

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

IDENTIFICAÇÃO EM TEMPO REAL DE SISTEMAS LINEARES
PELO MÉTODO DA CORRELAÇÃO

Dissertação submetida à Universidade Federal de
Santa Catarina para a obtenção do grau de Mestre em Ciências.

Marcos Cardoso Filho

janeiro 1979

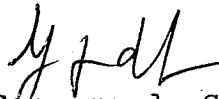
IDENTIFICAÇÃO EM TEMPO REAL DE SISTEMAS LINEARES
PELO MÉTODO DA CORRELAÇÃO

Marcos Cardoso Filho

Esta dissertação foi julgada para a obtenção do título de Mestre em Ciências - especialidade Engenharia Elétrica e aprovada em sua forma final pelo Curso de Pós-Graduação.



Prof. Rajamani Doraiswami, Ph.D.
orientador

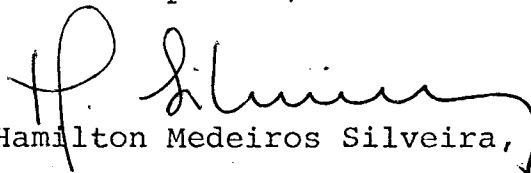


Prof. Luiz Gonzaga de Souza Fonseca, D.Sc.
coordenador do curso

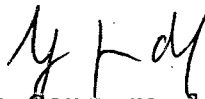
Banca Examinadora



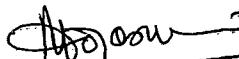
Prof. Arvind Capriham, Ph.D.



Prof. Hamilton Medeiros Silveira, D.Et.



Prof. Luiz Gonzaga de Souza Fonseca, D.Sc.



Prof. Rajamani Doraiswami, Ph.D.
presidente

AGRADECIMENTOS

Ao CNPq, ao BNDE e à UFSC pelo apoio financeiro.

Ao prof. Rajamani Doraiswami, pela inestimável ajuda prestada na orientação deste trabalho.

A todos que colaboraram para tornar possível este trabalho e, em particular, as seguintes pessoas:

Arvind Capriham

Carlos Inácio Zanchin

Domingos Alves Boechat

Hamilton Medeiros da Silveira

Hans Helmut Zurn

Honorato Tomelin

Luiz Alberto Costa

Luiz Gonzaga da Fonseca

Jacques Schoneck

Marco Alfredo Di Lascio

Renato Carlson

A Maria da Graça Ferreira e aos funcionários do Departamento de Engenharia Elétrica

A Janete e Regina Cardoso pela datilografia.

R E S U M O

Desenvolve-se um método de identificação em tempo real em computador digital, baseado na correlação, utilizando-se como entrada uma sequência binária sobreposta ao sinal normal de operação, a fim de adaptar uma estratégia de controle. Pressupõe-se a separação da identificação e do controle.

Supõe-se um sistema linear, estável, que admita um sinal de identificação sobreposto ao de operação e com parâmetros que não variem durante o tempo de identificação.

O modelo do sistema é obtido na forma de representação de variáveis de estado discretas. Além disso, para maior confiabilidade e segurança na identificação são obtidas a representação de estado contínua e a função de transferência. Levando-se em conta as propriedades da sequência binária, consegue-se poupar memória e tempo de cálculo; desenvolve-se um modo de retirar a influência do sinal de operação de maneira simples. A identificação é realizada em duas etapas, obtendo-se inicialmente a sequência de ponderação. A partir desta é achada a representação de estado discreta de duas maneiras: direta e por ajustamento. Desenvolve-se um algoritmo para a obtenção da representação de estado contínua e encontra-se a função de transferência a partir da sequência de ponderação.

Desenvolvem-se programas para a implementação do método num minicomputador PDP-11/40. Utilizando-se este computador realizam-se simulações digital (com diversos ruídos) e analógica para se verificar o desempenho do método. Finalmente identifica-se um sistema real, em ambiente altamente ruidoso.

A B S T R A C T

An ON-LINE identification scheme using digital computer based on correlation method is developed utilizing a binary sequence input superposed on the normal operating signal the separation, of control and identification is assumed.

The system to be identified is assumed linear, stable, admits identification signal superposed on the normal operating signal and the parameters are constant during the interval of identification.

The model of the system is obtained in the discrete state variable form. Besides, from the point of view of reliability, the continuous state variable representation and transfer are also obtained. Exploiting the properties of binary sequence. The computer memory and computing time required for identification is reduced: A simple method to remove the influence constant operating signal is developed. The identification is obtained in two stages; obtaining initially the weighting sequence. With this, the discrete state variable representation is obtained in two ways; directly and by curve fitting. An algorithm is developed for obtaining the continuous state variable representation and the transfer function from the weighted sequence.

The programs for implementation on the minicomputer PDP 11/40 are developed. Utilizing this computer, the digital simulation (with various types of noise processes) and analog simulation for verifying the efficiency of the method are realized. Finally a real system under highly noisy environment is identified.

INDICE

1. <u>INTRODUÇÃO</u>	1
2. <u>MÉTODO DA CORRELAÇÃO PARA A IDENTIFICAÇÃO DE MODELO LINEAR</u>	6
3. <u>DESCRIÇÃO DO MODELO</u>	11
3.1.modelo paramétrico	14
3.2.modelo não paramétrico	20
4. <u>SINAL DE ENTRADA</u>	26
4.1.geração da sequência binária	28
4.2.propriedades da SBNMC negativa	33
5. <u>MÉTODO DA CORRELAÇÃO - IDENTIFICAÇÃO NÃO PARAMÉTRICA</u>	39
5.1.modelo	40
5.2.obtenção da sequência ponderada	41
5.3.observação	49
6. <u>MÉTODO DA CORRELAÇÃO - IDENTIFICAÇÃO PARAMÉTRICA</u>	51
6.1.método 1	52
6.2.método 2	56

7. <u>SIMULAÇÃO DIGITAL</u>	59
7.1.sistema simulado	59
7.2.entrada e saída	60
7.3.medida dos erros	61
7.4.resultados	62
8. <u>SIMULAÇÃO ANALÓGICA</u>	67
8.1.quantização	67
8.2.sistema simulado	68
8.3.resultados obtidos	69
9. <u>IDENTIFICAÇÃO DE UM PROCESSO REAL</u>	71
9.1.descrição do sistema identificado	71
9.2.modelamento	73
9.3.resultados obtidos	74
9.4.algumas sobre a identificação do motor	77
10. <u>CONCLUSÃO</u>	78
10.1.desempenho do método de identificação	80
10.2.sugestões	81
<u>BIBLIOGRAFIA</u>	83
<u>APÊNDICES</u>	86
APÊNDICE A	87
APÊNDICE B	95
APÊNDICE C	101
APÊNDICE D	106

C A P I T U L O 1.

INTRODUÇÃO

A identificação de sistemas pode ser considerada o problema dual do controle: trata-se de achar um modelo que satisfaça às mesmas propriedades que o sistema considerado, quando submetido à mesma entrada, utilizando-se determinado critério. Com isso caracterizam-se três pontos fundamentais na identificação de sistemas: uma classe de modelos, uma classe de sinais de entrada e um critério ^{(1), (7)}.

Além destes pontos, é necessário ter em mente o objetivo da identificação. Na engenharia de controle este objetivo é encontrar, a partir do modelo obtido, a estratégia de controle. Na teoria clássica de controle, o modelo linear mais usado é a função transferência. Já na teoria moderna, utiliza-se correntemente a representação de estados. Com o aumento do uso de computadores digitais no controle de processos emprega-se a representação de estado na forma discreta.

A idéia básica de todos os métodos de identificação é que o modelo do sistema que descreve a relação entre a entrada e a saída pode ser obtida a partir da observação e análise destes sinais. Esta relação pode ser não-paramétrica como a resposta impulsiva, função transferência, sequência ponderada ou paramétrica como equação diferencial ou de diferenças e a repre-

sentação de estado, discreta ou contínua.

Com a utilização de mini/microcomputadores, a identificação de processos em tempo real, sob condições normais de operação tem-se tornada importante na síntese de controladores tanto adaptativos como não adaptativos. O projeto de controladores realizado através de computador digital necessita a identificação na forma de um modelo de variáveis de estado discreto ou de equação de diferenças, enquanto que no projeto de um controlador analógico utiliza o modelo de variáveis de estado contínuo ou a função de transferência. A identificação do processo no presente trabalho foi realizado nestas duas formas.

Nos sistemas onde o tempo de variação dos parâmetros é comparável às constantes de tempo do sistema, a síntese do controle adaptativo realiza a identificação implicitamente. O problema da síntese do controle neste caso é resolvido de forma integral com a identificação. O projeto resultante é complexo e se tem realizado extensos trabalhos nesta área ⁽¹⁹⁾. Nos processos onde a variação dos parâmetros são lentas, o problema de identificação e controle podem ser resolvidos separadamente ⁽²¹⁾: a estratégia de controle é obtida a partir dos parâmetros identificados. Neste caso a separação leva à obtenção de um esquema de identificação simples e robusto. Nelson e Stear ⁽²¹⁾ propõem um algoritmo baseado num filtro tipo Kalman. No entanto, não apresentam resultados práticos de implementação em tempo real. O algoritmo necessita inversão de matrizes e o conhecimento da estatística do ruído. O desempenho do método de identificação não é claro em situações práticas onde o tempo de amostragem é grande, a estatística do ruído é desconhecida, o erro da quantização na conversão A/D e a obtenção da inversa envolvendo erros de arredon

damento.

Os algoritmos de identificação com o objetivo de se obter a síntese de controladores ou apenas para análise do processo são inúmeros: mínimos quadrados, mínimos quadrados generalizado, aproximação estocástica, método da correlação (1), (2), (3), (6), (7), (8), (12). Em Saridis (6) e Isermann et al. (8) foi mostrado que o método da correlação é rápido, robusto e simples especialmente quando se usa uma sequência binária como entrada. Vários outros métodos são comparados levando em conta o tempo de computação, erro de estimação e número de medidas; o método da correlação mostrou ser superior. Explorou-se o fato de que a inversão pode ser facilitada usando uma sequência binária como entrada (6). No entanto não são dadas informações detalhadas sobre o desempenho utilizando computador para a identificação de um processo em tempo real onde existam os problemas citados anteriormente.

Neste trabalho é desenvolvido um método simples e robusto utilizando minicomputador para identificar um sistema onde os parâmetros não variem rapidamente (comparado com a constante de tempo do sistema). A solução integral do controle adaptativo é abandonada em função da identificação separado do controle. Assim é desenvolvido um método de correlação utilizando uma sequência binária sobreposta ao sinal normal de operação para a identificação em tempo real, utilizando minicomputador. O algoritmo descrito por Saridis (6) é melhorado explorando-se o fato de que a sequência binária é determinística, e que é obtida a correlação para número de medidas múltiplo ao comprimento da sequência binária. O número de operações aritméticas é reduzido e com isso o tempo de estimação, com economia de memória. A presença de um sinal normal de operação é considerado no algoritmo,

e não é feita a aproximação de que a correlação entre o sinal de operação e a sequência binária é desprezível. A presença do sinal de operação envolve apenas a subtração de uma constante para a obtenção dos elementos da sequência de ponderação $\{h(k)\}$

A identificação é realizada em dois estágios. No primeiro é obtida a sequência de ponderação representando um modelo discreto. A partir daí, obtêm-se outros modelos como o de variáveis de estado discreto, equação de diferenças, representação de estado contínua e funções de transferência.

A primeira etapa, a determinação de sequência de ponderação, envolve apenas somas e multiplicações e não inversões (de matrizes): o erro de computação é minimizado. A determinação de um modelo discreto (A,B) é obtida por dois métodos.

1. tomando-se apenas $2n$ elementos da sequência $\{h(k)\}$
2. minimizando o erro quadrático a partir de r elementos da mesma sequência.

Os elementos da matriz B permanecem invariantes nos dois métodos.

A determinação da representação de estado contínua é considerada. Um algoritmo baseado na expansão em séries é desenvolvido, a fim de se obter a representação de estado contínua, a partir da discreta. Este algoritmo é não iterativo. A solução convencional seria obter os autovalores de A e utilizar uma transformação inversa de forma a obter F, envolvendo problemas de convergência e tempo de cálculo.

Por outro lado, a obtenção da função de transferência $H(\omega)$ a partir de $\{h(k)\}$ não é tratada adequa-

damente na literatura. Bollinger et all ⁽²²⁾, consideraram a determinação de $H(\omega)$ diretamente a partir da densidade espectral de potência ($R_{uu}(\omega)$ e $R_{yu}(\omega)$). Não foram porém analisados claramente os problemas gerados pelo ruído e a banda não limitada do sistema. Determina-se então a função de transferência para o caso de um sistema com banda não limitada.

Neste trabalho o algoritmo desenvolvido é testado em simulação digital e analógica e finalmente, é realizada a identificação de um motor. São desenvolvidos programas como de discretização, geração de sequência binária, obtenção de modelo contínuo a partir do discreto, de monitoração dos conversores A/D e D/A, entre outros.

A simulação digital foi realizada para vários casos de ruído, branco e colorido, com diferentes relações sinal ruído, analisando-se dessa forma a eficiência do método de identificação em duas etapas. O erro na estimação da sequência $\{h(k)\}$ e os erros na estimação dos parâmetros foram obtidos para diferentes números de medidas. Na simulação analógica verificou-se a presença de erros devido à conversão analógica digital bem como ruídos de transmissão.

Finalmente o algoritmo foi testado em um motor cujo modelo conhecido é pouco não linear (zona morta e saturação). A identificação foi realizada para um ponto de operação próximo à velocidade nominal e utilizando-se uma sequência binária de pequena amplitude. O ambiente era bastante ruidoso devido às linhas de transmissão e, principalmente, ao transdutor (tacômetro). Necessitou-se um teste para determinar o tempo de amostragem que diminui a estimação da correlação entre o ruído e o sinal de entrada, para um determinado número de medidas.

C A P I T U L O 2

METODO DA CORRELAÇÃOPARA A IDENTIFICAÇÃO DE MODELO LINEAR

Identificar um sistema é achar o modelo que descreva a relação causal entre os sinais de entrada e de saída do sistema, a partir da análise desses sinais. Num processo estocástico esses sinais estão deformados pela presença de ruídos provenientes da planta, dos transdutores (medidas) e da própria transmissão da informação, o que torna necessário um grande número de dados para a obtenção desta relação.

O método de correlação realiza um tratamento destes sinais de forma a retirar a informação necessária para a identificação. A correlação entre dois sinais (no caso a entrada e saída do sistema) é obtida tomando-se a média do produto desses sinais, para diferentes deslocamento de um deles no tempo. Com isso obtém-se uma grandeza determinística a partir de sinais estocásticos.

A idéia básica do método da correlação é realizar a identificação de um modelo linear em duas etapas. Na primeira são realizadas operações sobre uma grande quantidade de dados ruidosos, onde se obtém um modelo não-paramétrico, com enorme redução do número de dados⁽⁸⁾. Suponha-se que se deseja esti-

mar a resposta impulsiva de um sistema linear, causal, estacionário e ergódico⁽¹⁾ (fig. 2.1).

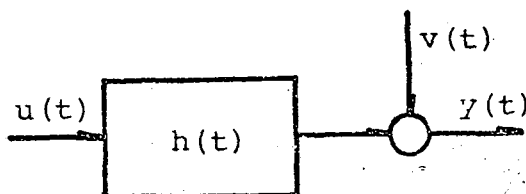


fig. 2.1

Temos que

$$y(t) = \int_0^{\infty} h(z) u(t-z) dz + v(t) \quad (2.1)$$

a correlação entre a entrada e a saída é

$$R_{yu}(t) = \int_0^{\infty} h(z) R_{uu}(t-z) dz + R_{uv}(z) \quad (2.2)$$

Se $u(t)$ e $v(t)$ são independentes, então

$$R_{uv}(t) = 0 \quad (2.3)$$

Assim

$$R_{yu}(t) = h(t) * R_{uu}(t) \quad (2.4)$$

onde $*$ denota convolução.

A equação (2.1) relaciona sinais estocásticos, enquanto que a equação (2.4) é uma relação entre funções determinísticas, obtidas a partir dos sinais estocásticos.

É fácil mostrar que a estimação de $h(t)$ atra-

vés da minimização do erro médio quadrático satisfaz uma equação análoga à (2.4), podendo-se assim obter-se a resposta impulsiva com este critério ⁽¹⁾.

Na realidade é possível obter-se apenas uma estimação da correlação, porque as medidas são realizadas sobre um tempo finito e levando-se em conta que o sistema é ergódico, quando a média sobre o tempo é igual à média sobre o conjunto.

A segunda etapa consiste em obter um modelo paramétrico (equação de estado, p.ex.) a partir do modelo não paramétrico. Nesta altura existem várias alternativas. Pode-se utilizar apenas igual número de elementos (da estimação da primeira etapa) que o de parâmetros desconhecidos ou se fazer um ajustamento do modelo paramétrico, de forma a minimizar o erro quadrático. É evidente que o último levará a melhores resultados quando houver erro sobre a estimação não paramétrica.

A obtenção da função de transferência pode ser obtida através da transformada de Fourier da resposta impulsiva. Outra maneira de se obter a mesma função é por meio da Densidade Espectral de Potência (DEP). Tomando-se a transformada de Fourier da eq. (2.4), tem-se

$$F\{R_{zu}(\omega)\} = H(\omega)F\{R_{uu}(\omega)\} \quad (2.5)$$

onde $F\{ \}$ denota transformada de Fourier, e $H(\omega)$ é a função transferência.

$$H(\omega) = \frac{F\{R_{zu}(\omega)\}}{F\{R_{uu}(\omega)\}} \quad (2.6)$$

A transformada de Fourier pode ser obtida numericamente através da transformada rápida de Fourier (FFT).

Vários autores tem se dedicado ao estudo dos métodos de identificação utilizando correlação^{(1) (2) (3) (6) (7) (8) (12)} e observado suas vantagens. Isermann et al.⁽⁸⁾ relacionaram as seguintes vantagens:

1. o método é relativamente flexível na distribuição dos cálculos sobre o tempo.
2. pequeno tempo de cálculo e uso de pouca memória.
3. a correlação entre a entrada e a saída ou a resposta impulsiva como resultado intermediário leva a:
 - a. o desempenho pode ser avaliado imediatamente
 - b. um atraso (delay) pode ser detectado facilmente
 - c. a estrutura e a ordem do modelo paramétrico podem ser selecionadas facilmente
 - d. pouco tempo de cálculo para o teste da ordem do sistema
 - e. a correlação entre a entrada e a saída ou a resposta impulsiva é válida para processos lineares com parâmetros distribuídos.
4. não são necessárias as condições iniciais das matrizes e dos parâmetros.
5. não é possível divergência.
6. a precisão dos resultados pode ser controlada pelo número de valores achados de resposta impulsiva.

A estas vantagens acrescentamos a de que o método de identificação é que, em futuro próximo, será possível ter-se sistemas digitais de baixo custo (como microprocessadores) onde será possível a sua implementação.

A principal desvantagem deste método prende-se ao fato de identificação ser realizada em duas etapas, e um pequeno erro na estimação da sequência ponderada poderá levar a erros razoáveis na obtenção dos parâmetros desejados.

No presente trabalho são feitas as seguintes suposições, na obtenção da identificação:

1. o sistema é linear e invariante no tempo (durante a identificação).
2. o sistema é estável.
3. pode-se admitir o sinal de identificação superposto sobre o sinal de operação.
4. perturbações no sistema devido a ruídos são não correlacionados com a entrada de identificação.
5. na obtenção de $H(\omega)$ o sistema é aproximadamente de banda limitada.
6. a obtenção da correlação entre os sinais é possível através da média sobre o tempo (hipótese de ergodicidade).
7. o sistema é completamente controlável e observável.

C A P I T U L O 3

DESCRIBÇÃO DO MODELO

Ao se identificar um sistema, é necessário ter se em mira sempre o objetivo desejado (comando, desempenho, propriedade, etc), que levará a escolher o modelo que mais convier aos nossos interesses. Identificar, dito de maneira simplificada, consiste em achar um modelo equivalente ao sistema em teste, levando em conta a sua saída e a sua entrada. O modelo pode ser caracterizado de várias formas, por representação paramétrica, como a de variáveis de estado, por uma equação diferencial ou de diferenças e por representação não paramétrica como a resposta impulsiva ou a sequência ponderada, a densidade espectral de potência e a função de transferência.

A representação não paramétrica tem a vantagem de não ser necessário conhecer a ordem do processo explicitamente. Na realidade ela é de ordem infinita, o que significa que é possível frequentemente obter-se um modelo em que a sua saída coincida exatamente com o objeto ⁽¹⁾. Em sistemas lineares a resposta impulsiva e, principalmente, a função de transferência jogam papel importante no conhecimento do sistema, no estudo de estabilidade e na melhora do seu desempenho.

Por outro lado, a representação paramétrica tem sido preferida na teoria de controle ultimamente; a maior parte das estratégias de controle utilizam a representação de estado, o que torna quase obrigatório o seu conhecimento quando o desejo final é o projeto do controlador do sistema em questão.

Como para a maioria dos sistemas de controle necessita-se de um modelo linear - pois em geral as plantas reais podem ser linearizadas - trataremos apenas com esta classe de modelos.

Os sistemas lineares, podem ser representados por várias maneiras para a relação entrada-saída. O quadro abaixo mostra os mais importantes.

paramétricas	não paramétricas
$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Fx(t) + Gu(t) \\ y(t) &= Cx(t) \\ P(p)y(t) &= Q(p)u(t) \end{aligned}$	$\begin{aligned} h_c(t) \\ H(j\omega) \angle \theta \end{aligned}$
$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) &= Cx(k) \\ R(q^{-1})y(k) &= S(q^{-1})u(k) \end{aligned}$	$\begin{aligned} h_d(k) \\ H(z) \angle \theta \end{aligned}$

quadro 1

É conhecido que a representação de estado não é única e que qualquer transformação linear não singular sobre os estados não altera a relação entre a entrada e a saída. Existem então infinitas representações que satisfazem esta relação. Assim acha-se a representação do sistema que envolva o menor número de parâmetros, a representação canônica. A representação do sistema por meio de uma equação diferencial ou de diferenças também leva a uma representação mínima de parâmetros e uma pode ser convertida na outra facilmente.

É interessante notar que a resposta impulsiva (ou a sequência ponderada) e a função de transferência representam a parte do sistema que é completamente observável e completamente controlável. Assim qualquer modelo paramétrico obtido a partir delas, será apenas a representação da parte observável e controlável do sistema em teste. Isto porque somente a parte observável pode ser medida, e a entrada sensibiliza apenas a parte controlável. (fig. 3.1).

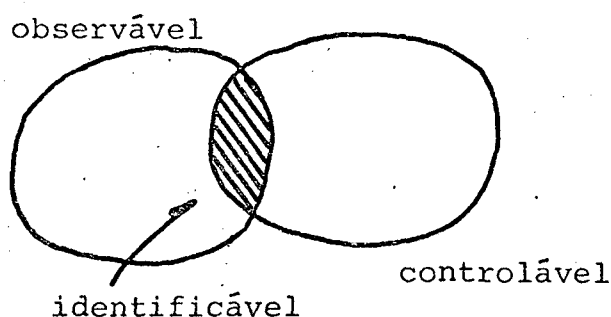


fig. 3.1

Neste capítulo trataremos das relações entre as representações determinísticas de sistemas lineares, discretas e contínuas.

3.1. MODELO PARAMÉTRICO

Um sistema dinâmico real pode ser descrito por um conjunto de equações diferenciais (contínuo) ou de diferenças (discreto) podendo ser elas de natureza determinística ou probabilística. Um sistema físico é, na maioria das vezes, contínuo. Porém a utilização de computadores digitais no comando destas plantas torna necessária a construção de um modelo discreto para o sistema. As saídas do sistema (contínuas) são amostradas em determinados tempos e convertidas em dados numéricos por meio de conversores analógico-digitais sobre os quais o computador realizará operações aritméticas e lógicas, obtendo no final a estratégia de controle que será convertida em um sinal analógico, para comandar o sistema (fig. 3.2).

