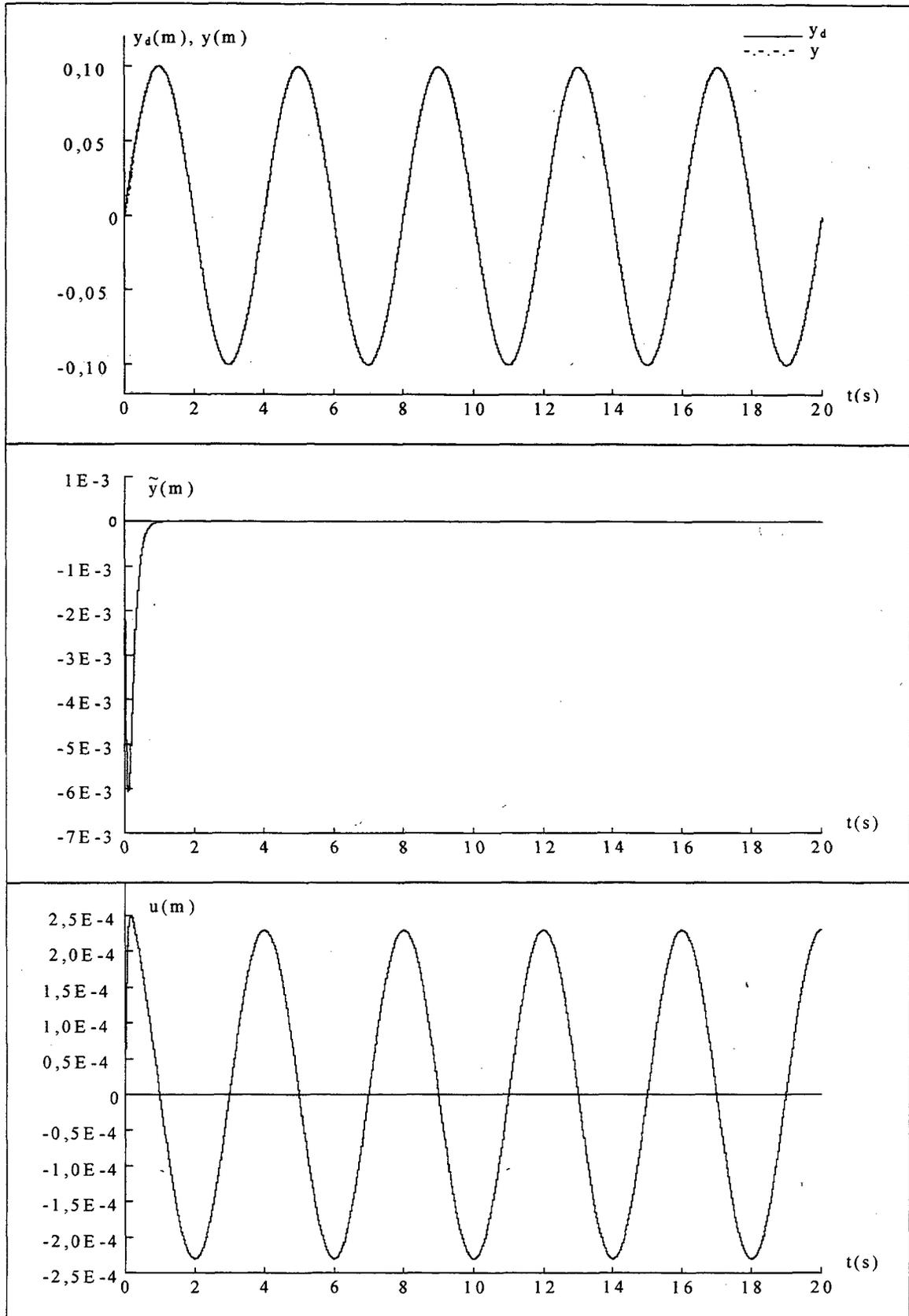


Figura 7.4 - CNL Aplicado ao MNL com Parâmetros Nominais

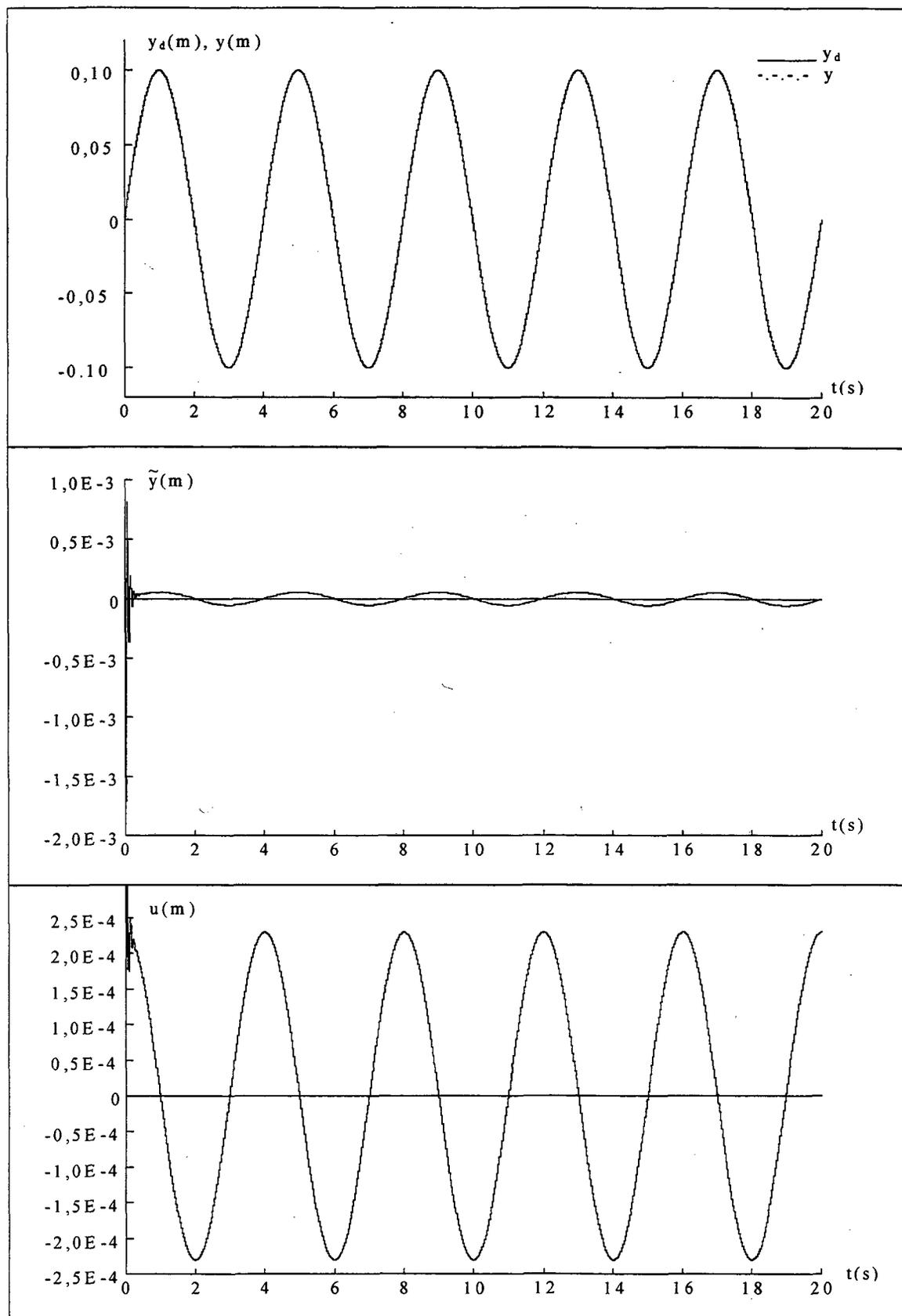


Figura 7.5 - CH Aplicado ao MNL com Parâmetros Nominais

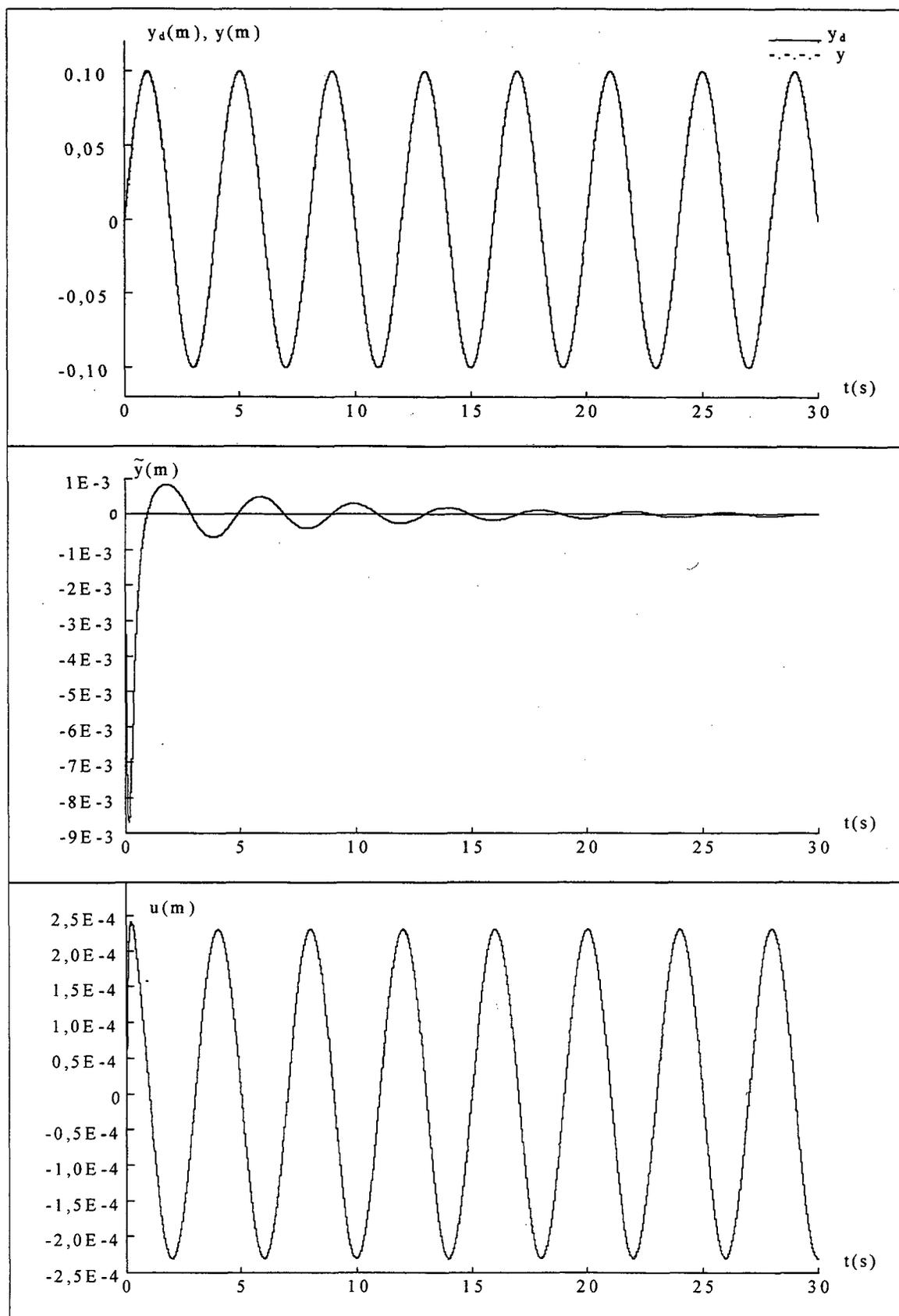


Figura 7.6 - CA Aplicado ao MNL com Incertezas Paramétricas em M e B

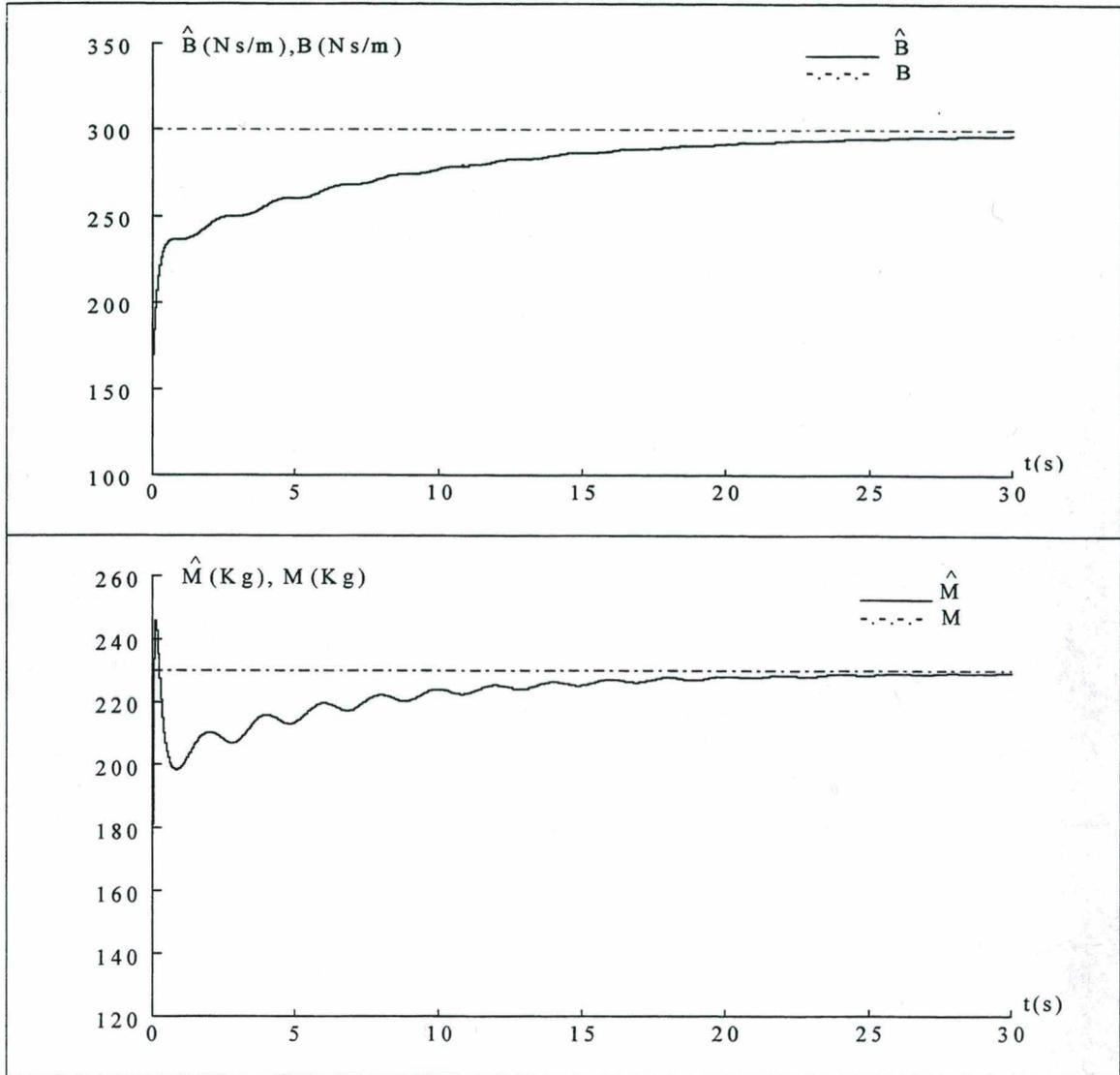


Figura 7.7 - Convergência dos Parâmetros Adaptados

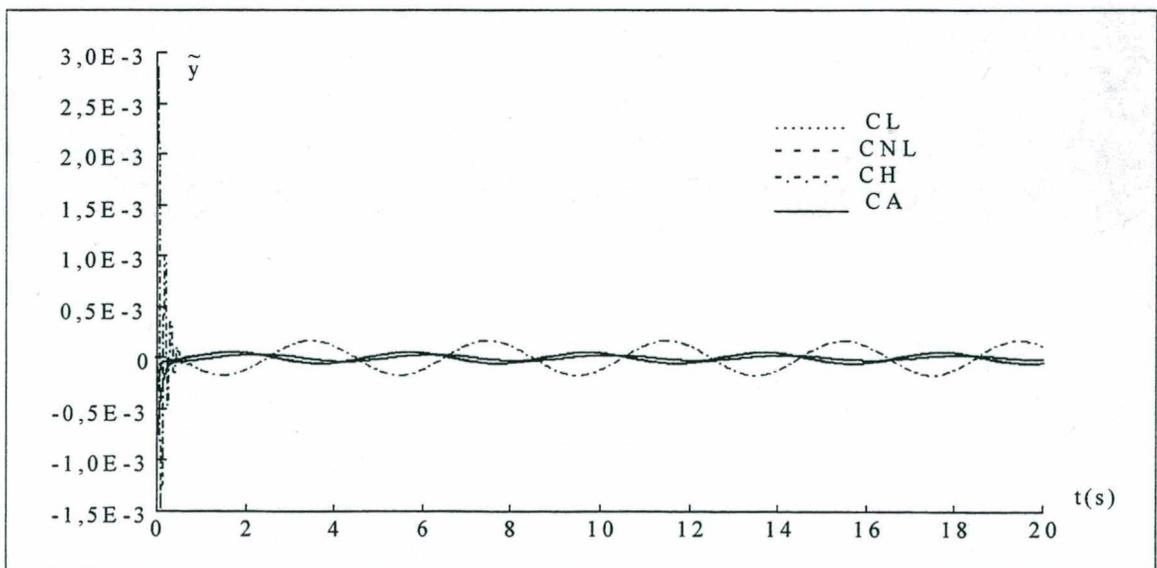


Figura 7.8 - Erros de Trajetória

