

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM  
ENGENHARIA ELÉTRICA

PREVISÃO DE AFLUÊNCIAS À CURTÍSSIMO PRAZO PARA A OPERAÇÃO DE  
HIDROELÉTRICAS

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA PA-  
RA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA

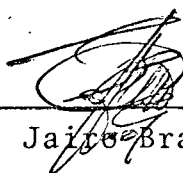
ANNA DIVA PLASENCIA LOTUFO

FLORIANÓPOLIS, DEZEMBRO-1982

PREVISÃO DE AFLUÊNCIAS À CURTÍSSIMO PRAZO PARA A OPERAÇÃO DE  
HIDROELÉTRICAS

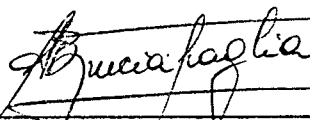
ANNA DIVA PLASENCIA LOTUFO

ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE  
EM ENGENHARIA - ESPECIALIDADE ENGENHARIA ELÉTRICA E APROVADA EM  
SUA FORMA FINAL PELO CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO



---

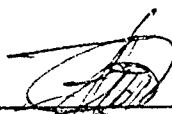
Prof. Luiz Jairo Branco Machado Dr.Ing.  
Orientador



---

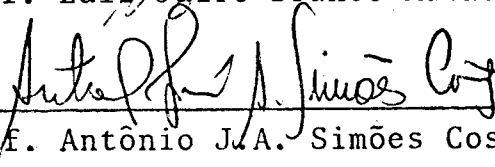
Prof. Augusto H. Bruciapaglia Dr.Ing.  
Coordenador do Curso de Pós-Graduação em  
Engenharia Elétrica

BANCA EXAMINADORA:



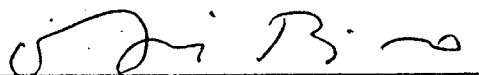
---

Prof. Luiz Jairo Branco Machado Dr.Ing.



---

Prof. Antônio J.A. Simões Costa Ph.D.



---

Prof. Atair Rios Neto Ph.D.



---

Prof. Hans Helmut Zürn Ph.D.

## AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Luiz Jairo Branco Machado pela dedicação e amizade durante a orientação deste trabalho.

Ao Prof. Zózimo Lopes dos Santos, Pró-Reitor de Pós-Graduação e Pesquisa da Universidade Federal de Santa Maria, responsável pelo convênio CAPES/PICD/UFSM, de cuja instituição recebi auxílio financeiro.

Aos meus pais e irmãos pela compreensão e pelo incentivo que sempre me dedicaram.

À todos os amigos que fiz em Florianópolis, principalmente meus colegas, professores e funcionários do Centro Tecnológico.

Aos professores Atair Rios Neto, Antônio J.A. Simões Costa e Hans Helmut Zürn por constituírem a banca examinadora desta dissertação.

À CAPES pela complementação financeira.

Aos meus pais  
e irmãos

RESUMO

Apresenta-se neste trabalho o modelo de previsão de afluências a curtíssimo prazo, usando o filtro recursivo de Kalman como algoritmo previsor, levando em conta a pouca informação que se pode retirar do histórico, a dificuldade de identificar o sistema hidrológico e a necessidade de considerar as informações mais recentes sobre as afluências. É proposto um algoritmo que inclua informações de precipitações acoplado ao modelo de previsões do filtro de Kalman. Apresenta-se ainda uma versão do algoritmo, usando o controle do ganho do filtro de Kalman por um método adaptativo.

As previsões obtidas pelo modelo utilizado são apresentadas comparando-as com as observações e também com outros modelos em utilização, tanto para séries de afluências como para séries de demanda de energia elétrica. Conclui-se que o filtro de Kalman apresenta resultados satisfatórios quando destas comparações, principalmente para o tipo de aplicação aqui sugerida.

ABSTRACT

In this work, we present a model for very short term streamflow predictions by using the recursive Kalman filter, taking into account: limited data informations obtained from the records; the difficulties of hydrological system identification, and the need of considering new streamflow informations.

An algorithm is proposed, which includes informations about precipitation, to be used with the prediction model of the Kalman filter.

Another version of the algorithm is also presented, using the adaptive control of Kalman filter gains.

The predictions provided by the proposed model are compared with the observed values and also with other alternative prediction models which have been used both for streamflow series and electric energy demand.

It is concluded that the Kalman filter presentes good results when compared with the models above, specially for the application suggested in this work.

SIMBOLOGIA

- $t$  - índice de tempo  
 $y_t$  - vetor de observações (afluências) no intervalo  $t$   
 $F_t$  - matriz das variáveis independentes conhecida no instante  $t$   
 $\theta_t$  - vetor dos parâmetros no instante  $t$   
 $G$  - matriz do sistema, conhecida em qualquer intervalo de tempo  
 $v_t$  - vetor aleatório do ruído de entrada, obedecendo a uma distribuição normal com média nula e matriz de covariância conhecida no instante  $t$   
 $V_t$  - matriz de covariância do ruído aleatório de entrada  
 $w_t$  - vetor aleatório da perturbação dos parâmetros, que obedece a uma distribuição normal, com média nula e matriz de covariância conhecida no instante  $t$   
 $W_t$  - matriz de covariância da perturbação dos parâmetros  
 $\hat{\theta}_t$  - média correspondente a distribuição normal de  $\theta_t$  no instante  $t$   
 $P_t^*$  - matriz de covariância de  $\theta_t$  no instante  $t$   
 $\hat{y}$  - previsão um passo à frente (algoritmo de Kalman)  
 $e$  - erro de previsão um passo à frente (algoritmo de Kalman)  
 $P_{t/t-1}^*$  - estimativa a priori da covariância (algoritmo de Kalman)  
 $\hat{Y}$  - variância um passo à frente (algoritmo de Kalman)  
 $K$  - ganho do filtro de Kalman (algoritmo de Kalman)  
 $\hat{\theta}_{t-1}$  - média correspondente ao desempenho do processo no instante anterior ao primeiro intervalo de previsão (algoritmo de Kalman)  
 $P_{t-1}^*$  - matriz de covariância de  $\hat{\theta}_{t-1}$  (algoritmo de Kalman)  
 $\hat{\theta}_t$  - média a posteriori (algoritmo de Kalman)

- $P_t^*$  - variância a posteriori (algoritmo de Kalman)  
 $\hat{\theta}_{t+1}$  - previsão de  $\theta_t$  (algoritmo de Kalman)  
 $P_{t+1/t}^*$  - matriz de covariância da previsão (algoritmo de Kalman)  
 $\hat{y}_{t+1}$  - valor médio da previsão das afluências (algoritmo de Kalman)  
 $\hat{Y}_{t+1}$  - variância de  $y_{t+1}$  (algoritmo de Kalman)  
 $\mu_t$  - nível do processo no instante  $t$ , representando o valor observado (MCL)  
 $\beta_t$  - inclinação ou crescimento no instante  $t$  representando um acréscimo ou decréscimo na série de observações (MCL)  
 $\delta\mu_t$  - ruído de entrada que representa uma perturbação no nível do processo (MCL)  
 $\delta\beta_t$  - representa uma perturbação no parâmetro relativo a inclinação ou crescimento do processo (MCL)  
MCL - modelo de crescimento linear  
MLD - modelo linear dinâmico  
 $M_t$  - modelo que está atuando no instante  $t$   
 $M_t^{(j)}$  - modelo que caracteriza um instante  $t$  e define um estado  $j$   
 $\pi_j$  - probabilidade do modelo estar atuando no estado  $j$   
 $M^{(i,j)}$  - modelo de transição de um estado  $i$  para  $j$   
 $\theta_t^{(i,j)}$  - valor médio da distribuição normal gerada pela transição de estado  
 $P_t^{*(,j)}$  - matriz de covariância correspondente a  $\hat{\theta}_t^{(i,j)}$   
 $p_{t-1}^{(i)}$  - probabilidade de  $M^{(i)}$  ter sido o modelo correto no instante  $t-1$   
 $p_t^{(i,j)}$  - probabilidade de transição de estado dada pelo teorema de Bayes  
 $L_t^{(i,j)}$  - verossimilhança de ocorrência de  $y_t$  dado que em  $(t-1)$  o modelo correto é  $i$  e que em  $t$ , o modelo é  $j$  considerando as informações até o instante  $(t-1)$   
 $p_t^{(j)}$  - probabilidade de estado após a condensação de posterioris



- $\hat{\theta}_t^{(j)}$  - valor médio de  $\theta_t$  no estado  $j$  após ter sido reduzida a dimensão  $\tilde{\theta}$  a posteriori para  $\tilde{\theta}$  a priori  
 $P_t^{*(j)}$  - matriz de covariância de  $\theta_t^{(j)}$  (condensação de posterioris)  
 $\hat{\theta}_0^{(i)}$  - valor inicial de  $\theta_t^{(i)}$   
 $P_0^{*(i)}$  - valor inicial de  $P_t^{*(i)}$   
 $p_0^{(i)}$  - valor inicial de  $p_t^{(i)}$   
 $V_t$  - variância correspondente ao ruído  $v_t$   
 $V_\mu$  - variância correspondente ao ruído  $\delta_{\mu t}$   
 $V_\beta$  - variância correspondente ao ruído  $\delta_{\beta t}$   
 $\lambda_i$  - fator de multiplicação das variâncias dos ruídos  
 $M$  - número de observações utilizados em cada intervalo de tempo  
 $N$  - número de variáveis independentes  
 $\alpha$  - variável de atenuação do ganho do filtro de Kalman

## SUMÁRIO

### CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

1.1. Considerações Gerais .....	01
1.2. Organização do trabalho .....	01

### CAPÍTULO 2 - APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA .....

2.1. Importância do estudo .....	03
2.2. Comentários sobre as características do problema .....	04
2.3. Desenvolvimento do trabalho .....	06
2.3.1. Identificação de uma bacia hidrológica .....	06
2.3.2. Modelo utilizado neste trabalho .....	09

### CAPÍTULO 3 - PRINCIPAIS MODELOS EM UTILIZAÇÃO

3.1. Modelo 1 .....	11
3.2. Modelo 2 .....	13
3.3. Modelo 3 .....	15
3.4. Modelo 4 .....	19
3.5. Modelo 5 .....	23
3.6. Modelo 6 .....	25
3.7. Comentários e conclusões sobre a aplicação destes modelos .....	28

### CAPÍTULO 4 - MODELO UTILIZADO

4.1. Introdução .....	32
4.2. Formulação Matemática .....	33
4.2.1. Modelagem dos elementos .....	33
4.2.2. Representação do MLD por um modelo de crescimento linear .....	34
4.2.3. Previsão pelo uso do filtro de Kalman .....	36
4.3. Método Bayesiano de previsão .....	39
4.3.1. Considerações iniciais .....	39
4.3.2. Modelo de crescimento linear de estados múltiplos	41
4.3.3. Procedimento de previsão .....	42
4.3.4. Aproximações realizadas .....	44

4.4. Proposição para consideração da precipitação no modelo	46
4.5. Conclusões sobre o capítulo .....	50
CAPÍTULO 5 - ALGORITMO PROGRAMADO	
5.1. Programa implementado .....	51
5.2. Filtro de Kalman modificado pelo controle adaptativo do ganho (versão 3) .....	52
CAPÍTULO 6 - APLICAÇÃO DO ALGORITMO	
6.1. Introdução .....	56
6.2. Resultados obtidos com a aplicação do algoritmo do filtro de Kalman .....	57
6.3. Resultados obtidos com o filtro de Kalman modificado - ganhos atenuados pela introdução da variável $\alpha$ .....	69
6.4. Resultados obtidos com o filtro de Kalman modificado, utilizando o controle adaptativo do ganho do filtro ..	72
6.5. Conclusões .....	81
CAPÍTULO 7 - CONCLUSÕES	
7.1. Comentários sobre os resultados do algoritmo programado .....	84
7.2. Sugestões para futuros trabalhos .....	86
APÊNDICE I - CÁLCULO DAS AFLUÊNCIAS .....	88
APÊNDICE II - TESTE DE CALIBRAÇÃO DO FILTRO DE KALMAN .....	92
APÊNDICE III - DEFINIÇÕES DOS TERMOS HIDROLÓGICOS UTILIZADOS NO TRABALHO.....	94
BIBLIOGRAFIA .....	96

## CAPÍTULO 1

### INTRODUÇÃO

#### 1.1. Considerações Gerais:

O planejamento da operação de um sistema de energia é baseado em um conjunto de decisões que devem ser tomadas a longo, médio, curto e curtíssimo prazo, dependendo do horizonte de estudo.

No caso de sistemas predominantemente hidroelétricos, estas decisões dependem muito das previsões de hidraulicidades, que determinam o nível da esperança matemática da energia hidráulica disponível para a geração de energia elétrica no período em estudo.

A técnica de geração de séries sintéticas de afluências através de modelos paramétricos ou de simulação hidrológica, mostra-se interessante na determinação das afluências sobre períodos mensais e anuais, tratando dados do histórico das vazões ocorridas numa dada bacia hidrográfica, permitindo o traçado de melhores diretrizes para o planejamento a médio e curto prazo. No entanto, não se revelam apropriadas para o planejamento a curtíssimo prazo [1], tanto pelos tempos de cálculo como por serem baseadas demais no passado, desprezando informações mais recentes e suas conseqüências [15].

Tratando-se de um horizonte de planejamento a curtíssimo prazo, a previsão das hidraulicidades é fundamental, e neste sentido desenvolveu-se o presente trabalho.

#### 1.2. Organização do trabalho:

No capítulo 2 apresenta-se a formulação do problema de previsões, a importância de tal estudo e alguns meios de resolvê-lo.

No capítulo 3, apresenta-se o estudo de alguns modelos de previsão de afluências em utilização, para operação de reservatórios e outras aplicações. No final deste capítulo faz-se alguns comentários sobre a possível utilização destes modelos no sistema hidrológico brasileiro.

A formulação matemática do modelo utilizado neste trabalho e uma proposição de modelo para inclusão de informações de precipitação se encontram no capítulo 4.

No capítulo 5, apresenta-se o algoritmo programado nas versões utilizadas.

Já no capítulo 6, são apresentados os resultados da aplicação do algoritmo a séries de afluências conhecidas, sob a forma de gráficos e tabelas.

As conclusões e recomendações para futuros trabalhos são apresentadas no capítulo 7.

No apêndice I é apresentado o cálculo das afluências a reservatórios de hidroelétricas.

No apêndice II estão os resultados do teste de calibração do filtro de Kalman.

E finalmente, no apêndice III se encontram as definições de termos hidrológicos utilizados neste trabalho.

## CAPÍTULO 2

### APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA

#### 2.1. Importância do estudo:

O planejamento da operação dos sistemas elétricos é um problema complexo e de muito grande porte. É necessário considerar ainda a sua natureza prospectiva, que é complicada pelas incertezas quanto à afluência da água aos reservatórios do sistema, quanto ao nível da demanda e quanto à disponibilidade dos equipamentos de produção e transmissão da energia elétrica.

A demanda é caracterizada por apresentar diversas periodicidades (classicamente consideradas), o que leva a divisão deste problema em ciclos de decisão, que estão relacionados com os horizontes do planejamento da operação da maneira seguinte:

- a) médio prazo : de dois até cinco anos à frente;
- b) curto prazo : de um ano, um trimestre ou um mês a frente e
- c) curtíssimo prazo : uma semana ou um dia à frente.

Este trabalho se situa à nível de curtíssimo prazo, ao lado de estudos como :

- previsões semanal e diária da demanda em ativos e reativos;
- simulação da operação semanal e diária da operação de hidroelétricas;
- alocação de unidades térmicas;
- programação da reserva girante;
- repartição da margem de regulação f/P;
- análises de segurança da rede;
- pré-despacho hidrotérmico de geração e
- outros.

Sendo as hidraulicidades observadas as determinantes dos valores das afluências aos reservatórios e sendo estas últimas indicadoras da disponibilidade de energia hidráulica, é nor

mal deduzir-se a importância de prever as tendências das afluências num sistema cuja energia firme é predominantemente de natureza hidroelétrica.

O nível de expectativa das afluências a um reservatório, a curtíssimo prazo, será decisivo para efeito do pré-despacho hidrotérmico. Os possíveis ganhos, em se tratando de economia da operação, serão muito dependentes da avaliação adequada destas tendências de afluências aos reservatórios dentro deste período ou ciclo de decisão.

Ressalta-se assim a importância de boas previsões de afluências aos diversos reservatórios de um sistema para tornar mais eficaz o pré-despacho da operação. Estas previsões devem ser capazes de traduzir as mais recentes expectativas originadas pelas observações dos últimos dias, ou das últimas horas, permitindo de tatar com rapidez situações tanto de abundância quanto de escassez de água. Em consequência, modificam-se os diagramas de marcha tanto das unidades hidroelétricas como das unidades termoelétricas.

O objetivo do presente trabalho é justamente contribuir para a resolução deste problema de determinação das tendências das afluências para intervalos semanais ou diários e, portanto, tornar mais eficaz e coerente o tratamento de pré-despacho hidrotérmico a curtíssimo prazo.

## 2.2. Comentários sobre as características do problema :

A afluência a um reservatório não pode ser medida diretamente. Ela é consequência de um cálculo que envolve variáveis tais como (ver apêndice I) : nível da água do reservatório, vazão turbinada a montante, vazão natural quando não existir reservatório de montante, vazões turbinadas no reservatório em estudo e os vertimentos quando existirem.

Para um período de planejamento a curtíssimo prazo, a aquisição de dados para determinação das afluências é bastante

precária, se não for sistemática e confiável.

O problema de falhas na aquisição de dados não constitui uma barreira muito grave tratando-se de um ciclo de decisão a médio e longo prazo. Neste caso a aplicação de tratamentos estatísticos que permitem a substituição das falhas por valores obtidos por cálculos de médias, usando a regressão linear, simples ou multivariada, ou ainda por cálculos de correlações do histórico das vazões, funcionam de modo bastante satisfatório [11] , [18], [19] , [22] , [23] .

Este método não se aplica ao planejamento a curtíssimo prazo, primeiro porque o tempo de processamento é bastante considerável [1] , e segundo, por utilizar demais o passado, desprezando informações mais recentes e suas conseqüências [15] .

A coleta de dados referente às variáveis que entram no cálculo das afluências é dificultada pelas características físico-naturais de uma bacia hidrográfica. Estas dificuldades estão relacionadas com :

- a topografia da rede;
- sua geologia;
- suas dimensões e
- suas características hidrológicas.

A topografia pode conduzir a uma má distribuição dos postos de coleta de dados, gerando diferentes concentrações de medidas. A geologia é responsável pela ineficácia de certas medidas e o comportamento errôneo de outras, principalmente em função da permeabilidade do solo. Já as dimensões da bacia determinam que o grau maior ou menor de esparsidade das medidas necessárias estará vinculado ao volume dos investimentos em instrumentação. As características hidrológicas da bacia, tais como : intensidade, duração e volume das precipitações; evaporação (função da intensidade dos ventos, da superfície do espelho d'água, temperatura, etc.) e tempos de resposta característicos dos escoamentos sobre a mesma, são responsáveis pelas drásticas discontinuidades e pelo comporta



mento fortemente não-linear das vazões observadas.

A consideração de todos estes fatores torna bastante complexa a tarefa de localização e instrumentação dos postos de medida, o que por si só limita a capacidade de monitorar o sistema hidrográfico sob estudo. A confiabilidade dos dados coletados também depende muito da forma de transcrição e transmissão destes dados, baixando muito com a intervenção do Homem. Daí o grande esforço de automatização na aquisição de dados e no treinamento de pessoal para tratar do problema na moderna empresa.

Um modo clássico de aumentar a confiabilidade das medidas é a criação de um conjunto redundante de observadores, o que implica em maior vulto de investimentos, só justificados se os resultados conduzirem a uma redução razoável dos níveis de risco.

### 2.3. Desenvolvimento do trabalho :

A pesquisa bibliográfica e de referências sobre o assunto deste trabalho revelou que a identificação de um sistema hidrológico sempre foi perseguida em todos os trabalhos visando a solução do problema de previsões, o que motivou inicialmente um estudo no sentido de levantar as principais dificuldades associadas com tal procedimento. Neste ítem, mostram-se os obstáculos que aparecem ao se tentar aplicar a idéia da identificação, desde a teoria de controle, bem como o modelo que acabou sendo adotado neste trabalho.

#### 2.3.1. Identificação de uma bacia hidrográfica:

A idéia de identificação de bacias hidrográficas baseia-se na esperança que se tinha de se poder determinar, com certa propriedade, parâmetros característicos que afetam a relação chuva-vazão, tais como:

- tempos de repercussão de precipitações até determinados locais da bacia;

- tempos de atraso no início da resposta até estes locais ou até os reservatórios;
- tempos de retardo no cessar destas respostas, como acima;
- coeficientes de perdas, relacionadas com a evaporação, evapotranspiração e infiltração e
- coeficientes de retenções para utilização sócio-econômica da água (irrigação, navegação, abastecimento de cidades, vilas e povoados, etc.).

Verifica-se que a determinação destes parâmetros não é um grande problema teoricamente, mas na prática envolve um tempo de observação bastante estendido, dentro do qual mudanças significativas ocorrem na própria configuração da bacia, principalmente através de obras artificiais de interesse humano. Outras atividades predatórias, tais como incêndios, desmatamentos para aproveitamento de madeira, etc., também modificam de forma sensível estes parâmetros, tornando o problema de identificação complexo.

A configuração clássica de um sistema hidrológico é apresentada na figura 2.1., com seus reservatórios e postos de medição devidamente localizados e representados.

Considera-se o identificador como uma caixa preta (figura 2.2.). A entrada  $X$  tem como componentes as vazões medidas e as precipitações observadas, e a saída  $Y$  são as afluências geradas. As vazões medidas têm um certo grau de dependência com relação às precipitações, que se resume na relação chuva-vazão de um local determinado. As afluências aos reservatórios, por sua vez, dependerão do conhecimento de como a caixa preta age sobre estas entradas assim relacionadas. Logo, a dificuldade da identificação fica exemplificada pela combinação dos fatores anteriormente citados com o conhecimento das repercussões destes fatores no tempo ( $\Delta t$ ). Isto é, a caixa preta encerra um modelo de parâmetros cuja dinâmica é de difícil obtenção pelos meios hoje disponíveis.



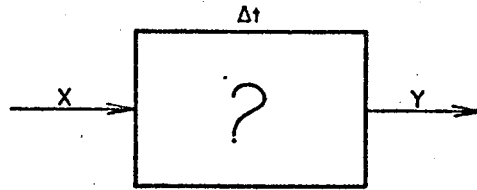


Figura 2.2. - Identificador funcionando como uma caixa-preta.

As dificuldades apontadas aqui não puderam ser superadas através da abordagem clássica de identificação da teoria de controle, o que já se esperava do próprio exame das referências sobre o assunto no estágio atual.

Voltou-se então a considerar o que parecia ser o caminho traçado pela experiência acumulada até hoje, optando-se por uma solução mais simples e de caráter mais geral, tal como se apresenta a seguir.

### 2.3.2. Modelo utilizado neste trabalho:

Optou-se por um modelo que fosse capaz de evoluir do estágio atual da coleta de dados, da maioria dos sistemas brasileiros, exigindo poucas adaptações, que tivesse uma aceitação boa, que fosse fácil de implementar, que possibilitasse a incorporação de informações recentes a um histórico reduzido de observações e que contribuísse de alguma forma para a identificação da bacia hidrológica.

O modelo escolhido utiliza o algoritmo do filtro de Kallman, muito empregado no desenvolvimento de estimadores e previsores na teoria de controle, e que se mostrou eficaz no tratamento do problema de previsões a curto prazo, principalmente quando in-

serido numa abordagem Bayesiana [7] , [8] , [15] , [16] , [21] .

Em [15] , o algoritmo Kalman inserido num modelo linear dinâmico é aplicado à previsão da demanda de energia elétrica, sendo já sugerido seu uso para previsão de tendências de afluências a curto prazo.

Neste trabalho simplificou-se o modelo evitando a abordagem Bayesiana, pelas dificuldades encontradas de interpretação na prática das probabilidades de transição [21] .

Este modelo é descrito no capítulo 4, a seguir, onde se apresenta a sua formulação matemática em termos de um modelo linear dinâmico simplificado.

CAPÍTULO 3PRINCIPAIS MODELOS EM UTILIZAÇÃO3.1. Modelo 1 :

O trabalho apresentado em 1977 por Browning e outros[5] utiliza modelos de previsão acoplados a informações meteorológicas. Incorpora estudos recentes utilizando um radar que registra hora à hora, de acordo com os vários postos de medição distribuídos ao longo da região abrangida, as últimas tendências da meteorologia. O sistema descrito no trabalho de Browning teve sua implantação sobre o território da Grã-Bretanha.

As informações provêm de uma rede de estações de medição distribuída sobre o território estudado. Browning chama a atenção para a pequena densidade de postos em certas regiões, o que faz com que o processo de identificação das chuvas não seja completo.

Por isto, optaram por solucionar esse problema parcialmente, através da implantação de radares de previsão de tempo, que cubram as deficiências decorrentes da falta de postos de medição numa dada região.

A implantação do projeto de previsão hidrológica em tempo real, associado a radares de previsão de tempo, mostrou que as fontes de erro nas medidas das chuvas, na área de atuação, podem estar dentro de limites aceitáveis. Tais limites são determinados por projetos experimentais que utilizam pequenas partes da rede de telemetria a fim de calibrar o radar em tempo real.

Os dados provenientes dos vários radares, instalados no sistema, são transmitidos para a central de operação, onde são transformados automaticamente em um mapa de distribuição das chuvas.

A importância e a necessidade do desenvolvimento das técnicas e experiências em projetos que envolvam conhecimentos de

meteorologia, consiste em aperfeiçoar previsões de chuva de curta duração, e otimizar o impacto deste desenvolvimento na confiabilidade da previsão meteorológica.

O "projeto piloto", assim chamado por Browning, é um programa que contém as decisões de operação.

