

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

AMPLIFICADOR DE ISOLAMENTO GALVÂNICO
COM MODULAÇÃO POR LARGURA DE PULSO

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA
CATARINA PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA

FERNANDO REICHERT

FLORIANÓPOLIS, JANEIRO 1987

AMPLIFICADOR DE ISOLAMENTO GALVÂNICO
COM MODULAÇÃO POR LARGURA DE PULSO

Fernando Reichert

ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
MESTRE EM ENGENHARIA, ESPECIALIDADE ENGENHARIA ELÉTRICA E
APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO.

Carlos Zanchin

Prof. Carlos Inácio Zanchin, M.Sc.

ORIENTADOR

Walter Celso de Lima

Prof. Walter Celso de Lima, Sc.D.

CO-ORIENTADOR

Luiz Gonzaga de Souza Fonseca

Prof. Luiz Gonzaga de Souza Fonseca, D.Sc.
Coordenador do Curso de Pós-Graduação em
Engenharia Elétrica

BANCA EXAMINADORA:

Edith Ranzini

Prof.^a Edith Ranzini, D.Sc.

Márcio Cherem Schneider

Prof. Márcio Cherem Schneider, D.Sc.

Walter Celso de Lima

Prof. Walter Celso de Lima, Sc.D.

Carlos Zanchin

Prof. Carlos Inácio Zanchin, M.Sc.

A minha esposa Adilia

Aos meus filhos Eduardo e Bruno

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Carlos Inácio Zanchin pela amizade e pela inestimável ajuda prestada na orientação deste trabalho.

Aos meus colegas da Divisão de Manutenção de Usinas Hidreléticas da Eletrosul pelo incentivo e pelas contribuições valiosas.

Ao Departamento de Geração Hidráulica e à Biblioteca da Eletrosul pelo apoio e pela ajuda prestada.

À Universidade Federal de Santa Catarina e à Eletrosul pelo apoio financeiro.

S U M Á R I O

SIMBOLOGIA	x
RESUMO	xv
ABSTRACT	xvi
CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO	
1.1 - O Amplificador Isolador	01
1.2 - Investigação sobre os Diferentes Tipos de Amplificadores de Isolamento Galvânico	03
1.2.1 - Modulação de Amplitude	03
1.2.2 - Modulação de Tempo de Pulso	04
1.2.3 - Modulação de Intensidade Luminosa	05
1.2.4 - Modulação por Conversão A/D e D/A	05
1.3 - Especificações de Projeto de um Amplificador isolador que Utiliza o Método PWM	06
1.4 - Metodologia do Trabalho	08
CAPÍTULO 2 - HISTÓRICO DA MODULAÇÃO DE LARGURA DE PULSOS	
2.1 - Desenvolvimento dos Primeiros Moduladores de PWM ...	11
2.2 - Outras Concepções Alternativas de Amplificadores por PWM	14
2.3 - Crescimento do Número de Aplicações do Método PWM com o Surgimento de Novas Tecnologias	14

2.4 - Tendência Atual da Técnica de Fabricação de Amplificadores Isoladores por PWM	16
---	----

CAPÍTULO 3 - ANÁLISE ESPECTRAL DA PWM TEÓRICA

3.1 - Modulação de Largura de Pulsos Simétrica de Um Trem de Pulsos Ideais	17
3.2 - Modulação de Largura de Pulsos Simétricos de Um Trem de Pulsos com Tempos de Transição não Nulos	25
3.3 - Modulação de Largura de Pulsos Simétrica de Um Trem de Pulsos com Assimetria de Largura e Amplitude ...	33

CAPÍTULO 4 - ANÁLISE DA LINEARIDADE DA PWM

4.1 - Princípio de Funcionamento de um Gerador de Onda Triangular Básico	41
4.2 - Determinação do Erro de Não Linearidade da Onda Triangular	44
4.3 - Fonte de Corrente Constante para o Gerador de Onda Triangular	48

CAPÍTULO 5 - FILTROS PARA DEMODULAÇÃO DA PWM

5.1 - Introdução	53
5.2 - Seleção do Tipo de Filtro para o Demodulador PWM ..	53
5.3 - Relação entre W_f , W_o , W_p e W_3 dB	59
5.4 - Cálculo dos Componentes do Filtro	62
5.5 - Análise de Sensibilidades	63

5.6 - Aproximação do Módulo do Ganho do Filtro	66
--	----

CAPÍTULO 6 - A ANÁLISE DA DISTORÇÃO HARMÔNICA

6.1 - Determinação da Distorção Harmônica Total	71
6.1.1 - Equações Gerais	71
6.1.2 - Equações Simplificadas	74

CAPÍTULO 7 - PROJETO DE UM AMPLIFICADOR PWM DE ISOLAMENTO GALVÂNICO

7.1 - Especificações Básicas	87
7.2 - Descrição dos Blocos do Amplificador Isolador PWM .	88
7.2.1 - Modulador PWM	89
7.2.2 - Demodulador PWM	93
7.2.3 - Amplificador de Saída e Conversor V-I	96
7.2.4 - Fontes de Alimentação	96
7.3 - Determinação dos Parâmetros do Modulador PWM	98
7.3.1 - Geração da Onda Triangular	98
7.3.2 - Grampeamento do Sinal de Onda Triangular na Modulante PWM e Geração dos Pulsos PWM	101
7.4 - Determinação dos Parâmetros do Demodulador PWM	102
7.4.1 - Compensação dos Retardos de Tempos do Aco- plador Ótico	102
7.4.2 - Limitação da Amplitude dos Pulsos	104
7.4.3 - Filtragem das Harmônicas para Recuperação do Sinal Modulante	106

7.5 - Determinação dos Parâmetros dos Circuitos de Referência de Tensão e do Conversor Tensão-Corrente ...	110
7.5.1 - Geração das Referências de Tensão para o Modulador e o Amplificador de Tensão de Saída .	110
7.5.2 - Conversão Tensão-Corrente de Saída	112
7.6 - Projeto das Fontes de Alimentação	115
7.6.1 - Conversor CC-CC da Fonte de Alimentação ...	115
7.6.2 - Fontes Secundárias de Tensão CC Regulada ..	126
7.7 - Cálculo de Projeto de um Amplificador PWM de Isolamento Galvânico	128
7.7.1 - Frequência de Portadora do Modulador	128
7.7.2 - Resultados de Polarização das Fontes de Corrente Constante do Gerador de Onda Triangular	129
7.7.3 - Escolha dos Transistores Bipolares das Fontes de Corrente Constante I e $2I$	130
7.7.4 - Resistores de Carga do Detetor de Cruzamento por Zero	132
7.7.5 - Resistores de Polarização do Circuito de Compensação de Retardo de Tempo	133
7.7.6 - Resistor de Polarização do Limitador de Amplitude	134
7.7.7 - Resistores e Capacitores do Filtro Passa-Baixas	134
7.7.8 - Resistor das Fontes de Corrente de Referência	

cia de Tensão Regulada para o Modulador e o Amplificador de Tensão da Saída	135
7.7.9 - Resistor de Ganho do Conversor V-I	136
7.7.10 - Resistor e Capacitor da Constante de Tem po de Retardo de Comando das Chaves Ele- trônicas do Conversor CC-CC	136
7.7.11 - Capacitor de Filtro das Fontes Secundárias	137
7.8 - Circuito Completo do Protótipo de Laboratório do Amplificador PWM com Isolamento Galvânico	138
CAPÍTULO 8 - RESULTADOS	146
CAPÍTULO 9 - DISCUSSÃO E CONCLUSÕES	170
APÊNDICE 1	178
APÊNDICE 2	205
APÊNDICE 3	208
APÊNDICE 4	211
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	213

S I M B O L O G I A

A	=	Área da Seção do Núcleo do Transformador.
A_{np}	=	Amplitude da Harmônica de Portadora de Índice n .
$A_{np \pm mq}$	=	Amplitude da Componente de Batimento entre a Portadora de Ordem n e a Modulante de Ordem m .
A_q	=	Amplitude da Modulante.
A_w	=	Área de Fio do Transformador.
B_m	=	Densidade de Fluxo de Saturação.
β_0	=	Ganho de Corrente do Transformador Bipolar para Pequenos Sinais.
B_w	=	Largura da Banda Passante do Amplificador.
C_t	=	Capacitor de Geração das Rampas da Onda Triangular.
d_0	=	Duração de Pulso não Modulado de 50% de Ciclo de Condução.
D_{TH}	=	Distorção Harmônica.
e	=	Carga do Elétron.
ϵ	=	Fator de Ondulação.
f_o	=	Frequência de Operação do Gerador de Onda Triangular.
f_T	=	Frequência de Transição de Transistor ou Fototransistor.

- g_m = Transcondutância Incremental do Transistor Bipolar.
- h_{FE} = Ganho de Corrente Contínua do Transistor Bipolar.
- H_1 = Campo Magnético.
- I_C = Corrente de Coletor do Transistor Bipolar.
- I_E = Corrente de Emissor do Transistor Bipolar.
- I_S = Corrente de Entrada do Amplificador PWM.
- k = Índice de Modulação ou Profundidade de Modulação de Largura dos Pulsos.
- \bar{k} = Constante de Boltzman.
- ℓm_1 = Caminho Magnético.
- L_p = Indutância de Primário do Transformador.
- m = Relação de Número de Espiras entre o Enrolamento Auxiliar e o Enrolamento Principal do Transformador.
- N_p = Número de Espiras do Enrolamento Primário do Transformador.
- N_s = Número de Espiras do Enrolamento Secundário do Transformador.
- N_{St} = Número de Espiras do Enrolamento Auxiliar do Transformador.
- p = Frequência Angular da Portadora.

- PWM = Modulação de Largura de Pulsos.
- ω = Freqüência Angular da Modulante.
- ξ = Fator de Amortecimento
- R_D = Resistência Refletida pelo Circuito Compensador de Retardo de Tempo.
- R_E = Resistência de Emissor do Transistor Bipolar.
- R_O = Resistência Equivalente de Saída.
- r_{π} = Resistência Incremental de Entrada.
- r_o = Resistência de Saída do Transistor para Pequenos Sinais.
- r_x = Resistência Incremental de Base.
- r_{μ} = Resistência Incremental de Fuga.
- R_w = Resistência Equivalente de Secundário.
- T = Temperatura Absoluta.
- U_{np} = Fator de Distorção Devido à Harmônica de Portadora de Ordem n.
- $U_{np \pm mq}$ = Fator de Distorção Devido à Componente de Batimento entre a Portadora de Ordem n e a Modulante de Ordem m.
- V_{BE} = Tensão entre Base e Emissor do Transistor Bipolar.
- V_C = Tensão sobre o Capacitor C_t .

V_{CE}	= Tensão entre Coletor e Emissor do Transistor Bipolar.
V_D	= Tensão de Polarização Direta do Diodo Zener.
V_{DROD}	= Queda de Tensão sobre o Elemento Regulador.
V_E	= Tensão de Entrada do Amplificador PWM.
V_f	= Tensão Final da Rampa.
V_F	= Tensão de Polarização Direta do Diodo Retificador.
V_i	= Tensão Inicial da Rampa.
V_{OSAT}	= Tensão de Saturação de Saída do Amplificador Operacional.
V_S	= Tensão de Saída do Amplificador PWM.
V_{St}	= Tensão do Enrolamento Auxiliar do Transformador.
V_T	= Tensão Termodinâmica.
V_{TH}	= Tensão Thévenin.
V_Z	= Tensão de Ruptura Reversa do Diodo Zener.
V_1	= Tensão de Enrolamento Primário do Transformador.
V_2	= Tensão de Enrolamento Secundário do Transformador.
ω	= Freqüência Angular.
α	= Ganho de Corrente de Base Comum do Transistor Bipolar.
I_D	= Corrente de Dreno do JFET.

I_{DSS} = Corrente de Saturação de Dreno do JFET.

V_p = Tensão de Pinçamento.

R E S U M O

Os amplificadores isoladores por modulação de largura de pulsos (PWM) apresentam características muito adequadas na medição de variáveis elétricas com isolamento galvânico.

Nesse trabalho são comparados os diferentes métodos de modulação de pulsos em amplificadores isoladores, a origem do método PWM e são mostrados os erros de linearidade e as distorções produzidas por esse método através de análise espectral.

São apresentadas expressões matemáticas que foram especialmente desenvolvidas para se determinar o erro de distorção harmônica devido às deformações dos pulsos.

Projetou-se e montou-se um protótipo de laboratório de um amplificador PWM com isolamento galvânico entre estágios de entrada e de saída e da fonte de alimentação (three-port isolator).

A B S T R A C T

Pulse-width modulated amplifiers present very interesting and desirable characteristics for monitoring electrical variables with galvanic isolation.

This work compares different methods of pulse modulation in isolation amplifiers, describes the origin of the PWM method and shows deviations from linearity and distortion produced by this method.

Mathematical expressions are presented which were specially derived to determine deviations of harmonic distortion caused by pulse deformation.

A laboratory PWM amplifier prototype with galvanic isolation between input stage, output stage and power supply stage was developed.

C A P Í T U L O 1

INTRODUÇÃO

1.1 - O Amplificador Isolador

Amplificadores de isolamento galvânico ou isoladores têm sido usados com frequência em sistemas eletrônicos de medição e registro para auxiliar na eliminação de malhas de terra e proteger os operadores de instrumentos de tensões elevadas.

O amplificador isolador é um amplificador com ganho ajustável dentro de certos limites sem necessidade de realimentação externa, tal como o amplificador de instrumentação, e que proporciona uma amplificação linear com impedância de modo comum muito mais elevada.

Para tanto, o amplificador isolador possui uma barreira de isolamento interna, a transformador eletromagnético ou a acoplador ótico, que produz uma descontinuidade galvânica entre seus terminais de entrada e de saída ou, ainda, entre esses terminais e os terminais da fonte de alimentação [49].

A gama de aplicações dos amplificadores isoladores se estende à indústria, centros de pesquisa, biomedicina e, progressivamente, a sistemas de aquisição de dados onde existe necessidade de isolamento elétrica entre várias fontes de sinal e um centro de processamento de dados como, por exemplo, em equipamentos de monitoração para transmissão e geração de energia elétrica.

Na medição de pequenos sinais em presença de grandes sinais de modo comum com oscilógrafos de feixe luminoso, sistemas de gravação com fita magnética e osciloscópios, os amplificadores isoladores são mais indicados por sua elevada razão de rejeição de modo isolamento (IMRR), que é geralmente de uma a duas vezes maior que a razão de rejeição de modo comum (CMRR) dos amplificadores de instrumentação [35].

Outras características desejadas em um amplificador de isolamento galvânico de um sistema de medição são:

- Pequeno erro de linearidade
- Alta tensão de ruptura da isolação
- Banda passante maior que a máxima frequência do sinal de entrada.
- Alta precisão de ganho.

Ainda outras características adicionais podem ser necessárias, tais como:

- Baixa geração de sinais eletromagnéticos
- Alta imunidade a interferências eletromagnéticas.
- Possibilidade de ajuste do valor de ganho
- Disponibilidade de tensão de calibração
- Disponibilidade de filtros para eliminação de ruídos indesejáveis do sinal de entrada
- Possibilidade de alimentação tanto por tensão de CA como por tensão de CC.
- Capacidade de suprimento do sinal de saída tan

to em tensão como em corrente.

1.2 - Investigação sobre os Diferentes Tipos de Amplificadores de Isolamento Galvânico

Diversos métodos foram desenvolvidos para modulação do sinal a ser transmitido através da barreira de isolamento galvânica dos amplificadores isoladores; dentre eles, os principais são:

- Modulação de amplitude
- Modulação de tempo de pulso (PWM, PFM)
- Modulação de intensidade luminosa
- Modulação por conversão A/D e D/A

1.2.1 - Modulação de Amplitude

Esse método de modulação é empregado em transformadores eletromagnéticos e consiste em chavear a amplitude de tensão (Chopper) para transmissão por efeito eletromagnético, em que o sinal de entrada é transformado em um trem de pulsos que contém todas as propriedades desse sinal [10].

Devido às características de grande estabilidade de ganho de acoplamento dos transformadores eletromagnéticos, esse método é adequado para modulação de sinais de baixa frequência, e o erro do sinal de saída depende, praticamente, da relação entre a largura dos pulsos, que é fixa, e a constante de tempo do filtro de reconstituição do sinal modulante.

1.2.2 - Modulação de Tempo de Pulso

O método em referência pode ser de modulação de frequência de pulso (PFM) ou de modulação de largura de pulso (PWM), e normalmente é empregado em acopladores óticos.

Pelo método da PWM modula-se o ciclo de condução de um trem de pulsos de frequência fixa e no processo de demodulação recupera-se a informação da modulante por meio de um filtro passa-baixas que fornece o valor médio da amplitude do trem de pulsos modulado em largura.

O método de modulação PFM utiliza um conversor amplitude - frequência, em que o sinal analógico de entrada é transformado em um trem de pulsos e o intervalo de tempo entre os pulsos é uma função linear da amplitude desse sinal. Na etapa de demodulação do amplificador isolador é empregado um circuito amostragem e retenção ("Sample/Hold") controlado pela frequência do trem de pulsos.

Assim, o tempo de resposta é função do nível do sinal de entrada e, quando há necessidade de se medir a saída do amplificador durante um pequeno período de tempo, poderá ser exigido um valor impraticável de frequência de repetição dos pulsos, também chamada de frequência de portadora.

Ambos os métodos acima possibilitam a construção de amplificadores isoladores com erros de não linearidade muito baixos dependendo do tipo de componentes empregados, sendo que o método PWM proporciona maior largura de faixa dinâmica e maior facilidade na recuperação da modulante.

1.2.3 - Modulação de Intensidade Luminosa

Nesse caso, o sinal analógico modulante é transmitido diretamente através de um acoplador ótico, operando-se na região linear desse elemento. A precisão e a linearidade do amplificador isolador ficam prejudicadas pela variação da eficiência do diodo emissor de luz, que depende da temperatura e do tempo de operação [5].

Em lugar de se reduzir a corrente de polarização do diodo emissor de luz, que poderia provocar uma diminuição inconveniente da relação sinal/ruído, compensa-se a não linearidade do amplificador, dentro de certos limites, adotando-se um arranjo de realimentação para estabilização do ganho [48]. Com dois diodos emissores de luz casados, operando na malha de realimentação de um amplificador operacional, a estabilidade do ganho vai depender da manutenção da semelhança entre as características dos dois diodos ao longo do tempo e com as variações da temperatura. Se, por um lado, a modulação da intensidade luminosa não é adequada para transmissão de formas de onda de grandes períodos de tempo, por outro lado essa é uma excelente alternativa no caso de transmissão de sinais de alta frequência.

1.2.4 - Modulação por Conversão A/D e D/A

O método de transmissão de sinais digitais através de acopladores óticos, que utiliza um conversor A/D como modulador e um conversor D/A como demodulador do amplificador isolador [36], elimina a desvantagem de instabilidade de ganho, porém é uma proposição que implica na elevação dos custos e da

complexidade do circuito.

Além disso, a taxa de amostragem limita a banda de resposta de frequências do amplificador isolador, principalmente tratando-se de elevada resolução em que as palavras transmitidas devem conter número grande de bits. Por exemplo precisão de 0,1% requer palavras de 10 bits [18].

1.3 - Especificações de Projeto de um Amplificador Isolador que Utiliza o Método PWM

Pelo método da PWM toda a informação do sinal de entrada fica contida na largura dos pulsos e, nesse caso, a amplitude do sinal modulado pode ser afetada por interferências externas sem prejudicar seriamente a precisão do ganho do amplificador; por isso, a PWM com acoplador ótico, além de não gerar interferências eletromagnéticas, apresenta maior imunidade a EMI e conseqüentemente, proporciona maior grau de linearidade ao amplificador isolador [34].

Adicionalmente, o diodo emissor de luz do acoplador ótico opera sob regime de chaveamento evitando-se, dessa forma, os desvios de ganho e de ruído intrínseco durante períodos de tempo de operação mais longos.

Propõe-se desenvolver um amplificador isolador pelo método da modulação de tempo de pulso, especificamente pela PWM, com acoplador ótico como barreira de isolamento entre os estágios de entrada e de saída e com acoplamento a transformador eletromagnético entre esses estágios e a fonte de alimentação primária, tendo em vista a necessidade de transmissão de energia entre ambos.

O amplificador deverá apresentar as seguintes características:

- Máximo erro de não linearidade = $\pm 0,1\%$
- Banda de resposta de frequência = 0 - 200 Hz
(Máxima variação de ganho de 0,1%)
- Isolamento elétrico entre entrada e saída com tensão de ruptura de 2.000 Volts em CC
- Alimentação por tensão de CC
- Máxima ondulação da tensão de saída (F.S.) = 1%
- Tensão de entrada = ± 5 Volts
- Tensão de saída = ± 10 Volts
- Corrente de saída = ± 5 mA
- Ganho $G_v = -2$

O amplificador em referência será utilizado em medições instantâneas de variáveis elétricas de enrolamento de campo de geradores síncronos de grande porte de usinas hidrelétricas, inclusive em circuitos de proteção desses geradores. Para tanto, o amplificador deverá apresentar a opção de alimentação por tensão CC, que é a tensão primária de maior confiabilidade dentre as existentes nos circuitos de alimentação de instrumentos das usinas hidrelétricas.

Como se trata de aplicação em malha aberta e são permissíveis constantes de tempo de resposta dezenas de vezes maiores que a do amplificador, em princípio não existe ne

nhuma restrição em relação à defasagem causada pelo amplificador isolador PWM. Assim, o Diagrama de Blocos simplificado para o equipamento proposto é apresentado na Figura 1.1

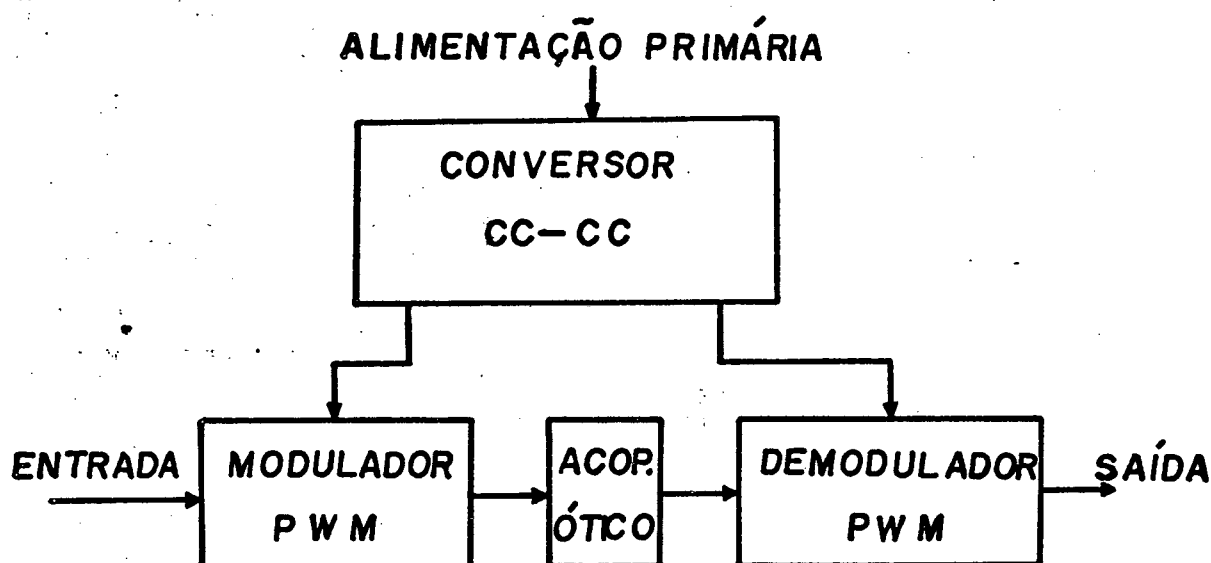


Figura 1.1 - Diagrama de Blocos do Amplificador de Isolamento Galvânico Proposto.

1.4 - Metodologia do Trabalho

Inicialmente, o Capítulo 2 apresenta um histórico da PWM, mostrando sua evolução e suas diferentes modalidades.

No Capítulo 3 é desenvolvida a análise espectral do sinal modulado. Essa análise, envolve o desenvolvimento de equações da função no tempo de um trem de pulsos modulados em largura, por expansão em série de Fourier e de fatores de distorção que possibilitam calcular teoricamente a contribuição individual de cada componente harmônica, seja de portadora ou de intermodulação, na distorção harmônica total.

Uma vez definido o tipo de modulador PWM a ser empregado, no caso, um modulador por amostragem natural e com modulação de largura de pulsos simétrica, trata-se, no Capítulo 5, do estudo do tipo de filtro passa-baixas mais adequado para realizar a demodulação PWM atendendo um compromisso de menor afastamento entre as frequências de modulante e de portadora do modulador e menor distorção harmônica de saída do demodulador, considerando a ondulação da curva de ganho do filtro, inclusive.

A análise da linearidade de um circuito PWM teórico requer um estudo das principais fontes de não linearidade que, no presente caso, encontram-se no gerador de onda triangular isósceles do modulador.

A fonte de corrente constante com transistor bipolar é pesquisada no Capítulo 4. Para orientar o procedimento de minimização do erro de não linearidade na geração das rampas de uma onda triangular pelo método da integração capacitiva, são desenvolvidas equações desse erro em função de parâmetros do transistor bipolar.

No Capítulo 5 são apresentados os critérios de seleção do filtro de demodulação do sinal PWM para o caso do amplificador cujos requisitos estão relacionados em 1.3

Para determinar o mínimo valor de frequência de repetição dos pulsos, ou de portadora, no Capítulo 6 desenvolvem-se equações que a relacionam com a distorção harmônica total admitida e o índice de modulação, restritas ao tipo de filtro passa-baixas escolhido.

O projeto de um amplificador PWM com isolamento galvânico é delineado a partir de especificações básicas sob a forma de blocos no Capítulo 7.

O protótipo foi montado e testado em laboratório com resultados que são apresentados no Capítulo 8.

Modernamente, em países de alta tecnologia, procura-se desenvolver amplificadores de isolamento galvânico de tipo monolítico por apresentarem vantagens importantes no que se refere a volume, consumo, flexibilidade de uso e, de um modo geral, todas aquelas características de componentes integrados. Os dados disponíveis no presente apontam para, no futuro, uma utilização quase exclusiva dos integrados híbridos ou monolíticos, nesta área. No entanto, na situação atual do desenvolvimento tecnológico do país, onde não se vislumbra uma definição clara na área de componentes e microeletrônica, este trabalho surge como uma alternativa de realização, a preço compensador e qualidade de laboratório.

C A P Í T U L O 2

HISTÓRICO DA MODULAÇÃO DE LARGURA DE PULSOS

O método PWM teve a sua origem na área de telecomunicações e, posteriormente, foi introduzido nas áreas de áudio e de equipamentos industriais.

Com o advento de novos avanços tecnológicos na fabricação de componentes eletrônicos, o método PWM passou a ser empregado no projeto de amplificadores isoladores devido às vantagens de elevado grau de linearidade e grande imunidade a interferências externas.

2.1 - Desenvolvimento dos Primeiros Moduladores de PWM

A modulação de largura de pulsos (PWM) ou modulação de comprimento de pulsos (PLM), mais recentemente conhecida por modulação de duração de pulsos (PDM) é, teoricamente, uma subdivisão da modulação de tempo de pulsos (PTM), assim como a modulação de frequência de pulsos (PFM) e a modulação de posição de pulsos (PPM) [38].

A aplicação prática da modulação de tempo de pulsos teve seu primórdio na área de telecomunicações, mais precisamente no Paris Laboratories da International Telephone and Telegraph Corporation, França, em 1937 e tinha o objetivo de melhorar a relação sinal/ruído de equipamentos de comunicação de voz através da PPM [12].

Em 1941, o Ministério de Suprimentos dos USA ini

ciou trabalhos experimentais em PWM somado o sinal modulante com uma onda tipo dente de serra, e o sinal resultante era aplicado em um circuito de gatilhamento dado por um amplificador valvulado. O diagrama em blocos deste modulador é apresentado na Figura 2.1.

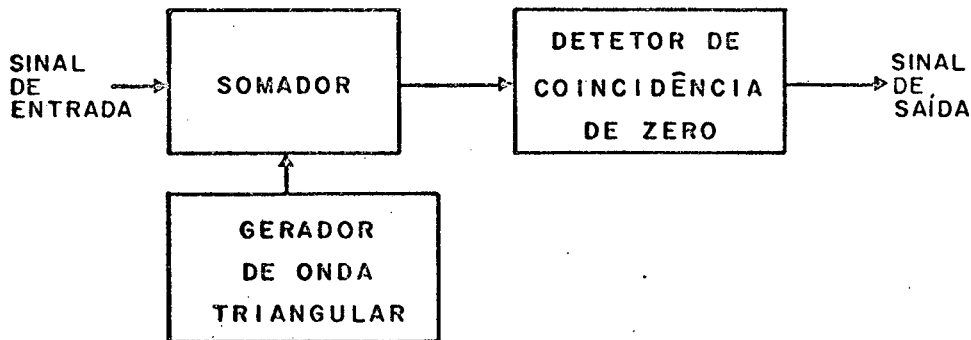


Figura 2.1 - Modulador de PWM em Blocos.

O emprego de ondas triangulares do tipo dente de serra produz modulação assimétrica, ou seja, somente um dos tempos de transição dos pulsos é modulado no eixo dos tempos. Nos primeiros moduladores PWM, freqüentemente modulava-se o tempo de transição negativo dos pulsos.

A modulação simétrica, em que ambos os tempos de transição dos pulsos são modulados, é obtida por meio de um gerador de onda triangular com forma de triângulo isósceles em lugar de dente de serra. Esta técnica de modulação também é conhecida por amostragem natural.

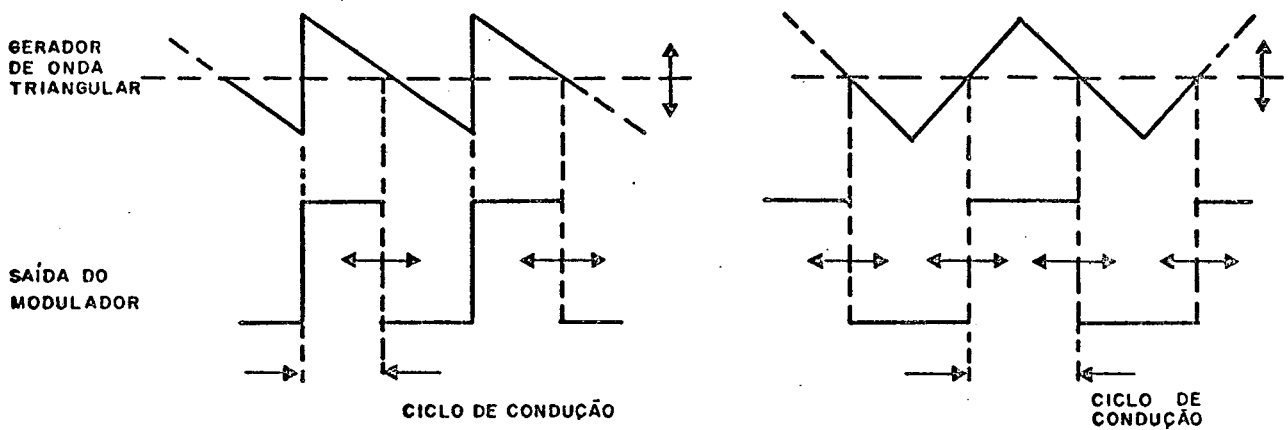


Figura 2.2 - Modulação PWM Assimétrica e Simétrica por Amostragem Natural.

Posteriormente, desenvolveu-se uma forma de produzir a modulação da largura dos pulsos diretamente que consistia em disparar continuamente um multivibrador monoestável de retardo linear através de pulsos estreitos [38, 9, 19]. Esses pulsos eram denominados de pulsos de sincronismo e o valor de período de tempo entre dois pulsos seqüenciais era fixo, enquanto que o ciclo de condução dos pulsos da saída era função linear da amplitude do sinal de entrada.

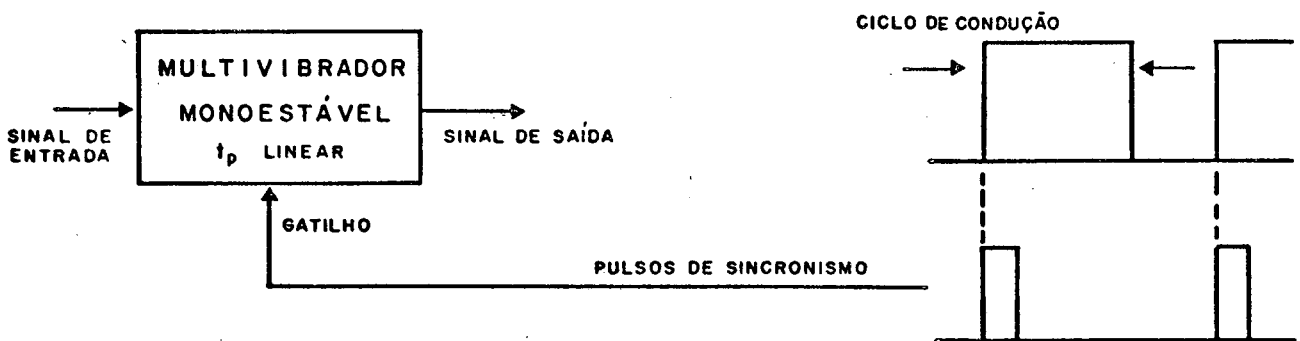


Figura 2.3 - Modulação PWM Direta por Gatilhamento de um Multivibrador Monoestável.

2.2 - Outras Concepções Alternativas de Amplificadores por PWM

Empregando amplificadores valvulados procurava-se produzir deslocamento de fase dos tempos de transição dos pulsos por meio de componentes reativos [7]. A precisão do modulador dependia da aproximação $\tan \phi = \phi$, onde ϕ era igual à diferença de fase provocada pelas reatâncias e, como os pulsos eram gerados a partir de ondas senoidais, existia certo grau de incerteza na definição dos intervalos de tempo de inícios e de final de cada pulso.

Em 1952 adaptava-se um circuito gerador de pulsos cuja curva característica duração de pulso versus tensão de entrada era uma hipérbole retangular [8], e obtinha-se boa linearidade apenas para pulsos muito longos ou muito estreitos.

Prevaleceu a técnica simples de somar o sinal de entrada com uma onda triangular, que possui uma relação linear entre amplitude e tempo, e aplicar o sinal resultante em um recortador de amplitude, cuja distorção produzida era admissível nos casos de transmissão de voz.

2.3 - Crescimento do Número de Aplicações do Método PWM com o Surgimento de Novas Tecnologias

Na época em que se utilizava indiscriminadamente a válvula termoiônica, a distorção total dos moduladores era causada não só pelas frequências de intermodulação, que veremos no Capítulo seguinte, mas também pelas não linearidades das características de transferência dos circuitos.

Com o advento dos semicondutores surgiram novas

alternativas de se realizar moduladores de PWM mais precisos.

Já em 1958 foram verificados os melhoramentos em termos de precisão que o uso dos transistores em circuitos multiplicadores, por divisão do tempo, podia produzir em computadores analógicos [41].

Na área de áudio, a idéia de utilizar técnicas de modulação de pulsos para amplificação de sinais de som já havia sido proposta em 1930 por B.D. Bedford; porém, os componentes disponíveis na época eram os thyratrons que apresentavam grandes limitações de frequência de operação e válvulas termoiônicas que apresentavam impedâncias de saída muito elevadas.

Quando se passou a construir amplificadores de áudio por PWM com transistores, denominados de amplificadores classe D, esses puderam concorrer com os amplificadores lineares em termos de qualidade e fidelidade, com a vantagem adicional de oferecerem maior eficiência. Observou-se que a linearidade do amplificador classe D dependia diretamente da linearidade da onda triangular do modulador de PWM [4, 42].

Na área de equipamentos industriais, por volta de 1960, a AEG Telefunken lançou um sistema denominado de LOGIDYN [1] de comando elétrico por duração de pulsos que poderia ser o precursor do atual amplificador de isolamento galvânico por PWM.

Na década de 1970 iniciou-se a fabricação de amplificadores isoladores de acoplamento a transformador eletromagnético por PWM para obter um grau de linearidade superior aos demais [34] existentes no mercado. O sinal de portadora era gerado internamente no próprio amplificador e a demodulação era realizada por um filtro passa-baixas de constante de tempo RC. Cada estágio possuía a sua fonte de tensão isolada.

2.4 - Tendência Atual da Técnica de Fabricação de Amplificadores Isoladores por PWM

Atualmente, procura-se reduzir as dimensões dos módulos amplificadores isoladores utilizando-se transformadores em circuitos híbridos e fixando-se os seus núcleos de ferrite diretamente no substrato para aumentar a rigidez do conjunto. [35]. Procura-se aumentar o valor da frequência de portadora para expandir a banda de resposta de frequência e reduzir dimensões dos elementos do filtro do demodulador.

Os acopladores óticos estão sendo usados em lugar dos transformadores eletromagnéticos para evitar a geração de sinais de interferência da portadora e de intermodulação. No caso de PWM; porém, sempre é necessário um transformador eletromagnético entre a fonte de alimentação primária e as fontes de tensão dos estágios de entrada e de saída do amplificador isolador.

A Yokogawa Electric Works, Ltd., passou a empregar acopladores óticos como barreira de isolamento em seus amplificadores isoladores mais recentes, excitando-os por um modulador PWM [51]. Nos amplificadores mais antigos, eram utilizados transformadores eletromagnéticos cuja excitação ficava por conta de um circuito de chaveamento alternado (Chopper) [52]. Com essas mudanças, entre outras, a linearidade dos amplificadores passou de $\pm 0,3\%$ para $\pm 0,05\%$ e a banda de resposta de 0-2,5 KHz para 0-5 KHz.

C A P Í T U L O 3

ANÁLISE ESPECTRAL DA PWM TEÓRICA

Na literatura especializada em PWM, frequentemente encontramos observações sobre as distorções do sinal de saída devido aos erros introduzidos pelos tempos finitos de transição dos pulsos sem, no entanto, haver um maior aprofundamento que possibilite quantizar a ordem de grandeza dessas distorções.

Neste Capítulo serão apresentadas as funções do tempo que representam um trem de pulsos ideais modulados em largura, com tempos de transição nulos, e não ideais, com tempos de transição finitos, diferentes entre si, e com assimetria na largura e na amplitude dos pulsos.

A partir dessas funções serão determinados os fatores de distorção teóricos que são causados pelas componentes espectrais de uma PWM dadas pela portadora e suas harmônicas superiores e pelas harmônicas de intermodulação.

3.1 - Modulação de Largura de Pulsos Simétrica de um Trem de Pulsos Ideais

Considere-se um trem de pulsos de tempos de transição nulos, com largura fixa d , centrados na origem, conforme a Figura 3.1 [25].

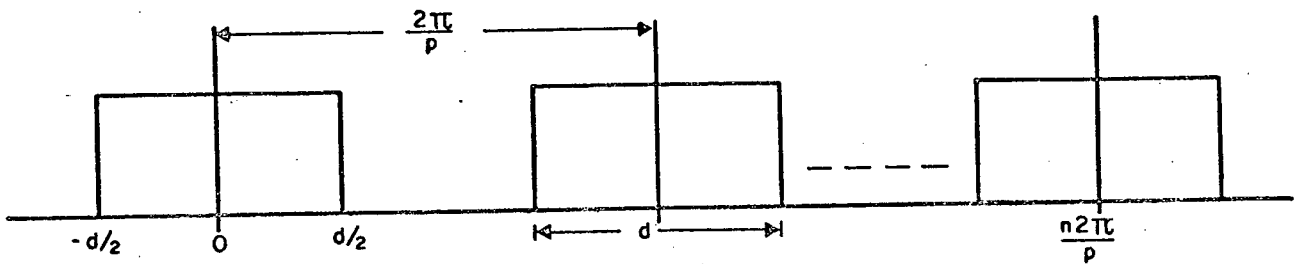


Figura 3.1 - Trem de Pulsos Ideais não Modulados.

Por expansão em série de Fourier obtém-se a seguinte expressão para representar o trem de pulsos no tempo:

$$f(t) = \frac{pd}{2\pi} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1}{n} \operatorname{sen} \frac{npd}{2} \right] \cos n p t \quad (3.1)$$

Onde: p = frequência angular de repetição dos pulsos (rad/s)

n = número de índice da harmônica de p

Se esses pulsos forem modulados de forma simétrica por um sinal cosenoidal, ambos os tempos de transição variarão e a largura d será uma função do tempo proporcional ao sinal modulante cosenoidal.

Expressões para o sinal modulante e a duração dos pulsos, são:

$$l_s = k \cos q t$$

$$d = d_0 (1 + k \cos q t) \quad (3.2)$$

Onde:

- k = coeficiente de proporcionalidade da largura ou índice de modulação da largura ($|k| \leq 1$);
- d_0 = duração média do pulso, ou duração não modulada;
- q = frequência angular do sinal modulante (rad/s).

Substituindo-se a equação (3.2) na equação (3.1)

a função $f(t)$ se altera para:

$$f(t) = \frac{pd_0}{2\pi} (1 + k \cos q t) + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1}{n} \operatorname{sen} \left[\left(\frac{npd_0}{2} \right) \right. \right. \quad (3.3)$$

$$\left. \left. (1 + k \cos q t) \right] \right] \cos n p t$$

Fazendo a aplicação de algumas igualdades trigonométricas e substituindo algumas dessas por funções de Bessel, (ver Apêndice 1.A), a função acima se torna, no caso de trem de pulsos não modulado sendo onda quadrada

$$f(t) = \frac{pd_0}{2\pi} (1 + k \cos q t) + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left\{ \operatorname{sen} \left(\frac{npd_0}{2} \right) J_0 \left(\frac{nkpd_0}{2} \right) \cos n p t + \right.$$

$$\left. + \left[\sum_{m=1}^{\infty} J_m \left(\frac{nkpd_0}{2} \right) \operatorname{sen} \left(\frac{npd_0}{2} + \frac{m\pi}{2} \right) \right] \left[\cos (n p t + m q t) + \cos (n p t - m q t) \right] \right\} \quad (3.4)$$

Onde:

m = número de índice da harmônica de q .

As amplitudes das componentes harmônicas da portadora e de intermodulação são definidas pelas funções de Bessel J_0 e J_m .

A expressão da $f(t)$ pode ser segmentada em três expressões menores, que são: do valor médio, que é proporcional ao sinal modulante, das harmônicas de portadora e das componentes de intermodulação ou batimento.

Como foi escolhido um sinal modulante de forma puramente cosenoidal, não existem outras harmônicas da modulante na expressão (3.4).

A fase do sinal modulante afeta somente as fases relativas das componentes do espectro e não afeta as amplitudes dessas.

Da expressão (3.4) são obtidos os fatores de distorção do sinal modulante devido às harmônicas inerentes ao processo de PWM.

a) Fatores de distorção devido às harmônicas de portadora:

$$U_{np} = \frac{|A_{np}|}{|A_q|}$$

Para n par

$$U_{np} = 0$$

Para n ímpar

$$U_{np} = \frac{\left| \frac{2}{n\pi} J_0 \left(\frac{nkpd_o}{2} \right) \operatorname{sen} \left(\frac{npd_o}{2} \right) \right|}{\left| \frac{kpd_o}{2\pi} \right|} \quad (3.5)$$

$$U_{np} = \frac{4}{nkpd_o} J_0 \left(\frac{nkpd_o}{2} \right)$$

b) Fatores de distorção devido às harmônicas de intermodulação:

$$U_{np \pm mq} = \frac{|A_{np \pm mq}|}{|A_q|}$$

Para m e n pares e m e n ímpares

$$U_{np \pm mq} = 0$$

Para m ímpar e n par ou m par e n ímpar

$$U_{np \pm mq} = \frac{\left| \frac{2}{n\pi} J_{|m|} \left(\frac{nkpd_o}{2} \right) \cos \left(\frac{npd_o}{2} \right) \right|}{\left| \frac{kpd_o}{2\pi} \right|}$$

ou

$$U_{np \pm mq} = \frac{\left| \frac{2}{n \pi} J_{|m|} \left(\frac{nkpd_o}{2} \right) \operatorname{sen} \left(\frac{npd_o}{2} \right) \right|}{\left| \frac{Kpd_o}{2 \pi} \right|}$$

$$U_{np \pm mq} = \frac{4}{nkpd_o} J_{|m|} \left(\frac{nkpd_o}{2} \right) \quad (3.6)$$

Para $m = \text{par}$ e $n = \text{ímpar}$, e ainda, $m = \text{ímpar}$ e $n = \text{par}$, o fator de distorção é dado pela expressão (3.6).

Se a modulação fosse assimétrica, grande parte do desaparecimento das harmônicas de batimento descrito acima não ocorreria.

A Figura seguinte mostra os gráficos das amplitudes dos termos de intermodulação para modulação simétrica e assimétrica em função do índice de modulação.

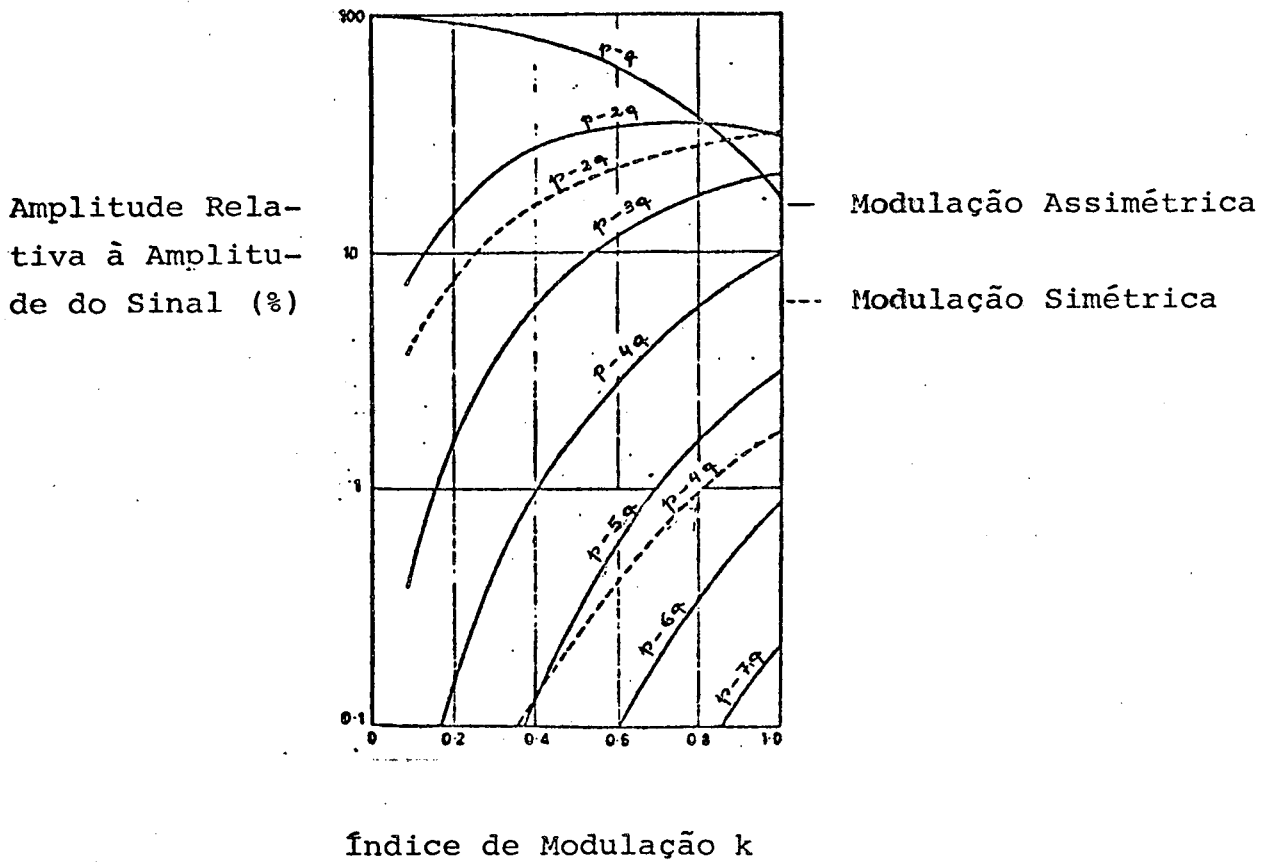


Figura 3.2 - Componentes de Intermodulação [3].

