

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

INTRODUÇÃO DE RESTRIÇÕES DE IGUALDADE A ESTIMAÇÃO DE ESTADOS EM
SISTEMAS DE POTÊNCIA UTILIZANDO TÉCNICAS ORTOGONAIS SEQUENCIAIS

TESE SUBMETIDA À UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA PARA
OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA

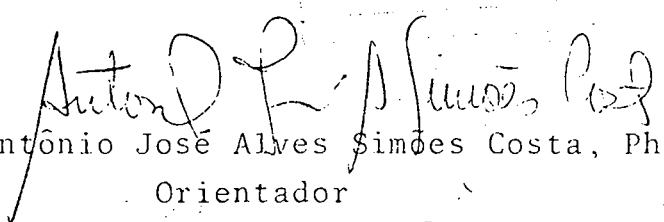
SELEME ISAAC SELEME JUNIOR

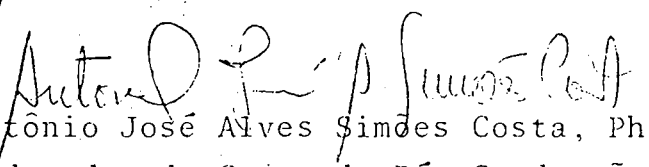
FLORIANÓPOLIS, MAIO 1985

INTRODUÇÃO DE RESTRIÇÕES DE IGUALDADE E ESTIMAÇÃO DE ESTADOS EM SISTEMAS DE POTÊNCIA UTILIZANDO TÉCNICAS ORTOGONAIS SEQUÊNCIAIS


SELEME ISAAC SELEME JUNIOR


ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE EM ENGENHARIA ESPECIALIDADE ENGENHARIA ELÉTRICA E APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO

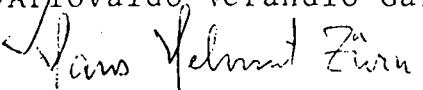

Prof. Antônio José Alves Simões Costa, Ph.D.
Orientador

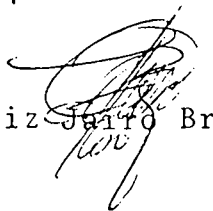

Prof. Antônio José Alves Simões Costa, Ph.D.
Coordenador do Curso de Pós-Graduação
em Engenharia Elétrica

BANCA EXAMINADORA


Prof. Antonio José Alves Simões Costa, Ph.D.


Prof. Arivaldo Verândio Garcia, Dr.Eng.Elétr.


Prof. Hans Helmut Zörn, Ph.D.


Prof. Luiz Jairo Branco Machado, Dr.Ing.

A G R A D E C I M E N T O S

Ao Departamento de Engenharia Elétrica, em especial ao professor e amigo Antônio José Alves Simões Costa e ao Professor Augusto Humberto Bruciapaglia e ao Professor Hans Helmut Zörn, que desde o início me incentivaram a prosseguir com este trabalho.

Aos companheiros da Pós-Graduação, com votos de sucesso.

À ELETROBRÁS, pelo apoio que me deu, dentro de sua filosofia de auxílio à pesquisa.

R E S U M O

Este trabalho estuda restrições de igualdade em estimação de estados em sistemas de potência e propõe um algoritmo de estimação de estados através do método ortogonal sequencial de Givens utilizando restrições de igualdade na modelagem de injeções nulas.

O objetivo é de, por um lado, evitar problemas de instabilidade que podem advir do tratamento de injeções nulas como pseudomedidas de alta precisão e, por outro lado, utilizar plenamente as características inerentes ao método de Givens.

O método proposto consiste de duas etapas: Inicialmente obtém-se a solução geral do sistema indeterminado resultante da linearização das equações de restrição. Em seguida, determina-se, dentre todas as soluções possíveis deste sistema, aquela que minimiza uma função custo do tipo de mínimos quadrados.

O estimador de estados com restrições de igualdade foi testado em quatro sistemas de potência de portes diversos, sendo um deles sistema real de concessionária brasileira.

A B S T R A C T

This work studies equality constraints in power system state estimation and proposes an algorithm for state estimation via Givens orthogonal row-processing method using equality constraints to model zero bus power injection.

The objective is to avoid numerical instability problems which may possibly arise when such injections are treated as high-accuracy pseudomeasurements while fully utilizing the inherent characteristics of Givens method.

The proposed method comprises two steps: Firstly, the general solution for the rank-deficient system of equations which results from the linearization of the constraint equations is obtained. The next and final step is to pick, among the possible solutions of that system, the one which minimizes a cost function of the least-squares type.

The state estimator with equality constraints by Givens method has been tested on four power systems of different sizes, including a realistic system of a Brazilian utility.

SUMÁRIO

CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO

1.1 - Aspectos Gerais de Monitoração e Controle em Sistemas Elé- tricos de Potência	1
1.2 - A Estimação de Estados em Sistemas de Potência (EESP)	3
1.2.1 - Definições e Utilização na Operação em Tempo Real	3
1.2.2 - Formulação Matemática, Métodos de Solução e Res- trições de Igualdade	5
1.3 - Revisão Bibliográfica	8
1.4 - Organização do Trabalho	10

CAPÍTULO II - ESTIMAÇÃO DE ESTADOS: TÉCNICA DE MÍNIMOS QUADRADOS E MÉTODOS DE SOLUÇÃO

2.1 - Introdução	12
2.2 - Modelo de Medição	12
2.3 - Método de Mínimos Quadrados Ponderados e uma Breve Análi- se de Alguns Outros Métodos de Estimação	15
2.4 - Métodos de Solução do Problema dos Mínimos Quadrados	16
2.4.1 - Método da Equação Normal	17
2.4.2 - Método de Golub para a Solução do Problema de Mí- nimos Quadrados Ponderados	19
2.4.3 - Método Seqüencial de Givens para a Solução do Pro- blema de Mínimos Quadrados Ponderados	21

CAPÍTULO III - INTRODUÇÃO DE RESTRIÇÕES DE IGUALDADE AO PROBLEMA DE MÍNIMOS QUADRADOS UTILIZANDO TÉCNICAS ORTOGONAIS

3.1 - Introdução	27
3.2 - Tratamento das Restrições de Igualdade através de Métodos Ortogonais.....	27
3.3 - Incorporação das Restrições de Igualdade ao Problema de Mínimos Quadrados	31

3.4 - Considerações sobre as Vantagens da Modelagem do Problema usando o Método de Givens.....	34
3.5 - Extensão do Problema para o Caso de E.E.S.P. Iterativa Usando o Método de Givens	35
3.6 - Fluxograma do Algoritmo de E.E.S.P. com restrições de Igualdade pelo Método Seqüencial de Givens.....	39

CAPÍTULO IV - RESULTADOS NUMÉRICOS

4.1 - Introdução	41
4.2 - Apresentação dos Resultados	43
4.2.1 - Sistema de Sete Barras	43
4.2.2 - Sistema de Dezessete Barras	44
4.2.3 - Sistema de Trinta Barras	46
4.2.4 - Sistema de Quarenta e Oito Barras	48
4.3 - Considerações Gerais sobre os Resultados.....	50

CAPÍTULO V - CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS

5.1 - Conclusões Gerais	52
5.2 - Sugestões para Futuros Trabalhos	53

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	55
----------------------------------	----

APÊNDICE	59
----------------	----

C A P I T U L O I

INTRODUÇÃO

1.1 - Aspectos Gerais de Monitoração e Controle em Sistemas Elétricos de Potência

Apesar de praticamente inalterado o ciclo básico de geração, transmissão e distribuição da energia elétrica em Sistemas de Potência desde o início deste século, época em que a energia elétrica passou a fazer parte indissociável da era contemporânea, uma série de avanços teóricos vêm sendo alcançados na área de estudos de sistemas. Estes avanços, combinados com um crescente aumento da necessidade e da complexidade da geração e utilização da energia elétrica, trouxeram à tona problemas inéditos quanto a operação e ao controle, assim como quanto à confiabilidade dos elementos constituintes de tais sistemas. Estes dois aspectos: operação e controle a níveis confiáveis de sistemas elétricos de potência e aprimoramento tecnológico do desempenho de equipamentos constituintes destes sistemas, caminham paralelamente e se encontram hoje no cerne das investigações científicas nesta área. Dada a importância da eletricidade no mundo contemporâneo como uma energia sem par quanto às suas múltiplas aplicações e características e, consequentemente, a complexidade advinda da sua difusão e emprego em larga escala tanto a nível doméstico como a nível industrial e social, a necessidade de desenvolvimento científico nesta área do conhecimento técnico é premente. Uma característica presente dos sistemas elétricos de potência é a sua extensão; outra, o funcionamento interligado de sistemas ao longo de vastos territórios que transcendem até as barreiras nacionais, sem falar das diferenças geográficas e climáticas. Um outro aspecto dos modernos sistemas elétricos de potência é o controle centralizado para a geração e transmissão de energia.

Quanto ao funcionamento destes sistemas, há regras bastante específicas, sejam sistemas estatizados, como é o caso brasi

leiro e outros, sejam sistemas privados. Estas regras dizem respeito a características de ordem física tanto quanto sócio-econômico-administrativas. As limitações físicas dos componentes dos sistemas elétricos de potência, por um lado, e o avanço das técnicas de supervisão e controle destes sistemas, por outro, conduzem a uma filosofia de operação que enfatiza a segurança e a confiabilidade de operação do sistema. Com o advento dos computadores e o domínio da tecnologia dos semi-condutores e das telecomunicações, o fiel da balança pendeu muito para o lado da supervisão e controle, que relativamente vem caminhando mais rápido que a tecnologia de materiais ou a pesquisa de novas fontes energéticas, por exemplo. Uma das razões históricas é, sem dúvida, a corrida espacial e armamentista, cujo desenvolvimento tecnológico foi sabiamente assimilado pela teoria de controle em sistemas elétricos de potência. O resultado positivo disto é ter-se à mão um sofisticado aparato tecnológico que mais e mais vem ganhando importância, não só na operação e controle de sistemas, como no seu projeto e desenvolvimento. Neste aspecto, tendo em vista a característica fundamental que se almeja, ou seja, a segurança do sistema em operação, duas funções básicas se inserem nos centros de operação modernos: a monitoração de segurança e a análise de segurança. Estas funções se operam com um certo grau de automação, cabendo, no entanto, aos operadores as decisões de responsabilidade. Sabe-se que apesar do progresso avançado na pesquisa e na tecnologia de sistemas, a presença humana no controle destes sistemas é necessária e crescente [12]. Uma decisão no sentido de evitar uma falha no seu funcionamento requer, além de ferramentas eficazes, como funções computacionais complexas a presença humana e a sua capacidade de assimilação (limitada) dos dados à sua disposição. Daí a importância, no desenvolvimento de funções avançadas de controle, de levar em conta o elemento humano, mas não sobrecarregando-o de informações supérfluas; provendo-o, isto sim, de dados indispensáveis para que ele tome decisões em tempo real muitas vezes. É de largo consenso que a automatização apenas parcial de sistemas complexos é a melhor indicação quando se busca segurança [12]. Evidentemente as funções mais rotineiras são automatizadas e gerenciadas por computador, assim como algumas funções complexas que requerem cálculo exaustivo. Alguns exemplos de funções avançadas de controle e supervisão de sistemas

elétricos são [17]: Despacho Econômico de Carga, Configurador de Redes, Controle de Carga e Frequência, Monitoração de Segurança em Regime Permanente, Estimação de Estados em Sistemas de Potência, entre outros. Com resultados providos por estas funções e descarregados de funções rotineiras, os operadores terão em suas mãos, decisões de responsabilidade e relevância onde a experiência alia da a estes instrumentos computacionais sofisticados permitirão uma operação segura do sistema.

Das funções avançadas de controle e supervisão, cabe relevar aquela que é o objeto de estudo do presente trabalho de mestrado: a Estimação de Estados em Sistemas de Potência, cujas características e importância serão ressaltados a seguir.

1.2 - A Estimação de Estados em Sistemas de Potência (EESP)

1.2.1 - Definições e Utilização na Operação em Tempo Real

Todo Centro de Controle moderno deve estar munido de um banco de dados mínimo em tempo real. São três as maneiras de se compor este banco de dados, sendo que não são necessariamente exclusivas; a primeira: aquisição de dados sem processamento algum; a segunda: aquisição de dados com computador digital para efetuar registro, testes de limites e comparações lógicas simples entre medidas redundantes de mesmo valor teórico, visando eliminar erros de telemedição; a terceira: aquisição de dados com computador digital usado de maneira sistemática, baseada em modelos matemáticos que além de depurar erros a partir de modelos aleatórios, estima quantidades e variáveis que não são medidas diretamente. Esta terceira maneira é o que se chama Estimação de Estado [15].

Antes de se passar a breves definições, convém ressaltar que se está falando de Estimação Estática de Estados, a qual, mesmo no caso de operação em tempo real, processa dados "congelados", de uma varredura de telemidores, além de outras informa-

ções adicionais (pseudomedidas).

Quanto ao Estimador Estático de Estados em Sistemas de Potência (que, de aqui para adiante trataremos simplesmente por Estimador de Estados em Sistemas de Potência), trata-se de uma coleção de programas de computador digital que convertem dados telemedidos e pseudomedidas em uma estimativa confiável da estrutura, e do estado da rede de transmissão, levando em consideração: 1) Erros inerentes aos processos de comunicação; 2) Incertezas nos valores dos parâmetros do sistema; 3) Erros grosseiros devido a transitórios ou falhas de medição e/ou comunicação e 4) Erros na estrutura da rede devido a informação falha de "status" das chaves disjuntoras [15]. Esta conversão de que se fala na definição acima é no sentido de obter-se a melhor estimativa possível, segundo um critério matemático confiável. A estimativa de estados, sucintamente, constitui-se de quatro etapas [15]: 1) Determinar um modelo matemático para o sistema a ser estimado (usando as leis de Ohm, Kirchhoff, etc); 2) Estimar o Vetor de Estados do Sistema; 3) Detectar erros grosseiros e/ou erros de estrutura; 4) Identificar erros grosseiros e/ou de estrutura.

De posse do vetor de estados estimados, pode-se ter acesso a valores de variáveis e quantidades não diretamente monitoradas. Com a utilização de computadores eficientes e de "software", desenvolvido com vistas a otimização de tempo de processamento e memória, os resultados da EESP podem ser usados em tempo real pelo operador que, acionando o estimador, terá, em questão de segundos, uma estimativa dos estados do sistema. Da mesma forma, a EESP pode ser usada em modo de estudo, para prover dados de análise. As telemensuras que servem de base para a estimativa podem ser módulo de tensão, injeções de potência ativa e/ou reativa nas barras e fluxos ativos e/ou reativos nas linhas. O vetor de estados estimado constitui-se de: módulo da tensão em todas as barras do sistema e ângulo da tensão em todas as barras menos na barra de folga.

Normalmente, em Centros de Controle Modernos, a EESP é acionada periodicamente e automaticamente para atualizar o banco de dados do operador. A partir daí, ele pode verificar rotineiramente se foi detectado algum medidor com erro grosseiro, desconsiderar a leitura deste medidor no processo de estimativa e encaminhar, uma solicitação de manutenção. Mas, o mais importante é que, atra-

vês da estimação, o operador pode verificar o estado de funcionamento do sistema: normal, de emergência ou restaurativo [17]. Critérios que definem o estado do sistema, baseiam-se, por exemplo, nos níveis de tensão, carregamentos de linha, ângulos de máquina, etc. A EESP é, ainda, uma ferramenta fundamental para a manutenção do estado normal do sistema, já que fornece os dados de entrada para o estudo de contingências (análise de segurança).

A evolução do EESP começou com a necessidade de monitorar apenas algumas variáveis do sistema (monitoração incompleta), até chegar ao desenvolvimento atual onde o que se monitora é o estado do sistema, através de medições redundantes de, no mínimo, variáveis suficientes para tornar o sistema estimado observável [15] e [21]. As vantagens da Estimação de Estados em relação ao uso do Fluxo de Potência em Tempo Real para monitoração do sistema decorrem das limitações deste último, tanto na eventualidade de perda de um medidor quanto para a validação dos resultados, além da restrição imposta ao tipo de quantidades que podem ser monitoradas [30].

Pela sua maleabilidade e capacidade de detectar e identificar erros de medição, dados incorretos ou perdidos e aproveitamento de informações que não resultam de medição (pseudomedidas, como por exemplo, injeções nulas em barras de passagem), a EESP vem ganhando um espaço assegurado na operação e controle de sistemas.

1.2.2 - Formulação Matemática, Métodos de Solução e Restrições de Igualdade

Para a formulação matemática do problema de Estimação de Estados, há uma gama variada de métodos aplicados a casos específicos. Porém, no caso da aplicação a sistemas de potência, o método dos mínimos quadrados é o mais largamente utilizado, dada a combinação de simplicidade e interpretação estatística dos resultados. No entanto, no âmbito dos Mínimos Quadrados existe, por sua vez, outra variedade de técnicas tanto quanto a formulação do problema como quanto à sua solução.

O método dos Mínimos Quadrados Ponderados (MQP) adiciona ao Método do Mínimo Quadrado Simples a ponderação das medições feitas, que leva em conta a precisão dos respectivos medidores.

