

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

SIMULAÇÃO DO ESCOAMENTO COMPRESSÍVEL DE GASES  
ATRAVÉS DO ESCOAMENTO DE ÁGUA COM SUPERFÍCIE LIVRE

Dissertação submetida à Universidade Federal de  
Santa Catarina para a obtenção do grau de Mes-  
tre em Engenharia

CARLOS ROBERTO ALTAFINI

JULHO - 1980


SIMULAÇÃO DO ESCOAMENTO COMPRESSÍVEL DE GASES  
ATRAVÉS DO ESCOAMENTO DE ÁGUA COM SUPERFÍCIE LIVRE

CARLOS ROBERTO ALTAFINI

Esta disseratação foi julgada adequada para obtenção do título  
de

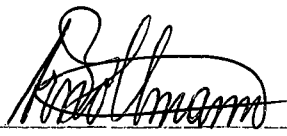
MESTRE EM ENGENHARIA

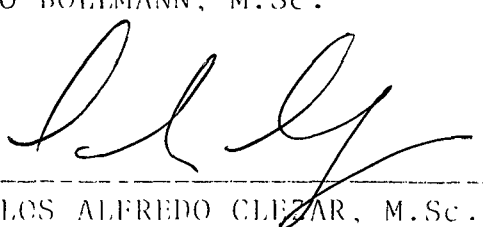
especialidade em Engenharia Mecânica e aprovada em sua forma  
final pelo programa de Pós-Graduação.

  
Prof. ROGÉRIO TADEU DA SILVA FERREIRA, Ph.D  
ORIENTADOR

  
Prof. ARNO BLASS, Ph.D  
COORDENADOR

BANCA EXAMINADORA:

  
Prof. ARNO BOLLMANN, M.Sc.

  
Prof. CARLOS ALFREDO CLEZAR, M.Sc.

A  
Deus

A  
minha espôsa

## AGRADECIMENTOS

- Ao professor Rogério Tadeu da Silva Ferreira, pela prestativa orientação e incentivo recebido.
- Ao professor Narciso Angel Ramos Arroyo, que muito auxiliou na realização deste trabalho.
- A CAPES, pelo apoio financeiro.
- Ao técnico João Martins, pelo eficaz auxílio na montagem da bancada de testes.
- Ao senhor Manoel de Souza, pelos serviços prestados na parte de carpintaria.
- Ao pessoal dos Laboratórios de Máquinas Operatrizes e Soldagem, pela execução dos serviços solicitados.
- Aos colegas do curso de pós-graduação, pelo incentivo recebido.

## Í N D I C E

SIMBOLOGIA .....	i
RESUMO .....	iii
ABSTRACT .....	iv
1 - INTRODUÇÃO .....	1
2 - DESENVOLVIMENTO TEÓRICO .....	3
2.1 - Hipóteses simplificativas para os escoamentos análogos .....	3
2.2 - Relações análogas .....	4
2.3 - Velocidade de propagação de ondas no gás e na água .....	8
2.4 - Bocal bidimensional e canal de água convergente-divergente .....	11
2.5 - Onda de choque e salto hidráulico .....	13
2.6 - Resumo da analogia hidráulica .....	14
3 - EQUIPAMENTOS E PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS .....	15
3.1 - Descrição dos equipamentos e dispositivos .....	15
3.1.1 - Mesa d'água .....	15
3.1.2 - Acessórios para a circulação da água ....	16

3.1.3 - Carro do medidor de profundidade .....	18
3.1.4 - Canais convergente-divergentes.....	20
3.1.5 - Grandezas medidas .....	24
3.1.6 - Medidas de profundidade .....	24
3.1.7 - Medidas do ângulo das ondas de gravidade .	26
3.2 - Procedimentos experimentais .....	30
3.2.1 - Estabilidade do escoamento .....	30
3.2.2 - Calibragens .....	32
3.2.3 - Técnica da fotografia .....	35
4 - ANÁLISE DE ESCOAMENTOS .....	41
4.1 - Escoamento subsônico em torno de cilindros circula <u>res</u>	41
4.1.1 - Modelos .....	42
4.1.2 - Resultados .....	43
4.1.3 - Comentários sobre os resultados .....	44
4.2 - Escoamento supersônico em torno de cones .....	49
4.2.1 - Simulação de choque cônico por meio de cu <u>nhas</u>	49
4.2.2 - Simulação de choque destacado por meio de	
cunhas .....	50
4.2.3 - Modelos .....	51
4.2.4 - Resultados .....	52
4.2.5 - Análise das diferenças quantitativas .....	61
5 - CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES .....	63
5.1 - Conclusões .....	63
5.2 - Recomendações .....	64
6 - REFERÊNCIAS .....	65
APÊNDICES	
APÊNDICE I - Velocidade de propagação de uma onda de gr <u>avida</u>	
de .....	68
APÊNDICE II- Determinação de $z_0$ .....	70

## SIMBOLOGIA

$C_p$	Calor específico a pressão constante
$C_v$	Calor específico a volume constante
Fr	Número de Froude, $V/(gz)^{1/2}$
M	Número de Mach, $V/a$
R	Constante do gás
T	Temperatura absoluta do gás
V	Velocidade de escoamento
$V_x$	Componente da velocidade na direção do escoamento(x)
$V_y$	Componente da velocidade na direção y, normal ao escoamento no plano horizontal
a	Velocidade de propagação do som
c	Velocidade de propagação de ondas superficiais
g	Aceleração da gravidade
k	Relação de calores específicos, $C_p/C_v$
p	Pressão
z	Profundidade da água
$\gamma$	Peso específico
$\theta$	Semi-ângulo do cone ou cunha
$\lambda$	Comprimento de onda
$\rho$	Massa específica
$\sigma$	Ângulo de choque cônico ou ângulo das ondas de gravidade
$\tau$	Tensão superficial

## ÍNDICES

c	Valor da variável na condição crítica
---	---------------------------------------



$\ell$	Valor local da variável
max	Valor máximo da variável
o	Valor da variável na condição de estagnação ( $V=0$ )
s	Valor da variável no escoamento não perturbado
x,y	Eixos de coordenadas cartesianas

## RESUMO

A analogia entre escoamento de água com uma superfície livre e o escoamento compressível de gases, comumente chamada de a analogia hidráulica, é apresentada neste trabalho, juntamente com suas limitações. A mesa d'água, é o equipamento utilizado para a realização da analogia hidráulica, cujos detalhes construtivos, conjuntamente com sistemas empregados nas medições experimentais e com todos os procedimentos experimentais seguidos, são igualmente descritos. Aplicou-se a analogia hidráulica a escoamentos subsônicos em torno de cilindros e a escoamentos supersônicos si métricos em torno de cones, cujos resultados experimentais são discutidos e comparados com resultados teóricos e experimentais. Em vista da razoável concordância obtida, recomendações para futuros trabalhos são sugeridas.

## ABSTRACT

The objective of this work is to test a home made water table in order to identify its limitations and main applications. The water table is used to simulate the main features of high velocity compressible fluid flow through a free surface water flow. All the experimental procedures and constructive details are fully described.

The hydraulic analogy is applied to subsonic flow around circular cylinders and supersonic flow around cones. The experimental results are compared with available theoretical and experimental data and a good agreement is achieved.

## 1. INTRODUÇÃO

A semelhança qualitativa existente entre escoamentos compressíveis de gases, principalmente o ar, e escoamentos de água com uma superfície livre, permitiu o desenvolvimento de uma teoria que pudesse ser usada para representá-la. A quantificação da semelhança entre os fenômenos que ocorrem nos escoamentos compressíveis e os fenômenos superficiais no escoamento da água, só é possível de ser realizada para o caso de escoamentos bidimensionais.

A base matemática da analogia hidráulica foi primeiramente apresentada por Riabouchinsky [5], a partir da qual outros autores [2], [3], [4] e [6], estenderam a sua aplicabilidade a diversos estudos de escoamentos bidimensionais supersônicos e subsônicos de gases. Neste trabalho, é apresentado no capítulo 2, o desenvolvimento teórico em que se baseia a analogia hidráulica.

A motivação deste trabalho reside no fato de ser a analogia hidráulica, um método pouco dispendioso e bastante conveniente para a investigação de escoamentos compressíveis de gases. As particularidades que ocorrem no escoamento de ar a altas velocidades, são facilmente reproduzidas no escoamento análogo de água a baixas velocidades, utilizando-se a mesa d'água. Este equipamento, considerado indispensável a todo laboratório de Mecânica dos Fluidos, com todos os seus componentes e sistemas de medições, está descrito neste trabalho, bem como os procedimentos experimentais se-

guidos durante os testes.

Os escoamentos supersônicos e subsônicos foram reproduzidos pelo escoamento de água, utilizando-se canais convergente-divergentes, para acelerá-lo. O dimensionamento e a construção destes canais, são igualmente descritos, no capítulo 3, com suas respectivas calibrações e aplicações.

É objetivo também deste trabalho, a verificação da analogia hidráulica em torno de obstáculos. Realizou-se a análise de escoamentos subsônicos em torno de cilindros circulares, com o propósito de compararem-se os resultados com outros experimentos já realizados, a fim de avaliar-se o comportamento de todo o sistema. Investigou-se também quantitativamente, os escoamentos supersônicos simétricos em torno de cones, quanto à formação de ondas de choque cônicas e formação de ondas de choque destacadas. Esta simulação foi realizada a partir do escoamento de água em torno de cunhas, onde as ondas de choque são identificadas pela formação de saltos hidráulicos.

## 2. DESENVOLVIMENTO TEÓRICO

Neste capítulo é apresentada a similaridade existente entre as equações que governam o escoamento bidimensional compressível de um gás e o escoamento da água com uma superfície livre, através de uma contração em um canal horizontal. A similaridade entre estas equações, determina a analogia entre os parâmetros do escoamento do gás e os parâmetros do escoamento da água.

### 2.1- HIPÓTESES SIMPLIFICATIVAS PARA OS ESCOAMENTOS ANÁLOGOS

A correspondência entre o escoamento da água e o escoamento compressível bidimensional de um gás, é determinada pelas equações da continuidade, energia e propagação de ondas, sujeitas às seguintes hipóteses simplificativas:

#### GÁS

- (1) O escoamento é ideal e adiabático
- (2) O regime é permanente
- (3) O gás é considerado como um gás perfeito para o qual é válida a equação de estado  $p = \rho RT$

## ÁGUA

- (1) O escoamento é ideal
- (2) O regime é permanente
- (3) A aceleração vertical é desprezível comparada com a aceleração da gravidade
- (4) Hipóteses referentes à propagação de ondas superficiais, que serão apresentadas no item 2.3

### 2.2- RELAÇÕES ANÁLOGAS

Fundamentado nas equações da continuidade e da energia para ambos os escoamentos da água e bidimensional de um gás, importantes relações análogas entre os parâmetros dos dois escoamentos, podem ser obtidas:

#### (a) Equação da continuidade

Água: A equação da continuidade para escoamento incompressível bidimensional em canais e para regime permanente, segundo Black e Mediratta [2], é dada por:

$$\frac{\partial}{\partial x}(zV_x) + \frac{\partial}{\partial y}(zV_y) = 0 \quad (1)$$

onde,  $V_x$  e  $V_y$ , são as componentes da velocidade na direção  $x$  e  $y$  do escoamento, definidas conforme figura 2.1 e  $z$ , é a profundidade da água.

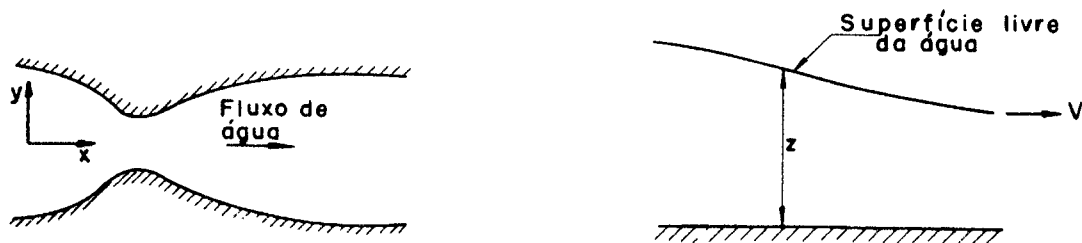


Fig.: 2.1- Sistema de referênciã.

Desenvolvendo-se as derivadas da equação (1) tem-se:

$$z \left( \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} \right) + V_x \frac{\partial z}{\partial x} + V_y \frac{\partial z}{\partial y} = 0, \quad (2)$$

como a profundidade da água ( $z$ ) não varia com  $y$ , o último termo da equação acima é zero e tem-se:

$$\left( \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} \right) = - \frac{V_x}{z} \frac{\partial z}{\partial x} \quad (3)$$

Gás: A equação da continuidade para escoamento bidimensional e para regime permanente, é:

$$\frac{\partial}{\partial x} (\rho V_x) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho V_y) = 0, \quad (4)$$

onde,  $\rho$  é a massa específica. Aplicando o mesmo procedimento anterior, na equação (4), chega-se a:

$$\left( \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} \right) = - \frac{V_x}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} \quad (5)$$

Comparando-se as equações (3) e (5), e como  $z$  e  $\rho$ , variam somente com  $x$ , considera-se a diferencial total destas grandezas:

$$\frac{dz}{z} = \frac{d\rho}{\rho} \quad (6)$$

Integrando-se a equação (6) entre os limites  $z_0$  a  $z$  e  $\rho_0$  a



$\rho$  respectivamente, obtem-se a correspondência entre a relação de profundidades e a relação de massas específicas.

$$\frac{z}{z_0} = \frac{\rho}{\rho_0} \quad (7)$$

(b) Equação da Energia

Água. Como o escoamento é ideal, considera-se a equação de Bernoulli para uma linha de corrente na superfície livre da água:

$$\frac{p}{\gamma} + \frac{V^2}{2g} + z = \frac{p_0}{\gamma} + z_0, \quad (8)$$

onde,  $\gamma$ ,  $g$ ,  $p_0$  e  $z_0$  são respectivamente, peso específico, aceleração da gravidade e a pressão e profundidade da água na condição de estagnação ( $V=0$ ). Como as pressões  $p$  e  $p_0$ , são iguais a zero na superfície livre da água tem-se:

$$V^2 = 2g(z_0 - z) \quad (9)$$

A velocidade máxima do escoamento ocorre no ponto onde  $z$  é zero ou seja:

$$V_{\max}^2 = 2gz_0 \quad (10)$$

Dividindo a equação (9) por (10), tem-se:

$$\left(\frac{V}{V_{\max}}\right)^2 = \frac{z_0 - z}{z_0} \quad (11)$$

Gás. A equação da energia para o escoamento de gás é dada por:

$$\frac{V^2}{2} + C_p T = C_p T_o = \frac{V_{\max}^2}{2}, \quad (12)$$

onde,  $C_p$  e  $T_o$ , são respectivamente, o calor específico a pressão constante e a temperatura absoluta do gás na condição de estagnação ( $V=0$ ). Arranjando os termos da equação (12):

$$V^2 = 2C_p(T_o - T), \quad (13)$$

e igualmente,

$$\left(\frac{V}{V_{\max}}\right)^2 = \frac{T_o - T}{T_o} \quad (14)$$

A partir das equações (11) e (14), observa-se que a relação de profundidades da água, corresponde à relação de temperaturas absolutas do gás, ou seja:

$$\frac{z}{z_o} = \frac{T}{T_o} \quad (15)$$

Considerando-se a equação de estado do gás,  $p = \rho RT$ , e formando-se a relação de pressões do gás e através das equações (7) e (15), obtém-se:

$$\frac{p}{p_o} = \left(\frac{\rho}{\rho_o}\right) \left(\frac{T}{T_o}\right) = \left(\frac{z}{z_o}\right)^2 \quad (16)$$

A partir da relação adiabática de pressões e massas específicas:

$$\frac{p}{P_0} = \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^k, \quad (17)$$

a qual a partir das equações (7) e (16), pode somente ser satisfeita para o valor de  $k = 2$  (gás hidráulico).

### 2.3- VELOCIDADE DE PROPAGAÇÃO DE ONDAS NO GÁS E NA ÁGUA

As perturbações de pressão de pequenas intensidades, causadas por um corpo que se move em um gás ou vice-versa, propagar-se-ão esfericamente com uma velocidade igual a do som, dada pela equação:

$$a = (kp/\rho)^{1/2} \quad (18)$$

A configuração de um grupo destas ondas sônicas, depende da velocidade do corpo ou do gás.

Similarmente, as perturbações de pequenas intensidades a qualquer ponto na superfície livre de um líquido, causado pelo movimento de um corpo no mesmo ou vice-versa, causarão a formação de ondas superficiais que propagar-se-ão bidimensionalmente a uma certa velocidade, onde a configuração de um grupo de ondas, também depende da velocidade do corpo ou do líquido.

As ondas formadas na superfície livre da água, são compostas de ondas de capilaridade, devido a tensão superficial da água, de pequeno comprimento de onda e de ondas de gravidade, de grande comprimento de onda. A expressão geral para a velocidade de propagação de ondas superficiais, segundo Lamb [8], é dada por:

$$c = \left[ \left( \frac{g\lambda}{2\pi} + \frac{2\pi\tau}{\rho\lambda} \right) \tanh \frac{2\pi z}{\lambda} \right]^{1/2}, \quad (19)$$

onde  $\lambda$ ,  $\tau$ ,  $\rho$  e  $z$ , são respectivamente, comprimento de onda, tensão superficial, massa específica e profundidade da água.

Como nos gases a tensão superficial é desprezível, a analogia hidráulica prevê correspondência somente entre as ondas sônicas nos gases e as ondas de gravidade na água. Para tanto, certas hipóteses simplificativas devem ser feitas sobre a equação (19), para que seja satisfeita esta restrição na analogia:

- (1) A tensão superficial será considerada desprezível, ou seja,  $\tau = 0$ .
- (2) A profundidade da água é pequena comparada ao comprimento de onda, isto é,  $z \ll \lambda$ . Para tal condição,  $\tanh \frac{2\pi z}{\lambda} \cong \frac{2\pi z}{\lambda}$ .

Baseado em tais hipóteses, obtem-se a equação simplificada, para velocidade de propagação das ondas de gravidade de pequena amplitude:

$$c = (gz)^{1/2} \quad (20)$$

Esta equação depende somente, da aceleração da gravidade e da profundidade da água, a qual é deduzida de outra forma, conforme apresentada no Apêndice I.

As ondas de capilaridade, são representadas na equação (19) pelo termo que envolve a tensão superficial e, portanto, não tomam parte na analogia hidráulica.

A similaridade dinâmica das propagações de ondas sônicas e de gravidade, é estabelecida pela relação de velocidade de escoamento e a velocidade de propagação da onda. Para o caso da água, a relação referida é representada pelo número de Froude e, para o gás, é representada pelo número de Mach, ou seja:

Para a água, 
$$Fr = \frac{V}{c}, \quad (21)$$

que a partir das equações (9) e (20), fornece:

$$Fr = \frac{[2g(z_0 - z)]^{1/2}}{(gz)^{1/2}} = [2(z_0 - z)/z]^{1/2} \quad (22)$$

e para o gás, 
$$M = \frac{V}{a} \quad (23)$$

Para valores do número de Froude ou número de Mach, menores que a unidade, isto é,  $V < c$  ou  $V < a$ , os dois tipos de ondas, podem propagar-se em todas as direções, tanto a montante como a jusante do ponto de perturbação e, para valores superiores a unidade, isto é,  $V > c$  ou  $V > a$ , as ondas propagar-se-ão somente a jusante do ponto de perturbação. Estas duas configurações de grupos de ondas, podem ser apreciadas na figura 2.2, para o caso de o fluido escoar em torno de uma fonte de perturbação puntual.

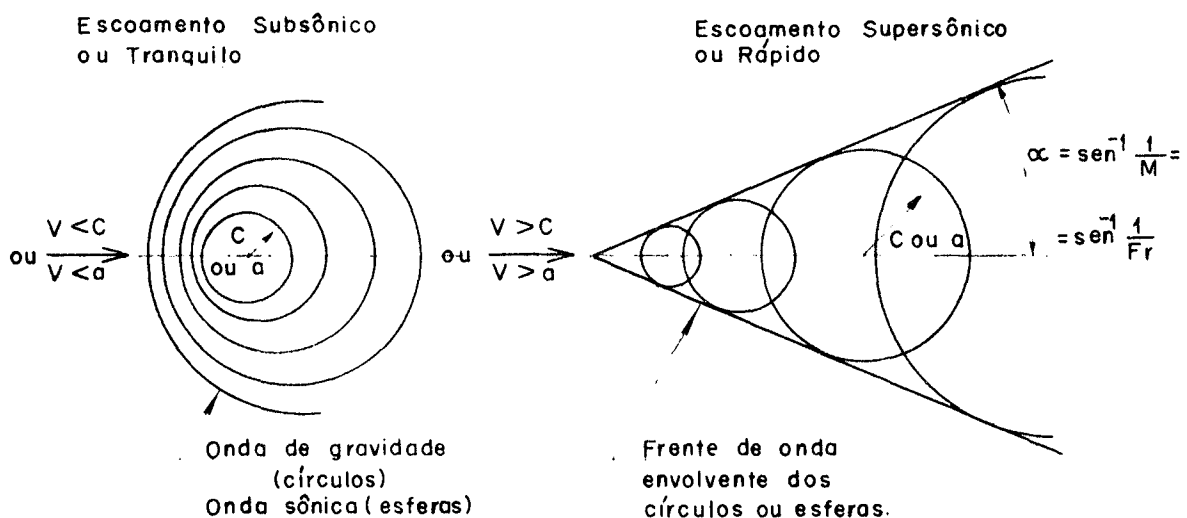


Fig.: 2.2 - Grupos de ondas de escoamento subsônico ou tranquilo e escoamento supersônico ou rápido.

