

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

**DINÂMICA DE RESPOSTA DE TENSÍOMETROS:
DESENVOLVIMENTO EXPERIMENTAL E MODELAÇÃO NUMÉRICA**

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À UNIVERSIDADE FEDERAL DE
SANTA CATARINA PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA

MARINTHO BASTOS QUADRI

FLORIANÓPOLIS, SETEMBRO/1988

DINÂMICA DE RESPOSTA DE TENSÍOMETROS:
DESENVOLVIMENTO EXPERIMENTAL E MODELAÇÃO NUMÉRICA

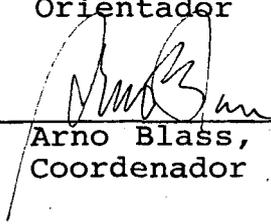
MARINTHO BASTOS QUADRI

ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
MESTRE EM ENGENHARIA

ESPECIALIDADE ENGENHARIA MECÂNICA E APROVADA EM SUA FOR
MA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO



Prof. Paulo Cesar Philippi , Dr.Ing.
Orientador

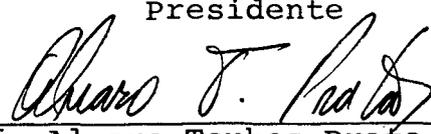


Prof. Arno Blass, Ph.D.
Coordenador

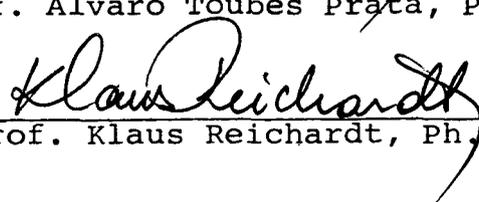
BANCA EXAMINADORA:



Prof. Paulo Cesar Philippi , Dr.Ing.
Presidente



Prof. Alvaro Toubes Prata, Ph.D.



Prof. Klaus Reichardt, Ph.D.

A Paulo C. Philippi, com
grata afeição.

"Estes são em verdade os pensamentos de todos os
homens em todos os lugares e épocas; não são originais meus.

Se são menos teus do que meus, são nada ou quase nada.

Se não são o enigma e a solução do enigma, são nada.

Se não estão tão perto quanto longe, são nada.

Este é o pasto que cresce onde quer que haja terra e água.

Este é o ar comum que banha o planeta."

Walt Whitman

(Song of Myself, 17)

A G R A D E C I M E N T O S

Ao professor Paulo Cesar Philippi, por compartilhar de seu inumerável e minucioso riso.

Ao professor Ariovaldo Bolzan, por sua amizade, dedicação e competência ao contribuir na aplicação do Método da Colocação Ortogonal utilizado neste trabalho.

Aos que estão em Casa, porque têm mais importância do que eu geralmente admito.

Ao Luiz Cláudio Nunes Franz^uói, responsável por algumas das "marcas" que hoje trago no rosto.

Ao professor Rodi Hickel pelo exemplo.

Ao Professor Carlos Alberto Franca Dantas, pela amizade desde o início.

Ao Departamento de Engenharia Química da UFSC pelo constante e indispensável apoio.

Às seguintes pessoas, pelo interesse e contribuição direta ou indireta no trabalho: Agenor Furigo Jr, Aloísio Nelmo Klein, Álvaro Toubes Prata, Ernesto Raizer Neto, Evaristo C. Biscaia Jr, João Borges Laurindo, João Carlos Gubulin, José A. Bellini da Cunha Neto, Klaus Reichardt, Leonel Teixeira Pinto, Lígia S. Dasmaceno Ferreira, Luismar Marques Porto e Vicente de Paulo Nicolau.

S U M Á R I O

	<u>Pág.</u>
Lista de Figuras	x
Lista de Fotos	xiii
Simbologia	xiv
Resumo	xvii
Abstract	xix
1 - INTRODUÇÃO.....	1
2 - FUNDAMENTOS.....	10
2.1 - Introdução.....	10
2.2 - Principais relações mássicas e volumétricas entre os constituintes de um meio poroso.....	11
2.3 - Estado de energia da água no seio de um meio poroso.....	13
2.4 - O potencial matricial e a curva de retenção de umidade.....	14
2.5 - O tensiômetro e a mediação do potencial matricial	18
2.6 - Tratamento clássico para o escoamento de água em meios porosos insaturados.....	26
3 - NATUREZA E PREPARAÇÃO DAS AMOSTRAS UTILIZADAS NOS ENSAIOS.....	31
3.1 - Introdução.....	31
3.2 - O material poroso.....	31
3.3 - Preparo e acondicionamento das amostras.....	35
3.4 - Considerações relativas às variáveis externas..	39
3.5 - Conclusão.....	40

4 - CARACTERÍSTICA DE RETENÇÃO DE UMIDADE DO MATERIAL POROSO.....	41
4.1 - Introdução.....	41
4.2 - O tensiômetro.....	41
4.2.1 - Construção e técnica de utilização.....	41
4.2.2 - O problema da queda de permeabilidade da cápsula poroso do tensiômetro. Influência nas medidas.....	50
Possíveis formas de contornar o problema.....	50
4.2.3 - Resultados experimentais obtidos com o tensiômetro.....	54
4.3 - Curva de retenção de umidade para um processo de drenagem a partir da saturação.....	58
4.3.1 - Resultados experimentais com a técnica de drenagem.....	59
4.4 - Conclusão.....	60
5 - A DIFUSIVIDADE HIDRÁULICA EM FUNÇÃO DO CONTEÚDO DE UMIDADE.....	62
5.1 - Introdução.....	62
5.2 - Determinação experimental da difusividade hidráulica.....	62
5.2.1 - Fundamentos e execução da técnica experimental.....	62
5.2.2 - Resultados referentes aos ensaios para a determinação da difusividade hidráulica em função do conteúdo de umidade.....	72

5.2.3 - Análise e tratamento dos resultados para a determinação da difusividade hidráulica.....	74
5.3 - Conclusão.....	91
6 - CONDUTIVIDADE HIDRÁULICA EM FUNÇÃO DO CONTEÚDO DE UMIDADE.....	93
6.1 - Introdução.....	93
6.2 - Determinação da condutividade hidráulica com o uso da difusividade hidráulica e da curva de retenção de umidade.....	93
6.2.1 - Fundamento do método.....	93
6.2.2 - Resultados obtidos com o uso da difusividade e da curva de retenção.....	94
6.3 - Determinação da condutividade hidráulica pelo método de estimativa de Millington e Quirk. Resultados.....	96
6.4 - Determinação experimental da condutividade hidráulica pelo método de E. G. Youngs.....	96
6.4.1 - Fundamentos e execução da técnica experimental.....	96
6.4.2 - Apresentação e análise dos resultados obtidos pelo método de E. G. Youngs....	100
6.5 - Determinação experimental da condutividade hidráulica de saturação para as cápsulas porosas do tensiômetro e bolachas de contato para infiltração.....	108
6.5.1 - Fundamento e execução da técnica experimental.....	108

	<u>Pág.</u>
6.5.2 - Apresentação dos resultados da conduti- vidade hidráulica de saturação das cápsulas e bolachas. Discussão.....	111
6.6 - Conclusão.....	114
7 - FORMULAÇÃO E RESOLUÇÃO DO PROBLEMA.....	116
7.1 - Introdução.....	116
7.2 - Hipóteses e Simplificações.....	116
7.3 - Equacionamento do Problema.....	117
7.4 - Resolução numérica do modelo pelo método da co- locação ortogonal.....	123
7.5 - Comparação entre previsões do modelo e os resul- tados experimentais.....	141
7.6 - Conclusão.....	144
8 - CONCLUSÕES E SUGESTÕES.....	146
Referências Bibliográficas.....	152
Apêndices.....	159
A - Transformação de Boltzmann.....	160
B - Estimativa da condutividade hidráulica.....	164
C - Método geométrico para diferenciação aproximada de uma função experimental em um ponto.....	166
D - A colocação ortogonal.....	171
E - Valores tabelados da função $\Psi(\theta)$ relativa à mistura a reia-caulim.....	177

L I S T A D E F I G U R A S

	<u>Pág.</u>
Figura 2.1 - As três fases de um meio poroso.....	11
Figura 2.2 - Formas de interação da água com a matriz sólida.....	15
Figura 2.3 - Representação do fenômeno de histerese.....	16
Figura 2.4 - Representação esquemática da medida da altura de sucção matricial Ψ com um tensiômetro.	19
Figura 2.5.A - Instante em que o contato meio poroso-cápsula é fechado.....	21
Figura 2.5.B - Primeiros momentos na interação cápsula-meio poroso.....	22
Figura 2.5.C - Num momento posterior a água dos capilares mais grossos do meio poro começa a retornar	23
Figura 2.5.D - No equilíbrio todos os capilares com diâmetro superior ao crítico estarão vazios.....	24
Figura 2.6 - Situação em que ocorre a desconexão.....	25
Figura 3.1 - Distribuição granulométrica da areia.....	33
Figura 4.1.A - Condição inicial: manômetro acusando sucção zero.....	45
Figura 4.1.B - Condição de equilíbrio: manômetro acusando uma sucção $\Psi_{total} \neq 0$	46
Figura 4.2 - Tensiômetro munido de torneira.....	48

	<u>Pág.</u>
Figura 4.3 - Tensiômetro de "fluxo zero".....	49
Figura 4.4 - Curvas experimentais de retenção de umidade para a mistura areia-caulim.....	57
Figura 5.1 - Esquema da infiltração horizontal.....	63
Figura 5.2 - Perfil de umidade para a infiltração horizon <u>tal</u> tal.....	65
Figura 5.3 - Variação de Ψ_1 na parede externa da bolacha em contato com o meio poroso.....	69
Figuras 5.4 a 5.10 - Resultados relativos aos ensaios de in <u>filtração</u> filtração horizontal.....	75
Figura 5.11 - Evolução do potencial de sucção na alimenta <u>ção</u> ção para os ensaios nº 2 e 3 de infiltração unidimensional horizontal.....	83
Figura 5.12 - Evolução do potencial de sucção na alimenta <u>ção</u> ção em função do tempo para os ensaios nº 2 e 3 de infiltração unidimensional horizontal	84
Figura 5.13 - Resultados experimentais dos sete ensaios de infiltração horizontal para a determinação da difusividade hidráulica para a mistura a- reia-caulim.....	89
Figura 6.1 - Determinação experimental da condutividade hi <u>dráulica</u> dráulica para a mistura areia-caulim.....	95
Figura 6.2 - Esquema de infiltração vertical.....	97

	<u>Pág.</u>
Figura 6.3 - A condutividade hidráulica é dada pela $\text{tg } \alpha$	98
Figuras 6.4 a 6.8 - Resultados relativos aos ensaios de infiltração vertical.....	103
Figura 6.9 - Dispositivo para a medida da condutividade hidráulica de saturação.....	109
Figura 6.10 - Geometria da cápsula.....	110
Figura 6.11 - Gráfico que mostra a correspondência entre a diferença de pressão aplicado entre as paredes da cápsula e a vazão volumétrica de água observada.....	112
Figura 6.12 - Gráficos v versus Δh para as bolachas de alimentação das colunas.....	113
Figura 7.1 - Parâmetros geométricos relativos à cápsula..	118
Figura 7.2 - Tensiômetro na condição inicial (acusando sucção zero).....	119
Figuras 7.3 a 7.12 - Comparação entre o resultado experimental e a previsão do modelo numérico.....	128
Figura 7.13 - Comparação entre os tempos de resposta para diferentes valores de θ_Q , segundo as previsões do modelo.....	140
Figura C.1 - Ilustração para o método de diferenciação geométrica.....	168

LISTA DE FOTOS

	<u>Pág.</u>
Foto 4.1 - Hastes e cápsulas do tensiômetro.....	43
Foto 4.2 - Conjunto amostra-tensiômetro mostrando a medi- ção do potencial matricial.....	45
Foto 4.3 - Equipamento para a medição do potencial matri- cial construído com base no trabalho de FALEI- ROS-TOBINAGA.....	58
Foto 4.4 - Receptáculo que compõe a célula de medida do e- quipamento de FALEIROS-TOBINAGA.....	59
Foto 5.1 - Interrupção do processo de infiltração e corte da coluna em fatias.....	66
Foto 5.2 - Manga de plástico com marcações.....	70
Foto 5.3 - Retirada da coluna para fora do tubo de vidro	71
Foto 5.4 - Corte em fatias da coluna.....	71
Foto 5.5 - Equipamento para infiltração.....	72
Foto 6.1 - Infiltração vertical.....	100

S I M B O L O G I A

<u>Símbolo</u>	<u>Significado e Fôrmula Dimensional</u>
a	Constante na Eq. 7.16
A	Área da seção transversal da coluna de material poroso, Eq. 5.9 (L^2)
b, c	Constantes na Eq. 7.16
D	Difusividade hidráulica (L^2T^{-1})
e	Espessura das bolachas de infiltração, Eq. 5.13 (L)
g	Aceleração da gravidade (LT^{-2})
h	Potencial hidráulico, Eq. 2.1 (L)
K	Condutividade hidráulica (LT^{-1})
K_b	Condutividade hidráulica das bolachas de infiltração (LT^{-1})
K_c	Condutividade hidráulica das cápsulas do tensiômetro (LT^{-1})
	Comprimento da cápsula do tensiômetro, Cap. 6 e 7 (L)
N	Número de pontos experimentais, Eq. 5.15
P	Pressão ($M . L^{-1}T^{-2}$)
q	Vetor velocidade de fluxo volumétrico, Cap. 2 ($L.T^{-1}$)
q_b	Fluxo volumétrico de água através da bolacha, Eq. 5.12 ($L . T^{-1}$)
r	Raio, coordenada de posição (L)
r^*	Variável adimensional, Cap. 7
s	Grau de saturação, Cap. 2

<u>Símbolo</u>	<u>Significado e Fórmula Dimensional</u>
S	Estimativa do desvio padrão dos logaritmos da difusividade hidráulica, Eq. 5.15
t	Variável tempo (T)
v	Fluxo volumétrico, Cap. 5 ($L \cdot T^{-1}$)
V	Volume de água absorvida pela coluna para um instante t, Eq. 5.9 (L^3)
\bar{v}	Fluxo volumétrico médio para o intervalo de tempo considerado, Eq. 5.13 ($L \cdot T^{-1}$)
x	Coordenada de posição (L)
y	Coordenada de posição (L)
z	Coordenada de posição (L)
$\alpha, \beta, \gamma, \epsilon$	Constantes, Cap. 7
δ	Função delta de Dirac, Apêndice D
η	Variável $xt^{-1/2}$ relativa à Transformação de Boltzmann, Eq. 5.5 ($L \cdot T^{-1/2}$)
θ	Conteúdo de umidade volumétrica ($L^3 \cdot L^{-3}$)
λ, ξ	Pesos do polinômio ortogonal, Apêndice D
ρ	Massa específica ($M L^{-3}$)
ρ_L	Massa específica da água líquida ($M L^{-3}$)
ρ_S	Massa específica da matriz sólida ($M L^{-3}$)
σ	Tensão interfacial ar - água ($M T^{-2}$)
ψ	Potencial capilar ou de sucção (L)
ω	Conteúdo de umidade ponderal ($M \cdot M^{-1}$)

Sub-índices

a Valor ajustado, Cap. 6

b	Relativo à bolacha, Cap. 5
c	Relativo à cápsula, Cap. 6
g	Gás
i,j	Índices de somatório, Cap. 7
L	Líquido
m	Relativo à medição do potencial matricial, Cap. 4; Valor médio, Cap. 5 e 6
o	Relativo ao estado seco da matriz sólida, Cap. 2
s	Sólido, Cap. 2; Saturação, Cap. 7
t	Total

R E S U M O

A análise da dinâmica de resposta do tensiômetro - um instrumento clássico utilizado, dentro de certos limites, na medição do estado de energia da água presente no seio de um material poroso, bem como de suas variações com o tempo - é objeto de grande interesse no que diz respeito à monitoração e à pesquisa de fenômenos ligados à migração de umidade, e à transferência de massa de um modo geral, no âmbito dos meios porosos.

No presente trabalho, procura-se, com especial ênfase, a elucidação do comportamento do sensor envolvendo o tempo de resposta associado às medições. Devido à resistência hidráulica da cápsula porosa, que faz parte do tensiômetro, e do próprio meio poroso submetido à medição, ou mesmo da zona de contato entre a cápsula e o meio, a resposta do tensiômetro se dá com um certo atraso em relação ao meio; mesmo a partir do momento da inserção do aparelho no local de interesse, verifica-se um lapso de tempo até que se possa obter uma medida estável.

Como primeira etapa na abordagem da análise suscitada, apresenta-se a quantificação experimental pormenorizada dos parâmetros fenomenológicos envolvidos no funcionamento do referido sensor: potencial matricial, difusividade e condutividade hidráulica em função do conteúdo de umidade para o meio poroso de teste, e a condutividade hidráulica saturada para a cápsula porosa do tensiômetro. Os valores médios obtidos, bem como a dispersão dos resultados individuais em torno da média, atendem o

grau de precisão encontrado na literatura para medições similares.

Em seguida, propõe-se um equacionamento para o problema do tensiômetro. As hipóteses e simplificações na formulação do modelo são apresentadas. Por fim, procede-se a resolução numérica do modelo com a utilização do Método da Colocação Ortogonal. Obtidos os resultados, analisados e confrontados com os dados experimentais disponíveis, conclui-se que o modelo reproduz de maneira satisfatória o comportamento do tensiômetro observado nos ensaios práticos.

A B S T R A C T

The dynamics of the response of a tensiometer is important in measuring the transient physical phenomena related to moisture transfer in unsaturated porous media. Tensiometers are measuring devices widely used, specially in soil physics , for measuring the energy state of water insid porous media.

In this work is presented the detailed experimental evaluation of the parameters relationed with the migration of moisture caused during the operation of a tensiometer, for a sand-kaolin mixture. The attained average values, and the dispersion of the individual results agrees with the degree of accuracy found in the literature.

The transient response of a tensiometer, when it makes contact with a porous medium, depends on the moisture diffusivity in the medium, which is a strong function of the water contact, on the saturated hydraulic condutivity of the porous cup and on the moisture potential characteristic curve. These parameters have been used for predicting the dynamical response of a cylindrical ceramic cup tensiometer, by using a collocation method.

The results of the numerical model are compared with experimental data obtained by monitoring the time evolution of the tensiometer readings. It is shown that the model is able to describe satisfactorily the tensiometer dynamics, observed during the experimental essays.

1 - INTRODUÇÃO

Entre outras técnicas para a medição do conteúdo de umidade no seio de um meio poroso, bem como de suas variações com o tempo, o tensiômetro tem, há já bastante tempo, merecido interesse, quer por sua simplicidade na construção e operação, quer por seu baixo custo, mormente em práticas de agricultura, tais como o controle e a frequência das operações de irrigação [1,2,3,4,5]. O tensiômetro indica diretamente a sucção (potencial matricial) exercida pelo meio poroso, expressa frequentemente em termos de altura manométrica de coluna d'água. Para a determinação do conteúdo de umidade correspondente, faz-se necessário o uso de uma curva de calibração específica para o meio poroso em questão, que relacione o potencial matricial com o conteúdo de umidade, para uma dada temperatura.

Para medições do potencial matricial "in situ", o tensiômetro é particularmente útil e tem tido alguma preferência. De outro lado, no laboratório, além do tensiômetro, é comum o uso de dispositivos munidos de membranas ou placas porosas que possibilitem o deslocamento da fase líquida de uma amostra mediante a aplicação de diferenciais de pressão [6,7,8,9,10,11]. Outra possibilidade é o método de centrifugação (Krischer, 1978) [11]p.84 que permite o estabelecimento de perfis hídricos na amostra em função de estados de equilíbrio que venham a ser atingidos entre as forças centrífugas e aquelas responsáveis pela sucção matricial. No domínio higroscópico, a determinação da presão de valor de equilíbrio da água presente no meio poroso permite também a obtenção do potencial matricial. Isto pode ser

feito com a utilização do psicrômetros [12], ou de soluções padrões com pressões de vapor conhecidas [11]p.87.

É proposição do presente trabalho realizar uma análise pormenorizada do tensiômetro, dada a grande importância para o estudo de fenômenos ligados à transferência de massa em meios porosos. Pelo que já se colocou com relação ao aparelho, e pelo fato de o mesmo possibilitar a realização de medidas localizadas do potencial matricial, visa-se um conhecimento mais profundo de sua natureza e de suas potencialidades como sensor. Almeja-se, com especial ênfase, a elucidação de seu comportamento envolvendo o tempo de resposta associado às medições. Devido à resistência hidráulica da cápsula porosa, que faz parte do tensiômetro, e do próprio meio poroso submetido à medição, ou mesmo da zona de contato entre a cápsula e o meio, a resposta do tensiômetro se dá com um certo atraso em relação ao meio; a partir do momento da inserção do aparelho no local de interesse, verifica-se um lapso de tempo até que se possa obter uma medida estável.

A utilização do tensiômetro está normalmente restrita a medições de sucção matricial inferiores a 0,5 atmosferas [2]. Isso se verifica em função do uso de dispositivos manométricos, pela dificuldade de se manter, em sistemas macroscópicos, colunas de água estáveis, quando submetidas a sucções consideráveis. Além disso, a cápsula do tensiômetro - geralmente constituída por material cerâmico - deve ser, tanto quanto possível, porosa e permeável a fim de minimizar a resistência ao fluxo de água. Com isto, para sucções mais elevadas, existe a possibilidade de inclusão de ar para dentro dos poros

da cápsula, o que desfaz o contato entre a água do meio poroso e a do tensiômetro, equalizando a pressão no interior do dispositivo manométrico [1]. Nesta situação, configura-se o que, em capítulo posterior, chamar-se-á de desconexão, o que impede o tensiômetro de registrar sucções além de certo limite. Na prática, o limite máximo situa-se ao redor de 0,8 bar de sucção [2]. Embora, a princípio, a faixa de atuação possa parecer algo estreita, é possível, principalmente para meios porosos de textura grosseira, a obtenção de medidas extremas correspondentes a conteúdos de umidade (expressos em termos de volume de água por volume de matriz porosa) nas vizinhanças de $0,030 \text{ cm}^3 \cdot \text{cm}^{-3}$, como será visto no desenvolvimento deste trabalho. Isto faz do tensiômetro um aparelho extremamente útil desde que não se pretenda trabalhar com conteúdos de umidade muito baixos (região higroscópica).

É comum o aparecimento de bolhas de ar no interior do dispositivo manométrico durante o experimento, devido ao efeito da pressão na solubilidade de gases em líquidos. A presença do ar torna o manômetro mais lento na resposta, e os efeitos de variações na temperatura sobre a pressão da fase gasosa dificultam a obtenção de leituras estáveis. Isso torna frequentemente necessária a eliminação das bolhas, sendo aconselhável, para minimizar o problema, a utilização de água deaerada [1]. Os tensiômetros são também afetados por gradientes de temperatura entre suas partes componentes, devendo-se tomar certas precauções, como por exemplo a exposição direta ao sol [2].

Para a análise pretendida das questões relacionadas ao tensiômetro, faz-se necessário todo um trabalho prévio. No capí

tulo 2 procede-se a uma breve revisão dos tópicos importantes no estudo do escoamento insaturado de água em meios porosos, e procura-se apresentar uma concepção física para o funcionamento do tensiômetro. No capítulo 3 aborda-se o problema da seleção e caracterização do meio poroso para os ensaios e o adequado acondicionamento das amostras. Em capítulos posteriores considera-se a determinação de propriedades e parâmetros que caracterizam o processo de transporte sob condições de insaturação.

A condutividade e a difusividade hidráulicas insaturadas, para diferentes valores de sucção e conteúdos de umidade do meio poroso, são imprescindíveis para qualquer tentativa de modelizar matematicamente o processo de fluxo de água ligado ao funcionamento do tensiômetro. Devido à dificuldade na previsão de tais parâmetros a partir de outras propriedades de mais fácil obtenção, torna-se necessário a adoção de técnicas experimentais que permitam a medição direta. Em termos gerais, a difusividade hidráulica D e a condutividade hidráulica K podem ser obtidas usando-se métodos estacionários e/ou transientes. Os sistemas estacionários permitem um tratamento matemático mais simples e frequentemente levam a resultados mais precisos. Em contrapartida, tais sistemas demandam um longo tempo desde o estabelecimento do fluxo até que se tenha condições estáveis. Isso determina um procedimento mais cuidadoso na realização dos ensaios, principalmente no que se refere às perdas de umidade por evaporação para o meio ambiente.

Numa das técnicas de fluxo estacionários [13]p.199, aplica-se um desnível constante de coluna d'água através de uma amostra, e mede-se em seguida, uma vez estabelizado, o fluxo de á-

gua resultante. Com isso e pela utilização da equação de Darcy-Buckingham [13]p.203, determina-se a condutividade hidráulica K . Alternativamente, o uso de dispositivos de placa de pressão é bastante comum para a obtenção de escoamento insaturado ao longo das amostras. São feitas medidas sucessivas a diferentes níveis de sucção e umidade, de forma a permitir o estabelecimento das funções $K(\Psi)$, $K(\theta)$ e $D(\theta)$, onde Ψ designa o potencial matricial e θ o conteúdo de umidade. Muitas vezes são inseridos tensiômetros ao longo da amostra, na direção do escoamento, a fim de que se possa acompanhar a variação de Ψ com a posição (Olson, 1966) [14]p.252.

Um método de fluxo transiente amplamente utilizado para medições da condutividade e difusividade hidráulicas em laboratório é o proposto por W. R. Gardner (1956) [14]p.256. Neste método, uma amostra é colocada sobre uma placa ou membrana porosa, alojada no interior de uma câmara pressurizada. O procedimento consiste no acompanhamento da redução do fluxo de líquido retirado da amostra, que inicialmente possui umidade uniformemente distribuída, por meio de um certo incremento na pressão a que está submetida. Os valores de D e K resultantes devem ser associados a um valor médio de conteúdo de umidade θ , uma vez que o processo de medição altera a condição inicial da amostra. Repetindo o processo para pressões sucessivamente maiores, pode-se determinar as funções $D(\theta)$ e $K(\theta)$. A maior dificuldade na aplicação do método diz respeito à influência da resistência hidráulica (também denominada impedância) oferecida pela placa porosa e também pela zona de contato amostra-placa porosa. Vários autores têm procurado considerar este problema de maneira a in-

troduzir correções na obtenção dos resultados [15,16].

A utilização de longas colunas de material poroso é frequentemente preferida para a realização dos ensaios, alternativamente às técnicas anteriores que se baseiam em amostras pequenas. Neste caso, o fluxo em regime estacionário pode ser promovido por infiltração (Youngs, 1964) [17] ou por evaporação (Moore, 1939) [18]. Havendo a possibilidade de medirem-se, ao longo da coluna, os gradientes de sucção (com o uso de uma série de tensiômetros, como já se sugeriu) e os gradientes de umidade (quer através do seccionamento da coluna, quer por uma técnica não destrutiva como a varredura por raios gama [19]), as relações $K(\theta)$ e $K(\psi)$ para uma faixa de θ podem ser obtidas com uma única coluna ou com uma série de colunas preparadas sob condições padronizadas.

A técnica de infiltração horizontal proposta por Bruce e Klute (1956) [20] tem sido utilizada e testada por vários pesquisadores ao longo dos anos. Com este método, tem-se condições de determinar diretamente $D(\theta)$ para o processo de molhamento. Os dados experimentais necessários podem ser tanto a determinação do perfil de conteúdos de umidade $\theta(x)$ num dado instante t , ou o conteúdo de umidade θ como uma função de t a uma dada posição x ; esta segunda opção é própria para os métodos não destrutivos de medição do conteúdo de umidade (raios gama e neutrons).

Ainda para o caso de colunas sob condições transientes, a técnica proposta por Watson (1966) [21] utiliza-se da integração gráfica entre perfis instantâneos sucessivos de conteúdo de umidade aplicada à equação de fluxo de massa isotérmica

ca para a determinação da difusividade hidráulica $D(\theta)$.

Uma questão importante a ser considerada no levantamento dos parâmetros de transporte mencionados é a manifestação, muito comum, do fenômeno de histerese - em especial no que se refere a função $\Psi(\theta)$ - relativo aos processos de infiltração e drenagem [22]. Tal fato normalmente vem complicar e dificultar ainda mais a descrição quantitativa dos processos envolvendo fluxo insaturado.

As técnicas experimentais de que se fez uso para a determinação das funções $\Psi(\theta)$, $K(\theta)$ e $D(\theta)$, objetivando a análise ora pretendida, utilizam-se de sistemas onde se verifica a cessão de água (molhamento) do meio poroso de teste. Esta característica vem de encontro ao processo de migração de umidade durante as medições com o tensiômetro, desde o momento do contato inicial da cápsula com a amostra até o estado de equilíbrio. Além disso, a preferência por métodos onde os ensaios fossem de duração relativamente curta (no máximo alguns dias), o baixo custo e a facilidade na montagem e operação dos equipamentos orientaram as opções feitas.

A determinação da curva que estabelece a relação entre o potencial matricial Ψ e o conteúdo de umidade θ para o meio poroso deu-se com o emprego do próprio tensiômetro. Desse modo, mediram-se os potenciais matriciais em estados de equilíbrio para uma série de amostras com umidades previamente conhecidas. Como é de interesse avaliar a importância do fenômeno de histerese relacionado à migração de umidade no meio em questão, a função $\Psi(\theta)$ também foi determinada segundo o método utilizado por Faleiros, L. E. e Tobinaga, S. [23] desenvolvido com base no

trabalho de Su e Brooks. No capítulo 4, procede-se à apresentação destas técnicas seguidas dos respectivos resultados experimentais com a necessária discussão.

O capítulo 5 é dedicado a questão da determinação da difusividade hidráulica. O método utilizado foi o de Bruce e Klute [20], sendo os perfis de umidade obtidos através do seccionamento das colunas com posterior secagem e pesagem. Uma análise à respeito do grau de dispersão dos resultados alcançados é apresentada ao final do capítulo.

No que concerne à determinação da condutividade $K(\theta)$ a ser empregada na abordagem matemática do problema relativo ao tensiômetro, utilizou-se da difusividade $D(\theta)$ e das derivadas $-d\psi/d\theta$ relativas à curva de retenção de umidade $\psi(\theta)$ obtida com o tensiômetro. Com o intuito de ter maior respaldo para os valores de $K(\theta)$, outros dois métodos diversos foram também utilizados. O primeiro deles é o método de estimativa proposto por Millington e Quirk [24] e o segundo o método experimental, já anteriormente referido, proposto por Youngs. Esta temática é desenvolvida ao longo do capítulo 6. Ainda, nas últimas seções deste capítulo, aborda-se a questão da determinação da condutividade hidráulica de saturação para as cápsulas porosas do tensiômetro e bolachas de contato para os ensaios de infiltração.

No capítulo 7 propõe-se um equacionamento para o problema de um tensiômetro, munido de um manômetro de mercúrio, o qual é colocado em interação com uma amostra finita de material poroso com conteúdo de umidade conhecido. As hipóteses e simplificações na formulação do modelo são apresentadas. Em seguida, exibiu-se a resolução numérica do modelo na esperança de obter

uma descrição realística do tensiômetro com respeito a sua dinâmica de resposta frente às condições do meio poroso, bem como ao processo de migração de umidade desenvolvido durante a medida do potencial matricial. Para isto, serão utilizados os coeficientes e parâmetros físicos previamente determinados. O método numérico empregado é o da colocação ortogonal, o qual é uma técnica dentro da classe dos métodos conhecidos como "Métodos dos Resíduos Ponderados" (Apêndice D). Finalmente, os resultados obtidos são analisados e confrontados com os dados experimentais disponíveis.

As considerações e conclusões finais, bem como sugestões para futuros trabalhos visando o aprofundamento e extensão da presente análise, são apresentadas no capítulo 8.

2 - FUNDAMENTOS

2.1 - INTRODUÇÃO

Existem duas variáveis principais que devem ser consideradas no presente estudo de maneira que se possa caracterizar a contento as propriedades resultantes da interação entre as diversas fases que compõem um meio poroso insaturado. Estas variáveis são a quantidade e o estado de energia da água presente nos poros do material.

A quantidade de água no meio - normalmente expressa através de um conteúdo relativo de água ou umidade - estabelece relações de dependência com uma série de propriedades mecânicas referentes ao sistema, inclusive podendo ocasionar rearranjos na estrutura da fase sólida. Além disto, o conteúdo de água governa o conteúdo de fase gasosa repercutindo junto ao mecanismo de transferência de massa e calor.

O grau de ligação da água com a fase sólida ou, dito de outra maneira, a condição físico-química da água no meio poroso é caracterizada em termos de sua energia livre. A partir da condição de saturação, passando por níveis de insaturação progressivamente maiores, a energia da água nos poros que inicialmente corresponde àquela da água livre (ou seja, com a superfície interfacial água-ar plana, sem interação com fase sólida e submetida a pressão atmosférica na temperatura de referência) decerá a valores cada vez menores. Assim, quanto menor a energia livre da água no seio do meio poroso tanto maior será o seu compromisso com a fase sólida.

A questão da definição de um potencial da água como expressão da sua energia potencial específica, relativa a um estado de referência padrão, será colocada também no presente capítulo. Na seqüência da análise, proceder-se-á a uma discriminação das parcelas que compõem o potencial total bem como a uma discussão a respeito do instrumento clássico - o tensiômetro: utilizado para a quantificação da parcela do potencial que caracteriza a intensidade com que a água é mantida junto à fase sólida - parcela esta denominada de potencial matricial.

Por fim apresentar-se-á a equação de Darcy-Buckingham (1907) bem como uma breve análise das limitações impostas pelo tratamento clássico para a descrição do fluxo de água em meios porosos insaturados.

2.2 - PRINCIPAIS RELAÇÕES MÁSSICAS E VOLUMÉTRICAS ENTRE OS CONSTITUINTES DE UM MEIO POROSO

Com base na representação esquemática da Fig. (2.1),

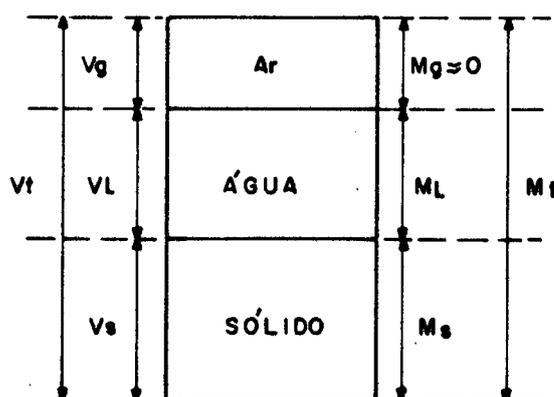


Fig. 2.1 - AS TRÊS FASES DE UM MEIO POROSO

pode-se definir alguns parâmetros que são normalmente usados para exprimir as interrelações quantitativas das três fases de um meio poroso. A porosidade, ϵ , é um índice do volume relativo de poros no meio; nada revela sobre a distribuição de tamanhos de poros,

$$\epsilon = \frac{V_f}{V_t} = \frac{V_g + V_L}{V_t},$$

a massa específica da matriz sólida, ρ_S , é o valor médio dado pela razão entre a massa e a unidade de volume das partículas sólidas que compõem o meio poroso,

$$\rho_S = M_S / V_S,$$

a massa específica média aparente no estado seco, ρ_0 , expressa a razão entre a massa do meio seco e seu volume total,

$$\rho_0 = M_S / V_t = M_S / (V_g + V_L + V_S),$$

sendo que ρ_S e ρ_0 relacionam-se através de ϵ :

$$\rho_0 = \rho_S(1 - \epsilon),$$

a umidade ponderal, ω , é a massa de água relativa à massa de partículas do meio seco,

$$\omega = M_L / M_S,$$

a umidade volumétrica, θ , é dada pela razão entre o volume de água e o volume de matriz sólida,

$$\theta = V_L / V_t = V_L / (V_L + V_S + V_g)$$

enfim, o grau de saturação, s , é um índice que expressa o volume de água presente no material relativo ao volume de poros,

$$s = V_L / (V_g + V_L).$$

Pode-se obter a seguinte relação entre os parâmetros citados:

$$\omega = \frac{\rho_L \cdot s \cdot \epsilon}{\rho_0} = \frac{\rho_L}{\rho_0} \theta,$$

sendo ρ_L a massa específica da água líquida

2.3 - ESTADO DE ENERGIA DA ÁGUA NO SEIO DE UM MEIO POROSO

A energia potencial - relativa a um estado de referência padrão - da água em interação com uma matriz porosa sólida é comumente denominada de potencial total da água. A parcela referente à energia cinética é negligenciável, pois o movimento de água nos materiais porosos costuma ser lento. Com relação ao estado padrão, é geralmente usado um reservatório de água pura, à pressão atmosférica, à mesma temperatura que a da água do meio poroso (ou qualquer outra temperatura especificada), e a uma da

da e constante elevação.

A movimentação da água no meio poroso ocorrerá no sentido de provocar um decréscimo no seu potencial, ou seja, a água fluirá de zonas de maior para zonas de menor potencial. A força motriz atuante é expressa pelo gradiente do potencial. A forma mais simples e frequentemente mais conveniente de exprimir quantitativamente o potencial da água é em termos de uma altura equivalente de coluna de água. Sendo $p = -\rho_L g \psi$ o potencial em termos de pressão, onde ψ é a altura de sucção em coluna d'água, tem-se que:

$$\psi = \frac{-p}{\rho_L g}$$

O potencial total da água em um meio poroso é resultado do somatório de várias contribuições, como segue:

$$\psi_t = \psi_g + \psi_p + \psi_{os} + \psi_m + \dots$$

sendo, ψ_t , o potencial total; ψ_g , o potencial gravitacional; ψ_p , o potencial pneumático; ψ_{os} , o potencial osmótico; ψ_m o potencial matricial. Parcelas adicionais teoricamente são possíveis. A parcela referente ao potencial pneumático aparece em função de variações eventuais ou impostas à pressão da fase gasosa, afetando a pressão na fase líquida no interior do meio poroso.

2.4 - O POTENCIAL MATRICIAL E A CURVA DE RETENÇÃO DE UMIDADE

O potencial matricial é resultado da ação das forças capilares e de adsorção devidas à interação da água com a matriz sólida. Estas duas modalidades de interação não podem ser facilmente separadas visto que os meniscos estão num estado de equilíbrio com as películas de água adsorvida, Fig. (2.2). Em função disto e das peculiaridades geométricas dos meios porosos, torna-se extremamente complicado tentar relacionar teoricamente o potencial matricial com a umidade e a distribuição de tamanhos de poros.

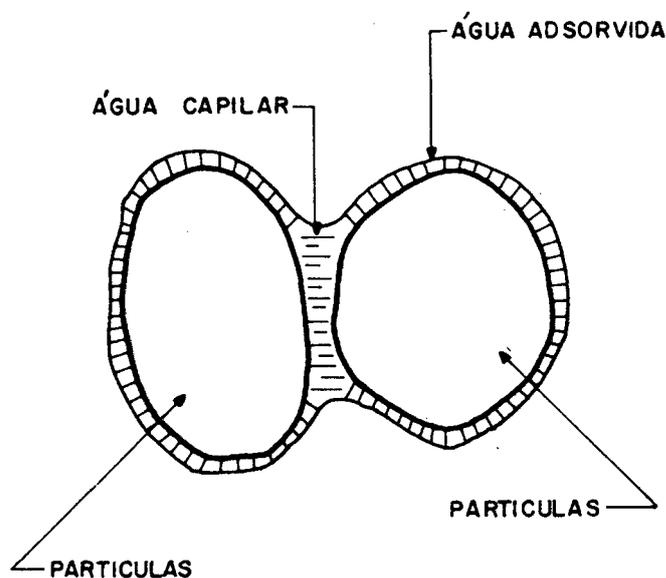


Fig. 2.2 - FORMAS SOB AS QUAIS A ÁGUA SE APRESENTA NUM MEIO POROSO INSATURADO

Assim, em vista da dificuldade apontada, a dependência do potencial matricial em função da umidade é determinada experimentalmente e sua representação gráfica é denominada de curva característica de retenção de umidade. O procedimento experimen

tal no levantamento da referida curva não é único:

- 1º) Pode-se aplicar sucessivos níveis de sucção à água do meio poroso e registrar os correspondentes teores de água, uma vez tenha sido atingido o equilíbrio, ou seja, trata-se de um processo de drenagem em equilíbrio e é representado pela linha cheia na Fig. (2.3).
- 2º) Seguindo o caminho inverso, pode-se injetar a água no meio poroso seco e realizar assim um processo de infiltração em equilíbrio, representado pela linha tracejada na Fig. (2.3).

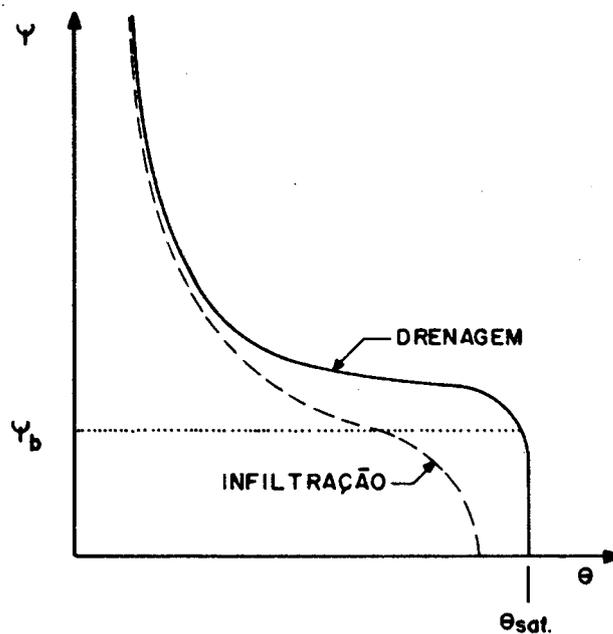


Fig. 2.3 — REPRESENTAÇÃO DO FENÔMENO DE HISTERESE

Como se observa pela Fig. (2.3), para cada um destes métodos se obtém uma curva contínua, entretanto, em geral, as curvas não são idênticas. A umidade de equilíbrio a uma dada suc

ção é maior na drenagem (secagem) do que na infiltração (molhamento). Além disso, se a determinação da curva for feita segundo um regime dinâmico - com a água em movimento no interior do meio poroso - poder-se-ã ter resultados diferentes daqueles observados para os processos desenvolvidos em equilíbrio. Esta dependência do estado e conteúdo de água no meio poroso com relação à direção e modalidade do processo é chamada de histerese. Para maiores detalhes sobre este fenômeno e suas causas, indique-se a leitura de [25] p.53 à 68 e [13] p.152 à 155.

Com a existência do fenômeno de histerese, as considerações a respeito de um potencial matricial ficam seriamente comprometidas, uma vez que $\Psi(\theta)$ não é realmente uma função única de θ . A maneira de contornar esta dificuldade consiste em considerar separadamente a secagem e o molhamento e não ambos em conjunto, tomando para cada caso a curva correspondente (drenagem ou infiltração). Pode-se, assim, de forma razoável aceitar $\Psi(\theta)$ como única.

Num processo de drenagem a partir da saturação, a água começará a fluir, permitindo a entrada de ar no meio poroso somente após um valor mínimo de sucção (Ψ_b) ser aplicado, veja Fig. (2.3). Este valor é denominado de Tensão de Borbulhamento e corresponde à entrada de ar nos poros de maior diâmetro do material.

A utilização da curva de retenção de umidade, juntamente com um modelo baseado no fenômeno da capilaridade, permite, com boa aproximação, calcular a distribuição efetiva de tamanho de poro, ou seja, os volumes das diferentes classes de tama

nho de poro. De maneira simplificada, pode-se relacionar o potencial matricial com o respectivo raio efetivo de poro através da equação $\psi = -2\sigma/r$ ⁽¹⁾ [13].

2.5 - O TENSÍOMETRO E A MEDIÇÃO DO POTENCIAL MATRICIAL

Um tensiômetro consiste de uma cápsula porosa conectada a um manômetro através de um tubo, devendo todas as partes estarem preenchidas com água. A cápsula deve ficar completamente saturada pela água. Ao se inserir a cápsula porosa no local onde se deseja medir a sucção, a água do tensiômetro entrará em contato com o meio poroso através dos poros da parede da cápsula. Em função da queda no estado de energia da água, que passa a interagir com a matriz sólida, uma certa quantidade de água do tensiômetro fluirá para o meio levando o manômetro a registrar decréscimos na sua pressão hidrostática, até que o equilíbrio tenha sido atingido. A evolução na pressão da água do tensiômetro pode ser acompanhada alternativamente - em vez de um manômetro como já foi dito - através de um vacuômetro ou um transdutor elétrico.

A resposta do tensiômetro depende da resistência hidráulica da cápsula e do meio poroso, e ainda da zona de contato entre o meio e a cápsula. Este atraso na resposta pode ser minimizado pela utilização de, por exemplo, um sensor piezoelétrico.

(1) A expressão mais exata é $P_c = \psi = -\sigma (1/R_1 + 1/R_2)$, onde σ é a tensão interfacial ar-água, $R_1 = R_2 = r$ (capilar cilíndrico com raio r), sendo R_1 e R_2 os raios principais de curvatura do menisco.

trico para o qual praticamente nenhum fluxo de água se faz necessário para que o tensiômetro se ajuste a sucção matricial do meio. No entanto, este expediente pode resultar em prejuízos para a resolução das medidas.

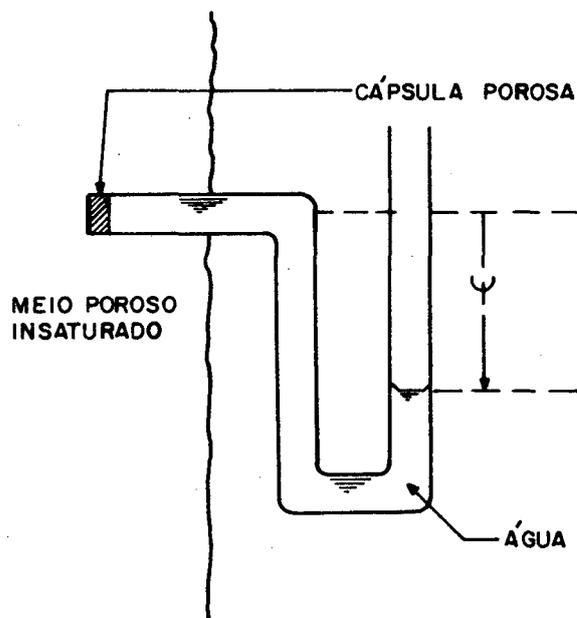


Fig. 2.4 - REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DA MEDIÇÃO DA ALTURA DE SUCCÃO MATRICIAL ψ COM UM TENSIOMETRO

A cápsula porosa do tensiômetro é permeável tanto à água quanto aos solutos, de modo que a água no interior do tensiômetro tende a ficar com a mesma composição e concentração da água do meio onde se fazem as medidas. Por consequência, o instrumento é incapaz de indicar o potencial osmótico do meio.

O tamanho dos poros da cápsula porosa traz as seguintes implicações:

(a) Se os poros são muito pequenos, a resistência hidráulica da

cápsula é grande e, como foi colocado, a velocidade de resposta do tensiômetro é baixa. Portanto, em relação a este aspecto seria desejável poros grandes.

- (b) Se os poros são demasiadamente grandes, a "barreira capilar" constituída pela parede da cápsula porosa é incapaz de se manter saturada fazendo frente às baixas pressões que se estabelecem na água no interior do tensiômetro. Nestas condições - desde que a pressão seja suficientemente baixa - ocorre a entrada de ar através da cápsula, rompendo o contato hidráulico entre o meio e o tensiômetro. A pressão para a qual isto ocorre com uma dada cápsula será denominada de "pressão de desconexão". Para se ter novamente condições de uso é necessário expulsar o ar e voltar a saturar a cápsula porosa.

Percebe-se do exposto que a escolha do tamanho dos poros da cápsula deve atender a um compromisso entre a velocidade de resposta e o limite de atuação do aparelho - limite este, relativo à máxima sucção capaz de ser sustentada pela cápsula.