As amplitudes dos termos de intermodulação devido à modulação assimétrica são maiores que as amplitudes dos termos de intermodulação devido à modulação simétrica, além de serem em maior número.

Em Resumo:

Para o caso de modulação de onda quadrada por sinal senoidal, o espectro fica:

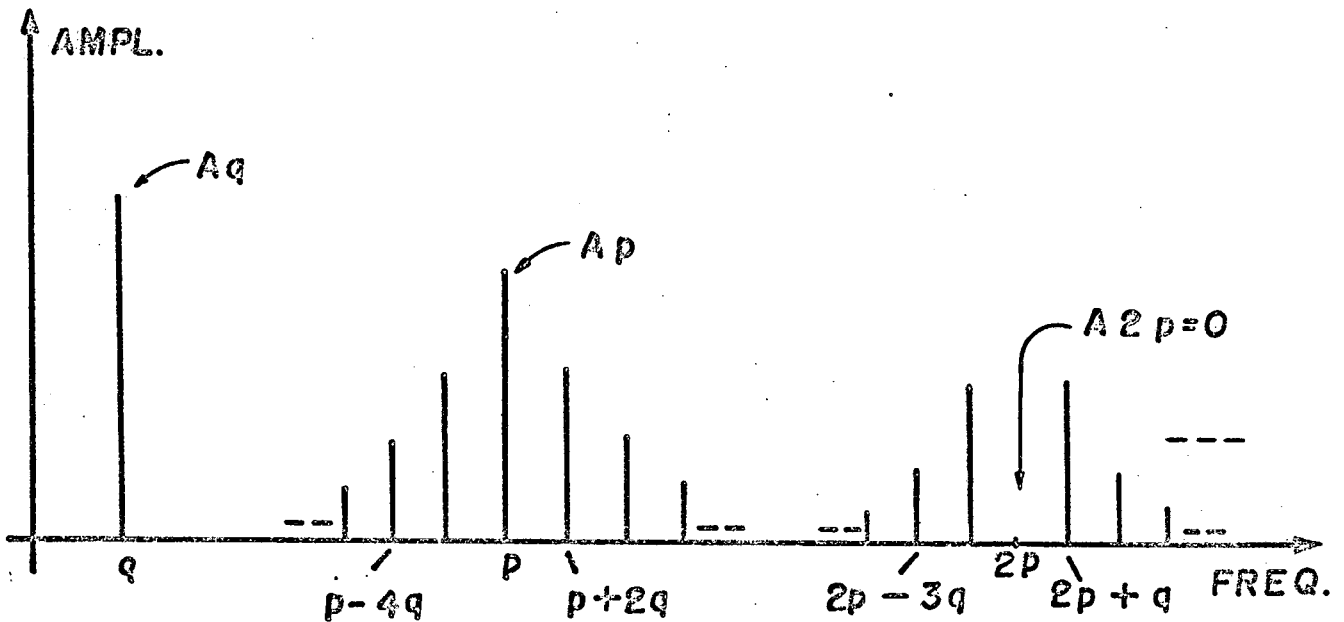


Figura 3.3 - Configuração do Espectro de Frequências de um Trem de Pulsos Ideais Modulados em Largura.

Conclusão:

Se o trem de pulsos é uma onda quadrada com modulação senoidal, então o espectro do sinal modulado não tem componentes:

- a) harmônicas pares da frequência de portadora.
- b) de frequência $np + mq$ tais que $n + m = \text{par}$, isto é, n e m pares ou n e m ímpares

3.2 - Modulação de Largura de Pulsos Simétricos de um Trem de Pulsos com Tempos de Transição não Nulos

Na prática, o trem de pulsos não é perfeitamente retangular devido aos tempos de transição finitos que são intrínsecos aos elementos de chaveamento existente no recortador ou detetor de coincidências de zero de um modulador PWM.

A análise harmônica será realizada sobre um trem de pulsos trapezoidais de tempos de transição diferentes entre si (ver Apêndice 1.B).

A função do tempo que representa esse trem de pulsos modulados em largura, de largura média d_0 e de tempos de transição T_1 e T_2 , (Figura 3,4) é dada pela equação 3.7 conforme desenvolvimento apresentado no Apêndice 1.B.

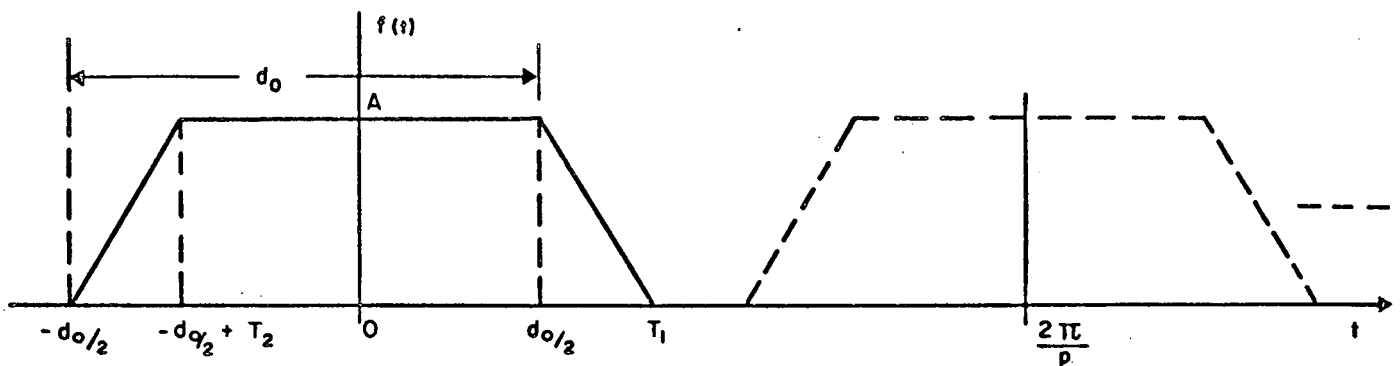


Figura 3.4 - Trem de Pulsos Trapezoidais.

$$f(t) = \frac{P}{2\pi} \left[d_0 (1 + k \cos \omega t) + \frac{T_1}{2} - \frac{T_2}{2} \right] +$$

(nível CC e modulante)

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\pi n} \left\{ \left[\left(\frac{\cos np T_2 - 1}{np T_2} \right) - \left(\frac{\cos np T_1 - 1}{np T_1} \right) \right] \right.$$

$$\cos \left(\frac{npd_0}{2} \right) + \left[\left(\frac{\sin np T_2}{np T_2} \right) + \left(\frac{\sin np T_1}{np T_1} \right) \right]$$

$$\left. \sin \left(\frac{npd_0}{2} \right) \right\} J_0(U) \cos npt -$$

$$- \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\pi n} \left[\left(\frac{\cos np T_2 - 1}{np T_2} \right) + \left(\frac{\cos np T_1 - 1}{np T_1} \right) \right] \sin \left(\frac{npd_0}{2} \right) +$$

$$+ \left[\left(\frac{\sin np T_1}{np T_1} - \frac{\sin np T_2}{np T_2} \right) \cos \left(\frac{npd_0}{2} \right) \right] \left. \right\} J_0(U) \sin npt$$

(portadora e suas harmônicas)

$$\begin{aligned}
& + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{1}{\pi n} \left\{ \left[\left(\frac{\cos np T_2 - 1}{np T_2} \right) - \left(\frac{\cos np T_1 - 1}{np T_1} \right) \right] \left[\cos \left(\frac{npd_0}{2} + \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. + \frac{|m|\pi}{2} \right) \right] J_{|m|} (U) \right\} \left[\cos (npt + mqt) \right] + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{1}{\pi n} \left\{ \left[\left(\frac{\sin np T_2}{np T_2} + \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. + \frac{\sin np T_1}{np T_1} \right) \right] \left[\sin \left(\frac{npd_0}{2} + \frac{|m|\pi}{2} \right) \right] J_{|m|} (U) \right\} \left[\cos (npt + mqt) \right] \\
& + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{1}{\pi n} \left\{ \left[\left(\frac{\sin np T_2}{np T_2} \right) - \left(\frac{\sin np T_1}{np T_1} \right) \right] \left[\cos \left(\frac{npd_0}{2} + \frac{|m|\pi}{2} \right) \right] \right. \\
& \left. J_{|m|} (U) \right\} \left[\cos (npt + mqt) \right] - \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{1}{\pi n} \left\{ \left[\left(\frac{\cos np T_2 - 1}{np T_2} \right) + \right. \right. \\
& \left. \left. + \left(\frac{\cos np T_1 - 1}{np T_1} \right) \right] \left[\sin \left(\frac{npd_0}{2} + \frac{|m|\pi}{2} \right) \right] J_{|m|} (U) \right\} \left[\sin (npt + mqt) \right] \quad (3.7)
\end{aligned}$$

(Componentes de Intermodulação)

Onde:

$$U = \frac{nkpd_0}{2}$$

a) Fatores de distorção devido às harmônicas de portadora

Para n ímpar

$$U_{np} = \frac{1}{n\pi} J_0 (U)$$

$$\sqrt{\left[\left(\frac{\sin np T_2}{np T_2} + \frac{\sin np T_1}{np T_1} \right)^2 + \left(\frac{\cos np T_2 - 1}{np T_2} + \frac{\cos np T_1 - 1}{np T_1} \right)^2 \right] \frac{kpd_0}{2\pi}}$$

$$U_{np} = \frac{2}{nkpd_0} J_0(U)$$

$$\sqrt{\left[\left(\frac{\sin np T_2}{np T_2} + \frac{\sin np T_1}{np T_1} \right)^2 + \left[\left(\frac{\cos np T_2 - 1}{np T_2} + \frac{\cos np T_1 - 1}{np T_1} \right)^2 \right]} \quad (3.8)$$

Para n par

$$U_{np} = \frac{2}{nkpd_0} J_0(U)$$

$$\sqrt{\left[\left(\frac{\cos np T_2 - 1}{np T_2} - \frac{\cos np T_1 - 1}{np T_1} \right)^2 + \left[\left(\frac{\sin np T_1}{np T_1} - \frac{\sin np T_2}{np T_2} \right)^2 \right]} \quad (3.9)$$

Se fizermos $T_1 = T_2$, ou seja, tempos de transição iguais, os fatores de distorção para n par se anulam e para n ímpar se tornam iguais aos da expressão 3.5 multiplicados por um novo fator que depende dos valores de T_1 e T_2 .

b) Fatores de distorção devido às componentes de intermodulação

Para m e n ímpares

ou

m e n pares

$$U_{np \pm mq} = \frac{2}{nkpd_0} J_{|m|}(U)$$

$$\sqrt{\left[\left(\frac{\cos np T_2 - 1}{np T_2} - \frac{\cos np T_1 - 1}{np T_1} \right)^2 + \left[\left(\frac{\sin np T_2}{np T_2} - \frac{\sin np T_1}{np T_1} \right)^2 \right]} \quad (3.10)$$

Para m ímpar e n par
 m par e n ímpar

$$U_{np \pm mq} = \frac{2}{nkpd_o} J_{|m|}(U)$$

$$\sqrt{\left[\left(\frac{\sin np T_2}{np T_2} \right) + \left(\frac{\sin np T_1}{np T_1} \right) \right]^2 + \left[\left(\frac{\cos np T_2 - 1}{np T_2} \right) + \left(\frac{\cos np T_1 - 1}{np T_1} \right) \right]^2} \quad (3.11)$$

Onde:

$$U = \frac{nkpd_o}{2}$$

Fazendo $T_1 = T_2$, novamente, os fatores de distorção para m e n ímpares e m e n pares desaparecem, pois a expressão 3.10 se torna zero, e a expressão 3.11 resulta na expressão 3.6 multiplicada por um novo fator que depende dos valores de T_1 e T_2 e é menor que 1.

Portanto, somente a diferença entre os valores dos tempos de transição dos pulsos produz aumento da distorção harmonica na saída do modulador PWM em relação à produzida com um trem de pulsos ideais.

Por outro lado, se T_1 e T_2 forem finitos e exatamente iguais, a distorção produzida será igual ou menor que a resultante da modulação de largura de pulsos retangulares ou ideais.

Essa afirmação pode ser provada pela análise da função do tempo que representa um trem de pulsos modulados em largura simetricamente e com tempos de transição iguais a T , conforme se mostra a seguir:

Se $T_1 = T_2 = T$

então:

$$f(t) = \frac{p}{2\pi} \left[d_o (1 + k \cos q t) \right] + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1}{n} \left(J_o(U) \operatorname{sen} \left(\frac{npd_o}{2} \right) \right. \right. \\ \left. \left. \left(\frac{\operatorname{sen} np T}{np T} \cos n p t + \frac{(1 + \cos np T)}{np T} \operatorname{sen} n p t \right) \right) \right] + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \\ \left[\frac{1}{n} \left(J_{|m|}(U) \operatorname{sen} \left(\frac{npd_o}{2} + \frac{m\pi}{2} \right) \left(\frac{\operatorname{sen} np T}{np T} \right) \right) \right] \left[\cos (npt + mqt) + \right. \\ \left. + \cos (npt - mqt) \right] + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \left[J_{|m|}(U) \operatorname{sen} \left(\frac{npd_o}{2} + \frac{m\pi}{2} \right) \left(\frac{(1 - \cos np T)}{np T} \right) \right] \\ \left[\operatorname{sen} (npt + mqt) + \operatorname{sen} (npt - mqt) \right] \quad (3.12)$$

a) Fatores de distorção devido à portadora e suas harmônicas:

Para n par

$$U_{np} = 0$$

Para n ímpar

$$U_{np} = \frac{4}{nkp d_o} J_o(U) \sqrt{\left(\frac{\operatorname{sen} np T}{np T} \right)^2 + \left(\frac{(1 - \cos npt)}{np T} \right)^2} \quad (3.13)$$

b) Fatores de distorção devido às componentes de batimento:

Para m ímpar e n par

m par e n ímpar

$$U_{np \pm mq} = \frac{4}{nkp d_o} J_{|m|}(U) \sqrt{\left(\frac{\text{sen } np T}{np T}\right)^2 + \left(\frac{(1 - \cos np T)}{np T}\right)^2} \quad (3.14)$$

Para m e n pares e m e n ímpares

$$U_{np \pm mq} = 0$$

Onde:

$$U = \frac{nkp d_o}{2}$$

Comparando-se as expressões 3.13 e 3.14 com as expressões 3.5 e 3.6 fica fácil identificar o fator de multiplicação das amplitudes das harmônicas devido aos tempos de transição finitos iguais, que é

$$\sqrt{\left(\frac{\text{sen } np T}{np T}\right)^2 + \left(\frac{(1 - \cos np T)}{np T}\right)^2} \quad \text{ou} \quad \frac{\text{sen } \left(\frac{npT}{2}\right)}{\left(\frac{npT}{2}\right)}$$

Esse fator sempre será menor que a unidade, de crescendo à medida que aumenta o valor de T . Como exemplo prático, para $T = \pi/2$, que corresponde a 25% do ciclo de condução dos pulsos, o fator de multiplicação assume valor igual a 0,9.

Em Resumo:

Para o caso de modulação de pulsos simétricos com tempos de transição finitos por sinal senoidal o espectro fica:

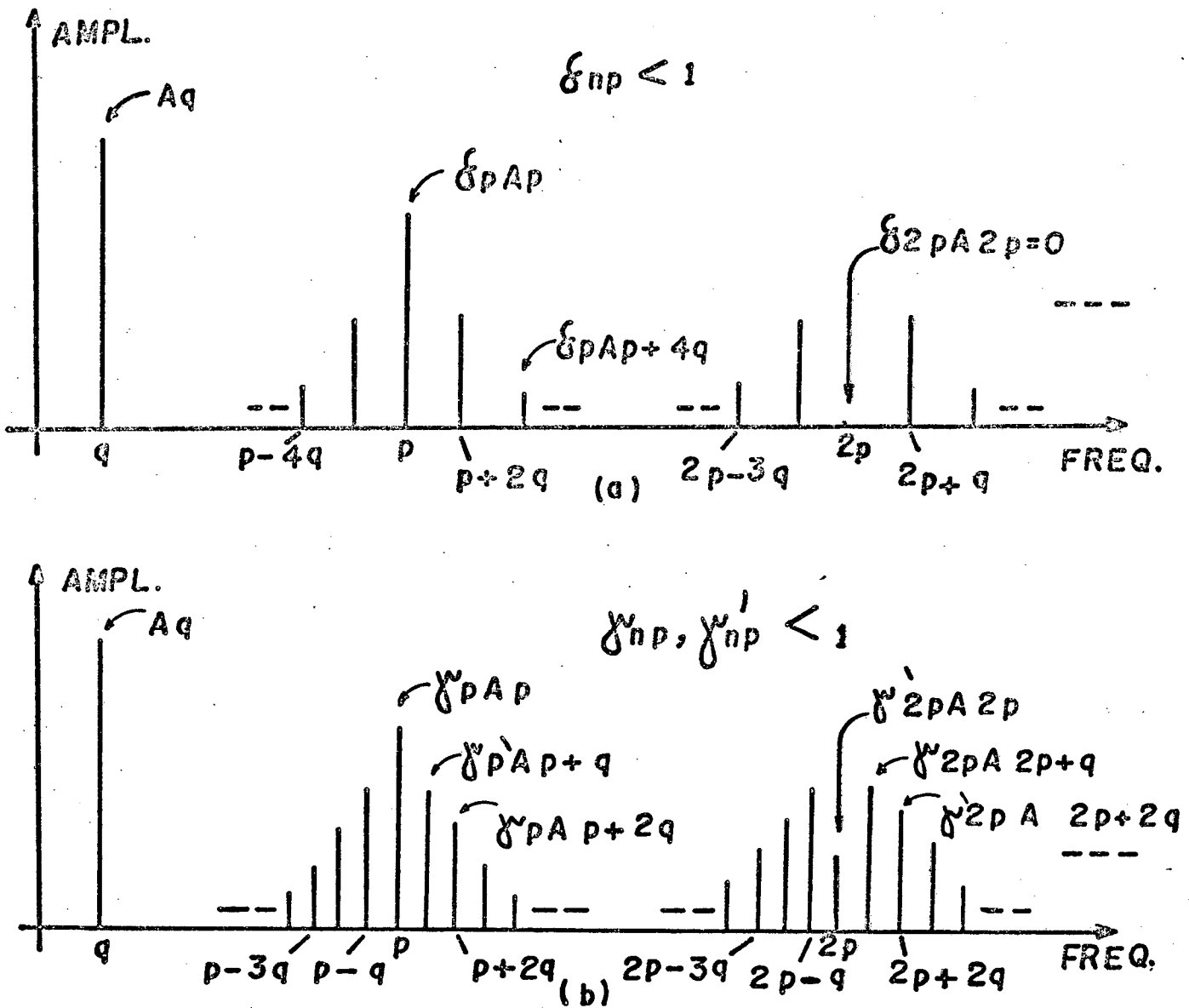


Figura 3.5 - Configuração do espectro de frequências de um Trem de Pulsos Simétricos com Tempos de Transição finitos iguais (a) e diferentes entre si (b) e modulados em largura.

Conclusão:

Se o trem de pulsos simétricos com modulação se noidal, tem tempos de transição finitos e iguais, então o espectro do sinal modulado apresenta a configuração do espectro de uma onda quadrada com modulação senoidal. No entanto, as amplitudes das componentes de portadora e de intermodulação serão menores pois estão afetadas de um coeficiente multiplicativo $\delta_{np} < 1$ originado pela extinção da raiz quadrada do fator correspondente nas equações 3.13 e 3.14.

Por outro lado, se o trem de pulsos simétricos com modulação senoidal tem tempos de transição finitos e diferentes entre si, então todas as componentes de portadora e de intermodu-lação estarão presentes no espectro de frequências, e as suas amplitudes serão multiplicadas por fatores tipo γ_{np} e γ'_{np} , ambos menores do que 1, embutidos nas equações 3.8 a 3.11.

3.3 - Modulação de Largura de Pulsos Simétricos de um Trem de Pulsos com Assimetria de Largura e Amplitude

Os elementos de chaveamento do modulador PWM podem, ainda gerar outras deformações na amplitude e no tempo de duração dos pulsos, por sobrelevação ou redução de tensão e armazenamento de cargas, por exemplo.

Considerando-se uma assimetria causada por uma sobrelevação de amplitude B e atraso de tempo T_B nas transições negativas dos pulsos (ver Apêndice 1.C), teremos a função $f(t)$ dada por:

$$\begin{aligned}
f(t) = & \frac{p}{2\pi} \left[d_0 (1 + k \cos qt) + BT_B \right] + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left[J_0(U) \operatorname{sen} \left(\frac{npd_0}{2} \right) \right. \\
& \left. \cos npt \right] + \frac{B}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left[J_0(U) \left(\operatorname{sen} \left(np \left(\frac{d_0}{2} + T_B \right) \right) - \operatorname{sen} \left(\frac{npd_0}{2} \right) \right) \cos npt \right] \\
& - \frac{B}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left[J_0(U) \left(\cos \left(np \left(\frac{d_0}{2} + T_B \right) \right) - \cos \left(\frac{npd_0}{2} \right) \right) \operatorname{sen} npt \right] \\
& \quad \text{(portadora e suas harmônicas superiores)} \\
& + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{1}{n} \left[J_{|m|}(U) \operatorname{sen} \left(\frac{npd_0}{2} + \frac{|m|\pi}{2} \right) \right] \left[\cos (np + mq)t \right] \\
& + \frac{B}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{1}{n} \left[J_{|m|}(U) \left(\operatorname{sen} \left(np \left(\frac{d_0}{2} + T_B \right) + \frac{|m|\pi}{2} \right) - \right. \right. \\
& \left. \left. \operatorname{sen} \left(\frac{npd_0}{2} + \frac{|m|\pi}{2} \right) \right) \right] \left[\cos (np + mq)t \right] \\
& - \frac{B}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{1}{n} \left[J_{|m|}(U) \left(\cos \left(np \left(\frac{d_0}{2} + T_B \right) + \frac{|m|\pi}{2} \right) - \right. \right. \\
& \left. \left. \cos \left(\frac{npd_0}{2} + \frac{|m|\pi}{2} \right) \right) \right] \left[\operatorname{sen} (np + mq)t \right] \quad (3.15)
\end{aligned}$$

(Componentes de batimento)

Comparando as expressões (3.15) e (3.4) constata-se um aumento significativo no número de termos adicionais na $f(t)$ que dependem dos valores da amplitude B e do tempo de retardo T_B , devido à assimetria de amplitude e de largura dos pulsos.

Esses termos adicionais correspondem a um maior número de harmônicas no espectro ou fatores de distorção do sinal modulante.

a) fatores de distorção devido às harmônicas de portadora:

Para $n = \text{ímpar}$

$$U_{np} = \frac{4}{nkpd_o} J_0(U) + \frac{2B}{nkpd_o} J_0(U) \sqrt{\left[\sin\left(np\left(\frac{d_o}{2} + T_B\right)\right) - (-1)^{\frac{n-1}{2}} \right]^2 + \left[\cos\left(np\left(\frac{d_o}{2} + T_B\right)\right) \right]^2} \quad (3.16)$$

Para $n = \text{par}$

$$U_{np} = \frac{2B}{nkpd_o} J_0(U) \sqrt{\left[\sin\left(np\left(\frac{d_o}{2} + T_B\right)\right) \right]^2 + \left[\cos\left(np\left(\frac{d_o}{2} + T_B\right)\right) - (-1)^{n/2} \right]^2} \quad (3.17)$$

b) Fatores de distorção devido às componentes de batimento:

Para $m = \text{ímpar}$ e $n = \text{par}$

$$U_{np \pm mq} = \frac{4}{nkpd_o} J_{|m|}(U) + \frac{2B}{nkpd_o} J_{|m|}(U)$$

$$\sqrt{\left[\cos \left(np \left(\frac{d_o}{2} + T_B \right) \right) - (-1)^{n/2} \right]^2 + \left[\text{sen} \left(np \left(\frac{d_o}{2} + T_B \right) \right) \right]^2} \quad (3.18)$$

Para $m = \text{par}$ e $n = \text{ímpar}$

$$U_{np \pm mq} = \frac{4}{nkpd_o} J_{|m|}(U) + \frac{2B}{nkpd_o} J_{|m|}(U)$$

$$\sqrt{\left[\text{sen} \left(np \left(\frac{d_o}{2} + T_B \right) \right) - (-1)^{\frac{n-1}{2}} \right]^2 + \left[\cos \left(np \left(\frac{d_o}{2} + T_B \right) \right) \right]^2} \quad (3.19)$$

Para $m = n = \text{par}$

$$U_{np \pm mq} = \frac{2B}{nkpd_o} J_{|m|}(U)$$

$$\sqrt{\left[\text{sen} \left(np \left(\frac{d_o}{2} + T_B \right) \right) \right]^2 + \left[\cos \left(np \left(\frac{d_o}{2} + T_B \right) \right) - (-1)^{n/2} \right]^2} \quad (3.20)$$

Para $m = n = \text{ímpar}$

$$U_{np \pm mq} = \frac{2B}{nkpd_o} J_{|m|} (U)$$

$$\sqrt{\left[\cos \left(np \left(\frac{d_o}{2} + T_B \right) \right) \right]^2 + \left[\sin \left(np \left(\frac{d_o}{2} + T_B \right) \right) - (-1)^{\frac{n-1}{2}} \right]^2} \quad (3.21)$$

Onde:

$$U = \frac{nkpd_o}{2}$$

Em Resumo:

Para o caso de modulação de trem de pulsos com assimetria de largura por um sinal senoidal, o espectro fica:

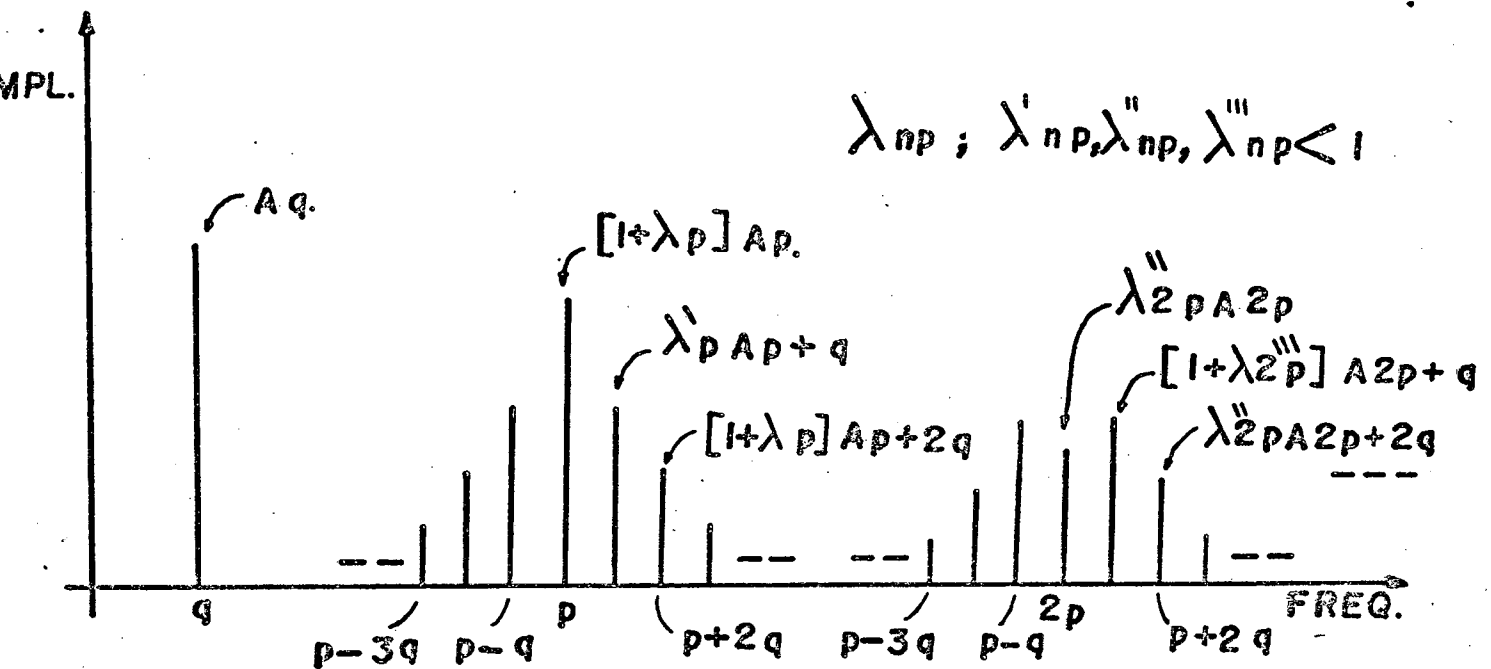


Figura 3.6 - Configuração do Espectro de Freqüências de um Trem de Pulsos com Assimetria de Largura Modulados em Largura.

Conclusão:

Se o trem de pulsos tem assimetria de largura e é modulado por um sinal senoidal, então o espectro do sinal modulado possui todas as componentes de portadora e de intermodulação, e suas amplitudes, nesse caso, serão multiplicados por fatores tipo $[1 + \lambda_{np}]$ ou λ_{np} , em relação ao caso de pulsos ideais. Estes fatores estão embutidos nas expressões 3.16, 3.17, 3.18, 3.19, 3.20 e 3.21.

Observa-se que algumas componentes terão amplitude de maior do que aquelas correspondentes do caso dos pulsos ideais.

A Tabela 3.1 apresenta alguns valores dos fatores de distorção mais importantes para quatro casos particula

res de pulsos modulados em largura. A amplitude da modulante está normalizada para a unidade ($A_q = 1$). Assim, os valores dos fatores de distorção são idênticos aos valores das amplitudes das componentes de harmônicas de portadora e de intermodulação consideradas.

Exemplo: Períodos de tempo dos pulsos = $100 \mu s$ Tempos de transição iguais = $3 \mu s$ Tempos de transição diferentes = $1,5 \mu s$ e $3 \mu s$ Assimetria de largura dos pulsos = $1,5 \mu s$				
FATORES DE DISTORÇÃO TIPO DE PULSOS	U_p	$U_{p \pm q}$	$U_{p \pm 2q}$	$U_{p \pm 3q}$
IDEAIS	0,7922	0	0,2972	0
COM TEMPOS DE TRANSIÇÃO FINITOS IGUAIS	0,7906	0	0,2965	0
COM ASSIMETRIA DE LARGURA	0,8294	0,0359	0,3111	0,0035
COM TEMPOS DE TRANSIÇÃO FINITOS DIFERENTES	0,7910	0,0180	0,2966	0,0017

Tabela 3.1 - Valores de Fatores de Distorção Harmônica para o Exemplo.

Observações Finais:

Os valores de parâmetros apresentados na Tabela 3.1 são típicos para implementações práticas, de modo que os seguintes pontos tornam-se importantes:

1 - Há uma redução nas amplitudes das componentes geradas quando os tempos de transição são finitos. No entanto, esta redução é pequena, cerca de 0,2%, no caso.

2 - Uma assimetria na largura do pulso modulado, por outro lado, causa sensível aumento das amplitudes. No exemplo, cerca de 4%. Há, também, o aparecimento de novas componentes no espectro.

3 - Pulsos com tempos de transição finitos geram espectro completo; no entanto, as componentes presentes no caso ideal aparecem com amplitude um pouco reduzida.

4 - Das observações acima, conclui-se que é mais importante evitar assimetria na largura dos pulsos do que eventuais diferenças nos tempos de transição e mesmo na existência destes.

5 - Por outro lado, tempos de transição longos (comparados com a duração do pulso) reduzem a faixa dinâmica e devem ser evitados.

CAPÍTULO 4

ANÁLISE DA LINEARIDADE DA PWM

Em um amplificador PWM por amostragem natural, de baixas frequências, a principal causa da não linearidade entre os sinais de saída e de entrada são as distorções da forma de onda triangular do seu modulador.

Nesse Capítulo será determinado o erro teórico de não linearidade das rampas de uma onda triangular em função dos parâmetros do circuito, e serão estudadas algumas alternativas para geração de onda triangular para PWM simétrica.

4.1 - Princípio de Funcionamento de um Gerador de Onda Triangular Básico

O diagrama em blocos do circuito básico para geração de onda de forma de triângulo isóceles é apresentado na Figura 4.1.

Uma fonte de corrente constante alimenta o capacitor C_t com uma corrente I para produzir uma rampa negativa de tensão na saída. O circuito de controle, através da realimentação, monitora a amplitude gerada. Quando um determinado valor pré-fixado é atingido, o circuito de controle conecta a fonte $2I$ produzindo inversão do declive da tensão triangular, de negativo para positivo. Quando outro valor pré-fixado de tensão é atingido, o circuito de controle desconecta a fonte $2I$ e nova inversão no declive da onda ocorre. O ciclo é então repetido.

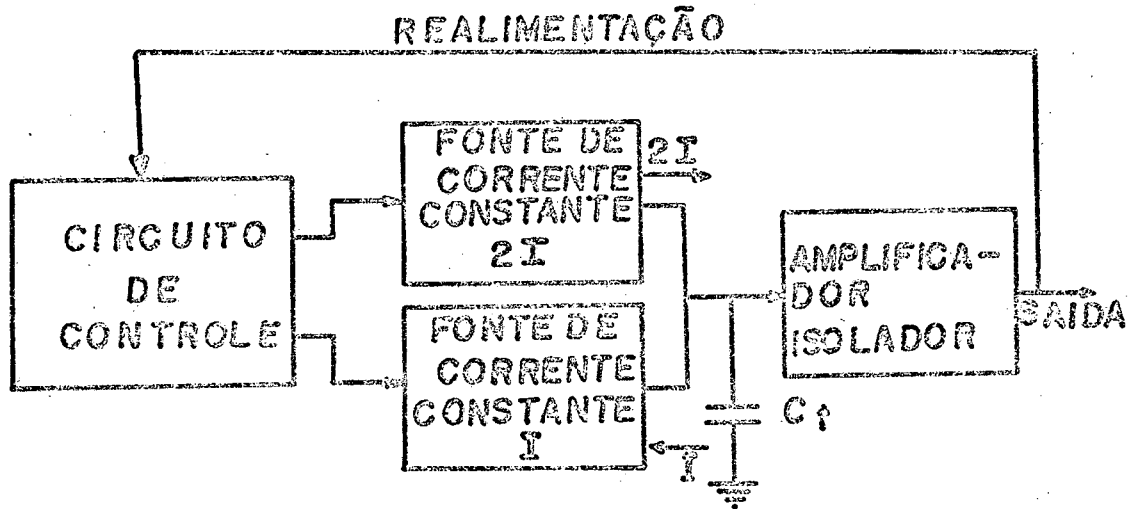


Figura 4.1 - Gerador de Onda Triangular Simétrica.

O circuito apresentado é apropriado para atender a solicitação de uma forma de onda triangular de frequência fixa, cujo valor vai determinar a frequência de repetição dos pulsos, ou seja, a portadora do modulador PWM.

As tensões de referência pré-fixadas no circuito de controle estabelecem a amplitude da onda gerada. Sua frequência é fixada pela corrente I estabelecida e pelo capacitor utilizado. O amplificador isolador evita que ocorram desvios indesejáveis de tensão sobre o capacitor C_t devido ao carregamento por parte dos circuitos subsequentes.

A equação fundamental que rege o processo de geração da rampa de uma onda triangular em um capacitor é dada por:

$$V_c(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt + V_c(0) \quad (4.1)$$

Desprezando-se a condição inicial, a tensão sobre o capacitor será dada por:

$$V_c(t) = \frac{I t}{C_t} \quad (4.2)$$

Sejam:

T = período da onda triangular;

A = tensão de pico da onda triangular simétrica e valor médio nulo.

Para t igual a $T/2$, a tensão V_c terá variado o equivalente a duas vezes o valor de pico da onda triangular e a equação 4.2 se torna:

$$V_c(T/2) = \frac{I T}{2 C_t} = 2A$$

A corrente necessária para gerar uma frequência f , com amplitude A num capacitor C_t é:

$$I = 4A f C_t \quad (4.3)$$

4.2 - Determinação do Erro de Não Linearidade da Onda Triangular

Tomando a tensão de Thévenin da fonte de corrente como parâmetro, pode-se determinar o erro percentual de não linearidade de uma rampa correspondente ao semiperíodo de tempo de uma onda triangular simétrica.

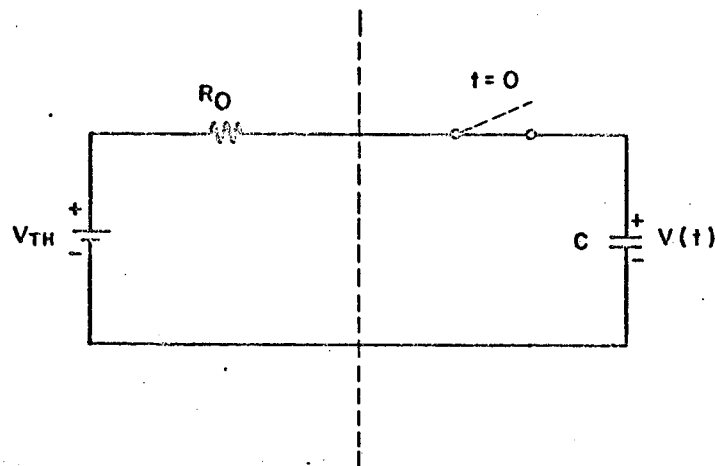


Figura 4.2 - Equivalente Thévenin da Fonte de Corrente.

A equação da tensão de carga do capacitor é:

$$V(t) = (V_{TH} - V_i) (1 - e^{-t/\tau}) + V_i \quad t \geq 0 \quad (4.4)$$

Onde:

V_{TH} = tensão Thévenin da fonte de corrente;

V_i = valor inicial de V para $t = 0$;

τ = constante de tempo da exponencial da rampa real
($\tau = R_o C$)

t_1 = semiperíodo da onda triangular.

A inclinação da reta da rampa ideal é obtida a partir do valor da tangente no ponto da reta da rampa real para tempo $t = 0$.

Ou seja,

$$\left. \frac{d}{dt} V(t) \right|_{t=0} = \frac{V_{TH} - V_i}{\tau} \quad (4.5)$$

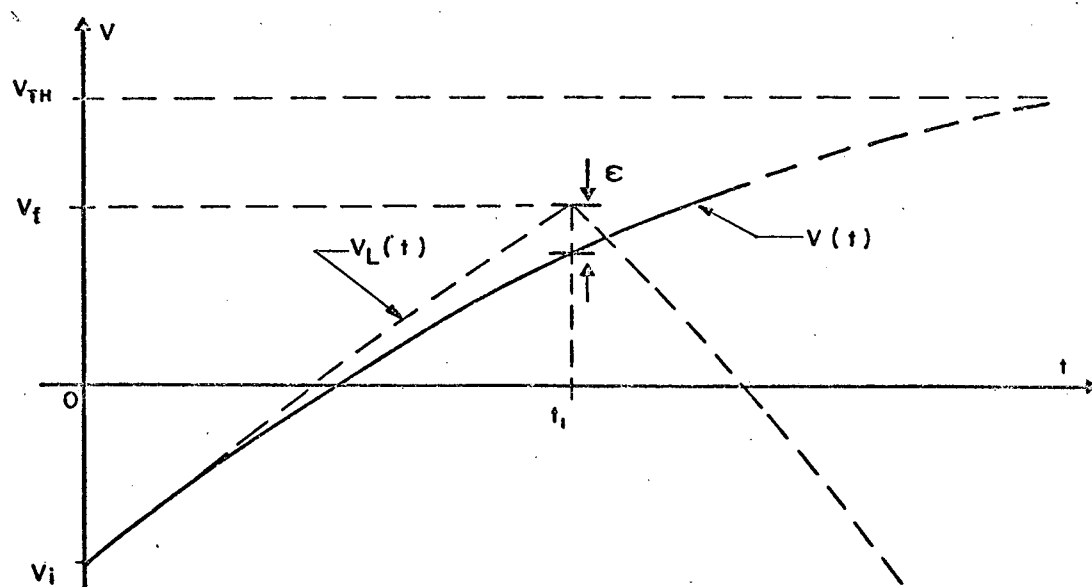


Figura 4.3 - Formas de Onda das Rampas Ideal e Real.

Equação da rampa ideal, a partir de 4.5:

$$V_L(t) = \frac{V_{TH} - V_i}{\tau} t + V_i \quad (4.6)$$

O máximo valor de erro de não linearidade, ε , ocorre no instante de tempo t_1 e vale:

$$\varepsilon = V_L(t_1) - V(t_1) \quad (4.7)$$

Substituindo-se as expressões 4.4 e 4.6 em 4.7, tem-se:

$$\varepsilon = \frac{V_{TH} - V_i}{\tau} t_1 - (V_{TH} - V_i) (1 - e^{-t_1/\tau}) \quad (4.8)$$

que é o erro de não linearidade em função dos parâmetros V_{TH} e τ do circuito.

Como

$$\frac{V_{TH} - V_i}{\tau} = \frac{V_f - V_i}{t_1}$$

Então,

$$\frac{t_1}{\tau} = \frac{V_f - V_i}{V_{TH} - V_i} \quad (4.9)$$

Substituindo-se 4.9 em 4.8, tem-se o erro em função de V_{TH} :

$$\varepsilon = (V_f - V_i) - (V_{TH} - V_i) (1 - e^{-(V_f - V_i)/(V_{TH} - V_i)})$$

como $V_i = -A$ e $V_f = A$, teremos:

$$\varepsilon = 2A - (V_{TH} + A) (1 - e^{-2A(V_{TH} + A)}) \quad (4.10)$$

que é a expressão do erro absoluto de não linearidade.

Expandindo-se a função exponencial em série de Taylor na forma:

$$e^{-\frac{2A}{V_{TH} + A}} = 1 - \frac{2A}{V_{TH} + A} + \frac{1}{2} \left[\frac{2A}{V_{TH} + A} \right]^2 - \dots$$

Truncando a série a partir dos três primeiros termos, a fim de incluir apenas a não linearidade do termo quadrático, tem-se:

$$\epsilon = \frac{2A^2}{(V_{TH} + A)}$$

Em porcentagem

$$\epsilon \% = \left| \frac{100 \epsilon}{A} \right| = 100 \frac{2A}{V_{TH} + A}$$

Como, normalmente, $V_{TH} \gg A$, tem-se:

$$\epsilon \% \approx 100 \frac{2A}{V_{TH}} = \frac{200}{4 f R_o C_t} \quad (4.11)$$

Para ter a expressão do erro em função da constante de tempo τ , utiliza-se novamente a equação 4.9,

$$\epsilon \% \approx 100 \frac{t_1}{\tau} \quad (4.12)$$

Para realizar o cálculo do erro considerando-se todos os termos da série de Taylor deverá ser utilizada a equação transcendental:

$$\frac{A \varepsilon \%}{100} + (V_{TH} - A) = (V_{TH} + A) e^{-\frac{2A}{V_{TH} + A}} \quad (4.13)$$

Minimizar o erro de não linearidade requer maximizar a V_{TH} da fonte de corrente ou a constante de tempo τ de carga do capacitor C_t .

Ambos os parâmetros, V_{TH} e τ , estão diretamente relacionados com a impedância da saída das fontes de corrente.

4.3 - Fonte de Corrente Constante para o Gerador de Onda Triangular

Uma fonte de corrente é, normalmente, obtida fixando-se uma tensão de referência sobre um resistor conhecido. O arranjo resultante deve apresentar uma impedância e uma tensão Thévenin elevadas para a carga na qual a corrente circulará. Os componentes ativos geralmente empregados para a obtenção destas características são o transistor bipolar, o transistor de efeito de campo, o amplificador operacional e o regulador de tensão integrado.

Em razão das características de simplicidade e baixo custo do equipamento proposto, analisa-se o transistor bipolar como elemento ativo para fonte de corrente. Posteriormente, quando as equações de projeto são utilizadas, verifica-se que a

escolha do transistor bipolar é adequada.

Usando um transistor bipolar como fonte de corrente constante, conforme simplificada se apresenta na Figura 4.4.

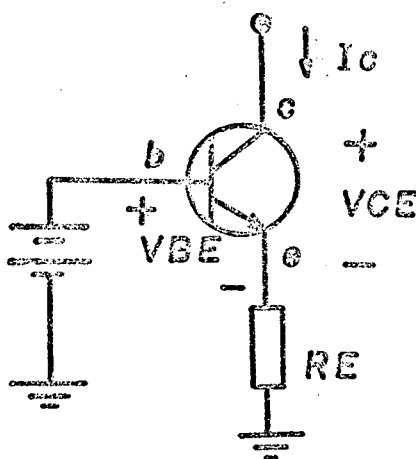


Figura 4.4 - Fonte de Corrente Constante com um Transistor Bipolar.

O transistor bipolar, produz uma corrente praticamente constante em seu coletor desde que a sua corrente de emissor seja mantida constante.

a) Impedância equivalente no coletor

Pela análise incremental do circuito de uma fonte de corrente constante a transistor bipolar (ver Apêndice 2), determina-se resistência equivalente de saída no terminal de coletor por:

$$R_o = [1 + g_m (R_E // r_{\pi} // r_o)] [r_o + (R_E // r_{\pi})] \quad (4.14)$$

Onde:

- g_m = transcondutância incremental do transistor bipolar
- r_{π} = resistência incremental de entrada
- r_o = resistência de saída do transistor para pequenos sinais
- r_x = resistência incremental de base, suposta muito menor que r_{π}
- r_u = resistência incremental de fuga entre coletor e base, suposta infinita

A constante de tempo de carga do capacitor C_t do gerador de onda triangular, nesse caso, será:

$$\tau = R_o C_t = [1 + g_m (R_E // r_{\pi} // r_o)] [r_o + (R_E // r_{\pi})] C_t \quad (4.15)$$

A equação 4.15 mostra o efeito de R_E no aumento da impedância equivalente no coletor. Com $R_E = 0$, a equação indica $R_o = r_o$, isto é, apenas a resistência incremental de saída no coletor do transistor. A inclusão de R_E multiplica essa impedância, aproximadamente, pelo fator $(1 + g_m R_E)$.

Este acréscimo, em geral, é significativo. Por exemplo, se $g_m = 0,4 \text{ mA/V}$ ($I_C \cong 0,1 \text{ mA}$) e $R_E = 10 \text{ K}\Omega$, o fator de multiplicação é 5.

À medida que se diminui I_C , no entanto, a corrente de fuga limita esse multiplicador de um valor prático máxi

mo [21].

b) A fonte de tensão equivalente no coletor

Estabelecida uma corrente fixa I_C no coletor do transistor e conhecida a impedância equivalente R_O , a tensão equivalente V_{TH} da fonte de corrente pode ser obtida como [21]:

$$V_{TH} = R_O I_C \quad (4.16)$$

Para uma corrente de coletor fixada, a utilização de R_E implica, também, num aumento de V_{TH} , em razão do acréscimo sofrido por R_O .

c) Realização prática da fonte de corrente com transistor bipolar

A Figura 4.5 apresenta o circuito usual de fonte de corrente com transistor bipolar PNP. A tensão de base é obtida através da tensão de um diodo de referência D_Z (Zener), polarizado na região de mínimo coeficiente de temperatura. O diodo D é utilizado para compensação da tensão V_{BE} do transistor. O valor da corrente produzida pela fonte é:

$$I_C = \frac{V_Z}{R_E} \quad (4.17)$$

Onde

V_Z é a tensão de referência do diodo Zener.