Para escoamentos de gases cujos valores do número de Mach são inferiores e superiores a unidade, diz-se que os mesmos são subsônicos e supersônicos, respectivamente e, no caso do escoamento ser supersônico, a frente de onda mostrada na figura 2.2, é chamada de cone de Mach, cujas geratrizes deste cone, são as ondas de Mach. Portanto, fazendo-se a correspondência com o escoamento de água, diz-se que o escoamento que apresenta número de Froude inferior a unidade, é o escoamento tranquilo e é análogo ao escoamento subsônico. O escoamento cujo número de Froude é superior a unidade, é denominado escoamento rápido sendo análogo ao escoamento supersônico. Para este escoamento rápido, a frente de onda ou onda de gravidade, é análoga à onda de Mach.

#### 2.4- BOCAL BIDIMENSIONAL E CANAL DE ÁGUA CONVERGENTE-DIVERGENTE

A similaridade entre o bocal bidimensional e o canal de água convergente-divergente, pode ser verificada com base na analogia hidráulica e, com isto podem ser obtida as relações análogas entre seus parâmetros dimensionais: principalmente as relações de áreas do bocal e a relação de larguras do canal de água.

Com base nas hipóteses citadas no item 2.1 e, através da equação da continuidade, a partir da sua forma diferencial logarítmica, apresentada por Obert e Gyrog [1], obtem-se, para a água:

$$\frac{dL}{L} + \frac{dz}{z} + \frac{dV}{V} = 0, \quad (24)$$

onde  $L$  é a largura do canal. A equação (24) integrada entre os limites referentes ao ponto de estagnação e outro qualquer, fornece:

$$\ln \frac{L}{L_0} + \ln \frac{z}{z_0} + \ln \frac{V}{V_0} = 0 \quad (25)$$

ou

$$\frac{L}{L_0} = - \left[ \left( \frac{z}{z_0} \right) \left( \frac{V}{V_0} \right) \right] \quad (26)$$

Para o gás tem-se:

$$\frac{dA}{A} + \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dV}{V} = 0, \quad (27)$$

que integrada para os mesmos limites anteriores, fornece:

$$\ln \frac{A}{A_0} + \ln \frac{\rho}{\rho_0} + \ln \frac{V}{V_0} = 0, \quad (28)$$

ou:

$$\frac{A}{A_0} = - \left[ \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right) \left( \frac{V}{V_0} \right) \right], \quad (29)$$

mas como  $\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{z}{z_0}$ , conforme equação (7), tem-se:

$$\frac{L}{L_0} = \frac{A}{A_0} \quad (30)$$

A condição sônica ou crítica, isto é, número de Mach igual a unidade, reinante na garganta de um bocal, corresponde na garganta do canal d'água convergente-divergente, à condição crítica, ou seja, um número de Froude igual a unidade. Para esta condição e com base na equação (22), tem-se a seguinte relação de profundidades da água:

$$Fr_C = \left[ 2(z_0 - z_C)/z_C \right]^{1/2} = 1, \quad (31)$$

e portanto,

$$\frac{z_C}{z_0} = \frac{2}{3} \quad (32)$$

O número de Froude local que permitirá a análise do escoamento de água em canais convergente-divergentes, é expresso por:

$$Fr_\ell = \left[ 2(z_0 - z_\ell)/z_\ell \right]^{1/2} \quad (33)$$

## 2.5- ONDA DE CHOQUE E SALTO HIDRÁULICO

A discontinuidade do escoamento, tanto pode existir no gás como na água. No gás, este fenômeno é uma onda de choque, cujo escoamento passando pelo mesmo, causa uma variação brusca de seus parâmetros. Para água, a discontinuidade manifesta-se como um aumento súbito na profundidade do escoamento, constituindo-se num salto hidráulico. Desta forma pode-se estabelecer um relacionamento entre estes dois fenômenos.

Ambos, onda de choque e salto hidráulico, podem apresentar sob várias configurações, dependendo das causas que os originam. Estas configurações podem ser, em relação ao escoamento, normais, curvas e oblíquas, para ambos os casos e, cônicas somente para a onda de choque. Comparativamente, a variação dos parâmetros dos escoamentos através destas configurações, sob as mesmas condições a montante, é maior para as normais e menor para as cônicas ou oblíquas no caso de salto hidráulico.

Neste trabalho, estudar-se-á a correspondência, entre a on



da de choque cônica e a curva e os respectivos salto hidráulico oblíquo de pequena intensidade e o salto hidráulico curvo de intensidade moderada. Ao longo de todo o trabalho, tratar-se-á, por questão de definição, o salto hidráulico oblíquo, como uma onda de gravidade de grande intensidade ou de grande amplitude em relação à profundidade da água e, o salto hidráulico curvo mais precisamente como uma onda de choque destacada.

## 2.6- RESUMO DA ANALOGIA HIDRÁULICA

A tabela I resume a correspondência entre os parâmetros dos escoamentos segundo a analogia hidráulica.

TABELA I - ANALOGIA HIDRÁULICA

Relações características do escoamento compressível bidimensional do gás hidráulico $k=2$ .	Relações análogas do escoamento de água com superfície livre
-Relação de massas específicas, $\rho/\rho_0$	-Relação de profundidades da água, $z/z_0$
-Relação de temperaturas absolutas, $T/T_0$	-Relação de profundidades da água, $z/z_0$
-Relação de pressões, $p/p_0$	-Quadrado da relação de profundidades da água, $(z/z_0)^2$
-Velocidade do som, $a = (kp/\rho)^{1/2}$	-Velocidade da onda de gravidade, $c = (gz)^{1/2}$
-Número de Mach, $M = V/a$	-Número de Froude, $Fr = V/(gz)^{1/2} = [2(z_0 - z)/z]^{1/2}$
-Relação de velocidades do escoamento, $V/V_0$	-Relação de velocidades do escoamento, $V/V_0$
-Relação de áreas de bocais, $A/A_0$	-Relação de larguras de canais convergente-divergentes, $L/L_0$
-Escoamento subsônico, $M < 1$	-Escoamento tranquilo, $Fr < 1$
-Escoamento supersônico, $M > 1$	-Escoamento rápido, $Fr > 1$
-Onda de choque	-Salto hidráulico

### 3. EQUIPAMENTOS E PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS

#### 3.1- DESCRIÇÃO DOS EQUIPAMENTOS E DISPOSITIVOS

A execução e a montagem dos equipamentos e dispositivos que compõem a bancada de teste, foi baseada nos trabalhos de Obert e Gyrogor [1] e Black e Mediratta [2]. Projetou-se um sistema resultante daqueles apresentados nestas referências que melhor atende às necessidades do estudo e às possibilidades de execução.

A seguir estão descritos todos os equipamentos e dispositivos que fazem parte do sistema, bem como os detalhes de montagem.

##### 3.1.1- MESA D'ÁGUA

Este é o equipamento, mostrado na figura 3.1, no qual se realiza a analogia hidráulica. Construiu-se, por facilidade de execução, em uma estrutura soldada de aço carbono SAE 1020, na forma de perfis cantoneiras e em chapas, com as dimensões externas de 2.400 mm de comprimento por 1.010 mm de largura e 1.140 mm de altura. Tal estrutura está sustentada por três pinos reguláveis que se apoiam no piso para proporcionar o nivelamento da mesa.

A mesa d'água compõem-se basicamente de quatro partes:

- (a) CANAL D'ÁGUA: onde são realizados todos os experimentos. Seu leito consiste de uma chapa horizontal de vidro plano transparente de 10 mm de espessura, e é limitado por duas paredes verticais de 155 mm de altura, também de vidro transparente de 10 mm de espessura. A chapa de vidro horizontal está assentada sobre uma armação de perfis de aço. Esta armação está apoiada sobre pinos reguláveis, que asseguram o nivelamento da chapa de vidro.
- (b) RESERVATÓRIO D'ÁGUA SUPERIOR: onde a água sofre uma uniformização no seu escoamento, ao passar primeiramente por um tubo distribuidor na entrada deste reservatório e após por várias camadas de pedras, dispostas segundo granulometrias diferentes e permitindo, com este procedimento a obtenção de um fluxo calmo e uniforme na entrada do canal.
- (c) RESERVATÓRIO D'ÁGUA INFERIOR: o qual permite que a circulação da água se dê em circuito fechado.
- (d) CAPTADOR: que serve como condutor da água desde o canal d'água até o reservatório inferior.

### 3.1.2- ACESSÓRIOS PARA A CIRCULAÇÃO DA ÁGUA

Os elementos que complementam o circuito da água, os quais serão descritos a seguir, também estão mostrados na figura 3.1.

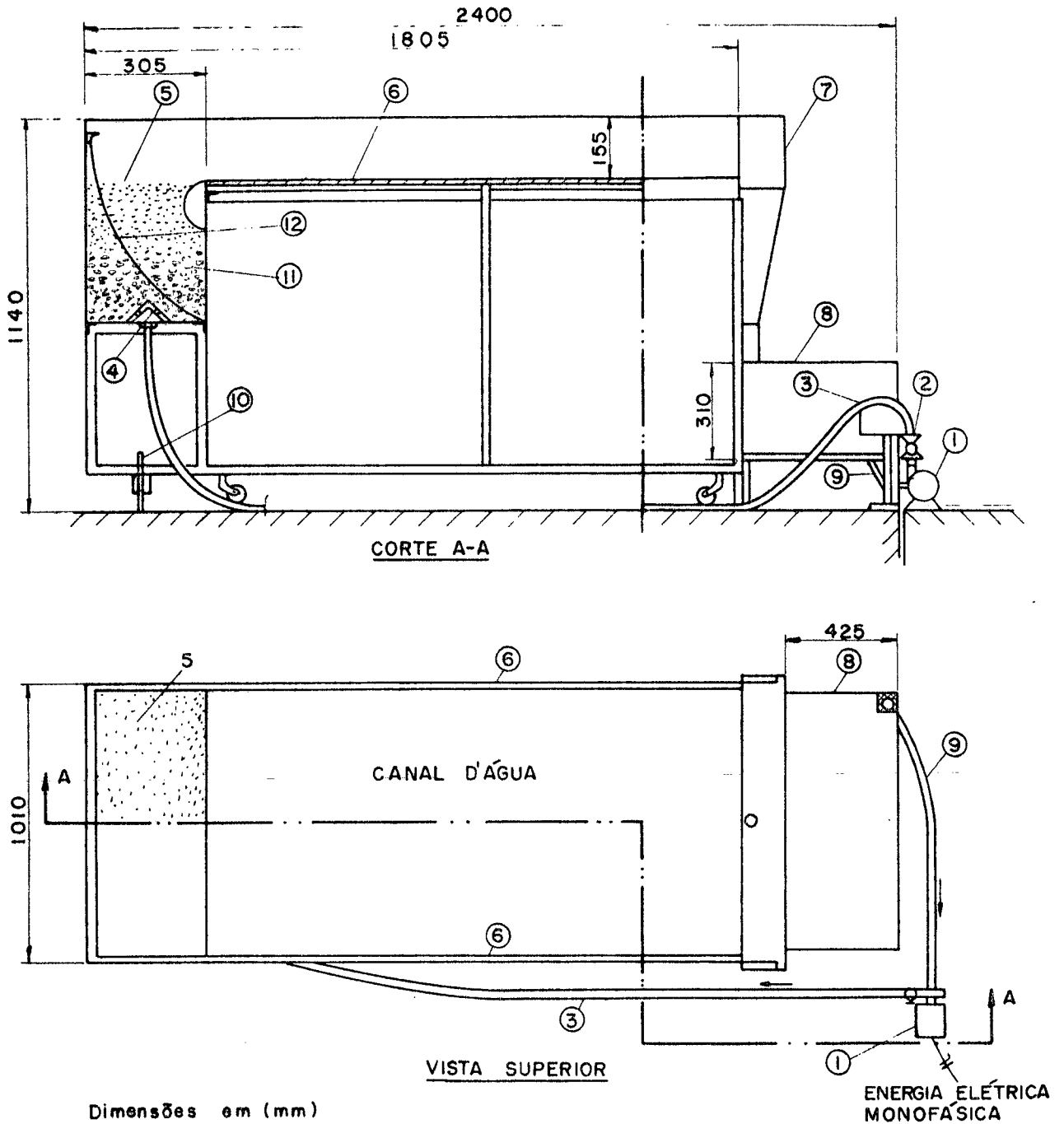
- (a) Bomba d'água centrífuga com motor elétrico diretamente acoplado:

Fabricante: Indústria Schneider S.A.

Potência: 1 CV

Motor monofásico: 2 polos

Instalou-se a bomba d'água sobre elementos de borracha, e em um piso independente daquele da mesa d'água, para evitar-se a indução de vibrações na mesa.



NOMENCLATURA

CIRCULAÇÃO DA ÁGUA

- ① - BOMBA D'ÁGUA
- ② - REGISTRO GAVETA
- ③ - MANGUEIRA FLEXÍVEL DE RECALQUE
- ④ - DISTRIBUIDOR DE ÁGUA
- ⑤ - RESERVATÓRIO D'ÁGUA SUPERIOR
- ⑥ - LEITO E PAREDES LATERAIS DO CANAL D'ÁGUA: VIDRO TRANSPARENTE.
- ⑦ - CAPTADOR DE ÁGUA

- ⑧ - RESERVATÓRIO D'ÁGUA INFERIOR
- ⑨ - MANGUEIRA FLEXÍVEL DE SUCCÃO

OUTROS COMPONENTES

- ⑩ - PINO ROSQUEÁVEL PARA NIVELAMENTO DA MESA D'ÁGUA.
- ⑪ - PEDRAS PARA UNIFORMIZAR O FLUXO D'ÁGUA.
- ⑫ - CORTINA DE ESPONJA.

Fig.: 3.1 - Mesa d'água.

A vazão da bomba d'água foi controlada por meio de um registro:

Registro tipo gaveta  
Fabricante: Docol  
Bitola: 1" (uma polegada)

Com este registro, foi possível variar a profundidade de estagnação ( $z_0$ ), no reservatório superior da mesa d'água.

Utilizou-se mangueira plástica por ser um elemento flexível e absorvedor de vibrações, como condutor da água, desde a saída do reservatório inferior até a entrada do reservatório superior, passando pela bomba.

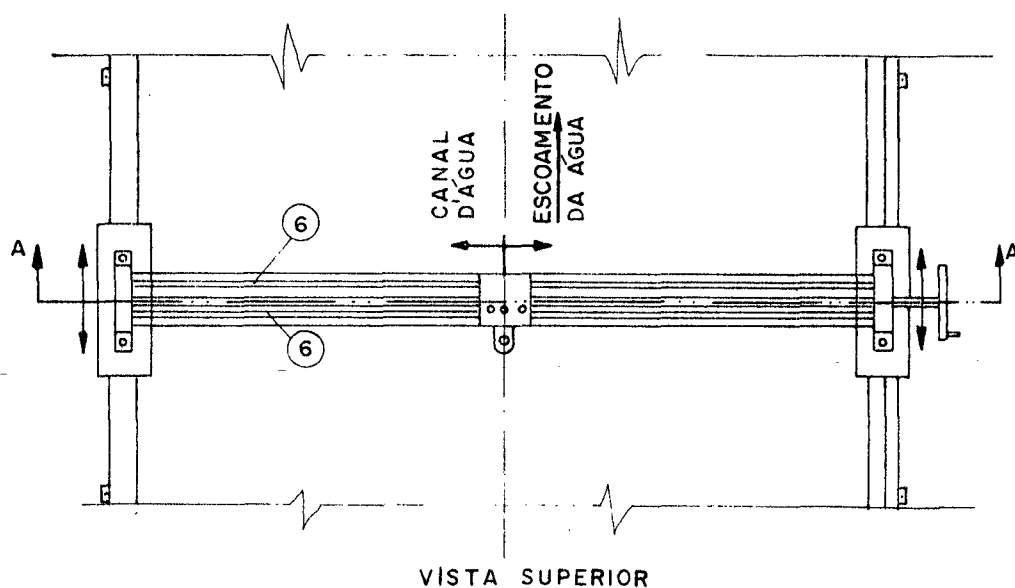
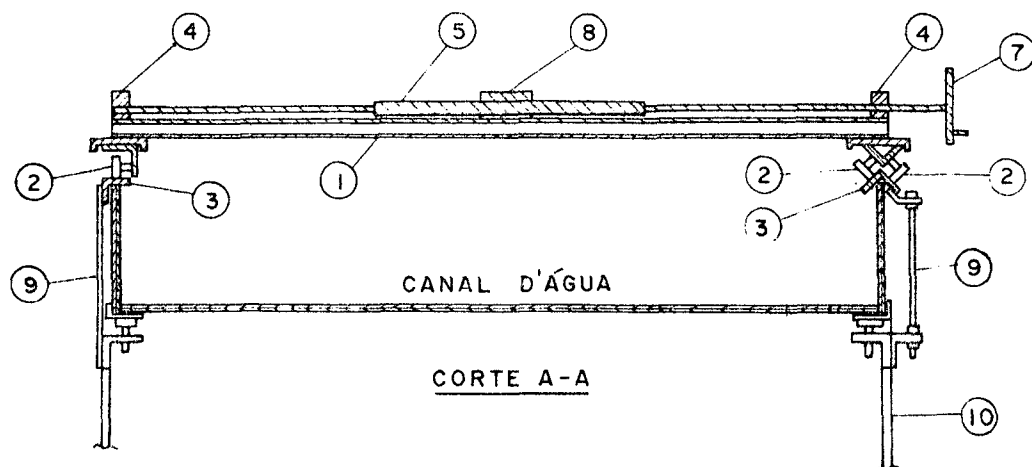
As uniões entre os elementos descritos anteriormente, foram efetuadas por meio de conexões plásticas rosqueáveis.

### 3.1.3- CARRO DO MEDIDOR DE PROFUNDIDADE

A fim de medir-se a profundidade da água acima do leito do canal d'água e ao longo de todo comprimento do mesmo, construiu-se um carro conforme figura 3.2, móvel longitudinalmente sobre trilhos guias.

A estrutura do carro é constituída de um perfil de alumínio retangular disposto horizontalmente e apresenta uma ranhura para permitir que o suporte do medidor de profundidade movimente-se sobre ele. Este perfil está sustentado nas extremidades, pelos apoios rolantes e preso aos mesmos por meios de mancais que também servem como apoio a dois eixos fixos e um móvel o qual transmite movimento ao suporte do medidor de profundidade.

Todas as peças que compõem o carro, com exceção da barra horizontal que é de alumínio, foram construídas em aço SAE 1020 e retificadas, para proporcionar um ajuste perfeito. Os trilhos guias, são de perfil cantoneira em aço SAE 1020, retificados e cada um, executados em duas partes, por facilidade de usinagem. Os trilhos foram montados sobre as paredes verticais do canal d'água e fixados por meios de suportes reguláveis à estrutura da mesa d'á-



#### NOMENCLATURA

- |   |                                    |
|---|------------------------------------|
| ① - ESTRUTURA DO CARRO:<br>PERFIL DE ALUMÍNIO | ⑥ - EIXOS GUIAS                    |
| ② - ROLAMENTO DE SUSTENTAÇÃO                  | ⑦ - VOLANTE                        |
| ③ - TRILHOS GUIAS                             | ⑧ - SUPORTE SUPERIOR               |
| ④ - MANCAIS                                   | ⑨ - SUPORTES DOS TRILHOS<br>GUIAS. |
| ⑤ - EIXO ROSQUEÁVEL                           | ⑩ - ESTRUTURA DA MESA<br>D'ÁGUA.   |

Fig.: 3.2 - Carro do medidor de profundidade.

gua. Um dos trilhos foi montado com uma superfície horizontal, e o outro com superfícies a  $45^\circ$ .

Um dos apoios rolantes do carro, apresenta dois pontos de contato, através de um par de rolamentos de esferas com 30 mm de diâmetro externo, afastados de 156 mm, e que correm ao longo da superfície horizontal do trilho guia. O outro apoio rolante, constitui-se de quatro pontos de contato, através de dois pares de rolamentos de esferas com as mesmas dimensões que os do outro lado. Cada par está montado a  $45^\circ$  com o eixo vertical de simetria do apoio rolante e em lados opostos ao mesmo, correndo ao longo das superfícies inclinadas do trilho guia. Esta montagem impediu deslocamentos laterais do conjunto.

