

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

ANÁLISE DE ALTERAÇÕES
EM REDES DE POTENCIA

TESE SUBMETIDA A UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA.

CARLOS MANUEL CARDOZO FLORENTIN

FLORIANÓPOLIS, DEZEMBRO DE 1985

ANÁLISE DE ALTERAÇÕES
EM REDES DE POTÊNCIA

CARLOS MANUEL CARDOZO FLORENTIN

ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
MESTRE EM ENGENHARIA, ESPECIALIDADE ENGENHARIA ELÉTRICA E
APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO.

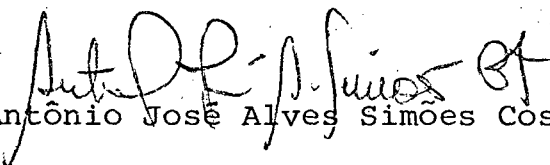
ANÁLISE DE ALTERAÇÕES
EM REDES DE POTÊNCIA

CARLOS MANUEL CARDOZO FLORENTIN

ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE
EM ENGENHARIA, ESPECIALIDADE ENGENHARIA ELÉTRICA E APROVADA
EM SUA FORMA FINAL PELO CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO

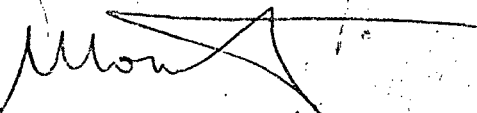


Prof. Marciano Morozowski Filho
Orientador

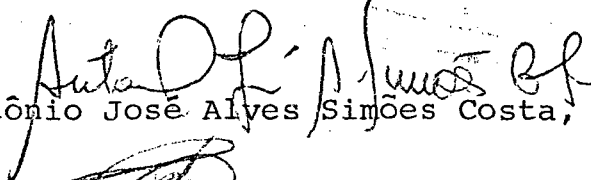


Prof. Antônio José Alves Simões Costa, Ph.D.
Coordenador do Curso de Pós-Graduação
em Engenharia Elétrica

BANCA EXAMINADORA:



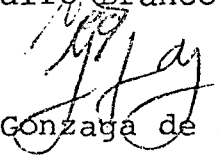
Prof. Marciano Morozowski Filho, M.Sc.



Prof. Antônio José Alves Simões Costa, Ph.D.



Prof. Luiz Jairo Branco Machado, Dr. Ing.



Prof. Luiz Gonzaga de Souza Fonseca, D.Sc.

À meus pais

Marcelino e Selva Marina.

A minha esposa

Clelia Maria.

À minhas filhas

Lizza e Sabrina.

AGRADECIMENTO

Ao Prof. Marciano Morozowski Filho, pela sua amizade e orientação durante o decorrer desta pesquisa.

Ao Prof. Augusto Humberto Bruciapaglia pelo apoio nos tramites de inscrição no Curso de Pós-Graduação.

A Universidade Federal de Santa Catarina e em especial a Coordenadoria de Pós-Graduação.

Aos Professores: Antônio José Alves Simões Costa, Helena Flávia Napolini, Marciano Morozowski Filho, Hans Helmuth Zürn, Cornélio Celso de Brasil Camargo, Geraldo Kindermann e Luiz Jairo Branco Machado pelos conhecimentos adquiridos nas suas respectivas cadeiras do Curso.

A Organização dos Estados Americanos pelo apoio financeiro.

Ao pessoal administrativo da Coordenadoria da Pós-Graduação, e do Centro de Processamento de Dados.

A todos aqueles que de uma forma ou outra contribuíram para que este empreendimento pudesse ser realizado.

R E S U M O

Este trabalho apresenta uma análise comparativa de dois métodos aplicados à solução da equação linear da rede modelada por admitâncias nodais após mudanças topológicas na sua configuração básica.

O primeiro método procede como segue; altera a matriz de rede, a fatoriza, e aplica estes fatores sobre o vetor das injeções. A escolha desta seqüência é resultante de análises comparativas anteriores, tais como, remontagem ou alteração direta da matriz de admitâncias, refatorização da matriz alterada ou alteração direta dos fatores.

O segundo método permite obter a solução procurada, através da simulação de alterações; o método escolhido denomina-se "pré-compensação esquema A", e é resultante de análises comparativas entre várias alternativas possíveis.

São desenvolvidos programas computacionais para auxílio da análise comparativa, e na elaboração dos algoritmos de ambos os métodos são empregadas técnicas de esparsidade.

Os algoritmos são aplicados em um sistema de potência real e os resultados são avaliados quanto ao tempo de processamento e requisitos de memória.

Finalmente conclusões são obtidas, e elaboradas sugestões para futuros trabalhos de pesquisa nesta área.

A B S T R A C T

It was my objective when I wrote this paper to present a comparative analysis of two methods applied to the solution of a linear equation of a modular net using nodal admittance using topological changes to its basic configuration.

To develop the first method we took the following steps altered the net matrix there's a factorization that applies these factors over the vector of the injections. The choice on this sequence comes as the result of previous comparative analysis such as building or direct alteration of admittance matrix, refactorization of altered matrix or direct factors alteration.

The second method allows us to get the information we look for using a simulation of alterations; this is called "pre-compensation scheme A" and it is the result of comparative analysis among several possible alternatives.

Through these methods computer programs can be used to help comparative analysis to elaborate algorithms of both methods where we apply sparsity techniques.

Algorithms are applied to a real power system where the results are evaluated according to processing time and memory requisits.

Finally conclusions are obtained and suggestions for future research in this area given.

S U M Á R I O

CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO	11
1.1 - Motivação Básica.....	11
1.2 - Objetivo do Trabalho.....	12
1.3 - Revisão Bibliográfica.....	12
1.4 - Organização do Trabalho.....	15
1.5 - Origem e Natureza do Problema de Alterações.....	16
1.6 - Formulação Matemática do Problema de Alterações.....	19
1.7 - Definição do Problema Básico - Formulação das técnicas de solução.....	20
 CAPÍTULO II - MODELAGEM DA REDE E TÉCNICA DE SOLUÇÃO: ASPECTOS CONCEITUAIS E COMPUTACIONAIS.....	 23
2.1 - Introdução.....	23
2.2 - Formulação do modelo de rede.....	23
2.3 - Matriz de Admitâncias Nodais.....	27
2.3.1 - Características.....	27
2.3.2 - Métodos de Montagem.....	28
2.3.3 - Descrição do algoritmo básico.....	29
2.4 - Técnicas de solução.....	33
2.4.1 - Método de eliminação de Gauss.....	33
2.4.2 - Esquemas de ordenação.....	36
2.4.3 - Decomposição L.D.U.....	37
2.4.4 - Aplicação dos fatores L.D.U na solução de Sistemas Lineares.....	40

2.5	- Técnica do Vetor Esparso na Aplicação dos fatores U^t .D.U.....	41
2.6	- Aplicação dos Fatores U^t .D.U. em Vetor Esparso....	43
2.6.1	- Sequência de aplicação dos fatores.....	43
2.6.2	- Listas Lineares.....	46
CAPÍTULO III - ANÁLISES DE ALTERAÇÕES: ASPECTOS CONCEITUAIS.		49
3.1	- Introdução.....	49
3.2	- Alterações na Matriz de Admitâncias Nodais.....	49
3.2.1	- Alterações de ligações não-acopladas.....	49
3.2.2	- Alterações de ligações acopladas.....	53
3.3	- Alterações na Tabela U^t .D.U.....	55
3.3.1	- Alterações simples ou múltiplas de elementos diagonais.....	56
3.3.2	- Alterações de elementos diagonais e não diagonais.....	58
3.3.3	- Algoritmo de alterações.....	59
3.4	- Simulação de Alterações.....	61
3.4.1	- Análise de Sensibilidade.....	62
3.4.2	- Método geral de compensação.....	72
3.4.3	- Abordagem sequencial de compensação.....	84
3.4.4	- Compensação aplicada a alterações envolvendo modificações na dimensão da matriz da rede.....	90
3.4.5	- Soluções particulares para os métodos de simulação.....	92

3.4.6 - Alterações com perda da simetria da matriz de rede.....	98
3.4.7 - Agrupamento de sub-sistemas.....	99
CAPÍTULO IV - ANÁLISE DE ALTERAÇÕES: ASPECTOS COMPUTACIONAIS.....	100
4.1 - Introdução.....	100
4.2 - Determinação da Matriz de Admitâncias Nodais Atualizada.....	101
4.2.1 - Requisitos de memória.....	101
4.2.2 - Tempo de processamento.....	102
4.3 - Determinação da Tabela de Fatores U^t .D.U. Atualizada.....	105
4.3.1 - Requisitos de memória.....	106
4.3.2 - Tempo de processamento.....	106
4.4 - Simulação de Alterações.....	107
4.4.1 - Análise de sensibilidade.....	107
4.4.2 - Métodos gerais de compensação.....	109
4.4.3 - Abordagem seqüencial da compensação.....	119
4.4.4 - Soluções particulares para os métodos de simulação.....	127
4.5 - Comparação da Compensação versus Refatorização....	130
4.5.1 - Tempo de processamento.....	131
4.5.2 - Requisitos de memória.....	140
CAPÍTULO V - ANÁLISE COMPARATIVA DOS ALGORITMOS.....	142
5.1 - Introdução.....	142
5.2 - Descrição dos ensaios.....	143

5.3	- Descrição dos Programas Computacionais.....	143
5.4	- Descrição dos Modelos de Rede.....	145
5.5	- Sistema de processamento de Dados.....	147
5.6	- Parâmetro de Avaliação.....	147
5.7	- Determinação dos Fatores U^t .D.U. Atualizados.....	148
	5.7.1 - Remontagem ou Atualização da $ Y_N $	148
	5.7.2 - Refatorização da $ Y_N $ ou alteração dos fato <u>res</u> U^t .D.U.....	148
5.8	- Análise Comparativa dos Métodos de Compensação.....	173
5.9	- Análise Comparativa da Refatorização versus Compensa <u>ção</u>	194
5.10	- Considerações Adicionais.....	203
CAPÍTULO VI - CONCLUSÕES FINAIS E RECOMENDAÇÕES.....		204
6.1	- Introdução.....	204
6.2	- Aplicação dos Algoritmos de Alteração.....	204
6.3	- Extensões e Aperfeiçoamentos.....	207
APÊNDICE I - Montagem da Matriz de Admitâncias Nodais $ Y_N $...		209
APÊNDICE II - Armazenamento Compacto da Matriz $ Y_N $		214
APÊNDICE III - Decomposição U^t .D.U. da Matriz $ Y_N $ Compactada..		223
APÊNDICE IV - Exemplos Numéricos dos Métodos de Simulação.....		228
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....		254

C A P Í T U L O I

INTRODUÇÃO

1.1 - Motivação Básica

Qualquer sistema elétrico de potência tem por finalidade atender aos consumidores dentro de determinados padrões de qualidade, e para tal, é necessário efetuar estudos que permitam atingir este objetivo, satisfazendo também a critérios econômicos.

Todos os estudos elétricos em sistemas de potência partem de um modelo de desempenho da rede, que nada mais é do que a representação matemática, segundo regras pré-fixadas, dos parâmetros da configuração topológica da rede. Esses modelos dependem da seleção da variável independente, e da referência adotada. Assim, por exemplo, quando as tensões são selecionadas como variáveis independentes, as injeções de correntes como dependentes, ambas referidas às barras do sistema, diz-se que o sistema é modelado por impedâncias nodais, e a matriz que os relaciona é denominada de matriz de impedâncias nodais da rede.

Em estudos de planejamento da expansão, no dimensionamento dos componentes, ou na operação em segurança dos sistemas de potência, parte-se de uma configuração básica para a rede e em seguida, introduzem-se alterações, cujas influências sobre os parâmetros analisados está-se interessado em obter de maneira rápida e eficiente. Conseqüentemente, faz-se necessário dispor de algoritmos computacionais que permitam avaliar os efeitos de alterações na rede de modo eficiente.

Inicialmente, as técnicas de esparsidade, juntamente com a fatoração da matriz de rede, ofereciam uma boa alternativa no tratamento de tais alterações; anos após surgiu uma segunda alternativa, que consistia na utilização dos fatores da rede original para simular as alterações. Esta segunda alternativa é conhecida como método de simulação (ref.12), que embora tendo aparecido no princípio da década passada, somente foi difundido após de estudos mais detalhados (ref.13).

1.2 - Objetivo do Trabalho

É objetivo deste trabalho efetuar análises comparativas de métodos que permitam tratar eficientemente alterações nas ligações ou componentes de redes modeladas por admitâncias nodais.

Neste sentido, inicia-se estabelecendo um caminho na solução da equação linear, com emprego dos fatores da matriz, previamente atualizados; após, escolhe-se um dos métodos de simulação que apresenta melhor desempenho relativo.

1.3 - Revisão Bibliográfica

Um dos primeiros trabalhos do qual se tem conhecimento, aproveitando as características de simetria e esparsidade das matrizes de rede foi elaborado por Shipley e Coleman (ref.7), em 1959. O programa por eles desenvolvidos visava obter um método de inversão eficiente. Em 1961 Van Ness e Griffin (ref. 16) apresentavam, por eles denominado, "Método de eliminação para solução do fluxo de potência" e davam início ao desenvolvimento das técnicas de exploração da esparsidade.

Em 1963 Tinney e Sato (ref.11) apresentam técnicas para exploração da esparsidade da matriz de admitâncias nodais. Em 1966 Baumann (ref.17) introduz o emprego de conceitos topológicos no desenvolvimento da solução de problemas; e finalmente, em 1977 Tinney e Walker (ref.8) ampliaram e consolidaram as técnicas de esparsidade, que hoje são empregadas amplamente em várias áreas da engenharia.

A partir de 1967 os trabalhos sobre técnicas de esparsidade visavam principalmente complementá-la. Neste sentido pode-se citar o trabalho de Ogbuobiri (ref.23), que apresenta o conceito de armazenamento dinâmico, aperfeiçoando os requisitos de memória; em 1971 Stott e Hobson (ref.18) apresentam análises comparativa de esquemas alternativos para ordenação da seqüência de fatorização de matrizes esparsas, visando minimizar o número de ligações criadas no processo de eliminação. Outros trabalhos foram posteriormente apresentados, porém visavam mais o aproveitamento desta técnica e não seu incremento.

Consagradas as técnicas de esparsidade, e a correspondente utilização do modelo de admitâncias nodais, começaram a aparecer trabalhos no sentido de facilitar a obtenção e a alteração desta matriz, até então obtida com auxílio das matrizes de incidência; com este objetivo pode-se citar inicialmente o trabalho de Reitan e Kruempel (ref.5) que embora referindo-se à matriz de impedância, será amplamente utilizada em alterações que envolvam elementos mutuamente acoplados.

Em 1970 Nagappan (ref.2) apresenta uma descrição completa de algoritmos para formação da matriz de admitâncias nodais passo a passo, pela adição sucessiva de linhas de transmissão, ou

outros elementos passivos. No mesmo ano Anderson e Bowen (ref.3) apresentam regras mais práticas na obtenção desta matriz.

Em 1971 Tinney (ref.12) apresenta um outro enfoque no tratamento de alterações da matriz de rede, denominando a este "Método de compensação". Este método parte de propriedades físicas das redes elétricas para simular as alterações. Esta proposta embora interessante no tratamento de alterações em ligações não-acopladas, não permite o tratamento eficiente de alterações em grupos de mútuas. Em 1973 Brameller (ref.19) apresenta um trabalho similar, com as mesmas limitações, partindo de manipulações algébricas das equações da rede. Após 1973 vários trabalhos surgem, todos voltados para as técnicas de alteração da matriz de rede e sua posterior refatoração, (refs. 6,20,21, etc), deixando de lado os métodos de compensação.

Recentemente, novos trabalhos tem sido publicados nesta linha de pesquisa. Assim, surge em 1982 o trabalho de Alvarado (ref.4) que estuda a formação da matriz de admitâncias por intersecção de redes parciais. Em 1983 Alsaç, Stott e Tinney (ref. 13) apresentam uma ampla abordagem das técnicas de compensação, com a qual este método se consolida como alternativa no tratamento de alterações da rede. Em 1984 Alvarado, Enns e Tinney (ref.14) apresentam uma alternativa no tratamento de ligações acopladas. E finalmente em 1985 Tinney, Brandwajn e Chan apresentam um trabalho visando explorar a esparsidade dos vetores independentes sobre o qual são aplicados os fatores da matriz de rede.

1.4 - Organização do Trabalho

No Capítulo I, apresenta-se entre outros temas a formulação do problema de alterações; com este objetivo descreve-se sua origem e natureza, a formulação matemática, e finalmente apresenta-se os possíveis enfoques no seu tratamento.

No Capítulo II, analisa-se os aspectos conceituais mais relevantes na modelagem da rede. Em seguida são apresentados os aspectos principais na determinação da matriz de admitâncias nodais, e conclui-se com a análise de técnicas de solução, que permitem obter as grandezas independentes do modelo. Complementa este capítulo os apêndices I, II e III, nos quais se apresenta para a matriz de admitâncias nodais o método de montagem, o armazenamento compacto, e a sua decomposição em fatores U^t .D.U. respectivamente.

O Capítulo III apresenta os aspectos conceituais da análise de alterações. Assim, inicialmente, verifica-se seus reflexos na matriz da admitâncias e nos fatores desta matriz. Posteriormente, analisa-se a utilização dos métodos de simulação e conclui-se o capítulo apresentando uma série de aplicações particulares dos esquemas de compensação. Complementa este capítulo o apêndice IV, o qual inclui uma série de exemplos numéricos associados aos distintos métodos de simulação.

O Capítulo IV apresenta dois pontos fundamentais:

- a) complementação dos conceitos do capítulo anterior, apresentando de forma similar os aspectos computacionais mais relevantes de cada ponto;
- b) apresentação, com auxílio dos conceitos

do capítulo II, de um estudo comparativo das alternativas imediatas às alterações da matriz de admitâncias e dos fatores a eles associados.

O objetivo do Capítulo V é confirmar os resultados teóricos dos capítulos anteriores, através de ensaios práticos, efetuados com algoritmos computacionais.

No Capítulo VI apresentam-se as conclusões e sugestões para futuros aperfeiçoamentos.

1.5 - Origem e Natureza do Problema de Alterações

Todos os sistemas de potência estão normalmente sofrendo alterações em suas condições operativas, seja devido às variações normais de carga e de geração, seja ao chaveamento intencional ou não intencional de componentes da rede, por conveniência operativa, para eliminação de falhas ou para execução de manutenção preventiva ou corretiva destes componentes.

Desta forma, os sistemas de potência devem ser planejados, dimensionados e operados para fazer face a essas alterações de configuração, sem prejuízo da qualidade ou continuidade de suprimento aos consumidores.

Como decorrência, análises de alterações do sistema fazem parte integrante tanto do planejamento quanto do dimensionamento e operação de sistemas de energia elétrica.

Conforme observado, as alterações de configuração podem se dar tanto a nível de barras (carga e geração), sem afetar a estrutura da rede, quanto a nível de componentes que cau

sem alteração da estrutura da rede.

Em termos de modelos matemáticos do sistema, estas alterações tem reflexos diferenciados, conforme será visto a seguir.

No caso de alterações de carga e geração, estas podem ser traduzidas diretamente em termos de injeções (correntes) nodais, sem necessidade de recalcular as matrizes de rede.

No segundo caso, estão em jogo retiradas, adições ou variações de parâmetros de componentes do sistema, cuja consideração implica, em princípio, na alteração das matrizes representativas da rede e de seus componentes. Observe-se que no caso de alteração de parâmetros, não se altera a estrutura das matrizes da rede; apenas o valor numérico de um ou mais elementos destas matrizes.

As análises de alterações usualmente realizadas em estudos de sistemas de potência compreendem:

- análise de segurança
- estudo de chaveamento
- análise de adições

A análise de segurança, também conhecida como análise de contingências, compreende a retirada sistemática de um ou mais componentes da rede e a avaliação do comportamento do sistema frente a essas alterações.

A complexidade da análise decorre em geral do elevado número de contingências simples e múltiplas cujo estudo é necessário para garantir o ajuste da configuração existente ou

proposta frente a um determinado perfil de carga e geração.

O estudo de chaveamento diz respeito à avaliação das tensões e correntes transitórias no sistema, pela atuação manual ou automática dos disjuntores ou chaves seccionadoras sob carga, com vistas ao dimensionamento elétrico dos componentes da rede.

A análise de adições compreende a avaliação dos efeitos da introdução de elementos (existentes ou propostos) em uma configuração pré-existente. Aqui também a complexidade do problema decorre do elevado número de elementos ou combinações de elementos passíveis de serem adicionados a uma dada configuração.

De qualquer forma, evidencia-se a necessidade, em todo o campo de análise e síntese de sistemas elétricos, de algoritmos que permitam realizar análises de alterações de forma rápida e segura, contribuindo assim para viabilizar o planejamento econômico, o dimensionamento adequado e a operação segura dos grandes sistemas elétricos interligados modernos.

1.6 - Formulação Matemática do Problema de Alterações

Apresenta-se, nesta seção, a formulação matemática básica do problema de alterações em redes, a partir das equações matriciais formuladas em termos de admitâncias nodais, considerando o sistema em regime permanente.

Nesse caso, as equações algébricas lineares que descrevem o comportamento da rede podem ser escritas como segue:

$$\underline{I} = \left| Y_N \right|^{\circ} \underline{E}^{(o)} \quad (1.1)$$

onde:

\underline{I} = vetor das correntes nodais

$\underline{E}^{(o)}$ = vetor das tensões nodais

$\left| Y_N \right|^{\circ}$ = matriz de admitâncias nodais.

Se ocorrem alterações de carga e/ou geração, a nova configuração pode ser representada pela relação

$$(\underline{I} + \underline{\Delta I}) = \left| Y_N \right|^{\circ} \cdot \underline{E}^m \quad (1.2)$$

onde:

$\underline{\Delta I}$ = vetor das alterações nas injeções nodais

\underline{E}^m = vetor das tensões resultantes após as alterações

Em contrapartida, se forem introduzidas alterações nas ligações da rede, mantendo-se inalteradas as injeções de corrente, o sistema resultante é dado por:

$$\underline{I} = (|\underline{Y}_N|^0 + |\Delta Y|) \cdot \underline{E}^m \quad (2.3)$$

onde:

$|\Delta Y|$ = é a matriz que representa as alterações na rede.

Estudos particulares podem incluir alterações si multâneas de ligações, e de carga ou geração. Para tais caso o modelo linear será um sistema com a parcela do lado di reito de (2.3) e do esquerdo de (2.2).

1.7 - Definição do Problema Básico - Formulação das Técnicas de Solução

De (2.1), conhecido o vetor das correntes nodais, e montada a matriz de admitâncias, o vetor das tensões nas bar ras do sistema pode ser obtido de três formas:

- a - invertendo a matriz $|\underline{Y}_N|^0$, e multiplicando-a pelo vetor I. Este enfoque, entretanto, já não é utilizado em sistemas de potência, em virtude das desvantagens da utilização dos métodos de inversão.
- b - utilizando métodos iterativos, que apesar de apresentarem vantagens em relação ao primeiro, mostram-se ineficientes quando houver necessidade de soluções repetidas.

- c - fatorando a matriz $|Y_N|$, e aplicando estes fatores sobre o vetor das correntes nodais.

Quando alterações são introduzidas nas ligações ou componentes da rede, altera-se a matriz $|Y_N|$ em estrutura e/ou valor, e na obtenção dos novos valores do vetor das tensões, dois métodos podem ser utilizados:

- i - métodos que alterem efetivamente os parâmetros envolvidos
- ii - métodos que simulem as alterações, sem alterar os parâmetros originais.

Na alternativa "i", pode-se optar entre atuar na matriz $|Y_N|^o$, ou diretamente nos fatores a ela correspondentes. Na alteração da matriz tem-se duas opções:

- i₁ - remontá-la levando em conta as alterações, ou
- i₂ - atualizá-la introduzindo nela as mudanças necessária.

Na alteração dos fatores tem-se também duas alternativas:

- i₃ - refatorar a matriz previamente atualizada
- i₄ - atualizar diretamente os fatores originais.

Pode-se ter situações em que a matriz $|Y_N|^o$ esteja disponível somente em forma implícita; neste caso, "i₁" na alteração da $|Y_N|^o$, como "i₄" na alteração dos fatores são as únicas viáveis.

Em relação à utilização dos métodos de simulação aqui mencionaremos somente que podem ser deduzidos, ou do modelo linear da rede, ou a partir da propriedade física que diz que "um

elemento passivo da rede pode ser substituído por um elemento ativo, que ocasiona a mesma resposta da rede" e que pode ser deduzido matematicamente a partir do "Lema de inversão de matrizes". (refs. 12,13 e 19).

O estudo de cada um destes pontos, envolve uma série de aspectos computacionais, que serão vistos em detalhes nos capítulos subseqüentes.

C A P Í T U L O I I

MODELAGEM DA REDE E TÉCNICAS DE SOLUÇÃO: ASPECTOS CONCEITUAIS E COMPUTACIONAIS

2.1 - Introdução

Toda a análise em sistemas de potência exige a definição inicial de três requisitos fundamentais: a modelagem dos componentes, o modelo adequado para a rede, e a definição da técnica de solução mais conveniente. Este capítulo trata sucintamente dos dois últimos requisitos, estando o primeiro convenientemente descrito nas referências 1 e 20.

2.2 - Formulação do modelo de rede

As relações entre as grandezas de excitação de um sistema de potência, e as respostas a estas, podem ser feitas através de várias estruturas de referência, dentre as quais podemos citar (veja ref.:1):

- a referência de ramos
- a referência de malhas
- a referência de nós

Quando se utiliza a referência de ramos o desempenho da rede será descrita por meio de " ℓ " equações de ramos independentes, onde ℓ é o número de ramos. Em notação matricial estas equações na forma de impedância são:

$$\underline{E}_R = |Z_R| \cdot \underline{I}_R \quad (2.1)$$

e na forma de admitância

$$\underline{I}_R = |Y_R| \cdot \underline{E}_R \quad (2.2)$$

onde:

\underline{E}_R = vetor das tensões através dos ramos

\underline{I}_R = vetor das correntes através dos ramos

$|Z_R|$ = matriz das impedâncias de ramo

$|Y_R|$ = matriz de admitâncias de ramo

Na determinação das matrizes de impedâncias ou admitâncias de ramos, deve-se utilizar os conceitos de grafos, árvore, ramos e ligações para definir o conjunto de cortes básicos, a partir da qual forma-se as matrizes de incidência que finalmente permitem obtê-los.

Na referência de malha, o desempenho da rede é descrita por meio de "m" equações de malhas independentes, onde m é o número de malhas básicas. A equação de performance, em notação matricial, na forma de impedância é:

$$\underline{E}_M = |Z_M| \underline{I}_M \quad (2.3)$$

e na forma de admitâncias

$$\underline{I}_M = |Y_M| \cdot \underline{E}_M \quad (2.4)$$

onde:

\underline{E}_M = vetor das tensões das malhas básicas

\underline{I}_M = vetor das correntes nas malhas básicas

$|Z_M|$ = matriz das impedâncias das malhas

$|Y_M|$ = matriz das admitâncias das malhas

Na determinação de $|Y_M|$ ou $|Z_M|$, similar a referência de ramos, deve-se iniciar definindo o conjunto de malhas básicas a partir dos conceitos de grafos, árvores, ramos e ligações.

Antes de apresentar a terceira alternativa, é importante destacar que as restrições na utilização generalizada destas duas formulações está associada ao tamanho cada vez maior dos sistemas em estudo e, conseqüentemente, à multiplicidade de combinações possíveis na determinação da árvore e dos cortes ou malhas básicas; além da dificuldade, ante alterações nas ligações, de ter uma rápida associação destes requisitos com a estrutura topológica da rede em estudo.

Na referência de nós, o desempenho da rede pode ser descrita por meio de "n" equações independentes, sendo n o número de nós da rede exceto a referência. Usando-se uma notação matricial a equação de performance na forma de impedância é dada por

$$\underline{E}_N = |Z_N| \cdot \underline{I}_N \quad (2.5)$$

e na forma de admitância

$$\underline{I}_N = |Y_N| \cdot \underline{E}_N \quad (2.6)$$

onde

\underline{E}_N = vetor das tensões nos barramentos

\underline{I}_N = vetor das correntes nos barramentos

$|Z_N|$ = matriz de impedâncias nodais

$|Y_N|$ = matriz de admitâncias nodais

A primeira grande vantagem da formulação nodal em relação as duas anteriores, é que ela permite a associação direta da matriz de impedâncias ou admitâncias com a topologia da rede. Os nós constituem barramentos das subestações, as ligações são as linhas de transmissão, transformadores, banco de capacitores, reatores, etc. A dimensão destas matrizes será o número de barramentos da rede.

Uma segunda vantagem significativa está associada à simplicidade com que podem ser considerados os acréscimos no tamanho do sistema.

A terceira vantagem diz respeito a determinação das matrizes $|Y_N|$ e $|Z_N|$, que podem ser obtidas diretamente das matrizes primitivas, sem necessidade da determinação das matrizes de ligação a partir do grafo da rede.

Justificada a aplicação generalizada desta formulação, a questão seguinte seria a escolha entre as expressões (2.5) ou (2.6). Na maioria das aplicações atuais o conjunto de equações (2.6) é preferida em função de uma série de vantagens associadas às características de $|Y_N|$, as quais serão analisadas na seção seguinte.

2.3 - Matriz de Admitâncias Nodais

2.3.1 - Características

A matriz de admitâncias nodais apresentam, no caso de redes de potência, três características básicas, que fazem desta representação a mais amplamente utilizada nos estudos de sistemas de potência:

- É esparsa, ou seja, apresenta pequena percentagem de elementos não nulos em relação ao número total de elementos da matriz.
- É simétrica em estrutura; A disposição dos elementos não nulos é simétrica em relação à diagonal principal. Na maioria dos casos, é também numericamente simétrica.
- É diagonalmente dominante: Para cada linha da matriz, o módulo do elemento diagonal é maior que a soma dos módulos dos elementos não diagonais.

Estas características propiciam as condições básicas para a aplicação das técnicas denominadas de "esparsidade", que visam manipular somente os elementos não nulos de matrizes que apresentem essas características.

2.3.2 - Métodos de Montagem

Na literatura atual existem vários métodos de montagem desta matriz (referências 1, 2, 3, 4). Antes de definir o método adotado neste trabalho, efetua-se uma breve descrição de cada um deles.

A referência 1, apresenta o método tradicional da teoria de circuitos elétricos, na qual após a formação na matriz de incidência, obtêm-se a matriz procurada através de uma transformação singular na matriz de admitâncias primitivas.

Na referência 2, apresenta-se um método que permite obter esta matriz pela adição passo-a-passo de uma linha ou elemento passivo. Comparado com o método tradicional, este tem um significado avanço; entretanto para sua melhor aplicação deve-se utilizá-lo juntamente com métodos que permitam obter a cada passo colunas da matriz de admitâncias primitivas, o que dificulta sua lógica de programação e conseqüentemente, restringe sua utilidade.

A referência 3 apresenta um método que permite determinar $|Y_N|$, utilizando características de uma matriz denominada "matriz de admitâncias indefinidas", que basicamente consiste em, montar a matriz de admitâncias nodais para todas as ligações e barramentos da rede (inclusive a referência), e posteriormente de terminar a matriz procurada pela eliminação da linha e coluna associada à referência. Na montagem da matriz indefinida para rede com mútuas, a ref.3, propõe regras práticas muito convenientes (veja Apêndice I), e para a rede de ligações não-acopladas utiliza a montagem por inspeção da rede.

A referência 4 introduz o conceito denominado "sobreposição de redes", que permite montar a matriz de admitâncias nodais da rede original pela união de matrizes de admitâncias nodais de sub-redes parciais.

O método utilizado neste trabalho deriva dos métodos das duas últimas referências, e consiste em separar a rede original em várias redes parciais, uma contendo todas as ligações não acopladas e as outras associadas aos grupos de mútuas. Na determinação das matrizes associadas às redes parciais são utilizados os métodos da referência 3.

2.3.3 - Descrição do algoritmo básico

Como mencionado na sub-seção anterior, o algoritmo básico vem da formação da matriz de admitâncias nodais da rede original, pela união de redes parciais contendo elementos não acoplados e grupos de mútuas. Antes de escrever os passos do processo de união é importante destacar em que consiste um grupo de mútuas.

Dada uma rede elétrica qualquer, composta tanto de ligações mutuamente acopladas como de ligações não-acopladas, define-se um grupo de mútuas como a rede que contém todas as ligações mutuamente acopladas, e suas respectivas barras terminais, e que se conectam com a rede original, ou com outros grupos de mútuas, por ligações não acopladas.

Para melhor compreensão do conceito de união de redes apresenta-se na figura 2.1(a) duas redes parciais; a rede (1), cuja matriz de admitâncias nodais é $|Y_N|^1$, está formada por todas as ligações não acopladas; e a rede (2), cuja matriz de admitâncias nodais é $|Y_N|^2$, contém as ligações de um grupo de mútuas. A figura 2.1(b) mostra os pontos onde se processa a união (pontos 4' e 5'); e a figura 2.1(c) apresenta o sistema resultante após a conclusão deste processo.

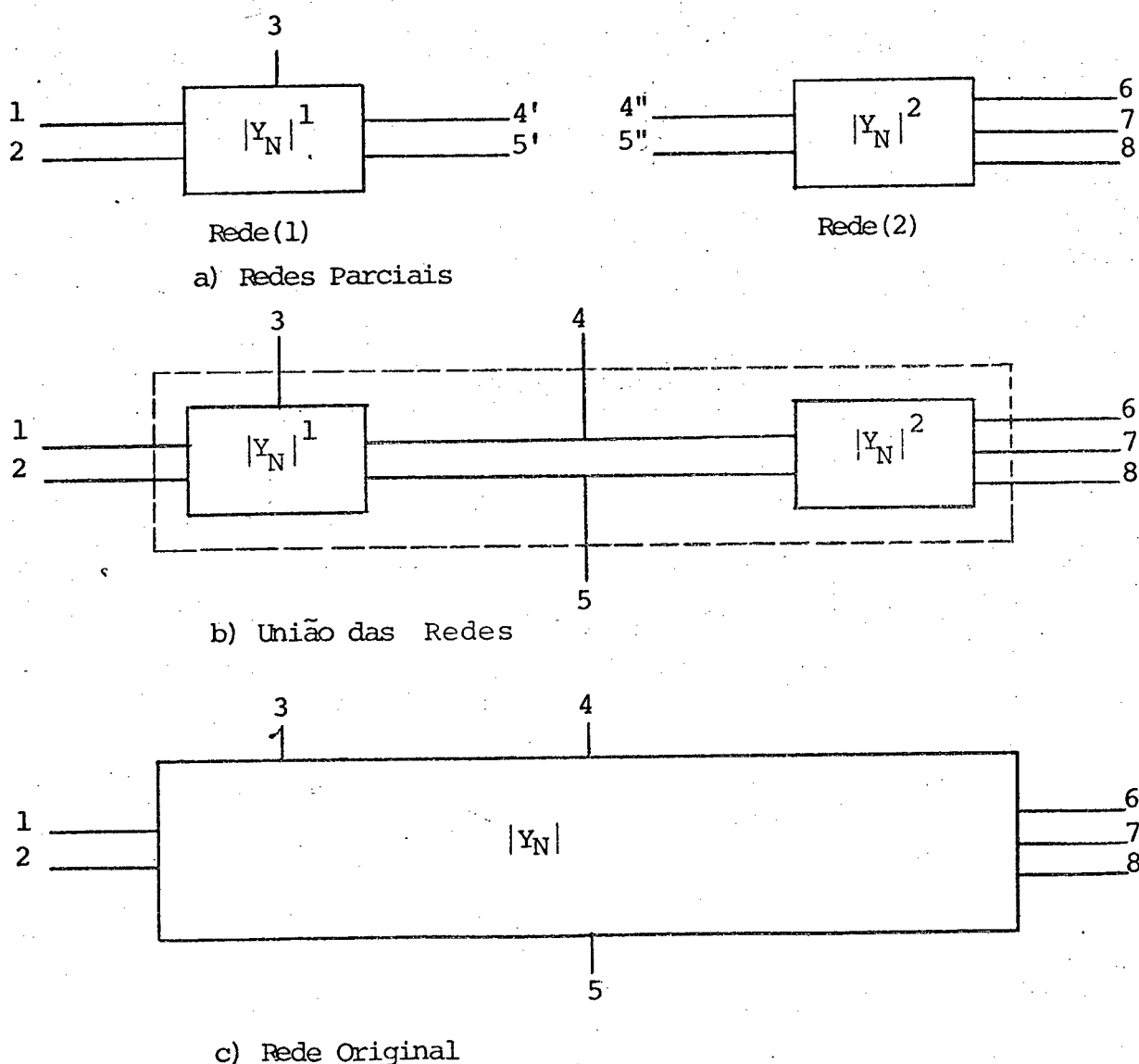


Fig. 2.1 - Processo de obtenção da matriz de admitâncias nodais pela união de redes parciais.

Definindo

$\delta^1 \triangleq$ conjunto de nós da rede "1"

$\delta^2 \triangleq$ conjunto de nós da rede "2"

os valores para os elementos de $|Y_N|$ da rede original obtêm-se a partir da relação:

$$y_{ij} = y_{ij}^1 + y_{ij}^2 \quad (2.7)$$

onde,

$$\begin{aligned} y_{ij}^1 &= 0 \quad \text{se } i \notin |Y_N|^1 \quad \text{ou } j \notin |Y_N|^1 \\ y_{ij}^2 &= 0 \quad \text{se } i \notin |Y_N|^2 \quad \text{ou } j \notin |Y_N|^2 \end{aligned} \quad (2.8)$$

Ou seja, a adição ocorre somente onde as redes se sobrepõem.

Generalizando, se a rede possui mais de um grupo de mútuas as expressões (2.7) e (2.8) são substituídos por:

$$y_{ij} = y_{ij}^1 + y_{ij}^2 + \dots + y_{ij}^k \quad (2.9)$$

onde

$$\begin{aligned} y_{ij}^L &= 0 \quad \text{se } i \notin |Y_N|^L \quad \text{ou } j \notin |Y_N|^L \\ &\text{para } L = 1, \dots, K \end{aligned} \quad (2.10)$$

k = número de grupos de mútuas da rede original menos 1.

Descritas as operações elementares do algoritmo básico de montagem, o estágio final na determinação da matriz de admitâncias da rede original consiste em definir as operações

envolvidas na determinação das matrizes de admitâncias da redes parciais; estes pontos estão amplamente descritos nas referências 1, 3 e 20, e neste trabalho inclui-se um breve resumo dos métodos no Apêndice I.

Complementando esta seção, apresenta-se no Apêndice II, um dos possíveis enfoques no armazenamento compacto da matriz de admitâncias nodais.

2.4 - Técnicas de Solução |6|, |8|, |9|, |21|

As técnicas de solução aqui analisadas dizem respeito a solução do modelo linear da rede com o auxílio dos fatores da matriz de admitâncias nodais.

Com este objetivo, inicia-se com a descrição do método de eliminação de Gauss, das técnicas de ordenação, e a determinação da tabela de fatores L.D.U., e conclui-se mostrando as aplicações destes fatores na solução de sistemas lineares.

2.4.1 - Método de eliminação de Gauss (E.G) |6|, |21|

O método de eliminação de Gauss consiste em transformar, através de sucessivas eliminações de variáveis, um sistema linear qualquer em um sistema triangular cuja solução pode ser obtida por simples substituições.

Considere um sistema linear genérico

$$|A| \cdot \underline{x} = \underline{b} \quad (2.11)$$

onde $|A|$ é uma matriz não singular de dimensão 'n'; \underline{b} é um vetor independente qualquer, e \underline{x} o vetor solução procurado. A solução deste sistema pode ser obtida aplicando-se a E.G. em três etapas:

- Na primeira, os elementos do triângulo inferior da matriz $|A|$, são zerados por combinações lineares dos elementos do sistema. Escrevendo o sistema (2.11) de forma extensa após esta primeira etapa temos:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ 0 & a_{22}^1 & \dots & a_{2n}^1 \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ 0 & 0 & \dots & a_{nn}^{n-1} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n^{n-1} \end{vmatrix} \quad (2-12)$$

o expoente indica o número de transformações sofridos pelo elemento.

- Na segunda etapa, os elementos diagonais de $|A|$, são tomados iguais a 1, dividindo-se cada equação pelo elemento diagonal correspondente. Após esta etapa (2.12) transforma-se em:

$$\begin{vmatrix} 1 & a_{12}^1 & \dots & a_{1n}^1 \\ 0 & 1 & \dots & a_{2n}^2 \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} b_1^1 \\ b_2^2 \\ \dots \\ b_n^n \end{vmatrix} \quad (2.13)$$

- Na terceira etapa obtém-se a solução \underline{x} procurada. Para tal, pode-se proceder de duas maneiras distintas. Uma das formas consiste em obter a solução a partir de (2.13) por substituição inversa das variáveis envolvidas, e a outra consiste em zerar também os elementos do triângulo superior de $|A|$, o que acaba por transformar a matriz de coeficientes em uma matriz identidade, sendo os elementos do vetor \underline{b} a solução procurada. As expressões (2.14) e (2.15) apresentam as duas alternativas desta etapa:

$$\begin{cases} x_n = b_n^n \\ x_k = b_k^k - \sum_{i=k+1}^n a_{ki}^k \cdot x_i \end{cases} \quad (2.14)$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} b_1^n \\ b_2^n \\ \dots \\ b_n^n \end{vmatrix} \quad (2.15)$$

Nota-se que em qualquer etapa as mesmas operações e fetuadas com os elementos da matriz $|A|$ são simultaneamente efe tuadas com o vetor independente \underline{b} .

Conforme indicado na figura 2.2, existem dois esque mas básicos para aplicar o método de eliminação de Gauss para zerar os triângulos inferior e superior da matriz de admitância. Para zerar o triângulo inferior pelo esquema (a), as colunas são operadas uma por vez, da esquerda para a direita, sendo os ele mentos de cada coluna zerados de cima para baixo. Este esquema exige que a matriz a ser triangularizada esteja armazenada inte gralmente na memória do computador. No esquema (b), as linhas são

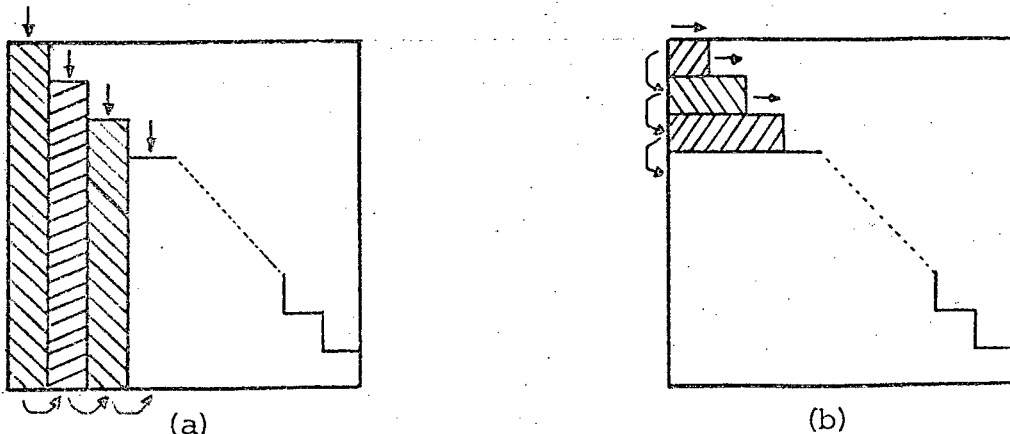


Fig. 2.2 - Esquemas de aplicação da EG, (a) por colunas, (b) por linhas.

operadas uma por vez, das primeiras para as últimas, sendo os elementos de cada linha zerados de esquerda para direita. Para zerar o triângulo superior, no esquema a as colunas são percorridas de direita para a esquerda e, no esquema b, as linhas são percorridas das últimas para as primeiras. Estes procedimentos garantem que os zeros obtidos nos passos iniciais não serão destruídos nos passos subsequentes do processo de eliminação.

2.4.2. - Esquemas de Ordenação [6], [9]

O método de eliminação de Gauss aplicado à matriz de admitâncias nodais, por sua própria natureza tende a destruir a esparsidade a ela associada. Conseqüentemente, anula parcialmente as vantagens obtidas do aproveitamento desta característica.

Visando minimizar este "enchimento" na E.G. utilizam-se os métodos denominados de ordenação, que basicamente consistem na determinação de uma seqüência de eliminação tal que, quando um processo de decomposição triangular é efetuado segundo esta seqüência este "enchimento" é minimizado.

A seguir são mencionados em ordem crescente de complexidade três possíveis esquemas de ordenação. O esquema 1 é o mais simples e também o que fornece resultados mais pobres apesar de ser bem melhor que uma numeração aleatória. O esquema 2 apresenta melhorias consideráveis em relação ao esquema 1, sem apresentar um acréscimo significativo do custo computacional. Já o esquema 3, que é o melhor dos três, tem um custo que, em geral, não justifica as eventuais melhorias na ordenação.

Esquema 1: Ordena as variáveis de acordo com o número de elementos não-diagonais e não nulos, de cada linha.

Esquema 2: Ordena as variáveis de forma que a cada passo da fatorização a próxima linha a ser operada é a que apresenta o menor número de elementos não diagonais e não nulo.

Esquema 3: Ordena as variáveis de forma que, a cada passo da fatorização, a próxima linha a ser processada é a que introduz o menor número de elementos não nulo.

2.4.3. - Decomposição L.D.U e $U^t.D.U$ [6], [8]

Dada uma matriz não singular $|A|$ de estrutura simétrica ou não, pode ser demonstrado que através de operações elementares esta pode ser decomposta em fatores L.D.U., os quais "aplicados" sobre um vetor independente \underline{b} , permite obter a solução do sistema $|A| \cdot \underline{x} = \underline{b}$.

Em termos genéricos, para um sistema qualquer de 3ª ordem, a matriz $|A|$ dos coeficientes pode ter a forma

$$|A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \quad (2.16)$$

e seus fatores L.D.U. serão:

$$L = \begin{vmatrix} 1 & & \\ L_{21} & 1 & \\ L_{31} & L_{32} & 1 \end{vmatrix} \quad D = \begin{vmatrix} D_{11} & & \\ & D_{22} & \\ & & D_{33} \end{vmatrix} \quad U = \begin{vmatrix} 1 & U_{12} & U_{13} \\ & 1 & U_{23} \\ & & 1 \end{vmatrix} \quad (2.17)$$

os quais são obtidos de forma bastante simples, após submeter a matriz $|A|$ a um processo de E.G. Assim:

- os fatores L_{ij} são os valores utilizados para eliminar os a'_{ij} , para $i > j$ (o apostrofe indica que não necessariamente a_{ij} possui seu valor original no momento de sua eliminação).
- Os fatores D_{ii} são os Inversos dos a'_{ii} após a E.G.
- Os fatores U_{ij} são os próprios a'_{ij} vezes $(-1/a'_{ii})$ após concluído o primeiro passo.

Convém ressaltar que os fatores L.D.U. em (2.17), embora representado em estrutura matricial, não constituem matrizes, e sim fatores de uma matriz, onde cada elemento L_{ij} , D_{ii} ou U_{ij} por si só constitui uma matriz elementar do tipo

que estendido para um sistema de ordem n fornece:

$$\begin{aligned} L &= L_{21} \cdot L_{31} \cdots L_{n1} \cdot L_{32} \cdot L_{42} \cdots L_{n2} \cdots L_{n(n-1)} \\ D &= D_{11} \cdot D_{22} \cdots D_{ii} \cdots D_{nn} \\ U &= U_{12} \cdot U_{13} \cdots U_{1n}, U_{23} \cdot U_{24} \cdots U_{2n} \cdots U_{(n-1).n} \end{aligned} \quad (2.20)$$

A seqüência de obtenção dos fatores depende do esquema de aplicação da E.G. Por exemplo para um sistema de 4.^a ordem com aplicação do esquema "a", tanto na eliminação do triângulo inferior e superior fornece a seguinte seqüência:

$$\begin{aligned} \underline{I} &= U_{12} \cdot U_{13} \cdot U_{23} \cdot U_{14} \cdot U_{24} \cdot U_{34} \cdot D_{44} \cdot D_{33} \cdot D_{22} \cdot D_{11} \\ &\quad L_{43} \cdot L_{42} \cdot L_{32} \cdot L_{41} \cdot L_{31} \cdot L_{21} \cdot |A| \end{aligned} \quad (2.21)$$

e com aplicação do esquema "b" obtêm-se

$$\begin{aligned} \underline{I} &= U_{12} \cdot U_{13} \cdot U_{14} \cdot U_{23} \cdot U_{24} \cdot U_{34} \cdot D_{44} \cdot D_{33} \cdot D_{22} \cdot D_{11} \\ &\quad L_{43} \cdot L_{42} \cdot L_{41} \cdot L_{32} \cdot L_{31} \cdot L_{21} \cdot |A| \end{aligned} \quad (2.22)$$

Para o caso particular em que a matriz $|A|$ é simétrica em estrutura e valor numérico dos seus elementos, pode-se verificar que os fatores L e U estão relacionados pela expressão $L = U^t$. No Apêndice III apresenta-se um possível enfoque na determinação dos fatores $U^t \cdot D \cdot U$ de uma matriz armazenada em estrutura compacta.