Configuração semelhante pode ser obtida para transistor NPN. ○

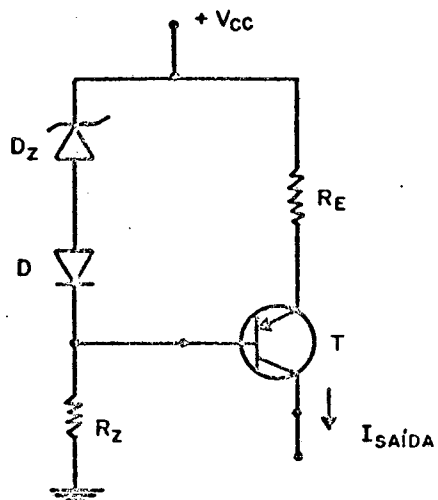


Figura 4.5 - Fonte de Corrente Constante Básica a Transistor Bipolar.

C A P Í T U L O 5

FILTROS PARA DEMODULAÇÃO DA PWM

Este Capítulo apresenta os critérios de escolha do filtro demodulador PWM para aplicação específica no amplificador de isolamento galvânico para medição de sinais de baixa frequência.

5.1 - Introdução

Na saída do demodulador PWM objetiva-se obter apenas as componentes do sinal modulante com igualdade de ganho para todas as frequências.

A participação de quaisquer outras componentes de frequência, intrínsecas ao processo PWM, no conteúdo espectral da forma de onda de saída do demodulador PWM, representa uma distorção harmônica indesejável.

Evidentemente, o tipo de filtro empregado nessa etapa de demodulação deverá ser do tipo passa-baixas, pois as frequências das componentes, que se pretende extinguir situam-se acima das componentes do sinal modulante.

5.2 - Seleção do Tipo de Filtro para o Demodulador PWM

Em princípio, todos os filtros passa-baixas permitem demodular a PWM. No entanto, a escolha adequada do tipo do filtro se faz necessária para minimizar a distorção harmônica na saída do demodulador PWM sem aumentar a complexidade e o

volume da estrutura do filtro empregado.

Por outro lado, as curvas de ganho e de fase em função da frequência do filtro passa-baixas do demodulador, determinarão as características das respostas transitória e em frequência do amplificador de isolamento galvânico.

Portanto, o tipo de filtro a ser utilizado deverá ser escolhido em função da aplicação a que se destina o amplificador PWM.

Se o projeto fosse de um amplificador PWM para ser inserido em malhas de sistemas de controle, por exemplo, a defasagem produzida pela filtro deveria ser a mínima possível para não prejudicar o desempenho de resposta desses sistemas, e a atenuação uniforme das componentes da modulante poderia não ser uma requisição importante.

No caso presente, em se tratando de um amplificador PWM para aplicação exclusiva no campo da medição, as seguintes exigências de projeto deverão ser atendidas (Capítulo 1, item 1.3).

- a) Erro máximo de ganho pré-fixado na banda passante
- b) Distorção harmônica máxima no sinal de saída pré-fixada
- c) Simplicidade e baixo custo
- d) Ausência de requisitos relativos à rotação de fase.

Em razão do requisito de simplicidade e baixo custo, as estruturas de ordem elevada devem, se possível, ser evitadas. Considerando que a relação entre o custo e o desempenho da estrutura de 2ª ordem é favorável, esta configuração será adotada como ponto de partida. A análise a seguir indicará sua viabilidade ou não.

Dentre os tipos de filtros possíveis, o de Butterworth e o de Chebyshev são candidatos considerados porque podem cumprir os requisitos de erro máximo de ganho pré-fixado na banda passante, atenuação mínima requerida na banda de rejeição (em função da especificação de máxima distorção harmônica) e ausência de restrições sobre a rotação de fase. O comportamento desses filtros é bem conhecido. Possuem funções ganho monotônicas nas bandas de rejeição e de transição e comportamento transitório com baixa ultrapassagem ("overshoot") o que os tornam sempre uma primeira escolha clássica.

Entretanto, para uma mesma atenuação requerida na banda de rejeição, para um mesmo erro de ganho na banda de passagem, há um menor afastamento entre a frequência final da banda de passagem e a frequência inicial da banda de rejeição no filtro Chebyshev do que no Butterworth de mesma ordem [11]. Assim, nestas condições, o filtro Chebyshev apresenta uma faixa passante mais larga do que a do filtro Butterworth, tornando-se uma opção preferencial. É importante salientar que o estabelecimento de requisitos sobre a rotação de fase poderia alterar a escolha inicial aqui estabelecida. O acréscimo da banda passante é, aproximadamente, de $\sqrt{2}$ vezes, como se mostra a seguir:

Sejam

W_{RC} e W_{RB} = Freqüência na banda de rejeição dos filtros Chebyshev e Butterworth

A_{RC} e A_{RB} = Atenuação, em dB, nas freqüências W_{RC} e W_{RB}

W_{PC} e W_{PB} = Freqüência na banda passante dos filtros Chebyshev e Butterworth

A_{PC} e A_{PB} = Atenuação, em dB, nas freqüências W_{PC} e W_{PB}

ϵ_C e ϵ_B = Parâmetros relacionados com a atenuação da banda passante dos filtros Chebyshev e Butterworth (fator de ondulação)

$$W_B = W_{RB}/W_{PB}$$

$$W_C = W_{RC}/W_{PC}$$

$$A_{RC} = A_{RB}$$

$$A_{PC} = A_{PB}$$

$$\epsilon_C = \epsilon_B$$

Usando as relações estabelecidas em Daryanani [11], para filtro de 2ª ordem e supondo $W_{RC} \gg W_{PC}$ e $W_{RB} \gg W_{PB}$, vem:

$$10^{0,1 A_{PB}} = 1 + \epsilon_B^2 W_B^4$$

e

$$10^{0,1 A_{PC}} = 1 + \epsilon_C^2 [W_C^4 - 4 W_C^2 + 1] \cong 1 + 4 \epsilon_C^2 W_C^4$$

ou

$$W_C \cong \frac{W_B}{\sqrt{2}}$$

Desta forma o filtro tipo Chebyshev de 2ª ordem será testado.

Dentre as possíveis estruturas de realização do filtro, a de Sallen e Key, de ganho unitário, realizada com amplificador operacional, foi escolhida. Trata-se de uma realização clássica que emprega número mínimo de componentes (2 resistores e 2 capacitores). A saída do filtro coincide com a saída do amplificador operacional evitando problemas no cascadeamento do circuito. O ganho unitário não se constitui em problema pois há possibilidade de estabelecer-se ganho em estágio posterior. A Figura 5.2 apresenta a estrutura de Sallen e Key utilizada.

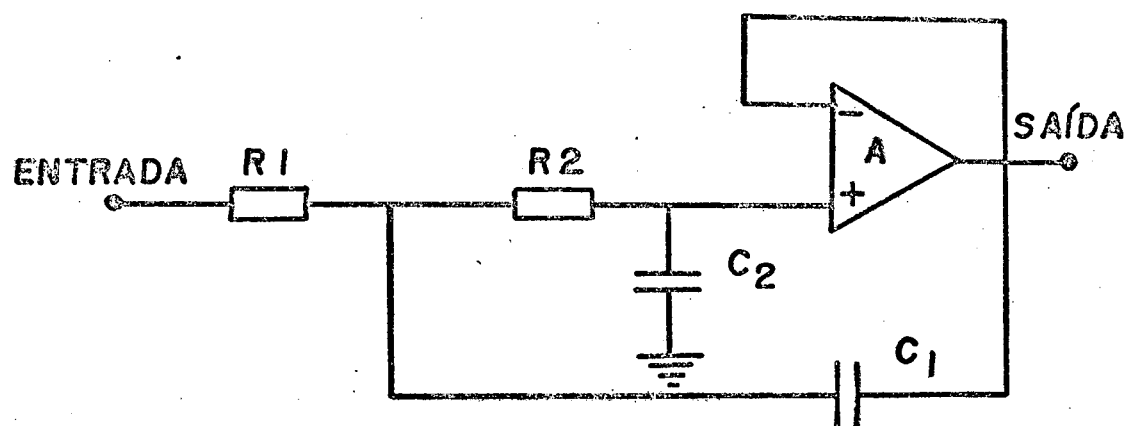


Figura 5.1 - Filtro Sallen e Key, passa-baixas de 2ª ordem e ganho unitário.

A função de transferência deste filtro é:

$$H(s) = \frac{\frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}}{s^2 + \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 C_1} s + \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}} \quad (5.1)$$

ou, na forma canônica

$$H(s) = \frac{W_0^2}{s^2 + 2 \xi W_0 s + W_0^2} = \frac{\sigma_k^2 + W_k^2}{(s + \sigma_k - j W_k) (s + \sigma_k + j W_k)} \quad (5.2)$$

onde σ_k e W_k são, respectivamente, o módulo da parte real e o módulo da parte imaginária dos pólos do filtro e W_0 e ξ são, respectivamente, a frequência natural e o fator de amortecimento do filtro.

Para uma resposta Chebyshev 2ª ordem deve-se ter [11]:

$$\begin{aligned} \sigma_k &= \text{sen } U_k \text{ senh } v \\ W_k &= \text{cos } U_k \text{ cosh } v \\ U_k &= \pi/4 \\ v &= 1/2 \text{ senh}^{-1} \frac{1}{\epsilon} \end{aligned} \quad (5.3)$$

ϵ = fator de ondulação do ganho do filtro Chebyshev na banda passante e das formas canônicas:

$$\begin{aligned} W_0 &= (\sigma_k^2 + W_k^2)^{1/2} \\ \xi &= \frac{\sigma_k}{W_0} \end{aligned} \quad (5.4)$$

O módulo da função de transferência estabelecida na equação 5.1, levando em conta a resposta Chebyshev, deve ser:

$$|H(jW)| = \left[\frac{1}{1 + \epsilon^2 C_2^2(W)} \right]^{1/2} \quad (5.5)$$

onde:

$$C_2(W) = 2W^2 - 1 \quad \text{é o polinômio Chebyshev de segunda ordem} \quad (5.6)$$

As relações estabelecidas em (5.3) e (5.5) estão normalizadas em frequência, de modo que a frequência final do canal de ondulação de ganho na banda passante (W_f) é unitária. É útil estabelecer-se a relação desta frequência com a frequência natural do filtro (W_0), a frequência de corte de 3 dB ($W_{3\text{ dB}}$) e a frequência na qual ocorre o pico de resposta em frequência (W_p) do filtro, em função do fator de ondulação (ϵ) empregado.

5.3 - Relação entre W_f , W_0 , W_p e $W_{3\text{ dB}}$

Para $W = W_f$, da equação 5.6, $C_2(W_f) = 1$ e, da equação 5.5, vem:

$$|H(jW_f)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \epsilon^2}} = |H(j1)| \quad (5.7)$$

A equação 5.7 permite o cálculo de ϵ tendo-se em vista uma ondulação no módulo do ganho definida percentualmente.

Por outro lado, para $W = W_p$, $|H(j W_p)| = 1$ e da equação 5.5, vem:

$$|H(j W_p)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \epsilon^2 C_2^2 (W_p)}} = 1$$

donde:

$$C_2^2 (W_p) = 0$$

Usando a equação 5.6, vem:

$$2 W_p^2 - 1 = 0$$

donde:

$$W_p = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (5.8)$$

Observa-se, assim, que a frequência onde ocorre o pico de resposta é $\sqrt{2}$ vezes menor que a de final de canal (W_f) e é independente de ϵ .

Para $W = W_{3 \text{ dB}}$, $|H(j W_{3 \text{ dB}})| = \frac{1}{\sqrt{2}}$ e, da equação 5.5, vem:

$$|H(j W_{3 \text{ dB}})| = \frac{1}{\sqrt{1 + \epsilon^2 C_2^2 (W_{3 \text{ dB}})}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

donde:

$$\epsilon C_2 (W_{3 \text{ dB}}) = 1$$

e, usando a equação 5.6:

$$W_3 \text{ dB} = \left[\frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{\epsilon} \right) \right]^{1/2} \quad (5.9)$$

Finalmente, a utilização das equações 5.4 e 5.3 permite relacionar W_0 com ϵ

$$v = \frac{1}{2} \sinh^{-1} \frac{1}{\epsilon}$$

e

$$W_0 = \left[\frac{\sinh^2 v + \cosh^2 v}{2} \right]^{1/2} \quad (5.10)$$

Exemplo: Relação entre W_f , W_0 , W_p e $W_3 \text{ dB}$ num filtro Chebyshev com ondulação de 0,1% (erro de ganho na banda passante).

De 5.7, para $|H(j1)| = 0,999$, vem $\epsilon = 0,0448$

$$\text{De 5.8, } W_p = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{De 5.9, } W_3 \text{ dB} = 3,416$$

$$\text{De 5.10, } W_0 = 3,343$$

A Figura 5.2 apresenta o gráfico de $|H(jW)|$, neste caso.

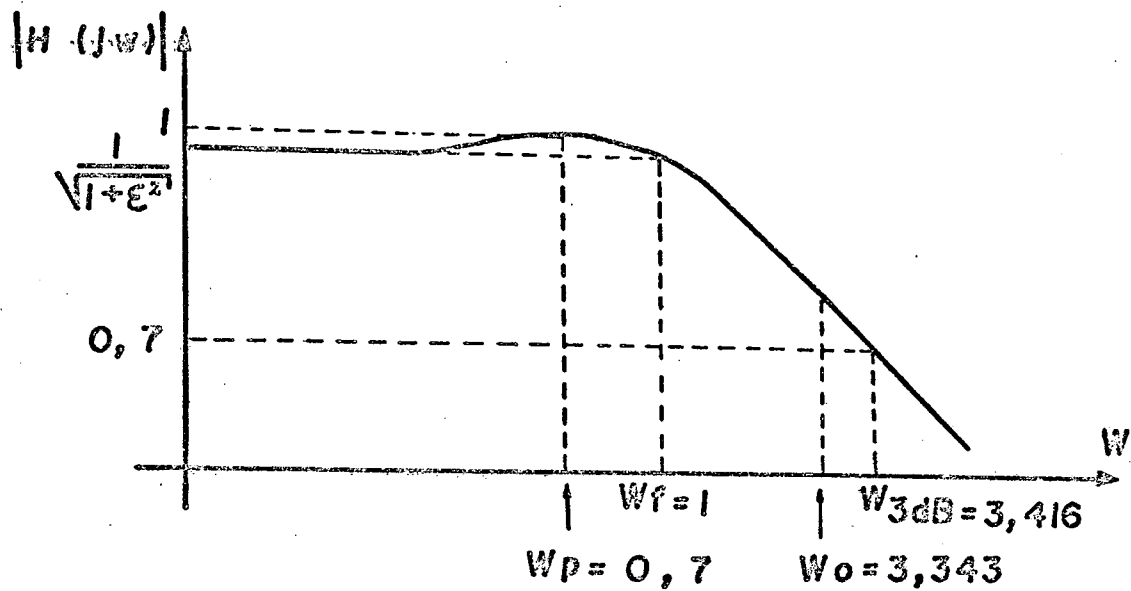


Figura 5.2 - Curva do Módulo de Ganho de um Filtro Chebyshev de 2ª Ordem em Função da Frequência ($\epsilon = 0,0448$ ou Ondulação de 0,1% no Canal).

5.4 - Cálculo dos Componentes do Filtro

Admitindo-se conhecidos o fator de ondulação ϵ e a frequência natural do filtro W_0 , é possível calcular os coeficientes do denominador da equação 5.1 e obter relações obrigatórias que os componentes do circuito devem satisfazer. Assim:

$$\xi = \frac{\sigma_k}{W_0} = \frac{R_1 + R_2}{2} \sqrt{\frac{C_2}{R_1 R_2 C_1}} \quad (5.11)$$

e,

$$W_0 = \sqrt{\sigma_k^2 + W_k^2} = \sqrt{\frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}} \quad (5.12)$$

O sistema de equações resultantes tem quatro incógnitas e duas equações, de forma que será necessário estabelecer-se relações adicionais entre componentes ou arbitrar dois valores.

5.5 - Análise de Sensibilidade

A sensibilidade de uma função F em relação a um parâmetro K é definida por [11]:

$$S_K^F = \frac{\partial F}{\partial K} \cdot \frac{K}{F} = \frac{\frac{\partial F}{F}}{\frac{\partial K}{K}} \quad (5.13)$$

Em termos práticos a sensibilidade é importante porque significa a variação percentual da função causada por uma variação percentual do parâmetro. A sensibilidade em razão de sua definição, é válida para pequenas variações do parâmetro em torno de seu valor nominal, pois a derivada somente pode ser confundida com a variação da própria função para pequenas excursões em torno do ponto considerado (linearização da função).

No caso presente, interessam as sensibilidades de W_0 e ϵ em relação aos componentes R_1 , R_2 , C_1 e C_2 tomados como parâmetros. A sensibilidade de W_0 pode ser obtida a partir da equação 5.12. Assim:

$$S_{R_1}^{W_0} = S_{R_2}^{W_0} = S_{C_1}^{W_0} = S_{C_2}^{W_0} = -\frac{1}{2} \quad (5.14)$$

Desta forma, um acréscimo de 1% no valor de qual quer um dos componentes, causará um decréscimo de 0,5% no valor da frequência natural do filtro.

A sensibilidade de ϵ em relação ao parâmetro genérico x (C_1 , C_2 , R_1 ou R_2) pode ser obtida através da equação:

$$S_x^\epsilon = S_\epsilon^{\epsilon^2} \cdot S_\xi^{\epsilon^2} \cdot S_x^\xi \quad (5.15)$$

Determinação de S_x^ξ onde $x = R_1, R_2, C_1$ ou C_2 .

Da equação 5.11.

$$S_{R_1}^\xi = -1/2 + \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad (5.16)$$

$$S_{R_2}^\xi = -1/2 + \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad (5.17)$$

$$S_{C_1}^\xi = -1/2 \quad (5.18)$$

$$S_{C_2}^\xi = 1/2 \quad (5.19)$$

Determinação de $S_\xi^{\epsilon^2}$

As formas canônicas, através das relações de amplitude nas frequências W_f e W_p permitem estabelecer a relação entre ϵ e ξ conforme a identidade seguinte:

$$\frac{|H(j\omega_p)|}{|H(j\omega_f)|} = \frac{\sqrt{(1 - K_1)^2 + (2\xi K_1)^2}}{\sqrt{(1 - K_2)^2 + (2\xi K_2)^2}} = \sqrt{1 + \epsilon^2} \quad (5.20)$$

onde:

$$K_1 = \frac{\omega_f}{\omega_0} \quad e \quad K_2 = \frac{\omega_p}{\omega_0}$$

Assim,

$$\epsilon^2 = \frac{A + B \xi^2}{C + D \xi^2} \quad (5.21)$$

onde

$$A = (1 - K_1^2)^2 - (1 - K_2^2)^2$$

$$B = 4 (K_1^2 - K_2^2)$$

$$C = (1 - K_2^2)^2$$

$$D = 4 K_2^2$$

Então:

$$S_{\xi}^{\epsilon^2} = \frac{2 \xi^2 [B - D \epsilon^2]}{A + B \xi^2} \quad (5.22)$$

Determinação de $S_{\xi}^{\epsilon^2}$

Usando $\epsilon = \sqrt{\epsilon^2}$ vem

$$S_{\xi}^{\epsilon^2} = 1/2 \quad (5.23)$$

Assim, finalmente, a sensibilidade desejada estabelecida na equação 5.15 está determinada em função de seus fatores obtidos nas equações 5.16, 5.19, 5.22 e 5.23.

Observa-se que, se $R_1 = R_2$, $S_{R_1}^\xi = S_{R_2}^\xi = 0$ não havendo alteração de $S_{C_1}^\xi$ e $S_{C_2}^\xi$. Portanto, o projeto do filtro levando em conta que $R_1 = R_2$ é uma opção preferencial e reduz o número de parâmetros a serem arbitrados a um, no caso, um dos dois capacitores será arbitrado.

5.6 - Aproximação do Módulo do Ganho do Filtro

Seja estabelecer uma função aproximação do módulo de ganho do filtro, para $W > W_0$, com erro pré-fixado.

Assim, se o módulo do ganho do filtro é:

$$|H(jW)| = \frac{W_0^2}{\sqrt{(W_0^2 - W^2)^2 + (2\xi W_0 W)^2}} \quad (5.24)$$

E a aproximação desejada para $W > W_0$ é:

$$|H'(jW)| = \frac{W_0^2}{W^2} \quad (5.25)$$

Define-se o fator de erro γ tal que:

$$|H(jW)| = \gamma |H'(jW)| \quad (5.26)$$

Se

$$W = K W_0 \quad K > 1 \quad (5.27)$$

e usando as equações 5.24, 5.25 e 5.26, vem:

$$\gamma = \frac{K^2}{\sqrt{(1 - K^2)^2 + 4 \xi^2 K^2}} = \frac{K^2}{\sqrt{1 + 2 K^2 (2 \xi^2 - 1) + K^4}} \quad (5.28)$$

A equação 5.28 mostra que, para $K = K_0$, pode-se obter $\gamma = 1$. Para tal:

$$1 + 2 K_0^2 (2 \xi^2 - 1) = 0 \quad (5.29)$$

ou

$$K_0 = \frac{1}{\sqrt{2 (1 - 2 \xi^2)}} \quad (5.30)$$

A equação 5.30 indica que um valor para K_0 tal que $\gamma = 1$, só existe se:

$$1 - 2 \xi^2 > 0$$

ou

$$\xi < \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (5.31)$$

Assim, para $\xi > \frac{1}{\sqrt{2}}$, o denominador da equação 5.28 será sempre maior do que seu numerador e, portanto, γ será menor do que a unidade para qualquer valor de K . No entanto, à medida que K tende ao infinito, o valor de γ tende a 1.

Já para valores de $\xi < \frac{1}{\sqrt{2}}$, o fator de erro γ pode ser menor ou maior do que a unidade, dependendo do valor de K . Desta forma, o fator de erro passa por um máximo que pode

ser obtido da equação 5.28, forçando-se $\frac{d\gamma}{dK} = 0$ e obtendo-se o máximo para $K = K_1$, tal que:

$$K_1 = \frac{1}{\sqrt{1 - 2\xi^2}} \quad (5.32)$$

Ou, levando em conta a equação 5.30,

$$K_1 = \sqrt{2} K_0 \quad (5.33)$$

Assim, em resumo, se $\xi < \frac{1}{\sqrt{2}}$, o fator de erro γ é menor do que a unidade para $K < K_0$; passa por $\gamma = 1$ quando $K = K_0$, atinge o valor máximo $\gamma_{\text{máx}}$ quando $K = K_1 = \sqrt{2} K_0$ e tende a 1 à medida que K tende ao infinito. A Figura 5.3 ilustra a situação, incluindo também o caso de $\xi > \frac{1}{\sqrt{2}}$

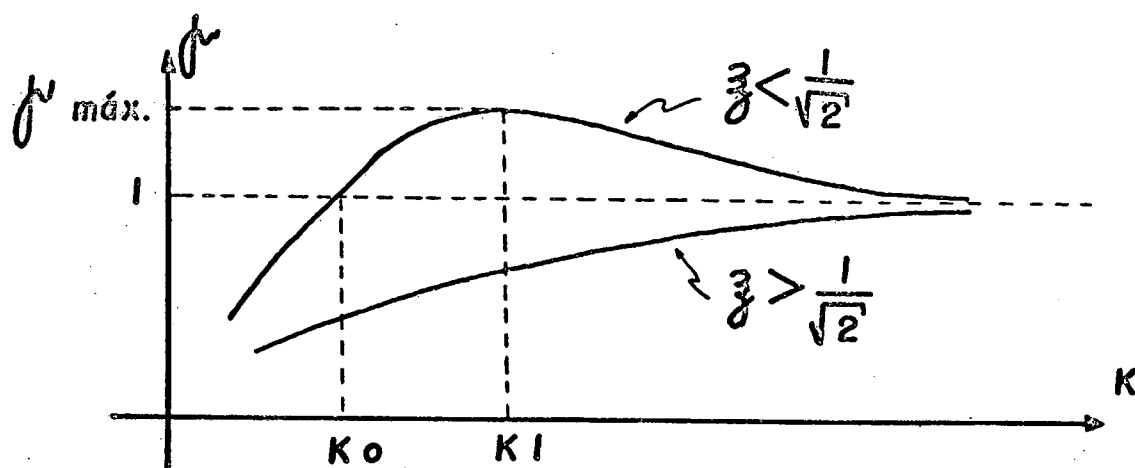


Figura 5.3 - Fator de Erro γ em Função do Afastamento K entre W_0 e W do Filtro.

O valor de $\gamma_{\text{m\acute{a}x}}$ pode ser obtido por substitui\c{c}o da equa\c{c}o 5.32 na equa\c{c}o 5.28, assim:

$$\gamma_{\text{m\acute{a}x}} = \frac{1}{2 \xi \sqrt{1 - \xi^2}} \quad (5.34)$$

Respeitados o valor de $\xi < \frac{1}{\sqrt{2}}$ e o valor de $\gamma_{\text{m\acute{a}x}}$ estabelecido na equa\c{c}o 5.34, \c{e} poss\i\c{v}el obter da equa\c{c}o 5.28 o valor de K para γ e ξ pr\c{e}-fixados.

$$K = \left[\frac{A}{B} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{B}{A^2}} \right) \right]^{1/2} \quad (5.35)$$

onde

$$A = 1 - 2 \xi^2$$

$$B = 1 - \frac{1}{\gamma^2}$$

e a raiz deve ser usada com o sinal positivo se $\gamma > 1$ e com o sinal negativo se $\gamma < 1$.

Exemplo: Seja $\xi = 0,695$

$$\text{Ent\c{a}o } \xi < 1/\sqrt{2} = 0,707$$

$$\text{Da equa\c{c}o 5.30 } K_0 = 3,837647782 \quad (\gamma = 1 \text{ se } K = K_0)$$

$$\text{Da equa\c{c}o 5.32 } K_1 = 5,427253541 \quad (\gamma = \gamma_{\text{m\acute{a}x}} \text{ se } K = K_1)$$

$$\text{Da equa\c{c}o 5.34 } \gamma_{\text{m\acute{a}x}} = 1,0005768$$

Assim, para uma situação como a do exemplo, a utilização da expressão aproximada do ganho do filtro apresentada na equação 5.25 para cálculo de atenuações produzidas em frequências maiores do que a frequência natural de, pelo menos K_0 vezes (no caso, $K_0 \approx 3,84$), conduzirá a erros inferiores a 0,06% no valor da atenuação obtida.

O erro de atenuação em valores percentuais, pode ser obtido a partir de γ :

$$e\% = 100 |1 - \gamma| \quad (5.36)$$

Ainda, utilizando o exemplo para reduzir o erro a 0,01% , correspondente a $\gamma = 1,0001$, a equação 5.35 indica $K \approx 18$. Assim, para frequências maiores do que 18 vezes a frequência natural do filtro, a utilização da equação aproximada do ganho do filtro, produziria erros inferiores a 0,01%.

CAPÍTULO 6

A ANÁLISE DA DISTORÇÃO HARMÔNICA

Neste Capítulo é desenvolvida a relação da frequência de repetição dos pulsos com a distorção harmônica e o índice de modulação do amplificador PWM.

6.1 - Determinação da Distorção Harmônica Total

6.1.1 - Equações Gerais

A distorção harmônica total na saída do demodulador PWM é dada pela expressão:

$$D_{TH} = \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} (U_{np})^2 + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} (U_{np \pm mq})^2} \quad (6.1)$$

O primeiro termo do radicando corresponde ao somatório quadrático dos fatores de distorção relativos às amplitudes das harmônicas de portadora, e o segundo termo corresponde ao somatório quadrático dos fatores de distorção devido às componentes de intermodulação, ou batimento.

Os fatores de distorção são dados por:

$$U_{np} = \frac{A_{np}}{A_q} \left| H(j\omega_{np}) \right| \quad (6.2)$$

e

$$U_{np \pm mq} = \left| \frac{A_{np \pm mq}}{A_q} \right| \left| H(j W_{np \pm mq}) \right| \quad (6.3)$$

onde

A_{np} é a amplitude da n -ésima harmônica da portadora, de frequência W_{np} .

A_q é a amplitude da modulante, de frequência W_q .

$|H(j W_{np})|$ e $|H(j W_{np \pm mq})|$ são os módulos do ganho do filtro de demodulação utilizado, calculados, respectivamente, nas frequências W_{np} e $W_{np \pm mq}$.

As expressões acima permitem calcular a distorção harmônica total para qualquer um dos casos analisados no Capítulo 3, onde os valores $|A_{np}|$ e $|A_{np \pm mq}|$ são apresentados.

No presente trabalho, estas equações serão particularizadas para o caso de pulsos simétricos e com tempos de transição nulos ou, finitos e idênticos de curta duração comparado ao período da portadora. Esta situação reflete, com maior proximidade, o caso prático e implica, quando da realização do protótipo, de dotá-lo de recursos de calibração para obtê-la. O espectro correspondente está esquemático, novamente (ver Capítulo 3, Figura 3.5 - a), na Figura 6.1, onde se dá destaque aos diversos grupos de componentes vinculadas às harmônicas de portadora.

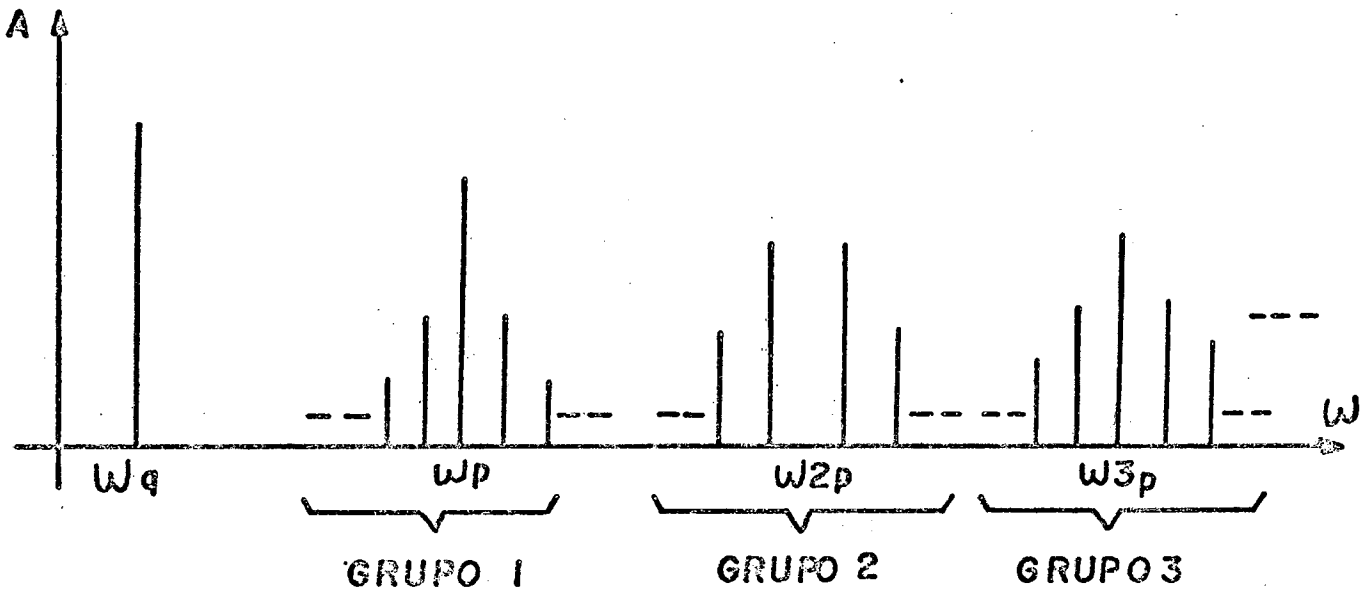


Figura 6.1 - Grupos de Componentes do Espectro de Freqüências da PWM simétrica, em torno das Harmônias da Portadora, na Entrada do Filtro de Demodulação.

Cada um dos grupos pode ser considerado, de forma independente, como gerador de uma função da distorção harmônica total (D_{TH}) produzida na saída do filtro.

Assim, o grupo 1 gerará a distorção D_1 , o grupo 2 a distorção D_2 , assim sucessivamente, de modo que se pode escrever:

$$D_{TH} = \sqrt{D_1^2 + D_2^2 + D_3^2 + D_4^2 + \dots} \quad (6.4)$$

6.1.2 - Equações Simplificadas

O problema em questão pode ser estabelecido de forma simplificada da seguinte forma: Dado um valor desejado para D_{TH} e um valor conhecido para W_q (máxima frequência na banda passante para o amplificador), deseja-se determinar o valor mínimo de W_p (frequência de portadora) a empregar. Em outras palavras, dado D_{TH} , deseja-se obter a razão W_p/W_q mínima que permita obtê-la. Infelizmente a equação 6.4 não permite explicitar a razão W_p/W_q em função de D_{TH} , de modo que outros meios devem ser providenciados.

a) Aproximação no Ganho do Filtro

No Capítulo 5, verificou-se que, sob certas condições de afastamento entre a frequência natural do filtro (W_0) e a frequência na qual o ganho é desejado (W) é possível, para $W > W_0$, estabelecer uma função aproximação simplificada com erro conhecido e de pequeno valor. Esta função é (ver equação 5.25):

$$|H(jW)| = \frac{W_0^2}{W^2} \quad (6.5)$$

No caso presente, certamente $W_p < W_0$ (a modulante estará na banda passante do filtro) e $W_{p-mq} > W_0$ é uma das restrições para a utilização da equação 6.5, pois pretende-se utilizar a equação simplificada mesmo para a componente de batimento do primeiro grupo mais próxima de W_0 .

b) Aproximação no Truncamento da Série de Grupos

O fator de distorção produzido por grupo, pode ser expresso em função da amplitude das componentes espectrais calculadas conforme Capítulo 3 e a utilização da equação 6.5. Assim, para tempos de transição nulos:

$$D_1^2 = \left(\frac{4}{k\pi}\right)^2 \left[J_0^2 \left(\frac{k\pi}{2}\right) \left|\frac{A_p}{A_q}\right|^2 \frac{W_0^4}{W_p^4} + \sum_{m=2,4,\dots}^{\infty} J_{|m|}^2 \left(\frac{k\pi}{2}\right) \right.$$

$$\left. \left| \frac{A_p + mq}{A_q} \right|^2 \frac{W_0^4}{W_{p+mq}^4} + \sum_{m=2,4,\dots}^{\infty} J_{|m|}^2 \left(\frac{k\pi}{2}\right) \left| \frac{A_p - mq}{A_q} \right|^2 \right.$$

$$\left. \frac{W_0^4}{W_{p-mq}^4} \right]$$

$$D_2^2 = \left(\frac{4}{k\pi}\right)^2 \frac{1}{4} \left[\sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} J_{|m|}^2 (k\pi) \left| \frac{A_{2p+mq}}{A_q} \right|^2 \frac{W_0^4}{W_{2p+mq}^4} + \right.$$

$$\left. + \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} J_{|m|}^2 (k\pi) \left| \frac{A_{2p-mq}}{A_q} \right|^2 \frac{W_0^4}{W_{2p-mq}^4} \right]$$

$$D_3^2 = \left(\frac{4}{k\pi}\right)^2 \frac{1}{9} \left[J_0^2 \left(\frac{3k\pi}{2}\right) \left|\frac{A_{3p}}{A_p}\right|^2 \frac{W_0^4}{W_{3p}^4} + \sum_{m=2,4,\dots}^{\infty} \right.$$

$$\left. J_{|m|}^2 \left(\frac{3k\pi}{2}\right) \left| \frac{A_{3p+mq}}{A_q} \right|^2 \frac{W_0^4}{W_{3p+mq}^4} + \sum_{m=2,4,\dots}^{\infty} J_{|m|}^2 \right]$$

$$\left[\left(\frac{3 k \pi}{2} \right) \left| \frac{A_{3p - m\pi}}{A_q} \right|^2 \frac{W_o^4}{W_{3p - m\pi}^4} \right]$$

$$D_4^2 = \left(\frac{4}{k \pi} \right)^2 \frac{1}{16} \left[\sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} J_{|m|}^2 (2 k \pi) \left| \frac{A_{4p + m\pi}}{A_q} \right|^2 \right]$$

$$\frac{W_o^4}{W_{4p + m\pi}^4} + \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} J_{|m|}^2 (2 k \pi) \left| \frac{A_{4p - m\pi}}{A_q} \right|^2 \frac{W_o^4}{W_{4p - m\pi}^4} \right]$$

(6.6)

Uma análise da formação da série de grupos indica, por exemplo, que a contribuição do 3º grupo comparada à do 1º grupo é cerca de $3^2 \cdot 3^4$ vezes menor (considerando-se a 3ª harmônica e a igualdade de amplitudes do grupo 3 e do grupo 1). Assim, o 3º grupo em diante apresentará uma contribuição 729 vezes menor, ou menos, por grupo quando comparado com a contribuição do 1º grupo. Assim, a série será truncada no 2º grupo, desprezando-se o 3º e seguintes.

c) Aproximação nas Amplitudes das Componentes de cada Grupo.

Em cada grupo, a amplitude de cada componente varia e pode ser calculada. O tratamento matemático para amplitudes diferenciadas, no entanto, não permite a obtenção de expressões concisas e deve ser feito de forma gráfica. Supondo, porém, que todas as amplitudes de batimento de um determinado grupo são

iguais à maior delas, o procedimento é simplificado. Esta ação é a favor da segurança pois as amplitudes decrescem à medida que se aumenta o número de frequências de batimento considerado. Esta aproximação, de considerar todas as amplitudes em um grupo i dênticas e igual à maior delas, compensa, de certa forma, aproximações que não estão a favor da segurança e, provavelmente, dado ao evidente exagero das amplitudes consideradas, conduzirá a um valor de distorção maior do que o real. Pode-se assim considerar que o valor obtido será semelhante a um "supremo" para a D_{TH} .

As equações 6.6 podem, então, ser reescritas como segue:

$$D_1^2 = D_0^2 A_1^2 \left[1 + \sum_{m=2,4,\dots}^{\infty} \left(1 + m \frac{W_q}{W_p} \right)^{-4} + \sum_{m=2,4,\dots}^{\infty} \left(1 - m \frac{W_q}{W_p} \right)^{-4} \right]$$

$$D_2^2 = \frac{D_0^2}{64} A_2^2 \left[\sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \left(1 + \frac{m}{16} \frac{W_q}{W_p} \right)^{-4} + \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \left(1 - \frac{m}{16} \frac{W_q}{W_p} \right)^{-4} \right]$$

(6.7)

onde:

$$D_0 = \frac{4}{k \pi} \left(\frac{W_0}{W_p} \right)^2$$

$$A_0 = \max \left[J_0 \left(\frac{k \pi}{2} \right) \left| \frac{A_p}{A_q} \right| \right]$$

$$A_1 = \max \left[J_{|m|} \left(\frac{k \pi}{2} \right) \left| \frac{A_p \pm m q}{A_q} \right| \right]$$

$$A_2 = \max_{m=1,3,\dots} \left[J_{|m|} (k \pi) \left| \frac{A_{2p} \pm m q}{A_q} \right| \right] \quad (6.8)$$

$$e \quad W_{np \pm mq} = n W_p \pm m W_q = n W_p \left(1 \pm \frac{m}{n} \frac{W_q}{W_p} \right)$$

As expressões 6.7 apresentam fatores do tipo $(1 \pm x)^{-4}$ onde o maior valor de x é $m W_q / W_p$. Para que a expressão aproximada do ganho do filtro tenha validade é necessário garantir que a componente de batimento mais próxima da frequência natural do filtro seja superior a esta, isto é:

$$W_p - m W_q > W_o \quad (6.9)$$

$$\text{mas} \quad W_o > W_p \quad (6.10)$$

$$\text{então} \quad W_p - m W_q > W_q$$

$$\text{ou} \quad 1 > \frac{(1 + m) W_q}{W_p} \quad (6.11)$$

Se a restrição 6.11 for obedecida, sendo m um inteiro positivo, então também $m W_q / W_p < 1$. Assim, para $x < 1$ os fatores mencionados admitem o seguinte desenvolvimento em série de potências:

$$(1 - x)^{-4} = 1 + 4x + 10x^2 + 20x^3 + \dots - 1 < x < 1 \quad (6.12)$$

$$(1 + x)^{-4} = 1 - 4x + 10x^2 - 20x^3 + \dots - 1 < x < 1 \quad (6.13)$$

Truncando a série a partir do termo de ordem 4 e substituindo em 6.7, vem:

$$D_1^2 = D_0^2 A_1^2 \left[1 + 2 \sum_{m=2,4,\dots}^{\infty} 1 + 20 \sum_{m=2,4,\dots}^{\infty} \left(m \frac{W_q}{W_p} \right)^2 \right]$$

$$D_2^2 = D_0^2 A_2^2 \left[2 \sum_{m=1,3}^{\infty} 1 + 20 \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \left(\frac{m}{16} \frac{W_q}{W_p} \right)^2 \right] \quad (6.14)$$

Supondo agora que, dentro de aproximações válidas, a distorção no primeiro grupo possa ser obtida computando-se α componentes de batimento e a distorção para o segundo grupo β componentes, as equações 6.14 podem ser escritas:

$$D_1^2 = D_0^2 A_1^2 \left[1 + 2\alpha + 20 \left(\frac{W_q}{W_p} \right)^2 \sum_{m=2,4,\dots}^{\infty} m^2 \right] \quad (6.15)$$

$$D_2^2 = D_0^2 A_2^2 \left[2\beta + \frac{20}{16^2} \left(\frac{W_q}{W_p} \right)^2 \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} m^2 \right]$$

ou

$$D_1^2 = D_0^2 A_1^2 \left[1 + 2\alpha + 20 \left(\frac{W_q}{W_p} \right)^2 (2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + (2\alpha)^2) \right]$$

$$D_2^2 = D_0^2 A_2^2 \left[2\beta + \frac{20}{16^2} \left(\frac{W_q}{W_p} \right)^2 (1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2\beta - 1)^2) \right] \quad (6.16)$$

Da equação 6.11 verifica-se que:

$$\frac{W_q}{W_p} < \frac{1}{1+m} \quad (6.17)$$

A substituição da relação W_q/W_p em função da desigualdade 6.17, para o cálculo do termo $(W_q/W_p)^2$ constante das equações 6.16, permite obter um valor entre colchetes, superior ao valor por ele estabelecido, estando a favor da segurança, e no sentido de obter-se um "supremo" para D_{TH} . Assim, pode-se escrever para as equações 6.16:

$$D_1^2 = D_0^2 \left[A_0^2 + K_\alpha A_1^2 \right] \quad (6.18)$$

$$D_2^2 = D_0^2 A_2^2 K_\beta$$

onde

$$K_\alpha = 2\alpha + \frac{20}{(1+2\alpha)^2} [2^2 + 4^2 + \dots + (2\alpha)^2] \quad (6.19)$$

$$K_\beta = 2\beta + \frac{20}{16^2 (2\beta)^2} [1^2 + 3^2 + \dots + (2\beta - 1)^2]$$

Desta forma, a utilização das equações 6.4, 6.8 e 6.18 permite escrever:

$$\frac{W_0}{W_p} = \left[\frac{k \pi D_{TH}}{4 \sqrt{A_0^2 + K_\alpha A_1^2 + K_\beta A_2^2}} \right]^{1/2} \quad (6.20)$$

onde

$$D_{TH} = \text{distorção harmônica total fraçãoal}$$

$$A_0 = J_0 \left(\frac{k \pi}{2} \right) \left| \frac{A_p}{A_q} \right|$$

$$A_1 = \max \left[J_{|m|} \left(\frac{k \pi}{2} \right) \left| \frac{A_p \pm m q}{A_q} \right| \right]$$

$$A_2 = \max \left[J_{|m|} (k \pi) \left| \frac{A_{2p} \pm m q}{A_q} \right| \right]$$

$$K_\alpha = 2\alpha + \frac{20}{(1 + 2\alpha)^2} [2^2 + 4^2 + \dots + (2\alpha)^2]$$

$$K_\beta = 2\beta + \frac{20}{16^2 (2\beta)^2} [1^2 + 3^2 + \dots + (2\beta - 1)^2]$$

A igualdade apresentada na equação 6.20 deve ser utilizada com certas restrições, pois sabe-se que a mesma derivou de um conjunto bastante amplo de simplificações das expressões gerais. Espera-se, no entanto, que o valor de W_o/W_p oriundo dela, estabeleça o mínimo afastamento entre as duas frequências, para uma determinada D_{TH} pré-fixada. O valor obtido, pode ser, agora, utilizado nas equações exatas, visando recalcular um valor mais aproximado da D_{TH} gerada.

d) A Escolha de k

A constante k é o chamado índice de modulação

cujos limites são:

$$0 \leq k \leq 1 \quad (6.21)$$

A fim de estabelecer uma margem de segurança que evite a penetração da modulação nos tempos de transição dos pulsos de portadora, um valor de k inferior à unidade deve ser selecionado. Por outro lado, a faixa de variação de k está relacionada com a faixa dinâmica do sinal de entrada. Desta forma é conveniente reduzir o valor de k , porém, mantendo-o o maior possível, em razão da faixa dinâmica. Assim, um valor máximo de $k = 0,8$ foi arbitrado, tendo tempos de transição inferiores a 10% do semi-período da portadora. Então, para efeitos desse trabalho:

$$0 \leq k \leq 0,8 \quad (6.22)$$

O valor $k = 0,8$ aplica-se à situação de máxima amplitude do sinal de entrada e corresponde, portanto, à situação de plena escala para a qual o valor de D_{TH} é especificado. Desta forma, deve-se entender que a equação 6.1 e 6.20 devem ser calculadas com $k = 0,8$. Sabe-se, porém, que para valores de k inferiores a 0,8 a distorção harmônica obtida resultará maior do que esta especificada a fundo de escala. O valor máximo será obtido para $k = 0$ (ausência de sinal de entrada) e neste caso é melhor definir ondulação ("ripple") no sinal de saída, em lugar de distorção, já que esta seria infinita.

e) A Escolha de α e β

α e β são, respectivamente, o número de componentes de batimento consideradas no 1º e 2º grupos do espectro. O critério para definir seus valores está vinculado à redução dos coeficientes das funções de Bessel. As componentes de batimento do 1º grupo são obtidas para o argumento $\frac{k\pi}{2}$ para as funções de Bessel de ordem par. Da Figura 6.2 [2], observa-se que, para um critério de atenuação de 10:1, basta ser considerado o batimento de ordem 2. Assim $\alpha = 1$. Da mesma forma, para o 2º grupo do espectro, o argumento para as funções de Bessel é $(k\pi)$ e um exame similar ainda na Figura 6.2, indica que devem ser considerados os batimentos de ordem 1 e 3. Assim, $\beta = 2$.

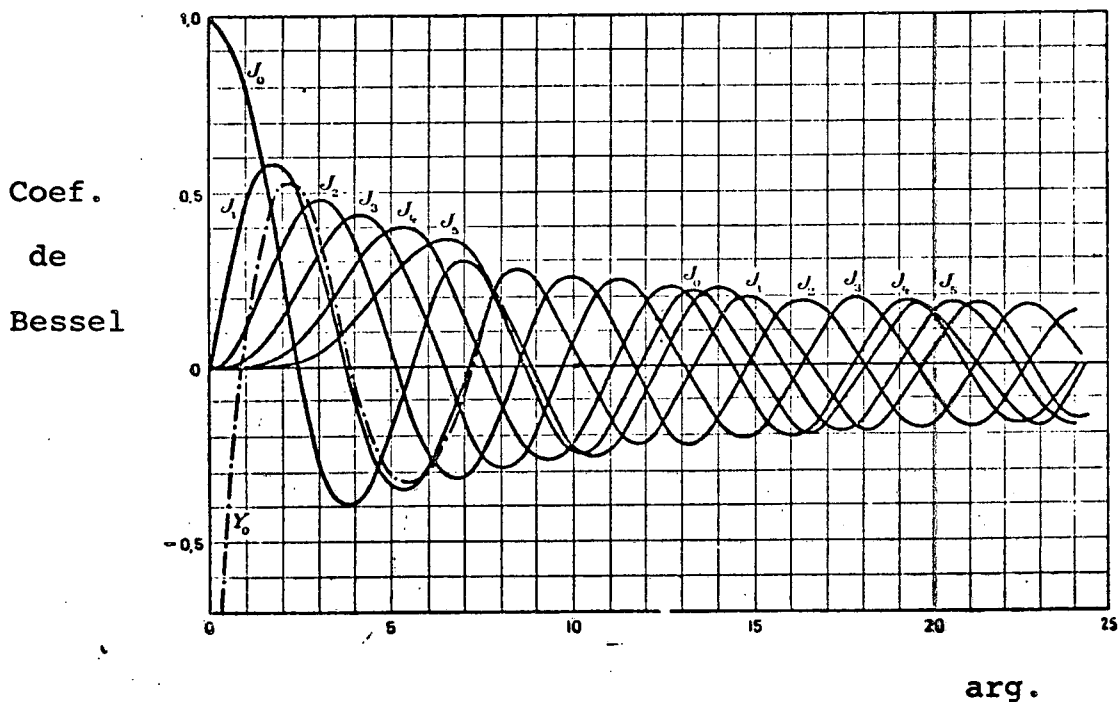


Figura 6.2 - Curvas de Coeficientes de Bessel de J_0 a J_5 em Função do Argumento.