O Método dos MQP, para o caso de Estimação de Estados em Sistemas de Potência, opera iterativamente para minimizar a função custo, uma vez que as equações matemáticas envolvidas em Sistemas de Potência são não-lineares. A evolução dos algoritmos utilizados na EESP que usam MQP parte do método da Equação Normal, que se utiliza da equação normal de Gauss, em direção a outros métodos e algoritmos que contemplam os problemas de instabilidade numérica e mau-condicionamento das matrizes envolvidas no processo de estimação [22]; os métodos ortogonais se utilizam de transformações ortogonais no tratamento das matrizes a serem reduzidas. As matrizes que representam tais transformações se caracterizam por um condicionamento numérico teoricamente perfeito, o que empresta aos métodos ortogonais propriedades de robustez melhoradas em relação ao Método da Equação Normal e outros similares [21].

Quanto à distribuição geográfica dos medidores no sistema, ela é importante no sentido de permitir que cada componente do vetor de estado \underline{x} possa ser estimado. Há, para cada sistema, uma gama de configurações de medição possíveis, dentre as quais aquelas que se enquadram no "critério de mínimo custo", ou seja, que satisfazem minimamente a condição necessária para a estimação completa do vetor de estados \underline{x} [15]. Existem vários critérios a serem seguidos no dimensionamento da rede de medição tanto do ponto de vista econômico quanto técnico. Muito embora a redundância de medidores (ver na seção 2.2 a definição desta quantidade) por si só não seja indício suficiente de qualidade do sistema de medição, ela, associada a um bom critério de alocação de medidores, é uma boa garantia de confiabilidade deste sistema [8],[21]. Porém, obviamente, há restrições econômicas implicadas e o aumento indefinido no número de medidores e canais de comunicação pode se tornar, em alguns casos, impraticável. Por isso, o máximo aproveitamento das medidas existentes, aliado à utilização de dados inerentes ao sistema (como pseudomedidas) se fazem necessários. Neste sentido a utilização de pseudomedidas de injeção nula com peso elevado (dada a sua precisão) é um esforço compensatório de manter um nível de redundância adequado, o que implica em estimações mais confiáveis.

Pseudomedidas derivadas de injeções nulas de potência vêm sendo utilizadas em larga escala na EESP, uma vez que são "medições" inerentes e gratuitas do sistema [18],[19]. No entanto, ao atribuírem-se pesos elevados a estas medidas, pode-se incorrer em problemas de instabilidade numérica na redução das matrizes envolvidas na estimação. A partir desta constatação é que se coloca como alternativa matemática ao problema, a utilização de restrições de igualdade, que encaram as injeções nulas não como pseudomedidas mas como uma condição a ser satisfeita matematicamente, a despeito das demais medidas.

Quanto à utilização de injeções nulas como restrições de igualdade, tem havido várias proposições, que podemos dividir em dois grupos. O primeiro, associado aos métodos baseados na solução do problema de Mínimos Quadrados pela equação normal, em que o uso de multiplicadores de Lagrange é proposto [18]. Neste caso o sistema a ser resolvido é aquele do problema sem restrições, acrescido de um subsistema de equações de restrição, cuja incorporação ao sistema original é feita através de multiplicadores de Lagrange [1], [18].

O segundo grupo consiste, mais especificamente, do método proposto por Hanson e Lawson [4]. O problema de Mínimos Quadrados com Restrições de Igualdade é dividido em duas etapas, resolvendo-se separadamente o sub-sistema de posto deficitário das equações de restrição linearizadas e o sistema modificado de equações de medições linearizadas, ambos por métodos ortogonais.

O presente trabalho visa selecionar, adequar e aprimorar um método de Mínimos Quadrados Ponderados com Restrições de Igualdade que se utilize de técnicas ortogonais para a EESP. Apresenta-se um procedimento para incorporar Restrições de Igualdade ao problema de EESP, usando-se referências sobre rotações de Givens [14], [16] e [26]. As restrições de igualdade, no presente trabalho, são as pseudomedidas de injeção nula em barras de passagem, conhecidas com precisão como dados inerentes ao sistema. É analisado inicialmente o caso linear do problema de MQP com as restrições de Igualdade incorporadas e, em seguida, a sua extensão para o caso não linear da EESP.

São feitos testes com sistemas de diversos portes para aferir a técnica proposta quanto ao seu desempenho. Baseado nes-

tes dados e em conclusões obtidas ao longo do trabalho, são apontados caminhos indicativos para posteriores trabalhos.

1.3 - Revisão Bibliográfica

Os primeiros trabalhos sobre Estimação de Estado em Sistemas de Potência foram apresentados no final da década de sessenta [5],[6],[7],[8],[9],[10]. Estes trabalhos apresentam o problema da estimação estática de estados em sistemas de potência de forma geral e discutem a sua implementação da mesma forma. A EESP foi inicialmente relacionada de muitas maneiras aos cálculos convencionais de fluxo de potência [11]. Os Estimadores de Estado apresentados inicialmente para a aplicação em Sistemas de Potência, salvo raras exceções, eram baseados em critérios de custo de mínimos quadrados ponderados, que se impôs ao longo da evolução da EESP e é hoje o mais largamente usado.

A evolução dos modelos teóricos iniciais, aplicáveis a pequenos sistemas, dadas as complexidades computacionais [30], se deu de maneira bastante rápida até aplicações em tempo real a sistemas realísticos [15]. Esta evolução se fez às custas da contribuição de diversos autores, que inicialmente visavam a redução de altos custos computacionais que a técnica apresentava. Neste sentido, o uso de técnicas de esparsidade e de ordenação no tratamento das matrizes envolvidas nos vários algoritmos, assim como aproximações e simplificações, tanto no algoritmo quanto no modelo matemático, trouxeram êxitos mencionáveis.

Em seguida ao arranque da técnica de estimação de estados, tendo os problemas computacionais mais críticos sido contornados, as dificuldades são de outra ordem, que poderíamos chamar de "ajustes de sintonia fina". Tratam-se, então, de problemas que envolvem o crescimento dos sistemas de potência e o seu grau de complexidade; as limitações estruturais e econômicas do sistema de medição dentro do sistema como um todo; e problemas de ordem numérica, advindos da dimensão dos sistemas de potência atuais. A partir destas dificuldades, muitos métodos e trabalhos foram apresentados e propostos, tanto no sentido de detectar, eliminar e re

cuperar medidas com erros grosseiros [11], [21], [25], quanto no sentido de aprimorar o aspecto matemático e computacional dos algoritmos, evitando com isso problemas de instabilidade numérica e diminuindo o tempo de processamento da estimação [20], [24], [27].

Os primeiros autores a formular o processamento das medidas de forma seqüencial foram Larson, Tinney, e outros [8], [9]. Esta técnica traz vantagens consideráveis, uma vez que cada medida é tratada independentemente, por ordem de chegada, o que é coerente com os sistemas de varredura de telemedições.

Outra abordagem proposta para a solução do problema de estimação de estados baseia-se na aplicação de algoritmos que utilizam transformações ortogonais no tratamento numérico das matrizes. Algoritmos de EESP baseados em técnicas ortogonais são apresentados em [21], [22], [23], [24], [25], [26]. As transformações ortogonais utilizadas no algoritmo, conforme resultados obtidos nestes trabalhos, proporcionam robustez numérica bem superior ao método convencional.

O primeiro algoritmo proposto é baseado no método de Golub e processa o vetor de medidas inteiro, operando as transformações na matriz Jacobiana por colunas. Estas transformações são as de Householder [20], [22]. O algoritmo apresenta a limitação de não propiciar de imediato o tratamento seqüencial das medidas, uma vez que processa a matriz de observação por colunas. Um método seqüencial utilizando técnicas ortogonais é apresentado por Simões Costa e Quintana [23], baseado nas rotações de Givens através da versão modificada (sem raízes quadradas) de Gentleman [14], [16] e que trata as medidas seqüencialmente, por linha. As rotações de Givens na versão simplificada de Gentleman são, do ponto de vista numérico, competitivas com as rotações de Householder usadas no método de Golub. As vantagens do método seqüencial advêm do fato de que ele combina a robustez numérica característica dos métodos ortogonais [21], [23], [25], ao tratamento individualizado e seqüencial das linhas da matriz Jacobiana, correspondentes às medidas. A disponibilidade da soma parcial dos quadrados dos resíduos após cada medida processada é uma grande vantagem do método. Esta característica, conforme [21], [23], [24], [25], [26], [30], propicia novas possibilidades para o processamento de erros grosseiros.

Quanto à utilização de restrições de igualdade em pro-

blemas de mínimos quadrados, a bibliografia é ainda escassa, embora boas diretivas já se possa obter delas.

Golub propõe um método de utilização de restrições de igualdade através de multiplicadores de Lagrange, cuja solução numérica utiliza as transformações ortogonais de Householder [1]. Este método não é seqüencial e trata a matriz Jacobiana por colunas.

Aschmoneit e outros [18], apresentam também um método para o aproveitamento de injeções nulas como restrições de igualdade, em problemas específicos de EESP, fazendo uso de multiplicadores de Lagrange [18]. O ponto alto deste artigo são as considerações estatísticas quanto à redundância e vantagens numéricas versus tempo e memória do computador.

Valdês e outros [19], propõem um método de utilização de restrições de igualdade, igualmente para injeções nulas de potência, aplicado especificamente para o caso onde o algoritmo "lines only" [19], é utilizado. Este método apresenta algumas idéias originais, como a utilização de injeções de corrente em lugar de injeções de potência, para as equações de restrição de igualdade, [19].

Finalmente, um vasto e minucioso artigo de Hanson e Lawson [4], apresenta um método de incorporação de restrições de igualdade à solução de problemas de mínimos quadrados por técnicas ortogonais (reflexões de Householder) sem o emprego de multiplicadores de Lagrange. O método considera as restrições como um sub-sistema de equações, de posto deficitário, que deve ser satisfeito pela solução de mínimos quadrados ponderados.

Dentro desta ótica, que é matematicamente compatível com as técnicas seqüenciais ortogonais propostas por Simões Costa e Quintana para a solução dos mínimos quadrados ponderados em EESP, pode-se introduzir as restrições de igualdade, sem perda das características seqüenciais e ortogonais da Estimação. É ao longo desta linha que foi desenvolvido o presente trabalho.

1.4 - Organização do Trabalho

Este trabalho está organizado em cinco capítulos que se

rão sucintamente descritos a seguir, por sua ordem seqüencial.

O presente capítulo visa situar o campo de investigação dentro de sua área, abordando a Estimação de Estados em Sistemas de Potência num pequeno histórico. Em seguida, trata-se, no capítulo II, do Método dos Mínimos Quadrados modelado e formulado matematicamente, quanto ao modelo de medição, quanto às suas características em relação a outros métodos e quanto à sua solução. Após esta etapa, o capítulo III apresenta as técnicas ortogonais aplicadas ao problema de mínimos quadrados, onde se apresenta criticamente alguns algoritmos, dando-se ênfase às técnicas seqüenciais. Este capítulo, ainda, trata da introdução de Restrições de Igualdade ao Problema de Mínimos Quadrados, utilizando técnicas ortogonais; é feita a apresentação minuciosa do modelo matemático da incorporação de Restrições de Igualdade ao Problema de Mínimos Quadrados com técnicas ortogonais; em seguida o método seqüencial de Givens é detalhado, mostrando-se as suas vantagens; por fim, a incorporação das restrições de igualdade ao problema de mínimos quadrados com o método seqüencial ortogonal de Givens é estendido para o caso específico da Estimação de Estados em Sistemas de Potência. Os capítulos IV e V apresentam os Resultados Numéricos, Conclusões e Sugestões, respectivamente.

C A P Í T U L O I I

ESTIMAÇÃO DOS ESTADOS: TÉCNICA DE MÍNIMOS QUADRADOS E MÉTODOS DE SOLUÇÃO

2.1 - Introdução

Este capítulo visa a formulação matemática do problema da Estimação dos Estados em Sistemas Elétricos de Potência. Inicialmente, na seção 2.2, trata-se da modelação dos medidores e dos erros de medição. Em seguida, na seção 2.3, apresenta-se o método de Mínimos Quadrados Ponderados, na sua formulação genérica, e menciona-se outros métodos de solução de problemas de estimação. Na seção 2.4, finalmente, é vista a solução do problema de mínimos quadrados ponderados, com enfoque sobre as técnicas ortogonais, como o método de Golub e o Método sequencial de Givens, dando ênfase maior a este último, por suas características de operar as transformações de maneira sequencial e por linha, das matrizes.

2.2 - Modelo de Medição

Dado um sistema elétrico cujos parâmetros de rede (para as condições normais de funcionamento) são conhecidos, com N barras, tome-se " m " medições de variáveis diversas do sistema. O vetor de estados para um dado sistema é definido como um conjunto de variáveis não redundantes que caracterizam completamente o sistema [31]. No caso de Sistema de Potência, este vetor de estados \underline{x} é formado por N módulos e $N-1$ ângulos de tensão de barra, onde o ângulo de barra de referência é fixado, normalmente como zero. As quantidades que podem ser medidas são funções das variáveis de estado. Seja \underline{z} o vetor de medidas do sistema, que pode ser composto de: módulos de tensão e injeções de potência ativa e reativa nas barras, e fluxo de potência ativa e reativa nas linhas. Estas medidas possuem erros inerentes ao próprio sis-

tema de medição, que no seu conjunto são representados pelo vetor \underline{n}

A relação entre o conjunto de medidas, as variáveis de estado e os erros de medição é do tipo não-linear, conforme a expressão seguinte [5],[6]:

$$\underline{z} = \underline{h}(\underline{x}) + \underline{n} \quad (2.1)$$

\underline{z} - vetor de medidas (mx1)

$\underline{h}(\cdot)$ - vetor das funções não-lineares que relaciona as quantidades medidas e as variáveis de estado (mx1)

\underline{x} - vetor das variáveis de estado verdadeiro (nx1)

\underline{n} - vetor dos erros relacionados com as medidas (mx1)

N - número de barras do sistema

m - número de medidas

$n = 2N - 1$ - número de variáveis de estado

O vetor de medidas \underline{z} é obtido de um sistema de medição que, através de medidores analógicos e um sistema de telemetria, varre os pontos de medição e reúne estes em um centro processador. Este tipo de varredura pode ser global (todos os medidores varridos ao mesmo tempo) ou seqüencial (numa ordem dada) [15]. Porém existem informações que não são teletransmitidas pelo sistema de medição tais como alguns fluxos de linha, injeções, magnitudes de tensão conhecidas, taps de transformadores conhecidos, etc. Estas informações adicionais, denominadas pseudomedidas, são normalmente incorporadas ao vetor de medidas \underline{z} . Cabe uma ressalva aqui quanto às injeções nulas de potência, conhecidas com exatidão, que ao serem tratadas como restrições de igualdade, podem sofrer um tratamento diferente, desmembradas do vetor \underline{z} de medições. O processamento deste tipo de pseudomedida como restrições de igualdade é o objetivo deste trabalho, e será apresentado em detalhes

no capítulo III.

Existe um número mínimo de medições que, se adequadamente distribuídas pelo sistema de potência, tornam o sistema observável, ou seja, permitem a estimação do estado do sistema inteiro. Porém, na prática, o número de medidas disponíveis é sempre razoavelmente acima do mínimo, com um grau de redundância que possibilite a remoção de medidas com erros grosseiros e garanta uma desejada confiabilidade à estimativa [8],[21].

O número mínimo absoluto de quantidades medidas que torna o sistema observável é n (número de variáveis de estado). Neste caso, para que seja possível o cálculo das estimativas, estas n telemedições e pseudomedidas terão que ser não-redundantes [21].

Como, em geral, o número de medidas m (incluindo as pseudomedidas) é maior que n , define-se um coeficiente chamado de "redundância global" que é função do número de medidas m e do número de variáveis de estado n :

$$\rho = \frac{m}{n} \quad (2.2)$$

Quanto às equações que relacionam quantidades medidas e vetor de estados, representadas pelo vetor das funções não-lineares $\underline{h}(x)$, são baseadas nas leis de Kirchhoff e de Ohm [5].

Os erros de medição são, em geral decorrentes de: imprecisão dos medidores (tanto por características internas como por má calibração dos mesmos), falhas e truncamentos na conversão analógico/digital, falhas e ruídos na teletransmissão dos dados, erros e aproximações nos modelos matemáticos e imprecisão na obtenção dos parâmetros do circuito [5],[8],[13],[15].

Os erros de medição são, em geral, modelados como um vetor $\underline{\eta}$ aleatório com média zero, ou seja:

$$E \{ \underline{\eta} \} = \underline{0} \quad (2.3)$$

e a dispersão dos erros de medição em torno dos valores médios é dada por:

$$E \{ \underline{\eta} \cdot \underline{\eta}^T \} = \underline{V} \quad (2.4)$$

onde $E \{.\}$ - Operador valor esperado

V - Matriz de covariância dos erros de medição

Como os erros de medição são considerados independentes ou seja, o erro de um medidor não se propaga a outro (hipótese razoável, dadas as características de localização dos medidores), a matriz de covariância dos erros de medição R se reduz aos seus elementos diagonais (coeficientes de correlação iguais a zero, portanto):

$$V = [\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_m^2] \quad (2.5)$$

Estes elementos expressam as variâncias dos erros de medição, que são função da precisão dos telemedidores [7],[8].

Ao se incluir pseudomedidas no vetor de medidas z geralmente adota-se a mesma modelagem que a utilizada para as telemedidas; portanto, os valores de variâncias correspondentes variam de acordo com a precisão e confiabilidade a elas atribuídas. No caso de injeções nulas em barras de passagem, cuja exatidão é evidente ao se modelar as variâncias destas medidas com valores baixos em relação às demais, incorporando assim a sua precisão, incorre-se em um possível problema de degradação numérica e instabilidade, conforme veremos mais adiante (capítulo III).

