

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

DETERMINAÇÃO DE DOMÍNIOS DE ESTABILIDADE PARA SISTEMAS DE
POTÊNCIAS COM N-MÁQUINAS.

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA A UNIVERSIDADE DE SANTA CATARINA PARA A
OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS.

João Roberto Cogo

junho-1977



0.247.869-0

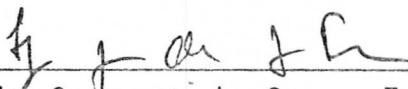
UFSC-BU

i

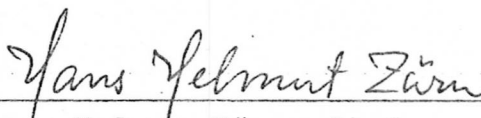
DETERMINAÇÃO DE DOMÍNIOS DE ESTABILIDADE PARA SISTEMAS DE
POTÊNCIAS COM N-MÁQUINAS.

João Roberto Cogo

ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE
EM CIÊNCIAS - ESPECIALIDADE ENGENHARIA ELÉTRICA E APROVADA EM
SUA FORMA FINAL PELO CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO.

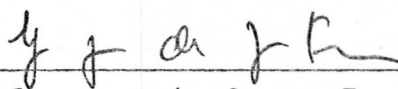


Prof. Luiz Gonzaga de Souza Fonseca D.Sc.
Orientador

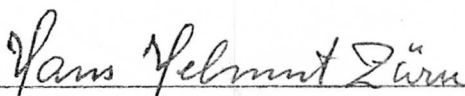


Prof. Hans Helmut Zürn Ph.D.
Coordenador do Curso de Pós-Graduação em
Engenharia Elétrica

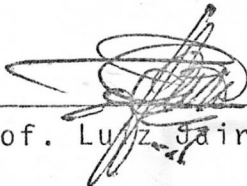
APRESENTADA PERANTE A BANCA EXAMINADORA COMPOSTA DOS PROFESSORES:



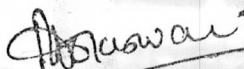
Prof. Luiz Gonzaga de Souza Fonseca D.Sc.



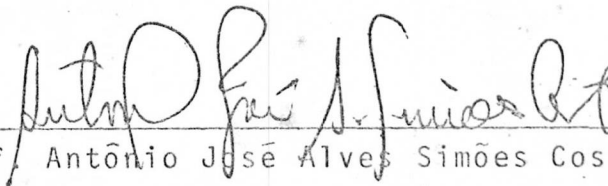
Prof. Hans Helmut Zürn Ph.D.



Prof. Luiz Gairo Branco Machado D. Ing.



Prof. Rajamani Doraiswami Ph. D.



Prof. Antônio José Alves Simões Costa M.Sc.

À minha esposa Heloísa

À meus pais, irmãs e
sobrinhos

AGRADECIMENTOS.

Agradeço ao amigo Prof. Luiz Gonzaga de Souza Fonseca pela orientação segura, sugestões, e a incansável dedicação durante todo o tempo da execução deste trabalho.

Sou grato ao Prof. Antônio José Alves Simões Costa, pela ajuda na parte computacional e às sugestões sempre valiosas. Agradeço também aos professores do Centro Tecnológico da UFSC, aos colegas, enfim a todos que de uma forma ou de outra ajudaram na realização deste trabalho..

Agradeço a minha esposa Heloísa, pela paciência, compreensão, incentivo e confiança que me depositou durante toda a execução deste trabalho.

A realização deste trabalho foi possível graças ao apoio financeiro do EFEI e CAPPES.

SUMÁRIO

	- <u>SIMBOLOGIA</u>	1
	- <u>RESUMO</u>	3
	- <u>ABSTRACT</u>	4
1	- <u>INTRODUÇÃO</u>	5
2	- <u>SOLUÇÕES DO PROBLEMA DE ESTABILIDADE EM SISTEMAS DE POTÊNCIA</u>	8
	2.1 - Introdução	8
	2.2 - Análise da Estabilidade em Sistemas de Potência.....	8
	2.3 - Modelo Matemático do Sistema de Potência.....	10
	2.4 - Estabilidade do Equilíbrio em Sistemas de Potência...	13
	2.5 - Domínios de Estabilidade.....	19
	2.6 - Conclusões.....	23
3	- <u>DETERMINAÇÃO DE DOMÍNIOS DE ESTABILIDADE ATRAVÉS DE PROBLEMAS DE OTIMIZAÇÃO</u>	24
	3.1 - Introdução.....	24
	3.2 - Determinação de Domínios de Estabilidade nas Variáveis τ	24
	3.3 - Determinação de Domínios de Estabilidade nas Variáveis z	26
	3.4 - O Método de Newton-Raphson para Determinar Domínios de Estabilidade.....	31
	3.5 - Conclusões.....	34
4	- <u>ALGORITMOS PARA DETERMINAÇÃO DE DOMÍNIOS DE ESTABILIDADE</u> ...	35
	4.1 - Introdução.....	35
	4.2 - Algoritmo para a Determinação de Domínios de Estabilidade Usando as Variáveis τ	35
	4.3 - Algoritmo para a Determinação de Domínios de Estabilidade Usando as Variáveis z	37
	4.4 - Preparação de Dados do Sistema de Potência para Determinação de Domínios de Estabilidade.....	39
	4.5 - Resultados Obtidos na Determinação de Domínios de Estabilidade.....	42
	4.6 - Conclusões.....	48
5	- <u>UTILIZAÇÃO CONJUNTA DE DOMÍNIOS DE ESTABILIDADE E MÉTODOS NUMÉRICOS</u>	52
	5.1 - Introdução.....	52

5.2 - Algoritmo do Método Conjunto.....	52
5.3 - Aplicação do Método Conjunto.....	55
5.4 - Conclusões.....	58
6 - <u>CONCLUSÕES, COMENTÁRIOS E SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS</u>	60
6.1 - Conclusões e Comentários.....	60
6.2 - Sugestões para Futuros Trabalhos.....	62
- <u>BIBLIOGRAFIA</u>	63
- <u>APÊNDICES</u>	69
- Programa para Determinar Domínios de Estabilidade nas Variáveis τ	69
- Programa para Determinar Domínios de Estabilidade nas Variáveis z	72
- Programa Conjunto - Métodos Numéricos e Domínios de Estabilidade.	76

SIMBOLOGIA

- t - Tempo
 S_i - Ângulo entre o eixo do rotor da i -ésima máquina e um eixo girando a uma velocidade de referência.
 M_i - Constante de inércia da i -ésima máquina.
 d_i - Coeficiente de amortecimento da i -ésima máquina.
 b_{ij} - Constante de amortecimento assíncrono entre a i -ésima e j -ésima máquina.
 P_{m_i} - Potência mecânica de entrada para a i -ésima máquina.
 P_{e_i} - Potência elétrica entregue pela i -ésima máquina.
 E_i - Tensão na barra interna da i -ésima máquina.
 G_{ii} - Carga equivalente na i -ésima barra de geração.
 B_{ij} - Susceptância de transferência entre a barra interna da i -ésima e da j -ésima máquina.
 F_{ij} - Coeficiente de sincronização entre a i -ésima e j -ésima máquina.
 P_i - Coeficiente de injeção na barra i .
 ω_i - Velocidade da i -ésima máquina relativo a uma máquina de referência.
 ω - Vetor velocidade.
 α - Vetor dos ângulos α_i .
 F - Vetor dos coeficientes de sincronização.
 T - Matriz que associa α a ω .
 P - Vetor coeficiente de injeção.
 M - Matriz constante de inércia.
 R - Matriz dos amortecimentos.
 L - Polítipo nas variáveis α .
 z_i - Ângulo relativo ao ponto de equilíbrio da i -ésima componente.
 z - Vetor dos ângulos z_i .
 E_p - Energia potencial.
 E_c - Energia cinética.
 V - Energia total.
 ∇ - Gradiente.

- λ - Multiplicador de Lagrange.
- J - Matriz jacobiana.
- τ_k - Variável relativa a diferença $z_i - z_j$.
- τ - Vetor que associa às variáveis τ_j
- H - Matriz transformação de z em τ .
- C - Matriz das dependências de τ .
- L_2 - Polítipo nas variáveis z .
- L_τ - Polítipo nas variáveis τ .
- $Ep(z^*)$ - Energia potencial no ponto de tangência.
- z^* - Ponto de tangência.
- Z - Face do polítipo L_2 .
- W - Face do polítipo L_τ .
- $||\cdot||$ - Norma euclidiana.

RESUMO

Neste trabalho utiliza-se a energia total do Sistema de Potência como função de Liapunov para a determinação da estabilidade do ponto de equilíbrio e de domínio de estabilidade para Sistemas de Potência, cuja obtenção é feita através da solução de um problema de otimização. Este problema é decomposto em subproblemas e para sua solução propõe-se um algoritmo que utiliza o método de Newton-Raphson e vetores de dimensão igual ao número de máquinas conectadas ao Sistema de Potência em análise.

Como o segundo método de Liapunov dá somente condições suficientes para a estabilidade, é proposto um método baseado em solução numérica de equações diferenciais em conjunto com o segundo método de Liapunov, que reúne as vantagens de ambos. São apresentados exemplos numéricos para ilustrar os procedimentos.

ABSTRACT

In this work the total energy of the power system is used as a Liapunov function to determine the stability of the equilibrium point and the stability domain for power systems obtained by means of the solution of an optimization problem. This problem is decomposed in sub-problems for whose solution an algorithm is proposed using the Newton-Raphson method and vectors with dimension equal to the number of machines connected to the power system under study.

Since Liapunov's second method only provides sufficient conditions for stability, a method is proposed based on the numerical solution of differential equations in conjunction with Liapunov's second method, which has the advantages of both. Numerical examples are presented to illustrate the procedures.

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

Um dos principais objetivos das empresas de eletricidade é o de manter a energia elétrica para seus consumidores, continuamente, em níveis satisfatórios de tensão e frequência. Isto é conseguido com uma boa coordenação entre o planejamento e a operação do Sistema de Potência. Embora os Sistemas de Potência estejam sujeitos a distúrbios, tais como curto circuitos, perdas de linhas de transmissão, perda de geração etc, é necessário operar o sistema de maneira a garantir a sua segurança. Um dos fatores mais importantes para a segurança do Sistema de Potência é a sua estabilidade ([38]).

Para a análise da estabilidade em Sistemas de Potência existem basicamente dois procedimentos. O primeiro usa métodos numéricos para a solução das equações diferenciais, representativas do Sistema de Potência durante o período transitório, onde as conclusões sobre a estabilidade são obtidas pela análise do comportamento dos ângulos internos das máquinas no tempo ([2], [3], [15], [19], [21], [35], [36], [37]). O segundo baseia-se em métodos que não usam o conhecimento explícito das soluções das equações diferenciais. Magnusson [1] em 1947 sugeriu o uso da função energia do sistema para se conseguir conclusões sobre a estabilidade de Sistemas de Potência. Aylett [4] em 1958 fez uma extensão das idéias de Magnusson [1] para um Sistema de Potência com três máquinas e obteve um critério para a estabilidade baseando-se no ponto de equilíbrio instável com menor energia. Mostrou também como utilizar estes resultados para a determinação de tempos críticos de eliminação de defeito.

O método de estudo da estabilidade proposto por Liapunov no século passado (1893), despertou interesse em Sistemas de Potência a partir dos trabalhos de Gless [9], EL-Abiad e Nagappan [10] em 1966. Gless [9] fez uma comparação entre os métodos das áreas iguais, plano de fase e o segundo método de Liapunov, que, no caso de duas máquinas considerando-se o modelo clássico sem amortecimento, dão resultados idênticos. Sugere tam-

bem o uso da energia do sistema como função de Liapunov no caso de Sistemas de Potência com três máquinas. Já El-Abiad e Nagappan [10] estenderam o uso de funções de Liapunov para o caso de n-máquinas, com amortecimento e propuzeram um algoritmo para a análise da estabilidade e determinação de tempos críticos.

O método de Liapunov dá, em geral, condições suficientes para a estabilidade de um ponto de equilíbrio e fornece indicações sobre domínios de estabilidade ([5],[6],[7],[8]) os quais são conservativos e dependem da função escolhida. A função de Liapunov, embora tenha uma interpretação física semelhante a interpretação de energia, não é necessariamente função energia ([46]).

Algumas funções de Liapunov foram obtidas por tentativas com considerações sobre a energia do sistema ([9],[10], [22],[23]). Já em [11],[13] obteve-se funções de Liapunov, baseando-se na escolha do gradiente da função de Liapunov. Em [14],[16],[17],[18],[25],[27],[32],[33] utiliza-se o critério de Popov e coloca-se a função tipo Lur'e como função de Liapunov.

Tendo-se um ponto de operação estável e uma função, de Liapunov para um Sistema de Potência o passo seguinte é a determinação de domínios de estabilidade. Pode-se obter domínios de estabilidade com o uso dos pontos de equilíbrio instáveis como em [10],[27],[31] e [38]. As funções de Liapunov tipo Lur'e também são usadas para obtenção de domínios de estabilidade através de superfícies de nível contidas numa região especificada pelos limites dos intervalos onde as não linearidades satisfazem as condições de setor ([17] e [19]).

O uso de domínios de estabilidade recebeu pouca atenção em planejamento e operação de Sistemas de Potência em parte devido ao fato de não se dispor de procedimentos eficientes na determinação dos domínios de estabilidade ([39]). Todavia em [39] obteve-se um algoritmo que permite o uso dos domínios de estabilidade em planejamento e operação de Sistemas de Potência. Basicamente o algoritmo desenvolvido em [39] fixa uma região com um único ponto de equilíbrio em seu interior de tal modo que a procura de domínio de estabilidade fica resumido a procura do maior conjunto de nível contido nesta região. Isto foi resolvido através de um problema de otimização utilizando-se o método da projeção do gradiente e certas variáveis definidas convenientemente.

Propõe-se, neste trabalho, a utilização de um pro-

cedimento que visa a redução da dimensão do espaço vetorial no qual é definido o problema de determinação de domínios de estabilidade pelo algoritmo dado em [39]. Além disso é proposto o método de Newton-Raphson para resolver o problema do ponto de tangência dado em [39]. Resolve-se vários exemplos para a ilustração dos procedimentos apresentados.

Tendo em vista que o segundo método de Liapunov , fornece apenas condições suficientes para a estabilidade, propõe-se também um procedimento que associa as vantagens inerentes aos métodos numéricos de solução de equações diferenciais com as vantagens do segundo método de Liapunov, usando-se como função de Liapunov a energia total do Sistema de Potência.

CAPÍTULO II

SOLUÇÕES DO PROBLEMA DE ESTABILIDADE EM SISTEMAS DE POTÊNCIA.

2.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo são introduzidos os procedimentos de análise de estabilidade de Sistemas de Potência. São discutidos Métodos Numéricos e o Segundo Método de Liapunov. São feitas considerações sobre as funções de Liapunov disponíveis e sobre o modelo do Sistema de Potência considerado. Discute-se também a questão de Domínios de Estabilidade e sua determinação, através dos pontos de equilíbrio instáveis com menor energia potencial. Coloca-se ainda a questão da determinação de Domínios de Estabilidade, seguindo [39], como um problema de otimização e discute-se a sua solução.

2.2 ANÁLISE DA ESTABILIDADE EM SISTEMAS DE POTÊNCIA

Para a análise da estabilidade em Sistemas de Potência, como vimos, dispõe-se de dois procedimentos. O primeiro, ([2], [3], [15], [19], [21], [35], [36], [37]) baseia-se em métodos numéricos para a solução das equações diferenciais representativas do Sistema de Potência. São procedimentos quantitativos e, exigem o conhecimento dos parâmetros e da condição inicial para se encontrar a solução do sistema. As conclusões são tiradas analisando-se o comportamento das curvas dos ângulos internos das máquinas síncronas contra o tempo, porém, exigem uma análise cuidadosa das curvas obtidas. Estabelecer o tempo até o qual a integração deve ser feita constitui também uma dificuldade principalmente, nos casos mais críticos. O tempo de computação especificado para a solução das equações diferenciais podem não ter sido suficiente para que o aspecto das curvas conduzam a um resultado conclusivo. Deve-se então proceder à integração por um tempo maior. Claramente se vê, então, a necessidade de interação homem-computador para análise da estabilidade ([10]).

Nos casos onde se deseja saber se o sistema é estável ou não, como em planejamento e operação em tempo real, os métodos numéricos embora eficientes e passíveis de melhorias em relação aos modelos do sistema, podem tornar-se bastante onerosos ([38]).

O segundo procedimento para a análise da estabilidade em Sistemas de Potência, consiste no conjunto de métodos que não fazem uso explícito das soluções das equações diferenciais do sistema para estudo da estabilidade. Dentre os métodos enquadrados neste caso, para Sistemas de Potência, têm-se o segundo método de Liapunov, método das áreas iguais e do plano de fase, por exemplo. Estes dois últimos, porém, estão limitados a sistemas com até duas máquinas e três máquinas, respectivamente.

O segundo método de Liapunov, teve sua aplicação em Sistemas de Potência iniciada na década passada, e mostra-se muito promissor. Fornece, em geral, condições suficientes para a estabilidade de um ponto de equilíbrio ([38] a [41]). Embora o segundo método não oriente a procura das funções de Liapunov, encontrada uma função que satisfaça as condições do método, pode-se tirar conclusões sobre a estabilidade do equilíbrio e em geral sobre domínios de estabilidade.

Em Sistemas de Potência, as primeiras funções de Liapunov a aparecer foram funções tipo energia ([9], [10], [22], [23]). Algumas funções foram obtidas através de métodos que fazem certas imposições sobre o gradiente, de modo que, por integração, é possível encontrar-se funções candidatas à função de Liapunov, ([11], [13], [34]).

Diversos autores ([16], [17], [18], [25], [28], [33]), baseando-se na generalização do critério de Popov, fizeram uso de funções de Liapunov da forma

$$V(x) = x^t P x + 2 \int_0^{cx} f(\xi)^t Q d\xi \quad (2.2.1)$$

Conforme a escolha de certas matrizes no procedimento para a determinação de P em (2.2.1), diferentes funções de Liapunov foram obtidas ([33]), inclusive a função energia.

A função de Liapunov tipo energia também é usada em [39], porém lá considera-se a presença dos coeficientes de amortecimento b_{ij} , e decompõe-se a energia em parcelas positivas, facilitando-se assim a determinação de domínio de estabilidade.

2.3 MODELO MATEMÁTICO DO SISTEMA DE POTÊNCIA.

No sentido de se obter o modelo matemático para o Sistema de Potência, fazem-se as seguintes hipóteses ([2], [3], [20], [26], [28], [33], [39]).

A máquina síncrona é representada por uma fonte de tensão constante em série com sua reatância transitória de eixo - direto, x_d' . Desta maneira o enlace de fluxo no campo será mantido constante durante o período transitório. Não são considerados, os efeitos dos reguladores de tensão e o efeito da reação de armadura sobre o fluxo principal.

A potência mecânica é suposta constante durante o período transitório, visto que os reguladores de velocidade tem constantes de tempo grandes comparadas com o tempo de duração do transitório.

A constante de inércia é assumida como constante - uma vez que os escorregamentos são pequenos.

As potências de amortecimento são consideradas proporcionais às velocidades de escorregamento e às diferenças de velocidade de escorregamento, onde a primeira parcela é devido a perdas mecânicas e variações da carga com o escorregamento e a outra devida a amortecimentos assíncronos.

