

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

DISTRIBUIÇÃO DE PRESSÃO E DE DEFORMAÇÕES EM  
UNIÕES PARAFUSADAS

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À UNIVERSIDADE FEDERAL DE  
SANTA CATARINA PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA

ADYLES ARATO JUNIOR

DEZEMBRO - 1979

DISTRIBUIÇÃO DE PRESSÃO E DE DEFORMAÇÕES EM  
UNIÕES PARAFUSADAS

ADYLES ARATO JUNIOR

ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO  
-MESTRE EM ENGENHARIA - ESPECIALIDADE ENGENHARIA MECÂNICA -  
E APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO.



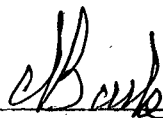
---

Prof. Nelson Back. Ph. D.  
Orientador

---

Prof. Arno Blass, Ph. D.  
Coordenador

APRESENTADA PERANTE A BANCA EXAMINADORA COMPOSTA DOS PROFESSORES

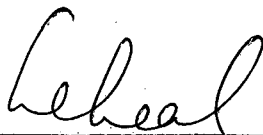


---

Prof. Nelson Back, Ph. D.

---

Prof. Nelson Diógenes do Valle, Ph. D.



---

Prof. Longuinho da Costa Machado Leal M.Sc.

## AGRADECIMENTOS

Ao Professor Nelson Back, pela orientação.

Ao Professor Domingos Boechat Alves, por permitir a utilização do PROASE e valioso auxílio na montagem dos programas.

Ao Professor Jaroslav Kozel, pelo apoio na parte experimental.

A Comissão Nacional de Energia Nuclear, CNEN, pelo suporte financeiro.

## RESUMO

É apresentado um processo de análise da distribuição de pressão e das deformações em união parafusadas, que utiliza o método de elementos finitos como ferramenta de cálculo.

Emprega-se este processo na análise de modelos representativos de uniões parafusadas, estudando os efeitos da força de aperto utilizada para a fixação, e para levar em conta as deformações da junta na análise de uma estrutura sob carregamento externo.

A precisão do método é avaliada comparando-se os resultados obtidos na análise de um modelo experimental, cujas medidas das deformações sofridas devidas ao carregamento considerado foram realizadas em laboratório.

## ABSTRACT

In this work is presented a method for the calculation of the pressure distribution and deformations of bolted joints, using the finite element method as a tool.

The method was used for the analysis of typical bolted joints, studying the effect of the tightening force and the effect of the joint flexibility on the overall deformations of the structure.

The accuracy of the theoretical results have been compared with the measurements on an experimental model of a cylindrical column with the flange bolted on a rigid base.

## SUMÁRIO

Introdução.....	1
-----------------	---

### CAPÍTULO 1

#### REVISÃO E PESQUISA BIBLIOGRÁFICA SOBRE UNIÕES PARAFUSADAS

1.1 - Introdução.....	3
1.2 - Rigidez dos elementos estruturais da união parafusada.....	3
1.3 - Avaliação da rigidez do parafuso e dos entornos.....	6
1.4 - Deformações nas juntas parafusadas devidas a carregamentos externos.....	10
1.4.1- Junta sob esforço normal.....	11
1.4.2- Junta sob momento.....	13
1.5 - Avaliação numérica da distribuição de pressão no contato.....	16
1.6 - Comentários.....	19

### CAPÍTULO 2

#### RIGIDEZ DE CONTATO DAS SUPERFÍCIES USINADAS

2.1 - Introdução.....	20
2.2 - Rigidez normal.....	20
2.3 - Rigidez tangencial.....	22
2.4 - Relação entre a rigidez normal e tangencial.....	23
2.5 - Considerações sobre o limite elástico.....	25

### CAPÍTULO 3

#### MÉTODO DA MOLA DE TRIPLO EFEITO

3.1 - Introdução .....	27
3.2 - Método de cálculo.....	29
3.3 - Considerações sobre a matriz de rigidez do elemento mola.....	33
3.4 - Considerações sobre a variação da força de aperto dos parafusos de fixação.....	34

### CAPÍTULO 4

#### ANÁLISE DA DISTRIBUIÇÃO DE PRESSÃO E DE DEFORMAÇÕES DEVIDAS À FORÇA DE APERTO

4.1 - Introdução.....	36
-----------------------	----

4.2	-	Aplicação do método da mola de triplo efeito.....	37
4.3	-	Resultados obtidos.....	39
4.4	-	Discussão dos resultados.....	46
4.5	-	Comparação com os resultados de Gould e Mikic.....	49
4.6	-	Considerações sobre a rigidez de contato.....	50

## CAPÍTULO 5

### ANÁLISE DE UMA ESTRUTURA TIPO COLUNA TUBULAR

5.1	-	Introdução .....	53
5.2	-	Aplicação do método da mola de triplo efeito.....	54
5.3	-	Resultados obtidos pelo método da mola de triplo efeito..	56
5.4	-	Análise experimental.....	68
5.5	-	Discussão dos resultados.....	69

## CAPÍTULO 6

### DISCUSSÕES E RECOMENDAÇÕES

6.1	-	Discussões e recomendações.....	71
-----	---	---------------------------------	----

## INTRODUÇÃO

Uniões parafusadas são junções típicas da construção mecânica, muito utilizadas para unir as várias partes de um equipamento, na montagem de estruturas e bases de apoio de máquinas, em tubulações condutoras de líquidos ou gás tanto como elemento de união entre os tubos como nas conexões com bombas, reservatórios, caldeiras ou vasos sob pressão, aparecem também como conectores em trocadores de calor condutores de eletricidade, etc...

Grande parte desses equipamentos, como máquinas ferramentas e mecanismos de precisão, têm sua acuidade e capacidade de trabalho limitados pela sua rigidez estrutural tanto estática quanto dinâmica. No caso das tubulações estão envolvidos aspectos de vedação sob as condições normais de trabalho e também, conforme o caso, sob cargas adicionais devidas a acidentes. Nos condutores de eletricidade e trocadores de calor, estão envolvidos os aspectos de resistências nas uniões e áreas efetivas de transferência entre elas.

Sob estes diversos aspectos é evidente a grande importância no conhecimento não apenas do dimensionamento seguro deste tipo de união, mas também do seu real estado de deformação e grau de influência na rigidez total da estrutura quando sujeitas aos diversos esforços atuantes, bem como seu estado após a aplicação do aperto nos parafusos de fixação.

Vários pesquisadores têm se preocupado com esse assunto, encontrando-se um bom número de trabalhos publicados onde são apresentados estudos de cunho analítico ou experimental, mas que são em geral restritos a modelos muito simplificados e não têm aplicabilidade prática maior. Nelson Back, referências [1,2 e 3], desenvolveu três processos analíticos para estudo das juntas parafusadas, com os quais é possível a utilização do método de elementos finitos na análise do comportamento das mesmas sob carregamentos que atuam diretamente sobre elas, ou na estrutura da qual fazem parte.

Este trabalho constitui-se inicialmente na adaptação de um desses métodos, o método da mola, para a utilização do programa analisador de sistemas estáticos, PROASE, na análise de estruturas com uniões parafusadas que possam ser modeladas por placas. Nesta adaptação foram introduzidos os efeitos de cisalhamen



to na junção, fato pelo qual o método foi rebatizado de método da mola de triplo efeito.

A seguir este método é utilizado no estudo de um modelo representativo da união no entorno do parafuso de fixação de uma junta parafusada, obtendo-se a distribuição de pressão no contato e o estado de deformação das peças unidas devido à força de aperto para a fixação. Considerou-se diversas espessuras para as flanges, procurando-se com isso avaliar a influência da espessura no comportamento do contato da união.

No capítulo 5 é mostrada a análise de uma estrutura tipo coluna tubular fixada à uma base rígida por meio de uma flange circular e quatro parafusos, sendo considerada a ação de uma força externa sobre a coluna. São mostrados também resultados de medidas experimentais efetuadas no modelo, especialmente construído para este fim, realizando-se assim uma verificação da acuidade do método.

No final, para efeito de comparação, é mostrado o resultado de uma análise da estrutura considerando-se a junta como uma união rígida, e também uma análise onde é considerada a superposição de efeitos com a junta rígida e a deformação na junta obtida levando em consideração os carregamentos à ela devidos aos esforços atuantes na estrutura. Desta forma é quantificado, para este caso específico, o erro cometido na utilização de processos mais simples na análise da estrutura, e é mostrado qual o nível de erro que se pode esperar de cada método empregado na análise de uma estrutura com juntas parafusadas.

## CAPÍTULO 1

### REVISÃO E PESQUISA BIBLIOGRÁFICA SOBRE UNIÕES PARAFUSADAS

#### 1.1 - INTRODUÇÃO

As uniões parafusadas são objeto de estudo de muitos pesquisadores, encontrando-se grande número de trabalhos publicados, onde são apresentados estudos teóricos e resultados experimentais sobre o assunto, referindo-se tanto a flexibilidade do conjunto parafuso-peças unidas, bem como da resistência do parafuso e os efeitos da concentração de tensões.

Nestes trabalhos foram propostos métodos de cálculo das deformações e distribuição de pressão no contato, modelos de cálculo da flexibilidade de juntas considerando-se parafusos e parte do conjunto, no seu entorno, flexíveis mas o restante rígido, bem como modelos baseados em métodos numéricos tais como diferenças finitas e elementos finitos para uma análise mais detalhada das junções.

Neste capítulo, resume-se estudos realizados sobre a flexibilidade dos elementos parafusados quando se considera o conjunto parafuso-peças como um sistema elástico; aborda-se em seguida o modelo usual de cálculo das juntas parafusadas, o qual é baseado na elasticidade do parafuso e peças no seu entorno, mostrando-se também, resumos de alguns trabalhos que tratam da distribuição de pressão e deformações nas juntas parafusadas.

#### 1.2 - RIGIDEZ DOS ELEMENTOS ESTRUTURAIS DA UNIÃO PARAFUSADA

A figura 1.1, representa uma região do entorno do parafuso em uma junta, onde cada parafuso é fixado com uma força de aperto  $F_i$ . Considerando-se o parafuso mais flexível que as peças unidas, o diagrama força  $F$  em função da deformação para o sistema, após a aplicação da força de aperto, é como o mostrado na figura 1.2, onde  $\lambda_p$  representa a alongação sofrida pelo parafu

so,  $\lambda_e$  a compressão das peças unidas e  $F_i$  é a força de aperto aplicada.

Considerando-se que  $K_p$  seja a rigidez a esforços axiais do parafuso e  $K_e$  das peças unidas, ter-se-á:

$$F_i = K_p \cdot \lambda_p$$

e

$$F_i = K_e \cdot \lambda_e$$

tirando-se que:

$$\lambda_e = -K_p \cdot \lambda_p / K_e \quad (1.1)$$

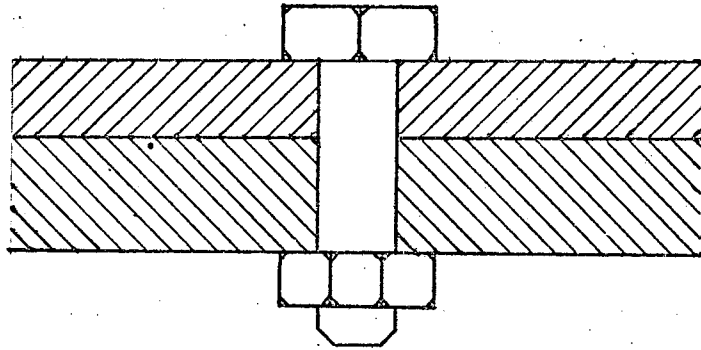


Fig. 1.1 - Parafuso e peças no seu entorno.

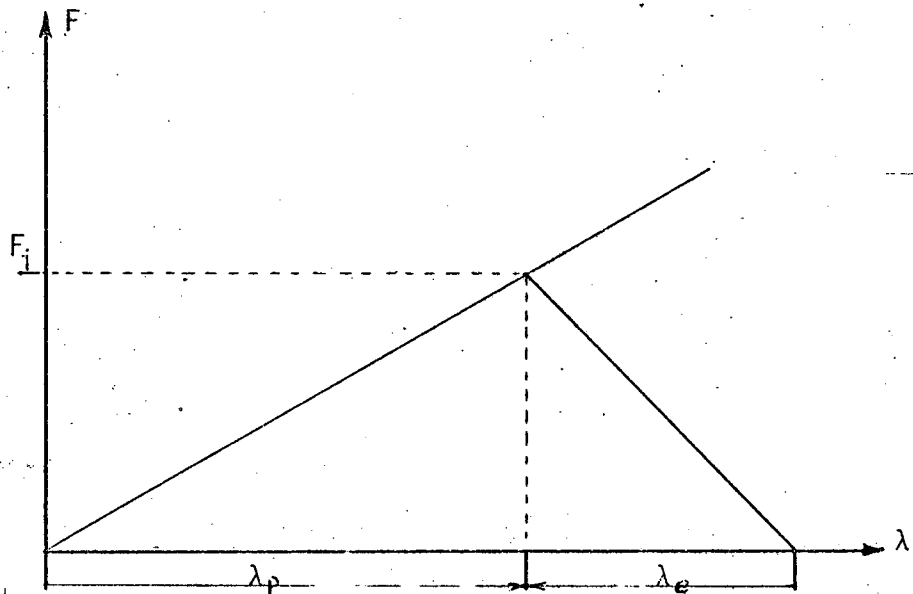


Fig. 1.2 - Diagrama força x deformação após a aplicação da força de aperto  $F_i$ .

Se uma carga externa de tração agir sobre o sistema provocando uma abertura da junta, ela causará um aumento na carga total sobre o parafuso de  $F_i$  para  $F_t$ , e um decréscimo na força de aperto entre as peças de  $F_i$  para  $F_a$ , podendo-se traçar um diagrama como o da figura 1.3 para representar estes fatos.

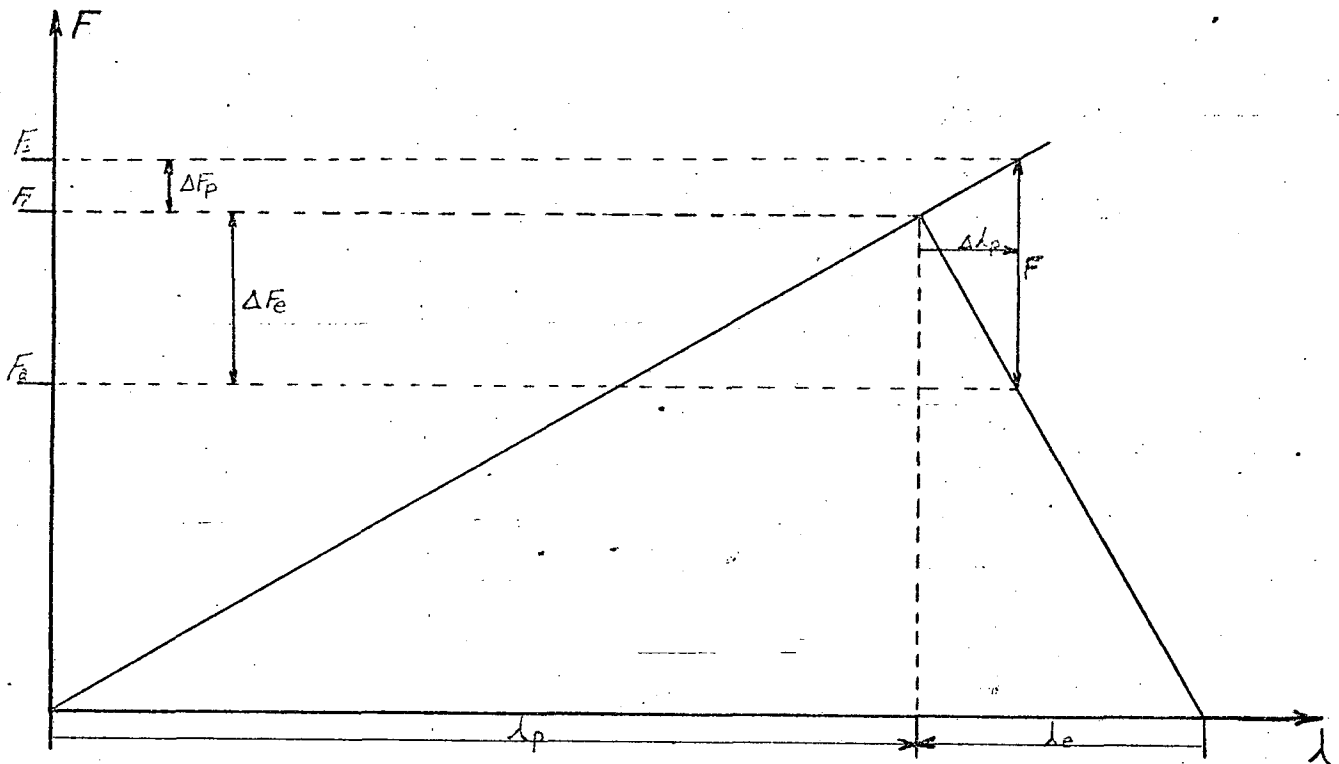


Fig. 1.3 - Diagrama força x deformação após a ação da força externa.

A deformação adicional  $\Delta\lambda_p$  ocorrida no parafuso, poderá ser calculada pela relação:

$$\Delta\lambda_p = \Delta F_p / K_p = \Delta F_e / K_e \quad (1.2)$$

e a variação da força nas peças unidas será expressa por:

$$\Delta F_e = F - \Delta F_p$$

então a deformação adicional  $\Delta\lambda_e$  será fornecida por:

$$\Delta\lambda_e = (F - \Delta F_p) / K_e \quad (1.3)$$

levando-se em conta a igualdade expressa por (1.2), tira-se que a variação da força agindo sobre o parafuso será expressa por:

$$\Delta F_p = F \cdot K_p / (K_e + K_p) \quad (1.4)$$

A carga total agindo sobre o parafuso após a ação da força  $F$  será:

$$F_t = F_i + \Delta F_p$$

ou seja,

$$F_t = F_i + (F \cdot K_p / (K_e + K_p)) \quad (1.5)$$

$$F_a = F_i - (F \cdot K_e / (K_e + K_p)) \quad (1.6)$$

Deve-se observar, que as relações assim obtidas são válidas somente para deformações dentro do regime elástico.

### 1.3 - AVALIAÇÃO DA RIGIDEZ DO PARAFUSO E DOS ENTORNOS

As constantes de rigidez para o parafuso e região das peças no seu entorno não podem ser avaliadas precisamente e de maneira simples, pois dependem de muitos fatores, tais como a área real de contato das superfícies, força de aperto inicial, grau de acabamento superficial no contato e par de materiais formadores da união.

No caso do parafuso, o valor da constante de rigidez  $K_p$  pode ser aproximado pelo valor da rigidez axial de uma barra com área de seção circular igual à área da seção nominal do parafuso, e de comprimento igual à espessura total das peças unidas. Neste caso a expressão será:

$$K_p = A_p \cdot E_p / L_e \quad (1.7)$$

onde  $A_p$  é a área da seção nominal do parafuso,  $E_p$  o módulo de elasticidade do material do parafuso e  $L_e$  a espessura total da união.

Deve-se observar que na utilização desta expressão

para a avaliação de  $K_p$ , está-se admitindo implicitamente que a área da secção transversal do parafuso permanece constante e igual à nominal, e que a cabeça, porca ou ancoragem são rígidas.

Para a avaliação da rigidez dos componentes estruturais, vários autores propoem uma relação na mesma forma,

$$K_e = A_e \cdot E_e / L_e \quad (1.8)$$

onde  $A_e$  é uma área equivalente de contato das peças no entorno do parafuso,  $E_e$  o módulo de elasticidade do material das peças unidas e  $L_e$  a espessura total da junção.

A principal dificuldade na utilização desta relação para a determinação de  $K_e$ , é a estimativa da área equivalente  $A_e$ . Esta estimativa é normalmente feita considerando-se que as deformações ocorram dentro de um "cone de forças" gerado pela força de aperto, e que o diâmetro do círculo definido pela interseção dos cones que partem de cada lado da união seja dado por:

$$D_e = D_c + (L_1 + L_2) / 2 \quad (1.9)$$

onde  $D_c$  é o diâmetro do círculo inscrito na cabeça do parafuso,  $L_1$  e  $L_2$  são as espessuras das peças unidas. Desta forma, a área equivalente de pega é definida por:

$$A_e = (D_e^2 - D^2) / 4 \quad (1.10)$$

onde  $D$  é o diâmetro do furo. Na figura 1.4, é mostrado um esquema do modelo adotado para estes cálculos.

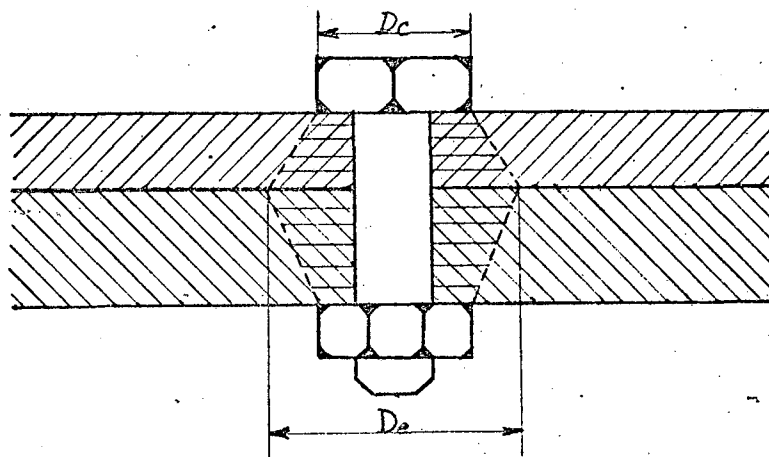


Fig. 1.4 - Parafuso e entornos de uma junção

Se os componentes unidos forem de materiais diferentes, deve-se calcular o valor de  $K_e$  considerando cada parte da junção separadamente, determinando-se a área equivalente de contato para cada uma delas por (1.10) onde o valor do diâmetro equivalente será:

$$D_e = D_c + L_i \quad (1.11)$$

onde  $L_i$  é a espessura da parte considerada.