2.3 - Método de Mínimos Quadrados Ponderados e uma Breve Análise de Alguns Outros Métodos de Estimação

Os critérios na estimação de estados são baseados na natureza do processo aleatório. Tais critérios são, por exemplo: não-tendenciosidade, variância mínima e coerência. Através deles pode-se julgar e escolher a melhor estimativa.

Algumas estimativas bastante conhecidas na estimação de parâmetros são: o Método de Mínimos Quadrados (M.M.Q.), a Estimativa do Mínimo Valor Absoluto e a Estimativa de Máxima Verossimilhança. Quanto a esta última, dada a sua não-aplicação à estima-

ção de estados em Sistemas de Potência, não se entrará em detalhes ao seu respeito. O Método do Mínimo Valor Absoluto é aquele que minimiza a soma dos módulos dos resíduos de estimação. A sua aplicação à EESP é proposta por Kotinga e outros [28]. Os autores concluem que o método pode substituir com vantagem o M.M.Q, especialmente em presença de erros grosseiros. D.M. Falcão e outros [29] propõem um critério de mínima soma do valor absoluto usando programação linear. Segundo os autores, o método, relativamente ao M.M.Q.P, tem melhor desempenho em presença de erros grosseiros. Por outro lado, os métodos baseados em critérios de mínimos valor absoluto apresentam dificuldade na sua caracterização estatística [28].

Finalmente, concentremo-nos no Método dos Mínimos Quadrados. Este método vem sendo empregado largamente e com sucesso ao longo da história da estimação [5],[6],[7],[8],[9],[10], através da qual vem sofrendo modificações e adaptações no sentido de suprir deficiências [11],[15] e aprimorar características. Vai-se apresentar aqui o modelo na sua formulação clássica para o problema de estimação em sistemas elétricos de potência.

$$\text{Seja } \underline{r} \triangleq \underline{z} - \underline{h}(\underline{\hat{x}}) \quad (2.6)$$

O vetor de resíduos que corresponde à diferença entre as quantidades medidas e calculadas. Considere a matriz de ponderação dos resíduos como R^{-1} , a inversa da matriz de covariância dos erros de medição $\underline{\eta}$, conforme a equação (2.4). Então, tomando como base o modelo de medição dado pelas equações (2.1) e (2.4), o método dos Mínimos Quadrados Ponderados consiste em obter a estimativa ótima $\underline{\hat{x}}$ do vetor de estado, dada pelo valor de \underline{x} tal que a soma ponderada dos quadrados dos resíduos de estimação:

$$J = [\underline{z} - \underline{h}(\underline{\hat{x}})]^T R^{-1} [\underline{z} - \underline{h}(\underline{\hat{x}})] = \sum_{i=1}^m \left(\frac{r_i}{\sigma_i} \right)^2 \quad (2.7)$$

seja mínima

2.4 - Métodos de Solução do Problema dos Mínimos Quadrados.

Quanto à solução do problema de minimizar a função escalar J da equação (2.7), ou seja, minimizar a soma dos quadrados dos resíduos das medições, existem diversas abordagens que serão esboçadas nesta seção. Antes porém, cabe apresentar algumas expressões derivadas da equação (2.7) que serão necessárias nos diversos métodos de solução do método dos mínimos quadrados ponderados [13].

O gradiente da função custo J é dado por:

$$\nabla J(\underline{x}) = \frac{\partial J}{\partial \underline{x}} = -2 H^T V^{-1} [\underline{z} - \underline{h}(\underline{x})] \quad (2.8)$$

onde $H(\underline{x})$ é a matriz Jacobiana da função vetorial \underline{h} , segundo a expressão

$$H \triangleq \begin{bmatrix} \frac{\partial h_1(\underline{x})}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial h_1(\underline{x})}{\partial x_n} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial h_m(\underline{x})}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial h_m(\underline{x})}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Fixadas estas expressões, passa-se ao método da Equação Normal.

2.4.1 - Método da Equação Normal

Para calcular-se o valor mínimo da função custo J (eq. 2.7) e obter-se $\hat{\underline{x}}$, estimativa do vetor de estados \underline{x} , é necessário linearizar a equação (2.1) em torno de uma estimativa corrente \underline{x}_k , evitando-se com isso o uso de equações não-lineares no processo de solução [22]. A linearização da função \underline{h} em torno de \underline{x}_k fornece:

$$\underline{h}(\underline{x}) = \underline{h}(\underline{x}_k) + H(\underline{x}_k)(\underline{x} - \underline{x}_k) + \text{termos de ordem superior} \quad (2.10)$$

Observe-se que a equação (2.1) foi linearizada em torno de \underline{x}_k pela expansão de Taylor. Desprezando-se os termos de segunda ordem em diante, teremos uma expressão modificada para a função custo J:

$$J_1 = [\underline{z} - \underline{h}(\underline{x}_k) - H(\underline{x}_k)(\underline{x} - \underline{x}_k)]^T V^{-1} [\underline{z} - \underline{h}(\underline{x}_k) - H(\underline{x}_k)(\underline{x} - \underline{x}_k)] \quad (2.11)$$

onde H é a matriz jacobiana de $\underline{h}(\cdot)$, descrita anteriormente.

Para que a nova função custo seja mínima, é necessário que $\frac{\partial J_1}{\partial \underline{x}}$ seja zero. Definindo:

$$\underline{\Delta x} \triangleq \underline{x} - \underline{x}_k \quad (2.12)$$

$$\underline{\Delta z} \triangleq \underline{z} - \underline{h}(\underline{x}_k) \quad (2.13)$$

Teremos, como condição necessária para a minimização de J_1 :

$$\frac{\partial J_1}{\partial \underline{x}} = -2 H^T(\underline{x}_k) V^{-1} [\underline{\Delta z} - H(\underline{x}_k) \underline{\Delta x}] = 0 \quad (2.14)$$

ou seja:

$$[H^T(\underline{x}_k) V^{-1} H(\underline{x}_k)] \underline{\Delta x} = H^T(\underline{x}_k) V^{-1} \underline{\Delta z} \quad (2.15)$$

onde, devido à linearização do modelo matemático das medições, tem-se um processo iterativo para a estimação do vetor de estados. O valor de $\underline{\Delta \hat{x}}_k$, que é o incremento da estimativa no k-ésimo passo, será dado por:

$$\underline{\Delta \hat{x}}_k = [H^T(\underline{x}_k) V^{-1} H(\underline{x}_k)]^{-1} H^T(\underline{x}_k) V^{-1} \underline{\Delta z} \quad (2.16)$$

O critério de tolerância para encerrar-se o processo iterativo é do tipo:

$$\max_i |\Delta x_i| \leq \epsilon \quad (2.17)$$

onde ϵ é uma tolerância pré-estabelecida.

É evidente que a passagem da equação (2.15) para (2.16), em termos computacionais, é muito onerosa pois envolve a inversão

de matrizes bastante grandes, sem proveito de sua característica vantajosa: a esparsidade. Este problema é contornado pela fatoração (usualmente a de Cholesky) da matriz de coeficientes da equação (2.15), $A \triangleq [H^T(\underline{x}_k) V^{-1} H(\underline{x}_k)]$, transformando-a em $L L^T$, onde L é uma matriz triangular inferior. Isto é possível porque a matriz A é simétrica e, para todos os casos práticos em que o sistema é observável, definida positiva [22].

Neste processo de estimação, o valor inicial assumido para o vetor de estados \underline{x}_0 é, em geral, o de módulos de tensão unitários em valor p.u., e ângulos relativos nulos. Após duas ou três iterações, considera-se a matriz A (chamada matriz de informação) como constante, economizando-se para as demais iterações cálculos adicionais no seu cômputo [6]. Há, também, a possibilidade de desacoplamento do modelo das equações $h(\cdot)$, explorando-se as relações P- \mathcal{I} e Q-V, simplificando-se com isto os cálculos da matriz Jacobiana [6],[20].

O método da equação normal apresenta uma deficiência, concernente à matriz de informação A , quanto a uma tendência inerente ao mau condicionamento numérico [22]. No sentido de prevenir e evitar este problema, os métodos ortogonais surgem com alternativa. Esta classe de métodos será apresentada nas subseções seguintes.

2.4.2 - Método de Golub para a Solução do Problema de Mínimos Quadrados Ponderados.

O método de Golub de solução do problema de M.Q.P. é um método ortogonal, ou seja, utiliza transformações ortogonais na redução de matrizes que fazem parte da função custo. A definição de uma matriz de transformação ortogonal é a de que a sua transposta é igual à sua inversa (Q é ortogonal se $Q^T = Q^{-1}$). Uma propriedade importante das transformações ortogonais é que a norma euclidiana é invariante sob tais transformações. Isto vale dizer que o condicionamento numérico de uma matriz permanece inalterado se ela for pré ou pós multiplicada por uma matriz ortogonal, ou seja, se ela sofrer transformação ortogonal [22].

Para aplicar-se transformações ortogonais ao método de mínimos quadrados ponderados, há que se considerar o modelo de medições da seção 2.2. Apresentamos em seguida este modelo na sua forma linearizada [15].

$$\Delta \underline{z} = H(\underline{x}_k) \Delta \underline{x} + \underline{n} \quad (2.18)$$

$$E\{\underline{n} \cdot \underline{n}^T\} = V \quad (2.19)$$

$$J = [\Delta \underline{z} - H(\underline{x}_k) \Delta \underline{x}_k]^T V^{-1} [\Delta \underline{z} - H(\underline{x}_k) \Delta \underline{x}]$$

$$\Delta \cong \|\Delta \underline{z} - H(\underline{x}_k) \underline{x}\|_{V^{-1}}^2 \quad (2.20)$$

$H(\underline{x}_k)$ - matriz Jacobiana (eq.2.9)

V - matriz de covariância

\underline{n} - vetor de erro de medida

É feita a seguinte transformação para que o vetor tenha covariância unitária [22]:

$$E\{(V^{-1/2} \cdot \underline{n}) \cdot (V^{-1/2} \cdot \underline{n})\} = I \quad (2.21)$$

Com isto, e conseqüentemente com o modelo de medições linearizado modificado de acordo com a equação (2.21), o método de Golub pode ser aplicado. Este método consiste em uma transformação ortogonal representada por uma matriz ortogonal Q de tal forma que:

$$Q F = U \Delta \begin{bmatrix} -\bar{U} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

$$Q \Delta \underline{y} = \begin{bmatrix} c \\ -\frac{c}{d} \\ d \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

onde:

$$\Delta \underline{y} = V^{1/2} \Delta \underline{z} \quad (2.24)$$

$$e \quad F(\underline{x}_k) \triangleq V^{1/2} H(\underline{x}_k) \quad (2.25)$$

U - matriz triangular superior (nxn)

O - matriz nula (m-n)xn

\underline{c} - vetor (nx1)

\underline{d} - vetor (m-n)x1

n - número de variáveis de estados

m - numero de quantidades medidas

A matriz Q de transformação ortogonal pode ser definida como um produto de transformações ortogonais aplicáveis a todos os elementos de uma mesma coluna da matriz F . Assim sendo, o algoritmo de Golub é um algoritmo de redução por coluna. O tipo de transformação usado pode ser qualquer um desde que guarde as características de ortogonalidade. Normalmente usadas são as reflexões e Householder [22].

2.4.3 - Método Seqüencial de Givens para a Solução do Problema de Mínimos Quadrados Ponderados.

O método seqüencial de Givens é caracterizado pelo processamento de medidas de forma seqüencial, onde cada equação do modelo de medição, correspondente a uma quantidade medida, é processada como uma linha da matriz de informação, de maneira independente das demais. É um método ortogonal, ou seja, utiliza-se de transformações ortogonais na redução de matrizes que fazem parte da função custo. Os métodos seqüenciais ortogonais, em geral, visam eficiência computacional quanto a tempo de processamento e armazenamento de memória. O seu desenvolvimento se deu, por outro lado, no sentido de contemporizar problemas numéricos que surgem com a utilização do método dos mínimos quadrados recursivos que pode ser visto como uma visão simplificada do filtro de Kalman [22].

Para se desenvolver o algoritmo utilizado no método de Givens, toma-se as equações de medição linearizadas pela expansão de Taylor em torno de um ponto, conforme se fez na seção anterior

(Ver eqs. (2.18) a (2.21). A função custo, em termos das novas variáveis será dada por:

$$J = [\Delta \underline{y} - F(\underline{x}_k) \Delta \underline{x}_k]^T [\Delta \underline{y} - F(\underline{x}_k) \Delta \underline{x}_k] \\ \triangleq || \Delta \underline{y} - F(\underline{x}_k) \Delta \underline{x}_k ||^2 \quad (2.26)$$

onde: $\Delta \underline{y} \triangleq V^{-1/2} \cdot \Delta \underline{z}$ (2.27)

$$F(\underline{x}_k) = V^{-1/2} H(\underline{x}_k) \quad (2.28)$$

e $\underline{v} \triangleq V^{-1/2} \underline{\eta}$ (2.29)

Dadas estas condições, suponha-se que uma nova medição vai ser processada. Trata-se da medição \tilde{y} . Porém, como o sistema é linearizado em torno de um ponto pela expansão de Taylor, a nova medida é processada como incremento $\Delta \tilde{y}$, conforme a equação seguinte:

$$\Delta \tilde{y} = f^T \Delta \underline{x} + \tilde{v} \quad (2.30)$$

f - vetor ($n \times 1$) relacionando a medida ao vetor de estados \underline{x}

\tilde{v} - valor escalar aleatório que representa o erro de medida.

Adicionando esta nova medida, obtém-se \tilde{J} como nova função de custo:

$$\tilde{J} = J + (\Delta \tilde{y} - f^T \Delta \underline{x})^2 \quad (2.31)$$

Que em forma matricial se apresenta:

$$\tilde{J} = \left\{ \begin{bmatrix} F \\ \underline{f}^T \end{bmatrix} \Delta \underline{x} - \begin{bmatrix} \Delta \underline{y} \\ \Delta \tilde{y} \end{bmatrix} \right\}^T \left\{ \begin{bmatrix} F \\ \underline{f}^T \end{bmatrix} \Delta \underline{x} - \begin{bmatrix} \Delta \underline{y} \\ \Delta \tilde{y} \end{bmatrix} \right\} \triangleq || \begin{bmatrix} F \\ \underline{f}^T \end{bmatrix} \Delta \underline{x} - \begin{bmatrix} \Delta \underline{y} \\ \Delta \tilde{y} \end{bmatrix} ||^2 \quad (2.32)$$

Suponha-se uma transformação T aplicada à eq. (2.32), conforme a definição que segue:

$$T \begin{bmatrix} F \\ \underline{f}^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U \\ \underline{0} \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

$$T \begin{bmatrix} \underline{\Delta y} \\ \underline{\Delta y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{w} \\ \underline{e} \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

U - matriz triangular superior (nxn)

\underline{o} - vetor nulo (1xn)

\underline{w} - vetor (nx1)

\underline{e} - valor escalar

n - dimensão do vetor de estados

Sabendo-se que a norma euclidiana \underline{e} é invariante sob transformações ortogonais e aplicando a transformação ortogonal T à função custo \tilde{J} da equação (2.32), obtem-se uma nova expressão para esta função custo:

$$\tilde{J} = [\underline{w} - U\underline{\Delta x}]^T [\underline{w} - U\underline{\Delta x}] + \underline{e}^2 \quad (2.35)$$

Donde se observa que o valor de \underline{x} que torna a função custo \tilde{J} mínima é aquela que satisfaz a:

$$U\underline{\Delta x} = \underline{w} \quad (2.36)$$

de forma que \underline{e}^2 representa a soma dos quadrados dos resíduos. Em caso de mais medidas a serem introduzidas (seqüencialmente) este processo se repete e o valor acumulado em um novo \underline{e}^2 será sempre a soma dos quadrados dos resíduos das medidas já computadas. Este valor é importante na detecção de erros grosseiros [21].

Quanto à transformação T a ser adotada na redução das medidas introduzidas seqüencialmente, há uma gama de possibilidades, inclusive as reflexões de Householder [34]. Porém, neste caso em que as medidas são tratadas como linhas a serem incorporadas à matriz de observação, as reflexões de Householder, que operam a matriz de observação por colunas, não são recomendáveis. Já as rotações de Givens, neste sentido, são mais vantajosas [23]. O método de Givens apresenta uma versão original que utiliza as rotações de Givens com raízes quadradas, e uma segunda versão, livre de raízes quadradas, bastante mais rápida. Para efeito da explanação das rotações de Givens nas suas duas versões, suponham-se os seguintes vetores:

$$\underline{u} = [0 \dots 0 u_i \dots u_k \dots u_{n+1}] \quad (2.37)$$

$$\underline{\Delta x} = [0 \dots 0 \Delta x_i \dots \Delta x_k \dots \Delta x_{n+1}]$$

Onde o vetor \underline{u} pode ser encarado como a i -ésima linha da matriz U , triangular superior, aumentada pelo correspondente elemento de \underline{w} ($u_{n+1} = w_i$); e o vetor $\underline{\Delta x}$ representa uma nova linha a ser processada e incorporada à matriz de ganho, acrescida de $\Delta \tilde{y}$ ($\Delta x_{n+1} = \Delta \tilde{y}$). Define-se, então, uma rotação elementar de Givens como sendo aquela que opera sobre em \underline{u} e $\underline{\Delta x}$ de forma a anular o i -ésimo elemento de $\underline{\Delta x}$. Assim os vetores \underline{u} e $\underline{\Delta x}$, após esta rotação elementar, ficam sendo:

$$\begin{aligned} \underline{u}' &= [0 \dots 0 u'_i \dots u'_k \dots u'_{n+1}] \\ \underline{\Delta x}' &= [0 \dots 0 0 \dots \Delta x'_k \dots \Delta x'_{n+1}] \end{aligned} \quad (2.38)$$

E as rotações aplicadas a \underline{u} e $\underline{\Delta x}$, ortogonais, são definidas como [21], [23]:

$$\begin{bmatrix} c & s \\ -s & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{u} \\ \underline{\Delta x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{u}' \\ \underline{\Delta x}' \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

onde $c^2 + s^2 = 1$ e, para que $\Delta x_i = 0$

$$\begin{aligned} c &= u_i / \sqrt{u_i^2 + \Delta x_i^2} \\ s &= \Delta x_i / \sqrt{u_i^2 + \Delta x_i^2} \end{aligned} \quad (2.40)$$

A rotação assim definida é uma transformação ortogonal, isto é fácil de verificar. O inconveniente nesta forma de rotação de Givens, no entanto, são as raízes quadradas da equação (2.40), quando da determinação de c e s . O cálculo exaustivo de raízes quadradas em um processo envolvendo matrizes grandes onera muito, em termos computacionais, o algoritmo, mesmo levando-se em conta a ordenação. Para contornar este problema existe uma versão das rotações de Givens livre de raiz quadrada (proposta por Gentleman e generalizada por Hammarling) [21],[23].