Em resumo, a equação 6.20 deve ser calculada levando em conta valores de K_α e K_β obtidos da equação 6.19 com $\alpha = 1$ e $\beta = 2$.

f) A Equação Aproximada de D_{TH} para o Caso Particular de Plena Escala ($k = 0,8$) e Modulação Simétrica com Tempos de Transição Nulos ($\alpha = 1$, $\beta = 2$)

Os valores numéricos de interesse, nesse caso, são:

$$k = 0,8$$

$$\alpha = 1$$

$$\beta = 2$$

$$A_0 = J_0 \left(\frac{k \pi}{2} \right) = 0,64$$

$$A_1 = J_2 \left(\frac{k \pi}{2} \right) = 0,17$$

$$A_2 = \max [J_1 (k \pi) ; J_3 (k \pi)] = \max [0,5 ; 0,22] = 0,5$$

$$K_\alpha = 2 + \frac{20}{9} \cdot 4 = 10,9$$

$$K_\beta = 4 + \frac{20}{16^2 \cdot 16^2} \cdot 10 = 4,003$$

$$D_1^2 = D_0^2 [A_0^2 + K_\alpha A_1^2] = D_0^2 [(0,64)^2 + 10,9 (0,17)^2] = 0,72 D_0^2$$

$$D_2^2 = D_0^2 A_2^2 K_\beta = D_0^2 (0,5)^2 \cdot 4,003 = 1,0 D_0^2$$

$$D_{TH}^2 = D_1^2 + D_2^2 = 1,72 D_0^2$$

$$D_{TH} = 1,31 D_0$$

$$D_0 = \frac{4}{k \pi} \cdot \left(\frac{W_0}{W_p} \right)^2 = \frac{4}{k \pi} \left(\frac{W_0}{W_p} \right)^2 = 1,41 \left(\frac{W_0}{W_p} \right)^2$$

$$D_{TH} = 1,31 \cdot 1,41 \left(\frac{W_0}{W_p} \right)^2 = 1,85 \left(\frac{W_0}{W_p} \right)^2$$

$$D_{TH} = 1,85 \left(\frac{W_0}{W_p} \right)^2 \quad (6.23)$$

A equação 6.23 permite estimar um "supremo" para D_{TH} de 1,85% para um afastamento de 10 vezes entre W_0 e W_p . Por outro lado, para uma D_{TH} pré-fixada em 1%, a mesma equação permite estimar um afastamento mínimo de 14 vezes entre W_0 e W_p .

A utilização da expressão exata, explícita em D_{TH} , permite que se observe a proximidade da aproximação obtida. Assim, da equação 6.4, para:

• pulsos ideais

• $k = 0,8$

• $W_0/W_p = \frac{1}{14}$

- $W_q = 0,2 W_o$
- três primeiros grupos do espectro
- quatro componentes de batimento e fundamental da portadora no 1º grupo
- seis componentes de batimento no 2º grupo
- quatro componentes de batimento mais 3ª harmônica da portadora no 3º grupo.

Obtém-se:

$$D_{TH} = 0,579\% \quad (6.24)$$

Como se observa, o valor mais exato apresentado em 6.24 é menor que o valor de 1% previsto por 6.23, indicando que esta é uma equação por aproximações superiores ao valor da distorção.

Este cálculo de verificação indica que uma maior aproximação entre W_o e W_p pode ser utilizada. De fato, para $W_o/W_p = 1/10$ e para as mesmas condições acima, obtém-se de 6.4:

$$D_{TH} = 0,978\% \quad (6.25)$$

C A P I T U L O 7

PROJETO DE UM AMPLIFICADOR PWM DE ISOLAMENTO GALVÂNICO

Nesse Capítulo será apresentado o projeto de um protótipo de amplificador PWM de isolamento galvânico para atender a necessidade de medição de sinais de CC e de CA de baixas frequências.

Inicialmente será feita uma descrição dos blocos do amplificador e do princípio de funcionamento dos circuitos de cada bloco. A seguir serão realizados os cálculos dos valores dos componentes de cada bloco para dotar o amplificador das características desejadas.

7.1 - Especificações Básicas

- Máximo erro de não linearidade = $\pm 0,1\%$
- Banda de resposta de frequências = 0 - 200 Hz
(erro de $\pm 0,1\%$ na amplitude)
- Isolamento elétrico entre os circuitos de entrada e de saída e de alimentação primária de CC.
- Tensão de ruptura do isolamento = 2000 V em CC.
- Máxima ondulação da tensão de saída (F.S.) = 1%.
- Faixa da tensão de entrada = ± 5 V.

- Faixa da tensão de saída = $\pm 10V$.
- Faixa da corrente de saída = $\pm 5 \text{ mA}$.
- Ganho $G_v = -2$.

7.2 - Descrição dos Blocos do Amplificador Isolador PWM

A Figura seguinte mostra a disposição dos blocos principais do amplificador PWM de isolamento galvânico.

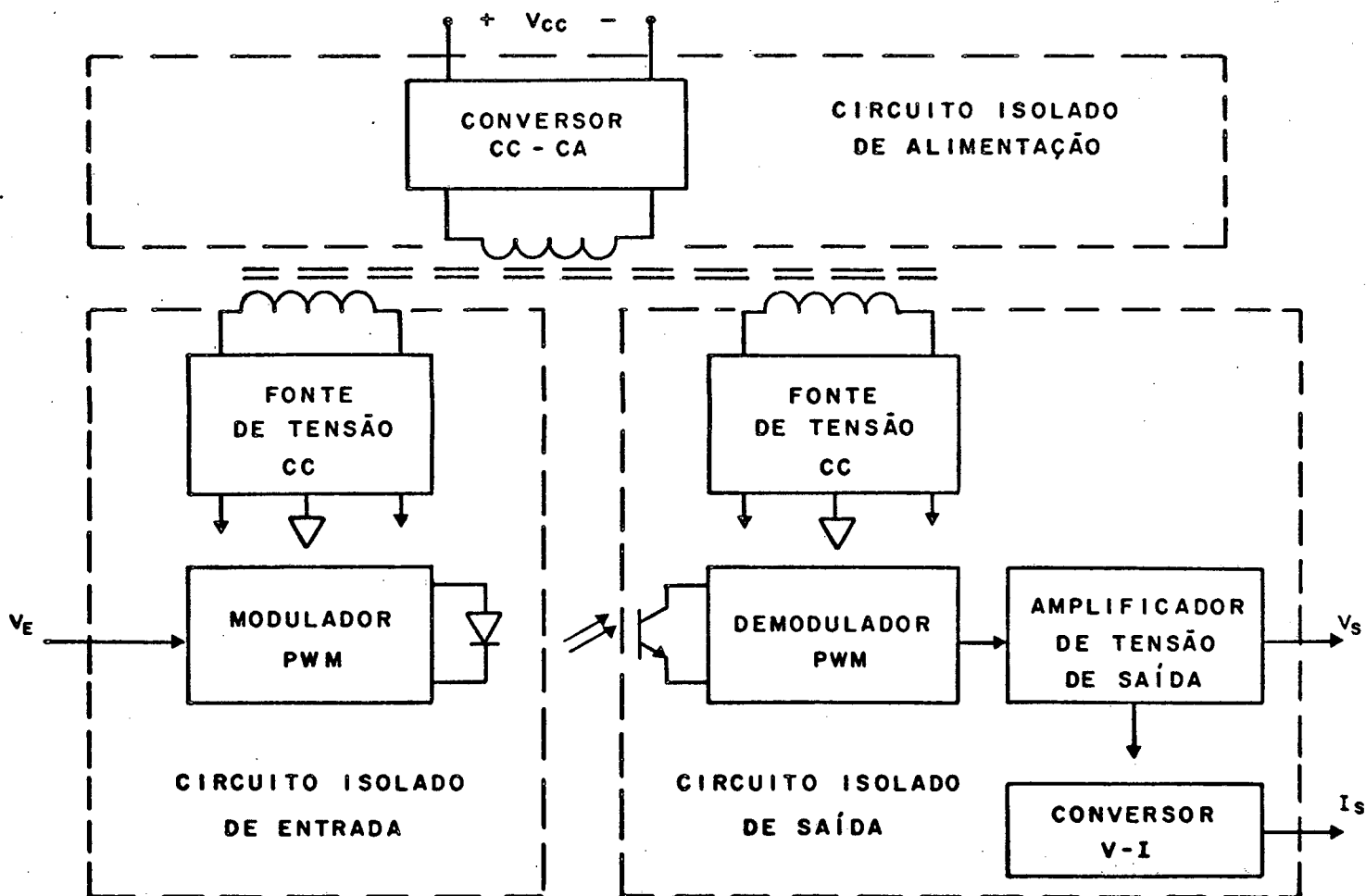


Figura 7.1 - Bloco-diagrama do Amplificador Isolador PWM.

7.2.1 - Modulador PWM

O modulador de largura de pulsos é composto de um gerador de onda triangular simétrica de frequência fixa, um amplificador para somar os sinais da onda triangular e de entrada do amplificador, e um detetor de cruzamento por zero para excitar o diodo emissor de luz do acoplador ótico de forma chaveada.

A largura do ciclo de condução do diodo emissor de luz é função do nível do sinal modulante que é dado pela tensão de entrada V_E .

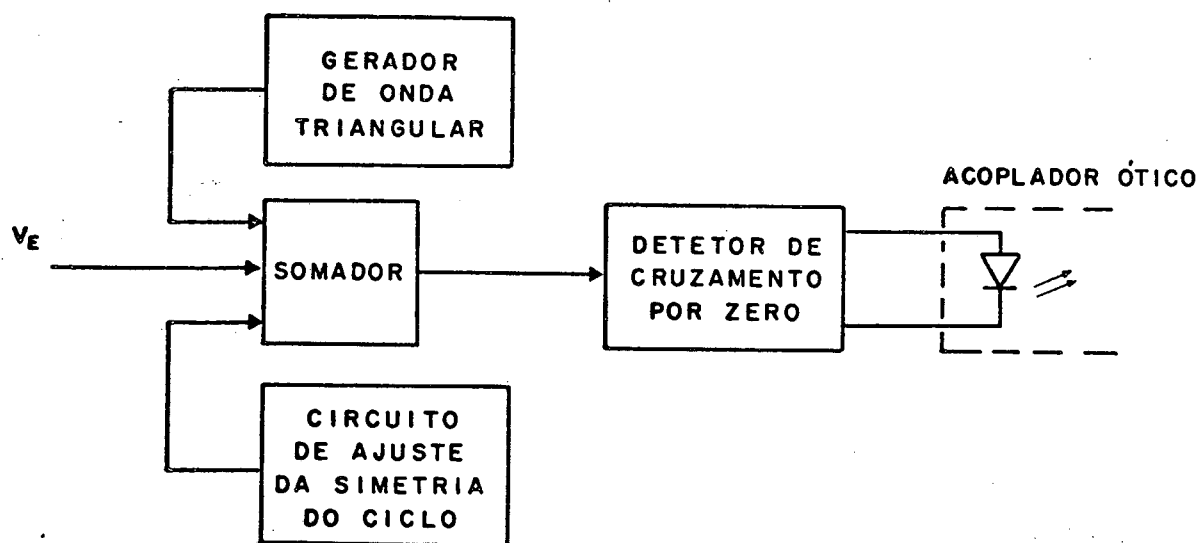


Figura 7.2 - Diagrama em Blocos do Modulador PWM.

O circuito do gerador de onda triangular é constituído dos seguintes elementos:

- a) uma fonte de corrente constante de valor $2I$
- b) uma fonte de corrente constante de valor I
- c) um capacitor C_t que é carregado e descarregado, alternadamente, pelas fontes de corrente constante
- d) uma chave eletrônica composta de dois diodos retificadores para controlar a fonte de corrente de valor $2I$
- e) um comparador com malha de realimentação de tensão de histerese que monitora a tensão de saída do gerador de onda triangular
- f) um amplificador isolador de alta impedância de entrada para evitar o corregramento do circuito.

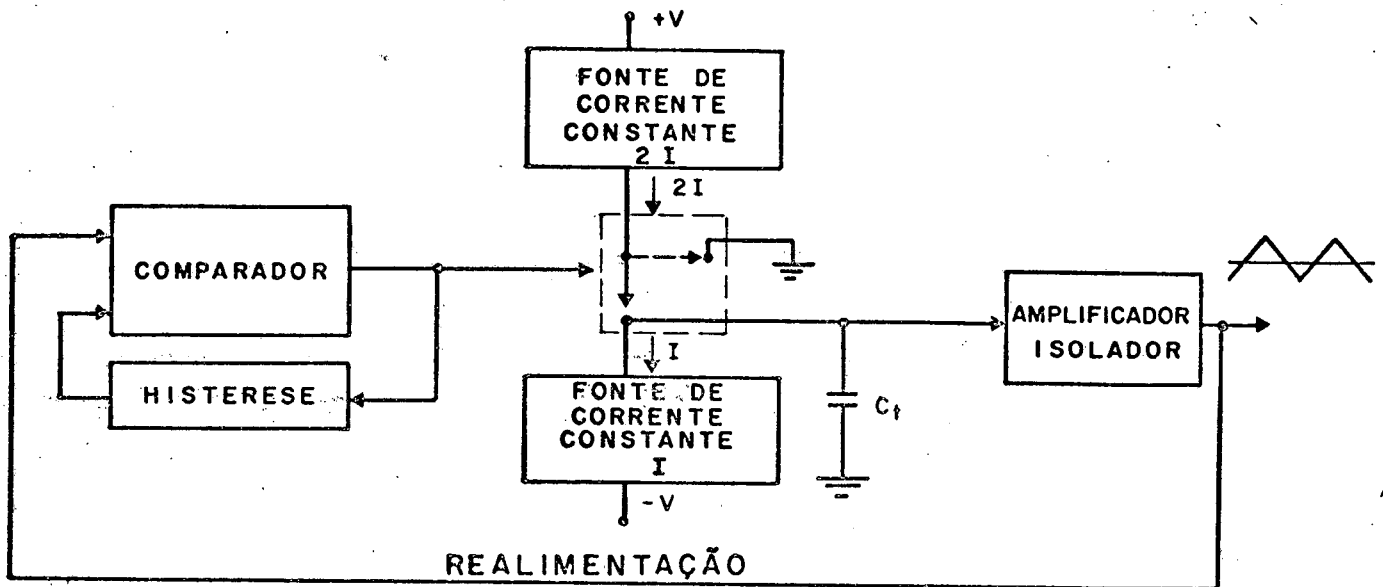


Figura 7.3 - Diagrama em Blocos do Gerador de Onda Triangular.

Durante um semiciclo de tempo de operação do gerador, a fonte de corrente constante $2I$ é conectada à C_t e à fonte de corrente I pela chave eletrônica formada pelos diodos, e no outro semiciclo a fonte de corrente constante $2I$ é desconectada do circuito pela chave eletrônica passando a fonte de corrente constante I a descarregar C_t [33].

O sinal de onda triangular é grampeado no sinal de entrada V_E e comparado com um ponto de referência para produzir uma onda retangular de ciclo de condução dependente da amplitude de V_E .

O ponto de referência de comparação é a massa do circuito isolado de entrada do amplificador PWM, por isso a denominação de detetor de cruzamento por zero.

O nível CC da onda triangular na saída do soma
dor é zero para sinal de entrada nulo, devido ao sinal adicio
nal de referência de tensão, produzindo-se ciclos de condução de
50% nos pulsos quando não estão sendo moduladas e, dessa forma,
obtendo-se uma modulação de largura de pulsos perfeitamente simé
trica.

Os elementos integrantes dessa parte do modula-
dor são:

- a) um amplificador somador de baixa distorção
de fase para grampear a onda triangular no
sinal V_E
- b) um circuito de referência de tensão regulada
para introduzir um sinal na entrada do soma
dor de compensação do desvio de nível CC da
onda triangular
- c) um amplificador comparador, com reforçador
de corrente de saída para excitar o diodo
emissor de luz, que opera na região de satu-
ração quando o sinal de saída do somador a
presenta valor instântaneo negativo de ten
são.
- d) um dispositivo fotoemissor, no caso o diodo
emissor de luz do acoplador ótico, que esta
belece a barreira de isolamento galvânico
para o sinal de informação entre os circui

tos isolados de entrada e de saída do amplificador PWM.

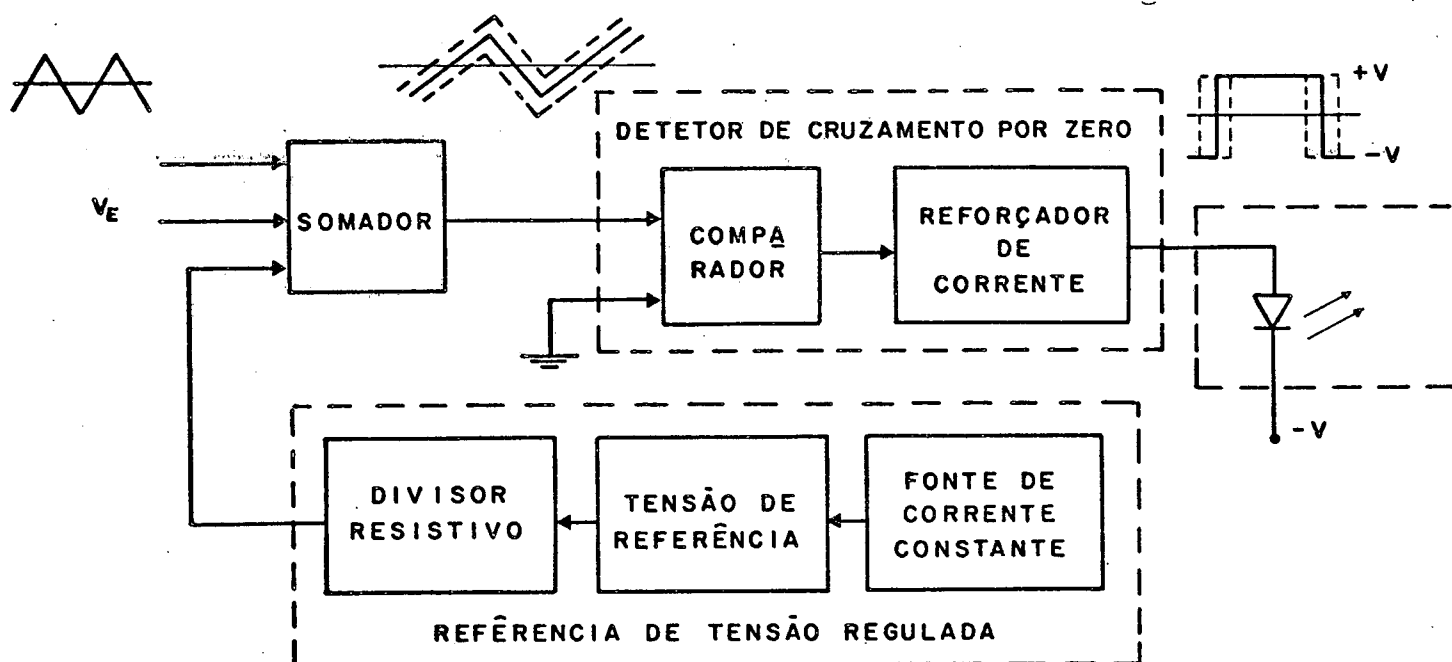


Figura 7.4 - Diagrama em Blocos do Circuito restante do Modulador PWM.

Quando a tensão V_E diminui, o nível CC da onda triangular na saída do somador aumenta, e o ciclo do tempo em que o diodo emissor de luz do acoplador ótico está conduzindo diminui linear e proporcionalmente a V_E .

7.2.2 - Demodulador PWM

O demodulador de largura de pulsos contém um circuito de compensação de retardo de tempo de transição

dos pulsos, um limitador de amplitude e um filtro passa-baixas para recuperação da informação contida no ciclo de condução dos pulsos.

Como foi constatado anteriormente, no Capítulo 3, os tempos de transição dos pulsos na entrada do demodulador deverão apresentar valores mais próximos possíveis um do outro para redução da distorção harmônica no processo de demodulação.

Para atingir esse objetivo, foi introduzido um artifício de compensação do retardo de tempo de comutação do fototransistor do acoplador ótico, reduzindo-se principalmente o tempo de transição saturação-corte que é mais elevado.

Esse tempo de armazenamento de cargas pelo transistor pode ficar maior que o tempo de mínimo ciclo de condução dos pulsos, impedindo a utilização de uma frequência de portadora desejada.

A seguir o sinal é condicionado em amplitude para proporcionar uma maior insensibilidade do amplificador PWM em relação às variações das tensões de alimentação do circuito isolado de saída e maior simetria de amplitude dos pulsos sem alteração dos tempos de transição.

Finalmente, o sinal é filtrado para recuperação da componente harmônica modulante, por um filtro que foi escolhido no subcapítulo 5.2 e com as características dadas no subcapítulo 5.3.

Os blocos constituintes do demodulador são os seguintes (Figura 7.5):

- a) uma carga ativa que apresenta baixa impedância refletida para o coletor do fototransistor e provoca a diminuição dos tempos de transição
- b) um circuito limitador de amplitude de tensão que é composto de um amplificador de alta taxa de variação de tensão de saída e dois diodos de referência de tensão
- c) um filtro passa-baixas ativo de 2ª ordem do tipo Chebyshev formado de apenas um amplificador com realimentação tipo Sallen-Key.

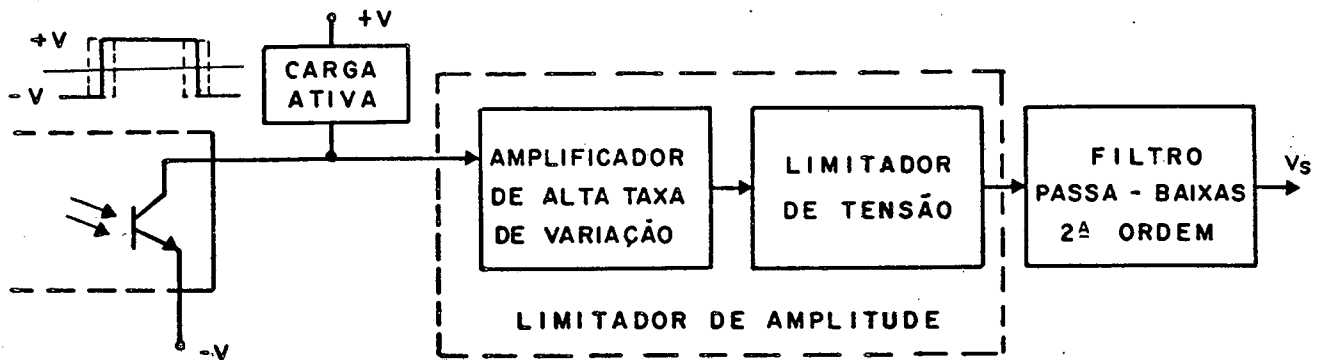


Figura 7.5 - Diagrama em Blocos do Demodulador PWM.

7.2.3 - Amplificador de Saída e Conversor V-I

O amplificador de tensão de saída desacopla a carga de saída do amplificador de isolamento galvânico do estágio demodulador PWM e possibilita os ajustes de ganho e de zero das suas malhas de entrada.

O conversor V-I transforma a tensão de saída do demodulador PWM em um sinal proporcional de corrente de saída para transmissão do sinal de saída do amplificador de isolamento galvânico à distância.

Um sinal adicional de referência de tensão regulada, ajustável, é somado com o sinal de saída do demodulador, na entrada do amplificador do estágio final para permitir o ajuste de zero de saída do amplificador de isolamento galvânico.

7.2.4 - Fontes de Alimentação

Como a tensão primária de alimentação é de CC, pois normalmente oferece maior grau de confiabilidade de funcionamento, essa deverá ser convertida em tensão de CA para introdução da barreira de isolamento, entre os estágios de entrada e saída e a de alimentação do amplificador PWM, através de um transformador eletromagnético.

A rigidez dielétrica do material isolante entre as camadas de enrolamento do transformador determinará a capacidade de isolação elétrica entre os circuitos da fonte pri

mária e das fontes secundárias de tensão, e entre essas duas últimas.

As fontes de alimentação são formadas dos seguintes blocos:

- a) um conversor CC-CA do tipo push-pull com realimentação a partir de um enrolamento auxiliar do transformador
- b) um transformador de isolamento galvânico com dois enrolamentos de primário, um principal e um auxiliar, e dois enrolamentos de secundário para as fontes de tensão de alimentção dos estágios de entrada e de saída do amplificador PWM.
- c) duas fontes de tensão CC regulada para alimentação dos estágios isolados do amplificador PWM.

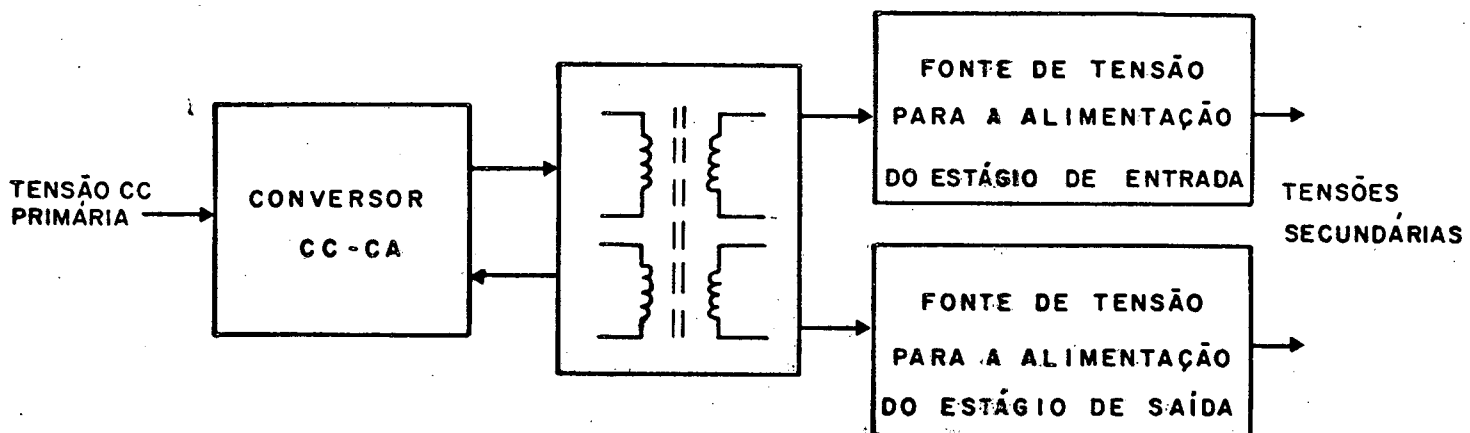


Figura 7.6 - Diagrama em blocos das fontes de alimentação do amplificador PWM de isolamento galvânico.

As fontes de tensão secundária são constituídas cada uma dos seguintes elementos:

- a) uma ponte retificadora completa
- b) um filtro duplo a capacitor
- c) dois reguladores integrados de tensão CC positiva e negativa

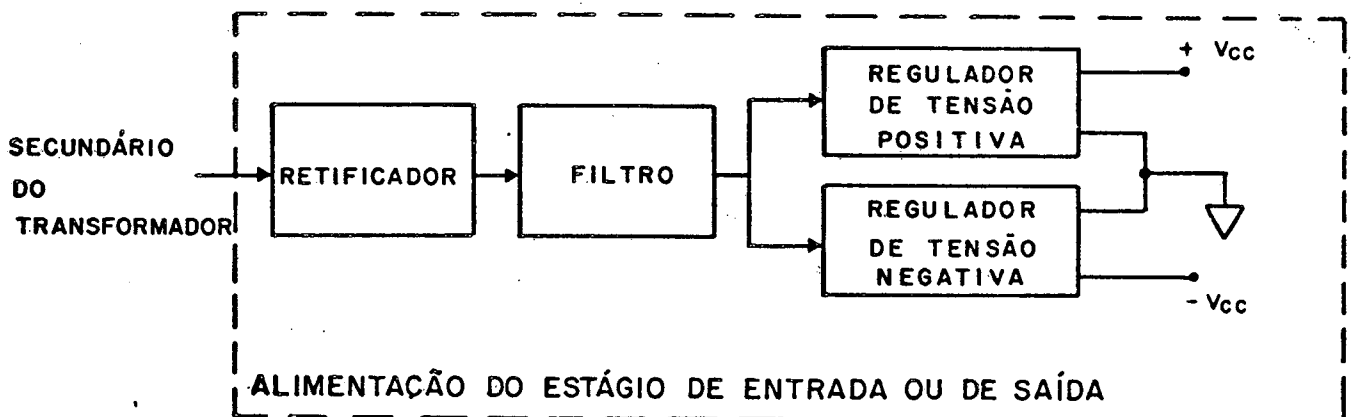


Figura 7.7 - Diagrama em blocos de uma das fontes de tensão secundárias.

7.3 - Determinação dos Parâmetros do Modulador PWM

7.3.1 - Geração da Onda Triangular

O princípio de funcionamento do gerador de onda triangular foi apresentado no subcapítulo 4.1.

Seja f_0 a frequência de operação do gerador de onda triangular. A corrente I que carrega o capacitor C_t deverá ser adequada para produzir a requerida excursão de tensão sobre C_t durante cada semi-período de f_0 .

Tem-se:

$$I = C_t \frac{dV_c(t)}{dt}$$

ou

$$I = C_t \frac{\Delta V_c}{\Delta t} \quad (7.2)$$

onde $\Delta t = T/2$

A fonte de corrente constante é descrita no subcapítulo 4.3.

A corrente I é a corrente de coletor do transistor e é dada por:

$$I = I_C = \alpha I_E \quad (7.3)$$

onde

$$\alpha = \frac{h_{FE}}{1 + h_{FE}}$$

A corrente de emissor depende da polarização da base

$$I_E = \frac{V_B - V_{BE}}{R_E} \quad (7.4)$$

onde V_B é a tensão de referência dada por um diodo zener em série com um diodo retificador.

Portanto a tensão na base do transistor é

$$V_B = V_Z + V_F$$

Então, a corrente estática de emissor será:

onde

V_F = tensão de condução direta do diodo compensador

V_Z = tensão de ruptura reversa do diodo zener

$$I_E = \frac{V_Z + V_F - V_{BE}}{R_E}$$

E, a corrente de saída da fonte de corrente constante resulta em:

$$I = I_C = \frac{h_{FE}}{1 + h_{FE}} \frac{V_Z + V_F - V_{BE}}{R_E} \quad (7.5)$$

A fonte de corrente constante complementar de valor $2I$ deverá possuir um resistor R_E com valor igual à metade do valor de R_E , adotado na fonte de corrente constante de valor I .

7.3.2 - Grampeamento do Sinal de Onda Triangular na Modulante PWM e Geração dos Pulsos PWM

Como não se deseja aumentar a distorção de ganho e de fase da onda triangular, que possui uma frequência razoavelmente elevada, o amplificador somador deverá apresentar uma banda de resposta em frequência bastante ampla, sendo conveniente o uso de amplificadores operacionais com possibilidade de compensação externa de frequência e com taxa de variação de tensão elevada.

O máximo valor da tensão de entrada V_E deverá ficar abaixo do valor da tensão da onda triangular de pico, considerando-se valores de ganho iguais para todas as entradas do amplificador somador, que por sua vez possui ganho unitário.

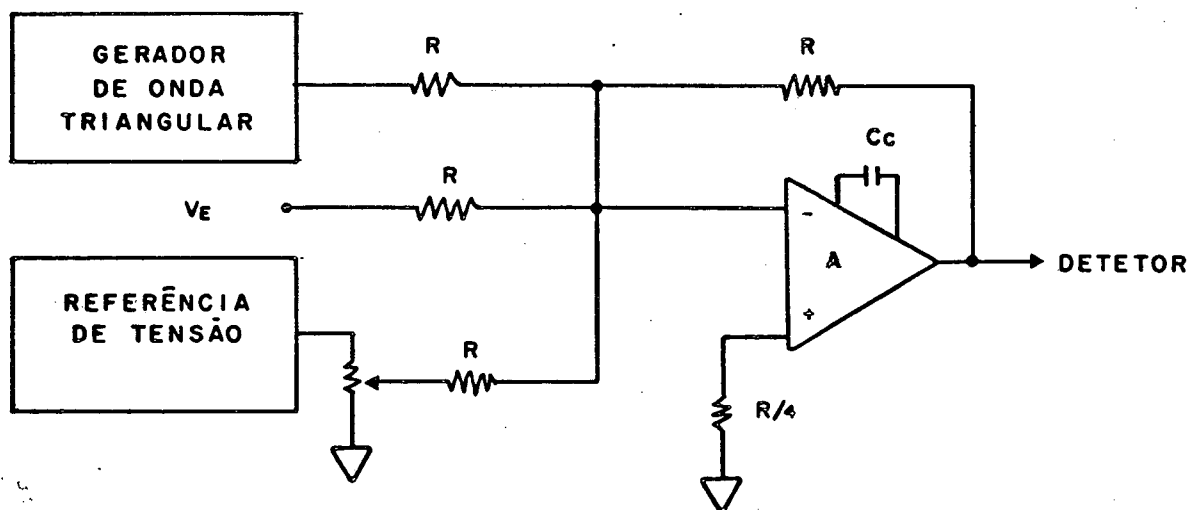


Figura 7.8 - Diagrama de Circuito do Somador.

Adotando-se margem de segurança de mínima condução dos pulsos e mínima não condução igual a 10% do período da portadora, cada uma, tem-se uma profundidade de modulação de 80%.

Como existe uma relação linear entre amplitude e tempo, a excursão máxima de nível CC da onda triangular, ou seja, de V_E , corresponderá a 80% do valor de tensão pico a pico da onda triangular.

O detetor de cruzamento por zero pode ser implementado por um único amplificador operacional operando como comparador cuja capacidade de corrente seja suficiente para alimentar o diodo emissor de luz convenientemente.

7.4 - Determinação dos Parâmetros do Demodulador PWM

7.4.1 - Compensação dos Retardos de Tempo do Acoplador Ótico

O circuito de compensação dos retardos de tempo das transições dos pulsos na saída do acoplador ótico é formado de uma carga ativa, que é dada por um transistor bipolar com polarização de base com tensão constante e saída em emissor (base comum).

A baixa impedância refletida do emissor desse transistor para o coletor do fototransistor, devido à configuração base-comum, reduz os valores dos tempos de transição de comutação do fototransistor [24].

Denominando-se a carga no coletor do fototransistor de R_L , os tempos de subida e descida dos pulsos podem ser expressos pela equação:

$$t_r, t_f = \sqrt{\frac{h_{FE}^2}{4 f_T^2} + 4,8 h_{FE}^2 C_{CB}^2 R_L^2} \quad (7.6)$$

f_T = frequência de transição do fototransistor

C_{CB} = capacitância de junção CB do fototransistor

Diminuindo-se o valor de R_L por meio desse artifício, reduz-se o segundo termo da equação 7.6.

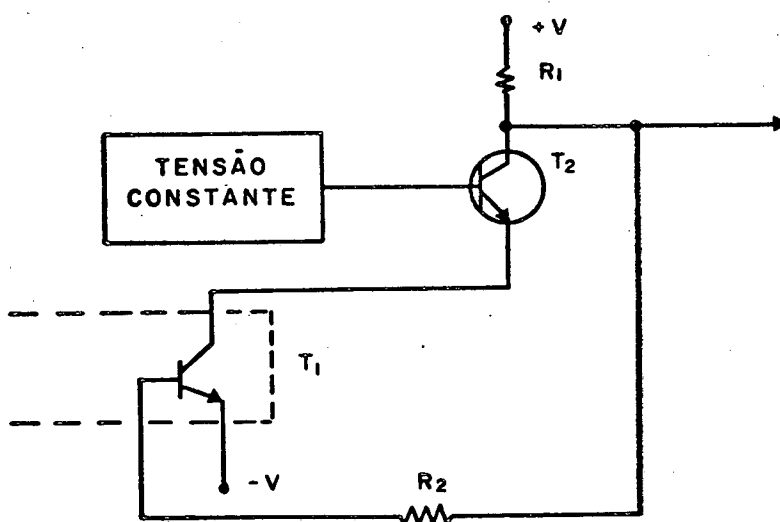


Figura 7.9 - Diagrama do Circuito de Compensação de Retardo.

O valor da resistência refletida para o fototransistor é dada por:

$$R_D = \frac{\bar{k} T}{e I_E} \quad (7.7)$$

\bar{k} = constante de Boltzman

T = temperatura absoluta

e = carga do eletron

O ramo dado pelo resistor R_2 desloca o ponto de operação do fototransistor para uma região de maior produto ganho-banda passante, introduzindo realimentação CC para estabilização do ganho do transistor e realimentação CA para reduzir a influência dos parâmetros do transistor [24].

7.4.2 - Limitação da Amplitude dos Pulsos

Para evitar a assimetria ou redução de amplitude pico a pico dos pulsos, que provocaria desvios de nível CC ou de ganho do amplificador PWM, respectivamente, utiliza-se um circuito limitador de amplitude positiva e negativa.

Esse circuito limitador é formado de um amplificador comparador que alimenta dois diodos zener em oposição com mesma tensão de ruptura.

A amplitude de tensão dos pulsos fica limitada pelas tensões de ruptura dos diodos zener e os tempos de transição tornam-se menores ainda se o comparador apresentar alta taxa de variação de tensão de saída.

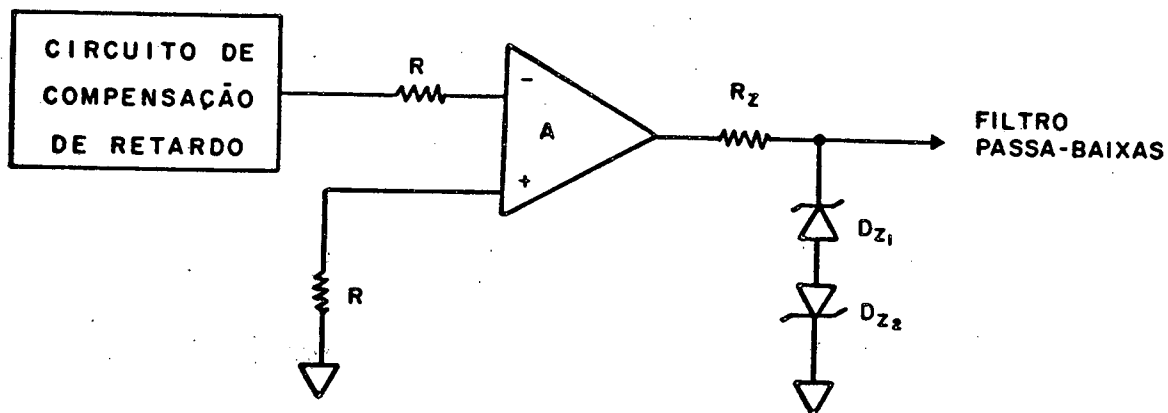


Figura 7.10 - Diagrama do circuito do Limitador de Amplitude.

As tensões limites serão dadas por:

$$V_L = V_Z + V_D$$

A resistência limitadora de corrente de polarização dos diodos zener na região de tensão regulada é:

$$R_2 = \frac{V_{O \text{ SAT}} - V_L}{I_Z} \quad (7.8)$$

onde I_Z é a corrente de tensão regulada que é dada no manual do fabricante [15].

7.4.3 - Filtragem das Harmônicas para Recuperação do Sinal Modulante

A demodulação do sinal PWM do amplificador é realizada por um filtro passa-baixas que foi descrito no Capítulo 5. Empregando-se um amplificador operacional com compensação externa de frequência como elemento ativo do filtro Chebyshev de 2ª ordem tipo Sallen - Key. Os valores dos componentes passivos para $R_1 = R_2$, são

$$C_2 = \xi^2 C_{arb} \quad (7.9)$$

e

$$R_1 = R_2 = \frac{1}{\xi \omega_0 C_{arb}} \quad (7.10)$$

onde

$C_{arb} = C_1$ é um valor arbitrado.

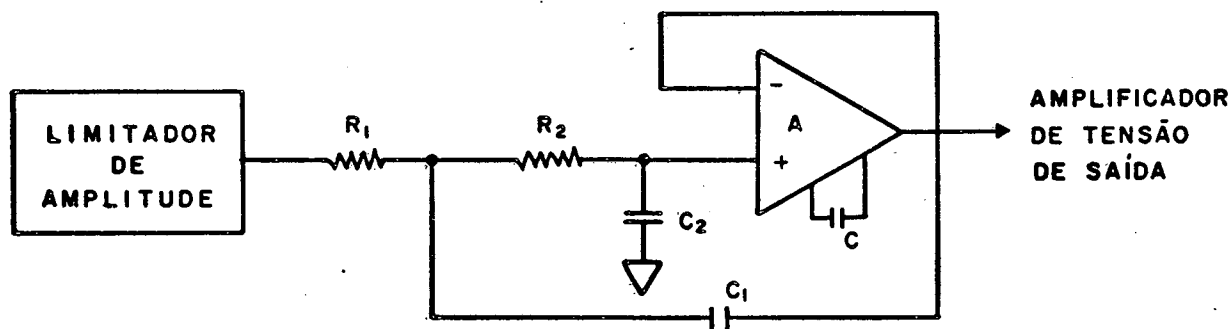


Figura 7.11 - Diagrama do Circuito do Filtro Passa-Baixas.

a) Análise da Tolerância dos Componentes sobre a Frequência Natural W_0 do Filtro

Considerando-se todos os componentes passivos do filtro de tolerância igual a $t\%$ e que esta representa o ponto de 3σ para a distribuição estatística dos valores destes, e tendo em vista que a sensibilidade de W_0 a cada um dos componentes é idêntica, pode-se estimar o desvio percentual de W_0 por efeito da tolerância dos quatro elementos passivos, como:

$$\Delta W_0 \% = S_{W_0}^x \sqrt{4 \left[\frac{t\%}{3} \right]^2} \quad x = R_1, R_2, C_1, C_2$$

ou

da equação 5.14

$$|\Delta W_0 \%| = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} t\% = \frac{1}{3} t\% \quad (7.11)$$

O desvio percentual sobre W_0 pode, agora, ser estimado, conhecida a tolerância dos componentes. Assim, para $t\% = 5$, vem:

$$|\Delta W_0 \%| = \frac{5}{3} = 1,7\%$$

Assim, a utilização de componentes de 5%, indica um desvio médio provável de 1,7% no valor de frequência natural do filtro. Caso este desvio, venha a reduzir o afastamento entre W_0 e a frequência de portadora, acarretará um aumento da distor

ção harmônica correspondente. Para estimar o efeito de aumento do valor da distorção harmônica, pode-se lançar mão da equação 6.23 ("supremo" de D_{TH}). Assim:

$$D_{TH} = 1,85 (R_W)^2$$

onde

$$R_W = \frac{W_O}{W_D}$$

Então

$$\frac{d D_{TH}}{d R_W} = 3,7 R_W$$

ou

$$\Delta D_{TH} \approx 3,7 R_W \Delta R_W \quad (7.12)$$

Desta forma, para $R_W = 0,1$ (valor já definido no Capítulo 6, equação 6.25) correspondente a $W_P = 10 W_O$ e $\Delta R_W = 1,7\%$, correspondente a um acréscimo de 1,7% em W_O , obtem-se:

$$\Delta D_{TH} \approx 3,7 \times 0,1 \times 1,7\% = 0,63\%$$

Esta estimativa de acréscimo de D_{TH} pode ser levada ao valor exato de 0,978% já calculado (equação 6.25) obtendo-se, no pior caso:

$$D_{TH} \approx 0,978\% \times 0,63\% = 0,978 \times 1,0063 = 0,984\%$$

O novo valor obtido ainda atende as especificações de projeto, de modo que conclui-se pela possibilidade de utilização de componentes de 5% de tolerância, tendo em vista apenas seu efeito sobre a frequência natural (ω_0) do filtro.

b) Análise da Tolerância dos Componentes sobre o fator de ondulação (ϵ) do Filtro

Usando $R_1 = R_2$ das equações 5.15 a 5.19, 5.22 e 5.23 obtém-se para $\epsilon = 0,0448$ (0,1% de ondulação)

$$K_1 = 0,3, \quad K_2 = 0,21 :$$

$$S_{C_1}^{\epsilon} = -14,4$$

$$S_{C_2}^{\epsilon} = 14,4 \quad (7.13)$$

$$S_{R_1}^{\epsilon} = S_{R_2}^{\epsilon} = 0$$

Se os componentes tiverem tolerância igual a $t\%$, pode-se estimar o pior caso provável para a variação percentual de ϵ , como sendo:

$$\Delta \epsilon\% = |S_x^{\epsilon}| \sqrt{2 \left[\frac{t\%}{3} \right]^2} \quad x = C_1, C_2$$

ou

$$t\% = \frac{3 \Delta \epsilon \%}{\sqrt{2} |s_x^\epsilon|} \quad (7.14)$$

Permitindo 10% de erro na ondulação estabelecida ($\Delta \epsilon \% = 10$) da equação 7.12 obtém-se:

$$t\% = \frac{3 \cdot 10}{\sqrt{2} \cdot 14,4} = 1,5\%$$

Este resultado mostra a necessidade de usar capacitores de 1% ou de 5% escolhidos a menos de 1,5%.

7.5 - Determinação dos Parâmetros dos Circuitos de Referência de Tensão e do Conversor Tensão-Corrente

7.5.1 - Geração das Referências de Tensão para o Modulador e o Amplificador de Tensão de Saída

As referências de tensão são retiradas da amostra de uma tensão de diodo zener, cuja corrente de polarização é mantida constante por uma fonte de corrente a transistor de efeito de campo de junção.

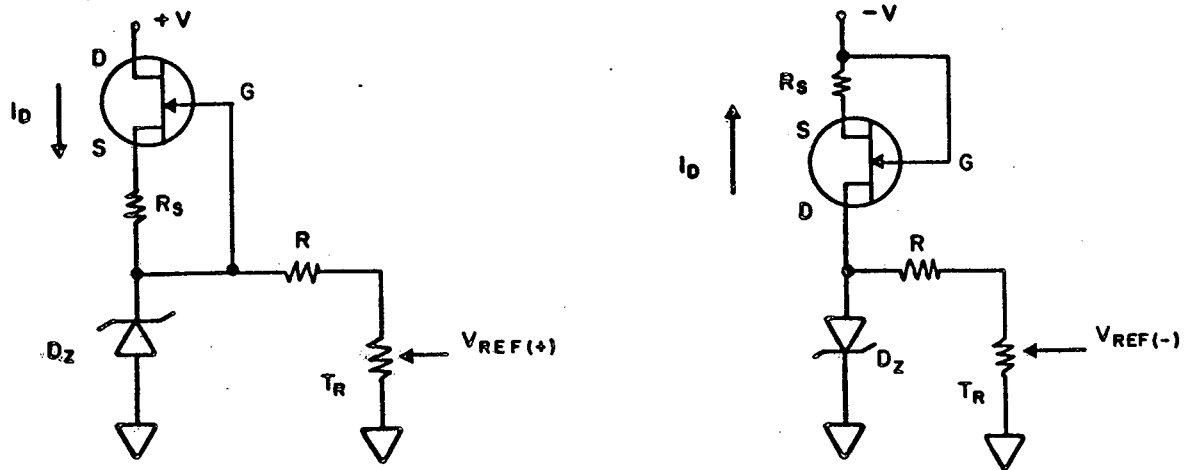


Figura 7.12 - Diagrama dos Circuitos de Referência de Tensão Positiva e Negativa.

