

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

CONTROLE DIGITAL-ANALÓGICO PARA RASTREAMENTO ROBUSTO
E RÁPIDO ENTRE AMOSTRAGENS

Dissertação submetida a Universidade Federal de Santa
Catarina para obtenção do grau de Mestre em Engenharia.

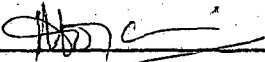
CARLOS ALBERTO LIVRAMENTO

Dezembro de 1979

CONTROLE DIGITAL-ANALÓGICO PARA RASTREAMENTO
ROBUSTO E RÁPIDO ENTRE AMOSTRAGENS

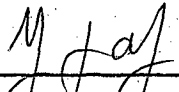
Candidato: CARLOS ALBERTO LIVRAMENTO

Esta dissertação foi julgada para obtenção do título de - MESTRE EM ENGENHARIA - Especialidade Engenharia Elétrica e aprovada em sua forma final pelo Curso de Pós-Graduação.



 Prof. RAJAMANI DORAISWAMI, Ph.D


Orientador



 Prof. LUIZ GONZAGA DE SOUZA FONSECA, D.Sc.

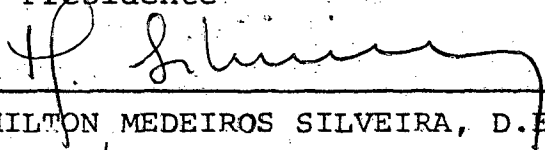
Coordenador do Curso

Banca Examinadora:

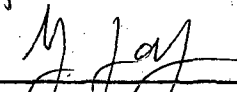


 Prof. RAJAMANI DORAISWAMI, Ph.D

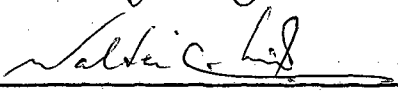
Presidente



 Prof. HAMILTON MEDEIROS SILVEIRA, D.Et.



 Prof. LUIZ GONZAGA DE SOUZA FONSECA, D.Sc.



 Prof. WALTER CELSO DE LIMA, Doc. Liv.

À minha esposa Janice

À minha filha Bianca

Aos meus pais e irmãos

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao Prof. Rajamani Doraiswami, pelo inestimável apoio e entusiasmo com que orientou este trabalho.

A Arnaldo José Perin pelo auxílio fotográfico.

A Maria Bernardete Arruda pela datilografia deste trabalho.

A UFSC e à CAPES pelo apoio técnico-financeiro.

R E S U M O

É apresentado um projeto para sistema linear contínuo monovariável usando um computador digital - controle digital direto (CDD) - tal que siga rapidamente um dado sinal de referência, independente da presença de distúrbios, e de perturbações no processo e nos parâmetros do controlador. Os sinais referência e distúrbio pertencem a uma classe conhecida. Aqui este problema é denominado de problema do servomecanismo robusto e rápido para sistemas amostrados lineares.

O seguimento é garantido não somente nos instantes de amostragem, mas em todo tempo, após o acomodamento.

O distúrbio, além de natureza discreta, pode ainda ocorrer no processo (na saída e em outros lugares que não a saída).

Este projeto consiste de duas partes: uma digital e a segunda analógica.

A digital é formada de dois dispositivos, um dito servocompensador, que contém os modos dos sinais referência e distúrbio nas suas versões discretas (ou na versão original, se o distúrbio ocorre na malha digital), sendo dirigido pelo erro de rastreamento; e o outro chamado compensador estabilizante, para garantir uma regulação rápida tipo "deadbeat" (controle em tempo finito).

Este compensador estabilizante consiste de um "observador" de ordem completa, o qual é projetado usando ganhos para que a convergência de estimativa seja tão rápida ("deadbeat") como o processo.

Este "observador" não contém o modelo dos distúrbios e não precisa tomar conhecimento da referência a ser rastreada. Daí ele só estimar os estados para o sistema autônomo.

Ambos servocompensador e compensador estabilizante são responsáveis pelo rastreamento assintótico e rejeição a distúrbios nos instantes de amostragem.

A parte analógica, usada para resolver o problema do comportamento indesejável entre as amostragens em regime, consiste em incluir um gerador, denominado de gerador analógico dos modos da referência e distúrbio contínuos (g.a.m.r.d.) em cascata com o processo, dirigido pela saída do sustentador de ordem zero.

Dado que o processo tem ordem n (sem perdas de generalidades, o g.a.m.r.d se existir, está incluído aqui), o servocompensador ordem r e o observador $n+r$, é mostrado que uma vez posicionado os polos tanto do sistema aumentado (processo seguido do servocompensador dirigido pelo erro de saída) como do "observador" na origem - controle "deadbeat" com compensador estabilizante "deadbeat" - então qualquer estado inicial seguirá a referência (nos instantes e também entre as amostragens) no máximo em $2(n+r)$ iterações, e se todos os estados forem mensuráveis, o tempo de acomodamento cai para $(n+r)T$ segundos, onde T é o período de amostragem do processo.

Por fim, são considerados os meios para implementar a estratégia proposta. Aqui se está interessado em controlar a velocidade de um motor C.C. acionado por um conversor estático C.C.-C.C.

O rastreamento aos sinais degrau, rampa, exponencial e sinusoidal é investigado.

São dados destaques à influência do "observador" e período de amostragem no desempenho do sistema de controle híbrido. Algumas medidas são tomadas para diminuir a deterioração do transitório devido a existência do "observador". O papel do g.a.m.r.d. também é destacado. Interesse especial é atribuído ao estudo da robus

tez do sistema.

O efeito do distúrbio contínuo e discreto é amplamente discutido, assim como da mudança de referências.

O posicionamento dos polos do sistema é feito na origem e fora dela.

É salientado o uso do próprio computador digital no auxílio para encontrar aquela melhor política de controle - computação interativa.

A B S T R A C T

A design of a direct digital control of a linear single-input single-output process such that the output track a given reference signal with rapidity independent of the presence of the disturbances and the perturbations in the process and the controller parameters. The reference and the disturbance signals belong to a known class. Here, this problem is termed as the problem of robust and rapid servomechanism for sampled-data systems.

The tracking is guaranteed not only at sampling instances but also between the sampling instances.

The disturbance signal is not restricted to be a discrete signal. A continuous disturbance signal is also admitted.

The controller consists of two parts: one a digital and another an analog.

The digital part consists of two devices: one is termed servocompensator containing the modes of the discretized reference and the disturbance signals. The other device is termed stabilizing compensator, for ensuring deadbeat regulation (finite settling time regulation).

This stabilizing compensator consists of a full-order "observer" which is designed so that its dynamics is as rapid as that of the process.

This "observer" does not contain the disturbance model and the inclusion of reference signal is unnecessary. It only estimates the states of the autonomous system.

Both the servocompensator and the stabilizing compensator are responsible for rapid asymptotic tracking and disturbance rejection at sampling instances.

The analog part is utilized for circumventing the problem of undesirable intersampling behavior. The analog part, termed analog generator of modes of the continuous reference and the disturbance (a.g.m.r.d) in cascade with the process and driven by the output of the zero-order hold.

Given a process of order n (without loss of generality, if a.g.m.r.d. exist, it is included), the servocompensator is of order r , the "observer" of order $n+r$, it is shown that once the poles of the augmented system (process followed by servocompensator driven the tracking error) and that of the "observer" at the origin-deadbeat control using deadbeat stabilizing compensator-then the output tracks the reference (both at and between sampling instances) in a maximum of $2(n+r)$ iterations. If all the states are measurable, then the settling time reduces to $(n+r)T$ seconds, where T is the sampling time of the process.

Finally, the methods of implementing the proposed control strategy is considered. Here, the control of the speed of a thyristor driven D.C. motor is considered.

The tracking of reference signals of the type step, ramp, exponential and sinusoidal are investigated.

The influence of the "observers" and sampling time on the behavior of the hybrid control system is emphasised. Some measures are taken for reducing the deterioration of the transient performance due to the presence of "observers".

The role of a.g.m.r.d. is also emphasised.

Special interest is attributed to the robustness of the system.

The effect of the continuous and the discrete disturbance signals are discussed. The variation of the reference input signal is also considered.

The poles of the system are positioned at the origin and in the vicinity of the origin.

The design using interactive computation with digital computer is saliented.

S U M Á R I O

<u>SIMBOLOGIA</u>	S.1
<u>CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO</u>	1
<u>CAPÍTULO 2 - MODELO DO PROCESSO E OBJETIVO A SER ALCANÇADO..</u>	18
2.1. Introdução	18
2.2. Descrição do Processo e Objetivos	19
2.3. Discretização - Modelo Discreto	22
2.4. Discussões Complementares	25
2.4.1. Entre as Amostragens o Processo é Malha Aberta	25
2.4.2. O Modelo Discreto do Distúrbio $w(t)$	27
2.5. Conclusão	30
<u>CAPÍTULO 3 - PROJETO DO SERVOMECANISMO ROBUSTO E RÁPIDO PARA SISTEMAS DISCRETOS</u>	31
3.1. Introdução	31
3.2. Estrutura do Controlador Robusto Discreto	32
3.2.1. Teorema Principal	32
3.3. Discussões Complementares	52
3.3.1. A Estrutura do Controlador Robusto	52
3.3.2. Servomecanismo Robusto Versus PID	56
3.3.3. Robustez do Sistema e Perturbação na Dinâmica do Servocompensador	57
3.3.4. Rapidez do Processo - Controlador Estabilizante tipo "Deadbeat" (Regulação em tempo Finito)	59
3.3.5. Perda da Controlabilidade e Observabilidade Versus Período de Amostragem	59
3.3.6. Comportamento do Processo entre os Instantes de Amostragem	60
3.4. Conclusão	62
<u>CAPÍTULO 4 - PROJETO DO COMPENSADOR ESTABILIZANTE, USANDO A TEORIA DE OBSERVADORES</u>	63
4.1. Introdução	63
4.2. Estrutura do "Observador" Discreto	66
4.2.1. O Sistema Aumentado Discreto-Amostrado (4.2) é Autônomo	74
4.2.2. O Sistema Aumentado (4.2) deve seguir $y_r(k)$ e Rejeitar os Distúrbios $w(k)$ e $w(k+1)$	75
4.3. Discussões Complementares	80
4.3.1. O Compensador Estabilizante	80
4.3.2. Robustez	81
4.3.3. Dimensões do Compensador Versus Robustez e Tempo de Acomodamento	83

4.3.4. É viável o uso de Observadores para Processos com Controle "Deadbeat"?	84
4.3.5. Rastreamento entre os instantes de amostragem	86
4.4. Conclusões	86
<u>CAPÍTULO 5 - O PROBLEMA DO SERVOMECANISMO ROBUSTO PARA SISTEMAS AMOSTRADOS LINEARES - RASTREAMENTO ENTRE OS INSTANTES DE AMOSTRAGEM</u>	89
5.1. Introdução	89
5.2. O que tem sido feito para seguir sinais entre os instantes de amostragem?	90
5.3. Uma Solução para o Rastreamento entre os Instantes de Amostragem - Servomecanismo Robusto para Sistemas Amostrados Lineares	91
5.3.1. Projeto do Gerador para Garantir o Rastreamento entre as Amostras	93
5.4. Descrição Matemática do Novo Subsistema: Processo seguido do G.A.M.R.D.	100
5.5. A Robustez do Sistema	103
5.6. Discussões Complementares	104
5.6.1. A inclusão do G.A.M.R.D.	104
5.6.2. O Período de Amostragem T	106
5.7. Conclusões	108
<u>CAPÍTULO 6 - SIMULAÇÃO NO COMPUTADOR DIGITAL DO SISTEMA DE CONTROLE HÍBRIDO</u>	111
6.1. Introdução	111
6.2. Descrição Qualitativa do Sistema de Controle Híbrido	114
6.3. Fluxograma e Programação da Simulação Digital (SIA e STT) do Sistema de Controle Híbrido	118
<u>CAPÍTULO 7 - RESULTADOS DA SIMULAÇÃO DIGITAL DO SISTEMA DE CONTROLE HÍBRIDO</u>	127
7.1. Introdução	127
7.2. O processo a ser Simulado-Histórico de Trabalhos, descrição e modelo	129
7.2.1. Um pequeno histórico	129
7.2.2. Descrição e Modelo do Processo	131
7.3. Apresentação dos Resultados	137
7.3.1. Sistema Aumentado Regulado Supondo todos os Estados Acessíveis (Sem Estimador)	138
7.3.2. Sistema Aumentado Regulado através do "Observador de Estado"	150
7.3.3. Desempenho do Processo Versus Período de Amostragem - Com e Sem Observador	161
7.3.4. Posicionamento dos Polos do Sistema Aumentado (Processo + Servocompensador) Fora da Origem (o Observador ainda é "Deadbeat")	168

7.3.5. Posicionamento dos Polos do "Observador" Fora da Origem (o Sistema Aumentado em Malha Fechada, agora é "Deadbeat")	173
7.3.6. Transitório Versus Mudança da Referência, em Particular, o Efeito do "Observador" ..	178
7.3.7. A inclusão do Gerador Analógico dos Modos da Referência e Distúrbio (G.A.M.R.D) - o Rastreamento entre as Amostragens ..	182
7.3.8. Efeitos da ação e da Retirada do distúrbio Diretamente na saída (na Velocidade) e, na Entrada do Processo	197
7.3.9. Sistema Aumentado (Com e Sem G.A.M.R.D.) Regulado supondo-se todos os Estados Acessíveis - o Servocompensador tem Dimensão 3	202
7.3.10 Rastreamento e Bloqueio ao Sinal Exponencial (Sem uso do Observador)	205
7.4. Rastreamento da Velocidade Nominal com Regulação "Deadbeat" (Sem Observador)	209
<u>CAPÍTULO 8 - CONCLUSÕES COMENTÁRIOS E INDICAÇÕES PARA FUTUROS TRABALHOS</u>	212
8.1. Conclusões e Comentários	212
8.2. Algumas Indicações para Futuros Trabalhos	217
<u>APÊNDICE 1 - SISTEMA CONTÍNUO COM ENTRADA ESCADARIA E DISTURBIO QUALQUER - O MODELO AMOSTRADO</u>	219
<u>APÊNDICE 2 - LEMAS</u>	222
<u>APÊNDICE 3 - PROJETO DO SERVOCOMPENSADOR DIGITAL</u>	226
<u>APÊNDICE 4 - O QUE SIGNIFICA UM SISTEMA SER ROBUSTO?</u>	232
<u>APÊNDICE 5 - PERDA DA CONTROLABILIDADE E OBSERVABILIDADE VER SUS PERÍODO DE AMOSTRAGEM - UMA EXEMPLIFICAÇÃO.</u>	238
<u>APÊNDICE 6 - PROGRAMA DIGITAL</u>	243
<u>APÊNDICE 7 - AVALIAÇÃO DA RESPOSTA DO SISTEMA ENTRE OS INSTANTES DE AMOSTRAGEM; USANDO O METODO TRANSIÇÃO DE ESTADOS</u>	248
<u>APÊNDICE 8 - POSICIONAMENTO DOS POLOS DO COMPENSADOR ESTABILIZANTE TIPO "OBSERVADOR DE LUENBERGER" (DETERMINAÇÃO DOS GANHOS M)</u>	251
<u>APÊNDICE 9 - EQUIPAMENTOS UTILIZADOS</u>	253
<u>APÊNDICE 10- POLOS EM MALHA ABERTA DO PROCESSO MOTOR C.C. ACIONADO PELO PULSADOR REVERSÍVEL</u>	254
<u>APÊNDICE 11- LISTAGENS REFERENTES ÀS SUBSEÇÕES 7.3.1 e 7.3.2.</u>	255
<u>APÊNDICE 12- AÇÃO E BLOQUEIO AO DISTÚRBO DISCRETO $\xi(k)$</u> ...	263

<u>APÊNDICE 13 - FORMAS POSSÍVEIS DA LEI DE REALIMENTAÇÃO, SUA IMPORTÂNCIA NO TRANSITÓRIO E, SUA INFLUÊN CIA NA ROBUSTEZ DO SISTEMA</u>	265
<u>APÊNDICE 14 - LISTAGEM DA SUBSECCÃO 7.3.8</u>	268
<u>APÊNDICE 15 - LISTAGENS DA SEÇÃO 7.4 (RASTREAMENTO À VELOCI DADE NOMINAL DO MOTOR)</u>	269
<u>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</u>	271

S I M B O L O G I A *

\approx	Aproximadamente igual
\triangleq	Igual por definição
\forall	Para todo
(a,b)	Intervalo aberto $a < t < b$
$(a,b]$	Intervalo semi-fechado $a < t \leq b$
$[a,b]$	Intervalo fechado $a \leq t \leq b$
$ \quad $	Módulo de
lim	Limite
det	Determinante
adj	Adjunta
ϵ	Pertence a
max	Máximo de
x	Notação genérica para um escalar: escalar x
$\underline{x}, [x]$	Notação genérica para um vetor (ou matriz): vetor ou matriz) x .
$\underline{x}(t)$	Estado para o tempo t
$\underline{x}(k)$	Estado para o instante kT
T	Período de amostragem
\underline{x}^T	Vetor (ou matriz) \underline{x} transposta
\underline{I}	Matriz identidade

(*) Aqui presente àqueles símbolos não definidos claramente e, os mais usados no decorrer deste trabalho.

$\underline{0}$	Vetor ou matriz nula
$z[x(k)]$	Transformada z de $x(k)$
$\mathcal{L}[x(t)]$	Transformada de Laplace de $x(t)$
s	Operador diferencial: $s \underline{\Delta} d/dt$, onde não houver prejuízo de entendimento, define-se ainda $s = n^\circ$ complexo (Variável de Laplace).
q	Operador deslocamento, tal que $qx(k) = \underline{x}(k+1)$
$d(s)$	Polinômio Operador em s .
$D(q)$	Polinômio Operador em q .
$D(0,1)$	Disco aberto de raio 1, com centro em zero: todo ponto z , com $ z < 1 \in D(0,1)$
$D(0,1)^C$	Complemento de $D(0,1)$: todo ponto z , com $ z > 1 \in D(0,1)^C$
$\dot{x}(t)$	$\dot{x}(t) \underline{\Delta} \frac{d}{dt}x(t)$
$x(k+1)$	$x(k+1) \underline{\Delta} qx(k)$
R^n	Espaço de dimensão n dos números reais.
Re	Parte real de
I_m	Parte imaginária de

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Muitos processos industriais linearizáveis em determinados pontos de operações (113 a 115), estão sujeitos à distúrbios de classes conhecidas, e ainda mais, seus parâmetros não são conhecidos com precisão e/ou podem variar lentamente devido a desgastes (dissipação de energia).

Desde que é de interesse que as saídas de tais processos sigam um sinal de referência, mesmo na presença de tais incômodos (distúrbios, desgastes, ...), torna-se necessário a determinação de uma adequada lei de controle.

No presente trabalho a estratégia de controle é projetada de tal forma que confere as seguintes propriedades aos pontos de operações:

- 1º) a saída do processo segue a referência com alta precisão;
- 2º) a lei de controle é flexível e visa rapidez da resposta;
- 3º) as duas propriedades anteriores são robustas a determinadas perturbações nos parâmetros do processo e controlador.

Tais objetivos são frequentemente necessários, por exemplo, em controle de máquinas ferramentas (25, 46, 28), controle de governadores e excitação em sistemas de potência (110, 116), controle de centrais nucleares (29) e controle de veículos espaciais (18).

Desde que a precisão, a rapidez da resposta e a flexibilidade da lei de controle estão envolvidas no controle do processo, uma boa escolha é o uso de controladores digitais. No presente caso será desenvolvido um controle digital direto (CDD) ⁽¹⁰⁶⁾ de tal forma que todas as tarefas de controle, envolvidas com os instantes de amostragem, são asseguradas pelo computador.

O uso dos computadores (ou outros dispositivos) digitais em detrimento aos computadores analógicos e vice-versa, como controladores de processos contínuos, é atualmente um assunto muito polêmico ^(1,2,3,22,111,116). Ainda mais que esta discussão estende-se aos campos econômicos e tecnológicos.

O uso de computadores digitais em sistemas de controle data da década de 1950.

A utilização de computadores digitais como controladores, nos dias de hoje, na indústria é um fato concreto ^(9 a 11).

Evidente que existem sistemas de controle com amostragens inerentes ⁽⁴⁾, e para tais casos o controlador digital é o indicado.

A seguir são listados alguns trabalhos na área de controle discreto.

Fraga ⁽¹²⁴⁾ apresenta uma técnica digital para controle de velocidade de motores C.C.

Floersch ⁽¹²⁾ desenvolveu uma estratégia de controle digital, cuja variável controlada é a temperatura.

Reed et al. ⁽⁴⁷⁾ propuseram controlar um processo analógico usando um microprocessador M 6800. Então uma forma discreta do algoritmo PID (Proporcional-Integral-Derivativo) foi proposto e implementado em "software" e usado no controle de sistemas de 2ª ordem com constante de tempo próxima a 0,5 segundos.

Lin & Koepsel ⁽²⁷⁾ discutem uma abordagem usando técnicas digitais para o controle de velocidade de motor C.C. acionado

por conversor estático C.C. - C.C. ("Chopper"). O sistema digital consiste de circuitos lógicos randômicos e um microcomputador Intel 8080 o qual oferece vantagens no desempenho, preço, flexibilidade, continuidade e necessidades de potência.

Maloney & Alvarado ⁽⁸⁵⁾ apresentam uma técnica digital para medir, comparar, e corrigir a velocidade de motores.

Tal ⁽⁸⁶⁾ descreve a operação de servo sistemas "PLD" ("Phase-Locked Servo"), e um modelo linear discreto é desenvolvido para descrever seu comportamento.

Fishbeck ⁽¹¹²⁾ desenvolveu um algoritmo PID digital, usando linguagem "BASIC".

Costa ⁽²⁶⁾ obteve um algoritmo digital para a implementação de um controlador robusto, usando "Fortran IV".

Barker ⁽⁷⁶⁾ discute o uso de microprocessadores em controle.

Matsumoto ⁽¹⁰⁸⁾ avalia a aplicação de um filtro previsível discreto primário para um sistema de controle de realimentação de um servomotor por microcomputador.

Koren et alii ⁽¹⁰⁷⁾ discutem o projeto de um controle numérico para um torno mecânico.

Cadzow & Martens ⁽²⁴⁾ justificam economicamente o emprego do computador digital para controle de processos em que estão envolvidos um grande número de malhas de realimentações, as quais são operadas em tempos distintos ("time-shared"). Esta justificativa poderia ser usada para substituir um PID analógico de sistemas multivariáveis ⁽⁵⁾ por um PID digital.

Ressalta-se, que o uso do computador digital para controles centrais (por exemplo sistema de potência) é bastante difundido, devido aos métodos de transmissão de sinais digitais a grande distâncias.

A determinação da lei de controle e sua implementação, através do uso de controladores discretos, exige uma computação "off-line" e "on-line" ⁽⁸⁾.

Fortmann & Hitz ⁽¹⁸⁾ salientam o uso do computador digital em sistemas de controle ótimo, os quais são tipicamente não - lineares.

Rao et al. ⁽²⁹⁾ justifica o uso de computadores digitais em método de controle ótimo, tanto em aplicações práticas como em custo, devido a segurança e desempenho obtidos.

Algumas vantagens do controle digital de um motor C.C. sobre o convencional analógico, é dado por Maloney & Alvarad ⁽⁸⁵⁾. Tais como: não há não-linearidade no transdutor de velocidade, o sinal digital que representa a velocidade pode ser transmitido a grandes distâncias sem perdas da precisão original, e o sinal de controle digital não está sujeito a variações de temperatura, mudanças dos componentes, ou ruídos.

Para o presente trabalho, no qual propõe-se implementar uma lei do controle "deadbeat" ⁽¹⁴⁾ (uma lei rápida), para um processo contínuo, monovariável, usando um controlador robusto ⁽¹⁷⁾, pode ser enumerado, ainda as seguintes desvantagens para o uso do controlador analógico:

- a construção do servocompensador para rastrear um sinal (por ex. sinusoidal) seria difícil, pois perder-se-ia precisão;

- se alguns estados são não-mensuráveis (é o caso real), um observador analógico torna-se difícil, pois além da precisão, necessitar-se-ia de altos ganhos de realimentação;

- uma lei adaptativa torna-se difícil;

- no campo analógico, uma mudança no processo implica numa alteração da estratégia de controle, o que gera um problema de "hardware" (já que os ganhos de regulação alteram-se);

- mesmo supondo um processo de baixa ordem, a compensação analógica é dificultosa quando é desejado implementar uma lei de controle rápida (por ex. estratégia de controle deduzida do máximo princípio e/ou controle "deadbeat");

- nas medições de variáveis, usando sensores analógicos, geralmente são introduzidos ruídos e erros na transmissão destes dados ⁽⁶⁾, incorporando erros nas realimentações.

então, no trabalho ora apresentado, a lei de controle será implementada por um computador digital - controle digital direto - em detrimento ao analógico, pelas razões já expostas acima. Ainda que o controle digital é preciso e flexível ("software") para a implementação de vários algoritmos.

Ressalta-se ainda que, em alguns casos de controle analógico, por exemplo a regulação de um processo usando controle modal, a lei de controle é procurada no campo das funções suaves, isto acarreta ganhos elevados ⁽²⁸⁾, quando se deseja rapidez. Enquanto no campo discreto, os ganhos poderão dar menores, pois lá trabalha-se com funções tipo escadaria ("staircase"), ou seja, funções não suaves.

Ao mesmo tempo, esclarece-se que não é possível levar um sistema contínuo linear para a origem em um tempo finito, através de uma lei de controle linear contínua.

É bem verdade, que o uso de controladores digitais, de uma forma geral (Lin & Koepsel ⁽²⁷⁾, discutem a possibilidade de eliminar o conversor D/A), implica na existência de conversores D/A - Digital/Analógico (geralmente um sustentador de ordem zero) e A/D - Analógico/Digital (uma chave), onde podem ser introduzidos erros de quantização de dados e de medidas, além de encarecer financeiramente o projeto de controle.

Devido ao fato de os processos contínuos no tempo serem controlados por computador digital, o qual é um dispositivo típico discreto no tempo; é óbvio que o sistema com controle por computador é um sistema de controle híbrido envolvendo um período de amostragem e um interface de quantização ⁽⁷⁾. Ainda mais, os problemas aparecem quando o sistema amostrado obtido pela amostragem do processo contínuo passa a ser discutido. As equações deste sistema discreto e os vários resultados concernentes à preservação da controlabilidade e observabilidade no processo de amostragem estão muito bem conhecidos ⁽¹³⁾.

Convém ressaltar a contribuição dada neste trabalho no que diz respeito da influência do distúrbio contínuo no modelo discreto ⁽⁷⁵⁾, assunto este não abordado com veemência na literatura. É mostrado então que a ação deste distúrbio, na sua versão discreta, consiste no aparecimento de dois modelos:

- um modelo devido a ação do distúrbio diretamente na saída (não é filtrado pelo processo);
- um segundo modelo proveniente da atuação deste distúrbio em qualquer local do processo, exceto na saída, de tal forma que agora existe uma dinâmica entre o distúrbio e a saída do sistema. Aqui é mostrado que o distúrbio contínuo (o qual é um escalar) é modelado por n -vetor, onde n é a ordem do sistema sob a ação do distúrbio.

Desde que a implementação da lei de controle está a cargo do computador digital, passou-se a discutir a estrutura deste controlador.

Dentre as diversas estratégias de controle (por ex, ver Afimiwala & Mayna ⁽³²⁾) a escolha recaiu no uso do controlador robusto ⁽¹⁷⁾, já que tal controlador garante a manutenção de saída

sob uma referência desejada, independente de perturbações nos parâmetros e eventuais distúrbios, pertencentes a uma classe conhecida, atuantes no processo.

O problema do controlador robusto para sistemas lineares contínuos ou discretos foi resolvido por Davison^(17, 118, 119), em 1976. Este problema também tem sido discutido por Wonham⁽¹²⁰⁾, Ferreira⁽⁷⁰⁾, Desoer & Wang⁽⁶²⁾ e Doraiswami⁽¹²¹⁾.

Em 1979, Costa⁽²⁶⁾ discutiu o problema do servomecanismo robusto discreto onde o sistema aumentado processo + servocompensador é variante nos instantes de amostragem.

Neste trabalho será feito uma abordagem do problema de servomecanismo robusto para sistemas lineares de controles híbridos - processo contínuo linear (o qual é amostrado periodicamente) controlado por um dispositivo digital também linear. Aqui o comportamento do processo em qualquer tempo é considerado⁽¹²⁸⁾. Então, o rastreamento assintótico e a rejeição aos distúrbios entre os instantes de amostragem é investigada e propõe-se uma solução. Esta solução consiste na inclusão de um compensador analógico em cascata com o processo, denominado gerador analógico dos modos de referência e distúrbios (g.a.m.r.d). Também o efeito de perturbações nos parâmetros para o rastreamento assintótico e rejeição a distúrbios entre as amostragens é estudado. Agora tem-se uma maior liberdade quanto a escolha do período de amostragem, já que o rastreamento e rejeição a distúrbios é assegurada em qualquer tempo, após o acomodamento do transitório. É importante evidenciar que o fato da referência (um sinal contínuo amostrado) ser reconstruído, não significa que o Teorema de Amostragem⁽⁶⁷⁾ seja obedecido, é o que de fato acontece aqui.

O controlador robusto consiste num servocompensador e de um compensador estabilizante.

O servocompensador é dirigido pelo erro do sistema, com os modos dos distúrbios e referências, e no caso presente será projetado no dispositivo digital.

O compensador estabilizante, por sua vez, cujo papel é regular (estabilizar) o sistema aumentado (processo seguido do servocompensador) possui as mais diversas formas (26, 14, 55).

Dado que os sistemas, de uma maneira geral, são de grandes portes (altas ordens) e que o objetivo rapidez da resposta deve ser alcançado; foi então que apelou-se para a teoria de controle modal*. Assim, o compensador estabilizante necessita de todos os estados para posicionar os polos do sistema aumentado em qualquer lugar do plano complexo. Aqui, pode ser mostrado que o posicionamento dos polos em qualquer região do plano, através de realimentações de estados é sempre possível se o sistema é controlável, c.f. Kwakernaak & Sivan (14), Teor. 6.26.

Em adição, para sistemas discretos no tempo um caso de interesse especial ocorre quando todos os n (n = ordem do sistema) polos da malha fechada são localizados na origem de plano complexo Z . Neste caso pode ser mostrado que qualquer estado inicial é levado para a origem do espaço de estado em n iterações, o que garante uma rapidez do processo. Um sistema discreto no tempo com esta característica é dito exibir uma resposta de estado "deadbeat" (14) (tempo de acomodamento finito).

No presente trabalho o compensador estabilizante é uma lei de regulação tipo "deadbeat".

O uso do controle "deadbeat" deve ser feito cuidadosamente, pois geralmente acarreta altas amplitudes de controle, e o desempenho do processo entre as amostragens pode ser indesejável (14)

18, 23)

(*) A referência 109 dá outras vantagens do controle modal.

Devido ao fato de o compensador estabilizante ser "deadbeat", e necessitar do estado inteiro do sistema aumentado, torna-se patente o uso de observadores de estado, já que estes geralmente não são disponíveis.

Neste trabalho será usado um "observador"* digital de ordem completa também "deadbeat", para garantir rapidez na regulação. Com isto obtem-se um sistema de controle de realimentação que reduz qualquer estado inicial à origem em $2n$ iterações. Tal sistema é denominado sistema de controle "deadbeat" com realimentação estado-saída ⁽¹⁴⁾.

É mostrado que o observador não necessita conter o modelo dos distúrbios e não precisa tomar conhecimento da referência a ser rastreada. De fato os estados não são estimados, salvo para o sistema autônomo.

O controle "deadbeat" difere do controle de tempo ótimo, pois ele é um caso especial de posicionamento de polos, e como tal, em geral, não leva o estado inicial para a origem em tempo mínimo. No entanto, ele tem uma grande vantagem, pois o cálculo da lei de controle "deadbeat" é consideravelmente mais simples que a lei de controle de tempo ótimo ⁽¹⁶⁾. Portanto, o tempo de acomodamento para o sistema "bang-bang" de tempo mínimo é menor quando comparado ao tempo "deadbeat". No entanto, o projeto de política de controle "deadbeat" é computacionalmente direto e não envolve a determinações de curvas de chaveamentos ⁽¹⁵⁾. Em adição é importante notar que sistemas amostrados controlados por estas estratégias de controle "deadbeat" são sistemas de malha fechadas incorporando realimenta-

(*) No presente trabalho o uso do termo observador não é fielmente correto, pois será mostrado mais tarde que este compensador estabilizante somente estima os estados do sistema aumentado autônomo. Sem prejuízo de entendimento, conservar-se-á a denominação observador, agora entre aspas, em qualquer citação que envolva este regulador (exceto para o sistema autônomo).

ções de estados, enquanto que o controle de tempo mínimo é malha aberta (15, 54).

Outras estruturas de reguladores discretos, largamente encontrados na literatura são a seguir mencionados.

Rasmy & Hamza (48, 49), descrevem políticas de controle de tempo-mínimo, usando programação dinâmica.

Koepcke (57), desenvolveu solução para problemas de tempo-mínimo discreto, o qual determina uma política de controle em tempo real através de um controle digital "on line".

Dorato & Levis (58), apresentam o problema do regulador linear discreto com índice quadrático.

Sebakhy & Abdel-Moneim (59) discutem o problema do tempo finito mínimo. A lei de controle é construída resolvendo uma sequência de equações lineares algébricas.

Agora, passa-se a discorrer alguns trabalhos feitos em termos de regulador "deadbeat" (controle com tempo de acomodamento finito).

Nagel (52) afirma que o princípio da resposta "deadbeat" dá um método de controle ótimo.

Tomizuka et al. (23), Tou (50) e Pearson (51) discutem o problema das altas amplitudes de controle "deadbeat", e propõem soluções.

Kalman & Bertram (33), Kalman (34), Tou (35) e Ogata (36) mostraram que o estado de um sistema monovariável controlável pode ser transferido para a origem dentro de n iterações, sob a hipótese da não-singularidade da matriz de estado e detectabilidade total das variáveis de estado, e eles apresentam uma lei de controle de realimentação para o regulador "deadbeat".

Farison & Fu (37) mostraram que o estado de um sistema controlável com r - entradas pode ser transferido para a origem em n/r passos sob a hipótese que n/r é um inteiro, a matriz de estado é não-singular e o estado total é disponível.

Kucera ⁽³⁸⁾ mostrou que o estado de um sistema controlável com r -entradas pode ser transferido para a origem em V_c passos, removendo a hipótese que n/r é um inteiro, onde V_c é o índice de controlabilidade.

Porter ⁽³⁹⁾ construiu um regulador incluindo um observador para um processo multivariável quando somente os sinais de saída são disponíveis. Ele mostrou que n iterações são necessárias para determinar o estado e que n mais iterações são necessárias para transferir o estado para a origem, isto é, o estado sempre pode ser transferido para a origem dentro de no máximo $2n$ iterações.

Nishimura & Nagata ⁽⁴⁰⁾ discutiram os passos mínimos necessários para observação e controle, mas não mostraram os projetos dos métodos do regulador e observador. Recentemente, Porter & Bradshaw ^(41,42) obtiveram resultados finais deste problema. Isto é, o estado pode ser transferido para a origem em $V_o + V_c$ iterações, onde V_o é o índice de observabilidade, sem hipótese que n/r e n/m são inteiros e a matriz de estado é não-singular. Eles mostraram que V_o iterações são requeridas para determinar o estado e V_c iterações a mais são necessárias para transferir o estado para a origem.

Existem muitas pesquisas para o observador "deadbeat". Inoue & Muroi ⁽⁴³⁾ discutiram o observador "deadbeat" principalmente sob o ponto de vista de diminuir a dimensão do observador.

Ichikawa ⁽⁴⁴⁾ mostrou que o estado pode ser reconstruído dentro de n/m iterações, sob hipótese que n/m é inteiro.

Ichikawa ⁽¹⁹⁾ removeu as hipóteses que a matriz de sistema seja não-angular e que n/r e n/m sejam inteiros. Ele mostrou que o regulador "deadbeat" com o observador "deadbeat" transfere qualquer estado inicial para a origem dentro no máximo de iterações

iguais à soma dos índices de observabilidade e controlabilidade. O método de projeto de Ichikawa⁽¹⁹⁾ é um pouco diferente daquele de Porter & Bradshaw.

Ichikawa⁽⁴⁵⁾ discutiu dois métodos de projetos para observadores "deadbeat" de ordens reduzidas. Ambos os métodos conduzem ao mesmo observador, isto é,

- a ordem do observador é $n-m$ (n = ordem do processo); m = nº de saídas.

- o estado pode ser reconstruído dentro de $V_0 - 1$ iterações, isto é, uma iteração é poupada comparada com o observador "deadbeat" de ordem completa;

- todos os polos do observador estão na origem.

Ferreira⁽⁷⁰⁾ discutiu o uso do observador no problema do servomecanismo robusto.

Bhattacharyya⁽⁷⁴⁾ discutiu a estrutura de observadores robusto.

Cita-se a seguir outros trabalhos referente ao controle em tempo finito.

Seraji⁽¹⁶⁾ obteve a resposta "deadbeat" por meio de realimentação constante da saída e estabeleceu a condição para existência do controlador "deadbeat".

Yih-shuh Jan⁽²⁰⁾ projetou um método de controle "deadbeat" para sistemas monovariáveis com entradas polinomiais; porém o maior grau da entrada não pode ser maior que a ordem do sistema.

Pachter⁽²¹⁾ obteve uma prova curta do já conhecido teorema que diz que um sistema controlável, autônomo, os polos do sistema linear em malha fechada podem ser posicionados por meio de uma realimentação constante linear das variáveis de estado e construiu um algoritmo para posicionar os polos. O estado alcança a

origem em $n+1-m$ iterações.

Takahashi et al. ⁽²²⁾ discutiram alguns aspectos de "software" de controladores "deadbeat" com malhas simples para processos industriais.

Tomizuka et al. ⁽²³⁾ obtiveram um controle digital para processos industriais comuns, baseado no modelo do processo discreto. O sistema usa um controlador e um observador baseado no projeto em tempo finito de acomodamento; os ganhos do controlador e observador são calculados diretamente (não iterativamente) dos parâmetros de modelo do processo. Um filtro atenuante o qual melhora o comportamento do sistema em malha fechada é desenvolvido para minimizar as amplitudes da variável manipulada.

Ainda com respeito a teoria de sistemas amostrados, cita-se que Gunckel et al. ⁽⁵⁶⁾ propõe uma solução geral para sistemas de controle amostrados lineares, enquanto que Jury & Tsypkin ⁽⁵³⁾ apresentam um "survey" de teoria de sistemas discretos.

Neste trabalho os resultados do servomecanismo robusto para sistemas híbridos foram testados através da simulação num computador digital (representando o controle por computador em tempo real do processo) do sistema de controle híbrido: processo + g.a.m.r.d + servocompensador digital + "observador" digital.

O programa, escrito em linguagem "BASIC", para a simulação em computador digital consiste na resolução de equações diferenciais-diferença. Na integração numérica foi usado o método transição de estado ⁽²⁴⁾.

Como processo a ser controlado foi escolhido o conjunto motor C.C., com excitação independente, acionado por um pulsador reversível, o mesmo conjunto usado por Costa ⁽²⁶⁾.

Os polos do sistema de controle híbrido foram posicionados usando o algoritmo desenvolvido por Monteiro⁽²⁸⁾. As relações ganhos do controle versus períodos de amostragem foi investigada.

A inclusão do g.a.m.r.d. fica dependendo da relação período de amostragem/ c_{te} de tempo do processo, desde que seja imperativo o rastreamento entre as amostragens.

Os resultados pertinentes ao rastreamento e bloqueio à sinais tipo degrau, rampa, exponencial e sinusoidal foram apresentados.

Com a ajuda do periférico "display" do computador digital, várias fotografias foram obtidas, as quais ilustram as diversas estratégias de controle empregadas no problema do servomecanismo robusto para sistemas amostrados. Dentre as estratégias de controle implementadas incluem-se as abaixo descritas:

(a) todos os polos do sistema discreto-amostrado (processo e g.a.m.r.d. amostrados juntamente com o servocompensador digital) foram posicionados na origem (controle "dead beat"), admitindo-se todos os estados acessíveis, e então o rastreamento assintótico e rejeição à distúrbios (com e sem o g.a.m.r.d.) foi investigado, para diferentes períodos de amostragem - a robustez foi verificada. Aqui constatou-se que um impasse é criado: uma rapidez ao processo (diminuição do período de amostragem) é paga geralmente com altas ultrapassagens ("overshoots"), altos ganhos de realimentação e com grandes amplitudes de controle.

Ainda mais, os polos foram removidos da origem.

(b) agora os polos do sistema discreto-amostrado são posicionados na origem usando "estimadores de estado" (estimadores "deadbeat") de ordem completa (são estimados todos os estados do processo + g.a.m.r.d. + servocompensador) pois com esta estimação com-

pleta* uma maior robustez é obtida ⁽⁷⁴⁾ - a influência no transitório e na rapidez da resposta do processo é investigada - é mostrado que melhores resultados são obtidos desde que realimentem-se diretamente os estados do servocompensador (já que estes estados são acessíveis) e/ou se o sinal a ser rastreado entra diretamente no "observador". É estudado a remoção dos polos do sistema discreto-amostrado e do "observador" da origem, de tal forma que ora o processo é mais rápido que o "observador" e vice-versa. O impasse rapidez versus altas amplitudes também aparece aqui.

Para (a) e (b) foi ainda estudado,

- efeito da mudança das referências;
- aplicação dos distúrbios contínuos no processo;
- a resposta para distúrbios digitais, estes ocorrendo

na malha digital (no controlador).

Mais uma mensagem deixada neste trabalho diz respeito aos passos a serem cumpridos para obter-se um desempenho aceitável do sistema de controle híbrido. Então, é a escolha do período de amostragem e do lugar do posicionamento dos polos (já que ambos estão ligados diretamente ao tempo de acomodamento) que proporcionarão

(*) Já que o algoritmo usado para posicionar os polos ⁽²⁸⁾ é limitado ao caso monovariável (posicionamento de polos através de um única entrada), cumpre-se evidenciar que os ganhos do "observador" foram obtidos somente com a ajuda da saída do processo, enquanto que o recomendável seria usar também os estados do g.a.m.r.d e do servocompensador, desde que por construção tais dispositivos tem os seus estados acessíveis, além das outras saídas do próprio processo.

um melhor desempenho do processo; ainda mais, tal escolha pode ser feita com a ajuda do computador digital ("computer-aided design")⁽¹¹⁷⁾, já que na presente estratégia de controle não há restrição aos estados⁽¹⁴⁾ e nem ao controle^(23, 50, 51).

O escopo desta pesquisa obedece a ordem que se segue :

No capítulo 2 é apresentado um modelo discreto para o processo desde que o controlador é um dispositivo digital (controle digital direto). Neste modelo o efeito do distúrbio contínuo nos instantes de amostragem é considerado.

No capítulo 3 é proposto um controlador discreto robusto, o qual tem finalidade de garantir o rastreamento assintótico (nos instantes de amostragem) independentes dos distúrbios de classe conhecida e de perturbações dos parâmetros dos processos. Nesta abordagem é considerado que todos os estados necessários a realimentação são disponíveis.

No capítulo 4 a hipótese do conhecimento de todos os estados do sistema é removido, e o controle é feito usando apenas as saídas mensuráveis, através do uso de "observadores de estado".

No capítulo 5 é apresentada uma solução para o rastreamento da referência entre os instantes de amostragem. Um gerador analógico dos modos da referência e distúrbios (g.a.m.r.d) a ser ligado em cascata com o processo é proposto.

No capítulo 6 é apresentado um programa digital em linguagem "BASIC" que simula o sistema de controle híbrido.

No capítulo 7 é apresentado resultados da simulação digital para um processo formado de um motor C.C. de excitação independente acionado por um conversor estático C.C. - C.C. de quatro quadrantes torque-velocidade. Aqui várias estratégias de controles são implementadas.

Finalmente, no capítulo 8, são apresentadas as conclusões, comentários e sugestões para futuros trabalhos.

C A P Í T U L O 2

MODELO DO PROCESSO E OBJETIVO A SER ALCANÇADO

2.1 - INTRODUÇÃO

A meta deste trabalho, já previamente definida, consiste do projeto de um rastreamento robusto e rápido para processos lineares amostrados (o comportamento entre as amostragens também é investigado), usando "estimadores de estados".

Desde que o controle é digital direto (CDD), então tal meta é alcançada através da elaboração de um algoritmo CDD⁽³⁾, pois todas as tarefas de controle são efetuadas pelo computador ("software").

A forma do algoritmo dependerá do modelo do processo e dos objetivos a serem alcançados. Por sua vez, a eficiência do algoritmo depende basicamente do modelo (quer contínuo, quer a versão discreta) do processo.

Este capítulo preocupar-se-á com o modelo discreto, partindo da descrição do processo já linearizado em um ponto de operação. Desta maneira, os propósitos deste capítulo são:

1º) descrever o fenômeno físico (no caso, o processo) usando modelos matemáticos, de tal forma que a sua representação seja compatível quando da interface ao controlador - processo visto do computador;

2º) descrever sucintamente o objetivo a ser alcançado.

A orientação dada a este capítulo é a seguinte: na seção 2.2 é apresentado o processo e os objetivos a serem alcançados

é mencionado. Em 2.3 o modelo discreto (tal como o computador vê o processo) é desenvolvido. Na seção 2.4 discute-se alguns resultados. Finalmente em 2.5 alguma conclusão é dada.

2.2 - DESCRIÇÃO DO PROCESSO E OBJETIVOS

Considere o seguinte processo linear contínuo, invariante no tempo, uma entrada - uma saída, sujeito a distúrbios*, descrito em variáveis de estado por:

$$\begin{aligned} \dot{\underline{x}}(t) &= \underline{\tilde{A}}\underline{x}(t) + \underline{\tilde{B}}u_0(t) + \underline{\tilde{E}}w(t); & (2.1.a) \\ \underline{x}(t_0) &= \underline{x}_0 \end{aligned}$$

cujas saída**, sujeita ao efeito direto do distúrbio, é dada por:

$$y(t) = \underline{\tilde{C}}^T \underline{x}(t) + \underline{\tilde{F}}w(t) \quad (2.1.b)$$

onde os pares $(\underline{\tilde{A}}, \underline{\tilde{B}})$ e $(\underline{\tilde{C}}^T, \underline{\tilde{A}})$ são assumidos ser completamente con-

(*) De uma maneira geral os distúrbios podem representar um sinal externo, modos não controláveis do processo, imperfeições da modelagem ou ainda ruídos do processo. No presente trabalho, o distúrbio $w(t)$ será considerado como um sinal externo de classe conhecida.

(**) o termo $\underline{\tilde{D}}u_0(t)$ na saída é simplesmente proporcional à entrada e então não influi na dinâmica do sistema. No caso presente, sem perdas de generalidades, tal termo não será considerado, estabelecido que sua inclusão na equação é pacífica, se necessário for.

trolável e observável, respectivamente, e deseja-se que ela siga uma dada entrada de referência, de tal forma que

$$e(t) = y_r(t) - y(t) \quad (2.2)$$

anule-se, onde

$\underline{x}(t) \in R^n$, é o estado do processo;

$u_0(t) \in R$, é a entrada do processo;

$w(t) \in R$, é o sinal de distúrbio;

$y_r(t) \in R$, é o sinal de referência a ser rastreado;

$y(t) \in R$, é a saída a seguir o sinal de referência $y_r(t)$;

$e(t) \in R$, é o erro de rastreamento a ser anulado (regulado).

As matrizes \underline{A} , \underline{B} , \underline{E} , e \underline{C}^T tem ordens respectivamente $n \times n$, $n \times 1$, $n \times 1$, e $1 \times n$, enquanto que \tilde{F} é um escalar.

Ademais, $w(t)$ e $y_r(t)$ são assumidos a serem respostas de sistemas lineares autônomos, ou seja, são descritos respectivamente pelas seguintes equações diferenciais:

$$d^w(s) w(t) = 0 \quad (2.3)$$

$$d^{y_r}(s) y_r(t) = 0 \quad (2.4)$$

Com condições iniciais arbitrárias, e raízes das equações características de (2.3) e (2.4) localizadas em qualquer lugar do plano complexo s . As condições iniciais de (2.3) são desconhecidas (podem ser estimadas) para $w(t)$ se o distúrbio $w(t)$ não é mensurável (mensurável), enquanto que para (2.4) elas são conhecidas.

A figura 2.1 mostra simplificada o problema sob estudo.

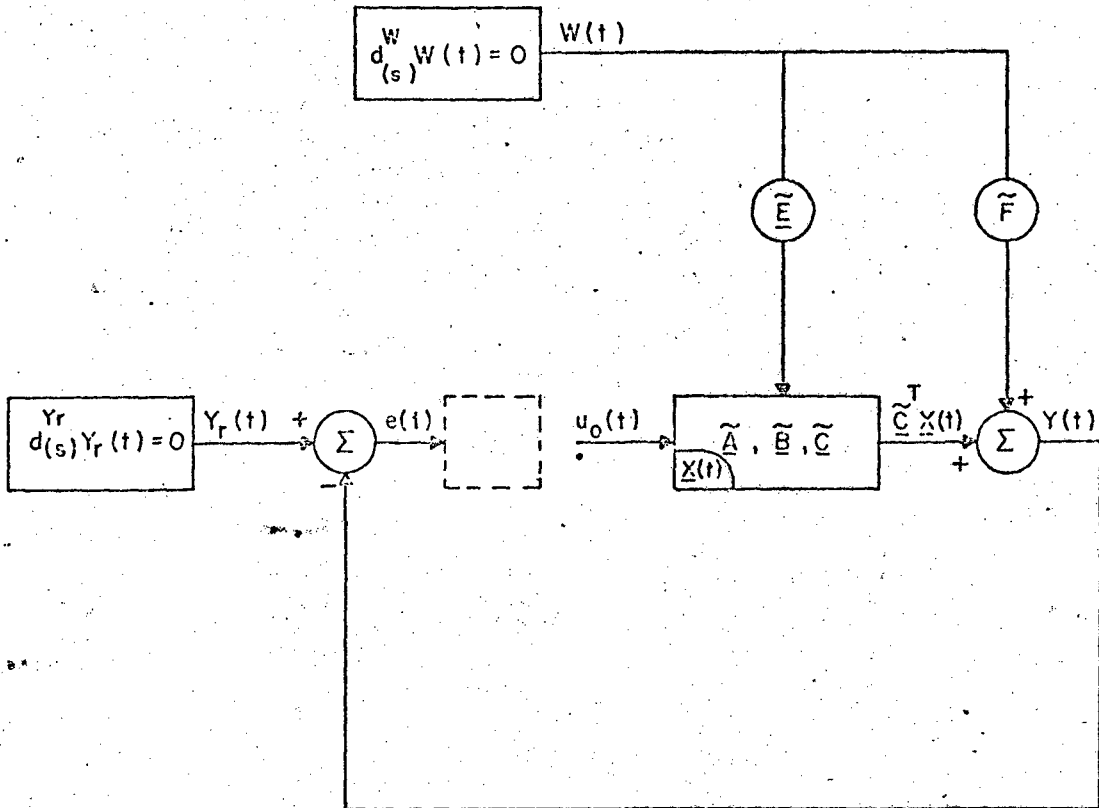


Fig- 2.1 - O problema do servomecanismo para sistemas contínuos: a saída $Y(t)$ deve seguir a referência $Y_r(t)$, mesmo na presença de distúrbios $W(t)$.

2.3 - DISCRETIZAÇÃO - MODELO DISCRETO

Já que o controlador é um dispositivo digital, ter-se-á como sinal de entrada do processo uma função escadaria (função constante por intervalos - "staircase function"), devido a ação do sustentador ("hold") de ordem zero.

Outrossim, este tipo de controle requer que a saída (e as variáveis de estado) seja observada somente nos instantes $t = kT$ segundos ($K = \text{inteiro}$, $T > 0$); T é chamado de período de amostragem. Portanto a entrada do processo $u_0(t)$, ilustrada na figura 2.2, é uma função escadaria definida pela seguinte relação:

$$u_0(t) = u_0(kT), \text{ para } kT \leq t < (k+1)T \quad (2.5)$$

Para efeito de notação, onde não houver prejuízo de entendimento, passa-se a representar kT simplesmente por k .

O efeito do distúrbio contínuo no modelo discreto do processo, o qual é pouco discutido na literatura, é aqui tratado com insistência. Ainda mais, os instantes de amostragem da saída é o mesmo da entrada de controle, sem considerar-se qualquer atraso, e constante; apesar de alguns autores⁽¹⁴⁾ considerarem o caso de instantes de amostragem entrada-saída diferentes.

Portanto, a partir das relações (2.1) a (2.5), considerando T segundos como período de amostragem, os estados $\underline{x}(k)$ e $\underline{x}(k+1)$ do processo são relacionados pelas equações de diferenças (ver apêndice 1).

$$\underline{x}(k+1) = \underline{A} \underline{x}(k) + \underline{B} u_0(k) + \underline{\bar{w}}(k+1) * \quad (2.6.a)$$

$$y(k) = \underline{C}^T \underline{x}(k) + Fw(k) \quad (2.6.b)$$

O erro de rastreamento nos instantes de amostragem é dado por,

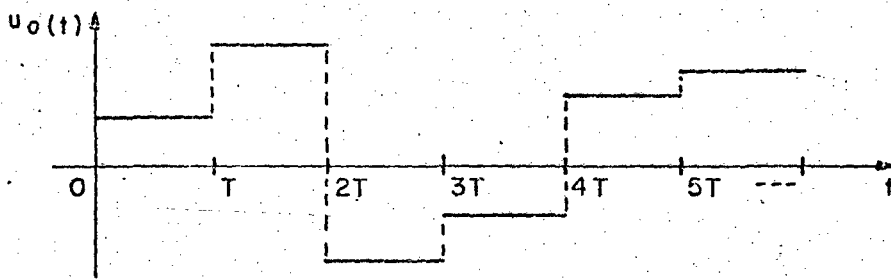


Fig- 2.2 - Sinal de entrada do processo: função escadaria.

$$e(k) = y_r(k) - Y(k) \quad (2.7)$$

enquanto a referência satisfaz agora a equação

$$D^{Y_r}(q) y_r(k) = 0 \quad (2.8)$$

de raízes $e^{\alpha_i T}$, onde α_i são por sua vez as raízes da equação (2.4), conforme o resultado do lema A2.1,

e o distúrbio obedece as relações,

$$D^W(q) w(k) = 0 \quad (2.9.a)$$

$$D^{\bar{w}}(q) \bar{w}(k+1) = 0 \quad (2.9.b)$$

cada qual possui as mesmas raízes $e^{\beta_i T}$ **, onde β_i são as raízes da equação (2.3), de acordo respectivamente com os lemas A2.1 e A2.2 .

Ademais

$$\underline{A} = \underline{A}(T) = e^{\underline{\tilde{A}}T} \quad (2.10)$$

$$\underline{B} = \underline{B}(T) = \left(\int_0^T e^{\underline{\tilde{A}}\zeta} d\zeta \right) \underline{\tilde{B}} \quad (2.11)$$

$$\underline{C}^T = \underline{\tilde{C}}^T \quad (2.12)$$

$$\underline{F} = \underline{\tilde{F}} \quad (2.13)$$

$\underline{x}(k)$, é o estado nos instantes kT : $\underline{x}(k) = \underline{x}(t) |_{t=kT}$;

$\underline{x}(k+1)$, é o estado nos instantes $kT+T$;

(*) uma outra notação, sem prejuízo, seria $\bar{w}(k)$, mas dada a expressão (A1.9) do Apêndice 1, a qual expressa o efeito de $w(t)$ no intervalo $(kT, kT+T)$, significando que $\underline{x}(k+1)$ depende dos valores de $w(t)$ neste intervalo e não simplesmente de $w(k)$, é que apelou-se para a notação em questão: $\bar{w}(k+1)$.

(**) isto implica que $D^W(q) = D^{\bar{w}}(q)$.

$u_0(k)$, é a entrada do processo em kT , é um escalar;
 $y_r(k)$, é a referência em kT : $y_r(k) = y_r(t) |_{t=kT}$
 $y(k)$, é a saída em kT : $y(k) = y(t) |_{t=kT}$
 $e(k)$, é o erro da saída em kT : $e(k) = e(t) |_{t=kT}$
 $w(k)$, é a representação do distúrbio no instante kT ,
 quando atuante na saída: $w(k) = w(t) |_{t=kT}$;
 $\bar{w}(k+1)$, é um n-vetor e representa o efeito do distúrbio $w(t)$ no intervalo $[kT, (k+1)T]$, injetado em algum ponto do processo, que não a saída , para o instante $(k+1)T$:

$$: \bar{w}(k+1) = \int_0^T e^{\tilde{A}\zeta} \tilde{E} w(k+1T - \zeta) d\zeta \quad (2.14)$$

As equações (2.6) a (2.9) descrevem o processo contínuo nos instantes de amostragem kT , tal como ele é visto do computador. A figura 2.3 ilustra esta representação discreta.

Uma representação híbrida do sistema é vista na figura 2.4 .

2.4 - DISCUSSÕES COMPLEMENTARES

2.4.1 - Entre as amostragens o processo é malha aberta

Conforme já visto, o problema de servomecanismo contínuo dado pelas relações (2.1) a (2.4), mostrado na Figura 2.1, transforma-se num problema de rastreamento de sistemas híbridos, agora governado pelas equações (2.6) a (2.9), já que sinais contínuos e discretos estão envolvidos concomitantemente.

A figura 2.4 dá uma visão geral do problema.

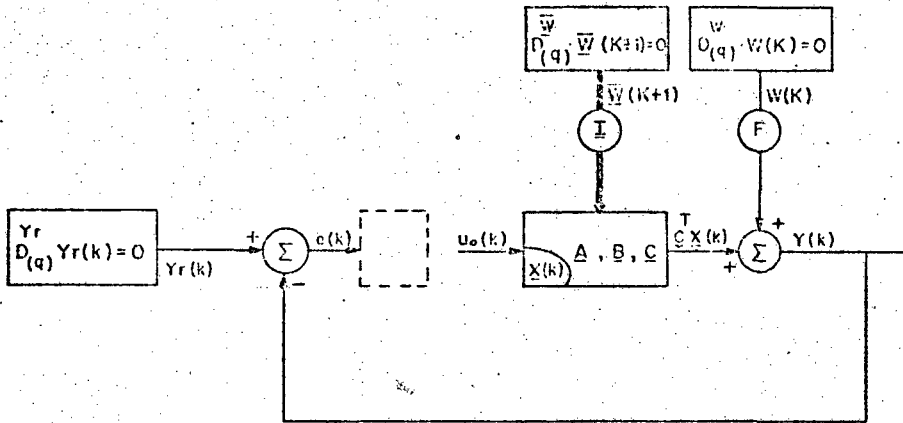


Fig. 2.3 - O problema do servomecanismo para sistemas discretos: a saída $Y(k)$ deve seguir $Yr(k)$ mesmo na presença de distúrbios.

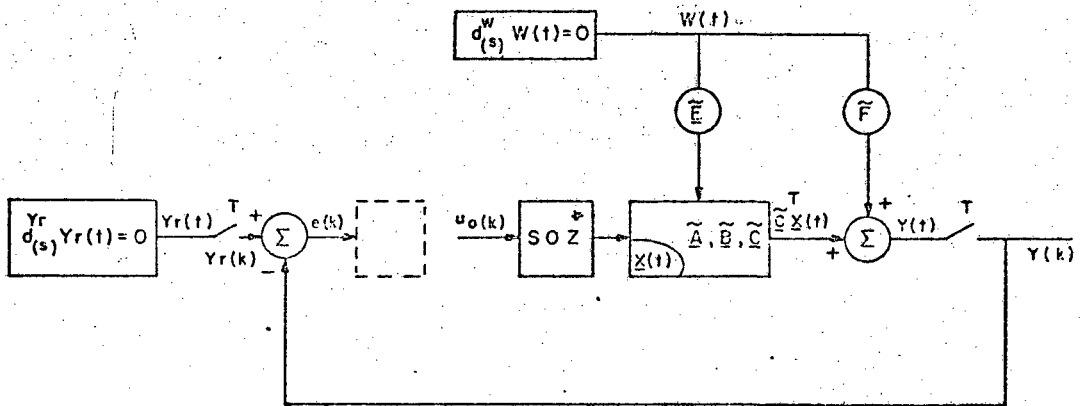


Fig. 2.4 - O problema do servomecanismo para sistemas amostrados lineares: a saída $Y(t)$ deve seguir $Yr(t)$ mesmo com distúrbios atuantes no sistema. Comparar com as Figs 2.1 e 2.3.

* SOZ = sustentador de ordem Zero.

Ela dá a entender que entre os instantes de amostragem t , $kT < t < T(k+1)$, o processo encontra-se em malha aberta, haja visto que $u_0(t)$ permanece constante nestes períodos (não há realimentação de estados). Neste ponto de discussão, a seguinte questão pode ser levantada: qual o comportamento do processo (em particular, sua saída) em razão deste tipo de controle? Evidentemente que entre os instantes de amostragem, por exemplo no intervalo $(kT, kT + T)$, a ação do controle pode ser vista na figura 2.5, onde nota-se que o sistema evolui de acordo com os sinais $u_0(t)$ e $w(t)$, de tal sorte que a saída $y(t)$ é dada pela solução da equação diferencial (A1.1). Ainda mais, se $w(t)=0$, o processo evolui conforme as suas constantes de tempo, desde que está submetido a uma entrada degrau $u_0(t)$.

Observa-se ainda que os efeitos do distúrbio $w(t)$ ($w(t) \neq 0$), são de tal maneira que refletem diretamente no estado $\underline{x}(t)$, devido ao fato de não haver realimentação e portanto correção neste intervalos. Também torna-se imperativo que *à priori*, não é possível bloquear o efeito do distúrbio $w(t)$, pelo menos, entre as amostragens; porém no capítulo 5 é proposto uma solução para anular a ação de $w(t)$ na saída do processo.

2.4.2 - O modelo discreto do distúrbio $w(t)$

A partir da relação (2.9) é patente que o distúrbio $w(t)$ na versão discreta apresenta-se através de dois modelos (ver figura 2.3), a saber:

1º) $w(k)$: modelo de $w(t)$ quando este atua diretamente na saída (não é filtrado pelo processo) e portanto não altera a

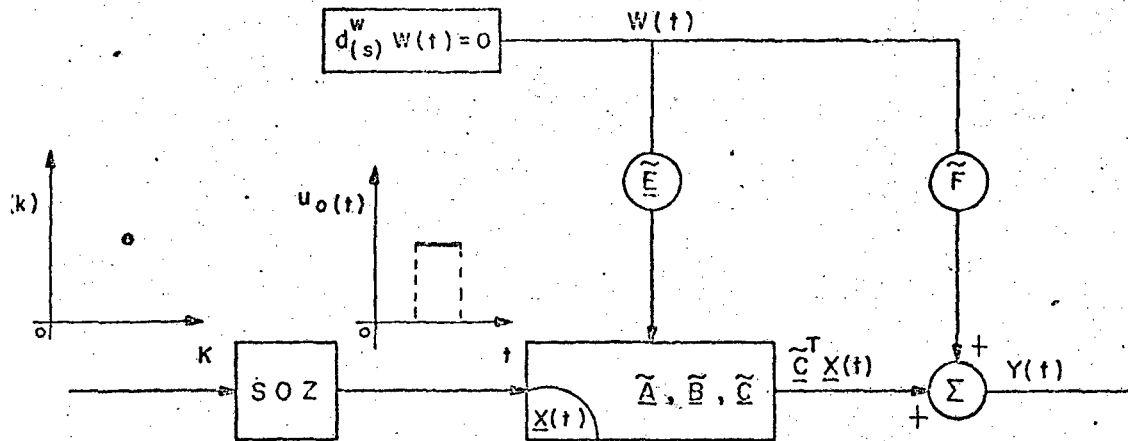


Fig. 2.5 - Processo entre os instantes de amostragem: a saída $Y(t)$ é a resposta aos sinais $u_0(t)$ e $W(t)$.

dinâmica do estado $\underline{x}(t)$. $w(k)$ é simplesmente $w(t)$ nos instantes $t=kT$. Ele é a solução da equação de diferença (2.9.a), onde o polinômio operador $D^w(q)$ é dado pelo lema A2.1;

2º) $\bar{w}(k+1)$: é o modelo de $w(t)$ quando este é injetado em qualquer ponto do processo, que não a saída (ver caso 1º), e agora influi na dinâmica de $\underline{x}(t)$, pois existe uma função de transferência entre $w(t)$ e $y(t)$. Matematicamente, o vetor $\bar{w}(k+1)$ é dado pela expressão (A1.11), cujo significado físico é o efeito de $w(t)$ no intervalo $[kT, (k+1)T]$. Ele satisfaz a equação (2.9.b), onde o operador $D(q)$ é dado pelo lema A2.2. Um resultado deveras interessante deve ser salientado, é o fato de $\bar{w}(k+1)$ ser um n -vetor e não um escalar tal como $w(t)$ e $w(k)$. Além do mais o operador $D^{\bar{w}}(q)$ anula todas as componentes do vetor distúrbio $\bar{w}(k+1)$ - ver lema A2.2 - conforme ilustra a expressão (2.15).

$$D^{\bar{w}}(q) \bar{w}(k+1) = D^{\bar{w}}(q) \begin{bmatrix} \bar{w}_1(k+1) \\ \bar{w}_2(k+1) \\ \vdots \\ \bar{w}_n(k+1) \end{bmatrix} = \underline{0} \quad (2.15)$$

O efeito indesejável de $w(k)$ e $\bar{w}(k+1)$ (ou seja, devido a $w(t)$) provocado na saída $y(t)$ nos instantes de amostragem kT será anulado, após a introdução do servocompensador digital proposto no capítulo 3. E no capítulo 5 este efeito entre as amostragem também será anulado, com a introdução de um gerador dos modos do distúrbio $w(t)$ em cascata com o processo.

2.5 - CONCLUSÃO

Uma vez obtido o modelo discreto do processo, sujeito a entrada degrau e distúrbios contínuos, parece interessante reforçar os resultados pertinentes ao modelamento nos instantes de amostragem dos distúrbios.

Assim, além dos modelos discretos atribuídos aos distúrbios contínuos, é de grande interesse destacar o resultado de ambos os modelos satisfazerem ao mesmo operador diferença, significando que ambos seus modos são iguais.

C A P Í T U L O 3

PROJETO DO SERVOMECANISMO ROBUSTO E RÁPIDOPARA SISTEMAS DISCRETOS3.1 - INTRODUÇÃO

No capítulo anterior foi desenvolvido o modelo de estado discreto para o processo de natureza contínua (neste caso o modelo discreto representa um sistema contínuo amostrado, ou simplesmente sistema amostrado), a ser controlado por um dispositivo digital. Tal modelo é válido sob a condição que o sinal de entrada seja uma função escadaria. Com isto o modelo do processo está compatível quando da implementação da estratégia de controle, a ser determinada neste trabalho, através do computador digital-controlador digital direto (CDD).

A interface de quantização computador-processo é feita com a ajuda de conversores analógico/digital (CAD) e digital/analógico (CDA), este último sendo obrigatoriamente um sustentador de ordem zero (lembre-se que uma função escadaria deve ser gerada na entrada do processo).

O objetivo deste capítulo é propor um controlador discreto robusto para sistemas lineares discretos, monovariável, invariante no tempo tal que ocorra rastreamento assintótico independente dos distúrbios de classe conhecida e de perturbações nos parâmetros do processo, considerando-se que todos os estados são acessíveis.

Em 1976, o problema do controlador robusto para siste-

mas lineares contínuos ou discretos no tempo foi resolvido por Davison^(17,118,119). Este problema também tem sido investigado por Wonham⁽¹²⁰⁾, Ferreira⁽⁷⁰⁾, Desoer & Wang⁽⁶²⁾ e Doraiswami⁽¹²¹⁾.

Costa⁽²⁶⁾ apresenta condições de suficiência para o problema do servomecanismo robusto discreto onde o processo e servo compensador são discretos e o sistema aumentado é variante nos instantes de amostragem.

A organização deste capítulo é a seguinte: na seção 3.2 é apresentado o resultado principal deste capítulo, onde trata-se do problema do servomecanismo robusto para sistemas discretos. Discussões complementares envolvendo vários temas são vistas na seção 3.3. Finalmente em 3.4 é dada alguma conclusão.

3.2 - ESTRUTURA DO CONTROLADOR ROBUSTO DISCRETO

3.2.1 - Teorema Principal

Considere-se o processo no seu modelo discreto, para um período de amostragem T segundos, descrito pelas relações (2.6) a (2.9), repetidas abaixo, onde se supõe que o sistema é definido pela realização mínima* $[\underline{A}, \underline{B}, \underline{C}^T]$, ou seja os pares $(\underline{A}, \underline{B})$, $(\underline{C}^T, \underline{A})$ são completamente controlável** e observável**, respectivamente:

(*) De acordo com Wolovich⁽¹²²⁾, Teorema 4.4.15, pp: 122, o fato de $[\underline{A}, \underline{B}, \underline{C}^T]$ ser uma realização mínima (irreduzível) significa que os pares $(\underline{A}, \underline{B})$, $(\underline{C}^T, \underline{A})$ são completamente controlável e observável, respectivamente. Para o sistema uma entrada-uma saída significa que não há cancelamento de polos com zeros.

$$\underline{x}(k+1) = \underline{A} \underline{x}(k) + \underline{B} u_0(k) + \underline{I} \bar{w}(k+1) \quad (3.1.a)$$

$$Y(k) = \underline{C}^T \underline{x}(k) + F w(k) \quad (3.1.b)$$

$$e(k) = Y_r(k) - Y(k) \quad (3.2)$$

$$D^{Y_r}(q) y_r(k) = 0, \quad (3.3)$$

cujas raízes da equação característica $D^{Y_r}(z) = 0$ são:

$$\{\gamma_i, \text{ com multiplicidade } r_i; \text{ e } \xi_i\} \quad (3.3.a)$$

$$D^W(q) w(k) = 0 \quad (3.4.a)$$

$$D^{\bar{w}}(q) \bar{w}(k+1) = \underline{0}, \quad (3.4.b)$$

em que as raízes da equação característica $D^W(z) = 0$ (ou $D^{\bar{w}}(z)$ *** são:

$$\{\gamma_i, \text{ com multiplicidade } s_i; \text{ e } \zeta_i\} \quad (3.4.c)$$

propõe-se um servocompensador, linear, discreto, invariante no tempo, não sujeito à distúrbio, descrito em variáveis de estado por,

$$\underline{x}_c(k+1) = \underline{A}_c \underline{x}_c(k) + \underline{B}_c e(k) \quad (3.5.a)$$

(**) a controlabilidade de (A, B) e a observabilidade de (\underline{C}^T, A) dependem do período de amostragem T , assim se a equação dinâmica (2.1) - sistema contínuo - é controlável e observável, então após a introdução da amostragem a equação (3.1) - sistema amostrado - reterá estas propriedades se e somente se obedecer o teorema de Kalman⁽⁶⁵⁾.

(***) conforme já enfatizado, $D^{\bar{w}}(q) = D^W(q)$.

cuja saída monovariável é,

$$y_c = \underline{C}_c^T \underline{x}_c(k) \quad (3.5.b)$$

onde

$$\underline{A}_c = \begin{bmatrix} 0 & & & & \\ 0 & & & & \\ \cdot & & & \underline{I} & \\ \cdot & & & & \\ 0 & & & & \\ -\phi_r & -\phi_{r-1} & \dots & -\phi_1 & \end{bmatrix}^* \in R^{r \times r} \quad (3.5.c)$$

$$\underline{B}_c = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 1 \end{bmatrix} \in R^r \quad (3.5.d); \quad \underline{C}_c^T = [1 \ 0 \ \dots \ 0] \in R^r \quad (3.5.e)$$

$$e \det [z\underline{I} - \underline{A}_c] = D^{Yr,w}(z) = z^r + \phi_1 z^{r-1} + \dots + \phi_{(r-1)} z + \phi_r \quad (3.5.f)$$

onde $D^{Yr,w}(z)$ é um polinômio de raízes:

$$\{\gamma_i \text{ com multiplicidade } v_i, v_i = \max(r_i, s_i); \xi_i \text{ e } \zeta_i\}^{**} \quad (3.5.g)$$

aqui $\underline{x}_c(k)$ é um r -vetor $\in R^r$ descrevendo o estado do servocompensador, $e(k)$ indica o erro entre a saída desejada e a saída do processo (ver 3.2); ainda mais $y_c(k)$ é um escalar $\in R$.

(*) A construção desta matriz \underline{A}_c do servocompensador digital está detalhada no Apêndice 3.

(**) Fisicamente, o servocompensador contém os modos (é uma reprodução) da referência e do distúrbio, ou seja, seus autovalores são as raízes das equações características (3.3) e (3.4), de acordo com a relação (3.5.g).

Sob estas condições, se o

$$\text{posto} \begin{bmatrix} zI - \underline{A} & \underline{B} \\ -\underline{C}^T & \underline{0} \end{bmatrix} = n+1 \quad (3.6)$$

para qualquer z e as raízes de $D^Yr(z)$ e $D^W(z)$, então o servocompensador descrito por (3.5) é tal que

1º) o sistema aumentado (processo seguido pelo servocompensador dirigido pelo erro de saída - ver figura 3.1), é completamente controlável. Então existe uma lei de controle,

$$u(k) = \underline{k} \underline{x}(k) + \underline{k}_c \underline{x}_c(k) \quad (3.7)$$

chamado de compensador estabilizante, tal que o sistema em malha fechada é exponencialmente estável (ver figura 3.2).

Desde que a entrada do processo é dada pelo compensador estabilizante juntamente com a saída do servocompensador,

$$u_0(k) = u(k) + y_c(k) \quad (3.8)$$

tem-se o sistema aumentado (sob o efeito de $u(k)$) representado por

$$\begin{bmatrix} \underline{x}(k+1) \\ \underline{x}_c(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A} & \underline{B}\underline{C}^T \\ -\underline{B}_c\underline{C}^T & \underline{A}_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{x}(k) \\ \underline{x}_c(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{B} \\ \underline{0} \end{bmatrix} u(k); \quad (3.9)$$

2º) para qualquer lei de regulação $u(k)$, o rastreamento assintótico e a rejeição de distúrbios é garantida, ou seja, para todo $\underline{x}(0)$, $\underline{x}_c(0)$, $\lim_{k \rightarrow \infty} e(k) = 0$. Ainda mais, se $u(k)$ é tal que todos os autovalores do sistema aumentado (3.9) em malha fechada estão na origem, então leva-se no máximo $n+r$ iterações para se ter $e(k) = 0$; tal regulador é denominado regulador "deadbeat";

3º) o rastreamento assintótico e a rejeição a distúrbios é robusto* para $(\underline{A}, \underline{B}, \underline{C}^T, \underline{B}_c, \underline{C}_c^T, \underline{k}, \underline{k}_c)$ para uma classe de perturbações desde que o sistema em malha fechada permanece exponen

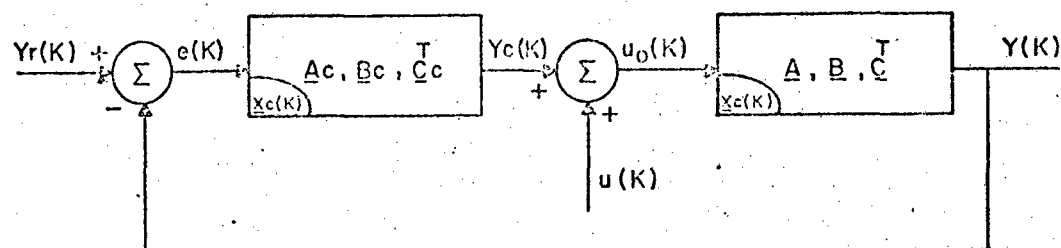


Fig. 3.1 - Sistema aumentado: a condição (3.6) implica na completa controlabilidade do estado $\begin{bmatrix} X \\ X_c \end{bmatrix}$ pela entrada $u(K)$.

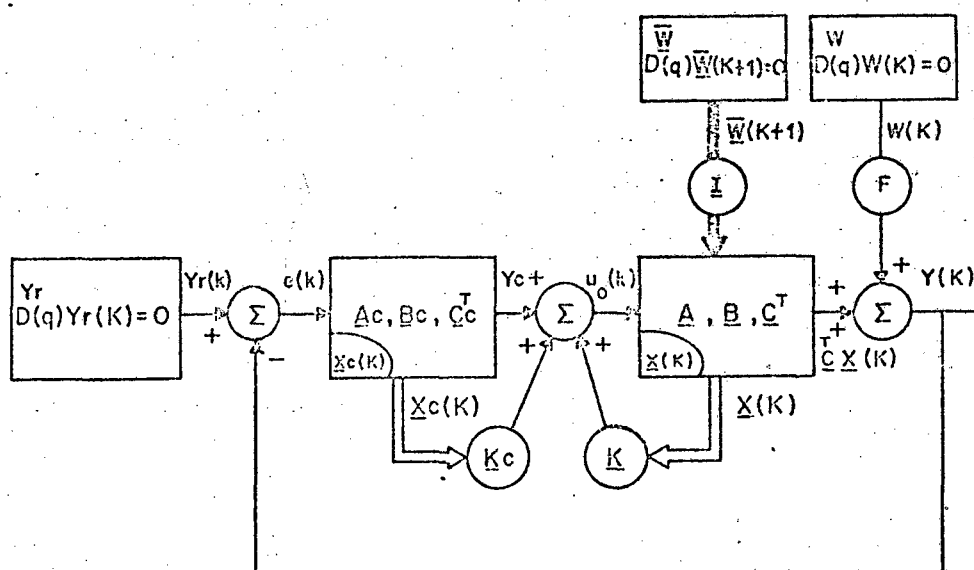


Fig. 3.2 - Sistema aumentado com realimentação: X_c é o estado do controlador, \bar{W} e W são os distúrbios e Y_r é o sinal de referência a ser rastreado.

cialmente estável.