2.4.4 - Aplicação dos fatores LDU na solução de Sistemas Lineares |6| |8|

Se as seqüências (2.21) e (2.22) forem aplicadas e um vetor independente "b" da relação $|A| \cdot \underline{x} = \underline{b}$ em lugar de $|A|$,

obter-se-ia como resultado, em lugar da matriz identidade diretamente a solução procurada.

Observa-se que outras sequencias podem ser obtidas. Por exemplo, eliminação do triângulo inferior por linha, e a superior por colunas, ou vice-versa.

2.5 - Técnica do Vetor Esparsos na Aplicação dos Fatores

L.D.U. |15|

Muitas aplicações em sistemas de potência requerem que os fatores L.D.U. sejam aplicados sobre vetores com elevados índices iniciais de "esparsidade", assim nesta seção mostra-se os caminhos para explorar esta característica.

Na seção anterior vimos que a sequencia de aplicação dos fatores de uma matriz genérica $|A|$ sobre um vetor independente \underline{b} para obter a solução \underline{x} do sistema $|A|\underline{x} = \underline{b}$ pode ser representado por:

$$\underline{x} = U^{-1} \cdot D^{-1} \cdot L^{-1} \cdot \underline{b} \quad (2.23)$$

ou ainda por

$$\underline{y} = D^{-1} \cdot L^{-1} \cdot \underline{b} \quad (2.24)$$

$$\underline{x} = U^{-1} \cdot \underline{y} \quad (2.25)$$

A equação (2.24) define a aplicação dos fatores L.D. , ou seja, representa a denominada "substituição direta", enquanto que (2.25) define a sequencia de aplicação dos fatores U, representando a "substituição inversa".

Se o vetor \underline{b} é esparso, unicamente um subconjunto de colunas de L.D são necessárias para a substituição direta. Isto pode ser melhor visualizado na figura 2.3, onde os fatores correspondem a uma rede qualquer de 8 barras.

Importante destacar antes de prosseguir, que a denominação "técnica do vetor esparso", não implica que o vetor deve se manter esparso após a aplicação dos fatores.

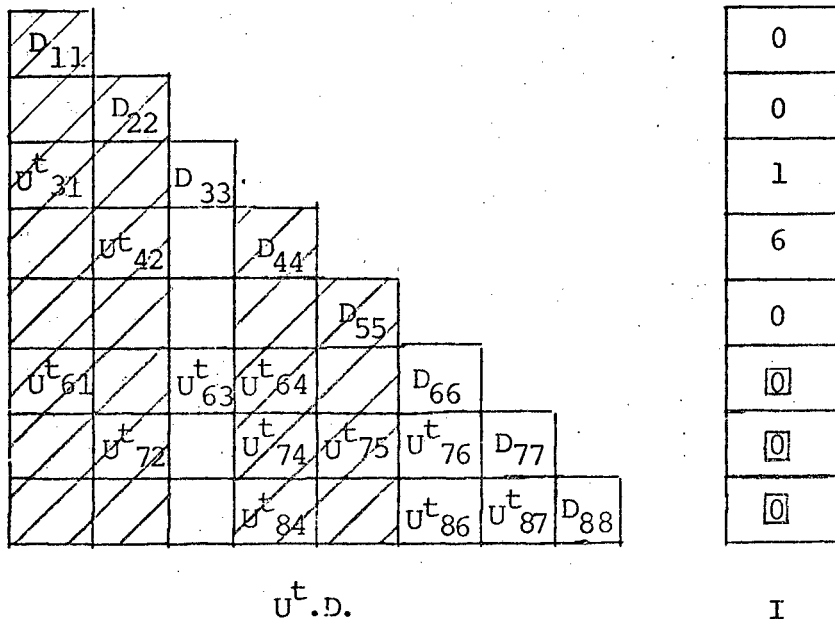


Fig.2.3 - Fatores $U^t.D$, aplicados sobre vetores esparso.

No vetor \underline{b} da figura 2.3 os elementos representados por 0 são inicialmente nulos, e "criados" com a aplicação dos fatores L^t . Na mesma figura as colunas não hachuradas da tabela L.D. são as colunas que serão utilizadas.

Portanto, o método do vetor esparso, consiste em aplicar sobre vetores independentes somente os fatores associados aos elementos originais ou não, porém não nulos. Para tal deve-se estabelecer inicialmente uma lista contendo a sequência de aplicação

dos fatores.

A determinação desta sequência, assim como em outro método alternativo é analisado em detalhe na seção seguinte.

2.6 - Aplicação dos Fatores L.D.U. em Vetores Esparsos

Na seção anterior apresentou-se os aspectos conceituais da aplicação dos fatores L.D.U. sobre os vetores independentes inicialmente esparsos. Nesta seção apresenta-se os aspectos computacionais mais relevantes para a implementação destes conceitos.

2.6.1 - Sequência de aplicação dos fatores

Na seção 2.5. vimos que o primeiro passo na utilização das técnicas do vetor esparsos consiste em determinar inicialmente um conjunto de colunas dos fatores L.D. necessários na aplicação da substituição direta.

Com esta finalidade, nesta seção analisa-se dois métodos. Um que determina explicitamente o conjunto de colunas; outro que não.

Na determinação explícita do conjunto de colunas de L.D. utilizado, usa-se duas listas lineares, uma contendo a lista de elementos não nulos do vetor original, e a segunda contendo uma seqüência ordenada das colunas a serem utilizadas.

O primeiro método pode ser resumido nos seguintes passos:

- a) Inicia-se pela primeira coluna da tabela de fatores
- b) Verifica-se se o elemento do vetor independente associado à coluna de fatores, é igual a zero; caso afirmativo, passe para o ponto "d".
- c) Aplica-se os fatores da coluna em questão sobre o vetor independente.
- d) Passa-se para a coluna seguinte; se com o incremento não sobrepassou-se a última coluna, volte para o ponto "b"; caso contrário; conclui-se a aplicação da substituição inversa.

Por conveniência didática, separaremos em duas etapas os passos que compõem o segundo método. Na primeira, considera-se um vetor independente original, com um único elemento diferente de zero, e na segunda, estende-se os passos da primeira para tratar vetores esparsos com qualquer número de elementos.

Na definição dos passos da primeira etapa, considere como sendo "K" a posição no vetor independente do elemento não nulo; assim, determina-se o conjunto de colunas para esta situação, como segue:

- a - Considera-se K o primeiro número da seqüência
- b - Tome-se o número da linha do primeiro elemento da coluna K de L . Muda-se a posição " K " para esta, e inclui-se este número na lista de seqüência.
- c - Sendo " n " a dimensão do vetor, verifica-se se $K = n$, caso afirmativo concluiu-se o processo; caso contrário volte para " b ".

Observe que o último elemento da lista de seqüência é sempre o valor " n ".

Um vetor esparso com vários elementos não nulos, pode ser considerado como composto de vários vetores com um único elemento; assim sendo, os passos da primeira etapa podem ser estendidos da seguinte forma para um vetor qualquer:

- a - Determina-se inicialmente uma lista das posições não nulas do vetor independente original.
- b - Começando com o primeiro elemento da lista acima, determine sua seqüência como indicado nos passos da primeira etapa.
- c - Passe para o seguinte elemento da lista de posições não nula, e verifique se o mesmo não está na seqüência determinada no ponto " b ", caso afirmativo, vai para o passo " e ", caso contrário determine a seqüência de aplicação para esta posição, porém só até interceptar a seqüência previamente determinada.
- d - Adiciona-se esta seqüência na geral existente.

e - Se todos os elementos da lista do passo "a" foram analisados conclui-se o processo: caso contrário, volte para o ponto "b".

É importante destacar que para facilitar a utilização das técnicas do vetor esparso por qualquer dos dois métodos descritos é necessário que na determinação dos vetores representativos se adote a eliminação dos elementos sub-diagonais por colunas.

2.6.2 - Listas Lineares

Na atualização do segundo método descrito na sub-seção anterior torna-se necessário a determinação de listas lineares que contenham os elementos não nulos dos vetores independentes originais e o conjunto de colunas dos fatores L.D. a serem utilizados na substituição direta.

Na determinação de tais linhas utiliza-se uma combinação vetorial compostos dos seguintes vetores:

NSEK = vetor cujos elementos indicam as posições não nulas do vetor independente original.

NFAT = vetor cujos elementos indicam a seqüência de colunas na aplicação dos fatores L.D.

NAS = apontador que permite manter uma seqüência ordenada das colunas de L.D a serem utilizadas.

Para facilitar a compreensão da composição vetorial, vamos supor uma rede qualquer com 20 barras, e cujos fatores L.D. deseja-se aplicar sobre um vetor independente com elementos não nulos nas posições 2 e 6. Nesta situação a primeira lista acima assume a forma:

$$\underline{\text{NSEK}}(I) = \begin{array}{|c|c|} \hline I=1 & 2 \\ \hline 2 & 6 \\ \hline \end{array}$$

Vamos supor ainda que a segunda seqüência fornecida pelo primeiro elemento de NSEK seja 2,11,12,15,17,18,19 e 20. Nesta situação a segunda lista assume a forma:

$$\begin{array}{l} \underline{\text{NFAT}}(G) = \\ \underline{\text{NAS}}(I) = \end{array} \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ \hline 2 & 11 & 12 & 15 & 17 & 18 & 19 & 20 \\ \hline 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 0 \\ \hline \end{array}$$

Agora, supomos que a seqüência oferecida para o segundo elemento de NSEK, e que não esteja em NFAT, sejam 6 e 16, após a introdução destes valores na lista acima, esta assume a seguinte forma:

$$\begin{array}{l} \underline{\text{NFAT}}(I) = \\ \underline{\text{NAS}}(I) = \end{array} \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ \hline 2 & 11 & 12 & 15 & 17 & 18 & 19 & 20 & 6 & 16 \\ \hline 9 & 3 & 4 & 10 & 6 & 7 & 8 & 0 & 2 & 5 \\ \hline \end{array}$$

a qual constitui a lista final da seqüência de aplicação das colunas dos fatores L.D sobre o vetor independente.

2.6.3 - Considerações adicionais

Na escolha entre a utilização do método 1 ou 2 descritos na seção 2.6.1, deve-se levar em conta a dimensão do sistema em estudo.

Na utilização do primeiro método para redes de grande porte, um número considerável de testes será efetuado de forma desnecessária. Em contrapartida, a lógica para sua implementação computacional é extremamente simples.

Na utilização do segundo método evita-se as operações ociosas do primeiro, entretanto, requer um esforço adicional na determinação das listas lineares.

Em função das observações acima sugere-se que para redes de pequeno porte utilizou-se o primeiro método, para redes de porte mediano, qualquer um dos dois, e para redes de grande porte o segundo método. Outros detalhes da técnica do vetor esparsos estão na referência 15.

CAPÍTULO III

ANÁLISE DE ALTERAÇÕES: ASPECTOS CONCEITUAIS

3.1 - Introdução

Como mencionado no Capítulo I, a análise de alterações está presente tanto no planejamento e dimensionamento como na operação dos sistemas elétricos. Neste capítulo serão estudados os aspectos conceituais da análise de alterações, sejam estas de adição, modificação ou retirada de ligações, numa rede básica.

Assim, a seguir são analisados inicialmente os reflexos das alterações, tanto na matriz de admitâncias nodais, como nos fatores desta matriz, para concluir com os métodos denominados de compensação.

3.2 - Alterações na Matriz de Admitâncias Nodais

Por conveniência didática desdobra-se a análise em duas partes: na primeira analisa-se os reflexos das alterações de ligações não-acopladas, e na segunda levam-se em conta os efeitos de alterações em ligações acopladas.

Os métodos resultantes aqui apresentados permitirão, com um número reduzido de operações, atualizar esta matriz a fim de refletir as mudanças propostas.

3.2.1 - Alterações de ligações não-acopladas

3.2.1.1 - Adição de uma única ligação

Seja uma rede com n nós (excluída a referência) cu-

Nota-se que se k ou m , for o nó de referência, o elemento correspondente em $|M|$ não aparecerá da mesma forma que a linha e a coluna correspondente não aparecem em $|Y_N|$.

A partir de (3.1) e (3.5) pode-se analisar a influência deste tipo de alteração na matriz $|Y_N|$, que, em nosso caso particular está armazenando nos vetores representativos YD, IL, NC e NPC (veja apêndice II).

Assim tem-se as seguintes situações possíveis:

a) Um dos nós da ligação alterada é a referência; nesse caso alterar-se-á somente o vetor YD, no elemento diagonal associado à outra barra terminal.

b) Os nós k e m formam parte da rede, porém não estão diretamente ligados entre si; nesse caso a dimensão dos vetores representativos YT, NC e NPC é acrescida em um, uma vez que deve-se incluir neles a admitância da ligação adicionada; o vetor YD será alterado nos elementos associados às barras terminais; e o vetor IL pode ou não ser modificado, dependendo da admitância adicionada ser ou passar a ser a primeira da linha onde ela se situa.

c) Os nós k e m formam parte da rede, e estão diretamente ligados entre si; nessa situação alterar-se-ão os vetores YD e YT. O primeiro, nas posições associadas às barras terminais; e no segundo na posição associada à admitância de ligação alterada.

d) O nó m é um nó radial da rede original; nesse ca

so a alteração introduz em todos os vetores representativos, variações tanto nos valores dos elementos, como nas suas dimensões. No vetor YD altera-se o elemento associado à barra k, e adiciona-se um elemento, que corresponde à outra barra terminal; no vetor IL as variações deve-se à criação em $|Y_N|$ de uma linha e coluna; e nos vetores YT, NC e NPC, deve-se à necessidade de armazenar neles o valor de admitância da alteração.

3.2.1.2 - Remoção de uma única ligação

Uma propriedade adicional da matriz de admitâncias nodais estabelece que "a abertura de uma ligação da rede pode ser simulada, adicionando-se à matriz original uma ligação, cuja admitância seja o negativo da admitância da ligação da abertura a se considerar" (referencia 5..).

Os reflexos deste tipo de alteração nos vetores representativos são similares aos descritos no item anterior; exceto para o item "b" que não deve ser considerado, e o item "d" que deve ser re-escrito como segue:

- O nó m é um nó radial da rede original, nesse caso a alteração introduz em todos os vetores representativos, variações tanto nos elementos, como nas suas dimensões. No vetor YD retira-se o elemento associado à barra m, e altera-se o elemento associado à outra barra terminal; no vetor IL as variações deve-se à eliminação em $|Y_N|$ de uma linha e coluna; e nos vetores YT, NC e NPC, deve-se à necessidade de suprimir nelas o valor de admitância da alteração.

3.2.1.3 - Adição/Remoção de múltiplas ligações

A expressão (3.5) obtida anteriormente para uma única alteração pode ser generalizada para o caso de múltiplas alterações. Assim, para situações gerais, considerando $\Delta k_i, m_i$ ($i=1, \dots, p$) alterações, a expressão para $|\Delta Y|$ pode ser descrita por (referencia 21):

$$|\Delta Y| = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline e_{k_1 m_1} & e_{k_2 m_2} & \dots & e_{k_p m_p} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \Delta Y_{k_1 m_1} & 0 & \dots & 0 \\ \hline 0 & \Delta Y_{k_2 m_2} & \dots & 0 \\ \hline \dots & \dots & \dots & \dots \\ \hline 0 & 0 & 0 & \Delta Y_{k_p m_p} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline e_{k_1 m_1}^t \\ \hline e_{k_2 m_2}^t \\ \hline \dots \\ \hline e_{k_p m_p}^t \\ \hline \end{array} \quad (3.6)$$

onde p = número de ligações alteradas simultaneamente.

Os reflexos nos vetores representativos do conjunto de alterações podem ser obtidos a partir dos pontos destacados nos itens 3.2.1.1 e 3.2.1.2, analisando-se um por um as ligações que o compõe.

3.2.2 - Alterações de ligações acopladas

3.2.2.1 - Alterações em grupo de mútuas

Antes de propormos uma expressão para as alterações de elementos acoplados, é importante destacar que a alteração de uma ligação pertencente a um grupo de mútuas implica na alteração de toda a matriz de admitâncias nodais desse grupo de mútuas.

Feita a observação acima, e definindo:

$$\underline{e}_k^t \triangleq \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline & & k & & \\ \hline 0 & \dots & 1 & \dots & 0 \\ \hline \end{array} \quad (3.7)$$

a matriz $|\Delta Y|$ em um grupo de mútuas pode ser obtida a partir da expressão:

$$|\Delta Y| = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & M & & \\ \hline \underline{e}_{k_1} & \underline{e}_{k_2} & \dots & \underline{e}_{k_\ell} \\ \hline \end{array} \quad \Delta Y_N \quad \begin{array}{|c|} \hline M^t \\ \hline \underline{e}_{k_1}^t \\ \hline \underline{e}_{k_2}^t \\ \hline \dots \\ \hline \underline{e}_{k_\ell}^t \\ \hline \end{array} \quad (3.8)$$

onde:

- ℓ = dimensão do grupo de mútuas
- k_1, k_2, \dots, k_ℓ = todas as barras do grupo de mútuas.
- ΔY_N = matriz de alteração, o qual ao ser adicionado à matriz $|Y_N|$ do grupo de mútuas, permite obter a nova matriz de admitâncias nodais deste grupo.

Denominando-se $|Y_N|_a$ a e $|Y_N|_p$ a as matrizes de admitâncias nodais do grupo de mútuas modificado, antes e pós-alteração, respectivamente, tem-se:

$$|\Delta Y_N| = |Y_N|_p - |Y_N|_a \quad (3.9)$$

No Capítulo V apresenta-se a forma prática de se obter a matriz $|\Delta Y_N|$, uma vez que segundo (3.9) será necessário determinar duas vezes a matriz de admitâncias nodais associada ao grupo de mútuas em questão.

3.2.2.2 - Alterações em múltiplos grupos de mútuas

A determinação da nova matriz de admitâncias nodais, após alterações em múltiplos grupos de mútuas, pode ser feita pela superposição sucessiva de alterações em um único grupo de mútuas.

Isto é feito a partir da identificação de quais grupos são alterados simultaneamente, como seguem:

- a - Determinar com (3.8) $|\Delta Y|$ para um grupo alterado.
- b - Adicionar esta matriz $|\Delta Y|$, à matriz $|Y_N|$ de admitâncias nodais da rede.
- c - Repetir os dois passos acima para todos os grupos de mútuas alterados.

Concluindo estes passos, tem-se a nova matriz de admitâncias nodais, após as alterações.

3.3 - Alterações na tabela $U^t.D.U.$

Vários estudos em sistemas de potência exigem que, em função de alterações dos parâmetros da rede, os fatores $U^t.D.U.$ correspondentes sejam modificados. Tais modificações, em geral não requerem o recálculo de toda a tabela de fatores, e sim de uma parte da mesma.

A análise a seguir visa determinar algoritmos que permitam atualizar rápida e eficientemente os fatores para levar em conta as alterações da rede.

Para facilitar o entendimento apresenta-se a análise em duas etapas. Na primeira, são tratadas as alterações simples ou múltiplas de elementos diagonais; na segunda, analisam-se as alterações de elementos diagonais e não diagonais.

O primeiro caso pode ser interpretado como consequência de alterações em ligações não-acopladas, entre uma barra qualquer e a referência; ligações tais como, reatores, banco de capacitores, etc...

O segundo caso pode ser interpretado como consequência da alteração de ligações acopladas ou não, entre duas barras do sistema, sem que uma delas seja a referência, ligações tais como, transformadores, linhas de transmissão, etc...

3.3.1 - Alterações simples ou múltiplas de elementos diagonais

Nesta sub-seção analisa-se inicialmente, a partir de uma rede hipotética, quais elementos da tabela de fatores são alteradas quando uma única alteração ocorre em um elemento diagonal da matriz $|Y_N|$. Com este objetivo a fig.3.1 a seguir apresenta para uma rede qualquer de 10 barras as estruturas associada à matriz $|Y_N|$ (notação E (Y_N)), e os fatores $U^t.D.U$, antes e após as alterações.

A partir das observações feitas nesta análise preliminar, formulam-se outras mais gerais, de tal forma a incluir tanto as alterações simples como múltiplas deste tipo de elementos.

A figura 3.1(c) mostra com uma barra superior quais elementos da tabela $U^t \cdot D \cdot U$ sofrem mudanças de valores, quando uma alteração simples ocorre no elemento Y_{33} de $|Y_N|$. A figura 3.1(a) mostra a estrutura da $|Y_N|$, e a 3.1(b) a estrutura original dos fatores a ela associada.

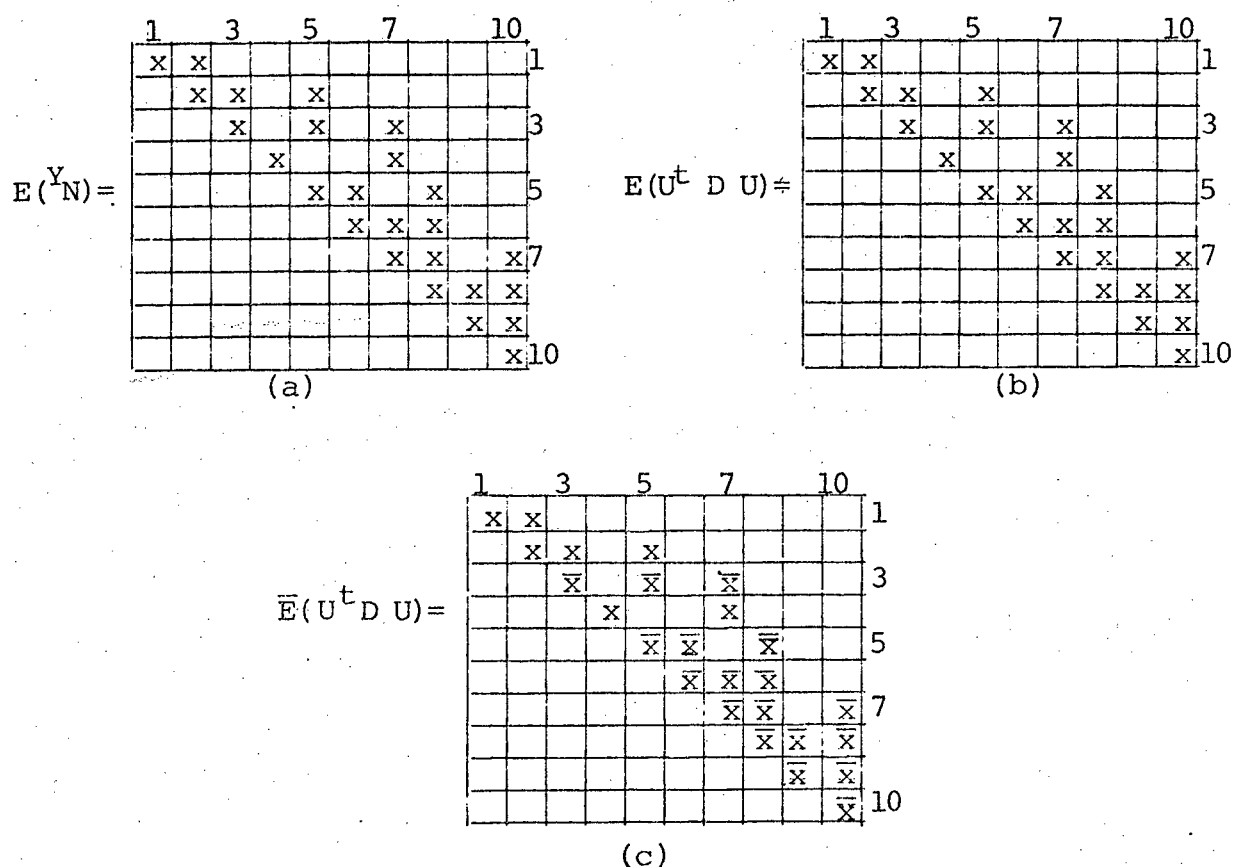


Figura 3.1 - Alteração na estrutura da tabela de fatores por mudança na admitância Y_{33} da matriz $|Y_N|$

Uma análise detalhada desta figura permite efetuar as seguintes observações:

1 - Os primeiros fatores afetados pela alteração são aqueles situados na linha onde ocorre a alteração.

2 - Além destes fatores, também são afetados aqueles que recebem a influência direta ou indireta dos elementos des-

ta linha.

Generalizando estas duas observações pode-se afirmar que:

3 - Para alterações simultânea de um ou vários elementos diagonais, os fatores $U^t \cdot D \cdot U$ afetados são aqueles situados nas linhas correspondentes às ligações alteradas. e aqueles que destes recebem influências direta ou indireta.

3.3.2 - Alterações de elementos diagonais e não diagonais

Este tipo de alteração é muito similar ao da seção 3.3.1, uma vez que o reflexo direto da alteração de um elemento qualquer da matriz $|Y_N|$ dá-se, além de sobre si mesmo, sobre os dois elementos diagonais correspondente as suas barras terminais.

Com base nesta afirmação pode a terceira observação da sub-seção anterior ser ainda mais generalizada para incluir todos os tipos de alterações. Assim, tem-se que:

- Para alterações simultâneas de uma ou várias ligações da rede, a tabela de fatores $U^t \cdot D \cdot U$ será alterada nas linhas associadas às barras terminais, e naquelas que destas recebem influências diretas ou indiretas.

Esta observação pode facilmente ser verificada na figura 3.1, tomando-se por exemplo o elemento Y_{37} de $|Y_N|$ como a ligação alterada. Com isto, as duas linhas diretamente afetadas são 3 e 7; caindo no caso de alteração de múltiplos elementos diagonais o qual por sua vez já foi analisado.

3.3.3 - Algoritmo de alteração

Na determinação de algoritmos que permitam atualizar diretamente os fatores $U^t D U$ apresenta-se a seguir um conjunto de expressões que derivam diretamente dos passos de montagem descritos no Apêndice III (Referência 6).

Os passos na determinação dos fatores $U^t D U$ de uma matriz $|Y_N|$ qualquer podem ser resumidas como segue:

a - O primeiro fator diagonal é obtido fazendo-se:

$$D_{11} = Y_{11}^{-1}$$

b - Os fatores U da primeira linha são obtidos fazendo-se:

$$U_{1j} = Y_{1j} (-D_{11}) \quad (j = 1, \dots, n)$$

c) Um fator diagonal qualquer, exceto o primeiro é obtido fazendo-se:

$$D_{ii} = (Y_{ii} - \sum_{j=1}^{i-1} (U_{ji})^2 / D_{jj})^{-1}$$

d) Um fator U qualquer, exceto os da primeira linha, é obtido fazendo-se:

$$U_{jk} = \sum_{i=1}^{j-1} U_{ij} \dot{\times} U_{ik} \dot{\times} (D_{jj} / D_{ii}) - Y_{jk} \dot{\times} D_{jj}$$

A partir dos passos sequenciais acima, e considerando que as etapas do algoritmo de alterações devem incluir: a retirada do efeito das ligações alteradas nos fatores originais, a introdução das alterações e a determinação dos novos fatores a partir da primeira linha alterada; propõe-se os seguintes passos na atualização dos fatores originais:

1 - Para a primeira linha alterada (denominada linha i)

- Faça alteração = Σ alteração (Y_{ij}) (supondo que mais de um elemento é alterado nesta linha).

- Para todos os fatores alterados desta linha faça; $U_{ij} = U_{ij} + \text{alteração } (Y_{ij}) \times D_{ii}$.
Com este passo introduz-se a alteração.

- Para todos os fatores da linha faça:

$$\bar{D}_{ii} = (1/D_{ii} + \text{Alteração})^{-1}$$

$$\bar{U}_{ij} = U_{ij} \times \bar{D}_{ii} / D_{ii}$$

Nos fatores D, a expressão entre parênteses representa a retirada do efeito, e a introdução das alterações; e a inversão, a determinação do novo fator. Nos fatores U, já foi introduzida a alteração, então, neste passo a divisão por

D_{ii} representa a retirada do efeito e o produto por \bar{D}_{ii} , a determinação do novo fator.

2. Para os fatores alterados, situados abaixo desta primeira linha:

$$\bar{D}_{jj} = (|1/D_{jj}| + |\bar{Y}_{jj} - Y_{jj}| + |\sum_{k=i}^{j-1} (U_{kj}^2/D_{kk} - U_{kj}^2/D_{kk})|)^{-1}$$

$$\bar{U}_{j1} = |U_{j1} \cdot \bar{D}_{jj}/D_{jj}| + |(\bar{Y}_{j1} - Y_{j1}) \bar{D}_{jj}| + |\bar{D}_{jj} \sum_{k=i}^{j-1} (\bar{U}_{kj} \cdot \bar{U}_{kk}/\bar{D}_{kk} - U_{kj} \cdot U_{k1}/D_{kk})|$$

Nos fatores D, a primeira expressão entre parênteses, juntamente com a primeira do somatório, representa a retirada do efeito; a segunda expressão entre parêntesis indica a introdução das alterações, e as operações restantes a determinação dos novos fatores. Nos fatores U, as operações envolvendo os fatores originais representam a retirada do efeito; a adição de admitâncias, a introdução das alterações; e as operações restantes a determinação dos novos fatores.

3.4 - Simulação de Alterações |12||13||19||21|

As equações matriciais envolvidas na solução de problemas de grandes redes são normalmente resolvidas utilizando

do-se métodos de fatoração de matrizes esparsas. Em tais problemas, faz-se freqüentemente necessário modificar a partir de um "caso-base", uma ou várias ligações da rede, para posterior resolução do sistema. Quando uma modificação não envolve muitos elementos, além de não ser uma alteração definitiva, é raramente eficiente tratá-la com a recomputação dos fatores da matriz. Ao invés, a solução requerida pode ser obtida mais economicamente usando métodos que denominaremos de simulação de alterações.

São estudados nesta seção dois enfoques diferentes na implementação dos métodos de simulação; o primeiro utiliza manipulações algébricas dos modelos de rede, e o segundo utiliza manipulações de propriedades físicas das redes elétricas, também conhecidas como métodos de compensação. Finalmente, são estudados casos específicos que ocorrem com maior freqüência, visando obter vantagens adicionais na utilização destes métodos.

3.4.1 - Análise de Sensibilidade. |19| |21|

Considere-se um sistema que no caso-básico (situação inicial) é descrito pelo modelo linear:

$$\underline{I} = |Y_N|^0 \cdot \underline{E}^0 \quad (3.10)$$

Se alterações forem introduzidas nas admitâncias das ligações da rede, as tensões nodais sofrerão modificações passando de \underline{E}^0 para \underline{E}^m . Considerando as injeções de correntes inalteradas,

a nova configuração pode ser expressa por:

$$(|Y_N|^0 + |\Delta Y|) \underline{E}^m = \underline{I} \quad (3.11)$$

ou ainda:

$$|Y_N|^0 \cdot \underline{E}^m + |\Delta Y| \cdot \underline{E}^m = \underline{I} \quad (3.12)$$

onde $|\Delta Y|$ pode assumir a forma descrita em (6.2), isto é:

$$|\Delta Y| = |M| \cdot |\Delta y| \cdot |M^t| \quad (3.13)$$

rearranjando (3.12), com (3.10), tem-se:

$$\underline{E}^m = \underline{E}^0 - |Y_N|^0 |\Delta Y| \cdot \underline{E}^m \quad (3.14)$$

onde $|Z_N|^0 = (|Y_N|^0)^{-1}$

Com as expressões (3.13) e (3.14) pode-se simular eficientemente qualquer tipo de alterações na rede, sejam estas independentes ou pertencentes a grupos de mútuas, e fornecendo resultados com a mesma precisão que seria obtida resolvendo-se o sistema (3.11) $\underline{E}^m = (|Y_N|^0 + |\Delta Y|)^{-1} \cdot \underline{I}$

3.4.1.1. Alterações de Ligações não-acopladas

Considera-se inicialmente o caso em que se introduz uma variação Δy_{ij} na admitância do ramo $i-j$ da rede, então:

$$|\Delta y| = \Delta y_{ij} \quad (3.15)$$

$$|M| = \underline{e}_{ij} \quad (3.16)$$

em que \underline{e}_{ij} é um vetor com estruturas similar ao definido em

$$(3.5); \text{ isto é, } \underline{e}_{ij}^t = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|} \hline & & i & & j & & \\ \hline 0 & \dots & 1 & \dots & -1 & \dots & 0 \\ \hline \end{array} \quad (3.17)$$

Assim a expressão (3.13) assume a forma:

$$|\Delta Y| = \underline{e}_{ij} \cdot \Delta y_{ij} \cdot \underline{e}_{ij}^t \quad (3.18)$$

que substituindo em (3.14) fornece:

$$\underline{E}^m = \underline{E}^o - |Z_N|^o \cdot \underline{e}_{ij} \cdot \Delta y_{ij} \cdot (\underline{e}^t \cdot ij \cdot \underline{E}^m) \quad (3.19)$$

em que:

$$\underline{e}_{ij}^t \cdot \underline{E}^m = E_i^m - E_j^m = E_{ij}^m \quad (3.20)$$

da qual resulta:

$$\underline{E}^m = \underline{E}^o - |Z_N|^o \underline{e}_{ij} \cdot \Delta y_{ij} \cdot E_{ij}^m \quad (3.21)$$

Nesta expressão \underline{E}^m está colocado em função de E_{ij}^m , que precisa ser calculado (já que as outras variáveis são conhecidas) para que \underline{E}^m fique inteiramente determinado. Isso pode ser feito de duas maneiras diferentes, onde embora o resultado final seja o mesmo, o esforço em termos de computação pode ser diferente.

O primeiro método (referencia 21) consiste em pre-multiplicar a equação (3.21) por \underline{e}_{ij}^t , como indicado a seguir:

$$\underline{e}_{ij}^t \cdot \underline{E}^m = \underline{e}_{ij}^t \cdot \underline{E}^o - \underline{e}_{ij}^t \cdot |Z_N|^o \cdot \underline{e}_{ij} \cdot \Delta y_{ij} \cdot E_{ij}^m \quad (3.22)$$

Passando a segunda expressão do lado direito para o lado esquerdo, e isolando E_{ij}^m obtem-se:

$$E_{ij}^m = \frac{e_{ij}^t \cdot E^0}{\Delta y_{ij} (\Delta y_{ij}^{-1} + e_{ij}^t |Z_N| e_{ij})} \quad (3.23)$$

Substituindo (6.23) em (6.21) obtem-se a solução desejada para E^m :

$$E^m = E^0 - |Z_N|^0 \cdot e_{ij} \cdot (\Delta y_{ij}^{-1} + e_{ij}^t \cdot |Z_N|^0 \cdot e_{ij})^{-1} \cdot e_{ij}^t \cdot E^0 \quad (3.24)$$

Uma vez que são conhecidos os fatores triangulares da matriz $|Y|^0$ a expressão (3.24) pode facilmente ser resolvida, especialmente se o processo de solução inicia-se pela determinação do valor de $|Z_N|^0 \cdot e_{ij}$.

O segundo método (referencia 19) consiste em colocar a expressão (3.21) na forma a seguir:

$$E^m = E^0 - \Delta y_{ij} \cdot (E_i^m - E_j^m) \cdot |Z_N|^0 \cdot e_{ij} \quad (3.25)$$

escrevendo explicitamente a i-ésima e a j-ésima equação, tem-se:

$$\begin{vmatrix} E_i^m \\ E_j^m \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} E_i^0 \\ E_j^0 \end{vmatrix} = \Delta y_{ij} \cdot \begin{vmatrix} (Z_{ii} - Z_{ji}) & -(Z_{ii} - Z_{ji}) \\ (Z_{ij} - Z_{jj}) & -(Z_{ij} - Z_{jj}) \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} E_i^m \\ E_j^m \end{vmatrix} \quad (3.26)$$

de onde pode ser obtida E_i^m e E_j^m resolvendo o sistema:

$$\Delta y_{ij} \cdot \begin{vmatrix} (Z_{ii} - Z_{ji}) + \Delta z_{ij} & -(Z_{ii} - Z_{ji}) \\ (Z_{ij} - Z_{jj}) & -(Z_{ij} - Z_{jj}) + \Delta z_{ij} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} E_i^m \\ E_j^m \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} E_i^0 \\ E_j^0 \end{vmatrix} \quad (3.27)$$

onde, $\Delta z_{ij} = \Delta y_{ij}^{-1}$ e os outros coeficientes da matriz são obtidos do vetor $|Z_N|^0 \cdot e_{ij}$. Obtido E_i^m e E_j^m as demais variáveis do sistema podem ser obtidos por (3.25). Como verifica-se, este

método também pode facilmente ser implementado para qualquer tipo de alteração, devendo porém sempre iniciar pela obtenção dos coeficientes da matriz em (3.27).

Complementando este item o Apêndice IV apresenta um exemplo numérico a ele associado.

3.4.1.2 - Alterações múltiplas de elementos não-acoplados

A análise anterior, aplicada ao caso de alterações simples, pode facilmente ser estendida para situações em que ocorrem múltiplas alterações simultâneas, com auxílio dos conceitos da seção 3.2.1. Sejam Δy_{ki-mi} as variações introduzidas das admitâncias dos ramos $Ki-mi$ ($i=1 \dots P$; onde P é o número de ligações alteradas); de (3.6) pode-se estabelecer que as matrizes $|M|$ e $|\Delta y|$ são dados respectivamente por:

$$|M| = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline e_{k1-m1} & e_{k2-m2} & \dots\dots\dots & e_{kp-mp} \\ \hline \end{array} \quad (3.28)$$

$$|\Delta y| = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \Delta y_{k1-m1} & & & \\ \hline & \Delta y_{k2-m2} & & \\ \hline & & \dots\dots\dots & \\ \hline & & & \Delta y_{kp-mp} \\ \hline \end{array} \quad (3.29)$$

Substituindo (3.28) e (3.29) em (3.13) e estes em (3.14), tem-se:

$$\underline{E}^m = \underline{E}^o - |Z_N|^o \cdot |M| \cdot |\Delta y| \cdot (|M|^t \cdot \underline{E}^m) \quad (3.30)$$

O produto $|M|^t \cdot \underline{E}^m$ é um vetor de dimensão "p", cujos componentes são as diferentes tensões E_{ki-mi}^m dos ramos $ki-mi$, os quais precisam ser determinados. Utilizaremos novamente os dois métodos da seção anterior na determinação dos novos estados da rede.

O primeiro método consiste em multiplicar a expressão (6.30) por $|M|^t$ como segue:

$$|M|^t \cdot \underline{E}^m = |M|^t \cdot \underline{E}^o - |M|^t \cdot |Z_N|^o \cdot |M| \cdot |\Delta Y| \cdot (|M|^t \cdot \underline{E}^m) \quad (3.31)$$

Passando o segundo termo do lado direito e tomando em evidência $|M|^t \cdot \underline{E}^m$.

$$|M|^t \cdot \underline{E}^m = \frac{|M|^t \cdot \underline{E}^o}{|\Delta v| \cdot (|\Delta Y|^{-1} + |M|^t \cdot |Z_N|^o \cdot |M|)} \quad (3.32)$$

Substituindo (3.32) em (3.30) resulta em:

$$\underline{E}^m = \underline{E}^o - |Z_N|^o \cdot |M| \cdot (|\Delta Y|^{-1} + |M|^t \cdot |Z_N|^o \cdot |M|)^{-1} |M|^t \cdot \underline{E}^o \quad (3.33)$$

A matriz quadrada $(|\Delta Y|^{-1} + |M|^t \cdot |Z_N|^o \cdot |M|)$ tem dimensão $p \times p$ e pode ser montada sem dificuldade desde que $|Z_N|^o \cdot |M|$ seja primeiramente calculado. A expressão (3.33) utiliza a inversa desta matriz; conseqüentemente, para que \underline{E}^m tenha solução única, esta matriz deve ser não-singular; observa-se entretanto que para alterações que impliquem na remoção de um grupo de ligações que separaria a rede em duas partes, a mesma torna-se singular. Nas situações práticas de maior interesse, como por exemplo, na análise de contingências múltiplas, "p" em geral é pequeno ($p \leq 5$). Se a mesma se torna singular, pode indicar um erro de formulação do problema em estudo. O esforço de inversão, em função de sua dimensão nos problemas práticos, pode ser efetuado sem grandes dificuldades.

Para a solução da equação linear da rede, após uma alteração múltipla segundo o método alternativo, deve-se inicialmente colocar a expressão (3.30) como segue:

$$\underline{E}^m = \underline{E}^o - \Delta y_{klml} (E_{kl}^m - E_{ml}^m) \cdot |Z_N|^o \cdot \underline{e}_{klml} - \dots - \Delta y_{kpmp} (E_{kp}^m - E_{mp}^m) \cdot |Z_N|^o \cdot \underline{e}_{kpmp} \quad (3.34)$$

Para a completa determinação de \underline{E}^m , deve-se determinar primeiramente os novos estados da rede nas barras extremas das ligações alteradas; para tal, pode-se escrever a expressão (3.34) para as p-ésimas linhas a elas correspondente, isto é:

$$\begin{pmatrix} E_{kl}^m \\ E_{ml}^m \\ \vdots \\ E_{kp}^m \\ E_{mp}^m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{kl}^o \\ E_{ml}^o \\ \vdots \\ E_{kp}^o \\ E_{mp}^o \end{pmatrix} - \Delta y_{klml} \cdot (E_{kl}^m - E_{ml}^m) \cdot \begin{pmatrix} Z_{klkl} - Z_{klml} \\ Z_{mlkl} - Z_{mlml} \\ \vdots \\ Z_{mpkl} - Z_{mpml} \end{pmatrix} - \Delta y_{kpmp} \cdot (E_{kp}^m - E_{mp}^m) \cdot \begin{pmatrix} Z_{klkp} - Z_{klmp} \\ Z_{mlkp} - Z_{mlmp} \\ \vdots \\ Z_{kpkp} - Z_{kpmp} \\ Z_{mpkp} - Z_{mpmp} \end{pmatrix} \quad (3.35)$$

de onde obtém-se:

$$\begin{pmatrix} E_{kl}^m \\ E_{ml}^m \\ \vdots \\ E_{kp}^m \\ E_{mp}^m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + (Z_{klkl} - Z_{klml}) Y_{klml} \cdots - (Z_{klkp} - Z_{klmp}) Y_{kpmp} \\ (Z_{mlkl} - Z_{mlml}) Y_{klml} \cdots - (Z_{mlkp} - Z_{mlmp}) Y_{kpmp} \\ \dots \\ (Z_{kpkp} - Z_{kpmp}) Y_{kpmp} \\ (Z_{mpkl} - Z_{mpml}) Y_{klml} \cdots 1 + (Z_{mpkp} - Z_{mpkp}) Y_{kpmp} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} E_{kl}^o \\ E_{ml}^o \\ \vdots \\ E_{kp}^o \\ E_{mp}^o \end{pmatrix} \quad (3.36)$$

onde os coeficientes da matriz são dados pelos elementos correspondentes dos vetores $|Z_N|^0 \cdot e_{kimi}$. Os estados nas barras restantes da rede, consegue-se por (3.34) com os $(E_{ki}^m - E_{mi}^m)$ obtidos previamente pela solução do sistema em (3.36).

3.4.1.3 - Alterações de um grupo de mútuas,

A análise de sensibilidade, desenvolvida no item anterior para alterações de ligações não acopladas, pode ser estendido, com auxílio dos conceitos do item 3.2.2, para situações em que as ligações alteradas pertençam a um grupo de mútuas. Entretanto, neste item nos ocuparemos somente do primeiro método, uma vez que o segundo em função do efeito das mútuas, dificulta o estabelecimento de uma expressão similar a (3.34), para este tipo de alteração.

De (3.8), obtemos para $|M|$ e $|\Delta y|$ as expressões:

$$|M| = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline e_{i1} & e_{i2} & \dots & e_{i\ell} \\ \hline \end{array} \quad (3.37)$$

$$|\Delta y| = |\Delta Y_N| \quad (3.38)$$

onde " ℓ " é a dimensão do grupo, e $|\Delta Y_N|$ obtém-se por (3.9).

Substituindo (3.37) e (3.38) em (3.33), e rearranjando-a obtemos a expressão (3.39) que permite determinar novos valores para as tensões após as alterações.

$$\underline{E}^m = \underline{E}^o - |M| (|I| + |\Delta Y| \cdot |M|^t \cdot |Z_N|^o \cdot |M|)^{-1} \cdot |\Delta Y| \cdot |M|^t \cdot \underline{E}^o \quad (3.39)$$

A expressão (3.39), é matemática mas não computacionalmente equivalente a (5.33), uma vez que a matriz entre parênteses na última expressão é assimétrica em contrapartida a simetria da primeira expressão. A justificativa de (3.39) é que a mesma evita a singularidade da matriz entre parênteses de (3.33), para este tipo de alteração. Para um exemplo numérico veja Apêndice IV.

3.4.1.4 - Alterações de ligações de múltiplos grupos de mútuas

O método descrito para alterações de ligações pertencentes a um grupo de mútuas, não permite o tratamento simultâneo de alterações em múltiplos grupos; entretanto, para a simulação desta situação desse utilizar o método de aplicação sequencial da simulação, e que será analisado na sub-seção a seguir.

3.4.2 - Método geral de compensação |12| |13|

Os resultados obtidos na sub-seção anterior para simulação de alterações nas ligações ou componentes da rede, baseados em manipulações algébricas da equação da rede, pode também ser obtido utilizando-se uma propriedade física das redes elétricas conhecida como Teorema de Compensação.

Nesta sub-seção analisa-se para este Teorema:

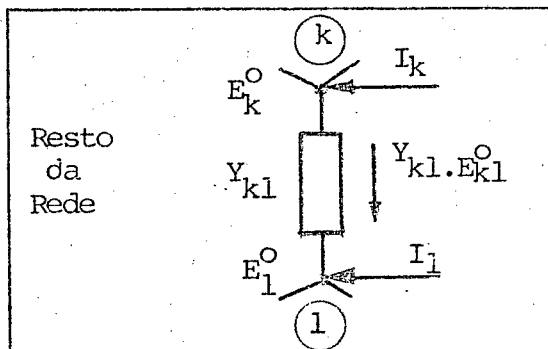
- seus aspectos conceituais, e
- um dos seus enfoques matemáticos

A partir destes pontos define-se os distintos nodos de aplicação da compensação na simulação de alterações.

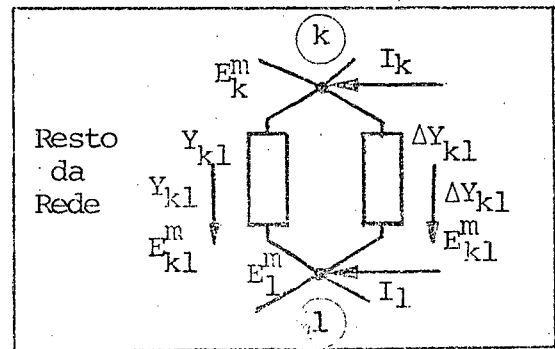
3.4.2.1 - Teorema da compensação

O Teorema de Compensação da teoria de redes estabelece que: "alterações nas admitâncias das suas ligações ou componentes, tem o mesmo efeito que a ligação de fontes de correntes com valores convenientes nas barras terminais às quais estão conectadas" (referências 12,13).

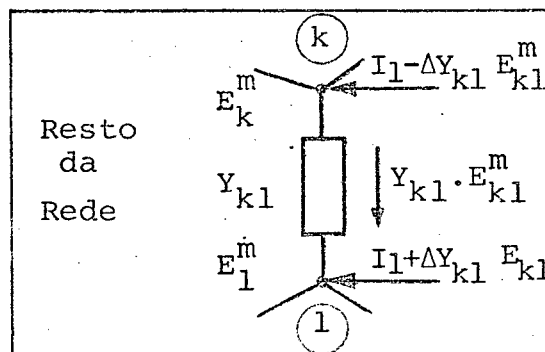
Considera-se uma rede modelada pela relação linear $\underline{I} = |\underline{Y}_N| \cdot \underline{E}$. A idéia básica do Teorema da Compensação para uma única ligação alterada está apresentada na Figura 3.2.



a) Situação inicial: $\underline{I} = |\underline{Y}_N|^o \cdot \underline{E}^o$



b) Situação final: $\underline{I} = (|\underline{Y}_N|^o + |\Delta Y|) \cdot \underline{E}^m$



c) Situação final compensada: $\underline{I} + \Delta \underline{I} = |\underline{Y}_N|^o \cdot \underline{E}^m$

FIGURA 3.2 - Aplicação do Teorema da Compensação.