O valor do resistor R_S , para tornar nulo o coeficiente de temperatura da fonte de corrente constante, é da do por: [43]

$$R_S = \frac{V_{GS(OFF)}}{I_D} \left[1 - \sqrt{\frac{I_D}{I_{DSS}}} \right] \quad (7.15)$$

A corrente de saída da fonte de corrente constante, I_D , deverá ser suficiente para regular a tensão do diodo de referência e alimentar a estrutura resistiva em paralelo si multaneamente.

O diodo de referência deve possuir coeficiente de temperatura mais próximo de zero, também, para que as refe

rências de tensão não variem em função da temperatura, o que causaria desvios indesejáveis no ciclo de condução dos pulsos e na tensão de saída do amplificador PWM.

Como pode-se observar na Figura seguinte, um diodo zener de tensão de 5,6 V seria uma escolha adequada.

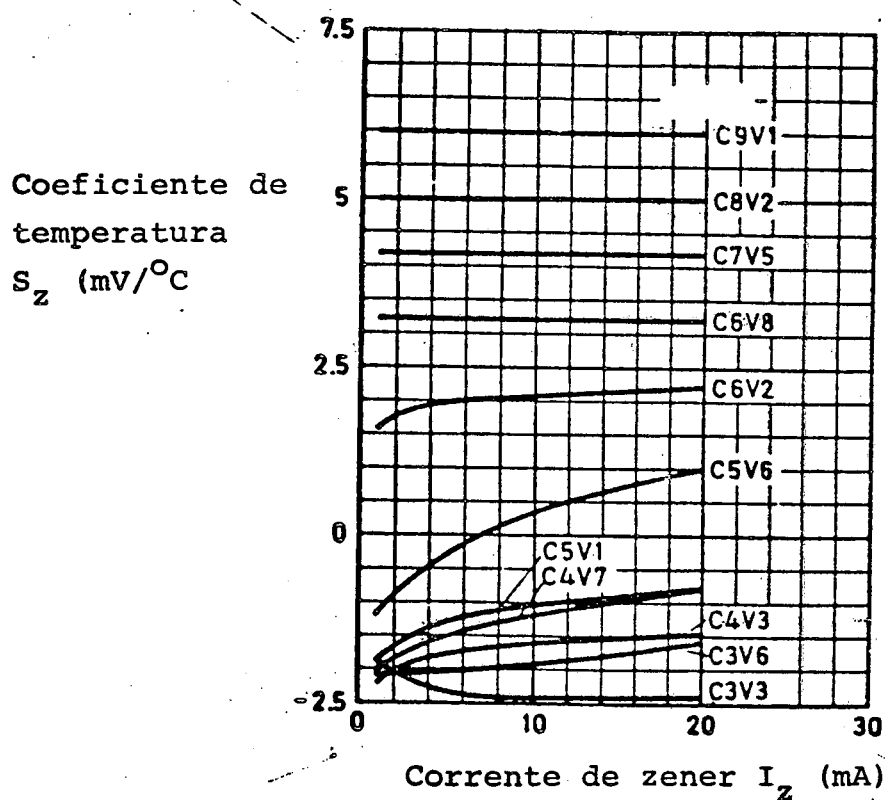


Figura 7.13 - Coeficientes de Temperatura de diodos zener em função da corrente de polarização.

7.5.2 - Conversão Tensão-Corrente de Saída

O conversor V-I utiliza um amplificador diferen

cial que mede a tensão sobre uma impedância de carga fixa no caminho de corrente de saída [6].

A tensão de saída desse amplificador é somada com a tensão de entrada em outro amplificador cuja corrente de saída é praticamente insensível às variações de carga até aproximadamente 2 K Ω devido a esse laço de realimentação.

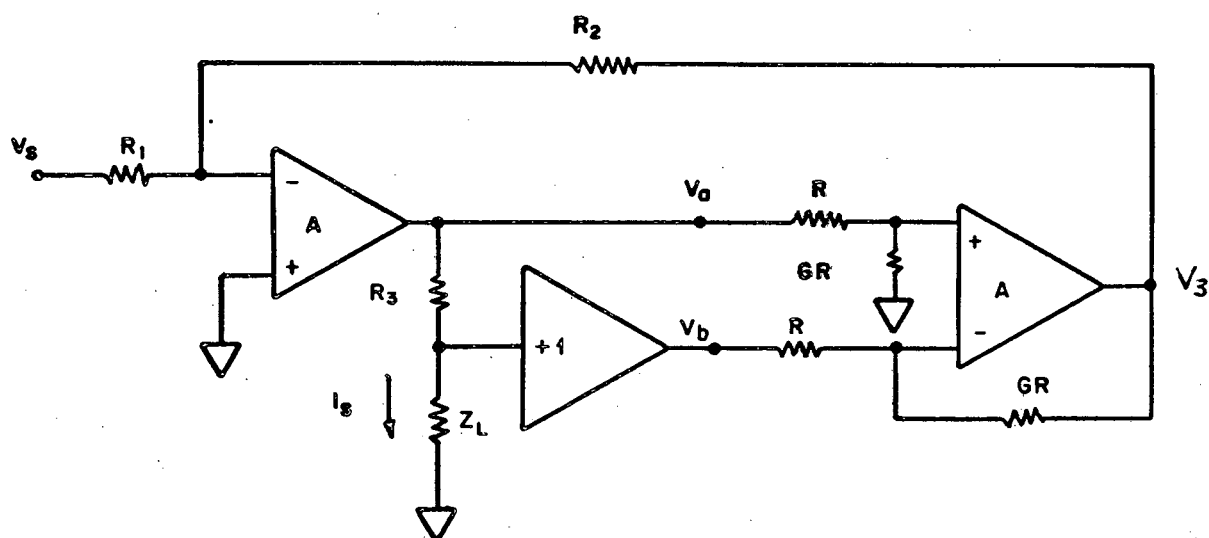


Figura 7.14 - Diagrama do Circuito do Conversor V-I.

A tensão de saída do amplificador de entrada é igual a:

$$V_a = i_s (R_3 + Z_L) = A \left(\frac{V_S R_2}{R_1 + R_2} + \frac{V_3 R_1}{R_1 + R_2} \right) \quad (7.16)$$

Na saída do amplificador diferencial tem-se:

$$V_3 = V_a - V_b = i_s R_3$$

Então,

$$A \left(\frac{V_s R_2}{R_1 + R_2} + \frac{i_s R_3 R_1}{R_1 + R_2} \right) = i_s (R_3 + Z_L) \quad (7.17)$$

Da equação 7.17. obtém-se a corrente de saída

por:

$$i_s = - \frac{A V_s R_2}{A R_1 R_3 - (R_3 + Z_L) (R_1 + R_2)}$$

Para $A \rightarrow \infty$

$$i_s = - \frac{V_s R_2}{R_1 R_3} \quad (7.18)$$

7.6 - Projeto das Fontes de Alimentação

7.6.1 - Conversor CC-CC da Fonte de Alimentação

Após realizar um estudo comparativo dos diferentes tipos de conversores CC-CC, chegou-se à conclusão que o conversor tipo push-pull é mais adequado a esta aplicação.

A Tabela 7.1 seguinte mostra as vantagens e desvantagens de utilização de vários tipos de conversores mais conhecidos em função das suas características.

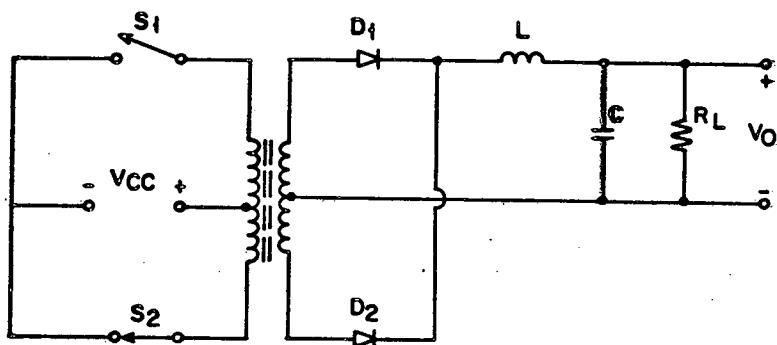
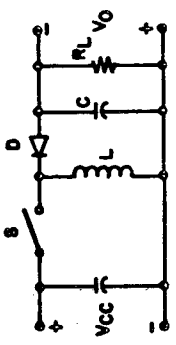
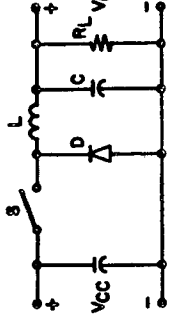
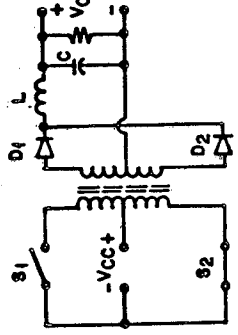
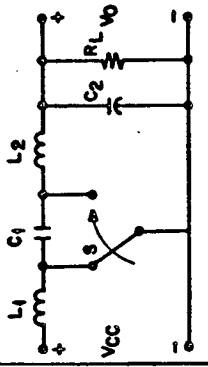


Figura 7.15 - Configuração topológica de um Conversor CC-CC tipo push-pull.

O comando de abertura e fechamento das chaves S_1 e S_2 é realizado de forma alternada a partir do sinal de tensão CA de um enrolamento auxiliar.

Para evitar circulação de corrente por ambas as chaves simultaneamente introduz-se elementos de retardo.

TIPO	FLYBACK	FORWARD	PUSH-PULL	CUK
Configuração topológica				
Simplicidade de Circuito	000	00	0	0
Componentes	000	00	0	0
Circuitos de Comando	000	000	0	000
Ondulação de Saída	0	00	000	000
Volume do Núcleo	0	00	000	000
Volume de Choque	não tem	00	000	00
Isolamento	000	0	000	0
Capacidade de potência	0	00	000	00
Tempo de Resposta	0	0	00	000

000 bom 00 médio 0 ruim
 Tabela 7.1 - Comparação entre Conversores CC/CC.

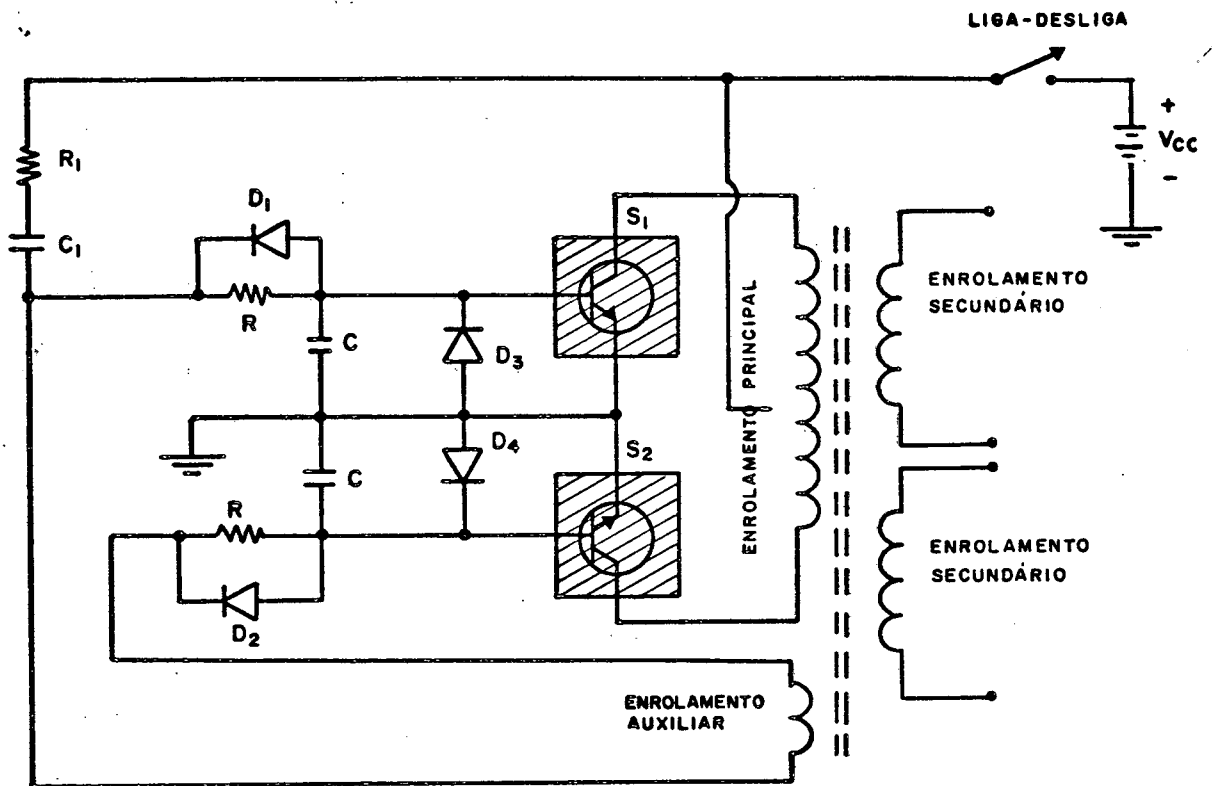


Figura 7.16 - Diagrama do Circuito Conversor CC-CC da Fonte de Alimentação do Amplificador Isolador PWM. (Etapa de conversão CC-CA).

As chaves S_1 e S_2 são realizadas por transistores e os elementos de retardo são dados por malhas RC.

A malha $R_1 C_1$ provoca o início de operação do conversor, ao se ligar a tensão de alimentação primária V_{cc} , fazendo conduzir um dos transistores para produzir um fluxo magnético inicial no transformador.

Após o primeiro ciclo de operação, o circuito opera como um oscilador de frequência livre, dependendo apenas das constantes de tempo L/R do transformador.

A frequência do conversor pode ser calculada por: [50]

$$f = \frac{V_{cc}}{4N \cdot A \cdot B_m} \times 10^8 \quad (7.19)$$

onde N é o número de espiras da metade do enrolamento principal.

A capacidade de potência do transformador deverá ser suficiente para alimentar os estágios do circuito do amplificador PWM e absorver a corrente de magnetização.

O núcleo tipo E oferece melhor relação entre área da seção do núcleo de largura de janela para os enrolamentos.

Quanto menor a seção do núcleo, maior será a frequência de operação do conversor CC-CC e, conseqüentemente, maior será o rendimento da ferrite.

Por outro lado, deve-se ter uma janela suficientemente grande para introduzir todas as bobinas do transformador com bitola de fio capaz de suportar as correntes envolvidas.

a) Cálculo do Transformador

A mínima área da seção do núcleo deduz-se da máxima potência a ser solicitada do transformador.

O produto área de janela x área de núcleo é igual a:

$$W_a \cdot A = \frac{P_p}{B_m \cdot f} \cdot K \quad (7.16)$$

onde $K \cong 8 \times 10^5$ para uma densidade de corrente entre 500 e 1000 cmils/A [44].

Para $P_p = 5W$, $B_m = 2000$ Gauss [45] e $f = 20$ KHz, tem-se:

$$W_a \cdot A = 0,1 \text{ cm}^4$$

Para uma área de janela $W_a = 1 \text{ cm}^2$, a área do núcleo será:

$$A = \sqrt{0,1 \text{ cm}^4} = 0,32 \text{ cm}^2$$

Um núcleo de ferrite E.20, conforme catálogo em anexo, atende esses requisitos.

O máximo consumo de corrente é 50 mA em um dos secundários e 25 mA no outro.

Como somente metade de cada secundário é carregado a cada semiperíodo de tempo, para 500 cmils/A, a área da seção do fio é dada por:

$$A_f = \frac{25}{2} = 12,5 \text{ cmils}$$

$$D = \sqrt{\frac{4 A_f}{\pi}} = 3,99 \text{ mils} = 0,00399 \text{ pol} \times 2,54 \\ = 0,01 \text{ mm}$$

que corresponde a bitola do fio nº 36 AWG para o secundário de consumo máximo de 50 mA.

$$A_f = \frac{12,5}{2} = 6,25 \text{ cmils}$$

$$D = 2,82 \text{ mils} = 0,00282 \text{ pol} \times 2,54 = 0,0072 \text{ mm}$$

que corresponde a bitola do fio nº 38 AWG para o secundário de consumo máximo de 25 mA.

O número de espiras do enrolamento primário é dado por:

$$N_p = \frac{V_1}{A} \cdot \frac{10^8}{4 \cdot f \cdot B_m} \quad (7.21)$$

Com uma tensão de alimentação de 48 Vcc, e os outros valores obtidos nos cálculos anteriores, obtêm-se:

$$N_p = 80 \text{ espiras}$$

A corrente de magnetização pode ser calculada de: [13]

$$I_{M1} = \frac{H_1 \cdot \ell m_1}{1,26 N_{p1}} \quad (7.22)$$

O caminho magnético efetivo é aproximadamente de 50 mm.

Como

$$H_1 = \frac{B}{\mu} = 150 \text{ A/m}$$

onde B é dado em teslas [13]

Tem-se:

$$I_{M1} = 74 \text{ mA}$$

O valor da indutância do enrolamento primário é:

$$L_p = \frac{N_p \cdot B_m \cdot A \cdot 10^{-8}}{I_{Mm\acute{a}x}} \quad (7.23)$$

Substituindo-se os valores $L_p = 8,1 \text{ mH}$.

A corrente de pico de magnetização será:

$$I_p = \frac{P_2}{\eta V_1} + \frac{V_1}{4 \cdot f \cdot L_p} \quad (7.24)$$

Considerando-se um rendimento de 80% e $P_2 = 2,3 \text{ W}$, tem-se:

$$I_p = 134 \text{ mA}$$

O fio do enrolamento primário deverá ser de bi
tola nº 29 AWG.

O número de espiras dos enrolamentos secundá
rios é:

$$N_s = N_p \cdot \frac{V_2 + R_w I_2}{V_1} \quad (7.25)$$

onde $V_2 = V_{CC} + V_{DROPO} = 25 \text{ V}$.

$$R_w = 2 \times R_{DIODO} + \frac{N_s}{N_p} (2 \text{ cm} \times 160 \text{ esp}) (261\Omega/\text{km}) +$$

$$+ (2 \text{ cm} \times 80 \text{ esp}) (1306\Omega/\text{km}) = 50,51\Omega$$

Substituindo-se em 7.25, e para $I_2 = 25 \text{ mA}$, tem-
se:

$$N_s = 43,77 \text{ esp} \approx 44 \text{ esp.}$$

O número de espiras do enrolamento auxiliar é:

$$N_{st} = N_p \cdot \frac{V_{BE \text{ máx}}}{V_1} \quad (7.26)$$

A máxima V_{BE} permitida dos transistores é
0,7 V, então:

$$N_{st} = 12 \text{ esp}$$

A bitola de fio deverá ser, no mínimo, a do nº 36 AWG.

Área total do fio:

$$AW = (160 \text{ esp} \times 0,066 \text{ mm}^2) + (88 \text{ esp} \times 0,02 \text{ mm}^2) \\ + (88 \text{ esp} \times 0,0132 \text{ mm}^2) + (24 \text{ esp} \times 0,0132 \text{ mm}^2)$$

$$AW = 13,56 \text{ mm}^2$$

A mínima área de janela deverá ser:

$$W_a = \frac{A_w}{0,35} = 38,74 \text{ mm}^2 \approx 0,39 \text{ cm}^2$$

b) Cálculo das Constantes de Tempo dos Elementos de Retardo

Para evitar a condução cruzada de corrente pelos transistores de comutação do enrolamento primário pode-se reduzir o tempo de armazenamento dos transistores com tensão negativa em suas bases ou introduzir um tempo de retardo artificial t_D na transição corte-saturação [27].

Optou-se pela segunda alternativa introduzindo-se malhas RC nos pontos de terminal de base dos transistores.

Essas malhas produzirão retardos de tempo nas transições positivas das tensões de base.

Na transição negativa da tensão de base, a constante de tempo será diminuída pelas resistências diretas dos diodos D_1 e D_2 em paralelo.

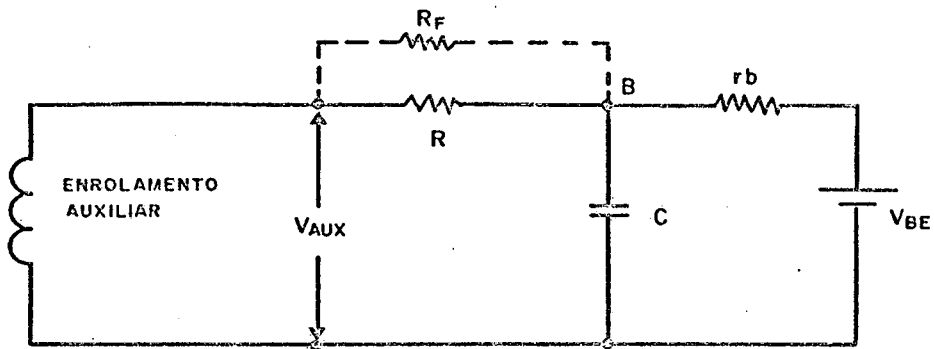


Figura 7.17 - Circuito Equivalente de Entrada das Chaves Transistorizadas.

A tensão do enrolamento auxiliar é proporcionalmente menor que a tensão do enrolamentos principal por uma relação de número de espiras m :

$$V_{AUX} = m V_{CC}$$

A constante de tempo $\tau = RC$ necessária é de terminada pelo tempo de retardo t_D .

A tensão de junção base-emissor de condução direta do transistor é dada por:

$$V_{BE} = m V_{CC} \left(1 - e^{-\frac{t_D}{\tau}} \right) \quad (7.27)$$

Então, a constante de tempo obtém-se de:

$$\tau = \frac{t_D}{\ln \left(1 - \frac{V_{BE}}{m V_{CC}} \right)} \quad (7.28)$$

c) Observações sobre a Montagem

Para reduzir ainda mais as amplitudes dos picos indesejáveis de tensão que estão grampeados na forma de onda retangular da tensão do enrolamento principal, minimiza-se o valor da indutância de dispersão do transformador através da conveniente montagem das bobinas dos enrolamentos, em camadas tubulares na mesma perna central do núcleo, e da redução do comprimento e do número de espiras dos enrolamentos [31].

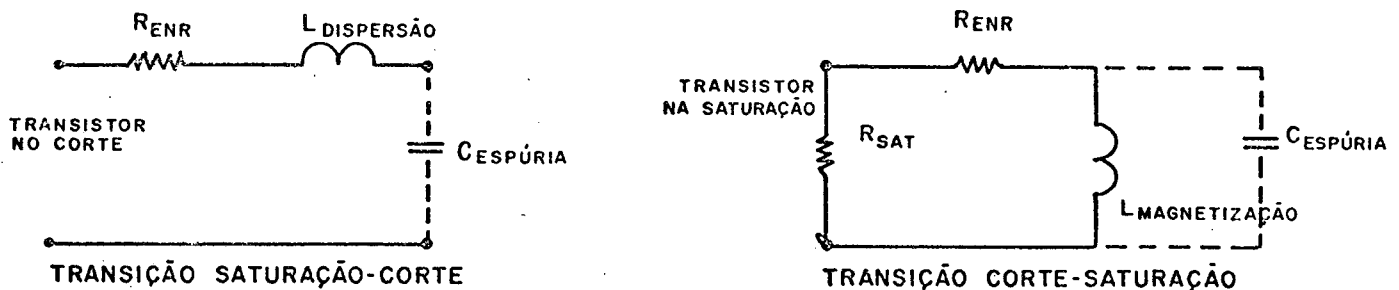


Figura 7.18 - Circuitos Equivalentes RLC de Primário do Transformador.

Quando um transistor vai da região de saturação para a região de corte, a indutância de dispersão determina o tempo de transição e a sobre-elevação de tensão no enrolamento

primário [16].

Na transição da região de corte para a região de saturação, a indutância de magnetização do transformador des_ucarrega a energia do campo magnético através da capacitância es_upúria e da resistência equivalentes do circuito.

Os transistores deverão possuir dissipadores de calor para suportar um possível desbalanceamento CC que provo_ucaria a saturação do núcleo nos instantes de tempo de transitó_urios de tensão, e conseqüentemente, a elevação da corrente e da potência controladas por esses [50].

7.6.2 - Fontes Secundárias de Tensão CC Regulada

Como os circuitos dos estágios do amplificador de isolamento galvânico requerem tensões de alimentação da alta qualidade, adotou-se a composição retificador + filtro + regula_udor nas fontes de alimentação de tensão CC secundárias.

Os enrolamentos secundários do transformador pos_usuem derivação central para permitir a conversão da tensão alter_unada em duas tensões CC pulsantes com apenas uma única ponte retificadora de onda completa, e ainda proporcionar simetria nas possíveis variações das tensões não reguladas.

Os fatores de ondulação dependerão das oscila_uções de tensão de secundário que variam em função das carga e da forma de onda de primário.

É conveniente utilizar capacitores de baixa in_udutância, tais como os de disco cerâmico, que produzirão uma constante de tempo junto com a resistência dos enrolamentos

secundários do transformador e de condução direta dos diodos da ponte retificadora, suficientemente elevada para atenuar os picos da tensão que têm o maior peso de contribuição na formação da ondulação.

O valor do capacitor é dado por:

$$C = \frac{1}{W_C \cdot R_W} \quad (7.29)$$

onde:

R_W = resistência equivalente de secundário do transformador

$$W_C = \frac{W_{\text{ondulação}}}{\text{atenuação (dB)}} \cdot 20 \text{ dB/dec.} \quad (7.30)$$

sendo

$W_{\text{ondulação}}$ = frequência da ondulação da tensão na saída da ponte retificadora

W_C = frequência de corte do filtro capacitivo

O emprego de circuitos integrados reguladores de tensão apresenta as seguintes vantagens: [53]

- Maior imunidade em relação às tensões alternadas e transitórias da tensão não regulada.
- Capacidade de regulação de tensão para grandes variações de corrente de carga com reduzida área física.

- Proteção contra corrente e temperatura máximas.
- Maior insensibilidade em relação às variações de temperatura.

A mínima tensão instantânea de entrada do regulador é:

$$V_{Nmin} \approx V_{CC} + V_{DROpmin}$$

7.7 - Cálculos de Projeto de um Amplificador PWM de Isolamento Galvânico

7.7.1 - Frequência de Portadora do Modulador

A frequência de oscilação natural do filtro passa-baixas Chebyshev de 2ª ordem do Capítulo 5 para $f_q = 200$ Hz, será:

$$f_n = 5 f_q = 1000 \text{ Hz}$$

Para uma distorção harmônica $D_{TH} = 1\%$ de fundo de escala, ou seja, em máxima profundidade de modulação, ($k = 0,8$),

$$f_p = 10 f_n = 10 \text{ KHz.}$$

7.7.2 - Resultados de Polarização das Fontes de Corrente Constante do Gerador de Onda Triangular

A frequência do gerador de onda triangular f_o é igual a f_p e, portanto, o semiperíodo é dado por

$$\Delta t = \frac{1}{2 f_o} = 50 \mu s.$$

Para uma excursão de tensão de entrada V_E de 10 V e uma margem de segurança de 20% , a amplitude de tensão pico a pico da onda triangular deverá ser de 12,5 V.

A corrente de carga e descarga do capacitor C_t é calculada pela equação 7.2

Arbitrando $C_t = 1 \text{ nF}$, tem-se:

$$I = 1 \cdot 10^{-9} \text{ F} \times \frac{12,5 \text{ V}}{50 \mu s} = 0,25 \text{ mA}$$

Assumindo $\alpha \cong 1$, a expressão 7.5 resulta em:

$$I = \frac{V_Z + V_F - V_{BE}}{R_E}$$

De onde obtém-se o valor do resistor de emissor do transistor

$$R_E = \frac{V_Z + V_F - V_{BE}}{I}$$

Arbitrando $V_Z = 5,6 \text{ V}$, tem-se:

$$R_7 = 22,4 \text{ K}\Omega$$

O valor comercial mais próximo é $R_7 = 22 \text{ K}\Omega$.

A fonte de corrente constante de valor $2I$ terá um resistor de emissor equivalente igual à metade de R_E , ou seja, $10 \text{ K}\Omega + 1 \text{ K}\Omega (R_2 + R_3)$.

A resistência de polarização dos diodos de referência de tensão das fontes de corrente constante é dada por:

$$R_{Z1} = \frac{V_{CC} - V_Z - V_F}{I_{Z_{CTO}}} = \frac{15 \text{ V} - 5,6 \text{ V} - 0,6 \text{ V}}{7 \text{ mA}} =$$

$$= R_4 = R_5 = 1,2 \text{ K}\Omega$$

7.7.3 - Escolha dos Transistores Bipolares das Fontes de Corrente Constante I e 2I

O pior caso de não linearidade ocorre na geração da rampa positiva em que a resistência equivalente de saída sobre o capacitor C_t é igual ao paralelo das resistências equivalentes de saída das duas fontes de corrente constante I e $2I$.

Utilizando-se, por exemplo, os transistores BC 547 B na fonte $2I$ e BC 557 na fonte I obtém-se a seguinte resistência equivalente de saída. Da equação 4.16 calcula-se a resistência equivalente de saída de $2I$ por:

$$R_{O_{2I}} \cong [1 + 9,6 \text{ m}\tau (22 \text{ K}\Omega // 33,3 \text{ K}\Omega // 417 \text{ K}\Omega)] \cdot [417 \text{ K}\Omega + (22 \text{ K}\Omega // 33,3 \text{ K}\Omega)]$$

$$R_{O_{2I}} \cong 53,26 \text{ M}\Omega$$

e a resistência equivalente de saída de I por:

$$R_{O_I} \cong [1 + 19,2 \text{ m}\tau (11 \text{ K}\Omega // 7,3 \text{ K}\Omega // 403,2 \text{ K}\Omega)] \cdot [403,2 \text{ K}\Omega + (11 \text{ K}\Omega // 7,3 \text{ K}\Omega)]$$

$$R_{O_I} \cong 34,1 \text{ M}\Omega$$

A resistência equivalente sobre C_t é:

$$R_O = R_{O_{2I}} // R_{O_I} = 20,79 \text{ M}\Omega$$

A constante de tempo de carga de C_t é:

$$\tau = R_O C_t = 20,79 \text{ M}\Omega \cdot 1 \text{ nF} = 20,79 \text{ ms.}$$

Assim, da equação 4.12, o erro percentual máximo absoluto de não linearidade é:

$$\epsilon \% = \frac{100 t_1}{\tau} = \frac{100 \cdot 40 \mu\text{s}}{20,79 \text{ ms}} = 0,19\%$$

Esse valor atende o requisito de máximo erro de não linearidade de $\pm 0,1\%$ das especificações básicas de projeto do

amplificador isolador PWM.

O valor de resistência equivalente obtido deixa claro que, talvez, a aproximação assumida com r_u suposto infinito não seja muito boa. No entanto, um valor mínimo geralmente aceito para o valor de r_u é o produto $\beta_o r_o$. Assim, dentro da simplicidade de cálculo adotada, a aproximação será mantida, e os transistores das fontes escolhidos em função de β .

7.7.4 - Resistores de Carga do Detetor de Cruzamento por Zero

A resistência R_L do detetor limitará a corrente do diodo emissor de luz em um valor de máxima razão de transferência de corrente (CTR), que no caso do acoplador ótico 4 N 25 é 20 mA.

Então,

$$R_L = \frac{V_{CC (+)} - V_{CC (-)} - V_F}{I_F}$$

Substituindo valores resulta:

$$R_{20} = \frac{15 \text{ V} - (-15 \text{ V}) - 1,2 \text{ V}}{20 \text{ mA}} \approx 1,5 \text{ K}\Omega$$

A potência de dissipação de R_L no máximo ciclo de condução dos pulsos é.

$$P_{RL} = (0,9 I_L)^2 R_L = 0,8 \cdot (0,02\text{A})^2 \cdot 1500 \Omega = 0,48 \text{ W}$$

O máximo valor de corrente é $0,9 I_L$ devido a margem de segurança de mínimo ciclo de não condução.

7.7.5 - Resistores de Polarização do Circuito de Compensação de Retardo de Tempo

Substituindo os valores dos parâmetros da expressão 7.7, obtém-se a resistência de carga ativa.

$$R_D = \frac{1,38 \times 10^{-23} \text{ W.S/Grau} \cdot 300^{\circ}\text{K}}{1,6 \times 10^{-19} \text{ A.S} \cdot 10 \text{ mA}} = 2,4 \Omega$$

Considerando os valores $\beta = 100$, $f_T = 300 \text{ MHz}$ e $C_{CB} = 25 \text{ pF}$ do transistor da carga ativa, e fazendo $R_L = R_D$, a equação 7.6 resulta em:

$$t_r, t_f = 0,1 \mu\text{s}$$

Se R_L fosse somente um resistor de carga igual a $1 \text{ K}\Omega$, por exemplo, teríamos $t_r, t_f = 2,7 \mu\text{s}$.

Resistência de polarização do diodo de referência de tensão de $5,6 \text{ V}$ de base do transistor da carga ativa:

$$R_{21} = \frac{V_{CC(+)} - V_{CC(-)} - V_Z}{I_{Z_{CTO}}} = 3,5 \text{ K}\Omega$$

Resistência de coletor do transistor de carga ativa

$$R_{22} = \frac{V_{CC(+)} - V_{CC(-)} - V_{CE} - V_E}{I_C}$$

onde $V_E = V_Z - V_{BE}$

Assumindo $\alpha = 1$, a corrente de coletor do transistor é igual à corrente de coletor do fototransistor que apresenta valor 10 mA, segundo a CTR de catálogo.

Então,

$$R_{22} = 2,4 \text{ K}\Omega$$

7.7.6 - Resistor de Polarização do Limitador de Amplitude

Arbitrando-se diodos limitadores do tipo zener de 6,2 V de ruptura, a tensão de limitação da amplitude será dada por:

$$V_L = 6,2 \text{ V} + 0,6 \text{ V} = 6,8 \text{ V}$$

A resistência de expressão 7.8 resulta em:

$$R_{26} = \frac{14 \text{ V} - 6,8 \text{ V}}{7 \text{ mA}} \approx 1 \text{ K}\Omega$$

7.7.7 - Resistores e Capacitores do Filtro Passa-Baixas

Arbitrando $C_1 = 0,022 \mu\text{F}$, a partir da equação

7.9, obtêm-se:

$$c_8 = \xi^2 C_7 = (0,695)^2 \cdot 0,022 \mu\text{F} = 0,0105 \mu\text{F}$$

O valor comercial mais próximo é 0,01 μF .

Como $\omega_0 = 2\pi \cdot 1000 \text{ Hz} = 6.280 \text{ rad/s}$, os resistores R_{27} e R_{28} são obtidos da equação 7.10:

$$R_{27} = R_{28} = \frac{1}{\xi \cdot \omega_0 \cdot C_1} = 10,4 \text{ K}\Omega$$

O valor comercial mais próximo é 10 $\text{K}\Omega$ para R_{27} e R_{28} .

7.7.8 - Resistor das Fontes de Corrente de Referência de Tensão Regulada para o Modulador e o Amplificador de Tensão da Saída

Adotando um transistor BF 245 de características $V_P = 8\text{V}$ e $I_{DSS} = 25 \text{ mA}$ [46], a expressão 7.15 resulta em:

$$R_{17} = R_{42} = \frac{8\text{V}}{10 \text{ mA}} \left[1 - \sqrt{\frac{10 \text{ mA}}{25 \text{ mA}}} \right] = 290 \Omega$$

7.7.9 - Resistor de Ganho do Conversor V-I

Para uma excursão de tensão de ± 10 V objetiva-se ter uma variação proporcional de corrente de ± 5 mA.

Da equação 7.18, arbitrando $R_1 = 15 \text{ K}\Omega$ e $R_3 = 500 \Omega$, obtém-se o valor do resistor de ganho do circuito:

$$R_2 = \frac{i_S \cdot R_1 \cdot R_3}{V_S} = 3,75 \text{ K}\Omega$$

O valor limite para R_3 é determinado pela amplitude da tensão de saturação V_{OSAT} do amplificador operacional.

Se o amplificador for do tipo LM 324, por exemplo, a V_{OSAT} será 13V e, tem-se:

$$R_{27} = \frac{V_{OSAT} - (Z_L \cdot i_S)}{i_S} = 600 \Omega$$

7.7.10 - Resistor e Capacitor da Constante de Tempo de Retardo de Comando das Chaves Eletrônicas do Conversor CC-CC

Arbitrando um tempo de retardo correspondente a 5% do período de oscilação, ou seja, $t_D = 10 \mu\text{s}$, e $m = 0,15$ a expressão 7.28 resulta em:

$$\tau = \frac{10 \cdot 10^{-6} \text{ s}}{\ln 1 - \left[\frac{0,6\text{V}}{0,15 \cdot 48\text{V}} \right]} = 125 \times 10^{-6} \text{ s}$$

O máximo valor da resistência de base dos tran
sistores é:

$$R = \frac{V_{St} - V_{BE}}{I_B} \quad \text{onde} \quad I_B = \frac{I_C}{h_{FEsat}}$$

Como $V_{St} = 7 \text{ V}$, $I_C = 134 \text{ mA}$ e $h_{FEsat} = 9$,
tem-se:

$$R_{44} = R_{45} = 410 \ \Omega$$

O valor comercial mais próximo é $390 \ \Omega$.

O valor do capacitor da constante de tempo de
retardo é:

$$C_{10} = C_{11} = \frac{\tau}{R} = \frac{125 \times 10^{-6} \text{ S}}{390 \ \Omega} = 0,32 \ \mu\text{F}$$

7.7.11 - Capacitor de Filtro das Fontes Secundárias

Para se ter uma atenuação de 1000 vezes, no mí
nimo, das ondulações de tensão de frequências da ordem de 1 MHz,
substitui-se $A_t = 60 \text{ dB}$ e $W_{ripple} = 6,28 \text{ Mrad/s}$ na expressão
7.30 obtém-se:

$$W_C = \frac{6,28 \text{ Mrad/s}}{60 \text{ dB}} \times 20 \text{ dB/dec} = 6,28 \text{ Krad/s}$$

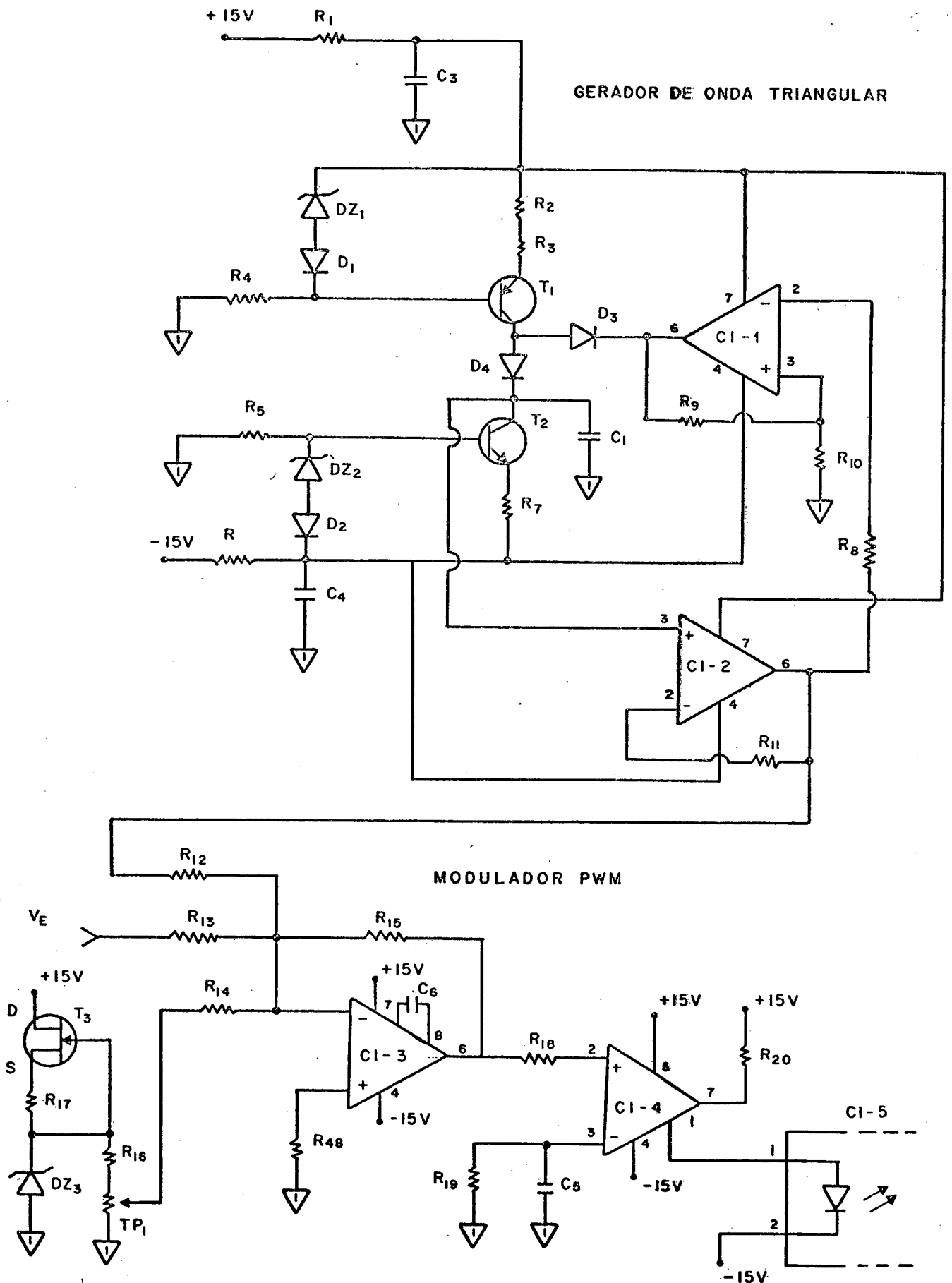
O mínimo valor do capacitor de filtro é obtido substituindo-se os valores na equação 7.29:

Assim,

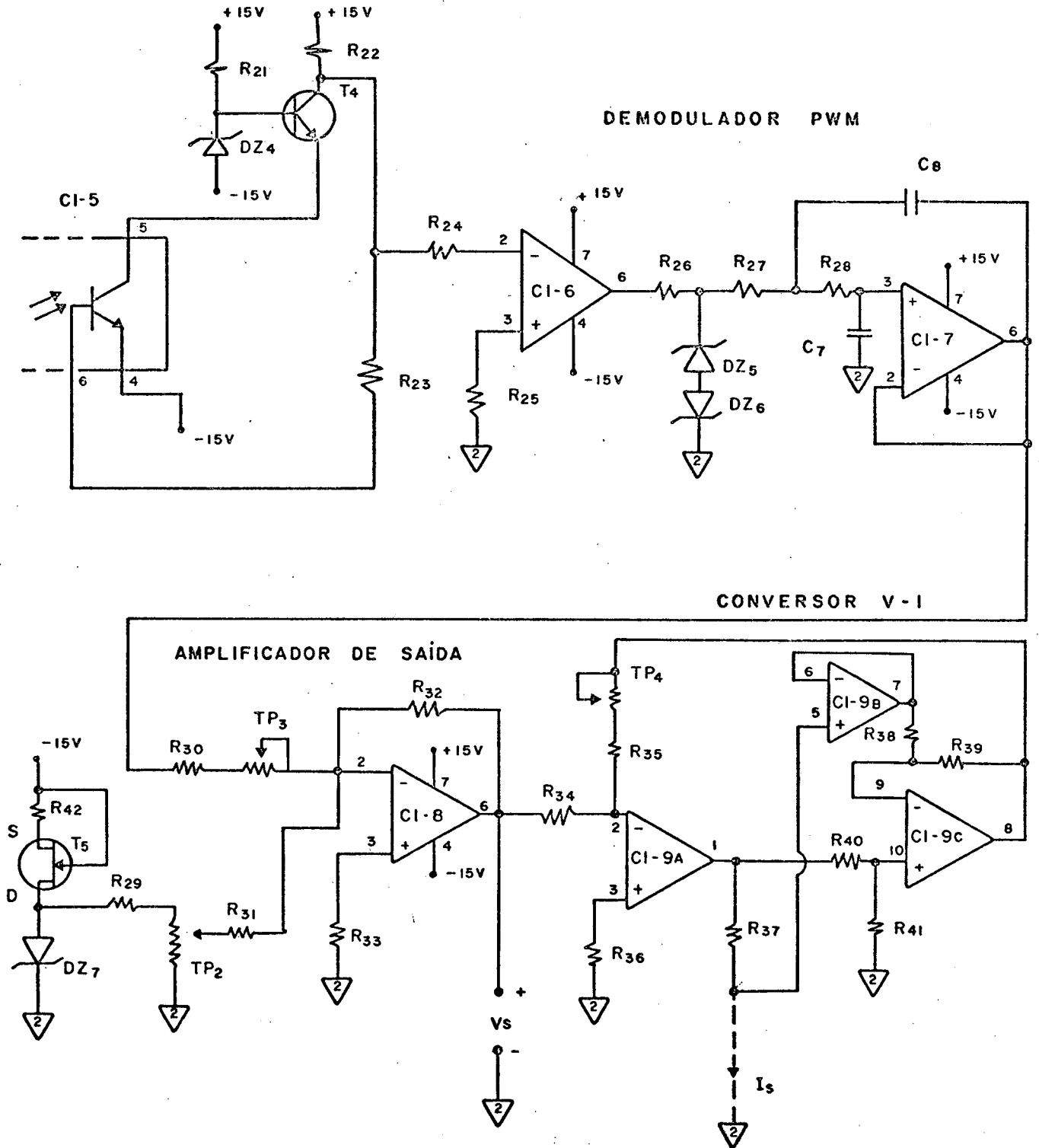
$$C_{12} \text{ a } C_{15} = \frac{1}{6,28 \text{ KHz} \cdot 50,5\Omega} = 3,15 \mu\text{F}$$

7.8 - Circuito Completo do Protótipo de Laboratório do Amplificador PWM com Isolamento Galvânico

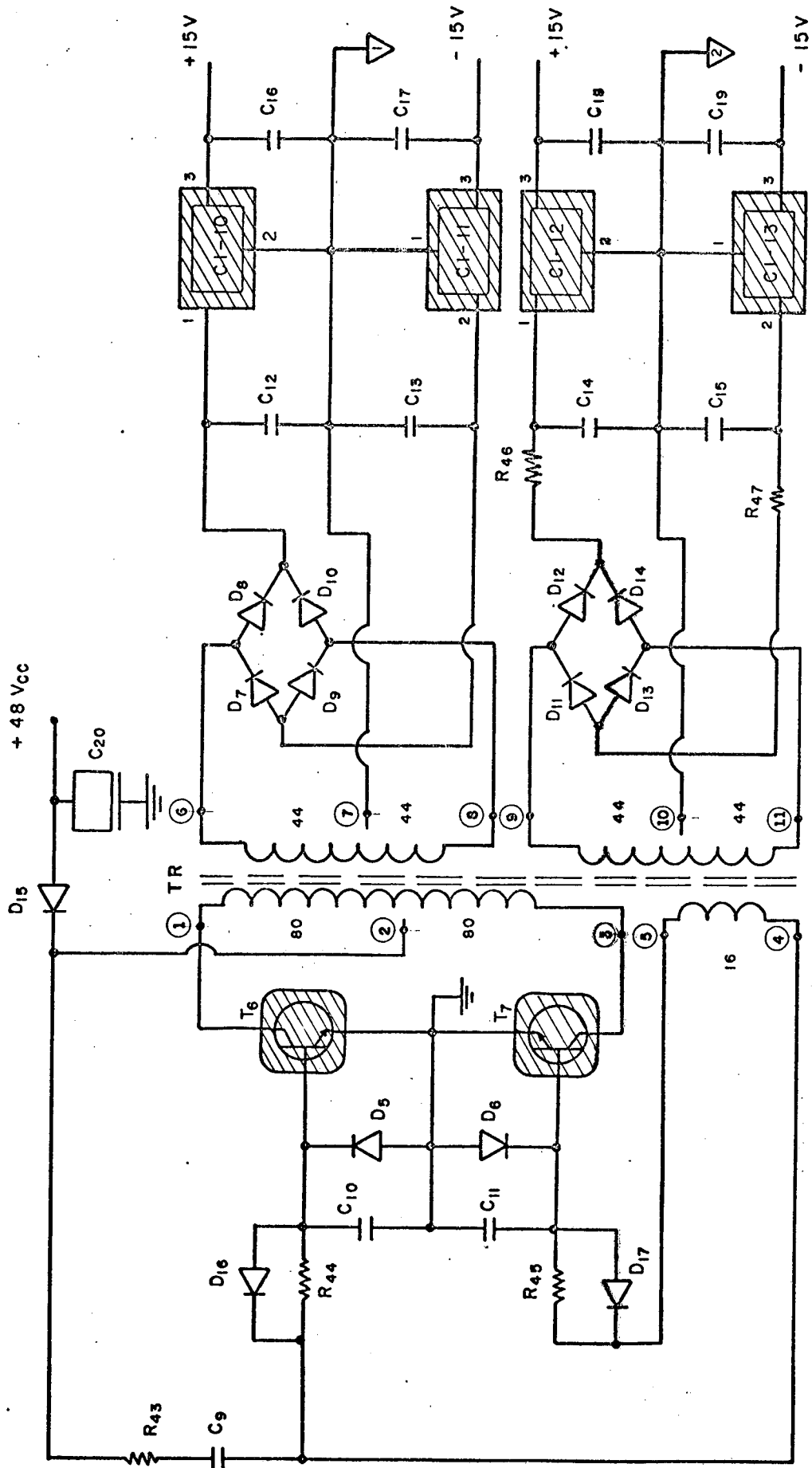
a) Circuito Isolado de Entrada



b) Circuito Isolado de Saída



c) Circuito Isolado da Fonte de Alimentação



RELAÇÃO DE COMPONENTES

$$R_1 = R_6 = 100\Omega$$

$$R_2 = 10 \text{ K}\Omega$$

$$R_3 = 1 \text{ K}\Omega$$

$$R_4 = R_5 = 1 \text{ K } 2\Omega$$

$$R_7 = 22 \text{ K}\Omega$$

$$R_8 = 12 \text{ K}\Omega$$

$$R_9 = 27 \text{ K}\Omega$$

$$R_{10} = 18 \text{ K}\Omega$$

$$R_{11} = 15 \text{ K}\Omega$$

$$R_{12} = R_{13} = R_{15} = 100 \text{ K}\Omega$$

$$R_{14} = 14 \text{ K}\Omega$$

$$R_{16} = 2 \text{ K } 7\Omega$$

$$R_{17} = 82\Omega$$

$$R_{18} = R_{19} = 15 \text{ K}\Omega$$

$$R_{20} = 1 \text{ K } 5\Omega / 1\text{W}$$

$$R_{21} = 2 \text{ K } 2\Omega$$

$$R_{22} = 1 \text{ K } 8\Omega / 0,5\text{W}$$

$$R_{23} = 1 \text{ M}\Omega$$

$$R_{24} = 33 \text{ K}\Omega$$

$$R_{25} = 8 \text{ K } 2\Omega$$

$$R_{26} = 1 \text{ K}\Omega$$

$$R_{27} = R_{28} = 10 \text{ K}\Omega$$

$$R_{29} = 2 \text{ K } 7\Omega$$

$$R_{30} = 18 \text{ K}\Omega$$

$$R_{31} = 120 \text{ K}\Omega$$

$$R_{32} = 39 \text{ K}\Omega$$

$$R_{33} = 33 \text{ K}\Omega$$

$$R_{34} = 15 \text{ K}\Omega$$

$$R_{35} = 3 \text{ K } 6\Omega$$

$$R_{36} = 2 \text{ K } 7\Omega$$

$$R_{37} = 470\Omega$$

$$R_{38} = R_{39} = R_{40} = R_{41} = 15 \text{ K}\Omega$$

$$R_{42} = 82\Omega$$

$$R_{43} = 22 \text{ K}\Omega$$

$$R_{44} = R_{45} = 82\Omega$$

$$R_{46} = R_{47} = 56\Omega$$

$$R_{48} = 22 \text{ K}\Omega$$

$$C_1 = 0,001 \mu\text{F}$$

$$C_3 = C_4 = 0,47 \mu\text{F}$$

$$C_5 = 0,022 \mu\text{F}$$

$$C_6 = 5 \text{ pF}$$

$$C_7 = 0,01 \mu\text{F}$$

$$C_8 = 0,022 \mu\text{F}$$

$$C_9 = 0,1 \mu\text{F}$$

$$C_{10} = C_{11} = 0,47 \mu\text{F}$$

$$C_{12} = C_{13} = C_{14} = C_{15} = 2,2 \mu\text{F}$$

$$C_{16} = C_{18} = 0,1 \mu\text{F}$$

$$C_{17} = C_{19} = 0,22 \mu\text{F}$$

$$C_{20} = 10 \mu\text{F}$$

$$D_1 = D_2 = D_3 = D_4 = 1\text{N } 4148$$

$$D_5 = D_6 = 1\text{N } 4004$$

$$D_7 \text{ a } D_{15} = 1\text{N } 4004$$

$$D_{16} = D_{17} = 1\text{N } 4148$$

$$\text{DZ}_1 = \text{DZ}_2 = \text{DZ}_3 = \text{DZ}_7 = 1\text{N } 752 \text{ A}$$

DZ₄ = 1N 751 A

DZ₅ = DZ₆ = 1N 753 A

T₁ = BC 557

T₂ = T₄ = BC 547

T₃ = T₅ = BF 245 C

T₆ = T₇ = BF 459

CI-1 = CA 3130

CI-2 = CI-6 = CA 3140

CI-3 = CI-7 = LM 301 A

CI-4 = LM 311 P

CI-5 = 4N 25

CI-8 = CA 3140

CI-9 = LM 324

CI-10 = CI-12 = μ A 7815 C

CI-11 = CI-13 = μ A 7915 C

C A P Í T U L O 8

RESULTADOS

Nesse Capítulo serão apresentados os resultados obtidos com o protótipo de laboratório do amplificador PWM de isolamento galvânico.