Esta modificação consiste basicamente na decomposição da matriz triangular superior U no produto de outras duas:

$$U = D^{1/2} \bar{U} \quad (2.41)$$

Onde os elementos de $D^{1/2}$ são raízes quadradas de uma outra matriz D que não necessitam de ser calculadas explicitamente, e \bar{U} é uma matriz triangular superior com os elementos na diagonal, unitários.

Então, desta forma, os vetores \underline{u} e $\underline{\Delta x}$ que sofrerão as rotações são escritos como:

$$\begin{aligned} \underline{u} &= [0 \dots 0 \sqrt{d} \dots \sqrt{d} u_k \dots \sqrt{d} u_{n+1}] \\ \underline{\Delta x} &= [0 \dots 0 \sqrt{w} \Delta x_i \dots \sqrt{w} \Delta x_k \dots \sqrt{w} \Delta x_{n+1}] \end{aligned} \quad (2.42)$$

O fator \sqrt{w} aplicado ao vetor $\underline{\Delta x}$, ou seja, a linha de medida a ser incorporada à matriz de observação, corresponde a uma ponderação atribuída a esta medida. Os vetores \underline{u} e $\underline{\Delta x}$ resultantes da transformação serão:

$$\begin{aligned} \underline{u}' &= [0 \dots 0 \sqrt{d}' \dots \sqrt{d}' \bar{u}'_k \dots \sqrt{d}' \bar{u}'_{n+1}] \\ \underline{\Delta x}' &= [0 \dots 0 \quad 0 \dots \sqrt{w}' \Delta x'_k \dots \sqrt{w}' \Delta x'_{n+1}] \end{aligned} \quad (2.43)$$

Assim, redefinindo-se a rotação como:

$$\begin{bmatrix} \bar{c} & \bar{s} \\ -\Delta x_i & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{u} \\ \underline{\Delta x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{u}' \\ \underline{\Delta x}' \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

e usando-se o mesmo raciocínio adotado para a versão com raiz quadrada, obtemos os seguintes parâmetros e relações que definem a rotação de Givens sem raiz quadrada:

$$\begin{aligned} d' &= d + w \Delta x_i^2 \\ w' &= dw / d' \\ \bar{c} &= d / d' \\ \bar{s} &= w \Delta x_i / d' \end{aligned} \quad (2.45)$$

A nova transformação \bar{T} opera da seguinte maneira sobre a matriz observação e o vetor medições acrescido:

$$\bar{T}F = U \quad (2.46)$$

$$\bar{T} \begin{bmatrix} \Delta y \\ \vdots \\ \Delta y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{w} \\ \vdots \\ \bar{e}' \end{bmatrix}$$

\bar{T} não é uma transformação ortogonal e sim

$$D^{1/2} \bar{T} = T \quad (2.47)$$

Através da mesma relação, tem-se:

$$D^{1/2} \begin{bmatrix} \bar{w} \\ \vdots \\ \bar{e}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w \\ \vdots \\ e \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

Ao longo do processo de rotação, os elementos da matriz diagonal D são obtidos, acrescidos de um elemento extra, \bar{e}^2 , da equação (2.35), que é a soma dos quadrados dos resíduos acumulada.

Este valor \bar{e} de grande valia na detecção de erros grosseiros, conforme já foi mencionado. Uma propriedade interessante, do método sequencial de Givens (com e sem raiz quadrada) é que, caso se queira eliminar uma certa medida já computada na solução dos mínimos quadrados, ou seja, remover o efeito de uma certa linha na matriz triangular superior U , basta reprocessar esta linha com peso igual e de sinal contrário ao que lhe havia sido atribuído quando da sua inserção. O efeito é o de anulação dos efeitos do processamento desta linha [14].

A versão livre de raiz quadrada, sem perder as características e vantagens de um método ortogonal, é mais rápida que a versão original e que as reflexões de Householder.

C A P Í T U L O I I I

INTRODUÇÃO DE RESTRIÇÕES DE IGUALDADE AO PROBLEMA DE MÍNIMOS QUADRADOS UTILIZANDO TÉCNICAS ORTOGONAIS.

3.1 - Introdução

O presente capítulo visa a implementação das restrições de igualdade ao problema de mínimos quadrados utilizando técnicas ortogonais. No capítulo anterior estudou-se detalhadamente, as técnicas de solução de problemas de mínimos quadrados e foi introduzido o método seqüencial de Givens. Neste capítulo, na seção 3.2, trata-se da modelagem matemática de restrições de igualdade e do seu processamento através de técnicas ortogonais, e, na seção 3.3 será desenvolvida a incorporação das restrições de igualdade tratadas por métodos ortogonais à solução do problema de mínimos quadrados usando estes mesmos métodos. Em seguida, na seção 3.4, são analisadas as vantagens específicas do método de Givens, na solução do problema apresentado na seção 3.3.

Finalmente, na seção 3.5, a técnica proposta, utilizando o método seqüencial de Givens, é estendida para a Estimação de Estados em Sistemas de Potência onde se trabalha com equações linearizadas de forma iterativa.

Por fim, é apresentado e descrito um fluxograma, com as diversas etapas do algoritmo e a sua operação iterativa.

3.2 - Tratamento das Restrições de Igualdade Através de Métodos Ortogonais

Considere-se agora a solução do problema de mínimos quadrados dado pelas equações (2.1) e (2.3) a (2.7), sujeita a um conjunto de restrições definido pelo seguinte sistema de equações:

$$\underline{G} \cdot \underline{x} = \underline{b} \quad (3.1)$$

onde:

- \underline{G} - Matriz de dimensão (rxn) das equações de restrição
- \underline{x} - Vetor de estados (nx1)
- \underline{b} - Vetor do lado direito das equações de restrição
- n - Dimensão do vetor de estados
- r - Número de equações de restrição ($r < n$)

Incorporar as restrições de igualdade ao problema de mínimos quadrados significa que o problema que se quer resolver é o da busca de uma solução que minimize a função custo J da equação (2.7) e que ao mesmo tempo satisfaça às restrições de igualdade dadas pela equação (3.1). Como, por hipótese, o número de equações de restrição é menor que a dimensão do vetor de estados, o sistema linear dado pela equação (3.1) é indeterminado, isto é, admite infinitas soluções [31]. A Solução Geral deste sistema indeterminado, conforme a proposta do trabalho, pode ser obtida através do uso de transformações ortogonais, como será descrito em detalhes a seguir. A questão, portanto, reduz-se a encontrar, dentro as possíveis soluções da equação (3.1), aquela que minimize a função custo da equação (2.7).

Quanto à Solução Geral do sistema indeterminado $\underline{G}\underline{x}=\underline{b}$, considere-se o seguinte:

A matriz G da equação (3.1) é retangular de dimensão (rxn). Para a aplicação específica que se tem em vista neste trabalho, ou seja, a EESP, r será sempre menor que n, já que cada restrição de igualdade corresponde a uma injeção de potência (ativa ou reativa) nula, e se espera que o número de barras com injeções nulas seja bem menor que o número total de barras do sistema, N. Conseqüentemente, o número total de injeções nulas (1 ou 2 por barra) será sempre menor que o número total de estados, n ($n=2N-1$). Além disto, será feita a hipótese de que as equações de restrição são independentes, o que é bastante razoável para a aplicação em questão. Este último fato implica, sob o ponto de vista da álgebra linear, que o posto da matriz G é igual ao número de restri-

ções, r [31].

Em resumo, o fato de que posto $(G) = n$, torna o sistema da equação (3.1) indeterminado. Em consequência, qualquer dentre as suas infinitas soluções poderá ser expressa como combinação linear de $(n-r)$ soluções linearmente independentes [4]. Isto é, o espaço das soluções da equação (3.1) tem dimensão $(n-r)$.

Dentre todas as soluções da equação (3.1), seja \underline{x}_0 aquela de mínima norma euclidiana. Então, a solução geral da equação (3.1) pode ser expressa como [4]:

$$\underline{x} = \underline{x}_0 + B\underline{y} \quad (3.2)$$

Onde:

- \underline{x} - Solução geral para a equação (3.1)
- \underline{x}_0 - Solução de mínima norma euclidiana de (3.1)
- \underline{y} - Vetor $(n-r) \times 1$. Arbitrário
- B - Matriz $n \times (n-r)$ de posto $(n-r)$, que deve satisfazer a seguinte condição:

$$GB = 0 \quad (3.3)$$

As colunas da matriz B são, portanto, vetores da base do núcleo da matriz G . Os elementos do vetor \underline{y} são os coeficientes das combinações lineares que geram todas as soluções do sistema $G\underline{x} = \underline{0}$ [31], sendo 0 a matriz nula $r \times (n-r)$ e $\underline{0}$ o vetor nulo $(n \times 1)$.

O vetor \underline{x}_0 de mínima norma euclidiana, que aparece na solução geral dada pela equação (3.2) pode ser obtido [4] como:

$$\underline{x}_0 = G^+ \underline{b} \quad (3.4)$$

onde G^+ é matriz pseudoinversa de G que, no caso de $r = n$ é dada por:

$$G^+ \triangleq G^T (G G^T)^{-1} \quad (3.5)$$

Há uma inconveniência em usar a equação (3.5) para a obtenção de G^+ que é a necessidade do cálculo de $(G G^T)^{-1}$.

seado no uso de transformações ortogonais, conforme descrito a seguir.

Seja Q uma matriz ($n \times n$), ortogonal definida, de modo que:

$$Q G^T = \begin{bmatrix} R \\ \hline 0 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

onde:

R - Matriz triangular superior ($r \times r$)

0 - Matriz nula $(n-r) \times r$

Da equação (3.6) e da ortogonalidade da matriz Q obtem-se que:

$$G = \begin{bmatrix} R^T & \vdots & 0 \end{bmatrix} Q \quad (3.7)$$

Substituindo-se (3.7) em (3.5), usando-se a ortogonalidade de Q e rearranjando-se os termos resultantes, chega-se a:

$$G^+ = Q^T \begin{bmatrix} I_r \\ \hline 0 \end{bmatrix} R^{-T} \quad (3.8)$$

onde:

I_r - Matriz identidade de ordem r

R^{-T} - Matriz inversa da matriz R transposta

Suponha que a matriz Q é particionada da seguinte forma:

$$Q \triangleq \begin{bmatrix} Q_1 \\ \hline Q_2 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

onde:

Q_1 - Submatriz de dimensão ($r \times n$)

Q_2 - Submatriz de dimensão $(n-r) \times n$

Usando-se esta definição em (3.8) e (3.4) temos:

$$\underline{x}_0 = Q^T \begin{bmatrix} I_r \\ -r \\ 0 \end{bmatrix} R^{-T} \cdot \underline{b} \quad (3.10)$$

ou seja:

$$\underline{x}_0 = Q_1^T : Q_2^T \begin{bmatrix} I_r \\ -r \\ 0 \end{bmatrix} R^{-T} \cdot \underline{b} = Q_1^T R^{-T} \cdot \underline{b} \quad (3.11)$$

Das equações (3.9) e (3.6) é fácil se verificar que:

$$\begin{bmatrix} Q_1 \\ -r \\ Q_2 \end{bmatrix} G^T = \begin{bmatrix} R \\ -r \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} Q_1 G^T = R & (3.12) \\ Q_2 G^T = 0 & (3.13) \end{cases}$$

$$G Q_2^T = 0 \quad (3.14)$$

Das equações (3.3) e (3.14) vê-se que a matriz B pode ser escolhida como:

$$B = Q_2^T \quad (3.15)$$

Assim sendo, a solução geral das equações de restrição $G \cdot \underline{x} = \underline{b}$ da equação (3.1), é dada pela expressão $\underline{x} = \underline{x}_0 + B \underline{y}$ da equação (3.2), cujos valores de \underline{x}_0 e de B, definidos, são dados por:

$$\underline{x}_0 = Q_1^T R^{-T} \underline{b} \text{ da equação (3.11); } B = Q_2^T \text{ da equação (3.15)}$$

Logo a solução geral assume a seguinte expressão:

$$\underline{x} = Q_1^T R^{-T} \underline{b} + Q_2^T \underline{y} \quad (3.16)$$

3.3 - Incorporação das Restrições de Igualdade ao Problema de Mínimos Quadrados.

No capítulo II descreveu-se como é possível se obter a solução para o problema de mínimos quadrados através do uso de transformações ortogonais. Em seguida, foi mostrado na Seção 3.2 que o conjunto de restrições de igualdade para o problema de mínimos quadrados, na aplicação que se tem interesse constitui um sistema indeterminado de equações, cuja solução geral pode também ser obtida usando-se matrizes ortogonais. Trata-se agora de mostrar como as restrições de igualdade podem ser incorporadas ao problema de mínimos quadrados, sempre tendo por base o uso de técnicas ortogonais.

A solução geral do sistema de equações de restrição da equação (3.1) é dado pela equação (3.2) ... que, através da introdução da transformada ortogonal Q , definida conforme as equações (3.6) e (3.9), da seção anterior e seguindo o raciocínio ali apresentado, transforma-se na equação (3.16).

Segundo esta equação, a solução geral fica explicitada em termos de \underline{y} , que passa a ser a incógnita do problema. Como o sistema de equação de restrição por si só não define a solução para o vetor de estados \underline{x} , dado o seu posto deficitário [4], esta solução virá da solução do problema de mínimos quadrados das medições propriamente ditas, dada pela função custo J , da equação (2.7). Trata-se, então, de buscar uma solução de mínimos quadrados da função custo J que simultaneamente satisfaça a expressão da solução geral das equações de restrição, dada pela equação (3.2). Para tanto, faz-se uma modificação na função custo dada pela equação (2.7), exprimindo-a em função de \underline{y} .

Como se está trabalhando com valores estimados, para efeito de notação utiliza-se $\underline{\hat{x}}$, que é o vetor de estados estimados, em lugar do vetor de estados genéricos \underline{x} . Sendo assim, a partir da equação (3.2), obtém-se a função custo modificada, em termos de \underline{y} :

$$J(\underline{y}) = [\underline{z} - \underline{h}(\underline{x}_0 + B\underline{y})]^T R^{-1} [\underline{z} - \underline{h}(\underline{x}_0 + B\underline{y})] \quad (3.17)$$

onde \underline{x}_0 e B são dados pelas equações (3.11) e (3.15), respectivamente.

Supondo-se o vetor das funções que relaciona as quantidades medidas com as variáveis de estado do sistema, $\underline{h}(\cdot)$,

como sendo linear ou linearizado no ponto ~~em que se calcula~~ o mínimo da função custo J podemos escrever esta última...

$$J(\underline{y}) = [\underline{z} - H(\underline{x}_0 + B\underline{y})]^T V^{-1} [\underline{z} - H(\underline{x}_0 + B\underline{y})] \quad (3.18)$$

onde H é a matriz ($m \times n$) dos coeficientes de relação entre as quantidades medidas e as variáveis de estado do Sistema linearizado.

Para efeito de simplificação formal da expressão (3.18), define-se:

$$\underline{w} \triangleq \underline{z} - H \underline{x}_0 \quad (3.19)$$

$$e \quad M = H \cdot B = H \cdot Q_2^T \quad (3.20)$$

Reescrevendo-se a função custo da expressão (3.18) com as definições acima, tem-se:

$$J(\underline{y}) = [\underline{w} - M\underline{y}]^T R^{-1} [\underline{w} - M\underline{y}] \quad (3.21)$$

Assim sendo, a minimização da função custo da equação (3.21), fornecerá o valor de \underline{y} que é a incógnita da expressão da solução geral dada pela equação (3.16). Esta minimização é feita segundo métodos de mínimos quadrados, sendo que, para isto o presente trabalho utiliza o método ortogonal seqüencial de Givens, que é também usado para obter a solução geral das equações de restrição.

Para maiores detalhes, ver seção 3.4.

Em resumo, o problema de incorporação de restrições de igualdade ao problema de mínimos quadrados se reduz à solução de duas equações: a equação (3.16), onde \underline{y} é um vetor arbitrário indefinido, que será calculado através de solução de mínimos quadrados do problema cuja função custo é dada pela equação (3.21) usando métodos ortogonais.

As matrizes Q_1 , Q_2 , e R são obtidas durante o processo de redução da matriz G^T , conforme a equação (3.6), (para maiores detalhes, ver seção (3.4)). Os valores de \underline{w} e M são dados pelas equações (3.19) e (3.20).