As máquinas síncronas são consideradas como sendo de rotor liso.

Assumindo-se que as cargas conectadas ao sistema possam ser representadas por uma admitância constante e descrevendo-se a rede pela sua matriz de admitâncias de barras, reduz-se o sistema às suas barras internas de geração. Com estas considerações e desprezando-se as perdas no sistema de transmissão reduzido, as equações diferenciais para o movimento dos ângulos dos rotores de n-máquinas interligadas, como em [33] e [39], são:

$$M_i \frac{d^2 \delta_i}{dt^2} + d_i \frac{d\delta_i}{dt} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n b_{ij} \left(\frac{d\delta_j}{dt} - \frac{d\delta_i}{dt} \right) + P_{e_i} - P_{m_i} = 0$$

$$i = 1, 2, \dots, n, \quad (2.3.1)$$

onde:

t - tempo [segundos],

δ_i - ângulo em graus elétricos entre o eixo do rotor da i-ésima máquina e um eixo girando a uma velocidade de

referência,

M_i - constante de inércia da i -ésima máquina [(p.u.).(seg)²]

d_i - coeficiente de amortecimento da i -ésima máquina [(p.u.).(seg)],

b_{ij} - constante de amortecimento assíncrono, onde, em geral $b_{ij} \neq b_{ji}$ [(p.u.).(seg)],

Pm_i - potência mecânica de entrada para a i -ésima máquina [p.u.],

Pe_i - potência elétrica entregue pela i -ésima máquina [p.u.], dada por:

$$Pe_i = G_{ii}E_i^2 + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n |E_i E_j| B_{ij} \text{ sen } (\delta_i - \delta_j), \quad (2.3.2)$$

onde:

E_i - tensão na barra interna da i -ésima máquina [p.u.],

G_{ii} - carga equivalente na i -ésima barra de geração [p.u.],

B_{ij} - susceptância de transferência entre a barra interna da i -ésima e da j -ésima máquina [p.u.].

Escreve-se ainda, por conveniência,

$$F_{ij} = |E_i E_j| B_{ij}, \quad (2.3.3)$$

$$-P_i = Pm_i - G_{ii}E_i^2, \quad (2.3.4)$$

onde os F_{ij} são chamados coeficientes de sincronização e P_i de injeção na barra i .

Definindo-se δ_i e $\dot{\delta}_i$, $i = 1, 2, \dots, n$, como variáveis de estado e notando-se que

$$\frac{d\delta_i}{dt} = \dot{\delta}_i = \omega_i, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

onde ω_i é a velocidade da i -ésima máquina relativa ao sistema de referência, pode-se escrever (2.3.1) da seguinte maneira ([39]).

$$\begin{cases} \dot{\delta}_i = \omega_i \\ M_i \dot{\omega}_i = -d_i \omega_i - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n b_{ij} (\omega_i - \omega_j) + P_i - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n F_{ij} \text{ sen } (\delta_i - \delta_j) \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.3.5)$$

Conforme discutido na literatura ([38], [32], [33], [30]) e demonstrado em [39] o número de equações que representam um Sistema de Potência com n -máquinas, no caso em que se despreza o amortecimento ou em sistemas com amortecimento não uniforme ($\frac{d_i}{M_i} = \text{constante}$), necessita-se de $(2n-2)$ variáveis de estado e nas situações onde não se tem amortecimento uniforme são necessárias $(2n-1)$.

Como no caso mais geral os Sistemas de Potência - tem amortecimento não uniforme e, portanto, (2.3.5) pode ser escrito como um sistema de equações com $(2n-1)$ variáveis independentes, usa-se então neste caso fixar-se um dos ângulos, δ_n por exemplo, e escrever-se ([39]);

$$\alpha_i = \delta_i - \delta_n \quad i = 1, 2, \dots, (n-1) \quad (2.3.6)$$

Com (2.3.6) o sistema (2.3.5) torna-se

$$\begin{cases} \dot{\omega} = -M^{-1}R\omega - M^{-1}T^t f(P, F, \alpha) \\ \dot{\alpha} = T\omega \end{cases} \quad (2.3.7)$$

onde:

$$\omega = \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \vdots \\ \omega_n \end{bmatrix}, \quad \alpha = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_{n-1} \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} F_{12} \cdots F_{1n} & F_{23} \cdots F_{2n} \cdots F_{n-1, n} \end{bmatrix}$$

$$T = \begin{bmatrix} I_{n-1} & -1 \\ \vdots & \vdots \\ -1 & \vdots \end{bmatrix}, \quad P = \begin{bmatrix} P_1 \\ \vdots \\ P_{n-1} \end{bmatrix},$$

$$M = \text{diag. } [M_i] \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

$$R = [r_{ij}] \quad i, j = 1, 2, \dots, n,$$

$$\text{Sendo: } r_{ij} = \begin{cases} -b_{ij} & \text{se } i \neq j \\ d_i + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n b_{ik} & \text{se } i = j \end{cases}$$

$$f(P, F, \alpha) = \begin{bmatrix} f_1(P_1, F, \alpha) \\ \vdots \\ f_{n-1}(P_{n-1}, F, \alpha) \end{bmatrix}$$

$$\text{sendo: } f_i(P_i, F, \alpha) = -P_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n-1} F_{ij} \sin(\alpha_i - \alpha_j) + F_{in} \sin(\alpha_i).$$

Como se observa as dimensões dos vetores e matrizes são:

$$\omega = n \times 1$$

$$\alpha = (n-1) \times 1$$

$$P = (n-1) \times 1$$

$$T = (n-1) \times (n)$$

$$F = (n(n-1)/2) \times 1$$

$$R = n \times n$$

$$M = n \times n \text{ e } f = (n-1) \times 1$$

onde I_{n-1} é a matriz identidade de dimensão $(n-1) \times (n-1)$, e T^t é a transposta de T .

Estabelecido o modelo do Sistema de Potência a ser usado, far-se-á no item seguinte a análise da estabilidade do equilíbrio.

2.4 ESTABILIDADE DO EQUILÍBRIO DE SISTEMAS DE POTÊNCIA

Os pontos de equilíbrio de (2.3.7) são as soluções de (2.3.7) com $\dot{\omega} = 0$ e $\dot{\alpha} = 0$ e, portanto, dadas por

$$\omega = 0 \quad (2.4.1.a)$$

$$f(P, F, \alpha) = 0 \quad (2.4.1.b)$$

Os pontos de equilíbrio são então da forma $[0, \alpha^e]^t$, $0 \in \mathbb{R}^n$

Em [29] e [39] faz-se uso de uma região chamada região principal, definida através do determinante do jacobiano de $f(P, F, \alpha)$. Mostra-se ([29]; [39]) que esta região contém o politopo L definido por

$$L = \{\alpha \mid |\alpha_i| \leq \frac{\pi}{2}, |\alpha_i - \alpha_j| \leq \frac{\pi}{2}, i, j = 1, 2, \dots, (n-1)\} \quad (2.4.2)$$

É mostrado ainda ([39]) que se (2.4.1.b) tem solução então existe uma única solução na região principal. Considera-se, para o que segue, que (2.4.1.b) tem solução e que o ponto de equilíbrio estável de interesse tem coordenadas α tal que $\alpha^e \in \overset{\circ}{L}$, onde $\overset{\circ}{L}$ é o interior de L .

Visando a análise da estabilidade da origem, uma mudança de variáveis da forma:

$$z_i = \alpha_i - \alpha_i^e \quad i=1,2,\dots,(n-1) \quad (2.4.3)$$

é feita. Então (2.3.7) pode ser escrito como ([39]):

$$\begin{cases} \dot{\omega} = -M^{-1}R\omega - M^{-1}T^t f(P,F,z+\alpha^e) \\ \dot{z} = T\omega \end{cases} \quad (2.4.4)$$

O ponto de equilíbrio de (2.3.7) é agora a origem de (2.4.4).

A expressão da energia potencial de (2.3.7) como em [31] e [39] e dada por

$$E_p(P,F,\alpha) = \int_c \langle f(P,F,\alpha), d\alpha \rangle + Q \quad (2.4.5)$$

onde Q é uma constante arbitrária e, então escolhida de modo que $E_p(P,F,\alpha^e) = 0$. Então

$$Q = - \int_c \langle f(P,F,\alpha), d\alpha \rangle \Big|_{\alpha=\alpha^e} \quad (2.4.6)$$

como

$$\frac{\partial f_i}{\partial \alpha_j} = \frac{\partial f_j}{\partial \alpha_i} \quad (2.4.7)$$

O valor de (2.4.5) independe do caminho de integração. Assim, de (2.4.5), tem-se como em [31] e [39],

$$\begin{aligned} E_p(P,F,\alpha) = & \sum_{i=1}^{n-2} \sum_{j=i+1}^{n-1} F_{ij} \left[-\cos(\alpha_i - \alpha_j) + \cos(\alpha_i^e - \alpha_j^e) - \right. \\ & \left. - (\alpha_i - \alpha_j - \alpha_i^e + \alpha_j^e) \sin(\alpha_i^e - \alpha_j^e) \right] + \\ & + \sum_{i=1}^{n-1} F_{in} \left[-\cos\alpha_i + \cos\alpha_i^e - (\alpha_i - \alpha_i^e) \sin\alpha_i^e \right] \quad (2.4.8) \end{aligned}$$

Observa-se que o gradiente de E_p , ∇E_p , é dado por

$$\nabla E_p = f(P, F, \alpha). \quad (2.4.9)$$

Então as soluções de (2.4.1.b) são pontos extremos da função energia potencial.

A expressão da energia potencial, usando-se a mudança de variáveis (2.4.3) é:

$$\begin{aligned} E_p(P, F, z) = & \sum_{i=1}^{n-2} \sum_{j=i+1}^{n-1} F_{ij} \left[-\cos(z_{ij} + \alpha_{ij}^e) + \cos \alpha_{ij}^e - \right. \\ & \left. - z_{ij} \cdot \text{sen} \alpha_{ij}^e \right] + \sum_{i=1}^{n-1} F_{in} \left[-\cos(z_i + \alpha_i^e) + \right. \\ & \left. + \cos \alpha_i^e - z_i \text{sen} \alpha_i^e \right] \end{aligned} \quad (2.4.10)$$

onde:

$$z_{ij} = z_i - z_j \quad \text{e} \quad \alpha_{ij}^e = \alpha_i^e - \alpha_j^e.$$

A expressão da energia cinética ([31], [39]) é dada por:

$$E_c = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n M_i \omega_i^2 \quad (2.4.11)$$

A origem de (2.4.4) ([39]) é assintoticamente estável no sentido de Liapunov se:

$$a- (\forall \xi > 0) (\exists \delta(\xi) > 0) (\forall t \geq 0) (||z^0|| < \delta \Rightarrow ||z(t; z^0)|| < \xi)$$

$$b- \lim_{t \rightarrow \infty} ||z(t; z^0)|| = 0 \quad (2.4.12)$$

Se somente a condição a é satisfeita a origem é dita estável no sentido de Liapunov. De outro modo a origem é instável.

A estabilidade da origem de (2.4.4) pode ser estudada por um dos seguintes modos:

- a- utilizando-se o teorema da aproximação linear que analisa a estabilidade através da parte real dos autovalores da matriz de derivadas primeiras do segundo membro de (2.4.4) calcu-

lada em $z=0$.

b - pela análise da natureza do extremo da função energia potencial em $z=0$. Se neste ponto a energia potencial é mínima o sistema é assintoticamente estável.

c - utilizando-se o segundo método de Liapunov

O segundo método de Liapunov é, essencialmente, uma generalização da idéia do uso de energia interna do sistema.

Seja um sistema de equações diferenciais de primeira ordem da forma ([12], [39]):

$$\dot{x} = \psi(x) \quad (2.4.13)$$

onde:

$$\psi(0)=0$$

Considere-se E uma região conexa que contém a origem e considere-se, também uma função V com as seguintes propriedades:

$$V(x) > 0, \quad x \neq 0 \quad (2.4.14)$$

$$V(x) = 0, \quad x = 0 \quad (2.4.15)$$

$$\dot{V}(x) \leq 0, \quad x \neq 0 \quad (2.4.16)$$

$$\dot{V}(x) = 0, \quad x = 0, \quad x \in E \quad (2.4.17)$$

onde:

$$\dot{V} = \frac{dV}{dt} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial V}{\partial x_i} \frac{dx_i}{dt} = \nabla V \psi(x) \quad (2.4.18)$$

é chamada derivada de V ao longo das trajetórias do sistema (2.4.13).

A função V que satisfaz as condições anteriores é dita função de Liapunov para a estabilidade da origem de (2.4.13). Se a condição (2.4.16) é trocada para $\dot{V}(x) < 0$, a V é uma função de Liapunov para estabilidade assintótica da origem. Então se uma função V com as propriedades acima for encontrada, a estabilidade da origem de (2.4.13) é garantida ([7], [12], [24], [46]).

Em alguns casos, mesmo com a condição (2.4.16), é possível provar-se estabilidade assintótica. Em [5] mostra-se que a condição suficiente para isto é que o conjunto de pontos dado por $\dot{V}(x) = 0$ não contenha nenhuma trajetória de (2.4.13) inteiramente com exceção dos pontos de equilíbrio.

Nos casos em que é possível utilizar-se a energia como função de Liapunov, obviamente, os procedimentos dos itens b e c são idênticos.

e I_{n-k} é a matriz identidade $(n-k) \times (n-k)$.

A dimensão do espaço dos vetores τ é ([39], [42]):
 $(n-1) \leq m \leq n(n-1)/2$, (2.4.25)

uma vez que não é relevante definir τ_k , $k \geq n-1$, se o F_{ij} correspondente a τ_k é zero. Neste caso suprime-se esta variável, a linha e a coluna de C relacionadas com esta variável e redefine-se k notando-se que $m < n(n-1)/2$. No caso em que $F_{in} = 0$, para algum $i=1, 2, \dots, n-1$ pode-se escrever $C\tau=0$, como antes, tomando-se $\tau_i = z_i$. Deste modo em $C\tau=0$ ter-se-á a presença do z_i correspondente, que pode eliminada de $C\tau=0$ por operações linha reduzindo-se a coluna correspondente a uma coluna com elementos nulos exceto um deles. Despreza-se em seguida a variável α_i , a linha e a coluna de C correspondentes a z_i ([39]).

Usando-se (2.4.10) e (2.4.20) a expressão da energia potencial em termos das variáveis τ pode ser escrita como:

$$E_p(\tau) = \sum_{k=1}^m g_k(\tau_k) \quad (2.4.26)$$

$$\text{onde: } g_k(\tau_k) = F_{ij} [-\cos(\tau_k + \tau_k^e) + \cos(\tau_k^e) - \tau_k \sin(\tau_k^e)] \quad (2.4.27)$$

onde i, j são os índices das componentes de z que determinam τ_k , ou seja $\tau_k = z_i - z_j$. Assim se α^e pertence ao interior de L, \dot{L} , a energia total do sistema,

$$V = E_c + E_p \quad (2.4.28)$$

é uma função de Liapunov em E_2 para a estabilidade assintótica, da origem de (2.4.4), conforme [17] e [39], onde:

$$E_2 = \{ [\omega, z]^t \mid z \in L_2 \text{ e } \omega \in \mathbb{R}^n \} \quad (2.4.29)$$

e onde o politopo L_2 é dado por:

$$L_2 = \{ z \mid (-\pi - 2\tau_k^e) \leq \tau_k \leq (\pi - 2\tau_k^e) \} \quad (2.4.30)$$

Do exposto acima segue uma conclusão idêntica àquela obtida da análise da energia potencial, isto é, se $\alpha^e \in \dot{L}$ então $[0, \alpha^e]^t$ é um ponto de equilíbrio assintoticamente estável de (2.3.7) ou, de modo equivalente, a origem de (2.4.4) é assintoticamente estável ([30], [39]).

Sabendo-se que o ponto de equilíbrio é estável a questão que segue diz respeito à magnitude das perturbações passageiras que

o sistema suporta. Neste sentido, define-se e utiliza-se a noção de domínios de estabilidade.

2.5 DOMÍNIOS DE ESTABILIDADE.

Domínio de estabilidade exato de um ponto de equilíbrio estável é o conjunto de todas as condições iniciais tais que as trajetórias que passam por elas, permanecem numa vizinhança do ponto de equilíbrio. Domínio de estabilidade assintótico de um ponto de equilíbrio estável é um conjunto como o acima com a particularidade de que o equilíbrio é alcançado quando o tempo tende a infinito. Define-se como domínio de estabilidade, qualquer subconjunto, aberto e conexo, do domínio exato de estabilidade que contém o equilíbrio em seu interior ([12], [39]). O segundo método de Liapunov fornece em geral meios para a determinação de domínios de estabilidade, desde que se disponha de uma função de Liapunov. Em princípio não tem restrição quanto a ordem do sistema ([39]).

Neste sentido muitos trabalhos foram apresentados. Alguns autores tem usado os pontos de equilíbrio instáveis com menor energia potencial como referência para o domínio de estabilidade ([10], [22], [27], [31], [38], [41]).

Em [43] reduz-se a dimensão do modelo do Sistema de Potência passando a trabalhar com subsistemas de menor dimensão na busca do ponto de equilíbrio instável com menor energia.

Em [38] é sugerido um procedimento para a determinação do ponto de equilíbrio instável com menor energia potencial a partir da solução numérica das equações de equilíbrio usando como condições iniciais pontos determinados a partir de uma extensão do caso máquina-barra infinita. Para este procedimento mostrou-se [38] (discussão) que a escolha da máquina de referência influencia os resultados. Em [41] é dado um procedimento baseado no anterior mas que elimina a dependência da máquina de referência. Em ambos os casos, o ponto de equilíbrio instável com menor energia potencial é obtido calculando-se a energia potencial em todos os pontos de equilíbrio obtidos com o procedimento. Uma dificuldade para a utilização deste método decorre

do fato de não existir uma fórmula que dê o número de pontos de equilíbrio instáveis no caso de injeção diferente de zero.

Um procedimento semelhante, porém com considerações físicas de modo a reduzir o número de condições iniciais é dado em [22].

Em [31] tenta-se localizar diretamente o ponto de equilíbrio instável construindo-se um caminho de mínima subida utilizando-se as propriedades da região principal e do determinante da Hessiana da energia potencial. Como comentado pelos próprios autores ([31]), algumas vezes o algoritmo proposto não convergiu.

Em [39] a determinação de domínios de estabilidade está baseada na decomposição da energia potencial em parcelas positivas. Mostrou-se que V é uma função de Liapunov em uma região E_2 , e a consideração das superfícies de nível da energia potencial leva a um domínio de estabilidade dado pelo conjunto de nível que tem interseção não vazia com a fronteira de L_2 e está contido em L_2 . Este procedimento tem como vantagem a certeza de convergência do algoritmo proposto, a eficiência na obtenção dos domínios de estabilidade no sentido de menor tempo de computação e independência da escolha da máquina de referência.

Visando obter-se o domínio de estabilidade como em [39], é conveniente definir-se o conjunto L_2 nas variáveis τ , notado por L_τ . Neste caso L_τ é o politopo dado por:

$$L_\tau \begin{cases} (-\pi - 2\tau_k^e) \leq \tau_k \leq (\pi - 2\tau_k^e), & k = 1, 2, \dots, m \\ \text{e } \tau = 0 \end{cases} \quad (2.5.1)$$

A energia total do sistema (2.4.4) é igual à energia potencial para pontos da forma $[0, z]^t$. Notando-se que os pontos de equilíbrio são dessa forma, e que a energia cinética é uma forma quadrática, segue que a região de validade da energia total, como função de Liapunov, depende só da energia potencial. Por isso um domínio de estabilidade utilizando-se a energia pode ser obtido com considerações apenas sobre a energia potencial.