#### 3.1.4- CANAIS CONVERGENTE-DIVERGENTES

A forma empregada para acelerar o fluxo da água sobre o leito do canal d'água, foi a utilização de canais convergente-divergentes, análogos aos bocais bidimensionais de mesmo perfil, utilizado na aceleração de gases.

Inicialmente, a fim de avaliar-se o desempenho do sistema projetado, reproduziram-se os experimentos realizados e relatados por Orlin, et al. [3], e que encontram descritos no item 4.1. Para isto projetou-se e construiu-se um canal convergente-divergente semelhante àquele utilizado por Orlin [3], com dimensões proporcionais à mesa d'água existente. Este canal está mostrado na figura 3.3.a, com as devidas dimensões. Construíram-se as bases de madeira impermeabilizada e as paredes verticais, em contato com a água, com tiras de PVC com altura de 80 mm. A seção a jusante da garganta, é levemente divergente e compreende a seção de teste

Visando a análise de escoamentos em torno de cones para números de Mach maiores que a unidade, dimensionaram-se e construíram-se dois outros canais representados nas figuras 3.3.b e 3.3.c.

O dimensionamento baseou-se a priori em arbitrar-se uma largura tal para a garganta, que não tornasse a seção de teste, muito estreita, para evitar-se a influência das paredes laterais no

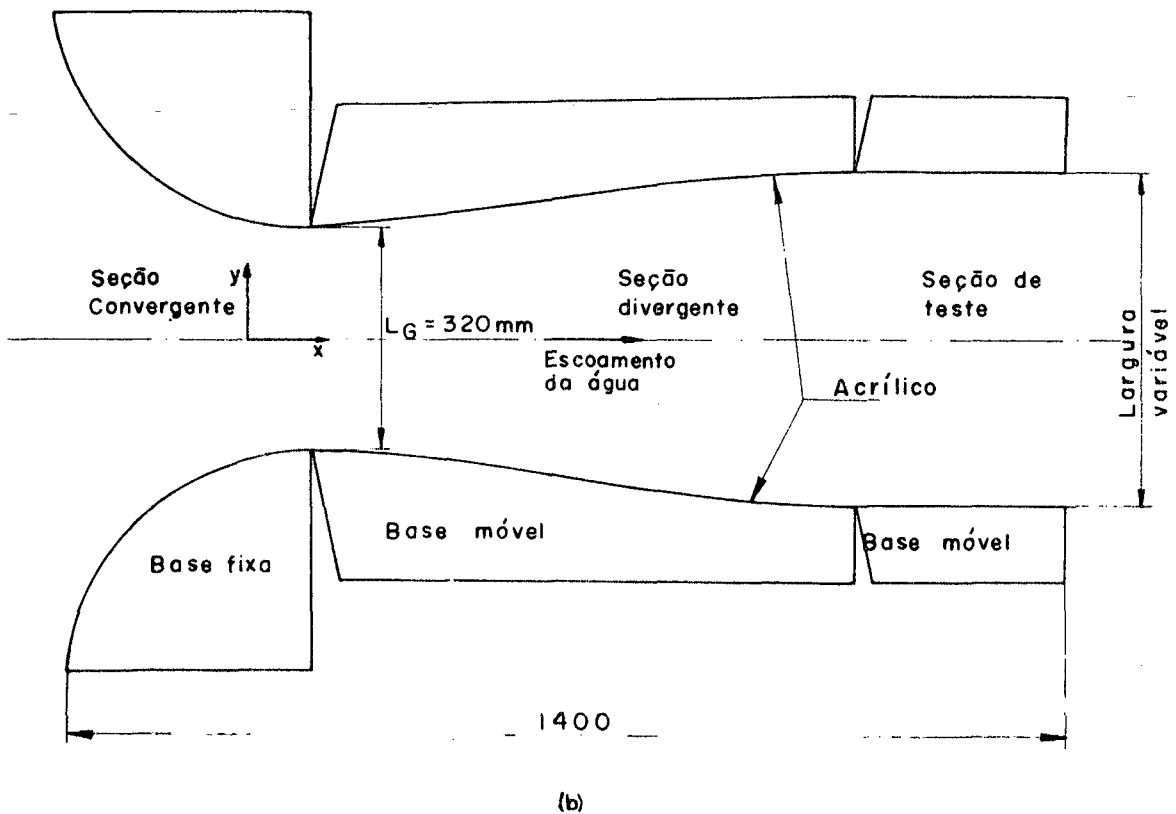
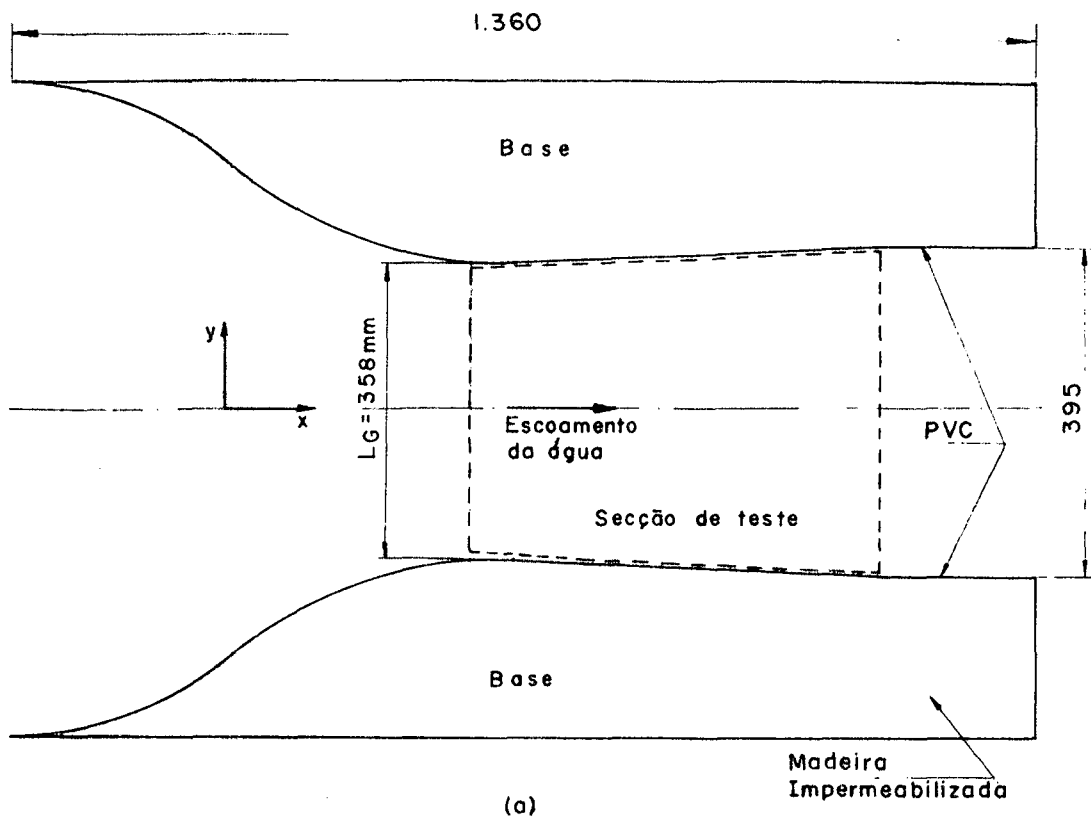


Fig.: 3.3- Canais convergente-divergentes.

(a) Para  $Fr < 1$  na seção de teste

(b) Para  $1 < Fr < 2$  na seção de teste



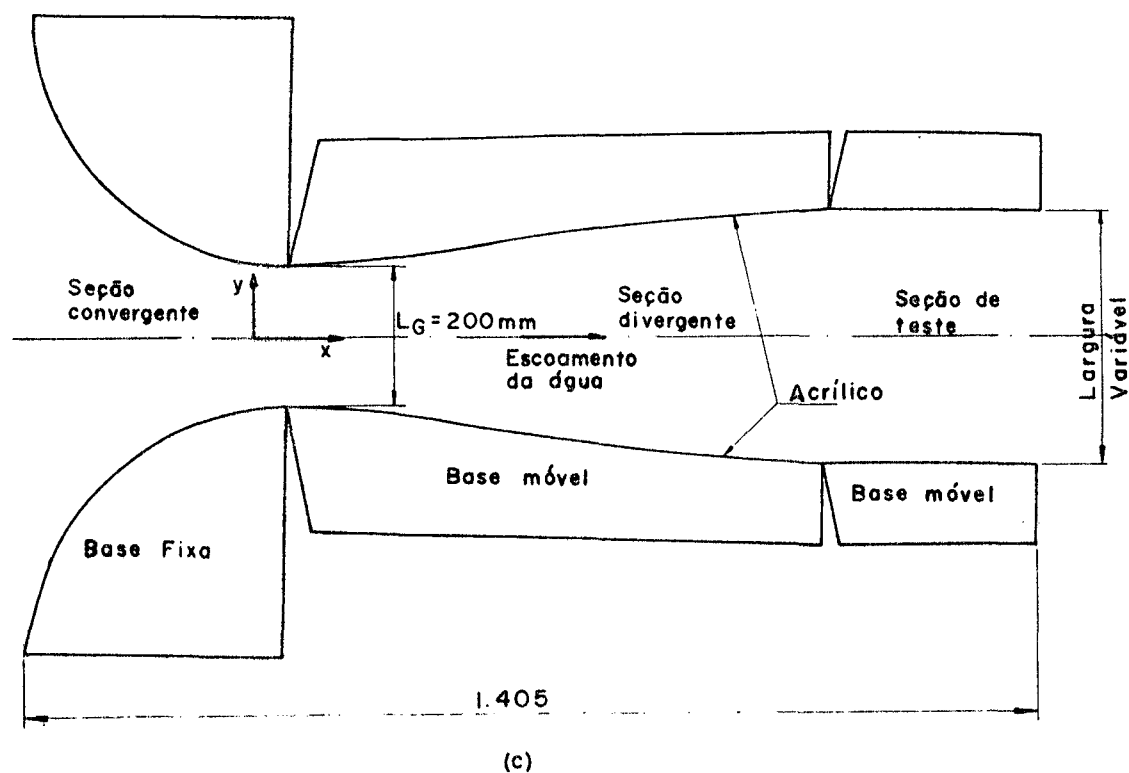


Fig.: 3.3-(Continuação).

(c) Para  $2 < Fr < 3$   
na seção de teste.

no escoamento da água. De posse da largura da garganta dimensionou-se então um canal, cuja determinação de seu contorno foi distinta a três seções:

#### (a) SEÇÃO CONVERGENTE

Esta região foi determinada experimentalmente, tentando-se evitar uma convergência muito brusca de seção transversal. Testes preliminares com um canal com redução brusca da seção convergente, não se mostrou adequado para a aceleração do escoamento de água. A grande inclinação da superfície livre da água, aumentava a influência da aceleração vertical e conforme descrito no item 3.2.1, este canal evidenciava o aparecimento de vórtices indesejáveis. Por esta razão e pela inconveniência de aplicação de outros

métodos, determinou-se conforme as figuras 3.3(b e c) uma convergência mais suave para a dita seção.

#### (b) SEÇÃO DIVERGENTE

O formato da região divergente, foi determinado com base em bocais supersônicos bidimensionais para o escoamento de gases. Procurando obter-se um escoamento uniforme e paralelo na seção de teste, dimensionou-se a seção divergente do canal seguindo-se os seguintes passos:

1º PASSO: A priori estabeleceu-se para um bocal imaginário um número de Mach na seção de teste para o escoamento do gás hidráulico ( $k=2$ ). Pela teoria da Dinâmica dos Gases, para escoamentos compressíveis unidimensionais isentrópicos, calculou-se a relação entre a área da seção de teste e a área da seção crítica (garganta) que é análoga a relação entre a largura da seção de teste e a largura da garganta. De posse da relação de larguras, determinou-se a largura da seção de teste.

2º PASSO: O comprimento da seção divergente foi determinado a partir do comprimento útil do canal d'água com base no item 3.2.1, descontado dos comprimentos referentes às outras seções.

3º PASSO: Obteve-se o perfil da seção divergente através da utilização de segmentos de reta, cujos comprimentos e ângulos de divergência, foram variados tentativamente a fim de obter-se uma região de divergência suave logo após a garganta, seguida de uma região de indireitamento até a largura da seção de teste. O somatório dos comprimentos das projeções destes segmentos sobre o eixo de simetria do canal, deve ser igual ao comprimento total da seção divergente determinado no 2º passo.

#### (c) SEÇÃO DE TESTE

Esta região possui largura constante, que foi determinada a partir do cálculo da seção divergente. Procurou-se manter um número

ro de Froude constante para o escoamento da água, além de que, este escoamento deve ser paralelo e uniforme.

Com a construção modulada do canal e com a região divergente móvel, as condições previstas pelos canais b e c, foram reproduzidas com apenas um único modelo. Entre estas duas situações, modificou-se apenas a largura da garganta.

O material empregado na construção do canal, é acrílico e, as peças que o compõem são: as bases separadas segundo as três seções que compreendem o canal e, as paredes verticais, com altura de 80 mm.

Os canais foram montados no canal d'água, de maneira tal, que as bases de suas seções convergentes são fixas e as bases de suas seções divergente e de teste são móveis. Esta condição permitiu variar as larguras das seções de testes e obter-se teoricamente, uma variação do número de Froude nestas seções. Esta variação compreendeu a faixa de 1 a 3, a qual dividiu-se em duas, ou seja, de 1 a 2 e de 2 a 3, proporcionados pelos canais b e c, respectivamente.

### 3.1.5- GRANDEZAS MEDIDAS

As grandezas medidas tanto para a aferição dos canais convergente-divergentes, como para a análise dos escoamentos em torno de objetos são: profundidade da água, desde sua superfície livre até o leito do canal, e ângulo formado entre a onda de gravidade na superfície livre da água e o eixo de simetria dos modelos.

Nos itens 3.1.6 e 3.1.7 estão descritos os dispositivos empregados para a medição das grandezas referidas.

### 3.1.6- MEDIDAS DE PROFUNDIDADE

As medidas de profundidade da água, foram realizadas ao longo da linha de centro dos canais convergente-divergentes usados. Para a análise de desempenho do sistema, necessitou-se também, medir profundidades ao longo de uma das paredes da seção de teste

do canal convergente-divergente. Para isto, optou-se pela utilização de dois instrumentos para a realização simultânea destas medidas.

Para a medição da profundidade ao longo da parede, utilizou-se o seguinte instrumento:

Micrômetro para medição de profundidades

Fabricante: Mitutoyo

Precisão: 0,01 mm

Intervalo: 0-25 mm

Este micrômetro foi montado sobre o carro do medidor de profundidade, próximo à parede da seção de teste do canal, com possibilidades de mover-se transversalmente para que o mesmo acompanhe a divergência das paredes. Para obter-se o contato com a água, e para assegurar que este contato seja puntual, adaptou-se um prolongamento à haste do micrômetro, em forma de agulha.

Para a medição de profundidade ao longo da linha de centro dos canais, utilizou-se o seguinte instrumento:

Tambor micrométrico

Fabricante: Tesa

Precisão: 0,01 mm

Intervalo: 0-25 mm

A fim de medir-se profundidades acima de 25 mm e de permitir-se também, medições em ambos os lados da linha de centro dos canais, montou-se o tambor micrométrico em um dispositivo, montado por sua vez, no carro do medidor de profundidade. Este dispositivo compõem-se de suportes os quais são, um inferior, no qual fixou-se o tambor micrométrico, que apresenta movimento vertical; e outro superior, que permite a todo dispositivo, deslocar-se transversalmente. O movimento vertical do suporte inferior, é realizado por um eixo, que possui um vínculo rotulado neste suporte e que é rosqueável no suporte superior. O alinhamento entre os dois suportes, é assegurado por dois eixos fixos no suporte inferior e deslizantes no suporte superior. O movimento transversal de todo dispositivo é realizado pelo suporte superior, que corre sobre o

carro do medidor de profundidade, conforme descrito no item 3.1.3.

Devido ao fato de ter sido acoplado à haste do tambor micrométrico, um prolongamento em forma de agulha com o fim de proporcionar-se um contato puntual com a água, e por motivos de fixação do tambor micrométrico no suporte inferior, o intervalo de medida reduziu-se de 25 mm para 15 mm. Para que se conseguisse efetuar medições acima daquela disponível, construíram-se três blocos padrões em aço SAE 1020, retificados e bipartidos, com as seguintes alturas finais: 14,85 mm, 30,00 mm e 45,00 mm. Cada um destes blocos, é montado sobre o suporte superior, envolvendo o eixo rosqueável, de maneira que, o volante que proporciona rotação a este eixo, assenta-se precisamente sobre o bloco, observando-se que as superfícies de contato são isentas de qualquer sujeira. Conseguiu-se, desta maneira obter, pela soma do intervalo disponível no tambor micrométrico e a altura de cada bloco padrão, os seguintes intervalos de medida: 14,85 a 29,85 mm, 30 a 45 mm e 45 a 60 mm, respectivamente aos blocos construídos.

O movimento longitudinal, necessário para efetuarem-se as medições de profundidade ao longo da parede e ao longo da linha de centro dos canais, foi proporcionado pelo movimento do carro do medidor de profundidade, conforme descrito no item 3.1.3.

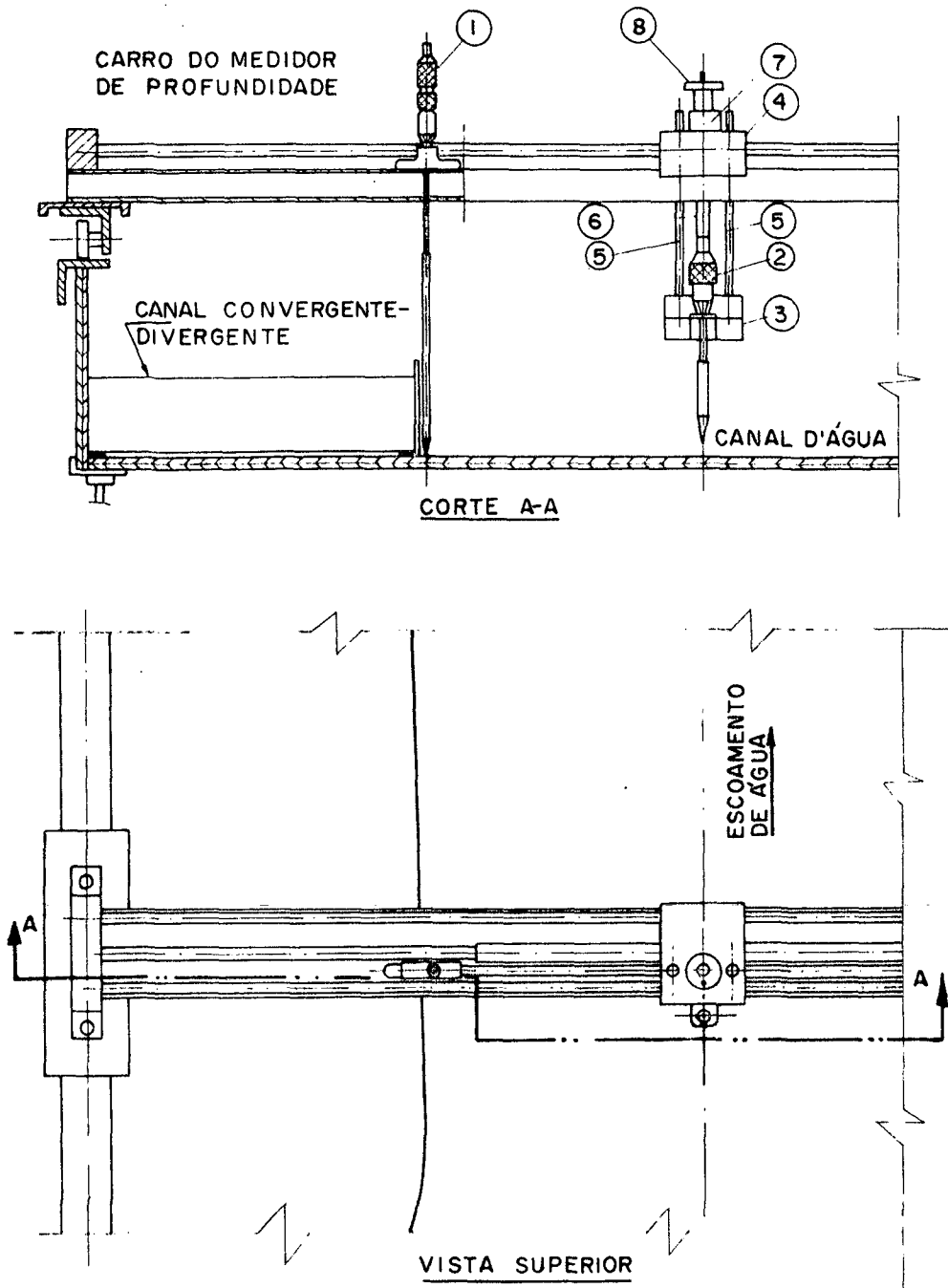
Todas as peças que compõem o dispositivo no qual está montado o tambor micrométrico, bem como os prolongamentos da haste deste e a do outro micrômetro, foram construídas em aço SAE 1020, e retificadas.