7.5 - Controle de Posição

Nesta seção verifica-se o desempenho dos controladores em cascata apresentados neste trabalho quando o objetivo é o controle de posição. Neste caso o objetivo é deslocar o atuador até um ponto determinado. A entrada desejada poderia ser um degrau, contudo, com a finalidade de suavizar a entrada desejada utiliza-se um polinômio de 3ª ordem. A utilização de polinômios de 3ª ordem é uma prática comum no estabelecimento de trajetórias desejadas em robôs manipuladores. Neste caso especifica-se: posição inicial (0), posição final (0,1 m), velocidade inicial (0) e velocidade final (0). Assim, obtém-se

$$y_d(t) = \begin{cases} 0,3t^2 - 0,2t^3 & t < 1 \\ 0,1 & t \geq 1 \end{cases} \quad (7.17)$$

$$\dot{y}_d(t) = \begin{cases} 0,6t - 0,6t^2 & t < 1 \\ 0 & t \geq 1 \end{cases} \quad (7.18)$$

$$\ddot{y}_d(t) = \begin{cases} 0,6 - 1,2t & t < 1 \\ 0 & t \geq 1 \end{cases} \quad (7.19)$$

$$y_d^{(3)}(t) = \begin{cases} -1,2 & t < 1 \\ 0 & t \geq 1 \end{cases} \quad (7.20)$$

A figura 7.9 ilustra a curva de posição desejada.

A figura 7.10 mostra os erros de posição para os controladores apresentados neste trabalho quando aplicados ao modelo linear do atuador hidráulico com incertezas nos parâmetros. Os parâmetros do sistema utilizados nesta simulação correspondem aos valores mínimos da tabela 7.1. A aceleração utilizada pelos controladores é calculada com base nos valores nominais do sistema. Desta forma, introduz-se um erro devido à aceleração não ser medida.