A obtenção de um domínio de estabilidade para a origem de (2.4.4) em [39] é baseada no menor valor da energia potencial calculada no ponto de tangência da superfície de nível da energia potencial com o politopo L_τ . O domínio de estabilidade

de pode então ser obtido através da solução do problema de otimização abaixo

$$\begin{aligned} \min_{\tau} \quad & E_p(\tau) & (2.5.2.a) \\ \text{S.a} \quad & \tau \in \delta L_{\tau} \\ & C\tau = 0 \end{aligned}$$

onde δL_{τ} é a fronteira de L_{τ} . Desse modo encontrar a solução de (2.5.2.a) é equivalente a encontrar o ponto de tangência da superfície de nível com a fronteira de L_{τ} , de modo que o conjunto de nível fixado pelo ponto de tangência fique contido em L_{τ} .

Usando-se (2.4.26) este problema pode ser colocado na forma:

$$\begin{aligned} \min_{\tau} \quad & \{g_1(\tau_1) + g_2(\tau_2) + \dots + g_k(\tau_k) + \dots + g_m(\tau_m)\} \\ \text{S.a} \quad & \tau \in \delta L_{\tau} & (2.5.2.b) \\ & C\tau = 0 \end{aligned}$$

Considerando-se a forma da função objetivo do problema (2.5.2.a) e o politopo L_{τ} , pode-se escrever (2.5.2.a) como:

$$\begin{aligned} \min_k \{ \min_{\tau} [E_p(\tau)] \} & & (2.5.3) \\ \text{S.a} \quad \tau \in W_k \cap L_{\tau} \\ & C\tau = 0 \end{aligned}$$

onde W_k é um hiperplano que contém a k -ésima face de dimensão máxima.

O problema (2.5.3) encontra-se resolvido em [39] usando-se o método das projeções dos gradientes e tomando-se como condição inicial

$$\tau_i = 0 \quad i=1,2,\dots,m, \quad i \neq k \quad (2.5.4.a)$$

e

$$\tau_k = \pm \pi - 2\tau_k^e \quad (2.5.4.b)$$

Para esta condição inicial se o algoritmo em [39] converge, então ele converge para uma solução de (2.5.3) que é o ponto de tangência do conjunto de nível contido em L_{τ} que tem

interseção não vazia com δL_τ .

Devido as restrições de (2.5.3) durante a procura do ponto de tangência na face k , a parcela $g_k(\tau_k)$ que permanece constante é chamada de limite interior da energia potencial nes ta face, pois a energia potencial é um somatório de parcelas positivas em L_τ (como (2.5.2.b)) e, assim sendo, a parcela constan te é um limite interior para os valores da energia potencial cal culada em qualquer ponto desta face.

Seja, $S=[g_k, k, r]$ um vetor que armazena o valor do limite inferior calculado na face k e lado r .

$$\text{Se } r=-1 \quad , \quad \tau_k = -\pi - 2\tau_k^e$$

$$\text{Se } r=1 \quad , \quad \tau_k = \pi - 2\tau_k^e$$

Com o uso dos limites inferiores e de S , em [39] é apresentado o algoritmo abaixo:

PASSO 1 - Construa a lista A de vetores $S = [g_k, k, r]$ que tem $2m$ elementos.

PASSO 2 - Ordene a lista A seguindo os valores crescentes da primeira componente, S_1^j dos vetores $S^j, j=1, 2, \dots, 2m$.

PASSO 3 - Tome S_1^1 , o hiperplano W_k correspondente e encontre K_2^1 , valor de E_p solução de (2.5.3) neste hiperplano. Se existe tangência \bar{v} ao PASSO 4.

Se não, faça o limite interior igual a infinito e \bar{v} ao PASSO 2.

PASSO 4 - Compare K_2^1 com a primeira componente S_1^2 do segundo vetor S^2 da lista A . Se K_2^1 é menor, PARE.

Se não for, troque S_1^1 por K_2^1 e volte ao PASSO 2.

A convergência do algoritmo decorre do número de passos ser finito e também pelo fato das superfícies de nível, se rem, em L_τ , radialmente crescente ([39]).

Embora o resultado obtido por este algoritmo seja um pouco conservativo, em relação ao resultado dado pelo ponto de equilíbrio instável com menor energia potencial, tem como vantagem ser confiável, isto é, sempre fornecer um domínio de es tabilidade, independentemente da escolha da máquina de referên-

cia e apresentar um tempo de solução menor do que aqueles em [38] e em [41].

2.6 CONCLUSÕES.

Discutiu-se neste capítulo os métodos existentes - para a análise da estabilidade em Sistemas de Potência. Apresentou-se a comparação entre os métodos numéricos e o segundo método de Liapunov, que apresenta vantagens no que diz respeito a tempo de computação, automaticidade, não necessidade de trabalhar explicitamente com as soluções das equações diferenciais, neste último, e se prestar à análise.

Comentou-se sobre as funções de Liapunov existentes - tes, e embora a função de Liapunov tenha interpretação semelhante a energia, não é necessariamente a energia do sistema. Devido a maiores facilidades na obtenção de domínios de estabilidade propôs-se o uso da energia como função de Liapunov.

Introduziu-se, com o uso da energia como função de Liapunov, a noção e a determinação de domínios de estabilidade. Os procedimentos existentes na literatura para determinar domínios de estabilidade envolvem grandes dificuldades computacionais, principalmente por não se ter um modo de obter o ponto de equilíbrio instável com menor energia potencial, isto contribui negativamente para uso em problemas práticos.

O algoritmo dado em [39] é um algoritmo que além da eficiência de cálculo, mesmo usando-se o método dos gradientes projetados, sempre conduz a um domínio de estabilidade sem depender da escolha da máquina de referência.

No capítulo seguinte este algoritmo é utilizado com o método de Newton-Raphson. Seguindo a idéia do procedimento é proposto um algoritmo que utiliza as variáveis z , diretamente o que, como será mostrado, é vantajoso.

CAPÍTULO III

DETERMINAÇÃO DE DOMÍNIOS DE ESTABILIDADE ATRAVÉS DE PROBLEMAS DE OTIMIZAÇÃO.

3.1 INTRODUÇÃO.

Propõe-se neste capítulo um novo algoritmo, baseado nas variáveis z , que utiliza o método de Newton-Raphson para a solução dos subproblemas de (2.5.3). Inicialmente apresenta-se o algoritmo de [39] em mais detalhes para em seguida introduzir as modificações que conduziram ao algoritmo proposto. Discute-se também o problema da condição inicial e faz-se uma comparação entre o método de [39] e o proposto.

3.2 DETERMINAÇÃO DE DOMÍNIOS DE ESTABILIDADE NAS VARIÁVEIS τ .

A determinação de domínios de estabilidade recai, como visto, na solução de um problema de otimização, sujeito a restrições. O problema é da forma:

$$\begin{aligned} \min_{\tau} \{E_p\} & \qquad \qquad \qquad (3.2.1) \\ \text{S.a } \tau \in \delta L_{\tau} \\ c\tau &= 0 \end{aligned}$$

O objetivo deste problema é encontrar o ponto de tangência da superfície de nível de E_p com uma face do polítopo L_{τ} , porém o conjunto de nível, fixado por esta superfície de nível deverá estar contido no polítopo L_{τ} . A procura do ponto de tangência, em uma dada face, k , pode ser feita com uma das variáveis, de τ , ficando constante durante a busca nesta face. Logo (3.2.1), torna-se, como em [39],

$$\begin{aligned} \min_k \{ \min_{\tau} [E_p(\tau)] \} & \qquad \qquad \qquad (3.2.2) \\ \text{S.a } \tau \in W_k \cap L_{\tau} \\ c\tau &= 0 \end{aligned}$$

onde, W_k é um hiperplano que contém k -ésima face de dimensão máxima do politopo L_τ , onde se deseja minimizar $Ep(\tau)$. Com isto a coordenada τ_k do vetor τ permanecerá constante durante a solução de (3.2.2) na k -ésima face. Como $C\tau=0$ é uma restrição de igualdade, usando-se multiplicadores de Lagrange, (3.2.2) pode ser escrito como:

$$\min_k \{ \min_\tau [Ep(\tau) + \lambda^t C\tau] \} \quad (3.2.3)$$

$$S.a: \tau \in W_k \cap L_\tau$$

onde λ é o multiplicador de Lagrange, $\lambda \in R^{m-n+1}$. A restrição de (3.2.3) significa que τ_k é constante, e a parcela dependente de τ_k na função objetivo de (3.2.3) é constante. Com isto a solução de (3.2.3) pode ser obtida tomando-se o mínimo entre os mínimos dos $2m$ subproblemas ([39]).

$$\min_{\bar{\tau}} \{ Ep(\bar{\tau}) + g_k(\tau_k) + \lambda^t (\bar{C}\bar{\tau} + q) \} \quad (3.2.4)$$

$$S.a: -\pi - 2\tau_j^e \leq \tau_j \leq \pi - 2\tau_j^e, \quad j=1,2,\dots,m, j \neq k$$

onde $\bar{\tau}$ é obtido de τ suprimindo-se a k -ésima componente, ou seja $\bar{\tau} \in R^{m-1}$, \bar{C} é uma matriz $(m-n+1) \times (m-1)$ obtida de C suprimindo-se a k -ésima coluna e $q = C_k \tau_k$ onde C_k é uma matriz de elementos nulos exceto a k -ésima coluna que é igual a k -ésima coluna de C . C_k é de dimensão $(m-n+1) \times m$.

A condição necessária para o mínimo de (3.2.4) é

$$\begin{bmatrix} \nabla Ep(\bar{\tau}) + \bar{C}^t \lambda \\ \bar{C}\bar{\tau} + q \end{bmatrix} = 0 \quad (3.2.5)$$

Em [39] prova-se também a suficiência baseando-se na matriz Hessiana da energia potencial e, se o algoritmo converge para uma solução de (3.2.5) na face $W_k \cap L_\tau$, converge para um ponto de tangência. Usa-se para tanto o método da projeção dos gradientes. Todavia neste trabalho prefere-se o uso do método de Newton-Raphson, visto o seu grau de convergência no caso de funções quase quadráticas, como é o caso, da energia potencial.

Visando a solução de (3.2.5), faz-se uso da matriz Jacobiana de (3.2.5) que é dada por

$$J = \begin{bmatrix} H(\bar{\tau}) & \bar{c}^t \\ \bar{c} & 0_{m-n} \end{bmatrix} \quad (3.2.6)$$

onde, 0_{m-n} é uma matriz de dimensão $(m-n) \times (m-n)$ com todos os elementos nulos. $H(\bar{\tau})$ é a matriz Hessiana da energia potencial, diagonal, de dimensão $(m-1) \times (m-1)$ tendo por elementos

$$H_{jj} = F_{pq} \cos(\tau_j + \tau_j^e) \quad j=1,2,\dots,m, j \neq k \quad (3.2.7)$$

Para uma condição inicial $|\bar{\tau}, \lambda|^t = 0$, se o algoritmo para resolver (3.2.5) converge para um ponto da face do politopo, W_k , este ponto é um ponto de tangência ([39]).

3.3 DETERMINAÇÃO DE DOMÍNIOS DE ESTABILIDADE NAS VARIÁVEIS z.

Visando uma diminuição no número de variáveis, na determinação de domínios de estabilidade, coloca-se o problema (2.5.2) nas variáveis z.

O problema para determinação de domínios de estabilidade nas variáveis z consiste, como antes, em encontrar o \underline{m} nimo entre todos os mínimos da energia potencial calculados nas faces do politopo L_2 . Ou seja

$$\min_k \{ \min_z [E_p(z)] \} \quad (3.3.1)$$

$$S.a \ z \in W_k \cap L_2$$

As faces $W_k \cap L_2$ de dimensão máxima, do politopo L_2 , onde se quer minimizar a energia potencial, são do tipo:

$$z_k = z_k - (\pm\pi - 2\alpha_k^e) = 0 \quad (3.3.2.a)$$

e

$$z_{kp} = z_k - z_p - (\pm\pi - 2(\alpha_k^e - \alpha_p^e)) = 0 \quad (3.3.2.b)$$

e o problema de minimização, nestas faces, requer para cada tipo de face ((3.3.2.a) ou (3.3.2.b)), uma formulação do problema (3.3.1).

No caso em que se tem face dada por (3.3.2.a), em (3.3.1) tem-se os subproblemas

$$\begin{aligned} \min_z E_p(z) \\ \text{S.a. } z_k - (\pm\pi - 2\alpha_k^e) = 0 \end{aligned} \quad (3.3.3)$$

que, usando-se multiplicador de Lagrange λ , torna-se

$$\min\{ E_p(z) + \lambda [z_k - (\pm\pi - 2\alpha_k^e)] \} \quad (3.3.4)$$

$$\text{S.a } z \in L_2$$

onde $E_p(z)$ é escrito como em (2.4.10). Visando-se a obtenção da solução de (3.3.4), calcula-se então o gradiente de $E = E_p(z) + \lambda Z_k$ que é dado por

$$\begin{aligned} \nabla E_i = \sum_{j=1}^{n-1} F_{ij} [\text{sen}(z_{ij} + \alpha_{ij}^e) - \text{sen } \alpha_{ij}^e] + \\ + F_{in} [\text{sen}(z_i + \alpha_i^e) - \text{sen } \alpha_i^e] \end{aligned} \quad (3.3.5)$$

para $i=1, 2, \dots, n-1, i \neq k$

$$\begin{aligned} \nabla E_k = \sum_{j=1}^{n-1} F_{kj} [\text{sen}(z_{kj} + \alpha_{kj}^e) - \text{sen } \alpha_{kj}^e] + \\ + F_{kn} [\text{sen}(z_k + \alpha_k^e) - \text{sen } \alpha_k^e] + \lambda \end{aligned} \quad (3.3.6)$$

$$\nabla E_n = z_k - (\pm\pi - 2\alpha_k^e)$$

onde

$$\nabla E_i = \frac{\partial}{\partial z_i} (E_p(z) + \lambda Z_k) \quad i = 1, 2, \dots, (n-1), \quad (3.3.7)$$

e

$$\nabla E_n = \frac{\partial}{\partial x} (E_p(z) + \lambda Z_k) \quad (3.3.8)$$

O vetor gradiente é então

$$\nabla E = [\nabla E_i] \quad i=1,2,\dots,n \quad (3.3.9)$$

O Jacobiano do gradiente (ou Hessiana de $E_p(z) + \lambda Z_k$) será dado por:

$$J_{ij} = \begin{cases} \sum_{j=1}^{n-1} F_{ij} \cos(z_{ij} + \alpha_{ij}^e) + F_{in} \cos(z_i + \alpha_i^e) & i=j \\ -F_{ij} \cos(z_{ij} + \alpha_{ij}^e) & i \neq j \end{cases}$$

$$\text{para } i, j=1,2,\dots,(n-1) \quad (3.3.10.a)$$

$$J_{n,i} = J_{i,n} = 0, \quad i=1,2,\dots,n, \quad i \neq k$$

$$J_{nk} = J_{kn} = 1 \quad (3.3.10.b)$$

onde

$$J_{ij} = \left[\frac{\partial}{\partial z_j} (\nabla E_i) \right] \quad i, j=1,2,\dots,(n-1) \quad (3.3.11.a)$$

e

$$J_{in} = J_{ni} = \left[\frac{\partial}{\partial \lambda} (\nabla E_i) \right] \quad i=1,2,\dots,(n-1) \quad (3.3.11.b)$$

e portanto

$$J = |J_{ij}| \quad i, j=1,2,\dots,n \quad (3.3.11.c)$$

A condição necessária para o mínimo de (3.3.3) \bar{e} :

$$\nabla E = 0 \quad (3.3.12)$$

Assim resolver (3.3.3) \bar{e} é equivalente a resolver-se (3.3.12). Para tanto toma-se uma condição inicial conveniente como será feito adiante.

Quando a solução de (3.3.1) ocorrer em faces do tipo (3.3.2.b), analogamente ao que se fez em (3.3.3), coloca-se (3.3.1) na seguinte forma:

$$\min_{z} E_p(z)$$

$$\text{S.a } z_k - z_p - [\pm \pi - 2(\alpha_k^e - \alpha_p^e)] = 0 \quad (3.3.13)$$

lançando mão a multiplicador de Lagrange λ , (3.3.13) fica

$$\min\{E_p(z) + \lambda [z_k - z_p - (\pm\pi - 2(\alpha_k^e - \alpha_p^e))]\} \quad (3.3.14)$$

$$\text{S.a } z \in L_2$$

e usando-se $E_p(z)$ escrito como em (2.4.10), o gradiente de $E = E_p(z) + \lambda Z_{kp}$ será:

$$\begin{aligned} \nabla E_i = & \sum_{j=1}^{n-1} F_{ij} [\text{sen}(z_{ij} + \alpha_{ij}^e) - \text{sen } \alpha_{ij}^e] + \\ & + F_{in} [\text{sen}(z_i + \alpha_i^e) - \text{sen } \alpha_i^e] \end{aligned}$$

$$\text{para } i=1, 2, \dots, (n-1), i \neq k, i \neq p, \quad (3.3.15)$$

$$\begin{aligned} \nabla E_k = & \sum_{j=1}^{n-1} F_{kj} [\text{sen}(z_{kj} + \alpha_{kj}^e) - \text{sen } \alpha_{kj}^e] + \\ & + F_{kn} [\text{sen}(z_k + \alpha_k^e) - \text{sen } \alpha_k^e] + \lambda \end{aligned} \quad (3.3.16)$$

$$\begin{aligned} \nabla E_p = & \sum_{j=1}^{n-1} F_{pj} [\text{sen}(z_{pj} + \alpha_{pj}^e) - \text{sen } \alpha_{pj}^e] + \\ & + F_{pn} [\text{sen}(z_p + \alpha_p^e) - \text{sen } \alpha_p^e] - \lambda \end{aligned} \quad (3.3.17)$$

$$\nabla E_n = z_k - z_p - [\pm\pi - 2(\alpha_k^e - \alpha_p^e)] \quad (3.3.18)$$

e

$$\nabla E = [\nabla E_i], i=1, \dots, n$$

Todavia no ponto solução de (3.3.13) o vetor gradiente da energia potencial de dimensão $(n-1) \times 1$ é normal a face Z_{kp} do politopo, e suas componentes são:

$$[0 \ 0 \ \dots \ 0 \ \nabla E_k \ 0 \ \dots \ 0 \ \nabla E_p \ 0 \ \dots \ 0]^t \quad (3.3.19)$$

Como, no ponto ótimo $Z_{kp} = 0$, isto é,

$$z_k - z_p = \pm\pi - 2(\alpha_k^e - \alpha_p^e) \quad (3.3.20)$$

segue que

$$\nabla E_k = - \nabla E_p \quad (3.3.21)$$

Visando resolver-se (3.3.14) por um algoritmo tipo Newton-Raphson, de modo que, no ponto solução o vetor gradiente tenha todas as suas componentes nulas, pode-se eliminar a p -ésima componente deste vetor somando suas componente k -ésima, e p -ésima e fazendo uso de (3.3.21):

$$\nabla E'_i = \nabla E_i \quad i=1,2,\dots,(n-1), i \neq k, i \neq p \quad (3.3.22.a)$$

$$\nabla E'_k = \nabla E_k + \nabla E_p \quad (3.3.22.b)$$

$$\nabla E'_p = \nabla E_n \quad (3.3.22.c)$$

e redefine-se o vetor gradiente

$$\nabla E' = [\nabla E'_i] \quad i=1,2,\dots,(n-1) \quad (3.3.23)$$

Desta maneira, a condição necessária para o mínimo de (3.3.14) é:

$$\nabla E' = 0 \quad (3.3.24)$$

Com o intuito de resolver (3.3.24) pelo processo de Newton-Raphson, calcula-se a matriz Jacobiana, J , de (3.3.23). Assim,

$$J_{ij} = \begin{cases} \sum_{j=1}^{n-1} F_{ij} \cos(z_{ij} + \alpha_{ij}^e) + F_{in} \cos(z_i + \alpha_i^e) & i=j \\ -F_{ij} \cos(z_{ij} + \alpha_{ij}^e) & i \neq j \end{cases} \quad (3.3.25)$$

para $i=1,2,\dots,(n-1) \quad i \neq k, i \neq p$

$$J_{kk} = \sum_{j=1}^{n-1} F_{kj} \cos(z_{kj} + \alpha_{kj}^e) + F_{kn} \cos(z_k + \alpha_k^e) - F_{pk} \cos(z_{pk} + \alpha_{pk}^e) \quad (3.3.26)$$

$$J_{kp} = \sum_{j=1}^{n-1} F_{pj} \cos(z_{pj} + \alpha_{pj}^e) + F_{pn} \cos(z_p + \alpha_p^e) - F_{kp} \cos(z_{kp} + \alpha_{kp}^e) \quad (3.3.27)$$

$$J_{kj} = -F_{kj} \cos(z_{kj} + \alpha_{kj}^e) - F_{pj} \cos(z_{pj} + \alpha_{pj}^e) \quad j=1,2,\dots,(n-1), j \neq k, \\ j \neq p \quad (3.3.28)$$

$$J_{pk} = 1, J_{pp} = -1, J_{pj} = 0 \quad j=1,2,\dots,(n-1), j \neq k, j \neq p \quad (3.3.29)$$

logo

$$J = [J_{ij}] \quad i, j = 1, 2, \dots, (n-1) \quad (3.3.30)$$

Para o problema (3.3.24), também, discute-se a questão da condição inicial adiante.