As montagens dos instrumentos e dispositivos descritos neste item, estão mostradas na figura 3.4.

### 3.1.7- MEDIDAS DO ÂNGULO DAS ONDAS DE GRAVIDADE

Outra grandeza medida durante os testes foi o ângulo das ondas de gravidade provocadas pelo modelo (cunha) na superfície livre do escoamento da água. Este ângulo, é o formado entre estas ondas e o eixo de simetria do modelo, coincidente com a linha de centro do canal d'água.

A medição dos ângulos desejados, para os diversos modelos,



#### NOMENCLATURA

- |   |                      |
|---|----------------------|
| ① - MICRÔMETRO PARA MEDIÇÃO DE PROFUNDIDADE AO LONGO DA PAREDE DO CANAL CONVERGENTE DIVERGENTE FIG. 3-3a, COM PROLONGAMENTO DA HASTE. | ③ - SUPORTE INFERIOR |
| ② - TAMBOR MICROMÉTRICO PARA MEDIÇÃO AO LONGO DA LINHA DE CENTRO DO CANAL D'ÁGUA COM PROLONGAMENTO DA HASTE.                          | ④ - SUPORTE SUPERIOR |
|   | ⑤ - EIXOS GUIAS      |
|   | ⑥ - EIXO ROSQUEÁVEL  |
|   | ⑦ - BLOCO PADRÃO     |
|   | ⑧ - VOLANTE          |

Fig.: 3.4 - Montagem dos micrômetros e dispositivos.

foi efetuada utilizando-se a projeção da imagem da superfície livre do escoamento da água em torno de cada modelo em particular, em uma superfície horizontal. Iluminou-se o escoamento da água em torno do modelo através de uma fonte luminosa unidirecional posicionada sob o canal d'água, de modo que, a superfície livre do escoamento, fosse projetada numa superfície semi-opaca colocada sobre o modelo. Esta imagem foi registrada fotograficamente.

O sistema utilizado para a medição do ângulo das ondas de gravidade, está ilustrada na figura 3.5.

A fonte luminosa unidirecional, foi fornecida por um retrojetor, que se montou sobre um carro, para facilidade de deslocamento e em uma posição tal que o feixe de luz produzido pelo mesmo, incida perpendicularmente ao escoamento da água. O carro do retroprojektor desloca-se sobre um tablado plano de madeira, sustentado no piso, por três pinos reguláveis, que asseguram o nivelamento do mesmo. Todo este conjunto foi instalado sob o canal d'água.

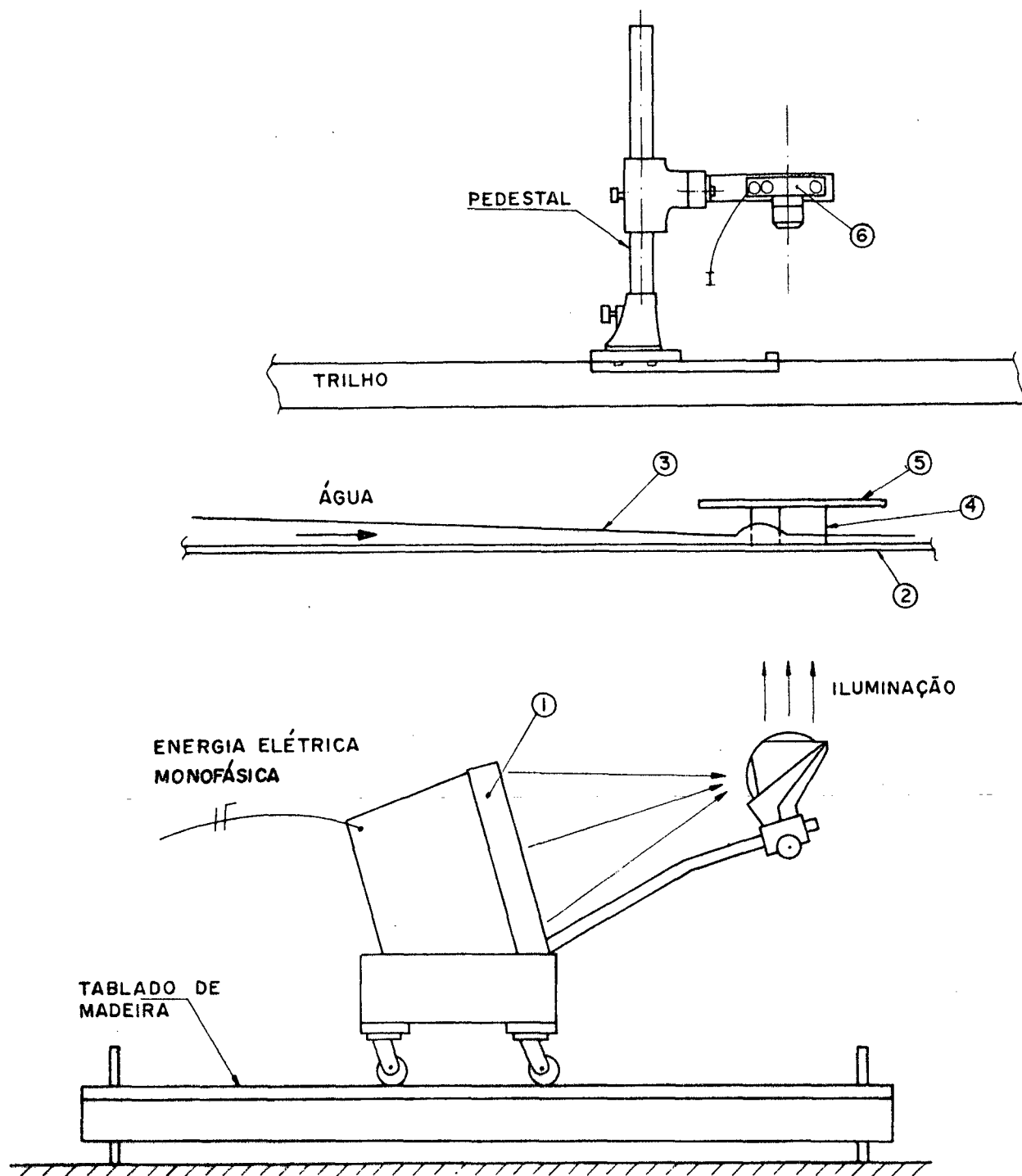
A superfície semi-opaca, consiste de uma placa de vidro transparente de 3 mm de espessura, com 290 mm de comprimento por 240 mm de largura. Em uma das faces desta placa, fixou-se uma folha de papel polyester, com a opacidade necessária à formação de uma boa imagem. Um transferidor, simétrico ao eixo de simetria da placa, foi desenhado nesta folha, para facilitar a leitura do ângulo das ondas de gravidade projetadas. Esta placa foi apoiada na face plana superior do modelo, conseguindo-se assim um paralelismo perfeito entre a mesma e o leito do canal d'água.

Para a obtenção dos registros fotográficos, empregou-se o seguinte instrumento:

Máquina fotográfica

Marca: Praktica Super TL

Esta máquina foi montada em um pedestal, acima da placa que se desejava fotografar, de maneira que, o centro da objetiva coincidissem com o eixo de simetria da placa. O pedestal por sua vez, está montado sobre trilhos guias de madeira, fixos a um cavalete que permite apenas deslocamento longitudinal.



#### NOMENCLATURA

- |  |                           |
|--|---------------------------|
| ① - RETROPROJETOR                                | ④ - CUNHA                 |
| ② - LEITO DO CANAL D'ÁGUA:<br>VIDRO TRANSPARENTE | ⑤ - SUPERFÍCIE SEMI-OPACA |
| ③ - PERFIL DO ESCOAMENTO<br>D'ÁGUA               | ⑥ - MÁQUINA FOTOGRÁFICA   |

Fig.: 3.5- Sistema de medição do ângulo das ondas de gravidade.



### 3.2- PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS

#### 3.2.1- ESTABILIDADE DO ESCOAMENTO

A fim de obter-se uma boa estabilidade do escoamento da água ao longo de todo canal, isto é, livre de qualquer perturbação na sua superfície livre, em vista da presença de certos fatores que influenciavam na sua perfeição, foram seguidos certos procedimentos, com o intuito de eliminar-se ou pelo menos atenuar-se a influência destes fatores. Os fatores perturbadores, bem como os procedimentos seguidos, estão descritos a seguir.

Com o objetivo de diminuir a tensão superficial da água, a qual é causa do aparecimento das ondas de capilaridade na superfície livre da água, misturou-se à água, um agente que somente reduziu a sua tensão superficial sem afetar sua transparência. Estas ondas, além de não tomarem parte na analogia hidráulica, contribuem para a instabilidade da superfície do escoamento, bem como, provocam confusão dos registros fotográficos dos experimentos e reduzem a precisão da medida de profundidade tomada com o micrômetro. Contudo, testes preliminares realizados com álcool hidratado com 96% G.L., com uma quantidade necessária a se ter uma concentração de 20% do total, a fim de reduzir em 50% a tensão superficial da água, revelou-se inadequado seu uso, por saponificar a água. Por informações técnicas, de químicos do Departamento de Química da UFSC, soube-se que muitos outros agentes quando misturados à água, também a saponificavam. Devido a isto, decidiu-se utilizar água pura, conservando-se assim, a presença inconveniente das ondas de capilaridade.

No reservatório d'água superior, notou-se o aparecimento de bolhas de ar que provinham do reservatório inferior através da bomba d'água. Estas bolhas causavam perturbações na superfície livre da água em todo seu trajeto pelo canal d'água. Com a impossibilidade de eliminar-se este inconveniente em sua origem, colocou-se uma cortina de esponja no reservatório d'água superior, por entre as pedras, como mostra a figura 3.1. Esta cortina está separa

rada na sua extremidade superior por aproximadamente 20 mm da parede do reservatório, de modo que, as bolhas de ar fossem eliminadas neste espaço. Com este procedimento, conseguiu-se evitar quase que totalmente a passagem destas bolhas para o escoamento da água.

Outro fenômeno que ocorreu no reservatório d'água superior, quando da realização de testes com um canal convergente-divergente que havia sido previamente construído, foi a formação de vórtices em grande frequência, na superfície livre da água, que acompanhavam o escoamento. A formação destes vórtices, foi atribuída à pequena largura do reservatório na altura da superfície livre da água, devido ao fato de que o canal convergente-divergente, estava colocado logo no começo da mesa. Isto provocava o fluxo da água das laterais para o centro do reservatório e do encontro destas duas correntes de água, formavam-se os vórtices. O problema foi solucionado, afastando-se tanto quanto possível do início da mesa, o canal utilizado. Desta forma, todo o escoamento da água no reservatório, foi direcionado para a entrada deste canal, diminuindo-se assim, consideravelmente a formação dos vórtices. Baseado no comprimento útil do canal d'água, para o canal convergente-divergente, foi que se determinou o comprimento da seção divergente dos canais da figura 3.3(b e c).

As vibrações induzidas na mesa d'água, pela bomba e pela própria vazão da água em determinadas zonas do circuito, cooperaram inicialmente na instabilidade do escoamento. Para obter-se uma redução destas vibrações, procedeu-se conforme mencionado no item 3.1.2. Com aquele procedimento conseguiu-se reduzir ao mínimo a transmissão destas vibrações.

Outro fator que esporadicamente notou-se presente, porém é necessário que se mencione, foi a circulação de ar ambiente junto a interface dos dois fluidos, que dificilmente conseguia-se evitar.

O controle dos fatores relatados anteriormente, conduziu a uma estabilidade parcial do escoamento, notada principalmente em escoamentos rápidos, quando simularam-se escoamentos supersônicos.

### 3.2.2- CALIBRAGENS

Os equipamentos e dispositivos implicados diretamente na realização dos experimentos, foram suscetíveis de calibragem, cujos procedimentos estão descritos neste item.

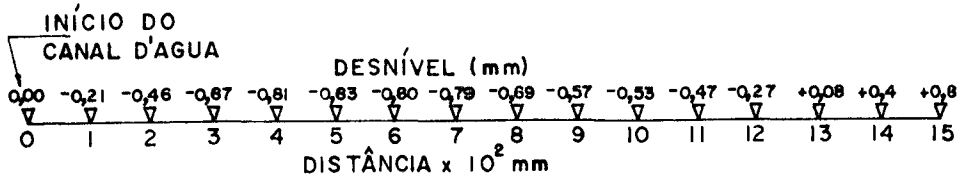
A verificação do nível do carro do medidor de profundidade ao longo de seu curso, foi realizada com um nível de precisão, colocado sobre o dispositivo suporte do tambor micrométrico. O nivelamento final do mesmo, não alcançou uma perfeita precisão, causada pelo fato, de os trilhos guias serem em duas partes cada um, o que tornou muito complexo, o alcance de uma maior precisão. Este inconveniente, aliado ao fato de que a chapa de vidro que serve de leito ao canal d'água, não ter obtido 100% de planicidade, propiciou a um levantamento de nível quantitativo, conjuntamente da chapa de vidro e do carro do medidor de profundidade.

O levantamento de nível, foi realizado somente ao longo dos trechos nos quais processou-se a medida de profundidade da água. Para isto utilizaram-se os próprios micrômetros empregados na medição da profundidade. Ao longo da linha de centro do canal d'água, levantaram-se os níveis em vários pontos situados sobre a mesma, distanciados de 100 mm um do outro. O ponto localizado no início do canal d'água, corresponde ao nível de referência, em relação ao qual, mediram-se os desníveis nos demais pontos.

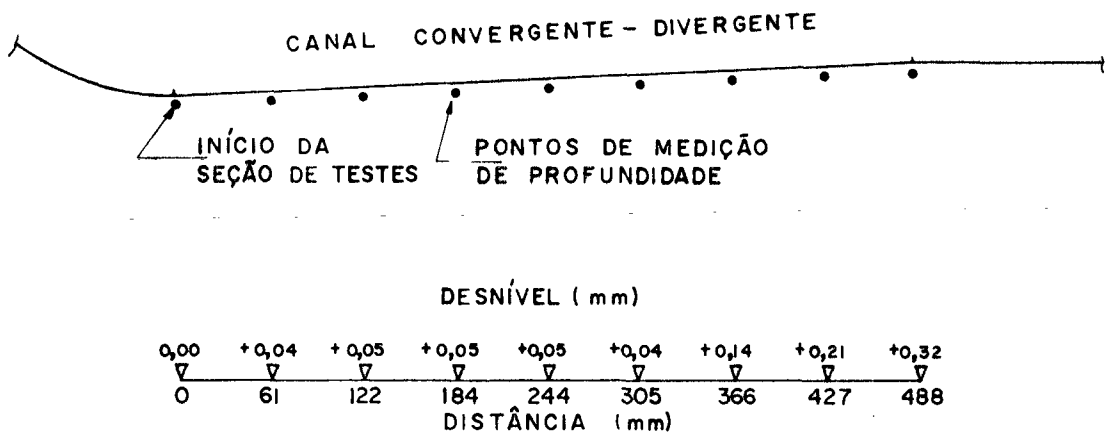
O levantamento de nível, ao longo da linha de centro do canal d'água, está mostrado na figura 3.6.a.

Ao longo da parede da seção de teste do canal convergente-divergente da figura 3.3.a, procedeu-se levantamento semelhante. Efeituaram-se medições em vários pontos sobre a chapa de vidro ao longo deste trecho, distanciados de 61 mm um do outro a partir de um ponto de referência, situado no início da seção de teste. O levantamento de nível dos pontos deste trecho, está mostrado na figura 3.6.b.

O valor da profundidade no ponto de estagnação ( $z_0$ ), foi obtido a partir das considerações de continuidade, através da equação deduzida no Apêndice II:



(a)



(b)

Fig.: 3.6 - Levantamento de nível do leito do canal d'água conjuntamente com o carro do medidor de profundidade.

- (a) - Nos pontos ao longo da linha de centro do canal  
 (b) - Nos pontos ao longo da parede do canal convergente-divergente da figura 3.3.a.

$$z_0 = z_s + \frac{z_1 - z_s}{1 - \left(\frac{L_s}{L_1}\right)^2 \left(\frac{z_s}{z_1}\right)^2} \quad (34)$$

onde: - L é a largura do canal,

- O índice l refere-se ao ponto junto à parede do reservatório d'água superior sobre sua linha de centro. Devido à impossibilidade de medir-se o desnível em relação à referencia, pela inexistência do leito, decidiu-se considerá-la como sendo a soma da medida lida no micrômetro e o desnível médio medido, conforme figura 3.6.a, cujo valor é de -0,37 mm.

- O índice s refere-se tanto para as medidas de profundidade e largura do canal nos pontos da figura 3.6.a, quanto para aqueles nos pontos não coincidentes aos escolhidos, como é o caso dos experimentos realizados. Os pontos de medição das referidas grandezas, devem estar suficientemente longe do modelo, porém, dentro da seção de teste, para que não sejam afetados pela presença dos mesmos. Para esta última situação, os desníveis nestes pontos, foram determinados por interpolação.

As larguras das seções de testes dos canais convergente-divergentes das figuras 3.3(b e c), foram determinados teoricamente, através das relações análogas de larguras e áreas e pela teoria da Dinâmica dos Gases para o gás hidráulico.

A simetria do escoamento da água, através dos canais convergente-divergentes utilizados, foi verificada através da injeção de um corante no escoamento. O corante foi injetado por meio de uma agulha de 1,2 mm de diâmetro externo, com a ponta dobrada a 90° e posicionada próxima ao leito do canal d'água, sobre a sua linha de centro. A fim de obter-se um filete laminar de corante, ao longo de toda a linha de centro do canal d'água, foi necessário ajustar a velocidade de saída do corante da agulha com a do escoamento da água. Para todos os canais, notou-se no trecho correspondente à seção convergente, uma pequena assimetria no filete de corante. De um certo ponto para frente, já na seção divergente, houve uma difusão deste filete com recirculação do corante, impossibilitando assim, a verificação da simetria a jusante deste ponto.

Conhecendo-se os valores reais das profundidades da água ao longo da linha de centro, processou-se a aferição dos canais convergente-divergentes das figuras 3.3(b e c). As aferições consistiram na comparação entre os valores experimentais e teóricos, da relação de profundidades  $z/z_0$  e o número de Froude do escoamento, determinados para os vários pontos indicados na figura 3.6.a. Os valores teóricos, foram obtidos com auxílio da Dinâmica dos Gases para escoamento unidimensional e isentrópico para o gás hidráulico. Estas aferições estão apresentadas sob a forma de curvas características, na figura 3.7.a, representando o canal da figura 3.3.b para número de Froude teórico 2 na seção de teste aferido para uma única profundidade  $z_0$ . As figuras 3.7(b,c,d,e), representam o canal da figura 3.3.c para números de Froude teóricos 3 e 2,5 na seção de teste, aferidos para duas profundidades  $z_0$  cada um.

A observação das curvas que representam as relações de profundidades, para todos os casos, indica que ao longo de toda a seção divergente dos canais, as curvas experimentais apresentam-se ligeiramente acima das teóricas. Isto se justifica em parte pela presença das ondas de capilaridade na superfície da água e em parte pela ausência da aceleração vertical na analogia hidráulica. Esta limitação, proporciona para um escoamento em aceleração, profundidades maiores do que aquelas exigidas pela analogia.

As curvas características dos canais aferidos, revelam um ótimo desempenho destes canais, considerando-se a teoria da Dinâmica dos Gases para escoamento unidimensional isentrópico, como sendo bastante precisa.

### 3.2.3- TÉCNICA DA FOTOGRAFIA

As medidas dos ângulos das ondas de gravidade e as medidas referentes aos experimentos do item 4.2.2, foram obtidas com auxílio dos registros fotográficos, conforme descrito no item 3.1.7.

A máquina fotográfica que se utilizou, era equipada com fotômetro automático, com auxílio do qual, determinaram-se as condições ideais de trabalho da máquina, isto é, o tempo de exposição

do filme e a abertura do diafragma, em função da intensidade luminosa de que se dispunha e da sensibilidade do filme empregado. Os filmes utilizados tiveram sensibilidade de 125 e 400 ASA.

As condições ideais determinadas foram: tempo de exposição do filme igual a 1/250 segundos e abertura do diafragma igual a 8.

As dimensões do papel fotográfico utilizado, foram 120 mm por 90 mm. Este tamanho foi escolhido por proporcionar ótima nitidez dos registros.