Alguns dos objetivos específicos do "projeto piloto" eram:

- a) estabelecer e operar melhoramentos a fim de fornecer observações de campo detalhadas de precipitação e como experiência prática, otimizar a precisão, confiabilidade e clareza dos dados de precipitação;
- b) explorar estes dados para melhorar o conhecimento da estrutura, mecanismo, evolução e previsão da precipitação (desempenho dos sistemas de chuva);
- c) desenvolver procedimentos analíticos para otimizar o uso destes dados, para previsões locais, a fim de aprimorar previsões de chuvas mais detalhadas;
- d) estender a rede de observações e técnicas de previsão para as partes situadas fora da área de atuação do "projeto piloto".

As previsões podem ser para um período de poucas horas à frente, mas eventualmente podem-se estender para períodos acima de 6 a 12 horas. Quando as previsões excederem períodos de 1 hora deve-se considerar os dados da precipitação, a acumulação na bacia e o respectivo escoamento.

As aplicações do projeto piloto na operação de reservatórios são entre outras :

- previsão de fluxo (incluindo procedimentos para condições de baixa e alta pluviosidade);
- operação de descargas urbanas e
- regulação de rios.

Para pequenas bacias da ordem de 50 km<sup>2</sup> é apresentado um exemplo de como transformar os dados provenientes da intensidade da chuva, representados por um hietograma (descontando a parte absorvida pela mistura com o solo) em um hidrograma de fluxo, através do conceito de hidrograma unitário. O hidrograma de fluxo re-

sulta da adição e sobreposição de uma sequência de hidrogramas unitários para períodos de 1/2 hora.

O "projeto piloto" apresenta qualidades de um modelo de previsão em tempo real, isto é, alcança bons resultados mesmo quando a operação se efetuar sob tempestades, ventanias e altas pluviosidades.

Browning e seus companheiros afirmaram que naquele momento (1977), o modelo que apresentavam era o melhor, salientando que o problema de previsão é muito complexo exigindo estudos contínuos de acompanhamento que permitem atualizar o modelo na medida em que o problema cresce.

### 3.2. Modelo 2 :

Wood [24], desenvolveu um algoritmo estimador de vazões em 1978, para a bacia do rio Ombrone localizado na Itália.

O algoritmo recursivo de previsões é adaptativo e não tendencioso, baseando-se na descrição de sistemas hidrológicos por espaço de estado.

A dinâmica do processo chuva-escoamento é representada adequadamente por uma estrutura do modelo ARMA, que após passar por várias simplificações, fornece a equação dinâmica do estado.

A figura 3.1. a seguir, apresenta um modelo simplificado do sistema hidrológico do rio Ombrone.

Os parâmetros do modelo de previsão do processo chuva-escoamento dependem das características da bacia e são modelados por um "passeio aleatório", o qual pode ser representado pela equação:

$$\theta(t + 1) = \theta(t) + \omega(t)$$

onde:

$\theta$ : contém os parâmetros desconhecidos variantes no tempo;  
 $\omega$ : ruído Gaussiano com média zero e matriz de covariância conhecida.



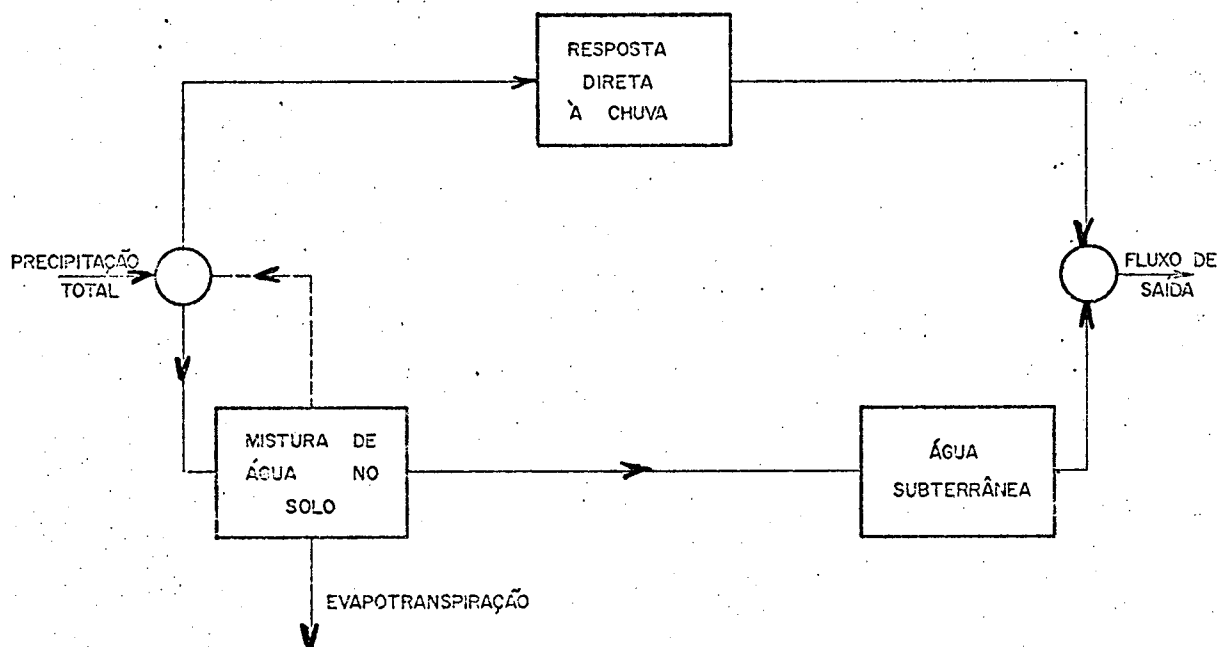


Figura 3.1. - Modelo de captação simplificado do Sistema Hidrológico do rio Ombrone (Itália)

O algoritmo estimador é combinado com o filtro recursivo de Kalman linear, que incorpora como variável principal a precipitação. A medida da precipitação em tempo real permite a previsão das afluências a curtíssimo prazo.

As matrizes de covariância dos ruídos desconhecidos são estimadas por métodos adaptativos, antes da execução do algoritmo previsor.

O modelo de previsões desenvolvido por Wood [24] pode determinar com cerca de seis horas de antecedência a afluência que deverá chegar a um ponto de medição, através da utilização de medidas de chuva em tempo real.

A aplicação deste modelo [24], requer um histórico de aproximadamente duzentos dias de registros para o rio considerado.

Representando as vazões por um hidrograma de fluxo nota-se nitidamente a influência do registro de novas chuvas para a ascensão do hidrograma. Já a parte decrescente ou de recessão do hidrograma de fluxo está condicionada à matriz dos parâmetros autoregressivos (considerando a representação num modelo do tipo ARMA [2], [9], [14], [19]).

A formulação apresentada [24], permite variações nos parâmetros modelados, se for considerada a resposta não linear devido a mudanças na umidade do solo e infiltração.

Segundo Wood, os resultados apresentados por seu modelo para a bacia estudada, foram satisfatórios e o desempenho do filtro de Kalman, considerado "próximo do ótimo".

### 3.3. Modelo 3 :

Basson [3] apresentou em 1979 um modelo de previsão de fluxo e operação de comportas para a barragem de Vaal, situada na bacia do rio de mesmo nome, localizada na África do Sul.

Para a operacionalização do modelo, encontra-se disponível uma infra-estrutura básica, que consiste de um eficiente sistema de aquisição de dados, com radar de previsão de tempo, associado a aparelhos de telemedição de chuva, o qual cobre toda a bacia de acumulação, tornando os dados bastante confiáveis.

Segundo seu idealizador, o objetivo principal do modelo é apresentar um procedimento que possa simular em tempo real a resposta do rio às chuvas ocorridas na bacia de acumulação e otimizar a operação das comportas a fim de minimizar um excesso de fluxo, para os aproveitamentos de jusante.

A entrada dos dados no modelo tanto pode ser diária como horária. A versão diária é usada para calibração inicial e simulações no "período de aquecimento". Este "período de aquecimento" é constituído de um período de três a seis meses durante a estação das chuvas. A versão horária é usada para a simulação do fluxo corrente.

As conclusões encontradas por Basson, nas suas análises de sensibilidade dos fluxos simulados, frente às variações nos parâmetros do modelo, mostram que os coeficientes de correlação entre a entrada de chuva e o fluxo de saída são maiores durante os períodos molhados do que nos médios e secos.

A precisão dos fluxos simulados é função do número de estações de medição.

O modelo de previsão e a operação das comportas pode ser melhor visualizado no diagrama de fluxo apresentado na figura 3.2.

A recursividade das previsões é acentuada para previsões em tempo real, à medida que forem chegando novas observações. As decisões então prosseguem, passo à passo, num processo contínuo, em vez de uma única previsão baseada em uma única observação, que dificilmente pode estar correta.

As estratégias básicas de vertimento do fluxo para um único reservatório são apresentadas na figura 3.3. Aí se encontram os três casos possíveis que envolvem o armazenamento, que são :

- a) quando não é possível armazenar, mas o nível do reservatório permanece "virtualmente" constante;
- b) quando há possibilidade de armazenamento, mas não existe um pré-vertimento nem enchimento excessivo;
- c) quando não é possível armazenar e usa-se então o pré-vertimento e o enchimento excessivo que caracteriza um vertimento à posteriori.

A equação a seguir representa o volume pelo qual a parte do hidrograma deve ser modificada pela operação das comportas, devido a um fluxo danificante:

$$B = A + C + S$$

onde:

B = volume que pode ser modificado pela operação das comportas;

A = volume de pré-vertimento;

C = volume vertido e

S = armazenamento inicial.

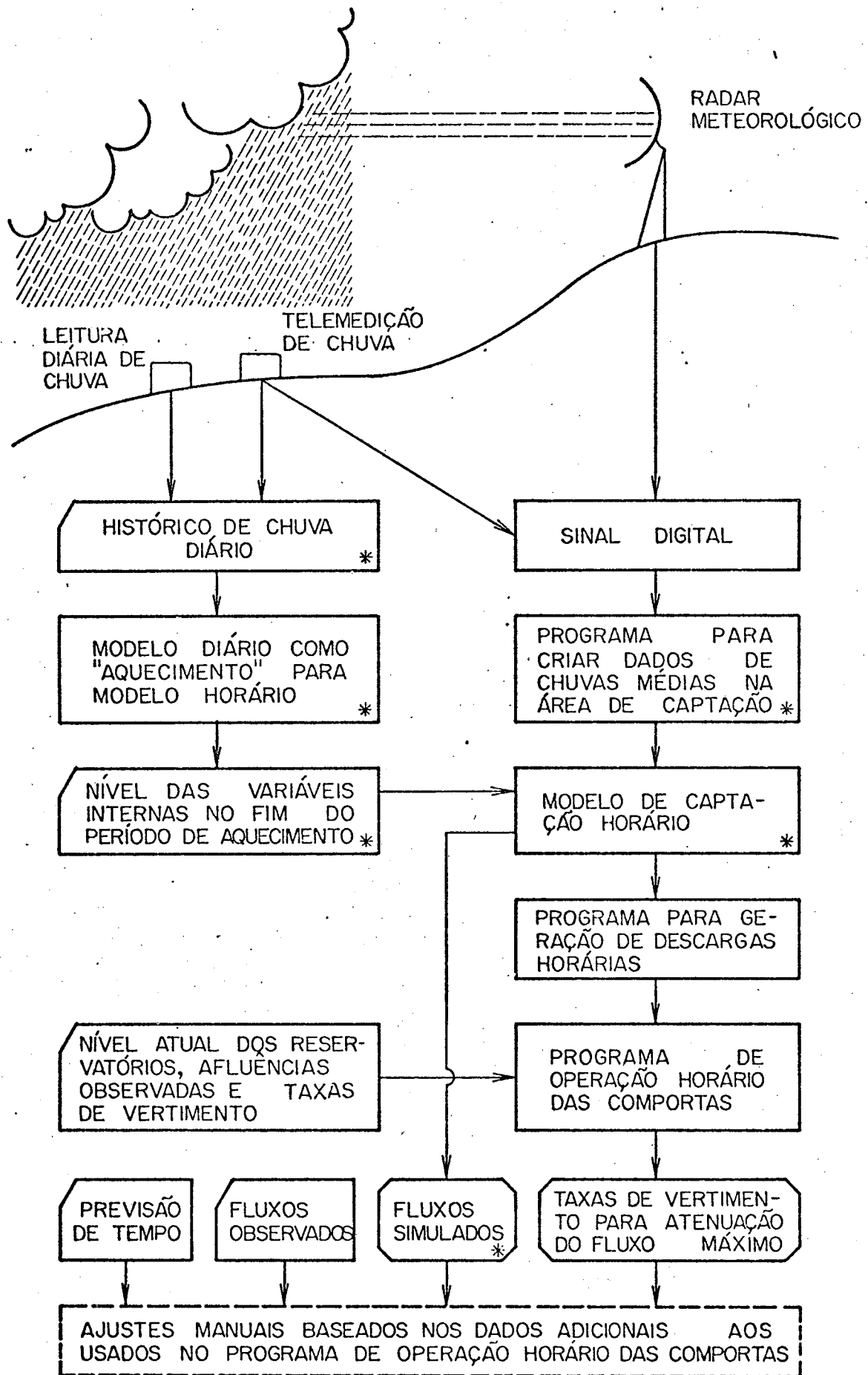
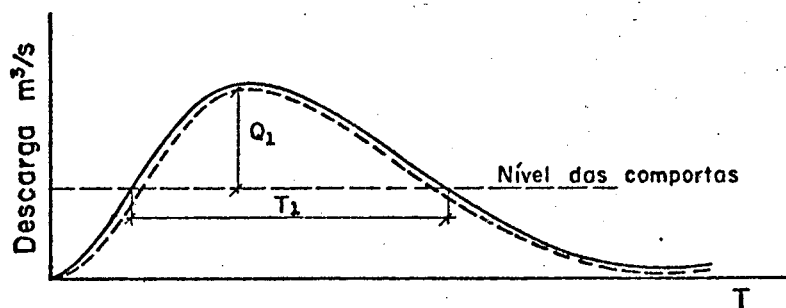
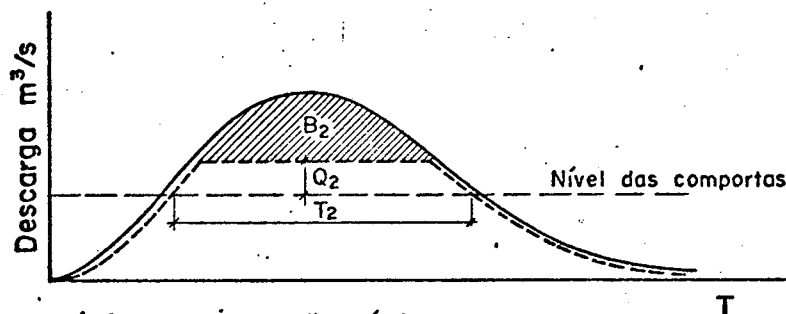


Figura 3.2. - Diagrama de fluxo para previsões em tempo real e operação das comportas para a barragem de Vaal (África do Sul).

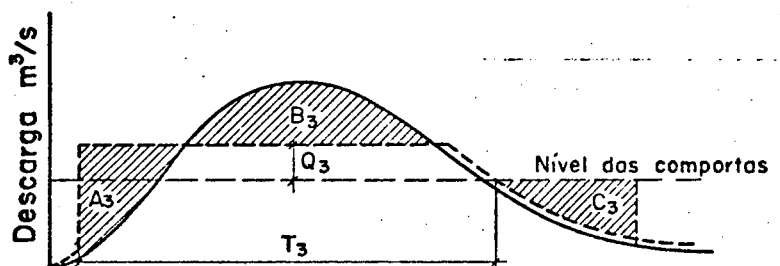
A taxa máxima de vertimento é determinada pelo nível do risco causado pelo excesso de fluxo que se convencionou como aceitável.



a) Nenhum armazenamento disponível  
Nível da água constante



b) Armazenamento disponível;  
mas nenhum pré-vertimento ou  
enchimento excessivo



c) Nenhum armazenamento disponível;  
usando pré-vertimento, enchimento  
excessivo caracterizando um vertimento  
a posteriori  $C_3$

Q: Volume de fluxo vertido

T: Duração da descarga

— Hidrograma de fluxo

- - Hidrograma de vertimento

Figura 3.3. - Estratégias básicas de vertimento para a barragem de Vaal (África do Sul).

Como pode ser observado, no modelo de previsões de Basson, existe a possibilidade da intervenção humana quando necessária, atualiza as previsões de tempo e chuva com a finalidade de aperfeiçoar consideravelmente os resultados.

No que diz respeito aos aspectos sócio-econômicos foi enfatizado nas conclusões apresentadas pelo autor que os modelos de previsão devem maximizar os benefícios daí decorrentes e não simplesmente aumentar a precisão destas previsões.

A implantação do sistema de aquisição de dados, apresentado naquele trabalho permitiu, através dos benefícios obtidos, suplantando o investimento inicial.

#### 3.4. Modelo 4 :

Magne Fjeld em 1980 [6], apresentou um modelo de previsão de aflúências, já em operação no sistema hidroelétrico da Noruega.

O modelo considera as particularidades próprias deste país (Noruega), pela sua posição geográfica e conseqüentes condições climatológicas, peculiares de uma região de clima frio.

O sistema de energia é totalmente hidroelétrico, o que torna a previsão de aflúências muito importante.

Esta concepção de modelo resultou das dificuldades de adaptação dos modelos AR e ARMA ([2], [9], [14], [19]) lineares às variações nas condições climatológicas, pois no caso o modelo deve cobrir todas as estações.

Nestas condições, o autor optou por um estimador de Kalman dependente da temperatura, pois esta limita a precipitação em suas duas formas de ocorrência: a chuva ou a neve.

Este algoritmo mostrou ser um método recursivo simples para fornecer, de uma maneira eficaz, as atualizações requeridas.

O método consiste em utilizar um modelo de espaço de estado não-linear. Este modelo é transformado analiticamente em partes lineares, discretas no tempo, para obter uma atualização dire

ta da matriz de ganho no estimador de Kalman por solução da equação de Riccati [20] .

As variáveis de estado utilizadas para modelar o sistema hidrológico são:

- a neve armazenada, quer por seu equivalente em água acumulado por congelamento, ou pela quantidade de água armazenada livremente;
- mistura da água com o solo. Uma porcentagem desta água pode desaparecer por evapotranspiração (evaporação e transpiração da água através da vegetação). Se a quantidade de água misturada no solo for igual ao valor de saturação, a água flui na superfície, caso contrário, será armazenada;
- a água proveniente da zona superficial superior e de zonas subterrâneas. Estas duas zonas modelam o desempenho não linear da vazão da área de acumulação;
- vazão originada na área de captação da bacia.

A figura 3.4. apresenta as variáveis de estado citadas acima no modelo representativo do sistema hidrológico nórdico.

As medidas de campo utilizadas na modelagem são: a vazão acumulada (que é portanto um valor discreto no tempo) e a precipitação acumulada nas últimas 24 horas, como variáveis de entrada do modelo.

Os dados de temperatura são valores médios diários e a evapotranspiração medida em uma base mensal.

A implantação do modelo requer a presença de um operador, que interage com as informações da base de dados, tais como precipitações observadas, temperaturas e vazões.

Após serem efetuadas as previsões, o operador analisa o desempenho do modelo nas últimas semanas com ou sem a atualização dos parâmetros.

Quando tratar-se das previsões para a próxima semana, o operador pode, através da sua intuição, escolher quais são as melhores estimativas de temperatura, precipitação e previsão meteorológica para a área em estudo, dentre aquelas disponíveis.

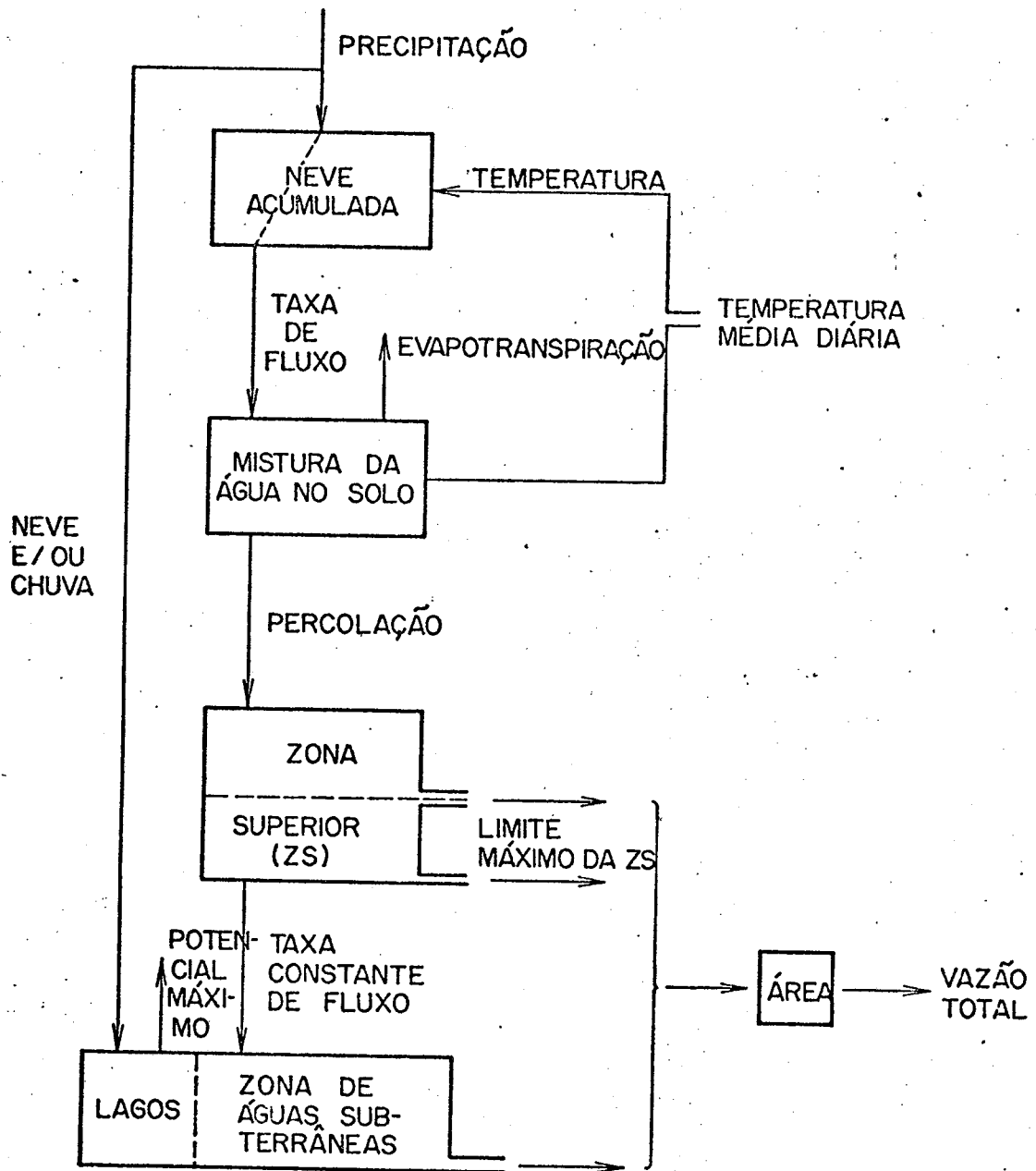


Figura 3.4. - Modelagem do Sistema Hidrológico Nórdico



O horizonte de previsão durante o processamento do modelo é diário, isto é, sempre extrapolando um dia.

As condições iniciais foram obtidas pela atualização prévia, dada pelo estimador de Kalman, a partir de estimativas a posteriori das últimas medidas dos parâmetros de entrada do modelo (precipitação, temperatura, vazão).

O operador tem portanto, a possibilidade de analisar o desempenho das demais variáveis de estado, que identificam o processo hidrológico: neve armazenada, mistura da água no solo, etc.

Os resultados fornecidos pelo estimador podem ser obtidos de duas maneiras segundo seu autor : uma com a atualização dos parâmetros a cada passo, e outra sem atualização destes parâmetros, a qual também é chamada de "balística".

Pelas conclusões apresentadas por Fjeld, as estimativas de laço aberto, isto é, sem a atualização dos parâmetros foram muito melhores do que aquelas efetuadas com a atualização dos parâmetros. A explicação de tal resultado reside em parte:

- 1º) na estrutura do sistema, que apresenta vazões próximas de zero por longos períodos, fortes não linearidades para grandes chuvas, causando descargas rápidas desde a bacia;
- 2º) na hidrologia da área considerada, combinada com uma muito baixa frequência de atualizações dos dados.

O objetivo da incorporação de previsões meteorológicas ao modelo, também salientado por Fjeld, é a melhoria dos resultados para as previsões de afluências na área considerada. Estas previsões meteorológicas servem ainda para complementar a identificação da bacia hidrológica.

### 3.5. Modelo 5 :

Este modelo foi desenvolvido em 1981 por Leal e outros [13] , para os reservatórios de Salto Osório e Salto Santiago, localizados na bacia do rio Iguazu, no estado do Paraná.

O modelo é utilizado para previsão de afluências diárias aos reservatórios citados acima, tendo como dados de entrada os históricos de afluências e as precipitações ocorridas na bacia em questão.

A formulação matemática do problema de previsão baseia-se no cálculo das correlações lineares entre a vazão incremental atual e aquelas do histórico, e no histórico das chuvas observadas. As correlações acima podem ser simples ou múltiplas, considerando como termos autoregressivos as vazões do histórico. Desta maneira evitam-se termos estocásticos.

Os dados considerados são os obtidos pelos registros efetuados por todos os postos pluviométricos e fluviométricos existentes na bacia.

O aprimoramento da aquisição de dados, pelo aumento do número de postos de medição, não constitui, nesse caso, segundo os autores, numa contribuição muito significativa para a melhoria das previsões em períodos normais. Somente em períodos de alta precipitação é que se torna representativa a informação de postos adicionais de medida.

O problema da qualidade dos dados também foi considerado na análise de Leal. Como consequência, foram encontradas algumas inconsistências nas séries de vazões incrementais, que podem ser atribuídas às variações muito bruscas das vazões diárias.

