

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

MODELOS DE RADIAÇÃO PARA APLICAÇÃO EM SIMULAÇÃO TÉRMICA DE EDIFICAÇÕES

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA PARA OBTENÇÃO  
DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA

JORGE RICARDO RZATKI

FLORIANÓPOLIS, MARÇO DE 1993

# MODELOS DE RADIAÇÃO PARA APLICAÇÃO EM SIMULAÇÃO TÉRMICA DE EDIFICAÇÕES

JORGE RICARDO RZATKI

ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE

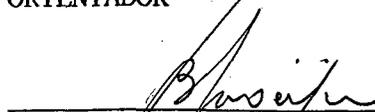
MESTRE EM ENGENHARIA

ESPECIALIDADE ENGENHARIA MECÂNICA, ÁREA DE CONCENTRAÇÃO CIÊNCIAS TÉRMICAS,  
APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA  
MECÂNICA.



PROF. CLÁUDIO MELO, Ph.D.

ORIENTADOR



PROF. BEREND SNOEIJER, Dr. Ing.

COORDENADOR DO CURSO

BANCA EXAMINADORA

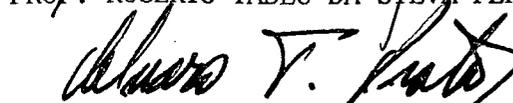


PROF. CLÁUDIO MELO, Ph.D.

PRESIDENTE



PROF. ROGÉRIO TADEU DA SILVA FERREIRA, Ph.D.



PROF. ÁLVARO TOUBES PRATA, Ph.D.

---

## AGRADECIMENTOS

---

Ao Professor Cláudio Melo, não apenas pela orientação mas, principalmente pelo incentivo, compreensão, ajuda e amizade ao longo do curso.

Ao Professor Sergio Colle e aos alunos bolsistas do LABSOLAR que cederam e ajudaram na interpretação dos Dados Solares utilizados neste trabalho.

Aos demais professores e colegas do departamento de engenharia mecânica que direta ou indiretamente ajudaram na realização deste trabalho.

A Edna que, apesar da distância, incentivou e compreendeu quando foi necessário.

---

**ÍNDICE**


---

RESUMO	vi
ABSTRACT	vii
SIMBOLOGIA	viii
1 - INTRODUÇÃO	1
2 - RADIAÇÃO SOLAR	3
2.1 - Introdução	3
2.2 - Radiação Extraterrestre	4
2.3 - Hora Solar	5
2.4 - Declinação Solar	7
2.5 - Ângulos Solares	8
2.6 - Intensidade da Radiação Solar Total sobre uma Superfície Inclinada	11
2.7 - Radiação Solar Extraterrestre Sobre uma Superfície Horizontal	12
2.8 - Modelos de Radiação para Céu Limpo	13
2.9 - Modelo de Radiação Solar para Céu Nublado	16
2.10- Dados Solares	17
2.11- Relação entre Radiação Total e Difusa	20
2.12- Relação entre a Radiação Difusa em Base Diária e Horária	30
2.13- Relação entre a Radiação Total em Base Diária e Horária	33
2.14- Relação entre os Índices de Limpeza Horário e Mensal	35
2.15- Implementação do Presente Modelo	37
2.16- Conclusão	38
3 - PENETRAÇÃO DE RADIAÇÃO SOLAR ATRAVÉS DE SUPERFÍCIES TRANSPARENTES	40
3.1 - Introdução	40
3.2 - Espectro Solar	41
3.3 - Índice de Refração	43
3.4 - Leis da Reflexão e da Refração	45
3.5 - Coeficientes de transmissão e Reflexão	47

3.5.1 - Componente Perpendicular	47
3.5.2 - Componente Paralela	48
3.6 - Refletividade e Transmissividade	50
3.7 - Absorção	53
3.8 - Cálculo da Transmissão, Reflexão e Absorção para Sistemas de Placas Transparentes	54
3.9 - Transmissividade de Vidros	57
3.10- Ganho de Calor solar	59
3.11- Filmes Finos	59
3.11.1- Reflexão e Transmissão para Um Filme Fino	60
3.11.2- Reflexão e Transmissão para Filmes Finos Múltiplos	61
3.12- Combinação de Filmes Finos e Substrato	65
3.13- Métodos de Cálculo	67
3.14- Potencialidades do Modelo	68
3.14.1- Sistema de Dois Vidros Claros	68
3.14.2- Sistema de Dois Vidros (Absorvente/Claro)	68
3.14.3- Análise Monocromática e de Bandas Múltiplas	70
3.15- Resultado e Discussão	71
3.16- Conclusão	74
4 - MODELAÇÃO MATEMÁTICA DE ÁREAS SOMBREADAS EM EDIFICAÇÕES	75
4.1 - Introdução	75
4.2 - Considerações Geométricas	76
4.3 - Transformação de Coordenadas	80
4.3.1 - Translação	81
4.3.2 - Rotação	81
4.3.3 - Projeção	83
4.3.4 - Equação Completa da Projeção	84
4.4 - Superposição de Sombras	86
4.4.1 - Ordenação dos Vértices	87
4.4.2 - Situação do Ponto	89
4.4.3 - União de Dois Polígonos	90
4.4.4 - Intersecção	91
4.4.5 - Exclusão	92
4.4.6 - Exemplo de União de Duas Sombras	92
4.5 - Análise das Potencialidades do Programa	93
4.6 - Conclusão	98

	vi
5 - CONCLUSÕES E SUGESÕES	99
6 - REFERÊNCIAS	100
APÊNDICE A - Coeficientes de Radiação Solar da ASHRAE para o Hemisfério Sul	104
APÊNDICE B - Velocidade de Fase da Onda	106
APÊNDICE C - Demonstração das Equações (3.49) e (3.50)	108
APÊNDICE D - Modelos de Filmes Finos Condutores com Incidência Normal	110
APÊNDICE E - Transmissividade para Vidros Comuns e Vidros Absorventes	114

---

## RESUMO

---

O presente trabalho tem por objetivo o desenvolvimento de três códigos computacionais, para utilização em simulação térmica de edificações, quais sejam: i) estimativa da radiação solar em presença de nuvens ; ii) análise da penetração de radiação solar através de superfícies transparentes e iii) cálculo do sombreamento sobre superfícies.

O primeiro modelo estima a intensidade da radiação solar incidente sobre superfícies planas, com qualquer orientação e inclinação, em função de um índice de limpidez. Tal índice foi inferido a partir de dados meteorológicos obtidos pelo laboratório de energia solar da Universidade Federal de Santa Catarina.

O segundo modelo visa a análise da penetração de radiação solar através de superfícies transparentes, podendo estas serem compostas por uma ou várias lâminas e podendo ainda possuir ou não películas de filmes finos depositados sobre suas superfícies.

O terceiro modelo apresenta uma metodologia para estimar o sombreamento sobre superfícies opacas ou não, provocado por elementos de sombreamento e/ou edificações adjacentes.

Cada módulo apresentado tem suas potencialidades discutidas e ilustradas através de exemplos e/ou figuras.

Em decorrência dos bons resultados obtidos, verifica-se que o presente trabalho vem a se constituir num forte subsídio para a área de simulação térmica de edificações.

---

**ABSTRACT**

---

The objective of this work is to develop three computer codes to be incorporated as subroutines in building thermal simulation programs. The developed codes are: i) Cloudy sky radiation model, ii) fenestration model and iii) shading model.

The first model estimates the solar radiation intensity on plane surfaces of any orientation and inclination, as a function of an clearness index. Such index was derived from meteorological data recorded by the solar energy laboratory of the Federal University of Santa Catarina.

The second model deals with the solar energy penetration through glazing surfaces, which may be composed by one or more sheets, having or not thin films or their surfaces.

The third model presents a methodology to estimate the shading areas on the building surfaces, from shading devices and/or surrounding buildings.

Each model is presented, being its potentialities discussed and illustrated by examples and/or figures.

It is argued that this work offers a strong tool for the building thermal simulation research area.

## SIMBOLOGIA

## CAPÍTULO 2

A	Constante solar aparente	$[W/m^2]$
$A_6$	Valor de A defasado em seis meses	$[W/m^2]$
ALT	Altitude local	[m]
AMS	Massa de ar	[-]
AST	Hora solar aparente	[h]
B	Coefficiente de atenuação exponencial	[-]
B'	Parâmetro que representa a época do ano	[-]
C	Fator de fração difusa	[-]
$C_{cir,j}$	Cobertura por nuvens em forma de cirros na camada j	[-]
CC	Cobertura de nuvens (0,...,10)	[-]
CCF	Fator de cobertura de nuvens	[-]
CT	Cobertura total de nuvens	[-]
EQT	Equação do tempo	[min]
H	Intensidade da radiação solar integrada	$[J/m^2]$
I	Intensidade de radiação solar	$[W/m^2]$
$I_{sc}$	Constante solar (1 367)	$[W/m^2]$
$I_{0,6}$	Intensidade de radiação extraterrestre defasada em 6 meses	$[W/m^2]$
$k_A$	Fator de correção para variações regionais	[-]
$\bar{K}_T$	Índice de limpidez médio mensal	[-]
$K_T$	Índice de limpidez diário	[-]
$k_T$	Índice de limpidez horário	[-]
LCT	Hora civil local	[h]
LNG	Longitude	[°]
M	Água precipitável	[mm]
Nd	Enésimo dia a partir do dia 1º de janeiro	[-]
Np	Número de pontos	[-]
p	Parâmetro da equação para $r_T$	[-]
P	Pressão barométrica	[kPa]
P'	Constantes da equação de CCF (2.39)	[-]
Po	Pressão atmosférica padrão (101,3)	[kPa]

$q$	Parâmetro da equação para $r_T$	[-]
$Q'$	Constantes da equação de CCF (2.39)	[-]
$r_d$	Razão entre as radiações difusas em base horária e diária	[-]
$rc$	Coeficiente de correlação	[-]
$rc^2$	Coeficiente de determinação	[-]
$r_T$	Razão entre as radiações totais em base horária e diária	[-]
$R'$	Constantes da equação de CCF (2.39)	[-]
$S_Y^2$	Desvio padrão de Y	[-]
$S_{Y.X}^2$	Erro padrão da estimativa de Y para X	[-]
$tsr$	Hora civil do nascer do sol	[h]
$tss$	Hora civil do pôr-do-sol	[h]
TZN	Fuso horário	[h]
VIS	Visibilidade	[km]
$W$	Parâmetro multiplicador que é função da umidade	[-]
$\bar{Y}$	Média de Y	[-]
$Y_{est}$	Valor de Y estimado pela equação ajustada	[-]

#### Alfabeto Grego

$\beta$	Inclinação da parede	[°]
$\delta$	Declinação solar	[°]
$\phi$	Latitude	[°]
$\gamma$	Azimute de parede	[°]
$\psi$	Azimute solar	[°]
$\theta$	Ângulo de incidência	[°]
$\theta_z$	Ângulo de zênite do Sol	[°]
$\rho_s$	Refletividade do solo	[-]
$\tau_A$	Transmissividade da atmosfera	[-]
$\varphi$	Altitude solar	[°]
$\omega$	Ângulo hora	[°]
$\bar{\omega}$	Ângulo hora médio no intervalo de integração	[rad]
$\omega_s$	Ângulo hora do pôr-do-sol	[°]
$\omega_1, \omega_2$	Limites de integração	[rad]

#### Superescritos

1	Intervalo de uma hora
24	Intervalo de 24 horas

## Subescritos

d	Difusa
D	Direta
O	Extraterrestre
H	Sobre uma superfície horizontal
N	Em um plano normal ao raio solar
T	Total
C	Em presença de nuvens
m	Valor medido

## CAPÍTULO 3

a,b,c,d	coeficientes das equações (3.103) e (3.104)	[-]
$A_s$	Área da superfície transparente	[m <sup>2</sup> ]
c	Velocidade da luz	[m/s]
$d_f$	Espessura de filme fino	[mm]
E	Vetor campo elétrico	[N/C]
E	Amplitude do campo elétrico	[N/C]
$f_{ea}$	Fração de energia absorvida	[-]
H	Vetor campo magnético	[C]
H	Amplitude do campo magnético	[C]
I	Intensidade de radiação solar	[W/m <sup>2</sup> ·μm]
$I_{\Delta\lambda, i}$	Valor médio da radiação espectral na banda i	[W/m <sup>2</sup> ·μm]
$I_\lambda$	Intensidade da radiação espectral	[W/m <sup>2</sup> ]
L	Espessura do elemento transparente	[mm]
m	Elementos da matriz característica	[-]
M	Matriz característica do sistema de filmes finos	[-]
n	Índice de refração absoluto	[-]
Nb	Número de bandas	[-]
r	Coeficiente de reflexão da amplitude da onda	[-]
S	Vetor de Poynting	[W/m <sup>2</sup> ]
S	Intensidade de radiação instantânea	[W/m <sup>2</sup> ]
t	Coeficiente de transmissão da amplitude da onda	[-]
v	Velocidade de propagação da onda no meio	[m/s]
x	Parcela de energia contida na banda do espectro visível	[-]
y	Parcela de energia contida na banda do espectro invisível	[-]
k	Direção de propagação da onda	[-]

## Alfabeto Grego

$\alpha$	Absortividade	[-]
$\alpha_S$	Absortividade do sistema de lâminas transparentes	[-]
$\alpha_{S,N}$	Absortividade da lâmina N de um sistema	[-]
$\delta_f$	Mudança de fase	[-]
$\Delta\lambda_i$	Tamanho da banda i do espectro eletromagnético	[ $\mu\text{m}$ ]
$\epsilon$	Permissividade elétrica do meio	[ $\text{C}/\text{N}\cdot\text{m}^2$ ]
$\epsilon_R$	Permissividade elétrica relativa	[ $\text{C}/\text{N}\cdot\text{m}^2$ ]
$\epsilon_0$	Permissividade elétrica do vácuo	[ $\text{C}/\text{N}\cdot\text{m}^2$ ]
$\tau$	Transmissividade	[-]
$\tau_a$	Razão entre as intensidades incidente e emergente	[-]
$\tau_e$	Transmissividade de uma lâmina	[-]
$\tau_{inv,i}$	Transmissividade da luz invisível no ângulo i	[-]
$\tau_{inv,0}$	Transmissividade da luz invisível na normal	[-]
$\tau_{Sol,i}$	Transmissividade solar no ângulo i	[-]
$\tau_{Sol,0}$	Transmissividade solar na normal	[-]
$\tau_S$	Transmissividade de um sistema de lâminas transparentes	[-]
$\tau_{vis,i}$	Transmissividade da luz visível no ângulo i	[-]
$\tau_{vis,0}$	Transmissividade da luz visível na normal	[-]
$\tau_\lambda$	Transmissividade espectral	[-]
$\tau_{\Delta\lambda,i}$	Valor médio da transmissividade na banda i	[-]
$\rho$	Refletividade	[-]
$\rho_e$	Refletividade de uma lâmina	[-]
$\rho_S$	Refletividade de um sistema de lâminas	[-]
$\lambda$	Comprimento de onda	[ $\mu\text{m}$ ]
$\theta$	Ângulo do raio incidente em relação à normal da superfície	[ $^\circ$ ]
$x$	Coefficiente de extinção	[-]
$\mu$	Permeabilidade magnética do meio	[ $\text{N}\cdot\text{s}^2/\text{C}^2$ ]
$\mu_R$	Permeabilidade magnética relativa	[ $\text{N}\cdot\text{s}^2/\text{C}^2$ ]
$\mu_0$	Permeabilidade magnética do vácuo	[ $\text{N}\cdot\text{s}^2/\text{C}^2$ ]
K	Coefficiente de absorção	[-]

## Superescritos

$\wedge$  Variável complexa

## Subescritos

r Filme fino  
r1 Conjunto de filmes finos externos

$r_2$	Conjunto de filmes finos internos
$i$	Incidente
$r$	Refletido
$s$	Substrato
$t$	Transmitido
$0$	Gás externo
$1, 2, \dots, N$	Índice da lâmina considerada, interface considerada
$\parallel$	Componente paralela
$\perp$	Componente perpendicular

## CAPÍTULO 4

$A_p$	Área de um polígono	$[m^2]$
$IST(N)$	"Status" de um vértice (-1 ... 2)	$[-]$
$N_v$	Número de vértices de um polígono	$[-]$
$SumX_p$	Componente x do vetor área	$[m^2]$
$SumY_p$	Componente y do vetor área	$[m^2]$
$SumZ_p$	Componente z do vetor área	$[m^2]$
$x, y, z$	Coordenadas de um ponto	$[m]$
$u, v, w$	Elementos de um vetor que representa um segmento de reta	$[m]$
$X, Y, Z$	Eixos coordenados	$[m]$

## Alfabeto Grego

$\beta$	Inclinação de uma superfície	$[^\circ]$
$B$	Elevação do vetor área de um polígono	$[^\circ]$
$\gamma$	Azimute de parede	$[^\circ]$
$\xi_1$	Pseudo azimute solar	$[^\circ]$
$\xi_2$	Pseudo altitude solar	$[^\circ]$
$\zeta$	Ângulo do eixo $X'$ em relação a horizontal	$[^\circ]$
$B', \gamma', \zeta'$	Ângulos de rotação do sistema $X'Y'Z'$ para $X''Y''Z''$	$[^\circ]$

## Superescritos

'	Sistema de coordenadas transladado
"	Sistema de coordenadas rotacionado e transladado

## Subscritos

$i, j$	Sequência dos vértices
--------	------------------------

- 1, 2 Ponto inicial e final
- 0 Origem do sistema de coordenadas
- p Projetado

---

## 1 - INTRODUÇÃO

---

É do conhecimento comum que a produtividade no trabalho aumenta consideravelmente quando se consegue estabelecer condições de conforto térmico em um dado ambiente.

Da mesma forma, vários setores industriais também necessitam de uma atmosfera controlada para o seu perfeito funcionamento. Como exemplo pode-se citar: laboratórios fotográficos, industriais têxteis, etc ...

Consequentemente a sociedade moderna tem-se tornado cada vez mais dependente de equipamentos de climatização. Tais equipamentos, entretanto, têm provocado um aumento acentuado do consumo de energia elétrica. Dados do PROCEL (Programa Nacional de Conservação de Energia) indicam que em prédios públicos o consumo de energia elétrica, associado com equipamentos de climatização, representa 48% do consumo total.

Este fato fez com que, a partir do final da década de 70, começassem a ser desenvolvidos programas computacionais para a análise de edificações. Tais programas, a princípio, permitiram simular edificações, ainda na forma de ante-projeto, para que quando construídos viessem a ter um consumo mínimo de energia com equipamentos de climatização.

No final da década de 80 tais programas começaram a incorporar módulos que permitiam simular não só a edificação, mas também os equipamentos de climatização e controles, e que se revelaram mais eficazes na análise do consumo energético do que os programas da geração 70.

Dentro deste contexto Negrão[1], após uma análise do programa HVACSIM<sup>+</sup>[2], concluiu, que o módulo que simulava a edificação não era adequado por usar modelos simplificados ou então requerer parâmetros não disponíveis na realidade brasileira.

Este fato motivou o presente trabalho, onde foram desenvolvidos três algoritmos que serão apresentados nos capítulos que se seguem.

O capítulo 2 apresenta o desenvolvimento de um modelo de radiação solar em presença de nuvens. A adequacidade deste modelo para o hemisfério sul foi verificada através da comparação com dados meteorológicos, obtidos pelo Laboratório de Energia Solar da Universidade Federal de Santa Catarina (LABSOLAR), para a cidade de Florianópolis-SC. Foram feitas ainda, comparações entre os resultados obtidos neste trabalho com outros, disponíveis na

literatura.

O capítulo 3 apresenta uma metodologia para determinar as propriedades óticas de materiais transparentes. Mostra-se como tais propriedades, bem como a penetração de radiação solar, são influenciadas pelo tipo de material e pela posição do Sol.

O capítulo 4 apresenta um modelo matemático para avaliar as áreas sombreadas em edificações. Trata-se de um programa computacional bastante genérico, capaz de simular as áreas sombreadas e/ou transparentes sob a ação de elementos de sombreamento e/ou edificações adjacentes. Tal processo é ilustrado por um exemplo que envolve a parede leste de uma casa sendo sombreada por uma edificação adjacente e por um dispositivo de sombreamento horizontal, durante o período matutino.

Espera-se que com a incorporação de tais algoritmos, o programa HVACSIM<sup>†</sup> [2], e também alguns outros programas existentes, passem a computar, de uma forma mais adequada, estas trocas de calor por radiação em edificações.

---

## 2 - RADIAÇÃO SOLAR

---

### 2.1 - Introdução

Em alguns países do mundo os dados meteorológicos são obtidos por uma rede de estações meteorológicas relativamente bem distribuídas pelo seu território. Após um processamento estatístico, estes dados podem ser utilizados, na forma de dados típicos, por programas de simulação térmica em edificações. Quando tais dados não se encontram disponíveis, a alternativa é utilizar modelos matemáticos. Estes modelos compreendem duas condições, quais sejam: céu limpo e céu nublado. O modelo mais amplamente utilizado para céu limpo é o da ASHRAE (American Society of Heating, Refrigerating and Air Conditioning Engineers), como descrito no ASHRAE Handbook of Fundamentals[3] e revisado por Machler e Iqbal[4]. Para céu nublado, encontram-se disponíveis o modelo descrito por Kimura e Stephenson[5] e revisado por Galanis e Chatgny[6], e o apresentado por Park, Clarke e Kelly[2] o qual usa correlações obtidas por Erbs, Klein e Duffie[7], e por Pereira e Rabl[8].

A utilização de dados meteorológicos devidamente tratados, é sem dúvida a melhor opção. Entretanto, a realidade brasileira é tal que impede a utilização direta de dados meteorológicos pois estes não existem em quantidade ou em condições adequadas para o seu uso. Resta então a opção de utilização de modelos matemáticos.

O modelo da ASHRAE[3,4] para céu limpo é composto por três versões, em ordem crescente de complexidade e eficiência. A versão mais simples, embora tenha sido desenvolvida para os EUA, é a única que pode ser utilizada no Brasil, de uma forma generalizada, pois, ao contrário das outras, não necessita de dados de entrada que não são disponíveis no Brasil. O modelo para céu nublado proposto por Kimura e Stephenson[5] também não pode ser utilizado no Brasil, devido à falta de algumas informações necessárias. Devido a estes fatos, a maioria dos programas de simulação térmica de edificações utiliza somente o modelo de céu limpo, superestimando, desta forma, o impacto da radiação solar incidente sobre as edificações e com reflexos sobre a carga térmica.

Numa tentativa de se resolver este problema e, desta forma, computar mais adequadamente as trocas térmicas ocorrendo nas edificações, resolveu-se

investigar o modelo para céu limpo proposto por Park et alli[2]. A adequacidade deste modelo para o hemisfério sul foi verificada através da comparação com dados meteorológicos, obtidos pelo Laboratório de Energia Solar da Universidade Federal de Santa Catarina. Comparações foram também realizadas com o trabalho de Liu e Jordan[9].

## 2.2 - Radiação Extraterrestre

A intensidade dos raios solares, na distância média entre o Sol e Terra, sobre um plano normal à linha que une seus centros e localizado fora da atmosfera terrestre é chamada de Constante Solar,  $I_{sc}$ . O valor de  $I_{sc}$ , segundo Duffie e Beckman[10] é  $1353 \text{ W/m}^2$  com uma precisão estimada em  $\pm 1,5\%$ . Entretanto, em 1981 a "World Meteorological Organization" adotou um espectro solar e valores para a radiação espectral que elevaram o valor da constante solar para  $1367 \text{ W/m}^2$ .

A radiação extraterrestre é aproximadamente a radiação de um corpo negro na temperatura de  $5762 \text{ K}$  mas, existem ainda picos e vales no espectro devido as propriedades radioativas dos gases incandescentes do Sol. A Figura 2.1 compara a radiação espectral de um corpo negro na temperatura de  $5762 \text{ K}$ , com a radiação solar.

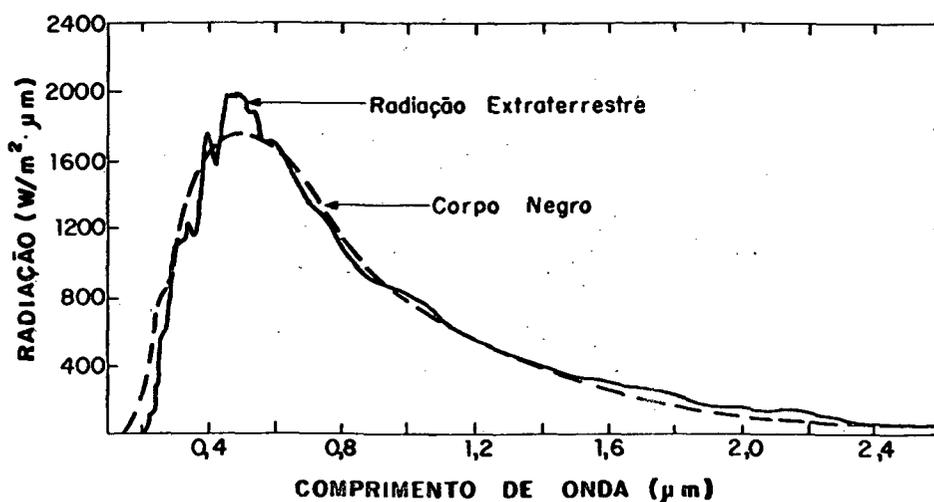


FIGURA 2.1 - Radiação solar espectral do Sol ( $I_{sc} = 1353 \text{ W/m}^2$ ) comparada com um corpo negro a temperatura de  $5762 \text{ K}$ .

A radiação solar varia muito pouco em função da atividade solar. Porém, a variação da distância entre a Terra e o Sol, devida à excentricidade de trajetória da Terra, produz variações da ordem de  $\pm 3\%$ .

A dependência da radiação extraterrestre em função da época do ano é indicada pela equação (2.1) e Figura 2.2. O valor adotado para  $I_{sc}$  na Figura 2.2 e em todo este trabalho é de  $1367 \text{ W/m}^2$ .

$$I_{ON} = I_{sc} \cdot \left[ 1 + 0,033 \cdot \cos \left( \frac{360 \cdot Nd}{365} \right) \right] \quad (2.1)$$

onde  $I_{ON}$  é a radiação extraterrestre medida no plano normal para o enésimo dia do ano a partir de 1º de janeiro.

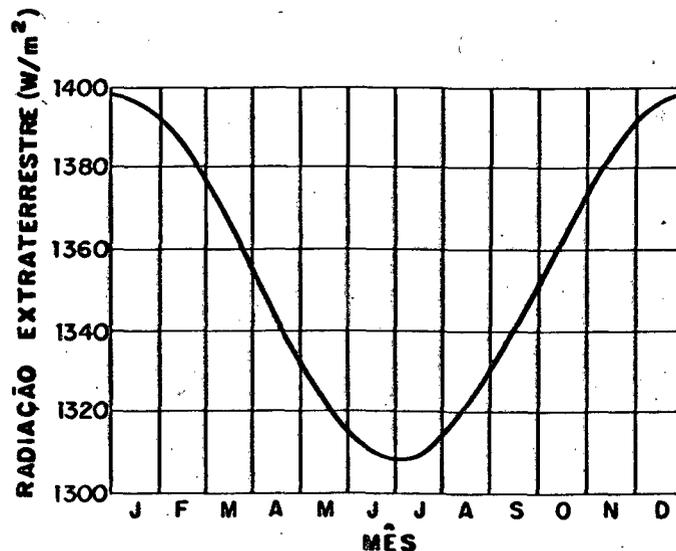


FIGURA 2.2 - Variação da radiação extraterrestre ao longo do ano

### 2.3 - Hora Solar

Hora Solar é a escala de tempo baseada no movimento angular aparente do Sol através do céu. O meio dia solar corresponde ao momento no qual o Sol cruza o meridiano do observador.

A hora solar aparente não coincide com a hora civil local. Para converter da hora solar para hora civil é necessário aplicar duas correções. A primeira é uma correção fixa, constante durante todo o ano, que consiste na diferença, em longitude, entre o meridiano em que o observador se encontra e aquele no qual a hora civil é baseada. A segunda correção é da equação do

tempo. Esta correção leva em consideração as perturbações na taxa de rotação da Terra, as quais afetam o momento em que o sol cruza o meridiano do observador.

A relação entre o tempo solar AST, e o civil LCT, é expressa pela equação (2.2).

$$AST = LCT + (TZN - LNG/15) + EQT/60 \tag{2.2}$$

onde EQT é a equação do tempo (ver Figura 2.3 ou equação (2.3)) em minutos, TZN é o fuso horário e LNG é a longitude do observador em graus. O Brasil possui sobre seu território três fusos horários: o primeiro passando pelo Atlântico, 2; o segundo por Brasília, 3; o terceiro pela região oeste da Amazônia, 4.

$$EQT = 9,87 \cdot \text{sen} \cdot (2 \cdot B') - 7,53 \cdot \text{cos}(B') - 1,5 \cdot \text{sen}(B') \tag{2.3}$$

onde

$$B' = \frac{360 \cdot (Nd - 81)}{364} \tag{2.4}$$

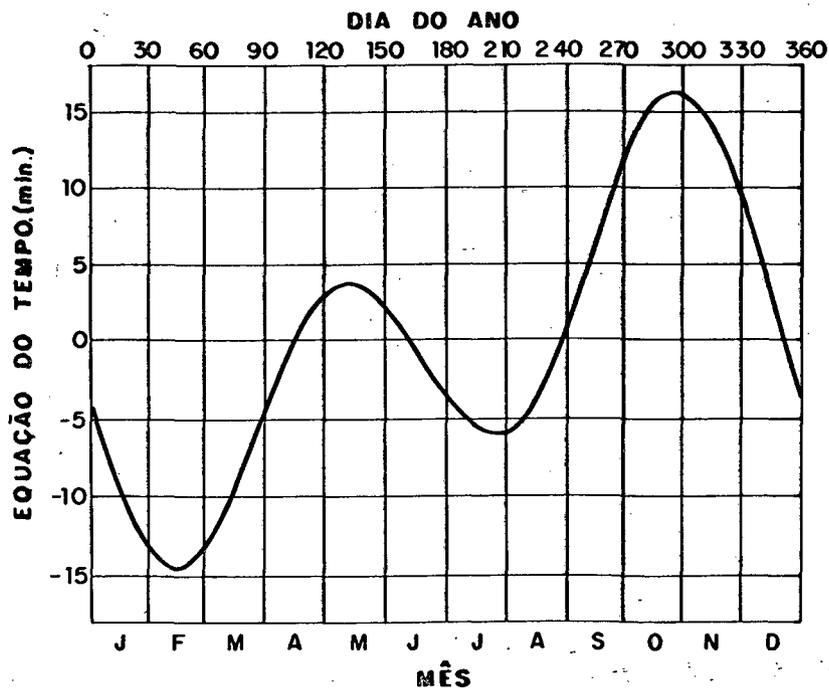


FIGURA 2.3 - A equação do tempo, EQT, em função da época do ano

## 2.4 - Declinação Solar

Como pode ser observado na Figura 2.4, o plano do equador é inclinado em relação ao plano da trajetória da Terra em  $23,45^\circ$ . Esta inclinação é responsável pela ocorrência das estações climáticas que ocorrem na Terra. O verão ocorre quando, devido à posição da Terra em relação ao Sol, o número de horas de insolação é maior e, conseqüentemente, é também maior o aquecimento desta parte do globo terrestre. No verão do hemisfério sul, devido ao fato da Terra estar mais próxima do Sol, a radiação solar direta é mais intensa do que aquela observada no verão do hemisfério norte. A Figura 2.5 mostra que nas regiões polares, na região limitada pelo paralelo de  $66,55^\circ$ , ocorre dias em que o Sol não se põe ou não nasce, dependendo da época do ano. Este paralelo define o círculo ártico no hemisfério norte e o círculo antártico no hemisfério sul.

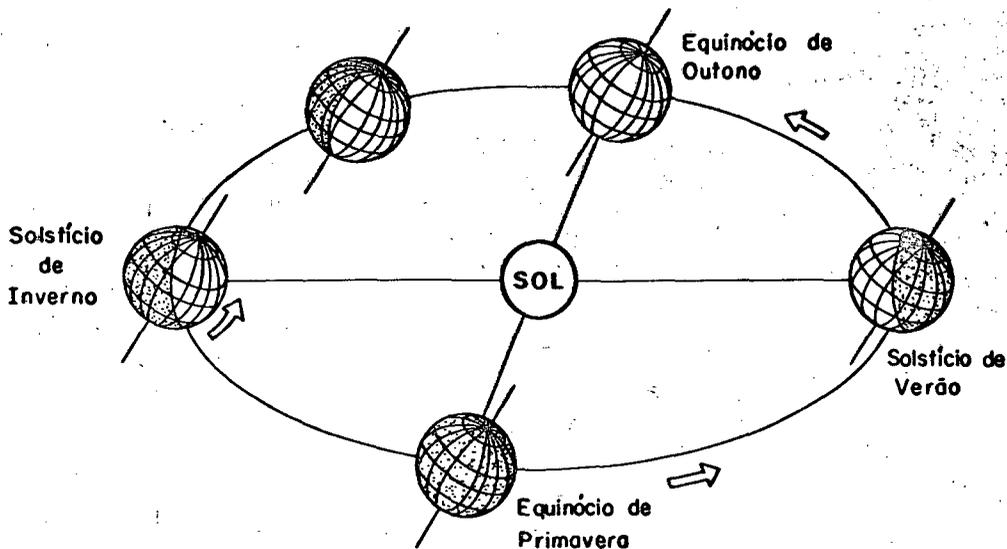


FIGURA 2.4 - Revolução da Terra em torno do Sol

Considerando a Terra como fixa, obtém-se um movimento aparente para o Sol, conforme ilustrado na Figura 2.6. A declinação solar é então definida como a distância angular dos raios solares em relação ao plano do equador da Terra. A equação (2.5) descreve a variação da declinação solar,  $\delta$ , durante o ano.

$$\delta = -23,45 \cdot \text{sen} \left( 360 \cdot \frac{284 + Nd}{365} \right) \quad (2.6)$$

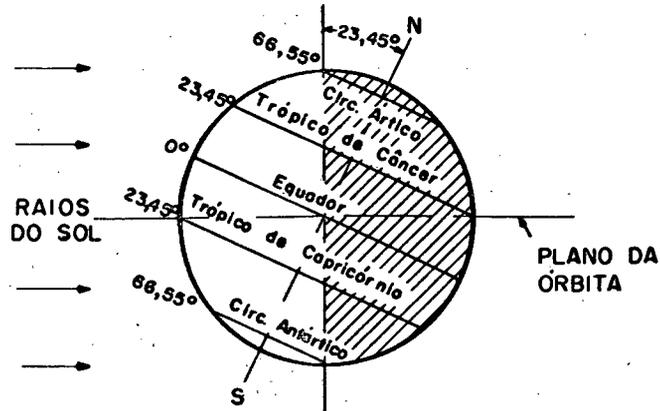


FIGURA 2.5 - Posição da Terra em relação aos raios solares no solstício de verão no hemisfério sul.

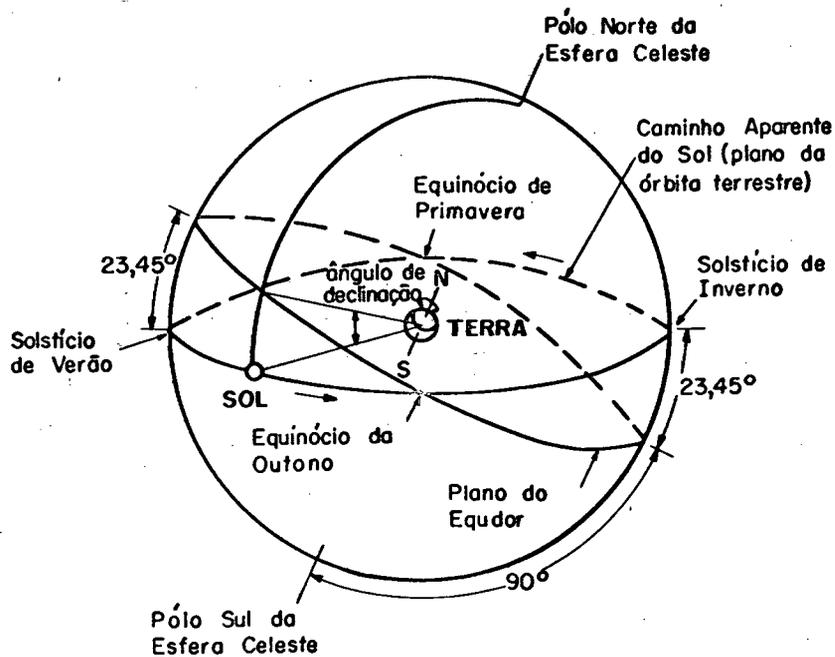


FIGURA 2.6 - Esquema da esfera celeste mostrando o caminho aparente do Sol e a declinação solar.

## 2.5 - Ângulos Solares

Nas Figuras 2.7 e 2.8 mostra-se uma visualização de alguns ângulos solares.

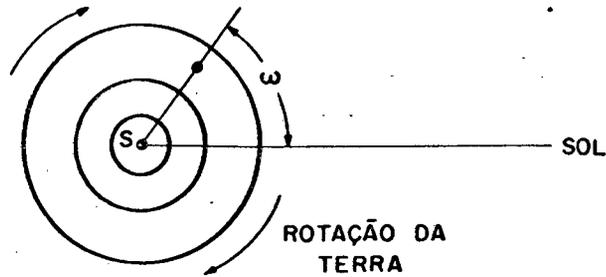


FIGURA 2.7 - Ângulo hora

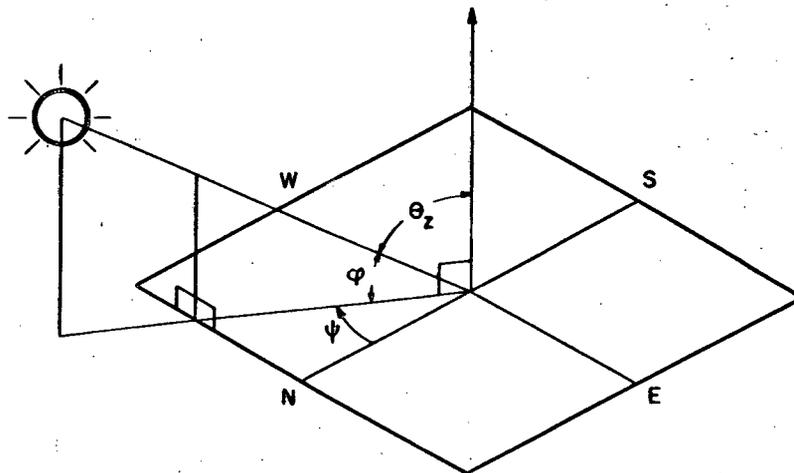


FIGURA 2.8 - Ângulo de zênite  $\theta_z$ , altitude solar  $\phi$  e azimute solar  $\psi$

O ângulo hora,  $\omega$ , é o deslocamento angular do Sol para Leste (manhã) ou Oeste (tarde) em relação ao meridiano local, devido ao movimento de rotação da Terra sobre seu eixo, o qual ocorre na razão de  $15^\circ$  por hora. Este ângulo será considerado negativo de manhã e positivo a tarde.