Antes de passarmos para a prova, faz-se necessário ter as seguintes considerações:

- Neste trabalho é considerado que o sinal de erro $e(k)$ é disponível e o controlador a ser construído é do tipo de realimentação, isto é, ele é dirigido pelo sinal de erro $e(k) = y_r(k) - y(k)$. Pode ser mostrado ^(17,30) que para satisfazer o objetivo 3º anterior, é necessário ter um controlador do tipo realimentação.

- Em se tratando de um controlador "deadbeat", será mostrado que o erro $e(k)$ anula-se não assintoticamente, mas sim em tempo finito, ou seja, após $n+r$ iterações, $e(k) = 0$.

- Ainda mais, o uso do termo rastreamento implicará que o sistema está regulado assintoticamente.

PROVA DO TEOREMA PRINCIPAL

1º) Controlabilidade completa do sistema aumentado

$$\text{o par} \left\{ \begin{bmatrix} \underline{A} & \underline{BC}^T \\ -\underline{B} \underline{C}^T & \underline{A} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \underline{B} \\ \underline{0} \end{bmatrix} \right\} \quad (3.10)$$

é completamente controlável.

A demonstração deste ítem pode ser vista com Desoer & Wang⁽⁶²⁾, Teorema III.1, pp. 9.

(*) a propriedade de robustez de um sistema é detalhada no Apêndice 4.

Portanto, apesar do servocompensador e do processo ser controláveis isoladamente, o primeiro por construção e o último por hipótese, porém a controlabilidade do sistema aumentado (3.9) (processo seguido do servocompensador) não está garantida, já que a relação (3.6) deve ser satisfeita. No caso presente por tratar-se de sistemas uma entrada-uma saída, cabe ressaltar que a completa controlabilidade do sistema aumentado implica no fato de não haver cancelamento de polos e zeros entre o processo (3.1) e o servocompensador (3.5), quando ambos são ligados.

2º) Rejeição a distúrbio e rastreamento assintótico

Considere-se o processo em seu modelo discreto, dado por (3.1), repetido abaixo,

$$\underline{x}(k+1) = \underline{A}\underline{x}(k) + \underline{B}u_0(k) + \underline{I}\bar{w}(k+1) \quad (3.11.a)$$

$$y(k) = \underline{C}^T \underline{x}(k) + Fw(k) \quad (3.11.b)$$

$$e(k) = y_r(k) - y(k) \quad (3.12)$$

juntamente com o servocompensador já proposto em (3.5), repetido a seguir,

$$\underline{x}_c(k+1) = \underline{A}_c \underline{x}_c(k) + \underline{B}_c e(k) \quad (3.13.a)$$

$$y_c(k) = \underline{C}_c^T \underline{x}_c(k) \quad (3.13.b)$$

considerando-se que a entrada do processo $u_0(k)$ é dada pela contribuição do compensador estabilizante $u(k)$ com a saída do servocompensador y_c , dado em (3.8), e repetido como se segue,

$$u_0(k) = u(k) + \underline{C}_c^T \underline{x}_c(k) \quad (3.14)$$

e substituindo-se (3.14) em (3.11.a), (3.11.b) em (3.12) e (3.12) em (3.13.a), vem daí que,

$$\underline{x}(k+1) = \underline{A} \underline{x}(k) + \underline{B} u(k) + \underline{B}\underline{C}^T \underline{x}_c + \underline{I} \bar{w}(k+1) \quad (3.15.a)$$

$$\underline{x}_c(k+1) = \underline{A}_c \underline{x}_c + \underline{B}_c y_r(k) - \underline{B}_c \underline{C}^T \underline{x}(k) - \underline{B}_c F w(k) \quad (3.15.b)$$

$$e(k) = y_r(k) - \underline{C}^T \underline{x}(k) - F w(k) \quad (3.15.c)$$

agora pode-se considerar as relações (3.15) como sendo um sistema representado pelo $(n+r)$ -vetor de estado $\varepsilon \in R^{(n+r)}$, com entrada $u(k)$, sujeito à distúrbios $\bar{w}(k+1)$ e $w(k)$, cuja entrada de referência é $y_r(k)$ e saída dada por $e(k)$, o erro a ser regulado em zero; em variáveis de estado tem-se:

$$\begin{bmatrix} \underline{x}(k+1) \\ \underline{x}_c(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A} & \underline{B}\underline{C}^T \\ -\underline{B}_c \underline{C}^T & \underline{A}_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{x}(k) \\ \underline{x}_c(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{B} \\ \underline{0} \end{bmatrix} u(k) + \begin{bmatrix} \underline{0} \\ \underline{B}_c \end{bmatrix} y_r(k) + \begin{bmatrix} \underline{0} \\ -\underline{B}_c F \end{bmatrix} w(k) + \begin{bmatrix} \underline{I} \\ \underline{0} \end{bmatrix} \bar{w}(k+1) \quad (3.16.a)$$

$$e(k) = \begin{bmatrix} -\underline{C}^T & \underline{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{x}(k) \\ \underline{x}_c(k) \end{bmatrix} + y_r(k) - F w(k) \quad (3.16.b)$$

aplicando-se agora qualquer lei de controle de estabilização (com pensador estabilizante dado em (3.7)),

$$u(k) = \underline{k} \underline{x}(k) + \underline{k}_c \underline{x}_c(k) \quad (3.17)$$

ao sistema aumentado (3.16), tem-se que o sistema em malha fechada descrito convenientemente por matrizes, é dado por,

$$\begin{bmatrix} \underline{x}(k+1) \\ \underline{x}_c(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A} + \underline{B}\underline{k} & \underline{B}(\underline{C}^T + \underline{k}_c) \\ -\underline{B}_c \underline{C}^T & \underline{A}_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{x}(k) \\ \underline{x}_c(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{I} & \underline{0} & \underline{0} \\ \underline{0} & -\underline{B}_c F & \underline{B}_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{w}(k+1) \\ \bar{w}(k) \\ y_r(k) \end{bmatrix} \quad (3.18.a)$$

$$e(k) = \begin{bmatrix} -\underline{C}^T & \underline{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{x}(k) \\ \underline{x}_c(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{0} & -F & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{w}(k+1) \\ \bar{w}(k) \\ y_r(k) \end{bmatrix} \quad (3.18.b)$$

ou ainda na seguinte forma simplificada,

$$\begin{bmatrix} \underline{x}(k+1) \\ \underline{x}_c(k+1) \end{bmatrix} = \underline{A}_L \begin{bmatrix} \underline{x}(k) \\ \underline{x}_c(k) \end{bmatrix} + \underline{B}_L \begin{bmatrix} \bar{w}(k+1) \\ \bar{w}(k) \\ y_r(k) \end{bmatrix} \quad (3.19.a)$$

$$e(k) = \underline{C}_L^T \begin{bmatrix} \underline{x}(k) \\ \underline{x}_c(k) \end{bmatrix} + \underline{D}_L \begin{bmatrix} \bar{w}(k+1) \\ \bar{w}(k) \\ y_r(k) \end{bmatrix} \quad (3.19.b)$$

onde,

$$\underline{A}_L = \begin{bmatrix} \overbrace{\underline{A} + \underline{B}\underline{k}}^n & \overbrace{\underline{B}(\underline{C}^T + \underline{k}_c)}^r \\ \hline -\underline{B}_c \underline{C}^T & \underline{A}_c \end{bmatrix} \left. \begin{array}{l} \vphantom{\underline{A}_L} \\ \vphantom{\underline{A}_L} \end{array} \right\} \begin{array}{l} n \\ r \end{array} \quad (3.20.a)$$

$$\underline{B}_L = \begin{bmatrix} \overbrace{\underline{I}}^n & \overbrace{\underline{0}}^1 & \overbrace{\underline{0}}^1 \\ \hline \underline{0} & -\underline{B}_c F & \underline{B}_c \end{bmatrix} \left. \begin{array}{l} \vphantom{\underline{B}_L} \\ \vphantom{\underline{B}_L} \end{array} \right\} \begin{array}{l} n \\ r \end{array} \quad (3.20.b)$$

$$\underline{C}_L^T = \left[\overbrace{-\underline{C}^T}^n \quad \overbrace{\underline{0}}^r \right] \left. \vphantom{\underline{C}_L^T} \right\} 1 \quad (3.20.c)$$

$$\underline{D}_L = \left[\overbrace{\underline{0}}^n \quad \overbrace{-F}^1 \quad \overbrace{1}^1 \right] \left. \vphantom{\underline{D}_L} \right\} 1 \quad (3.20.d)$$

A partir de Chen^{(61)*} a equação dinâmica (3.19) pode ser colocada na seguinte relação entrada-saída,

$$e(k) = \begin{bmatrix} \underline{C}_L^T (\underline{I}q - \underline{A}_L)^{-1} \underline{B}_L + \underline{D}_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{w}(k+1) \\ \bar{w}(k) \\ Y_r(k) \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

com condições iniciais,

$$e(0) = \underline{C}_L^T \begin{bmatrix} \underline{x}(0) \\ \underline{x}_c(0) \end{bmatrix} + \underline{D}_L \begin{bmatrix} \bar{w}(1)** \\ \bar{w}(0) \\ Y_r(0) \end{bmatrix}$$

$$e(1) = \underline{C}_L^T \begin{bmatrix} \underline{x}(1) \\ \underline{x}_c(1) \end{bmatrix} + \underline{D}_L \begin{bmatrix} \bar{w}(2) \\ \bar{w}(1) \\ Y_r(1) \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{ccc} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{array}$$

$$e(n+r-1) = \underline{C}_L^T \begin{bmatrix} \underline{x}(n+r-1) \\ \underline{x}_c(n+r-1) \end{bmatrix} + \underline{D}_L \begin{bmatrix} \bar{w}(n+r) \\ \bar{w}(n+r-1) \\ Y_r(n+r-1) \end{bmatrix}$$

sabendo que a inversa de uma matriz é dada por,

$$\left[\underline{I}q - \underline{A}_L \right]^{-1} = \frac{\text{adj} \left[\underline{I}q - \underline{A}_L \right]}{\det \left[\underline{I}q - \underline{A}_L \right]} \quad (3.22)$$

(*) pp: 115 a 116

(**) O porquê de $\bar{w}(1)$ e não $\bar{w}(0)$ é consequência da notação convencionalizada no Capítulo 2. Esclarece-se ainda que os valores iniciais de $\bar{w}(k+1)$ não afetam as condições de (3.21), devido a estrutura da matriz \underline{D}_L dada em (3.20.d).

e agora substituindo (3.22) em (3.21), vem

$$e(k) = \begin{bmatrix} \underline{C}_L^T & \frac{\text{adj} [\underline{I}q - \underline{A}_L]}{\det [\underline{I}q - \underline{A}_L]} \underline{B}_L + \underline{D}_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{w}(k+1) \\ \bar{w}(k) \\ y_r(k) \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

Pré multiplicando ambos os lados de (3.23) por $\det [\underline{I}q - \underline{A}_L]$, tem-se

$$\det [\underline{I}q - \underline{A}_L] e(k) = \begin{bmatrix} \underline{C}_L^T & \text{adj} [\underline{I}q - \underline{A}_L] \underline{B}_L + \\ + \det [\underline{I}q - \underline{A}_L] \underline{D}_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{w}(k+1) \\ \bar{w}(k) \\ y_r(k) \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

e ressalta-se que a matriz $[\underline{I}q - \underline{A}_L]$ é dada por

$$\begin{bmatrix} \underline{I}q - (\underline{A} + \underline{B}k), & -\underline{B}(\underline{C}_c^T + k_c) \\ \underline{B}_c \underline{C}_c^T, & \underline{I}q - \underline{A}_c \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

Agora investigar-se-á a equação de diferença (3.24), a qual relaciona o erro de rastreamento $e(k)$ com as entradas distúrbios e referência; para isto passa-se a expressar o 2º membro desta equação por dois escalares T_1 e T_2 a saber:

$$\det [\underline{I}q - \underline{A}_L] e(k) = T_1 + T_2 \quad (3.26.a)$$

$$T_1 = \det [\underline{I}q - \underline{A}_L] \underline{D}_L \begin{bmatrix} \bar{w}(k+1) \\ \bar{w}(k) \\ y_r(k) \end{bmatrix} \quad (3.26.b)$$

$$T_2 = \underline{C}_L^T \text{adj} [\underline{I}q - \underline{A}_L] \underline{B}_L \begin{bmatrix} \bar{w}(k+1) \\ \bar{w}(k) \\ y_r(k) \end{bmatrix} \quad (3.26.c)$$

e então desenvolve-se ambos os escalares como se segue:

a) Análise de T_1

Da substituição de D_L dada em (3.20.d) em (3.26.b), segue imediatamente que esta última igualdade torna-se

$$T_1 = \left[\begin{array}{c} \underline{0} , \quad -F \det [\underline{Iq-A}_L] , \quad \det [\underline{Iq-A}_L] \end{array} \right] \begin{bmatrix} \bar{w}(k+1) \\ \bar{w}(k) \\ y_r(k) \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

De (3.25) e (3.20.c), conclui-se a partir das referências 62* ou 132,

$$\begin{aligned} \det [\underline{Iq-A}_L] &= -\underline{C}_L^T \operatorname{adj} [\underline{Iq-A}_L] \underline{b}' + \\ &+ \det [\underline{Iq-A-Bk}] \det [\underline{Iq-A}_C] \end{aligned} \quad (3.28.a)$$

e

$$\begin{aligned} -F \det [\underline{Iq-A}_L] &= F \underline{C}_L^T \operatorname{adj} [\underline{Iq-A}_L] \underline{b}' - \\ &- F \det [\underline{Iq-A-Bk}] \det [\underline{Iq-A}_C]^{**} \end{aligned} \quad (3.28.b)$$

onde \underline{b}' é um $(n+r)$ -vetor,

$$\underline{b}' = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

(*) Capítulo III, pp. 11-12.

(**) Segue imediatamente de (3.28.a), bastando multiplicar esta relação por $-F$.

A relação (3.27) fica,

$$T_1 = \begin{bmatrix} \underline{0} , & F \underline{C}_L^T \text{adj} [\underline{I}_q - \underline{A}_L] \underline{b}' - \\ -F \det [\underline{I}_q - \underline{A} - \underline{B}k] \det [\underline{I}_q - \underline{A}_c] , & -\underline{C}_L^T \text{adj} [\underline{I}_q - \underline{A}_L] \underline{b}' + \\ + \det [\underline{I}_q - \underline{A} - \underline{B}k] \det [\underline{I}_q - \underline{A}_c] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{w}(k+1) \\ \bar{w}(k) \\ Y_r(k) \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

ou

$$T_1 = \begin{bmatrix} \underline{0} , & T_{12} , & T_{13} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{w}(k+1) \\ \bar{w}(k) \\ Y_r(k) \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

b) Análise de T_2

A substituição de \underline{B}_L dado por (3.20.b) em T_2 da expressão (3.26.c), segue que,

$$T_2 = \underline{C}_L^T \text{adj} [\underline{I}_q - \underline{A}_L] \begin{bmatrix} \underline{I} , & \underline{0} , & \underline{0} \\ \underline{0} , & -\underline{B}_c F , & \underline{B}_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{w}(k+1) \\ \bar{w}(k) \\ Y_r(k) \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

porém

$$\underline{B}_L = \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & & & 0 & & 0 \\ & 1 & & 0 & & 0 \\ & & \ddots & \vdots & & \vdots \\ & \underline{0} & & 0 & & 0 \\ \hline & & & 0 & & 0 \\ & & & 0 & & 0 \\ & \underline{0} & & \vdots & & \vdots \\ & & & -F & & 1 \end{array} \right] \quad (3.33)$$

Por comodidade, representa-se \underline{B}_L por,

$$\underline{B}_L = \left[\underline{B}^{(n)} , \underline{b}^{(n+1)} , \underline{b}^{(n+2)} \right] \quad (3.34)$$

onde

$$\underline{B}^{(n)} = \left[\underline{b}^{(1)} , \underline{b}^{(2)} , \dots , \underline{b}^{(n)} \right] \quad (3.35)$$

e $\underline{b}^{(j)}$, $j = 1, 2, \dots, n+2$, representa um vetor genérico de \underline{B}_L pertencente a coluna j com $n+r$ linhas.

Substituindo (3.35) em (3.32), vem:

$$T_2 = \underline{C}_L^T \text{adj}[\underline{I}q - \underline{A}_L] \left[\underline{B}^{(n)}, \underline{b}^{(n+1)}, \underline{b}^{(n+2)} \right] \begin{bmatrix} \bar{w}(k+1) \\ \bar{w}(k) \\ y_r(k) \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

ou ainda,

$$T_2 = \left[\underbrace{\underline{C}_L^T \text{adj}[\underline{I}q - \underline{A}_L] \underline{B}^{(n)}}_{T_{21}}, \underbrace{\underline{C}_L^T \text{adj}[\underline{I}q - \underline{A}_L] \underline{b}^{(n+1)}}_{T_{22}}, \underbrace{\underline{C}_L^T \text{adj}[\underline{I}q - \underline{A}_L] \underline{b}^{(n+2)}}_{T_{23}} \right] \begin{bmatrix} \bar{w}(k+1) \\ \bar{w}(k) \\ y_r(k) \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

ou

$$T_2 = \left[T_{21}, T_{22}, T_{23} \right] \begin{bmatrix} \bar{w}(k+1) \\ \bar{w}(k) \\ y_r(k) \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

Reagrupando T_1 e T_2 dados respectivamente por (3.31) e (3.38) em (3.26.a), vem

$$\det [\underline{I}q - \underline{A}_L] e(k) = \left[\left[0, T_{12}, T_{13} \right] + \left[T_{21}, T_{22}, T_{23} \right] \right] \begin{bmatrix} \bar{w}(k+1) \\ \bar{w}(k) \\ y_r(k) \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

ou

$$\det [\underline{I}q - \underline{A}_L] e(k) = \left[T_{21}, T_{12} + T_{22}, T_{13} + T_{23} \right] \begin{bmatrix} \bar{w}(k+1) \\ \bar{w}(k) \\ y_r(k) \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

Por comodidade, analisa-se cada componente de (3.40) em separado, como se segue,

a) \underline{T}_{21}

$$\underline{T}_{21} = \underline{C}_L^T \text{adj} [\underline{I}_q - \underline{A}_L] \underline{B}^{(n)} \quad (3.41)$$

A partir de (3.35), tem-se,

$$\underline{T}_{21} = \underline{C}_L^T \text{adj} [\underline{I}_q - \underline{A}_L] [\underline{b}^{(1)}, \underline{b}^{(2)}, \dots, \underline{b}^{(n)}] \quad (3.42)$$

ou ainda,

$$\underline{T}_{21} = \left[\begin{array}{c} \underline{C}_L^T \text{adj} [\underline{I}_q - \underline{A}_L] \underline{b}^{(1)}, \underline{C}_L^T \text{adj} [\underline{I} - \underline{A}_L] \underline{b}^{(2)}, \\ \dots, \underline{C}_L^T \text{adj} [\underline{I}_q - \underline{A}_L] \underline{b}^{(n)} \end{array} \right] \quad (3.43)$$

Comparando agora as formas dos componentes do vetor \underline{T}_{21} com Desper et al. ⁽⁶²⁾ * ou Doraiswami et al. ⁽¹³²⁾, conclui-se,

$$\underline{T}_{21} = \det [\underline{I}_q - \underline{A}_C] \left[\begin{array}{c} -\underline{C}^T \text{adj} [\underline{I}_q - \underline{A} - \underline{Bk}] \underline{b}^{(1)}, \\ -\underline{C}^T \text{adj} [\underline{I}_q - \underline{A} - \underline{Bk}] \underline{b}^{(2)}, \dots, -\underline{C}^T \text{adj} [\underline{I}_q - \underline{A} - \underline{Bk}] \underline{b}^{(n)} \end{array} \right] \quad (3.44)$$

b) $\underline{T}_{12} + \underline{T}_{22}$

A partir de (3.30) e (3.37), vem,

$$\begin{aligned} \underline{T}_{12} + \underline{T}_{22} &= F \underline{C}_L^T \text{adj} [\underline{I}_q - \underline{A}_L] \underline{b}' - F \det [\underline{I}_q - \underline{A} - \underline{Bk}] \det [\underline{I} - \underline{A}_C] \\ &+ \underline{C}_L^T \text{adj} [\underline{I}_q - \underline{A}_L] \underline{b}^{(n+1)} \end{aligned} \quad (3.45)$$

De acordo com \underline{b}' e $\underline{b}^{(n+1)}$ dados em (3.29) e (3.33), respectivamente, tira-se que,

$$\underline{b}^{(n+1)} = -F \underline{b}' \quad (3.46)$$

(*) Capítulo III, pp. 11-12.

logo

$$T_{12} + T_{22} = -F \det[\underline{I}_q - \underline{A} - \underline{Bk}] \det[\underline{I}_q - \underline{A}_c] \quad (3.47)$$

$$c) \quad \underline{T}_{13} + \underline{T}_{23}$$

$$\begin{aligned} T_{13} + T_{22} = & -\underline{C}_L^T \operatorname{adj}[\underline{I}_q - \underline{A}_L] \underline{b}' + \det[\underline{I}_q - \underline{A} - \underline{Bk}] \det[\underline{I}_q - \underline{A}_c] + \\ & \underline{C}_L^T \operatorname{adj}[\underline{I}_q - \underline{A}_L] \underline{b}^{(n+2)} \end{aligned} \quad (3.48)$$

A partir de (3.29) e (3.33), conclui-se que

$$\underline{b}' = \underline{b}^{(n+2)} \quad (3.49)$$

e (3.48) transforma-se em

$$T_{13} + T_{23} = \det[\underline{I}_q - \underline{A} - \underline{Bk}] \det[\underline{I}_q - \underline{A}_c] \quad (3.50)$$

Agora substitui-se os resultados (3.44), (3.47) e (3.50) na expressão (3.40), e obtém-se,

$$\begin{aligned} \det[\underline{I}_q - \underline{A}_L] e(k) = & \left[\det[\underline{I}_q - \underline{A}_c] \left[-\underline{C}_L^T \operatorname{adj}[\underline{I}_q - \underline{A} - \underline{Bk}] \underline{b}^{(1)} \right. \right. \\ & \left. \dots, -\underline{C}_L^T \operatorname{adj}[\underline{I}_q - \underline{A} - \underline{Bk}] \underline{b}^{(n)} \right] \left[\begin{array}{c} -F \det[\underline{I}_q - \underline{A} - \\ \underline{Bk}] \det[\underline{I}_q - \underline{A}_c] \\ \det[\underline{I}_q - \underline{A} - \\ \underline{Bk}] \det[\underline{I}_q - \underline{A}_c] \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \bar{w}(k+1) \\ \bar{w}(k) \\ y_r(k) \end{array} \right] \end{aligned} \quad (3.51)$$

ou ainda,

$$\begin{aligned} \det[\underline{I}_q - \underline{A}_L] e(k) = & -\sum_{j=1}^n \{ \underline{C}_L^T \operatorname{adj}[\underline{I}_q - \underline{A} - \underline{Bk}] \underline{b}^{(j)} \det[\underline{I}_q - \\ & \underline{A}_c] \bar{w}_j(k+1) \} - F \det[\underline{I}_q - \underline{A} - \underline{Bk}] \det[\underline{I}_q - \underline{A}_c] w(k) + \\ & + \det[\underline{I}_q - \underline{A} - \underline{Bk}] \det[\underline{I}_q - \underline{A}_c] y_r(k) \end{aligned} \quad (3.52)$$

Aqui nota-se que o operador $\det[\underline{I}q - \underline{A}_C]$ está sendo aplicado em $\bar{w}_j(k+1)$, $w(k)$ e $y_r(k)$, então segue imediatamente de (3.5f) que

$$\det[\underline{I}q - \underline{A}_L] e(k) = 0 \quad (3.53)$$

O resultado (3.53) indica que o erro entre a saída desejada e a saída atual do problema de servomecanismo proposto na seção 2.3 (rastreamento somente nos instantes de amostragem) é regido por uma equação de diferença autônoma, o que implica no fato de a função $e(k)$ depender exclusivamente das raízes do polinômio $\det[z\underline{I} - \underline{A}_L]$. Por outro lado, as raízes deste polinômio são os polos do sistema aumentado em malha fechada, conforme a equação dinâmica (3.18), e desde que o par de matrizes dado em (3.10) é completamente controlável, então torna-se possível localizar os autovalores da matriz \underline{A}_L em qualquer lugar do plano z . Assim, a regulação do erro $e(k)$ é garantida, bastando somente localizar os polos em $D(0,1)$, através da realimentação de estados.

Além do mais, da relação (3.21) deduz-se imediatamente que as condições iniciais pertinentes a equação de diferença (3.53) dependem dos valores iniciais de \underline{x} e \underline{x}_C , o que sugere a seguinte conclusão, desde que os autovalores do sistema em malha fechada estejam em $D(0,1)$:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} e(k) = 0, \quad (3.54)$$

para qualquer $\underline{x}(0)$ e $\underline{x}_C(0)$

isto é: o rastreamento assintótico e a rejeição a distúrbios é garantido.

COROLÁRIO 3.1

Se todas as raízes do polinômio $\det [z\underline{I} - \underline{A}_L]$ da expressão (3.53) são nulos (equivale a dizer que todos os polos do sistema aumentado em malha fechada descrito por (3.18) estão localizados na origem), então o erro de rastreamento $e(k)$ é levado para zero no máximo em $n+r$ iterações. Aqui diz-se que o sistema exibe uma resposta "deadbeat" (controle em tempo finito).

PROVA:

Se $\det [z\underline{I} - \underline{A}_L] = 0$ tem todas as raízes na origem, sua equação característica torna-se,

$$\det [z\underline{I} - \underline{A}_L] = z.z\dots z = z^{(n+r)} = 0 \quad (3.55)$$

O resultado (3.55) é de grande importância, já que permite representar imediatamente a relação (3.53), através do operador adiantador q , como

$$q^{(n+r)} e(k) = 0 \quad (3.56)$$

ou ainda,

$$e(k+n+r) = 0 \quad (3.57)$$

A equação de diferença (3.57) mostra que, se (3.55) é satisfeita, qualquer erro inicial de seguimento $e(0)$ é reduzido para zero no máximo após $n+r$ iterações.

COMENTÁRIO

Considerando-se o sistema (3.18) em malha fechada como autônomo (referência e distúrbio são zeradas), então através do re-

sultado (3.53), segue imediatamente que

$$\det \left[\underline{I}q - \underline{A}_L \right] \begin{bmatrix} \underline{x} \\ \underline{x}_c \end{bmatrix} = 0 \quad (3.58)$$

o que indica que o estado completo do sistema, independente das condições iniciais, é dirigido para zero no máximo em $n+r$ iterações⁽¹⁴⁾. Isto na prática implica, geralmente, em comportamento indesejável do sistema entre os instantes de amostragem, ainda que os ganhos \underline{k} , \underline{k}_c também são elevados.

3º) Propriedade da robustez

Assume-se agora que o ponto de funcionamento $(\underline{A}, \underline{B}, \underline{C}^T, \underline{B}_c, \underline{C}_c^T, \underline{k}, \underline{k}_c)$ é sujeito à perturbações, tal que o sistema em malha fechada permanece estável (os autovalores de \underline{A}_L estão contidos em $D(0,1)$), e que os novos valores são $(\underline{A} + \delta\underline{A}, \underline{B} + \delta\underline{B}, \underline{C}^T + \delta\underline{C}^T, \underline{B}_c + \delta\underline{B}_c, \underline{C}_c^T + \delta\underline{C}_c^T, \underline{k} + \delta\underline{k}, \underline{k}_c + \delta\underline{k}_c)^*$, então o rastreamento assintótico e a rejeição à distúrbios é garantido (a estrutura é robusta.).

PROVA:

Devido a ação das perturbações nos parâmetros do sistema, como consequência imediata a matriz \underline{A}_L toma a seguinte forma:

$$\underline{A}_L + \delta\underline{A}_L \quad (3.59)$$

(*) Estas mudanças são variações nos parâmetros do sistema e não mudança da estrutura da matriz. O exemplo abaixo elucidará tal proposição,

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & a_3 \\ a_4 & 0 & 3 \\ -1 & a_8 & a_9 \end{bmatrix} ; \quad \underline{A} + \delta\underline{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & a_3 + \delta a_3 \\ a_4 + \delta a_4 & 0 & 3 \\ -1 & a_8 + \delta a_8 & a_9 + \delta a_9 \end{bmatrix}$$

ou ainda,

$$\underline{A}_L + \delta \underline{A}_L = \begin{bmatrix} \underline{A} + \delta \underline{A} + (\underline{B} + \delta \underline{B})(\underline{k} + \delta \underline{k}) & , & (\underline{B} + \delta \underline{B})(\underline{C}^T + \delta \underline{C}^T + \underline{k}_C + \delta \underline{k}_C) \\ -(\underline{B}_C + \delta \underline{B}_C)(\underline{C}^T + \delta \underline{C}^T) & , & \underline{A}_C \end{bmatrix} \quad (3.60)$$

Como os polos do servocompensador descrito por (3.5) não foram alterados (lembre-se que a matriz \underline{A}_C não sofreu perturbações), então o resultado (3.53) pode ser reescrito para o caso presente como,

$$\det [\underline{I}q - \underline{A}_L - \delta \underline{A}_L] e(k) = 0 \quad (3.61)$$

Por hipótese, os autovalores de $\underline{A}_L + \delta \underline{A}_L$ (sistema com perturbação) conservam-se no disco $D(0,1)$, o que leva concluir imediatamente que

$$\lim_{k \rightarrow \infty} e(k) = 0 \quad (3.62)$$

para qualquer classe de perturbação em $(\underline{A}, \underline{B}, \underline{C}^T, \underline{B}_C, \underline{C}^T, \underline{k}, \underline{k}_C)$, contanto que a matriz $\underline{A}_L + \delta \underline{A}_L$ permaneça estável.

O fato de a estratégia de controle conferir a propriedade da robustez ao processo é de grande importância para a implementação prática do sistema de controle. Assim pode-se ignorar as variações dos parâmetros do sistema (devido a por exemplo dissipação de energia), bem como dispensar o uso de algoritmos de alta precisão na identificação dos processos lineares.

3.3 - DISCUSSÕES COMPLEMENTARES

3.3.1 - A Estrutura do Controlador Robusto

No presente capítulo foram apresentadas condições suficientes para a existência do controlador robusto para um sistema linear (processo), discreto e invariante no tempo, monovariável, tal que ocorra o rastreamento assintótico (ou regulação em tempo finito-controle "deadbeat") independente da ação do distúrbio e da perturbação nos parâmetros do sistema. Aqui foi mostrado que a intensidade da perturbação pode ser grande, desde que o sistema em malha fechada permaneça estável.

O controlador robusto caracteriza-se por dois dispositivos:

1º) um servocompensador tal como proposto em (3.5), o qual é dirigido pelo erro de seguimento e com dinâmica idêntica aos sinais a ser rastreados e bloqueados. O servocompensador é realmente um compensador, diferentemente de um observador e corresponde a uma generalização do controle integral da teoria de controle clássico;

2º) um compensador estabilizante, o qual estabiliza o sistema aumentado (processo seguido pelo servocompensador), tal como proposto em (3.7).

Salienta-se que uma vez obtido o sistema aumentado descrito por (3.16), ilustrado na figura 3.1, então qualquer lei de estabilização (por exemplo, controle modal ou realimentação constante da saída) não alterará a resposta forçada* $y_r(k)$ (referência a ser rastreada). O estabilizador modifica, somente neste caso, a respos

ta natural**, ou seja: a localização dos polos do sistema aumentado é modificado.

Alguns autores^(17,62) não trabalham explicitamente com o vetor de saída \underline{C}^T do servocompensador, tal como definido em (3.5.e); no presente trabalho propôs-se o uso de \underline{C}^T com o seguinte intento:

Desde que $\underline{C}^T = [1 \ 0 \ \dots \ 0]$, garante-se a observabilidade do par $(\underline{C}^T, \underline{A}_c)$ e com isto tem-se que $y_r(k)$ é a solução particular (solução forçada) do problema do servomecanismo, ou seja, sem regular o sistema aumentado já está garantido $y_r(k)$ como solução do problema (significa que $y_r(k)$ é a solução particular da equação (3.16.a), independente do valor de $u(k)$).

Com esta abordagem vê-se claramente que o papel do compensador estabilizante (3.17) é tão somente o de regular o sistema, sem alterar a resposta forçada.

Este fato, dado que o servocompensador é uma cópia das referências e distúrbios, será provado rapidamente a seguir.

Considere-se o problema do servomecanismo ilustrado na figura 3.3, com as hipóteses:

(*) De acordo com Lathi⁽¹²³⁾, a resposta forçada é a denominação técnica dada a solução particular de uma equação de diferença (ou diferencial).

(**) De acordo com Lathi⁽¹²³⁾, a resposta natural é a denominação dada a solução complementar de uma equação de diferença (ou diferencial).

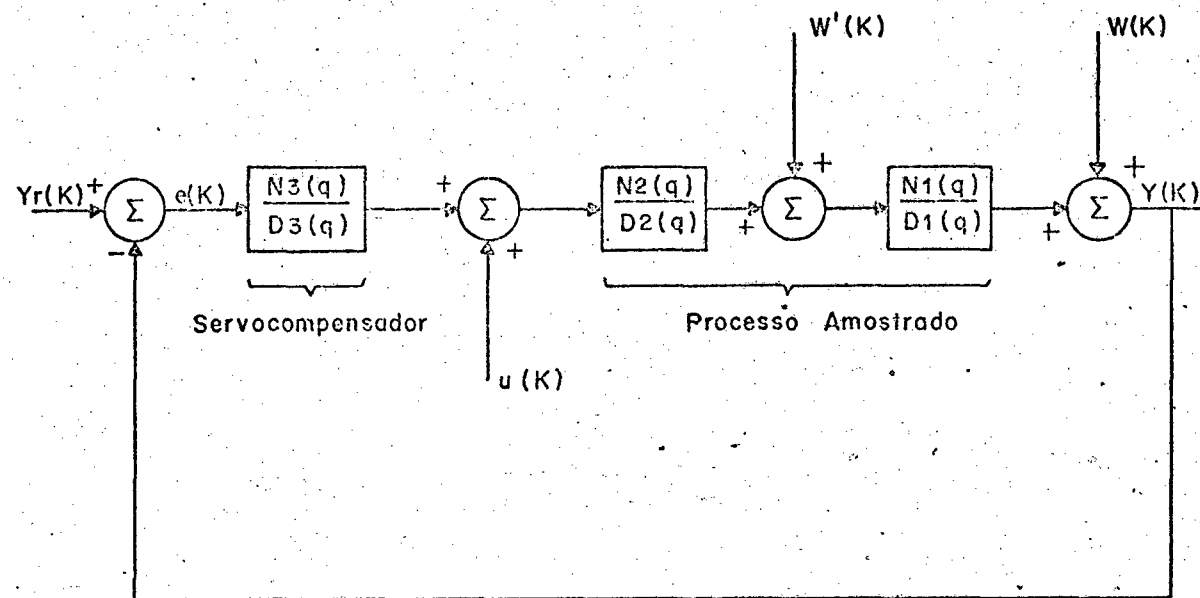


Fig.3.3 - A presença do servocompensador $N_3(q)/D_3(q)$ garante em regime permanente a resposta forçada $Y(K) = Y_r(K)$.

$$a) D_3(q) y_r(k) = 0 \quad (3.63.a)$$

$$b) D_3(q) w'(k) = 0 \quad (3.63.b)$$

$$c) D_3(q) w(k) = 0 \quad (3.63.c)$$

$$d) \text{ Não há cancelamento de polos-zeros} \quad (3.63.d)$$

então $y(k)$ é a resposta forçada (solução particular).

PROVA:

Pelo princípio da superposição os efeitos de $y_r(k)$, $w(k)$, $w'(k)$ e $u(k)$ na saída $y(k)$ é dado por,

$$Y(k) = \frac{N_1 N_2 N_3}{D_1 D_2 D_3} y_r(k) + \frac{D_1 D_2 D_3}{D_1 D_2 D_3 + N_1 N_2 N_3} w(k) +$$

$$+ \frac{N_1 N_2 N_3}{D_1 D_2 D_3 + N_1 N_2 N_3} \frac{N_1}{D_1} w(k) + \frac{N_1 N_2}{D_1 D_2} u(k) \quad (3.64)$$

$$+ \frac{N_1 N_2 N_3}{D_1 D_2 D_3 + N_1 N_2 N_3} \frac{N_1 N_2 N_3}{D_1 D_2 D_3} u(k)$$

ou ainda,

$$(D_1 D_2 D_3 + N_1 N_2 N_3) y(k) = N_1 N_2 N_3 y_r(k) +$$

$$+ D_1 D_2 D_3 w(k) + N_1 D_2 D_3 w'(k) +$$

$$+ N_1 N_2 D_3 u(k) \quad (3.65)$$

De acordo com as hipóteses a), b), c), d) e sabendo que os modos do sinal $u(k)$ em regime permanente estão contidos no servo compensador ($D_3(q) u(k) = 0$), vem que

$$(D_1 D_2 D_3 + N_1 N_2 N_3) y(k) = N_1 N_2 N_3 y_r(k) \quad (3.66)$$

agora propõe-se como solução particular de (3.66)

$$y(k) = y_r(k),$$

$$(D_1 D_2 D_3 + N_1 N_2 N_3) y_r(k) = N_1 N_2 N_3 y_r(k) \quad (3.67)$$

$$D_1(q) D_2(q) D_3(q) y_r(k) = 0 \quad (3.68)$$

o que é garantido pela hipótese (a). c.q.d.

3.3.2 - Servomecanismo Robusto Versus PID*

De acordo com Davison⁽¹⁷⁾, quando o servocompensador for apenas um integrador então se está diante do controle integral clássico. Acrescenta-se que no controle PID é usada realimentação constante da saída e a robustez da estrutura está garantida devido ao fato de o erro do sistema dirigir o servocompensador.

Das proposições anteriores, mostra-se a seguir que a estrutura de controle PID para processos de 2ª ordem** com referên-

(*) Aqui tratar-se-á de sistemas contínuos no tempo, mas a extensão para sistemas discretos é imediata.

(**) O PID é indicado para regular processos de 2ª ordem e para estabilizar sistemas de ordem superiores, os quais podem ser aproximados por polos dominantes.

cia e distúrbio tipo degrau, pode ser considerado como um caso particular do controle robusto. A figura 3.4 elucidada o caso, onde as funções de transferências indicam que o posicionamento dos polos é idêntico a ambas as estruturas (notar que PID gera zeros.).

3.3.3 - Robustez do Sistema e Perturbação na Dinâmica do Servo compensador

A propriedade de robustez de um sistema está detalhada no Apêndice 4.

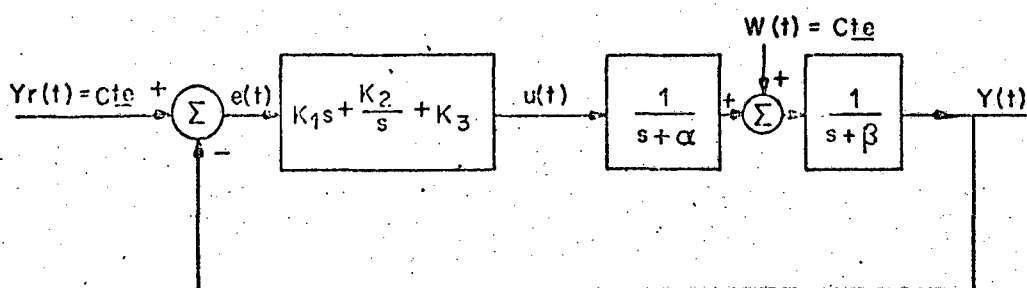
Davison⁽¹⁷⁾ e Francis⁽³⁰⁾ mostraram que a condição necessária e suficiente para a existência da propriedade de robustez é que o servocompensador deve ser dirigido pelo erro de saída, ou seja, é do tipo de realimentação. Assim, de acordo com o item 3.3.2 anterior o PID enquadra-se como estrutura robusta.

Discute-se agora o efeito de perturbações na dinâmica do servocompensador (representada por \underline{A}_c).

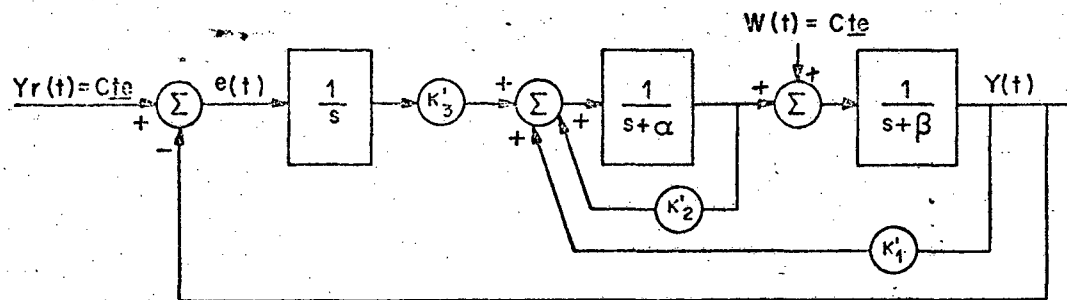
Foi mostrado que o controlador (3.5) estabelece um rastreamento assintótico e rejeição à distúrbio de uma maneira robusta para uma classe de perturbações que mantém o sistema em malha fechada exponencialmente estável, isto se a perturbação não afetar a estrutura da dinâmica do controlador (não afeta a matriz \underline{A}_c).

Desoer & Wang⁽⁶²⁾ mostraram que uma pequena perturbação na dinâmica do controlador pode ser tolerada, neste caso um pequeno erro de estado permanente aparecerá. Para uma perturbação maior o erro tende ao infinito.

Tais resultados são conferidos no capítulo 7, onde apresenta-se a simulação num computador digital do sistema de controle.



(a)



(b)

Fig. 3.4 (a) PID clássico, $\frac{Y(s)^{\#}}{Y_r(s)} = \frac{K_1 s^2 + K_2 + K_3 s}{s^3 + s^2(\beta + \alpha + K_1) + s(\alpha\beta + K_3) + K_2}$;

(b) Controle robusto, $\frac{Y(s)^{**}}{Y_r(s)} = \frac{K'_3}{s^3 + s^2(\beta + \alpha - K'_2) + s(\alpha\beta - \beta K'_2 - K'_1) + K'_3}$

(*) Usando o teorema do valor final, tem-se imediatamente o $\lim_{t \rightarrow \infty} Y(t) = Y_r(t)$, p./ $\forall K_1, K_2, K_3, \beta$ e α (existe robustez), contanto que o sistema permaneça estável.

(**) Novamente, tem-se que $\lim_{t \rightarrow \infty} Y(t) = Y_r(t)$, p./ $\forall K'_1, K'_2, K'_3, \beta$ e α (há robustez), desde que a estabilidade é garantida.

3.3.4 - Rapidez do Processo - Controlador Estabilizante Tipo "deadbeat" (regulação em tempo finito)

Devido ao fato de o controlador estabilizante proposto em (3.17) poder posicionar todos os polos do sistema em malha fechada na origem (ver corolário 3.1), tem-se de imediato que a saída $y(k)$ seguirá a referência $y_r(k)$ num tempo máximo de $(n+r)T$ segundos. Neste caso diz-se que o sistema exibe uma resposta "deadbeat". Com isto a rapidez exigida do processo é garantida; porém esta velocidade rápida da resposta é geralmente acompanhada com altas amplitudes do sinal de controle^(50, 51), altos valores dos ganhos e comportamentos indesejáveis nos transitórios⁽¹⁴⁾.

É evidente que na prática torna-se difícil realizar um controle "deadbeat", já que difícil também seria localizar todos os polos do sistema exatamente na origem (uma das razões seria a identificação do sistema com altíssima precisão). Porém, isto não deve ser usado como pretexto para se abandonar o controle em tempo finito, pois a localização dos polos nas proximidade da origem será sempre possível, e a rapidez é então conseguida.

3.3.5 - Perda da Controlabilidade e Observabilidade Versus Período de Amostragem

Kalman⁽⁶⁵⁾ cita que um sistema contínuo no tempo, monovariável, completamente controlável e observável, tal como o processo descrito em (2.1) manterá tais propriedades após a introdução da amostragem (T é o período) se e somente se,

$$\operatorname{Re}\{s_i\} = \operatorname{Re}\{s_j\}, \text{ implica em } \operatorname{Im}\{s_i - s_j\} \neq a/T, \quad (3.69)$$

onde s_i, s_j são os polos; $i, j = 1, 2 \dots n$ e $a =$ inteiro positivo.

Se a condição (3.69) é violada, o sistema discretizado, por exemplo descrito por (2.6) perderá a controlabilidade e observabilidade.

No Apêndice 5 este teorema é exemplificado.

A perda da controlabilidade é ainda investigada por Levis et al.⁽⁶⁶⁾, Kuo⁽⁶⁷⁾ e Chen⁽⁶¹⁾.

Chen^{(61)*} mostra que a condição (3.69) é necessária e suficiente para garantir a controlabilidade e observabilidade de um sistema discreto monovariável.

3.3.6 - Comportamento do Processo entre os Instantes de Amostragem

No capítulo presente foram apresentadas condições de suficiência que resolvem o problema do servomecanismo robusto discreto. O resultado (3.53), por exemplo, indica que nos instantes de amostragem kT , após a resposta alcançar seu regime permanente, ter-se-á o rastreamento, ou seja,

$$\lim_{k \rightarrow \infty} e(k) = \lim_{k \rightarrow \infty} y_r(k) - y(k) = 0 \quad (3.70)$$

Porém, é importante ressaltar que o processo em questão é um sistema contínuo, conforme descrito no capítulo 2. Portanto, na realidade trata-se de um problema de servomecanismo para sis

(*) Teorema C - 2, pp. 406 - 407

temas amostrados lineares* onde tem-se interesse de anular o erro contínuo $e(t)$, como descrito em (2.2), e não simplesmente $e(k)$, de acordo com (2.7).

Ora, entre os instantes de amostragem, o processo evolui de acordo com suas constantes de tempo (ver discussão complementar 2.4), de maneira tal que geralmente ter-se-á $e(t) \neq 0^{**}$ ($e(t) = y_r(t) - y(t)$). Isto é ruim, pois que o objetivo (2.2) não será alcançado.

Uma solução para o problema de servomecanismo robusto para sistemas amostrados é apresentada no capítulo 5. Lá propõe-se o uso de um gerador analógico dos modos da referência e distúrbio (g.a.m.r.d) a ser ligado em cascata com o processo, e então independentemente da relação de amostragem / constante de tempo, ter-se-á sempre o erro contínuo regulado,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0 \quad (3.71)$$

(*) Neste trabalho a denominação problema de servomecanismo para sistemas amostrados lineares indica que o rastreamento entre os instantes de amostragem de um processo contínuo controlado por um dispositivo digital com período de amostragem T , também deve ser alcançado. Assim garante-se que $\lim_{e \rightarrow \infty} e(t) = 0$, e não simplesmente, $\lim_{k \rightarrow \infty} e(k) = 0$.

(**) Salvo se o período de amostragem for muito menor que a menor constante de tempo do processo.

e ainda mais a propriedade de robustez é conservada com uma restrição: não é admitida perturbações nos parâmetros do g.a.m.r.d, caso contrário, a condição (3.71) é violada, salvo evidentemente nos instantes de amostragem, pois (3.70) ainda é verdadeira.

3.4 - CONCLUSÃO

Apesar de o problema aqui tratado corresponder ao problema do servomecanismo robusto para sistemas discretos, deve-se no entanto considerar o tratamento dado aos sinais referência e distúrbio, os quais são contínuos por natureza: Então foi mostrado que o seguimento e rejeição a estes sinais contínuos ocorre para os instantes de amostragem, desde que o servocompensador digital contenha os seus modos da versão discreta.

C A P Í T U L O 4

PROJETO DO COMPENSADOR ESTABILIZANTE,
USANDO A TEORIA DE OBSERVADORES4.1 - INTRODUÇÃO

Ficou estabelecido no capítulo anterior (ver equação 3.7), que a regulação do sistema aumentado é sempre garantida pela realimentação de todos os estados*. E com esta regulação é possível dar uma rapidez à resposta do processo (lembre-se que a rapidez é um objetivo a ser alcançado), bastando localizar todos os polos na origem (ver corolário 3.1). Daí torna-se evidente a construção de um compensador estabilizante tipo realimentação de estados.

Entretanto, o que ocorre na prática é o conhecimento de apenas alguns estados do sistema, enquanto outros permanecem não mensuráveis, ou por falta de equipamentos específicos ou pela própria natureza do estado. Então, quando o vetor de estado inteiro não é disponível para realimentação, usa-se um estimador (ou obser-

(*) De acordo com Davison⁽¹⁷⁾ esta estabilização pode ser feita pelos métodos padrões. Aqui citamos alguns: compensadores tipo PID (Proporcional - Integral - Derivativo), compensadores atraso-avanço ("LEAD-LAG"), realimentação constante da saída, observadores de Luenberger (usado neste trabalho), compensadores dinâmicos e outros.

vador), o qual funciona com saídas e entradas medidas. Ele é um elemento adicional na dinâmica do sistema (um compensador.).

Esta proposta do uso do observador foi dada por Luenberger⁽⁶⁸⁾ em 1964.

No presente trabalho é mostrado que o "observador de Luenberger" aqui construído dispensa a inclusão do sinal de referência e da dinâmica do distúrbio, devido a existência do servocompensador. Assim, o rastreamento assintótico é obtido sem necessitar a estimação dos estados. O erro de estimação em regime permanente tem os modos da referência e dos distúrbios.

O "observador" de ordem completa, como o que será tratado aqui (estima todos os estados do sistema aumentado), é um sistema com estrutura semelhante a daquele que é observado e corrigido por um sinal proporcional ao erro entre as saídas.

O emprego do observador tem o efeito de adicionar seus polos aos polos do sistema (é um estabilizador.). Entretanto, desde que este seja observável os polos do observador podem ser escolhidos arbitrariamente^(18, 68). Assim, com o objetivo de causar a mínima deteriorização da resposta do sistema os polos do observador são colocados próximo a origem do plano z ^(14, 19, 22, 41). Então o efeito do observador decai rapidamente^(133, 68).

O estudo de observadores de estado para sistemas contínuos e discretos, invariantes no tempo, tem merecido a atenção de muitos autores.

Costa⁽⁷¹⁾ discute o uso do observador não-linear sujeito a ação do ruído e da incerteza sobre os parâmetros, para siste -

mas contínuos.

Ferreira⁽⁷⁰⁾ apresenta o observador de ordem completa e reduzida para o problema do servomecanismo robusto contínuo.

As condições que fornecem a propriedade de robustez a observadores contínuos no tempo é investigada por Bhattacharyya⁽⁷⁴⁾.

A abordagem de observadores discretos rápidos (tipo "deadbeat") tem sido muito estudado na literatura^(14, 39, 45).

Chidambara & Wells⁽⁶⁹⁾ propõe um método numérico para estimar as variáveis de estado de um processo controlado por computador digital. A desvantagem deste algoritmo é devido ao fato dele não ser robusto quanto às variações dos parâmetros do processo.

Uma outra técnica de localizar os polos de um sistema consiste na construção de compensadores dinâmicos^(125, 126, 129).

A regulação "deadbeat" através da realimentação constante da saída tem sido investigada por Seraji⁽¹⁶⁾.

Munro⁽¹²⁷⁾ examina o posicionamento de polos usando realimentação da saída ou realimentação de estados.

A organização deste capítulo é a seguinte: Na secção 4.2 é proposto e analisado um compensador estabilizante para regular o sistema aumentado discreto-amostrado. Em 4.2.1 mostra-se que tal regulador é o "observador de Luenberger" para o sistema autônomo; enquanto mostrar-se-á em 4.2.2 que o referido compensador funciona somente como estabilizador (não estima os estados.) para o sistema aumentado não-autônomo. Aqui o compensador estabilizante tipo "observador de Luenberger" "deadbeat" é estudado. Na secção 4.3 são apresentadas discussões complementares e, finalmente as conclusões são abordadas em 4.4.

4.2 - ESTRUTURA DO "OBSERVADOR" DISCRETO

Seja o processo contínuo descrito por (2.1), cujo modelo discreto juntamente com o servocompensador, designado de sistema discreto-amostrado, é dado em (3.16) e repetido abaixo,

$$\begin{bmatrix} \underline{x}(k+1) \\ \underline{x}_c(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A} & \underline{B}\underline{C}^T \\ -\underline{B}\underline{C}^T & \underline{A}_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{x}(k) \\ \underline{x}_c(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{B} \\ \underline{0} \end{bmatrix} u(k) + \begin{bmatrix} \underline{0} \\ \underline{B}_c \end{bmatrix} y_r(k) + \begin{bmatrix} \underline{0} \\ -\underline{B}_c \underline{F} \end{bmatrix} w(k) + \begin{bmatrix} \underline{I} \\ \underline{0} \end{bmatrix} \underline{\bar{w}}(k+1) \quad (4.1.a)$$

cuja saída rastreadora já definida em (3.11.b) é dada por,

$$y(k) = \begin{bmatrix} \underline{C}^T & \underline{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{x}(k) \\ \underline{x}_c(k) \end{bmatrix} + Fw(k) \quad (4.1.b)$$

Por outro lado, devido a necessidade da construção do compensador estabilizante para regular o sistema aumentado (obtendo assim o controle $u(k)$) é que define-se a seguir o vetor de sinais mensuráveis $y_m(k)$ do sistema discreto-amostrado com componentes como sendo combinações lineares independentes de todos os estados acessíveis (no caso presente: todos os estados do servocompensador e os estados mensuráveis do processo), ou seja,

$$\underline{y}_m(k) = \begin{bmatrix} \underline{C}_m^T & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{x}(k) \\ \underline{x}_c(k) \end{bmatrix} + \underline{G} w(k) \quad (4.1.c)$$

em que a saída seguidora $y(k)$ dada em (4.1.b), sem perdas de generalidades, é o primeiro elemento do vetor $\underline{y}_m(k)$ de ordem $(n'+r) \times 1$, tal que:

$$\underline{C}_m^T = \begin{bmatrix} \underline{C}^T \\ \vdots \\ \underline{C}^T \end{bmatrix} \in R^{n' \times n} \quad (4.1.d)$$

$$\underline{G} = \begin{bmatrix} \underline{F} \\ \underline{0} \end{bmatrix} \in R^{(n'+r) \times 1} \quad (4.1.e)$$

onde

n' : é o número de saídas do processo usadas para a estimação dos estados $\begin{bmatrix} \underline{x} \\ \underline{x}_c \end{bmatrix}$, é evidente que $n'_{\max} = n$.

Pode-se ainda, para os propósitos do momento, representar o sistema discreto-amostrado como,

$$\begin{aligned} \underline{x}_a(k+1) &= \underline{A}_a \underline{x}_a(k) + \underline{B}_a u(k) + \underline{G}_a y_r(k) + \underline{F}_a w(k) + \\ &+ \underline{E}_a \bar{w}(k+1) \end{aligned} \quad (4.2.a)$$

onde se deseja que o erro de seguimento,

$$e(k) = \underline{C}_R^T \underline{x}_a(k) + y_r(k) - Fw(k) \quad (4.2.b)$$

anule-se, sabendo que o vetor de saídas mensuráveis vale

$$\underline{y}_m(k) = \underline{C}_a^T \underline{x}_a(k) + \underline{G} w(k), \quad (4.2.c)$$

además os pares $(\underline{A}_a, \underline{B}_a)$ e $(\underline{C}_a^T, \underline{A}_a)$ são assumidos ser controlável (ver item (19) do teorema principal do capítulo 3) e observável res

pectivamente; acrescenta-se ainda que,

$$\underline{A}_a = \begin{bmatrix} \overbrace{\underline{A}}^n & \overbrace{\underline{B} \quad \underline{C}^T}^r \\ \underbrace{-\underline{B} \quad \underline{C}^T}_n & \underbrace{\underline{A}_c}_r \end{bmatrix} \left. \begin{array}{l} \} n \\ \} r \end{array} \right\} \quad (4.2.c)$$

$$\underline{B}_a = \begin{bmatrix} \overbrace{\underline{B}}^1 \\ \underline{0} \end{bmatrix} \left. \begin{array}{l} \} n \\ \} r \end{array} \right\} \quad (4.2.d)$$

$$\underline{E}_a = \begin{bmatrix} \overbrace{\underline{I}}^n \\ \underline{0} \end{bmatrix} \left. \begin{array}{l} \} n \\ \} r \end{array} \right\} \quad (4.2.e)$$

$$\underline{F}_a = \begin{bmatrix} \overbrace{\underline{0}}^1 \\ \underline{-B C F} \end{bmatrix} \left. \begin{array}{l} \} n \\ \} r \end{array} \right\} \quad (4.2.f)$$

$$\underline{G}_a = \begin{bmatrix} \overbrace{\underline{0}}^1 \\ \underline{B C} \end{bmatrix} \left. \begin{array}{l} \} n \\ \} r \end{array} \right\} \quad (4.2.g)$$

$$\underline{C}_a^T = \begin{bmatrix} \overbrace{\underline{C}_m^T}^n & \overbrace{\underline{0}}^r \\ \underline{0} & \underline{I} \end{bmatrix} \left. \begin{array}{l} \} n' \\ \} r \end{array} \right\} \quad (4.2.h)$$

$$\underline{C}_R^T = \begin{bmatrix} \overbrace{-\underline{C}^T}^n & \overbrace{\underline{0}}^r \end{bmatrix} \left. \right\} 1 \quad (4.2.i)$$

e o $(n+r)$ - vetor de estado $\underline{x}_a(k)$ do sistema aumentado vale,

$$\underline{x}_a(k) = \begin{bmatrix} \underline{x}(k) \\ \underline{x}_c(k) \end{bmatrix} \quad (4.2.j)$$

Desde que na prática nem todos os estados de \underline{x}_a são acessíveis, o que impossibilita o uso do regulador proposto inicialmente em (3.7) e repetido abaixo

$$u(k) = \underline{k}_a \underline{x}_a \quad (4.3.a)$$

onde
$$\underline{k}_a = \left[\underline{k}, \underline{k}_c \right] \quad (4.3.b)$$

e \underline{k} = n-vetor de ganhos do processo amostrado;

\underline{k}_c = r-vetor de ganhos do servocompensador digital;

é agora então que propõe-se regular o sistema discreto - amostrado descrito pelas relações (4.2) usando o seguinte compensador estabilizante digital⁽¹⁴⁾:

$$\hat{\underline{x}}_a(k+1) = \underline{A}_a \hat{\underline{x}}_a(k) + \underline{B}_a u(k) + \underline{M}(y_m(k) - \hat{y}(k)) \quad (4.4.a)$$

de saídas

$$\hat{y}(k) = \underline{C}_a^T \hat{\underline{x}}_a(k) \quad (4.4.b)$$

de tal forma que a lei de realimentação de estados é dada por,

$$u(k) = \underline{k}_a \hat{\underline{x}}_a(k) \quad (4.4.c)$$

Realmente o compensador estabilizante proposto em (4.4) é um "observador* de Luenberger" de ordem completa** para o sistema (4.2).

Ademais,

$$\hat{\underline{x}}_a(k) = \begin{bmatrix} \hat{\underline{x}}(k) \\ \hat{\underline{x}}_c(k) \end{bmatrix} \quad (4.4.d)$$

é o $(n+r)$ -v vetor de estimação de \underline{x}_a ; e \underline{M} , é uma matriz $(n+r) \times (n+r)$ constante real a ser determinado, denominada de ganhos do compensador estabilizante.

O sistema aumentado com o compensador estabilizante ("observador" e a implementação da lei de regulação) são apresentados na figura 4.1 .

Substituindo-se (4.2.b) e (4.4.b) em (4.4.a), tem-se uma nova representação para o compensador estabilizante,

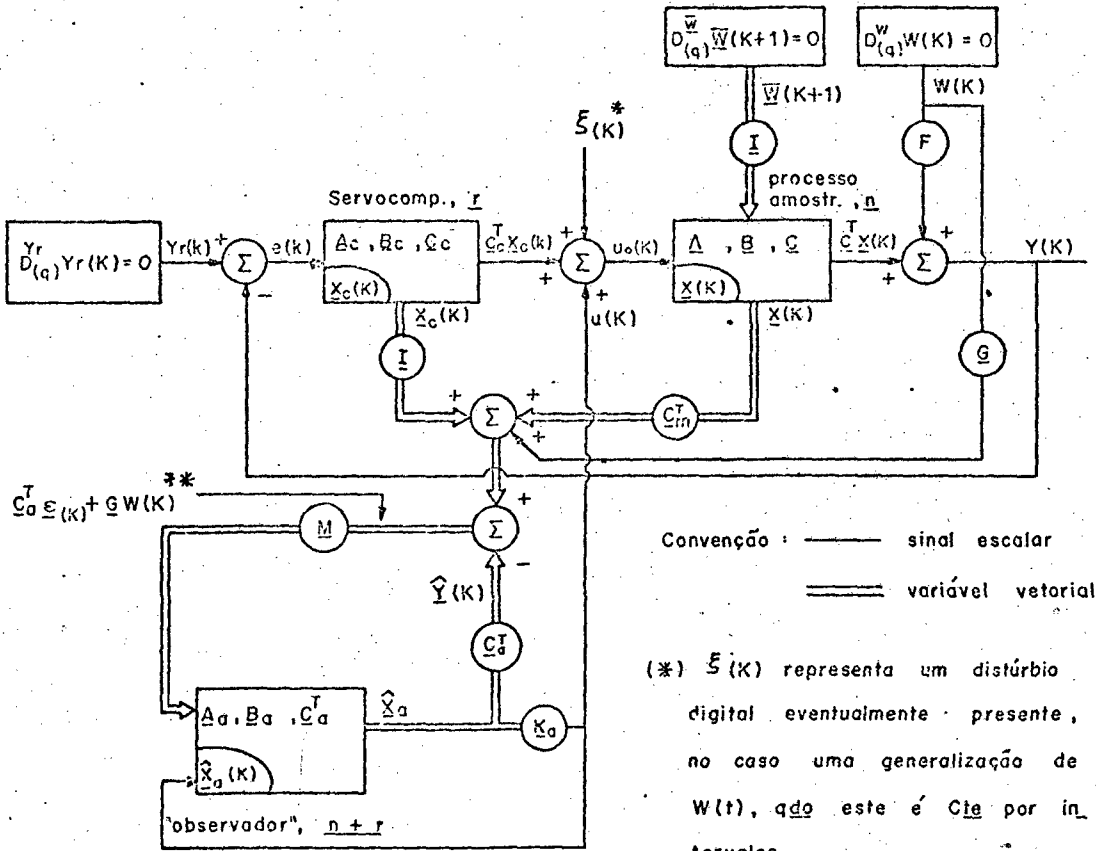
$$\begin{aligned} \hat{\underline{x}}_a(k+1) &= (\underline{A}_a - \underline{M} \underline{C}_a^T) \hat{\underline{x}}_a(k) + \underline{B}_a u(k) + \\ &+ \underline{M} (\underline{C}_a^T \underline{x}_a(k) + \underline{G} w(k)) \end{aligned} \quad (4.5.a)$$

$$\hat{\underline{y}}(k) = \underline{C}_a^T \hat{\underline{x}}_a(k) \quad (4.5.b)$$

Para proposta de análise, deve-se olhar o sistema aumentado (4.2) e o compensador estabilizante (4.5) como um sistema composto de dimensão $2(n+r)$,

(*) O compensador estabilizante proposto aqui é essencialmente um observador para o sistema autônomo originado de (4.2), já que ele não estimará os estados $\underline{x}_a(k)$ do sistema aumentado, quando neste atuarem os sinais externos referência e distúrbio (lembre-se que no modelo do compensador estabilizante não é incluído a referência e nem a dinâmica do distúrbio).

(**) Apesar de os estados do servocompensador serem acessíveis, por construção, no presente caso se está fazendo uma observação completa com a finalidade de tornar o observador mais robusto⁽⁷⁴⁾, tornando-o mais viável para o uso.



Convenção : ——— sinal escalar
 === variável vetorial

(*) $\xi(k)$ representa um distúrbio digital eventualmente presente, no caso uma generalização de $w(t)$, qdo este é C_m por intervalos.

$$\begin{aligned}
 (**) \quad Y_m - \hat{Y} &= C_a^T x_o(k) + G w(k) - \\
 &= C_a^T \hat{x}_a(k) = \\
 &= C_a^T (x_a(k) - \hat{x}_a(k)) + G w(k) = \\
 &= C_a^T \varepsilon(k) + G w(k).
 \end{aligned}$$

Fig. 4.1 - Regulação do sistema aumentado através do compensador estabilizante tipo "observador" de Luenberger.

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \underline{x}_a(k+1) \\ \hat{\underline{x}}_a(k+1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \underline{A}_a & \underline{0} \\ \underline{MC}_a^T & \underline{A}_a - \underline{MC}_a^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{x}_a(k) \\ \hat{\underline{x}}_a(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{B}_a \\ \underline{B}_a \end{bmatrix} u(k) + \\
 &+ \begin{bmatrix} \underline{G}_a \\ \underline{0} \end{bmatrix} y_r(k) + \begin{bmatrix} \underline{F}_a \\ \underline{MG} \end{bmatrix} w(k) + \begin{bmatrix} \underline{E}_a \\ \underline{0} \end{bmatrix} \bar{w}(k+1) \quad (4.6)
 \end{aligned}$$

em que o posicionamento dos polos do sistema discreto-amostrado é realizado através de $u(k) = \underline{k}_a \hat{\underline{x}}_a$, dado em (4.4.c), e assim (4.6) toma a seguinte forma,

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \underline{x}_a(k+1) \\ \hat{\underline{x}}_a(k+1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \underline{A}_a & \underline{B}_a \underline{k}_a \\ \underline{MC}_a^T & \underline{A}_a - \underline{MC}_a^T + \underline{B}_a \underline{k}_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{x}_a(k) \\ \hat{\underline{x}}_a(k) \end{bmatrix} + \\
 &+ \begin{bmatrix} \underline{G}_a \\ \underline{0} \end{bmatrix} y_r(k) + \begin{bmatrix} \underline{F}_a \\ \underline{MG} \end{bmatrix} w(k) + \begin{bmatrix} \underline{E}_a \\ \underline{0} \end{bmatrix} \bar{w}(k+1) \quad (4.7)
 \end{aligned}$$

Neste ponto, é muito mais ilustrativo, no entanto, expressar o estado deste sistema composto (4.7) em termos do erro de estimação $\underline{\varepsilon}(k)$ em detrimento de $\hat{\underline{x}}_a$. Isto é facilmente visto pela

transformação abaixo,

$$\begin{bmatrix} \underline{x}_a \\ \underline{\varepsilon} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{x}_a \\ \underline{x}_a - \hat{\underline{x}}_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{I} & \underline{0} \\ \underline{I} & -\underline{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{x}_a \\ \hat{\underline{x}}_a \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

de tal sorte que (4.7) torna-se,

$$\begin{bmatrix} \underline{x}_a(k+1) \\ \underline{\varepsilon}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A}_a + \underline{B}_a \underline{k}_a & -\underline{B}_a \underline{k}_a \\ \underline{0} & \underline{A}_a - \underline{M} \underline{C}_a^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{x}_a(k) \\ \underline{\varepsilon}(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{G}_a \\ \underline{G}_a \end{bmatrix} y_r(k) + \begin{bmatrix} \underline{F}_a \\ \underline{F}_a - \underline{M} \underline{G} \end{bmatrix} w(k) + \begin{bmatrix} \underline{E}_a \\ \underline{E}_a \end{bmatrix} \bar{w}(k+1) \quad (4.9)$$

Da relação (4.9) tira-se a equação de diferença que rege o comportamento do erro estimação dos estados $\underline{\varepsilon}(k)$,

$$\begin{aligned} \underline{\varepsilon}(k+1) &= (\underline{A}_a - \underline{M} \underline{C}_a^T) \underline{\varepsilon}(k) + \underline{G}_a y_r(k) + (\underline{F}_a - \underline{M} \underline{G}) w(k) + \\ &+ \underline{E}_a \bar{w}(k+1) \end{aligned} \quad (4.10)$$

A expressão acima do erro de estimação $\underline{\varepsilon}(k)$ indica que ele é dirigido pelos sinais de entradas $y_r(k)$, $w(k)$ e $\bar{w}(k+1)$.

Assim torna-se patente que $\underline{\varepsilon}(k)$ não anular-se-á, o que significa a não estimação dos estados \underline{x}_a , salvo se o sistema for autônomo ($y_r(k)$, $w(k)$ e $\bar{w}(k+1)$ são anulados). Portanto, este compensador estabilizante, conforme mostrar-se-á a seguir, é apenas um regulador e eventualmente pode funcionar como estimador de estados*, bastando incluir a dinâmica dos distúrbios e a referência, só assim $\lim_{k \rightarrow \infty} \underline{\varepsilon}(k) = 0$

$k \rightarrow \infty$

Agora deve-se analisar a expressão (4.10), como se segue,

4.2.1 - O Sistema Aumentado Discreto-Amostrado (4.2) é autônomo

Neste caso $w(k)$, $\bar{w}(k+1)$ e $y_r(k)$ são zerados e a equação de diferença (4.10) torna-se,

$$\underline{\varepsilon}(k+1) = (\underline{A}_a - \underline{M} \underline{C}_a^T) \underline{\varepsilon}(k) \quad (4.11)$$

$$\underline{\varepsilon}(0) = \underline{\varepsilon}_0$$

então, desde que o processo é perfeitamente conhecido (\underline{A}_a e \underline{C}_a^T são conhecidos); os polos do compensador estabilizante, os quais são completamente determinados pela matriz de realimentação \underline{M} podem ser colocados em qualquer lugar do disco $D(0,1)$. Aqui estamos diante de um observador no seu sentido essencial, pois que agora,

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \underline{\varepsilon}(k) = 0 \quad (4.12)$$

Ainda mais, a partir de (4.9) vem que,

$$\begin{bmatrix} \underline{x}_a(k+1) \\ \underline{\varepsilon}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A}_a + \underline{B}_a \underline{k}_a & , & -\underline{B}_a \underline{k}_a \\ \underline{0} & , & \underline{A}_a - \underline{M} \underline{C}_a^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{x}_a(k) \\ \underline{\varepsilon}(k) \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

(*) a estimação de estados é importante em muitas aplicações, como por exemplo na monitoração para preservar a segurança de sistemas de potência (71,130).

desde que o sistema (4.13) é exponencialmente estável*, então

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \begin{bmatrix} \underline{x}_a(k) \\ \underline{\varepsilon}(k) \end{bmatrix} = \underline{0} \quad (4.14)$$

o que garante a regulação de sistema autônomo na origem.

4.2.2 - O sistema aumentado (4.2) deve seguir $y_r(k)$ e rejeitar os distúrbios $w(k)$ e $\bar{w}(k+1)$

Agora para proposta de análise, deve-se representar o sistema discreto-amostrado visto na figura 4.1 através do $2(n+r)$ -vetor de estado formado pelos estados do processo $\underline{x}_a(k)$, juntamente com os estados do erro de estimação $\varepsilon(k)$ e define-se como saída o erro de rastreamento $e(k)$, então de (4.2.b) e (4.9) vem,

$$\begin{bmatrix} \underline{x}_a(k+1) \\ \underline{\varepsilon}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A}_a + \underline{B}_a \underline{k}_a & -\underline{B}_a \underline{k}_a \\ \underline{0} & \underline{A}_a - \underline{M} \underline{C}_a^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{x}_a(k) \\ \varepsilon(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{E}_a & \underline{F}_a & \underline{G}_a \\ \underline{E}_a & \underline{F}_a - \underline{M} \underline{G}_a & \underline{G}_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{w}(k+1) \\ w(k) \\ y_r(k) \end{bmatrix} \quad (4.15.a)$$

(*) Pois $\det \begin{bmatrix} \underline{A} & \underline{B} \\ \underline{0} & \underline{C} \end{bmatrix} = \det(\underline{A}) \det(\underline{C})$; no caso presente os autovalores são localizados arbitrariamente no disco $D(0,1)$.

$$\begin{aligned}
 e(k) = & \left[\underline{C}_R^T, \underline{0} \right] \begin{bmatrix} \underline{x}_a(k) \\ \underline{\varepsilon}(k) \end{bmatrix} + \\
 & + \left[\underline{0}, -F, 1 \right] \begin{bmatrix} \bar{w}(k+1) \\ \bar{w}(k) \\ Y_r(k) \end{bmatrix} \quad (4.15.b)
 \end{aligned}$$

explicitando agora $\underline{x}_a(k)$ em termos do estado do processo $\underline{x}(k)$ e do servocompensador $\underline{x}_c(k)$, tem-se

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \underline{x}(k+1) \\ \underline{x}_c(k+1) \\ \underline{\varepsilon}(k+1) \end{bmatrix} = & \begin{bmatrix} \underline{A} + \underline{Bk}, & \underline{B}(\underline{C}_c^T + \underline{k}_c) & -\underline{Bk}, & -\underline{Bk}_c \\ -\underline{B}_c \underline{C}^T, & \underline{A}_c & \underline{0}, & \underline{0} \\ \underline{0} & & \underline{A}_a - \underline{M} \underline{C}_a^T & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{x}(k) \\ \underline{x}_c(k) \\ \underline{\varepsilon}(k) \end{bmatrix} + \\
 & + \begin{bmatrix} \underline{E}_a, & \underline{F}_a, & \underline{G}_a \\ \underline{E}_a, & \underline{F}_a - \underline{MG}, & \underline{G}_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{w}(k+1) \\ \bar{w}(k) \\ Y_r(k) \end{bmatrix} \quad (4.16.a)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 e(k) = & \left[-\underline{C}^T, \underline{0} \mid \underline{0} \right] \begin{bmatrix} \underline{x}(k) \\ \underline{x}_c(k) \\ \underline{\varepsilon}(k) \end{bmatrix} + \\
 & + \left[\underline{0}, -F, 1 \right] \begin{bmatrix} \bar{w}(k+1) \\ \bar{w}(k) \\ Y_r(k) \end{bmatrix} \quad (4.16.b)
 \end{aligned}$$

para os propósitos presente, sugere - se permutar os estados do vetor de estado de (4.16), de tal forma a obter-se,

$$\begin{bmatrix} \underline{x}(k+1) \\ \underline{\varepsilon}(k+1) \\ \underline{x}_c(k+1) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{A} + \underline{B}k & -\underline{B}k & -\underline{B}k \underline{c} & \underline{B}(\underline{c}_c^T + k \underline{c}_c) \\ \underline{0} & \underline{A}_a - \underline{M} \underline{C}_a^T & \underline{0} & \underline{0} \\ -\underline{B}_c \underline{C}_c^T & \underline{0} & \underline{0} & \underline{A}_c \end{bmatrix}}_{\underline{A}_F} \begin{bmatrix} \underline{x}(k) \\ \underline{\varepsilon}(k) \\ \underline{x}_c(k) \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{I} & \underline{0} & \underline{0} \\ \underline{E}_a & \underline{F}_a - \underline{M} \underline{G} & \underline{G}_a \\ \underline{0} & -\underline{B}_c \underline{F} & \underline{B}_c \end{bmatrix}}_{\underline{B}_F} \begin{bmatrix} \bar{w}(k+1) \\ w(k) \\ y_r(k) \end{bmatrix} \quad (4.17.a)$$

$$\begin{aligned}
 e(k) &= \underbrace{\begin{bmatrix} -\underline{C}^T & \underline{0} & \underline{0} \end{bmatrix}}_{\underline{C}_F} \begin{bmatrix} \underline{x}(k) \\ \underline{\varepsilon}(k) \\ \underline{x}_c(k) \end{bmatrix} + \\
 &+ \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{0} & -\underline{F} & \underline{1} \end{bmatrix}}_{\underline{D}_F} \begin{bmatrix} \bar{w}(k+1) \\ w(k) \\ y_r(k) \end{bmatrix} \quad (4.17.b)
 \end{aligned}$$

ou ainda,

$$\begin{bmatrix} \underline{x}(k+1) \\ \underline{\varepsilon}(k+1) \\ \underline{x}_c(k+1) \end{bmatrix} = \underline{A}_F \begin{bmatrix} \underline{x}(k) \\ \underline{\varepsilon}(k) \\ \underline{x}_c(k) \end{bmatrix} + \underline{B}_F \begin{bmatrix} \bar{w}(k+1) \\ w(k) \\ y_r(k) \end{bmatrix} \quad (4.18.a)$$

$$e(k) = \underline{C}_F \begin{bmatrix} \underline{x}(k) \\ \underline{\varepsilon}(k) \\ \underline{x}_c(k) \end{bmatrix} + \underline{D}_F \begin{bmatrix} \bar{w}(k+1) \\ w(k) \\ y_r(k) \end{bmatrix} \quad (4.18.b)$$

onde

$$\begin{aligned} & \left[\underline{A}_F \right]_{2(n+r) \times 2(n+r)} ; \left[\underline{B}_F \right]_{2(n+r) \times (n+2)} \\ & \left[\underline{C}_F \right]_{(1) \times 2(n+r)} ; \left[\underline{D}_F \right]_{(1) \times (n+2)} \end{aligned}$$

Das relações (3.19) a (3.24) do capítulo 3, deduz-se imediatamente que,

$$\begin{aligned} \det \left[\underline{I}_q - \underline{A}_F \right] e(k) &= \left[\underline{C}_F^T \text{ adj } \underline{I}_q - \underline{A}_F \underline{B}_F \right. \\ & \left. + \det \left[\underline{I}_q - \underline{A}_F \underline{D}_F \right] \begin{bmatrix} \bar{w}(k+1) \\ w(k) \\ y_r(k) \end{bmatrix} \right] \end{aligned} \quad (4.19)$$

ainda mais, comparando as matrizes $\underline{A} + \underline{B}k$, $\underline{B}(\underline{C}_C^T + k \underline{C}_C)$, $-\underline{B}_C \underline{C}_C^T$ e \underline{A}_C da relação (3.20.a) com $\begin{bmatrix} \underline{A} + \underline{B}k & | & -\underline{B}k & , & -\underline{B}k \underline{C}_C^T \\ \underline{0} & | & \underline{A}_a - \underline{M} \underline{C}_a^T & \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} \underline{B}(\underline{C}_C^T + k \underline{C}_C) \\ \underline{0} \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} -\underline{B}_C \underline{C}_C^T & | & \underline{0} & , & \underline{0} \end{bmatrix}$ e \underline{A}_C de (4.17.a); concomitantemente comparando \underline{B}_L , \underline{C}_L^T e \underline{D}_L dados em (3.20.b,c,d) com \underline{B}_F , \underline{C}_F e \underline{D}_F das relações (4.17), chega-se facilmente à relação (3.53), descrita agora como ,

$$\det \left[\underline{I}_q - \underline{A}_F \right] e(k) = 0 \quad (4.20)$$

A equação de diferença (4.20) do erro de rastreamento $e(k)$ definido em (4.2.b) indica que a regulação do sistema aumentado descrito em (4.1) através do compensador estabilizante proposto em (4.4) dispensa a inclusão da dinâmica do distúrbio $w(k)$ (ou $\bar{w}(k+1)$) e a referência no modelo do referido compensador. Se bem que o citado compensador estabilizante não estima os estados $\underline{x}_a(k)$ do sistema discreto-amostrado conforme a equação (4.10), a qual mostra claramente que em regime $e(k)$ não é nulo. Daí afirmar-se que

o compensador estabilizante (4.4) é um observador de Luenberger, no sentido fiel da palavra, somente para sistema autônomo originado de (4.1) - ver item 4.2.1 .