Para que se compreenda melhor a dinâmica de funcionamento do tensiômetro, um modelo baseado nos fenômenos de capilaridade pode ser útil. Com este fim, admite-se:

- que o meio poroso seja constituído somente por capilares de secção transversal circular e constante;
- que o meio poroso seja contínuo, ou seja, para um elemento de volume pequeno em relação ao volume global considerado e grande em relação ao diâmetro de um simples capilar, existirá em seu interior capilares de todos os diâmetros possíveis para o meio poroso;

- que cada capilar presente no interior de um elemento de volume representativo esteja conectado a todos os demais aí presentes;
- que dentro da gama de diâmetros possíveis para os capilares do meio poroso exista um "diâmetro crítico" correspondente ao maior diâmetro de capilar capaz de reter a água sob dada condição de umidade em equilíbrio.

Além disso, com o fim de facilitar a discussão a nível de interface meio poroso-cápsula, será considerado:

- um elemento de volume com espessura 2δ apropriada (como indicado na Fig. (2.5.a)) e contendo uma fração da área interfacial meio poroso-cápsula, de tal forma que capilares de todos os tamanhos possíveis sejam encontrados em seu interior;

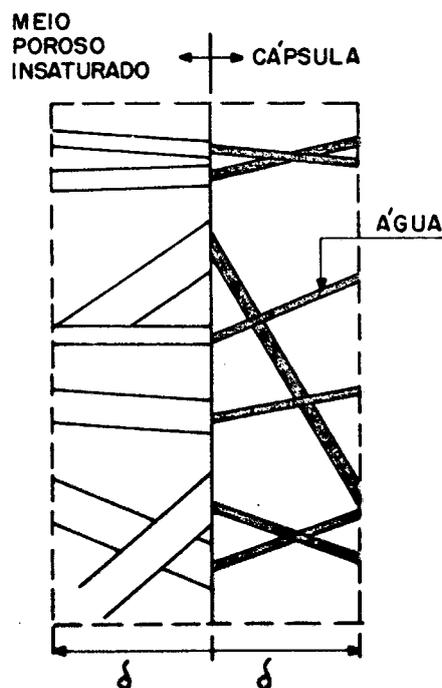


Fig. 2.5. A - INSTANTE EM QUE O CONTATO MEIO POROSO-CÁPSULA É FECHADO

- que no interior do elemento de volume de espessura 2δ apropriada, os capilares considerados são independentes, isto é, não possuem ligações entre si que possibilitem o escoamento de água;
- que os capilares sob consideração têm seu ponto de contato com a interface contido no elemento de volume.

Ao se conectar a cápsula saturada com o meio poroso insaturado, a seguinte seqüência de eventos se dará:

- 1º - Nos primeiros momentos, como a água da cápsula está submetida a pressão atmosférica, todos os capilares do meio que estejam vazios e em contato com a parede da cápsula passarão a succionar água, Fig. (2.5.b). Os capilares menores do meio (com diâmetro inferior ao crítico) já cheios de água antes da inserção da cápsula não foram indicados na figura.

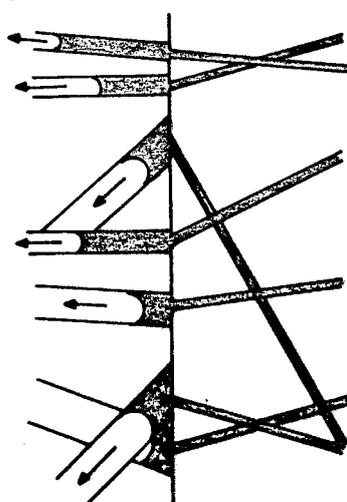


Fig. 2.5.8 - PRIMEIROS MOMENTOS NA INTERAÇÃO CÁPSULA-MEIO POROSO

29 - Com o desenvolvimento do fluxo de água em direção ao meio poroso, a pressão na cápsula progressivamente irá cair. Com isso, a sucção desenvolvida pelos capilares mais grossos será incapaz de impedir que a água neles contida flua para capilares mais finos ou mesmo retroceda em direção à cápsula, Fig. (2.5.c.). À medida que caia a pressão na cápsula, o mesmo acontecerá com capilares sucessivamente mais finos do que os primeiros.

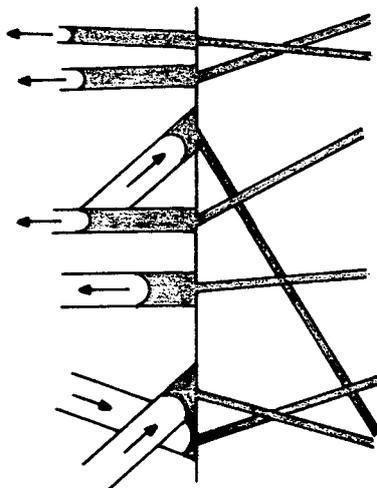


Fig. 2.5.C — NUM MOMENTO POSTERIOR A ÁGUA DOS CAPILARES MAIS GROSSOS DO MEIO POROSO COMEÇA A RETORNAR

39 - Dependendo da umidade inicialmente reinante no meio poroso, haverá um determinado diâmetro de capilar - chamado de "diâmetro crítico" relativo à umidade do meio - acima do qual todos os capilares estarão vazios na situação de equilíbrio (ausência de fluxo entre o meio e a cápsula). Os capilares com diâmetro igual ao crítico continuarão a reter a água

que fluiu do tensiômetro durante a realização da medida do potencial de sucção, Fig. (2.5.d). Os capilares com diâmetro inferior ao crítico continuarão cheios de água, como antes da interação com o tensiômetro.

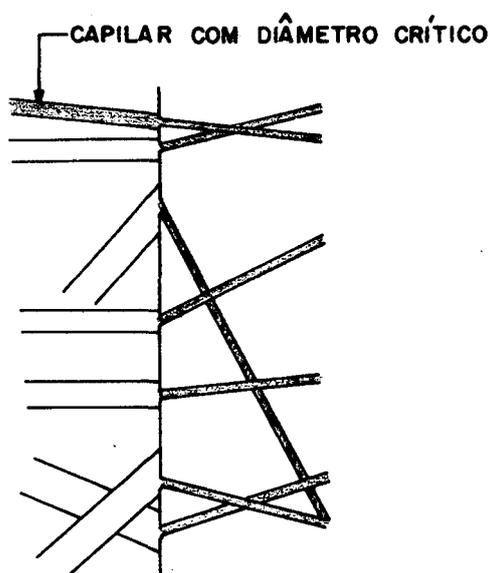


Fig. 2. 5. D. — NO EQUILÍBRIO TODOS OS CAPILARES COM DIÂMETRO SUPERIOR AO CRÍTICO ESTARÃO VAZIOS

Apesar do distanciamento da realidade imposto pelo modelo - a geometria da matriz porosa foi enormemente simplificada; ignorou-se os fenômenos de adsorção, aprisionamento de ar nos poros e rearranjos estruturais; não se considerou a resistência de contato a nível de interface meio poroso-cápsula - é possível através do mesmo esclarecer alguns aspectos importantes com relação ao funcionamento do tensiômetro.

A saturação do meio poroso junto à parede da cápsula do tensiômetro deve acontecer apenas nos primeiros instantes ,

quando é feito o contato, e admitindo que não ocorra a presença de ar aprisionado nos poros junto à área de contato (histerese). Posteriormente, gera-se a insaturação que, com o evoluir do processo em direção ao equilíbrio, tende a condição inicial de umidade da amostra.

Outro aspecto que pode ser elucidado é o seguinte: quando o diâmetro crítico de capilar para a amostra sob determinado teor de umidade for inferior ao maior diâmetro de capilar pertencente à cápsula e em contato com a interface ocorrerá o fenômeno da desconexão (insaturação da cápsula). Portanto, como já foi colocado, o maior diâmetro de capilar da cápsula estabelece, para uma amostra com determinadas características, o limite de atuação do tensiômetro com relação ao grau de insaturação do meio, Fig. (2.6).

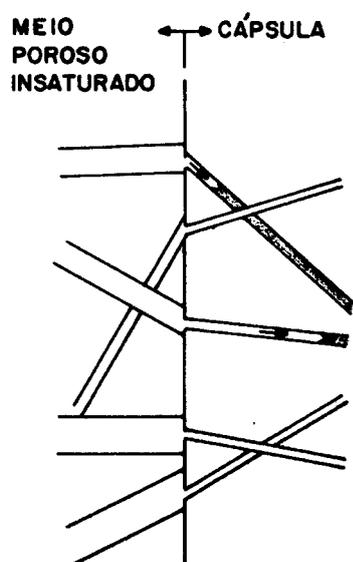


Fig. 2.6— SITUAÇÃO EM QUE OCORRE A DESCONEXÃO

Naturalmente, até que seja atingido o equilíbrio para a realização da medida, uma determinada quantidade de água terá passado para a amostra, o que, em maior ou menor grau, produz uma alteração na condição inicial de umidade. Levando em conta as dimensões do manômetro, as alturas máximas de sucção obtidas e a quantidade de amostra com que se trabalha nos testes, poder-se-á ter uma distorção perfeitamente aceitável para as condições experimentais.

2.6 - TRATAMENTO CLÁSSICO PARA O ESCOAMENTO DE ÁGUA EM MEIOS POROSOS INSATURADOS

Inicialmente, considera-se a Lei de Darcy (1856) para o escoamento laminar de fluidos em meios porosos homogêneos saturados e, após, sua modificação, a fim de que se leve em conta os efeitos da insaturação.

A equação de Darcy para fluxo saturado estabelece que o vetor velocidade de fluxo volumétrico "q" é diretamente proporcional ao gradiente do potencial hidráulico "h". Desta forma:

$$q \propto \nabla h$$

A constante de proporcionalidade que permite a igualdade é denominada de condutividade hidráulica "K", e assim:

$$q = -K \nabla h \quad (2.1)$$

O sinal negativo indica que o fluxo se dá no sentido do maior

para o menor potencial. O potencial hidráulico é composto por duas parcelas, $h = z + p/\rho_L g$, onde z é o potencial gravitacional (elevação, positiva para cima) e $p/\rho_L g$ corresponde ao potencial de pressão, sendo " p " a pressão, " ρ_L " a densidade da água líquida e " g " a aceleração da gravidade.

Para o caso de escoamento insaturado, a Eq. (2.1) deve sofrer modificações em vista de que:

- 1º) " K " para o escoamento insaturado é menor do que para o saturado, tornando-se uma função do conteúdo de água, $K = K(\theta)$. Isto se deve ao fato de que a insaturação reduz a secção transversal efetiva para a passagem de líquido simultaneamente aumentando a tortuosidade do escoamento.
- 2º) A parcela do potencial hidráulico correspondente a pressão aplicada (positiva) sobre o líquido é agora representada por uma pressão de sucção (negativa) e dada por Ψ em termos de coluna de água, veja Fig. (2.4).

A sucção Ψ , como já foi colocado, é também uma função do conteúdo de água θ . Substituindo $K = K(\theta)$ e $h = z - \Psi(\theta)$ na Eq. (2.1), passa-se a ter:

$$q = -K(\theta) [\nabla z - \nabla \Psi(\theta)] \quad (2.2)$$

Considerando apenas a direção x , e aplicando a regra da cadeia, tem-se:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x} = \left(\frac{d\Psi}{d\theta} \right) \cdot \left(\frac{\partial \theta}{\partial x} \right)$$

O mesmo pode ser feito para $\partial\psi/\partial y$ e $\partial\psi/\partial z$. Substituindo na Eq. (2.2), tem-se:

$$q = -K(\theta)\nabla z - D(\theta)\nabla\theta \quad (2.3)$$

sendo que

$$D(\theta) = K(\theta) (-d\psi/d\theta) \quad (2.4)$$

onde $D(\theta)$ é identificado como um coeficiente de difusão. A Eq. (2.3) é reconhecida como a equação de Darcy-Buckingham (1907).

A fim de que se possa apreciar os processos envolvendo fluxo não estacionário, ou transiente, necessário se faz utilizar o princípio da conservação da massa expresso na equação de continuidade. Em coordenadas cartesianas, para um cubo infinitesimal do meio poroso de volume $dx dy dz$, a acumulação líquida de massa de água por unidade de tempo pode ser expressa por $-dx dy dz \nabla \cdot (\rho_L q)$. Ainda, para o meio poroso insaturado, esta mesma acumulação também pode ser dada por $\partial(\rho_L \theta dx dy dz) / \partial t = dx dy dz \partial(\rho_L \theta) / \partial t$. Igualando as duas expressões e considerando ρ_L constante, tem-se:

$$-\nabla \cdot q = \partial\theta/\partial t \quad (2.5)$$

que expressa a equação da continuidade para fluxo insaturado. Combinando as Eq. (2.3) e (2.5) e considerando que $\nabla \cdot (K\nabla z) = \partial K/\partial z$ para coordenadas cartesianas, obtém-se:

$$-\nabla \cdot q = \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial K}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) \quad (2.6)$$

onde $D = D(\theta)$ é o coeficiente de difusão hidráulica. A Eq.(2.6) foi apresentada nesta forma por Philip, J. R. (1957) [26]. Para uma análise mais detalhada sugere-se a consulta de [13] e [14].

Para que o tratamento aqui apresentado tenha validade, duas premissas básicas devem ser atendidas:

- A linearidade entre a velocidade de fluxo e o gradiente hidráulico, Eq. (2.1). Para altas velocidades de fluxo, quando as forças inerciais se tornam comparáveis às forças viscosas (fluxo turbulento), tem sido constatado que o fluxo aumenta menos do que linearmente com o gradiente hidráulico (Hubbert, 1956). De outra parte, um comportamento oposto - com o fluxo aumentando mais do que linearmente, com o gradiente hidráulico - tem sido registrado para baixos gradientes em materiais de pequenos poros (King, 1898; Swartzendruber, 1962; Miller & Low, 1963; Kutilek, 1965). Esta anomalia tem sido explicada admitindo-se que a água, em íntimo contato com as partículas sólidas do meio, tenha suas propriedades físico-químicas modificadas em relação às da água ordinária [14] p. 265 à 269. Adicionalmente, para fluxo insaturado, a presença do ar e a ocorrência de rearranjos na estrutura da matriz porosa produz efeitos sobre $K(\theta)$, contribuindo para o comportamento não linear.
- A unicidade da relação potencial matricial x conteúdo de água, Eq. (2.4). O comportamento não linear para o fluxo insaturado - além do que já se colocou - pode ser resultado da não unicidade de $\Psi(\theta)$, mesmo para um processo monotônico de molhamento

[W. H. Gardner & W. Gardner (1951)]. Muitos são as causas a pontadas para este tipo de ocorrência, entre elas: a deficiência de pressão provocada pelos meniscos no meio poroso; fenômenos de superfície os quais alteram as propriedades físico-químicas da água (L. A. Richards, 1965).

Não obstante, a existência do comportamento não linear, tanto para o fluxo saturado quanto para o insaturado, as equações de Darcy, Eq. (2.1) , e Darcy-Buckingham, Eq. (2.3) , se constituem ainda numa boa hipótese de trabalho. São expressões simples e especialmente úteis quando se conhece as limitações envolvidas.

3 - NATUREZA E PREPARAÇÃO DAS AMOSTRAS UTILIZADAS NOS ENSAIOS

3.1 - INTRODUÇÃO

Neste capítulo são tecidos comentários à respeito das características físicas do material poroso utilizado nos diversos ensaios, bem como dos fatores a considerar na preparação e acondicionamento das amostras. Os critérios adotados para a escolha do material e as dificuldades de ordem prática relacionadas com o manuseio das amostras são também discutidas. De uma maneira geral, as considerações aqui feitas se aplicam tanto para as amostras destinadas aos ensaios com o tensiômetro, quanto para aquelas utilizadas nos ensaios de infiltração (horizontal e vertical). Qualquer peculiaridade relativa a um ou outro caso, está registrada no capítulo referente à natureza do ensaio em questão.

No final do capítulo são tecidas considerações relativas às variáveis externas (temperatura e pressão) no que se refere ao estado a que estão submetidas as amostras e possíveis repercussões nos resultados oriundos dos diversos tipos de ensaios executados no presente trabalho.

3.2 - O MATERIAL POROSO

Inicialmente, pensou-se em utilizar, como meio poroso para os ensaios, uma "areia de duna" coletada a cerca de 500 metros da beira do mar na praia da Pinheira/SC. Foi feita uma lavagem da areia e constatada - pelo método de pesagem e secagem -

a quase que total ausência de material solúvel (sais, por exemplo). Procedida uma análise da distribuição granulométrica da areia com a utilização de peneiras, obteve-se o resultado registrado na Fig. (3.1). Como este material é relativamente grosseiro, as sucções possíveis de serem obtidas com o uso do tensiômetro não foram superiores a 50 cm de coluna de água. Isto foi considerado muito pouco para o que se pretende em termos da análise do tensiômetro, visto que ficar-se-ia sujeito a uma faixa estreita de valores de sucção (0 - 3,5 cm de coluna de mercúrio, aproximadamente), redundando numa necessidade de grande precisão na obtenção das medidas.

Com base em procedimentos de alguns pesquisadores (Bazargani, 1964; Olson, 1966; Mokady, 1964) [14] p. 279, julgou-se adequado misturar à "areia de duna" uma quantidade de caulim necessária para perfazer 5% em peso no material misto assim obtido. O argilo-mineral de que é composto o caulim é denominado caulinita. A caulinita, por suas peculiaridades estruturais, confere ao caulim características que o diferenciam bastante da maioria dos outros materiais argilosos, haja vista sua área superficial específica relativamente pequena, sua pouca plasticidade e coesão, bem como a quase que ausência de fenômenos de expansão associados a variações no conteúdo de água [13] p. 74 . Desta forma, ao se adicionar caulim à areia, preservou-se a natureza não expansiva do material, o que é de suma importância para a obtenção de condições bem definidas na realização dos ensaios.

O caulim empregado no presente trabalho tem a denominação comercial de "Caulim Horii" e é fornecido pela Empresa de

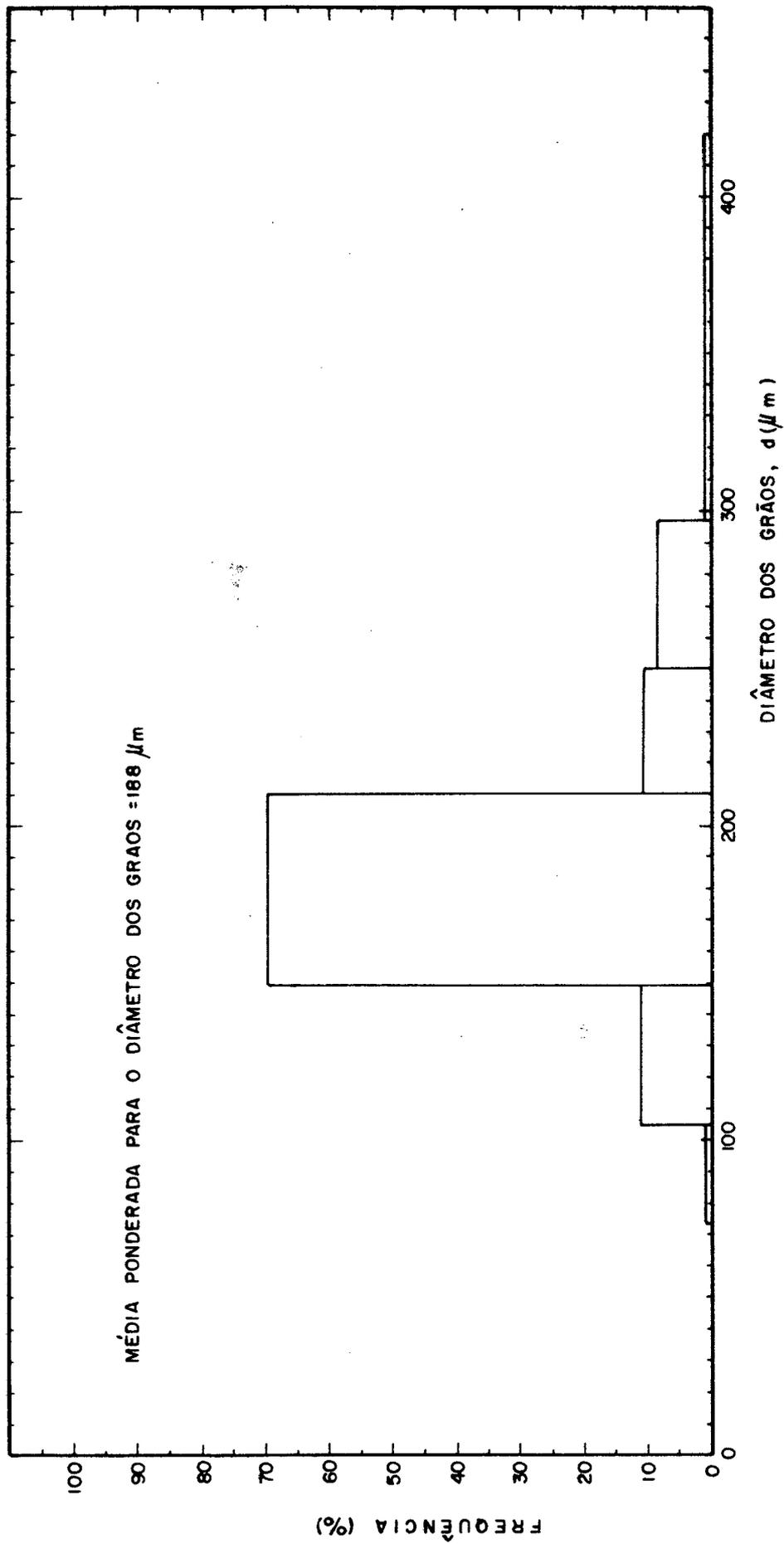


FIG. 3.1 — DISTRIBUIÇÃO GRANULOMÉTRICA DA AREIA

Mineração Horii Ltda - fábrica situada na Estrada das Varinhas, Km 52, Mogi das Cruzes/SP - para fins industriais, principalmente na indústria cerâmica. Procedido um peneiramento, constatou-se que mais de 90 % em peso das partículas passam pela peneira de malha = 200 A.S.T.M. (abertura de 74 μm). Como, para materiais tão finos, a utilização de peneiras para a análise granulométrica é problemática e não recomendável [27], partiu-se para a realização de um ensaio de sedimentação contínua baseado na Lei de Stokes [13] p.62 à 64. Mesmo tomando o cuidado de empregar um defloculante (NaOH), a velocidade de sedimentação das partículas foi bastante alta, chegando-se a conclusão de que 99 % em peso das partículas possuem um diâmetro equivalente superior a 37 μm . Com base nos dados da literatura especializada [13] p.76 que coloca o diâmetro planar dos cristais de caulinita oscilando na faixa de 0,1 - 4 μm - é necessário concluir que as referidas partículas são constituídas por agregados de cristais. Também se fez a determinação da área superficial específica através da técnica de condensação de nitrogênio baseada na isoterma B.E.T. de adsorção [28]. O valor encontrado foi de 6,0 m^2/g , o que está de acordo com a literatura a qual situa este valor na faixa de 5 - 20 m^2/g [13] p.76. Apenas com o fim de comparar, muito embora a referida técnica não apresente grande precisão para a determinação de áreas superficiais específicas de valor reduzido, o valor encontrado para a areia foi de 0,3 m^2/g , portanto, vinte vezes menor do que o verificado para o caulim.

A massa específica média das partículas da mistura areia-caulim (ρ_s) foi determinada com o auxílio de uma proveta de 10 ml, com graduação de 0,1 ml, observando-se o volume de \bar{a}

gua deslocado para uma massa conhecida da mistura. Tomou-se todo o cuidado para evitar bolhas de ar aderidas ao material submerso.

No quadro a seguir apresenta-se a distribuição granulométrica e a massa específica média das partículas da mistura (ρ_s) utilizada nos ensaios.

Distribuição Granulométrica (%), diâmetros em μm						Total (%)	ρ_s (gr/cm^3)
Areia				Caulim			
297 - 250	250 - 210	210 - 149	149 - 105	> 74	74 - 37		
8,5	9,5	66,5	10,5	0,5	4,5	100,0	2,73

Com o emprego da mistura areia-caulim na proporção acima referida, tornou-se possível registrar valores de sucção bem mais elevados nas vizinhanças de 300 cm de coluna de água. Sendo isto considerado satisfatório, decidiu-se adotar a mistura com 5% em peso de caulim para a realização dos ensaios.

3.3 - PREPARO E ACONDICIONAMENTO DAS AMOSTRAS

O preparo e o acondicionamento das amostras deve ser feito considerando os seguintes cuidados:

- 19) Evitar despejar o material seco, caso contrário se provoca a segregação de caulim com a evolução de quantidades variáveis de pó. Desta forma, evita-se que, com o manuseio, o material tenha o seu teor de caulim alterado.

- 29) No caso dos ensaios para a determinação do potencial matricial, antes de acondicionar o material no recipiente, promover, por malaxação [27], a perfeita distribuição da água adicionada à amostra seca a fim de que o teor de umidade estipulado seja o mais uniforme possível por toda a extensão do meio poroso. Este teor de umidade é averiguado mediante a coleta de três pequenas porções da amostra, tomadas em posições diversas, e submetidas a pesagem e posterior secagem em estufa.
- 39) Garantir, dentro das limitações operacionais, que o grau de compactação seja igual e uniforme para as várias amostras. O ideal seria submeter as amostras a medidas de atenuação de radiação gama [19]. Como não se dispunha do equipamento necessário, procurou-se manter igual o valor da massa específica aparente global das amostras. Carregaram-se os recipientes ou tubos, conforme a natureza do ensaio, sempre da mesma forma, acomodando sucessivas camadas de material - de mesma espessura inicial: cinco centímetros em todos os casos -, compactando cada uma por sua vez com o cuidado de proporcionar perfeito contato entre as mesmas, homogeneizando a zona de junção.
- 49) Evitar a reutilização de amostras. Com as operações de umidificação e posterior secagem em estufa (105°C), o material poroso sofre alterações no seu estado de agregação (formação de torrões). Isto pode modificar profundamente as propriedades do material e ser responsável pelo surgimento de fenômenos de histerese. Caso se opte pela reutilização, deve-se proceder a cuidadosa desagregação dos torrões fazendo uso de

um gral de porcelana. O material é desagregado por meio da movimentação circular do pistilo, sobre a cavidade do gral, com certa pressão. Deve-se estar ciente de que, mesmo com esta operação, nada garante que o material readquirira sua condição original.

- 5º) A amostra deve ocupar inteiramente o volume do recipiente. Isto é importante no sentido de se evitar fenômenos indesejáveis de evaporação e condensação, levando a modificações no teor de umidade ao longo da amostra.
- 6º) Para que se evite a ocorrência de diferenciais de pressão entre as amostras e o meio ambiente, os recipientes - frascos de vidro para as medidas de potencial matricial, e o tubo de vidro no caso dos ensaios de infiltração - devem estar providos de um respiro que, no entanto, deve ser suficientemente pequeno para que não se tenha problemas com perdas de umidade por evaporação para o meio ambiente.

A determinação da umidade das amostras em todos os ensaios foi feita por pesagem e secagem, utilizando uma estufa a 105°C por um período de pelo menos 24 horas. Para as pesagens usou-se uma balança analítica.

Em vista dos ensaios preliminares de compactação, optou-se por adotar o valor de 1,65 g/cm³ para a massa específica aparente global do material poroso no estado seco em todos os casos. Não obstante os cuidados, comprovou-se, através da pesagem das amostras já acondicionadas num volume definido, que a massa específica aparente global sofre variações de até 5% - para mais ou para menos - em torno do valor estipulado. Esta ocor

rência pode ser explicada através do fato de que existe uma relação de dependência entre o conteúdo de umidade do material e o grau de compactação passível de ser atingido com o emprego de determinado esforço. R. R. Proctor [13] p.357 foi um dos primeiros a realizar trabalhos no âmbito desta matéria. Em essência, a explicação para tal fenômeno é a seguinte: para baixos conteúdos de umidade, à medida que aumenta o teor de água, esta exerce a função de lubrificante entre as partículas, facilitando o adensamento; já para altos conteúdos de água, a presença de bolhas de ar presas no interior do material pode trazer prejuízos para o adensamento. Portanto, irá existir um valor intermediário de umidade para o qual a compactação atinge um valor máximo.

A determinação da porosidade foi feita com base nos valores da massa específica aparente global e da massa específica média das partículas, utilizando-se a relação entre estas grandezas conforme registrado no item 2.2.

Tentou-se, também, avaliar a porosidade do material despejando água sobre uma amostra seca do material com peso previamente estabelecido e devidamente acondicionada em um recipiente de volume conhecido de modo que a massa específica aparente global ficasse em torno de $1,65 \text{ g/cm}^3$. Assim, esperava-se que o volume de água consumido para inundar a amostra, ou seja, saturá-la, fornecesse diretamente o valor da porosidade bastando obter para tanto a razão entre este volume de água e o volume da amostra. Ocorre que, com o processo de infiltração, grande parte do ar presente nos poros do material - principalmente nos menores - não é deslocado pela água, tornando-se impossível na prática atingir a completa saturação. Como resultado, os valo-

res de porosidade obtidos por esta técnica podem ser até 30% inferiores aqueles determinados pela relação anteriormente mencionada (item 2.2).

3.4 - CONSIDERAÇÕES RELATIVAS ÀS VARIÁVEIS EXTERNAS

Os comentários aqui feitos referem-se a variações na temperatura e na pressão atmosférica do meio ambiente onde foram executadas as práticas experimentais descritas no presente trabalho.

Todos os ensaios foram realizados em uma sala dispondo de ar condicionado, fixando-se a temperatura na faixa de $22 \pm 3^{\circ}\text{C}$. Tomando-se por base os estudos existentes na literatura a respeito da influência da temperatura no valor dos parâmetros ora sob investigação [26,29,30], e atentando-se para a existência de outras fontes de erros mais críticas, julgou-se possível considerar negligenciável qualquer efeito de temperatura nos resultados obtidos.

No que diz respeito às eventuais variações da pressão atmosférica, estas são automaticamente compensadas pela utilização do manômetro diferencial de mercúrio, no caso do tensiômetro, e pelo frasco de Mariotte nos ensaios de infiltração e de determinação da condutividade hidráulica de saturação para as cápsulas e bolachas.

Se um medidor de pressão absoluta for usado no tensiômetro, as variações na pressão atmosférica serão acusadas como uma parcela de potencial pneumático (veja capítulo 2).

Nesta questão, o cuidado a se tomar é o de se procurar

preservar o equilíbrio permanente entre a pressão reinante sobre a amostra e a pressão do meio ambiente, caso contrário as medidas seriam afetadas. Para isto, segue-se a recomendação feita sobre o preparo e o acondicionamento das amostras na seção anterior. Vachaud [31] tem desenvolvido trabalhos visando quantificar as variações de pressão ocasionadas pelo avanço da frente de molhamento no seio de colunas de material poroso submetidas a processos de infiltração.

3.5 - CONCLUSÃO

As técnicas utilizadas na preparação e acondicionamento das amostras destinadas aos ensaios, por maiores que sejam os cuidados, sempre determinam um certo grau de incerteza nas condições de teste (porosidade, conteúdo de umidade, etc.). Nos capítulos seguintes, esta questão deve ser lembrada, podendo por vezes justificar, em parte, a ocorrência de certas anomalias.

4 - CARACTERÍSTICA DE RETENÇÃO DE UMIDADE DO MATERIAL POROSO

4.1 - INTRODUÇÃO

A determinação da curva - ou curvas, no caso da manifestação do fenômeno de histerese - que estabelece a relação entre o potencial matricial (ψ) e o conteúdo de umidade (θ) para o material poroso empregado nos ensaios, é de fundamental importância para o estudo que ora se empreende, haja visto ser indispensável para a execução do tratamento numérico do problema colocado no capítulo 7 que procura modelar o funcionamento do tensiômetro. Além disto, o desenvolvimento da técnica que permite o levantamento da curva com a utilização do tensiômetro, bem como o acompanhamento da dinâmica do mesmo frente às condições do meio, constituiu-se no cerne da abordagem experimental com vistas ao conhecimento e domínio operacional do aparelho.

Também é de especial interesse a determinação da curva segundo um processo de drenagem a partir da saturação, com o que é possível avaliar a importância do fenômeno de histerese relacionado à migração de umidade no meio em questão.

Neste capítulo apresentam-se as técnicas experimentais acima apontadas - com ênfase no desenvolvimento e operacionalização do tensiômetro - seguidas dos respectivos resultados experimentais acompanhados da devida análise.

4.2 - O TENSIÔMETRO

4.2.1 - Construção e Técnicas de Utilização

O tensiômetro aqui empregado é munido de um manômetro de mercúrio, sendo o espaço entre a cápsula porosa e o mercúrio preenchido com água. O manômetro tem uma altura de aproximadamente 40 cm e é constituído por um fino tubo de vidro. O diâmetro interno deste tubo ($\approx 2,4$ mm) é tal que, à temperatura de 25°C , o volume correspondente a 1 cm de coluna é de $0,046\text{ cm}^3$.

As cápsulas porosas usadas numa primeira etapa de testes eram constituídas por pó de níquel sinterizado a aproximadamente 700°C . Apresentavam geometria cilíndrica com um furo axial, tendo 13 mm de comprimento, diâmetro externo de 4,8 mm e interno de 1,2 mm. Com base no diâmetro médio das partículas utilizadas - entre $2-3\ \mu\text{m}$ - estimou-se que o tamanho de poro do níquel sinterizado seria da ordem de $1\ \mu\text{m}$. Posteriormente, por problemas envolvendo a perda de permeabilidade das cápsulas com o uso - problemas este que será discutido ainda neste capítulo - decidiu-se mudar de material, passando-se a empregar cápsulas cilíndricas de material cerâmico. O problema não foi resolvido, mas como as novas cápsulas apresentavam um comportamento muito semelhante às anteriores no tocante a dinâmica de resposta na obtenção das medidas, isto é, afortunadamente apresentavam praticamente a mesma condutividade hidráulica saturada, sendo ainda sua disponibilidade maior do que as de níquel, acabou-se por ficar com as de cerâmica. Estas cápsulas foram obtidas a partir das guarnições de suportes utilizados em laboratório para o aquecimento de recipientes sobre bicos de Bunsen. Não se dispõe dos dados a respeito das condições em que foram fabricadas (1).

(1) Fábrica: PRADA - Equipamentos para Laboratório. Rua Rio Grande do Norte, nº 5, Jardim Jalisco - Colombo/PR.

Possuem um comprimento de 13 mm, diâmetro externo de 6,9 mm e interno de 4,7 mm.

Na construção da haste do tensiômetro, colou-se a uma das extremidades da cápsula porosa um tubo de vidro transparente de mesmo diâmetro externo (comprimento de aproximadamente 15 cm), sendo a outra extremidade vedada com resina epóxi. Com a resina, moldou-se uma ponta cônica para facilitar a penetração nas amostras (veja a foto 4.1).

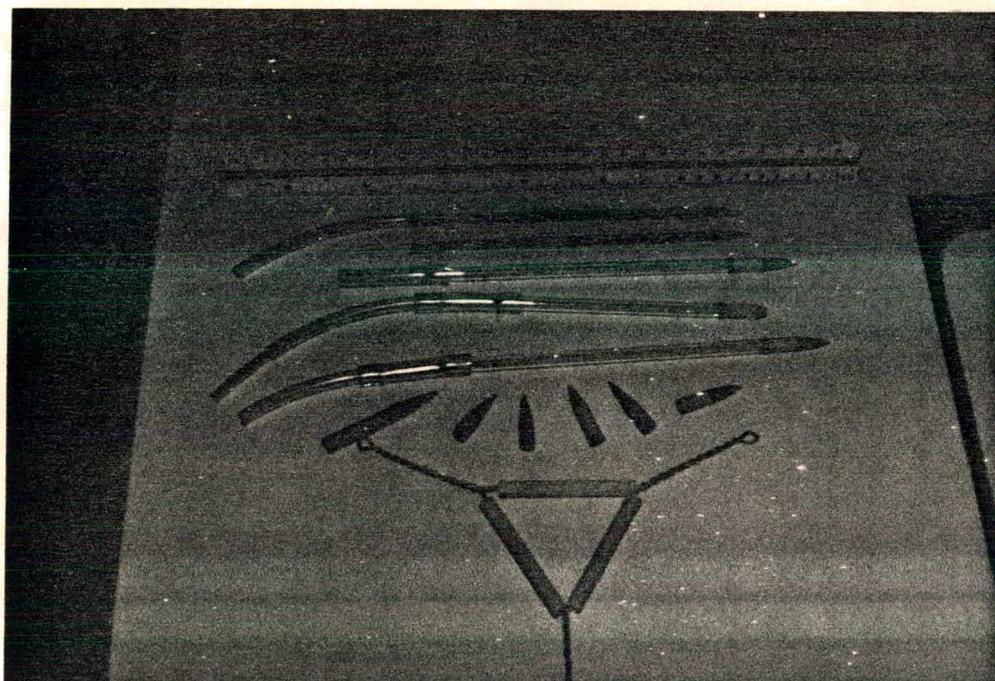


Foto 4.1 - Hastes e cápsulas do tensiômetro.

A haste é ligada ao manômetro através de uma mangueira de plástico transparente flexível, com especiais cuidados para evitar vazamentos.

Para as medições de potencial matricial, as amostras são acondicionadas em frascos de vidro - do tipo Nescafé grande - com aproximadamente 18 cm de comprimento e 7,5 cm de diâmetro interno. Levando em conta as dimensões do manômetro, as alturas máximas de sucção obtidas e o volume de amostra com que se trabalha nos testes, conclui-se que a máxima distorção na umidade inicial da amostra, por motivo da passagem da água do tensiômetro para o meio, se dará por um acréscimo de cerca de $0,0008 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$. Este valor é compatível com as demais condições de trabalho.

Para uma maior garantia de vedação do recipiente, interpos-se uma folha de papel de alumínio entre a tampa e o frasco de vidro.

Ainda, deve existir um respiro no recipiente a fim de que a amostra fique permanentemente em equilíbrio com a pressão reinante no meio ambiente. Evidentemente este respiro deve ser suficientemente pequeno para que não ocorra um processo de secagem na amostra. Admite-se que, para este fim, uma pequena folga entre a haste do tensiômetro e a tampa do recipiente possa servir.

Para uma melhor idéia do conjunto amostra - tensiômetro, observe-se a foto 4.2.

No momento de dar início ao processo de medição, a haste do tensiômetro munida da cápsula porosa é inserida na amostra devidamente preparada. Já nos primeiros instantes de contato da cápsula com o meio poroso, o mercúrio do manômetro começa a ser movimentado a partir do nível correspondente à situação de ausência de sucção ("zero" do aparelho), Fig.(4.1.A). Depois

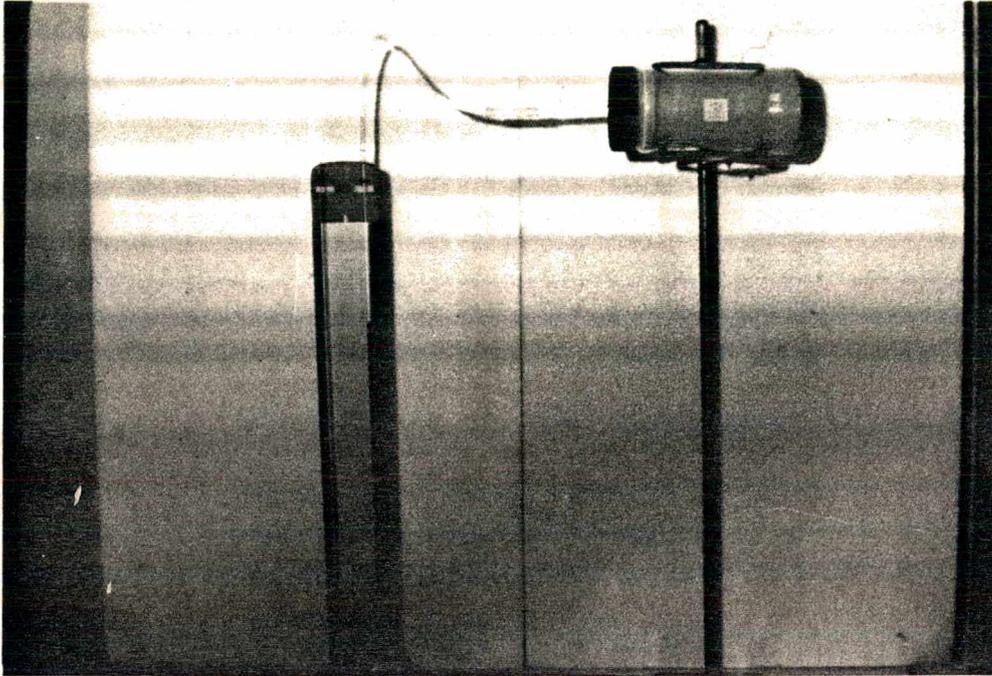


Foto 4.2 - Conjunto amostra-tensiômetro mostrando a medição do potencial matricial.

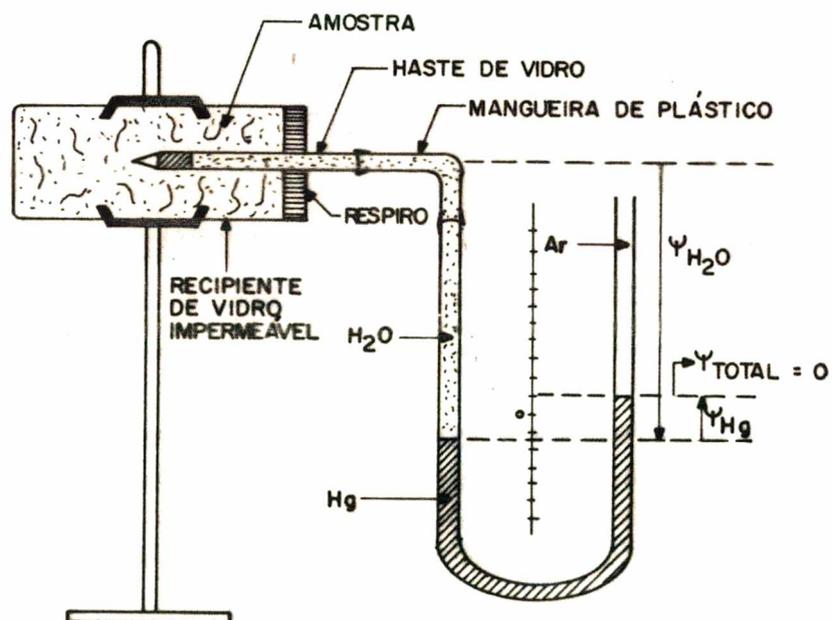


Fig. 4.1.A - CONDIÇÃO INICIAL: MANÔMETRO ACUSANDO SUCÇÃO ZERO

de um lapso de tempo necessário para que se atinja o equilíbrio, a coluna de mercúrio situa-se numa posição que corresponde ao poder de sucção matricial desenvolvido pelo meio poroso na condição de conteúdo de umidade em que se encontra, Fig. (4.1.B) .

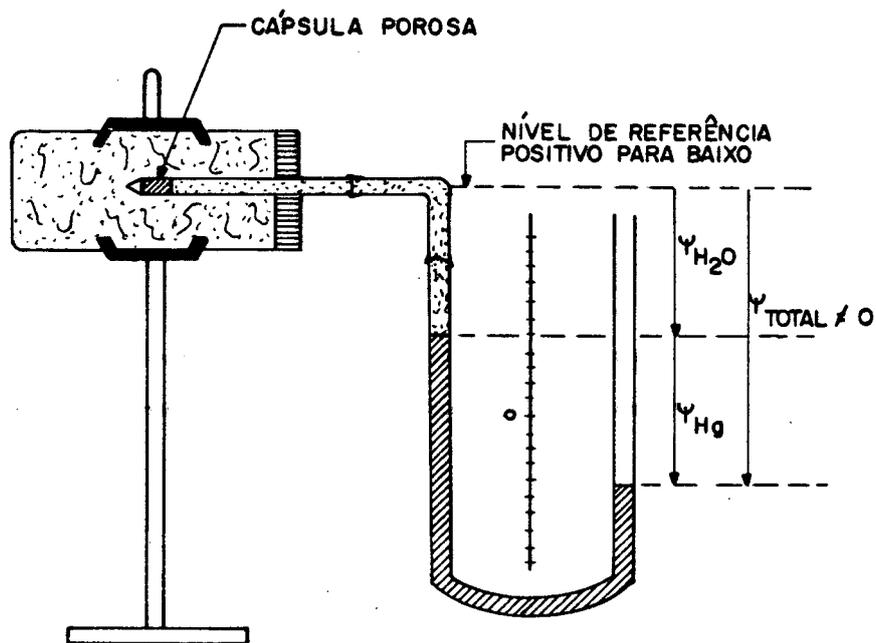


Fig. 4.1.B. — CONDIÇÃO DE EQUILÍBRIO: MANÔMETRO ACUSA UMA SUCCÃO $\psi_{TOTAL} \neq 0$

Os valores de sucção medidos são expressos em termos de centímetros de coluna de água:

$$\psi_m = \psi_{H_2O} + \frac{\rho_{Hg}}{\rho_{H_2O}} \cdot \psi_{Hg} \quad (4.1)$$

onde:

Ψ_{H_2O} = altura da coluna de água no manômetro (cm); valor positivo.

Ψ_{Hg} = altura da coluna de mercúrio no manômetro (cm); valor positivo no sentido de cima para baixo desde a interface água-mercúrio até a interface ar-mercúrio.

Como a altura da coluna de água num dado momento é dada por:

$$\Psi_{H_2O} = \Psi_{H_2O_0} - \Psi_{Hg}/2 \quad (4.2)$$

onde $\Psi_{H_2O_0}$ = altura da coluna de água quando os níveis de mercúrio coincidem na posição zero.

Chega-se a que:

$$\Psi_m = \left(\frac{\rho_{Hg}}{\rho_{H_2O}} \cdot \Psi_{Hg} \right) + (\Psi_{H_2O_0} - \Psi_{Hg}/2) \quad (4.3)$$

Na tarefa de obter a curva de retenção a partir de pontos experimentais, mediante a utilização de uma série de amostras com umidades diferenciadas e previamente conhecidas, a forma de operar o aparelho pode levar a resultados diversos (histerese). Pode-se apontar as seguintes formas de realização das medições:

- a) O tensiômetro cede água para o meio poroso. Esta é a forma clássica de funcionamento, apresentada acima. Uma variante desta forma seria fazer o contato com a amostra, apresentan-

do o tensiômetro um desnível prévio de coluna de mercúrio, de tal modo que a quantidade de água cedida seria minimizada, provocando uma redução na distorção da umidade da amostra e tempo de resposta do aparelho. Para este fim, instala-se no manômetro uma pequena torneira de acordo com a Fig. (4.2). As

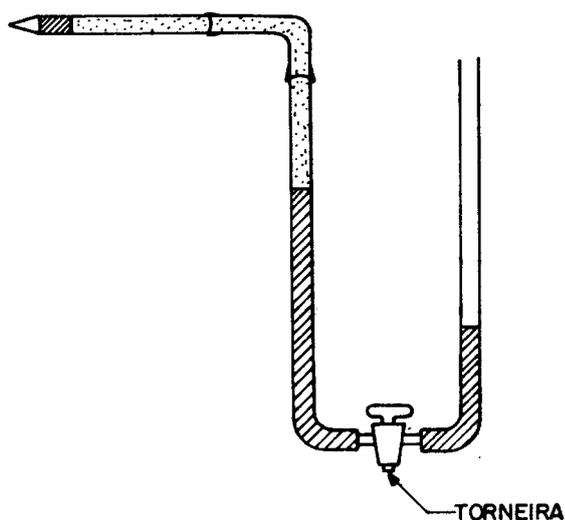


Fig. 4.2 — TENSÍÔMETRO MUNIDO DE TORNEIRA

sim, antes de se fazer o contato, a torneira estaria fechada proporcionando a coluna prévia de mercúrio. Feito o contato com a amostra, a torneira seria cuidadosamente aberta e o sistema estaria apto a buscar o equilíbrio. Na prática, este procedimento não apresentou bons resultados, pois o risco de desconexão é grande, especialmente para grandes colunas prévias de mercúrio e amostras com baixos teores de umidade.