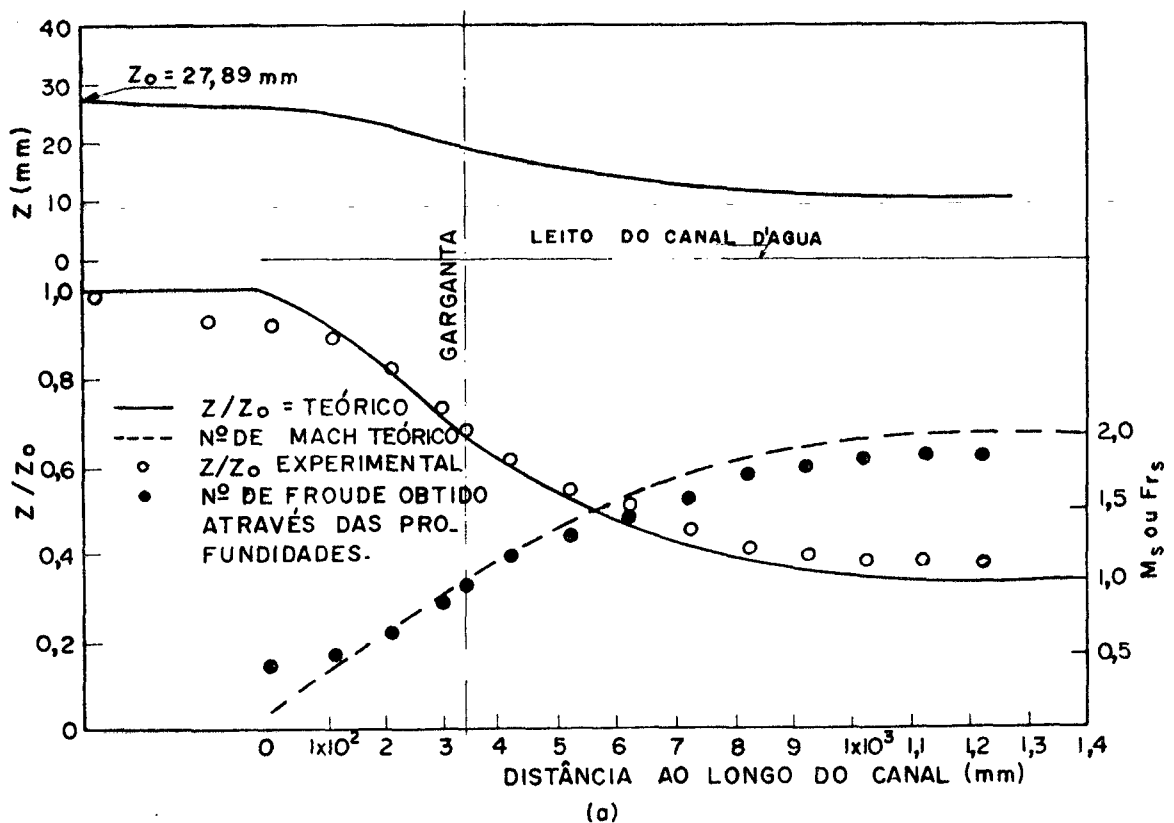


Fig.: 3.7- Curvas características dos canais convergente-divergentes das figuras 3.3.b e 3.3.c.

(a) Canal 3.3.b para  $Fr=2$  (teórico) na seção de teste e  $z_0=27,89 \text{ mm}$ .

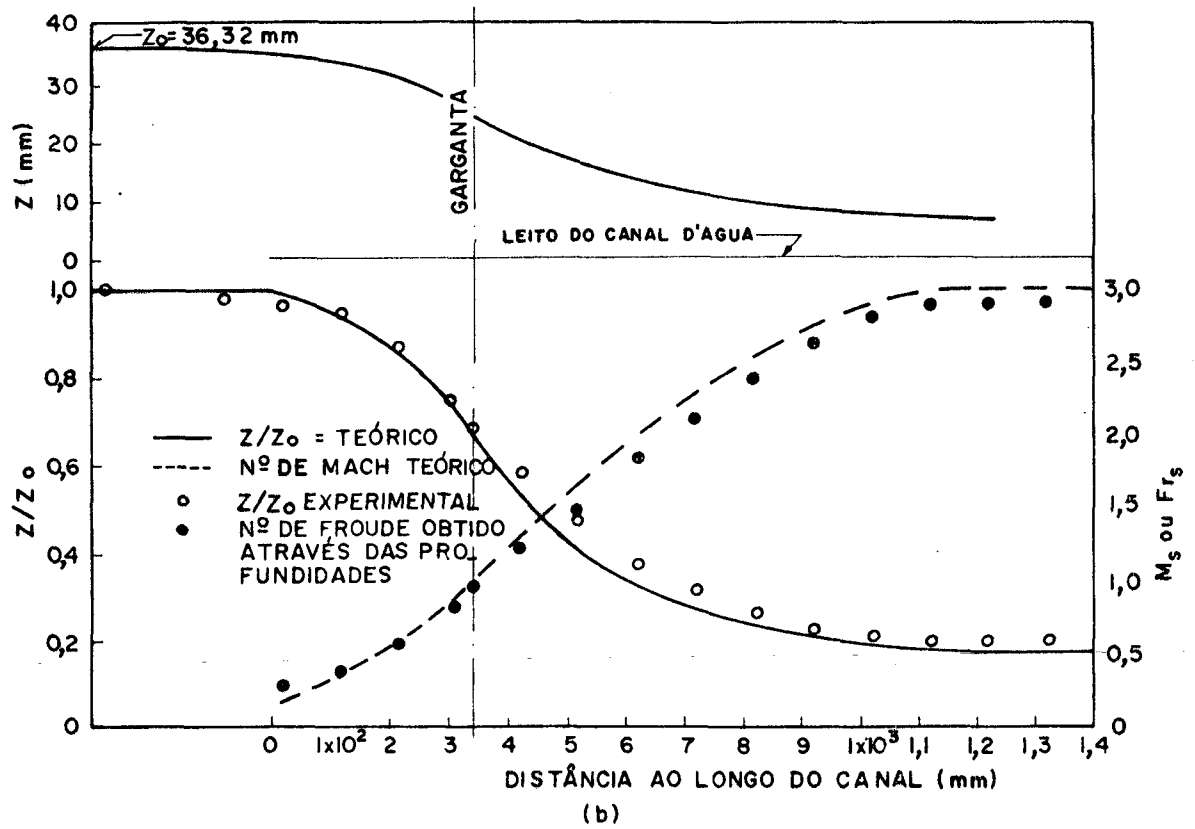


Fig.: 3.7- (continuação).

(b) Canal 3.3.c para  $Fr=3$  (teórico) na seção de teste e  $z_0 = 36,32 \text{ mm}$ .



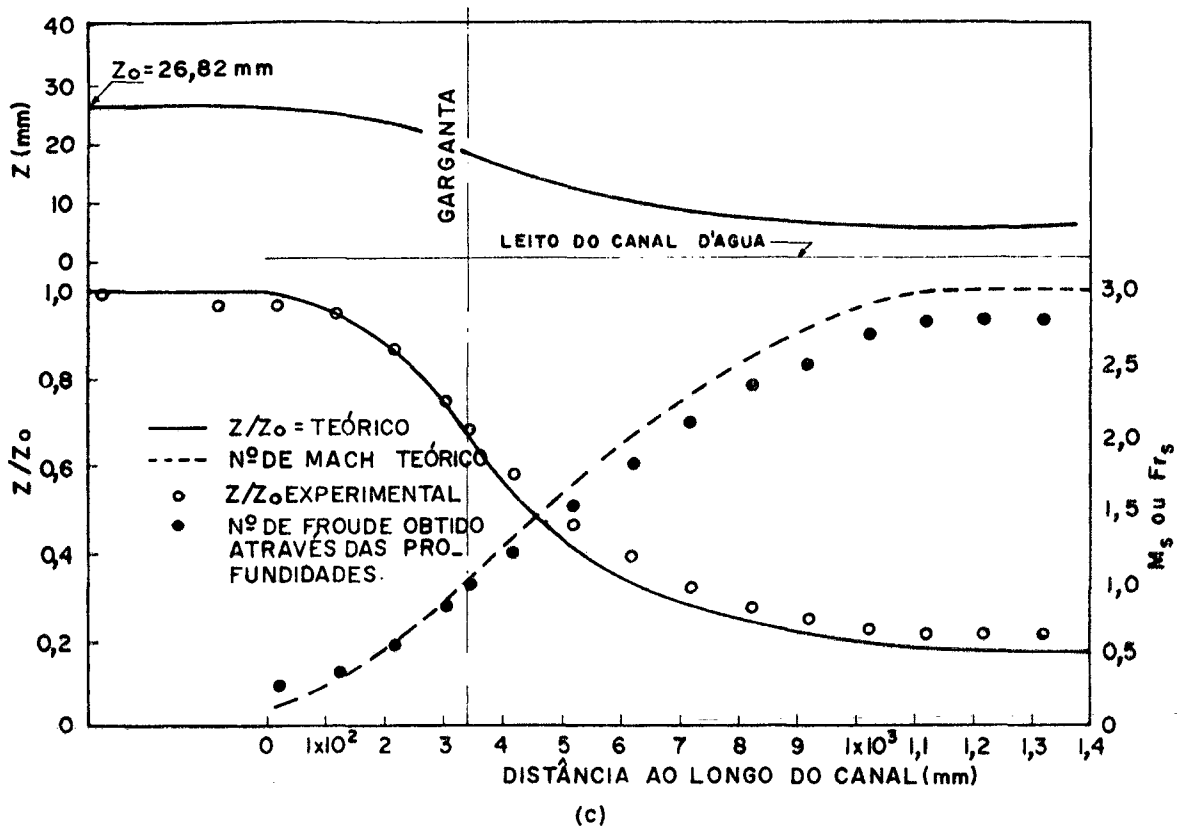


Fig.: 3.7- (continuação).

(c) Canal 3.3.c para  $Fr=3$  (teórico)  
na seção de teste e  $z_0 = 26,82$  mm.

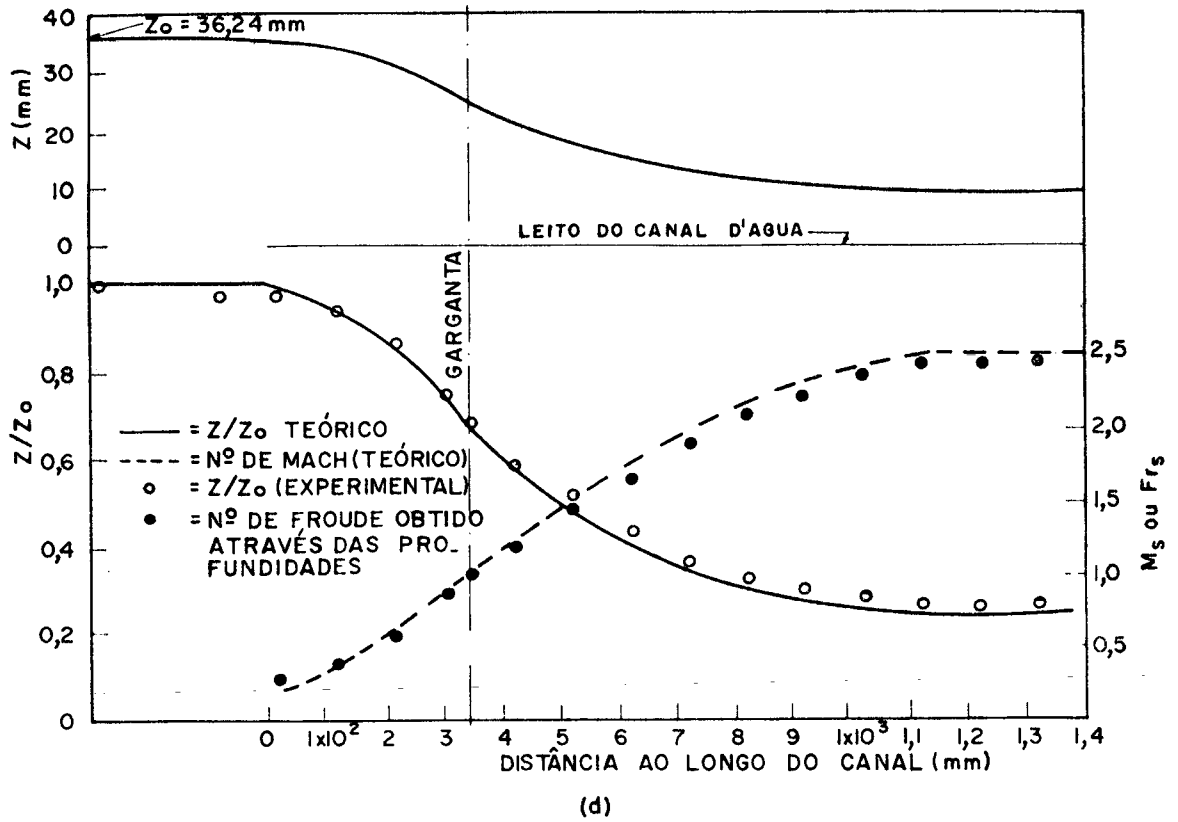


Fig.: 3.7- (continuação).

(d) Canal 3.3.c para  $Fr=2,5$  (teórico)  
na seção de teste e  $z_0 = 36,24$  mm.

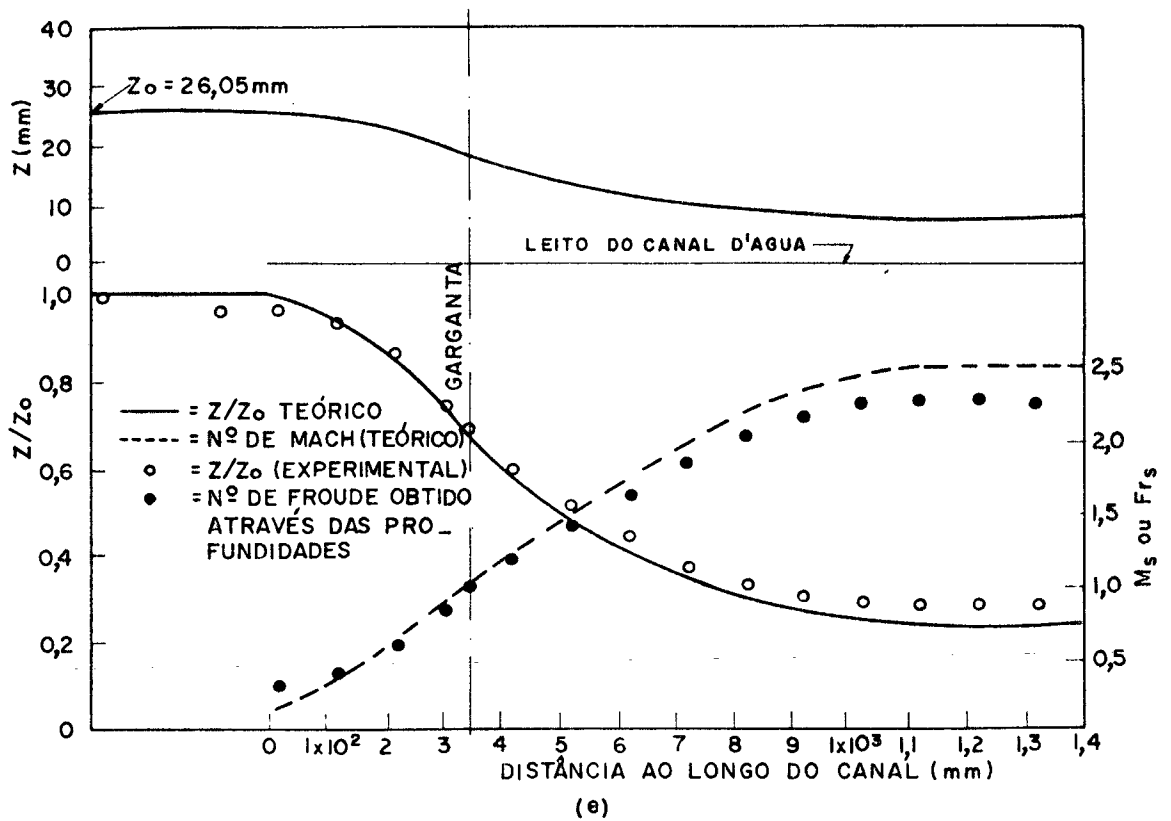


Fig.: 3.7- (continuação).

(e) Canal 3.3.c para  $Fr=2,5$  (teórico)  
na seção de teste e  $z_0 = 26,05$  mm.

#### 4. ANÁLISE DE ESCOAMENTOS

Neste capítulo são apresentadas as análises qualitativa e quantitativa, referentes à simulação de escoamentos compressíveis bidimensionais subsônicos e simétricos supersônicos de gases em torno de cilindros circulares e cones respectivamente, através da análise do escoamento da água com uma superfície livre em torno de cilindros e cunhas, na mesa d'água. Estas análises fundamentam-se, nos resultados obtidos com os experimentos que realizaram-se, cujos resultados, qualitativos estão registrados por fotografias e os quantitativos estão apresentados sob a forma de gráficos.

##### 4.1- ESCOAMENTO SUBSÔNICO EM TORNO DE CILINDROS CIRCULARES

Alguns estudos referentes a simulação de escoamento subsônico em torno de cilindros circulares, foram realizados por Orlin, et al. [3]. A fim de avaliar-se o comportamento do sistema construído, decidiu-se reproduzir um dos experimentos realizados por Orlin [3], o qual versa sobre a variação do número de Mach local ( $M_x$ ) ao longo da parede da seção de teste do canal convergente-divergente utilizado, para vários cilindros circulares de diferentes tamanhos colocados na seção de teste e para diferentes números de Mach do escoamento ( $M_s$ ).

Para reproduzir-se tal estudo, fez-se uso do canal convergente-divergente da figura 3.3.a, construído para este fim, como descrito no item 3.1.4, e como pode ser visto na figura 4.1.

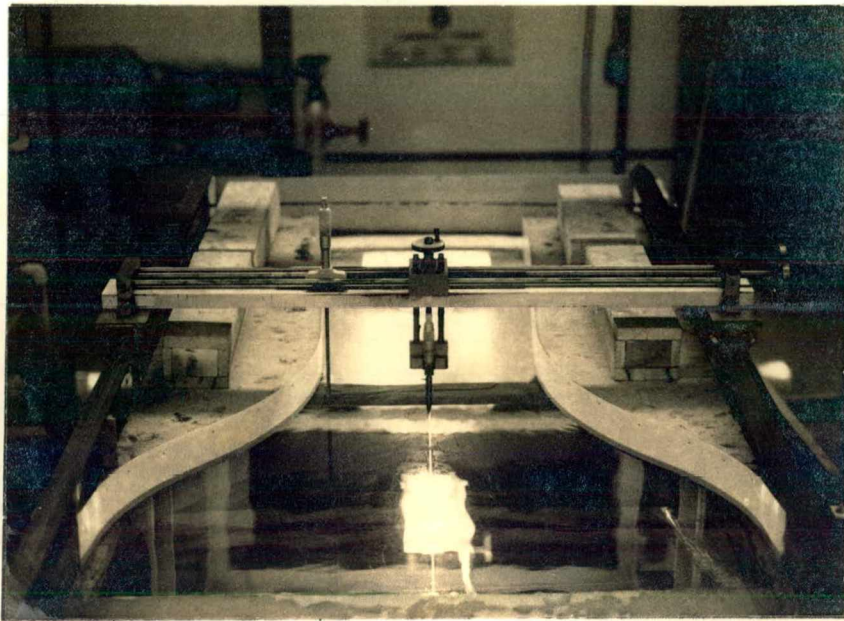


Fig.: 4.1- Canal convergente-divergente utilizado no estudo do item 4.1.

#### 4.1.1- MODELOS

Os modelos cilíndricos circulares que foram construídos para estes testes, apresentaram as mesmas relações, diâmetro ( $D$ ) pela largura ( $L$ ) do canal, ( $D/L$ ), que aquelas da referência [3]. A largura do canal mencionada, refere-se àquela no ponto de posicionamento do modelo, na seção de teste, cujo ponto situa-se sobre a linha de centro deste canal conforme figura 4.2, a uma distância do início da seção de teste proporcional à utilizada no estudo reproduzido.

Para fins de avaliação, decidiu-se reproduzir os experimentos para apenas dois modelos. Estes modelos, eram cilindros circulares ocos, construídos em aço SAE 1020, retificados e após poli-

dos, com as seguintes dimensões: diâmetros externos iguais a 92 mm e 34,5 mm e uma altura de 60 mm cada um. As relações  $D/L$  eram 0,24 e 0,09, respectivamente.

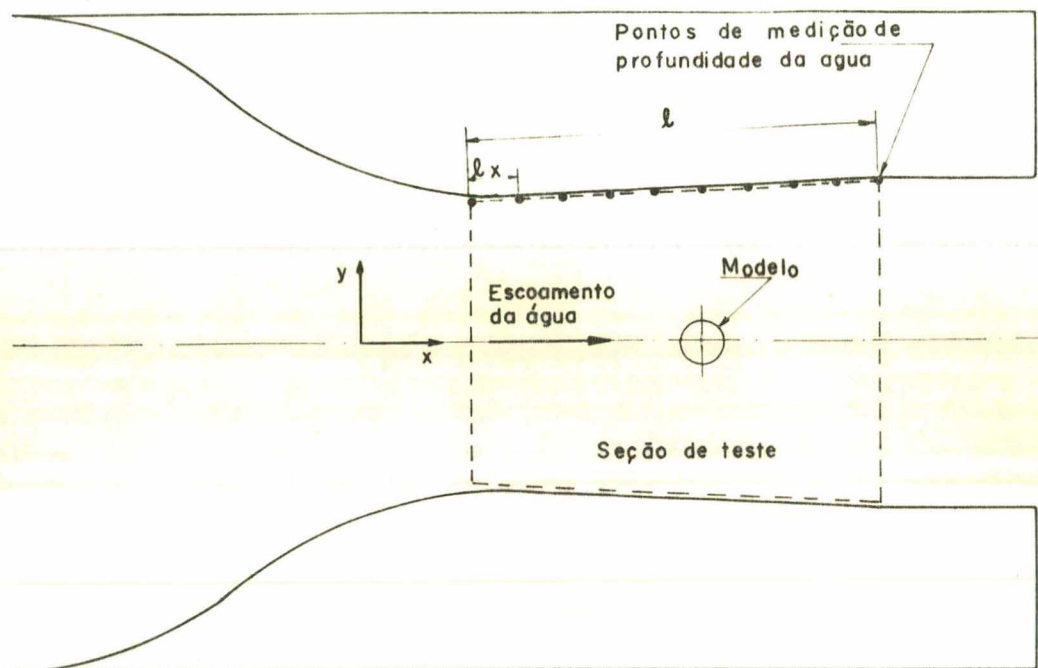


Fig.: 4.2- Posição do modelo na seção de teste, para o escoamento em torno de cilindros.