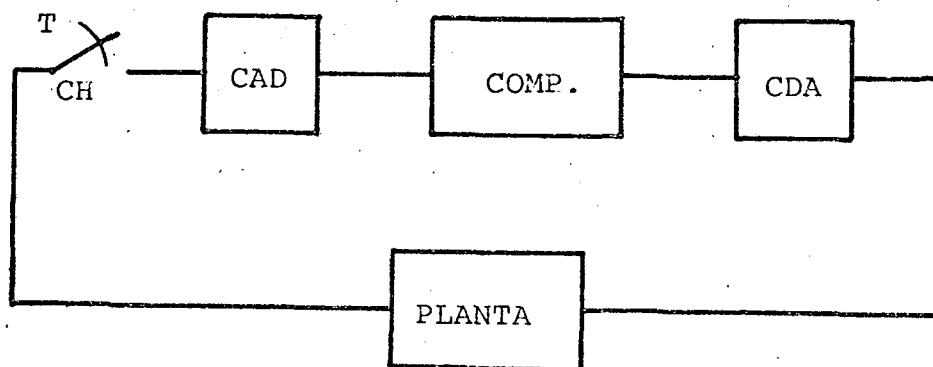


fig. 3.2

Assim coexistem a planta contínua e a sua representação discreta. É importante conhecer também a representação contínua da planta, para o estudo do desempenho do sistema entre os tempos de amostragem. Por este motivo é importante o conhecimento da representação contínua e discreta do sistema.

Além disso, quando se quer utilizar um algoritmo poderoso, com complexidade aritmética e/ou lógica, é necessária a sua implementação em um computador digital ou microprocessador e como os dados disponíveis são discretos somente pode ser obtido um modelo discreto do sistema.

Em primeiro lugar veremos a representação contínua e em seguida a representação discreta.

3.1.1. representação contínua

Um sistema físico, de uma entrada e uma saída, linear, pode ser descrito completamente por uma equação diferencial de ordem n

$$y^{(n)} + f_1' y^{(n-1)} + \dots + f_n' y = g_1' u^{(n-1)} + \dots + g_l' u \quad (3.1)$$

A solução desta equação diferencial pode ser obtida conhecendo-se as n condições iniciais e os $2n$ parâmetros f_i' e g_i' .

Qualquer equação diferencial linear ordinária de ordem n pode ser colocada como um conjunto de n equações diferenciais lineares de primeira ordem. Escolhemos dentre estas a que possui menor número de parâmetros e largamente utilizada em controle, chamada forma companheira

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Fx(t) + Gu(t) \\ y(t) &= C^T x(t) \end{aligned} \quad (3.2)$$

onde

$$F = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ f_1 & f_2 & f_3 & \dots & f_n \end{bmatrix} \quad \text{matriz } nxn$$

$$T = \begin{bmatrix} C \\ CF^* \\ \vdots \\ CF^{*n-1} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

3.1.2. representação discreta

Em vez da equação diferencial (3.1), a representação de um sistema linear discreto é obtida através de uma equação de diferenças de ordem n , da forma

$$y(k) + a_1 y(k-1) + \dots + a_n y(k-n) = b_1 u(k-1) + \dots + b_n u(k-n) \quad (3.8)$$

A representação de estado na forma canônica observável é semelhante à (3.2)

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) &= C^T x(k) \end{aligned} \quad (3.9)$$

onde

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ a_1 & a_2 & a_3 & \dots & a_n \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \cdot \\ b_n \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \cdot \\ 0 \end{bmatrix}$$

e

$$a_i = -a_{n-i+1} \quad i = 1, \dots, n \quad (3.10)$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ a_1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ a_2 & a_1 & 1 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ a_{n-1} & \dots & \dots & a_1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \cdot \\ b_n \end{bmatrix} = \alpha^{-1} B' \quad (3.11)$$

$$G = \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ \vdots \\ g_n \end{bmatrix} \quad C^T = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

É fácil mostrar que (2), (4):

$$f_i = -f'_{n-i+1} \quad i=1, \dots, n \quad (3.3)$$

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ f_1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ f_2 & f_1 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_{n-1} & \dots & f_1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} g'_1 \\ g'_2 \\ g'_3 \\ \dots \\ g'_n \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Como foi dito anteriormente, a representação (3.2) não é única para o sistema descrito por (3.1). Aplicando-se uma transformação da forma

$$x^* = P^{-1}x \quad (3.5)$$

onde P^{-1} é a matriz de transformação

x^* é o novo vetor de estado e

x é o antigo vetor de estado.

A equação de estado fica então

$$\begin{aligned} x^* &= F^* x^* + G^* u \\ y &= C^{*T} x^* \end{aligned} \quad \text{onde} \quad \begin{aligned} F^* &= P^{-1}FP \\ G^* &= P^{-1}G \\ C^* &= CP \end{aligned} \quad (3.6)$$

Dado x^* como na equação (3.6) é sempre possível fazer uma transformação e obter o sistema na representação canônica observável. A matriz que perfaz esta transformação é (2)

De maneira semelhante existem para a equação de estado (3.9) transformações similares como aquelas definidas em (3.5) e (3.6).

3.1.3. relação entre a representação discreta e contínua

Para obtermos a relação entre a representação contínua e discreta tomemos o sistema da figura 3. A chave CH_1 amostra a entrada a cada T segundos. O bloco seguinte é um elemento que mantém a entrada constante entre duas amostragens da chave CH_1 (em inglês chama-se zero order hold - ZOH), durante o intervalo de tempo T . A chave CH_2 amostra a saída simultaneamente com a chave CH_1 .

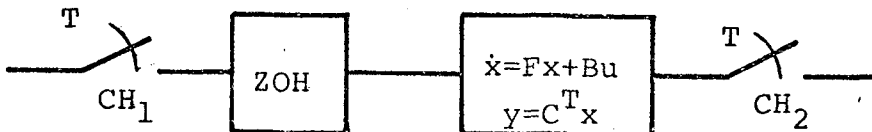


fig. 3.3

A solução do sistema descrito pelas equações

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = C^T x \quad \text{é}$$

$$x(t) = e^{F(t-t_0)} x(t_0) + \int_{t_0}^t e^{F(t-z)} Bu(z) dz \quad (3.12)$$

Desejamos saber a saída para o instante

$t = (k+1)T$ a partir do instante $t = kT$. Substituindo estes valores em (3.12) teremos

$$x(\overline{k+1}T) = e^{FT} x(kT) + \int_{kT}^{\overline{k+1}T} e^{F(k+1T-z)} Gu(z) dz \quad (3.13)$$

$$\text{mas } u(z) = u(kT) \quad kT \leq t \leq \overline{k+1}T \quad (3.14)$$

$$x(\overline{k+1}T) = e^{FT} x(kT) + \int_0^T e^{Fz'} Gu(kT) dz' \quad (3.15)$$

$$\text{onde } z' = z - kT$$

$$x(\overline{k+1}T) = Ax(kT) + Bu(kT) \quad (3.16)$$

$$y(kT) = C^T x(kT)$$

$$\text{onde } A = e^{FT} \quad (3.17)$$

$$B = \int_0^T e^{Fz} G dz \quad (3.18)$$

A é chamada matriz de transição de estado e é colocada simbolicamente na forma da equação (3.17) e é definida como

$$e^{FT} = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(Ft)^i}{i!} \quad (3.19)$$

Dado um sistema contínuo e sendo conhecida a sua representação discreta (eq. 3.16) e o tempo de discretização, é possível obter a representação contínua.

É fácil provar que

$$\begin{aligned} F &= \frac{\ln A}{T} \\ &= \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{A'^i}{T^i} \end{aligned} \quad (3.20)$$

$$\text{onde } A' = A - I$$

$$G = A'^{-1} FB \quad (3.21)$$

3.2. MODELO NÃO-PARAMÉTRICO

A resposta impulsiva (sistema contínuo), a sequência ponderada (discreto) e a função de transferência são aplicadas somente para sistemas lineares ou para sistemas não lineares quando for possível a linearização em torno de um ponto de operação. Nestas representações, a saída é colocada como uma combinação linear da entrada, e a resposta impulsiva ou a sequência ponderada podem ser obtidas por deconvolução, como no caso do método da correlação. Na identificação de sistemas em duas etapas, acha-se inicialmente a sequência ponderada para a partir dela obter a estimação dos parâmetros desejados (7), (8), (10).

3.2.1. representação contínua

A resposta impulsiva obtém-se considerando o sistema em repouso e aplicando-se um impulso unitário para $t=0$. Achando

$$y(t) = C^T x(t) \text{ com } x(t) \text{ obtido em (3.12),}$$

tem-se

$$y(t) = C^T e^{Ft} x(0) + C^T \int_0^t e^{F(t-z)} G u(z) dz \quad (3.22)$$

porém

$$h(t) = y(t) \Big|_{u(t) = \delta(t), x(0) = 0}$$

$$h(t) = C^T \int_0^t e^{F(t-z)} G \delta(z) dz$$

$$h(t) = C^T e^{Ft} G \quad (3.23)$$

A função de transferência é a transformada de Fourier da resposta impulsiva. Assim

$$H(\omega) = F\{h(t)\} \quad (3.24)$$

onde $F\{.\}$ denota a transformada de Fourier.

3.2.2. representação discreta

A solução da equação (3.9) é (5)

$$x(k) = A^k x(0) + \sum_{j=0}^{k-1} A^j B u(k-j-1) \quad (3.25)$$

e

$$y(k) = C^T A^k x(0) + \sum_{j=0}^{k-1} C^T A^j B u(k-j-1)$$

A resposta a pulso ou sequência ponderada do sistema representado por (3.9) obtém-se quando a entrada é $u(0)=1$ e $u(k)=0$ para $k \neq 0$ e as condições iniciais são nulas.

$$h(k) = y(k) \Big|_{u(k)=\delta_{k0}} \quad \text{e } x(0) = 0 \quad (3.26)$$

onde δ_{k0} é o delta de Kronecker.

Substituindo-se essas condições, em (3.24) obtém-se

$$h(k) = C^T A^k B \quad (3.27)$$

A relação entre $h(k)$ e $h(t)$ pode ser obtida levando em conta em conta (3.24) e (3.18) e que $e^{FT} = A$

$$\begin{aligned}
 h(k) &= C^T A^k B \\
 &= C^T e^{kFT} \int_0^T e^{Fz} G dz \\
 &= \int_0^T C^T e^{F(kT+z)} G dz \\
 h(k) &= \int_0^T h(kT+z) dz \quad (3.28)
 \end{aligned}$$

A figura 3.4 mostra a resposta impulsiva para o sistema de 2a. ordem definido pela função transferência:

$$H(\omega) = \frac{1}{1 + 0.5s + s^2} \quad (3.29)$$

e a figura 3.5 mostra a correspondente sequência de ponderação para um tempo de discretização $T=1s$.

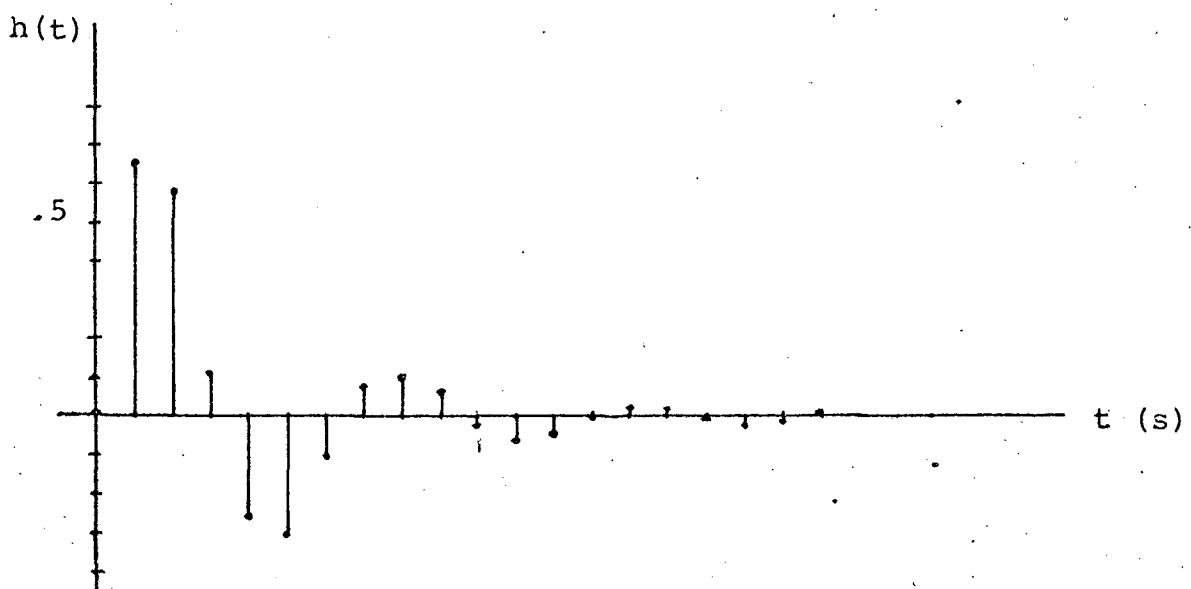


fig. 3.4

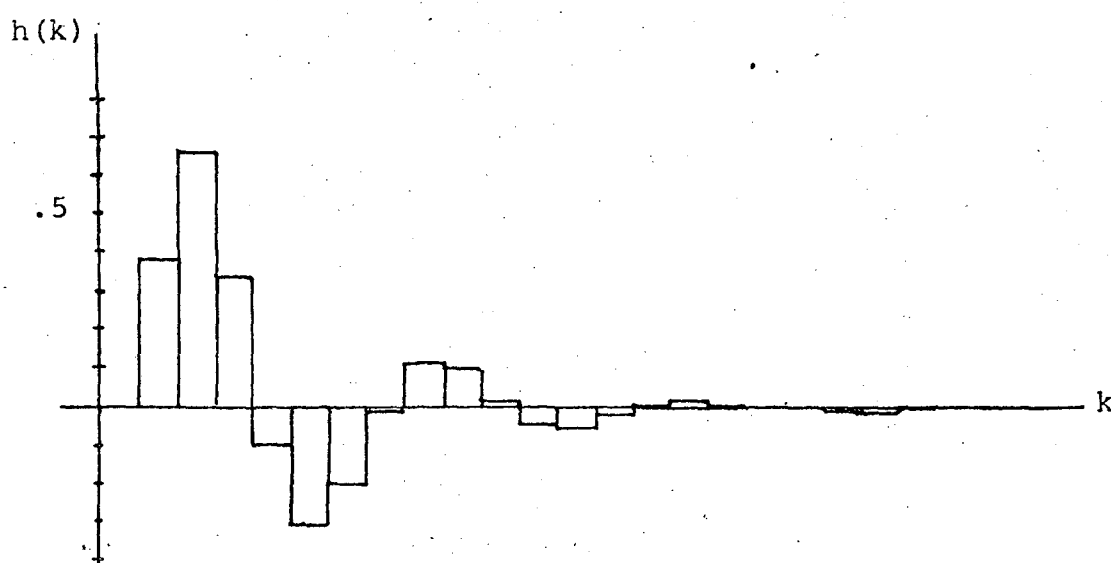


fig.3.5

3.2.3. relação entre a função de transferência e a transformada de Fourier da sequência $\{h(k)\}$

No sentido de se obter a função de transferência, acharemos a relação entre esta e a transformada de Fourier. Seja a figura 3.6. $H(\omega)$ representa o sistema contínuo. Devido ao fato que a entrada permanece constante durante o tempo de amostragem, é necessário colocar um elemento que realize esta condição - ZOH. O sinal é amostrado a cada T segundos, tanto na saída. como na entrada.

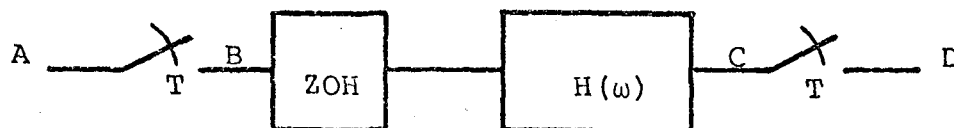


fig. 3.6

Da figura tira-se imediatamente que a função de transferência entre os pontos A e C é

$$H_1(\omega) = \frac{1 - e^{-j\omega T}}{j\omega T} H(\omega) \quad (3.30)$$

A equação acima pode ser colocada sob outra forma, colocando-se em evidência $e^{-j\omega T/2}$ e levando em conta que

$$\text{sen } x = \frac{e^{+jx} - e^{-jx}}{j} \quad (3.31)$$

Temos então

$$H_1(\omega) = \frac{e^{-j\omega T/2}}{2} \frac{\text{sen } \frac{\omega T}{2}}{\frac{\omega T}{2}} H(\omega) \quad (3.32)$$

Devida à amostragem, tem-se

$$H^*(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_1(\omega - n\omega_0) \quad (3.33)$$

Se o sistema for de banda limitada e obedecendo-se o critério de Nyquist, tem-se

$$H^*(\omega) = H_1(\omega) \quad |\omega| < \omega_0/2 \text{ sendo } \omega_0 = \frac{2\pi}{T}$$

se

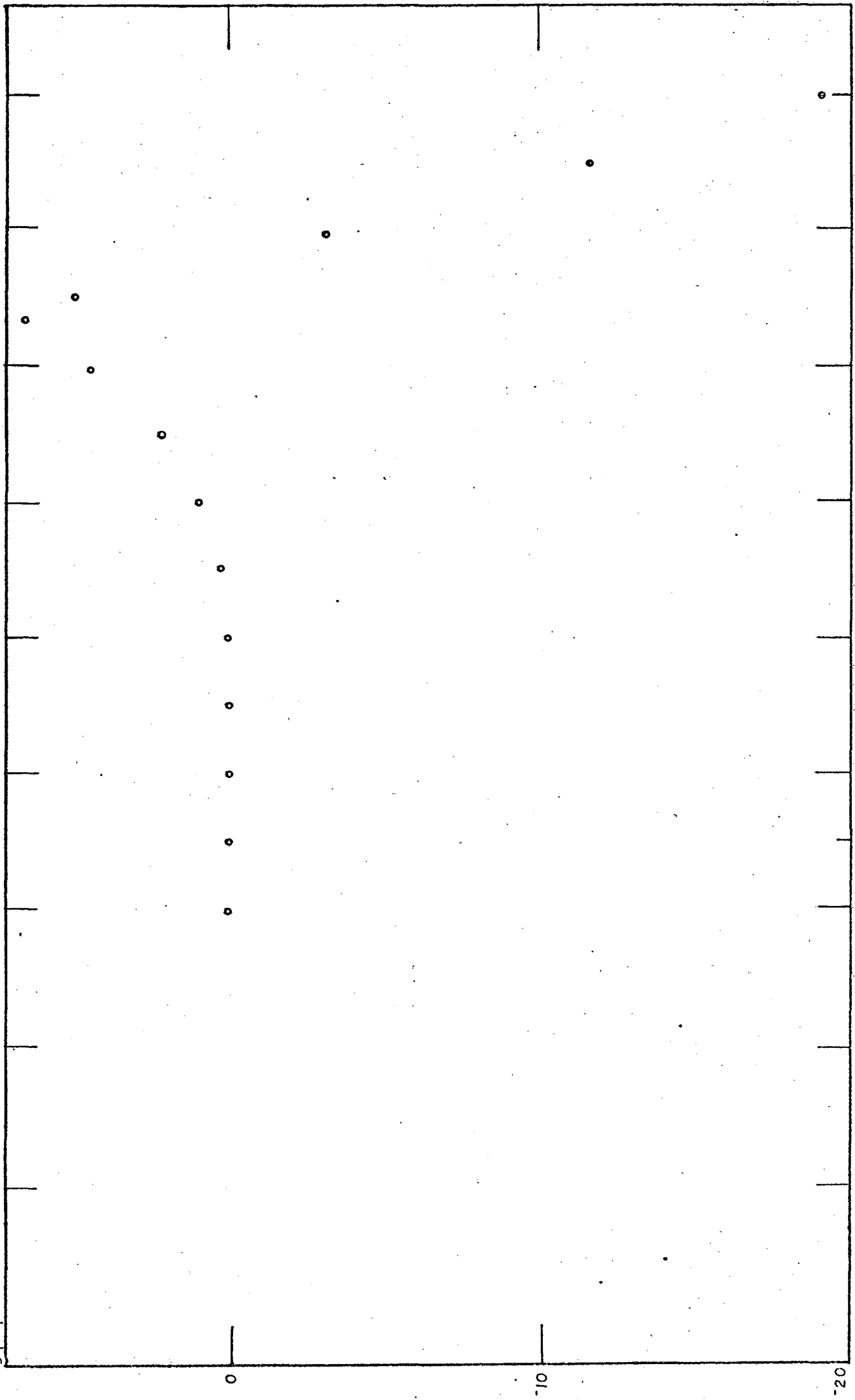
$$H_1(\omega) = 0 \quad |\omega| \geq \omega_0/2$$

Pode-se então obter

$$H(\omega) = 2e^{\frac{j\omega T}{2}} \frac{\frac{\omega T}{2}}{\text{sen } \frac{\omega T}{2}} H^*(\omega) \quad |\omega| < \omega_0/2 \quad (3.34)$$

A figura 3.7 mostra a transformada de Fourier discreta (Transformada rápida) da sequência mostrada na fig.3.5).

$20 \log |H|$



$\frac{\omega}{\omega_a}$

0.25

0.5

1

2

4

8

16

32

64

fig. 3.7

C A P I T U L O ' 4SINAL DE ENTRADA

Conforme foi exposto na introdução, a identificação consiste em conhecer um modelo definido por um conjunto de parâmetros, que quando, o modelo e a planta, submetidos à mesma entrada, possuam a mesma saída. Assim, o sinal de entrada joga um papel de importância fundamental na procura da relação entre entrada e saída de um sistema. Aström e Bohlin (13), Aoki e Stanley (14), Glover e Willems (15), mostraram que uma entrada do tipo excitação persistente é condição suficiente para a estimação consistente da função de transferência do sistema a partir da observação da entrada e da saída utilizando o método dos mínimos quadrados e máxima verossimilhança. Pouliquen, Richalet e Rault (16) analisaram profundamente as entradas sensibilizantes (ou esferizantes) na identificação de parâmetros pelo método do modelo.

Devido ao fato de que, em geral, a entrada de controle é de faixa de frequência estreita, ela não satisfaz às condições expostas acima. É necessário então sobrepor a ela um sinal exclusivamente para se obter a sensibilização dos parâmetros que se deseja conhecer. Além disto, se o sinal possuir algumas propriedades, tornará mais fácil a obtenção dos parâmetros

ou da relação entre entrada e saída. Se a autocorrelação do sinal sensibilizante é um delta de Dirac, a resposta impulsiva pode ser achada rápida e facilmente, conhecendo-se apenas a correlação entre a entrada e a saída. Como ilustração, suponha-se o sistema linear, estacionário, representado na figura 4.1 (2), (17), (18).

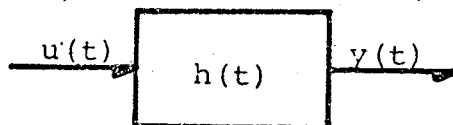


fig. 4.1

tem-se que

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(z)h(t-z)dz = \int_{-\infty}^{+\infty} u(t-z)h(z)dz \quad (4.1)$$

Seja

$$R_{uy}(t') = E\{y(t)u(t-t')\} \quad (4.2)$$

substituindo (4.2) em (4.1), tem-se

$$R_{uy}(t') = E\left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} h(z)u(t-z)dz \cdot u(t-t') \right\}$$

Colocando $u(t-t')$ dentro da integral fica

$$R_{uy}(t') = E\left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} h(z)u(t-z)u(t-t')dz \right\}$$

obtendo-se então

$$R_{uy}(t') = \int_{-\infty}^{+\infty} h(z)E\{u(t-z)u(t-t')\}dz$$

$$R_{uy}(t') = \int_{-\infty}^{+\infty} h(z)R_{uu}(t'-z)dz$$

porém se a entrada $u(t)$ é um ruído branco, $R_{uu}(t) = \delta(t)$

$$R_{xy}(t') = h(t') \quad (4.3)$$

Embora a obtenção da resposta impulsiva por este método seja fácil e rápida, a realização de um ruído branco, é bastante difícil. Pode-se gerar uma sequência aleatória em um computador digital, para simular um ruído branco mas devido ao seu caráter discreto e da sua periodicidade os resultados são pouco satisfatórios (1), (2). O sinal de entrada mais conveniente para a identificação, principalmente quando se usa correlação, é a sequência binária também chamada ruído binário pseudoaleatório (na literatura inglesa pseudo-random binary noise sequence - PRBNS). Seu espectro de frequências, sua autocorrelação e sua periodicidade tornam o seu uso atrativo como entrada quando se deseja identificar o sistema; por este motivo passaremos a estudar suas propriedades detalhadamente.