Na parte "a" desta figura está representada a rede na situação inicial, cujo modelo é $\underline{I} = |Y_N|^0 \cdot \underline{E}^0$; aparece também nesta parte da figura uma ligação genérica da rede com admitância Y_{kl} . Na parte "b" está representada a rede após a introdução de uma alteração entre as mesmas barras terminais, com valor ΔY_{kl} ; o modelo do sistema passa a ser $\underline{I} = (|Y_N|^0 + |\Delta Y|) \underline{E}^m$, sendo \underline{E}^m o novo estado da rede. Na parte "c", a ligação alterada, foi desconectada da rede e seu efeito é representado pelas injeções $\pm \Delta Y_{kl} \cdot \underline{E}_{kl}^m$. Nesta situação o modelo do sistema é $\underline{I} + \underline{\Delta I} = |Y_N|^0 \cdot \underline{E}^m$, em que $|Y_N|^0$ é a mesma da parte "a" e \underline{E}^m é o mesmo estado da parte "b".

Estendendo este conceito a múltiplas alterações, considere que deseja-se calcular o novo estado da rede \underline{E}^m após a alteração em várias ligações. Isto pode ser feito considerando-se o modelo da figura 3.2(b), o que exigiria a resolução do sistema $\underline{I} = (|Y_N|^0 + |\Delta Y|) \underline{E}^m$ pela inversão ou para fatoração da matriz entre parênteses. Uma maneira alternativa de calcular o vetor \underline{E}^m consiste em se trabalhar com o modelo da figura 3.2(c), resolvendo o sistema $\underline{I} + \underline{\Delta I} = |Y_N|^0 \cdot \underline{E}^m$; e para tal é necessário a determinação previa do vetor (aqui denominado compensatório) $\underline{\Delta I}$. Na determinação do vetor compensatório pode-se utilizar o conceito como "Lema de inversão de matrizes" (Referência 13). Este último procedimento é adotado neste trabalho.

3.4.2.2 - Lema de inversão de matrizes

O lema da inversão de matrizes estabelece um procedimento na determinação dos elementos de uma matriz inversa, após alterações em alguns elementos da matriz original. Neste item, o teorema será deduzido a partir do modelo de admitâncias nodais da rede.

Considera-se um sistema que no caso básico é descrito pelo modelo linear:

$$|Y_N|^0 \cdot \underline{E}^0 = \underline{I} \quad (3.40)$$

Seja $|\Delta Y|$ uma matriz cujos elementos representam variações introduzidas nas admitâncias da matriz $|Y_N|^0$. Nessa situação o sistema resultante passa a ser

$$(|Y_N|^0 + |\Delta Y|) \cdot (\underline{E}^0 + \underline{\Delta E}) = \underline{I} \quad (3.41)$$

Efetuando o produto do lado esquerdo, obtém-se para ΔE :

$$\underline{\Delta E} = -(|Y_N|^0)^{-1} \cdot |\Delta Y| \cdot (\underline{E}^0 + \underline{\Delta E}) \quad (3.42)$$

Adicionando \underline{E}^0 a ambos os lados, e reorganizando algebricamente obtém-se:

$$\underline{E}^0 + \underline{\Delta E} = (i + (|Y_N|^0)^{-1} \cdot |\Delta Y|)^{-1} \cdot \underline{E}^0 \quad (3.43)$$

onde " i " é a matriz Identidade. Substituindo (3.43) em (3.42), tem-se:

$$\underline{\Delta E} = -(|Y_N|^0)^{-1} \cdot |\Delta Y| \cdot (i + |Y_N|^0)^{-1} \cdot |\Delta Y|^{-1} \cdot \underline{E}^0 \quad (3.44)$$

Denominando de \underline{E}^m a $\underline{E}^0 + \underline{\Delta E}$, e abandonando para simplificar o expoente (0), obtêm-se:

$$\underline{E}^m = \{ |Y_N|^{-1} - |Y_N|^{-1} \cdot |\Delta Y| \cdot (|I| + |Y_N|^{-1} \cdot |\Delta Y|)^{-1} \cdot |Y_N|^{-1} \} \cdot \underline{I} \quad (3.45)$$

Na sub-seção anterior vimos que a matriz $|\Delta Y|$ para alterações em redes de potência pode ser expressa por:

$$|\Delta Y| = |M| \cdot |\Delta y| \cdot |M|^t \quad (3.46)$$

Substituindo (3.46) em (3.45), e simplificando temos:

$$\underline{E}^m = (|Y_N|^{-1} - |Y_N|^{-1} \cdot |M| \cdot |C| \cdot |M|^t \cdot |Y_N|^{-1}) \cdot \underline{I} \quad (3.47)$$

onde a matriz $|C|$. (mxm) (m= dimensão de $|\Delta y|$) é ainda indefinida.

Na determinação da matriz $|C|$, é necessário introduzir uma outra matriz (mxm) definida por:

$$|Z| = |M|^t \cdot |Y_N|^{-1} \cdot |M| \quad (3.48)$$

a qual compõe-se dos elementos de $|Y_N|^{-1}$ associados com as barras nas quais estão ligadas as ligações alteradas.

A fórmula para a matriz $|C|$ em (3.47) pode ser escrita de diversas maneiras diferentes, todas matematicamente, porém não computacionalmente equivalentes entre si. Entre esses arranjos três dos mais úteis são expressos por:

$$|C| = (|\Delta y|^{-1} + |Z|)^{-1} \quad (3.49a)$$

$$|C| = (|I| + |\Delta y| \cdot |Z|)^{-1} |\Delta y| \quad (3.49b)$$

$$|C| = |Z|^{-1} (|\Delta y| + |Z|^{-1})^{-1} \cdot |\Delta y| \quad (3.49c)$$

A expressão (3.49a) é a mais comumente encontrada na literatura especificada. Observe que qualquer das expressões em (3.49) apresenta uma matriz inversa como componente. Obtem-se significativa "economia" se esta matriz é mantida na forma triangular-fatorizada, ou seja, sem avaliar "C" explicitamente. A versão (3.49a) é geralmente mais econômica e é adequada, por exemplo, quando se deseja simular alterações de admitâncias muito grandes ou infinitas. As versões (3.49b) e (3.49c) tratam de matrizes $|\Delta y|$ singulares ou mal condicionadas, o que pode ocorrer em situações particulares.

Definida a matriz $|C|$, a expressão (3.47) pode ser completamente determinada. A partir desta expressão, tomando em evidência $|Y_N|^{-1}$ por exemplo no lado esquerdo do parênteses, fica evidente a expressão que permite determinar o vetor compensatório, mencionado no item anterior. Isto é analisado mais detalhadamente no item a seguir.

3.4.2.3 - Método de solução do problema geral de compensação

Uma análise detalhada dos passos descrito no item anterior, permite verificar duas etapas bem definidas na determinação do novo estado da rede; a primeira consiste na determinação das matrizes $|Z|$ e $|C|$ e a segunda na determinação propriamente dita de E^m . A par-

tir disso pode o processo de determinação da solução ser dividido em duas fases distintas:

- a - Fase preparatória: que compreende o cálculo de certos elementos do inverso da matriz $|Y_N|$, ou seus fatores, para obter a matriz $|Z|$, como definido em (3.48), e após a matriz $|C|$ por (3.49).
- b - Fase de conclusão: que compreende a determinação do vetor \underline{E}^m , pela avaliação do lado direito da expressão (6.47). Utiliza resultados obtidos na fase preparatória, assim como os fatores da matriz $|Y_N|$ original.

A fase de conclusão pode ser repetida qualquer número de vezes com diferentes vetores \underline{I} . A fase preparatória é em princípio executada uma única vez, devendo as matrizes aqui determinadas ser guardadas para os casos em que a fase de conclusão deve ser aplicada múltiplas vezes.

3.4.2.4 - Classificação dos métodos de compensação

A determinação da solução na fase de conclusão envolve dois tipos de operações bem caracterizadas; a solução do modelo linear, e a aplicação da compensação, a partir da determinação do vetor compensatório. Estas operações podem ser efetuadas em diferentes seqüências, isto é, determinar a solução da rede sobre o vetor das injeções originais ou sobre o

vetor compensado. Então, a partir das possíveis abordagens a serem adotadas nesta fase, classifica-se os métodos de compensação como (referência 13).

- Pré-compensação
- Média-compensação
- Pós-compensação

Nos métodos pré-compensatórios, a solução da rede aplica-se sobre o vetor independente compensado. A expressão matemática correspondente é obtida colocando-se $|Y_N|^{-1}$ em evidência no lado esquerdo de (3.47), ou seja:

$$\underline{E}^m = |Y_N|^{-1} \cdot (|i| - |M| \cdot |C| \cdot |M|^t \cdot |Y_N|^{-1}) \cdot \underline{I} \quad (3.50a)$$

Na média-compensação, esta solução efetua-se em duas etapas; na primeira aplica-se a substituição direta sobre o vetor \underline{I} original, e na segunda aplica-se a substituição inversa sobre um vetor independente compensado. A expressão matemática correspondente obtém-se a partir da substituição de $|Y_N|^{-1}$ pelos fatores $U^t \cdot D \cdot U$ associado à matriz $|Y_N|$, tomando-se os mesmos em evidência como segue:

$$\underline{E}^m = U \cdot D \cdot (|i| - U^t \cdot |M| \cdot |C| \cdot |M|^t \cdot U \cdot D) \cdot U^t \cdot \underline{I} \quad (3.50b)$$

Na pós-compensação, a solução da rede aplica-se sobre o vetor das injeções originais, sendo a compensação efetuada propriamente sobre o vetor \underline{E}^0 . Matematicamente pode ser expresso por:

$$\underline{E}^m = (|i| - |Y_N|^{-1} \cdot |M| \cdot |C| \cdot |M|^t) \cdot |Y_N|^{-1} \cdot \underline{I} \quad (3.50c)$$

A segunda expressão situada dentro do parenteses em cada versão de (3.50) representam os passos que ao ser aplicados no vetor em evidência no lado direito permite determinar o vetor compensatório. A não ser por estes passos, cada expressão é apenas a solução da equação matricial não modificada

$$\underline{E} = |Y_N|^{-1} \cdot \underline{I}$$

3.4.2.5 - Passos da fase preparatória

O objetivo desta fase é determinar as matrizes $|M|$, $|\Delta y|$, $|Z|$ e $|C|$. As duas primeiras já foram amplamente descritas no início desta seção; assim neste item descreve-se os aspectos conceituais associado à determinação das duas últimas.

A - Determinação da matriz $|Z|$

A única razão para a determinação da matriz $|Z|$ é a necessidade de computar-se a matriz $|C|$ a partir de (3.49). A Tabela 3.1 apresenta três esquemas alternativos, mostrando os cálculos de matrizes auxiliares, e a correspondente avaliação de $|Z|$.

Tabela 3.1 - Esquemas alternativos para o cálculo da matriz "Z"

Esquemas	Cálculo de matrizes auxiliares (n x r)	Cálculo da matriz Z (r x r)
1	$ X = Y_N ^{-1} \cdot M $	$ Z = M ^t \cdot X $
2	$ \tilde{X} = (Y_N ^t)^{-1} \cdot M $	$ Z = \tilde{X} ^t \cdot M $
3	$ W = U^t \cdot M $ $ \tilde{W} = D \cdot W $	$ Z = \tilde{W} ^t \cdot W $

OBS: n= dimensão da matriz $|Y_N|$; r= número de ligações não acopladas alteradas, ou dimensão do grupo de mútuas alterado.

Nesta tabela cada coluna da matriz auxiliar $|X|$ é, ou uma coluna, ou a diferença de duas colunas de $|Y_N|^{-1}$, dependendo se a ligação alterada está ou não mutuamente acoplada respectivamente. Similamente as colunas de \tilde{X} estão constituídos por linhas de $|Y_N|^{-1}$. Em ambos esquemas $|X|$ ou $|\tilde{X}|$ obtem-se pela aplicação dos fatores $U^t D U$ de $|Y_N|$ sobre vetores independentes obtidos das colunas da matriz $|M|$. O esquema 3, apresenta uma alternativa que não requer a aplicação de toda a tabela de fatores. A eficiência computacional de cada um destes esquemas será analisada no capítulo IV.

B - Determinação da matriz $|C|$

Obtida a matriz $|Z|$, a matriz $|C|$ é computada por qualquer dos arranjos da (3.49). A escolha de um destes será amplamente discutida no Capítulo IV, ao abordar os aspectos computacionais dos métodos de compensação.

3.4.2.6 - Passos da fase de conclusão

A solução de \underline{E}^m em qualquer das expressões (3.50) é calculada pela execução de um conjunto de operações (matriz) x (vetor): a partir do lado direito da formula em direção a sua esquerda. A Tabela 3.2 mostra estes passos na solução de cada método de compensação, separando ainda por linhas contínuas as etapas de solução do modelo linear, e a aplicação da compensação.

Tabela 3.2 - Passos da fase de conclusão para os distintos métodos de compensação

PRE-COMPENSAÇÃO	MÉDIA-COMPENSAÇÃO	PÓS-COMPENSAÇÃO
1. Calcule o vetor compensatório a - Esquema A $\underline{\Delta I} = - M \cdot C \cdot \tilde{X} ^t \cdot \underline{I}$ b - Esquema B $\underline{\Delta I} = - M \cdot C \cdot M ^t \cdot \hat{Y}_N ^{-1} \cdot \underline{I}$	1. Inicie a solução $\underline{\hat{F}} = U^t \cdot \underline{I}$	1. Inicie a solução $\underline{\hat{E}} = \hat{Y}_N ^{-1} \cdot \underline{I}$
2. Execute a compensação $\underline{\hat{I}} = \underline{I} + \underline{\Delta I}$	2. Calcule o vetor compensatório $\underline{\Delta F} = - W \cdot C \cdot \tilde{W} \cdot \underline{\hat{F}}$ 3. Execute a compensação $\underline{F} = \underline{\hat{F}} + \underline{\Delta F}$	2. Calcule o vetor compensatório. a - Esquema A $\underline{\Delta E} = - X \cdot C \cdot M ^t \cdot \underline{E}$ b - Esquema B $\underline{\Delta E} = - \hat{Y}_N ^{-1} M \cdot C \cdot M ^t \cdot \underline{E}$
3. Determinação de \underline{E}^m $\underline{E}^m = \hat{Y}_N ^{-1} \cdot \underline{\hat{I}}$	4. Determinação de \underline{E}^m $\underline{E}^m = U \cdot \underline{D} \cdot \underline{F}$	3. Determinação de \underline{E}^m (Exc. a compens.) $\underline{E}^m = \underline{\hat{E}} + \underline{\Delta E}$

Tanto a pré- quanto a pós-compensação possuem dois esquemas alternativos para o cálculo do vetor compensatório. Os esquemas A, da mesma forma que a média-compensação, empregam as matrizes auxiliares introduzidas na tabela 3.1. Neste

caso a escolha entre a pré- ou pós-compensação está estreitamente ligada à escolha do método para a obtenção da matriz $|Z|$.

Os esquemas B na tabela 3.2 envolvem, para o cálculo do vetor compensatório, soluções repetidas usando os fatores da matriz $|Y_N|$ original. Neste caso, a escolha do método de compensação e a do cálculo da matriz $|Z|$ são independentes um do outro. Para complementar os conceitos teóricos deste subitem verifique passo a passo o exemplo numérico correspondente do Apêndice IV.

3.4.3 - Abordagem sequencial da compensação

Os métodos de simulação até agora descritos permitem executar as modificações para a matriz da rede básica, todas ao mesmo tempo (exceto para alterações simultâneas de múltiplos grupos de mútuas); entretanto, não é econômico computacionalmente simular de uma só vez grande número de alterações. Tais situações podem ser tratados mais eficientemente utilizando a abordagem sequencial, isto é, ao invés de incluir todas as modificações de uma só vez, as mesmas podem ser introduzidas cumulativamente em grupos de alterações menores.

A seguir são analisados os aspectos conceituais associado à aplicação de cada um dos métodos de compensação descrito na sub-seção anterior.

3.4.3.1 - Pré-compensação sequencial

A matriz entre parênteses em (3.50) pode ser designada como uma pós-multiplicadora $|P_1|$ que atualiza $|Y_N|^{-1}$ para uma primeira modificação, ou seja

$$\underline{E}^m = |Y_N|^{-1} (|i| - |M_1| \cdot |C_1| \cdot |M_1|^t \cdot |Y_N|^{-1}) \cdot \underline{I} = |Y_N|^{-1} \cdot |P_1| \cdot \underline{I} \quad (3.51a)$$

ou alternativamente

$$\underline{E}^m = |Y_N|^{-1} (|i| - |M_1| \cdot |C_1| \cdot |\tilde{X}_1|^t) \cdot \underline{I} = |Y_N|^{-1} \cdot |P_1| \cdot \underline{I} \quad (3.51b)$$

onde a matriz $|P_1|$ é avaliada de forma não explícita na fase preparatória em termos de sua matriz de ligação $|M_1|$, e das matrizes $|C_1|$ e $|X_1|$.

Uma segunda modificação na rede requer uma segunda matriz atualizadora $|P_2|$, a qual é expressa e calculada de modo análogo a $|P_1|$, tendo porém $|Y_N|^{-1} \cdot |P_1|$ no lugar de $|Y_N|^{-1}$, ou seja:

$$\underline{E}_2^m = |Y_N|^{-1} \cdot |P_1| \cdot (|i| - |M_2| \cdot |C_2|^t \cdot |M_2|^t \cdot |Y_N|^{-1} \cdot |P_1|) \cdot \underline{I} =$$

$$|Y_N|^{-1} \cdot |P_1| \cdot |P_2| \cdot \underline{I} \quad (3.52a)$$

ou alternativamente

$$\underline{E}_2^m = |Y_N|^{-1} \cdot |P_1| \cdot (|i| \cdot |M_2| \cdot |C_2| \cdot |\tilde{X}_2|^t \cdot |P_1|) \cdot \underline{I} =$$

$$|Y_N|^{-1} \cdot |P_1| \cdot |P_2| \cdot \underline{I} \quad (3.52b)$$

onde $|C_2| = (| \Delta_{Y_2} |^{-1} \quad |Z_2|)^{-1}$

$$|Z_2| = |M_2|^t \cdot |\tilde{X}_2| \cdot |P_1|$$

$$|\tilde{X}_2| = |Y_N|^{-1} \cdot |M_2|$$

e

O processo compensatório deve agora ser aplicado duas vezes; primeiramente para atualizar $|Y_N|^{-1}$ e após, para atualizar a matriz resultante por $|P_2|$

Outras modificações da rede seguem o mesmo processo, assim, para n atualizações sequenciais tem-se:

$$\underline{E}_n^m = |Y_N|^{-1} \cdot |P_1| \cdot |P_2| \cdot \dots \cdot |P_{n-1}| \cdot (|i| - |M_n| \cdot |C_n| \cdot |M_n|^t \cdot |Y_N|^{-1} \cdot$$

$$|P_1| \cdot |P_2| \cdot \dots \cdot |P_{n-1}|) \cdot \underline{I} \quad (3.53a)$$

ou alternativamente

$$\underline{E}^m = |\underline{Y}_N|^{-1} \cdot |P_1| \cdot |P_2| \cdots |P_{n-1}| \cdot (|i| - |M_n| \cdot |\underline{X}_n|^t \cdot |P_1| \cdot |P_2| \cdots |P_{n-1}|) \cdot \underline{I} \quad (3.53b)$$

$$\text{onde: } |C_N| = (|\Delta Y_n|^{-1} + |Z_n|)^{-1}$$

$$|Z_N| = |M_n|^t \cdot |\tilde{X}_n| \cdot |P_1| \cdot |P_2| \cdots |P_{n-1}|$$

$$|\tilde{X}_N| = |\underline{Y}_N|^{-1} \cdot |M_n|$$

sendo o processo compensatório então aplicado n vezes. Uma outra forma de escrever (3.53) e dada por:

$$\underline{E}^m = |\underline{Y}_N|^{-1} \cdot |P_1| \cdot |P_2| \cdots |P_{n-1}| \cdot |P_n| \cdot \underline{I} \quad (3.54)$$

3.4.3.2 - Pós-compensação Seqüencial

A pós-compensação segue exatamente o mesmo princípio da pré-compensação, porém pré-atualizando a matriz inversa. Assim, de (3.50b) para uma primeira modificação ter-se-ia que:

$$\underline{E}_1^m = (|i| - |\underline{Y}_N|^{-1} \cdot |M_1| \cdot |C_1| \cdot |M_1|^t) |\underline{Y}_N|^{-1} \cdot \underline{I} = |P_1| \cdot |\underline{Y}_N|^{-1} \cdot \underline{I} \quad (3.55a)$$

ou alternativamente

$$\underline{E}_1^m = (|i| - |X_1| \cdot |C_1| \cdot |M_1|^t) |\underline{Y}_N|^{-1} \cdot \underline{I} = |P_1| \cdot |\underline{Y}_N|^{-1} \cdot \underline{I} \quad (3.55b)$$

uma segunda modificação forneceria a seguinte expressão:

$$\underline{E}_2^m = (|i| - |P_1| \cdot |\underline{Y}_N|^{-1} \cdot |M_2| \cdot |C_2| \cdot |M_2|^t) |P_1| \cdot |\underline{Y}_N|^{-1} \cdot \underline{I} = \quad (3.56a)$$

$$|P_2| \cdot |P_1| \cdot |\underline{Y}_N|^{-1} \cdot \underline{I}$$

ou alternativamente

$$\underline{E}_2^m = (|i| - |P_1| \cdot |X_2| \cdot |C_2| \cdot |M_2|^t) |P_1| \cdot |Y_N|^{-1} \cdot \underline{I} = |P_2| \cdot |P_1| \cdot |Y_N|^{-1} \cdot \underline{I} \quad (3.56b)$$

onde:

$$|C_2| = (|\Delta Y_2|^{-1} + |z_2|)^{-1}$$

$$|z_2| = |M_2|^t \cdot |P_1| \cdot |X_2|$$

$$|X_2| = |Y_N|^{-1} \cdot |M_2|$$

Para n compensações seqüenciais ter-se-ia a expressão:

$$\underline{E}^m = \underline{F}_n^m = |P_n| \cdot |P_{n-1}| \cdot \dots \cdot |P_2| \cdot |P_1| \cdot |Y_N|^{-1} \cdot \underline{I} \quad (3.57)$$

3.4.3.3 - Média-Compensação Seqüencial

A matriz apresentada entre parênteses na equação (3.50) é denominada como sendo $|P_1|$, a qual pode ser considerada como atualizadora tanto de U^t , como $U \cdot D$. Para a primeira alternativa, numa única modificação tem-se:

$$\underline{E}_1^m = U \cdot D (|i| - |W_1| \cdot |C_1| \cdot |\tilde{W}_1|^t) U^t \underline{I} = U \cdot D |P_1| \cdot U^t \underline{I} \quad (3.58)$$

para duas modificações seqüenciais tem-se:

$$\underline{E}_2^m = U \cdot D (|i| - |P_1| \cdot |W_2| \cdot |C_2| \cdot |\tilde{W}_2|^t) |P_1| U^t \underline{I} = U \cdot D |P_2| \cdot |P_1| U^t \underline{I} \quad (3.59)$$

onde: $|C_2| = (|\Delta Y_2|^{-1} + |z_2|)^{-1}$

$$|z_2| = |W_2|^t \cdot |P_1| \cdot |W_2|$$

$$|W_2| = U^t \cdot |W_2|$$

$$|\tilde{W}_2| = D \cdot |W_2|$$

e para n modificações seqüenciais tem-se para E^m

$$\underline{E}^m = \underline{E}_n^m = U \cdot D \cdot |P_n| \cdot |P_{n-1}| \dots |P_2| \cdot |P_1| \cdot U^t \cdot \underline{I} \quad (3.60)$$

onde

$$|C_n| = (|\Delta Y_n|^{-1} + |Z_n|)^{-1}$$

$$|Z_n| = |W_n| \cdot |P_n| \cdot |P_{n-1}| \dots |P_2| \cdot |P_1| \cdot |W_n|$$

$$|W_n| = U^t \cdot |M_n|$$

e

$$|\tilde{W}_n| = D \cdot |W_n|$$

3.4.3.4 - Critérios de aplicação

A análise de cada uma das expressões obtida nos itens anteriores para a aplicação seqüencial da compensação permite su gerir os seguintes critérios de aplicação:

a - Independente do método utilizado, os passos da so lução compreendem:

- Determinação das matrizes atualizadoras $|P_i|$
- Determinação da solução por qualquer das expres-
sões (3.54), (3.57), ou (3.60)

b - A determinação das matrizes atualizadoras $|P_i|$, in cluem também a fase preparatória, e a fase de conclusão. Na fase

preparatória similar aos métodos gerais determina-se as matrizes: $|\tilde{X}_i|$, ou $|X_i|$, ou $|\tilde{W}_i|$ e $|W_i|$; $|Z_i|$; $|C_i|$. A fase de conclusão não deve ser avaliada explicitamente para reduzir o número de operações a ser executadas. Isto será melhor visualizado no exemplo numérico do Apêndice IV.

c - Conhecidas as matrizes atualizadoras passa-se à determinação do novo estado da rede E^m . Para tal, independentemente do método adotado, deve-se efetuar as operações caminhando da direita para a esquerda. Esta seqüência pode facilmente ser compreendida uma vez que as matrizes atualizadoras $|P_i|$ não são avaliadas explicitamente.

d - As vantagens e desvantagens da utilização dos esquemas de compensação seqüencial serão abordados no capítulo seguinte.

Para complementar os conceitos teóricos desta subseção apresenta-se no Apêndice IV um exemplo numérico, com aplicação de dois esquemas aqui analisados.

3.4.4 - Compensação aplicada a alterações envolvendo modificações na dimensão da matriz da rede

Os métodos de compensação facilmente são aplicados às alterações das ligações da rede, e o que implica em modificação na dimensão do modelo matricial. É objetivo deste item analisar estas situações.

3.4.4.1 - Remoção de Nós

Desde que a um nó concorre um conjunto de ligações, o efeito da remoção do mesmo pode ser analisado, simulando a eliminação de todas as ligações a ele conectadas, porém, certas observações devem ser feitas sobre esta afirmação:

a) Para simular a retirada de um nó que tiver ligação com a referência, deve-se simular somente a retirada das ligações com os outros nós, uma vez que a inclusão desta impedância conectada à referência na matriz $|\Delta y|$ torna a matriz $|C|$ singular.

b) Para simular a retirada de um nó que não esteja ligado com a referência, deve-se simular juntamente com as ligações retiradas, a adição de uma ligação com a referência, e que pode ter valor arbitrário. Isto implica que para simular a retirada de uma ligação radial, deve-se sempre simular duas alterações; aquela que se deseja retirar, e uma ligação com a referência.

3.4.4.2 - Adição de Nós

Para acrescentar um novo nó no sistema, a dimensão da matriz de rede é acrescida de n para $n+1$. Esta situação também pode ser tratada pelos métodos de simulação, porém, com as pequenas alterações do processo geral mencionadas a seguir:

a) Suponha inicialmente que se deseje simular a criação de um novo nó. Para tal, deve-se supor que o dito nó está isolado da rede básica, porém conectado à referência do sistema por uma admitância fictícia muito pequena (da ordem de $1/10000$). Esta situação pode ser simulada acrescentando na tabela de fator um fator D adicional na posição correspondente ao nó que se quer acrescentar, e de valor igual ao inverso da admitância fictícia; é acrescentado um elemento nulo na posição $(n+1)$ do vetor das injeções. Após assumir que a rede básica possui dimensão $(n+1)$, pode-se acrescentar a este nó quantas ligações forem desejadas; é importante ressaltar que o erro cometido por este artifício é da ordem da admitância fictícia.

b) Uma segunda alternativa para esta situação é assumir que o valor da admitância fictícia é unitária e simular juntamente com as adições das ligações a este novo nó, a retirada desta admitância fictícia. Este artifício elimina o erro incorrido no artifício anterior.

c) Se juntamente com o nó acrescentado, deseja-se simular o efeito de uma injeção de corrente neste nó, basta incluir o valor desta injeção na posição associada ao nó, no vetor das injeções. Em seguida, aplicar normalmente o artifício "b" acima.

d) Com o mesmo raciocínio qualquer quantidade de nós pode ser acrescentado ao sistema.

Complementando esta sub-seção o Apêndice IV apresenta um exemplo numérico ilustrativo.

3.4.5 - Soluções particulares para os métodos de simulação

Nesta seção trata-se de alguns casos particulares comumente encontrados na prática, e para os quais os métodos gerais apresentados podem ser aplicados com vantagens adicionais, decorrentes destas particularidades.

3.4.5.1 - Vetor independente constante:

Suponha que para uma rede qualquer, seja conhecida, além das injeções \underline{I}^0 , os estados iniciais \underline{E}^0 , e que deseja-se conhecer as variações de \underline{E} , para distintas alterações da rede, sendo que estas não envolvam modificações de \underline{I}^0 . Esta suposição pode ser aproveitada com vantagem em determinados passos dos esquemas gerais de compensação.

A fase preparatória não se altera com esta hipótese, uma vez que não se utiliza dos vetores \underline{I}^0 ou \underline{E}^0 , com os quais os esquemas da tabela 3.1, permanecem inalterados (para esta situação).

Entretanto, os passos da fase de conclusão da tabela 6.2, devem ser substituídos pelos passos da tabela 3.3 a seguir:

Tabela 3.3 - Passos da fase de conclusão para a hipótese de vetor independente constante.

PRÉ-COMPENSAÇÃO	MÉDIA-COMPENSAÇÃO	PÓS-COMPENSAÇÃO
1. Cálculo do vetor compensatório $\Delta \underline{I} = - \underline{M} \cdot \underline{C} \cdot \underline{M} ^t \cdot \underline{E}^o$	1. Inicie a solução $\hat{\underline{F}}^o = \underline{U}^t \cdot \underline{I}^o$	1. Cálculo do vetor compensatório a. Esquema A $\Delta \underline{E} = - \underline{X} \cdot \underline{C} \cdot \underline{M} ^t \cdot \underline{E}^o$
2. Execute a compensação $\hat{\underline{I}} = \underline{I}^o + \Delta \underline{I}$	2. Cálculo do vetor compensatório $\Delta \underline{F} = - \underline{W} \cdot \underline{C} \cdot \underline{W} ^t \cdot \hat{\underline{F}}^o$	b. Esquema B $\Delta \underline{E} = - \underline{Y}_N ^{-1} \cdot \underline{M} \cdot \underline{C} \cdot \underline{M} ^t \cdot \underline{E}^o$
3. Determinação \underline{E}^m $\underline{E}^m = \underline{Y}_N ^{-1} \cdot \hat{\underline{I}}$	3- Execute a compensação $\underline{F} = \hat{\underline{F}}^o + \Delta \underline{F}$	2. Determinação \underline{E}^m (Exec. a comp.) $\underline{E}^m = \underline{E}^o + \Delta \underline{E}$
	4. Determinação \underline{E}^m $\underline{E}^m = \text{U.D.F}$	

A vantagem adicional mencionada decorre das seguintes operações:

- Na pré-compensação, as operações envolvidas no produto $|\tilde{\underline{X}}|^t \cdot \underline{I}$ do cálculo do vetor compensatório pelo esquema A são substituídos pelo produto $|\underline{M}|^t \cdot \underline{E}$ que em contra-partida é trivial; igualmente no esquema B, a solução da rede $|\underline{Y}_N|^{-1} \cdot \underline{I}$ é diretamente substituída por \underline{E}^o . Esta vantagem irá se acentuando com o acréscimo do número de simulações.

- Na média compensação, o primeiro passo da fase de solução, e que determina $\hat{\underline{F}}^o$, será efetuado uma única vez e armazenado para reutilização em análises posteriores, ou seja, para uma única simulação os passos das tabelas 3.2 e 3.3 são similares. Entretanto, com o aumento do número de simulações os passos da tabela 3.3, apresentam vantagem a partir da segunda simulação, uma vez que a partir daí o ponto 1 já é conhecido.

- Na pós-compensação, o passo 1 da tabela 6.2 é conhecido a priori, já que $\underline{E}^0 = \underline{\hat{E}}$; isto implica que, os passos de solução por este esquema iniciam-se diretamente pelo cálculo do vetor compensatório, conforme a tabela 3.3; similarmente a pré-compensação. Esta vantagem irá se acentuando com o acréscimo do número de simulações.

Se a hipótese inicial não prevê o conhecimento a priori dos elementos de E^0 , nos passos de pré e pós-compensação da tabela 3.3 deve ser acrescentado um passo inicial que o determine (esta operação será efetuada uma única vez).

3.4.5.2 - Vetor Independente Parcialmente Constante

Freqüentemente acontece que o vetor \underline{I} apenas se altera a partir do seu valor básico \underline{I}^0 naqueles nós associados às modificações da rede. Esta nova situação pode ser expressa por:

$$\underline{I} = \underline{I}^0 + \underline{I}_a \quad (3.61)$$

Por um procedimento similar ao do item 2.4.2.2, os novos estados da rede podem ser obtidas para qualquer dos métodos de compensação a partir da expressão:

$$\underline{E}^m = (|Y_N|^{-1} - |Y_N|^{-1} \cdot |M| \cdot |C| \cdot |M|^t \cdot |Y_N|^{-1}) \cdot \underline{I}^0 + (|Y_N|^{-1} \cdot |Y_N|^{-1} \cdot |M| \cdot |C| \cdot |M|^t \cdot |Y_N|^{-1}) \cdot \underline{I}_a \quad (3.62)$$

Evidentemente, a fase de preparação continuá similar aos métodos gerais. Isto acontece com a fase de conclusão, que pode tirar vantagem adicional desta hipótese. Novamente, os passos da fase de conclusão da tabela 3.2 podem ser rearranjados e substituídos pelos passos apresentados na tabela 3.4 a seguir:

Tabela 3.4 - Passos da fase de conclusão para a hipótese de vetor independente parcialmente constante

PRÉ-COMPENSAÇÃO	MÉDIA-COMPENSAÇÃO	PÓS-COMPENSAÇÃO
1. Cálculo do vetor compensatório a- Esquema A $\underline{\Delta I} = \underline{I_a} - M \cdot C \cdot M ^t \cdot \underline{E^0} + X \cdot \underline{I_a}$ b - Esquema B $\underline{\Delta I} = \underline{I_a} - M \cdot C \cdot M ^t \cdot \underline{E^0} + Y_N ^{-1} \cdot \underline{I_a}$	1. Determinação de $\underline{F^0}$ $\underline{\hat{F}}^0 = U^t \cdot \underline{I^0}$ 2. Determinação da $\underline{F_a}$ $\underline{F_a} = U^t \cdot \underline{I_a}$	1. Cálculo de $\underline{E_a}$ $\underline{E_a} = Y_N ^{-1} \cdot \underline{I_a}$
2. Execução da compensação $\underline{\hat{I}} = \underline{I^0} + \underline{\Delta I}$	3. Cálculo do vetor compensatório $\underline{\Delta F} = \underline{F_a} - W \cdot C \cdot W ^t \cdot (\underline{\hat{F}}^0 + \underline{F_a})$ 4. Execução da compensação $\underline{F} = \underline{\hat{F}}^0 + \underline{\Delta F}$	2. Cálculo do vetor compensatório a - Esquema A $\underline{\Delta E} = \underline{E_a} - X \cdot C \cdot M ^t \cdot (\underline{E^0} + \underline{E_a})$ b - Esquema B $\underline{\Delta E} = \underline{E_a} - Y_N ^{-1} \cdot M \cdot C \cdot M ^t \cdot (\underline{E^0} + \underline{E_a})$
3- Determinação $\underline{E^m}$ $\underline{E^m} = Y_N ^{-1} \cdot \underline{\hat{I}}$	5. Determinação de $\underline{E^m}$ $\underline{E^m} = U \cdot D \cdot \underline{F}$	3. Determinação de $\underline{E^m}$ (Exc. a compens.) $\underline{E^m} = \underline{E^0} + \underline{\Delta E}$

A vantagem adicional mencionada decorre das seguintes observações:

- Na pré-compensação; as operações envolvidas no produto $|\tilde{X}| \cdot I_a$ do cálculo do vetor compensatório, serão menores que os envolvidos no produto $|\tilde{X}| \cdot I$ do caso geral, uma vez que a segunda parcela entre parênteses é obtida de forma trivial, e determinada uma única vez; porém, esta vantagem é pouco aproveitada, porque não se utiliza técnica de matriz presumivelmente cheia por vetor esparso. Já na determinação do vetor compensatório pelo esquema B as operações envolvidas na solução do produto $|Y_N|^{-1} \cdot I_a$, são menores que as operações do caso geral, uma que aqui sim é possível aproveitar a esparsidade maior de I_a comparado com I^0 . A vantagem irá se acentuando com o acréscimo do número de simulações.

- Na média-compensação, o primeiro passo da tabela 3.4 é determinada uma única vez; a partir da segunda simulação o primeiro passo da fase de conclusão constitui o ponto 2 desta tabela. Na determinação do vetor compensatório o vetor resultante da expressão entre parênteses será menos esparso que o vetor \hat{F}^0 do caso geral. Isto poderia ser considerado como uma desvantagem, porém, como mencionado no caso de pré-compensação, não se utiliza técnicas diferenciadas para o produto de matrizes presumivelmente cheia por vetor esparso. Para concluir, pode-se dizer que a vantagem adicional esta associada à utilização de técnica do vetor esparso, que se acentuado com o aumento do número de simulações. Observe que para uma única simulação o método geral é mais vantajoso.

- Na pós-compensação, o primeiro ponto da

tabela 3.4., envolve, com a utilização das técnicas do vetor esparso, menos operações que as do caso geral. Nos outros pontos o número de operações são bastantes similares ao método da tabela 3.2; ou seja neste método, similarmente aos dois anteriores, a vantagem adicional é função da esparsidade do vetor independente e do número de simulações.

3.4.5.3 - Soluções parciais

Em situações particulares, a solução \underline{E}^m para a rede somente é requerida para um sub-conjunto de nós, usualmente agrupados topologicamente. Este fato pode ser explorado também pelos métodos de compensação, utilizando a aplicação parcial dos fatores sobre o vetor independente.

Vamos supor que somente se esteja interessado no resultado do vetor \underline{E}^m , a partir do seu elemento V_i^m até o elemento V_n^m , ou seja, procura-se os resultados do vetor \underline{E}^m situados nas últimas (n-i) posições; então, a aplicação final dos fatores pode ser truncada na substituição inversa após o tratamento do elemento da posição "i".

Nos passos da tabela 3.2, verifica-se que esta simplificação se aplica: no terceiro passo de pré-compensação; no quarto passo da média-compensação; e no segundo passo da pós-compensação, com utilização do esquema B no cálculo do vetor compensatório.

3.4.7 - Agrupamento de Sub-sistemas

Os métodos de compensação podem ser utilizados para simular o agrupamento de vários sub-sistemas, em um único, ou em outros sub-sistemas.

Com este objetivo deve-se proceder como segue:

- Efetua-se uma composição diagonal dos fatores associados aos sub-sistemas componentes do sistema que deseja-se formar. Por exemplo para o agrupamento de duas redes, denominadas respectivamente de rede "a", e rede "b", e cujas tabelas de fatores sejam $U^t D U (|Y_N|a)$ e $U^t D U (|Y_N|b)$; a composição diagonal para este caso é dada por:

$$U^t D U (|Y_N|) = \begin{matrix} U^t D U (|Y_N|)a \\ U^t D U (|Y_N|)b \end{matrix} \quad (3.65)$$

- Assumir que a dimensão do sistema resultante, é a soma das dimensões das duas redes que o compõe.

- Consideram-se as alterações da rede, como sendo a adição das ligações que unem os sub-sistemas. Para o caso acima, a alteração da rede seria a adição da ligação que une as redes "a" e "b".

O exemplo numérico do Apêndice IV permite uma melhor visualização de cada um destes passos.

C A P Í T U L O I V

ANÁLISES DE ALTERAÇÕES: ASPECTOS COMPUTACIONAIS

4.1 - Introdução

No capítulo I apresentou-se, de forma sucinta, o problema das alterações nas ligações ou componentes da rede, aplicada nos estudos de sistemas de potência.

No capítulo III apresentou-se os aspectos conceituais mais relevantes no tratamento destas alterações. Neste sentido foi analisado:

- as alterações na matriz de admitâncias nodais,
- as alterações na tabela de fatores e
- os métodos de simulação de alterações.

O objetivo deste capítulo diz respeito a dois pontos fundamentais:

- complementar os conceitos do capítulo anterior apresentando de forma similar os aspectos computacionais mais relevantes associados a cada ponto analisado.

- com auxílio dos conceitos do capítulo III, apresentar um estudo comparativo das alternativas imediatas às alterações da matriz de admitâncias e dos fatores U^t .D.U. a ela associadas.

Na análise comparativa do desempenho das alternativas acima, adota-se quase que exclusivamente como parâmetro de avaliação, os esforços computacionais e os requisitos de memória. A precisão dos resultados não se inclui por tratar exclusivamen

te de alterações simultâneas.

4.2 - Determinação da Matriz de Admitâncias Nodais Atualizada

Na atualização da matriz de admitâncias nodais, face a alterações nas ligações ou componentes da rede, dois métodos são considerados:

- a - O primeiro que por conveniência denominamos de Método 1, consiste em alterar dados básicos de impedâncias ou admitâncias primitivas, e remontá-la.
- b - O segundo, denominado de Método 2 aplica os algoritmos da seção 3.2, que permitem alterar a matriz original.

Para uma análise comparativa entre ambas as alternativas, deve-se levar em conta vários aspectos particulares que serão analisados nas sub-seções a seguir.

4.2.1 - Requisitos de memória

O primeiro método permite otimizar os requisitos de memória, o que não ocorre no segundo método, onde restrições associados ao algoritmo desenvolvido determinam comparativamente uma pequena desvantagem deste ponto de vista.

Tais restrições são:

- As posições de memórias inicialmente utilizadas, e abandonadas em função das alterações não podem ser reaproveitadas.

- Os dados de alterações em grupos de mútuas devem

ser armazenados antes de iniciar as operações.

O reflexo da primeira restrição para as alterações si multâneas não é expressivo, entretanto, para estudos que considerem múltiplas alterações sequenciais requer uma análise mais cuidadosa.

O reflexo da segunda restrição está associado ao tamanho e número de grupos de mútuas da rede original. Em geral este reflexo para redes práticas não deve ser significativo.

Concluindo, pode-se dizer que para alterações simul tâneas, os requisitos para ambos os métodos são muito semelhantes; para estudos que incluam múltiplas alterações sequenciais uma análise mais detalhada é requerida.

4.2.2 - Tempo de processamento

Deve-se considerar o tipo e o número de ligações alte radas.

4.2.2.1 - Alterações de ligações não acopladas

Nas seções (2.3) e (3.2) observa-se que as operações envolvidas para este tipo de ligação alterada são similares para ambos os métodos. Conseqüentemente, como não se espera si multaneamente alterações de todas as ligações não acopladas, o resulto deve ser obtido com menor tempo de processamento pelo Método 2.

7.2.2.2 - Alteração de ligações acopladas

A seção (2.3) apresenta os passos associados ao Método 1. A seção (3.2) apresenta o algoritmo para o Método 2, por ém sem apresentar os passos na determinação da "matriz de al

teração". Então, antes de iniciar a análise comparativa deve-se definir as operações envolvidas na determinação desta matriz.

No item (3.2.2.1) vimos que a matriz de alteração para um grupo de mútuas é aquela que ao ser adicionada à matriz de admitâncias originais, permite obter a matriz atualizada deste grupo. Face a isto, uma das formas de obter esta matriz de alteração é seguir seqüencialmente os seguintes passos:

- a - Formação da matriz de impedâncias primitivas ($|Z_p|^0$) do grupo de mútuas antes da alteração.
- b - Inversão de $|Z_p|^0$, para obter a matriz de admitâncias primitivas ($|Y_p|^0$). Este passo deve ser feito sem perda dos elementos de $|Z_p|^0$.
- c - Incremento em $|Z_p|^0$ para levar em conta a (s) alteração (ões), obtendo $|Z_p|^1$. Este incremento consiste em adicionar à $|Z_p|^0$ as impedâncias próprias e mútuas das alterações.
- d - Inversão de $|Z_p|^1$ para obter $|Y_p|^1$.
- e - Obtenção de $|\Delta Y_p| = |Y_p|^1 - |Y_p|^0$.
- f - Aplicação das regras descritas em A1.2. para obter $|\Delta Y_N|$

Observe que o quinto passo a vigor não define uma subtração de matrizes, e sim o subtração dos elementos de $|Y_1|^1$

os elementos correspondentes de $|Y_P|^0$. Para maiores detalhes do terceiro passo, veja ref. 5.

Nos passos acima descritos dois pontos são importantes destacar:

- 1 - O processo de incremento de $|Z_P|^0$, consiste em adicionar a este, linhas e colunas com valores convenientes de impedâncias; conseqüentemente, o tamanho de $|Z_P|^1$ irá aumentando, tanto quanto maior seja o número de ligações alteradas, e que por sua vez, torna mais significativo o esforço na determinação de $|Y_P|^1$.
- 2 - Na determinação da matriz de alteração, é requerida uma inversão a mais do que na montagem do método 1.

Em função destas duas observações, fazemos as seguintes hipóteses de desempenho:

- 1 - Se o tamanho, o número de ligações e o número de mútuas alterados simultaneamente são consideráveis frente ao tamanho da rede, o método 1 virá a ser mais eficiente.
- 2 - Caso contrário, o método 2 requererá menor tempo de processamento.

Para concluir a seção pode-se dizer que a escolha

entre os dois métodos propostos deve ser resultante de uma análise preliminar dos pontos aqui descritos, levando em conta as características da rede em estudo.

4.3 - Determinação da Tabela de Fatores $U^t D U$ Atualizada

Na determinação dos fatores $U^t D U$, atualizados, face a mudanças nas ligações ou componentes da rede, dois métodos são utilizados:

- a - O primeiro, que denominamos de MÉTODO 1, permite obter os novos fatores a partir das duas operações seqüências: atualização da matriz de admitâncias nodais originais, e refatoração desta matriz.
- b - O segundo, que denominamos de MÉTODO 2, utiliza os algoritmos da sub-seção (3.3.3).

Na seção (3.3) vimos que na análise comparativa dos requisitos e desempenho de ambos os métodos, deve-se considerar dois pontos principais:

- a - O tipo de alteração: adição, retirada ou alteração dos parâmetros.
- b - A localização da alteração na rede, e por conseguinte, no seu modelo matricial.

Os reflexos destes pontos são analisados com maiores detalhes nas sub-seções a seguir.

4.3.1 - Requisitos de Memória

Uma análise preliminar mostra que o método 1, comparado com o método 2, requer posições de memórias adicionais para armazenamento dos valores representativos, e as associadas à rotina de ordenação das barras.

Quando a análise das alterações envolve retirada ou variação dos parâmetros, a análise preliminar acima é verdadeira. Entretanto, quando envolve adição de ligações, em função das posições necessárias para guardar as ligações criadas, e que seriam minimizadas pelo método 1, este pode vir a ser mais vantajoso.

4.3.2 - Tempo de Processamento

Para a análise comparativa deste ponto de vista, é necessário, além do tipo de alteração, conhecer o desempenho esperado do algoritmo da sub-seção (3.3.3). Sobre este ponto pode-se mencionar, que sob as mesmas condições de aplicação o esforço computacional associado aos algoritmos do segundo método é em torno do dobro do associado aos algoritmos do método 1.

Feita a observação acima pode-se escrever que:

- Para alterações que envolvam retiradas ou variações de parâmetros; operações estas que não envolvam criação de novos elementos, deve exist

tir na matriz de rede uma linha, denominada de "equilíbrio", a partir da qual um método torna-se mais rápido que o outro.

- Para alterações de adições de novas ligações, pode-se esperar que a linha de equilíbrio se desloque para as linhas inferiores, ou mesmo que deixe de existir.

Para concluir esta seção pode-se dizer que, a escolha entre os dois métodos propostos deve levar em conta principalmente o estudo onde se utiliza a análise de alterações, tendo presente os dois pontos aqui mencionados.

4.4 - Simulação de Alterações

4.4.1 - Análise de Sensibilidade

Na simulação das alterações nas ligações ou componentes da rede, utilizando a análise de sensibilidade, dois arranjos diferentes de formulação geral foram apresentados no capítulo anterior. Tais arranjos são dados pelas expressões (3.33) e (3.34) respectivamente.

Nesta sub-seção a análise de desempenho de ambas as expressões restringe-se ao tratamento de alterações de ligações não acopladas, uma vez que a Fig. (2.34) mostrou-se inadequada para tratar de alterações em grupos de mútuas.