#### 4.1.2- RESULTADOS

Os experimentos foram realizados, para cada um dos modelos e para diferentes números de Froude do escoamento ( $Fr_s$ ). Para a determinação dos vários números de Froude locais ( $Fr_\ell$ ), ao longo da parede da seção de teste do canal convergente-divergente, foram utilizados os mesmos pontos mostrados na figura 3.6.b e indicados na figura 4.2. O número de Froude local, foi calculado a partir da medição da profundidade da água nestes pontos e pela equação (33). Pa

ra evitarem-se erros introduzidos devidos aos efeitos da tensão superficial na parede, mediram-se as profundidades em pontos suficientemente afastados da parede.

A comparação dos resultados dos testes com os resultados apresentados por Orlin, et al. [3], é realizada nas figuras 4.3(a e b). Estas figuras mostram a variação da relação entre o número de Froude local ( $Fr_\ell$ ) e o número de Froude do escoamento ( $Fr_s$ ), com a variação da relação entre as distâncias do início da seção teste aos pontos de medição de profundidade ( $\ell_x$ ) e o comprimento da seção de teste ( $\ell$ ).

Para ambos os modelos construídos, ou seja, para ambas as relações D/L iguais a 0,24 e 0,09, analisaram-se os escoamentos para dois números de Froude distintos. Estes números de Froude foram escolhidos dos casos apresentados na referência [3]. Para o fim que se propôs, escolheram-se desta referência, os máximos valores dos números de Froude relativos às relações D/L referidas e igualmente para as mesmas relações, os números de Froude 0,25 e 0,53, respectivamente.

Os escoamentos de água em torno dos modelos cilíndricos circulares, para os máximos números de Froude ( $Fr_s$ ), estão mostrados nas figuras 4.4(a e b).

#### 4.1.3- COMENTÁRIOS SOBRE OS RESULTADOS

As ondas de capilaridade estacionárias formadas na superfície da água a montante do modelo, como podem ser observadas nas figuras 4.4(a e b), apresentam um menor comprimento de onda, quanto mais o número de Froude do escoamento, aproxima-se da unidade, (condição crítica). Estas ondas diminuem de amplitude à medida que se afastam do local da perturbação.

As ondas de capilaridade estendem-se até as paredes do canal convergente-divergente e nelas sofrem reflexão. Nos trechos afetados por estas ondas, introduz-se um certo erro, nas medidas de profundidade da água, lidas com o micrômetro. Este erro, depende da amplitude da onda em relação a profundidade local. Para tanto, po-

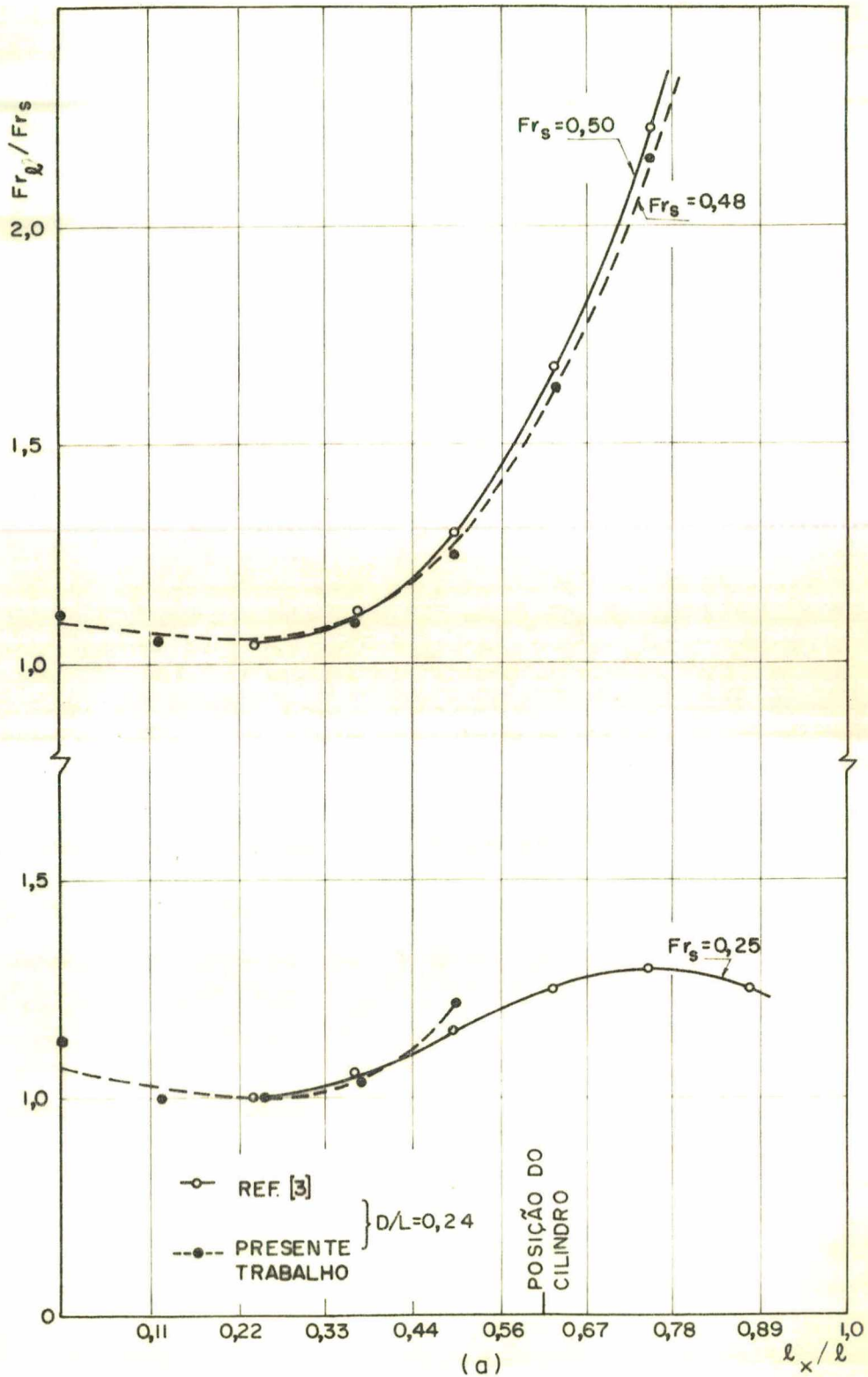


Fig.: 4.3 - Variação do número de Froude local ao longo da parede, para diferentes números de Froude do escoamento e diferentes diâmetros de cilindros.

(a) - Cilindro  $D = 92$  mm



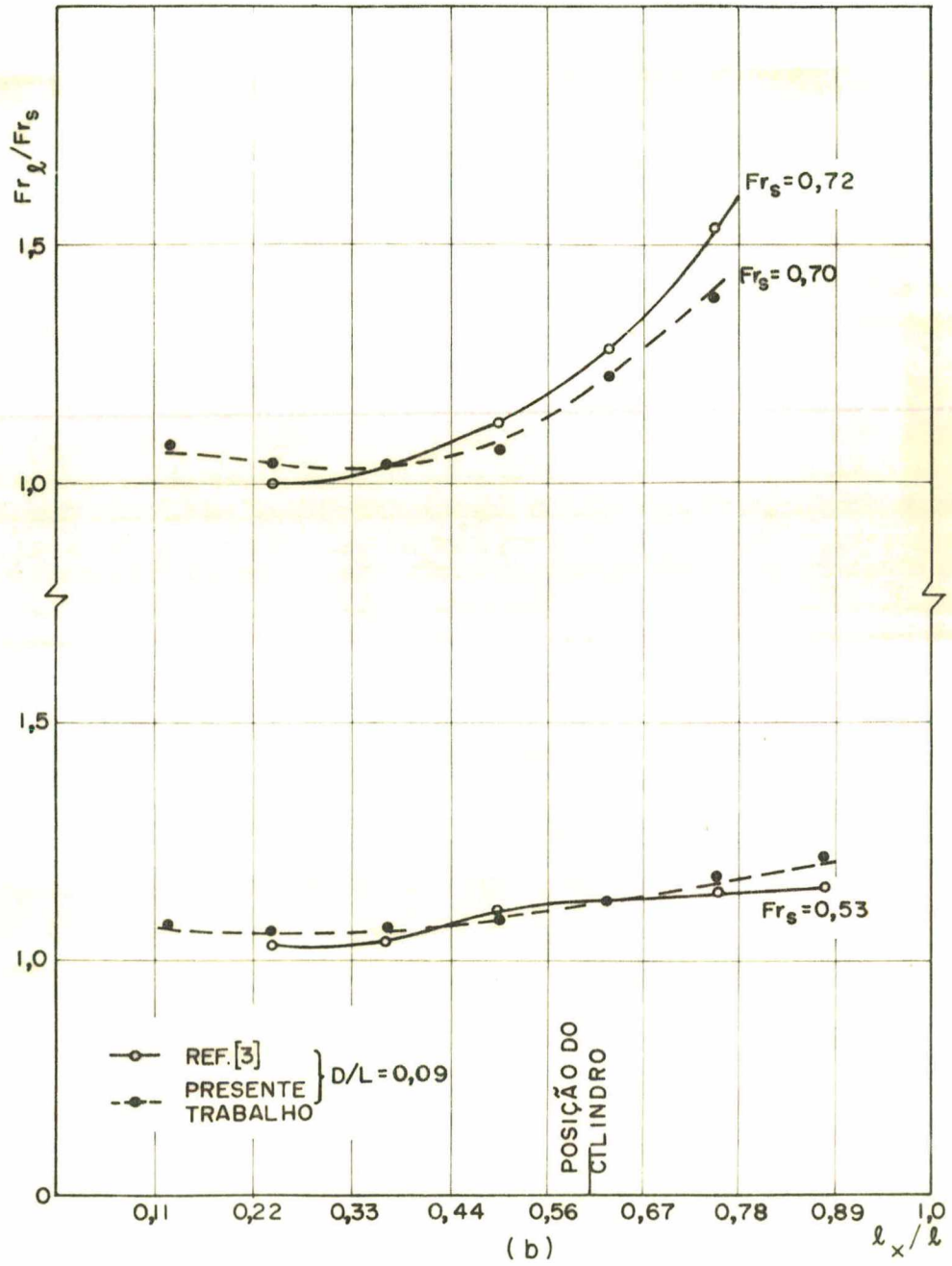
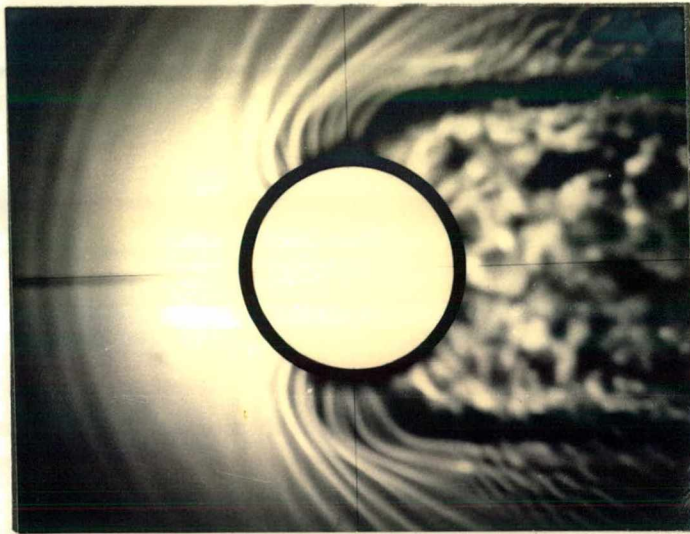
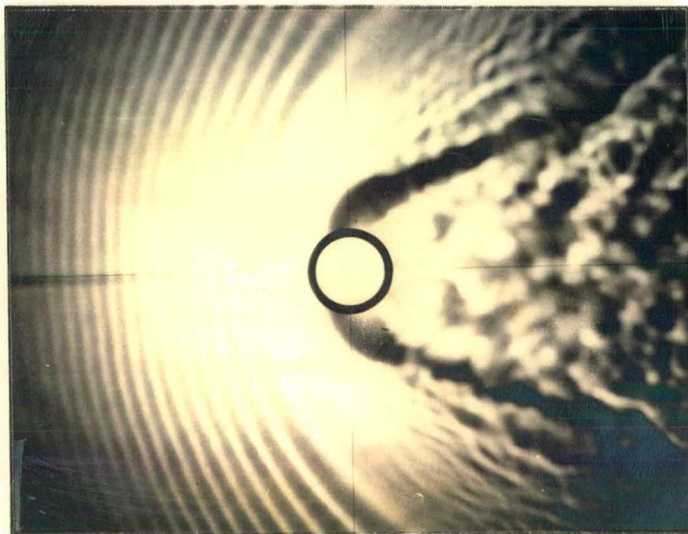


Fig.: 4.3 - (continuação).

(b) - Cilindro  $D = 34,5$  mm



(a)



(b)

Fig.: 4.4- Escoamento de água em torno de cilindros.

(a) Cilindro de diâmetro 92 mm para  $Fr_s = 0,48$

(b) Cilindro de diâmetro 34,5 mm para  $Fr_s = 0,70$

de-se considerar, um erro médio na ordem de 1,5%, baseado na faixa de profundidades encontradas e para um valor de amplitude de onda da ordem de 0,25 mm. Os valores de profundidade medidos não sofreram qualquer correção.

O sistema de medição utilizado por Orlin, et al. [3], era constituído de orifícios de pressão estática distribuídos ao longo da parede de teste do canal. As medidas de profundidade da água, eram obtidas diretamente em uma bureta graduada, conectada a todos orifícios de pressão, por meio de mangueiras, providas de registros. Através deste sistema de medição, as ondas de capilaridade não interferem na medida da profundidade da água e, em consequência disto, os diversos valores para o número de Froude locais nos trechos afetados por tais ondas, são maiores que aqueles que obteve-se.

Para o modelo maior, o máximo número de Froude do escoamento foi 0,48, como indicado na figura 4.3.a, em comparação a 0,50, obtido na referência [3]. As ondas de capilaridade formadas a montante do modelo, para Froude igual 0,48, apresentam um maior comprimento de onda, do que aquelas formadas em escoamentos a maiores números de Froude, sendo desta forma pouco perceptíveis a uma certa distância do modelo. Devido a isto e apesar de se ter medido a profundidade da água ( $z_s$ ) suficientemente afastado do corpo, pode ter-se efetuado a medida em um ponto do escoamento ainda afetado pela presença das ondas de capilaridade de pequena amplitude e pouco visíveis, originando-se daí, um número de Froude diferente daquele da referência. As ondas de capilaridade, neste caso, pouco afetaram as medições locais de profundidade da água e consequentemente, os números de Froude locais, muito se aproximaram dos da referência.

Ainda para o modelo de diâmetro igual a 92 mm, para um número de Froude igual a 0,25, verificou-se grande instabilidade do escoamento. Como não se conseguiu controlar este fator indesejável, interromperam-se as medições de profundidade após a seção de posicionamento do modelo.

O máximo número de Froude do escoamento, conseguido com o modelo menor, foi 0,70 como mostrado na figura 4.3.b, contra 0,72 da referência. Acredita-se que a razão desta diferença é a mesma

anteriormente mencionada. Um menor comprimento de onda, das ondas de capilaridade, neste caso, propiciou a existência do erro das medições do número de Froude junto à parede. Isto acarretou a diferença entre as curvas mostradas na figura 4.3.b.

A figura 4.3.b, mostra ainda, para o modelo menor, as curvas para um número de Froude do escoamento igual a 0,53, cujos efeitos das ondas de capilaridade foram menores, obtendo-se assim uma boa concordância nos dois experimentos.

Embora o sistema de medição de profundidade da água empregado, apresentar desvantagens em relação ao utilizado na referência [3] e outros erros existentes na avaliação do número de Froude devido à presença de ondas de capilaridade, o exame geral das curvas mostradas nas figuras 4.3(a e b), revela uma boa concordância tanto quantitativa como qualitativa dos experimentos realizados, o que permitiu considerar o sistema com um ótimo desempenho.

#### 4.2- ESCOAMENTO SUPERSÔNICO EM TORNO DE CONES

O interesse de simular-se o escoamento supersônico em torno de cones, através da analogia hidráulica, foi motivado pelo fato de se desconhecer a existência de qualquer estudo quantitativo do problema. O escoamento em torno de cones, é um dos mais importantes do estudo da aerodinâmica de corpos de revolução. Apesar de o escoamento em torno de cones, ser tridimensional, ele também é axialmente simétrico e, como tal, pode ser considerado como bidimensional.

Para efetuar-se a simulação de escoamento supersônico na mesa d'água, utilizaram-se os canais convergente-divergentes das figuras 3.3(b e c). Cada um foi empregado para obter-se os números de Froude desejados do escoamento na seção de teste, conforme descrito no item 3.1.4.

##### 4.2.1- SIMULAÇÃO DE CHOQUE CÔNICO POR MEIO DE CUNHAS

Um dos estudos que envolve escoamento supersônico simétrico

de gases em torno de cones, e que se pretendeu simular através da analogia hidráulica, foi a formação de ondas de choque cônicas. Nestes escoamentos, a formação das ondas de choque cônicas, depende do ângulo do cone e do número de Mach do escoamento.

A simulação deste estudo, foi realizada utilizando-se um escoamento rápido da água, simétrico em torno de cunhas. O fluxo ao incidir na cunha, provoca a formação de ondas de gravidade de grande intensidade, estacionárias e diagonais na superfície da água. Estas ondas são análogas às ondas de choque cônicas, também dependentes do ângulo da cunha e do número de Froude do escoamento.

Dentre os vários estudos possíveis de serem realizados, referentes a choques cônicos, decidiu-se medir na simulação, a variação do ângulo das ondas de choque cônicas ( $\sigma$ )<sup>1</sup>, para vários ângulos de cones ( $2\theta$ ) e diferentes números de Mach do escoamento ( $M_S$ ).

Este estudo não requer a medição do número de Froude nas regiões perturbadas a jusante das ondas de gravidade e pode ser facilmente realizado na mesa d'água.

#### 4.2.2- SIMULAÇÃO DE CHOQUE DESTACADO POR MEIO DE CUNHAS

Outro estudo referente a escoamentos supersônicos simétricos de gases em torno de cones, é o de choques destacados formados à frente de cones. Estes choques são originados por cones que apresentam um grande ângulo submetidos a um escoamento supersônico com um número de Mach insuficiente para permitir a formação de um choque cônico. Este fenômeno, ocorre analogamente no escoamento de água com uma superfície livre, simétrico em torno de cunhas, para número de Froude do escoamento superior a unidade, utilizando-se a mesa d'água.

Uma teoria geral aproximada da Dinâmica dos Gases é apresen-

---

(1) Para escoamentos simétricos,  $\sigma$  é o ângulo formado entre as ondas de choque cônicas ou as ondas de gravidade e o eixo de simetria do cone ou da cunha, conforme figura 4.5.

tada por Shapiro [7] e permite determinar a localização da onda de choque destacada. Esta teoria parte da hipótese de que a forma desta onda, pode ser aproximada por uma hipérbole. Alguns gráficos mostrando comparações entre os resultados teóricos e resultados experimentais, são apresentados nesta referência, sendo bastante satisfatório o uso desta teoria. Desta forma, achou-se mais significativo, averiguar se realmente a forma da onda formada na superfície da água à frente da cunha, pode ser representada por uma hipérbole.

Para isto determinou-se o ângulo entre a assíntota da linha de contorno aproximada da onda, à frente da cunha, e o eixo positivo  $y$ , cujo ponto de origem, situa-se sobre o eixo de simetria da cunha. Este ângulo foi medido nas fotografias obtidas durante os testes.

#### 4.2.3- MODELOS

Os modelos bidimensionais utilizados para a simulação dos cones, foram as cunhas, com cinco diferentes semi-ângulos ( $\theta$ ):  $10^\circ$ ,  $20^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $40^\circ$  e  $60^\circ$ . A altura das cunhas é 60 mm e as larguras e espessuras variam para cada modelo. As cunhas com ângulos de  $10^\circ$ ,  $20^\circ$  e  $30^\circ$ , foram utilizadas para o estudo de choques cônicos e as cunhas de  $40^\circ$  e  $60^\circ$ , foram utilizadas para o estudo de choques destacados.