O valor de  $K_e$  será obtido considerando-se uma associação elástica em série:

$$1/K_e = 1/K_{e1} + 1/K_{e2} \quad (1.12)$$

A relação (1.12) sugere uma forma de se avaliar  $K_e$  sem a utilização do conceito de área equivalente de pega. Isto pode ser feito determinando-se diretamente a flexibilidade de cada componente da união parafusada, considerando-se o entorno do parafuso como um cilindro conforme mostrado na figura 1.5, onde  $L_i$  é a espessura do elemento considerado,  $D_i$  o diâmetro nominal do parafuso e  $D_e$  igual ao diâmetro equivalente de pega obtido por (1.11).

Considerando-se a força de aperto como uma carga uniformemente distribuída em uma área anelar de diâmetro interno  $D_i$  e externo  $D_c$  igual ao diâmetro inscrito na cabeça do parafuso, procura-se determinar a relação para o deslocamento por unidade de carga para os pontos na base do cilindro. Os valores fornecidos por esta relação para cada combinação de dimensões e material, é assumido como sendo o valor da flexibilidade para a parte considerada. Calculando-se este valor para cada parte da união, determina-se a sua rigidez por (1.12).

Com base neste modelo, alguns autores apresentam relações para a flexibilidade como as citadas a seguir:

a) Birger, conforme citado nas referências [12 e 17] propõe a relação na forma:

$$1/K_{ei} = (L_i / \pi \cdot E_i \cdot D_i^2 \cdot \text{tg} \alpha) \cdot \ln \left[ \frac{(D_e + D_i) \cdot (D_e - D_i)}{(D_c - D_i) \cdot (D_e + D_i)} \right] + 4 \cdot L_i^* / \pi \cdot E_i \cdot (D_e^2 - D_i^2) \quad (1.13)$$

onde,

$$L_i^* = L_i - [(D_e - D_c) / 2 \cdot \text{tg} \alpha]$$

e  $\alpha$  é o ângulo do cone de forças, recomendado como na faixa de 22 e 26 graus, mas normalmente adotado como  $24^\circ$ ,  $E_i$  é o módulo de elasticidade do material da parte da junção considerada.

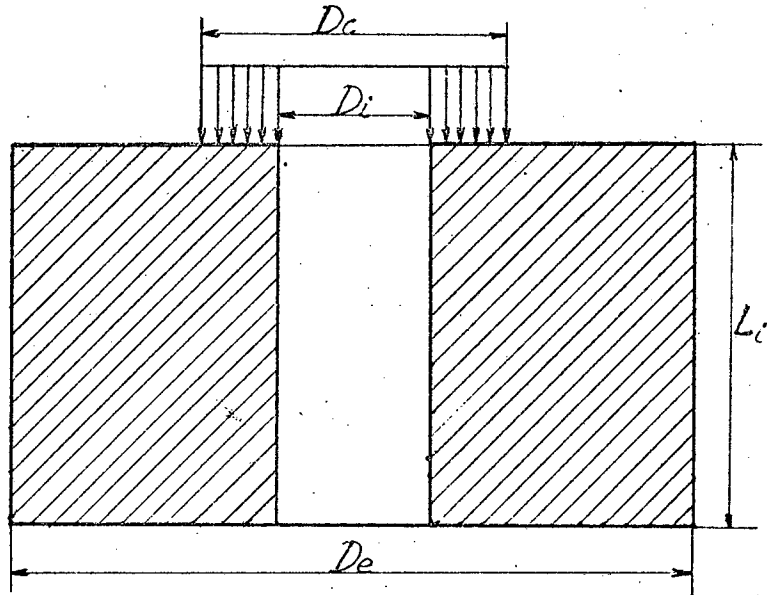


Fig.1.5 - Entorno do parafuso como cilindro furado

b) Zhukov, referência [17], realizou algumas experiências combinando vários materiais e concluiu que o ângulo do cone de forças não é constante e próximo de  $24^\circ$ , mas varia como função do coeficiente de Poisson do material. Com base nos seus resultados e adotando o modelo da solução proposta por Birger, propôs a relação modificada:

$$1/K_{ei} = [4 \cdot L_i / \pi \cdot E_i \cdot (D_e^2 - D_i^2)] \cdot [1 + (1 - u_i^2) \cdot \frac{V_i \cdot (D_e^2 - D_c^2)}{K_i \cdot (D_c^2 - D_i^2)}] \quad (1.14)$$

onde

$$K_i = 2 \cdot L_i / D_c$$

$$V_i = 2 - [K_i / (1 - u_i)] \cdot [1 - (K_i / \sqrt{1 + K_i^2})] - 2 \cdot (\sqrt{1 + K_i^2} - K_i)$$

e  $u_i$  é o coeficiente de Poisson do material.

c) Nikiforov, referência [12], adota uma relação bas



tante simplificada,

$$1/K_{ei} = [4 \cdot L_i / \pi \cdot E_i] \cdot [(D_e + \frac{L_i}{2} \cdot \text{tg}\alpha)^2 - D_i^2] \quad (1.15)$$

onde  $\alpha$  é o ângulo do cone de forças, determinado em função do material.

Uma avaliação do grau de acuidade dessas relações, pode ser realizada, calculando-se o valor de  $K_e$ , utilizando cada uma delas, para uma estrutura simples do tipo mostrada na figura 1.4, com as dimensões citadas a seguir:

$$L_1 = L_2 = 30,00\text{mm}$$

$$D_i = 15,00\text{mm}$$

$$D_c = 22,00\text{mm}$$

e considerando-se o material das peças e do parafuso o aço, com módulo de elasticidade  $E=21000,00 \text{ Kg}_f/\text{mm}^2$  e coeficiente de Poisson  $\nu=0,30$ . Os resultados obtidos para cada caso estão listados na tabela 1.1, onde se pode verificar uma disparidade muito grande entre eles, evidenciando o alto grau de empirismo envolvido nas relações.

Tabela 1.1- Valores de  $K_e$  obtidos utilizando-se das diversas relações citadas.

Relações	(1.8)e(1.10)	(1.12)e(1.13)	(1.12)e(1.14)	(1.12)e(1.15)
$K_e (\text{Kg}_f/\text{mm})$	$2,73 \cdot 10^6$	$0,67 \cdot 10^5$	$0,682 \cdot 10^5$	$8,85 \cdot 10^6$

#### 1.4 - DEFORMAÇÕES NAS JUNTAS PARAFUSADAS DEVIDAS À CARREGAMENTOS EXTERNOS

No projeto de estruturas ou elementos estruturais que sejam unidos por juntas parafusadas é importante o conhecimento das deformações destas uniões sob a ação dos diversos tipos de carregamentos externos.

Como os esforços dificilmente agem diretamente sobre a união, e sim sobre as peças unidas, esta análise é normalmente efetuada em duas etapas:

a) Considera-se o elemento unido como rigidamente engastado na junção e calcula-se a sua deformação devida aos esfor

ços atuantes.

b) Transfere-se os esforços atuantes nos elementos unidos para a junta, como se eles fossem corpos rígidos. Desta forma, os esforços externos na junta se reduzem a forças normais, momentos aplicados no centro de gravidade e forças tangenciais paralelas ao plano de junção.

A deformação total do elemento parafusado, será o somatório dos dois efeitos, excluindo-se o efeito do cisalhamento por se considerar que a junção é calculada para que não haja escorregamento, e que a deformação devida ao cisalhamento no flange é muito pequena.

#### 1.4.1) JUNTA SOB ESFORÇO NORMAL

Para este tipo de solicitação, considera-se que o esforço esteja atuando como uma carga uniformemente distribuída na região do engaste da junta com o elemento fixado, na forma mostrada na figura 1.6.

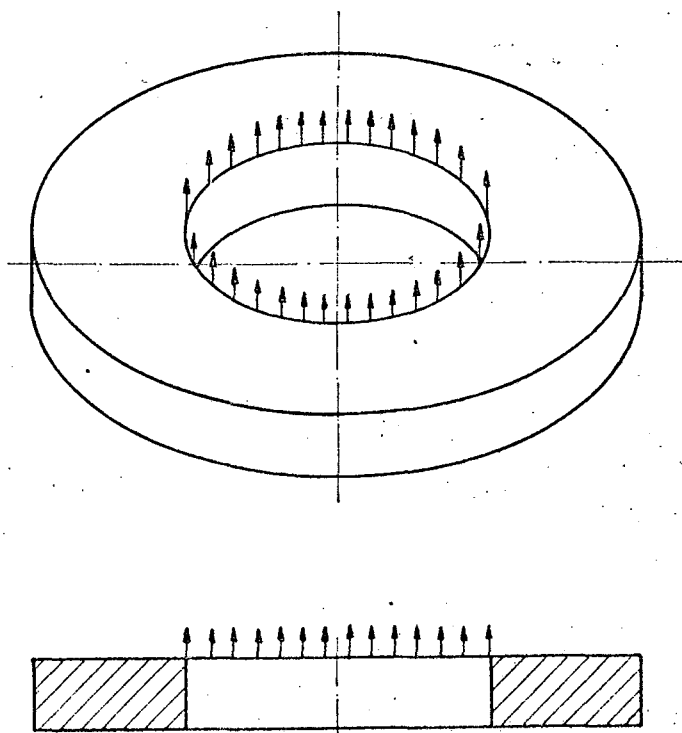


Fig.1.6 - Flange sob carregamento normal

Desta forma, pode-se associar a cada parafuso de fixação um sistema mostrado na figura 1.7 onde  $F_n$  é a força normal agindo no parafuso devida à ação da força externa  $F_e$ ;

$$F_n = F_e/N \quad (1.16)$$

onde  $N$  é número de parafusos de fixação.

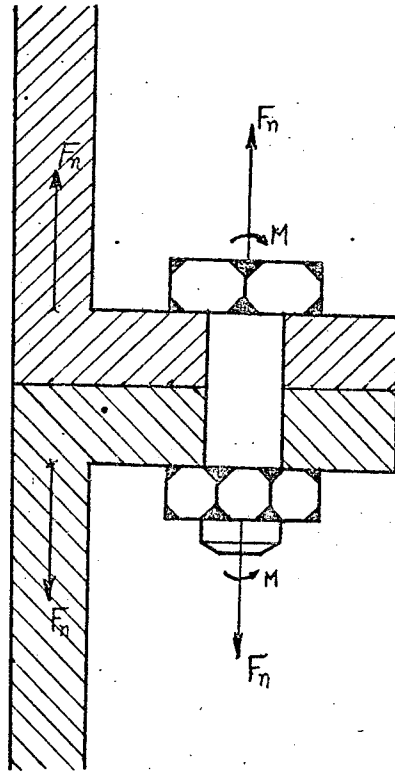


Fig. 1.7 - Sistema associado a cada parafuso.

É admitido que a deformação por flexão no flange seja desprezável, resultando assim que toda a deformação da junta se deve à elongação do parafuso devida ao acréscimo de força  $F_n$  e ao momento  $M$  atuantes sobre ele. Como o momento  $M$  será muito pequeno e causaria apenas uma leve rotação, da cabeça e da porca, seus efeitos são desprezados. A deformação  $\Delta\lambda_n$  será então:

$$\Delta\lambda_n = F_n/K_p \quad (1.17)$$

onde  $K_p$  é a rigidez axial do parafuso discutida no item 1.3. Substituindo  $F_n$  utilizando-se as relações 1.4 e 1.16, obtêm-se a expressão para a deformação ocorrida na junta devida à ação do esforço externo  $F_e$ ,

$$\Delta\lambda_n = F_e / (K_p + K_e) \cdot N \quad (1.18)$$

onde  $K_e$  é a rigidez estrutural no entorno do parafuso.

#### 1.4.2- JUNTA SOB MOMENTO

Para este estudo, o momento  $\bar{e}$  é considerado atuando no centro de gravidade da junta, e este  $\bar{e}$  é admitido como estando sobre o eixo de simetria do flange perpendicular ao plano do momento como mostrado na figura 1.8.

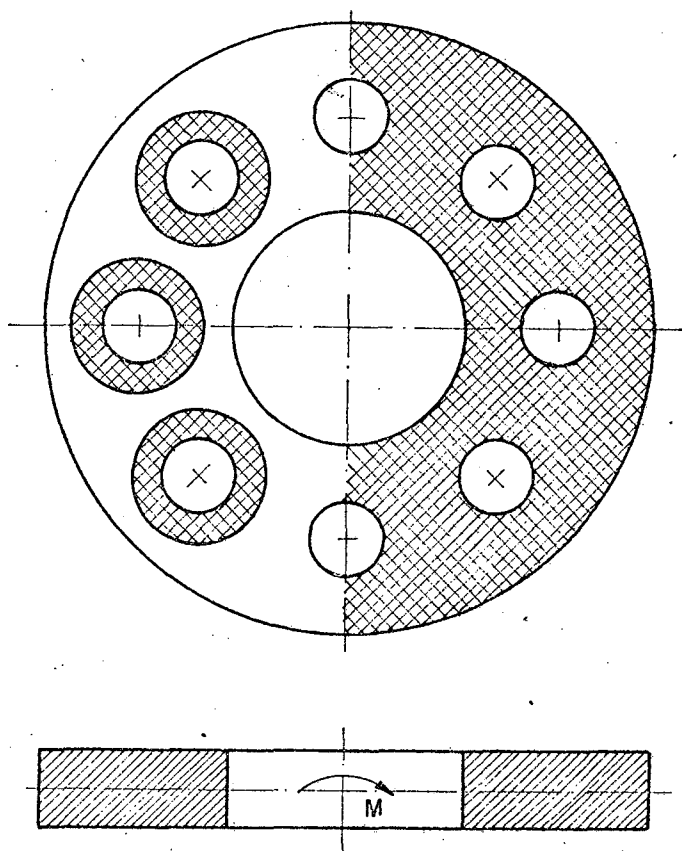


Fig. 1.8 - Junta sob momento.

Desta forma, a junta terá um setor sob compressão e o outro sob tração, resultando a distribuição de contato mostrada na figura 1.8 pelas regiões achuriadas. Desconsiderando a flexão, o momento provoca uma rotação na junta até que o mesmo seja equilibrado pelas reações na parte comprimida e as devidas distensões dos parafusos na parte tracionada. Estas relações podem ser

calculadas adotando-se o modelo mostrado na figura 1.9, onde  $R$  é a resultante da pressão distribuída de reação na parte comprimida e  $F_i$  são as forças de reação surgidas devido a elongação dos parafusos na parte tracionada.

Para ocorrer o equilíbrio ter-se-á:

$$M = Q \cdot Y + \sum_{i=1}^n (F_i \cdot Y_i \cdot N_i) \quad (1.19)$$

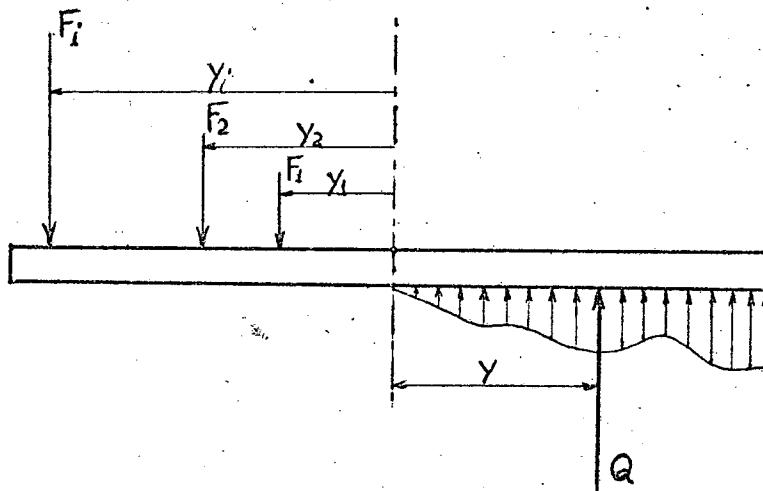


Fig. 1.9 - Modelo utilizado para cálculo das forças de reação.

onde  $Y$  é a coordenada de posição do centro de gravidade da seção comprimida,  $Y_i$  a posição da fila de parafusos  $i$ ,  $N_i$  o número de parafusos da fila  $i$  e  $n$  o número de filas na parte tracionada. Como relação complementar para solução de (1.19), utiliza-se a hipótese que as forças de reação são diretamente proporcional à sua distância ao ponto de aplicação do momento:

$$F_i / F_j = Y_i / Y_j \quad (1.20)$$

Uma vez determinadas as forças de reação para os parafusos, calcula-se a elongação equivalente à esta força sofrida por eles. O giro  $\theta$  ocorrido na junta será:

$$\theta = \text{arctg}(\lambda_i / Y_i) \quad (1.21)$$

onde  $\lambda_i$  é a elongação sofrida pelo parafuso  $i$ .

Alguns autores têm apresentado trabalhos procurando compatibilizar melhor as respostas obtidas por este modelo, e os resultados de medições experimentais. Nikiforov, referência [13], procura justificar a maior rigidez obtida por este modelo que a observada experimentalmente, argumentando que a linha neutra passa realmente pelo centro de gravidade comum das áreas da junção que estejam em contato durante a ação do momento e não coincide com o eixo de simetria, mas estará a uma distância  $Y_0$  dele conforme mostrado na figura 1.10, onde  $x-x'$  é o eixo de simetria do flange e  $y-y'$  a linha neutra.

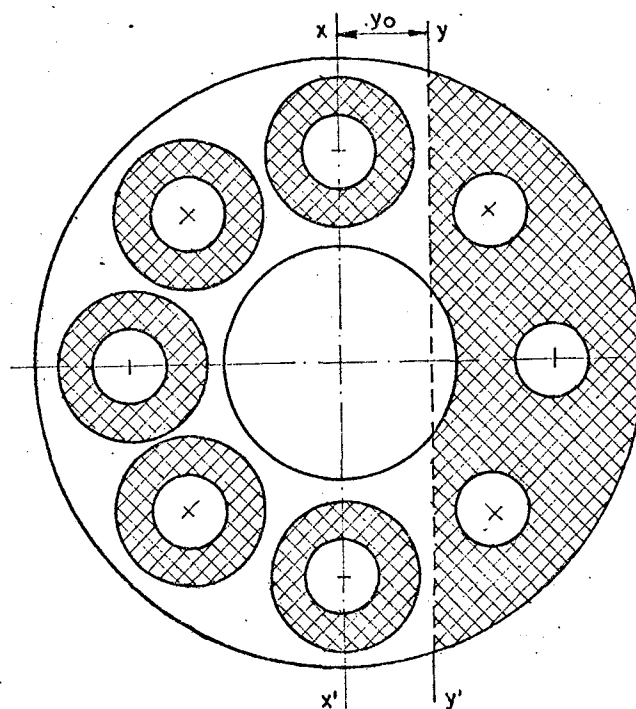


Fig. 1.10 - Junta sob momento, modelo de Nikiforov.

A coordenada  $Y_0$  será fornecida pela relação:

$$Y_0 = \frac{I_x + \sum_{i=1}^n (A_p + A_c) \cdot N_i \cdot Y_i}{A_x + \sum_{i=1}^n (A_p + A_c) \cdot N_i} \quad (1.22)$$

onde  $I_x$  é o momento estático da seção comprimida em relação ao eixo de simetria,  $A_p$  a área de seção do parafuso,  $A_c$  a área anelar de contato no entorno do parafuso da parte tracionada,  $N_i$

o número de parafusos na fila  $i$ ,  $Y_i$  a distância da fila  $i$  ao eixo de simetria e  $A_x$  a área da parte comprimida.

A área anelar de contato mais a área da seção do parafuso é aproximada pela área sob a cabeça do parafuso, ou a área obtida utilizando-se o diâmetro equivalente de pega,

$$A_c + A_p = \pi(D_c + L_i)^2/4 \quad (1.23)$$

onde  $D_c$  é o diâmetro inscrito na cabeça do parafuso e  $L_i$  a espessura da flange considerada.

O valor de  $Y_0$  é obtido arbitrando-se inicialmente uma posição para a linha neutra, determinando-se o valor  $I_x$  e  $A_x$  para esta posição e calculando-se por (1.22) o valor de  $Y_0$ . Segue-se esta sequência iterativamente até que se obtenha um valor de  $Y_0$  tal que não haja alteração significativa entre duas iterações.

### 1.5 - AVALIAÇÃO NUMÉRICA DA DISTRIBUIÇÃO DE PRESSÃO NO CONTATO

Um modelo bastante simples de união parafusada utilizado para estas avaliações é apresentado na figura 1.11 e descrito a seguir.