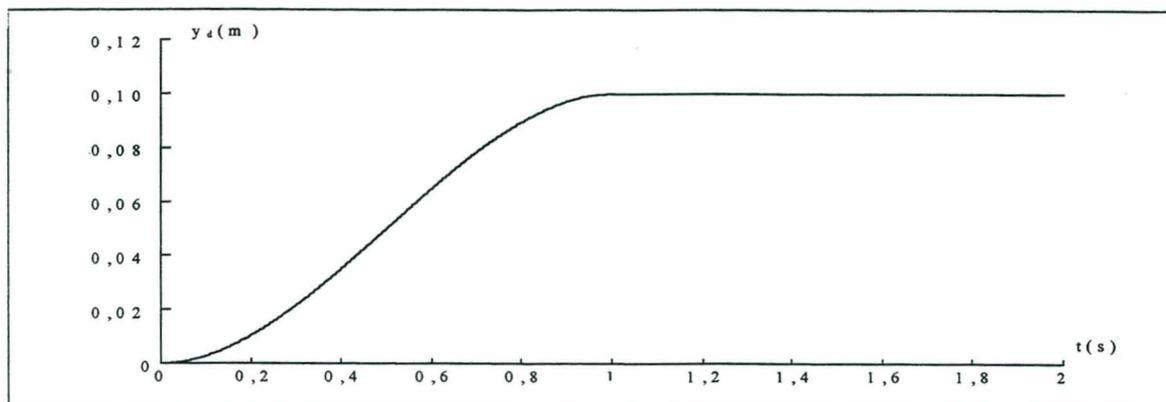


Figura 7.9 - Curva de Posição Desejada

Os resultados comprovam que os controladores em cascata apresentados neste trabalho apresentam erros de posição nulo para o problema do controle de posição.

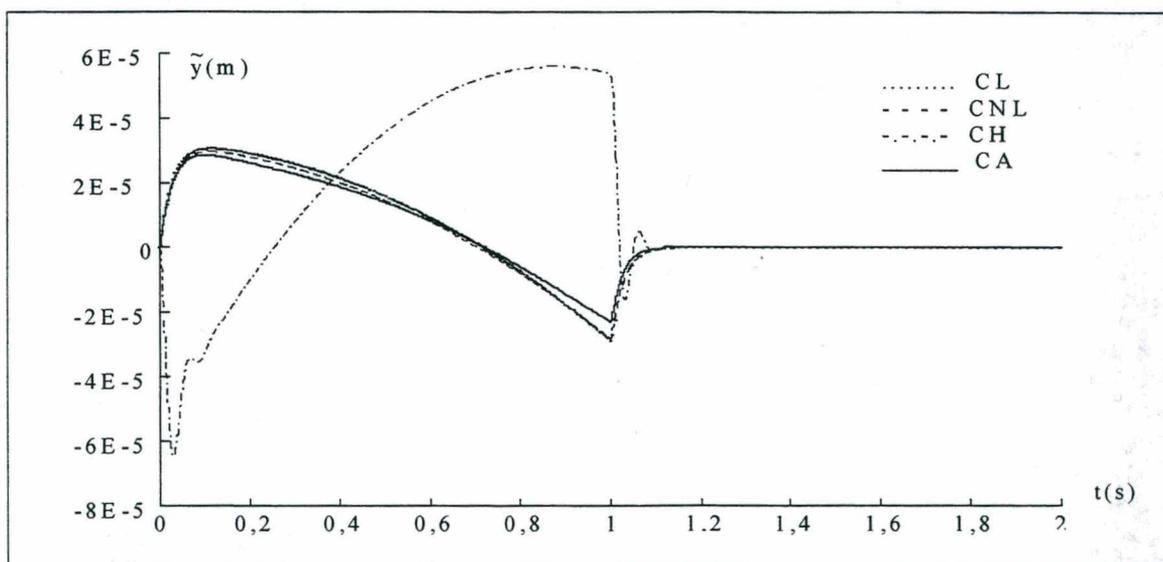


Figura 7.10 - Erros de Posição

8 - CONCLUSÕES

Neste trabalho realizou-se a modelagem matemática de um atuador hidráulico linear composto por: servoválvula, atuador cilindro-pistão de dupla ação acoplado a uma carga inercial engastada em uma superfície através de um amortecedor. Desenvolveu-se os modelos linear (3ª ordem) e não-linear (3ª e 4ª ordem). Foram discutidas as não-linearidades apresentadas por estes modelos, bem como as incertezas e as dinâmicas não-modeladas. Abordou-se as limitações do uso de controladores normalmente encontrados na literatura, e apresentou-se controladores em cascata com o objetivo de vencer estas limitações.

Os resultados teóricos apresentados na seção 4.3 demonstram que quando os parâmetros do sistema são conhecidos o controlador em cascata baseado no modelo linear conduz à convergência exponencial dos erros de trajetória. No capítulo 5 provou-se que quando os parâmetros do sistema não são conhecidos, ou equivalentemente se este controlador é aplicado ao modelo não-linear, os erros de trajetória tendem a um conjunto residual, e no caso do controle de posição, o controlador em cascata conduz a erros nulos. Resultados de simulações comprovam o exposto.

Baseado no fato que o modelo não-linear representa melhor o sistema em questão, foi proposto um controlador em cascata baseado no modelo não-linear. Demonstrou-se que este controlador conduz a erros de trajetória nulos quando os parâmetros do sistema são conhecidos. Resultados de simulações comprovaram que quando existem incertezas paramétricas os erros de trajetória tendem a uma região limitada, e que no controle de posição estes erros tendem à zero.