- b) O tensiômetro recebe água do meio poroso. Nesta modalidade o tensiômetro está inicialmente em equilíbrio com a amostra.

Sofrendo a amostra um processo de umidificação, o seu poder de sucção (ψ_m) diminuirá provocando a migração de água do meio para o interior do tensiômetro pela ação da coluna de mercúrio. A migração de água através da cápsula porosa prosseguirá até que a nova condição de equilíbrio seja atingida. A realização deste tipo de ensaio passa pela dificuldade de se conseguir uma umidificação uniforme da amostra em estado compactado. Não se realizaram ensaios desta natureza.

- c) Sem fluxo de água entre a amostra e o tensiômetro. Neste caso se usaria um dispositivo semelhante ao do Termômetro de Gás a Volume Constante, Fig. (4.3). Feito o contato entre o

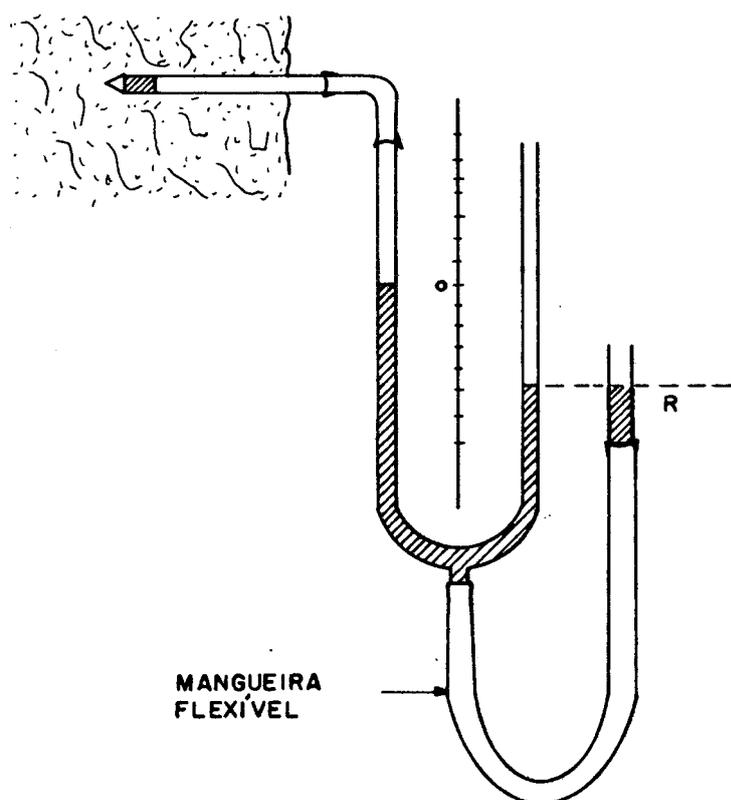


Fig. 4.3 - TENSÍÔMETRO DE "FLUXO ZERO"

tensiômetro e a amostra, começa-se a baixar o reservatório "R" de modo a manter fixado a nível de mercúrio do lado esquerdo do manômetro conforme a Fig. (4.3). Apesar de não se terem feito testes com este dispositivo, prevê-se que o risco de desconexão, a partir de determinados níveis de pressão negativa torna-se grande.

Ainda com relação a fenômenos de histerese, o potencial de sucção pode apresentar valores diferentes em função de uma condição estática ou dinâmica em que venha a se encontrar a água presente no meio poroso. Isto se deve a que a curvatura dos meniscos difere caso a água esteja parada ou se deslocando [11] p.83.

4.2.2 - O Problema da Queda de Permeabilidade da Cápsula Porosa do Tensiômetro. Influência nas Medidas. Possíveis Formas de Contornar o Problema.

Tanto para as cápsulas de níquel quanto de cerâmica, verificou-se que, sempre após a ocorrência de desconexão, acontecia uma queda sensível na condutividade hidráulica da cápsula, ou seja, a água passava a ter uma maior dificuldade em fluir através dos seus poros. Mesmo em condições normais, com o uso repetido das cápsulas, notaram-se quedas de condutividade hidráulica, porém não tão drásticas quanto nas situações de desconexão.

Observou-se que o fenômeno é, em certa extensão, reversível, sendo o máximo valor de condutividade hidráulica verificado, quando a cápsula é nova, ou seja, sem uso anterior. Por algumas vezes, mas de forma eventual, para cápsulas deixadas em

repouso por alguns dias, constatou-se que a condutividade voltou a crescer embora não se tenha atingido a condição original.

Ainda na tentativa de reverter o fenômeno, secaram-se as cápsulas sendo então levadas a uma estufa por cerca de quinze (15) minutos e mantidas na temperatura de 105°C . Novamente constatou-se que a condutividade voltou a crescer mas sem atingir a condição original. Esta experiência foi realizada outras vezes, variando o tempo de permanência na estufa, mas os resultados nem sempre foram satisfatórios. Para as cápsulas de níquel, esta prática não é conveniente, pois a possibilidade de que ocorra oxidações põe em risco a integridade dos poros do material.

Noutra tentativa, ferveu-se as cápsulas, mantendo-as submersas em água destilada em ebulição por meia hora, mas sem resultados satisfatórios.

Ainda para essas cápsulas afetadas pelo problema constatou-se que a forma de estabelecer o gradiente hidráulico influe sobre a condutividade das mesmas. Se o gradiente hidráulico é estabelecido de modo a submeter a cápsula a pressões inferiores a atmosférica, a condutividade atinge níveis particularmente baixos. Se por outro lado a cápsula fica submetida a pressões superiores a atmosférica, a condutividade chega a níveis bastante satisfatórios (elevados).

Levando-se em conta que na desconexão, ar a baixa pressão é admitido nos poros da cápsula do tensiômetro (veja no capítulo 2), e considerando as observações feitas acima, infere-se que a queda na condutividade das cápsulas deve estar associada ao aprisionamento de uma quantidade variável de ar no inte

rior da estrutura porosa do material. A presença deste ar junto aos poros diminuiria a área efetiva para o fluxo da água resultando em prejuízo para a condutividade.

Por ocasião das medidas do potencial de sucção, carregou-se água destilada no tensiômetro e foi observado, com o decorrer do tempo, o aparecimento de bolhas de ar, principalmente no interior da mangueira de plástico. A queda na pressão - relacionada ao processo de medição - provoca a liberação dos gases dissolvidos na água e é apontada como causa do fenômeno observado. Levando a questão um pouco além, poder-se-ia cogitar sobre a atuação deste tipo de ocorrência no processo que leva ao aparecimento de ar aprisionado na estrutura porosa das cápsulas. Reside aqui o motivo de se aconselhar o uso de água deaerada na utilização do tensiômetro. No presente trabalho isto não foi feito por dificuldades operacionais.

Quanto à repercussão no tempo de resposta do tensiômetro, ver-se-á em maiores detalhes no capítulo 7, que as cápsulas afetadas pelo aprisionamento de ar, mas com condutividade suficientemente grande para o uso, são flagrantemente mais lentas na etapa inicial da resposta, sendo que, depois de determinado período, emparelham com as cápsulas novas não afetadas. Assim, tanto as novas quanto as afetadas pelo ar apresentam, após um mesmo lapso de tempo, o mesmo valor final de equilíbrio para o potencial de sucção medido.

Em se tratando de cápsulas com a condutividade hidráulica reduzida a níveis muito baixos, além de uma resposta muito lenta, podem ocorrer rebaixamentos no valor de equilíbrio da altura de sucção registrada pelo tensiômetro em relação a ensaios

prévios efetuados com cápsulas pouco ou ainda não afetadas. Isto se deveria a obstrução dos poros da cápsula - pela expansão do ar aprisionado - devido à queda na pressão com a passagem de água do tensiômetro para a amostra.

Com o objetivo de contornar o problema, através da bibliografia sobre o assunto [32], chegou-se a três possíveis soluções:

- a) O ar aprisionado nos poros seria gradualmente dissolvido por água livre de gases dissolvidos (água de percolação) que seria forçada a passar através da cápsula. Como resultado ter-se-ia um incremento na condutividade hidráulica. Pelo que se sabe, longos períodos de tempo podem ser necessários até que o ar seja dissolvido e se tenha atingido uma permeabilidade satisfatória [18].
- b) O ar aprisionado seria evacuado da cápsula antes de se proceder a sua saturação com água. Assim, a condutividade seria grande no início do ensaio. A dificuldade é que a remoção do ar por evacuação é um processo tedioso.
- c) Por fim, restaria deslocar o ar aprisionado pela passagem de gás carbônico (CO_2) seco através da cápsula antes de se proceder a sua saturação com água. Como o CO_2 é muito solúvel, ele é rapidamente dissolvido pela água de percolação, e o máximo de condutividade é atingido em poucos minutos [32].

Nenhuma das técnicas acima chegou a ser testada de maneira criteriosa, pois isto foge à proposição do trabalho ora apresentado.

Ainda no âmbito desta questão, cumpre atentar para o fato de que, em condições propícias, é muito comum o desenvolvi

mento da atividade de microorganismos no interior de sistemas porosos. Tal ocorrência pode afetar profundamente o valor da condutividade hidráulica [14] p. 272, o que pode ser prevenido com a aplicação de pequenas quantidades de substâncias tóxicas (HgCl, por exemplo) de modo a tornar o meio desfavorável ao crescimento de microorganismos.

Pelas características observadas no acompanhamento do fenômeno de alteração da condutividade hidráulica das cápsulas - entre outras: reversibilidade parcial; quedas bruscas nos valores associadas à ocorrência de desconexão (insaturação das cápsulas); ausência de efeitos visuais devidos à atividade microbiana - é-se levado a crer que o mesmo não tem a sua origem na presença de microorganismos.

4.2.3 - Resultados Experimentais Obtidos com o Tensiômetro

Os resultados relativos à dinâmica de resposta do tensiômetro não são aqui discutidos, mas sim no capítulo 7, onde se faz a comparação destes com a solução numérica do problema formulado no capítulo.

Conforme o exposto, a relação entre o potencial matricial (Ψ) e o conteúdo de umidade (θ) foi fornecida pela técnica do tensiômetro a qual envolve um processo de molhamento. Este processo é configurado tanto pelo procedimento de umidificação por malaxação das amostras a partir do estado seco quanto pela cessão de água do tensiômetro para as amostras no transcorrer das medidas.

As amostras submetidas ao processo de medição tiveram

seus conteúdos de umidade averiguados ao longo de sua extensão tão logo concluído o ensaio. Para isto, a amostra era retirada do interior do frasco e selecionadas três porções do material - uma junto à tampa, outra na seção média próxima ao local onde se encontrava a cápsula do tensiômetro, e por fim uma junto ao fundo do frasco, cada uma delas contendo aproximadamente 30 gramas no estado úmido — sendo, então, acondicionadas separadamente em papélotes de alumínio para evitar erros devidos à evaporação. Para amostras preparadas com conteúdo de umidade (θ) até $0,250 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$, as diferenças encontradas ficaram abaixo de $0,005 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$, sendo tanto maiores quanto maior o conteúdo de umidade. Verificou-se ligeiros acréscimos no conteúdo de umidade para a zona onde ficava localizada a cápsula do tensiômetro, principalmente para as amostras mais secas. Para conteúdos de umidade superiores a $0,250 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$, tornou-se extremamente difícil acondicionar as amostras nos frascos de vidro sem a formação de grumos e o aparecimento de vazios no seio do material. Além disto, pela dificuldade no manuseio, chegou-se em casos extremos a se constatar diferenças de até $0,035 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$ no conteúdo de umidade ao longo da extensão de uma mesma amostra; ou seja, os procedimentos de malaxação e acondicionamento não mais garantiam de maneira razoável a homogeneidade das amostras.

Em vista da última observação, e por não se conseguir boa reprodutibilidade nas medidas do potencial matricial para conteúdos de umidade superiores a $0,250 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$, decidiu-se, para estes casos, não mais utilizar o recipiente de vidro, mas sim moldar manualmente uma porção de amostra (cerca de 100 gramas, com o devido conteúdo de umidade) diretamente sobre a cápsula

do tensiômetro, isolando o conjunto com papel de alumínio a fim de evitar perdas por evaporação para o meio ambiente. Tomada esta providência, chegou-se a resultados satisfatórios.

Os resultados relativos à determinação da curva de retenção de umidade são apresentados na Fig. (4.4) na forma de pequenas circunferências, cada qual representando a média de pelo menos dois (2) ensaios diversos com os conteúdos de umidade das amostras tão próximos quanto possível. Com relação à reprodutibilidade dos valores medidos, é lícito afirmar que a mesma está diretamente condicionada à homogeneidade das amostras (massa específica aparente e conteúdo de umidade uniformes por toda a extensão da amostra). Em princípio, é difícil aqui estabelecer quantitativamente o grau de reprodutividade associado às medições em função de ser praticamente impossível obter duas amostras iguais. No entanto, utilizando-se amostras tão semelhantes quanto possível (conteúdos de umidade muito próximos), e procedendo à medições paralelas e simultâneas com o uso de dois tensiômetros, logrou-se, na maior parte das vezes, obter medidas com ótima concordância. Deve-se também atentar para o fato de que o tempo necessário às medições com amostras a baixos conteúdos de umidade ($0,03$ a $0,06 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$) pode abranger alguns dias, a exemplo do teste com uma amostra a $0,0338 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$ que tomou cerca de cinco (5) dias. Isto faz com que a possibilidade de erros associados às perdas por evaporação e redistribuição de umidade aumente, determinando um cuidado ainda maior para estes testes. Já para conteúdos maiores de umidade, poucas horas ou mesmo minutos são despendidos nas medições.

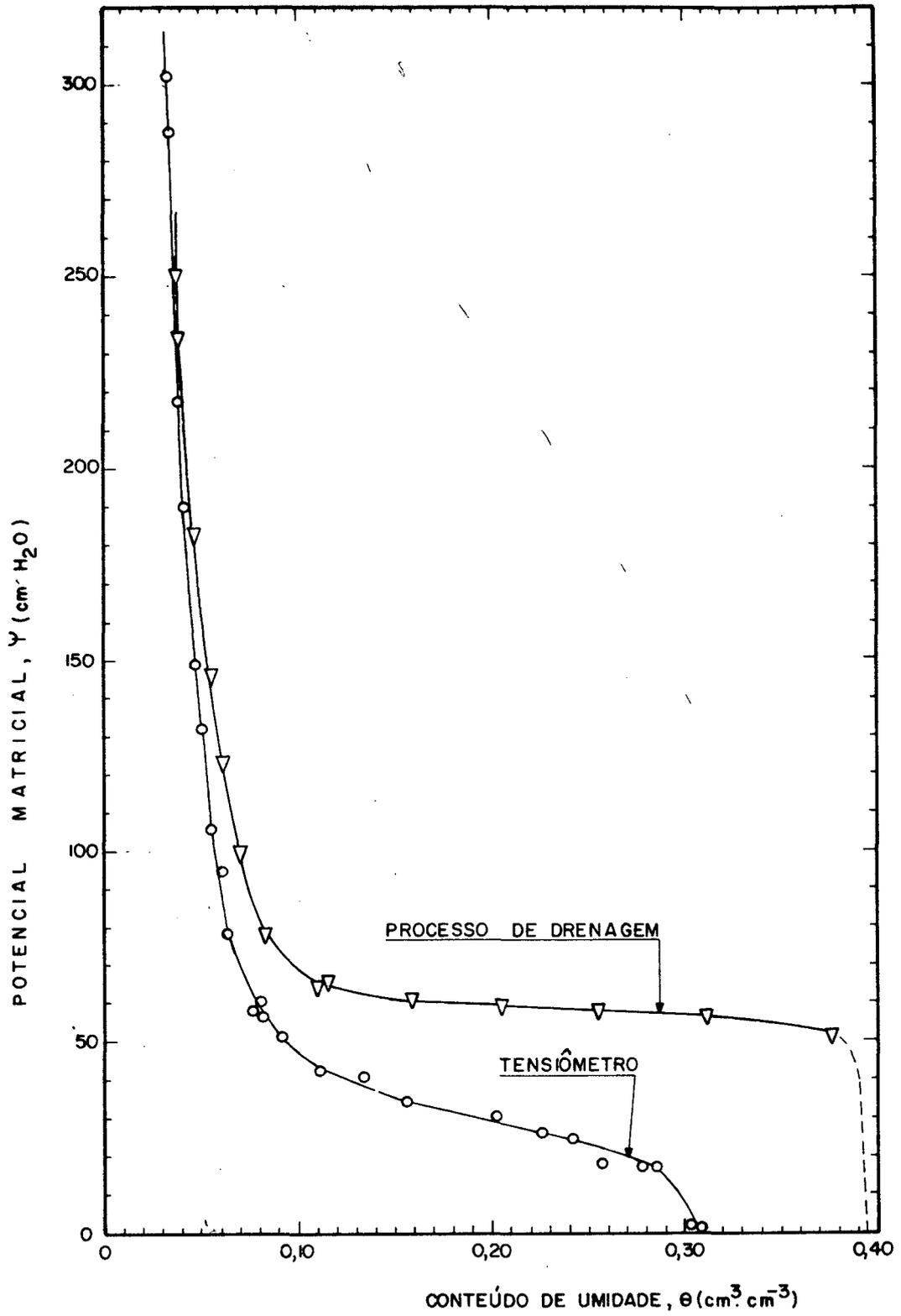


Fig. 4.4 - CURVAS EXPERIMENTAIS DE RETENÇÃO DE UMIDADE PARA A MISTURA AREIA - CAULIM.

4.3 - CURVA DE RETENÇÃO DE UMIDADE PARA UM PROCESSO DE DRENAGEM A PARTIR DA SATURAÇÃO

Uma curva deste tipo representa o limite superior em termos dos valores de potencial matricial para os correspondentes teores de umidade; vale dizer, é uma curva isenta de histerese, veja Fig. (2.3). Neste sentido, a determinação de uma curva assim, para a mistura areia-caulim, é importante para que se possa avaliar em que extensão a curva de retenção, obtida com o tensiômetro, está afetada pela histerese.

Para este fim, construiu-se o equipamento descrito por Faleiros, L. E. & Tobinaga, S. [23] mostrado nas fotos 4.3 e 4.4 .

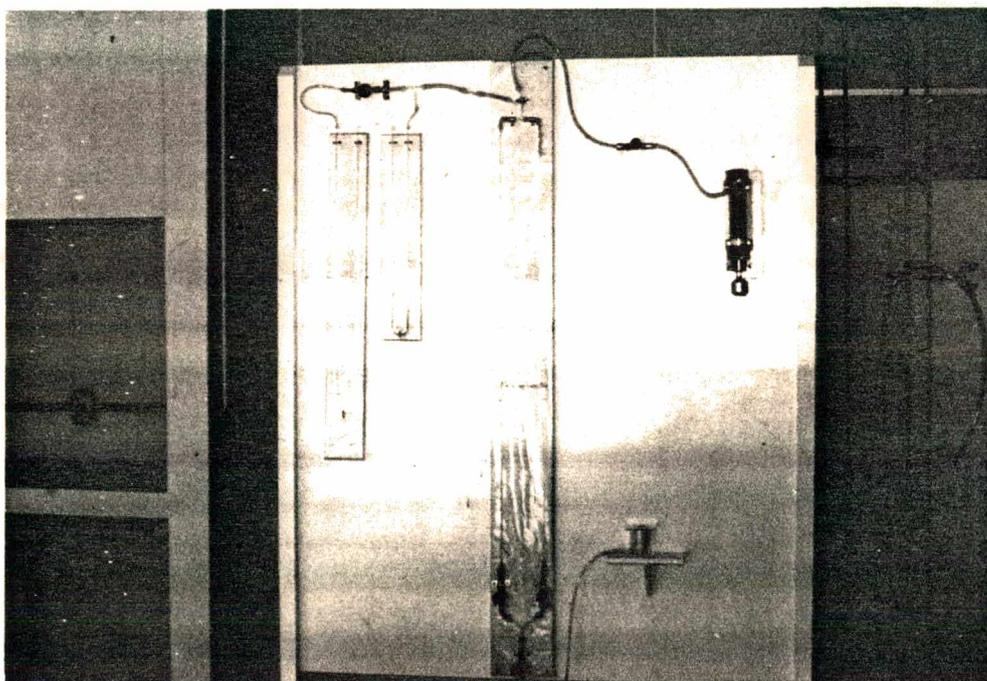


Foto 4.3 - Equipamento para a medição do potencial matricial construído com base no trabalho de FALEIROS-TOBINAGA.

O equipamentos em questão promove a drenagem da água da amostra contida em um receptáculo de cerâmica porosa (foto 4.4) que atua como barreira capilar. A amostra é mantida a pressão atmosférica enquanto que a água em contanto com a parede externa do receptáculo é submetida a sucessivas quedas de pressão através do acionamento de um pistão. Desta forma, obtêm-se uma sucessão de pontos, cada qual representando um estado de equilíbrio, que permite o traçado da curva de drenagem.

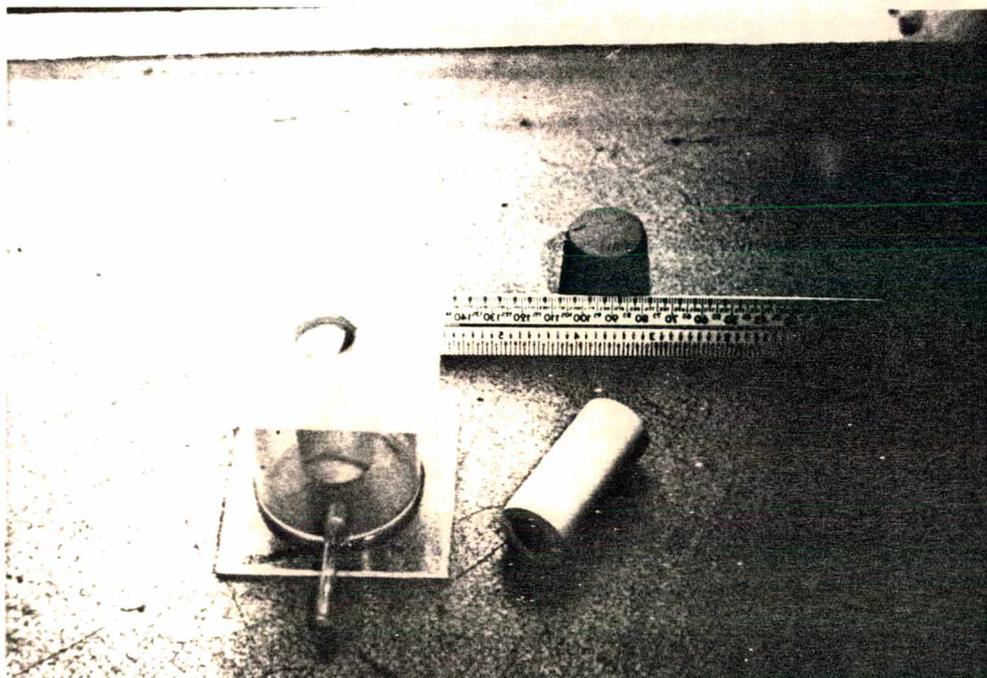


Foto 4.4 - Receptáculos que compõem a célula de medida do equipamento de FALEIROS-TOBINAGA.

4.3.1 - Resultados Experimentais Obtidos com a Técnica de Drenagem

No caso da drenagem, as amostras foram admitidas na célula de medida completamente saturadas - as amostras eram previamente deixadas em repouso submersas em excesso de água por alguns dias -, procurando-se preservar um valor em torno de $1,65 \text{ g/cm}^3$ para a massa específica média aparente no estado seco. Apesar dos cuidados, não se logrou boa reprodutibilidade no que diz respeito a este último valor de modo que, para cada ensaio, um valor diferente de conteúdo de umidade de saturação foi verificado. Como a discrepância entre as curvas resultantes dos ensaios limitou-se à posição do ramo inicial da curva - não afetando o valor da tensão de borbulhamento ou a inclinação - optou-se por homogeneizar os resultados, transladando-se todos os pontos experimentais de forma a satisfazer o valor de $1,65 \text{ g/cm}^3$ para a massa específica média aparente no estado seco. A média anteriormente referida para o caso da drenagem foi feita, portanto, considerando-se os pontos devidamente transladados.

Os resultados relativos à determinação da curva de retenção de umidade são apresentados na Fig. (4.4) na forma de pequenos triângulos, cada qual expressando o valor da média de quatro (4) medidas diferentes.

4.4 - CONCLUSÃO

Em vista dos resultados apresentados na Fig. (4.4), é notório que a curva obtida pelo processo de molhamento, usando o tensiômetro, está afetada pelo fenômeno de histerese. Não obstante este fato, será esta a curva utilizada na abordagem da solução do problema envolvendo o tensiômetro, pois a histerese

é algo intrínseco ao próprio problema. A curva oriunda do processo de drenagem é, no entanto, importante para a apreciação da magnitude do fenômeno de histerese ligada ao tensiômetro, visto que a mesma é considerada isenta de histerese.

Tendo em vista as considerações da seção 2.4 e as características físicas do caulim e da areia que compõem o material das amostras, pode-se afirmar que o caulim atua de maneira decisiva no estabelecimento da posição das curvas de retenção no que diz respeito aos conteúdos de umidade mais baixos onde se tem a predominância dos efeitos da adsorção relacionadas à textura (área superficial específica) do material. Já para os conteúdos mais elevados de umidade, onde os efeitos de capilaridade dominam, a areia, por determinar a estrutura (geometria dos poros), estabelece a posição das curvas. Fica ainda evidente que a curva é bastante mais sensível à histerese nas zonas de alto conteúdo de umidade.

5 - A DIFUSIVIDADE HIDRÁULICA EM FUNÇÃO DO CONTEÚDO DE UMIDADE

5.1 - INTRODUÇÃO

A determinação da difusividade hidráulica em função do conteúdo de umidade para a mistura areia-caulim utilizada nos ensaios é essencial para o estudo do tensiômetro e de seu comportamento dinâmico - referente à etapa transiente na realização da medida do potencial matricial. Além disto, como se verá no próximo capítulo, o conhecimento da difusividade hidráulica juntamente com a curva de retenção de umidade permite a determinação de outro importante parâmetro para o estudo em questão: a condutividade hidráulica.

No presente capítulo, são descritos os equipamentos e a técnica experimental de que se lançou mão para a quantificação da referida propriedade. Os fundamentos em que se apoia a técnica citada, juntamente com as limitações impostas pela experimentação, são apresentados de forma sintética.

Comentários a respeito de anomalias verificadas no transcorrer dos ensaios, repercutindo nos resultados, e possíveis justificativas são também apresentadas. Ainda, o comportamento geral e o grau de dispersão observados na análise dos dados são cotejados com o que existe de disponível na literatura afim.

5.2 - DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DA DIFUSIVIDADE HIDRÁULICA

5.2.1 - Fundamentos e Execução da Técnica Experimental

Para esta determinação, considerou-se o método sugerido por Bruce & Klute (1956) [20] que vale-se do problema da infiltração horizontal e uniforme de água em colunas de material poroso de secção transversal constante e comprimento semi-infinito, tendo um conteúdo inicial de água θ_0 constante e uniforme. A partir do instante $t = 0$, é aplicado e mantido numa das extremidades da coluna - tomada como posição $x = 0$ - um potencial ψ_1 a que corresponde a um conteúdo de umidade θ_1 constante. Este conteúdo θ_1 é maior do que o conteúdo inicial θ_0 do meio poroso. Um esquema do problema é apresentado na Fig. (5.1).

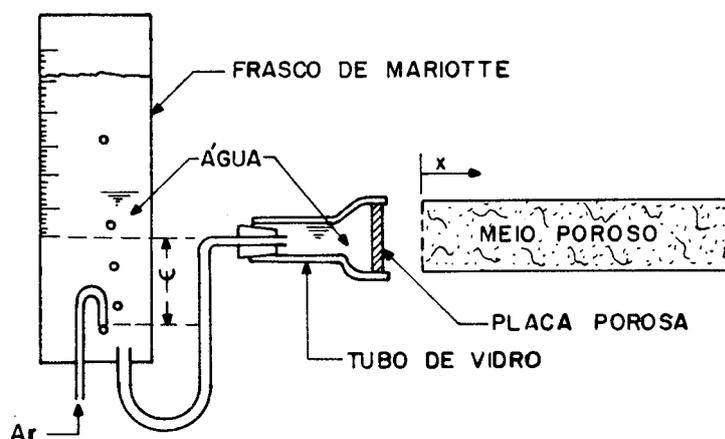


Fig. 5.1 - ESQUEMA DA INFILTRAÇÃO HORIZONTAL

A formulação matemática do problema é feita considerando-se a Eq. (2.6):

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) \quad (5.1)$$

com as condições de contorno

$$\theta = \theta_0, \quad x > 0, \quad t = 0 \quad (5.2)$$

$$\theta = \theta_1, \quad x = 0, \quad t > 0 \quad (5.3)$$

$$\theta = \theta_0, \quad x \rightarrow \infty, \quad t > 0 \quad (5.4)$$

onde $\theta = \theta(x, t)$ e $D = D(\theta)$. Aqui, portanto, despreza-se qualquer efeito de natureza gravitacional.

Utilizando a transformada de Boltzmann (veja apêndice A), gera-se uma função unívoca entre θ e a variável η , sendo $\eta(\theta) = x \cdot t^{-1/2}$.

Aplicando $\eta(\theta)$ na Eq. (5.1) através da regra da cadeia, passa-se de uma equação diferencial parcial a uma equação diferencial ordinária:

$$-\frac{\eta}{2} \frac{d\theta}{d\eta} = \frac{d}{d\eta} \left[D(\theta) \frac{d\theta}{d\eta} \right] \quad (5.5)$$

sendo as novas condições de contorno:

$$\theta = \theta_1, \quad \eta = 0 \quad (5.6)$$

$$\theta = \theta_0, \quad \eta \rightarrow \infty \quad (5.7)$$

Fazendo a integração da Eq. (5.5), sujeita às condições (5.6) e (5.7), obtém-se:

$$D(\theta) = -\frac{1}{2} \frac{d\eta}{d\theta} \int_{\theta_0}^{\theta} \eta d\theta \quad (5.8)$$

Desta maneira, levantando-se experimentalmente a curva $\eta \times \theta$ é possível quantificar $D(\theta)$ no intervalo entre θ_0 e θ_1 . Os valores da derivada e da integral são obtidos graficamente conforme a Fig. (5.2). Nos ensaios, θ_0 corresponde à umidade

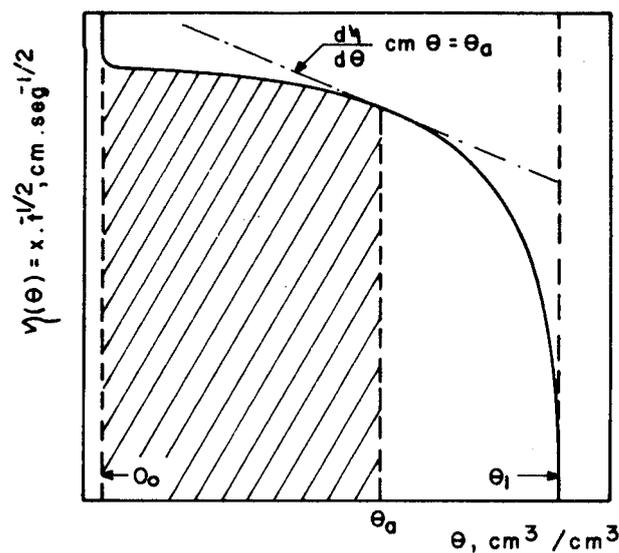


Fig. 5.2 - PERFIL DE UMIDADE PARA A INFILTRAÇÃO HORIZONTAL. A ÁREA ABAIXO DA CURVA ENTRE θ_0 e θ_0 FORNECE O VALOR

$$\int_{\theta_0}^{\theta_0} \eta d\theta$$

residual de equilíbrio com o meio ambiente da mistura areia-caulim.

As curvas η versus θ foram determinadas por meio de ensaios destrutivos. A frente de molhamento tendo avançado ao longo da direção x , após determinado tempo, interrompia-se o processo de infiltração e a coluna era cortada em fatias de 1 cm de espessura (Foto 5.1). A seguir cada uma das fatias era embu

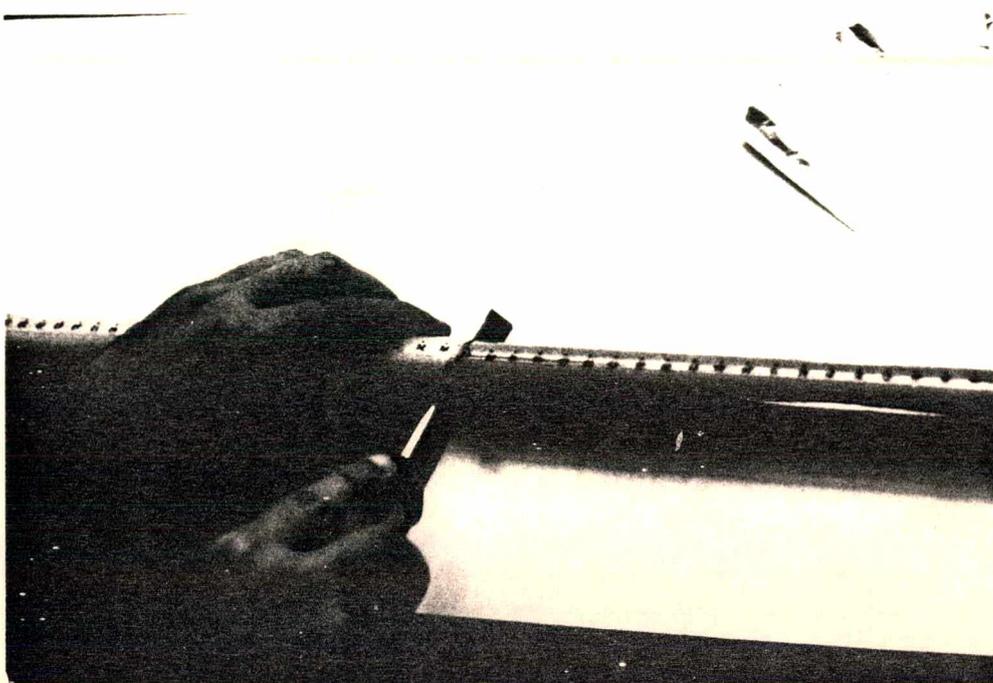


Foto 5.1 - Interrupção do processo de infiltração e corte da coluna em fatias.

lhada em papel de alumínio e providenciada a determinação do teor de umidade pelo método de pesagem e secagem (estufa).

A alimentação das colunas foi feita com a utilização de um frasco de Mariotte graduado, Fig. (5.1), o qual é capaz de fornecer água a pressão constante para a placa porosa que faz o contato com a coluna. A água foi fornecida à placa de contato numa condição de sucção - a placa de contato, por funcionar como uma barreira capilar, é capaz de manter-se saturada, a despeito da condição de sucção, intermediando o fluxo de água para a coluna -; para isto, manteve-se o eixo central da coluna num nível superior ao da extremidade do tubo de borbulhamento do frasco de Mariotte. Note-se que a placa de contato deve ficar

saturada durante todo o transcurso do ensaio.

As placas de contato foram construídas a partir de filtros de água comerciais (2) por corte e lixamento até a obtenção de uma bolacha de espessura adequada. Esta espessura deve ser tal que a resistência hidráulica da bolacha seja suficientemente baixa a ponto de reduzir a um máximo admissível o tempo de variação do teor de umidade θ_1 , no contorno durante o transcorrer do ensaio. Para tornar clara esta questão, verifique-se o seguinte: o volume acumulado "V" de água absorvida pela coluna para um tempo "t" qualquer é dado pela área sob o perfil de umidade, ou seja,

$$V = A \int_{\theta_0}^{\theta_1} x d\theta \quad (5.9)$$

onde A é área da seção transversal da coluna de material poroso. Pela transformação de Boltzmann, $x = \eta \cdot t^{1/2}$. Substituindo na Eq. (5.9), tem-se:

$$V = At^{1/2} \int_{\theta_0}^{\theta_1} \eta d\theta \quad (5.10)$$

A integral definida da Eq. (5.10) é uma constante, portanto, o fluxo de água através da bolacha de contato é progressivamente menor, já que o volume cumulativo "V" é proporcional

(2) Fabricação: Indústrias Francisco Pozzani S. A. Rua Santa Maria, 331 - Jundiaí/SP.

à raiz quadrada do tempo. Aplicando a Eq. (2.1) para escrever o fluxo através da bolacha, tem-se:

$$q_b = K_b \frac{(\psi_1 - \psi_0)}{e} \quad (5.11)$$

onde:

ψ_0 = potencial da água na parede interna da bolacha, dentro do reservatório de água, em cm de coluna de água;

ψ_1 = potencial da água na parede externa da bolacha, em contato com o meio pososo, em cm de coluna de água;

e = espessura da bolacha, cm;

K_b = condutividade hidráulica da bolacha, cm.s^{-1} .

Rearranjando a Eq.(5.11),

$$\psi_1 = \frac{e}{K_b} q_b + \psi_0 \quad (5.12)$$

Como na Eq. (5.12) apenas ψ_1 e q_b são variáveis, percebe-se que ψ_1 - que define o valor de θ_1 - deve diminuir em valor absoluto durante o transcorrer do ensaio, fazendo com que θ_1 aumente. Este efeito é tanto mais breve quanto maior K_b e menor e . Assim, para um determinado material haverá uma espessura de bolacha abaixo da qual o tempo de variação em θ_1 estará dentro de limites aceitáveis. Uma representação esquemática deste efeito pode ser apreciada na Fig. (5.3). É notório que ψ_1 varia significativamente enquanto a frente de molhamento está nas proximidades da bolacha. À medida que a frente se afasta, ψ_1 varia

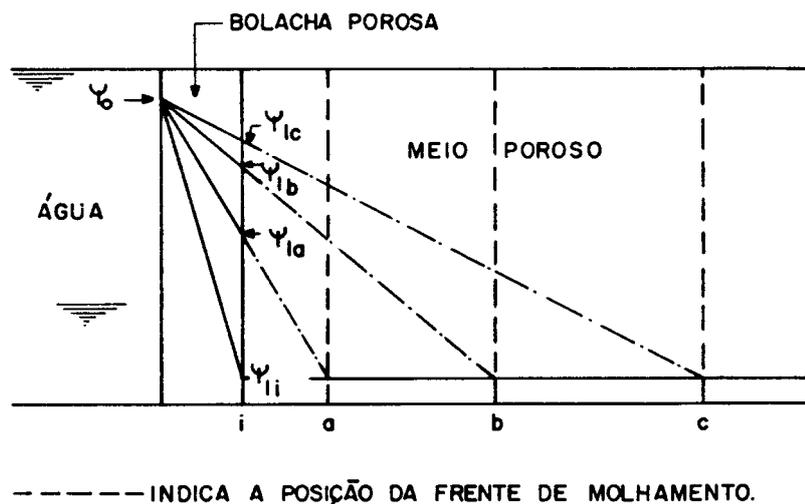


Fig. 5.3— VARIACÃO DE Ψ_1 NA PAREDE EXTERNA DA BOLACHA EM CONTATO COM O MEIO POROSO DESDE Ψ_{ii} (CORRESPONDENTE A θ_0) ATÉ Ψ_{ic} À MEDIDA QUE A FRENTE AVANÇA PARTINDO DE i ATÉ c .

cada vez menos, tendendo a Ψ_0 . Está claro, portanto, que a variação de Ψ_1 , e conseqüentemente de θ_1 , não pode ser eliminada. No entanto, pela escolha de uma bolacha adequada (espessura, "e", a menor possível e K_b elevado), a maior parte da variação pode ficar restrita aos instantes iniciais do contato da bolacha com o meio poroso.

As colunas da mistura areia-caulim foram devidamente acondicionadas num tubo de vidro de 3 cm de diâmetro interno o qual recebe internamente uma manga de plástico que se ajusta perfeitamente a sua parede. A manga de plástico recebe marcações de maneira que se possa acompanhar a posição da frente de molhamento (Foto 5.2). Desta forma, a manga de plástico envolve a mistura areia-caulim permitindo que se retire a coluna para fo

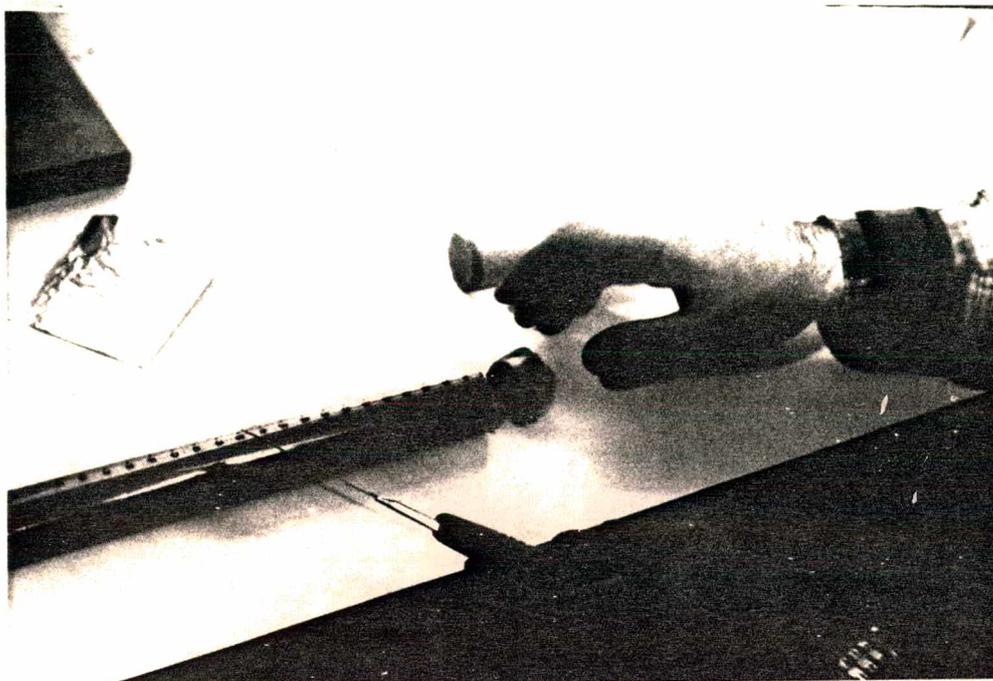


Foto 5.2 - Manga de plástico com marcações.

ra do tubo de vidro - puxando para fora a manga de plástico - tão logo o processo de infiltração seja paralisado (Foto 5.3) . A coluna, juntamente com a manga, é então cortada em fatias (Foto 5.4) .

Durante os ensaios anotaram-se também as variações no nível de água do frasco de Mariotte, podendo-se, assim, acompanhar o fluxo para o interior da coluna.

Quanto à questão do respiro na coluna visando evitar diferenciais de pressão com o meio ambiente que seriam provocados pelo avanço da frente de molhamento, considera-se que as

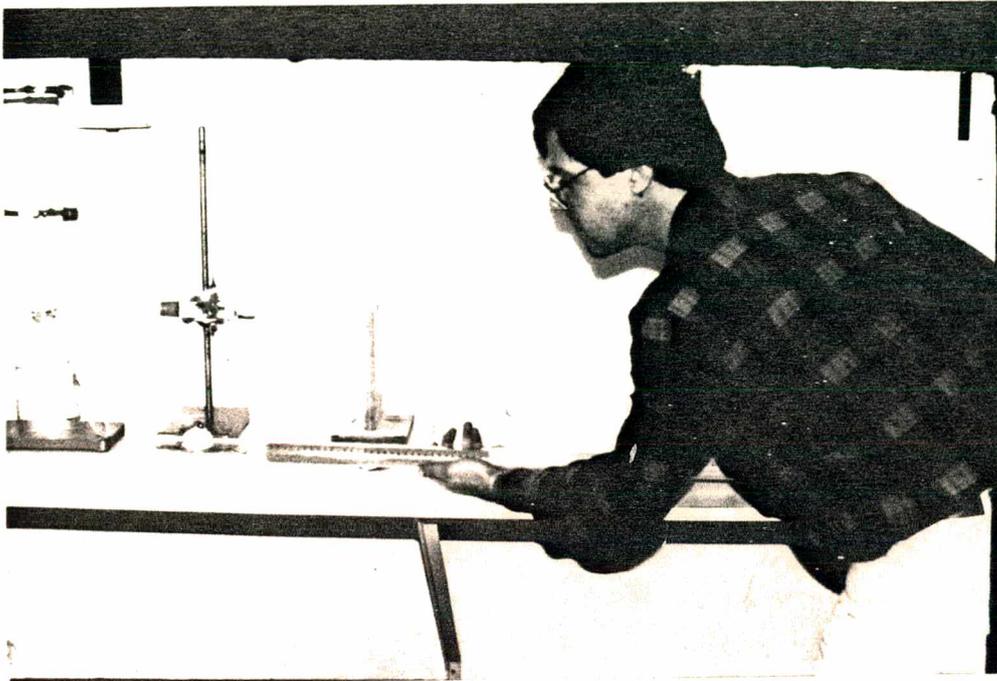


Foto 5.3 - Retirada da coluna para fora do tubo de vidro.

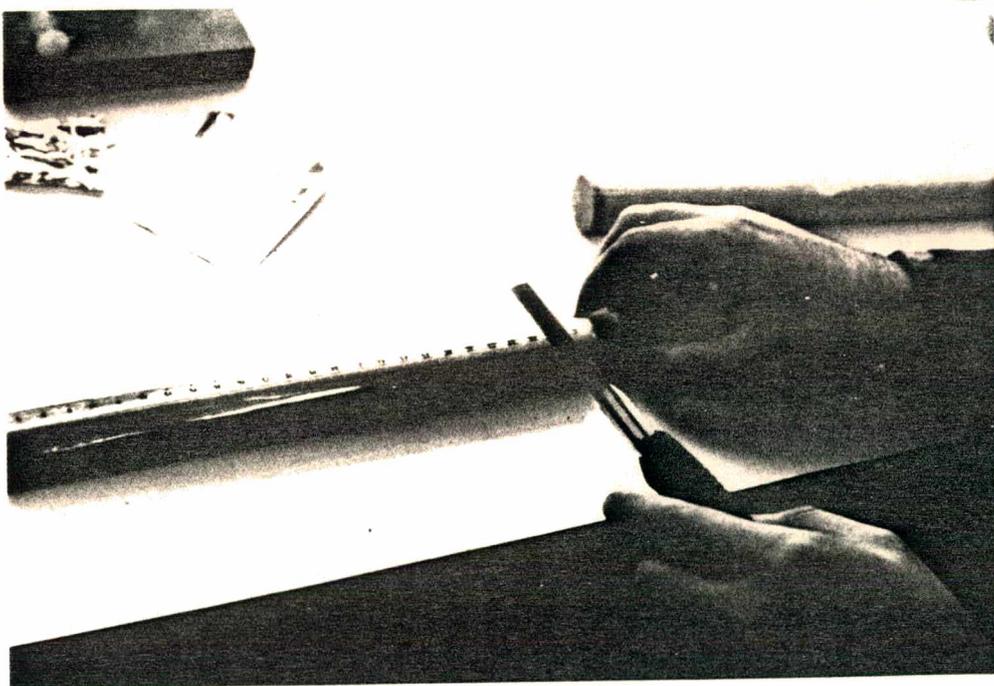


Foto 5.4 - Corte em fatias da coluna.

folgas deixadas em ambas as extremidades do tubo de acondicionamento sejam suficientes (veja o comentário ao final deste capítulo).

Para uma idéia geral do equipamento construído, observe-se a Foto 5.5.