A diferença básica na solução do problema nas variáveis τ e nas variáveis z relaciona-se com a dimensão dos vetores envolvidos na solução, $[\bar{\tau}, \lambda]^t$ e $[z, \lambda]^t$. Enquanto o primeiro pertence ao espaço R^{2m-n} o segundo pertence ao espaço R^n , pois $\bar{\tau} \in R^{m-1}$ e o λ associado a τ tem dimensão $(m-n+1)$ e $z \in R^{n-1}$ e o λ associado a z é real.

Como $n \leq m \leq n(n-1)/2$, a solução do problema nas variáveis z implica no uso de matrizes de dimensão menor do que aquelas nas variáveis τ .

3.4 O MÉTODO DE NEWTON-RAPHSON PARA DETERMINAR DOMÍNIOS DE ESTABILIDADE.

A escolha deste método deu-se devido ao comportamento, semelhante ao de uma função quadrática, da energia potencial em L_2 . Nestes casos o algoritmo de Newton-Raphson é eficiente ([38])

Como visto o problema da determinação de domínios de estabilidade consiste em determinar-se o ponto de tangência de uma superfície de nível da energia potencial com uma face do politopo L_2 , que tenha interseção não vazia com este politopo, de modo que o conjunto de nível correspondente esteja contido em L_2 . Por outro lado, o problema de determinação do ponto de tangência foi colocado sob a forma de um problema de otimização, (2.5.2) que por

sua vez pode ser decomposto em vários subproblemas, onde cada subproblema consiste em minimizar a energia potencial num hiperplano que contenha a k -ésima face, isto é:

$$\min_z \{E_p\} \quad (3.4.1.a)$$

$$\text{S.a } Z_k = 0$$

ou

$$\min_z \{E_p\} \quad (3.4.1.b)$$

$$\text{S.a } Z_{kp} = 0$$

e visando-se resolver (3.4.1.a) ou (3.4.1.b), colocou-se então problemas numa forma que utiliza multiplicadores de Lagrange.

A solução iterativa destes problemas, baseando-se no processo de Newton-Raphson, será dada por:

$$z^{i+1} = z^i - J^{-1}(z^i) \nabla L(z^i) \quad (3.4.2)$$

onde ∇L representa o valor do gradiente do Lagrangiano (de (3.4.1.a) ou (3.4.1.b)) calculado no ponto z do i -ésimo passo.

Tendo em vista que em cada iteração, i , do método de Newton-Raphson z^{i+1} é calculado através da minimização de uma forma quadrática do tipo,

$$[z^i]^t [J(z^i)] [z^i] \quad (3.4.3)$$

o uso de uma condição inicial zero para resolver (3.3.4) ou (3.3.14) conduz a um ponto que é a solução de

$$\min_z \{z^t H(0) z\} \quad (3.4.5.a)$$

$$\text{S.a } Z_k = 0$$

ou

$$\min_z \{z^t H(0) z\} \quad (3.4.5.b)$$

$$\text{S.a } Z_{kp} = 0$$

onde $H(0)$ é a matriz Hessiana da função objetivo de (3.3.1), calculada na origem. Com isto, se a origem é usada como condição inicial, a segunda iteração de (3.3.4) ou (3.3.14) tem como ponto de partida a solução de (3.4.5.a) ou (3.4.5.b), ponto de tangência de $z^t H(0)z$ com $Z_k=0$ ou $Z_{kp}=0$ respectivamente.

Do fato do algoritmo de Newton-Raphson, quando gera uma sequência convergente, convergir para uma solução de (3.3.1) nas variáveis z (solução de (3.2.2) nas variáveis τ) - ([44], [45]). segue que, se o algoritmo de Newton-Raphson converge, ele converge para um ponto de tangência. Se este ponto de tangência com o hiperplano que contém a face considerada não pertence a L_2 , segue que a superfície de nível não está totalmente contida em $L_2(L_\tau)$, e não se garante que ela fixe um domínio de estabilidade de ([39]).

Se nas iterações do algoritmo de Newton-Raphson a Hessiana da função objetivo é definida positiva o algoritmo converge para um ponto de mínimo. Assim para se ter certeza que a solução é um ponto de mínimo da energia potencial na face considerada, pode-se incluir um teste para verificar a definição em sinal da sua Hessiana. Tendo em vista as razões anteriores, o fato da energia potencial ser radialmente crescente no polítopo L_τ ([39]), dispensou-se este teste nos algoritmos apresentados.

Observa-se que um procedimento aproximado pode ser obtido com o uso da primeira iteração apenas. Esta iteração, como visto, será um ponto que é solução de (3.4.5.a) ou (3.4.5.b). Conforme comentado em [38] a função energia potencial varia muito pouco nas proximidades do ponto de equilíbrio instável com menor energia potencial e como o ponto solução de (3.3.4) ou (3.3.14) é próximo do ponto de equilíbrio instável com menor energia potencial a solução de (3.4.5.a) ou (3.4.5.b) por sua vez é próxima do ponto de tangência solução de (3.3.1). Assim, segue que a análise feita em [38] é ainda válida e o valor da energia potencial calculado no ponto solução de (3.4.5.a) ou (3.4.5.b), fornece uma estimativa do valor da energia potencial no ponto de tangência (de (3.3.1)), embora seja uma estimativa otimista.

Levando-se em conta que o domínio de estabilidade dado pelo ponto de tangência é um pouco conservativo em relação à aquele dado pelo ponto de equilíbrio instável com menor energia potencial, esta aproximação não tem grandes inconvenientes e pode

portanto, ser usada com vantagens em problemas de Planejamento uma vez que, obtendo-se uma boa estimativa do domínio de estabilidade com a primeira iteração, economiza-se de duas a quatro iterações à cada subproblema, isto é, $(m \times 3)$ iterações aproximadamente para o cálculo de domínios de estabilidade. Em um problema de Planejamento onde é grande o número de vezes que se calcula os domínios de estabilidade pode-se ter uma idéia da economia que esta aproximação apresenta em termos de tempo computacional.

3.5 CONCLUSÕES.

Devido ao comportamento quase quadrático da energia potencial em L_2 propôs-se o método de Newton-Raphson para a solução do problema de otimização que fornece um ponto de tangência para o algoritmo desenvolvido em [39]. Propôs-se ainda um novo algoritmo que utiliza o vetor z de dimensão menor que o vetor τ . A vantagem deste novo algoritmo consiste no fato das matrizes Hessianas da função objetivo serem de dimensão menor, diminuindo o tempo de cálculo das operações com a Hessiana que são feitas em cada iteração do algoritmo de Newton-Raphson.

A interpretação da origem como condição inicial conduz a um domínio de estabilidade aproximado que diminui consideravelmente o tempo de cálculo em relação ao tempo necessário para obter-se um domínio de estabilidade como sugerido. Devido a considerações feitas em [38], esta aproximação apresenta muito interesse para problemas onde domínios de estabilidade devem ser calculados muitas vezes.

O método aqui apresentado, tem grau de convergência elevado (dois no mínimo [44]) em relação aos métodos tipo gradiente que, perto do ponto solução, tem grau de convergência baixo.

Como verificação dos algoritmos propostos, foram feitas diversas aplicações que serão apresentadas no capítulo seguinte.

CAPÍTULO IV

ALGORITMOS PARA DETERMINAÇÃO DE DOMÍNIOS DE ESTABILIDADE.

4.1 INTRODUÇÃO.

Neste capítulo são desenvolvidos algoritmos computacionais visando a solução dos problemas formulados no capítulo anterior. Estes algoritmos são apresentados, detalhadamente, para as variáveis τ e z . São feitas diversas aplicações a Sistemas de Potência, interligados, com três e quatro máquinas. Os resultados obtidos são apresentados e discutidos. Discute-se também, a questão da convergência dos algoritmos e aproximações que podem ser feitas.

4.2 ALGORITMO PARA A DETERMINAÇÃO DE DOMÍNIOS DE ESTABILIDADE USANDO AS VARIÁVEIS τ .

O problema da determinação de domínios de estabilidade usando as variáveis τ , tendo em vista o exposto no capítulo anterior, pode ser colocado na forma de um algoritmo cujos passos são apresentados abaixo

PASSO 1 - Entrada de dados

- a - Número de linhas do sistema reduzido, m .
- b - Número de máquinas, n .
- c - Coeficiente de sincronização do sistema reduzido, F_{ij} .
- d - Número máximo de iterações para a solução de cada subproblema (2.5.3), NM .
- e - Precisão para a convergência do processo (por exemplo 0,001), $prec$.
- f - τ^e

PASSO 2 - Calcule os limites inferiores S .

PASSO 3 - Ordene os limites inferiores observando a ordem crescente das primeiras componen

tes.

PASSO 4 - Suprima a componente τ_k , correspondente \bar{a} face que gerou o menor limite inferior, do vetor τ , obtendo-se então $\bar{\tau}$. Determine \bar{C} e q .

PASSO 5 - Faça $\bar{\tau}^0=0$, $\lambda^0=0$ (condição inicial)
Faça $D\bar{\tau}=0$ $D\lambda=0$ (incremento para o processo de Newton-Raphson). Número atual da iteração, $Iter=0$.

PASSO 6 - $\bar{\tau}=\bar{\tau} + D\bar{\tau}$, $\lambda=\lambda + D\lambda$

PASSO 7 - $Iter=0?$

SIM. Vá para 9

NÃO. Continue.

PASSO 8 - $\begin{bmatrix} D\bar{\tau} \\ D\lambda \end{bmatrix} \leq \text{prec?}$

SIM. Vá para o PASSO 13

NÃO. Continue

PASSO 9 - $Iter \geq NM?$

SIM. Vá para o PASSO 17

NÃO. Continue

PASSO 10- Calcule o valor de

$$Y_1 = \begin{bmatrix} \nabla E p(\bar{\tau}) + \bar{C}^t \lambda \\ \bar{C} \bar{\tau} + q \end{bmatrix}$$

no ponto $[\bar{\tau}, \lambda]^t$

PASSO 11- Calcule o valor do Jacobiano, J , do vetor Y_1 no ponto $[\bar{\tau}, \lambda]^t$

PASSO 12- Calcule a inversa de J e efetue o produto matricial

$$\begin{bmatrix} D\bar{\tau} \\ D\lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Y_1 \end{bmatrix}$$

Vá ao PASSO 6

PASSO 13- Inclua no vetor $\bar{\tau}$ a componente τ_k . Seja τ o vetor assim formado.

$\tau \in L_\tau?$

SIM. Continue.

NÃO. Vá ao PASSO 17.

- PASSO 14 - Calcule, E_1 , valor da energia potencial no ponto τ .
- PASSO 15 - E_1 é maior que o segundo valor da lista obtida no PASSO 3?
SIM. Continue.
NÃO. Pare E_1 é o índice designativo do domínio de estabilidade $E_p(\tau^*)=E_1$.
- PASSO 16 - Troque o primeiro valor da lista obtido no PASSO 3 por E_1 . Vá ao PASSO 3.
- PASSO 17 - Faça o primeiro valor da lista tender a infinito. Vá ao PASSO 3.

Na figura 4.2.1 é apresentado o fluxograma deste algoritmo.

4.3 ALGORITMO PARA A DETERMINAÇÃO DE DOMÍNIOS DE ESTABILIDADE USANDO AS VARIÁVEIS z.

Apresenta-se a seguir um algoritmo para a determinação de domínios de estabilidade nas variáveis z.

- PASSO 1 - Entrada de dados:
- a - Número de linhas do sistema reduzido, m.
 - b - Número de máquinas, n
 - c - Coeficiente de sincronização do sistema reduzido, F_{ij}
 - d - Número máximo de interações para a solução de cada subproblema (2.5.3), porém, nas variáveis z, NM.
 - e - Precisão de convergência do processo Preci.
 - f - Coordenadas do ponto de equilíbrio, α^e .
- PASSO 2 - Calcule os limites inferiores S
- PASSO 3 - Ordene os limites inferiores observando a ordem crescente das primeiras componentes.
- PASSO 4 - O menor limite inferior foi calculado em uma face do tipo da gerada por Z_k ?
SIM. Continue
NÃO. Vá ao PASSO 21.

PASSO 5 - Condição inicial

$$z_i^0 = 0 \quad i=1,2,3,\dots,(n-1)$$

$$\lambda = 0$$

PASSO 6 - Considere $\bar{z} = \bar{z}^0$ onde \bar{z}, \bar{z}^0 , são os vetores originários de z eliminando-se a componente z_{kn} . CHAVE = 0, $D\bar{z} = 0$, Iter = -1, $D\lambda = 0$

PASSO 7 - $\lambda = \lambda + D\lambda$

PASSO 8 - $\bar{z} = \bar{z} + D\bar{z}$, Iter = Iter + 1

PASSO 9 - Iter = 0 ?

SIM. Vá ao PASSO 12.

NÃO. Continue.

PASSO 10- $|D\bar{z}| \leq \text{Preci}$?

SIM. Vá para o PASSO 15

NÃO. Continue

PASSO 11- Iter \geq NM?

SIM. Vá para o PASSO 20

NÃO. Continue

PASSO 12- CHAVE=0?

SIM. Continue

NÃO. Vá ao PASSO 23

PASSO 13- Calcule, ∇E e J segundo as expressões (3.3.9) e (3.3.11) no ponto $|\bar{z}, \lambda|^t$

PASSO 14- CHAVE=0?

$$\text{SIM} \begin{bmatrix} D\bar{z} \\ D\lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \nabla E \end{bmatrix}. \text{ Vá ao PASSO 7}$$

NÃO. $D\bar{z} = [J]^{-1} [\nabla E]$. Vá ao PASSO 8.

PASSO 15- CHAVE=0?

SIM. Inclua no vetor \bar{z} a componente z_{kn} . Seja z o vetor assim formado. Vá ao PASSO 16.

NÃO. Faça $z = \bar{z}$

PASSO 16- $z \in L_2$?

SIM. Continue

NÃO. Vá ao PASSO 20.

PASSO 17- Calcule, E_1 , valor da energia potencial no ponto z .

PASSO 18- E_1 é maior que o segundo valor da lista obtida no PASSO 3?

SIM. Continue

NÃO. PARE, E_1 é o índice designativo do domínio de estabilidade $E_p(z^*)=E_1$.

PASSO 19- Troque o primeiro valor da lista obtido no PASSO 3 por E_1 . Vá ao PASSO 3.

PASSO 20- Faça o primeiro valor da lista obtido no PASSO 3 tender a infinito. Vá ao PASSO 3.

PASSO 21- Condição inicial
 $z_i^0 = 0 \quad i=1,2,\dots,(n-1)$

PASSO 22- Considere $\bar{z}=z_i^0$. CHAVE=1, $D\bar{z}=0$, Iter=-1. Vá ao PASSO 7.

PASSO 23- Calcule ∇E e J segundo as expressões (3.3.25) e (3.3.30) no ponto \bar{z} . Vá ao PASSO 14.

Apresenta-se um fluxograma deste algoritmo na figura 4.3.1.

4.4 PREPARAÇÃO DE DADOS DO SISTEMA DE POTÊNCIA PARA DETERMINAÇÃO DE DOMÍNIOS DE ESTABILIDADE:

A determinação dos domínios de estabilidade dependem do ponto de equilíbrio pós-defeito, dos parâmetros do sistema pós-defeito e do estado do sistema no instante que cessa a perturbação. Este estado é tomado como condição inicial para o sistema pós-defeito.

Considera-se neste capítulo que a perturbação introduzida seja causada pela perda de uma linha no sistema. Neste caso os dados necessários à determinação de domínios de estabilidade estão relacionados com o sistema nas condições de antes e pós-defeito.

A sequência para se determinar os domínios de estabilidade é apresentada:

- PASSO 1 - Com o sistema na condição de antes do defeito, determine, através de um fluxo de potência
- a - tensão nas barras do sistema
 - b - Potência ativa e reativa nas barras do sistema.