A estratégia de controle em cascata apresentada por Heintze et al. (1995a) para o atuador hidráulico rotacional foi aplicada para o atuador hidráulico linear. Para este controlador necessita-se menor conhecimento do sistema do que para os anteriores. Necessidade esta que não significa vantagem, visto que este controlador conduz à erros nulos apenas no controle de posição, caso em que os controladores anteriores levam a erros nulos independente das incertezas paramétricas do sistema. Para o caso do seguimento de trajetórias, os erros de seguimento dependem do sinal de entrada.

Com o objetivo de melhorar o desempenho e minimizar a influência das incertezas do controlador em cascata apresentado na seção 4.5 foi proposto no capítulo 6 o controlador em cascata baseado no modelo não-linear com adaptação de parâmetros do subsistema mecânico. Demonstrou-se teoricamente e com simulações que este controlador conduz a erros de trajetória nulos quando os parâmetros do subsistema hidráulico são conhecidos e a aceleração é medida, eliminando assim a necessidade de conhecimento do subsistema mecânico e possibilitando trabalhar com cargas de massas diferentes. Resultados de simulações comprovaram que quando os parâmetros do subsistema hidráulico não são conhecidos e a aceleração é calculada com base nos parâmetros nominais do sistema, os erros de trajetória tendem à uma região limitada com um desempenho melhor do que o controlador sem adaptação de parâmetros. No caso do controle de posição os erros tendem para zero independentemente do conhecimento do sistema.

Conclui-se então que para o controle de posição todos os controladores em cascata propostos neste trabalho conduzem a erros nulos, e que no controle de trajetória o controlador em cascata baseado no modelo não-linear com adaptação de parâmetros apresenta o melhor desempenho (erros de trajetória menores).

Pesquisas futuras incluem à implementação prática das técnicas de controle apresentadas, o desenvolvimento de um modelo matemático que leve em conta outras não-linearidades do sistema e o estudo de técnicas de controle que eliminem os erros de trajetória oriundo das incertezas paramétricas no subsistema hidráulico.

APÊNDICE A - DEFINIÇÕES E CONCEITOS BÁSICOS

Neste apêndice apresenta-se alguns conceitos básicos de mecânica dos fluidos, bem como deduz-se a equação de fluxo através de um orifício.

A.1 - Potência

A potência disponível de um escoamento de óleo é definida como

$$\text{Potência} = P \times Q \quad (\text{A.1})$$

onde P é a pressão do óleo e Q é a vazão volumétrica.

A.2 - Módulo de Elasticidade Volumétrica Isotermal (Bulk Modulus)

O bulk modulus β mede a capacidade de um líquido ser comprimido e é definido pela relação diferencial

$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{dp}{\beta} \quad (\text{A.2})$$

onde dp é a variação incremental na massa específica de um líquido o qual começa com uma massa específica ρ e é submetido à variação na pressão incremental. Para maioria dos líquidos hidráulicos o módulo de elasticidade volumétrica é muito grande, da ordem de 700 Mpa (Burton, 1994), indicando que uma variação de pressão muito alta é necessária para produzir

uma variação muito pequena na massa específica. Isto justifica a freqüente suposição de que os líquidos são essencialmente incompressíveis.

A.3 - Equação de Bernoulli

Devido ao objetivo deste estudo não são apresentadas as equações gerais de movimento de fluido, e sim, uma versão simplificada que descreve aproximadamente as situações específicas de interesse. Desta forma, as relações básicas que são empregadas para modelar os sistemas são as seguintes (Burton, 1994):

a) *Conservação da massa*: Se considerarmos um certo volume de fluido, então a taxa de variação de massa \dot{m} contida no volume de controle deve ser igual a vazão de massa Q_m (em kg/s), onde Q_m é positivo se a massa está fluindo para dentro da região e negativa se está fluindo para fora da região.

b) *Conservação da energia*: Se os efeitos da viscosidade são desprezados, tal que não existe dissipação de energia, e se o fluxo do líquido é assumido incompressível, permanente, e irrotacional, então a soma das energias cinética e potencial por unidade de volume é conservada:

$$\frac{1}{2}\rho v_{el}^2 + \rho gZ + P = \text{constante} \quad (\text{A.3})$$

Esta equação é conhecida como Equação de Bernoulli. O primeiro termo do lado esquerdo da equação $\frac{1}{2}\rho v_{el}^2$ representa a energia cinética por unidade de volume, onde v_{el} é a

magnitude da velocidade, e os outros dois termos representam as duas fontes de energia potencial por unidade de volume: ρgZ devido à gravidade, onde Z é a altura acima de um nível de referência estabelecido, e a que é devido à pressão P .

Aplicando-se a equação acima entre duas localizações diferentes, no fluido, tem-se:

$$\frac{1}{2}\rho v_{ela}^2 + \rho gZ_a + P_a = \frac{1}{2}\rho v_{elb}^2 + \rho gZ_b + P_b \quad (\text{A.4})$$

onde ()_a e ()_b referem-se às localizações a e b respectivamente.

A.4 - Vazões através de orifícios

Em muitas aplicações práticas de dispositivos hidráulicos, o fluido é empurrado através de pequenas aberturas de válvulas (“orifícios”), nas quais existe uma pressão diferencial relativamente alta. Desenvolve-se à seguir um modelo aproximado para descrever a relação entre o fluxo de massa e a queda de pressão no orifício. A situação idealizada é mostrada na figura 1.