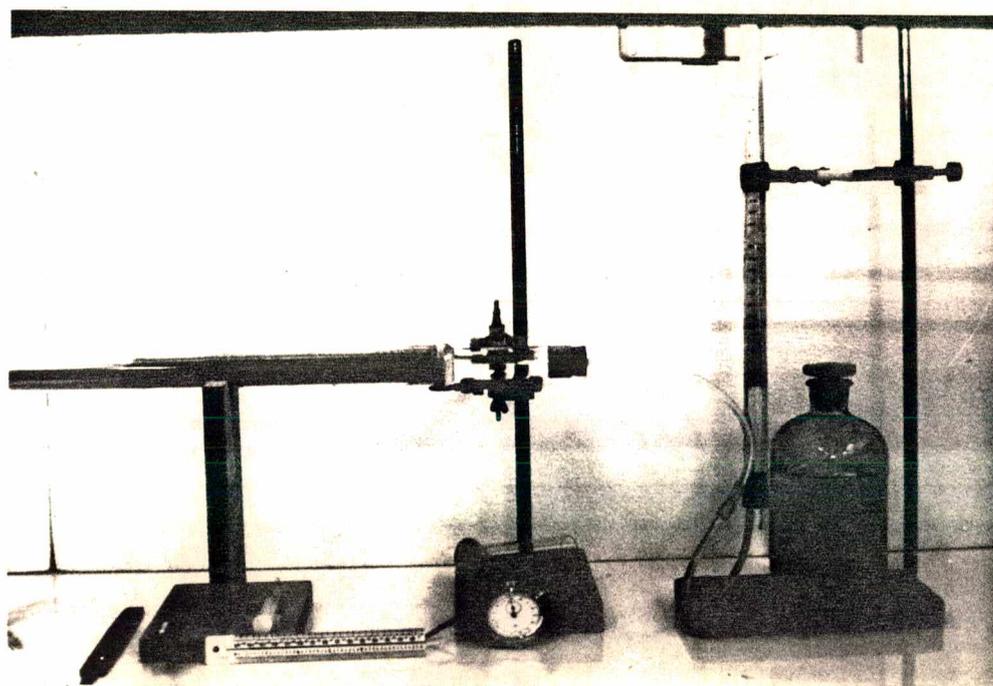


Foto 5.5 - Equipamento para infiltração.

5.2.2 - Resultados Referentes aos Ensaios para a Determinação da Difusividade Hidráulica em Função do Conteúdo de Umidade

Para a obtenção dos resultados, seguiu-se o exposto na seção anterior, realizando-se uma série de sete (7) ensaios de

infiltração horizontal. De um ensaio para outro, algumas das condições de trabalho foram alteradas. São elas:

- a) Sucção aplicada à bolacha de alimentação da coluna;
- b) Espessura da bolacha de alimentação;
- c) Temperatura média do meio ambiente durante a realização do ensaio (alteração não intencional);
- d) Reutilização ou não do material da coluna;
- e) Extremidade pela qual se procedeu o carregamento da coluna (extremidade de alimentação de água ou a oposta).

Para a discriminação das diferentes situações, observe-se a seguinte tabela:

C O N D I Ç Õ E S	E N S A I O S						
	1	2	3	4	5	6	7
Sucção (cm H ₂ O).....	10	2	2	2	2	2	2
Espessura da bolacha (cm)...	0,60	0,60	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11
Temperatura do meio (°C)...	22	20	20	23	20	22	25
Amostra reutilizada(sim/não)	não	sim	sim	sim	não	não	não
Extremidade do carregamento	oposta	oposta	oposta	oposta	alimen tação	alimen tação	oposta

Os resultados referentes a cada ensaio são apresenta dos em 3 (três) figuras distintas:

Figura A: refere-se ao perfil de distribuição do conteúdo de u midade ao longo da coluna no momento em que se deu por concluí do o ensaio. Neste momento a coluna é seccionada em fatias de

1 cm de espessura e providenciada a determinação dos teores de umidade mediante a utilização de uma estufa e de uma balança analítica (precisão de 10^{-4} gramas). A coluna é cortada começando pela frente de molhamento em direção à alimentação, executando-se a operação em cerca de 15 a 20 minutos. Admite-se que a redistribuição de umidade e as perdas por evaporação que possam se verificar durante este período sejam desprezíveis. A figura apresenta $\eta(\theta) = xt^{-1/2}$ ($m \cdot s^{-1/2}$) versus θ ($cm^3 \cdot cm^{-3}$), onde: x = posição média da fatia em questão na coluna; t = tempo de duração do ensaio; θ = conteúdo de umidade médio da fatia em questão.

Figura B: refere-se à posição da frente de molhamento ao longo do tempo. A validade da Transformação de Boltzmann (Apêndice A) implica na obtenção de uma reta que passa pela origem, quando se plota x_f (cm) versus $t^{1/2}$ ($h^{1/2}$), sendo x_f = posição da frente e t = tempo decorrido para se atingir a posição correspondente.

Figura C: aqui são apresentados os pontos, calculados a partir da Fig. A, que correlacionam o logaritmo da difusividade $D(\theta)$ ($m^2 \cdot s^{-1}$) com θ ($cm^3 \cdot cm^{-3}$).

5.2.3 - Análise e Tratamento dos Resultados para a Determinação da Difusividade Hidráulica

Os resultados dos diferentes ensaios no que se refere à Figura B, revelaram que, sob certas condições de trabalho, a progressão da frente de molhamento ao longo da coluna pode apresentar desvios em relação ao que estipula a Transformação de Boltzmann. Observa-se que no ensaio nº 1 [Fig. (5.4.B)] ocorreu

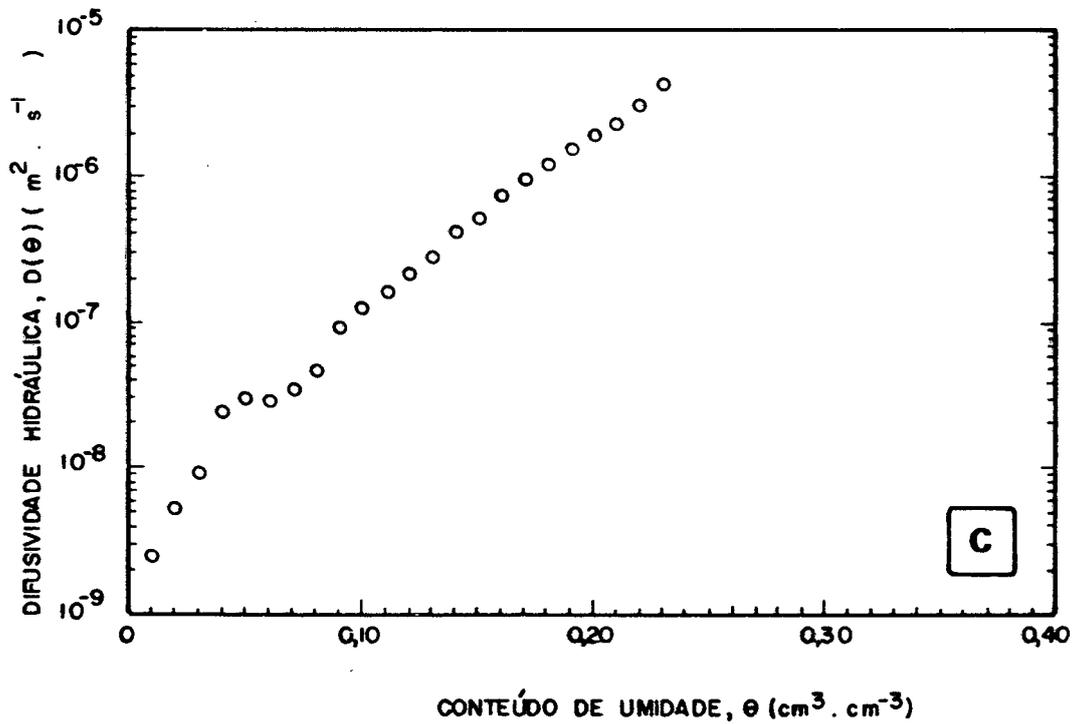
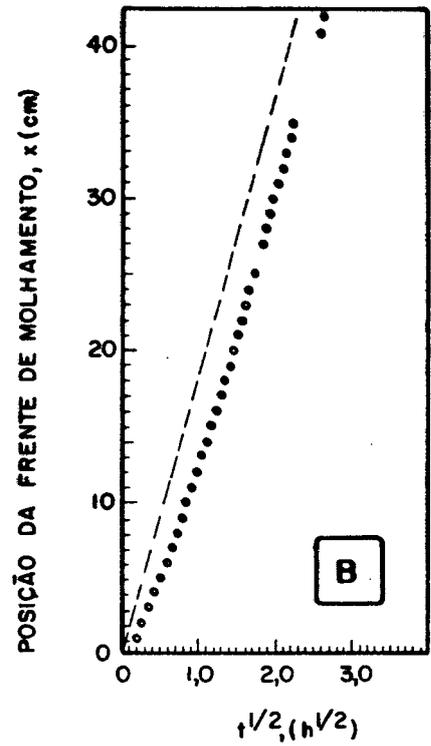
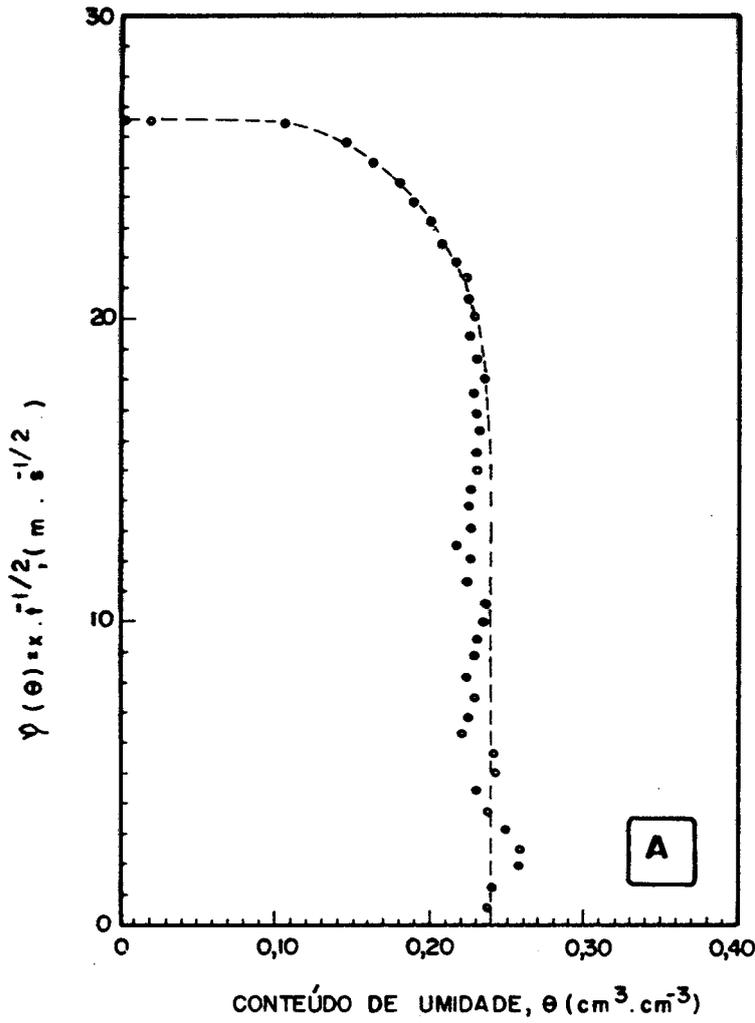


Fig. 5.4 — RESULTADOS RELATIVOS AO ENSAIO Nº 1 DE INFILTRAÇÃO HORIZONTAL, COM DURAÇÃO DE 25.319 SEGUNDOS E 10cm H₂O DE SUÇÃO NA ALIMENTAÇÃO

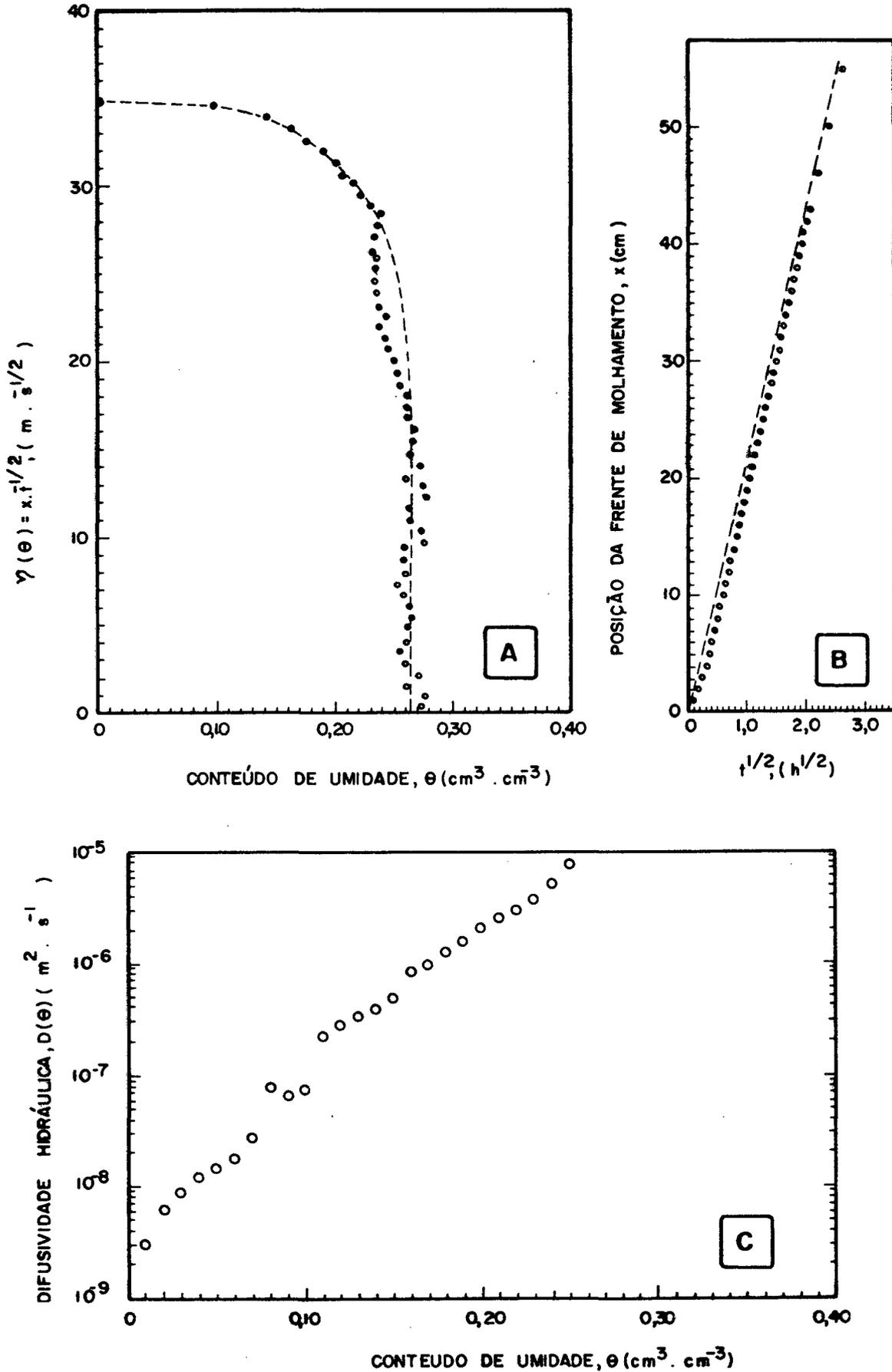


Fig. 5.5 - RESULTADOS RELATIVOS AO ENSAIO Nº 2 DE INFILTRAÇÃO HORIZONTAL, COM DURAÇÃO DE 24.922 SEGUNDOS E 2cm H₂O DE SUCCÃO NA ALIMENTAÇÃO

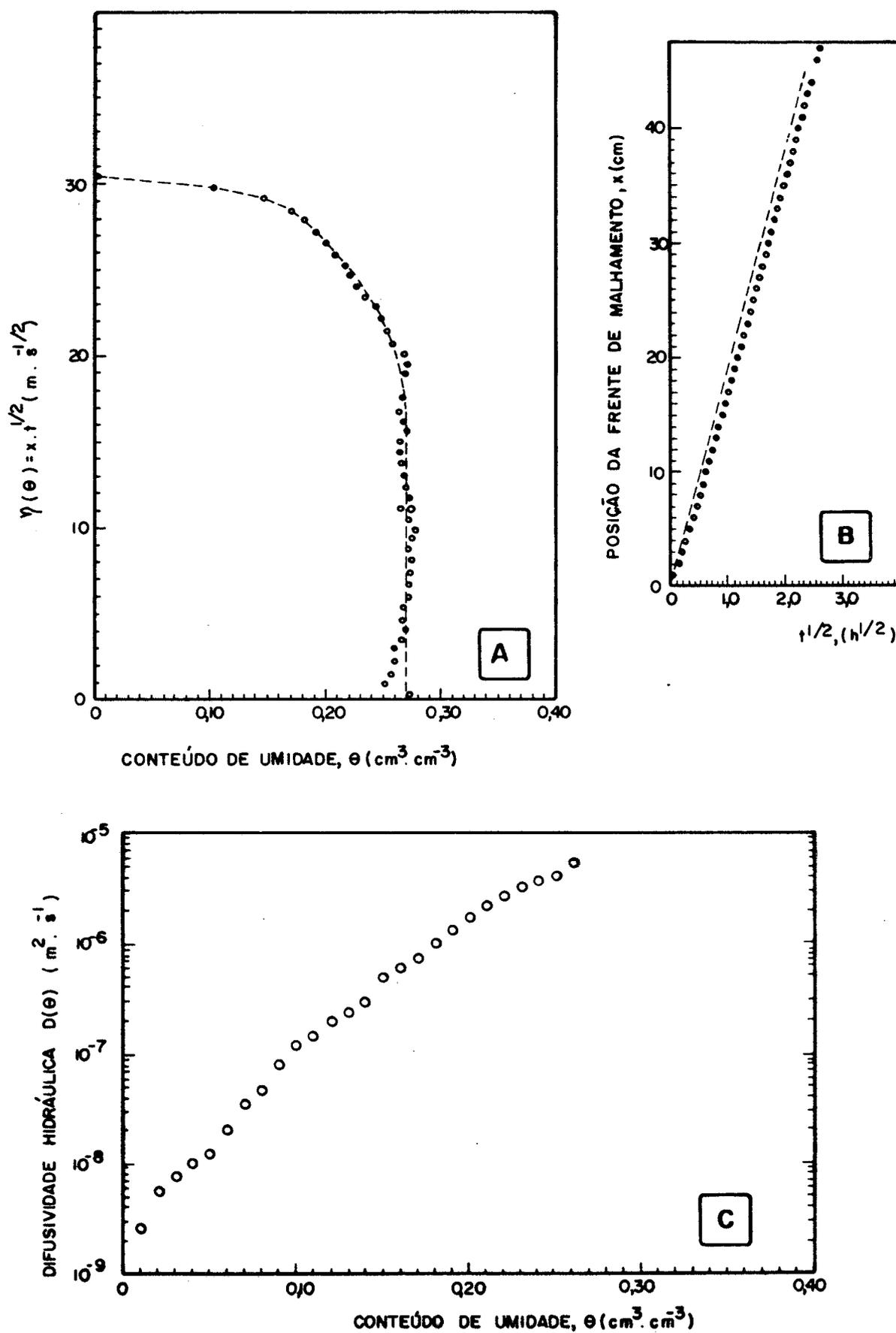


Fig. 5.6 - RESULTADOS RELATIVOS AO ENSAIO Nº 3 DE INFILTRAÇÃO HORIZONTAL, COM DURAÇÃO DE 24374 SEGUNDOS E 2cm H₂O DE SUCCÃO NA ALIMENTAÇÃO

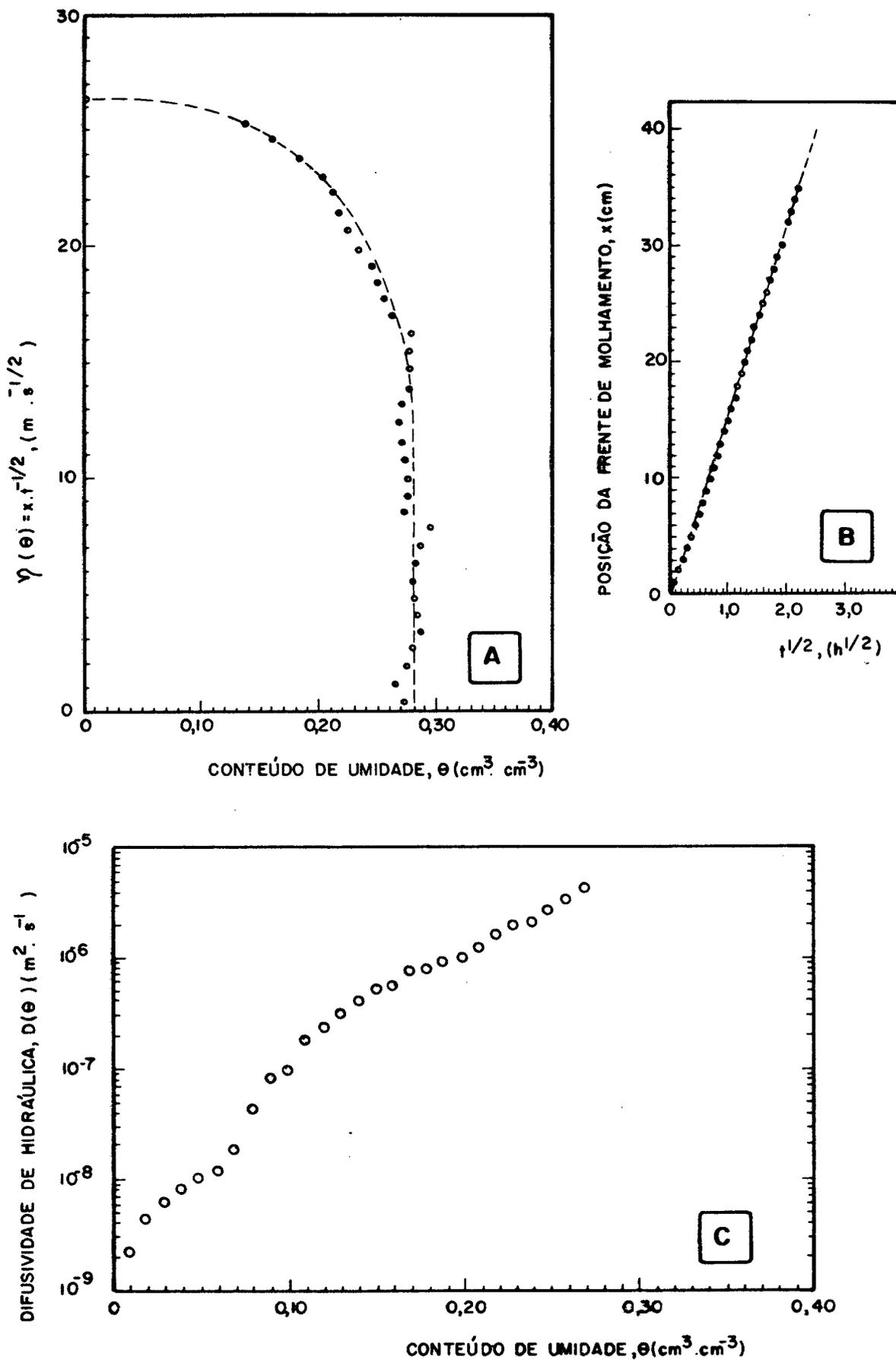


Fig. 5.7—RESULTADOS RELATIVOS AO ENSAIO Nº 4 DE INFILTRAÇÃO HORIZONTAL, COM DURAÇÃO DE 17.600 SEGUNDOS E 2cm H₂O DE SUCCÃO NA ALIMENTAÇÃO

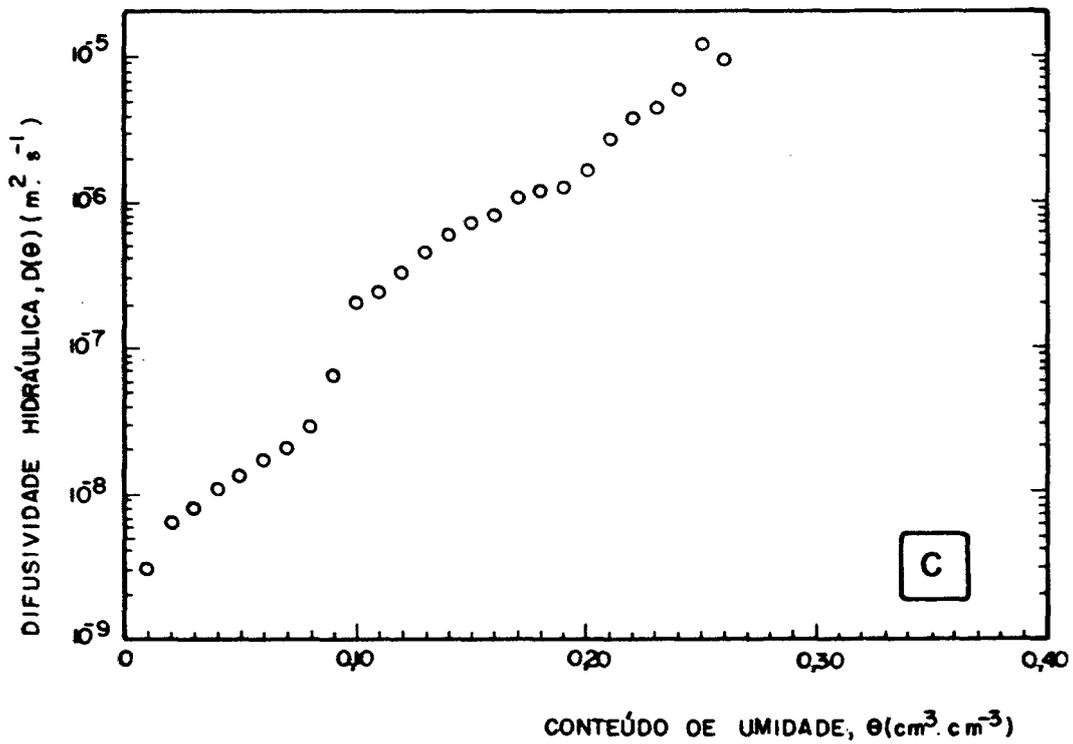
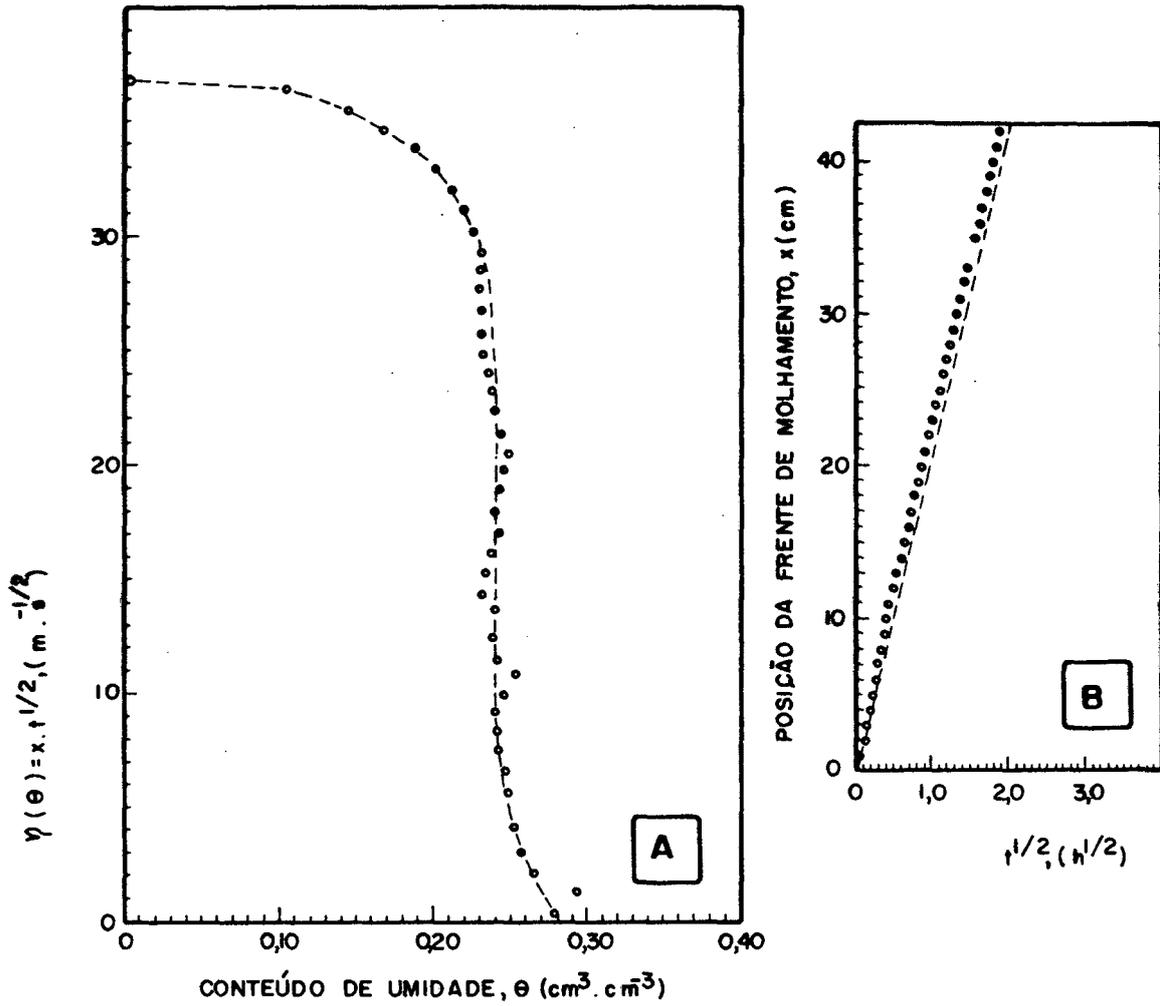


Fig 5.8—RESULTADOS RELATIVOS AO ENSAIO Nº5 DE INFILTRAÇÃO HORIZONTAL, COM DURAÇÃO DE 13045 SEGUNDOS E 2cm H₂O DE SUÇÃO NA ALIMENTAÇÃO

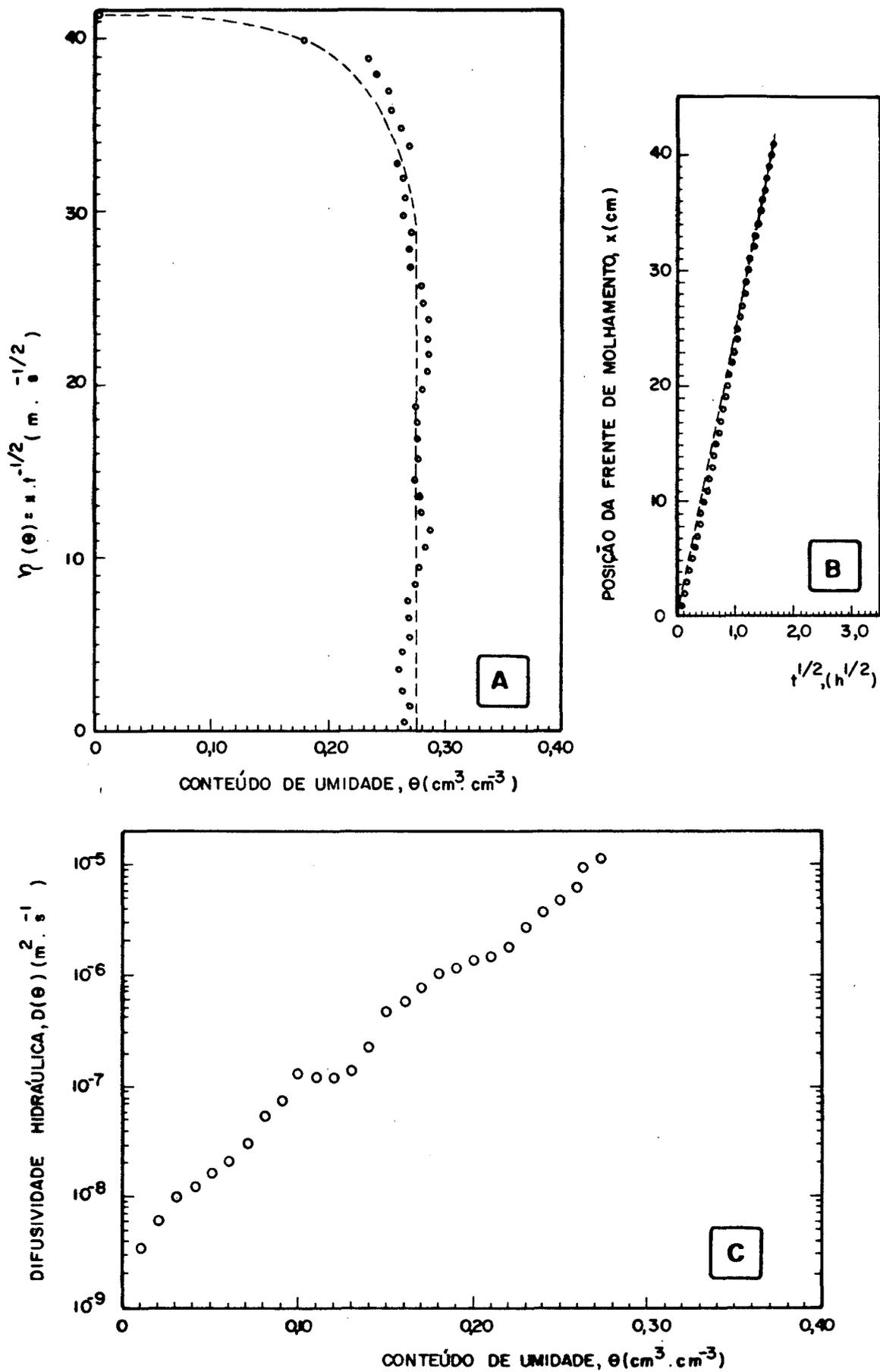


Fig. 5.9 - RESULTADOS RELATIVOS AO ENSAIO Nº6 DE INFILTRAÇÃO HORIZONTAL, COM DURAÇÃO DE 9795 SEGUNDOS E 2cm H₂O DE SUÇÃO NA ALIMENTAÇÃO

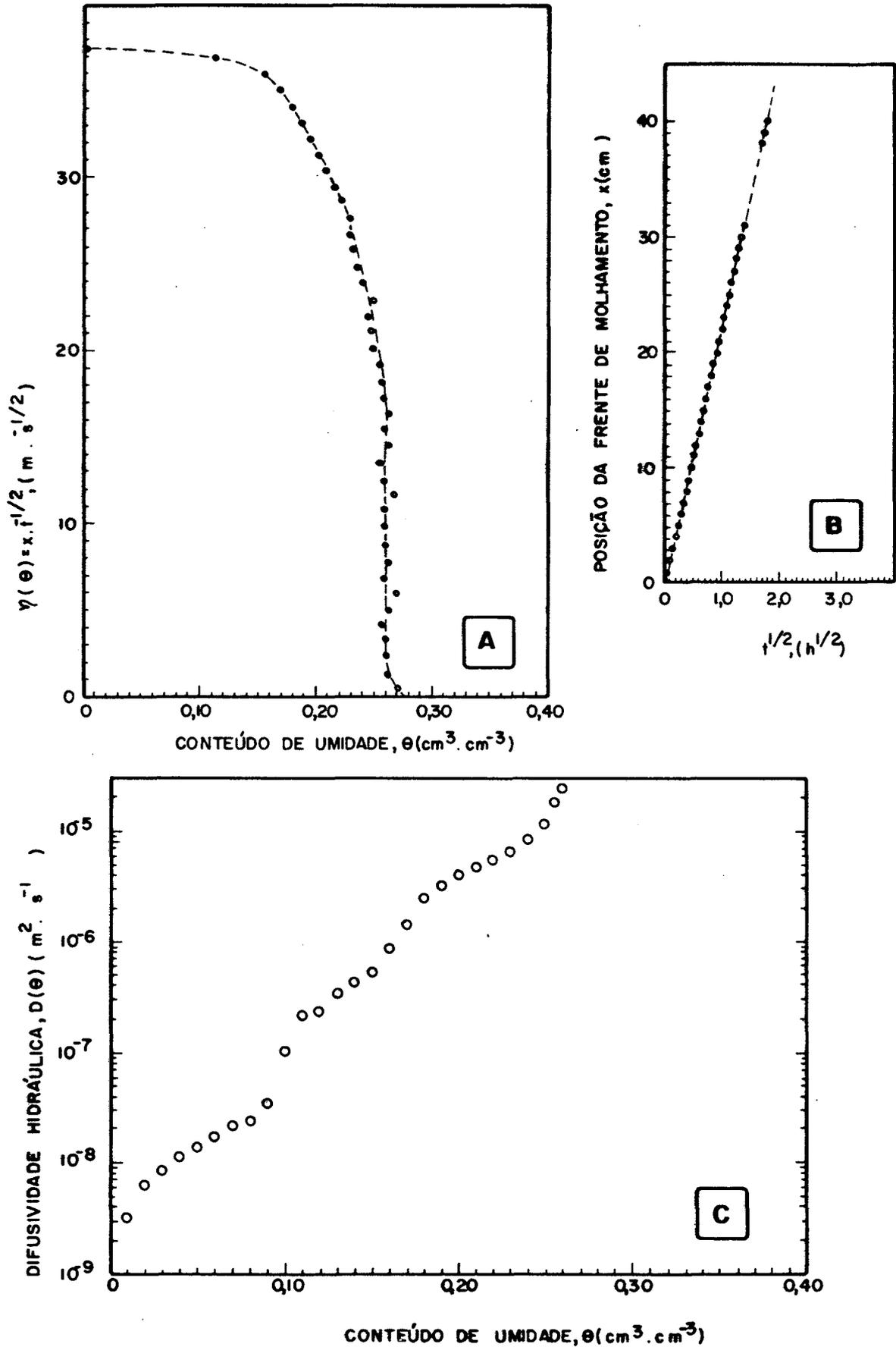


Fig. 5.10 - RESULTADOS RELATIVOS AO ENSAIO Nº 7 DE INFILTRAÇÃO HORIZONTAL, COM DURAÇÃO DE 11.431 SEGUNDOS E 2cm H₂O DE SUCCÃO NA ALIMENTAÇÃO

um retardamento no processo de avanço da frente, o que pode ser visualizado pelo alinhamento curvo dos pontos experimentais nas proximidades da origem. A reta tracejada que aparece na Fig. (5.4.B) - como de resto na Fig. B referente a cada ensaio - procura satisfazer a Transformação de Boltzmann e a dinâmica de avanço da frente quando a mesma se encontra afastada da origem, já com os pontos experimentais alinhados segundo uma reta. No ensaio nº 2, amenizou-se a condição de sucção e uma melhora significativa no problema foi verificada [Fig. (5.5.B)]. A explicação para o ocorrido reside no fato de que, para sucções de alimentação mais elevadas, o avanço da frente é mais lento e, portanto, o conteúdo de umidade junto à parede externa da bolacha (condição de contorno, θ_1) fica variando, a partir do momento inicial, por um lapso de tempo maior [veja a discussão no final da seção 5.2 e a Fig. (5.3)]. A partir do ensaio nº 3, passou-se a utilizar bolachas do mesmo material que as anteriores, mas de menor espessura, e, pelo mesmo motivo acima citado, notou-se melhorias sensíveis no comportamento da frente junto à origem. As Figs. (5.11) e (5.12), construídas a partir de dados experimentais relativos aos ensaios nº 2 e nº 3, mostram de maneira eloquente a variação na condição de contorno na parede externa da bolacha, em contato com o meio poroso, e a extensão desta variação em função da espessura da mesma. A expressão utilizada para o cálculo do potencial de sucção junto à alimentação consiste na própria equação de fluxo para meios saturados [Eq. (2.1)], introduzindo o conceito de potencial de sucção e adaptada para valores médios dentro dos intervalos de tempo considerados:

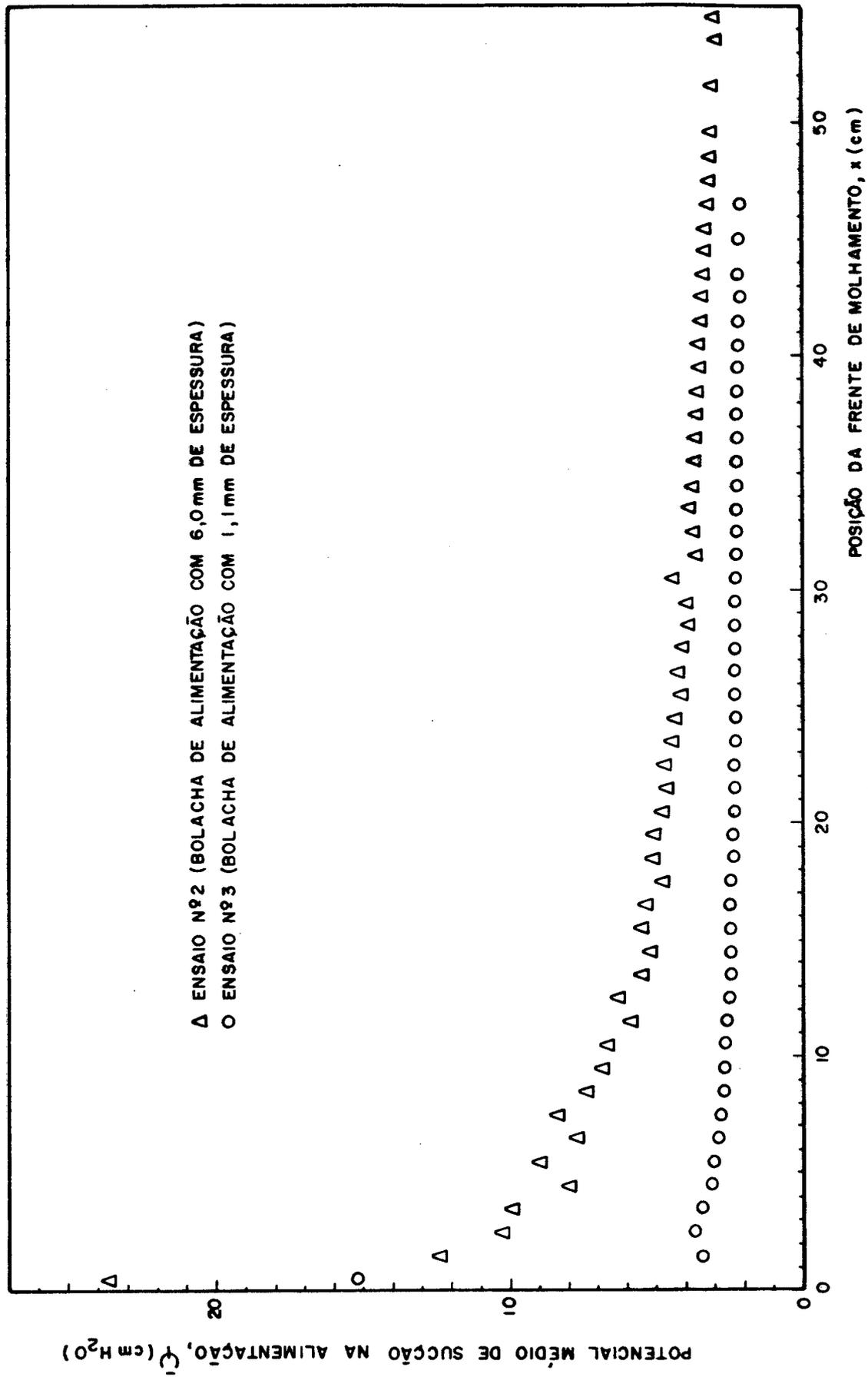


Fig. 5.11 - EVOLUÇÃO DO POTENCIAL DE SUÇÃO NA ALIMENTAÇÃO PARA OS ENSAIOS Nº 2 e 3 DE INFILTRAÇÃO UNIDIMENSIONAL HORIZONTAL

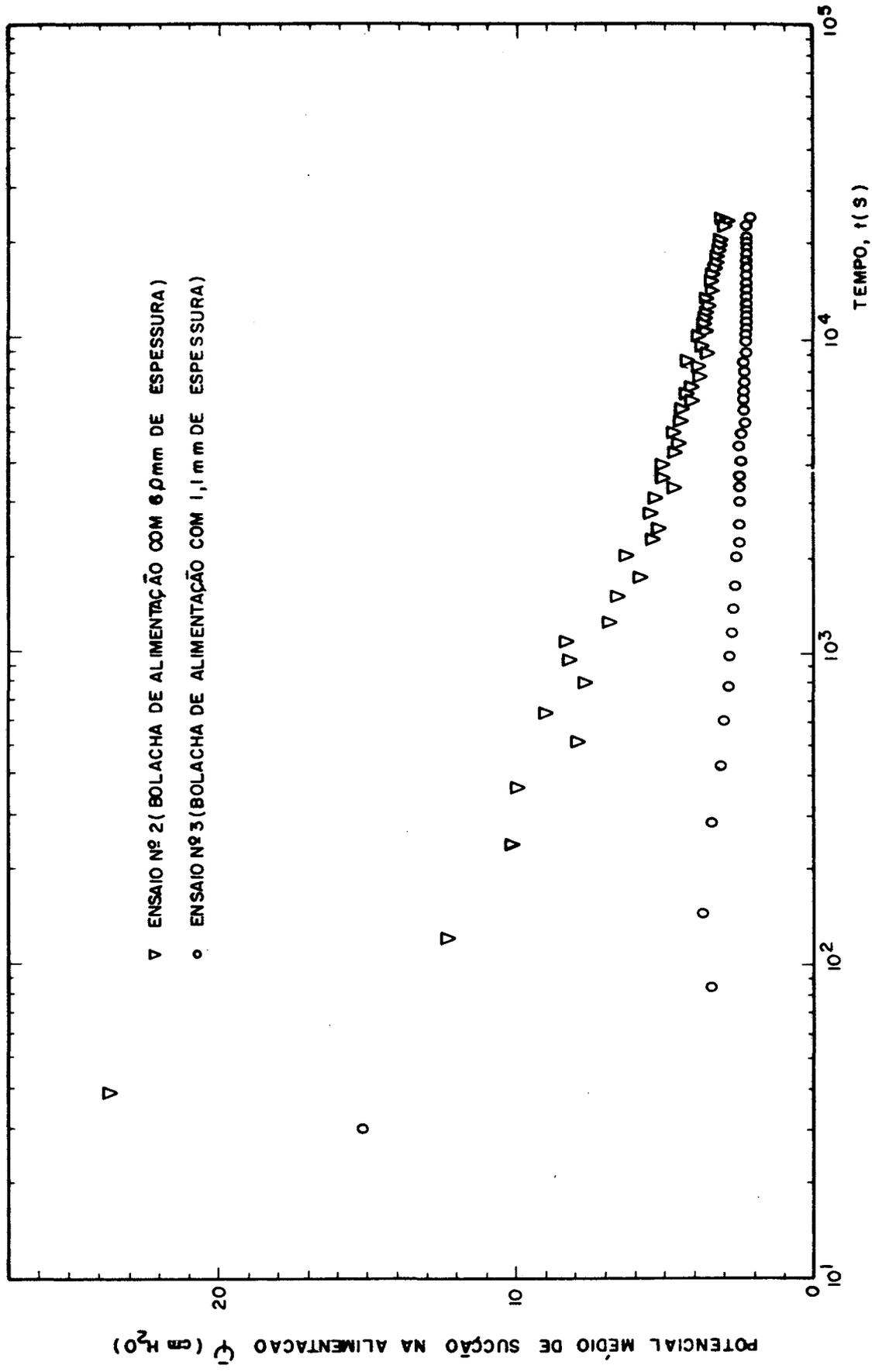


Fig. 5.12 — EVOLUÇÃO DO POTENCIAL DE SUÇÃO NA ALIMENTAÇÃO EM FUNÇÃO DO TEMPO PARA OS ENSAIOS Nº 2 e 3 DE INFILTRAÇÃO UNIDIMENSIONAL HORIZONTAL

$$\bar{\psi}_1 = \frac{e}{K_b} \bar{v} + \psi_0 \quad (5.13)$$

onde:

$\bar{\psi}_1$ = potencial de sucção médio na parede externa da bolacha, em contato com o meio poroso, para o intervalo de tempo considerado, dado em cm de coluna de água;

e = espessura da bolacha, cm;

K_b = condutividade hidráulica saturada da bolacha, $\text{cm} \cdot \text{seg}^{-1}$;

\bar{v} = fluxo volumétrico médio para o intervalo de tempo considerado, $\text{cm}^3 \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{seg}^{-1}$;

ψ_0 = potencial de sucção na parede interna da bolacha, dentro do reservatório de água, cm de coluna de água

Ainda, com relação a este problema, nos ensaios nº 5 e nº 6 o carregamento da amostra foi feito no tubo pela extremidade que recebe a alimentação de água, ao contrário dos outros casos, sendo então observado que a dinâmica de progressão da frente sofreu um certo adiantamento na fase inicial; isto é melhor observado na Fig. (5.8.B). Especula-se que tal coisa venha a ocorrer em função de possíveis heterogeneidades geradas na amostra devido à técnica de compactação e acondicionamento empregada. Também em razão desta possibilidade, se procura justificar as diferenças na inclinação das retas das Figuras B referentes a ensaios executados sob as mesmas condições.