O ângulo de zênite,  $\theta_z$ , e seu complemento a altitude solar,  $\phi$ , são dados por[11]:



O ângulo de incidência,  $\theta$ , é o ângulo entre o raio solar e o vetor normal à superfície considerada, inclinada de um ângulo  $\beta$  em relação a horizontal. O ângulo  $\theta$  é obtido a partir da altitude solar, azimute solar e azimute de parede,  $\gamma$ , pela relação[11]:

$$\cos(\theta) = \cos(\varphi) \cdot \cos(\psi - \gamma) \cdot \sin(\beta) + \sin(\varphi) \cdot \cos(\beta) \quad (2.12)$$

onde o azimute da parede  $\gamma$  é positivo para o sentido anti-horário a partir do norte e negativo no sentido horário.

## 2.6 - Intensidade da Radiação Solar Total sobre uma Superfície Inclinada

A intensidade da radiação solar direta incidindo normalmente sobre um plano horizontal,  $I_{DH}$ , é dada por:

$$I_{DH} = I_{DN} \cdot \cos(\theta_z) \quad (2.13)$$

onde  $I_{DN}$  é a intensidade da radiação solar direta.

A intensidade da radiação solar total incidindo normalmente sobre uma superfície horizontal,  $I_{TH}$ , é dada por:

$$I_{TH} = I_{DH} + I_{dH} \quad (2.14)$$

onde  $I_{dH}$  é a intensidade da radiação solar difusa sobre uma superfície horizontal.

Para uma superfície inclinada a intensidade da radiação solar direta, na direção normal, é calculada por:

$$I_D = I_{DN} \cdot \cos(\theta) \quad (2.15)$$

Assumindo que a vizinhança desta superfície não é refletiva e que a luz é distribuída uniformemente pela abóboda celeste, pode-se calcular a intensidade da radiação difusa através da equação a seguir[11]:

$$I_d = I_{dH} \cdot \left[ \frac{1 + \cos(\beta)}{2} \right] \quad (2.16)$$

No caso de a vizinhança possuir uma refletividade  $\rho_s$ , pode-se calcular a

radiação difusa, refletida pelo solo, e compô-la com a radiação difusa, proveniente do céu, para determinar a intensidade total da radiação difusa, incidente sobre uma superfície inclinada.

$$I_d = I_{dH} \cdot \left[ \frac{1 + \cos(\beta)}{2} \right] + \rho_s \cdot (I_{DH} + I_{dH}) \cdot \left[ \frac{1 - \cos(\beta)}{2} \right] \quad (2.17)$$

O valor de  $\rho_s$  é aproximadamente 0,2 para solo descoberto ou grama e 0,15 para cascalho.

Adicionando a equação (2.17) com a equação (2.15) obtém-se a equação para a intensidade da radiação solar total sobre uma superfície inclinada:

$$I_T = I_{DN} \cdot \cos(\theta) + I_{dH} \cdot \left[ \frac{1 + \cos(\beta)}{2} \right] + \rho \cdot (I_{DH} + I_{dH}) \cdot \left[ \frac{1 - \cos(\beta)}{2} \right] \quad (2.18)$$

## 2.7 - Radiação Solar Extraterrestre Sobre uma Superfície Horizontal

A intensidade da radiação extraterrestre incidente normalmente sobre uma superfície é dada por:

$$I_0 = I_{0N} \cdot \cos(\theta) \quad (2.19)$$

onde  $\theta$  é o ângulo entre o raio solar e a normal à superfície em consideração.

Para uma superfície horizontal tem-se:

$$I_{0H} = I_{0N} \cdot \cos(\theta_z) \quad (2.20)$$

e substituindo  $\cos(\theta_z)$  pela equação (2.7), resulta

$$I_{0H} = I_{0N} \cdot \left[ \cos(\phi) \cdot \cos(\delta) \cdot \cos(\omega) + \text{sen}(\phi) \cdot \text{sen}(\delta) \right] \quad (2.21)$$

Integrando a equação (2.21) entre  $\omega_1$  e  $\omega_2$ , dados em radianos, tem-se:

$$H_0 = I_{0N} \cdot \int_{\omega_1}^{\omega_2} \left[ \cos(\phi) \cdot \cos(\delta) \cdot \cos(\omega) + \text{sen}(\phi) \cdot \text{sen}(\delta) \right] \cdot \frac{12}{\pi} \cdot d\omega \quad (2.22)$$

$$H_0 = \frac{12}{\pi} \cdot I_{0N} \cdot \left\{ \cos(\phi) \cdot \cos(\delta) \cdot \left[ \text{sen}(\omega_2) - \text{sen}(\omega_1) \right] + (\omega_2 - \omega_1) \cdot \text{sen}(\phi) \cdot \text{sen}(\delta) \right\} \quad (2.23)$$

para um período de uma hora tem-se:

$$H_0^1 = I_{ON} \cdot \left[ \cos(\phi) \cdot \cos(\delta) \cdot \cos\left(\frac{\omega_2 + \omega_1}{2}\right) + \text{sen}(\phi) \cdot \text{sen}(\delta) \right] \quad (2.24)$$

Substituindo  $(\omega_2 + \omega_1)/2$  por  $\bar{\omega}$ , resulta

$$H_0^1 = I_{ON} \cdot \left[ \cos(\phi) \cdot \cos(\delta) \cdot \cos(\bar{\omega}) + \text{sen}(\phi) \cdot \text{sen}(\delta) \right] \quad (2.25)$$

A integração para um dia completo ou seja, do nascer ao pôr-do-sol, resulta em

$$H_{OH}^{24} = \frac{24}{\pi} \cdot I_{ON} \cdot \left[ \cos(\phi) \cdot \cos(\delta) \cdot \text{sen}(\omega_s) + \omega_s \cdot \text{sen}(\phi) \cdot \text{sen}(\delta) \right] \quad (2.26)$$

## 2.8 - Modelos de Radiação para Céu Limpo

O modelo para radiação solar apresentado pela ASHRAE[3,4] baseia-se nas seguintes equações:

$$I_{DN} = A \cdot \exp(-B \cdot \text{AMS}) \quad (2.27)$$

$$I_{dH} = I_{DN} \cdot C \quad (2.28)$$

onde os parâmetros A, B, e C são conjuntos de doze valores, um para cada mês do ano, que são aqui reproduzidos na Tabela 2.1.

A massa de ar representada pelo símbolo AMS é definida como sendo a relação entre o caminho percorrido pelo raio solar e o que ele percorreria se o Sol estivesse a pino. Assumindo que a curvatura da Terra e a refração do ar podem ser desprezadas verifica-se que:

$$\text{AMS} = (P/P_0) / \cos(\theta_z) \quad (2.29)$$

onde P,  $P_0$  e  $\theta_z$  representam, respectivamente, a pressão barométrica, pressão atmosférica padrão (101,325 kPa) e o ângulo de zênite. A relação  $P/P_0$ , segundo Lunde[11], pode ser calculada em função da altitude local pela equação:

$$P/P_0 = \exp(-0,0001184 \cdot \text{ALT}) \quad (2.30)$$

onde ALT é a altitude local em metros.

TABELA 2.1 - Parâmetros utilizados no modelo da ASHRAE[3,4] para o 21º dia de cada mês

Mês	Visibilidade Equivalente VIS (km)	Coef. da ASHRAE Revisados		
		A (W/m <sup>2</sup> )	B	C
Jan	177	1 202	0,141	0,103
Fev	173	1 187	0,142	0,104
Mar	155	1 164	0,149	0,109
Abr	117	1 130	0,164	0,120
Mai	92	1 106	0,177	0,130
Jun	79	1 092	0,185	0,137
Jul	78	1 093	0,186	0,138
Ago	83	1 107	0,182	0,134
Set	116	1 136	0,165	0,121
Out	147	1 166	0,152	0,111
Nov	166	1 190	0,144	0,106
Dez	177	1 204	0,141	0,103

O parâmetro A, chamado constante solar aparente, deveria representar a radiação extraterrestre. O fato de A ser significativamente menor resulta da parametrização empregada no algoritmo da ASHRAE. Para a utilização deste parâmetro em estimativas de radiação solar no hemisfério sul, a seguinte correção deve ser realizada:

$$A = \frac{A_6}{I_{0,6}} \cdot I_{0N} \quad (2.31)$$

onde  $A_6$  e  $I_{0,6}$  são os valores de A e  $I_{0N}$  defasados de seis meses.

O coeficiente B representa a atenuação exponencial da radiação solar extraterrestre. A hipótese básica é que tal atenuação segue uma função exponencial com um expoente linear que é a massa de ar, AMS. Na realidade isto é verdadeiro apenas para a radiação monocromática.

O fator de fração difusa, C, significa que a radiação difusa durante um dado mês é uma fração fixa da radiação direta incidente sobre uma superfície normal aos raios solares.

Os parâmetros B e C também devem sofrer uma correção quando utilizados para o hemisfério sul. Tal correção consiste em utilizar os valores

tabelados com uma defasagem de seis meses.

Hoays[12] ajustou equações aos dados fornecidos por Machler e Iqbal[4], já corrigidas para o hemisfério sul. Estas equações estão reproduzidas no Apêndice A.

Uma primeira variação deste modelo consiste em:

$$I_{DN} = k_A \cdot A \cdot \exp(-B \cdot \text{AMS}) \quad (2.32)$$

onde  $k_A$  é um fator de correção para variações regionais ("Clearness Number"), apresentado no ASHRAE Handbook of Fundamentals[3] para algumas localidades dos EUA.

Uma segunda variação deste modelo utiliza a visibilidade ao nível do solo, como parâmetro para a turbidez da atmosfera, da seguinte forma:

$$I_{DN} = I_{ON} \cdot \tau_A \cdot (0,775)^{f(x)} \quad (2.33)$$

$$I_{dH} = I_{DN} \cdot (0,1 + 0,3/\text{VIS}) \quad (2.34)$$

onde  $f(x)$  representa a massa de ar elevada ao expoente  $x$  (isto é,  $f(0,5) = \text{AMS}^{0,5}$ ), VIS a visibilidade ao nível do solo, em km, e  $\tau_A$  a transmissividade da atmosfera, a qual é dada por:

$$\tau_A = (1 - 1,13 \cdot \text{VIS}^{-0,57})^{f(0,85)} \quad (2.35)$$

A terceira variação do modelo é aplicável quando o valor do nível de água precipitável é disponível.

$$I_{DN} = I_{ON} \cdot W \cdot \tau_A \cdot (0,775)^{f(0,5)} \quad (2.36)$$

$$W = (1,0223 - 0,00149 \cdot M)^{f(0,27)} \quad (2.37)$$

onde  $M$  é o nível de água precipitável em mm. A equação (2.34) continua válida para a avaliação da radiação difusa.

Como pode ser percebido, somente a versão mais simples do modelo da ASHRAE para céu limpo pode ser usada no Brasil. Isto se deve ao fato de não se dispor no Brasil dos parâmetros adicionais, requeridos nas outras versões, com o grau de confiabilidade necessário. Usando o modelo original deve-se sempre ter em mente o fato de que o modelo foi desenvolvido para o hemisfério norte e

que quando utilizado no hemisfério sul pode acarretar erros de ordem ainda não conhecida. As variações apresentadas são uma tentativa de tornar o modelo mais genérico e independente do local.

## 2.9 - Modelo de Radiação Solar para Céu Nublado

O modelo mais simples de estimar a intensidade da radiação solar sobre uma superfície horizontal em dias nublados consiste em calcular a intensidade que poderia ser obtida se o dia estivesse limpo e multiplicar este valor por um fator que dependa da cobertura de nuvens. Este fator é denominado de CCF ("Cloud Cover Factor") pela ASHRAE[6]. Assim, a radiação solar para uma superfície horizontal, em dias nublados, é dada por

$$I_{THC} = I_{TH} \cdot CCF \quad (2.38)$$

onde  $I_{TH}$  é a intensidade solar total sobre uma superfície horizontal calculada por meio das equações para céu limpo.

O problema portanto é determinar CCF em função de CC ("Cloud Cover"). Isto pode ser feito utilizando valores medidos da intensidade solar sobre uma superfície horizontal,  $I_{THm}$ , e correlacionando a razão  $I_{THm}/I_{TH}$  com os valores de CC obtidos pelo procedimento descrito a seguir. As observações da cobertura de nuvens são feitas de hora em hora por observadores experientes que estimam o valor da cobertura de nuvem, numa escala de 0 a 10, para cada tipo de nuvem e em quatro camadas diferentes. O valor de CC é definido como o valor total de nuvens menos a metade dos valores de cirro, cirrostratus e cirrocumulus, ou seja:

$$CC = C_T - 0,5 \cdot \sum_{j=1}^4 C_{cir,j} \quad (2.39)$$

onde  $C_T$  é a cobertura total de nuvens e  $C_{cir,j}$  é a cobertura por formas cirro.

O parâmetro CC, assim definido, se aproxima muito do valor da opacidade. O valor de CC é disponível nas fitas de dados meteorológicos dos EUA, enquanto a opacidade não, sendo por este motivo utilizado. Empregando CC e os dados meteorológicos de Ottawa (Canadá) Kimura e Stephenson[5] encontraram por ajustamento a seguinte relação entre CCF e CC:

$$CCF = P' + Q' \cdot CC + R' \cdot (CC)^2 \quad (2.40)$$

onde  $P'$ ,  $Q'$  e  $R'$  são parâmetros apresentados na Tabela 2.2.

TABELA 2.2 - Constantes da equação (2.40) obtidas por Kimura e Stephenson[5]

Mês	$P'$	$Q'$	$R'$
Março	1,06	0,012	-0,0084
Junho	0,96	0,033	-0,0106
Setembro	0,95	0,030	-0,0108
Dezembro	1,14	0,003	-0,0082

Este método apresenta algumas inconsistências, descritas em detalhes, por Galanis e Chatigny[6], os quais ainda sugerem meios de melhorá-lo. Entretanto, independentemente das modificações sugeridas, tal modelo não é aplicável ao Brasil, devido à impossibilidade de determinação dos valores de CC.

Pelo que foi até aqui apresentado pode-se concluir que não existe um modelo de simulação de radiação solar, na presença de nuvens, que seja adequado para sua utilização no Brasil. Portanto, os próximos itens deste capítulo serão referidos à obtenção de um modelo de radiação solar para dias nublados, similar ao empregado por Park, Clarke e Kelly[2], através da utilização de dados de radiação solar difusa e total obtidos pelo Laboratório de Energia Solar da Universidade Federal de Santa Catarina.

## 2.10 - Dados Solares

Os dados solares utilizados neste trabalho, referentes ao período compreendido entre 01/01/90 e 31/12/91, foram obtidos junto ao laboratório de Energia Solar (LABSOLAR) da Universidade Federal de Santa Catarina, localizado na cidade de Florianópolis - SC - (LAT.  $27^{\circ} 36'$ ; LNG.  $48^{\circ} 34'$ ; ALT. 2,8m). Os registros foram efetuados por um sistema de aquisição de dados HP 3497A utilizando como sensores dois pirômetros Kipp & Zonenn tipo CM10, sendo um pirômetro para leitura da radiação total e outro, com anel de sombreamento,

para leitura da radiação difusa. A aquisição de dados é feita a cada intervalo de 5 segundos e integrada em intervalos de 5 minutos. Um grande número de dias foram perdidos no ano de 1990 devido à inexistência de "no Break" no sistema e a ocorrência de frequentes quedas de tensão da rede comercial. Além disso, outros dias foram descartados em decorrência dos seguintes fatores: a) - dados incompletos; b) - valores de radiação difusa maior que os valores da radiação total; c) - os valores de radiação difusa e extraterrestre não atendem à condição  $I_{dH}/I_{oH} \leq 0,5$  caracterizando o desalinhamento do anel de sombreamento e a conseqüente incidência de radiação direta sobre o piranômetro. A Tabela 2.3 mostra a distribuição mensal dos dias perdidos nos anos de 1990 e 1991.

TABELA 2.3 - Distribuição mensal dos dias perdidos nos anos de 1990 e 1991

Mês	1990	1991	Total
Janeiro	16	11	27
Fevereiro	6	7	13
Março	10	6	16
Abril	11	2	13
Maio	4	1	5
Junho	5	3	8
Julho	3	1	4
Agosto	6	6	12
Setembro	8	3	11
Outubro	5	1	6
Novembro	11	1	12
Dezembro	10	2	12
Total	95	44	139

No presente trabalho foram considerados somente os valores de radiação solar horária compreendidos entre duas horas após o nascer do Sol e duas horas antes do pôr-do-sol. Entretanto, no computo da radiação solar diária foram consideradas todas as horas entre o nascer e o pôr-do-sol.

As curvas foram ajustadas pelo método dos mínimos quadrados, sendo o coeficiente de correlação calculado por meio da equação (2.41), de acordo com a referência [13].

$$rc = \sqrt{1 - \frac{S_{Y.X}^2}{S_Y^2}} \quad (2.41)$$

onde  $S_{Y.X}^2$  e  $S_Y^2$  são respectivamente o erro padrão da estimativa de Y para X e o desvio padrão de Y. Tais parâmetros são dados pelas equações a seguir:

$$S_{Y.X} = \sqrt{\frac{\sum (Y - Y_{est})^2}{Np}} \quad (2.42)$$

$$S_Y = \sqrt{\frac{\sum (Y - \bar{Y})^2}{Np}} \quad (2.43)$$

onde

$$\bar{Y} = \frac{\sum Y}{Np} \quad (2.44)$$

sendo  $Y_{est}$  o valor de Y estimado pela equação ajustada,  $\bar{Y}$  a média dos valores de Y e  $Np$  o número de pontos considerados. O valor de  $rc^2$  é denominado *coeficiente de determinação* o qual determina quanto da variação na variável dependente pode ser atribuído a variações na variável independente. Por exemplo, um coeficiente de determinação de 0,98 significa que 98% da variação explicada pode ser atribuída a variações em X e 2% a erros randômicos (assumindo que a função descreve realmente a relação física entre X e Y). A variação explicada pode ser vista na equação da variação total (equação (2.45)) onde o primeiro termo da direita é a variação não-explicada e o segundo termo a variação explicada. Uma variação alternativa para o cálculo do coeficiente de determinação é dado pela equação (2.46).

$$\sum (Y - \bar{Y})^2 = \sum (Y - Y_{est})^2 + \sum (Y_{est} - \bar{Y})^2 \quad (2.45)$$

$$rc^2 = \frac{\sum (Y_{est} - \bar{Y})^2}{\sum (Y - \bar{Y})^2} \quad (2.46)$$

Para as equações com três ou mais variáveis o coeficiente de determinação é denominado *coeficiente de correlação múltipla*.

### 2.11 - Relação entre Radiação Total e Difusa

Como a quantidade de nuvens no céu varia muito ao longo do dia, as intensidades da radiação direta e difusa também variam, pois ambas dependem da transmissividade atmosférica a qual é influenciada pela presença de nuvens. Numa tentativa de estabelecer uma relação entre as radiações difusa e total, vários trabalhos analisam graficamente a razão entre as radiações difusa e total em função da razão entre as radiações total e extraterrestre. Os gráficos disponíveis na literatura são baseados em médias mensais. Neste trabalho serão utilizados somente valores reais, permitindo assim uma melhor visualização da dispersão dos pontos experimentais utilizados.

A razão entre a radiação total e a radiação extraterrestre ambas sobre uma superfície horizontal é denominada, neste trabalho, de índice de Limpidez sendo definida de três formas distintas, dependendo do caso:

$$\bar{K}_T = \frac{\bar{H}_{TH}^{24}}{\bar{H}_{OH}^{24}} \quad \text{Índice de limpidez médio mensal} \quad (2.47)$$

onde  $\bar{H}_{TH}^{24}$  e  $\bar{H}_{OH}^{24}$  representam respectivamente a média da radiação total diária e a média da radiação extraterrestre diária no período de um mês sobre uma superfície horizontal.

$$K_T = \frac{H_{TH}^{24}}{H_{OH}^{24}} \quad \text{Índice de limpidez diário} \quad (2.48)$$

$$k_T = \frac{H_{TH}^1}{H_{OH}^1} \quad \text{Índice de limpidez horário} \quad (2.49)$$

O valor de  $\bar{K}_T$  pode ser encontrado para várias localidades próximas de estações meteorológicas ou por meio de publicações de levantamentos meteorológicos feitos por satélites. A Tabela 2.4 apresenta os valores de  $\bar{K}_T$  para a cidade de Florianópolis, calculado com os dados fornecidos pelo LABSOLAR, para todos os meses dos anos de 1990 e 1991, incluindo as médias mensal e anual para os dois anos considerados.

As Figuras 2.10 a 2.13 mostram respectivamente o comportamento da razão entre as radiações difusa e total, em base diária, em função de  $K_T$  para os meses de verão (dezembro, janeiro e fevereiro), inverno (junho, julho e

TABELA 2.4 - Valores de  $\bar{K}_T$  e a quantidade de dias utilizados no seu computo para a cidade de Florianópolis(SC)

Mês	1990		1991		Média
	$\bar{K}_T$	Dias	$\bar{K}_T$	Dias	$\bar{K}_T$
Jan	0,3536	15	0,4736	20	0,4222
Fev	0,5619	22	0,5763	21	0,5689
Mar	0,4660	21	0,4661	25	0,4660
Abr	0,4806	19	0,5393	28	0,5156
Mai	0,5396	27	0,5615	30	0,5511
Jun	0,5006	25	0,4760	27	0,4878
Jul	0,4490	28	0,5698	30	0,5115
Ago	0,4807	25	0,4633	25	0,4720
Set	0,3598	22	0,4677	27	0,4192
Out	0,3865	26	0,4524	30	0,4218
Nov	0,4528	19	0,4437	29	0,4473
Dez	0,5078	21	0,5156	29	0,5123
Anual	0,4648	270	0,5006	321	0,4842

agosto), meia estação (março, abril, maio, setembro, outubro e novembro), e anual. Todos os gráficos possuem um polinômio de quarto grau ajustado aos pontos.

A equação (2.50) constitui o polinômio de quarto grau ajustado aos 591 pontos experimentais da Figura 2.13 com um coeficiente de determinação de 0,94. A equação é válida para o intervalo de  $K_T$  entre 0,0449 e 0,7390.

$$\frac{H_{dH}^{24}}{H_{TH}^{24}} = 0,912342 + 0,375308 \cdot K_T - 1,85372 \cdot K_T^2 - 2,71794 \cdot K_T^3 + 3,40789 \cdot K_T^4 \quad (2.50)$$

A Figura 2.14 mostra uma comparação entre os polinômios dado pela equação (2.50) e o apresentado por Pereira e Rabl[8]. A diferença entre as curvas apresentadas é mais relevante nos valores de  $K_T$  próximos de 0. A curva obtida neste trabalho está próxima da obtida por Liu e Jordan[9]. Entretanto, segundo Pereira e Rabl[8], os dados utilizados por Liu e Jordan não sofreram uma correção para compensar o sombreamento provocado pelo anel do piranômetro. Para comprovar este fato Pereira e Rabl[8] revisaram o trabalho de Liu e Jordan[9] utilizando os mesmos dados mas, desta vez, aplicando a correção

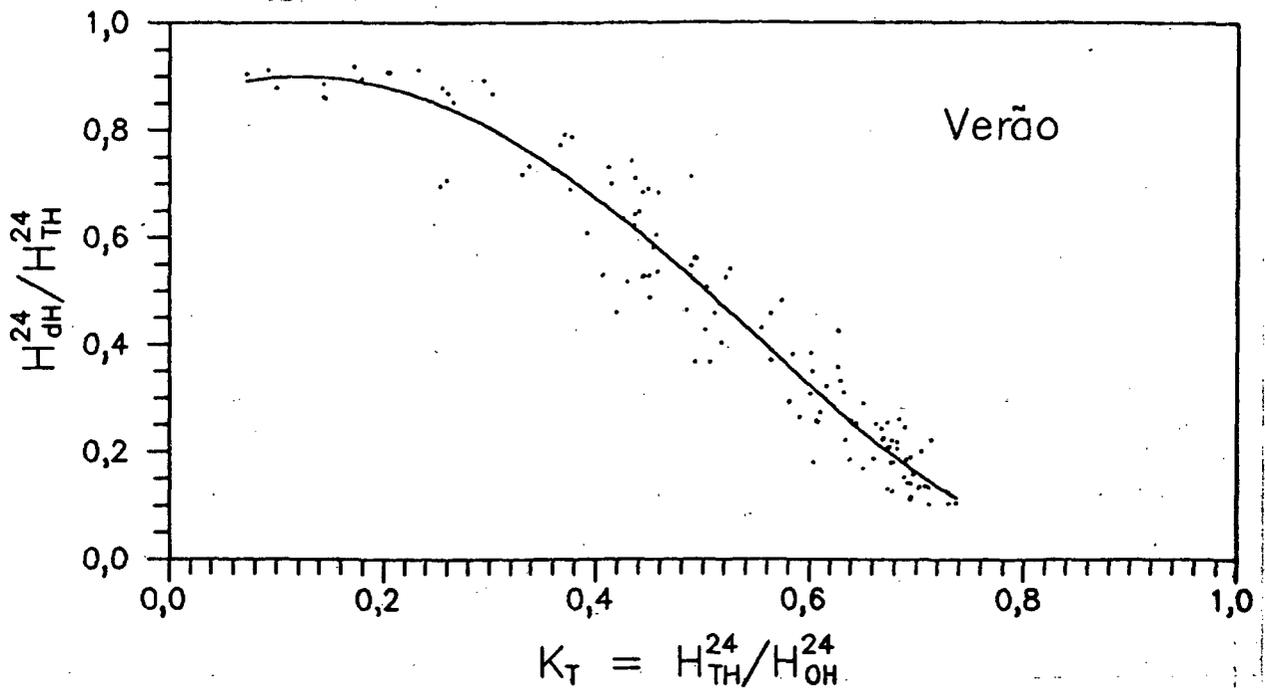


FIGURA 2.10- Relação entre a razão das radiações difusa e total, em base diária, e o índice de limpidez para os meses de verão

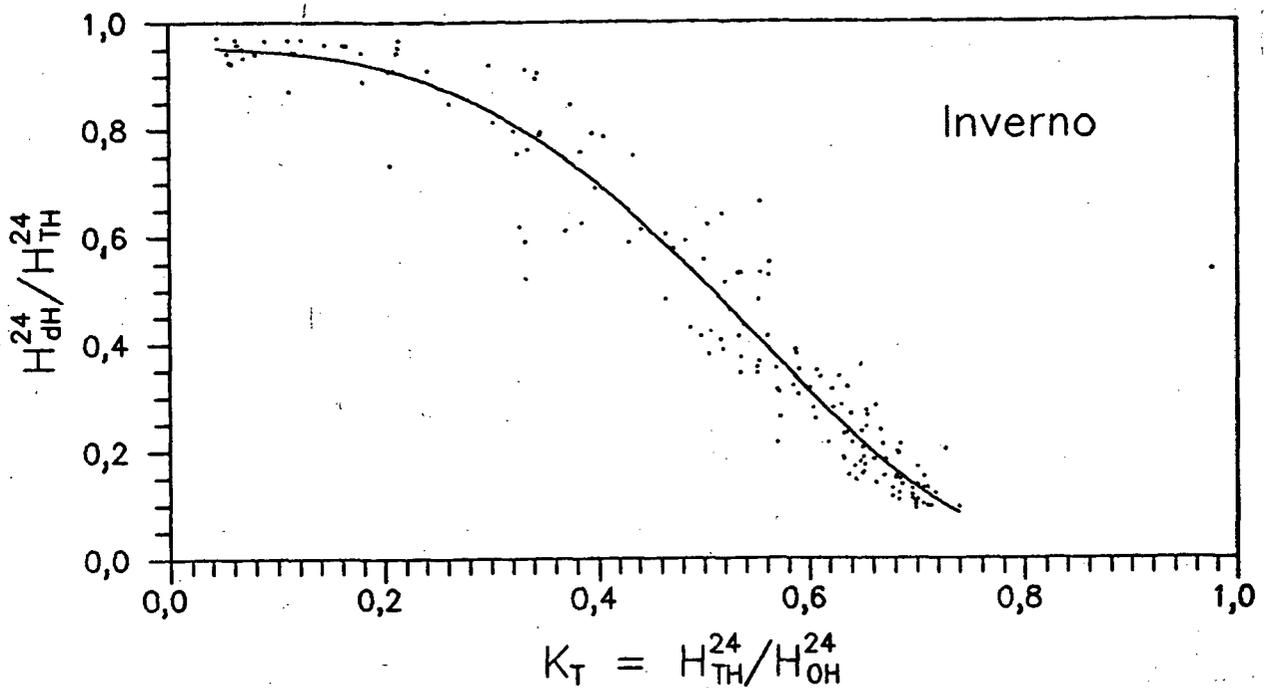


FIGURA 2.11- Relação entre a razão das radiações difusa e total, em base diária, e o índice de limpidez para os meses de inverno

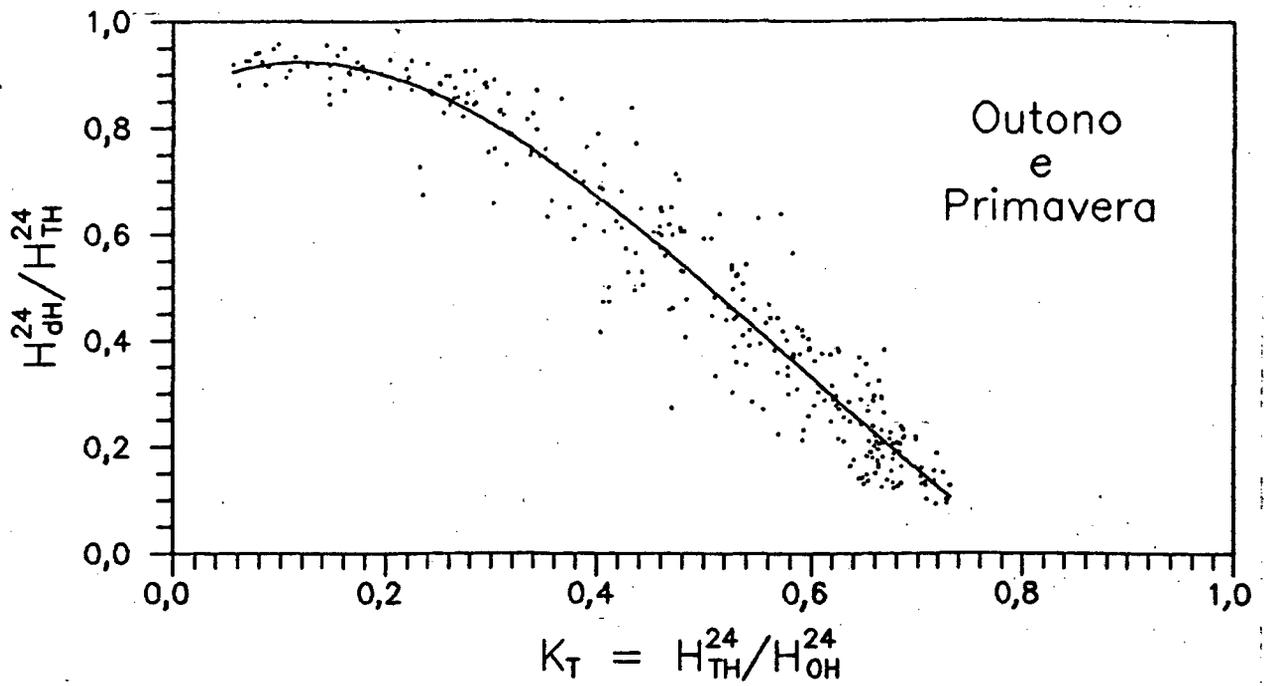


FIGURA 2.12- Relação entre a razão das radiações difusa e total, em base diária, e o índice de limpidez para os meses de meia estação

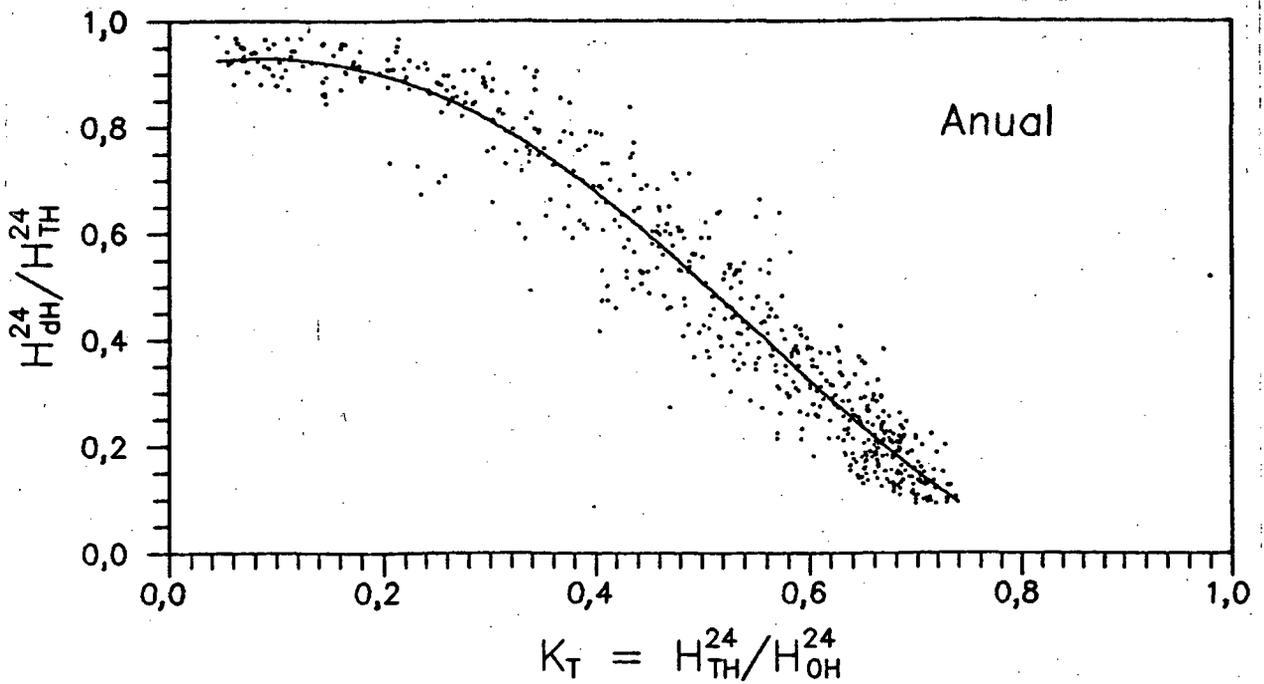


FIGURA 2.13- Relação entre a razão das radiações difusa e total, em base diária, e o índice de limpidez para todos os meses do ano

necessária e comprovaram a sua observação.

Os dados utilizados no presente trabalho foram corrigidos para compensar a existência do anel, de acordo com uma equação fornecida pelo LABSOLAR. Entretanto, verifica-se claramente que tal equação não produz os efeitos desejados, pois quando  $K_T$  tende a zero a razão entre as radiações difusa e total não tende a 1.

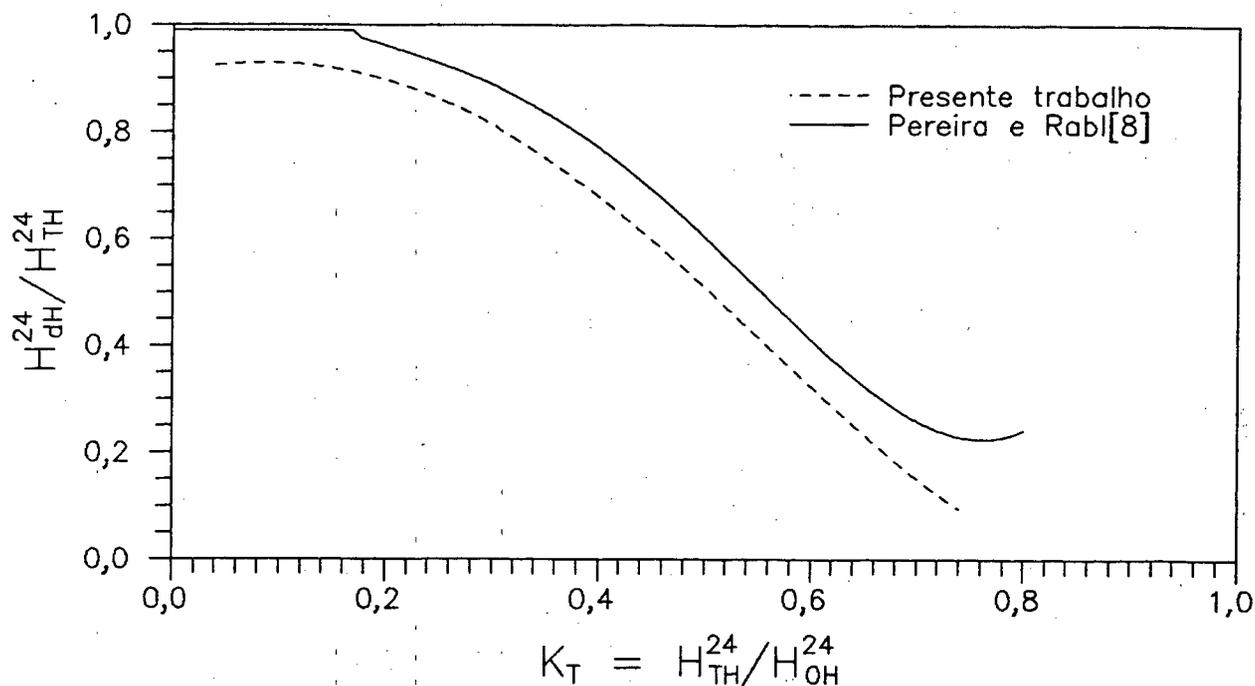


FIGURA 2.14- Comparação entre a correlação obtida neste trabalho e a obtida obtido por Pereira e Rabl[8]

Considerando que as edificações são, geralmente, simuladas em base horária resolveu-se repetir o procedimento anterior mas empregando valores de radiação solar horária. Desta forma foram estabelecidas relações entre a razão das radiações difusa e total em base horária, e o índice de limpidez horário. As Figuras de 2.15 a 2.17 apresentam as correlações obtidas para as diversas estações, utilizando-se dados de radiação solar em base horária.

Na Figura 2.18 é novamente mostrado um polinômio de quarto grau ajustado aos dados horários com um coeficiente de determinação de 0,91 para uma população de 4.663 pontos experimentais. O polinômio ajustado é dado pela equação (2.51) e é válido para um intervalo de  $k_T$  entre 0,0124 e 0,8331.