4.4.1.1 - Aspectos Básicos

Na determinação do estado resultante após alterações, sejam estes obtidos através da expressão (2.33) ou (2.34), deve-se inicialmente montar uma matriz auxiliar. Esta matriz está representada entre parênteses em (3.33), e a matriz de coeficientes associada a (3.34) e representada em (3.36).

A análise comparativa dos requisitos e desempenho de ambos os arranjos está estritamente ligada a esta matriz auxiliar, uma vez que os esforços e requisitos adicionais para ambos são muito semelhantes.

A dimensão da matriz auxiliar da expressão (3.33) está associada ao número de alterações simultâneas e sua estrutura para as aplicações usuais é numericamente simétrica.

A dimensão da matriz auxiliar da expressão (3.34) está associada ao número das barras terminais às quais as ligações alteradas estão conectadas, e sua estrutura é sempre numericamente assimétrica.

4.4.1.2 - Requisitos de Memória

Nos aspectos básicos acima, pode-se observar que para aplicações usuais em sistemas de potência o arranjo (3.33) é mais vantajoso. Isto porque, os requisitos de memória a eles associados podem ser otimizados guardando somente os elementos diagonais e acima da diagonal da sua matriz auxiliar. Em contrapartida há necessidade de guardar toda a matriz auxiliar para a utilização do arranjo da expressão (3.34).

4.4.1.3 - Tempo de Processamento

A rapidez da resposta está associada ao tamanho da matriz auxiliar que por sua vez, depende do tipo de rede em estudo. Então, levando em conta os aspectos básicos, as seguintes observações em relação a este parâmetro de desempenho podem ser feitas:

- Para redes da potência pouco malhadas, a matriz auxiliar do arranjo (3.34) terá maior dimensão que a do (3.33), podendo inclusive vir a ser o dobro da mesma. Conseqüentemente, nesta situação a expressão (3.33) é mais conveniente de ser utilizada.
- Uma análise similar para redes muito malhadas, apontará a expressão (3.34) como a mais conveniente.

Então, para concluir pode-se dizer que a escolha entre os dois arranjos possíveis na obtenção da solução deve levar em conta a rede em estudo, especialmente se se atribui uma parcela importante da decisão à velocidade da resposta.

4.4.2 - Métodos Gerais de Compensação

No Capítulo 5 apresentamos os aspectos conceituais de três esquemas de aplicação dos métodos de compensação, denominando-os respectivamente de pré-média-e pós-compensação.

Nesta seção apresentaremos os aspectos computacionais mais importantes a eles associados, visando fornecer diretrizes na escolha do esquema que apresente melhor desempenho relativo.

7.4.2.1 - Aspectos Básicos

Uma estimativa confiável do desempenho relativo de qualquer esquema de compensação requer um detalhado conhecimento das características da matriz de rede, a totalidade do processo computacional, e o "Software" e "hardware" a serem usados. Nisso inclui-se os números, tipos e localizações das modificações da rede e a quantidade de fases de conclusão a serem executados. Em função desta observação, é importante destacar, antes da análise comparativa, os seguintes pontos:

- Os passos e requisitos comuns aos esquemas em análise não são considerados.
- Na determinação dos esforços computacionais, somente são consideradas as operações relevantes, isto é, multiplicações e divisões.
- Toda a análise se efetua em torno de alterações simultâneas, ou seja, considera-se seqüencialmente as fases preparatória e de conclusão.

Dado que está-se utilizando as técnicas de esparsidade dificilmente se pode associar eficientemente os esforços

ao tamanho do problema; portanto deve-se inicialmente definir certos parâmetros de avaliação. Assim sendo, estabelece-se:

- SD = Esforço de aplicação dos fatores U^t sobre um vetor independente qualquer.

- SI = Esforço de aplicação da substituição inversa.

- (SD + n + SI) = Esforço de aplicação dos fatores U^t D.U., onde n é o tamanho da rede.

4.4.2.2 - Fase Preparatória

A seqüência de operações envolvidas nesta fase é dada por:

- a - Determinação a partir as expressões indicadas na Tabela 3.1 da matriz auxiliar $|\tilde{X}|$ ou $|X|$, na pré ou pós-compensação, ou as matrizes $|W|$ e $|\tilde{W}|$ para a média compensação.
- b - Determinação, conforme a mesma Tabela, da matriz auxiliar $|Z|$.
- c - Determinação, a partir das expressões (3.49), da matriz auxiliar $|C|$.

A - Requisitos de Memória

Os requisitos da pré e pós-compensação são iguais, e comparados com os da média compensação requerem menos posições. Isto verifica-se na Tabela 3.1, uma vez que os requisitos diferenciados para os três esquemas estão associados ao armazenamento das matrizes auxiliares descritas no ponto "a" acima, e nele verifica-se que a média compensação demanda os requisitos para armazenar as matrizes $|W|$ e $|\tilde{W}|$ contra uma única matriz $|\tilde{X}|$ ou $|X|$ requerida pela pré ou pós-compensação respectivamente.

B - Tempo de Processamento

Os esforços associados as expressões da Tabela 3.1 podem ser deduzidos a partir dos parâmetros definidos no item anterior, e de hipóteses sobre o número e tipo das ligações alteradas .

Supondo que um estudo particular envolva m alterações simultâneas de ligações não acopladas, ou então represente a dimensão de um grupo de mútuas alterado, então, a matriz $|M|$ possuirá m colunas a partir destas, os esforços da Tabela 3.1 podem ser resumidas como indicado na Tabela 4.1 a seguir:

Tabela 4.1 - Esforços computacionais no cálculo das matrizes auxiliares da tabela 3.1.

Esquemas	Matrizes Auxiliares		Esforço da Matriz Z
	Matriz	Esforço	
1	$ X $	$m(SD+n+SI)$	-
2	$ \tilde{X} $	$m(SD+n+SI)$	-
3	$ W $	$m(SD)$	$n.m^2$
	$ \tilde{W} $	$m.n$	
OBS: n = Dimensão da matriz de admitâncias nodais			

Da análise dos esforços das matrizes auxiliares X , \tilde{X} , $|W|$ e $|\tilde{W}|$, verifica-se que o esquema 3 possui m SI menos esforço comparado com os dois primeiros.

Nos esforços da determinação $|Z|$, em função da esparsidade das colunas da matriz $|M|$, o valor m^2 é multiplicado por n no esquema 3, contra adições simples, nos primeiros dois esquemas. Ou seja, os dois primeiros esquemas para redes práticas exigirão sempre menos esforço computacional.

Uma rigorosa análise comparativa indica que os esquemas 1 e 2 serão mais rápidos que o esquema 3, desde que o esforço associado à expressão $m.SI$ seja menor que o esforço associado à expressão $n.m^2$.

Os esforços na determinação da matriz auxiliar $|C|$ são comuns aos três esquemas de aplicação da compensação, consequentemente, não são analisados em detalhes. Com respeito às expressões "a", "b" e "c" de (3.49) aqui somente mencionamos que uma análise detalhada aponta as expressões "a" e "b" como os mais

convenientes de serem utilizados, com pequena vantagem da primeira em relação à segunda. Porém, aplicações particulares como aquelas citadas no item 3.4.1.2, e no tratamento de grupo de mútuas, torna a matriz a ser invertida da expressão "a" singular, obrigando a utilização da expressão "b".

4.4.2.3. - Fase de conclusão

A tabela 3.2. do capítulo anterior, mostra as alternativas e a seqüência de operações envolvidas na solução dos distintos métodos de compensação.

Uma análise preliminar das distintas alternativas permite efetuar as seguintes observações:

- Os requisitos de memória para os três esquemas de compensação são muito semelhantes. Os esquemas B da pré e pós-compensação não exigem o armazenamento das matrizes auxiliares $|X|$ ou $|X|$ respectivamente, porém tais posições não serão reutilizadas nesta fase, principalmente porque não se prevê alterações seqüenciais.

- Em função da observação acima, os parâmetros analisados neste item dizem respeito somente aos esforços computacionais. Com este objetivo a tabela 4.2 a seguir apresenta os esforços mais relevantes associados aos distintos pontos da tabela 3.2.

Tabela 4.2 - Esforços computacionais da fase de Conclusão dos Esquemas de Compensação.

PRÉ-COMPENSAÇÃO	MÉDIA-COMPENSAÇÃO	PÓS-COMPENSAÇÃO
1. Cálculo do vetor compensatório	1. Determinação de \hat{F} : SD	1. Determinação de \hat{E} : SD + n + SI
a. Esquema A: $n \cdot m + m^2$	2. Cálculo do vetor compensatório: $2mn + m^2$	2. Cálculo do vetor compensatório
b. Esquema B: SD + n + SI + m^2	3. Determinação de E^m : n + SI	a. Esquema A $n \cdot m + m^2$
2. Determinação de E^m : SD + n + SI		b. Esquema B SD + n + SI + m^2
OBS: n = Tamanho da rede e m = número de ligações não acopladas alteradas simultaneamente ou, tamanho do grupo de mútuas onde ocorre a alteração.		

- Em função das diferentes alternativas de solução da fase de conclusão, neste item analisa-se os aspectos computacionais associados a cada esquema de compensação, deixando a análise comparativa entre eles para o item seguinte.

A - Pré-compensação

Este método oferece a opção de utilizar o esquema A ou o esquema B para o cálculo do vetor compensatório. O esquema A é mais rápido do que o esquema B, caso o produto $\tilde{X}^t \cdot I$ exija menos esforço do que $(SD + n + SI)$. Por exemplo, se os fatores $U^t \cdot D \cdot U$ da matriz $|Y_N|$ possuem $8 \cdot n$ elementos, e na solução $(SD + n + SI)$ opere com $4 \cdot n$ dos mesmos, então o esquema "B" torna-se mais eficiente que o "A" para o número de alterações de ligações não acopladas ou dimensão do grupo de mútuas alterado, maior que 4. Isto pode ser verificado através da tabela 4.2.

B - Média-compensação

Este esquema não oferece alternativas, portanto, não é analisado neste item.

C - Pós-compensação

A pré e a pós-compensação são extremamente semelhantes em suas características gerais. Assim sendo, considere-se válido as observações feitas na pré-compensação.

4.4.2.4 - Escolha entre os métodos de compensação

A análise comparativa para escolha do esquema que apresente melhor desempenho relativo deve incluir os requisitos de memória e a rapidez de resposta em cada fase de compensação.

Por conveniência didática esta análise efetua-se com auxílio dos conceitos dos itens 4.4.2.1, 4.4.2.2, e 4.4.2.3 em duas etapas. Na primeira compara-se a pré com a pós-compensação, e na segunda o método que apresente melhor desempenho na primeira é comparada com a média-compensação.

A - Pré-compensação versus pós-compensação

Estes dois métodos na fase preparatória pedem os mesmos requisitos de memória; igualmente, a velocidade da resposta será idêntica para ambos.

Na fase de conclusão, os esquemas equivalentes também exigem os mesmos requisitos de memória. Esquemas equivalentes são os dois esquemas A ou os dois esquemas B.

Na fase de conclusão a vantagem de um sobre o

outro está associada à esparsidade dos vetores envolvidos na aplicação dos fatores $U^t D U$. Assim, nesta fase pode-se inicialmente destacar as seguintes observações:

- com a utilização do esquema A, a pós-compensação é mais vantajosa, isto em função de que a aplicação dos fatores se efetua sobre o vetor I original que é mais esparso que o vetor \hat{I} compensado, sobre o qual estes fatores são aplicados na pré-compensação.

- com a utilização do esquema B, os fatores da rede são aplicados duas vezes nesta fase. Na primeira aplicação, ambos os esquemas o efetua sobre o vetor I original. Na segunda a pré-compensação o efetua sobre o vetor \hat{I} compensado, porém ainda esparso, contra a aplicação sobre um vetor cheio na pós-compensação. Conseqüentemente, com a utilização deste esquema a vantagem é da pré-compensação.

Concluindo, pode-se dizer que a escolha entre estes dois esquemas deve levar em conta o esquema utilizado na determinação do vetor compensatório. Porém, observa-se que para o objetivo deste trabalho podem ser considerados ambos os esquemas com o mesmo desempenho, uma vez que a diferença está associada a uma única aplicação dos fatores $U^t D U$, o que em relação a todo o processo envolvido nas duas fases não é muito expressivo.

B - Pós-compensação versus média-compensação

Numa comparação dos requisitos de memória, tanto na fase preparatória como na de conclusão, observa-se que a média compensação requer mn memórias adicionais (onde m é dado pelo número de ligações não acopladas alteradas simultaneamente ou

pelo tamanho do grupo de mútuas onde efetua-se a alteração, e n é a dimensão da rede em estudo) para armazenar suas duas matrizes auxiliares $|W|$ e $|\tilde{W}|$

Em relação ao tempo de processamento certas hipóteses devem ser feitas. Assim:

a - Na fase preparatória, para "m" alterações na de terminação da matriz $|Z|$ serão mais vantajoso os passos da pós-compensação, desde que a aplicação de uma SI sobre as colunas de uma matriz similar e $|\tilde{W}|$ requeira menos esforço que o produto $|\tilde{W}|^t \cdot |W|$. Vamos supor que uma rede possua $3n$ fatores, e que na aplicação de uma SI se efetue n operações; então, o esforço pela pós-compensação será $m \cdot n$, e pela média-compensação $m^2 \cdot n$. Nas outras operações, ambos os métodos se equivalem.

b - Na fase de conclusão, com a utilização do esquema A, a pós-compensação será sempre mais rápida que a média-compensação, uma vez que esta requer $m \cdot n$ operações a mais.

c - Na mesma fase com a utilização do esquema B, a vantagem de um método frente ao outro está relacionada diretamente com a determinação do vetor compensatório. Assim sendo, a pós-compensação será mais rápida desde que as operações envolvidas em uma $(SD + n + SI)$ sobre um vetor cheio seja menor que as operações representadas por $2mn$.

d - Numa comparação geral (fase preparatória e solução) é de se esperar que a pós-compensação apresente melhor desempenho relativo. Esta afirmação entretanto não é categórica, uma vez que seus desempenhos relativos estão muito ligados ao tipo de rede e ao número de ligações alteradas.

Concluindo, efetua-se as seguintes sugestões na escolha entre estes dois métodos da compensação:

- Para redes pouco malhadas, utilize a pós-compensação.
- Para redes muito malhadas, escolha o método a ser utilizado como a resultante da análise de cada um dos aspectos aqui abordados.

4.4.3. - Abordagem seqüencial da compensação

No item 3.4.2.7 do capítulo anterior, apresentou-se os aspectos conceituais associados aos distintos esquemas de aplicação da compensação seqüencial. Nesta sub-seção serão analisados inicialmente os "reflexos" computacionais decorrentes da utilização destes conceitos para grande número de alterações simultânea de ligações não acopladas, e após, nas considerações finais, se efetua uma breve análise do desempenho esperado de sua aplicação.

No mesmo item, ressaltou-se que esta abordagem também se aplica para alterações simultâneas de múltiplos grupos de mútuas, entretanto, por esta ser a única alternativa em tais situações, não se faz uma referência direta a mesma. Deve-se ter presente entretanto, que as conclusões tiradas desta análise também são aplicadas a estes estudos.

4.4.3.1 - Pré-compensação seqüencial

Este método apresenta nas expressões (3.53a) e (3.53b) duas alternativas de aplicação. A primeira, na fase de conclusão, não utiliza as matrizes auxiliares $|\tilde{X}_i|$ (i= número de

aplicações sequenciais) não assim o segundo que requer que as mesmas sejam mantidas armazenadas na fase preparatória.

A - Requisitos de Memória

Da análise comparativa entre os esquemas de aplicação da compensação, as seguintes observações podem ser ressaltadas:

a - Levando em conta que na utilização da expressão (3.53a) não é necessário armazenar as matrizes $|\check{X}_i|$, as posições de memórias associadas a estas podem ser definidas para uma matriz, e reaproveitadas no cálculo das "i" matrizes necessárias.

b - A partir da observação acima pode-se fazer hipóteses sobre a economia de memória, uma vez que esta é função direta da redução obtida com as matrizes auxiliares, que com a utilização de (3.53a) dizem respeito à necessidade de armazenar somente as $|C_i|$ matrizes. Vamos supor que um estudo em particular requeira a alteração em 20 ligações ($m=20$), e que em lugar de utilizar os esquemas de aplicação geral da compensação, adote-se a aplicação sequencial em 4 passos ($k=4$), a redução dos requisitos de memória é função de que em lugar de armazenar uma matriz de dimensão 20, deve-se armazenar 4 matrizes de dimensão 5 (k matrizes de dimensão n/k).

c - Se em lugar da expressão (3.53a) utiliza-se, na fase de conclusão, a expressão (3.53b), na fase preparatória é necessário armazenar as matrizes $|X_i|$ e $|C_i|$, com as quais duplicam-se os requisitos da primeira expressão.

B - Tempo de Processamento

Uma análise detalhada das distintas operações envolvidas nas duas fases permite para este parâmetro de avaliação efe-

tuar as seguintes observações:

a - Supondo que um estudo em particular sobre uma rede de dimensão n envolve k aplicações seqüenciais de $\binom{m}{k}$ alterações; então os esforços na determinação das matrizes da fase preparatória podem ser expressa por:

$$\begin{aligned}
 & - \text{Matrizes } |\tilde{X}_i| = m \cdot (SD + n + SI) \\
 & - \text{Matrizes } |Z_i| = \left| \binom{m}{k} \cdot n \right| + |K \cdot \left(\binom{m}{k}^2 + \binom{m}{k} (SD+n+SI) \right)| \\
 & - \text{Matrizes } |C_i| = \left| 2 \binom{m}{k}^3 - 2 \binom{m}{k}^2 + 2 \binom{m}{k} \right| \times k
 \end{aligned}
 \tag{4.1}$$

A partir destas expressões verifica-se que se comparado com os métodos gerais:

- Os esforços na determinação das matrizes $|\tilde{X}_i|$, permanecem inalterados;

- Os esforços na determinação das matrizes $|Z_i|$ passam de trivial para a proposta em (4.1). Importante destacar a partir desta expressão que; o esforço diminui com o aumento do número de alterações seqüenciais; e que a mesma não se aplica ao caso em que $K = 1$, uma vez que a primeira expressão entre colchetes torna-se trivial e a segunda que está associada à de terminação das matrizes $|P_i|$ somente se aplica a $K > 1$.

- Os esforços na determinação das matrizes $|C_i|$ diminuem consideravelmente, uma vez que em lugar de aplicar a expressão (3.49) sobre matrizes de dimensão "m", aplica-se sobre k matrizes de dimensão (m/k) . A expressão (4.1) para $|C_i|$ corresponda à expressão (3.49a), que é a usualmente utilizada; expressões similares podem ser obtidos para as outras alternativas.

b - Uma comparação global dos esforços apresentados em (4.1) e os esforços gerais da tabela 4.1. permite verificar que a tendência dos mesmos, independente do tamanho da rede, é a de maior esforço com a aplicação sequencial, especialmente se o número de aplicação (k) é pequeno. Com aumento do valor de K , a compensação sequencial tornar-se-á mais vantajosa, uma vez que a redução de esforço obtido na determinação das matrizes $|C_i|$ deve-se ser maior às necessárias e determinação das matrizes $|Z_i|$

c - Na fase de conclusão, como na fase preparatória o número de aplicações sequenciais é muito importante. Nesta fase ocorre o fenômeno contrário à fase preparatória, uma vez que o acréscimo deste número introduz desvantagem no enfoque de compensação sequencial. Esta afirmação é melhor visualizada nos pontos "d" e "e" a seguir.

d - A análise comparativa da expressão (3.53a) com os passos da fase de conclusão da tabela 3.2, utilizando o esquema B, pode ser efetuada a partir das expressões destes esforços. Da tabela 4.2 tem-se que os esforços das alterações simultâneas podem ser obtidas a partir de:

$$\text{Esforço 1} = |(SD+n+SI)+m^2| + (SD + n + SI) \quad (4.2)$$

Com o mesmo raciocínio para as alterações sequenciais pode-se chegar a expressão:

$$\text{Esforço 2} = \left(\sum_{i=1}^k i \right) \times \left| \left(\frac{m}{k} \right)^2 + (SD+n+SI) \right| + (SD+n+SI) \quad (4.3)$$

onde:

$(SD+n+SI)$ = Esforço de aplicação dos fatores $U^t D U$ sobre um vetor independente supostamente cheio.

n = tamanho da rede

m = número de alterações em estudo

k = número de compensações seqüenciais

Observe na segunda expressão, como o aumento do número de seqüências aumenta significativamente o esforço da fase de conclusão.

O esforço $(SD+n+SI)$ não é exatamente o mesmo para as duas expressões, uma vez que os vetores independentes não são cheios; porém, para simplificar a análise este fato é desconsiderado.

e - Uma comparação similar da expressão (3.53b) com os passos da tabela 3.2, utilizando o esquema A, pode ser efetuada a partir das colocações:

- Para alterações Simultâneas:

$$\text{Esforço 1} = (m \cdot n + m^2) + (SD+n+SI) \quad (4.4)$$

- Para alterações seqüenciais:

$$\text{Esforço 2} = \left(\sum_{i=1}^k i \right) \times \left(\left(\frac{m}{k} \right)^2 + m \cdot n \right) + (SD+n+SI) \quad (4.5)$$

As observações do ponto "d" também são válidas neste ponto.

Uma análise comparativa rigorosa entre os métodos gerais e os métodos de aplicação seqüencial, deve considerar os aspectos computacionais tanto da fase preparatória como da fase de conclusão. Em função da multiplicidade de combinações e pa

râmetros envolvidos, a conclusão não pode ser generalizada, e sim obtida a partir do problema que deseja-se analisar.

4.4.3.2 - Pós-compensação sequencial

O item 3.4.2.7. apresenta o método da aplicação da pós-compensação sequencial. Nele pode ser verificado que as operações envolvidas são muito semelhantes aos da pré-compensação, exceto para a determinação da matriz $|Z_i|$, onde a expressão correspondente em (4.1) é substituída por (4.6):

$$\text{Matrizes } |Z_i| = \left(\left(\frac{m}{k}\right)^2 + \left(\frac{m}{k}\right) (SD + n + SI) \right), k \quad (4.6)$$

Nesta abordagem, comparada com a pré-compensação sequencial há uma redução de espaço da ordem $\left(\frac{m}{k}\right)^2 \cdot n$; com o qual, embora mantenha-se a mesma tendência, deve-se atingir o ponto em que ambos métodos tenham desempenhos semelhantes com menor número de aplicações sequenciais.

4.4.3.3. - Média-compensação sequencial

Este esquema de compensação apresenta na expressão (3.61) os passos da fase de conclusão. A seguir, seus aspectos computacionais são analisados, e comparados com o método geral descrito na sub-seção 4.4.2.

A - Requisitos de Memória

Para este parâmetro de avaliação, as seguintes observações podem ser feitas;

a - Na fase preparatória os requisitos associados às matrizes auxiliares $|M|$, $|W|$ e $|\tilde{W}|$ permanecem inalterados, uma vez que estão associados também ao tamanho da rede e ao número de ligações alteradas, independente de serem consideradas em forma simultânea ou em forma sequencial.

b - Na mesma fase as matrizes $|Z|$ e $|C|$ são influenciadas pelo número de aplicações sequenciais; conseqüentemente, os seus requisitos são reduzidos em proporção a este número. Por exemplo, deseja-se simular o efeito de m alterações simultâneas, em k aplicações sequenciais, os requisitos das duas matrizes acima em lugar de ser a necessária a duas matrizes de dimensão " m ", passam a ser de duas vezes k matrizes de dimensão (m/k) .

c - Na fase de conclusão os requisitos tanto da aplicação simultânea como sequencial são equivalentes.

B - Tempo de Processamento

Para este parâmetro de avaliação efetua-se as seguintes observações;

Na fase preparatória:

- a - os esforços associados à determinação das matrizes $|W|$ e $|\tilde{W}|$ permanecem inalterados.
- b - Na determinação da matriz $|Z|$, obtem-se redução do tempo de processamento, na proporção dada pela diferença de esforço obtida pelas expressões (4.7) e (4.8).

$$\text{Esforço 1} = m^2 \cdot n \quad (4.7)$$

$$\text{Esforço 2} = \left(\frac{m}{k}\right)^2 \cdot n + \left| \left(\frac{m}{k}\right)^2 + \left(\frac{m}{k}\right) (SD+n+SI) \right| \cdot k \quad (4.8)$$

onde a expressão (4.7) corresponde ao método geral, a expressão (4.8) ao enfoque sequencial, n é a dimensão da rede, k número de compensações seqüenciais e m é o número de alterações que deseja-se simular.

c - Na determinação da matriz $|C|$ também há redução de esforço, na mesma proporção descrita na pré-compensação.

Na fase de conclusão:

d - Nesta fase, em oposição aos vantagens obtidas na fase preparatória, requer-se um maior esforço com a utilização da compensação seqüencial. A proporção em que aumentam estes esforços pode ser obtida a partir das expressões (4.9) e (4.10, que correspondem aos esforços totais desta fase:

- Para as alterações Simultâneas:

$$\text{Esforço 1} = (SD) + (m^2 + 2m.n) + (n + SI) \quad (4.9)$$

- Para as alterações seqüenciais

$$\text{Esforço 2} = SD + \left(\sum_{i=1}^k i \right) \times \left(\left(\frac{m}{k} \right)^2 + 2n \cdot \left(\frac{m}{k} \right) \right) + (n + SI) \quad (4.10)$$

onde n, m e k conforme indicação no ponto anterior.

O significado e a observação feita para $(SD+SI)$ no pré-compensação sequencial também são válidas nesta aplicação. Igualmente, a observação final sobre a conclusão.

4.4.3.4. - Considerações adicionais

Em todos os pontos apresentados nesta sub-seção percebe-se a dificuldade de tirar conclusões definitivas da comparação entre os esquemas gerais e os esquemas sequenciais.

Não obstante, estas análises auxiliam o usuário a tirar suas próprias conclusões em função do problema que deseja analisar. A análise comparativa do trabalho prevê somente comparação de métodos que levam em conta alterações simultâneas.

Para concluir, uma comparação geral entre os esquemas de aplicação sequencial, mostra que a média-compensação é, na fase preparatória, mais favorecida no que diz respeito a tempo de processamento, uma vez que obteve-se redução na de terminação das matrizes $|Z|$ e $|C|$, contra a redução associada à última nos outros esquemas. Na fase de conclusão acredita-se que os três são afetados na mesma proporção.

4.4.4 - Soluções particulares para os métodos de simulação

Na sub-seção 3.4.3 apresentou-se as vantagens obtidas com a aplicação dos métodos gerais de compensação sobre particularidades, que comumente são encontrados na prática. Nesta sub-seção são analisados os reflexos computacionais de tais vantagens, visando estabelecer o proveito obtido com a consideração de tais casos.

Lembrando que, para todos os casos analisados, efetua-se alterações somente na fase de conclusão, e considerando que esta fase não é responsável pelos requisitos de memória mais significativas, a análise a seguir diz respeito unicamente aos tempos de processamento.

4.4.4.1 - Vetor independente constante

Para esta hipótese os passos da fase de conclusão estão apresentados na tabela 3.3. Os esforços computacionais mais relevantes associados a esta tabela são representados na

Tabela 4,3 a seguir;

Tabela 4,3 - Esforços computacionais da fase de conclusão para a hipótese vetor independente constante

PRÉ-COMPENSAÇÃO	MÉDIA-COMPENSAÇÃO	PÓS-COMPENSAÇÃO
1. Cálculo do vetor compensatório: m^2	1. Determinação de $\hat{F} : SD$ 2. Cálculo do <u>ve</u> vetor compensatório: $2mn + m^2$	1. Cálculo do vetor compensatório a. Esquema A: $n.m+m^2$ b. Esquema B: $(SD+n+SI) + m^2$
2. Determinação E^m : $(SD+n+SI)$	3. Determinação de E^m : $n + SI$	

Uma análise comparativa a partir dos esforços das tabelas 4,2 e 4,3, levando em conta as observações do item 4.4.3.1, nos permite efetuar as seguintes observações:

- Na pré-compensação a redução do esforço é da ordem $m.n$ operações. Considerando que a aplicação dos fatores $U^t D U$ para as redes práticas em sistemas de potência requer em torno de $3n$ a $6n$ fatores, conseqüentemente, a economia obtida por este esquema é significativa. Por exemplo, para 5 alterações simultâneas a ordem de redução de operações nesta fase se situa em torno de 50% dos esforços requeridos pelos esquemas gerais.

- Na média-compensação, fica evidente que para uma única alteração não se obtém redução de operações, o que aconteceria a partir da segunda aplicação da fase de conclusão. A redução obtida é de uma SD por aplicação, a proporção de redução

de operações é função dos parâmetros da rede, e somente a partir destes conhecimentos pode-se avaliar, com auxílio da tabela 4.3, corretamente, o esforço computacional envolvido.

- Nas pós-compensação, tanto pelo esquema A ou B, as operações necessárias são da mesma ordem que a pré-compensação. Em relação à conveniência de utilizar um ou outro esquema, continua válida a mesma análise dos métodos gerais.

Concluindo, uma análise comparativa geral dos reflexos desta hipótese sobre os três métodos de aplicação da compensação mostra que a média-compensação é a menos favorecida, embora se comparada ao método geral, é mais vantajosa.

4.4.4.2. - Vetor independente parcialmente constante

A tabela 3.4. apresenta os passos da fase de conclusão para esta hipótese. A tabela de esforços associada é similar à tabela 4.2, bastando introduzir nos esforços da média-compensação um primeiro passo adicional com esforço SD.

A vantagem de utilização desta hipótese está diretamente ligada a utilização da técnica do vetor-esparso, que por sua vez está muito ligada ao tamanho da rede. Assim sendo, é muito difícil avaliar a priori a proporção de economia, em relação aos métodos gerais. É possível, no entanto, verificar que a média-compensação é novamente a menos favorecida comparada aos outros dois esquemas.

4.4.4.3 - Soluções parciais

Para esta aplicação, a proporção de "economia" com relação aos esquemas gerais é função da posição onde se dê o truncamento da substituição inversa .

4.5 - Comparação da Compensação com a Refatoração

Nas seções anteriores foi feita uma análise comparativa das distintas alternativas e métodos disponíveis para o tratamento de alterações nas redes de potência. A partir destas, escolhe-se dois métodos de determinação dos novos estados da rede, e analisam-se seus desempenhos esperados.

Os passos de ambos os métodos supõem conhecidos, tanto a matriz de admitâncias nodais como os fatores $U^t D U$, da rede original. Ou seja, não considera o esforço inicial de sua determinação.

As operações seqüenciais envolvidas pelo método de refatoração incluem:

- Alteração da matriz de admitâncias nodais.
- Refatoração desta matriz.
- Aplicação destes fatores sobre o vetor das injeções.

A Compensação considera a utilização da pré-compensação esquema A.

Utiliza-se os mesmos parâmetros de avaliação das seções anteriores, porém com ordem trocada, por ser o tempo de processamento o parâmetro relevante na escolha entre ambos os métodos.

4.5.1 - Tempo de Processamento

Na análise deste parâmetro efetua-se certas hipóteses simplificadoras, uma vez que sua avaliação envolve uma multiplicidade de aspectos, muitos dos quais tem poucos reflexos nos esforços totais. Tais simplificações serão analisadas a medida que sejam adotadas.

A primeira simplificação deriva da suposição de que as alterações introduzidas não modificam substancialmente a estrutura da matriz original, com o qual pode-se supor que não é necessário levar em conta, na refatoração o esforço de ordenação das barras. A adoção desta simplificação não prejudica consideravelmente a análise, uma vez que na maioria das aplicações deve-se utilizar os esquemas um ou dois descritos no Capítulo 2, que não requerem excessivo esforço computacional.

A segunda simplificação diz respeito ao fato de que os esforços comuns não são considerados, além do que somente se aprecia as operações relevantes, isto é, multiplicações e divisões.

A terceira simplificação deriva da necessidade de associar os esforços ao tamanho da rede. Com este objetivo, inicialmente considera-se uma matriz de rede supostamente cheia, para a qual são determinados os esforços, e após, aplica-se os fatores de esparsidade. Uma análise detalhada dos parâmetros envolvidos permitirá um correto uso desta simplificação, de forma a não descaracterizar os resultados obtidos.

Os esforços computacionais na abordagem de refatoração podem ser resumidos em esforço de fatoração da matriz de rede e esforço de aplicação da tabela de fatores sobre um ve

tor independente. O primeiro esforço pode ser expresso por:

$$E_{\text{fatorização}} = n + \sum_{j=1}^{n-1} (n-j) \cdot (n-j+2) \quad (4.11)$$

e o segundo por:

$$E_{\text{aplic.fatores}} = n^2 \quad (4.12)$$

Então, o esforço total da refatoração obtem-se pela adição de (4.11) e (4.12); isto é.

$$E_{\text{refatorização}} = n^2 + n + \sum_{j=1}^{n-1} (n-j) \cdot (n-j+2) \quad (4.13)$$

Observe que na obtenção da expressão (4.13), não se considera o esforço de alteração da matriz de rede, isto por que, se as ligações alteradas são ligações independentes, este esforço se resume em adicionar ou subtrair valores de admitâncias aos elementos da matriz. No caso de que as ligações pertençam a grupos de mútuas, o esforço é igual nas duas abordagens comparadas.

Para estender estas expressões ao caso de matrizes esparsas, mais duas simplificações devem ser adotadas. São elas:

- Não é levada em conta a esparsidade do vetor. Esta simplificação não influencia significativamente o resultado final, já que os fatores $U^t D U$ são aplicados um única vez sobre o vetor das injeções.

- Em (4.11) a parte do somatório é devida à eliminação dos elementos sub-diagonais; se esta expressão for dividi

da pelo número de tais elementos obtem-se o esforço médio associado à determinação de um fator U. Conservadoramente, pode-se associar este mesmo esforço à determinação dos fatores da matriz esparsa. Na prática este valor deve ser menor, portanto dizemos que esta hipótese é conservadora.

A partir destas duas simplificações e supondo ser "FE" o índice de elementos não nulos da matriz de rede, a expressão alternativa para a refatorização pode ser indicada por:

$$E_{\text{refatorização}} = \left| (n^2 \cdot FE - n) / 2 \right| + \sum_{j=1}^{n-1} (n-j)(n-j+2) / (n^2 - n) / 2 + FE \cdot n^2 + n \quad (4.14)$$

Os esforços computacionais na abordagem de pré-compensação Esquema A podem, por sua vez, ser separados nos esforços associados à fase preparatória e à fase de conclusão.

Na fase preparatória os esforços podem ser separados e associados à determinação da matriz |Z| e à determinação da matriz |C|. Para uma rede de dimensão n com m alterações simultâneas de ligações não acopladas, ou sendo m a dimensão do grupo de mútuas alterado, e expressão do esforço da matriz |Z| pode ser dada por:

$$E_Z = m \cdot n^2 \quad (4.15)$$

O esforço na determinação da matriz |C| pode ser expresso para alterações de ligações não acopladas por:

$$E_{1-C} = 2 m^3 - 2 m^2 + 2 m \quad (4.16)$$

e para alterações em grupos de mútuas por:

$$E_{2-C} = 2 \cdot (m^3 - 2 m^2 + 2 m) \quad (4.17)$$

O esforço da fase de conclusão pode ser expresso por:

$$E_{\text{conclusão}} = m \cdot n + m^2 + n^2 \quad (4.18)$$

A partir de (4.15), (4.16), (4.17) e (4.18) o esforço de simulação de alterações de ligações não acopladas pode ser expresso por:

$$E_{1-\text{Compensação}} = 2 m^3 + (m+1)n^2 - m^2 + (n+2)m \quad (4.19)$$

e para ligações pertencentes a grupos de mútuas por:

$$E_{2-\text{Compensação}} = 4 m^3 + (m+1)n^2 - 2m^2 + (n+4)m \quad (4.20)$$

Para entender estas duas expressões ao caso de matrizes esparsas, também adotamos a simplificação que desconsidera a técnica do vetor esparso. Com isto, está-se adotando um limite superior a estes esforços, ou seja, o tempo de processamento na prática deve ser menor. Resultados práticos obtidos com a utilização desta técnica mostram que os mesmos assumem proporções consideráveis para redes de grande porte.

A partir desta observação, as expressões alternativas para (4.19) e (4.20) podem ser dadas por:

$$E_{1\text{-Compensação}} = 2 m^3 - m^2 + (n+2)m + FE \cdot (m+1)n^2 \quad (4.21)$$

$$E_{2\text{-Compensação}} = 4 m^3 - 3m^2 + (n+4)m + FE \cdot (m+1)n^2 \quad (4.22)$$

Para verificar as tendências apresentadas pelas expressões (4.14), (4.21) e (4.22) apresenta-se a seguir a Figura 4.1 com diferentes combinações de n , m , e FE . Nela, a linha cheia

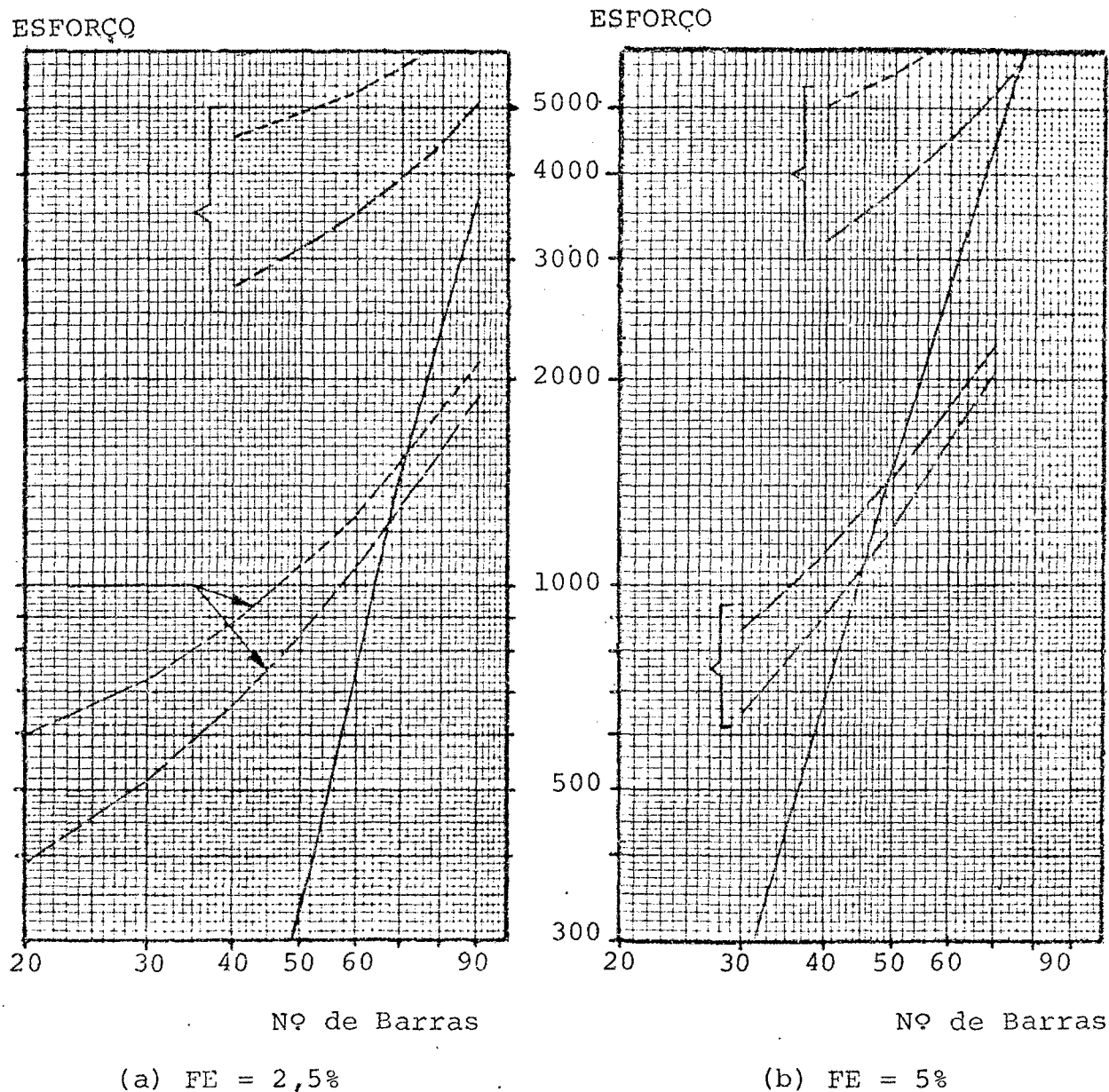


FIG. 4.1 - Comparação das Tendências dos Esforços de Refatorização e a pré-compensação esquema A com diferentes índices de esparsidade.

representa os esforços associados à refatoração e as linhas tracejadas representam os esforços associados à pre-compensação, para distintos números de alterações simultâneas (linhas inferiores), ou dimensões de grupos de mútuas (linhas superiores).

A partir desta figura pode-se fazer as seguintes observações:

- Para pequenas redes o enfoque da refatorização apresenta uma significativa vantagem. Mantendo o mesmo número de alterações e aumentando o tamanho da rede, a partir de um determinado tamanho o enfoque de compensação mostra o mesmo desempenho, chegando até a superá-lo.

- O enfoque de refatoração é muito menos sensível ao número de alterações. A compensação com o acréscimo deste número apresenta um razoável aumento no tempo de processamento.

- O acréscimo do número de elementos não nulos tem reflexos positivos no enfoque da compensação; isto pode ser visto comparando as figuras 4.1(a) e 4.1(b).

Cada uma destas observações pode ser melhor visualizada a partir da Tabela 4.4., onde se apresenta a relação Efatorização/Ei-compensação para várias combinações de redes e parâmetros.

Tabela 4.4 - Relação esforço refatoração/ pré-compensação

FE	n	m	Esf.de refatoração/Esf. pré-compensação	
			Lig.não-acopladas	Lig.acopladas
2,5	50	5	0,39	0,31
		10	0,106	0,067
		15	0,0398	0,0226
	100	5	2,45	2,24
		10	0,966	0,731
		15	0,454	0,298
5	50	5	1,20	1,03
		10	0,392	0,265
		15	0,16	0,095
	100	5	3,82	3,616
		10	1,694	1,393
		15	0,889	0,637
7,5	50	5	1,642	1,453
		10	0,59	0,42
		15	0,257	0,159
	100	5	4,40	4,235
		10	2,06	1,775
		15	1,15	0,874
10	50	5	1,914	1,731
		10	0,735	0,544
		15	0,336	0,215
	100	5	4,729	4,586
		10	2,288	2,024
		15	1,324	1,048

cont.

Tabela 4.4 - Continuação

FE	n	m	Esf.de Refatoração /Esf. pré-compensação	
			Lig.não-acopladas	Lig.acopladas
1,0	500	10	9,8199	9,3267
		20	4,3256	3,6186
		30/50	2,32/0,84479	-
	750	10	17,24	16,8117
		20	8,2626	7,4948
		30/75	4,716/0,02978	-
	1000	10	24,75	24,39
		20	12,28	11,57
		30/100	7,67/0,97365	-
1,5	500	10	11,3884	10,875
		20	5,25	4,58
		30/50	2,975/1,1828	-
	750	10	18,951	18,620
		20	1,322	8,685
		30/75	5,745/1,26156	-
	1000	10	26,533	26,2635
		20	13,3879	12,83
		30/100	8,5638/1,3821	-
2,5	500	10	12,8172	12,5162
		20	6,18191	5,6346
		30/50	3,7031/1,64	-
	750	10	20,4381	20,2139
		20	10,29	9,8303
		30/75	6,556/1,70	-
	1000	10	28,0427	27,8659
		20	14,3515	13,9717
		30/100	9,37588/1,74	-

Concluindo a análise comparativa do ponto de vista de tempo de processamento, pode-se ressaltar os seguintes pontos:

a - Para redes de pequeno porte há uma significativa vantagem da utilização do enfoque de refatoração especialmente se considera múltiplas alterações de ligações não-acopladas.

b - Para redes de médio porte, em torno de 50 a 100 barras, há uma certa equivalência entre ambos os métodos, estando a vantagem intimamente ligada ao número de alterações. Na Tabela 4.4 para pequeno número destas, a compensação é superior, e para alterações mais significativas a vantagem fica com a refatoração.

c - Para redes de potência de grande porte, os métodos de simulação tornam-se muitas vezes mais vantajosos, especialmente se se adota o princípio de não envolver grande número de alterações simultâneas.

d - Levando em conta as simplificações feitas, os resultados da figura 4.1 e da Tabela 4.4, sugere-se como limite conservador entre a utilização de ambos os métodos 8% do tamanho da rede como número de alterações simultâneas. Acima deste, utilizar refatoração; abaixo, compensação.

4.5.2. - Requisitos de memória

Numa análise deste ponto de vista muitas variáveis são envolvidas, entretanto as mais importantes dizem respeito ao tamanho da rede, ao número de ligações originais e o número de ligações alteradas. Associando os vários requisitos a estes três parâmetros, podemos propor a seguinte expressão para os requisitos da refatoração:

$$\text{Refatorização} = 16.n + 13.k_1.n \quad (4.23)$$

onde:

n = tamanho da rede

k_1 = é função do número de ligações, e considera o número de elementos acima da diagonal.

Os requisitos do método de simulação podem ser obtidos aproximadamente a partir da expressão:

$$R \text{ compensação} = 16.n + 6k_1.n + 4m + 6m^2 + 2m.n \quad (.24)$$

onde m = número de ligações alteradas.

A tabela 4.5 a seguir mostra diferentes combinações destas variáveis e a relação entre as expressões (4.23) e (4.24). Supondo para simplificar que $K_1 = 2$, o que implica aproximadamente 5 ligações por linhas da matriz de admitâncias.

Tabela 4.5 - Relação de requisitos da memória da refatoração/compensação

n	m	REQUISITOS Efatoração/Ecompensação
30	1	~ 1,4
	3	~ 1,16
	5	~ 1,10
100	5	~ 1,05
	10	~ 0,875
	15	~ 0,724
500	30	~ 0,477
	50	~ 0,265
	70	~ 0,185

Concluindo, da tabela 2.5 verifica-se também como os requisitos de memória estão muito ligados à rede em estudo, devendo-se analisar cada caso em particular para verificar a vantagem de um sobre o outro.

Em uma análise geral, estes requisitos não são muito significativos uma vez que se trabalha exclusivamente com as técnicas de esparsidade; então, deve-se escolher o método a ser utilizado quase que unicamente em função do tempo de processamento.

C A P Í T U L O V

ANÁLISE COMPARATIVA DOS ALGORITMOS

5.1 - Introdução

No Cap. III e IV foram apresentados dois métodos na obtenção do novo estado da rede modelada por admitâncias no dais, após alterações nas suas ligações. Tais métodos são:

- Alteração dos fatores U^t .D.U. e sua aplicação sobre o vetor das injeções.
- Utilização de método de simulação.

A análise de alterações dos fatores, como vimos, pode ser realizada de diversas maneiras: alterar a matriz $|Y_N|$ ou remonta-la; alteração diretamente dos fatores ou refatoração da matriz $|Y_N|$ previamente atualizada. Visando escolher o melhor caminho de obtenção dos fatores modificados, foram realizados diversas análises preliminares, conforme descrito nos Cap. III e IV.

Similarmente, a escolha do método de simulação em termos de melhor desempenho relativo, foi precedida da análise detalhada dos distintos esquemas de compensação disponíveis.

Este Capítulo destina-se a confirmar os resultados teóricos, através de ensaios práticos, efetuados com algoritmos computacionais.

5.2 - Descrição dos Ensaios

Para a análise dos distintos aspectos e enfoques as sociados aos métodos de alteração, foram efetuadas três grupos de ensaios.

O primeiro grupo visa avaliar o desempenho dos esquemas de atualização dos fatores. Com este objetivo efetua-se a análise comparativa dos algoritmos associados à atualização de matriz de admitâncias, e a análise comparativa dos algoritmos de atualização dos fatores U^t .D.U.

O segundo grupo visa avaliar o desempenho dos diversos esquemas de simulação.

O terceiro grupo visa efetuar, a partir das avaliações anteriores uma análise comparativa dos desempenhos relativos do melhor esquema de cada grupo (alteração de fatores x simulação).

5.3 - Descrição dos Programas Computacionais

Para a elaboração dos distintos ensaios proposto na seção anterior foram desenvolvidos seis programas computacionais, conforme apresentado a seguir:

- "YBUS"

Visa determinar a matriz de admitância nodais para redes com ou sem ligações mutuamente acopladas.

O algoritmo utilizado por este programa consiste

na implementação computacional dos conceitos e expressões apresentadas na seção 2.3 e na Apêndice I.