4.1. GERAÇÃO DA SEQUÊNCIA BINÁRIA

A sequência binária é um sinal discreto, de amplitude de apenas dois níveis, com período pequeno, uma autocorrelação que se aproxima bastante de uma função delta de Dirac e seu espectro de frequência é bastante largo. Sua implementação é feita com circuitos digitais de maneira simples e barata, utilizando apenas memórias e funções lógicas ou em computadores digitais por meio de algoritmo simples. Se n é o número de memória (ou variáveis, no caso de implementação em computador digital) o maior número de elementos que se obtém numa sequência é $2^n - 1$.

Uma sequência binária satisfaz a equação linear de diferenças:

$$D^n x \oplus D^{n-1} x \oplus \dots \oplus Dx \oplus x = y \quad (4.4)$$

onde D^n é o operador de atraso de n intervalos, de maneira que

$$D^n x(i) = x(i-n) \quad (4.5)$$

e \oplus é a adição módulo 2 (ou-exclusivo) com a seguinte tabela verdade

$$0 \oplus 0 = 0$$

$$0 \oplus 1 = 1$$

$$1 \oplus 0 = 1$$

$$1 \oplus 1 = 0$$

pois $1+1=2$ e $2 \bmod 2=0$

Em geral,

$$i \oplus j = (i+j) \bmod 2$$

Se na equação (4.4) $y=0$, a sequência $x(i)$ é chamada sequência nula e repetitiva e tem período máximo igual a $N = 2^n - 1$

A equação (4.4) fica então

$$(D^n \oplus D^{n-1} \oplus \dots \oplus D \oplus I)x = 0 \quad (4.6)$$

Para que se obtenha uma sequência nula de máximo comprimento (SBNMC) de ordem n o polinômio (4.6) não pode ser colocado como o produto de dois ou mais polinômios de ordem menor e não pode ser um fator mod2 de $D^N \oplus 1$ onde $N < 2^n - 1$.

O polinômio

$$D^5 \oplus D^4 \oplus D^3 \oplus D^2 \oplus D \oplus I = P(D) \quad \text{não é um SBNMC}$$

pois

$$\frac{D^6 \oplus I}{D \oplus I} x = (D^5 \oplus D^4 \oplus D^3 \oplus D^2 \oplus D \oplus I)x = 0$$

O polinômio

$$(D^4 \oplus D^3 \oplus I)x = 0 \quad (4.7)$$

é irreduzível, dando uma sequência periódica com $N = 2^4 - 1 = 15$ elementos.

A implementação da sequência obtém-se reescrevendo a equação (4.7) na forma

$$(D^4 \oplus D^3)x \oplus x = 0$$

devido à propriedade da operação \oplus (ou-exclusivo) tira-se imediatamente que

$$(D^4 \oplus D^3)x = x \quad (4.8)$$

Assim a saída do quarto elemento de atraso deve ser somado (mod2) ao terceiro, obtendo-se desta forma x . A figura 4.2 mostra a implementação deste gerador de SBNMC, utilizando elementos digitais.

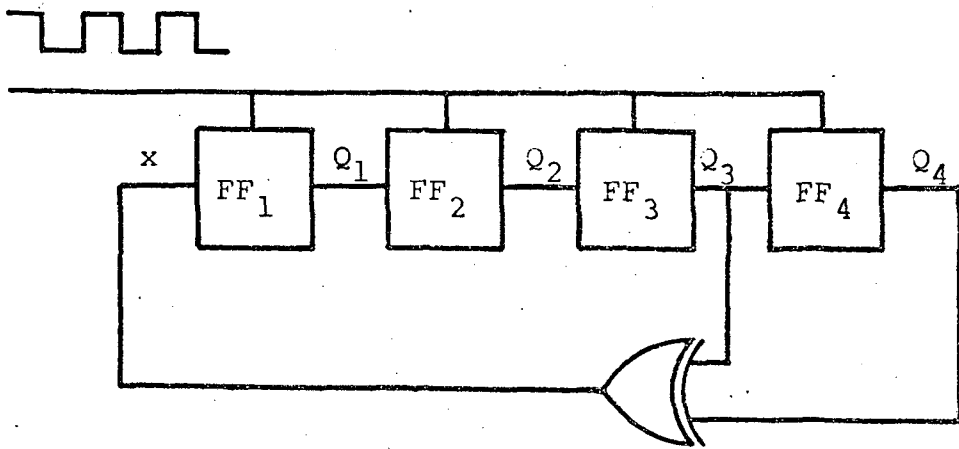


fig. 4.2

Cada deslocamento é obtido utilizando-se um flip-flop D, e a adição mod2 é feita através de um ou-exclusivo cuja relação entre entrada e saída já foi descrita; a utilização de flip-flop JK permite o uso de menos ou-exclusivos. É importan

te notar que pelo menos um dos registros deve conter 1 para que se inicie a sequência; isto pode ser resolvido utilizando-se um circuito lógico simples. Haverá um novo elemento de transição do gatilho (0 para 1 onde 1 para 0, dependendo o tipo de flip-flop), formando assim a sequência. A sequência assim obtida possui valores 0 ou 1 (0 V ou 5 V, para lógica TTL).

Verifica-se facilmente que o número de estado 1 é 2^{n-1} e o número de estado 0 é $2^{n-1} - 1$, dando um valor médio

$$x_{\text{med}} = \frac{1}{2} \quad (4.9)$$

É interessante formar uma sequência com média zero. Isto é obtido, ao invés de gerar uma sequência de 1 e 0, gerar elementos 1 e -1, ficando a média então

$$x_{\text{med}} = \frac{2^{N-1} - 2^{N-1} + 1}{N} = \frac{1}{N} \quad (4.10)$$

Esta sequência chama-se sequência binária negativa, e pode ser obtida através de um circuito analógico acoplado ao circuito digital da fig. 4.2.

A fig. 4.3 mostra a sequência em cada registro

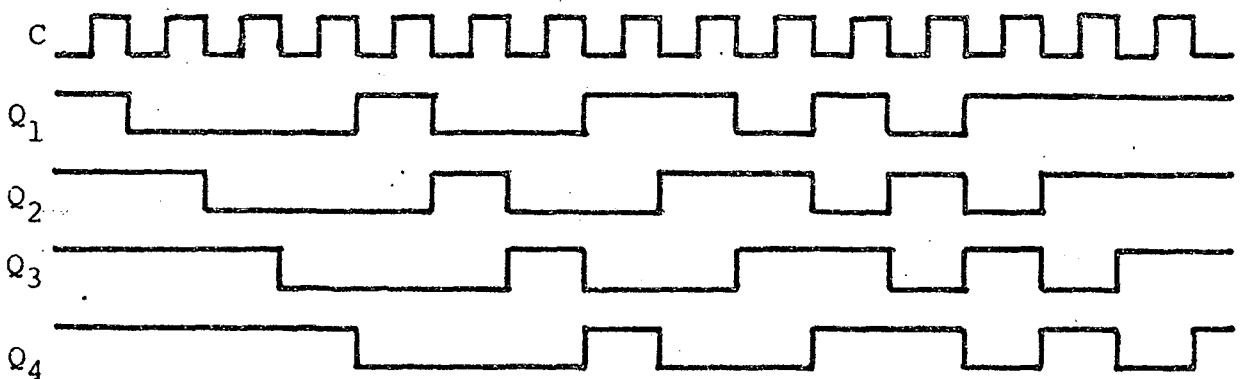


fig. 4.3

e a tabela 4.1 os N elementos de sequência binária e sua obtenção passo a passo (sequência binária de comprimento 15).

i	$x=Q_4 \oplus Q_3$	$Q_1=Dx$	$Q_2=D^2x$	$Q_3=D^3x$	$Q_4=D^4x$
1	0	1	1	1	1
2	0	0	1	1	1
3	0	0	0	1	1
4	1	0	0	0	1
5	0	1	0	0	0
6	0	0	1	0	0
7	1	0	0	1	0
8	1	1	0	0	1
9	0	1	1	0	0
10	1	0	1	1	0
11	0	1	0	1	1
12	1	0	1	0	1
13	1	1	0	1	0
14	1	1	1	0	1
15	1	1	1	1	0
16=1	0	1	1	1	1

tabela 2

Como dissemos , é possível gerar uma sequência binária utilizando computador digital. A fig. 4.4 mostra o fluxograma do algoritmo utilizado para gerar a sequência descrita pela equação (4.8).

É interessante lembrar que existem outros tipos de sequência binária além da SBNMC: sequência binária com re

petição inversa (uma SBNMC de elemento 1 e -1 e outra de elementos -1 e 1, dando com isso média zero), sequência binária gerada a partir do código de resíduos quadráticos⁽²⁾, mas cujo estudo foge ao interesse do presente trabalho.

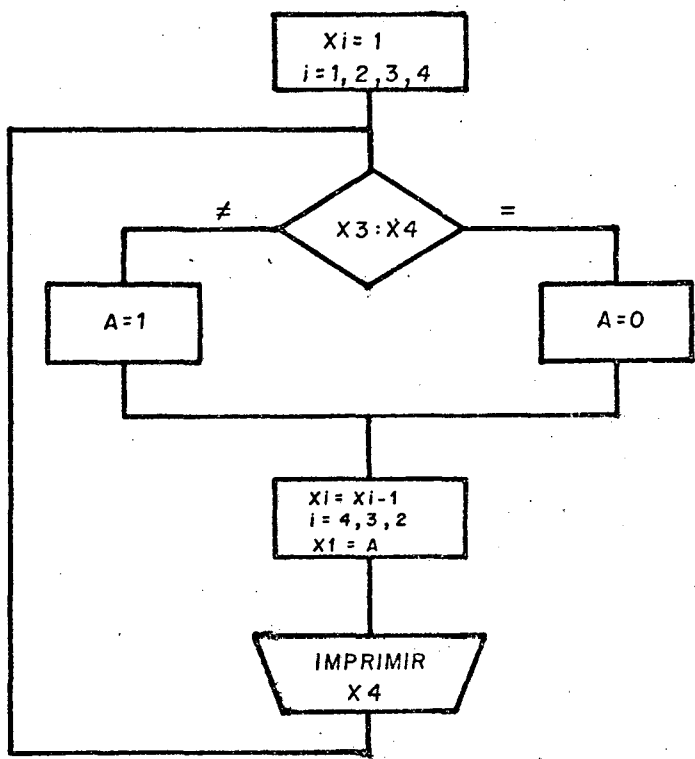
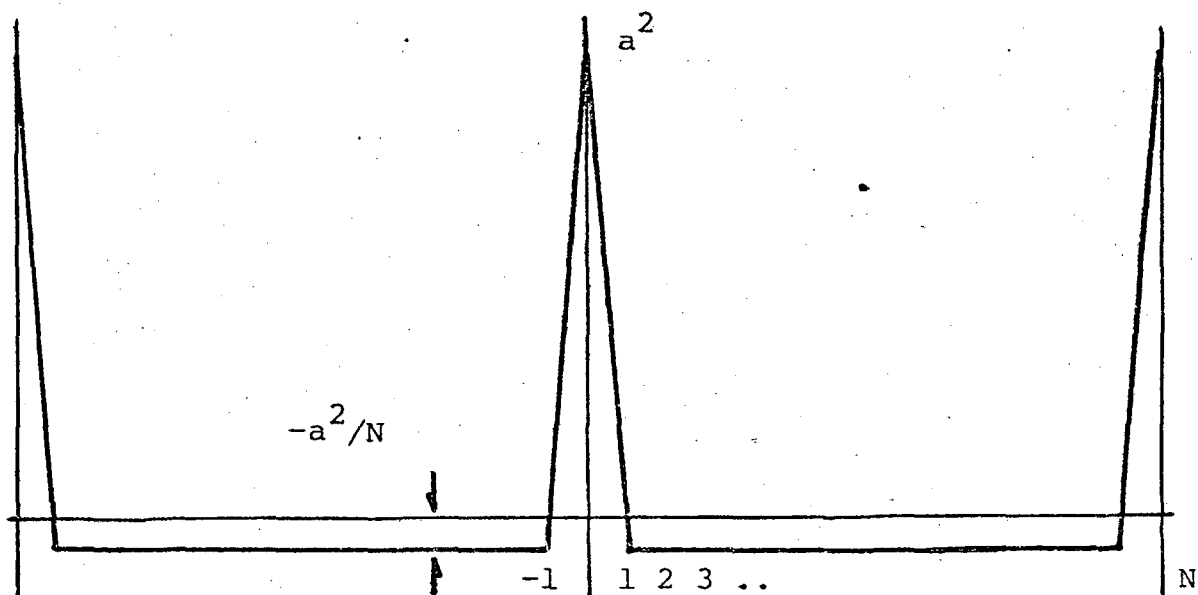


fig. 4.4

4.2. PROPRIEDADES DA SBNMC NEGATIVA

Seja a sequência binária nula de máximo comprimento negativa (daqui para a frente chamaremos apenas sequência binária) de ordem n. O número de elementos desta sequência é, como já vimos, $N=2^n - 1$. A sequência é periódica com período N, então

$$x(kN+i) = x(i) \quad k = 1, 2, \dots \quad (4.11)$$



Outro elemento importante no estudo dos sinais é o espectro de frequências, que pode ser obtido a partir da densidade espectral de potência (DEP), pois

$$|S_x(\omega)| = |X(\omega)|^2 \quad (4.18)$$

onde $S(\omega)$ é a DEP e $X(\omega)$ é a transformada de Fourier do sinal.

A densidade espectral de potência mostra como a potência se distribui entre as várias frequências que o sinal possui. É definida como a transformada de Fourier da autocorrelação:

$$S_x(\omega) = F\{R_{xx}(t)\}$$

Devido ao fato de que $R_{xx}(t)$ se aproxima de uma função delta de Dirac, é de se esperar que o sinal seja composto por uma grande quantidade de frequências com amplitudes aproximadamente iguais. Isto será tanto mais verdade à medida que crescer a ordem da sequência binária. Como $R_{xx}(t)$ é periódica, levando-se em conta as propriedades de transformada de Fourier, o espectro de frequência terá uma separação $\omega = \frac{2\pi}{NT}$ onde NT é o pe

ríodo da sequência binária.

A expressão da densidade espectral de potência da sequência binária de ordem n , pode ser obtida somando-se uma componente contínua à sequência de modo a obter $R_{xx}(k) = 0$ $j \neq mN$ para $m = 0, 1, 2, \dots$, já que isto não altera o espectro de frequência para $\omega \neq 0$; por ter forma triangular e levando em conta os valores da variável, a transformada de Fourier da função mostrada na fig. 4.6 é

$$F\{R_{xx}(t)\} = \frac{a^2 + b}{N} \sum_{i=-\infty}^{\infty} \frac{\text{sen}^2\left(\frac{\omega T}{2}\right)}{\left(\frac{\omega T}{2}\right)^2} \delta(\omega - \omega_i) \quad (4.20)$$

$$\text{onde } \omega_i = \frac{2\pi i}{NT} \quad i=1, 2, \dots$$

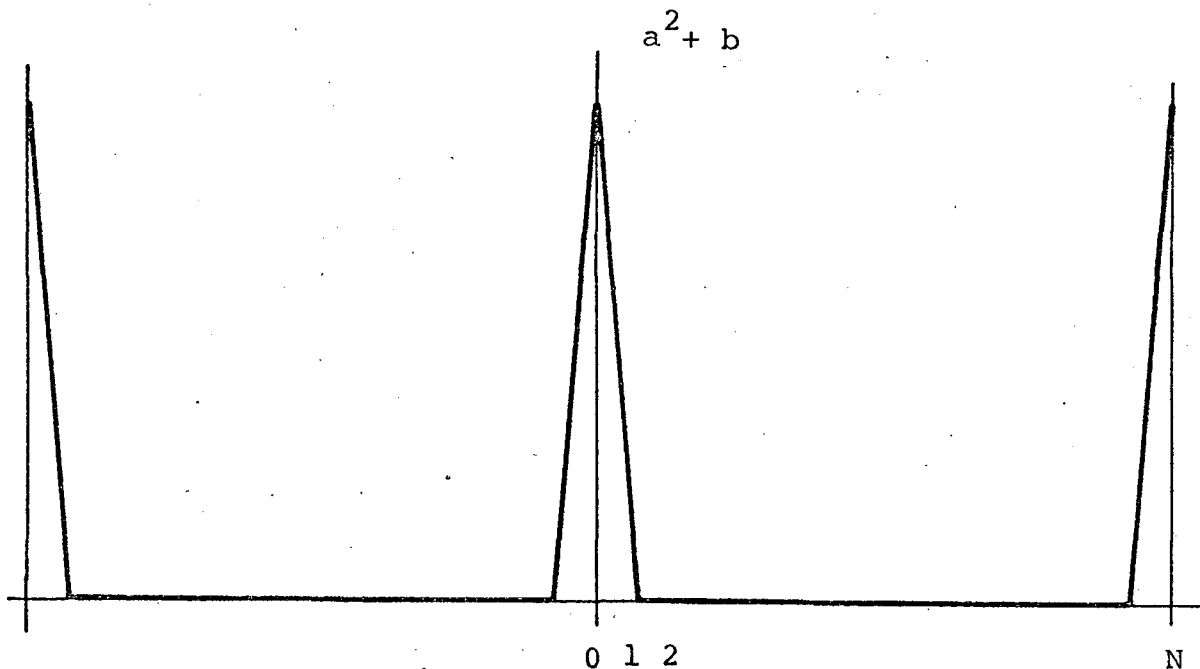


fig. 4.6

Se a sequência possui elementos $+a$ e $-a$, o seu valor médio será:

$$x_{\text{med}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x(i) = \frac{1}{N} (2^{n-1} - 2^{n-1} + 1)a = \frac{a}{N} \quad (4.12)$$

A autocorrelação $R_{xx}(t)$ da função $x(t)$ é definida como

$$R_{xx}(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^{+T} x(z)x(z-t)dz \quad (4.13)$$

mas $x(t)$ é periódico e determinístico ficando então

$$R_{xx}(t) = \frac{1}{NT} \int_0^{NT} x(z)x(z-t)dz \quad (4.14)$$

onde $x(t)$ é um sinal contínuo definido como

$$x(t) = x(k) \quad \text{para } kT \leq t < (k+1)T$$

A integral (4.14) pode ser transformada num somatório de modo a termos

$$R_{xx}(k) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x(i)x(i-k) \quad (4.15)$$

conclui-se imediatamente que

$$R_{xx}(0) = a^2 \quad (4.16)$$

onde a é a amplitude da sequência.

É fácil mostrar que para a mesma sequência,

$$R_{xx}(k) = \frac{-a^2}{N} \quad k \neq mN \quad m = 0, 1, 2 \dots \quad (4.17)$$

A fig. 4.5 mostra a autocorrelação de uma sequência negativa de ordem 4; nota-se que ela é aproximadamente uma função delta de Dirac, tornando-se esta aproximação maior à medida que N aumenta. Como a sequência é periódica, a sua autocorrelação também o será, com igual período. É possível anular a correlação $R_{xx}(k)$ para $k \neq mN$ e $m=0, 1, 2 \dots$ somando-se à sequência uma componente contínua conveniente.

O espectro de frequências é discreto, com linhas distanciadas de $\frac{2\pi}{NT}$, devido à periodicidade do sinal. A envolvente é da forma $\text{sen}^2 y/y^2$, devido ao caráter triangular da autocorrelação da sequência binária.

É interessante notar em qual frequência o sinal possui a potência igual à metade da potência máxima; para isso teremos

$$\frac{\text{sen} \frac{\omega T}{2}}{\frac{\omega T}{2}} = 0.707$$

dando como solução $\omega = 1.4 \frac{2}{T}$. Podemos tomar uma frequência limite, até a qual o sinal possui potência aproximadamente igual à metade da potência máxima, de forma a simplificar os resultados igual a

$$\omega_{\max} = \frac{\pi}{T} = \frac{\omega_0}{2} \quad \text{onde} \quad \omega_0 = T^{-1} 2\pi \quad (4.21)$$

A menor frequência diferente de zero, que é igual à separação entre as várias componentes de frequência vale

$$\omega_{\min} = \frac{\omega_0}{N} = \frac{2\omega_{\max}}{N} \quad (4.22)$$

Assim a largura da faixa será aproximadamente

$$\frac{\omega_{\max}}{\omega_{\min}} = \frac{N}{2} \quad (4.23)$$

e

$$\frac{f_{\max}}{f_{\min}} = \frac{N}{2} = 2^{n-1} \quad (4.24)$$

assim para uma sequência de ordem $n = 6$, temos $N = 63$ e para uma frequência de temporização de 100 Hz ($T = 10$ ms) teremos

$$f_{\min} = \frac{100}{63} = 1.6 \text{ Hz}$$

$$f_{\max} = \frac{100}{50} = 50 \text{ Hz}$$

$$\frac{f_{\max}}{f_{\min}} = 32$$

Gerando-se uma seqüência de ordem conveniente pode se obter qualquer largura de faixa, podendo com isso utilizá-la na identificação de sistemas em que é necessário a sensibilização de todos os modos de frequência. A fig. 4.7 mostra o espectro de frequências (módulo) de uma seqüência binária de ordem 4, obtida a partir da eq. (4.20).

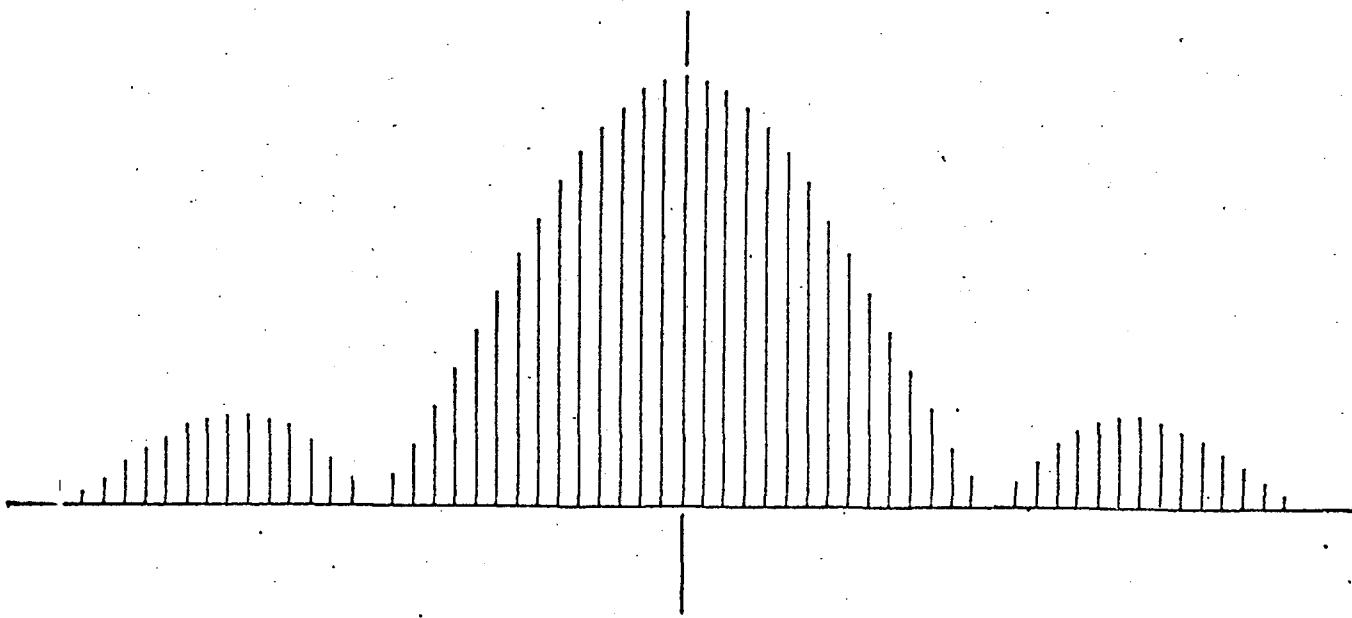


fig. 4.7

C A P I T U L O 5MÉTODO DA CORRELAÇÃO - IDENTIFICAÇÃO NÃO PARAMÉTRICA

A idéia inicial da identificação utilizando correlação é a aplicação de um ruído branco à entrada do processo, e a partir da correlação entre a entrada e a saída, obter a resposta impulsiva. Embora esta entrada não exista fisicamente, é possível obter um sinal que se aproxime bastante em relação às suas propriedades, como é o caso da sequência binária negativa, vista no capítulo anterior.