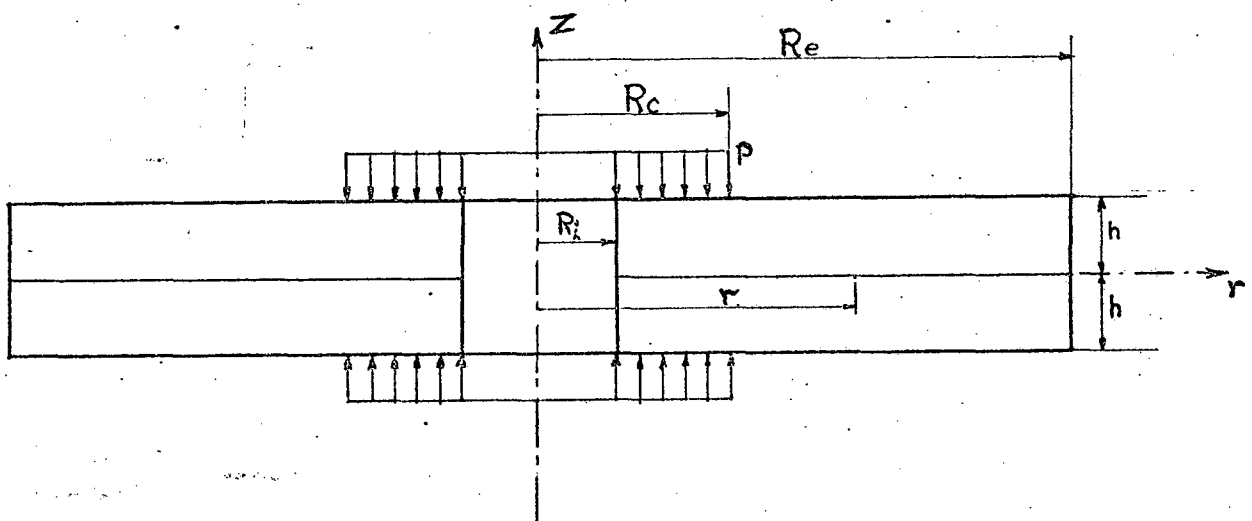


Fig. 1.11 - Modelo das placas anelares.

A região no entorno do parafuso de fixação é tomada como formada por placas anelares de espessuras iguais às das peças unidas e com raio externo  $R_e$  bem maior que o raio interno  $R_i$ , sen-

do este igual ao raio do furo.

A força de aperto é assumida como uniformemente distribuída em um anel de raio interno  $R_i$  e raio externo  $R_c$ , igual ao raio inscrito na cabeça do parafuso. Para levar em conta o fato do contato não ocorrer em toda a junção, mas só num entorno mais próximo do parafuso, é assumido que a partir de um ponto, a uma certa distância  $R$  do centro, as placas estejam separadas e não transmitam esforços.

O modelo elaborado desta forma, é perfeitamente axisimétrico em forma e carregamento, com as seguintes condições de contorno:

$$\sigma_{rr}(R_i, z) = 0$$

$$\sigma_{rr}(R_c, z) = 0$$

$$\sigma_{zz}(r \geq R_c, \pm h) = 0$$

$$\sigma_{zz}(R_i \leq r < R_c, \pm h) = -P$$

$$\sigma_{zr}(R_i, z) = 0$$

$$\sigma_{zr}(R_c, z) = 0$$

$$\sigma_{zr}(R_c \leq r \leq R_e, \pm h) = 0$$

$$\sigma_{zz}(r \geq R, 0) = 0$$

onde  $P$  é a carga distribuída equivalente à força de aperto  $F_a$ ,

$$P = F_a / \pi \cdot (R_c^2 - R_i^2) \quad (1.24)$$

Cullimore e Uptom, referência [7], analisaram este modelo utilizando o método de diferenças finitas, e posteriormente mediram a distribuição de pressão pelo processo da galvanometria da impressão de papel carbono, obtendo uma boa concordância entre a experimentação e os resultados numéricos.

Foram feitas análises em modelos com quatro relações entre a espessura  $h$  e o raio do furo  $R_i$ , cujos resultados são mostrados na figura 1.12. Com base nestas curvas, e nos resultados experimentais, os autores propuseram uma fórmula empírica para a distribuição de pressão no entorno:

$$P(r) = P_a \cdot \exp[0.666 \cdot K^{-1,2} \cdot (X^{1,8} - 1)] \quad (1.25)$$



onde,

$$K = h/R_i$$

$$X = r/R_i$$

$$P_a = 1,87 \cdot (K^{1,3} + 0,5)^{-1} \cdot P,$$

Estas relações são válidas para  $1 \leq K \leq 6$ , bem como restritas ao tipo de material, grau de acabamento e modelo utilizado na experimentação.

- 1 -  $h/R_i = 1$
- 2 -  $h/R_i = 1,33$
- 3 -  $h/R_i = 2$
- 4 -  $h/R_i = 4$

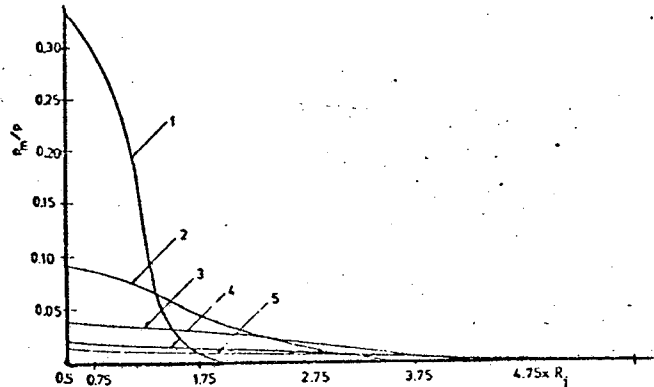


Fig. 1.12 - Resultados para a distribuição de pressão no contato obtidos por Cullimore e Uptom.

Gould e Mikic, referência [8], utilizaram o método de elementos finitos para análise do modelo, e obtiveram as curvas mostradas na figura 1.13 para a distribuição de pressão no contato. A comprovação experimental foi feita por dosagem radioativa e por polimento superficial pelo contato, concordando satisfatoriamente com os resultados obtidos numericamente quanto ao ponto de perda do contato entre as superfícies.

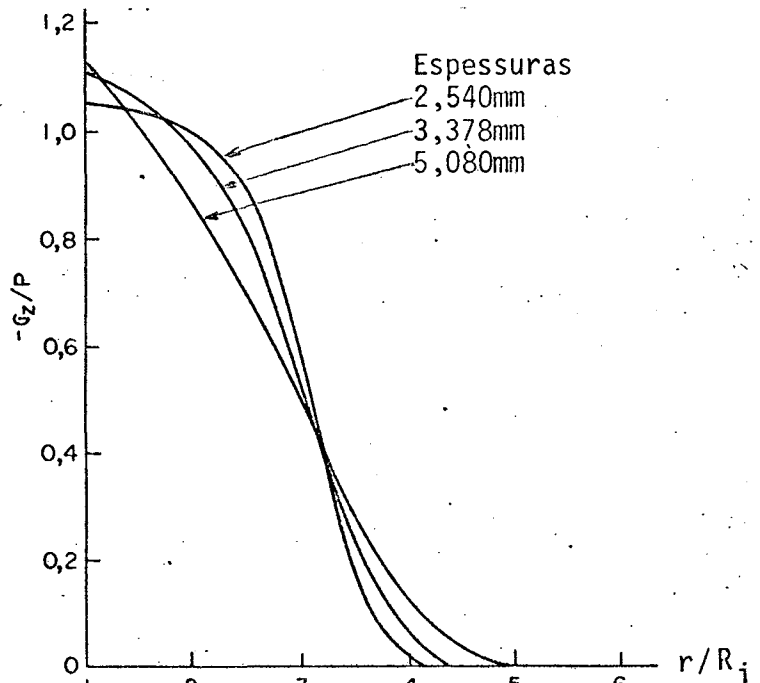


Fig. 1.13 - Resultados de Gould e Mikic.

1.6 - COMENTÁRIOS

Em todos os estudos mostrados neste capítulo, a junta parafusada foi encarada como uma associação de elementos elásticos na forma mostrada na figura 1.14, onde A e B são as peças unidas e P a mola representando o parafuso de fixação.

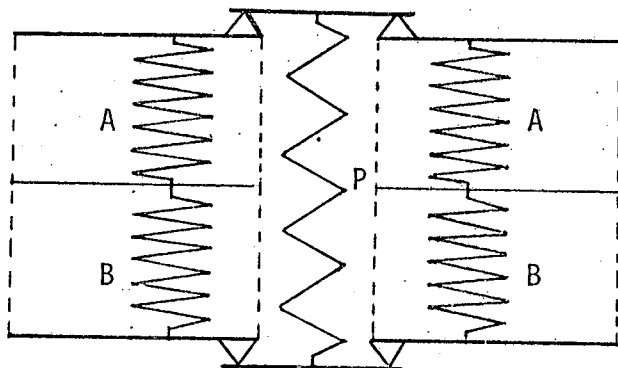


Fig. 1.14 - Sistema elástico representando a união parafusada.

Com este modelo, despreza-se a qualidade das superfícies em contato, não levando em conta a flexibilidade do contato em si, a flexibilidade dos flanges e deformações introduzidas pelo cisalhamento. Desta forma, as respostas obtidas por este modelo sugerem uma rigidez maior que a real para a junção.

## CAPÍTULO II

### RIGIDEZ DE CONTATO DAS SUPERFÍCIES USINADAS

#### 2.1 - INTRODUÇÃO

Ao se colocar duas superfícies em contato, o mesmo se efetiva através das asperezas deixadas pelo processo de fabricação utilizado na confecção das peças. Desta forma o contato superficial não é completamente rígido, terá uma certa flexibilidade em função de fatores tais como o número de asperezas que estão em contato, a deformação total dessas asperezas, o grau de acabamento das superfícies e do par de materiais.

Nas referências [1,4 e 6] são apresentados estudos sobre a relação entre a pressão de contato e a aproximação de pequenas superfícies usinadas, que são apropriadas para representar a rigidez de contato das superfícies usinadas.

Este capítulo consiste em um resumo desses estudos, apresentando a forma de obtenção das relações que serão utilizadas na descrição da rigidez normal e tangencial de contato no método de análise de juntas empregado neste trabalho.

#### 2.2 - RIGIDEZ NORMAL

Na avaliação desta rigidez, são feitas três hipóteses simplificadoras básicas:

- a) Cada aspereza têm uma área de contato  $A_i$ , constante e iguais entre si;
- b) A distribuição das alturas das asperezas na superfície é do tipo de potência;
- c) A força de contato é relacionada à área real de contato de forma linear:

$$F = k.A_r \quad (2.1)$$

De acordo com a hipótese (a), a área real de contato será fornecida pela relação:

$$A_r = N.A_i \quad (2.2)$$

onde  $N$  é o número de asperezas em contato e  $A_i$  a área de cada aspereza.

Sendo  $f(z)$  a função densidade de probabilidade de contato das asperezas em relação a aproximação, o número de asperezas em contato para uma dada aproximação  $\lambda_n$  entre as superfícies será

$$N = n \cdot A_g \int_0^{\lambda_n} f(z) \cdot dz \quad (2.3)$$

onde  $n$  é o número de asperezas por unidade de área e  $A_g$  a área das superfícies de contato. Combinando-se esta expressão com (2.2) e levando-se em conta a hipótese (c) obtém-se que a força de aperto para uma dada deformação  $\lambda_n$  será dada por:

$$F = k \cdot n \cdot A_i \cdot A_g \int_0^{\lambda_n} f(z) \cdot dz$$

ou seja,

$$F = a \cdot A_g \int_0^{\lambda_n} f(z) \cdot dz \quad (2.4)$$

onde  $a = k \cdot n \cdot A_i$ , é uma constante para cada tipo de superfície.

Levando-se em conta a hipótese (b) e considerando que a expressão para  $f(z)$  seja:

$$f(z) = b \cdot z^{(1-m)/m}$$

tira-se que:

$$F = a \cdot b \cdot A_g \cdot \lambda_n^{1/m} \quad (2.5)$$

desta forma a pressão de contato para uma dada deformação  $\lambda_n$ , com  $a \cdot b = (1/C)^m$  será:

$$P_n = (\lambda_n / C)^{1/m} \quad (2.6)$$

onde  $C$  e  $m$  são parâmetros determinados experimentalmente e função do material, grau de acabamento superficial e processo de usinagem das superfícies de contato.

É evidente que a rigidez de contato cresce com o módulo de elasticidade do material, tendo sido verificado experimentalmente que para um mesmo grau de acabamento e processo de usinagem

a variação do parâmetro  $C$  é inversamente proporcional a variação do módulo de elasticidade de um material para outro, mas o parâmetro  $m$  permanece praticamente constante e em média igual a 0,5. Então, para materiais 1 e 2 com superfícies identicamente processadas, valem as relações:

$$C_1/C_2 = E_2/E_1 \quad (2-7)$$

e

$$m_1 = m_2$$

Outro resultado experimental é que o parâmetro  $m$  permanece praticamente constante e igual a 0,5 para qualquer grau de acabamento e processo de usinagem das superfícies, desta forma é normalmente adotado o valor 0,5 para o parâmetro  $m$  e determinado apenas o valor de  $C$  para as diversas combinações de superfícies. Nas referências |1,2 e 4| encontram-se tabelas para os valores de  $C$  e  $m$  de diversas combinações de superfícies, bem como os valores para  $C$  com  $m = 0,5$  dessas mesmas combinações de superfícies.

### 2.3 - RIGIDEZ TANGENCIAL

Foi verificado experimentalmente que quando as peças, estiverem inicialmente sujeitas a uma determinada pressão normal  $P_n$ , as deformações devidas a um esforço tangencial, paralelo ao plano de contato, são inicialmente linearmente relacionadas com o esforço, seguindo-se um trecho de relacionamento não linear, e imediatamente após, ocorre o escorregamento.

Pesquisas detalhadas sobre este fato foram realizadas, e a partir dos dados obtidos foram traçados gráficos para a pressão tangencial, definida como força tangencial sobre a área de contato, onde obteve-se a relação:

$$P_s = K_s \cdot \lambda_s \quad (2.9)$$

onde  $P_s$  é a pressão tangencial,  $\lambda_s$  o deslocamento e  $K_s$  a rigidez tangencial do contato. Foi verificado ainda que a rigidez tangencial é função da pressão normal de aperto obedecendo a relação:

$$K_s = P_n^S / R \quad (2.10)$$

onde  $R$  e  $s$  são parâmetros dependentes do processo de usinagem, grau de acabamento e materiais das superfícies em contato.

Determinando-se experimentalmente os valores de  $K_s$  para as várias pressões de contato  $P_n$  e ajustando-se os pontos obtidos pela relação (2.10), obtêm-se os valores de  $s$  e  $R$  para uma dada combinação de superfícies. Realizando estes cálculos foi observado que o valor para  $R$  é maior que o de  $C$  para uma mesma combinação de superfícies, e os valores obtidos para  $s$  nas diversas combinações superficiais variam entre 0,35 e 0,62 com a média em torno do valor 0,5.

Com base nestas observações o valor de  $s$  foi assumido como uma constante igual a 0,5 e foram redefinidos os valores de  $R$  pela relação (2.10). Esses valores para  $R$  são encontrados nas referências [2,4 e 14] para  $P_n$  e  $P_s$  em  $K_{gf}/cm^2$  e  $\lambda_s$  em  $\mu m$ .

#### 2.4 - RELAÇÃO ENTRE A RIGIDEZ NORMAL E A TANGENCIAL

Representando-se em uma mesma escala curvas de dados experimentais da rigidez normal  $K_n$  e tangencial  $K_s$  em função da pressão normal  $P_n$ , verificou-se que a relação entre elas é aproximadamente a relação entre o módulo de elasticidade e o módulo de rigidez transversal do material. Foi então proposto que a relação entre a rigidez normal e tangencial de um dado material seja a relação do módulo de elasticidade  $E$  e o módulo de rigidez transversal  $G$  desse material:

$$\frac{dP_n/d\lambda_n}{dP_s/d\lambda_s} = \frac{E}{G} \quad (2.12)$$

utilizando-se a relação (2.6) tira-se que a rigidez normal é dada por:

$$dP_n/d\lambda_n = (m \cdot C^{1/m})^{-1} \cdot \lambda_n^{(1-m)/m} \quad (2.13)$$

e das relações (2.9) e (2.10) tira-se que a rigidez tangencial é dada por:

$$dP_s/d\lambda_s = P_n^s/R \quad (2.14)$$

substituindo-se (2.13) e (2.14) em (2.12), e expressando-se  $P_n$

por (2.6) resulta:

$$\frac{R \cdot \lambda_n^{(1-s-m)/m}}{m \cdot C^{(1-s)/m}} = \frac{E}{G} \quad (2.15)$$

levando-se em conta que o valor adotado para  $m$  e  $s$  é 0,5, tira-se finalmente que para um dado material:

$$R = 0,5 \cdot C(E/G) \quad (2.16)$$

Desta forma, para se descrever totalmente a rigidez de contato entre duas superfícies basta determinar-se experimentalmente o valor do parâmetro  $C$ , para  $m = 0,5$ , da combinação de grau de acabamento, par de materiais e usinagem para as superfícies em questão. Na tabela (2.1) encontram-se listados valores para  $C$  e  $R$  de algumas combinações de superfícies, considerando-se  $m=s=0,5$ .

Tabela 2.1 - Valores para os parâmetros  $C$  e  $R$  de algumas combinações de superfícies. Referências [1,2 e 4].

Par de superfícies em contato	Ferro fundido		Aço carbono	
	C	R	C*	R*
Rasqueteado/Rasqueteado				
$H = 3$ a $5 \mu\text{m}$	0,3	0,39	0,14	0,18
$H = 6$ a $8 \mu\text{m}$	0,39	1,22	0,43	0,56
$H = 15$ a $20 \mu\text{m}$	1,75	2,30	0,81	1,06
Rasqueteado/Retificado	0,9	1,15	0,42	0,55
Retificado/Retificado	0,65	0,85	0,30	0,39
Torneado fino/Torneado fino	0,60	0,78	0,28	0,36

$H \rightarrow$  rugosidade superficial

Trata-se de valores médios obtidos considerando os citados nas referências.

\* - trata-se de dados obtidos considerando-se o aço com  $\mu = 0,3$  e  $E = 21000 \text{ Kgf/mm}^2$ , e ferro fundido com  $E = 9800 \text{ Kgf/mm}^2$

## 2.5 - CONSIDERAÇÕES SOBRE O LIMITE ELÁSTICO

Foi dito anteriormente que a deformação tangencial tem inicialmente um comportamento linear, elástico, tornando-se não linear imediatamente antes do escorregamento.

É sabido que quando um corpo está sujeito a uma força normal  $F_n$ , a força mínima tangencial  $F_a$  para que se inicie o escorregamento é relacionada a normal pelo coeficiente de atrito de forma linear:

$$F_a = f \cdot F_n \quad (2.17)$$

onde  $f$  é o coeficiente de atrito estático entre o corpo e a superfície de escorregamento.

Considera-se então que a força tangencial máxima, para a qual a deformação tangencial ainda está dentro do limite elástico, pode ser relacionada a força de aperto de forma linear,

$$F_e = \alpha_a F_n \quad (2.18)$$

onde  $\alpha_a$  seria o fator de comportamento elástico, a ser determinado experimentalmente. Em termos da pressão tangencial e pressão de aperto, a relação (2.18) fica:

$$P_e = \alpha_a \cdot P_n \quad (2.19)$$

Nas referências [2 e 3] são mostrados valores de levantamentos experimentais do parâmetro  $\alpha_a$  em várias combinações de superfícies, verificando-se que é independente da pressão de aperto e aproximadamente igual a metade do valor do coeficiente de atrito estático, para a combinação de superfícies considerada.

Substituindo-se a pressão normal em (2.19) pela sua expressão (2.6), ter-se-á:

$$P_e = \alpha_a \cdot (\lambda_n / C)^{1/m} \quad (2.20)$$



usando-se as relações (2.9), (2.10) e (2.6), tira-se que a pressão tangencial atuante para um dado deslocamento  $\lambda_s$  observado é:

$$P_s = \lambda_s \cdot (\lambda_n / C \cdot R) \quad (2.21)$$

onde foi levado em conta que  $s=m=0,5$ .

Desta forma, pode-se obter o valor do deslocamento tangencial máximo dentro do regime elástico, substituindo-se em (2.20) o valor de  $P_e$  obtido em (2.21) considerando-se  $\lambda_s = \lambda_e$ :

$$\lambda_e = (\alpha_a \cdot R \cdot \lambda_n) / C \quad (2.22)$$

ou em termos da pressão normal devida a força de aperto atuante:

$$\lambda_e = \alpha_a \cdot R \cdot \sqrt{P_n} \quad (2.23)$$

Deve-se observar que a deformação tangencial máxima, incluindo a parte de comportamento não linear, pode ser obtida a partir da expressão (2.17) da mesma forma que se obteve a expressão para  $\lambda_e$ , obtendo-se que a deformação tangencial limite para uma dada pressão normal  $P_n$  será:

$$\lambda_f = f \cdot R \cdot \sqrt{P_n} \quad (2.24)$$

onde  $f$  é o coeficiente de atrito estático, para a combinação de superfícies considerada.

### CAPÍTULO 3

#### MÉTODO DA MOLLA DE TRIPLO EFEITO

##### 3.1 - INTRODUÇÃO

Conforme pode-se ver no capítulo 1, a maioria dos métodos empregados para a análise de juntas parafusadas as consideram como um sistema elástico do tipo mostrado na figura 3.1.