- "ALTYB"

Permite atualizar a matriz de admitâncias nodais após alterações nas ligações da rede.

O algoritmo utilizado por este programa consiste na implementação dos conceitos e expressões da seção 3.2.

- "FATORI"

Permite fatorar a matriz de admitâncias nodais, ou seja, determina os fatores $U^t \cdot D \cdot U$ associados a $|Y_N|$ da rede.

Pressupõe-se que estejam armazenadas na memória os vetores representativos da matriz da rede. Efetua-se seqüencialmente as seguintes operações:

- Ordenação das barras segundo o critério de ordenação número 2 descrito na seção 2.4.
- Determinação dos fatores $U^t \cdot D \cdot U$, utilizando os passos descritos na sub-seção 2.43 e no Apêndice III.

- "ALTFA"

Permite obter diretamente os fatores atualizados a partir da implementação das expressões propostas na seção 3.3.

- "COMPEN"

Permite simular qualquer dos esquemas de compensação apresentados na sub-seção 3.4.2.

Na determinação da matriz $|C|$, permite as duas alternativas descritas em (3.49a) e (3.49b). Na fase de conclusão qualquer dos esquemas descritos na tabela 3.2.

- "SOLUC"

Permite determinar a solução da relação linear $I = |Y_N| \cdot E$, após alterações na matriz $|Y_N|$.

Não utiliza algoritmo adicional, e sim agrupa num único programa os algoritmos computacionais dos programas ALTYB e FATORI.

5.4 - Descrição dos Modelos de Rede

No desenvolvimento dos distintos ensaios foram utilizados cinco redes básicas. A descrição e os componentes de cada uma delas é dada por:

- REDE 1

Similar ao sistema COPEL-81, com dados de impedância de sequência zero.

A rede esta composta por:

- 90 barras
- 293 ligações

- 17 grupos de mútuas

Os tipos de ligações basicamente são:

- Linhas de transmissão
- Transformadores de 2 enrolamentos
- Transformadores de 3 enrolamentos
- Reatores

REDE 2

Derivada da rede 1 e composta por:

- 80 barras
- 197 ligações
- 1 grupo de mútuas

REDE 3

Derivada da rede 1 e composta por:

- 70 barras
- 188 ligações
- 1 grupo de mútuas

REDE 4

Derivada da rede 1, e esta composta por:

- 60 barras
- 161 ligações
- 1 grupo de mútuas

REDE 5

Derivada da rede 1, e esta composta por:

- 50 barras
- 140 ligações
- 1 grupo de mútuas

Para todas as redes a partir da segunda, os tipos de ligações são similares à rede 1.

5.5 - Sistema de Processamento de Dados

Os ensaios foram efetuados com apoio do computador IBM-4341, sistema CMS, implantado na Universidade Federal de Santa Catarina, utilizando-se como veículo de comunicação o terminal IBM-0C3-3278-2 do Departamento de Engenharia Elétrica. Usa-se como linguagem de programação, o FORTRAN-IV-G.

5.6 - Parâmetro de Avaliação

Como se utiliza, nos programas computacionais desenvolvidos, técnicas de esparsidade, os requisitos de memória para qualquer dos métodos analisados não é um parâmetro determinante. Assim sendo, a análise comparativa realizada neste capítulo se pauta exclusivamente em termos de tempo de processamento.

5.7 - Determinação dos Fatores U^t .D.U. Atualizados

Nesta seção descrevem-se dois conjuntos de testes computacionais. O primeiro associado à matriz de admitâncias, e o segundo, aos fatores U^t U D. Este último deve estar obrigatoriamente precedido do primeiro, uma vez que o resultado deste deve ser utilizado como estágio inicial do segundo.

5.7.1 - Remontagem "Versus" Atualização de $|Y_N|$

Compreende um conjunto de ensaios que visa avaliar o desempenho de ambos os métodos para distintos tipos de alterações.

5.7.1.1 - Suporte da Pesquisa

Utiliza-se os seguintes programas computacionais:

- YBUS
- ALTYB

5.7.1.2 - Modelo de Rede

Utiliza-se a rede 1.

5.7.1.3 - Metodologia

Em vistas a avaliação de ambos métodos frente a distintos tipos de alterações foram executados os seguintes ensaios:

a - ENSAIO 1

Orientado a verificar o desempenho relativo de ambos métodos, para alterações de ligações não-acopladas.

b - ENSAIO - 2

Similar ao primeiro para alterações de ligações acopladas.

c - ENSAIO - 3

Orientado a verificação do desempenho de ambos métodos frente a alterações tanto de ligações acopladas, como de não acopladas.

Os três ensaios acima incluem seqüencialmente os seguintes passos:

- 1º - Montagem através do programa YBUS da matriz $|Y_N|$ da rede original, computando-se o tempo de processamento.
- 2º - Introdução sucessiva de alterações, computando os tempos de processamento com emprego do programa ALTYB.
- 3º - Alterações dos dados originais de forma a considerar as alterações na rede e remonta-se a matriz $|Y_N|$ computando-se o tempo de processamento. Este procedimento efetua-se so

mente para a primeira alteração e para as mais significativas.

5.7.1.4 - Descrição das alterações.

Os quadros 5.1 e 5.2 apresentam a descrição das alterações introduzidas em cada um dos ensaios do item 5.7.1.3.

Quadro 5.1 - Descrição das alterações do ensaio 1 e 2

ENSAIO - 1		
ITEM	NÚMERO DE ALTERAÇÃO	TIPO DE LIGAÇÃO ALTERADA
i	1	L.I.
ii	2	L.I.
iii	3	L.I.
iv	4	L.I.
v	5	L.I.
vi	6	L.I.
vii	7	L.I.
viii	8	L.I.
ix	9	L.I.
x	10	L.I.
xi	13	L.I.
xii	16	L.I.
xiii	18	L.I.
xiv	20	L.I.
ENSAIO - 2		
xv	1	G.M.
xvi	2	G.M.
xvii	3	G.M.
xviii	4	G.M.
xix	5	G.M.
xx	7	G.M.
xxi	9	G.M.
xxii	11	G.M.
xxiii	14	G.M.
xxiv	17	G.M.
OBS.: L.I. = Ligação não acoplada.		
G.M. = Grupos de Mútuas.		

Quadro 5.2 - Descrição das alterações do ensaio - 3

ITEM	NÚMERO DE ALTERAÇÕES	
	ALTERAÇÃO DE L.I.	ALTERAÇÃO DE G.M.
i	1	1
ii	2	2
iii	5	3
iv	10	4
v	16	7
vi	20	9

OBS.: Para o significado de L.I. e G.M. veja o Quadro 5.1.

5.7.1.5 - Apresentação dos resultados

As tabelas 5.1, 5.2, 5.3, 5.4 e 5.5 apresentam os tempos de processamentos gerais obtidos nos distintos ensaios. A figura 5.1 mostra as curvas associadas a estes tempos.

A tabela 5.1 apresenta os tempos associados à montagem da matriz $|Y_N|$ original, a partir dos dados das ligações da rede.

Tabela 5.1 - Tempo de processamento de programa |YBUS|

DESCRIÇÃO DOS ITENS INCLUÍDOS NO PROCESSAMENTO	Tempo (seg)
LEITURA DOS DADOS DE ENTRADA	6,45
LEITURA + EXECUÇÃO	6,57

A Tabela 5.2 é similar a Tabela 5.1, apresentando os tempos associados ao programa de alteração da matriz $|Y_N|$, com uma única alteração em ligação não acoplada. O item "leitura dos dados de entrada", inclui a leitura dos vetores representativos, leitura dos dados básicos dos grupos de mútuas, e os dados de alteração.

Tabela 5.2 - Tempos de processamento de ALTYB

DESCRIÇÃO DOS ITENS INCLUÍDOS NO PROCESSAMENTO	TEMPO (Seg)
LEITURA DOS DADOS DE ENTRADA	0,64
LEITURA + EXECUÇÃO	0,67

A Tabela 5.3. apresenta os tempos de leitura de dados de entrada e de execução, para cada uma das alterações do ensaio-1.

Tabela 5.3 - Tempos de processamento de YBUS e ALTYB

Nº DE LIGAÇÕES NÃO-ACOPLADAS ALTERADAS	TEMPO DE PROCESSAMENTO (Seg)	
	ALTYB	YBUS
1	0,67	6,57
2	0,66	-
3	0,65	-
4	0,65	-
5	0,71	-
6	0,68	-
7	0,67	-
8	0,68	-
9	0,69	-
10	0,75	6,71
13	0,78	-
16	0,75	-
18	0,74	-
20	0,76	6,74

A Tabela 5.4 é similar a 5.3 apresentando os tempos associados ao ensaio-2.

Tabela 5.4 - Tempos de processamento de YBUS e ALTYB

Nº DE GRUPOS DE MÚTUAS ALTERADOS	TEMPO DE PROCESSAMENTO (Seg)	
	ALTYB	YBUS
1	0,73	6,57
2	0,87	-
3	1,04	-
4	1,05	-
5	1,09	-
7	1,33	-
9	1,59	-
11	2,06	-
14	2,28	-
17	2,76	6,58

A tabela 5.5. apresenta os tempos de processamento obtidos com as alterações do ensaio - 3.

Tabela 5.5 - Tempos de processamento de YBUS e ALTYB

Nº DE ALTERAÇÕES		TEMPO DE PROCESSAMENTO (Seg)	
LIGAÇÕES NÃO-ACÓPLADAS	GRUPOS DE MÚTUAS	ALTYB	YBUS
1	1	0,92	-
2	2	0,94	-
5	3	1,05	-
10	4	1,25	-
16	7	1,74	-
20	9	2,05	6,59

A figura 5.1 a seguir apresenta curvas comparativas com os tempos obtidos em cada ensaio. Nela:

- A curva I está associada aos tempos de ensaio-1
- A curva II está associada ao ensaio-2
- A curva III está associada ao ensaio-3

Nesta figura assume-se que a montagem da matriz $|Y_N|$ é constante, o que nem sempre acontece. Por exemplo, se cada uma das alterações descritas envolve somente retirada de ligações, a tendência do tempo de processamento seria diminuir com o aumento do número de alterações.

T.P. (Seg.)

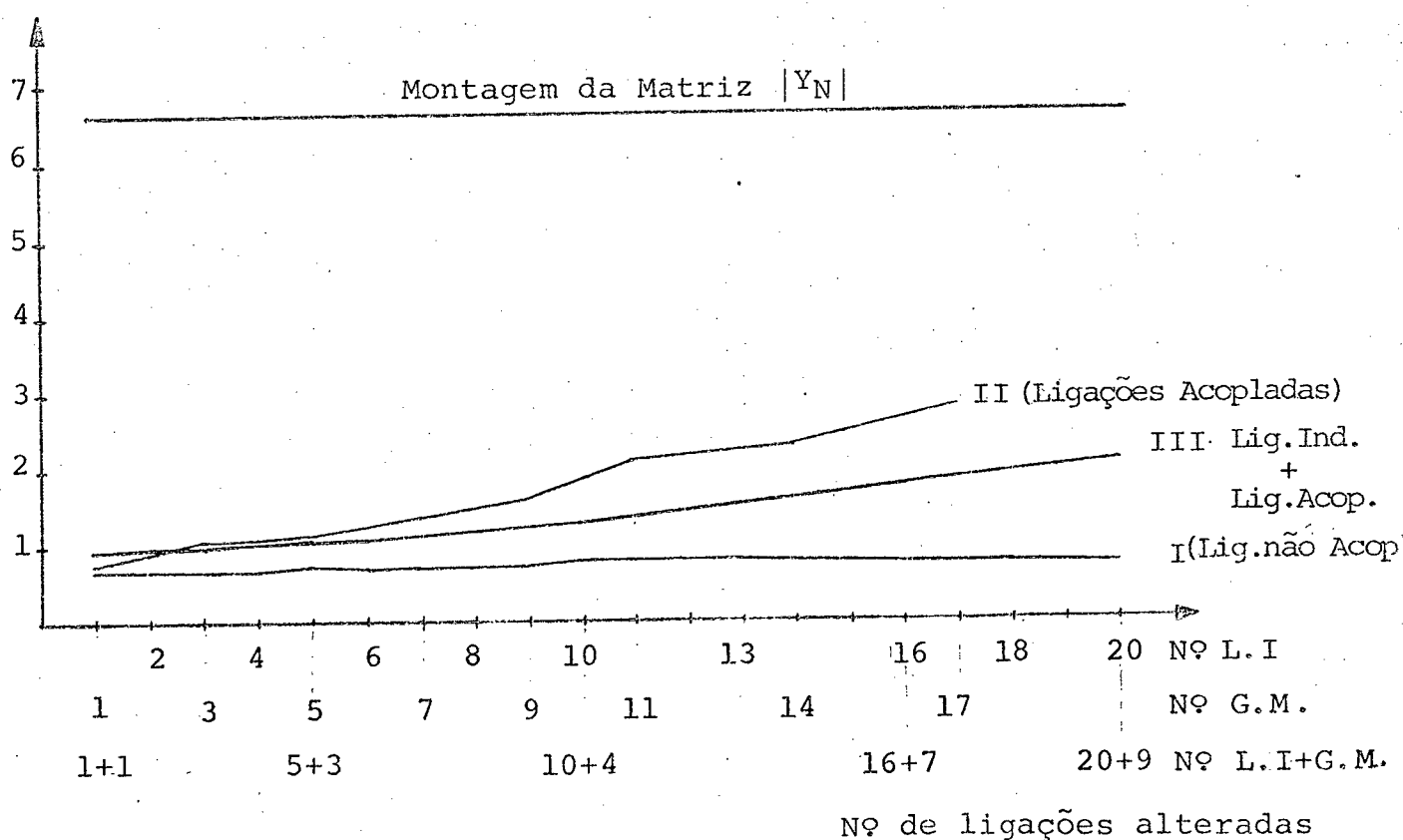


Figura 5.1 - Gráfico comparativo dos tempos de processamento: Remontagem x atualização de Y_N .

5.7.1.6 - Análise dos dados de alterações

Na escolha das alterações procurou-se incluir todas as alterações possíveis de ocorrer numa rede qualquer, assim tem-se;

- Na alteração "i" adiciona-se uma linha de transmissão;
- Na alteração "ii" adiciona-se uma linha de transmissão e simultaneamente retira-se a outra;
- Na alteração "iv" retira-se um reator;
- Na alteração "ix" adiciona-se um reator;
- Na alteração "xi" retira-se um transformador de três enrolamentos;
- Na alteração "xii" adiciona-se um transformador de três enrolamentos;
- Na alteração "xv" retira-se uma linha mutuamente acoplada;
- Na alteração "xvii" adiciona-se uma ligação mutuamente acoplada a outra ligação pertencente a um grupo de mútuas;
- Na alteração "xviii" retira-se a mútua entre duas ligações acopladas;
- Na alteração "xxi" um novo grupo de mútuas é criado;
- Na alteração "xxii" inclui-se alterações que aumentam a dimensão da matriz de rede.

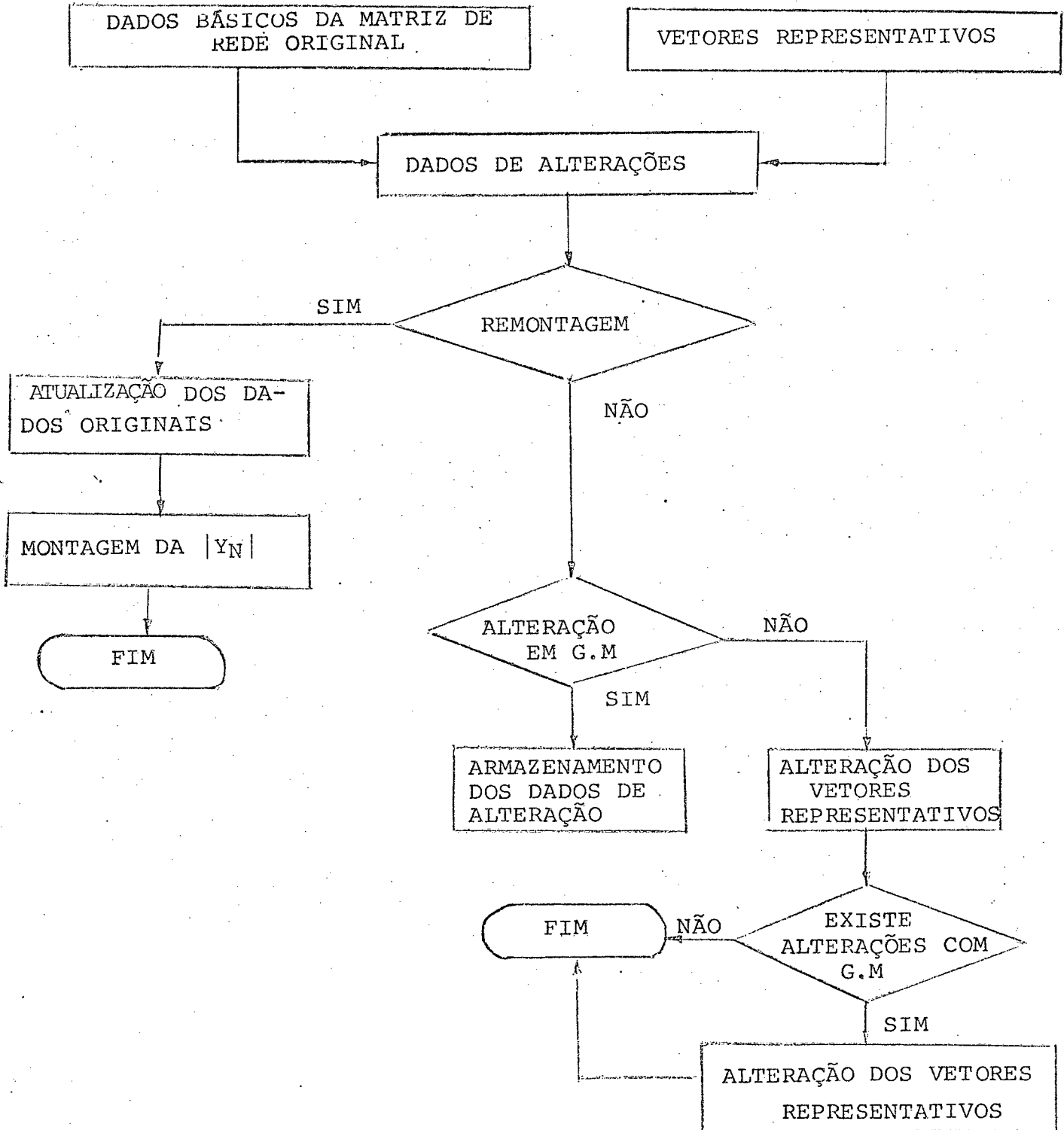
OBSERVAÇÃO: alterações que envolvam a eliminação de barras, faz aparecer elementos nulos na diagonal da matriz $|Y_N|$. Este fato deve ser considerado ao incluir a rotina dentro de programas particulares.

5.7.1.7 - Conclusões

Da análise dos resultados obtidos nos distintos ensaios pode-se concluir:

- Nas alterações de ligações não-acopladas, o método de alteração de matriz original apresenta melhor desempenho relativo, ou seja, o tempo de montagem da matriz de admitâncias nodais, da rede original, ou pós-alteração, é consideravelmente maior que o tempo obtido por intermédio do programa que altera diretamente esta matriz; isto é melhor visualizado a partir da comparação na figura 5.1, das curvas I e de montagem da $|Y_N|$.
- Comparando a curva II com a curva de montagem da matriz $|Y_N|$ mostra-se que há tendências para um ponto de equilíbrio entre os tempos de processamento de ambos métodos; entretanto, este ponto não é atingido em função da pequena dimensão dos grupos de mútuas (2 ou 3 elementos). O tempo de equilíbrio refere-se a uma condição de alteração onde ambos os métodos mostrem desempenhos similares.
- A curva III mostra um comportamento similar à curva II., conseqüentemente a conclusão da curva II também é válida para as alterações que originaram a curva III.

5.7.1.8 - Diagrama de Blocos



Fluxograma 5.1 - Sequência de operações na alteração de matriz $|Y_N|$

Os dois primeiros blocos do diagrama dizem respeito aos requisitos iniciais de ambos os métodos.

No bloco de atualização dos dados originais, este processo não se efetua de forma automática, e sim modificando os dados antes do início do cômputo do tempo de processamento.

No armazenamento dos dados de alteração dos distintos grupos de mútuas, adota-se uma composição vetorial semelhante a descrita para o fluxograma da figura A2.4 do Apêndice II.

O algoritmo de alteração dos vetores representativos em função das alterações dos grupos de mútuas, aplica sucessivamente os passos descritos no item 4.2.2.2.

5.7.2 - Refatorização da |YN| "versus" alteração dos fatores $U^t \cdot D \cdot U$

Este conjunto de testes computacionais visa analisar o desempenho de ambos os métodos na determinação dos fatores $U^t \cdot D \cdot U$ atualizados para diferentes tipos de alterações.

Para facilidade de referência, reutilizamos as denominações de MÉTODO 1 e MÉTODO 2 adotados na seção 4.3 para o enfoque de refatoração e alteração direta dos fatores, respectivamente.

5.7.2.1 - Suporte da pesquisa

Os seguintes programas computacionais:

- ALTYB
- FATORI
- ALTFA

5.7.2.2. - Modelo de rede

Utiliza-se a rede 1.

5.7.2.3. - Metodologia

O objetivo dos testes está orientado a verificar o desempenho de ambos métodos frente a distintas hipóteses de alterações; assim, os seguintes ensaios serão realizados:

a - Ensaio 1: Orientado à análise de alterações introduzidas em posições aleatórias da matriz $|Y_N|$.

b - Ensaio 2: Destina-se à análise de alterações introduzidas em forma aleatória, além da variação de posição na matriz $|Y_N|$ da primeira linha alterada.

c - Ensaio 3: É similar ao ensaio 2, porém escolhendo-se cuidadosamente as alterações de forma a minimizar a criação de novas ligações.

d - Ensaio 4: Orientado à análise de alterações que impliquem em aumento da dimensão da rede, para tal introduz-se alterações que implicam em aumento da dimensão da matriz de rede, na mesma proporção que o número de ligações alterados.

5.7.2.4 - Descrição das alterações

Inclui-se para cada um dos ensaios as seguintes alterações:

a - Ensaio-1:

O Quadro 5.3 apresenta a descrição das alterações introduzidas para este ensaio.

Quadro 5.3 - Descrição das alterações na atualização dos fatores U^t .D.U.

ITEM	NÚMERO DE ALTERAÇÕES	
	ALTERAÇÕES DE L.I.	ALTERAÇÕES DE G.M.
i	2	-
ii	4	-
iii	6	-
iv	8	-
v	10	-
vi	-	1
vii	-	2
viii	-	3
ix	3	1
x	5	2

OBS: L.I = Ligação não-acoplada
G.M = Grupo de mútuas

b - Ensaio-2:

Neste ensaio, adota-se o ponto "x" do Quadro 5.3, variando a posição da primeira linha alterada a partir da linha 5 até a linha 80, adotando-se um acréscimo de 5 linhas por cômputo de tempo de processamento.

c - Ensaio-3:

Similar ao ensaio anterior. Escolhe-se a alteração do ponto "v", variando na mesma proporção a posição da primeira linha alterada.

d - Ensaio-4:

O Quadro 5.4 apresenta as alterações introduzidas neste ensaio.

Quadro 5.4 - Descrição das alterações do ensaio-4 na atualização dos fatores U^t .D.U.

ITEM	NÚMERO DE LIGAÇÕES NÃO-ACOPLADAS
i	5
ii	10
iii	15
iv	20

Cada item do quadro 5.4 implica em aumento da dimensão da matriz de rede, igual ao número de ligações alteradas.

5.7.2.5 - Apresentação dos resultados

Inicialmente apresenta-se os tempos gerais obtidos para ambos os métodos. Após, os resultados de cada ensaio são apresentados em tabelas e gráficos comparativos.

A tabela 5.6 mostra os tempos de processamento para cada um dos passos do método de refatoração, considerando uma única ligação alterada.

Tabela 5.6 - Tempos particulares de cada passo do método de refatorização

ITEM	DESCRIÇÃO DOS PASSOS	TEMPO (seg)
1	Leitura de dados de entrada	0,64
2	item 1 + alteração da $ Y_N $	0,67
3	item 2 + ordenação das barras	1,08
4	item 3 + remuneração das barras	1,15
5	item 4 + fatorização	1,35

O passo indicado como leitura de dados de entrada inclui a leitura dos vetores representativos, os dados básicos dos grupos de mútuas e os dados de alteração.

A tabela 5.7 é similar a 5.6 representando os tempos associados ao programa ALTFA, para uma única alteração da ligação não acoplada, situada numa linha intermediária da matriz $|Y_N|$.

Tabela 5.7 - Tempo associado ao programa ALTFA

DESCRIÇÃO DOS PASSOS	TEMPO (Seg)
Leitura de dados de entrada	0,68
Leitura de dados + atualização dos Fatores	1,91

A leitura dos dados de entrada inclui os mesmos valores lidos para o método anterior.

A seguir são apresentados os resultados obtidos em cada um dos ensaios. Os tempos registrados incluem os passos das tabelas 5.6 e 5.7 conforme as variáveis descritas no item 5.7.2.4. Assim, tem-se:

a) Para o ensaio-1: Os resultados obtidos com o emprego de ambos os métodos está apresentado na tabela 5.8. Para melhor visualização dos desempenhos, a figura 5.2 apresenta as curvas traçadas a partir destes resultados.

Tabela 5.8 - Tempos de processamento obtidos no ensaio-1

Nº DE ALTERAÇÕES		TEMPO (Seg)	
LIGAÇÕES NÃO-ACOPLADAS (L.I)	GRUPOS DE MUTUAS (G.M)	MÉTODO 1	MÉTODO 2
2	-	1,35	1,91
4	-	1,33	1,92
6	-	1,37	2,02
8	-	1,37	2,15
10	-	1,44	2,32
-	1	1,42	0,94
-	2	1,56	1,51
-	3	1,73	2,79
3	1	1,52	2,64
5	2	1,54	2,77

T.P. (Seg.)

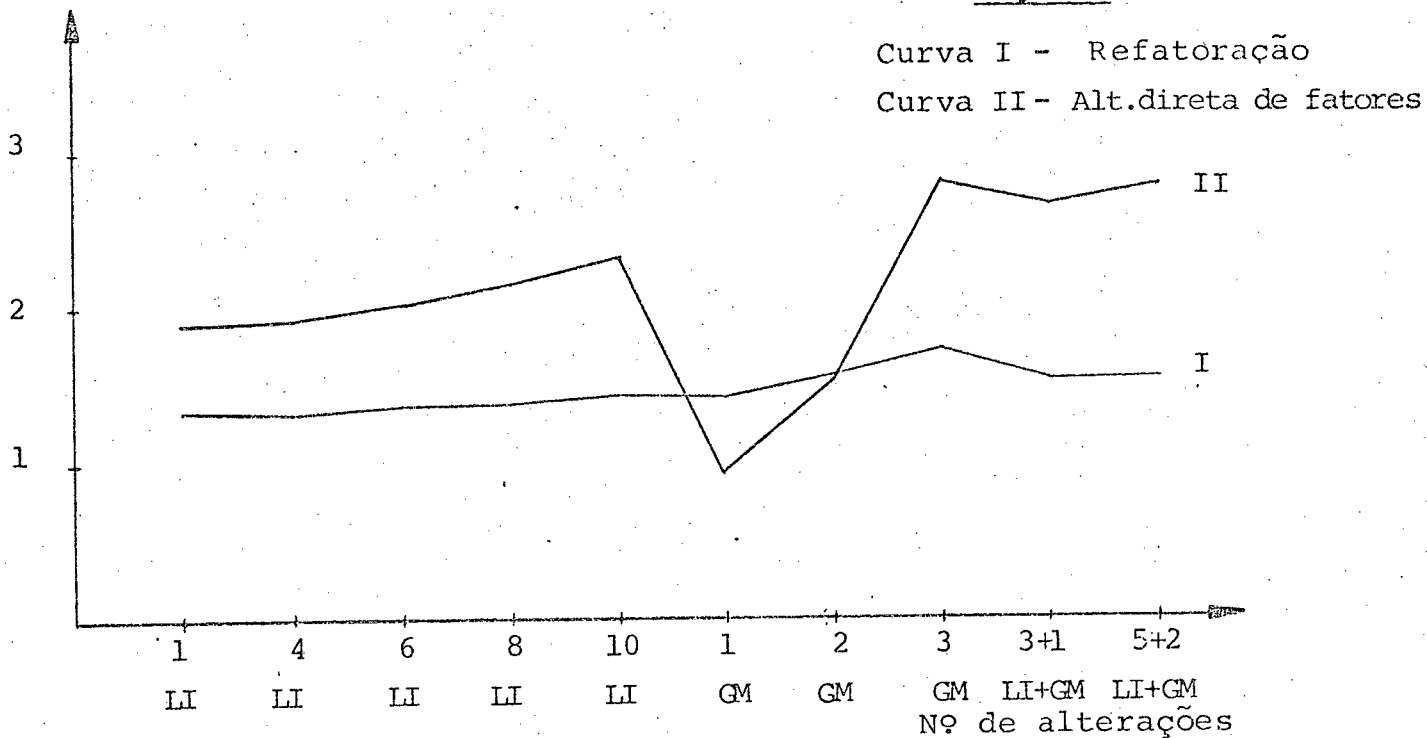


Figura 5.2 - Gráfico comparativo do tempos de atualização dos fatores $U^t.D.U.$, após distintas alterações das ligações da rede.

A figura 5.2 apresenta duas particularidades; que são:

- O método 1 ou de refatoração apresenta em geral significativa vantagem, exceto para alterações em 1 GM e 2 GM, que mostram uma considerável redução do tempo de processamento do método 2.

- A queda brusca do tempo nos pontos mencionado é devido ao fato de que a alteração considerada neles ocorre em grupos de mütuas cujas matrizes de admitâncias estão situados nas últimas linhas da matriz $|Y_N|$ da rede geral.

Concluindo, o ensaio-1 permite verificar a grande influência na escolha entre as duas alternativas de atualização dos fatores $U^t D U$ de variáveis tais como tipo de altera

ção e a posição da ligação alterada na matriz de admitâncias nodais. Conseqüentemente, uma análise mais detalhada, deve incluir esta observação.

b)- Para o ensaio-2: A tabela 5.9 apresenta os tempos de processamento obtidos na atualização dos fatores U^t .D.U. com auxílio do programa ALTFA, para alterações aleatórios em 2 grupos de mútuas e 5 ligações não acopladas.

A Figura 5.3 apresenta graficamente os resultados desta tabela e o tempo obtido para a mesma alteração com emprego do método 1.

Tabela 5.9 -- Tempos de processamento obtidos no ensaio-2 com o programa ALTFA

POSIÇÃO DA PRIMEIRA LINHA ALTERADA NA MATRIZ YN	TEMPO (Seg)
5	3,64
10	3,46
15	3,26
20	2,82
25	2,85
30	2,75
35	2,67
40	2,22
45	2,16
50	2,01
54	1,74
60	1,65
65	1,64
70	1,62
75	1,60
80	1,60

T.P. (Seq)

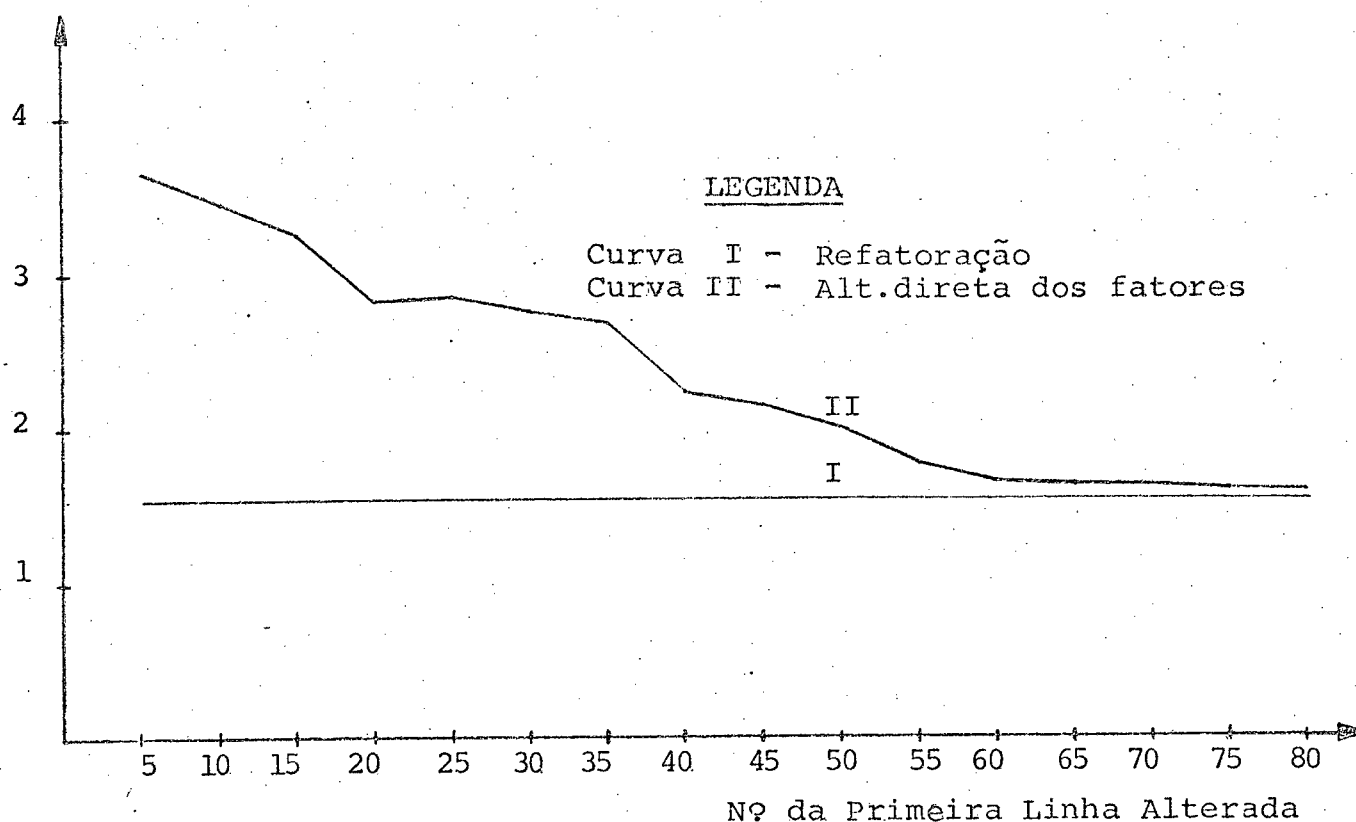


FIG.5.3 - Gráfico Comparativo de Tempos Obtidos no Ensaio 2.

Da análise das curvas da figura acima, pode-se concluir:

- A posição da ligação alterada na matriz de admitâncias nodais é fundamental na escolha do método de atualização dos fatores U^t .D.U.

- Para análise de alterações, onde espera-se que ocorra alteração em qualquer posição da rede deve-se optar por aplicar os procedimentos e refatoração.

- Para redes onde se adota a numeração das barras de tal forma que as ligações mais sujeitas a alterações estejam situadas nas últimas linhas da matriz $|Y_N|$ pode-se preferir a utilização dos métodos da alteração direta dos fatores; isto especialmente quando não se espera a criação de muitos elementos.

c - Para o ensaio-3: A tabela 5.10 apresenta os tempos de processamento obtidos na atualização dos fatores U^t .D.U. com auxílio do programa ALTFA, para alterações em 10 ligações independentes.

A figura 5.4. mostra a variação destes tempos em relação a posição da primeira linha alterada, assim como permite comparar estes tempo com os obtidos para a mesma alteração, com o emprego do procedimento do método 1.

Tabela 5.10 - Tempos de processamento obtidos no ensaio-3 com o programa ALTFA

POSIÇÃO DA PRIMEIRA LINHA ALTERADA NA MATRIZ YN	TEMPO (Seg)
5	3,39
10	3,11
15	3,17
20	2,82
25	2,69
30	2,79
35	2,55
40	2,29
45	2,08
50	1,63
54	1,71
60	1,57
65	1,24
70	1,20

T.P. (Seg.)

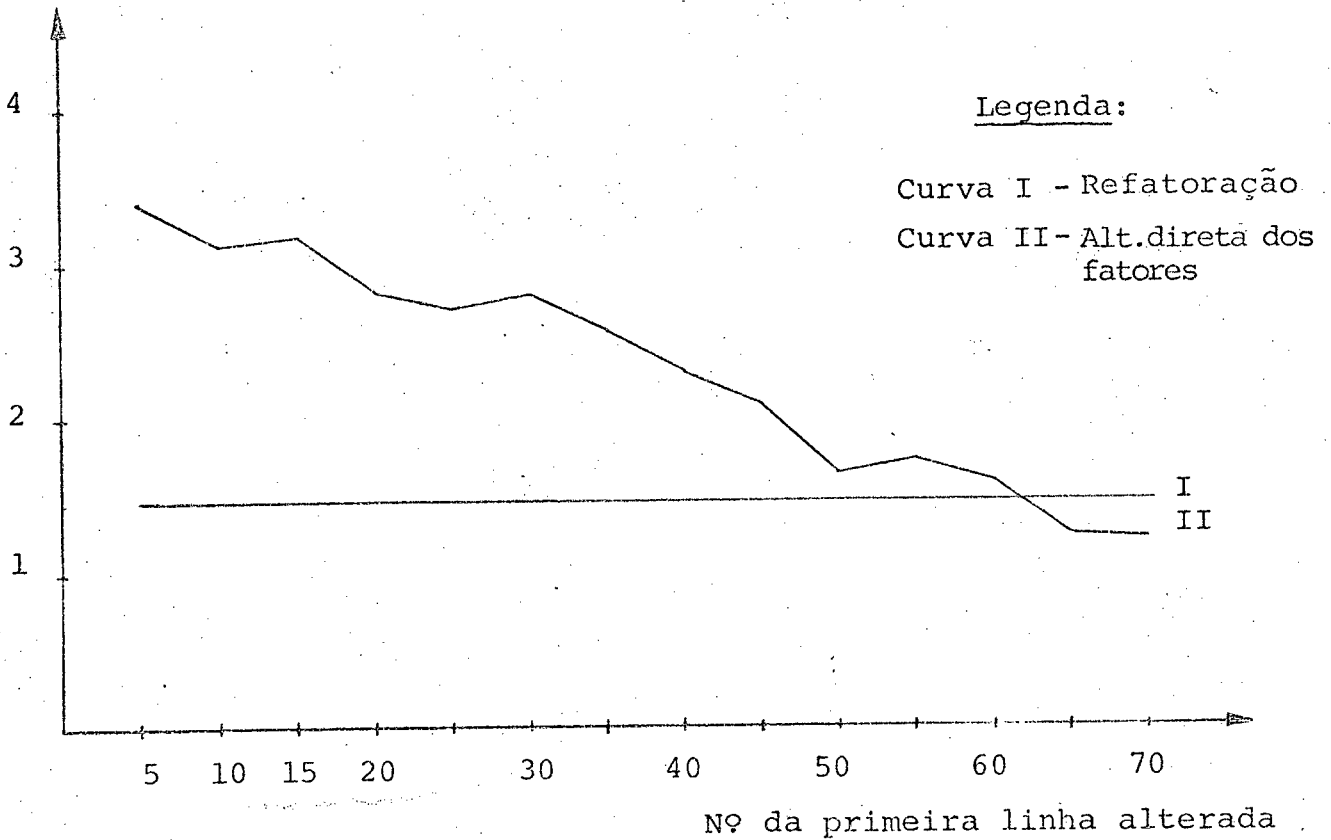


Figura 5.4. - Gráfico comparativo dos tempos de atualização dos fatores $U^t D U$ obtidos no ensaio-3.

Da análise das tendências das curvas apresentados na figura 5.4 pode-se destacar:

- Mesmo escolhendo as alterações de forma a minimizar a criação de novos elementos, as alterações nas primeiras linhas são tratados mais eficientemente pela refatoração.

- Com a hipótese adotada neste ensaio, a linha de equilíbrio está situada em torno da linha que contém o fator $U_{k/2}$ onde K é o número total de fatores. Isto mostra que os algoritmos de alteração direta dos fatores, em iguais condições, requerem aproximadamente o dobro do esforço de refatorar a matriz previamente atualizada.

d) Para o ensaio-4: Concluindo este grupo de testes, a tabela 5.11 apresenta os tempos associados aos pontos descritos no item 5.7.2.4 por intermédio de ambos os métodos sob análise.

A figura 5.5 mostra graficamente as tendências obtidas neste ensaio ou seja, representa os valores da tabela 5.11.

Tabela 5.11 - Tempos de processamento obtidos no ensaio-4

Nº DE LIGAÇÕES NÃO ACOPLADAS ALTERADAS	TEMPO (seg)	
	REFATORAÇÃO	ALT.DIR.FATORES
5	1,29	1,30
10	1,38	1,40
15	1,61	1,51
20	1,88	1,77

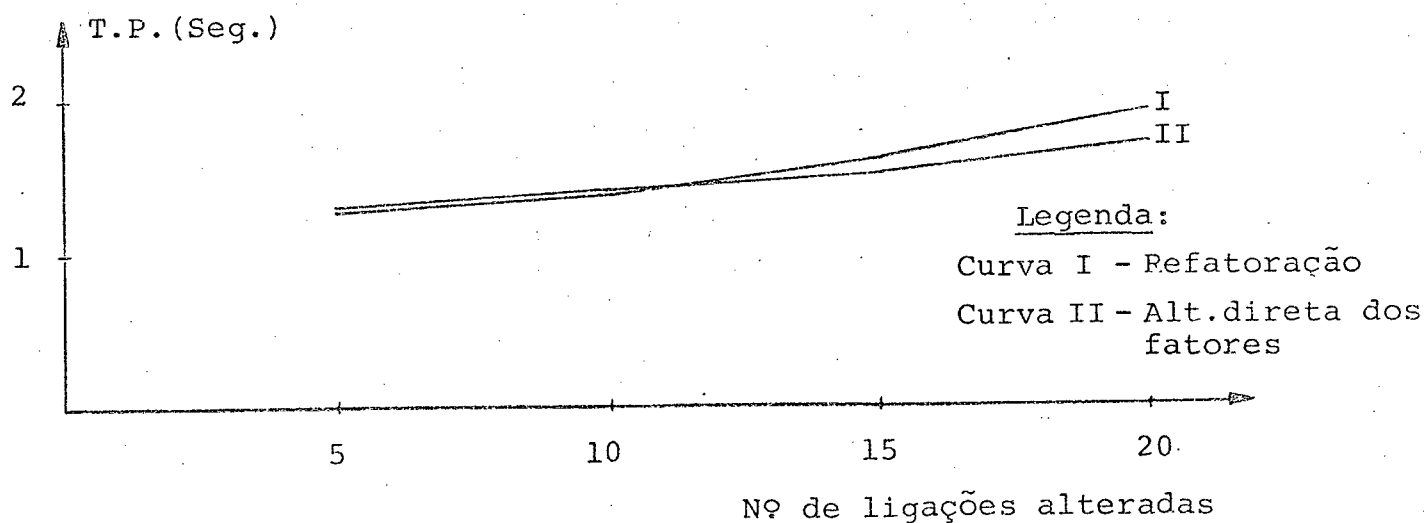


Figura 5.5 - Gráfico comparativo dos tempos de atualização dos fatores $U^t.D.U.$ obtidos no ensaio-4.

Na figura 5.5 pode-se observar que nestes tipos de alterações ambos os métodos mostram desempenho muito semelhante, desde que não se envolvam muitas ligações alteradas.

Com o acréscimo do número de ligações alteradas a refatoração irá se tornando gradativamente mais eficiente, isto levando em conta o número de elementos criados com a utilização do método de alteração direta dos fatores, que minimizado com a refatoração.

5.7.2.6 - Análise dos dados de alteração

Na escolha das alterações a serem utilizadas, procurou-se, além de tentar incluir as várias alternativas passíveis de ocorrer em redes de potência, escolher aquelas combinações de alterações que permitam verificar cada um dos pontos propostos no objetivo dos ensaios.

5.7.2.7 - Conclusões finais

Na análise de cada um dos ensaios apontaram-se as principais observações tiradas. Levando-os em conta apresenta-se neste item subsídios para a escolha entre os métodos analisados:

- Sem qualquer análise prévia dos problemas a serem tratados, recomenda-se utilizar da refatoração.

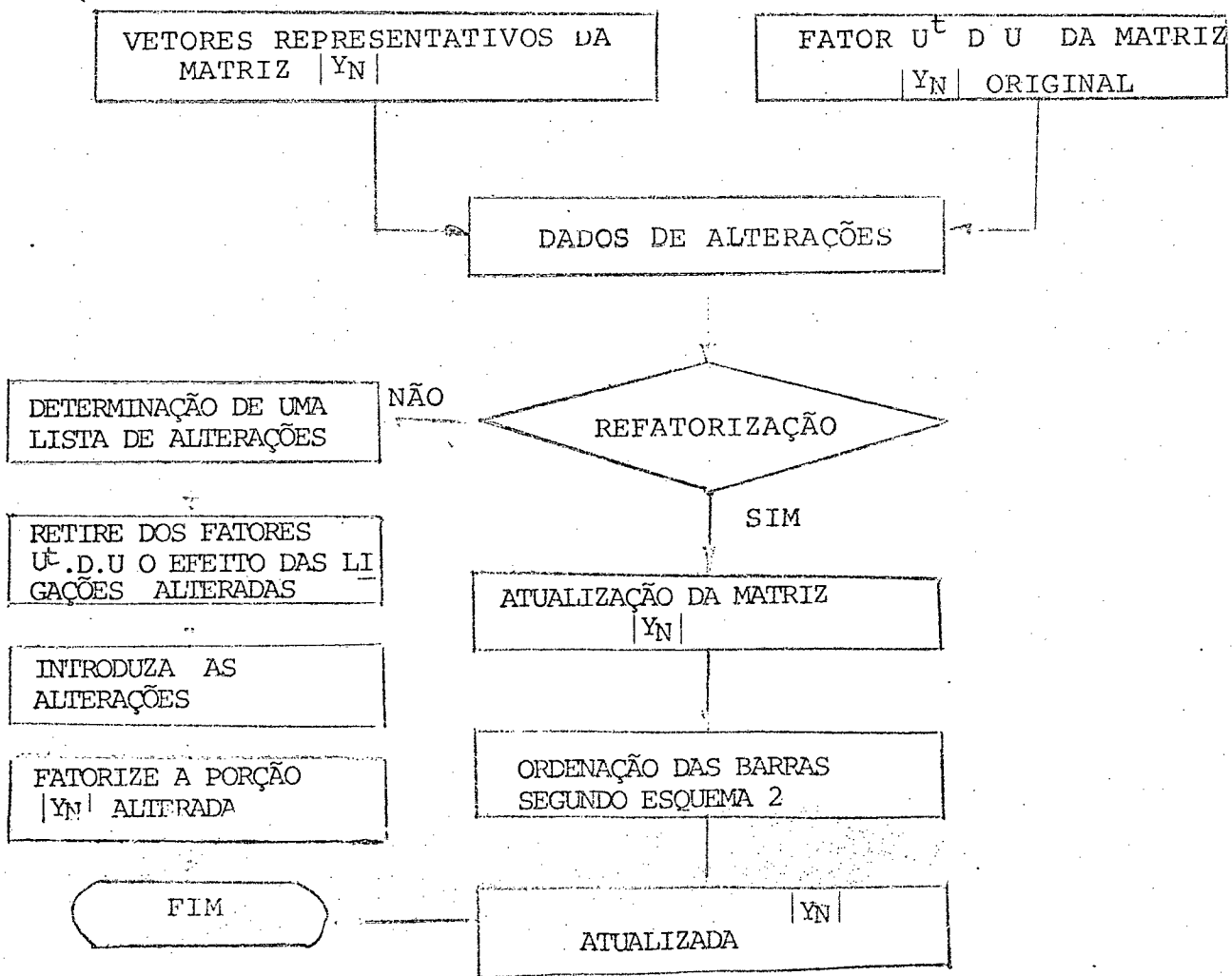
- Se o estudo de alterações diz respeito a análise do comportamento da rede frente a adições de ligações existentes ou projetados, deve-se utilizar da refatoração.

- Para outros estudos, deve-se verificar a possibilidade de situar as ligações mais sujeitas à variações nas últimas linhas da matriz $|Y_N|$. Se isto for viável, pode-se utilizar a alteração direta dos fatores; caso contrário, novamente recomenda-se utilizar o método de refatoração.

5.7.2.8 - Diagrama de blocos

O fluxograma 5.2 apresenta a seqüência dos passos mais relevantes no desenvolvimento dos testes deste grupo de alterações.