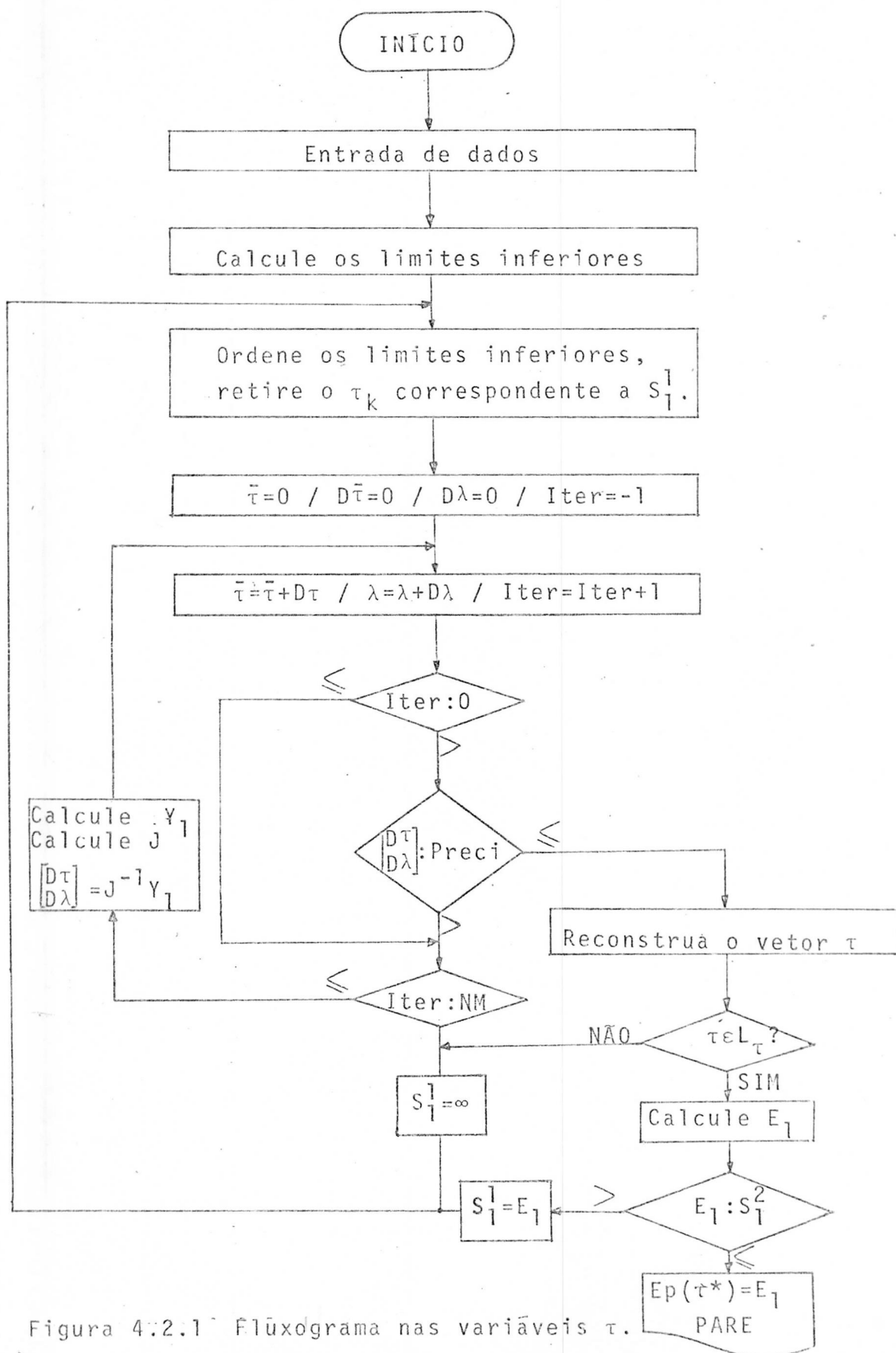


Figura 4:2.1 Flúxograma nas variáveis τ .

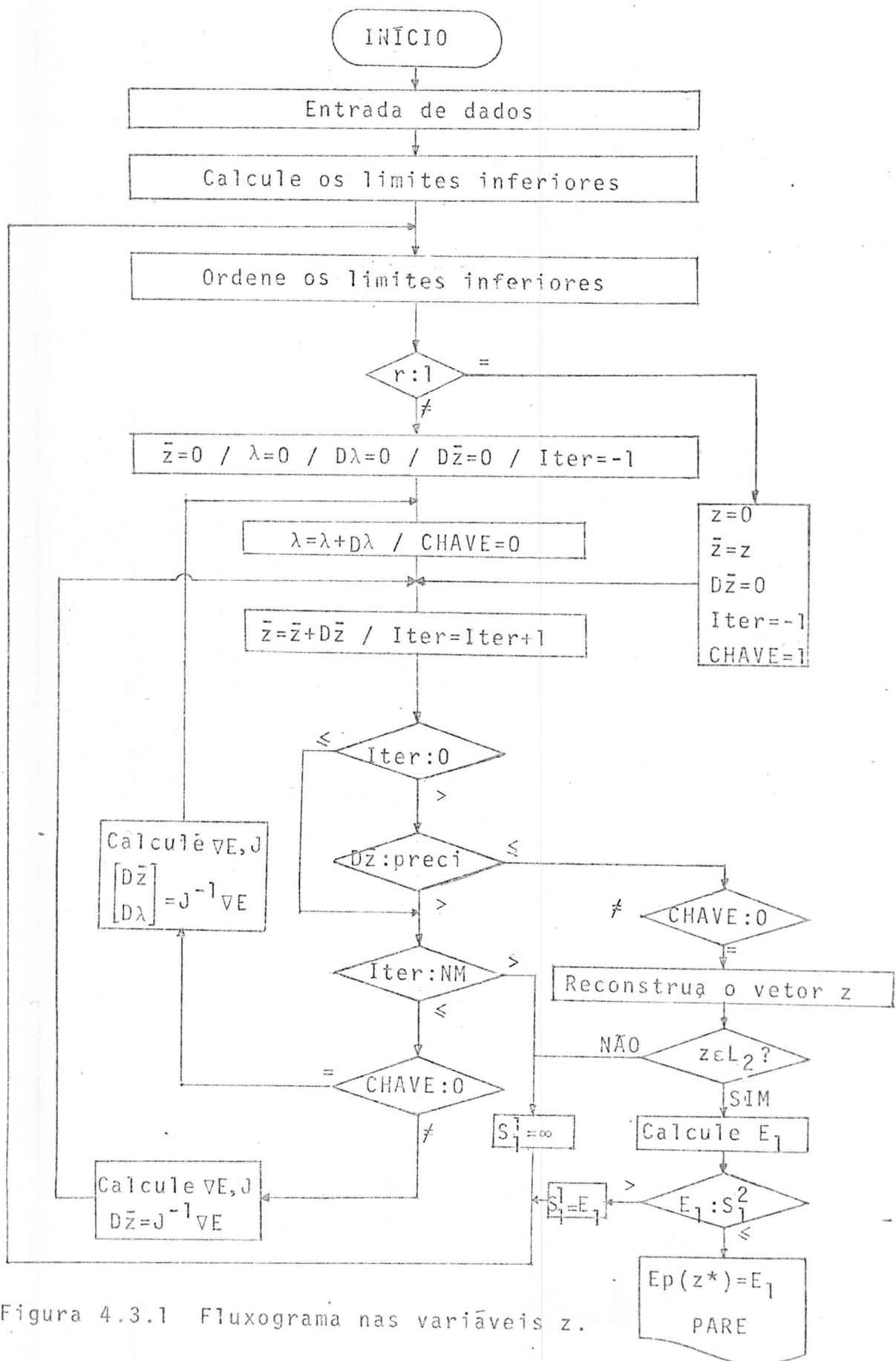


Figura 4.3.1 Fluxograma nas variáveis z .

PASSO 2 - Calcule:

- a - Potência mecânica
- b - Tensão atrás da reatância transitória para as barras de geração
- c - Admitância equivalente às cargas em cada barra do sistema.

PASSO 3 - Reduza o Sistema de Potência nas condições de durante e pós-defeito às barras de tensão internas das máquinas através de operações matriciais.

PASSO 4 - Usando o Sistema de Potência, reduzido a barras internas das máquinas, na condição de pós defeito, calcule:

- a - P_i (coeficiente de injeção na barra)
- b - F_{ij} (coeficiente de sincronização)
- c - Através de um algoritmo tipo Newton-Raphson calcule os ângulos $\alpha_i, i=1, \dots, n-1$ de equilíbrio resolvendo (2.4.1.b)

PASSO 5 - $\alpha_i^e \in \overset{\circ}{L}$?

SIM - Vá ao passo seguinte

NÃO - Assuma o Sistema de Potência instável para a contingência aplicada.

PARE.

PASSO 6 - Determine, $E_p(z^*)$, valor da energia potencial calculada no ponto de tangência pelo algoritmo do item 4.2 ou 4.3.

Executando estes passos pode-se ter um domínio de estabilidade do ponto de equilíbrio.

Baseando-se nestes algoritmos, são feitos a seguir algumas aplicações no sentido de se determinar domínios de estabilidade.

4.5 RESULTADOS OBTIDOS NA DETERMINAÇÃO DE DOMÍNIOS DE ESTABILIDADE.

Apresenta-se como utilização dos algoritmos algumas aplicações para Sistemas de Potência com três e quatro máquinas interligadas. Os dados estão em p.u., quando não houver menção em contrário.

Exemplo 1
 Parâmetros do Sistema de Potência já reduzidos à barras internas de máquinas:

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{12} = 4, F_{13} = 2, F_{23} = 2, P_1 = 3, P_2 = 0, P_3 = -3 \\ \alpha_1^1 = 1,027 \text{ [rad]}, \alpha_2^2 = 0,7 \text{ [rad]} \end{array} \right.$$

Utilizando $\alpha_i^i, i=1,2$, pode-se definir as faces do

polígono

$$\begin{aligned} Z_1^+ &= z_1 - (\pi - 2\alpha_1^1) = z_1 - 1,0876 \\ Z_1^- &= z_1 - (-\pi - 2\alpha_1^1) = z_1 + 5,1956 \\ Z_2^+ &= z_2 - (\pi - 2\alpha_2^2) = z_2 - 1,7416 \\ Z_2^- &= z_2 - (-\pi - 2\alpha_2^2) = z_2 + 4,5416 \\ Z_1^+ &= z_1 - z_2 - [\pi - 2(\alpha_1^1 - \alpha_2^2)] = z_1 - z_2 - 2,4876 \\ Z_1^- &= z_1 - z_2 - [-\pi - 2(\alpha_1^1 - \alpha_2^2)] = z_1 - z_2 + 3,7956 \end{aligned}$$

O próximo passo será calcular todos os limites in-

teriores

$$\begin{aligned} S_1 &= [g_{12}, 3, 1] = 4,37999 \\ S_2 &= [g_{12}, 3, -1] = 12,45270 \\ S_3 &= [g_1, 1, 1] = 0,208138 \\ S_4 &= [g_1, 1, -1] = 10,96180 \\ S_5 &= [g_2, 2, 1] = 0,815439 \\ S_6 &= [g_2, 2, -1] = 8,910920 \end{aligned}$$

Ordenando a lista S tem-se:

$$\begin{aligned} S_1 &= [g_1, 1, 1] = 0,208138 \\ S_2 &= [g_2, 2, 1] = 0,815439 \\ S_3 &= [g_{12}, 3, 1] = 4,37999 \\ S_4 &= [g_2, 2, -1] = 8,910920 \\ S_5 &= [g_1, 1, -1] = 10,96180 \\ S_6 &= [g_{12}, 3, -1] = 12,45270 \end{aligned}$$

Como o menor valor S_1 corresponde a $|g_1, 1, 1|$ segue que deve-se procurar o ponto de tangência na face Z_1^+ , ou seja:

$$\min_z \{E_p(z)\}$$

$$\text{S.a } Z_1^+ = z_1 - 1,0876 = 0$$

Obteve-se convergência para o ponto

$$z^* = [1,0876, 0,892714]^t$$

e o valor de $E_p([z_1^*, z_2^*]^t) = 0,701576$.

Este problema nas variáveis τ apresentou como solução, $\tau^* = [1,0876, 0,892178, 0,195422]^t$

e o valor de $E_p([\tau_1^*, \tau_2^*, \tau_3^*]^t) = 0,701563$.

O valor da energia potencial calculado na primeira iteração foi de $E_p([z_1^1, z_2^1]^t) = 0,725158$ e $z^1 = [1,0876, 0,774743]^t$

Neste caso o ponto de equilíbrio instável com menor energia potencial é $z^u = [1,467, 1,329]^t$ e $E_p(z^u) = 0,856$.

Deste modo vê-se que o procedimento conduziu a um domínio de estabilidade comparável ao dado pelo ponto de equilíbrio instável com menor energia potencial e o valor da energia potencial calculada na primeira iteração na face Z_1^+ é bastante próximo àquele dado pelo ponto de tangência.

O número de iterações necessários, para obter o ponto de tangência na face Z_1^+ , foi 4 tanto nas variáveis τ como nas variáveis z , para um critério de convergência de 0,001 para o incremento das variáveis. Tomando-se o critério de parada 10^{-5} para o valor do gradiente o número de iterações é reduzido para 3.

Não há, diferença entre os valores apresentados nas variáveis z e nas variáveis τ , exceto pela dimensão do problema. Assim, os próximos exemplos serão apresentados apenas nas variáveis z . São apresentados apenas os dados e a solução final visto que o procedimento é rotineiro e semelhante ao do exemplo 1.0 critério de convergência adotado será de 0,001 para o incremento das variáveis z .

Exemplo 2

$$\begin{cases} F_{12} = 0,319, F_{13} = 0,425, F_{23} = 1,224, P_1 = 0,445, P_2 = -1,28 \\ P_3 = 0,835, \alpha_1^e = 0,339 \text{ [rad]}, \alpha_2^e = -0,923 \text{ [rad]} \end{cases}$$

O menor valor, S_1 , dos limites inferiores corresponde a $[g_{12}, 3, 1] = 0,006202$ e deve-se proceder a procura do ponto de tangência na face

$$z_{12}^* = z_1 - z_2 - 0,6176, \text{ cuja solução é}$$

$$z^* = [0,389651, -0,227949]^t$$

$Ep(z^*) = 0,0520481$. A convergência deu-se em 3 iterações.

O resultado da primeira iteração foi

$$z^1 = [0,400346, -0,217254]$$

$$Ep(z^1) = 0,0520949$$

O ponto de equilíbrio instável com menor energia potencial e o valor de Ep neste ponto, introduzidos para comparação, são:

$$z^u = [0,553, -0,959]$$

$$Ep(z^u) = 0,168$$

Exemplo 3

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{12} = 0,254, F_{13} = 0,191, F_{23} = 0,731, P_1 = 0,3, P_2 = 0,5, \\ P_3 = -0,8, \alpha_1^e = 1,439 \text{ [rad]}, \alpha_2^e = 0,989 \text{ [rad]} \end{array} \right.$$

$$S_1 = [g_1, 1, 1] = 0,000290976$$

$$z_1^+ = z_1 - 0,2636$$

$$z^* = [0,2636, 0,097666]^t$$

$$Ep(z^*) = 0,00516814$$

$$z_1 = [0,2636, 0,0956334]^t$$

$$Ep(z^1) = 0,00516927$$

$$Ep(z^v) = 0,051$$

Convergiu em 3 iterações

Exemplo 4

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{12}=4, F_{13}=2,348, F_{23}=2, P_1=3, P_2=0, P_3=-3 \\ \alpha_1^e=0,9 \text{ [rad]}, \alpha_2^e=0,61 \text{ [rad]} \end{array} \right.$$

$$S_1 = [g_1, 1, 1] = 0,451555$$

$$S_2 = [g_2, 2, 1] = 1,07696$$

$$S_3 = [g_{12}, 3, 1] = 4,73598$$

$$S_4 = [g_2, 2, -1] = 8,27582$$

$$S_5 = [g_{12}, 3, -1] = 11,9227$$

$$S_6 = [g_1, 1, -1] = 12,0079$$

Procura-se o ponto de tangência na face

$$Z_1^+ = z_1 - 1,3416$$

$$z^* = [1,3416, 1,11543]$$

$$Ep(z^*) = 1,21632$$

como

$$Ep(z^*) > S_1$$

troque S_1 por $Ep(z^*)$

ordene a lista

$$S_1 = [g_2, 2, 1] = 1,07696$$

$$S_2 = [g_1, 1, 1] = 1,21632$$

$$S_3 = [g_{12}, 3, 1] = 4,73598$$

$$S_4 = [g_2, 2, -1] = 8,27582$$

$$S_5 = [g_{12}, 3, -1] = 11,9227$$

$$S_6 = [g_1, 1, -1] = 12,0079$$

Então procura-se agora a tangência na face

$$Z_2^+ = z_2 - 1,9216$$

Todavia o algoritmo não converge para um ponto de tangência na face Z_2^+ , logo o ponto de tangência estará na face Z_1^+ , e que, obtido anteriormente, é

$$z^* = [1,3416, 1,115443]^t$$

$$Ep(z^*) = 1,21632$$

e

$$z^1 = [1,3416, 0,939705]$$

$$Ep(z^1) = 1.26515$$

Neste exemplo na primeira procura o algoritmo convergiu em 4 iterações e, para indicar a não convergência, necessitou-se de 6 iterações.

Exemplo 5

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{12}=0,5, F_{13}=2, F_{24}=2, F_{34}=1 \\ P_1=1,0, P_2=1,2, P_3=-1,0, P_4=-1,2 \\ \alpha_1^e=0,568977 [\text{rad}], \alpha_2^e=0,626573 [\text{rad}] \\ \alpha_3^e=0,0279253 [\text{rad}] \end{array} \right.$$

Neste problema encontrou-se o ponto de tangência na face $Z_1^+ = z_2 - 1,88845$

$$z^* = [0,740416, 1,88845, 0,457034]^t$$

$$Ep(z^*) = 1.47972$$

e para a primeira iteração

$$z^1 = [0,83377, 1,88845, 0,526673]^t$$

$$Ep(z^1) = 1,48306$$

Convergiu em 4 iterações. Todavia fizeram-se buscas nas faces Z_{12}^- , Z_{12}^+ e Z_1^+ necessitando de 6,5 e 3 iterações respectivamente.

$$\text{Para este problema } Ep(z^u) = 2,34 [31]$$

Exemplo 6

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{12}=0,5, F_{13}=2, F_{24}=2, F_{34}=1 \\ P_1=1,2, P_2=1,0, P_3=-1,0, P_4=-1,2 \\ \alpha_1^e=0,720821 [\text{rad}], \alpha_2^e=0,568977 [\text{rad}] \\ \alpha_3^e=0,123918 [\text{rad}] \end{array} \right.$$

Encontrou-se o ponto de tangência na face

$$Z_{13}^+ = z_1 - z_3 - 1,94779$$

$$z^* = [1,52576, 0,275195, -0,425043]^t$$

$$Ep(z^*) = 1,58283$$

$$z^1 = [1,40625, 0,318946, -0,541547]^t$$

$$Ep(z^1) = 1,59229$$

Convergiu em 4 iterações e encontrou-se o ponto de tangência em Z_{13}^+ . Todavia, para se chegar a este resultado necessitou-se de 6,3 e 6 iterações nas faces Z_{12}^+ , Z_2^+ e Z_{12}^- respectivamente.

Para este problema $Ep(z^u) = 1,63$ [31].

Nos exemplos citados a estabilidade do ponto de equilíbrio α^e foi considerada implicitamente, pois, como em [30] e [39], se $\alpha^e \in \overset{\circ}{L}$ α^e é um ponto de equilíbrio assintoticamente estável, desde que admita algum coeficiente de amortecimento diferente de zero.

4.6 CONCLUSÕES.

A principal vantagem além da rapidez e facilidade com que pode se executar os passos do algoritmo, é a de fornecer sempre, se $\alpha^e \in \overset{\circ}{L}$, um resultado que determina um domínio de estabilidade. Este fato favorece a sua utilização em problemas onde se necessita de resultados sem incertezas ou onde a determinação de domínios de estabilidade, ou mesmo a determinação de estabilidade para alguma condição inicial, tem de ser feita como rotina ([39]). Pelo fato de sempre que $\alpha^e \in L$ o algoritmo conduz a um domínio de estabilidade, evita-se a necessidade da interação homem-computador para analisar a estabilidade do Sistema de Potência, ou seja pode-se montar uma decisão automática.