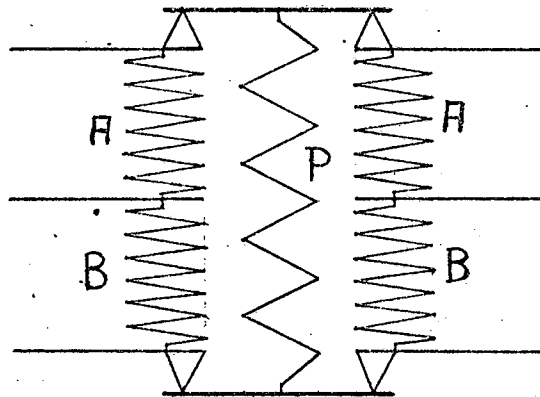


Fig. 3.1 - Sistema elástico para a descrição da união parafusada.

Os flanges são representadas pelas molas A e B, que são consideradas associadas em série no plano de contato, o parafuso é representado pela mola P e é considerado biapoiado sobre as placas formadoras dos flanges.

Foi abordado no capítulo 2, o fato de que o contato entre duas superfícies tem comportamento elástico, não sendo rígido como é adotado pela maioria dos modelos para estudo das juntas parafusadas. Levando-se em conta esta flexibilidade do contato, um modelo físico mais completo para uma união parafusada, seria como o mostrado na figura 3.2.

Nesse caso, as molas  $S_i$  representam a flexibilidade do contato entre os flanges A e B, e as molas  $C_1$  e  $C_2$  se referem ao contato entre a cabeça do parafuso e a porca ou ancoragem, com as peças unidas.

O método descrito neste capítulo é adotado neste

trabalho adota para análise da junção um modelo elástico como o representado na figura 3.3, onde, ao invés de se considerar o parafuso como parte da estrutura, aplica-se diretamente a força de aperto sobre as flanges eliminando-se assim o conjunto de molas  $P$ ,  $C_1$  e  $C_2$ , conforme esquematizado na figura 3.3.

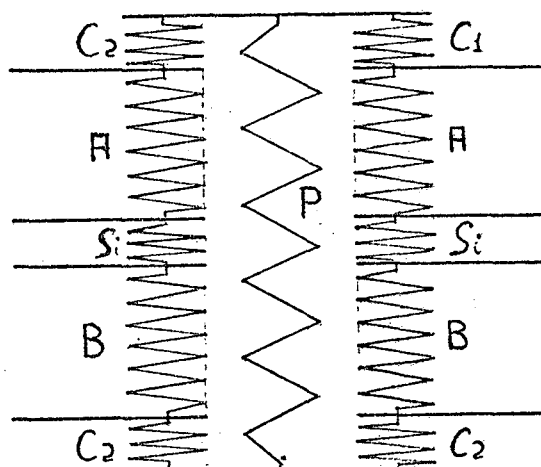


Fig. 3.2 - Modelo elástico completo para uma união parafusada.

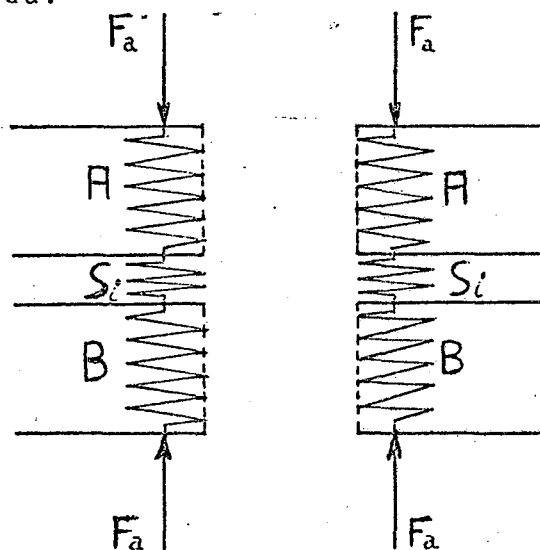


Fig. 3.3 - Modelo elástico adotado.

A grande vantagem desse método sobre os demais é que se pode obter todo o estado de deformação na junta e a distribuição de pressão nas superfícies em contato, analisando-se o sistema com o emprego do método de elementos finitos, podendo ainda ser levado em conta todas as características do material, grau de acabamento e processo de usinagem dos flanges. Como fornece o estado de deformação das superfícies, constitui-se em um bom método para análise da vedação oferecida pelas uniões quando sob

solicitações externas.

### 3.2 - MÉTODO DE CÁLCULO

O primeiro passo da solução é o traçado da malha de elementos finitos nas duas peças unidas, de tal forma que ao longo da superfície de contato os nós sejam coincidentes como mostrado na figura 3.4.

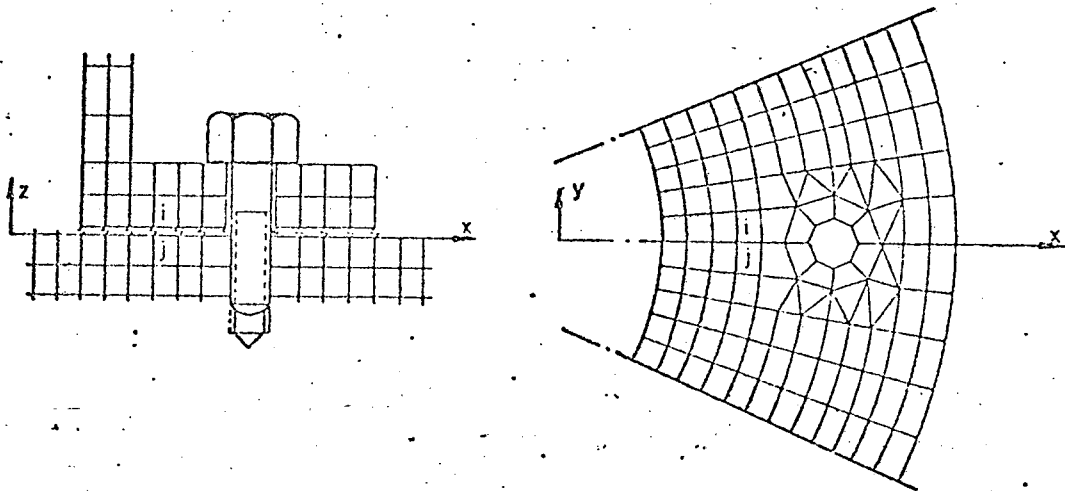


Fig. 3.4 - Parte de um modelo de flange parafusada, dividida em elementos finitos.

Os nós coincidentes são ligados por elementos binodais, sem rigidez torcional e de flexão, mas com rigidez tangencial e axial definidas de maneira a representar as características das superfícies em contato, utilizando-se para este fim os conceitos apresentados no capítulo 2 deste trabalho. Considerando-se que um elemento  $q$ , definido pelo par de nós  $i$  e  $j$  sob a ação de uma força axial  $F_{n,q}$  sofra uma compressão  $\lambda_{n,q}$ , a sua rigidez axial será definida pela relação:

$$K_{n,q} = F_{n,q} / \lambda_{n,q} \quad (3.1)$$

levando em conta que a área de influência de cada nó do elemento  $q$  seja  $A_q$ , pode-se expressar a força como uma pressão normal agindo sobre a área de influência do nó:

$$K_{n,q} = (P_{n,q} \cdot A_q) / \lambda_{n,q} \quad (3.2)$$

onde  $P_{n,q}$  é a pressão sobre a área de influência do nó. Conforme o item 2.2, a pressão normal pode ser expressa em termos da deformação pela relação (2.6), que substituída em (3.2) fornece:

$$K_{n,q} = (\lambda_{n,q} \cdot A_q \cdot 10) / C^2 \quad [\text{Kgf/mm}] \quad (3.3)$$

onde o fator 10 aparece devido às transformações de unidade,  $\lambda_{n,q}$  é em ( $\mu\text{m}$ ), e considerou-se  $m=s=0,5$ .

Para a rigidez tangencial, considera-se que se os nós  $i,j$  sofrerem um deslocamento tangencial relativo  $\lambda_{s,q}$ , a rigidez será expressa por:

$$K_{s,q} = F_{s,q} / \lambda_{s,q} \quad (3.4)$$

onde  $F_{s,q}$  é a força tangencial agindo nos nós. Definindo-se pressão tangencial  $P_{s,q}$  por:

$$P_{s,q} = F_{s,q} / A_q \quad (3.5)$$

pode-se expressar a rigidez em termos da pressão (tensão) tangencial:

$$K_{s,q} = (P_{s,q} \cdot A_q) / \lambda_{s,q} \quad (3.6)$$

onde, de acordo com o item 2.3, pode-se substituir a pressão tangencial pela relação (2.21), resultando após a compatibilização das unidades:

$$K_{s,q} = (\lambda_{n,q} \cdot A_q \cdot 10) / (C \cdot R) \quad [\text{Kgf/mm}] \quad (3.7)$$

onde levou-se em conta que  $m=s=0,5$  e  $\lambda_{n,q}$  é dado em ( $\mu\text{m}$ ).

O próximo passo consiste em se arbitrar uma certa condição de deslocamento, preferivelmente de acordo com o carregamento, e determinar a rigidez normal  $K_{n,q}$  e tangencial  $K_{s,q}$  para cada elemento binodal do contato, usando as relações (3.3) e (3.7).

A seguir, aplica-se o método de elementos finitos para resolver a estrutura carregada com as forças de aperto dos

parafusos, bem como as demais forças que estejam agindo sobre ela, obtendo-se da solução a configuração de deslocamentos dos nós. Levando em conta somente os nós definidores dos elementos binodais (molhas) do contato superficial e considerando-os orientados como esquematizado na figura 3.5, determinam-se os deslocamentos relativos entre eles na direção axial e nas direções tangenciais 1 e 2.

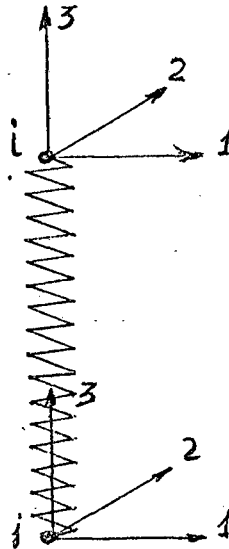


Fig. 3.5 - Elemento mola q, definido pelos nós i e j.

A compressão axial  $\lambda_n$  será dada por:

$$\lambda_{n,q} = \lambda_{3,i} - \lambda_{3,j} \quad (3.8)$$

onde  $\lambda_{3,i}$  e  $\lambda_{3,j}$  se referem aos deslocamentos axiais dos nós i e j.

Os deslocamentos tangenciais serão:

$$\lambda_{1,q} = \lambda_{1,i} - \lambda_{1,j} \quad (3.9)$$

e

$$\lambda_{2,q} = \lambda_{2,i} - \lambda_{2,j} \quad (3.10)$$

onde  $\lambda_{k,i}$  e  $\lambda_{k,j}$  se referem aos deslocamentos dos nós i e j na direção k.

De posse desses deslocamentos relativos, deve-se inicialmente verificar se o deslocamento axial é menor que zero, caso contrário, indica que não existe compressão e ocorreu perda de contato no ponto; se ocorreu perda de contato elimina-se

aquela mola. Se for menor que zero, as superfícies estão em contato e deve-se calcular por (3.3) o novo valor de  $K_{n,q}$ .

Caso não tenha ocorrido perda de contato, deve-se a seguir verificar se os deslocamentos tangenciais são menores que o máximo admissível, para o qual não ocorre escorregamento conforme o discutido no ítem 2.5, utilizando-se para isto a relação (2.24) onde  $P_n$  é substituído pela sua expressão em termos de  $\lambda_n$ , ou seja:

$$\lambda_{k,q} < (f \cdot R \cdot \lambda_n) / C \quad (3.11)$$

onde  $f$  é o coeficiente de atrito estático entre as superfícies, e  $\lambda_{k,q}$  é o deslocamento tangencial relativo na direção  $k$ . Caso seja verdadeira, calcula-se  $K_{s,q}$  pela relação (3.7), caso falsa, indica a condição de escorregamento, faz-se  $K_{s,q} = 0,0$  e aplica-se nos nós  $i$  e  $j$  a força de atrito correspondente,

$$F_a = f \cdot A_q \cdot P_{n,q} \quad (3.12)$$

onde  $f$  é o coeficiente de atrito entre as superfícies,  $A_q$  a área de influência do nó e  $P_{n,q}$  a pressão relativa à compressão  $\lambda_{n,q}$  existente no elemento mola. Substituindo  $P_{n,q}$  pela expressão (2.6) resulta:

$$F_{a,q} = \frac{f \cdot A_q}{100} (\lambda_{n,q} / C)^{0,5} \quad (3.13)$$

onde o fator 100 aparece para compatibilizar as unidades, e  $\lambda_{n,q}$  é fornecido em ( $\mu\text{m}$ ).

Com esses resultados prepara-se novamente o modelo para solução por elementos finitos, adotando para a rigidez a média entre o valor da última iteração e o calculado, com a finalidade de aumentar a convergência. Prossegue-se neste processo iterativo até que a variação entre duas iterações sucessivas dos valores, para os deslocamentos, seja menor que um limite estipulado para o erro.

A configuração dos deslocamentos obtida na última iteração, é a solução para o problema da distribuição de deformações da junta em análise, sendo que a distribuição de pressão no contato pode ser obtida calculando-se a pressão agindo na área de influência de cada nó pela expressão (2.6).

### 3.3 - CONSIDERAÇÕES SOBRE A MATRIZ DE RIGIDEZ DO ELEMENTO MOLA

Considerando-se um sistema tridimensional e seis graus de liberdade por nó, a matriz de rigidez de um elemento mola de ligação, como o mostrado na figura 3.6, será simétrica e de dimensão  $12 \times 12$  onde:

termos  $K_{i,j} = 0$ , para  $i, j = 1, 2, \dots, 12$  exceto para os

$$K_{1,1}, K_{7,7} = K_{1,1} \text{ e } K_{1,7} = -K_{1,1}$$

$$K_{2,2}, K_{8,8} = K_{2,2} \text{ e } K_{2,8} = -K_{2,2}$$

$$K_{3,3}, K_{9,9} = K_{3,3} \text{ e } K_{3,9} = -K_{3,3}$$

e ainda os termos

$$K_{1,5} = (L/2) \cdot K_{1,1}, K_{1,11} = K_{1,5} \text{ e } K_{7,11} = K_{1,5}$$

$$K_{2,4} = (L/2) \cdot K_{2,2}, K_{2,10} = K_{2,4} \text{ e } K_{8,10} = K_{2,4}$$

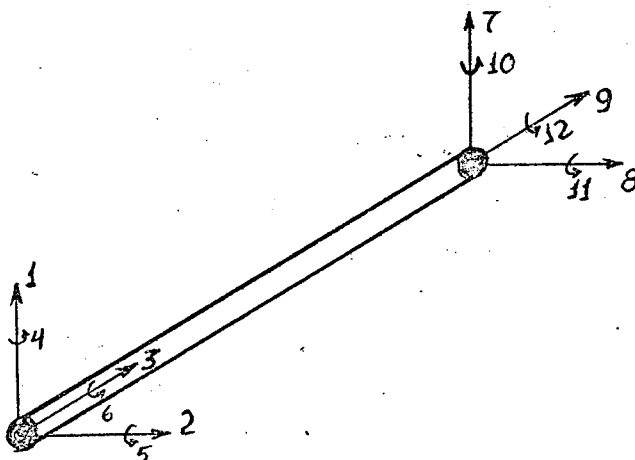


Fig. 3.6 - Elemento mola da ligação.

Desta forma, a matriz de rigidez para esse elemento finito é totalmente determinada conhecendo-se apenas os termos  $K_{1,1}$ ,  $K_{2,2}$  e  $K_{3,3}$ . Como se precisa que esses elementos simulem o comportamento do contato superficial, definem-se esses coeficientes por:

$$K_{1,1} = K_{1,q}$$

$$K_{2,2} = K_{2,q}$$



$$e \quad K_{3,3} = K_{n,q}$$

Como não é interessante que exista flexão nas molas, define-se estes elementos com comprimento nulo de modo que:

$$K_{1,5} = (L/2) \cdot K_{1,1} = 0,0$$

$$e \quad K_{2,4} = (L/2) \cdot K_{2,2} = 0,0$$

como todos os outros elementos função de  $K_{1,5}$  e  $K_{2,4}$  se tornam nulos. Desta forma não existirá rigidez à flexão no elemento, e ele suportará apenas esforços cisalhantes e axiais.

### 3.4- CONSIDERAÇÕES SOBRE A VARIAÇÃO DA FORÇA DE APERTO DOS PARAFUSOS DE FIXAÇÃO

Após o aperto, a junta e o parafuso ficam deformados em função da força de fixação empregada, sendo que para o parafuso é válida a relação:

$$\lambda_p = F/K_p \quad (3.14)$$

onde  $\lambda_p$  é a elongação sofrida pelo parafuso para que exista a força de aperto  $F$ , e  $K_p$  é a rigidez axial do parafuso.

Qualquer força externa que agir sobre a junção vai provocar uma modificação nesse estado de equilíbrio, podendo ocorrer um afastamento ou um encosto maior das peças unidas no entorno do parafuso, existindo com isso uma variação na força de fixação pelo parafuso em função da variação sofrida em relação ao estado de equilíbrio, do seu comprimento. Desse modo a nova força de aperto oferecida pelo parafuso será:

$$F_2 = F + (K_p \Delta \lambda_p) \quad (3.15)$$

onde  $\Delta \lambda_p$  é a elongação ou contração sofrida pelo parafuso no processo. Substituindo-se  $F$  por (3.14) e rearranjando:

$$F_2 = K_p (\lambda_p + \Delta \lambda_p) \quad (3.16)$$

É a relação que exprime a força de aperto oferecida pelo parafuso, em cada estágio de deformação da estrutura sob o carregamento externo.

Com isso, verifica-se que para uma análise mais precisa, deve-se primeiramente obter o estado de deformação da estrutura devido à ação da força de aperto, e depois solucionar o problema com a ação do carregamento externo, levando-se em conta a variação da força de aperto entre cada iteração.

## CAPÍTULO 4

### ANÁLISE DA DISTRIBUIÇÃO DE PRESSÃO E DE DEFORMAÇÕES DEVIDAS À FORÇA DE APERTO

#### 1. INTRODUÇÃO

Para este estudo será adotado um modelo representativo da região das peças unidas no entorno do parafuso de flexão, com a formulação do tipo da descrita no item 1,5 e com as dimensões adotadas por H. H. Gould e B. B. Mikic, referências [8 e 14], que fizeram uma análise do problema utilizando o método de elementos finitos, mas sem considerar a flexibilidade de contato da junção. Desta forma, ter-se-á uma base de comparação para o modelo de cálculo formulado neste trabalho.

Neste modelo, a região das peças unidas no entorno do parafuso é tomada como duas placas em forma de discos com um furo no centro, onde são fixadas pelo parafuso. A força de aperto é considerada como uma carga uniformemente distribuída sob a cabeça do parafuso e da porca, na configuração de um anel com diâmetro interno igual ao do furo e externo igual ao de um círculo inscrito na cabeça do parafuso ou porca, como mostra a figura 4.1.

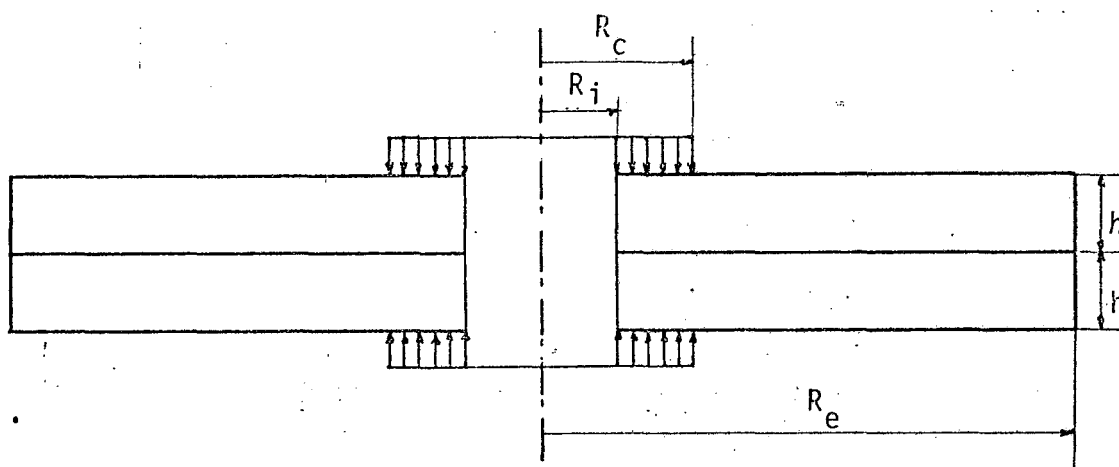


Fig. 4.1 - Modelo adotado para o entorno do parafuso.

As dimensões do modelo são as listadas a seguir:

$$R_i = 2,54 \text{ mm}$$

$$R_c = 7,874 \text{ mm}$$

$$R_e = 39,116 \text{ mm}$$

com a espessura  $D$  tomada em quatro valores diferentes, 1,27; 2,54; 3,3782 e 5,080mm de forma a oferecer diferentes relações entre o diâmetro do furo e espessura da flange.

A força de aperto considerada para os cálculos será de 499,40Kgf, significando uma carga distribuída de  $P=2,86 \text{ Kgf/mm}^2$

#### 4.2 - APLICAÇÃO DO MÉTODO DA MOLA DE TRIPLO EFEITO

Nesta aplicação levou-se em conta a total axissimetria de forma e carregamento do modelo, fazendo-se a divisão em elementos finitos apenas de um setor de  $30^\circ$  dos discos unidos, na forma mostrada na figura 4.2.