Ainda mais, de (4.15.a), conclue-se*,

$$\det[zI - \underline{A}_F] = \det[zI - (\underline{A}_a + \underline{B}_a \underline{k}_a)] \det[zI - (\underline{A}_a - \underline{M} \underline{C}_a^T)] \quad (4.21)$$

tal resultado é conhecido como a propriedade da separação ^(18, 61), cujos polos do sistema inteiro consistem de

- a) os polos do regulador (os autovalores de $\underline{A}_a + \underline{B}_a \underline{k}_a$), determinados completamente pelo vetor de realimentação \underline{k}_a , e
- b) os polos do compensador estabilizante (os autovalores de $\underline{A}_a - \underline{M} \underline{C}_a^T$), determinados completamente pela matriz de realimentação \underline{M} .

O comportamento do vetor de estado é governado pelos polos em (a), e o erro de estimação do vetor pelos polos em (b).

Um caso de interesse especial ocorre quando os polos do sistema aumentado e do "observador" são localizados todos na origem . Assim, da relação (4.20) vem que

$$\det[zI - \underline{A}_F] = z \cdot z \dots z = z^{2(n+r)} \quad (4.22)$$

(*) Já que $\det \begin{bmatrix} \underline{A} & \underline{B} \\ \underline{0} & \underline{C} \end{bmatrix} = \det \underline{A} \det \underline{C}$; e quando permutamos filas de uma matriz, o determinante só altera de sinal; no caso em foco ocorreram duas trocas.

significando que (ver prova do corolário 3.1),

$$q^{2(n+r)} e(k) = 0 \quad (4.23)$$

ou ainda,

$$e(k+2\overline{n+r}) = 0 \quad (4.24)$$

desde que (4.22) é satisfeita, então qualquer erro de rastreamento inicial $e(0)$ é reduzido para zero no máximo após $2(n+r)$ iterações.

Usando a propriedade da separação, pode-se dizer que o compensador estabilizante reconstruirá os estados $\underline{x}_a(k)$ a menos de $\underline{\varepsilon}(k)$ (estima $\hat{\underline{x}}_a(k) = \underline{x}_a(k) - \underline{\varepsilon}(k)$) no máximo em $(n+r)$ iterações, onde o erro de estimação $\underline{\varepsilon}(k)$ em regime permanente contém somente os modos dos sinais da referência e distúrbio, conforme a expressão (4.10). Após, o regulador levará o erro de rastreamento $e(k)$ para zero (a saída $y(k)$ rastreia a referência $y_r(k)$) em mais no máximo $(n+r)$ passos. Neste caso, se está diante de um sistema de controle "deadbeat" com realimentação de estados, através do compensador estabilizante tipo "observador Luenberger" "deadbeat".

4.3 - DISCUSSÕES COMPLEMENTARES

4.3.1 - O Compensador Estabilizante

A cerca do compensador estabilizante tipo "observador de Luenberger" proposto neste trabalho (ver expressão 4.4), faz-se necessário tecer as seguintes considerações adicionais:

- ele somente estabiliza o sistema aumentado (ver (4.20)); não estimando os estados conforme mostra a equação de dife

rença (4.10), salvo se o sistema for autônomo (ver item 4.2.1);

- a sua inclusão não modifica a resposta forçada $y_r(k)$ (ver 4.20).

A primeira consideração é facilmente explicável pois que o ato do compensador não estimar os estados prende-se ao fato da não inclusão da dinâmica dos distúrbios e da referência no modelo do referido compensador.

A segunda abordagem está fundamentada no resultado (4.20); uma explicação para este resultado é dado a seguir.

Desde que a lei de regulação é expressa por,

$$u(k) = \underline{k}_a \hat{x}_a(k) = \underline{k}_a (\underline{x}_a(k) - \underline{\varepsilon}(k)) \quad (4.25)$$

então nota-se claramente que existe a parcela $\underline{k}_a \underline{\varepsilon}(k)$ em excesso, responsável pela não estimação dos estado, pois quando o compensador atinge seu regime permanente (suas componentes modais anulam-se assintoticamente), ainda assim $\underline{\varepsilon}(k) \neq 0$ de acordo com a expressão (4.10). Oras, deste mesmo resultado (4.10) conclue-se que os modos do sinal $\underline{\varepsilon}(k)$ estão incluídos no servocompensador. Desta forma o servocompensador bloqueará $\underline{k}_a \underline{\varepsilon}(k)$. Ou seja, o erro de rastreamento $e(k)$ em regime permanente não será afetado pela parcela $\underline{k}_a \underline{\varepsilon}(k)$. A figura 4.2 ilustra a discussão presente.

Da simulação do sistema de controle híbrido (capítulo 7) notou-se que o transitório do sistema inteiro era melhorado quando realimentavam-se diretamente os estados do servocompensador digital ao invés daqueles estimados pelo compensador.

4.3.2 - Robustez

O mecanismo deste capítulo é robusto com respeito a

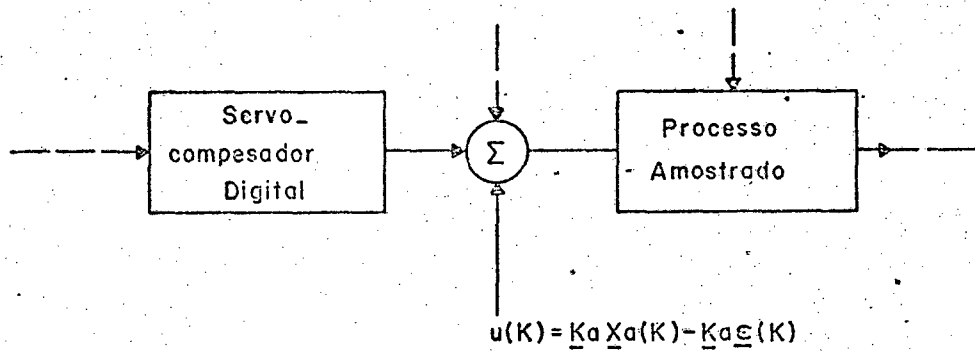


Fig. 4.2 - Após as componentes modais do compensador anularem-se, o sinal em excesso $K_a e(k)$ é bloqueado pelo servocompensador digital.

todos os parâmetros (incluindo \underline{A}_a , \underline{B}_a , \underline{C}_a^T e \underline{M} , do compensador estabilizante), exceto para \underline{A}_c .

Esta propriedade de robustez é facilmente explicável usando o item (39) do teorema principal do capítulo 3. Basta considerar agora \underline{A}_F ao invés de \underline{A}_L e trabalhar com a expressão (4.20).

4.3.3 - Dimensões do compensador versus robustez e tempo de acomodamento

Neste trabalho foi proposto um compensador estabilizante tipo "observador de Luenberger" de ordem completa para o sistema aumentado, dirigido pelo erro de observação. Desde que os estados do servocompensador são por construção todos mensuráveis, então se está na realidade cometendo uma redutância, porém, Bhattacharyya⁽⁷⁴⁾ demonstra ser a redutância uma das condições necessárias para o observador ser robusto.

Ferreira⁽⁷⁰⁾ propõe para o servomecanismo ora em estudo um observador de ordem completa somente para o processo, aqui a robustez novamente existe; porém à primeira vista acredita-se ser esta robustez inferior àquela obtida neste trabalho. E justifica-se rapidamente: no trabalho presente as ordens das matrizes que definem o compensador são superiores (por exemplo a matriz de estado é de ordem $(n+r)$ e não simplesmente n), então uma perturbação nos parâmetros do compensador acarretará o aparecimento de uma menor sensibilidade (maior robustez.) naquele proposto neste trabalho, pelo menos é o que se espera.

Evidente que a adoção do "observador" de ordem completa $(n+r)$ aumenta o tempo de acomodamento da saída do processo de $(n+r)T$.

(ver corolário 3.1) para $2(n+r)T$ segundos, enquanto que àquele de ordem n aumenta simplesmente para $(2n+r)T$ segundos.

Aqui um dilema é criado: uma alta robustez é paga com um maior tempo de acomodamento. Então, dependendo do problema a ser resolvido (inclusive dos valores de n e r) a opção deve ser dada pelo engenheiro responsável pelo projeto.

Outras alternativas de estruturas para o observador de Luenberger são vista na figura 4.3. Os observadores de ordem reduzidas, tal como discutido por exemplo por Kwakernaak & Sivan⁽¹⁴⁾, apesar de ser rápidos perdem no entanto a propriedade de robustez⁽⁷⁴⁾.

4.3.4 - É viável o uso de observadores para processos com controle "deadbeat"?

Sem perdas de generalidade vamos supor aqui que o sistema a ser observado seja autônomo e o observador tenha a dimensão do sistema aumentado.

De acordo com Luenberger⁽⁶⁸⁾, o observador deve ser projetado tal que a dinâmica de seus elementos seja mais rápida daqueles do próprio sistema a ser observado, mas não tão rápido que acarrete características indesejáveis ao sistema.

No caso presente, em que um sistema de controle "deadbeat" é regulado através de um observador tipo "deadbeat", é relativamente fácil de constatar a não rapidez deste observador sobre o sistema observado. Assim, se o engenheiro projetista está interessado em observar os estados do processo durante o transitório (por exemplo investigar picos), terá uma decepção, já que o observador é

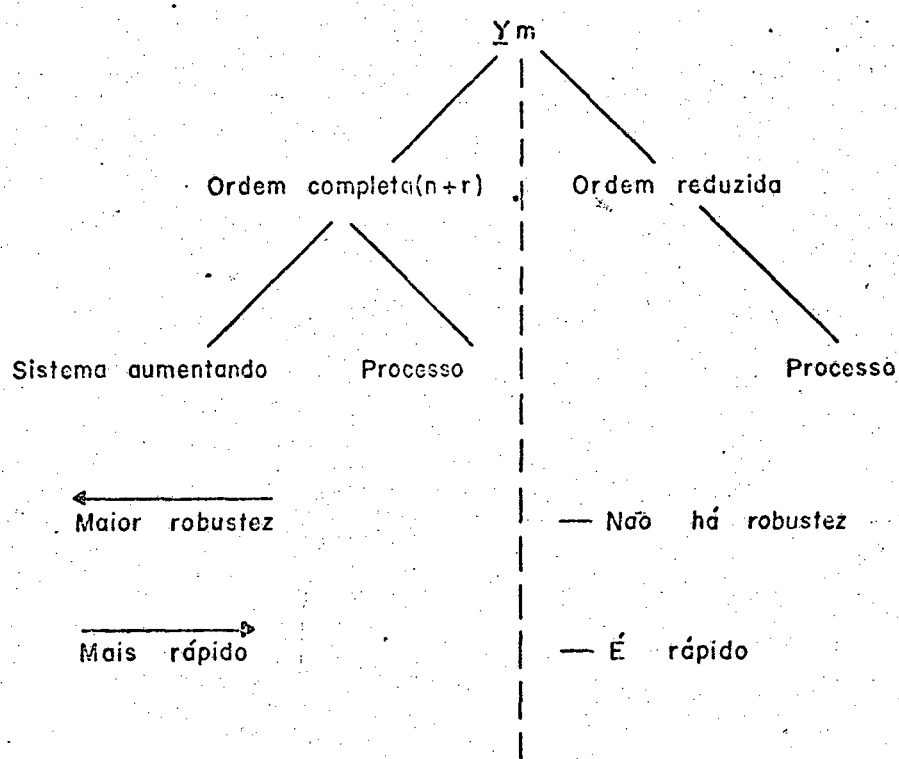


Fig.4.3- Dimensões possíveis do "observador" para o problema do servomecanismo aqui proposto versus a robustez e tempo de acomodamento.

somente tão rápido quanto o próprio processo. Desta forma a convergência do erro de estimação $\underline{\varepsilon}(k)$ é demorada (ou seja: $(n+r)T$ segundos), e como consequência o transitório é ignorado pelo observador. A figura 4.4 ilustra o fato.

Fica lúcido que o uso de observadores para processos rápidos é viável somente para a estabilização do citado processo, e nunca com propósitos de estimar as variáveis durante o transitório.

4.3.5 - Rastreamento entre os instantes de amostragem

Conforme já enfatizado na seção 3.3.6 o resultado (4.20) garante somente o rastreamento da saída nos instantes de amostragem kT .

O seguimento entre os instantes de amostragem será abordado no próximo capítulo.

4.4 - CONCLUSÕES

Foi mostrado que o compensador estabilizante tipo "observador de Luenberger" regula o sistema aumentado através da realimentação de todos os estado. Sendo assim possível realizar um controle em tempo rápido, desde que os polos em malha fechada sejam localizados bem próximos da origem.

Também mostrou-se que o modelo do compensador dispensa a inclusão da dinâmica dos distúrbios e da entrada do sinal de referência. Daí tal compensador não ser denominado de observador (no sentido fiel da palavra) pois que ele tão somente regula o sistema sem estimar os estado. É bem verdade que ele atua como observador

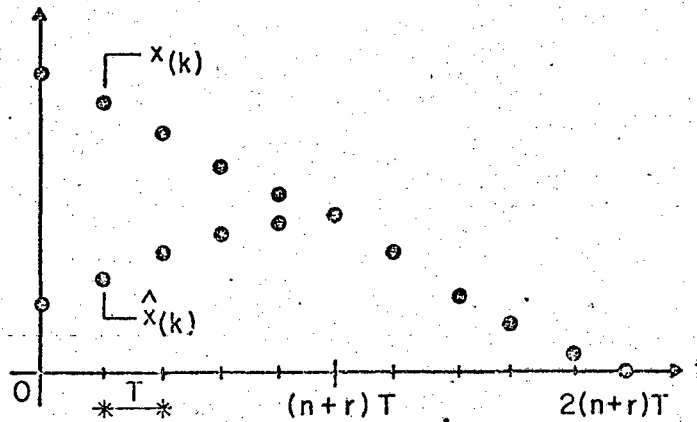


Fig. 4.4 - Uma ilustração simbólica de o fato do observador não estimar o processo durante os $(n+r)T$ segundos do transitório:

n : ordem do processo;

r : ordem do servocompensador;

$n+r$: observador de ordem completa.

para o sistema autônomo. Ainda mais a parcela que excede os estados estimados não afeta a regulação, porque os seus modos estão contidos no servocompensador.

Não se deve esquecer, no entanto, que o compensador estabilizante é um cópia do sistema aumentado e funciona com a saída do sistema original.

C A P Í T U L O 5

O PROBLEMA DO SEVOMECANISMO ROBUSTO PARA SISTEMAS AMOSTRADOS
LINEARES - RASTREAMENTO ENTRE OS INSTANTES DE AMOSTRAGEM5.1 - INTRODUÇÃO

No presente trabalho a estratégia de controle é implementada por um computador digital (CDD), conforme ficou patente das discussões desenvolvidas no capítulo 1. Então a flexibilidade ("software") e precisão são garantidas, ainda mais a interface de quantização computador - processo envolve um período T de amostragem.

Por outro lado existem muitas situações em que o período de amostragem é deveras grande quando comparado às constantes de tempo do processo (12^8). Daí a necessidade de regular o erro de rastreamento também entre as amostragens, já que no presente caso os resultados (3.53) e (4.20) garantem tão somente a regulação nos instantes de amostragem, com e sem conhecimento de todos os estados, respectivamente.

Em suma, aqui se está interessado em anular o erro de saída $e(t)$ - ver expressão (2.2) - apesar de o controle ser implementado por um dispositivo digital. Assim é que no capítulo 2 ficou estabelecido que o processo entre as amostragens é malha aberta e de comportamento dependente diretamente da ação do distúrbio contínuo eventualmente presente, bem como do sinal constante proveniente do sustentador de ordem zero (SOZ).

Portanto, o objetivo deste capítulo é apresentar uma estratégia de controle robusta para sistemas amostrados lineares, tal que o erro de saída é assintoticamente nulo não somente para os instantes de amostragem, como também entre estes instantes, independente da presença de distúrbios contínuos e de perturbações nos parâmetros do sistema.

Este capítulo será organizado da seguinte forma: Um breve histórico de trabalhos apresentado na área de rastreamento entre as amostragens é apresentado na seção 5.2. Na seção 5.3 é proposto o uso do gerador analógico dos modos da referência e distúrbios (abreviadamente g.a.m.r.d) como uma solução para garantir o seguimento da referência entre as amostragens. A descrição matemática do subsistema g.a.m.r.d. + processo é vista em 5.4. Na seção 5.5 é apreciada a robustez do sistema. Discussões complementares são enfocadas na seção 5.6. E finalmente os resultados principais são formalizados como conclusões na seção 5.7.

5.2 - O QUE TEM SIDO FEITO PARA SEGUIR SINAIS ENTRE OS INSTANTES DE AMOSTRAGEM?

A seguir são apresentados alguns trabalhos de autores preocupados com o rastreamento da referência entre os instantes de amostragem.

Smith⁽⁷²⁾ discute um método para rastrear qualquer polinomial, com qualquer tipo de sustentador, entre as amostragens para um sistema contínuo no tempo.

Yih-Shuh Jan⁽²⁰⁾ propõe uma estratégia para rastrear qualquer polinomial, desde que o grau do polinômio temporal não se-

ja maior que a ordem do sistema linear.

Kuo⁽⁴⁾ analisa o erro de estado permanente entre as amostragens, usando a transformada z modificada, e estende o estudo ao projeto de controle "deadbeat".

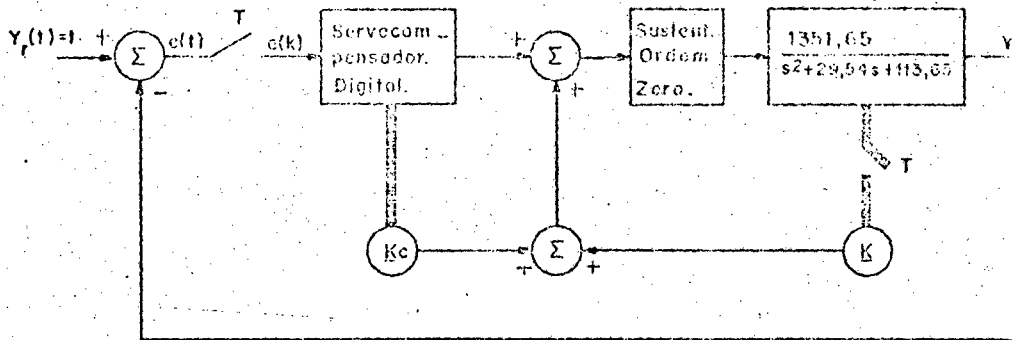
Kuo⁽⁶⁷⁾ discute o rastreamento de degrau e rampa, mesmo entre as amostragens, sob o enfoque de controle ótimo do tempo com e sem realimentação dos estados.

Cadzow & Martens⁽²⁴⁾ desenvolvem algoritmos para garantir rastreamento com um número mínimo de iterações, para referências degrau e rampa.

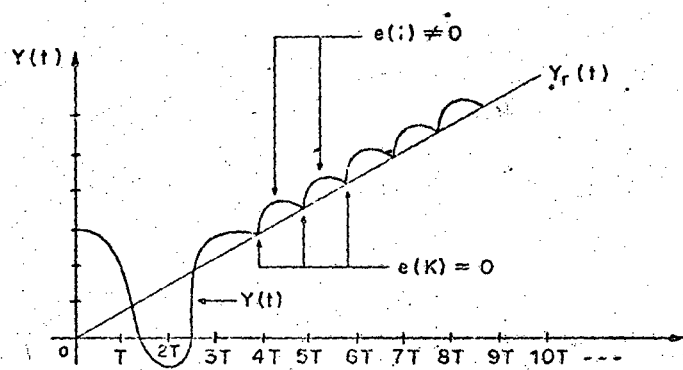
5.3 - UMA SOLUÇÃO PARA O RASTREAMENTO ENTRE OS INSTANTES DE AMOSTRAGEM - SERVOMECANISMO ROBUSTO PARA SISTEMAS AMOSTRADOS LINEARES

Em geral, quando um sistema tem um erro de estado permanente nulo nos instantes de amostragem, $e(k)=0$, o erro para outros instantes não é necessariamente zero.

A figura 5.1 ilustra a resposta típica de um processo contínuo controlado por um dispositivo digital. A entrada do processo é uma função escadaria devido a presença do sustentador de ordem zero, e ademais é suposto que a ordem de grandeza do período de amostragem é superior àquela da constante de tempo do processo, e então a evolução da resposta do sistema entre as amostragens está ligada diretamente às próprias dinâmicas de suas constantes de tempo. Daí a preocupação de anular o erro de saída contínua nos intervalos dos períodos de amostragem. Aqui prefere-se denominar tal problema de problema do servomecanismo robusto para sistemas amostrados lineares.



(a)



(b)

Fig. 5.1 - Sistema linear contínuo controlado por um dispositivo digital, período de amostragem é T : (a) representação em diagrama de blocos; (b) a saída $Y(t)$ no domínio tempo p/ uma entrada tipo rampa constante de tempo $\approx 0,22$ seg, $T = 0,3$ seg.

Apesar de o problema do servomecanismo robusto para sistemas contínuos ou discretos ser amplamente tratado na literatura, porém para sistemas amostrados não tem sido dada a atenção adequada. Na seção 5.2, por exemplo, ficou patente que os estudos do rastreamento entre as amostragens tem sido abordado somente para sinais polinomialis e não é considerado o efeito de distúrbios e perturbações.

Neste trabalho será extendido tal estudo, onde será proposto uma solução para rastrear entre as amostragens qualquer entrada de referência que seja um sinal proveniente de sistemas lineares contínuos autônomos.

5.3.1 - Projeto do gerador para garantir o rastreamento entre as amostragens

Conforme já enfatizado os resultados (3.53) e (4.20) garantem o desvanecimento assintótico do erro de saída somente nos instantes de amostragem.

Para a saída $y(t)$ seguir a entrada de referência $y_r(t)$, em regime permanente, propõe-se a inclusão de um compensador $G(s)$ em cascata com o processo, denominado de gerador analógico dos modos da referência e distúrbio (g.a.m.r.d), onde $G(s)$ é excitado pela saída do sustentador de ordem zero e a sua saída é agora a entrada do processo. O g.a.m.r.d. contém os modos dos sinais da referência e distúrbio, ambos contínuos. A tabela 5.1 explicita a função de transferência $G(s)$ para os diversos casos de referência e distúrbio. Ainda mais, a figura 5.2 ilustra o problema do servomecanismo robusto para sistemas lineares amostrados.

Observando a tabela 5.1 constata-se que de uma forma

Refer. Dist. $Y_r(t)$ $W(t)$	Degrau	Rampa	$\sum_{i=0}^m a_i t^i$	$\text{Exp}(at)$	$A\cos(\omega_0 t + \varphi)$
Degrau	não é necessár.	$\frac{1}{s}$	$\frac{1}{s^m}$	$\frac{1}{s-a}$	$\frac{1}{s^2 + \omega_0^2}$
Rampa	$\frac{1}{s}$	$\frac{1}{s}$	$\frac{1}{s^m}$	$\frac{1}{s(s-a)}$	$\frac{1}{s(s^2 + \omega_0^2)}$
$\sum_{i=0}^m a_i t^i$	$\frac{1}{s^m}$	$\frac{1}{s^m}$	$\frac{1}{s^m}$	$\frac{1}{s^m(s-a)}$	$\frac{1}{s^m(s^2 + \omega_0^2)}$
$\text{Exp}(at)$	$\frac{1}{s-a}$	$\frac{1}{s(s-a)}$	$\frac{1}{s^m(s-a)}$	$\frac{1}{s-a}$	$\frac{1}{(s-a)(s^2 + \omega_0^2)}$
$A\cos(\omega_0 t + \varphi)$	$\frac{1}{s^2 + \omega_0^2}$	$\frac{1}{s(s^2 + \omega_0^2)}$	$\frac{1}{s^m(s^2 + \omega_0^2)}$	$\frac{1}{(s-a)(s^2 + \omega_0^2)}$	$\frac{1}{s^2 + \omega_0^2}$

Tabela 5.1 - Função de transferência $G(s)$ do gerador analógico dos modos da referência e distúrbio (g.a.m.r.d) para as combinações mais comuns destes sinais, considerando que o sustentador é de ordem zero.

geral $G(s)$ possui todos os modos da referência e distúrbio. Apenas para os casos de sinais com polos na origem é que $G(s)$ não precisa necessariamente conter a todos, e sim um a menos. A razão é devido a presença do sustentador de ordem zero. Mas se ainda assim for incluído este modo instável no g.a.m.r.d., então a entrada do sustentador será levada para zero, indicando que o computador está livre inclusive para elaborar outras tarefas.

Tenta-se agora explicar rapidamente o porquê deste rastreamento entre as amostragens: Na ausência do g.a.m.r.d., o controlador digital origina geralmente uma função escadaria tal que em regime permanente $\lim_{k \rightarrow \infty} e(k) = 0$, graças a ação do servocompensador digital, mas $e(t)$ continua de uma forma geral não nulo. Pois bem, agora com a inclusão do gerador analógico dos modos da referência e distúrbio o controlador digital é tal que a saída do sustentador de ordem zero é constante (inclusive zero.) em regime permanente. Então o g.a.m.r.d gera internamente o distúrbio contínuo $w(t)$ e o anula, ao mesmo tempo que garante a saída do processo ser o sinal de referência $y_r(t)$. Na figura 5.2 é mostrado os sinais nos diversos pontos quando o regime permanente é alcançado: $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$. Então a inclusão do g.a.m.r.d determina que a saída do sustentador $u_0(t)$ em regime permanente seja uma função constante, de tal modo que a saída do processo é simplesmente $y_r(t)$ (sua resposta forçada.), pois que o g.a.m.r.d contém os modos da referência e do distúrbio. Ainda mais pode-se afirmar que a entrada $u_0(k)$ do SOZ* é um sinal de tal sorte que coloca as condições iniciais necessárias no sistema a

(*) SOZ : Sustentador de Ordem Zero

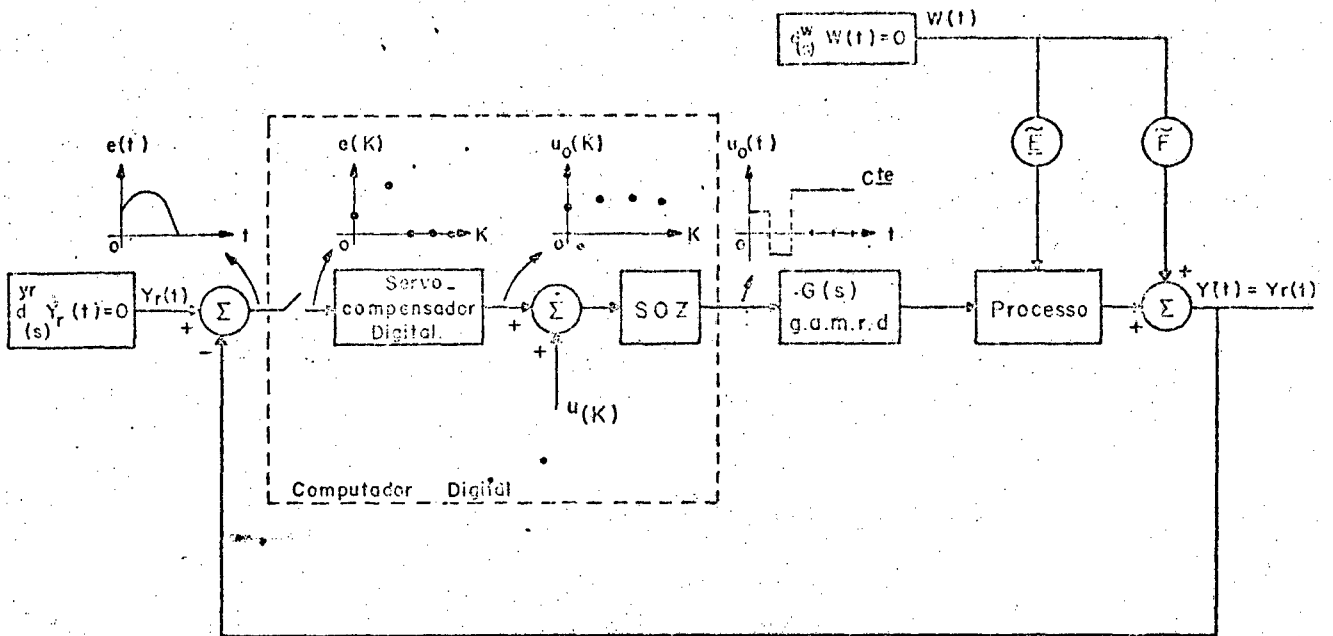


Fig.5.2 - O problema do servomecanismo robusto para sistemas amostrados lineares: são mostrados os diversos níveis dos sinais para o regime permanente, $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$.

fim de $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$. A figura 5.3 dá uma visão do fato. Aqui deve ficar compreendido a ação individual de cada dispositivo:

- o servocompensador digital amarra a resposta $y_r(t)$ nos instantes de amostragem, tal que $\lim_{k \rightarrow \infty} e(k) = 0$;
- já o g.a.m.r.d, por ser uma cópia analógica da referência e distúrbio (ver tabela 5.1), é então responsável pelo rastreamento entre as amostragens, $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$, desde que exista o servocompensador; caso contrário ele somente filtrará a saída $y(t)$. A figura 5.4. exemplifica o caso; o controlador é digital - analógico.

Doraiswami⁽¹²⁸⁾ apresenta as condições necessárias e suficientes para a implementação da estratégia de controle que garante o rastreamento nos instantes e entre as amostragens.

Sob o ponto de vista de processamentos de sinais, se está na realidade reconstruindo um sinal amostrado. Pois que a referência $y_r(t)$, sem perdas de informações, é reconstruída na saída do servomecanismo, ainda mais para qualquer período de amostragem*. Então deve-se alertar que tal reconstrução não satisfaz o Teorema da Amostragem⁽⁷³⁾, o que a priori poderia parecer um paradoxo. Na realidade a explicação é muito simples: a referência $y_r(t)$ é reconstruída devido a presença do g.a.m.r.d (este contém os modos da referência.) e ainda mais do controlador digital (em particular o servocompensador) que gera as condições iniciais necessárias para sincronizar a saída com a entrada.

(*) Evidente que existe um compromisso entre este período e os instantes que os distúrbios (ou mudanças das referências) ocorrem no sistema, sob pena de nunca se alcançar a solução de regime.

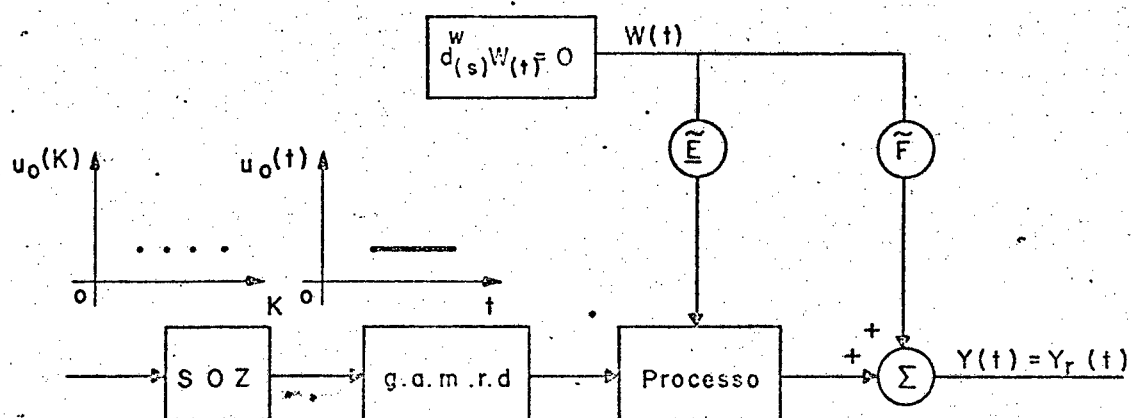


Fig. 5.3 - O sistema com o g.a.m.r.d. em regime permanente: a entrada do SOZ é um sinal constante oriundo do controle digital tal que $Y(t) = Y_r(t)$.

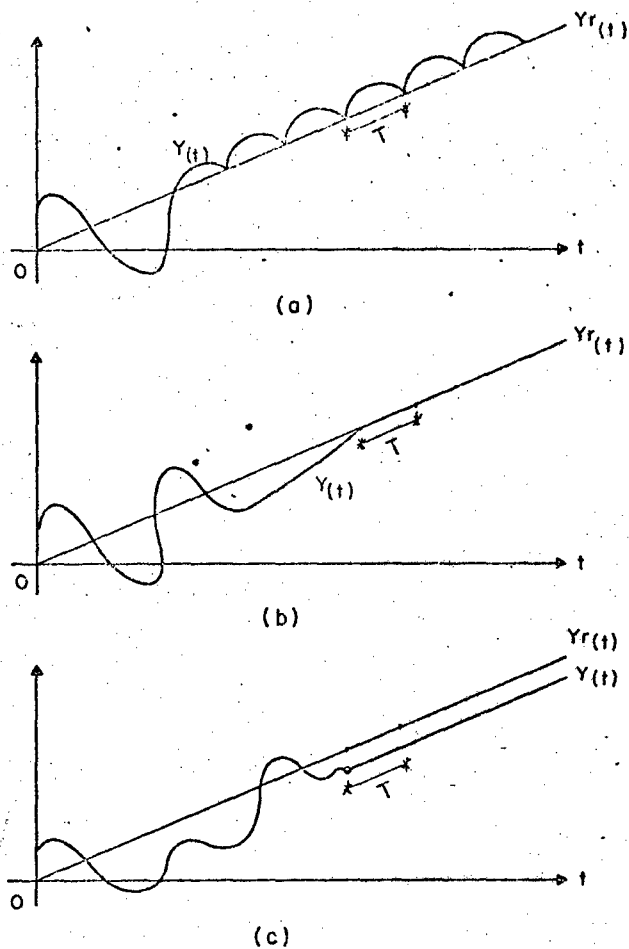


Fig.5.4 - A ação individual do servocompensador digital e do g.a.m.r.d.: (a) existe somente o servocompensador, $\lim_{K \rightarrow \infty} e_{(K)} = 0$; (b) agora existem g.a.m.r.d. + servocompensador, $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$; (c) existe somente o g.a.m.r.d., a saída é apenas alisada (ver (a)), sem no entanto seguir a entrada.

CONVENÇÕES : $Y_r(t)$: referência a ser rastreada, no caso $Y_r(t) = \text{rampa}$.
 $Y(t)$: saída a seguir $Y_r(t)$ em regime.
 T : período de amostragem.

5.4 - DESCRIÇÃO MATEMÁTICA DO NOVO SUBSISTEMA: PROCESSO SEGUIDO DO G.A.M.R.D. .

Da conveniência de se obter um rastreamento mesmo entre os instantes de amostragem, houve então a necessidade de pré-compensar o processo através de um gerador analógico em cascata $G(s)$, conforme ilustrado na figura 5.2.

Sob o ponto de vista do sistema de controle digital o novo processo a ser controlado através do algoritmo CDD é dado pelo processo original seguido do g.a.m.r.d.. É evidente que esta preocupação se prende ao fato de precisar-se regular o sistema aumentando agora incluindo o g.a.m.r.d, pois não existe nenhum interesse em rastrear qualquer saída do g.a.m.r.d..

O novo processo é visto na figura 5.5, onde o g.a.m.r.d. não sujeito a distúrbios é representado em variáveis de estado por,

$$\dot{\underline{x}}_g = \underline{A}_g \underline{x}_g + \underline{B}_g u_0(t) \quad (5.1.a)$$

cuja saída é dada por,

$$y_g = \underline{C}_g^T \underline{x}_g \quad (5.1.b)$$

onde

$\underline{x}_g \in R^V$, é o estado do g.a.m.r.d;

$u_0(t) \in R$, é a saída do SOZ;

$y_g \in R$, é a saída do g.a.m.r.d e atua como entrada para o processo;

Ademais,

$$\underline{A}_g = \begin{bmatrix} 0 & & & & \\ 0 & & \underline{I} & & \\ \vdots & & & & \\ -a_v & -a_{v-1} & \dots & -a_1 & \end{bmatrix} \in R^{V \times V} \quad (5.1.c)$$

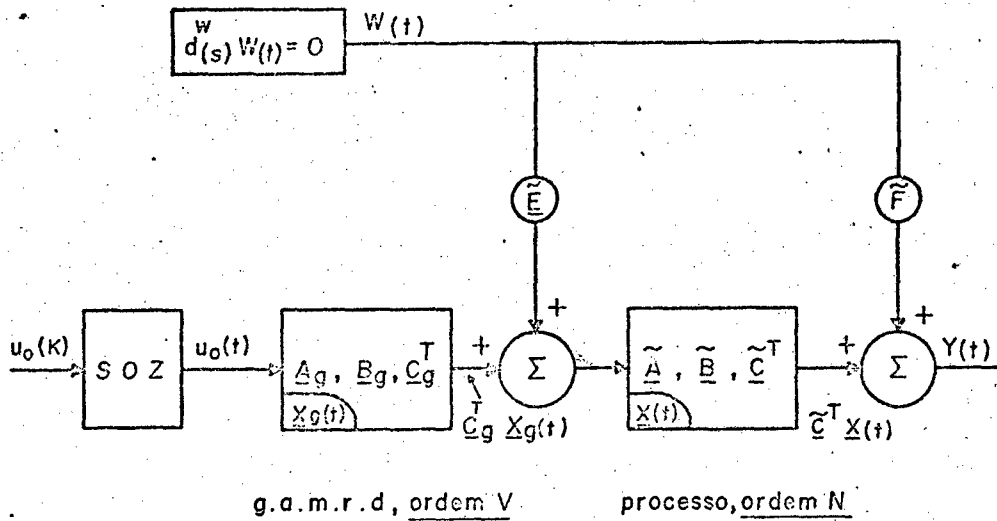


Fig.5.5 - O sistema analógico entre os instantes de amostragem: processo em cascata com o g.a.m.r.d.

$$\underline{B}_g = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \in R^V \quad (5.1.d)$$

$$\underline{C}_g^T = [1 \ 0 \ \dots \ 0] \in R^V \quad (5.1.e)$$

$$e \quad \det [sI - \underline{A}_g] = s^V + a_1 s^{V-1} + \dots + a_{V-1} s + a_V \quad (5.2)$$

cujas raízes satisfazem à tabela 5.1..

A partir de Chen⁽⁶¹⁾, a equação dinâmica da conexão cascata do g.a.m.r.d. dado por (5.1) com o processo descrito por (2.1) é dada por

$$\begin{bmatrix} \dot{\underline{x}} \\ \dot{\underline{x}}_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\underline{A}} & \tilde{\underline{B}} \underline{C}_g \\ \underline{0} & \underline{A}_g \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{x} \\ \underline{x}_g \end{bmatrix}^* + \begin{bmatrix} \underline{0} \\ \underline{B}_g \end{bmatrix} u_0(t) + \begin{bmatrix} \tilde{\underline{E}} \\ \underline{0} \end{bmatrix}^{**} w(t) \quad (5.3.a)$$

(*) Sem perdas de generalidades o vetor $\begin{bmatrix} \underline{x} \\ \underline{x}_g \end{bmatrix}$ pode ser visto como estado de um novo processo (processo original seguido do g.a.m.r.d) e então (5.3) se confunde com (2.1).

(**) A estrutura deste vetor indica que o g.a.m.r.d não sofre a ação do distúrbio $w(t)$.

$$y(t) = \left[\underline{\tilde{C}}^T, \underline{0} \right] \begin{bmatrix} \underline{x} \\ \underline{x}_g \end{bmatrix} + \tilde{F} w(t) \quad (5.3.b)$$

Desde que o subsistema (5.3) de entrada $u_0(t)$ e saída $y(t)$ é monovariável, é sabido então que a condição necessária e suficiente para que o mesmo seja observável e controlável é que não exista cancelamentos de polos e zeros^{(61)*}. Pois tal observabilidade e controlabilidade são necessárias para a implementação do controle digital proposto neste trabalho, conforme já enfatizado.

5.5 - A ROBUSTEZ DO SISTEMA

Em se tratando de um problema de servomecanismo robusto para sistemas amostrados lineares (ou ainda servomecanismo robusto para sistemas híbridos) torna-se interessante discutir a robustez sob dois enfoques:

1º) Robustez quanto ao rastreamento da referência discreta $y_r(k)$

Conforme já enfatizado o subsistema processo + g.a.m.r.d. pode ser colocado na forma da expressão (2.1) e então se pode afirmar categoricamente que esta robustez é conservada (ver resultado 3.6.2 e seção 4.3.2). Assim desde que não se perturbe a matriz \underline{A}_c do servocompensador (ver secção 3.3.3), ter-se-á

$$\lim_{k \rightarrow \infty} e(k) = 0$$

(*) p.p. 364

29) Robustez quanto ao rastreamento da referência con-
tínua $y_r(t)$ - seguimento entre os instantes de amostragem

Aqui o rastreamento à entrada de referência $y_r(t)$ é as-
 segurado contanto que não se perturbe os elementos da matriz de es-
 tado \underline{A}_g do g.a.m.r.d, já que esta contém os modos da referência e
 do distúrbio (ver tabela 5.1 e expressão 5.2).

Portanto, se o par de matrizes \underline{A}_c e \underline{A}_g não é perturba-
 do a robustez para o rastreamento entre as amostragens é garantida,
 assim

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$$

Ademais, se uma perturbação é dada em \underline{A}_g , o rastreamento
 discreto não é violado ($\lim_{k \rightarrow \infty} e(k) = 0$) mas o contínuo sim.

E se uma perturbação ocorre na matriz \underline{A}_c , então ambos
 os rastreamentos são violados. Pois que teria-se imediatamente o
 $\lim_{k \rightarrow \infty} e(k) \neq 0$. e logicamente ter-se-á $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) \neq 0$, o que não é verda-
 deiro para o caso inverso (ou seja: se $e(t) \neq 0$ não implica em $e(k) \neq$
 0.). Daí a importância do servocompensador digital, pois o fato de
 le amarrar a resposta nos instantes de amostragem já garante uma
 boa precisão sob o ponto de vista de rastreamento contínuo.

Ambas as robustez são testadas no capítulo 7.

5.6 - DISCUSSÕES COMPLEMENTARES

5.6.1 - A inclusão do g.a.m.r.d.

Do capítulo 1 deste trabalho ficou determinado as vâ-
 rias vantagens do controle digital-"software" - em relação àquele

analógico. Agora com o uso do g.a.m.r.d. em cascata com o processo, se poderia pensar que tais vantagens seriam perdidas, mas isto não é verdade. Não é verdade porque o controle, exceto o rastreamento entre as amostragens, continua digital (o servocompensador é digital). Assim a referência é discreta (por exemplo gerado no computador digital), as medições das saídas ainda são digitais e a regulação (usando observador ou não) é digital. Além disso é possível ainda implementar uma lei de controle rápida tipo "deadbeat".

É evidente que o rastreamento entre as amostragens fica dependendo da precisão conferida ao g.a.m.r.d. quando da sua construção. Ou se se prefere viabilizar a construção de um gerador dos modos da referência e distúrbios também digital, de tal forma que este operaria entre os instantes de amostragem com um intervalo de tempo de operação muito inferior àquele do processo. Assim todo o controle seria digital, porém o erro contínuo $e(t)$ da saída não seria exatamente nulo entre as amostragens, devido ao intervalo de tempo de operação do gerador digital.

A inclusão do g.a.m.r.d. de ordem v em cascata com o processo de ordem n , sob o ponto de vista do controle digital é traduzido como um novo processo de ordem $n+v$; e evidentemente todos os resultados dos capítulos anteriores são válidos* para este novo processo. Também é claro que a sua inclusão, por aumentar a ordem do sistema, implicará diretamente no retardo do tempo de acomodamento da saída do processo (ver corolário 3.1 e resultado 4.24).

(*) Conforme já salientado, o distúrbio $w(t)$ não pode afetar diretamente a g.a.m.r.d. .

5.6.2 - O período de amostragem T

19) Importância

A abordagem de controle via computador é uma realidade da década de sessenta.

Devido ao fato de muitos processos serem contínuos no tempo e o computador digital ser tipicamente um dispositivo discreto, é óbvio que o sistema de controle a computador é um sistema de controle híbrido envolvendo um período de amostragem T .

O projeto de sistemas lineares amostrados, invariante no tempo, depende explicitamente dos valores dos período de amostragem. Assim é que Tomovic & Bekey^(77,78) desenvolvem algoritmos para o controle do período de amostragem e estendem métodos para analisar a sensibilidade dos sistemas discretos.

Liff & Wolf⁽⁷⁹⁾ discutem o efeito da sensibilidade do modelo discreto de sistemas contínuos na identificação digital como sendo uma função do período de amostragem T .

Levis et al.⁽⁶⁶⁾ analisam o efeito do período de amostragem no projeto de reguladores ótimos amostrados lineares, invariantes no tempo.

É evidente que grandezas como "overshoot", tempo de acomodamento, ganhos de regulação, intensidade do controle, ..., dependem da escolha do período de amostragem, conforme será mostrado no capítulo 7.

29) A relação período de amostragem/constante de tempo e como obter o rastreamento entre as amostragens

Desde que o período de amostragem é envolvido no problema do servomecanismo e o rastreamento da referência contínua é desejado, então sugere-se a seguir alguns caminhos que garantam o rastreamento entre os instantes de amostragem:

a) arbitra-se quando possível o período de amostragem T muito menor que a menor constante de tempo do processo. Assim em regime permanente o erro $e(t)$ se confunde com o erro de rastreamento discreto $e(k)$: $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) \approx 0$. Aqui se dispensa o uso do g.a.m.r.d. Porém tal solução nem sempre é viável, haja visto que os ganhos de regulação, amplitudes de controle ..., serão elevados, ainda mais em determinados casos uma razão de valor grande entre o período de amostragem e a constante de tempo é necessário, tais como:

- um computador central no controle de um sistema de potência com intervalo de tempo muito grande;
- um mesmo computador digital controlando (observação, regulação, monitoração ...) vários processos, usando períodos distintos;
- quando a estratégia de controle exige algoritmos de soluções demoradas;
- no controle de satélites*;
- na medição digital de grandezas que variam lentamente, por ex. medidas de baixas velocidades de motores C.C. ;

(*) Fortmann & Hitz⁽¹⁸⁾, pp. 618

portanto, a solução trivial de reduzir o período de amostragem nem sempre é viável;

b) tentar uma estrutura de controle do tipo da figura 5.6. Aqui a precisão é perdida porque o servocompensador é analógico;

c) sugere-se incluir um pré-compensador analógico em cascata com o processo. Esta foi a alternativa usada neste trabalho, onde foi proposto o uso do g.a.m.r.d, já amplamente discutido. A grande vantagem desta estrutura é o fato de o servocompensador digital por si só amarrar a saída do processo nos instantes de amostragem (o que não acontece com a estrutura da figura 5.6), conferindo assim uma grande precisão ao rastreamento, pelo menos ao discreto.

5.7 - CONCLUSÕES

Foi mostrado que em muitas situações a razão período de amostragem/constante de tempo é deveras grande. Daí a necessidade de rastrear também entre as amostragens, surgindo então o problema do servomecanismo robusto para sistemas amostrados lineares ou ainda um problema de controle híbrido.

No presente trabalho a solução proposta para o rastreamento da referência entre os instantes de amostragem foi a inclusão de um gerador analógico, denominado de gerador analógico dos modos da referência e distúrbio (g.a.m.r.d), em cascata com o processo. Este gerador contém os modos dos sinais referência e distúrbios, de acordo com a tabela 5.1. Além disso, a entrada do g.a.m.r.d é a saída do SOZ, e sua saída atua como entrada do processo.

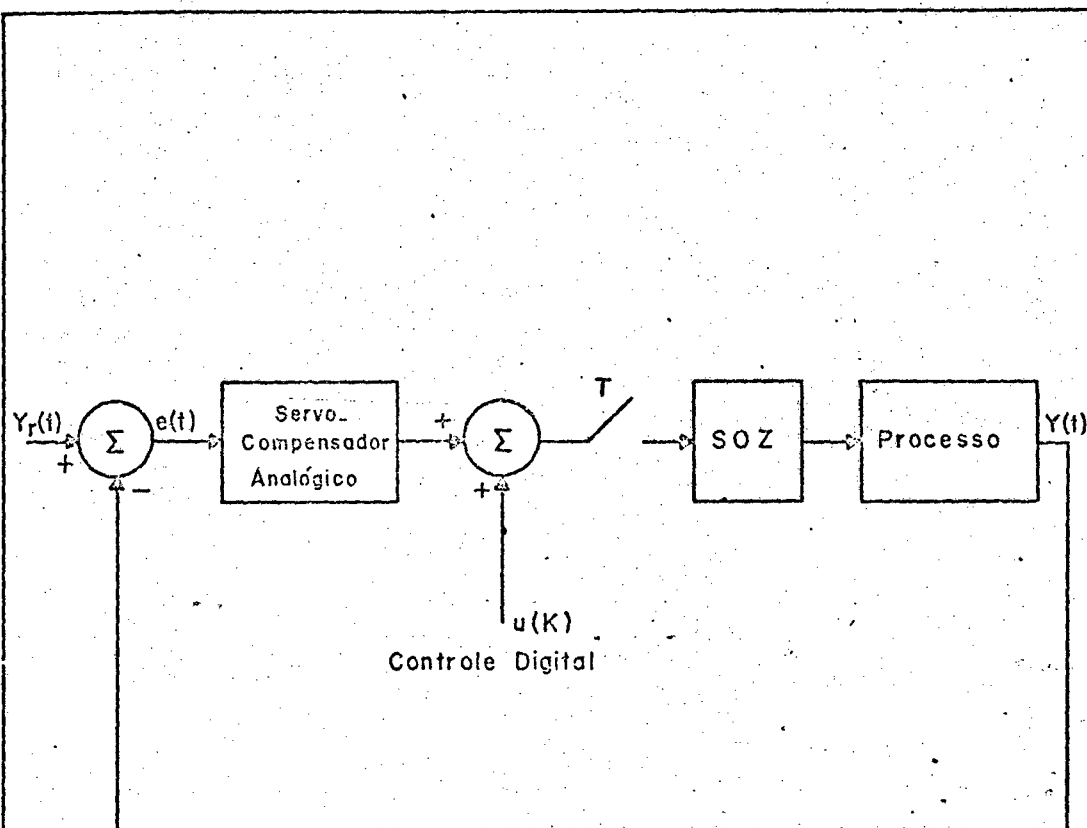


Fig. 5.6—Uma estrutura de controle que poderá (sua análise é difícil) garantir $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$ para qualquer período T : O servocompensador é analógico e a regulação é digital.

É evidente que o uso do g.a.m.r.d - deve ser limitado para os casos necessários, já que a sua inclusão acarreta o aumento da ordem do sistema a ser controlado, o que implica diretamente no retardo do tempo de acomodamento.

O uso do g.a.m.r.d leva a entrada $u_0(k)$ do SOZ para um sinal constante. Se este sinal cair para zero (o que é sempre possível - ver tabela 5.1), então o computador digital fica livre para efetuar outras tarefas que lhe são conferidas.

Foi mostrado que a robustez, agora sob dois enfoques, é conservada. Assim é que a robustez quanto ao rastreamento nos instantes de amostragem é sempre assegurada se a matriz A_c do servocompensador não for perturbada. Por outro lado, a robustez pertinente ao rastreamento entre os instantes de amostragem é garantida se além da imunidade da matriz A_c for garantido também que a matriz de estado A_g do g.a.m.r.d não sofre perturbações, caso contrário o rastreamento contínuo é violado.

Discutiu-se ainda que a introdução do g.a.m.r.d não modifica o "software" do controle digital, se bem que ocasiona um "hardware" (construção do g.a.m.r.d, um dispositivo analógico), para garantir o seguimento da saída mesmo entre as amostragens. O controle é digital-analógico.

C A P Í T U L O 6

SIMULAÇÃO NO COMPUTADOR DIGITAL
DO SISTEMA DE CONTROLE HÍBRIDO6.1 - INTRODUÇÃO

Os resultados pertinentes ao problema do servomecanismo robusto e rápido para sistemas amostrados lineares nos capítulos anteriores serão agora testados com a ajuda do computador digital*. Far-se-á um programa em linguagem "BASIC" que simulará digitalmente o sistema de controle híbrido, isto é: o processo + g.a.m.r.d + servocompensador digital + compensador estabilizante ("observador de Luenberger"). Simulando assim o problema do servomecanismo robusto para sistemas amostrados lineares.

Aqui é importante ressaltar que a parte do sistema formado pelo servocompensador + "observador" é um dispositivo inerentemente discreto⁽⁷³⁾. Por outro lado o processo + g.a.m.r.d é de natureza contínua, e aqui sim ocorrerá a integração dos estados entre os instantes de amostragem. Devido então a coexistência de partes discretas e contínuas nasceu a denominação sistema de controle hí -

(*) No presente caso o computador é um PDP 11/40, e a linguagem da programação é "BASIC/PTS". O referido computador está locado no laboratório do Departamento de Eletro da UFSC.

brido, conforme já mencionado em outros capítulos.

Foi preferido adotar o termo simulação digital (todo o sistema é simulado no computador digital) ao invés de simulação híbrida pois esta última seria válida no caso de o processo ser representado num computador analógico^(26,28).

Neste trabalho o sistema formado pelo servocompensador digital juntamente com o processo + g.a.m.r.d, interfaceados via SOZ e CAD, será denominado de sistema discreto-amostrado (sistema aumentado).

A figura 6.1 ilustra simbolicamente a simulação digital do sistema de controle híbrido. O processo (parte contínua) é controlado pelo computador em tempo real (parte discreta), determinando assim uma computação "in-line".

A simulação digital presente consiste na solução de equações diferenciais - diferenças. Entre os instantes de amostragem os estados da parte contínua serão obtidos a partir de uma integração numérica. No caso em questão a equação diferencial de ordem $n + v$, sujeita à entrada degrau (proveniente do SOZ) e eventualmente ao distúrbio $w(t)$, será integrada através do algoritmo numérico denominado de Método Transição de estado⁽²⁴⁾.

O programa digital desenvolvido para representar as equações diferenciais-diferenças do modelo do sistema, assim como para implementar a estratégia de controle proposta é apresentado no Apêndice 6. A linguagem do computador utilizada é "BASIC/PTS".

Cadzow & Martens⁽²⁴⁾ sugerem outros caminhos para desenvolver a simulação digital.

Este capítulo obedece a seguinte ordem: uma descrição qualitativa do sistema de controle híbrido é apresentada na seção

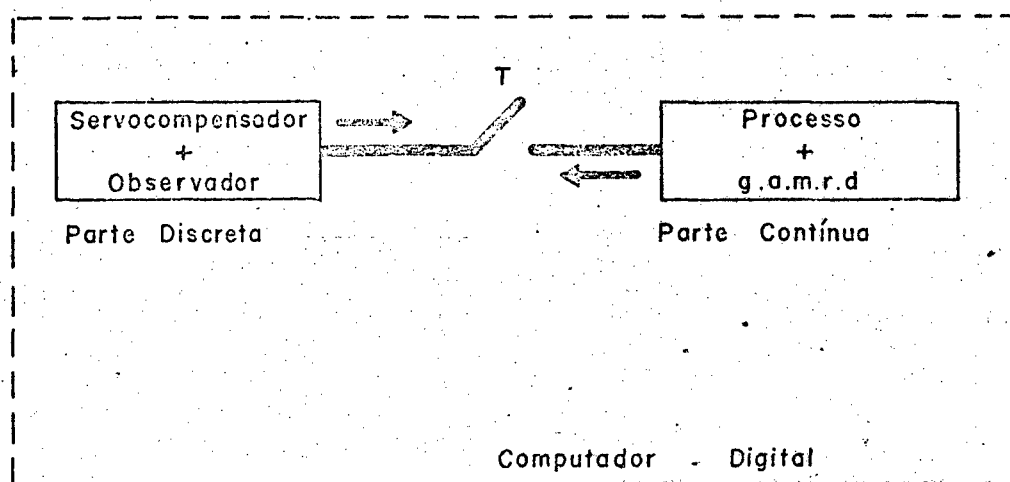


Fig. 6.1 - Simulação no computador digital do sistema de controle híbrido. O controle híbrido é caracterizado pelo fato de o processo + g.a.m.r.d. ser controlado pelo computador, em tempo real, computação "IN-LINE".

6.2. Na seção 6.3 é desenvolvido o fluxograma que origina o programa da simulação digital (SIA e STT) do problema do servomecanismo robusto para sistemas amostrados lineares.

6.2 - DESCRIÇÃO QUALITATIVA DO SISTEMA DE CONTROLE HÍBRIDO

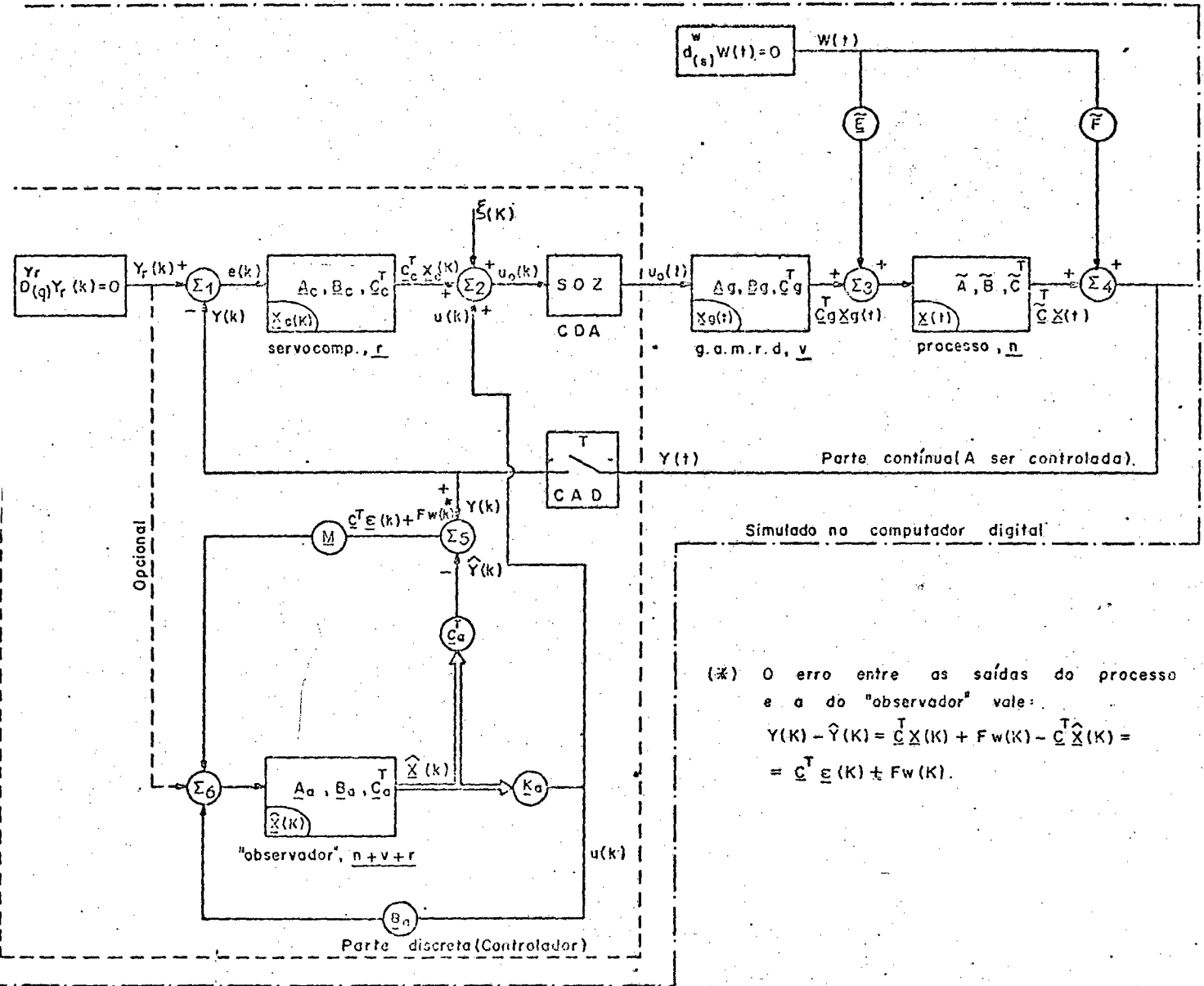
O sistema de controle híbrido é formado pelo processo (a ser controlado) dado pelas relações (2.1.a,b) eventualmente pré-compensado analogicamente (ver capítulo 5), seguido pelo servocompensador digital (a interface cabe ao SOZ e CAD) proposto em (3.5) e regulado via compensador estabilizante tipo "observador de Luenberger" através do controle modal. A figura 6.2 dá uma visão geral deste sistema híbrido. Ela mostra essencialmente a estrutura que foi simulada (comparar a figura 6.2 com a figura 4.1).

A partir desta figura é fácil de constatar que o controle em malha fechada é feito usando o conhecimento somente de os estados para os instantes de amostragem KT .

A seguir, com a ajuda da figura 6.2, é feita uma descrição qualitativa deste sistema de controle, assim é que:

1º) a saída do somador 1 é o erro de rastreamento discreto $e(k)$, o qual dirige o servocompensador digital de ordem r , que contém os modos da referência $y_r(k)$ e do distúrbio $w(k)$, ou seja: é uma cópia fiel das versões discretas dos sinais $y_r(t)$ e $w(t)$ - ver capítulo 2; ele é responsável pelo rastreamento e bloqueio dos sinais nos instantes de amostragem;

2º) as entradas de somador 2 são a saída do servocompensador, o controle de regulação $u(k)$ e eventualmente o distúrbio



6.2 - Simulação digital do sistema de controle híbrido (O problema do servomecanismo robusto para sistemas amostrados lineares): ambas as partes contínua (g.a.m.r.d + processo) e discreta (servocomp. + observador) são simulados no computador digital.

discreto $\xi(k)$. A saída $u_0(k)$ deste somador, oriunda do controle digital, é convertida numa função escadaria (função constante por intervalos) de período igual à amostragem da saída do processo, devido a ação do SOZ (CDA). Este sinal escadaria $u_0(t)$ excitará o g.a.m.r.d, o qual é responsável pelo rastreamento da referência e pelo bloqueio dos distúrbios entre os instantes de amostragem;

3º) a entrada do processo é formada pelo sinal vindo do g.a.m.r.d de ordem v e por eventuais distúrbios contínuos $w(t)$;

4º) a saída do processo $y(t)$, por definição, é a combinação linear de seus estados juntamente com o efeito direto do distúrbio $w(t)$, via o escalar \bar{F} . Esta ação direta pode ser interpretada como um erro na medição do escalar $\underline{C}^T \underline{x}(t)$, que é a saída do interesse. Para a implementação da estratégia de controle basta o conhecimento da saída $y(t)$ de tempo em tempo, isto é conseguido pelo conversor analógico digital (CAD) que a amostra periodicamente. Uma vez amostrada, o sinal $y(k)$ é realimentado para corrigir os erros de rastreamento e de estimação dos estados;

5º) a estimação dos estados é corrigida pela saída do somador 5. Notar que o único sinal mensurável vindo do processo é a sua própria saída $y(k)$, quer dizer, a saída rastreadora. Esta restrição já esclarecida no capítulo 1 se deve ao fato de o algoritmo de posicionamento de polos ⁽²⁸⁾ (determinação dos ganhos \underline{M} do observador, aqui no caso) ser válido somente para entradas escalares (caso monovariável). A seguir o erro das saídas do processo e "observador" é dosado pelos ganhos \underline{M} dos $n+v+r$ estados do "observador" e realimentado para a entrada do "observador";

6º) na entrada do "observador" aparece um sinal que é contribuição da intensidade de regulação $u(k)$, e realimentação do

erro existente entre as saídas do "observador" e processo e opcionalmente da referência $y_r(k)$ a ser rastreada. A decisão da inclusão ou não do sinal de referência fica dependendo do engenheiro projetista. No capítulo 7 são apresentados vários resultados (fotografias) sem e com a inclusão da referência.

Ainda com respeito a simulação digital da estrutura de controle da figura 6.1, esclarece-se que:

- a regulação do erro de estimação $\varepsilon(k)$ através do "observador" de ordem completa, é feita usando apenas a saída rastreadora do processo (além da saída do próprio "observador", o que é evidente), indicando assim que $y_m(k)$ da relação (4.1.c) assume o valor,

$$y_m(k) = \begin{bmatrix} \underline{C}^T & , & \underline{0} \\ \underline{0} & , & \underline{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{x}(k) \\ \underline{x}_c(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{F} \\ \underline{0} \end{bmatrix} w(k) \quad (6.1.a)$$

ou simplifcadamente,

$$y_m(k) = y(k) = \underline{C}^T \underline{x}(k) + \underline{F} w(k) \quad (6.1.b)$$

então a saída a ser usada para regular o erro de estimação dos estados é um escalar, ou seja, a própria saída seguidora.

- aqui deve ficar claro que o "observador" (representado por \underline{A}_a , \underline{B}_a , \underline{C}_a^T) é uma cópia do subsistema contínuo formado pelo g.a.m.r.d + processo discretizados para T segundos seguido do servo compensador discreto também projetado para o intervalo de tempo T. Assim o "observador" é uma cópia do sistema aumentado discreto-amostrado, quer dizer: do sistema aumentado modelado para os instantes de

amostragem.

Ademais, a figura 6.3 ilustra o sistema aumentado discreto-amostrado em malha fechada através do compensador estabilizante tipo "observador de Luenberger" (controle modal), somente para os instantes de amostragem kT . Na realidade, deve ficar claro, que esta é a estrutura sob o ponto de vista do controlador digital (por exemplo, computador), já que este é um dispositivo inerentemente digital.

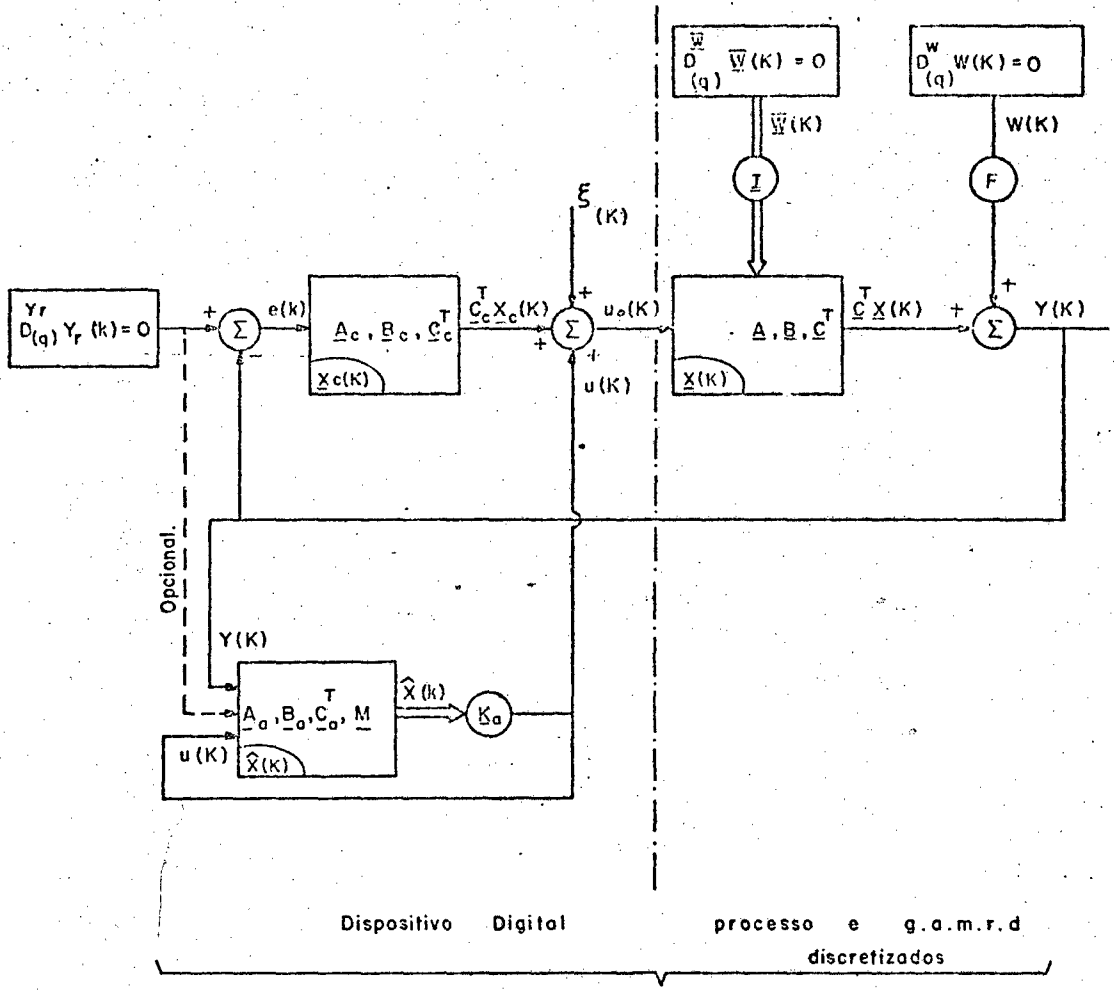
Nesta figura deve ficar entendido que o bloco formado pelas matrizes A , B e C^T representa o subsistema constituído do gerador analógico dos modos da referência e distúrbio seguido do processo, ambos amostrados para o período de T segundos.

A tradução matemática do sistema de controle apreciado na figura 6.3 é dado pela expressão (4.7).

6.3 - FLUXOGRAMA E PROGRAMAÇÃO DA SIMULAÇÃO DIGITAL (SIA E STT)* DO SISTEMA DE CONTROLE HÍBRIDO

Uma vez definida a estratégia de controle (ver figura 6.2), a qual por sua vez confere rapidez e precisão à saída do processo, além de ser flexível e atribuir robustez ao sistema; se tem agora a preocupação de elaborar um programa digital para implementá-la. E assim testar estas propriedades.

(*) SIA: Simulação somente para os Instantes de amostragem; STT: Simulação para Todos os Tempos



Simulado no computador digital.

Fig. 6.3 - Sistema aumentado visto do computador digital. O sistema discreto amostrado em malha fechada através do compensador estabilizante (usando controle modal). O bloco A, B, C^T representa o (g.a.m.r.d + processo) discretizado p/ o período da amostragem T.

Esta programação consiste em resolver numericamente a equação de diferença (4.7) ou (3.18), correspondendo aos casos com e sem "observador", respectivamente. Então deve fazer o número de iterações necessárias para atingir a solução de regime. Esta é a simulação somente para os instantes de amostragem* (abreviadamente: SIA), de acordo com a figura 6.3.

Porém a simulação não cessa aí, pois a parte contínua do sistema (ou seja: g.a.m.r.d + processo) evolui entre as amostragens, o que implica na necessidade de integrar numericamente a equação diferencial (5.3). Se está diante da simulação para todos os tempos (STT). Aqui a integração numérica necessária para encontrar os estados do processo + g.a.m.r.d é feita usando o método transição de estado⁽²⁴⁾. Este método se presta para os casos em que a entrada pode ser representada adequadamente por uma função constante por intervalo (escadaria). Este é o caso presente, já que a saída $u_0(t)$ do SOZ é constante por intervalos e além disso o efeito do distúrbio contínuo é estudado considerando-se um passo de integração bem pequeno (principalmente em relação ao período de amostragem) de tal sorte que o distúrbio seja considerado também constante por intervalos (agora de integração) e assim simular realmente o efeito deste distúrbio. O apêndice 7 detalha esta integração.

Na realidade, a presente programação é preparada para resolver equações diferenciais - diferenças, devido ao fato de se

(*) Aqui é importante ressaltar que não é possível estudar o efeito do distúrbio contínuo na saída do processo (evidentemente para os instantes de amostragem), salvo se ele permanecer constante entre as amostragens (ver Apêndice 7).

estar trabalhando com sistemas amostrados (e não puramente discretos ou diferenciais.) lineares.

Sem perdas de generalidades, as seguintes simplificações são adotadas quando da elaboração do programa da simulação digital:

a) o vetor de saída do subsistema contínuo dado em (5.3.b) assume a forma,

$$\left[\underline{c}^{T*}, \underline{0} \right] = \left[1 \ 0 \ \dots \ 0 \right] \quad (6.2.a)$$

significando que a saída de interesse** do processo é a primeira componente do vetor de estado;

b) a partir de (3.5.d) o vetor de entrada do servocompensador digital vale,

$$\underline{B}_c = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 1 \end{bmatrix} \quad (6.2.b)$$

c) igualmente a partir de (3.5.e) o vetor de saída do servocompensador é,

$$\underline{C}_c^T = \left[1 \ 0 \ \dots \ 0 \right]; \quad (6.2.c)$$

d) dado a existência do algoritmo do posicionamento de polos somente para o caso monovariável é que trabalhou-se com o seguinte vetor de saída mensurável, proveniente da relação (4.1.c) juntamente com (4.1.d) e (4.2.h),

(*) De (2.12) tem-se $\tilde{C}^T = C^T$

(**) Na realidade o interesse maior é de rastrear $\tilde{C}^T x(t)$ e não $\tilde{C}^T x(t) + \tilde{F} w(t)$.

$$\underline{C}_a^T = \begin{bmatrix} \underline{C}^T & , & \underline{0} \\ \underline{0} & , & \underline{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{C}^T & , & \underline{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (6.2.d)$$

indicando que a realimentação do erro de estimação é um sinal escalar;

e) e finalmente, a inclusão da referência $y_r(k)$ na entrada do "observador" fica a critério do projetista.

Agora com as simplificações anteriores e se partindo da equação (4.6) foi possível descrever esta equação de uma maneira mais ilustrativa. Assim é que a equação de diferença (6.3) descreve matematicamente o sistema completo para os instantes de amostragem. Ver figura (6.3). Notar que nesta representação são dadas as informações necessárias que definem completamente as formas das matrizes e vetores. Aqui as partes discreta e amostrada são evidenciadas.

E finalmente de posse da relação (6.3) e do Apêndice 7 foi então possível elaborar um fluxograma muito simplificado mostrado na figura 6.4. Este fluxograma permite o entendimento das simulações SIA e STT, já descritas anteriormente.