A influência da vazão do dia anterior para o próximo torna-se mais evidente quando se estiver atravessando um período de estiagens do que nos períodos de enchentes.

Os possíveis casos envolvendo o registro ou não das chuvas são considerados. Um destes casos seria a forte influência de chuvas recentes nos dias que antecedem as previsões, nos resul-

tados e desempenho do modelo de previsões. Mas, prevendo a ocorrência de falhas no sistema de aquisição de dados, esta situação não impede a utilização do modelo de previsões.

A possibilidade de considerar apenas o conhecimento da ocorrência de uma certa quantidade precipitada, sem necessidade de precisar esta quantidade, deu origem à construção de uma versão da modelagem.

Atendendo aos três tipos de situações que podem ocorrer em relação à precipitação, foram desenvolvidas três versões do modelo, cuja classificação e nomenclatura correspondente são apresentadas a seguir:

- a) Modelo 1 : a quantidade precipitada não é considerada;
- b) Modelo 2 : existe a consideração da quantidade precipitada;
- c) Modelo 3 : considera somente que ocorreu uma certa precipitação, mas não se sabe quantificá-la.

A chuva considerada no dia  $i$ , é a registrada neste dia sem defasagem no tempo, e a simulação pode ser efetuada com o conhecimento das vazões ocorridas nos dias  $i$  e  $i - 1$ .

As previsões para o dia  $i + 1$  são feitas sempre no dia  $i$ , e durante este dia, poderão ser refeitas a qualquer momento se for verificada uma mudança na tendência ou se obtiver informações que possam alterá-las.

Supondo que se está utilizando um dos três modelos citados acima e ocorra uma mudança na tendência do hidrograma, pode ser possível passar para um dos outros dois com auxílio das informações mais recentes, selecionando-se aquela versão que for a mais adequada.

Por exemplo, se o modelo que está sendo utilizado é o que não considera a precipitação, e o hidrograma começar a crescer indicando uma grande afluência decorrente da informação de que caíram chuvas abundantes nos últimos dias, dá-se preferência

à utilização do modelo que considera a precipitação, pois representará de uma melhor maneira o desempenho do sistema hidrológico.

O acompanhamento da evolução de uma onda de cheia é portanto muito importante, visto que torna as previsões, nos dias em que ocorre uma inversão da tendência do hidrograma, mais próximas do valor real.

Quando não é possível este acompanhamento, as previsões para o dia seguinte ao do máximo valor observado serão bastante exageradas, pois tendem a repetir o valor registrado no passado.

Neste trabalho [13], são apresentados vários exemplos, com alguns hidrogramas de cheias, mostrando o desempenho dos respectivos modelos e comparações entre eles.

### 3.6. Modelo 6 :

Konishi [12] , e Murakami [17] , utilizaram um modelo determinístico de simulação hidrológica e hidráulica, denominado TARTARUS, o qual tem sido usado para a operação da bacia do rio Tietê em São Paulo.

Este modelo baseia-se na transformação chuva-vazão, através dos dados pluviométricos.

O modelo ora em consideração, pode ser utilizado tanto para previsão de vazões, tendo em vista a geração de energia (quando for necessária uma otimização num período de baixa pluviosidade), quanto para controle de cheias.

Os regimes de chuvas do sistema hidrológico do rio Tietê, onde foi aplicado o modelo TARTARUS, são bem definidos, obedecendo à época das chuvas e das secas.

O sistema de aquisição de dados disponível para operação do modelo consiste de duas redes telemétricas. As duas redes são semelhantes e uma é mais completa do que a outra, pois pode fornecer tanto dados pluviométricos como fluviométricos. As informações podem ser obtidas a cada cinco minutos e consistem de chuvas e níveis dos rios em diversos pontos distribuídos sobre a ba

cia.

Este modelo, também necessita de informações de evaporação e previsão de condições meteorológicas. As informações meteorológicas são a princípio apenas qualitativas e adquirem maior importância quando forem passíveis de quantificação.

As redes telemétricas citadas operam em conjunto com um radar meteorológico.

O Centro de Operação do Sistema tem a finalidade de coletar todos os dados de chuva, provenientes de outras entidades, como por exemplo, a Fundação Educacional de Bauru, bem como os demais dados utilizados na operação de sistemas hidroelétricos.

As informações de chuva são muito importantes para a melhoria das previsões, já que as afluências dependem do tempo de resposta da bacia.

Se houver falhas nas informações de chuvas, são utilizadas as provenientes do radar com a finalidade de complementar estas informações.

O método, quando utilizado para operação de reservatórios, contém um algoritmo que minimiza a vazão defluente. Este algoritmo baseia-se no volume calculado resultante da afluência prevista e do nível e volume final desejado, o qual é transformado em vazão média horária.

O intervalo de discretização adotado para a simulação da operação do reservatório é a hora.

O algoritmo cessa os cálculos quando for verificado que o volume máximo atingido não ultrapassou o volume máximo possível. Caso isso não ocorra, o algoritmo permite a tomada de alternativas, como por exemplo utilizar o volume disponível no reservatório com a finalidade de minimizar as defluências que venham a ocorrer.

O algoritmo de simulação, sendo baseado no volume afluente total previsto, e este nas informações de chuvas e vazões, possibilita uma estimativa da afluência até um certo número

de horas à frente, dependendo do tempo de resposta da bacia à montante da barragem considerada.

A utilização do modelo de simulação hidrológica, para operação de reservatórios em condições normais, visa atender as necessidades energéticas. Nesse caso, a operação dos reservatórios baseia-se nos estudos da curva guia energética, considerando um ciclo hidrológico médio anual.

Esta condição de operação, dita normal, se desdobra em três períodos distintos que caracterizam a atuação do modelo, que são:

- a) Período chuvoso: visa sobretudo o controle de cheias, já que a operação energética é satisfeita pela disponibilidade hídrica abundante. A vantagem da aplicação do modelo consiste no conhecimento antecipado da onda afluente, o que permite analisá-la para, então preparar as regras operativas que, com antecedência suficiente, deverão constituir a solução para evitar os prejuízos decorrentes das enchentes;
- b) Período seco : a operação do sistema hidroelétrico é restrita à produção de energia elétrica. O atendimento da curva guia energética é portanto prioritário por razões de segurança de suprimento;
- c) Período de transição : pode existir duas possibilidades. Se o período de transição for de uma estação chuvosa para seca, deve visar o enchimento dos reservatórios, para garantir o suprimento de energia no próximo período, Se for a transição inversa, deseje-se que os reservatórios se mantenham próximos da "cota meta" (nível em torno do qual opera-se o reservatório, visando a manutenção do volume de espera) no início da estação determinada como chuvosa.

Para utilizar o modelo em tempo real são necessários alguns ajustes nos dados de entrada, quando estes dados não estiverem corretos. Estes ajustes são denominados de "ajustes dinâmicos" e consistem em recalcular o valor das afluências simuladas e compará-las com as observadas. Em consequência, faz-se necessário a presença de um hidrólogo com experiência, para efetuar tais avaliações usando sua intuição para corrigir a tendência dos hidro-

gramas.

### 3.7. Comentários e conclusões sobre a aplicação destes modelos:

Os modelos estudados e apresentados neste capítulo reúnem características comuns, as quais serão destacadas a seguir pelo seu interesse. Outras características particulares destes modelos também serão comentadas, com relação à aplicação dos modelos ao caso do sistema hidrológico brasileiro.

Sobre o modelo de Fjeld [6], uma primeira consideração a ser feita é sobre o clima da região para a qual foi desenvolvido. Como trata-se de uma região de clima essencialmente frio, o modelo leva em conta a precipitação sob a forma de neve. A precipitação sob a forma de neve está fortemente condicionada à variação da temperatura. Quando a temperatura atingir um valor menor do que um determinado ponto limite, perto do 0°C, então haverá precipitação sob a forma de neve, do contrário esta se dará como chuva.

A importância do trabalho de Fjeld para seu país reside no fato desse possuir um sistema de energia totalmente hidroelétrico. Não existindo a possibilidade de complementação térmica, torna-se essencial o desenvolvimento de modelos de previsão de aflúências para efeito de segurança de suprimento de energia.

Devido às condições climáticas, certos parâmetros modelados devem ser revistos no caso da tentativa de aplicação do modelo em outras regiões.

Por exemplo, a evapotranspiração, que é um dos parâmetros modelados no sistema hidrológico apresentado em [6], quando considerada numa região de clima tropical adquire uma maior importância. Nesse caso, durante a identificação do sistema as perdas deste tipo certamente seriam de uma quantidade considerável. As perdas por evaporação também assumem importância. Estas, para regiões de clima muito quente, atingem grandes valores. É o caso dos aproveitamentos hidroelétricos da bacia do rio São Francisco

no nordeste brasileiro.

O algoritmo estimador de vazões apresentado por Wood [24], foi aplicado para a situação de um único reservatório na bacia do rio Ombrone na Itália.

No sistema predominantemente hidroelétrico brasileiro, existem quase sempre vários reservatórios em cascata. Talvez se pudesse aplicar, com certas adaptações, o modelo de Wood para cada um dos reservatórios da seqüência por vez.

O processo de identificação do modelo de Wood, tem como variável de entrada a precipitação total e como variável de saída a afluência. Essa identificação revela um comportamento não linear do sistema, devido às influências da umidade do solo, infiltração e águas subterrâneas. Estas influências variam de região para região. Por exemplo, a infiltração no solo, dependendo do seu tipo (poroso ou impermeável) pode permitir uma maior ou menor quantidade de água infiltrada. No Brasil, existindo uma diversidade de rios, sendo possível que um mesmo rio atravessasse diferentes regiões e tipos de solo, a utilização do modelo de Wood permitiria levar em conta estas particularidades.

Conclui-se dos diversos trabalhos examinados neste capítulo, que a dificuldade maior da previsão de afluências a curtíssimo prazo fica por conta da aquisição de dados. Sobretudo quando se tem a pretensão de identificar uma bacia, ou um sistema hidrológico, necessita-se de dados coerentes e confiáveis. Isso implica na opção por investimentos em instrumentação e em automatizar a coleta e transmissão dos dados.

Na maioria dos trabalhos examinados neste capítulo, os modelos de previsão de afluências estão inseridos num sistema de aquisição e tratamento de dados automatizado, com certos graus de sofisticação pouco utilizados no Brasil. Em geral o custo de implantação de tais sistemas tem sido amortizado com relativa rapidez pelos benefícios decorrentes, segundo a experiência dos autores consultados, principalmente porque os dados necessários são



de interesse mais amplo [3] , [5] , [6] .

Browning [5] , por exemplo, mostra a convergência de interesses que viabilizam a criação de um sistema de previsão de chuvas e afluências na Grã-Bretanha, utilizando inclusive o radar.

Leal e outros [13] , na tentativa de obter melhores previsões de afluências para a operação dos reservatórios de Salto Santiago e Salto Osório, precisaram usar certos artifícios para contornar as dificuldades que surgiam em decorrência da pouca confiabilidade do sistema de aquisição de dados disponível. Este sistema consiste na obtenção dos dados hidrológicos por métodos convencionais de medição de chuvas e vazões, com postos de observação espalhados na bacia de acumulação. Leal e outros [13] , enfrentaram ainda um problema adicional decorrente da falta de postos de medição em certas partes da bacia estudada (má distribuição dos postos de observação). A necessidade de diminuir a esparidade destas observações também foi constatada, em contextos mais sofisticados, por Browning e outros [5] e Basson [3].

Dentre os equipamentos utilizados na aquisição de dados modernamente distinguem-se [3] , [5] , [6] , [12] , [17] , [24] :

- radar de previsão de tempo;
- estações remotas de captação de medidas de precipitação ligadas por telemetria; e
- rede de coleta automática de informações meteorológicas, etc.

A maioria dos trabalhos examinados visa a operação em tempo real, permitindo a interação, em modo conversacional, do operador com o computador no processo de previsão de modo a aperfeiçoá-lo constantemente.

Os trabalhos de Konishi [12] e Murakami [17] , mostram uma experiência recente no Brasil da utilização de aparelhos sofisticados de aquisição de dados, bem como da intervenção humana.

Neste capítulo foram estudados alguns modelos de previsão de afluências já implantadas em sistemas de energia elétrica.

Dentre suas características mais relevantes destacam-se a identificação do sistema hidrológico auxiliado por um bom sistema de aquisição de dados, presente na maioria deles e a presença importante do operador no sistema, que com sua experiência, completa o desempenho de um modelo de previsão.

Outra verificação importante é a da utilização do filtro de Kalman como algoritmo previsor de afluências[6] , [24] ,na maioria dos modelos estudados, o que influenciou também na opção pelo modelo adotado neste trabalho.

CAPÍTULO 4MODELO UTILIZADO4.1. Introdução

A idéia da utilização do modelo linear dinâmico para previsão de tendências das afluências a curto prazo, surgiu da leitura de Mendes [15], que se baseou nos estudos de Harrison e Stevens [7], [8], embora seu trabalho fosse aplicado à previsão de demanda de uma concessionária de energia elétrica.

Posteriormente, consultaram-se outros trabalhos como o de Souza [21], que também aplicou o modelo linear dinâmico à previsão de demanda de energia elétrica, tentando contornar alguns problemas enfrentados por Mendes [15], e o de Morettin [16], que apresenta de uma forma mais didática a formulação matemática do modelo linear dinâmico, denominado de modelo Bayesiano de previsões.

O algoritmo previsor adotado aqui é o filtro de Kalman recursivo, que parece ser uma ferramenta eficaz para tratar problemas da previsão a curto prazo.

O filtro de Kalman foi apresentado primeiramente por Kalman em 1960 [10], e, desde então, vem sendo continuamente utilizado em problemas de filtragem, identificação e previsão em sistemas de controle [4], [20].

A recursividade do método consiste na atualização dos parâmetros a cada passo, combinada com as estimativas anteriores, o que significa que as previsões futuras conterão certa informação do passado. Esta estimação recursiva é também chamada de método Bayesiano de previsão, nesse caso em que as distribuições são Gaussianas incluindo a utilização do filtro de Kalman como algoritmo previsor.

Neste trabalho utiliza-se o método Bayesiano de previsão adaptado para a previsão das tendências das afluências à curtíssimo prazo.

Os dados para aplicação do modelo provêm de um histórico recente constituído das medidas mais atualizadas sobre as afluências observadas na última semana ou últimos dias.

A idéia de introduzir novas informações que venham a influenciar a tendência das afluências a curtíssimo prazo vai depender muito da aquisição de dados disponível.

Os dados sobre a precipitação são decisivos nesse caso e um algoritmo para tratar tal problema deve obrigatoriamente levá-la em conta.

Um algoritmo deste tipo é proposto no final deste capítulo.

## 4.2. Formulação Matemática

### 4.2.1. Modelagem dos Elementos:

O filtro de Kalman é um algoritmo tipicamente de estimação, ou identificação, cujos parâmetros devem ser adequadamente interpretados de modo a transformá-lo num algoritmo previsor.

O processo, então, pode ser descrito por um modelo linear dinâmico que especifica a relação de dependência entre as observações e tais parâmetros, bem como a evolução destes últimos no tempo.

As equações do MLD (modelo linear dinâmico) são :

$$y_t = F_t \theta_t + v_t \quad \text{- equação de observação} \quad (4.1)$$

$$\theta_t = G \theta_{t-1} + w_t \quad \text{- equação do sistema} \quad (4.2)$$

Estas equações estão linearmente relacionadas. A equação de observação traduz a dependência entre a observação e os parâmetros, enquanto que a equação do sistema traduz a evolução determinística dada pela matriz  $G$  e a aleatória dada pelo vetor  $w_t$  de comportamento especificado.

Os elementos das equações são os seguintes:

$t$  : intervalo de tempo ( $t = 1, 2, 3, \dots$ );

- $y_t$  : vetor de observações no intervalo  $t$ , de dimensão  $M \times 1$  ;  
 $M$  : número de observações utilizadas;  
 $F_t$  : matriz das variáveis independentes, conhecida no instante  $t$ , de dimensão  $M \times N$ ;  
 $N$  : número de variáveis independentes;  
 $\theta_{t-1}$  : vetor de parâmetros no instante  $t-1$ , de dimensão  $N \times 1$ ;  
 $G$  : matriz do sistema conhecida em qualquer intervalo de tempo, de dimensão  $N \times N$ ;  
 $v_t$  : vetor aleatório do ruído de entrada de dimensão  $M \times 1$ , obedecendo a uma distribuição normal com média nula e matriz de covariância  $V_t$  especificada no instante  $t$ ;  
 $w_t$  : vetor aleatório da perturbação dos parâmetros que obedece a uma distribuição normal com média nula e matriz de covariância  $W_t$ , especificada no instante  $t$ , de dimensão  $N \times 1$ ; e  
 $\theta_t$  : vetor de parâmetros no instante  $t$ , de dimensão  $N \times 1$ .

#### 4.2.2. Representação do MLD por um modelo de crescimento linear:

O modelo linear dinâmico é o resultado de uma representação em espaço de estado para modelos usuais em séries temporais. Dentre os modelos mais comuns pode-se citar:

- modelo de regressão linear;
- modelo estável;
- modelo de crescimento linear, sazonal ou não;
- modelo autoregressivo;
- modelo de funções periódicas.

As características mais importantes destes modelos se encontram nas referências [15] e [16] .

O modelo escolhido para representar o sistema foi o modelo de crescimento linear que, segundo se verificou ([15] , [16]),

apresenta um comportamento considerado muito bom em aplicações práticas porque se equivale a outros modelos convencionais como o ARIMA (0,2,2) de Box & Jenkins [2], [9], [14], [19] e ao de crescimento linear de Holt [16], quando as variâncias dos ruídos  $\delta\mu_t$  e  $\delta\beta_t$  permanecerem constantes.

É uma generalização do modelo estável, que por sua vez é apropriado a situações onde a característica mais importante é o nível do processo. O modelo de crescimento linear difere portanto do modelo estável através da adição de um termo de inclinação, ou de acréscimo no instante  $t$ , representando a dinâmica do processo.

O modelo linear dinâmico na forma de um modelo de crescimento linear, toma a seguinte característica:

$$y_t = \mu_t + v_t \quad (4.3)$$

$$\mu_t = \mu_{t-1} + \beta_t + \delta\mu_t \quad (4.4)$$

$$\beta_t = \beta_{t-1} + \delta\beta_t \quad (4.5)$$

onde:

$\mu_t$  : nível do processo no instante  $t$ , que representa o valor observado;

$\beta_t$  : inclinação ou crescimento no instante  $t$ , que representa um acréscimo ou decréscimo na série de observações;

$\delta\mu_t$  : representa uma perturbação no nível do processo ou seja, um ruído de entrada;

$\delta\beta_t$  : representa uma perturbação no parâmetro relativo a inclinação ou crescimento do processo, no instante  $t$ ;

$\mu_{t-1}$  : o mesmo que  $\mu_t$  relativo ao instante de tempo  $t-1$  e

$\beta_{t-1}$  : o mesmo que  $\beta_t$ , relativo ao instante de tempo  $t-1$ .

Colocando as equações do modelo de crescimento linear dadas pelas equações (4.3), (4.4) e (4.5) na forma de um modelo linear dinâmico, ou em espaço de estado, definidas pelas equações (4.1) e (4.2), tem-se:

$$y_t = [1 \quad 0] \cdot \begin{bmatrix} \mu_t \\ \beta_t \end{bmatrix} + v_t \quad (4.6)$$

$$\begin{bmatrix} \mu_t \\ \beta_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mu_{t-1} \\ \beta_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta\mu_t + \delta\beta_t \\ \delta\beta_t \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

onde os termos das equações representativas do modelo linear dinâmico são:

$$\theta_t = \begin{bmatrix} \mu_t \\ \beta_t \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

$$w_t = \begin{bmatrix} \delta\mu_t + \delta\beta_t \\ \delta\beta_t \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

$$F_t = [1 \quad 0] \quad (4.10)$$

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

$$v_t = \delta\mu_t \quad (4.12)$$

Os ruídos  $v_t$  e  $w_t$  obedecem a uma distribuição normal com média zero e matriz de covariância especificada, ou seja:  $v_t \sim N(0, V_t)$  e  $w_t \sim N(0, W_t)$ .

A matriz de covariância  $W_t$ , relativa ao ruído  $w_t$ , toma a seguinte forma, considerando a presença dos elementos  $\delta\mu_t$  e  $\delta\beta_t$ :

$$W_t = \begin{bmatrix} \delta\mu_t^2 + \delta\beta_t^2 & \delta\beta_t^2 \\ \delta\beta_t^2 & \delta\beta_t^2 \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

Desta maneira ficam então definidos os parâmetros representativos do modelo linear dinâmico.

#### 4.2.3. Previsão pelo uso do filtro de Kalman:

Considerando as equações do modelo linear dinâmico e de sua representação por um modelo de crescimento linear, cujos elementos foram conjuntamente definidos no item anterior, acrescentam-se ainda as seguintes informações:

Os ruídos  $v_t$  e  $w_t$  não são conhecidos, mas é possível fazê-los normalmente distribuídos, com uma média nula e matriz de covariância especificada. Então  $v_t$  e  $w_t$  obedecem a uma distribuição normal, cujas matrizes de covariância são as variáveis  $V_t$  e  $W_t$ .

Conforme também mostrado no item anterior, as matrizes  $F_t$  e  $G$  são conhecidas e invariantes no tempo, para o caso do modelo adotado.  $F_t$  é chamada matriz de variáveis independentes e  $G$  é a matriz do sistema de acordo com a representação por espaço de estado.

Para iniciar o processo de previsão, deve-se ter conhecimento do desempenho do processo no instante imediatamente anterior ao primeiro intervalo de previsão, o qual é representado por uma distribuição normal com média e matriz de covariância especificadas. Isto é:

$$\theta_{t-1} \sim N(\hat{\theta}_{t-1}, P_{t-1}^*) \quad (4.14)$$

onde  $P_{t-1}^*$  é a matriz de covariância estimada de  $\theta_{t-1}$ .

Supondo então que  $\theta$  obedeça a uma distribuição normal em  $t-1$ , nos instantes seguintes também deverá ser válida a mesma suposição:

$$\theta_{t+k} \sim N(\hat{\theta}_{t+k}, P_{t+k}^*) \quad (4.15)$$

onde  $k = 0, 1, 2, \dots$

Para dar início ao processo de previsão descrito pelo filtro de Kalman, parte-se de um instante  $t$ , de modo que as previsões obtidas serão referidas ao instante  $t+1$ .

Dessa maneira é necessário ainda que se conheça  $y_t$ , que é a última observação antes da previsão a cada instante considerado.

Conhecendo-se então  $y_t$ ,  $\hat{\theta}_{t-1}$ ,  $P_{t-1}^*$ ,  $V_t$  e  $W_t$ , pode-se obter as estimativas do filtro de Kalman, cujos passos são:

1º) previsão um passo à frente:

$$\hat{y}_t = F_t \cdot G \cdot \hat{\theta}_{t-1} \quad (4.16)$$



2º) erro de previsão um passo à frente:

$$e = y_t - \hat{y} \quad (4.17)$$

3º) estimativa à priori da matriz de covariância do vetor de parâmetros:

$$P_{t/t-1}^* = G \cdot P_{t-1}^* \cdot G^T + W_t \quad (4.18)$$

4º) variância da previsão um passo à frente:

$$\hat{Y} = F_t \cdot P_{t/t-1}^* \cdot F_t^T + V_t \quad (4.19)$$

5º) ganho do filtro de Kalman:

$$K = P_{t/t-1}^* \cdot F_t^T \cdot (\hat{Y})^{-1} \quad (4.20)$$

6º) média a posteriori:

$$\hat{\theta}_t = G \cdot \hat{\theta}_{t-1} + K \cdot e \quad (4.21)$$

7º) variância à posteriori:

$$P_t^* = (I - K \cdot F_t) \cdot P_{t/t-1}^* \quad (4.22)$$

A previsão para  $t+1$  é dada pela relação:

$$\hat{\theta}_{t+1} = G \cdot \hat{\theta}_t \quad (4.23)$$

onde a melhor estimativa um passo à frente ignora o ruído, sendo simplesmente a multiplicação do sinal filtrado pela matriz  $G$ .

A matriz de covariância é calculada também da mesma forma:

$$P_{t+1/t}^* = G \cdot P_t^* \cdot G^T + W_t \quad (4.24)$$

Seguindo o mesmo princípio, pode-se obter a média da previsão que é dada pela relação :

$$\hat{y}_{t+1} = F_t \cdot \hat{\theta}_{t+1} \quad (4.25)$$

e sua variância:

$$\hat{Y}_{t+1} = F_t \cdot P_t^* \cdot F_t^T + V_t \quad (4.26)$$

Estes são os passos do algoritmo predictor do filtro de Kalman, onde a recursividade consiste em que os valores "filtrados" ou atualizados durante os passos, se tornam o "passado" na geração da nova previsão.

As previsões serão obtidas na forma de distribuição de probabilidade e não sob a forma pontual. Isto é observado porque a previsão corresponde a um valor médio  $\hat{y}_{t+1}$ , com sua respectiva variância  $\hat{Y}_{t+1}$ .

O procedimento descrito neste item é que caracteriza o algoritmo do filtro de Kalman na forma de previsor, aproveitando a mesma estrutura do algoritmo de Kalman utilizado como estimador [4] , [20] .

### 4.3. Método Bayesiano de Previsão

#### 4.3.1. Considerações Iniciais

O método Bayesiano de previsão, inicialmente introduzido por Harrison e Stevens para previsão a curto prazo [7] , [8] , e posteriormente estudado e aplicado por Mendes [15] , Souza [21] e Morettin [16] , tem sido formulado como um modelo de múltiplos estados aplicado ao modelo de crescimento linear.

Quatro tipos possíveis de estado vem sendo considerados:

- estado normal;
- estado transitório;
- estado de mudança de nível e
- estado de mudança de inclinação.