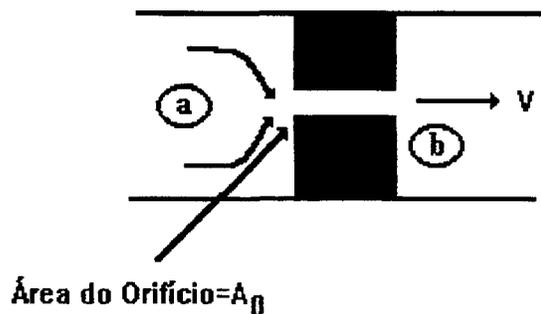


Figura A.1 - Fluxo Através de um Orifício

O fluido na câmara de alta pressão P_a é empurrado através de um pequeno orifício de área A_0 (onde A_0 é muito menor do que a área de seção transversal da câmara), para dentro de uma segunda câmara de baixa pressão P_b (Burton, 1994). Para passar através do orifício o

fluido deve acelerar a uma velocidade relativamente alta, e isto ocorre ao custo de uma queda de pressão. Relacionando a pressão e velocidade pela equação (A.4), aplicando a mesma no escoamento da figura A.1, onde o fluido entra por a e sai por b, e tomando a velocidade a ser pequena o bastante de forma a poder ser desprezada, tem-se $\frac{1}{2}\rho v_{elb}^2 + P_b \cong P_a$. Isolando v_{elb} obtém-se a velocidade do fluxo no orifício

$$v_{elb} = \sqrt{\frac{2}{\rho}(P_a - P_b)}$$

Multiplicando a velocidade por A_0 tem-se a vazão volumétrica através do orifício dada por:

$$Q = A_0 \sqrt{\frac{2}{\rho}(P_a - P_b)}$$

Devido as perdas que ocorrem por atrito, a vazão dada pela equação acima é maior do que a real, para compensar isto, introduz-se um fator perda $c_0 < 1$, o qual pode ser determinado experimentalmente ($c_0 \approx 5/8$) (Stringer, 1976). Desta forma a equação acima passa a ser

$$Q = c_0 A_0 \sqrt{\frac{2}{\rho}(P_a - P_b)} \quad (A.5)$$

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] ANDRIGHETTO, P. L. **Posicionador Eletrohidráulico Controlado por Válvula Proporcional Direcional**. Tese de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, 1996.
- [2] BURTON, T. D. **Introduction to Dynamic Systems Analysis**. Mc Graw-Hill, Inc., 1994.
- [3] DAVIDSON, E. J. **Benchmark Problems for Control System Design**. IFAC Theory Committee Report, pp.30, 1990.
- [4] D'AZZO, J. J.; HOUPIS, C. H. **Análise e Projeto de Sistemas de Controle Lineares**. Guanabara Dois, 1981.
- [5] DE CARLO, R. A.; ZAK, S. H.; MATTHEWS, G. P. **Variable Structure Control of Non-Linear Multivariable Systems: A Tutorial**. Proc. of the IEEE, vol.76, nº.3, pp.212-232, 1988.
- [6] DE NEGRI, V. J. **Estudo do Comportamento Dinâmico de Sistemas Hidráulicos**. Relatório Interno, LASHIP, Universidade Federal de Santa Catarina, 1988.
- [7] DE SILVA, C. W. **Control Sensor and Actuator**. Prentice-Hall, 1989.
- [8] GUENTHER, R.; Hsu, L. **Variable Structure Adaptive Cascade Control of Rigid-Link Electrically-Driven Robot Manipulators**. Proc.IEEE 32nd CDC, San Antonio, Texas, December, pp.2137-2142, 1993.

- [9] GUENTHER, R.; PIERI E.R.; CUNHA, M.A.B. **Cascade Position Control of Hydraulic Actuators for Robot Manipulators**. Technical Report - 7^o DINAME, Angra dos Reis, Rio de Janeiro, Brazil, March, 1997a.(aceito)
- [10] GUENTHER, R.; CUNHA, M.A.B.; PIERI E. R; PAIM, C. C. **Controle em Cascata de um Atuador Hidráulico**. IV Encontro Latino Americano de Fluido Mecânica. Itajubá, Minas Gerais, Brasil, abril, 1997b.(aceito)
- [11] HEINTZE, J.; SCHOTHORST, G.; WEIDEN, A. J. J.; TEERHUIS, P.C. **Modeling and Control of an Industrial Hydraulic Rotary Vane Actuator**, In: Proceedings of the 32nd Conference on Decision and Control, San Antonio, Texas, USA, December , pp 1913-1918, 1993.
- [12] HEINTZE, J.; WEIDEN, A. J. J. **Inner Loop Design and Analysis for Hydraulic Actuators, with Application to Impedance Control**. Control Engin. Practice, 3, 1323-1330, 1995a.
- [13] HEINTZE, J.; PETERS, R.M.; WEIDEN, A. J. J. **Cascade Δp and Sliding Mode for Hydraulic Actuators**. Proceedings of 3rd European Control Conference, Rome, Italiy, pp. 17-24, September, 1995b.
- [14] HSU, L.; GUENTHER, R.. **Variable Structure Adaptive Cascade Control of Multi-Link Robot Manipulators with Flexible Joints: the case of arbitrary uncertain flexibilities**. Proc. IEEE, Conf. Robot. Autom., Atlanta, Georgia, May, pp.340-345, 1993.
- [15] IKEO, S.; TAKAHASHI, T.; TAKAHASHI, K. **Application of the Adaptive Control Theory to the Electrohydraulic Servo System Including Proportional Control Valve**. The Third Scandinavian International Conference on Fluid Power, pp.175-191, 1993.