Nas Tabelas 1 e 2 são apresentados os resultados de medidas de resposta estática realizadas com o circuito exposto ao ar livre com temperatura ambiente 23°C , e enclausurado em uma caixa de alumínio com temperatura interna de 34°C , respectivamente.

A umidade relativa do ar permaneceu em torno dos 60%.

Da curva de resposta do amplificador PWM foram medidos 21 pontos, igualmente espaçados em amplitude e verificou-se o erro de não linearidade.

Para cada ponto da curva foram tomadas 10 leituras em tempos diferentes, aguardando-se sempre 1 minuto após o ajuste da tensão de entrada V_E , e calculou-se a tensão de saída média $\overline{V_S}$.

V_E (V)	$\overline{V_S}$ (V)	V_E (V)	$\overline{V_S}$ (V)
5,0023	-10,0142	- 0,5007	1,0045
4,5022	- 9,0046	- 1,0010	2,0060
4,0021	- 8,0204	- 1,5012	3,0013
3,5020	- 7,0110	- 2,0014	4,0049
3,0019	- 6,0119	- 2,5016	5,0091
2,5018	- 5,0192	- 3,0017	6,0107
2,0016	- 4,0105	- 3,5019	7,0005
1,5015	- 3,0123	- 4,0020	7,9975
1,0013	- 2,0094	- 4,5022	9,0094
0,5009	- 1,0096	- 5,0023	10,0054
0,0000	- 0,0079		

Tabela 1 - Tensões da saída médias em função de tensões de entrada a 23°C.

V_E (V)	$\overline{V_S}$ (V)	V_E (V)	$\overline{V_S}$ (V)
5,0023	-10,0197	- 0,5007	0,9944
4,5022	- 9,0142	- 1,0010	2,0014
4,0021	- 8,0285	- 1,5012	3,0054
3,5020	- 7,0125	- 2,0014	4,0038
3,0019	- 6,0227	- 2,5016	4,9960
2,5018	- 5,0147	- 3,0017	6,0068
2,0016	- 4,0192	- 3,5019	7,0079
1,5015	- 3,0115	- 4,0020	7,9884
1,0013	- 2,0152	- 4,5022	9,0043
0,5009	- 1,0130	- 5,0023	10,0029
0,0000	+ 0,0013		

Tabela 2 - Tensões de saída médias em função de tensões de entrada a 34°C.

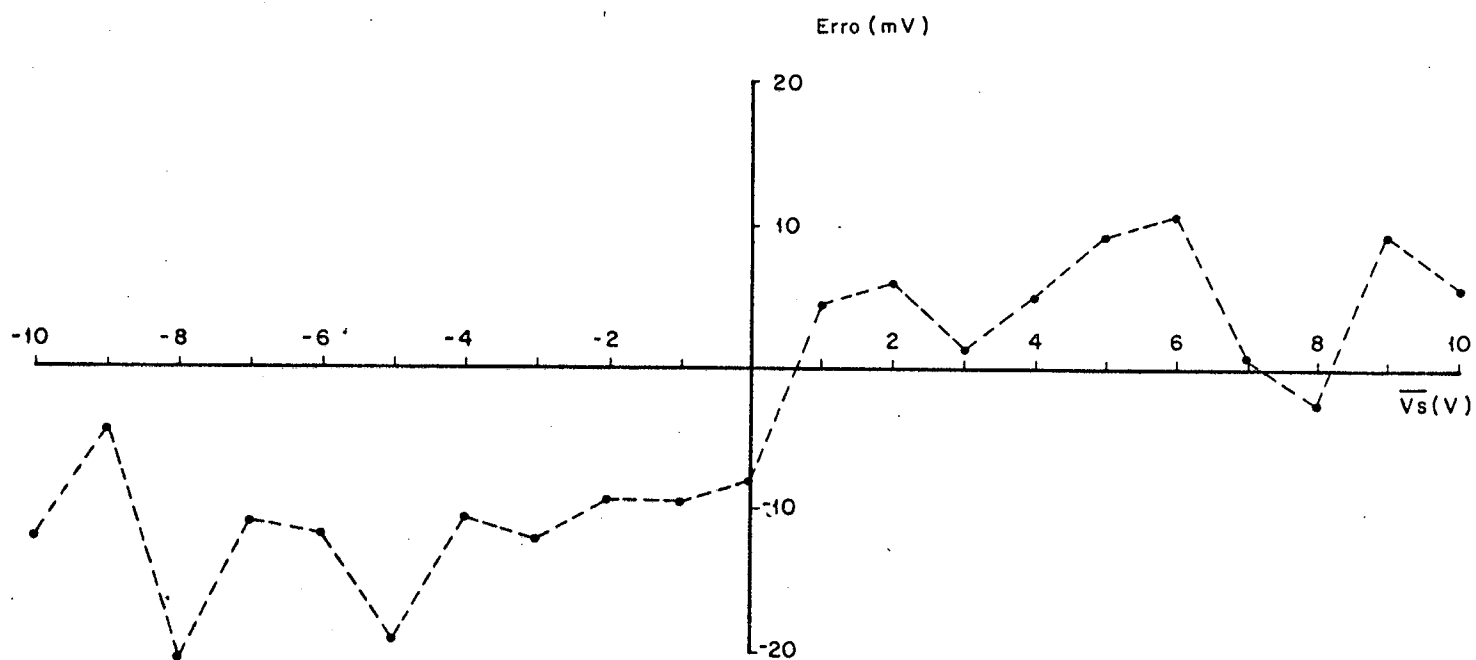


Figura 8.1 - Gráfico do Erro na Tensão de Saída Média a 23°C.

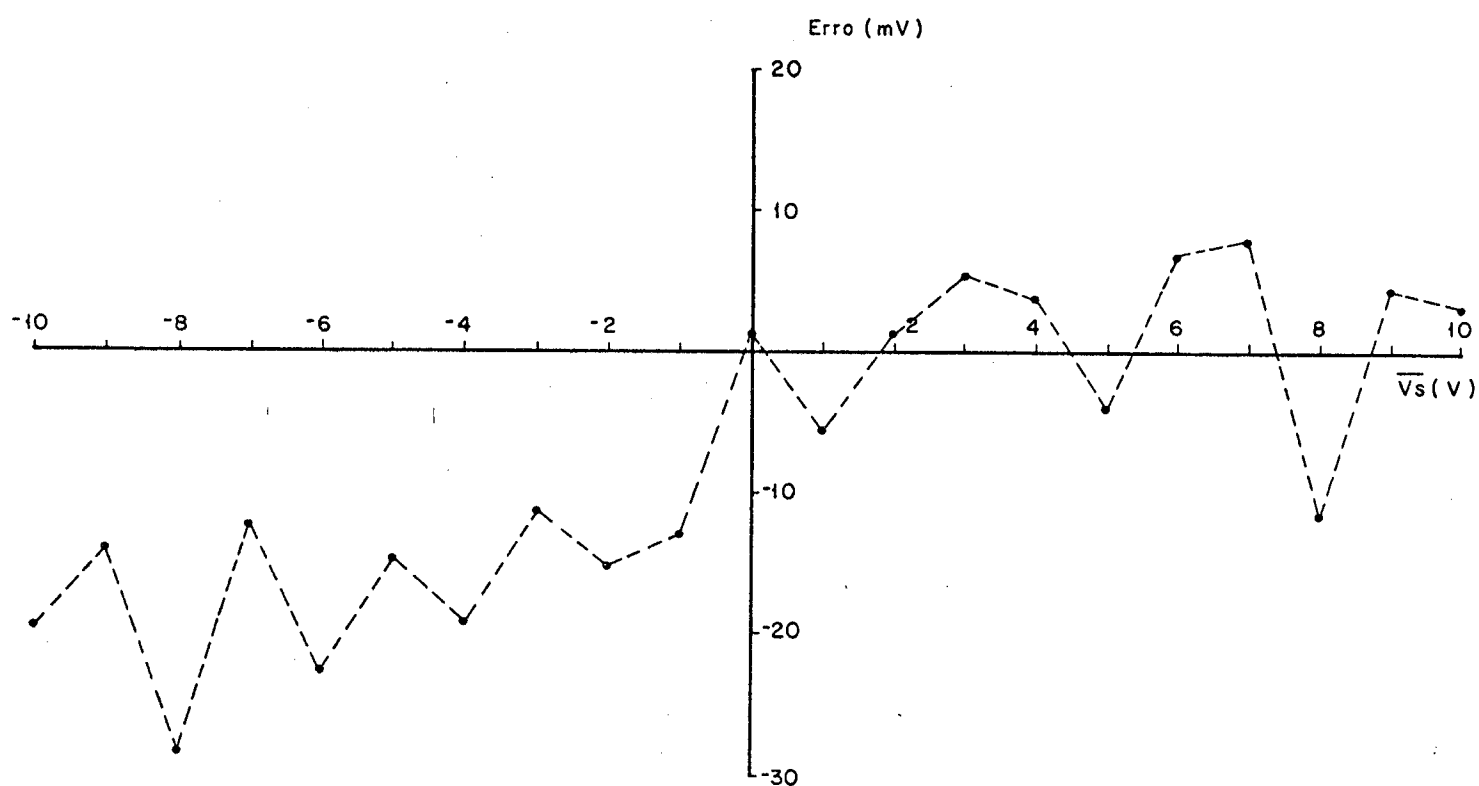


Figura 8.2 - Gráfico do Erro na Tensão de Saída Média a 34°C.

Por aproximação dos valores obtidos a uma reta a través do método dos mínimos quadrados, obteve-se da Tabela 1 e 2 o maior desvio absoluto igual a 0,0150V e 0,0152V, respectivamente.

Os máximos erros de não linearidade de fundo de escala resultam em $\pm 0,052\%$ e $\pm 0,076\%$ para as Tabelas 1 e 2 respectivamente.

Os erros de instrumentação são desprezáveis frete aos valores de erro de não linearidade encontrados.

A Fotografia 1 ilustra os pontos mais importantes do gerador de onda triangular.

As fotografias 2 e 3 mostram as tensões de saída do gerador de onda triangular e do detetor de cruzamento por zero para valores máximos de tensão de entrada de polaridade positiva e negativa.

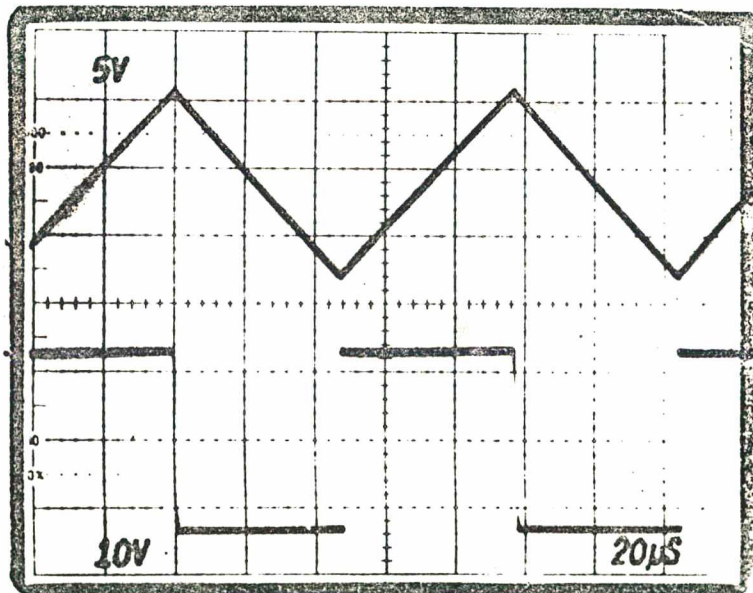


Foto 1 - (A) Forma de onda da tensão de saída do gerador de onda triangular.
(B) Forma de onda da tensão no comparador na malha do gerador de onda triangular.

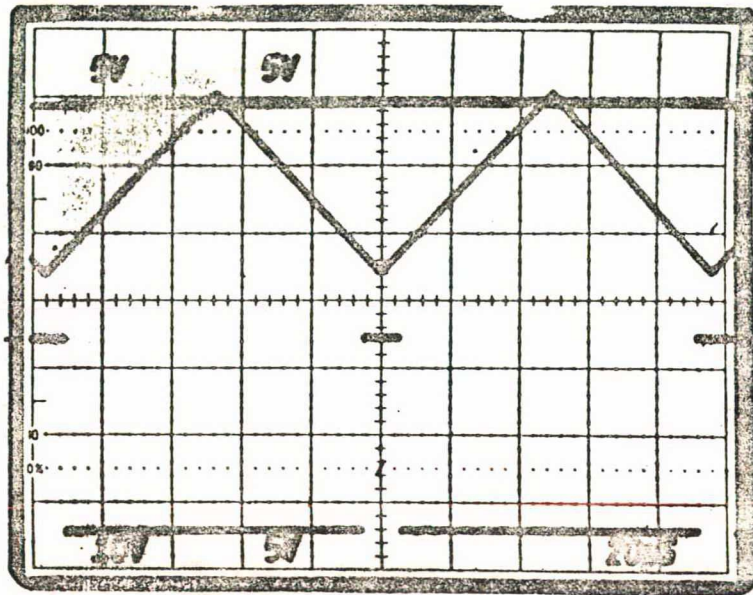


Foto 2 - (A) Forma de onda da tensão de saída do gerador de onda triangular.
 (B) Forma de onda da tensão de saída do detector de cruzamento por zero para $V_E = +5 \text{ Vcc}$.

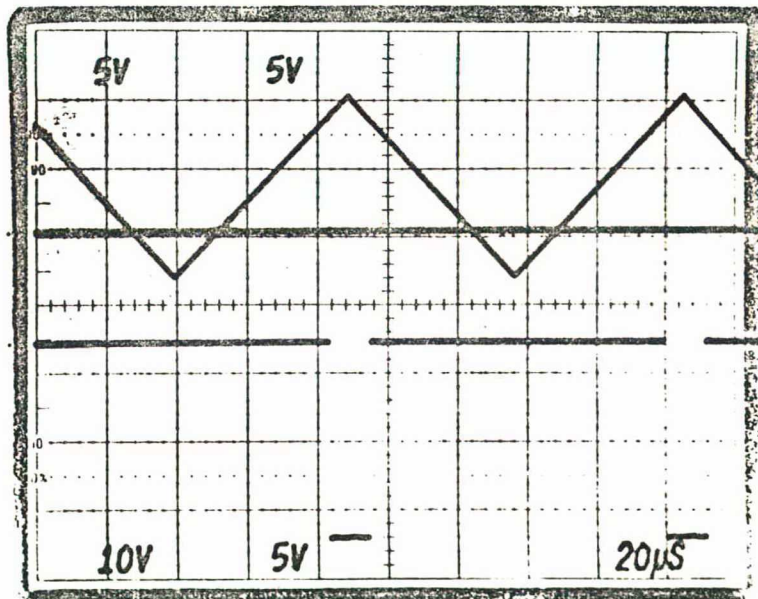


Foto 3 - (A) Forma de onda da tensão de saída do gerador de onda triangular.
 (B) Forma de onda da tensão de saída do detector de cruzamento por zero para $V_E = -5 \text{ Vcc}$.

A Tabela 3 e a Figura 8.3 apresentam a resposta em frequência do amplificador PWM de isolamento galvânico.

f (Hz)	V_S (V_{RMS})	G (dB)	ϕ ($^\circ$)
20	3,995	6,010	-181,4
50	3,995	6,010	-182,9
100	4,001	6,023	-185,7
200	4,007	6,036	-190,1
300	4,012	6,047	-196,0
400	4,006	6,034	-202,8
500	3,972	5,960	-210,8
600	3,904	5,810	-218,7
700	3,757	5,476	-228,6
800	3,586	5,072	-236,9
900	3,302	4,355	-245,8
1000	3,075	3,736	-251,8
2000	1,115	-5,075	-312,4

Tabela 3 - Tensão de saída V_S , ganho de tensão e defasagem em relação a um sinal senoidal de entrada de $2 V_{RMS}$ em função da frequência

A máxima ondulação de ganho no canal, segundo a Tabela 3, é de 0,037 dB ou seja, de 0,4%.

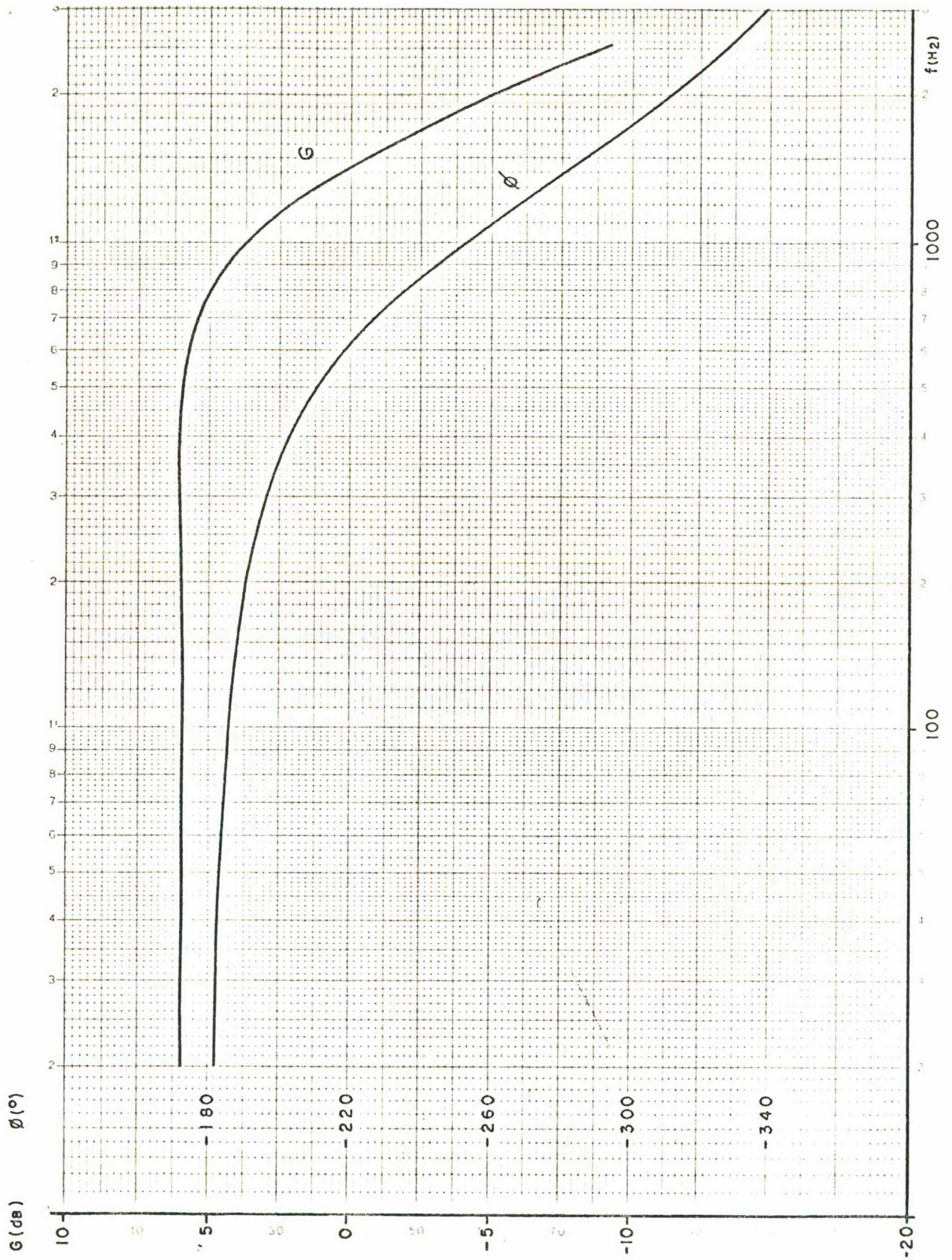


Figura 8.3 - Curvas de Ganho e de Fase da Função de Transferência do Amplificador PWM.

As fotografias 4, 5 e 6 ilustram o desempenho dinâmico do protótipo do amplificador PWM.

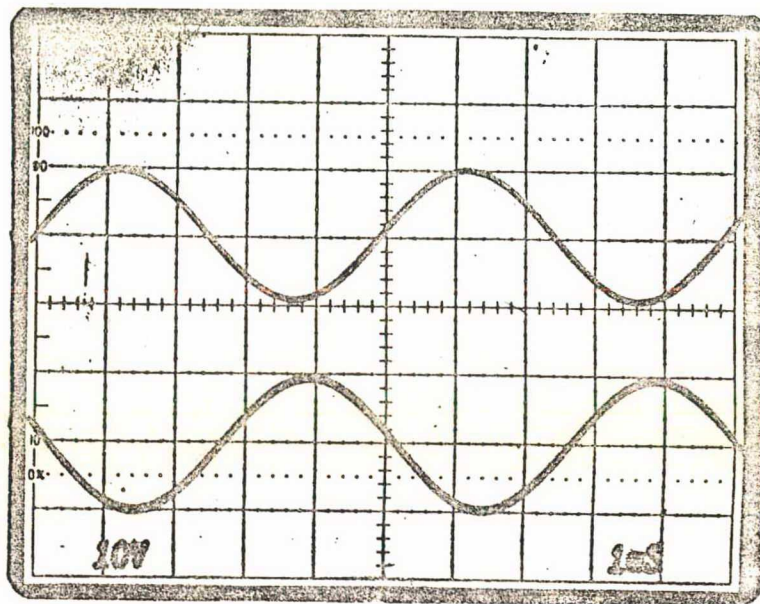


Foto 4 - (A) Forma de onda da tensão de entrada V_E com $f = 200$ Hz.

(B) Forma de onda da tensão de saída V_S .

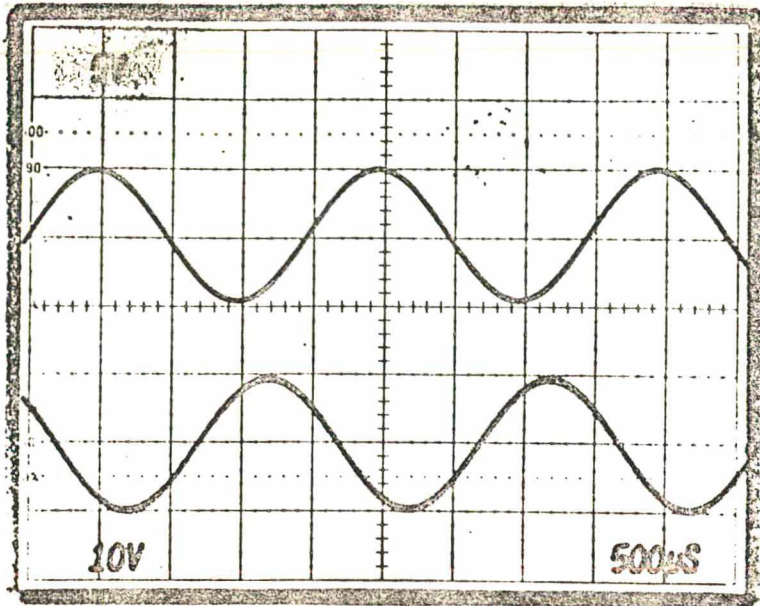


Foto 5 - (A) Forma de onda da tensão de entrada V_E com $f = 500 \text{ Hz}$.

(B) Forma de onda da tensão de saída V_S .

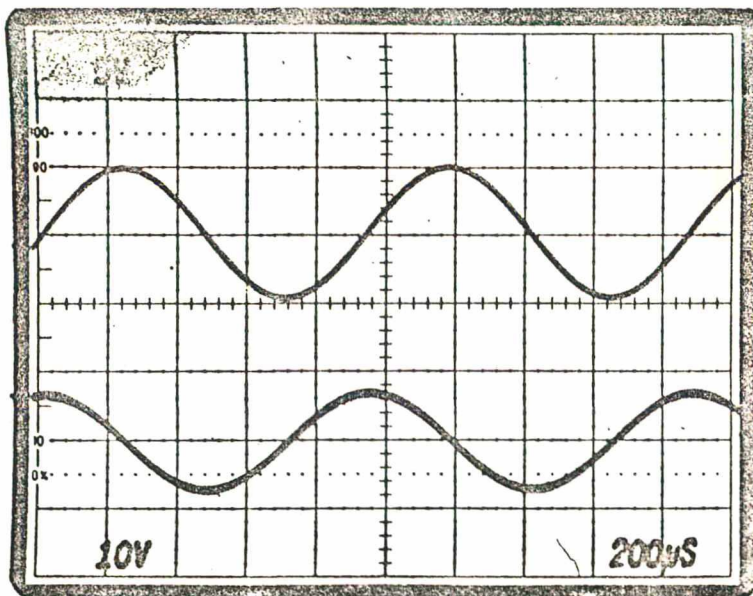


Foto 6 - (A) Forma de onda da tensão de entrada V_E com $f = 1000 \text{ Hz}$.

(B) Forma de onda da tensão de saída V_S .

A Figura 8.4 e a fotografia 7 mostram o desempenho do amplificador PWM em regime transitório.

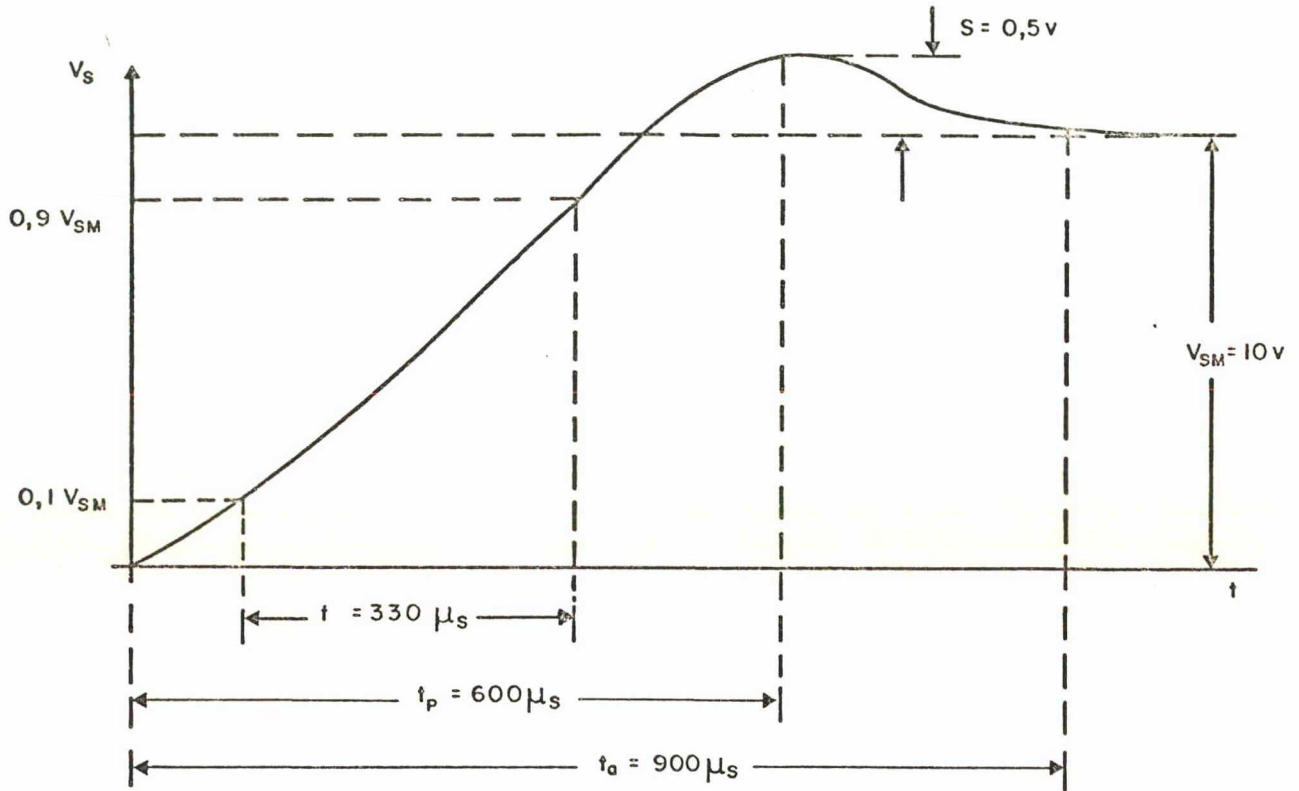


Figura 8.4 - Gráfico da tensão de saída em função do tempo para um salto de tensão de entrada de 5 V.

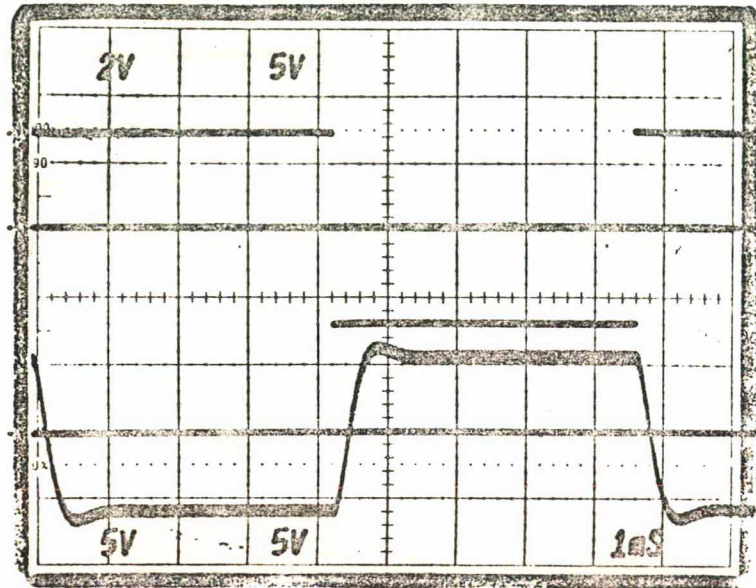


Foto 7 - (A) Forma de onda da tensão de entrada V_E .
 (B) Forma de onda da tensão de saída V_S .

A distorção harmônica de saída do amplificador PWM em regime permanente para tensões nulas e máximas são apresentadas pelas fotografias 8, 9 e 10.

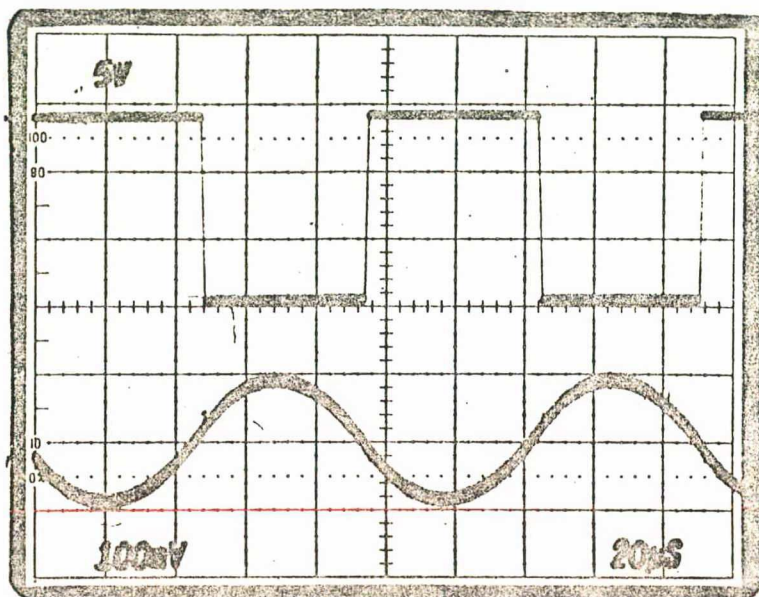


Foto 8 - (A) Forma de onda da tensão de saída do limitador para $V_E = 0$ V.
 (B) Forma de onda da ondulação ("ripple") da tensão de saída V_S .

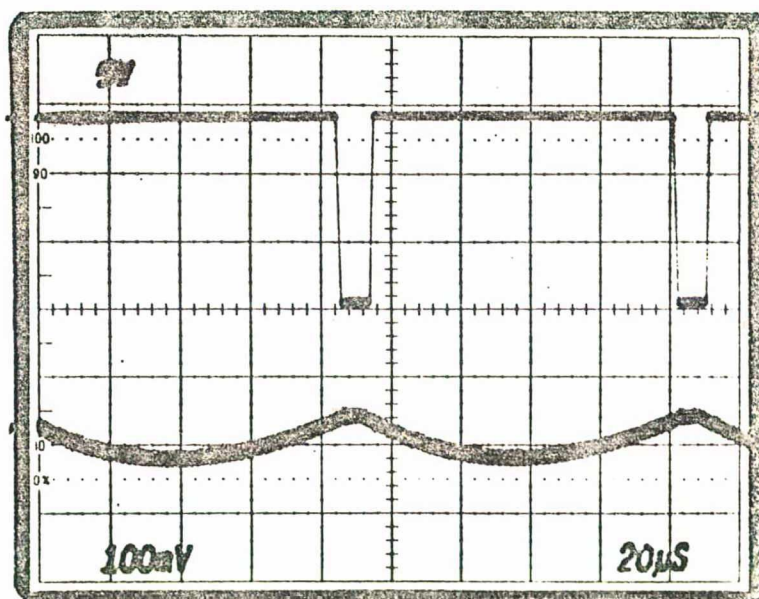


Foto 9 - (A) Forma de onda da tensão de saída do limitador para $V_E = +5$ Vcc.
 (B) Forma de onda da ondulação ("ripple") da tensão de saída V_S .

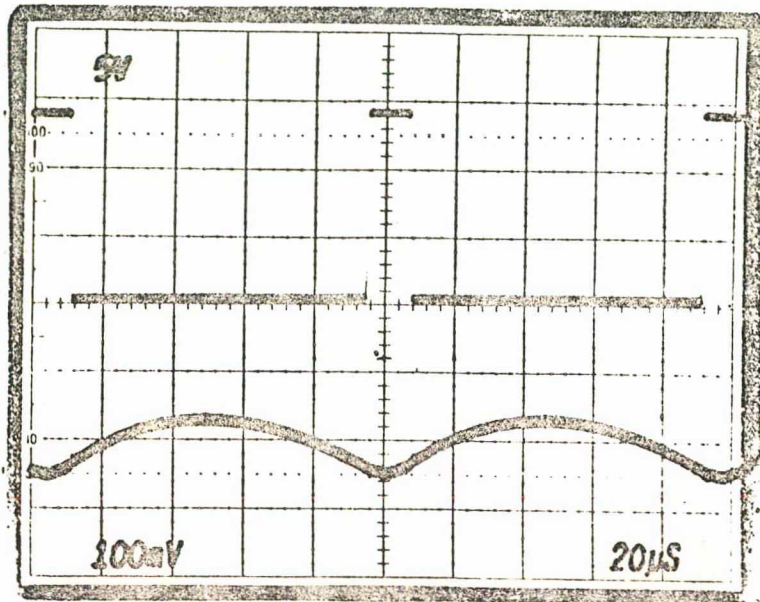


Foto 10 - (A) Forma de onda da tensão de saída do limitador para $V_E = -5 V_{CC}$.
 (B) Forma de onda da ondulação ("ripple") da tensão de saída V_S .

As defasagens entre os pulsos de saída do modulador, ou seja, da saída do detetor de cruzamento por zero e os pulsos de saída do limitador são apresentadas pela fotografia 11.

O tempo de retardo que precede a transição negativa dos pulsos do limitador é $1,5 \mu s$ maior que o tempo de retardo que precede a transição positiva dos mesmos.

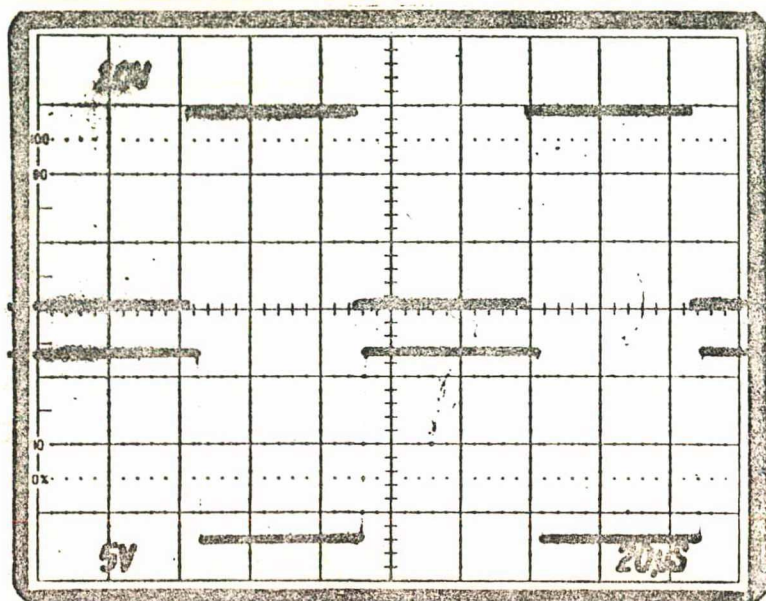


Foto 11 - (A) Forma de onda da tensão de saída do detetor de cruzamento por zero.

(B) Forma de onda da tensão de saída do limitador.

Essa diferença entre os tempos de retardo provoca uma assimetria de largura dos pulsos na saída do limitador que aumenta a distorção harmônica na tensão de saída do amplificador PWM.

A Figura 8.5 apresenta as componentes do espectro de frequência da tensão de saída do limitador com pulsos de largura assimétrica devido aos tempos de retardo.

A Figura 8.6 mostra a mesma faixa do espectro da tensão de saída do limitador com largura de pulsos simétrica, que foi providenciada pela introdução de uma assimetria de $1,5 \mu\text{s}$ no ciclo de condução dos pulsos de saída do detetor de cruzamento por zero.

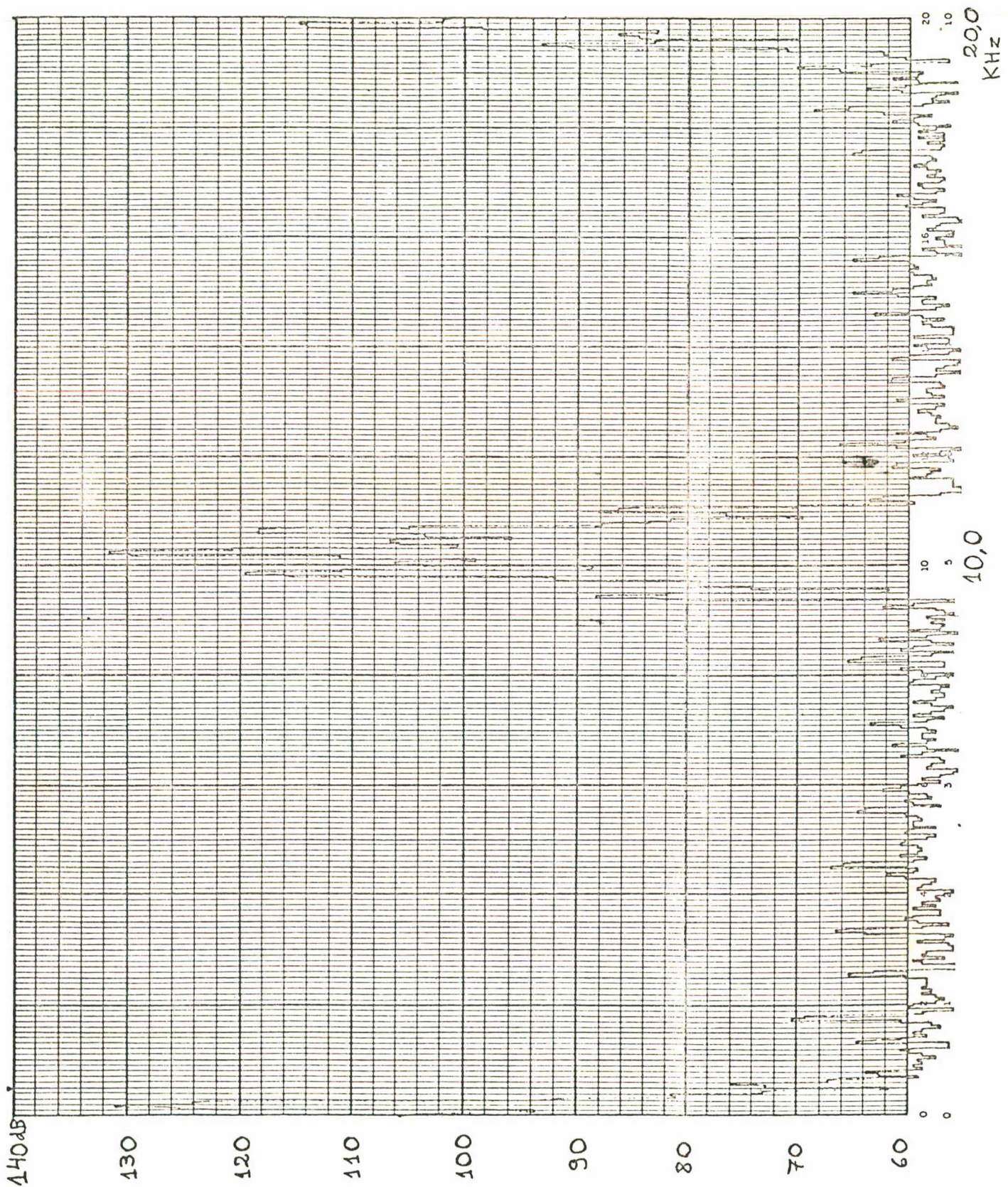


Figura 8.5 - Gráfico da composição espectral dos pulsos assimétricos modulados em largura na saída do limitador.