3.4 - Considerações sobre as Vantagens da Modelagem do Problema, Usando o Método de Givens

Conforme descrito na seção 2.4.3, o método de Givens aplica as rotações sobre as linhas da matriz do modelo de medição de forma seqüencial, (ao contrário de outros métodos onde as medições são processadas simultaneamente), e isto o torna muito vantajoso sob vários aspectos, entre eles o da detecção e remoção de erros grosseiros. Além disto, o fato de ser ortogonal faz dele um método robusto, numericamente [23].

No caso específico da incorporação de restrições de igualdade ao problema de mínimos quadrados usando métodos ortogonais, há uma nítida vantagem em se utilizar as rotações de Givens.

Conforme visto na seção 3.2, tem-se necessidade de formar a matriz ortogonal Q , que conforme a equação (3.9) é particionada em Q_1 e Q_2 . Através destas sub-matrizes obtem-se \underline{x}_0 , vetor de mínima norma euclidiana, que é solução do sistema de equações de restrição da equação (3.1), conforme a expressão da equação (3.11); e B , de acordo com a expressão da equação (3.15). De posse desses valores, obtem-se a solução geral do sistema de equações de restrição, conforme a equação (3.2).

À medida que se processa a triangularização de G^T , conforme a equação (3.6), forma-se as matrizes Q_1 e Q_2 , as quais podem ser encaradas como produto de matrizes elementares que representam cada rotação aplicada.

As sub-matrizes Q_1 e Q_2 são formadas ao mesmo tempo em que se processa cada nova linha.

As rotações aplicadas a uma nova linha serão incorporadas a Q_1 ou a Q_2 segundo o seguinte critério: se a linha, após sofrer rotações, for totalmente absorvida pela matriz triangular superior em formação (ver equação (3.6), as rotações sofridas por esta linha integrarão Q_1 . Por outro lado, se a linha em questão for redundante com algumas das linhas anteriormente processadas (e assim contribuir para a soma dos quadrados dos resíduos) as rotações correspondentes a ela integrarão a matriz Q_2 .

Na prática, o que se faz é aplicar as rotações de Gi-

vens a matriz aumentada $[G^T \vdots I]$, onde I é a matriz identidade de ordem n , resultando esse processo em:

$$Q [G^T \vdots I] = \begin{bmatrix} R & | & Q_1 \\ 0 & | & Q_2 \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

onde a matriz nula é $(n-r) \times r$

A partir das matrizes R , Q_1 , Q_2 , obtêm-se facilmente \underline{x}_0 da equação (3.1) e \underline{w} da equação (3.19). A matriz M da equação (3.20) é calculada sem necessidade de fazer a transposição da sub matriz Q_2 , para o cálculo de B , uma vez que H , na equação (3.20) é pós multiplicada por B , e as colunas B são as linhas de Q_2 .

Uma vez que, de posse desses vetores e matrizes, a formulação do problema de mínimos quadrados, usando a função objetiva (ou função custo) da equação (3.21), está concluída. Tem-se aí um problema de mínimos quadrados convencional a ser resolvido.

Como se vê, o método de Givens, por sua característica seqüencial e por processar as rotações por linha, é conveniente na formação da matriz ortogonal Q , particionada em Q_1 e Q_2 .

A versão do Método de Givens sem raízes quadradas, conforme foi proposta por Gentleman [14] e generalizada por Hammarling [16], tem a vantagem ainda de contornar os cálculos onerosos das raízes quadradas do método original, sem perder as características de robustez das transformações ortogonais tais como as reflexões de Householder [22] e outras. É esta a versão utilizada, no presente trabalho.

3.5 - Extensão do Problema para o Caso de EESP Iterativa Usando o Método de Givens

O modelo de medição para o problema de EESP é dado por:

$$\underline{z} = \underline{h}(\underline{\bar{x}}) + \underline{n} \quad (3.23)$$

$$\begin{aligned} E\{\underline{n}\} &= 0 \\ E\{\underline{n}\underline{n}^T\} &= \underline{v} \end{aligned} \quad (3.24)$$

- \underline{z} - Vetor dos valores medidos, de dimensão (mx1)
- $\underline{h}(\cdot)$ - Função vetorial não-linear relacionando as quantidades medidas e os estados, de dimensão (mx1)
- $\underline{\hat{x}}$ - Vetor de estados a ser estimado, de dimensão (nx1)
- $\underline{\eta}$ - Vetor aleatório de média zero representando os erros de medição, de dimensão (mx1)
- $E\{\cdot\}$ - Operador Valor Esperado
- V - Matriz de covariância dos erros de medição, de dimensão (mxm)
- m - Número de quantidades medidas no sistema
- n - Dimensão do vetor de estados = $2N - 1$
- N - Número de barras do sistema

Supondo que o número de injeções nulas no sistema seja r , as equações de restrição de igualdade são escritas como:

$$\underline{g}(\underline{\hat{x}}) = \underline{0} \quad (3.25)$$

onde:

- $\underline{g}(\cdot)$ - Função vetorial não-linear relacionando o somatório de injeções com os estados (rx1)
- $\underline{0}$ - Vetor nulo, de dimensão (rx1)

Para resolver o problema através de métodos lineares, é necessário que se efetue a linearização dos modelos, trabalhando-se com valores incrementais. Utilizando-se a expansão de Taylor em torno de um ponto para os modelos de medição e desprezando-se os termos de 2ª ordem, o modelo linearizado fica sendo [15]:

$$\Delta \underline{z} = H(\underline{\hat{x}}^k) \Delta \underline{\hat{x}} + \underline{\eta} \quad (3.26)$$

$$E\{\underline{\eta}\} = \underline{0}$$

$$E\{\underline{\eta} \underline{\eta}^T\} = V$$

(3.27)

e a função objetiva (ou função custo) a ser minimizada após a li-

nearização passa a ser, para cada passo de iteração:

$$J(\Delta \underline{\hat{x}}) = [\Delta \underline{z} - H(\underline{\hat{x}}^k) \Delta \underline{\hat{x}}]^T V^{-1} [\Delta \underline{z} - H(\underline{\hat{x}}^k) \Delta \underline{\hat{x}}] \quad (3.28)$$

onde, por definição:

$$\Delta \underline{z} = \underline{z} - \underline{h}(\underline{\hat{x}}^k) \quad (3.29)$$

$$\Delta \underline{x} = \underline{\hat{x}} - \underline{\hat{x}}^k \quad (3.30)$$

$$H(\underline{\hat{x}}^k) = \frac{\partial h(\underline{\hat{x}})}{\partial \underline{\hat{x}}} \Bigg|_{\underline{\hat{x}} = \underline{\hat{x}}^k} - \text{Matriz Jacobiana das medições (m \times n)} \quad (3.31)$$

Da mesma forma para as equações de restrição linearizadas em torno de um ponto, tem-se:

$$G(\underline{\hat{x}}^k) \Delta \underline{\hat{x}} = \Delta \underline{b} \quad (3.32)$$

onde por definição:

$$\Delta \underline{b} \triangleq \underline{b} - \underline{g}(\underline{\hat{x}}^k) \quad (3.33)$$

$$e \quad G(\underline{\hat{x}}^k) \triangleq \frac{\partial \underline{g}(\underline{\hat{x}})}{\partial \underline{\hat{x}}} \Bigg|_{\underline{\hat{x}} = \underline{\hat{x}}^k} - \text{Matriz Jacobiana das restrições (r \times n)} \quad (3.34)$$

Convém observar que $\underline{\hat{x}}^k$ é o vetor de estado estimado em torno do qual se fez a linearização das equações não-lineares .. (3.23) e (3.25).

Em cada iteração, trata-se portanto de resolver um problema de mínimos quadrados com restrições lineares, da maneira como foi abordada na seção 3.2 e onde a matriz $G(\underline{\hat{x}}^k)$ desempenha o mesmo papel da matriz G da equação (3.1) . O vetor incremental de estados $\Delta \underline{\hat{x}}$ pode ser então obtido a partir da seguinte equação:

$$\Delta \underline{\hat{x}} = \Delta \underline{\hat{x}}_0 + B \Delta \underline{\hat{y}}_0 \quad (3.35)$$

que é análoga à equação (3.2), onde se aplica a equação (3.15).

Assim, o vetor $\Delta \underline{x}_0$ é calculado conforme a equação (3.11) ou seja:

$$\Delta \underline{x}_0 = Q_1^T R^{-T} \Delta \underline{b} \quad (3.36)$$

$\Delta \underline{x}_0$ é a solução incremental de mínima norma euclidiana para as equações de restrição.

O vetor $\Delta \underline{y}_0$ é obtido através da minimização de uma função custo construída analogamente àquela da equação (3.21), e que é dada por:

$$J(\Delta \underline{y}) = [\Delta \underline{w} - M(\underline{\bar{x}}^k) \Delta \underline{y}]^T V^{-1} [\Delta \underline{w} - M(\underline{\bar{x}}^k) \Delta \underline{y}] \quad (3.37)$$

onde:

$$M(\underline{\bar{x}}^k) = H(\underline{\bar{x}}^k) B \quad (3.38)$$

$$\Delta \underline{w} = \Delta \underline{z} - M(\underline{\bar{x}}^k) \Delta \underline{x}_0 \quad (3.39)$$

e

$$B = Q_2^T \quad (3.40)$$

À semelhança do método apresentado na seção 3.2, trata-se de determinar uma sequência de rotações de Givens, representadas pela matriz \tilde{T} , tal que (ver equações (2.33) a (2.34)):

$$\tilde{T} \cdot M(\underline{\bar{x}}^k) = \begin{bmatrix} \tilde{U} \\ - \\ 0 \\ - \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

$$\tilde{T} \cdot \Delta \underline{w} = \begin{bmatrix} \tilde{c} \\ - \\ \tilde{d} \\ - \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

o vetor $\Delta \underline{y}_0$ será então obtido como solução do sistema triangular:

$$\tilde{U} \Delta \underline{y}_0 = \tilde{c} \quad (3.43)$$

Finalmente, o algoritmo iterativo é dado por:

$$\underline{\bar{x}}^{k+1} = \underline{\bar{x}}^k + \Delta \underline{\bar{x}} \quad (3.44)$$

onde $\Delta \hat{\underline{x}}$ é a solução completa de uma iteração do problema, obtida a partir dos resultados de $\Delta \underline{x}_0$ e $\Delta \hat{\underline{y}}_0$, conforme a equação (3.35)
 $\Delta \hat{\underline{x}} = \Delta \underline{x}_0 + B \Delta \hat{\underline{y}}_0$, onde, $B = Q_2^T$.

Para teste de convergência do problema, usa-se o critério de uma tolerância limite " ϵ ", estipulada previamente. Para haver convergência é necessário que o maior valor absoluto dos componentes do vetor $\Delta \hat{\underline{x}}$ seja menor ou igual que ϵ , ou seja:

$$\max_i | \Delta \hat{x}_i | \leq \epsilon \quad (2.17)$$

3.6 - Fluxograma do Algoritmo de EESP com Restrições de Igualdade pelo Método Seqüencial de Givens

Para o fluxograma, ver página seguinte.

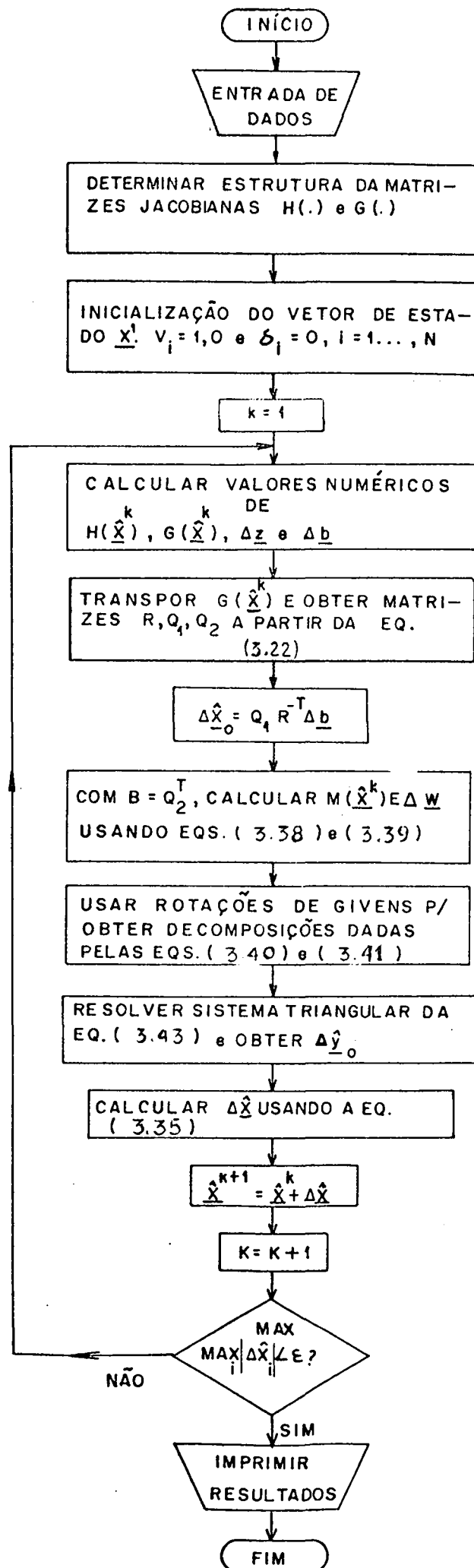


FIGURA.3.1-FLUXOGRAMA DO ALGORITMO DE EESP COM RESTRIÇÕES DE IGUALDADE.

C A P Í T U L O I V

RESULTADOS NUMÉRICOS

4.1 - Introdução

Para a aferição da técnica de estimação de estados via transformações sequenciais de Givens com a incorporação de Restrições de Igualdade, conforme proposto no Capítulo III, fez-se uma série de testes comparativos com a técnica clássica de estimação de estados, ou seja, a da equação normal em que as injeções nulas de potência são tratadas como pseudomedidas. Ambos os métodos são implementados, levando-se em conta a esparsidade das matrizes envolvidas. Além disso, para que a comparação realizada seja compatível e válida, a mesma precisão numérica (precisão dupla) é utilizada nos dois casos.

A técnica proposta foi implementada inserindo-se, em um programa existente de estimação de estados utilizando transformações de Givens, rotinas para o processamento de restrições de igualdade.

Os resultados preliminares foram obtidos para um sistema teste de cinco barras extraído da referência [32], modificado para sete barras pela inclusão de duas barras de injeção nula (sistema A). Dividiu-se as linhas do sistema original, que se encontravam entre as barras 2-4 e 2-5, em outras duas com iguais características, conectadas através de barras de injeção nula. Os demais sistemas utilizados para a aferição foram: IEEE - quatorze barras, adaptado para dezesseis barras pelos mesmos motivos e da mesma maneira que o sistema anteriormente descrito (sistema B); AEP trinta barras (sistema C) e Eletrosul - quarenta e oito barras (sistema D).

Para maiores detalhes quanto aos sistemas-teste, ver as seções subsequentes deste capítulo e Apêndice.

Os testes visam, em síntese, a avaliação da precisão e da rapidez de convergência do método proposto. Utiliza-se para is

to os seguintes programas:

- 1) Estimacão de estados pelo método da Equacão Normal;
- 2) Estimacão de estados via transformacões de Givens, com restricões de igualdade;
- 3) Cálculo de Fluxo de Potência via Newton-Raphson - este programa é usado para gerar os casos que serão estudados e fornecerá a referênciã para aferiçã de precisã das estimativas;
- 4) Programa para simulacão de medidas - superpõe erros, aleatõrios com distribuicão normal sobre os valores das quantidades obtidas do programa de fluxo de potência.

Os mesmos planos de mediçã são utilizados, tanto para a tãcnica de estimacão pela equacão normal usando pseudomedidas, para representar as injeções nulas, quanto para a tãcnica ortogonal proposta em que as injeções nulas são tratadas como restricões de igualdade. Tomou-se o cuidado de fazer com que os valores de cada medida fosse o mesmo nos dois casos. A precisã dos medidores também é a mesma para os dois métodos: 2% para medidores de potência e 1% para medidores de tensã.

Quanto a ponderacão atribuída às medidas, adotou-se nos dois métodos, pesos unitãrios para todas as medidas, com exceçã das pseudomedidas no método sem restricões de igualdade, cujos pesos são variãveis. A variaçã da ponderacão das pseudomedidas visa observar o desempenho do método sem restricão de igualdade, quanto as pseudomedidas são tratadas como altamente confiãveis, ou seja, quando o peso a elas atribuído é relativamente e levado.

Para o teste de convergência, adotou-se a mesma tolerância para o maior incremento de magnitude de tensã e ângulo do vetor de estados para os dois métodos, igual a 1.0×10^{-3} .

Os quatro sistemas testados são apresentados na tabela 4.1, quanto às suas característicãs gerais:

Tabela 4.1 - Características gerais dos sistemas - teste.

Sistema	N	m	Nr	r
A	7	19	2	4
B	17	54	5	9
C	30	77	8	14
D	48	177	8	13

N - número de barras

m - número de medidas

Nr - número de barras com ao menos uma injeção nula

r - número de injeções nulas (= restrições de igualdade).

4.2 - Apresentação dos Resultados

4.2.1 - Sistema de Sete Barras.

Foram feitas desenhove medições, mais quatro pseudomediadas de injeção nula. Observou-se, em todas as estimativas, os valores das injeções para as barras de injeção nula, e estes resultados estão na Tabela 4.2. Para o plano de medição, ver Apêndice.