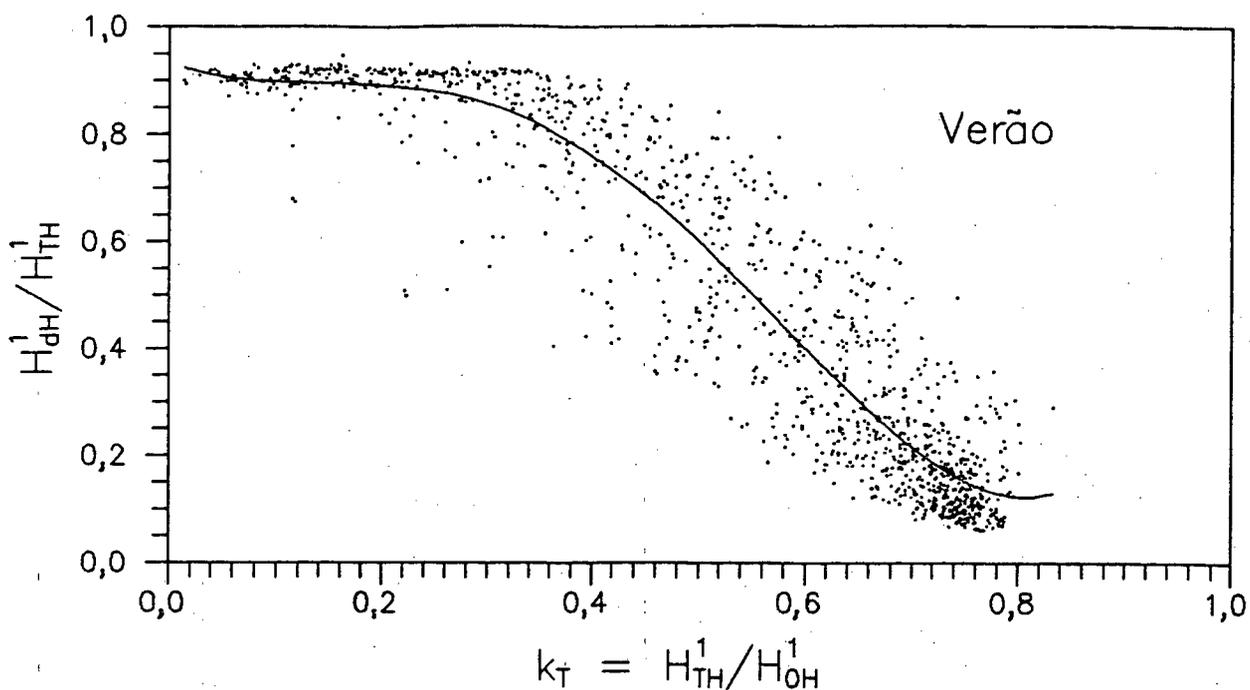


FIGURA 2.15- Relação entre a razão das radiações difusa e total, em base horária, e o índice de limpidez para os meses de verão

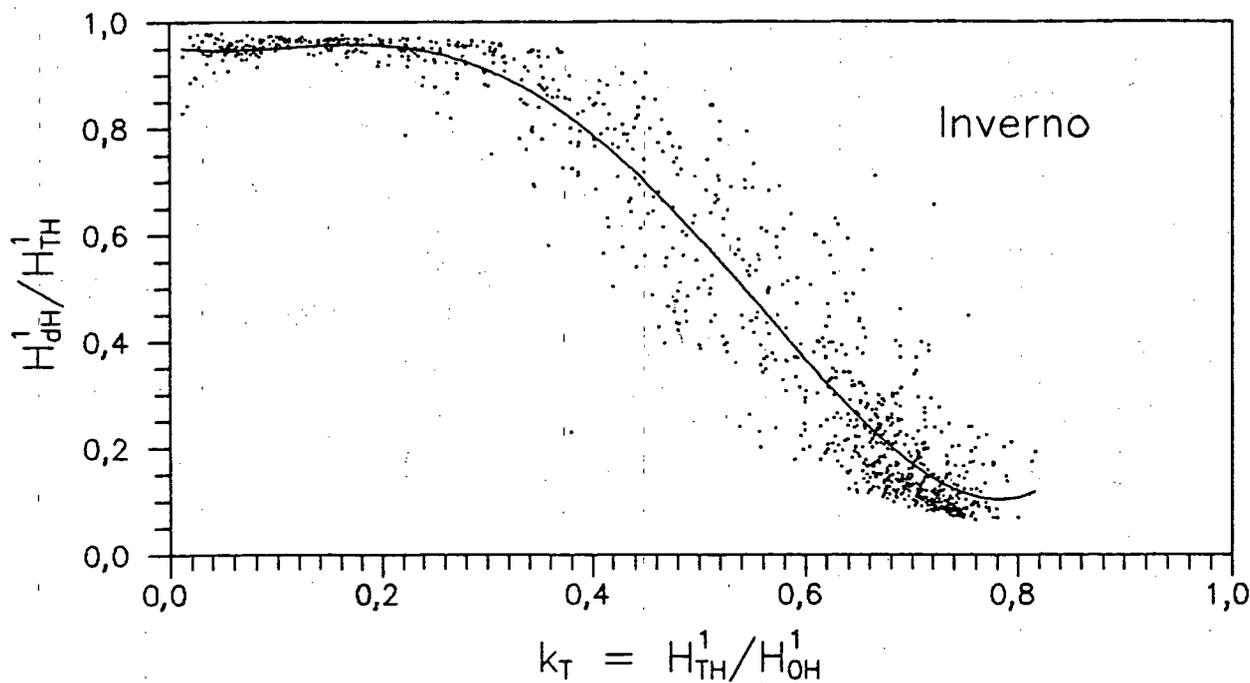


FIGURA 2.16- Relação entre a razão das radiações difusa e total, em base horária, e o índice de limpidez para os meses de inverno

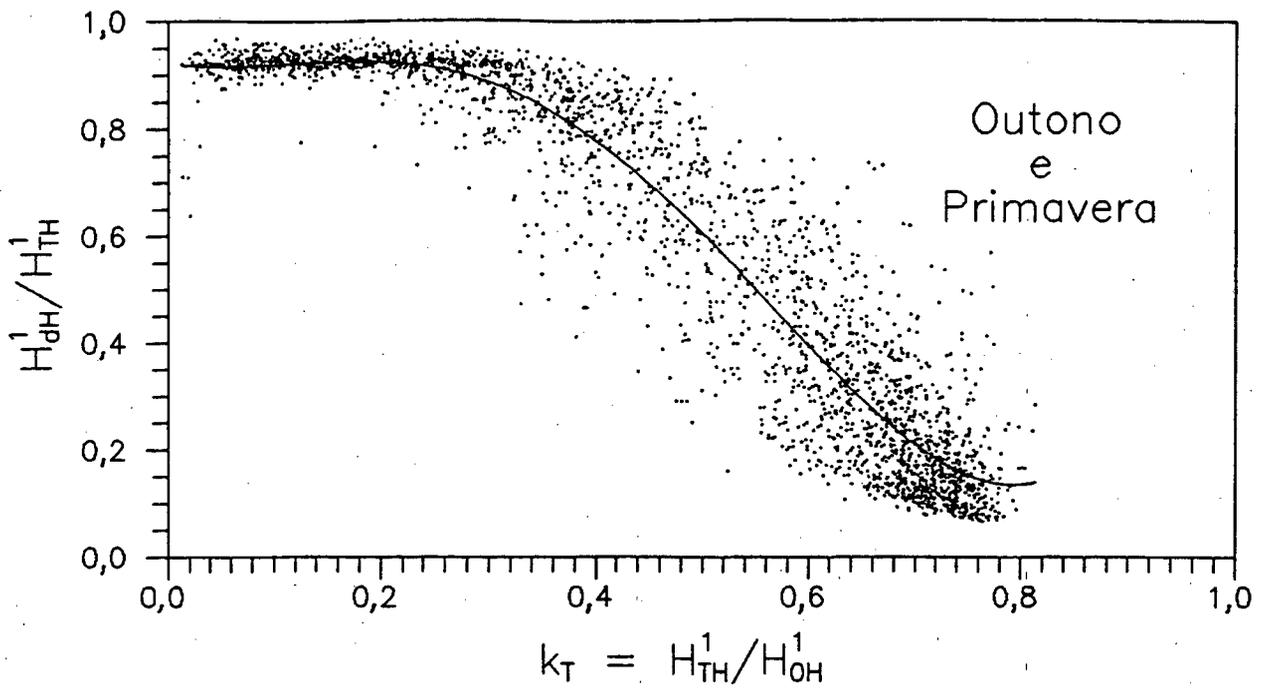


FIGURA 2.17- Relação entre a razão das radiações difusa e total, em base horária, e o índice de limpidez para os meses de meia estação

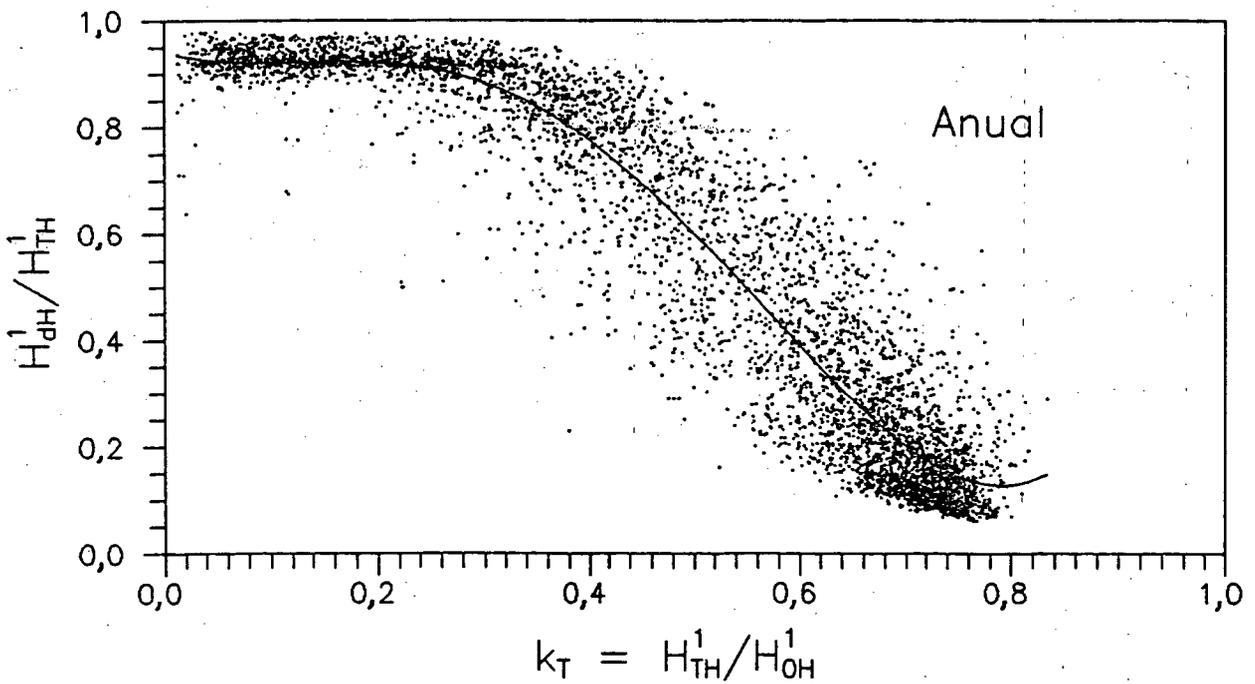


FIGURA 2.18- Relação entre a razão das radiações difusa e total, em base horária, e o índice de limpidez para todos meses do ano

$$\frac{H_{dH}^1}{H_{TH}^1} = 0,941536 - 0,578699 \cdot k_T + 5,37370 \cdot k_T^2 - 17,4029 \cdot k_T^3 + 12,5029 \cdot k_T^4 \quad (2.51)$$

Para tentar melhorar esta correlação os mesmos dados da Figura 2.18 são apresentados na Figura 2.19, porém com uma transformação de escalas dada por  $-\ln(x)$ . Em seguida foram ajustadas duas curvas, uma com características geométrica e linear, dada pelas equações (2.52) e (2.53), e uma outra curva somente com característica geométrica.

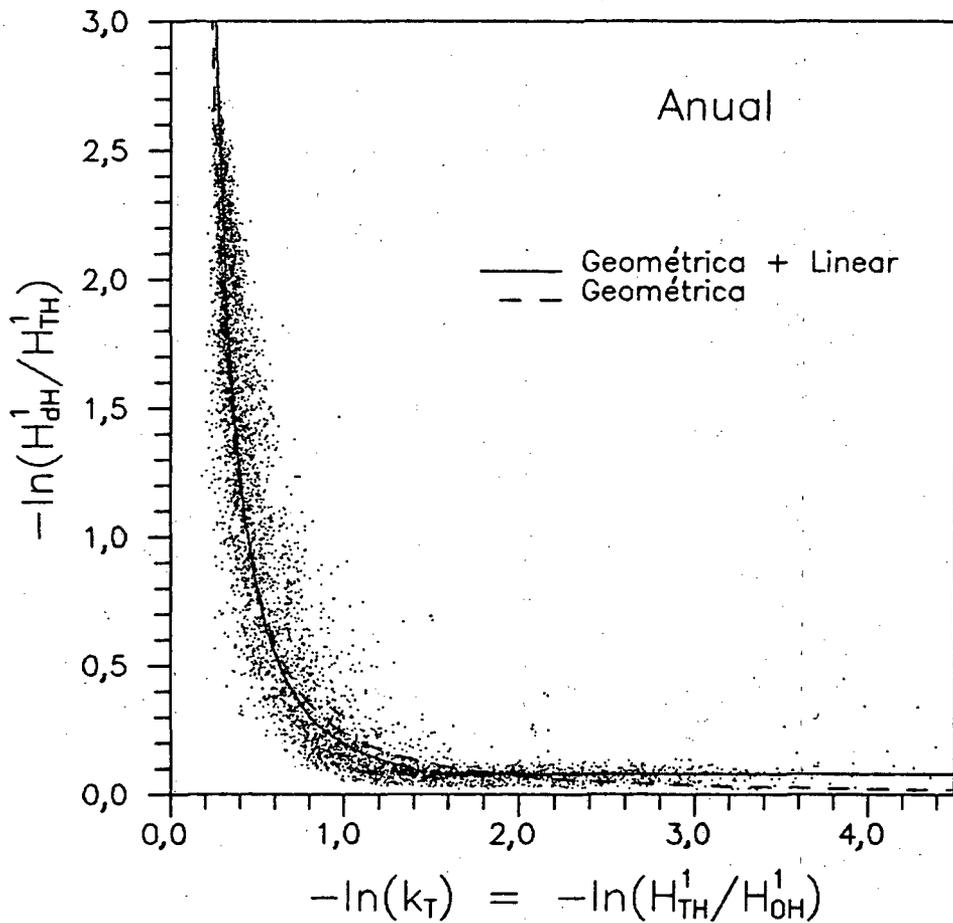


FIGURA 2.19- Correlações obtidas utilizando os dados disponíveis em base logarítmica

para  $-\ln(k) \leq 1,4$

$$\frac{H_{dH}^1}{H_{TH}^1} = \text{EXP} \left[ 0,198603 \cdot \ln(k_T)^{-2,00275} \right] \quad (2.52)$$

para  $-\ln(k_T) > 1,4$

$$\frac{H_{dH}^1}{H_{TH}^1} = \text{EXP}[-0,084887 - 0,00113008 \cdot \ln(k_T)] \quad (2.53)$$

Seguindo o mesmo procedimento da análise em base diária apresenta-se, na Figura 2.20, uma comparação entre o polinômio ajustado para todos os meses do ano e o polinômio apresentado por Erbs, Klein e Duffie[7].

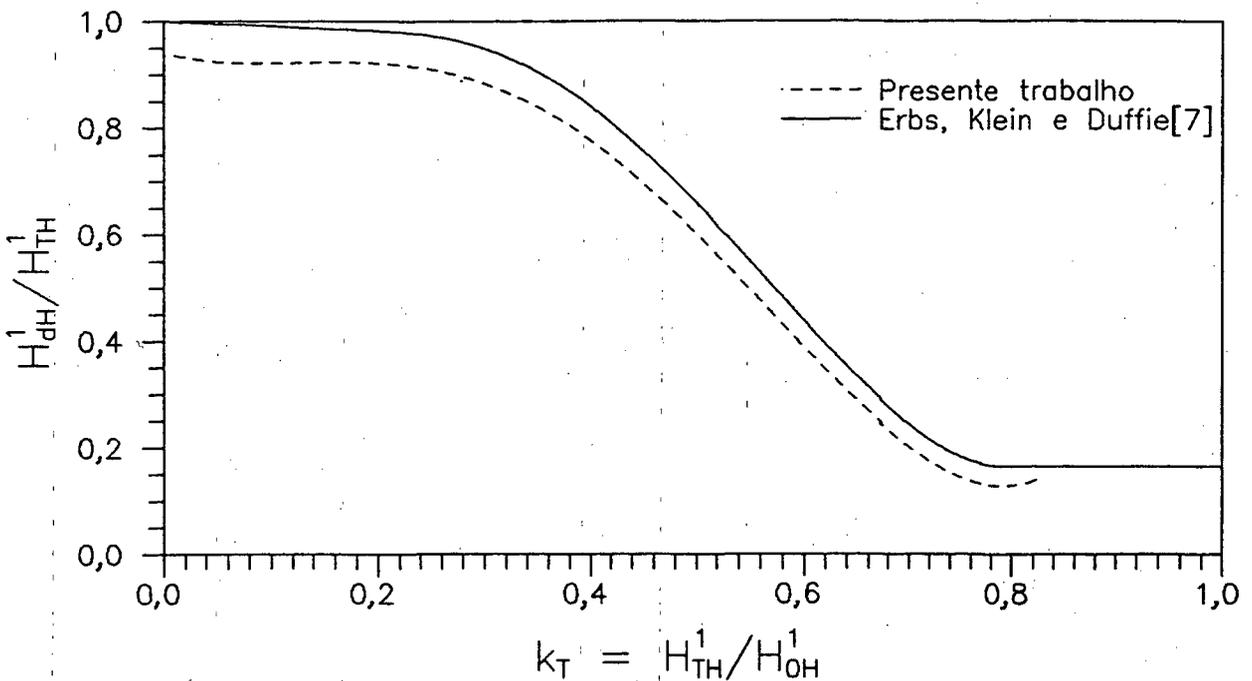


FIGURA 2.20- Comparação entre o polinômio obtido e o apresentado por Erbs, Klein e Duffie[7]

Percebe-se que a diferença existente entre os polinômios é semelhante àquela observada quando as curvas foram ajustadas em base diária.

A Figura 2.21 mostra uma comparação entre os três tipos de curvas ajustadas aos dados experimentais quais sejam: a) - curva polinomial de 4º grau; b) - curva com características geométrica e linear; c) - curva com característica geométrica. As duas últimas são as mesmas apresentadas na Figura 2.19.

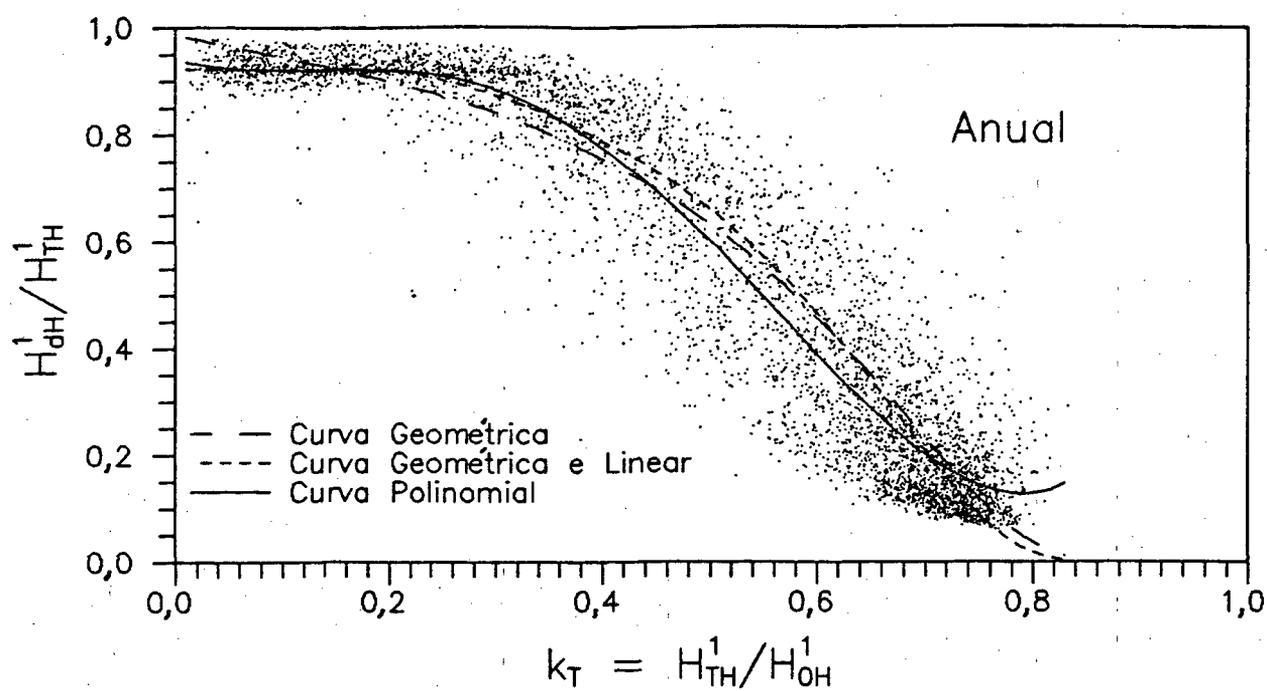


FIGURA 2.21- Comparação entre os três tipos de correlações obtidas neste trabalho

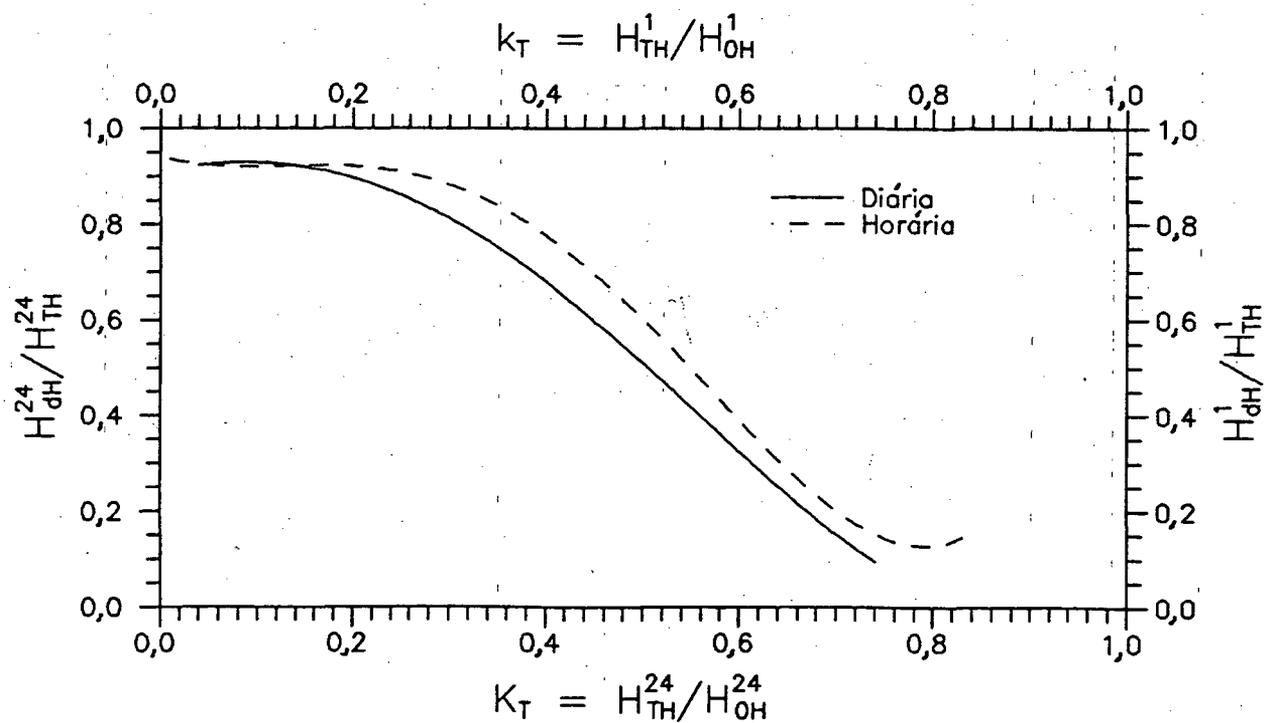


FIGURA 2.22- Comparação entre as correlações em base horária e diária

Embora a curva com característica geométrica e linear represente melhor a população de dados experimentais, a diferença para a curva obtida através de regressão polinomial não é significativa. Desta forma, seguindo a tendência da literatura resolveu-se manter a regressão polinomial.

Na Figura 2.22 mostra-se uma comparação entre as expressões resultantes utilizando-se os dados em base horária e diária. Pode-se verificar que não existe uma diferença significativa quando os dados são tratados em base horária ou diária. Isto leva à conclusão que se o tratamento fosse baseado em termos da intensidade de radiação solar, a equação (2.51) continuaria sendo obedecida.

### 2.12 - Relação entre a Radiação Difusa em Base Diária e Horária

Definindo  $r_d$  como a razão entre as radiações difusa em base horária e em base diária,

$$r_d = \frac{H_{dH}^1}{H_{dH}^{24}} \tag{2.54}$$

e fazendo a hipótese de que

$$\frac{H_{dH}^{24}}{H_{OH}^{24}} = \frac{H_{dH}^1}{H_{OH}^1} \tag{2.55}$$

verifica-se

$$r_d = \frac{H_{OH}^1}{H_{OH}^{24}} \tag{2.56}$$

A hipótese anterior só pode ser verificada quando os resultados fornecidos pela equação (2.56) são comparados com os resultados obtidos pela equação (2.54). Com tal objetivo em mente, substitui-se os valores de  $H_{OH}^{24}$  e  $H_{OH}^1$  na equação (2.56) respectivamente pelas equações (2.25) e (2.26), resultando

$$r_d = \frac{I_{ON} \cdot [\cos(\phi) \cdot \cos(\delta) \cdot \cos(\bar{\omega}) + \text{sen}(\phi) \cdot \text{sen}(\delta)]}{\frac{24}{\pi} \cdot I_{ON} \cdot [\cos(\phi) \cdot \cos(\delta) \cdot \text{sen}(\omega_s) + \omega_s \cdot \text{sen}(\phi) \cdot \text{sen}(\delta)]} \tag{2.57}$$

$$r_d = \frac{\pi [\cos(\phi) \cdot \cos(\delta) \cdot \cos(\bar{\omega}) + \text{sen}(\phi) \cdot \text{sen}(\delta)]}{24 [\cos(\phi) \cdot \cos(\delta) \cdot \text{sen}(\omega_s) + \omega_s \cdot \text{sen}(\phi) \cdot \text{sen}(\delta)]} \quad (2.58)$$

dividindo denominador e numerador por  $\cos(\phi) \cdot \cos(\delta)$ , tem-se

$$r_d = \frac{\pi \cos(\bar{\omega}) + \text{tg}(\phi) \cdot \text{tg}(\delta)}{24 \text{sen}(\omega_s) + \omega_s \cdot \text{tg}(\phi) \cdot \text{tg}(\delta)} \quad (2.59)$$

e utilizando a equação (2.9) obtém-se:

$$r_d = \frac{\pi \cos(\bar{\omega}) - \cos(\omega_s)}{24 \text{sen}(\omega_s) - \omega_s \cdot \cos(\omega_s)} \quad (2.60)$$

Esta equação é ilustrada, na forma gráfica, na Figura 2.23.

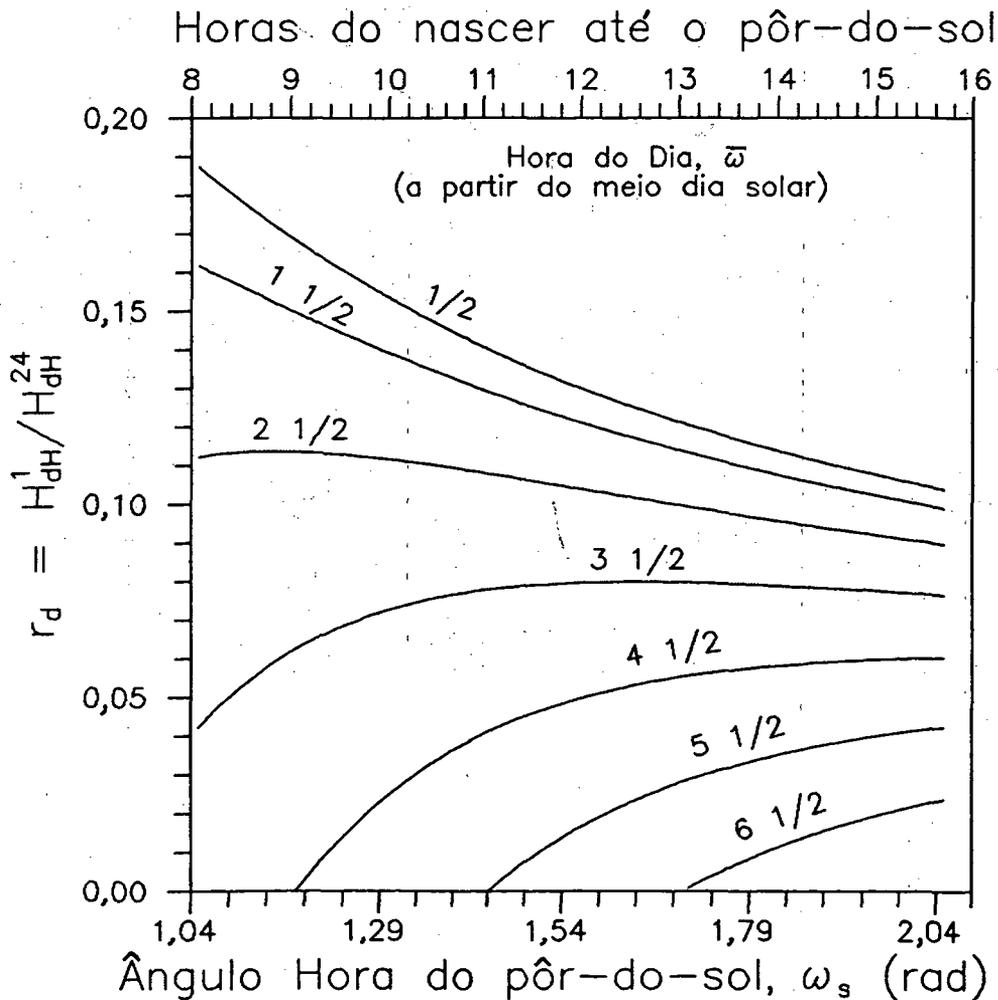


FIGURA 2.23- Representação gráfica da equação (2.60)

Liu e Jordan[9], utilizando dados meteorológicos registrados respectivamente ao longo de 10 e 4 anos, no estado de Massachusetts - EUA, e em Helsingfors - Finlândia, promoveram uma comparação entre os resultados fornecidos pela equação (2.60) e os obtidos pela equação (2.54), aplicada aos dados experimentais, e confirmaram a hipótese, representada pela equação (2.55).

A Figura 2.24 representa tal comparação para os dados obtidos no LABSOLAR - UFSC. Neste caso os valores de  $r_d$  teóricos foram obtidos para o 15º dia de cada mês, utilizando a equação (2.60), enquanto que os valores de  $r_d$  experimentais representam os valores de  $r_d$  horários médios mensais. Verifica-se que, quando se trabalha com valores médios, a exemplo de Liu e Jordan[9], a hipótese adotada neste item é bastante razoável. Isto não significa, entretanto, que os valores instantâneos de radiação solar também obedeçam a tal hipótese, o que pode ser comprovado pela Figura 2.25.

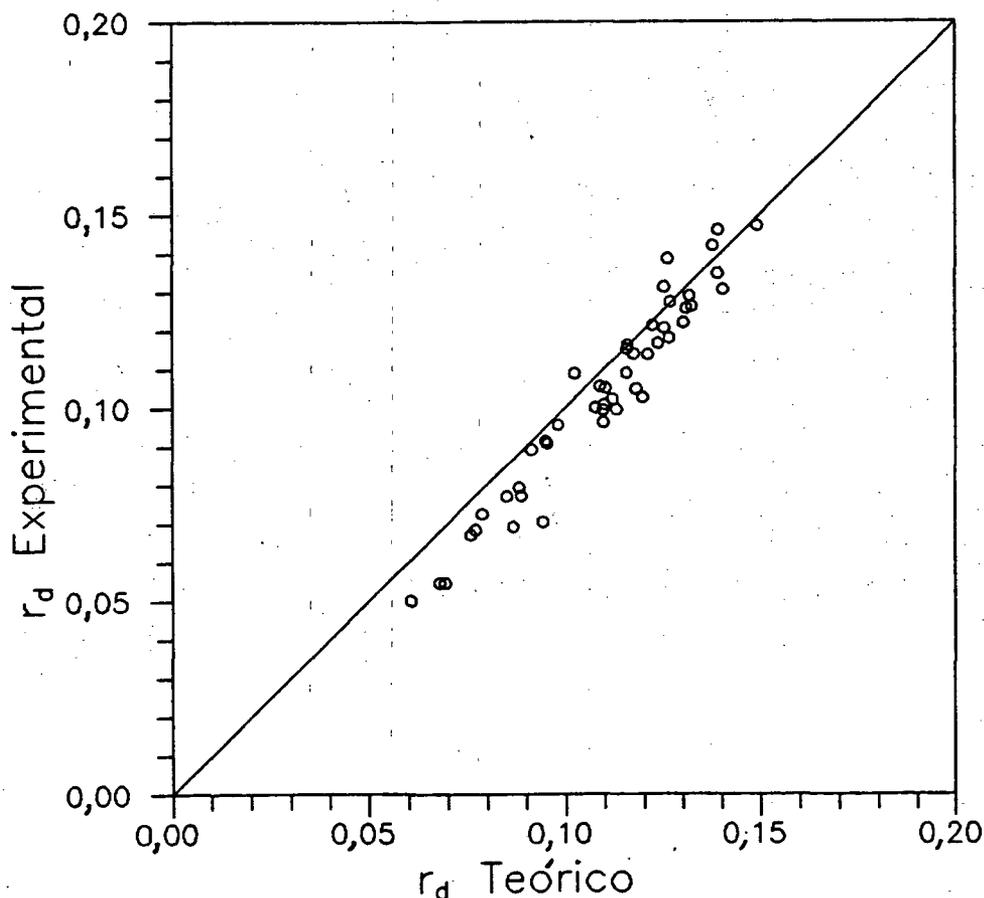


FIGURA 2.24- Comparação entre  $r_d$  teórico e experimental para valores médios mensais.

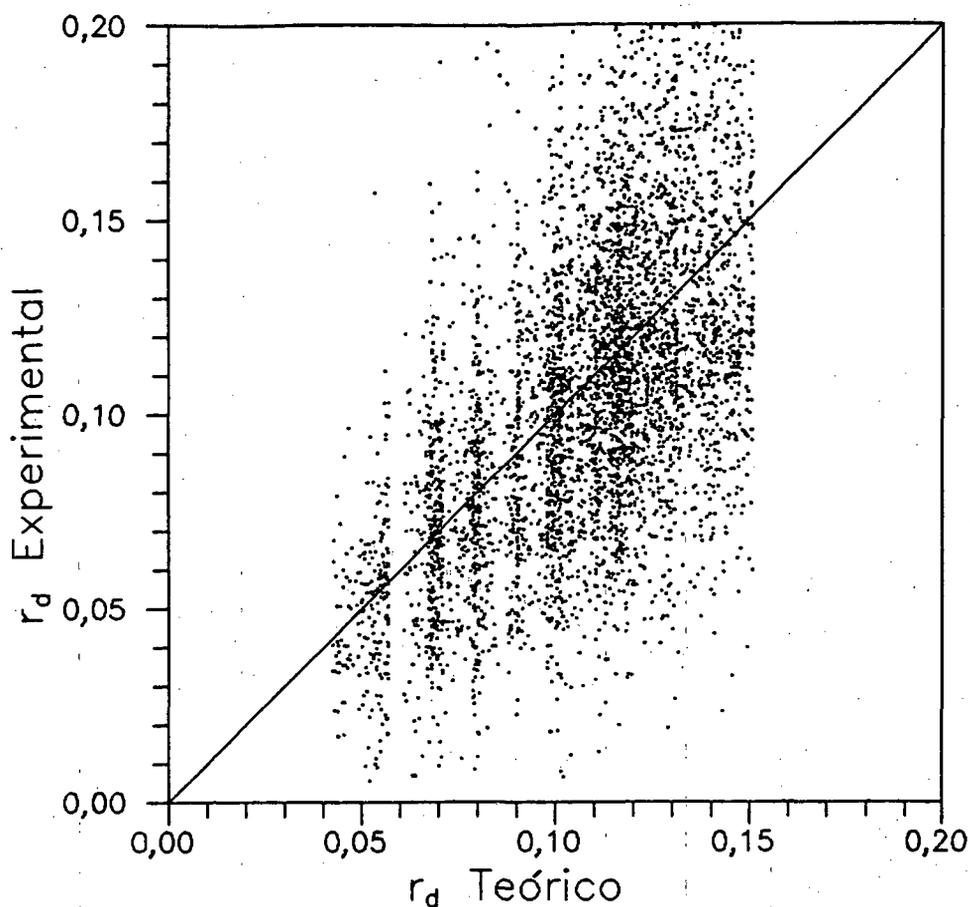


FIGURA 2.25- Comparação entre  $r_d$  teórico e experimental para valores instantâneos de radiação solar

### 2.13 - Relação Entre Radiação Total em Base Diária e Horária

Definindo  $r_T$  como a razão entre a radiação total horária e a radiação total diária, incidindo sobre uma superfície horizontal, tem-se

$$r_T = \frac{H_{TH}^1}{H_{TH}^{24}} \quad (2.61)$$

Quando os valores de  $r_T$  calculados a partir de dados obtidos em diversas localidades são relacionados com o ângulo hora do pôr-do-sol, surgem curvas definidas para cada hora, muito semelhantes às geradas pela equação (2.60) e mostradas na Figura 2.23. Segundo Liu e Jordan[9] o desvio de qualquer ponto em relação à curva média não é maior do que  $\pm 5\%$  para as horas compreendidas entre 9:00 e 15:00. Pereira e Rabl[8], considerando a semelhança entre as

curvas de  $r_d$  e  $r_T$ , ajustaram seus pontos experimentais através de uma curva da seguinte forma:

$$r_T = \frac{\pi}{24} \left[ p + q \cdot \cos(\bar{\omega}) \right] \cdot \frac{\cos(\bar{\omega}) - \cos(\omega_s)}{\text{sen}(\omega_s) - \omega_s \cdot \cos(\omega_s)} \quad (2.62)$$

onde

$$p = 0,4090 + 0,5016 \cdot \text{sen}(\omega_s - \pi/3) \quad (2.63)$$

$$q = 0,6609 - 0,4767 \cdot \text{sen}(\omega_s - \pi/3) \quad (2.64)$$

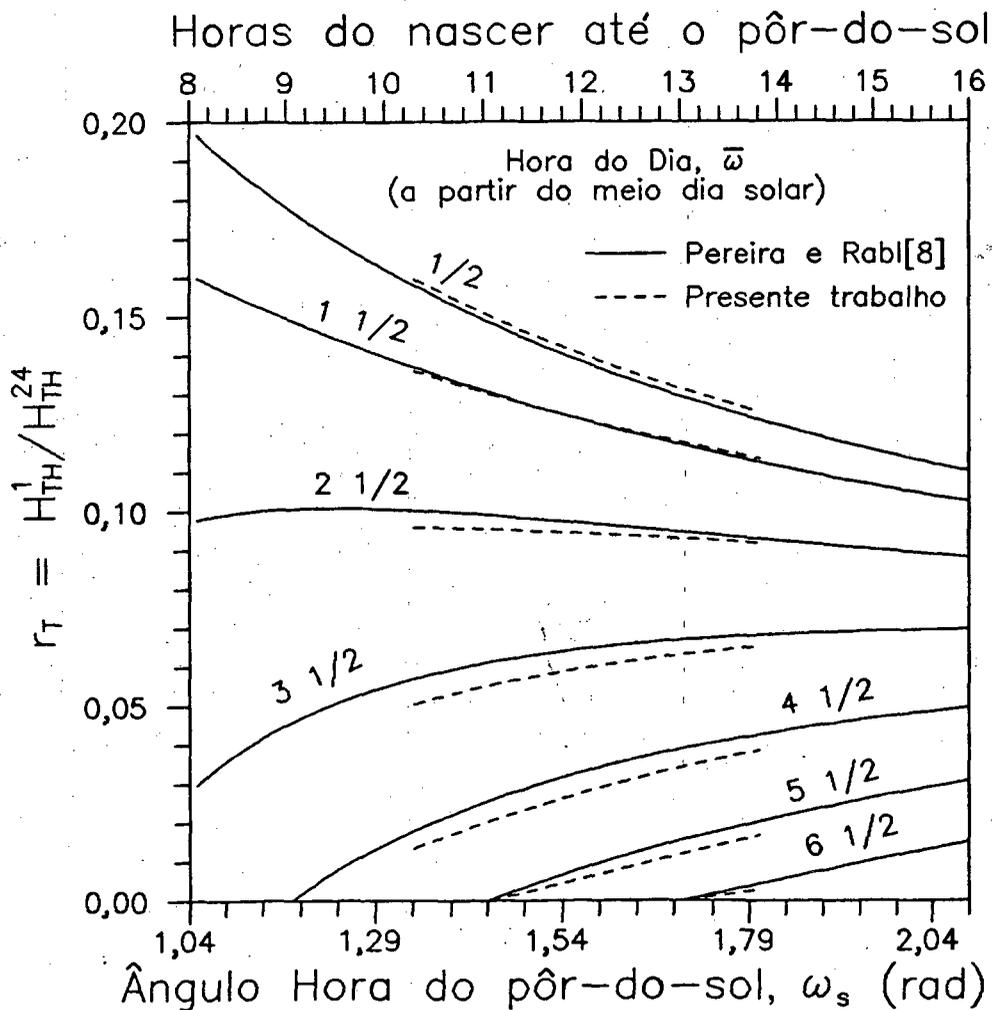


FIGURA 2.26- Comparação entre as correlações da literatura e a obtida neste trabalho, mostrando a variação de  $r_T$  em função de  $\bar{\omega}$  e  $\omega_s$

Seguindo um procedimento semelhante ao descrito por Pereira e Rabl[8], mas diferenciado pelo fato de usar valores instantâneos de radiação horária e não médias horárias mensais, foram ajustados novos coeficientes à equação (2.62) com base nos dados meteorológicos obtidos no LABSOLAR da UFSC. Os coeficientes, p e q, obtidos foram:

$$p = 0,22593 + 0,76006 \cdot \text{sen}(\omega_s - \pi/3) \quad (2.65)$$

$$q = 0,86000 - 0,72142 \cdot \text{sen}(\omega_s - \pi/3) \quad (2.66)$$

O erro padrão e o coeficiente de determinação múltipla, associados com as equações (2.65) e (2.66), são respectivamente 0,03178 e 0,15637.