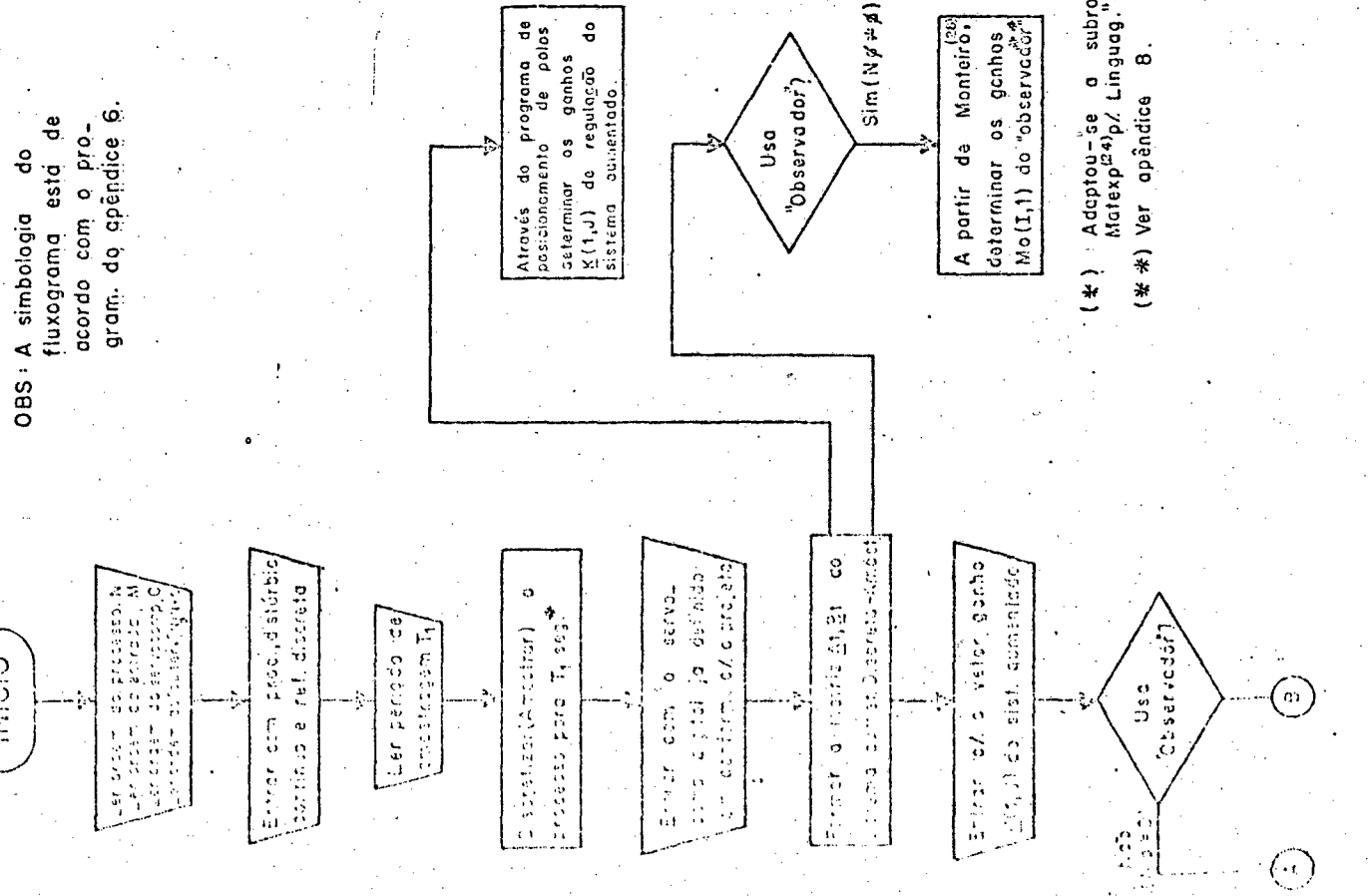
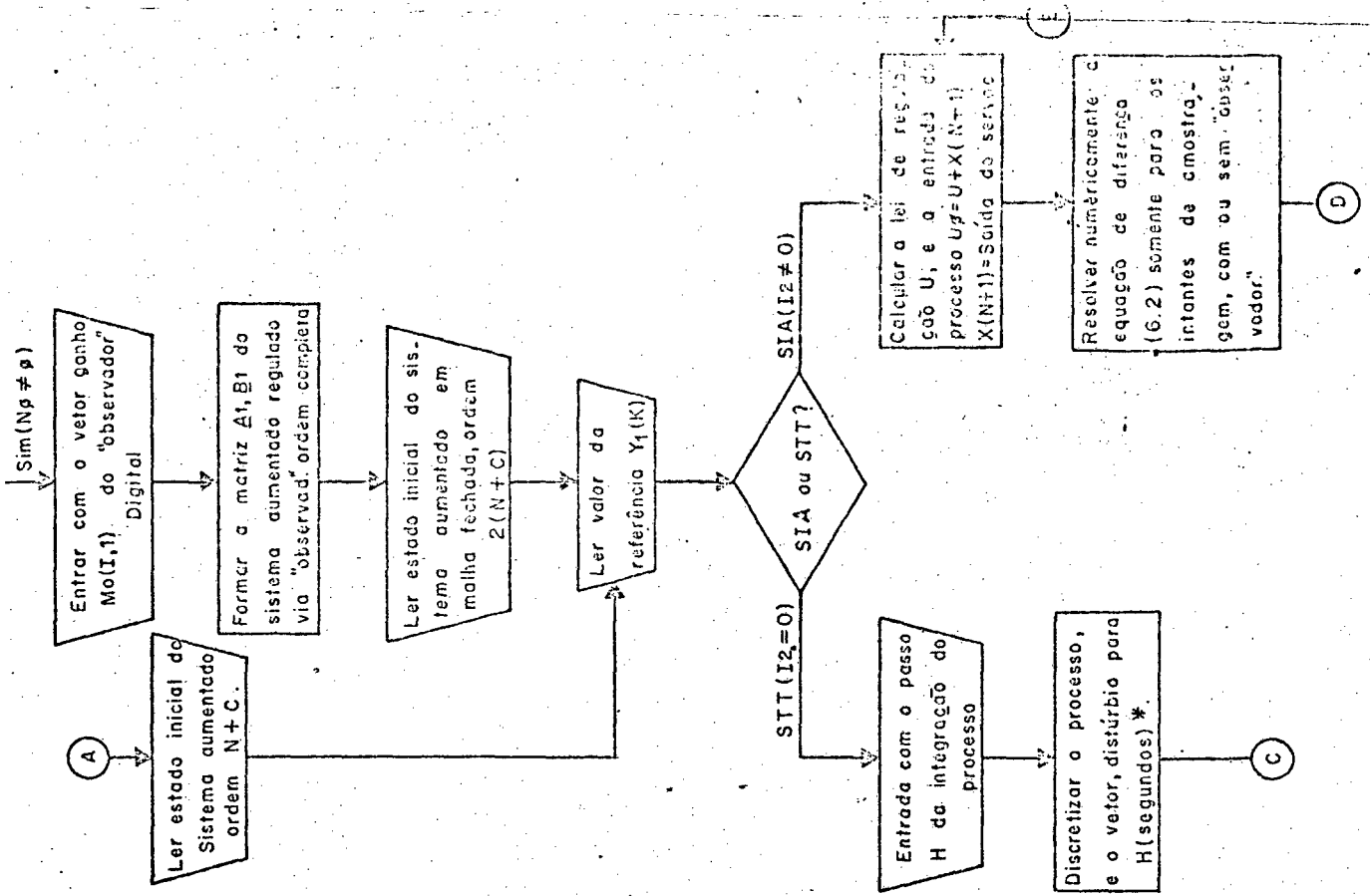
Baseado neste fluxograma foi então desenvolvido o programa digital que simula o sistema de controle híbrido (ver figura: 6.2), tal programa é apresentado no Apêndice 6.

$[A_0]_{(n+r)(n+r)}$ Sistema aumentado discreto - amostrado, a $[0]_{(n+r)x(n+r)}$
 $(n+r)$ parte contínua está discretizado p/ T seg.

$x_1(K+1)$ n. vetor de estado da parte cont. sub-processo + g.a.m.r.d.	$A_{11} \ A_{12}$	$B_1 \ 0$	$0 \ 0$	$0 \ 0$	$0 \ 0$
$x_2(K+1)$ n. vetor de estado do servocompensador digital.	$A_{21} \ A_{22}$	$B_2 \ 0$	$0 \ 0$	$0 \ 0$	$0 \ 0$
$x_3(K+1)$ n. vetor de estado do sistema cont. amostrado.	$A_{n1} \ A_{n2}$	$B_n \ 0$	$0 \ 0$	$0 \ 0$	$0 \ 0$
$x_{n+1}(K+1)$ n. vetor de estado do sistema cont. amostrado.	$0 \ 0$	$A_{(n+1)(n+1)} \ A_{(n+1)(n+2)}$	$A_{(n+1)(n+1)} \ A_{(n+1)(n+2)}$	$0 \ 0$	$0 \ 0$
$x_{n+2}(K+1)$ n. vetor de estado do sistema cont. amostrado.	$0 \ 0$	$A_{(n+2)(n+1)} \ A_{(n+2)(n+2)}$	$A_{(n+2)(n+1)} \ A_{(n+2)(n+2)}$	$0 \ 0$	$0 \ 0$
$x_{2n+r}(K+1)$ n. vetor de estado do sistema cont. amostrado.	$0 \ 0$	$A_{(n+r)(n+r)} \ A_{(n+r)(n+2)}$	$A_{(n+r)(n+r)} \ A_{(n+r)(n+2)}$	$0 \ 0$	$0 \ 0$
$x_{2n+r+1}(K+1)$ n. vetor de estado do sistema cont. amostrado.	$M_1 \ 0$	$0 \ 0$	$0 \ 0$	$A_{11} - M_1 \ A_{12}$	B_1
$x_{2n+r+2}(K+1)$ n. vetor de estado do sistema cont. amostrado.	$M_2 \ 0$	$0 \ 0$	$0 \ 0$	$A_{21} - M_2 \ A_{22}$	B_2
$x_{2n+r+i}(K+1)$ n. vetor de estado do sistema cont. amostrado.	$M_n \ 0$	$0 \ 0$	$0 \ 0$	$A_{n1} - M_n \ A_{n2}$	B_n
$x_{2n+r+1}(K+1)$ n. vetor de estado do sistema cont. amostrado.	$M_{n+1} \ 0$	$0 \ 0$	$0 \ 0$	$0 \ 0$	$0 \ 0$
$x_{2n+r+2}(K+1)$ n. vetor de estado do sistema cont. amostrado.	$M_{n+2} \ 0$	$0 \ 0$	$0 \ 0$	$0 \ 0$	$0 \ 0$
$x_{2(n+r)}(K+1)$ n. vetor de estado do sistema cont. amostrado.	$M_{n+r} \ 0$	$0 \ 0$	$0 \ 0$	$0 \ 0$	$0 \ 0$

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} x_1(K) \\ x_{n+1+r}(K) \\ x_{2n+r}(K) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(n+r) \\ \vdots \\ x_{2(n+r)} \end{bmatrix} + F W(K) \quad (6.3b)
 \end{aligned}$$

OBS: A simbologia do fluxograma está de acordo com o programa. do apêndice 6.



(*) Adaptou-se a subrotina Matexp(p)/Linguaq. Basic
 (***) Ver apêndice 8.

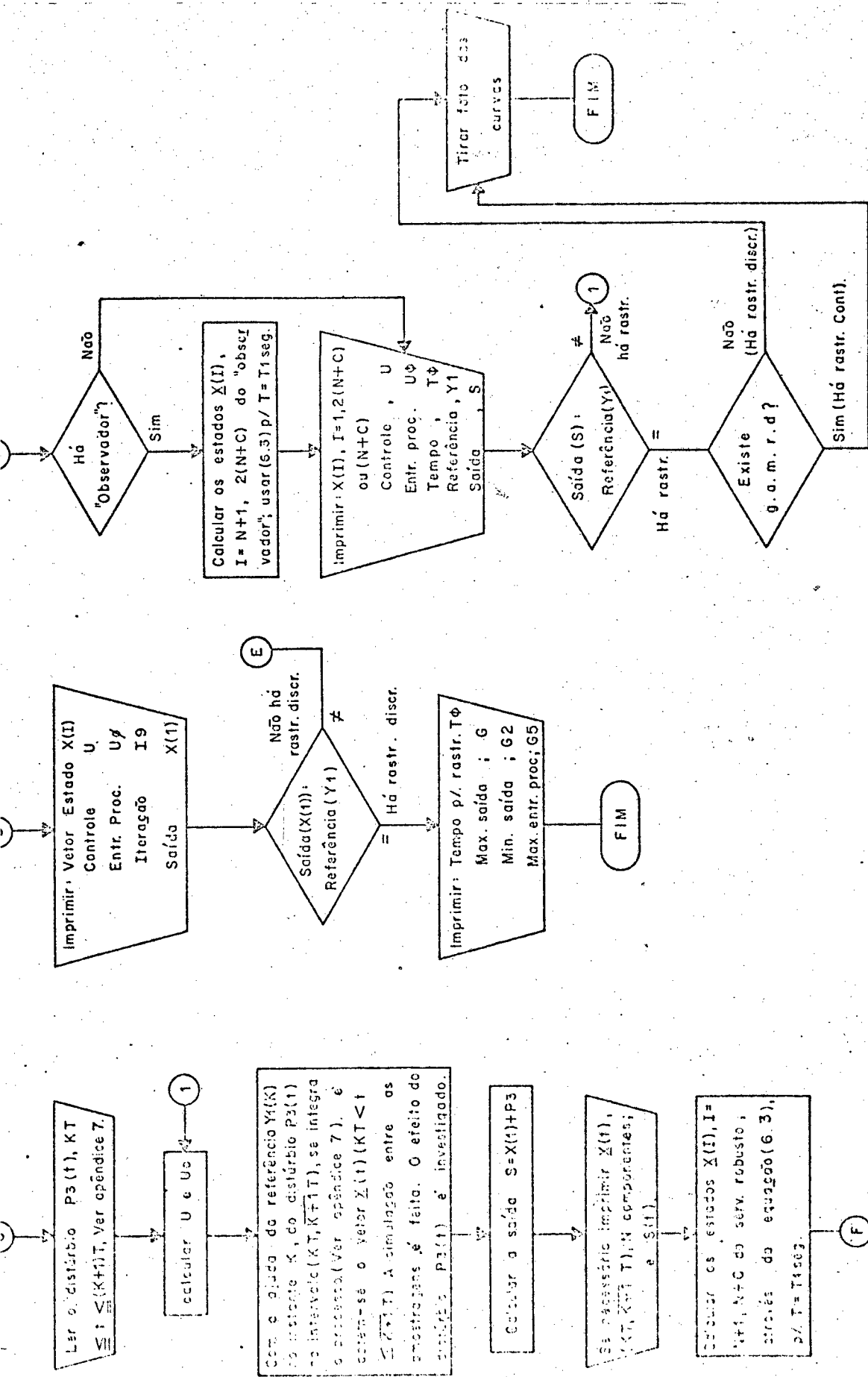


Fig. 6.4 - Fluxograma simplificado do programa digital que simula o comportamento do sistema aumentado em malha fechada (com e sem "observador"); SIA - Simulação somente nos instantes de amostragem. STT - Simulação p/ todos os tempos.

CAPÍTULO 7

RESULTADOS DA SIMULAÇÃO DIGITAL DO SISTEMA DE CONTROLE HÍBRIDO

7.1 - INTRODUÇÃO

Neste capítulo são apresentados e discutidos resultados provenientes da simulação digital do sistema de controle híbrido.

É oportuno lembrar que o programa digital, em linguagem "BASIC", foi desenvolvido no capítulo anterior e se encontra formalizado no Apêndice 6.

O processo sob controle a ser simulado é o conjunto formado por um motor C.C. (motor de corrente contínua) controlado pela armadura (e de excitação independente) acionado por um pulsador reversível ("Chopper") que funciona nos quatro quadrantes do plano torque-velocidade; o mesmo conjunto usado no trabalho de Costa⁽²⁶⁾.

Então foram implementadas várias estratégias de controle dirigidas ao problema do servomecanismo robusto (e geralmente rápido) para o sistema amostrado formado do motor C.C. acionado pelo conversor estático C.C.-C.C. .

Os polos do sistema aumentado discreto-amostrado e do compensador estabilizante foram arbitrariamente localizados em vários pontos do plano Z.

O comportamento do processo para períodos de amostragem distintos foi estudado.

O papel do g.a.m.r.d. no rastreamento da saída entre os instantes de amostragem foi investigado.

A influência do compensador estabilizante na dinâmica do processo também foi investigada.

A robustez do sistema de controle híbrido foi testada. Aqui são dadas perturbações nos parâmetros do processo, g.a.m.r.d., servocompensador digital e compensador estabilizante.

Ainda mais, com a ajuda da simulação digital ("Computer-aided design")⁽¹¹⁷⁾, é possível obter uma estratégia de controle adequada, pois se carece de métodos analíticos para a elaboração completa do projeto desenvolvido neste trabalho. Assim é que, por exemplo, pode-se limitar as excursões do vetor de estado e da intensidade de controle, já que o projeto original não estabelece os níveis de tais excursões.*

Os resultados foram traçados (curvas) e impressos (números) com a ajuda do "display" e console, respectivamente.

O equipamento utilizado é descrito no Apêndice 9.

O capítulo presente segue a seguinte orientação: Uma história de trabalhos, descrição e modelo do processo a ser simulado é visto na seção 7.2. Já a seção 7.3 é pertinente a apresentação dos resultados. Então ela é subdividida em vários itens, cada qual tratando de uma estratégia de controle diferentemente implementada. Aqui os comentários e conclusões sucedem-se a cada política de controle empregada ao processo formado de um motor C.C. acionado via conversor estático C.C.-C.C.. Finalmente a seção 7.4 trata de resultados devido ao rastreamento da velocidade nominal com regulação "deadbeat".

(*) Caso contrário é aquele projeto que considera restrições sobre o estado e controle.

7.2 - O PROCESSO A SER SIMULADO-HISTÓRICO DE TRABALHOS, DESCRIÇÃO E MODELO

7.2.1 - UM PEQUENO HISTÓRICO

Da seção anterior é sabido que o processo a ser controlado é um motor C.C. alimentado por um conversor estático C.C.-C.C..

A seguir são citados alguns trabalhos envolvidos de uma maneira ou de outra, com o dito processo.

Assim é que Szabados et al, ⁽⁸⁰⁾ apresentam uma abordagem nova para definir os parâmetros elétricos de uma máquina C.C. .

Szabados et al, ⁽⁸¹⁾ discutem ainda um novo modelo matemático para deduzir os parâmetros principais de um motor C.C..

Três modelos matemáticos distintos de motores C.C. controlados pela armadura, para aplicações em controle é considerado por Sinha et al. ⁽⁸²⁾ .

Lord & Hwang ⁽⁸³⁾ apresentam uma técnica para a escolha do modelo de um motor C.C. com excitação independente, baseada nas respostas em corrente e velocidade angular, decorrentes de um degrau de tensão aplicado nos terminais de armadura, com o motor a vazio-Técnica de Pasek.

Lindsay ⁽⁸⁴⁾ modela um motor C.C. pela analogia eletromecânica.

Tachibana et al ⁽⁸⁷⁾ analisam o efeito das correntes harmônicas em sistemas de controle com conversor estático.

Berman ⁽⁸⁸⁾ descreve um método totalmente em estado sólido para implementar um controle de acionamento de tração para máquinas C.C..

Um método para obter um bom desempenho do acionamento e tração (acelerar e freiar) utilizando uma unidade simples de controle de potência e um simples motor de tração é descrito por Berman⁽⁸⁹⁾.

Reimers⁽⁹⁰⁾ com a ajuda do computador analógico, analisa os motores acionados por "Chopper", em termos das constantes de tempo do sistema.

Parimelalagan & Rajagopalan⁽⁹¹⁾ investigam o regime permanente de motores C.C. com excitação independente acionados por conversores estáticos C.C.-C.C..

Damle & Dubey⁽⁹²⁾ analisam motores C.C. série acionados por "Chopper".

Le-Huy⁽⁹³⁾ descreve um sistema de controle de velocidade tiristorizado para motores C.C. usando o princípio "PLL" ("PHASE-LOCKED LOOP").

Nieniewski & Marleau⁽⁹⁴⁾ apresentam uma simulação digital de um motor C.C. alimentado por um "SCR" ("SILICON CONTROLLED RECTIFIER").

Seidel et al.⁽⁹⁵⁾ apresentam um controle tiristorizado de posição, construído e testado.

Parrish, J.R. & McVey⁽⁹⁶⁾ propõem um modelo linear a ser usado na determinação da estabilidade relativa, e resposta dinâmica de um sistema "SCR" modulado em fase. O modelo é baseado na teoria de sistemas amostrados.

Abbott & Wheeler⁽⁹⁷⁾ desenvolveram uma simulação de conversores tiristorizado usando elementos de computação analógica e componentes lógicos para a execução do chaveamento.

De & Chattopadhyay⁽⁹⁸⁾ descrevem uma técnica tensor para simular digitalmente a velocidade de um motor C.C. controlado por uma ponte monofásica "SCR".

Foch et al. ⁽⁹⁹⁾ apresentam um programa de simulação no computador digital para conversores estáticos tiristorizados.

Um método descrevendo a simulação global de conversores estáticos a tiristor é proposto por Foch et al. ⁽¹⁰⁰⁾.

Arhan & Barbaste ⁽¹⁰¹⁾ determinam a função de transferência de sistemas com tiristores. O método é aplicado para um motor C.C. de excitação independente, acionado por semicondutores.

Kusko & Knutrud ⁽¹⁰²⁾ descrevem a utilização do circuito "Chopper"; o qual fornece uma alta frequência de chaveamento, para aproveitar a resposta de um servomotor C.C. . Também é explicado a regeneração da linha de corrente alternada.

Ray & Datta ⁽¹⁰³⁾ deduzem as expressões para comutar a corrente e tensão no capacitor, durante o período de comutação do tiristor principal e auxiliar do "Chopper", para um sistema de controle de motor C.C..

Krishnan & Ramaswami ⁽¹⁰⁴⁾ descrevem o projeto, construção e teste de um sistema de malha fechada para controle de velocidade de um motor C.C. excitado separadamente, acionado por um conversor reversível.

7.2.2 - Descrição e modelo do processo

Na figura 7.1 é mostrado simplificada o processo a ser controlado (e conseqüentemente a ser simulado), então o motor C.C. alimentado pelo "Chopper" é visto. Este conjunto foi montado no Laboratório de Máquinas do Departamento de Eletricidade da UFSC.

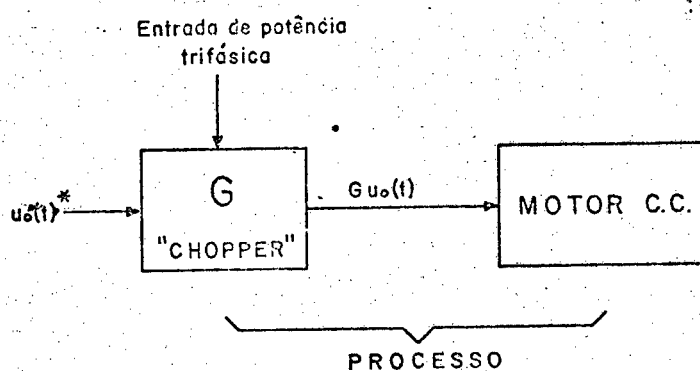


Figura 7.1 - Diagrama em blocos do motor acionado pelo pulsador reversível (o fluxo de potência é controlado por $u_o(t)$): G é o ganho do conversor estático C.C.-C.C., $u_o(t)^*$ a saída do SOZ e $G u_o(t)$ a tensão de armadura do motor.

(*) Supõe-se que não existe o gamrd.

O conversor estático C.C.-C.C., responsável pelo acionamento da máquina C.C., foi testado e analisado por Shonek⁽¹⁰⁵⁾.

As não-linearidades e a dinâmica do pulsador não foram consideradas, e o mesmo passa a ser modelado simplesmente por um ganho G constante.

A máquina utilizada é um motor C.C. da Standard Electric Time Corp., 1HP, 1750 RPM (183, 26 RAD/s), 8A e 125 V nominais, acoplado a um gerador síncrono do mesmo fabricante, 2HP e 1700 RPM nominais.

Já o motor C.C., conforme mostra a figura 7.2, foi descrita pelo seu modelo linear muito simplificado⁽⁸²⁾, onde as seguintes simplificações foram adotadas.

- o atrito estático é desprezível e o torque de atrito pode ser considerado diretamente proporcional a velocidade angular;
- a queda de tensão nas escovas é desprezível;
- a reação de armadura é desprezível; e,
- a resistência e indutância de armadura podem ser consideradas como constante; o que acarretou num modelo de 2º ordem.

Considerando o efeito do distúrbio $\sigma(t)$ (sinal externo) e, adotando a velocidade angular $w(t)$ e a corrente de armadura $i(t)$ como estado do sistema, tem-se em variáveis de estado a seguinte representação para o conjunto motor C.C. seguido do pulsador reversível,

$$\begin{bmatrix} \frac{dw}{dt} \\ \frac{di}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{B}{J} & \frac{K}{J} \\ -\frac{K}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{G}{L} \end{bmatrix} u_0(t) +$$

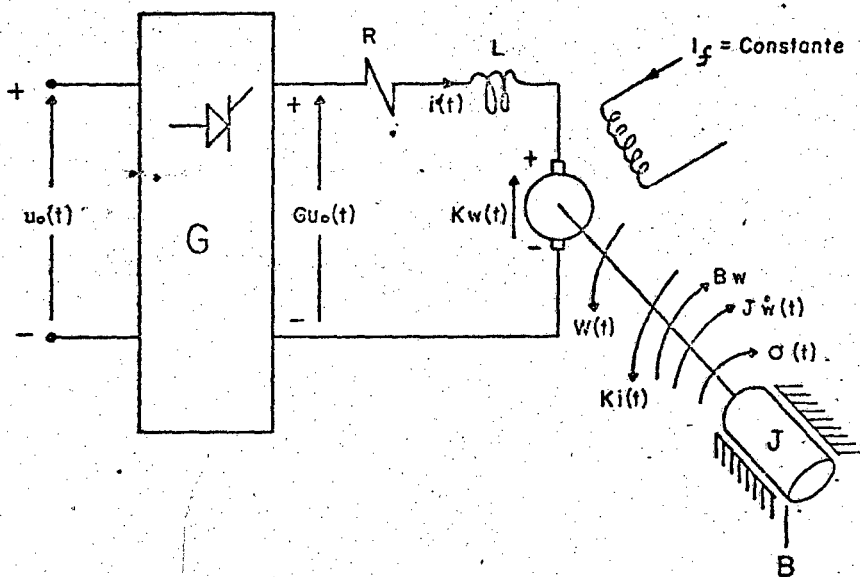


Figura 7.2 - Diagrama esquemático do motor C.C. controlado pela armadura (com excitação independente) acionado pelo pulsador reversível: G é o ganho do conversor, $\sigma(t)$ representa um distúrbio (sinal externo) eventualmente presente.

$$+ \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{bmatrix} \sigma(t) \quad (7.1.a)$$

e a saída, admitindo-se o efeito direto do distúrbio, é dada por

$$y = \begin{bmatrix} C^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ i \end{bmatrix} + F \sigma(t) \quad (7.1.b)$$

Por outro lado, os valores dos parâmetros acima foram determinados por Costa⁽²⁶⁾ e, são dados a seguir:

$R = 1,23\Omega$, resistência da armadura;

$L = 41,95 \text{ mH}$, indutância da armadura;

$K = 0,543 \text{ Vs}$, constante da máquina;

$B = 2,07 \times 10^{-2} \text{ N.m.s}$, constante de atrito viscoso;

$J = 6,7 \times 10^{-2} \text{ N.m.s}^2$, momento de inércia;

$G = 7$, ganho do pulsador reversível.

A substituição destes parâmetros em (7.1) e admitindo-se a velocidade $w(t)$ do motor como variável a ser rastreada, tem-se a seguir a nova representação para a equação dinâmica anterior,

$$\begin{bmatrix} \frac{dw}{dt} \\ \frac{di}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,309 & 8,1 \\ -12,94 & -29,32 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 166,87 \end{bmatrix} u_0(t) + \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{bmatrix} \sigma(t) \quad (7.2.a)$$

$$y(t) = w(t) + F\sigma(t) \quad (7.2.b)$$

A esta altura é de grande importância comentar fisicamente o significado do vetor de entrada do distúrbio $\sigma(t)$, assim é que:

a) $P_1 \neq 0, P_2 = 0$: $\begin{bmatrix} P_1 \\ 0 \end{bmatrix}$, representa um torque de carga externo aplicado ao eixo do motor;

b) $P_1 = 0, P_2 \neq 0$: $\begin{bmatrix} 0 \\ P_2 \end{bmatrix}$, representa uma variação na tensão de armadura, que não seja ocasionada pela variação da tensão de alimentação do "Chopper" (Por exemplo, uma fonte de tensão é ligada em série com a armadura). Esclarece-se que uma variação na tensão trifásica alimentadora do conversador estático C.C.-C.C., implica numa variação do parâmetro G, o ganho do pulsador.

Ademais o efeito de $\sigma(t)$ na saída representa um erro na medição da velocidade $w(t)$, já que $w(t)$ é a saída de interesse, ou seja: o sinal a ter de rastrear. Aqui é bom lembrar que o sinal medido e realimentado para o servocompensador é $w(t) + F\sigma(t)$ e não $w(t)$, e evidentemente é este primeiro que seguirá a referência, pois que o servocompensador não pode adivinhar a sujeira de contribuição $\sigma(t)$. Neste caso não será possível rastrear a velocidade do motor C.C..

Também se está admitindo taxativamente que o distúrbio $w(t)$ é um sinal externo. Assim o fato de uma carga ser conectada ao eixo (por exemplo, no controle de posição de uma mesa) é aqui entendido simplesmente por um distúrbio externo, quando for possível⁽¹³¹⁾.

A partir da representação (7.2) do processo, foi então determinado seus polos*, a saber,

(*) Ver apêndice 10.

$$s_1 = -4,53853$$

$$s_2 = -25,0905$$

e adotou-se neste trabalho como constante de tempo $\frac{1}{|\text{polo dominante}|} = \frac{1}{|-4,53853|} \approx 0,22s$

7.3 - APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS

Os sinais atuantes como referência e/ou distúrbio foram tomados como: degrau, rampa, exponencial e sinusoidal.

Por comodidade o servocompensador foi projetado* para vários deles. Assim é comum acontecer um servocompensador projetado, por exemplo para seno e rampa e, num determinado caso só rastrear e/ou bloquear a rampa, ou seja: a parte do seno ficaria inativa (desnecessária).

A determinação dos ganhos $[k, k_c]$ e $M\emptyset$ do sistema aumentado discreto-amostrado e compensador estabilizante, respectivamente, foram realizados usando o programa desenvolvido por Monteiro (28).

O programa digital da simulação do controle híbrido e o equipamento utilizado são dados respectivamente nos Apêndices 6 e 9.

(*) O projeto do servocompensador é detalhado no Apêndice 3.

7.3.1 - Sistema aumentado regulado supondo todos os estados acessíveis (sem "estimador").

Período de amostragem $T_1 = 0,3$ segundos;

Polos do sistema aumentado discreto-amostrado localizados na origem do plano Z (controle "deadbeat"):

$$\begin{bmatrix} \underline{k} & ; & \underline{k}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,0278617; & -0,0123554 & ; & -0,989997 & ; \\ & & & & & & & -0,122579; & -0,0200727; & -0,245986 \end{bmatrix}$$

\underline{k} = ganhos do motor C.C. + "Chopper";

\underline{k}_c = ganhos do servocompensador digital

A figura 7.3 ilustra a estrutura sob simulação. O servocompensador foi projetado para os sinais degrau, rampa e $\sin(\frac{10\pi}{3}t + A\theta)$. Sua dimensão é 4.

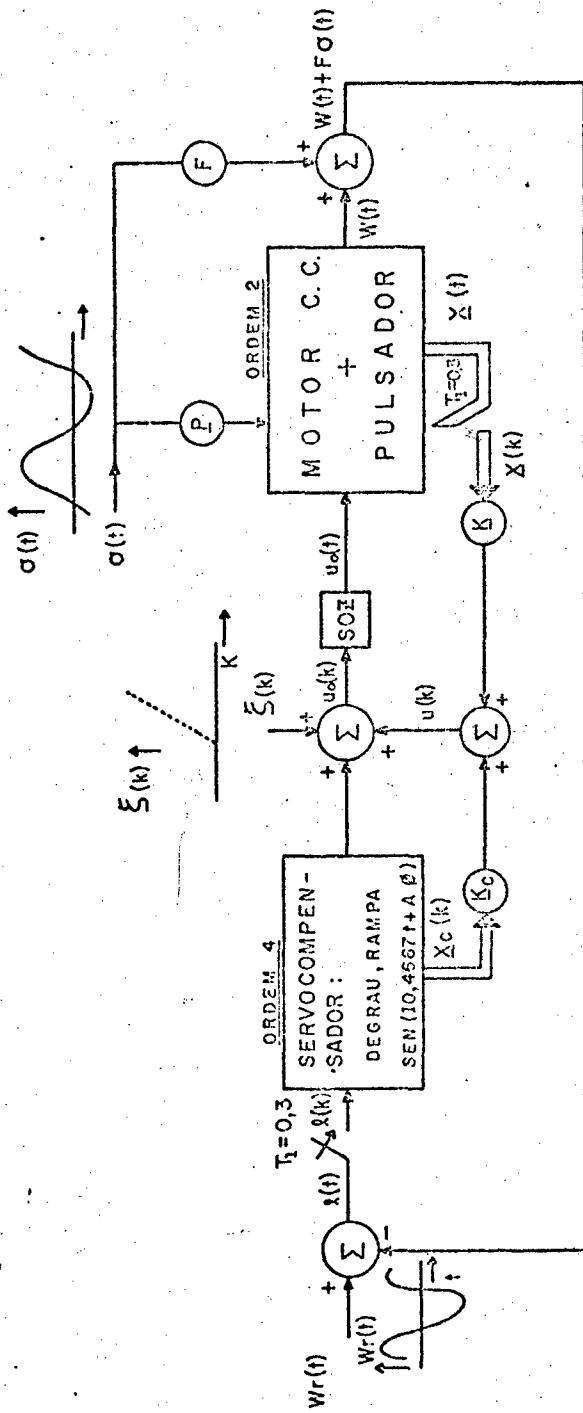
O passo da integração numérica foi 0,01 segundos.

FOTO 1* - Regulação (referência nula) do motor C.C.

A velocidade do motor alcança a origem em 1,8 s. Ou seja, após 2+4 iterações, de acordo com a relação (3.53) do capítulo 3.

Igualmente a corrente de armadura se anula após 6 ite-

(*) Para propósitos de simulação, todos os estados são considerados nulos inicialmente, com exceção da velocidade que vale 0,5 rad/s, desde que nada seja dito em contrário.



Figurá 7.3 - Rastreamento nos instantes de amostragem* da velocidade $W(t)$ do motor C.C..

O sistema aumentado é regulado sob a condição de todos os estados serem acessíveis. Período de amostragem = 0,3 segundos.

(*) É evidente que a velocidade $W(t)$ (saída de interesse) só seguirá a referência $W_r(t)$ se o escalar F for nulo (neste caso não há distúrbio na saída).

rações, resultado este em conformidade com a expressão (3.58). Aqui cabe registrar o comportamento da corrente. Então constatou-se que ela varia bruscamente, sempre que a tensão de armadura ($u_0(t)$) troca de valor. Ainda mais, ela tende a completar 1 ciclo dentro de um(1) intervalo de amostragem, isto acontece devido a dois fatos :

- o motor trabalha quase que a vazio; e,
- a constante de tempo 0,22s é pequena quando comparada ao período de amostragem 0,3s.

Daí o comportamento da corrente entre os instantes de amostragem ser semelhante ao caso: resposta da corrente a um degrau de tensão na armadura com o motor a vazio.

A listagem All.1* (ver Apêndice 11) mostra primeiramente como dialogar com o programa digital e, a seguir são mostrados os resultados numéricos pertinentes a esta foto 1.

FOTO 2 - Ação do distúrbio degrau tipo tensão na regulação.

Novamente, a velocidade e corrente acomodam-se em 1,8s. No instante 2,1s atua o distúrbio $\sigma(t)=1$ unidade, e após mais 6 iterações* a velocidade e corrente retornam a zero.

O vetor de entrada do distúrbio é $\begin{bmatrix} 0 \\ 50 \end{bmatrix}$, o que representa uma variação na tensão de armadura, no caso um aumento ($\sigma(t) > 0$). Tanto que a corrente e velocidade crescem rapidamente.

Em regime a entrada do processo $u_0(t)$ vale $-0,3$ Volts.

A partir de (7.2) pode-se mostrar a exatidão dos resultados da simulação; desde que em regime $w=i=0$, vem

$$-166,87 u_0(t) = 50 \quad \text{ou} \quad u_0(t) = -0,3V$$

Ainda mais, agora a máquina funciona como gerador** em determinados instantes.

FOTO 3 - Resposta ao degrau unitário

A velocidade segue a referência unitária após 6 iterações. A ultrapassagem é aproximadamente 100%. A corrente de regime é quase que nula; ainda mais da relação (7.2), vem que,

$$-0,309W = -8,1i : i = 0,0381A$$

(*) Sendo o distúrbio de natureza contínua, fica claro que o seu conhecimento pelo controlador digital somente ocorrerá nos instantes de amostragem. Assim, quando ele é aplicado em 2,1s (instante de amostragem), apesar de neste instante não alterar os estados do processo, sequer do servocompensador, ainda assim sua presença já é detetada para este instante de amostragem. A explicação deste acontecimento é dada com o auxílio da relação (2.14) do capítulo 2. Então é visto que $\bar{w}(k+1)$ em 2,1s é nulo. Ora, o conhecimento deste valor zero implica no conhecimento do ponto inicial da função $\bar{w}(k+1)$, significando que de fato o referido distúrbio é detetado em 2,1s (poder-se-ia fazer uma analogia com a referência rampa KT: apesar dela ser nula inicialmente ($k=0$), ainda assim o controlador a percebe neste instante). A partir daí, no máximo mais 6 iterações é necessário para reduzir o erro a zero, no caso: $2,1 + 1,8 = 3,9s$.

Por outro lado, se aplicado no intervalo $(2,1; 2,4]$, o bloqueio só ocorrerá após 6 iterações, a partir do instante 2,4 s (amostragem que percebe a presença do distúrbio); assim o novo regime ocorre no tempo máximo de $2,4 + 1,8 = 4,2s$.

Além do mais o controle $u_o(t)$ vale,

$$12,94 + 29,32 \cdot 0,0381 = 166,87 u_o(t); u_o(t) \approx 0,08V$$

FOTO 4 - Resposta ao degrau unitário e bloqueio ao distúrbio rampa t .

No tempo 2,1s atua o distúrbio rampa tipo tensão com inclinação unitária.

Após 1,8s (ou seja, em 3.9s) o rastreamento nos instantes de amostragem é obtido.

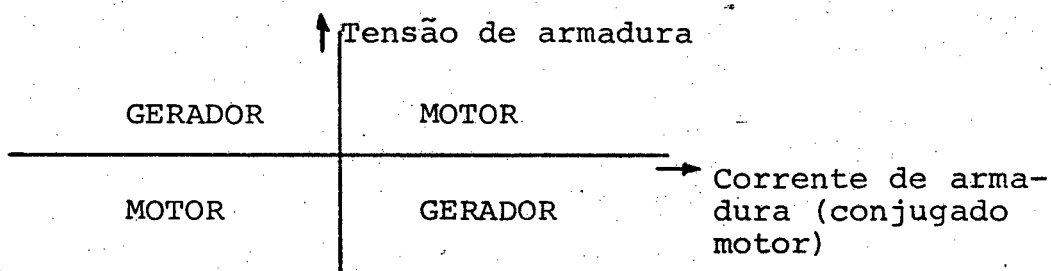
É importante notar que entre os instantes de amostragem não há rastreamento*** (ver capítulo 5).

O controle cresce negativamente para promover a anulação do efeito do distúrbio rampa.

FOTO 5 - Resposta a rampa e distúrbio rampa.

Em 2,1s é aplicado um distúrbio rampa de tensão com polaridade tal que aumenta a corrente de armadura e a velocidade $w(t)$.

(**) A figura abaixo ilustra os quatro quadrantes de operação da máquina C.C.. Os sentidos das variáveis são definidos na figura 7.2



(***) É possível visualizar o não-rastreamento entre as amostragens devido a grande relação período de amostragem/constante de tempo do processo, no caso: $0,3/0,22=1,36$.

O controle cresce no sentido negativo e, após mais 6 iterações o rastreamento discreto é novamente obtido. Agora a máquina opera como gerador.

FOTO 6 - Resposta a $\sin(10,4667 t+1)$ e distúrbio rampa.

A tensão de armadura cresce negativamente.

FOTO 7 - Perturbação nos parâmetros do processo - Robustez.

Variou-se o elemento $F(1,2)$ do processo (ver listagem All.1) de 8,1 para 11, ou seja: $\delta F(1, 2) = 35,8\%$.

De acordo com a foto, o rastreamento ao degrau ainda ocorrerá, agora em um tempo bem superior a 1,8s. O controle não é mais "leadbeat". Vale observar, que mesmo com uma grande variação (35,8%), ainda assim a estabilidade foi preservada e o seguimento ocorreu.

Para elucidações teóricas recorrer à prova do item 3º) do teorema principal do capítulo 3.

A partir de (7.1) tem-se que $F(1,2) = K/J$, então fisicamente implica em aumentar a constante da máquina K (por exemplo, acréscimo da corrente de campo) ou ainda diminuir a inércia J do motor.

FOTO 8 - Robustez

Agora o elemento $F(1,2)$ passou para o valor 15; o sistema tornou-se instável.

FOTO 9 - Variação nos ganhos de regulação - Robustez.

O ganho da velocidade $k(1,1)$ foi perturbado de $-0,0278617$ para $-0,05$ (79,4%). O sistema, agora com saída não-"deadbeat", continua a rastrear a referência degrau.

FOTO 10 - Robustez. Agora o ganho da velocidade $w(t)$ foi alterado para $-0,09$ (223%) e, o sistema ficou instável.

FOTO 11 - Perturbação na dinâmica do servocompensador - Robustez.

O elemento $A(6,3)$ da matriz de estado do servocompensador digital foi perturbado de -1 para $-1,3$, em percentagem: 30%.

Então um pequeno erro de rastreamento em regime permanente é notado. Tal resultado é discutido na seção 3.3.3 do capítulo 3.

FOTO 12 - Robustez quanto ao servocompensador

Agora $A(6,3)$ muda do valor de projeto -1 para -3 (200%). O erro de rastreamento degenera-se.

FOTO 13 - Distúrbio rampa tipo tensão e regulação.

No instante 3,9s ocorre o rastreamento discreto, mesmo sob a ação da rampa.

É evidente o fato de não ocorrer rastreamento entre as amostragens.

FOTO 14 - Regulação e ação do distúrbio $\xi(k)$ discreto rampa.

A entrada do distúrbio $\xi(k)$ discreto é ilustrado na figura 7.3.

No caso presente ele é uma sequência rampa com inclinação unitária, ou seja: $0,3(k-7)$, deslocada de 2,1 segundos da origem.

Deve-se observar que agora existe seguimento mesmo entre as amostragens*. Comparar com a foto 13.

FOTO 15 - Regulação e distúrbio $0,5 \cos[10,4667 \cdot 0,3(k-7) + 1]$

Novamente o efeito do distúrbio discreto é totalmente bloqueado pelo servocompensador digital.

A velocidade e corrente anulam-se em regime.

(*) No Apêndice 12 tal fato é demonstrado.

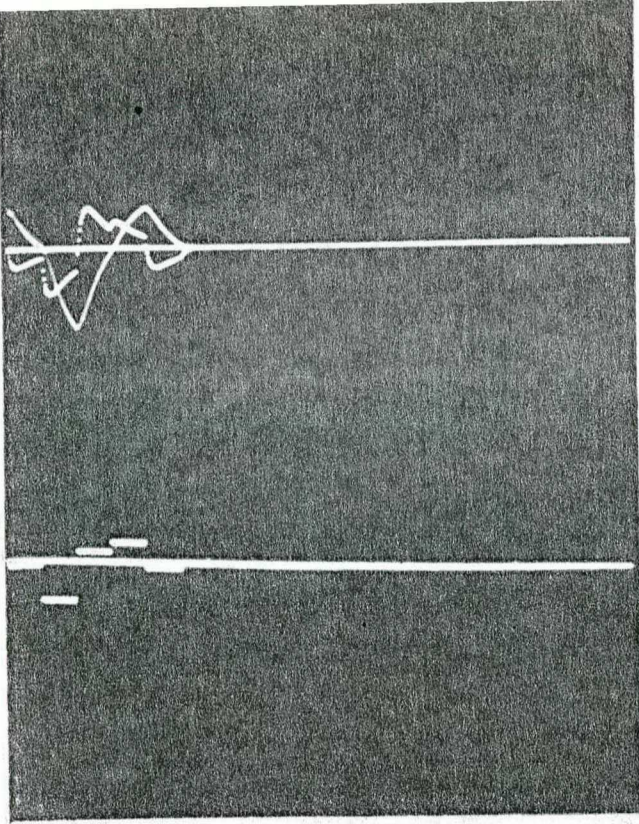


FOTO 1 - Regulação do motor. $w(0) = 0,5 \text{ rad/s}$; $i(0) = 0$

ESCALAS Horiz. = $0,3 \text{ s/período}$
Vert. $w = 1 \text{ rad/s/cm}$; $i = 1,2 \text{ A/cm}$;
 u_0 (saída do SOZ: controle) = $0,25 \text{ V/cm}$.

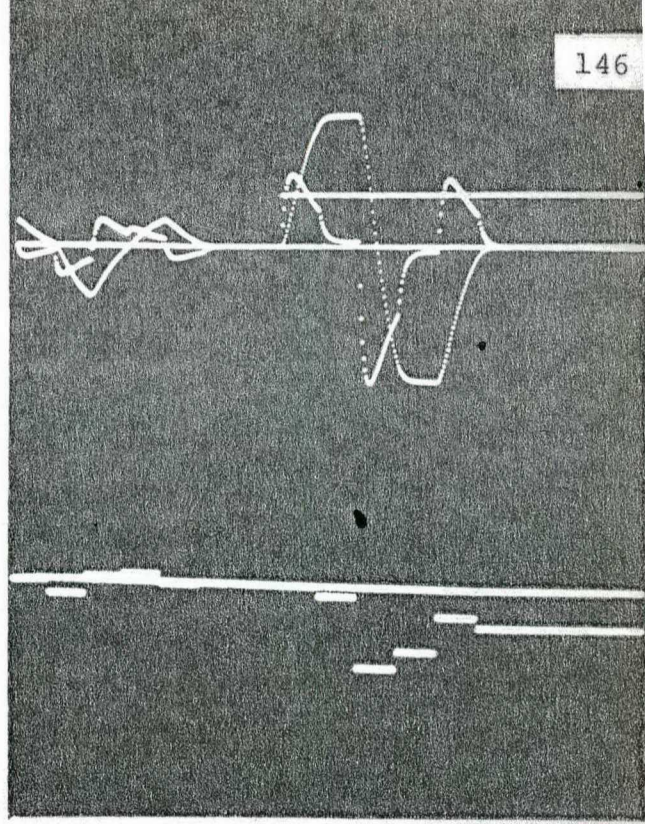


FOTO 2 - Distúrbio degrau. $w(0) = 0,5 \text{ rad/s}$; $i(0) = 0$; $T_3^* = 2,1 \text{ s}$

ESCALAS Horiz. = $0,3 \text{ s/período}$
Vert. $w = 1,67 \text{ rad/s/cm}$; $i = 2 \text{ A/cm}$; $u_0 = 0,7 \text{ V/cm}$
 $u_0 = 0,7 \text{ V/cm}$.

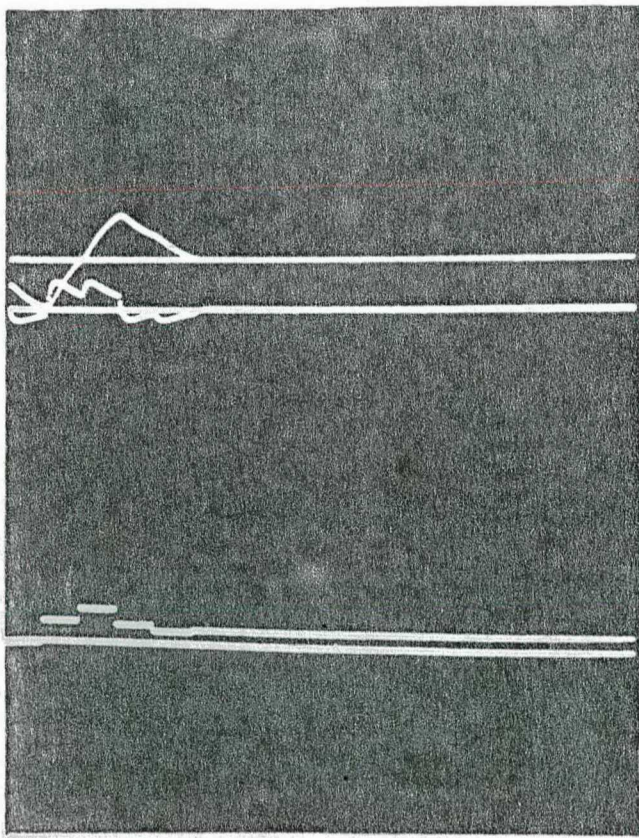
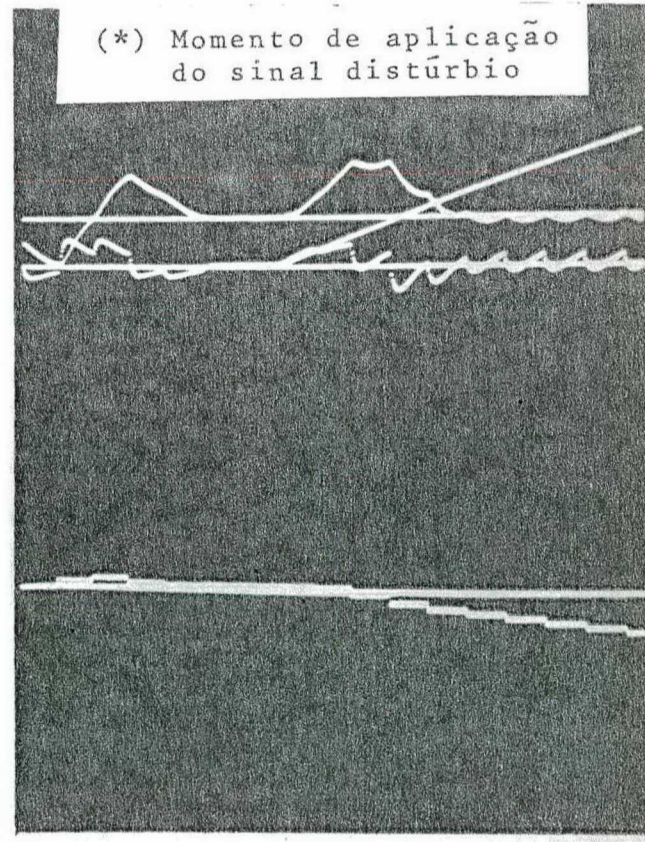


FOTO 3 - Resposta ao degrau unitário. $w(0) = 0,5 \text{ rad/s}$; $i(0) = 0$

ESCALAS Horiz. = $0,3 \text{ s/período}$
Vert. $w = 1,67 \text{ rad/cm}$; $i = 2 \text{ a/cm}$
 $u_0 = 0,5 \text{ V/cm}$.



(*) Momento de aplicação do sinal distúrbio

FOTO 4 - Bloqueio ao distúrbio rampa. $w(0) = 0,5 \text{ rad/s}$; $i(0) = 0$; $T_3 = 2,1 \text{ s}$.

ESCALAS Horiz. = $0,3 \text{ s/período}$
Vert. $w = 1,67 \text{ rad/s/cm}$; $i = 2 \text{ A/cm}$; $u_0 = 1,67 \text{ V/cm}$.

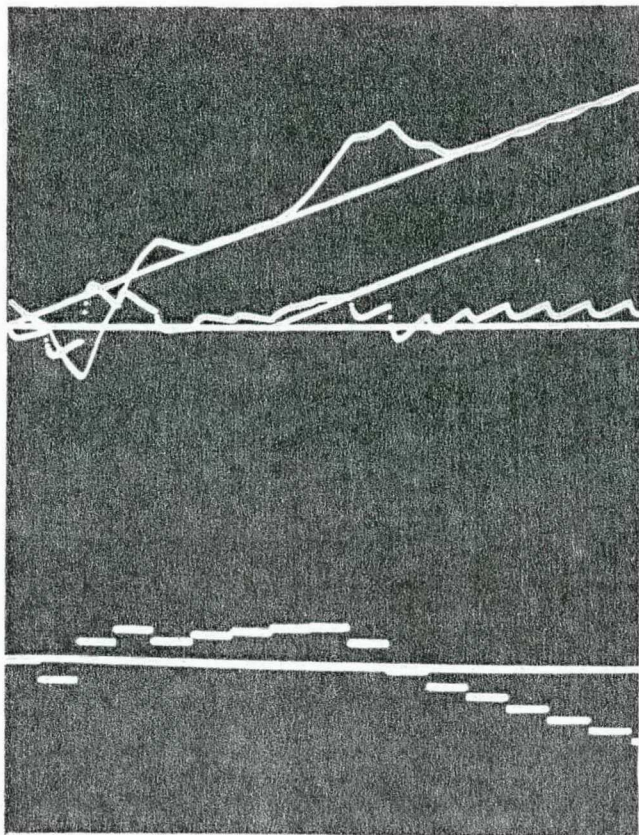


FOTO 5 - Efeito do distúrbio rampa.
 $w(0)=0,5\text{rad/s}$; $i(0)=0$; $T3 = 2,1\text{s}$.

ESCALAS Horiz. = $0,3\text{s/período}$
 Vert. $w=1,67\text{rad/s/cm}$; $i = 2\text{A/cm}$; $u_0=0,5\text{V/cm}$.

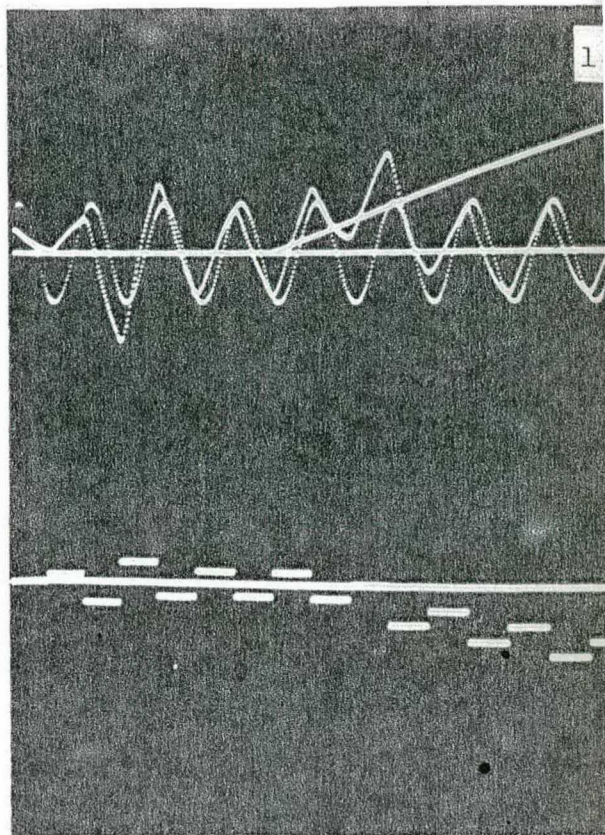


FOTO 6 - Distúrbio rampa. $w(0) = 0,5\text{rad/s}$; $T3=2,1\text{s}$.

ESCALAS Horiz. $0,3\text{s/período}$
 Vert. $w=1,67\text{rad/s/cm}$; $u_0=1\text{V/cm}$

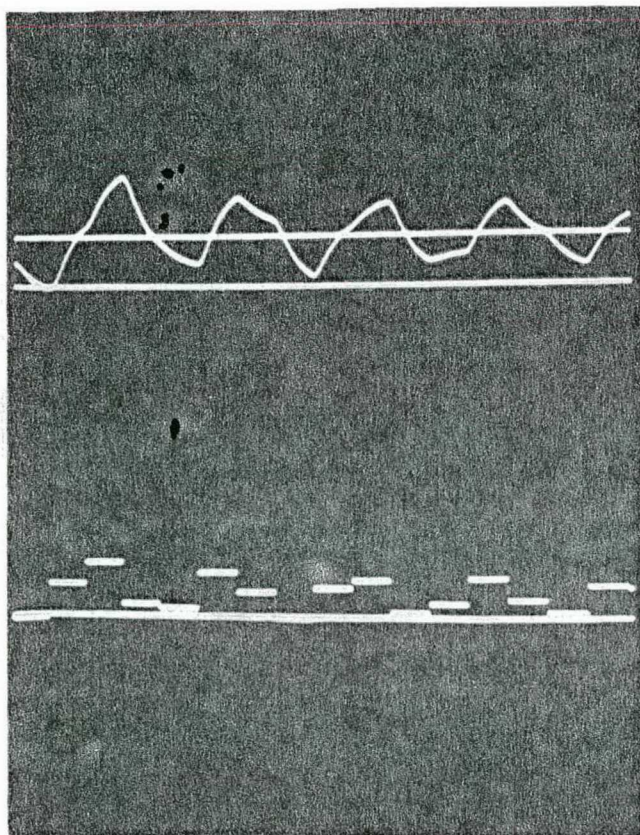


FOTO 7 - Robustez. $w(0)=0,5\text{rad/s}$

ESCALAS Horiz. = $0,3\text{s/período}$
 Vert. $w=1,67\text{rad/s/cm}$; $u_0=0,34\text{V/cm}$.

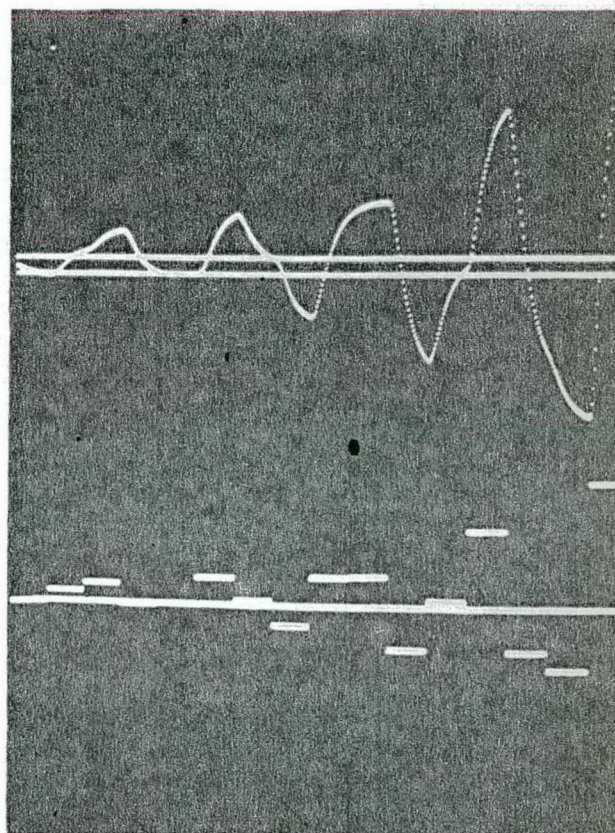


FOTO 8 - Robustez. $w(0)=0,5\text{rad/s}$

ESCALAS Horiz. = $0,3\text{s/período}$
 Vert. $w = 5 \text{ rad/s/cm}$
 $u = 1\text{V/cm}$.

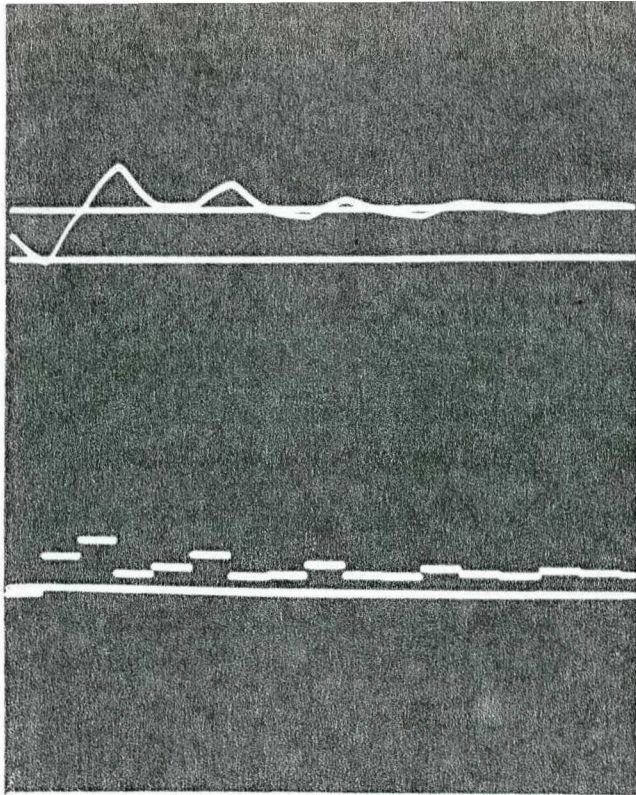


FOTO 9 - Robustez. $w(0)=0,5\text{rad/s}$.

ESCALAS Horiz.= $0,3\text{s/periodo}$
Vert. $w=1,67\text{rad/s/cm}$;
 $u_0 = 1\text{V/cm}$

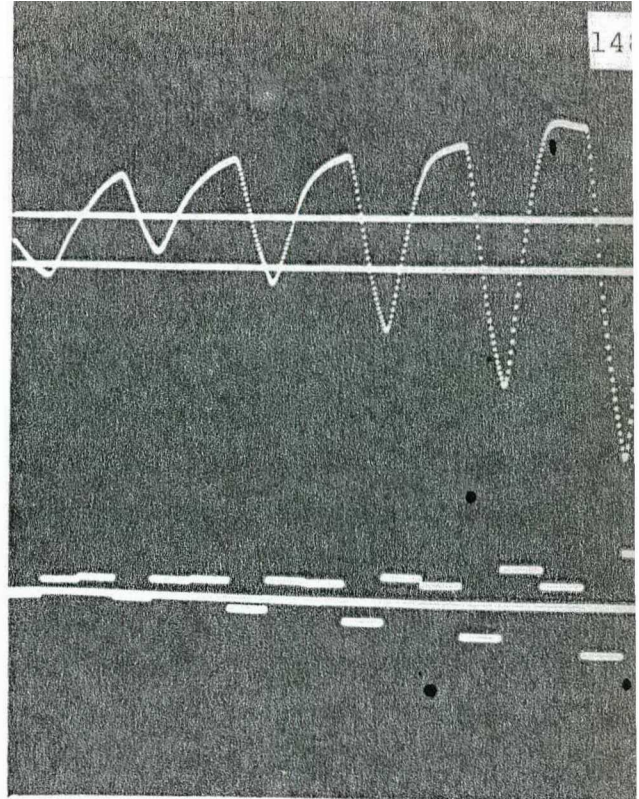


FOTO 10 - Robustez $w(0)=0,5\text{rad/s}$.

ESCALAS idem foto 9

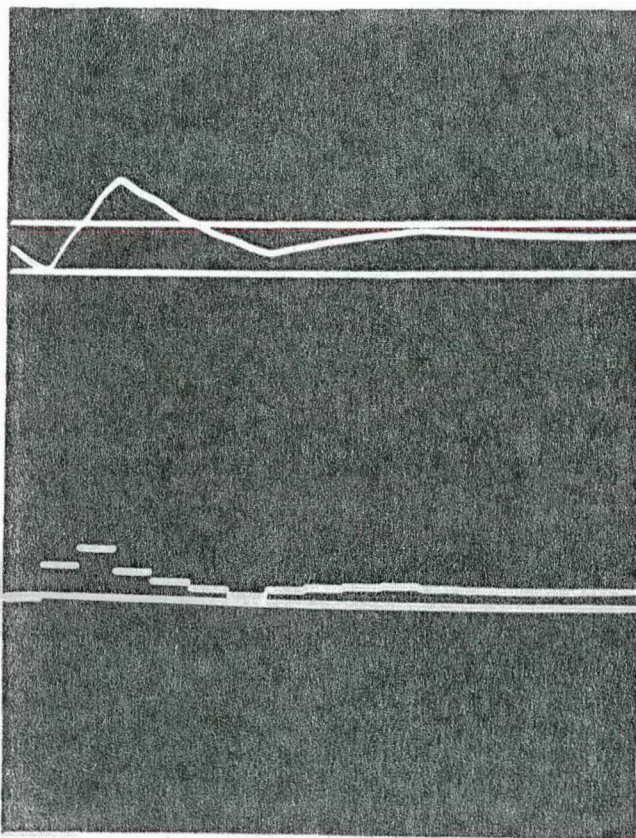


FOTO 11 - Robustez. $w(0)=0,5\text{rad/s}$.

ESCALAS Horiz. = $0,3\text{s/periodo}$
Vert. $w=1,67\text{rad/s/cm}$; $u_0 =$
 $0,34\text{V/cm}$.

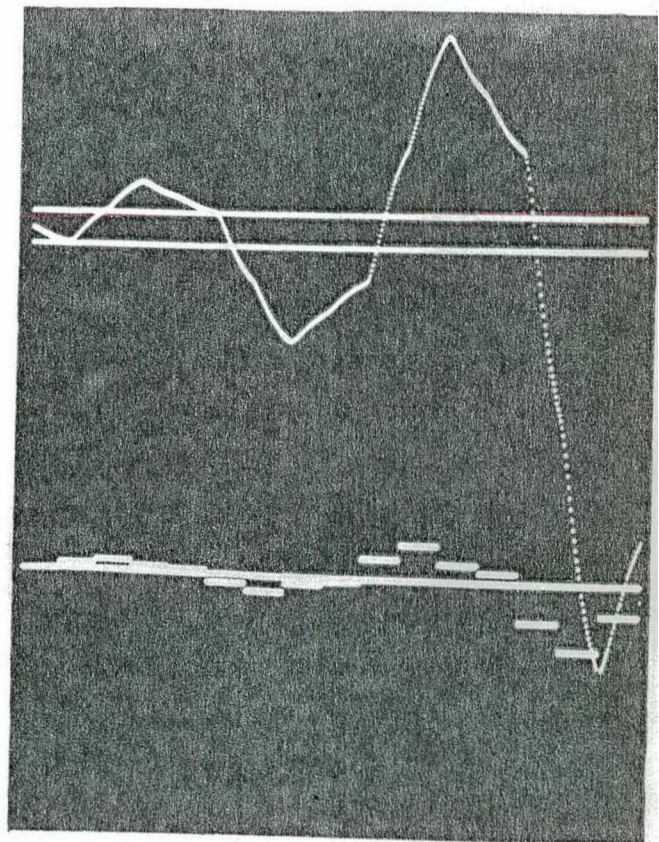


FOTO 12 - Robustez. $w(0)=0,5\text{rad/s}$

ESCALAS Horiz. = $0,3\text{s/periodo}$
Vert. $w=2,5\text{rad/s/cm}$; $u_0 =$
 $1,67\text{V/cm}$

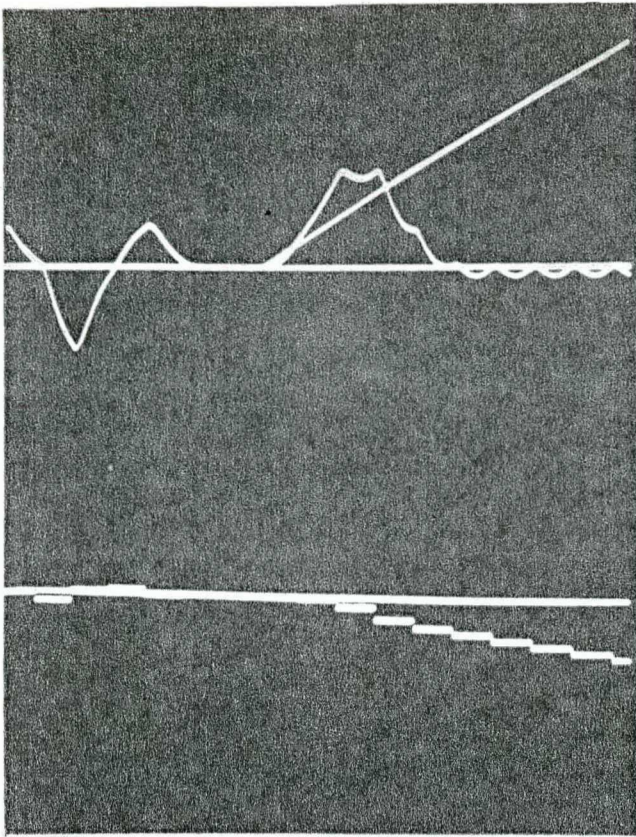


FOTO 13 - Distúrbio rampa.
 $w(0)=0,5\text{rad/s}$; $T3=2,1\text{s}$

ESCALAS Horiz.= $0,3\text{s/período}$
 Vert. $w=1\text{rad/s/cm}$;
 $u_0=1,25\text{V/cm}$

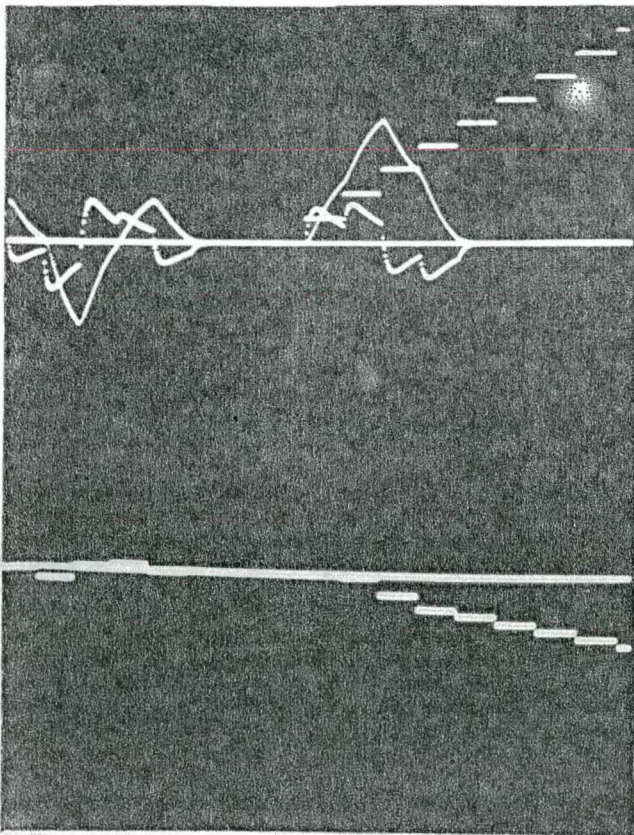


FOTO 14 - Distúrbio discreto rampa.
 $w(0)=0,5\text{rad/s}$; $i(0)=0$;
 $T3=2,1\text{s}$

ESCALAS Horiz.= $0,3\text{s/período}$
 Vert. $w=1\text{rad/s/cm}$;
 $i=1,2\text{A/cm}$; $u_0=1\text{V/cm}$

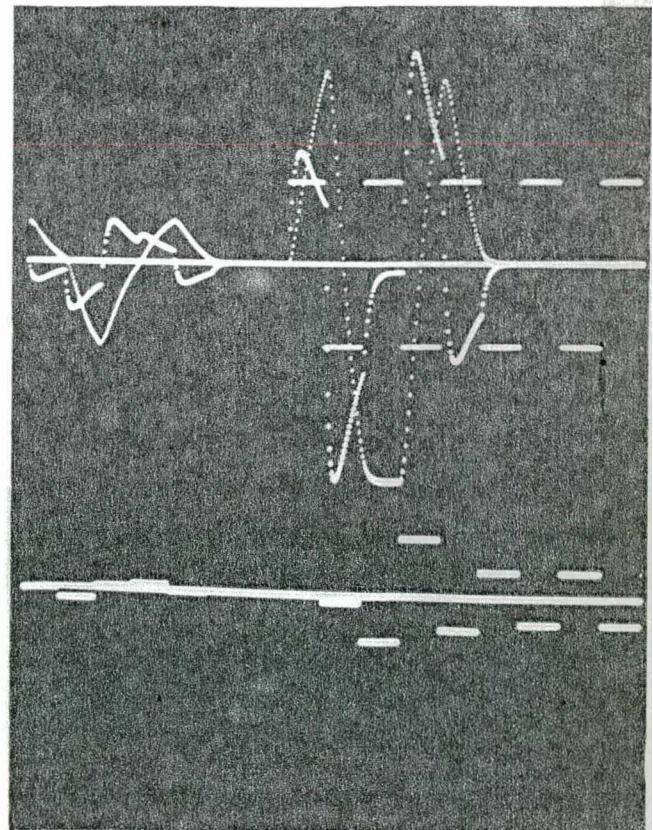


FOTO 15 - Distúrbio discreto cosseno.
 $w(0)=0,5\text{rad/s}$; $i(0)=0$;
 $T3=2,1\text{s}$

ESCALAS Horiz.= $0,3\text{s/período}$
 Vert. $w=1\text{rad/s/cm}$;
 $i=1,2\text{A/cm}$; $u_0=1\text{V/cm}$

7.3.2* - Sistema aumentado regulado através de "observador de estado"

Polos do sistema aumentado ainda na origem.

A figura 7.4 ilustra a estratégia de controle a ser simulada.

Período de amostragem $T_1 = 0,3$ segundos.

Polos do "observador" de ordem completa também na origem;

$$[M\emptyset] = \begin{bmatrix} 0,256783; & -0,200133 & | & 0,245986; & -0,0200732; \\ & 0,369393; & & -1,03014 \end{bmatrix}$$

Se está diante de um sistema de controle "deadbeat" com realimentação de estados, através do compensador estabilizante tipo "observador de Luenberger" "deadbeat".

Além disso, a partir de (4.24) o erro de rastreamento anular-se-á no máximo após $2(2+4)$ iterações. Ou ainda $12 \times 0,3 = 3,6s$.

FOTO 16 - Regulação do motor C.C. via realimentação de todos os estados do observador de Luenberger.**

(*) Sem ser dito algo em contrário, se está admitindo (para efeito de simulação) todas as condições iniciais nulas; exceto a da velocidade real (para distinguir da estimada) do motor, a qual vale: $w(0) = 0,5$ RAD/s.

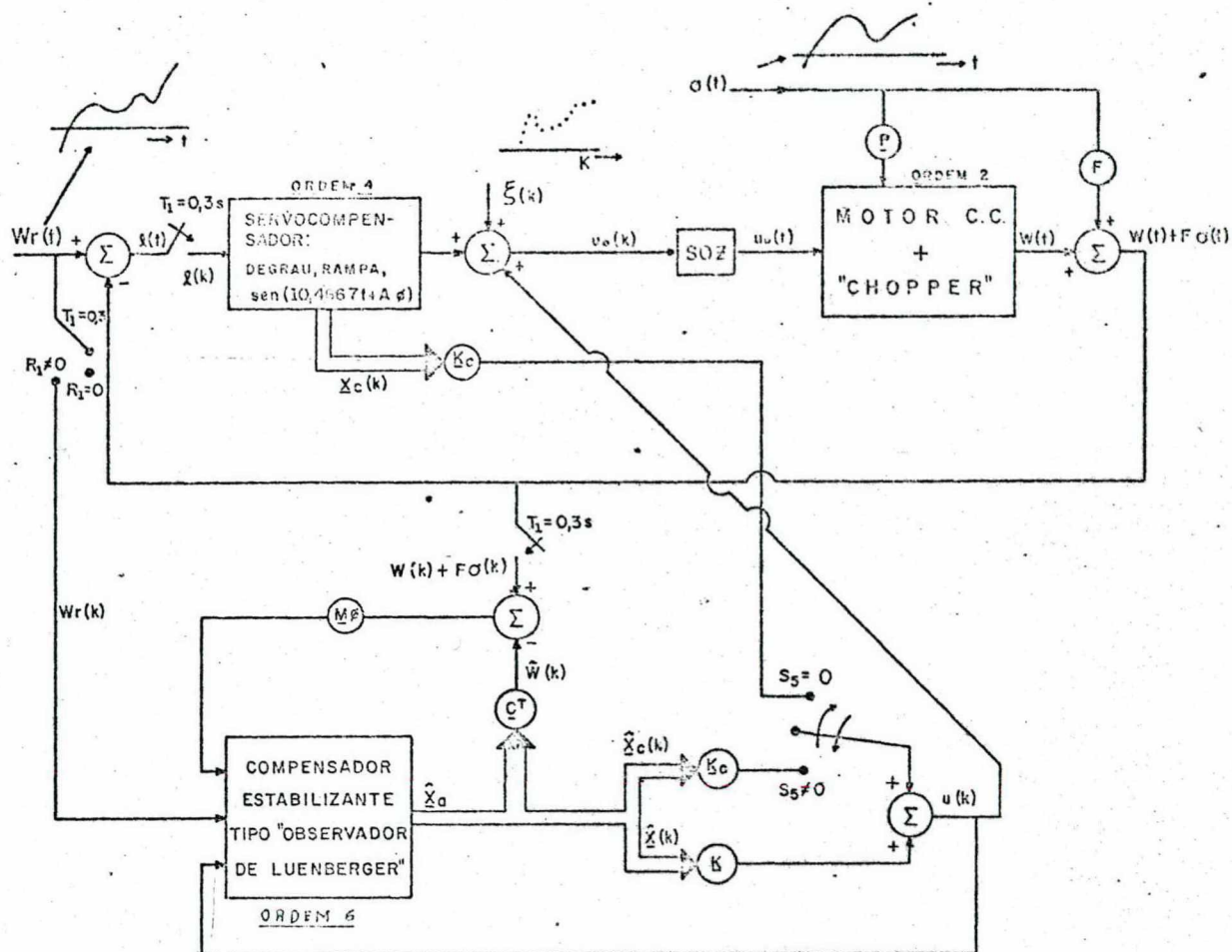


Figura 7.4 - Seguimento da velocidade $W(t)$ do motor nos instantes de amostragem. O sistema aumentado é regulado via "observador de Luenberger":

- Chave na posição $S_5 = 0$; os estados do servo compensador são realimentados diretamente, $u(k) = K \hat{x}(k) + K_c X_c(k)$;
- Chave na posição $S_5 \neq 0$; todos os estados são realimentados via "observador", $u(k) = K \hat{x}(k) + K_c \hat{x}_c(k)$.
- Chave em $R_1 = 0$; referência da velocidade não entra no "observador";
- Chave em $R_1 \neq 0$; o sinal de referência é incluído diretamente no "observador."