Tabela 4.2 - Resultados para o Sistema de Sete Barras.

		Givens c/ Restrição de Igual- dade.	Equação Normal			
			w= 10	w= 100	w=1000	w=10000
Iterações p/conver- gência.		3	6	6	6	6
Estimativas p/in- jeções nulas.	P6	1.75×10^{-5}	5.21×10^{-6}	4.82×10^{-7}	-1.45×10^{-8}	-6.44×10^{-8}
	Q6	8.93×10^{-6}	1.22×10^{-5}	1.30×10^{-6}	1.51×10^{-7}	3.52×10^{-8}
	P7	2.83×10^{-5}	4.79×10^{-4}	4.99×10^{-5}	4.88×10^{-6}	3.62×10^{-7}
	Q7	1.93×10^{-5}	-6.41×10^{-5}	-6.66×10^{-6}	-6.28×10^{-7}	-2.12×10^{-8}

w - peso atribuído às pseudomedidas de injeção nula.

Vê-se na Tabela 4.2 que a precisão das estimativas para o método de Equação Normal tende a ser melhor que o método proposto, para $w \geq 100$. No entanto, o método que utiliza restrições de igualdade com rotações de Givens, converge em apenas três iterações, ao passo que o método convencional requer seis iterações para atingir a convergência, como indicado na tabela 4.2.

4.2.2 - Sistema de Dezesete Barras

Para este sistema-teste foram feitas cinquenta e quatro medições e mais nove pseudomedidas de injeção nula (ver Apêndice para o plano de medição). Similarmente ao sistema anterior, levanta-se uma tabela com os valores estimados para todas as injeções nulas. O resultado é mostrado na tabela 4.3, que segue.

Tabela 4.3 - Resultados para o Sistema de Dezesete Barras.

		Givens c/ Restrição de Igual- dade.	Equação Normal			
			w= 10	w= 100	w=1000	w=10000
Iterações p/conver- gência.		4	7	7	7	7
Estimativas para injeções nulas	P7	-1.89×10^{-6}	-2.67×10^{-5}	-2.64×10^{-6}	1.79×10^{-7}	6.81×10^{-8}
	Q7	1.26×10^{-5}	8.73×10^{-8}	1.00×10^{-8}	-2.45×10^{-9}	-3.75×10^{-9}
	P8	4.44×10^{-16}	-2.44×10^{-5}	-2.71×10^{-6}	2.74×10^{-7}	-2.74×10^{-7}
	P15	-2.52×10^{-6}	5.41×10^{-5}	5.24×10^{-6}	2.86×10^{-7}	-2.09×10^{-7}
	Q15	4.24×10^{-6}	1.34×10^{-5}	1.41×10^{-6}	1.91×10^{-7}	6.91×10^{-7}
	P16	-7.67×10^{-7}	8.04×10^{-6}	8.37×10^{-7}	7.98×10^{-8}	3.64×10^{-9}
	Q16	1.98×10^{-6}	6.52×10^{-6}	6.84×10^{-7}	7.08×10^{-8}	9.14×10^{-9}
	P17	-2.45×10^{-10}	1.11×10^{-5}	1.15×10^{-6}	1.12×10^{-7}	8.06×10^{-9}
	Q17	1.20×10^{-10}	9.58×10^{-5}	9.98×10^{-6}	1.02×10^{-7}	1.17×10^{-8}

w - peso atribuído às pseudomedidas de injeção nula.

Pode-se afirmar, da Tabela 4.3 que, no seu conjunto, as estimativas, para $w \leq 100$, apresentam melhor precisão no método proposto. Para valores de $w \geq 100$ e $w \leq 1000$, a precisão do método da equação normal tende a se igualar com a do método proposto, para o conjunto das estimativas. Ainda da Tabela 4.3, para $w \geq 1000$, a precisão do método clássico, de uma maneira geral, tende a ser melhor que a do método proposto, embora três dentre as nove estimativas sejam mais precisas, ainda, para o método proposto, quando $w=10000$. O método proposto convergiu em quatro iterações, enquanto que o

método da Equação Normal, em sete.

4.2.3 - Sistema de Trinta Barras.

Foram realizados testes com um plano de medição que inclui setenta e sete medidas e mais quatorze pseudomedidas de injeção nula. Para o plano de medição, ver Apêndice. Identicamente aos outros sistemas - teste, os valores de injeções nulas de todas as estimativas foram observados e estão na Tabela 4.4, a seguir.

Tabela 4.4 - Resultado para o Sistema de Trinta Barras.

		Givens c/ Restrição de Igual- dade.	Equação Normal			
			w= 10	w= 100	w=1000	w=10000
Iterações p/conver- gência.		4	5	5	5	5
Estimativas para injeções nulas	P6	-1.95×10^{-7}	1.08×10^{-3}	1.10×10^{-4}	1.11×10^{-5}	1.18×10^{-6}
	Q6	4.87×10^{-7}	-2.11×10^{-4}	2.17×10^{-5}	-2.49×10^{-6}	-5.67×10^{-7}
	P9	8.37×10^{-8}	3.06×10^{-4}	3.26×10^{-5}	3.32×10^{-6}	3.75×10^{-7}
	Q9	3.40×10^{-7}	-4.37×10^{-5}	-4.57×10^{-6}	-4.65×10^{-7}	-5.21×10^{-8}
	P11	2.22×10^{-16}	2.80×10^{-4}	3.24×10^{-5}	3.29×10^{-6}	3.30×10^{-7}
	P13	2.22×10^{-16}	1.76×10^{-4}	1.93×10^{-5}	1.95×10^{-6}	1.96×10^{-7}
	P22	-9.01×10^{-9}	3.42×10^{-4}	3.60×10^{-5}	3.63×10^{-6}	3.77×10^{-7}
	Q22	3.37×10^{-8}	-2.67×10^{-5}	-2.90×10^{-6}	-2.89×10^{-7}	-2.54×10^{-8}
	P25	2.01×10^{-7}	-1.26×10^{-4}	-1.23×10^{-5}	-1.22×10^{-6}	-1.12×10^{-7}
	Q25	3.93×10^{-7}	-3.14×10^{-5}	-3.41×10^{-6}	-3.41×10^{-7}	-3.03×10^{-8}
	P27	2.95×10^{-7}	-6.61×10^{-6}	4.64×10^{-7}	1.44×10^{-7}	1.00×10^{-7}
	Q27	2.34×10^{-8}	-2.69×10^{-5}	-2.81×10^{-6}	-9.85×10^{-7}	1.76×10^{-7}
	P28	-6.58×10^{-8}	6.82×10^{-4}	7.17×10^{-5}	7.14×10^{-6}	6.46×10^{-7}
	Q28	1.09×10^{-7}	-2.12×10^{-5}	-2.68×10^{-5}	-3.82×10^{-7}	-1.48×10^{-7}

w - peso atribuído às pseudomedidas de injeção nula.

Neste caso, conforme a Tabela 4.4, vê-se que, para qualquer valor de w , a precisão das estimativas do método proposto é melhor que a do método da equação normal, tomando as estimativas no seu conjunto. Com o aumento do valor de ponderação w , a precisão das estimativas do método da equação normal tende a melhorar.

O método proposto convergiu em quatro iterações, enquanto que o método da equação normal, em cinco.

4.2.4 - O Sistema de Quarenta e Oito Barras

Este sistema foi testado com um plano de medição que incluiu cento e setenta e sete medidas, mais treze pseudomedidas de injeção nula (ver Apêndice). Identicamente aos demais, foram observados os valores de injeção nula para todas as estimativas. O resultado está na Tabela 4.5, a seguir.

Tabela 4.5 - Resultados para o Sistema de quarenta e oito Barras.

		Givens c/ Restrição de Igual- dade.	Equação Normal			
			w = 10	w = 100	w = 1000	w = 10000
Iterações p/ conver- gência.		5	4	4	4	4
Estimativas para injeções nulas	P11	-1.78×10^{-7}	1.84×10^{-2}	2.192×10^{-3}	3.164×10^{-4}	1.259×10^{-4}
	P12	-5.821×10^{-9}	1.487×10^{-3}	1.973×10^{-4}	2.606×10^{-5}	8.413×10^{-6}
	Q12	4.144×10^{-9}	2.423×10^{-4}	2.195×10^{-5}	-2.462×10^{-5}	-4.929×10^{-6}
	P18	1.845×10^{-6}	5.344×10^{-3}	5.118×10^{-3}	5.095×10^{-3}	5.093×10^{-3}
	Q18	4.771×10^{-6}	3.684×10^{-4}	5.128×10^{-4}	5.272×10^{-4}	5.287×10^{-4}
	P19	-1.087×10^{-7}	2.517×10^{-4}	2.158×10^{-4}	2.123×10^{-4}	2.119×10^{-4}
	Q19	1.608×10^{-8}	8.283×10^{-5}	8.069×10^{-4}	8.049×10^{-5}	8.047×10^{-5}
	P22	-2.639×10^{-7}	9.910×10^{-3}	1.251×10^{-3}	2.366×10^{-4}	1.335×10^{-4}
	Q22	1.496×10^{-7}	-3.713×10^{-4}	-6.149×10^{-5}	-3.317×10^{-5}	-3.037×10^{-5}
	P30	2.461×10^{-8}	5.909×10^{-5}	6.125×10^{-5}	6.147×10^{-5}	6.149×10^{-5}
	Q30	1.096×10^{-8}	2.868×10^{-5}	2.784×10^{-5}	2.774×10^{-5}	2.773×10^{-5}
	P32	-8.261×10^{-8}	2.167×10^{-2}	2.507×10^{-3}	2.970×10^{-4}	7.253×10^{-5}
	P40	-1.293×10^{-7}	-6.764×10^{-3}	5.088×10^{-4}	6.211×10^{-5}	1.185×10^{-4}

w - peso atribuído às pseudomedidas de injeção nula.

O método da equação normal, ao contrário dos outros exemplos, converge mais rapidamente que o método proposto. A di-

ferença é de uma iteração. Quanto à precisão das estimativas, no entanto, para todos os valores de w testados, ela é algumas ordens maior para a técnica proposta, em relação ao método clássico. Vê-se, ainda na Tabela 4.5, que, à medida em que se aumenta a ponderação das pseudomedidas de injeção nula para o método clássico, a precisão das estimativas destas injeções aumenta, porém não na mesma proporção, do aumento de w . Há casos, inclusive, de estimativas cuja precisão regride com o crescimento de w , em toda a faixa da sua variação.

4.3 - Considerações Gerais sobre os Resultados

Observou-se, do conjunto dos resultados obtidos de quatro sistemas - teste de portes distintos (ver Apêndice), duas características de desempenho, fundamentalmente, para a técnica que utiliza restrições de igualdade, e para o método clássico que faz uso de pseudomedidas no tratamento de injeções nulas:

1) Precisão - medida em termos da proximidade de zero das estimativas de injeção nula.

2) Rapidez de convergência - medida em termos do número de iterações para a convergência.

Há casos, como no sistema de sete barras e no sistema de dezessete barras, em que, para valores elevados de w , o método clássico tende a igualar-se e mesmo a superar a técnica proposta, em precisão. No entanto, nestes dois casos, o método clássico requer três iterações a mais, para convergir, do que o necessário para a técnica proposta.

Para o sistema de trinta barras, tanto precisão quanto rapidez de convergência são maiores, para a técnica proposta, se já qualquer o valor de w .

No caso do sistema de quarenta e oito barras, o método clássico requer uma iteração a menos, para convergir, do que o necessário para a técnica proposta. Em contrapartida, a precisão das estimativas do método proposto é várias ordens de grandeza maior que as estimativas mais precisas do método clássico. Com base nestas características, para o conjunto dos resultados obti-

dos, é válido dizer que a técnica proposta, de uma maneira geral, converge mais rapidamente e é mais precisa que o método clássico.

C A P Í T U L O V

CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS.

5.1 - Conclusões Gerais

O trabalho apresentado trata da inclusão de restrições de igualdade no tratamento de injeções nulas no problema de estimação de estados, através de técnicas seqüenciais ortogonais, ou, mais especificamente, das rotações de Givens. As vantagens dos métodos ortogonais foram analisadas, e o problema das restrições de igualdade foi formulado, utilizando-se também técnicas ortogonais no tratamento de suas matrizes. Obteve-se, finalmente, um algoritmo que realiza a técnica proposta, o qual resolve o problema em duas etapas. Primeiro, a solução geral do sistema de equações de restrição linearizado é obtida; em seguida a solução particular que minimiza a função custo de mínimos quadrados é encontrada. Foram realizados testes com quatro sistemas de potência, através dos quais o desempenho da técnica proposta foi comparado ao método clássico de estimação de estados que é baseado na equação normal e que as injeções nulas são tratadas como pseudomedidas. Os resultados demonstram com clareza as vantagens do método proposto. Visto de um outro ponto de vista, que não o do desempenho, a técnica proposta possibilita a iteração entre a estimação de estados via técnicas seqüenciais ortogonais, que são conhecidas pela sua robustez numérica, e outros problemas que se utilizam de restrições de igualdade na sua resolução. Para ilustrar, pode-se falar da estimação de estados em sistemas com elos de corrente contínua, onde o uso de restrições de igualdade consiste num dos passos do problema [33]. A inclusão de restrições de igualdade na estimação de estados usando técnicas ortogonais é, portanto, mais uma ferramenta no tratamento de problemas de determinação do estado de sistemas elétricos de potência.

Os resultados aqui apresentados mostram que o método proposto é confiável, indicando que um maior esforço de pesquisa

deve ser empreendido para se investigar problemas tais como aqueles em que a quantidade de injeções nulas é relativamente grande no sistema.

Estuda-se, neste trabalho, o tratamento de injeções nulas como restrições de igualdade, na estimação de estados em sistemas de potência. No entanto, teoricamente, pode-se ampliar o âmbito das restrições de igualdade para outros dados do sistema, em função do plano de medição e das leis básicas de circuitos elétricos.

5.2 - Sugestões para Futuros Trabalhos

Há um caminho a ser tentado no desenvolvimento da técnica apresentada neste trabalho, que é o de usar equações de injeção de corrente ao invés de equações de injeção de potência, como restrições de igualdade. A vantagem, aí, é a de se trabalhar com equações lineares para o sistema de restrições, evitando-se com isto o cálculo oneroso da matriz Jacobiana das equações de restrição a cada passo, e erros devidos à aproximação das equações não-lineares pelo seu modelo linearizado. Este modelo, baseado em injeções de corrente é adotado por Lopez e Valdez para o caso de estimador tipo "lines-only", utilizado pela AEP [19].

Outra possibilidade de prosseguimento do presente trabalho é a de utilização continuada do método com longo e detalhado levantamento do seu desempenho sob condições diversas, tanto de operação quanto de plano de medição.

A terceira possibilidade é a de investigação quanto à utilização da técnica proposta em algoritmos de estimação de estados para sistemas 3 ϕ com elos de corrente contínua [33], como já mencionado na seção anterior.

O processamento de erros grosseiros quando se modela injeções nulas de potência como restrições de igualdade é outro tópico que merece pesquisa adicional: As restrições funcionam analogamente às pseudomedidas quanto a redundância? Esta questão e outras necessitam ser investigadas.

Como já foi mencionado em 5.1, o âmbito das restrições

de igualdade pode ser ampliado em função dos dados de cada sistema estimado. Este assunto, juntamente com os demais, merece atenção por parte de futuros trabalhos sobre o tema de restrições de igualdade aplicadas à estimação de estado em sistemas de potência.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] - GOLUB, G. ; (1965). "Numerical Methods for Solving Linear Least Squares Problems", Numer. Math. Vol. 7: 206 - 216
- [2] - SCHWEPPE, F. C. & WILDES, J. & ROM, D; (1968). "Power System Static State Estimation", Power Syst. Eng. Group, M. I.T. Rep. 10.
- [3] - POWELL, H. J. D. & REID, J. K.; (1968). "On Applying Householder Transformations to Linear Least Squares Problems", Proc. IFIP Congress: 122 - 126.
- [4] - HANSON, R.J. & LAWSON, C. L.; (1969). "Extensions and Applications of the Householder Algorithm for Solving Linear Least Squares Problems", Math. Comput. nº 23; 787 - 812.
- [5] - SCHWEPPE, F. C. & WILDES, J.; (1970). "Power System Static State Estimation, Part I: Exact Model", IEEE Trans. on PAS, Vol. PAS-89, Nº 1: 120 - 125
- [6] - SCHWEPPE, F. C. & ROM, D. B.; (1970). "Power System Static State Estimation, Part II: Approximate Model", IEEE Trans. on PAS, Vol. PAS-89, Nº: 125 - 130.
- [7] - SCHWEPPE, F. C.; (1970). "Power System Static-State Estimation, Part III: Implementation", IEEE Trans on PAS, Vol. PAS-89, Nº 1: 130 - 135
- [8] - LARSON, R. E. & TINNEY, W. F. & PESCHON, J.; (1970). "State Estimation in Power Systems, Part I: Theory and Feasibility", IEEE Trans. on PAS, Vol. PAS-89, Nº 3: 345 - 352.
- [9] - LARSON, R. E. & TINNEY, W. F. & HAJDU, L. P. & PIERCY, D. S.; (1970). "State Estimation in Power Systems, Part

II: Implementation and Applications", IEEE Trans. on PAS, Vol. PAS-89, N^o 3: 353 - 363.