O método Bayesiano de previsão, descrito nos trabalhos citados acima, caracteriza-se por:

- a) ter a capacidade a cada instante de fornecer informações à priori;
- b) poder detetar situações anormais, como mudanças bruscas de nível e inclinação e se adaptar a estas mudanças;
- c) ser aplicável com um número pequeno de observações;
- d) modelar a série por um modelo linear dinâmico, estimando os parâmetros pelo filtro de Kalman e
- e) pela modelagem citada no item anterior, facilita a visualização do processo de projeção, tornando a previsão uma estimação à priori.

Através destas características, o método Bayesiano é fundamentado na teoria matemática e tem como vantagem maior gerar previsões com poucas ou até nenhuma observação [15] , [16] , [21].

A série temporal, sendo modelada por um modelo linear dinâmico, tem como características:

- a) ser um modelo paramétrico em vez de funcional;
- b) os parâmetros conterem informações probabilísticas a cada instante, como por exemplo:

$$\theta_t \sim N(\hat{\theta}_t, P_t^*);$$

- c) os parâmetros do modelo poderem variar com o tempo, por uma definição sequencial do modelo e
- d) a incerteza que pode estar contida no próprio modelo dentro de um número discreto de alternativas.

Seguindo ainda as referências citadas, pode-se dizer que a incerteza associada ao modelo pode ser de dois tipos:

- classe I : dentro de um conjunto pequeno de alternativas, um único modelo está presente em todos os instantes, mas não se conhece qual é este modelo, Quando se estiver introduzindo novas observações, a probabilidade do modelo desconhecido estar atuando deve aumentar em relação aos outros modelos, contidos no conjunto de alternativas.
- classe II : o modelo que representa o processo pode variar com o tempo, pois nenhum MLD (modelo linear dinâmico) sozinho, pode representar o que vai acontecer no período seguinte. Assim, são considerados modelos que em qualquer instante contenham um conjunto de MLD sendo portanto caracterizado por:

$$M_t^{(j)} = \left\{ F_t, G, V_t^{(j)}, W_t^{(j)} \right\}$$

$$j = 1, 2, \dots$$

onde  $F_t$  e  $G$  são constantes e  $V_t$  e  $W_t$  variáveis, podendo exprimir as anormalidades ocorridas, como mudança de nível e inclinação.

Desta maneira, então, o modelo que estará atuando será aquele que possuir a maior probabilidade de estado, conforme será descrito a seguir.

#### 4.3.2. Modelo de Crescimento Linear de Estados Múltiplos:

Este modelo consiste na formulação de classe II, sendo composto de quatro modelos de crescimento linear, que representam quatro possíveis estados do sistema, os quais são: normal, transitório, mudança de nível e mudança de inclinação.

A caracterização de cada estado depende da variação dos ruídos aleatórios  $v_t$ ,  $\delta\mu_t$ ,  $\delta\beta_t$ , representada pela variância de cada ruído, já que obedecem a uma distribuição normal de média nula e variância especificada.

Seja um modelo  $M_t^{(j)} = \left\{ F_t, G, V_t^{(j)}, W_t^{(j)} \right\}$  em que todos os elementos são conhecidos. Este modelo define um estado  $j$  e caracteriza a evolução do processo no instante  $t$ . O modelo de estados múltiplos, que contém um conjunto  $M^{(j)}$ , descreve o estado atual (instante  $t$ ) por um processo Markoviano definido pela matriz de probabilidade de transição  $(M_{t-1}^{(i)}, M_t^{(j)})$ , onde  $(i, j=1, N)$ .

Cada modelo  $M^{(j)}$  tem uma probabilidade  $\pi_j$  de estar atuando no tempo  $t$  e que independe do que ocorreu no passado. O mesmo acontece no caso da transição de um estado  $i$  para o estado  $j$ .

A caracterização dos quatro diferentes estados provém da formulação do modelo de crescimento linear e da combinação das grandezas das variâncias dos ruídos, da seguinte maneira:

- a) modelo do estado normal:  $\mu$  e  $\beta$  não variam, sendo que os desvios em relação à previsão são causados pelos ruídos das observações. Nesse caso,  $v_t \neq 0$  e  $\delta\mu_t = \delta\beta_t = 0$ , e suas variâncias da mesma forma são  $V_\mu = V_\beta = 0$ .

O modelo é da forma:

$$M_t^{(1)} = \left\{ F_t, G, V_t, 0, 0 \right\} \quad (4.27)$$

- b) modelo de estado transitório: é caracterizado por uma observação anormal, não afetando as observações seguintes, mas trazendo como consequência um erro de previsão muito grande. O modelo interpreta o erro de previsão proveniente de um ruído de observação muito alto.

Os parâmetros  $\delta\mu_t = \delta\beta_t = 0$ , assim como suas variâncias  $V_\mu = V_\beta = 0$ .

A variância do ruído  $v_t$  é muito grande e representa-se por um fator  $\lambda_2$  de multiplicação. Portanto:

$$M_t^{(2)} = \left\{ F_t, G, \lambda_2 V_t, 0, 0 \right\} \quad (4.28)$$

c) modelo de estado "mudança de crescimento": caracteriza-se por uma alteração de  $\beta_t$  (crescimento do processo).

Os parâmetros são :  $V_\mu = 0$ ,  $V_\beta = \lambda_3 V_t$ , e o modelo:

$$M_t^{(3)} = \left\{ F_t, G, V_t; 0, \lambda_3 V_t \right\} \quad (4.29)$$

d) modelo de estado "mudança de nível": caracteriza-se pela mudança de  $\mu_t$ , onde  $\beta_t$  permanece constante e o ruído de observação igual ao do estado normal.

$V_\beta = 0$ ,  $V_\mu = \lambda_4 V_t$  e

$$M_t^{(4)} = \left\{ F_t, G, V_t, \lambda_4 V_t, 0 \right\} \quad (4.30)$$

Na prática é útil definir as variâncias dos ruídos  $\delta\mu_t$  e  $\delta\beta_t$  como funções da variância  $V_t$  do ruído  $v_t$ , sendo este portanto considerado um ruído básico [7].

A seguir descreve-se o procedimento de previsão para a formulação de estados múltiplos.

#### 4.3.3. Procedimento de Previsão:

As atualizações dos parâmetros são feitas pelo filtro de Kalman quando uma nova observação é efetuada.

Antes do conhecimento da observação  $y_t$ , as informações a priori dos parâmetros e estado do processo são contidas em  $M_{t-1}^{(i)}$  e a probabilidade deste modelo ter sido o modelo correto em  $t-1$  é dado por  $p_{t-1}^{(i)}$ .

Considerando que o processo se encontre no estado  $i$  no instante  $t-1$ , existem 16 possíveis modelos de transição,  $M^{(i,j)}$ , para passar do estado  $i$  para o estado  $j$ . Quando  $y_t$  estiver disponível pode-se derivar 16 distribuições normais do tipo:

$$N \left( \hat{\theta}_t^{(i,j)}, p_t^{*(i,j)} \right)$$

onde  $\hat{\theta}_t^{(i,j)}$  e  $p_t^{*(i,j)}$  são obtidos pelo filtro de Kalman.

As 16 probabilidades  $p_t^{(i,j)}$  podem ser calculadas pelo teorema de Bayes como segue:

$$p_t^{(i,j)} \propto L_t^{(i,j)} \cdot \pi^{(j)} \cdot p_{t-1}^{(i)} \quad (4.31)$$

onde:

$L_t^{(i,j)}$  : é a verossimilhança de ocorrência de  $y_t$ , dado que em  $(t-1)$  o modelo correto é  $i$  e que em  $t$  o modelo é  $j$ , levando-se em conta as observações até o instante  $t-1$ ;

$\pi^{(j)}$  : probabilidade de a qualquer instante o modelo  $M^{(j)}$  estar governando o sistema, que por hipótese é independente do tempo e do passado do processo, e

$p_{t-1}^{(i)}$  : probabilidade de  $M^{(i)}$  ter sido o modelo correto no instante  $t-1$ .

$L_t^{(i,j)}$  pode ser obtida pela distribuição normal de  $N(\hat{y}^{(i,j)}, \hat{Y}^{(i,j)})$ .

Sendo  $N$  o número de estados, a distribuição a posteriori de  $\theta_t$  é uma combinação linear, ponderada pelas probabilidades, de  $N$  distribuições normais distintas, isto se as probabilidades a posteriori de cada estado  $j$  no instante  $t$  forem conhecidas.

Para o instante  $t + 1$ , a distribuição a posteriori de  $\theta_{t+1}$  seria uma combinação de  $N^2$  distribuições normais distintas, cada uma correspondendo à aplicação do filtro de Kalman para a transição entre os estados  $i$  e  $j$  nos instantes  $(t, t+1)$ . Prosseguindo os próximos passos se obteriam  $N^3, N^4, \dots$ , componentes, num processo que vai se proliferando a cada passo e que deve ser contido.

A causa principal de que este processo deve ser contido é a impossibilidade computacional de continuá-lo. Como  $N = 4$ , nos instantes seguintes existiriam  $4^2, 4^3, \dots$  probabilidades de estado a serem consideradas. Para evitar esta proliferação recorre-se a um método chamado de "condensação de posterioris", que inicialmente foi apresentado por Harrison e Stevens [7], [8], mas que é descrito também em [15], [16] e [21].

O processo de "condensação de posterioris" reúne toda a informação a posteriori correspondendo ao mesmo estado  $j$ , conser-

vando as informações e reduzindo a dimensão do problema à posteriori para a dimensão à priori.

As equações de condensação são dadas por :

$$p_t^{(j)} = \sum_{i=1}^N p_t^{(i,j)} \quad (4.32)$$

$$\hat{\theta}_t^{(j)} = \sum_{i=1}^N p_t^{(i,j)} \cdot \hat{\theta}_t^{(i,j)} / p_t^{(j)} \quad (4.33)$$

$$p_t^{*(j)} = \sum_{i=1}^N p_t^{(i,j)} \cdot \left\{ p_t^{*(i,j)} + \right. \\ \left. + (\hat{\theta}_t^{(i,j)} - \hat{\theta}_t^{(j)}) (\hat{\theta}_t^{(i,j)} - \hat{\theta}_t^{(j)})^T \right\} / p_t^{(j)} \quad (4.34)$$

com que se necessita calcular a cada passo somente  $N^2$  probabilidades de estado, que são condensadas em novas  $N$  probabilidades de transição.

Para dar início ao processo de previsão, utilizando o modelo de crescimento linear de estados múltiplos, devem ser especificados os seguintes parâmetros, antes da primeira observação:

$$\hat{\theta}_0^{(i)}, p_0^{*(i)} \text{ e } p_0^{(i)} \quad i = 1, \dots, 4$$

A especificação destes valores iniciais não influencia muito as previsões a não ser as primeiras [16] .

Os parâmetros  $V_t^{(j)}$ ,  $V_\mu^{(j)}$ ,  $V_\beta^{(j)}$ ,  $\pi^{(j)}$ ,  $j = 1, \dots, 4$ , são fixos e determinam o comportamento de todo o sistema independente do número de observações já disponíveis. Como foi mostrado anteriormente, são estes parâmetros que têm como função detetar mais rapidamente, ou mais lentamente, as mudanças de estados.

#### 4.3.4. Aproximações realizadas:

De acordo com o que foi apresentado nos itens anteriores, o modelo de estados múltiplos pode estar formulado em classe I e II.

A utilização da formulação da classe II contém o modelo de crescimento linear de estados múltiplos, conforme apresentado nos trabalhos de Mendes [15] e Souza [21] .

A vantagem deste modelo é permitir acompanhar o desempenho do processo, através de uma abordagem Bayesiana para o cálculo das probabilidades de transição de um estado para o outro, determinando qual a chance do mesmo permanecer no estado em que se encontra ou passar para outro. Isto é útil quando se deseja poder considerar, no processo de previsão, a ocorrência de mudanças bruscas no seu comportamento ou incorporar a este, com êxito, novas informações capazes de alterar as tendências das previsões.

Neste trabalho abandonou-se tal abordagem pela dificuldade, na prática de interpretar as variâncias e covariâncias envolvidas no cálculo das probabilidades de transição na formulação de Mendes [15]. Não se chegou também a uma conclusão favorável com a formulação proposta por Souza [21], onde se contorna tal problema, mas recorre-se a um número excessivo de parâmetros *a priori*, necessitando-se ainda de muita memória central e os tempos de computação são elevados para a utilização pretendida aqui. Além disso, em comparações realizadas em Morettin e Toloí [16], o modelo Bayesiano apresenta um desempenho comparativamente muito entusiasmante, mas ainda necessita de maiores investigações, tanto do ponto de vista teórico e empírico, como do ponto de vista computacional. Os mesmos autores chamam também atenção para o elevado custo do processamento do modelo Bayesiano, mesmo para séries curtas, que é o caso que interessa neste trabalho.

Tendo em vista estes fatores, o modelo adotado aqui, foi o de classe I, onde um único modelo está em curso em todos os instantes, embora desconhecido. O modelo de previsão, assim considerado, se resume basicamente no filtro de Kalman, dentro de uma abordagem de modelo linear dinâmico estável.

O filtro de Kalman, nesse caso, é utilizado como um algoritmo estimador recursivo que requer o conhecimento prévio das matrizes  $F_t$ ,  $G$ ,  $V_t$  e  $W_t$ , que caracterizam o modelo. Os demais parâmetros necessários correspondem a uma representação do processo no instante imediatamente anterior ao primeiro intervalo de



previsão, obedecendo a uma distribuição normal, com média e matriz de covariância especificada.

$$\theta_{t-1} \sim N(\hat{\theta}_{t-1}, P_{t-1}^*)$$

Além destes, necessita-se o conhecimento de  $y_t$  (afluência), correspondente a uma observação a cada intervalo de tempo considerado.

Os resultados obtidos com a aplicação do modelo se encontram nos capítulos seguintes, onde também serão feitas algumas comparações do modelo simplificado utilizado aqui, com o modelo apresentado por exemplo por Mendes [15].

#### 4.4. Proposição para consideração da precipitação no modelo

Sabe-se que as informações sobre precipitação permitem completar a identificação de um sistema hidrológico [3], [5], [6], [12], [17], [24], conduzindo a resultados mais realistas de previsões de afluições nas diversas secções de uma bacia hidrográfica.

O modelo matemático utilizado neste texto não leva em conta a precipitação pelas dificuldades encontradas na aquisição dos dados correspondentes de chuvas. A precariedade dos aparelhos de medição e a esparsidade dos postos de observação, na maioria dos casos brasileiros torna pouco confiável a aquisição destes dados.

Entretanto, a introdução destas informações pode ser facilmente programada, sem substanciais modificações no algoritmo utilizado aqui, se considerado que estas informações são possíveis de serem representadas como variáveis independentes do processo através da medida confiável da sua intensidade e duração.

Neste caso, seja a bacia representada pelo esquema da figura 4.1. onde:

$Ad_j$  - área de drenagem  $j$  e

$R_i$  - reservatório  $i$ .

Sejam:

$I_p(j, i, h)$  : índice médio de precipitação na área de drenagem  $j$  do reservatório  $R_i$ , na hora  $h$ , em mm/h;

$Ap(i, h)$  : afluência provável calculada pelo filtro de Kalman para o reservatório  $i$  na hora  $h$ .

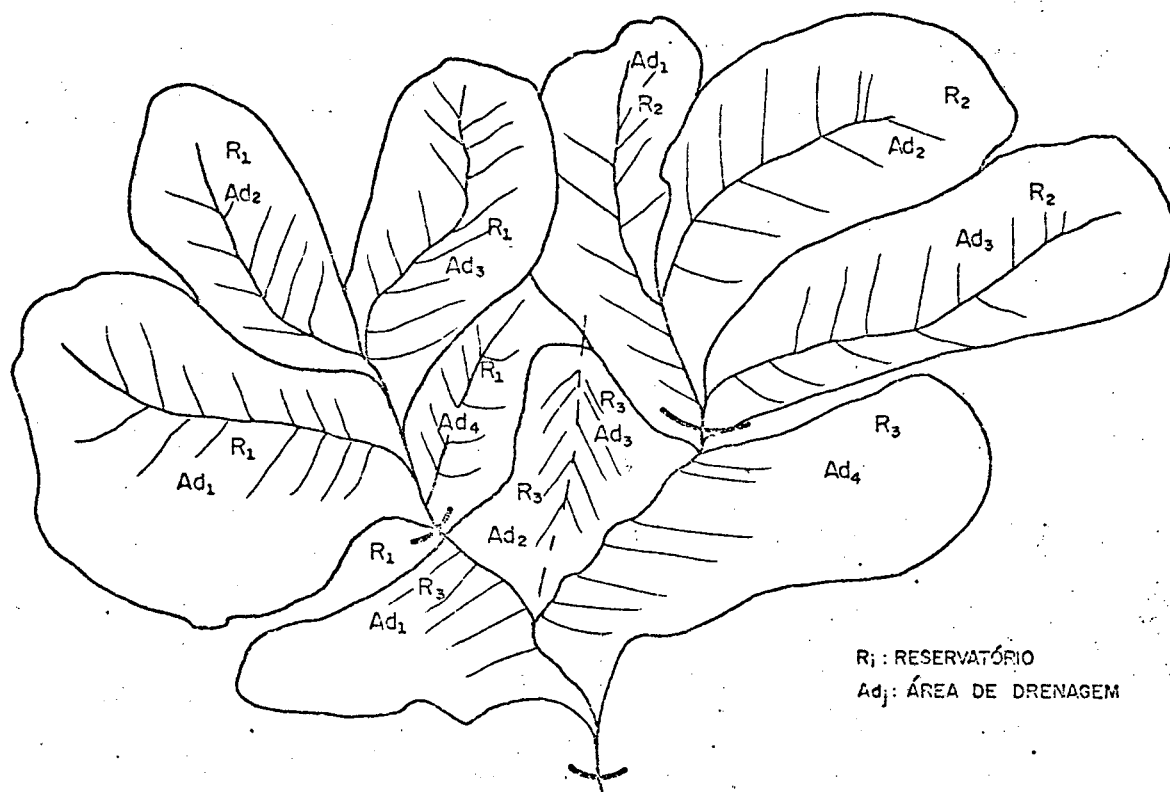


Figura 4.1. Bacia hidrográfica com a localização de suas áreas de drenagem

- $Ad(j,i)$  : área de drenagem  $j$  de contribuição ao reservatório  $i$  ;
- $Dp(j,i,h_I)$ : duração atual e/ou provável da precipitação na área de drenagem  $j$  do reservatório  $R_i$ , na hora  $h_I$  de início da observação em horas;
- $h_F(j,i)$  : hora provável até a qual durará a precipitação observada na hora  $h_I$ , para a área de drenagem  $j$  do reservatório  $i$ ;
- $V_p(j,i)$  : volume médio precipitado provável na hora  $h$ , na área de drenagem  $j$  do reservatório  $i$  em  $hm^3$ ;
- $Afp(j,i,h)$ : afluência resultante provável, na hora  $h$ , no ponto de drenagem da área  $j$ , para o reservatório  $i$ , em  $hm^3/h$ .

Propõe-se, então o seguinte algoritmo:

- 1º) Obtenção dos dados meteorológicos e previsão de chuvas na hora  $h$ , em termos médios, para todas as áreas de drenagem da bacia  $s$ ;
- 2º) Determinação das horas  $h_I$  de início provável de precipitação nas áreas de drenagem  $j$  da bacia;
- 3º) Determinação das horas  $h_F$  de fim provável de precipitação nas mesmas áreas de drenagem  $j$  da bacia;
- 4º) Previsão das afluências pelo filtro de Kalman sem utilizar as informações sobre a precipitação (modelo utilizado neste trabalho), para o reservatório  $i$ ;
- 5º) Correções das previsões de afluências ao reservatório  $i$ , considerando:

$AD_c(i)$  = áreas de drenagem, que drenam no reservatório  $i$  e cuja chuva estará cessando seus efeitos a hora  $h_F(j)$ .

5.a. Se  $h+k > h_F(j)$ , fazer as novas previsões

$$k = 1, 2, \dots, \tau_p$$

$\tau_p$  = intervalo de previsão considerado

$$Afp(j,i,h) = Ap(i,h) - \sum_{j \in AD_c(i)} \Delta Afp(j,i) \quad (4.35.)$$

$$j \in AD_c(i)$$

onde:

$\overline{\Delta Afp}(j,i)$  = afluência média resultante para o reservatório  $i$ , devido a precipitação, obtida do diagrama unitário típico, para a precipitação já observada e corrigida previamente a partir das últimas observações da chuva.

5.b. Se  $h + k \leq h_F(j)$ , as previsões de afluências são as obtidas pelo filtro de Kalman, e considerando:

$AD_I(i)$  = áreas de drenagem  $j$  que drenam em  $i$  e para as quais existem previsão de chuva.

5.c. Se  $h + k > h_I(j)$  e  $h + k < h_F(j)$ ,  $k = 1, 2 \dots, \tau_p$ , fazer as novas afluências

$$Afp(j,i,h) = Ap(i,h) + \sum_{j \in AD_I(i)} \overline{\Delta Afp}(j,i) \quad (4.36.)$$

5.d. Se  $h + k \leq h_I(j)$  ou  $h + k \geq h_F(j)$ ,  $k = 1, 2 \dots, \tau_p$ , as previsões de afluências são as obtidas pelo filtro de Kalman.

6º) Faça  $i = i + 1$  e volte ao passo 4º, se  $i < NR$  (número de reservatórios).

Caso  $i > NR$  passe ao ítem seguinte.

7º) Faça  $S = S + 1$  e volte ao passo 1º se  $S \leq NS$  (número de bacias). Caso contrário, se  $S > NS$ , pare e imprima todos os resultados.

O algoritmo proposto distingue duas situações:

a) caso de precipitação que se inicia, denominado aqui de "chuva iniciante" e

b) caso de precipitação que cessa, que se denomina de "chuva cessante".

“ No caso "chuva iniciante" considera-se a hora  $h_I$  de início do registro da informação de chuva na área de drenagem  $j$ , combinando as informações meteorológicas existentes para prognosticar, desde o histórico a duração mais provável  $Dp(j, i, h_I)$  desta precipitação.

Através do diagrama de transformação chuva-vazão, devidamente identificado, pode-se determinar o valor médio provável de afluência adicional  $\overline{\Delta Afp}(i,j)$  a cada hora do intervalo de

duração acima.

As previsões são, então, corrigidas através da expressão (4.36.).

- No caso "chuva cessante" considera-se a hora  $h_F$  de fim provável (ou detetado) de chuva e, considerando o retardo de repercussão da precipitação obtido da relação chuva-vazão identificada na área de drenagem  $Ad(j)$  corrigem-se as previsões através da expressão (4.35.) subtraindo-se, dos resultados obtidos pelo filtro de Kalman, a afluência média cessante correspondente, a partir daquela hora ( $h_{F+1}$ ,  $h_{F+2}$ , ...).

Naturalmente, a implementação de tal algoritmo fica condicionada no que se refere à qualidade dos resultados que se pode esperar, à identificação das relações chuva-vazão para as diferentes áreas de drenagem  $Ad(j)$ , da qualidade dos tratamentos sobre o histórico de precipitações sobre a bacia e sobretudo na confiabilidade dos dados adquiridos sobre chuva e vazão.

#### 4.5. Conclusões sobre o capítulo:

Apresentou-se nesse capítulo a formulação matemática do modelo utilizado nesse trabalho, mostrando-se as razões que conduziram a empregá-lo: fácil implementação, eficiência comprovada, adaptabilidade a diversas abordagens, podendo ser aplicados com históricos reduzidos e se prestar a um tratamento adaptativo, que incluía as ponderações de um operador em modo conversacional e no caso particular, admitindo a consideração de informações obtidas através de um sistema de aquisição pouco sofisticado.

Apresentou-se também, no final, uma adaptação deste modelo, para inserção, no caso de uma aquisição de dados mais apurada, das informações sobre precipitação, que são fundamentais para a identificação de uma bacia hidrológica para efeito de previsão de afluências.

## CAPÍTULO 5

### ALGORITMO PROGRAMADO

#### 5.1. Programa Implementado:

A programação em computador do algoritmo do filtro de Kalman, segue basicamente a formulação matemática apresentada no capítulo 4.

O programa simula a previsão das afluências de um intervalo de operação para o próximo. Este intervalo pode ser a hora, o dia ou a semana.

Este programa pode tratar vários reservatórios situados ou não em cascata num mesmo rio, para uma ou mais bacias.

O algoritmo consiste de um programa principal, de uma subrotina chamada KALMAN, que contém o modelo utilizando o filtro de Kalman, e subrotinas auxiliares diversas.

O programa é bastante simples, consistindo basicamente da subrotina KALMAN, antecedida da entrada de dados correspondente aos parâmetros variáveis  $V_t$ ,  $\alpha$ , e  $W_t$ , e as matrizes  $G$  e  $F_t$ , onde:

$V_t$ : matriz de covariância do ruído aleatório de entrada;

$\alpha$ : variável de atenuação do ganho do filtro de Kalman;

$W_t$ : matriz de covariância da perturbação dos parâmetros;

$G$ : matriz do sistema e

$F_t$ : matriz das variáveis independentes,

como definidos nas equações (4.6.) a (4.12), e seguida de testes de controle que permitem as simulações que conduzem as previsões de afluências a vários reservatórios e diferentes bacias hidrográficas.

A subrotina KALMAN é descrita brevemente abaixo, incluindo a possibilidade de mudança do ganho do filtro através do coeficiente  $\alpha$ .

Em função do tipo de controle sobre  $\alpha$ , tem-se as seguintes versões de uso do programa:

1ª versão:  $\alpha = 1$  (constante)

2ª versão:  $0 < \alpha \leq \alpha_{\max}$  com  $\alpha_{\max} = 1,15$

3ª versão:  $\alpha$  adaptativo

Subrotina KALMAN

1º) Especifica-se  $\theta_{t-1}$  e  $P_{t-1}^*$  que são respectivamente a média das afluições do histórico considerando a sua matriz de covariância, representando o desempenho inicial do processo;

2º)  $I = 1$

3º) Leitura das afluições observadas;

4º)  $I > \text{NAF}$  (Número de Afluições Observadas) ?

- Sim, retorne.
- Não siga em frente.