A velocidade alcança a origem em 3,6s. Isto é, após 2(2+4) iterações, de conformidade com a relação (4.14) do capítulo 4. Portanto, o tempo de acomodamento dobrou em relação ao caso sem observador.

Comparando com a foto 1, conclue-se imediatamente que a inclusão do observador elevou em muito a ultrapassagem, além de modificar consideravelmente o comportamento da velocidade.

A tensão de armadura também é elevada.

A listagem All.2 confirma o resultado já demonstrado no capítulo 4 (propriedade da separação), assim é que: no instante 1,8s ocorre a regulação do erro de estimação $\epsilon(k)$ (no caso, estado real=estado estimado) e, após mais 1,8s a velocidade anula-se.

FOTO 17 - Regulação via observador de Luenberger.

(**) Para propósitos do trabalho ora apresentado, faz-se necessário fixar a seguinte convenção terminológica:

- o termo regulação via realimentação de todos os estados do "observador de Luenberger" será empregado no caso de todos os estados do servocompensador e do processo serem realimentados através de seus valores estimados (via "observador"); importa na chave reversora da figura 7.4 na posição $S_5 \neq 0$;

- enquanto que o termo regulação via "observador de Luenberger" é reservado para o caso em que somente os estados do processo são realimentados através do "observador"; significa a chave reversora na posição $S_5 = 0$.

Novamente a velocidade é zerada em 3,6 segundos.

Neste caso os estados do processo são realimentados via observador enquanto que os do servocompensador são realimentados diretamente (a chave reversora da figura 7.4 está na posição $S_5=0$, onde S_5 é uma notação do programa digital).

Esta política de controle não altera a solução de regime, já que os polos do sistema aumentado em malha fechada não se modificam. Modificando, isto sim, o desempenho do regime transitório. A parte (a) do Apêndice 13 ilustra o fato.

Ainda mais, ao longo da simulação, pode ser visto que o uso desta estratégia redundou em diminuições da ultrapassagem do controle Ou seja, a evolução da velocidade do motor (e correspondentemente a tensão e corrente de armadura) foi deveras melhorada. Por exemplo, compare os resultados desta foto com a anterior.

O porquê então da construção do "observador" de ordem completa é discutido na seção 4.3.3 .

As fotos 18 a 21 são pertinentes a resposta ao degrau unitário, em que o motor é sujeito a distúrbios também degrau (intensidade 0,3) tipo torque de carga. O vetor de entrada do distúrbio é $\begin{bmatrix} -50 \\ 0 \end{bmatrix}$.

FOTO 18 - A regulação é via "observador" sem a inclusão da referência no referido compensador estabilizante.*

Dado que o torque é resistente (se opõe ao torque motor), então logo após a introdução dele no eixo do motor, a velocidade decresce, enquanto a corrente aumenta para anular o efeito do referido distúrbio.

(*) Sem algo em contrário, considerar-se-á que o sinal de referência $w(k)$ entra diretamente no observador (chave reversora da figura 7.4 na posição $R_1 \neq 0$). Então, na ausência de distúrbios, o erro de estimação vai para zero (ver discussão da foto 49) e, o uso de aspas no termo observador, neste caso, não será necessário.

A partir das escalas da foto, constata-se que em regime o valor do controle é 0,4V e, a corrente assume 1,89A. Tais resultados são confirmados pelas relações teóricas (7.2),

$$-0,309.1 + 8,1i - 50.0,3 = 0 ; i = 1,89$$

$$-12,94.1 - 29,32i + 166,87u_0(t) = 0 ; u_0(t) = 0,4V$$

FOTO 19 - Regulação através do "observador"

Agora com a inclusão do degrau unitário no compensador estabilizante, é notório que o transitório devido a ação da referência é deveras melhorado.

O controle diminui, basta comparar com a foto 18.

A ultrapassagem da velocidade é cerca de 66,67%.

FOTO 20 - Regulação via realimentação de todos os estados do "observador."

Notar que os transitórios apresentam maiores picos , quando comparados com as fotos anteriores.

FOTO 21 - Regulação via realimentação de todos os estados do "observador", sem inclusão da referência.

O comportamento do processo é consideravelmente prejudicado.

COMENTÁRIO : da comparação das quatro fotos anteriores, conclue-se:

- a realimentação direta (sem uso do "observador") dos estados do servocompensador digital confere um melhor comportamento à velocidade, corrente e controle;

- a resposta a uma dada referência é acentuadamente melhorada, quando esta é incluída no modelo do compensador estabele-zante. Sem contudo, evidentemente, modificar o transitório devido a ação do distúrbio. Por exemplo, compare os pares de fotos 20, 21 e 18,19.

Em suma, a realimentação direta dos estados do servo - compensador e, a inclusão da referência no "observador", acarretam um melhor desempenho do sistema, pelo menos para o caso em questão. Pen-sando assim, é que as simulações a seguir foram feitas geralmente com adoção desta estratégia.

FOTO 22 - Resposta ao degrau (via "observador"), e blo-queio a $\xi(k)$ discreto: $0,3(k-14)$

É importante notar que o distúrbio discreto não afeta a solução de regime, quer nos instantes, quer entre as amostragens.

As fotos 23 a 27 dizem respeito a resposta ao degrau , com regulação via observador.

FOTO 23 - Perturbação nos parâmetros do processo* - Robustez

O elemento $F(1,2)$ do processo foi alterado para $11(\delta F(1,2)=35,8\%)$.

O sistema tornou-se instável. Porém, esta mesma varia-ção foi dada ao processo, em que este era regulado via controle mo-dal, sem o uso de observador; conforme ilustra a foto 7. E lá o sistema continuou estável. O que nos leva a concluir que o uso do observador foi o responsável pela degeneração da resposta. Signifi-ca também que aqui a propriedade da decomposição não é mais é válida,

(*) Com esta perturbação, torna-se patente que agora o "observador" não é mais cópia fiel do sistema aumentado.

já que o observador não é mais uma cópia fiel do processo (Ver parte b) do Apêndice 13).

Portanto, com o uso do observador, a perturbação no processo ficou restrita a uma faixa menor de excursão. Tal fato é discutido por Doyle & Stein⁽⁶⁴⁾.

FOTO 24 - idem foto 23.

Agora $F(1,2)$ passou para 8,3. O sistema permaneceu estável e o rastreamento foi obtido (o tempo de acomodamento cresceu), de acordo com a seção 4.3.2 do capítulo 4.

FOTO 25 - Variação dos ganhos de regulação - Robustez

O ganho da velocidade $k(1,1)$ foi alterado para -0,05. A velocidade ainda segue a referência. O sistema aumentado não é mais "deadbeat", embora o observador ainda seja.

FOTO 26 - Perturbação nos parâmetros do observador - Robustez

O elemento $A(7,7)$ passou do seu valor de projeto 0,0521021 (ver listagem All.1) para 0,2(284%). O rastreamento, embora demorado, não foi violado.

FOTO 27 - idem foto 26

Agora a perturbação foi de 667%, assim $A(7,7)$ assumiu o valor de 0,4. A instabilidade aconteceu.

OBS: O parâmetro $F(1,2)$ foi alterado de 8,1 para 10, constatou-se,

- quando da regulação através de todos os estados do observador, o sistema instabilizou-se; e,

- quando da regulação via observador, o rastreamento foi obtido.

Felizmente a parte b) do Apêndice 13 esclarece o ocorrido.

COMENTÁRIOS:

- É notório que a inclusão do "observador" danifica o comportamento do processo, causando por exemplo: altas ultrapassagens e controles, aumento do tempo de acomodamento, diminuição da faixa possível de variação dos parâmetros do processo,...

- Melhores resultados foram obtidos pela adoção de duas medidas: realimentar do "observador" somente os estados do processo e incluir no modelo dele a referência.

- O distúrbio discreto $\xi(k)$ não altera a solução de regime, enquanto que o contínuo modifica o comportamento da saída entre os instantes de amostragem.

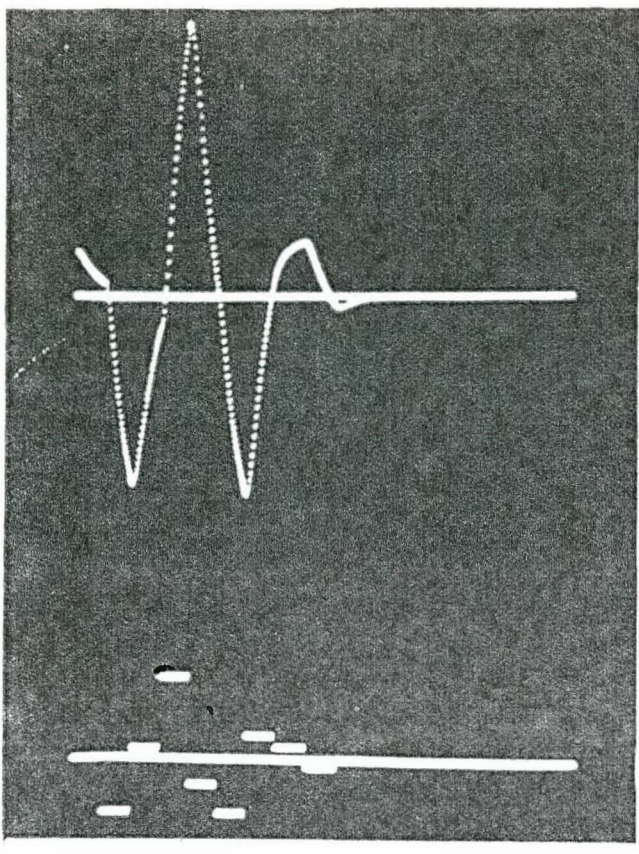


FOTO 16 - Regulação. $w(0)=0,5\text{rad/s}$
 ESCALAS Horiz.= $0,3\text{s/período}$
 Vert. $w=1,25\text{rad/s/cm}$;
 $u_0=0,41\text{V/cm}$

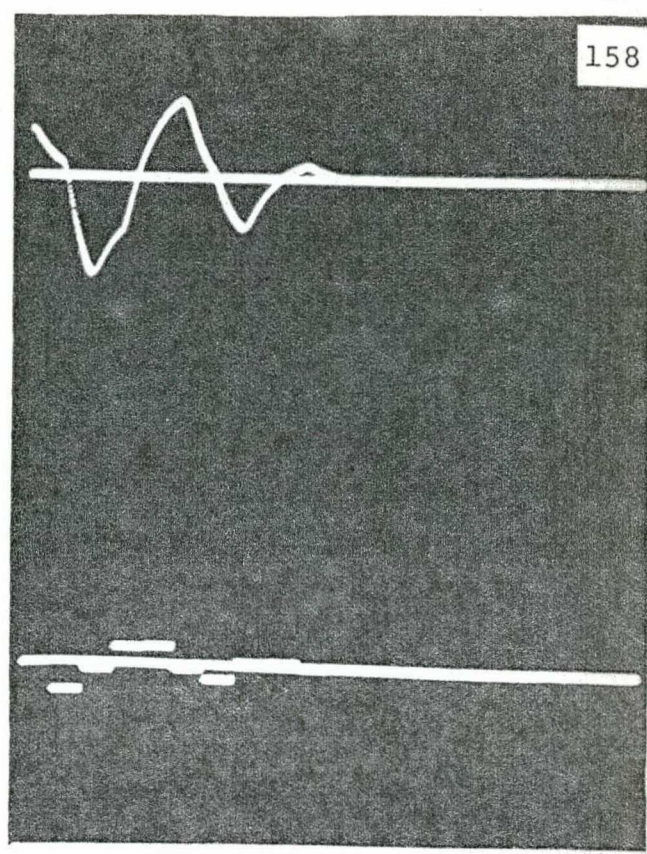


FOTO 17 - Regulação. $w(0)=0,5\text{rad/s}$
 ESCALAS idem foto 16

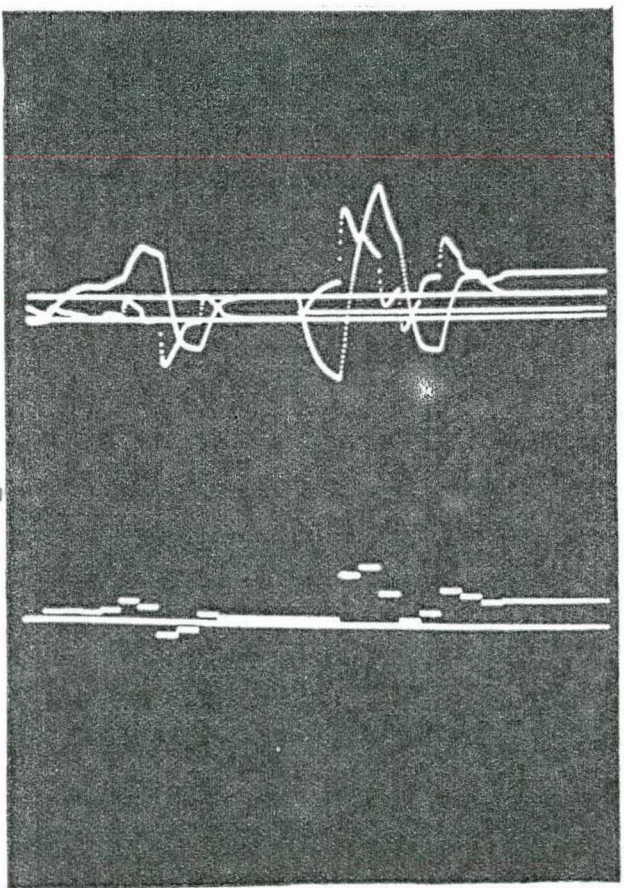


FOTO 18 - Distúrbio degrau.
 $w(0)=0,5\text{rad/s}$; $i(0)=0$;
 $T_3=4,2\text{s}$
 ESCALAS Horiz.= $0,3\text{s/período}$
 Vert. $w=3,3\text{rad/s/cm}$;
 $i=2,66\text{A/cm}$; $u_0=0,92\text{V/cm}$

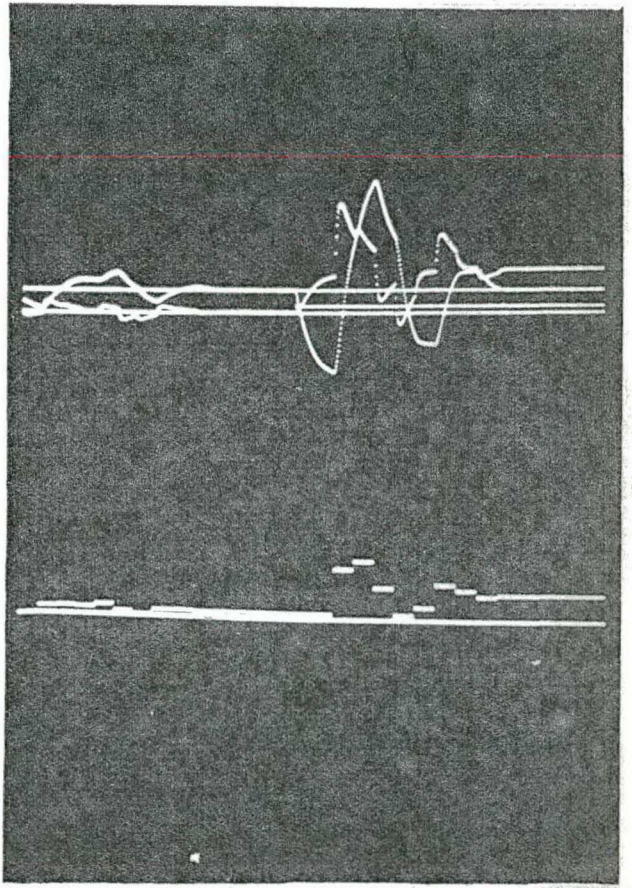


FOTO 19 - Distúrbio degrau.
 $w(0)=0,5\text{rad/s}$;
 $i(0)=0$; $T_3=4,2\text{s}$
 ESCALAS idem foto 18

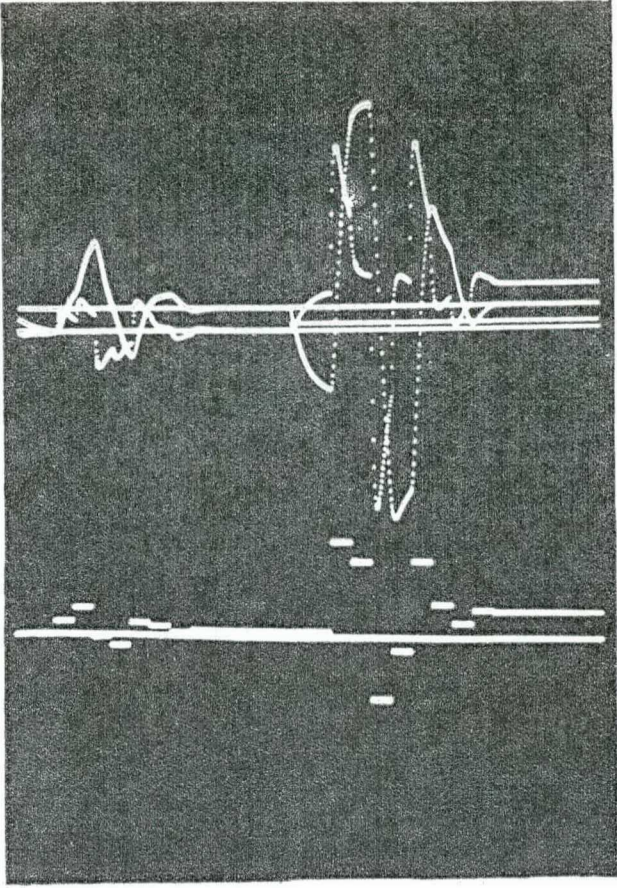


FOTO 20 - Distúrbio degrau.
 $w(0)=0,5\text{rad/s}$; $i(0)=0$;
 $T3=4,2\text{s}$

ESCALAS idem foto 18

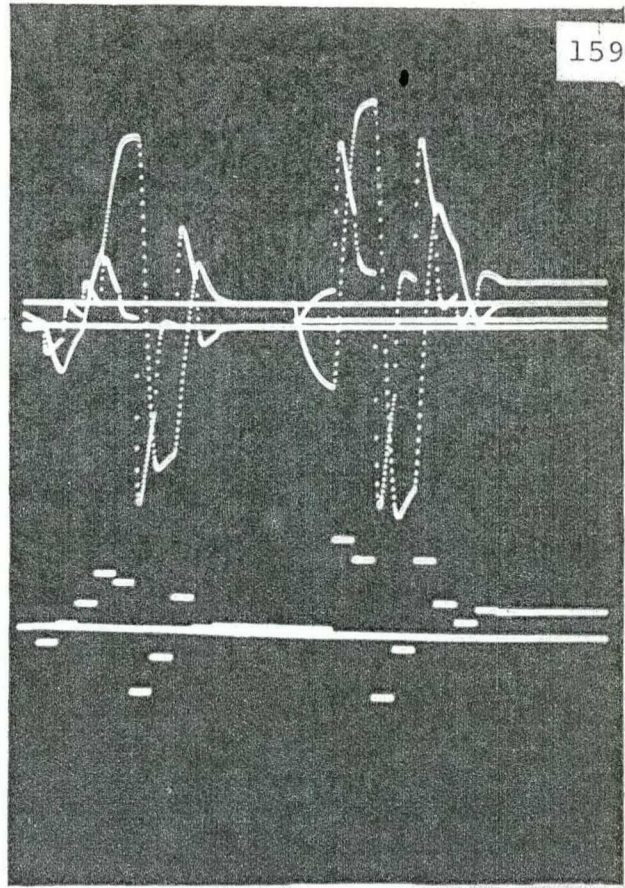


FOTO 21 - Distúrbio degrau.
 $w(0)=0,5\text{rad/s}$; $i(0)=0$;
 $T3=4,2\text{s}$

ESCALAS idem foto 18

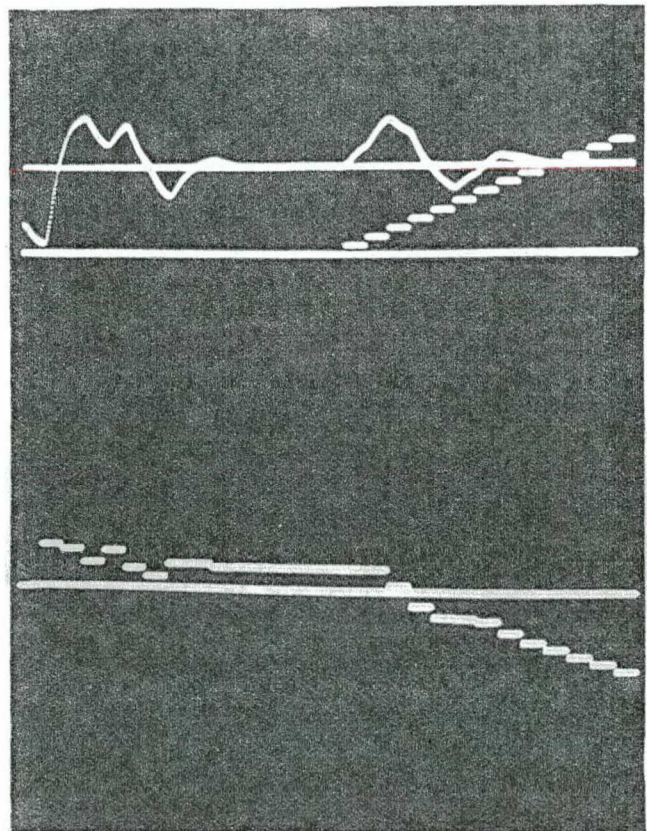


FOTO 22 - Distúrbio rampa discreto.
 $w(0)=0,5\text{rad/s}$; $T3=4,2\text{s}$
 ESCALAS Horiz.= $0,3\text{s/período}$
 Vert. $w=1,43\text{rad/s/cm}$;
 $u_0=0,6\text{V/cm}$

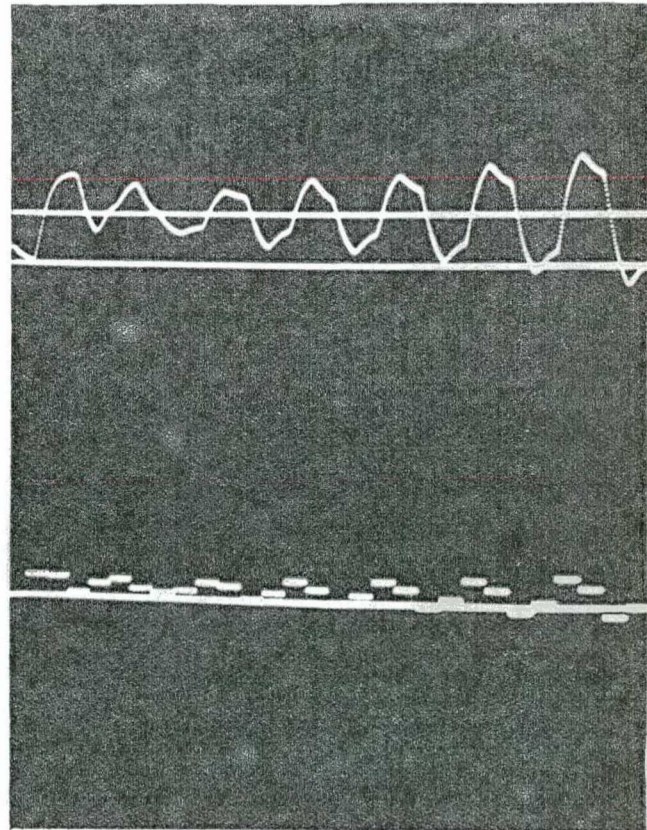


FOTO 23 - Robustez. $w(0)=0,5\text{rad/s}$
 ESCALAS Horiz.= $0,3\text{s/período}$
 Vert. $w=2,5\text{rad/s/cm}$;
 $u_0=1,2\text{V/cm}$.

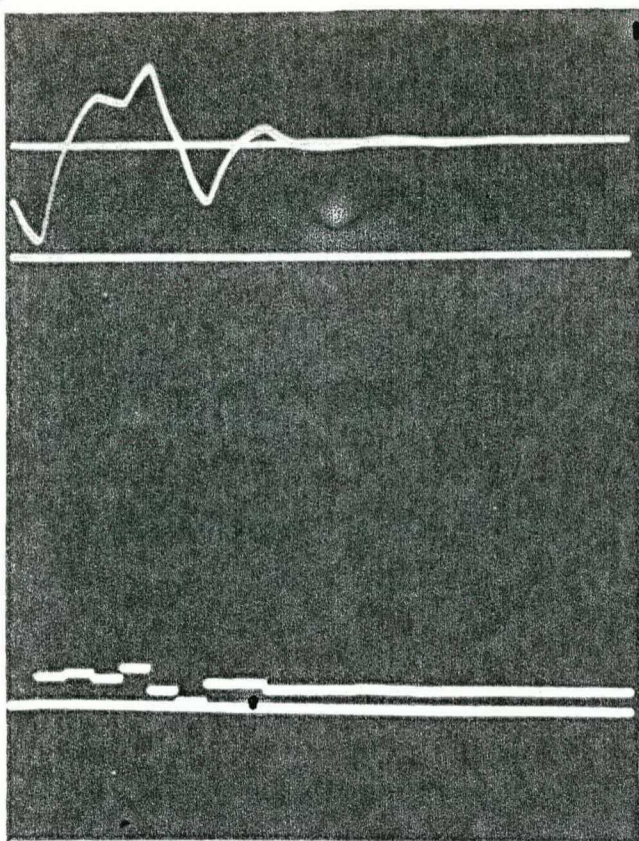


FOTO 24 - Robustez. $w(0)=0,5\text{rad/s}$
 ESCALAS Horiz.=0,3s/período
 Vert. $w=2,5\text{rad/s/cm}$;
 $u_0=0,6\text{V/cm}$

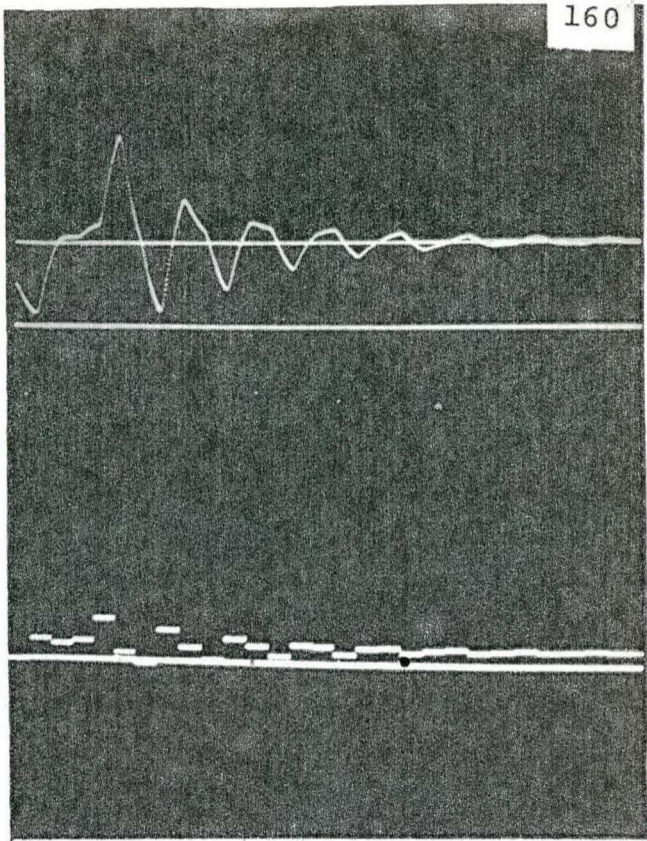


FOTO 25 - Robustez. $w(0)=0,5\text{rad/s}$
 ESCALAS Horiz.=0,3s/período
 Vert. $w=1\text{rad/s/cm}$;
 $u_0=1,2\text{V/cm}$

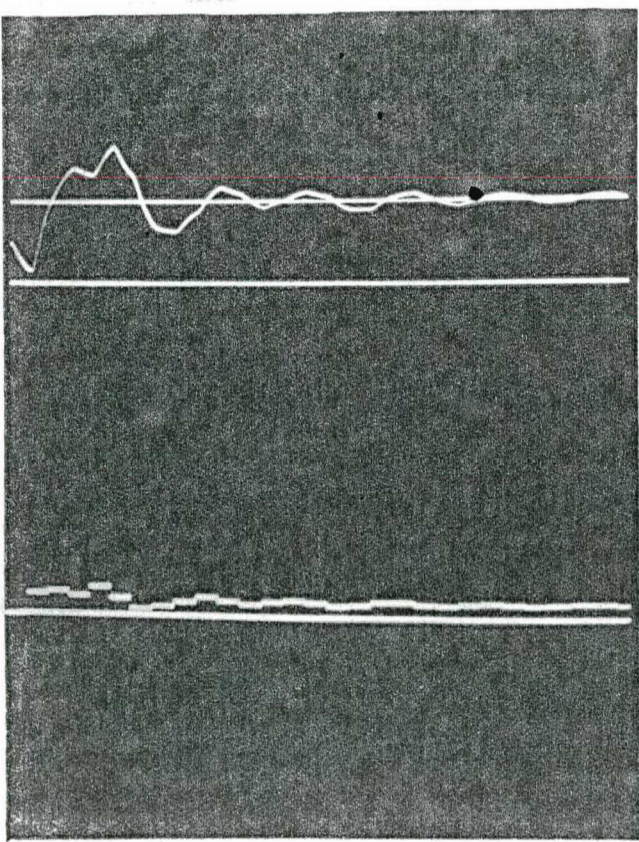


FOTO 26 - Robustez. $w(0)=0,5\text{rad/s}$
 ESCALAS idem foto 24

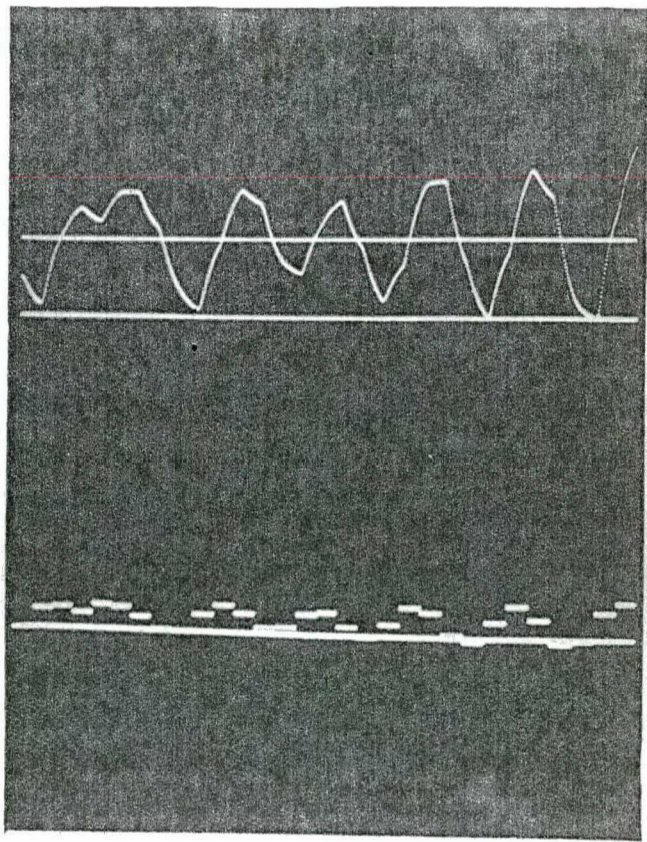


FOTO 27 - Robustez. $w(0)=0,5\text{rad/s}$
 ESCALAS idem foto 24

7.3.3 - Desempenho do processo versus período de amostragem com e sem observador

Nesta seção o período de amostragem foi variado dentro de uma faixa e, foi possível avaliar o comportamento do processo (motor + pulsador) para estes diferentes intervalos.

A faixa de variação ficou compreendida entre 0,025s e 0,3s (este já simulado), em que a constante de tempo do motor 0,22s foi tomada como um valor médio. Aqui cabe esclarecer dois fatos,

1º) para períodos inferiores a 0,025s, o vetor ganho assumia valores que proporcionavam o aparecimento de grandes ultrapassagens (acima de 2000%); daí não se considerar tais períodos;

2º) para intervalos superior a 0,3s (por exemplo 0,5), a subrotina MATEXP⁽²⁴⁾ não discretizava o processo com exatidão, o que ocasionava incoerências durante o desenvolvimento da simulação. Neste ponto, recomenda-se, por exemplo, o algoritmo descrito por Loan⁽⁶³⁾.

Esclarece-se por último que o servocompensador é o mesmo das seções anteriores, assim está projetado para degrau, rampa e sinusoidal (este para diferentes frequências)

As fotos 28 a 29 referem-se ao período de amostragem $T_1=0,025s$.

A frequência sinusoidal é 314 RAD/s (Período=0,02s).

Ambos, sistema aumentado e observador possuem seus polos na origem do plano Z.

Os ganhos "deadbeat" do sistema aumentado e observador são respectivamente,

$$\left[\begin{array}{c|c} \underline{k} & \underline{k}_c \end{array} \right] = \left[\begin{array}{cc|cc} -6,66088; & -0,416 & -4,85367; & 4,9532; \\ -2,4563 & 3,04236 \end{array} \right]$$

$$\left[\begin{array}{c} \underline{M\theta} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{cc|cc} 3,43475; & 14,904 & 3,04236; & 3,65262; \\ 6,15438; & 6,24956 \end{array} \right]$$

FOTO 28 - Resposta ao degrau unitário

Após 6 iterações (6.0,025=0,15s) a velocidade segue a referência degrau. Seu pico máximo é de 3,15 RAD/s; o que equivale a um aumento de 60% se comparado com T1=0,3s (foto 3).

A corrente atinge valores enormes, com seu pico em 27A. Tais amplitudes prende-se ao fato da grande rapidez exigida (0,15s).

A tensão de armadura tem seu máximo em 13 Volts, para o tempo 0,075s.

FOTO 29 - Resposta ao degrau via observador

Aqui o transitório é totalmente deteriorado. O acomodamento é retardado para 0,3s (12.0,025).

A velocidade e corrente tem seus máximos em 29,7 RAD/s e 300A, respectivamente.

OBS - Para o período 0,025s foi notado que, ao contrário dos demais casos, melhores resultados aparecem quando a regulação do sistema aumentado usa todos os estados estimados pelo observador de Luenberger (incluindo portanto, o servocompensador).

As fotos 30 a 31 são pertinentes ao período de amostragem T1=0,05s.

A frequência do sinal sinusoidal é de 31,4 RAD/s (período=0,2s).

Os ganhos para o posicionamento na origem dos polos são,

$$\begin{bmatrix} \underline{k} \\ \underline{k}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2,15215; & -0,186597 & | & -2,32147; \\ & 1,74371; & -0,904613; & 1,063 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \underline{M\emptyset} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3,0822; & 5,90775 & & 1,063; \\ & 1,221; & 2,06; & 1,482 \end{bmatrix}$$

FOTO 30 - Resposta ao degrau

O rastreamento ocorre em 0,3s (6.0,05s)

A ultrapassagem é de 200% ($W_{MAX} = 3 \text{ RAD/s}$).

A tensão máxima é 3,61V para 0,15s.

FOTO 31 - Rastreamento ao degrau via observador

A solução de regime é alcançada em 12.0,05=0,6s.

O transitório é ruim.

As fotos numeradas de 32 a 33 referem-se ao período de amostragem 0,1s.

Os ganhos "deadbeat" são dados por:

$$\begin{bmatrix} \underline{k} \\ \underline{k}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,12866; & -0,0751 & | & -0,8712; & -0,33725; \\ & -0,28414; & 0,743969 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \underline{M\emptyset} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,716523; & -0,99262 & | & 0,743969; & -0,28414; \\ & 1,15; & -1,4395 \end{bmatrix}$$

A frequência sinusoidal foi mantida em 31,4 RAD/s.

FOTO 32 - Resposta ao degrau

Aqui o seguimento ocorre em 0,6s. A ultrapassagem é de 80%, ou seja: $W_{MAX} = 1,8 \text{ RAD/s}$.

FOTO 33 - idem a foto 32, com observador

O tempo de acomodamento é dobrado: 1,2s.

As fotos 34 a 35 correspondem aos resultados com período de amostragem 0,2s.

Os polos do sistema aumentado e "observador" são colocados na origem através dos ganhos,

$$\left[\begin{array}{c} \underline{k} \\ \underline{k}_c \end{array} \right] = \left[\begin{array}{ccc} -0,220605; & -0,0258871 & | -1,14031; \\ -0,0241079; & 0,164025; & 0,143122 \end{array} \right]$$

$$\left[\begin{array}{c} \underline{M\emptyset} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{ccc} 1,42199; & 0,194321 & | 0,143122; \\ 0,3082; & 0,284255; & -0,714321 \end{array} \right]$$

A sinusóide oscila com 41,89 RAD/s (período=0,15s)

FOTO 34 - Resposta ao degrau

No instante 1,2s a velocidade do motor permanece igual a 1RAD/s. O pico máximo é de 2,2RAD/s, equivalente a uma ultrapassagem de 120%.

A amplitude da tensão de armadura cai sensivelmente.

FOTO 35 - idem foto 34, com observador

COMENTÁRIOS:

Quando o período de amostragem aumenta e, mantendo-se os polos do sistema na origem (controle "deadbeat" com observador "deadbeat"), notou-se que

- os valores dos ganhos do sistema discreto- amostrado e observador tendem a diminuir;

- é evidente que o tempo de acomodamento aumenta;

- os transitórios da corrente e velocidade são melhorados, porém a ultrapassagem da velocidade nem sempre diminui;
- as amplitudes dos controles diminuem flagrantemente.

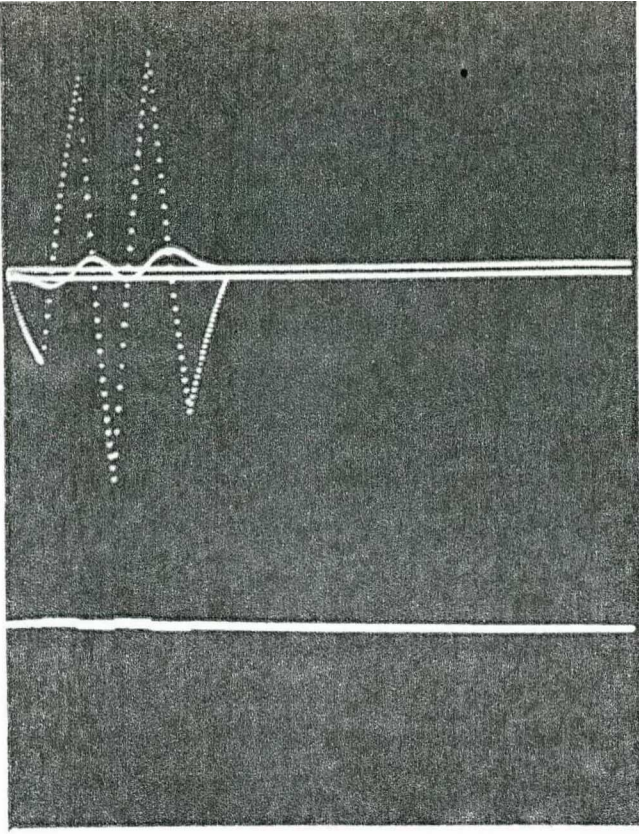


FOTO 28 - Resposta ao degrau unitário. $w(0)=0,5\text{rad/s}$;
 $i(0)=0$

ESCALAS Horiz.= $0,025\text{s/período}$
 Vert. $w=9,0\text{rad/s/cm}$;
 $i=9\text{A/s}$; $u_0=600\text{V/cm}$

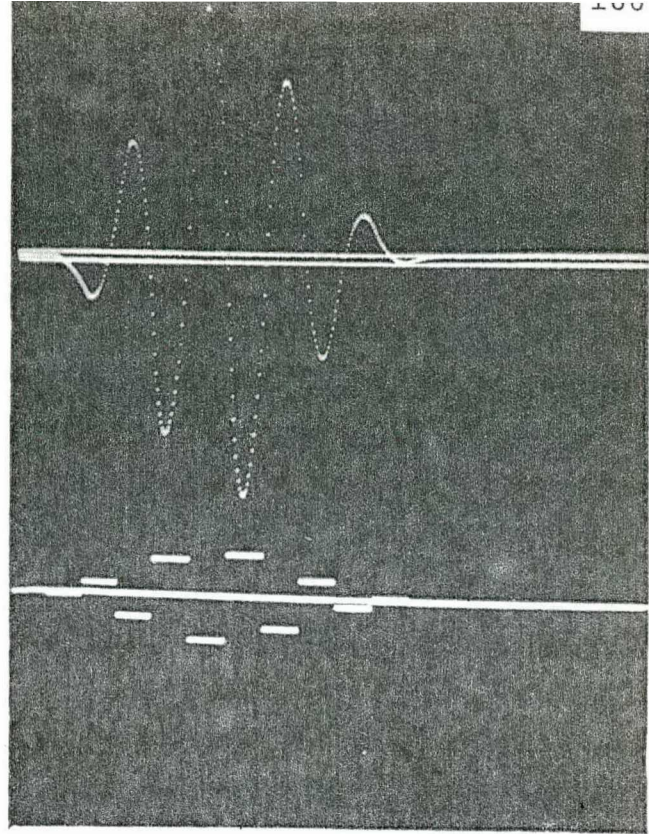


FOTO 29 - Resposta ao degrau.
 $w(0)=0,5\text{rad/s}$;

ESCALAS idem foto 28

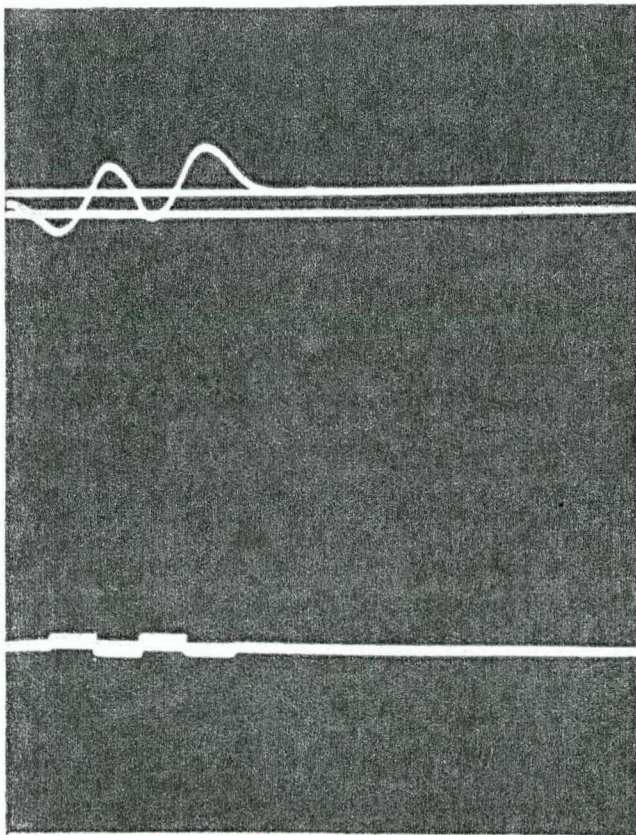


FOTO 30 - Resposta ao degrau.
 $w(0)=0,5\text{rad/s}$

ESCALAS Horiz.= $0,05\text{s/período}$
 Vert. $w=3,34\text{rad/s/cm}$;
 $u_0=60\text{V/cm}$

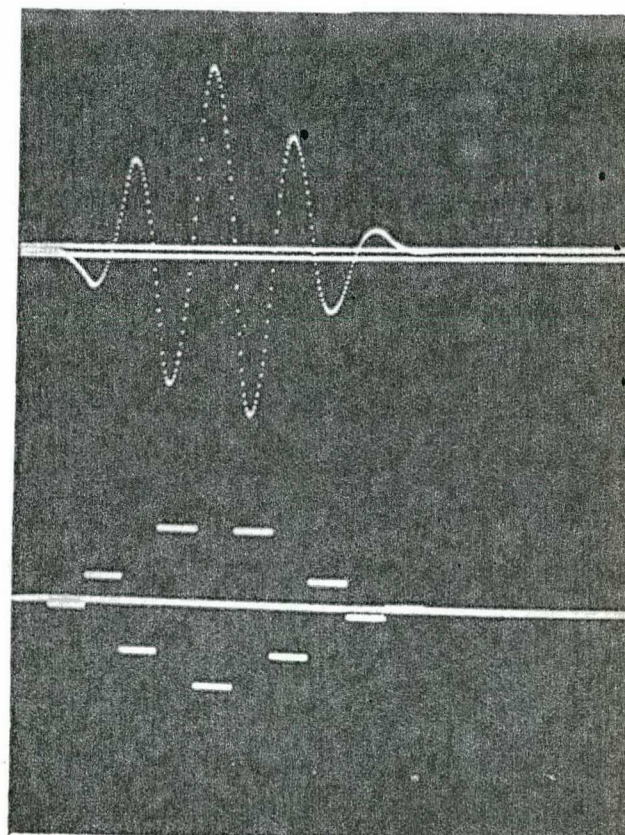


FOTO 31 - Resposta ao degrau.
 $w(0)=0,5\text{rad/s}$

ESCALAS Horiz.= $0,05\text{s/período}$
 Vert. $w=7,5\text{rad/s/cm}$;
 $u_0=60\text{V/cm}$

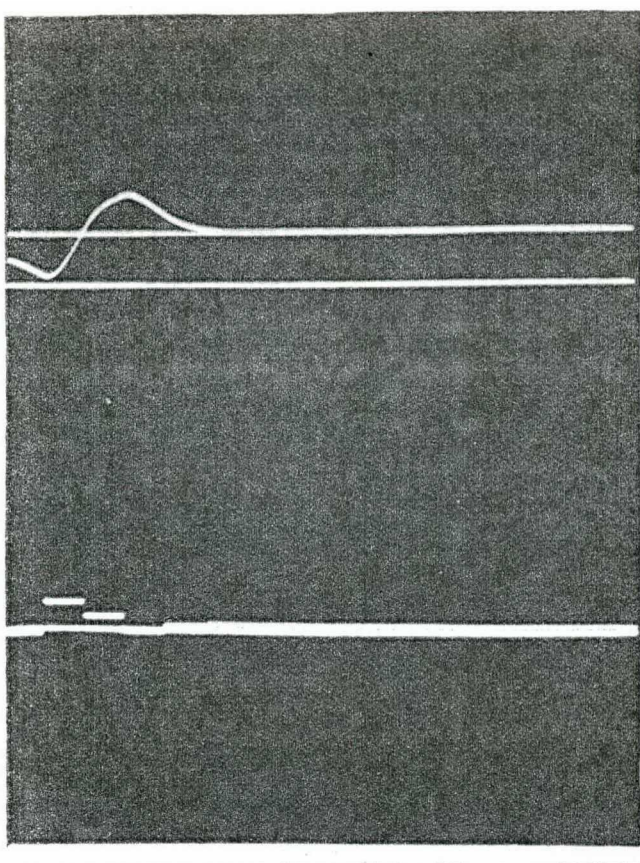


FOTO 32 - Resposta ao degrau.
 $w(0)=0,5\text{rad/s}$

ESCALAS Horiz.=0,1s/período
 Vert. $w=1,5\text{rad/s/cm}$;
 $u_0=1,5\text{V/cm}$

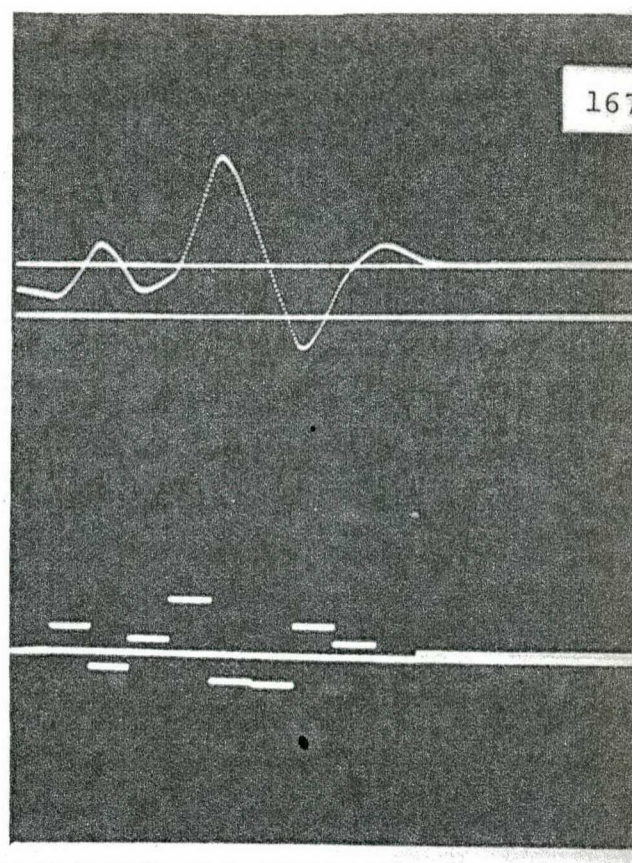


FOTO 33 - Resposta ao degrau.
 $w(0)=0,5\text{rad/s}$

ESCALAS idem foto 32

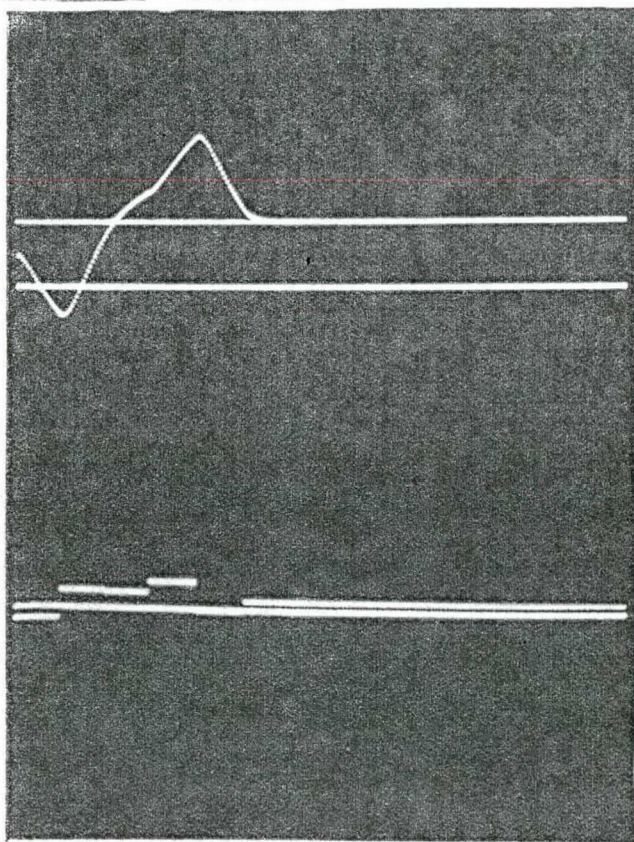


FOTO 34 - Resposta ao degrau.
 $w(0)=0,5\text{rad/s}$

ESCALAS Horiz.=0,2s/período
 Vert. $w=1,1\text{rad/s/cm}$;
 $u_0=1\text{V/cm}$

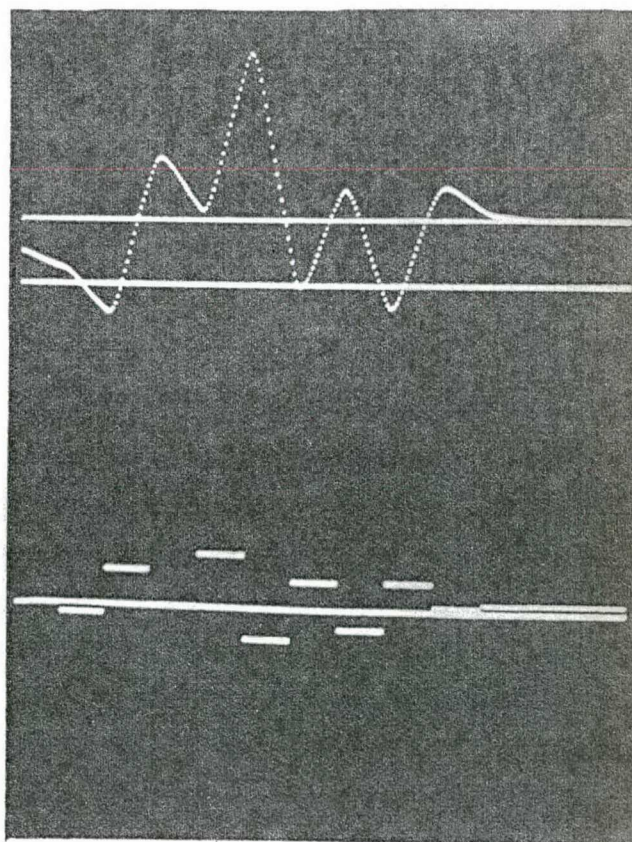


Foto 35 - Resposta ao degrau.
 $w(0)=0,5\text{rad/s}$

ESCALAS idem foto 34

7.3.4 - Posicionamento dos polos do sistema aumentado (processo + servocompensador) fora da origem (o observador ainda é "deadbeat")

Aqui o período de amostragem é 0,3s.

Os autovalores da matriz de estado do sistema formado pelo processo discretizado + servocompensador são posicionados fora da origem, enquanto os do observador são preservados neste ponto.

Significa que o observador é mais rápido que o processo.

A dimensão do servocompensador ainda é quatro (4).

A foto 36 corresponde aos seis polos localizados em 0,05. Neste caso, os ganhos valem,

$$\left[\begin{array}{c} \underline{k} \\ \underline{k}_C \end{array} \right] = \left[\begin{array}{ccc|c} 0,00891; & -0,0123531 & & -0,953229; \\ & -0,122491; & -0,09455; & 0,253583 \end{array} \right]$$

FOTO 36 - Resposta ao degrau via "observador"

A foto de número 37 diz respeito ao caso do posicionamento de todos os polos em 0,1.

Na presente estratégia, os ganhos são,

$$\left[\begin{array}{c} \underline{k} \\ \underline{k}_C \end{array} \right] = \left[\begin{array}{ccc|c} 0,0456845; & -0,0123393 & & -0,916499; \\ & -0,122024; & -0,171616; & 0,270371 \end{array} \right]$$

FOTO 37 - Resposta ao degrau via observador

A foto seguinte 38 corresponde a todos os polos localizados em 0,2.

Os ganhos são:

$$\left[\begin{array}{c} \underline{k} \\ \underline{k}_C \end{array} \right] = \left[\begin{array}{ccc|c} 0,119174; & -0,0121304 & & -0,843558; \\ & -0,117344; & -0,340866; & 0,331479 \end{array} \right]$$

FOTO 38 - Seguimento ao degrau com observador

A foto 39 é pertinente ao caso de os polos estarem em 0,3.

Os ganhos valem,

$$\begin{bmatrix} \underline{k} & | & \underline{k}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,192383; & -0,0104619 & | & -0,77295 \\ -1,00297 & ; & -0,542516; & 0,429098 \end{bmatrix}$$

FOTO 39 - Seguimento ao degrau via observador

A foto 40 corresponde a todos os polos localizados em 0,5.

Desta feita os ganhos são:

$$\begin{bmatrix} \underline{k} & \underline{k}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,33478; & 0,00511 & | & -0,657694; \\ 0,0301969; & -1,10161; & & 0,730881 \end{bmatrix}$$

FOTO 40 - Resposta ao degrau via observador

A foto de número 41 é relativa ao caso do posicionamento dos polos em 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5 e 0,6.

Aqui os ganhos de regulação do sistema aumentado valem,

$$\begin{bmatrix} \underline{k} & \underline{k}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,229074; & -0,0106743 & | & -0,737159; \\ -0,0928283; & -0,644211; & & 0,481054 \end{bmatrix}$$

FOTO 41 - Resposta ao degrau via observador

COMENTÁRIOS:

À medida que o posicionamento dos polos do sistema aumentado discreto-amostrado se afasta da origem (conservando-se sobre o eixo real), foi então observado que:

- a percentagem da ultrapassagem cresce (geralmente);
- cresce também o tempo de acomodamento;
- o vetor ganho tem um comportamento não definido, ou seja, nem cresce ou diminui continuamente.

Então, neste caso (polos sobre o eixo real) não se vê vantagens imediatas, quando comparado à estratégia de controle tipo "deadbeat" (lembre-se que nesta subsecção somente o observador é do tipo "deadbeat").

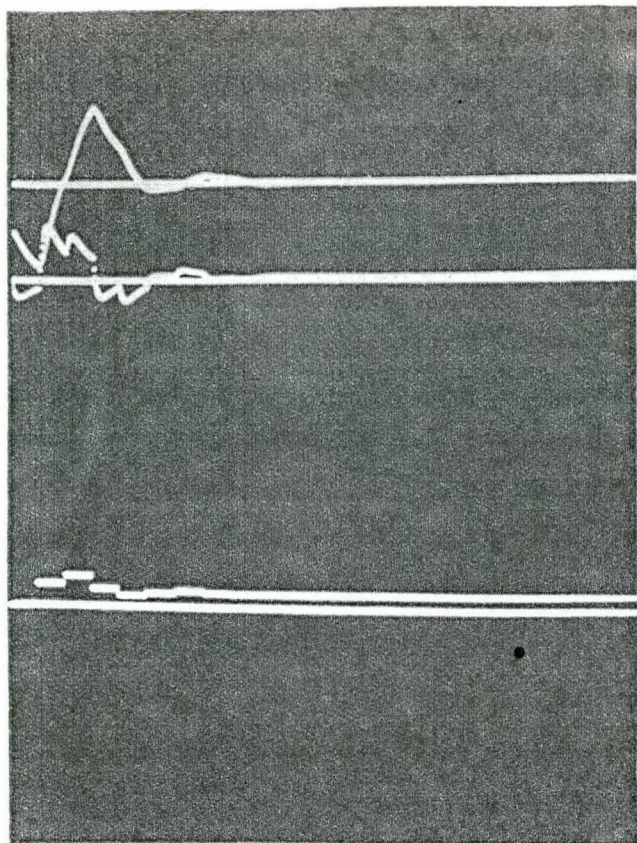


FOTO 36 - Polos em 0,05.
 $w(0)=0,5$; $i(0)=0$

ESCALAS Horiz.=0,3s/período
 Vert. $w=0,83\text{rad/s/cm}$.
 $i=0,85\text{A/cm}$; $u_0=0,6\text{V/cm}$

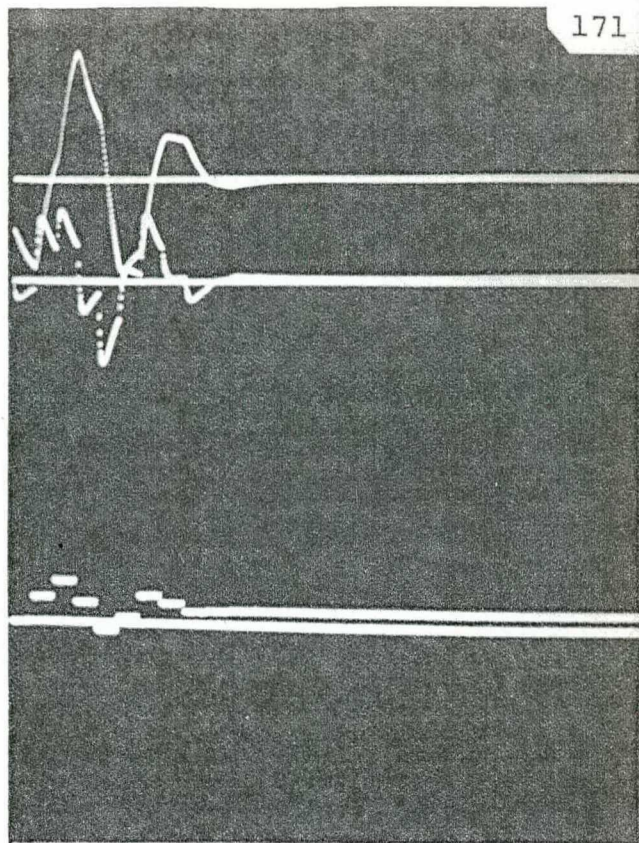


FOTO 37 - Polos em 0,1. $w(0)=0,5$
 $i(0)=0$

ESCALAS idem foto 36

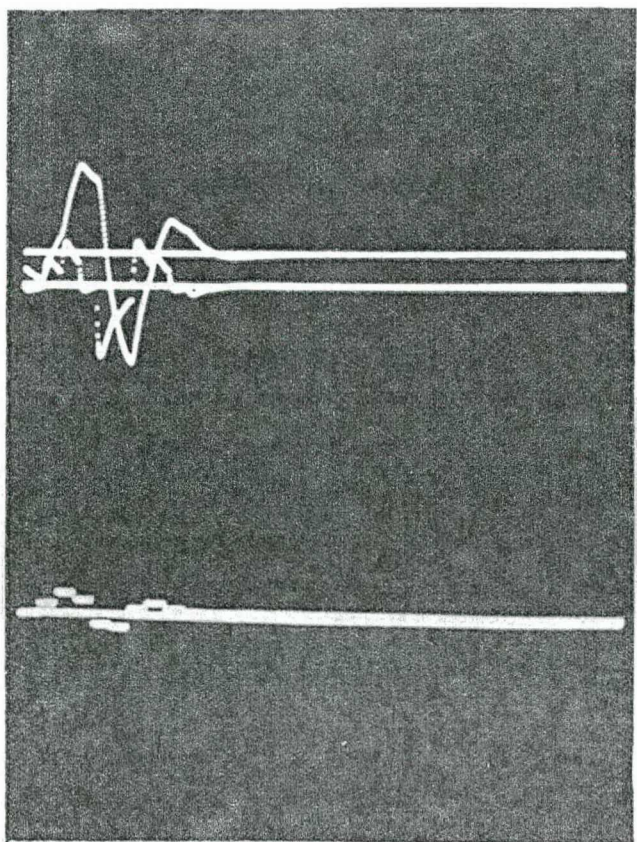


FOTO 38 - Polos em 0,2.
 $w(0)=0,5\text{rad/s}$; $i(0)=0$

ESCALAS Horiz.=0,3s/período
 Vert. $w=2,5\text{rad/s/cm}$;
 $i=2,25\text{A/cm}$; $u_0=2,0\text{V/cm}$

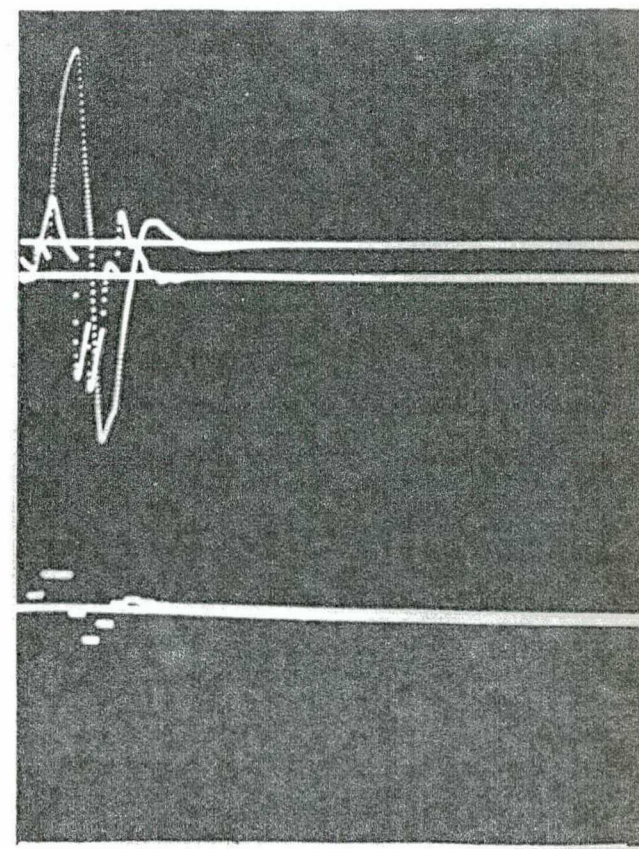


FOTO 39 - Polos em 0,3.
 $w(0) = 0,5\text{rad/s}$;
 $i(0) = 0$

ESCALAS idem foto 38

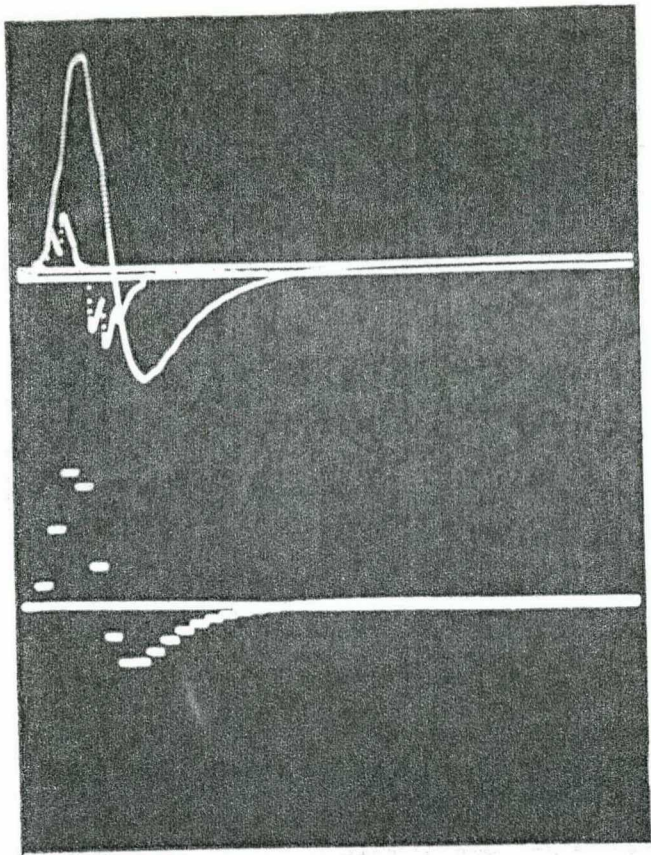


FOTO 40 - Polos em 0,5.
 $w(0)=0,5\text{rad/s}$; $i(0)=0$

ESCALAS Horiz.=0,3s/período
 Vert. $w=10\text{rad/s/cm}$;
 $i=9\text{A/cm}$; $u_0=2\text{V/cm}$.

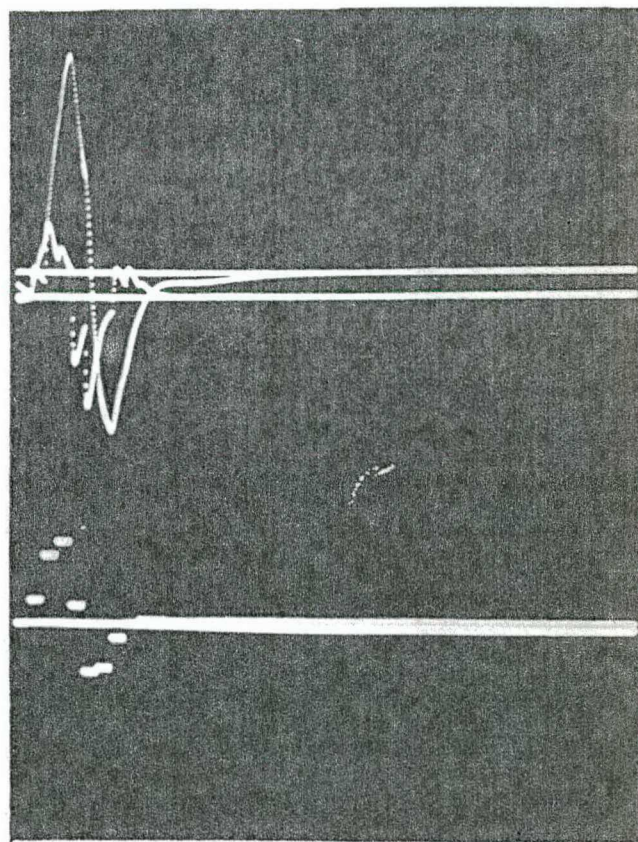


FOTO 41 - Polos em 0,1; 0,2; 0,3;
 0,4; 0,5; 0,6.
 $w(0)=0,5$; $i(0)=0$

ESCALAS Horiz.=0,3s/período
 Vert. $w=3,34\text{rad/s/cm}$;
 $i=3\text{A/cm}$; $u_0=1,2\text{V/cm}$

7.3.5 - Posicionamento dos polos do "observador" fora da origem
(o sistema aumentado em malha fechada, agora é "dead -
beat")

O período de amostragem é mantido em 0,3s.

Agora os autovalores do "observador" são deslocados da origem (mantendo-se ainda sobre o eixo real); enquanto o controle ainda é "deadbeat".

Neste caso o "observador" é deveras lento e, evidentemente, o seu uso prestar-se-á somente para estabilizar o sistema aumentado, e nunca para estimar os estados durante o regime transi
tório.

O servocompensador tem sua ordem conservada em 4.

As fotos a seguir descrevem o desempenho do processo
frente a referência degrau unitário, sujeito ainda ao efeito do dis
túrbio rampa tipo tensão.

FOTO 42 - O "observador" tem os seus 6 polos em 0,2

Os ganhos do "observador" não-"deadbeat" são,

$$\left[\underline{M\emptyset} \right] = \begin{bmatrix} -0,943217; & -0,546339 & ; & 0,331479; \\ -0,340867; & 0,545614; & -1,52529 \end{bmatrix}$$

A ultrapassagem da velocidade atinge o valor 66,67% ,
coincidindo com o caso do uso de observador "deadbeat" (foto 19) .

Aqui, a intensidade de controle e o tempo de acomodamento são bem maiores.

No instante 3,6s é aplicado o distúrbio rampa de inclina
ção 0,7.

O novo regime só segue nos instantes de amostragem.

FOTO 43 - Os polos do compensador estabiizante estão em 0,5.

Os ganhos são,

$$\begin{bmatrix} \underline{M\emptyset} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2,74322; & -0,688998 & | & 0,730881 \\ -1,10161; & 1,49196; & -2,86092 \end{bmatrix}$$

A ultrapassagem não se altera, o transitório sim.

O tempo de acomodamento passa para cerca de 5,4s.

FOTO 44 - Polos em 0,7

Os ganhos valem,

$$\begin{bmatrix} \underline{M\emptyset} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3,94322; & 0,863028 & | & -1,16067 \\ -1,96536; & 2,77162; & -4,57622 \end{bmatrix}$$

A solução de regime ocorre em 7,8s. É interessante esclarecer que o observador sõ estimará os estados em 16,2s. Daí afirmar-se que a função dele é apenas de estabilizador.

FOTO 45 - "Observador" com polos em 0,8

Agora os ganhos são

$$\begin{bmatrix} \underline{M\emptyset} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4,54322; & 3,1158 & | & 1,41249; \\ -2,54735; & 3,68242; & -5,81727 \end{bmatrix}$$

O acomodamento ocorre somente no tempo 16,2s.

FOTO 46 - Polos em 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; e 0,6.

Ganhos,

$$\begin{bmatrix} \underline{M\emptyset} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1,84322; & -0,777294 & | & 0,481053; \\ -0,644212; & 0,869279; & -2,05559 \end{bmatrix}$$

O regime é obtido em 4,2s.

Da listagem desta foto, é interessante notar que para 4,2s o observador ainda não acomodou-se (ainda não estimou os estados, no caso presente), apesar de o processo já ter atingido a solução de regime. O papel de estabilizador do observador é salientado.

Foi constatado ainda que na implementação via realimentação de todos os estados do observador acontecia o seguinte: primeiramente os estados eram estimados e, após mais 6 iterações, o rastreamento ao degrau acontecia.

COMENTÁRIOS

Quando afastam-se os polos do "observador" da origem, foi notado que,

- a ultrapassagem permanece quase que constante;
- o tempo de acomodamento cresce.

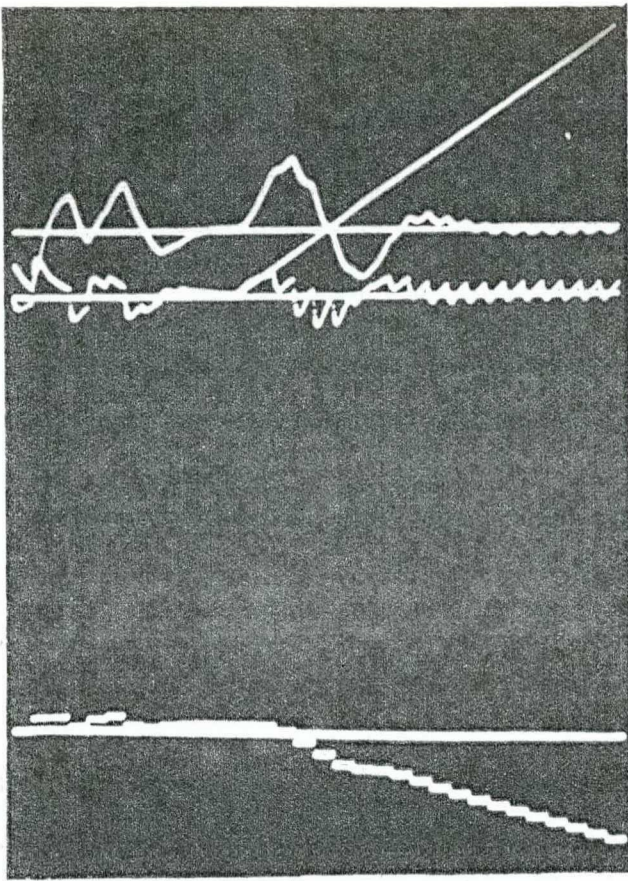


FOTO 42 - Polos do observador em 0,2.
 $w(0)=0,5\text{rad/s}$; $i(0)=0$;
 $T_3=3,6\text{s}$

ESCALAS Horiz.=0,3s/cm
 Vert. $w=1,25\text{rad/s/cm}$;
 $i=1\text{A/cm}$; $u_o=1,5\text{V/cm}$

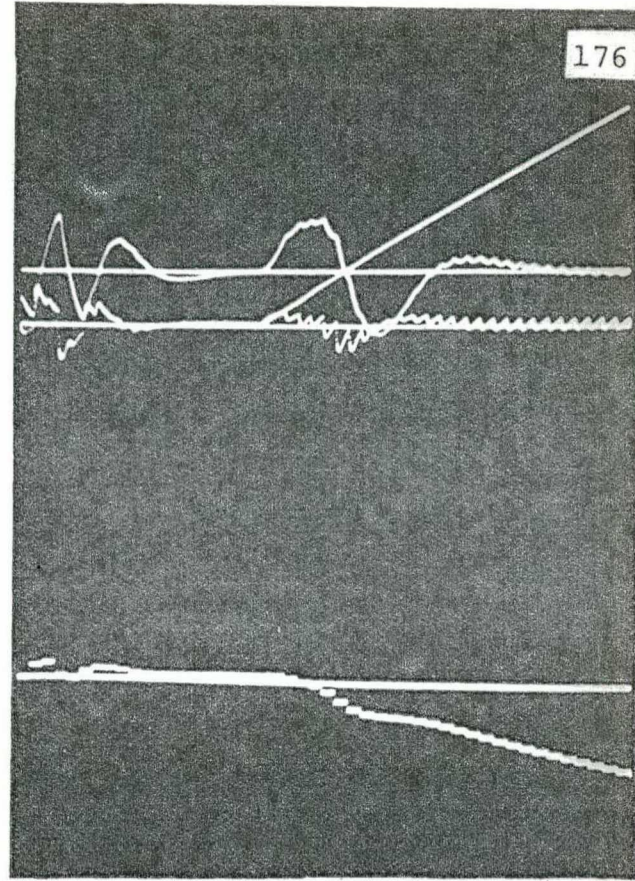


FOTO 43 - Polos em 0,5.
 $w(0)=0,5\text{rad/s}$; $i(0)=0$
 $T_3=5,7\text{s}$.