- [10] - DOPAZO, J. F. & KLITIN, O. A. & STAGG, G. W. & VANSLYCK, L. S.; (1970). "State Calculation of Power Systems from Line Flow Measurements", IEEE Trans. Power App. Syst., Vol. PAS - 89: 1698 - 1708.
- [11] - MERRILL, H. M. & SCHWEPPE, F. C.; (1971). "Bad Data Suppression in Power System Static State Estimation", IEEE Summer Meeting and International Symposium on High Power Testing: 2718 - 2725.
- [12] - SYRBE, M. & BACHER, F.; (1971). "The Role of the Human Operator in System Control", Proceedings of the Symposium on Real Time Control of Electric Power Systems, Elvisier Publishing Company.
- [13] - HANDSCHIN, E.; (1972). "Real Time Data Processing Using State Estimation in Electric Power Systems", em Real Time Control of Electric Power Systems, Amsterdam, The Netherlands: Elsevier, Capítulo 2..
- [14] - GENTLEMAN, W. M.; (1973). "Least-Squares Computations by Givens Transformations Without Square Roots", Journal of Inst. Maths. Applics., N^o 12: 329 - 336.
- [15] - SCHWEPPE, F. C. & HANDSCHIN, E. J.; (1974). "Static State Estimation in Electric Power Systems", Proc. of IEEE, Vol. 62, N^o 7: 972 - 982.
- [16] - HAMMARLING, S., (1974). "A note on Modifications to the Givens Plane Rotations", Journal of the Inst. Math. Applics., N^o 13: 215 - 218.
- [17] - DY LIACCO, T. E.; (1977). "An Overview of Power Systems Control Centers", IEEE Tutorial Course, Energy Control Center Design: 5 - 16.

- [18] - ASCHMONEII, F. C.; (1977). "State Estimation with Equality Constrains", Power Industry Computer Applications Conference: 427 - 430.
- [19] - VALDÉS, E. A. & MUTH, M. M. & LÓPEZ, R. L.; (1978). "Modificación al Método de Estimación de Estado de la AEP para el Procesamiento de Nodos de Inyección Cero " IEEE México Section Conference: 1 - 8.
- [20] - GARCIA, A. MONTICELLI A. & ABREU, P.;(1979)."Fast Decoupled State Estimation and Bad Data Processing", IEEE Trans. on PAS, Vol. PAS-98, Nº 5: 1645 - 1652.
- [21] - SIMÕES COSTA, A. J. A.; (1982). "Power System State Estimation: Orthogonal Methods for Estimation and Bad Data Processing, and Techniques for Topological Observability", Tese de Ph. D., University of Waterloo, Waterloo, Ontário, Canadá.
- [22] - SIMÕES COSTA, A. J. A. & QUINTANA, V. H.; (1981). "A Robust Numerical Technique for Power System State Estimation", IEEE Trans. on PAS, Vol. PAS - 100, Nº 2: 691 - 698.
- [23] - SIMÕES COSTA, A. J. A. & QUINTANA, V. H.; (1981). "An Orthogonal Row Processing Algorithm for Power System Sequential State Estimation", IEEE Trans. on PAS, Vol. PAS-100, Nº 8: 3791 - 3800.
- [24] - QUINTANA, V. H. & SIMÕES COSTA, A. J. A. & MIER, M.; (1982) "Bad Data Detection and Identification Techniques Using Estimation Orthogonal Methods", IEEE Trans. on PAS, Vol. PAS-101, Nº 9: 3356 - 3364.
- [25] - SIMÕES COSTA, A. J. A. & SALGADO, R. & QUINTANA, V. H. ; (1982). "Técnicas de Processamento de Erros Grosseiros Para Estimadores de Estado Seqüenciais Ortogonais em Sistemas de Potência", Anais do 4º Congresso Brasileiro

de Automática, Campinas, SP., Vol. 2: 467 - 472.

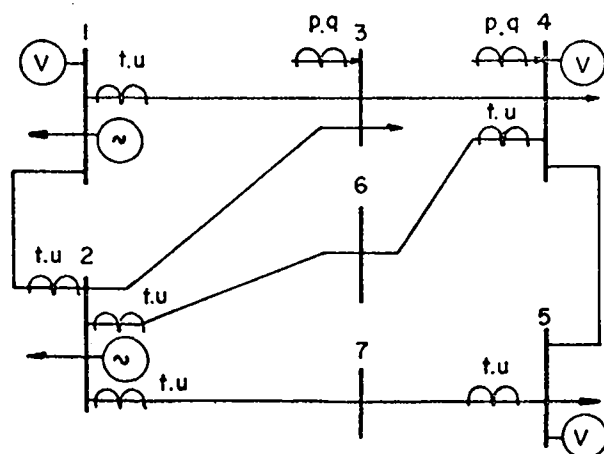
- [26] - SIMÕES COSTA, A. J. A. & SALGADO, R.; (1983). "Bad Data Recovery for Orthogonal Row Processing State Estimators", apresentado no Internacional Symposium on Control Applications to Power System Security, Florença, Itália.
- [27] - MONTICELLI, A. & GARCIA, A.; (1983). "Reliable Bad Data Processing for Real-Time State Estimation", IEEE Trans. on PAS, Vol. PAS-102, Nº 5: 1126 - 1139.
- [28] - KOTINGA, W. W. & VIDYASAGAR, M.; (1982). "Bad Data Rejection Properties of Weighted Least Absolute Value Techniques Applied to State Estimation", IEEE Trans. on PAS, Vol. PAS.101, Nº 4: 844 - 853.
- [29] - FALCÃO, D. M. & COOKE, P. A. & BRAMELLER, A.; (1982). "Power System Tracking State Estimation and Bad Data Processing", IEEE Trans. on Power App. and Syst., Vol. PAS 101, Nº 2: 325 - 333.
- [30] - GUIMARAES JR, S.C.; (1983). "Técnicas Ortogonais Seqüenciais Associadas a Estimadores de Estado Desacoplados Rápidos em Sistemas de Potência", Tese de Mestrado. Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC.
- [31] - CHEN, C. T.; (1970). "Introduction to Linear System Theory", Holt, Rinehart and Winston, Inc.
- [32] - STAGG, G. W. & EL-ABIAD, A. H.; (1968). "Computer Methods in Power System Analysis", Mc Graw-Hill, Inc.
- [33] - SIRISENA, H. R. & BROW, E. P. M.; (1981). "Inclusion of HVDC links in AC Power System State Estimation", IEE Proc., Vol. 128, Part. C, Nº 3: 147 - 154.

A P E N D I C E

DIAGRAMAS UNIFILARES E PLANOS DE MEDIÇÃO DOS SISTEMAS USADOS NOS TESTES

1 - Sistema de Sete Barras

O sistema de sete barras e nove linhas foi utilizado na obtenção dos resultados preliminares dos testes da técnica de tratamento de injeções nulas como restrições de igualdade através de transformações ortogonais seqüenciais de Givens. Este sistema, mostrado na figura 1, foi obtido da referência [32] e modificado para incluir duas barras de injeção nula. Dividiu-se as linhas do sistema original de cinco barras, que se encontravam entre as barras 2-4 e 2-5, em outras duas de iguais características, conectadas através de barras de injeção nula. Os parâmetros das linhas estão na Tabela 1 e os parâmetros de operação, na Tabela 2.



- $\overbrace{\text{---}}^{\text{p,q}}$ Medida de injeção de potência ativa (p) e ou reativa (q) em barra.
 $\overbrace{\text{---}}^{\text{t,u}}$ Medida de fluxo de potência ativa (t) e ou reativa (u) em linha.
 $\text{---}(\text{V})$ Medida de magnitude de tensão.

Figura 1 - Diagrama unifilar e plano de medição para o Sistema de Sete Barras.

Tabela 1 - Parâmetros de Linhas para o Sistema de Sete Barras e Nove Linhas

LINHA	DA BARRA	PARA BARRA	RESISTÊNCIA SÉRIE	REATÂNCIA SÉRIE	SUSCEPTÂNCIA SHUNT TOTAL
1	1	2	0.0200	0.0600	0.0600
2	1	3	0.0800	0.2400	0.0500
3	2	3	0.0600	0.1800	0.0200
4	2	6	0.0300	0.0900	0.0000
5	2	7	0.0200	0.0600	0.0000
6	3	4	0.0100	0.0300	0.0200
7	4	5	0.0800	0.2400	0.0500
8	4	6	0.0300	0.0900	0.0000
9	5	7	0.0200	0.0600	0.0000

Tabela 2 - Condições de Operação para o Sistema de Sete Barras e Nove Linhas

BARRA	MÓDULO DE TENSÃO	ÂNGULO	POTÊNCIA ATIVA	POTÊNCIA REATIVA
1	1.0600	0.0000	1.2963	0.0032
2	1.0440	-2.7526	0.2000	0.2000
3	1.0202	-4.9508	-0.4500	-0.1500
4	1.0190	-5.2760	-0.4000	-0.5000
5	1.0128	-6.0953	-0.6000	-0.1000
6	1.0312	-3.9991	0.0000	0.0000
7	1.0279	-4.3986	0.0000	0.0000

2 - Sistema de Dezesete Barras

O sistema de dezessete barras e vinte e três linhas foi obtido do sistema de quatorze barras do IEEE, adicionando-se duas barras, da mesma maneira que o sistema de sete barras. Os parâmetros deste sistema estão apresentados na Tabela 3 e as condições de operação sistema, na Tabela 4.

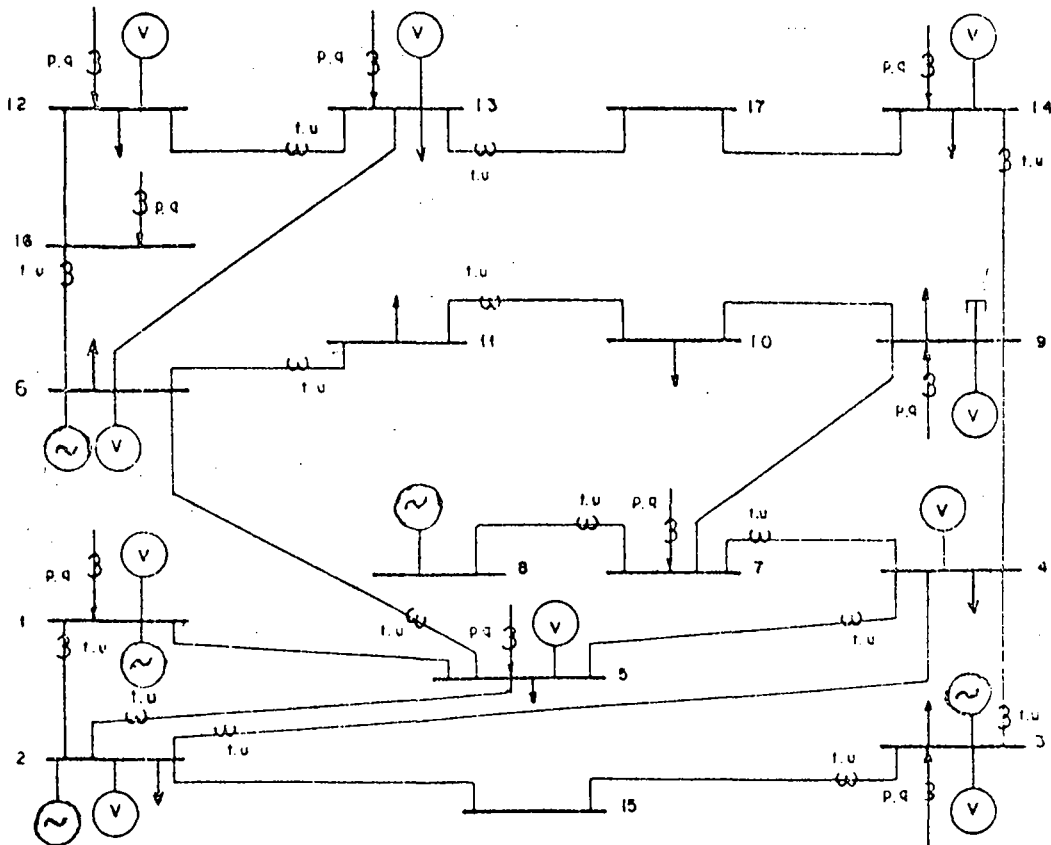


Figura 2 - Diagrama unifilar e plano de medição para o sistema de Dezesete Barras.

Tabela 3 - Parâmetros de Linha para o Sistema de De-
zessete Barras e Vinte e Três Linhas

LINHA	DA BARRA	PARA BARRA	RESISTÊNCIA SÉRIE	REATÂNCIA SÉRIE	SUSCEPTÂNCIA SHUNT TOTAL
1	1	2	0.0194	0.0592	0.0528
2	1	5	0.0540	0.2230	0.0492
3	2	4	0.0581	0.1763	0.0374
4	2	5	0.0570	0.1738	0.0340
5	2	15	0.0235	0.0990	0.0000
6	3	4	0.0670	0.1710	0.0346
7	3	15	0.0235	0.0990	0.0000
8	4	5	0.0134	0.0421	0.0128
9	4	7	0.0000	0.2091	0.0000
10	4	9	0.0000	0.5562	0.0000
11	5	6	0.0000	0.2520	0.0000
12	6	11	0.0733	0.1989	0.0000
13	6	13	0.0662	0.1303	0.0000
14	6	16	0.0614	0.1279	0.0000
15	7	8	0.0000	0.1761	0.0000
16	7	9	0.0000	0.1100	0.0000
17	9	10	0.0318	0.0845	0.0000
18	9	14	0.1271	0.2704	0.0000
19	10	11	0.0821	0.1921	0.0000
20	12	13	0.2209	0.1999	0.0000
21	12	16	0.0615	0.1279	0.0000
22	13	17	0.0855	0.1740	0.0000
23	14	17	0.0855	0.1740	0.0000

Tabela 4 - Condições de Operação para o Sistema de De-
zessete Barras e Vinte e Três Linhas.

BARRA	MÓDULO DE TENSÃO	ÂNGULO	POTÊNCIA ATIVA	POTÊNCIA REATIVA
1	1.0600	0.0000	2.3266	-0.2728
2	1.0450	-4.9392	0.1830	0.0266
3	1.0100	-12.5290	-0.9420	-0.0874
4	1.0444	-10.6200	-0.4780	0.3900
5	1.0443	-9.0771	-0.0760	-0.0160
6	1.0700	-14.7100	-0.1120	0.2684
7	1.0621	-13.7030	0.0000	0.0000
8	1.0900	-13.7030	0.0000	0.1728
9	1.0552	-15.3080	-0.2950	0.0380
10	1.0504	-15.4870	-0.0900	-0.0580
11	1.0566	-15.2290	-0.0350	-0.0180
12	1.0551	-15.5570	-0.0610	-0.0160
13	1.0503	-15.6280	-0.1350	-0.0580
14	1.0351	-16.4480	-0.1490	-0.0500
15	1.0252	-8.6691	0.0000	0.0000
16	1.0625	-15.1300	0.0000	0.0000
17	1.0427	-16.0350	0.0000	0.0000

3 - Sistema de Trinta Barras

O sistema de trinta barras e quarenta e uma linhas é aquele da AEP, e está mostrado na figura 3. Os parâmetros de linhas e transformadores estão mostrados na Tabela 5 e as condições de operação do sistema, na Tabela 6, que segue.

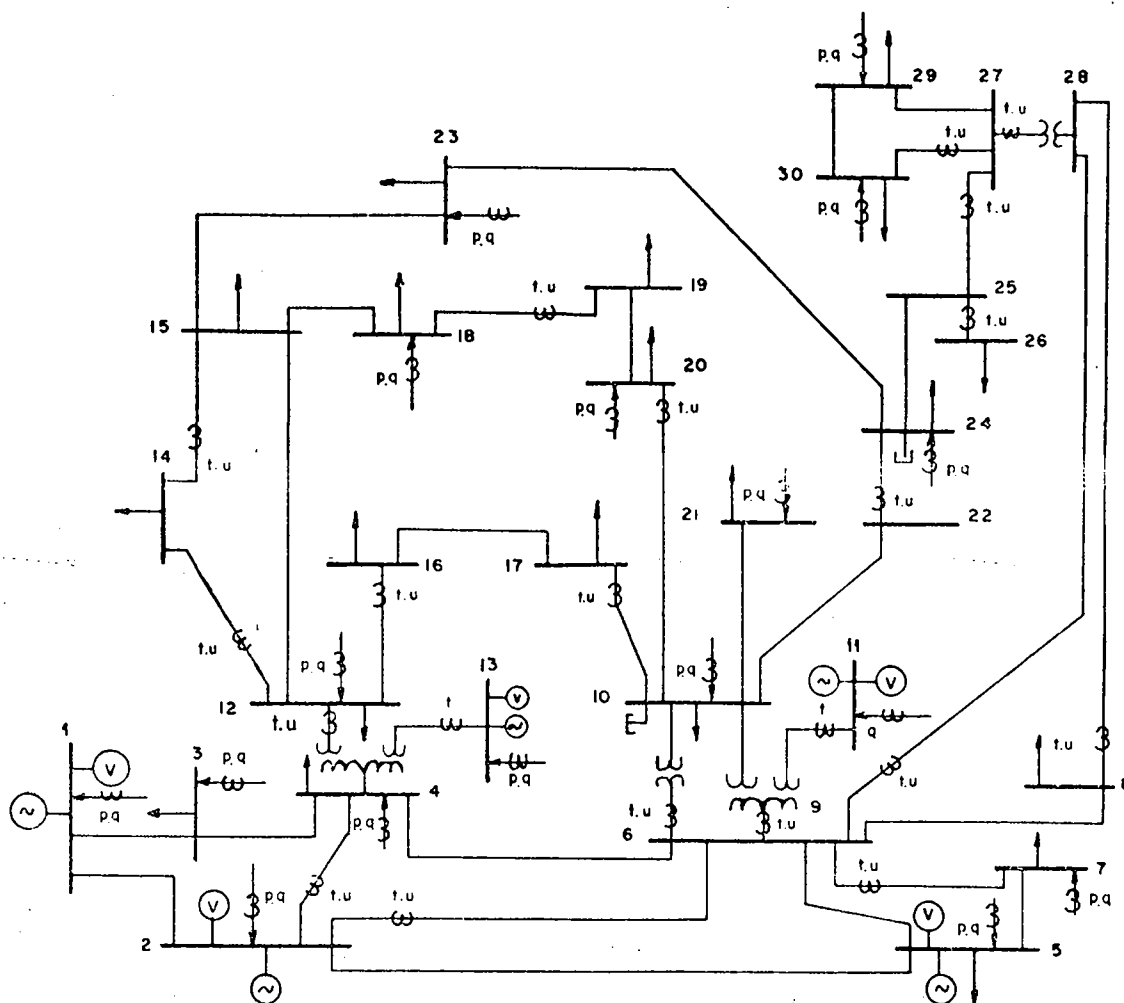


Figura 3 - Diagrama unifilar e plano de medição para o sistema de Trinta Barras.