Os três primeiros exemplos utilizados foram extraídos de [38] (discussão), onde foram apresentados como contraexemplos para o uso do procedimento proposto em [38]. Com os dados do exemplo 1 o procedimento em [38] forneceu um valor 1,888 como referência para o domínio de estabilidade, e no exemplo 2, o mesmo procedimento de [38] levou a -0,476 para referência de do-

mínios de estabilidade. Além disso os resultados em [38] dependem da escolha da máquina de referência o que não acontece com o algoritmo proposto neste trabalho, pois em [39] elimina-se esta dependência.

Os métodos desenvolvidos em [10], [22], [38] e [41] que usam certas condições iniciais derivadas do comportamento máquina-barras infinita, procuram, os pontos de equilíbrio instáveis com menor energia. Todavia o número de pontos de equilíbrio instáveis com menor energia é da ordem de 2^{n-1} , e não existe fórmula para precisar exatamente a quantidade de pontos de equilíbrio instáveis ([23]). Assim sendo, como certamente haverá condições iniciais para as quais os métodos de otimização usados (Newton-Raphson, Gradiente, Fletcher-Reeves, ...) não convergem para uma solução, surge então a questão se no final todos os pontos de equilíbrio instáveis foram encontrados. E, em contrapartida, o algoritmo proposto necessitaria resolver no máximo $n(n-1)/2$ subproblemas de otimização, contra pelo menos 2^{n-1} problemas de otimização que devem ser resolvidos com os outros procedimentos.

Como se pode observar nos exemplos o valor da energia calculada na primeira iteração e aquele apresentado pelo ponto de tangência são bastante próximos, nunca excedendo 4% de $Ep(z^*)$, nos exemplos calculados. Como $Ep(z^1)$, valor da energia potencial dado pela primeira iteração, é menor que o valor da energia potencial calculada no ponto de equilíbrio instável com menor energia potencial, ele pode ser usado como referência para domínios de estabilidade, economizando com isto pelo menos duas iterações para resolver o problema de otimização nas faces. Assim, em planejamento, onde o número de vezes que se calcula domínios de estabilidade é bastante elevado o tempo de computação, que pode ser economizado usando-se $Ep(z^1)$ como índice para domínios de estabilidade, pode ser bastante considerável.

Com relação ao método da projeção dos gradientes usado em [39] e o de Newton-Raphson usado neste trabalho, as diferenças apresentadas nos resultados devem-se apenas à precisão computacional (diferença nunca maior que 0,001% de $Ep(z^*)$). O tempo computacional requerido para resolver o problema de otimização nas variáveis τ foi sempre maior que aquele obtido para resolver o mesmo problema nas variáveis z , visto que nas variáveis z a ordem das matrizes envolvidas é no máximo n , e nas variáveis τ a ordem das matrizes é de no mínimo n e no máximo $(2m-n)$.

Vê-se que a diferença nos exemplos 5 e 6 está no coeficiente de injeção P_j . Com isto pode-se comparar duas situações diferentes com relação a domínios de estabilidade, porém é melhor fazer comparações no sentido de definir a situação que tem melhor comportamento em defeito. Um caso semelhante pode ser observado nos exemplos 1 e 4, onde a diferença está no coeficiente de sincronização F_{ij} .

Os algoritmos apresentados, apesar dos resultados serem conservativos em comparação com aqueles dados pelo ponto de equilíbrio instável com menor energia potencial, são eficientes e sempre fornecem um domínio de estabilidade sem riscos de fornecer índices negativos ou superestimativos.

No capítulo que segue, apresenta-se um procedimento que usa domínios de estabilidade conjugados com métodos numéricos no sentido de diminuir a conservatividade dos resultados que se obtêm.

CAPÍTULO V

UTILIZAÇÃO CONJUNTA DE DOMÍNIOS DE ESTABILIDADE E MÉTODOS NUMÉRICOS.

5.1 INTRODUÇÃO.

A necessidade do estudo de estabilidade transitória decorre da necessidade de se operar os Sistemas de Potência mesmo sob certas condições de defeito, como mudança de estrutura, perda de geração ou carga, etc.

De um modo geral pode-se reconhecer três tipos de situação para um Sistema de Potência.

- a - antes de um defeito,
- b - durante o defeito,
- c - após o defeito.

Os outros casos, como religamento por exemplo, formam-se combinações destas situações.

Quando se deseja saber se uma condição inicial é estável ou não, se o tempo crítico de abertura de um equipamento é viável ou não no sentido da estabilidade, os métodos numéricos sem uma interação homem-computador não podem ser utilizados ([10]).

Contudo, como o domínio de estabilidade dado anteriormente pode não ser suficiente para concluir a estabilidade de uma dada condição inicial, usando-se conjuntamente métodos numéricos e domínios de estabilidade pode-se melhorar os domínios de estabilidade dado pelo ponto de tangência e o domínio de estabilidade dado pelo ponto de equilíbrio instável com menor energia potencial, pois ambos, são subconjuntos do domínio de estabilidade exato.

Assim, propõe-se neste capítulo um estudo conjunto de métodos numéricos e domínios de estabilidade, visando a análise da estabilidade em Sistemas de Potência.

5.2 ALGORITMO DO MÉTODO CONJUNTO.

Na ocorrência de um defeito o Sistema de Potência passa por três situações em geral. Supõe-se o Sistema de Potência em operação normal estável, quando ocorre uma contingência. Usa-se então este ponto de operação normal como condição inicial para o sistema representado por parâmetros de durante o defeito. O estado do sistema no instante em que o defeito é retirado será a condição inicial para o sistema depois do defeito.

Apresenta-se a seguir um algoritmo para a determinação da estabilidade de uma condição inicial que utiliza os métodos numéricos, o domínio de estabilidade e o politopo L_2 . Estes dois últimos são usados como regra de parada.

PASSO 1 - DADOS: $t=0$, $[z, \omega]^t$ estado do sistema em $t=0$ (equilíbrio antes do defeito), $E_p(z^*)$.

PASSO 2 - $z \in L_2$?

SIM. Continue

NÃO. Assuma Instabilidade. PARE.

PASSO 3 - CALCULE $V([z, \omega]^t)$

PASSO 4 - $V([z, \omega]^t) \leq E_p(z^*)$?

SIM. Continue

NÃO. Vá para o PASSO 7

PASSO 5 - $t \leq$ Tempo limite?

SIM. Continue

NÃO. PARE. O sistema é estável até o instante $t-\Delta t$.

PASSO 6 - Dê um passo de integração para sistema em defeito, usando como condição inicial o último estado do sistema em defeito. Obtenha $[z, \omega]^t$. $t=t+\Delta t$. Vá ao PASSO 2

PASSO 7 - $t \leq$ Tempo limite

SIM. Continue

NÃO. PARE. O sistema é estável até o instante $t-\Delta t$.

PASSO 8 - Dê um passo de integração no sistema, com os parâmetros de pós defeito, usando como condição inicial o último estado do sistema.

PASSO 9 - Calcule $[z, \omega]^t$ do sistema pós defeito e vá para o PASSO 2.

Observa-se que a regra de parada, no caso de estabi

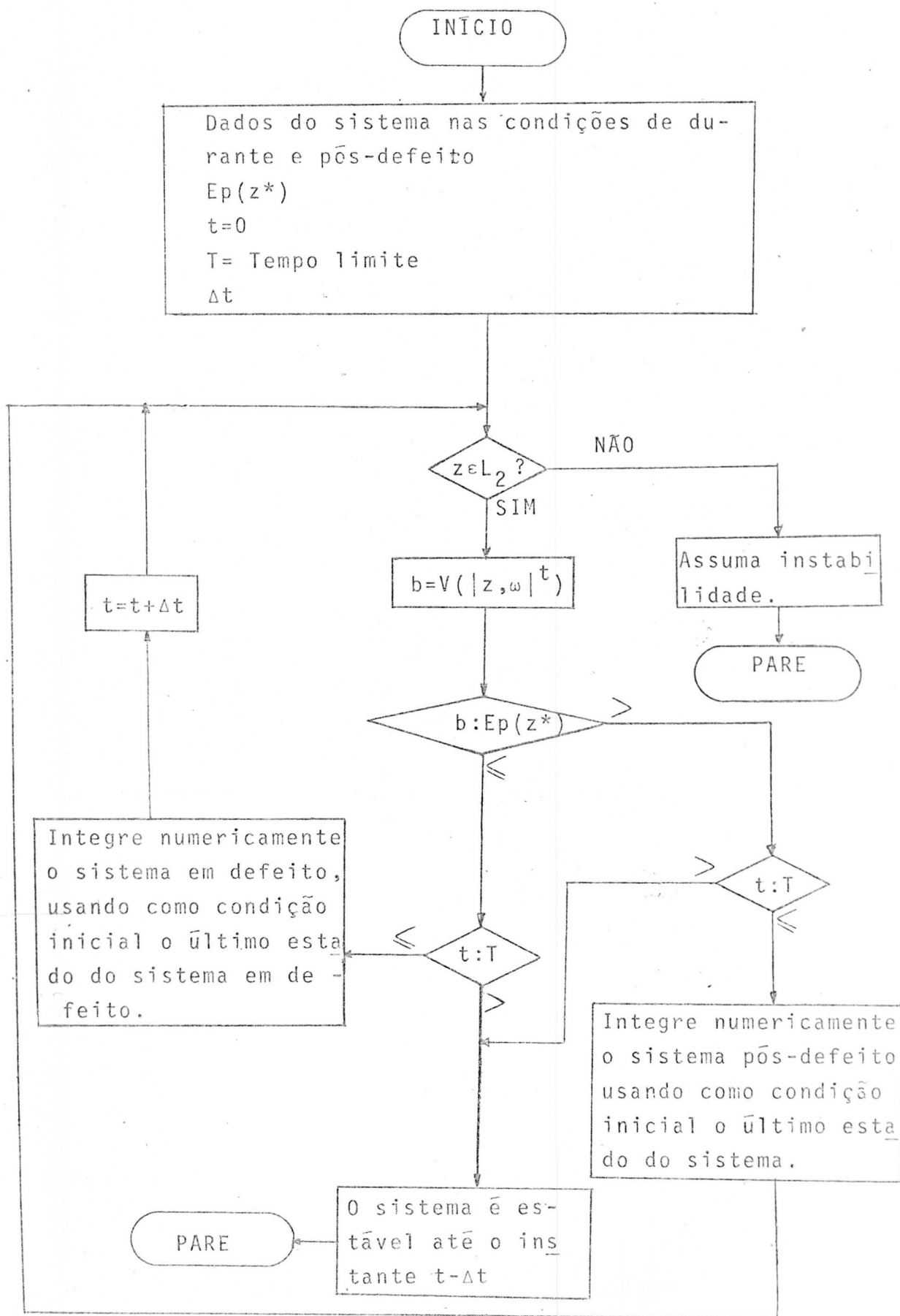


Figura 5.2.1 Fluxograma do método conjunto.

lidade, é bastante simples quando se tem um domínio de estabilidade, e consiste em testar a cada passo se o ponto de operação pertence ao domínio de estabilidade. Porém, não é tão simples afirmar a instabilidade. A fixação pura e simples de um critério de parada baseado num certo número de passos de integração é um tanto arbitrária. Usou-se então o politopo L_2 para referência de estabilidade (vide PASSO 2).

5.3 APLICAÇÃO DO MÉTODO CONJUNTO

Estudou-se o caso em que estando o sistema operando normalmente, ocorre um curto-circuito trifásico numa certa barra. Depois de um certo tempo, muda-se a estrutura do sistema e eliminou-se o defeito.

Apresenta-se o procedimento em etapas para obter-se o tempo máximo de duração do curto circuito trifásico próximo a uma certa barra de geração, de tal modo que suprimido o curto ainda se tenha estabilidade.

- 1º - Sistema em consideração ([10]), fig. (5.3.1).
- 2º - Considere como defeito um curto circuito trifásico. Local de ocorrência do defeito: linha 3-4, próximo a barra 3.
- 3º - Parametros da linha de transmissão, tabela 3.
- 4º - Cargas do Sistema de Potência, tabela 1.
- 5º - Constantes das máquinas, tabela 4.
- 6º - Executa-se os cálculos dos fluxos de potência no sistema e calcula-se:
 - a - Tensão atrás da reatância transitória.
 - b - Coeficiente de injeção.
 - c - Ponto de equilíbrio de antes do defeito α^{ea} .
- 7º - Reduz-se o sistema em defeito à barras internas de geração, na condição de durante e pós-defeito.
- 8º - Usando-se o ponto de equilíbrio de antes do defeito, α^{ea} , como condição inicial, calcule através do processo de Newton-Raphson o ponto de equilíbrio de pós-defeito α^{ep} .

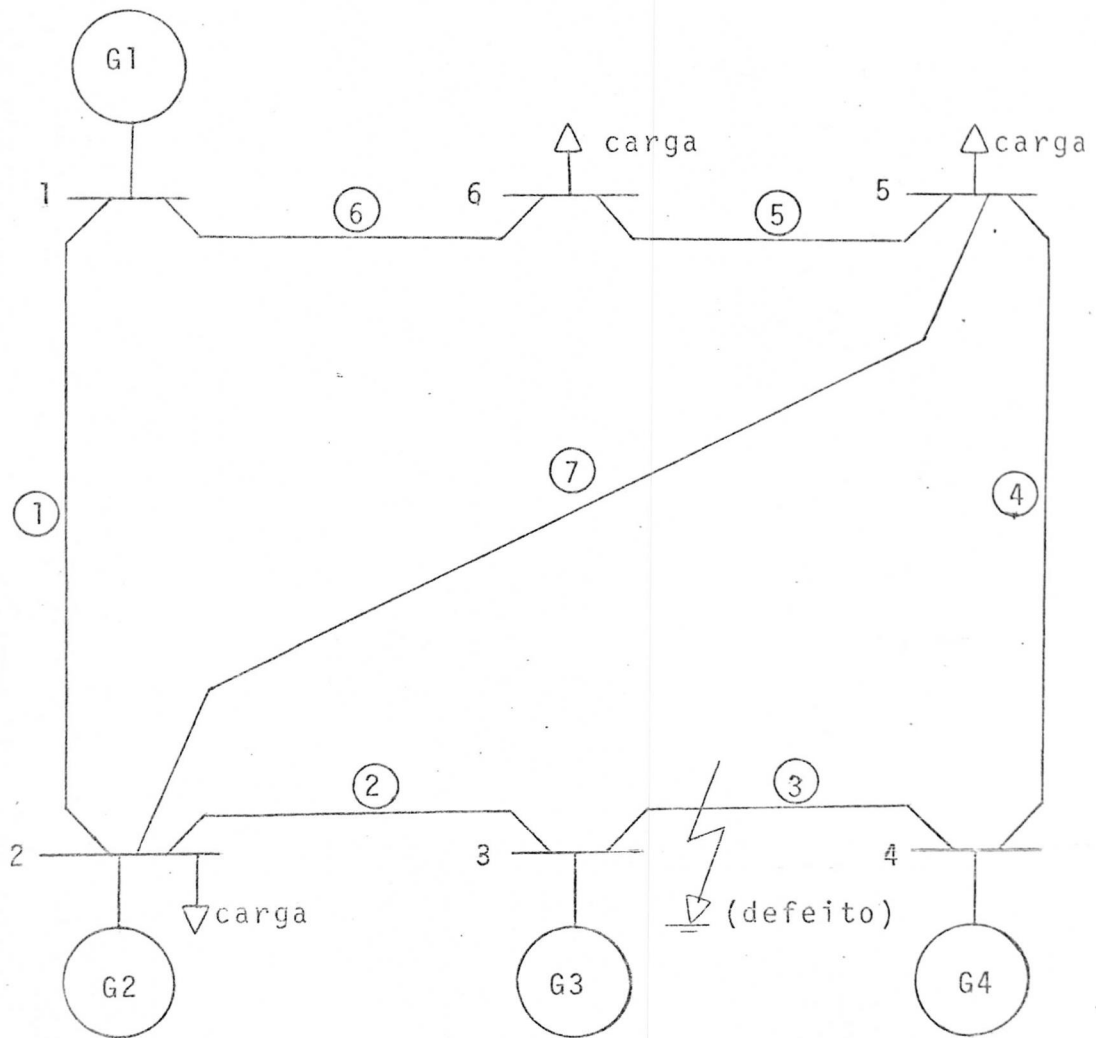


Fig. 5.3.1 - Sistema de Potência em Análise (|10|).

TABELA 1

CARGAS DO SISTEMA		
BARRA NÚMERO	P%	Q%
2	0,20	0,10
4	0,40	0,15
6	0,30	0,10

TABELA 3

DADOS DO SISTEMA DE TRANSMISSÃO		
NÚMERO DE LINHA	R%	X%
1	0,05	0,20
2	0,10	0,50
3	0,20	0,80
4	0,10	0,30
5	0,20	0,40
6	0,10	0,15
7	0,20	0,50

TABELA 4

CONSTANTES DAS MÁQUINAS SÍNCRONAS				
GERADOR NÚMERO	MVA	M(p.u. seg ²)	X _d '(p.u.)	d(p.u. seg)
1	100	0,53015	0,004	0,00265
2	15	0,00795	1,00	0,0318
3	40	0,0159	0,50	0,00663
4	30	0,01061	0,40	0,0159

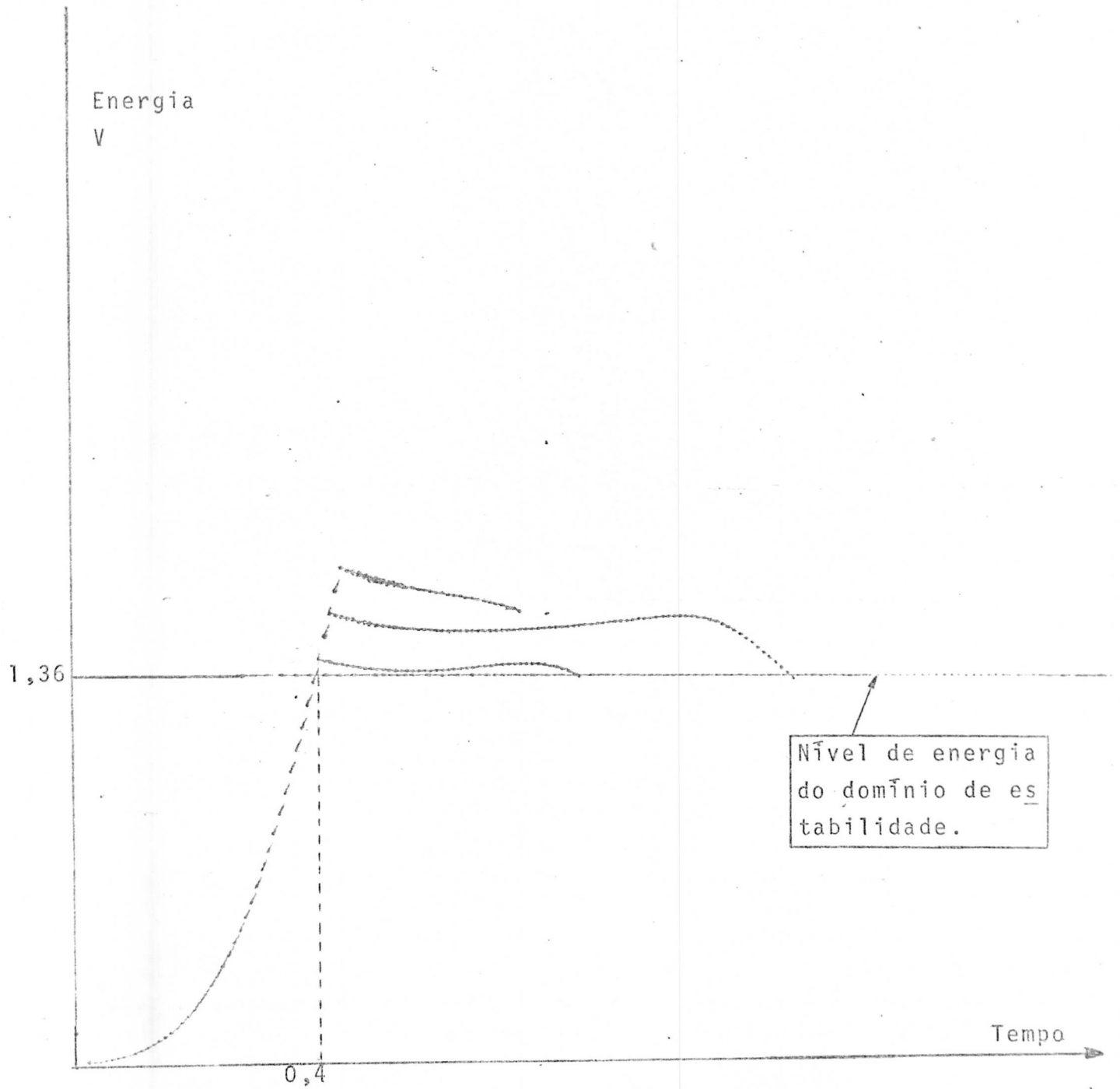


Figura 5.3.2 Gráfico da energia pós-falta e posterior eliminação do defeito.

$$99 - \alpha^{ep} \in \dot{L}?$$

SIM. Continue.