ESCALAS Horiz.=0,3s/período
 Vert. $w=1,25\text{rad/s/cm}$;
 $i=1\text{A/cm}$; $u_o=2\text{V/cm}$

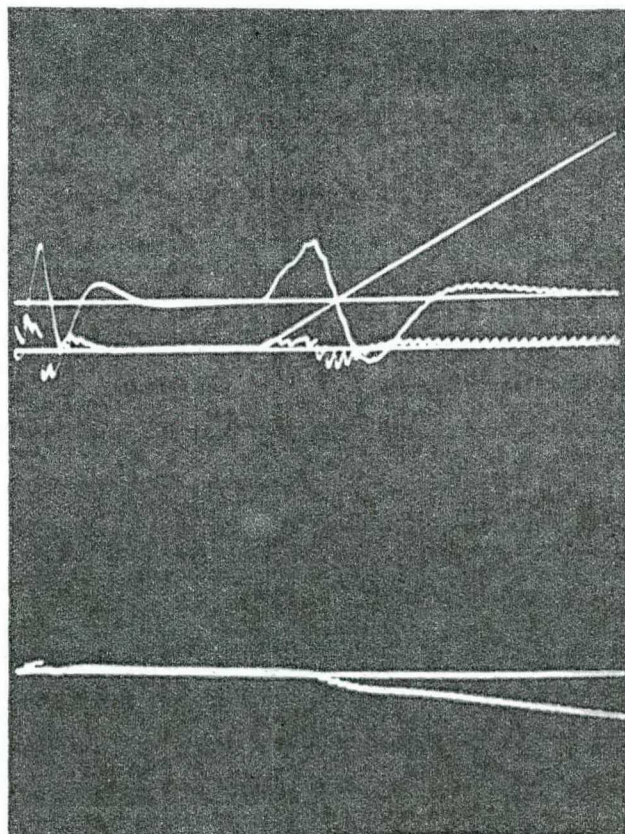


FOTO 44 - Polos em 0,7.
 $w(0) = 0,5\text{rad/s}$;
 $i(0) = 0$; $T_3 = 8,1\text{s}$

ESCALAS Horiz.=0,3s/período
 Vert. $w=1,67\text{rad/s/cm}$;
 $i = 1,33\text{A/cm}$; $u_o = 3\text{V/cm}$

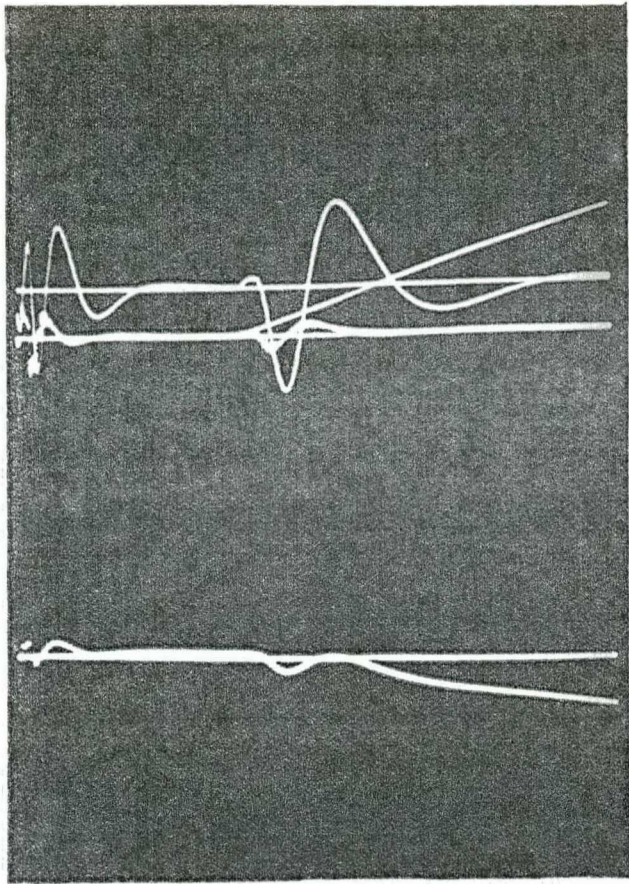


FOTO 45 - Polos em 0,8.
 $w(0)=0,5\text{rad/s}$; $i(0)=0$
 $T_3=16,2\text{s}$

ESCALAS Horiz.=0,3s/período
 Vert. $w=1,67\text{rad/s/cm}$;
 $i=1,33\text{A/cm}$; $u_0=1,5\text{V/cm}$

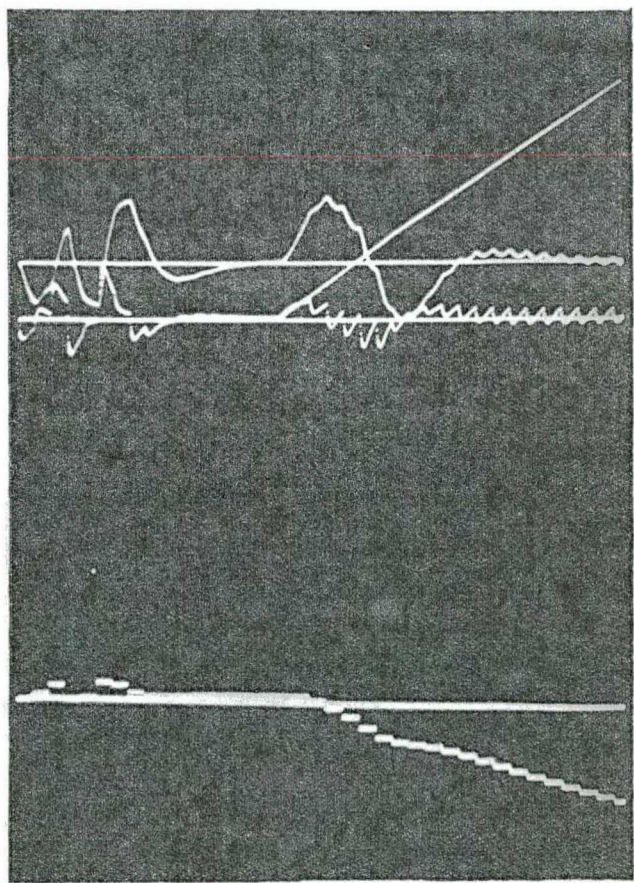


FOTO 46 - Polos em 0,1; 0,2; 0,3;
 0,4; 0,5; 0,6.
 $w(0)=0,5\text{rad/s}$; $i(0)=0$
 $T_3=4,8\text{s}$.

ESCALAS idem foto 43

7.3.6 - Transitório versus mudança da referência, em particular, o efeito do "observador"

O período de amostragem é $T_1=0,3s$.

O controle é "deadbeat" e, no caso de uso do "observador", este também será "deadbeat".

O processo ainda é motor + pulsador e, o servocompensador continua projetado com dimensão 4.

A frequência do sinal sinusoidal é de 10,4667 RAD/s.

A foto seguinte 47 corresponde ao caso da regulação sem uso do "observador".

FOTO 47 - Mudança de rampa para degrau

O rastreamento a rampa somente nos instantes de amostragem é observada.

A seguir é aplicado a referência $u(t-4,2)$; e em $6s^*$ o novo regime é alcançado.

A foto 48 corresponde à regulação via "observador", em que a referência não está incluída no seu modelo.

FOTO 48 - A rampa passa para o degrau

A foto 49 refere-se à regulação via observador, em que a referência está incluída no observador.

(*) Como a referência é discreta, então o controlador digital já sente no instante em que é aplicada, no caso: 4.2s.

FOTO 49 - Rampa para degrau

Em 3,6s o rastreamento discreto ao seno ocorre.

A referência degrau aparece no tempo 4,2s e, então o transitório comporta-se como se não existisse o observador. Basta comparar com os resultados da foto 47. Notar que o tempo de acomodamento para o novo regime é 1,8s (6 iterações) e não 3,6s (12 iterações).

A explicação teórica pode ser dada baseada na equação (4.10) do capítulo 4. Se a referência é incluída no observador, o termo $G_a Y_r(k)$ cai desta expressão. Ora, desde que não existe distúrbio, então o erro de estimação $\underline{\epsilon}(k)$ é um vetor nulo independente da mudança de referência ou não. Ou seja, tudo se passa como não existisse observador.

No caso da não inclusão das referências, o transitório devido ao cambio destas é deteriorado, como pode-se observar por exemplo na foto 48. Lá, ainda mais, o tempo de acomodamento para o novo regime é aumentado para 3,6s.

COMENTÁRIOS:

Para o processo em regime, uma mudança na referência ocasiona um comportamento do transitório, que é o mesmo com ou sem observador, desde que a referência esteja incluída no modelo deste último.

Assim, para processos regulados via observador, é de grande importância a inclusão das referências neste último, desde que uma mudança sistemática da referência seja uma tônica presente.

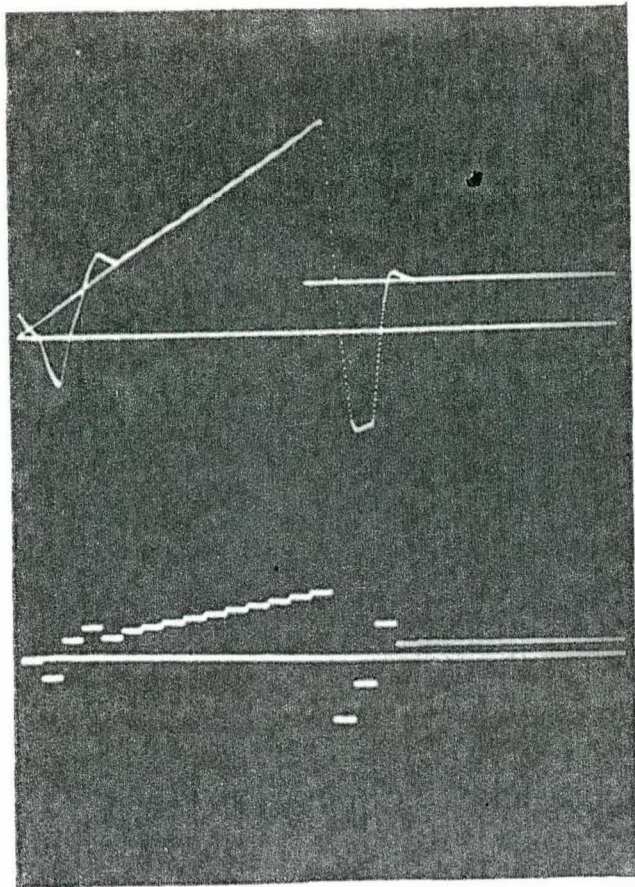


FOTO 47 - Referência rampa para degrau. $w(0)=0,5\text{rad/s}$;
 $T5^*=4,2\text{ s}$.

ESCALAS Horiz.= $0,3\text{s/peri}o\text{do}$
Vert. $w=1,67\text{rad/s/cm}$;
 $u_0=0,6\text{V/cm}$

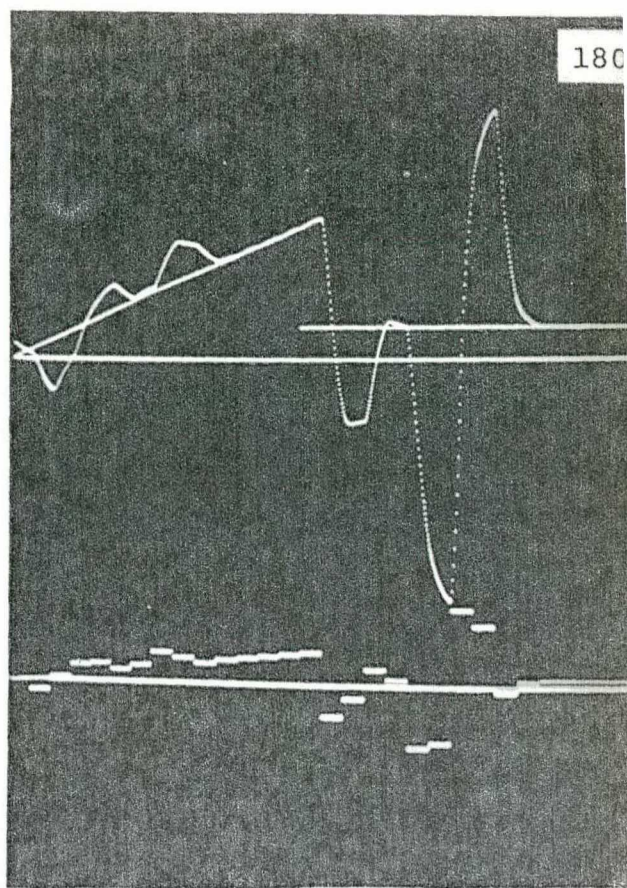


FOTO 48 - Referência rampa para degrau. $w(0)=0,5\text{rad/s}$;
 $T5=4,2\text{s}$

ESCALAS Horiz. = $0,3\text{s/peri}o\text{do}$
Vert. $w=2,5\text{rad/s/cm}$;
 $u_0 =1,2\text{V/cm}; T5=4,2\text{s}$.

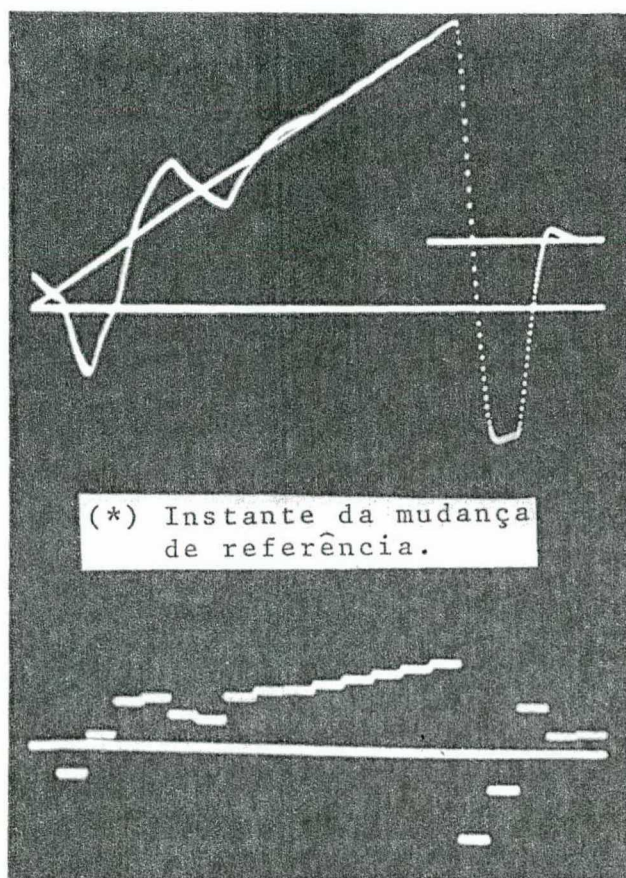


FOTO 49 - Referência rampa para degrau. $w(0)=0,5\text{rad/s}$;
 $T5=4,2\text{s}$

ESCALAS Horiz.= $0,3\text{s/peri}o\text{do}$
Vert. $w=1\text{rad/s/cm}$;
 $u_0=0,4\text{V/cm}$

OBSERVAÇÃO GERAL:

Esta claro que até o momento o sistema de controle digital somente, é incapaz de promover o rastreamento assintótico e rejeição a distúrbios entre os instantes de amostragem, após o regime ser obtido.

Ver-se-á a seguir uma solução para garantir o rastreamento e rejeição a distúrbio, mesmo entre as amostragens.

7.3.7 - A inclusão do gerador analógico dos modos da referência e distúrbio (g.a.m.r.d.) - o rastreamento entre as amostragens.

Agora é incluído o g.a.m.r.d em cascata com o processo motor + pulsador, e então o rastreamento da velocidade é obtido para todos os tempos, após evidentemente alcançar o regime. O capítulo 5 elucida teoricamente o caso.

A figura 7.5 ilustra os detalhes da nova estrutura analógica (o novo processo sob o ponto de vista do controlador digital). Notar que o g.a.m.r.d é colocado no nível de baixa potência, (lembre-se que ele atua como um compensador), isto é, antes do conversor estático C.C.-C.C. (após o SOZ).

O período de amostragem é mantido em 0,3s.

O passo da integração dos estados entre as amostragens é de 0,02s.

O projeto de g.a.m.r.d obedece a tabela 5.1.

No caso presente o g.a.m.r.d é projetado para possibilitar o rastreamento contínuo dos sinais rampa e $\text{sen}(12,5664t^*)$ e, sua representação em variáveis de estado** é (ver relação 5.1),

$$\dot{\underline{x}}_g = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ (-12,5664)^2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \underline{x}_g + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_g(t)$$

$$y_g = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \underline{x}_g$$

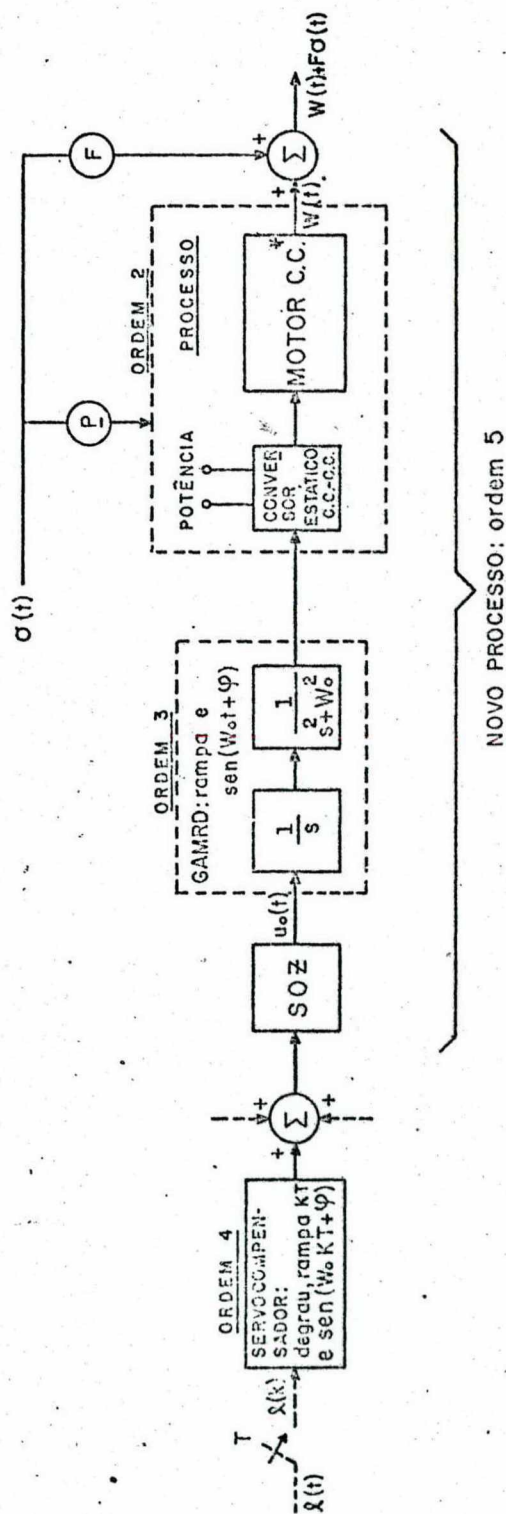


Figura 7.5 - A inclusão do gamrd possibilita o rastreamento entre as amostragens da velocidade $W(t)$ do motor C.C.. No caso presente o gamrd está projetado para referências (e distúrbios) rampa e $\text{sen}(W_o t + \varphi)$.

A ordem do novo processo (sob ponto de vista do controlador digital) é 5, e do sistema aumentado, 9.

(*) A tensão de armadura não e mais $G \cdot u_o(t)$, G = ganho do pulsador; e sim a saída do oscilador amplificada de G .

A presença da frequência sinusoidal na dinâmica do g.a.m.r.d, indica que o rastreamento contínuo só será possível para este valor.

O efeito do distúrbio sobre o g.a.m.r.d não é considerado***.

A dimensão do compensador analógico é 3, acarretando uma ordem 9 para o sistema aumentado.

Os polos do sistema aumentado e "observador" são posicionados na origem.

As fotos 50 a 60 referem-se ao caso da regulação sem o uso de "observadores".

Assim, o tempo de acomodamento vale,

$$9.0,3 = 2,7s.$$

(*) Com a inclusão do oscilador, então da seção 3.3.5 é sabido que $T1 \neq \frac{n\pi}{w_0}$, ou $w_0 \neq \frac{n\pi}{0,3}$; no caso optou-se por $w_0 = 4\pi \text{RAD/s}$ ($\approx 12,5664$), assim $4\pi \neq n / 0,3$, pois $4 \neq n / 0,3$. Aqui recomenda-se também a leitura do Apêndice 5.

(**) Esta representação está de acordo com o diagrama em blocos da figura 7.5, assim a saída do SOZ é primeiramente integrada e a seguir excita o oscilador sinusoidal, Também deve ser notado que a controlabilidade e observabilidade existem.

(***) Ver comentários no fim desta seção.

O posicionamento dos 9 polos na origem do sistema discreto-amostrado foi realizado através do seguinte vetor ganho,

$$\begin{bmatrix} \underline{k} & | & \underline{k}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -103,312; & 3,22883; & -199,17; & 61,6961; \\ & 1,00686 & | & -114,256; & 79,9834; & 121,719; \\ & & & -71,9611 \end{bmatrix}$$

O vetor de distúrbio vale

$$\begin{bmatrix} 10 \\ 10 \\ \hline 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

FOTO 50 - Regulação da velocidade e ação do distúrbio
rampa.

Após 9 iterações a velocidade e corrente anulam-se.

Em 3,5s é aplicado o distúrbio $-(t-3,5)$, agora a corrente cresce positivamente e, a regulação da velocidade é novamente obtida. Isto ocorre para 6,3s*.

É importante salientar que a velocidade permanece em zero nos instantes e entre as amostragens, esta última graças a presença do g.a.m.r.d (a parte do oscilador).

Compare este resultado com o da foto 13.

(*) De acordo com discussões anteriores, é sabido que o controlador digital sentirá a presença do distúrbio somente em 3,6s (aqui há amostragem.), daí $3,6+2,7=6,3s$.

O controle $u_0(t)$ em regime é aproximadamente 43,7Volts. Notar que ele é constante e seus valores são deveras superiores a aqueles da foto 20 (sem o g.a.m.r.d)

Além do mais, a tensão de armadura, é a saída do oscilador sinusoidal amplificada com o ganho G do pulsador reversível ; e não mais o simples produto $Gu_0(t)$.

FOTO 51 - Ação do distúrbio $\cos 12,5664(t-3,5)$ na regulação do motor.

Novamente a regulação entre as amostragens é preservada, ou seja: o distúrbio sinusoidal é bloqueado totalmente.

O controle $u_0(t)$ anula-se, e por conseguinte é o g.a.m.r.d o responsável pela excitação do "chopper", que por sua vez alimenta o motor C.C..

Ainda mais, dado que $u_0(t)$ é zero, significa que o computador digital está livre para outras tarefas (dependendo do período de amostragem e de abalos que venham cambiar a solução de regime da velocidade $w(t)$).

FOTO 52 - Resposta e bloqueio ao sinal rampa

No instante 2,7s o rastreamento contínuo da velocidade é obtido. O sinal de controle permanece constante (a inclusão de mais um intergrador no g.a.m.r.d, fatalmente levará o sinal $u_0(t)$ para zero).

O novo regime, devido a ação do sinal indesejável $0,7(t-3,5)$, também é caracterizado pelo rastreamento em todos os tempos. Assim o g.a.m.r.d (a parte integradora $1/s$), bloqueia totalmente o referido distúrbio contínuo.

Comparar tal foto com os resultados da foto 5.

FOTO 53 - Seguimento a rampa com bloqueio a $\cos 12,5664(t-3,5)$.

O rastreamento entre os instantes de amostragem é reiterado.

FOTO 54 - Rastreamento a $\sin(12,5664t)$ sem e com distúrbio - $t(-3,5)$.

Novamente o problema do servomecanismo robusto para sistemas amostrados lineares é resolvido: o seguimento é obtido para qualquer tempo, a partir da solução de regime.

Inicialmente o controle é nulo e, depois assume o valor de 48V.

Comparar com o resultado da foto 6.

FOTO 55 - Resposta e bloqueio ao sinal sinusoidal

Aqui o controle é sempre nulo em regime.

FOTO 56 - Resposta a $\sin(8,37733t)$

A frequência 8,37733 RAD/s só esta projetada para o servocompensador digital*, e então apenas o rastreamento discreto é obtido.

FOTO 57 - Resposta a rampa e efeito de $\cos 8,37733(t-3,5)$

(*) Do Apêndice 3, é sabido que o servocompensador funciona para toda frequência $12,5664 \pm \frac{2\pi n}{0,3}$, ora, para $n=1$, vem $12,5664 \pm 2\pi/0,3 = -8,37733$, ou ainda, 8,37733.

Primeiramente, o rastreamento contínuo a rampa $0,7t$ é observado. O controle é constante diferente de zero.

Após a ação do distúrbio sinusoidal, cuja freqüência não está no g.a.m.r.d., é então observado apenas o rastreamento discreto da rampa. O controle ainda é constante.

FOTO 58 - Variação nos ganhos da regulação - Robustez

O ganho $k(1,1)$ da velocidade é perturbado de $-103,312$ para -100 . O rastreamento contínuo ainda é obtido e o tempo de acomodamento cresce para $\approx 5,1s$.

FOTO 59 - Perturbação nos parâmetros do processo - Robustez

O elemento $F(1,2)$ passa para o valor 9. O sistema permanece estável e, o seguimento é obtido.

FOTO 60 - Perturbação na dinâmica do g.a.m.r.d - Robustez

Alterou-se o elemento $F(4,3)$ do compensador analógico de $-157,914$ para -165 (na realidade, o g.a.m.r.d agora não está mais projetado para $12,5664$ RAD/s.). A seguir o sistema foi excitado por $\text{sen}(12,5664t)$.

Então, a estabilidade foi preservada, mas o rastreamento entre as amostragens não aconteceu, e sim somente nos instantes. A seção 5.6 comenta o ocorrido.

Além do mais, o controle $u_0(t)$ deixa de ser constante em regime.

As próximas fotos 61 a 65 referem-se ao caso da regulação via "observador" "deadbeat".

Aqui o tempo de acomodamento aumenta para,

$$18.0,3 = 5,4s.$$

Os ganhos necessários para posicionar os 9 polos do "observador" na origem valem,

$$\begin{bmatrix} \underline{M\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,0205879; & 1,45642; & 0,362839; & 3,27475; \\ 31,972 & | & -71,9606; & 94,2418; & 27,0027; \\ -14,9104 &] \end{bmatrix}$$

FOTO 61 - Regulação e bloqueio ao distúrbio rampa

A velocidade inicial 0,5 RAD/s é anulada em 5,4s. O observador estima os estados em 2,7s (9 iterações) e, após mais 2,7s o controle "deadbeat" leva o processo para a origem.

Em 6,3s é aplicado o distúrbio rampa $-(t-6,3)$. No máximo de 11,7s o novo regime é obtido. Novamente é visto que a variável regulada, no caso a velocidade, permanece nula mesmo entre as amostragens.

O sinal de controle $u_0(t)$ assume valores altíssimos, no caso em questão, o seu pico ocorre em 2,1s e vale -1913,31V.

FOTO 62 - Efeito do distúrbio $\cos(12,5664t-6,3)$ na regulação da velocidade.

FOTO 63 - Resposta e bloqueio a rampa

O rastreamento entre as amostragens é claro.

O controle em regime é constante e diferente de zero.

FOTO 64 - Resposta ao seno e bloqueio a rampa

Novamente, o problema do servomecanismo robusto para sistemas amostrados é resolvido: o rastreamento entre as amostragens é obtido.

O controle de regime é distinto de zero e constante.

FOTO 65 - Rastreamento e bloqueio ao cos(12,5664t)

A saída do SOZ sempre é nula em regime.

COMENTÁRIOS:

A inclusão do g.a.m.r.d em cascata com o processo possibilitou o rastreamento da referência mesmo entre as amostragens, bem como o bloqueio ao distúrbio. As explicações teóricas encontram-se no capítulo 5.

Do uso deste gerador analógico, é possível ainda listar os seguintes fatos:

- o tempo de acomodamento, a ultrapassagem, e o sinal de controle aumentam sensivelmente;

- em regime, o controle $u_0(t)$ é sempre constante, podendo ser sempre zero, dependendo apenas do projeto do g.a.m.r.d. Neste caso o computador ficaria livre para desempenhar outras atividades;

- os valores do vetor ganho de regulação são consideravelmente aumentados; assim como o do "observador";

- uma perturbação na dinâmica do g.a.m.r.d implica na perda do rastreamento contínuo para aqueles sinais atingidos por esta alteração de parâmetros;

- embora não mostrado nas fotos, é de grande valia comentar o efeito do distúrbio diretamente sobre o g.a.m.r.d (o vetor de perturbação não é mais nulo nos seus 3 últimos elementos). Então foi observado que para sinais degrau e rampa, o rastreamento entre as amostragens era preservado, assim tal distúrbio era totalmente bloqueado. Porém, para um sinal indesejável sinusoidal, foi constatado que o seu efeito não era morto entre as amostragens,

assim apenas $\lim_{k \rightarrow \infty} e(k) = 0$. O rastreamento contínuo é violado.

- a robustez é conservada e, dois enfoques são dados:

a) caso contínuo

b) caso discreto

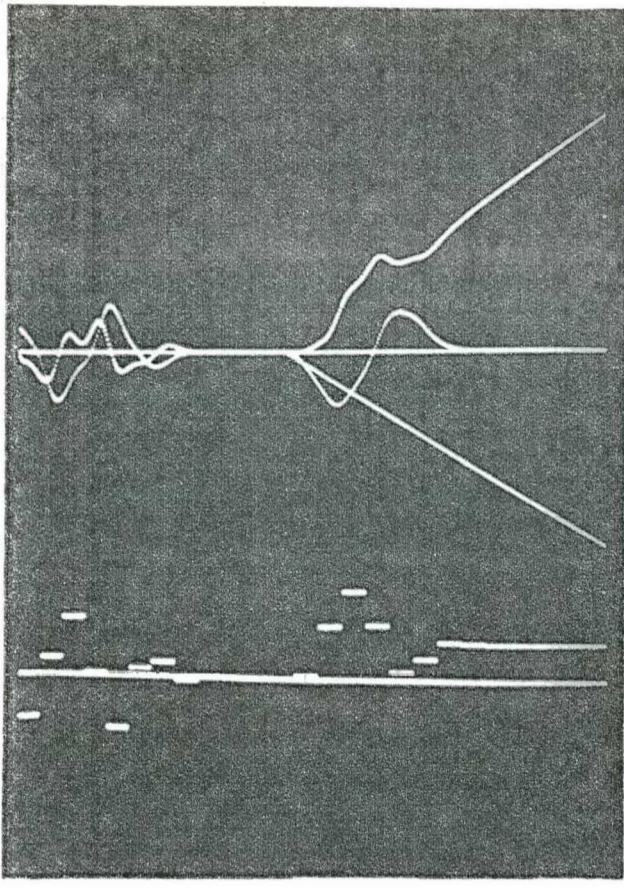


FOTO 50 - Regulação e distúrbio
rampa.
 $w(0)=0,5\text{rad/s}$; $i(0)=0$
 $T_3=3,5\text{s}$
 ESCALAS Horiz.= $0,3\text{s/período}$
 Vert. $w=1,67\text{rad/s/cm}$;
 $i=1,33\text{A/s}$; $u_0=95\text{V/cm}$.

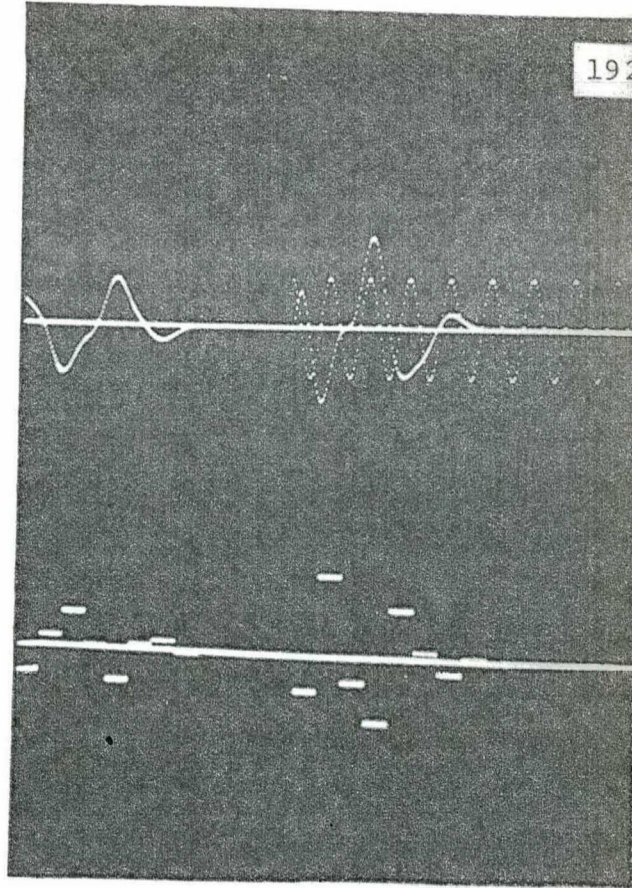


FOTO 51 - Regulação e distúrbio
cosseno.
 $w(0)=0,5\text{rad/s}$; $T_3=3,5\text{s}$
 ESCALAS Horiz.= $0,3\text{s/período}$
 Vert. $w=1,67\text{rad/s/cm}$;
 $u_0=160\text{V/cm}$

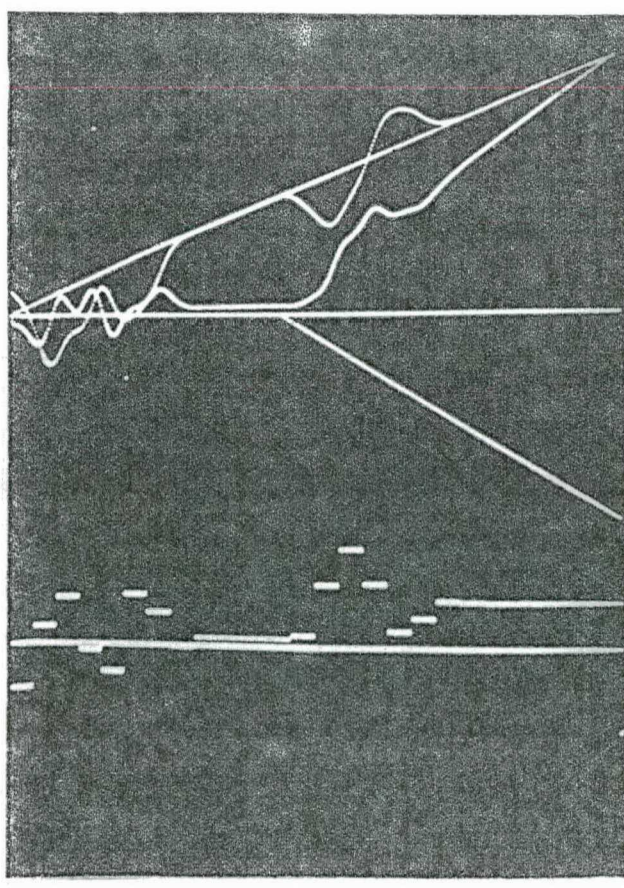


FOTO 52 - O sinal rampa.
 $w(0)=0,5\text{rad/s}$; $i(0)=0$
 $T_3 = 3,5\text{s}$.
 ESCALAS idem foto 50

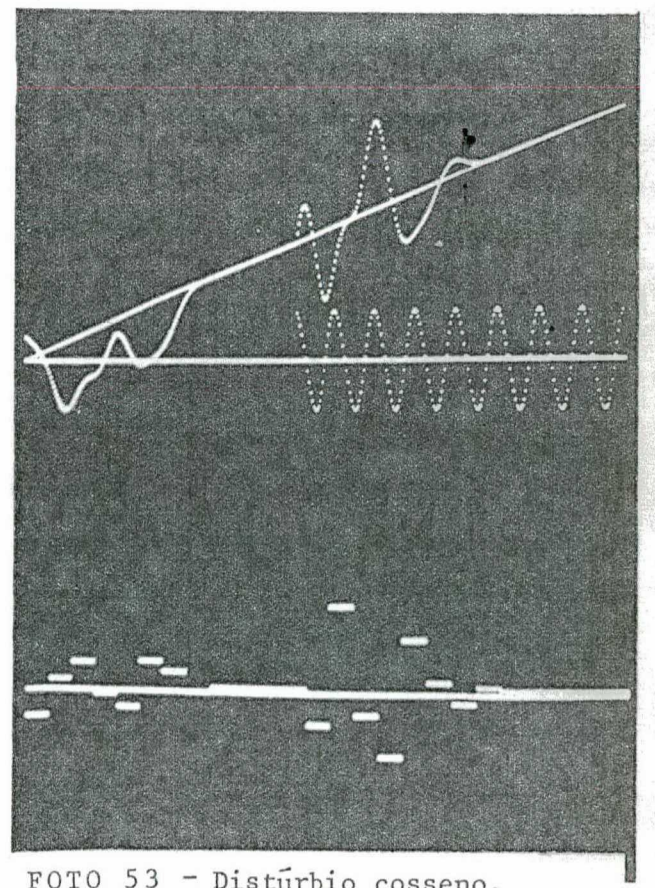


FOTO 53 - Distúrbio cosseno.
 $w(0)=0,5\text{rad/s}$; $T_3=3,5\text{s}$
 ESCALAS idem foto 51

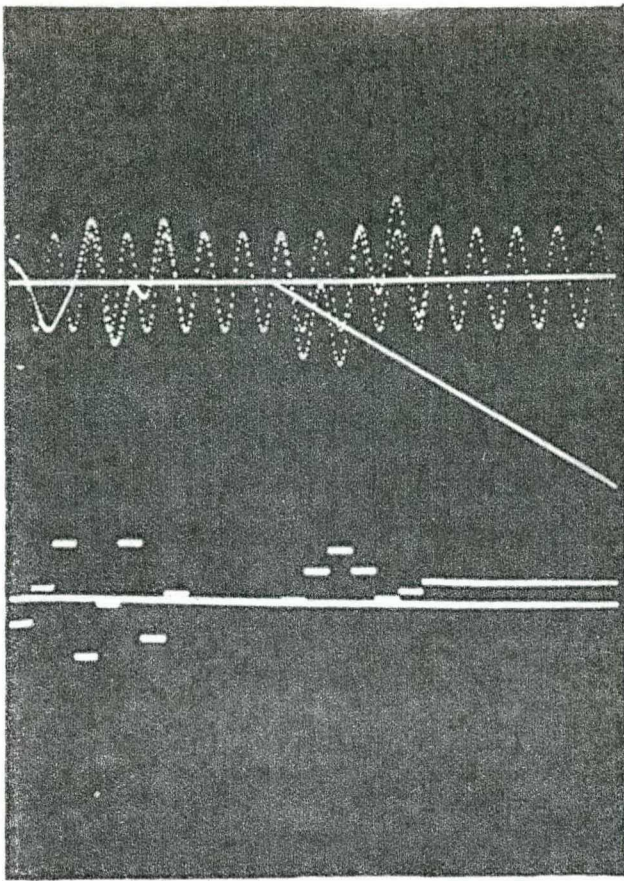


FOTO 54 - Distúrbio rampa.
 $w(0)=0,5\text{rad/s}$; $T3=3,5\text{s}$
 ESCALAS idem foto 51

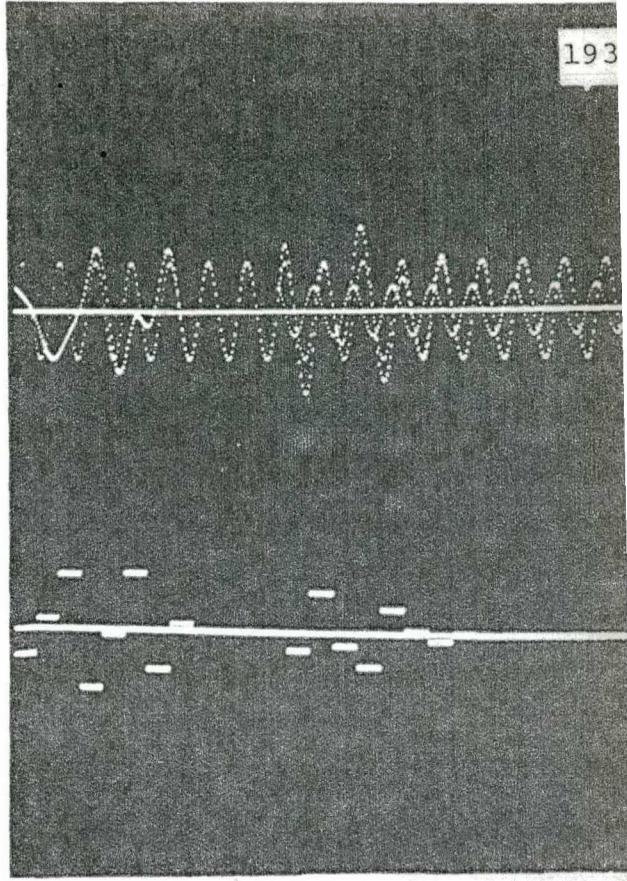


FOTO 55 - 0 sinal sinusoidal.
 $w(0)=0,5\text{rad/s}$; $T3=3,5\text{s}$
 ESCALAS idem foto 51

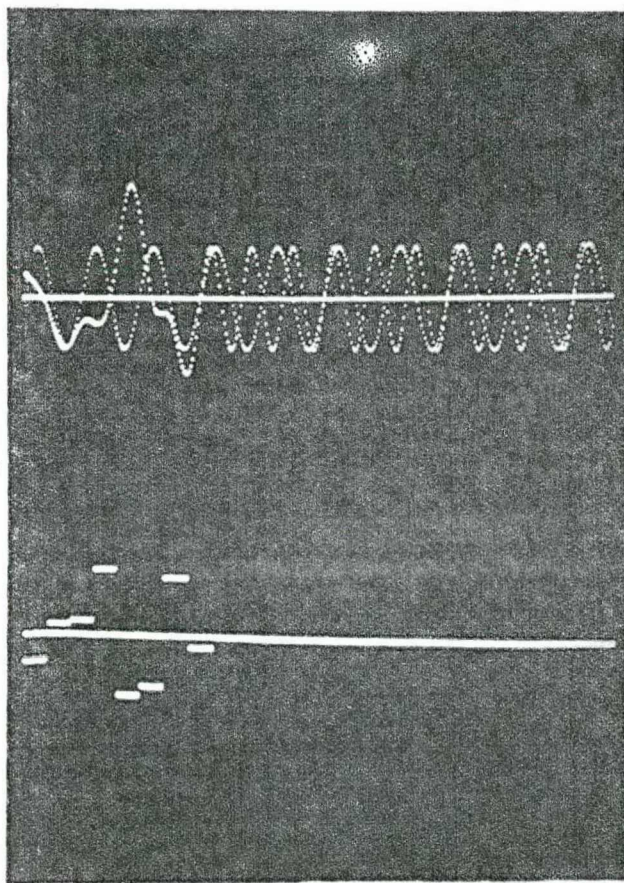


FOTO 56 - Resposta ao seno
 $w(0)=0,5\text{rad/s}$; $T3=3,5\text{s}$
 ESCALAS idem foto 51

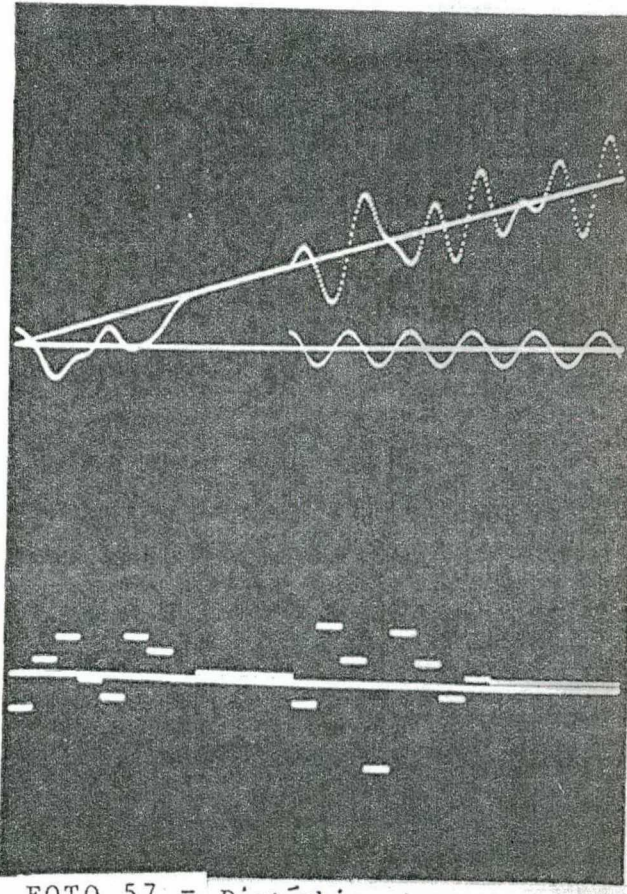


FOTO 57 - Distúrbio cosseno.
 $w(0)=0,5\text{rad/s}$; $T3=3,5\text{s}$
 ESCALAS Horiz.= $0,3\text{s/período}$
 Vert. $w=2,5\text{rad/s/cm}$;
 $u_0=119\text{V/cm}$

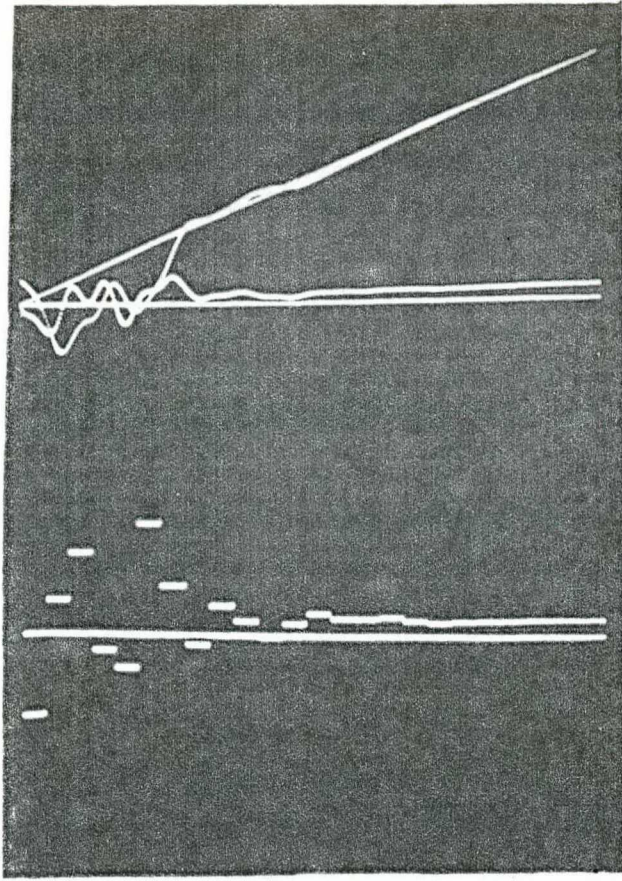


FOTO 58 - Robustez.
 $w(0)=0,5\text{rad/s}$; $i(0)=0$
 ESCALAS Horiz.= $0,3\text{s/período}$
 Vert. $w=1,67\text{rad/s/cm}$;
 $i=1,33\text{A/cm}$; $u_0=47,5\text{V/cm}$

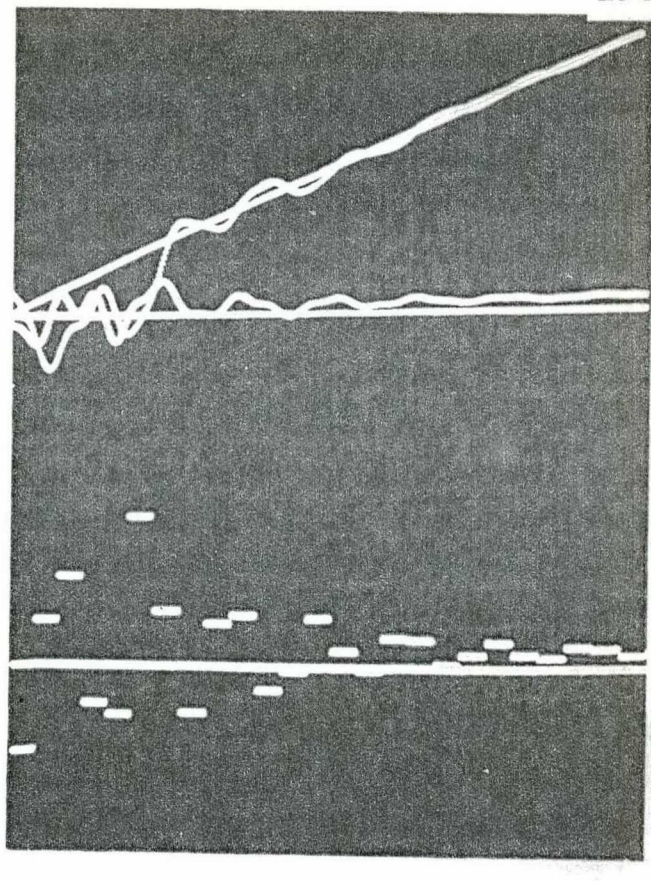


FOTO 59 - Robustez.
 $w(0)=0,5\text{rad/s}$; $i(0)=0$
 ESCALAS idem foto 58

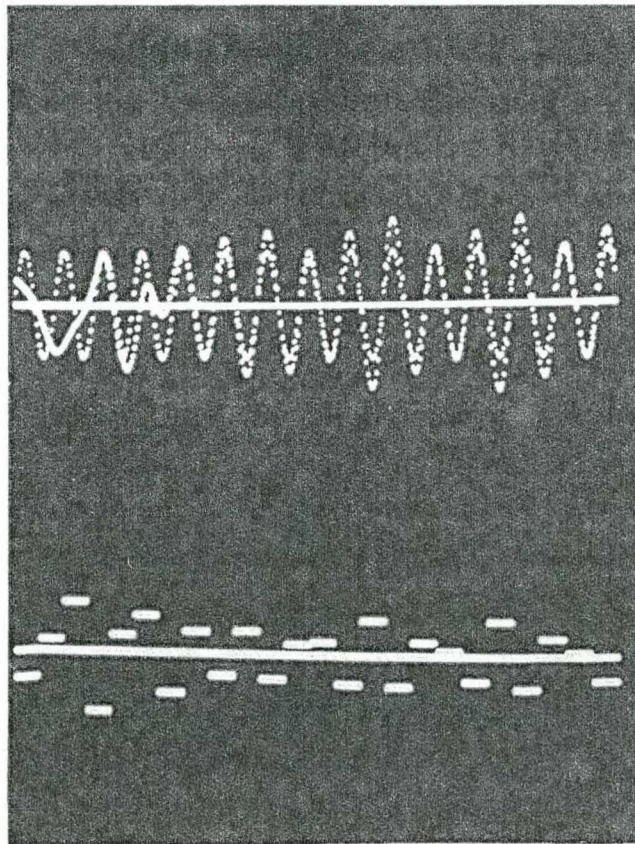


FOTO 60 - Robustez.
 $w(0)=0,5\text{rad/s}$; $i(0)=0$
 ESCALAS Horiz.= $0,3\text{s/período}$
 Vert. $w=1,67\text{rad/s/cm}$;
 $u_0=160\text{V/cm}$

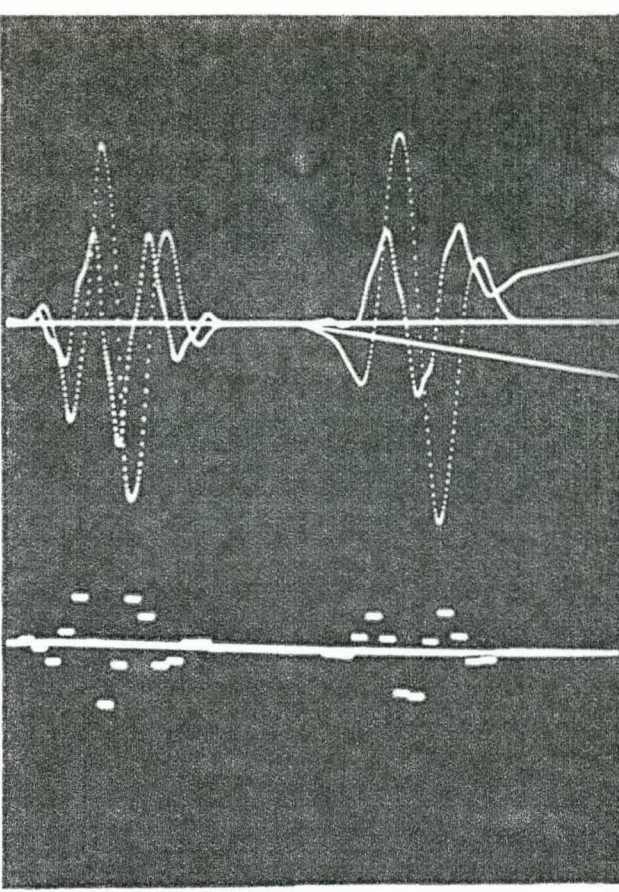


FOTO 61 - Regulação e distúrbio
rampa. $w(0)=0,5\text{rad/s}$;
 $i(0)=0$; $T_3=6,3\text{s}$

ESCALAS Horiz.= $0,3\text{s/período}$
Vert. $w=10\text{rad/s/cm}$;
 $i=8\text{A/cm}$; $u_0=2391\text{V/cm}$

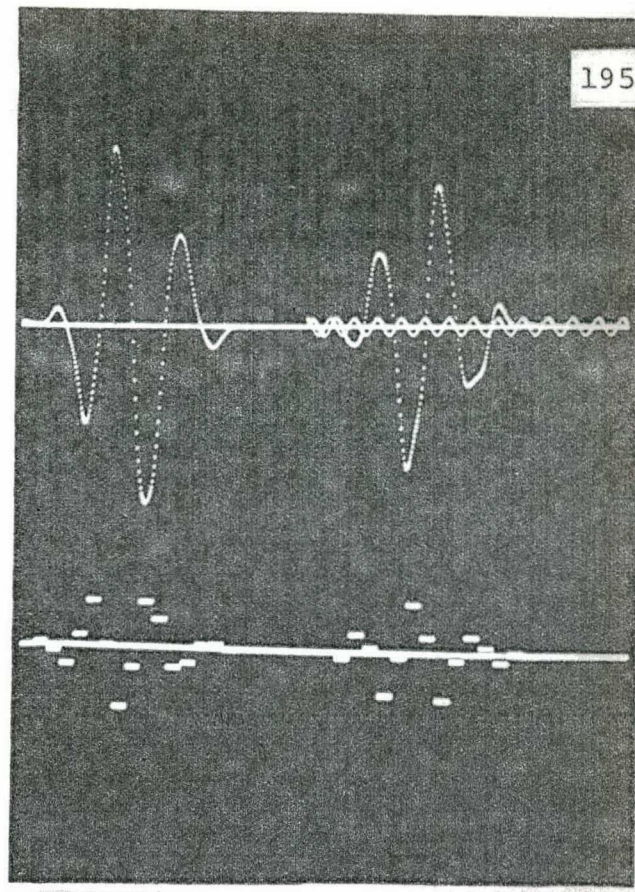


FOTO 62 - Distúrbio cosseno.
 $w(0)=0,5\text{rad/s}$; $T_3=6,3\text{s}$

ESCALAS Horiz.= $0,3\text{s/período}$
Vert. $w=10\text{rad/s/cm}$;
 $u_0=2391\text{V/cm}$

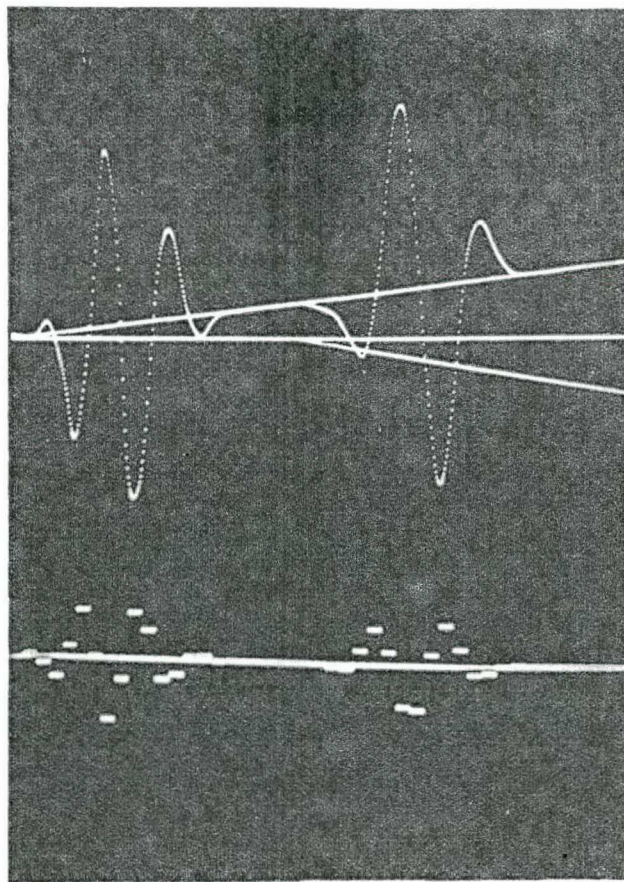


FOTO 63 - O sinal rampa.
 $w(0)=0,5\text{rad/s}$; $T_3=6,3\text{s}$

ESCALAS idem foto 62

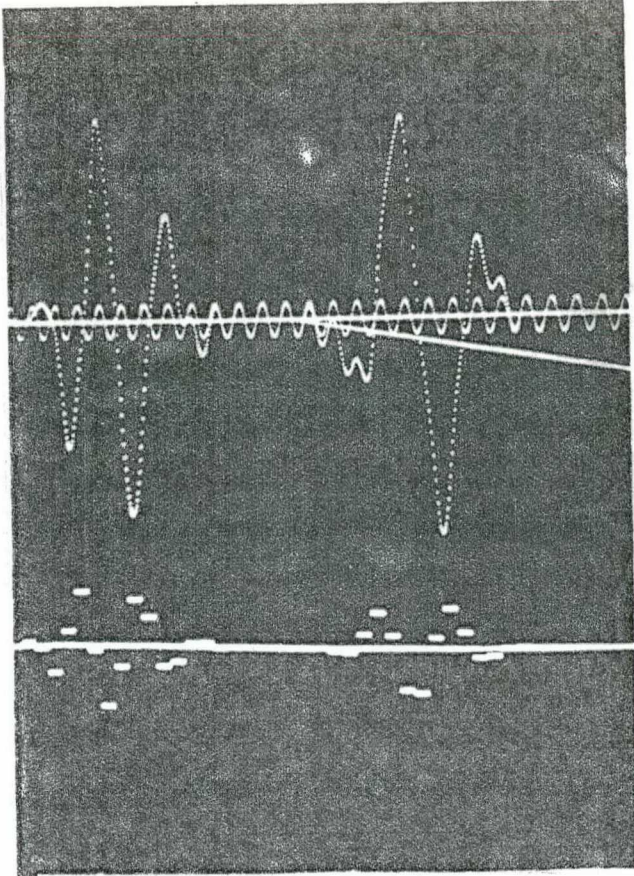


FOTO 64 - Bloqueio a rampa
 $w(0)=0,5\text{rad/s}$;
 $T3=6,3\text{s}$

ESCALAS idem foto 62

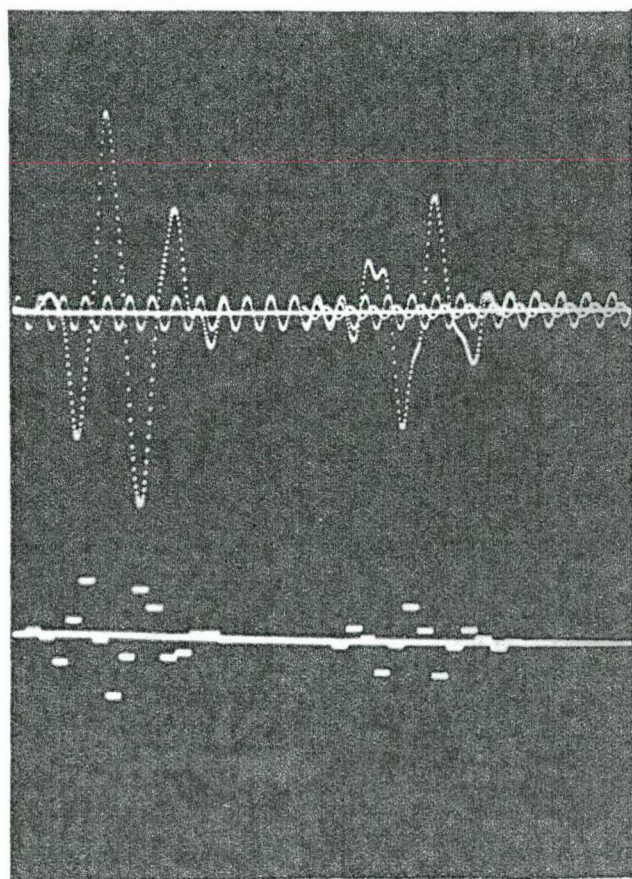


FOTO 65 - O sinal sinusoidal.
 $w(0)=0,5\text{rad/s}$;
 $T3=6,3\text{s}$

ESCALAS idem foto 62

7.3.8 - Efeitos da ação e da retirada do distúrbio diretamente na saída* (na velocidade) e, na entrada** do processo.

Nesta seção as seguintes considerações foram feitas:

- Período de amostragem $T_1=0,3s$;
- Polos do sistema discreto-amostrado e "observador" na origem;
- Servocompensador ainda projetado para os sinais de grau, rampa e $\text{sen}(10,4667t+A_0)$.

As fotos 66 a 67 correspondem à política de controle a qual não usa o g.a.m.r.d, nem "observador".

FOTO 66 - Regulação e bloqueio ao distúrbio degrau na saída

No tempo 1,8s a velocidade é anulada e, o controle de regime é nulo.

No instante 2,1s é aplicado diretamente na velocidade, o distúrbio degrau unitário. Fisicamente corresponde à medição desta velocidade alterada de um nível contínuo de valor igual ao distúrbio.

(*) Importa no escalar F da figura 7.3 ser diferente de zero; aqui ele será considerado unitário.

(**) É o caso tratado até o presente; significando que o distúrbio é multiplicado pelo seu vetor de entrada e, logo após integrado pelo processo.

Durante o intervalo 2,1 a 2,4s, a velocidade e corrente não se alteram, já que suas dinâmicas neste período independem da presença do referido distúrbio (é bom lembrar que o processo está em malha aberta). Assim tanto a velocidade como a corrente permanecem nulas.

Já o controle $u_0(t)$ no instante 2,4s assume o valor -0,24V (ou seja, o valor de ganho $k(1,6)$), porque a sujeira degrau altera os estados de servocompensador (no caso, o estado número 6). Então, a partir de 2,4s, os estados do processo modificam-se. Para maiores detalhes, verificar a listagem A14.1.

A nova solução de regime acontece em 3,9s ($2,1 + 1,8$)* com um importante resultado: a velocidade agora vale -1RAD/s, dizem do-nos que já não está mais regulada em zero. Este resultado era esperado, devido ao fato de a saída $w(t) + \sigma(t)$ ter de anular-se : $w(t) + \sigma(t) = 0$, daí $w(t) = -\sigma(t)$, no caso, $w(t) = -1!$

(*) O controlador digital tomará conhecimento do distúrbio, apenas quando das amostragens, não se importando com o tempo que ele ocorre. Dois casos podem acontecer:

a) se aplicado entre as amostragens, por exemplo, em 2,2s, então o servocompensador só o perceberá em 2,4s (o próximo instante de amostragem). A partir daí, no máximo mais 6 iterações levará o erro discreto da saída a zero, em nosso caso: $2,4 + 1,8 = 4,2s$.

b) quando aplicado exatamente nos instantes de amostragem, por exemplo 2,1s, como ele atua diretamente na saída, significa então que já neste instante o controlador digital deteta o seu aparecimento. Após no máximo 6 iterações (no caso: $2,1 + 1,8 = 3,9s$), o bloqueio ao distúrbio é efetivado.

Assim, a saída de interesse $w(t)$ não se acomoda no valor desejado, já que o servocompensador enxerga o sinal $w(kT) + G(kT)$ e não simplesmente $w(k)$.

Ainda mais, se o distúrbio $\sigma(t)$ atuante na saída for sempre nulo nos instantes de amostragem, aí o rastreamento para a saída de interesse ocorrerá, pois $w(k) + \sigma(k) = w(k) + 0 = w(k)$

FOTO 67 - Aplicação* e retirada do distúrbio degrau

O vetor de entrada do distúrbio é $\begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}$.

O primeiro regime é devido a referência degrau unitário.

Em 2,1s é aplicado o distúrbio $u(t-2,1)$, o novo regime ocorre no tempo 3,9s.

Em seguida, no instante 4,5s, o distúrbio é anulado, então a corrente torna-se novamente próxima de zero, enquanto que a velocidade excursiona e volta ao seu valor de regime.

A foto 68 refere-se à regulação via "observador" (não há o g.a.m.r.d).

FOTO 68 - Regulação e ação do distúrbio degrau na velocidade

A velocidade do motor, em regime, atinge o valor 1RAD/s.

A foto 69 corresponde ao processo cascadeado via g.a.m.r.d (sem "observador").

Aqui o valor inicial da velocidade é $w(0) = 1\text{RAD/s}$.

(*) Se nada for dito em adição, supõe-se o distúrbio aplicado na entrada do processo.

FOTO 69 - Rastreamento a rampa e bloqueio ao degrau aplicado diretamente na velocidade $w(t)$

Em 2,7s o rastreamento contínuo é obtido.

Para 3,6s a medição da velocidade é alterada continuamente de -0,5 RAD/s.

No novo regime a velocidade não rastreia a referência, a menos de um nível contínuo: o valor do distúrbio .

COMENTÁRIOS:

- Se a velocidade é medida erradamente e realimentada assim ao servocompensador, então o rastreamento desta grandeza não mais ocorrerá. Uma explicação simples é entender que o servocompensador não pode separar o valor real da velocidade com a sujeira presente nela.

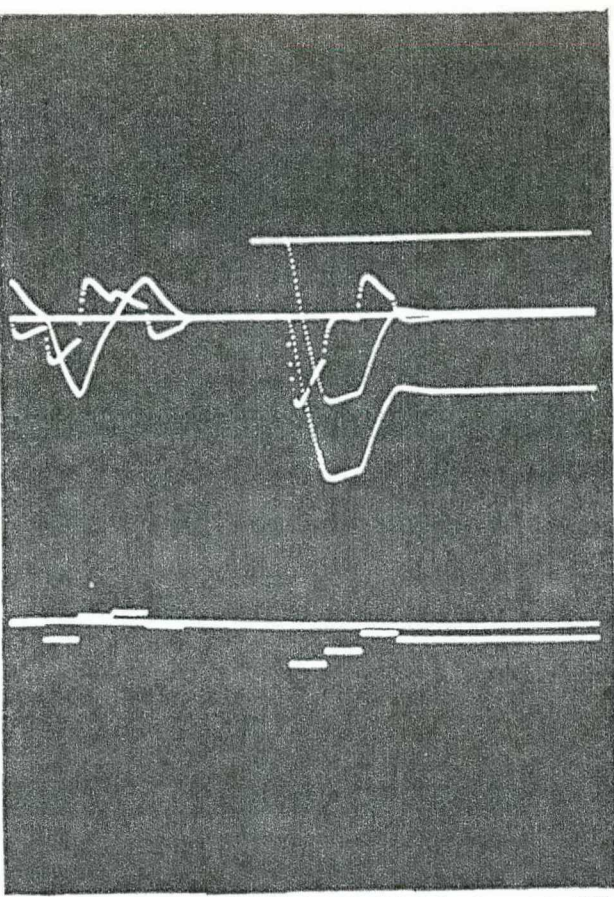


FOTO 66 - Bloqueio ao degrau na saída. $w(0)=0,5\text{rad/s}$;
 $i(0)=0$; $T_3=2,1\text{s}$

ESCALAS Horiz.= $0,3\text{s/período}$
Vert. $w=1\text{rad/s/cm}$;
 $i=0,8\text{A/cm}$; $u_0=0,6\text{V/cm}$

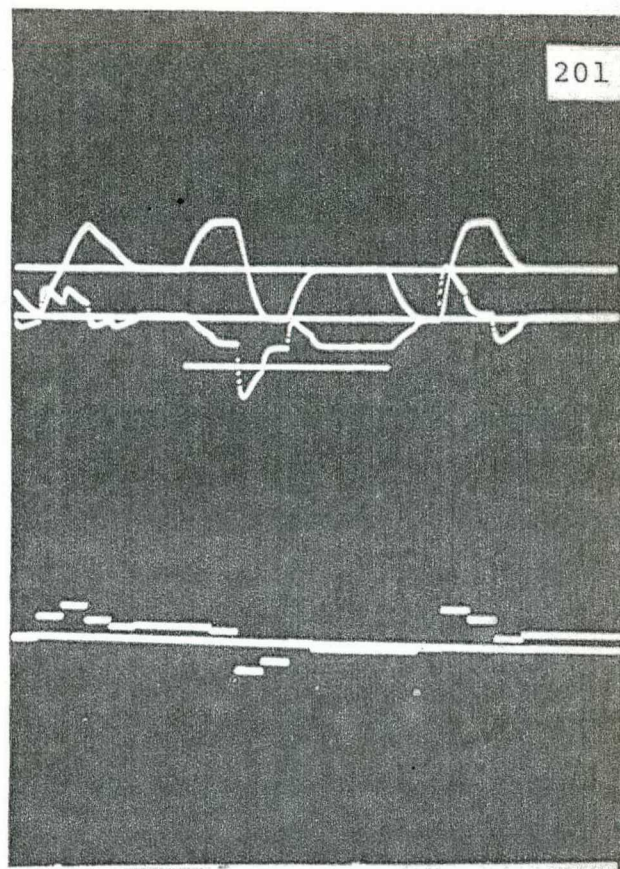


FOTO 67 - Retirada do distúrbio degrau.
 $w(0)=0,5\text{rad/s}$; $i(0)=0$
 $T_3=2,1\text{s}$; $T_9^*=4,5\text{s}$

ESCALAS Horiz.= $0,3\text{s/período}$
Vert. $w=1,67\text{rad/s/cm}$;
 $i=1,33\text{A/cm}$; $u_0=0,6\text{V/cm}$

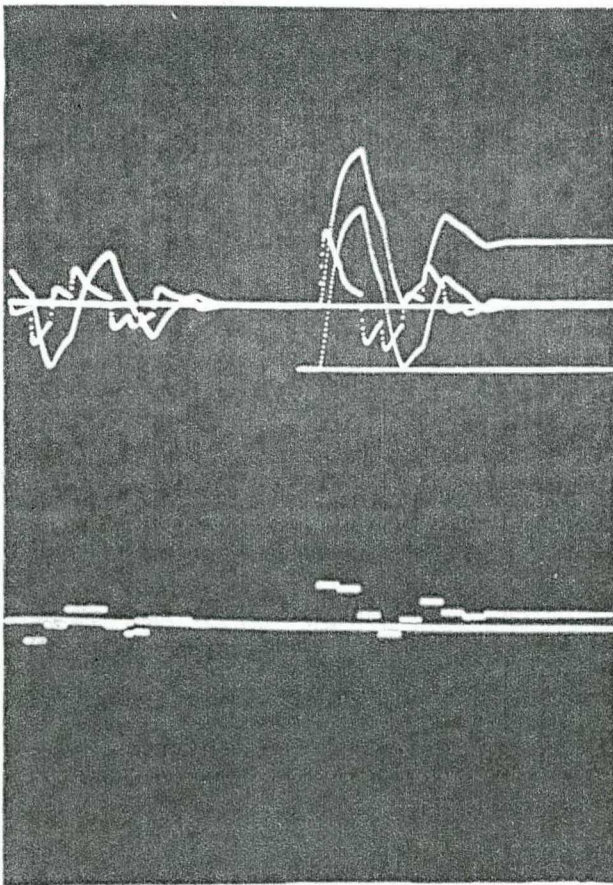


FOTO 68 - Distúrbio degrau na saída. $w(0)=0,5\text{rad/s}$;
 $i(0)=0$; $T_3=4,2\text{s}$.

ESCALAS Horiz.= $0,3\text{s/período}$
Vert. $w=1\text{rad/s/cm}$;
 $i(0)=0,8\text{A/cm}$; $u_0=0,6\text{V/cm}$

(*) T_9 = instante da retirada do distúrbio.

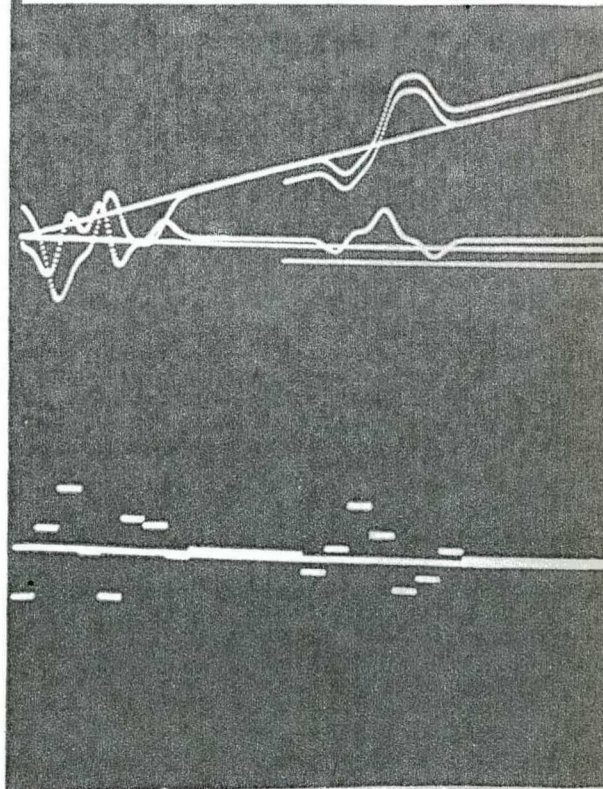


FOTO 69 - Degrau na saída.
 $w(0)=1\text{rad/s}$; $i(0)=0$;
 $T_3=3,6\text{s}$

ESCALAS Horiz.= $0,3\text{s/período}$
Vert. $w=2,5\text{rad/s/cm}$;
 $i=3\text{A/cm}$; $u_0=160\text{V/cm}$.

7.3.9 - Sistema aumentado (com e sem g.a.m.r.d) regulado su-
pondo-se todos os estados acessíveis - o servocompen-
sador tem dimensão 3.

Período de amostragem $T_1=0,3s$.

O servocompensador é projetado somente para o degrau e $\text{sen}(12,56637t + A\emptyset)$. Sua ordem agora é 3.

O vetor distúrbio de entrada é dado por $\begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}$, indicando que um torque externo de carga é aplicado ao eixo do motor.

A foto 70 corresponde à estratégia que não usa o g.a.m.r.d..

Aqui os ganhos do sistema aumentado com todos os polos na origem valem,

$$\begin{bmatrix} \underline{k} & | & \underline{k}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,0478997; & -0,0123534 & | & -1,08576; \\ 0,0695124; & 0,129583 \end{bmatrix}$$

Então qualquer erro inicial de rastreamento é levado para a origem em 3+2 iterações, ou ainda em $5 \cdot 0,3=1,5s$.

FOTO 70 - Resposta e bloqueio ao degrau

Em 2,1s é aplicado um torque de carga constante, no mesmo sentido da velocidade. Esta aumenta e retorna ao seu valor de regime.

Já a corrente cresce negativamente, no afã de reduzir a velocidade, enquanto o controle oscila e fica um pouco acima do zero.

A máquina passa a funcionar como gerador.

A foto 71 corresponde à estratégia anterior com a inclusão do g.a.m.r.d, no caso o oscilador $1/\{s^2+(12,56637)^2\}$.

Agora os ganhos "deadbeat" assumem os valores,

$$\begin{bmatrix} \underline{k} & \underline{k}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15,218; & -2,56488; & 29,3772; & -16,2734; \\ -24,0807; & 15,817; & 12,2105 \end{bmatrix}$$

O acomodamento se dá após 3+4 iterações, no caso 2,1s.

FOTO 71 - Resposta ao degrau 0,48 e distúrbio cosseno.

No regime, após a aplicação do distúrbio, é notório o rastreamento ao degrau, mesmo entre as amostragens.

COMENTÁRIOS

- Deve ficar entendido que o uso do g.a.m.r.d torna as componentes do vetor ganho de regulação extremamente grandes, se comparado ao caso sem g.a.m.r.d .

- Esclare-se ainda que dependendo do valor do torque aplicado ao eixo da máquina, esta estando funcionando como motor , então o novo regime pode situar-se em quaisquer dos quatro quadrantes torque x velocidade, ou seja: motor C.C. ou gerador C.C. .