Tabela 5 - Parâmetros de Linhas e Transformadores para o Sistema de Trinta Barras e Quarenta e uma Linhas.

LINHA	DA BARRA	PARA BARRA	RESISTÊNCIA SÉRIE	REATÂNCIA SÉRIE	SUSCEPTÂNCIA SHUNT TOTAL
1	1	2	0.0192	0.0575	0.0528
2	1	3	0.0452	0.1852	0.0408
3	2	4	0.0570	0.1737	0.0368
4	3	4	0.0132	0.0379	0.0084
5	2	5	0.0472	0.1983	0.0418
6	2	6	0.0581	0.1763	0.0374

Tabela 5 - Continuação

LINHA	DA BARRA	PARA BARRA	RESISTÊNCIA SÉRIE	REATÂNCIA SÉRIE	SUSCEPTANCIA SHUNT TOTAL
7	4	6	0.0119	0.0414	0.0090
8	5	7	0.0460	0.1160	0.0204
9	6	7	0.0267	0.0820	0.0170
10	6	8	0.0120	0.0420	0.0090
11	6	9	0.0000	0.2080	0.0000
12	6	10	0.0000	0.5560	0.0000
13	9	11	0.0000	0.2080	0.0000
14	9	10	0.0000	0.1100	0.0000
15	4	12	0.0000	0.2560	0.0000
16	12	13	0.0000	0.1400	0.0000
17	12	14	0.1231	0.2559	0.0000
18	12	15	0.0662	0.1304	0.0000
19	12	16	0.0945	0.1987	0.0000
20	14	15	0.2210	0.1997	0.0000
21	16	17	0.0824	0.1923	0.0000
22	15	18	0.1073	0.2185	0.0000
23	18	19	0.0639	0.1292	0.0000
24	19	20	0.0340	0.0680	0.0000
25	10	20	0.0396	0.2090	0.0000
26	10	17	0.0324	0.0845	0.0000
27	10	21	0.0348	0.0749	0.0000
28	10	22	0.0727	0.1499	0.0000
29	21	22	0.0116	0.0236	0.0000
30	15	23	0.1000	0.2020	0.0000
31	22	24	0.1150	0.1790	0.0000
32	23	24	0.1320	0.2700	0.0000
33	24	25	0.1885	0.3292	0.0000
34	25	26	0.2544	0.3800	0.0000
35	25	27	0.1093	0.2087	0.0000
36	27	28	0.0000	0.3960	0.0000
37	27	29	0.2198	0.4153	0.0000
38	27	30	0.3202	0.6027	0.0000
39	29	30	0.2399	0.4533	0.0000
40	8	28	0.0636	0.2000	0.0428
41	6	28	0.0169	0.0599	0.0130

Tabela 6 - Condições de Operação para o Sistema de Trinta Barras.

BARRA	MÓDULO DE TENSÃO	ÂNGULO	POTÊNCIA ATIVA	POTÊNCIA REATIVA
1	1.0600	0.0000	2.5878	-0.2237
2	1.0450	-5.4711	0.1830	0.4023
3	1.0254	-7.9617	-0.0240	-0.0120
4	1.0176	-9.6094	-0.0760	-0.0160
5	1.0100	-14.2770	-0.9420	0.1611
6	1.0112	-11.2520	0.0000	0.0000
7	1.0032	-13.0210	-0.2280	-0.1090
8	1.0100	-11.9770	-0.3000	-0.0360
9	1.0237	-14.4170	0.0000	0.0000
10	1.0005	-16.1160	-0.0580	-0.0180
11	1.0820	-14.4170	0.0000	0.3034
12	1.0265	-15.7300	-0.1120	-0.0750
13	1.0710	-15.7300	0.0000	0.3401
14	1.0093	-16.6330	-0.0620	-0.0160
15	1.0030	-16.6470	-0.0820	-0.0250
16	1.0081	-16.1750	-0.0350	-0.0180
17	0.9973	-16.3560	-0.0900	-0.0580
18	0.9912	-17.2240	-0.0320	-0.0090
19	0.9874	-17.3680	-0.0950	-0.0340
20	0.9911	-17.1380	-0.0220	-0.0070
21	0.9872	-16.5750	-0.1750	-0.1120
22	0.9876	-16.5570	0.0000	0.0000
23	0.9869	-16.9110	-0.0320	-0.0160
24	0.9743	-16.8960	-0.0870	-0.0670
25	0.9746	-16.5370	0.0000	0.0000
26	0.9561	-16.9950	-0.0350	-0.0230
27	0.9837	-16.0350	0.0000	0.0000
28	1.0071	-11.8620	0.0000	0.0000
29	0.9630	-17.3650	-0.0240	-0.0090
30	0.9510	-18.3260	-0.1060	-0.0190

4 - Sistema de Quarenta e Oito Barras

Este sistema faz parte do sistema Eletrosul-Celesc e consiste de quarenta e oito barras e sessenta e cinco linhas, conforme se vê na figura 4. Outros trabalhos na área da EESP utilizam-se deste sistema para estudo [25], [26], [30].

Os parâmetros de linhas e transformadores estão apresentados na tabela 7 e as condições de operação, na tabela 8.

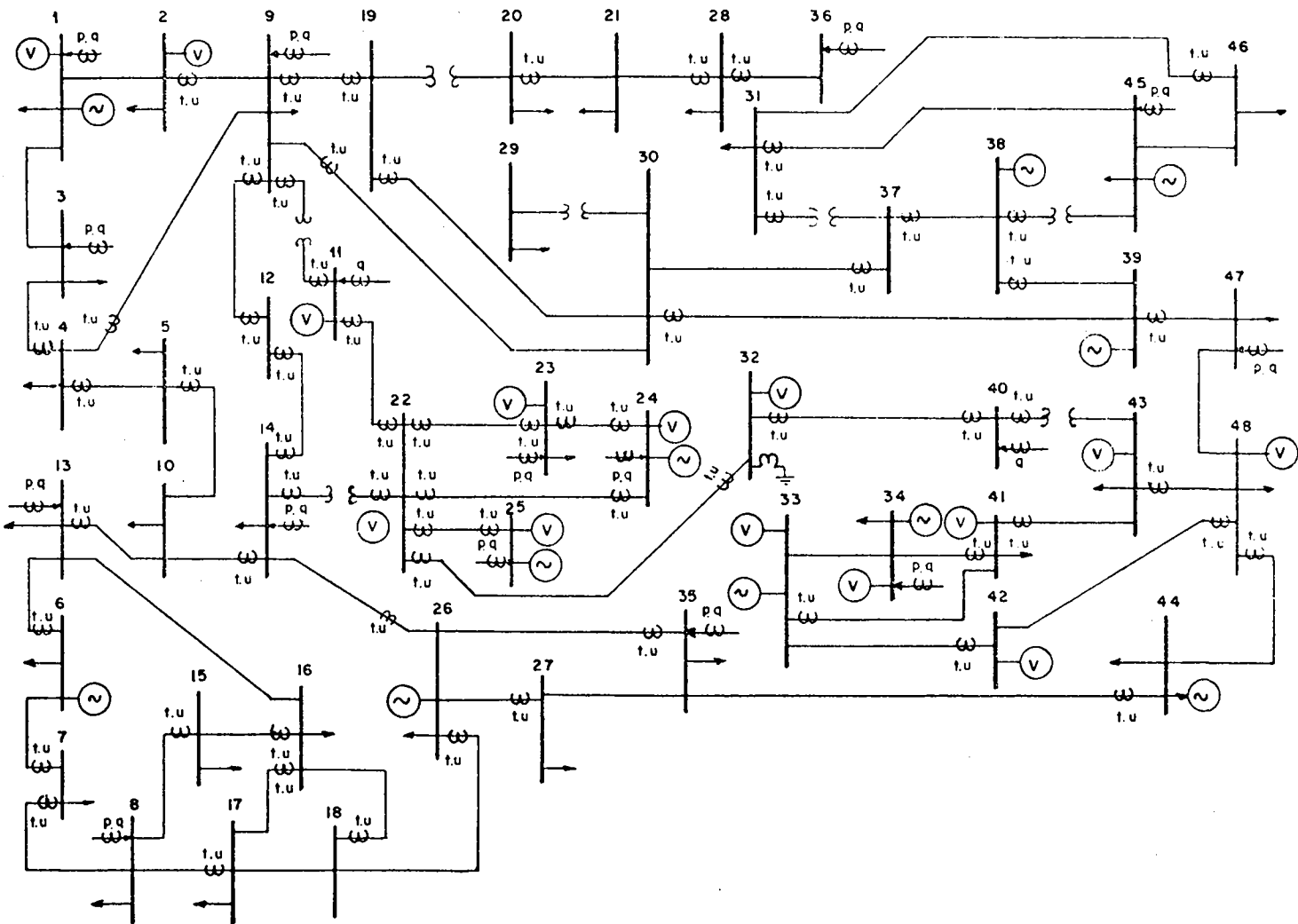


Figura 4 - Diagrama unifilar e plano de medição para o sistema de Quarenta e Oito Barras.

Tabela 7 - Parâmetros de Linhas e Transformadores para o Sistema de Quarenta e Oito Barras e Sessenta e Cinco Linhas

LINHA	DA BARRA	PARA BARRA	RESISTÊNCIA SÉRIE	REATÂNCIA SÉRIE	SUSCEPTÂNCIA SHUNT TOTAL
1	1	2	0.01450	0.07360	0.12930
2	1	3	0.01210	0.06020	0.11090
3	2	9	0.00690	0.03360	0.06460
4	3	4	0.00360	0.01860	0.03220
5	4	5	0.01830	0.09350	0.16340
6	4	9	0.00510	0.02620	0.04540
7	5	10	0.00420	0.02120	0.03820
8	6	7	0.00440	0.02500	0.08080
9	6	13	0.02010	0.10290	0.17820
10	7	9	0.00640	0.03630	0.11740
11	8	15	0.01262	0.07815	0.23670
12	8	17	0.03789	0.19430	0.34060
13	9	11	0.00000	0.00625	0.00000
14	9	12	0.02450	0.12580	0.21600
15	9	19	0.00924	0.04755	0.33100
16	9	30	0.00729	0.09066	0.40850
17	10	13	0.02590	0.13480	0.22610
18	10	14	0.03449	0.17850	0.30720
19	11	22	0.00190	0.02800	3.35760
20	12	14	0.02608	0.13535	0.23320
21	13	16	0.02180	0.11350	0.19050
22	14	22	0.00000	0.01247	0.00000
23	14	26	0.01518	0.07845	0.54080
24	15	16	0.00580	0.03210	0.10390
25	16	17	0.01100	0.05650	0.09740
26	16	18	0.02217	0.11474	0.19750
27	17	18	0.01554	0.08042	0.13840
28	18	26	0.01742	0.09030	0.62080
29	19	20	0.00000	0.03090	0.00000
30	19	30	0.00634	0.03270	0.22630

Tabela 7 - Continuação

LINHA	DA BARRA	PARA BARRA	RESISTÊNCIA SÉRIE	REATÂNCIA SÉRIE	SUSCEPTÂNCIA SHUNT TOTAL
31	20	21	0.02680	0.09735	0.09720
32	21	28	0.01486	0.05847	0.05160
33	22	23	0.00161	0.02033	2.48320
34	22	24	0.00107	0.01327	1.63260
35	22	25	0.00005	0.00045	0.18180
36	22	32	0.00138	0.01947	2.39670
37	23	24	0.00156	0.01976	2.41230
38	26	27	0.01631	0.08354	0.14660
39	26	35	0.03074	0.15885	0.27375
40	27	35	0.01537	0.07868	0.13807
41	28	36	0.01440	0.05440	0.05400
42	29	30	0.00000	0.03045	0.00000
43	30	37	0.02817	0.14613	0.25094
44	30	39	0.03744	0.19419	0.33347
45	31	38	0.00480	0.01750	0.01840
46	31	37	0.00000	0.06160	0.00000
47	31	45	0.07120	0.25870	0.06460
48	31	46	0.04650	0.16910	0.04220
49	32	40	0.00244	0.03090	3.77450
50	33	34	0.03200	0.17770	0.32470
51	33	41	0.00834	0.04315	0.07430
52	33	42	0.01700	0.06300	0.11510
53	34	41	0.03660	0.20390	0.37670
54	35	44	0.00759	0.03923	0.27040
55	37	38	0.02061	0.10690	0.18360
56	38	39	0.00010	0.00050	0.00100
57	38	45	0.00000	0.05915	0.00000
58	39	47	0.00476	0.02451	0.16900
59	40	45	0.00000	0.00625	0.00000
60	41	43	0.00051	0.00267	0.08720
61	42	48	0.01670	0.06200	0.11330

Tabela 7 - Continuação

LINHA	DA BARRA	PARA BARRA	RESISTÊNCIA SÉRIE	REATÂNCIA SÉRIE	SUSCEPTÂNCIA SHUNT TOTAL
62	43	48	0.00788	0.04069	0.28060
63	44	48	0.02303	0.11795	0.82560
64	45	46	0.03310	0.12040	0.03010
65	47	48	0.03829	0.19809	0.34100

Tabela 8 - Condições de Operação do Sistema de Quarenta e Oito Barras

BARRA	MÓDULO DE TENSÃO	ÂNGULO	POTÊNCIA ATIVA	POTÊNCIA REATIVA
1	1.0500	0.0000	2.0022	0.8670
2	1.0140	-2.8981	-1.0038	-0.4358
3	1.0022	-3.5160	-0.5998	-0.5598
4	0.9994	-4.1231	-0.9962	-0.6202
5	0.9956	-8.2211	-0.2640	0.0201
6	1.0000	-27.9730	-0.7812	0.4087
7	0.9953	-28.2700	-0.4494	-0.1141
8	0.9921	-27.7640	-0.6604	0.3628
9	1.0160	-2.5132	-0.9054	-0.1690
10	0.9939	-8.8018	-0.3001	-0.1790
11	1.0193	-0.7905	0.0000	-1.5590
12	1.0435	1.2402	0.0000	0.0000
13	0.9865	-21.4450	-0.2522	0.0628
14	1.0464	5.4990	-0.4494	0.0839
15	0.9591	-25.6150	-1.0100	-0.2832
16	0.9577	-22.7060	-0.7728	-0.0416
17	0.9504	-21.0460	-0.9452	-0.2662
18	0.9566	-10.9730	0.0000	0.0000

Tabela 8 - Continuação

BARRA	MÓDULO DE TENSÃO	ÂNGULO	POTÊNCIA ATIVA	POTÊNCIA REATIVA
19	0.9867	-8.2484	0.0000	0.0000
20	0.9691	-12.4600	-1.9352	-0.5631
21	0.9652	-14.553	-0.6954	-0.0646
22	1.0491	6.6600	0.0000	0.0000
23	0.9983	-0.1188	-14.4590	-3.8630
24	1.0200	9.1060	11.6000	-3.4030
25	1.0500	7.0112	15.0500	0.3103
26	1.0150	9.0707	6.5077	-1.0819
27	1.0170	4.2027	-0.1554	-0.0544
28	0.9744	-13.3170	-0.1350	-0.0440
29	0.9852	-10.4330	-1.3296	-0.3576
30	0.9971	-8.0710	0.0000	0.0000
31	0.9957	-10.6950	-0.2116	-0.0533
32	1.0583	1.4041	0.0000	-1.1230
33	1.0220	-7.8828	-0.2501	-0.2048
34	1.0420	-0.7534	1.4962	-0.2993
35	1.0198	0.3964	-1.4613	-0.1371
36	0.9854	-11.7490	-0.6030	-0.2329
37	1.0024	-8.1453	0.0000	0.0000
38	1.0140	-3.7418	1.1000	-0.7293
39	1.0140	-3.7334	2.2000	-0.2294
40	1.0213	-6.8943	0.0000	-1.5650
41	1.0158	-8.9247	-3.0279	-0.2132
42	1.0254	-8.0541	0.0000	0.0000
43	1.0165	-8.6484	-3.4848	-1.0240
44	1.0290	-0.3618	0.8896	-0.3644
45	1.0550	-5.8277	0.2297	1.0110
46	1.0210	-8.7436	-0.2635	-0.0855
47	1.0061	-5.7988	-1.3134	-0.3746
48	1.0216	-8.1130	-1.1193	-0.4274