A principal vantagem em se usar o método da correlação é que ele opera sobre um grande número de dados, retirando perturbações indesejáveis. A correlação relaciona a entrada com a saída através da obtenção da média do produto destes sinais deslocados no tempo. Assim obtém-se uma relação determinística entre a entrada e a saída a partir de sinais de entrada e saída estocásticos.

Devido ao fato de ser um sinal poderoso para a identificação, ele pode ter pequena amplitude e então ser sobreposto à entrada de operação do sistema sem alterar o seu desempenho. Assim, o sinal de entrada do sistema será a soma de um sinal de controle e um sinal de identificação. Este sinal será gerado no computador digital e convertido por um conversor digital-analógico.

gico antes de ser levado ao sistema (fig. 3.1). A saída do sistema será amostrada a cada T segundos (dependendo da banda passante do sistema) e passará através de um conversor analógico digital e depois é transmitida ao computador digital. Devido ao fato de que a identificação será feita no computador digital, teremos um modelo discreto e, de agora em diante, utilizaremos apenas esta representação.

5.1. MODELO

Para um sistema linear, não variável no tempo, admitiremos o modelo da figura 5.1, definido pela relação

$$u(k) = u_0(k) + u^*(k) \quad (5.1)$$

$$y(k) = \sum_{i=0}^{\infty} h(i)u'(k-i-1) \quad (5.2)$$

$$\text{onde } u'(j) = u(j) + w(j)$$

$$z(k) = y(k) + v(k) \quad (5.3)$$

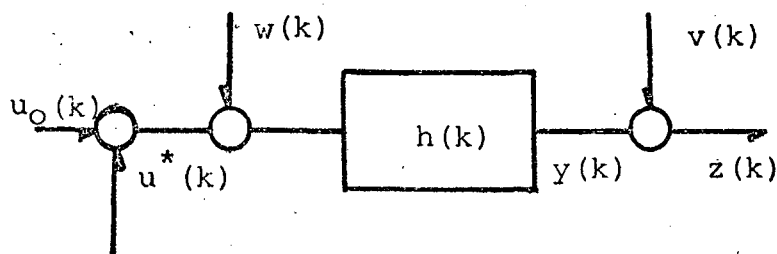


fig. 5.1

onde

$u_0(k)$ é a entrada de controle

$u^*(k)$ é a entrada de identificação, a sequência binária

$w(k)$, $v(k)$ são ruídos independentes

$z(k)$ é a saída medida

$y(k)$ é a saída sem ruído de medida

$h(k)$ é a sequência ponderada

5.2. OBTENÇÃO DA SEQUÊNCIA PONDERADA

Define-se a correlação entre duas sequências $\{z(k)\}$ e $\{u^*(k)\}$ como

$$R_{zu^*}(m) = E \{ z(k) u^*(k-m) \} \quad (5.4)$$

Por outro lado, levando em conta que o sistema é estável e escolhendo a sequência binária e o tempo de amostragem convenientes, de modo a ter-se

$$h(k) = 0 \text{ para } k \geq N; \quad (5.5)$$

pode-se escrever a equação (5.2) na forma

$$y(k) = \sum_{j=0}^{N-1} h(j) [u(k-j-1) + w(k-j-1)] + v(k) \quad (5.6)$$

assim podemos escrever

$$R_{zu^*}(m) = E \left\{ \left[\sum_{j=0}^{N-1} h(j) [u^*(k-j-1) + w(k-j-1) + u_0(k-j-1)] + v(k) \right] u^*(k-m) \right\} \quad (5.7)$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{j=0}^{N-1} h(j) E\{u_0(k-j-1)u^*(k-m) + u^*(k-j-1)u^*(k-m) + \\
&\quad + w(k-j-1)u^*(k-m)\} + E\{v(k)u^*(k-m)\} \\
&= \sum_{j=0}^{N-1} h(j) [E\{u_0(k-j-1)u^*(k-m)\} + E\{u^*(k-j-1)u^*(k-m)\} + \\
&\quad + E\{w(k-j-1)u^*(k-m)\}] + E\{v(k)u^*(k-m)\} \quad (5.8)
\end{aligned}$$

Analisemos cada termo da soma entre colchetes na equação (5.8)

$$P_1 = E\{u_0(k-j-1)u^*(k-m)\}$$

a. se $u_0(k) = KN$ (identificação apenas)

$$\begin{aligned}
P_1 &= u_0(k-j-1)E\{u^*(k-m)\} \\
&= u_0(k-j-1)/N \\
&= K
\end{aligned}$$

b. se $u_0(k) = KN + u_{ov}(k)$, onde KN é o valor médio de $u_0(k)$ e $u_{ov}(k)$ é a componente variável do controle, de espectro de frequência estreito em relação à sequência binária e por essa razão, fracamente correlacionados, de maneira que

$$\begin{aligned}
P_1 &= E\{u_{ov}(k-j-1)u^*(k-m)\} + E\{u^*(k-m)\} KN \\
P_1 &\approx K
\end{aligned}$$

A terceira parcela é a autocorrelação da sequência binária de comprimento N e amplitude a

$$\begin{aligned}
P_2 &= E\{u^*(n-j-1)u^*(k-m)\} \\
&= R_{u^*u^*}(m-j-1)
\end{aligned}$$

De acordo com a secção 4.2 temos que

$$R_{u^*u^*}(0) = a^2$$

$$R_{u^*u^*}(i) = -\frac{a^2}{N} \quad i = 1, 2, \dots, N-1$$

$$P_3 = E\{w(k-j-1)u^*(k-m)\}$$

como $w(k)$ e $u^*(k)$ são não correlacionados, é evidente que $P_3 = 0$. Pela mesma razão o último termo da equação (5.8) é também nulo.

$$P_4 = E\{v(k)u^*(k-m)\} = 0$$

A equação (5.8) fica então

$$R_{zu^*}(m) = \sum_{j=0}^{N-1} h(j) [K + R_{u^*u^*}(m-j-1)] \quad (5.9)$$

ou

$$R_{zu^*}(m) = \sum_{j=0}^{N-1} h(j)K + \sum_{j=0}^{N-1} h(j)R_{u^*u^*}(m-j-1) \quad (5.10)$$

A primeira parcela do termo à esquerda é indesejável e é devida a entrada de controle. Existem algumas maneiras de retirá-la. Uma delas é passar a saída através de um filtro passa alta de maneira a retirar a componente de controle, já que ela é de baixa frequência; isto porém deve ser feito antes de se obter a correlação.

Outra possibilidade é achar o termo e retirá-lo de $R_{zu^*}(m)$. Isto é obtido, levando em conta que

$$\sum_{j=0}^{N-1} h(j)K = y_K \quad (5.11)$$

y_K é a resposta a um degrau de amplitude K . y_K não pode ser obtido facilmente já que existe um ruído sobreposto e há a necessidade de filtrar $z(k)$.

Optamos por outra alternativa. Arranjando a equação (5.10) para $m = 1, 2, \dots, N$ temos

$$\begin{aligned} R_{zu^*}(1) &= Y_K + \sum_{j=0}^{N-1} h(j) R_{u^*u^*}(-j) \\ R_{zu^*}(2) &= Y_K + \sum_{j=0}^{N-1} h(j) R_{u^*u^*}(1-j) \\ \dots & \quad \dots \\ R_{zu^*}(N) &= Y_K + \sum_{j=0}^{N-1} h(j) R_{u^*u^*}(N-j-1) \end{aligned}$$

Colocando estas N equações na forma matricial

$$\begin{bmatrix} R_{zu^*}(1) \\ R_{zu^*}(2) \\ \dots \\ R_{zu^*}(N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \dots \\ 1 \end{bmatrix} Y_K + \begin{bmatrix} R_{u^*u^*}(0) & R_{u^*u^*}(-1) & \dots & R_{u^*u^*}(-N+1) \\ R_{u^*u^*}(1) & R_{u^*u^*}(0) & \dots & R_{u^*u^*}(-N+2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_{u^*u^*}(N-1) & R_{u^*u^*}(N-2) & \dots & R_{u^*u^*}(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h(0) \\ h(1) \\ \dots \\ h(N-1) \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

$$F_{zu^*}(N) = Y_K + F_{u^*u^*}(N) H(N-1) \quad (5.13)$$

$$F_{zu^*}(N) - Y_K = F_{u^*u^*}(N) H(N-1)$$

$$H(N-1) = F_{u^*u^*}^{-1}(N) [R_{zu^*}(N) - Y_K]$$

$$H(N-1) = -F_{u^*u^*}^{-1}(N) Y_K + F_{u^*u^*}^{-1}(N) F_{zu^*}(N) \quad (5.14)$$

Como existe ruído adicional, a correlação entre a entrada $\{u^*(k)\}$ e a saída $\{z(k)\}$ não pode ser calculada exatamente para uma sequência finita. À medida em que se obtém um maior número de medidas chega-se mais próximo do valor de $R_{zu^*}(m)$. Assim então a estimação de $R_{zu^*}(m)$ para M medidas é

$$R_{zu^*}^M(m) = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M z(k) u^*(k-m) \quad (5.15)$$

onde $M = 1, 2, 3, \dots, LN$, L é o número de realizações da sequência binária e N é o comprimento desta.

É possível, arranjando a equação acima, colocá-la sob a forma

$$R_{zu^*}^M(m) = R_{zu^*}^{M-1}(m) + \frac{1}{M} [z(m) u^*(M-m) - R_{zu^*}^{M-1}(m)] \quad (5.16)$$

onde se verifica que é um algoritmo de aproximação estocástica (11) (12).

$$p(k+1) = p(k) + r_k q(k) \quad (5.17)$$

onde r_k é o peso

$q(k)$ é a correção

É extensamente provado na literatura que se a sequência r_k é da forma $r_k = \frac{1}{1+k}$, são satisfeitas as condições necessárias para a convergência de $p(k)$ para p .

Existe outra maneira de se colocar a equação (5.15), a qual achamos mais didática

$$R_{zu^*}^M(m) = \frac{1}{L} \sum_{\ell=1}^L \frac{1}{N} \sum_{k=\ell N-N+1}^{\ell N} z(k) u^*(k-m) \quad (5.18)$$

$$R_{zu^*}^M(m) = \frac{1}{L} \sum_{\ell=1}^L R_{zu^*}^{\ell} \quad (5.19)$$

Assim é achada $R_{zu^*}^{\ell}$ para cada realização da sequência binária, realizando-se L sequências, e se obtém a estimação de R_{zu^*} fazendo a média sobre as L estimações $R_{zu^*}^{\ell}$.

É possível obter a sequência ponderada recursivamente, a partir da equação (5.12). Ela evidentemente também

satisfaz o algoritmo de aproximação estocástica. Colocaremos apenas sob uma forma que facilite a programação.

Podemos reescrever a equação (5.14) como

$$H(N-1) + F_{u^*u^*}^{-1}(N) Y_K = F_{u^*u^*}^{-1}(N) F_{zu^*}(N) \quad (5.20)$$

O lado esquerdo da equação (5.20) é a sequência ponderada acrescida de um valor constante, facilmente calculável, como veremos a seguir. Trata-se então de encontrar o seu lado direito e depois calcular $H(N-1)$. Chamemos

$$\Psi^M(N) = M F_{u^*u^*}^{-1}(N) F_{zu^*}(N) \quad (5.21)$$

Para achar $F_{u^*u^*}^{-1}(N)$ deve-se levar em conta as propriedades da sequência binária. Da definição de $F_{u^*u^*}(N)$ e das equações (4.16) e (4.17), podemos escrever

$$F_{u^*u^*}^{-1}(N) = \begin{bmatrix} a^2 & -\frac{a^2}{N} & -\frac{a^2}{N} & \dots & -\frac{a^2}{N} \\ -\frac{a^2}{N} & a^2 & -\frac{a^2}{N} & \dots & -\frac{a^2}{N} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ -\frac{a^2}{N} & -\frac{a^2}{N} & -\frac{a^2}{N} & & a^2 \end{bmatrix}^{-1} \quad (5.22)$$

$$= \begin{bmatrix} A & B & B & \dots & B \\ B & A & B & \dots & B \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ B & B & B & & A \end{bmatrix}$$

onde $A = 2B$

$$B = \frac{N}{a^2(N+1)}$$

$$\Psi^M(N) = B \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & 1 & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^M z(i)u^*(i-1) \\ \sum_{i=1}^M z(i)u^*(i-2) \\ \dots \\ \sum_{i=1}^M z(i)u^*(i-N) \end{bmatrix}$$

$$= B \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & 1 & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 2 \end{bmatrix} \sum_{i=1}^M \begin{bmatrix} u^*(i-1) \\ u^*(i-2) \\ \dots \\ u^*(i-N) \end{bmatrix} z(M)$$

$$= B \sum_{i=1}^M \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & 1 & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u^*(i-1) \\ u^*(i-2) \\ \dots \\ u^*(i-N) \end{bmatrix} z(M)$$

finalmente

$$\Psi^M(N) = \Psi^{M-1} + B \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & 1 & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u^*(M-1) \\ u^*(M-2) \\ \dots \\ u^*(M-N) \end{bmatrix} z(M) \quad (5.23)$$

Como se pode concluir observando-se a eq. (5.23), s3o 3e poss3ivel iniciar a identifica33o depois de uma realiza33o da sequ3ncia bin3ria.

Como $\{u^*(k)\}$ 3e uma sequ3ncia determin3stica e conhecida *a priori* e a matriz $F_{u^*u^*}^{-1}(N)$ tem a mesma dimens3o que o per3odo da sequ3ncia, 3e poss3ivel evitar a multiplica33o das matrizes na equa33o (5.23) ganhando-se em rapidez de c3lculo.

Calculemos o produto definido como

$$\begin{bmatrix} A & B & B & \dots & B \\ B & A & B & \dots & B \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ B & B & B & \dots & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u^*(M-1) \\ u^*(M-2) \\ \dots \\ u^*(M-N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q(M-1) \\ q(M-2) \\ \dots \\ q(M-N) \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} q(M-1) &= u^*(M-1)A + \sum_{i=2}^N u^*(M-i)B \\ &= (A-B)u^*(M-1) + B \sum_{i=1}^N u^*(M-i) \\ &= (A-B)u^*(M-1) + B \quad \text{já que} \quad \sum_{i=1}^N u^*(k-i) = 1 \end{aligned}$$

em geral,

$$q(M-i) = (A-B)u^*(M-i) + B \quad (5.25)$$

Como $\{u^*(k)\}$ é periódica, a sequência $q(k)$ também o será, de maneira que

$$q(k+N) = q(k) = q(k-N)$$

Assim

$$\Psi^M(N) = \Psi^{M-1}(N) + Q(M-N)z(N) \quad (5.26)$$

onde

$$Q(M-N) = \begin{bmatrix} q(M-1) \\ q(M-2) \\ \dots \\ q(M-N) \end{bmatrix}$$

Assim são necessárias apenas N produtos e N somas para a obtenção da função (5.21) para cada nova saída e entrada.

Desta maneira temos

$$H^M(N-1) + F_{u^*u^*}^{-1}(N) \cdot y_K = \frac{\Psi^M(N)}{M} \quad (5.27)$$

Para obter $\{h(k)\}$ é necessário ainda retirar a parcela $F_{u^*u^*}^{-1}(N) Y_K$, da equação (5.27). Esta parcela é comum a todos os elementos da sequência $h(k)$, conforme mostra figura 5.2.

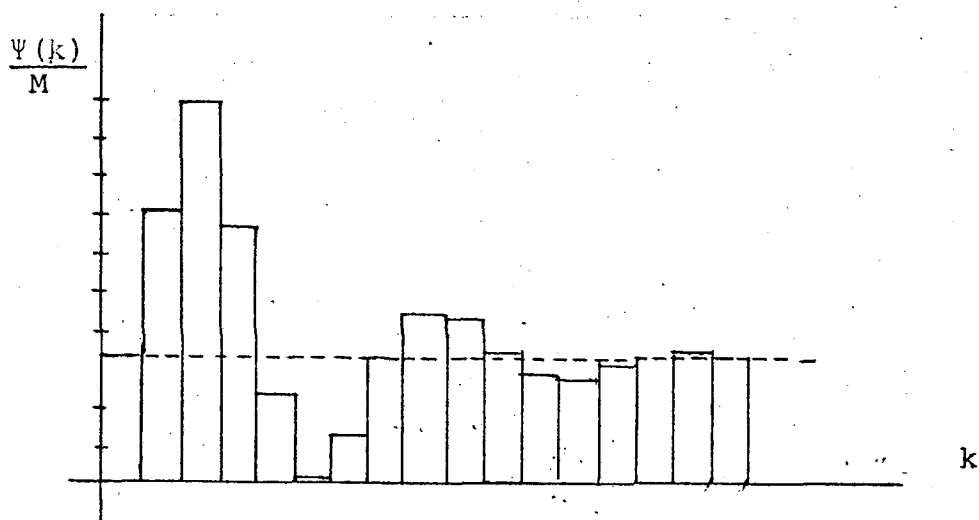


Fig. 5.2

Podemos retirar esta parcela colocando na sequência $h(k)$ um elemento conhecido de antemão, como por exemplo, $h(0) = 0$.

Substituindo na equação (5.27) tem-se

$$\frac{\Psi^M(0)}{M} = F_{u^*u^*}^{-1}(N) Y_K$$

$$H(N-1) = \frac{\Psi^M(N)}{M} - \frac{\Psi^M(0)}{M}$$

5.3. OBSERVAÇÃO

No sentido de se obter a sequência $\{h(k)\}$, é importante notar algumas condições necessárias. Elas estão colocadas esparsamente no presente capítulo, mas devido à sua importância listaremos novamente:

1. O sistema necessita ser estável, de modo a se ter a sequência $\{h(k)\}$ nula para $k > N$, para um determinado tempo de discretização. Isto vem de encontro à escolha da ordem da sequência binária analisada no cap. 4.

2. É necessário que se espere uma realização da sequência binária de modo a satisfazer a eq. (5.23). Isto também implica que o sistema deve estar em regime permanente quando se iniciar a identificação do processo.

3. Como tanto a entrada quanto a saída quando não houver ruído são periódicas no regime permanente; é possível obter a correlação exata entre esses sinais tomando-se medidas durante apenas um ou mais períodos completos e com isso identificar o processo. Por outro lado, quando houver ruído, tomando-se a estimação da correlação para períodos inteiros, o erro na obtenção desta é minimizado.

C A P I T U L O 6

MÉTODO DE CORRELAÇÃO - IDENTIFICAÇÃO PARAMÉTRICA

No capítulo 5, utilizando o método da correlação, obtivemos um modelo linear não paramétrico, a sequência ponderada do sistema. No entanto, como já frisamos, a teoria moderna de controle utiliza na síntese dos modelos paramétricos controladores, na maioria das vezes, a representação de estado. Assim resta ainda obter este modelo paramétrico a partir da estimação de $h(k)$.

É fácil verificar que existe uma relação linear entre os parâmetros a_i e b_i definidos em (3.8) (equação de diferenças de ordem n) e a sequência ponderada. Como existe $2n$ parâmetros desconhecidos, são necessários ao menos igual número de valores da sequência ponderada. Se são usados apenas $r=2n$ pontos da sequência ponderada nem toda a informação contida em $\{h(k)\}$ é utilizada na estimação: o ruído sobreposto à sequência ponderada poderá levar a estimação dos parâmetros a resultados de grande variância.

Tomando-se $r > 2n$ valores de $\{h(k)\}$, pode-se utilizar o critério dos mínimos quadrados (método 2) para a obtenção dos parâmetros, chegando-se a melhores resultados que tomando apenas $2n$ elementos. A vantagem deste método será visto atra-

vês da simulação no capítulo 7.

O objetivo final é obter a representação de estudos na forma canônica observável. Para o sistema de uma entrada e uma saída (fig. 6.1), temos

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k)$$

$$y(k) = C^T x(k)$$

onde A, B e C foram definidos na secção 3.1.

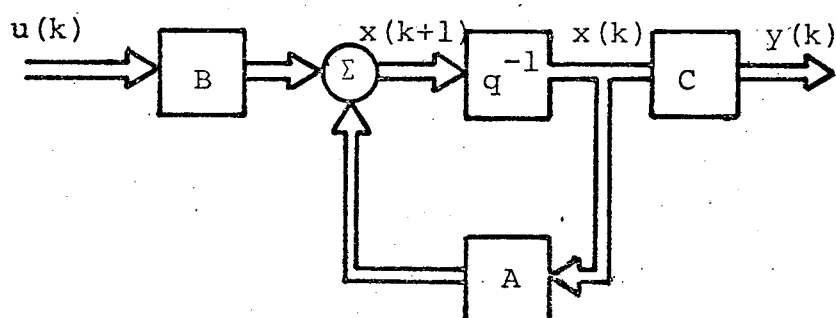


fig. 6.1

Acharemos os parâmetros inicialmente a partir de $2n$ elementos da sequência $h(k)$ (método 1) e em seguida utilizando um ajustamento que minimiza o erro quadrático (método 2).

6.1. MÉTODO 1

Reescreveremos a equação (3.8) sob a forma

$$y(k) = -a_1' y(k-1) - a_2' y(k-2) \dots + b_1' u(k-1) \dots + b_n' u(k-n) \quad (6.1)$$

A sequência ponderada é definida como a resposta à entrada

$$\begin{aligned} u(0) &= 1 \\ u(1) &= u(2) = \dots = 0 \end{aligned}$$

A equação (6.1) pode ser reescrita então como

$$h(k) = -a_1' h(k-1) - a_2' h(k-2) \dots + b_1' u(k-1) \dots + b_n' u(k-n) \quad (6.2)$$

Se variarmos k de 1 até $2n$ na equação acima, obteremos $2n$ equações relacionando a sequência $h(k)$ aos parâmetros a_i' e b_i' . Levando em conta que o sistema é causal, e que $h(0) = 0$, teremos

$$\begin{aligned} h(1) &= && b_1' \\ h(2) &= -a_1' h(1) && + b_2' \\ h(3) &= -a_1' h(2) - a_2' h(1) && + b_3' \\ \dots & \dots && \dots \\ h(2n) &= -a_1' h(2n-1) \dots && + b_n' \end{aligned} \quad (6.3)$$

ou na forma matricial

$$\begin{bmatrix} h(1) \\ h(2) \\ h(3) \\ \dots \\ h(2n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & \dots & 0 \\ -h(1) & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & \dots & 0 \\ -h(2) & -h(1) & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -h(2n-1) & \dots & -h(n-1) & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1' \\ \dots \\ a_n' \\ \dots \\ b_n' \end{bmatrix}$$

(6.4)

$$H = PQ$$

(6.5)

onde P é uma matriz $2n \times 2n$ da forma

$$P = \begin{bmatrix} P_1 & I \\ P_2 & 0 \end{bmatrix}$$

e H e Q são vetores de comprimento $2n$

$$H = \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \end{bmatrix} \quad Q = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{bmatrix}$$

As submatrizes são definidas como

$$P_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -h(1) & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -h(2) & -h(1) & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -h(n-1) & -h(n-2) & -h(n-3) & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

$$P_2 = \begin{bmatrix} -h(n) & -h(n-1) & -h(n-2) & \dots & -h(1) \\ -h(n+1) & -h(n) & -h(n-1) & \dots & -h(2) \\ -h(n+2) & -h(n+1) & -h(n) & \dots & -h(3) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -h(2n-1) & -h(2n-2) & -h(2n-3) & \dots & -h(n) \end{bmatrix}$$

$$H_1 = \begin{bmatrix} h(1) \\ h(2) \\ \dots \\ h(n) \end{bmatrix} \quad H_2 = \begin{bmatrix} h(n+1) \\ h(n+2) \\ \dots \\ h(2n) \end{bmatrix} \quad Q_1 = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} \quad Q_2 = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix}$$

e I é uma matriz identidade de ordem $n \times n$

Da equação (6.5) tira-se que

$$Q = P^{-1}H \quad (6.6)$$

ou

$$\begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & P_2^{-1} \\ I & -P_1 P_2^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \end{bmatrix} \quad (6.7)$$

daí tira-se que

$$\begin{aligned} Q_1 &= P_2^{-1}H_2 \\ Q_2 &= H_1 - P_1 P_2^{-1}H_2 \\ &= H_1 - P_1 Q_1 \end{aligned} \quad (6.8)$$

A inversa P_2^{-1} existe com probabilidade 1 se a ordem do modelo for igual à do sistema (23).