O material empregado na confecção dos modelos, foi o acrílico com superfícies laterais polidas. As superfícies superior e inferior dos modelos, observaram o paralelismo necessário para igualmente garantir o paralelismo entre o leito do canal d'água e a superfície semi-opaca na qual era projetada a onda de choque formada.

Os modelos foram posicionados na seção de teste dos canais convergente-divergentes utilizados, exatamente sobre a linha de centro destes canais, como ilustrado na figura 4.5.

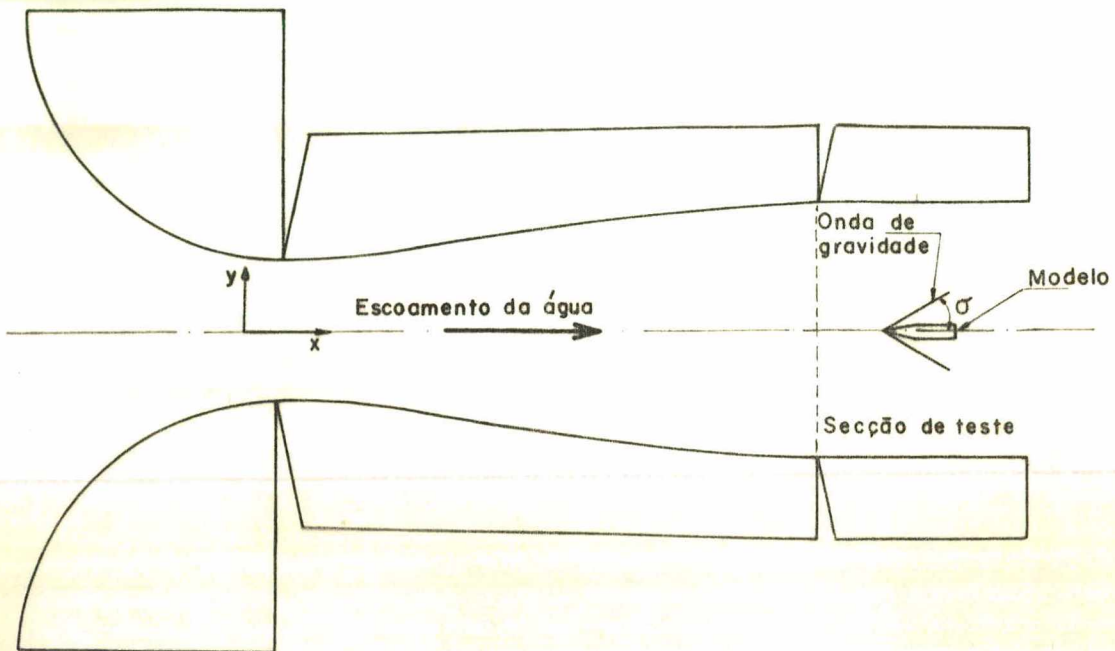
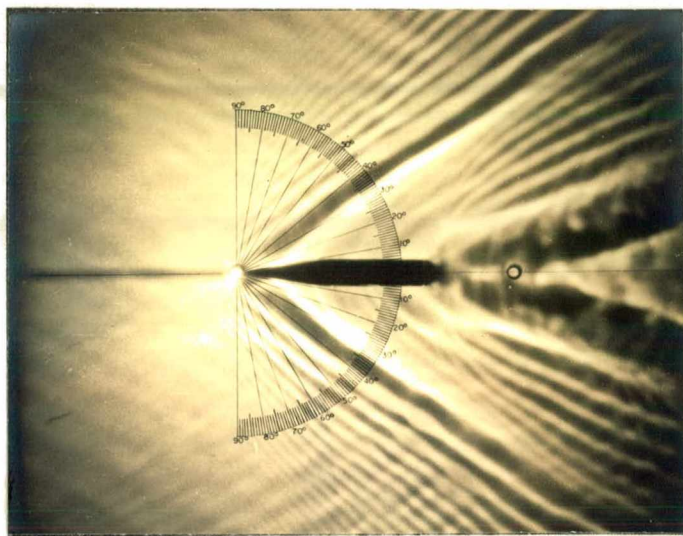


Fig.: 4.5- Posição do modelo na seção de teste, para o escoamento em torno de cunhas.

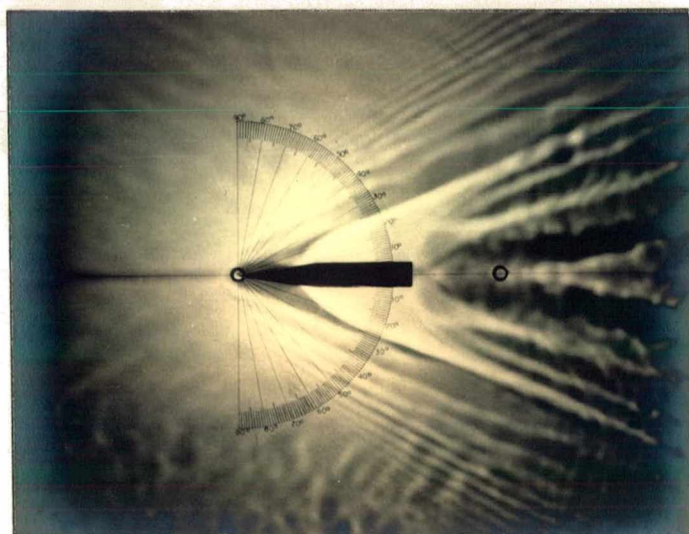
#### 4.2.4 - RESULTADOS

Alguns dos experimentos estão mostrados através dos registros fotográficos, nas figuras 4.6(a,b e c) e nas figuras 4.7 (a e b).

A medição dos vários ângulos das ondas de gravidade ( $\sigma$ ), foi realizada através dos valores médios, das medições feitas através dos registros fotográficos, num total de três, para cada caso. Os resultados estão apresentados sob a forma de gráficos nas figuras 4.8 (a,b e c), os quais representam a variação do ângulo das ondas de choque ou das ondas de gravidade com o número de Mach ( $M_s$ ) ou número de Froude ( $Fr_s$ ) do escoamento, para cada cunha. Os vários resultados experimentais, são comparados com os resultados teóricos, obtidos segundo Krasnov e Morris [9], da



(a)



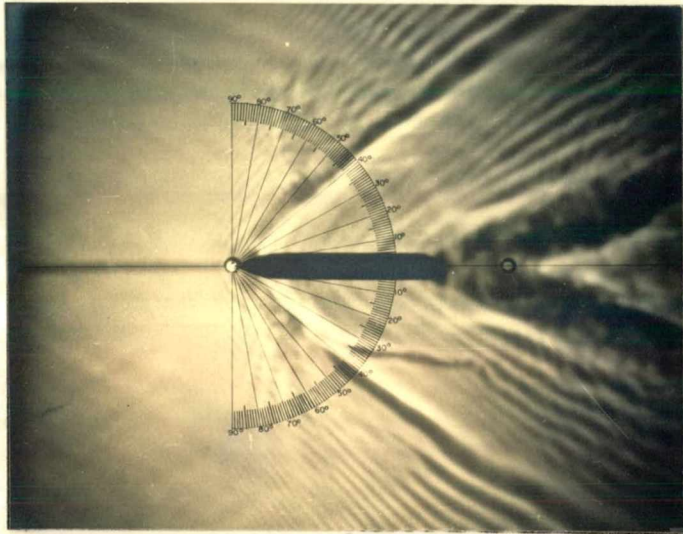
(b)

Fig. 4.6- Formação das ondas de gravidade a partir do vértice da cunha de semi-ângulo  $\theta = 10^\circ$ .

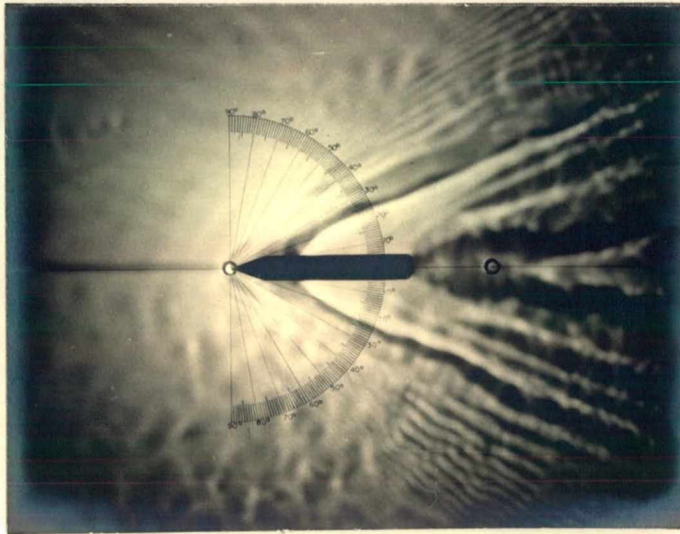
(a) -  $Fr_S = 1,56$

(b) -  $Fr_S = 2,90$





(a)

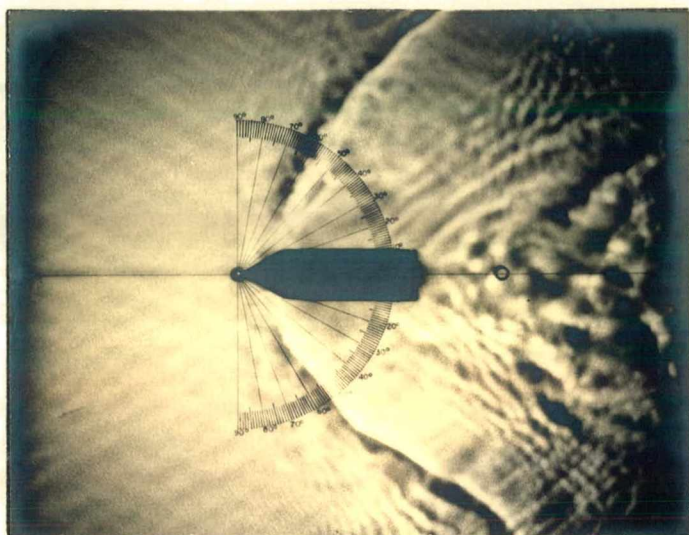


(b)

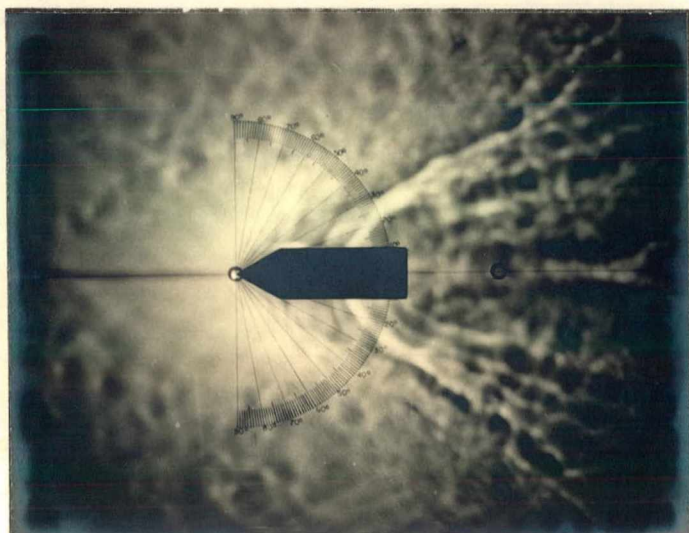
Fig.: 4.6 - (continuação)  $\theta = 20^\circ$ .

(a) -  $Fr_S = 1,56$

(b) -  $Fr_S = 2,90$



(a)

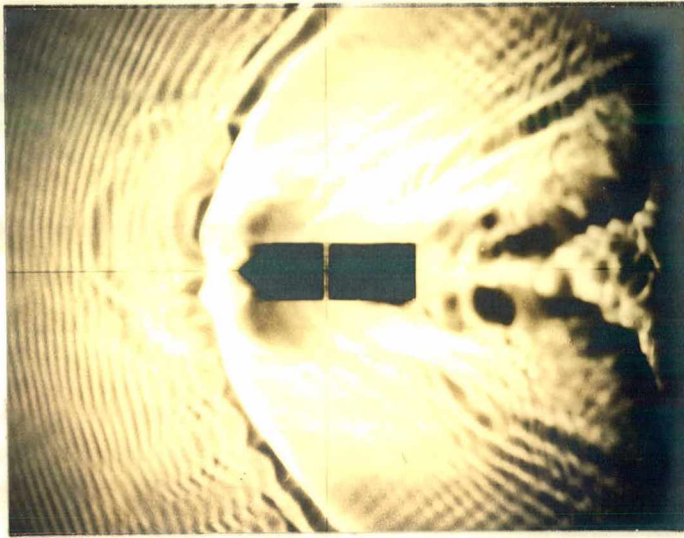


(b)

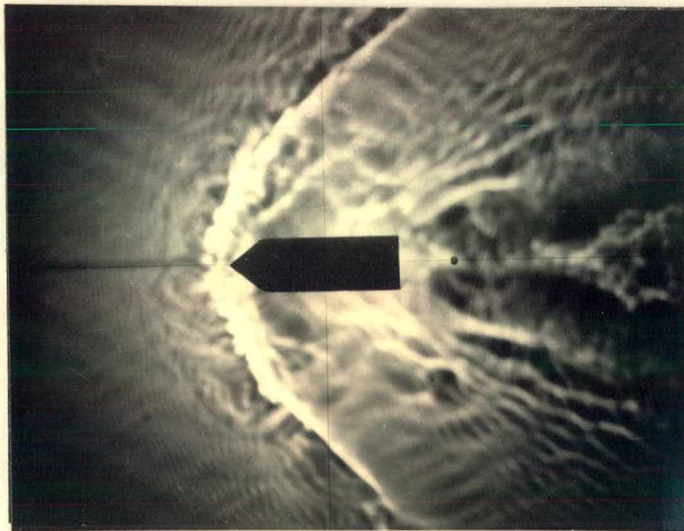
Fig.: 4.6 - (continuação)  $\theta = 30^\circ$ .

(a) -  $Fr_S = 1,83$

(b) -  $Fr_S = 2,90$

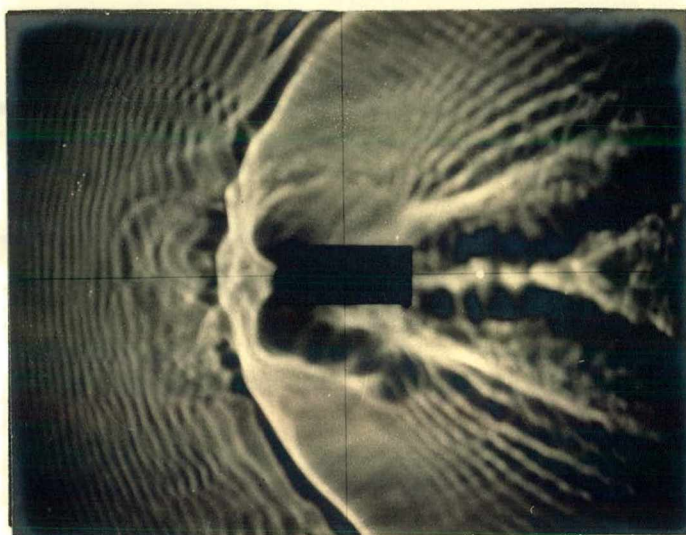


(a)

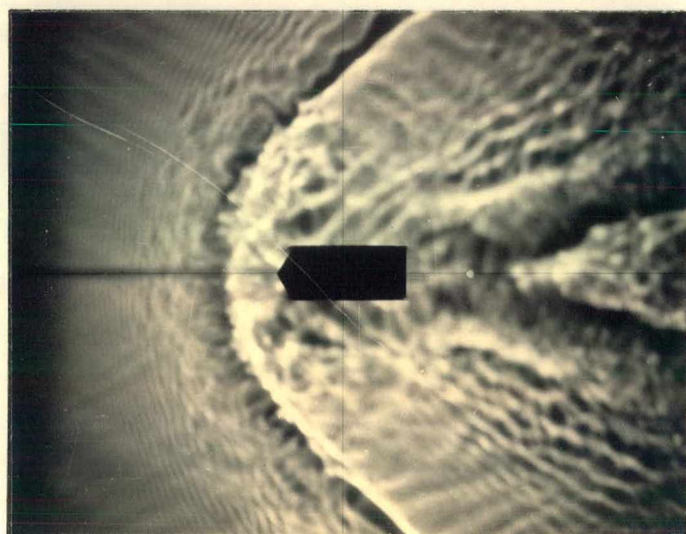


(b)

Fig.: 4.7- Formação da onda de choque destacada  
à frente da cunha com semi-ângulo  $\theta = 40^\circ$ .  
(a) -  $Fr_s = 1,24$   
(b) -  $Fr_s = 1,66$



(a)



(b)

Fig.: 4.7 - (continuação) - Cunha  
com semi-ângulo  $\theta = 60^\circ$ .  
(a) -  $Fr_s = 1,23$   
(b) -  $Fr_s = 1,68$

teoria referente a escoamentos supersônicos axissimétricos de gases em torno de cones, para o ar ( $k=1,4$ ) e para o gás hidráulico ( $k=2,0$ ).

A medição dos vários valores do ângulo  $\tan^{-1}\beta$ , nos casos experimentados, foi obtida a partir da média das medições efetuadas através dos registros fotográficos, em número de três para cada um dos casos ensaiados. Estes resultados estão apresentados na figura 4.9, que representa a variação do ângulo  $\tan^{-1}\beta$  com o número de Mach ( $M_s$ ) ou o número de Froude ( $Fr_s$ ) do escoamento. Estes resultados experimentais foram comparados com a curva teórica apresentada por Shapiro [7] e representada pela seguinte equação:

$$\beta = (M_s^2 - 1)^{1/2} \quad (35)$$

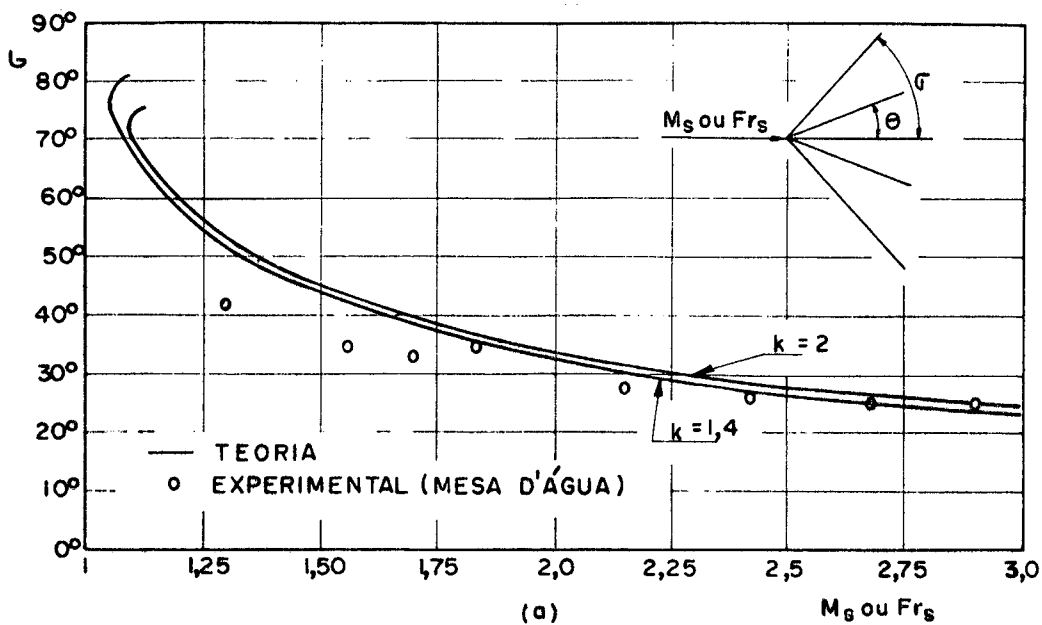


Fig.: 4.8 - Variação do ângulo da onda de choque cônica ou da onda de gravidade ( $\sigma$ ) para diferentes números de Mach ( $M_s$ ) ou número de Froude ( $Fr_s$ ) do escoamento e para diferentes semi-ângulos de cunha ( $\theta$ ), (comparação entre resultados experimentais e teóricos).