Na construção da Figura A referente a cada ensaio, o valor de "t" (tempo de duração do ensaio) é obtido considerando-se a reta tracejada na Figura B, ou seja, faz-se uma correção no valor do tempo de duração do ensaio de maneira a atender a

Transformação de Boltzmann e a dinâmica de avanço da frente quando afastada da origem (isenta dos efeitos de extremidade). Para detalhes adicionais sobre esta questão, e o desvio verificado na Figura B, indica-se o trabalho de Ray D. Jackson [33]. A linha tracejada na Figura A, para cada ensaio, foi produzida visualmente e procura, segundo um traçado suave, satisfazer da melhor forma possível a distribuição dos pontos experimentais. Sobre esta linha são calculadas as derivadas $d\eta/d\theta$ para uma série de valores de conteúdo de umidade θ necessárias para a determinação dos pontos que aparecem na Figura C. A opção pelo traçado visual da curva na Figura A prende-se ao fato de não ter sido possível interpolar uma função que simultaneamente apresentasse uma boa correlação com os pontos experimentais e não produzisse, para certos valores ou faixas de θ , derivadas $d\eta/d\theta$ em total desacordo com o comportamento sugerido pelo conjunto dos pontos. Por exemplo, a interpolação de polinômios de grau superior a três produz boa correlação, mas em determinadas faixas de θ gera valores para $d\eta/d\theta$ que não satisfazem o comportamento geral dos pontos experimentais.

Vários outros autores [11],[20],[30] têm se valido desse mesmo procedimento para o traçado de curvas a partir de pontos experimentais.

Uma vez traçada a curva da Figura A de cada ensaio, verificou-se que a função $\eta(\theta)$ não era única para as mesmas condições de alimentação das colunas, contrariando o que dispõe a Transformação de Boltzmann (Apêndice A). Tal coisa já era previsível e pode, pelo menos em parte, ser atribuída às causas apontadas como responsáveis pelas anomalias observadas na progres

são da frente de molhamento. Outra possível causa para a não unicidade de $\eta(\theta)$ reside no fato de que em todos os ensaios o conteúdo de umidade junto à parede de bolacha θ_1 ficou sensivelmente abaixo do valor correspondente a saturação do meio poroso que constitui a coluna. Nielsen et al. (1962) e Davidson et al. (1963) verificaram que, sob tal circunstância, é comum produzir-se a não unicidade de $\eta(\theta)$ [14]. Swartzendruber [14] p.275, utilizando os dados de Rawlins e W. H. Gardner (1963), analisou o comportamento da velocidade de fluxo, v , versus o gradiente do conteúdo de umidade, $-\partial\theta/\partial x$, e verificou que para $\theta \geq 0,35$ mantém-se a proporcionalidade entre v e $-\partial\theta/\partial x$, conforme estipulado pela equação de Darcy-Buckingham [Eq. (2.3)]. Já para $\theta < 0,30$, a velocidade aumenta mais do que linearmente com o gradiente. Assim, para o material em questão (Salkum silty clay loam), o coeficiente de difusão D , para valores de $\theta < 0,30$, torna-se uma função de θ e $-\partial\theta/\partial x$, $D(\theta, -\partial\theta/\partial x)$. Entretanto, Olson [14] p.278, em experimentos desenvolvidos em estado estacionário, e montados criteriosamente de maneira a evitar erros devido à histerese e empacotamento não uniforme, obteve boa concordância com a Eq. (2.2) para misturas areia-silte e areia-caulinita, para ψ tão elevados quanto 275 cm H_2O . As não linearidades de maior magnitude encontradas foram de natureza menos do que proporcional. Possíveis explicações para estes fatos são mencionadas ao final da seção 2.6.

Para o cálculo de $D(\theta)$ - referente à Figura C de cada ensaio -, as derivadas $d\eta/d\theta$ foram avaliadas através de um método de diferenciação geométrica nos pontos correspondentes aos conteúdos de umidade, θ , considerados sobre a curva da Figura A.

Neste método, considera-se a circunferência definida pelo ponto em questão e pelos seus dois vizinhos imediatos (anterior e posterior). A derivada é dada pela tangente à referida circunferência no ponto considerado. Para mais detalhes consulte o Apêndice C. As integrais $\int_{\theta_0}^{\theta} n d\theta$, também necessárias ao cálculo de $D(\theta)$, Eq. (5.8), foram calculadas pelo método dos trapézios, considerando a mesma curva e os pontos utilizados no cálculo das derivadas. Uma vez efetuados os cálculos, plotou-se o logaritmo natural dos valores obtidos para $D(\theta)$ contra o correspondente conteúdo de umidade θ , conforme a Figura C de cada ensaio de infiltração horizontal. Para cada um dos casos, verificou-se uma razoável linearidade na distribuição dos pontos, confirmando a equação empírica de Gardner e Mayhugh (1958) [34]: $D(\theta) = a e^{b\theta}$, sendo a e b constantes do processo.

Reunidos os resultados de todos os sete ensaios, conforme representado na Fig. (5.13), obteve-se uma "nuvem" composta de um total de 182 pontos. Procedeu-se, então, considerando a totalidade dos pontos, à determinação da reta de melhor ajuste pelo critério dos mínimos quadrados. Como resultado, chegou-se a seguinte expressão:

$$[\ln D(\theta)]_m = 31,0328 \cdot \theta - 19,3971 \quad (5.14)$$

com coeficiente de correlação igual a 0,9831 [representada pela linha cheia na Fig. (5.13)]. $[\ln D(\theta)]_m$ expressa o valor médio do logaritmo do coeficiente de difusão hidráulica. Tal coeficiente é expresso em $m^2 \cdot s^{-1}$.

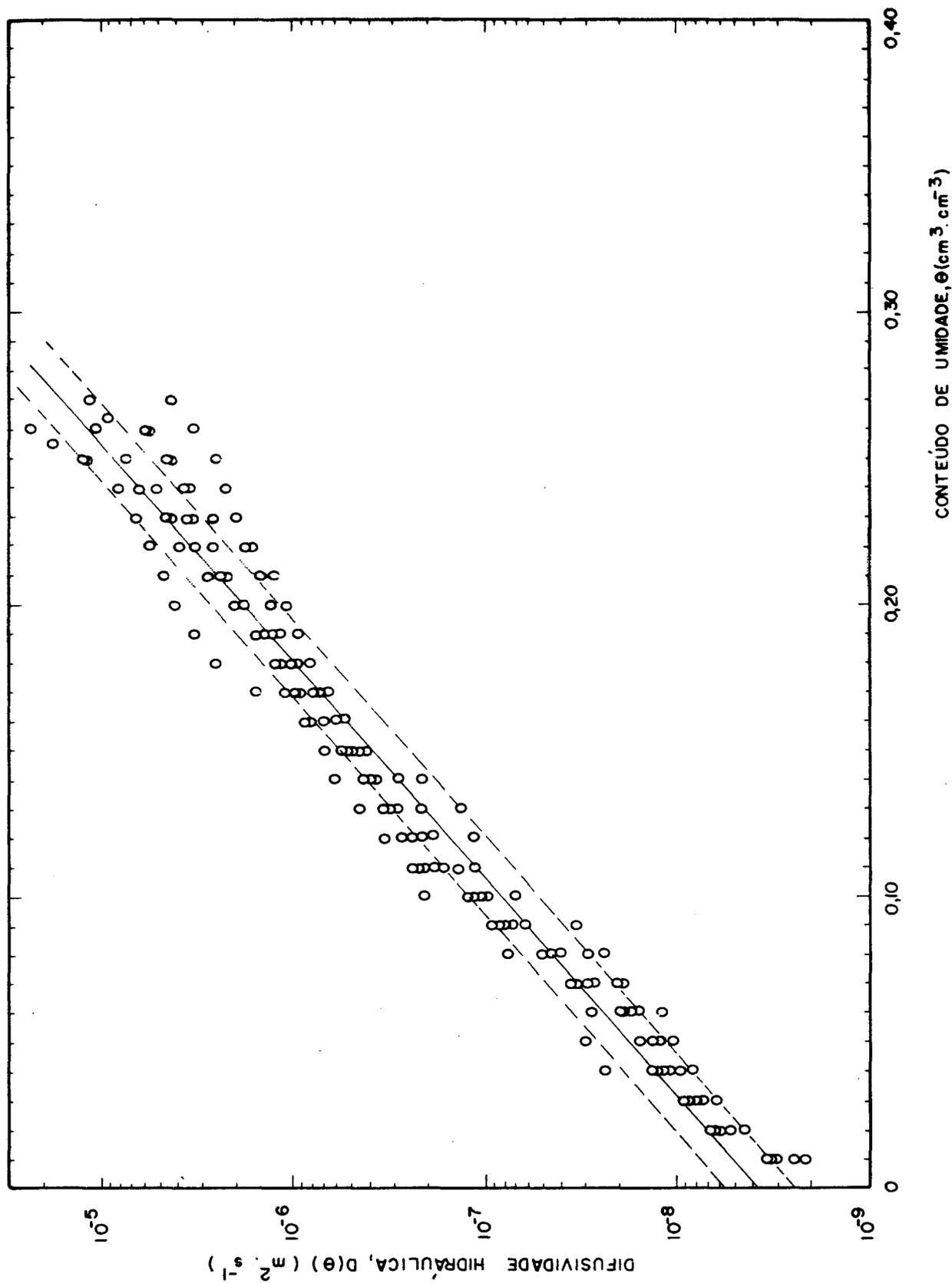


Fig. 5.13 — RESULTADOS EXPERIMENTAIS DOS SETE ENSAIOS DE INFILTRAÇÃO HORIZONTAL PARA A DETERMINAÇÃO DA DIFUSIVIDADE HIDRÁULICA PARA A MISTURA AREIA - CAULIM

Numa etapa posterior realizou-se um estudo estatístico da dispersão dos valores experimentais de $\ln D(\theta)$ em relação à média $[\ln D(\theta)]_m$. Para isto, inicialmente estimou-se o desvio padrão dos logaritmos dos valores experimentais de $D(\theta)$ em relação à média $[\ln D(\theta)]_m$. A equação utilizada no cálculo foi a seguinte:

$$S = \sqrt{\frac{\sum \{\ln D(\theta) - [\ln D(\theta)]_m\}^2}{N - 1}} \quad (5.15)$$

onde:

S = estimativa do desvio padrão dos logaritmos;

N = número de pontos experimentais.

O valor encontrado para "S" foi de 0,4377. Em vista da Eq.(5.14), tem-se que a expressão

$$\ln D(\theta) = 31,0328 \cdot \theta - (19,3971 \pm 0,4377) \quad (5.16)$$

delimita uma faixa [linhas tracejadas na Fig. (5.13)] no interior da qual se encontram 68,26 % dos pontos experimentais. Tal faixa, expressa em termos de valor do coeficiente de difusão, resulta:

$$D(\theta) = (5,8350 \cdot 10^{-9} \text{ a } 2,4314 \cdot 10^{-9}) e^{31,0328 \cdot \theta} \quad (5.17)$$

Ainda, em função da Eq. (5.14), a expressão da média logarítmica para $D(\theta)$ fica:

$$[D(\theta)]_{m1n} = 3,7667 \cdot 10^{-9} e^{31,0328 \cdot \theta} \quad (5.18)$$

5.3 - CONCLUSÃO

Em face do exposto, conclui-se que praticamente 70 % dos pontos experimentais apresentam, em relação à média, Eq. (5.18), um desvio não superior a 55 %. Este nível de precisão, à despeito das diferentes condições sob as quais se verificaram os ensaios, atende perfeitamente às previsões de espalhamento e os resultados obtidos por outros autores em medições similares. P. Crausse [11], utilizando a técnica de integração gráfica entre perfis instantâneos sucessivos de conteúdo de umidade, aplicada à equação de fluxo de massa isotérmico para a determinação de $D(\theta)$, encontrou um espalhamento da ordem de 100 % em torno da média, para intervalos de confiança de 95 %. B. Perrin [35], pela mesma técnica, estimou erros da ordem de 60 % na determinação de $D(\theta)$, para dois materiais diversos. No trabalho de R. Jackson [33], onde é usado o método da infiltração horizontal para determinar $D(\theta)$ - o mesmo método adotado no presente trabalho - registram-se resultados com grau de precisão comparável aos anteriormente citados. Com relação a este último método, a título de referência, citam-se os seguintes trabalhos: Ferguson e W. H. Gardner [36], Stewart [14], Davidson et al. [14], Rawlins e W. H. Gardner [14] e Swartzendruber e Olson [14].

Na determinação da Eq. (5.18) de ajuste aos pontos experimentais, levaram-se em conta pontos situados em zonas extremas de conteúdo de umidade, pontos estes que, em função da

forma da curva $\eta(\theta)$ (observar as figuras correspondentes), estão sujeitos a um grau de imprecisão na determinação maior do que a quele que se verifica para os pontos numa zona intermediária [14] p.261. Além disto, em zonas de baixo conteúdo de umidade, o transporte de água na fase vapor torna-se importante, e, nes tas condições, uma expressão exponencial como a Eq. (5.18) deixa de ser válida. Apesar destes problemas, pela distribuição dos pontos experimentais observada, com boa concordância de com portamento entre os pontos de ambos os extremos e os intermediários, e pelo fato de não ser possível dividir o valor do conteúdo de umidade abaixo do qual o transporte na fase vapor ganha importância, optou-se pela Eq. (5.18) como forma de representar, de maneira razoável, o comportamento de $D(\theta)$ por toda a gama de θ .

6 - CONDUTIVIDADE HIDRÁULICA EM FUNÇÃO DO CONTEÚDO DE UMIDADE

6.1 - INTRODUÇÃO

Neste capítulo, a condutividade hidráulica, $K(\theta)$, é determinada para a mistura areia-caulim através da difusividade, $D(\theta)$, e das derivadas $-d\psi/d\theta$ relativas à curva de retenção de umidade, ambas as propriedades levantadas em capítulos anteriores. A título de comparação, valores para $K(\theta)$ foram obtidos por dois outros métodos diversos. O primeiro deles trata-se do método proposto por Millington e Quirk [24] (Apêndice B), e o segundo o de E. G. Youngs [17].

Em soma a isso, é discutida a técnica experimental e apresentados os resultados da determinação da condutividade hidráulica de saturação para as cápsulas porosas do tensiômetro e bolachas de contato para os ensaios de infiltração.

Com respeito aos problemas e desvios detectados na execução dos ensaios, são tecidos comentários com o fim de dar maior sustentação aos resultados obtidos.

6.2 - DETERMINAÇÃO DA CONDUTIVIDADE HIDRÁULICA COM O USO DA DIFUSIVIDADE HIDRÁULICA E DA CURVA DE RETENÇÃO DE UMIDADE

6.2.1 - Fundamento do Método

Tendo determinado uma expressão que fornece o valor médio da difusividade hidráulica em função do conteúdo de umidade, Eq. (5.18), e dispondo da curva de retenção de umidade, obti

da pelo processo de molhamento, usando o tensiômetro, (Ψ versus θ), Fig. (4.4), a Eq. (2.4) pode ser usada para calcular $K(\theta)$:

$$\left[K(\theta) \right]_m = \frac{[D(\theta)]_{m \ln}}{(-d\Psi/d\theta)} \quad (6.1)$$

onde $\left[K(\theta) \right]_m$ expressa um valor médio.

Os valores das derivadas $d\Psi/d\theta$ foram avaliados através do método de diferenciação geométrica comentado no Apêndice C. A curva utilizada para este fim [linha tracejada na Fig. (4.4)] foi traçada visualmente, procurando atender a distribuição dos pontos oriundos das medidas realizadas com o tensiômetro.

6.2.2 - Resultados Obtidos com o Uso da Difusividade e da Curva de Retenção

Os resultados obtidos, com o uso da Eq. (6.1), estão registrados na Fig. (6.1). A linha cheia que aparece na mesma figura é resultado da interpolação, pelo método dos mínimos quadrados, da equação empírica $K(\theta) = \gamma \theta^\epsilon$ proposta por Gardner (1960) [13]p.200, sendo γ e ϵ constantes do processo. A equação para a referida linha é a seguinte:

$$\left[K(\theta) \right]_a = 1,6875 \cdot 10^{-2} \theta^{5,8492} \quad (6.2)$$

sendo $\left[K(\theta) \right]_a$ os valores de ajuste sobre as médias $\left[K(\theta) \right]_m$, dados em $m \cdot s^{-1}$. A correlação obtida com os pontos calculados através

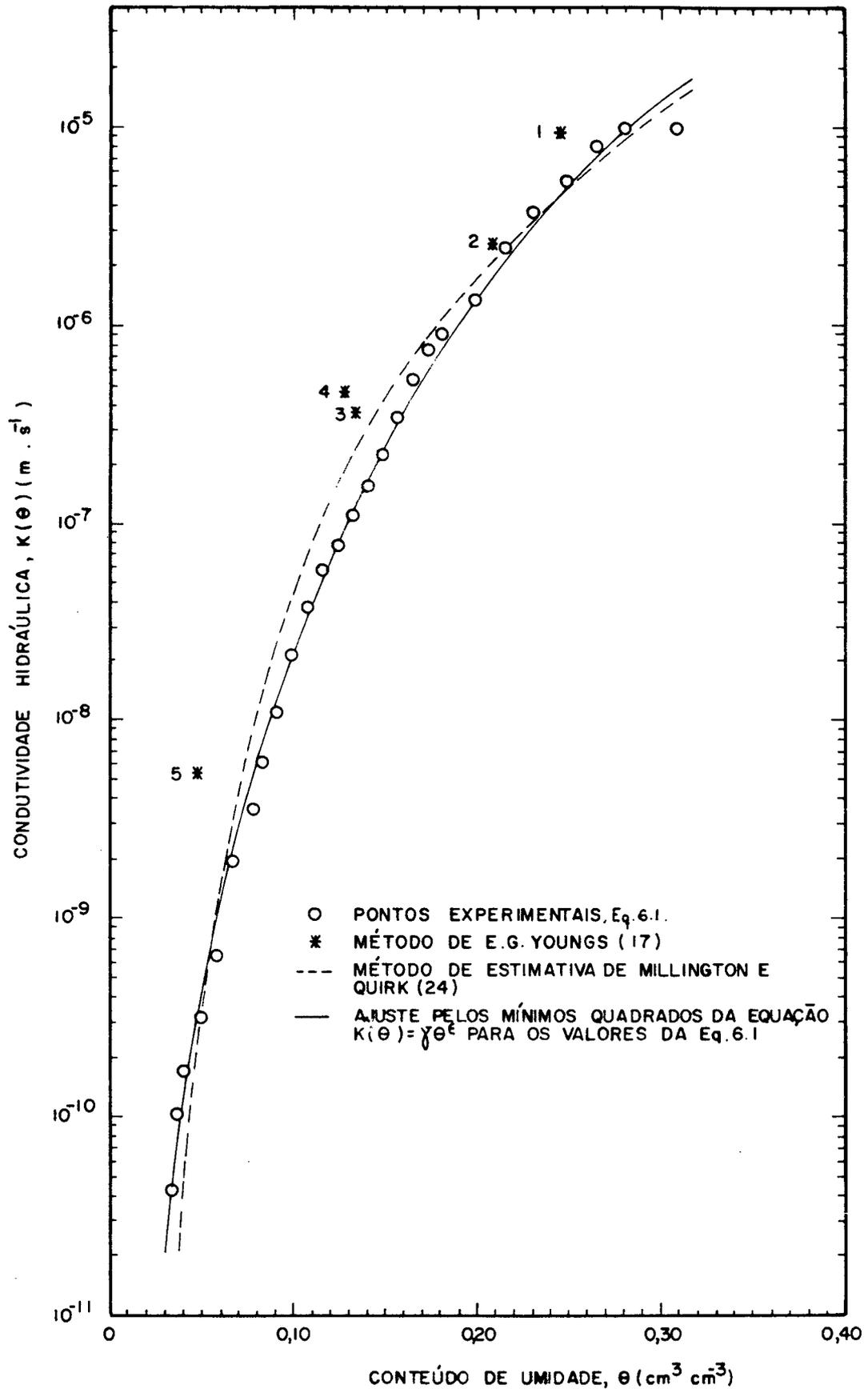


Fig. 6.1 — DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DA CONDUTIVIDADE HIDRÁULICA PARA A MISTURA AREIA-CAULIM

da Eq. (6.1) é de 0,9984. Naturalmente, o grau de precisão obtido para os valores de $K(\theta)$ através da Eq. (6.2) é inferior ao obtido para $D(\theta)$ com a Eq. (5.18), pois que para a determinação de $[K(\theta)]_m$ existe um fator adicional de erro: a incerteza na avaliação de $d\psi/d\theta$.

6.3 - DETERMINAÇÃO DA CONDUTIVIDADE HIDRÁULICA PELO MÉTODO DE ESTIMATIVA DE MILLINGTON E QUIRK. RESULTADOS.

No método proposto por Millington e Quirk (Apêndice B), adotou-se para K_s (a condutividade hidráulica de saturação) o valor de $1,7870 \cdot 10^{-5} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, obtido a partir da Eq. (6.2), fazendo $\theta = \theta_{\text{sat}} = 0,31$. Ainda, para a aplicação do método, a curva de retenção de umidade, relativa ao tensiômetro, (ψ versus θ), Fig. (4.4), foi dividida em 28 intervalos iguais, de $0,01 \text{ cm}^3 \cdot \text{cm}^{-3}$ cada, ao longo da variável θ . O resultado aparece na Fig. (6.1) expresso pela linha tracejada. Como pode ser observado, o método fornece uma estimativa para $K(\theta)$ que tem uma concordância muito boa com os valores obtidos da Eq. (6.2).

6.4 - DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DA CONDUTIVIDADE HIDRÁULICA PELO MÉTODO DE E. G. YOUNGS

6.4.1 - Fundamentos e Execução da Técnica Experimental

O método aqui utilizado para a medida da condutividade hidráulica da mistura areia-caulim sob condição de insaturação foi proposto por E. G. Youngs (1963), [17]. Este método funda

menta-se no problema da infiltração unidimensional vertical de cima para baixo de água, considerando-se condições semelhantes às adotadas para o caso da infiltração horizontal anteriormente discutido [veja Fig. (6.2)].

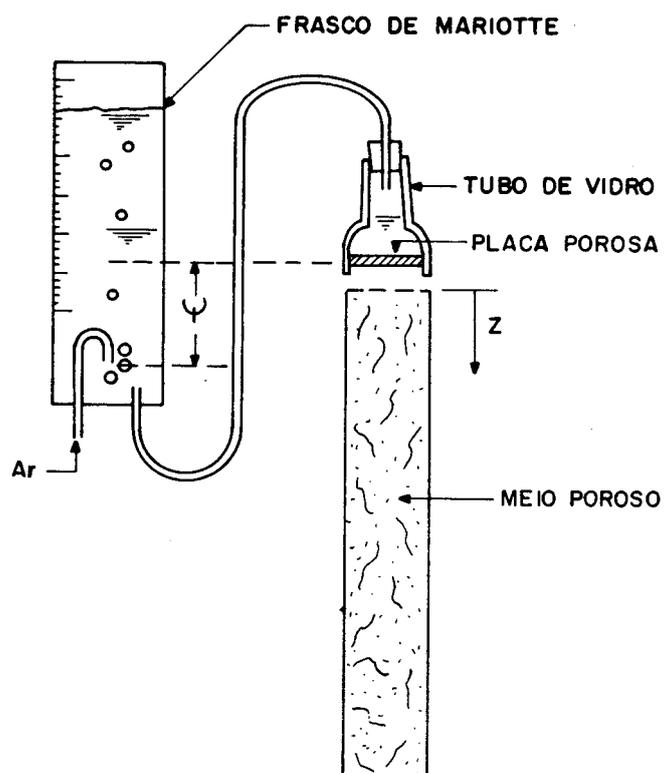


Fig. 6.2. — ESQUEMA DE INFILTRAÇÃO VERTICAL

A partir da Eq. (2.2), adotando $Z = -z$ para expressar a coordenada vertical positiva para baixo, e considerando um intervalo de tempo dt' , chega-se a:

$$q \Big|_{z=0} dt' = \left[K(\psi) + K(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial Z} \right]_{z=0} dt' \quad (6.3)$$

Fazendo a integração da Eq. (6.3), tem-se:

$$\frac{V}{A} = \int_0^t \left[K(\psi) + K(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial z} \right]_{z=0} dt' \quad (6.4)$$

onde V/A é o volume total de água por unidade de área infiltrada até o tempo t . Para um tempo suficientemente grande, $(d\psi/dz)_{z=0} \rightarrow 0$ e nesta situação:

$$\frac{V}{A} = K(\psi)_{z=0} \cdot t + cte \quad (6.5)$$

Portanto, plotando V/A contra t - com o uso dos dados experimentais -, obtem-se, a partir de tempos suficientemente grandes, pontos cuja disposição se aproxima de uma linha reta. Assim, a condutividade é dada pela declividade assintótica da referida reta, veja Fig. (6.3).

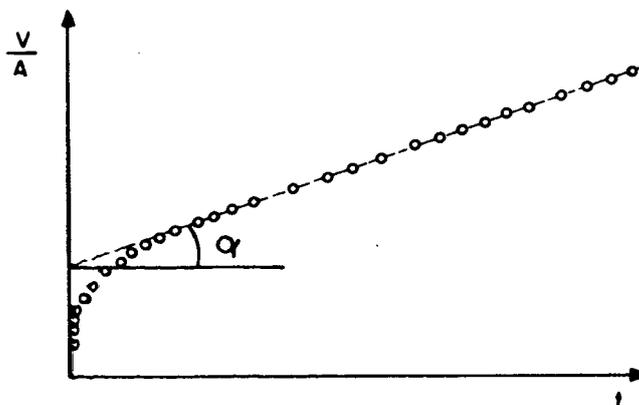


Fig. 6.3 - A CONDUTIVIDADE HIDRAULICA É DADA PELA $\tan \alpha$

O conteúdo de umidade na zona próxima à alimentação de água pode ser avaliado pela declividade assintótica da reta V/A versus distância da frente de molhamento (Z_f). Isso é possível visto que, para tempos suficientemente grandes, o teor de umidade ao longo da maior parte do perfil permanece constante à medida que a frente avança para baixo [17].

Em suma, o método apóia-se no fato de que após determinado tempo o deslocamento da umidade ao longo da coluna é devido quase que exclusivamente ao potencial gravitacional, visto que o gradiente do potencial matricial tende a zero.

O equipamento e o procedimento são os mesmos discutidos no item referente à determinação de difusividade hidráulica, apenas que a coluna da mistura areia-caulim é mantida em posição vertical (Foto 6.1). De um ensaio para outro, variou-se o nível da extremidade de alimentação de água em relação ao da extremidade do tubo de borbulhamento do frasco de Mariotte; assim, diferentes valores de sucção $\psi_{Z=0}$ foram impostos à bolacha de alimentação. Isto possibilitou determinar uma série de valores para $K(\theta)_{Z=0}$, pois o valor de $\theta_{Z=0}$ é estabelecido em função de $\psi_{Z=0}$.

Com relação aos efeitos da resistência hidráulica da bolacha de alimentação, cabe aqui o mesmo tipo de análise feita anteriormente para o caso horizontal.

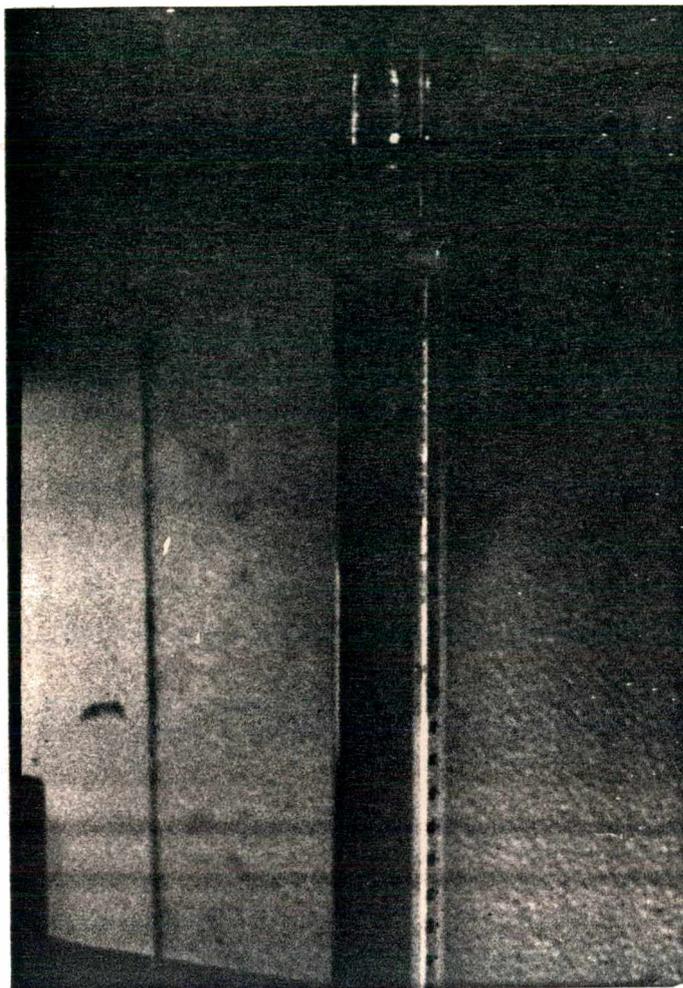


Foto 6.1 - Infiltração vertical.

6.4.2 - Apresentação e Análise dos Resultados Obtidos pelo Método de E. G. Youngs

Com relação ao método proposto por Youngs, realizaram-se cinco (5) ensaios de infiltração vertical, variando-se de um ensaio para outro a sucção imposta à bolacha de alimentação da coluna da mistura areia-caulim. Nesta sequência de ensaios, não foi feita reutilização do material das colunas e, em todos os casos, o carregamento das colunas se deu pelo lado oposto ao de alimentação de água. A bolacha de alimentação, com 0,11 cm de espessura, foi

a mesma utilizada nos ensaios de infiltração horizontal.

Para cada ensaio são apresentadas 3 (três) figuras distintas:

Figura A: com o uso dos dados experimentais, é plotado o volume total de água infiltrada por unidade de área até o tempo t , (V/A) , versus a posição da frente de molhamento (Z_f) . A declividade assintótica da reta obtida fornece o conteúdo de umidade médio nas proximidades da bolacha de alimentação, θ_m .

Figura B: apresenta o perfil de umidade ao longo de Z no momento em que se dá por concluído o ensaio. Neste momento, a coluna é prontamente seccionada, cortando-se, a partir da frente de molhamento em direção à alimentação, fatias de 1 cm de espessura e determinando os seus teores de umidade como descrito para os ensaios de infiltração horizontal. Aqui, novamente admite-se que a redistribuição de umidade durante o período em que se procede o seccionamento da coluna é desprezível. Esta expectativa é plenamente justificada pelo fato dos cortes serem iniciados pela extremidade onde os gradientes de umidade são maiores e, portanto, mais intensa a movimentação da água. Além disto, as operações de corte e embalagem das fatias nos envelopes de papel alumínio são executadas em alguns minutos (5 à 15), conforme o número de fatias, o que se considera satisfatório tanto no que diz respeito à redistribuição de umidade, quanto às perdas por evaporação.

Figura C: aqui, plota-se o volume total de água infiltrada por unidade de área até o tempo t , (V/A) , versus este mesmo tempo t . A partir de determinado valor de tempo, a distribuição dos pontos experimentais se aproxima de uma linha reta cuja declividade assintótica fornece a condutividade hidráulica relativa ao con

teúdo de umidade obtido na Figura A (veja a secção 6.4).

Os resultados relativos a determinação da condutividade hidráulica aparecem nas Figuras A e C relativos a cada ensaio e são plotados na forma de asteriscos na Fig. (6.1), estando ao lado um número a indicar o ensaio a que se referem. Os desvios verificados em relação aos valores obtidos pela Eq. (6.2) são maiores para as determinações a menor conteúdo de umidade θ , ou seja, para condições de sucção mais elevadas. Admitindo que estes desvios sejam resultantes de erros na determinação de $K(\theta)$ pelo método de Youngs, dois principais fatores podem ser citados para justificá-los:

- 1º - Para condições de sucção mais elevadas, a alimentação de água para a coluna se dá com maior lentidão, dificultando e aumentando a imprecisão na determinação da declividade assintótica da reta V/A versus t (Figura C). Os erros cometidos neste caso são sempre por excesso, o que se confirma pelo exame da Fig. (6.1).
- 2º - Ainda, para sucções elevadas (Ensaio nº 5), a visualização da frente de molhamento é extremamente difícil dado os baixos conteúdos de umidade que compõem o perfil. Adicionalmente, devido a grande lentidão na progressão da frente [Fig. (6.8.c)], os fenômenos de evaporação ganham importância podendo contribuir para os erros na determinação de $K(\theta)$.

Um fator extra a contribuir para a imprecisão das medidas é o fato de que em alguns casos pode-se verificar uma certa variação no conteúdo de umidade ao longo do perfil desenvolvido pelo processo de infiltração, o que pode até certo ponto comprometer a validade da Eq. (6.5) [veja as Figuras B corresponden

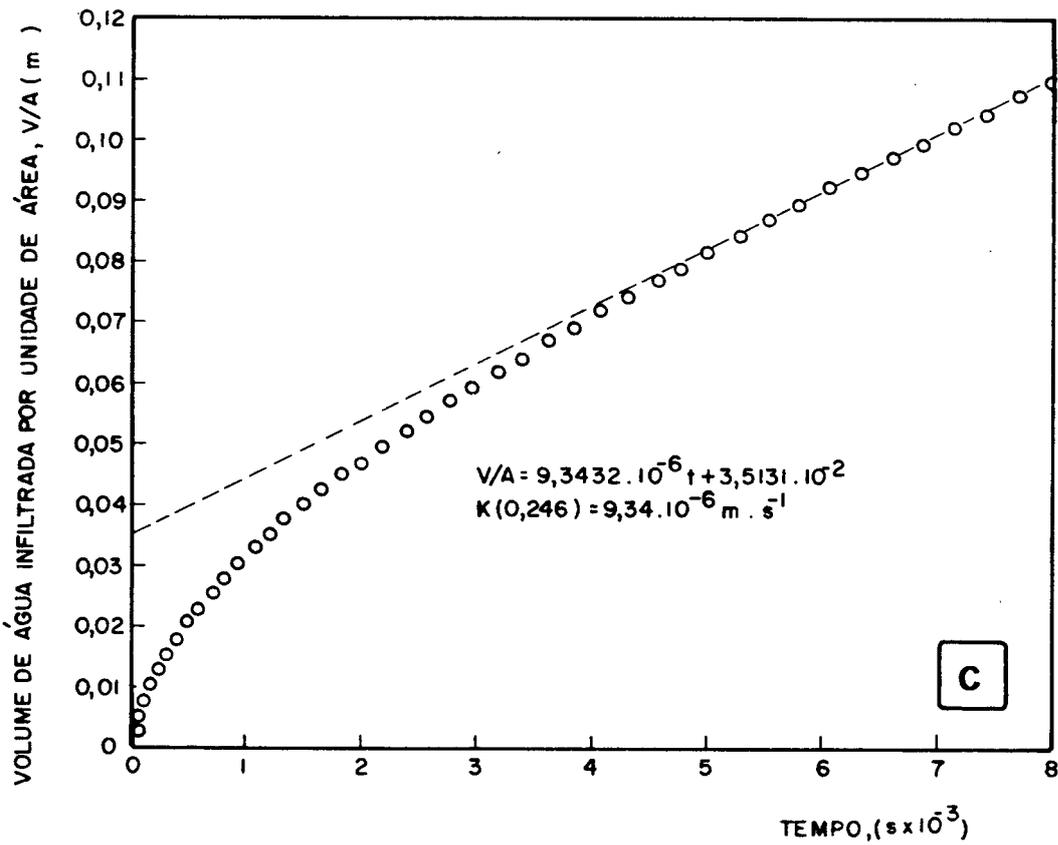
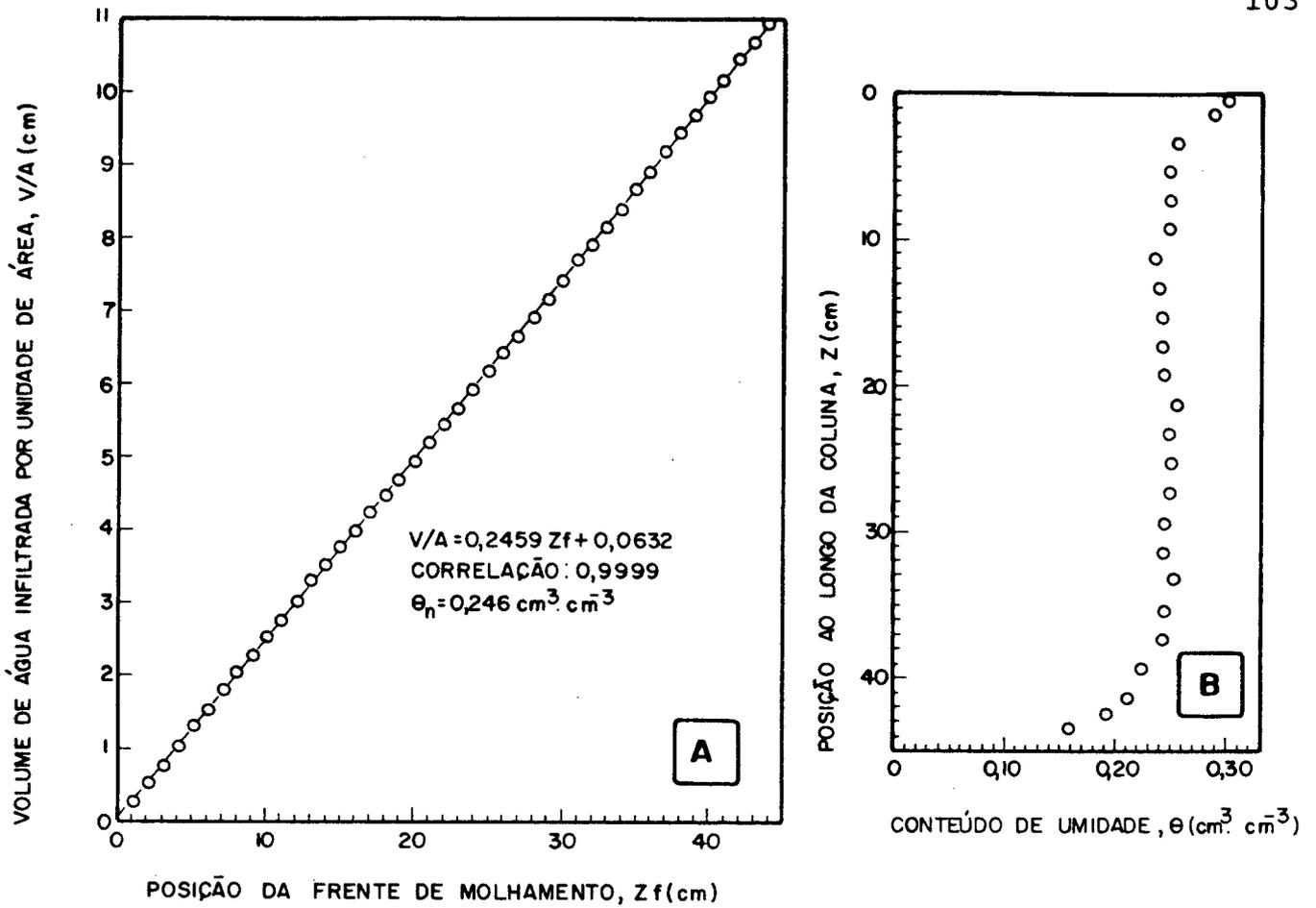


Fig. 6.4 — RESULTADOS RELATIVOS AO ENSAIO Nº 1 DE INFILTRAÇÃO VERTICAL COM 5cm H₂O DE SUÇÃO NA ALIMENTAÇÃO

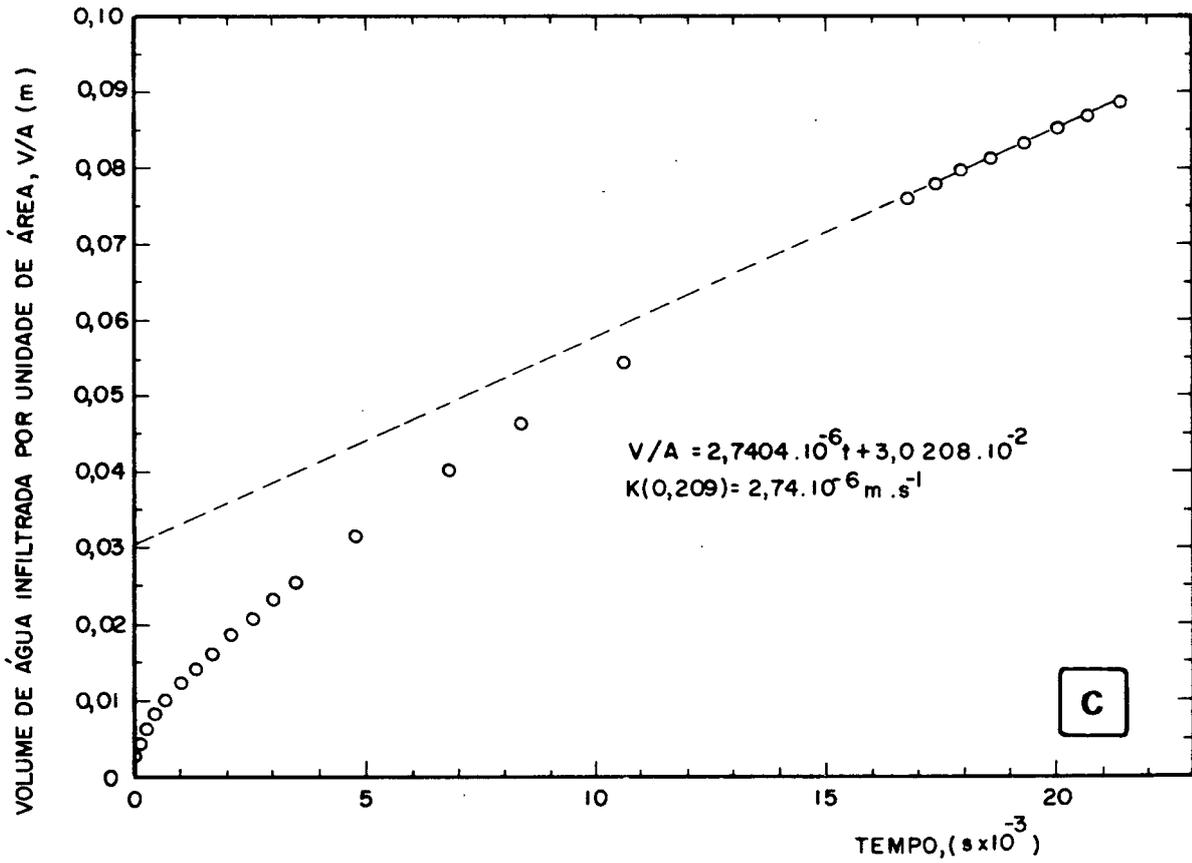
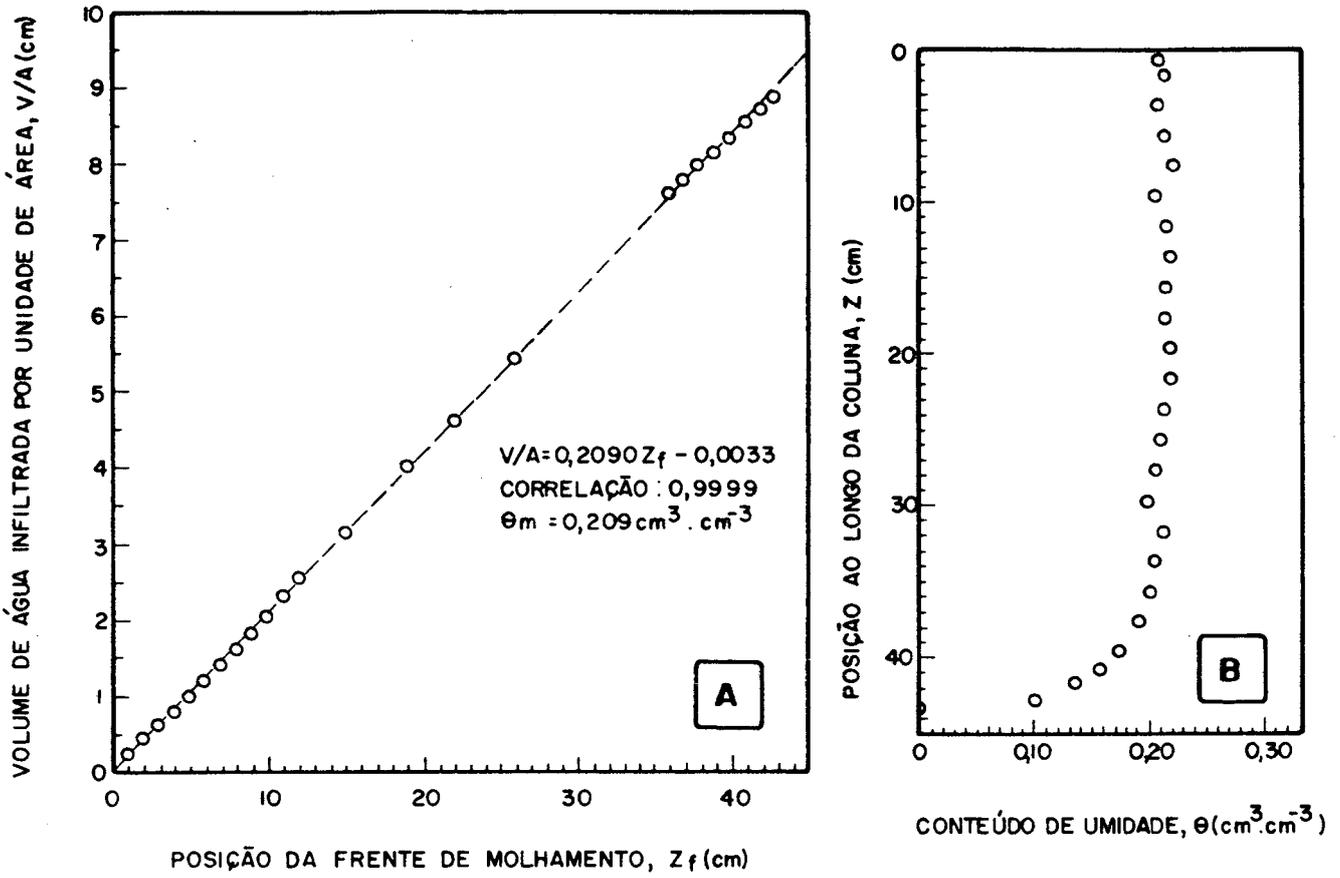


Fig. 6.5— RESULTADOS RELATIVOS AO ENSAIO Nº 2 DE INFILTRAÇÃO VERTICAL, COM 25cm H₂O DE SUÇÃO NA ALIMENTAÇÃO.