Como desejamos obter também a representação de estados, acharemos os parâmetros b_i . Da definição das matrizes P_1 , Q_1 e H_1 tira-se que

$$-P_1 Q_1 = \alpha' H_1$$

onde

$$\alpha' = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ a_1 & 0 & 0 & & 0 \\ a_2 & a_1 & 0 & & 0 \\ \dots & & & & \\ a_{n-1} & a_{n-2} & \cdot & & 0 \end{bmatrix}$$

$$H_1 - P_1 Q_1 = H_1 + \alpha' H_1 = (\alpha' + I)H_1$$

$$Q_2 = \alpha H_1 \quad (6.9)$$

mas como foi visto na secção 3.2,

$$\begin{aligned}
 B &= \alpha^{-1} B' \\
 B &= \alpha^{-1} Q_2 = \alpha^{-1} \alpha H_1 \\
 B &= H_1
 \end{aligned}
 \tag{6.10}$$

sendo que os elementos a_i da mesma representação são obtidos sem maior dificuldade.

$$a_i = -a'_{n-i+1} \quad i = 1, 2, \dots, n \tag{6.11}$$

6.2. MÉTODO 2

Este método utiliza o mesmo princípio do anterior, que é o de relacionar a sequência ponderada com os parâmetros do modelo. Toma-se porém, $r > 2n$ elementos da sequência e estima-se os parâmetros pelo método dos mínimos quadrados.

A equação (6.2) escrita para $k = 1, 2, \dots, r$, nos leva a r equações, que arranjadas na forma matricial ficam:

$$\begin{bmatrix} h(1) \\ h(2) \\ h(3) \\ \cdot \\ h(r) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & \dots & 0 \\ -h(1) & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & \dots & 0 \\ -h(2) & -h(1) & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -h(r-1) & -h(r-2) & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a'_1 \\ \cdot \\ a'_n \\ \cdot \\ b'_n \end{bmatrix}$$

(6.12)

$$H = PQ$$

onde P é uma matriz $r \times 2n$

H é um vetor de comprimento r

Q é o vetor dos parâmetros.

A equação do modelo é

$$H_m = PQ \quad (6.13)$$

O erro entre o modelo e a sequência ponderada estimada é

$$e = H - H_m = H - Pq \quad (6.14)$$

e utilizando a minimização do erro quadrático

$$V = \sum_{i=1}^r [h(i) - h_m(i)]^2 \quad (6.15)$$

temos

$$Q = [P^T P]^{-1} P^T H \quad (6.16)$$

A estimação dos parâmetros pode ser obtida desta maneira ou utilizando o particionamento das matrizes definidas em 6.12, que levará a simplificação de cálculo.

Definindo as matrizes

$$P = \begin{bmatrix} P_1 & I \\ P_2 & 0 \end{bmatrix} \quad Q = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{bmatrix} \quad H = \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \end{bmatrix}$$

onde as submatrizes P_1 , H_1 , Q_1 , Q_2 e I são definidas como na seção anterior.

Define-se

$$P_2 = \begin{bmatrix} -h(n) & -h(n-1) & -h(n-2) & \dots & -h(1) \\ -h(n+1) & -h(n) & -h(n-1) & \dots & -h(2) \\ -h(n+2) & -h(n+1) & -h(n) & \dots & -h(3) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -h(r) & -h(r-1) & -h(r-2) & \dots & -h(r-n+1) \end{bmatrix}$$

$$e \quad H_2^T = [(n+1) \quad h(n+2) \quad \dots \quad h(r)]$$

Não é difícil mostrar que a equação (6.16) pode ser reescrita sob a forma

$$Q_1 = [P_2^T P_2]^{-1} P_2^T H_2 \quad (6.17)$$

$$Q_2 = H_1 - P_1 Q_1$$

A última equação é idêntica à equação (6.8), que nos leva a obter a mesma estimação nos dois métodos para os parâmetros b_i da equação de estado na forma companheira.

$$B = H_1$$

Com o método 2 obtém-se melhor estimação dos parâmetros a_i não trazendo nada de novo com relação aos parâmetros b_i da representação de estado.

Isermann et al. ⁽⁸⁾ propõem o ajustamento dos parâmetros através do menor erro quadrático, utilizando a função

$$y(k) = \sum_{j=0}^{N-1} h(j)u(k-j-1) \quad (6.18)$$

Fazendo

$$u(0) = u(1) = u(2) = \dots = 1$$

a solução do problema se torna relativamente simples, obtendo melhores resultados que utilizando apenas a sequência ponderada na estimação dos parâmetros. Isto porém aumenta consideravelmente o tempo de cálculo, tornando mais difícil a implementação do método.

C A P I T U L O 7

SIMULAÇÃO DIGITAL

Para avaliar o desempenho do método estudado, fizemos a simulação no computador digital, utilizando para isto um sistema discreto. Desta forma a simulação do processo é feita porque o modelo e as perturbações são conhecidos exatamente, e a dicionalmente, os sinais de teste e a relação sinal-ruído podem ser variados facilmente⁽⁸⁾. Assim poderá se ter certeza quanto ao erro dos parâmetros estimados, se o estimador gera ou não vício, etc.

7.1. SISTEMA SIMULADO

Utilizamos na simulação digital um sistema linear, estável e invariante no tempo descrito por Saridis⁽⁶⁾. Nas palavras do autor o sistema "é muito sensível ao ruído e gera facilmente vício (bias) na estimação dos parâmetros". O sistema tem a forma descrita em (3.9) com as matrizes definidas por

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -0.66 & 0.78 & -0.18 & 1.00 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (7.1)$$

A sequência ponderada deste sistema está representada na fig. 7.1.

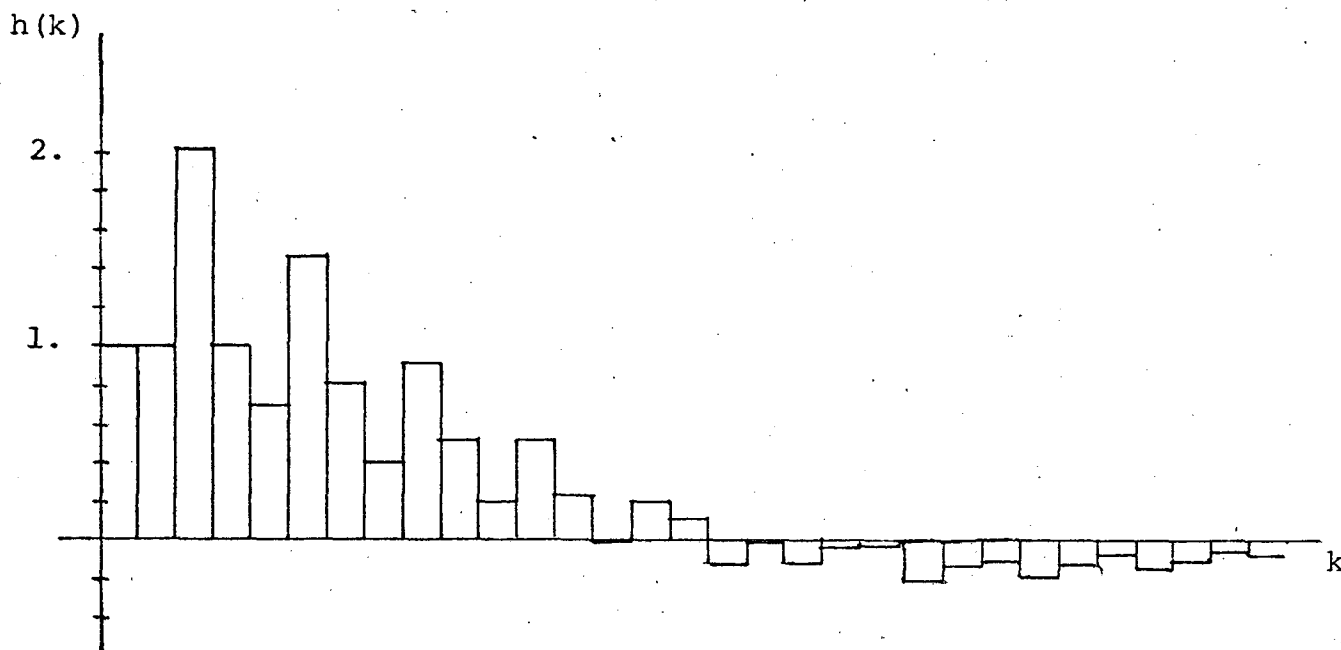


fig. 7.1

7.2. ENTRADA E SAÍDA

A entrada que utilizamos para excitar o sistema é, como já foi vista na secção 5.1, a soma de uma componente constante e uma sequência binária, de amplitude unitária e ordem 6.

$$u(k) = u^*(k) + K \quad (7.2)$$

Os testes foram feitos inicialmente com um

ruído branco gaussiano, gerado a partir de uma distribuição uniforme e depois com um ruído branco colorido, obtido com a filtração do primeiro, ambos colocados sobre a saída do sistema. Tomou-se como referência os ruídos branco e colorido que tiveram uma relação sinal-ruído unitário. As simulações foram feitas com ruídos de desvio padrão iguais a $0.1\sigma_u$, $0.2\sigma_u$, $0.5\sigma_u$ e $1.0\sigma_u$ onde σ_u é o desvio do ruído padrão tomado como referência.

A distribuição uniforme foi obtida diretamente de uma função (RAN) da programateca da Digital, fabricante do PDP/11. A partir desta distribuição uniforme obteve-se o ruído branco gaussiano, utilizando-se a subrotina GAUSS da IBM.

A geração do ruído colorido foi feita utilizando-se um filtro de quarta ordem definido pela equação de diferenças:

$$y(k) = 2.96y(k-1) - 3.88y(k-2) + 0.25y(k-3) - 0.71y(k-4) + u(k) \quad (7.3)$$

onde $v(k)$ é o ruído branco gaussiano

$y(k)$ é o ruído colorido

7.3. MEDIDA DOS ERROS

Para cada caso simulado, calculamos os erros

$$\epsilon_o^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N_1} [h(i) - \hat{h}(i)]^2}{\sum_{i=1}^{N_1} h(i)} \quad (7.4)$$

$$\epsilon_{\ell}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{2n} (\theta_i - \hat{\theta}_i)^2}{\sum_{i=1}^{2n} \theta_i^2} \quad (7.5)$$

onde N_1 é o número de elementos estimadas da sequência ponderada

$$N_1 < 63$$

$\ell = 1$, método 1 (secção 6.2)

$\ell = 2$, método 2 (secção 6.2)

$$[\theta_1 \theta_2 \dots \theta_{2n}] = [b_1 b_2 \dots b_n a_1 a_2 \dots a_n]$$

x é o valor exato

\hat{x} é o valor estimado.

7.4. RESULTADOS

Para cada simulação foram realizadas $M = 63N$ medidas, onde N é o número de realizações da sequência binária. Os valores iniciais dos parâmetros e da sequência ponderada são sempre nulos.

$$\theta_1 = \theta_2 = \dots = 0$$

$$h(1) = h(2) = \dots = 0$$

Os resultados obtidos na simulação estão na tabela 7.1. Estes mesmos resultados estão colocados sob a forma de gráfico de modo a tornar mais fácil a visualização. A fig.7.2 é a simulação do sistema, colocando sobre a sua saída um ruído branco, de desvio padrão indicado em cada gráfico, tendo como variável N , o número de realizações. Nos resultados mostrados na fig. 7.3 utilizou-se o ruído colorido sobre a saída, ao invés

do branco. A fig. 7.4 toma os erros como função dos desvios padrão, para $N = 20$ realizações.

σ/σ_u	N	branco			colorido		
		$\epsilon_0 \times 10^2$	$\epsilon_1 \times 10^2$	$\epsilon_2 \times 10^2$	$\epsilon_0 \times 10^2$	$\epsilon_1 \times 10^2$	$\epsilon_2 \times 10^2$
.1	1	7.28	7.21	9.49	7.68	88.94	13.23
	2	4.69	9.00	7.28	5.39	41.71	14.97
	5	3.00	5.66	1.41	4.00	5.48	2.74
	10	2.21	12.65	1.92	2.28	33.32	3.32
	20	1.45	7.81	0.55	1.76	11.14	1.00
	50	1.17	1.79	0.42	0.95	1.61	0.42
	100	0.71	2.26	0.20	0.71	0.32	0.71
.2	1	44.16	21.68	27.93	17.61	16.12	49.50
	2	10.49	2.90	21.91	12.25	55.86	29.83
	5	5.00	18.97	4.58	17.61	11.83	13.42
	10	4.69	13.04	3.61	7.28	24.49	8.94
	20	3.61	10.30	4.00	4.24	18.16	3.16
	50	1.73	1.22	1.41	2.83	2.24	2.00
	100	1.30	1.52	0.55	0.94	2.12	1.22
.5	1	67.60	132.29	42.43	69.28	90.50	53.85
	2	28.98	100.00	42.90	31.46	73.08	44.61
	5	16.12	70.99	19.24	16.12	87.24	51.67
	10	15.81	158.21	18.71	9.75	146.41	21.45
	20	7.74	10.49	11.40	9.33	5.29	27.20
	50	7.14	23.87	6.56	3.16	20.49	7.14
	100	3.60	11.40	3.46	4.12	26.83	11.40
1.	1	74.83	63.64	65.57	74.83	184.39	73.77
	2	66.93	57.97	55.77	42.54	67.68	58.14
	5	33.62	26.46	35.50	47.22	53.29	58.48
	10	24.29	25.88	30.50	21.21	22.14	35.07
	20	25.10	34.64	30.33	15.49	46.58	49.40
	50	15.81	42.07	28.46	9.49	20.00	29.98
	100	9.11	17.29	8.94	9.27	19.49	22.58

tabela 7.1

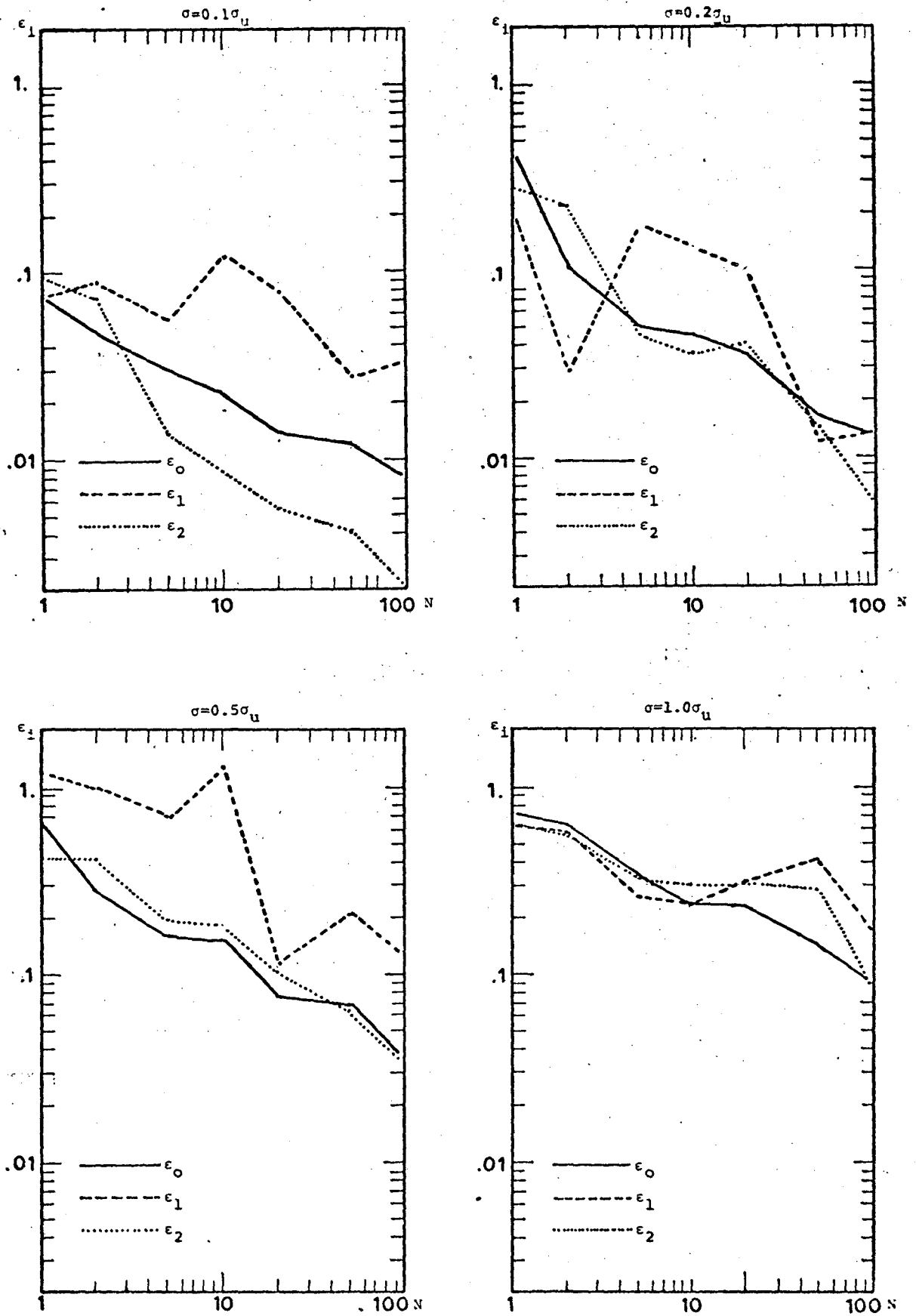


fig. 7.2

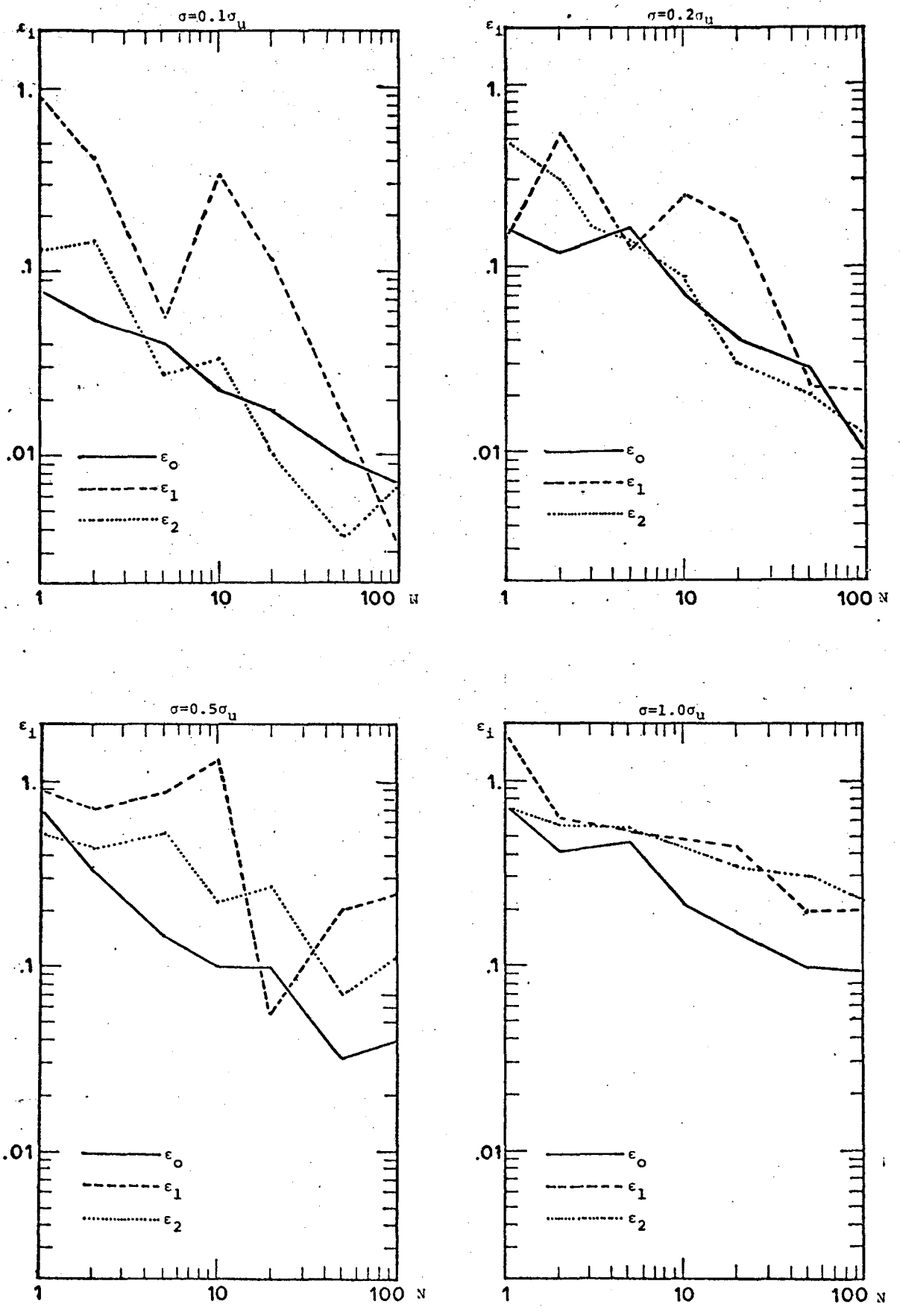


fig. 7.3

A partir dos dados da tabela 7.1 e dos gráficos, podemos concluir que

1. embora o ruído colorido leve a erros maiores que o ruído branco (para a mesma relação sinal-ruído), consegue-se sempre diminuí-los, aumentando-se o número de medidas.
2. o método 2, em geral, leva a melhores resultados que o método 1.
3. quanto maior a variância do ruído (e conseqüentemente, a relação sinal-ruído) maior o erro para o mesmo número de medidas.
4. à medida que aumenta a variância do ruído, é necessário maior número de medidas para a obtenção do mesmo erro.
5. a estimação é não-viciada para ambos os ruídos.

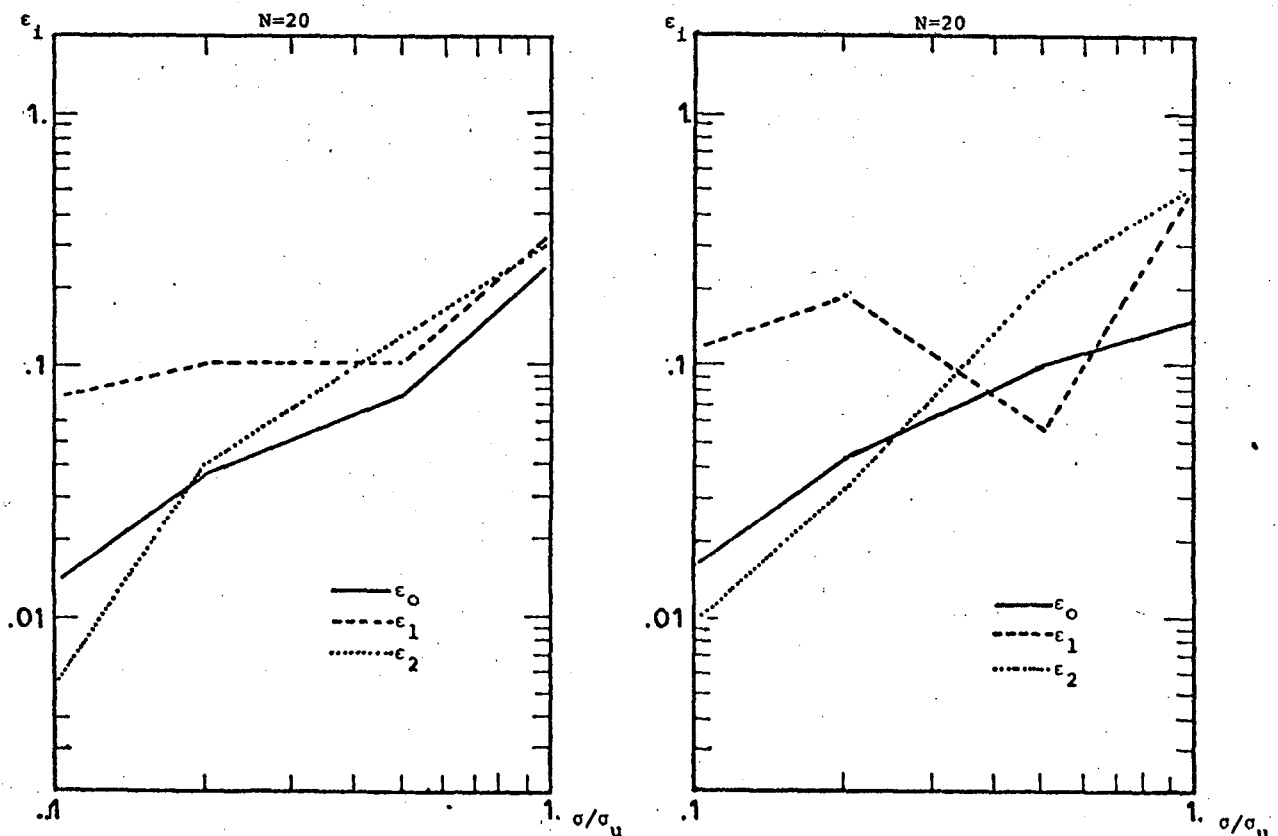


fig. 7.4

C A P I T U L O 8

SIMULAÇÃO ANALÓGICA

Embora a simulação digital tenha mostrado o desempenho do método da correlação para a identificação dos parâmetros de um sistema linear, achamos importante, antes de aplicá-lo a um problema real, realizar a identificação de um sistema contínuo implementado no computador analógico.