(a) -  $\theta = 10^\circ$

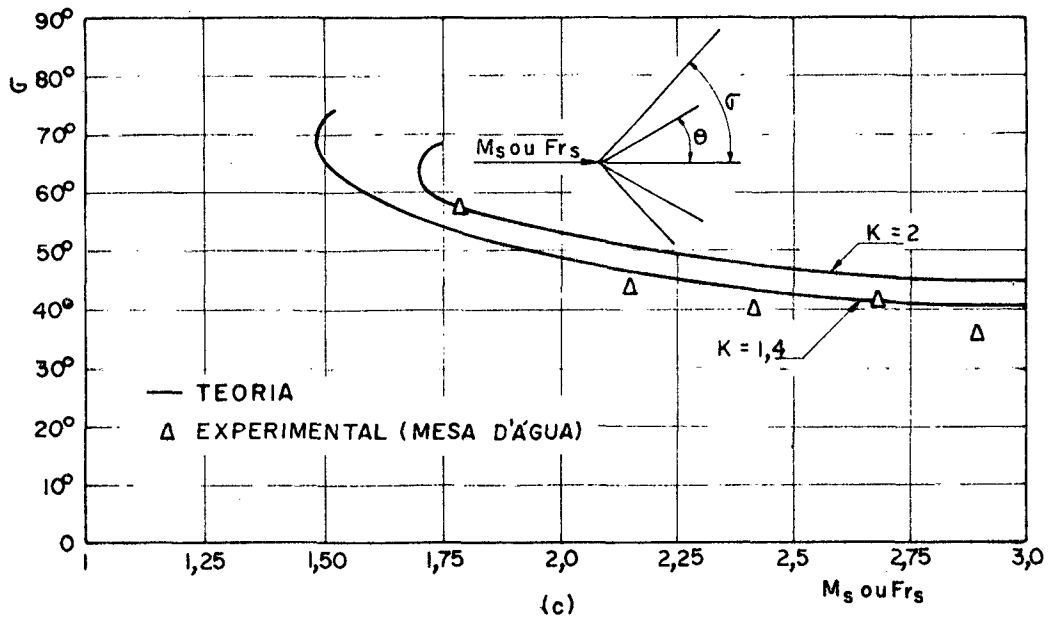
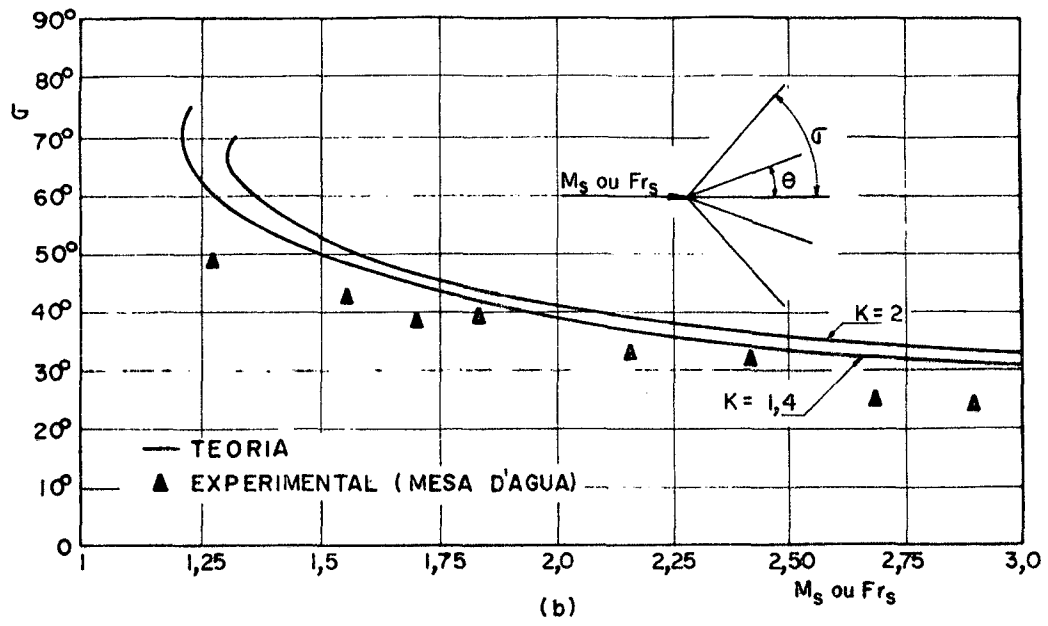


Fig.: 4.8 - (continuação).

(b) -  $\theta = 20^\circ$

(c) -  $\theta = 30^\circ$

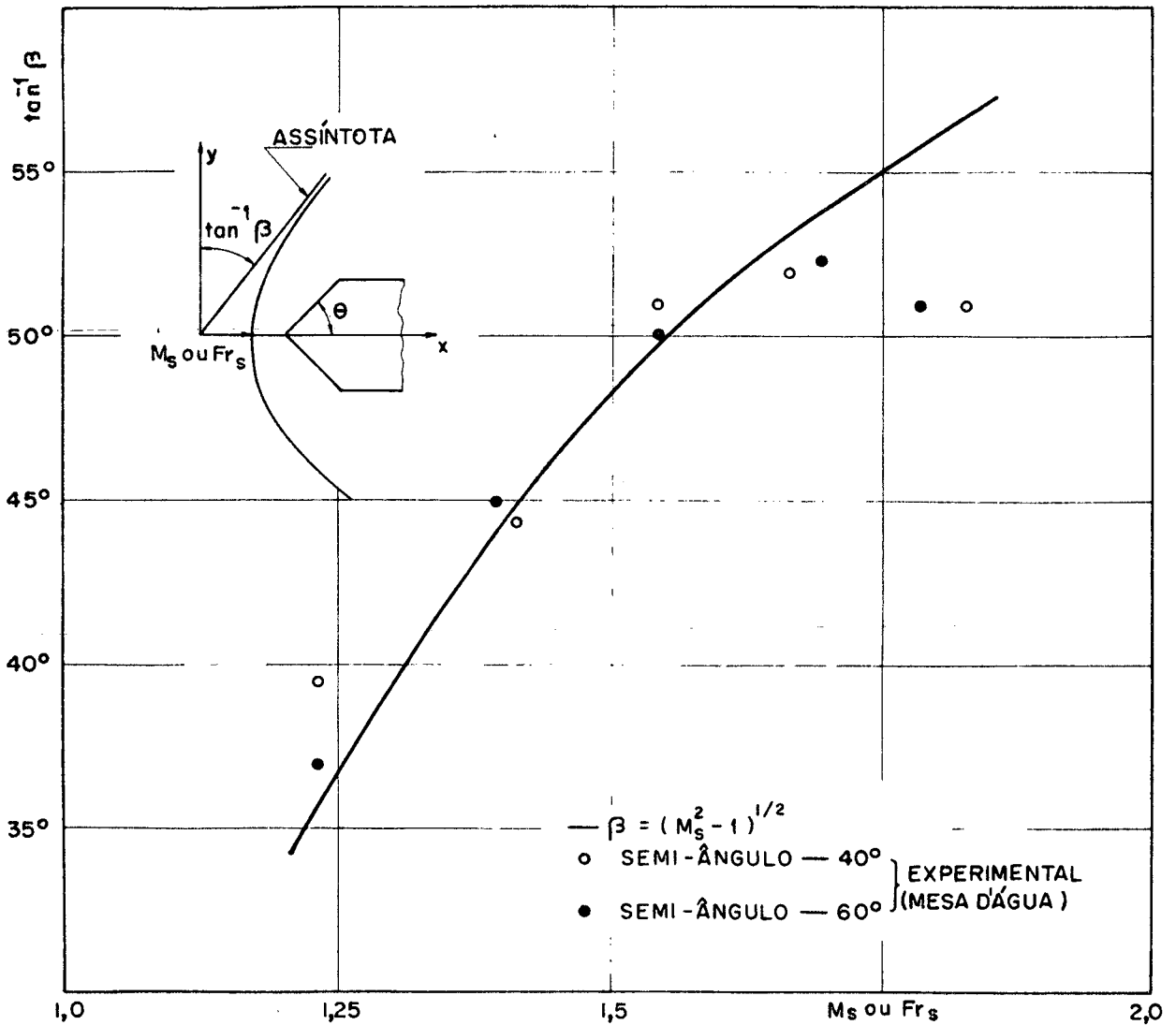


Fig. 4.9 - Variação do ângulo da assíntota ( $\tan^{-1} \beta$ ) para diferentes números de Mach ( $M_s$ ) ou número de Froude ( $Fr_s$ ) do escoamento e para as cunhas de semi-ângulo ( $\theta$ )  $40^\circ$  e  $60^\circ$ .

#### 4.2.5 - ANÁLISE DAS DIFERENÇAS QUANTITATIVAS

A existência de perturbações superficiais que influenciaram na estabilidade do escoamento da água, citadas no item 3.2.1, afetaram bastante a forma das ondas superficiais. Estas perturbações afetaram principalmente os escoamentos em torno de cunhas com maiores ângulos, onde as ondas eram destacadas. A assimetria das ondas em relação às cunhas em dados instantâneos afetaram em parte os resultados experimentais, uma vez que, estes basearam-se nos registros instantâneos obtidos através de três fotografias para cada caso. Amostras maiores, possivelmente permitiriam a obtenção de resultados mais precisos.

Prováveis erros no posicionamento perfeito da cunha sobre a linha de centro do canal d'água, podem tornar assimétricas as ondas em relação à cunha. Esta incorreção somada às perturbações superficiais da água mencionadas anteriormente, agravam ainda mais o erro cometido nas medições.

Os registros fotográficos dos experimentos, não permitem uma identificação precisa dos contornos das ondas de choque dos dois tipos, acarretando outros erros na avaliação dos ângulos e reduzindo a precisão da medida.

Analisando-se os gráficos das figuras 4.8(a e b), nota-se que para aquelas cunhas, os ângulos das ondas de gravidade, para escoamentos com número de Froude abaixo de aproximadamente 1,70, tendem a afastar-se de seus valores teóricos, referentes ao gás hidráulico e esta diferença aumenta à medida que o número de Froude diminui. Apesar da existência de perturbações na superfície da água, não se justifica a crescente diferença nos resultados, naqueles casos observados. Acredita-se que esta tendência seja proveniente do próprio método utilizado.

Os ângulos das ondas de gravidade para a cunha de semi-ângulo igual a  $10^{\circ}$ , concordaram muito bem com os valores teóricos referentes ao gás hidráulico, para quase todos números de Froude do escoamento. Nas outras duas cunhas de semi-ângulo  $20^{\circ}$  e  $30^{\circ}$ , a concordância foi menor, principalmente para os escoamentos com maiores números de Froude. Sabe-se, contudo, que os três casos, estiveram sujeitos as mesmas perturbações superficiais da água, e



acredita-se ser a diferença geométrica entre os modelos a razão deste comportamento anormal.

Os resultados experimentais obtidos na simulação de ondas de choque cônicas, mostrados na figura 4.8, embora, em geral, concordarem apenas razoavelmente com os resultados teóricos, apresentam a mesma tendência, isto é, para cada uma das cunhas, a medida que o número de Froude do escoamento aumenta, o ângulo das ondas de gravidade ( $\sigma$ ) decresce e vice-versa. Analogamente, para cada semi-ângulo da cunha, deverá corresponder teoricamente um mínimo número de Froude do escoamento, para que haja a formação da onda de gravidade. A partir destes mínimos valores para baixo, haverá a formação de ondas destacadas à frente das cunhas. Estes valores são de difícil detecção no escoamento de água. Os contornos das ondas destacadas baseadas na comparação dos resultados apresentados na figura 4.9, aproximam-se realmente de uma hipérbole, para quase todos os números de Froude do escoamento experimentados. Nota-se também que à medida que aumenta o número de Froude, aumenta o ângulo da assíntota ( $\tan^{-1}\beta$ ), analogamente ao que acontece com os gases.

## 5. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

### 5.1- CONCLUSÕES

O trabalho desenvolvido na mesa d'água, sugeriu as seguintes conclusões:

- A mesa d'água testada, demonstrou ser um excelente equipamento para a simulação dos fenômenos compressíveis de gases, em vista da excelente concordância qualitativa dos experimentos.

- Os resultados quantitativos dos experimentos realizados, não foram grandemente influenciados pela presença de imperfeições na construção da mesa d'água, bem como pelas deficiências de controle do escoamento. Na análise de escoamentos subsônicos em torno de cilindros, a concordância, com outros experimentos em mesa d'água, foi boa, o que atribui um ótimo desempenho a todo sistema construído. Referente ao escoamento supersônico em torno de cones, a concordância com os resultados teóricos, foi razoavelmente satisfatória.

- A analogia hidráulica apesar de apresentar restrições no seu uso, constitui-se num meio bastante conveniente, não só no seu emprego didático, mas também em investigações quantitativas prévias, de escoamentos compressíveis bidimensionais de gases e es-

escoamentos compressíveis axissimétricos tridimensionais de gases em torno de corpos de revolução.

## 5.2- RECOMENDAÇÕES

A luz dos inconvenientes encontrados ao longo da realização dos experimentos, sugerem-se certas recomendações, para outros trabalhos que futuramente, possam ser feitos:

- Procurar meios mais eficientes que maximizem a estabilidade do escoamento da água, minimizando assim, erros no sistema de medições.

- Testarem-se cunhas com os semi-ângulos de  $20^{\circ}$  e  $30^{\circ}$ , com superfícies laterais maiores do que aquelas usadas, para a verificação dos efeitos das diferentes dimensões da superfície lateral nas ondas de gravidade.

- O uso de modelos de dimensões maiores, para os escoamentos da água com número de Froude na faixa de 1 a 2, requer a utilização de um canal convergente-divergente com larguras maiores, para evitarem-se os efeitos das paredes do canal, no escoamento da água em torno do modelo.

## 6- REFERÊNCIAS

- [1] - OBERT, E.F. e GYOROG, D.A.; " Laboratório de Engenharia Mecânica"; pág. 358 a 366, tradução MEC/PREMESU, 1976.
- [2] - BLACK, J. e MEDIRATTA, O.P.; " Supersonic Flow Investigation with a Hydraulic Analogy Water Channel"; The Aeronautical Quarterly, Vol.II, 1951.
- [3] - ORLIN, W.J., LINDNER, N.J. e BITTERLY, J.G.; " Application of the Analogy between Water Flow with a Free Surface and Two-dimensional Compressible Gas Flow"; N.A.C.A.-T.N. No.1185, 1947.
- [4] - MATTHEWS, C.W.; " The Design, Operation and Uses of the Water Channel as an Instrument for the Investigation of Compressible Flow Phenomena"; N.A.C.A. T.N.No.2008, 1950.
- [5] - RIABOUCHINSKY, D.; " On the Hydraulic Analogy to Flow of a Compressible Fluid"; Comptes Rendus de L'Academie des Sciences, pág. 632, Vol. 199, 1934.
- [6] - BINNIE, A.M. e HOOKER, S.C.; " The Flow under Gravity of an Incompressible and Inviscid Fluid Through a Constriction

- in a Horizontal Channel"; Proc. Roy. Soc, pág.592, Vol. 159, 1937.
- [7] - SHAPIRO, A.H.; "The Dynamics and Thermodynamics of Compressible Fluid Flow"; Vol. I e II; The Ronald Press Company, 1954.
- [8] - LAMB, H.; "Hydrodynamic"; Cambridge University Press; 6ª edição; Capítulo IX, 1932.
- [9] - KRASNOV, N.F. e MORRIS, D.N.; "Aerodynamics of Bodies of Revolution"; American Elsevier Publishing Company, Inc., 1970.
- [10] - VENNARD, J.K. e STREET, R.L.; "Elementary Fluid Mechanics" John Wiley & Sons, Inc.; 5ª edição; 1964.

A P Ê N D I C E S

APÊNDICE I - VELOCIDADE DE PROPAGAÇÃO DE UMA ONDA DE GRAVIDADE

A equação (20) obtida no item 2.3, pode ser deduzida de outra forma, segundo Vennard e Street [10], a qual é apresentada neste Apêndice. A mesma hipótese referente à pequena profundidade da água é feita aqui. Considera-se uma onda solitária movendo-se com uma velocidade  $c$  sobre uma superfície de um líquido em repouso, conforme figura I.1, mostrada para um referencial estacionário. A fim de fazer-se a análise do escoamento permanente, considera-se o referencial movendo-se juntamente com a onda. Um volume de controle móvel é considerado, conforme figura I.2, de espessura unitária, contornando a crista da onda e sua parte inferior, onde ambas as faces verticais deste volume de controle estão sujeitas a uma distribuição de pressão hidrostática.

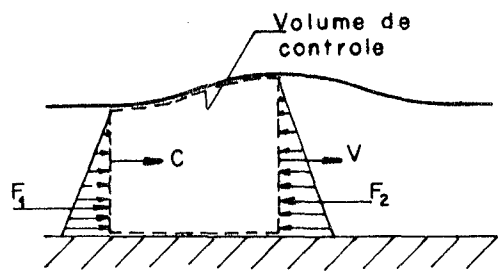
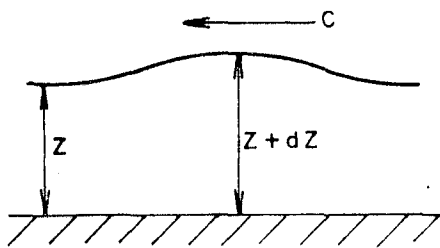


Fig.: I.1 Referencial estacionário. Fig.: I.2 Referencial móvel.

Supondo que  $V$  seja a velocidade no centro da onda, pela equação da continuidade para o volume de controle, tem-se:

$$cz = V(z + dz) \quad (1)$$

Aplicando ao volume de controle, a equação da quantidade de movimento linear, somente para a direção de deslocamento da onda:

$$F_1 - F_2 = \rho cz (V_{x2} - V_{x1}),$$

ou

$$z^2 \frac{\gamma}{2} - (z + dz)^2 \frac{\gamma}{2} = \frac{\gamma}{g} cz(V - c) \quad (2)$$

Desenvolvendo-se a equação (2), com a eliminação do infinitésimo de 2.<sup>a</sup> ordem  $(dz)^2$ , obtem-se a equação:

$$\frac{c^2}{g} = \frac{cV}{g} + dz \quad (3)$$

Da equação (1) tira-se a expressão para  $V$  que substituída em (3) fornece:

$$c^2 = g(z + dz), \quad (4)$$

considerando uma onda de pequena amplitude, ou seja,  $dz$  é pequeno comparado a  $z$ , portanto, despreza-se  $dz$  e a desejada equação da velocidade de propagação de uma onda de gravidade de pequena amplitude, é obtida:

$$c = (gz)^{1/2} \quad (5)$$

Esta equação é a mesma equação (20) apresentada anteriormente.



## APÊNDICE II - DETERMINAÇÃO DE $z_0$

A medida da profundidade da água nas condições de estagnação é determinada para um canal convergente-divergente qualquer, como mostrado na figura II.1, com auxílio da equação da continuidade e de Bernoulli, com as mesmas hipóteses simplificativas admitidas no item 2.1, para o escoamento da água.

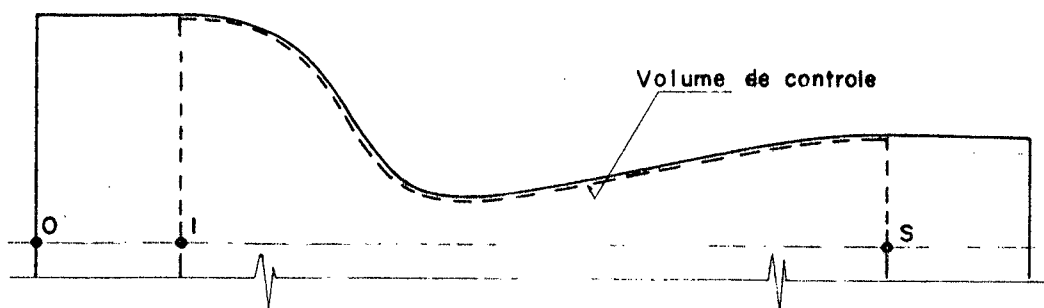


Fig.: II.1 - Canal convergente-divergente qualquer.

A equação da continuidade fornece para o volume de controle da figura II.1:

$$A_1 V_1 = A_S V_S \quad (1)$$

Aplicando a equação de Bernoulli para uma linha de corrente na superfície livre, tem-se:

$$\frac{p_0}{\gamma} + z_0 = \frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_S}{\gamma} + \frac{V_S^2}{2g} + z_S$$

como na superfície as pressões efetivas são iguais, ou seja,  $p_0 = p_1 = p_S = 0$ , obtém-se:

$$V_1 = [2g(z_0 - z_1)]^{1/2} \quad (2)$$

e

$$V_2 = [2g(z_0 - z_s)]^{1/2} \quad (3)$$

como

$$\Lambda_1 = L_1 z_1 \quad c, \quad (4.a)$$

$$A_s = L_s z_s \quad (4.b)$$

substituindo-se (2), (3) e (4) em (1) e simplificando termos:

$$L_1 z_1 (z_0 - z_1)^{1/2} = L_s z_s (z_0 - z_s)^{1/2},$$

ou

$$(L_1 z_1)^2 (z_0 - z_1) = (L_s z_s)^2 (z_0 - z_s) \quad (5)$$

subtraindo  $(L_1 z_1)^2 z_s$  de ambos os membros da equação (5) e rearranjando os termos chega-se facilmente a:

$$z_0 = z_s + \frac{z_1 - z_s}{1 - \left(\frac{L_s}{L_1}\right)^2 \left(\frac{z_s}{z_1}\right)^2} \quad (6)$$

Esta equação é a mesma equação (34) apresentada no item 3.2:2.