A Figura 2.26 apresenta uma comparação entre as correlações obtidas por Pereira e Rabl[8] e a apresentada neste trabalho, para calcular a variação do parâmetro  $r_T$  com a hora do dia e com o ângulo hora do pôr-do-sol. Verifica-se uma quase perfeita concordância entre as correlações oriundas dos dois trabalhos.

#### 2.14 - Relação entre os índices de Limpidez Horário e Mensal

Partindo da equação de  $r_T$  e substituindo os termos da radiação total em função dos respectivos índices de limpidez obtém-se:

$$r_T = \frac{H_{TH}^1}{H_{TH}^{24}} = \frac{H_{OH}^1 \cdot k_T}{H_{OH}^{24} \cdot K_T} \quad (2.67)$$

Rearranjando, tem-se:

$$k_T = K_T \cdot r_T \cdot \frac{H_{OH}^{24}}{H_{OH}^1} = K_T \cdot r_T \cdot \frac{1}{r_d} \quad (2.68)$$

Substituindo  $r_T$  e  $r_d$  respectivamente pelas equações (2.60) e (2.62), obtém-se uma equação para avaliar  $k_T$  em função de  $K_T$  e da hora solar, a qual apresenta a seguinte forma:

$$k_T = K_T \cdot [p + q \cdot \cos(\bar{\omega})] \quad (2.69)$$

onde  $p$  e  $q$  são dadas pelas equações (2.65) e (2.66). Na equação (2.69) a variável  $\bar{\omega}$  pode ser substituída por  $\omega$  pois independe da posição do intervalo de hora escolhido para integração durante o dia. O valor de  $k_T$  assim obtido não é mais horário e sim instantâneo.

A Figura 2.27 apresenta os valores de  $k_T$ , calculados por meio da equação (2.69), para o 21º dia de janeiro utilizando  $\bar{K}_T = 0,4222$  (ver Tabela 2.4). Percebe-se uma boa aproximação entre as duas curvas apresentadas o que indica que os erros associados com a avaliação experimental da radiação total, são pequenos. Entretanto isto não ocorre para a radiação difusa.

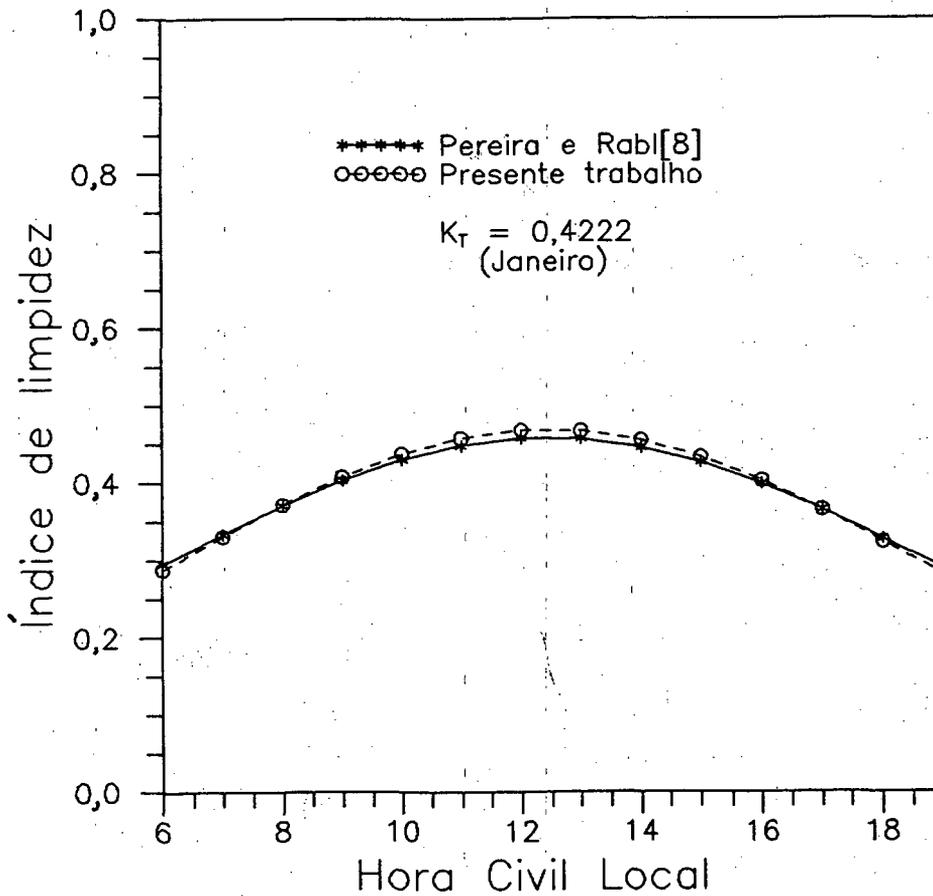


FIGURA 2.27- Comparação entre as correlações deste trabalho e as de Pereira e Rabl[8] na avaliação do índice de limpeza horário ( $k_T$ ) em função do diário ( $K_T$ )

## 2.15 - Implementação do Presente Modelo

Dos resultados obtidos nos itens 2.11 a 2.14 sugere-se o seguinte procedimento para o cálculo da radiação solar em função da época do ano e do índice de limpidez.

- 1º Da tabela 2.4 obtém-se o índice de limpidez mais adequado ao período em que se deseja calcular a radiação solar.
- 2º Por meio da equação (2.69) calcula-se o valor do índice de limpidez para a hora desejada.
- 3º Através da equação

$$I_{TH} = k_T \cdot I_{OH} \quad (2.70)$$

calcula-se o valor da intensidade da radiação solar total sobre uma superfície horizontal.

- 4º Através da equação (2.51) calcula-se o valor de  $I_{dH}$  e, em seguida, da relação

$$I_{DH} = I_{TH} - I_{dH} \quad (2.71)$$

obtém-se o valor da intensidade da radiação solar direta sobre uma superfície horizontal.

Na Figura 2.28 mostra-se uma comparação entre os valores obtidos para as intensidades da radiação solar total e difusa utilizando o método da ASHRAE para céu limpo e o presente método. O valor do índice de limpidez utilizado foi o médio considerando os anos de 1990 e 1991, para o mês de janeiro e o dia considerado foi o dia 21. Percebe-se claramente, na Figura 2.28, a diferença existente entre o cálculo da radiação solar para um dia de céu limpo e para um dia nublado. A semelhança obtida entre o método aqui desenvolvido, a partir dos dados fornecidos pelo LABSOLAR -UFSC, e as correlações disponíveis na literatura é relativamente boa, principalmente quando se consideram os problemas associados com a aquisição experimental dos dados.

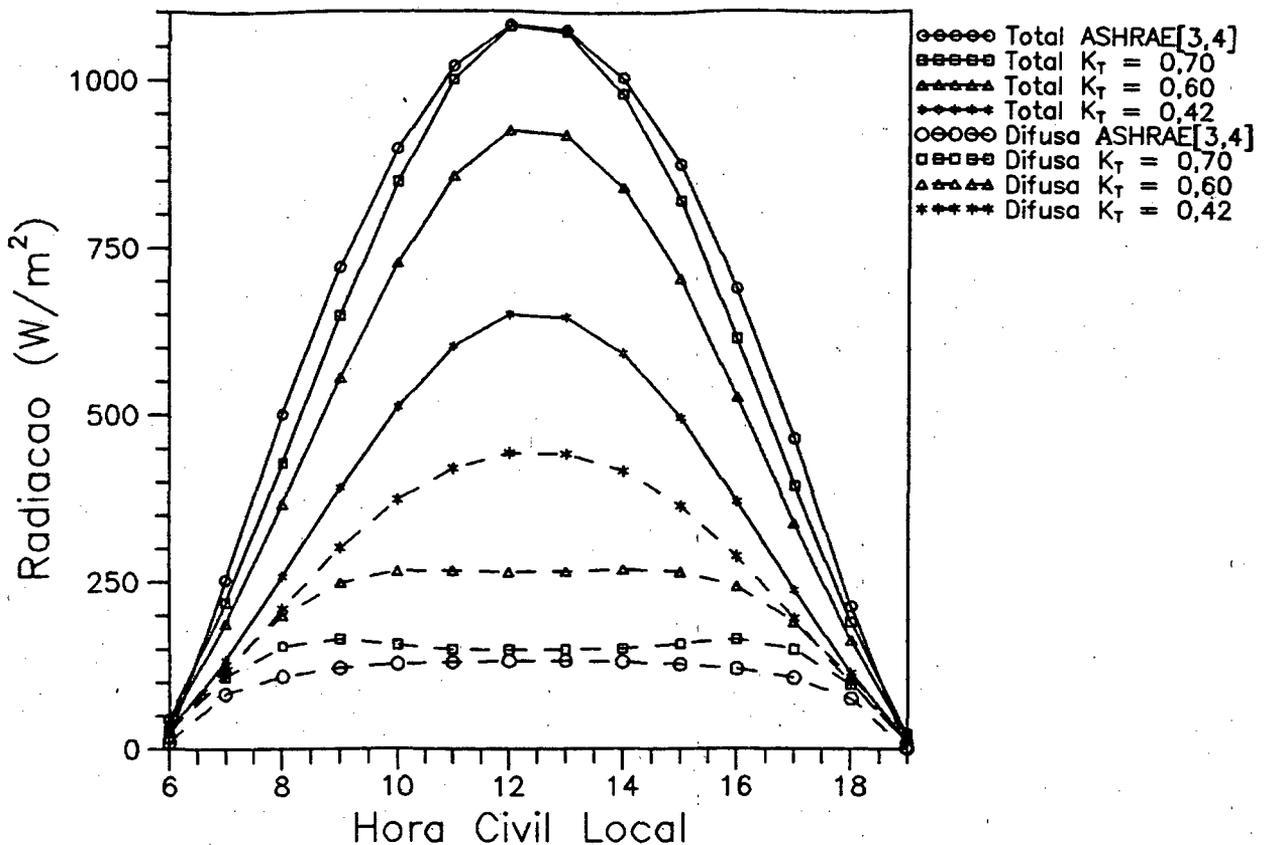


FIGURA 2.28- Comparação entre os modelos de radiação solar para céu limpo da ASHRAE com o presente trabalho.

## 2.16 - Conclusão

De acordo com Figura 2.28 o método da ASHRAE para céu limpo superestima consideravelmente os valores da radiação solar em um dia nublado. A utilização deste método, sem qualquer critério, em programas de simulação térmica de edificações, trará, como consequência uma maior carga térmica, o que por sua vez determinará uma maior capacidade instalada de equipamentos de climatização e, obviamente, também um maior consumo de energia.

O método aqui demonstrado mostra-se bastante simples e versátil sendo, portanto, seu uso recomendado para simulações térmicas de edificações e, até mesmo, para avaliação de valores máximos de radiação. Neste último caso o valor do índice de limpidez médio diário deve estar na ordem de 0,70, caracterizando assim um dia de céu limpo.

Como ressaltado no item 2.11, a aquisição de dados de radiação difusa pelo LABSOLAR - UFSC, carece de uma correção mais apropriada do efeito

de sombreamento provocado pelo anel do piranômetro. Isto fica evidenciado, através dos gráficos apresentados, pois a relação  $H_d/H_T$  não tende a 1,0 quando o índice de limpidez tendia a zero. Este fato motivou o LABSOLAR - UFSC a substituir o anel por um disco de sombreamento, o que levou os dados experimentais a apresentar a tendência esperada.

Como o objetivo do presente trabalho é utilizar as correlações desenvolvidas em programas de simulação térmica de edificações, quando as análises são geralmente feitas com  $K_T > 0,4$ , as restrições encontradas para pequenos valores de  $K_T$ , podem ser desprezadas.

---

## 3 - PENETRAÇÃO DE RADIAÇÃO SOLAR ATRAVÉS DE SUPERFÍCIES TRANSPARENTES

---

### 3.1 - Introdução

A crescente utilização de vidros nas edificações brasileiras, fez com que a parcela de penetração de radiação solar através destes elementos se tornasse um dos fatores determinantes da carga térmica. Entretanto, avanços mais recentes na tecnologia de vidros vem permitindo a produção em escala comercial de vidros especiais, os quais permitem alguma forma de controle sobre a penetração de radiação solar.

Para que se possa avaliar corretamente o ganho de calor solar através de superfícies transparentes, deve-se conhecer precisamente a transmissividade e a absorptividade destas superfícies, as quais podem ser sistemas compostos por mais de um elemento transparente e ter ou não propriedades especiais.

Mitalas e Arsenault[14] desenvolveram um modelo, baseado na técnica de regressão polinomial que calcula as propriedades óticas de sistemas com uma ou duas lâminas de vidro claro comum em função do ângulo de incidência do raio solar. Mathieu[15] apresentou um processo de cálculo das propriedades óticas de elementos transparentes, constituídos por um substrato dielétrico com uma película depositada sobre a sua superfície, e mostrou que a complexidade da solução aumenta com o número de filmes considerados. Mais recentemente foi publicado o código computacional WINDOW-4.0[16], que permite a determinação das propriedades óticas de sistemas com vários tipos e números de elementos transparentes, a partir de dados de transmissividade e refletividade fornecidos pelos fabricantes.

O presente trabalho baseia-se no modelo utilizado por McLean[17]. São considerados vidro comum (claro), vidro termo-absorvente (verde, marrom, bronze) e vidros com filmes finos depositados sobre a sua superfície. Tais filmes tem a finalidade de aumentar ou diminuir a refletividade dos sistemas em consideração. O modelo desenvolvido permite a determinação das propriedades óticas de sistemas com qualquer número e tipo de placas transparentes em função da posição do sol, do local e das condições meteorológicas, o que não acontece nos modelos anteriormente mencionados.

Foram desenvolvidos dois módulos: detalhado e simplificado. O módulo

simplificado determina as propriedades óticas de sistemas com até dois elementos transparentes, de vidro comum ou absorvente, e requer um número mínimo de dados de entrada. O módulo detalhado determina as propriedades óticas de sistemas que utilizam qualquer número de lâminas, de vidro comum ou absorvente, e com ou sem filmes finos. Neste caso é necessário que se forneça um conjunto de bandas monocromáticas, como dados de entrada.

É ainda apresentado um modelo simplificado do cálculo do ganho de calor solar bem como uma comparação entre o modelo aqui desenvolvido e outros existentes.

### 3.2 - Espectro Solar

Para determinar a transmissividade de lâminas de materiais transparentes é necessário o conhecimento das características espectrais da radiação solar. Como estas lâminas encontram-se na superfície terrestre é necessário conhecer as características da luz solar, após esta ter passado pela atmosfera, em diferentes situações de clima, local e hora.

O termo Luz refere-se normalmente à faixa visível do espectro eletromagnético (0,4 a 0,7  $\mu\text{m}$ ) entretanto, neste trabalho, todo o espectro solar (0,3 a 5,0  $\mu\text{m}$ ) é considerado. A Figura 3.1 apresenta a radiação solar espectral para várias espessuras óticas da atmosfera.

O método tradicional de determinação da transmissividade total, a partir do conhecimento de sua transmissividade espectral, é mostrado através da equação (3.1).

$$\tau = \frac{\int_{0,3}^{5,0} I_{\lambda} \tau_{\lambda} d\lambda}{\int_{0,3}^{5,0} I_{\lambda} d\lambda} \quad (3.1)$$

onde  $I_{\lambda}$  é a intensidade da radiação solar espectral, e  $\tau_{\lambda}$  é a transmissividade espectral do material.

Se a equação (3.1) fosse empregada na presente forma seriam necessários os valores contínuos da radiação solar espectral e da transmissividade espectral. Como tais parâmetros não se encontram disponíveis a equação (3.1) é aproximada pela equação (3.2).

$$\tau = \frac{\sum_{i=1}^{Nb} I_{\Delta\lambda_i} \tau_{\Delta\lambda_i} \Delta\lambda_i}{\sum_{i=1}^{Nb} I_{\Delta\lambda_i} \Delta\lambda_i} \tag{3.2}$$

onde  $I_{\Delta\lambda_i}$  é o valor médio da radiação solar espectral no intervalo de comprimento de onda entre  $\lambda$  e  $\lambda + \Delta\lambda_i$ , e  $\tau_{\Delta\lambda_i}$  é o valor médio da transmissividade neste intervalo de comprimento de onda.

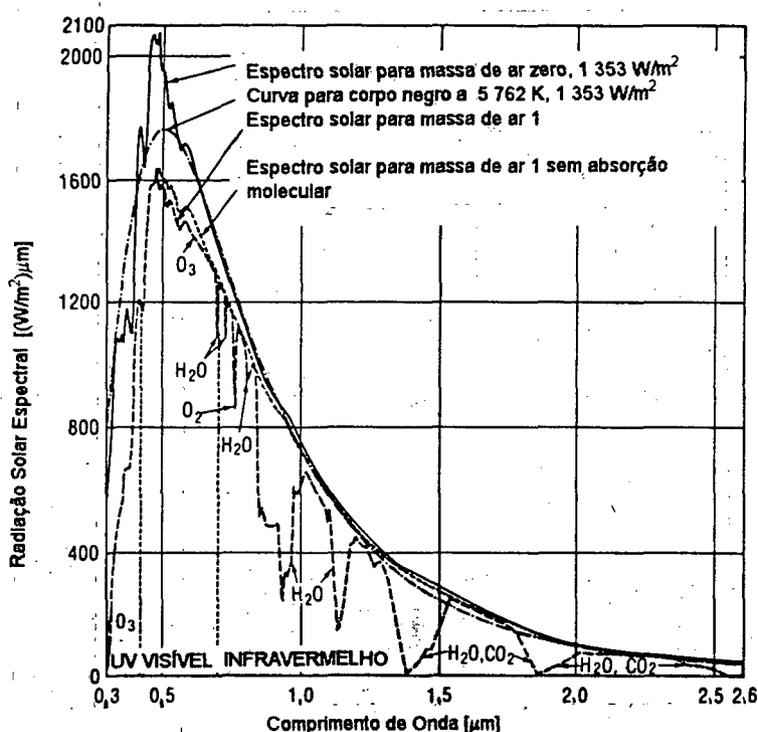


FIGURA 3.1 - Radiação solar espectral para várias espessuras óticas da atmosfera

A equação (3.2) torna-se muito mais simples se o intervalo de comprimento de onda for escolhido de forma a fazer com que os valores de  $I_{\Delta\lambda_i} \cdot \Delta\lambda_i$  sejam constantes. Desta forma,

$$\tau = \frac{\sum_{i=1}^{Nb} \tau_{\Delta\lambda_i}}{Nb} \tag{3.3}$$

Se  $\tau_{\Delta\lambda, i}$  for considerado como o valor médio da transmissividade espectral no intervalo  $\Delta\lambda_i$ , a transmissividade pode assim ser facilmente determinada.

Thekaekara[18] publicou uma análise detalhada do espectro da radiação solar extraterrestre. Wiebelt e Henderson[19] modificaram o espectro da radiação solar extraterrestre, apresentado por Thekaekara[18], levando em consideração a absorção e o espalhamento provocado pelos gases atmosféricos e poeira, presentes na atmosfera. Foram considerados os seguintes parâmetros:

- a) - local: rural ou urbano
- b) - condições de céu: nublado ou limpo
- c) - ângulo de zênite do Sol:  $0 - 75^\circ$

Assim sendo, pode-se calcular, de acordo com a equação (3.2) ou (3.3) a transmissividade solar total a partir dos valores de transmissividade espectral fornecidos por Wiebelt e Henderson[19].

Normalmente os fabricantes de vidro usam uma radiação solar espectral correspondente a uma massa de ar de valor 2 para calcular a transmissividade solar total  $\tau$ . Isto corresponde, nas tabelas de Wiebelt e Henderson[19], a uma área rural com céu limpo e, a um ângulo de zênite do Sol de  $60^\circ$ .

No presente trabalho será assumido que dentro de cada banda em consideração, a onda é monocromática. Neste caso o comprimento de onda que representa a banda é aquele que a divide em duas partes de igual energia. Portanto, uma série de comprimentos de onda pode ser utilizado para representar uma série de bandas monocromáticas.

Quando não se possui informações sobre o comportamento ótico do sistema em função do comprimento de onda, considera-se o espectro solar como sendo monocromático. Com isto, a análise de sistemas mais complexos, como por exemplo filmes finos sobre um substrato transparente, fica um pouco prejudicada, embora isto não ocorra com sistemas simples.

### 3.3 - Índice de Refração

O índice de refração absoluto,  $n$ , de qualquer material é definido como a razão entre a velocidade da luz,  $c$ , e a velocidade de propagação da onda no meio considerado,  $v$ .

$$n \equiv \frac{c}{v} \quad (3.4)$$

Comparando as equações de Maxwell para o espaço livre com as equações diferenciais da onda (Apêndice B) verifica-se que o índice de refração absoluto pode ser calculado por

$$n = \sqrt{\epsilon_R \cdot \mu_R} \quad (3.5)$$

onde  $\epsilon_R$  e  $\mu_R$  são respectivamente a permissividade relativa e a permeabilidade relativa do meio, dadas por:

$$\epsilon_R = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \quad (3.6)$$

$$\mu_R = \frac{\mu}{\mu_0} \quad (3.7)$$

sendo  $\epsilon$  e  $\epsilon_0$  respectivamente as permissividades elétricas do meio e do vácuo, enquanto  $\mu$  e  $\mu_0$  são respectivamente as permeabilidades magnéticas do meio e do vácuo. Como a maioria dos elementos transparentes em consideração não são magnéticos, pode-se assumir que  $\mu_R \approx 1$  logo,

$$n = \sqrt{\epsilon_R} \quad (3.8)$$

Empregando as equações de Maxwell, Mathieu[15] demonstrou que para materiais condutores, isto é, aqueles que absorvem uma parte da radiação incidente, a permissividade  $\epsilon$  é substituída por uma permissividade complexa,  $\hat{\epsilon}$ , dando origem a um índice de refração também complexo:

$$\hat{n}^2 = \frac{\hat{\epsilon}}{\epsilon_0} \quad (3.9)$$

$$\hat{n} = n - i\kappa \quad (3.10)$$

onde  $\kappa$  é o coeficiente de extinção, o qual é uma medida da atenuação sofrida pelo raio quando da sua passagem pelo meio.

O índice de refração  $n$ , é a variável mais importante para a determinação da absorção e transmissividade de sistemas transparentes.

A Tabela 3.1 apresenta índices de refração para algumas substâncias[17]. Embora o ar tenha um índice de refração  $n = 1,00029$  seu

valor, no presente trabalho, será considerado igual a um.

TABELA 3.1 - Índice de refração médio sobre o espectro solar de várias substâncias.

Substância	Índice de Refração
Vidro (comum)	1,52
Plexiglass	1,48
Tedlar	1,45
Água	1,33
Ar	1,00

Os valores do índice de refração da Tabela 3.1 são uma média para todo o espectro solar já que  $\epsilon_r$  depende da frequência da onda. Portanto quando se considera a radiação solar em bandas deve-se ter o cuidado de utilizar o índice de refração adequado para cada banda. Algumas referências[20] apresentam equações que descrevem o comportamento do índice de refração de alguns materiais em função do comprimento de onda.

### 3.4 - Leis da Reflexão e Refração

Considere uma onda incidente  $E_{i\parallel}$  polarizada, de modo que sua amplitude atue unicamente no plano  $x'y'$  (Figura 3.2), sendo portanto paralela ao plano de incidência.

Certas condições de contorno devem ser obedecidas pelas ondas na interface dos dois meios. A soma das componentes da intensidade elétrica das ondas refletida e incidente, paralelas à interface, deve ser igual à intensidade da onda refratada no mesmo plano. Isto deve-se ao fato da intensidade no meio da onda incidente ser a superposição das intensidades incidente e refletida. Destas condições surge a seguinte igualdade das componentes y nos dois meios:

$$E_{iy} + E_{ry} = E_{ty} \quad (3.11)$$

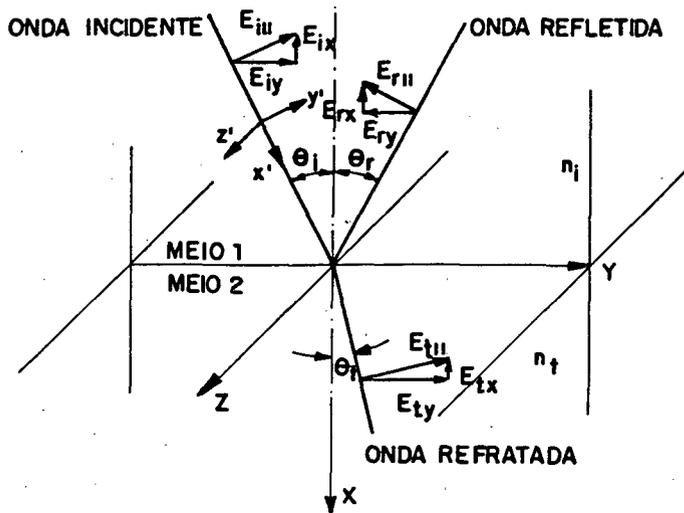


FIGURA 3.2 - Leis de refração e reflexão

Assim sendo, obtém-se [21],

$$\hat{n}_i \cdot \text{sen}(\theta) = \hat{n}_i \cdot \text{sen}(\theta_r) = \hat{n}_t \cdot \text{sen}(\theta_t) \tag{3.12}$$

de onde conclui-se que

$$\theta_i = \theta_r \tag{3.13}$$

O ângulo de reflexão de uma onda eletromagnética é, assim, igual ao seu ângulo de incidência (rotacionado sobre a normal à interface de um ângulo  $\pi$ ).

Da equação (3.13) pode-se ainda obter a seguinte relação entre  $\theta_i$  e  $\theta_r$ :

$$\frac{\text{sen}(\theta_i)}{\text{sen}(\theta_t)} = \frac{\hat{n}_t}{\hat{n}_i} = \frac{n_i - i\kappa_i}{n_t - i\kappa_t} \tag{3.14}$$

Quando ambos os meios são dielétricos ou transparentes, então  $\kappa_i = \kappa_t \rightarrow 0$  e a equação (3.14) se reduz a

$$\frac{\text{sen}(\theta_i)}{\text{sen}(\theta_t)} = \frac{n_i}{n_t} \tag{3.15}$$

A equação (3.15) é conhecida com *Lei de Snell*. Para o caso frequente em que a onda incidente está no ar ( $n \approx 1$ ), então  $n_t = \text{sen}(\theta_i) / \text{sen}(\theta_t)$ .

Quando uma onda eletromagnética passa através de vários meios dielétricos (placas planas paralelas de material transparente) a lei de Snell toma a seguinte forma:

$$n_1 \cdot \text{sen}(\theta_1) = n_2 \cdot \text{sen}(\theta_2) = \dots = n_N \cdot \text{sen}(\theta_N) \quad (3.16)$$

onde os subscritos 1, 2, ..., N identificam os meios atravessados pela onda.

### 3.5 - Coeficientes de Transmissão e Reflexão

Existe uma relação entre as amplitudes dos campos elétricos da onda incidente e as ondas refletida e transmitida. Para encontrar tal relação é conveniente supor uma onda monocromática incidindo sobre uma superfície plana que separa dois meios. Seja qual for sua polarização esta onda pode ser dividida nas suas componentes paralela e perpendicular ao plano de incidência, podendo ainda estas componentes ser tratadas separadamente.

#### 3.5.1 - Componente Perpendicular

A Figura 3.3 mostra as projeções do campo elétrico sobre o plano de incidência e as do campo magnético associado com o campo elétrico (denominado  $H_{\perp}$  embora esteja no plano de incidência).

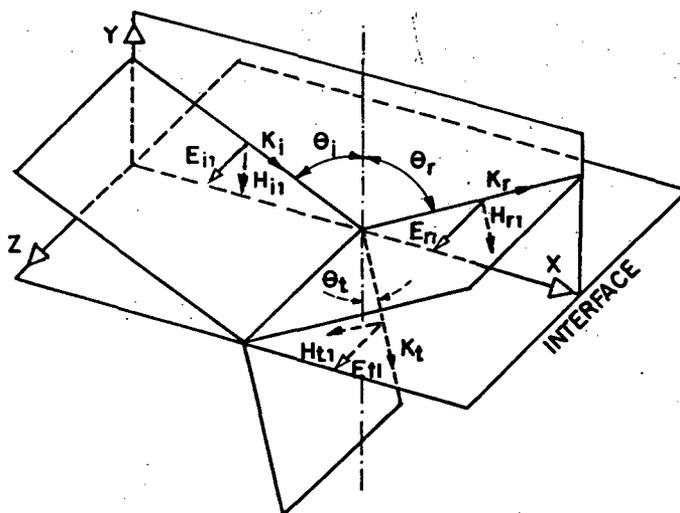


FIGURA 3.3 - Componentes perpendiculares ao plano de incidência

Entre os campos  $E$  e  $H$ , tem-se a seguinte relação[21]:

$$|H| = \frac{\hat{n}}{\mu \cdot c} \cdot |E| \quad (3.17)$$

Para materiais não-magnéticos, tem-se

$$|H| = \frac{\hat{n}}{\mu_0 \cdot c} \cdot |E| \quad (3.18)$$

Considerando a continuidade das componentes tangenciais do campo  $E$ , obtém-se

$$E_{i\perp} + E_{r\perp} = E_{t\perp} \quad (3.19)$$

Considerando também a continuidade para as componentes tangenciais de  $H$ , tem-se

$$-H_{i\perp} \cdot \cos(\theta_i) + H_{r\perp} \cdot \cos(\theta_i) = -H_{t\perp} \cdot \cos(\theta_t) \quad (3.20)$$

Substituindo a equação (3.18) na equação (3.20) obtém-se

$$\hat{n}_i \cdot E_{i\perp} \cdot \cos(\theta_i) + \hat{n}_i \cdot E_{r\perp} \cdot \cos(\theta_i) = \hat{n}_t \cdot E_{t\perp} \cdot \cos(\theta_t) \quad (3.21)$$

Combinando as equações (3.19) e (3.20) tem-se

$$r_{\perp} \equiv \frac{E_{r\perp}}{E_{i\perp}} = \frac{\hat{n}_i \cdot \cos(\theta_i) - \hat{n}_t \cdot \cos(\theta_t)}{\hat{n}_i \cdot \cos(\theta_i) + \hat{n}_t \cdot \cos(\theta_t)} \quad (3.22)$$

$$t_{\perp} \equiv \frac{E_{t\perp}}{E_{i\perp}} = \frac{2 \cdot \hat{n}_i \cdot \cos(\theta_i)}{\hat{n}_i \cdot \cos(\theta_i) + \hat{n}_t \cdot \cos(\theta_t)} \quad (3.23)$$

### 3.5.2 - Componente Paralela

Um par de equações similares pode também ser obtido quando o campo  $E$  incidente está no plano de incidência como mostrado na Figura 3.4. A continuidade das componentes tangenciais de  $E$  nos dois lados da fronteira exige que

$$E_{i\parallel} \cdot \cos(\theta_i) - E_{r\parallel} \cdot \cos(\theta_i) = E_{t\parallel} \cdot \cos(\theta_t) \quad (3.24)$$

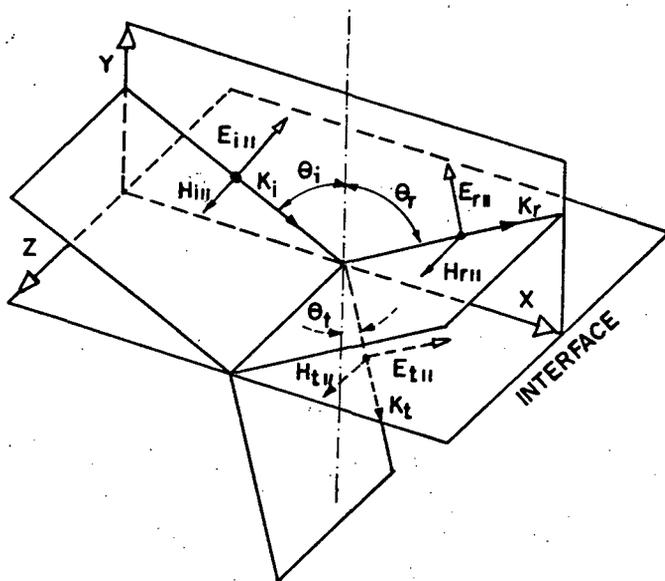


FIGURA 3.4 - Componentes paralelas ao plano de incidência

De forma similar, a continuidade das componentes tangenciais de **H** fornece:

$$\hat{n}_i \cdot E_{i\parallel} + \hat{n}_i \cdot E_{r\parallel} = \hat{n}_t \cdot E_{t\parallel} \quad (3.25)$$

Combinando as equações (3.24) e (3.25) obtém-se

$$r_{\parallel} \equiv \frac{E_{r\parallel}}{E_{i\parallel}} = \frac{n_t \cdot \cos(\theta_i) - n_i \cdot \cos(\theta_t)}{\hat{n}_i \cdot \cos(\theta_t) + \hat{n}_t \cdot \cos(\theta_i)} \quad (3.26)$$

$$t_{\parallel} \equiv \frac{E_{t\parallel}}{E_{i\parallel}} = \frac{2 \cdot \hat{n}_i \cdot \cos(\theta_i)}{\hat{n}_i \cdot \cos(\theta_t) + \hat{n}_t \cdot \cos(\theta_i)} \quad (3.27)$$

A utilização da lei de Snell (equação 3.15) para materiais perfeitamente dielétricos fornece as seguintes relações:

$$r_{\perp} = - \frac{\text{sen}(\theta_i - \theta_t)}{\text{sen}(\theta_i + \theta_t)} \quad (3.28)$$

$$r_{\parallel} = \frac{\text{tg}(\theta_i - \theta_t)}{\text{tg}(\theta_i + \theta_t)} \quad (3.29)$$

$$t_{\perp} = \frac{2 \cdot \text{sen}(\theta_t) \cdot \cos(\theta_i)}{\text{sen}(\theta_i + \theta_t)} \quad (3.30)$$

$$t_{\parallel} = \frac{2 \cdot \text{sen}(\theta_t) \cdot \cos(\theta_i)}{\text{sen}(\theta_i + \theta_t) \cdot \cos(\theta_t - \theta_i)} \quad (3.31)$$

Quando  $\theta_i = \theta_t = 0$  (raio normal à interface) obtém-se:

$$r_{\perp} = -r_{\parallel} = \frac{n_t - n_i}{n_t + n_i} \quad (3.32)$$

$$t_{\perp} = t_{\parallel} = \frac{2 \cdot n_t}{n_t + n_i} \quad (3.33)$$

### 3.6 - Refletividade e Transmissividade

A potência por unidade de área de uma onda eletromagnética é chamada de Vetor de Poynting e é dado por:

$$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H} \quad (3.34)$$

A intensidade da radiação é dada por

$$I = \langle \mathbf{S} \rangle = \frac{\hat{n}}{\mu \cdot c} \cdot E^2 \quad (3.35)$$

ou, para materiais dielétricos não-magnéticos

$$I = \langle \mathbf{S} \rangle = \frac{n}{\mu_0 \cdot c} \cdot E^2 \quad (3.36)$$

A intensidade de radiação é a energia média por unidade de tempo atravessando um elemento de área unitária normal a  $\mathbf{S}$ . No caso da Figura 3.5  $I_i$ ,  $I_r$  e  $I_t$  são respectivamente a radiação incidente, a radiação refletida e a radiação transmitida. A intensidade de radiação incidido perpendicularmente sobre o elemento de área unitária é  $I_i \cdot \cos(\theta_i)$ . De forma semelhante  $I_r \cdot \cos(\theta_i)$  e  $I_t \cdot \cos(\theta_t)$  são as intensidades refletida e transmitida na interface para a área unitária.