O objetivo desta identificação é analisar os efeitos da discretização e da quantização introduzidos pelos conversores analógico-digital e digital-analógico, e pelo nível contínuo acrescentado ao sinal de identificação.

8.1. QUANTIZAÇÃO

O conversor analógico-digital (e de maneira correspondente, o digital-analógico) tem relação entrada-saída mostrada na fig. 8.1 (3 bits).

O número de níveis quantizados é $N = 2^n$ onde n é o número de bits do conversor. O conversor A/D e D/A do PDP 11/40, utilizado na identificação, possui 12 bits, tendo então

4096 níveis de quantização.

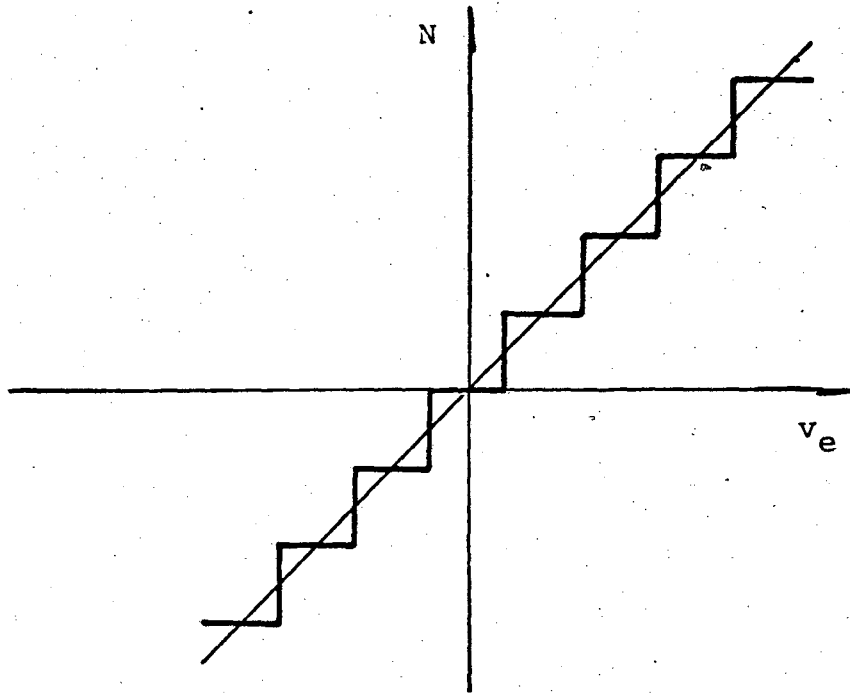


fig. 8.1

Como se verifica na fig. 8.1, existe um erro entre a relação entrada-saída do conversor digital e àquela representada pela reta, que seria a relação de transferência ideal. Este erro pode ser considerado um ruído sobreposto ao sinal, colocado durante a conversão analógica-digital. Este torna-se importante, quando se utiliza um sinal de pequena amplitude em relação à faixa de conversão. Suponha-se que a entrada contínua varie entre -10 V e 10 V, e a saída digital seja entre 0 e 4095. Uma unidade digital corresponderá a aproximadamente 5 mV. Assim, se temos uma tensão compreendida entre 45 e 50 mV, o correspondente digital a esta tensão será sempre 10, dando um erro entre 0 e 10%.

8.2. SISTEMA SIMULADO

Simulamos o sistema de segunda ordem, linear,

descrito pela equação diferencial

$$\ddot{y} + 0.5\dot{y} + y = u \quad (8.1)$$

cuja resposta impulsiva e sequência ponderada são mostradas nas figuras 3.4 e 3.5.

A frequência natural do sistema em questão é

$$f_n = 0.16 \text{ Hz}$$

Foi colocado na entrada do sistema um sinal contínuo de valor 2,5 V acrescido de uma sequência binária de ordem 6. Utilizamos um tempo de amostragem igual a 1s, dando para a sequência binária um período $NT = 63s$. Na saída, sem excitação, existia um ruído de frequência mais elevada que a de amostragem, com 80 mV pico a pico. Para obtermos os resultados mais rapidamente, tornamos o sistema 100 vezes mais rápido e fazendo o mesmo para o tempo de amostragem.

8.3. RESULTADOS OBTIDOS

Fizemos variar a amplitude da sequência binária, de modo a verificar os efeitos da quantização e do ruído analógico. A tabela 8.1 mostra alguns valores da amplitude da sequência binária para o qual fizemos a simulação e o correspondente resultado sob forma de equação característica, para se comparar com o sistema simulado.

Os resultados da tabela 8.1 foram obtidos depois de 50 realizações da sequência binária (3150 medidas).

amplit.SB	resultado obtido
1,00 V	$s^2 + 0,500s + 1,00$
0,500 V	$s^2 + 0,500s + 1,00$
0,250 V	$s^2 + 0,500s + 1,00$
0,100 V	$s^2 + 0,502s + 1,01$
0,050 V	$s^2 + 0,518s + 1,02$

tabela 8,1

Variamos também o valor da componente contínua da entrada, mas não houve qualquer variação dos resultados obtidos.

Pode-se concluir, analisando os resultados, que o ruído introduzido pelos conversores, bem como o ruído da parte analógica tiveram a mesma influência que o ruído utilizado na simulação digital, valendo por isso as mesmas conclusões.

É desnecessário dizer que o modelo discreto coincidiu com a discretização do sistema descrito em (8,1). A discretização foi feita através do programa SIMUL, listado no apêndice C. O modelo discreto obtido através da identificação para o tempo de discretização igual a 1 s (tempo de amostragem) foi:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) &= C^T x(k) \end{aligned} \quad (8.2)$$

onde

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0,6011 & 0,8808 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0,1581 \\ 0,2696 \end{bmatrix} \quad (8.3)$$

C A P I T U L O 9

IDENTIFICAÇÃO DE UM PROCESSO REAL

Após o método da correlação para a identificação de sistemas ter sido testado tanto em simulação digital como analógica, com bons resultados, colocamos em mira identificar um processo real, de maneira a ter-se uma aplicação prática para o presente trabalho.

9.1. DESCRIÇÃO DO SISTEMA IDENTIFICADO

O sistema a ser identificado é um motor de corrente contínua, alimentado por uma fonte comutada a tiristores. Acoplados ao motor existe um gerador de 1,49kW e um tacômetro analógico, utilizado para medir a velocidade (saída do sistema). As características do equipamento são as seguintes:

motor

potência 0,75 kW
velocidade máxima 1750 rpm
corrente de armadura 10 A

fonte

chopper de quatro quadrantes
comutação a tiristores

frequência de comutação 400 Hz
 tensão de entrada $-15V \leq v_e \leq 15V$

tacômetro

velocidade máxima 2000 rpm
 tensão de saída 60 V/krpm
 ondulação média $\sim 20\%$
 ondulação máxima $\sim 25\%$ a 1250 rpm

O equipamento descrito acima está colocado no Laboratório de Máquinas Elétricas, distante aproximadamente 50 m do computador, sendo necessária a utilização de linhas de transmissão. Entre o processo e os conversores analógico-digital e digital-analógico existe um condicionador de sinais, para tornar compatíveis as tensões entre os vários componentes do conjunto.

A fig. 9.1 mostra a montagem realizada por Costa, Schonek, Carlson e Zanchin, a qual utilizamos para a identificação do motor.

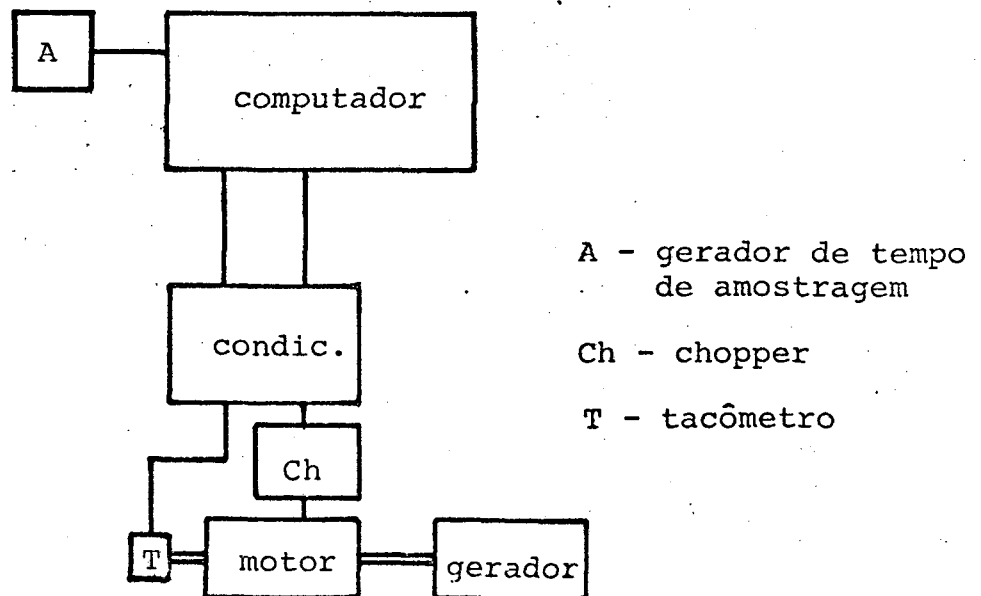


fig. 9.1

9.2. MODELAMENTO

Costa⁽²⁰⁾ analisou o modelo físico do conjunto fonte-motor-tacômetro e conclui que o modelo linear de segunda ordem é razoável para representar o sistema. Os testes realizados pelo mesmo na determinação dos parâmetros, levaram-no a escolher o modelo

$$\dot{x} = Fx + Gu \quad (9.1)$$

onde

$$F = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{K}{L} \\ -\frac{K}{J} & -\frac{B}{J} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} K_t \\ 0 \end{bmatrix} \quad (9.2)$$

sendo

$x_1 = I_a$	corrente da armadura
$x_2 = \omega$	velocidade angular do rotor
L	indutância da armadura
R	resistência da armadura
B	coeficiente de atrito viscoso
J	momento de inércia do rotor e dos elementos a ele acoplados
K_t	ganho da fonte de alimentação

Assim tomamos como referência para a identificação um modelo linear de segunda ordem; tentamos porém a obtenção de modelos com ordem superior. Abandonamos a idéia de um modelo de primeira ordem ao analisar a estimação da sequência ponderada do sistema (fig. 9.2)

9.3. RESULTADOS OBTIDOS

Encontramos algumas dificuldades na obtenção dos resultados. Citaremos as principais:

1. a estimação da correlação entre o ruído (ondulação) e o sinal de identificação mostrou grau comparável àquela entre a saída e o sinal de identificação;

2. não se pode utilizar uma sequência binária de amplitude maior que 10% do valor da tensão nominal de controle, devido à necessidade de se limitar a corrente de armadura em 10 A. Com isso a saída do processo devida à entrada de identificação era pequena em relação ao ondulamento (pequena relação sinal-ruído);

3. a frequência de amostragem deve ser escolhida criteriosamente, pois à medida que esta aumenta, diminui a relação sinal-ruído da saída, sendo necessário aumentar consideravelmente o número de medidas para se obter boa estimação da sequência. Utilizando-se uma sequência de ordem 6, tempo de amostragem 100 ms, o tempo de identificação é aproximadamente 1200 s. Se não houvesse ruído, o tempo de identificação seria apenas 3 s. Por outro lado, a mínima frequência de amostragem está relacionada com a máxima frequência do sistema (cap.4)

Realizamos identificação com correntes de campo diferentes, o que corresponde a parâmetros também diferentes. Na fig. 9.2 mostramos a sequência ponderada obtida para $M=63 \times 200$ medidas, com uma corrente de campo $I_c=600$ mA e velocidade de 1750 rpm. A seguir temos as matrizes A e B da representação discreta (modelo de 2a. ordem) obtidas a partir da mesma sequência ponderada (método 2)

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0.0326 & 0.8995 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -0.2401 \\ 0.3154 \end{bmatrix}$$

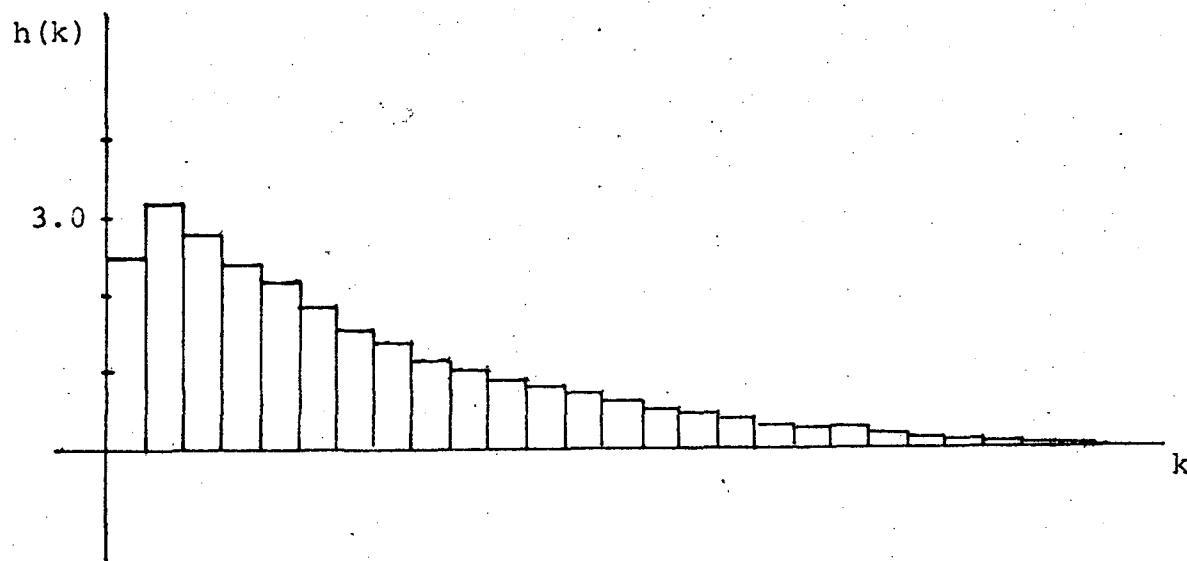


fig. 9.2

A matriz F , da representação contínua de estado, obtida a partir da matriz A é

$$F = \begin{bmatrix} -34.1351 & -37.8873 \\ -1.2351 & -0.0555 \end{bmatrix}$$

cujos autovalores são

$$s_1 = -1.47 \text{ s}^{-1}$$

$$s_2 = -33.70 \text{ s}^{-1}$$

condizentes com aqueles encontrados por Costa.⁽²⁰⁾

O módulo de $H(\omega)$ normalizado ($|H(0)|=1$) a partir da transformada de Fourier da sequência $\{h(k)\}$ é mostrado na fig. 9.3; a frequência de amostragem é $f_a = 10 \text{ Hz}$.

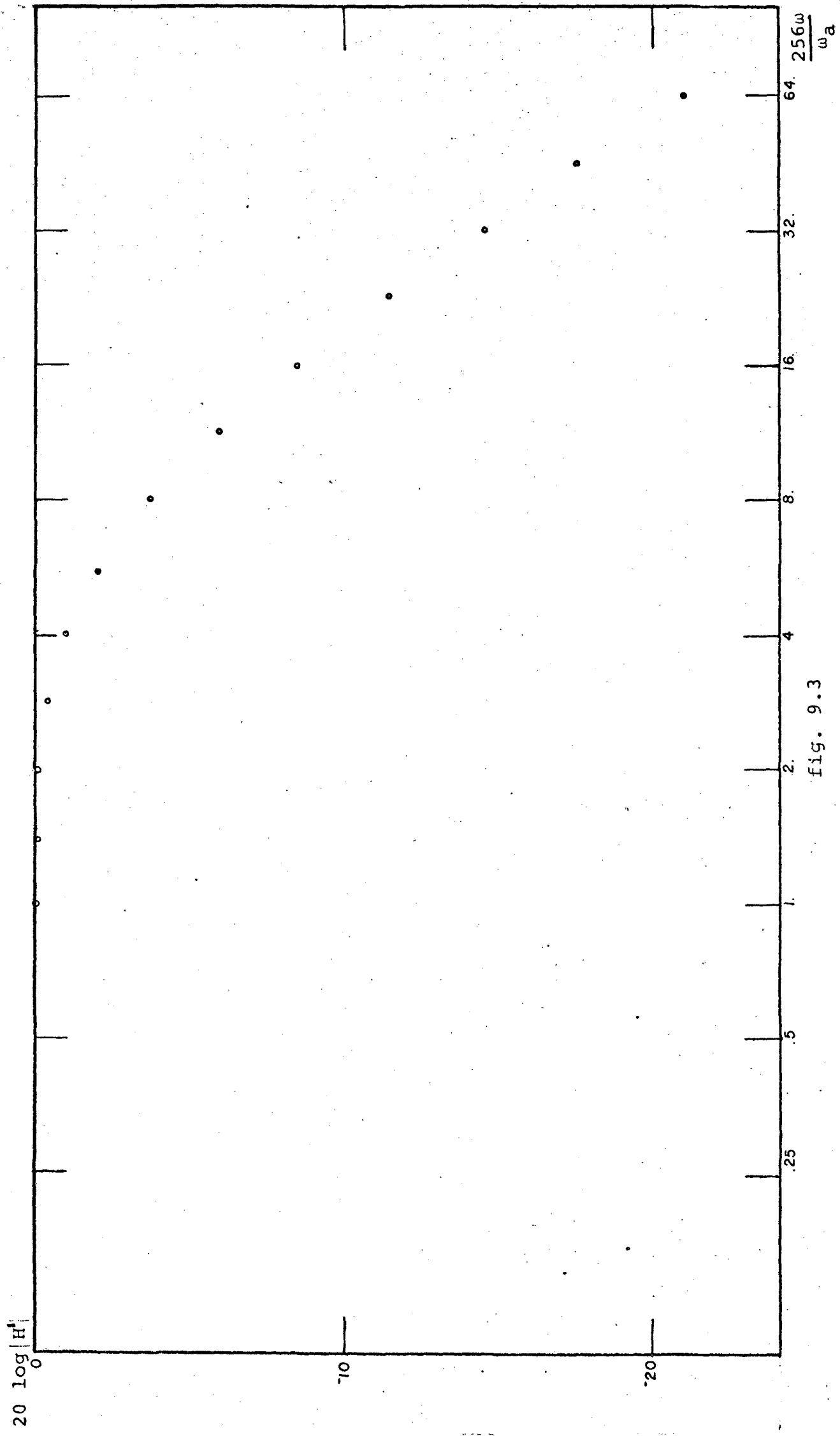


Fig. 9.3

9.4. ALGUMAS CONCLUSÕES SOBRE A IDENTIFICAÇÃO DO MOTOR

1. Com relação à ordem do modelo, a que levou a melhores resultados foi o de segunda ordem. Tentamos modelos de terceira e quarta ordem, porém o determinante da matriz necessária para a obtenção dos parâmetros a_i chegava a valores muito pequenos, não sendo possível invertê-la.

2. Embora o ruído sobreposto ao sinal seja de grande amplitude, é possível obter estimação não viciada realizando grande número de medidas.

3. Para pequenas variações do ponto de operação, a sequência ponderada permanece constante, acontecendo o mesmo com as matrizes A e B.

4. Embora seja possível obter resultados razoáveis com as medidas realizadas com o tacômetro usado, através do aumento considerável do número de medidas é preferível utilizar outro equipamento na medida da velocidade, que coloque menos ruído. Com isso poder-se-á obter a estimação dos parâmetros em menor tempo.

C A P I T U L O 10

CONCLUSÃO

O método de correlação com sequência binária para a identificação de sistemas lineares estáveis em tempo real (para a determinação da representação de estado discreta e contínua e a função de transferência) utilizando minicomputador, mostrou ser eficiente na simulação digital e analógica e em um processo real (motor CC). É importante notar que é desnecessário o conhecimento da estatística do ruído, exceto que a entrada deve ser não correlacionada com o ruído. O método desenvolvido explora as propriedades da sequência binária e o algoritmo resultante envolve poucas operações aritméticas, economizando memória e tempo de computação, além disto não é necessário inversão de matrizes para a obtenção da sequência de ponderação.

A obtenção da representação paramétrica discreta, obtida a partir da sequência $\{h(k)\}$ diretamente (método 1) é satisfatória quando o ruído é de pequena amplitude ou o número de medidas é suficientemente grande, obtendo-se os resultados rapidamente. Para melhorar a estimação dos parâmetros é utilizado um ajustamento por mínimos quadrados (método 2). A ordem do modelo pode também ser testada: a escolha da mesma incorretamente resulta na singularidade da matriz P_2 , utilizada na obtenção dos parâmetros a_1 .

O método de correlação leva a bons resultados desde que o ruído seja não correlacionado com a entrada. Se o ruído é de pequena amplitude (grande relação sinal-ruído) o número de realizações da sequência binária pode ser pequeno (2 a 10). Com ruído de grande amplitude o número de realizações necessita ser grande (até 300) para a obtenção de bons resultados. O ruído pode ser branco ou colorido, mesmo com larga amplitude. Se o ruído for correlacionado com a entrada, o método introduz erros.

O sinal normal de operação pode muitas vezes ser considerado constante pelo menos durante o tempo de identificação. Nenhum problema, na prática, ocorre se a sua variação é lenta. O algoritmo proposto subtrai no final da estimação o termo resultante da presença do sinal de operação.

A obtenção da representação de estado discreta é realizada por duas maneiras, uma através de $2n$ (n é a ordem do sistema) elementos de $\{h(k)\}$ e outro utilizando um ajustamento através da minimização do erro quadrático entre o modelo e $r > 2n$ elementos da mesma sequência, sendo o desempenho do último método bastante melhor que o primeiro, no que se refere à obtenção da matriz de transição (A). Mostrou-se que a matriz B obtida nos dois métodos é a mesma.

A determinação da representação contínua de estado, a partir da discreta, utilizando série de potências é muito eficiente. Ela é não iterativa e não existem problemas de convergência como no caso de se obter os autovalores da representação discreta e a partir daí achar a contínua.

Acredita-se que a determinação do modelo contínuo a partir de $H(\omega)$ é pouco sensível ao ruído; além disso o seu conhecimento é importante no projeto "clássico" de contro

ladores. Através da observação de $H(\omega)$ pode-se ter rapidamente informações sobre a ordem do sistema, sua estabilidade e seu transitório. O erro na estimação de $H(\omega)$ é desprezível se o tempo de amostragem é pequeno em relação às constantes de tempo do sistema, já que um sistema real não tem banda limitada. O erro devido à banda não limitada pode ser bastante grande, caso o tempo de amostragem não seja escolhido adequadamente.