NÃO. Pare. O sistema \bar{e} assumido instável.

no caso $\alpha^{ep} = [-0,05167, 0,05046, 0,18909]^t \in \dot{L}$ e

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{12} = 0,696, F_{13} = 0,771, F_{14} = 0,795, F_{23} = 0,154 \\ F_{24} = 0,7227, F_{34} = 0,08126 \end{array} \right.$$

Obteve-se para o Sistema de Potência na condição de pós-defeito um índice representativo de domínio de estabilidade, $Ep(z^*) = 1.3654$.

109 - Executar o algoritmo proposto no item 5.2.

Na fig 5.3.2 pode-se observar o comportamento da energia total contra o tempo. Obteve-se para a contingência um tempo crítico de 0,42 [seg] e em [10], o tempo crítico usando integração numérica apenas, foi de 0,4244 [seg], para um passo de integração usando o método de Runge-Kutta de 0,01326. Neste trabalho usou-se um passo de integração de 0,01. Atribui-se a pequena diferença a problemas de precisão e, principalmente, a regra de parada estar do lado conservativo.

5.4 CONCLUSÕES.

O método conjunto fornece uma alternativa quando de seja-se resultados mais exatos, pois a utilização apenas do domínio de estabilidade dado pelo ponto de tangência pode não conduzir a bons resultados, que pode ser verificado no exemplo apresentado. Apenas utilizando-se o domínio de estabilidade dado pelo ponto de tangência, apresentou como tempo crítico 0,395 [seg] como pode-se observar na figura 2.

O procedimento proposto examina a estabilidade de um ponto de operação para uma condição inicial a partir de um domínio de estabilidade, uma região L_α e de métodos numéricos de integração de equações diferenciais.

Na literatura ([22], [23]) apresenta-se um procedimento do método conjunto para se determinar tempo crítico. Todavia

esses procedimentos apenas integram o sistema com os parâmetros em defeito até que a energia total atinja o valor de referência do domínio de estabilidade e, como se comprova no exemplo anterior, indo além pode se ganhar alguns décimos de segundos muito importantes em estabilidade de Sistemas de Potência.

CAPÍTULO VI

CONCLUSÕES, COMENTÁRIOS E SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS.

6.1 CONCLUSÕES E COMENTÁRIOS.

Para a análise da estabilidade em Sistemas de Potência foram apresentados e discutidos os métodos numéricos e o segundo método ou método direto de Liapunov, tomando-se a energia total do sistema como função de Liapunov. Como visto, os métodos numéricos são procedimentos que necessitam a interação homem-computador, para a análise da estabilidade em Sistemas de Potência. Por outro lado o método direto de Liapunov conduz a procedimentos que fornecem uma resposta "sim" ou "nada se afirma" para o problema da estabilidade.

Foi discutido a estabilidade do equilíbrio e introduzida a noção de domínios de estabilidade assintótica para um ponto de equilíbrio no interior do politopo L ([31] e [39]). Tendo-se em vista as dificuldades apresentadas pelos procedimentos que utilizam o ponto de equilíbrio instável com menor energia potencial, fez-se uso do método desenvolvido em [39], que utiliza o ponto de tangência da energia potencial com o politopo L_2 . Para os subproblemas dos pontos de tangência é proposto o algoritmo de Newton-Raphson em lugar do método dos gradientes projetados usado em [39], tendo-se em vista o comportamento radialmente crescente da energia potencial em L_2 . Este algoritmo utiliza as variáveis τ_i , $i=1,2,\dots,m$ e para a solução dos subproblemas, para obtenção do ponto de tangência, são utilizados os multiplicadores de Lagrange. Com isso a ordem da matriz que deve ser invertida a cada iteração do algoritmo de Newton-Raphson, é igual a $(m-1)$ mais o número de linhas da matriz \bar{C} $(m-n+1)$ igual, portanto, a $(2m-n)$. Para aumentar a eficiência do procedimento foi proposto um algoritmo que utiliza as variáveis z , de forma que a dimensão dos subproblemas para obtenção do ponto de tangência fica reduzida a $(n-1)$ ou no máximo n variáveis. Assim as operações matriciais nas iterações do algoritmo de Newton-Raphson tem dimensão bem menor que no caso anterior.

A condição inicial proposta para a solução de cada subproblema de determinação do ponto de tangência é a origem do espaço vetorial de vetores da forma $[z, \lambda]^t$. A razão disto decorre da interpretação da primeira iteração no algoritmo de Newton-Raphson, como uma solução aproximada do problema de tangência, uma vez que na primeira iteração faz-se uso da Hessiana da função objetivo calculada na origem.

Para ilustrar os procedimentos apresentados foram resolvidos vários exemplos e os resultados obtidos foram comparados com aqueles obtidos pelo uso do ponto de equilíbrio instável, com menor energia potencial. Os resultados apresentados variam em relação àqueles dados pelos pontos de equilíbrio instável com menor energia potencial, em função da proximidade entre o ponto de equilíbrio e a fronteira do politopo L . Tanto mais próximo mais conservativo. Isto fornece então uma indicação de pontos de operação com menor grau de estabilidade. No entanto, na faixa usual de operação em Sistemas de Potência, isto é ângulos entre máquinas menores que trinta graus, as soluções pelo ponto de tangência e pelo ponto de equilíbrio com menor energia potencial são comparáveis.

Observa-se nos exemplos apresentados a comprovação das previsões feitas no cap. 3 com relação aos valores obtidos utilizando-se apenas a primeira iteração do algoritmo de Newton-Raphson, onde o erro encontrado não excedeu 4% do valor dado pelo ponto de tangência. Em problemas onde a estabilidade deva ser testada muitas vezes, esta aproximação pode ser utilizada para aumento da eficiência do algoritmo de determinação de domínios de estabilidade, como é o caso de Planejamento por exemplo.

Nos casos em que se deseja testar a estabilidade para uma condição inicial, considerada como o estado do sistema no instante final de uma perturbação, foi proposto um procedimento que utiliza os métodos numéricos e o segundo método de Liapunov. Este procedimento consiste em utilizar-se o domínio de estabilidade e o politopo L_2 , para o estabelecimento de uma regra de parada para as equações diferenciais do sistema. Com isto elimina-se a interação homem-máquina necessária quando se usa o procedimento numérico e obtem-se um resultado menos conservativo que os resultados dados pelo domínio de estabilidade. A determinação de tempos críticos de abertura de disjuntores para eliminação de de-

feito é uma aplicação típica deste procedimento. Neste caso consegue-se uma eficiência elevada pois o domínio de estabilidade estabelece uma espécie de condição inicial para o problema da determinação de tempo crítico.

6.2 SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS.

O uso do segundo método de Liapunov constitui uma ferramenta de análise com grande potencialidade. Os domínios de estabilidade podem ser utilizados em diversos problemas de Sistemas de Potência. Assim a sugestão natural que segue é a proposição da utilização dos domínios de estabilidade em problemas de Planejamento e Operação em Sistemas de Potência.

Pode-se explorar o seu uso na obtenção de índices para comparação de diferentes configurações de geração e carga para um mesmo sistema de transmissão, ou então, diversos sistemas de transmissão e mesma situação de geração e carga.

O procedimento conjunto método numérico e domínio de estabilidade pode ser utilizado para determinação de tempo crítico de eliminação de defeitos. É razoável supor então, como outra possível aplicação, o seu uso para a análise de esquemas de proteção de Sistemas de Potência.

Outro tema que deve merecer a atenção é a obtenção de funções de Liapunov e domínios de estabilidade, para Sistemas de Potência, com os modelos de máquinas incluindo os controladores, principalmente, o da excitação. A razão disto decorre do fato do controlador de excitação influenciar os F_{ij} que, por sua vez são fatores multiplicativos das parcelas g_k da energia potencial.

A eficiência dos algoritmos desenvolvidos para determinar domínios de estabilidade pode ser aumentada explorando-se a esparsidade da matriz jacobiana.

B I B L I O G R A F I A

- [1] - MAGNUSSON, P.C. - "The Transient Energy Method of Calculating Stability" - AIEE Trans. PAS, vol. 66, 1947, pg 747 a 755.
- [2] - KIMBARK, E. W. - "Power System Stability" - vol. I e II, New York, John Wiley and Sons, Inc. , 1948.
- [3] - CRARY, S. B. - "Power System Stability" - vol. I, New York , John Wiley and Sons, Inc., 1955.
- [4] - AYLETT, P. D. - "The Energy Integral Criterion of Transient Stability Limits of Power Systems" - IEE Proc., vol. 105 , July 1958, pg 527 a 536.
- [5] - LASALLE, J. P. - "Some Extensions of Liapunov's Second Method" IRE Trans. CT; vol. 7, nº 4, December 1960, pg 520 a 527.
- [6] - LASALLE, J. P. - "Stability and Control" - SIAM, JC, Série A, vol. 1, nº 1, 1962, pg 3 a 15.
- [7] - HAHN, W. - "Theory and Application of Liapunov's Direct Method" Englewood Cliffs, N. J., Prentice Hall, Inc, 1963.
- [8] - DORF, R. C. - "Time Domain Analysis and Design of Control Systems" - Addison Wesley Publishing Company, Inc. 1965.
- [9] - GLESS, G. E. - "The Direct Method of Liapunov Applied to Transient Power System Stability" - IEEE Trans. PAS, vol. 85 , nº 2, February 1966, pg 159 a 168.
- [10] - EL-ABIAD, A. H. and NAGAPPAN, K. - "Transient Stability Regions of Multimachine Power Systems" - IEEE Trans. PAS., vol. 85, nº 2, February 1966, pg 169 a 179.
- [11] - FALLSIDE, F. and PATEL, M. R. - "On the Applications of the Liapunov Method to Synchronous Machine Stability" - I.J.C., vol. 4, nº 6, December 1966, pg 501 a 513.

- [12] - HAHN, W. - "Stability of Motions" - Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, New York, 1967.
- [13] - YU, Y. N. and VONGSURIYA, K. - "Nonlinear Power System Stability Study by Liapunov Function and Zubov's Method" - IEEE Trans. PAS., vol. 86, n^o 12, December 1967, pg 1480 a 1485.
- [14] - WEISSENBERGER, S. - "Application of Results from the Absolute Stability Problem to the Computational of Finite Stability Domains" - (Correspondence), IEEE Trans. AC, February 1968 pg 124 a 125.
- [15] - STAGG, G. W. and EL-ABIAD, A. H. - "Computer Methods in Power Systems Analysis" - New York, McGraw-Hill, 1968.
- [16] - WILLEMS, J. L. - "Improved Liapunov Function-for Transient Power System Stability" - IEE Proc., vol. 115, n^o 9, September 1968, pg 1315 a 1318.
- [17] - WILLEMS, J. L. and WILLEMS, J. C. - "The Applications of Liapunov Methods to the Computation of Transient Stability Regions for Multimachine Power Systems" - IEEE Trans. PAS., vol 89, n^o 5/6, May/June 1970, pg 795 a 801.
- [18] - PAI, M. A.; MOHAN, M. A. and RAO, J. G. - "Power System Transient Stability Regions Using Popov's Method" - IEEE Trans. PAS, vol. 89, n^o 5/6, May/June 1970, pg 788 a 795.
- [19] - TALUKDAR, S. N. - "Iterative Multistep Methods for Transient Stability Studies" - IEEE Trans. PAS., vol. 90, n^o 1, January/February 1971, pg 96 a 102.
- [20] - RAMARAO, N. and REITAN, D. K. - "Improvement of Power System Transient Stability Using Optimal Control : Bang-Bang Control of Reactance" - IEEE Trans. PAS., vol. 89, n^o 5/6, May/June 1970, pg 975-984.
- *[21] - STANTON, K.N. and TALUKDAR, S.N. - "New Integration

Algorithms for Transient Stability Studies" - IEEE Trans.PAS, vol. 89, nº 5/6, May/June, 1970, pg 985-991.

- [22] - RIBBENS-PAVELLA, M. - "Transient Stability of Multimachine Power Systems by Liapunov's Direct Method" - IEEE, Conference Paper nº 71 CP 17, January/February 1971, pg 1 a 10.
- [23] - LÜDERS, G. A. - "Transient Stability of Multimachine Power Systems Via the Direct Method of Liapunov" - IEEE Trans.PAS., vol. 90, nº 1, January/February 1971, pg 23 a 36.
- [24] - FONSECA, L. G. S. - "Domínios de Estabilidade Assintótica" - TESE de M.Sc., COPPE, UFRJ, Rio de Janeiro, Janeiro 1971.
- [25] - WILLEMS, J. L. - "Directed Method for Transient Stability Studies in Power System Analyses" - IEEE Trans. AC, vol 16, nº 4, August 1971, pg 332 a 341.
- [26] - HAMMONS, T. J. and WINNING, D. J. - "Comparasion of Synchronous Machines Models in the Study of the Transient Behaviour of Electrical Power Systems" - IEE Proc., vol.118 nº 10, October 1971, pg 1442 a 1458.
- [27] - WILLIAMS, H. F. ; LOUIE, S. A. and BILLS, G. W. - "Feasibility of Liapunov Funcions for the Stability Analyses of Electric Power Systems Having up to 60 Generators" - IEEE Trans.PAS. , vol. 91, nº 3, May/June 1972, pg 1145 a 1157.
- [28] - SASTRY, V. R. and MURTHY, P. G. - "Derivation of Completely Controllable and Completely Observable State Models for Multimachine Power System Stability Studies" - I. J. C., vol 16, nº 4, 1972, pg 777 a 788.
- [29] - TAVORA, C. J. and SMITH, O. J. M. - "Equilibrium Analyses of Power System" - IEEE Trans. PAS., vol. 91, nº 3, May/June 1972, pg 1131 a 1137.
- [30] - TAVORA, C. J. and SMITH, O. J. M. - "Characterization of Equilibrium and Stability in Power Systems" - IEEE Trans.PAS, vol. 91, nº 3, May/June 1972, pg 1127 a 1130.

- [31] - TAVORA, C. J. and SMITH, O. J. M. - "Stability Analyses of Power Systems" - IEEE Trans. PAS., vol 91, nº 3, May/June 1972, pg 1138 a 1144.
- [32] - RIBBENS-PAVELLA, M. - "Comments on Direct Methods for Transient Stability Studies in Power Systems Analyses" - IEEE Trans. AC., vol 17, June 1972, pg 415 a 416.
- [33] - WILLEMS, J. L. - "A Partial Stability Approach to the Problem of Transient Power System Stability" - I. J. C., vol 19, nº 1, January 1974, pg 1 a 14.
- [34] - EL-ABIAD, A. H.; PRABHAKARA, F. S. and KOIVO, A. J. - "Application of Generalized Zubov's Method to Power System Stability" - I. J. C., vol 20, nº 2, 1974 pg 203 a 212.
- [35] - ADIBI, M. M.; HIRSCH, P. M. and JORDAN, J. A. - "Solution Methods for Transient and Dynamic Stability" - IEEE Proc., vol 62, nº 7, July 1974, pg 951 a 958.
- [36] - ELGERD, O. I. - "Electric Energy Systems Theory: An Introduction" - Tata McGraw-Hill Publishing Company LTD, 1975.
- [37] - BROWN, H. E. - "Solution of Large Networks by Matrix Methods" John Wiley and Sons, Inc., 1975.
- [38] - EL-ABIAD, A. H. and PRABHAKARA, F. S. - "A Simplified Determination of Transient Stability Regions for Liapunov Method" - IEEE Trans. PAS., vol 94, nº 2 March/April 1975, pg 672 a 689.
- [39] - FONSECA, L. G. S. - "Determinação de Domínios de Estabilidade para Uso em Planejamento e Operação de Sistemas de Potência" - TESE de D.Sc.- COPPE, UFRJ, Rio de Janeiro, Abril 1976.
- [40] - WEISS, J. R. - "Transient Asymptotic Stability of Power Systems as Established with Liapunov Functions" - IEEE Trans. Pas., vol 95, nº 4, July/August 1976, pg 1480 a 1486.