A refletividade  $\rho$ , é a razão entre as intensidades refletida e a

incidente, ou seja,

$$\rho \equiv \frac{I_r \cdot \cos(\theta_i)}{I_i \cdot \cos(\theta_i)} = \frac{I_r}{I_i} \tag{3.37}$$

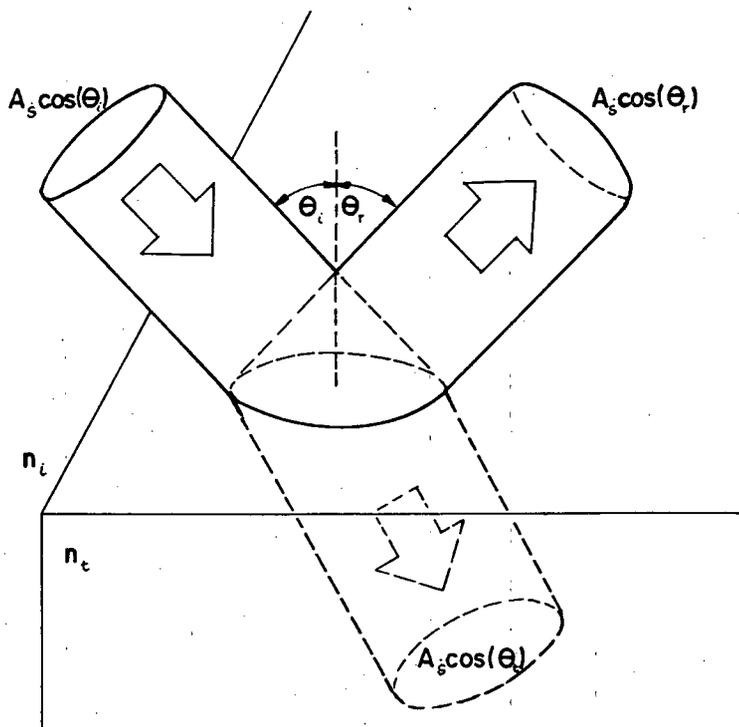


FIGURA 3.5 - Reflexão e transmissão de um raio incidente

A transmissividade  $\tau$  é definida como sendo a razão entre as intensidades transmitida e a incidente, ou seja:

$$\tau \equiv \frac{I_t \cdot \cos(\theta_t)}{I_i \cdot \cos(\theta_i)} \tag{3.38}$$

Substituindo a equação (3.36) nas equações (3.37) e (3.38) obtém-se

$$\rho = \left( \frac{E_r}{E_i} \right)^2 = r^2 \tag{3.39}$$

$$\tau = \frac{n_t \cdot \cos(\theta_t)}{n_i \cdot \cos(\theta_i)} \cdot \left( \frac{E_t}{E_i} \right)^2 \tag{3.40}$$

Um balanço de energia no esquema indicado na Figura 3.5, fornece

$$I_i \cdot A_s \cdot \cos(\theta_i) = I_r \cdot A_s \cdot \cos(\theta_i) + I_t \cdot A_s \cdot \cos(\theta_t) \quad (3.41)$$

multiplicando ambos os lados da equação anterior por  $\mu_0 \cdot c$  obtém-se

$$n_i \cdot E_i^2 \cdot \cos(\theta_i) = n_i \cdot E_r^2 \cdot \cos(\theta_i) + n_t \cdot E_t^2 \cdot \cos(\theta_t) \quad (3.42)$$

ou

$$1 = \left( \frac{E_r}{E_i} \right)^2 + \frac{n_t \cdot \cos(\theta_t)}{n_i \cdot \cos(\theta_i)} \cdot \left( \frac{E_t}{E_i} \right)^2 \quad (3.43)$$

ou simplesmente

$$1 = \rho + \tau \quad (3.44)$$

quando não existe absorção.

Empregando a forma de componentes polarizadas, tem-se:

$$\rho_{\perp} = r_{\perp}^2 \quad (3.45)$$

$$\rho_{\parallel} = r_{\parallel}^2 \quad (3.46)$$

$$\tau_{\perp} = \frac{n_t \cdot \cos(\theta_t)}{n_i \cdot \cos(\theta_i)} \cdot t_{\perp}^2 \quad (3.47)$$

$$\tau_{\parallel} = \frac{n_t \cdot \cos(\theta_t)}{n_i \cdot \cos(\theta_i)} \cdot t_{\parallel}^2 \quad (3.48)$$

Verifica-se também que (ver Apêndice C):

$$1 = \rho_{\perp} + \tau_{\perp} \quad (3.49)$$

$$1 = \rho_{\parallel} + \tau_{\parallel} \quad (3.50)$$

Quando o raio incidente é perpendicular à superfície ( $\theta_i = 0$ ), tem-se:

$$\rho = \rho_{\perp} = \rho_{\parallel} = \left( \frac{n_t - n_i}{n_t + n_i} \right)^2 \quad (3.51)$$

$$\tau = \tau_{\perp} = \tau_{\parallel} = \frac{4 \cdot n_t \cdot n_i}{(n_t + n_i)^2} \quad (3.52)$$

Como a radiação solar está sendo considerada como completamente despolarizada, logo sua intensidade é constituída de quantidades idênticas de ambas as componentes (perpendicular e paralela), ou seja

$$I = 0,5 \cdot (I_{\perp} + I_{\parallel}) \quad (3.53)$$

logo

$$1 = \rho + \tau = 0,5 \cdot (\rho_{\perp} + \rho_{\parallel}) + 0,5 \cdot (\tau_{\perp} + \tau_{\parallel}) \quad (3.54)$$

### 3.7 - Absorção

Quando um raio atravessa um meio não perfeitamente transparente ou dielétrico, ocorre absorção da energia diminuindo sua intensidade. Tal diminuição pode ser determinada através da lei de Bouguer, a qual considera que a radiação absorvida é proporcional à intensidade e ao caminho percorrido. Assim

$$dI = I \cdot K \cdot dx \quad (3.55)$$

onde K é o coeficiente de absorção, o qual depende do comprimento de onda.

Integrando a equação (3.55), obtém-se

$$\tau_a = \frac{I_L}{I_0} = e^{-K \cdot L / \cos(\theta_t)} \quad (3.56)$$

A razão entre a intensidade absorvida e a intensidade incidente é chamada absorptividade e é expressa por

$$\alpha = 1 - \tau_a \quad (3.57)$$

Combinando as equações (3.56) e (3.57), e utilizando a lei de Snell, encontra-se

$$\tau_a = \exp\left[-K \cdot L / \left(1 - \frac{n_i \cdot \text{sen}(\theta_i)}{n_t^2}\right)^{1/2}\right] \quad (3.58)$$

Tabelas com valores de  $K \cdot L$ , para diversos tipos de materiais, podem ser encontradas na literatura[17,22]. Siegel e howell[21] demonstraram que o coeficiente de absorção pode ser relacionado com o coeficiente de extinção pela equação

$$K = \frac{4 \cdot \pi \cdot \chi}{\lambda} \quad (3.59)$$

Considerar a radiação como monocromática, significa considerar que o meio reduz igualmente a intensidade de todos os comprimentos de onda dentro do espectro solar. Neste tipo de absorção, denominado geral, o coeficiente de absorção varia de acordo com o comprimento de onda.

### 3.8 - Cálculo da Transmissão, Reflexão e Absorção para Sistemas de Placas Transparentes

Considerando um raio monocromático incidindo sobre uma placa transparente, como indicado na Figura 3.6, tem-se

$$\tau_e = \tau_1 \cdot \tau_2 \cdot \tau_a + \rho_1 \cdot \rho_2 \cdot \tau_1 \cdot \tau_2 \cdot \tau_a^3 + \rho_1^2 \cdot \rho_2^2 \cdot \tau_1 \cdot \tau_2 \cdot \tau_a^5 + \dots \quad (3.60)$$

$$\rho_e = \rho_1 + \rho_2 \cdot \tau_1^2 \cdot \tau_a^2 + \rho_1 \cdot \rho_2^2 \cdot \tau_1^2 \cdot \tau_a^4 + \rho_1^2 \cdot \rho_2^2 \cdot \tau_1^2 \cdot \tau_a^6 + \dots \quad (3.61)$$

Usando a relação  $\tau_i = 1 - \rho_i$  e fazendo a soma da progressão geométrica resultante tem-se

$$\tau_e = \frac{(1 - \rho_1) \cdot (1 - \rho_2) \cdot \tau_a}{1 - \rho_1 \cdot \rho_2 \cdot \tau_a^2} \quad (3.62)$$

$$\rho_e = \rho_1 + \frac{\rho_2 \cdot (1 - \rho_1)^2 \cdot \tau_a^2}{1 - \rho_1 \cdot \rho_2 \cdot \tau_a^2} \quad (3.63)$$

$$\alpha_e = 1 - (\tau_e + \rho_e) \quad (3.64)$$

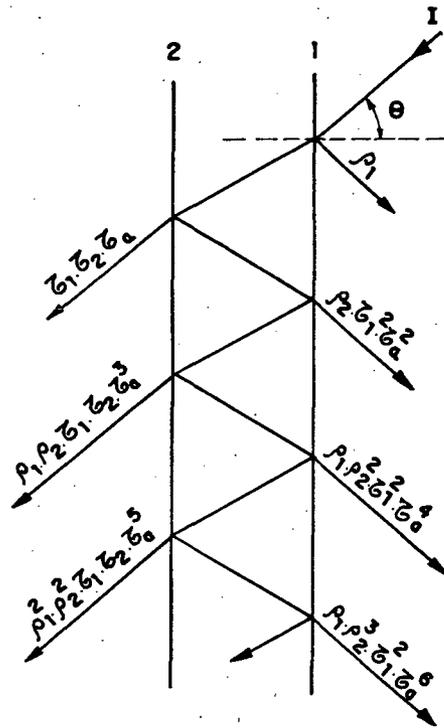


FIGURA 3.6 - Sistema de uma placa transparente

Para sistemas com duas placas transparentes, como indicado na Figura 3.7, e de acordo com o mesmo procedimento, tem-se:

$$\tau_s = \frac{\tau_{e1} \cdot \tau_{e2}}{1 - \rho_{e2,3} \cdot \rho_{e1,2}} \tag{3.65}$$

$$\rho_s = \rho_{e1,1} + \frac{\tau_{e1}^2 \cdot \rho_{e2,3}}{1 - \rho_{e2,3} \cdot \rho_{e1,2}} \tag{3.66}$$

$$\alpha_{s,1} = \alpha_{e1,1} + \frac{\alpha_{e1,2} \cdot \tau_{e1} \cdot \rho_{e2,3}}{1 - \rho_{e2,3} \cdot \rho_{e1,2}} \tag{3.67}$$

$$\alpha_{s,2} = \frac{\alpha_{e2,3} \cdot \tau_{e1}}{1 - \rho_{e2,3} \cdot \rho_{e1,2}} \tag{3.68}$$

onde o primeiro subscrito indica a placa e o segundo a superfície na qual o raio está incidindo. A absorção do sistema é  $\alpha_s = \alpha_{s,1} + \alpha_{s,2}$ . Se o gás existente em ambos os lados de cada placa for idêntico, então as equações anteriores podem ser reduzidas a:

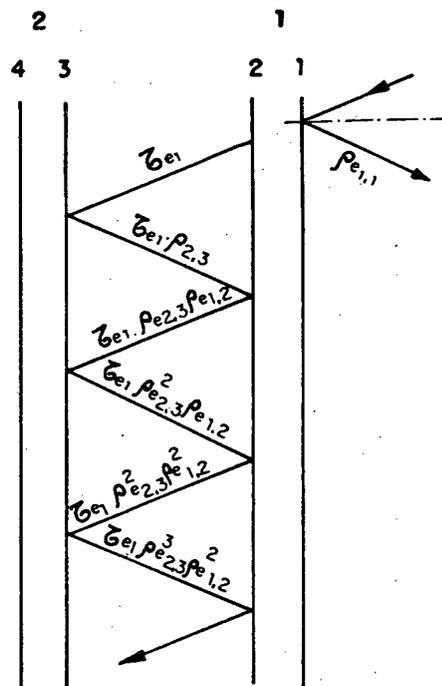


FIGURA 3.7 - Sistema com 2 placas transparentes

a) Placa simples

$$\tau_e = \frac{(1 - \rho)^2 \cdot \tau_a}{1 - (\rho \cdot \tau_a)^2} \tag{3.69}$$

$$\rho_e = \rho + \frac{\rho \cdot (1 - \rho)^2 \cdot \tau_a^2}{1 - (\rho \cdot \tau_a)^2} \tag{3.70}$$

b) Placa dupla

$$\tau_s = \frac{\tau_{e1} \cdot \tau_{e2}}{1 - \rho_{e1} \cdot \rho_{e2}} \tag{3.71}$$

$$\rho_s = \rho_{e1} + \frac{\rho_{e2} \cdot \tau_{e1}^2}{1 - \rho_{e1} \cdot \rho_{e2}} \tag{3.72}$$

$$\alpha_{s,1} = \alpha_{e1} + \frac{\alpha_{e1} \cdot \rho_{e2} \cdot \tau_{e1}}{1 - \rho_{e1} \cdot \rho_{e2}} \tag{3.73}$$

$$\alpha_{s,2} = \frac{\alpha_{e2} \cdot \tau_{e1}}{1 - \rho_{e1} \cdot \rho_{e2}} \tag{3.74}$$

A Figura 3.8 mostra um sistema com um número qualquer de placas, N.

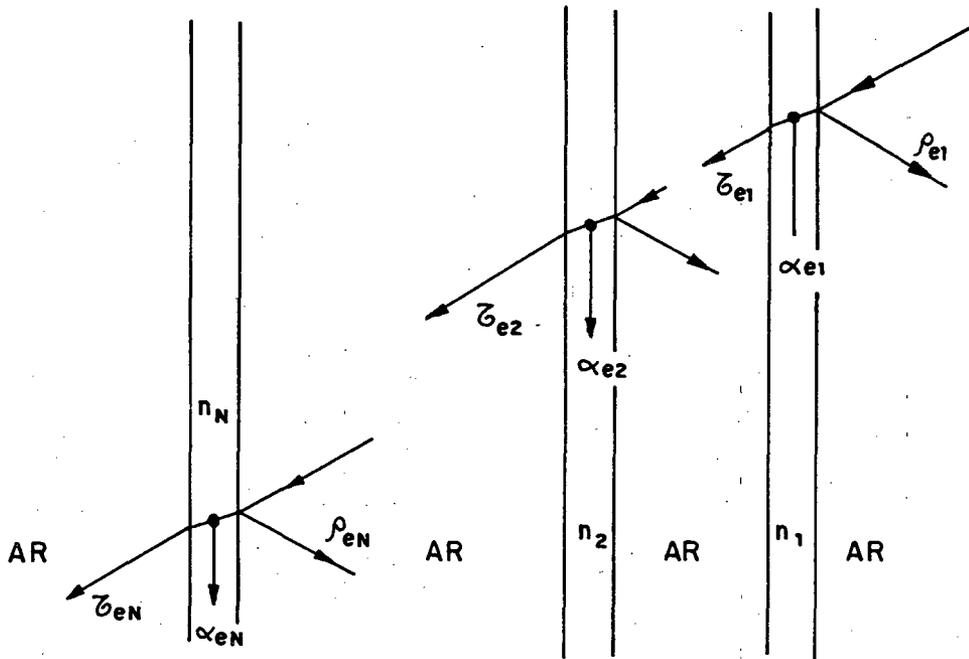


FIGURA 3.8 - Sistema de N placas transparentes

O raio incidente é parcialmente transmitido através do elemento 1. A parcela transmitida do elemento 1 para o segundo elemento tem suas propriedades alteradas para  $\rho_{e2}$ ,  $\tau_{e2}$  e  $\alpha_{e2}$ . O efeito do raio refletido do elemento 3 também é considerado no elemento 2. Isto é feito até que o valor máximo encontrado para o raio refletido e transmitido, seja inferior a 0,01% do valor do raio incidente inicialmente.

### 3.9 - Transmissividade de Vidros

Normalmente, a literatura técnica fornecida pelos fabricantes de vidros cita somente a transmissividade solar e a transmissividade da luz no ângulo de incidência normal. Entretanto, tal informação não é suficiente para os propósitos deste trabalho, já que na maioria das situações a radiação incidente não é normal à superfície do vidro. Um procedimento para solucionar este problema foi proposto por Petherbridge[23].

A técnica descrita por Peterbridge[23] é chamada de *Técnica do K·L normal incidente*. Esta técnica baseia-se no estabelecimento do produto do coeficiente de absorção (K) pelo caminho percorrido (L), para um vidro claro comum e quando a incidência é normal. Um valor de K·L assim encontrado é assumido constante para todos os comprimentos de onda ou bandas. Os valores da transmissividade, refletividade e absorção podem então ser calculados para todos os ângulos de incidência.

A desvantagem deste método é a sua aplicabilidade somente para materiais com índice de refração igual a 1,52 (vidros). Esta técnica fornece bons resultados com vidros claros comuns porém o mesmo não é observado para vidros absorventes. Um meio de contornar esta deficiência, é dividir o espectro solar em duas partes, a visível, 0,30 a 0,78 $\mu\text{m}$ , e a infra vermelha ou invisível, 0,78 a 5,00 $\mu\text{m}$ . A energia contida dentro de cada banda pode ser obtida da referência[19]. A transmissividade solar no ângulo de incidência normal  $\tau_{\text{sol},0}$  é então calculada por:

$$\tau_{\text{Sol},0} = x \cdot \tau_{\text{vis},0} + y \cdot \tau_{\text{inv},0} \quad (3.75)$$

onde  $\tau_{\text{vis},0}$  é a transmissividade da luz na normal, e  $\tau_{\text{inv},0}$  é a transmissividade da luz invisível ou infra-vermelho. x e y representam, respectivamente, as parcelas de energia contidas nas bandas dos espectros visível e invisível. Rearranjando a equação (3.75) obtém-se

$$\tau_{\text{inv},0} = \frac{\tau_{\text{Sol},0} - x \cdot \tau_{\text{vis},0}}{y} \quad (3.76)$$

A partir dos valores de  $\tau_{\text{vis},0}$  e  $\tau_{\text{inv},0}$ , estimam-se os correspondentes valores de K·L para o ângulo de incidência normal, os quais, são assumidos como constantes para qualquer ângulo de incidência. Para um ângulo de incidência, não-normal, tem-se

$$\tau_{\text{Sol},i} = x \cdot \tau_{\text{vis},i} + y \cdot \tau_{\text{inv},i} \quad (3.77)$$

onde o subscrito i indica o ângulo. Deve ser ressaltado que esta técnica destina-se a vidros comuns e absorventes não sendo recomendada para vidros refletivos ou anti-refletivos.

### 3.10 - Ganho de Calor Solar

O propósito do trabalho aqui apresentado é calcular as propriedades óticas ou seja, transmissividade, refletividade e absorvidade de sistemas constituídos por placas transparentes sob a ação do espectro solar incidente. Tais propriedades podem ser utilizadas por qualquer modelo de ganho de calor solar o qual não é objeto deste estudo. Não obstante, a título de ilustração, um modelo simples de ganho de calor solar é aqui apresentado.

O ganho de calor solar através do sistema transparente deve-se à radiação solar transmitida diretamente através do mesmo e a uma fração da energia que ele absorve e retransmite para o ambiente interno por convecção e por re-radiação. Assim, o ganho de calor solar, SHG, pode ser calculado por:

$$SHG = \tau_e + f_{ea} \cdot \alpha_e \quad (3.78)$$

onde  $\tau_e$  é a energia transmitida,  $\alpha_e$  é a energia absorvida e  $f_{ea}$  é a fração da energia absorvida que é transmitida para o ambiente interno.

O valor de  $f_{ea}$  é uma função complexa das temperaturas interna e externa, da radiação incidente, da absorvidade do elementos transparentes, e da velocidade do ar nos dois lados do sistema. Lim et al.[24] sugeriram que sob condições normais um valor entre 0,27 e 0,33 deve ser usado. Entretanto, sob condições de ar parado na superfície externa, este valor pode chegar a 0,5. Petherbridge[23], por outro lado, sugere um valor de 0,3 para sistemas de um só elemento (vidro) sob condições normais. Neste trabalho, será adotado o valor de  $f_{ea} = 0,3$  para sistemas de uma única lâmina e a seguinte equação para sistemas com mais de uma lâmina

$$SHG = \tau_s + 0,5 \cdot \alpha_{s,N} + 0,2 \cdot \alpha_{s,N-1} \quad (3.79)$$

onde  $\alpha_{s,i}$  e  $\alpha_{s,N-1}$  são respectivamente, a energia total absorvida pelas duas placas mais internas.

### 3.11 - Filmes Finos

Para diminuir o ganho de calor solar pode-se utilizar vidros absorventes ou vidros refletivos. Os vidros refletivos têm a vantagem de serem mais efetivos na redução do ganho solar, pois sofrem um menor aquecimento.

Os vidros refletivos são vidros que possuem uma ou mais películas depositadas sobre sua superfície com espessuras inferiores a  $1 \mu\text{m}$ . Quando a película possui um índice de refração maior que o do substrato, há um aumento na reflexão. Entretanto, se o índice for menor, ocorre uma diminuição na reflexão. Assim, películas podem ser combinadas para dar ao conjunto as características desejadas.

As equações apresentadas a seguir são válidas apenas para películas que obedecem à seguinte relação:

$$n_f \cdot d_f > 2,5 \cdot \lambda \quad (3.80)$$

As espessuras de filme,  $d_f$ , consideradas neste trabalho permitiram o estabelecimento da equação anterior tanto para o espectro ultra-violeta como para o infra-vermelho.

### 3.11.1 - Reflexão e Transmissão para Um Filme Fino

Considere um raio solar de comprimento de onda  $\lambda$  incidindo com um ângulo  $\theta_0$  sobre um filme fino dielétrico de espessura  $d_f$  e índice de refração  $n_f$  depositado sobre um substrato também dielétrico e com um índice de refração  $n_s$ , como apresentado na Figura 3.9. O primeiro meio é considerado como sendo ar, com um índice de refração  $n_0 = 1,0$ .

Mathieu[15] fez a análise matemática dos efeitos das múltiplas reflexões que ocorrem dentro do filme que separa dois meios dielétricos, sendo um deles o ar, e obteve as seguintes expressões:

$$\rho = \frac{r_1^2 + 2 \cdot r_1 \cdot r_2 \cdot \cos(2 \cdot \delta_f) + r_2^2}{1 + 2 \cdot r_1 \cdot r_2 \cdot \cos(2 \cdot \delta_f) + r_1^2 \cdot r_2^2} \quad (3.81)$$

$$\tau = \frac{n_s \cdot \cos(\theta_s)}{n_0 \cdot \cos(\theta_0)} \left( \frac{t_1^2 \cdot t_2^2}{1 + 2 \cdot r_1 \cdot r_2 \cdot \cos(2 \cdot \delta_f) + r_1^2 \cdot r_2^2} \right) \quad (3.82)$$

onde os subscritos 1 e 2 referem-se às fronteiras mostradas na Figura 3.9. Os coeficientes  $r$  e  $t$  são dependentes do ângulo de incidência  $\theta_0$ , da componente de polarização e do índice de refração  $n_0$ ,  $n_f$  e  $n_s$ . Adicionalmente,  $\delta_f$  representa a mudança de fase do raio quando este passa através do filme, sendo

dados por

$$\delta_f = \frac{2 \cdot \pi}{\lambda_f} \cdot n_f \cdot d_f \cdot \cos(\theta_f) \quad (3.83)$$

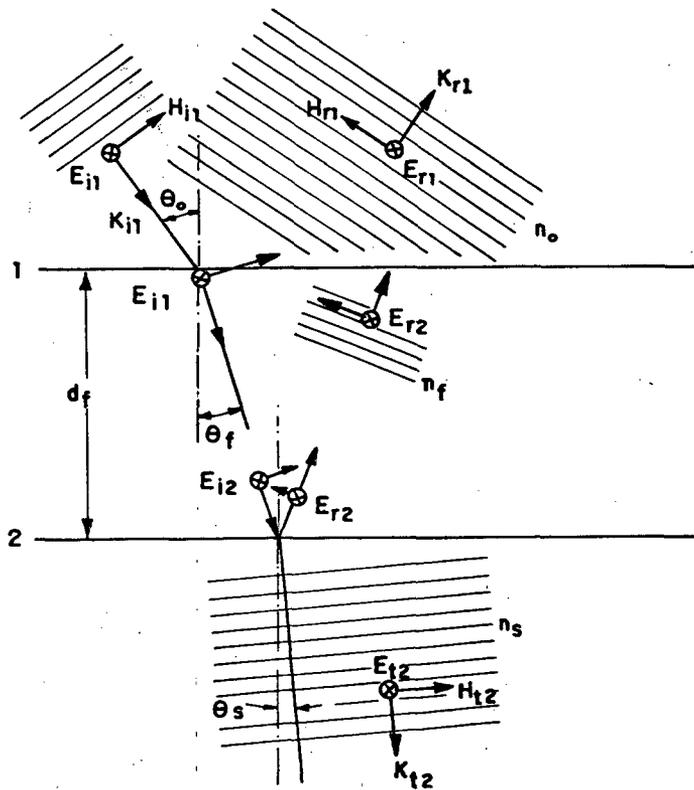


FIGURA 3.9 - Sistema de um filme sobre um substrato

Segundo Mathieu[15] com esta técnica pode-se desenvolver equações semelhantes para um número maior de filmes, com a ressalva de que com a inclusão de mais filmes a solução torna-se mais complexa.

### 3.11.2 - Reflexão e Transmissão para Filmes Finos Múltiplos

De maneira idêntica ao item anterior, considere-se a onda polarizada mostrada na Figura 3.9, incidindo sobre um filme fino dielétrico entre dois meios transparentes semi-infinitos. Na prática isto corresponde a uma camada dielétrica cuja espessura corresponde a uma fração do comprimento

de onda, depositada sobre um vidro. As condições de contorno para este caso são de que as componentes tangenciais do campo elétrico  $E$  e do campo magnético  $H$  sejam contínuas através da interface ou seja, iguais em ambos os lados.

Na interface 1

$$E_1 = E_{i1} + E_{r1} = E_{t1} + E'_{r2} \quad (3.84)$$

$$H_1 = (E_{i1} - E_{r1}) \cdot n_0 \cdot \cos(\theta_0) = (E_{t1} - E'_{r2}) \cdot n_f \cdot \cos(\theta_f) \quad (3.85)$$

Convém ressaltar que  $E$  e  $H$  para materiais dielétricos não-magnéticos são relacionados pelo índice de refração na seguinte forma

$$E = \frac{n}{\mu_0 \cdot c} \cdot H \quad (3.86)$$

Na interface 2

$$E_2 = E_{i2} + E_{r2} = E_{t2} \quad (3.87)$$

$$H_2 = (E_{i2} - E_{r2}) \cdot n_f \cdot \cos(\theta_f) = E_{t2} \cdot n_s \cdot \cos(\theta_s) \quad (3.88)$$

De acordo com a equação (3.83) uma onda que passa através do filme sofre uma mudança de fase  $\delta_f$ , tal que

$$E_{i2} = E_{t1} \cdot e^{-i\delta_f} \quad (3.89)$$

$$E_{r2} = E'_{r2} \cdot e^{i\delta_f} \quad (3.90)$$

As equações (3.87) e (3.88) podem agora ser reescritas na forma:

$$E_2 = E_{t1} \cdot e^{-i\delta_f} + E'_{r2} \cdot e^{i\delta_f} \quad (3.91)$$

$$H_2 = (E_{t1} \cdot e^{-i\delta_f} - E'_{r2} \cdot e^{i\delta_f}) \cdot n_f \cdot \cos(\theta_f) \quad (3.92)$$

As duas equações anteriores podem ser solucionadas para  $E_{t1}$  e  $E'_{r2}$ , as quais quando substituídas nas equações (3.84) e (3.85) fornecem

$$E_1 = E_2 \cdot \cos(\theta_f) + \frac{i \operatorname{sen}(\delta_f)}{n_f \cdot \cos(\theta_f)} \cdot H_2 \quad (3.93)$$

$$H_1 = i \operatorname{sen}(\delta_f) \cdot n_f \cdot \cos(\theta_f) \cdot E_2 + H_2 \cdot \cos(\delta_f) \quad (3.94)$$

Em notação matricial as relações acima tornam-se

$$\begin{bmatrix} E_1 \\ H_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\delta_f) & \frac{i \operatorname{sen}(\delta_f)}{n_f \cdot \cos(\theta_f)} \\ i \operatorname{sen}(\delta_f) \cdot n_f \cdot \cos(\theta_f) & \cos(\delta_f) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_2 \\ H_2 \end{bmatrix} = M_1 \cdot \begin{bmatrix} E_2 \\ H_2 \end{bmatrix} \quad (3.95)$$

A matriz característica  $M_1$  relaciona os campos nas duas interfaces adjacentes. Portanto, se dois filmes são depositados no vidro, tem-se três interfaces e então:

$$\begin{bmatrix} E_2 \\ H_2 \end{bmatrix} = M_2 \cdot \begin{bmatrix} E_3 \\ H_3 \end{bmatrix} \quad (3.96)$$

Multiplicando ambos os lados da equação anterior por  $M_1$ , obtém-se:

$$\begin{bmatrix} E_1 \\ H_1 \end{bmatrix} = M_1 \cdot M_2 \cdot \begin{bmatrix} E_3 \\ H_3 \end{bmatrix} \quad (3.97)$$

Para um número  $N$  de camadas, cada uma com seu valor de  $n_f$  e  $d_f$ , a primeira e a última interface são relacionadas por

$$\begin{bmatrix} E_1 \\ H_1 \end{bmatrix} = M_1 \cdot M_2 \cdot \dots \cdot M_N \cdot \begin{bmatrix} E_{N+1} \\ H_{N+1} \end{bmatrix} \quad (3.98)$$

A matriz característica do sistema é o resultado do produto das matrizes individuais, isto é

$$M = M_1 \cdot M_2 \cdot \dots \cdot M_N = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} \quad (3.99)$$

Pode-se agora encontrar expressões para os coeficientes de reflexão e transmissão da amplitude. Reformulando a equação (3.95) em termos das condições de contorno (equações 3.84, 3.85, 3.87 e 3.88) tem-se

$$\begin{bmatrix} E_{i1} + E_{r1} \\ (E_{i1} - E_{r1}) \cdot n_0 \cdot \cos(\theta_0) \end{bmatrix} = M_1 \cdot \begin{bmatrix} E_{t2} \\ E_{t2} \cdot n_s \cdot \cos(\theta_s) \end{bmatrix} \quad (3.100)$$

Expandindo as matrizes tem-se

$$1 + r = m_{11} \cdot t + m_{12} \cdot n_s \cdot \cos(\theta_s) \quad (3.101)$$

$$(1 - r) \cdot n_0 \cdot \cos(\theta_0) = m_{21} \cdot t + m_{22} \cdot n_s \cdot \cos(\theta_s) \cdot t \quad (3.102)$$

lembrando que  $r = E_{r1}/E_{i1}$  e  $t = E_{t2}/E_{i1}$ , conseqüentemente

$$r = \frac{a \cdot m_{11} + b \cdot m_{12} - c \cdot m_{21} - m_{22}}{a \cdot m_{11} + b \cdot m_{12} + c \cdot m_{21} + m_{22}} \quad (3.103)$$

$$t = \frac{2 \cdot d}{a \cdot m_{11} + b \cdot m_{12} + c \cdot m_{21} + m_{22}} \quad (3.104)$$

onde os valores de a, b, c e d são dados na Tabela 3.2 para o ângulo de incidência normal e não-normal, e para as componentes paralela e perpendicular ao plano de incidência.

A transmissividade e a refletividade do conjunto de filmes finos podem ser calculadas pelas equações:

$$\rho = |r|^2 \quad (3.105)$$

$$\tau = \frac{n_s \cdot \cos(\theta_s)}{n_0 \cdot \cos(\theta_0)} \cdot |t|^2 \quad (3.106)$$

Para encontrar r ou t para qualquer configuração de filmes finos, precisa-se somente computar a matriz característica para cada filme, multiplicá-las e então substituir os elementos da matriz resultante nas equações acima.

O Apêndice D mostra o método pelo qual esta técnica pode ser implementada para incluir filmes condutores isto é, filmes finos metálicos, os quais são altamente absorventes.

TABELA 3.2 - Coeficientes das equações (3.103) e (3.104) para as componentes paralela e perpendicular da onda incidente

coef.	Perpendicular	Paralela
a	$\frac{n_o \cdot \cos(\theta_o)}{n_s \cdot \cos(\theta_s)}$	$\frac{n_o \cdot \cos(\theta_s)}{n_s \cdot \cos(\theta_o)}$
b	$n_o \cdot \cos(\theta_o)$	$\frac{n_o}{\cos(\theta_o)}$
c	$\frac{1}{n_s \cdot \cos(\theta_s)}$	$\frac{\cos(\theta_s)}{n_s}$
d	$\frac{n_o \cdot \cos(\theta_o)}{n_s \cdot \cos(\theta_s)}$	$\frac{n_o}{n_s}$
$m_{11}$	$\cos(\delta_f)$	$\cos(\delta_f)$
$m_{12}$	$\frac{i \text{sen}(\delta_f)}{n_f \cdot \cos(\theta_f)}$	$i \text{sen}(\delta_f) \cdot \frac{\cos(\theta_f)}{n_f}$
$m_{21}$	$i \text{sen}(\delta_f) \cdot n_f \cdot \cos(\theta_f)$	$i \text{sen}(\delta_f) \cdot \frac{n_f}{\cos(\theta_f)}$
$m_{22}$	$\cos(\delta_f)$	$\cos(\delta_f)$

### 3.12 - Combinação de Filmes Finos e Substrato

A Figura 3.10 mostra um elemento de um sistema transparente, o qual possui um ou mais filmes finos condutores depositados sobre suas superfícies, sob a ação de um raio solar incidente. As equações (3.107) a (3.112) são o resultado dos somatórios das progressões geométricas das propriedades do sistema apresentado na Figura 3.10.

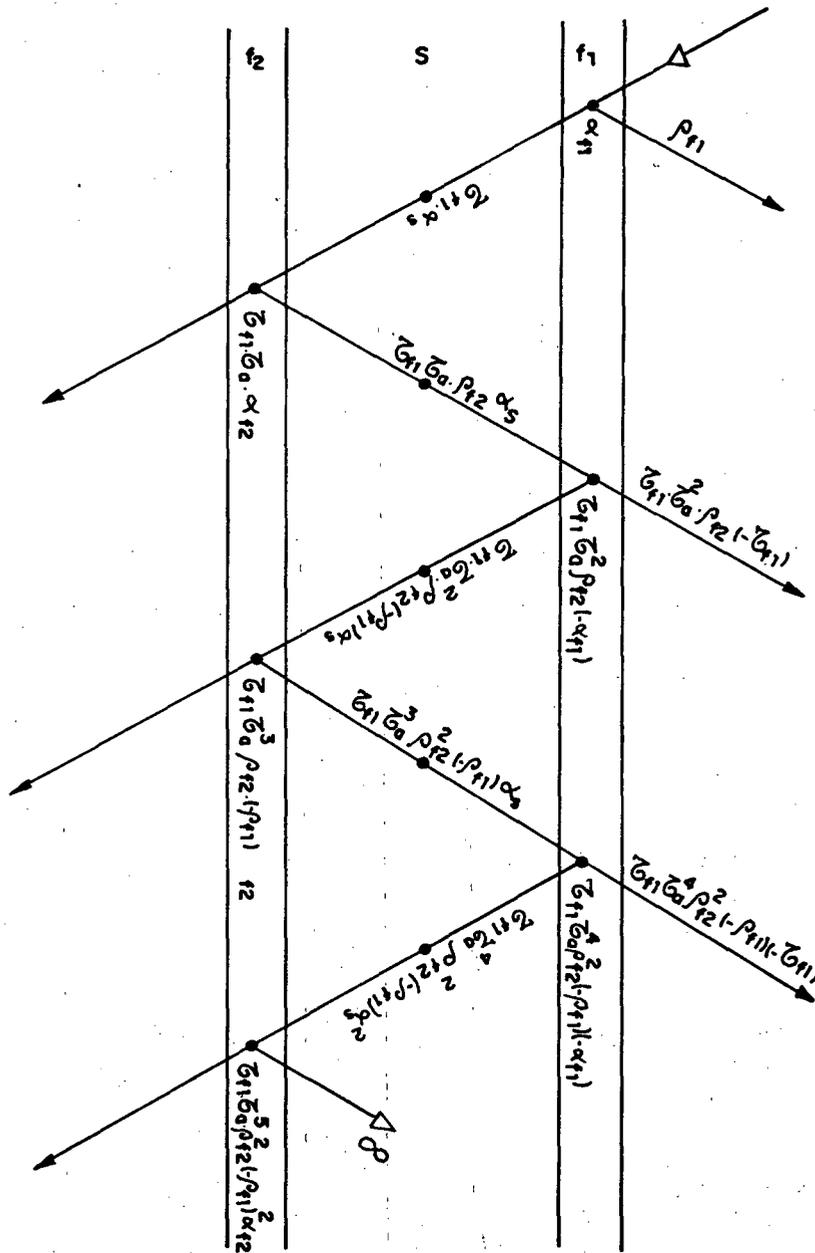


FIGURA 3.10- Elemento transparente com filmes finos depositados sobre suas superfícies

$$\rho_e = \rho_{f1} + \tau_{f1} \cdot (-\tau_{f1}) \cdot \tau_a^2 \cdot \rho_{f2} / [1 - \tau_a^2 \cdot \rho_{f2} \cdot (-\rho_{f1})] \quad (3.107)$$

$$\alpha_{f1} = \alpha_{f1} + \tau_{f1} \cdot \tau_a^2 \cdot \rho_{f2} \cdot (-\alpha_{f1}) / [1 - \tau_a^2 \cdot \rho_{f2} \cdot (-\rho_{f1})] \quad (3.108)$$

$$\alpha_s = \tau_{f1} \cdot (1 - \tau_a) \cdot (1 + \tau_a \cdot \rho_{f2}) / [1 - \tau_a^2 \cdot \rho_{f2} \cdot (-\rho_{f1})] \quad (3.109)$$

$$\alpha_{f2} = \tau_{f1} \cdot \tau_a \cdot \alpha_{f2} / [1 - \tau_a^2 \cdot \rho_{f2} \cdot (-\rho_{f1})] \quad (3.110)$$

$$\alpha_e = \alpha_{f1} + \alpha_s + \alpha_{f2} \quad (3.111)$$

$$\tau_e = \tau_{f1} \cdot \tau_{f2} \cdot \tau_a / [1 - \tau_a^2 \cdot \rho_{f2} \cdot (-\rho_{f1})] \quad (3.112)$$

O sinal negativo nas propriedades não quer dizer que elas tenham valor negativo mas, que a propriedade é calculada com o raio no sentido inverso.