10.1. DESEMPENHO DO MÉTODO DE IDENTIFICAÇÃO

Testamos o método simulando digitalmente um sistema de quarta ordem, cuja estimação dos parâmetros é sensível ao ruído, com diversos ruídos (branco e colorido, de diferentes graus de coloração). Os resultados foram considerados bons.

Para analisar os efeitos da quantização dos conversores A/D e D/A e ruídos reais, efetuaram-se simulações analógicas no computador analógico Telefunken, sendo que a identificação foi realizada no PDP-11/40. O desempenho foi o mesmo da simulação digital.

Identificou-se finalmente o modelo de um motor de corrente contínua, de excitação independente, alimentado por tiristores e tendo como transdutor de velocidade um tacômetro analógico. O modelo do motor é pouco não linear (zona morta e saturação). No processo existia ruído proveniente da própria planta, do transdutor e da transmissão de dados analógicos. Houve a necessidade de se analisar a estimação da correlação en-

tre este ruído e o sinal de identificação, de modo a verificar os pressupostos do cap. 5. Assim é necessário um grande número de medidas (12000) para que a estimação da correlação entre o ruído e o sinal de identificação seja desprezível em relação à estimação da correlação entre a entrada de identificação e a saída. Escolhemos o tempo de amostragem e o número de medidas de modo a obter estimação consistente dos parâmetros. Com isto pode-se concluir em relação ao método da correlação:

1. sempre converge
2. é rápido
3. é simples

10. 2. SUGESTÕES

1.0 presente trabalho mostra a possibilidade de se utilizar um esquema de controle adaptativo. A obtenção da representação de estados é obtida rapidamente a partir da sequência $\{h(k)\}$. Assim um controle usando minicomputador para realizar tanto a identificação como adaptar a estratégia de controle pode ser implementado. Outra possibilidade é utilizar um minicomputador para realizar a identificação e a adaptação da estratégia de controle apenas, deixando o comando para um microprocessador. Esta última opção é bem mais interessante, pois possibilitaria a identificação e comando de vários sistemas por um mesmo computador.

2.é interessante realizar a identificação em tempo real, com computador, utilizando outros métodos descritos na literatura, como p. ex., o filtro de Kalman, levando em

conta:

1. estatística do ruído desconhecida
2. erros de quantização
3. erros de arredondamento no computador.

3. Comparar a determinação do modelo contínuo em relação à função de transferência na presença de ruído. Aparentemente a determinação de $H(\omega)$ é menos susceptível ao ruído. Considerar também a obtenção de $H(\omega)$ a partir da sequência de ponderação e aquela obtida por Bollinger et al ⁽²²⁾ através da densidade espectral e comparar os resultados.

4. Utilização de instrumentos de medidas digital no lugar de transdutores analógicos. Isto permitiria a transmissão de dados digitalmente, praticamente imune ao ruído. O controle também poderá ser digital.

BIBLIOGRAFIA

1. EYKHOFF, P. "System Identification: Parameter and State Estimation". London: John Wiley & Sons. 1974.
2. GROUP, D. "Identification of Systems" New York: Van Nostrand Reinhold Company 1972
3. SAGE, A.P. & MELSA, J.L. "System Identification". New York: Academic Press 1971
4. GUPTA, S.C. & HASDORFF, L. "Fundamental of Automatic Control" London: John Wiley & Sons 1970
5. CADZOW, J.A. & MARTENS, H.R. "Discrete Time and Computer Control Systems" New Jersey: Prentice-Hall Inc 1972
6. SARIDIS, G.N. "Comparison of Six on-line Identification Algorithms" Automatica, vol. 10, 1974 pp 69-79
7. EYKHOFF, P. & ASTRON, K.J. "System Identification: a Survey" Automatica, vol 7, 1971 pp 123-162
8. ISERMAN , R.; BAUR, U.; BAMBERGER, W; KNEPPO, P. & SIEBERT, H. "Comparison of Six on-line Identification and Parameter Estimation Methods", Automatica, vol 10, 1974 pp 81-103
9. TURTLE, D.P. & PHILLIPSON, P.H. "Simultaneous Identification and Control" Automatica, vol 7, 1971, pp 445-453
10. SARIDIS, G. & LOBBIA, R.N. "Parameter Identification and Control of Linear Discrete-Time Systems, IEEE Trans. Auto-

mat. Contr., vol AC-17, n° 1, 1972, pp 52-60

11. SARIDIS, G. & STEIN, G. "Stochastic Aproximation Algorithms for Linear Discrete-Time System Identification" IEEE Trans. Automat. Contr., vol AC-13, 1968, pp 515-523
12. SINHA, N.K. "Critical Evoluation of on-line Identification Methods". PROC. IEE, vol 122, n° 10, 1975 pp 1153-1158
13. ASTROM, K. J. & BOHLIN, T. "Numerical Identification of Linear Dynamic Systems from Normal Operating Records" . Theory of Self-adaptive Control Systems, New York, 1966
14. AOKI, M. & STALEY, R. M. "On input Signal Synthesis in Parameter Identification" Automatica, vol. 6, 1969, pp 431-440.
15. GLOVER, K & WILLEMS, J. C. "On the Identifiability of Linear Dynamical Systems". Identification and Systems Parameter Estimation, 1973, pp 867-877.
16. RICHALET, J., POULIQUEN, R. & RAULT, A. Identification des Processus par la Methode du Modèle, Gordon & Breach, Paris, 1971.
17. PEATMAN, J. B. The Design of Digital Systems, McGraw-Hill, Tokyo, 1972. .
18. SOLODOVNIKOV, V. V. Statistical Dynamics of Linear Automatic Control Systems, D. Van Nostrand Company, Ltd. London, 1965.
19. SILVEIRA, H. M. Contribution a la Synthèse des Systèmes Adaptatifs avec Modèle sans Accès aus Variable d'Etat Tese de Doutorado - Grenoble - 1978.

20. COSTA, L.A.M. Projeto e Implementação de uma Estratégia de Controle Ótimo Discreto, Aplicado a um Processo Linear, usando Computador Digital, em Tempo Real. Dissertação de Mestrado - UFSC - 1979.
21. Nelson, L.W. & Stear, E. The Simultaneous on-line Estimation of Parameters and State in Linear Systems. IEEE trans. on Aut. Control, vol. AC 21, 1976
22. Sohrab, S.; Reischl, P.; Grodins, F. S. & Yamashiro, S.M. Application of Pseudorandom Binary Input to Identification on Respiratory Control Dynamics. Proc. of the 1978 IEEE Conference on Decision & Control. pp 1304 - 1307 - San Diego.
23. SARIDIS, G.N. & STEIN, G. A New Algorithm for Linear System Identification. IEEE Trans. Autom. Cont. vol AC-13 pp 592-594 - 1968.

APÊNDICES

APENDICE A

Listagem do programa de simulação digital de um sistema de 4^a ordem e sua identificação. É gerado um ruído branco gaussiano e, através de um filtro, um ruído colorido. É encontrada a sequência ponderada e a representação do estado discreta.


```

0017      N=63
0018      A(1,2)=1.0
0019      A(2,3)=1.0
0020      A(3,4)=1.0
0021      A(4,1)=-0.66
0022      A(4,2)=0.78
0023      A(4,3)=-0.18
0024      A(4,4)=1.0
0025      B(1)=1.
0026      B(2)=1.0
0027      B(3)=2.0
0028      B(4)=1.0
0029      V1=0.0
0030      V2=0.0
0031      W1=0.0
0032      W2=0.0
0033      WRITE(6,5010)
0034      WRITE(6,5100)((A(I,J),J=1,NS),I=1,NS)
0035      WRITE(6,5020)
0036      WRITE(6,5100)(B(I),I=1,NS)
0037      ZN=N

```

```

C -----
C
C   SIMULACAO DO SISTEMA
C -----

```

```

0038      DO 3002 I=1,N
0039 3002  U(I)=0.0
0040      U(1)=1.0
0041      DO 3010 I=1,N
0042      DO 3005 K=1,NS
0043      Y(K)=B(K)*U(I)
0044      DO 3005 L=1,NS
0045 3005  Y(K)=Y(K)+A(K,L)*X(L)
0046      DO 3010 K=1,NS
0047      X(K)=Y(K)
0048 3010  G(I)=X(1)
0049      U(1)=0.0
0050      DO 3050 I=1,NS
0051 3050  X(I)=0.0
0052      D   WRITE(6,5060)
0053      D   WRITE(6,5100)(G(I),I=1,N)
0054      XB=ZN/(ZN+1.)
0055      XA=2*XB
0056      DO 100 I=1,N

```

```

C -----
C
C   GERACAO DA SEQUENCIA BINARIA
C -----

```

```

0055      CALL SBN(H)
0056      U(I)=H(6)
0057      U(N+I)=H(6)
0058      F(I)=XB*U(I)+XB

```


FORTRAN IV

V01C-03A THU 28-DEC-78 21:52:34

PAGE 003

```

0059      F(N+I)=XB*U(I)+XB
0060  100  CONTINUE
        D  WRITE(6,5100)(U(I),I=1,N)
        C
        C  SE IH = 0 , RUIDO BRANCO
        C
0061      READ(5,5000)IH,VAR
0062      VAR=SQRT(VAR)
0063  99   WRITE(7,5090)
0064      DO110 I=1,N
0065  110  G2(I)=0.0
0066      WRITE(6,5125)
0067      READ(5,5000)M,ZT,XCOM
0068      IF(M.EQ.0) GO TO 999
0070      SR=0.0
0071      SY=0.0
0072      ZT1=ZT*VAR
0073      ZY=0.0
0074      M3=0
0075      JI=0
0076      M1=0
0077      M2=M*N
0078      ZY1=0.0
0079  200  JI=JI+1
0080      IF(JI.EQ.64) JI=1
0082      M3=M3+1
        C -----
        C
        C  GERA UM RUIDO GAUSSIANO,BRANCO OU COLORIDO
        C -----
0083      CALL GAUSS(LK,MK,ZT1,0.0,ZZ)
0084      IF(IH.EQ.0) GO TO 220
0086      ZW=1.48*V1-0.84*V2+ZZ
0087      V2=V1
0088      V1=ZW
0089      ZY=1.48*W1-0.84*W2+ZW
0090      W2=W1
0091      W1=ZY
0092      GO TO 250
0093  220  ZY=ZZ
        C -----
        C
        C  SIMULA O SISTEMA PARA A IDENTIFICACAO
        C -----
0094  250  UI=U(JI)+XCOM
0095      DO 300 K=1,NS
0096      Y(K)=B(K)*UI
0097      DO 300 L=1,NS
0098  300  Y(K)=Y(K)+A(K,L)*X(L)
0099      DO 400 K=1,NS
0100  400  X(K)=Y(K)
0101      Z=X(1)+ZY

```

FORTRAN IV V01C-03A THU 28-DEC-78 21:52:34

PAGE 004

0102 IF(M3.LT.316) GO TO 1000

0104 SY=SY+X(1)*X(1)

0105 SR=SR+ZY*ZY

0106 M1=M1+1

C

C

ESTIMA A MATRIZ PSI(N)

C

C

0107 DO 1005 I=1,N1

0108 1005 G2(I)=G2(I)+F(N+JI-I+1)*ZY1

D WRITE(6,5110)M1,UI,ZY,G2(1),G2(2),G2(3),G2(4)

D 1,G2(5),G2(6),G2(7),G2(8)

0109 1000 ZY1=Z

0110 IF(M1.LT.M2) GO TO 200

0112 DO 2000 I=1,N

0113 ZM=M2

C

C

ESTIMA H(K)

C

C

0114 G2(I)=G2(I)/ZM

0115 2000 G1(I)=G2(I)-G2(1)

D WRITE(6,5050)

D WRITE(6,5100)(G2(I),I=1,N1)

D WRITE(6,5030)

D WRITE(6,5100)(G1(I),I=2,NS+1)

C

C

ACHA A MATRIZ A DA REPRESENTACAO DISCRETA

UTILIZANDO 2*NS ELEMENTOS DE H(K)

C

C

0116 DO 2100 I=1,NS

0117 DO 2100 J=1,NS

0118 2100 D(I,J)=G1(I+J)

0119 CALL MINV(NS,D)

D WRITE(6,5040)

D WRITE(6,5100)((D(I,J),J=1,NS),I=1,NS)

C

C

ACHA A MATRIZ A DA REPRESENTACAO DISCRETA

ATRAVES DO AJUSTAMENTO DE N1 ELEMENTOS DE H(K)

C

C

0120 DO 2200 I=1,NS

0121 F2(I)=0.0

0122 DO 2200 J=1,NS

0123 2200 F2(I)=F2(I)+D(I,J)*G1(NS+J+1)

D WRITE(6,5070)

D WRITE(6,5100)(F2(I),I=1,NS)

0124 DO 2300 I=1,N1-1

0125 DO 2300 J=1,N2

FORTRAN IV V01C-03A THU 28-DEC-78 21:52:34

PAGE 005

```

0126 2300 PSI(I,J)=0.0
0127      DO 2320 I=1,NS
0128 2320 PSI(I,NS+I)=1.0
0129      DO 2350 I=2,N1-1
0130          K=I
0131          IF(I.GT.NS) K=NS+1
0132          DO 2350 J=1,K-1
0133 2350 PSI(I,J)=G1(I-J+1)
0134      D WRITE(6,5105)((PSI(I,J),J=1,N2),I=1,N1-1)
0135          N2=2*NS
0136      DO 2370 I=1,N2
0137      DO 2370 K=1,N2
0138          D(I,K)=0.0
0139      DO 2370 J=1,N1-1
0140 2370 D(I,K)=D(I,K)+PSI(J,K)*PSI(J,I)
0141      CALL MINV(N2,D)
0142      DO 2400 I=1,N2
0143          F3(I)=0.0
0144      DO 2400 J=1,N1-1
0145 2400 F3(I)=F3(I)+PSI(J,I)*G1(J+1)
C
C
C      CALCULA OS ERROS NA ESTIMACAO DA SEQUENCIA H(K)
C      E NA ESTIMACAO DOS PARAMETROS
C
C
0146      DO 2420 I=1,N2
0147          FQ(I)=0.0
0148      DO 2420 J=1,N2
0149 2420 FQ(I)=FQ(I)+D(I,J)*F3(J)
0150      DO 2430 I=1,NS
0151          F4(NS+I)=FQ(NS+I)
0152          F4(I)=FQ(I)
0153      DO 2430 J=1,NS
0154          IF(I.EQ.J) GO TO 2435
0155          D(I,J)=0.0
0156      GO TO 2430
0157 2435 D(I,J)=1.0
0158 2430 CONTINUE
0159      DO 2450 I=2,NS
0160      DO 2450 J=1,I-1
0161 2450 D(I,J)=-FQ(I-J)
0162      D WRITE(6,5100)((D(I,J),J=1,NS),I=1,NS)
0163      CALL MINV(NS,D)
0164      DO 2460 I=1,NS
0165          FQ(NS+I)=F4(NS-I+1)
0166          FQ(I)=0.0
0167      DO 2460 J=1,NS
0168          FQ(I)=FQ(I)+D(I,J)*F4(NS+J)
0169 2460 CONTINUE
0170      D WRITE(6,5105)(F4(I),I=1,N2)
0171      D WRITE(6,5105)((D(I,J),J=1,NS),I=1,NS)
E1=.0
EG=0.0

```

FORTRAN IV

V01C-03A THU 28-DEC-78 21:52:34

PAGE 006

```

0172      DO 2500 I=1,N1-1
0173      EG1=G1(I+1)-G(I)
0174      E1=G(I)*G(I)+E1
0175 2500  EG=EG1*EG1+EG
0176      DO 2530 I=1,NS
0177      FI(I)=B(I)
0178      FI(NS+I)=A(4,I)
0179      FIC(I)=G1(I+1)
0180      FIC(NS+I)=F2(I)
0181 2530  CONTINUE
0182      RR=SR/SY
0183      WRITE(6,5120)
0184      WRITE(6,5105)SR,SY,RR
0185      WRITE(6,5115)
0186      WRITE(6,5105)(FI(I),I=1,N2)
0187      WRITE(6,5105)(FIC(I),I=1,N2)
0188      WRITE(6,5105)(FQ(I),I=1,N2)
0189      WRITE(6,5115)
0190      E2=0.0
0191      E3=0.0
0192      ET=0.0
0193      EQ2=0.0
0194      EQ3=0.0
0195      DO 2550 I=1,N2
0196      W2=FIC(I)-FI(I)
0197      W3=W2/FI(I)
0198      E2=E2+W2*W2
0199      E3=E3+W3*W3
0200      ET=ET+FI(I)*FI(I)
0201      W2=FQ(I)-FI(I)
0202      W3=W2/FI(I)
0203      EQ2=EQ2+W2*W2
0204      EQ3=EQ3+W3*W3
0205 2550  CONTINUE
0206      E2=E2/ET
0207      EQ2=EQ2/ET
0208      E1=EG/E1
0209      WRITE(6,5080)
0210      WRITE(6,5135)M,ZT,E1,E2,E3,EQ2,EQ3
0211      WRITE(6,5115)
0212      GO TO 99

```

```

C
C
C   FORMAT
C
C

```

```

0213 5000  FORMAT(I8,2F8.4)
0214 5005  FORMAT(///,' SEQUENCIA PONDERADA',///)
0215 5010  FORMAT(///,'  MATRIZ A',///)
0216 5020  FORMAT(///,'  MATRIZ B',///)
0217 5030  FORMAT(///,'  MATRIZ B CHAPEU',///)
0218 5040  FORMAT(///,'  MATRIZ D ',///)
0219 5050  FORMAT(///,' SEQUENCIA PONDERADA CHAPEU',///)
0220 5060  FORMAT(///,' RESPOSTA A PULSO',///)

```

FORTRAM IV

V01C-03A

THU 28-DEC-78 21:52:34

PAGE 00

```
0221 5070 FORMAT(//,' ELEMENTOS A CHAPEU',//)
0222 5080 FORMAT(/,' ERROS      E1 - E2 - E3 - EQ2 - EQ3',/)
0223 5090 FORMAT(/,' NOVOS VALORES DE M, ZT E XCOM',/)
0224 5100 FORMAT(4(1X,F12.4))
0225 5105 FORMAT(8(1X,E12.4))
0226 5110 FORMAT(1X,I5,10(1X,F10.3))
0227 5115 FORMAT(/)
0228 5120 FORMAT(/,' POTENCIAS - RUIDO E SAIDA * RELACAO SR/Y',/)
0229 5125 FORMAT(1H1)
0230 5135 FORMAT(1X,I5,6F15.9)
0231 999  STOP 'IDENTIFICACAO - SIMULACAO DIGITAL'
0232      END  COR
```

APENDICE B

Listagem do programa de identificação. Utiliza os conversores analógico-digital e digital-analógico para a geração do sinal de entrada e a obtenção da medida de saída. É encontrada a sequência ponderada e a representação de estado discreta e contínua.

FORTRAN IV

V01C-03A THU 28-DEC-78 21:57:21

PAGE 003

```

0004 5 WRITE(5,4000)
0005 READ(5,5000)M,IC0,IPER,N1,T
0006 IF(M.EQ.0) GO TO 4990
0008 WRITE(6,5000)M,IC0,IPER,N1,T
0009 VALOR=2.50
0010 REL=1.0
0011 ICK=1000
0012 ND=6
0013 PER=IPER
0014 LK=0
0015 MK=0
0016 M1=0
0017 M3=0
0018 N=63
0019 ZN=N
0020 M2=N*N
0021 DO 50 J=1,ND
0022 50 IH(J)=1.0
0023 SCALA=VALOR*4096/10.
0024 XB=ZN/(ZN+1.)
0025 XA=2*XB
0026 WRITE(6,5100)XA,XB
C
C GERA A SEQUENCIA BINARIA
C
0027 DO 100 I=1,N
0028 G(I)=0
0029 G1(I)=0.0
0030 CALL SBN(IH)
0031 IU(I)=IH(1)*IPER
0032 UL=IH(1)
0033 F(I)=(XA-XB)*UL+XB
0034 F(N+I)=F(I)
0035 100 CONTINUE
D WRITE(6,5150)(IU(I),I=1,N)
C
C ZERA A ENTRADA DO SISTEMA
C
D CALL COM(0,IY,0)
C
C -----
C
C CALCULA A ESTIMACAO DA MATRIZ PSI(N1)
C
C -----
C
0036 200 DO 1000 JI=1,N
0037 M3=M3+1
0038 IX=IC0+IU(JI)
0039 ICK=ICK*-1
C
C -----
C
C OBTEN A MEDIDA DA SAIDA E GERA A ENTRADA DO SISTEMA
C
C -----

```


FORTRAN IV

V01C-03A THU 28-DEC-78 21:57:21

PAGE 003

```

0040      CALL COM(IX,IY,ICK)
0041      Z=IY
0042      Z=Z*REL/PER
0043      IF(M3.GT.N) GO TO 950
0045      YD(M3)=Z
0046      GO TO 1000
0047  950   M1=M1+1
0048  970   DO 500 I=1,N1
0049  500   G(I)=G(I)+F(N+JI-I+1)*Z
          D   UI=IU(JI)
          D   WRITE(6,5110)M1,UI,Z,G(1),G(2),G(3),G(4),G(5),G(6),G(7),G(8)
0050  1000  CONTINUE
          C -----
          C
          C   CALCULA A ESTIMACAO DA SEQUENCIA PONDERADA
          C
0051      IF(M1.LT.M2) GO TO 200
          C -----
0053      DO 2000 I=1,N1
0054      ZM=M2
0055      G(I)=G(I)/ZM
0056  2000  CONTINUE
0057      DO 2005 I=2,N1
0058  2005  G1(I-1)=G(I)-G(1)
          C -----
          C
          C   IMPRIME OS RESULTADOS DA ESTIMACAO DE H(N1)
          C
0059  2007  WRITE(7,5130)
0060      READ(5,5000)NS
0061      IF(NS.EQ.0) GO TO 5
0063      WRITE(6,5000)NS
0064      WRITE(6,5050)
0065      WRITE(6,5100)(G(I),I=1,N1)
0066      WRITE(6,5060)
0067      WRITE(6,5100)(G1(I),I=1,N1-1)
0068      WRITE(6,5030)
0069      WRITE(6,5100)(G1(I),I=1,NS)
          C -----
          C
          C   ACHA A MATRIZ A DA REPRESENTACAO DISCRETA
          C   UTILIZANDO 2*NS  ELEMNTOS DA S.P.
          C
0070      DO 2100 I=1,NS
0071      DO 2100 J=1,NS
0072  2100  D(I,J)=G1(I+J-1)
0073      CALL MINV(NS,D)
0074      WRITE(6,5040)
0075      WRITE(6,5100)((D(I,J),J=1,NS),I=1,NS)
0076      DO 2200 I=1,NS
0077      F2(I)=0.0

```

FORTRAN IV

V01C-03A THU 28-DEC-78 21:57:21

PAGE 004

```

0078      DO 2200 J=1,NS
0079 2200  F2(I)=F2(I)+D(I,J)*G1(NS+J)
0080      WRITE(6,5070)
0081      WRITE(6,5100)(F2(I),I=1,NS)
0082      DO 2150 J=1,NS
0083          J1=J-1
0084      DO 2130 I=1,NS-1
0085          IF(J1.EQ.I) GO TO 2130
0087          D(I,J)=0.0
0088      GO TO 2140
0089 2130  D(I,J)=1.0
0090 2140  CONTINUE
0091 2150  D(NS,J)=F2(J)
C
C      ENCONTRA A MATRIZ F CONTINUA
C
0092      CALL CONT(D,F5,NS,T)
0093      WRITE(6,5090)
0094      DO 2160      I=1,NS
0095 2160  WRITE(6,5100)(F5(I,J),J=1,NS)
C
C
C      ACHA A MATRIZ A DA REPRESENTACAO DISCRETA
C      ATRAVES DO AJUSTAMENTO DE N1 ELEMENTOS DA S.F.
C
C
-----
0096      NL=N1-NS-1
0097      DO 2210 I=1,NL
0098      DO 2210 J=1,NS
0099 2210  DI(I,J) = G1(I+J-1)
0100      DO 2220 I=1,NS
0101      DO 2220 J=1,NS
0102          F5(I,J) = 0.0
0103      DO 2220 K=1,NL
0104 2220  F5(I,J)=F5(I,J)+DI(K,I)*DI(K,J)
0105      CALL MINV(NS,F5)
0106      DO 2230 I=1,NS
0107          YM(I)=0.0
0108      DO 2230 J=1,NL
0109 2230  YM(I)=YM(I)+DI(J,I)*G1(NS+J)
0110      DO 2240 I=1,NS
0111          F2(I)=0.0
0112      DO 2240 J=1,NS
0113 2240  F2(I)=F2(I)+F5(I,J)*YM(J)
0114      WRITE(6,5120)
0115      WRITE(6,5100)(F2(I),I=1,NS)
0116      WRITE(7,5140)
C
C
-----
C      ENCONTRA A TRANSFORMADA DE FOURIER DA SEQUENCIA H(K) E
C      DIVIDE POR SEN(X)/X
C
C
-----
C