Fluxograma 5.2 - Seqüência de operações na atualização dos fatores U^t D.U



Os dois primeiros blocos se relacionam com os requisitos iniciais de ambos os métodos, o bloco do lado esquerdo para o método-1 e do lado direito para o método-2.

Na determinação da lista de alterações se utiliza um algoritmo similar ao de alteração da matriz de admitâncias nodais.

Os outros passos do método de alteração direta dos fatores, consiste na implementação das operações apresentadas na sub-seção 3.3.3.

A atualização da matriz se efetua segundo os passos relacionados no diagrama do item 5.7.1.8.

Na fatorização da matriz $|Y_N|$ utilizam-se os passos descritos na sub-seção 2.4.3.

5.8 - Análise Comparativa dos Métodos de Compensação

Nesta seção efetua-se um conjunto de testes computacionais visando confirmar as observações na sub-seção 4.4.2. capítulo IV, sobre o desempenho relativo de cada um dos esquemas de aplicação dos métodos gerais de compensação.

Para facilitar a apresentação desta análise comparativa, resume-se os métodos, esquemas e enfoques aqui descritos como segue:

- ESQC = 1; a matriz $|C|$ obtém-se segundo $|C| = (|\Delta Y|^{-1} + |Z|)^{-1}$
- ESQC = 2; a matriz $|C|$ obtém-se segundo $|C| = (|I| + |\Delta Y| \cdot |Z|)^{-1} \cdot |\Delta Y|$
- METSIM = 1 ; pré-compensação, esquema A

- METSIM = 2 ; pré-compensação, esquema B
- METSIM = 3 ; pós-compensação, esquema A
- METSIM = 4 ; pós-compensação, esquema B
- METSIM = 5 ; média-compensação

5.8.1 - Suporte dos ensaios

Utiliza-se o programa computacional COMPEN.

5.8.2 - Modelos de rede

Utiliza-se as redes 1,3 e 5.

5.8.3 - Desempenho dos Esquemas de Compensação

Com base numa avaliação teórica de cada um dos esquemas de compensação, tem-se as seguintes indicações sobre seu desempenho relativo:

a - A utilização de qualquer dos esquemas de compensação em conjunto com ESQC=1, deverá ser mais "econômica" em termos de esforço computacional em relação à utilização em conjunto com ESQC=2. Para redes de pequeno e médio porte esta vantagem não deve ser significativa.

b - A utilização dos esquemas A ou B na pré ou pós-compensação, não deve apresentar vantagem significativa de um sobre o outro; no decorrer dos testes os esquemas podem se alternar em desempenho, porém não chegando a obter vantagem que permita concluir a superioridade de um esquema sobre o outro.

c - Na comparação dos distintos métodos de compensação, a pré e pós compensação devem apresentar desempenhos similares, comparados ambos com a média compensação, deve haver uma desvantagem desta última, especialmente com aumento do número de ligações alteradas.

d - Independentemente do método de compensação utilizado, com o aumento do número de ligações alteradas, o acréscimo do tempo de processamento deve ser significativo.

5.8.3 - Metodologia

Com o objetivo de verificar o desempenho dos distintos métodos de aplicação da compensação, executa-se os seguintes ensaios:

a - Ensaio-1: Orientado a analisar a pré-compensação. Introdzem-se sucessivamente alterações em ligações não-acopladas, computando os tempos de processamento para as duas alternativas na determinação da matriz $|C|$, e do vetor de compensação.

b - Ensaio-2: Orientado a analisar a pós-compensação. Proceder-se-á como no ensaio-1.

c - Ensaio-3: Verifica o desempenho da média-compensação para as duas alternativas na determinação da matriz $|C|$.

d - Ensaio-4: Uma vez que o programa de suporte da pesquisa somente permite a alteração simultânea em um grupo de mútuas, e não está preparado para simulações sequenciais, escolhe_u remos neste ensaio um grupo de mútuas qualquer da rede, nela

introduzindo as alterações. e computando o tempo de processamento com cada um dos esquemas sob análise. Este ensaio é somente complementar, uma vez que não permitirá tirar conclusões definitivas.

5.8.4 - Descrição das alterações

Os quadros 5.5, e 5.6 apresentam as alterações introduzidas nos distintos ensaios da sub-seção 5.8.3.

Quadro 5.5 - Alterações da rede-1, nos ensaios 1, 2 e 3

ITEM	NÚMERO DE LIGAÇÕES NÃO- ACOPLADAS (L.I.)
i	1
ii	2
iii	3
iv	4
v	5
vi	6
vii	7
viii	8
ix	9
x	10
xi	13
xii	16
xiii	18
xiv	20

Quadro 5.6 - Alterações das redes 3 e 5, nos ensaios 1,2,3

ITEM	NÚMERO DE LIGAÇÕES NÃO ACOPLADAS (L.I).
i	5
ii	10
iii	15
iv	20

5.8.5 - Apresentação dos resultados

Inicialmente apresenta-se o tempo comum para todos os esquemas; após os resultados de cada ensaio são apresentados em itens separados para cada método e finalmente apresenta-se, a partir destes resultados, gráficos comparativos que permitem verificar o desempenho dos esquemas propostos.

5.8.5 - Aspectos básicos:

Independente do esquema de compensação a ser utilizado na simulação das alterações, deve-se fornecer ao programa um conjunto de informações iniciais que serão utilizados no decorrer dos passos para determinação da solução.

Estas informações iniciais incluem:

- os fatores $U^t D U$ da matriz $|Y_N|$ original.
- os dados básicos dos grupos de mútuas.
- o valor das injeções.
- as alterações a serem introduzidas.

- os dados das barras alteradas: este último é aplicado especialmente ao caso com alteração no vetor das injeções.

Se os tempos de leitura destas informações forem agrupados em um só item, forma-se a tabela 5.12 abaixo. A variação nela indicada é função do número de alterações introduzidas.

Tabela 5.12 - Tempos comuns dos esquemas de compensação

DESCRIÇÃO	TEMPO (Seg)		
	REDE-1	REDE-2	REDE-3
Leitura de dado de entrada	$\approx 1,0 \pm 10\%$	$\approx 0,6 \pm 10\%$	$\approx 0,48 \pm 10\%$

5.8.5.2 - Resultados da pré-compensação

A tabela 5.13 a seguir, apresenta os tempos obtidos para as distintas redes e alternativas de aplicação deste método de compensação. Os tempos incluem a leitura dos dados de entrada e a execução da simulação.

Tabela 5.13 - Tempos de processamentos obtidos no ensaio-1

R E D E - 1				
TIPOS DE ALTERAÇÕES	TEMPO (Seg)			
	ESQC = 1		ESQC = 2	
	ESQUEMA A	ESQUEMA B	ESQUEMA A	ESQUEMA B
1 L.I.	1,28	1,46	1,32	1,44
2 L.I.	1,51	1,63	1,66	1,66
3 L.I.	1,74	1,73	1,71	1,82
4 L.I.	1,69	1,76	1,67	1,76
5 L.I.	1,84	1,82	1,93	1,91
6 L.I.	2,19	2,10	2,08	2,14
7 L.I.	2,47	2,54	2,33	2,37
8 L.I.	2,51	2,63	2,54	2,58
9 L.I.	2,79	2,78	2,92	2,73
10 L.I.	3,47	3,03	3,21	3,17
13 L.I.	4,08	3,77	4,07	4,11
16 L.I.	4,82	4,83	5,26	5,20
18 L.I.	5,62	5,63	6,52	6,39
20 L.I.	6,73	6,63	7,57	7,41
R E D E - 3				
5 L.I.	1,38	1,51	1,43	1,49
10 L.I.	2,20	2,37	2,36	2,62
15 L.I.	3,51	3,68	4,30	4,11
20 L.I.	5,46	5,61	7,17	6,77
R E D E - 5				
5 L.I.	1,04	1,00	1,03	1,05
10 L.I.	1,71	1,70	1,82	1,79
15 L.I.	2,80	2,74	3,20	3,24
20 L.I.	4,69	4,56	5,52	5,56

5.8.5.3 - Resultados de Pós-compensação

A tabela 5.14, é similar a 5.13, apresentando os tempos obtidos com a pós-compensação.

Tabela 5.14 - Tempos de processamento obtidos no ensaio-3

R E D E - 1				
TIPOS DE ALTERAÇÕES	TEMPO (Seg)			
	ESQC = 1		ESQC = 2	
	ESQUEMA A	ESQUEMA B	ESQUEMA A	ESQUEMA B
1 L.I.	1,49	1,74	1,51	1,60
2 L.I.	1,69	1,74	1,66	1,76
3 L.I.	1,76	1,91	1,72	1,87
4 L.I.	1,90	2,0	1,87	1,99
5 L.I.	2,17	2,24	2,08	2,22
6 L.I.	2,40	2,46	2,25	2,43
7 L.I.	2,58	2,56	2,57	2,60
8 L.I.	2,72	2,84	2,78	2,85
9 L.I.	2,99	2,97	3,14	3,10
10 L.I.	3,25	3,31	3,46	3,28
13 L.I.	4,13	4,14	4,20	4,29
16 L.I.	5,07	5,05	5,47	5,51
18 L.I.	5,72	5,89	6,50	6,40
20 L.I.	6,68	6,51	7,58	7,60
R E D E - 3				
5 L.I.	1,60	1,67	1,64	1,73
10 L.I.	2,56	2,54	2,53	2,63
15 L.I.	3,74	3,77	4,21	4,47
20 L.I.	6,22	6,06	6,89	7,22
R E D E - 5				
5 L.I.	0,98	1,06	0,95	1,07
10 L.I.	1,76	1,80	1,90	1,97
15 L.I.	2,77	2,86	3,27	3,28
20 L.I.	4,71	4,71	5,79	5,60

5.8.5.4 - Resultados da média-compensação

A tabela 5.15 apresenta os tempos obtidos com a média compensação para as diferentes alterações.

Tabela 8.15 - Tempos de processamento obtidos no ensaio-3

R E D E - 1		
TIPOS DE ALTERAÇÕES	Tempo (Seg)	
	ESQC = 1	ESQC = 2
1 L.I.	1,23	1,27
2 L.I.	1,51	1,45
3 L.I.	1,57	1,62
4 L.I.	1,75	1,66
5 L.I.	1,90	1,99
6 L.I.	2,16	2,22
7 L.I.	2,45	2,48
8 L.I.	2,80	2,87
9 L.I.	3,19	3,10
10 L.I.	3,65	3,56
13 L.I.	4,92	5,19
16 L.I.	6,37	6,89
18 L.I.	7,69	8,49
20 L.I.	9,43	10,15
R E D E - 3		
5 L.I.	1,51	1,64
10 L.I.	2,73	2,77
15 L.I.	4,77	5,39
20 L.I.	8,13	8,79
R E D E - 5		
5 L.I.	1,01	1,05
10 L.I.	1,97	2,12
15 L.I.	3,55	4,10
20 L.I.	6,27	7,20

5.8.6.5 - Resultados de alterações em grupos de mútuas

A tabela 5.16 apresenta os tempos obtidos pelos 5 esquemas de comparação, utilizando ESQC = 2, para grupos de mútuas com dimensões 2 e 3 ($N = 2$ e $N = 3$) respectivamente. Não foi possível utilizar os esquemas de compensação com ESQC = 1, pois a matriz de alteração é singular.

Tabela 5.16 - Tempos de processamento obtidos no ensaio-4

MÉTODO DE SIMULAÇÃO	TEMPO (Seg)	
	N = 2	N = 3
METSIM = 1	1,97	2,78
METSIM = 2	2,07	2,78
METSIM = 3	2,15	2,86
METSIM = 4	2,31	3,10
METSIM = 5	1,94	2,88

5.8.5.6 - Gráficos comparativos da utilização do ESQC

As figuras 5.6, 5.7 e 5.8 apresentam os resultados obtidos para os três métodos de compensação com emprego da rede-1, e diferentes alternativas de solução da fase de conclusão.

T.P. (Seg.)

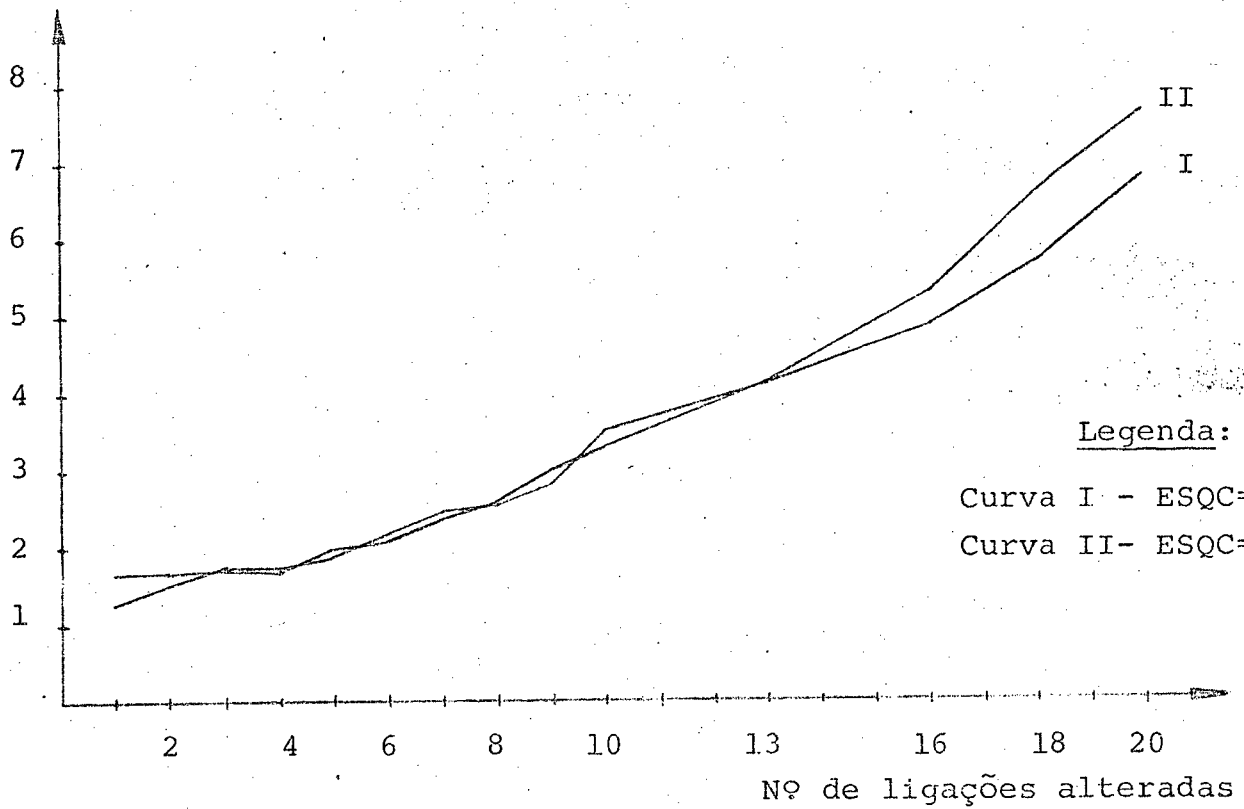


Fig.5.6 - Desempenho dos métodos pré-compensação esquema-A.

T.P. (Seg.)

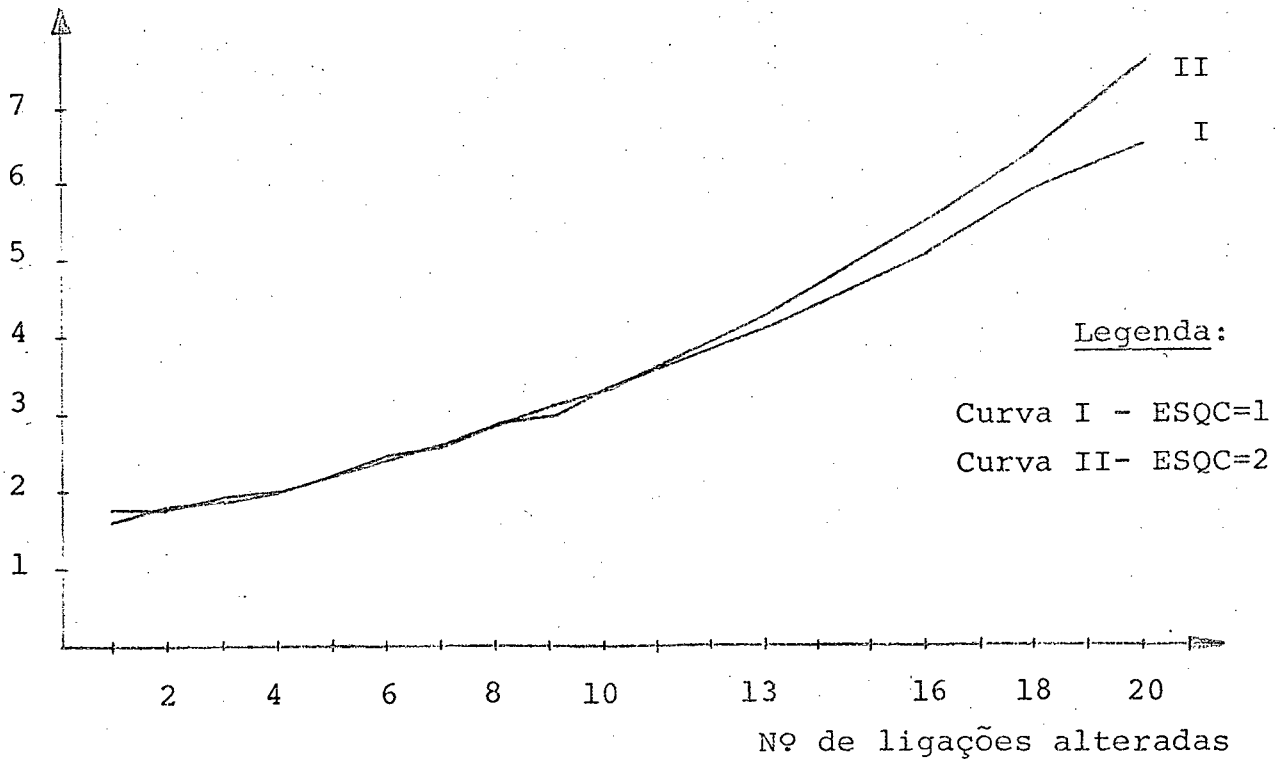


Fig.5.7 - Desempenho dos métodos de pós-compensação esquema-B.

T.P. (Seg.)

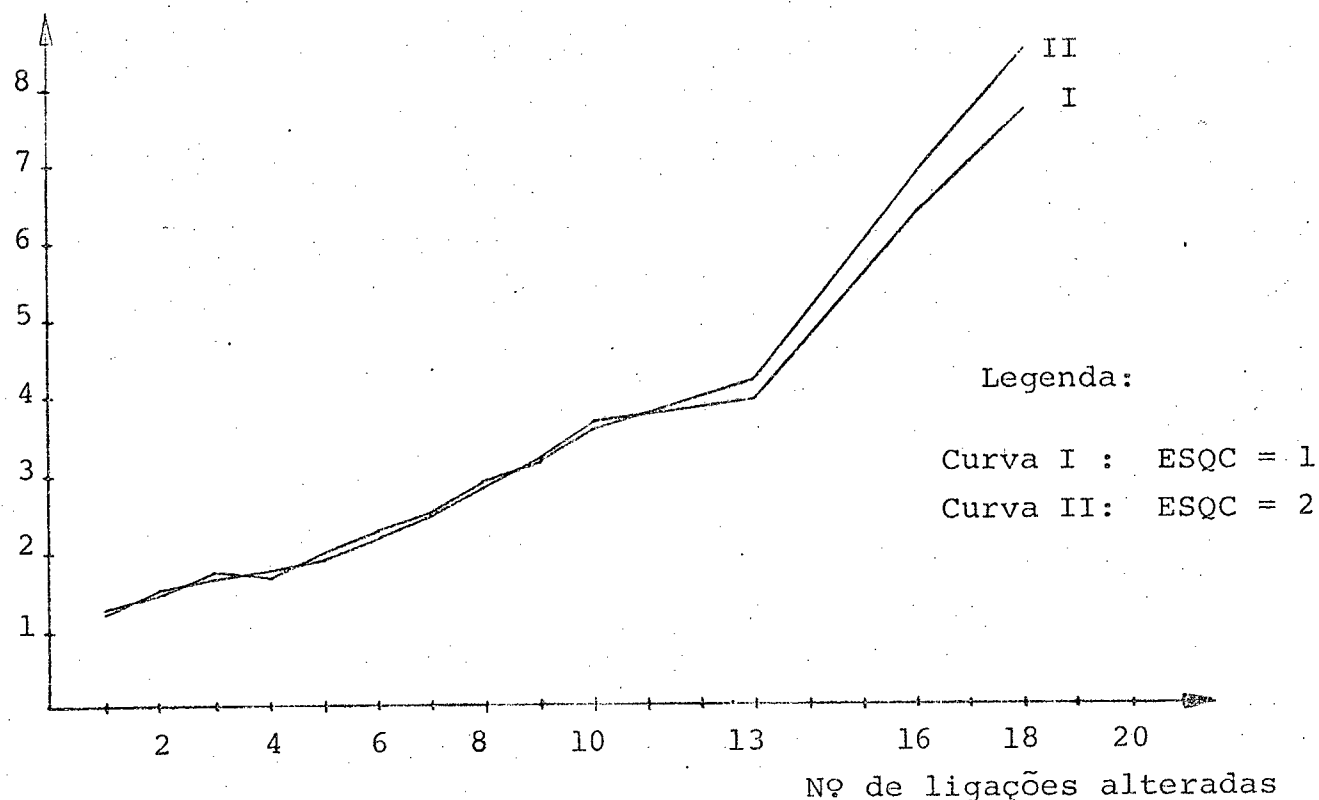


Fig.5.8 - Desempenho dos métodos de média-compensação.

Uma análise comparativa a partir das tabelas 5.13, 5.14 e 5.15 e das figuras 5.6, 5.7 e 5.8, permite concluir que a hipótese "a" deste conjunto de ensaio é verdadeira, ressaltando-se não obstante que a vantagem da utilização do ESQC = 1 irá se acentuando à medida que aumenta o número de ligações alteradas.

Curvas similares podem ser traçadas a partir das tabelas 5.13, 5.14 e 5.15, mostrando a mesma tendência as aqui apresentadas.

5.8.5.7 - Gráficos comparativos dos esquemas A e B no cálculo do vetor compensatório

As figuras 5.9 e 5.10 apresentam dois resultados obtidos para a pré e pós-compensação com o emprego da rede-1.

A primeira corresponde à pré-compensação em $ESQC = 1$, e a segunda à pós-compensação com $ESQC = 2$.

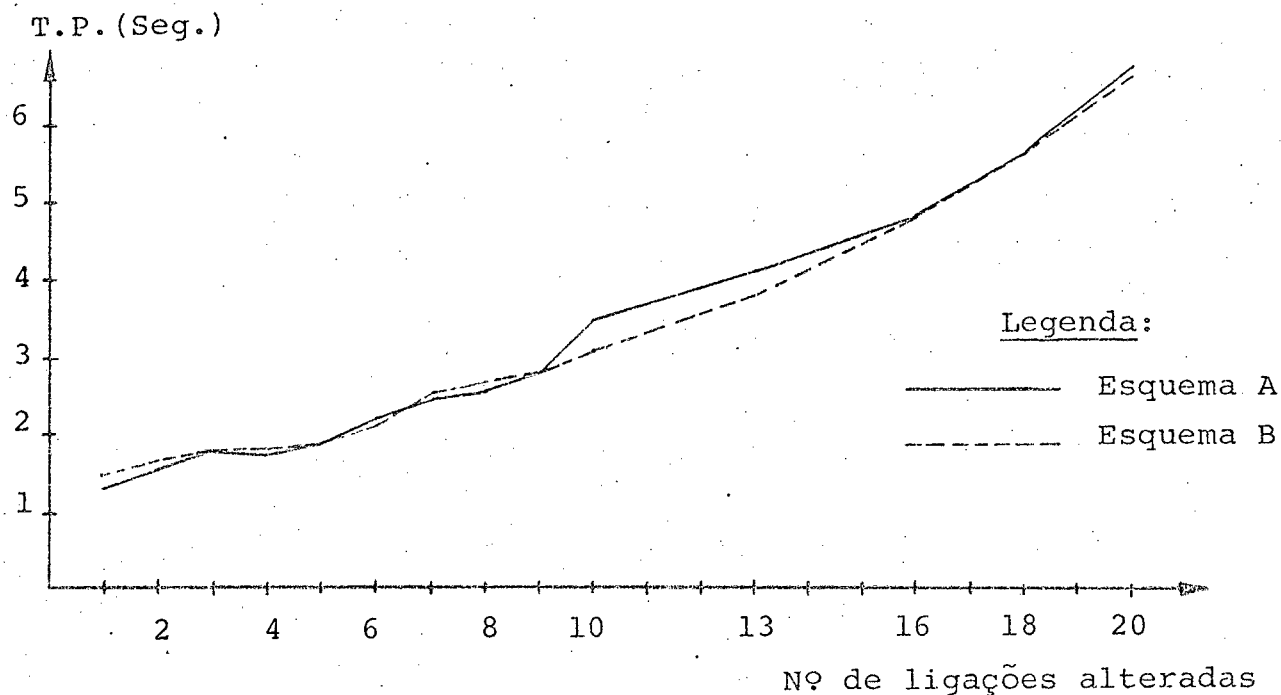


Figura 5.9 - Desempenho relativo dos esquemas de pré-compensação com $ESQC = 1$.

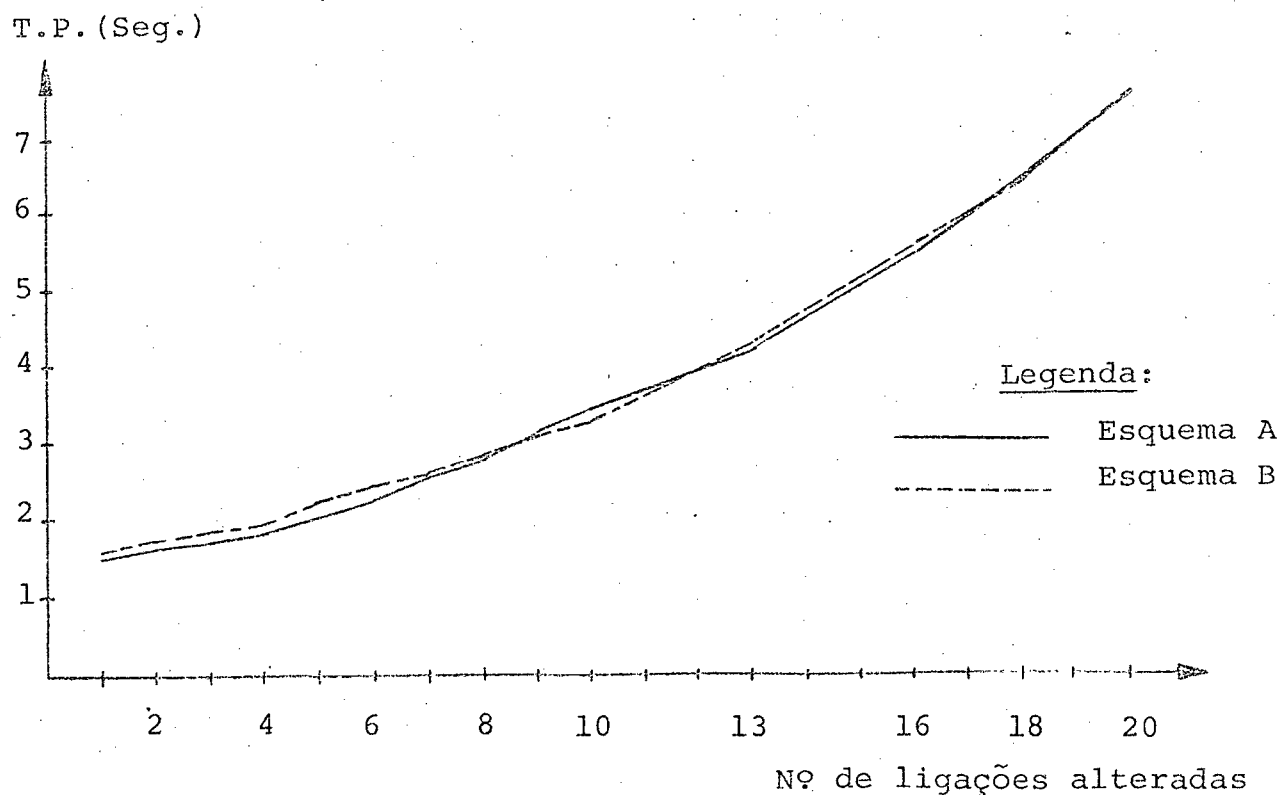


Fig.5.10 - Desempenho relativo dos esquemas de pós-compensação com $ESQC = 2$.

As figuras 5.9 e 5.10 mostram que os tempos de processamento obtidos para os dois métodos de compensação, tanto com emprego do esquema A ou do esquema B na fase de conclusão, são semelhantes. Além disso, a análise detalhada dos valores das tabelas desta sub-seção, indicam que mesmo para outras alternativas ou para as outras redes, as tendências mostradas nestas figuras serão mantidas.

5.8.5.8 - Gráficos comparativos dos esquemas de compensação

As figuras 5.11 e 5.12 apresentam curvas comparativas para os três métodos de compensação analisados, obtidos com a utilização da rede-1. Figuras similares podem ser obtidas a partir das redes-3 e rede-5 respectivamente.

Na figura 5.11, as curvas obtidas a partir das seguintes composições das alternativas, em ambas as fases:

- Curva I - Pré-compensação, esquema B, com ESQC=2
- Curva II - Pós-compensação, esquema A, com ESQC=1
- Curva III - Média-compensação, com ESQC=1

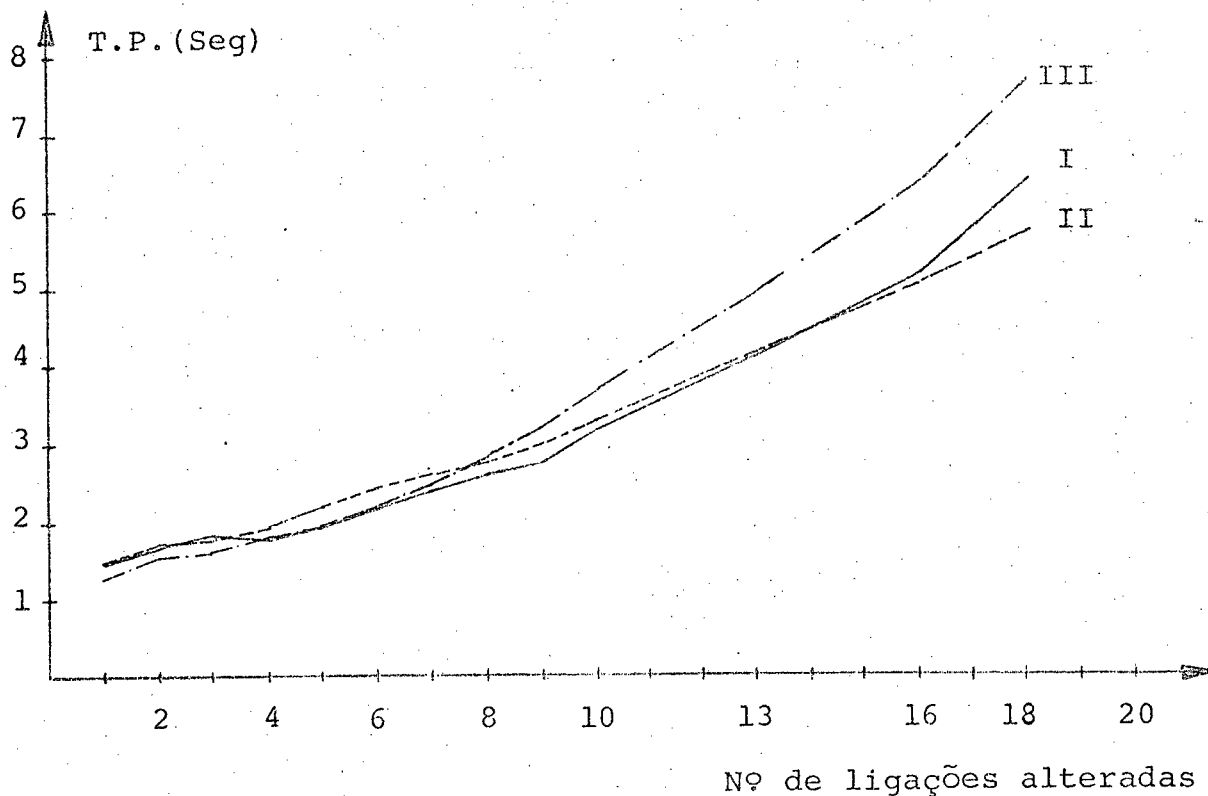


Fig. 5.11 - Desempenho relativo dos esquemas de compensação.

Na figura 5.12 as curvas são obtidas a partir das seguintes combinações das fases preparatórias e de conclusão:

- Curva I = Pré-compensação, esquema A, com ESQC = 2
- Curva II = Pós-compensação, esquema A, com ESQC = 2
- Curva III = Média-compensação, com ESQC = 2

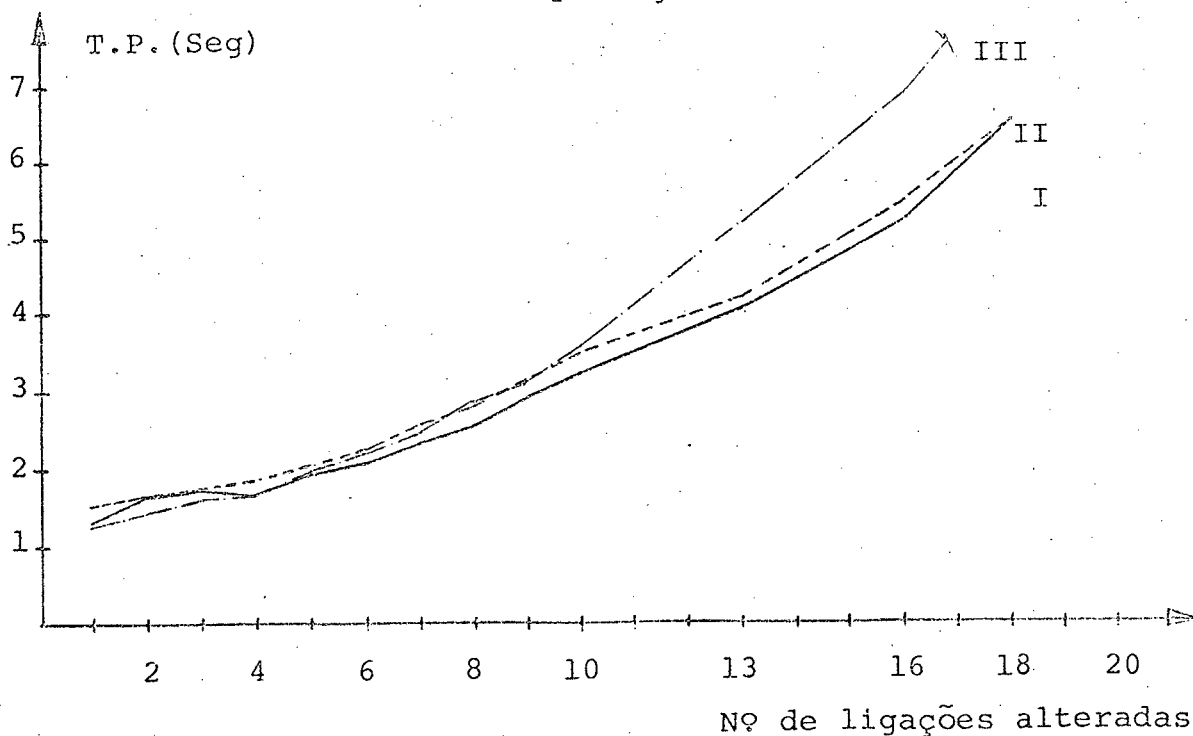


Fig. 5.12 - Desempenho relativo dos esquemas de compensação.

Com base numa análise comparativa das curvas apresentadas nas figuras 5.11 e 5.12, considerando que curvas similares podem ser obtidas para as outras duas redes em estudo, considerando ainda diferentes combinações das alternativas da fase preparatória e da fase de conclusão, destacam-se as seguintes observações:

a - Para pequeno número de ligações alteradas, os três esquemas de compensação apresentam desempenhos relativos similares;

b - Com o acréscimo do número de alterações, a média-compensação vai apresentando desvantagem em relação aos outros métodos, a partir de um determinado número de alterações. Na determinação deste número, deve-se analisar as características da rede em estudo, o que não está incluído no escopo deste ensaio, especialmente tendo em vista que existe a alternativa apresentada pelos outros esquemas de compensação.

5.8.6 - Análise dos dados de alteração

De forma similar aos outros conjuntos de testes, a escolha das alterações procura incluir todas as alterações possíveis de ocorrer nas ligações não acopladas.

Para o caso de alterações em grupos de mútuas, embora somente dois grupos de dimensões diferentes tenham sido ensaiados, testou-se todos os tipos de alteração possíveis. Estes

resultados não foram apresentados, em vista de serem os tempos de processamento obtidos aproximadamente iguais.

5.8.7 - Conclusões Finais

Nas análises da sub-seção 5.8.5, abordaram-se os aspectos associados a comparação entre distintos esquemas de compensação.

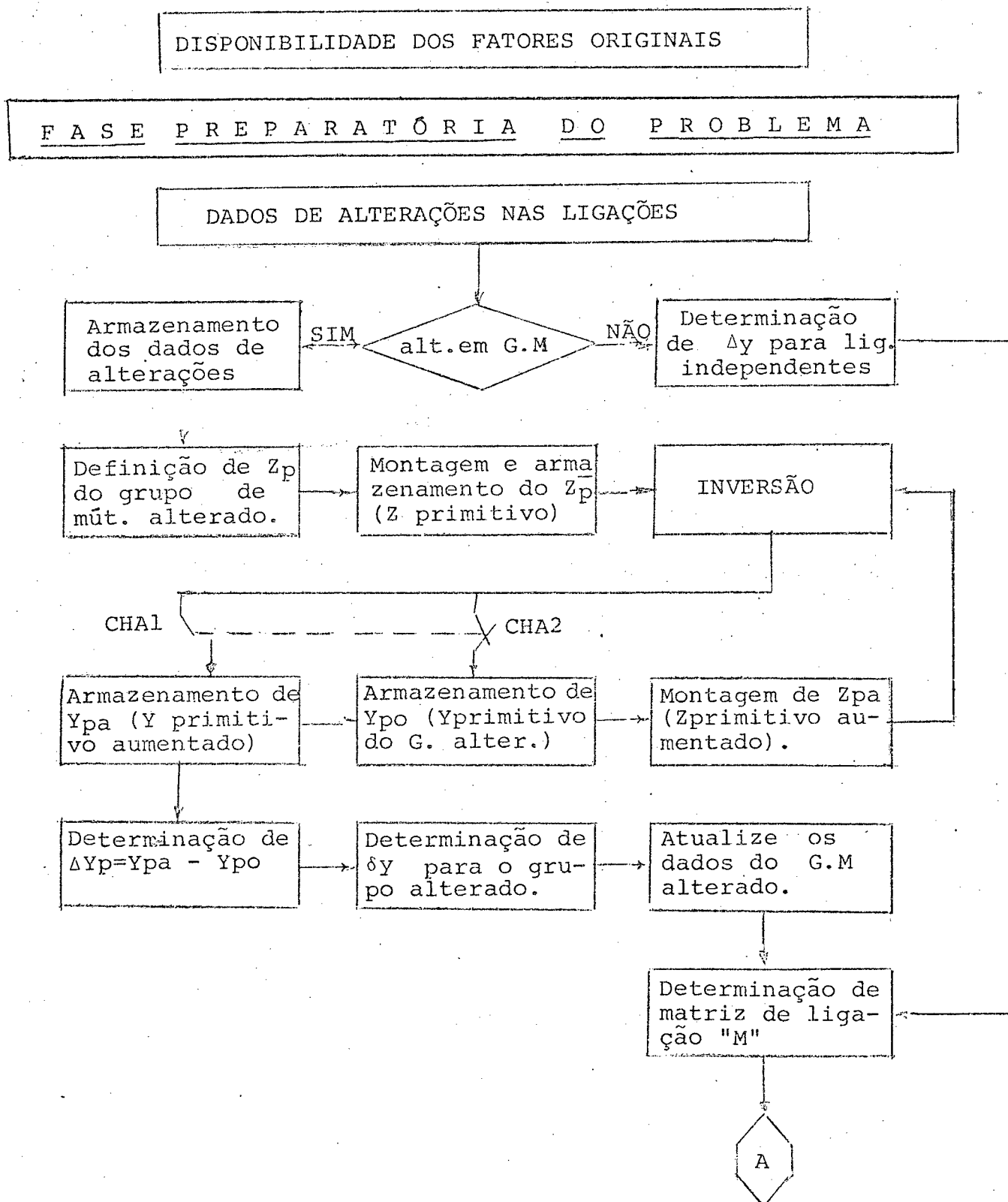
Nesta sub-seção complementa-se a análise anterior destacando-se, que independente de qualquer método de compensação utilizado, com o aumento do número de ligações alteradas, o acréscimo do tempo de processamento é significativo.

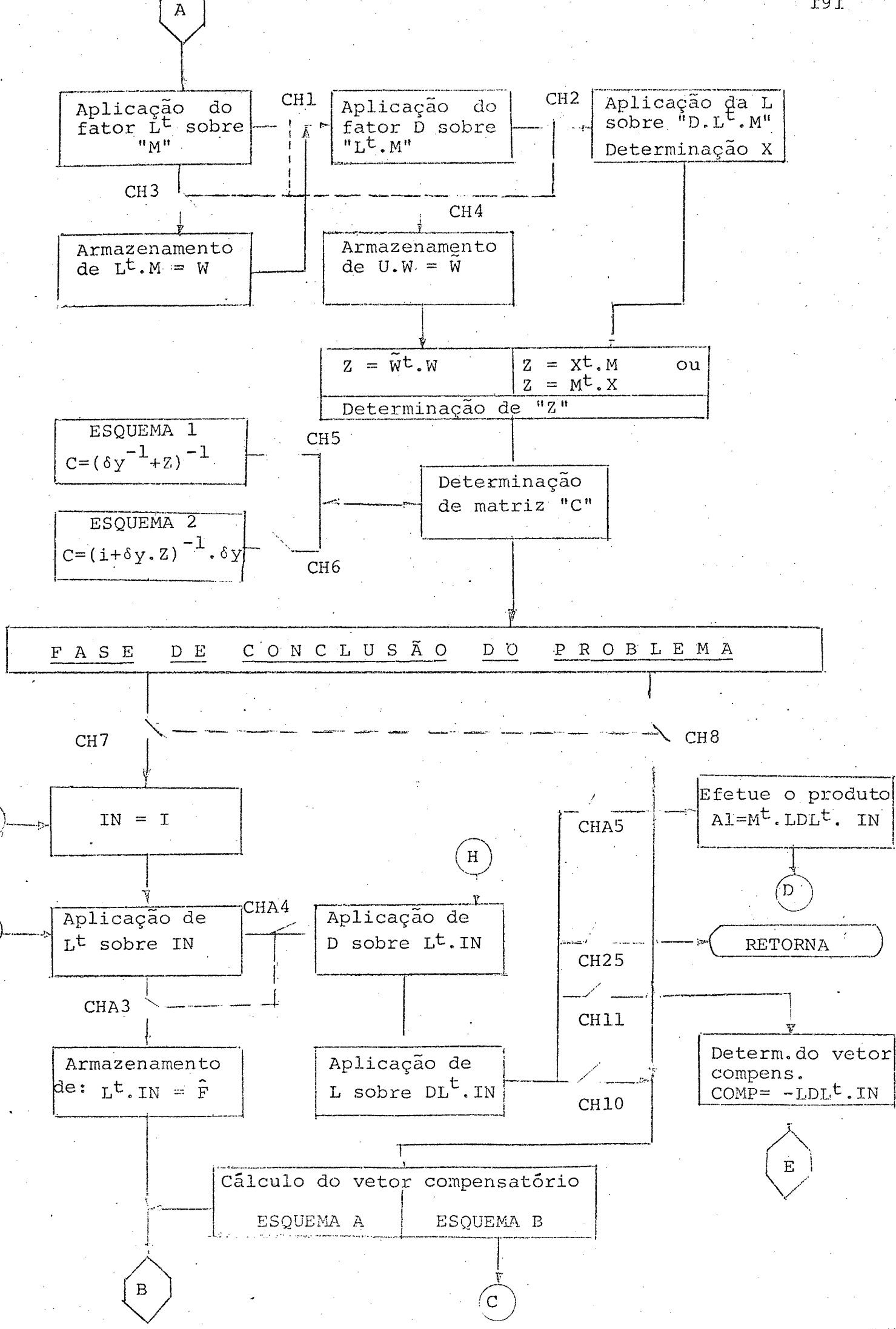
Como consequência desta constatação, destaca-se a necessidade de conhecer a priori o número esperado de alterações. A partir deste número, os métodos de simulação podem ou não constituir a melhor alternativa no tratamento das alterações.

5.8.8 - Diagrama de blocos

O fluxograma 5.3 apresenta a seqüência lógica das operações envolvidas na implementação dos métodos gerais de compensação.

Fluxograma 5.3 - Sequência de operações na aplicação dos métodos gerais de compensação.





Aplicação do fator L^t sobre "M"

Aplicação do fator D sobre " $L^t.M$ "

Aplicação da L sobre " $D.L^t.M$ "
Determinação X

Armazenamento de $L^t.M = W$

Armazenamento de $U.W = \tilde{W}$

$Z = \tilde{W}^t.W$ $Z = X^t.M$ ou
 $Z = M^t.X$
Determinação de "Z"

ESQUEMA 1
 $C = (\delta y^{-1} + Z)^{-1}$

ESQUEMA 2
 $C = (i + \delta y.Z)^{-1} . \delta y$

Determinação de matriz "C"

FASE DE CONCLUSÃO DO PROBLEMA

IN = I

Aplicação de L^t sobre IN

Armazenamento de: $L^t.IN = \hat{F}$

Aplicação de D sobre $L^t.IN$

Aplicação de L sobre $DL^t.IN$

Cálculo do vetor compensatório
ESQUEMA A ESQUEMA B

Efetue o produto $A1 = M^t.LDL^t.IN$

Determ.do vetor compens. $COMP = -LDL^t.IN$

RETORNA

B

C

E

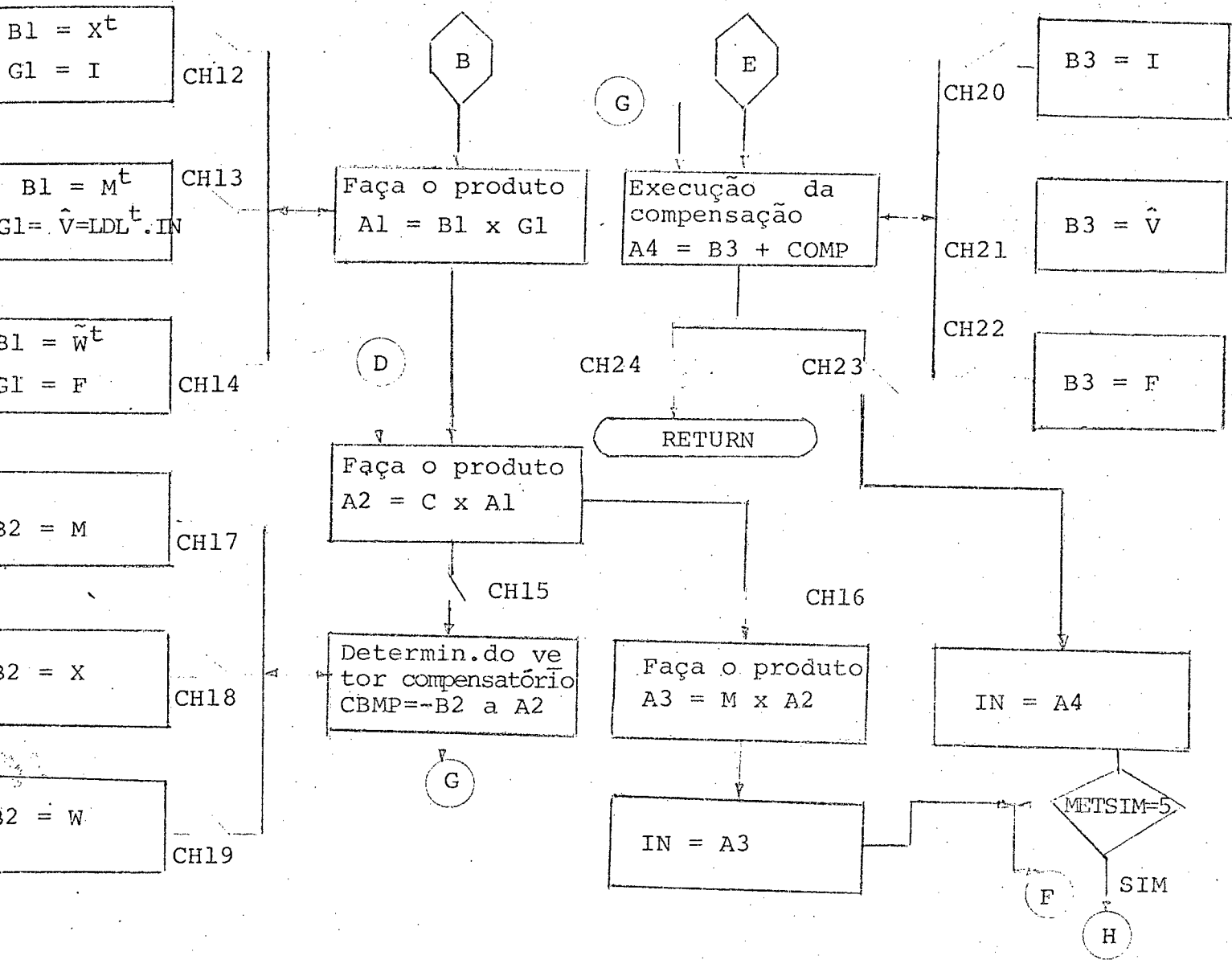


DIAGRAMA DE OPERAÇÃO DAS CHAVES DO FLUXOGRAMA 5.3

DIAGRAMA DE CHAVE NA IMPLEMENTAÇÃO DOS MÉTODOS GERAIS DE COMPENS.					
CHAVE	PRÉ-COMPENSAÇÃO		PÓS-COMPENSAÇÃO		MÉDIA COMPENSAÇÃO
	ESQUEMA A	ESQUEMA B	ESQUEMA A	ESQUEMA B	
CHA 1	F-A	F-A	F-A	F-A	F-A
CHA 2	A-F	A-F	A-F	A-F	A-F
CH 1	F	F	F	F	
CH 2	F	F	F	F	
CH 3					F
CH 4					F
CH 5	F ou A	F ou A	F ou A	F ou A	F ou A
CH 6	F ou A	F ou A	F ou A	F ou A	F ou A
CH 7		F	F	F	F
CH 8	F				
CH 10			F		
CHA 3					F-A
CHA 4	F-F	F-F	F-F	F-F	A-F
CH 11				F	
CHA 5		F-F		F-A	
CH 12	F				
CH 13			F		
CH 14					F
CH 15	F	F	F		F
CH 16				F	
CH 17	F	F			
CH 18			F		
CH 19					F
CH 20	F	F			
CH 21			F		
CH 22					F
CH 23	F	F			F
CH 24			F	F	
CH 25	F	F			F

OBSERVAÇÃO: F = Fechado; posições em branco = aberto; F-F= Fechado, e após o fluxo do programa por ele, permanece fechado; F-A = fechado, e após o fluxo do programa abre e fecha a chave associada a ele (indicado por linha descontínua).