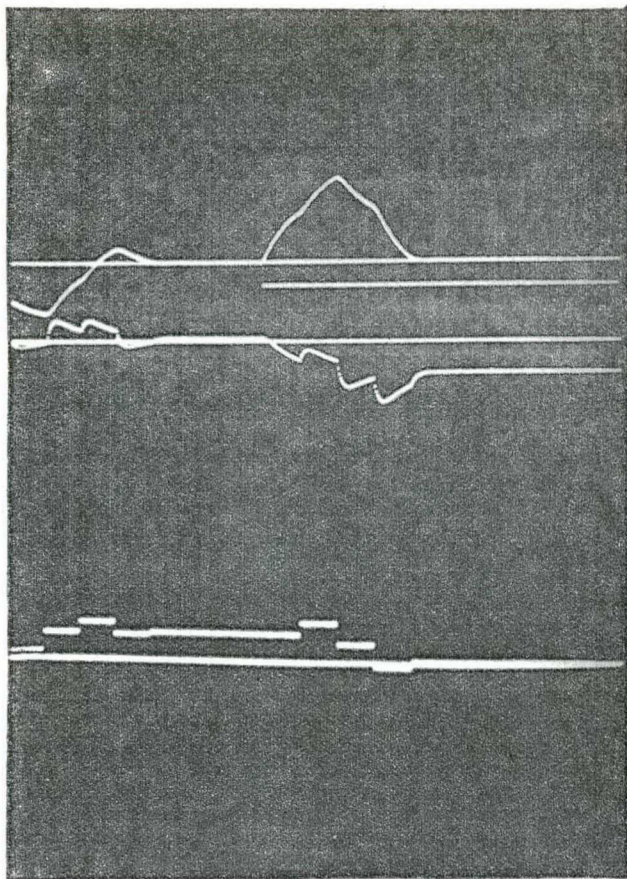


FOTO 70 - Referência e distúrbio
degrau. $w(0)=0,5\text{rad/s}$;
 $i(0)=0$; $T3=2,1\text{s}$

ESCALAS Horiz.= $0,3\text{s/período}$
Vert. $w=1\text{rad/s/cm}$;
 $i=0,8\text{A/cm}$; $u_0=0,25\text{V/cm}$

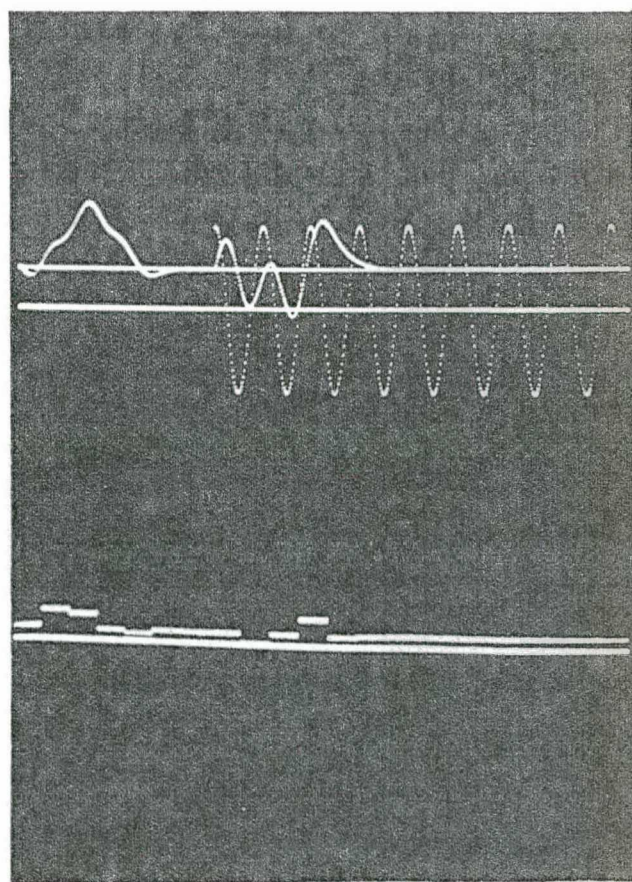


FOTO 71 - Distúrbio cosseno.
 $w(0)=0,5\text{rad/s}$; $T3=2,1\text{s}$

ESCALAS Horiz.= $0,3\text{s/período}$
Vert. $w=1\text{rad/s/cm}$;
 $u_0=50\text{V/cm}$

7.3.10 - Rastreamento e bloqueio ao sinal exponencial (sem uso do "observador")

Período de amostragem: 0,3s.

O servocompensador digital é projetado somente para a exponencial $e^{0,75t}$; sua dimensão é 1.

O vetor distúrbio da entrada é dado por $\begin{bmatrix} -15 \\ 0 \end{bmatrix}$.

O escalar F responsável pela ação do distúrbio na saída ainda é unitário.

O valor inicial da velocidade é 2RAD/s.

O passo da integração do processo entre as amostragens vale 0,01s.

Os autovalores do sistema aumentado discreto-amostrado em malha fechada estão todos na origem.

A foto 72 refere-se ao rastreamento a exponencial, sem o uso do g.a.m.r.d.

Os ganhos "deadbeat" são,

$$\begin{bmatrix} \underline{k} & | & \underline{k}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,18143; & -0,0121737 & | & -0,81851 \end{bmatrix}$$

A anulação do erro discreto da saída é feita em 3 iterações, ou $3 \cdot 0,3 = 0,9s$.

A figura 7.6.a. ilustra o caso

FOTO 72 - Resposta e bloqueio a $e^{0,75t}$

Para ambos os regimes permanentes, o rastreamento nos instantes de amostragem está claro.

A próxima foto 73 corresponde ao rastreamento da exponencial para todos os tempos - o g.a.m.r.d é incluído.

É introduzido em cascata com o processo o compensador

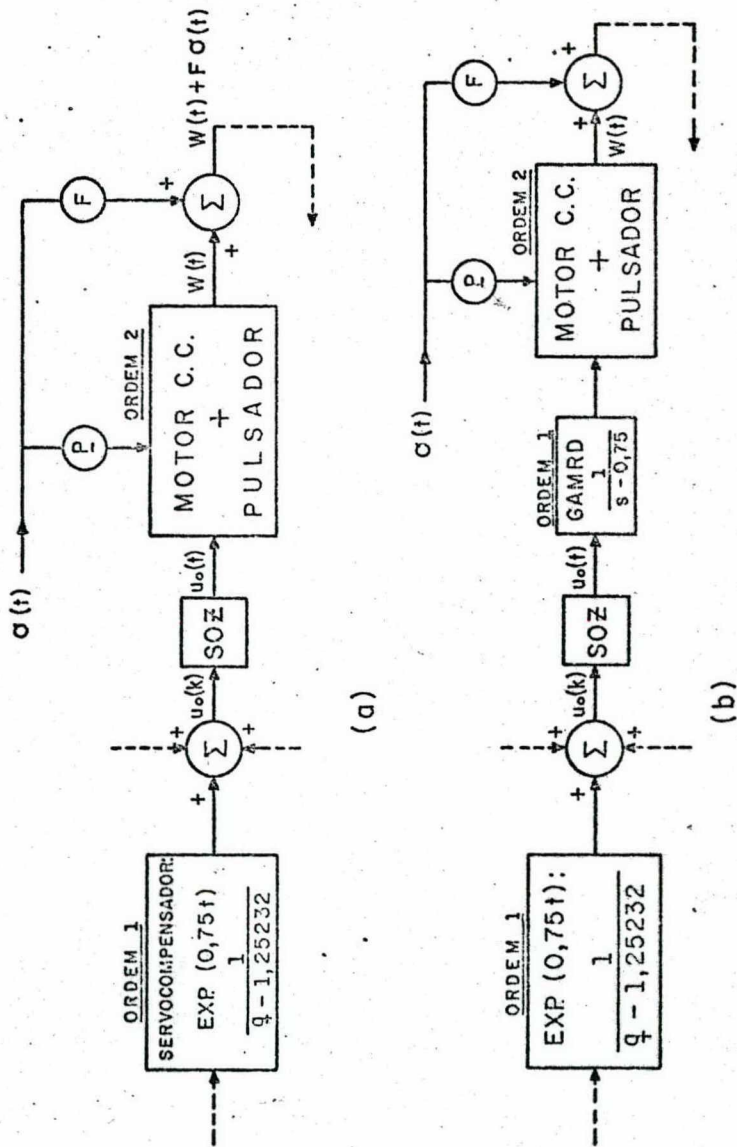


Figura 7.6 - Rastreamento e Bloqueio a Exp (0,75t): (a) não existe o gamrd,
 (b) agora é incluído o gerador analógico da referida, exponencial.
 O período de amostragem é 0,3s.

analógico $1/(s-0,75)$. A figura 7.6.b. mostra a estrutura.

Os ganhos "deadbeat" são modificados para,

$$\begin{bmatrix} \underline{k} & \underline{k}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,610124; & -0,0446295; & -5,52762 & ; \\ & & & ; \\ & & & -0,407184 \end{bmatrix}$$

O acomodamento do processo é efetuado em 4 iterações (ao fim de 1,2s).

FOTO 73 - Referência e distúrbio $e^{0,75t}$.

O rastreamento entre as amostragens é notório.

Comparar com a foto 72.

COMENTÁRIOS:

Novamente o efeito de g.a.m.r.d foi salientado.

Ainda mais, constatou-se (embora não mostrado aqui) que a aplicação do distúrbio exponencial diretamente no g.a.m.r.d, levava ao não-rastreamento da referência entre as amostragens. Este não-bloqueio do distúrbio entre as amostragens, conforme já discutido anteriormente, também aconteceu para os sinais sinusoidais.

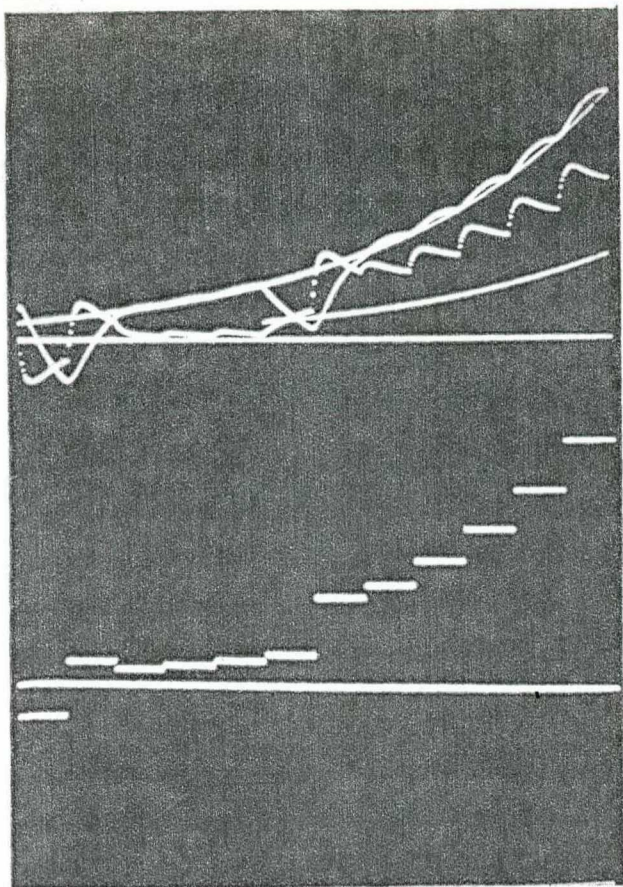


FOTO 72 - 0 sinal exponencial
 $w(0)=2\text{rad/s}$; $i(0)=0$;
 $T3=1,5\text{s}$.

ESCALAS Horiz.=0,3s/período
 Vert. $w=5\text{rad/s/cm}$;
 $i=6\text{A/cm}$; $u_0=0,9\text{V/cm}$

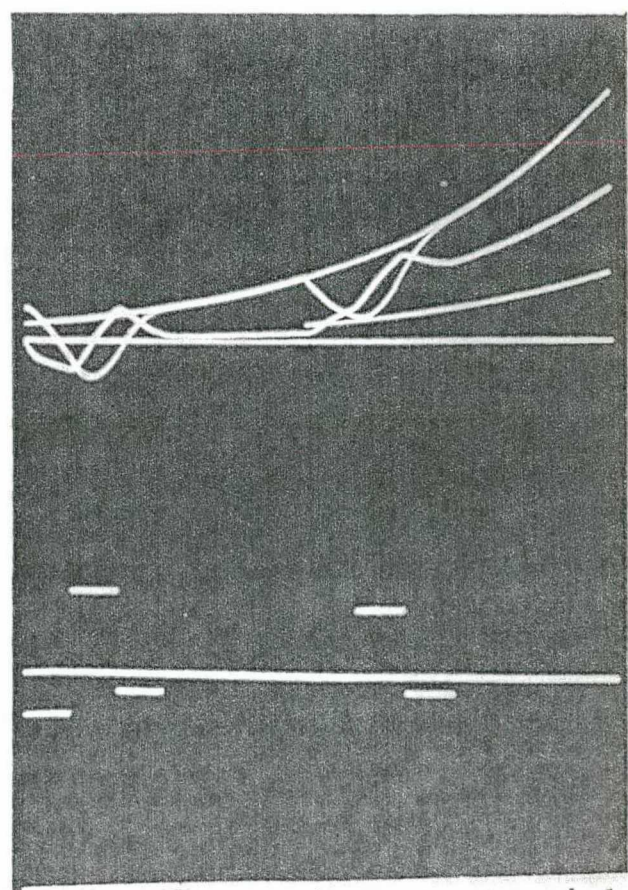


FOTO 73 - 0 sinal exponencial
 $w(0) = 2\text{rad/s}$.
 $i(0) = 0$; $T3=1,8\text{s}$.
 ESCALAS Horiz.=0,3s/período
 Vert. $w=5\text{rad/s/cm}$;
 $i=6\text{A/cm}$; $u_0 = 2,4\text{V/cm}$

7.4 - RASTREAMENTO DA VELOCIDADE NOMINAL COM REGULACÃO "DEADBEAT" (SEM OBSERVADOR)

A literatura atribui freqüentemente ao controle "deadbeat" algumas desvantagens, tais como: altas amplitudes de controle, transitórios indesejáveis, ... , em vista de sua rapidez.

Esta seção visa exemplificar a ocorrência destas desvantagens. Para tanto será simulado o rastreamento da velocidade nominal (resposta ao degrau) do motor em questão, com regulação "deadbeat". Com a máquina funcionando em seu ponto de operação nominal de velocidade, é então possível visualizar as amplitudes de todas as grandezas aqui envolvidas.

Agora, o servocompensador é constituído de somente um somador (polo em 1), o qual permite o rastreamento à sinais de graus. Sua dimensão é unitária.

O período de amostragem é 0,3s.

Não é usado observador, pois que corrente e velocidade são acessíveis.

Portanto, o sistema aumentado tem ordem 3 e, o acomodamento ocorre em $3 \cdot 0,3 = 0,9s$, já que os ganhos são "deadbeat".

$$\left[\begin{array}{c} \underline{k} \\ \underline{k}_c \end{array} \right] = \left[\begin{array}{ccc} -0,150508; & -0,012132 & ; & -0,886664 \end{array} \right]$$

Ainda mais, a partir dos dados de placa da máquina C.C., é sabido que os seus valores nominais são,

VELOCIDADE: 1750 RPM (ou 183,26 RAD/s);

TENSÃO: 125 VOLTS

CORRENTE: 8 AMPÉRES

Então o sistema é agora excitado pelo sinal de amplitude 183,26RAD/s. O rastreamento da velocidade nominal é apresenta

do na listagem A15.1, com estado inicial nulo.

Desta listagem apura-se que,

- o acomodamento é feito em 0,9s; o que equivale a aproximadamente quatro constantes de tempo da máquina em malha aberta, já que esta é de 0,22s;

- a porcentagem da ultrapassagem é nula;

- a corrente de armadura tem o seu máximo em 96,45A, ou seja: 1105,6% além da nominal;

- a tensão de armadura atinge 145,39 volts, no caso, 16,3% acima da nominal.

Além disso, a listagem A15.2 registra a resposta ao de grau 183,26 RAD/s, agora com a velocidade inicial $w(0)=20\text{RAD/s}$ (191 RPM).

COMENTÁRIOS:

A corrente assume altos valores; é o preço pago à rapidez dada ao sistema.

COMENTÁRIO FINAL:

Após a implementação de várias políticas de controle: com e sem "observador", com e sem g.a.m.r.d, variação do período de amostragem, posicionamento dos polos fora e na origem ...; uma pergunta neste instante pode surgir: qual delas favorece a um desempenho aceitável do sistema de controle híbrido? Aqui deve-se responder por partes: a) primeiramente é necessário tomar conhecimento do processo e definir os objetivos que o mesmo deve alcançar, assim é possível ter conhecimento, por exemplo, do lugar do posicionamento dos polos, da faixa de variação do período de amostragem, do

uso ou não do "observador" e g.a.m.r.d, b) a seguir, com o auxílio do próprio computador digital, são então implementadas inúmeras estratégias de controle e, por fim a escolha deve recair naquela cujos resultados sejam os mais favoráveis para o projeto em questão.

C A P Í T U L O 8

CONCLUSÕES, COMENTÁRIOS E INDICAÇÕES PARA
FUTUROS TRABALHOS8.1 - CONCLUSÕES E COMENTÁRIOS

Sob o ponto de vista do computador digital, o processo de natureza contínua é visto somente nos instantes de amostragem ; então foi desenvolvido o modelo discreto para um processo sujeito à distúrbios na saída e, em outros lugares que não a saída, com sinal de controle escadaria. Aqui o distúrbio atuante é representado por dois modelos e, ambos satisfazem a mesma equação de diferença. Recorda-se que o conhecimento do modelo discreto do processo é de grande interesse para projetos via computador digital como controlador.

Foi apresentado e feito uma rápida comparação dos tipos dos problemas de servomecanismo robusto quanto à natureza dos sinais envolvidos, daí surgiram: o problema do servomecanismo para sistemas contínuos ou discretos e finalmente para sistemas híbridos. Os dois primeiros já foram resolvidos por Davison⁽¹⁷⁾ (apesar de abordar somente o caso contínuo, por extensão é possível chegar-se ao discreto). Ainda assim, no trabalho ora apresentado, foram dadas as condições de suficiências para o problema do servomecanismo robusto discreto. Aqui, no entanto, foi dada uma contribuição, pois mostrou-se que o rastreamento assintótico e rejeição à distúrbios ,

para os instantes de amostragem, acontecia mesmo considerando - se ambos sinais referência e distúrbio como contínuos no tempo. Bastando somente o servocompensador digital conter os modos das versões discretas destes sinais contínuos (ver lemas A2.1 e A2.2). Já os distúrbios discretos eram totalmente bloqueados.

O terceiro caso, não amplamente discutido na literatura, mereceu neste trabalho uma abordagem adequada. Assim foi proposto o uso do gerador analógico dos modos da referência e distúrbios (g.a.m.r.d) junto ao processo, dando uma solução para o problema do servomecanismo híbrido. É sabido que Doraiswami⁽¹²⁸⁾, a posteriori, formalizou as condições necessárias e suficientes para tal problema.

O g.a.m.r.d. contém os modos da referência e distúrbio contínuos e, assegura o rastreamento entre as amostragens. O controle ainda é digital, salvo a parte analógica do referido gerador. Se está diante de um controle digital-analógico.

O uso do compensador estabilizante tipo "Observador de Luenberger", necessário para dar rapidez ao processo, tem sua equação de erro de estimação (4.10) dirigida pelas referência e distúrbios. Ele somente estimará os estados para o sistema autônomo. Ainda assim, o termo "observador" foi preferido para denominar tal estrutura.

A redundância dada à dimensão do "observador" é necessária para assegurar a robustez⁽⁷⁴⁾.

Ainda mais, é inválido o uso do "observador" para controle "deadbeat", com o intuito de observar o transitório, e sim somente como regulador.

Da programação digital, várias estratégias de controle foram simuladas para o processo motor C.C. acionado por um conversor estático C.C.-C.C. e, vários resultados foram extraídos.

O uso do algoritmo digital desenvolvido por Monteiro⁽²⁸⁾, possibilitou perceber o aparecimento de altos ganhos de controle a medida que o período de amostragem diminui (ou a rapidez cresce).

Também ficou claro que a diminuição do período de amostragem favorecia ao surgimento de altas amplitudes do sinal de controle e de comportamento indesejável do processo, fatos estes já denunciados pelas referências 14, 18 e 23; ainda mais, estes ocorridos limitam a aplicação do controle "deadbeat" na prática usual.

Foi comprovada a perda de controlabilidade do processo depois de amostrado para T segundos; de acordo com o teorema de Kalman⁽⁶⁵⁾.

A regulação do sistema via realimentação de todos os estados do "observador" provocava uma deterioração do transitório (altas ultrapassagens, controles...), basta comparar, por exemplo, as fotos 16 e 1. Então, melhores resultados foram obtidos pela realimentação direta dos estados do servocompensador e com a inclusão da referência no seu modelo.

Quando o "observador" não é cópia fiel do sistema aumentado, a propriedade da separação é violada e, a faixa de variação paramétrica decai; comparar fotos 7 e 23.

O posicionamento dos polos fora da origem (ainda sobre o eixo real) acarretava maiores tempos de acomodamento e, as demais variáveis tinham comportamento indefinido.

A mudança de referência, para o processo já em regime, provocava um transitório igual com ou sem observador, desde que a referência era incluída no modelo deste último; compare as fotos 47 e 49.

Também ficou patente que o controlador digital sozinho (servocompensador e regulador) possibilitava o rastreamento assintótico e rejeição a distúrbios de sinais contínuos (ou ainda discretos), somente para os instantes de amostragem.

A inclusão do g.a.m.r.d. veio promover o rastreamento e bloqueio a distúrbios, agora também entre as amostragens, após o regime; é suficiente comparar as fotos 50 e 13. A sua inclusão determinou ainda aumentos do tempo de acomodamento, da ultrapassagem, do sinal de controle e, dos vetores ganhos de regulação e "observador". Além disso, agora a entrada do sustentador de ordem zero (SOZ), em regime, é sempre constante, inclusive zero, neste caso significando que o computador está livre para outras tarefas, observar foto 51.

O distúrbio de origem digital era totalmente bloqueado em regime, de acordo com as fotos 14 e 22, por exemplo.

Já o distúrbio contínuo merece duas análises,

- sem o g.a.m.r.d., seu efeito era desastroso entre as amostragens, ver por exemplo fotos 4 e 13;

- com o g.a.m.r.d., sua ação entre os instantes de amostragem era agora anulada; a foto 50 exemplifica.

Além do mais, o distúrbio na saída, o que representa uma leitura errônea da velocidade do motor, determinava o não-rastreamento desta última, conferir com as fotos 66 e 69, por exemplo.

A robustez do sistema de controle híbrido foi testada, conforme fotos 58, 59, 24, 27, 7 e 11, por exemplo.

Também foi mostrado que o uso da política de controle "deadbeat" no rastreamento da velocidade nominal do motor implicava em altos valores da corrente de armadura.

Finalmente, a escolha de uma determinada estratégia de controle, pode ser feita com o auxílio do próprio computador digital, tal como sugerido pela referência 117.

8.2 - ALGUMAS INDICAÇÕES PARA FUTUROS TRABALHOS

Como seguimento deste trabalho, deixam-se os seguintes problemas a serem abordados:

1. Uma implementação prática da estratégia de controle proposta neste trabalho (controle "deadbeat" com ou sem compensador estabilizante tipo "observador de Luenberger" também "deadbeat"). Como referência recomenda-se o trabalho realizado por Costa⁽²⁶⁾.

2. Carece-se da definição, se possível, de um parâmetro que defina o grau de robustez de um dado sistema. A seguir aplicar-se-ia tal definição aos observadores usados e citados neste trabalho: ordem completa do sistema aumentado e ordem completa somente para o processo.

3. Neste trabalho foi usada a subrotina MATEXP⁽²⁴⁾ como algoritmo de discretização do processo. Porém, dado a sua imprecisão para períodos grandes, sugere-se a elaboração de outros algoritmos e, como passo inicial o estudo daquele desenvolvido por Loan⁽⁶³⁾.

4. Considerar, no projeto da estratégia de controle, restrições de estado e controle.

5. Uma abordagem considerando processos não-lineares, resolvendo assim o problema de servomecanismo robusto para sistemas não-lineares amostrados.

6. Estender o problema do servomecanismo robusto de sistemas amostrados para o caso multivariável.

7. Estudar detalhadamente o distúrbio, no sentido de considerá-lo um sinal externo ou efetivamente uma alteração nos parâmetros do sistema.

8. Propor um estudo minucioso da estrutura de controle da figura 5.6 .

9. Na teoria aqui abordada não foi considerado nenhum tempo de atraso entre a amostragem dos estados e a entrega do controle pelo computador. Sugere-se um estudo neste sentido.

10. Viabilizar a construção do chamado g.a.m.r.d. digitalmente.

11. Neste trabalho os ganhos do "observador" foram determinados somente com a ajuda da saída monovariável do processo , devido a restrição do algoritmo de posicionamento de polos⁽²⁸⁾. Sugere-se aqui a elaboração de um algoritmo multivariável.

A P Ê N D I C E 1

SISTEMA CONTÍNUO COM ENTRADA ESCADARIA E DISTÚRPIO QUALQUER - O
MODELO AMOSTRADO

Seja o sistema linear contínuo de ordem n , invariante no tempo, monovariável, sujeito ao distúrbio $w(t)$, com saída $y(t)$; descrito em variáveis de estado por

$$\dot{\underline{x}}(t) = \underline{\tilde{A}} \underline{x}(t) + \underline{\tilde{B}} u_0(t) + \underline{\tilde{E}} w(t), \underline{x}(t_0) = \underline{x}_0 \quad (\text{A1.1})$$

$$y(t) = \underline{\tilde{C}}^T \underline{x}(t) + \underline{\tilde{F}} w(t) \quad (\text{A1.2})$$

A solução de (A1.1) é,

$$\begin{aligned} \underline{x}(t) = & e^{\underline{\tilde{A}}(t-t_0)} \underline{x}(t_0) + \int_{t_0}^t e^{\underline{\tilde{A}}(t-\xi)} \underline{\tilde{B}} u_0(\xi) d\xi + \\ & + \int_{t_0}^t e^{\underline{\tilde{A}}(t-\xi)} \underline{\tilde{E}} w(\xi) d\xi \end{aligned} \quad (\text{A1.3})$$

Considere-se agora que o controle $u_0(t)$ é constante nos intervalos de duração T segundos, ou seja, é da forma,

$$u_0(t) = u_0(kT), \quad kT \leq t < (k+1)T \quad (\text{A1.4})$$

A condição inicial para o início do intervalo $(kT, \overline{k+1T})$ é,

$$\underline{x}(t_0) = \underline{x}(kT) \quad (\text{A1.5})$$

Para determinar $\underline{x}(t)$ no final deste intervalo substitui-se em (A1.3)

$$t_0 = kT$$

$$t = (k+1)T$$

e obtêm-se

$$\begin{aligned} \underline{x}(\overline{k+1}T) &= e^{\tilde{A}T} \underline{x}(kT) + \int_{kT}^{(k+1)T} e^{\tilde{A}(\overline{k+1}T-\xi)} \underline{B} u_0(kT) d\xi + \\ &+ \int_{kT}^{(k+1)T} e^{\tilde{A}(\overline{k+1}T-\xi)} \underline{E} w(\xi) d\xi \end{aligned} \quad (A1.6)$$

Desde que $u_0(t)$ é constante durante o intervalo de integração, e fazendo-se ainda a mudança de variáveis $\zeta = \overline{k+1}T - \xi$, vem

$$\begin{aligned} \underline{x}(\overline{k+1}T) &= e^{\tilde{A}T} \underline{x}(kT) + \int_0^T e^{\tilde{A}\zeta} \underline{B} d\zeta u_0(kT) + \\ &+ \int_0^T e^{\tilde{A}\zeta} \underline{E} w(\overline{k+1}T - \zeta) d\zeta \end{aligned} \quad (A1.7)$$

Agora, denominando

$$e^{\tilde{A}T} = \underline{A}(T) = \underline{A} \quad (A1.8)$$

$$\int_0^T e^{\tilde{A}\zeta} \underline{B} d\zeta = \underline{B}(T) = \underline{B} \quad (A1.9)$$

vem

$$\begin{aligned} \underline{x}(\overline{k+1}T) &= \underline{A} \underline{x}(kT) + \underline{B} u_0(kT) + \\ &+ \int_0^T e^{\tilde{A}\zeta} \underline{E} w(\overline{k+1}T - \zeta) d\zeta \end{aligned} \quad (A1.10)$$

Já que $w(\overline{k+1}T - \zeta)$ (ou seja: $w(t)$) não é constante no intervalo $(0, T)$, então não é possível colocá-lo na forma de (A1.9); e por simplificação define-se

$$\underline{\bar{w}}(k+1) = \int_0^T e^{\tilde{A}\zeta} \underline{E} w(\overline{k+1}T - \zeta) d\zeta \quad (A1.11)$$

onde $\underline{\bar{w}}(k+1)$ é um n -vetor.

E finalmente tem-se,

$$\underline{x}(\overline{k+1}T) = \underline{A} \underline{x}(kT) + \underline{B} u_0(kT) + \underline{\bar{w}}(k+1) \quad (A1.12)$$

com a equação de saída (A1.2) tornando-se (é considerado que a saída está sincronizada com a entrada $u_0(kT)^{(14)}$),

$$y(k) = \underline{C}^T \underline{x}(kT) + Fw(k) \quad (\text{A1.13})$$

onde

$$\underline{\tilde{C}}^T = C^T \quad (\text{A1.14})$$

$$\tilde{F} = F \quad (\text{A1.15})$$

A P E N D I C E 2

LEMAS

LEMA A2.1 - Dada a função contínua $r(t)$ como solução da equação diferencial $d(s)r(t)=0^*$ com raízes da equação característica α_i ($i=1, 2, \dots, n$) - ditos modos de $r(t)$ - então $D(q)r(kT)=0$, com raízes β_i ($i=1, 2, \dots, n$), de tal sorte que $\beta_i = e^{\alpha_i T}$. A sequência $r(kT)$ é $r(t)$ para $t = kT$ ($k=0, 1, 2, \dots$; $T > 0$), e T é chamado de período de amostragem.

As figuras Al.1 e Al.2 ilustram as funções.

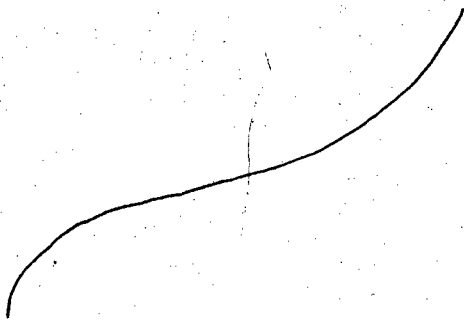


FIGURA Al.1 - O sinal $r(t)$ contínuo satisfaz a equação diferencial $d(s)r(t) = 0$.

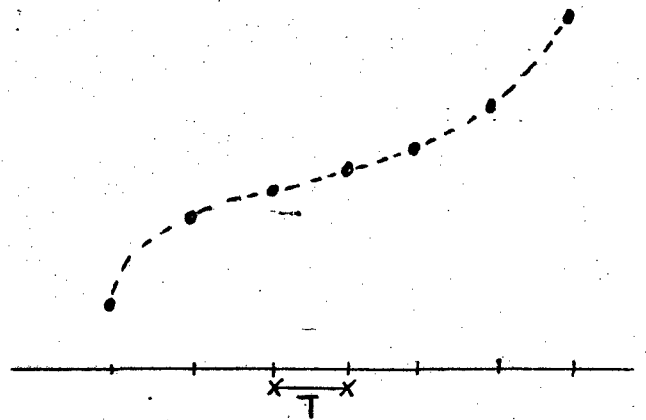


FIGURA Al.2 - A função $r(kT) = r(t) \Big|_{t=kT}$ satisfaz a equação de diferença $D(q)r(kT) = 0$.

(*) $d(s)$ é o polinômio operador mínimo.

Assim, a sequência $r(kT)$ satisfaz a equação de diferença $D(q) r(kT) = 0$; $D(q)$ será chamado de versão discreta de $d(s)$.

PROVA

A função $r(t)$ pode ser modelada pela seguinte equação de estado,

$$\dot{\underline{x}}(t) = \underline{A} \underline{x}(t) \quad ; \quad \underline{x}(t_0) = \underline{x}_0 \quad (\text{A2.1})$$

$$r(t) = \underline{C}^T \underline{x}(t) \quad (\text{A2.2})$$

onde $\underline{x}(t) \in \mathbb{R}^n$ e o par $(\underline{C}^T, \underline{A})$ é observável, ainda mais, é sabido que os autovalores de \underline{A} é α_i .

A solução de (A2.1) é,

$$\underline{x}(t) = e^{\underline{A}(t-t_0)} \underline{x}(t_0) \quad (\text{A2.3})$$

O valor de \underline{x} no final do intervalo ($kT < t < \overline{k+1T}$) com $t_0=kT$, vale

$$\underline{x}(k+1) = e^{\underline{A}T} \underline{x}(k) \quad (\text{A2.4})$$

$$r(k) = \underline{C}^T \underline{x}(k) \quad (\text{A2.5})$$

Então $r(k)$ é a saída do sistema com matriz de estado

$$\underline{A}_d \triangleq e^{\underline{A}T} \quad (\text{A2.6})$$

cujos autovalores são $\beta_i = e^{\alpha_i T}$.

Portanto, existe um operador $D(q)$ tal que $D(q) r(k) = 0$, de modos β_i . Diz-se que $D(q)$ é a versão discreta de $d(s)$. c.q.d.

LEMA A2.2-É dado $\dot{\underline{x}}(t) = \underline{\tilde{A}} \underline{x}(t) + \underline{\tilde{E}} w(t)$, de dimensão \underline{n} , o qual está periodicamente sujeito à amostragem de T segundos.

(*) Ver referência 60, pp. 482 , comentário 10.2.13.

Sabe-se ainda que a função $w(t)$ é um escalar satisfazendo a equação diferencial $d(s)w(t)=0$. Então provar-se-á que $D(q)\bar{w}(k+1)=0$, onde $D(q)$ é a versão discreta de $d(s)$ (ver lema A2.1) e $\bar{w}(k+1) = \int_0^T e^{\tilde{A}\zeta} \tilde{E}w(\overline{k+1}T-\zeta)d\zeta$ (ver Apêndice 1).

PROVA

A expressão (A1.11) é repetida abaixo,

$$\bar{w}(k+1) = \int_0^T e^{\tilde{A}\zeta} \tilde{E}w(\overline{k+1}T-\zeta)d\zeta \quad (\text{A2.7})$$

Agora define-se o seguinte operador,

$$q_\alpha x(kT) = x(\overline{k+\alpha}T), \quad 0 \leq \alpha \leq 1 \quad (\text{A2.8})$$

assim, tal operador desloca o variável $x(k)$ de um número fracionário do período de amostragem.

Em (A2.7), é sabido que $w(\overline{k+1}T-\zeta)$ existe para $0 < \zeta < T$; definindo agora

$$\zeta = \beta'T, \quad 0 \leq \beta' \leq 1 \quad (\text{A2.9})$$

vem, $w(\overline{k+1}T-\beta'T)$, ou $w(\overline{k+1-\beta'}T)$, chamando $\beta \triangleq 1-\beta'$, tem-se

$$w(\overline{k+\beta}T), \quad 0 \leq \beta \leq 1 \quad (\text{A2.10})$$

Aplicando o operador dado em (A2.8) na expressão (A2.10), esta última torna-se,

$$w(\overline{k+\beta}T) = q_\beta w(kT) \quad (\text{A2.11})$$

Substituindo agora (A2.11) em (A2.7), vem

$$\bar{w}(k+1) = \int_0^T e^{\tilde{A}\zeta} \tilde{E} q_\beta w(kT) d\zeta \quad (\text{A2.12})$$

Neste instante, aplica-se a polinomial $D(q)$, definida no lema A2.1, a ambos os membros de (A2.12),

$$D(q) \bar{w}(k+1) = \int_0^T e^{\tilde{A}\zeta} \tilde{E} D(q) q_\beta w(kT) d\zeta \quad (A2.13)$$

Desde que $D(q)$ e q_β são operadores lineares, sua comutação é permitida, assim é que,

$$D(q) \bar{w}(k+1) = \int_0^T e^{\tilde{A}\zeta} \tilde{E} q_\beta D(q) w(k) d\zeta \quad (A2.14)$$

Porém, o lema A2.1 garante que $D(q) w(k) = 0$, segue imediatamente de (A2.14),

$$D(q) \bar{w}(k+1) = 0 \quad (A2.15)$$

c.q.d.

Ainda mais, sendo $D(q)$ mínimo para $w(k)$, então $D(q)$ também é mínimo para $\bar{w}(k+1)$, assim todas as n -componentes deste vetor possuem os mesmos modos; então seja,

$$D'(q) \neq D(q) \quad (A2.16)$$

Aplicando em (A2.12), chega-se a

$$D'(q) \bar{w}(k+1) = \int_0^T e^{\tilde{A}\zeta} \tilde{E} q_\beta D'(q) w(k) d\zeta \quad (A2.17)$$

Ora, por hipótese $D'(q) w(k) \neq 0$, a menos que $D'(q)$ contenha os modos de $w(k)$, mas neste caso, por hipótese ter-se-ã

$$D'(q) = D(q) \quad (A2.18)$$

e $D'(q)$ é mínimo.

c.q.d.

A P Ê N D I C E 3

PROJETO DO SERVOCOMPENSADOR DIGITAL

Considere-se que seja de interesse rastrear um dado sinal $y_r(t)$ e ao mesmo tempo bloquear o distúrbio $w(t)$ atuante em qualquer ponto do processo (assim como $\xi(k)$ agindo na malha digital), para um dado problema de servomecanismo híbrido, usando um servocompensador digital tal como definido em (3.5).

Considere-se ainda que a referência $y_r(t)$ é descrita pela equação diferencial

$$d^{y_r}(s) y_r(t) = 0 \quad (\text{A3.1})$$

cujas versão discreta é

$$D^{y_r}(q) y_r(k) = 0 \quad (\text{A3.2})$$

e o distúrbio $w(t)$ é definido igualmente como,

$$d^w(s) w(t) = 0 \quad (\text{A3.3})$$

com versão discreta,

$$D^w(q) w(k) = 0^* \quad (\text{A3.4})$$

Então, o rastreamento a $y_r(t)$ e o bloqueio a $w(t)$ nos instantes de amostragem (assim como a $\xi(k)$) ocorrerá desde que o

(*) Para o distúrbio inerentemente discreto $\xi(k)$, a (A3.4) torna-se $D^\xi(q) \xi(k) = 0$.

servocompensador contenha os modos de $y_r(kT)$ e $w(kT)$ (assim como de $\xi(kT)$, onde T é o período de amostragem. Significa que o servocompensador deve ser descrito pela equação de diferença cujas raízes da sua equação característica sejam (ver relações 3.5) aquelas dada pela expressão (3.5.g) do capítulo 3.

A seguir são dados alguns exemplos.

EXEMPLO 1 - $y_r(t) =$ Função constante

Deve-se seguir os seguintes passos:

O operador $d(s)$ que anula $y_r(t)$ vale s , pois que :

$\mathcal{L}[y_r(t)] = \mathcal{L}[\text{Função Constante}] = \text{Função Constante}/s$, daí $d(s)=s$; é o denominador da transformada.

Então $y_r(t)$ tem um polo em zero.

A partir do Lema A2.1, o operador $D(q)$ anulador de $y_r(kT)$ vale,

$D(q) = q - e^{0T} = q - 1$, assim $D(q)$ é a versão discreta de $d(s)$.

Colocando ainda o servocompensador na forma canônica, vem

$$A_c = [1]$$

Este resultado significa que a equação de diferença

$D(q) y_r(kT) = 0$ é obedecida, no caso presente,

$$(q-1) y_r(kT) = y_r(kT+T) - y_r(kT) = 0.,$$

já que $y_r(kT+nT) = y_r(kT) =$ Função Constante, $n=0,1,2 \dots$

Resumindo,

$$y_r(t) = \text{Função Constante} \longleftrightarrow d(s) = s$$

$$y_r(kT) = \text{Sequência Constante} \longleftrightarrow D(q) = q-1$$

A sequência $y_r(kT)$ tem um polo em 1, assim no plano z fica,

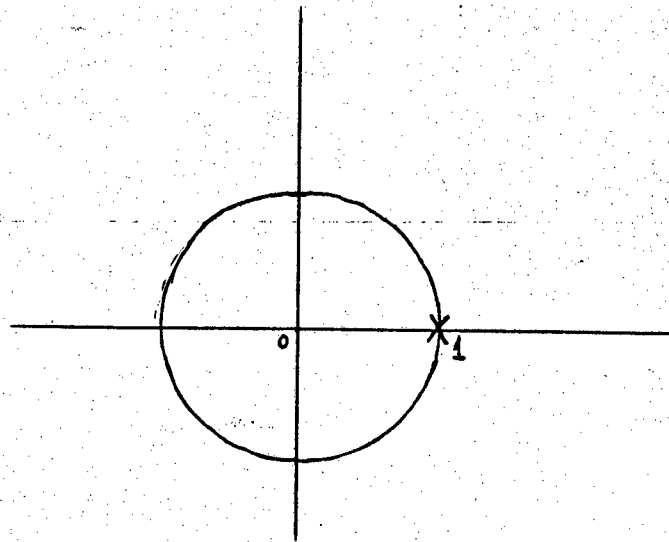


FIGURA A3.1 - A sequência $y(kT) = \text{degrau}$ tem um polo em 1.

EXEMPLO 2 - $y_r(t) = t$

Seguindo a mesma sistemática do exemplo anterior, chega-se a

$$d(s) = s^2, \text{ logo}$$

$$D(q) = (q-1)^2 = q^2 - 2q + 1, \text{ ou ainda}$$

$$\underline{A}_C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

de tal sorte que a polinomial $(q-1)^2$ anula a rampa discretizada para T segundos kT ,

$$(q-1)^2 y_r(kT) = 0; \quad (q-1)^2 kT = 0; \quad \text{ou} \quad (q^2 - 2q + 1)(kT) = 0,$$

$$(k+2)T - 2(k+1)T + kT = 0.$$

$$r(t) = t \longleftrightarrow d(s) = s^2$$

$$r(kT) = kT \longleftrightarrow D(q) = (q-1)^2$$

a função kT tem dois polos em 1.

EXEMPLO 3 - $y_r(t) = \text{sen}(w_0 t + \phi)$

$d(s) = s^2 + w_0^2$, cujas raízes são $\pm jw_0$,

logo,

$D(q) = (q - e^{jw_0 T})(q - e^{-jw_0 T}) = q^2 - 2\cos(w_0 T)q + 1$, então

$D(q)\text{sen}(w_0 kT + \phi) = 0$, e a matriz \underline{A}_c vale

$$\underline{A}_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2\cos(w_0 T) \end{bmatrix}$$

É importante notar que o projeto do servocompensador para o sinal $\text{sen}(w_0 t + \phi)$ depende da frequência w_0 e do período de amostragem T , o que não acontecia para as funções anteriores.

Ainda mais, desde que o elemento $2\cos(w_0 T)$ da matriz \underline{A}_c é periódico com $2\pi\text{rad}$, então $\cos(w_0 T \pm 2\pi n) = \cos(w_0 T)$, deduzindo-se que o servocompensador funcionará para quaisquer $r(t) = \text{sen}(wt + \phi)$, em que,

$$w = \pm \left(w_0 \pm \frac{2\pi n}{T} \right), \quad n=0,1,2 \dots \quad (\text{A3.5})$$

Significa que o servocompensador uma vez projetado para w_0 , fica automaticamente válido para sinais sinusoidais de frequência w dada em (A3.5).

OBSERVAÇÃO - Apesar da flexibilidade de w_0 em relação ao funcionamento do servocompensador para os instantes de amostragem, deve ficar claro que o g.a.m.r.d. proposto no capítulo 5 é válido somente para os seus modos de geração.

Resumindo, para o sinal sinusoidal, vem

$$r(t) = \text{sen}(w_0 t + \phi) \longleftrightarrow d(s) = s^2 + w_0^2$$

$$r(kT) = \text{sen}(w_0 kT + \phi) \longleftrightarrow D(q) = q^2 - 2\cos(w_0 T)q + 1$$

EXEMPLO 4 - $y_r(t) = t$; $w(t) = t$

A partir de (3.5.g) conclue-se que o resultado daqui é o mesmo do exemplo 2, a saber,

$$\underline{A}_C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

EXEMPLO 5 - $y_r(t) = t$; $w(t) = \text{sen}(w_0 t + \phi)$

$$D^{Y_r}(q) = (q-1)^2 \quad \text{e} \quad D^W(q) = q^2 - 2\cos(w_0 T)q + 1$$

então,

$$D^{Y_r, W} = (q-1)^2 \cdot \{q^2 - 2\cos(w_0 T)q + 1\}$$

que origina a matriz \underline{A}_C abaixo

$$\underline{A}_C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & (2+2\cos w_0 T) & -(2+4\cos w_0 T) & (2+2\cos w_0 T) \end{bmatrix}$$

EXEMPLO 6 - $y_r(t) = \text{Função Constante}$; $w(t) = \text{sen}(w_0 t + \phi)$

Aqui o operador vale,

$$D^{Y_r, W} = (q-1) (q^2 - 2\cos(w_0 T)q + 1)$$

logo

$$\underline{A}_C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & -(2\cos w_0 T + 1) & (2\cos w_0 T + 1) \end{bmatrix}$$

EXEMPLO 7 - $y_r(t) =$ Função Constante; $\xi(kT) = \text{sen}(w_0 kT + \phi)$.

A presença do distúrbio discreto $\xi(kT)$ não modifica a solução dada no exemplo 6.

COMENTÁRIOS

Uma outra maneira de entender o projeto do servocompensador digital discutido neste apêndice é de apelar-se para o uso da transformada Z ⁽⁷³⁾.

Assim o projeto do servocompensador digital para uma dada sequência $f(kT)$ (referência e/ou distúrbio) pode ser feito, desde que calculemos a transformada Z desta sequência.

Tal metodologia deve ser vista como uma analogia com o campo das funções contínuas, pois lá determina-se a transformada de Laplace de um dado sinal $f(t)$, a qual possibilita projetar o servocompensador analógico.

A seguir, ilustra-se rapidamente o emprego da transformada z na determinação do servocompensador digital, far-se-á para a sequência $\text{sen}w_0 kT$, $k=0,1,2 \dots$. Designando então $Z[f(kT)]$ como transformada Z de $f(kT)$; a partir da referência 73 tem-se que,

$$Z[\text{sen}w_0 kT] = \frac{Z \text{sen}w_0 T}{z^2 - 2Z \cos w_0 T + 1}$$

como o polinômio característico do servocompensador é dado pelo denominador da função acima, ou seja: deve conter os modos da sequência $\text{sen}w_0 kT$; por comparação com o exemplo 3, chega-se a mesma matriz A_c dada lá.

A P Ê N D I C E 4

O QUE SIGNIFICA UM SISTEMA SER ROBUSTO?

Neste trabalho, o controle é dito robusto se o erro de saída anula-se assintoticamente, apesar de perturbações nos parâmetros do sistema (é assumido que o sistema permaneça estável).

Assim é que Bhattacharryya⁽³¹⁾ dá uma exemplificação. A seguir são dados outros exemplos.

EXEMPLO 1 - Seja como objetivo rastrear o sinal degrau pelo processo de 1ª ordem $T\dot{\theta} + \theta = k\theta_r$,

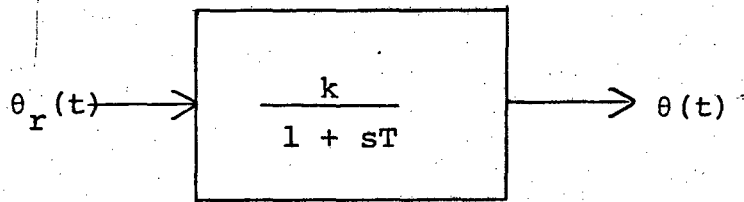


FIGURA A4.1 - Deseja-se compensar o processo acima a fim de $\lim_{t \rightarrow \infty} \theta(t) = \theta_r$; para $\theta_r =$ de - grau.

Primeiramente, nota-se que:

Quando $t \rightarrow \infty$, $\theta \rightarrow k\theta_r$, assim o objetivo não é cumprido, já que a saída θ não segue a referência θ_r em regime.

Então, as soluções seguem-se:

Solução 1 - Colocar em cascata com o processo o bloco $1/k$.

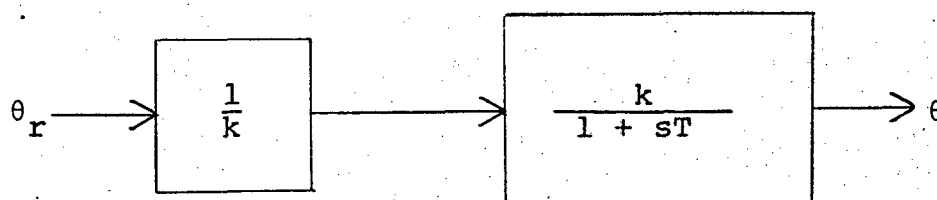


FIGURA A4.2 - Solução não-robusta: o sistema ainda é malha aberta.

Agora, quando $t \rightarrow \infty$, $\theta \rightarrow \theta_r$, o rastreamento é obtido, porém na prática tal solução é inaceitável, já que:

- o conhecimento dos parâmetros k e T são duvidosos, porque os métodos de identificação não são de altíssimas precisões, com isto o k do processo é de valor duvidoso e por conseguinte o compensador $1/k$ não pode garantir rastreamento exato ao degrau,

- além disso, qualquer variação em k do processo (2º bloco da figura A4.2) implicaria no aparecimento de um erro estático, desde que não haja uma modificação automática no bloco $1/k$ equivalente à variação real de k do processo, o que é de difícil correção.

- por fim, torna-se patente que qualquer distúrbio no

processo, acarretará um erro estático na saída $\theta(t)$, pois a estrutura é malha aberta,

por estas e outras razões, a solução aqui proposta é dita não-robusta, e por conseguinte, o sistema de controle é dito não-robusto (é sensível à variação paramétricas!)

Solução 2 - Agora introduz-se um integrador (figura A4.3), o qual é dirigido pelo erro de saída do sistema.

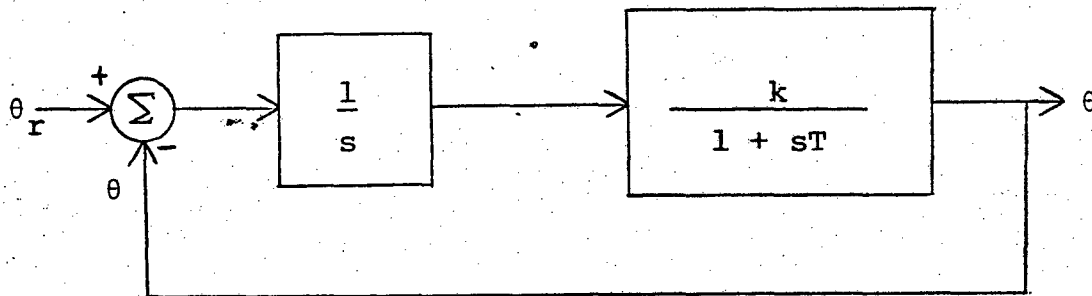


FIGURA A4.3 - Solução robusta: o integrador é dirigido pelo erro da saída, o sistema é malha fechada.

A equação diferencial em $\theta(t)$ vale,

$$T\ddot{\theta} + \dot{\theta} + k\theta = k\theta_r$$

de tal sorte que $\lim_{t \rightarrow \infty} \theta(t) = \theta_r(t)$, bastando somente estabilizar o processo em malha fechada. Aqui, variações nos parâmetros $T + \delta T$, $k + \delta k$ ainda garantem o rastreamento do sinal de referência, contando que a estabilidade seja preservada.

Assim as restrições da solução anterior foram removidas e diz-se que esta estrutura é uma estrutura robusta.

EXEMPLO 2 - Deseja-se rastrear o sinal $\text{sen } \omega_0 T$ da figura A4.4,

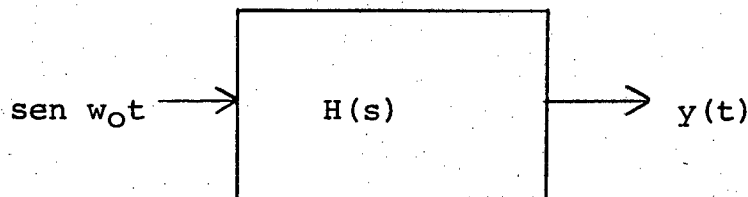


FIGURA A4.4 - É de interesse seguir a referência $\text{sen } \omega_0$.

para tal deve-se compensar a função de transferência $H(s)$, pois a priori o ganho estático não é unitário e, além do mais, uma defasagem entre saída-entrada sempre ocorre. No caso presente, propõe-se as soluções abaixo:

Solução 1 - Em cascata com o processo, conecta-se um oscilador sinusoidal sintonizado em ω_0 (a frequência do sinal de entrada), e anula-se a referência,

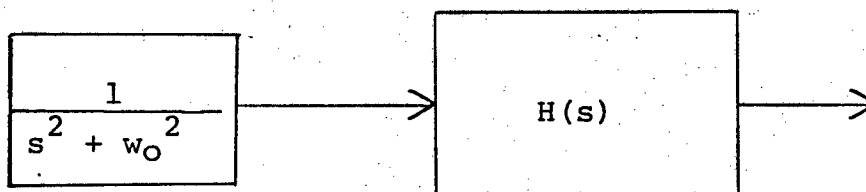


FIGURA A4.5 - A referência é anulada, com a inclusão do oscilador de frequência ω_0 . A estrutura é não-robusta.

aqui, qualquer variação nos parâmetros implicará em mudança da fase e amplitude, assim a solução é não-robusta.

Solução 2 - Propõe-se ligar o inverso de $H(s)$ em cascata com o processo,

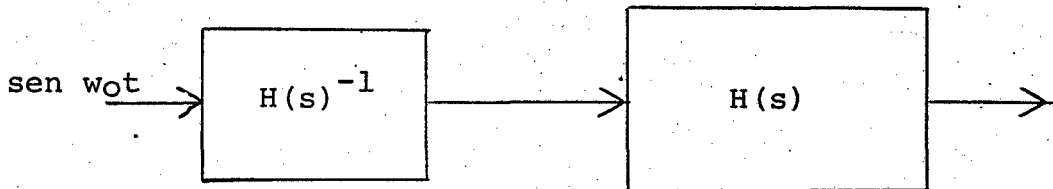


FIGURA A4.6 - Estrutura não-robusta e, de difícil implementação prática.

agora, além da dificuldade de implementar $H(s)^{-1}$, a estrutura ainda é não-robusta.

Solução 3 - Sugere-se conectar o oscilador, e dirigir-lo pelo erro de rastreamento,

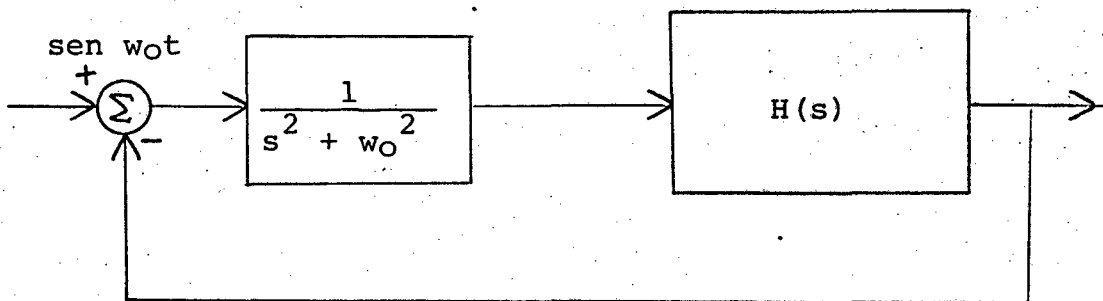


FIGURA A4.7 - Estrutura robusta: o oscilador é dirigido pelo erro de rastreamento. O sistema é malha fechada.

desta forma, supondo o sistema em malha fechada estável, é agora possível perturbar os parâmetros de $H(s)$, e ainda assim ocorrerá o seguimento ao sen ωt . A estrutura é dita estrutura robusta.

COMENTÁRIOS

É fácil de observar que as estruturas aqui denominadas de robustas tem algo em comum: o compensador analógico é dirigido pelo erro de rastreamento. Aliás, esta é a condição necessária para haver robustez^(17,30).

Ademais, por extensão, conclue-se que o controlador PID clássico é robusto para entradas degrau.

Davison⁽¹⁷⁾ formulou o sistema de controle robusto, em que os sinais aqui tratados são todos aqueles oriundos de sistemas lineares autônomos.

A P Ê N D I C E 5

PERDA DA CONTROLABILIDADE E OBSERVABILIDADE VERSUS PERÍODO DE AMOSTRAGEM - UMA EXEMPLIFICAÇÃO

Os altos ganhos que aparecem na listagem A5.1 mostram que o algoritmo de determinação dos polos para a regulação do sistema aumentado em malha fechada não convergiu.

Esta não convergência prende-se ao fato de o sistema da figura A5.1 ter perdido a controlabilidade após a introdução do chaveamento de período $T=0,3s$, isto de acordo com os resultados da subseção 3.3.5.

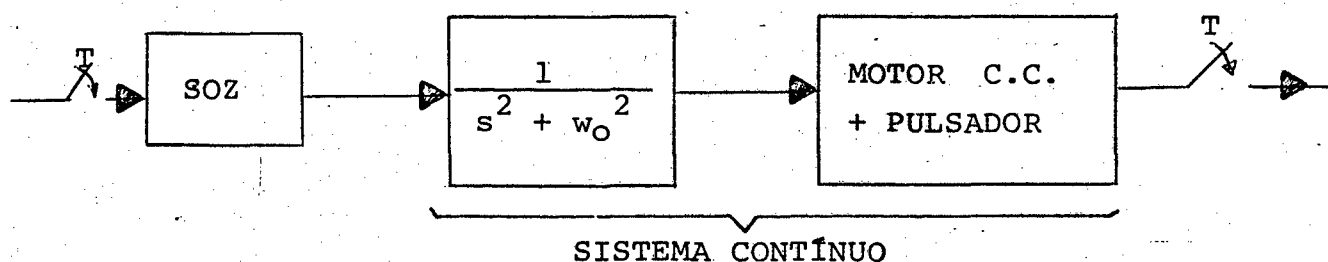


FIGURA A5.1 - Perda da controlabilidade do sistema contínuo quando amostrado, porque $T=0,3s$, $w_0 = \frac{10\pi}{3} \text{ rad/s}$ e $\frac{10\pi}{3} + \frac{10\pi}{3} = \frac{a\pi}{0,3}$, para $a=2$

Então a presença do oscilador em cascata com o processo determina o aparecimento dos polos complexos,

$$s_1 = jw_0 = j \frac{10\pi}{3} \text{ rad/s (ou } j10,4667 \text{ rad/s)}$$

$$s_2 = -jw_0 = -j \frac{10\pi}{3} \text{ rad/s,}$$

assim,

$$\operatorname{Re}\{s_1\} = \operatorname{Re}\{s_2\} = 0, \quad e$$

$$\operatorname{Im}\{s_1 - s_2\} = \frac{10\pi}{3} + \frac{10\pi}{3} = \frac{20\pi}{3} ;$$

para a controlabilidade ser preservada, é necessário que,

$$\frac{20\pi}{3} \neq \frac{a\pi}{T}, \text{ no caso } T=0,3s, \quad a=1;2, \dots$$

então

$$\frac{20\pi}{3} \neq \frac{a\pi}{0,3} ; \quad \underline{2 \neq a \text{ FALSO!}}$$

Logo, a controlabilidade do sistema amostrado formado do processo e oscilador sinusoidal é perdida. Daí a impossibilidade de posicionar os polos do sistema aumentado discreto-amostrado, em qualquer lugar do plano complexo Z.

LISTAGEM A 5.1 - GANHOS DE REGULAÇÃO DO SISTEMA AUMENTADO
EM MALHA FECHADA - PERDA DA CONTROLABILIDADE - APÊNDICE 5.

RUN
ENTRE MATRIZ FORMADA POR POLOS DESEJADOS

N

26

ENTRE A MATRIZ POR LINHAS

70

70

70

70

70

70

70

70

70

70

70

70

70

70

70

70

70

70

70

70

70

70

70

70

70

70

70

70

70

70

70

70

70

70

70

COEFICIENTES DO POLINOMIO CARACTERISTICO DESEJADO

0

0

0

0

0

ENTRE ORDEN DA MATRIZ M

N

26

ENTRE A MATRIZ POR LINHAS

70

70

70

70

70

?-1
 ?- 0010001
 ?- 0010001
 ?- 0010001
 ? 0704445
 ?0
 ?0
 ?0
 ?- 9010000
 ?1 5100 E-4
 ? 0102502
 ?0
 ?0
 ?0
 ?- 0165174
 ?- 9000001
 ?1 5100 E-4
 ?0
 ?0
 ?0
 ?0
 ?0
 ?1
 ?-1
 ?0
 ?0
 ?0
 ?-1
 ?-2

```
*****
COEFICIENTES DO POLINOMIO CARACTERISTICO
3. 74321      4. 973      2. 54014      . 103965      - 1. 175556
9. 985627-04
#####
K1 E A DIFERENÇA ENTRE OS POLOS DO SIST. E OS DESEJADOS
K1a      3. 98562E-04      - 1. 175556      . 103965      2. 54014
4. 973      3. 74321
#####
ENTRE OPO12 ONO,1) POR LINHAS
? 000103
1. 0704445
2. 0102502
?1. 5100E-4
?0
?0
```

OK 1 / 6) = . 000389
 OK 2 / 6) = . 0704445
 OK 3 / 6) = 0102502
 OK 4 / 6) = 1. 5100E-04
 OK 5 / 6) = 0
 OK 6 / 6) = 0

OK 1 / 5) = . 210912
 OK 2 / 5) = . 149779
 OK 3 / 5) = . 0700207
 OK 4 / 5) = 1. 10396E-04
 OK 5 / 5) = 0
 OK 6 / 5) = . 000389

OK 1 / 4) = . 411360
 OK 2 / 4) = . 13114
 OK 3 / 4) = . 0007074
 OK 4 / 4) = 1. 5100E-04
 OK 5 / 4) = . 20000
 OK 6 / 4) = . 10000

```

OC 1 , 1 )= 0.02542
OC 2 , 1 )= 1.02247
OC 3 , 1 )= 4.13993E-03
OC 4 , 1 )= 1.12169E-04
OC 5 , 1 )= 1.00000
OC 6 , 1 )= 0.000017

OC 1 , 2 )= 0.0024212
OC 2 , 2 )= 0.007019
OC 3 , 2 )= 4.69055E-02
OC 4 , 2 )= 3.82088E-05
OC 5 , 2 )= 0.0000017
OC 6 , 2 )= 8.64819E-04

OC 1 , 1 )= 8.64818E-04
OC 2 , 1 )= -2.74131E-03
OC 3 , 1 )= 2.44232E-06
OC 4 , 1 )= -2.00453E-08
OC 5 , 1 )= -3.64039E-04
OC 6 , 1 )= -7.45053E-09
    
```

MATRIZ INVERSA

27460	-2833.38	-97932	-1.44716E+06	35053.2
41386.5				
-32442.5	2916.32	119166	1.46231E+06	-41583
-47718				
37221.9	-3421.68	-138294	+1.47999E+06	47711
54045.2				
-41892.1	3929.82	157156	1.50618E+06	-54032.1
-60372.4				
46754.7	-4432.2	-170997	-1.52321E+06	60357.2
66694.6				
-51536.8	4944.78	194374	1.54877E+06	-66695.4
-73026.8				

RESULTADO FINAL

OS DIFERENÇAS POSITIVAS SÃO OS DESEJADOS				
K=1	-56109.1	5450.31	213926	1.57696E+05
K=2	-73054.2			
*****	*****			

MATRIZ DE VERIFICAÇÃO : A+B*K

-4521.82	437.97	17171.5	126646	-3864.45
-6373.86				
-3960.82	384.833	15057.5	111089	-5144.12
-5590.07				
-1027.83	39.4364	3502.64	28789.6	-1333.13
-1448.71				
-8.50312	823343	32.2728	237.136	-11.0272
-11.9531				

0	0	0	0	3
1				
-1	0	0	0	-1
-2				

COEF DO POL. CARACT. DE A+B*K
 2.62491E-03 42.72776 -2706.37 -016.5 231.6
 -2.47710E+06

FI E A DIFERENÇA ENTRE OS POLOS DO SIST. E OS DESEJADOS
 K1= -1.47710E+06 231.6 -016.5 -2706.37
 -2.73290 2.62491E-03

A P E N D I C E 6

PROGRAMA DIGITAL

ESTE PROGRAMA SIMULA

O SISTEMA DE CONTROLE HIBRIDO

```

LIST
2 REM ESTE PROGRAMA SIMULA A ESTRATEGIA DE CONTROLE SERVOCOMPENSADOR
3 REM +REGULADOR ROBUSTA, COM OBSERVADORES DE ESTADO, AO MESMO TEMPO
4 REM QUE INTEGRA CENTRE AS AMOSTRAGENS DO PROCESSO EM U NET. TRANSI
5 REM CAD DE ESTADO. O PROCESSO E FORMADO TAMBEM PELO G.A.M.R.D.
6 REM TAL PROG. FOI ELABORADO POR CARLOS A LIVERMENTO, COMO PARTE
7 REM INTEGRANTE DO SEU TRABALHO DE DISSERTACAO DE MESTRADO
8 REM EM ENGENHARIA, ORIENTADO PELA PROF. RAJARAMI DORISRAMI
9 REM DEPTO DE ELETRICIDADE DA UFSC-AGOSTO DE 1979-PPOLIS-SC-BRASIL
10 DIM X1(20), X(20), Y(20, 1), A1(20, 20), B1(20, 1), K(20, 1)
11 PRINT "SE Z1=0, NAO IMPRIMIR CONTROLEE EST. DISCR." INPUT Z1
12 PRINT "SE Z2=0, NAO IMPRIMIR INTEGRACAO" INPUT Z2
13 PRINT "SE Z3=0, NAO IMPRIMIR MATRIZES DISCRETAS" INPUT Z3
14 PRINT "PRECISAO PE ERRO DE RASTREAMENTO" INPUT P6
15 PRINT "SE N0=0, NAO USAR ESTIMADOR, N0=ORDEN DO OBS." INPUT N0
16 IF N0=0 THEN 19
17 PRINT "SE S5=0, OS EST. DO COMPENSADOR SAO PEALTA DIR." INPUT S5
18 PRINT "SE R1=0, REFER. NAO ENTRA NO OBS." INPUT R1
19 PRINT "P=NUM. TERMOS SERIE P/AVALIAR MATR. DISCR. P=100" INPUT P
20 PRINT "ORDEN DO PROCESSO, N" INPUT N
21 PRINT "ORDEN DA ENTRADA, MCM=1P/NOV." INPUT M
22 PRINT "ORDEN DO SERVOCOMPENSADOR DIGITAL, C" INPUT C
23 PRINT "PERIODO DE AMOSTRAGEM DO PROCESSO, T1" INPUT T1
24 REM Y1=REF. A SER RASTREADA
25 PRINT "SE R3=0 REF.=DEGRAU, R3=1 RANPA, R3=2 SEND, R3=3 EXP" INPUT R3
26 PRINT "Y1: D, V, W, AG, E-DEG. RANPA, SEND, EXP." INPUT Y1, D, V, W, AG, E
27 PRINT SPRINT
28 PRINT "### MATRIZ DE ESTADO DO PROCESSO###"
29 FOR I=1 TO N FOR J=1 TO N
30 PRINT "G(I, J)=" INPUT G(I, J) NEXT J NEXT I
31 PRINT SPRINT
32 PRINT "### VETOR DE ENTRADA DO PROCESSO###"
33 FOR I=1 TO M FOR J=1 TO M
34 PRINT "G(I, J)=" INPUT G(I, J)
35 NEXT J NEXT I
37 PRINT SPRINT
40 PRINT "### VETOR DISTURBIO NA ENTRADA PROCESSO###"
41 FOR I=1 TO N FOR J=1 TO M
42 PRINT "P(I, J)=" INPUT P(I, J)
43 NEXT J NEXT I
45 T=1/N/T1/N0=M
46 GOSUB 48
47 GO TO 256
48 FOR I=1 TO F
49 FOR J=1 TO F
50 S(I, J)=F(I, J)*T
55 K(I, J)=S(I, J)
60 NEXT J NEXT I
65 FOR I=2 TO P
70 F1=P-1+I
75 FOR J=1 TO F
80 FOR K=1 TO F
85 E(I, K)=B(I, K)/F1
90 NEXT K
95 E(I, J)=E(I, J)+1
100 NEXT J
105 FOR I1=1 TO F
106 FOR J1=1 TO F
107 B(I1, J1)=B(I1, J1)
108 E(I1, J1)=E(I1, J1)
109 NEXT J1 NEXT I1
110 B(I, J)=B(I, J)+1
111 E(I, J)=E(I, J)+1

```

```

109 FOR J=1 TO I
110 B(I,J)=A(I,I,J)
111 NEXT JNEXT I
112 NEXT I
113 FOR J=1 TO F
114 FOR K=1 TO F
115 B(K,J)=B(J,J)+1
116 FOR K=1 TO F
117 C(K,K)=1+L(K,K)
118 NEXT KNEXT J
119 PRINT NPRINT
120 IF Z3=0 THEN 127
121 PRINT "MATRIZ DE ESTADO DISCRETO, A1(I, J)"
122 FOR I=1 TO F
123 FOR J=1 TO F
124 IF Z3=0 THEN 131
125 PRINT "B(I, J)=", B(I, J)
126 B(I, J)=B(I, J)
127 NEXT JNEXT I
128 PRINT
129 FOR I=1 TO F
130 FOR J=1 TO F
131 B(I, J)=G(I, J)
132 NEXT JNEXT I
133 PRINT
134 FOR I=1 TO F
135 FOR J=1 TO F
136 B(I, J)=G(I, J)
137 NEXT JNEXT I
138 N1=F*N2=F*N3=G
139 GOSUB 500
140 IF Z3=0 THEN 160
141 PRINT "VETOR ENTRADA DISCR., B1(I, J)"
142 FOR I=1 TO F
143 FOR J=1 TO G
144 B1(I, J)=C(I, J)
145 IF Z3=0 THEN 170
146 PRINT "B(I, J)=", C(I, J)
147 NEXT JNEXT I
148 FOR I=1 TO F
149 FOR J=1 TO G
150 B1(I, J)=P(I, J)
151 NEXT JNEXT I
152 N1=F*N2=F*N3=G
153 GOSUB 500
154 IF Z3=0 THEN 225
155 PRINT "VETOR DISTURB. DISCR., P5(I, J)"
156 FOR I=1 TO F
157 FOR J=1 TO G
158 P5(I, J)=C(I, J)
159 IF Z3=0 THEN 250
160 PRINT "P5(I, J)=", P5(I, J)
161 NEXT JNEXT I
162 RETURN
163 PRINT NPRINT
164 IF C=0 THEN 535
165 PRINT "###ENTRADA DO SERVOCOMPENSADOR DIGITAL###"
166 PRINT
167 PRINT "MATRIZ ESTADO"
168 FOR I=N+1 TO N+C
169 FOR J=N+1 TO N+C
170 PRINT "A1(I, J)=", INPUT A1(I, J)
171 NEXT JNEXT I
172 PRINT
173 PRINT "ELEM DO PROCESSO SOBRE COMPENSADOR A1(N+C, 1)=-1"
174 A1(N+C, 1)=-1
175 PRINT
176 PRINT "ELEM. COMPENS. SOBRE PROCESSO"
177 FOR I=1 TO N
178 A1(I, N+1)=B1(I, M)
179 NEXT I
180 PRINT
181 PRINT "PESTANTE DA MATRIZ A1 (AUMENT.) E ZERO"
182 PRINT
183 PRINT "MATRIZ A1 DISCR. AUMENTADA"
184 FOR I=1 TO N+C
185 FOR J=1 TO N+C
186 PRINT "A1(I, J)=", A1(I, J)
187 NEXT JNEXT I
188 PRINT
189 PRINT "MATRIZ A1 DISCRETA-AUMENT."
190 FOR I=1 TO N+C
191 FOR J=1 TO N
192 PRINT "B1(I, J)=", B1(I, J)
193 NEXT JNEXT I
194 PRINT
195 PRINT "VETOR REF. P5(I, J)-COMPENSADOR"
196 FOR I=1 TO N+C
197 FOR J=1 TO N
198 PRINT "P5(I, J)=", INPUT P5(I, J)
199 NEXT JNEXT I
200 PRINT NPRINT
201 END

```



```

704 PRINT "ARROB VORO, SIBUOR SIBUOR LITRE DE ARROB ?"
705 PRINT "PESOO H DO LITRE " SIBUOR H
707 I=0
708 F=RNGB*H
710 GOOR=4R
711 FOR I=1 TO N
714 R1=C1/N+1-C1/L*H*NNEXT I
715 PRINT "ESTADO INICIAL DE X"
716 P2=0
717 D2=0
718 FOR I=2 TO H+C1*H*NNEXT I
720 PRINT "X(I)="SINPUT X(I)
722 S=X(I)
723 I9=0*Y0=0
724 IF X(I)>=0 THEN 737
725 G2=X(I)
726 GO TO 758
727 G2=-1.00000E-04
728 G=X(I)
729 G5=0
740 I9=I9+1*U=0
741 IF M2=0 THEN 748 SIF S5=0 THEN 744
742 FOR J=N+1 TO H+H+C1=1
743 U=X(I,J-N-C)*X(J)+UNNEXT J*GO TO 750
744 FOR J=N+1 TO H+C1=1
745 U=U+X(I,J)*X(J)*NNEXT J
746 FOR J=N+1 TO 2*H+C1=1
747 U=X(I,J-N-C)*X(J)+UNNEXT J*GO TO 758
748 FOR J=1 TO H+C1=1
749 U=X(I,J)*X(J)+UNNEXT J
750 FOR I=1 TO H+C1*5(I)=X(I)*NNEXT I
751 U2=U+X(N+1)
752 IF R2=3 THEN 758
753 IF R2=0 THEN 760
754 IF R2>1 THEN 758
755 Y1=D*T1+(I9-1)*G2 TO 760
756 Y1=V+SIN(N*T1*(I9-1)+R2)*G2 TO 760
758 Y1=EXP(E*T1*(I9-1))
760 IF M2=0 THEN 762
761 PRINT "X(N+C1)=";X(N+C1)
762 PRINT "T0",T0,"Y1",Y1,"S",S,"U2",U2
763 FOR I=1 TO N
764 PRINT "X(I)=";X(I)*NNEXT I
765 PRINT SIF I9=1 THEN 767
766 IF ABS(X(I)-Y1)<=P2 THEN 1500
767 IF T2>15 THEN 769 SIF S5=0*PRINT "Y1=";SINPUT Y1*PRINT SPRINT
768 IF T2>6 THEN 768
769 IF T2>3 THEN 768
770 IF R7=0 THEN 778 SIF R7=3 THEN 776
771 IF R7>1 THEN 774
772 P2=0.3*(T2-T3)
773 GO TO 768
774 P2=V3+COS(N2*(T2-T3))
775 GO TO 768
776 P2=EXP(E2*(T2-T3))*GO TO 768
778 P2=00
780 H5=T1/H
781 REM DEVIDO A APROX DO COMPUTADOR, EXISTE 782
782 H5=H5+.01
785 FOR J=1 TO H5
790 FOR I=1 TO N
795 X1(I)=0
800 FOR K=1 TO H+C
805 X1(I)=X1(I)+R1(I,K)*X(K)
810 NEXT K*NNEXT I
811 T0=(J-1)*H+T1*(I9-1)
814 IF R2>3 THEN 815 *CALL "PLOT"(H5+T0,2500+27*EXP(E*T0))*GO TO 821
815 IF R2=0 THEN 819
816 IF R2=2 THEN 817 *CALL "PLOT"(H5+T0,2500+0+27*T0)*GO TO 821
817 CALL "PLOT"(H5+T0,2500+27*V+SIN(N*T0+R2))*GO TO 821
819 CALL "PLOT"(H5+T0,2500+27*Y1)
821 IF T2>6 THEN 822 *CALL "PLOT"(H5+T0,2500+27*P2)*GO TO 830
822 IF T2>3 THEN 823 *P2=0.08-0.5*GO TO 821
823 IF T2>1 THEN 823
824 IF R7=0 THEN 829 SIF R7=3 THEN 826
825 IF R7>1 THEN 827
826 P2=0.2*(T2-T3)*GO TO 830
827 P2=V3+COS(N2*(T2-T3))*GO TO 820
828 P2=EXP(E2*(T2-T3))*GO TO 820
829 P2=0*GO TO 820
830 IF J<1 THEN 831 *D2=P2
831 CALL "PLOT"(H5+T0,2500+27*P2)
832 T0=T0+H*FOR I=1 TO H*H=1
833 X1(I)=X1(I)+R1(I,H)*H*IF I2=0 THEN 834 *X1(I)+X1(I)+P5*X1(I)*P2
834 IF T2>15 THEN 842 SIF T2=0 THEN 842 SIF T2=1 THEN 842 SIF R7=0 THEN 840
835 IF R7=1 THEN 840 SIF R7=2 THEN 840 SIF R7=3 THEN 840
837 P2=EXP(E2*(T2-T3))*GO TO 841
838 P2=V3+COS(N2*(T2-T3))*GO TO 841

```



```

839 P1=D3*(T0-T3)/GO TO 843
840 P2=P0
841 S=X1(I)+P2/GO TO 843
842 S=X1(I)
843 X(I)=X1(I)/IF Z2=0 THEN 847
845 PRINT "X(I)"=X(I)
847 G=X(I)
848 IF K2=0 THEN 849 SCALL "PLOT"(N5+T0, 2500+Z7*X(2))
849 CALL "PLOT"(N5+T0, 2500+Z7*X(I)) SCALL "PLOT"(N5+T0, 2500)
850 CALL "PLOT"(N5+T0, 2500+Z7*5)
851 CALL "PLOT"(N5+T0, 500+Z9*U0) SCALL "PLOT"(N5+T0, 500)
852 IF ABS(G5)/ABS(U0) THEN 853 N05=U0
853 NEXT I/NEXT J/IF T0=19 THEN 872
854 IF P1=0 THEN 855 PRINT "P3"; P2/GO TO 872
855 IF T0=T3 THEN 856 GO TO 870
856 IF R7=0 THEN 858 /IF R7=1 THEN 866 /IF R7=2 THEN 864 /IF R7=3 THEN 862
862 P3=EXP(E3*(T0-T3))/GO TO 870
864 P3=V3+COS(N3*(T0-T3))/GO TO 870
866 P3=D3*(T0-T3)/GO TO 870
868 P3=00
870 PRINT "P3"; P3
872 REM ### VAMOS RESOLVER OSERVYDCOMPENSADOR ROBUSTO###
875 FOR I=1+N TO N+C
880 X1(I)=0
885 FOR K=1 TO N+C
890 X1(I)=X1(I)+A1(I, K)*X5(K)
892 NEXT K/NEXT I
893 FOR I=N+1 TO N+C
894 X(I)=X1(I)
895 NEXT I
910 REM INFLUEN. REFER. SOBRE COMPENS.
915 X(N+C)=X(N+C)+R(N+C, 0)*Y1
918 IF P1<>1 THEN 950
920 REM INF. DISTURB. SAIDA SOBRE COMPENS.
925 X(N+C)=X(N+C)-D8
950 IF N0=0 THEN 740
954 REM #VAMOS RESOLVER OBSERVADOR#
960 FOR I=N+C+1 TO N+C+N0
965 X1(I)=0
970 FOR K=1 TO N+C
975 X1(I)=X1(I)+A1(I, K)*X5(K)
980 NEXT K
985 FOR J=N+C+1 TO N+C+N0
990 X1(I)=X1(I)+A1(I, J)*X(J)
995 NEXT J/NEXT I
1000 REM EFEITO DE U=KXCHAPEU SOBRE OBS.
1005 FOR I=N+C+1 TO N+C+N0
1010 X1(I)=X1(I)+B1(I, 1)*U
1015 NEXT I
1020 FOR I=N+C+1 TO N+C+N0
1025 X(I)=X1(I)/NEXT I
1026 IF R1=0 THEN 1030
1027 X(N+C+N0)=X(N+C+N0)+R(N+C, 1)*Y1
1030 IF P1<>1 THEN 740
1035 REM INFL. DISTURB. SAIDA SOBRE O OBS.
1037 FOR I=N+C+1 TO N+C+N0/J=1
1039 X(I)=X(I)+H0(I-N-C, J)*D8
1040 NEXT I
1045 GO TO 740
1500 PRINT "PARA O TEMPO": T0; "O SIST. SEGUE REFER."
1510 PRINT "MAX. SAIDA X(I)": G
1520 PRINT "MAX. FREQ. PLANTA": G5
1520 PRINT "MIN. SAIDA X(I)": G2

```

READY

A P Ê N D I C E 7

AVALIAÇÃO DA RESPOSTA DO SISTEMA ENTRE OS INSTANTES DE AMOSTRAGEM, USANDO O MÉTODO TRANSIÇÃO DE ESTADOS

Aqui se está interessado em determinar a resposta do sistema entre os instantes de amostragem. Já é sabido que o processo em malha aberta está sujeito ao sinal $u_0(t)$ constante por intervalos (período de duração é T) proveniente do SOZ e, sofre ainda a ação do distúrbio contínuo $w(t)$, este último atuando no processo e na sua saída.