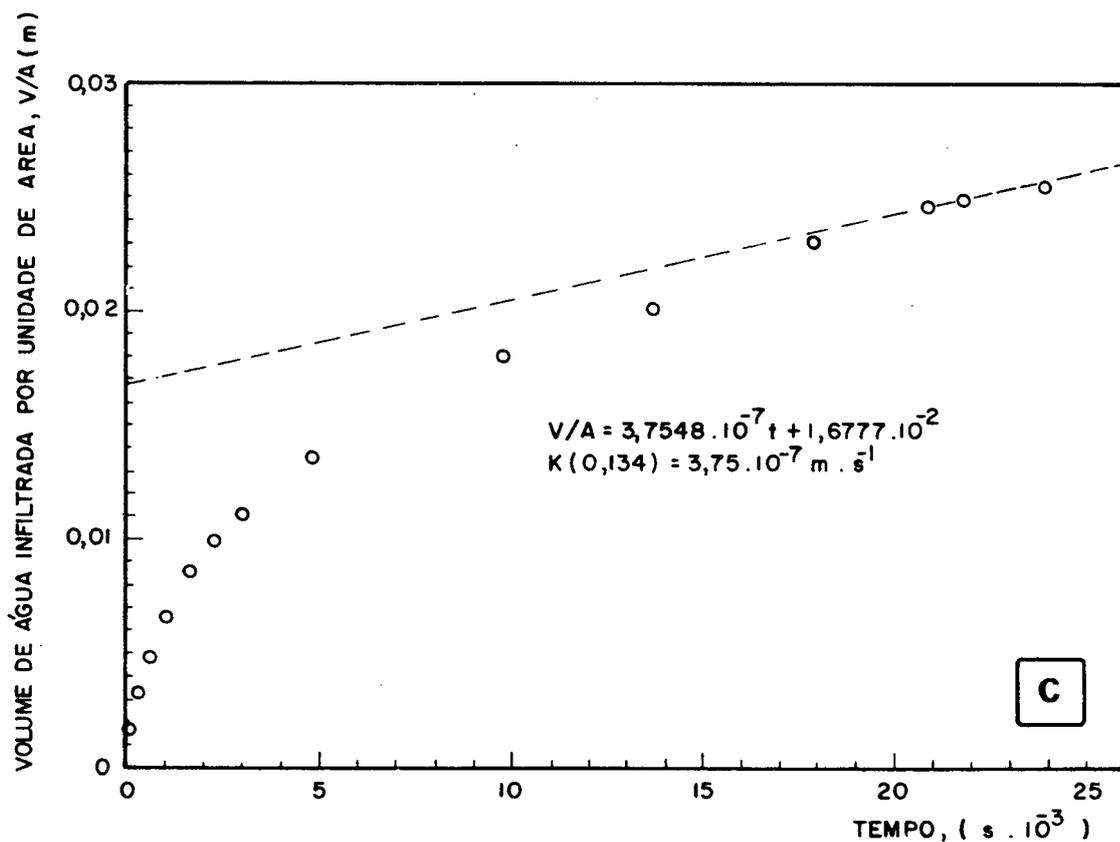
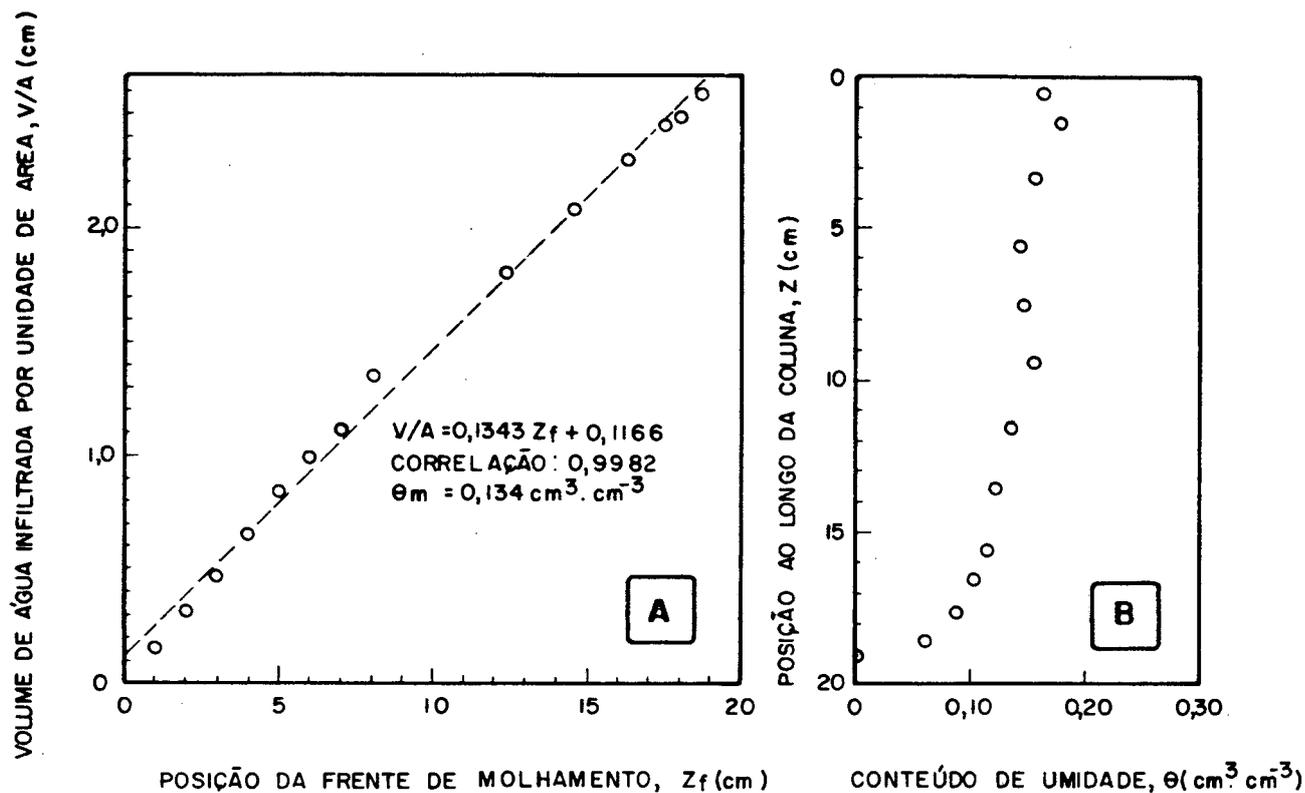


Fig. 6.6— RESULTADOS RELATIVOS AO ENSAIO Nº 3 DE INFILTRAÇÃO VERTICAL, COM 31cm H₂O DE SUÇÃO NA ALIMENTAÇÃO.

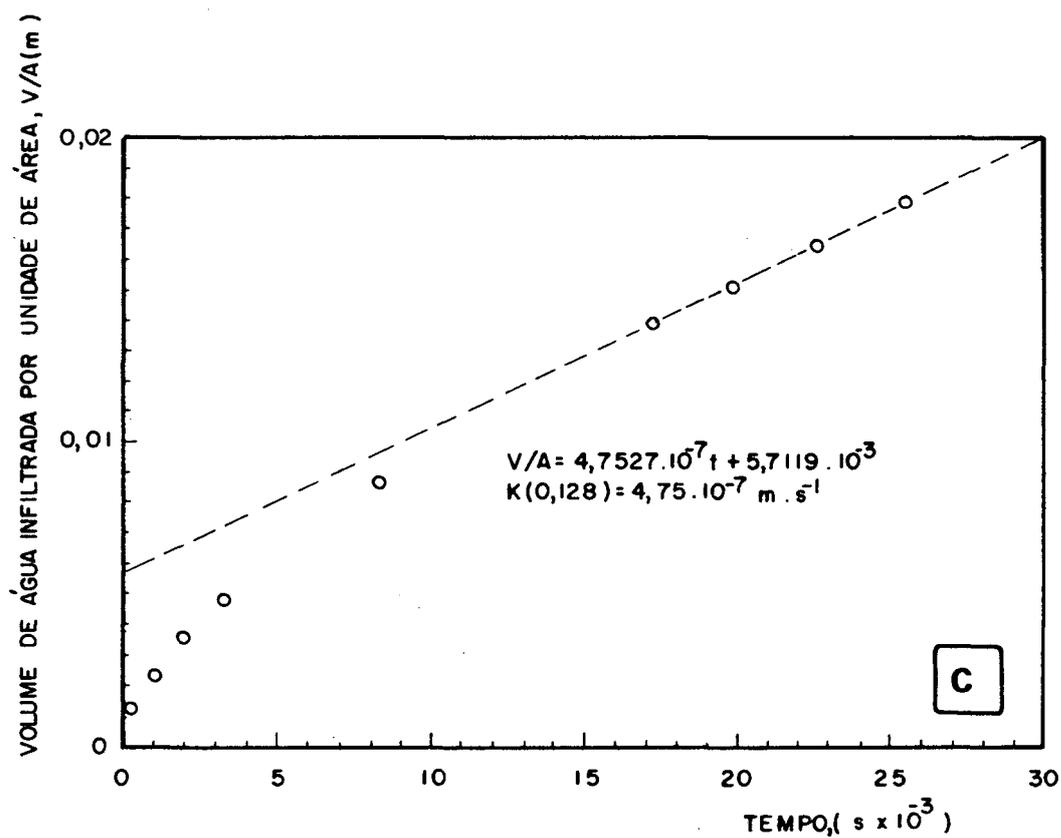
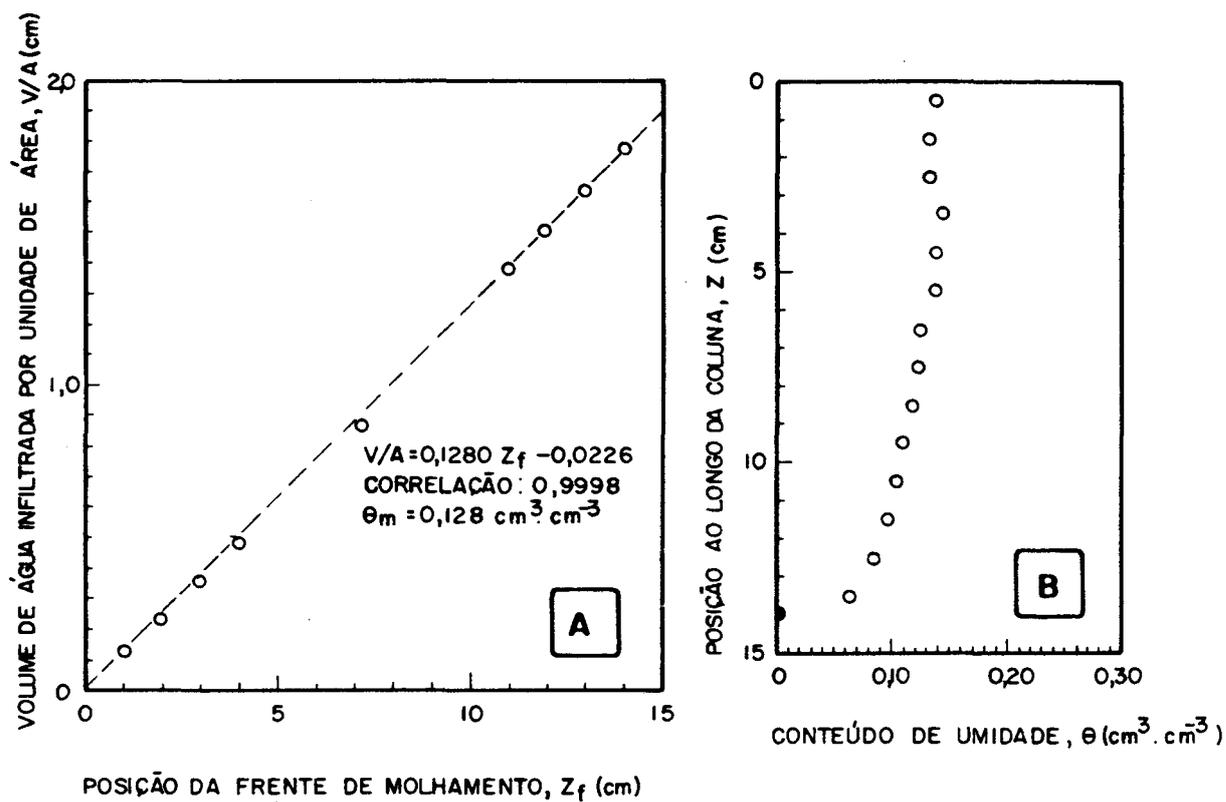


Fig. 6.7 — RESULTADOS RELATIVOS AO ENSAIO Nº 4 DE INFILTRAÇÃO VERTICAL 37cm H₂O DE SUÇÃO NA ALIMENTAÇÃO.

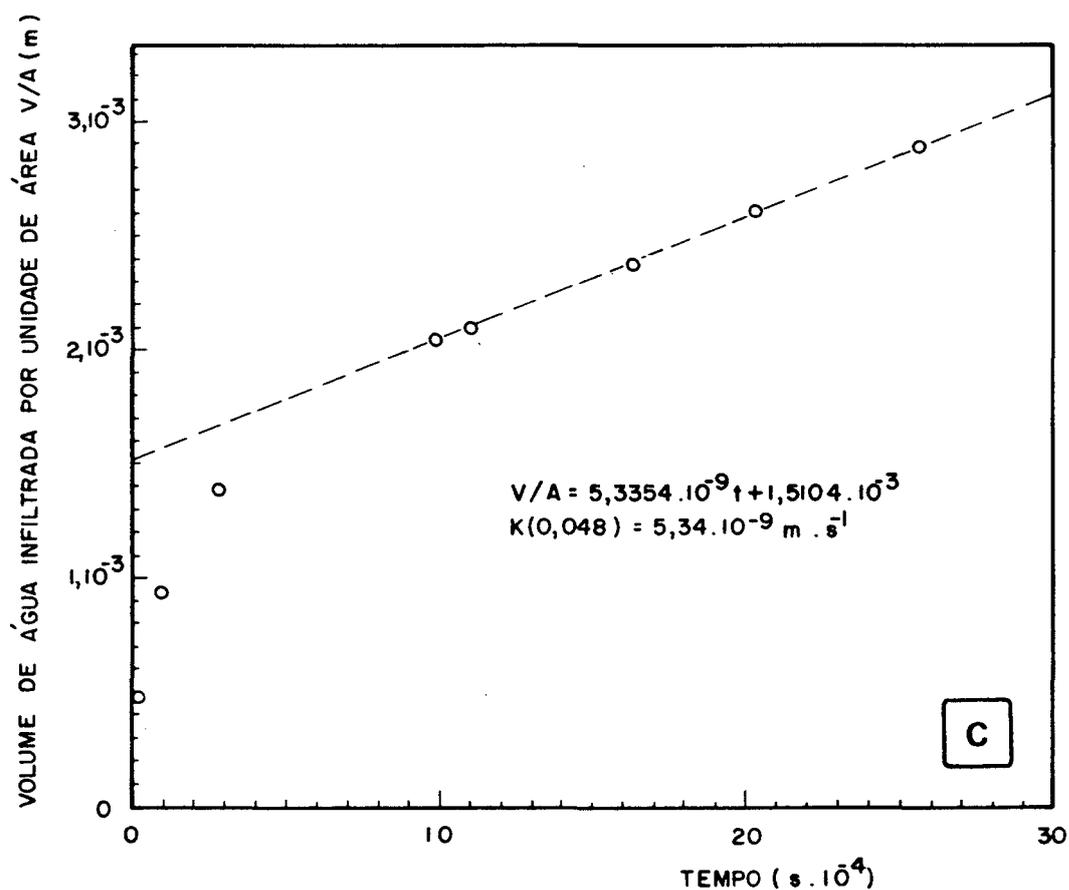
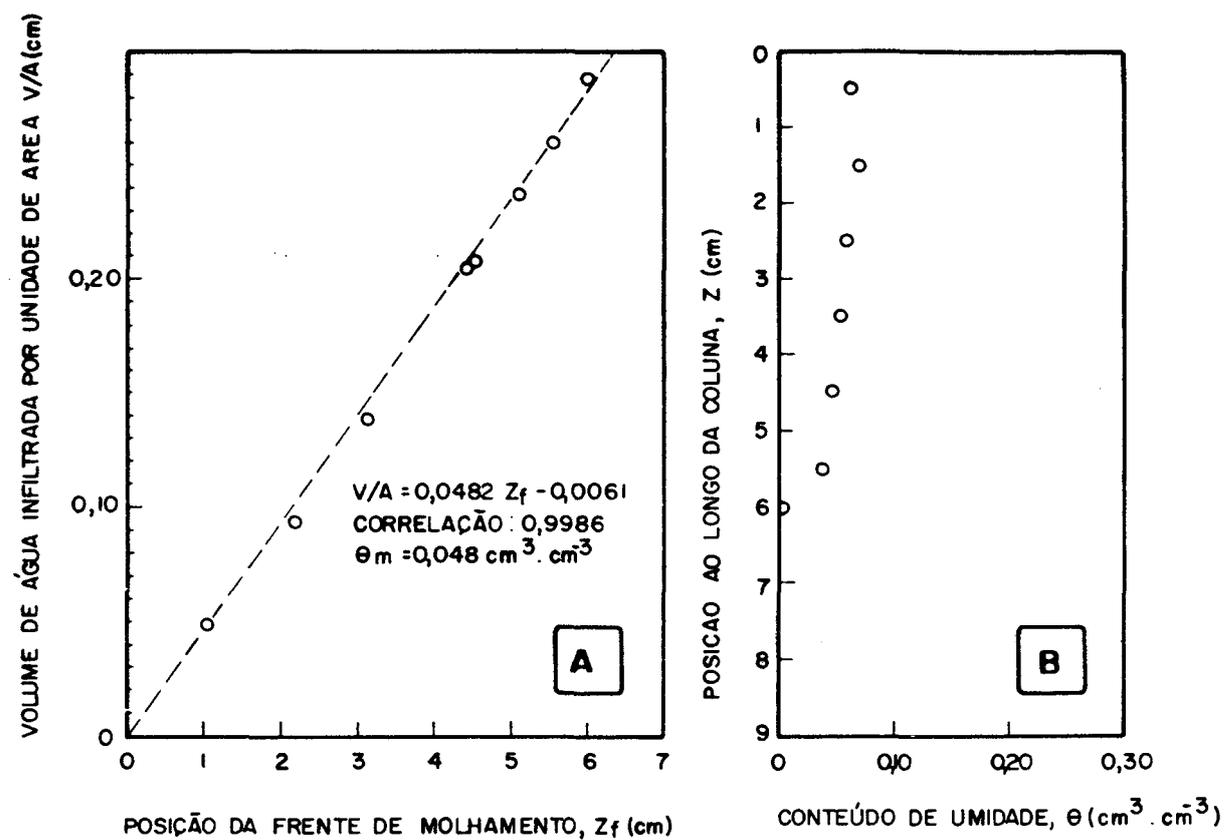


Fig. 6.8 — RESULTADOS RELATIVOS AO ENSAIO Nº 5 DE INFILTRAÇÃO VERTICAL, COM 53cm H₂O DE SUCCÃO NA ALIMENTAÇÃO

tes aos ensaios de infiltração vertical]. Para amenizar tal coisa, quando necessário, poder-se-ia proceder à realização dos ensaios por um período de tempo mais dilatado (veja seção 6.4).

Pelo exposto, o método de Youngs possui limitações que, pelo menos no que diz respeito às condições de trabalho aqui adotadas, tornam-o inadequado para a aplicação em condições de sucção acima de 30 cm de coluna de água.

6.5 - DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DA CONDUTIVIDADE HIDRÁULICA DE SATURAÇÃO PARA AS CÁPSULAS POROSAS DO TENSÍMETRO E BOLACHAS DE CONTATO PARA INFILTRAÇÃO

6.5.1 - Fundamentos e Execução da Técnica Experimental

Com base na Lei de Darcy [Eq. (2.1)], a condutividade pode ser determinada experimentalmente, relacionando a vazão volumétrica com a correspondente diferença de pressão aplicada entre as paredes do elemento poroso. Para isto, utilizou-se um frasco de Mariotte segundo o esquema mostrado na Fig. (6.9).

Para o caso de geometria cilíndrica (cápsulas), considerando-se o fluxo apenas na direção radial, a equação de Darcy fica:

$$q = -K_c \frac{dh}{dr} \quad (6.6)$$

como a cápsula está permanentemente saturada e não existe acumulação de água na mesma, pela equação da continuidade tem-se:

$$-\nabla \cdot q = 0 = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r K_c \frac{dh}{dr} \right) \quad (6.7)$$

assim,

$$r \frac{dh}{dr} = \text{cte} \quad (6.8)$$

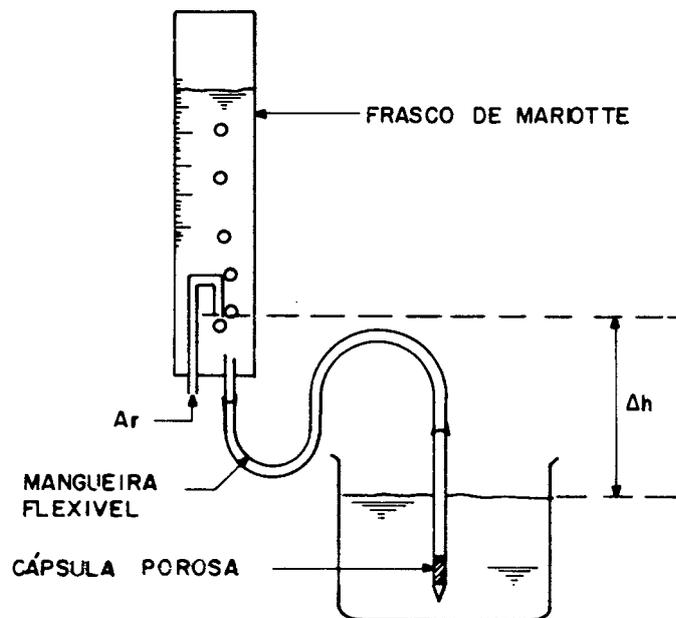


Fig. 6.9— DISPOSITIVO PARA A MEDIDA DA CONDUTIVIDADE HIDRAULICA DE SATURAÇÃO

Integrando a Eq. (6.8) entre r_0 e r_1 [Fig. (6.10)] e considerando o desnível Δh [Fig. (6.9)], tem-se:

$$-\Delta h = \text{cte} \ln \frac{r_1}{r_0} \quad (6.9)$$

Combinando (6.9) e (6.8) e substituindo em (6.6), chega-se a:

$$q = \frac{K_C}{r} \cdot \frac{\Delta h}{\ln \frac{r_1}{r_0}} \quad (6.10)$$

como $q = v/(2\pi r\lambda)$, onde v é a vazão volumétrica, tem-se:

$$v = K_C 2\pi\lambda \frac{\Delta h}{\ln \frac{r_1}{r_0}} \quad (6.11)$$

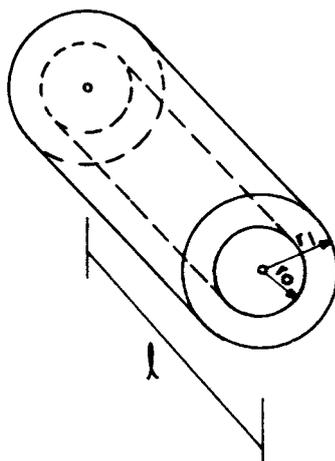


Fig. 6.10 - GEOMETRIA DA CÁPSULA

Portanto, fazendo várias medidas de v para diferentes valores de Δh , deve-se obter uma reta num gráfico v versus Δh . Uma vez conhecidas as dimensões da cápsula, a declividade da referida reta fornece o valor da condutividade hidráulica K_C .

Para as bolachas de contato o mesmo tipo de tratamento é aplicado.

A presença de ar no interior dos poros, tanto das cápsulas quanto das bolachas, fere a hipótese da saturação e tende a produzir valores de K_c inferiores ao real. Como durante os ensaios ficou-se sujeito a acontecimentos fortuitos desta natureza, deve-se considerar uma certa incerteza nos valores de K_c determinados. Mais detalhes desta questão serão apresentados no capítulo referente à análise e discussão dos resultados.

6.5.2 - Apresentação dos Resultados da Condutividade Hidráulica de Saturação das Cápsulas e Bolachas. Discussão.

Os resultados apresentados para a condutividade hidráulica das cápsulas (K_c) e bolachas (K_b) são relativos às condições iniciais de utilização, ou seja, relativos a cápsulas e bolachas sem utilização prévia. Constatou-se que com a utilização contínua destas peças, o valor da condutividade hidráulica fica sujeito a quedas - não raro, observando-se decréscimos da ordem de 20 % ou mais em relação ao valor inicial de K . Tal fato, como já foi colocado, pode ser explicado pela inclusão fortuita de quantidades variáveis de ar no interior dos poros das referidas peças.

As figs. (6.11) e (6.12) apresentam os pontos experimentais que relacionam a vazão volumétrica de água com a diferença de pressão (em altura de coluna de água) aplicada entre as paredes da peça em questão. A reta tracejada, para cada figura, cuja declividade possibilita a determinação da condutividade hidráulica, foi obtida pelo critério dos mínimos quadrados. As equações

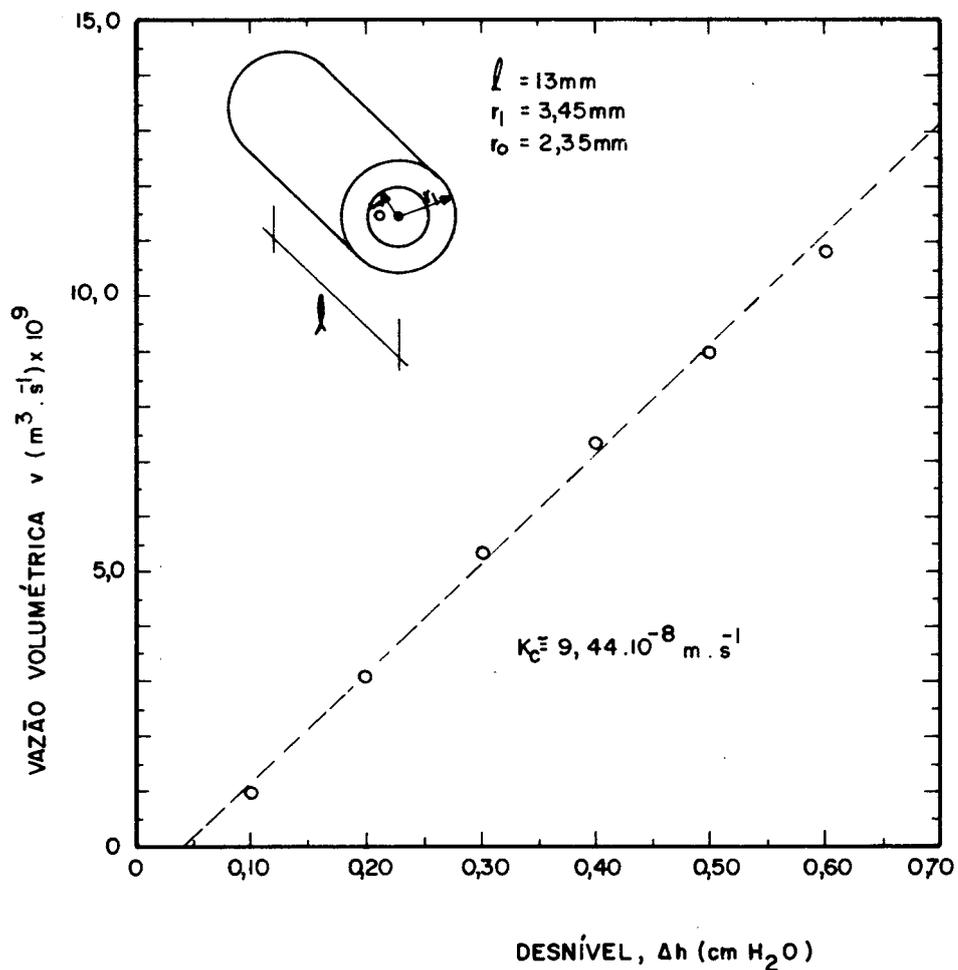


Fig. 6.11— GRÁFICO QUE MOSTRA A CORRESPONDÊNCIA ENTRE A DIFERENÇA DE PRESSÃO APLICADA ENTRE AS PAREDES DA CÁPSULA E A VAZÃO VOLUMÉTRICA DE ÁGUA OBSERVADA. A RETA TRACEJADA FOI OBTIDA PELOS MÍNIMOS QUADRADOS. $v = 2,00 \cdot 10^{-8} \Delta h - 8,79 \cdot 10^{-10}$, COM CORRELAÇÃO IGUAL A 0,9997

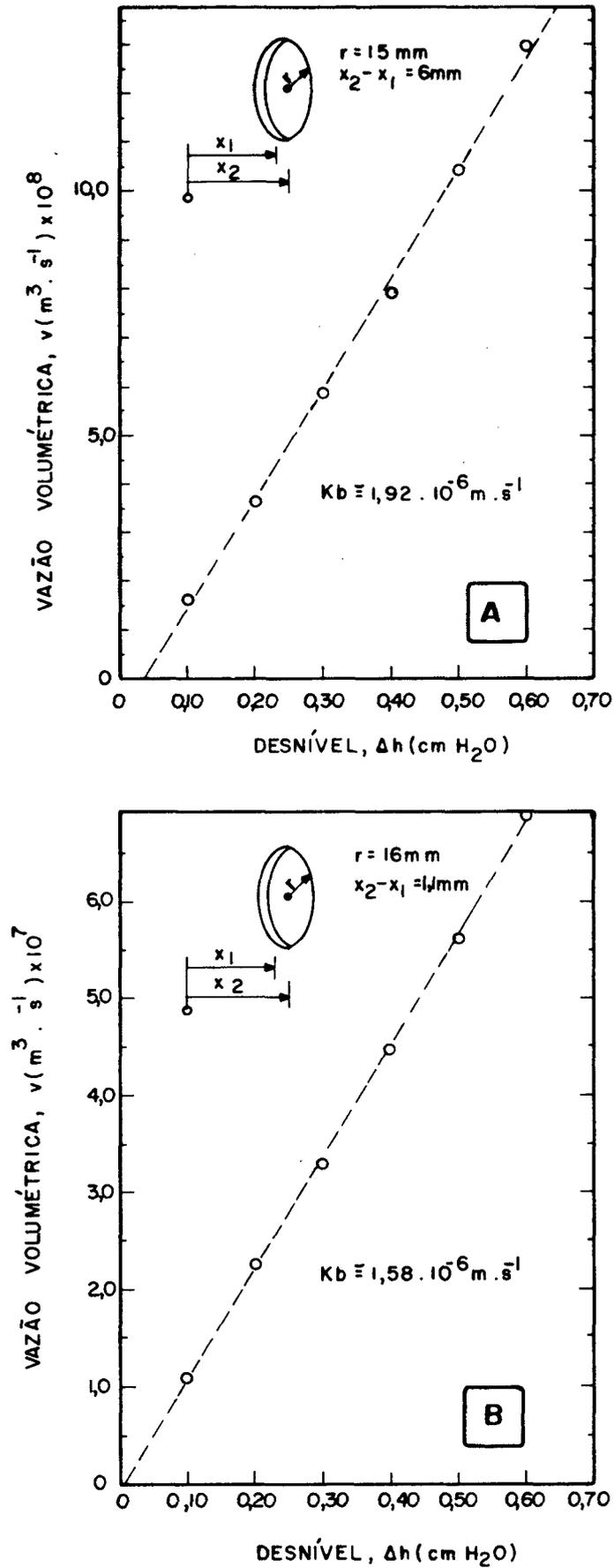


Fig. 6.12 — GRÁFICOS v VERSUS Δh PARA AS BOLACHAS DE ALIMENTAÇÃO DAS COLUNAS. EM AMBOS OS CASOS, A RETA TRACEJADA FOI OBTIDA PELOS MÍNIMOS QUADRADOS

A) $v = 2,27 \cdot 10^{-7} \Delta h - 8,49 \cdot 10^{-9}$, CORRELAÇÃO : 0,9988

B) $v = 1,16 \cdot 10^{-6} \Delta h - 9,43 \cdot 10^{-9}$, CORRELAÇÃO : 0,9997

destas retas juntamente com o grau de correlação obtido em relação aos pontos experimentais aparecem nas respectivas figuras. Além disto, registram-se as características geométricas para cada caso.

Como pode ser observado nas figuras em questão, em todos os casos, as retas obtidas apresentaram um pequeno intercepto negativo com o eixo das ordenadas, indicando um desvio da lei de Darcy [Eq. (2.1)] para baixos gradientes hidráulicos. Uma possível causa para esta anomalia é que a água, nas proximidades das partículas que compõem a peça, está sujeita a forças de adsorção, podendo ficar, pelo menos para uma faixa de baixos gradientes hidráulicos, menos suscetível ao escoamento do que a água ordinária [14] p.268.

Os valores de K_b utilizados na Eq. (5.13) para a construção das Figs. (5.11) e (5.12), e o valor de K_c necessário para a abordagem numérica do problema do tensiômetro, desenvolvida no capítulo 7, são aqueles registrados nas figuras relativas a esta seção.

6.6 - CONCLUSÃO

A expressão que fornece a condutividade hidráulica em função do conteúdo de umidade para a mistura areia-caulim, Eq. (6.2), obtida com o uso da difusividade hidráulica e da curva de retenção de umidade, foi confrontada com os resultados obtidos através dos outros dois métodos empregados. Como, em geral, houve boa concordância, optou-se pela referida expressão para o desenvolvimento da solução numérica proposta para o tensiômetro.

Com relação aos valores obtidos para a condutividade hidráulica de saturação das cápsulas e bolachas não se deve perder de vista a suscetibilidade a variações devido ao fenômeno de inclusão de ar nos poros.

7 - FORMULAÇÃO E RESOLUÇÃO DO PROBLEMA

7.1 - INTRODUÇÃO

No presente capítulo propõe-se um equacionamento para o problema da interação entre um tensiômetro, munido de um manômetro de mercúrio, e uma amostra finita de material poroso com conteúdo de umidade conhecido.

Através do modelo ora apresentado, pretende-se tornar possível a obtenção de uma descrição realística do tensiômetro no que diz respeito a sua dinâmica de resposta frente às condições do meio poroso, bem como ao processo de migração de umidade verificado durante a medição do potencial matricial. Para isto, é fundamental o conhecimento dos coeficientes e parâmetros físicos pertinentes ao fenômeno. Esse levantamento foi feito a nível experimental e constitui-se objeto dos capítulos precedentes.

Também são aqui apresentados simplificações e hipóteses adotadas na consideração do problema físico.

Enfim, apresenta-se a resolução numérica do modelo, discutindo-se as suas particularidades, sendo então cotejada junto aos resultados experimentais.

7.2 - HIPÓTESES E SIMPLIFICAÇÕES

Para a formulação e solução do problema utilizou-se as seguintes hipóteses simplificativas:

-Considera-se que os fenômenos de migração de umidade ocorrem ex

clusivamente na direção radial (problema unidirecional), e a dota-se, por conveniência, coordenadas cilíndricas;

- Admite-se que ψ é uma função única de θ ;
- Não se considera qualquer efeito de temperatura;
- Tanto o meio poroso (amostra) quanto o material da cápsula são considerados meios contínuos e indeformáveis;
- Desprezam-se os efeitos de fricção e aceleração da coluna de mercúrio no manômetro;
- Admite-se que a resistência hidráulica de contato entre a pa rede externa da cápsula e a amostra é desprezível;
- Admite-se que os poros da cápsula estão permanentemente saturados;
- Admite-se não existir acumulação de líquido no interior da cápsula (a água é considerada incompressível);
- Considera-se a condutividade hidráulica da cápsula K_c constante.

7.3 - EQUACIONAMENTO DO PROBLEMA

Utilizando-se a equação da difusão em coordenadas ci líndricas considerada apenas na direção do raio:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rD(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial r}) \quad (7.1)$$

A seguir, observando as Figs. (7.1) e (7.2), tem-se:

. Condição inicial:

$$\begin{aligned} t = 0 : \theta &= \theta_0 ; & r > r_1 \\ & & \\ & \theta &= \theta_S ; & r = r_1 \end{aligned} \quad (7.2)$$

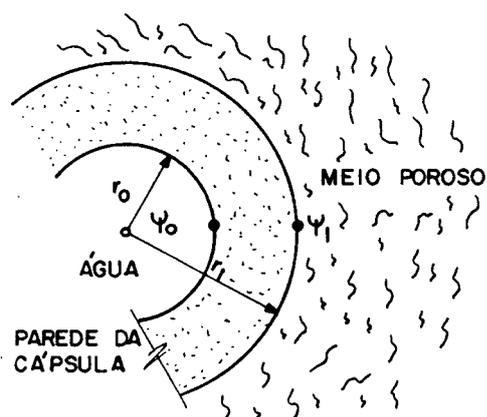


Fig. 7.1 — PARÂMETROS GEOMÉTRICOS RELATIVOS A CÁPSULA.

. Condições de contorno:

(a) fluxo zero na parede do recipiente que contém a amostra.

$$t > 0 : \frac{\partial \phi}{\partial r} = 0 ; \quad r = r_{\infty} = \text{raio do recipiente} \quad (7.3)$$

(b) na unidade de tempo, o volume de água deslocado do interior do manômetro é igual ao volume de água que aflora à superfície da cápsula passando para a amostra. Não existe acumulação de líquido no interior da cápsula.

$$t > 0 : A_c K(\theta) \frac{\partial \psi_1}{\partial r} = \frac{A_{\phi m}}{2} \frac{\partial h}{\partial t} ; \quad r = r_1 \quad (7.4)$$

onde:

ψ_1 = potencial de sucção em cm de H_2O na parede externa da cápsula ($r = r_1$).

ψ_0 = potencial de sucção em cm de H_2O na parede interna da cápsula ($r = r_0$).

A_c = área da superfície externa da cápsula do tensiômetro.

$A_{\varnothing m}$ = área da seção transversal do tubo do manômetro.

h = diferença entre os níveis de mercúrio em cm; inicialmente negativa, passando pela posição zero e após tornando-se positiva (veja Figs. (4.1.A), (4.1.B) e (7.2)).

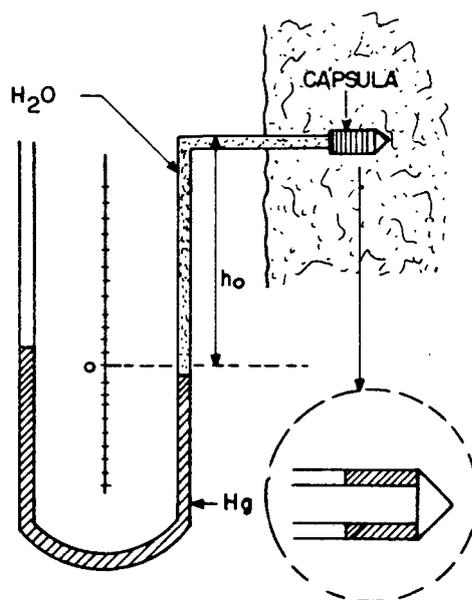


Fig. 7.2— TENSÍÔMETRO NA CONDIÇÃO INICIAL
(ACUSANDO SUCCÃO ZERO)

Tendo-se que:

$$\rho_{\text{H}_2\text{O}} \cdot \psi_0 = (\rho_{\text{Hg}} \cdot h) + (h_0 - \frac{h}{2}) \cdot \rho_{\text{H}_2\text{O}}$$

e h_0 = desnível entre a cápsula do tensiômetro e a posição zero em cm, veja Fig. (7.2).

Considerando que $\rho_{\text{Hg}} = 13,6 \text{ g/cm}^3$ e $\rho_{\text{H}_2\text{O}} = 1 \text{ g/cm}^3$, chega-se a:

$$h = (\psi_0 - h_0) / 13,1 \quad (7.5)$$

Substituindo a expressão (7.5) na condição (7.4).

$$A_c K(\theta) \frac{\partial \psi}{\partial r} = \frac{A_m \varnothing}{2} \frac{\partial [(\psi_0 - h_0) / 13,1]}{\partial t} ; \quad r = r_1$$

ou

$$A_c K(\theta) \frac{\partial \psi}{\partial r} = \frac{A_m \varnothing}{26,2} \frac{\partial \psi_0}{\partial t} ; \quad r = r_1 \quad (7.6)$$

Tem-se ainda, considerando a geometria cilíndrica da cápsula, que:

$$\psi_1 - \psi_0 = \frac{\ln(r_1 / r_0)}{k_c / r_1} K(\theta) \frac{\partial \psi_1}{\partial r} \quad [\text{equação de fluxo}]$$

ou

$$\psi_0 = \psi_1 - \frac{\ln(r_1 / r_0)}{k_c / r_1} K(\theta) \frac{\partial \psi_1}{\partial r} \quad (7.7)$$

onde:

K_c = condutividade hidráulica da cápsula.

l = comprimento da cápsula.

Substituindo (7.7) em (7.6):

$$A_c K(\theta) \frac{\partial \psi_1}{\partial r} = \frac{A \phi_m}{26,2} \frac{\partial \psi_1}{\partial t} - \frac{A \phi_m}{26,2} \frac{\ln(r_1/r_0)}{k_c/r_1} \frac{\partial}{\partial t} \left(K(\theta) \frac{\partial \psi_1}{\partial r} \right); r=r_1 \quad (7.8)$$

Utilizando a regra da cadeia, pode-se expandir as derivadas:

$$\frac{\partial \psi_1}{\partial r} = \frac{\partial \psi_1}{\partial \theta_1} \cdot \frac{\partial \theta_1}{\partial r}$$

onde θ_1 expressa o conteúdo de umidade na parede externa da cápsula.

Mas,

$$-K(\theta) \frac{\partial \psi_1}{\partial \theta_1} = D(\theta) \quad (2.4) \quad \therefore K(\theta) \frac{\partial \psi_1}{\partial r} = -D(\theta) \frac{\partial \theta_1}{\partial r} \quad (7.9)$$

e

$$\frac{\partial \psi_1}{\partial t} = \frac{\partial \psi_1}{\partial \theta_1} \cdot \frac{\partial \theta_1}{\partial t} \quad \therefore \frac{\partial \psi_1}{\partial t} = - \frac{D(\theta)}{K(\theta)} \cdot \frac{\partial \theta_1}{\partial t} \quad (7.10)$$

Levando (7.9) e (7.10) em (7.8):

$$A_c D(\theta) \frac{\partial \theta_1}{\partial r} = \frac{A \phi_m}{26,2} \frac{D(\theta)}{K(\theta)} \frac{\partial \theta_1}{\partial t} - \frac{A \phi_m}{26,2} \frac{\ln(r_1/r_0)}{k_c/r_1} \frac{\partial}{\partial t} \left(D(\theta) \frac{\partial \theta_1}{\partial r} \right); r=r_1 \quad (7.11)$$

onde a Eq. (7.11) traduz a condição de contorno (7.4) em termos de conteúdo de umidade θ .

O exame da Eq. (7.11) deixa claro que a taxa de variação do conteúdo de umidade na parede da cápsula θ_1 com o tempo é estabelecida em função de duas parcelas distintas. A primeira delas - correspondente ao membro esquerdo da equação - mostra a atuação do meio poroso ao proporcionar a força motriz necessária ao transporte, a qual se configura pela existência do gradiente $\left. \frac{\partial \theta}{\partial r} \right|_{r=r_1}$. A outra, representada pela segunda parcela no membro direito da equação, estabelece a influência da resistência hidráulica da cápsula em interação com o meio poroso. Percebe-se que quanto maior a resistência hidráulica da cápsula, maior a influência da taxa de variação do fluxo na dinâmica do processo.

Uma vez solucionada a Eq. (7.1), submetida às condições (7.2), (7.3) e (7.11), obtêm-se os resultados em termos de conteúdo de umidade θ . Os resultados experimentais, passíveis de comparação com a solução obtida a partir do modelo, dizem respeito ao acompanhamento da evolução da coluna de mercúrio do manômetro durante a realização das medidas de potencial matricial das várias amostras testadas, ou seja, ψ_0 em função de t para um determinado θ_0 . Portanto, é interessante expressar as previsões do modelo em termos de ψ . Para isto, combinam-se as expressões (7.7) e (7.9):

$$\psi_0(t) = \psi_1(t) + \frac{\ln(r_1/r_0)}{k_c/r_1} D(\theta) \frac{\partial \theta_1(t)}{\partial r} ; r=r_1 \quad (7.12)$$

sendo $\psi_1(t)$ obtido através da curva experimental ψ versus θ .

7.4 - RESOLUÇÃO NUMÉRICA DO MODELO PELO MÉTODO DA COLOCAÇÃO ORTOGONAL

O Método da Colocação Ortogonal aplicado na direção radial (variável r) reduz a equação diferencial parcial não linear com suas condições de contorno a um sistema de equações diferenciais ordinárias não lineares que podem ser integradas por um método do tipo Runge-Kutta Gears [43].

Primeiramente, as Eqs. (7.1), (7.3) e (7.11) são adimensionalizadas com relação à variável r , de maneira a satisfazer o intervalo de ortogonalidade do polinômio interpolador (consulte o Apêndice D). A adimensionalização resulta na seguinte formulação:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{D(\theta)}{\eta^2} \left[\frac{\eta}{r^*_{\eta} + r_1} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial r^*} + \beta \left(\frac{\partial \theta}{\partial r^*} \right)^2 + \frac{\partial^2 \theta}{\partial r^{*2}} \right] \quad (7.13)$$

.Condição inicial:

$$\begin{aligned} t = 0 : \theta &= \theta_0 ; r^* > 0 \\ \theta &= \theta_S ; r^* = 0 \end{aligned} \quad (7.14)$$

.Condições de contorno:

$$t > 0 : \frac{\partial \theta}{\partial r^*} = 0 ; r^* = 1 \quad (7.15)$$

$$t > 0 : aD(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial r^*} = b \frac{D(\theta)}{K(\theta)} \frac{\partial \theta}{\partial t} + c \frac{\partial}{\partial t} \left(D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial r^*} \right) ; r^* = 0 \quad (7.16)$$

onde:

$$r^* = (r - r_1) / (r_\infty - r_1)$$

$$\eta = r_\infty - r_1$$

$$D(\theta) = \alpha e^{\beta\theta}$$

$$K(\theta) = \gamma \theta^\epsilon$$

$$a = A_c$$

$$b = A_{\theta m} / 26,2$$

$$c = -A_{\theta m} \cdot \ln(r_1/r_0) \cdot r_1 / (26,2 \cdot K_c)$$

Na resolução numérica, todas as grandezas são expressas em unidades de centímetros e/ou segundos. Os valores numéricos utilizados foram os seguintes:

$$r_1 = 0,345 ; \quad r_0 = 0,235 ; \quad r_\infty = 13,96 ;$$

$$\alpha = 3,7667 \cdot 10^{-5} ; \quad \beta = 31,0328 ;$$

$$\gamma = 1,6875 ; \quad \epsilon = 5,8492 ;$$

$$a = 2,82 ; \quad b = 1,76 \cdot 10^{-3} ; \quad c = 24,64 ;$$

$$A_{\theta m} = 0,046 ; \quad K_c = 9,44 \cdot 10^{-6} ; \quad \lambda = 1,30 ;$$

$$\theta_{\text{sat}} = 0,3089.$$

A aplicação da colocação ortogonal nas Eqs. (7.13) , (7.15) e (7.16), usando como pontos de colocação internos as raízes do polinômio de Jacobi, transforma-as no seguinte sistema de equações (veja Apêndice D):

$$\frac{d\theta_i(t)}{dt} = \frac{\alpha e^{\beta\theta}}{\eta} \left[\frac{\eta}{r_1^* \eta + r_1} \cdot \sum_{j=1}^{N+2} A_{ij} \theta_j(t) + \beta \cdot \left(\sum_{j=1}^{N+2} A_{ij} \theta_j(t) \right)^2 + \sum_{j=1}^{N+2} B_{ij} \theta_j(t) \right] \quad (D.14)$$

$$\frac{d\theta_{N+2}(t)}{dt} = - \left(\sum_{j=1}^{N+1} A_{N+2,j} \frac{d\theta_j}{dt} \right) / A_{N+2,N+2} \quad (D.18)$$

$$\frac{d\theta_1(t)}{dt} = \frac{\frac{a}{n} \sum_{j=1}^{N+2} A_{1,j} \theta_j(t) - \frac{c}{n} \frac{d}{dt} \left(\sum_{j=1}^{N+2} A_{1,j} \theta_j(t) \right)}{\frac{b}{K(\theta_1)} + \frac{c\beta}{n} \cdot \sum_{j=1}^{N+2} A_{1,j} \theta_j(t)} \quad (D.15)$$

onde $\theta_i(t)$ são os conteúdos de umidade nos pontos de colocação.