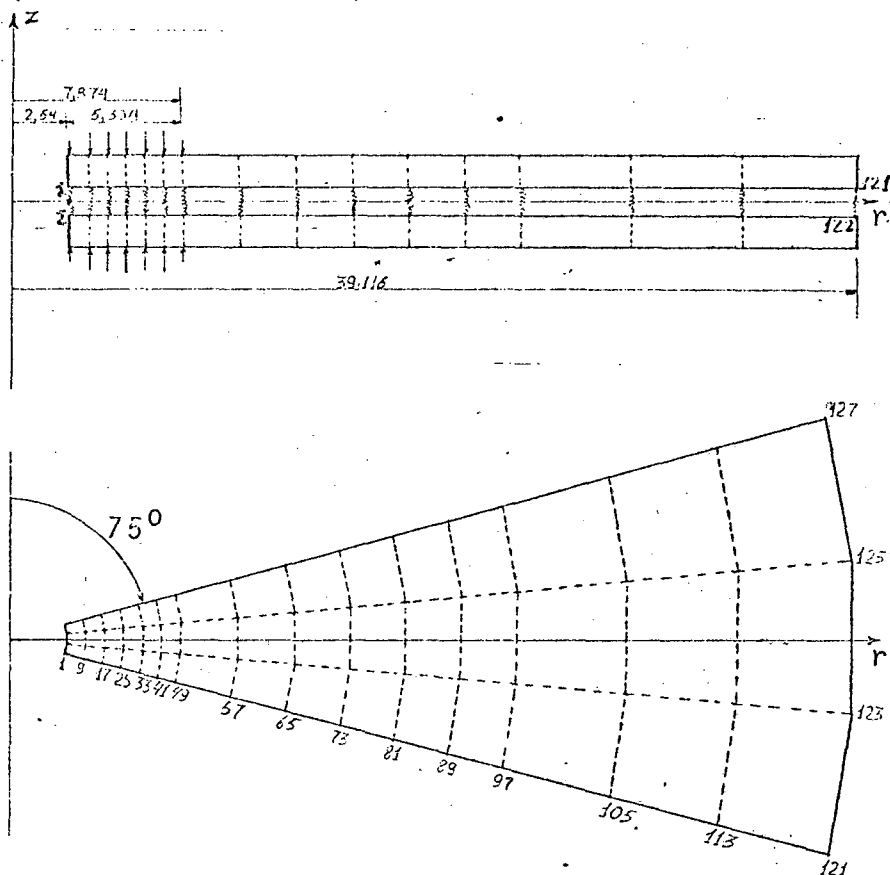


Fig. 4.2 - Modelo adotado para a aplicação do método da mola.

Após a divisão foram determinadas as áreas de influência de cada nó dos pares de nós que definem os elementos molas de contato; aplicando-se a cada par de nós, situados dentro da região definida pelo anel de cargas, uma força concentrada normal à placa igual a resultante da pressão distribuída sobre a sua área de influência.

Neste caso, essas forças são obtidas pela relação:

$$F_q = A_q \cdot P \quad (4.1)$$

onde  $A_q$  é a área de influência de cada nó do par de nós definidor do elemento mola  $q$ ,  $F_q$  a força concentrada e  $P$  a carga distribuída relativa à força de aperto aplicada. Para os nós situados no limite externo do anel de carga, adotou-se para cálculo de  $F_q$  somente a parte da área de influência do nó situada internamente à região definida pelo círculo inscrito na cabeça do parafuso.

Para a obtenção dos parâmetros  $C$  e  $R$  definidores do par de superfícies em contato, considerou-se que os discos sejam feitos de aço com módulo de Poisson  $\nu=0,3$  e com superfícies de contato retificadas; obtendo-se da tabela 2.1 os valores:

$$C=0,28$$

$$e \quad R=0,36 \text{ para } \mu=S=0,5.$$

Com esses dados iniciou-se o processo iterativo, solucionando o problema para cada espessura de peças considerada, onde as expressões (2.6) para a pressão normal, (3.3) para a rigidez axial (3.7) para a rigidez tangencial ficam explicitadas para:

$$P_{n,q} = (\lambda_{n,q}/2,8)^2 \text{ [Kgf/mm}^2\text{]} \quad (4.2)$$

$$K_{n,q} = 127,551 \cdot A_q \cdot \lambda_{n,q} \text{ [Kgf/mm]} \quad (4.3)$$

$$K_{s,q} = 99,206 \cdot A_q \cdot \lambda_{n,q} \text{ [Kgf/mm]} \quad (4.4)$$

Cabe aqui observar que, para prover a estabilidade do modelo na aplicação do método de elementos finitos, os nós da periferia do furo foram restringidos à apenas um grau de liberdade, podendo ter deslocamentos apenas axiais; os elementos molas de ligação entre esses nós foram definidos como dois elementos distintos, com a mesma matriz de rigidez e ligados à um nó rígido definido entre eles, como esquematizado na figura 4.3.

Como se necessita que os elementos tenham rigidez de flexão e cisalhante, adota-se a formulação de placa e de membrana para os elementos finitos, ficando-se com isso obrigado à restringir a rotação em torno do eixo normal às placas.

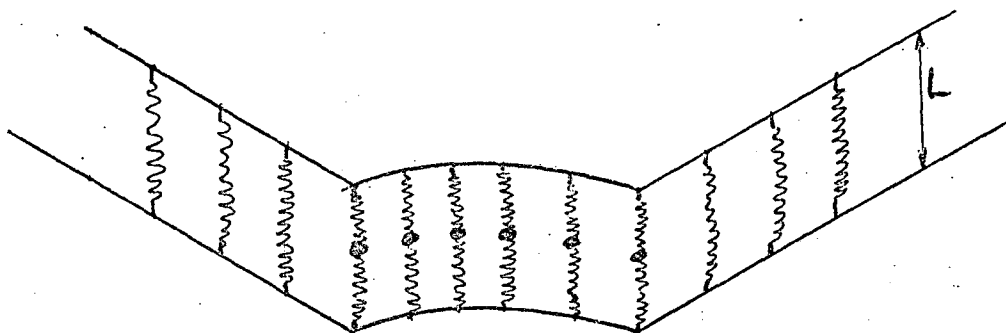


Fig. 4.3 - Região da periferia do furo,  
 $L=0,0$  mm

#### 4.3 - RESULTADOS OBTIDOS

Nas tabelas 4.1 à 4.4, são apresentados os resultados das soluções obtidas para o problema, considerando-se cada espessura para o flange listada no ítem 4.1. A partir desses resultados foram elaborados os gráficos para a distribuição de pressão no contato, mostrados na figura 4.4, onde a pressão de contato em cada ponto é dada em termos de sua relação com a pressão distribuída de aperto e sua posição é fornecida em termos da relação do seu afastamento do centro pelo raio do furo, obtendo-se assim resultados adimensionais.

Na figura 4.4, pode-se verificar que a pressão de contato cai a zero numa região bem próxima da periferia do furo, indicando que as superfícies se separam a uma distância relativamente pequena do furo, confirmando que a área real de contato em uma junta parafusada é bem menor que a das superfícies unidas. Este fato é evidenciado na figura 4.5, onde é mostrada a deformação da superfície em uma das chapas devido ao a-

perto para as diversas espessuras consideradas. Os valores negativos se referem a compressão das asperezas superficiais, e os positivos ao afastamento da superfície em relação a posição inicial.

Tabela 4.1 - Resultados obtidos, D=1,27mm

$E_q^*$	Deformação Placa Sup.   $\mu\text{m}$	Deformação Placa Inf.   $\mu\text{m}$	Compressão total   $\mu\text{m}$	Pressão de contato   $\text{Kgf}/\text{mm}^2$	$P_{n,q}/P$
1	-2,649	2,649	5,387	3,702	1,29
9	-2,628	2,628	5,256	3,524	1,23
17	-2,521	2,521	5,042	3,243	1,13
25	-2,400	2,400	4,801	2,940	1,03
33	-2,201	2,201	4,402	2,472	0,86
41	-1,867	1,867	3,735	1,779	0,62
49	-1,419	1,419	2,839	1,028	0,36
57	-0,142	0,142	0,284	0,010	0,004
65	0,910	-0,910			
73	1,791	-1,791			
81	2,556	-2,556			
89	3,239	-3,239			
97	3,863	-3,863			
105	4,985	-4,985			
113	6,000	-6,000			
121	6,949	-6,949			

\*Nas tabelas 4.1 a 4.4,  $E_q$  é o elemento definido pelos nós q e q+1.

\*\*Os elementos para os quais a deformação da placa superior é positiva e a da placa inferior negativa indicam perda de contato, não existindo portanto compressão e conseqüentemente a pressão de contato é nula.

Tabela 4.2- Resultados obtidos, D=2,54mm

$E_q$	Deformação Placa sup.   $\mu\text{m}$	Deformação Placa inf.   $\mu\text{m}$	Compressão total   $\mu\text{m}$	Pressão de contato   $\text{Kgf/mm}^2$	$P_{n,q}/P$
1	-2,614	2,614	5,227	3,485	1,22
9	-2,567	2,567	5,133	3,360	1,17
17	-2,448	2,448	4,896	3,058	1,07
25	-2,275	2,275	4,550	2,641	0,92
33	-2,050	2,050	4,099	2,143	0,75
41	-1,777	1,777	3,553	1,610	0,56
49	-1,472	1,472	2,944	1,105	0,39
57	-0,594	0,594	1,187	0,180	0,06
65	0,142	-0,142			
73	0,757	-0,757			
81	1,291	-1,291			
89	1,768	-1,768			
97	2,204	-2,204			
105	2,987	-2,987			
113	3,696	-3,696			
121	4,359	-4359			



Tabela 4.3 - Resultados obtidos, D=3,3782mm

$E_q$	Deformação placa sup.   $\mu\text{m}$	Deformação placa inf.   $\mu\text{m}$	Compressão total   $\mu\text{m}$	Pressão de contato   $\text{kgf}/\text{mm}^2$	$P_{n,q}/P$
1	-2,425	2,425	4,850	3,000	1,05
9	-2,388	2,388	4,776	2,909	1,02
17	-2,290	2,290	4,581	2,677	0,90
25	-2,145	2,145	4,289	2,346	0,82
33	-1,957	1,957	3,914	1,954	0,68
41	-1,736	1,736	3,471	1,489	0,52
49	-1,493	1,493	2,986	1,137	0,40
57	-0,787	0,787	1,573	0,316	0,11
65	-0,186	0,186	0,372	0,018	0,01
73	0,318	-0,318			
81	0,756	-0,756			
89	1,147	-1,147			
97	1,504	-1,504			
105	2,146	-2,146			
113	2,727	-2,727			
121	3,271	-3,271			

Tabela 4.4 - Resultados obtidos, D=5,08mm

$E_q$	Deformação placa sup.   $\mu\text{m}$	Deformação placa inf.   $\mu\text{m}$	Compressão total   $\mu\text{m}$	Pressão de contato   $\text{Kgf}/\text{mm}^2$	$P_{n,q}/P$
1	-2,099	2,099	4,198	2,248	0,79
9	-2,074	2,074	4,148	2,194	0,77
17	-2,007	2,007	4,015	2,056	0,72
25	-1,908	1,908	3,816	1,857	0,65
33	-1,782	1,782	3,564	1,620	0,57
41	-1,635	1,635	3,270	1,364	0,48
49	-1,475	1,475	2,949	1,109	0,39
57	-0,992	0,992	1,985	0,503	0,18
65	-0,560	0,560	1,119	0,160	0,06
73	-0,190	0,190	0,379	0,018	0,01
81	0,133	-0,133			
89	0,420	-0,420			
97	0,683	-0,683			
105	1,156	-1,156			
113	1,583	-1,583			
121	1,983	-1,983			

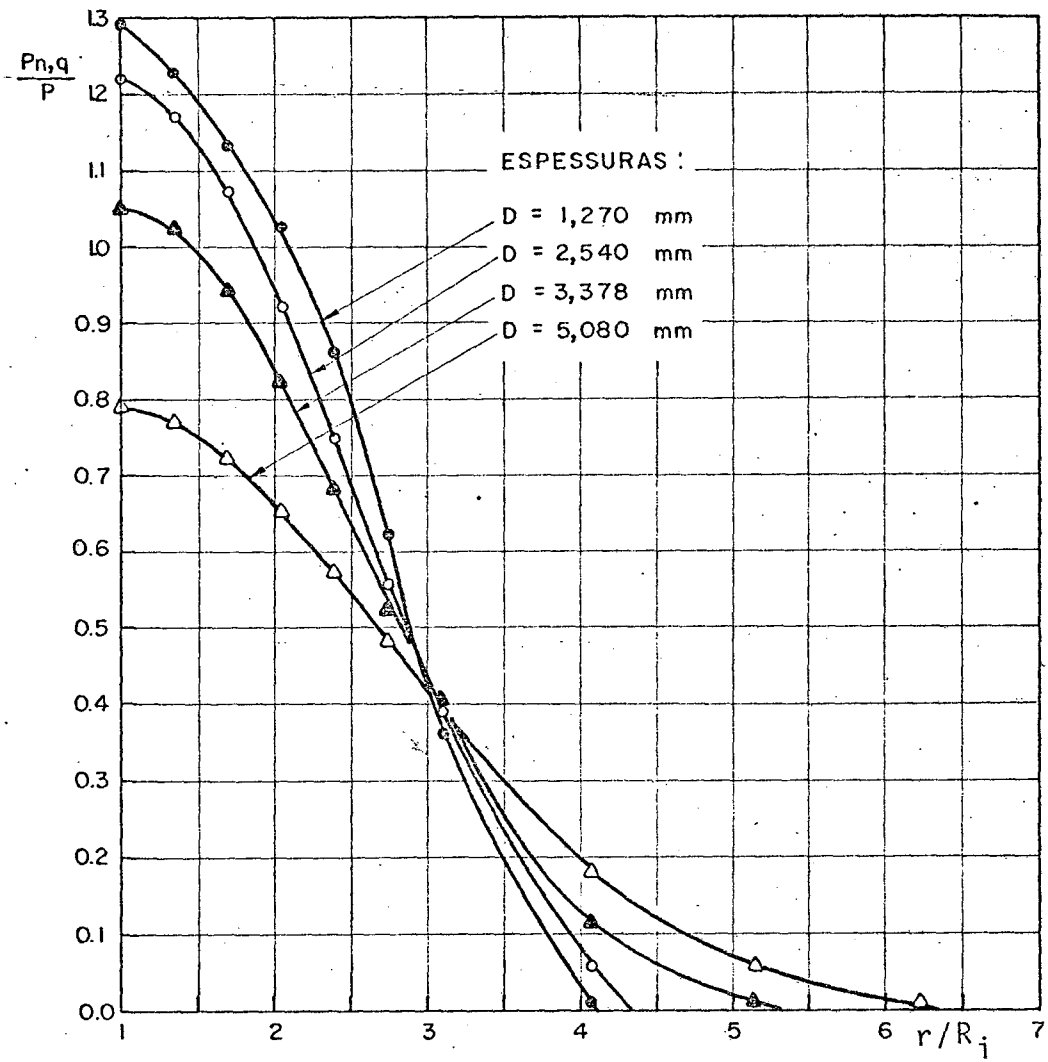


Fig.4.4 - Distribuição de pressão no contato para as diversas espessuras.

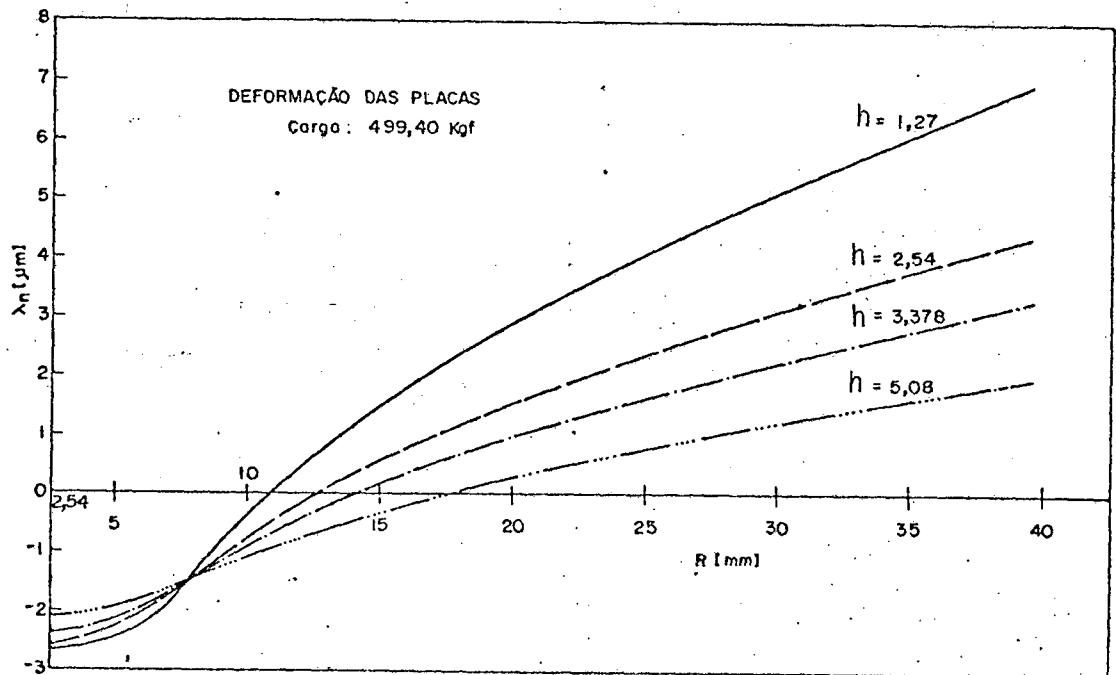


Fig. 4.5 - Deformação das placas em  $\mu\text{m}$

Comparando os resultados entre si, nota-se que com o aumento da espessura ocorre um achatamento na distribuição de pressão e um conseqüente afastamento do ponto de perda de contato entre as superfícies, fato que é sumarizado na tabela 4.5.

Tabela 4.5 - Pressão relativa máxima e afastamento relativo de perda do contato para cada espessura considerada.

Espes.	$P_{m\bar{x}}/P$	$r/R_i$
1,270	1,290	4,140
2,540	1,220	4,350
3,378	1,050	5,286
5,080	0,790	6,360

Verificando-se o comportamento da pressão relativa máxima e do afastamento do ponto relativo de perda de contato com a variação da espessura, nota-se a perfeita coerência para as respostas obtidas pelo modelo de cálculo adotado, pois a medida que a espessura aumenta a pressão relativa máxima no contato diminui e o ponto de perda do contato se afasta.

#### 4.4 - DISCUÇÃO DOS RESULTADOS

Trançando-se os gráficos para a variação da pressão relativa máxima  $P_{m\grave{a}x}/P$  em função da espessura  $h$ , e do afastamento do ponto de perda de contato em função da espessura, observa-se que os pontos obtidos sugerem uma relação não linear para a variação de ambos com a espessura da flange. Ajustando-se os pontos obtidos supondo-se uma relação exponencial entre eles obtem-se, para o caso da pressão relativa máxima em função da espessura, a relação:

$$P_{m\grave{a}x}/P = 1,610 \cdot \exp(-0,133 \cdot D) \quad (4.5)$$

com um coeficiente de determinação  $r^2 = 0,943$ ; e para a variação do afastamento do ponto relativo de perda de contato em função da espessura, a relação:

$$r/R_i = 3,439 \cdot \exp(0,119 \cdot D) \quad (4.6)$$

com o coeficiente de determinação  $r^2 = 0,943$ , revelando um bom ajuste em ambos os casos.

Nas figuras 4.6 e 4.7, são mostrados os pontos obtidos e as curvas ajustadas para os dois casos, notando-se que a população de pontos existentes se situam em um trecho inicial das curvas ajustadas, acarretando uma grande perda da confiabilidade para os ajustes efetuados. Deve-se portanto observar, que o coeficiente de determinação para os dois casos é o mesmo, fato que era de se esperar já que a correlação entre a pressão máxima relativa e o afastamento relativo do ponto de perda do contato é  $r = -1,00$ .

Desta forma, pode-se concluir que o afastamento relativo de perda do contato aumenta com o aumento da espessura e que a relação entre eles é não linear, mas não se pode afirmar que esta relação seja expressa pela equação (4.6). Pode-se apenas sugerir que esta relação seja da forma exponencial.

No caso da pressão relativa máxima, a relação (4.5) trata-se, igualmente, apenas de uma sugestão para o comportamento da sua variação em relação a variação da espessura do flange, podendo-se afirmar apenas que são inversamente proporcionais e sua relação é não linear.