- [16] JINGHONG, Y.; ZHAONENG, C.; YUANZHANG, L. **The Variation of Oil Effective Bulk Modulus with Pressure in Hydraulic Systems**. Journal of Dynamics System, Measurement, and Control. Vol. 116, pp 146-150, March , 1994.
- [17] KHOSLA, P.K. **Recent Advances in Experimental Robot Control**. NATO ASI Series, Vol. F57, Kinematics and Dynamics issues in Sensor Based Control, pp.161-178, Edited by G.E. Taylor, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1990.
- [18] KIM, S.D.; CHO, H.S. **A Suboptimal Controller Design Method for the Energy Efficiency of a Load-Sensing Hydraulic Servo System**. Journal of Dynamics System, Measurement, and Control. Vol. 113, pp 487-493, September , 1991.
- [19] LAVAL, L.; M'SIRDI, N. K.; Cadiou, J.C. **H_{∞} - Force Control of a Hydraulic Servo-Actuator with Environmental Uncertainties**. Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation, Minneapolis, Minnesota, pp. 1566-1571, April, 1996.
- [20] LUKA'NOV, A.G; UTKIN, V.I. **Methods of Reducing Equations for Dynamic Systems to a Regular Form**. Avtomatika i Telemekhanika, no.4, pp. 5-13, April, 1981.
- [21] NOBLE, B.; DANIEL, J. W. **Applied Linear Algebra**. Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, New Jersey, USA, 1977.
- [22] OGATA, K. **Engenharia de Controle Moderno**. Prentice-Hall do Brasil, 1993.
- [23] PAIM, C. C. **Técnicas de Controle Aplicadas a um Atuador Hidráulico**. Tese de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, 1997.
- [24] PLUMMER, A.R.; VAUGHAN, N. D. **Robust Adaptive Control for Hydraulic Servosystems**. Journal of Dynamics System, Measurement, and Control. Vol. 118, pp. 237-244, June, 1996.

- [25] SCHOTHORST, G. V.; TEERHUIS, P. C.; WEIDEN, A. J. J. **Stability Analysis of a Hydraulic Servo-System Including Transmission Line Effects**. In: Proc. 3th Intern. Conf. Automation, Robotics and Computer Vision, Singapore, pp. 1919-1923, 1994.
- [26] SEPEHRI, N.; DUMONT, G. A. M.; LAWRENCE, P. D.; SASSANI, F. **Cascade Control of Hydraulically Actuated Manipulators**. *Robotica*, vol. 8, part.3, pp.207-216, (Jul./Sep.), 1990.
- [27] SLOTINE, J.J.E.; LI, W. **On the Adaptive Control of Robot Manipulators**. *Int. J. Robotics Research*, vol.6, n^o.3. pp. 49-59, 1987.
- [28] SLOTINE, J.J.E.; LI, W. **Applied Nonlinear Control**. Prentice-Hall Inc, 1991.
- [29] STRINGER, J. **Hydraulic Systems Analysis**. The Macmillan Press, 1976.
- [30] UTKIN, V.I. **Discontinuous Control Systems: State of Art in Theory and Applications**. Preprints IFAC 10th World Congress on Automatic Control, Munich, voll. pp-75-94, 1987.
- [31] VIRTANEN, A. **The Design of State Controller of Hydraulic Position Servo System**. The Third Scandinavian International Conference on Fluid Power, pp.193-206, 1993.
- [32] VOSSOUGH, G.; DONATH, M. **Dynamic Feedback Linearization for Electro-Hydraulically Actuated Control Systems**. *Journal of Dynamics System, Measurement, and Control*. Vol. 117, pp. 468-477, December, 1995.
- [33] WATTON, J. **Fluid Power Systems**. Prentice Hall, Cambridge, England, 1989.
- [34] WHITNEY, D.E. **Historical Perspective and State of the Art in Robot Force Control**. *The international Journal of Robotics Research*, vol. 6, n^o 1, pp.3-17, spring, 1987.

- [35] YUN, J.S.; CHO, H.S. **Adaptive Model Following Control of Electrohydraulic Velocity Control Systems Subjected to Unknown Disturbances**, Proceedings of IEE Control Theory and applications , vol. 135,n° 2, pp. 149-156, 1988.
- [36] YUN, J.S.; CHO, H.S. **Application of an Adaptive Model Following Control Technique to a Hydraulic Servo System Subjected to Unknown Disturbances**. Journal of Dynamics System, Measurement, and Control. Vol. 113, pp.479-486, September, 1991.