5º) Filtro de Kalman, onde introduziu-se um fator de multiplicação denominado coeficiente de atenuação  $\alpha$ , que é incorporado no passo referente ao ganho do filtro de Kalman (equação 4.20), podendo tornar as previsões do mesmo mais ou menos "espertas".

Assim, tem-se que o ganho do filtro de Kalman passa a ser:

$$K = P_{t/t-1}^* \cdot F_t^T \cdot (\hat{Y})^{-1} \cdot \alpha \quad (5.1)$$

no algoritmo apresentado no item 4.2.3.

6º) Atualiza-se  $\theta_{t-1}$  e  $P_{t-1}^*$  para prosseguir as previsões;

7º)  $I = I + 1$  e volta-se ao 3º passo.

## 5.2. "Filtro de Kalman modificado" pelo controle adaptativo do ganho (versão 3):

As versões 1 e 2 do algoritmo são triviais de serem implementadas, tendo-se apenas introduzido um coeficiente  $\alpha$  fixo multiplicando o ganho do filtro de Kalman, conforme (5.1.).

Na versão 3, a variação de  $\alpha$  é função dos resultados obtidos, onde o ganho é então modificado de modo proporcional aos desvios extremos entre valores previstos e observados.

A idéia foi concretizada através do seguinte procedimento, a partir do 4º passo da subrotina de KALMAN:

1º) Determina-se o máximo e o mínimo valor da série de observações retida a cada passo;

2º) Calcula-se o máximo desvio subtraindo o mínimo do máximo encontrado;

- 3º) Calcula-se a metade e um quarto do desvio máximo;
- 4º) Entra-se no filtro de Kalman (passo 5º) e calcula-se o erro de previsão um passo à frente;
- 5º) Compara-se o erro com o desvio máximo, o desvio metade e o desvio de um quarto, atribuindo-se um valor apropriado de  $\alpha$  em função de faixas de nível do erro, recalculando 5.1, e prosseguindo no algoritmo de Kalman até o 7º passo.

No capítulo seguinte são apresentados os resultados das simulações com as três versões do programa, bem como comparações sobre o desempenho de cada uma.



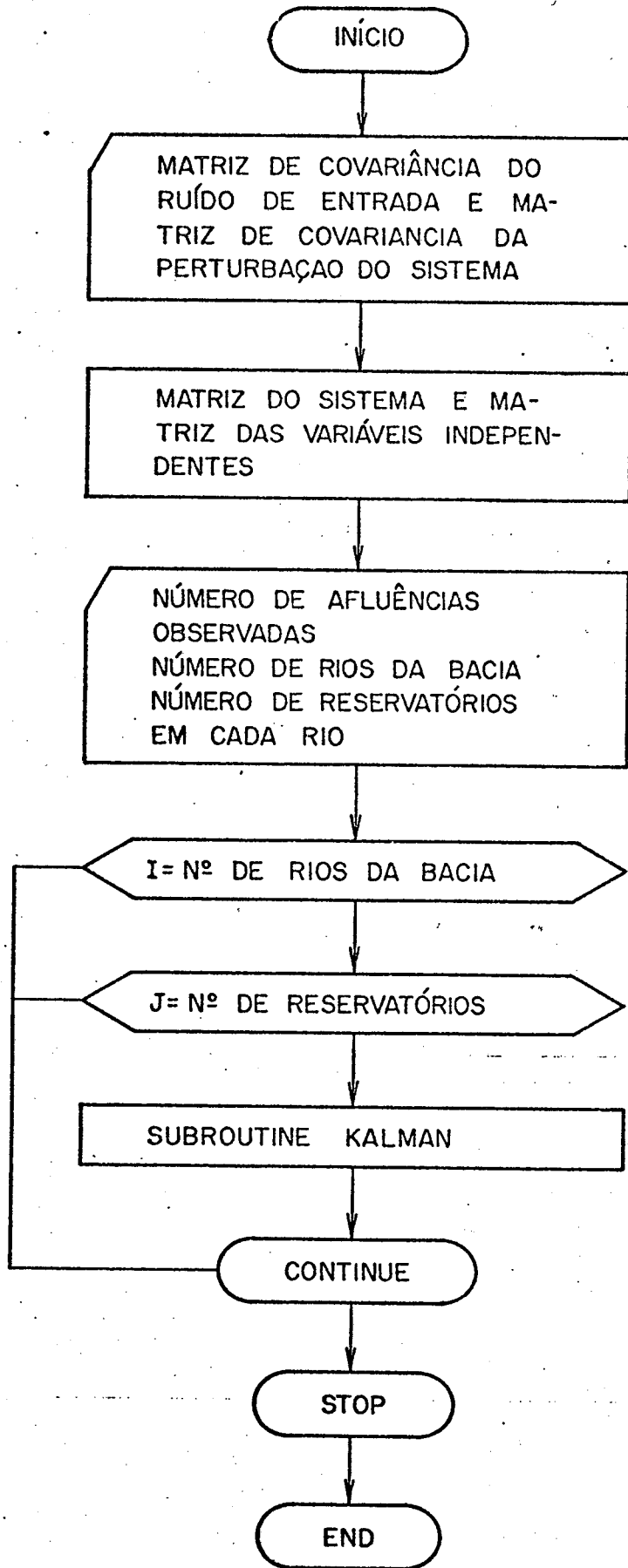


Figura 5.1. - Fluxograma do programa principal

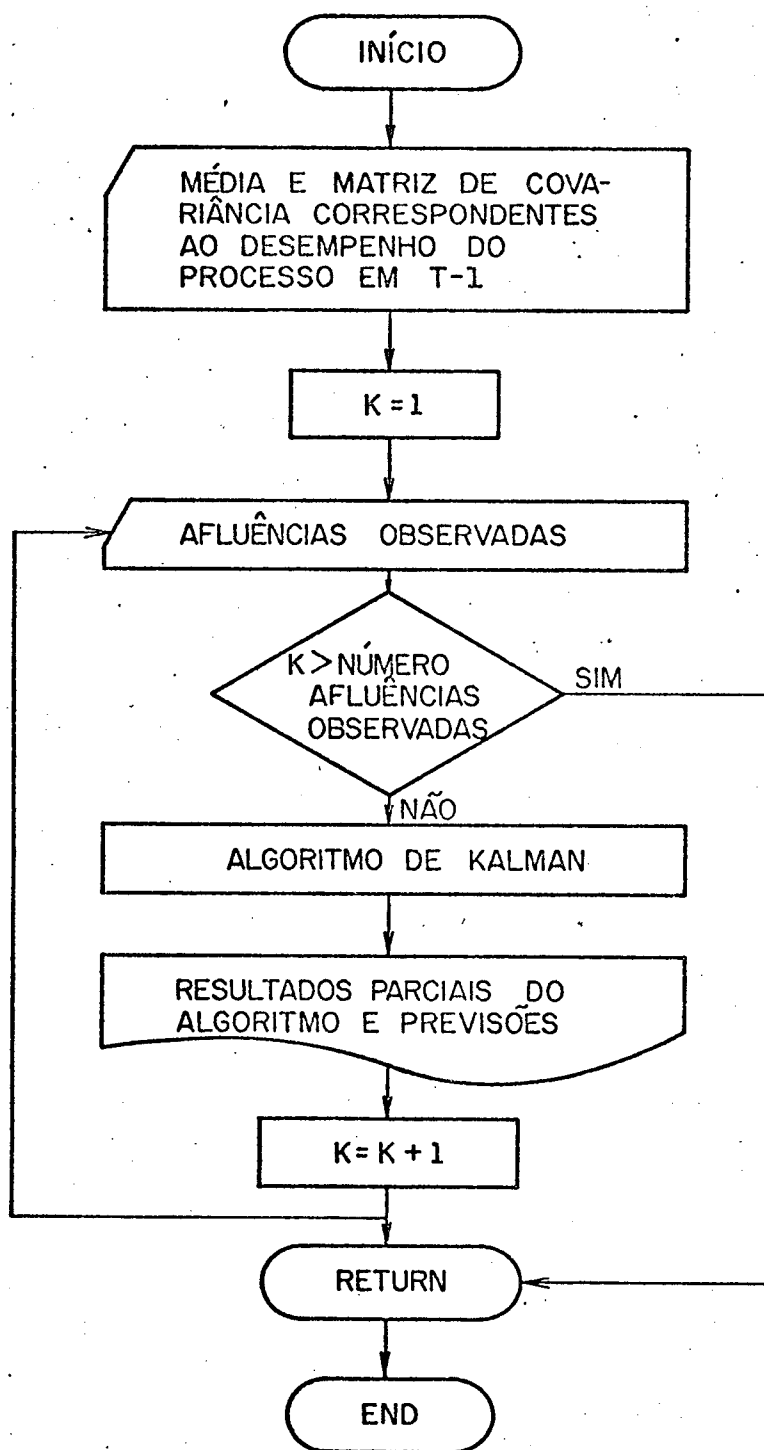


Figura 5.2. - Fluxograma da subrotina Kalman

## CAPÍTULO 6

### APLICAÇÃO DO ALGORITMO

#### 6.1. Introdução:

O algoritmo programado, apresentado no capítulo anterior, foi aplicado a várias séries de afluições. Assim avaliou-se o desempenho do algoritmo comparando os resultados, com ele obtidos, com os resultados fornecidos através de outros modelos.

Os resultados das previsões obtidas são apresentados na forma de gráficos e tabelas, comparando-as com as respectivas afluições observadas.

Os valores iniciais do algoritmo previsor, que são as matrizes  $V_t$ ,  $W_t$ ,  $P_{t-1}^*$  e  $\hat{\theta}_{t-1}$ , são especificados conforme sua definição. Variando estes parâmetros foram feitas várias simulações com as séries de afluições utilizadas.

Os resultados destes testes demonstram que o desempenho do modelo não depende dos valores iniciais. É muito mais dependente da própria série de afluições, pois é ela que influencia diretamente a previsão.

Nas simulações efetuadas variando os parâmetros de entrada, observa-se que há apenas uma pequena diferença entre os primeiros valores previstos (chegando às vezes a ser desprezível) e logo a seguir as previsões passam a seguir a tendência do histórico.

Como foi comentado no capítulo 5, o programa se encontra em três versões, quais sejam:

- 1º)  $\alpha = 1$
- 2º)  $0 < \alpha \leq 1,15$
- 3º)  $\alpha$  adaptativo.

Os comentários feitos até aqui se referem ao programa que utiliza  $\alpha = 1$ , mas outros resultados também foram obtidos introduzindo o coeficiente  $\alpha$  de atenuação do ganho do filtro de Kalman, e com o controle adaptativo do ganho do filtro de Kalman.

Os dados de afluições utilizadas para as simulações correspondem a uma operação passada nos reservatórios das usinas de Salto Osório e Salto Santiago no rio Iguçu no estado do Paraná e Passo Fundo localizada no rio de mesmo nome, no estado do Rio Grande do Sul. Os exemplos apresentados nos trabalhos de Mendes [15] e Leal [13] também foram utilizados como dados de entrada, para efeito de comparação.

## 6.2. Resultados obtidos com a aplicação do algoritmo do filtro de Kalman:

### 1ª versão:

Um dos primeiros resultados obtidos foi com a série de demanda de energia elétrica apresentada no trabalho de Mendes [15]. Neste trabalho, Mendes utiliza o modelo linear dinâmico de estados múltiplos.

Através da figura 6.1. e tabela 6.1. compara-se os resultados do filtro de Kalman original,  $\alpha = 1$ , com o MLD de Mendes. Os resultados se encontram muito próximos um do outro, conforme se observa.

A desvantagem do filtro de Kalman frente ao MLD de Mendes, é quando da ocorrência de mudanças bruscas e transitórias em cuja situação o MLD alcança melhores resultados.

Uma grande vantagem do modelo utilizado neste trabalho é seu reduzido tempo de cálculo, sobretudo se comparado com o tempo de CPU utilizado pelo MLD, o qual é gasto principalmente no cálculo das probabilidades de transição de estado.

Esta vantagem corresponde a possibilidade de maior recursividade de previsão, o que é de grande valia para aplicação em tempo real e curtíssimo prazo.

DIAS	OBSERVAÇÕES x10 <sup>6</sup> MWh	PREVISÕES	
		MLD	MENDES
01	78,8	79,2	82,96
02	80,0	80,0	80,19
03	74,8	81,2	74,38
04	80,1	76,0	78,57
05	79,8	79,8	80,0
06	83,8	79,8	84,37
07	81,5	81,2	83,13
08	81,9	81,8	82,68
09	80,3	82,1	80,68
10	78,0	81,0	77,65
11	80,0	79,8	78,89
12	84,8	80,0	84,46
13	84,5	82,5	85,91
14	89,9	84,2	91,38
15	82,0	90,8	84,53
16	95,5	84,0	95,41
17	91,4	95,0	94,49
18	89,8	91,3	91,65
19	89,8	90,6	90,23
20	97,0	97,2	96,98
21	104,0	98,5	106,08
22	107,8	103,0	111,97
23	120,7	107,0	125,50
24	109,9	122,0	117,07
25	110,9	110,8	113,37
26	118,1	111,0	118,81
27	116,1	116,8	118,17
28	135,0	135,0	136,50
29	140,0	134,8	146,52
30	144,5	145,1	152,03
31	144,4	145,5	151,23
32	160,0	155,0	164,69
33	168,0	161,0	175,33
34	175,0	167,0	183,30
35	174,0	175,0	182,08
36	173,0	174,0	178,21

TABELA 6.1. Comparação das observações para a série de demanda de energia elétrica, com as previsões de Mendes e as do filtro de Kalman.

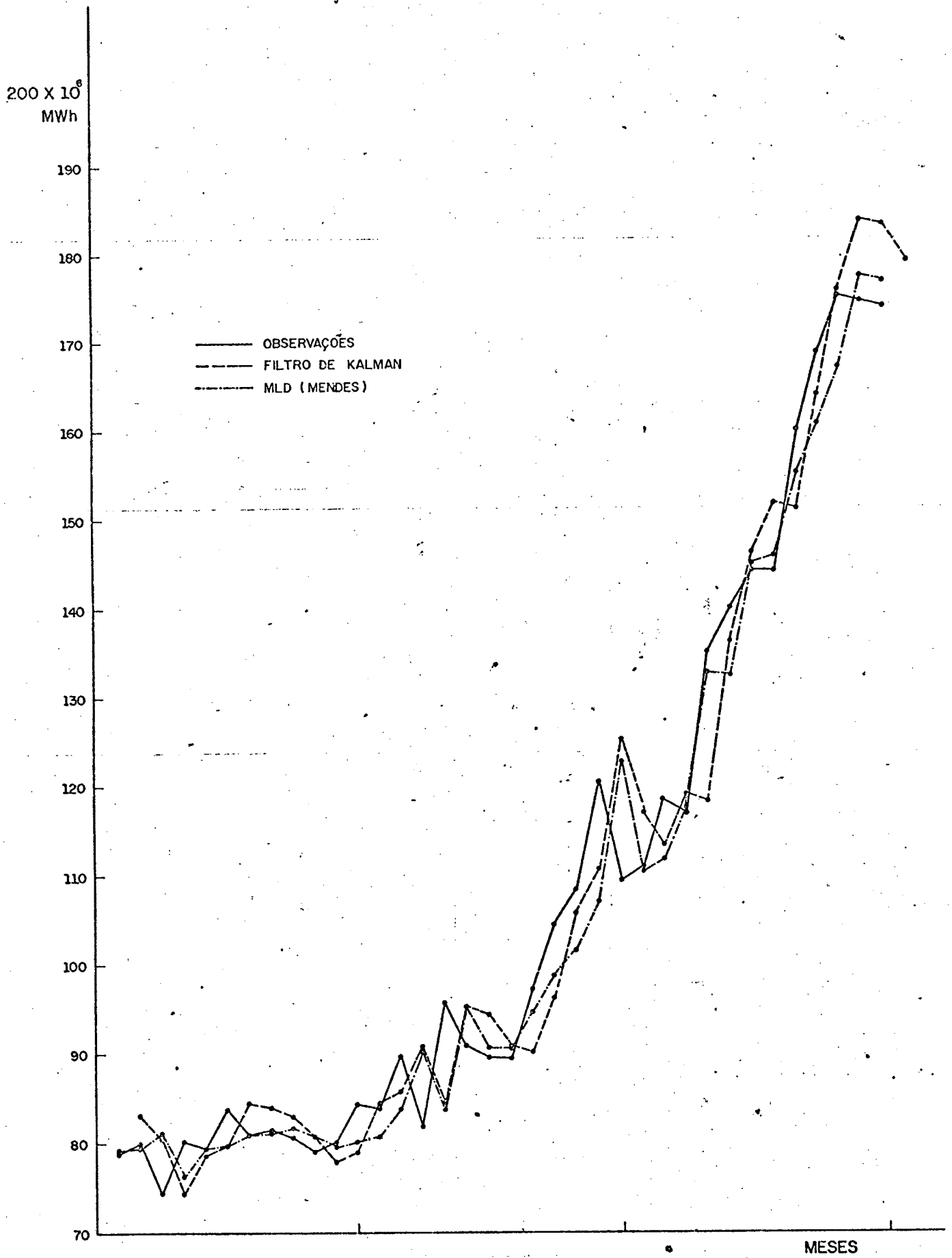


Figura 6.1. - Comparação dos resultados de Mendes com o filtro de Kalman.

No trabalho de Leal e outros [13] , encontram-se três modelos de previsão designados por:

- Modelo 1 : não leva em consideração a precipitação;
- Modelo 2 : leva a chuva em consideração;
- Modelo 3 : sabe-se que houve precipitação, mas não a quantidade precipitada.

Estes modelos foram aplicados a vazões observadas na bacia incremental Foz do Areia - Salto Santiago. Estas vazões, correspondem a períodos de uma onda de cheia, com duração média de 10 dias.

Estes dados foram utilizados como série de afluências para a aplicação do filtro de Kalman, visando analisar seu comportamento.

Para esta série de vazões, o filtro de Kalman apresenta um resultado intermediário entre os três modelos citados, nem tanto otimista como o modelo 3, nem tanto conservador como o modelo 1.

O modelo 3, referido como um modelo intuitivo que considera que houve precipitação, sem no entanto saber a quantidade precipitada, tende a um exagerado otimismo. Isto se deve, crê-se, a que as medidas das vazões já incluem os efeitos da precipitação ocorrida, com o que se teria uma dupla consideração das mesmas pela adição.

Abaixo na tabela 6.2. e figura 6.2. apresenta-se os resultados obtidos para a série de vazões incrementais de Foz do Areia - Salto Santiago.

Nota-se, pois, que o filtro de Kalman apresenta resultados médios intermediários entre o desempenho do modelo 1, 2 e 3, mostrando-se bem melhor que o modelo 3, mas de certa forma, parece compensar um certo otimismo nos transitórios com previsões conservadoras nas demais situações.

DIAS	OBSERVAÇÕES m <sup>3</sup> /s	FILTRO DE KALMAN m <sup>3</sup> /s	MODELO 1 m <sup>3</sup> /s	MODELO 2 m <sup>3</sup> /s	MODELO 3 m <sup>3</sup> /s
01	250,0	255,59	225,0	225,0	300,0
02	575,0	731,0	750,0	875,0	875,0
03	2975,0	4460,49	3850,0	4200,0	5325,0
04	1850,0	1791,32	1450,0	1450,0	575,0
05	1325,0	952,28	1025,0	1100,0	850,0
06	975,0	614,38	825,0	825,0	650,0
07	875,0	673,41	750,0	750,0	825,0
08	775,0	636,35	700,0	675,0	800,0
09	700,0	600,55	550,0	550,0	675,0
10	600,0	500,45	525,0	525,0	625,0
11	525,0	440,42			

TABELA 6.2. Comparação do filtro de Kalman com os modelos de Leal para a série de vazões da bacia incremental Foz do Areia - Salto Santiago

Outros resultados obtidos com o modelo de previsões do filtro de Kalman foram com os dados das séries de afluições às usinas de Passo Fundo, Salto Osório e Salto Santiago. Com estas séries de afluições foram feitas várias simulações, principalmente variando os dados de entrada do modelo: as matrizes  $V_t$ ,  $W_t$  e  $P_{t-1}^*$ .

Na tabela 6.3. apresentam-se as comparações dos valores observados e previstos pelo filtro de Kalman para a série de afluições a Salto Santiago, com diferentes valores para as matrizes  $V_t$ ,  $W_t$  e  $P_{t-1}^*$ . O valor inicial de  $\theta_{t-1}$  foi o mesmo para todas as simulações pois sua influência nas previsões também não é considerável.

Nas tabelas 6.4. e 6.5. são apresentadas as previsões e os valores observados para a série de afluições a Salto Osório e Passo Fundo.

As figuras 6.3., 6.4. e 6.5. contêm estes resultados junto com os observados, respectivamente para Salto Santiago, Salto Osório e Passo Fundo. Nestes exemplos, mostra-se a tendência de



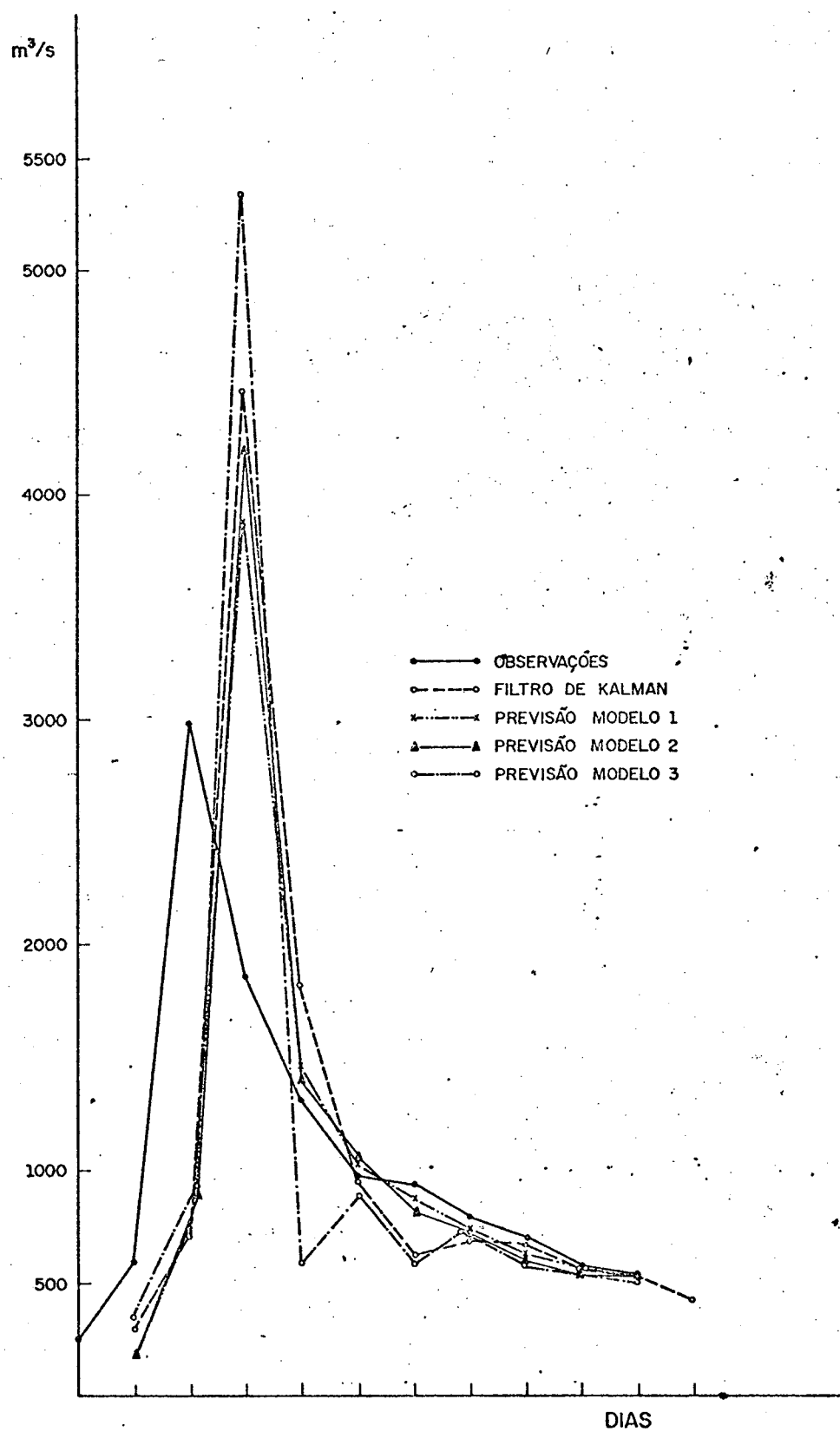


Figura 6.2. Comparação das previsões dos modelos de Leal, com as do filtro de Kalman para a série de vazões da bacia incremental Foz do Areia - Salto Santiago.