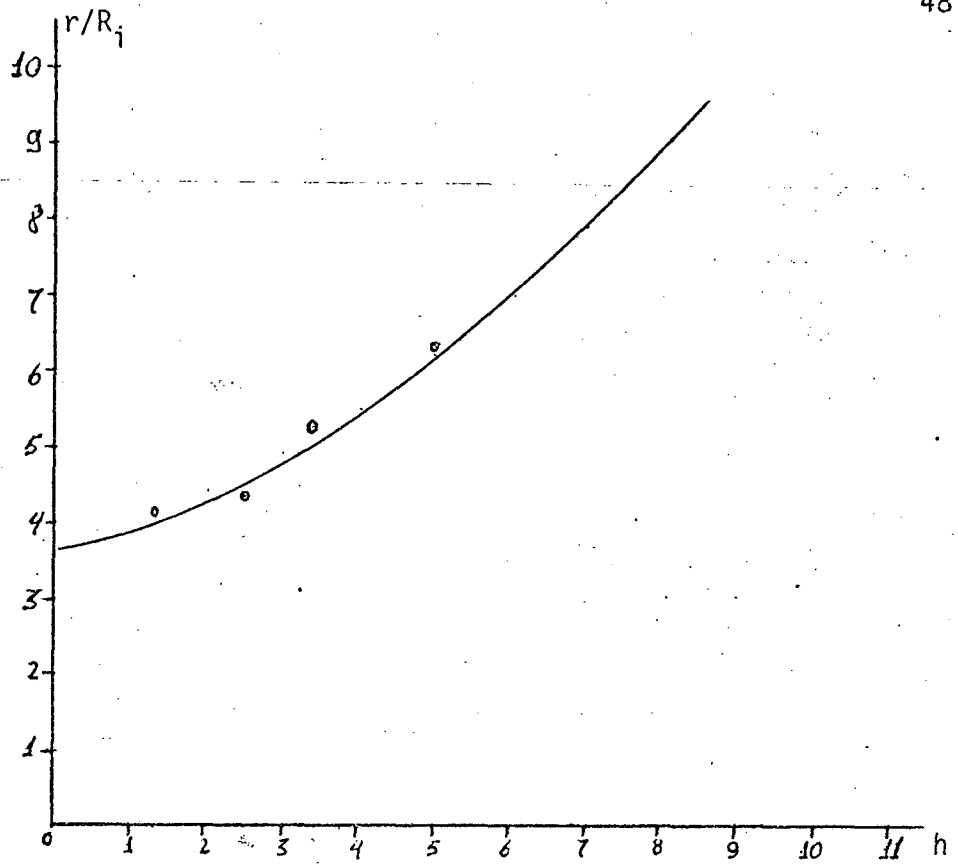


Fig. 4.6 - Variação entre o afastamento do ponto de perda de contato e o aumento da espessura de flange.

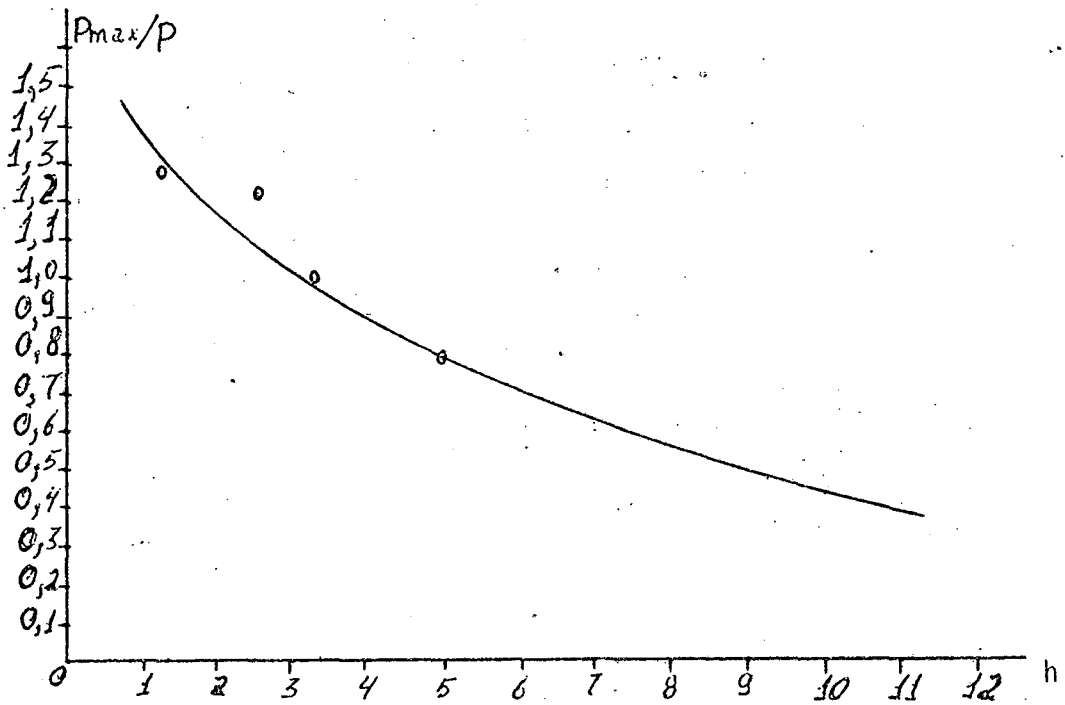


Fig. 4.7 - Variação da pressão relativa máxima com o aumento da espessura da flange.

## 4.5 - COMPARAÇÃO COM OS RESULTADOS DE GOULD E MIKIC

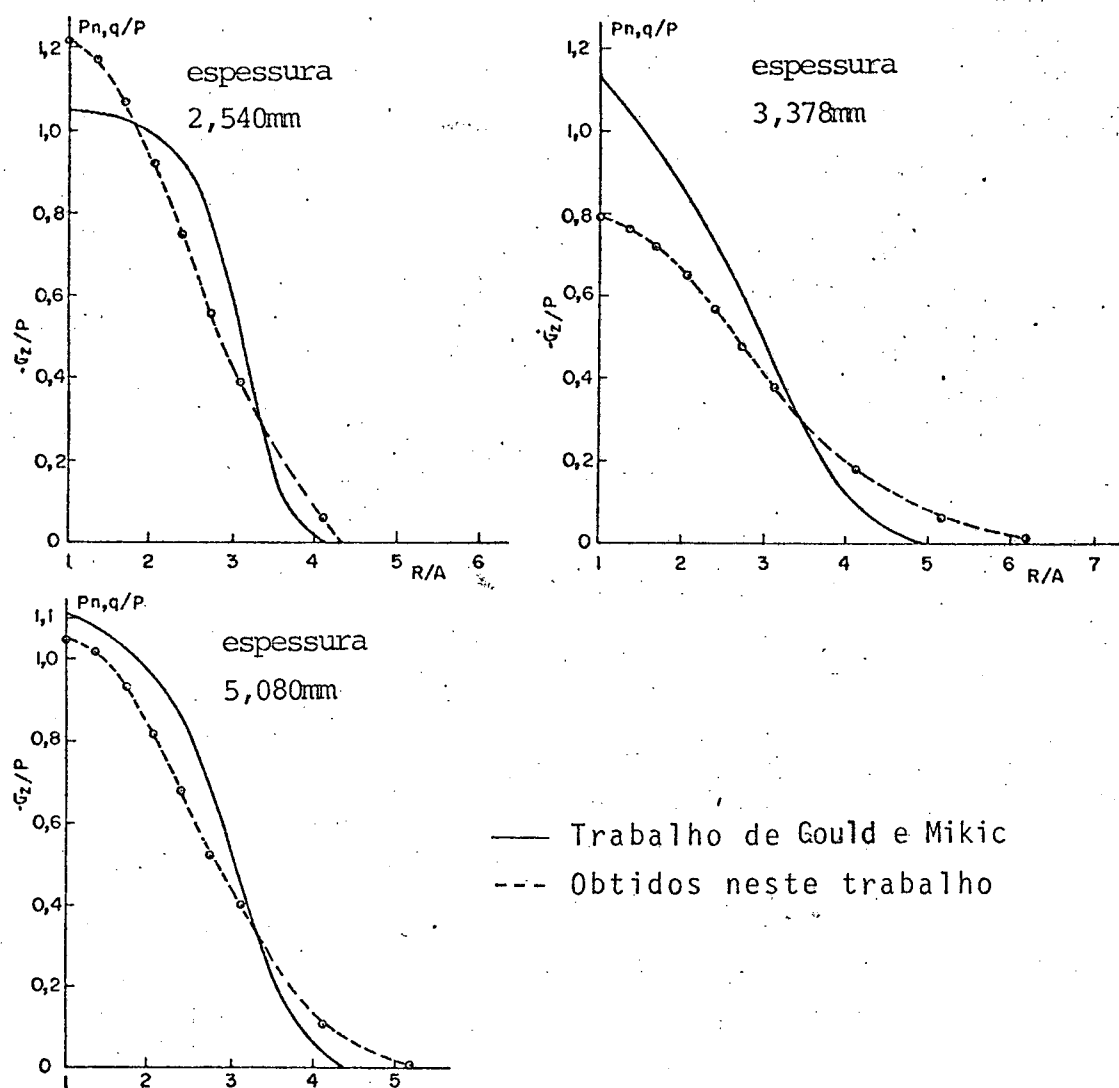


Fig. 4.8 - Distribuição de pressão obtida neste trabalho e a obtida por Mikic.

A tabela 4.6 - e a figura 4.8, apresentam os resultados obtidos na análise feita por esses autores, constantes nas referências [8 e 14], onde o modelo empregado não leva em conta a flexibilidade no contato e os resultados obtidos no presente trabalho.

Tabela 4.6 - Valores para a pressão relativa máxima e afastamento do ponto de perda do contato, citados na ref. 8 e 14 e os obtidos neste trabalho.

Espessura	$R_1/A$		$P_{\max}/P$	
	ref. 8 e 14	obtidos	ref. 8 e 14	obtidos
2,540	4,200	4,350	1,043	1,220
3,378	4,500	5,286	1,107	1,050
5,080	5,100	6,360	1,129	0,790

Comparando-se os resultados para o afastamento relativo do ponto de perda de contato, nota-se uma concordância entre os dois modelos quanto ao fato do seu aumento com o aumento da espessura, observando-se que, o modelo adotado neste trabalho fornece valores maiores que os das ref. [8 e 14]. Esse comportamento pode ser explicado pelo fato de se levar em conta a flexibilidade do contato, efeito que não é considerado no trabalho de Gould e Mikic.

Verificando-se os resultados para a pressão relativa máxima, nota-se que para o modelo adotado no presente trabalho a sua variação é inversamente proporcional à espessura, decrescendo com o aumento da espessura do flange. Esse fato concorda plenamente com o comportamento esperado neste caso, já que a força de aperto fica distribuída por uma área de contato maior.

No caso do modelo adotado no trabalho das referências [8 e 14], a resposta obtida é totalmente contraditória com o comportamento esperado; o valor da pressão relativa de contato máxima esta aumentando com o aumento da espessura da flange. Desta forma, pode-se concluir que ao se considerar a flexibilidade de contato das peças unidas, as respostas obtidas são fisicamente mais coerentes que aquelas que não levam em conta esse efeito.

#### 4.6 - CONSIDERAÇÕES SOBRE A RIGIDEZ DE CONTATO

A partir dos resultados para a distribuição da deformação no contato, pode-se utilizar as expressões (4.3) e (4.4)



para determinar a rigidez de contato da união, na forma de um somatório da rigidez dos elementos molas que estão sob compressão. A rigidez normal de contato será dada por:

$$R_n = \sum_{q=1}^N K_{n,q} \quad (4.7)$$

onde  $K_{n,q}$  é a rigidez axial do elemento mola  $q$  dada por (4.3), e  $N$  o número total de elementos em contato. A rigidez tangencial será fornecida por:

$$R_s = \sum_{q=1}^N K_{s,q} \quad (4.8)$$

onde  $K_{s,q}$  é a rigidez tangencial do elemento mola  $q$  fornecida por (4.4), e  $N$  o número de elementos molas em contato.

Utilizando-se as expressões (4.7) e (4.8); pode-se determinar a rigidez normal e tangencial de contato da junção devidas à força de aperto, para cada espessura de flange considerada, obtendo-se a variação da rigidez de contato em função do aumento da espessura. Os resultados para esses cálculos são mostrados na tabela 4.7 e o gráfico na figura 4.9.

Tabela 4.7 - Variação da rigidez de contato com a espessura do flange.

Espessura   $\mu\text{m}$	Rigidez normal  Kgf/mm	Rigidez tangencial  Kgf/mm
1,270	$6,49 \cdot 10^4$	$5,04 \cdot 10^4$
2,540	$7,34 \cdot 10^4$	$5,71 \cdot 10^4$
3,3782	$8,04 \cdot 10^4$	$6,27 \cdot 10^4$
5,080	$9,71 \cdot 10^4$	$7,56 \cdot 10^4$

Verificando-se o comportamento do gráfico, nota-se uma tendência à uma curva exponencial. Ajustando-se os resultados por esse tipo de relação, obtêm-se para o caso da rigidez normal:

$$K_n = 56389,10 \cdot \exp(0,106 \cdot D) \quad (4.9)$$

e para o caso da rigidez tangencial a expressão:

$$K_s = 43786,10 \cdot \exp(0,106 \cdot D) \quad (4.10)$$

ambas com um coeficiente de determinação  $r^2=0,9992$ , indicando um ajuste perfeito da variação da rigidez ao comportamento exponencial.

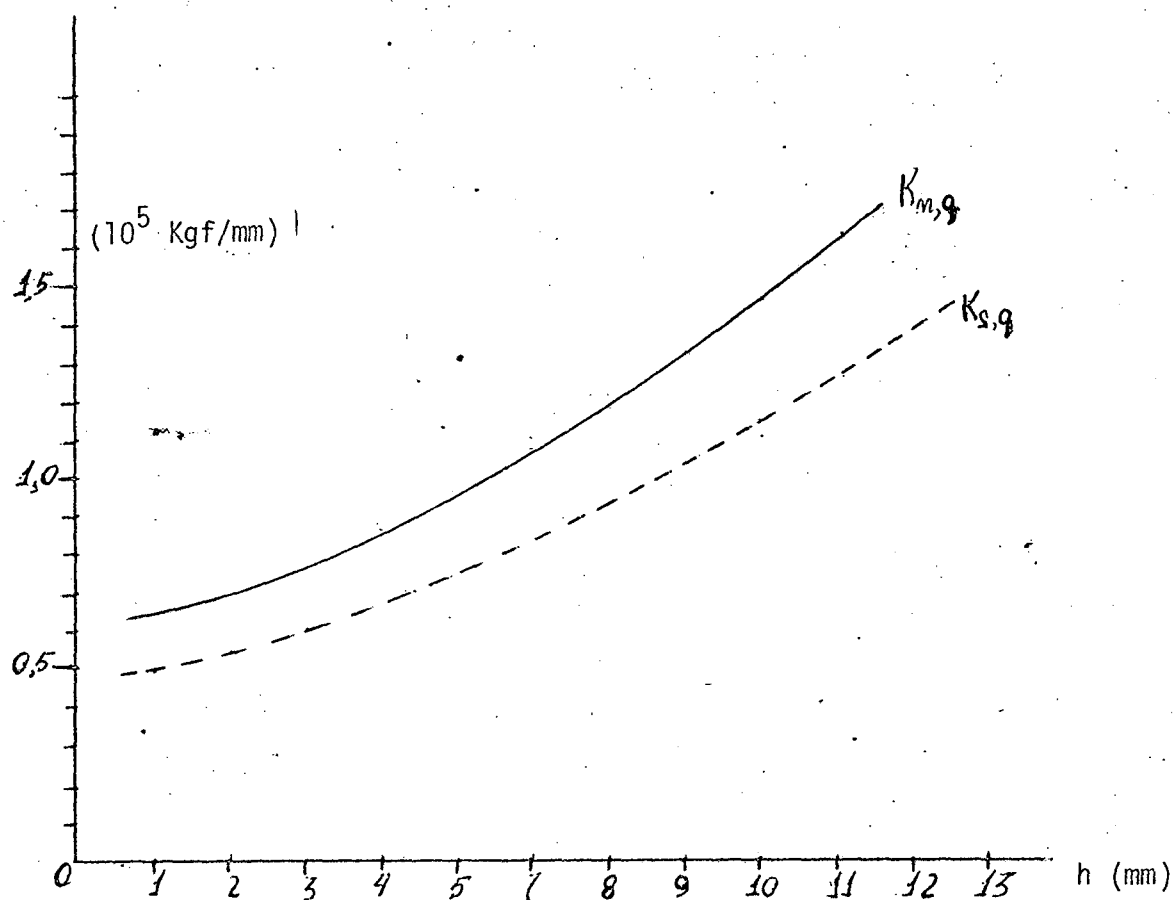


Fig. 4.9 - Variação da rigidez em função da espessura.

## CAPÍTULO 5

### ANÁLISE DE UMA ESTRUTURA TIPO COLUNA TUBULAR

#### 5.1 - INTRODUÇÃO

Neste estudo o método da mola de triplo efeito será empregado na análise do comportamento de uma junta parafusada tipo flange, quando a estrutura está sob a ação de uma força externa. Visa-se verificar a acuidade do processo proposto, dos demais modelos analíticos citados, bem como determinar o grau de influência na solução do fato de se considerar ou não a flexibilidade do flange e do contato.

Será também efetuada uma análise experimental da estrutura, tirando-se daí as informações necessárias para as comparações de acuidade.

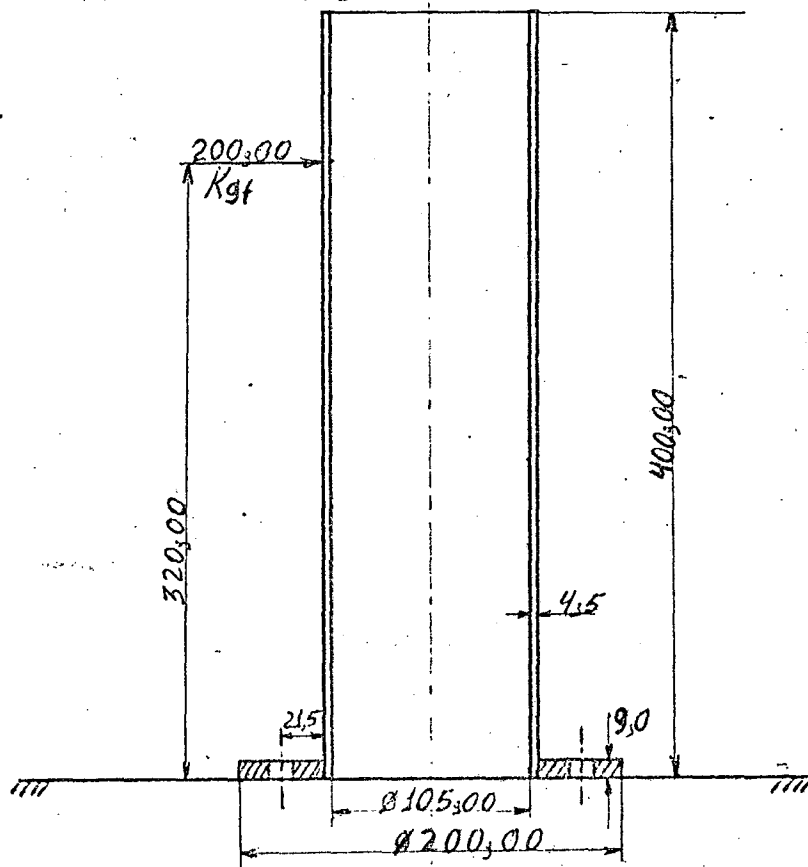


Fig. 5.1 - Estrutura tipo coluna tubular.

A estrutura adotada consiste de uma coluna tubular de parede fina fixada a uma base rígida por um flange circular e quatro parafusos, conforme esquematizado na figura 5.1. Tanto o flange quanto a coluna são construídas em aço, sendo que a base de fixação e a superfície de contato do flange são retificadas.

A força de aperto atuando em cada parafuso é de 2100,00 Kgf, e a força externa é considerada pontual atuando paralelamente à base, na direção de um parafuso de fixação ao seu oposto, e à uma altura de 320mm conforme indicada na figura 5.1.

## 5.2 - APLICAÇÃO DO MÉTODO DA MOLA DE TRIPLO EFEITO

Nesta aplicação levou-se em conta a simetria do modelo, fazendo-se a divisão em elementos finitos apenas de uma metade da estrutura, conforme o mostrado nas figuras 5.2 e 5.3 que se referem ao flange e à coluna respectivamente. Deve-se observar que os furos foram aproximados por hexágonos inscritos, em cujos nós correspondentes aos vértices foram aplicadas as cargas pontuais referentes à 1/6 da força de aperto dos parafusos.

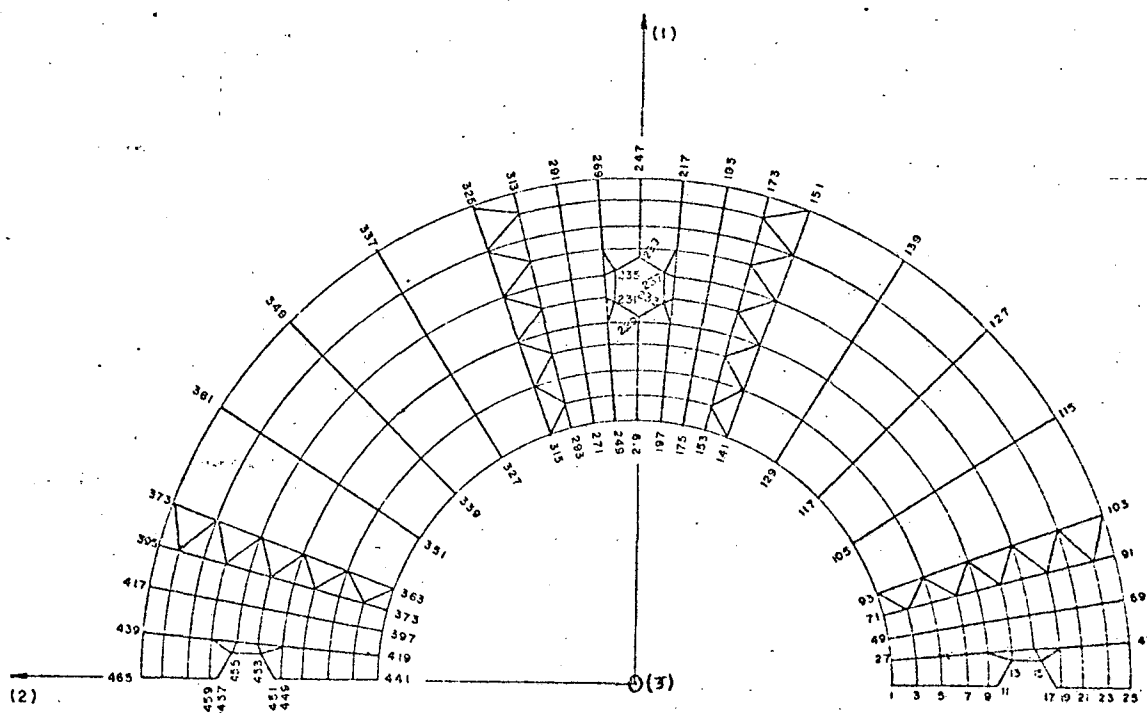


Fig. 5.2 - Setor do flange dividido em elementos finitos.