A resolução numérica desse sistema foi efetuada com o uso de um microcomputador do tipo PC compatível.

Obtidas $\theta_1(t)$ e as derivadas $\frac{d\theta_1(t)}{dt}$ relativas a uma dada condição inicial θ_0 , conteúdo de umidade da amostra - o subíndice 1 indica a posição correspondente à parede externa da cápsula do tensiômetro -, determinou-se $\psi_0(t)$ com o uso da Eq. (7.12) devidamente adimensionalizada. Para isso, os valores de $\psi_1(t)$ correspondentes aos de $\theta_1(t)$ foram obtidos através da curva experimental $\psi \times \theta$ determinada para o material das amostras (linha tracejada na Fig. (4.4)). A utilização desta curva se deu mediante os valores tabelados no Apêndice E, procedendo-se, sempre que necessário, a interpolações lineares entre os mesmos.

O número e a distribuição dos pontos de colocação utilizados ficaram sujeitos a determinadas restrições impostas pelas características do método numérico. Constatou-se sérios problemas de instabilidade numérica ao se tentar situar pontos de colocação internos nas proximidades da parede da cápsula do tensiômetro. Pelo fato de se fazer uso de polinômios na obtenção das aproximações é inevitável a ocorrência de gradientes de umi

dade $\partial\theta / \partial r^*$ positivos para alguns dos pontos de colocação. Tais gradientes positivos, que do ponto de vista físico constituem-se numa anomalia, são numericamente toleráveis desde que em módulo sua ordem de grandeza seja bastante inferior àquela verificada para o ponto situado na parede da cápsula e para o seu vizinho, já no seio do meio poroso. Quando os pontos de colocação são situados nas proximidades da cápsula, já para o segundo ponto interno, contado a partir da cápsula, gera-se um gradiente positivo $\partial\theta / \partial r^*$ de ordem de grandeza não desprezível que é suficiente para impossibilitar a convergência para uma solução. Por esta razão, optou-se por distribuir os pontos de colocação de maneira a concentrá-los mais na região junto à fronteira impermeável. Com este fim, escolheu-se um polinômio ortogonal com pesos $\lambda = 1$ e $\xi = 3$ para todos os casos (Apêndice D).

Normalmente, no Método da Colocação Ortogonal o aumento do número de pontos de colocação usados tende a melhorar a precisão da solução. Para o presente problema, começa-se a ter pioras na solução a partir de um determinado nº de pontos, chegando-se por fim a problemas de convergência. O motivo para tal comportamento reside possivelmente no fato de que, com o aumento do número de pontos, alguns deles passam a se posicionar demasiado próximos à parede da cápsula, à despeito dos parâmetros de distribuição adotados. Com isso, volta a se manifestar o problema mencionado no parágrafo anterior.

Observou-se que à medida que a condição inicial θ_0 assume valores cada vez mais próximos de θ_{sat} , para os diferentes casos, o número máximo de pontos de colocação admissíveis, para que se evite os problemas de convergência, fica cada vez menor.

Para explicar este fato, basta lembrar que com o valor de θ_0 próximo ao de saturação, em qualquer instante, os gradientes $\partial\theta/\partial r^*$ nas proximidades da cápsula são menores do que nos outros casos. Assim, mesmo com a ocorrência de gradientes positivos $\partial\theta/\partial r^*$ com valores relativamente pequenos, a sua influência se faz sentir, pois têm ordem de grandeza comparável aqueles junto da cápsula.

As soluções numéricas obtidas são apresentadas nas Figs. (7.3) à (7.12). Para os cálculos, o raio do frasco que contém o meio poroso r_0 foi tomado como igual a 13,96 cm em vez do valor real que é igual a 3,75 cm. Isso se deve ao fato de que no modelo é considerado que a migração de umidade ocorre exclusivamente na direção radial. Se fosse mantido o valor de 3,75 cm, o conteúdo de umidade inicial do meio θ_0 sofreria um aumento sensível, maior do que o verificado na prática, em função de que o volume efetivo para a migração de umidade é bem menor do que aquele disponível na situação em que se realizaram os experimentos. Por isso, optou-se por considerar um raio maior, de maneira a preservar o volume no qual se dá em realidade a migração de umidade.

Para cada caso, o número de pontos internos de colocação, para a obtenção da solução apresentada, foi escolhido em função da consideração do problema de instabilidade numérica já mencionado e em função da melhor precisão dentro da tendência observada. Para a totalidade dos casos, a utilização de um ponto a mais ou um ponto a menos não alterou sensivelmente a solução obtida; pode-se mesmo dizer que, para fins de comparação com os resultados experimentais, a solução é a mesma.

Uma dinâmica de resposta acelerada numa primeira eta

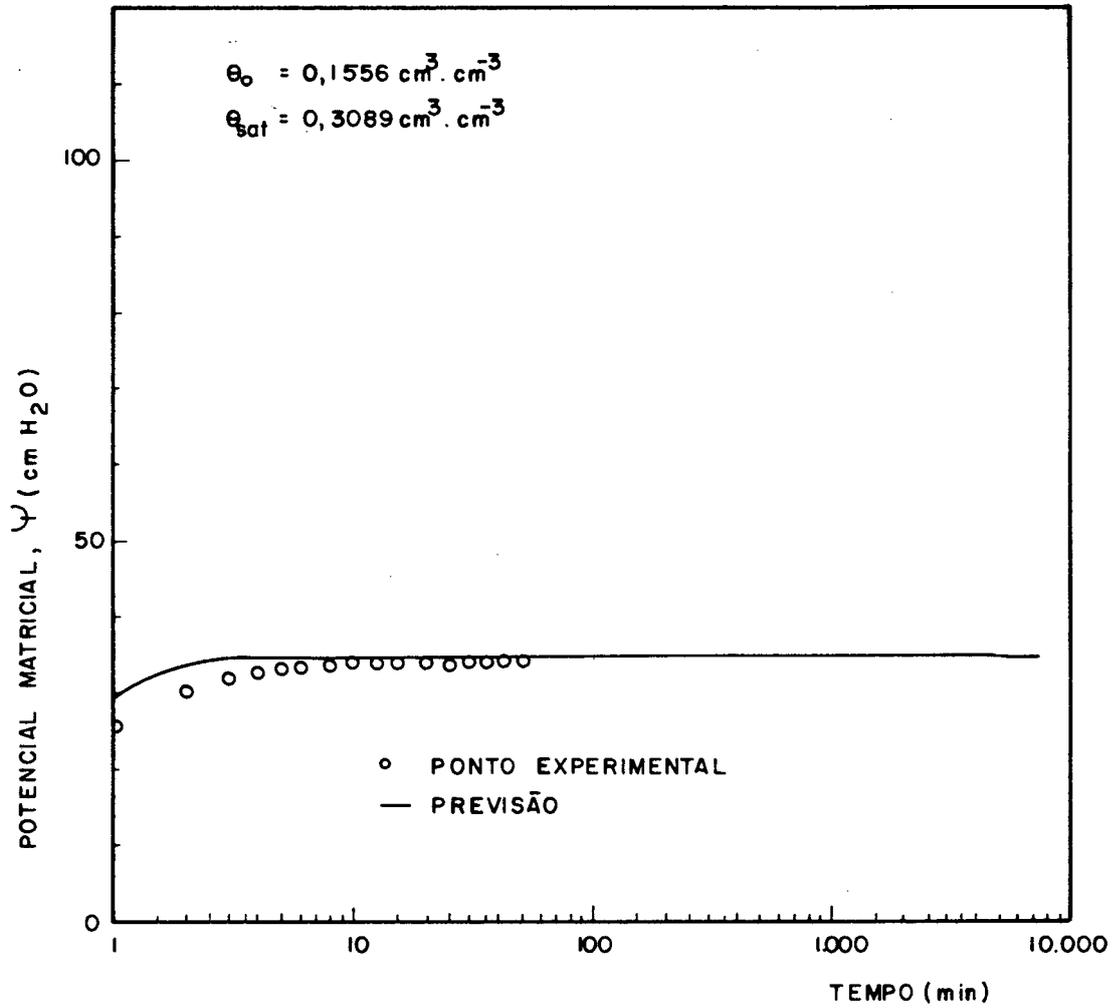


Fig. 7.3. — COMPARAÇÃO ENTRE O RESULTADO EXPERIMENTAL E A PREVISÃO DO MODELO UTILIZANDO 3 PONTOS INTERNOS DE COLOCAÇÃO E ADOTANDO $\lambda = 1$ e $\xi = 3$

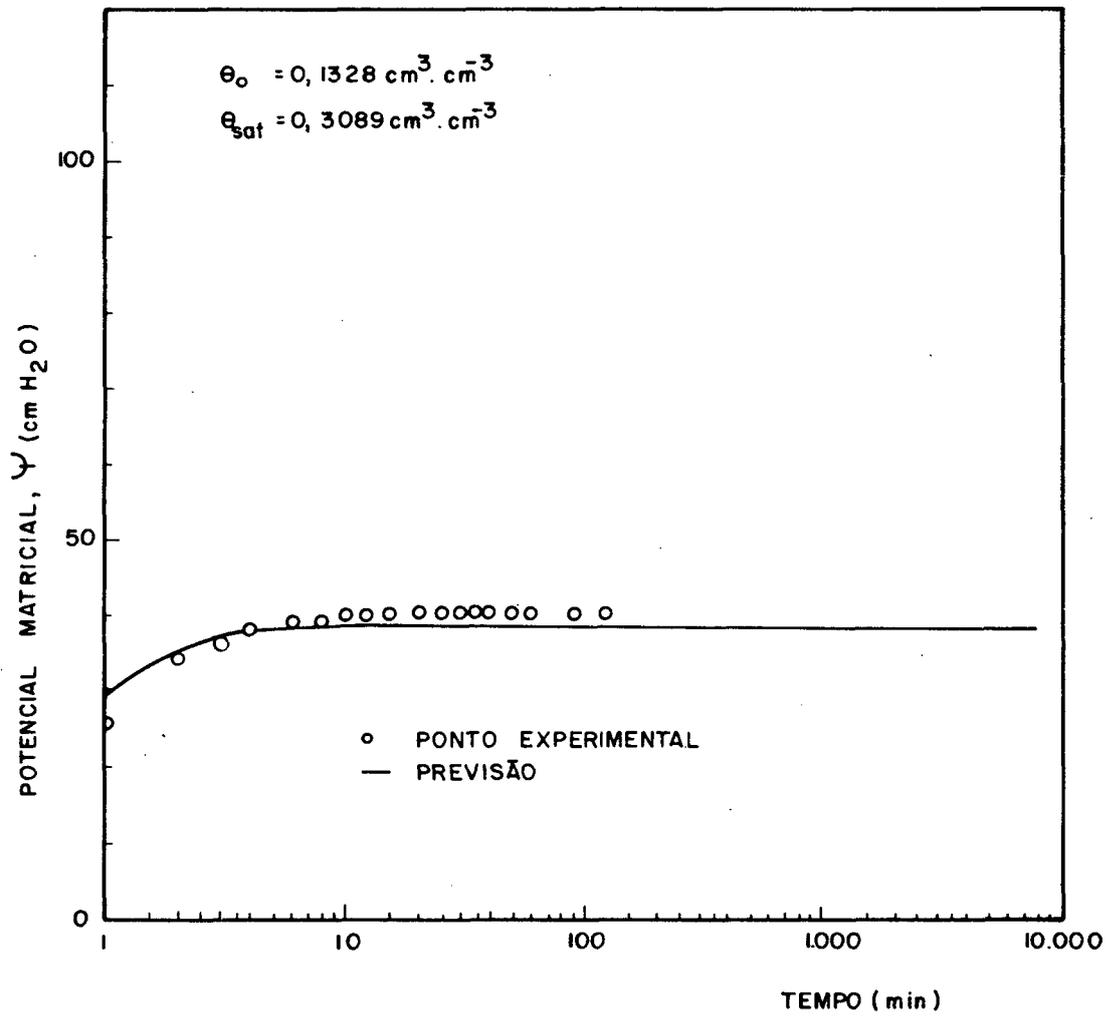


Fig. 7.4. — COMPARAÇÃO ENTRE O RESULTADO EXPERIMENTAL E A PREVISÃO DO MODELO UTILIZANDO 3 PONTOS INTERNOS DE COLOCAÇÃO E ADOTANDO $\lambda = 1$ e $\delta = 3$

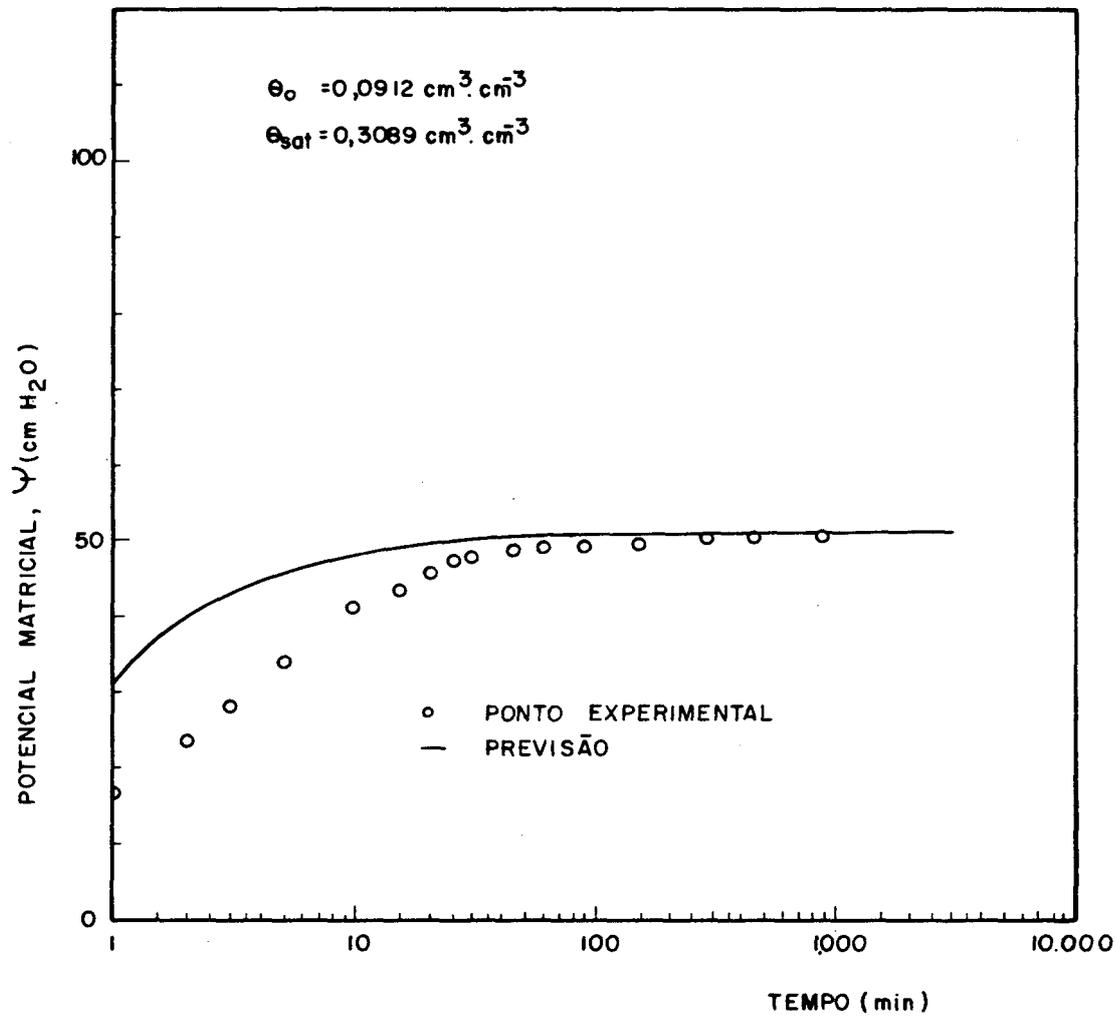


Fig. 7.5. — COMPARAÇÃO ENTRE O RESULTADO EXPERIMENTAL E A PREVISÃO DO MODELO UTILIZANDO 4 PONTOS INTERNOS DE COLOCAÇÃO E ADOTANDO $\lambda = 1$ e $\xi = 3$

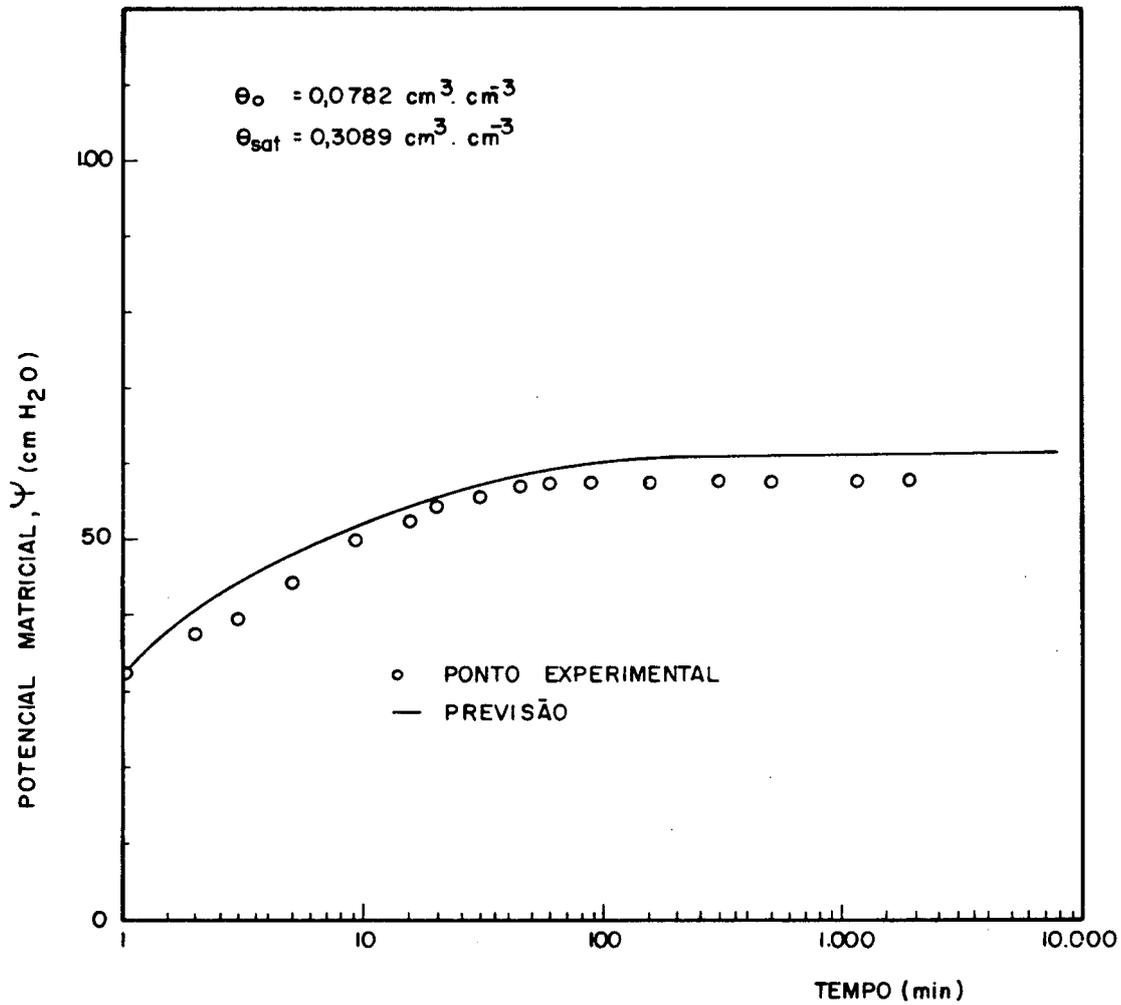


Fig. 7.6.— COMPARAÇÃO ENTRE O RESULTADO EXPERIMENTAL E A PREVISÃO DO MODELO UTILIZANDO 4 PONTOS INTERNOS DE COLOCAÇÃO E ADOTANDO $\lambda = 1$ e $\xi = 3$

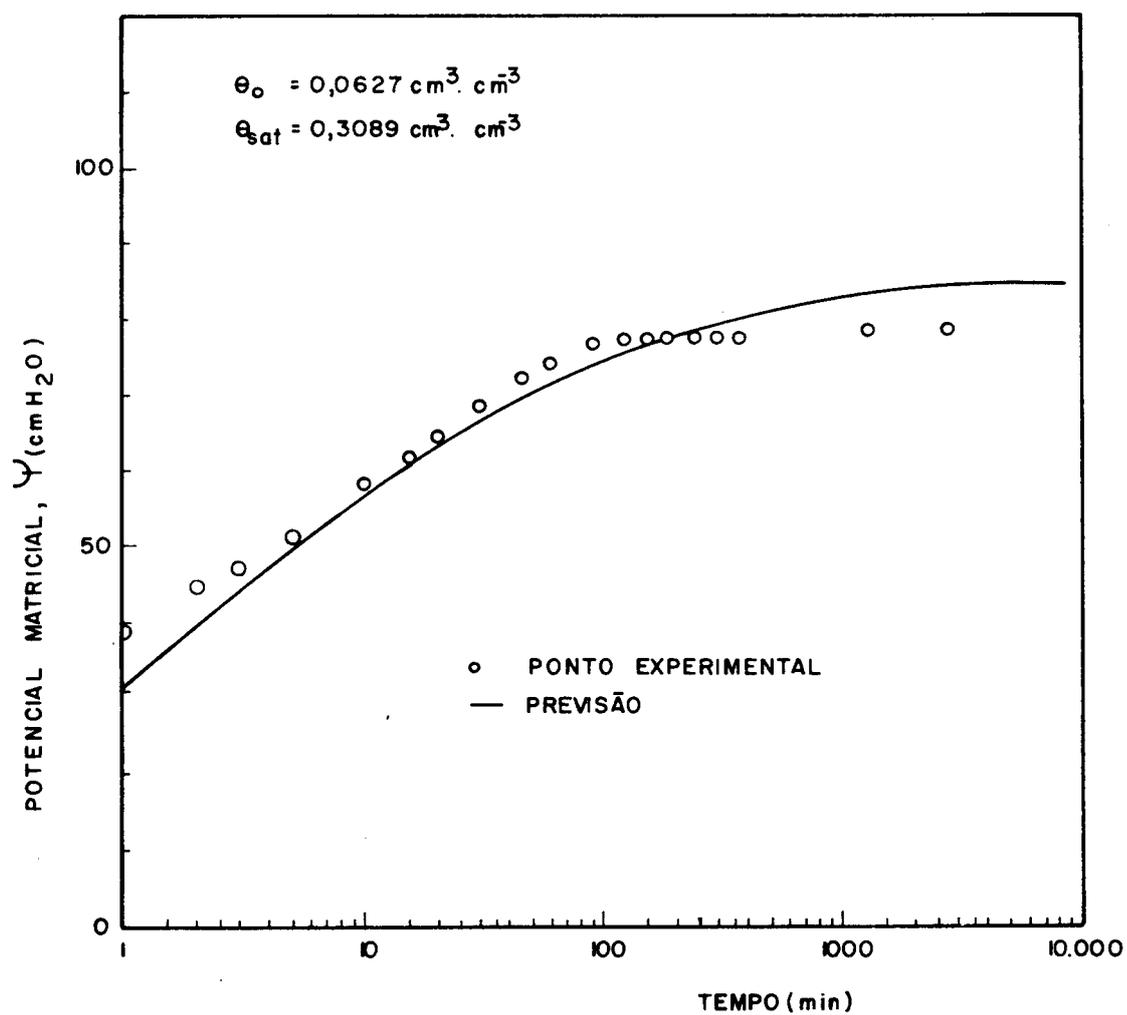
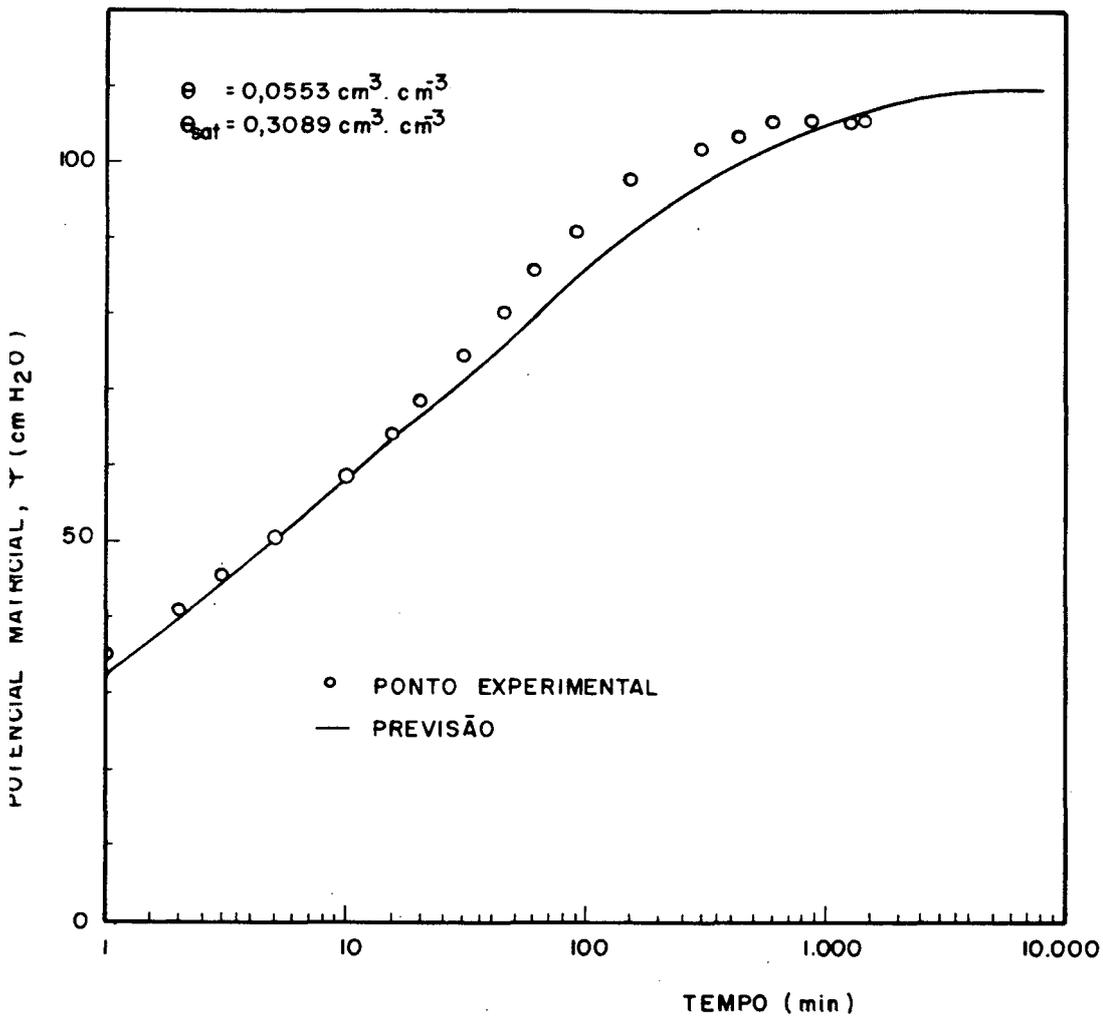


Fig. 7.7. — COMPARAÇÃO ENTRE O RESULTADO EXPERIMENTAL E A PREVISÃO DO MODELO UTILIZANDO 4 PONTOS INTERNOS DE COLOCAÇÃO E ADOTANDO $\lambda = 1$ e $\xi = 3$



g. 7.8 — COMPARAÇÃO ENTRE O RESULTADO EXPERIMENTAL E A PREVISÃO DO MODELO UTILIZANDO 4 PONTOS INTERNOS DE COLOCAÇÃO E ADOTANDO $\lambda = 1$ e $\delta = 3$

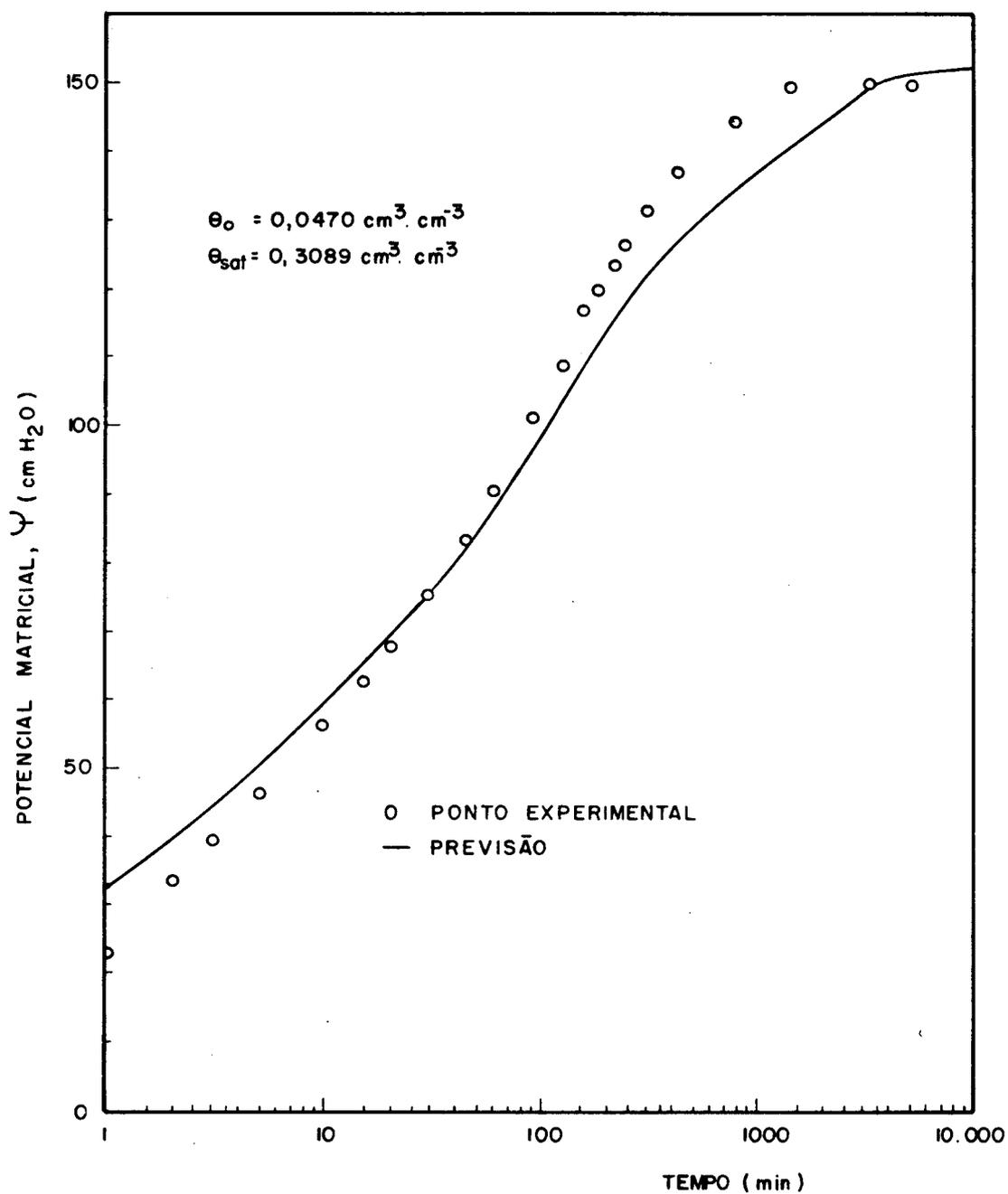


Fig. 7.9 — COMPARAÇÃO ENTRE O RESULTADO EXPERIMENTAL E A PREVISÃO DO MODELO UTILIZANDO 4 PONTOS INTERNOS DE COLOCAÇÃO E ADOTANDO $\lambda = 1$ e $\xi = 3$

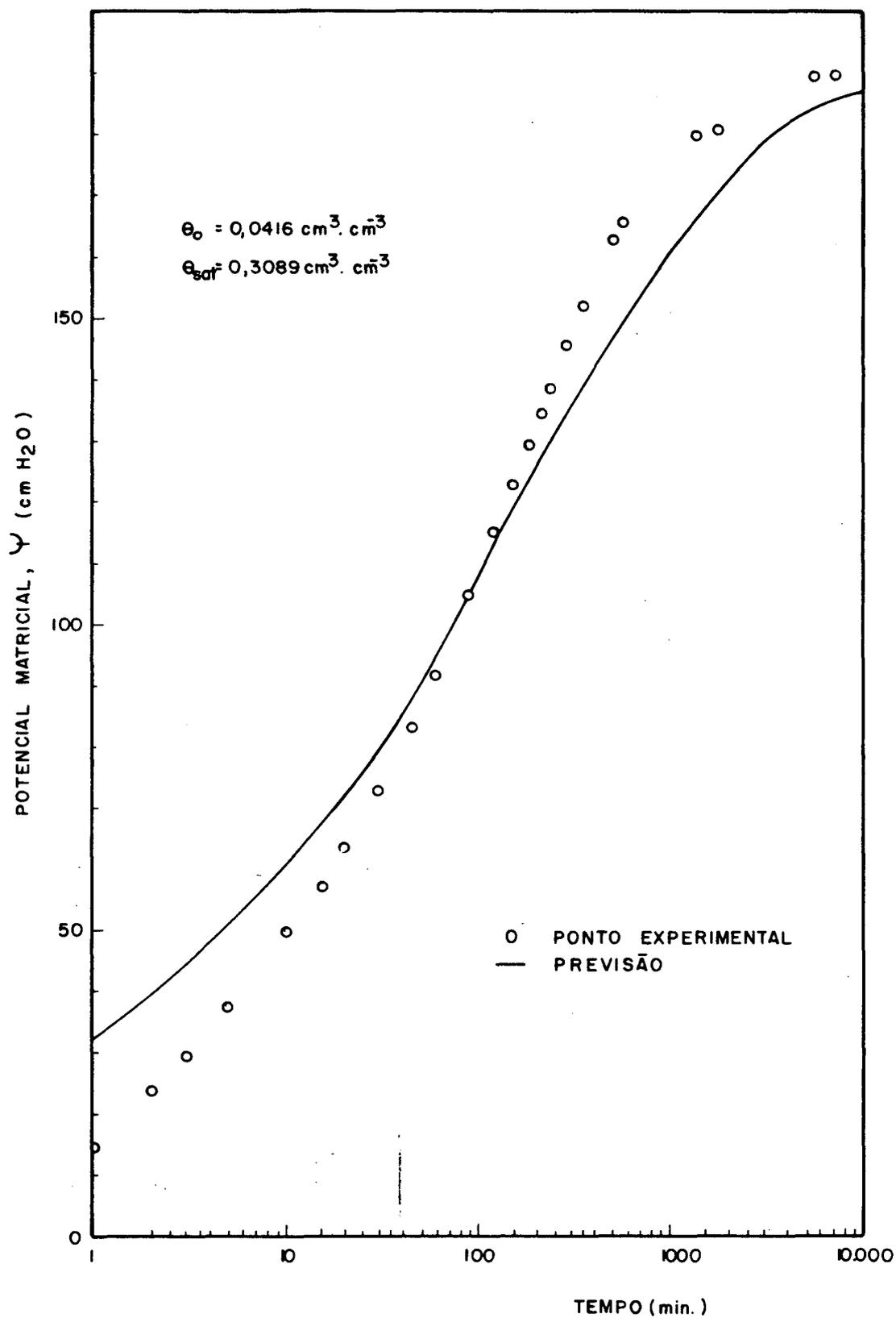


Fig. 7.10.— COMPARAÇÃO ENTRE O RESULTADO EXPERIMENTAL E A PREVISÃO DO MODELO UTILIZANDO 4 PONTOS INTERNOS DE COLOCAÇÃO E ADOTANDO $\lambda = 10$ $\xi = 3$

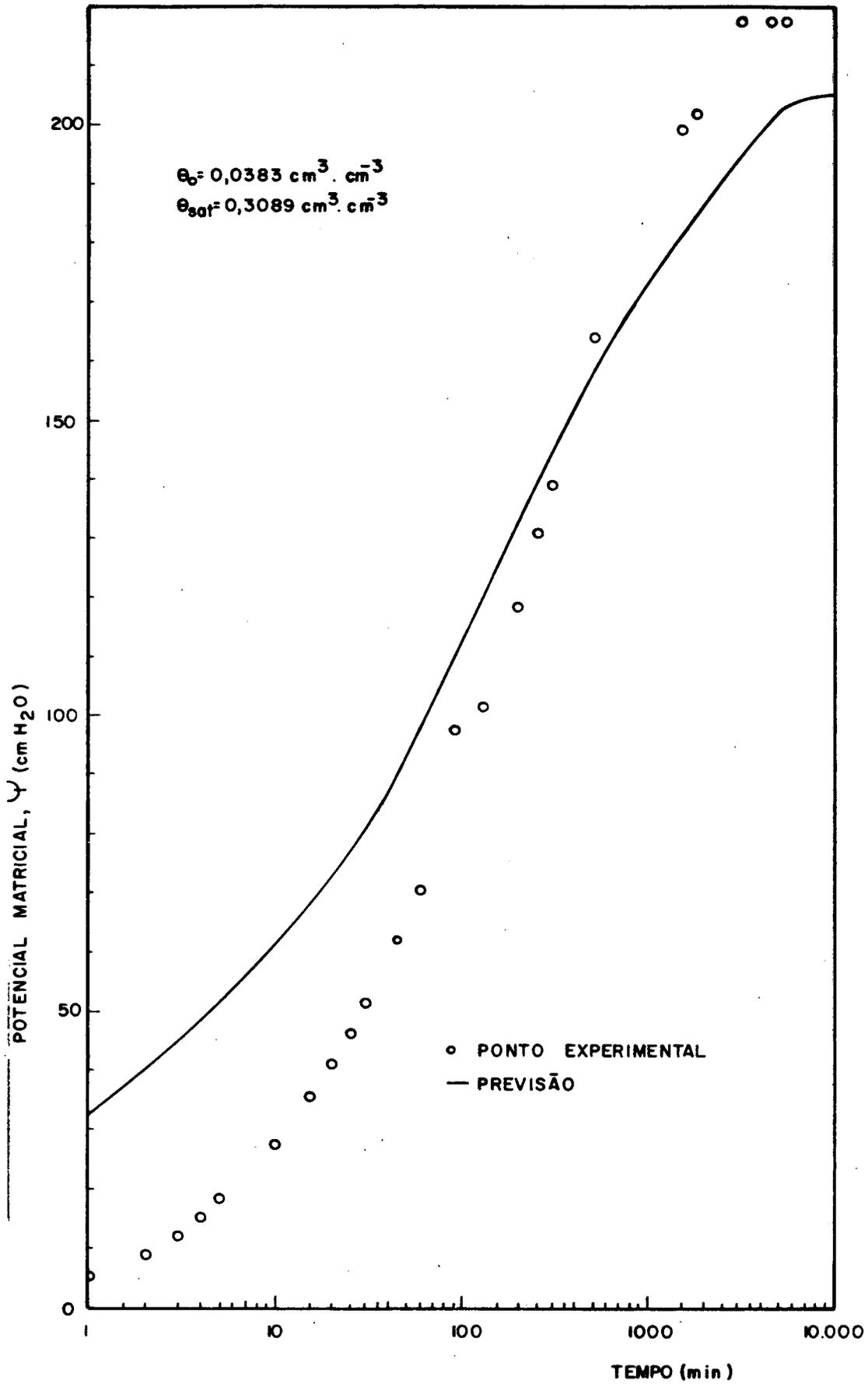
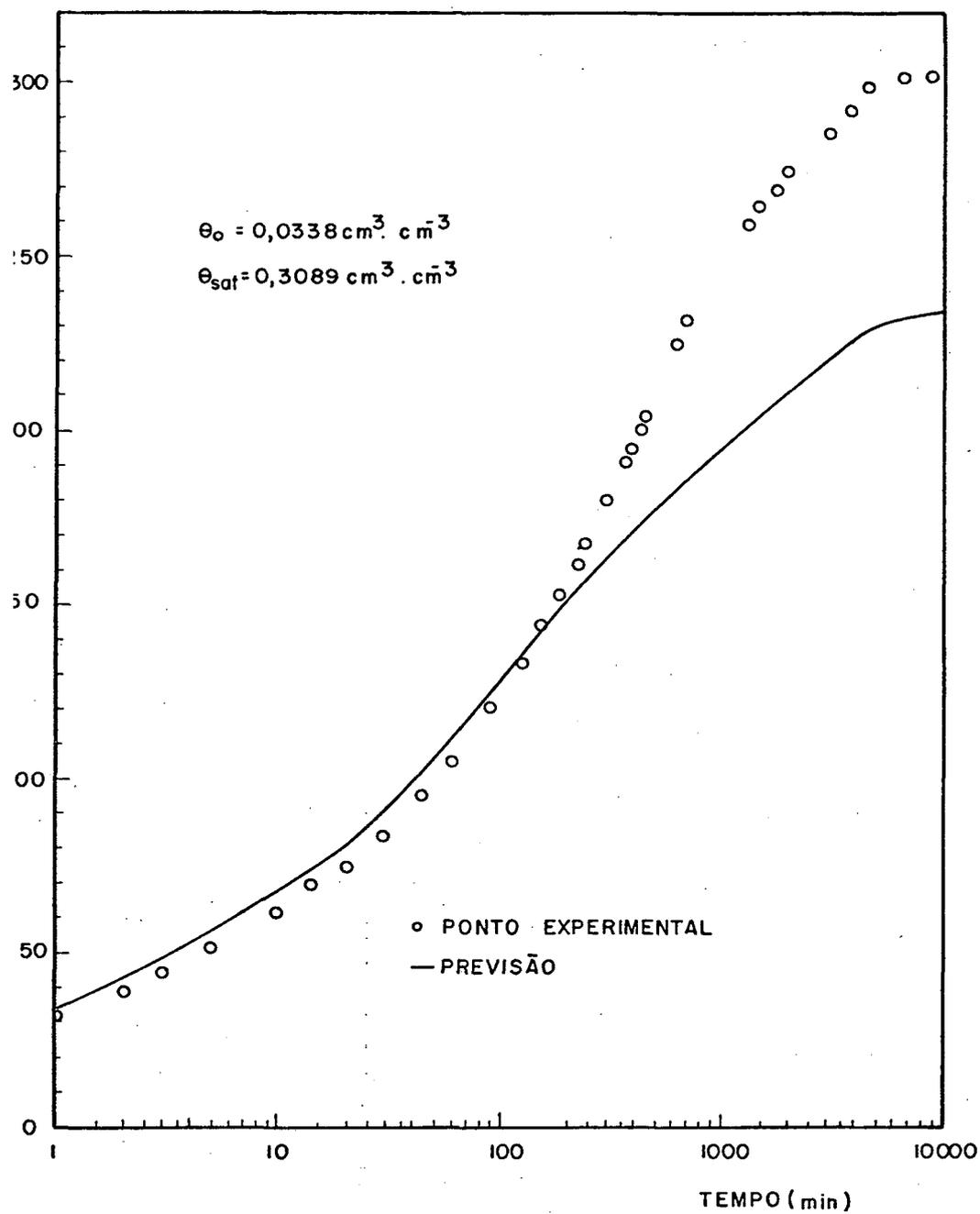


Fig. 7.11.— COMPARAÇÃO ENTRE O RESULTADO EXPERIMENTAL E A PREVISÃO DO MODELO UTILIZANDO 4 PONTOS INTERNOS DE COLOCAÇÃO E ADOTANDO $\lambda = 1$ e $\xi = 3$



7.12.— COMPARAÇÃO ENTRE O RESULTADO EXPERIMENTAL E A PREVISÃO DO MODELO UTILIZANDO 5 PONTOS INTERNOS DE COLOCAÇÃO E ADOTANDO $\lambda = 1$ e $\delta = 3$

pa, seguida de um comportamento bastante mais moroso até a condição de equilíbrio, é uma característica geral encontrada para os casos computados. Esta característica é menos marcante para os casos onde o conteúdo inicial de umidade θ_0 tem valor superior a $0,07 \text{ cm}^3 \cdot \text{cm}^{-3}$, observando-se respostas relativamente rãpidas. Em situações extremas o valor final do potencial é atingido em poucos minutos. Observe as Figs. (7.3) ã (7.6).

Nas curvas que representam as soluções numéricas obtidas para valores de θ_0 inferiores a $0,07 \text{ cm}^3 \cdot \text{cm}^{-3}$ [Figs. (7.7) a (7.12)] observa-se uma inflexão que pode ser considerada como evidência da existência de duas etapas no desenvolvimento da resposta. Dois fatores podem ser citados para justificar o comportamento que se verifica na primeira etapa da resposta:

- 1º - os gradientes $\partial\theta/\partial r^*$ responsáveis pela transferência de ãgua do manômetro para o meio poroso da amostra são inicialmente grandes;
- 2º - no início, ocorre uma elevação no valor da difusividade hidráulica $D(\theta)$, em razão do acréscimo transitório no teor de umidade nas cercanias da cápsula do tensiômetro.

Posteriormente, quando o potencial registrado no manômetro já atinge valores consideráveis em relação à condição de equilíbrio, e os fatores acima citados se encontram atenuados, tem-se o estabelecimento da segunda etapa, que se desenvolve lentamente.

Para os casos em que θ_0 possui valores mais elevados [Figs. (7.3) ã (7.6)], a inflexão não é visível, possivelmente por ocorrer no transcurso do primeiro minuto, o qual não está computado. Nestes casos a quantidade de água relativamente pequena

a ser transferida para que seja atingida a condição de equilíbrio e os valores da difusividade hidráulica $D(\theta)$ elevados, em razão dos conteúdos de umidades maiores são fatores a contribuir para um processo mais veloz.

Pelo exame da Fig. (7.13), constata-se de maneira indubitável que a constante de tempo relativa ao processo de medição do potencial matricial, tal como descrito pela resolução do modelo, depende do conteúdo de umidade θ_0 do meio poroso. A constante de tempo - entendida aqui como o tempo necessário para que uma determinada fração do valor final da resposta seja atingida - é, para os casos computados, progressivamente menor à medida que a condição θ_0 do meio tem valores maiores.

Ao examinar-se a influência do valor adotado para a condutividade hidráulica da cápsula K_c nas soluções obtidas, constata-se que as mesmas sofrem variações apenas no que se refere à primeira etapa da resposta, justamente quando o fluxo de água através da cápsula é potencialmente maior. Observando-se a Eq. (7.16), percebe-se que K_c , incluída na constante c , é tanto mais importante para a definição do fluxo junto à parede da cápsula quanto maior a derivada deste mesmo fluxo em relação ao tempo. Como o fluxo varia intensamente na fase inicial da resposta, passando posteriormente a apresentar mudanças com grande lentidão, tem-se a justificativa para o fato apontado. Em todos os casos utilizou-se $K_c = 9,44 \cdot 10^{-6} \text{ cm s}^{-1}$, conforme determinado experimentalmente.