DIAS	OBSER- VAÇÕES m <sup>3</sup> /s	PREVISÕES m <sup>3</sup> /s			
		$V_t = 1,0$	$V_t = 100,0$	$V_t = 1000,0$	
		$W_t = \begin{bmatrix} 0,01 & 0 \\ 0 & 0,01 \end{bmatrix}$	$W_t = \begin{bmatrix} 1,0 & 0 \\ 0 & 1,0 \end{bmatrix}$	$W_t = \begin{bmatrix} 100,0 & 0 \\ 0 & 100,0 \end{bmatrix}$	$W_t = \begin{bmatrix} 1000,0 & 0 \\ 0 & 1000,0 \end{bmatrix}$
		$P_{t-1}^* = \begin{bmatrix} 0,1 & 0 \\ 0 & 0,1 \end{bmatrix}$	$P_{t-1}^* = \begin{bmatrix} 1,0 & 0 \\ 0 & 1,0 \end{bmatrix}$	$P_{t-1}^* = \begin{bmatrix} 1000,0 & 0 \\ 0 & 1000,0 \end{bmatrix}$	$P_{t-1}^* = \begin{bmatrix} 10000,0 & 0 \\ 0 & 10000,0 \end{bmatrix}$
01	809,54	470,21	809,54	486,17	486,17
02	1377,76	1892,37	1293,79	1529,01	1529,06
03	1298,20	1565,81	1328,95	1454,35	1454,35
04	1288,54	1409,50	1310,17	1367,63	1367,63
05	937,90	896,31	861,43	882,76	882,76
06	1061,42	977,59	967,46	974,14	974,14
07	613,60	470,34	468,95	470,16	470,16
08	949,32	858,06	858,8	858,53	858,54
09	1052,98	1094,60	1095,41	1094,99	1094,98
10	662,38	642,00	642,48	642,21	642,21
11	850,68	798,45	798,67	798,53	798,54
12	1609,28	1792,02	1792,09	1792,04	1792,04
13	858,54	958,02	958,04	958,03	958,03
14	1315,34	1335,68	1335,68	1335,68	1335,68
15	464,10	335,50	335,49	335,49	335,49
16	1511,28	1514,21	1514,21	1514,20	1514,21
17	1546,96	1767,35	1767,35	1767,35	1767,35
18	636,72	587,15	587,15	587,15	587,15
19	1246,32	1156,11	1156,11	1156,11	1156,11
20	1722,26	1887,59	1887,59	1887,59	1887,59
21	3267,90	3870,79	3870,79	3870,79	3870,79
22	6968,40	8572,79	8572,79	8572,79	8572,79
23	5396,90	6778,45	6778,45	6778,45	6778,45
24	2524,36	2302,42	2302,43	2302,43	2302,42
25	4585,74	4162,88	4162,88	4162,88	4162,88
26	4651,10	4754,11	4754,11	4754,11	4754,11
27	2190,54	1755,21	1755,21	1755,21	1755,21
28	3269,06	2746,29	2746,29	2746,29	2746,29
29	4117,64	4199,09	4199,07	4199,07	4199,07
30	3928,30	4187,99	4187,99	4187,99	4187,99
31	4269,32	4500,61	4500,61	4500,61	4500,61

Tabela 6.3. Comparações dos valores observados e previstos pelo filtro de Kalman para a série de aflúências a Salto Santiago.

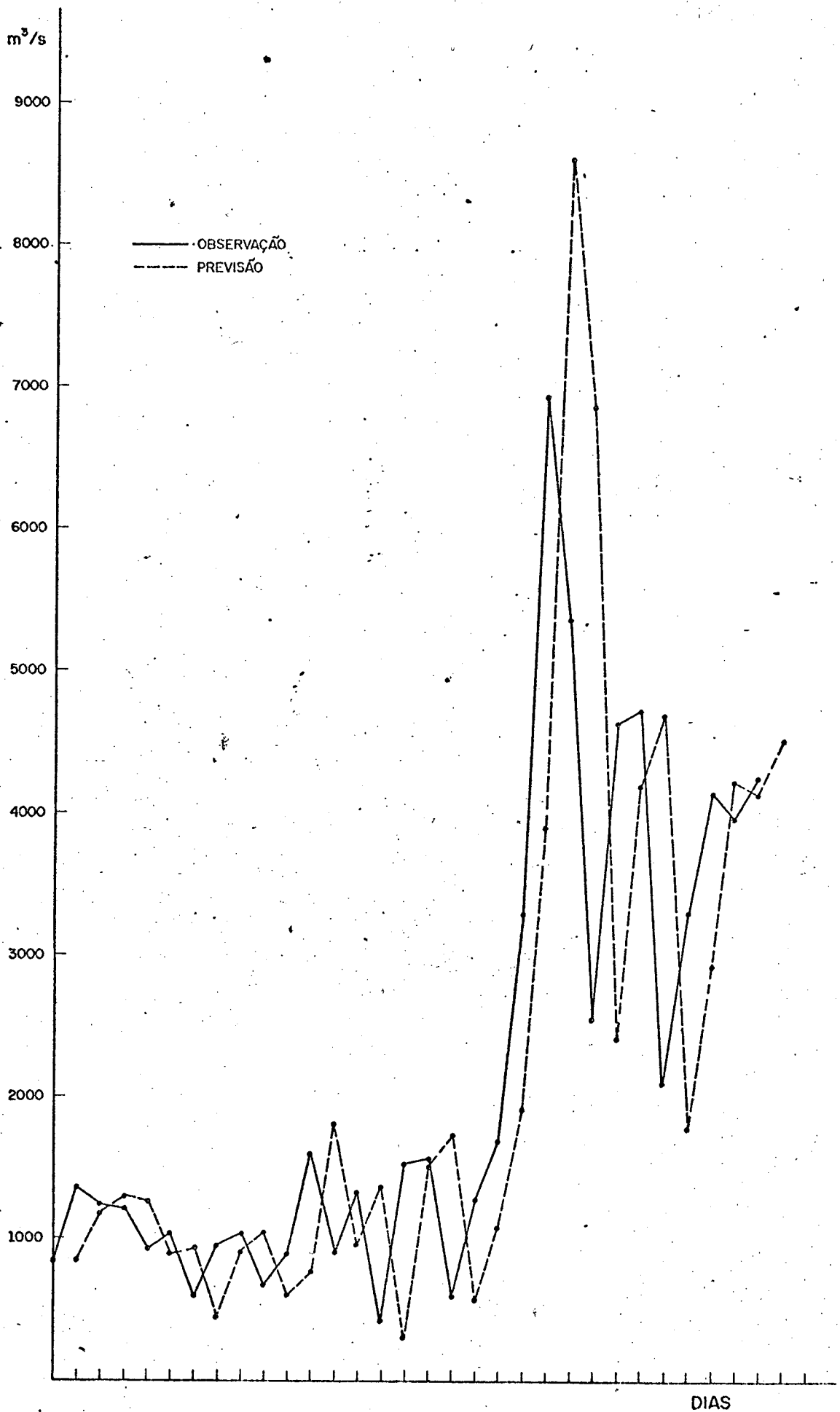


Figura 6.3. - Observações e previsões para as afluições ao reservatório de Salto Santiago.

DIAS	OBSERVAÇÕES	PREVISÕES
	m <sup>3</sup> /s	m <sup>3</sup> /s
01	758,08	758,08
02	900,34	718,31
03	926,57	823,65
04	900,60	854,07
05	751,95	694,17
06	816,18	769,98
07	617,22	555,50
08	772,91	737,00
09	879,32	916,86
10	648,79	646,30
11	742,55	715,78
12	1144,34	1239,25
13	811,30	878,17
14	1000,64	1021,15
15	646,86	597,90
16	1088,87	1092,98
17	1111,74	1207,90
18	668,08	635,90
19	1122,38	1112,70
20	1963,44	2247,95
21	2889,7	3482,31
22	4695,95	5698,93
23	3834,35	4599,22
24	2377,31	2267,68
25	3137,31	2843,97
26	3522,25	3549,29
27	2047,71	1829,31
28	2708,59	2437,16
29	3166,71	3229,88
30	3066,55	3219,85
31	3326,38	3476,57

TABELA 6.4. Comparação entre os valores observados e previstos, para a série de afluencias à Salto Osório, com  $V_t = 1,0$

$$W_t = \begin{bmatrix} 1,0 & 0 \\ 0 & 1,0 \end{bmatrix} \text{ e } P_{t-1}^* = \begin{bmatrix} 1,0 & 0 \\ 0 & 1,0 \end{bmatrix}$$

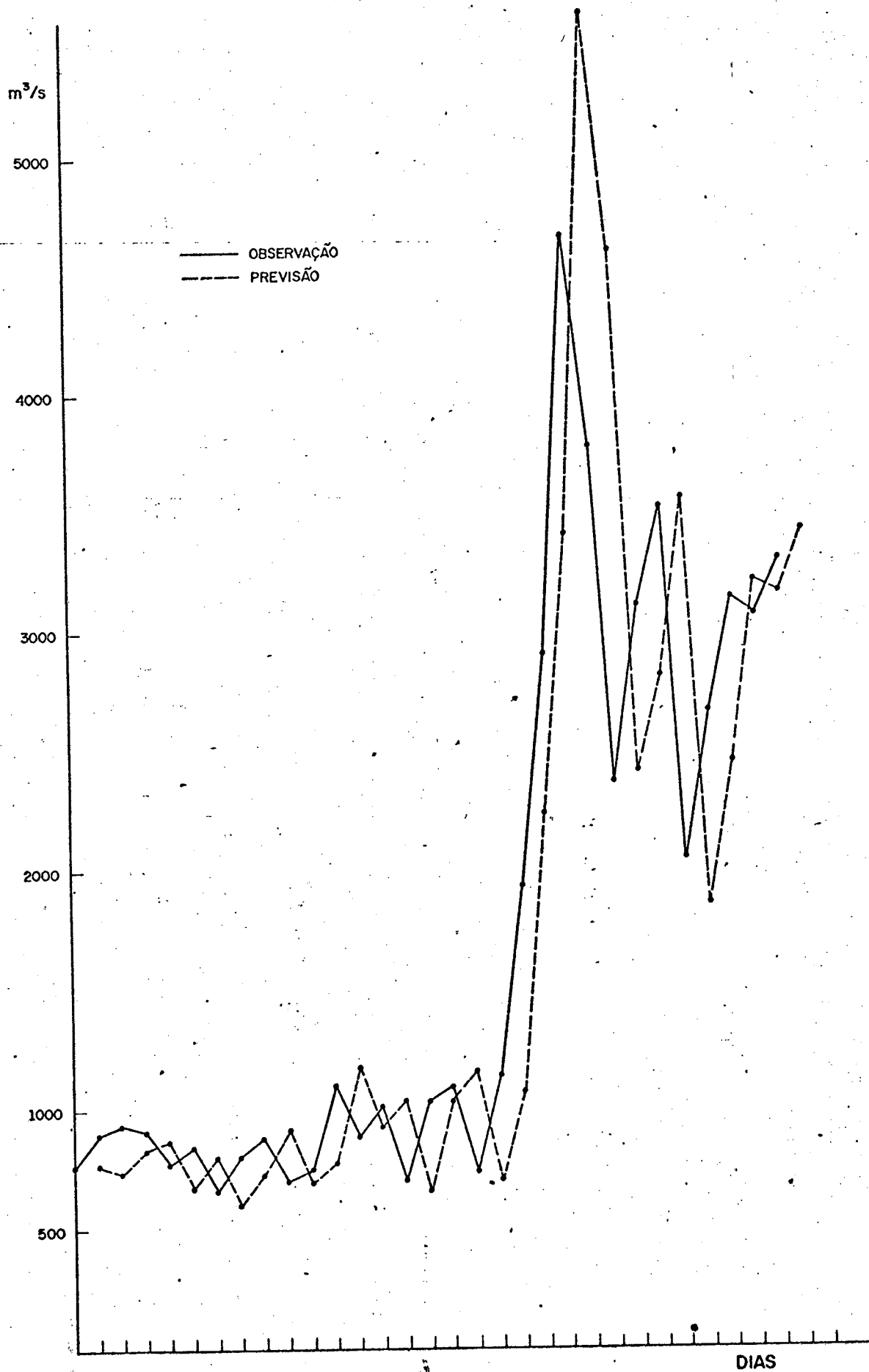


Figura 6.4. - Observações e previsões para as afluições ao reservatório de Salto Osório.

DIAS	OBSERVAÇÕES	PREVISÕES
	m <sup>3</sup> /s	m <sup>3</sup> /s
01	41,93	41,13
02	25,81	28,09
03	37,08	35,71
04	43,8	45,26
05	40,05	43,50
06	35,40	37,16
07	38,94	38,41
08	37,17	37,14
09	70,61	70,68
10	1,00	9,97
11	34,41	23,15
12	50,55	46,88
13	51,98	56,48
14	45,55	51,41
15	14,42	16,54
16	17,05	8,25
17	34,71	26,42
18	50,24	50,09
19	28,32	34,92
20	74,15	74,85
21	49,86	61,81
22	24,60	28,66
23	8,83	1,62
24	37,34	24,76
25	62,96	61,45
26	53,79	63,47
27	23,18	30,05
28	23,10	17,96
29	11,14	3,86
30	40,77	31,97
31	19,92	21,87

TABELA 6.5. Comparação entre os valores observados e previstos, para a série de afluições à Passo Fundo, com  $V_t=1,0$ ,

$$W_t = \begin{bmatrix} 1,0 & 0 \\ 0 & 1,0 \end{bmatrix} \quad e \quad P_{t-1}^* = \begin{bmatrix} 100,0 & 0 \\ 0 & 1,5 \end{bmatrix}$$

reprodução acentuada do passado proporcionada pelo filtro de Kalman.

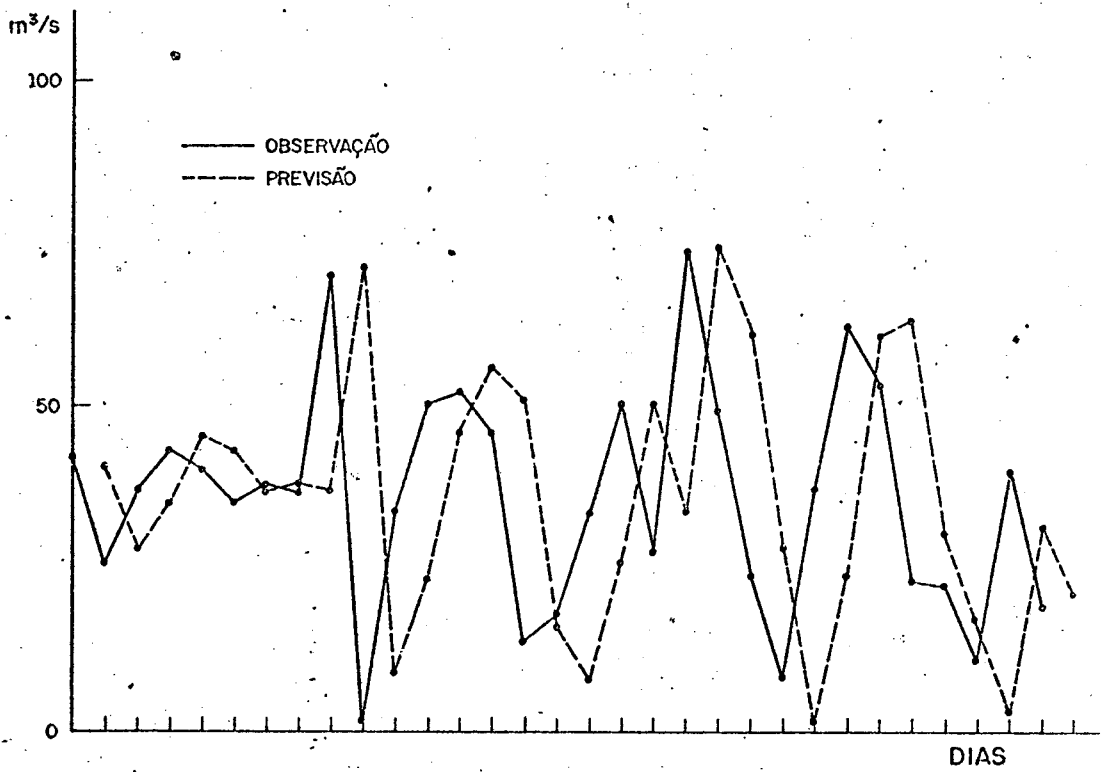


Figura 6.5. - Observações e previsões para as afluências ao reservatório de Passo Fundo.

### 6.3. Resultados obtidos com o "filtro de Kalman modificado"- ganhos atenuados pela introdução da variável $\alpha$ :

Em todos os resultados apresentado anteriormente a variável  $\alpha$  foi considerada igual à unidade. A seguir se mostram os resultados que se obtêm ao se atribuir para  $\alpha$  valores diferentes de um, comparando-os com aqueles encontrados para  $\alpha = 1$ .

Escolheu-se a série de afluições ao reservatório da usina de Passo Fundo e aplicou-se o algoritmo de previsões com valores de  $\alpha = 0,6$  e  $\alpha = 0,8$ . A série de afluições a Passo Fundo obedece um comportamento aparentemente normal, não apresentando variações muito bruscas nem transitórias. O desempenho do algoritmo de previsões é portanto muito semelhante, daquele obtido para  $\alpha = 1$ . A comparação dos resultados encontrados para  $\alpha = 0,6$ ;  $\alpha = 0,8$  e  $\alpha = 1,0$  juntamente com a série de observações estão na tabela 6.6.

A figura 6.6. contém o gráfico com as observações e previsões para o caso de  $\alpha = 0,8$ .

Conclui-se portanto que para esta série de afluições, o desempenho do filtro para  $\alpha < 1$  não implica em grandes mudanças nas previsões.



DIAS	OBSERVAÇÕES m <sup>3</sup> /s	PREVISÕES m <sup>3</sup> /s		
		$\alpha = 0,6$	$\alpha = 0,8$	$\alpha = 1,0$
01	41,93	39,57	41,10	41,13
02	25,81	30,45	27,45	28,09
03	37,08	33,63	34,00	35,71
04	43,80	40,96	43,79	45,16
05	40,04	41,99	42,90	43,50
06	35,40	38,53	37,05	37,16
07	38,94	39,06	38,39	38,41
08	37,17	37,94	37,17	37,14
09	70,61	62,58	70,70	70,69
10	1,0	22,31	10,03	9,97
11	34,41	25,78	23,17	23,15
12	50,55	41,19	46,89	46,88
13	51,98	50,83	56,48	56,48
14	45,55	50,42	51,41	51,41
15	14,42	25,74	16,54	16,54
16	17,05	14,74	8,25	8,25
17	34,71	23,73	26,42	26,42
18	50,24	41,54	50,09	50,09
19	28,32	34,44	34,92	34,92
20	74,15	64,81	74,85	74,85
21	49,86	61,54	61,81	61,81
22	24,6	38,74	28,66	28,66
23	8,83	14,09	1,62	1,62
24	37,34	23,85	24,76	24,76
25	62,96	50,11	61,54	61,45
26	53,79	57,16	63,47	63,47
27	23,18	36,44	30,05	30,05
28	23,10	24,74	17,96	17,96
29	11,14	10,26	3,86	3,86
30	40,77	26,50	31,97	31,97
31	19,92	20,61	21,87	21,87

TABELA 6.6. Comparação das observações com as previsões para  $\alpha$  variável, para a série de afluições à Passo Fundo.

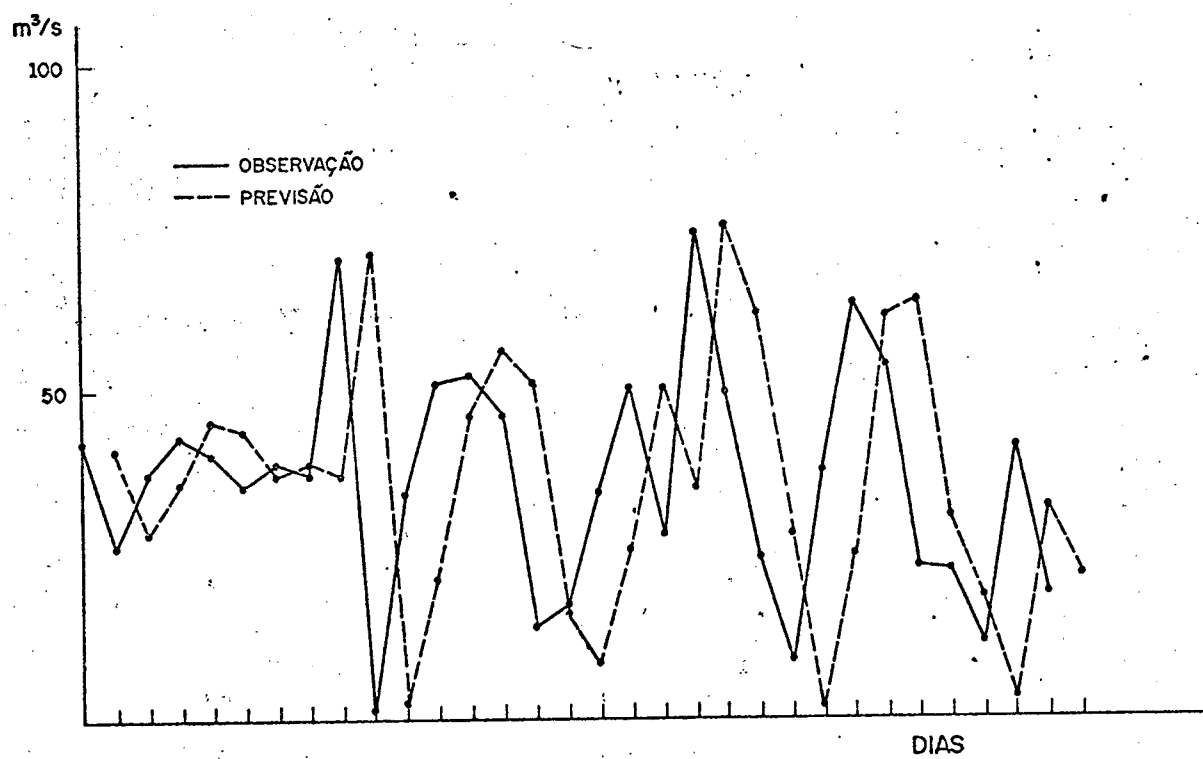


Figura 6.6. - Observações e previsões para o reservatório de Passo Fundo com  $\alpha = 0,8$ .

Para os dados de vazões da bacia incremental Foz do Areia - Salto Santiago, foram feitas várias simulações variando  $\alpha$ . Os valores de  $\alpha$  utilizados foram:

$\alpha = 0,6$ ;  $\alpha = 0,8$ ;  $\alpha = 0,95$ ;  $\alpha = 1,025$ ;  $\alpha = 1,05$  e  $\alpha = 1,15$ .

Os resultados das previsões juntamente com as observações estão na figura 6.7. A tabela 6.7. correspondente desta figura contém os resultados numéricos, inclusive para  $\alpha = 1,0$ .

Analisando estes resultados pode-se concluir que o melhor desempenho se observa para  $\alpha = 0,8$ . Neste caso, as previsões se aproximam bastante das afluências observadas.

Para  $\alpha = 0,6$ , os resultados são demasiadamente atenuados, estando portanto abaixo das observações (resultados pessimistas).

Para valores acima de  $\alpha = 1$ , as previsões se afastam bastante das observações, com um pico inicial maior que o dobro do observado, por exemplo para  $\alpha = 1,15$  (resultados muito otimistas).

Isto significa que é viável a obtenção de um desempenho corrigido se atenuando resultados muito otimistas e amplificando os mais pessimistas sem contudo ultrapassar  $\alpha = 1,0$ . Isto conduz a concepção do algoritmo apresentado no item 5.2. e cujos resultados aparecem no item seguinte.

#### 6.4. Resultados obtidos com o filtro de Kalman modificado, utilizando o controle adaptativo do ganho do filtro:

As previsões obtidas com  $\alpha$  variável, através do controle adaptativo do ganho do filtro de Kalman, conforme foi apresentado no capítulo anterior (item 5.2.), podem ser apreciados nas figuras 6.8. à 6.11., cujos resultados numéricos associados foram reunidos nas tabelas 6.8. à 6.11. respectivamente.

DIAS	OBSER- VACÕES m <sup>3</sup> /s	PREVISÕES m <sup>3</sup> /s						
		$\alpha = 0,6$	$\alpha = 0,8$	$\alpha = 0,95$	$\alpha = 1,0$	$\alpha = 1,025$	$\alpha = 1,05$	$\alpha = 1,15$
01	480,0	1092,08	789,44	562,46	486,80	448,97	411,14	259,82
02	3780,0	3271,73	4161,38	5046,91	5394,11	5579,02	5772,08	6636,51
03	2560,0	3220,56	3202,29	2772,67	2513,29	2356,73	2180,46	1247,56
04	2200,0	2710,39	2305,74	1991,72	1951,87	1955,85	1980,29	2360,47
05	1680,0	1935,21	1456,36	1284,28	1264,98	1256,21	1244,08	1065,77
06	1400,0	1328,70	1038,94	1046,02	1066,29	1077,36	1089,60	1196,39
07	1200,0	935,97	859,41	929,74	948,34	955,73	961,72	951,74
08	1060,0	723,02	791,44	863,54	876,94	882,35	887,21	912,64
09	960,0	631,28	765,09	819,05	828,02	831,69	834,97	841,45
10	900,0	618,88	765,64	804,96	812,23	815,39	818,32	829,49

TABELA 6.7. Comparação das observações com as pre-  
visões dadas pelo filtro de Kalman para  
diferentes valores de  $\alpha$ , para as va-  
zões da bacia incremental Foz do  
Areia - Salto Santiago.

Através deste procedimento nota-se a diminuição das pre-  
visões de pico, do tipo transitório positivo, pela atenuação do  
ganho, correspondendo a uma certa contenção da tendência otimis-  
ta do filtro de Kalman, e um aumento das previsões nos picos ne-  
gativos, correspondendo a uma certa contenção da tendência pess-  
mista do filtro, nestas situações.

Na tabela 6.8. e figura correspondente, observa-se uma  
previsão negativa de -7,2 para um valor previsto de 9,97 com  $\alpha =$   
1,0. Isto se deve a natureza da série de afluições observadas  
ao reservatório de Passo Fundo, conforme tabela 6.6., onde se no-  
ta um transitório brusco de 70,61 m<sup>3</sup>/s para 1 m<sup>3</sup>/s, com uma  
aproximação de zero. Portanto, o modelo adaptativo para transitó-  
rios deste tipo, com a concepção adotada neste trabalho, dará re-  
sultados absurdos fisicamente.