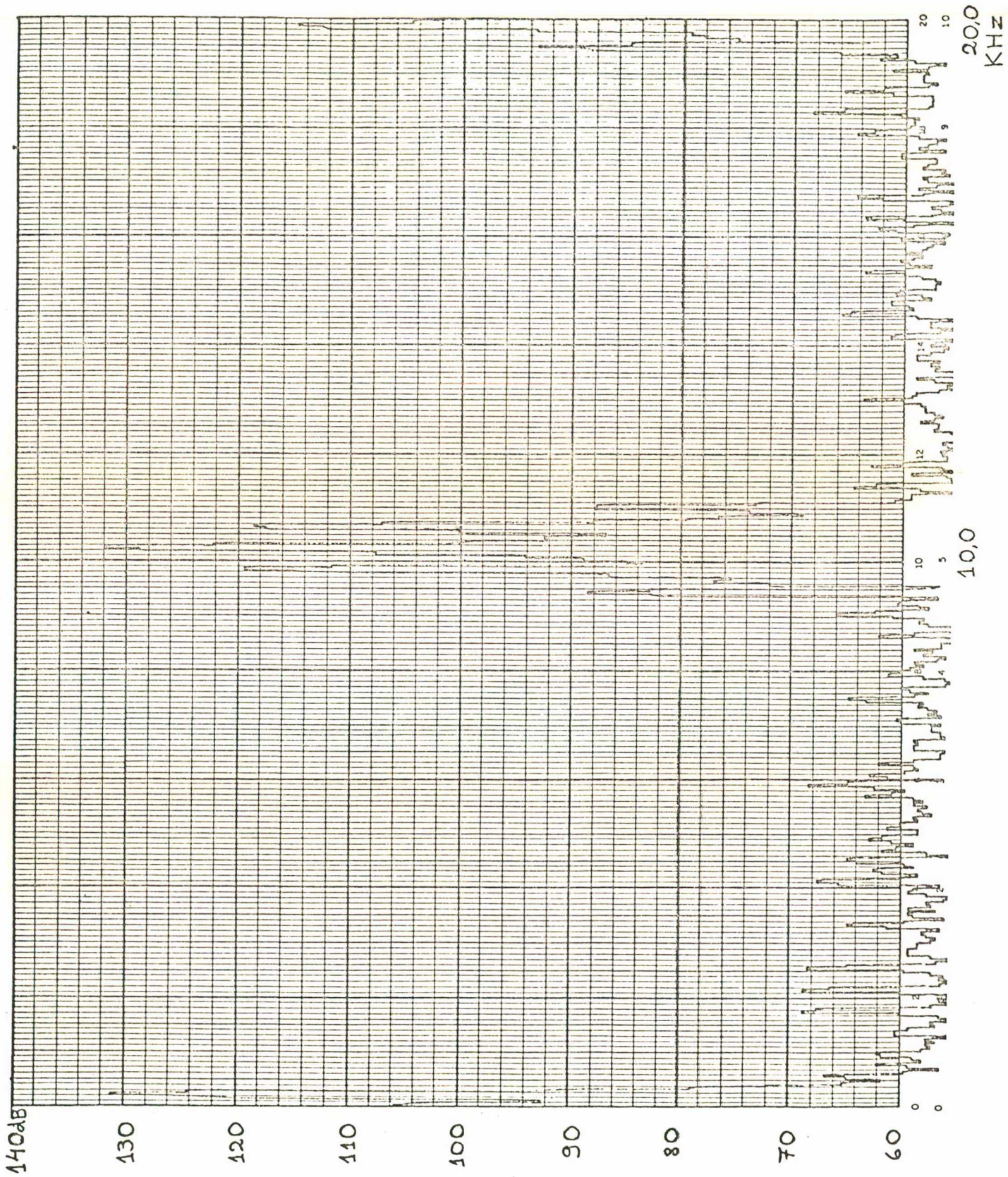


Figura 8.6 - Gráfico da composição espectral dos pulsos simétricos modulados em largura na saída do limitador.

As Figuras 8.7 e 8.8 apresentam as componentes espectrais da tensão de saída do amplificador PWM em escalas diferentes de frequência

A Figura 8.9 mostra o espectro do sinal de entrada, que é proveniente de um gerador de funções senoidais, de amplitude de 10 V_{pp} e frequência de 200 Hz e foi empregado para excitar o amplificador PWM durante os registros dos gráficos das Figuras 8.5, 8.6, 8.7 e 8.8.

Para obtenção dos espectros foi utilizado um analisador de espectro programável, tomando-se a média de 16 espectros, para cada um, obtidos através da ponderação do sinal por uma janela de Hanning.

Nos Gráficos das Figuras 8.5 a 8.9, o nível de referência de amplitude das componentes é 100 dB para um sinal senoidal de valor eficaz de 100 mV.

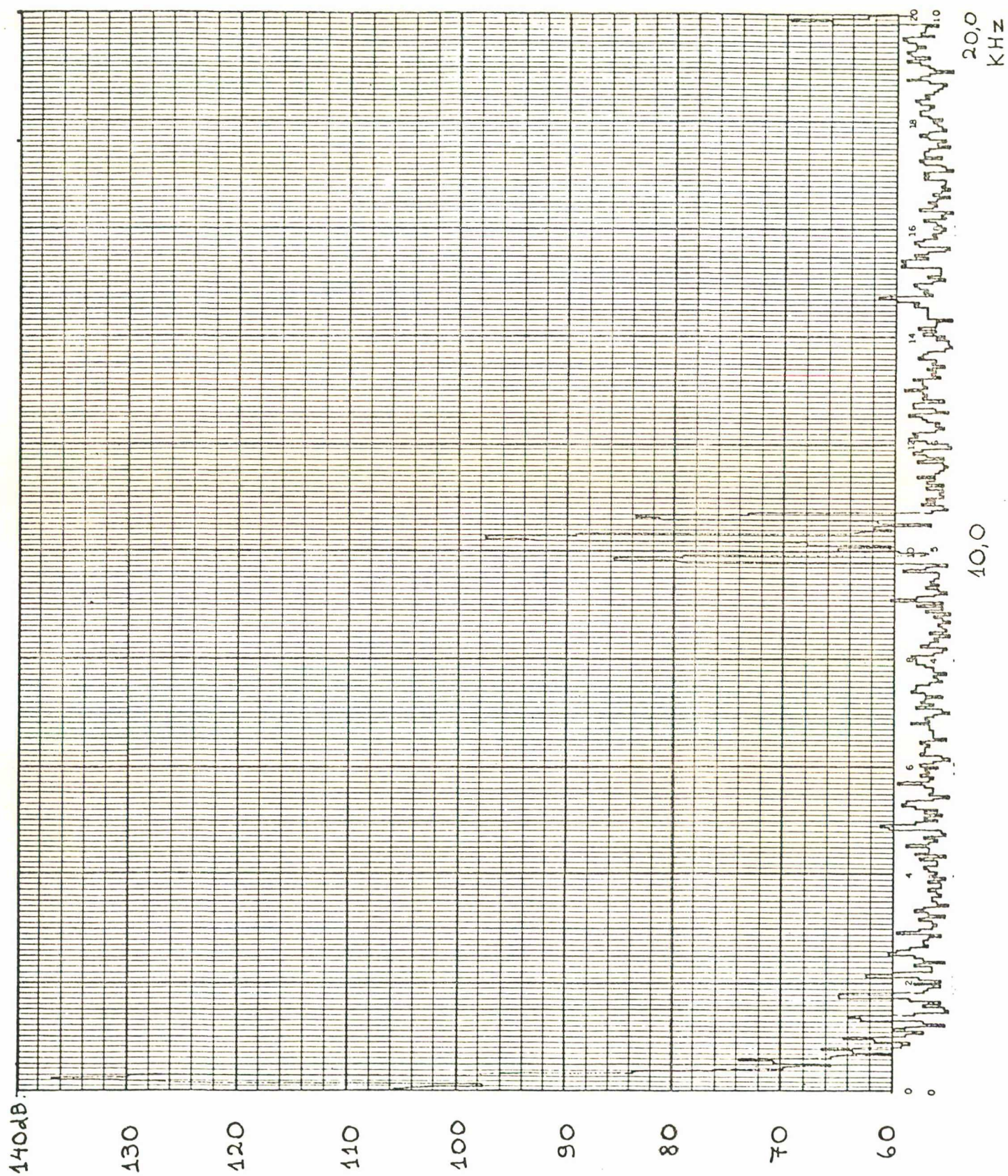


Figura 8.7 - Gráfico da composição espectral da tensão de saída do amplificador PWM.

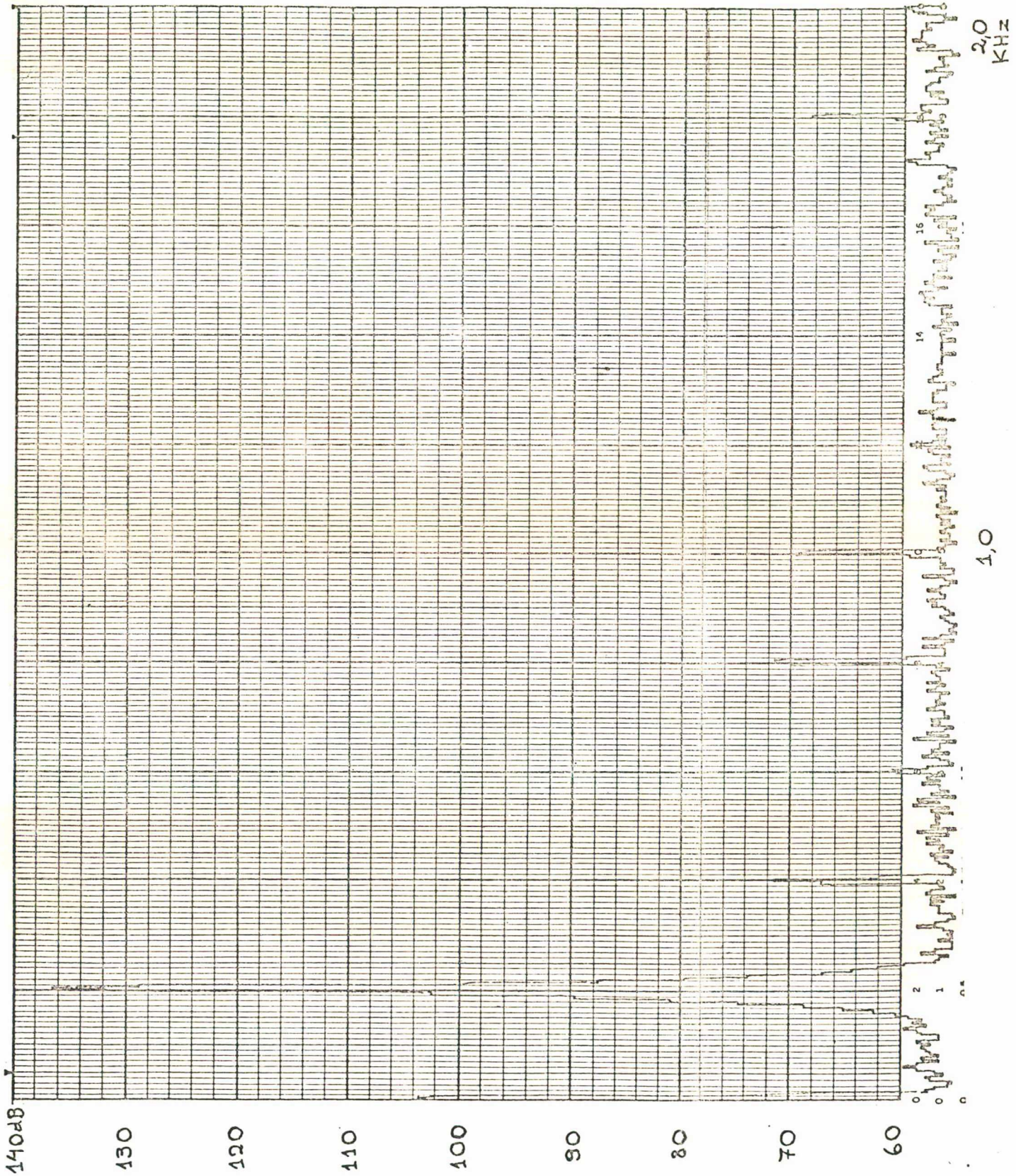


Figura 8.8 - Gráfico da composição espectral da tensão de saída do amplificador PWM com escala de frequência expandida para 0 - 2 KHz.

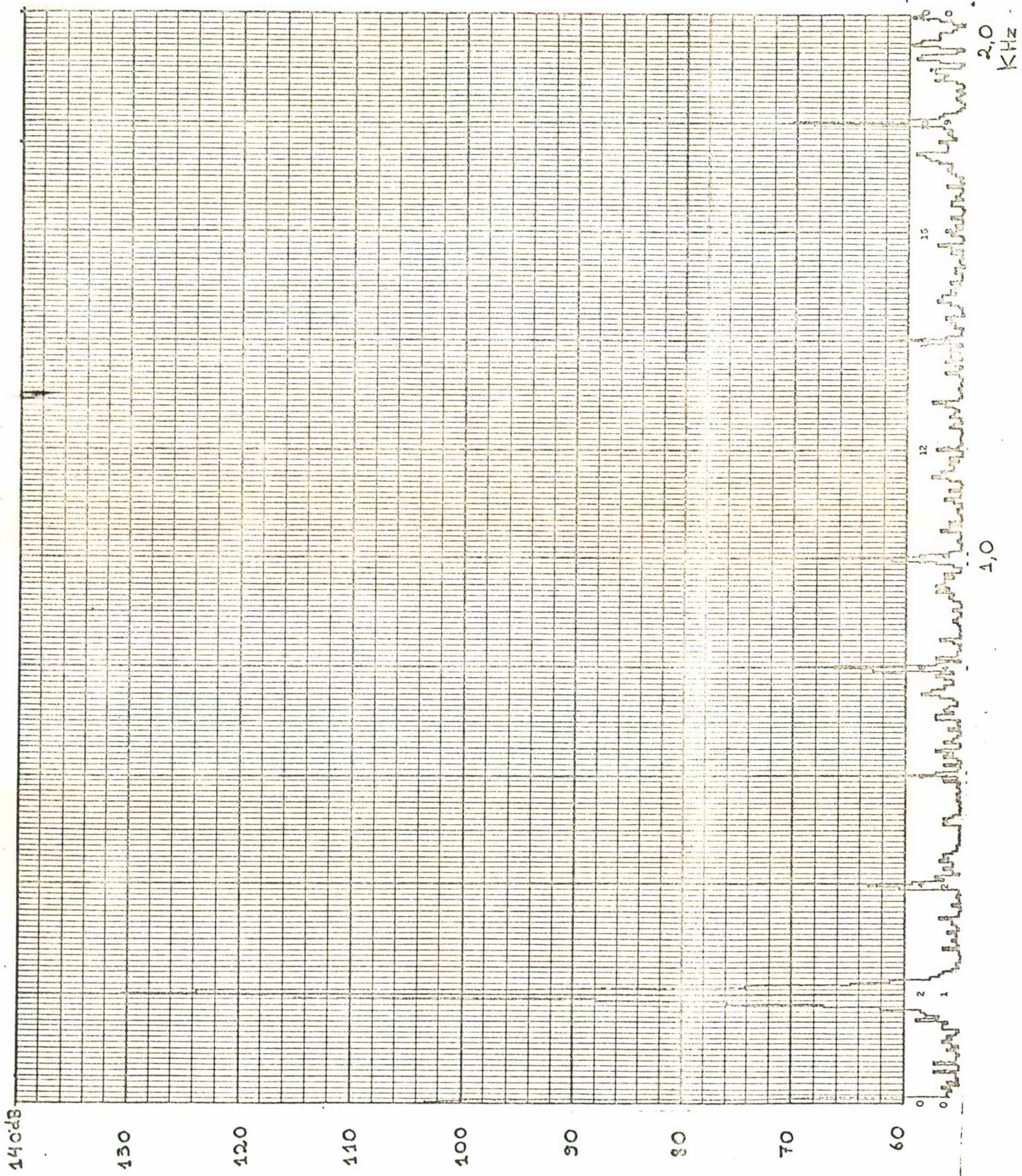


Figura 8.9 - Gráfico da composição espectral da tensão de entrada do amplificador PWM.

Harmonica	Frequência (Hz)	Ganho (dB)	Tensão (V)
q	200	131,4	13,13
p - 4q	9450	88,6	95m
p - 2q	9850	119,8	3,45
p - q	10050	106,5	0,75
p	10250	131,9	13,91
p + q	10450	106,9	0,78
p + 2q	10650	118,6	3,01
p + 4q	11050	88,1	90m
2p - 5q	19500	93,7	0,17
2p - 3q	19900	115,1	2,01

Tabela 4 - Componentes espectrais mais importantes do Gráfico da Figura 8.5.

Harmonica	Frequência (Hz)	Ganho (dB)	Tensão (V)
q	200	131,4	13,14
p - 4q	9450	89,1	0,10
p - 2q	9850	119,8	3,45
p - q	10050	89,4	0,10
p	10250	132,1	14,24
p + q	10450	93,0	0,16
p + 2q	10650	119,1	3,18
p + 4q	11050	88,0	88m
2q - 5q	19500	93,6	0,17
2q - 3q	19900	115,8	2,18

Tabela 5 - Componentes espectrais mais importantes do Gráfico da Figura 8.6.

Harmonica	Frequência (Hz)	Ganho (dB)	Tensão (V)
q	200	136,8	24,46
p - 2q	9850	86,0	70m
p - q	10050	65,5	7m
p	10250	98,0	0,28
p + q	10450	62,2	5m
p + 2q	10650	84,2	57m
2p - 3q	19900	70,1	11m

Tabela 6 - Componentes espectrais mais importantes do Gráfico da Figura 8.7.

Harmonica	Frequência (Hz)	Ganho (dB)	Tensão (V)
q	200	136,8	24,46
2q	400	71,8	14m
4q	800	71,7	13m
5q	1000	69,0	10m
9q	1800	64,0	6m

Tabela 7 - Componentes espectrais mais importantes do Gráfico da Figura 8.8.

Harmonica	Frequência (Hz)	Ganho (dB)	Tensão (V)
q	200	130,8	12,26
2q	400	63,5	5m
4q	800	66,7	8m
5q	1000	66,0	7m
9q	1800	70,7	12m

Tabela 8 - Componentes espectrais mais importantes do Gráfico da Figura 8.9.

A fotografia 12 mostra as tensões de coletor dos transistores de chaveamento do conversor CC - CA.

A fotografia 13 mostra as tensões de coletor e base de um dos transistores de chaveamento.

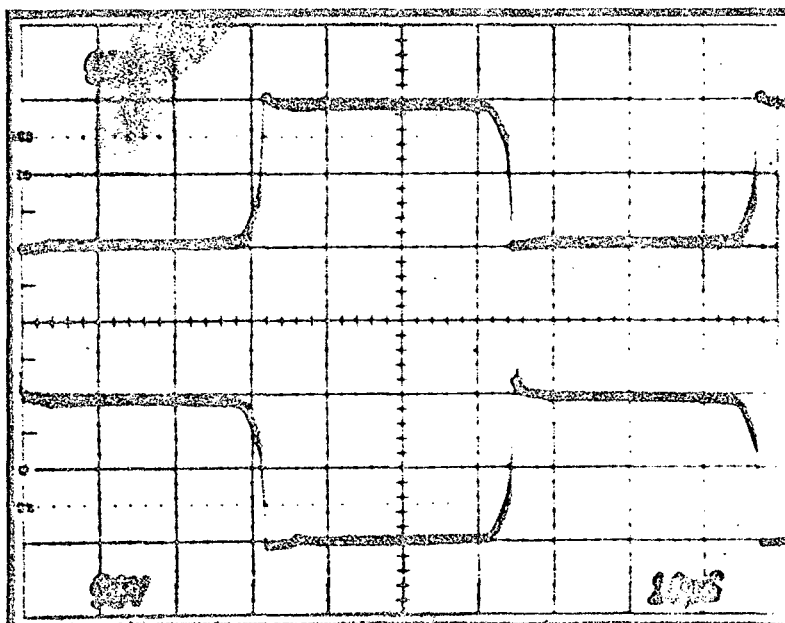


Foto 12 - (A) Forma de onda da tensão de coletor do transistor T_1 .

(B) Forma de onda da tensão do coletor do transistor T_2 .

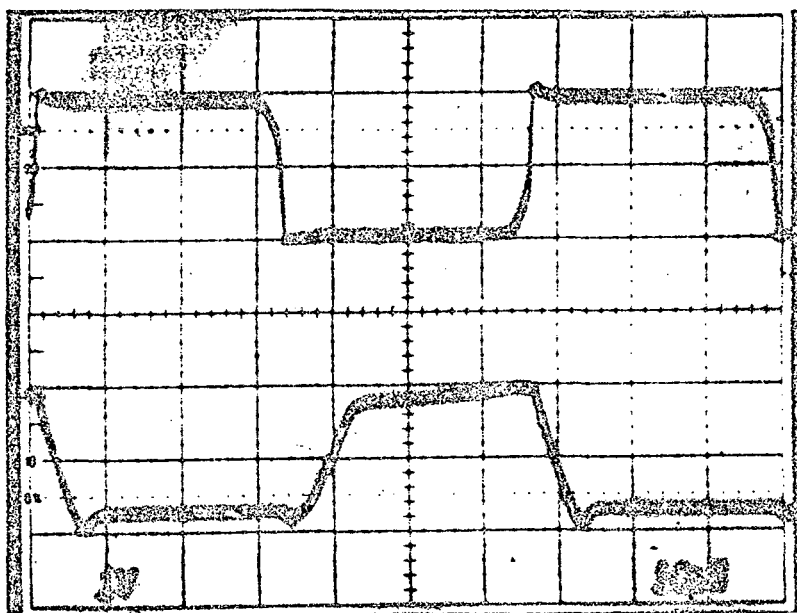


Foto 13 - (A) Forma de onda da tensão de coletor do transistor T_1 .

(B) Forma de onda da tensão de base do transistor T_1 .

C A P Í T U L O 9

DISCUSSÃO E CONCLUSÕES

Este trabalho permitiu definir os parâmetros de projeto de um amplificador com características promissoras para uso em isolamento de circuitos eletrônicos.

1 - Linearidade e Estabilização do Ganho

O método de modulação empregado mostrou os seus méritos constatando-se um elevado grau de linearidade na resposta do amplificador PWM apesar dos deslocamentos do valor da tensão de saída ao longo do tempo, o que exigiu a adoção de recursos estatísticos para a realização do levantamento.

A Estabilidade e a precisão de ganho do protótipo do amplificador PWM poderiam ser melhoradas pela utilização de fontes de alimentação de maior precisão e maior compensação de temperatura e, também, de componentes de menor tolerância de variação de valor e menor dependência em relação à temperatura no circuito.

Verificou-se que os deslocamentos de tensão se tornaram menores ao se elevar e estabilizar a temperatura da placa colocando-a dentro da caixa fechada.

2 - Características Espectrais

As componentes espectrais registradas pelo analisador de espectro em tempo real, correspondem em número e em amplitude às componentes que foram descritas e equacionadas matematicamente como fatores de distorção no trabalho.

Evidentemente, os pulsos existentes no protótipo de laboratório apresentam inúmeras não idealidades sobrepostas, o que torna difícil equacioná-los teoricamente.

No entanto, pode-se constatar uma significativa redução dos valores das amplitudes das componentes de batimento de ordem ímpar, $p-q$ e $p+q$, ao se aumentar a simetria da largura dos pulsos do demodulador, como se fez entre os levantamentos dos Gráficos das Figuras 8.5 e 8.6.

Esse fato confirma a conclusão dada no Capítulo 3 de que se a modulação fosse perfeitamente simétrica, os termos de ordem ímpar se anulariam.

No Gráfico da Figura 8.7 verifica-se um ganho aproximadamente 6 dB maior em relação aos Gráficos das Figuras 8.5 e 8.6 na amplitude da componente modulante devido ao ganho de tensão do amplificador ser igual a -2, enquanto que as componentes de portadora e de batimento sofrem uma atenuação de 34 dB, que corresponde à atenuação de 40 dB do filtro PB de 2ª ordem subtraídos os 6 dB de ganho do amplificador de saída.

Nos Gráficos das Figuras 8.8 e 8.9 pode-se ver que o amplificador PWM não introduz novas harmônicas na faixa de baixa frequência do espectro (0 - 2 KHz), apenas produzindo um ganho de aproximadamente 6 dB nas componentes do sinal de entrada que são provenientes do gerador de funções.

3 - Compensação de Retardo de Tempo

Apesar da existência de um circuito de compensação de retardo de tempo dos pulsos no protótipo, registrou-se uma distorção harmônica adicional, dada por componentes espectrais, que teoricamente nem deveriam existir, e causada pela assimetria de largura dos pulsos do demodulador.

Para compensar essa assimetria foi preciso reduzir a faixa de segurança de mínimo tempo de não condução dos pulsos do modulador, conforme a descrição no Capítulo 8.

Conclui-se que as faixas de segurança de mínimo tempo de condução e mínimo tempo de não condução dos pulsos deverão ser suficientemente grandes para permitir compensações desse tipo sem que os pontos de comparação do detetor de cruzamento por zero ultrapassem as tensões de picos da onda triangular.

Visando uma maior economia de custo de material e simplicidade de circuito, em determinados casos, a carga ativa de compensação de retardo de tempo pode ser substituída por uma simples resistência na base do fototransistor do acoplador ótico dentro de certos limites.

O valor da resistência R_B entre os terminais de base e de emissor do fototransistor deve situar-se em torno de $50\text{ K}\Omega$ para se ter simetria entre os tempos de subida e de descida dos pulsos e baixos valores para esses simultaneamente, conforme Apêndice 4.

Se R_B for reduzido, crescerá o tempo de descida, e se R_B aumentar, crescerá o tempo de subida dos pulsos na saída do acoplador ótico.

4 - Característica da Função de Transferência

Comparando os resultados do levantamento das respostas transitória e em frequência do protótipo com os parâmetros de projeto do filtro passa-baixas do demodulador, confirma-se a predominância das características do filtro sobre a função de transferência do amplificador PWM.

Em função dos valores dos componentes de tolerância de 5% empregados no filtro, obtém-se a frequência natural $\omega_0 = 6741,9$ rad/s e o coeficiente de amortecimento $\xi = 0,674$.

Substituindo esses valores nas fórmulas de cálculo dos tempos de retardo e da sobrelevação da tensão de saída, resulta.

$$t_s = \frac{2,2}{\omega_0} = 326 \text{ } \mu\text{s}$$

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_0 \sqrt{1 - \xi^2}} = 630 \text{ } \mu\text{s}$$

$$t_a = \frac{4}{\xi \omega_0} = 880 \text{ } \mu\text{s}$$

$$S = V_s e^{-\pi \xi / \sqrt{1 - \xi^2}} = 0,5 \text{ V}$$

Esses valores estão afastados menos de 5% dos valores mostrados na Figura 8.4

As diferenças observadas entre o comportamento medido e o teórico para o filtro, devem-se à utilização de componentes de tolerância de 5% não escolhidos e à aproximação dos

valores de cálculo aos valores comerciais disponíveis para a RETMA de 20%. No caso de W_0 , as diferenças podem ser toleradas, como se previu, porém para o erro de ganho na banda passante, a situação é mais crítica. Valores da Tabela 3 indicam que o erro medido foi de 0,4%, bem superior ao da especificação (0,1%) porém ainda aceitável para a finalidade do equipamento. Para atender a especificação de erro de ondulação a 0,1% com tolerância de 10% sobre ela, é necessário utilizar componentes de tolerância inferior a 1,5%, ou escolhê-los (ver 7.4.3).

5 - Ondulação de Tensão de Saída

As formas de onda da ondulação em regime permanente mostram a distorção harmônica do amplificador PWM no eixo dos tempos.

Pela análise teórica das componentes da PWM, constatou-se a participação predominante da harmônica fundamental na composição espectral, devido ao maior peso do valor da função de Bessel, J_0 , correspondente.

Como pode-se observar nas Figuras de formas de onda da ondulação da tensão de saída, à medida que aumenta em módulo o valor do sinal de entrada do amplificador PWM, menor é a amplitude da ondulação pico a pico, perdendo a forma senoidal devido à diminuição da amplitude fundamental da portadora e ao aumento das demais harmônicas, que apresentam menor amplitude, em função do ciclo de condução dos pulsos.

Esse fenômeno entra em choque com as características desejáveis de um amplificador, pois à medida que se diminui o sinal a ser amplificado, maior se torna a ondulação do si-

nal de saída.

Para limitar a máxima condulação de saída de um amplificador PWM basta estabelecer a mínima atenuação da amplitude da componente fundamental da portadora, ou da frequência de repetição dos pulsos, na forma como é comumente feito em fontes estabilizadas de tensão.

Se for necessário reduzir ainda mais o nível da ondulação de tensão de saída do amplificador PWM pode-se elevar a ordem do filtro PB, adotado no Capítulo 5, em detrimento da simplicidade e do custo.

6 - Conversor CC-CC

As malhas de retardo RC do circuito de chaveamento do conversor CC-CC tiveram baixo desempenho na redução da ondulação das tensões de secundário das fontes de alimentação e da dissipação térmica dos transistores por condução cruzada de corrente de primário do transformador.

Esse fato se prende principalmente à características de baixa impedância de entrada dos elementos de chaveamento do conversor CC-CC.

Verificou-se que as formas dos enrolamentos e do núcleo de ferrite do transformador produzem maior influência sobre os resultados.

Substituindo o núcleo de ferrite do tipo E por um núcleo de ferrite tipo pot com área de secção do núcleo cerca de 30% maior, ou utilizando bobinas sem uniformidade na distribuição das espiras provoca-se um significativo aumento de dissipação térmica no conversos CC-CC.

7 - Sugestões para Projetos Futuros

No protótipo de laboratório do amplificador PWM foram utilizados circuitos integrados analógicos de baixo custo e de fácil aquisição no mercado nacional.

Poderiam ter sido empregados acopladores óticos que apresentam um fotodiodo como receptor, tais como o 6N135 da Hewlett Packard ou comparadores de alta velocidade tais como o amplificador LM 306 na conformação dos pulsos do estágio de modulador do amplificador PWM.

Essas medidas tornariam dispensável o uso do circuito de compensação de retardo de tempo e o ajuste da simetria dos pulsos do modulador diferente de 50% de ciclo de condução.

Se for requerida a elevação do valor da frequência de portadora, devido à necessidade de uma maior BW por exemplo, as correntes $2I$ e I , e a constante de tempo do gerador de onda triangular deverão ser alteradas e os amplificadores operacionais do tipo LM 301A deverão ser substituídos por amplificadores operacionais do tipo LM 318 para reduzir os resíduos de retardo induzidos (delay - induced offset) [23].

As tensões residuais dos comparadores e os tempos de retardo de chaveamento dos componentes lineares passam a se tornar significativos frente a um menor período de tempo dos pulsos e, principalmente, frente a menores tempos de mínima condução e mínima não condução dos pulsos.

Em trabalhos futuros, sugere-se dotar o amplificador de maiores recursos introduzindo-se atenuadores e filtros no circuito isolado de entrada e uma tensão de referência interna para calibração.

Dessa forma, o instrumento poderá ser usado em campo para monitorar variáveis analógicas com maior gama de amplitudes, contendo componentes harmônicas que poderiam perturbar o processo de medição, e possuindo níveis CC que não se deseja amplificar.

No circuito isolado de saída ou de entrada é conveniente incluir um voltímetro digital do tipo integrado (3 1/2 dígitos) que proporcione a obtenção dos valores instantâneos da tensão de saída ou de entrada do amplificador e a visualização das condições de funcionamento do instrumento pelo operador.

A P Ê N D I C E 1

A - Determinação das fórmulas para cálculo dos fatores de distorção de um trem de pulsos modulados em largura ideal:

Seja um trem de pulsos retangulares conforme a figura abaixo:

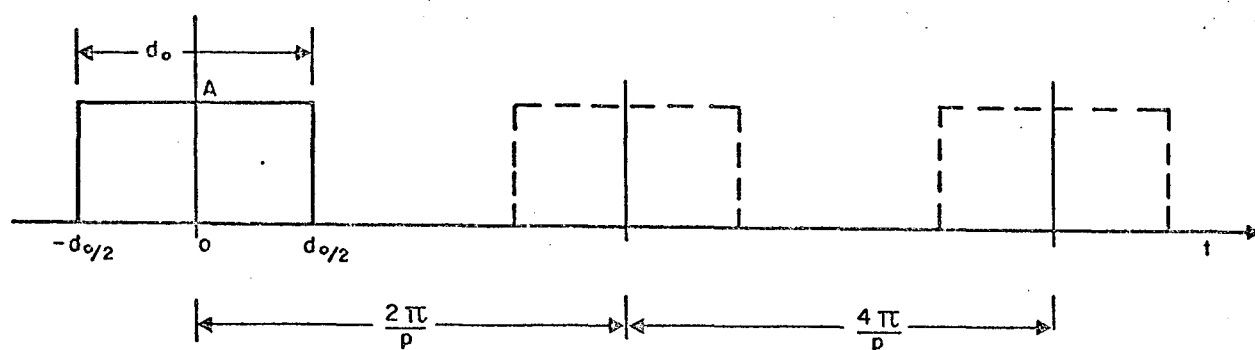


Figura A.1.1 - Trem de Pulsos Simétricos com Tempos de Transição Nulos.

A função que representa o trem de pulsos modulados em largura através de expansão por série de Fourier é:

$$f(t) = \frac{A p d_o}{2\pi} (1 + k \cos qt) + \frac{2A}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1}{n} \operatorname{sen} \left(\frac{n p d_o}{2} \right) \left(1 + k \cos qt \right) \right] \cos n p t$$

Onde:

d_o = duração de pulso médio não modulado

p = freqüência angular de repetição dos pulsos (rad/s)

q = freqüência angular do sinal modulante (rad/s)

k = índice de modulação ($|k| \leq 1$)

n = número de índice da harmônica de p

m = número de índice da harmônica de q .

Utilizando-se a igualdade trigonométrica:

$$\text{sen}(A + B) = \text{sen} A \cdot \cos B + \cos A \cdot \text{sen} B$$

$$f(t) = \frac{A p d_o}{2\pi} (1 + k \cos qt) + \frac{2A}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left[\text{sen}\left(\frac{n p d_o}{2}\right) \cos\left(\frac{n k p d_o}{2} \cos qt\right) + \cos\left(\frac{n p d_o}{2}\right) \text{sen}\left(\frac{n k p d_o}{2} \cos qt\right) \right] \cos n p t$$

Substituindo-se por funções de Bessel os termos:

$$\cos(A \cos qt) = J_0(A) + 2 \sum_{m=2,4}^{\infty} (-1)^{m/2} J_m(A) \cos m qt$$

$$\text{sen}(A \cos qt) = 2 \sum_{m=1,3}^{\infty} (-1)^{(m-1)/2} J_m(A) \cos m qt$$

Tem-se:

$$f(t) = \frac{A p d_o}{2\pi} (1 + k \cos qt) + \frac{2A}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left[J_0\left(\frac{n p d_o}{2}\right) \text{sen}\left(\frac{n p d_o}{2}\right) + 2 \sum_{m=2,4}^{\infty} (-1)^{m/2} J_m\left(\frac{n k p d_o}{2}\right) \cos(m qt) \right. \\ \left. \text{sen}\left(\frac{n p d_o}{2}\right) + 2 \sum_{m=1,3}^{\infty} (-1)^{(m-1)/2} J_m\left(\frac{n k p d_o}{2}\right) \cos(m qt) \right] \cos n p t$$

$$\text{sen}\left(\frac{n p d_o}{2}\right) + 2 \sum_{m=1,3}^{\infty} (-1)^{(m-1)/2} J_m\left(\frac{n k p d_o}{2}\right) \cos(m qt)$$

$$\cos\left(\frac{n p d_o}{2}\right) \left. \right] \cos n p t$$

Ou:

$$f(t) = \frac{A p d_o}{2\pi} (1 + k \cos qt) + \frac{2A}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left[\operatorname{sen} \left(\frac{n p d_o}{2} \right) \right. \\ \left. \left[J_0 \left(\frac{n k p d_o}{2} \right) \cos n p t + 2 \sum_{m=2,4}^{\infty} (-1)^{m/2} J_m \left(\frac{n k p d_o}{2} \right) \right. \right. \\ \left. \left. \cos (m qt) \cos n p t \right] + \cos \left(\frac{n p d_o}{2} \right) \left[2 \sum_{m=1,3}^{\infty} (-1)^{(m-1)/2} \right. \right. \\ \left. \left. J_m \left(\frac{n k p d_o}{2} \right) \cos m qt \cos n p t \right] \right]$$

Utilizando-se a igualdade trigonométrica:

$$\cos (n p t) \cos (m qt) = 1/2 \left[\cos (n p t + m qt) + \cos (n p t - m qt) \right]$$

$$f(t) = \frac{A p d_o}{2\pi} (1 + k \cos qt) + \frac{2A}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left[\operatorname{sen} \left(\frac{n p d_o}{2} \right) \right.$$

$$\left[J_0 \left(\frac{n k p d_o}{2} \right) \cos n p t + \sum_{m=2,4}^{\infty} (-1)^{m/2} J_m \left(\frac{n k p d_o}{2} \right) \right.$$

$$\left. \left. (\cos (n p t + m qt) + \cos (n p t - m qt)) \right] + \cos \left(\frac{n p d_o}{2} \right) \right.$$

$$\left. \left. \left[\sum_{m=1,3}^{\infty} (-1)^{(m-1)/2} J_m \left(\frac{n k p d_o}{2} \right) (\cos (n p t + m qt) + \cos (n p t - m qt)) \right] \right] \right]$$

Considerando-se que:

$$\operatorname{sen} \left(\frac{n p d_o}{2} \right) \sum_{m=2,4}^{\infty} (-1)^{m/2} J_m \left(\frac{n k p d_o}{2} \right) + \cos \left(\frac{n p d_o}{2} \right)$$

$$\sum_{m=1,3}^{\infty} (-1)^{(m-1)/2} J_m \left(\frac{n k p d_o}{2} \right) = \operatorname{sen} \left(\frac{n p d_o}{2} \right) \cos \left(\frac{m \pi}{2} \right) +$$

$$+ \cos \left(\frac{n p d_o}{2} \right) \operatorname{sen} \left(\frac{m \pi}{2} \right) \sum_{m=1}^{\infty} J_m \left(\frac{n k p d_o}{2} \right)$$

A função se torna:

$$f(t) = \frac{A p d_o}{2\pi} (1 + k \cos qt) + \frac{2A}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left[\operatorname{sen} \left(\frac{n p d_o}{2} \right) \right. \\ \left. \left[J_0 \left(\frac{n k p d_o}{2} \right) \cos n p t \right] + \left[\sum_{m=1}^{\infty} J_m \left(\frac{n k p d_o}{2} \right) \right. \right. \\ \left. \left. \left(\operatorname{sen} \left(\frac{n p d_o}{2} \right) \cos \left(\frac{m \pi}{2} \right) + \cos \left(\frac{n p d_o}{2} \right) \operatorname{sen} \left(\frac{m \pi}{2} \right) \right) \right] \right] \\ \left[\cos (n p t + m qt) + \cos (n p t - m qt) \right]$$

Utilizando-se a igualdade trigonométrica:

$$\operatorname{sen} A \cos B + \cos A \operatorname{sen} B = \operatorname{sen} (A+B)$$

Tem-se:

$$f(t) = \frac{A p d_o}{2\pi} (1 + k \cos qt) + \frac{2A}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \\ \left[\operatorname{sen} \left(\frac{n p d_o}{2} \right) \left[J_0 \left(\frac{n k p d_o}{2} \right) \cos n p t \right] + \right. \\ \left. + \left[\sum_{m=1}^{\infty} J_m \left(\frac{n k p d_o}{2} \right) \operatorname{sen} \left(\frac{n p d_o}{2} + \frac{m \pi}{2} \right) \right] \right] \\ \left[\cos (n p t + m qt) + \cos (n p t - m qt) \right]$$

Fazendo $A = 1$ pode-se separar a $f(t)$ em três partes distintas:

a) do valor médio ou nível CC:

$$\frac{p d_o}{2\pi} (1 + k \cos qt)$$

b) das componentes de portadora e suas harmônicas superiores:

$$\frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left[\operatorname{sen} \left(\frac{n p d_o}{2} \right) \left[J_0 \left(\frac{n k p d_o}{2} \right) \cos n p t \right] \right]$$

c) das componentes de intermodulação ou batimento:

$$\frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left[\left[J_m \left(\frac{n k p d_o}{2} \right) \operatorname{sen} \left(\frac{n p d_o}{2} + \frac{m \pi}{2} \right) \right] \right. \\ \left. \left[\cos (n p t + m q t) + \cos (n p t - m q t) \right] \right]$$

B - Determinação das fórmulas para cálculos dos fatores de distorção de um trem de pulsos modulados em largura, não ideal, com tempos de transição finitos e diferentes entre si.

Seja um trem de pulsos trapezoidais conforme a Figura abaixo:

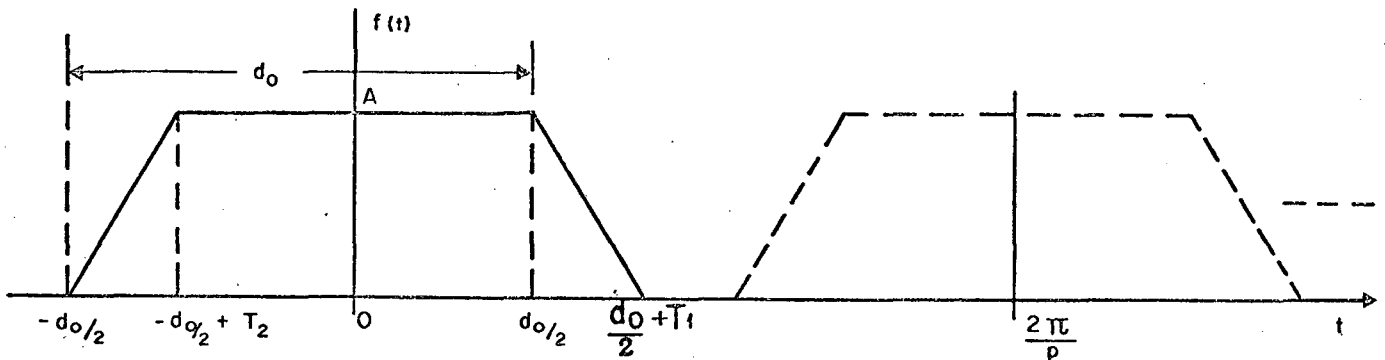


Figura A.1.2 - Trem de Pulsos Simétricos com Tempos de Transição não Nulos.

A representação matemática por série de Fourier do trem de pulsos com tempos de transição finitos e iguais a T_1 e T_2 e com largura fixa d_0 é a função:

$$f(t) = \frac{A_p}{2\pi} \left[d + \frac{T_1}{2} - \frac{T_2}{2} \right] + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A}{\pi n^2} \left[\frac{1}{p T_2} \left(\cos n \left(\frac{pd}{2} - p T_2 \right) \right) - \frac{1}{p T_1} \left(\cos n \left(\frac{pd}{2} + p T_1 \right) \right) + \left(\frac{1}{p T_1} - \frac{1}{p T_2} \right) \left(\cos n \left(\frac{pd}{2} \right) \right) \right]$$

$$\cos n p t - \frac{A}{\pi n^2} \left[\frac{A}{p T_2} \left(\text{sen } n \left(\frac{pd}{2} - p T_2 \right) \right) + \right. \\ \left. + \frac{1}{p T_1} \left(\text{sen } n \left(\frac{pd}{2} + p T_1 \right) \right) - \left(\frac{1}{p T_1} + \frac{1}{p T_2} \right) \text{sen } n \left(\frac{pd}{2} \right) \right] \text{sen } n p t$$

Onde:

p = frequência angular de repetição dos pulsos (rad/s)

d = duração do pulso

T_1 = tempo de transição negativa

T_2 = tempo de transição positiva

Provocando-se uma modulação simétrica da largura d proporcional a um sinal modulante de forma cosenoidal:

$$d_S = k \cos qt$$

Tem-se:

$$d = d_0 (1 + k \cos qt)$$

Onde:

q = frequência angular do sinal modulante (rad/s)

d_0 = duração de pulso não modulado correspondente a 50% do ciclo de condução.