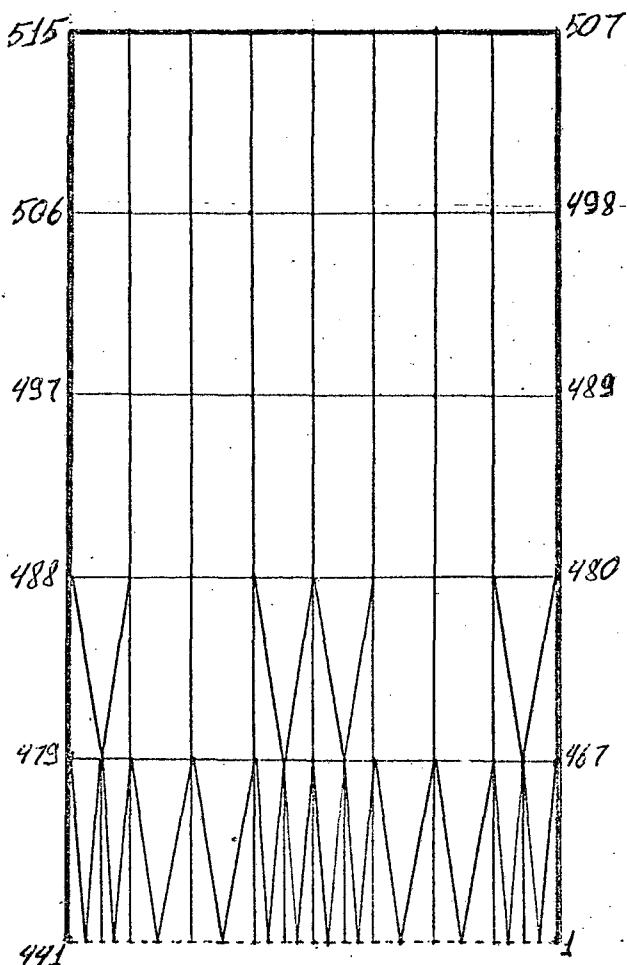


Fig. 5.3 - Metade da coluna dividida em elementos finitos.

Após a divisão em elementos finitos, foram determinadas as áreas de influência de cada nó do flange e definidos elementos molas de ligação entre cada um desses nós e um ponto da mesma posição na base rígida, como mostrado na figura 5.4

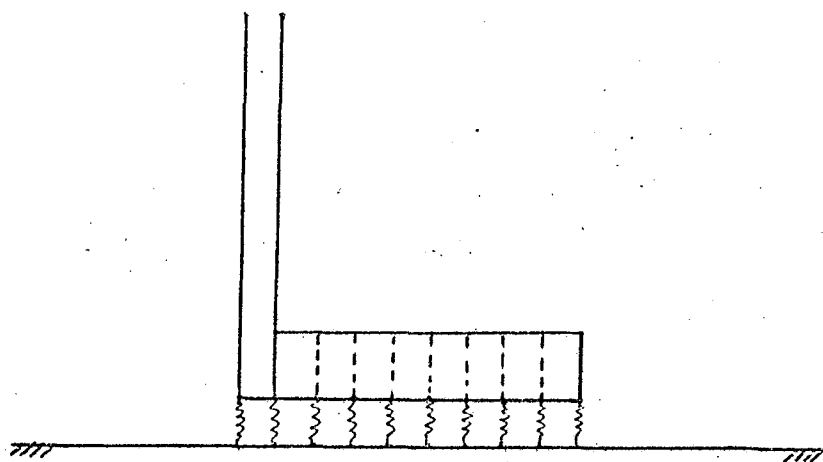


Fig. 5.4 - Ligação do flange com a base por elementos molas.

Como o modelo foi construído em aço e as superfícies de contato foram retificadas, tira-se da tabela 2.1 que:

$$C = 0,30$$

e  $R = 0,39$  para  $m=s=0,5$ , ficando as relações (2.6) para a pressão normal, (3.3) para a rigidez axial e, (3.7) para a rigidez tangencial explicitadas para:

$$P_{n,q} = (\lambda_{n,q}/3,0)^2 \text{ [Kgf/mm}^2\text{]} \quad (5.1)$$

$$K_{n,q} = 111,11 \cdot \lambda_{n,q} \cdot A_g \text{ [Kgf/mm]} \quad (5.2)$$

$$R_{s,q} = 85,47 \cdot \lambda_{n,q} \cdot A_g \text{ [Kgf/mm]} \quad (5.3)$$

### 5.3 - RESULTADOS OBTIDOS PELO MÉTODO DA MOLA DE TRIPLO EFEITO

Inicialmente foi resolvido o problema para as distribuições das deformações e pressões no contato, considerando-se apenas as forças de aperto. Os resultados obtidos são apresentados na tabela 5.1, onde é listado o valor e sentido do deslocamento de cada nó do flange em  $\mu\text{m}$ , e para os pontos onde ocorre compressão é dado o valor da pressão de contato calculada pela expressão (5.1) e dada em  $\text{Kgf/mm}^2$ .

Com base nesses dados foram elaboradas as figuras 5.5 e 5.6, que mostram, respectivamente, a distribuição de pressão no contato e uma visão da peça deformada devido ao aperto. Observa-se que não foi mostrado o flange todo, porque a mesma distribuição de pressão e deformação se repete simetricamente no entorno de cada furo.

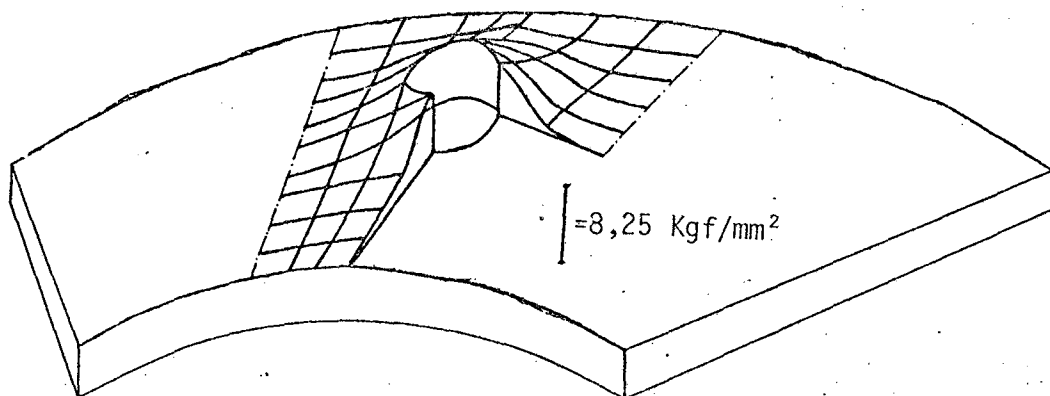


Fig. 5.5 - Distribuição de pressão no contato.

Tabela 5.1 - Resultado para a força de aperto.

$N\bar{o}$	$\lambda_{n,q}^*$	$P_{n,q}^{**}$	$N\bar{o}$	$\lambda_{n,q}$	$P_{n,q}$
1	0,242	-	61	-3113	1,077
3	-0,675	0,051	63	-2,239	0,557
5	-2,109	0,494	65	-1,050	0,122
7	-4,166	1,928	67	0,247	-
9	-6,965	5,390	69	1,551	-
11	-7,583	6,390	71	0,465	-
13	-7,486	6,227	72	0,049	-
15	-7,535	6,309	75	-0,408	0,019
17	-7,670	6,536	77	-0,831	0,077
19	-6,910	5,305	79	-1,104	0,136
21	-4,160	1,923	81	-1,091	0,132
23	-1,972	0,432	23	-0,741	0,061
25	-0,139	0,002	85	-0,079	0,001
27	0,256	-	87	0,807	-
29	-0,554	0,034	89	1,819	-
31	-1,798	0,359	91	2,891	-
33	-3,446	1,319	93	0,551	-
35	-5,365	3,198	95	0,166	-
37	-6,792	5,126	97	0,142	-
39	-6,655	4,921	99	0,839	-
41	-5,031	2,812	101	2,250	-
43	-3,083	1,056	103	4,071	-
45	-1,274	0,180	105	0,761	-
47	0,365	-	107	0,911	-
49	0,364	-	109	1,628	-
51	-0,281	0,009	111	2,754	-
53	-1,115	0,138	113	4,171	-
55	-2,064	0,473	115	5,728	-
57	-2,929	0,953	117	0,816	-
59	-3,370	1,262	119	1,155	-

\* $\lambda_{n,q}$  - Deslocamento normal [ $\mu\text{m}$ ]

\*\* $P_{n,q}$  - Pressão de aperto [ $\text{Kgf/mm}^2$ ]

Continuação da tabela 5.1.

N $\bar{o}$	$\lambda_{n,q}$	P $_{n,q}$	N $\bar{o}$	$\lambda_{n,q}$	P $_{n,q}$
121	2,005	-	181	-2,040	0,462
123	3,209	-	183	-2,938	0,959
125	4,624	-	185	-3,419	1,298
127	6,128	-	187	-3,171	1,117
129	0,795	-	189	-2,295	0,585
131	0,919	-	191	-1,097	0,134
133	1,611	-	193	0,210	-
135	2,721	-	195	1,523	-
137	4,127	-	197	0,298	-
139	5,674	-	199	-0,535	0,032
141	0,604	-	201	-1,775	0,350
143	0,152	-	203	-3,395	1,281
145	0,107	-	205	-5,324	3,150
147	0,785	-	207	-6,834	5,189
149	2,187	-	209	-6,689	4,972
151	4,001	-	211	-5,070	2,856
153	0,515	-	213	-3,101	1,068
155	0,063	-	215	-1,276	0,181
157	-0,406	0,018	217	0,375	-
159	-0,834	0,077	219	0,273	-
161	-1,131	0,142	221	-0,676	0,051
163	-1,136	0,143	223	-2,128	0,503
165	-0,798	0,071	225	-4,177	1,939
167	-0,140	0,002	227	-6,845	5,206
169	0,745	-	229	-7,404	6,090
171	1,762	-	231	-7,412	6,104
173	2,837	-	233	-7,518	6,280
175	0,408	-	235	-7,528	6,297
177	-0,255	0,007	237	-7,560	6,351
179	-1,091	-	239	-7,694	6,577



Continuação da tabela 5.1.

$N\bar{o}$	$\lambda_{n,q}$	$P_{n,q}$	$N\bar{o}$	$\lambda_{n,q}$	$P_{n,q}$
241	-6,921	5,323	301	-1,137	0,144
243	-4,149	1,913	303	-1,113	0,138
245	-1,949	0,422	305	-0,752	0,063
247	-0,103	0,001	307	-0,077	0,001
249	0,281	-	309	0,820	-
251	-0,569	0,036	311	1,843	-
253	-1,841	0,376	313	2,925	-
255	-3,490	1,353	315	0,580	-
257	-5,352	3,183	317	0,134	-
259	-6,759	5,075	319	0,122	-
261	-6,648	4,910	321	0,844	-
263	-5,027	2,808	323	2,280	-
265	-3,071	1,048	325	4,120	-
267	-1,249	0,173	377	0,777	-
269	0,402	-	329	0,955	-
271	0,383	-	331	1,695	-
273	-0,-98	0,010	333	2,845	-
275	-1,158	0,149	335	4,287	-
277	-2,108	0,494	337	5,870	-
279	-2,958	0,972	339	0,784	-
281	-3,388	1,275	341	1,251	-
283	-3,124	1,084	343	2,136	-
285	-2,240	0,557	345	3,366	-
287	-1,039	0,120	347	4,810	-
289	0,268	-	349	6,348	-
291	1,583	-	351	0,785	-
293	0,489	-	353	0,969	-
295	0,028	-	355	1,710	-
297	-0,448	0,022	357	2,857	-
299	-0,872	0,084	359	4,296	-

Continuação da tabela 5.1.

$N\bar{o}$	$\lambda_{n,q}$	$P_{n,q}$	$N\bar{o}$	$\lambda_{n,q}$	$P_{n,q}$
361	5,877	-	421	-0,533	0,032
363	0,596	-	423	-1,790	0,356
365	0,162	-	425	-3,443	1,317
367	0,149	-	427	-5,364	3,197
369	0,860	-	429	-6,787	5,117
371	2,288	-	431	-6,666	4,938
373	4,124	-	433	-5,053	2,837
375	0,508	-	435	-3,070	1,047
377	0,057	-	437	-1,233	0,169
379	-0,412	0,019	439	0,430	-
381	-0,836	0,078	441	0,286	-
383	-1,108	0,137	443	-0,653	0,047
385	-1,092	0,132	445	-2,096	0,489
387	-0,739	0,061	447	-4,161	1,924
389	-0,073	0,001	449	-6,968	5,394
391	0,821	-	451	-7,574	6,374
393	1,845	-	453	-7,490	6,233
395	2,929	-	455	-7,550	6,334
397	0,404	-	457	-7,735	6,649
399	-0,264	-	459	-6,937	5,346
401	-1,113	-	461	-4,128	1,893
403	-2,067	0,475	463	-1,913	0,407
405	-2,932	0,955	465	-0,055	0,0003
407	-3,373	1,264			
409	-3,121	1,082			
411	-2,248	0,561			
413	-1,045	0,121			
415	0,269	-			
417	1,591	-			
419	0,301	-			

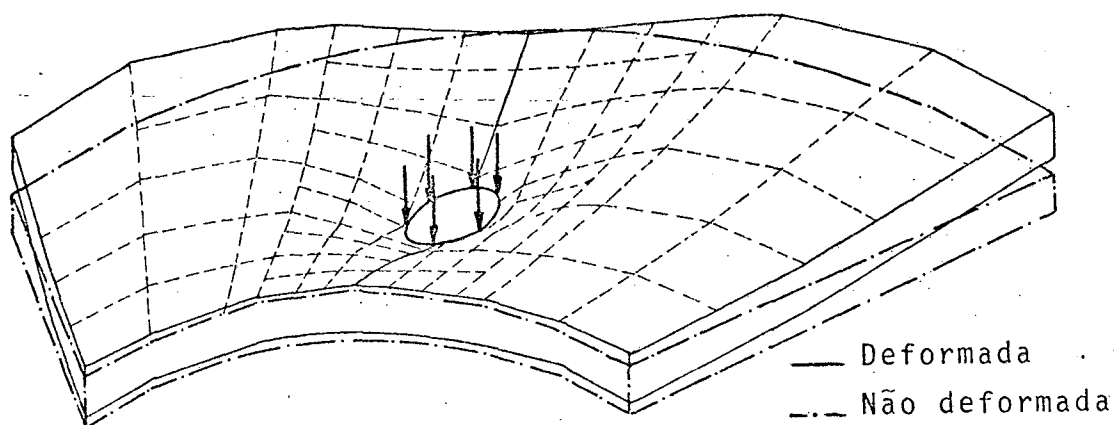


Fig. 5.6 - Peça deformada devido ao aperto.

Verificando-se os resultados obtidos para o carregamento de aperto, confirma-se as observações do capítulo 4 de que o contato só se efetiva numa região bem próxima do furo, ocorrendo perda de contato e afastamento entre as peças unidas na maior parte da superfície de junção.

Após a obtenção do estado da junta devido a força de aperto, foi aplicada a força externa e obtidos os resultados da deformação da flange, flexão do conjunto e distribuição de pressão no contato. Os valores para os deslocamentos axiais e radiais de todos os nós, bem como o valor da pressão no plano de contato referente aos nós onde houve compressão estão listados na tabela 5.2.

Com base nesses resultados foi elaborada a figura 5.7, onde pode-se visualizar o estado de deformação da coluna no plano de simetria que contém a força externa.

Tabela 5.2 - Resultados considerando a força externa.

N $\bar{o}$	$\lambda_{r,q}^*$	$\lambda_{n,q}^{**}$	$P_{n,q}^{***}$	N $\bar{o}$	$\lambda_{r,q}$	$\lambda_{n,q}$	$P_{n,q}$
1	-0,564	15,941	-	59	-0,291	-1,751	0,340
3	-0,502	11,679	-	61	-0,263	-2,587	0,743
5	-0,443	6,447	-	63	-0,242	-2,357	0,618
7	-0,390	0,727	-	65	-0,228	-1,638	0,298
9	-0,352	-5,181	2,983	67	-0,219	-0,785	0,069
11	-0,355	-6,358	4,492	69	-0,215	0,059	-
13	-0,060	-6,993	5,434	71	-0,523	16,204	-
15	-0,052	-7,831	6,814	73	-0,472	13,036	-
17	-0,129	-8,071	7,238	75	-0,422	9,552	-
19	-0,135	-7,328	5,966	77	-0,378	6,215	-
21	-0,139	-4,634	2,386	79	-0,346	3,479	-
23	-0,140	-2,566	0,732	81	-0,321	1,617	-
25	-0,141	-0,880	0,086	83	-0,302	0,622	-
27	-0,567	15,915	-	85	-0,287	0,304	-
29	-0,499	11,915	-	87	-0,276	0,405	-
31	-0,439	6,983	-	89	-0,269	0,696	-
33	-0,383	1,815	-	91	-0,262	1,053	-
35	-0,323	-2,955	0,970	93	-0,504	16,196	-
37	-0,265	-6,209	4,284	95	-0,398	10,639	-
39	-0,219	-6,790	5,123	97	-0,344	5,814	-
41	-0,189	-5,379	3,236	99	-0,315	3,160	-
43	-0,171	-3,622	1,458	101	-0,298	2,317	-
45	-0,165	-2,020	0,453	103	-0,287	2,265	-
47	-0,164	-0,617	0,042	105	-0,315	15,815	-
49	-0,544	16,039	-	107	-0,308	11,753	-
51	-0,487	12,424	-	109	-0,304	8,811	-
53	-0,433	8,204	-	111	-0,299	6,898	-
55	-0,380	4,033	-	113	-0,293	5,791	-
57	-0,331	0,528	-	115	-0,286	5,098	-

\* $\lambda_{r,q}$  - deslocamento radial [ $\mu\text{m}$ ]      \*\* $\lambda_{n,q}$  - deslocamento normal [ $\mu\text{m}$ ]  
 \*\*\* $P_{n,q}$  - Pressão de aperto [ $\text{Kgf/mm}^2$ ]

Tabela 5.2 - Continuação

N $\bar{0}$	$\lambda_{r,q}$	$\lambda_{n,q}$	P $_{n,q}$	N $\bar{0}$	$\lambda_{r,q}$	$\lambda_{n,q}$	P $_{n,q}$
117	-0,273	14,216	-	175	-0,201	6,434	-
119	-0,271	11,363	-	177	-0,186	4,701	-
121	-0,270	9,359	-	179	-0,169	2,627	-
123	-0,266	7,995	-	181	-0,152	0,485	-
125	-0,260	7,145	-	183	-0,134	-1,393	-
127	-0,254	6,617	-	185	-0,119	-2,574	0,736
129	-0,362	11,733	-	187	-0,109	-2,785	0,862
131	-0,276	9,815	-	189	-0,102	-2,226	0,551
133	-0,251	7,974	-	191	-0,097	-1,302	0,188
135	-0,237	6,795	-	193	-0,094	-0,280	0,009
137	-0,228	6,222	-	195	-0,092	0,726	-
139	-0,221	6,004	-	197	-0,170	5,241	-
141	-0,251	8,889	-	199	-0,151	3,312	-
143	-0,231	6,387	-	201	-0,133	0,854	-
145	-0,204	3,986	-	203	-0,115	-1,863	0,386
147	-0,185	2,808	-	205	-0,098	-4,614	2,366
149	-0,175	2,791	-	207	-0,083	-6,649	4,912
151	-0,165	3,346	-	209	-0,070	-6,728	5,030
153	-0,233	7,640	-	211	-0,063	-5,199	3,003
155	-0,216	6,242	-	213	-0,057	-3,623	1,227
157	-0,201	4,560	-	215	-0,056	-1,622	0,292
159	-0,187	2,899	-	217	-0,055	-0,117	0,002
161	-0,173	1,521	-	219	-0,121	4,245	-
163	-0,161	0,643	-	221	-0,107	2,190	-
165	-0,151	0,307	-	223	-0,092	-0,364	0,015
167	-0,144	0,421	-	225	-0,077	-3,327	1,230
169	-0,138	0,827	-	227	-0,069	-6,666	4,937
171	-0,135	1,372	-	229	-0,069	-7,345	5,994
173	-0,131	1,969	-	231	-0,029	-7,565	6,359