É importante salientar que na série de observações a me-  
dida da afluição para esse ponto também foi negativa, sendo in-

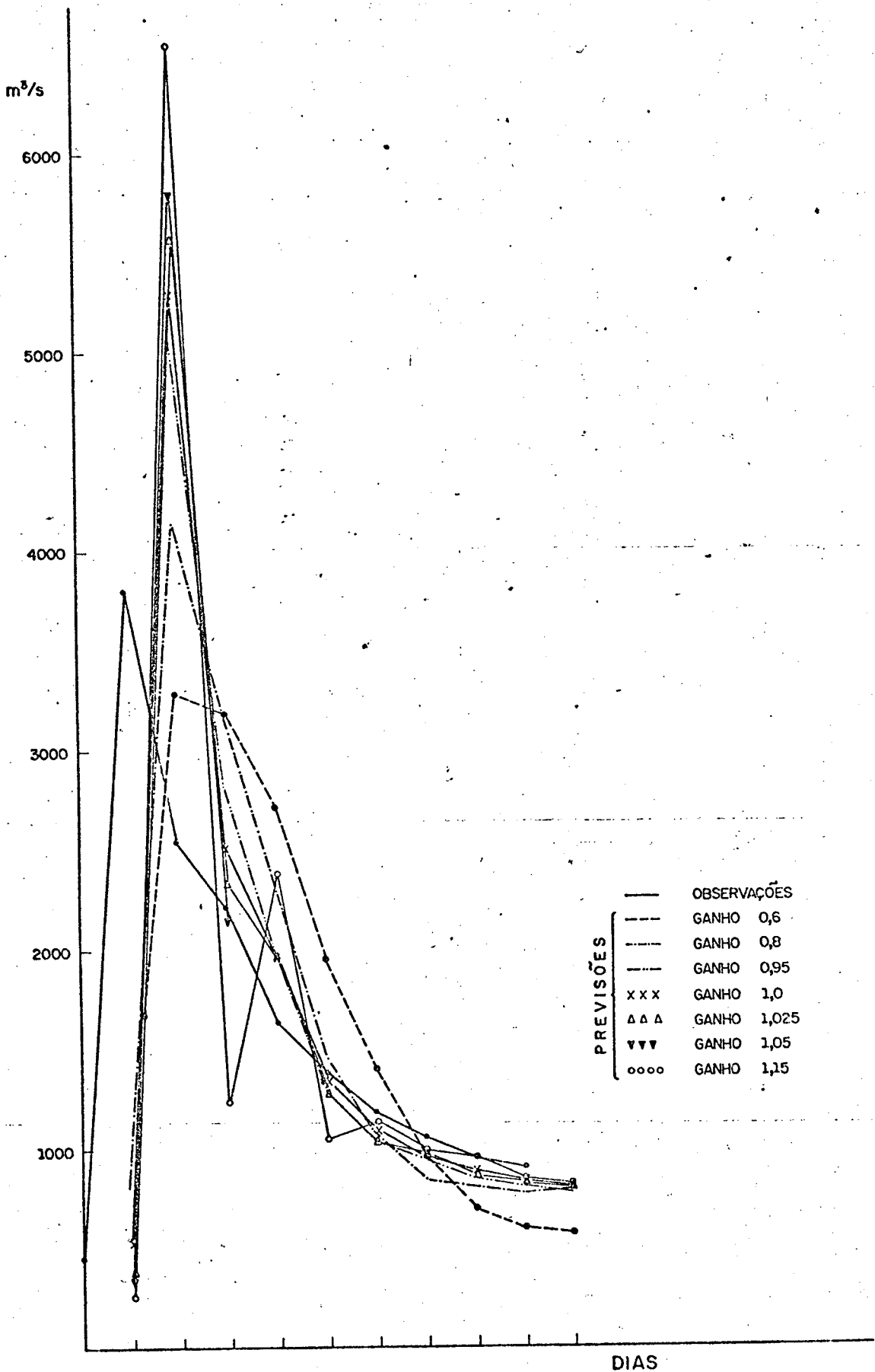


Figura 6.7. - Comparações das observações com as previsões com diferentes valores de  $\alpha$  para as vazões da bacia incremental Foz do Areia - Salto Santiago.

terpretada na prática como um erro de cálculo. O valor de  $1,0\text{m}^3/\text{s}$  nesse caso, foi adotado em substituição, apenas por conveniência de interpretação física.

DIAS	PREVISÕES $\text{m}^3/\text{s}$		
	$\alpha \cong 1,0$	$\alpha$ ADAPTATIVO	
		VALOR DE $\alpha$	
01	41,30	42,30	0,95
02	28,09	24,23	0,95
03	35,71	33,97	0,80
04	45,26	46,54	0,90
05	43,50	43,85	0,90
06	37,16	36,60	0,90
07	38,41	38,65	0,95
08	37,14	37,32	0,80
09	70,69	70,76	0,80
10	9,97	-7,20	1,00
11	23,15	17,42	0,80
12	46,88	52,53	0,90
13	56,48	61,29	0,80
14	51,41	54,48	0,80
15	16,54	10,50	0,95
16	8,25	7,70	0,95
17	26,42	30,18	0,95
18	50,09	55,04	0,90
19	34,92	34,33	0,90
20	74,85	74,13	0,80
21	61,81	59,16	0,90
22	28,66	24,13	0,90
23	1,62	0,29	0,80
24	24,76	24,45	0,80
25	61,45	61,77	0,80
26	63,47	63,98	0,80
27	30,05	22,74	0,95
28	17,96	16,03	0,95
29	3,86	4,11	0,80
30	31,87	32,70	0,80
31	21,87	22,88	0,80

TABELA 6.8. Comparação das previsões obtidas para as afluências à Passo Fundo com  $\alpha$  constante e  $\alpha$  variável determinadas pelo controle adaptativo do ganho do filtro de Kalman.

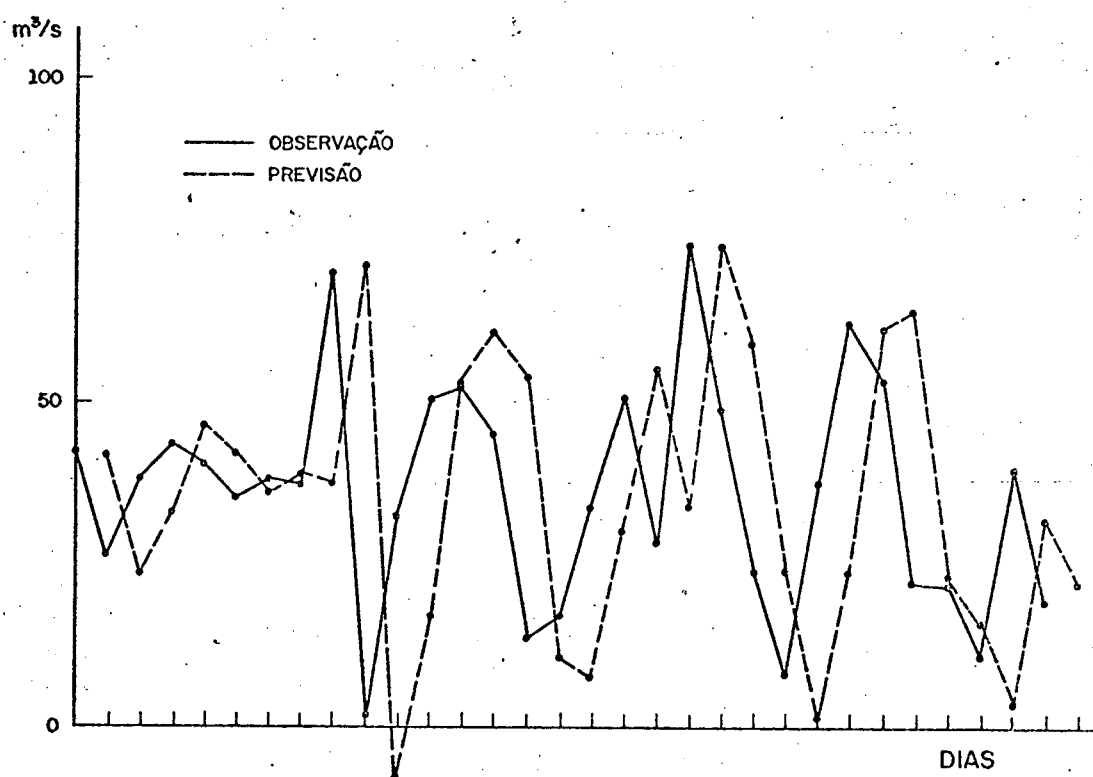


Figura 6.8. - Observações e previsões para o reservatório de Passo Fundo, com  $\alpha$  calculado pelo método adaptativo.

DIAS	PREVISÕES m <sup>3</sup> /s		
	$\alpha = 1$	$\alpha$ ADAPTATIVO	VALOR DE $\alpha$
01	809,54	845,87	0,95
02	1293,79	1322,95	0,80
03	1328,95	1388,14	0,80
04	1310,17	1367,32	0,80
05	861,43	892,23	0,95
06	967,46	982,21	0,95
07	468,95	519,47	0,90
08	858,80	822,08	0,90
09	1095,41	1072,19	0,95
10	642,48	681,50	0,90
11	798,67	797,47	0,95
12	1792,09	1589,35	0,80
13	958,04	958,10	0,95
14	1335,68	1330,63	0,90
15	335,49	397,05	0,95
16	1514,20	1278,30	0,80
17	1767,35	1736,44	0,95
18	587,15	666,90	0,95
19	1156,11	1055,29	0,80
20	1887,59	1732,25	0,80
21	3870,77	3500,66	0,80
22	8572,79	7700,07	0,80
23	6778,45	6839,79	0,90
24	2302,43	2640,92	0,95
25	4162,88	4154,81	0,90
26	4754,11	4793,44	0,95
27	1755,21	2091,18	0,90
28	2746,29	2765,36	0,95
29	4199,07	4096,71	0,95
30	4188,00	4182,66	0,80
31	4500,61	4485,45	0,95

TABELA 6.9. Comparação das previsões obtidas para as afluências à Salto Santiago com  $\alpha$  constante, e  $\alpha$  variável determinado pelo controle adaptativo do ganho do filtro de Kalman.



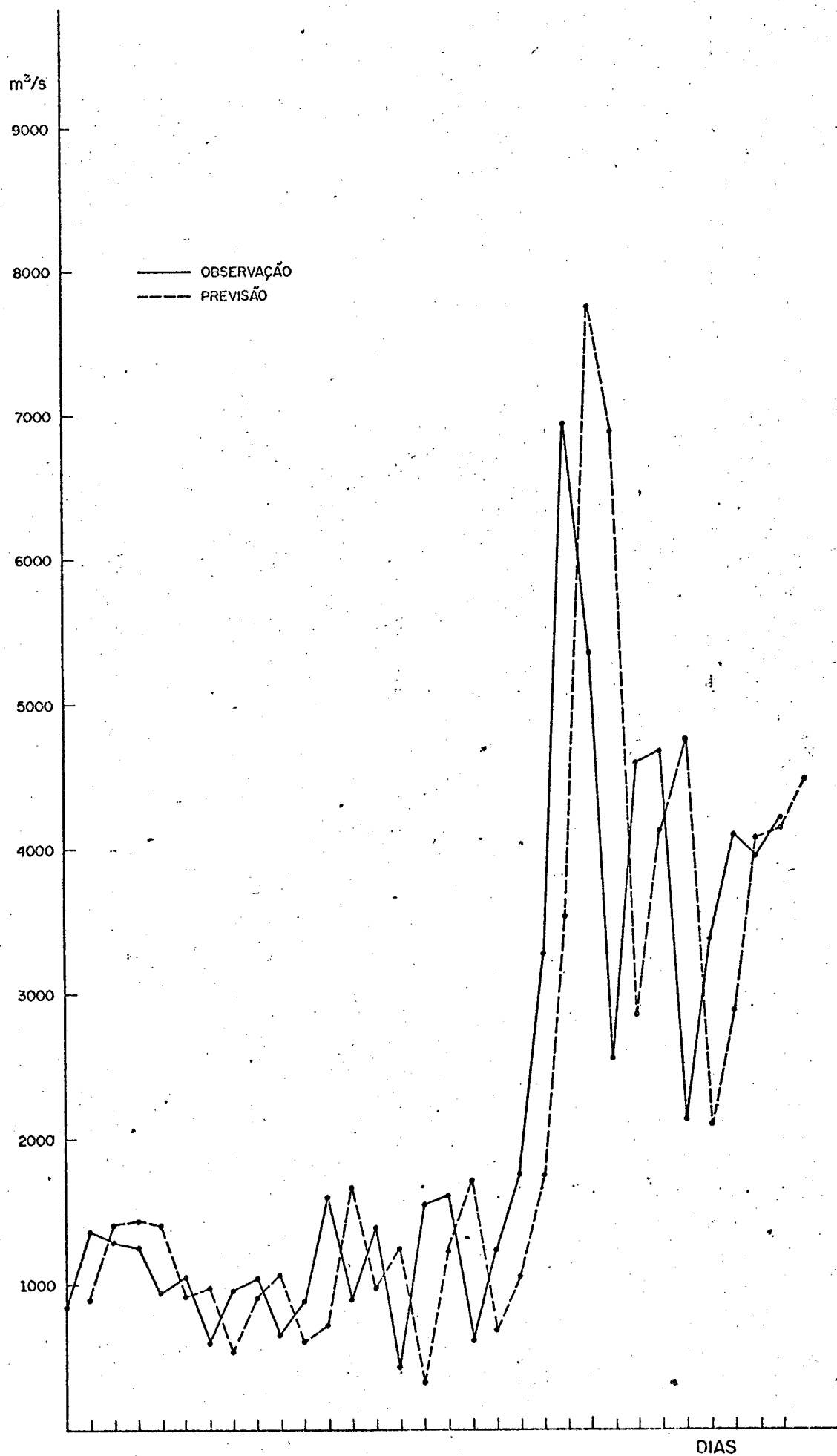


Figura 6.9. - Observações e previsões para o reservatório de Salto Santiago, com  $\alpha$  calculado pelo método Adaptativo.

DIAS	PREVISÕES m <sup>3</sup> /s		
	$\alpha = 1$	$\alpha$ ADAPTATIVO	
		VALOR DE $\alpha$	
01	758,08	727,01	0,80
02	900,34	876,64	0,80
03	926,57	952,13	0,95
04	900,60	928,70	0,80
05	751,95	719,77	0,95
06	816,18	769,63	0,90
07	617,22	572,42	0,90
08	772,91	694,33	0,80
09	879,32	866,75	0,80
10	648,79	648,70	0,95
11	742,55	718,38	0,90
12	1144,34	1145,96	0,80
13	811,30	880,71	0,95
14	1000,64	1035,69	0,95
15	646,86	631,61	0,95
16	1088,87	995,17	0,80
17	1111,74	1193,20	0,95
18	668,08	671,23	0,95
19	1122,38	1020,14	0,80
20	1963,44	2023,63	0,80
21	2889,7	3359,00	0,90
22	4695,95	5523,10	0,90
23	3834,75	4743,96	0,90
24	2377,31	2427,14	0,95
25	3137,31	2869,81	0,95
26	3522,25	3523,57	0,95
27	2047,21	1995,79	0,90
28	2708,59	2430,99	0,95
29	3166,71	3166,09	0,95
30	3066,55	3216,37	0,80
31	3326,38	3464,93	0,95

TABELA 6.10. Comparação das previsões obtidas para as afluências à Salto Osório com  $\alpha$  constante, e  $\alpha$  variável determinado pelo controle adaptativo do ganho do filtro de Kalman.

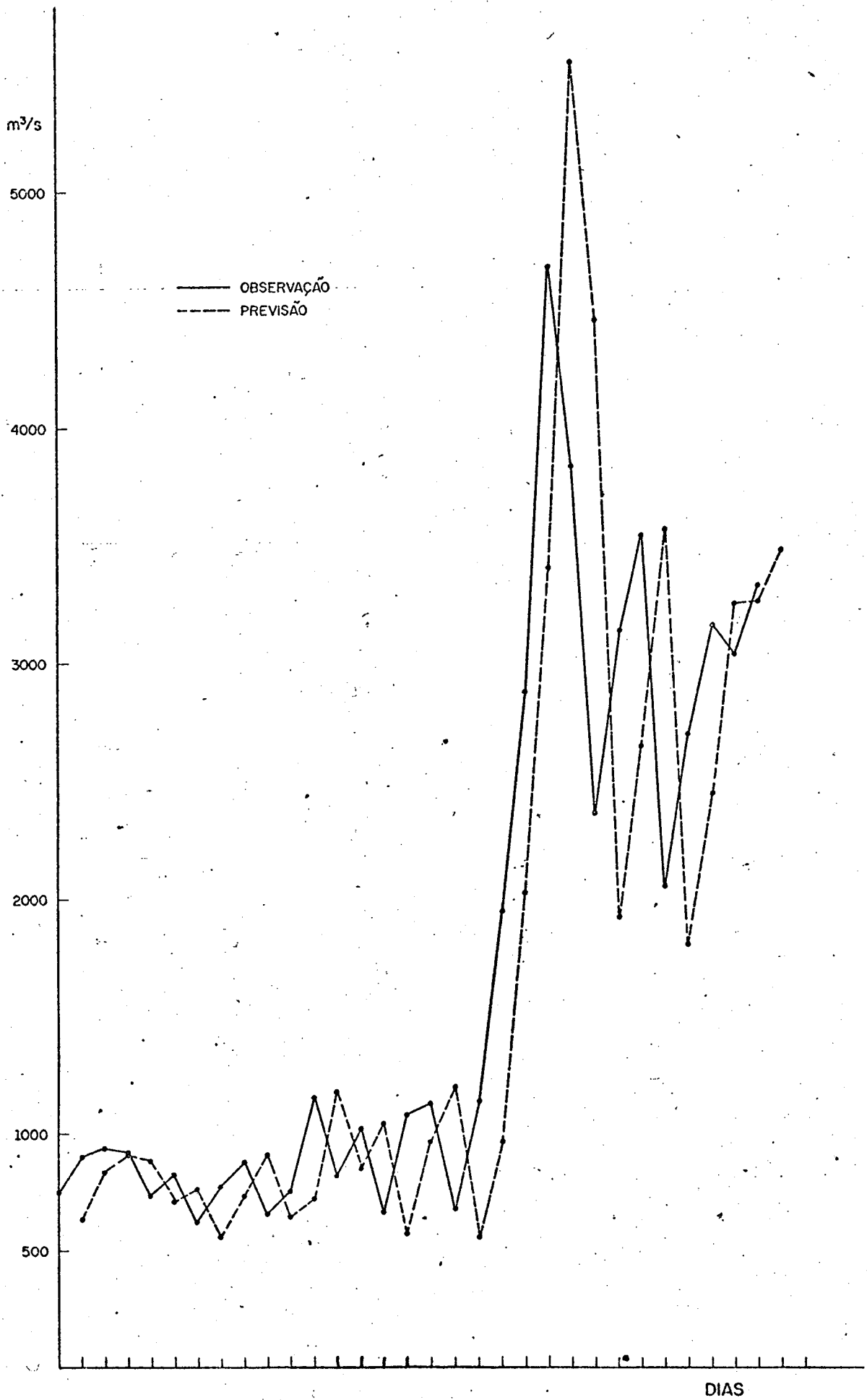


Figura 6.10. - Observações e previsões para o reservatório de Salto Osório com  $\alpha$  calculado pelo método adaptativo.

DIAS	PREVISÕES m <sup>3</sup> /s		
	$\alpha = 1$	$\alpha$ ADAPTATIVO	
		VALOR DE $\alpha$	
01	255,59	317,81	0,95
02	731,00	675,73	0,95
03	4460,49	3683,98	0,80
04	1791,32	2228,01	0,95
05	952,28	1208,70	0,90
06	617,38	708,01	0,80
07	673,41	634,05	0,95
08	636,35	613,26	0,95
09	600,55	589,50	0,95
10	500,45	499,40	0,95
11	440,42	437,85	0,95

TABELA 6.11. Comparação das previsões obtidas para as vazões da bacia incremental Foz do Areia - Salto Santiago, com  $\alpha$  constante e  $\alpha$  variável determinado pelo controle adaptativo do ganho do filtro de Kalman.

#### 6.5. Conclusões:

Foram apresentados neste capítulo, resultados de várias simulações com o algoritmo programado do previsor usando o filtro de Kalman. Conforme pode ser observado desde os resultados, este algoritmo previsor apresenta uma forte tendência de repetir o passado.

O modelo linear dinâmico de múltiplos estados oferece melhores previsões, mas a tendência de repetição do passado ainda se mantém, conforme se concluiu da comparação com os resultados de Mendes, apresentado na figura 6.1.

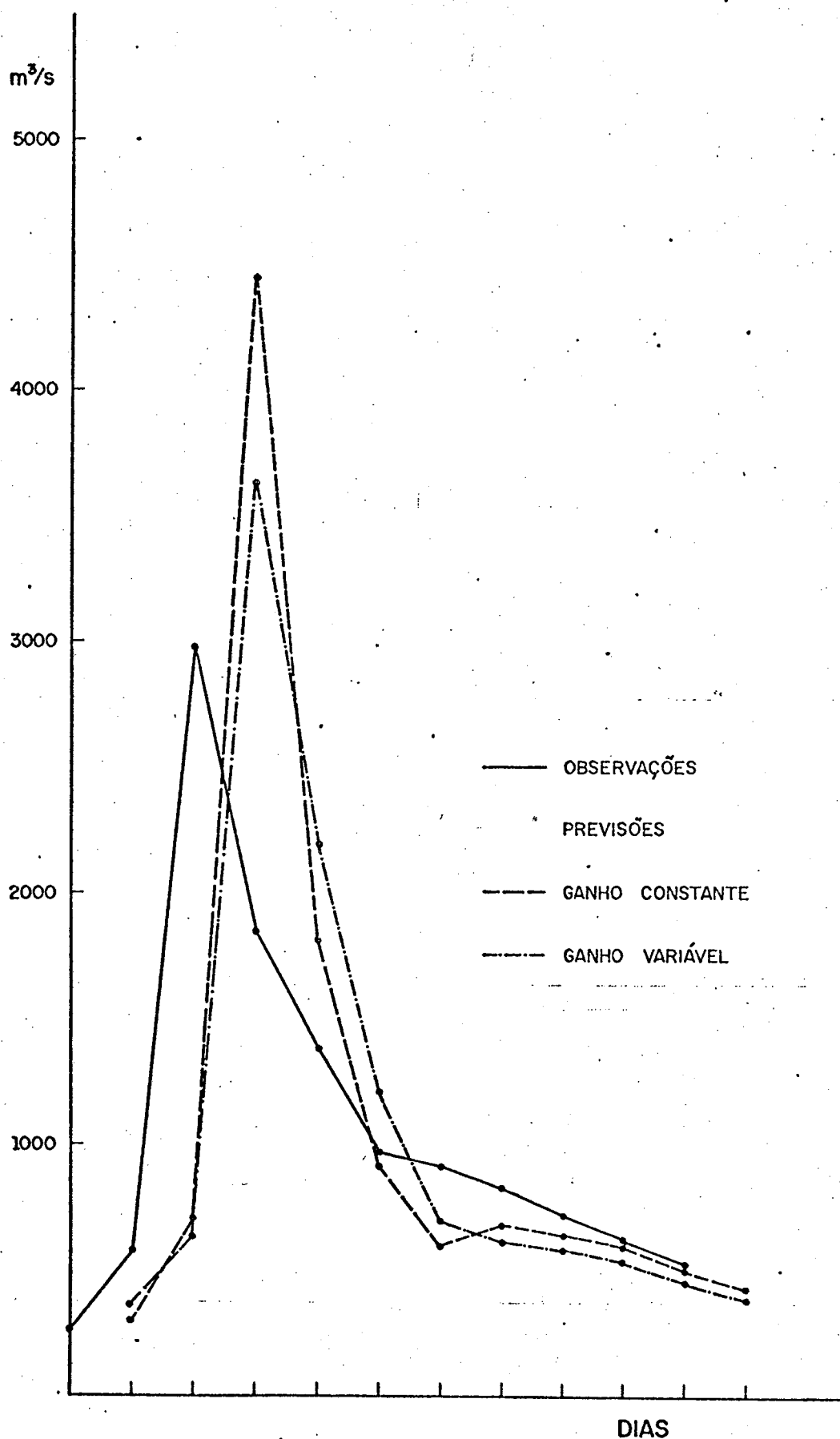


Figura 6.11. - Comparação das previsões obtidas para as vazões da bacia incremental Foz do Areia - Salto Santiago, com  $\alpha$  constante e  $\alpha$  variável determinado pelo controle adaptativo do ganho do filtro de Kalman.

Os resultados obtidos com o uso do coeficiente de multiplicação  $\alpha$ , de ajuste do ganho do filtro de Kalman, foram bons, com excessão do caso apreciado na figura 6.8. e respectiva tabela, onde para o ponto nº 10 da série se teve uma previsão de afluência negativa.

Certamente, com a seleção de uma lei de controle adaptativo de  $\alpha$  (e portanto do ganho do filtro de Kalman) adequada se poderá evitar tal comportamento do algoritmo previsor.

A comparação dos resultados do modelo com os resultados de Leal e outros [13], mostrou que o mesmo, apesar de menos intuitivo, apresenta resultados bastante satisfatórios, mesmo sem a consideração de informações sobre a precipitação.

Tendo em vista ainda a diferença de tempo de cálculo e a qualidade das previsões obtidas, conclui-se que, para aplicações em tempo real e a curtíssimo prazo, não se justifica a utilização do MLD a múltiplos estados pelo menos nas versões atuais.

## CAPÍTULO 7

### CONCLUSÕES

#### 7.1. Comentários sobre os resultados do algoritmo programado:

O algoritmo de previsões do filtro de Kalman, utilizando um modelo linear dinâmico a um único estado, com  $\alpha = 1,0$  constante, foi aplicado a várias séries de afluições a reservatórios de usinas hidroelétricas e a séries temporais de demandas, para fins de comparação.

O desempenho do modelo é avaliado pelas comparações entre os seus resultados e os resultados das previsões obtidas por outros modelos, relativamente aos valores observados.

Comparando os resultados do modelo de múltiplos estados utilizado por Mendes [15] e as do modelo simplificado a um único estado, adotado neste trabalho, é possível concluir que:

1º) O MLD de Mendes apresenta resultados bem mais satisfatórios de previsão, sobretudo quando da ocorrência de transitórios muito rápidos na série de observações. Certamente, a consideração do transitório, como um dos estados prováveis do modelo a múltiplos estados, assegura a este melhor desempenho nessas situações;

2º) Por outro lado, o modelo a um único estado, apresenta resultados bastante satisfatórios para as demais situações, sem contudo afastar-se demasiado das observações, mesmo nos transitórios. Entretanto, evitando o cálculo das probabilidades de transição, cuja dificuldade reside na proliferação de modelos de transição, exigindo a condensação de posterioris [15], [16], o tempo de cálculo fica bastante reduzido.