5.9 - Análise Comparativa da Refatoração Versus Compensação

Nesta seção analisa-se um conjunto de testes computacionais, visando confirmar as conclusões, apresentados na seção 4.5 do Capítulo IV, sobre o desempenho relativo dos dois métodos na solução do modelo linear da rede.

Por conveniência reutiliza-se nesta seção as denominações de MÉTODO 1 e MÉTODO 2 adotando-as na seção 7.5. para ambos os métodos sob análise.

5.9.1 - Suporte dos ensaios

Utiliza-se os programas computacionais:

- SOLUC
- COMPEN

5.9.2 - Modelos de rede

Utiliza-se as redes 1,2,3,4 e 5.

5.9.3 - Metodologia

Na verificação das hipóteses propostas executa-se um único ensaio para as distintas redes e alterações. Este ensaio inclui os seguintes passos:

a - Introduz-se sucessivas alterações de ligações não-acopladas na rede, computando-se o tempo de processamento obtido pelo MÉTODO 1.

b - Repete-se o mesmo procedimento acima para o MÉTODO 2.

5.9.4 - Descrição das alterações

Os quadros 5.7 e 5.8 apresentam as alterações aplicadas nesta análise comparativa, sobre as distintas redes utilizadas.

Quadro 5.7 - Alterações da Rede.1

ITEM	Nº DE LIGAÇÕES NÃO ACOPLADAS (L.I.).
i	1
ii	2
iii	3
iv	4
v	5
vi	6
vii	7
viii	8
ix	9
x	10
xi	13
xii	16
xiii	18
xiv	20

Quadro 5.8 - Alterações das redes 2,3,4 e 5.

ITEM	Nº DE LIGAÇÕES NÃO ACOPLADAS (L.I.)
i	1
ii	3
iii	5
iv	10
v	15
vi	20

5.9.5 - Apresentação dos resultados

Inicialmente, apresenta-se para cada uma das redes em estudo, os tempos associados à leitura dos dados necessários à solução, em cada um dos métodos em análise.

Em seguida apresenta-se os tempos de leitura dos dados da entrada e de execução da alteração para as distintas redes e alterações descritas na sub-seção anterior.

Conclui-se a apresentação com gráficos comparativos, que permitem uma melhor visualização do desempenho de cada um dos métodos.

5.9.5.1 - Tempos de entrada de dados

A tabela 5.17 a seguir apresenta estes tempos de leitura de dados para cada uma das redes sob análise. As variações indicadas na tabela são funções dos números de alterações introduzidas.

Tabela 5.17 - Tempos de leituras de dados de entrada

REDE	TEMPO (SEG)	
	MÉTODO 1	MÉTODO 2
1	0,64 ± 10%	1,00 ± 10%
2	0,59 ± 10%	0,81 ± 10%
3	0,51 ± 10%	0,68 ± 10%
4	0,51 ± 10%	0,64 ± 10%
5	0,39 ± 10%	0,53 ± 10%

5.9.5.2 - Tempo de execução das alterações

A tabela 5.18 a seguir apresenta os tempos obtidos para as distintas redes em estudo, com emprego de ambos os métodos de análises.

TABELA 5.18 - Tempos de processamento das alterações da rede.

R E D E - 1		
TIPOS DE ALTERAÇÕES	TEMPO (Seg)	
	MÉTODO 1	MÉTODO 2
1 L.I.	1,63	1,32
2 L.I.	1,65	1,66
3 L.I.	1,75	1,82
4 L.I.	1,67	1,67
5 L.I.	1,78	1,93
6 L.I.	1,79	2,08
7 L.I.	1,72	2,33
8 L.I.	1,78	2,54
9 L.I.	1,72	2,92
10 L.I.	1,64	3,21
13 L.I.	1,71	4,11
16 L.I.	1,80	5,20
18 L.I.	1,81	6,39
20 L.I.	1,83	7,41
R E D E - 2		
1 L.I.	1,38	1,16
3 L.I.	1,42	1,39
5 L.I.	1,43	1,71
10 L.I.	1,46	2,69
15 L.I.	1,52	4,06
20 L.I.	1,62	5,97

TABELA 5.18 - Tempos de processamento das alterações da rede (Cont.)

R E D E - 3		
TIPOS DE ALTERAÇÕES	TEMPO (Seg)	
	MÉTODO 1	MÉTODO 2
1 L.I.	1,12	0,94
3 L.I.	1,16	1,08
5 L.I.	1,18	1,38
10 L.I.	1,21	2,20
15 L.I.	1,25	3,51
20 L.I.	1,27	5,46
R E D E - 4		
1 L.I.	1,06	0,75
3 L.I.	1,08	0,89
5 L.I.	1,02	1,22
10 L.I.	1,16	2,03
15 L.I.	1,22	3,47
20 L.I.	1,23	5,18
R E D E - 5		
1 L.I.	0,89	0,60
3 L.I.	0,91	0,78
5 L.I.	0,94	1,04
10 L.I.	0,83	1,71
15 L.I.	0,98	2,80
20 L.I.	1,08	4,69

5.9.5.3 - Gráfico comparativo dos métodos de alteração

As figuras 5.13 e 5.14 apresentam os resultados obtidos por ambos os métodos, e a partir respectivamente as redes 1 e 5. curvas similares podem ser obtidas para as outras redes, a partir da Tabela 5.18.

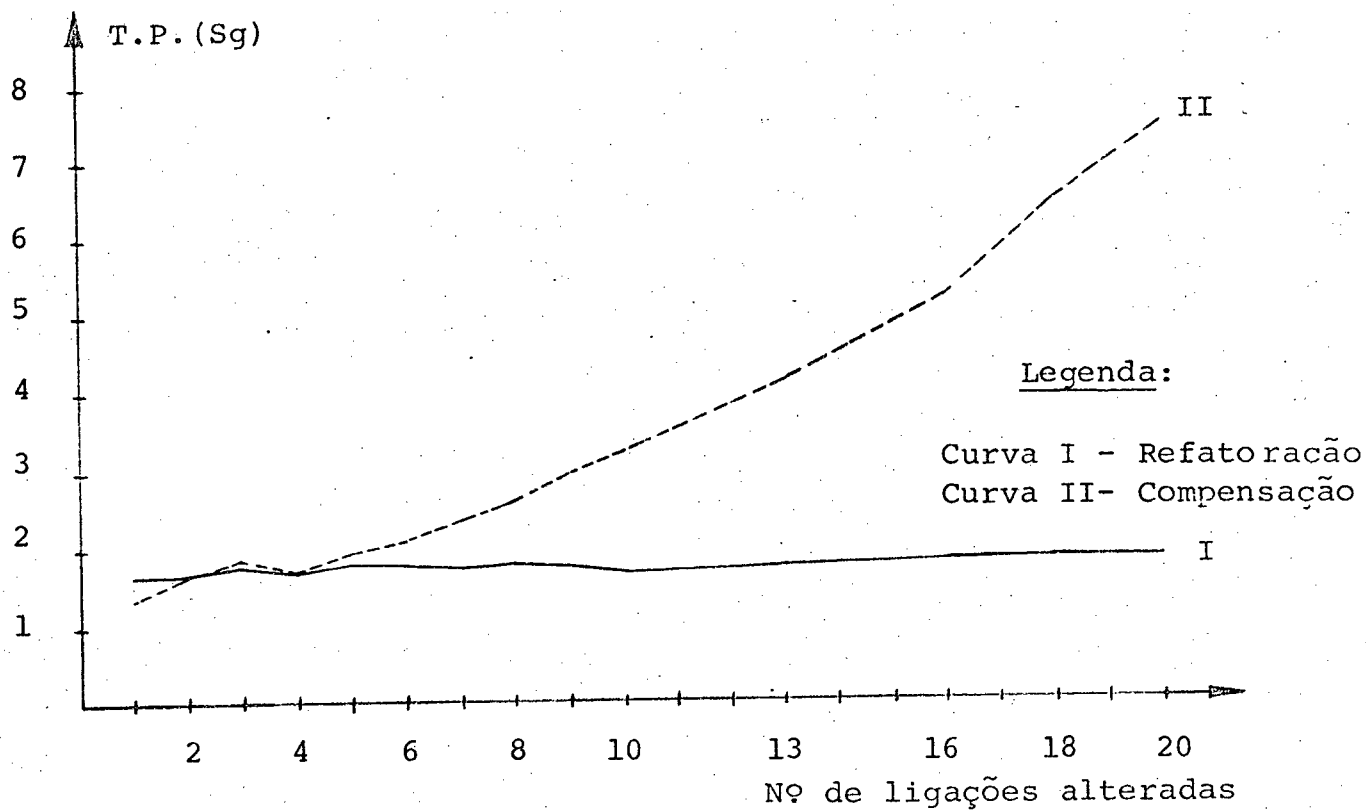


Figura 5.13 - Desempenho relativo dos métodos de alteração para a rede - 1.

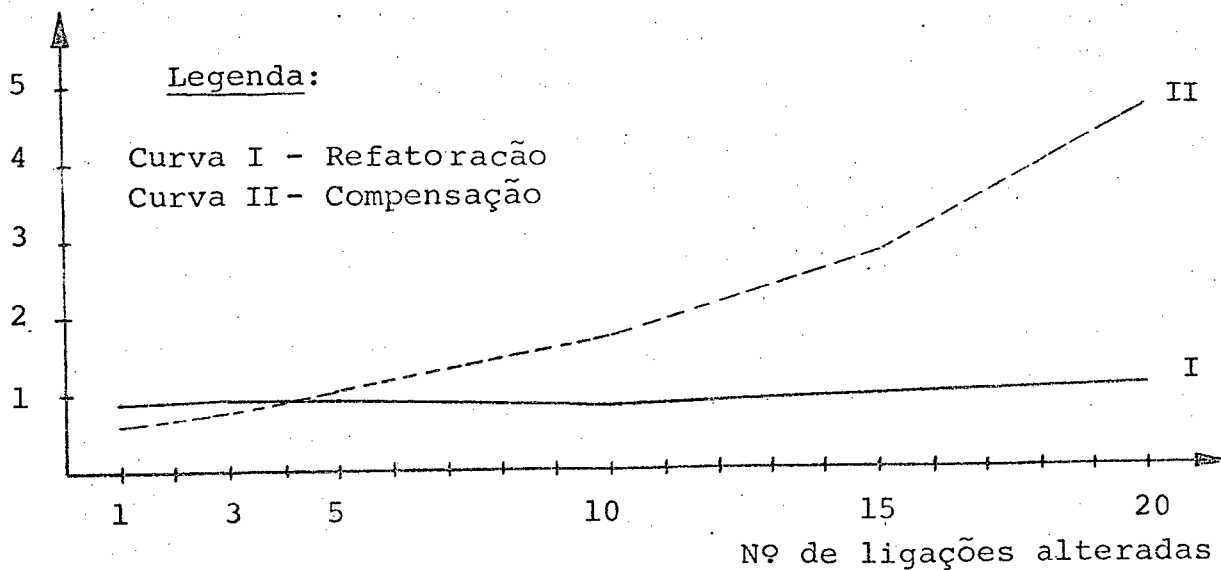


Figura 5.14 - Desempenho relativo dos métodos de alteração para a rede - 5.

A partir da comparação das curvas nas figuras 5.13 e 5.14, e considerando que para as outras redes a mesma tendência será mantida, pode-se efetuar as seguintes observações:

a - Para pequeno número de alterações, o método de compensação apresenta melhor desempenho. Esta vantagem se acentua com o aumento do tamanho da rede. Para este caso em particular, por analisar redes pequenas e médias, este efeito não é significativo.

b - Para grande número de alterações, o método de compensação apresenta significativa desvantagem.

c - O ponto de equilíbrio entre as duas alternativas, ocorre nas distintas redes aqui analisadas, quando o número de ligações alteradas varia entre 5% e 7% do número de barras da rede, representando uma pequena divergência perfeitamente aceitável em relação aos resultados teóricos apresentados na Tabela 4.4. do Capítulo IV.

5.9.6 - Análise dos dados de alteração

Sem considerar as ligações mutuamente acopladas, inclui-se neste ensaio todos os tipos de alteração plausíveis de ocorrer na rede. Isto é, considerou-se adições, retirada, ou alteração dos parâmetros das ligações ou componentes do sistema.

5.9.7 - Conclusões Finais

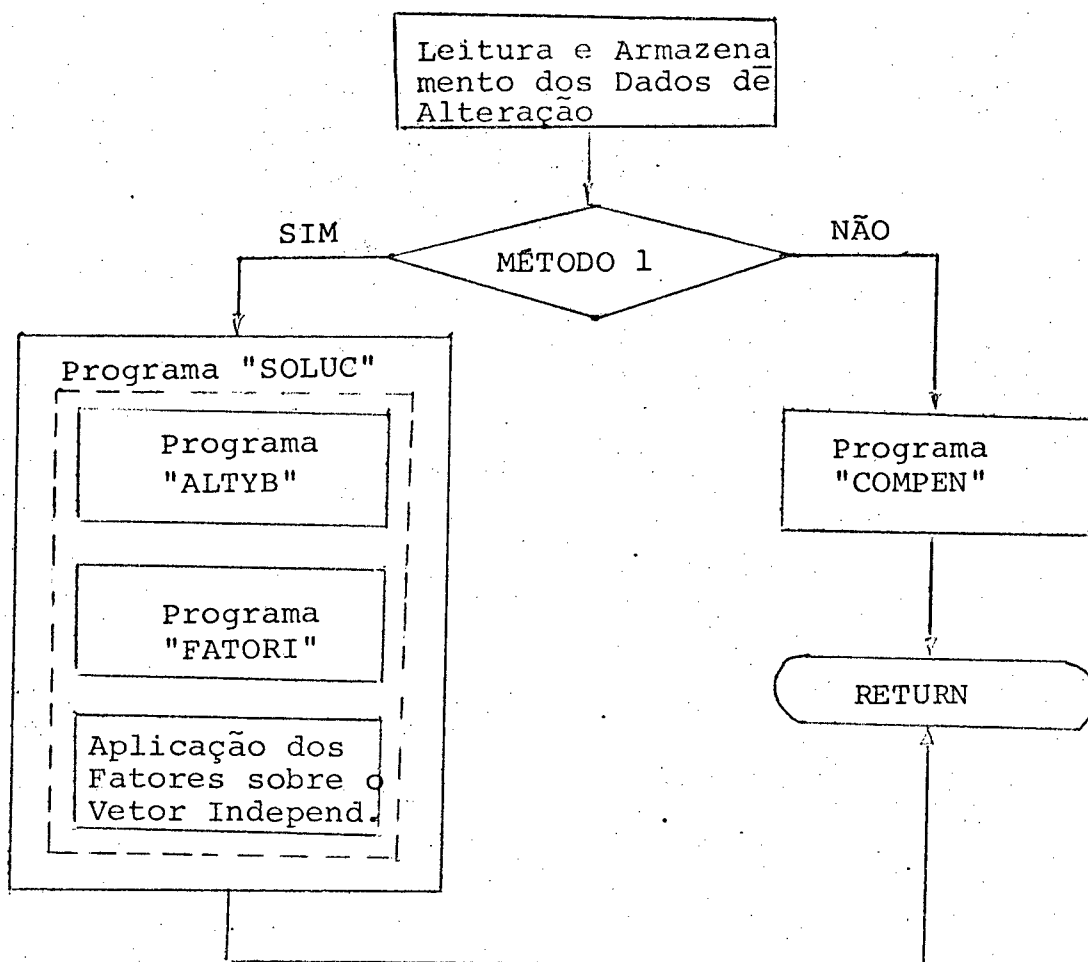
Complementando as observações feitas no item 5.9.5.3, chamamos a atenção para a relativa insensibilidade do método de refatoração em relação ao crescimento do número de alterações em ligações não acopladas. Isto faz com que torne-se viável sua utilização a partir de um determinado número de ligações alteradas.

Nos estudos particulares citados no início do trabalho, o número de alterações simultâneas não deve ser significativo, especialmente na análise de segurança e nos estudos de chaveamento. Consequentemente, espera-se que os métodos de compensação sejam amplamente utilizados nessas aplicações.

5.9.8 - Diagrama de blocos

Neste caso, mostra a seqüência de utilizações dos programas descritos na seção 5.3.

Fluxograma 5.4 - Seqüência da utilização dos programas na determinação do novo estado da rede pós-alteração.



5.10- Considerações Adicionais

Neste capítulo apresentou-se uma seqüência das análises comparativas dos distintos procedimentos envolvidos nos estudos de alterações da rede.

Utilizou-se os conceitos teóricos dos capítulos II e III na elaboração dos programas computacionais. Formularam-se hipóteses a partir das análises efetuadas nos capítulos II e IV. Adotou-se um conjunto de alterações visando verificar cada uma destas hipóteses.

Em síntese, o objetivo fundamental deste capítulo foi demonstrar de forma prática os aspectos teóricos e computacionais formulados nos capítulos III e IV deste trabalho.

CAPÍTULO VI

CONCLUSÕES FINAIS E RECOMENDAÇÕES

6.1 - Introdução

Nos capítulos anteriores, realizou-se um estudo crítico dos diversos aspectos relacionados à determinação do novo estado da rede após alterações nas suas ligações ou componentes da mesma.

No que segue, procura-se fazer um resumo dos principais resultados obtidos, ressaltando aspectos fundamentais de cada um deles assim como um sumário das possibilidades de extensão e aperfeiçoamento das técnicas apresentadas.

6.2 - Aplicação dos Algoritmos de Alteração

O método de refatoração apresenta, conforme delineado neste trabalho, três estágios fundamentais, quais sejam: a atualização da matriz de admitâncias nodais, a atualização dos fatores $U^t.D.U.$, e a determinação propriamente dita do novo estado pela operação destes fatores sobre o vetor das injeções. Com base nos resultados teóricos e experimentais obtidos em cada um destes conclui-se:

- Para atualizar a matriz $|Y_N|$, após alterações em ligações não acopladas, o método de remontagem será sempre menos vantajoso que a modificação direta na matriz original.

- Para o tratamento de alterações ou grupos de mútuas, outros parâmetros tais como número de ligações alteradas e número de grupos de mútuas devem ser considerados. Na rede prática testada neste trabalho observou-se a mesma tendência que para as ligações não acopladas; isto se justifica, uma vez que a maioria dos grupos de mútuas está constituída por duas linhas em paralelo.

- A atualização dos fatores $U^t D U$ pelo processo de refatoração da matriz de admitâncias modificada, mostra um desempenho satisfatório em todas as aplicações testadas, o que leva a crer que será preferida na maioria das aplicações de sistemas de potência.

- A atualização dos fatores $U^t D U$ pelo processo de modificação direta das mesmas pode ser aplicada com vantagens em alterações que envolvam retirada de ligações ou componentes, além do que os mesmos devem estar situados nas últimas linhas da matriz de admitâncias. Conseqüentemente sua aplicabilidade fica muito restringida.

- Na operação dos fatores sobre o vetor das injeções, utiliza-se esquemas que consideram a esparsidade deste vetor. A vantagem desta abordagem em comparação com métodos tradicionais, acentua-se em redes de potência de grande porte. Para redes de menor porte, seu desempenho é no mínimo similar; conseqüentemente, espera-se que este método seja amplamente utilizado nesta área.

Os métodos de simulação, analisados em detalhes, dizem respeito aos distintos esquemas de compensação. Com base nos

resultados obtidos pela utilização de cada um deles, conclui-se:

- A pré e pós-compensação mostram desempenhos relativos muito similares, inclusive para as duas alternativas disponíveis na determinação do vetor compensatório; conseqüentemente, nas aplicações usuais de sistemas de potência qualquer dos seus esquemas pode ser utilizado.

- A análise comparativa da média-compensação frente à pré e pós-compensação indica que a mesma possui desempenho similar somente para pequeno número de alterações. Com o acréscimo deste número, os outros dois esquemas fornecem paulatinamente resultados mais satisfatórios, e conseqüentemente deverão ser preferidos.

- Independente dos esquemas de compensação, o acréscimo do esforço computacional com o aumento do número de ligações alteradas é muito significativo, pelo que se recomenda sua utilização apenas quando o número de ligações alteradas for pequeno.

Da análise comparativa dos resultados obtidos por ambos os métodos propostos na determinação dos novos estados da rede, e culminando o objetivo desta pesquisa, conclui-se:

- Os métodos de compensação constituem uma alternativa viável aos esquemas que utilizam a refatoração especialmente quando as redes de potências são de médio e grande porte, bem como quando o número de ligações alteradas simultaneamente não é muito elevado.

- Como limite da utilização de ambos os métodos, sugere-se o número de ligações alteradas simultaneamente em torno de 5% e 7% do número de barras do sistema em estudo. Abaixo deste

limite utilizar os métodos de compensação, acima deste os da refatoração.

6.3 - Extensões e Aperfeiçoamento

Embora os algoritmos representados já se encontrem numa forma diretamente utilizável em grande número de aplicações práticas, e possível sugerir algumas modificações que podem aumentar-lhes sua eficiência computacional. Entre as modificações possíveis sugere-se:

- Pode-se pensar em diminuir a desvantagem da atualização direta dos fatores introduzindo duas alterações nos algoritmos propostos: a) minimizar o número de ligações criadas aplicando o esquema de ordenação nas ligações situadas na sub-matriz onde as alterações são introduzidas; b) diminuir o tempo de retirada dos efeitos das ligações alteradas nos fatores originais, utilizando um duplo encadeamento nos vetores que contém os fatores.

- Implementar os esquemas de aplicação sequencial dos métodos de compensação, o qual permitiria obter resultados experimentais de sua utilização. Em função destas fixar o limite sugerido na utilização dos esquemas de compensação, o qual por sua vez permitiria a sua aplicação generalizada.

Em suma, pode-se concluir que os métodos, técnicas e algoritmos apresentados neste trabalho cobrem uma faixa de aplicações suficientemente grande em sistemas de potência, de tal forma a justificar seu estudo e implementação. Naturalmente, a sua escolha e sua aplicação envolve uma série de fatores que devem ser

levados em conta a partir do problema em estudo, sendo esta a função do usuário das técnicas e algoritmos aqui descritos.

Quanto a futuras pesquisas na mesma linha de atuação, a programação linear oferece um amplo campo de investigação.

A P Ê N D I C E I

MONTAGEM DA MATRIZ DE ADMITÂNCIAS NODAIS ($|Y_N|$)

Al.1 - Formação da matriz $|Y_N|$ para redes sem mútuas

Um dos algoritmos que apresenta maior simplicidade e eficiência computacional, é o que diz respeito à montagem da matriz por inspeção da rede. Para tal, duas regras básicas que derivam da Lei de Kirchhoff das correntes devem ser observadas:

- o valor de um elemento Y_{ij} qualquer de $|Y_N|$ corresponde ao negativo do valor de admitância equivalente entre as barras i e j ; se não existe ligação entre as duas barras $Y_{ij} = 0$. ou seja:

$$Y_{ij} = -\bar{Y}_{ij} \quad (A1.1)$$

onde, \bar{Y}_{ij} é a admitância equivalente acima mencionada.

- o valor de um elemento Y_{ii} qualquer de $|Y_N|$, obtem-se pela soma das admitâncias das ligações que concorrem ao nó i .

Ou seja:

$$Y_{ij} = \Sigma \bar{Y}_{ij} \quad (A1.2)$$

onde o somatório inclui todas as ligações conectados à barra.

Nas duas regras acima, se i ou j fossem a barra de referência, sua influência seria computada unicamente através de (A1.2), uma vez que, em $|Y_N|$ não são representadas as linhas e colunas a ela associada.

Al.2 - Formação da matriz $|Y_N|$ para redes com mútuas |1|, |3|, |20|

Dado um grupo de mútuas pertencente a uma rede elétrica de potência, as seqüências das operações envolvidas na determinação da matriz de admitâncias a ela associada (veja referência 3) pode ser resumida da seguinte forma:

- a - Montagem da matriz de impedâncias primitivas
- b - Determinação da matriz de admitâncias primitivas.

e - Determinação da $|Y_N|$ a partir das regras:

- As admitâncias primitivas próprias do tipo Y_{pq-pq} são adicionadas nos elementos Y_{pp} e Y_{qq} , e subtraídos dos elementos Y_{pq} e Y_{qp}
- As admitâncias primitivas mútuas, do tipo Y_{pq-rs} são adicionadas aos elementos Y_{pr} e Y_{qs} , e subtraídos dos elementos Y_{ps} e Y_{qr} .

Se a rede possui mais de um grupo de mútuas, os três passos acima podem ser repetidas tantas vezes quanto o número de grupos de mútuas existentes.

Para aqueles que quiserem analisar outro enfoque no tratamento dos grupos de mútuas sugere-se a referência 14., que apresenta um enfoque interessante, na diminuição dos tamanhos destes grupos.

Al.3 - Um exemplo de ilustração

Considere o sistema de quatro barras mostrada na figura Al.1, cujos dados básicos estão na tabela Al.1. Deseja-se determinar a matriz de admitâncias nodais utilizando passo a passo os conceitos das seções 4.3, Al.1 e Al.2.

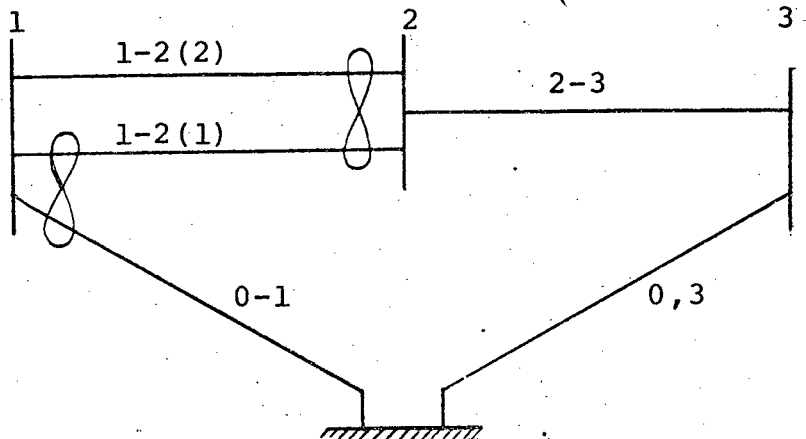


Fig.Al.1 - Rede para exemplo.

Na tabela Al.1 os valores da coluna "C" correspondem as admitâncias primitivas próprias dos elementos indicados em (B), e os valores da coluna "E" às admitâncias primitivas mútuas entre as ligações indicadas em "B" e "D".

Tabela Al.1 - Dados para o exemplo numérico.

ELEMENTO (A)	DENOMINAÇÃO (B)	$X_{p-q}, p-q$ (C)	ACOPLADO COM (D)	$X_{p-q}, r-s$ (E)
1	0-1	0,5	1 - 2(1)	0,25
2	1-2(1)	0,4	0 - 1	0,25
3	2-3	0,2		
4	1-2(2)	0,6	1 - 2(1)	0,20
5	0-3	0,5		

a- Redes parciais: conforme (4.3) a rede em estudo pode ser separada em duas redes parciais, veja a figura A1.2, onde a rede parcial 1, contém as ligações não acopladas, e a rede 2, as ligações acopladas.

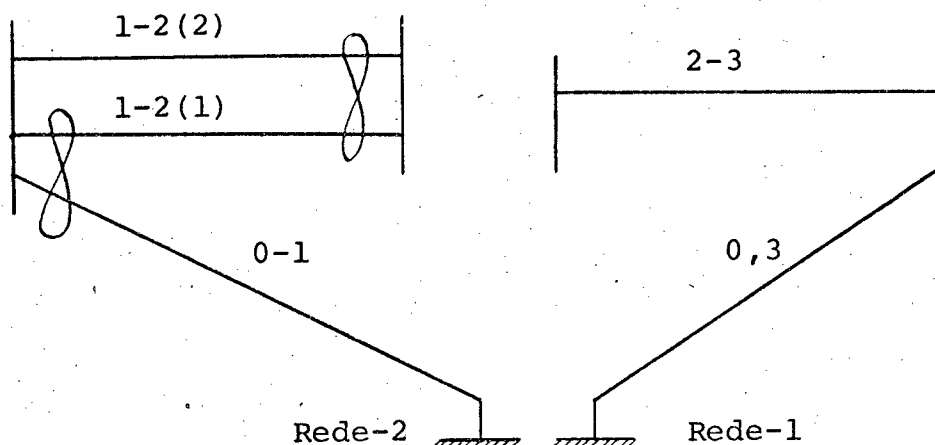


Figura A1.2 -Redes parciais da rede original.

b - Determinação da matriz de admitâncias nodais da rede-1 ($|Y_N|^1$). Utilizando as regras da Seção (A1.1) obtêm-se:

$$|Y_N|^1 = \begin{array}{c} 2 \quad 3 \\ \left| \begin{array}{cc} 5,0 & -5,0 \\ -5,0 & 7,0 \end{array} \right| \end{array}$$

c - Determinação da matriz de admitâncias nodais da rede-2 ($|Y_N|^2$).

Utilizando as regras da Seção (A1.2) obtêm-se:

$$|Y_N|^2 = \begin{array}{c} 1 \quad 2 \\ \left| \begin{array}{cc} 10,1998 & -5,4 \\ -5,4 & 3,8 \end{array} \right| \end{array}$$

d - Determinação da $|Y_N|$ da rede original.

Conforme a seção (4.3) a matriz $|Y_N|$ pode ser obtida pela união das duas redes parciais. Utilizando as expressões (4.3) e (4.10) tem-se:

$$\begin{aligned}
 Y_{11} &= Y_{11}^1 + Y_{11}^2 = 0,0 + 10,1998 = 10,1998 \\
 Y_{12} = Y_{21} &= Y_{12}^1 + Y_{12}^2 = 0,0 + -5,4000 = -5,4000 \\
 Y_{13} = Y_{31} &= Y_{13}^1 + Y_{13}^2 = 0,0 + 0,0 = 0,0 \\
 Y_{22} &= Y_{22}^1 + Y_{22}^2 = 5,0 + 3,8000 = 8,8000 \\
 Y_{23} = Y_{32} &= Y_{23}^1 + Y_{23}^2 = -5,0 + 0,0 = -5,0000 \\
 Y_{33} &= Y_{33}^1 + Y_{33}^2 = 7,0 + 0,0 = 7,0000
 \end{aligned}$$

ou seja

$$|Y_N| = \begin{array}{c|ccc} & 1 & 2 & 3 \\ \hline 1 & 10,1998 & -5,4 & 0,0 \\ 2 & -5,4 & 8,8 & -5,0 \\ 3 & 0,0 & -5,0 & 7,0 \end{array}$$

A P Ê N D I C E II

ARMAZENAMENTO COMPACTO DA MATRIZ $|Y_N|$

Na seção 4.3. apresentou-se um conjunto de características associadas à matriz de admitâncias nodais. Para tirar vantagens dessas características apresenta-se a seguir um dos possíveis enfoques na utilização do armazenamento compacto, desenvolvendo-se a lógica de montagem da matriz a partir dos requisitos inerentes a esta técnica.

A2.1 - Aspectos Básico

Os sistemas de potência apresentam em média de 3 a 5 linhas ou equipamentos conectados aos barramentos dos sistemas; portanto, as matrizes de admitâncias nodais possuem por linhas em torno de 6 elementos não nulos.

Além disso, esta matriz de rede será sempre numericamente simétrica, em se tratando de sistemas de potências sem elementos ativos, como transformadores defasadores.

Levando em conta as duas observações acima, as técnicas de armazenamento compacto visam guardar na memória do computador somente as informações relevantes e não repetitivas.

Com este objetivo, usualmente define-se um conjunto de vetores, aqui denominado de vetores representativos, que permite guardar em uma composição vetorial os elementos não nulos situado na diagonal e acima desta, da matriz de admitâncias nodais.

Na definição dos vetores representativos, várias composições podem ser adotadas, em geral o que a define é a praticidade de manipulação das informações nela contidas.

Para este estudo em particular, onde prevê-se seguidas alterações em seus elementos, uma composição vetorial de cinco vetores será utilizada. A notação e o conteúdo dos seus elementos é dado por:

YD = vetor de elementos diagonais

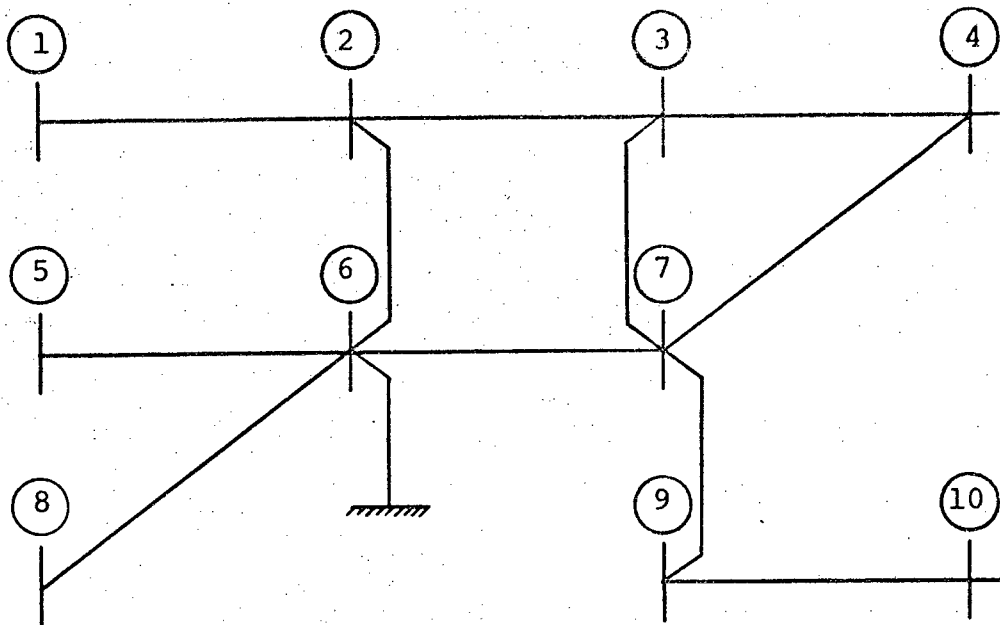
IL = vetor apontador em YT do primeiro elemento de cada linha. Se seu valor é nulo, indica que a linha não possui elemento acima do diagonal.

YT = vetor de elementos não diagonais

NC = vetor paralelo a YT, indicando sua coluna

NPC = vetor paralelo a NC, indicando o próximo elemento sequencial da linha. Se seu valor é nulo, indica que o elemento a ele associado é o último da linha.

Para melhor compreensão do esquema vetorial no armazenamento compacto considere a figura A2.1., na qual o ponto (b) mostra as estruturas dos vetores representativos associados à rede elétrica mostrada no ponto (a).



(a) Rede elétrica qualquer.

	I=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
YD(I)=	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
IL(I)=	1	2	4	6	8	9	11	0	12	0

	K=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
YT(K)=	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
NC(K)=	2	3	6	4	7	7	10	6	7	8	9	10
NPC(K)=	0	3	0	5	0	7	0	0	10	0	0	0

(b) Vetores representativos da rede acima.

Figura A2.1 - Composição de vetores representativos da matriz de admitâncias nodais.

Para uma rede de "n" barras a composição vetorial da figura A2.1 somente será alterada nas suas dimensões, uma vez que YD e IL estão associados ao número de barras, e YT, NC e NPC estão associados com as ligações ou componentes do sistema.

5.2.2 - Registros de entrada

A referência 20 proporciona a modelagem dos principais componentes da rede a serem utilizados nos estudos de sistemas de potência em regime permanente.

Na seção A2.1 apresenta-se uma composição de vetores representativos adequada para o objetivo deste trabalho.

Assim, da análise a partir da contribuição dos modelos dos componentes da rede nos elementos dos vetores representativos, pode-se adotar dois tipos diferentes de registros de entrada; onde um está associado às ligações não acopladas, e o outro às mutuamente acopladas.

Para a primeira alternativa adota-se o registro mostrado na figura A2.2 abaixo, onde as variáveis são definidos como

NES	LB	FB	ZM	YY	FY
-----	----	----	----	----	----

Figura A2.2 - Registro de entrada das ligação não-acopladas.

segue:

NES = indicador de que o registro pertence a uma ligação não-acoplada. Seu valor é sempre nulo.

LB = barra extrema inicial (de menor valor)

FB = barra extrema final (de maior valor)

ZM = valor da impedância

YY = valor de admitância paralela associada a LB

FY = valor de admitância paralela associada a FB.

Para componentes tais como reatores e banco de capacitores os últimos dois campos não são preenchidos. O primeiro campo NES aparentemente é dispensável, porém, para futuros estudos onde prevê-se alterações sequenciais das ligações da rede, o valor deste campo indicará a seqüência em que se processará tal alteração.

Para a definição do registro de entrada da segunda alternativa, deve-se observar os requisitos de cada uma das matrizes envolvidas. Assim temos que, para a montagem da matriz de impedâncias primitivas, para a obtenção da matriz de admitâncias primitivas, e a determinação da matriz de admitâncias nodais do grupo de mútuas é necessários conhecer.

- O valor das impedâncias próprias ou mútuas
- A indicação de quais elementos estão acoplados
- A denominação das barras extremas
- Se a rede possui mais de um grupo de mútuas, a indicação do grupo ao qual o dado pertence.

Para satisfazer as necessidades acima, adota-se o registro de entrada mostrado na figura A2.3, onde as variáveis

NES	LB	LF	ZM	NGR	NIT
-----	----	----	----	-----	-----

Figura A2.3 - Registro de entrada das ligações mutuamente acopladas.

são definidas como segue:

NES = indica que o registro pertence as ligações mutuamente acopladas. Seu valor é sempre diferente de zero.

NGR = indica o grupo de mútuas correspondente.

NIT = pode assumir dois valores, zero ou um. Se NIT = 0, o valor contido em ZM corresponde à impedância primitiva mútua entre os elementos especificados em LB e FB. Se NIT = 1, o valor contido em ZM corresponde à impedância primitiva própria do elemento cujas barras extremas estão especificadas em LB e FB.

LB, FB e ZM estão descritos em NIT.

As observações feitas para NES do registro anterior também aplicam-se a este registro.

A2.3 - Registros de saída

São os próprios vetores representativos descritos na seção A2.1.

A2.4 - Fluxograma conceitual

Mostra a seqüência lógica na montagem compacta da matriz. Veja a Figura A2.4.

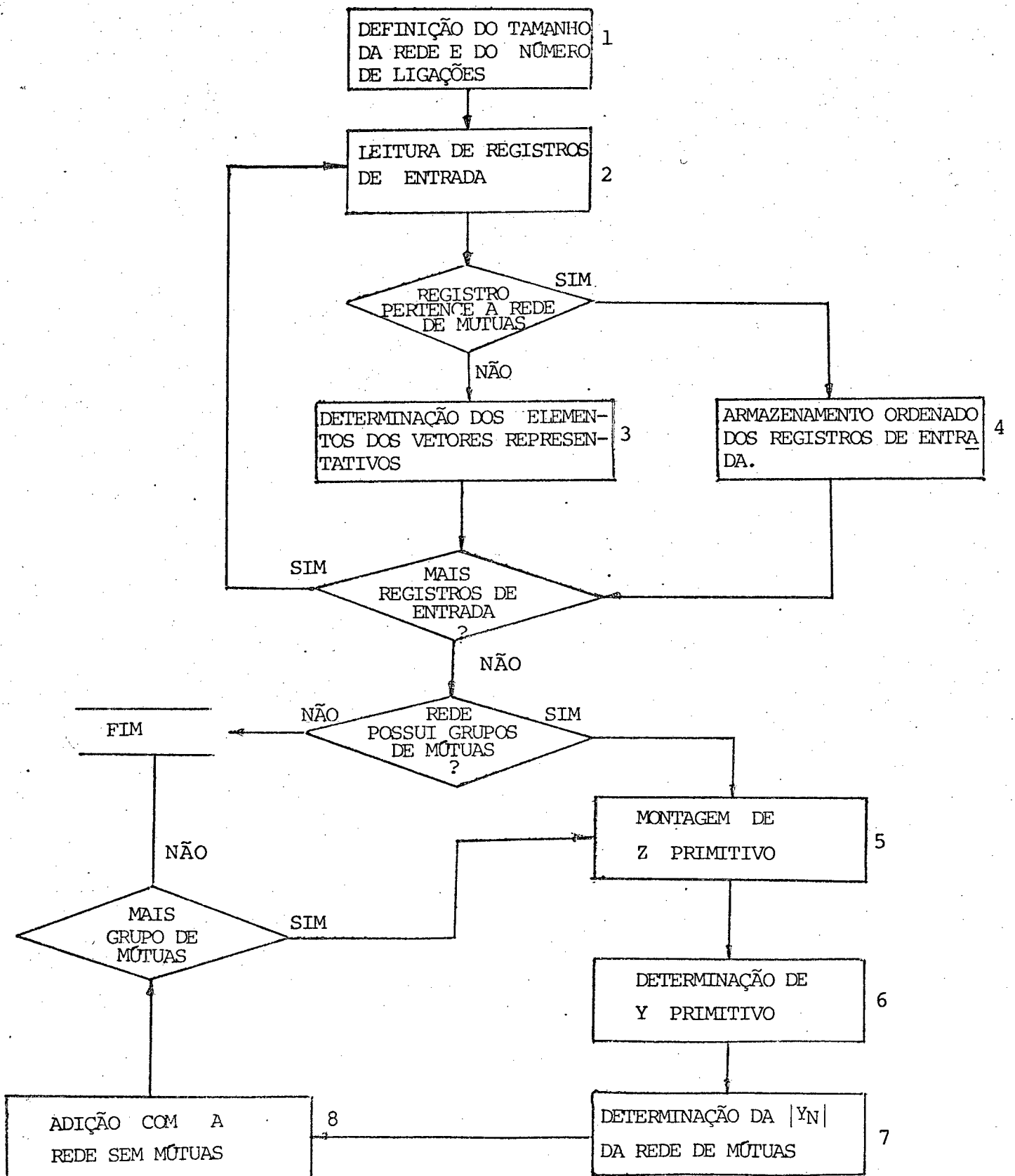


FIG. A2.4 -Fluxograma conceitual de montagem da matriz $|Y_N|$

No bloco 1, define-se o número de barras e de ligações ou componentes do sistema, para o qual deseja-se montar a matriz de admitâncias nodais.

No bloco 2 efetua-se a leitura dos registros de entrada que pode ser feita sem nenhuma seqüência pré-fixada.

Se o registro lido, pertence a uma ligação que não esteja mutuamente acoplada determina-se diretamente sua influência nos vetores representativos conforme as expressões da seção A1.1; isto é feito no bloco 3.

Se o registro lido, pertence a um grupo de mútuas, no bloco 4 procede-se ao armazenamento ordenado deste registro. No armazenamento adota-se também uma composição vetorial, dada pelos seguintes vetores:

NGR = apontador do primeiro dado pertencente a um determinado grupo de mútuas (G.M).

II = armazena a dimensão das matrizes primitivas dos G.M.

NTI = armazena os valores de NIT

NBI = armazena os valores de LB

NBF = armazena os valores de FB

NPK = apontador do próximo conjunto de dados pertencente a um G.M. Se o seu valor é zero indica que o dado é o último do grupo de mútuas.

Observe que nesta composição vetorial NTI, NBI, NBF e NPK são vetores paralelos, e os vetores NGR e NPK apontam os elementos deste conjunto.

Concluindo a leitura, verifica-se se a rede possui grupos de mútuas; caso afirmativo, passa-se ao bloco 5; caso contrário, concluiu-se a montagem da matriz.

Nos blocos 5, 6 e 7 efetua-se as operações indicadas na seção A1.2.

No bloco 8 efetua-se a união das matrizes de admittâncias das redes parciais conforme indicado em 2.3.

Após as operações do bloco 8 verifica-se se a rede possui mais de um G.M; caso afirmativo, repete-se o laço dos blocos 5, 6, 7 e 8; caso contrário, fim da montagem.

A P Ê N D I C E III

DECOMPOSIÇÃO U^t .D.U. DA MATRIZ $|Y_N|$ COMPACTADA

A3.1. - Aspectos Básicos

A decomposição U^t .D.U. da matriz $|Y_N|$ segue um procedimento similar ao descrito na seção 2.4.3; a única diferença é que os elementos estão armazenados na estrutura vetorial descrita no Apêndice II, e conseqüentemente, deve-se observar certo cuidado durante o procedimento de eliminação dos elementos sub-diagonais.

A composição de vetores representativos adotados, favorece particularmente ao esquema de eliminação por colunas (esquema (a) da figura 2.2), dado que não requer nenhuma composição vetorial adicional para a obtenção dos fatores. Em termos de memórias adicionais são necessárias somente aquelas que guardam os elementos criados na eliminação.

A3.2 - Determinação dos fatores U^t .D.U.

Podemos resumir o processo de decomposição U^t .D.U. em três passos principais:

a) Efetua-se a triangularização pela eliminação dos elementos sub-diagonais em \underline{Y}_T .

b) Obtem-se os elementos do fator D pela inversão dos elementos do vetor \underline{Y}_D após concluído o passo "a".

c) Obtem-se os elementos do fator U pela multiplicação dos elementos do vetor \underline{Y}_T após concluído o passo "a" com o elemento correspondente em \underline{Y}_D após concluído o passo "b".

Após os três passos acima, a composição de vetores representativos passa a conter os fatores da matriz, e se, caso os valores originais não forem previamente armazenados em vetores similares, a matriz de admitâncias nodais já não estará disponível explicitamente.

Os pontos "b" e "c" podem facilmente ser implementados, assim, os procedimentos a seguir visaram mostrar os pontos principais para a implementação do ponto "a".

Considere uma rede hipotética de dimensão 6, para a qual supomos que a estrutura triangular superior da matriz $|\underline{Y}_N|$ associada assuma a forma mostrada na figura A3.1.