```

FORTRAN IV

V01C-03A THU 28-DEC-78 21:57:21

PAGE 005

```

C      SE LT = 0 AO ACHA A TRANSFORMADA DE FOURIER
C
0117      READ(5,5000)LT
0118      IF(LT.EQ.0) GO TO 2007
0120      DO 3000 I=1,256
0121          YO(I)=0.0
0122          YM(I)=0.0
0123      3000  CONTINUE
0124          DO 3100 I=1,N1-1
0125      3100  YM(I)=G1(I)
0126          CALL FFT(YM,YO,256,8)
0127          DO 3200 I=1,128
0128          YMOD=YM(I)*YM(I)+YO(I)*YO(I)
0129          YMOD=SQRT(YMOD)
0130          YLOG=ALOG10(YMOD)
0131          WRITE(6,5160)I,YMOD,YLOG
0132      3200  CONTINUE
0133          DO 2500 J=1,NS
0134              J1=J-1
0135              DO 2400 I=1,NS-1
0136                  IF(J1.EQ.I) GO TO 2300
0138                  D(I,J)=0.0
0139                  GO TO 2400
0140      2300  D(I,J)=1.0
0141      2400  CONTINUE
0142      2500  D(NS,J)=F2(J)
0143          CALL CONT(D,F5,NS,T)
0144          WRITE(6,5090)
0145          DO 2600 I=1,NS
0146      2600  WRITE(6,5100)(F5(I,J),J=1,NS)
0147      4000  FORMAT(' ENTRE COM M,ICO,IPER,N1 E T',/)
0148          GO TO 2007
0149      4990  STOP 'IDENTIFICACAO POR CORRELACAO'
C
C
C      FORMAT
C
C
C
0150      5000  FORMAT(4I8,F8.4)
0151      5150  FORMAT(1X,20I6)
0152      5030  FORMAT(//,' MATRIZ B CHAPEU',//)
0153      5040  FORMAT(//,' MATRIZ D ',//)
0154      5050  FORMAT(//,' ELEMENTOS PSI CHAPEU',//)
0155      5060  FORMAT(//,' SEQUENCIA PONDERADA CHAPEU',//)
0156      5070  FORMAT(//,' ELEMENTOS A CHAPEU',//)
0157      5080  FORMAT(//,' ERRO MODELO-OBJETO',//)
0158      5090  FORMAT(//,' MATRIZ A - CONTINUA',//)
0159      5100  FORMAT(4(1X,F12.4))
0160      5110  FORMAT(1X,I5,10(1X,F10.3))
0161      5120  FORMAT(/,' ELEMENTOS A CHAPEU AJUSTADOS',/)
0162      5130  FORMAT(/,' ENTRE COM A ORDEM DO MODELO',/)
0163      5140  FORMAT(/,' FFT - SE DESEJA BATA 1. CASO CONTRARIO <CR> ',/)
0164      5160  FORMAT(1X,I10,2E15.4)
0165          END

```

APENDICE C

Listagem do programa de Discretização. A partir da representação de estado contínua, é encontrada a representação de estado discreta, a sequência ponderada e a resposta impulsiva contínua.

```

-----
C
C
C  UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
C
C  DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELETRICA
C
C  SIMULACAO DISCRETA DE UM SISTEMA CONTINUO
C
-----

```

```

C
C  ESTE PROGRAMA UTILIZA AS SUBROTINAS:
C

```

```

C  MATEXP(F,G,A,B,N,M,T) - ACHA A REPRESENTACAO DISCRETA
C   $X(K+1)=A*X(K)+B*U(K)$  DA REPRESENTACAO CONTINUA
C   $X.=FX+GU$  - N NUMERO DE ESTADOS E M NUMERO
C  DE ENTRADAS. T E O TEMPO DE DISCRETIZACAO.
C

```

```

C  CONT(A,F,N,T) - ENCONTRA A MATRIZ F DA REPRESENTACAO
C  CONTINUA A PARTIR DA MATRIZ A DA REPRESENTACAO DIS-
C  CRETA. N - ORDEM DA MATRIZ,T-TEMPO DE DISCRETIZACAO
C

```

```

C  FFT(XREAL,XIMAG,N,NU) - ENCONTRA A TRANSFORMADA DE
C  FOURIER DISCRETA DA VARIÁVEL X. N=2**NU PONTOS.
C

```

```

-----
C
C  DADOS
C

```

```

C  N - NUMERO DE ESTADOS      M - NUMERO DE ENTRADAS
C

```

```

C  MATRIZES F, G, C.  $X.=F*X+G*U$ .  $Y=CT*X$ 
C

```

```

C  NI - NUMERO DE PONTOS CALCULADOS DA SAIDA
C  T - TEMPO DE DISCRETIZACAO?C
C

```

```

C
C
C  0001  DIMENSION F5(6,6)
C  0002  COMMON XREAL(260),XIMAG(260)
C  0003  DIMENSION F(6,6),G(6,6),A(6,6),B(6,6),C1(10),C2(10)
C  0004  DIMENSION H(103),X(6,103),Y(103),HC(103),X1(10),C(10)
C  0005  WRITE(7,20)
C  0006  NF=256
C  0007  NU=8
C

```

```

-----
C
C  ENTRADA DOS DADOS
C

```

```

C
C
C  0008  READ(5,450)N,M
C  0009  WRITE(7,110)
C  0010  WRITE(6,120)
C  0011  DO 50 I=1,N
C  0012  READ(5,100)(F(I,J),J=1,N)
C  0013  50 WRITE(6,100)(F(I,J),J=1,N)

```

FORTRAN IV V01C-03A THU 28-DEC-78 21:55:33

PAGE 002

```

0014      WRITE(7,130)
0015      WRITE(6,140)
0016      DO 70 I=1,N
0017      READ(5,100)(G(I,J),J=1,M)
0018 70     WRITE(6,100)(G(I,J),J=1,M)
0019      WRITE(7,170)
0020      WRITE(6,180)
0021      READ(5,100)(C(I),I=1,N)
0022      WRITE(6,100)(C(I),I=1,N)
0023 500   WRITE(7,160)
        C
        C     SE NI=0 O PROGRAMA PARA
        C
0024      READ(5,105)NI,T
0025      IF(NI.EQ.0) GO TO 550
0027      WRITE(6,150)T
0028      NI=NI+1
        C
        C-----
        C
        C     ACHA A REPRESENTACAO DISCRETA DO SISTEMA CONTINUO
        C
        C-----
0029      CALL MATEXP(F,G,A,B,N,M,T)
0030      WRITE(6,210)
0031      DO 400 I=1,N
0032 400   WRITE(6,100)(A(I,J),J=1,N)
0033      WRITE(6,220)
0034      DO 420 I=1,N
0035 420   WRITE(6,100)(B(I,J),J=1,M)
        C
        C-----
        C
        C     CALCULA A RESPOSTA IMPULSIVA,CONTINUA E DISCRETA E A
        C     RESPOSTA A DEGRAU
        C
        C-----
0036      HC(1)=0.0
0037      H(1)=0.0
0038      H(2)=0.0
0039      DO 25 I=1,N
0040      HC(1)=HC(1)+C(I)*G(I,1)
0041      H(2)=H(2)+C(I)*B(I,1)
0042      X(I,1)=0.0
0043 25    C1(I)=C(I)
0044      Y(1)=0.0
0045      Y(2)=H(2)
0046      DO 51 L=2,NI
0047      HC(L)=0.0
0048      H(L+1)=0.0
0049      DO 30 I=1,N
0050      X1(I)=X(I,L-1)
0051 30    C2(I)=C1(I)
0052      DO 45 I=1,N
0053      C1(I)=0.0

```

FORTRAN IV

V01C-03A THU 28-DEC-78 21:55:33

PAGE 003

```

0054      DO 40 J=1,N
0055 40    C1(I)=C1(I)+C2(J)*A(J,I)
0056      H(L+1)=H(L+1)+C1(I)*B(I,1)
0057      HC(L)=HC(L)+C1(I)*G(I,1)
0058      X(I,L)=B(I,1)
0059      DO 45 J=1,N
0060 45    X(I,L)=X(I,L)+A(I,J)*X1(J)
0061      Y(L+1)=Y(L)+H(L+1)
0062 51    CONTINUE
C
C
C-----
C      ACHA A MATRIZ F A PARTIR DA MATRIZ A, POR MEIO DE EX-
C      PANSAO EM SERIES.
C
C-----
0063      CALL CONT(A,F5,N,T)
0064      WRITE(6,230)
0065      DO 701 I=1,N
0066 701    WRITE(6,100)(F5(I,J),J=1,N)
0067      WRITE(6,190)
0068      DO 60 I=1,NI
0069      I9=I-1
0070 60    WRITE(6,105)I9,HC(I),H(I),Y(I),(X(J,I),J=1,N)
0071      DO 1000 I=1,NF
0072      XREAL(I)=0.0
0073      XIMAG(I)=0.0
0074 1000  CONTINUE
C
C-----
C      ENCONTRA A TRANSFORMADA DISCRETA DE FOURIER:
C      DA REPOSTA IMPULSIVA CONTINUA
C      DA RESPOSTA IMPULSIVA DISCRETA
C
C-----
0075      NF2=NF/2
0076      DO 1005 I=1,NI
0077 1005  XREAL(I)=HC(I)
0078      CALL FFT(XREAL,XIMAG,NF,NU)
0079      XX1=XIMAG(1)**2+XREAL(1)**2
0080      DO 1010 I=2,NF2
0081      XX=XREAL(I)**2+XIMAG(I)**2
0082      XX=XX/XX1
0083      XX=SQRT(XX)
0084      YY=20.*ALOG10(XX)
D      WRITE(6,240)I,XX,YY
0085 1010  CONTINUE
0086      DO 1100 I=1,NF
0087      XREAL(I)=0.0
0088      XIMAG(I)=0.0
0089 1100  CONTINUE
0090      DO 1105 I=1,NI
0091 1105  XREAL(I)=H(I)
0092      CALL FFT(XREAL,XIMAG,NF,NU)
0093      DO 1110 I=2,NF2

```

FORTRAN IV

V01C-03A THU 28-DEC-78 21:55:33

PAGE 00

```

0094      XI=I-1
0095      ALFA=3.14159*XI/255.
0096      XX=XREAL(I)**2+XIMAG(I)**2
0097      XX=SQRT(XX)
0098      BETA=SIN(ALFA)/ALFA
0099      XX=XX/BETA
0100      ALFA=2*ALFA/T
0101      WT=(1.-ALFA*ALFA)**2+F(2,2)*F(2,2)*ALFA*ALFA
0102      YHM=-10*ALOG10(WT)
0103      YMA=20*ALOG10(BETA)
0104      YY=20.*ALOG10(XX)
0105      WRITE(6,240)I,XX,YY,YHM,YMA
0106 1110  CONTINUE
0107      GO TO 500

C -----
C
C      FORMAT
C
C -----

0108 550  CONTINUE
0109 20--  FORMAT(' ENTRE COM N E M',/)
0110 450--  FORMAT(2I6)
0111 105--  FORMAT(I5,12F10.4)
0112 150--  FORMAT(1H1,' TEMPO DE DISCRETIZACAO',/,F10.5)
0113 100--  FORMAT(12F10.5,I5)
0114 110--  FORMAT(' ENTRE COM A MATRIZ F POR LINHA',/)
0115 120--  FORMAT(//,' MATRIZ F - REPRESENTACAO CONTINUA',/)
0116 130--  FORMAT(' ENTRE COM A MATRIZ G POR LINHA',/)
0117 140--  FORMAT(//,' MATRIZ G - REPRESENTACAO CONTINUA',/)
0118 160--  FORMAT(' NUMERO DE PONTOS E TEMPO DE DISCRETIZACAO',/)
0119 170--  FORMAT(' ENTRE COM A MATRIZ C',/)
0120 180--  FORMAT(//,' MATRIZ C',/)
0121 190--  FORMAT(//,' RESPOSTA IMPULSIVA CONTINUA E DISCRETA,
1 Y(K) E X(K)',/)
0122 200--  FORMAT(//,' RESPOSTA A PULSO',/)
0123 210--  FORMAT(//,' MATRIZ A - REPRESENTACAO DISCRETA',/)
0124 220--  FORMAT(//,' MATRIZ B - REPRESENTACAO DISCRETA',/)
0125 230--  FORMAT(//,' MATRIZ F CHAPEU',/)
0126 240--  FORMAT(I6,5E12.4)
0127      STOP ' DISCRETIZACAO DE SISTEMA CONTINUO'
0128      END

```


APENDICE D

Listagem das subrotinas utilizadas nos programas dos apêndices A, B e C.

- MINV - inversão de matrizes
- SBN - geração de uma sequência binária
- CONT - obtém a representação contínua
- GAUSS - geração de ruído gaussiano (IBM)
- MATEXP - calcula e^{AT} (Cadzow-Martens)
- FFT - transformada rápida de Fourier
- COM - monitora as conversões A/D e D/A

FORTRAN IV U01C-03A THU 28-DEC-78 22:00:16

PAGE 00

```

0001      SUBROUTINE MINV(N,A)
0002      DIMENSION A(6,6),B(6,6)
0003      EPS=1.E-5
          C
          C      CONSTROI A MATRIZ UNITARIA B(I,J)C
0004      DO 6 I=1,N
0005      DO 5 J=1,N
0006      IF(I-J)4,3,4
0007      3      B(I,J)=1.0
0008      GO TO 5
0009      4      B(I,J)=0.0
0010      5      CONTINUE
0011      6      CONTINUE
          C
          C      COLOCA MAIOR A(I,K) SOBRE OU ABAIXO DIAGONA PRINCIPAL
          C
0012      DEL=1.0
0013      DO 45 K=1,N
0014      IF(K-N)12,30,30
0015      12      IMAX=K
0016      AMAX=ABS(A(K,K))
0017      KP1=K+1
0018      DO 20 I=KP1,N
0019      IF(AMAX-ABS(A(I,K)))15,20,20
0020      15      IMAX=I
0021      AMAX=ABS(A(I,K))
0022      20      CONTINUE
          C
          C      TROCA LINHAS IMAX E K SE IMAX NAO E IGUAL A K
          C
0023      IF(IMAX-K)25,30,25
0024      25      DO 29 J=1,N
0025      ATMP=A(IMAX,J)
0026      A(IMAX,J)=A(K,J)
0027      A(K,J)=ATMP
0028      BTMP=B(IMAX,J)
0029      B(IMAX,J)=B(K,J)
0030      29      B(K,J)=BTMP
0031      DEL=-DEL
0032      30      CONTINUE
          C
          C      TESTE DE SINGULARIDADE
          C
0033      IF(ABS(A(K,K))-EPS)93,93,35
0034      35      DEL=A(K,K)*DEL
          C
          C      DIVIDE PIVO DA LINHA PELA SEU ELEMENTO DA DIAGONAL PRINCIPAL
          C
0035      DIV=A(K,K)
0036      DO 38 J=1,N
0037      A(K,J)=A(K,J)/DIV
0038      38      B(K,J)=B(K,J)/DIV
          C
          C      COLOCA CADA LINHA COMO COMBINACAO LINEAR COM O PIVO DA LINHA

```

FORTRAN IV

V01C-03A THU 28-DEC-78 22:00:16

PAGE 002

```

C
0039      DO 43 I=1,N
0040      AMULT=A(I,K)
0041      IF(I-K)39,43,39
0042  39    DO 42 J=1,N
0043      A(I,J)=A(I,J)-AMULT*A(K,J)
0044  42    B(I,J)=B(I,J)-AMULT*B(K,J)
0045  43    CONTINUE
0046  45    CONTINUE
0047      DO 50 I=1,N
0048      DO 50 J=1,N
0049  50    A(I,J)=B(I,J)
D        WRITE(6,100)DEL
0050      GO TO 75
0051  93    WRITE(6,110)
0052  75    RETURN
0053  100   FORMAT(//,' DETERMINANTE', F10.5,//)
0054  110   FORMAT(' A MATRIZ E SINGULAR')
0055      END

```

```

C
C
C      GERA UMA SEQUENCIA BINARIA
C
C      COMPRIMENTO 63 - ORDEM 6
C
0001      SUBROUTINE SBN(H)
C
0002      DIMENSION H(7)
0003      IF(H(5).EQ.H(6)) GO TO 50
0005      X=1.0
0006      GO TO 100
0007  50    X=-1.0
0008  100   DO 150 I=1,5
0009      L=6-I
0010  150   H(L+1)=H(L)
0011      H(L)=X
0012      RETURN
0013      END SBN

```

```

C
C
C      GERA UM RUIDO BRANCO GAUSSIANO
C
C
0001      SUBROUTINE GAUSS(IX,IY,S,AM,Y)
0002      A=0.0
0003      DO 50 I=1,12
0004      V=RAN(IX,IY)
0005  50    A=A+V
0006      Y=(A-6.0)*S+AM
0007      RETURN
0008      END GAUSS

```

```

C -----
C
C ENCONTRA A MATRIZ F REPRESENTAÇÃO CONTINUA A PARTIR
C DA REPRESENTAÇÃO DISCRETA (A)
C

```

```

C -----
C
C A - MATRIZ DISCRETA (TRANSICAO)
C F - MATRIZ CONTINUA
C T - TEMPO DE DISCRETIZACAO
C N - ORDEN DA MATRIZ
C
C -----
C

```

```

0001 SUBROUTINE CONT(A,F,N,T)
0002 DIMENSION A(6,6),F(6,6),E(6,6),E1(6,6)
0003 DO 100 I=1,N
0004 A(I,I)=A(I,I)-1.
0005 DO 100 J=1,N
0006 F(I,J)=A(I,J)
0007 100 E(I,J)=A(I,J)
0008 DO 400 K=2,100
0009 XK=K
0010 D WRITE(6,150)((E(I,J),E1(I,J),F(I,J),J=1,N),I=1,N)
0011 X=(-1.)*K
0012 XK=X*XK
0013 CALL MULTIQ(E,A,E1,N,N,N)
0014 DO 300 I=1,N
0015 DO 300 J=1,N
0016 IF(ABS(E1(I,J)).LT.1E-20) E1(I,J)=0.0
0017 F(I,J)=F(I,J)+E1(I,J)/XK
0018 300 E(I,J)=E1(I,J)
0019 150 FORMAT(1X,12E10.2)
0020 400 CONTINUE
0021 DO 500 I=1,N
0022 DO 500 J=1,N
0023 500 F(I,J)=F(I,J)/T
0024 RETURN
0025 END

```

```

0001 SUBROUTINE MATEXP(F,G,A,B,N,M,T)
C
C -----
C REPRESENTACAO DISCRETA DE UM SISTEMA CONTINUO
C
C X.=F*X+G*U - REPRESENTACAO DE ESTADO CONTINUA
C
C X(K+1)=A*X(K)+BU(K) - REPRESENTACAO DE ESTADO DISCRETA
C
C -----
0002 DIMENSION F(6,6),G(6,6),A(6,6),INTEGA(6,6)
0003 DIMENSION B(6,6),ST(6,6)
0004 REAL INTEGA
0005 INTEGER POWER
0006 NORMFT=0.0
0007 DO 1 I=1,N
0008 DO 1 J=1,N
0009 ST(I,J)=F(I,J)*T
0010 1 A(I,J)=ST(I,J)
0011 POWER=100
0012 DO 7 I=2,POWER
0013 FPOWER=POWER-I+2
0014 DO 5 J=1,N
0015 DO 3 K=1,N
0016 3 INTEGA(J,K)=A(J,K)/FPOWER
0017 5 INTEGA(J,J)=INTEGA(J,J)+1.0
0018 7 CALL MULTIQ(ST,INTEGA,A,N,N,N)
0019 DO 9 J=1,N
0020 A(J,J)=A(J,J)+1.
0021 DO 9 K=1,N
0022 9 INTEGA(J,K)=T*INTEGA(J,K)
0023 CALL MULTIQ(INTEGA,G,B,N,N,M)
0024 RETURN
0025 END

```

```

C
C
0001 SUBROUTINE MULTIQ(A,B,C,N1,N2,N3)
0002 DIMENSION A(6,6),B(6,6),C(6,6)
C
C C=A*B
C
0003 DO 1 I=1,N1
0004 DO 1 K=1,N3
0005 C(I,K)=0.0
0006 DO 1 J=1,N2
0007 1 C(I,K)=C(I,K)+A(I,J)*B(J,K)
0008 RETURN
0009 END

```

```

0001      SUBROUTINE FFT(XREAL,XIMAG,N,NU)
0002      DIMENSION XREAL(260),XIMAG(260)
0003      N2=N/2
0004      NU1=NU-1
0005      K=0
0006      DO 100 L=1,NU
0007 102    DO 101 I=1,N2
0008      P=IBITR(K/2**NU1,NU)
0009      XN=N
0010      ARG=6.283185*P/XN
0011      C=COS(ARG)
0012      S=SIN(ARG)
0013      K1=K+1
0014      K1N2=K1+N2
0015      TREAL=XREAL(K1N2)*C+XIMAG(K1N2)*S
0016      TIMAG=XIMAG(K1N2)*C-XREAL(K1N2)*S
0017      XREAL(K1N2)=XREAL(K1)-TREAL
0018      XIMAG(K1N2)=XIMAG(K1)-TIMAG
0019      XREAL(K1)=XREAL(K1)+TREAL
0020      XIMAG(K1)=XIMAG(K1)+TIMAG
0021 101    K=K+1
0022      K=K+N2
0023      IF(K.LT.N) GO TO 102
0025      K=0
0026      NU1=NU1-1
0027 100    N2=N2/2
0028      DO 103 K=1,N
0029      I=IBITR(K-1,NU)+1
0030      IF(I.LE.K) GO TO 103
0032      TREAL =XREAL(K)
0033      TIMAG=XIMAG(K)
0034      XREAL(K)=XREAL(I)
0035      XIMAG(K)=XIMAG(I)
0036      XREAL(I)=TREAL
0037      XIMAG(I)=TIMAG
0038 103    CONTINUE
0039      RETURN
0040      END

```

```

0001      FUNCTION IBITR(J,NU)
0002      J1=J
0003      IBITR=0
0004      DO 200 I=1,NU
0005      J2=J1/2
0006      IBITR=IBITR*2+(J1-2*J2)
0007 200    J1=J2
0008      RETURN
0009      END

```

COM RT-11 MACRO VM02-12 28-DEC-78 21:11:38 PAGE 1

```

1          .TITLE COM
2          .GLOBL COM
3
4          000007      PC=X7          ;DEFINE
5          000005      R5=X5          ;PROGRAM COUNTER
6          170400      S=170400       ;REGISTRO 5
7          170402      B=170402       ;STATUS CAD
8          176160      D1=176160      ;BUFFER CAD
9          176162      D2=176162      ;BUFFER CDA
10 000000 012767 COM:      MOV #3420,S      ;INICIA CONVERSAO
          003420
          170400'
11
12 00006 105767 LOOP:      TSTB S          ;PELO SCHMITT TRIGGER
          170400'          ;TESTA CONVERSAO COMPLETA
13 00012 100375          BPL LOOP          ;ESPERA CONVERSAO COMPLETA
14 00014 016775          MOV B,@2(R5)      ;LE A CONVERSAO
          170402'
          000002
15 00022 162775          SUB #4000,@2(R5);SUBTRAI O VALOR MEDIO
          004000
          000002
16 00030 017567          MOV @4(R5),D1      ;CONVERSAO D/A
          000004
          176160'
17 00036 017567          MOV @6(R5),D2      ;CONVERSAO D/A
          000006
          176162'
18 00044 000207          RTS PC
19          000001'          .END

```