Tabela 5.2 - Continuação

N $\bar{o}$	$\lambda_{r,q}$	$\lambda_{n,q}$	P $_{n,q}$	N $\bar{o}$	$\lambda_{r,q}$	$\lambda_{n,q}$	P $_{n,q}$
233	-0,077	-7,410	6,101	291	0,018	1,527	-
235	-0,016	-7,652	6,506	293	0,049	1,939	-
237	-0,055	-7,675	6,545	295	0,049	0,572	-
239	-0,024	-7,812	6,781	297	0,051	-0,471	0,025
241	-0,026	-7,039	5,505	299	0,053	-1,202	0,161
243	-0,026	-4,266	2,022	301	0,052	-1,601	0,285
245	-0,026	-2,090	0,485	303	0,050	-1,603	0,285
247	-0,026	-0,276	0,008	305	0,050	-1,220	0,165
249	-0,069	3,345	-	307	0,048	-0,509	0,029
251	-0,058	1,444	-	309	0,048	0,430	-
253	-0,046	-0,747	0,062	311	0,047	1,499	-
255	-0,036	-3,073	1,049	313	0,047	2,632	-
257	-0,026	-5,349	3,180	315	0,090	1,270	-
259	-0,017	-6,915	5,313	317	0,108	-0,384	0,016
261	-0,011	-6,787	5,118	319	0,096	-0,692	0,053
263	-0,007	-5,125	2,918	321	0,090	0,041	-
265	-0,006	-3,135	1,092	323	0,085	1,555	-
267	-0,005	-1,289	0,184	325	0,082	3,479	-
269	-0,005	0,392	-	327	0,287	-0,075	0,001
271	-0,007	2,627	-	329	0,224	-0,579	0,037
273	-0,004	0,951	-	331	0,199	0,071	-
275	0,001	-0,634	0,045	333	0,181	1,290	-
277	0,007	-2,049	0,467	335	0,170	2,811	-
279	0,011	-3,135	1,092	337	0,163	4,430	-
281	0,013	-3,637	1,470	339	0,297	-1,221	0,166
283	0,014	-3,357	1,252	341	0,273	-0,742	0,061
285	0,015	-2,433	0,658	343	0,249	0,317	-
287	0,017	-1,191	0,158	345	0,232	-1,732	-
289	0,017	0,160	-	347	0,219	3,319	-

Tabela 5.2 - Continuação

$N\bar{o}$	$\lambda_{r,q}$	$\lambda_{n,q}$	$P_{n,q}$	$N\bar{o}$	$\lambda_{r,q}$	$\lambda_{n,q}$	$P_{n,q}$
349	0,212	4,944	-	407	0,123	-3,417	1,297
351	0,337	-1,782	0,353	409	0,115	-3,069	1,046
353	0,273	-1,054	0,123	411	0,110	-2,146	0,512
355	0,246	0,256	-	415	0,107	-0,902	0,090
357	0,230	1,789	-	415	0,105	0,105	0,461
359	0,218	3,492	-	417	0,105	1,837	-
361	0,211	5,289	-	418	0,236	-2,501	0,695
363	0,263	-2,202	0,539	421	0,198	-2,571	0,734
365	0,216	-1,439	0,230	425	0,167	-2,980	0,987
367	0,190	-0,563	0,035	425	0,142	-3,988	1,767
369	0,176	0,581	-	421	0,122	-5,512	3,375
371	0,170	2,247	-	429	0,103	-6,739	5,046
373	0,165	4,301	-	431	0,090	-6,572	4,799
375	0,256	-2,323	0,599	433	0,082	-4,950	2,723
377	0,223	-2,108	0,494	435	0,077	-2,955	0,970
379	0,197	-1,826	0,371	437	0,076	-1,095	0,133
381	0,177	-1,665	0,308	439	0,077	0,595	-
383	0,163	-1,539	0,263	441	0,233	-2,529	0,711
385	0,153	-1,285	0,184	443	0,194	-2,670	0,792
387	0,147	-0,796	0,070	445	0,163	-3,257	1,178
389	0,143	-0,040	0,0002	447	0,140	-4,665	2,418
391	0,140	0,930	-	449	0,126	-7,055	5,531
393	0,138	2,032	-	451	0,127	-7,599	6,417
395	0,136	3,203	-	453	0,024	-7,436	6,144
397	0,244	-2,432	0,657	455	0,020	-7,445	6,158
399	0,208	-2,346	0,612	457	0,050	-7,638	6,482
401	0,179	-2,393	0,636	459	0,060	-6,839	5,197
403	0,155	-2,721	0,823	461	0,062	-4,031	1,805
405	0,136	-3,189	1,130	463	0,063	-1,803	0,361

Tabela 5.2 - Continuação

$N\bar{o}$	$\lambda_{r,q}$	$\lambda_{n,q}$	$P_{n,q}$	$N\bar{o}$	$\lambda_{r,q}$	$\lambda_{n,q}$	$P_{n,q}$
465	0,065	0,071	-	495	53,675	-7,892	-
467	-17,039	20,727	-	496	58,598	-11,374	-
468	-18,242	20,450	-	497	59,297	-12,296	-
469	-20,591	19,641	-	498	-161,340	29,163	-
470	-19,418	15,158	-	499	-134,582	27,273	-
471	-5,165	10,294	-	500	-70,391	20,614	-
472	1,658	7,625	-	501	-7,350	11,623	-
473	7,184	5,009	-	502	31,762	4,156	-
474	10,610	2,537	-	503	58,136	-2,463	-
475	12,616	0,260	-	504	75,391	-8,680	-
476	14,000	-3,872	-	505	81,550	-12,121	-
477	14,040	-6,257	-	506	82,582	-12,950	-
478	14,203	-6,744	-	507	-193,203	27,896	-
479	14,312	-6,906	-	508	-166,909	26,721	-
480	-56,957	25,294	-	509	-96,392	21,530	-
481	-52,100	24,000	-	510	-13,107	12,397	-
482	-33,928	18,160	-	511	41,704	4,491	-
483	-8,626	10,624	-	512	77,845	-2,540	-
484	10,540	4,740	-	513	98,655	-8,860	-
485	24,500	-0,665	-	514	103,814	-12,328	-
486	33,186	-6,436	-	515	104,271	-13,180	-
487	36,040	-9,717	-	-	-	-	-
488	36,363	-10,450	-	-	-	-	-
489	-99,001	28,615	-	-	-	-	-
490	-89,211	26,474	-	-	-	-	-
491	-53,047	19,753	-	-	-	-	-
492	-9,212	11,007	-	-	-	-	-
493	20,033	4,023	-	-	-	-	-
494	40,155	-2,155	-	-	-	-	-



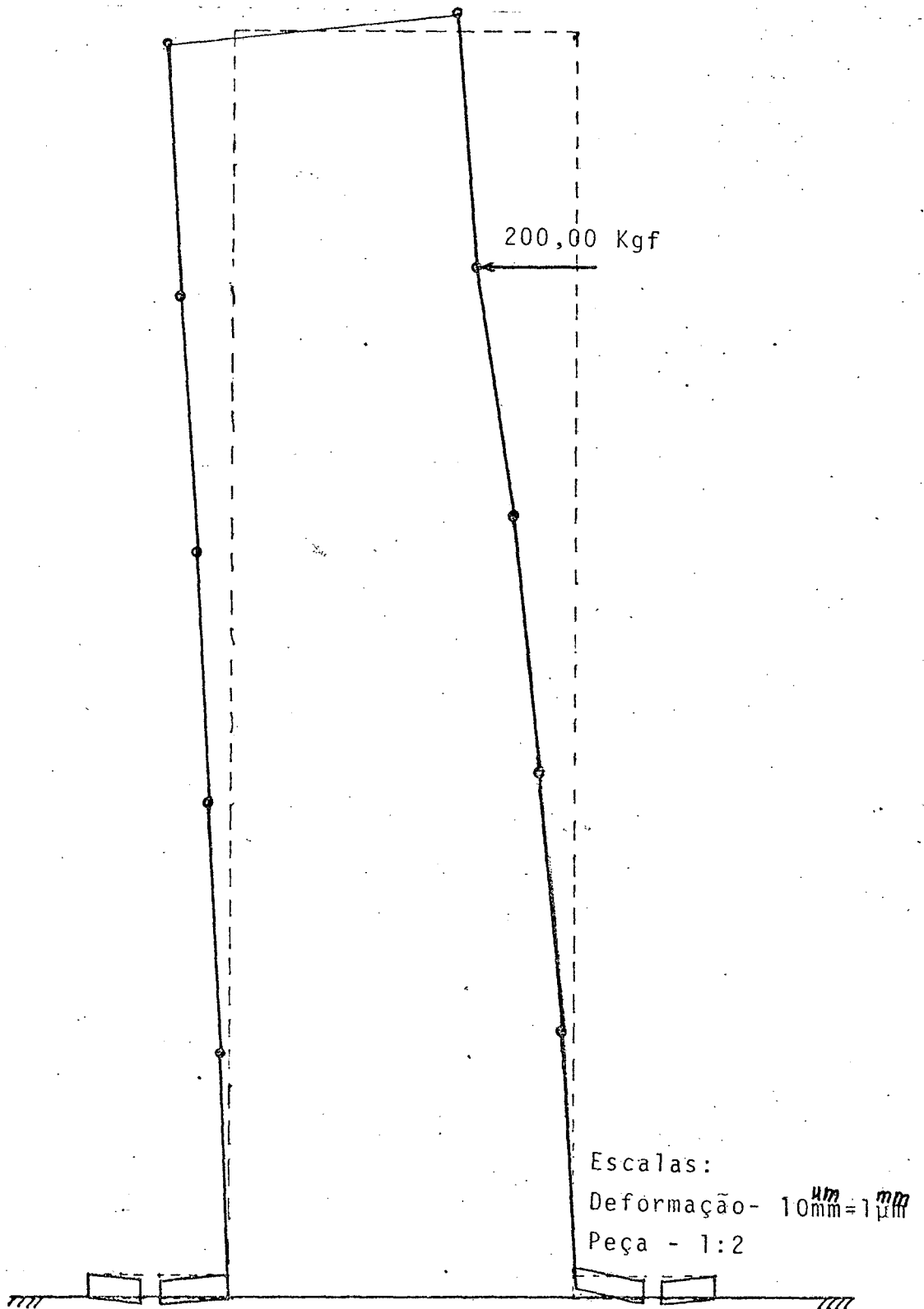


Fig.5.7 - Coluna deformada sob ação da força externa. Os pontos marcados por x se referem a medida experimental.

#### 5.4 - ANÁLISE EXPERIMENTAL

Foi construído um modelo experimental, onde a coluna é um tubo de aço galvanizado com costura e o flange foi recortado de uma chapa de aço e soldada ao tubo. Após a soldagem o flange teve sua superfície de contato usinada para a medida desejada, garantindo-se assim a planicidade e perpendicularismo entre o tubo e o flange.

A base para fixação foi construída em chapa de aço, com 3/4" de espessura reforçada no sentido longitudinal e transversal por tiras de aço com 3/4"x2". Após soldadas as tiras de reforço, o conjunto foi aplainado nas duas faces e retificado na face de contato, tendo sido aberto os furos para fixação com rosca para parafuso M10.

Para a realização da experiência, foi montado o sistema mostrado na figura 5.8 onde o carregamento foi obtido através do uso de pesos calibradas com a transmissão da força efetuada por cabo de aço flexível e sistema de roldanas. A força de aperto nos parafusos foi aplicada com o auxílio de um torquímetro, tendo sido usados parafusos de classe de resistência 12.9 para a fixação.

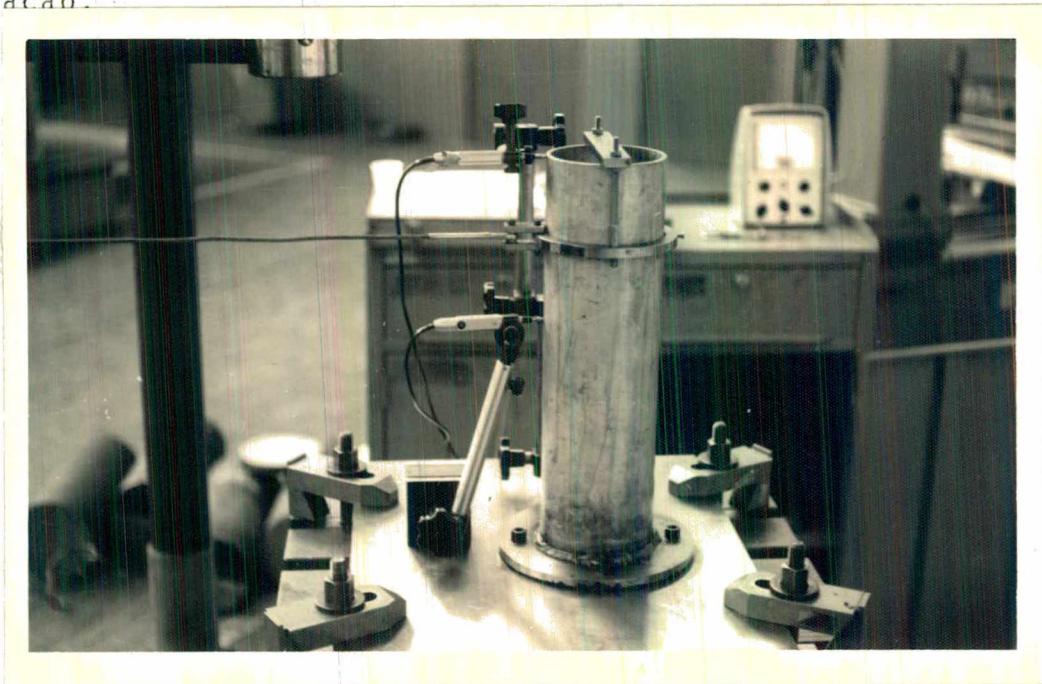


Fig. 5.8 - Sistema experimental montado na base de uma furadeira radial.

Utilizando-se dois transdutores indutivos TESA e de um micrômetro analógico TESA com escala de  $\pm 300 \mu\text{m}$ , foram realizadas medições simultâneas em dois pontos do modelo localizados na face oposta ao carregamento, nas alturas de 400 e 240 mm, correspondendo aos nós 515 e 497, respectivamente. Foram obtidos os resultados:

1º ciclo de carga - N° 497  $\rightarrow$   $80 \mu\text{m}$

N° 515  $\rightarrow$   $117 \mu\text{m}$

2º ciclo de carga N° 497  $\rightarrow$   $80 \mu\text{m}$

N° 515  $\rightarrow$   $117 \mu\text{m}$

Tendo em vista a exata repetição dos valores para dois carregamentos, a experiência foi dada como concluída neste ponto.

### 5.5 - DISCUSSÃO DOS RESULTADOS:

Com a finalidade de se ter uma idéia melhor das vantagens do método proposto, foram elaboradas mais três análises, uma utilizando o método de elementos finitos mas considerando a junção rígida, outra utilizando as expressões analíticas considerando a junção rígida e, por último utilizando-se o método descrito no item 1.4 desse trabalho, que leva em conta, uma rotação da flange devido ao momento.

Os resultados obtidos para os deslocamentos dos nós 497 e 515 em cada um desses métodos e os obtidos experimentalmente são confrontados na tabela 5.3 a seguir.

Tabela 5.3 - Deflexão calculadas e medidas experimentalmente.

Métodos	Experimental	Método proposto	Junta rígida	Analítico junta rígida	Analítico item 1.4
Resultados					
497	80,00	59,297	17,895	18,916	23,913
515	117,00	104,271	29,509	44,839	51,503

\* Valores dados em  $\mu\text{m}$

Dos resultados teóricos obtidos os mais próximos dos resultados experimentais foram os que levaram em conta a flexibilidade da junção. Os demais métodos apresentam um erro muito acentuado; mesmo o que leva em conta uma rotação na junta não oferece resultados aceitáveis.

## CAPÍTULO 6

### CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Para a elaboração deste trabalho, o problema das uniões parafusadas foi abordado inicialmente com um levantamento de estudos e métodos empregados para análise das mesmas. Ficou evidenciado, então, que os métodos tradicionais de cálculo e análise não levam em conta a simultaneidade de flexibilidade dos elementos estruturais e do contato, além de envolverem um alto grau de empirismo em suas formulação.

Através da apresentação de um estudo sobre o contato superficial na junção, foi demonstrada a existência de uma flexibilidade no contato e deduzidas equações para determiná-la. Com base nesses estudos, foi apresentado um processo de cálculo para uniões parafusadas que, permite a utilização do método de elementos finitos para a sua análise, e com o qual é possível a obtenção do estado de deformação considerando a simultaneidade daqueles efeitos, e a distribuição de pressão no contato correspondente, obtendo-se uma resposta mais realista para o problema.

Este método de análise foi utilizado para a obtenção da distribuição de pressão e das deformações em um modelo representativo do entorno de um parafuso de fixação de uma junta, obtendo-se como resultado a evidência de que o contato de uma união parafusada ocorre em uma pequena parte da superfície de encosto, restringindo-se a um entorno bem próximo ao parafuso.

Na análise de uma estrutura tipo coluna tubular fixada por meio de um flange a uma base rígida, ficou comprovada a eficiência do método proposto, tendo em vista que utilizando-se esse método, que leva em conta a flexibilidade do contato e das peças no cálculo, os resultados obtidos para a flexão da coluna devida a um carregamento externo foram bem próximos do real medido, apresentando um erro em torno de 18%, enquanto que não levando em conta a flexibilidade da junção o erro foi em torno de 69% do valor medido.

Tendo em vista esses resultados, fica evidente a necessidade de ser levada em conta a flexibilidade das juntas se for exigida uma maior acuidade na análise de estruturas que contenham este tipo de junção. Ficou claro também, que a influência da junta parafusada é grande na rigidez total de uma estrutura, tornan-

dô-se crucial um bom dimensionamento desses elementos em equipamentos de maior precisão.

Como a distribuição de pressão no contato tende a se dar em regiões anelares no entorno do parafuso, quando da aplicação do aperto, justifica-se o uso de maiores quantidades de parafusos de fixação em uma junta, para se obter maiores áreas de contato e melhores desempenhos para a rigidez estrutural.

Uma sugestão para uma próxima pesquisa, seria uma análise da influência do número e da posição dos parafusos de fixação na rigidez da junta parafusada, para uma mesma força total de fixação. Uma outra sugestão, seria a determinação de distâncias ótimas de espaçamento entre os parafusos tendo em vista a deformação provocada na peça.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1]- Back, Nelson - Deformations in Machine Tool Joints- Tese de Doutorado, Out. 1972 -The Victoria University of Manchester.
- [2]- Back, Nelson; Burdekin, M. e Cawley, A - Review and Research on Fixed and Sliding joints-13th. Int. MTDR-1973.
- [3]- Back, Nelson; Burdekin, M. e Cawley, A. -Pressure Distribution and Deformations of Mechined Components in Contact- Int. J. mech. Sci, 1973 Vol. 15,pp.993/1010.
- [4]- Back, Nelson - Rigidez Normal e Tangencial de Superfícies Usinadas - Anais II Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, Nov. 1973 - PAPER C-17, pp-889/918
- [5]- Back, Nelson e Goz, Ricardo Damião Sales - "Metodo de Cálculo da Dissipação de Energia em Juntas Secas". Anais III Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, Dez.1975 - PAPER N9D-15,pp.1045/56.
- [6]- Back, Nelson e Burdekin, Melvin - An Elastic Mechanism for the Micro-Sliding Characteristics Between Contacting Mechined Surfaces-IV Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, Dez. 1977. PAPER N9 D-4,pp1185/98.
- [7] - Cullimore, M.S.G. e Upton, K. A. - The Distribution of Pressure Between Tweo Flat Plates Bolted Together - Int. J. Mech. Sci. Vol.6, pp;13/25 - 1964.
- [8] - Goul, H.H e Mikic, B. B. - Areas of Contact and Pressure Distribution in Bolted Joints- Journal of Engineering for Industry - Ago.1972 - pp.864/870.
- [9] - Iosilovich, G. B.- Calculation for joints with circular contacting flanges, under the action of tensile loads- Russian Engineering Journal, Vol.LIV N96-pp;24/27 - 1974.
- [10]- Klyachkin, N. L. - Determining Contact Stresses on the Surfaces of a Bolted Joint -Russian Engineering Journal, Vol. XLVIII N93-pp.51/54.

- [11] - Masuko, Masami and Itô, Yoshimi - Distribution of Contact Pressure on Machine Tool Slideways, 10th, Int. MTDR-1969.
- [12] - Nikiforov, V.V. - Effect of clamping force and surface finish on load factor - Russian Engineering Journal - Volume LII, Nº5 pp.14/16.
- [13] - Nikiforov, V. V. - Calculation of Group Bolted Joints Loaded by a Bending Moment - Russian Engineering Journal, Vol 56 Nº1. (1976) pp.32/34.
- [14] - Roca, Richard T. e Mikic, Borivoje B. - Thermal Contact Resistance in a non-ideal Joint - Report Nº DSR71821-77 by the NASA Marshall Space Flight Center, contract NAS8-24867, Nov. 1971.
- [15] - Spiers, R. e Cullimore, M.S.G. - Traction in Friction - Grip Bolted Joints - International Journal of Mech. Science Mar. 1969, pp 733/50. Vol 11.
- [16] - Wilson, E. A. e Persons, B. - Finite Element Analysis of Elastic Contact Problems Using Differential Displacements - International Journal for Numerical Methods in Engineering - Vol. 2, pp.387/395 - 1970.
- [17] - Zhukov, - Calculating the Elasticity of Components in a Bolted Joint - Russian Engineering Journal, Vol. XLVIII Nº3 - pp.49/51.
- [18] - PRZEMIENIECKI, J. S. - Theory of Matrix Structural Analysis. Mc Graw-Hill Book company 1<sup>a</sup> edição 1968.