Y_{11}			Y_{14}		Y_{16}
	Y_{22}	Y_{23}		Y_{25}	
		Y_{33}	Y_{34}		Y_{36}
			Y_{44}		
				Y_{55}	Y_{56}
					Y_{66}

Figura A3.1 - Estrutura triangular superior da matriz $|\underline{Y}_N|$ de uma rede hipotética.

Para a eliminação dos elementos sub-diagonais deve-se proceder como segue:

1) O primeiro elemento a ser eliminado é $Y_{41} = Y_{41}$. Para tal, as duas linhas envolvidas são a 1 e a 4, as quais destacamos da matriz acima,

$$\begin{array}{rcccccc}
 \text{LINHA 1} = & Y_{11} & 0 & 0 & Y_{14} & 0 & Y_{16} \\
 & & & & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
 \text{LINHA 4} = & & & & Y_{44} & 0 & 0 \text{ (antes da eliminação} \\
 & & & & & & \text{de } y_{14}) \\
 \text{LINHA 4} = & & & & Y_{44}' & 0 & Y_{46}' \text{ (após a eliminação de} \\
 & & & & & & \text{y}_{14})
 \end{array}$$

onde.

$$Y_{44}' = Y_{44} + (-Y_{14}/Y_{11}) \times Y_{14} \quad e$$

$$Y_{46}' = 0 + (-Y_{14}/Y_{11}) \times Y_{16}$$

nota-se que:

- a eliminação de Y_{14} afeta na linha 4 somente os dois elementos colocados diretamente abaixo dos dois elementos não-nulos e não-diagonais da linha "1".

- se o elemento da linha 4 diretamente abaixo de um elemento não-nulo e não-diagonal da linha 1 for zero, nesta posição da linha 4 se criará um novo elemento.

2) O segundo elemento a ser eliminado é $Y_{61} = Y_{16}$, para o qual as duas linhas envolvidas serão a 1 e a 6. O terceiro elemento será Y_{23} , e assim por diante até o elemento Y_{56} , com o qual termina o processo de triangularização.

Para a matriz $|Y_N|$ armazenada em estrutura vetorial, o procedimento é exatamente o mesmo, bastando manipular corretamente os apontadores.

Considere agora a estrutura da figura A3.1. disposta nos vetores representativos conforme a figura A3.2. Para a triangularização

	I=1	2	3	4	5	6
YD(I)=	Y ₁₁	Y ₂₂	Y ₃₃	Y ₄₄	Y ₅₅	Y ₆₆
IL(I)=	1	3	5	0	7	0

	K=1	2	3	4	5	6	7
YT(K)=	Y ₁₄	Y ₁₆	Y ₂₃	Y ₂₅	Y ₃₄	Y ₃₆	Y ₅₆
NC(K)=	4	6	3	5	4	6	6
NPC(K)=	2	0	4	0	6	0	0

Figura A3.2 - Representação compacta da estrutura da figura A3.1.

deve-se proceder da seguinte forma:

- 1) O primeiro elemento a ser eliminado ($Y_{41} = Y_{14}$) obtém-se fazendo:

$$M = IL(1)$$

$$YT(M) = Y_{14}$$

- Para a determinação de toda a linha 1, segue-se a partir de $K = M$ até achar o $K = M1$ para qual $NPC(M1) = 0$. E os $YT(K)$ constituem os elementos desta linha; a coluna correspondente está indicada no vetor NC associado.
- Para a determinação da segunda linha efetua-se um procedimento similar.

- Caracterizados os elementos das duas linhas, efetua-se as modificações nos elementos da linha 4; se um novo elemento é criado, este, coloca-se no final dos vetores YT, NC e NPC, e altera-se os apontadores envolvidos.

2) Procede-se de forma similar para todos os elementos a serem eliminados, concluindo-se com isto o ponto "a" acima mencionado.

A3.3 - Consideração Adicional

Observe que para fins didáticos o processo de decomposição $U^t.D.U.$ foi dividido em três etapas. Na implantação computacional, efetua-se o terceiro passo juntamente com o primeiro obtendo-se com isto sensível redução do número de operações. Para maiores detalhes na determinação dos fatores $U^t.D.U.$ veja referência 6.

A P Ê N D I C E IV

EXEMPLOS NUMÉRICOS DOS MÉTODOS DE SIMULAÇÃO

A4.1 - Análise de Sensibilidade

A4.1.1 - Alterações de ligações não-acopladas

Considere, a título de ilustração, a rede de três nós representada na figura A.4.1. Simule a retirada da ligação 1-2, utilizando os dois métodos descritos nesta seção.

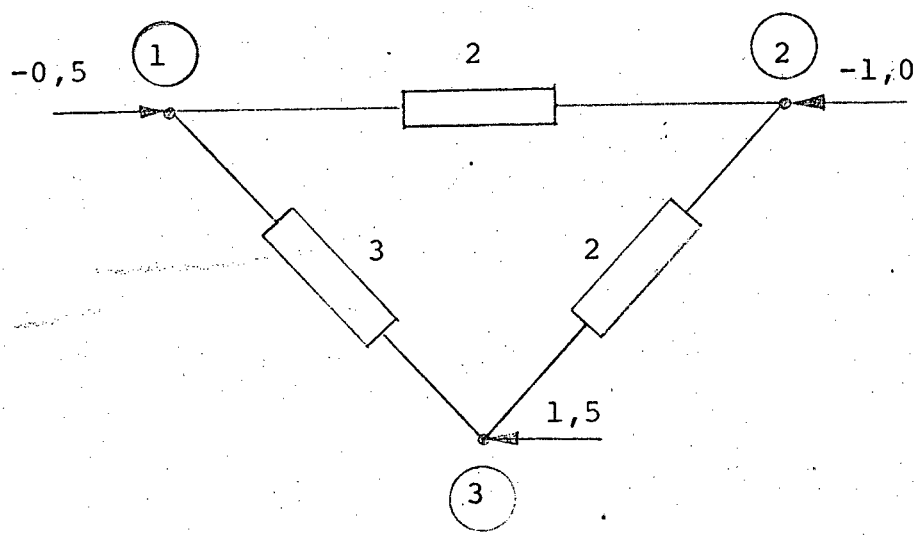


Figura A.4.1- Rede exemplo

a. - A matriz $|Y_N|^{\circ}$ associada à rede é dada por:

$$|Y_N|^{\circ} = \begin{vmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 4 \end{vmatrix}$$

b. - A tabela de fatores da $|Y_N|^{\circ}$ acima é dada por:

$$U^t \cdot D \cdot U(|Y_N|^{\circ}) = \begin{vmatrix} 1/5 & 2/5 \\ 2/5 & 5/16 \end{vmatrix}$$

c. - Determinação dos estados iniciais da rede

$$\underline{E}^{\circ} = \begin{vmatrix} E1^{\circ} \\ E2^{\circ} \end{vmatrix} = U^t \cdot D \cdot U(|Y_N|^{\circ}) \rightarrow \begin{vmatrix} -0,5 \\ -1,0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1/4 \\ -3/8 \end{vmatrix}$$

→ representa "aplicado sobre"

d. - Determinação do vetor $|z_N|^0 \cdot \underline{e}_{ij} = |z_N|^0 \cdot \underline{e}_{12}$

$$|z_N|^0 \cdot \underline{e}_{12} = U^t D U (|Y_N|^0) \rightarrow \begin{vmatrix} 1 \\ -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1/8 \\ -3/16 \end{vmatrix}$$

e. - Estabelecimento de $\Delta y_{ij} = \Delta y_{12}$

$$\Delta y_{12} = -2$$

f.a - Determine os novos estados da rede utilizando o primeiro método descrito (veja expressão 3.24).

$$\underline{E}^m = \begin{vmatrix} -1/4 \\ -3/8 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 1/8 \\ -3/16 \end{vmatrix} \left(\begin{vmatrix} -2 & -1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}^{-1} \cdot \begin{vmatrix} 1/8 \\ -3/16 \end{vmatrix} \right) \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} -1/4 \\ -3/8 \end{vmatrix}$$

$$\underline{E}^m = \begin{vmatrix} -1/6 \\ -1/2 \end{vmatrix}$$

f.b - Determine os novos estados da rede utilizando o segundo método descrito por (3.25), ou seja

$$\underline{E}^m = \underline{E}^0 - \Delta y_{12} \cdot (E1^m - E2^m) \cdot |z_N|^0 \cdot \underline{e}_{12}$$

Para determinar $E1^m$ e $E2^m$ soluciona-se primeiramente o sistema dado em (3.27)

$$-2 \cdot \begin{vmatrix} 1/8 & -1/2 \\ -3/16 & \end{vmatrix} \begin{vmatrix} -1/8 \\ 3/16 - 1/2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} E1^m \\ E2^m \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1/4 \\ -3/8 \end{vmatrix}$$

que nesse caso particular, já corresponde aos novos estados procurados.

A4.1.2 - Alterações de um Grupo de Mútuas

Considere a retirada da ligação 1-2(1) da rede da figura A4.2, idêntica a da figura A1.1 e cujos dados básicos estão armazenados na tabela A1.1.

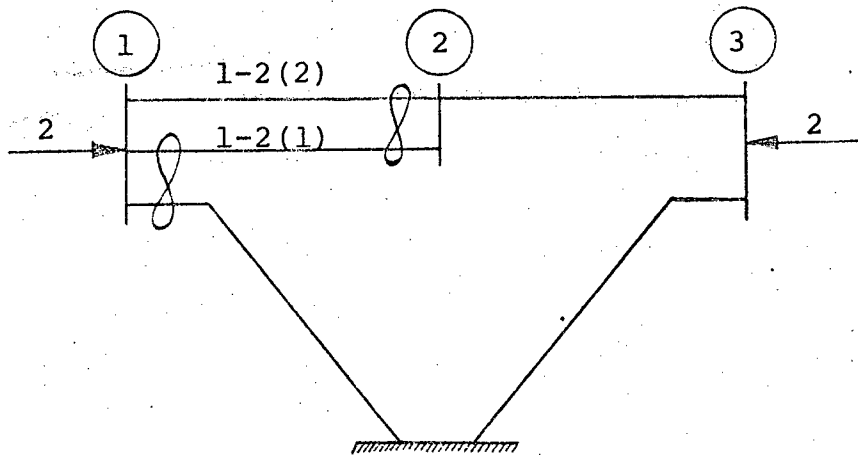


FIGURA A4.2 - Rede exemplo.

a. - A matriz $|Y_N|^0$ associada à rede é dada por:

$$|Y_N|^0 = \begin{vmatrix} 10,2 & -5,4 & 0,0 \\ -5,4 & 8,8 & -5,0 \\ 0,0 & -5,0 & 7,0 \end{vmatrix}$$

b. - A tabela de fatores da $|Y_N|^0$ acima é dada por:

$$U^t DU(|Y_N|^0) = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0,098039215 & 0,529411764 & 0,0 \\ \hline 0,529411764 & 0,168316831 & 0,841584188 \\ \hline 0,0 & 0,841584188 & 0,358156028 \\ \hline \end{array}$$

c. - Determinação do estado inicial da rede

$$\underline{E}^0 = \begin{array}{|c|} \hline E_1^0 \\ \hline E_2^0 \\ \hline E_3^0 \\ \hline \end{array} = U^t DU(|Y_N|^0) \rightarrow \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline 0 \\ \hline 2 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline 0,7517729628 \\ \hline 1,0496452300 \\ \hline 1,0354610030 \\ \hline \end{array}$$

d. - Determinação da matriz $|Z_N|^0 \cdot |M|$

$$|M| = \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 0 \\ \hline 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 \\ \hline \end{array}$$

$$U^t DU(|Y_N|^0) \rightarrow \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline 0 \\ \hline 0 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline 0,2163120604 \\ \hline 0,2234042639 \\ \hline 0,1595744733 \\ \hline \end{array}$$

$$U^t D U(|Y_N|^0) \rightarrow \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline 1 \\ \hline 0 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline 0,2234042640 \\ \hline 0,4219858325 \\ \hline 0,3014184500 \\ \hline \end{array}$$

$$|Z_N|^0 \cdot |M| = \begin{array}{|c|c|} \hline 0,2163120604 & 0,2234042640 \\ \hline 0,2234042640 & 0,4219858325 \\ \hline 0,1595744733 & 0,3014184500 \\ \hline \end{array}$$

e. - Determinação de $|\Delta y|$

$$\Delta y = \begin{vmatrix} -6,533 & 3,733 \\ 3,733 & -2,133 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3,666 & -1,666 \\ -1,666 & 6,666 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 10,2 & -4,5 \\ -4,5 & 8,8 \end{vmatrix}$$

f. - Determinação de $\underline{\Delta E}$

$$\underline{\Delta E} = -|M| \cdot (|I| + |\Delta y| \cdot |M|^t \cdot |Z|^o \cdot |M|)^{-1} \cdot |\Delta y| \cdot |M|^t \cdot \underline{E}^o$$

$$\underline{\Delta E} = \begin{vmatrix} 0,248226884 \\ -0,049695348 \\ -0,035461006 \end{vmatrix}$$

g. - Determinação do novo estado da rede

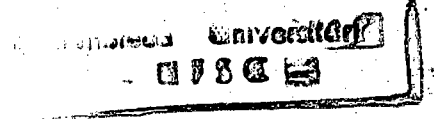
$$\underline{E}^m = \underline{E}^o + \underline{\Delta E}$$

$$\underline{E}^m = \begin{vmatrix} 0,7517729628 \\ 1,0496452300 \\ 1,0354610039 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0,248226884 \\ -0,049445348 \\ -0,354610060 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{vmatrix}$$

h. - Verificação do resultado

$$\underline{E}^m = (|Y_N|^o + |\Delta y|)^{-1} \cdot \underline{I}^o \Rightarrow \underline{I}^o = (|Y_N|^o + |\Delta y|) \underline{E}^m$$

$$\begin{vmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4,5 & -2,5 & 0,0 \\ -2,5 & 7,5 & -5,0 \\ 0,0 & -5,0 & 7,0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{vmatrix}$$



A4.2 - Métodos Geral de Compensação

A4.2.1 - Alteração de uma ligação não acoplada

Considere a figura A4.1, onde deseja-se determinar os novos valores de E^m após a retirada da ligação 1-2, utilizando os esquemas de compensação.

Os valores da matriz de admitâncias nodais e os fatores correspondentes estão especificados no item A4.1.1.

Fase preparatória

- Na determinação da matriz $|Z|$, utiliza-se os esquemas 1 e 3 da tabela 3.1, ou seja, para o esquema 1.

$$|X| = U^t D U (|Y_N|) \rightarrow \underline{e}_{12}$$

$$|X| = U^t D U (|Y_N|) \rightarrow \begin{vmatrix} 1 \\ -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1/8 \\ -3/16 \end{vmatrix}$$

$$|Z| = \underline{e}_{12}^t \cdot |X| = 5/16$$

e para o esquema 3,

$$|W| = U^t(|Y_N|) \rightarrow e_{12} = \begin{vmatrix} 1 \\ -3/5 \end{vmatrix}$$

$$|\tilde{W}| = D(|Y_N|) \rightarrow W = \begin{vmatrix} 1/5 \\ -3/16 \end{vmatrix}$$

$$|Z| = |\tilde{W}|^t \cdot |W| = 5/16$$

- Na determinação da matriz $|C|$ utilizando a expressão (3.49a) obtendo-se:

$$|C| = (\Delta Y^{-1} + |Z|)^{-1}$$

$$\Delta y = -2$$

$$|C| = -16/3$$

Fase de Conclusão

Na determinação dos novos valores de E^m utilizaremos o método da pré-compensação, e da média compensação.

Para a pré-compensação segundo os passos da Tabela 3.2 tem-se:

- Cálculo do vetor compensatório utilizando o esquema A

$$\underline{\Delta I} = -|M| \cdot |C| \cdot |\tilde{X}|^t \cdot \underline{I} \quad \text{onde } |M| = e_{12}$$

$$\underline{\Delta I} = \begin{vmatrix} 2/3 \\ -2/3 \end{vmatrix}$$

- Cálculo do vetor compensatório utilizando o esquema B.

$$\underline{\Delta I} = -|M| \cdot |C| \cdot |M|^t \cdot |Y_N|^{-1} \cdot \underline{I}$$

$$|Y_N|^{-1} \cdot \underline{I} = U^t D U \quad (|Y_N| \rightarrow \underline{I})$$

$$= \begin{vmatrix} -1/4 \\ 3/8 \end{vmatrix}$$

$$\underline{\Delta I} = \begin{vmatrix} 2/3 \\ -2/3 \end{vmatrix}$$

- Execução da compensação

$$\hat{\underline{I}} = \underline{I}^0 + \underline{\Delta I} = \begin{vmatrix} 4/6 \\ -5/3 \end{vmatrix}$$

- Determinação de \underline{E}^m

$$\underline{E}^m = (|Y_N|^{-1}) \rightarrow \hat{\underline{I}}$$

$$\underline{E}^m = \begin{vmatrix} -1/6 \\ -1/2 \end{vmatrix}$$

Para a média-compensação, segundo os passos da tabela 3.2 tem-se:

- Início da solução determinando $\hat{\underline{F}}$

$$\hat{\underline{F}} = U^t (|Y_N|) \rightarrow I$$

$$\hat{\underline{F}} = \begin{vmatrix} -1/2 \\ -6/5 \end{vmatrix}$$

- Cálculo do vetor compensatório

$$\Delta \underline{F} = -|W| \cdot |C| \cdot |W|^t \cdot \hat{\underline{F}}$$

$$\Delta \underline{F} = \begin{vmatrix} 2/3 \\ -2/5 \end{vmatrix}$$

- Execução da compensação

$$\underline{F} = \hat{\underline{F}} + \Delta \underline{F}$$

$$\underline{F} = \begin{vmatrix} 1/6 \\ -8/5 \end{vmatrix}$$

- Determinação de E^m

$$\underline{E}^m = U \cdot D(|Y_N|) \rightarrow \underline{F}$$

$$\underline{E}^m = \begin{vmatrix} -1/6 \\ -1/2 \end{vmatrix}$$

A4.2.2 - Alterações de ligações pertencentes a grupos de mútuas

Considere a rede da figura A4.2. do exemplo numérico do item A4.1.2. Determine os novos estados da rede após a retirada da ligação 1-2(1), utilizando os passos da média-compensação.

Os valores de $|Y_N|$ e $U^t D U$ estão registrados no item especificado.

Fase-preparatória

- Da tabela 3.1, tem-se para $|Z|$

$$|M| = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}, \quad |W| = U^t (|Y_N|) \rightarrow M = \begin{vmatrix} 1,0 & 0,0 \\ 0,529411764 & 1,0 \\ 0,445544569 & 0,841584188 \end{vmatrix}$$

$$|\tilde{W}| = D(|Y_N|) \rightarrow |W| = \begin{vmatrix} 0,098039215 & 0,0 \\ 0,08910891 & 0,168316831 \\ 0,159574473 & 0,301418450 \end{vmatrix}$$

$$|Z| = |\tilde{W}|^t \cdot |W| = \begin{vmatrix} 0,216312059 & 0,223404263 \\ 0,223404263 & 0,421985832 \end{vmatrix}$$

- Determinação da matriz $|C|$

$$|C| = (|i| + |\Delta Y| \cdot |Z|)^{-1} \cdot \Delta Y$$

$$|\Delta Y| = \begin{vmatrix} -6,5333 & 3,7333 \\ 3,7333 & -2,1333 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3,6666 & -1,6666 \\ 1,6666 & 6,666 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 10,2 & -5,4 \\ -5,4 & 8,8 \end{vmatrix}$$

$$|C| = \begin{vmatrix} -18,424 & 10,528 \\ 10,528 & -6,016 \end{vmatrix}$$

Fase de Conclusão

- Inicie a solução calculando o vetor \hat{F}

- Início da solução, cálculo do vetor \hat{F}

$$\underline{\hat{F}} = U^t(|YN|) \rightarrow I$$

$$\underline{\hat{F}} = \begin{vmatrix} 2,0 \\ 1,058823528 \\ 2,891089139 \end{vmatrix}$$

- Cálculo do vetor compensatório

$$\underline{\Delta F} = -|W| \cdot |C| \cdot |W|^t \cdot \underline{\hat{F}}$$

$$\underline{\Delta F} = \begin{vmatrix} 2,8 \\ -0,117647061 \\ -0,099009907 \end{vmatrix}$$

- Execução da compensação

$$\underline{F} = \underline{\hat{F}} + \underline{\Delta F}$$

$$\underline{F} = \begin{vmatrix} 4,8 \\ 0,941176467 \\ 2,792079232 \end{vmatrix}$$

- Determinação de E^m

$$\underline{E}^m = U \cdot D(|YN|) \rightarrow \underline{F}$$

$$\underline{E}^m = \begin{vmatrix} 1,0 \\ 1,0 \\ 1,0 \end{vmatrix}$$

A4.3 - Aplicação sequencial da compensação

Considere a mesma rede da figura A4.3, para o qual deseja-se simular a retirada sequencial das ligações 2-3, e 3-4. Utiliza-se o método de média-compensação.

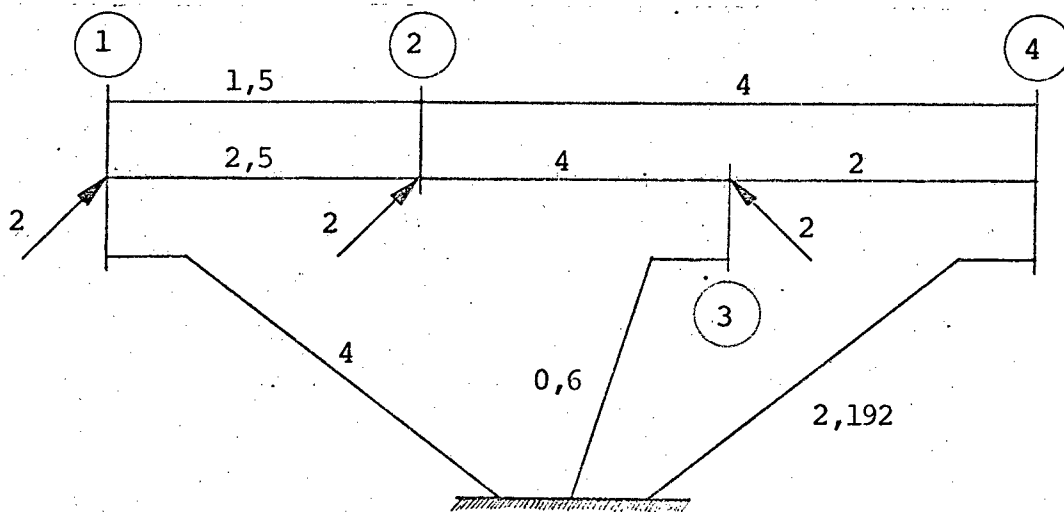


Figura A4.3- Rede exemplo

a - matriz $|Y_N|^0$ associada à rede é dada por

$$|Y_N| = \begin{vmatrix} 8 & -4 & 0 & 0 \\ -4 & 12 & -4 & -4 \\ 0 & -4 & 6,6 & -2 \\ 0 & -4 & -2 & 8,192 \end{vmatrix}$$

b - A tabela de fatores de $|Y_N|$ é dada por

$$U^t \cdot D \cdot U (|Y_N|) =$$

0,125	0,500	0,0	0,0
0,500	0,100	0,400	0,400
0,0	0,400	0,200	0,720
0,0	0,400	0,720	0,250

C - Determinação dos novos estados da rede utilizando a média-compensação seqüencial

C.1 - Determinação implícita de $|P_1|$

C.1.1 - Fase-preparatória de $|P_1|$

.1 - Determinação de $|Z_1|$

$$|M_1| = \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{vmatrix} \quad |W_1| = U^t (|Y_N|) \rightarrow |M_1| = \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \\ 0,4 \\ -0,312 \end{vmatrix}$$

$$|\tilde{W}_1| = D(|Y_N|) \rightarrow |W_1| = \begin{vmatrix} 0 \\ 0,1 \\ 0,08 \\ -0,078 \end{vmatrix}$$

$$|Z_1| = |\tilde{W}_1|^t \cdot |W_1| = 0,156336$$

.2 Determinação de $|C_1|$

$$|C_1| = |\Delta y_1|^{-1} + |z_1|^{-1} = (-1/4 + 0,156336)^{-1}$$

$$|C_1| = -10,67646053$$

C.1.2 - Fase-conclusão de $|P_1|$

$$|P_1| = (|i| - |w_1| \cdot |C_1| \cdot |w_1|^t)$$

$$|C_1| \cdot |w_1|^t = |0 \quad -1,067646053 \quad -0,854116842 \quad 0,832763921|$$

$$|P_1| = \begin{vmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ & & & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0 & \\ & 1 & \\ & & 0,4 & \\ & & & -0,312 \end{vmatrix} |C_1| \cdot |w_1|^t$$

C.2 - Determinação implícita de $|P_2|$ C.2.1 - Fase-preparatória de $|P_2|$ 1 - Determinação de $|z_2|$

$$|M_2| = \begin{vmatrix} 0 & \\ 0 & \\ 1 & \\ -1 & \end{vmatrix} \quad |w_2| = U(|Y_N|) \rightarrow |M_2| = \begin{vmatrix} 0 & \\ 0 & \\ 1 & \\ -0,28 & \end{vmatrix}$$

$$\tilde{|w}_2| = D(|Y_N|) \quad |w_2| = \begin{vmatrix} 0 & \\ 0 & \\ 0,2 & \\ -0,07 & \end{vmatrix}$$

$$|P_1| \cdot |w_2| = |w_2| - |w_1| \cdot |C_1| \cdot |w_1|^t \cdot |w_2|$$

OBS: Observe neste passo a importância de não avaliar explicitamente $|F_1|$. A operação $|P_1| \cdot |P_2|$ inclui, em lugar do produto de uma matriz de dimensão 4 pelo vetor \underline{W}_2 ; o produto de duas matrizes $|W_1|^t$ e $|W_2|$, o valor resultante por $|C_1|$ e este novamente pela matriz $|W_1|$. Neste caso, o número de operações relevantes é reduzida quase pela metade. (9 em lugar de 16).

$$|z_2| = |\tilde{W}_2|^t \cdot |W_2| = 0,330329688$$

2 - Determinação de $|C_2|$

$$|C_2| = |\Delta y_2|^{-1} + |z_2|^{-1} = (-1/2 - 0,330329688)^{-1}$$

$$|C_2| = -5,893783018$$

C.2.2 - Fase-conclusão de $|P_2|$

$$|P_2| = (|I| - |P_1| \cdot |W_2| \cdot |C_2| \cdot |W_2|^t)$$

$$|C_2| \cdot |W_2|^t = \begin{vmatrix} 0 & 0 & -1,178756603 & 0,412564 \\ & & & \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} |C_2| \cdot |W_2|^t \\ & & & \end{vmatrix}$$

$$|P_2| = \begin{vmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ & & & 1 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 0 & & & \\ & 1,087290739 & & \\ & & 1,434916295 & \\ & & & -0,619234710 \end{vmatrix}$$

C.3 - Determinação de \underline{E}^m

C.3.1 - Determinação de \hat{F}

$$\hat{\underline{F}} = U(|Y_N|) \rightarrow \underline{I}$$

$$\hat{\underline{F}} = \begin{vmatrix} 2 \\ 3 \\ 3,2 \\ 2,504 \end{vmatrix}$$

C.3.2 - Determinação de $|P_1| \cdot \hat{\underline{F}} = \hat{\underline{F}}_1$

$$\hat{\underline{F}}_1 = \hat{\underline{F}} - |W_1| \cdot |C_1| \cdot |\tilde{W}_1|^t \cdot \hat{\underline{F}}$$

$$\hat{\underline{F}}_1 = \hat{\underline{F}} + \underline{\Delta F}$$

$$|C_1| \cdot |\tilde{W}_1|^t \cdot \hat{\underline{F}} = -3,018107274$$

$$\underline{\Delta F} = \begin{vmatrix} 0 \\ 3,018107274 \\ 1,207242909 \\ -0,941649469 \end{vmatrix} \quad \hat{\underline{F}}_1 = \begin{vmatrix} 2 \\ 6,018107274 \\ 4,407242909 \\ 2,562350531 \end{vmatrix}$$

C.3.3 - Determinação de $|P_2| \cdot \hat{\underline{F}}_1 = \hat{\underline{F}}_2$

$$\hat{\underline{F}}_2 = \hat{\underline{F}}_1 - |P_1| \cdot |\tilde{W}_2| \cdot |C_2| \cdot |\tilde{W}_2|^t \cdot \hat{\underline{F}}_1$$

$$\hat{\underline{F}}_2 = \hat{\underline{F}}_1 + \underline{\Delta F}_1$$

$$\underline{\Delta F}_1 = \begin{vmatrix} 0 \\ 4,499134076 \\ 5,937584647 \\ -2,562350513 \end{vmatrix} \quad \hat{\underline{F}}_2 = \begin{vmatrix} 2 \\ 10,51724134 \\ 10,34482756 \\ 0 \end{vmatrix}$$

c.3.4 - Determinação de E^m

$$E^m = U D \cdot (|Y_N|) \rightarrow \underline{F}_2$$

$$E^m = \begin{vmatrix} 1,189655172 \\ 1,879310344 \\ 2,068965516 \\ 0 \end{vmatrix}$$

A4.4 - Adição de Nós

O exemplo a seguir ilustra melhor os pontos b e c da adição de nós da sub-seção 3.4.4. Considere inicialmente a rede da figura A4.1.a., na qual deseja-se simular a inclusão do nó 3; como mostrado na figura A4.1.b., e onde a ligação pontilhada representa a admitância fictícia. Considere inicialmente que o nó incluído não possui injeção de corrente e após simula também uma injeção de corrente nesse nó. Utiliza o método da pré-compensação.

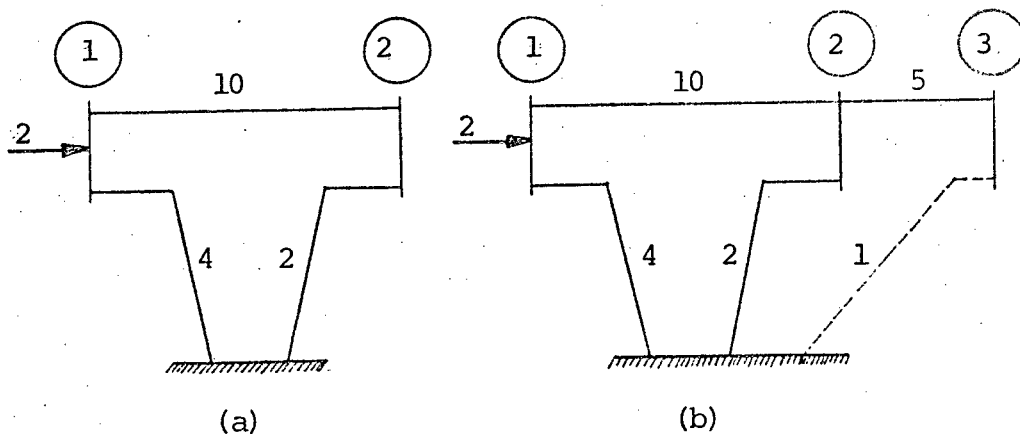


Figura 6.6 - Rede exemplo; (a) antes da inclusão do nó 3, e (b) após a inclusão.

a. - Matriz $|Y_N|^0$ associada à rede básica da figura 6.6.a.

$$|Y_N| = \begin{vmatrix} 14 & -10 \\ -10 & 12 \end{vmatrix}$$

b. - Tabela de fatores da $|Y_N|_a$ acima

$$U^t D U (|Y_N|_a) = \begin{array}{|c|c|} \hline 0,071428571 & 0,714285714 \\ \hline 0,714285714 & 0,205882352 \\ \hline \end{array}$$

c. - Simulação na tabela de fatores do efeito da inclusão de uma admitância fictícia unitária entre o nó 3 e a referência.

$$U^t D U (|Y_N|_b) = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0,071428571 & 0,714285714 & 0,0 \\ \hline 0,714285714 & 0,205882352 & 0,0 \\ \hline 0,0 & 0,0 & 1,0 \\ \hline \end{array}$$

d. - Determine os novos estados da rede utilizando o método da pré-compensação.

d.1 - Solução da fase preparatória

1 - Determinação do vetor $|Z|$

$$|M| = \begin{array}{|c|c|} \hline 0 & 0 \\ \hline 1 & 0 \\ \hline -1 & -1 \\ \hline \end{array} \quad |X| = U^t D U (|Y_N|_b) \rightarrow |M| = \begin{array}{|c|c|} \hline 0,147058822 & 0 \\ \hline 0,205882352 & 0 \\ \hline -1,0 & -1,0 \\ \hline \end{array}$$

$$|Z| = |M|^t \cdot |X| = \begin{array}{|c|c|} \hline 1,205882352 & 1,0 \\ \hline 1,0 & 1,0 \\ \hline \end{array}$$

2 - Determinação de $|C|$

$$|C| = (|\Delta Y|^{-1} + |Z|)^{-1}$$

$$|\Delta Y| = \begin{array}{|c|} \hline 5 \\ \hline -1 \\ \hline \end{array} \quad |\Delta Y|^{-1} = \begin{array}{|c|} \hline 0,2 \\ \hline -1 \\ \hline \end{array}$$

$$|C| = \begin{vmatrix} 0,0 & 1,0 \\ 1,0 & -1,40588235 \end{vmatrix}$$

d.2 - Fase de conclusão

- 1. Calcule o vetor compensatório

$$\underline{\Delta I} = -|M| \cdot |C| \cdot |X|^t \cdot I$$

$$\underline{I} = \begin{vmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \quad \underline{\Delta I} = \begin{vmatrix} 0,0 \\ 0,0 \\ 0,294117644 \end{vmatrix}$$

- 2. Execute a compensação:

$$\hat{I} = \underline{I} + \underline{\Delta I} = \begin{vmatrix} 2 \\ 0 \\ 0,294117644 \end{vmatrix}$$

- 3. - Determinação dos novos estados da rede:

$$E^m = U^t D U (|Y_N|b) \rightarrow \hat{I} = \begin{vmatrix} 0,352941174 \\ 0,294117645 \\ 0,294117645 \end{vmatrix}$$

- 4 - Verificação de resultado:

$$\begin{vmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 14 & -10 & 0 \\ -10 & 17 & -5 \\ 0 & -5 & 5 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0,352941174 \\ 0,294117645 \\ 0,294117645 \end{vmatrix}$$

e - Suponha que, juntamente com o nó adicionado também se incluisse um valor de injeção. Determine para esta situação os novos estados da rede. A fase preparatória permanece inalterada.

e.1 - Fase de Conclusão

1 - Altere o vetor das injeções:

$$\underline{I} = \begin{vmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \quad \underline{I} \text{ alterado} = \underline{I_1} = \begin{vmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{vmatrix}$$

2 - Cálculo do vetor compensatório:

$$\underline{\Delta I} = |M| \cdot |C| \cdot |X|^t \cdot \underline{I_1}$$

$$\underline{\Delta I} = \begin{vmatrix} 0 \\ 2 \\ -0,894117652 \end{vmatrix}$$

3 - Execute a compensação:

$$\hat{\underline{I}} = \underline{I_1} + \underline{\Delta I} = \begin{vmatrix} 2 \\ 2 \\ 1,105882348 \end{vmatrix}$$

4 - Determine os novos estados da rede:

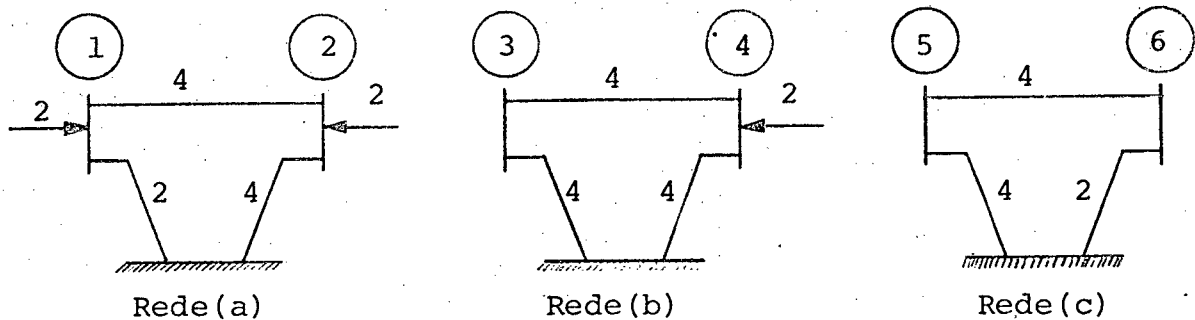
$$\underline{E}^m = U^t D U (|Y_N|b) \rightarrow \underline{I} = \begin{vmatrix} 0,647058820 \\ 0,705882349 \\ 1,105882348 \end{vmatrix}$$

e.2 - Verificação do resultado:

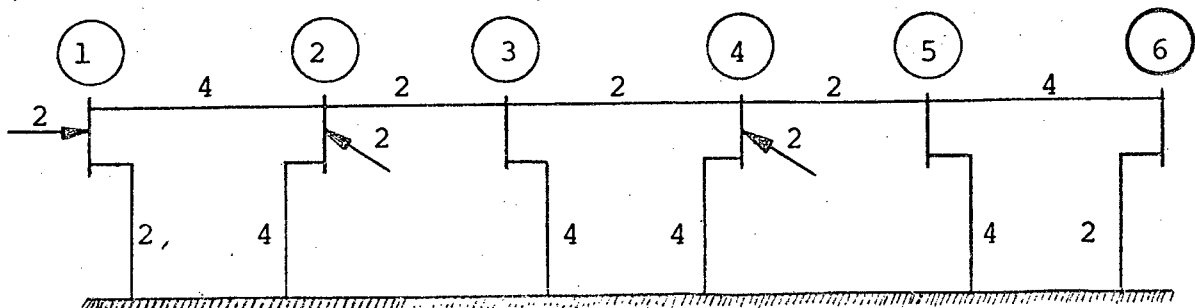
$$\begin{vmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 14 & -10 & 0 \\ -10 & 17 & -5 \\ 0 & -5 & 5 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0,647058820 \\ 0,705882349 \\ 1,105882348 \end{vmatrix}$$

A4.5 - Agrupamento de Sub-Sistemas

Considere a figura A4.5 na qual apresenta-se três sub-sistemas. Deseja-se determinar o estado resultante do agrupamento deles em um único sistema, utilizando como método de simulação e média-compensação.



(1) Sub-sistemas antes do agrupamento



(2) Sistema resultante após o agrupamento

Figura A.4.5.- Simulação de agrupamento de sub-sistemas

1 - Matrizes $|Y_N|$ a associados aos sub-sistemas

$$|Y_N| a = \begin{vmatrix} 6 & -4 \\ -4 & 8 \end{vmatrix}; \quad |Y_N| b = \begin{vmatrix} 6 & -2 \\ -2 & 6 \end{vmatrix}; \quad |Y_N| c = \begin{vmatrix} 8 & -4 \\ -4 & 6 \end{vmatrix}$$

2 - Tabelas de fatores associadas às $|Y_N|$ acima

$$U^t D U (|Y_N| a) =$$

0,166666666	0,666666666
0,666666666	0,187499999

$$U^t D U (|Y_N| b) =$$

0,166666666	0,333333333
0,333333333	0,187499999

$$U^t D U (|Y_N| c) =$$

0,125	0,5
0,5	0,25

3. - Tabela de fatores do sistema desejado

$$U^t D U(|Y_N|) = \begin{matrix} \boxed{U^t D U|Y_N|a} \\ \boxed{U^t D U|Y_N|b} \\ \boxed{U^t D U|Y_N|c} \end{matrix}$$

d. - Solução da fase-preparatória

d.1 - determinação da matriz $|Z|$.

$$|M| = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ -1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}; |W| = U(|Y_N|) \rightarrow |M| = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ -1 & 0 \\ -0,33333333 & 1 \\ 0 & -1 \\ 0 & -0,5 \end{vmatrix}$$

$$|\tilde{W}| = D(|Y_N|) \rightarrow |W| = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0,187499999 & 0 \\ -0,166666666 & 0 \\ -0,062499999 & 0,187499999 \\ 0 & -0,125 \\ 0 & -0,125 \end{vmatrix}$$

$$|Z| = |\tilde{W}|^t \cdot |W| = \begin{vmatrix} 0,374999999 & -0,064299999 \\ -0,062499999 & 0,374999999 \end{vmatrix}$$

d.2 . Determinação de $|C|$

$$|C| = |\Delta Y|^{-1} + |Z|^{-1}$$

$$|\Delta y| = \begin{vmatrix} 2 \\ 2 \end{vmatrix} \quad |\Delta y|^{-1} = \begin{vmatrix} 0,5 \\ 0,5 \end{vmatrix}$$

$$|C| = \begin{vmatrix} 1,148717948 & 0,082051282 \\ 0,082051282 & 1,148717948 \end{vmatrix}$$

e - Fase de conclusão

e.1 - Cálculo do vetor compensatório $\underline{\Delta F} = -|W| \cdot |C| \cdot |\tilde{W}|^t \cdot \underline{\hat{F}}$

$$\underline{\hat{F}} = U(|Y_N|) \rightarrow \begin{vmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 \\ 3,333333333 \\ 0 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$\underline{\Delta F} = \begin{vmatrix} 0 \\ -0,605128204 \\ 0,605128204 \\ -0,27008547 \\ 0,471794871 \\ 0,235897435 \end{vmatrix}$$

e.2 - Execute a compensação

$$\underline{F} = \underline{\hat{F}} + \underline{\Delta F} = \begin{vmatrix} 2 \\ 2,728205129 \\ 0,605128204 \\ 1,729914530 \\ 0,471794871 \\ 0,235897435 \end{vmatrix}$$

5.3 - Determinação de \underline{E}^m

$$\underline{E}^m = \underline{U}^t \underline{D} (|\underline{Y}_N|) \rightarrow \underline{F} = \begin{array}{|c} 0,84487179 \\ 0,51153846 \\ 0,425213672 \\ 0,324358972 \\ 0,058974358 \\ 0,058974358 \end{array}$$

6. Verificação do resultado

$$\begin{array}{|c} 2 \\ 2 \\ 0 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \end{array} = \begin{array}{|c} 6 & -4 \\ -4 & 10 & -2 \\ & -2 & 8 & -2 \\ & & -2 & 8 & -2 \\ & & & -2 & 10 & -4 \\ & & & & -4 & 6 \end{array} \begin{array}{|c} 0,84487179 \\ 0,51153846 \\ 0,425213672 \\ 0,324358972 \\ 0,058974358 \\ 0,058974358 \end{array}$$

Entre outras, esta abordagem pode ter aplicação vantajosa em grandes sistemas de potência, com distintas concentrações topológicas da rede de potência.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1 - STAGG, G.W., & EL-ABIAD, A.H., "Computer Methods in Power System Analysis", Tokyo, Mc Graw Hill, 1968.
- 2 - NAGAPPAN K., "Step-by-Step Formation of Bus Admittance Matrix", IEEE Trans on PAS, Vol. PAS-89, pp.812-820, May/ Jun 1970.
- 3 - ANDERSON P.M., BOWEN D.W. & SHAH A.P., "An Indefinite Admittance Network Description for Fault Computation". IEEE Trans. on PAS, Vol. PAS-89, pp.1215-1219, Jul/Aug. 1970.
- 4 - ALVARADO F.L., "Formation of Y-node Using the Primitive Y-node Concept", IEEE Trans. on PAS, Vol. PAS-101, pp.4563-4571, Dec. 1982.
- 5 - REITAN D.K. & KRUEMPEL K.C.M "Modifications of the Bus Impedance Matrix for System Changes Involving Mutual Couplings", Proc. IEEE (letters), vol.57, pp.1432-1433, Aug 1969.
- 6 - MOROZOWSKI, F.M.; "Matrizes Esparsas em Redes de Potência Técnicas de Operação", Rio de Janeiro, Ed. Livros Técnicos e Científicos, 1981.

- 7 - SHIPLEY, R.B. & COLEMAN D.A., "A New Direct Matrix Inversion Method", Transaction AIEE, Vol. 78, pp.568-578, Nov.1959.
- 8 - TINNEY, W.F. & WALKER J.W., "Direct Solution of Sparse Network Equation by Optimally Ordered Triangular Factorization", Proc. IEEE, Vol.55, Nov. 1967.
- 9 - TINNEY, W.F., POWELL W.L. & WALKER J.W., "Programming of Sparsity Ordering Schemes".
- 10 - TINNEY, W.F., POWELL W.L. & PETERSON N.M., "Sparsity Oriented Network Reduction".
- 11 - SATO N. & TINNEY W.F., "Techniques for exploiting the Sparsity of the Network Admittance Matrix", IEEE Trans. on PAS, Vol. PAS-82, p.p. 944-950, Dec. 1963.
- 12 - TINNEY, W.F., "Compensation Methods for Network Solutions by Optimally Ordered Triangular Factorization", PICA Conference, Boston, May 1971.
- 13 - ALSAC O., STOTT B. & TINNEY W.F., "Sparsity Oriented Compensation Methods for Modified Network Solution", IEEE Trans. on PAS, Vol. PAS-102, p.p. 1050-1060, 1983.
- 14 - ALVARADO F.L., ENNS M.C. & TINNEY W.F., "Sparsity Enhancement in Mutually Coupled Networks", IEEE Trans. on PAS, Vol. PAS-103, p.p. 1502-1508, Jun 1984.

- 15 - TINNEY W.F., BRANDWAJN V. & CHAN S.M., "Sparse Vector Methods", IEEE Trans. on PAS, Vol. PAS-104, p.p. 295-301, Feb 1985.
- 16 - VANNESS J.E. & GRIFFIN J.H., "Elimination Methods for Load-Flow Studies", Trans. of AIEE, part 3, p.p.299-304, Jun 1961.
- 17 - BAUMANN R., "Some new aspects on Load-Flow Calculation: Impedance Matrix Generation Controlled by Network Topology", Power System Computation Conference Proceedings, Estocolomo, 1966.
- 18 - STOTT B. & HOBSON E., "Solution of Large Power Systems Network by Ordered Elimination: A comparison of Ordering Schemes", Proceedings of IEE, Vol 120, May 1973.
- 19 - BRAMPELLER A., "Efficient Multiple Solutions for Changes in a Network Using Sparsity Techniques", Proceedings of IEE, Vol 120, May 1973.
- 20 - RAMOS D.S. & DIAS E.M., "Sistemas Elétricos de Potência - Regime Permanente", Rio de Janeiro, Ed. Guanabara Dois, Vol 1, 1982.
- 21 - MONTICELLI A., "Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica", São Paulo, Ed. Edgar Blucher, 1983.

- 22 - BROWN E.H., "Grandes Sistemas Elétricos - Métodos Matriciais", Rio de Janeiro, Ed. Livros Técnicos e Científicos, 1977.
- 23 - OGBUOBIRI E.C., "Dynamic Storage and Retrieval in Sparsity Programming", IEEE Trans. on PAS, VOL PAS-89, p.p. 150-155, Jan 1970.
- 24 - HOUSIS E.C. & IRISARRI G.D., "A Sparse Variable Metric Optimization Method Applied to the Solution of Power System Problems", IEEE Trans. on PAS, Vol PAS-101, p.p. 195-202, Jan. 1982.
- 25 - PHILIP E.G., MURRAY W. & SAUNDERS M.A., "Methods for Computing and Modifying the LDV Factors of a Matrix", Mathematics of Computation, Vol 29, p.p. 1055-1077, Oct. 1975.
- 26 - GILL P.E., GOLUB G.H., MURRAY W. & SAUNDERS M.A., "Methods for Modifying Matrix Factorizations", Mathematics of Computation, Vol 28, p.p. 505-535, Ago 1974.
- 27 - HENDERSON H.V. & SEARLE S.R., "On deriving the Inverse of a Sum of Matrices", Siam Review, Vol 23, nº 1, Jan 1981.
- 28 - TEWARSON R.P., "The Product Form of Inverse of Sparse Matrices and Graph Theory", Siam Review, Vol 9, nº 1, 1967.

- 29 - BARTLETT M.S, "An Inverse Matrix Adjustment Arisiag in Discriminant Analysis", Ann. Math, Statist., Vol 22, p.p.107-111, 1951.
- 30 - SHERMAN J. & MORRISON W.J., "Adjustment of an inverse matrix corresponding to a change in one element of a given matrix", Ann. Math. Statist., Vol. 21, p.p. 124-127, 1950.
- 31 - SHERMAN J. & MORRISON W.J., "Adjustment of an inverse matrix corresponding to changes in the elements of a given column or a given row of the original matrix", Abstract, Ann. Math. Statist., Vol. 20, p. 621, 1949.
- 32 - CARLOS M.CARDOZO F.; "Listagem de Programas de Alterações na Matriz de Admitâncias Nodais"; Universidade Federal de Santa Catarina; 1986.