Em suma, pode-se dizer que a dinâmica de resposta do tensiômetro está subordinada a um conjunto de duas principais resistências ao fluxo associadas em série. São elas:

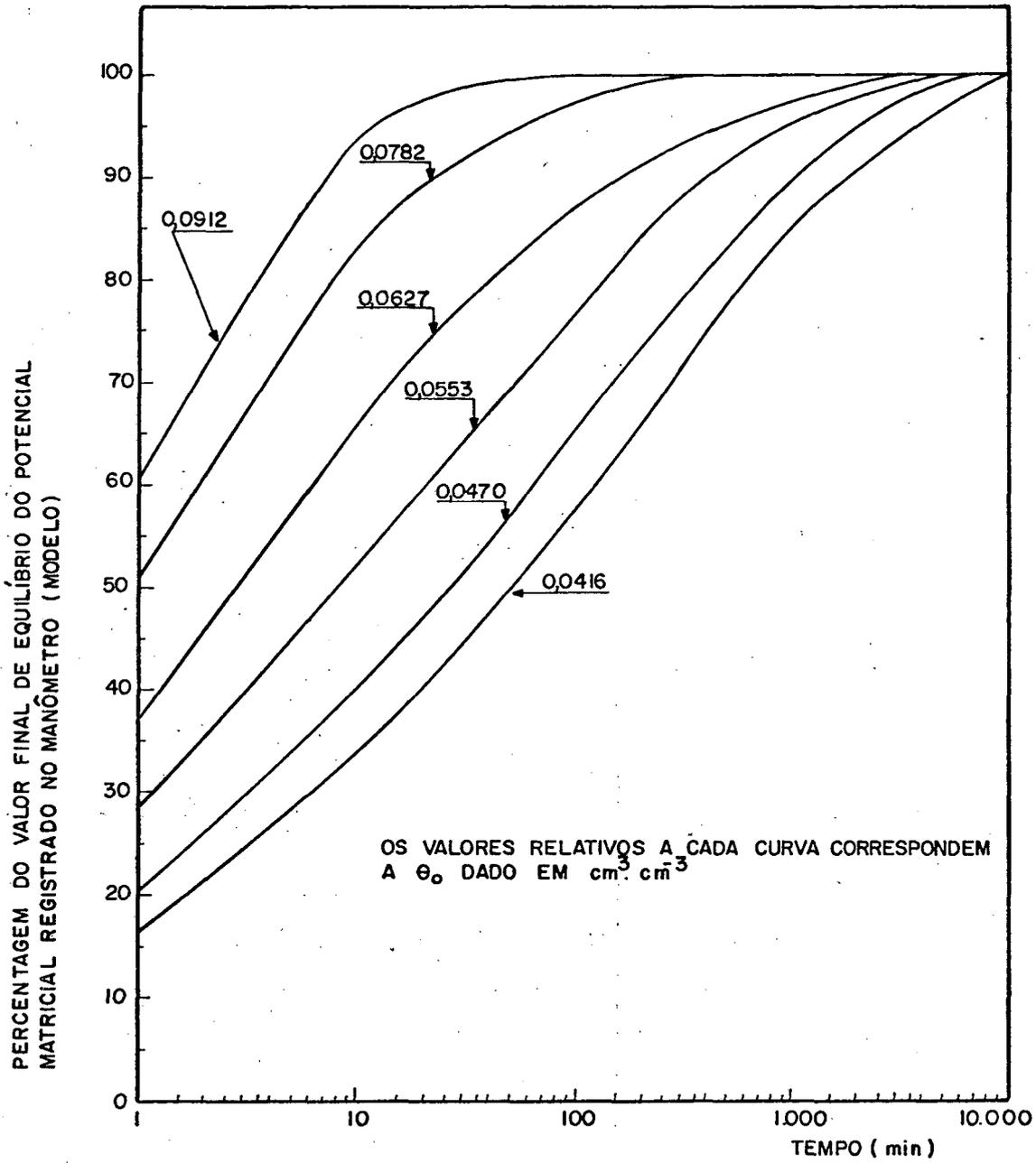


Fig. 7.13 - COMPARAÇÃO ENTRE OS TEMPOS DE RESPOSTA PARA DIFERENTES VALORES DE θ_0 , SEGUNDO AS PREVISÕES DO MODELO

- a resistência relativa à cápsula do tensiômetro, a qual é dada por $[\ln(r_1/r_0)/2\pi K_c l]$;
- e a resistência ao fluxo insaturado no seio do próprio meio poroso, onde se realiza a medição. Esta resistência, relacionada com a resistividade hidráulica do meio $l/K(\theta)$, varia durante a medição, sendo fortemente dependente do conteúdo de umidade θ .

Na fase inicial da resposta, a resistência ao fluxo no meio poroso é mínima em função dos conteúdos de umidade elevados nas proximidades da cápsula. A resistência da cápsula é supostamente constante durante todo o processo (Seção 7.2), entretanto, no que concerne à definição da dinâmica de resposta do tensiômetro, deve perder importância frente ao incremento da resistência oferecida pelo meio poroso, em especial ao se configurar a segunda etapa da resposta.

7.5 - COMPARAÇÃO ENTRE AS PREVISÕES DO MODELO E OS RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Os resultados experimentais que aparecem nas Figs. (7.3) à (7.12) sob forma de circunferências foram obtidos através de sucessivas leituras da altura de coluna manométrica à medida que evoluía o processo de medição do potencial matricial. Os potenciais finais medidos, relativos à situação de equilíbrio, originaram os pontos que estabelecem a curva $\psi \times \theta$ para o tensiômetro, tal como se observa na Fig. (4.4). O equipamento e a técnica de medição estão expostos no capítulo 4.

As leituras, durante a evolução da coluna manométrica, deram-se com intervalos de um minuto inicialmente, passando-se em seguida a alguns minutos, aumentando-se progressivamente até chegar-se a intervalos de algumas horas para os casos mais demorados.

Todos os resultados experimentais aqui expostos foram obtidos mediante a utilização de um conjunto de cápsulas de cerâmica. As cápsulas foram usadas alternadamente, sem a observância de um critério mais rígido.

Com o exame das Figs. (7.3) à (7.12), constata-se que o comportamento delineado pelos pontos experimentais é da mesma natureza daquele previsto pelo modelo. Percebe-se que, para a maioria dos casos apresentados, a fase inicial da resposta observada experimentalmente exhibe um certo atraso em relação à previsão. Esta discordância inicial parece indicar a presença de resistências adicionais como, por exemplo, a resistência hidráulica de contato entre a cápsula e o meio poroso, e/ou um acréscimo na resistência hidráulica da cápsula em relação àquela considerada no modelo. Conforme discutido nos itens 4.2.2 e 6.5.2, as cápsulas são bastante suscetíveis à inclusão de ar, o que provoca o aumento da resistência hidráulica das mesmas. Como, em todos os casos, o valor de K_c utilizado nos cálculos ($9,44 \cdot 10^{-6} \text{ cm s}^{-1}$) corresponde a cápsulas sem utilização prévia, portanto, apresentando condutividade hidráulica máxima, é possível que o efeito da inclusão de ar esteja se manifestando. Os casos registrados nas Figs. (7.5), (7.10) e (7.11) são os que exibem em maior grau o efeito dessa resistência adicional.

Principalmente para conteúdos de umidade inicial do

meio, θ_0 , máis baixos, Figs. (7.11) e (7.12), constata-se discrepâncias acentuadas no que se refere à fase final da resposta. Nestes casos o valor previsto para o potencial final de equilíbrio é inferior ao observado experimentalmente, verificando-se um desvio de cerca de 23% na situação máis desfavorável [Fig. (7.12)]. Este tipo de ocorrência pode ser explicado em função do fato de que, na resolução do modelo, a condição de umidade do meio poroso, θ_0 , sofre um incremento em relação ao valor inicial. Tal incremento é tanto máis sensível quanto menor o valor da condição inicial, θ_0 , pois nestas situações um maior volume de água é transferido do manômetro para o meio poroso. Além disso, na faixa de baixos conteúdos de umidade, uma pequena variação em θ produz grande alteração no valor do potencial matricial, Ψ [observe a Fig. (4.4)]. Na situação experimental, esses acréscimos em θ_0 foram considerados, de forma que, na determinação da curva $\Psi \times \theta$ para o tensiômetro, os conteúdos de umidade das amostras são relativos à condição de equilíbrio, já incluído o volume de água transferido do manômetro.

Em alguns casos - observe as Figs. (7.3), (7.5), (7.6), (7.7), (7.8) e (7.9) - constata-se que o potencial final de equilíbrio previsto pelo modelo é ligeiramente superior aquele verificado experimentalmente. Tal ocorrência deve ser atribuída ao fato de que os pontos experimentais na Fig. (4.4) relativos ao tensiômetro nem sempre coincidem exatamente com a curva $\Psi \times \theta$ (linha tracejada na Fig. (4.4) e tabelada no Apêndice E) utilizada para os cálculos no modelo. A mesma justificativa pode ser dada para a discrepância no valor final da Fig. (7.4).

7.6 - CONCLUSÕES

Para apreciar os resultados que compõem as previsões oriundas do modelo, é necessário não perder de vista a importância das seguintes questões:

- primeiramente, a suposição de que o método da colocação ortogonal é adequado para a resolução do problema, segundo a formulação adotada, em que pese os problemas de instabilidade numérica discutidos na seção 7.4;
- o grau de espalhamento verificado na determinação das propriedades de transporte, $\Psi(\theta)$, $K(\theta)$ e $D(\theta)$, relativas ao meio poroso. Esse espalhamento é em boa parte inerente às técnicas experimentais utilizadas;
- a precariedade no que diz respeito à obtenção de amostras perfeitamente homogêneas e com igual grau de compactação de um ensaio para outro;
- as distorções provocadas na amostra por ocasião da inserção da haste do tensiômetro;
- eventuais perdas de umidade por evaporação no período prévio e/ou durante a operação de pesagem de amostras;
- a grande suscetibilidade das cápsulas porosas a alterações no valor de sua condutividade hidráulica, K_c ;
- e por fim, as próprias hipóteses adotadas na formulação do modelo.

Não obstante todas estas questões e afora as discrepâncias apontadas e devidamente justificadas na seção anterior, pode-se dizer que o modelo descreve de maneira satisfatória a dinâmica de resposta do tensiômetro, observada experimentalmen-

te. Ao se examinar, por exemplo, as Figs. (7.3), (7.4), (7.6) , (7.9) e (7.10), constata-se que, a menos da porção correspondente aos primeiros minutos, os desvios para toda a extensão da resposta não ultrapassam a 10 % . Para as Figs. (7.7) e (7.8), a concordância é ainda maior. Nos demais casos os desvios máximos são da ordem de 20 % .

Deve-se ainda registrar que foram procedidas tentativas no sentido da resolução numérica do modelo através do método das diferenças finitas. Na abordagem utilizada, foi mantida a condição de saturação θ_{sat} na superfície da cápsula ($r^* = 0$) durante as primeiras iterações correspondentes a um intervalo de tempo Δt inicial. Concluídas essas primeiras iterações, estabelecia-se a condição de fluxo dada pela Eq. (7.16). Esse procedimento visava eliminar os problemas de convergência resultantes da descontinuidade no valor do conteúdo de umidade θ na superfície da cápsula ($r^* = 0$) no instante inicial do processo. No entanto, para um certo incremento adotado para a variável tempo, uma mudança no tamanho da malha relativa a variável espacial r , produzia alterações nas soluções obtidas. Assim, essa abordagem deve ser aprofundada e aperfeiçoada, podendo-se tornar objeto de um futuro trabalho.

Por fim, é interessante notar que o ponto de partida das curvas resultantes do modelo, Figs. (7.3) a (7.12), é praticamente o mesmo. Isso está de acordo com a noção de que a resistência da cápsula do tensiômetro domina a dinâmica de resposta na fase inicial.

8 - CONCLUSÕES E SUGESTÕES

Uma vez estudadas, desenvolvidas e executadas as técnicas experimentais relacionadas à análise do tensiômetro, e seguindo-se a isso o trabalho de modelação empreendido, pode-se chegar às seguintes conclusões:

- no que se refere à preparação e acondicionamento das amostras destinadas aos diversos ensaios, a obtenção de condições perfeitamente homogêneas e a manutenção do mesmo grau de compactação de um teste para outro são questões problemáticas. Comprovou-se que, apesar dos cuidados, a massa específica aparente global de uma amostra para outra sofre variações de até 5 % em torno do valor estipulado. Isso, naturalmente, determina um correspondente grau de incerteza nas condições de teste (porosidade, conteúdo de umidade, etc.), que é, em grande parte, responsável pelo espalhamento observado nos resultados experimentais;
- os resultados referentes à determinação da curva de retenção de umidade $\psi \times \theta$, apresentados na Fig. (4.4), atestam de maneira inequívoca a presença do fenômeno de histerese. Em razão da natureza do processo estudado, onde o tensiômetro cede água para a amostra, todos os parâmetros e propriedades de transporte determinadas dizem respeito a técnica de molhamento. É necessário frisar que as conclusões aqui expostas, relativas ao comportamento dinâmico do tensiômetro, envolvem exclusivamente um processo monotônico de molhamento. A ocorrência alternada de processos de molhamento e secagem no seio da amostra traz, com o fenômeno de histerese, dificuldades adi-

- cionais que complicam grandemente, e ainda mais, as tentativas de modelação do tensiômetro;
- na determinação da difusividade hidráulica insaturada, $D(\theta)$, para o meio poroso das amostras (areia-caulim), pelo método de infiltração horizontal de Bruce & Klute [20], 70 % dos pontos experimentais apresentaram em relação à média um desvio não superior a 55 %. Esse nível de precisão atende perfeitamente às previsões de espalhamento e os resultados obtidos por outros autores em medições similares;
 - a condutividade hidráulica insaturada, $K(\theta)$, para o meio poroso, determinada através de $D(\theta)$ e da curva $\psi \times \theta$ apresenta um grau de precisão inferior aquele obtido para $D(\theta)$, pois que existe um fator adicional de erro: a incerteza na avaliação da derivada $d\psi/d\theta$. Os valores apresentaram boa concordância com os resultados obtidos através de dois outros métodos [17], [24];
 - os valores da condutividade hidráulica das cápsulas (K_c) e bolachas (K_b) estão sujeitos a variações. Com a utilização contínua dessas peças, constatou-se, não raro, decréscimos da ordem de 20 % ou mais em relação ao valor inicial. Isso se explica pela inclusão fortuita de quantidades variáveis de ar no interior dos poros das referidas peças. No caso das cápsulas do tensiômetro, a situação de desconexão sempre produz quedas sensíveis na condutividade hidráulica que são de difícil reversão.
 - nas determinações experimentais do potencial matricial, observa-se uma dinâmica de resposta acelerada numa primeira etapa, seguida de um comportamento bastante mais moroso até a condição de equilíbrio. Isso é evidenciado por uma inflexão no de-

envolvimento da resposta. Essa característica é mais marcante para os casos onde o conteúdo inicial de umidade θ_0 é menor (inferior a $0,07 \text{ cm}^3 \cdot \text{cm}^{-3}$ para a mistura areia-caulim);

- o valor da condutividade hidráulica da cápsula do tensiômetro, K_c , interfere apenas no desenvolvimento da etapa inicial da resposta, cujos atrasos aumentam inversamente com K_c . O valor do potencial matricial final medido não sofre qualquer alteração;
- no estabelecimento da dinâmica de resposta do tensiômetro, atuam duas principais resistências ao fluxo associadas em série: a resistência relativa à cápsula porosa e a resistência ao fluxo insaturado no seio do próprio meio poroso. Na fase inicial da resposta, a resistência do meio é mínima em função dos conteúdos de umidade elevados nas proximidades da cápsula. Posteriormente, a resistência do meio deve aumentar, podendo tornar a resistência da cápsula de importância secundária na finalização do processo;
- a constante de tempo do processo de medição do potencial matricial - entendida aqui como o tempo necessário para que uma determinada fração do valor final da resposta seja atingida - é, para os casos computados, inversamente proporcional ao valor da condição θ_0 do meio;
- o tensiômetro munido de manômetro de mercúrio requer períodos de tempo relativamente grandes para a medição do potencial matricial, principalmente para amostras com baixos conteúdos de umidade. Em casos extremos, vários dias são necessários até que o valor final de equilíbrio seja atingido. Isso acontece

principalmente em função do volume relativamente grande de água que precisa ser deslocado do manômetro para o meio poroso da amostra. Assim, com o manômetro de mercúrio, o tensiômetro apresenta grande inércia na resposta, o que pode torná-lo inadequado para a monitoração de processos que envolvam alterações mais ou menos rápidas na condição de umidade do meio poroso (areia-caulim);

- para o meio areia-caulim e para as demais condições de trabalho aqui adotadas, o tensiômetro tem condições de atuar até o limite extremo inferior de $0,030 \text{ cm}^3 \cdot \text{cm}^{-3}$ de conteúdo de umidade, o que corresponde a mais de 300 cm de coluna d'água. Para conteúdos mais baixos aparecem problemas de desconexão;
- o Método da Colocação Ortogonal empregado na abordagem numérica do modelo proposto para o tensiômetro fornece soluções a proximadas que, para fins de comparação com os resultados experimentais, são satisfatórias;
- em que pese o espalhamento na determinação das propriedades de transporte e as simplificações adotadas na formulação do modelo, as previsões, no que se refere à dinâmica de resposta do tensiômetro, podem ser consideradas boas. Para vários casos, a menos da porção correspondente aos primeiros minutos, os desvios para toda a extensão da resposta não ultrapassam a 10 % ;
- o modelo apresenta pior desempenho para os baixos conteúdos de umidade, θ_0 , das amostras (inferiores a $0,040 \text{ cm}^3 \cdot \text{cm}^{-3}$) , podendo-se verificar, a menos da porção inicial da resposta, desvios da ordem de 20 % .

A título de sugestões para futuros trabalhos visando o aprofundamento e extensão da presente análise, pode-se considerar as seguintes possibilidades:

- a investigação da natureza da resistência de contato cápsula-meio poroso e sua inclusão no modelo de funcionamento do tensiômetro;
- a utilização de uma geometria esférica para a formulação do modelo, por ser possivelmente mais adequada para representar a situação experimental;
- o estudo da formulação adotada no modelo, visando, em especial, a substituição da condição diferencial de fluxo na parede da cápsula, de forma a possibilitar uma abordagem alternativa para a aplicação do Método da Colocação Ortogonal;
- a utilização de outros métodos numéricos (diferenças finitas, por exemplo) para a resolução do modelo, visando o cotejo entre as previsões e o desempenho das diferentes técnicas;
- a utilização e o estudo do tensiômetro munidos de sensores piezoelétricos de resposta mais rápida, visando a sua adequação para a monitoração de sistemas submetidos a regimes transientes de migração de umidade;
- uma exploração mais ampla do modelo proposto e de sua própria resolução através do Modelo da Colocação Ortogonal, visando uma análise da evolução dos perfis de umidade no seio do meio poroso submetido ao processo de medição do potencial matricial. Do ponto de vista experimental, esse estudo requer a elaboração de um sistema de monitoração dos teores de umidade em di

ferentes posições no meio à medida que o processo evolui. Isto poderia, por exemplo, ser procedido através do uso da técnica de atenuação dos raios gama.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] RICHARDS, L.A; GARDNER, W. Tensiometers for measuring the capillary tension of soil water. Journal of the American Society of Agronomy, 1936, v.28, p.352-358.
- [2] ROGERS, W. S. A soil moisture meter. Jour. Agr. Sci., 1935, v.25, p.326-343.
- [3] HECK, A. F. A soil hygrometer for irrigated cane lands of Hawaii. Jour. Amer. Soc. Agron., 1934, v.26, p. 274-278.
- [4] RICHARDS, L. A. The usefulness of capillary potential to soil moisture and plant investigators. Jour. Agr. Res., 1928, v.37, p.719-742.
- [5] REICHARDT, K. Processos de transferência no sistema solo-planta-atmosfera. Campinas, Fundação Cargill, 1985, 466 p
- [6] DUMARÉ, J. M.; SCHOLS, R. S. Drainage capillary-pressure functions and the influence of connate water. Society of Petroleum Engineers Journal, 1974, p.437-444.
- [7] TANNER, C. B.; ELRICK, D. E. Volumetric porous (pressure)

- plate apparatus for moisture hysteresis measurements. Soil Sci. Soc. Am. Proc., 1958, v.22, p.575-576.
- [8] RICHARDS, L. A. Methods of measuring soil-moisture tension. Soil Science, 1949, v.68, p.95-112.
- [9] CRAUSSE, P.; BACON, G.; BORIES, S. Etude fondamentale des transferts couples chaleur-masse en milieu poreux. J. Heat Mass Transfer, 1981, v.24, p.991-1004.
- [10] AL-KHAFRAF; HANKS, R. J. Evolution of the filter paper method for estimating soil water potential. Soil Science, 1974., v.117, p.194-199.
- [11] CRAUSSE, P. Etude fondamentale des transferts couplés de chaleur et d'humidité en milieu poreux non saturé. Thèse d'Etat I.N.P. Toulouse Janvier, 1982.
- [12] VERBRUGGE, J. C. Contribution à la mesure de la succion et de la pression interstitielle dans les sols non saturés. Mémoire présenté pour l'épreuve de Doctorat en Sciences Appliquées. Université Libre de Bruxelles, Avril 1974.
- [13] HILLEL, D. Fundamentals of soil physics. New York, Academic Press. Inc., 1980, 413 p.
- [14] De WIEST, R. J. M. Flow through porous media. New York

- and London, Academic Press, 1969, 550 p.
- [15] MILLER, E. E.; ELRICK, D. R. Dynamic determination of capillary conductivity extended for non-negligible membrane impedance. Soil Sci. Soc. Am. Proc., 1958, v.22, p.483-486.
- [16] KUNZE, R. J.; KIRKHAM, D. Simplified accounting for membrane impedance in capillary conductivity determinations. Soil Sci. Soc. Am. Proc., 1962, v.26, p.421-426.
- [17] YOUNGS, E. G. An infiltration method of measuring the hydraulic conductivity of unsaturated porous materials. Soil Sci., 1964, v.109, p.307-311.
- [18] MOORE, R. E. Water conduction from shallow water tables. Hilgardia, 1939, v.12, p.383-426.
- [19] REICHARDT, K. Uso das radiações gama na determinação da umidade e da densidade do solo (Tese de Doutorado), ESALQ-USP, Piracicaba-SP, 1965.
- [20] BRUCE, R. R.; KLUTE, A. The measurement of soil water diffusivity. Soil Sci. Soc. Am. Proc., 1956, v.20, p.458-462.
- [21] WATSON, K. K. An instantaneous profile methods for de-

termining the hydraulic conductivity of unsaturated porous materials. *Water Resources Res.*, 1966. v.2, p. 709-715.

- [22] HAINES, W. B. Studies in the physical properties of soils. V. The hysteresis effect in capillary properties and the modes of moisture distribution associated therewith. *J. Agr. Sci.*, 1930, v.20, p.97-116.
- [23] FALEIROS, L. E.; TOBINAGA, S. Drenagem em colunas de materiais granulares II: pressão capilar. DEQ/UFSCar-São Carlos, 1984.
- [24] MILLINGTON, R. J.; QUIRK, J. P. Permeability of porous media. *Nature (London)*, 1959, v.183, p.378-388.
- [25] SCHEIDEGGER, A. E. The physics of flow through porous media. Canada, University of Toronto Press, 1974., 353 p.
- [26] PHILIP, J. R.; De VRIES, D. A. Moisture movement in porous materials under temperature gradients. *Trans. Am. Geophys. Un.*, 1957, v.38, p.222-228.
- [27] KÉZDI, Á. Handbook of Soil Mechanics - Elsevier Scientific Publishing Company. Amsterdam-Oxford-New York, 1980, v.1 e 2.

- [28] CIOLA, Remolo. Fundamentos da catálise. São Paulo, Moderna/USP, 1981, 377 p.
- [29] WILKINSON, G. E.; KLUTE, A. The temperature effect on the equilibrium energy status of water held by porous media. Soil Sci. Soc. Am. Proc., 1962. v.26, p.326-329.
- [30] JURY, W. A.; MILLER, E. E. Measurement of the transport coefficients for coupled flow of heat and moisture in a medium sand. Soil Sci. Soc. Am. Proc., 1974, v.38, p.551-557.
- [31] VACHAUD, G. Rapport d'activité scientifique. Institut de Mecanique de Grenoble, 1 juillet 1985 - 30 juin 1987, p.87-95.
- [32] CHRISTIANSEN, J. E.; FIREMAN, M.; ALLISON, L. E. Displacement of soil-air by CO₂ for permeability tests. Soil Sci., 1946, v.66, p.355-360.
- [33] JACKSON, R. D. Porosity and soil-water diffusivity relations. Soil Sci. Soc. Am. Proc., 1963, v.27, p.123-126.
- [34] GARDNER, W. R.; MAYHUGH, M. S. Solutions and tests of the diffusion equation for the movement of water in soil. Soil Sci. Soc. Am. Proc., 1958, v.22, p.197-

201.

- [35] PERRIN, B. Etude des transferts couples de chaleur et de masse dans des matériaux poreux consolidés non saturés utilisés en génie civil. Thèse d'Etat Université Paul Sabatier, Toulouse Janvier 1985.
- [36] FERGUSON, H.; GARDNER, W. H. Water content measurement in soil columns by gamma ray absorption. Soil Sci. Soc. Am. Proc., 1962, v.26, p.11-14.
- [37] KAPLAN, W. Cálculo avançado. São Paulo, Edgard Blücher, 1972. v.1, 339 p.
- [38] CHILDS, E. C.; COLLIS-GEORGE, N. The permeability of porous materials. Proc. R. Soc. London, 1950. A. 201, p.392-405.
- [39] KUNZE, R. J.; UEHARA, G.; GRAHAM, K. Factors important in the calculation of hydraulic conductivity. Soil. Sci. Soc. Am. Proc., 1968, v.32, p.760-765.
- [40] JACKSON, R. A. On the calculation of hydraulic conductivity. Soil Sci. Soc. Am. Proc., 1972, v.36, p.380-383.
- [41] FINLAYSON, A. B. The method of weighted residuals and variational principles. Academic Press. London,

1972.

[42] VILLADSEN, J.; MICHELSEN, M. L. Solution of differential equation models by polynomial approximation. Prentice-Hall Inc., New Jersey, 1978.

[43] CARNAHAN, Brice; LUTHER, H. A.; WILKES, J. O. Applied numerical methods. John Wiley & Sons, New York, 1969, 604 p.

A P Ê N D I C E S

A P Ê N D I C E A

TRANSFORMAÇÃO DE BOLTZMANN

Considere-se o problema do fluxo de água horizontal in saturada em colunas de material poroso de secção transversal cons tante e comprimento semi-infinito (veja secção 5.2). A Eq. (2.6) , para a direção x , torna-se:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (D \frac{\partial \theta}{\partial x}) \quad (\text{A.1})$$

sujeita às condições

$$\theta = \theta_0, \quad x > 0, \quad t = 0 \quad (\text{A.2})$$

$$\theta = \theta_1, \quad x = 0, \quad t > 0 \quad (\text{A.3})$$

onde $\theta = \theta(x, t)$ e $D = D(\theta)$. Uma solução pelo método de separação de variáveis pode ser obtida se x for feita a variável dependente, ou seja, $x = x(\theta, t)$. Procedendo a transformação de $\theta(x, t)$ para $x(\theta, t)$, e fazendo uso das regras de cadeia [37],

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = - \frac{\partial x / \partial t}{\partial x / \partial \theta} \quad (\text{A.4})$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{1}{\partial x / \partial \theta} \quad (\text{A.5})$$

a Eq. (A.1) toma a seguinte forma:

$$-\frac{\partial x}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{D}{\partial x / \partial \theta} \right) \quad (\text{A.6})$$

O problema pode, então, ser referido a Eq. (A.6) sujeita às condições (A.2) e (A.3), com x considerado dependente de θ e t .

Assumindo-se que a solução da Eq. (A.6) possa ser escrita na forma de um produto tal como:

$$x = \lambda(\theta)S(t) \quad (\text{A.7})$$

onde λ é uma função apenas de θ , e S é uma função apenas de t , a diferenciação parcial da Eq. (A.7) fornece $\partial x / \partial t = \lambda dS/dt$ e $\partial x / \partial \theta = S d\lambda/d\theta$. Substituindo estas expressões na Eq. (A.6) e rearranjando os termos

$$\frac{S dS}{dt} = -\frac{1}{\lambda} \frac{d}{d\theta} \left(\frac{D}{d\lambda/d\theta} \right) \quad (\text{A.8})$$

Como o lado esquerdo da Eq. (A.8) depende apenas de t e o lado direito apenas de θ , cada lado deve ser igual a uma constante, que aqui será chamada de "a". Fazendo isto e rearranjando os termos, obtêm-se duas equações diferenciais ordinárias

$$S dS = a dt \quad (\text{A.9})$$

$$\frac{d}{d\theta} \left(D \frac{d\theta}{d\lambda} \right) = -a\lambda \quad (\text{A.10})$$

Integrando a Eq. (A.9) e resolvendo para S, têm-se:

$$S = |2a (t + C_1)|^{1/2} \quad (\text{A.11})$$

onde C_1 é a constante de integração. Combinando a Eq. (A.11) com a Eq. (A.7) obtêm-se:

$$x = (t + C_1)^{1/2} \eta(\theta) \quad (\text{A.12})$$

onde $\eta = \lambda (2a)^{1/2} = \eta(\theta)$, visto que λ depende unicamente de θ . Portanto, $d\eta = (2a)^{1/2} d\lambda$, e a Eq. (A.10) toma a forma

$$\frac{d}{d\theta} \left(D \frac{d\theta}{d\eta} \right) = -\frac{\eta}{2} \quad (\text{A.13})$$

Como a Eq. (A.12) deve ser uma solução para o problema, as condições de contorno devem satisfazê-la. A condição (A.3) na Eq. (A.12) fornece

$$\eta(\theta_1) = 0 \quad (\text{A.14})$$

A condição (A.2) na Eq. (A.12) produz

$$\eta(\theta_0) = x / C_1^{1/2} \quad (\text{A.15})$$

Se C_1 for finito e diferente de zero, θ_0 irá variar com x , em violação a condição (A.2). Infinito e zero são as únicas escolhas para C_1 , as quais fazem $\eta(\theta_0)$, e, portanto, θ_0 , constante e independente de x finito e diferente de zero. Entretanto, se $C_1 \rightarrow \infty$, têm-se $\eta(\theta_0)=0$; assim, com a Eq. (A.14), chega-se ao caso estático trivial onde $\theta_0 = \theta_1$. Portanto, para uma solução não trivial, faz-se $C_1 = 0$, ou

$$\eta(\theta_0) \rightarrow \infty \quad (\text{A.16})$$

O problema da Eq. (A.6) sujeito às condições (A.2) e (A.3) é assim reduzido a Eq. (A.13) sujeito às condições (A.14) e (A.15). O uso de $C_1 = 0$ na Eq. (A.12) leva a

$$\eta(\theta) = xt^{-1/2} \quad (\text{A.17})$$

expressão conhecida como Transformação de Boltzmann (1894), e é considerada como a consequência mais importante da Eq. (A.6) e da condição (A.2).

Esta análise foi retirada de "Flow Through Porous Media", editado por Roger J. M. De Wiest [14], capítulo 6, páginas 224 e 225.

A P Ê N D I C E B

ESTIMATIVA DA CONDUTIVIDADE HIDRÁULICA

O método de cálculo, aqui apresentado, é resultado da introdução de um fator experimental no método de Millington e Quirk (1959) [24], necessário para ajustar os valores das condutividades calculadas e medidas na situação de saturação. O método de Millington e Quirk por sua vez é um aperfeiçoamento daquele proposto por Childs e Collis-George (1950) [38].

Utilizando a razão entre a condutividade saturada medida (K_s) e calculada (K_o), como o fator de ajuste, a formulação de Jackson é a seguinte:

$$K_i = K_s (\theta_i / \theta_s)^c \frac{\sum_{j=i}^m |(2j+1-2i)\psi_j^{-2}|}{\sum_{j=1}^m |(2j-1)\psi_j^{-2}|}$$

onde K_i é a condutividade hidráulica no valor de umidade θ_i , m é o número de incrementos de θ (intervalos iguais do estado seco até a saturação), ψ_i é o potencial de sucção (cm de H_2O) no ponto médio de cada incremento de θ na curva experimental ψ versus θ , e j e i são índices dos somatórios. Por fim, c é uma constante arbitrária restrita a valores de 0 até 4/3 (Kunze et al. (1968) [39] e Jackson (1972) [40], encontraram a unidade como valor satisfatório).

Em face de que este método está baseado em hipóteses de capilaridade, deve-se esperar discrepâncias para materiais onde haja possibilidade de ocorrer fenômenos tais como fluxo na

forma de películas e efeitos iônicos, entre outros.

Para um exemplo de aplicação veja Hillel [13]p.223-225.

A P Ê N D I C E C

MÉTODOS GEOMÉTRICOS PARA DIFERENCIAÇÃO APROXIMADA DE UMA FUNÇÃO
EXPERIMENTAL EM UM PONTO

Considere-se inicialmente que exista um arco de circunferência $y(x)$ passando por três pontos $A(x_A, y_A)$, $B(x_B, y_B)$ e $C(x_C, y_C)$. Sob estas condições

$$\left. \frac{dy(x)}{dx} \right|_{x_B} = \text{declividade da tangente em B} \quad (\text{C.1})$$

As equações para as linhas retas AB e BC são:

AB:

$$y = m_{AB}x + n_{AB} \quad (\text{C.2})$$

com a declividade

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \quad (\text{C.3})$$

e o intercepto

$$n_{AB} = \frac{y_A x_B - y_B x_A}{x_B - x_A} \quad (\text{C.4})$$

BC :

$$y = m_{BC}x + n_{BC} \quad (C.5)$$

com a declividade

$$m_{BC} = \frac{Y_C - Y_B}{x_C - x_B} \quad (5.6)$$

e o intercepto

$$n_{BC} = \frac{Y_B x_C - Y_C x_B}{x_C - x_B} \quad (C.7)$$

Tomando $M(x_m, y_m)$ e $N(x_n, y_n)$ como os pontos médios de AB e BC respectivamente, as linhas retas MO e NO representam as respectivas perpendiculares a AB e BC em seus pontos médios. As equações para MO e NO são:

MO :

$$y = m_{MO}x + n_{MO} \quad (C.8)$$

com a declividade

$$m_{MO} = \frac{1}{m_{AB}} = \frac{x_A - x_B}{Y_B - Y_A} \quad (C.9)$$

e o intercepto

$$\begin{aligned}
 m_{MO} &= y_M - m_{MO}x_M \\
 &= \left| \frac{y_A + y_B}{2} \right| - m_{MO} \left| \frac{x_A + x_B}{2} \right|
 \end{aligned}
 \tag{C.10}$$

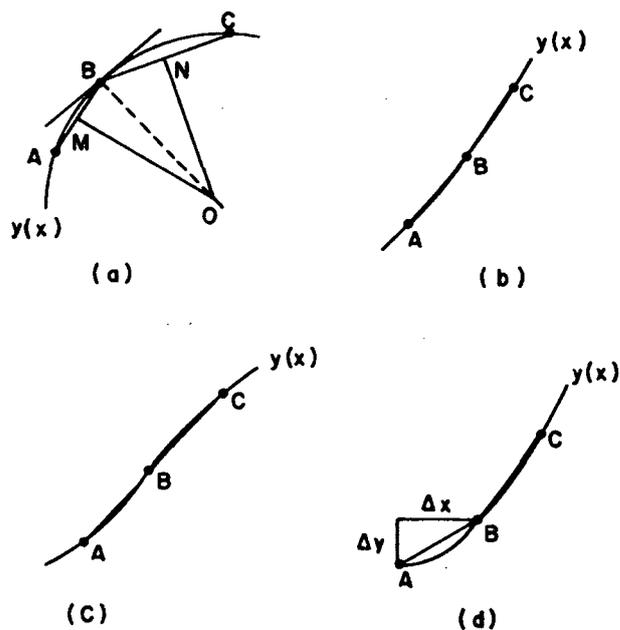


Fig.(C.1) ILUSTRAÇÃO PARA O MÉTODO DE DIFERENCIAÇÃO GEOMÉTRICA NO PONTO B NO CASO GERAL (a), QUANDO B ESTÁ SOBRE UMA LINHA RETA (b), QUANDO B É UM PONTO DE INFLEXÃO (c), E NO PONTO DE PARTIDA A (d)

NO:

$$y = m_{NO}x + n_{NO} \tag{C.11}$$

com a declividade

$$m_{NO} = -\frac{1}{m_{BC}} = \frac{x_B - x_C}{y_C - y_B} \tag{C.12}$$

e o intercepto

$$\begin{aligned} n_{NO} &= Y_N - m_{NO}x_N \\ &= \left| \frac{Y_B + Y_C}{2} \right| - m_{NO} \left| \frac{x_B + x_C}{2} \right| \end{aligned} \quad (C.13)$$

As coordenadas da intersecção destas duas linhas perpendiculares no ponto $O(x_0, y_0)$ são determinadas através das Eqs. (C.8) e (C.11), e assim,

$$x_0 = \frac{n_{NO} - n_{MO}}{m_{MO} - m_{NO}} \quad (C.14)$$

$$y_0 = m_{MO}x_0 + n_{MO} = m_{NO}x_0 + n_{NO} \quad (C.15)$$

A equação da linha reta OB é

$$Y = m_{OB}x + n_{OB} \quad (C.16)$$

a qual tem a declividade

$$m_{BO} = \frac{Y_B - Y_0}{x_B - x_0} \quad (C.17)$$

e, finalmente, a declividade da tangente de $y(x)$ no ponto B é,

$$\left. \frac{dy(x)}{dx} \right|_{x_B} = - \frac{1}{m_{OB}} = \frac{x_0 - x_B}{Y_B - Y_0} \quad (C.18)$$

Os casos particulares a serem considerados são os seguintes:

1º) Se as declividades de AB e BC são aproximadamente iguais [Fig. (C.1.b)], onde $m_{AB} \approx m_{BC}$, a aproximação usada é,

$$\left. \frac{dy(x)}{dx} \right|_{x_B} \approx \frac{m_{AB} + m_{BC}}{2} \quad (C.19)$$

2º) Se B é um ponto de inflexão [Fig. (C.1.c)], a aproximação pela Eq. (C.19) pode também ser usada.

3º) Para o caso de um ponto de partida ou ponto final [Fig. (C.1.d)], a derivada pode ser aproximada por:

$$\left. \frac{dy(x)}{dx} \right|_{x_A} \approx \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad (C.20)$$

Esta análise pode ser encontrada na seguinte referência: A. LeDuy and J. E. Zajic, *Biotechnol. Bioeng.*, 15, 810 (1973).

A P Ê N D I C E D

A COLOCAÇÃO ORTOGONAL

A colocação ortogonal é uma técnica que pertence à classe dos métodos conhecidos como "Métodos dos Resíduos Ponderados" que, normalmente, reduz a dimensão do sistema de equações matemáticas do modelo para determinado problema, permitindo um decréscimo no tempo e no uso de memória do computador, sem perda de precisão na solução numérica.

Os "Métodos dos Resíduos Ponderados" - para um estudo mais aprofundado consulte Finlayson [41] - requerem uma solução polinomial aproximada, que, tendo em vista o problema abordado no presente trabalho, pode ser representada pela seguinte equação:

$$\theta_N(r^*, t) = \sum_{j=1}^{N+2} a_j(r^*) \theta_j(t) \quad (D.1)$$

N corresponde ao número de pontos dentro do domínio da solução. As funções perturbação, θ_j , podem ser escolhidas livremente, desde que satisfaçam as condições de contorno da equação e sejam linearmente dependentes, Villadsen e Michelsen [42]. A substituição da solução polinomial aproximada na equação diferencial, fornecerá uma expressão chamada de resíduo, $R_N(a, r^*)$, função dos coeficientes a_j . Os "Métodos dos Resíduos Ponderados" determinam os valores de a_j impondo que:

$$\int_0^1 R_N(a, r^*) W_j(r^*) dr^* = 0 \quad (D.2)$$

Os diferentes métodos caracterizam-se pela escolha da função de ponderação $W_j(r^*)$. Para o caso particular do método de colocação, $W_j(r^*)$ é dada por:

$$W_j(r^*) = \delta(r^* - r_j^*) \quad \text{com } j = 1, 2, \dots, N \quad (D.3)$$

$$\text{com } W_j(r^*) = \begin{cases} \infty & \text{para } r^* = r_j^* \\ 0 & \text{para } r^* \neq r_j^* \end{cases}$$

onde r_j^* são N pontos dentro de um dado intervalo. Dito de outra forma:

$$R_N(a, r_j^*) = 0 \quad \text{com } j = 1, 2, \dots, N \quad (D.4)$$

ou seja, o resíduo será nulo em cada ponto r_j^* , chamado de ponto de colocação. A colocação ortogonal é uma extensão deste método para quando os pontos são as raízes de um polinômio ortogonal e a função $\theta_j(t)$ faz parte de uma família desses polinômios.

Na resolução do modelo proposto (capítulo 7), usou-se a seguinte aproximação para o conteúdo de umidade, θ , na direção radial r :

$$\theta_N(r^*, t) = \sum_{j=1}^{N+2} \lambda_j(r^*) \theta_j(t) \quad (D.5)$$

onde $l_j(r^*)$ é um polinômio de Lagrange,

$$l_j(r^*) = \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{N+2} (r^* - r_i^*) / (r_j^* - r_i^*) \quad (D.6)$$

e r_j^* , $j = 2, \dots, N+1$, são os zeros do polinômio de Jacobi de ordem N . Os N pontos de colocação internos para satisfazer a Eq. (7.13), devem apresentar resíduos nulos. Já os pontos externos 1 e $N+2$ devem satisfazer as condições de contorno em $r^* = 0$ e em $r^* = 1$, respectivamente. Substituindo-se a aproximação na Eq. (7.13) e nas condições de contorno, dadas pelas Eqs. (7.15) e (7.16), obtêm-se as expressões para os resíduos:

$$R_i(\theta_i, r_i^*) = \left. \frac{\partial \theta_N}{\partial t} \right|_{r^*=r_i^*} - \frac{\alpha e^{\beta \theta_N}}{\eta^2} \left. \frac{\partial \theta_N}{\partial r^*} \right|_{r^*=r_i^*} - \left[\frac{\eta}{r^* \eta + r_1} \cdot \left. \frac{\partial \theta_N}{\partial r^*} \right|_{r^*=r_i^*} + \beta \cdot \left. \left(\frac{\partial \theta_N}{\partial r^*} \right)^2 \right|_{r^*=r_i^*} + \left. \frac{\partial^2 \theta_N}{\partial r^{*2}} \right|_{r^*=r_i^*} \right] = 0 \quad (D.7)$$

para $i = 2, \dots, N+1$

$$R_1(\theta_1, r_1^*) = a \left. \frac{\partial \theta_N}{\partial r^*} \right|_{r^*=r_1^*} - \frac{\eta b}{K(\theta_N)} \cdot \left. \frac{\partial \theta_N}{\partial t} \right|_{r^*=r_1^*} - c \beta \left. \frac{\partial \theta_N}{\partial t} \cdot \frac{\partial \theta_N}{\partial r^*} \right|_{r^*=r_1^*} - \frac{c}{\eta} \cdot \left. \frac{\partial^2 \theta_N}{\partial r^{*2}} \right|_{r^*=r_1^*} = 0 \quad (D.8)$$

$$R_{N+2}(\theta_i, r_{N+2}^*) = \alpha e^{\beta\theta N} \cdot \left. \frac{\partial \theta_N}{\partial r^*} \right|_{r^*=r_{N+2}^*} = 0 \quad (D.9)$$

Considerando-se as seguintes definições:

$$\left. \frac{\partial \theta_N}{\partial r^*} \right|_{r^*=r_i^*} = \sum_{j=1}^{N+2} A_{ij} \theta_j(t) \quad (D.10)$$

$$\left. \frac{\partial^2 \theta_N}{\partial r^{*2}} \right|_{r^*=r_i^*} = \sum_{j=1}^{N+2} B_{ij} \theta_j(t) \quad (D.11)$$

$$A_{ij} = \left. \frac{d}{dr^*} [\varrho_j(r^*)] \right|_{r^*=r_i^*} \quad (D.12)$$

$$B_{ij} = \left. \frac{d^2}{dr^{*2}} [\varrho_j(r^*)] \right|_{r^*=r_i^*} \quad (D.13)$$

e substituindo-se nas Eqs. (D.7), (D.8) e (D.9), obtêm-se o seguinte sistema de equações:

$$\frac{d\theta_i(t)}{dt} = \frac{\alpha e^{\beta\theta_i}}{n} \left[\frac{n}{r_{i,n}^* + r_1} \cdot \sum_{j=1}^{N+2} A_{ij} \theta_j(t) + \beta \cdot \left(\sum_{j=1}^{N+2} A_{ij} \theta_j(t) \right)^2 + \sum_{j=1}^{N+2} B_{ij} \theta_j(t) \right] \quad (D.14)$$

com $i=2, \dots, N+1$.

Para as condições de contorno abaixo:

$$r^* = 0; \quad \frac{d\theta_1(t)}{dt} = \frac{\frac{a}{n} \sum_{j=1}^{N+2} A_{1,j} \theta_j(t) - \frac{c}{n} \frac{d}{dt} \left(\sum_{j=1}^{N+2} A_{1,j} \theta_j(t) \right)}{\frac{b}{K(\theta_1)} + \frac{c\beta}{n} \cdot \sum_{j=1}^{N+2} A_{1,j} \theta_j(t)} \quad (D.15)$$

$$r^* = 1; \quad \sum_{j=1}^{N+2} A_{N+2,j} \theta_j(t) = 0 \quad (D.16)$$

Da condição de contorno (D.16), tem-se:

$$\theta_{N+2} = - \left(\sum_{j=1}^{N+1} A_{N+2,j} \theta_j \right) / A_{N+2,N+2} \quad (D.17)$$

que derivando em relação ao tempo resulta:

$$\frac{d\theta_{N+2}(t)}{dt} = - \left(\sum_{j=1}^{N+1} A_{N+2,j} \frac{d\theta_j}{dt} \right) / A_{N+2,N+2} \quad (D.18)$$

E, assim, as Eqs. (D.14), (D.15) e (D.18) reduzem o modelo do tensiômetro a um sistema de $N+2$ equações diferenciais ordinárias não lineares no tempo.

Os perfis de conteúdo de umidade são, então, obtidos pela integração do sistema de equações diferenciais ordinárias.

Para isso, foi utilizado, no presente trabalho, um método de integração numérica do tipo Runge-Kutta Gears [43].

Ao ser aplicada a colocação ortogonal, dois fatores são particularmente importantes para estabelecer a precisão da solução e o tempo de computação gasto: as propriedades do polinômio ortogonal escolhido, e o número de pontos de colocação usados.

De forma genérica, os polinômios ortogonais podem ser representados por $P_i^{\lambda, \xi}(x)$, sendo os membros desta família ortogonais em relação a uma função peso $W^{\lambda, \xi}(x)$. Desse modo, para $W^{\lambda, \xi}(x) = (1-x)^\lambda \cdot x^\xi$, diferentes valores de λ e/ou ξ produzem diferentes polinômios. Os valores de λ e ξ determinam a distribuição dos zeros do polinômio dentro do intervalo da aproximação. Quando λ e ξ são grandes, os zeros encontram-se no meio do intervalo. A utilização de valores baixos faz com que os zeros fiquem mais distribuídos.

O grau de aproximação obtido em relação à distribuição de zeros depende do problema específico. A adoção do polinômio adequado pode significar boa precisão para poucos pontos de colocação e, conseqüentemente, pequeno tempo de processamento. Para o modelo do tensiômetro em estudo, tendo em vista suas características e a estabilidade das aproximações obtidas, acabou-se por adotar $\lambda = 1$ e $\xi = 3$.

A P Ê N D I C E EVALORES TABELADOS DA FUNÇÃO $\Psi(\theta)$ RELATIVA À MISTURA AREIA-CAULIM

Os valores aqui apresentados correspondem à linha traçada na Fig. (4.4), relativa ao tensiômetro, e foram utilizados na resolução numérica do modelo, procedendo-se, sempre que necessário, interpolações lineares entre os mesmos.

θ (cm ³ . cm ⁻³)	Ψ (cm H ₂ O)
0,0338	302,3
0,0363	237,5
0,0413	196,0
0,0495	139,0
0,0578	100,0
0,0660	75,6
0,0743	65,3
0,0825	57,5
0,0908	51,5
0,0990	47,5
0,1073	44,7
0,1155	42,7
0,1238	40,8
0,1320	39,0
0,1403	37,5

θ (cm ³ . cm ⁻³)	Ψ (cm H ₂ O)
0,1485	36,0
0,1568	34,8
0,1650	33,7
0,1733	32,8
0,1815	31,9
0,1980	29,8
0,2145	27,8
0,2310	25,9
0,2475	23,5
0,2640	20,9
0,2805	17,8
0,2888	15,2
0,2970	8,9
0,3053	2,0
0,3089	0,0