3º) Observa-se ainda, figura 6.1., que os dois modelos acima têm tendência a repetir o passado. Esta tendência é mais acentuada no modelo a um único estado, mas não deixa de ser senti

da também nos resultados do modelo a múltiplos estados.

A comparação dos resultados do modelo previsor do filtro de Kalman com os resultados obtidos através de modelos mais intuitivos [13], conforme a figura 6.2., mostra-se igualmente satisfatória. O modelo previsor adotado neste trabalho tem um desempenho intermediário se confrontando com os resultados das três versões do modelo de Leal e outros [13], sendo bastante mais satisfatório que aqueles apresentados pela versão 3, a qual considera informações sobre a precipitação. A versão 3 parece, frente aos diversos resultados obtidos, muito otimista, o que leva a crer que a consideração da precipitação pode ter sido conduzida de modo equivocado ao modelo.

Análises de sensibilidade do modelo frente às variações das matrizes de covariância dos ruídos,  $W_t$  e  $V_t$  e da matriz de covariância da média,  $P_{t-1}^*$ , são apresentadas na tabela 6.3., concluindo-se que os resultados não mudam apreciavelmente com estas variações. Pelo contrário, verifica-se que as previsões dependem muito mais da forma da série de afluências do histórico do que dos valores relativos dos parâmetros do modelo.

Os resultados da simulação do previsor com valores diferentes de  $\alpha$  são apresentados na figura 6.7.. Neste caso, compara-se os resultados obtidos com  $\alpha$  variando entre 0,6 e 1,15. Conclui-se destes resultados destes resultados que os melhores valores de  $\alpha$  se situam entre 0,8 e 0,95.

Nesta faixa de valores de  $\alpha$  (0,8 a 0,95) as previsões se mantêm dentro de limites de afastamento dos valores observados, mas para  $\alpha > 1,0$  a tendência é um otimismo exagerado nos transitórios positivos, enquanto que nos transitórios negativos se observa um grande pessimismo. Para  $\alpha < 0,8$  o efeito é invertido, observando-se valores de previsão muito pessimistas nos transitórios positivos e nos transitórios negativos agora as previsões são otimistas demais.



Na figura 6.6., mostram-se os resultados obtidos para uma série de afluências com características diferentes (média, desvio padrão, etc.), observando-se que, para diferentes valores de  $\alpha$  (ver tabela 6.6.), as previsões se comportam como acima relatado.

Foi aproveitando estas observações que se construiu o modelo considerando o controle adaptativo de  $\alpha$  dentro da faixa 0,8 a 1,0.

Os resultados obtidos através desta versão do modelo são apresentados nas figuras 6.8. a 6.11. e respectivas tabelas, podendo-se concluir em geral que são um pouco melhores que os calculados com  $\alpha = 1,0$ , o que se pode deduzir através do critério do erro quadrático médio. Na figura 6.11. a tabela correspondente, tem se evidenciado o melhor desempenho do modelo com ganho adaptativo.

Entretanto, no caso da figura e tabela 6.8., observa-se que, na presença de um transitório brusco negativo se aproximando de zero, o resultado é uma previsão negativa, o que não se admitiria fisicamente. Nestas situações as previsões do modelo com  $\alpha = 1,0$ ,  $\alpha = 0,8$  e  $\alpha = 0,6$  são otimistas demais como no que se observou na tabela 6.6.. Isto significa que, certamente existe algum trabalho a fazer para que, com esse modelo, se possa contornar o problema desse tipo de transitório.

## 7.2. Sugestões para futuros trabalhos:

O modelo de previsões do filtro de Kalman utilizado neste trabalho, apresenta algumas vantagens e desvantagens, conforme o item anterior, quando seus resultados são comparados com os de outros modelos.

Acredita-se que ainda existam muitas melhorias, que possam ser introduzidas no modelo de previsões utilizado, tais como:

1º) A implantação do modelo Bayesiano de previsões inserido na formulação em classe II, através da interpretação das ma-

trizes de covariância e das probabilidades de transição de estado;

2º) A implementação do algoritmo proposto neste trabalho, com a inclusão das informações meteorológicas e de precipitação;

3º) Estudo e aplicação de uma lei de controle adaptativo, para o cálculo da constante de atenuação do ganho do filtro de Kalman, procurando a correção do desempenho frente a transitórios bruscos, sobretudo os negativos que se aproximam de zero;

4º) Inserção do modelo numa base coerente de tratamentos, utilizando a aquisição de dados automática, a recorrência em conversacional, e a avaliação da repercussão do seu desempenho sobre o pré-despacho da geração a nível semanal ou diário.

APÊNDICE I

CÁLCULO DAS AFLUÊNCIAS

A afluência é uma grandeza calculada a partir de medi-  
das das variáveis características de um reservatório. Dentre es-  
tas variáveis mensuráveis estão : o nível de água do reservatório;  
a vazão recebida do reservatório de montante acrescida ou não das  
afluências laterais; a vazão natural, quando não existir reserva-  
tório de montante; vazões turbinadas no reservatório considerado  
e os vertimentos, quando existirem.

Estas medidas podem estar representadas no seguinte de-  
senho:

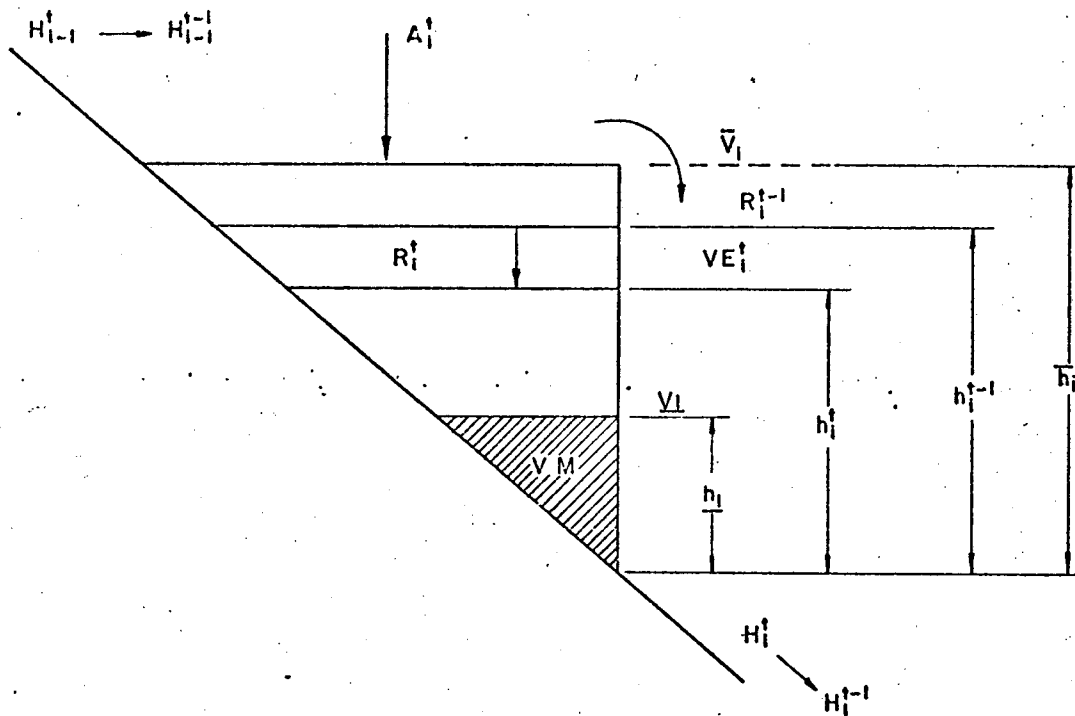


Figura I.1. Parâmetros e variáveis típicas de um reservatório.

onde:

- $A_i^t$  : afluência;  
 $\bar{V}_i$  : volume máximo;  
 $\underline{V}_i$  : volume mínimo;  
 $VM$  : volume morto;  
 $\underline{h}_i$  : nível mínimo permitido para haver geração;  
 $\bar{h}_i$  : nível máximo permitido para não haver vertimento;  
 $h_i^{t-1}$  : nível inicial;  
 $h_i^t$  : nível final após a geração;  
 $VE_i^t$  : volume vertido;  
 $R_i^{t-1}$  : reserva inicial;  
 $R_i^t$  : reserva final;  
 $H_{i-1}^t$  : vazão recebida do reservatório de montante; e  
 $H_i^t$  : vazão turbinada no reservatório em questão.

De acordo com a variação destes parâmetros, pode-se apresentar as seguintes situações :

a) Se  $R_i^t \leq \bar{R}_i \implies VE_i^t = 0$

$$\int_{t-1}^t R_i^t dt = \int_{t-1}^t H_{i-1}^t dt + \int_{t-1}^t A_i^t dt - \int_{t-1}^t H_i^t dt \quad (I.1)$$

$$\begin{aligned}
 R_i(h_i^t) - R_i(h_i^{t-1}) &= (H_{i-1}^t - H_{i-1}^{t-1}) + \\
 &\quad \Delta R_i^t \quad \quad \quad \Delta H_{i-1}^t \\
 + (A_i^t - A_i^{t-1}) - (H_i^t - H_i^{t-1}) \\
 &\quad \Delta A_i^t \quad \quad \quad \Delta H_i^t \\
 \Delta A_i^t &= \Delta R_i^t + \Delta H_i^t - \Delta H_{i-1}^t \quad (I.2)
 \end{aligned}$$

$$b) \text{ Se } R_i^t > \bar{R}_i \implies VE_i^t \neq 0$$

$$\Delta VE_i^t = E_i^t - E_i^{t-1} \quad (I.3)$$

$$\Delta A_i^t = \Delta R_i^t + \Delta H_i^t + \Delta VE_i^t - \Delta H_{i-1}^t \quad (I.4)$$

$$c) \text{ Se } R_i^t \leq \bar{R}_i \implies \Delta H_i^t = 0$$

$$\Delta A_i^t = \Delta R_i^t - \Delta H_{i-1}^t \quad (I.5)$$

Se não existir reservatório de montante, as equações se simplificam:

$$\Delta A_i^t = \Delta R_i^t + \Delta H_i^t \quad (I.6)$$

$$\Delta A_i^t = \Delta R_i^t + \Delta H_i^t + \Delta VE_i^t \quad (I.7)$$

$$\Delta A_i^t = \Delta R_i^t \quad (I.8)$$

Quando os reservatórios forem muito grandes  $h_i^t \approx h_i^{t-1}$ , e então  $\Delta R_i^t = 0$ , e as equações se tornam :

$$\Delta A_i^t = \Delta H_i^t - \Delta H_{i-1}^t \quad (I.9)$$

$$\Delta A_i^t = \Delta H_i^t + \Delta VE_i^t - \Delta H_{i-1}^t \quad (I.10)$$

$$\Delta A_i^t = \Delta H_{i-1}^t \quad (I.11)$$

Através dos máximos e mínimos níveis permitidos para o reservatório e as respectivas reservas associadas a cada nível é possível traçar uma curva cota-reserva (cota-volume).

A curva cota-reserva (cota-volume) é da seguinte forma:

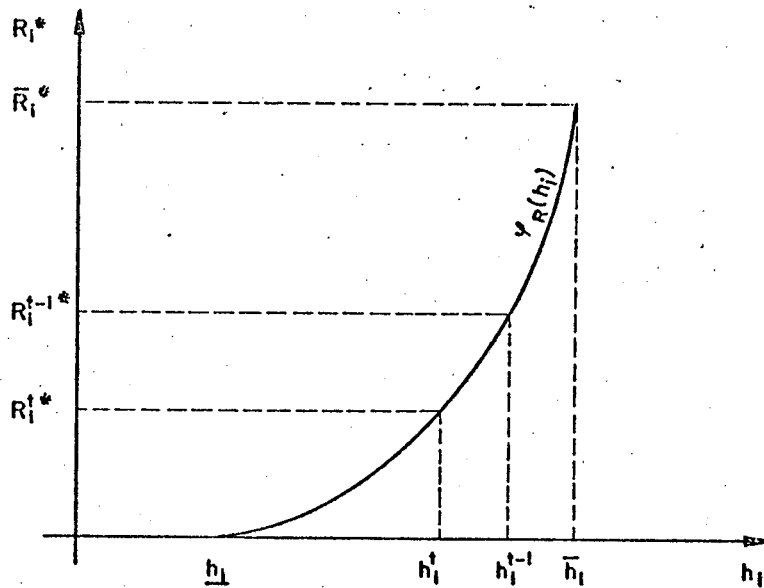


Figura I.2. Curva cota-reserva (cota-volume)

com a seguinte transformação de variáveis:

$$R_i^* = V_i - V_i \quad (\text{I.12})$$

$$\bar{R}_i^* = \bar{V}_i - V_i \quad (\text{I.13})$$

$$\underline{R}_i^* = \underline{V}_i - \underline{V}_i = 0 \quad (\text{I.14})$$

Curvas deste tipo podem ser obtidas através de ajustamento desde um processo de identificação de funcionais por partes, obtendo-se assim uma expressão aproximada  $\varphi_R(h_i)$  para descrever matematicamente esta dependência não linear.

Em muitos casos uma aproximação de  $\varphi_R(h_i)$  por partes lineares é satisfatória, sobretudo quando a aquisição de dados não é muito confiável.

## APÊNDICE II

### TESTE DE CALIBRAÇÃO DO FILTRO DE KALMAN

O teste de calibração do filtro de Kalman foi inicialmente proposto com a finalidade de verificar a lógica do algoritmo previsor.

O teste consiste em manter constante  $y_t$ , que representa as afluências no instante  $t$ . Isto é feito, fazendo a série histórica de observações igual a unidade, que foi o valor escolhido.

A distribuição normal de  $\theta_{t-1}$ , com seu valor médio e sua matriz de covariância, que representam o desempenho do processo no instante anterior ao da previsão, permaneceram constantes durante as simulações.

O que se variou foram as matrizes de covariância dos ruídos  $V_t$  e  $W_t$ . Os valores atribuídos a cada uma por vez, foram:

$$\{ 0,01; 0,1; 1,0; 10,0; 100,0 \}$$

Os resultados obtidos se encontram representados na figura II.1.

O que se conclui dos resultados é que a rapidez de convergência está diretamente relacionada com a ordem de grandeza das matrizes  $V_t$  e  $W_t$ .

$$\text{Portanto para } V_t = 0,01 \text{ e } W_t = \begin{bmatrix} 0,01 & 0 \\ 0 & 0,01 \end{bmatrix}$$

é o que mais rapidamente converge para a unidade, se tornando mais lento, à medida que se aumenta o valor destas matrizes.

A verificação da lógica do algoritmo, pelas curvas apresentadas na referida figura, consistiu em observar seu formato. Como as curvas se comportavam da maneira indicada na bibliografia[4], significava que o algoritmo previsor programado estava correto.

Para  $V_t = 0$  e  $W_t = 0$ , a velocidade de convergência é ainda maior, porém se interpreta como uma ausência total de ruído, o que seria um caso ideal, não representando a realidade do sistema.

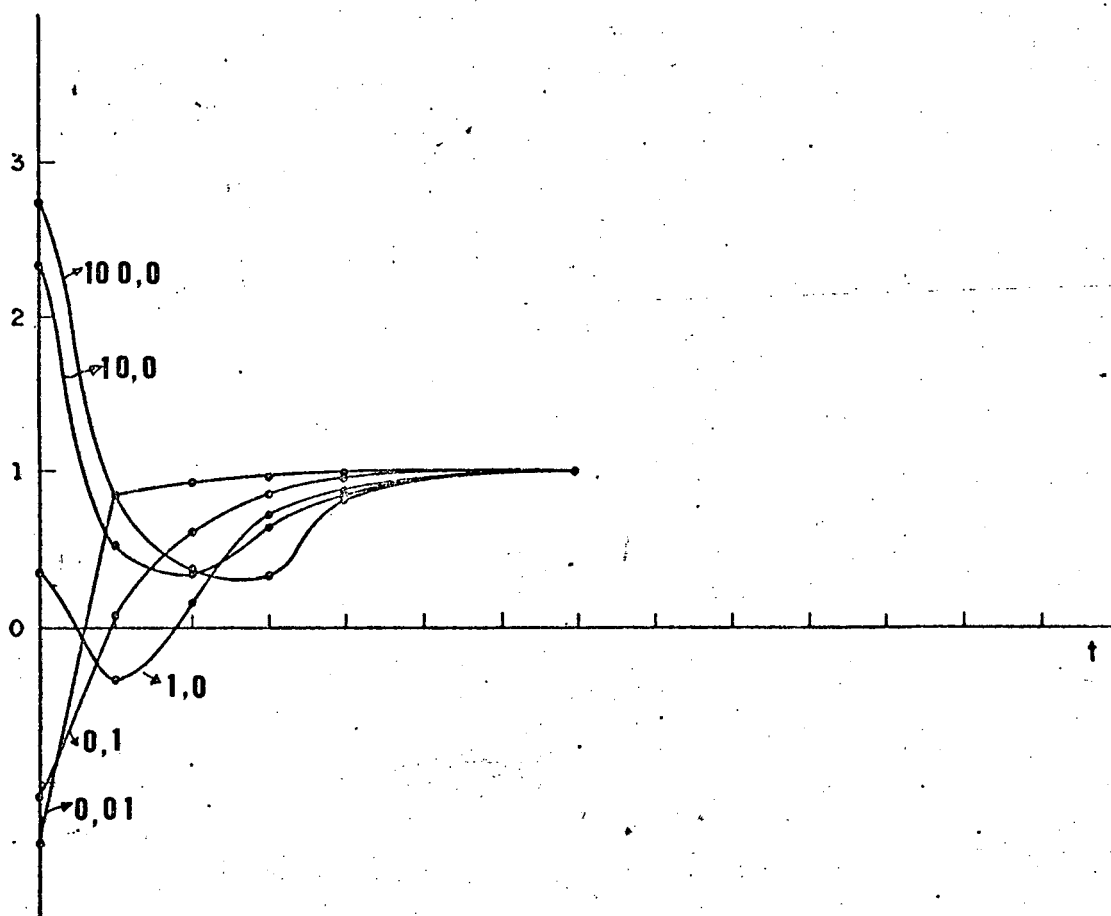


FIGURA II.1. - Resultados do teste de calibração do filtro de Kalman



APÊNDICE IIIDEFINIÇÕES DOS TERMOS HIDROLÓGICOS UTILIZADOS NO TRABALHO

- 1 - Afluência - quantidade de água que chega a um reservatório em um determinado tempo;
- 2 - Área de Drenagem de uma Bacia - é a área plana ( projeção horizontal) inclusa entre seus divisores topográficos;
- 3 - Bacia Hidrográfica - ou bacia de contribuição de uma seção de um curso de água é a área geográfica coletora de água de chuva que escoando pela superfície do solo atinge a seção considerada;
- 4 - Divisores de Água - é a linha de separação que divide as precipitações que caem em bacias vizinhas e que encaminha o escoamento superficial resultante para um ou outro sistema fluvial.
- 5 - Evapotranspiração - conjunto evaporação do solo mais transpiração das plantas;
- 6 - Hidraulicidade - potencial hidráulico de uma região;
- 7 - Hidrograma ou hidrógrafa - representação gráfica da variação da vazão em relação ao tempo;
- 8 - Hidrograma unitário - é um hidrograma resultante de um escoamento superficial de volume unitário. É uma constante da bacia hidrográfica, refletindo suas características de escoamento na seção considerada. O volume é medido em altura de água sobre a bacia e pode ser fixado em lcm; representa o escoamento superficial fictício de uma precipitação uniforme de lcm de altura com um coeficiente de escoamento igual à unidade;

- 9 - Hietogramas - representação gráfica da variação da precipitação em relação ao tempo;
- 10 - Nível da Água - é a altura atingida pela água na seção em relação a uma determinada referência;
- 11 - Precipitação - é a água proveniente do vapor de água da atmosfera depositada na superfície terrestre de qualquer forma, como chuva, granizo, orvalho, neblina, neve ou geada;
- 12 - Tempo de Retardamento da Bacia - tempo entre o baricentro da distribuição da chuva e o pico do diagrama do escoamento superficial;
- 13 - Vazão - é o volume de água escoado na unidade de tempo em uma determinada seção do curso de água.

#### REFERÊNCIAS

- 01 - PINTO, N.L. de S; HOLTZ, A.C.T., MARTINS, J.A., GOMIDE, F.L.S. Hidrologia Básica. Editora Edgard Blücher Ltda. 1978.
- 02 - VILLELA, S.M.; MATTOS, A. Hidrologia Aplicada. Editora Mc Graw-Hill do Brasil, Ltda. 1979.

BIBLIOGRAFIA

- [1] AMBROSINO, G., FRONZA, G., GUARIZO, G. Real Time Predictor Versus Synthetic Hydrology for Sequential Reservoir Management. Water Resources Research. vol.15, nº 4, agosto/1979. pp 885-890.
- [2] ARAÚJO, R.P. Previsão de Afluências pelo Método Box & Jenkins e Aplicações ao Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos. Anais do IV SNPTEE. Rio de Janeiro, R.J. Brasil, 1977.
- [3] BASSON, M.S. Flood Forecasting by Mathematical Model. Water Power & Dam Construction. vol. 31, nº 7, julho/1979. pp. 38-42.
- [4] BOZIC, S.M. Digital and Kalman Filtering. Edward Arnold (Publishers) 1979. cap. 7 e 8.
- [5] BROWNING, K.A., BUSSEL, R.B., COLE, J.A. Radar for Rain Forecasting and River Management. Water Power & Dam Construction. vol. 29, nº 12, dezembro/1977. pp. 38-42.
- [6] FJELD, M., AAM, S. An Implementation of Estimation Techniques to a Hydrological Model for Prediction of Runoff to Hydroelectric Power Station. IEEE Transaction on Automatic Control. vol. AC 25, nº 2, abril 1980. pp. 151-163.
- [7] HARRISON, P.J., STEVENS, C.F. A Bayesian Approach to Short-term Forecasting. Operational Research Quarterly. vol.22, nº 4, 1971, pp. 341-362.
- [8] HARRISON, P.J., STEVENS, C.F. Bayesian Forecasting. Journal of Royal Statistical Society. Série B 38, nº 3, 1976. pp. 205-247.
- [9] HIPEL, K.W., MC LEOD, A.I., LENNOX, W.C. Advances in Box-Jenkins Modeling - Model Construction. Water Resources Research. vol. 13, nº 3, junho/1977. pp. 567-575.
- [10] KALMAN, R.E. A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems. Journal of Basic Engineering Transactions of the ASME. vol. 82, nº 2, março/1960. pp.35-45.
- [11] KELMAN, J., PEREIRA, M.V.F. Critérios de Avaliação para Modelos de Séries Hidrológicas. Anais do IV SNPTEE. Rio de Janeiro, R.J. Brasil, 1977.

- [12] KONISHI, S., MORAES, C.A.B. Utilização de Modelos de Simulação Hidrológica na Operação de Reservatórios. Anais do VI SNPTEE. Balneário Camboriú, S.C. Brasil, 1981.
- [13] LEAL, J.S.C., BRITO, A.M.B.B., NASCIMENTO, C.E.S. Previsão Diária de Afluências aos Reservatórios de Salto Santiago e Salto Osório. Anais do VI SNPTEE. Balneário Camboriú, S.C. Brasil, 1981.
- [14] MC LEOD, A.I., HIPEL, K.W., LENNOX, W.C. Advances in Box-Jenkins Modeling-Applications. Water Resources Research. vol. 13, nº 3, junho/1977. pp. 577-586.
- [15] MENDES, L.E.P. Um Método Adaptativo de Previsão com Informações à Priori no Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos. Anais do V SNPTEE. Recife, Pe. Brasil, 1979.
- [16] MORETTIN, P.A., TOLOI, C.M.C. Modelos para Previsão de Séries Temporais. Poços de Caldas, M.G. Brasil, 13º Colóquio Brasileiro de Matemática, vol. II, cap. 14 e 15, julho/1981.
- [17] MURAKAMI, L.T., HISSATUGU, S. Implantação do Modelo de Simulação Hidrológica. Anais do VI SNPTEE. Balneário Camboriú, S.C. Brasil, 1981.
- [18] SALAZAR, P.G., PEREIRA, M.V.F., KELMAN, J., GOMES, F.B.M. Geração de Séries Hidrológicas Mensais para Estudos Energéticos. Anais do IV SNPTEE. Rio de Janeiro, R.J. Brasil, 1977.
- [19] SALES, P.R.H., SABÓIA, J.L.M., SALAZAR, P.G., BARRETO, L.A. Um Modelo Determinístico Estocástico para Previsão de Vazões com Vistas à Operação de Sistemas Hidroelétricos. Anais do IV SNPTEE. Rio de Janeiro, R.J. Brasil, 1977.
- [20] SCHWEPPE, F.C. Uncertain Dynamic Systems. New Jersey, Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, 1973.
- [21] SOUZA, R.C., FARIAS NETO, J.J. Modelo Bayesiano do Crescimento Linear Aplicado à Previsão da Demanda. Anais do 3º CBA. Rio de Janeiro, R.J. Brasil, 1980. pp. 203-210.
- [22] VALDÉS, J.B., ITURBE, I.R. VICÉNS, G.J. Bayesian Generation of Synthetic Streamflows. 2 The Multivariate Case. Water Resources Research. vol. 13, nº 2, abril/1977. pp. 291-295.

- [23] VALDÉS, J.B., VICÉNS, G.J., ITURBE, J.R. Choosing Among Alternative Hydrologic Regression Models. Water Resources Research. vol. 15, nº 2, abril/1979. pp.347-358.
- [24] WOOD, E.F., SZÖLOSI-NAGY, A. An Adaptive Algorithm for Analysing Short Term Structural and Parameter Changes in Hydrologic Prediction Models. Water Resources Research. vol. 14, nº 4, agosto/1978. pp. 577-581.