As camadas de filmes podem ser aplicadas de três formas distintas:

- 1<sup>a</sup> - mais de um filme em ambos os lados do substrato: situação da Figura 3.10;
- 2<sup>a</sup> - mais de um filme no lado interno e nenhum no lado externo: neste caso faz-se  $\tau_{f1} = 1 - \rho_1$ ,  $\alpha_{f1} = 0$  e  $\rho_{f1} = \rho_1$ ;
- 3<sup>a</sup> - mais de um filme no lado externo e nenhum no lado interno: neste caso faz-se  $\tau_{f2} = 1 - \rho_2$ ,  $\alpha_{f2} = 0$  e  $\rho_{f2} = \rho_2$ .

No caso de não existirem filmes em nenhum dos lados, as equações se reduzem às equações (3.62) a (3.64), apresentadas no item 3.8. O esquema apresentado presuppõe materiais condutores. Para materiais dielétricos a absorvidade do conjunto de filmes é nula ( $\alpha_{f1} = \alpha_{f2} = 0$ ). Logo,

$$\rho_e = \rho_{f1} + \tau_{f1} \cdot (-\tau_{f1}) \cdot \tau_a^2 \cdot \rho_{f2} / [1 - \tau_a^2 \cdot \rho_{f2} \cdot (-\rho_{f1})] \quad (3.113)$$

$$\alpha_e = 1 - (\tau_e + \rho_e) \quad (3.114)$$

$$\tau_e = \tau_{f1} \cdot \tau_{f2} \cdot \tau_a / [1 - \tau_a^2 \cdot \rho_{f2} \cdot (-\rho_{f1})] \quad (3.115)$$

### 3.8 - Métodos de Cálculo

Para a determinação das propriedades de sistemas em consideração desenvolveu-se um programa computacional, que pode tanto empregar um procedimento simplificado como detalhado. O procedimento simplificado é utilizado para sistemas com, no máximo, dois elementos podendo estes serem de vidro comum ou absorvente. Os dados de entrada requeridos são o índice de refração e, no caso de vidros comuns, a transmissividade à radiação solar é também requerida. Para vidros absorventes necessita-se ainda da

transmissividade à radiação solar visível. O procedimento detalhado utiliza o sistema de bandas, sendo aplicável para lâminas com filmes finos ou quando necessita-se de maior precisão. O usuário fornece os intervalos das bandas, o índice de refração e a absorção para cada intervalo dado. Este método permite ainda o tratamento de um número qualquer de elementos.

### 3.9 - Potencialidades do Modelo

A seguir são apresentados alguns exemplos com a finalidade de demonstrar as potencialidades do modelo desenvolvido. Os resultados obtidos são comparados com dados de fabricantes e também com outros modelos existentes.

#### 3.9.1 - Sistema de Dois Vidros Claros

O sistema analisado compõe-se de dois vidros comuns claros, com índices de refração igual a 1,52. Foi utilizado o método detalhado mas com uma banda única de 0,3 a 5,0 $\mu$ m. O elemento externo possui uma espessura de 6mm e um coeficiente de absorção de 0,25. O vidro interno possui espessura de 5mm e tem um coeficiente de absorção igual a 0,1. Os resultados aqui obtidos são praticamente idênticos ( até a terceira casa decimal) aos obtidos por Mitalas e Stephenson (ver McLean [17]).

#### 3.9.2 - Sistema de Dois Vidros (Absorvente/Claro)

Neste sistema tem-se dois vidros sendo o externo verde (absorvente) e o interno claro. Os índices de refração e espessura são respectivamente 1,52 e 6mm para os elementos.

Em muitos casos os únicos dados fornecidos pelo fabricante do vidro são a transmissividade solar e a transmissividade da luz ambas na incidência normal. Como discutido anteriormente, é possível determinar, a partir destes dados, as propriedades óticas de vidros comuns e absorventes. Os valores das transmissividades aqui utilizadas estão reproduzidas no Apêndice E. Usando os dados de Pilkingtons (ver McLean[17]), para o sistema descrito, faz-se a comparação com os resultados aqui obtidos, o que é mostrado na Tabela

3.3. Pode-se observar que a discrepância entre os resultados é mínima. Para outros ângulos, os resultados do programa são apresentados na Figura 3.11.

TABELA 3.3 - Comparação entre os dados da Companhia Pilkingtons com os valores obtidos no presente trabalho para um sistema composto por um vidro absorvente e um claro (incidência normal)

Propriedades	Pilkingtons[16]	Presente Trabalho
Transm. Solar	0,3600	0,3604
Refletividade	0,0600	0,0763
Absortividade	0,5800	0,5633
SHG	0,4900	0,4938

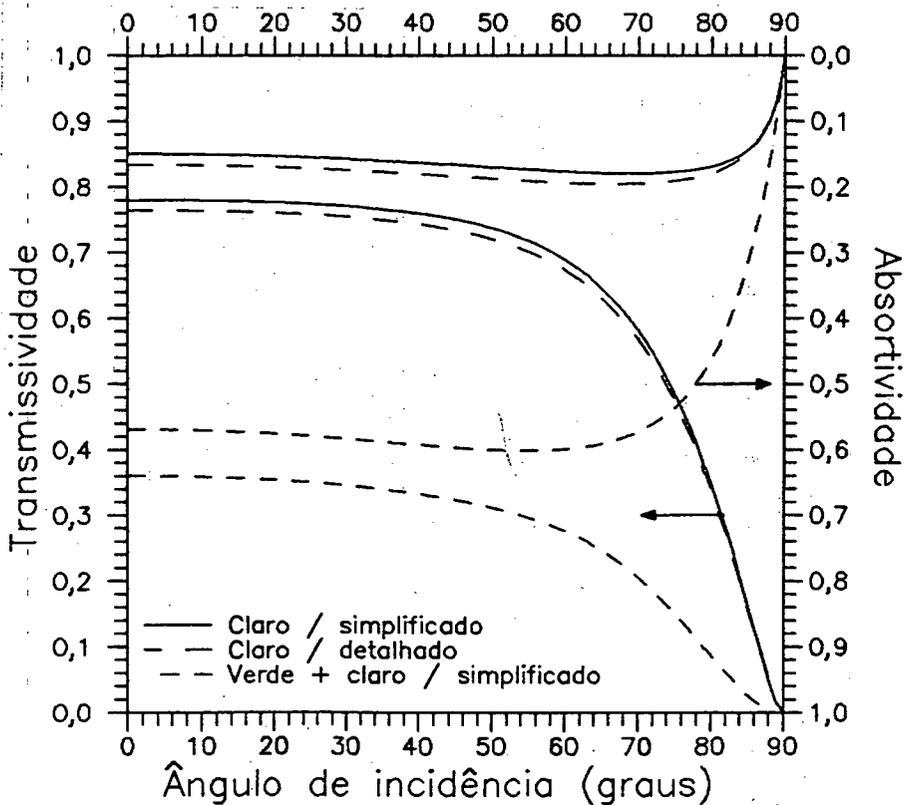


FIGURA 3.11- Comparação dos métodos detalhado e simplificado e resultados para o sistema de vidro absorvente e claro

Comparações realizadas com sistema de um único elemento, claro ou absorvente, são bastante boas, como pode-se observar na Tabela 3.4. O vidro considerado é claro e comum com espessura de 6mm e com transmissividade solar de 0,78 e índice de refração igual a 1,52.

TABELA 3.4 - Comparação entre os dados da Companhia Pilkingtons[17] com os valores obtidos no presente trabalho para um vidro claro comum

Propriedade	Pilkingtons	Presente Trabalho
Transm. Solar	0,7800	-----
Refletividade	0,0700	0,0708
Absortividade	0,1500	0,1492
SHG	0,8300	0,8248

### 3.9.3 - Análise Monocromática e de Bandas Múltiplas

Da transmissividade espectral de um vidro claro comum de 6mm, mostrada na Figura 3.12, estabeleceram-se oito bandas monocromáticas e suas respectivas transmissividades médias, possibilitando assim a determinação dos coeficientes de absorção apresentados na Tabela 3.5.

TABELA 3.5 - Transmissividade e coeficiente de absorção para as oito bandas selecionadas da Figura 3.12

Banda ( $\mu\text{m}$ )	Transmissividade (%)	Coef. Absorção
0,3 - 0,4	83,0	0,168699
0,4 - 0,6	86,5	0,099206
0,6 - 0,8	80,0	0,229675
0,8 - 1,0	68,0	0,500000
1,0 - 1,2	65,0	0,574560
1,2 - 1,5	69,0	0,475204
1,5 - 1,7	76,0	0,314103
1,7 - 5,0	79,0	0,250000

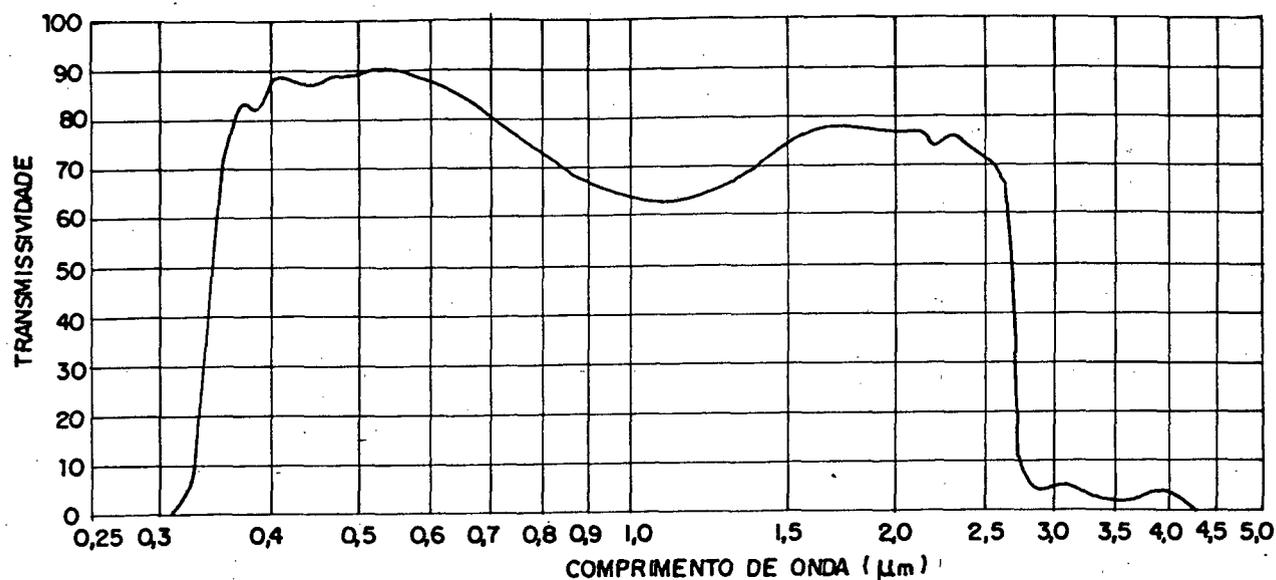


FIGURA 3.12- Transmissão espectral de vidro comum claro de 6mm

Da Figura 3.11 e da Tabela 3.4, verifica-se que no presente caso, as análises detalhada e simplificada produzem resultados bastante semelhantes. A diferença de 1,5% deve-se ao processo visual de identificação dos valores de transmissividade média a partir de gráficos fornecidos pelos fabricantes.

### 3.10 - Resultados e Discussão

A Figura 3.13 mostra a variação das propriedades óticas de um sistema, em função do número de lâminas de vidros empregadas. Todas as lâminas são de vidro comum, de espessura igual a 6mm. Verifica-se que quanto maior o número de lâminas, maior a refletividade e a absortividade. Pode também ser observado que com a redução do número de lâminas, o efeito do ângulo de incidência sobre a absortividade é reduzido. Um efeito contrário é observado para a transmissividade.

A Figura 3.14 apresenta uma comparação entre vários tipos de vidros. O vidro refletivo é constituído por uma lâmina de vidro comum de 6mm, com uma película de dióxido de titânio ( $TiO_2$ ) com índice de refração igual a 2,4, depositado no seu lado externo. O vidro anti-refletivo é semelhante com a diferença que o material depositado é fluoreto de magnésio ( $MgF_2$ ) que possui um índice de refração de 1,38. O índice de refração do vidro é 1,52.

Comparando o vidro comum com o refletivo, verifica-se que ocorre uma diminuição na transmissividade e na absorção com o conseqüente aumento da refletividade. Em comparação com o vidro anti-refletivo ocorre o oposto ou seja, tem-se um aumento da transmissividade e da absorptividade em detrimento da refletividade que diminui.

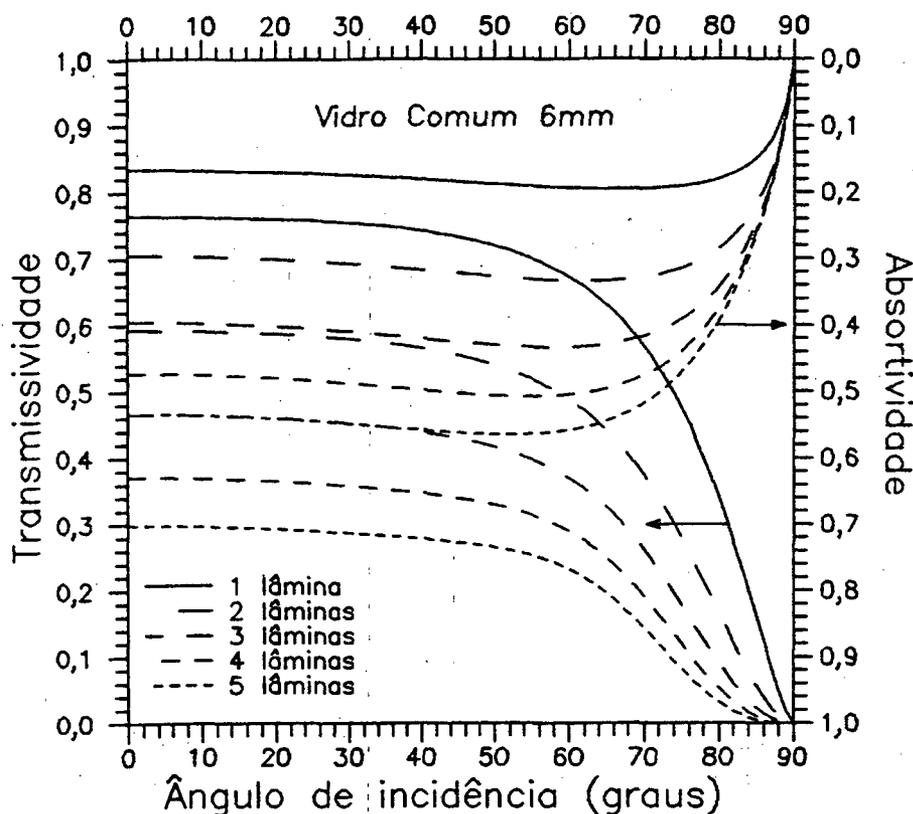


FIGURA 3.13- Sistemas com vários elementos e tipos iguais de lâminas

As Figuras 3.15 e 3.16, mostram a radiação solar incidente, e o ganho de calor solar para vários tipos de materiais transparentes, respectivamente para os dias 21 de janeiro e 21 de julho, na cidade de Florianópolis(S.C.). Conforme pode ser observado, nesta orientação específica, o ganho de calor solar, para qualquer tipo de material transparente é superior no inverno. Este fato pode ser explicado pela variação do ângulo de incidência dos raios solares, o qual influencia significativamente as propriedades óticas dos materiais. Verifica-se ainda, em ambas as figuras, que a utilização de uma película refletiva diminui o ganho de calor solar ao contrário do anti-refletivo que aumenta o ganho de calor solar. O vidro absorvente fornece os menores valores de ganho de calor solar dos elementos analisados.

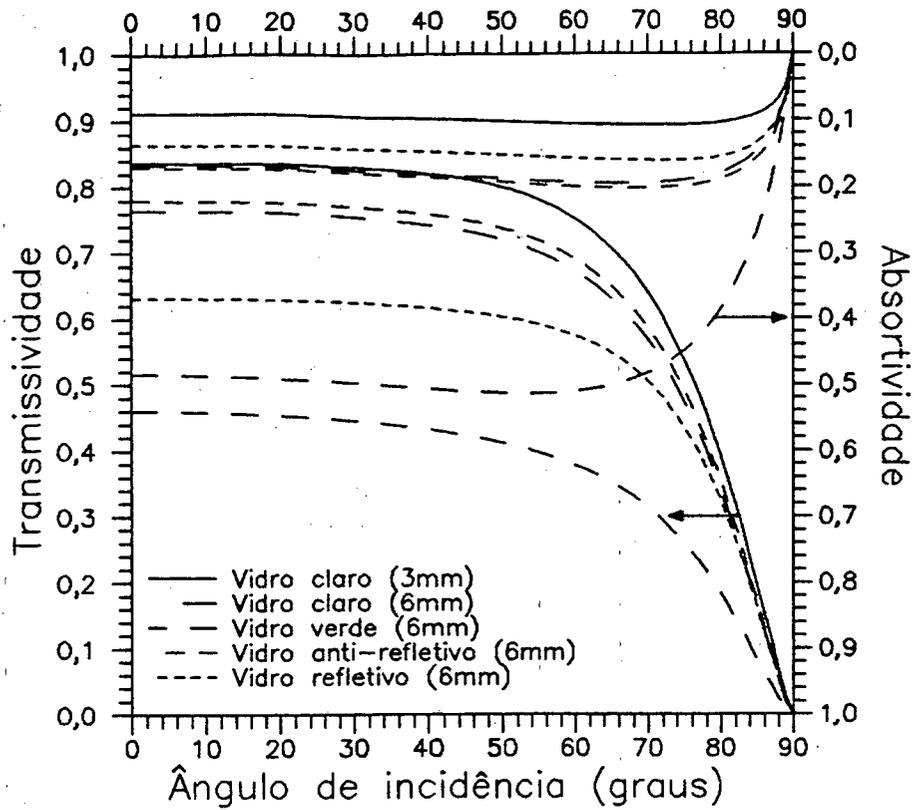


FIGURA 3.14- Sistemas com um elemento e vários tipos de lâminas

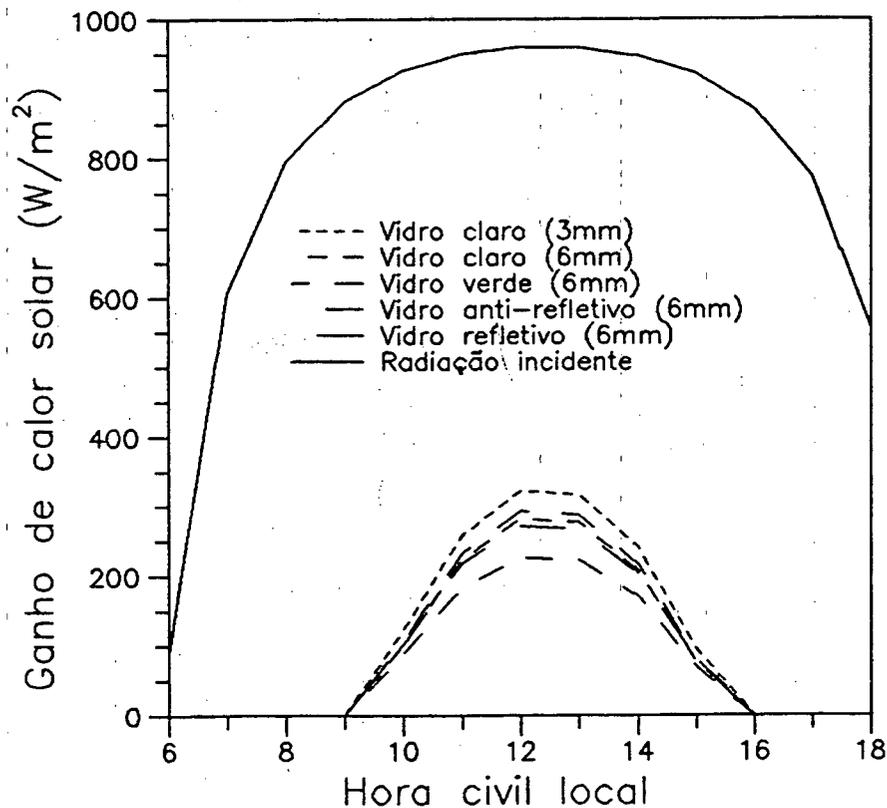


FIGURA 3.15- Ganho de calor solar para orientação norte no verão

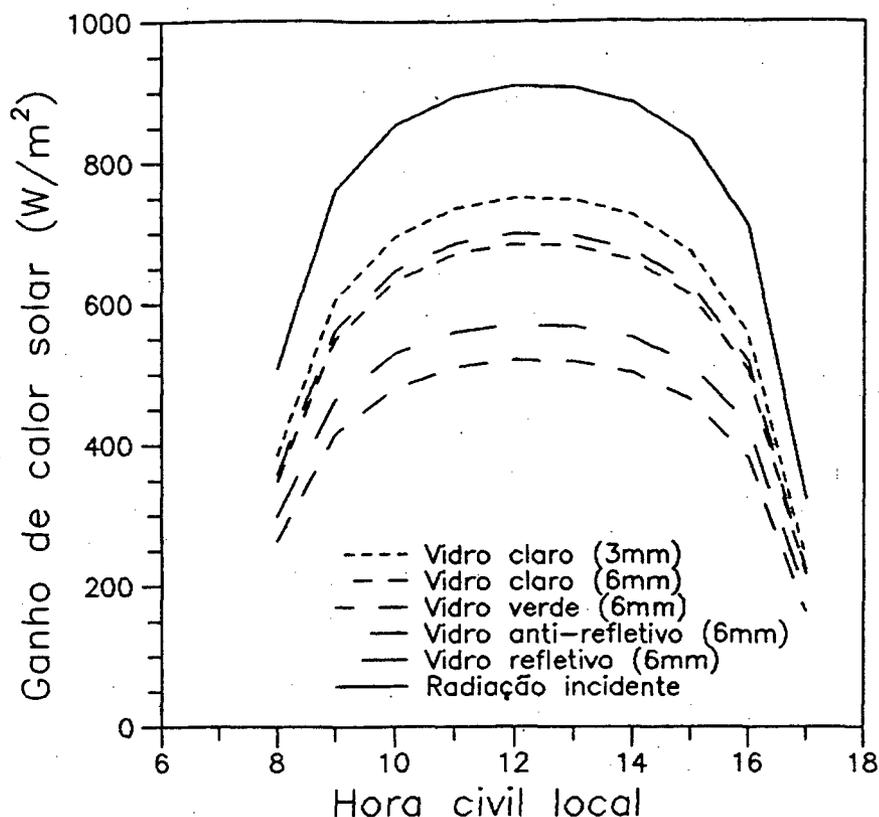


FIGURA 3.16- Ganho de calor solar para orientação norte no inverno

### 3.10 - Conclusão

O presente trabalho apresenta uma metodologia, rápida e confiável, para a determinação das propriedades óticas de materiais transparentes.

São consideradas quaisquer combinações de lâminas com a possibilidade de se combinar também os efeitos de filmes finos, do tipo refletivo e anti-refletivo.

A estrutura computacional desenvolvida permite a determinação das propriedades em base horária, levando assim em consideração o efeito de variação do ângulo de incidência dos raios solares. O programa pode ser incorporado a qualquer programa de simulação dinâmica de edificações, permitindo assim uma avaliação adequada das propriedades óticas dos materiais transparentes.

---

## 4 - MODELAÇÃO MATEMÁTICA DE ÁREAS SOMBREADAS EM EDIFICAÇÕES

---

### 4.1 - Introdução

Uma das maiores parcelas da carga térmica, em uma edificação, provém da radiação solar incidente. Para melhorar a avaliação deste ganho de calor e assim permitir o projeto de um sistema de condicionamento de ar menos conservativo e portanto mais barato, deve-se conhecer de que forma as edificações estão sendo sombreadas.

No capítulo anterior foi feita uma breve introdução sobre o ganho de calor solar através de superfícies transparentes. Para superfícies opacas o assunto é amplamente discutido na literatura como por exemplo no ASHRAE Handbook[3] e Clarke[26].

A maneira mais eficaz de se controlar o ganho de calor solar é atuar sobre os raios solares antes de sua incidência sobre as superfícies das edificações. Com este propósito é que existem os elementos de sombreamento, que são normalmente colocados para atuar sobre as superfícies transparentes. Porém, algumas vezes, o sombreamento é provocado de maneira involuntária por edificações adjacentes, ou mesmo por detalhes estruturais e arquitetônicos da edificação. Em todos os casos mencionados é necessário que se conheça a área sombreada das superfícies consideradas. Deve ser lembrado que tal fenômeno é dinâmico e obedece ao movimento de rotação e translação terrestre. A influência da movimentação da Terra na radiação solar incidente foi discutida no capítulo 2.

Na literatura[3,27,28,29,30] existem vários artigos tratando da determinação do sombreamento provocado por elementos externos de sombreamento, como os mostrados na Figura 4.1. Existe porém, uma limitação clara neste tipo de procedimento pois cada elemento diferente requer um algoritmo distinto para a sua análise. Tais elementos, geralmente, devem possuir formas geométricas simples como as apresentadas por El-Refale[27], Sun[28] e pela ASHRAE[3].

Groth e Lockmanhekin[31] apresentaram um modelo para a determinação do sombreamento mediante a representação de todas as formas arquitetônicas em uma série de polígonos planos. Por meio de transformação de coordenadas e projeção das sombras faz-se a redução do problema tridimensional para o plano da superfície da edificação em que se deseja calcular o sombreamento. Por meio

da aplicação de elementos discretos na superfície desejada, o problema é então solucionado verificando-se quais elementos possuem seus pontos centrais sombreado.

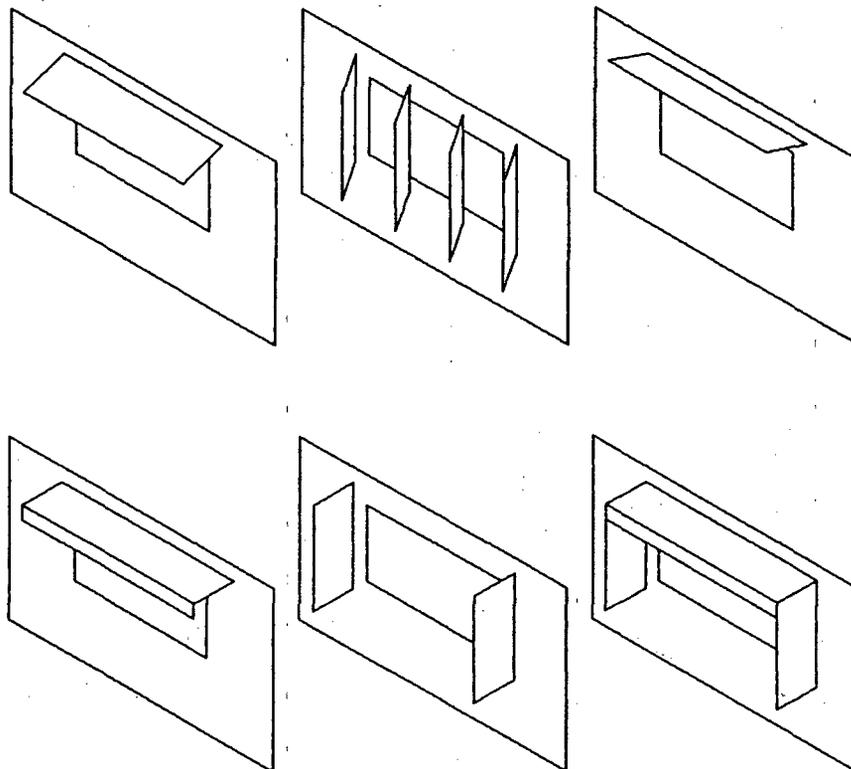


FIGURA 4.1 - Modelos de "Brise" calculados por alguns algoritmos

O trabalho aqui apresentado é baseado no trabalho de Clarke[26] adotando o sistema de coordenadas homogêneas[32], mas em vez do sistema de grades utilizado por Groth e Lockmanhekin[31], será adotada uma técnica de composição real das sombras. Tal técnica permite uma grande versatilidade e precisão no tratamento de sombras para qualquer forma e número de elementos de sombreado considerados.

#### 4.2 - Considerações Geométricas

Nos itens que se seguem será necessária a realização de operações elementares sobre uma determinada estrutura de dados geométricos (edificações e obstruções) para se obterem a área e ângulos do vetor normal de polígonos,

além de alguns outros dados que sejam necessários em uma utilização posterior, tal como o volume contido por conjuntos de polígonos.

Muitas operações geométricas são discutidas detalhadamente na literatura[33] e também, de uma forma menos detalhada, por Clarke[26].

Considere a casa apresentada na Figura 4.2 constituída por 7 superfícies planas. Uma técnica de representação geométrica conveniente é especificar as coordenadas de cada vértice em relação a um sistema de coordenadas cartesiano arbitrariamente escolhido. A forma do corpo é descrita por meio da ordenação dos vértices para cada polígono. Assim, no exemplo dado, cada vértice é especificado como um ponto  $(x_i, y_i, z_i)$  e a forma é especificada do modo mostrado na Tabela 4.1.

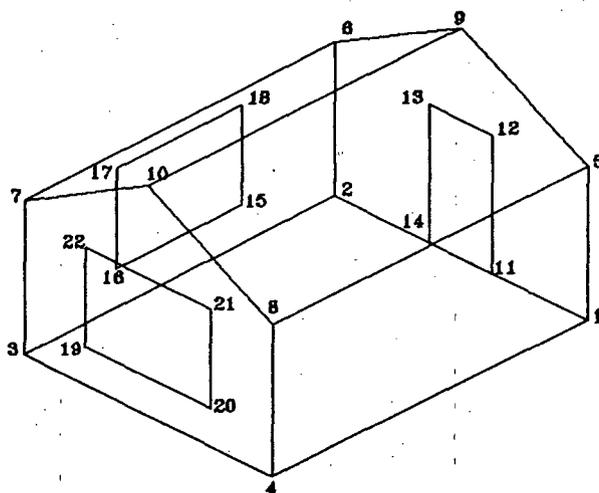


FIGURA 4.2 - Forma utilizada como exemplo

A convenção adotada consiste em ordenar os vértices em sentido anti-horário do ponto de vista de quem está situado fora da edificação. Qualquer polígono interno, como por exemplo uma janela, é especificado com os vértices ordenados no sentido horário.

Algumas operações básicas podem agora ser realizadas sobre os dados organizados, os quais permitem a determinação direta da área de qualquer polígono plano, dos ângulos que definem a posição do vetor normal à superfície e do volume do corpo.

TABELA 4.1 - Dados que descrevem a forma da casa representada na Figura 4.2

Parede	Polígono	Nº de Vértices	Sequência dos Vértices
1	1	5	1,2,6,9,5
1	2	4	11,12,13,14
2	1	4	2,3,7,6
2	2	4	15,18,17,16
3	1	5	3,4,8,10,7
3	2	4	19,22,21,20
4	1	4	4,1,5,8
5	1	4	8,5,9,10
6	1	4	6,7,10,9
7	1	4	1,4,3,2

Para qualquer polígono plano,  $p$ , considere o seguinte somatório aplicado aos seus vértices:

$$\text{SumXp} = \sum_{i=1}^{Nv} (y_i \cdot z_j - z_i \cdot y_j) \quad (4.1)$$

$$\text{SumYp} = \sum_{i=1}^{Nv} (z_i \cdot x_j - x_i \cdot z_j) \quad (4.2)$$

$$\text{SumZp} = \sum_{i=1}^{Nv} (x_i \cdot y_j - y_i \cdot x_j) \quad (4.3)$$

onde

$$j = i + 1 \quad \text{para } i \neq Nv \quad (4.4)$$

$$j = 1 \quad \text{para } i = Nv \quad (4.5)$$

e  $Nv$  é o número total de vértices no polígono.  $x$ ,  $y$  e  $z$  são as coordenadas correspondentes. A área do polígono é então determinada por

$$A_p = 0,5 \cdot (\text{SumXp}^2 + \text{SumYp}^2 + \text{SumZp}^2)^{1/2} \quad (4.6)$$

Se os vértices são ordenados no sentido anti-horário (quando o polígono é

visto de fora) então a área é positiva. Como a ordenação no sentido horário produz áreas negativas, a soma algébrica fornece a área líquida dos polígonos.

Usualmente define-se a orientação de um polígono pelo azimute,  $\gamma$ , e pela elevação,  $B$ , como mostrado na Figura 4.3. Neste trabalho o azimute é definido como o ângulo entre o eixo Y do sistema de coordenadas (no presente trabalho representando a direção norte) e a projeção do vetor normal do polígono sobre o plano XY (no presente trabalho representando o plano horizontal) de acordo com a convenção adotada no capítulo 2 para os ângulos solares. A elevação do plano é definida como o ângulo entre a normal e a projeção desta normal em um plano paralelo ao plano XY. Adotando esta convenção tem-se:

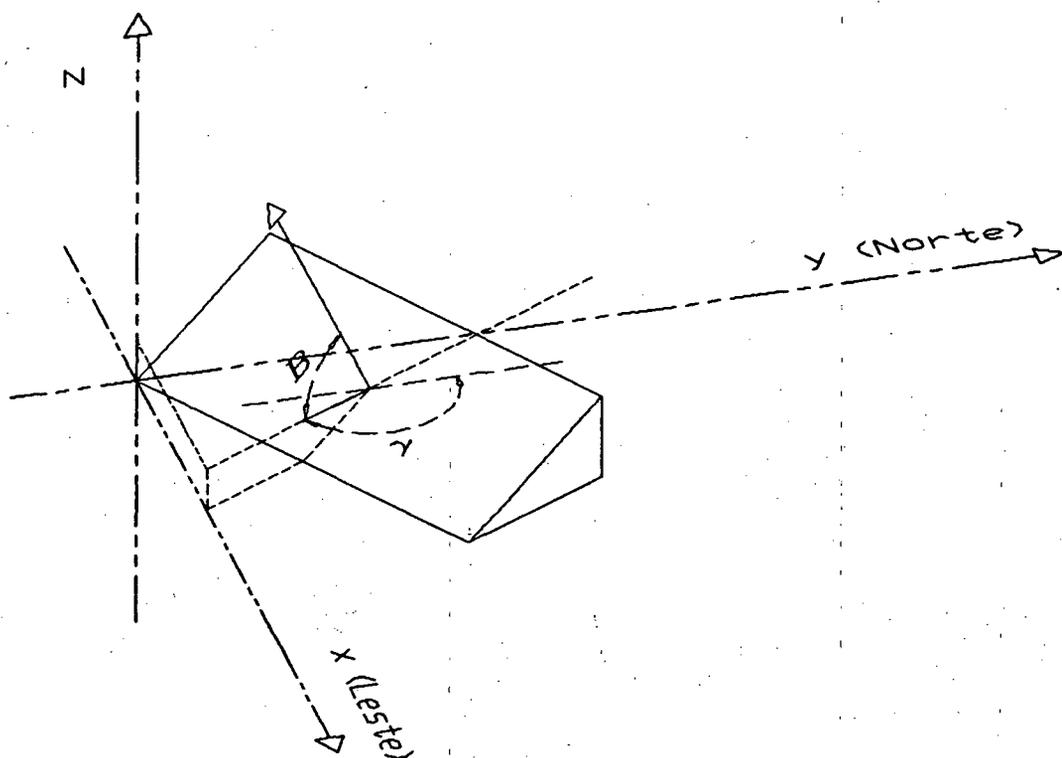


FIGURA 4.3 - Definição dos ângulos do vetor normal à superfície

$$\gamma = - \arctg(\text{SumXp}/\text{SumYp}) \quad (4.7)$$

onde, para  $\text{SumYp} = 0$

$$\gamma = 90^\circ \text{ para } \text{SumXp} < 0 \quad (4.8)$$

$$\gamma = 0^\circ \text{ para } \text{SumXp} = 0 \quad (4.9)$$

$$\gamma = -90^\circ \text{ para } \text{SumXp} > 0 \quad (4.10)$$

e, para  $\text{SumYp} < 0$

$$\gamma = \gamma - 180 \text{ para } \text{SumXp} > 0 \quad (4.11)$$

$$\gamma = 180 - \gamma \text{ para } \text{SumXp} < 0 \quad (4.12)$$

$$\gamma = 180 \text{ para } \text{SumXp} = 0 \quad (4.13)$$

e para a elevação

$$B = \arctg[\text{SumZp}/(\text{SumXp}^2 + \text{SumYp}^2)^{1/2}] \quad (4.14)$$

onde, para  $\text{SumXp}^2 + \text{SumYp}^2 = 0$ , temos que:

$$B = -90^\circ \text{ para } \text{SumZp} < 0 \quad (4.15)$$

$$B = 0^\circ \text{ para } \text{SumZp} = 0 \quad (4.16)$$

$$B = 90^\circ \text{ para } \text{SumZp} > 0 \quad (4.17)$$

Deve-se notar que de acordo com a Figura 2.9, tem-se:

$$\beta = 90 - B \quad (4.18)$$

onde  $\beta$  é o ângulo de inclinação da superfície.

#### 4.3 - Transformação de Coordenadas

O método utilizado neste trabalho consiste na movimentação do sistema de coordenadas para a superfície em análise, mediante o alinhamento do eixo X (por meio de rotação e translação) com a primeira aresta considerada. Os vértices das obstruções são então expressos em função deste novo sistema de coordenadas e, em seguida, procede-se a projeção destes vértices sobre o plano da superfície, numa direção paralela aos raios solares incidentes.

As relações que permitem a mudança de coordenadas e a projeção dos vértices são apresentadas a seguir (Clarke[26]):

### 4.3.1 - Translação

Consiste no deslocamento da origem do sistema de coordenadas XYZ para o primeiro vértice considerado da superfície, obtendo-se assim o novo sistema de coordenadas X'Y'Z' como demonstrado na Figura 4.4. Expressando esta operação matematicamente, tem-se:

$$(x' \ y' \ z') = (x \ y \ z) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ x_0 & y_0 & z_0 \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

onde  $x_0$ ,  $y_0$  e  $z_0$  é a origem do novo sistema de coordenadas, referenciada ao sistema de coordenadas original.