A função de tempo se torna:

$$\begin{aligned}
 f(t) &= \frac{A_p}{2\pi} \left[d_o (1 + k \cos qt) + T_1/2 - T_2/2 \right] + \\
 &+ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A}{\pi n^2} \left[\frac{1}{p T_2} \left(\cos n \left(\frac{p d_o (1 + k \cos qt)}{2} - p T_2 \right) \right) - \right. \\
 &- \frac{1}{p T_1} \left(\cos n \left(\frac{p d_o (1 + k \cos qt)}{2} + p T_1 \right) \right) + \left(\frac{1}{p T_1} - \frac{1}{p T_2} \right) \\
 &\left. \cos n \left(\frac{p d_o (1 + k \cos qt)}{2} \right) \right] \cos n p t - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A}{\pi n^2} \\
 &\left[\frac{1}{p T_2} \left(\sin n \left(\frac{p d_o (1 + k \cos qt)}{2} - p T_2 \right) \right) + \frac{1}{p T_1} \right. \\
 &\left. \left(\sin n \left(\frac{p d_o (1 + k \cos qt)}{2} + p T_1 \right) \right) - \left(\frac{1}{p T_1} + \frac{1}{p T_2} \right) \right. \\
 &\left. \sin n \left(\frac{p d_o (1 + k \cos qt)}{2} \right) \right] \sin n p t
 \end{aligned}$$

Utilizando-se as relações trigonométricas:

$$\cos (A - B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B$$

$$\cos (A + B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$$

$$\sin (A - B) = \sin A \cos B - \cos A \sin B$$

$$\text{sen } (A + B) = \text{sen } A \cos B + \cos A \text{ sen } B$$

Tem-se:

$$\begin{aligned}
 f(t) &= \frac{A p}{2\pi} \left[d_o (1 + k \cos qt) + T_1/2 - \frac{T_2}{2} \right] + \\
 &+ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A}{\pi n^2} \left[\frac{1}{p T_2} \left(\cos n \left(\frac{p d_o (1 + k \cos qt)}{2} \right) \cos n (p T_2) + \right. \right. \\
 &+ \text{sen } n \left(\frac{p d_o (1 + k \cos qt)}{2} \right) \text{sen } n (p T_2) - \frac{1}{p T_1} \\
 &\left. \left(\cos n \left(\frac{p d_o (1 + k \cos qt)}{2} \right) \cos n (p T_1) - \text{sen } n \left(\frac{p d_o (1 + k \cos qt)}{2} \right) \right. \right. \\
 &\left. \left. \text{sen } n (p T_1) + \left(\frac{1}{p T_1} - \frac{1}{p T_2} \right) \cos n \left(\frac{p d_o (1 + k \cos qt)}{2} \right) \right) \right] \\
 &\cos n p t - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A}{\pi n^2} \left[\frac{1}{p T_2} \left(\text{sen } n \left(\frac{p d_o (1 + k \cos qt)}{2} \right) \right. \right. \\
 &\left. \left. \cos n (p T_2) - \cos n \left(\frac{p d_o (1 + k \cos qt)}{2} \right) \text{sen } n (p T_2) + \right. \right. \\
 &+ \frac{1}{p T_1} \left(\text{sen } n \left(\frac{p d_o (1 + k \cos qt)}{2} \right) \cos n (p T_1) + \right. \\
 &\left. \left. + \cos n \left(\frac{p d_o (1 + k \cos qt)}{2} \right) \text{sen } n (p T_1) - \left(\frac{1}{p T_1} + \frac{1}{p T_2} \right) \right) \right]
 \end{aligned}$$

$$\text{sen } n \left(\frac{p d_o (1 + k \cos qt)}{2} \right) \Bigg] \text{sen } n p t$$

Fazendo o produto dos argumentos das funções trigonométricas

$$n \left(\frac{p d_o (1 + k \cos qt)}{2} \right) = \frac{n p d_o}{2} + \frac{n k p d_o \cos qt}{2}$$

e utilizando novamente as igualdades trigonométricas:

$$\cos (A + B) = \cos A \cos B - \text{sen } A \text{ sen } B$$

$$\text{sen } (A + B) = \text{sen } A \cos B + \cos A \text{ sen } B$$

Tem-se:

$$\begin{aligned} f(t) &= \frac{A p}{2\pi} \left[d_o (1 + k \cos qt) + T_1/2 - \frac{T_2}{2} \right] + \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A}{\pi n^2} \left[\frac{1}{p T_2} \left(\left(\cos \left(\frac{n p d_o}{2} \right) \cos \left(\frac{n k p d_o \cos qt}{2} \right) - \right. \right. \right. \\ &- \left. \left. \left. \text{sen} \left(\frac{n p d_o}{2} \right) \text{sen} \left(\frac{n k p d_o \cos qt}{2} \right) \right) \right) \cos n (p T_2) \right] + \\ &+ \left(\text{sen} \left(\frac{n p d_o}{2} \right) \cos \left(\frac{n k p d_o \cos qt}{2} \right) \right) + \cos \left(\frac{n p d_o}{2} \right) \text{sen} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{n k p d_o \cos qt}{2} \right) \Big) \text{sen } n (p T_2) - \frac{1}{p T_1} \left(\left(\cos \left(\frac{n p d_o}{2} \right) \right. \right. \\
& \left. \left. \cos \left(\frac{n k p d_o \cos qt}{2} \right) - \text{sen} \left(\frac{n p d_o}{2} \right) \text{sen} \left(\frac{n k p d_o \cos qt}{2} \right) \right) \right) \\
& \cos n (p T_1) - \left(\text{sen} \left(\frac{n p d_o}{2} \right) \cos \left(\frac{n k p d_o \cos qt}{2} \right) \right) + \\
& + \cos \left(\frac{n p d_o}{2} \right) \text{sen} \left(\frac{n k p d_o \cos qt}{2} \right) \Big) \text{sen } n (p T_1) + \left(\frac{1}{p T_1} - \frac{1}{p T_2} \right) \\
& \left(\cos \left(\frac{n p d_o}{2} \right) \cos \left(\frac{n k p d_o \cos qt}{2} \right) - \text{sen} \left(\frac{n p d_o}{2} \right) \text{sen} \right. \\
& \left. \left(\frac{n k p d_o \cos qt}{2} \right) \right) \Big] \cos n p t \\
& - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A}{\pi n^2} \left[\frac{1}{p T_2} \left(\left(\text{sen} \left(\frac{n p d_o}{2} \right) \cos \left(\frac{n k p d_o \cos qt}{2} \right) \right) + \right. \right. \\
& \left. \left. + \cos \left(\frac{n p d_o}{2} \right) \text{sen} \left(\frac{n k p d_o \cos qt}{2} \right) \right) \right) \cos n (p T_2) - \\
& - \left(\cos \left(\frac{n p d_o}{2} \right) \cos \left(\frac{n k p d_o \cos qt}{2} \right) - \text{sen} \left(\frac{n p d_o}{2} \right) \text{sen} \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{n k p d_o \cos qt}{2} \right) \operatorname{sen} n (p T_2) + \frac{1}{p T_1} \left(\left(\operatorname{sen} \left(\frac{n p d_o}{2} \right) \cos \right. \right. \\
& \left. \left. \left(\frac{n k p d_o \cos qt}{2} \right) + \cos \left(\frac{n p d_o}{2} \right) \operatorname{sen} \left(\frac{n k p d_o \cos qt}{2} \right) \cos n (p T_1) + \right. \right. \\
& \left. \left. \left(\cos \left(\frac{n p d_o}{2} \right) \cos \left(\frac{n k p d_o \cos qt}{2} \right) - \operatorname{sen} \left(\frac{n p d_o}{2} \right) \operatorname{sen} \left(\frac{n k p d_o \cos qt}{2} \right) \right) \right) \\
& \operatorname{sen} n (p T_1) - \left(\frac{1}{p T_1} + \frac{1}{p T_2} \right) \left(\operatorname{sen} \left(\frac{n p d_o}{2} \right) \cos \left(\frac{n k p d_o \cos qt}{2} \right) + \right. \\
& \left. + \cos \left(\frac{n p d_o}{2} \right) \operatorname{sen} \left(\frac{n k p d_o \cos qt}{2} \right) \right) \left. \right] \operatorname{sen} n p t
\end{aligned}$$

Utilizando-se as funções de Bessel

$$\cos (U \cos qt) = J_0(U) + 2 \sum_{m=2,4}^{\infty} (-1)^{m/2} J_m(U) \cos m q t$$

$$\operatorname{sen} (U \cos qt) = 2 \sum_{m=1,3}^{\infty} (-1)^{\frac{m-1}{2}} J_m(U) \cos m q t$$

Onde:

$$U = \frac{n k p d_o}{2}$$

E, ainda, as igualdades:

$$\cos(n p t) \cos(m q t) = 1/2 [\cos(n p t + m q t) + \cos(n p t - m q t)]$$

Tem-se, a $f(t)$ na forma ordenada igual a:

$$\begin{aligned}
 f(t) = & \frac{A_p}{2\pi} [d_o (1 + k \cos qt) + T_1/2 - T_2/2] + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A}{\pi n^2} \\
 & \left[\left(\frac{1}{p T_2} \left(\cos \left(\frac{n p d_o}{2} \right) \cos n(p T_2) + \operatorname{sen} \left(\frac{n p d_o}{2} \right) \operatorname{sen} n(p T_2) \right) \right. \right. \\
 & - \frac{1}{p T_1} \left(\cos \left(\frac{n p d_o}{2} \right) \cos n(p T_1) - \operatorname{sen} \left(\frac{n p d_o}{2} \right) \operatorname{sen} n(p T_1) \right) + \\
 & \left. \left. + \left(\frac{1}{p T_1} - \frac{1}{p T_2} \right) \cos \frac{n p d_o}{2} \right) J_0(U) \right] \cos n p t - \\
 & - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A}{\pi n^2} \left[\frac{1}{p T_2} \left(\operatorname{sen} \left(\frac{n p d_o}{2} \right) \cos n(p T_2) - \cos \left(\frac{n p d_o}{2} \right) \right. \right. \\
 & \left. \left. \operatorname{sen} n(p T_2) \right) + \frac{1}{p T_1} \left(\operatorname{sen} \left(\frac{n p d_o}{2} \right) \cos n(p T_1) + \right. \right. \\
 & \left. \left. + \cos \left(\frac{n p d_o}{2} \right) \operatorname{sen} n(p T_1) - \left(\frac{1}{p T_1} + \frac{1}{p T_2} \right) \left(\operatorname{sen} \left(\frac{n p d_o}{2} \right) \right) \right) \right. \\
 & \left. J_0(U) \right] \operatorname{sen} n p t
 \end{aligned}$$

b) Componentes de portadora e suas harmônicas superiores dadas por:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{A}{\pi n^2} \left\{ \left[\left(\frac{\cos n (p T_2) - 1}{p T_2} \right) - \left(\frac{\cos n (p T_1) - 1}{p T_1} \right) \right] \right.$$

$$\left. \cos \left(\frac{n p d_o}{2} \right) + \left[\left(\frac{\sin n (p T_2)}{p T_2} \right) + \left(\frac{\sin n (p T_1)}{p T_1} \right) \right] \sin \left(\frac{n p d_o}{2} \right) \right\}$$

$J_0(U) \cos n p t$

$$- \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A}{\pi n^2} \left\{ \left[\left(\frac{\cos n (p T_2) - 1}{p T_2} \right) + \left(\frac{\cos n (p T_1) - 1}{p T_1} \right) \right] \right.$$

$$\left. \sin \left(\frac{n p d_o}{2} \right) + \left[\left(\frac{\sin n (p T_1)}{p T_2} \right) - \left(\frac{\sin n (p T_2)}{p T_1} \right) \right] \cos \left(\frac{n p d_o}{2} \right) \right\}$$

$J_0(U) \sin n p t$

c) componentes de intermodulação ou batimento dadas por:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{A}{\pi n^2} \left\{ \left[\left(\frac{\cos n (p T_2) - 1}{p T_2} \right) - \left(\frac{\cos n (p T_1) - 1}{p T_1} \right) \right] \right.$$

$$\left. \cos \left(\frac{n p d_o}{2} \right) + \left[\left(\frac{\sin n (p T_2)}{p T_2} \right) + \left(\frac{\sin n (p T_1)}{p T_1} \right) \right] \sin \left(\frac{n p d_o}{2} \right) \right\}$$

$$\begin{aligned}
& \left(\sum_{m=2,4}^{\infty} (-1)^{m/2} J_m(U) \right) [\cos(n p t + m q t) + \cos(n p t - m q t)] + \\
& + \frac{A}{\pi n^2} \left\{ \left[\left(\frac{\text{sen } n (p T_2)}{p T_2} \right) + \left(\frac{\text{sen } n (p T_1)}{p T_1} \right) \right] \cos \left(\frac{n p d_o}{2} \right) + \right. \\
& \left. + \left[\left(\frac{\cos n (p T_1) - 1}{p T_1} \right) - \left(\frac{\cos n (p T_2) - 1}{p T_2} \right) \right] \text{sen} \left(\frac{n p d_o}{2} \right) \right\} \\
& \left(\sum_{m=1,3}^{\infty} (-1)^{\frac{m-1}{2}} J_m(U) \right) [\cos(n p t + m q t) + \cos(n p t - m q t)] \\
& - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A}{\pi n^2} \left\{ - \left[\left(\frac{\text{sen } n (p T_2)}{p T_2} \right) - \left(\frac{\text{sen } n (p T_1)}{p T_1} \right) \right] \cos \left(\frac{n p d_o}{2} \right) + \right. \\
& \left. + \left[\left(\frac{\cos n (p T_2) - 1}{p T_2} \right) + \left(\frac{\cos n (p T_1) - 1}{p T_1} \right) \right] \text{sen} \left(\frac{n p d_o}{2} \right) \right\} \\
& \left(\sum_{m=2,4}^{\infty} (-1)^{m/2} J_m(U) \right) [\text{sen}(n p t + m q t) + \text{sen}(n p t - m q t)] + \\
& + \frac{A}{\pi n^2} \left\{ \left[\left(\frac{\cos n (p T_2) - 1}{p T_2} \right) + \left(\frac{\cos n (p T_1) - 1}{p T_1} \right) \right] \cos \left(\frac{n p d_o}{2} \right) + \right. \\
& \left. + \left[\left(\frac{\text{sen } n (p T_2)}{p T_2} \right) - \left(\frac{\text{sen } n (p T_1)}{p T_1} \right) \right] \text{sen} \left(\frac{n p d_o}{2} \right) \right\} \\
& \left(\sum_{m=1,3}^{\infty} (-1)^{\frac{m-1}{2}} J_m(U) \right) [\text{sen}(n p t + m q t) + \text{sen}(n p t - m q t)]
\end{aligned}$$

Como

$$\cos\left(\frac{np d_o}{2}\right) \left(\sum_{m=2,4}^{\infty} (-1)^{m/2} J(U)\right) - \operatorname{sen}\left(\frac{np d_o}{2}\right) \left(\sum_{m=1,3}^{\infty} (-1)^{\frac{m-1}{2}} J(U)\right) =$$

$$= \cos\left(\frac{np d_o}{2} + \frac{m\pi}{2}\right) \sum_{m=1}^{\infty} J(U)$$

$$\operatorname{sen}\left(\frac{np d_o}{2}\right) \left(\sum_{m=2,4}^{\infty} (-1)^{m/2} J(U)\right) + \cos\left(\frac{np d_o}{2}\right) \left(\sum_{m=1,3}^{\infty} (-1)^{\frac{m-1}{2}} J(U)\right) =$$

$$= \operatorname{sen}\left(\frac{np d_o}{2} + \frac{m\pi}{2}\right) \sum_{m=1}^{\infty} J(U)$$

Essa terceira parte pode, então, ser escrita de forma mais compacta na forma:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{A}{\pi n^2} \left\{ \left[\left(\frac{\cos n(p T_2) - 1}{p T_2} \right) - \left(\frac{\cos n(p T_1) - 1}{p T_1} \right) \right] \right.$$

$$\left. \left[\cos\left(\frac{np d_o}{2} + \frac{|m|\pi}{2}\right) \right] J_{|m|}\left(\frac{nk p d_o}{2}\right) \right\} [\cos(np + mq)t]$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{A}{\pi n^2} \left\{ \left[\left(\frac{\operatorname{sen} n(p T_2)}{p T_2} \right) + \left(\frac{\operatorname{sen} n(p T_1)}{p T_1} \right) \right] \right.$$

$$\left. \left[\operatorname{sen}\left(\frac{np d_o}{2} + \frac{|m|\pi}{2}\right) \right] J_{|m|}\left(\frac{nk p d_o}{2}\right) \right\} [\cos(np + mq)t]$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{A}{\pi n^2} \left\{ \left[\left(\frac{\text{sen } n (p T_2)}{p T_2} \right) - \left(\frac{\text{sen } n (p T_1)}{p T_1} \right) \right] \right. \\
& \left. \left[\cos \left(\frac{n p d_0}{2} + \frac{|m| \pi}{2} \right) \right] J_{|m|} \left(\frac{n k p d_0}{2} \right) \right\} [\text{sen } (np + mq)t] \\
& - \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{A}{\pi n^2} \left[\left(\frac{\cos n (p T_2) - 1}{p T_2} \right) + \left(\frac{\cos n (p T_1) - 1}{p T_1} \right) \right] \\
& \left[\text{sen} \left(\frac{n p d_0}{2} + \frac{|m| \pi}{2} \right) \right] J_{|m|} \left(\frac{n k p d_0}{2} \right) [\text{sen } (np+mq)t]
\end{aligned}$$

C - Determinação das fórmulas para cálculo dos fatores de distorção de um trem de pulsos modulados em largura, não ideal, com assimetria:

Seja um trem de pulsos retangulares com assimetria retangular conforme Figura abaixo:

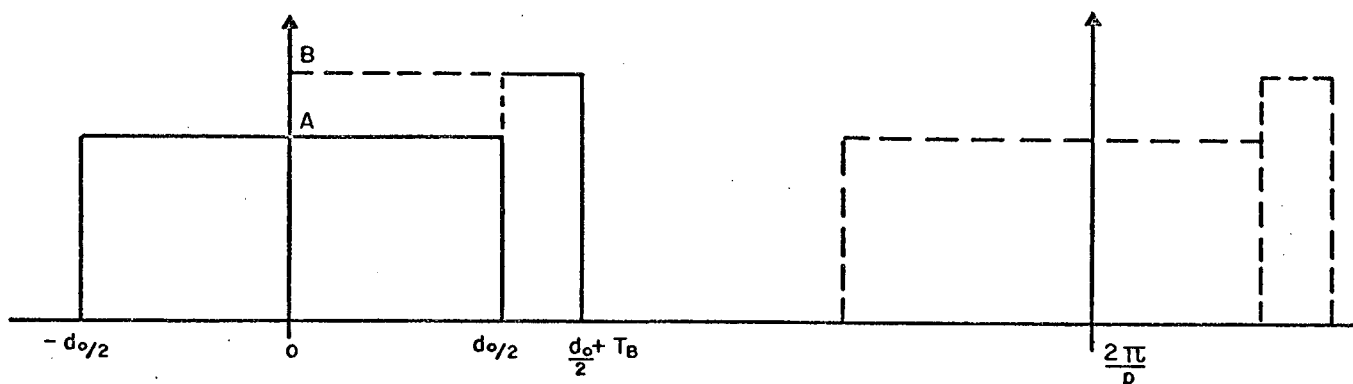


Figura A.1.3 - Trem de Pulsos Assimétricos com Tempos de Transição Nulos.

A função do tempo $f(t)$ que representa o trem de pulsos por série de Fourier nesse caso é:

$$f(t) = \frac{p}{2\pi} [A d_0 (1 + k \cos qt) + B T_B] +$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{(2A - B)}{\pi n} \left(\text{sen } \frac{n p d_0}{2} (1 + k \cos qt) \right) + \right.$$

$$\left. + \frac{B}{\pi n} \left(\text{sen } n \left(\frac{p d_0}{2} (1 + k \cos qt) + p T_B \right) \right) \right] \cos n p t +$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{B}{\pi n} \left(\cos \frac{n p d_o}{2} (1 + k \cos qt) - \cos n \left(\frac{p d_o}{2} (1 + k \cos qt) + p T_B \right) \right) \right] \text{sen } n p t$$

Novamente, realizando o produto dos argumentos das funções trigonométricas e empregando as relações abaixo:

$$\text{sen } (A + B) = \text{sen } A \cos B + \cos A \text{sen } B$$

$$\cos (A + B) = \cos A \cos B - \text{sen } A \text{sen } B$$

resulta em:

$$f(t) = \frac{p}{2\pi} [A d_o (1 + k \cos qt) + B T_B] + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{(2A - B)}{\pi n} \right.$$

$$\left(\text{sen} \left(\frac{n p d_o}{2} \right) \cos \left(\frac{n k p d_o \cos qt}{2} \right) + \cos \left(\frac{n p d_o}{2} \right) \right.$$

$$\left. \text{sen} \left(\frac{n k p d_o \cos qt}{2} \right) \right) + \frac{B}{\pi n} \left(\text{sen } n \left(\frac{p d_o}{2} + p T_B \right) \right.$$

$$\left. \left. \cos \left(\frac{n k p d_o \cos qt}{2} \right) + \cos n \left(\frac{p d_o}{2} + p T_B \right) \text{sen} \left(\frac{n k p d_o \cos qt}{2} \right) \right) \right]$$

$$\cos n p t + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{B}{\pi n} \left(\cos \left(\frac{n p d_o}{2} \right) \cos \left(\frac{n k p d_o \cos qt}{2} \right) \right) \right]$$

$$- \operatorname{sen} \left(\frac{n p d_o}{2} \right) \operatorname{sen} \left(\frac{n k p d_o \cos qt}{2} \right) - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{B}{\pi n}$$

$$\left[\left(\cos n \left(\frac{p d_o}{2} + p T_B \right) \cos \left(\frac{n k p d_o \cos qt}{2} \right) - \operatorname{sen} n \left(\frac{n p d_o}{2} + p T_B \right) \right. \right.$$

$$\left. \left. \operatorname{sen} \left(\frac{n k p d_o \cos qt}{2} \right) \right) \right] \operatorname{sen} n p t$$

Introduzindo-se as funções de Bessel segundo as relações abaixo:

$$\cos (A \cos qt) = J_0(A) + 2 \sum_{m=2,4}^{\infty} (-1)^{m/2} J_m(A) \cos m q t$$

$$\operatorname{sen} (A \cos qt) = 2 \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^{\frac{m-1}{2}} J_m(A) \cos m q t$$

Obtém-se:

$$f(t) = \frac{p}{2\pi} [A d_o (1 + k \cos qt) + B T_B] + \sum_{n=1}^{\infty}$$

$$\left[\frac{(2A - B)}{\pi n} \left(\operatorname{sen} \left(\frac{n p d_o}{2} \right) \right) + \frac{B}{\pi n} \left(\operatorname{sen} n \left(\frac{p d_o}{2} + p T_B \right) \right) \right]$$

$$J_0 \left(\frac{n k p d_o}{2} \right) \cos n p t + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\left(\frac{B}{\pi n} \right) \cos \left(\frac{n p d_o}{2} \right) - \right.$$

$$\begin{aligned}
& - \left(\frac{B}{\pi n} \right) \cos n \left(\frac{p d_o}{2} + p T_B \right) \left[J_0 \left(\frac{n k p d_o}{2} \right) \operatorname{sen} n p t + \right. \\
& + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \left(\frac{2A - B}{\pi n} \right) \left[\left(\operatorname{sen} \left(\frac{n p d_o}{2} \right) \right) \left(\sum_{m=2,4}^{\infty} (-1)^{m/2} J_m \left(\frac{n k p d_o}{2} \right) \right) \right. \right. \\
& \left. \left[\cos (n p t + m q t) + \cos (n p t - m q t) \right] + \left(\cos \left(\frac{n p d_o}{2} \right) \right) \right. \\
& \left. \left. \left(\sum_{m=1,3}^{\infty} (-1)^{\frac{m-1}{2}} J_m \left(\frac{n k p d_o}{2} \right) [\cos (n p t + m q t) + \cos (n p t - m q t)] \right) \right] \right\} \\
& + \left(\frac{B}{\pi n} \right) \left[\left(\operatorname{sen} n \left(\frac{p d_o}{2} + p T_B \right) \right) \left(\sum_{m=2,4}^{\infty} (-1)^{m/2} J_m \left(\frac{n k p d_o}{2} \right) \right) \right. \\
& \left. \left[\cos (n p t + m q t) + \cos (n p t - m q t) \right] + \left(\cos n \left(\frac{p d_o}{2} + p T_B \right) \right) \right. \\
& \left. \left. \left(\sum_{m=1,3}^{\infty} (-1)^{\frac{m-1}{2}} J_m \left(\frac{n k p d_o}{2} \right) [\cos (n p t + m q t) + \cos (n p t - m q t)] \right) \right] \right\} \\
& + \left(\frac{B}{\pi n} \right) \left[\left(\cos \left(\frac{n p d_o}{2} \right) \right) \left(\sum_{m=2,4}^{\infty} (-1)^{m/2} J_m \left(\frac{n k p d_o}{2} \right) \right) \right. \\
& \left. \left[\operatorname{sen} (n p t + m q t) + \operatorname{sen} (n p t - m q t) \right] - \left(\operatorname{sen} \left(\frac{n p d_o}{2} \right) \right) \right. \\
& \left. \left. \left(\sum_{n=1,3}^{\infty} (-1)^{\frac{m-1}{2}} J_m \left(\frac{n k p d_o}{2} \right) [\operatorname{sen} (n p t + m q t) + \operatorname{sen} (n p t - m q t)] \right) \right] \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \left(\frac{B}{\pi n} \right) \left[\left(\cos n \left(\frac{p d_o}{2} + p T_B \right) \right) \left(\sum_{n=2,4}^{\infty} (-1)^{m/2} J_m \left(\frac{n k p d_o}{2} \right) \right. \right. \\
& \left. \left. [\text{sen } (n p t + m q t) + \text{sen } (n p t - m q t)] \right) - \left(\text{sen } n \left(\frac{p d_o}{2} + p T_B \right) \right) \right. \\
& \left. \left(\sum_{m=1,3}^{\infty} (-1)^{\frac{m-1}{2}} J_m \left(\frac{n k p d_o}{2} \right) [\text{sen } (n p t + m q t) + \text{sen } (n p t - m q t)] \right) \right]
\end{aligned}$$

Como:

$$\text{sen} \left(\frac{n p d_o}{2} \right) \sum_{m=2,4}^{\infty} (-1)^{m/2} J_m \left(\frac{n p d_o}{2} \right) + \cos \left(\frac{n p d_o}{2} \right) \sum_{m=1,3}^{\infty}$$

$$(-1)^{\frac{m-1}{2}} J_m \left(\frac{n p d_o}{2} \right) = \text{sen} \left(\frac{n p d_o}{2} \right) \cos \left(\frac{m \pi}{2} \right) + \cos \left(\frac{n p d_o}{2} \right)$$

$$\text{sen} \left(\frac{m \pi}{2} \right) \sum_{m=1}^{\infty} J_m \left(\frac{n p d_o}{2} \right) = \text{sen} \left(\frac{n p d_o}{2} + \frac{m \pi}{2} \right) \sum_{m=1}^{\infty} J_m \left(\frac{n p d_o}{2} \right)$$

$$\cos \left(\frac{n p d_o}{2} \right) \sum_{m=2,4}^{\infty} (-1)^{m/2} J_m \left(\frac{n p d_o}{2} \right) - \text{sen} \left(\frac{n p d_o}{2} \right) \sum_{m=1,3}^{\infty}$$

$$(-1)^{\frac{m-1}{2}} J_m \left(\frac{n p d_o}{2} \right) = \cos \left(\frac{n p d_o}{2} \right) \cos \left(\frac{m \pi}{2} \right) - \text{sen} \left(\frac{n p d_o}{2} \right)$$

$$\text{sen} \left(\frac{m \pi}{2} \right) \sum_{m=1}^{\infty} J_m \left(\frac{n p d_o}{2} \right) = \cos \left(\frac{n p d_o}{2} + \frac{m \pi}{2} \right) \sum_{m=1}^{\infty} J_m \left(\frac{n p d_o}{2} \right)$$

Tem-se:

$$\begin{aligned}
f(t) = & \frac{P}{2\pi} [A d_o (1 + k \cos qt) + B T_B] + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\left(\frac{2A - B}{\pi n} \right) \right. \\
& \left. \left(\operatorname{sen} \left(\frac{n p d_o}{2} \right) \right) + \left(\frac{B}{\pi n} \right) \left(\operatorname{sen} n \left(\frac{p d_o}{2} + p T_B \right) \right) \right] J_0 \left(\frac{n k p d_o}{2} \right) \cos n p t + \\
& \left[\left(\frac{B}{\pi n} \right) \cos \left(\frac{n p d_o}{2} \right) - \left(\frac{B}{\pi n} \right) \cos n \left(\frac{p d_o}{2} + p T_B \right) \right] J_0 \left(\frac{n k p d_o}{2} \right) \\
& \operatorname{sen} n p t \left. \right] + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\left(\frac{2A - B}{\pi n} \right) \left(\operatorname{sen} \left(\frac{n p d_o}{2} + \frac{m \pi}{2} \right) \right) \sum_{m=1}^{\infty} J_m \right. \\
& \left. \left(\frac{n k p d_o}{2} \right) [\cos (n p t + m q t) + \cos (n p t - m q t)] + \left(\frac{B}{\pi n} \right) \right. \\
& \left. \left(\operatorname{sen} \left(\frac{n p d_o}{2} + n p T_B + \frac{m \pi}{2} \right) \right) \sum_{m=1}^{\infty} J_m \left(\frac{n k p d_o}{2} \right) [\cos (n p t + m q t) + \right. \\
& \left. \cos (n p t - m q t)] \right] + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\left(\frac{B}{\pi n} \right) \left(\cos \left(\frac{n p d_o}{2} + \frac{m \pi}{2} \right) \right) \sum_{m=1}^{\infty} J_m \right. \\
& \left. \left(\frac{n k p d_o}{2} \right) [\operatorname{sen} (n p t + m q t) + \operatorname{sen} (n p t - m q t)] + \left(- \frac{B}{\pi n} \right) \right. \\
& \left. \left(\cos \left(\frac{n p d_o}{2} + n p T_B + \frac{m \pi}{2} \right) \right) \sum_{m=1}^{\infty} J_m \left(\frac{n k p d_o}{2} \right) [\operatorname{sen} (n p t + m q t) + \right. \\
& \left. + \operatorname{sen} (n p t - m q t)] \right]
\end{aligned}$$

Fazendo $A=1$, podemos escrever a $f(t)$ como o somatório de três conjuntos de componentes conforme segue:

a) Nível CC + componente modulante:

$$\frac{P}{2\pi} [d_o (1 + k \cos qt) + B T_B]$$

b) Componentes da portadora e suas harmônicas superiores:

$$\begin{aligned} & \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left[J_0 \left(\frac{n k p d_o}{2} \right) \operatorname{sen} n \left(\frac{p d_o}{2} \right) \cos n p t \right] + \\ & + \frac{B}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left[J_0 \left(\frac{n k p d_o}{2} \right) \left(\operatorname{sen} n \left(\frac{p d_o}{2} + p T_B \right) - \operatorname{sen} n \left(\frac{p d_o}{2} \right) \right. \right. \\ & \left. \left. \cos n p t \right) - \frac{B}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left[J_0 \left(\frac{n k p d_o}{2} \right) \left(\cos n \left(\frac{p d_o}{2} + p T_B \right) - \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. - \cos n \left(\frac{p d_o}{2} \right) \right) \operatorname{sen} n p t \right] \right] \end{aligned}$$

c) Componentes de batimento

$$\frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{1}{n} \left[J_{|m|} \left(\frac{n k p d_o}{2} \right) \operatorname{sen} \left(\frac{n p d_o}{2} + \frac{|m| \pi}{2} \right) \right]$$

$$[\cos (n p + m q) t]$$

$$+ \frac{B}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{1}{n} \left[J_{|m|} \left(\frac{n k p d_o}{2} \right) \left(\text{sen} \left(n \left(\frac{p d_o}{2} + p \tau_B \right) \right) + \right.$$

$$\left. + \frac{|m| \pi}{2} \right) - \text{sen} \left(\frac{n p d_o}{2} + \frac{|m| \pi}{2} \right) \right] [\cos (n p t + m q) t]$$

$$- \frac{B}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{1}{n} \left[J_{|m|} \left(\frac{n k p d_o}{2} \right) \left(\cos \left(n \left(\frac{p d_o}{2} + p \tau_B \right) \right) + \right.$$

$$\left. + \frac{|m| \pi}{2} \right) - \cos \left(\frac{n p d_o}{2} + \frac{|m| \pi}{2} \right)] [\text{sen} (n p + m q) t]$$

APÊNDICE 2

DETERMINAÇÃO DA RESISTÊNCIA DE SAÍDA DE
 UMA FONTE DE CORRENTE A TRANSISTOR BIPOLAR

Dado o circuito típico de uma fonte de corrente constante a transistor e seu correspondente modelo para pequenos sinais para o cálculo da impedância de saída, conforme a Figura A.3.1

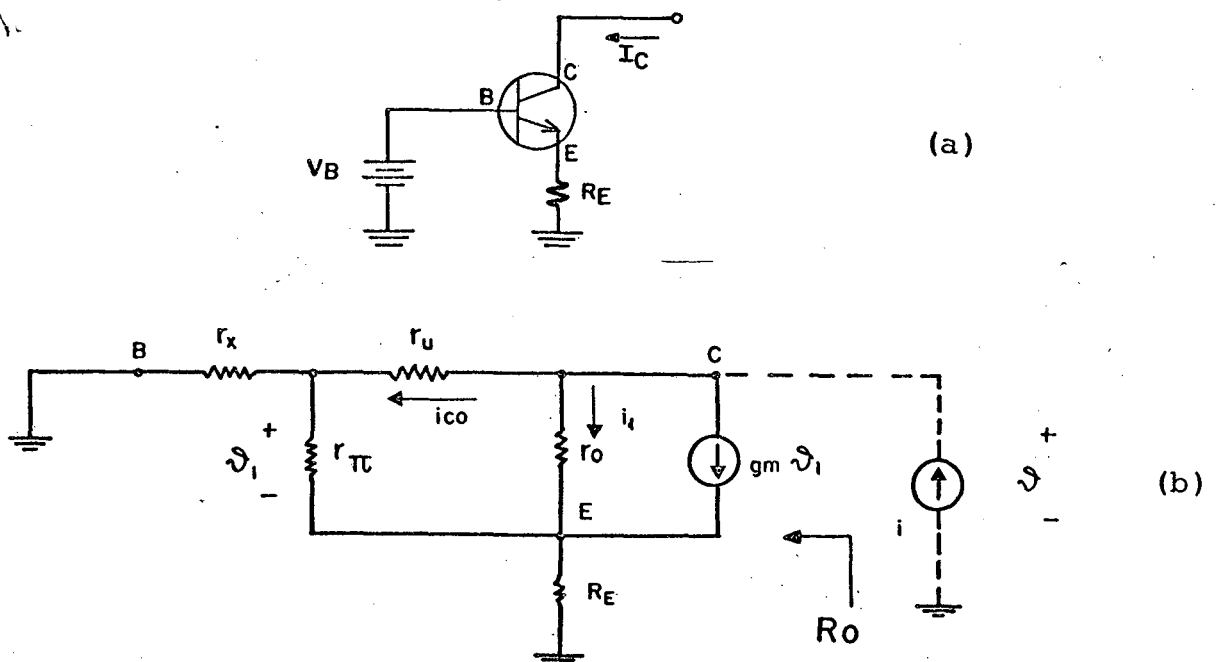


Figura A.3.1 - Diagrama Simbólico (a) e Diagrama Eletrônico Equivalente (b) de uma Fonte de Corrente Constante com um Transistor Bipolar (Configuração Base-Comum).

onde:

g_m = transcondutância incremental do transistor bipolar,

r_π = resistência incremental de entrada,

r_o = resistência incremental de saída,

r_x = resistência incremental de base,

r_u = resistência incremental de fuga

R_o = resistência equivalente de saída desejada levando em conta que:

$$R_o = \frac{V}{i} \quad (\text{A.2.1})$$

$$r_u \gg r_x, r_\pi, r_o \quad ; \quad r_\pi \gg r_x \quad (\text{A.2.2})$$

da Figura A.3.1-b tem-se:

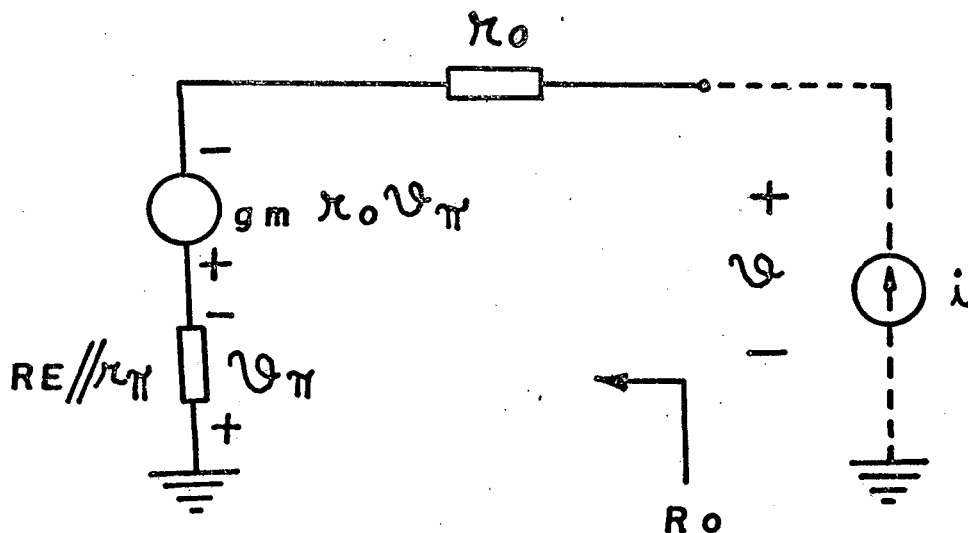


Figura A.3.2 - Circuito de Pequenos Sinais para o Cálculo da Resistência Equivalente quando $r_u \rightarrow \infty$ e $r_\pi \gg r_x$.

ou, equacionando:

$$v = r_{oi} - g_m r_o v_{\pi} + (R_E // r_{\pi}) i \quad (\text{A.2.3})$$

e

$$v_{\pi} = - (R_E // r_{\pi}) i \quad (\text{A.2.4})$$

Assim:

$$\frac{v}{i} = R_o = [1 + g_m (r_o // r_{\pi} // R_E)] [r_o + (r_{\pi} // R_E)] \quad (\text{A.2.5})$$

APÊNDICE 3

Determinação da sensibilidade dos tempos de transição do acoplador ótico a fototransistor em relação às resistências de polarização.

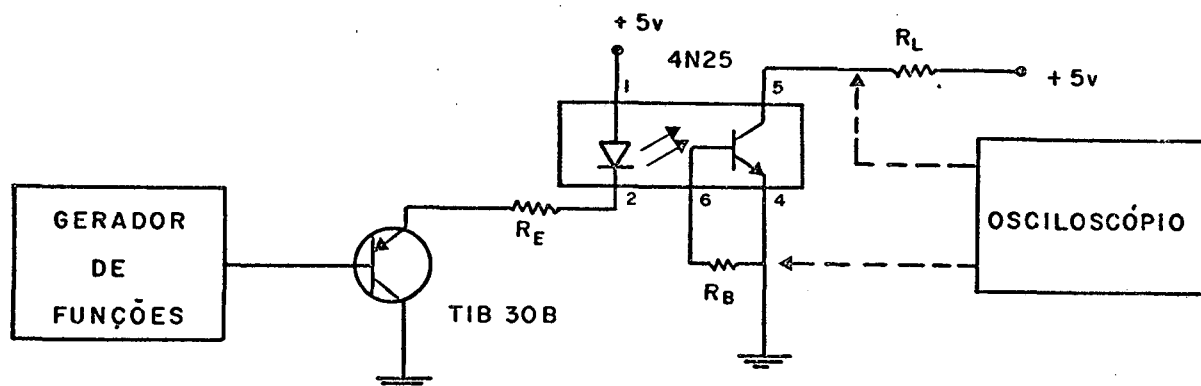


Figura A.3.1 - Circuito de Testes para Levantamento da Resposta do Acoplador Ótico tipo 4N25 em Função dos Valores das Resistências de Polarização.

Colocando-se um resistor R_B externo entre o terminal de base do fototransistor e o ponto de terra do circuito, reduz-se o tempo de armazenamento de cargas na base desse, no entanto, necessita-se de maior corrente de excitação no diodo emissor de luz, pois grande parte da fotocorrente produzida é perdida, deliberadamente, através do resistor.

As Tabelas seguintes mostram a sensibilidade dos tempos de subida t_r e de descida t_f em função dos valores de R_B , R_E e R_L .

$R_L (\Omega)$	$R_E (\Omega)$	$R_B (\Omega)$	$t_r (\mu s)$	$t_f (\mu s)$	$f_{\max} (\text{Hz})$
560	100	∞	8,0	2,0	25 K
560	100	56 K	3,0	4,0	60 K
560	100	27 K	1,5	15,0	30 K

Tabela A.3.1 - Variação dos Tempos de Transição em Função da Diminuição de R_B .

$R_L (\Omega)$	$R_E (\Omega)$	$R_B (\Omega)$	$t_r (\mu s)$	$t_f (\mu s)$	$f_{\max} (\text{Hz})$
560	100	100 K	4,0	3,0	50 K
560	47	100 K	5,0	1,0	40 K

Tabela A.3.2 - Variação dos Tempos de Transição em Função da Diminuição de R_E .

$R_L (\Omega)$	$R_E (\Omega)$	$R_B (\Omega)$	$t_r (\mu s)$	$t_f (\mu s)$	$f_{\max} (\text{Hz})$
560	100	56 K	3,0	4,0	60 K
220	100	56 K	2,0	4,0	60 K

Tabela A.3.3 - Variação dos Tempos de Transição em Função da Diminuição de R_L .

Como pode-se observar, reduzir os valores das re sistências de polarização nem sempre aumenta o valor da máxima frequência de resposta do acoplador ótico, pois diminuir R_B im plica em aumentar o t_f e diminuir R_E implica em aumentar o tempo de duração dos pulsos.

Verifica-se a necessidade de aumentar demasiadamen te a corrente de excitação do diodo emissor de luz, reduzindo R_E , para obter pequenos valores de tempo de transição e de largura de pulso com esse tipo de circuito.

APÊNDICE 4

EQUIPAMENTOS UTILIZADOS NA VERIFICAÇÃO
DO PROJETO NO LABORATÓRIORelação dos Equipamentos

- 1 - Gerador de Funções:
marca: Hewlett Packard (HP)
modelo: 3312A

- 2 - Fonte de tensão CC padrão:
marca: Yokogawa Electric Works (YEW)
modelo: 2853

- 3 - Contador de Tempo:
marca: Gold Advance
modelo: TC 311

- 4 - Osciloscópio:
marca: Tektronix
modelo: T 912

- 5 - Osciloscópio:
marca: Tektronix
modelo: 7704A

- 6 - Multímetro digital:
marca: Racal-Dana
Modelo: 5100

7 - Analisador de espectro de banda estreita:

marca: Brüel & Kjaer

modelo: 2031

8 - Registrador X - Y:

marca: Brüel & Kjaer

modelo: 2308

9 - Fonte de alimentação:

marca: Labo

modelo: 2130

10 - Termômetro digital

marca: Gulton

modelo: Tastoherm D 700

11 - Cronometro analógico

marca: Hanhart

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] - AEG-TELEFUNKEN; Manual AEG Berlin - Grunewald, AEG Telefunken Novena edición, 1967.
- [2] - ANGOT, A. Compléments de Mathématiques. Collection Technique et scientifique du Centre National d'études des télécommunications. Paris, Éditions de la Revue d'optique, Cinquième édition 1965, Cap. 7, p. 382.
- [3] - BELL, E. C. & SERGENT, T. Distortion and Power Output of Pulse Duration Modulated Amplifiers. Electronic Engineering, v. 37, p. 540 Aug. 1965.
- [4] - BIRT, D. R. Modulated Pulse A.F. Amplifiers Wireless World, p. 76-83, Feb. 1963.
- [5] - BLEYS, C. A. Floating input, optically isolated, high voltage measurement probe. Rev. Sci. Instrum. 47 (5): 621-623, May 1976.
- [6] - BUCHINSKI, Ya. V. Voltage-to-current converter. Measurement Techniques, 20 (6): 877-880, June 1977.
- [7] - BUTLER, F. & BIRT, M. Development in Pulse-modulation Circuits. Wireless Engineer, v. 27, p. 12-16, Jan. 1950.
- [8] - BUTLER, F. & BRIT, M. Pulse Duration Modulator Circuit. Electronic Engineering, v. 26, p. 153-155, Apr. 1954

- [9] - CAMENZIND, H. R. Modulated Pulse Audio Power Amplifiers for Integrated Circuits. IEEE Transaction on Audio and Electroacustics, AU-14 (3): 136-140, Sept. 1960.
- [10] - CIRANT, S. & PIACENTINI, I. New 2-Kv Common-mode voltage Wide-Band Isolation Amplifier. IEEE Transactions Instrumentation and Measurement, IM-30 (2): 155-156, June 1981.
- [11] - DARYANANI, G. Principles of Active Network Synthesis and Design. USA, Wiley, First Edition 1976, Cap. V, p. 100-148.
- [12] - DELORAINE, E. M. & LABIN, E. Pulse Time Modulation. Electrical Communications, v. 22, p. 91-98, 1944.
- [13] - ELEKTRONIK ARBEITSBLATT Nr. 120. Dimensionierung von Schaltnetzteilen 2. Teil. Elektronik, 28 (12): 83-84, Juni 1979.
- [14] - ELEKTRONIK ARBEITSBLATT Nr. 120. Dimensionierung von Schaltnetzteilen. Elektronik, 28 (11): 83-86, Mai 1979.
- [15] - FAIRCHILD, Diode Data Book. USA, Sept. 1978.
- [16] - FITZGERALD, A. E.; KINGSLEY, Jr. C; KUSKO, A. Electric Machinery. Tokyo, Mc Graw-Hill Kogakusha. Ltd, Third Edition 1971.
- [17] - FLOOD, J. E. Time-division Multiplex Systems (Part 3). Electronic Engineering, v. 25, p. 101-106, Mar. 1953.

- [18] - GAGGINI, G. M.; MANFREDI, P. F.; MARANESI, P. High-rate optically isolate analog multiplexer using amplitude-to-Width conversion. IEEE transactions on Instrumentation and Measurement, IM-26 (4): 317-323, Dec. 1977.
- [19] - GÖK, I. & GÜNES, G. A Pulse-Width Modulated Audio Amplifier. Int. J. Electronics, 39 (6): 593-604, 1975.
- [20] - GRAEME, J. G. Applications of Operational Amplifiers. Burr-Brown Electronics Series. Tokyo, Mac Graw-Hill Kogakusha, Ltd. 1973.
- [21] - GRAY, P. R. & MEYER, R. G. Analysis and Design of Analog Integrated Circuits. New York, John Wiley and Sons 1977. Cap. IV, p. 197.
- [22] - GREBENE, A. B. Analog Integrated Circuit Design. Van Nostrand Reinhold Co. Microelectronics Series 1972.
- [23] - HOLT, J. G. A two-quadrant Analog Multiplier Integrated Circuit. IEEE Journal of Solid-State Circuits. v. SC-8, p. 434-439, Dec. 1973.
- [24] - KRAUSE, G. Reducing the Time Constant of Phototransistors. Siemens Electronic Components Bulletin, 8 (1): p. 8-9, 1973.
- [25] - KRETZMER, E. R. Distortion in Pulse-duration Modulation. Proceedings of the IRE.

- [26] - LANCASTER, D. Active-Filter Cookbook. Indianapolis, Howard W. Sams & Co., Inc. 1975. p. 240.
- [27] - LEVY, A. Had off dc/dc - converter problems. Electronic Design, v. 17, p. 72-78, Aug. 16, 1976.
- [28] - LEVY, M. M. Pulse Modulation and Demodulation Theory. Journal of the British Institution of Radio Engineers, v. 7, p. 64-83, Mar./Apr. 1947.
- [29] - LUBKIN, Y. J. Filter System and Design: Electrical, Microwave and Digital. Massachusetts, Addison-Wesley, 1970. 212 p.
- [30] - MARCHAIS, J. C. Structures elementaires des filtres actifs. Paris, Masson, 1979. 126 p.
- [31] - MARTIGNONI, A. Transformadores. Porto Alegre, Editora Globo, 1ª Edição, 1973.
- [32] - MILLMAN, J. & TAUB, H. Pulse, Digital and Switching Waveforms, Mc Graw-Hill 1965.
- [33] - NOCETI Fº. S. Gerador de Onda Quadrada e Triangular, UFSC, 1980.
- [34] - OLSCHEWSKI, B. Optical coupling extends isolation - amplifier utility. Electronics, p. 81-88, Aug. 19, 1976.
- [35] - OLSCHEWSKI, B. Unique transformer design shrinks hybrid isolation amplifiers size and cost. Electronics, p. 105-112. July 20, 1978.

- [36] - PEARCE, J. W. Optically coupled high-voltage isolation amplifier. Rev. Sci. Instrum., 49 (11): 1562-1564, Nov. 1978.
- [37] - PETTIT, J. M. & Mc WORTER M. Circuitos de Comutacion y tiempo. México, Centro Regional de Ajuda Técnica, 1973. 297 p.
- [38] - PERETKO, H. T. Pulse Duration Modulation. Radio - Electronic Engineering, p. 8-11, July 1953.
- [39] - POEL, J. M. Van Der. Pick the right dc/dc converter. Electronic Design, v. 12, p. 104-108, June 7, 1978.
- [40] - RICH, A. Understanding Interderence-Type Noise. Analog Dialogue, 16-3, 1982.
- [41] - SCHMID, H. A Transistorized Four-quadrant Time-Division Multiplier with an Accuracy of 0.1 Per Cent. IRE Transaction on Electronic Computers, p. 41-47, Mar. 1958.
- [42] - TAGOSHIMA, I. A new use of the Junction Transistor as a Pulse - Width Modulator. Proc. Inst. Radio Engrs., 48 (9): 1663, Sept. 1960.
- [43] - TELEDYNE SEMICONDUCTOR, JFET Applications and Specifications, Jan. 1977.
- [44] - THIDODEAU, P. E. The switcher transformer: Designing it in one try for switching power suppliers. Electronic Design, p. 143-147, Sept. 1, 1980.

- [45] - THORNTON - INPEC Eletrônica S.A. Catálogo de Núcleo de Ferrite.
- [46] - Transistor D.A.T.A. Book Spring 1976 Edition 40.
- [47] - VETHOOVEN, K. van & KOPPE, H. Low-cost forward converters ease switching supply design. Electronics, p. 122, Feb. 2, 1978.
- [48] - VETTIGER, P. Linear signal transmission with optocouplers. IEEE Journal of Solid - State Circuits, SC - 12 (3): 298-302, June 1977.
- [49] - WEICHERT, L. The avoidance of electrical interference in instruments. J. Phys. E. Sci. Instrum., v. 16, p. 1008, 1983.
- [50] - WESTINGHOUSE Silicon Power Transistor Handbook First. Edition B-9394, USA 1976.
- [51] - YOKOGAWA ELECTRIC WORKS, DC Amplifier 3132, Instruction Manual, 2n Edition: Aug 1979.
- [52] - YOKOGAWA ELECTRIC WORKS, DC Amplifier 3125, Instruction Manual, 4n Edition 1973.
- [53] - ZANCHIN, C. I. Reguladores de Tensão Integrados. UFSC.