Para estudar-se o efeito do distúrbio contínuo (ou seja, para simular o seu efeito) usando o algoritmo numérico Transição de Estados⁽²⁴⁾, torna-se imperativo discretizá-lo para um tempo H muito pequeno comparado a T (Por exemplo: $H=T/100$), garantindo assim que ele possa ser representado adequadamente por uma função escadaria por intervalos (no caso com período de duração H).

Em suma, entre as amostragens, para propósitos de simulação numérica, o processo sofre a ação de dois sinais $u_0(t)$ e $w(t)$, constantes em intervalos de tempo T e H respectivamente, com forme ilustrado na figura A7.1.

Para simplificar a abordagem, considere-se o processo

$$\dot{\underline{x}}(t) = \underline{\tilde{A}}\underline{x}(t) + \underline{\tilde{B}}u_0(t) + \underline{\tilde{E}}w(t)$$

$$y(t) = \underline{\tilde{C}}^T \underline{x}(t) + \underline{\tilde{F}}w(t)$$

em malha aberta (ver figura A7.1), considere-se ainda,

T: intervalo de duração da função escadaria $u_0(t)$;

H: período de integração do processo;

ainda mais, $T = H S_H$, $H_S =$ inteiro, representa o número de iterações feitas no intervalo $(kT, k+1T)$.

Então a dinâmica do processo entre as amostragens, por

exemplo no intervalo $(kT, k+1T)$ é dada por (ver também o Apêndice 1):

$$\bar{x}(kT+H) = \bar{A}(H)x(kT) + \bar{B}(H)u_0(kT) + \bar{E}(H)w(kT);$$

$$y(kT+H) = \bar{C}_T \bar{x}(kT+H) + Fw(kT+H)$$

$$\bar{x}(kT+2H) = \bar{A}(H)\bar{x}(kT+H) + \bar{B}(H)u_0(kT) + \bar{E}(H)w(kT+H);$$

$$y(kT+2H) = \bar{C}_T \bar{x}(kT+2H) + Fw(kT+2H)$$

$$\bar{x}(kT+n'H) = \bar{A}(H)\bar{x}(kT+n'-1H) + \bar{B}(H)u_0(kT) + \bar{E}(H)w(kT+n'-1H);$$

$$y(kT+n'H) = \bar{C}_T \bar{x}(kT+n'H) + Fw(kT+n'H)$$

$$\vdots$$

$$\bar{x}(kT+H_S H) = \bar{A}(H)\bar{x}(kT+H_S-1H) + \bar{B}(H)u_0(kT) + \bar{E}(H)w(kT+H_S-1H)$$

$$y(kT+H_S H) = \bar{C}_T \bar{x}(kT+1H) + Fw(kT+1H)$$

onde,

$$\bar{A}(H) = e^{\bar{A}H}$$

$$\bar{B}(H) = \int_0^H e^{\bar{A}\zeta} d\zeta \bar{B}$$

$$\bar{E}(H) = \int_0^H e^{\bar{A}\zeta} d\zeta \bar{E}$$

$$\bar{C}_T = \bar{C}_T$$

$$F = F$$

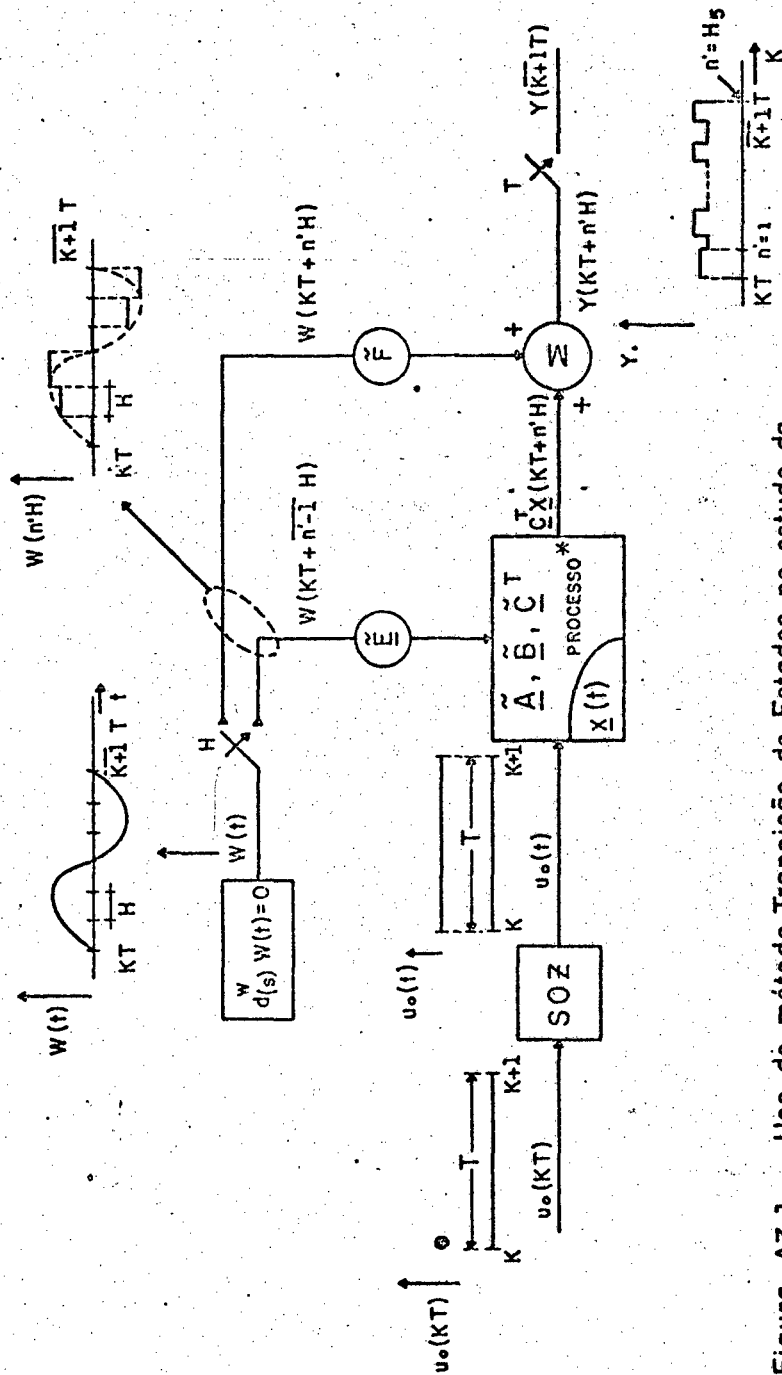


Figura A7.1 - Uso do método Transição de Estados no estudo da

simulação: É necessário determinar a saída do processo excitado

por $u_o(t)$ e $W(t)$, para os sub-intervalos H dentro do período de

amostragem T ; $T = H_5 H$, H_5 é um inteiro; $n = 1, 2, \dots, H_5$

(*) Sem perdas de generalidades, já está incluído (no caso de existir), o gamrd.

A P Ê N D I C E 8

POSICIONAMENTO DOS POLOS DO COMPENSADOR ESTABILIZANTE TIPO
"OBSERVADOR DE LUENBERGER" (DETERMINAÇÃO DOS GANHOS \underline{M})

Aqui se deseja posicionar os polos do "observador" (de -
terminar o vetor ganho \underline{M}),

$$\hat{\underline{x}}_a(k+1) = (\underline{A}_a - \underline{M} \underline{C}_a^T) \hat{\underline{x}}_a(k) \quad (\text{A8.1})$$

usando o algoritmo desenvolvido por Monteiro⁽²⁸⁾, o qual posiciona os autovalores para o sistema genérico abaixo, através da determinação do vetor \underline{k} ,

$$\underline{x}(k+1) = (\underline{A} + \underline{B}\underline{k}) \underline{x}(k) \quad (\text{A8.2})$$

A aplicação não é imediata pois que o vetor ganho a determinar nesta última é \underline{k} , o que impede de se comparar diretamente as relações (A8.1) e (A8.2).

Porém, usa-se o seguinte fato*,

$$\text{polos de} \left[\begin{array}{c} \underline{A}_a - \underline{M} \underline{C}_a^T \end{array} \right] = \text{polos de} \left[\begin{array}{c} \underline{A}_a - \underline{M} \underline{C}_a^T \end{array} \right]^T \quad (\text{A8.3})$$

ou ainda,

$$\text{polos de} \left[\begin{array}{c} \underline{A}_a - \underline{M} \underline{C}_a^T \end{array} \right] = \text{polos de} \left[\begin{array}{c} \underline{A}_a^T - \underline{C}_a \underline{M}^T \end{array} \right] \quad (\text{A8.4})$$

(*) Kwakernaak & Silvan⁽¹⁴⁾, pp. 334.

Comparando agora (A8.4) com (A8.2) conclue-se que o algoritmo apresentado por Monteiro é aplicado diretamente para a determinação dos ganhos \underline{M} do "observador" dado em (A8.1), bastando considerar,

$$\underline{A} = \underline{A}_a^T \quad (\text{A8.5.a})$$

$$\underline{B} = -\underline{C}_a^{**} \quad (\text{A8.5.b})$$

ou seja: é suficiente entrar no algoritmo com \underline{A}_a^T (e não \underline{A}_a) e $-\underline{C}_a$ (e não $-\underline{C}_a^T$).

(**) No presente trabalho: $-\underline{C}_a = -\begin{bmatrix} \underline{C} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}_{(n+r) \times 1}$

A P E N D I C E 9EQUIPAMENTOS UTILIZADOS

Computador Digital D.E.C. PDP-11/40, com os seguintes periféricos:

- Leitora/perfuradora de fita de papel D.E.C. PC05
- Teletipo DEC Writer LA30-PB
- "Display" Tektronix VT01A

A P Ê N D I C E 10

POLOS EM MALHA ABERTA DO

PROCESSO MOTOR C.C. ACIONADO PELO
PULSADOR REVERSÍVEL

RUN

ORDEN DO SISTEMA N??

AC 1 , 1)= ?-369

AC 1 , 2)= 78.1

AC 2 , 1)= ?-12.94

AC 2 , 2)= ?-29.32

AUTOVALORES DA MATRIZ A CARPEU -A0

RAIZES	REAL	IMAG
XC 2)=	-4.53853	0

XC 1)=	-25.0905	0
---------	----------	---

BACC

READY

APÊNDICE 11LISTAGENS REFERENTES ÀS
SUBSEÇÕES 7.3.1 E 7.3.2LISTAGEM A111 - DIÁLOGO COM

PROGRAMA DIGITAL E RESULTADOS DA FOTO 1.

TØ = INSTANTE DE AMOSTRAGEM;
 Y₁ = REFERÊNCIA ; S = SAÍDA
 UØ = ENTRADA DO SOZ; X(1) = VELOCIDADE; X(2) = COR. ARMADURA.

RUN
 SE 21=0, NÃO IMPRIMIR CONTROLES EST. DISCR.
 21
 SE 22=0, NÃO IMPRIMIR INTEGRAÇÃO
 22
 SE 23=0, NÃO IMPRIMIR NOTÍCIAS DISCRETAS
 23
 PRECISÃO DO CERO DE POSICIONAMENTO
 2.11
 SE 40=0, NÃO USAR ESTIMADOS NO ORDEM DO OBS.
 40
 SE 25=0, OS EST. DO CONTADOR SÃO PEGUINH. DIR.
 25
 SE 81=0, DEVER JOGO LINDO NO OBS
 81
 P-RUN TEMOS CLPIL E QUALIBR DOB DIF. DE OBS
 81
 ORDEM DO POSICIONAMENTO
 81
 ORDEM DA ENTRADA DE OBS. DO OBS
 81
 81

ESTADO DE INICIALIZAÇÃO DO PROCESSO #1
 DE RES-DIFF = DEBERO, RD=1, ERRO=0, SERVO=0, SLEN=0
 VL=1, V=K, RD=1, DEG=RDHFD, SENO=1, ERF.
 ?1
 ?1
 ?1
 ?1
 ?1
 ?1
 ?1

LEIA MATRIZ DE ESTADO DO PROCESSO##
 PK 1 , 1) = 2.369
 PK 1 , 2) = 478.1
 PK 2 , 1) = 2.12.84
 PK 2 , 2) = 2.27.82.82

LEIA VETOR DE ENTRADA DO PROCESSO##
 GK 1 , 1) = 0
 GK 2 , 1) = 2100.82

MATRIZ PERTURB. NA ENTRADA SIST. CONT. ##
 PK 1 , 1) = 20
 PK 2 , 1) = 250.

MATRIZ DE ESTADO DISCRETA, A(KI, J)
 AK 1 , 1) = 300885
 AK 1 , 2) = 100791
 AK 2 , 1) = 181
 AK 2 , 2) = 6521021

MATRIZ ENTRADA DISCR. (B(KI, J))
 BK 1 , 1) = 8.13761
 BK 2 , 1) = 2.13761
 MATRIZ PERTURB. SIST. DISCR. (P(KI, J))

PSK 1 , 1) = 2.4442
 PSK 2 , 1) = 1.71541

ENTRADA DO SERVOCOMPENSADOR DIGITAL##

MATRIZ ESTADO
 AK 3 , 3) = 20
 AK 3 , 4) = 21
 AK 3 , 5) = 20
 AK 3 , 6) = 20
 AK 4 , 3) = 20
 AK 4 , 4) = 20
 AK 4 , 5) = 21
 AK 4 , 6) = 20
 AK 5 , 3) = 20
 AK 5 , 4) = 0?
 AK 5 , 5) = 0?
 AK 5 , 6) = 21
 AK 6 , 3) = 2-1
 AK 6 , 4) = 20
 AK 6 , 5) = 20
 AK 6 , 6) = 20

ELEM. DO PROCESSO SOBRE COMPENSADOR AKN+C. 13--1

ELEM. COMPENS. SOBRE PROCESSO

RESIDUOS DA MATRIZ DE AUMENTO DE ZERO

MATRIZ M1 DISCR. AUMENTADA
 AK 1 , 1) = 100885
 AK 1 , 2) = 100791
 AK 1 , 3) = 8.13761
 AK 1 , 4) = 0
 AK 1 , 5) = 0
 AK 1 , 6) = 0
 AK 2 , 1) = 181
 AK 2 , 2) = 6521021
 AK 2 , 3) = 2.13761
 AK 2 , 4) = 0
 AK 2 , 5) = 0
 AK 2 , 6) = 0

B1(3 , 1) = 0
 B1(3 , 2) = 0
 B1(3 , 3) = 1
 B1(3 , 4) = 0
 B1(3 , 5) = 0
 B1(3 , 6) = 0
 B1(4 , 1) = 0
 B1(4 , 2) = 0
 B1(4 , 3) = 0
 B1(4 , 4) = 0
 B1(4 , 5) = 1
 B1(4 , 6) = 0
 B1(5 , 1) = 0
 B1(5 , 2) = 0
 B1(5 , 3) = 0
 B1(5 , 4) = 0
 B1(5 , 5) = 0
 B1(5 , 6) = 1
 B1(6 , 1) = -1
 B1(6 , 2) = 0
 B1(6 , 3) = -1
 B1(6 , 4) = 0
 B1(6 , 5) = 2
 B1(6 , 6) = 0

MATRIZ B1 DISCRETA-AUMENT.

B1(1 , 1) = 8.15761
 B1(2 , 1) = 2.78761
 B1(3 , 1) = 0
 B1(4 , 1) = 0
 B1(5 , 1) = 0
 B1(6 , 1) = 0

MATRIZ REF. R(1,J)-COMPENS.

R(3 , 1) = 20
 R(4 , 1) = 20
 R(5 , 1) = 20
 R(6 , 1) = 21

ENTRADA DOS GANHOS K (POLOS DA PLANTA+SERVO)

K(1 , 1) =
 ?- 0278617
 K(1 , 2) =
 ?- 0123554
 K(1 , 3) =
 ?- 989997
 K(1 , 4) =
 ?- 122579
 K(1 , 5) =
 ?- 0200727
 K(1 , 6) =
 ? 245986

DADOS DO OBS.
GANHOS NOS POLOS DO OBS.)

M(1 , 1) =
 ? 236783
 M(2 , 1) =
 ?- 200133
 M(3 , 1) =
 ? 245986
 M(4 , 1) =
 ?- 0200722
 M(5 , 1) =
 ? 269393
 M(6 , 1) =
 ?- 100014

MATRIZ A TOTAL

A(1 , 1) = 200685
 A(1 , 2) = 190791
 A(1 , 3) = 8.15761
 A(1 , 4) = 0
 A(1 , 5) = 0
 A(1 , 6) = 0
 A(1 , 7) = 0
 A(1 , 8) = 0
 A(1 , 9) = 0
 A(1 , 10) = 0
 A(1 , 11) = 0
 A(1 , 12) = 0
 A(2 , 1) = 101
 A(2 , 2) = 100.1001
 A(2 , 3) = 2.78761
 A(2 , 4) = 0

ORIGINAL EQUIPMENT COPY INDR. 1174

RC 2, 5)= 0
 RC 2, 6)= 0
 RC 2, 7)= 0
 RC 2, 8)= 0
 RC 2, 9)= 0
 RC 2, 10)= 0
 RC 2, 11)= 0
 RC 2, 12)= 0
 RC 3, 1)= 0
 RC 3, 2)= 0
 RC 3, 3)= 0
 RC 3, 4)= 1
 RC 3, 5)= 0
 RC 3, 6)= 0
 RC 3, 7)= 0
 RC 3, 8)= 0
 RC 3, 9)= 0
 RC 3, 10)= 0
 RC 3, 11)= 0
 RC 3, 12)= 0
 RC 4, 1)= 0
 RC 4, 2)= 0
 RC 4, 3)= 0
 RC 4, 4)= 0
 RC 4, 5)= 1
 RC 4, 6)= 0
 RC 4, 7)= 0
 RC 4, 8)= 0
 RC 4, 9)= 0
 RC 4, 10)= 0
 RC 4, 11)= 0
 RC 4, 12)= 0
 RC 5, 1)= 0
 RC 5, 2)= 0
 RC 5, 3)= 0
 RC 5, 4)= 0
 RC 5, 5)= 0
 RC 5, 6)= 1
 RC 5, 7)= 0
 RC 5, 8)= 0
 RC 5, 9)= 0
 RC 5, 10)= 0
 RC 5, 11)= 0
 RC 5, 12)= 0
 RC 6, 1)= -1
 RC 6, 2)= 0
 RC 6, 3)= -1
 RC 6, 4)= 0
 RC 6, 5)= 2
 RC 6, 6)= 0
 RC 6, 7)= 0
 RC 6, 8)= 0
 RC 6, 9)= 0
 RC 6, 10)= 0
 RC 6, 11)= 0
 RC 6, 12)= 0
 RC 7, 1)= 256783
 RC 7, 2)= 0
 RC 7, 3)= 0
 RC 7, 4)= 0
 RC 7, 5)= 0
 RC 7, 6)= 0
 RC 7, 7)= 0521021
 RC 7, 8)= 106791
 RC 7, 9)= 8.15761
 RC 7, 10)= 0
 RC 7, 11)= 0
 RC 7, 12)= 0
 RC 8, 1)= -200133
 RC 8, 2)= 0
 RC 8, 3)= 0
 RC 8, 4)= 0
 RC 8, 5)= 0
 RC 8, 6)= 0
 RC 8, 7)= 0021127
 RC 8, 8)= -0521021
 RC 8, 9)= 2.13761
 RC 8, 10)= 0
 RC 8, 11)= 0
 RC 8, 12)= 0
 RC 9, 1)= 210000
 RC 9, 2)= 0
 RC 9, 3)= 0
 RC 9, 4)= 0
 RC 9, 5)= 0


```

AC 9, 1 )= 0
AC 9, 2 )= 0
AC 9, 10 )= 1
AC 9, 11 )= 0
AC 9, 12 )= 0
AC 10, 1 )= 0.000732
AC 10, 2 )= 0
AC 10, 3 )= 0
AC 10, 4 )= 0
AC 10, 5 )= 0
AC 10, 6 )= 0
AC 10, 7 )= 0.000732
AC 10, 8 )= 0
AC 10, 9 )= 0
AC 10, 10 )= 0
AC 10, 11 )= 1
AC 10, 12 )= 0
AC 11, 1 )= 0.369393
AC 11, 2 )= 0
AC 11, 3 )= 0
AC 11, 4 )= 0
AC 11, 5 )= 0
AC 11, 6 )= 0
AC 11, 7 )= 0.369393
AC 11, 8 )= 0
AC 11, 9 )= 0
AC 11, 10 )= 0
AC 11, 11 )= 0
AC 11, 12 )= 1
AC 12, 1 )= -1.03014
AC 12, 2 )= 0
AC 12, 3 )= 0
AC 12, 4 )= 0
AC 12, 5 )= 0
AC 12, 6 )= 0
AC 12, 7 )= 0.0201399
AC 12, 8 )= 0
AC 12, 9 )= -1
AC 12, 10 )= 0
AC 12, 11 )= 2
AC 12, 12 )= 0
VETOR B TOTAL
BC 1, 1 )= 8.15761
BC 2, 1 )= 2.38761
BC 3, 1 )= 0
BC 4, 1 )= 0
BC 5, 1 )= 0
BC 6, 1 )= 0
BC 7, 1 )= 8.15761
BC 8, 1 )= 2.38761
BC 9, 1 )= 0
BC 10, 1 )= 0
BC 11, 1 )= 0
BC 12, 1 )= 0
ENTRE AS LINHAS 504 E 675 E SIMULADO APENAS OS INSTANTES
DE AMOSTRAGENS, SENDO ASSIM NAO OBSERVA-SE A INFLUENCIA
DOS DISTURBIOS CONTINUOS NO PROCESSO
NAO QUERO INST. AINDA: I2=0?1
NAO QUERO OBS. NO=0
20
ESTADO INICIAL DE X
X(1)
2.5
VALOR DO CONTR. P/ITER. 1
- 0139309
ENTRADA PLANTA- 0139309
X( 1 )= 0.0400
X( 2 )= -1.113762
X( 3 )= 0
X( 4 )= 0
X( 5 )= 0
X( 6 )= -1.5
VALOR DO CONTR. P/ITER. 2
- 122724
ENTRADA PLANTA- 122724
X( 1 )= 1
X( 2 )= -1.292659
X( 3 )= 0
X( 4 )= 0
X( 5 )= -1.5
X( 6 )= -1.0400
VALOR DO CONTR. P/ITER. 3
0.014201
ENTRADA PLANTA 0.014201
X( 1 )= 0.0400

```


21234
 SE N2=0; HAOPLOTAR N(2)
 ?1
 T5, TEMPO P/ MUDAR REFERENCIA
 21234
 N5, VARREDURA DO TEMPO
 2500
 27, ESCALA DOS ESTADOS
 2500
 29, ESCALA DO CONTROLE
 22000
 AGORA VAMOS SIMULAR (SAIDA ENTRE AS AMOSTR.)
 PASSO N DA INTEGR. ? 01

MATRIZ DE ESTADO DISCRETA, A1(I, J)
 A(1 , 1) = .992165
 A(1 , 2) = .0598698
 A(2 , 1) = -.111779
 A(2 , 2) = .741561

MATRIZ ENTRADA DISCR., B1(I, J)
 B(1 , 1) = .0613171
 B(2 , 1) = 1.4438

MATRIZ PERTURB. SIST. DISCR., P5(I, J)

P5(1 , 1) = .0183727
 P5(2 , 1) = .432613

ESTADO INICIAL DE X

X(1)=

? .5

T0 0 Y1 0 S .5 U0-. 0139309

X(1) = .5

X(2) = 0

T0 .3 Y1 0 S .040801 U0-. 122724

X(1) = .040801

X(2) = -.113765

T0 .6 Y1 0 S-1 U0 .0314896

X(1) = -1

X(2) = -.29365

T0 .9 Y1 0 S-. 0016017 U0 .0612756

X(1) = -.0816017

X(2) = .251488

T0 1.2 Y1 0 S .500005 U0-. 0157393

X(1) = .500005

X(2) = .145336

T0 1.5 Y1 0 S .0407937 U0 0.16211E-06

X(1) = .0407937

X(2) = -.125786

T0 1.8 Y1 0 S-5.79283E-07 U0 5.45305E-07

X(1) = -5.79283E-07

X(2) = -1.02423E-06

T0 2.1 Y1 0 S 4.10577E-06 U0-4.26282E-07

X(1) = 4.10577E-06

X(2) = 1.47860E-06

LISTAGEM A11.2 - UMA EXEMPLIFICAÇÃO DA PROPRIEDADE DA SEPARAÇÃO - FOTO 16.

ESTADO INICIAL DE X				
X(1)=	2.5			
X(7)	= 0	V1 0	S .5	U0 0
X(1)	= .5			
X(2)	= 0			
X(7)	= .128391			
T0	.3	V1 0	S .154444	U0-.253281
X(1)	= .154444			
X(2)	=-.0885046			
X(7)	=-1.02657			
T0	.6	V1 0	S-2.02658	U0 .0462894
X(1)	=-2.02658			
X(2)	=-.625386			
X(7)	=-.259301			
T0	.9	V1 0	S-.311404	U0 .385666
X(1)	=-.311404			
X(2)	= .469391			
X(7)	= 2.59723			
T0	1.2	V1 0	S 3.09725	U0-.128432
X(1)	= 3.09725			
X(2)	= .946476			
X(7)	= .0436211			
T0	1.5	V1 0	S .0696539	U0-.251921
X(1)	= .0696539			
X(2)	=-.835519			
X(7)	=-2.13407			
T0	1.8	V1 0	S-2.13409	U0 .109533
X(1)	=-2.13409			
X(2)	=-.573936			
X(7)	= .176452			
T0	2.1	V1 0	S .17649	U0 .0569115
X(1)	= .17649			
X(2)	= .635016			
X(7)	= .582762			
T0	2.4	V1 0	S .58278	U0-.033843
X(1)	= .58278			
X(2)	= .0743838			
X(7)	=-.0885491			
T0	2.7	V1 0	S-.0885691	U0 3.18487E-03
X(1)	=-.0885691			
X(2)	=-.178588			
X(7)	=-.0193645			
T0	3	V1 0	S-.019368	U0 2.76877E-04
X(1)	=-.019368			
X(2)	= .0311027			
X(7)	=-5.85422E-04			
T0	3.3	V1 0	S-5.83117E-04	U0-3.12395E-06
X(1)	=-5.83117E-04			
X(2)	= 2.15020E-03			
X(7)	= 1.32207E-05			
T0	3.6	V1 0	S 1.17137E-05	U0-4.30024E-08
X(1)	= 1.17137E-05			
X(2)	=-3.59881E-05			
X(7)	=-3.49197E-05			
T0	3.9	V1 0	S-3.41423E-05	U0 2.06717E-09
X(1)	=-3.41423E-05			
X(2)	=-1.11111E-05			

A P Ê N D I C E 12

AÇÃO E BLOQUEIO AO DISTÚRBO DISCRETO $\xi(k)$

Demonstra-se a seguir que o efeito em regime do distúrbio $\xi(k)$ na saída do processo (nos instantes e entre as amostragens) é nulo, contando que seus modos estão contidos nos servocompensador.

Da figura A12.1 tem-se imediatamente uma nova tradução para a expressão (3.14) do capítulo 3,

$$u_0(k) = u(k) + \underline{C}_c^T \underline{x}_c^-(k) + \xi(k) \quad (\text{A12.1})$$

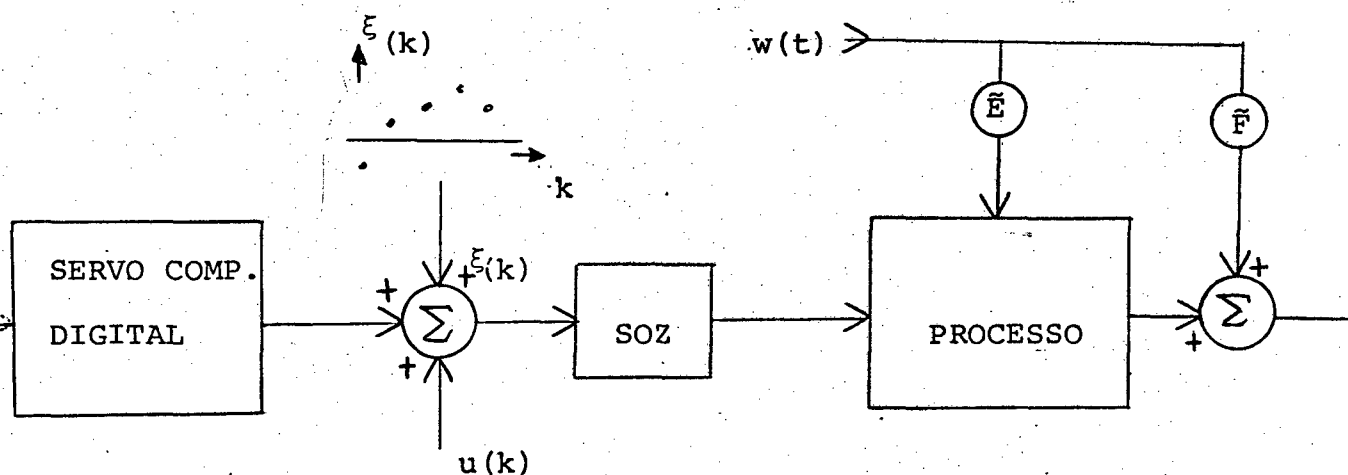


FIGURA A12.1 - A ação do distúrbio discreto $\xi(k)$: sua origem pode ser atribuída a sujeiras digitais presentes nos laços de controle.

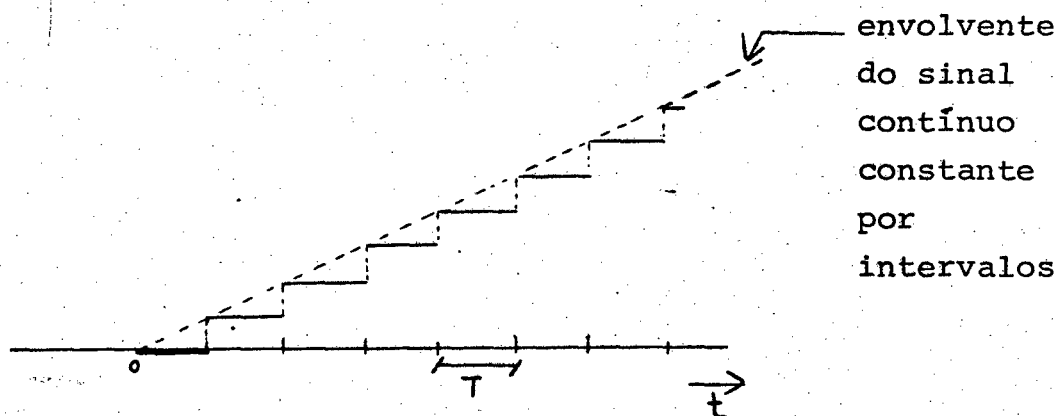
o que acarreta o aparecimento do termo $\begin{bmatrix} \underline{B} \\ \underline{0} \end{bmatrix} \xi(k)$ na equação (3.16. a).

Fazendo as modificações apropriadas nas matrizes \underline{B}_L e \underline{D}_L , chegar-se-ia novamente no resultado (3.53).

Dado que $\xi(k)$ é de origem discreta, então pode-se afirmar que o mesmo não afetará em regime o comportamento da saída (quer nos instantes, quer entre as amostragens).

É interessante observar que $\xi(k)$ sob o ponto de vista do processo atua como um distúrbio contínuo constante por intervalos (uma função escadaria), devido a presença do sustentador de ordem zero. Aqui uma conclusão importante é extraída: o efeito em regime do distúrbio contínuo, na saída do processo, é nulo, desde que ele permaneça constante entre as amostragens. O servocompensador deve conter os modos do sinal que o envolve.

Assim é que o sinal abaixo é bloqueado, bastando incluir os polos 1 e 1 no servocompensador.



A P Ê N D I C E 13

FORMAS POSSÍVEIS DA LEI DE REALIMENTAÇÃO, SUA IMPORTÂNCIA NO TRANSITÓRIO E, SUA INFLUÊNCIA NA ROBUSTEZ DO SISTEMA

a) LEI DE REALIMENTAÇÃO

A expressão (4.4.c) do capítulo 4 estabelece que a lei de realimentação dos estados para a regulação do sistema aumentado é,

$$u(k) = \underline{k} \hat{\underline{x}}(k) + \underline{k}_c \hat{\underline{x}}_c(k) \quad (A14.1)$$

Porém, quando da simulação (capítulo 7) verificou-se que do fato de realimentar diretamente (sem uso do "observador") os estados do servocompensador, era então possível melhorar o transitório do processo (pelo menos para os casos simulados).

Assim a política,

$$u(k) = \underline{K} \hat{\underline{x}}(k) + \underline{k}_c \underline{x}_c(k) \quad (A14.2)$$

foi constantemente usada.

Agora mostrar-se-á rapidamente que a lei de regulação, (A14.2) afeta o transitório do sistema, sem entretanto modificar os seus polos.

Primeiramente, substitui-se a expressão (A14.2) na igualdade (4.6), e então é possível mostrar que a expressão (4.9) não é violada, exceto o termo $-\underline{B}_a \underline{k}_a$. Assim a matriz de estado assume a forma,

$$\begin{bmatrix} \underline{A}_a + \underline{B}_a \underline{k}_a & , & \neq (-\underline{B}_a \underline{k}_a)^* \\ \underline{0} & , & \underline{A}_a - \underline{M} \underline{C}_a^T \end{bmatrix} \quad (\text{A14.3})$$

Ora, o fato do aparecimento do elemento $\neq(-\underline{B}_a \underline{k}_a)^*$, não implica na perda da propriedade da separação, já que na mesma diagonal existe o elemento $\underline{0}$.

Assim, os polos do sistema não são alterados, enquanto que o seu transitório sim, pois que o termo $\neq(-\underline{B}_a \underline{k}_a)$ faz parte da dinâmica do sistema.

b) A INFLUÊNCIA DA LEI DE REGULAÇÃO NA ROBUSTEZ

Seja \underline{A} a matriz dos parâmetros do sistema aumentado e \underline{A}_0 a matriz dos parâmetros do observador.

Assim,

$$\underline{A} = \underline{A}_0 + \delta \underline{A} \quad (\text{A14.4})$$

onde $\delta \underline{A}$ representa a diferença entre os parâmetros dos sistema e do observador.

Então é fácil mostrar⁽⁷¹⁾ que a relação (A14.3) torna-se,

$$\begin{bmatrix} \underline{A}_0 + \delta \underline{A} + \underline{B}_a \underline{k}_a & , & \neq (-\underline{B}_a \underline{k}_a) \\ \delta \underline{A} & , & \underline{A}_0 - \underline{M} \underline{C}_a^T \end{bmatrix} \quad (\text{A14.5})$$

(*) A notação $\neq(-\underline{B}_a \underline{k}_a)$ significa um termo diferente de $-\underline{B}_a \underline{k}_a$.

Agora a propriedade da separação é perdida (apareceu o $\delta A.$).

Neste caso o elemento da 1ª linha e 2ª coluna passa a influir na própria estabilidade do sistema. Porém, da parte a) deste apêndice, ficou estabelecido que o valor deste elemento depende da política de controle adotada (por exemplo, (A14.1) ou (A14.2)). Desta forma conclui-se que a estabilidade de um sistema com incerteza nos parâmetros também dependerá da estratégia de controle adotada, tal como definidas em (A14.1) e (A14.2).

APÊNDICE 14

LISTAGEM DA SUBSEÇÃO 7.3.8

LISTAGEM A14.1 - DISTURBIO DEGRAU NA VELOCIDADE - FOTO 66

GO TO 710

ESTADO INICIAL DE X

KK1=

2.5

TD 0 V1 0 S 5 U0- 0119009

KK 1)=- 0

KK 2)=- 0

P3 0

TD 3 V1 0 S 040001 U0- 122724

KK 1)=- 040001

KK 2)=- 113705

P3 0

TD 6 V1 0 S-1 U0 0314858

KK 1)=-1

KK 2)=- 29365

P3 0

TD 9 V1 0 S- 0016017 U0 0012756

KK 1)=- 0016017

KK 2)=- 251488

P3 0

TD 1.2 V1 0 S 500005 U0- 0157393

KK 1)=- 500005

KK 2)=- 146336

P3 0

TD 1.5 V1 0 S 0407907 U0 8.10211E-06

KK 1)=- 0407907

KK 2)=- 125706

P3 0

TD 1.8 V1 0 S-5.79203E-07 U0 5.45205E-07

KK 1)=-5.79203E-07

KK 2)=-1.62423E-06

P3 1

TD 2.1 V1 0 S 1 U0-4/26282E-07

KK 1)=- 4.10577E-06

KK 2)=- 1.47500E-06

P3 1

TD 2.4 V1 0 S 995990 U0- 245906

KK 1)=-2.06009E-06

KK 2)=-1.75591E-06

P3 1

TD 2.7 V1 0 S-1.00667 U0- 162740

KK 1)=-2.00667

KK 2)=- 587297

P3 1

TD 3 V1 0 S-1.00666 U0- 0453545

KK 1)=-2.00666

KK 2)=- 0148003

P3 1

TD 3.3 V1 0 S 6.66420E-03 U0- 0668221

KK 1)=- 663306

KK 2)=- 216620

P3 1

TD 3.6 V1 0 S 6 00040E-03 U0- 0012971

KK 1)=- 00142

KK 2)=- 0566015

P3 1

TD 3.9 V1 0 S-4.70007E-07 U0- 034424

KK 1)=-1

KK 2)=- 0.01894

A P E N D I C E 15

LISTAGENS DA SEÇÃO 7.4 (RASTREAMENTO À VELOCIDADE

NOMINAL DO MOTOR)

LISTAGEM A15.1 - RASTREAMENTO DA VELOCIDADE DEGRAU

NOMINAL. $w(0)=0$

GO TO 715

ESTADO INICIAL DE X

X(1)=

?0

T0 0 V1 183.26 S 0 U0 0

X(1)= 0

X(2)= 0

P3 0

T0 .3 V1 183.26 S 0 U0 20.77

X(1)= 0

X(2)= 0

P3 0

T0 .6 V1 183.26 S 169.434 U0 15.4371

X(1)= 169.434

X(2)= 49.5887

P3 0

T0 .9 V1 183.26 S 183.265 U0 15.4392

X(1)= 183.265

X(2)= 6.9931

PARA O TEMPO .9 A SAIDA SEGUE REFER.

#####

MAX. VELOCIDADE= 183.265 RAD/S

MIN. VELOCIDADE=-1.00000E-04 RAD/S

OVERSHOOT=-2.58948E-03 %

#####

MAX. CORRENTE= 96.4498 AMP.

MIN. CORRENTE=-1.00000E-04 AMP.

#####

MAX. TENSÃO, ARMADURA= 145.39 VOLTS

READY

LISTAGEM A15.2 - RASTREAMENTO DA VELOCIDADE DEGRAU

NOMINAL. $\omega(0) = 20$ RAD/S.

GO TO 715.

ESTADO INICIAL DE X

X(1) =

720

T0 0 Y1 183.26 S 20 U0-3.01016

X(1) = 20

X(2) = 0

P3 0

T0 .3 Y1 183.26 S-18.3781 U0 21.3956

X(1) = -18.3781

X(2) = -10.407

P3 0

T0 .6 Y1 183.26 S 167.812 U0 15.4369

X(1) = 167.812

X(2) = 54.5835

P3 0

T0 .9 Y1 183.26 S 183.265 U0 15.4393

X(1) = 183.265

X(2) = 6.99359

PARA O TEMPO .9 A SAIDA SEGUE REFER.

#####

MAX. VELOCIDADE = 183.265 RAD/S

MIN. VELOCIDADE = -18.3781 RAD/S

OVERSHOOT = -2.74768E-03 %

#####

MAX. CORRENTE = 105.948 AMP.

MIN. CORRENTE = -21.0317 AMP.

#####

MAX. TENSÃO ARMADURA = 149.769 VOLTS

READY

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1 - KOMPASS, E.J. "COMPUTERS AND OTHER CONTROLLERS". CONTROL ENGINEERING. VOL. 25, Nº 5 (MAIO 1978), pp.45.
- 2 - AUSLANDER, D.M.; TAKAHASHI, Y. & TOMIZUKA, M. "THE NEXT GENERATION OF SINGLE LOOP CONTROLLERS". ASME JOURNAL OF DYNAMIC SYSTEMS, MEASUREMENT, AND CONTROL. VOL. 97, Nº 3 (SETEMBRO 1975), pp. 280-282.
- 3 - BRISTOL, E.H. "DESIGNING AND PROGRAMMING CONTROL ALGORITHMS FOR DDC SYSTEMS". CONTROL ENGINEERING. VOL.24, Nº 1 (JANEIRO - 1977), pp. 24-26.
- 4 - KUO, B.C. ANALYSIS AND SYNTHESIS OF SAMPLED - DATA CONTROL SYSTEMS. ENGLEWOOD CLIFFS, NEW JERSEY: PRENTICE-HALL, 1963.
- 5 - SERAJI, H. & TAROKH, M. "DESIGN OF PID CONTROLLERS FOR MULTIVARIABLE SYSTEMS". INT. J. CONTROL. VOL. 26, Nº 1 (JULHO 1977), pp. 75-83.
- 6 - HAWKINS, J.C. "USING DIGITAL MEASUREMENT IN RAW MILL CONTROL SYSTEMS". IEEE TRANS. VOL. IA-8, Nº 2 (MARÇO/ABRIL, 1972) pp. 155-160.
- 7 - HALANAY, A. & RASVAN, VL. "GENERAL THEORY OF LINEAR HIBRID CONTROL". INT. J. CONTROL. VOL. 26, Nº 4 (OUTUBRO 1977), pp. 612-634.
- 8 - ATHANS, MICHAEL. "THE ROLE AND USE OF THE STOCHASTIC LINEAR-QUADRATIC-GAUSSIAN PROBLEM IN CONTROL SYSTEM DESIGN." IEEE TRANS. VOL. AC-16, Nº 6 (DEZEMBRO 1971), pp. 529-552.

- 9 - "SPECIAL REPORT COMPUTERS IN INDUSTRIAL CONTROL".
CONTROL ENGINEERING . VOL. 25, Nº 6 (JUNHO 1978), pp.49-71.
- 10- "DIGITAL SYSTEMS". INSTRUMENTS AND CONTROL SYSTEMS. VOL. 52,
Nº 1 (JANEIRO 1979), pp. 59-81.
- 11- "DIGITAL SYSTEMS". INSTRUMENTS AND CONTROL SYSTEMS. VOL. 52,
Nº 2 (FEVEREIRO 1979), pp. 41-54.
- 12- FLOERSCH, R. "A DIGITAL CONTROLLER FOR CYCLIC TEMPERATURE
CONTROL". CONTROL ENGINEERING. VOL. 25, Nº 10 (OUTUBRO 1978)
pp. 58-61.
- 13- KALMAN, R.E.; HO, Y.C. & NARENDRA, K.S. "CONTROLLABILITY OF
LINEAR DYNAMICAL SYSTEMS". CONTRIBUTIONS TO DIFFERENTIAL
EQUATIONS. VOL. 1, Nº 2, 1962, pp.189-213.
- 14- KWAKERNAAK, H. & SILVAN, RAPHAEL. LINEAR OPTIMAL CONTROL
SYSTEMS. WILEY-INTERSCIENCE, 1972.
- 15- CROSSLEY, T.R. & PORTER, B. "DEAD-BEAT CONTROL OF SAMPLED-DATA
SYSTEMS WITH BOUNDED INPUT". INT J. CONTROL. VOL. 19,
Nº 5 (MAIO 1974), pp. 869-876.
- 16- SERAJI, H. "DEADBEAT CONTROL OF DISCRETE-TIME SYSTEMS USING
OUTPUT FEEDBACK". INT. J. CONTROL. VOL. 21, Nº 2
(FEVEREIRO 1975); pp. 213-223.
- 17- DAVISON, E.J. "THE ROBUST CONTROL OF A SERVOMECHANISM PROBLEM
FOR LINEAR TIME-INVARIANT MULTIVARIABLE SYSTEMS". IEEE TRANS.
VOL. AC-21, Nº 1 (FEVEREIRO 1976), pp. 25-34.

- 18- FORTMANN , T.E. & HITZ, K.L. AN INTRODUCTION TO LINEAR CONTROL SYSTEMS. MARCEL DEKKER; INC. NEW YORK AND BASEL, 1977.
- 19- ICHIKAWA, K. "DISCRETE-TIME FAST REGULATOR WITH FASTOBSERVER". INT. J. CONTROL. VOL. 28, Nº 5 (NOVEMBRO 1978), pp. 733-742.
- 20- JAN, Y.S. "DEADBEAT RESPONSE TO TIME POLYNOMIAL INPUTS". PROC. IEEE. VOL. 65, Nº 12 (DEZEMBRO 1977), pp. 1728-1730.
- 21- PACHTER, M. "AN EXPLICIT POLE-ASSIGNING FEEDBACK FORMULA WITH APPLICATION TO DEAD-BEAT FEEDBACK CONSTRUCTION IN DISCRETE LINEAR SYSTEMS". IEEE TRANS. VOL. AC-22, Nº 2 (ABRIL 1977), pp. 263-265.
- 22- TAKAHASHI, Y.; TOMIZUKA, M. & AUSLANDER, D.M. "SIMPLE DISCRETE CONTROL OF INDUSTRIAL PROCESSES (FINITE TIME SETTLING CONTROL ALGORITHM FOR SINGLE-LOOP DIGITAL CONTROLLER)". ASME JOURNAL OF DYNAMIC SYSTEMS, MEASUREMENT, AND CONTROL. VOL. 97, Nº 4 (DEZEMBRO 1975), pp. 354-361.
- 23- TOMIZUKA, M.; AUSLANDER, D.M. & TAKAHASHI, Y. "SIMPLE FINITE-TIME SETTLING CONTROL AND MANIPULATED-VARIABLE SOFTENING FOR REVERSE REACTION, OVERSHOOT, AND OSCILLATORY PROCESSES". ASME JOURNAL OF DYNAMIC SYSTEMS, MEASUREMENT, AND CONTROL. VOL. 100, Nº 1 (MARÇO 1978), pp. 50-58.
- 24- CADZOW, J.A. & MARTENS, H.R. DISCRETE-TIME AND COMPUTER CONTROL SYSTEMS. ENGLEWOOD CLIFFS, N.J: PRENTICE-HALL, 1970.
- 25- PFAU, D.H & JUNGSMANN, K.G. PROGRAMAÇÃO MANUAL DE CONTROLE NUMÉRICO. PUBLICAÇÃO INTERNA, UFSC, NOVEMBRO 1978.

- 26- COSTA, L.A.M. PROJETO E IMPLEMENTAÇÃO DE UMA ESTRUTURA HÍBRIDA DE CONTROLE DIGITAL, BASEADOS NOS PROBLEMAS DO SERVOMECANISMO ROBUSTO E DO REGULADOR LINEAR DISCRETO. DISSERTAÇÃO DE MESTRADO, UFSC, JUNHO 1979.
- 27- LIN, A.K. & KOEPEL, W.W. "A MICROPROCESSOR SPEED CONTROL SYSTEM". IEEE TRANS. VOL IECI-24, Nº 3 (AGOSTO 1977), pp. 241-247.
- 28- MONTEIRO, R.P. PROJETO DE CONTROLADOR PARA SEGUIDOR DE CONTORNOS APLICADO A MÁQUINA-OPERATRIZ. DISSERTAÇÃO DE MESTRADO, UFSC, MARÇO 1979.
- 29- RAO, H.S.; FROGNER, B. & LARSON, R.E. "A SURVEY OF OPTIMAL CONTROL METHODS". PREPARADO PARA APRESENTAÇÃO NA ANS TOPICAL MEETING ON MATHEMATICAL METHODS AND COMPUTATIONAL TECHNIQUES FOR ANALYSIS OF NUCLEAR SYSTEMS , AIKEP, SOUTH CAROLINA, ABRIL, 1975.
- 30- FRANCIS B.A. "THE FOUNDATION OF LINEAR MULTIVARIABLE REGULATION: THE INTERNAL MODEL PRINCIPLE". DISSERTAÇÃO DE Ph.D, UNIV. DE TORONTO, 1975
- 31- BHATTACHARYYA, S.P. AUTHOR'S REPLY. IEEE TRANS. VOL. AC-22, Nº 6 (DEZEMBRO 1977), pp. 994-995.
- 32- AFIMIWALA, K.A. & MAYNE, R.W. "OPTIMUM DESIGN OF CONTROL SYSTEM COMPENSATORS". ASME JOURNAL OF DYNAMIC SYSTEMS, MEASUREMENT, AND CONTROL. VOL. 100, Nº 2 (JUNHO 1978), pp.140 151.
- 33- KALMAN, R.E. & BERTRAN, J.E. TRANS. AIEE. APPL. IND. 1959, pp.602.

- 34- KALMAN, R.E. PROCEEDINGS DO 1º CONGRESSO DO IFAC. 1960.
- 35- TOU, J.T. MODERN CONTROL THEORY. MCGRAW-HILL, 1964.
- 36- OGATA, K. STATE SPACE ANALYSIS OF CONTROL SYSTEMS. PRENTICE-HALL, 1967.
- 37- FARISON, J.B. & FU, F.C. "THE MATRIX PROPERTIES OF MINIMUM-TIME DISCRETE LINEAR REGULATOR CONTROL. IEEE TRANS. VOL. AC-15, Nº 3 (JUNHO 1970), pp.390-391.
- 38- KUCERA, V. "THE STRUCTURE AND PROPERTIES OF TIME-OPTIMAL DISCRETE LINEAR CONTROL". IEEE TRANS. VOL. AC-16, Nº 4 (AGOSTO 1971), pp. 375-377.
- 39- PORTER, B. ELECTRON. LETT, VOL. 9, 1973, pp.547.
- 40- NISHIMIRA, T. & NAGATA, A. SYST. CONTROL, JAPAN.VOL. 18, 1974, pp. 483.
- 41- PORTER, B. & BRADSHAW, A. "DESIGN OF DEAD-BEAT CONTROLLERS AND FULL-ORDER OBSERVERS FOR LINEAR MULTIVARIABLE DISCRETE-TIME PLANTS". INT. J. CONTROL. VOL. 22, Nº 2, (AGOSTO 1975) pp. 149-155.
- 42- PORTER, B. & BRADSHAW, A. "DESIGN OF DEADBEAT CONTROLLERS AND REDUCED-ORDER OBSERVERS FOR LINEAR MULTIVARIABLE DISCRETE-TIME PLANTS. ASME JOURNAL OF DYNAMIC SYSTEMS, MEASUREMENT, AND CONTROL. VOL. 98, Nº 2 (JUNHO 1976), pp. 152-155.
- 43- INOUE, A. & MUROI, S. SYST. CONTROL, JAPAN, VOL. 8, 1974, pp.309.

- 44- ICHIKAWA, K. ASME JOURNAL OF DYNAMIC SYSTEMS, MEASUREMENT, AND CONTROL. VOL. 96, 1974, pp.470.
- 45- ICHIKAWA, K. "DESIGN OF DISCRETE-TIME DEADBEAT REDUCED-ORDER STATE OBSERVER". INT. J. CONTROL. VOL. 29, Nº 1 (JANEIRO 1979), pp. 93-101.
- 46- KOREN, Y. & BOLLINGER, J.G. "DESIGN PARAMETERS FOR SAMPLED-DATA DRIVES FOR CNC MACHINE TOOLS". IEEE TRANS. VOL. IA-14, Nº 3 (MAIO/JUNHO 1978), pp. 255-264
- 47- REED, M. & MERGLER, H.W. "A MICROPROCESSOR-BASED CONTROL SYSTEM". IEEE TRANS. VOL. IECI-24, Nº 3 (AGOSTO 1977), pp. 253-257.
- 48- RASMY, M.E. & HAMZA, M.H. "MINIMUM-EFFORT TIME-OPTIMAL CONTROL OF LINEAR DISCRETE SYSTEMS". INT. J. CONTROL. VOL. 21, Nº 2, (FEVEREIRO 1975), pp. 293-304,
- 49- RASMY, M.E. & HAMZA, M.H. "SUBOPTIMAL CONTROL OF MINIMUM-TIME LINEAR DISCRETE SYSTEMS". INT. J. CONTROL. VOL. 25, Nº 3 (MARÇO 1977), pp. 361-373.
- 50- TOU, J.T. "OPTIMUM CONTROL OF DISCRETE SYSTEMS SUBJECT TO SATURATION". PROC. IEEE. VOL. 52, Nº 1 (JANEIRO 1964), pp. 88-89.
- 51- PEARSON, J.B. "OPTIMUM CONTROL OF DISCRETE SYSTEMS SUBJECT TO SATURATION". PROC. IEEE. VOL. 52, Nº 6 (JUNHO 1964), pp. 745-746.
- 52- NAGEL, A.L. "OPTIMUM CONTROL USING THE PRINCIPLE OF DEAD-BEAT RESPONSE". INT. J. CONTROL. VOL. 18, Nº 4 (OUTUBRO 1973), pp. 753-766.

- 53- JURY, E.I. & TSYPKIN, Y.Z. "ON THE THEORY OF DISCRETE SYSTEMS ". AUTOMATICA. VOL. 79, 1971, pp.89-107.
- 54- MULLIN, F.J. & BARBEYRAC, J. "LINEAR DIGITAL CONTROL". TRANS. ASME, JOURNAL OF BASIC ENGINEERING. MARÇO 1964 pp.61-66.
- 55- NELSON, W.L. "OPTIMAL CONTROL METHODS FOR ON-OFF SAMPLING SYSTEMS". TRANS. ASME, JOURNAL OF BASIC ENGINEERING. VOL. 84, Nº 1 (MARÇO 1962), pp.91-99.
- 56- GUNCKEL, T.L. & FRANKLIN, G.F. "A GENERAL SOLUTION FOR LINEAR, SAMPLED-DATA CONTROL". TRANS. ASME, JOURNAL OF BASIC ENGINEERING. VOL. 85, Nº 2 (JUNHO 1963), pp.197-201.
- 57- KOEPCKE, R.W. "A SOLUTION TO THE SAMPLED, MINIMUM-TIME PROBLEM". TRANS. ASME, JOURNAL OF BASIC ENGINEERING: MARÇO 1964 , pp.145-150.
- 58- DORATO, P. & LEVIS, A.H. "OPTIMAL LINEAR REGULATORS". IEEE TRANS. VOL AC-16, Nº 6 (DEZEMBRO 1971), pp.613-620.
- 59- SEBAKHY, O.A. & ABDEL-MONEIM, T.M. "STATE REGULATION IN LINEAR DISCRETE-TIME SYSTEMS IN MINIMUM TIME". IEEE TRANS. VOL. AC-24, Nº 1 (FEVEREIRO 1979), pp.84-88.
- 60- ZADEH, L.A. & DESOER, C.A. LINEAR SYSTEM THEORY. MCGRAW-HILL , 1963.
- 61- CHEN, C.-T. INTRODUCTION TO LINEAR SYSTEM THEORY. HOLT RINEHART AND WINSTON, INC. 1970.

- 62- DESOER, C.A. & WANG, Y.T. "LINEAR TIME-INVARIANT ROBUST SERVOMECHANISM PROBLEM: A SELF-CONTAINED EXPOSITION". ELECTRONICS RESEARCH LABORATORY, MEMORANDUM Nº UCB/ERL M77/50. UNIVERSITY OF CALIFORNIA, BERKELEY, 94720, EUA.
- 63- LOAN, C.F.V. "COMPUTING INTEGRALS INVOLVING THE MATRIX EXPONENTIAL". IEEE TRANS. VOL. AC-23, Nº 3 (JUNHO 1978) , pp. 395-404.
- 64- DOYLE, J.C. & STEIN, G. "ROBUSTNESS WITH OBSERVERS". IEEE TRANS. VOL. AC-24, Nº 4 (AGOSTO 1979), pp.607-611.
- 65- KALMAN, R.E. "MATHEMATICAL DESCRIPTION OF LINEAR DYNAMICAL SYSTEMS". SIAM J. CONTROL. VOL. 1, Nº 2, 1963, pp.152-192.
- 66- LEVIS, A.H.; SCHLUETER, R.A. & ATHANS, M. "ON THE BEHAVIOUR OF OPTIMAL LINEAR SAMPLED-DATA REGULATORS". INT. J. CONTROL. VOL. 13, Nº 2 (FEVEREIRO 1971), pp.343-361.
- 67- KUO, B.C. DISCRETE-DATA CONTROL SYSTEMS. ENGLEWOOD CLIFFS , N.J.:PRENTICE-HALL, 1970.
- 68- LUENGERGER, D.G. "OBSERVERS FOR MULTIVARIABLE SYSTEMS". IEEE TRANS. VOL. AC-11, Nº 2 (ABRIL 1966), pp.190-197.
- 69- CHIDAMBARA, M.R. & WELLS, C.H. "STATE VARIABLE DETERMINATION FOR DIGITAL CONTROL". IEEE TRANS. VOL. AC-11, Nº 2 (ABRIL 1966), pp.326.
- 70- FERREIRA, P.M.G. "ON THE USE OF SERVOCOMPENSATORS AND OBSERVERS". COMUNICAÇÃO: GSC-03/77. SETEMBRO 1977. DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA. PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO DE JANEIRO, RUA MARQUÊS DE SÃO VICENTE, 225.RJ-BR.

- 71- COSTA, N.V. O USO DO OBSERVADOR NÃO-LINEAR SUJEITO A AÇÃO DO RUÍDO E DA INCERTEZA SOBRE OS PARÂMETROS DO SISTEMA. DISSERTAÇÃO DE MESTRADO, UFSC, JULHO 1976.
- 72- SMITH, O.J.M. "DEADBEAT SAMPLED SYSTEM DIRECT SYNTHESIS". IEEE TRANS. VOL. AC-8, Nº 3 (JULHO 1963), pp.240-246.
- 73- CADZOW, J.A. DISCRETE-TIME SYSTEMS. ENGLEWOODS CLIFS, N.J.: PRENTICE-HALL, 1973.
- 74- BHATTACHARYYA, S.P. "THE STRUCTURE OF ROBUST OBSERVERS". IEEE TRANS. VOL. AC-21, Nº 4 (AGOSTO 1976), pp.581-588.
- 75- DORAISWAMI, R. NOTAS DE AULAS. UFSC, 1978/1979.
- 76- BARKER, H.A. "THE MICROPROCESSOR IN CONTROL". PROC. IEE. VOL. 126, Nº 1 (JANEIRO 1979), pp.77-80.
- 77- TOMOVIC, R. & BEKEY, G.A. "ADAPTIVE SAMPLING BASED ON AMPLITUDE SENSITIVITY". IEEE TRANS. VOL. AC-11, Nº 2 (ABRIL 1966), pp.282-284.
- 78- BEKEY, G.A. & TOMOVIC, R. "SENSITIVITY OF DISCRETE SYSTEMS TO VARIATION OF SAMPLING INTERVAL". IEEE TRANS. VOL. AC-11, Nº 2 (ABRIL 1966), pp.284-287.
- 79- LIFF, A.I. & WOLF, J.K. "ON THE OPTIMUM SAMPLING RATE FOR DISCRETE-TIME MODELING OF CONTINUOUS-TIME SYSTEMS". IEEE TRANS. VOL. AC-11, Nº 2 (ABRIL 1966), pp.288-290.
- 80- SZABADOS, B.; DICENZO, C.D. & SINHA, N.K. "DYNAMIC MEASUREMENTS OF THE MAIN ELECTRICAL PARAMETERS OF A DC MACHINE". IEEE TRANS. VOL. IGA-7, Nº 1 (JANEIRO/FEVEREIRO 1971), pp.109-115.

- 81- SZABADOS, B.; SINHA, N.K. & DICENZO, C.D. "A REALISTIC MATH MODEL FOR DC MOTORS". CONTROL ENGINEERING. VOL. 19, Nº 3 (MARÇO 1972), pp.49-53.
- 82- SINHA, N.K.; DICENZO, C.D. & SZABADOS, B. "MODELLING OF DC MOTORS FOR CONTROL APPLICATIONS". IEEE TRANS. VOL. IECI-21, Nº 2(MAIO 1974), pp.84-88.
- 83- LORD, W. & HWANG, J.H. "DC MOTOR MODEL PARAMETERS". IEEE TRANS VOL. IA-13, Nº 3(MAIO/JUNHO 1977), pp.335-337.
- 84- LINDSAY, J.F. "AN ELECTROMECHANICAL NETWORK MODEL OF THE DC MOTOR". IEEE TRANS. VOL. IA-14, Nº 3(MAIO/JUNHO 1978), pp.227-233.
- 85- TIMOTHY, J.M. & ALVARADO, F.L. "A DIGITAL METHOD FOR DC MOTOR SPEED CONTROL". IEEE TRANS. VOL. IECI-23, Nº 1(FEVEREIRO 1976), pp.44-46.
- 86- TAL, J. "SPEED CONTROL BY PHASE-LOCKED SERVO SYSTEMS - NEW POSSIBILITIES AND LIMITATIONS". IEEE TRANS. VOL. IECI-24, Nº 1(FEVEREIRO 1977), pp.118-125.
- 87- TACHIBANA, K.; TSUBOI, T. & KARIYA, S. "HARMONIC CURRENTS IN CATERNARY SYSTEMS FROM CHOPPER CONTROL". IEEE TRANS. VOL. IA-8, Nº 2(MARÇO/ABRIL 1972), pp.203-210.
- 88- BERMAN, B. "ALL SOLID-STATE METHOD FOR IMPLEMENTING A TRACTION DRIVE CONTROL". IEEE TRANS. VOL. IA-8, Nº 2(MARÇO/ABRIL 1972), pp.195-202.
- 89- BERMAN, B. "BATTERY POWERED REGENERATIVE SCR DRIVE". IEEE TRANS. VOL. IA-8, Nº 2(MARÇO/ABRIL 1972), pp.190-194.

- 90- REIMERS, E. "DESIGN ANALYSIS OF MULTIPHASE DC CHOPPER MOTOR DRIVE". IEEE TRANS. VOL. IA-8, Nº 2 (MARÇO/ABRIL 1972), pp.136-144.
- 91- PARIMELALAGAN, R. & RAJAGOPALAN, V. "STEADY-STATE INVESTIGATIONS OF A CHOPPER—FED DC MOTOR WITH SEPARATE EXCITATION". IEEE TRANS. VOL. IGA-7, Nº 1 (JANEIRO/FEVEREIRO 1971), pp.101-108.
- 92- DAMLE, P.D. & DUBEY, G.K. "ANALYSIS OF CHOPPER-FED DC SERIES MOTOR". IEEE TRANS. VOL. IECI-23, Nº 1 (FEVEREIRO 1976), pp.92-97.
- 93- LE-HUY, H. "A SYNCHRONOUS THYRISTORIZED DC MOTOR DRIVE". IEEE TRANS. VOL. IA-15, Nº 2 (MARÇO/ABRIL 1979), pp.183-188.
- 94- NIENIEWSKI, M.J. & MARLEAU, R.S. "DIGITAL SIMULATION OF AN SCR-DRIVEN DC MOTOR". IEEE TRANS. VOL. IA-14, Nº 4 (JULHO/A-GOSTO 1978), pp.341-346.
- 95- SEIDEL, P.L.; CONTRERAS, H.S. & HERNANDEZ-SÁNCHEZ, J.L. "UN CONTROL DE POSICION TIRISTORIZADO". III CONGRESSO A.C.C.C. A: CONCEPCION, CHILE 1978.
- 96- PARRISH, E.A. & McVEY, E.S. "A THEORETICAL MODEL FOR SINGLE-PHASE SILICON-CONTROLLED RECTIFIER SYSTEMS". IEEE TRANS. VOL. AC-12, Nº 5 (OUTUBRO 1967), pp.577-579.
- 97- ABBOTT, K.M. & WHEELER, J.D. "SIMULATION AND CONTROL OF THYRISTOR DRIVES". IEEE TRANS. VOL. IECI-25, Nº 2 (MAIO 1978), pp.130-137.

- 98- DE, N.K. & CHATTOPADHYAY, A.K. "MODELLING AN SCR BRIDGE DC MOTOR DRIVE". IEEE TRANS. vol. IECI-25, Nº 2 (MAIO 1978), pp.187-189.
- 99- FOCH, H.; REBOULET, C. & SCHONEK, J. "A GENERAL DIGITAL COMPUTER SIMULATION PROGRAMME FOR THYRISTOR STATIC CONVERTERS (PROGRAMME SACSO) APLICATION EXAMPLES". PUBLICAÇÃO INTERNA. TOULOUSE-FRANÇA.
- 100- FOCH, H.; REBOULET, C. & SCHONEK, J. "A METHOD OF GLOBAL SIMULATION OF THYRISTOR STATIC CONVERTERS (PROGRAMME SACSO)". PUBLICAÇÃO INTERNA. TOULOUSE-FRANÇA.
- 101- ARHAN, R. & BARBASTE, P. "FONCTION DE TRANSFERT DE SYSTÈMES UTILISANT DES THYRISTORS". AUTOMATISME. TOMO X, Nº 11 (NOVEMBRO 1965), pp.470-476.
- 102- KUSKO, A. & KNUTRUD, T. "HIGH FREQUENCY SCR CHOPPER CIRCUIT IMPROVES DC SERVO MOTOR RESPONSE". CONTROL ENGINEERING. VOL. 24, Nº 3 (MARÇO 1977), pp.44-47.
- 103- RAY, M. & DATTA, A.K. "OPTIMUM DESIGN OF COMMUTATION CIRCUIT IN A THYRISTOR CHOPPER FOR DC MOTOR CONTROL". IEEE TRANS. VOL. IECI-23, Nº 2 (MAIO 1976), pp.129-132.
- 104- KRISHNAN, T. & RAMASWAMI, B. "SPEED CONTROL OF DC MOTOR USING THYRISTOR DUAL CONVERTER". IEEE TRANS. VOL. IECI-23, Nº 4 (NOVEMBRO 1976), pp.391-399.

- 105- SCHONEK, J. "PULSADOR REVERSÍVEL PARA A ALIMENTAÇÃO DE UMA MÁQUINA DE CORRENTE CONTÍNUA NOS QUATRO QUADRANTES DO PLANO TORQUE-VELOCIDADE". ANAIS DO IIº CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA, UFSC, FLORIANÓPOLIS-SC, 1978, pp.735-745.
- 106- BRUCIAPAGLIA, A.H. & LIMA, W.C. INTRODUÇÃO AOS SISTEMAS DISCRETOS (TÍTULO PROVISÓRIO). NO PRELO. 1980.
- 107- KOREN, Y.; SHANI, A. & BEN-URI, J. "NUMERICAL CONTROL OF A LATHE". IEEE TRANS. VOL. IGA-6, Nº 2 (MARÇO/ABRIL 1970), pp.175-179.
- 108- MATSUMOTO, Y. "EVALUATION OF THE DIGITAL PREDICTION FILTER APPLIED TO CONTROL A CLASS OF SERVOMOTOR BY MICROCOMPUTERS". IEEE TRANS. VOL. IECI-23, Nº 4 (NOVEMBRO 1976), pp.359-363.
- 109- MOHAN, M.A. "DESIGN OF SUPPLEMENTARY STABILIZING SIGNALS FOR SYNCHRONOUS MACHINES BY STATE FEEDBACK AND EIGENVALUE PLACEMENT". IEEE PES WINTER MEETING, NEW YORK, NY, JANUARY 29-FEBRUARY 3, 1978.
- 110- RENAN, A.S. DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM DESENVOLVIMENTO NA UFSC.
- 111- YERKES, A. "DIRECT DIGITAL CONTROL". INSTRUMENTS AND CONTROL SYSTEMS. VOL. 42, Nº 8 (AGOSTO 1969), pp.8.
- 112- FISHBECK, J. "WRITING PID CONTROL LOOPS EASILY IN BASIC". CONTROL ENGINEERING. VOL. 25, Nº 10 (OUTUBRO 1978), pp. 45-47.
- 113- ŠILJAK, D.D. NONLINEAR SYSTEMS. JOHN WILEY & SONS, INC. 1969.

- 114- D'AZZO, J.J. & HOUPIS, C.H. FEEDBACK CONTROL SYSTEM ANALYSIS, 2ª EDIÇÃO. NEW YORK: MCGRAW-HILL. 1966.
- 115- CASTRUCCI, P. CONTROLE AUTOMÁTICO. SÃO PAULO-EDITORIA BLÜCHER LTDA, 1969.
- 116- RUNTZ, K.J.; FARAG, A.S.A.; HUBER, D.W.; HOPE, G.S. & MALIK, O.P. "DIGITAL CONTROL SCHEME FOR A GENERATING UNIT". IEEE TRANS. VOL. PAS-92, Nº 2 (MARÇO/ABRIL 1973), pp.478-483.
- 117- "SPECIAL ISSUE ON COMPUTER-AIDED DESIGN". PROC. IEEE. VOL.55, Nº 11 (NOVEMBRO 1967), pp.1775-1780.
- 118- DAVISON, E.J. "THE ROBUST DECENTRALIZED CONTROL OF A GENERAL SERVOMECHANISM PROBLEM". IEEE TRANS. VOL. AC-21, Nº 1 (FEVE - REIRO 1976), pp.14- 24.
- 119- DAVISON, E.J. "MULTIVARIABLE TUNING REGULATORS: THE FEEDFORWARD AND ROBUST CONTROL OF A GENERAL SERVOMECHANISM PROBLEM". IEEE TRANS. VOL. AC-21, Nº1 (FEVEREIRO 1976), pp. 35-47.
- 120- WONHAM, W.M. "TOWARDS AN ABSTRACT INTERNAL MODEL PRINCIPLE". IEEE TRANS. VOL. SMC-6, Nº 11 (NOVEMBRO 1976), pp.735-740.
- 121- DORAISWAMI, R. "A DESIGN OF A ROBUST DECENTRALIZED CONTROL STRATEGY FOR THE MULTIMACHINE POWERS SYSTEMS". PUBLICAÇÃO INTERNA. UFSC.1979.
- 122- WOLOVICH, W.A. LINEAR MULTIVARIABLE SYSTEMS. SPRINGER-VERLAG, 1974.
- 123- LATHI, B.P. SIGNALS, SYSTEMS, AND CONTROLS. INTEXT EDUCATIONAL PUBLISHERS. NEW YORK. 1974.

- 124- FRAGA, J.S. "CONTROLE DE VELOCIDADE DE MOTOR C.C. USANDO MICROCOMPUTADOR". DISSERTAÇÃO DE MESTRADO, UFSC.FEVEREIRO 1979.
- 125- PEARSON, J.B. & DING, C.Y. "COMPENSATOR DESIGN FOR MULTIVARIABLE LINEAR SYSTEMS". IEEE TRANS. VOL. AC-14, Nº2 (ABRIL 1969), pp.130-134.
- 126- BRASCH, F.M. & PEARSON, J.B. "POLE PLACEMENT USING DYNAMIC COMPENSATORS". IEEE TRANS. VOL. AC-15, Nº 1 (FEVEREIRO 1970), pp.34-42.
- 127- MUNRO, N. "POLE ASSIGNMENT". PROC. IEE. VOL. 126, Nº 6 (JUNHO 1979), pp.549-554.
- 128- DORAISWAMI, R. "A ROBUST CONTROL STRATEGY FOR LINEAR SAMPLED-DATA SERVOMECHANISM PROBLEM". PUBLICAÇÃO INTERNA UFSC. 1979.
- 129- AHMARI, R. & VACROUX, A.G. "APROXIMATE POLE PLACEMENT IN LINEAR MULTIVARIABLE SYSTEMS USING DYNAMIC COMPENSATORS". INT. J. CONTROL. VOL. 18, Nº 6 (DEZEMBRO 1973), pp.1329-1336.
- 130- PANG, C.K. et al. "SECURITY EVALUATION IN POWER SYSTEM USING PATTERN RECOGNITION". IEEE TRANS. VOL. PAS-93, Nº 3 (MAIO/JUNHO 1974), pp. 969-976.
- 131- DORAISWAMI, R. & GONDAR, U.C.M. "THE DESIGN AND STABILITY OF A MULTIAREA LOAD-FREQUENCY CONTROL UNDER VARYING LOADS". IEEE PES WINTER MEETING, NEW YORK, N.Y., JANUARY 29 - FEBRUARY 3, 1978.

- 132- DORAISWAMI, R. & COSTA, L.A:M. "A DIRECT DIGITAL CONTROL OF A PROCESS FOR TRACKING A REFERENCE INPUT". ELEVENTH INTERNATIONAL SYMPOSIUM MINI AND MICROCOMPUTERS MIMI-80 ASILOMAR, JAN. 29-FEB.1, 1980, ASILOMAR, CALIFORNIA, EUA.
- 133- SARMA, V.V.S & DEEKSHATULU, B.L. "OPTIMAL CONTROL WHEN SOME OF THE STATE VARIABLE ARE NOT MENSURABLE". INT.J.CONTROL. VOL. 7, Nº 3 (MARÇO 1968), pp. 251-256.