### 4.3.2 - Rotação

Consiste na rotação do sistema de coordenadas X'Y'Z' em função dos ângulos  $\gamma'$ ,  $\beta'$  e  $\zeta'$  definidos de tal forma que o eixo X' coincida com a primeira aresta considerada da superfície, obtendo-se assim um novo sistema de coordenadas X''Y''Z'' (ver Figura 4.4) cujo eixo Y'' está em sentido contrário ao dos raios solares incidindo sobre a superfície e o plano X''Z'' sobre a superfície considerada. Estas três rotações de eixos resultam em um sistema de coordenadas local permitindo assim a manipulação de polígonos bidimensionais como as sombras estabelecidas pela projeção das obstruções. Portanto qualquer ponto  $(x', y', z')$  transforma-se no ponto  $(x'', y'', z'')$  de acordo com as seguintes equações matriciais:

$$(x'' \ y'' \ z'') = (x' \ y' \ z') \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\beta') & \sin(\beta') \\ 0 & \sin(\beta') & \cos(\beta') \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\zeta') & 0 & \sin(\zeta') \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\zeta') & 0 & \cos(\zeta') \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\gamma') & -\sin(\gamma') & 0 \\ \sin(\gamma') & \cos(\gamma') & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

onde a rotação dos eixos no sentido anti-horário é positivo.

O ângulo  $\zeta$  reflete a inclinação do eixo X' em relação à horizontal. No caso, representado na Figura 4.4, tal ângulo tem valor nulo.

Este ângulo é definido pela linha que une os dois primeiros vértices da face (primeira aresta considerada) com a horizontal, sendo expresso pela seguinte relação:

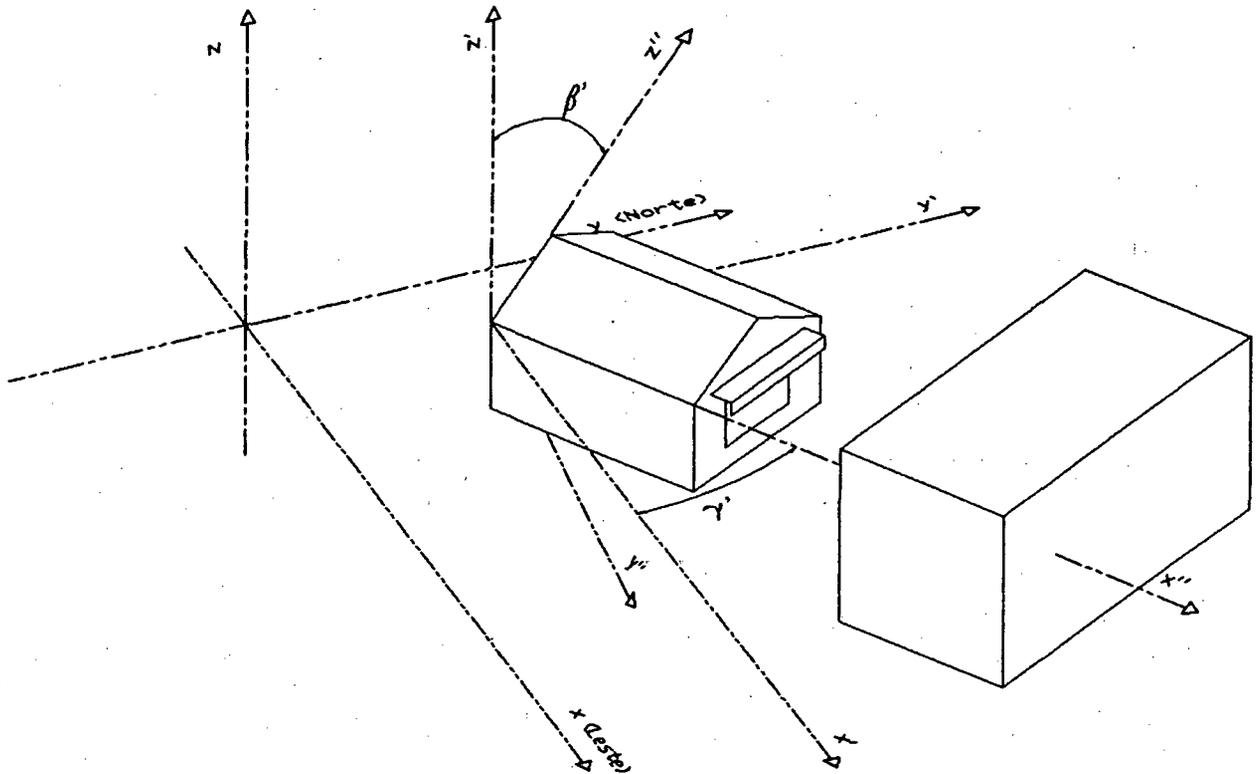


FIGURA 4.4 - Transformação de coordenadas

$$\zeta = \arctg \left( \frac{y'_2 - y'_1}{\sqrt{(x'_2 - x'_1)^2 - (y'_1 - y'_2)^2}} \right) \quad (4.21)$$

A rotação do eixo Z', ângulo  $\gamma'$ , é derivada do azimute da parede por meio da relação:

$$\gamma' = 180 + \gamma \quad \gamma < 0 \quad (4.22)$$

$$\gamma' = \gamma - 180 \quad \gamma > 0 \quad (4.23)$$

para  $\gamma = 0$  temos duas situações:

$$\gamma' = 0^\circ \quad |\beta| = 90^\circ \quad (4.24)$$

$$\gamma' = 180^\circ \quad |\beta| \neq 90^\circ \quad (4.25)$$

O ângulo de rotação do eixo  $X'$  é derivado do ângulo de elevação da parede de acordo com a relação:

$$B' = -B \quad (4.26)$$

Finalmente, o ângulo de rotação do eixo  $Y'$  é derivado do ângulo  $\zeta$  definido pela linha unindo os dois primeiros vértices da face (primeira aresta) com a horizontal, sendo expresso da seguinte forma:

$$\zeta' = -\zeta \quad (4.27)$$

#### 4.3.3 - Projeção

Após a transformação de todos os vértices das obstruções para o novo sistema de coordenadas, procede-se sua projeção sobre o plano da superfície  $X''Z''$  numa direção paralela aos raios solares. As seguintes relações são então obtidas (ver Figura 4.5):

$$x_p = x'' - y'' \cdot \text{tg}(\xi_1) \quad (4.28)$$

$$z_p = z'' - y'' \cdot \text{tg}(\xi_2) / \cos(\xi_1) \quad (4.29)$$

$$y_p = 0 \quad (4.30)$$

ou, em notação matricial

$$(x_p \ y_p \ z_p) = (x'' \ y'' \ z'') \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\text{tg}(\xi_1) & 1 & \frac{-\text{tg}(\xi_2)}{\cos(\xi_1)} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

onde:  $x''$ ,  $y''$  e  $z''$  são as coordenadas do vértice a ser projetado;

$x_p$ ,  $y_p$  e  $z_p$  são as coordenadas do vértice projetado no plano  $X''Z''$ ;

$\xi_1$  é o pseudo azimute solar;

$\xi_2$  é a pseudo altitude solar.

Os ângulos  $\xi_1$  e  $\xi_2$  nada mais são do que a altitude e o azimute solar, referenciados ao sistema de coordenadas  $X''Y''Z''$ .

Para o calcular  $\xi_1$  e  $\xi_2$  deve-se representar a posição do Sol por um ponto  $(x,y,z)$  distante, determinado através dos ângulos solares,  $\varphi$  e  $\psi$ . Em seguida, utilizando as equações para translação e rotação em relação ao plano considerado, obtém-se as coordenadas do ponto  $(x'',y'',z'')$ . A partir deste ponto e utilizando as equações (4.28) e (4.29), juntamente com a hipótese de localização do ponto projetado sobre a origem ( $z_p$  e  $x_p$  iguais a zero), consegue-se o valor de  $\xi_1$  e  $\xi_2$ . Tais parâmetros serão utilizados na equação completa da projeção com o objetivo de determinar a projeção dos vértices das obstruções existentes.

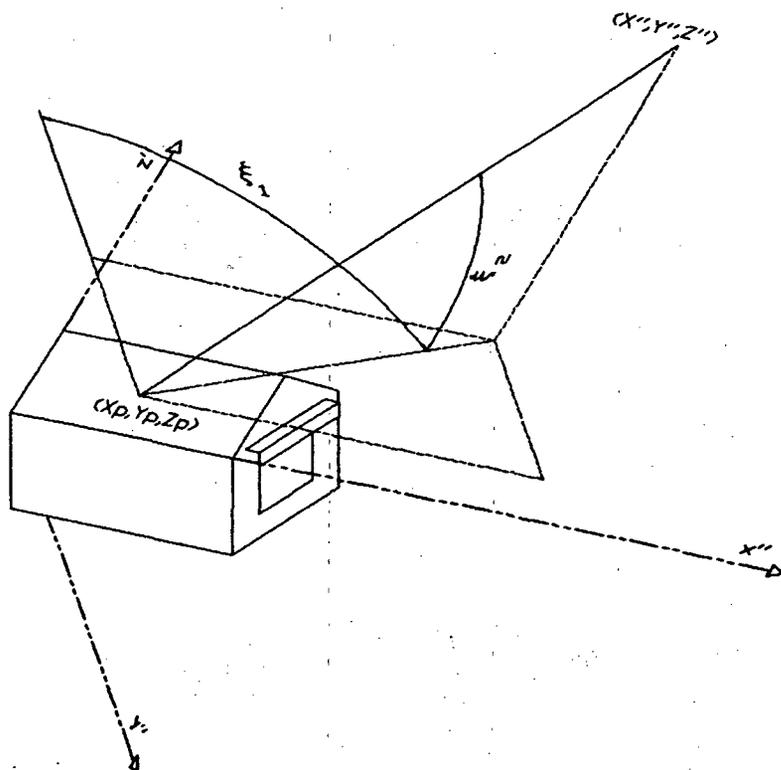


FIGURA 4.5 - Projeção sobre o plano  $X''Y''$

#### 4.3.4 - Equação Completa da Projeção

Combinando as equações (4.19), (4.20) e (4.31) tem-se:

$$\begin{aligned}
 (x_p \ y_p \ z_p) &= (x \ y \ z) \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ x_0 & y_0 & z_0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\beta') & \sin(\beta') \\ 0 & \sin(\beta') & \cos(\beta') \end{bmatrix} \\
 &\begin{bmatrix} \cos(\zeta') & 0 & \sin(\zeta') \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\zeta') & 0 & \cos(\zeta') \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\gamma') & -\sin(\gamma') & 0 \\ \sin(\gamma') & \cos(\gamma') & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\text{tg}(\xi_1) & 1 & \frac{-\text{tg}(\xi_2)}{\cos(\xi_1)} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.32)
 \end{aligned}$$

Deve ser ressaltado que quando  $y'' \geq 0$  o vértice em questão está localizado atrás do plano da superfície em consideração. Logo, tal vértice não provoca sombreamento. Neste caso faz-se um corte na obstrução, gerando novos vértices, e ignoram-se os vértices que ficam atrás do plano. A Figura 4.6 exemplifica este caso.

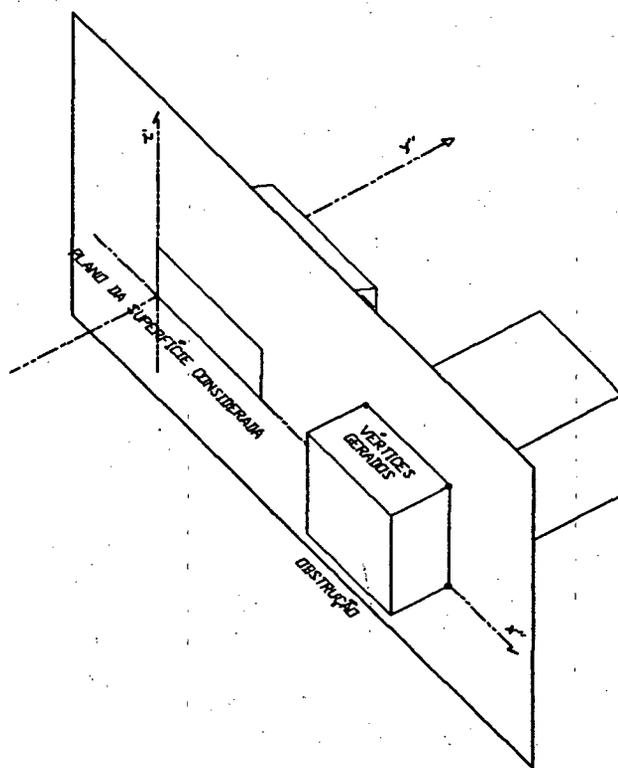


FIGURA 4.6 - Vértices atrás do plano da superfície

No programa computacional, tal procedimento é realizado tomando-se dois vértices de um polígono da obstrução e determinando-se os respectivos valores de  $y_p$ . Realiza-se então a multiplicação de ambos e se o resultado for menor

que zero determina-se o ponto onde a aresta que une os dois pontos intercepta o plano de  $y_p = 0$ . Este ponto passa então a ser o substituto do ponto que possui  $y_p < 0$ . Quando o resultado da multiplicação for positivo verifica-se se os pontos possuem a coordenada  $y_p$  positiva ou negativa. Caso seja negativa os pontos são desprezados e, em caso contrário, os pontos são mantidos. Como pode ser percebido, poderá haver uma diminuição no número de pontos existentes em cada polígono. Assim, à medida que os pontos vão sendo eliminados ou criados, é feita uma nova ordenação dos vértices do polígono.

#### 4.4 - Superposição de Sombras

O programa desenvolvido permite que as sombras geradas sejam polígonos convexos ou não e vazados ou não. As figuras geométricas podem ser constituídas por vários polígonos, sendo um obrigatoriamente externo (vértices ordenados no sentido anti-horário) e os demais, se existirem, internos (vértices ordenados no sentido horário). O conjunto de polígonos pode representar uma sombra ou uma parede.

A superposição de sombras, sobre uma determinada parede, é identificada através de uma comparação entre as sombras provocadas por cada parede das obstruções.

O procedimento adotado baseia-se nas etapas descritas a seguir:

- a) - projeção e união das sombras sobre o plano da parede;
- b) - eliminação das áreas de sombras externas ao polígono externo da parede;
- c) - exclusão das áreas de sombra internas aos polígonos internos (janelas), como forma de calcular a sombra somente na parede;
- d) - a partir do item b, eliminação das áreas de sombra externas aos polígonos internos (janelas), como forma de calcular a sombra somente na janela.

Para a realização dos procedimentos descritos anteriormente foram desenvolvidas cinco rotinas básicas, apresentadas a seguir junto com um exemplo de sua utilização na união de duas sombras. Os demais processos (itens b, c e d) seguem um procedimento semelhante.

#### 4.4.1 - Ordenação dos vértices

Consiste na localização das intersecções entre as arestas de dois polígonos, gerando novos vértices e ordenando-os na sequência correta em que aparecem em cada aresta de cada polígono. A cada vértice ordenado é atribuído um "status" que indica qual é a sua origem e a sua situação em relação ao polígono oposto. A variável que indica o status do ponto,  $IST(N)$ , pode assumir os seguintes valores:

$IST(N) = 2 \rightarrow$  vértice coincidente, "status" temporário passando posteriormente para 0 ou 1;

$IST(N) = 1 \rightarrow$  ponto de intersecção entre dois segmentos de retas;

$IST(N) = 0 \rightarrow$  vértice isolado, não coincidente;

$IST(N) = -1 \rightarrow$  vértice coincidente entre arestas coincidentes.

A técnica das coordenadas homogêneas (Walton[32]) é utilizada para determinar os vértices de intersecção entre duas arestas no plano. Em coordenadas homogêneas, pontos e retas, são representados de uma forma simples a qual permite que se trabalhe com operações vetoriais também simples. Um ponto  $(X,Y)$  é representado por um vetor tridimensional  $(x,y,z)$  onde:

$$x = z \cdot X \quad (4.33)$$

$$y = z \cdot Y \quad (4.34)$$

e  $z$  é qualquer número real diferente de zero. Uma segmento de reta também é representado por um vetor tridimensional  $(f,g,h)$ .

A reta  $(f,g,h)$  do ponto  $(x_1,y_1,z_1)$  para o ponto  $(x_2,y_2,z_2)$  é dada por:

$$(f,g,h) = (x_1,y_1,z_1) \times (x_2,y_2,z_2) \quad (4.35)$$

A sequência do produto vetorial é uma convenção para determinar o sinal. A condição para que um ponto  $(x,y,z)$  se encontre sobre uma reta  $(f,g,h)$  é a seguinte

$$(f,g,h) \cdot (x,y,z) = 0 \quad (4.36)$$

Normalizando a representação de um ponto, ou seja, fazendo  $z = 1$ , verifica-se que se a seguinte condição for obedecida,

$$(f,g,h) \cdot (x,y,1) > 0 \quad (4.37)$$

o ponto está à esquerda da reta. Em caso contrário o ponto está à direita da reta. Portanto, para verificar se duas retas se cruzam é necessário realizar o produto escalar de cada reta  $(f,g,h)$  com os pontos extremos da outra reta  $(x_1,y_1,1)$  e  $(x_2,y_2,1)$  e, em seguida, multiplicar os dois resultados obtidos para cada reta. Obtém-se, desta forma, dois coeficientes os quais, de acordo com seu valor, permitem as seguintes conclusões:

- a) - se ambos são negativos os segmentos de retas se cruzam;
- b) - se um é negativo e o outro nulo, os segmentos de reta possuem um extremo em comum;
- c) - se um é positivo os segmentos de reta não se tocam;
- d) - se ambos os coeficientes são nulos os segmentos de retas possuem um extremo em comum ou são colineares.

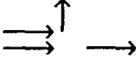
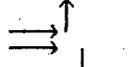
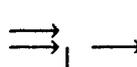
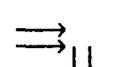
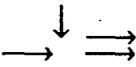
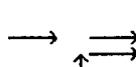
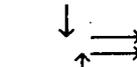
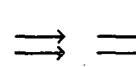
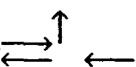
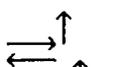
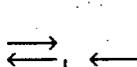
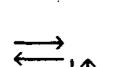
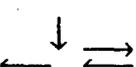
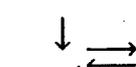
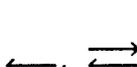
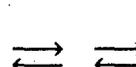
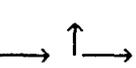
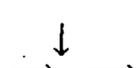
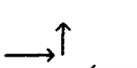
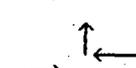
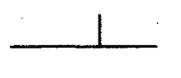
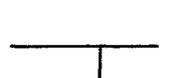
O ponto de intersecção  $(x,y,z)$  entre a reta  $(f_1,g_1,h_1)$  e  $(f_2,g_2,h_2)$  é dado por:

$$(x,y,z) = (f_1,g_1,h_1) \times (f_2,g_2,h_2) \quad (4.38)$$

Convém ser observado que o uso de coordenadas homogêneas fornece uma notação e um método consistente para definição de pontos e segmentos de reta. Tal técnica permite a determinação de intersecções, e também permite identificar se um ponto está à direita ou à esquerda de uma reta. A normalização fornece um meio de transformar um sistema de coordenadas em outro. Assim, se  $(X,Y)$  é um par de coordenadas cartesianas, suas coordenadas homogêneas são  $(X,Y,1)$ . De maneira semelhante, as coordenadas homogêneas  $(x,y,z)$  podem ser transformadas para o ponto cartesiano com coordenadas  $(x/z,y/z)$ .

A Tabela 4.2 apresenta as configurações que um vértice pode assumir e o seu "status". O reconhecimento de cada configuração é feito adequadamente pelo programa desenvolvido utilizando as propriedades das coordenadas homogêneas aqui descritas. As setas marcadas representam o polígono corrente.

TABELA 4.2 - Configuração e "status" possíveis de um ponto

 IST(N) = 2	 IST(N) = 2	 IST(N) = 2	 IST(N) = -1
 IST(N) = 1	 IST(N) = 1	 IST(N) = 1	 IST(N) = -1
 IST(N) = 1	 IST(N) = 1	 IST(N) = 1	 IST(N) = -1
 IST(N) = 1	 IST(N) = 1	 IST(N) = 1	 IST(N) = -1
 IST(N) = 1	 IST(N) = 1	 IST(N) = 0	 IST(N) = 0
Situações onde um novo vértice é criado			
 IST(N) = 1	 IST(N) = 1	 IST(N) = 1	

#### 4.4.2 - Situação do Ponto

Este algoritmo permite verificar se um ponto está situado dentro, fora ou sobre o contorno de um polígono. O método utilizado consiste em traçar uma reta, paralela a um dos eixos coordenados, passando pelo ponto que se deseja verificar a situação. Isto é representado pela linha cheia na Figura 4.7. Após traçar a reta, conta-se o número de intersecções com as arestas do polígono, no sentido da esquerda para a direita, até chegar ao ponto desejado. Se o número de intersecções for par o ponto é externo ao polígono e se o número de intersecções for ímpar, o ponto é interno ao polígono. A reta tracejada mostra um caso particular em que se deve tomar certas precauções na hora de computar as intersecções.

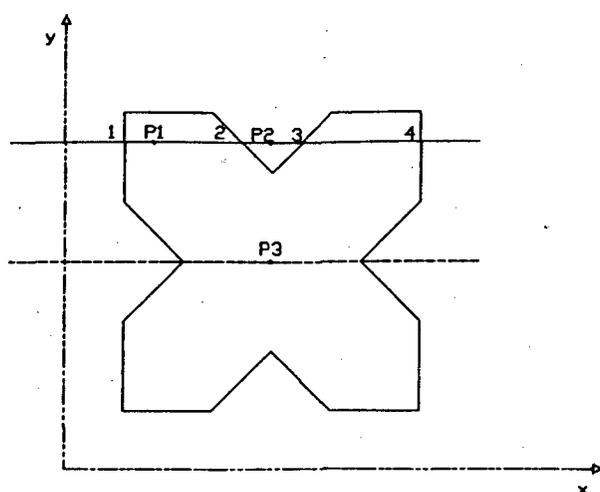


FIGURA 4.7 - Método utilizado para determinação da situação de um ponto

#### 4.4.3 - União de Dois Polígonos

A união de dois polígonos, identificados como polígono corrente e oposto, é feita de acordo com a descrição a seguir e com a Figura 4.8:

- parte-se de um vértice do polígono corrente, que seja externo ao polígono oposto (ponto 1);
- a partir do ponto 1, percorrem-se os vértices do polígono corrente, no sentido anti-horário, até encontrar o primeiro ponto de intersecção com o polígono oposto (ponto 13);
- neste ponto troca-se de polígono até identificar o próximo ponto de intersecção (ponto 16);
- repete-se este procedimento até o retorno ao ponto de partida (ponto 1);
- o mesmo processo é utilizado para os vértices restantes como forma de identificar possíveis polígonos internos (14,6,7,15,10).

Todos os pontos utilizados neste exemplo possuem um valor para  $IST(N)$  igual a zero ou um pois, como pode ser observado, não existe vértices coincidentes. Vértices com  $IST(N) = -1$  são tratados como se possuíssem um  $IST(N) = 0$  com a ressalva de que o processo não pode ser iniciado por ele. Se um vértice tem um  $IST(N) = 2$  torna-se necessária uma verificação complementar. A Figura 4.9 demonstra o processo de união de seis polígonos onde ocorrem vértices com todos os valores para  $IST(N)$ .

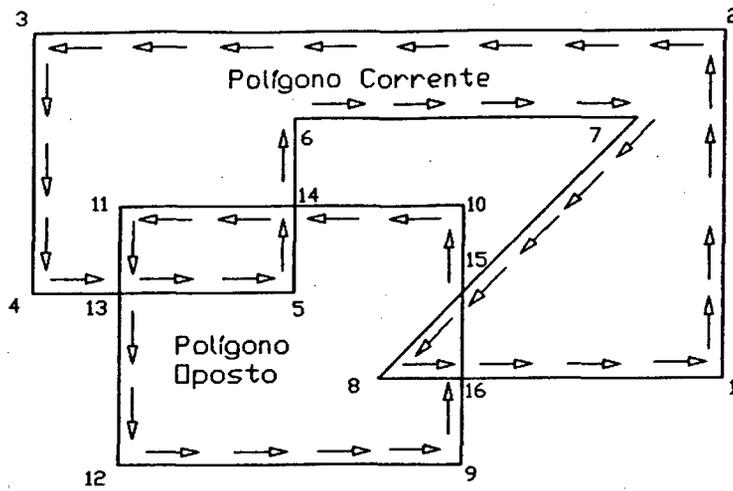


FIGURA 4.8 - Polígonos ordenados

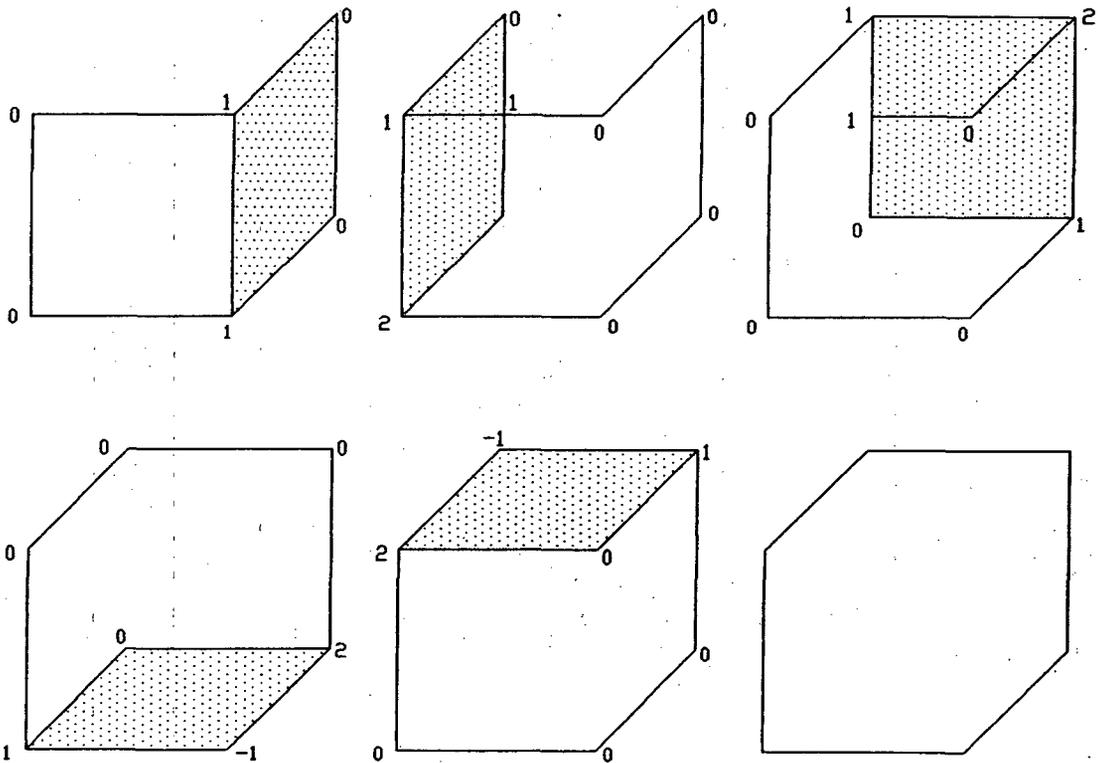


FIGURA 4.9 - União de seis polígonos

#### 4.4.4 - Intersecção

A intersecção de dois polígonos é realizada seguindo o mesmo procedimento utilizado no processo de união, com a única ressalva que o

procedimento deve ser iniciado num ponto interno (pontos 5 e 8). A partir do ponto 5 identifica-se o polígono (5,14,11,13) e, a partir do ponto 8, o polígono (8,16,15).

#### 4.4.5 - Exclusão

Se os polígonos tiverem os vértices ordenados em sentidos opostos entre si, de maneira semelhante aos processos anteriores, ter-se-ão duas situações distintas, conforme ilustra a Figura 4.8:

- a) - Partindo de um ponto externo, obtém-se a área do polígono corrente menos a área de intersecção com o polígono oposto, representada pelo polígono (1, 2, 3, 4, 13, 11, 14, 6, 7, 15, 16).
- b) - Partindo de um ponto interno, obtém-se a área do polígono oposto menos a área de intersecção com o polígono corrente representada pelo polígono (9, 16, 8, 15, 10, 14, 5, 13).

#### 4.4.6 - Exemplo de União de Duas Sombras

Para exemplificar a utilização dos procedimentos descritos anteriormente, listam-se a seguir as etapas necessárias na união de duas sombras:

- a) - união dos polígonos externos das duas sombras;
- b) - intersecção do polígono externo da primeira sombra com os polígonos internos da segunda;
- c) - intersecção dos polígonos internos das duas sombras;
- d) - exclusão dos polígonos internos da primeira sombra do polígono externo da segunda.

A união de todos os polígonos resultantes será a sombra desejada. A Figura 4.10 apresenta duas sombras e o resultado da união entre ambas. O polígono externo resulta da aplicação da primeira etapa junto com o polígono interno (a). Os demais polígonos internos resultam das outras etapas (ver indicação na Figura 4.10).

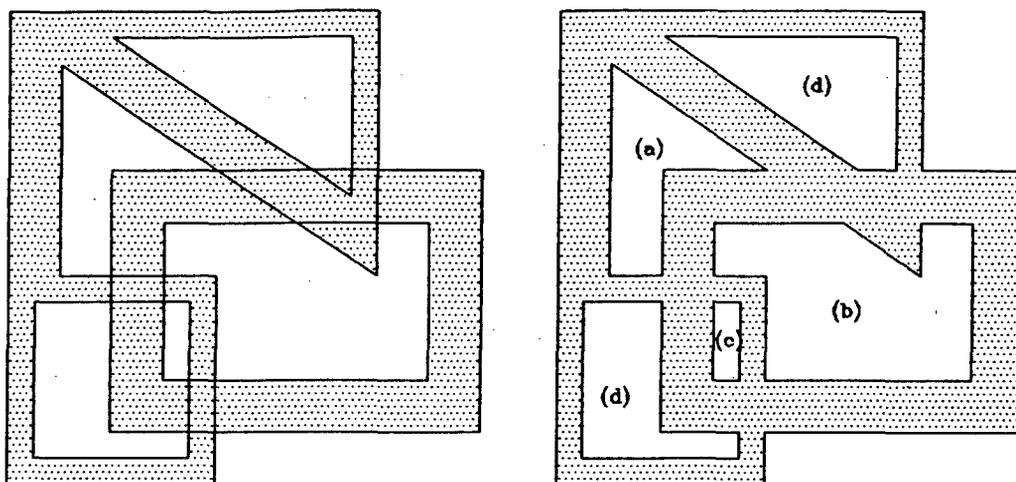


FIGURA 4.10- União de duas sombras

#### 4.5 - Análise das Potencialidades do Programa

A Figura 4.11 mostra uma casa cuja parede leste possui um "breezer" na janela e está próxima a uma outra edificação. Os resultados mostrados a seguir referem-se à esta parede (leste) e a um dia típico de verão (21 de janeiro) para a cidade de Florianópolis - S.C. (Lat.  $28^{\circ}36'$  S, Long.  $47^{\circ}34'$  W).

Antes de determinar o sombreamento é feita uma verificação do ângulo entre a normal à parede e o raio solar incidente (equação 2.12). Se tal ângulo for maior que  $90^{\circ}$  a parede não sofre insolação e, portanto, encontra-se totalmente sombreada. Para o presente caso a parede sofre insolação das 6 às 12 horas, sendo as sombras resultantes indicadas nas Figuras 4.12 a 4.18.

Inicialmente, às 6 horas da manhã, o Sol está próximo do horizonte e, portanto, o prédio vizinho provoca o sombreamento total da parede (Figura 4.12). À medida que o tempo vai passando a altitude do Sol vai aumentando e a parede vai tendo insolação (Figura 4.13). Às 8 horas, observam-se sombras provocadas tanto pela ação do "breezer" como pela edificação vizinha (Figura 4.14). O processo continua com o sombreamento, agora sendo provocado apenas pelo "breezer" (Figuras 4.15 a 4.18).

Deve se ressaltar que as sombras analisadas são só as provocadas pelo "breezer" e pela edificação vizinha. As sombras provocadas pela própria edificação não foram computadas.

A Figura 4.19 mostra a variação da área sombreada, da janela e da parede, para o caso e período considerado. O coeficiente de sombreamento SC é

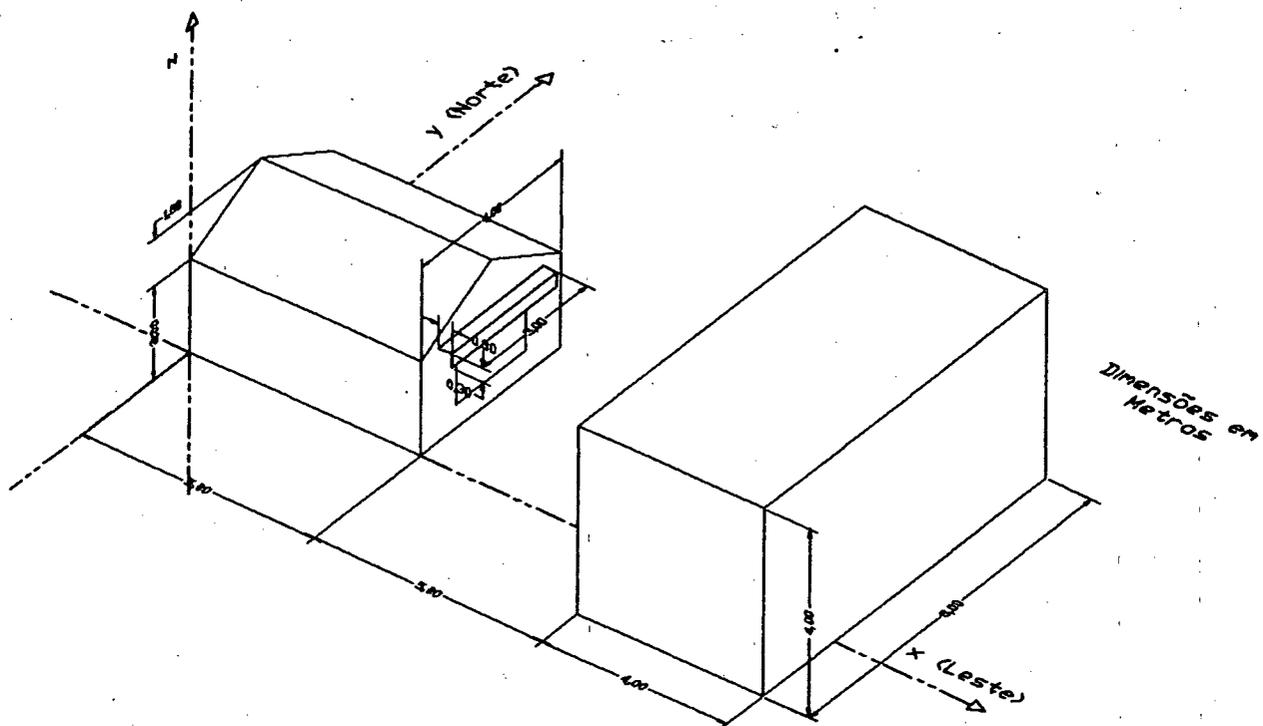


FIGURA 4.11- Caso em análise

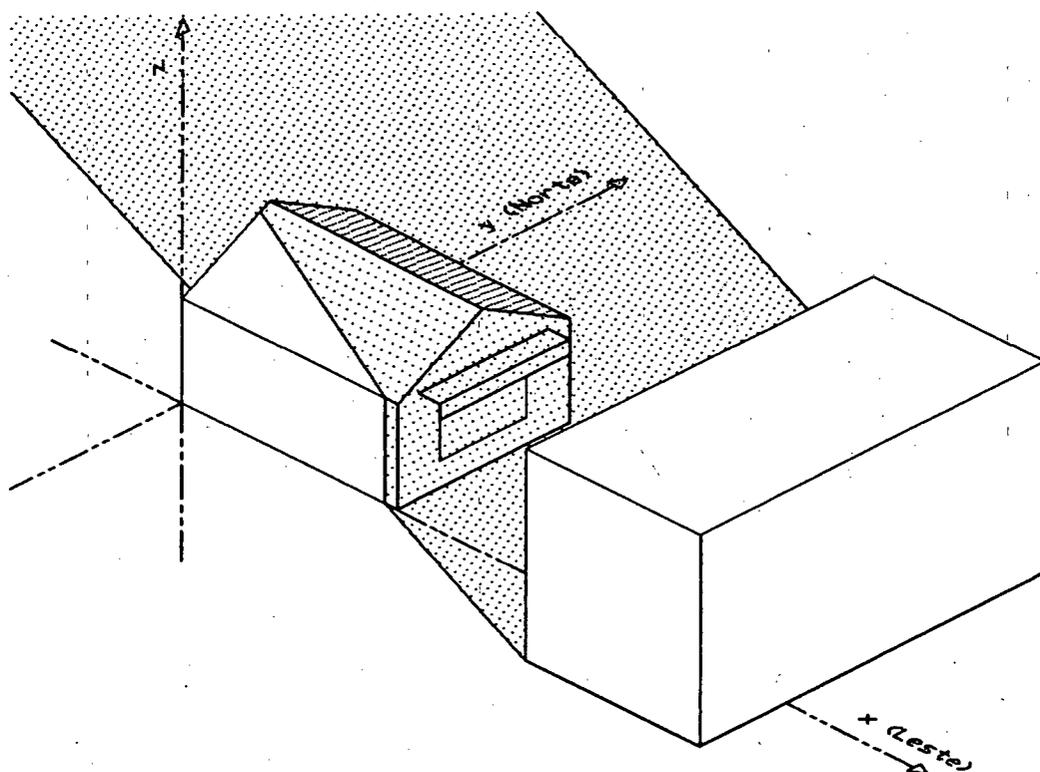


FIGURA 4.12- Sombra sobre a parede leste às 6 horas

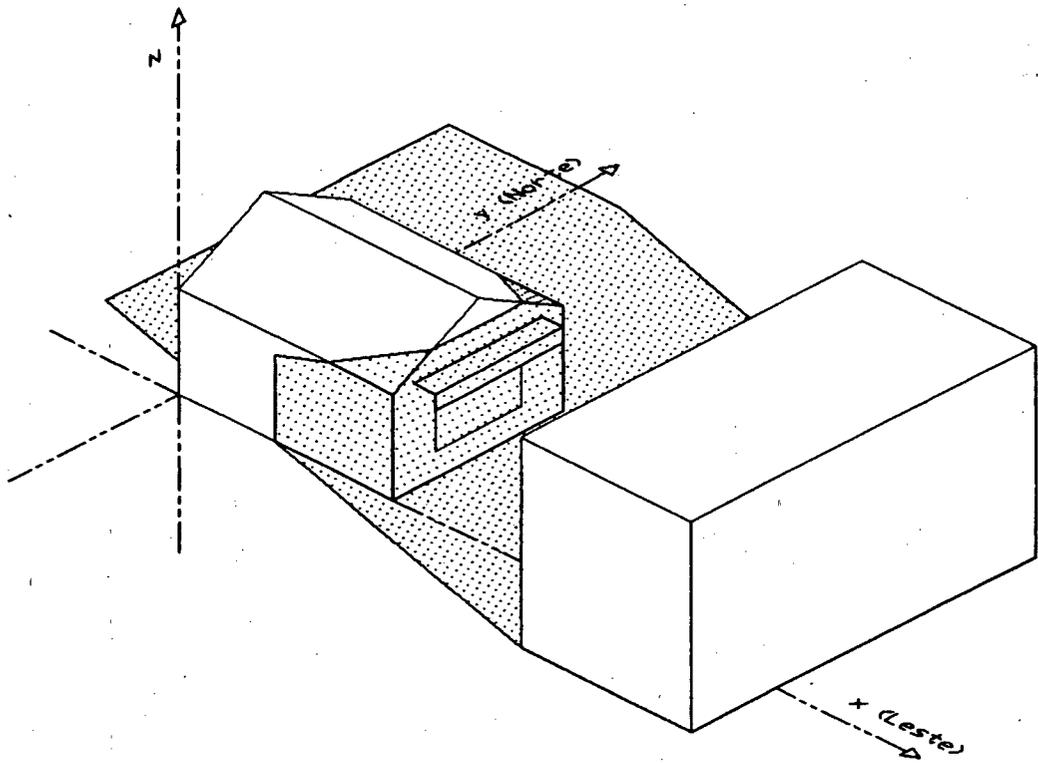


FIGURA 4.13- Sombra sobre a parede leste às 7 horas

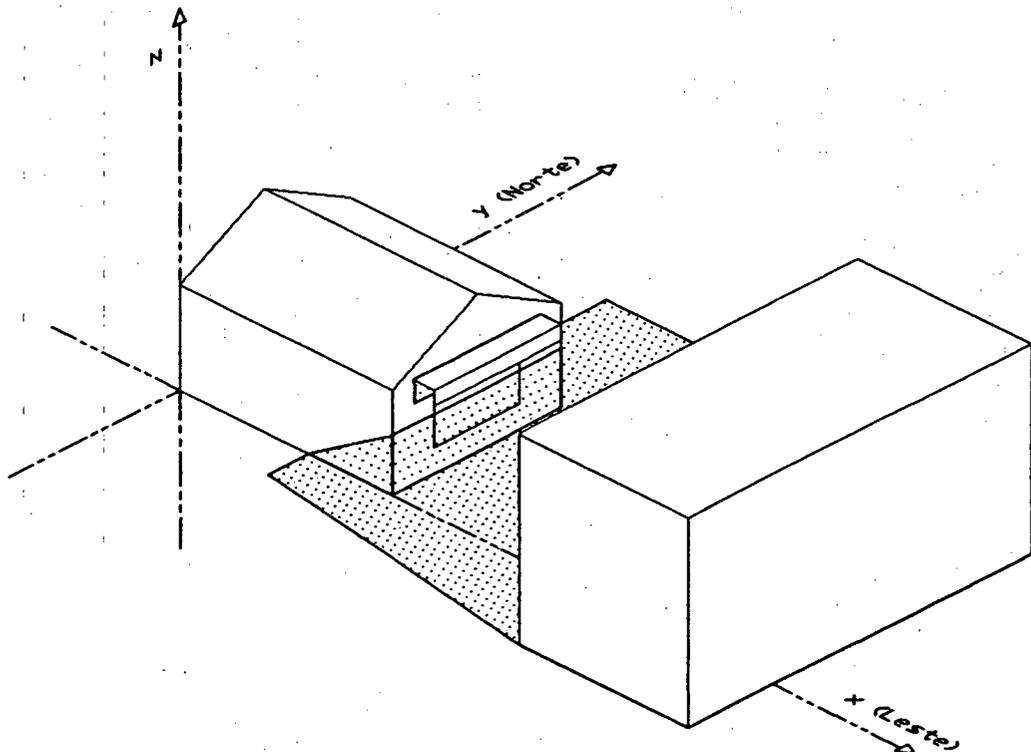


FIGURA 4.14- Sombra sobre a parede Leste às 8 horas

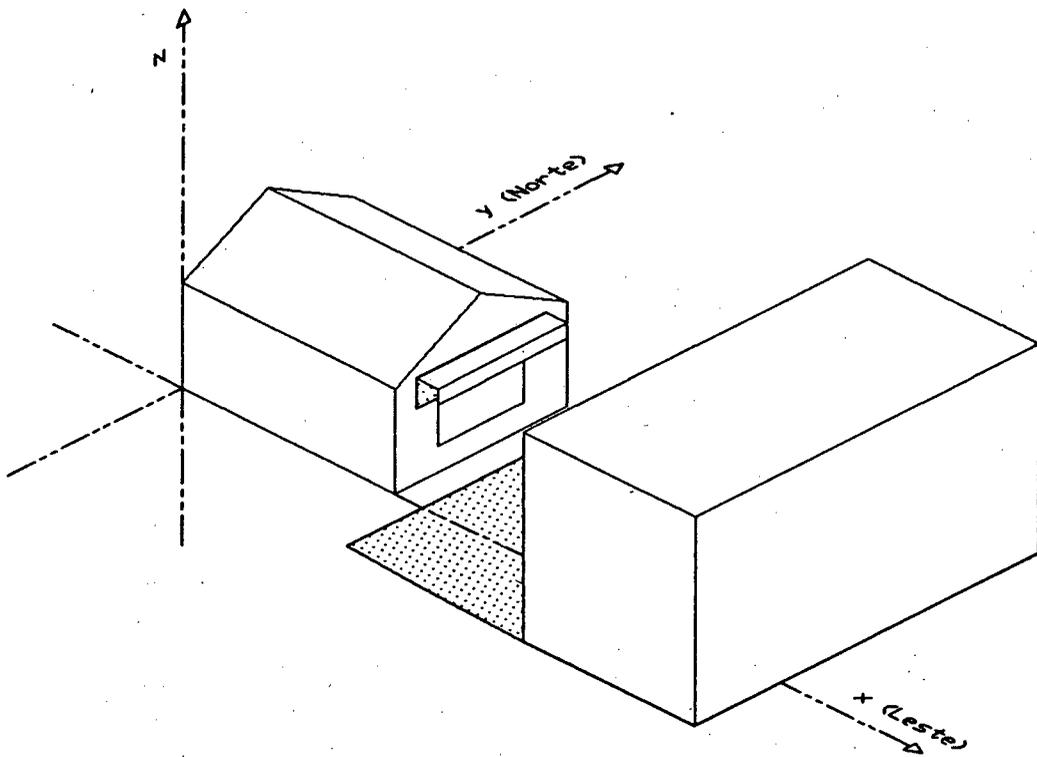


FIGURA 4.15- Sombra sobre a parede leste às 9 horas

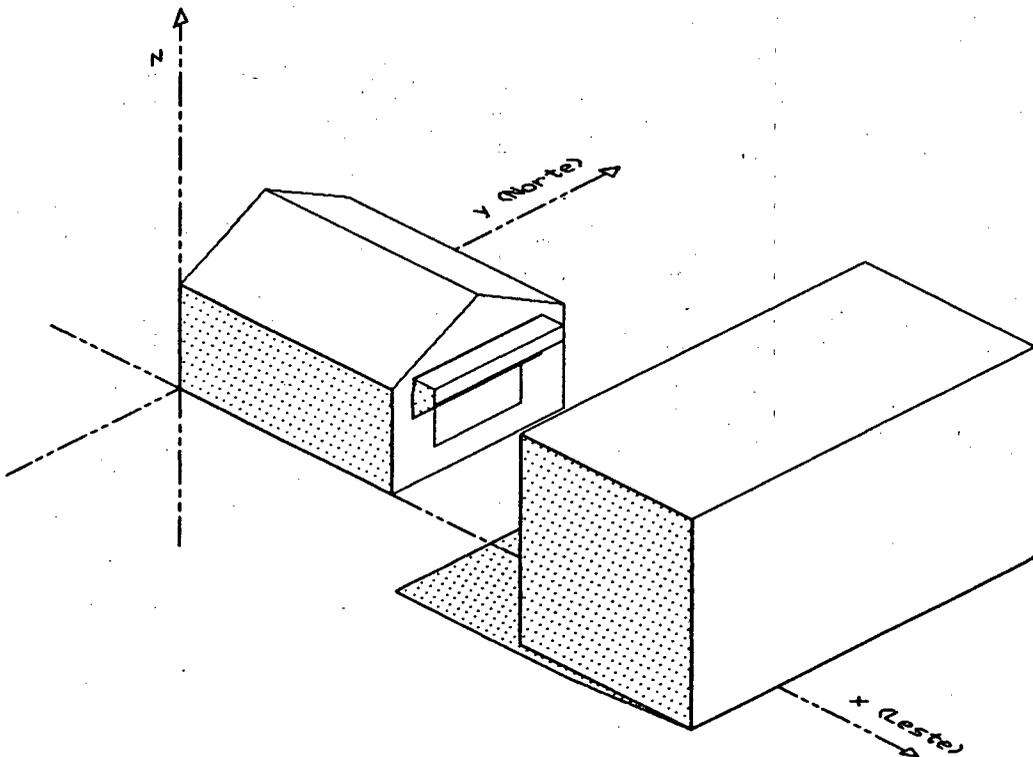


FIGURA 4.16- Sombra sobre a parede leste às 10 horas

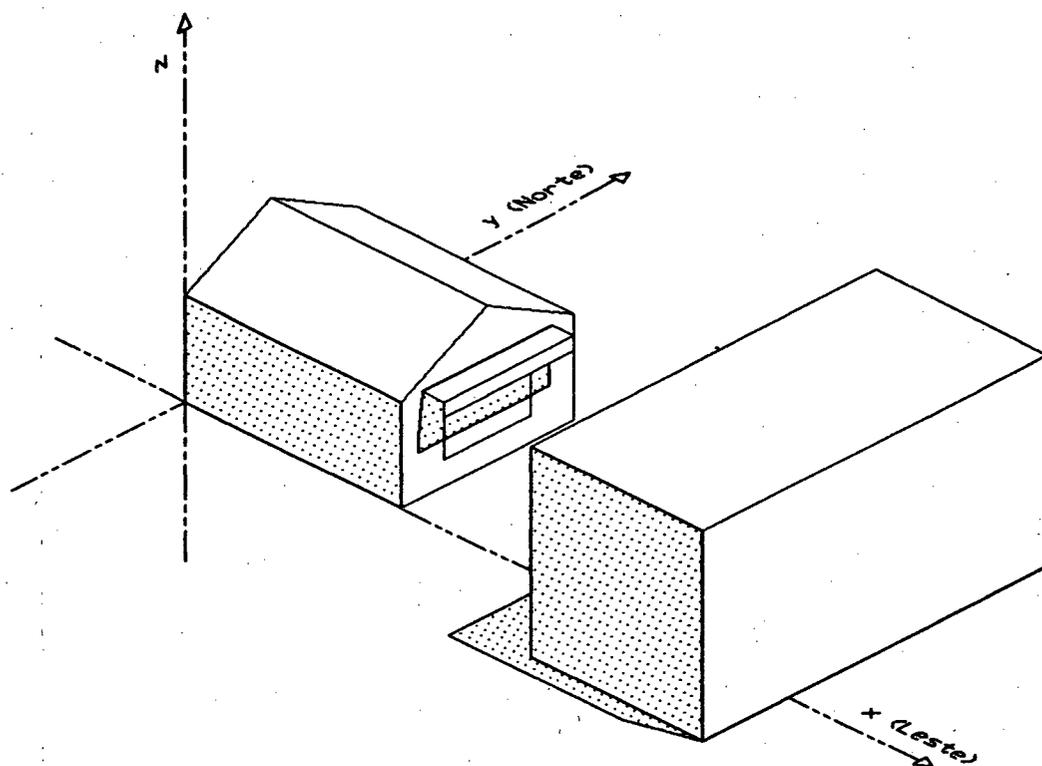


FIGURA 4.17- Sombra sobre a parede leste às 11 horas

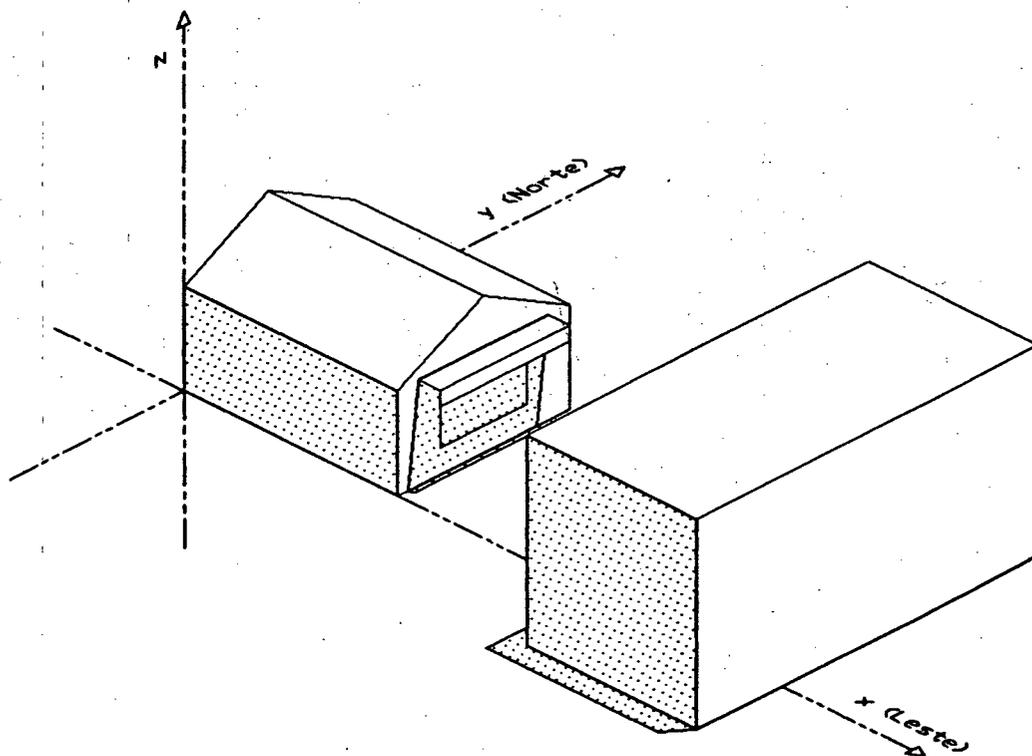


FIGURA 4.18- Sombra sobre a parede leste às 12 horas

definido como sendo a relação entre a área sombreada e a área total da superfície considerada.

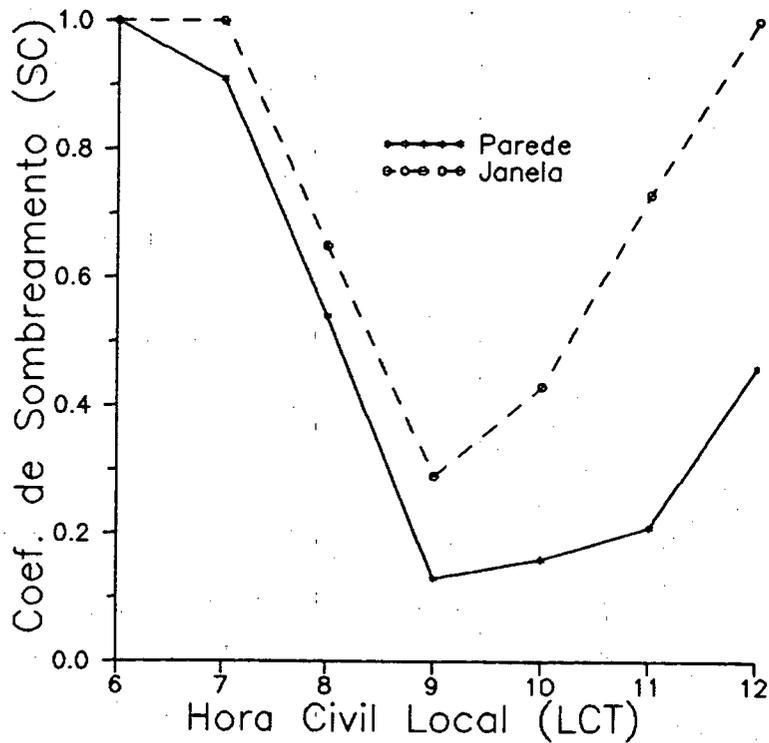


FIGURA 4.19- Coeficientes de sombreamento em função da hora do dia

#### 4.6 - Conclusão

O código computacional desenvolvido presta-se muito bem para as geometrias testadas. Contudo, necessita-se verificar o seu comportamento para formas geométricas mais complexas analisando, principalmente, o tempo computacional requerido.

O programa pode ser utilizado isoladamente ou como parte de um programa geral de simulação térmica de edificações. Neste último caso, torna-se possível verificar o impacto do sombreamento sobre a carga térmica resultante.

---

## 5 - CONCLUSÕES E SUGESTÕES

---

Os algoritmos desenvolvidos neste trabalho podem ser utilizados isoladamente ou então como parte integrante de um programa geral de simulação dinâmica do comportamento térmico de edificações. Neste último caso é possível se verificar, em maiores detalhes, o impacto da radiação solar sobre a carga térmica de uma edificação. Esta análise permite a identificação dos parâmetros críticos para cada edificação, nos quais deve-se atuar no sentido de se reduzir a carga térmica e conseqüentemente a capacidade dos equipamentos de climatização. Esta redução provoca também uma redução do consumo de energia e do custo da instalação.

Um dos algoritmos, que estima a intensidade de radiação solar na presença de nuvens, por ter sido desenvolvido especificamente para o hemisfério sul, permite a utilização de programas desenvolvidos para o hemisfério norte em condições brasileiras.

Como sugestões para trabalhos futuros deixam-se as seguintes: i) incorporar os algoritmos aqui desenvolvidos em um ou mais programas de simulação térmica de edificações e quantificar, tanto individual como globalmente, os efeitos de tal incorporação e ii) considerar o efeito de re-radiação que ocorrem quando da utilização de elementos de sombreamento.

---

## 6 - REFERÊNCIAS

---

- [1] - Negrão, C. O. R., "Simulação Dinâmica do Comportamento de Instalações de Climatização", Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, 1992.
- [2] - Park, C., Clarke, D. R., Kelly, G. E., "HVACSIM<sup>+</sup> Building System and Equipment Simulation Program: Building Loads Calculation", NBS, 1986.
- [3] - ASHRAE, "Fundamentals Handbook", ASHRAE, 1989.
- [4] - Machler, M. A., Iqbal, M., "A Modification of the ASHRAE Clear Sky Irradiation Model", ASHRAE Transactions, Vol. 91, pp. 106-115, 1985.
- [5] - Kimura, K., Stephenson, D. G., "Solar Radiation on Cloudy Days", ASHRAE Transactions, Vol. 75(1), pp. 227-234, 1969.
- [6] - Galanis, N. Chatigny, R., "A Critical Review of the ASHRAE Solar Radiation Model", ASHRAE Transactions, Vol. 92(1A), pp. 410-419, 1986.
- [7] - Erbs, D. G., Klein, S. A., Duffie, J. A. "Estimation of Diffuse Radiation Fraction for Hourly, Daily and Monthly Average Global Radiation", Solar Energy Laboratory, University of Wisconsin, Madison, 1981.
- [8] - Pereira, M. C., Rabl, A., "The Average Distribution of Solar Radiation - Correlation between Diffuse and Hemispherical and between Daily and Hourly Insolation Values", Solar Energy, Vol. 22, pp. 154-164, 1979.
- [9] - Liu, B. Y. H., Jordan, R. C., "The Interrelationship and Characteristic Distribution of Direct, Diffuse and Total Solar Radiation", Solar Energy, Vol. 4(1), pp. 1-19, 1960.

- [10] - Duffie, J. A., Beckman, W. A., "Solar Engineering of Thermal Processes", John Wiley, 1980.
- [11] - Lunde, P. J., "Solar Thermal Engineering", John Wiley and Sons, New York, 1980.
- [12] - Hoays, H. S., "Influência do Tipo de Atico no Conforto Ambiental", Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Abril, 1993.
- [13] - Spiegel, M. R., "Estatística", 2<sup>a</sup> edição, McGraw-Hill do Brasil, São Paulo, 1985.
- [14] - Mitalas, G. P., Arsenault, J. G., "Fortran IV Program to Calculate Absorption and Transmission of Thermal Radiation by Single and Double-Glazed Windows", Proceedings of the First Symposium on Use of Computer Environmental Engineering Related to Buildings, NBS - Building Science Series 39, 1971.
- [15] - Mathieu, J. P., "Optics", Pergamon Press, New York, 1975.
- [16] - "Window 4.0: Program Description - A PC Program for Analyzing the Window Thermal Performance", Lawrence Berkeley Laboratory, Berkeley, California, March, 1992.
- [17] - McLean, D. J., "Window: A Computer Program for the Analysis of Architectural Glazing Configurations", Abacus Occasional Paper n<sup>o</sup> 84, University of Strathclyde, Glasgow, 1981.
- [18] - Thekaekara, M. P., "Solar Energy Outside the Earth's Atmosphere", Solar Energy, Vol. 14, pp. 109-127, 1973.
- [19] - Wiebelt, J. A., Henderson, J. B., "Selected Ordinates for Total Solar Radiant Property Evaluation Spectral Data", Trans ASME - J. of Heat Transfer, Vol. 101, pp 101-107, fev 1979.
- [20] - Driscoll, W. G., Vaughan, W., "Handbook of Optics", Optical Society of America, McGraw-Hill, 1978.

- [21] - Siegel, R., Howell, J. R., "Thermal Radiation Heat Transfer", McGraw-Hill Kogakusha, Tokyo, 1972.
- [22] - ASHRAE, "TAR - An Algorithm for Calculating Transmission, Absorption and Reflection Factors for Windows", Procedure for Determining Heating and Cooling Loads for Computerized Energy Calculations, ASHRAE, New York, 1969.
- [23] - Petherbridge, P., "Transmission Characteristics of Window Glasses and Sun Controls", BRS Research Note N<sup>o</sup> 72, oct, 1967.
- [24] - Lim, B. P. et alli, "Environmental Factors in the Design of Building Fenestration", Allied Science Publishers, London, 1979.
- [25] - Hecht, E., Zajac, A., "Optics", Addison-Wesley, California, 1979.
- [26] - Clarke, J. R., "Energy Simulation in Building Design", Adam Hilger, Bristol, 1985.
- [27] - El-Refaie, M. F., "Performance Analysis of External Shading Devices", Building and Environment, Vol. 22(4), pp. 269-284, 1987.
- [28] - Sun, T. Y., "Shadow Area Equations for Window Overhangs and Side Fins and Their Application in Computer Calculation", ASHRAE Transactions, Vol. 74(1), pp. I.1.1-I.1.9, 1968.
- [29] - Kimura, K., "Optimum Shape of External Shade for the Window to Minimize Annual Solar Heat Gain and to Maximize View Factor", Proceedings of the First Symposium on the Use of Computers for Environmental Engineering Related to Building, pp. 487-500, Washington DC, 1970.
- [30] - McCluney, R., "Awning Shading Algorithm Update", ASHRAE Transactions, Vol. 96(1), pp. 34-38, 1990.
- [31] - Groth, C. C., Lockmanhekin, M., "SHADOW: A New Technique for the Calculation of Shadow Shapes and Areas by Digital Computer", Proceedings of the 2<sup>nd</sup> Hawaii International Conference on Systems

Sciences, pp. 471-474, Jan, 1969.

- [32] - Walton, G. N., "The Application of Homogeneous Coordinates to Shadowing Calculations", ASHRAE Transactions, Vol. 85(1), pp. 174-180, 1979.
- [33] - Foley, J. D., Van Dam, A., "Fundamentals of Interactive Computer Graphics", Addison-Wesley, Canada, 1984.

---

**APÊNDICE A - Coeficientes de Radiação Solar da ASHRAE para o Hemisfério Sul**


---

Hoays[12] ajustou equações aos dados fornecidos por Machler e Iqbal[4], já corrigidos para o hemisfério sul. Estas equações foram utilizadas na confecção da rotina computacional aqui apresentada em linguagem WATFIV. Além dos parâmetros A, B e C a rotina também calcula a declinação solar e a equação do tempo, para qualquer do dia do ano.

```

C =====
C      SUBROUTINE POL(N,DE,ET,A,B,C)
C -----
C
C      DADOS DE ENTRADA
C      N = DIA DO ANO A PARTIR DE PRIMEIRO DE JANEIRO (1 A 365)
C
C      DADOS DE SAIDA
C      DE = DECLINACAO SOLAR (RAD)
C      ET = EQUACAO DO TEMPO (H)
C      A = CONSTANTE SOLAR APARENTE (W/M2)
C      B = FATOR DE ATENUACAO EXPONENCIAL
C      C = FATOR DE FRACAO DIFUSA
C -----
C
C      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
C      REAL*4 A0,A1,A2,A3,B1,B2,B3
C      DIMENSION F(5),A0(5),A1(5),A2(5),A3(5),B1(5),B2(5),B3(5)
C
C      DATA A0/-0.302,-0.0002, 1147.341, 0.160667, 0.118000/,
&      A1/22.930, 0.4197, 17.28975, 0.025020, 0.018550/,
&      A2/ 0.229,-3.2265, -1.23279, 0.003300, 0.002150/,
&      A3/ 0.243,-0.0903, 1.30436,-0.000515,-0.000680/,
&      B1/-3.851,-7.3510, -0.07264, 0.003255, 0.002152/,
&      B2/-0.002,-9.3912, -0.27478, 0.001469, 0.000930/,
&      B3/ 0.055,-0.3361, -0.18875,-0.000365,-0.000797/

```

C

```
PI= DARCOS(-1.0D0)
```

```
X = 2*PI*N/366.
```

```
DO I I=1,5
```

```
    F(I)= A0(I)+A1(I)*DCOS(X)+A2(I)*DCOS(2*X)+A3(I)*DCOS(3*X)
```

```
&          +B1(I)*DSIN(X)+B2(I)*DSIN(2*X)+B3(I)*DCOS(3*X)
```

```
1 CONTINUE
```

```
DE = F(1)*PI/180.0D0
```

```
ET = F(2)/60.
```

```
A = F(3)
```

```
B = F(4)
```

```
C = F(5)
```

```
C =====
```

```
RETURN
```

```
END
```

---

**APÊNDICE B - Velocidade de Fase da Onda**


---

Considere o ambiente mais genérico de um meio isotrópico, homogêneo e linear o qual está fisicamente parado. Usando as equações constitutivas, conforme demonstrado por Hecht e Zajac[25], as equações integrais de Maxwell podem ser escritas na forma:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \Gamma / \epsilon \quad (\text{B.1})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0 \quad (\text{B.2})$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu \cdot \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \quad (\text{B.3})$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \sigma \cdot \mathbf{E} + \epsilon \cdot \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (\text{B.4})$$

As quais, para espaço livre, conforme demonstrado por Hecht e Zajac[25], podem ser manipuladas para a forma de duas equações vetoriais extremamente concisas

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \epsilon_0 \cdot \mu_0 \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \quad (\text{B.5})$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} = \mu_0 \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} \quad (\text{B.6})$$

onde  $\Gamma$  é a densidade e  $\sigma$  a condutividade do meio. As duas equações anteriores representam um total de seis equações escalares. Duas dessas expressões são:

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = \mu_0 \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} \quad (\text{B.7})$$

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} = \mu_0 \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} \quad (\text{B.8})$$

e da mesma forma são as componentes do campo eletromagnético. Portanto, obedecem a equação diferencial escalar da onda (Hecht e Zajac[25])

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \quad (\text{B.9})$$

fornecendo então:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \cdot \mu_0}} = c \quad (\text{B.10})$$

O efeito de introduzir um meio homogêneo, dielétrico e isotrópico na região de espaço livre é a troca de  $\epsilon_0$  por  $\epsilon$  e de  $\mu_0$  por  $\mu$  nas equações de Maxwell. A velocidade de fase no meio torna-se

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \cdot \mu}} \quad (\text{B.11})$$

---

**APÊNDICE C - Demonstração da Equações (3.49) e (3.50)**


---

Substituindo-se o valor dos coeficientes de reflexão (3.28 e 3.29) nas equações da refletividade (3.45 e 3.46) obtém-se:

$$\rho_{\perp} = \frac{\text{sen}^2(\theta_1 - \theta_2)}{\text{sen}^2(\theta_1 + \theta_2)} \quad (\text{C.1})$$

$$\rho_{\parallel} = \frac{\text{tg}^2(\theta_1 - \theta_2)}{\text{tg}^2(\theta_1 + \theta_2)} \quad (\text{C.2})$$

Substituindo-se o valor dos coeficientes de transmissão (3.30 e 3.31) nas equações da transmissividade,  $\tau$ , (3.47 e 3.48) obtém-se:

$$\tau_{\perp} = \frac{\text{sen}^2(2 \cdot \theta_1) \cdot \text{sen}^2(2 \cdot \theta_2)}{\text{sen}^2(\theta_1 + \theta_2)} \quad (\text{C.3})$$

$$\tau_{\parallel} = \frac{\text{sen}^2(2 \cdot \theta_1) \cdot \text{sen}^2(2 \cdot \theta_2)}{\text{sen}^2(\theta_1 + \theta_2) \cdot \cos^2(\theta_2 - \theta_1)} \quad (\text{C.4})$$

Fazendo a soma das componentes perpendiculares tem-se:

$$\begin{aligned} \rho_{\perp} + \tau_{\perp} &= \frac{\text{sen}^2(\theta_1 - \theta_2)}{\text{sen}^2(\theta_1 + \theta_2)} + \frac{\text{sen}^2(2 \cdot \theta_1) \cdot \text{sen}^2(2 \cdot \theta_2)}{\text{sen}^2(\theta_1 + \theta_2)} \\ &= \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \cos^2[2 \cdot (\theta_1 - \theta_2)] + \text{sen}^2(2 \cdot \theta_1) \cdot \text{sen}^2(2 \cdot \theta_2)}{\text{sen}^2(\theta_1 + \theta_2)} \\ &= \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \cos^2[2 \cdot (\theta_1 - \theta_2)] + \frac{1}{2} \cdot \cos^2[2 \cdot (\theta_1 - \theta_2)] - \frac{1}{2} \cdot \cos^2[2 \cdot (\theta_1 + \theta_2)]}{\text{sen}^2(\theta_1 + \theta_2)} \end{aligned}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \cos^2[2 \cdot (\theta_1 + \theta_2)]}{\text{sen}^2(\theta_1 + \theta_2)} = \frac{\text{sen}^2(\theta_1 + \theta_2)}{\text{sen}^2(\theta_1 + \theta_2)} = 1$$

Agora fazendo a soma para componentes paralelas

$$\begin{aligned} \rho_{\parallel} + \tau_{\parallel} &= \frac{\text{tg}^2(\theta_1 - \theta_2)}{\text{tg}^2(\theta_1 + \theta_2)} + \frac{\text{sen}^2(2 \cdot \theta_1) \cdot \text{sen}^2(2 \cdot \theta_2)}{\text{sen}^2(\theta_1 + \theta_2) \cdot \cos^2(\theta_1 - \theta_2)} \\ &= \frac{\text{sen}^2(\theta_1 - \theta_2) \cdot \cos^2(\theta_1 + \theta_2)}{\cos^2(\theta_1 - \theta_2) \cdot \text{sen}^2(\theta_1 + \theta_2)} + \frac{\text{sen}^2(2 \cdot \theta_1) \cdot \text{sen}^2(2 \cdot \theta_2)}{\text{sen}^2(\theta_1 + \theta_2) \cdot \cos^2(\theta_1 - \theta_2)} \\ &= \frac{\text{sen}^2(\theta_1 - \theta_2) \cdot \cos^2(\theta_1 + \theta_2) + \text{sen}^2(2 \cdot \theta_1) \cdot \text{sen}^2(2 \cdot \theta_2)}{\text{sen}^2(\theta_1 + \theta_2) \cdot \cos^2(\theta_1 - \theta_2)} \\ &= \frac{\left\{ \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \cos[2 \cdot (\theta_1 - \theta_2)] \right\} \cdot \left\{ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \cos[2 \cdot (\theta_1 + \theta_2)] \right\} + \text{sen}^2(2 \cdot \theta_1) \cdot \text{sen}^2(2 \cdot \theta_2)}{\text{sen}^2(\theta_1 + \theta_2) \cdot \cos^2(\theta_1 - \theta_2)} \\ &= \frac{\frac{1}{4} \cdot \cos[2 \cdot (\theta_1 - \theta_2)] - \frac{1}{4} \cdot \cos[2 \cdot (\theta_1 + \theta_2)] + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} \cdot \cos[2 \cdot (\theta_1 - \theta_2)] \cdot \cos[2 \cdot (\theta_1 + \theta_2)]}{\text{sen}^2(\theta_1 + \theta_2) \cdot \cos^2(\theta_1 - \theta_2)} \\ &= \frac{\left\{ \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \cos[2 \cdot (\theta_1 + \theta_2)] \right\} \cdot \left\{ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \cos[2 \cdot (\theta_1 - \theta_2)] \right\}}{\text{sen}^2(\theta_1 + \theta_2) \cdot \cos^2(\theta_1 - \theta_2)} \\ &= \frac{\text{sen}^2(\theta_1 + \theta_2) \cdot \cos^2(\theta_1 - \theta_2)}{\text{sen}^2(\theta_1 + \theta_2) \cdot \cos^2(\theta_1 - \theta_2)} = 1 \end{aligned}$$

---

**APÊNDICE D - Modelo de Filmes Finos Condutores com Incidência Normal**


---

Assumindo que todos os materiais que compõem o sistema sejam transparentes e absorventes, isto é, os índices de refração são  $\hat{n}_0$ ,  $\hat{n}_s$  e  $\hat{n}_f$ . Se um ângulo de incidência normal é considerado então a componente paralela de polarização é igual à componente perpendicular.

Foi demonstrado na equação (3.98) que a razão entre a amplitude refletida e incidente é

$$r = \frac{a \cdot m_{11} + b \cdot m_{12} - c \cdot m_{21} - m_{22}}{a \cdot m_{11} + b \cdot m_{12} + c \cdot m_{21} + m_{22}} \quad (D.1)$$

Se os parâmetros a, b e c, na Tabela 3.2, são considerados como complexos e descritos pela equação (3.10), então:

$$a = \frac{n_0 - i\chi_0}{n_s - i\chi_s} \quad (D.2)$$

$$b = n_0 - i\chi_0 \quad (D.3)$$

$$c = \frac{1}{n_s - i\chi_s} \quad (D.4)$$

Multiplicando-se a expressão para a e c pelo seu complexo conjugado, tem-se:

$$a = \frac{n_0 \cdot n_s + \chi_0 \cdot \chi_s + i(k_s \cdot n_0 - \chi_0 \cdot n_s)}{n_s^2 - \chi_s^2} \quad (D.5)$$

$$c = \frac{n_s + i\chi_s}{n_s^2 + \chi_s^2} \quad (D.6)$$

Os coeficientes  $m_{11}$ ,  $m_{12}$ ,  $m_{21}$  e  $m_{22}$  também precisam ter todos os seus coeficientes de refração transformados para a forma complexa. A mudança de fase,  $\delta_f$ , torna-se

$$\delta_f = \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot (n_f - i\chi_f) \cdot d_f \quad (D.7)$$

ou

$$\delta_f = x - iy \quad (\text{D.8})$$

onde

$$x = \frac{2 \cdot \pi \cdot n_f \cdot d_f}{\lambda} \quad (\text{D.9})$$

$$y = \frac{2 \cdot \pi \cdot x_f \cdot d_f}{\lambda} \quad (\text{D.10})$$

$m_{11}$  e  $m_{22}$  são iguais a

$$\cos(\delta_f) = \cos(x - iy) \quad (\text{D.11})$$

Desta forma,  $m_{11}$ , pode ser expresso da seguinte maneira:

$$m_{11} = A + iB \quad (\text{D.12})$$

onde

$$A = \cos(x) \cdot \cosh(y) \quad (\text{D.13})$$

$$B = \sin(x) \cdot \sinh(y) \quad (\text{D.14})$$

Os coeficientes  $m_{12}$  e  $m_{21}$  tem um termo  $\sin(\delta_f)$ , portanto

$$\sin(\delta_f) = c' - id' \quad (\text{D.15})$$

onde

$$c' = \sin(x) \cdot \cosh(y) \quad (\text{D.16})$$

$$d' = \cos(x) \cdot \sinh(y) \quad (\text{D.17})$$

Da Tabela 3.2, temos

$$m_{12} = \frac{i \operatorname{sen}(\delta_f)}{n_f} \quad (\text{D.18})$$

Fazendo-se uso do conjugado complexo desta equação, obtém-se:

$$m_{12} = C + iD \quad (\text{D.19})$$

onde

$$C = \frac{d' \cdot n_f - c' \cdot x_f}{n_f^2 + x_f^2} \quad (\text{D.20})$$

$$D = \frac{d' \cdot x_f - c' \cdot n_f}{n_f^2 + x_f^2} \quad (\text{D.21})$$

De forma semelhante,

$$m_{21} = i \cdot \hat{n}_f \cdot (c' - id') = E + iF \quad (\text{D.22})$$

onde

$$E = x_f \cdot c' + n_f \cdot d' \quad (\text{D.23})$$

$$F = n_f \cdot c' - d' \cdot x_f \quad (\text{D.24})$$

Da equação (D.12) e como  $m_{11} = m_{22}$  conclui-se que

$$m_{22} = A + iB \quad (\text{D.25})$$

Tendo sido estabelecidos os valores complexos dos coeficientes  $m_{11}$ ,  $m_{12}$ ,  $m_{21}$  e  $m_{22}$  para um dado filme, estes valores podem ser substituídos na equação (D.1) para encontrar o coeficiente de reflexão da amplitude. Quando se dispõem de dois ou mais filmes utiliza-se o procedimento de multiplicação das matrizes na sequência correspondente a dos filmes depositados. A matriz resultante é composta de quatro coeficientes complexos os quais, da mesma forma que no caso anterior, são introduzidos na equação (D.1) juntamente com os coeficientes  $a$ ,  $b$ ,  $c$  aqui deduzidos. O módulo da expressão resultante elevado ao quadrado é o valor da refletividade do conjunto.

Valores reais podem ser utilizados na técnica acima descrita simplesmente fazendo os coeficientes de extinção,  $\kappa$ , correspondentes iguais a zero. Consequentemente se todos os materiais forem dielétricos a técnica acima será válida.

Se o ângulo de incidência não for normal então os valores para as componentes de polarização, paralela e perpendicular, devem ser analisados separadamente e os coeficientes da equação (D.1) devem ser alterados em concordância com a Tabela 3.2.

---

**APÊNDICE E - Transmissividade para Vidros Comuns e Vidros Absorventes**


---

Os valores de transmissividade são da Companhia Pilkington (McLean[17]) para incidência normal dos raios solares. Estes dados são para utilização no modelo simplificado.

		Transmissividade	Transmissividade
		Solar	da Luz
		( % )	( % )
<b>Vidro Comum</b>			
Claro	4mm	84	-
Claro	6mm	78	-
Claro	10mm	70	-
Claro	12mm	67	-
<b>Vidro Absorvente</b>			
Verde	4mm	52	78
Verde	6mm	46	75
Cinza	4mm	56	54
Cinza	6mm	44	41
Cinza	10mm	27	24
Cinza	12mm	21	18
Bronze	4mm	56	61
Bronze	6mm	44	50
Bronze	10mm	27	33
Bronze	12mm	21	27