- [41] - EL-ABIAD, A. H. and GUPTA, C. L. - "Determination of the Closest Unstable Equilibrium State for Liapunov Methods in Transient Stability Studies" - IEEE Trans. PAS., vol 95, n^o 5 September/October 1976 pg 1699 a 1712.
- [42] - FONSECA, L. G. S. and DORAISWAMI, R. - "A Fast and Reliable Determination of Dominion of Transient Stability for Multimachine Power Systems" - IEEE Conference Paper n^oA77629-9, July 1977.
- [43] - DARWISH, M. and FANTIN, J. - "The Application of Liapunov Methods to Large Power Systems Using Decomposition and Aggregation Techniques" - I. J. C., vol 24, n^o 2, 1976, pg 247 a 260.
- [44] - LUENBERGER, D. G. - "Introduction to Linear and Nonlinear Programming" - Addison-Wesley Publishing Company - 1973.
- [45] - HIMMELBLAU, D. M. - "Applied Nonlinear Programming" - McGraw-Hill Book Company - 1972.
- [46] - SAATY, T. L. and BRAM, J - "Nonlinear Mathematics" - McGraw-Hill Book Company, N. Y. - 1964.

```

LIST
2 REM PROGRAMA PARA CAL CULO DE DOMINIOS DE ESTABILIDADE NAS
3 REM VARIAVEIS TAL PARA UM SISTEMA DE POTENCIA COM N MAQUINAS
4 REM =====
7 DIM C(10,10),C1(10,10),F2(10),Q(10),E2(10)
8 DIM I1(15),I2(15),G(15),Y5(10),T0(10)
9 DIM A(10,10),Y1(10),X(10),D1(10)
10 DIM T3(10)
11 PRINT \PRINT \PRINT
12 PRINT "          DETERMINACAO DE DOMINIOS DE ESTABILIDADE"
13 PRINT "          PARA UM SISTEMA DE POTENCIA COM N MAQUINAS"
15 PRINT \PRINT \PRINT
17 PRINT " NUMERO DE LINHAS M=?" \INPUT M
18 PRINT " NUMERO DE MAQUINAS N=? " \INPUT N
19 PRINT " SUSCEPTANCIA Y5" \FOR I=1 TO M \INPUT Y5(I) \NEXT I
20 N1=2*M-N \PRINT " DIMENSAO DO ESPACO VETORIAL =" N1
21 PRINT " NUMERO MAXIMO DE ITERACOES PARA O N.R.=?" \INPUT I6 \I7=-1
27 PRINT " PRECISAO DE CONVERGENCIA PARA O N.R.=?" \INPUT P5
30 PRINT " VALORES INICIAIS PARA O PROCESSO DE N.R.=?"
31 FOR I=1 TO N1 \INPUT X(I) \NEXT I
32 PRINT " VARIAVEL DE EQUILIBRIO T0=?"
33 FOR I=1 TO M \INPUT T0(I) \NEXT I \PRINT \PRINT \
34 FOR J=1 TO M \T3(J)=T0(J) \NEXT J
39 REM
40 GOSUB 1010
41 GOSUB 1070
42 GO TO 1400
47 REM
50 FOR I=1 TO N1 \D1(I)=0 \NEXT I
53 PRINT \PRINT
54 I7=-1
55 PRINT " NUM. DE EQUACOES =" N1, "NUM. MAX. ITER. =" I6
60 FOR I=1 TO N1 \X(I)=X(I)+D1(I) \NEXT I
75 REM ENTRA A FUNCAO Y1(I) E O JACOBIANO A(I,J) \REM
77 REM
90 GOSUB 1560
91 REM
92 REM
120 I7=I7+1 \PRINT \PRINT "          ITERACAO NUMERO" I7 \PRINT \
121 FOR I=1 TO N1 \PRINT "X("I")=" X(I), "Y1("I")=" Y1(I) \NEXT I
123 IF I6<=I7 THEN 335
125 FOR I=1 TO N1 \Y1(I)=-Y1(I) \NEXT I
127 IF I7=0 THEN 200
130 FOR I=1 TO N1 \A1=ABS(D1(I))
131 PRINT " INCREMENTO" D1(I)
135 IF A1>P5 THEN 200
137 NEXT I
139 PRINT
140 PRINT "          CONVERGIU EM" I7 " ITERACOES", "PARA A PRECISAO" P5
141 PRINT \PRINT
145 GO TO 400
200 FOR K=1 TO N1 \K1=K+1
205 IF A(K,K)<>0 THEN 250
210 IF K<N1 THEN 220
213 D1(K)=0
215 GO TO 300
220 FOR I=K1 TO N1
223 IF A(I,K)<>0 THEN 233
224 NEXT I
227 D1(K)=0
230 GO TO 290
233 A3=Y1(K) \Y1(K)=Y1(I) \Y1(I)=A3
235 FOR J=K TO N1 \A4=A(K,J) \A(K,J)=A(I,J) \A(I,J)=A4 \NEXT J
250 Y1(K)=Y1(K)/A(K,K)

```



```

253 IF K>=N1 THEN 295
255 FOR J=K1 TO N1\A(K,J)=A(K,J)/A(K,K)\NEXT J
260 FOR I=K1 TO N1\Y1(I)=Y1(I)-A(I,K)*Y1(K)
265 FOR J=K1 TO N1\A(I,J)=A(I,J)-A(I,K)*A(K,J)\NEXT J\nEXT I
290 NEXT K
295 D1(N1)=Y1(N1)
300 I=N1
305 S1=0
307 L=I-1
310 FOR J=I TO N1\S1=S1+A(L,J)*D1(J)\NEXT J
315 I=I-1\D1(I)=Y1(I)-S1
320 IF I>1 THEN 305
325 GO TO 60
335 PRINT "      NAO CONVERGIU PARA "I7"ITERACOES", "PRECISAO"P5
400 FOR I=1 TO N1
405 PRINT "X("I")="X(I), "Y1("I")="Y1(I)\NEXT I
407 E1=0\FOR I=1 TO M1\
408 E1=E1+F2(I)*(-COS(X(I)+T0(I))+COS(T0(I))-X(I)*SIN(T0(I)))
409 NEXT I
410 E1=E1+Y5(I3)*(2*COS(T2)-T1*SIN(T2))
411 PRINT \PRINT \PRINT
412 PRINT " ENERGIA POTENCIAL CALCULADA NO PONTO DE TANGENCIA="E1
413 PRINT \PRINT " ENCONTROU-SE O PONTO DE TG. NA FACE="I3"LADO"I4
414 K=M+1
415 K=K-1\J=K-1\IF I3=M THEN 418
416 X(K)=X(J)\IF J>I3 THEN 415
418 X(I3)=F1(I3,I4)
419 PRINT "VARIAVEL          VALOR          LIMITES"
420 FOR I=1 TO M\PRINT I, X(I), F1(I,1), F1(I,2)
421 NEXT I
430 FOR J=1 TO M
440 IF X(J)>F1(J,1) THEN 490
447 REM
448 REM
450 IF X(J)<F1(J,2) THEN 490
460 NEXT J
470 IF E1<=G(2) THEN 600
480 G(1)=E1
484 GOSUB 1070
485 GO TO 1400
490 G(1)=G(1)*1.00000E+07
491 GOSUB 1070
492 GO TO 1400
600 END
1010 PRINT \PRINT " CALCULO DO DOMINIO DE ESTABILIDADE INFERIOR"\PRINT
1011 PRINT \PRINT
1012 P1=3.1416
1013 FOR I=1 TO M
1014 T0(I)=T3(I)
1015 F1(I,1)=P1-2*T0(I)
1016 F1(I,2)=-P1-2*T0(I)
1030 I1(I)=1
1040 G(I)=Y5(I)*(-COS(F1(I,1)+T0(I))+COS(T0(I))-F1(I,1)*SIN(T0(I)))
1043 I2(I)=I
1045 K=I+M
1047 I1(K)=2
1050 G(K)=Y5(I)*(-COS(F1(I,2)+T0(I))+COS(T0(I))-F1(I,2)*SIN(T0(I)))
1052 I2(K)=I
1055 PRINT "DOM. INFER. G("I")="G(I), "FACE"I1(I), "TAL"I2(I)
1060 PRINT "DOM. INFER. G("K")="G(K), "FACE"I1(K), "TAL"I2(K)
1061 NEXT I
1062 RETURN
1070 N0=2*M
1072 M0=N0-1
1075 FOR J=1 TO M0
1080 K=J+1

```



```

1085 IF G(J)<=G(K) THEN 1120
1088 G1=G(K)\G(K)=G(J)\G(J)=G1\I=I1(K)\I1(K)=I1(J)
1096 I1(J)=I\I=I2(K)\I2(K)=I2(J)\I2(J)=I
1120 NEXT J
1125 N0=N0-1
1130 IF N0>1 THEN 1072
1135 N0=2*M
1136 PRINT \PRINT "      RESULTADOS OBTIDOS PARA O D.E.I." \PRINT
1140 FOR I=1 TO N0
1143 PRINT "  DOM. INFER.. G("I")="G(I), "FACE" I1(I), "TAL" I2(I)
1145 NEXT I
1150 RETURN
1400 C(1,1)=1\C(1,2)=-1\C(1,3)=0
1401 C(1,4)=-1\C(1,5)=0\C(1,6)=0
1402 C(2,1)=1\C(2,2)=0\C(2,3)=-1
1403 C(2,4)=0\C(2,5)=-1\C(2,6)=0
1404 C(3,1)=0\C(3,2)=1\C(3,3)=-1
1405 C(3,5)=0\C(3,4)=0\C(3,6)=-1
1410 I3=I2(1)\I4=I1(1)\M0=M-N+1\M1=M-1
1420 FOR J=1 TO M\F2(J)=Y5(J)\FOR I=1 TO M0
1430 C1(I,J)=C(I,J)\NEXT I \NEXT J
1435 FOR I=1 TO M0\Q(I)=C(I,I3)*F1(I3,I4)\NEXT I
1437 FOR J=1 TO M\T0(J)=T3(J)\NEXT J
1440 T1=F1(I3,I4)\T2=T0(I3)
1450 FOR J=I3 TO M1\K=J+1\T0(J)=T0(K)
1455 F2(J)=F2(K)
1460 FOR I=1 TO M0\C1(I,J)=C(I,K)\NEXT I \NEXT J
1470 FOR J=1 TO (M0+M1)\X(J)=0 \NEXT J
1480 GO TO 50
1501 REM MONTAGEM DO GRADIENT
1502 REM
1560 FOR I=1 TO M1\E2(I)=0\FOR J=1 TO M0\K=M+J-1
1570 E2(I)=E2(I)+C1(J,I)*X(K)\NEXT J \NEXT I
1580 PRINT
1590 FOR I=1 TO M1\Y1(I)=F2(I)*(SIN(X(I)+T0(I))-SIN(T0(I)))+E2(I)
1600 NEXT I
1610 FOR I=1 TO M0\K=M+I-1\Y1(K)=0\Q(K)=Q(I)\FOR J=1 TO M1
1620 Y1(K)=Y1(K)+C1(I,J)*X(J)\NEXT J
1621 Y1(K)=Y1(K)+Q(K)\NEXT I
1650 REM MONTAGEM DO JACO BIANO
1660 FOR I=1 TO M1\FOR J=1 TO M1
1670 IF I<>J THEN 1690
1680 A(I,I)=F2(I)*COS(X(I)+T0(I)) \GO TO 1700
1690 A(I,J)=0
1700 NEXT J \NEXT I
1710 FOR I=1 TO M1\FOR J=1 TO M0\K=M+J-1
1720 A(I,K)=C1(J,I)\A(K,I)=A(I,K)\NEXT J \NEXT I
1722 M5=M0+M1\FOR J=M TO M5\FOR I=M TO M5\A(I,J)=0 \NEXT I \NEXT J
1730 RETURN

```

READY

LIST

```

3 REM PROGRAMA PARA SE DETERMINAR O DOMINIO DE ESTABILIDADE DE
4 REM =====
5 REM UM SISTEMA DE POTENCIA NAS VARIAVEIS Z
6 REM =====
8 DIM F1(10,2),I1(20),I2(20),T0(10),G(20)
9 DIM A(10,10),Y1(10),X(10),D1(10)
10 DIM I8(10),I9(10),Y6(10)
11 REM
12 PRINT "          DETERMINACAO DE DOMINIOS DE ESTABILIDADE"
13 PRINT "          PARA UM SISTEMA DE POTENCIA COM N MAQUINAS"
15 PRINT \PRINT \PRINT
17 PRINT " NUMERO DE LINHAS M=?" \INPUT M
18 PRINT " NUMERO DE MAQUINAS N=?" \INPUT N
21 PRINT " NUMERO MAXIMO DE ITERACOES PARA O N.R.=?" \INPUT I6 \I7=-1
27 PRINT " PRECISAO DE CONVERGENCIA PARA O N.R.=?" \INPUT P5
29 N1=N-1
32 PRINT " VARIAVEL DE EQUILIBRIO T0=?"
33 FOR I=1 TO N1 \INPUT T0(I) \NEXT I \PRINT \PRINT
34 PRINT " ENTRE COM OS VALORES DE FF(I,J) , I , J"
35 FOR I=1 TO M \INPUT Y6(I),I8(I),I9(I) \NEXT I
36 REM
37 K8=1
40 GOSUB 1010
42 GOSUB 1340
43 GO TO 2300
48 REM
50 FOR I=1 TO N1 \D1(I)=0 \NEXT I
51 I7=-1
52 GO TO 55
53 FOR I=1 TO N \PRINT "X("I")="X(I) \NEXT I
54 PRINT \PRINT "I8("I3")="I8(I3),"I9("I3")="I9(I3) \PRINT
55 PRINT " NUM. DE EQUACOES ="N1,"NUM. MAX. ITER. ="I6
60 FOR I=1 TO N1 \X(I)=X(I)+D1(I) \NEXT I
75 REM ENTRA A FUNCAO Y1(I) E O JACOBIANO A(I,J) \REM
90 V0=0
91 GOSUB 3000
92 REM
100 GOSUB 1500
101 REM
102 REM
103 K8=0
104 REM
120 I7=I7+1 \PRINT \PRINT "          ITERACAO NUMERO" I7 \PRINT \
123 IF I6<=I7 THEN 335
125 FOR I=1 TO N1 \Y1(I)=-Y1(I) \NEXT I
127 IF I7=0 THEN 200
130 FOR I=1 TO N1 \A1=ABS(D1(I))
135 IF A1>P5 THEN 200
137 NEXT I
139 PRINT
140 PRINT "          CONVERGIU EM" I7 " ITERACOES", "PARA A PRECISAO" P5
141 PRINT \PRINT
145 GO TO 400
200 FOR K=1 TO N1 \K1=K+1
205 IF A(K,K)<>0 THEN 250
210 IF K<=N1 THEN 220
213 D1(K)=0
215 GO TO 300
220 FOR I=K1 TO N1
223 IF A(I,K)<>0 THEN 233
224 NEXT I
227 D1(K)=0

```

```

230 GO TO 290
233 A3=Y1(K)\Y1(K)=Y1(I)\Y1(I)=A3
235 FOR J=K TO N1\A4=A(K,J)\A(K,J)=A(I,J)\A(I,J)=A4\NEXT J
250 Y1(K)=Y1(K)/A(K,K)
253 IF K>=N1 THEN 295
255 FOR J=K1 TO N1\A(K,J)=A(K,J)/A(K,K)\NEXT J
260 FOR I=K1 TO N1\Y1(I)=Y1(I)-A(I,K)*Y1(K)
265 FOR J=K1 TO N1\A(I,J)=A(I,J)-A(I,K)*A(K,J)\NEXT J\nEXT I
290 NEXT K
295 D1(N1)=Y1(N1)
300 I=N1
305 S1=0
307 L=I-1
310 FOR J=I TO N1\S1=S1+A(L,J)*D1(J)\NEXT J
315 I=I-1\D1(I)=Y1(I)-S1
320 IF I>1 THEN 305
325 GO TO 60
335 PRINT "      NAO CONVERGIU PARA "I7" ITERACOES", "PRECISAO"P5
339 REM
340 GO TO 590
341 REM
400 REM
458 REM
459 PRINT \PRINT
460 E3=0\FOR J=1 TO M
461 E1=0
462 K1=I8(J)\K2=I9(J)
464 IF K2=N THEN 472
468 E1=E1-COS(X(K1)-X(K2)+T0(K1)-T0(K2))+COS(T0(K1)-T0(K2))
469 E1=Y6(J)*(E1-(X(K1)-X(K2))*SIN(T0(K1)-T0(K2)))
470 GO TO 473
472 E1=E1+Y6(J)*(-COS(X(K1)+T0(K1))+COS(T0(K1))-X(K1)*SIN(T0(K1)))
473 E3=E3+E1
474 NEXT J
475 REM
480 E1=E3
481 REM
484 PRINT " ENERGIA POTENCIAL CALCULADA NO PONTO DE TANGENCIA="E1
485 IF V0=1 THEN 3040
486 PRINT \PRINT \PRINT \
488 PRINT "ENCONTROU-SE O PONTO DE TG. NA FACE="I3" LADO="I4
490 PRINT \PRINT \PRINT
491 PRINT "VARIAVEL          VALOR          LIMITES"
494 FOR J=1 TO M
496 IF I9(J)=N THEN 500
497 F9=X(I8(J))-X(I9(J))
498 PRINT "X("I8(J)")-X("I9(J)")="F9, F1(J, 1), F1(J, 2)
499 GO TO 501
500 PRINT "X("I8(J)")="X(I8(J)), F1(J, 1), F1(J, 2)
501 NEXT J
510 FOR J=1 TO M
520 IF I9(J)=N THEN 550
530 IF (X(I8(J))-X(I9(J)))>F1(J, 1) THEN 590
535 IF (X(I8(J))-X(I9(J)))<F1(J, 2) THEN 590
540 GO TO 560
550 IF X(I8(J))>F1(J, 1) THEN 590
555 IF X(I8(J))<F1(J, 2) THEN 590
560 NEXT J
570 IF E1<=G(2) THEN 610
580 G(1)=E1
585 GOSUB 1340
586 GO TO 2300
590 G(1)=G(1)*1.000000E+07
591 GOSUB 1340
592 GO TO 2300
610 END

```

```

1010 PRINT \PRINT " CALCULO DO DOMINIO DE ESTABILIDADE INFERIOR" \PRINT 74
1011 PRINT \PRINT
1012 P1=3.1416
1015 PRINT "      D. E. I          VARIAVEL          FACE"
1030 FOR I=1 TO M
1040 K1=I8(I)\K2=I9(I)\K=I+M\
1050 IF K2<>N THEN 1220
1060 F1(I,1)=P1-2*T0(K1)\F1(I,2)=-P1-2*T0(K1)
1070 G(I)=Y6(I)*(-COS(F1(I,1)+T0(K1))+COS(T0(K1))-F1(I,1)*SIN(T0(K1)))
1080 I2(I)=I\I1(I)=1
1090 G(K)=Y6(I)*(-COS(F1(I,2)+T0(K1))+COS(T0(K1))-F1(I,2)*SIN(T0(K1)))
1200 I2(K)=I\I1(K)=2
1210 GO TO 1270
1220 F1(I,1)=P1-2*(T0(K1)-T0(K2))\F1(I,2)=-P1-2*(T0(K1)-T0(K2))
1230 G(I)=-COS(F1(I,1)+T0(K1)-T0(K2))+COS(T0(K1)-T0(K2))
1231 G(I)=Y6(I)*(G(I)-F1(I,1)*SIN(T0(K1)-T0(K2)))
1240 I2(I)=I\I1(I)=1
1250 G(K)=-COS(F1(I,2)+T0(K1)-T0(K2))+COS(T0(K1)-T0(K2))
1251 G(K)=Y6(I)*(G(K)-F1(I,2)*SIN(T0(K1)-T0(K2)))
1260 I2(K)=I\I1(K)=2
1270 PRINT G(I), I2(I), I1(I)
1280 PRINT G(K), I2(K), I1(K)
1290 NEXT I
1291 PRINT
1294 PRINT "          INTERVALOS DE L2"
1295 PRINT \FOR J=1 TO M\IF I9(J)=N THEN 1297
1296 PRINT "X("I8(J)")-X("I9(J)")=", F1(J,1), F1(J,2)\GO TO 1298
1297 PRINT "X("I8(J)")=", F1(J,1), F1(J,2)
1298 NEXT J
1300 RETURN
1310 REM
1320 REM ORDENACAO DO D. E. I.
1340 N0=2*M
1350 M0=N0-1
1360 FOR J=1 TO M0
1370 K=J+1
1380 IF G(J)<=G(K) THEN 1390
1385 G1=G(K)\G(K)=G(J)\G(J)=G1\I=I1(K)\I1(K)=I1(J)\I1(J)=I
1388 I=I2(K)\I2(K)=I2(J)\I2(J)=I
1390 NEXT J
1400 N0=N0-1
1410 IF N0>1 THEN 1350
1420 N0=2*M
1430 PRINT \PRINT \PRINT " RESULTADOS OBTIDOS PARA O D. E. I. " \PRINT \PRINT
1440 PRINT "      DOM. INFER.          FACE          VARIAVEL"
1450 FOR I=1 TO N0
1460 PRINT G(I), I1(I), I2(I)\NEXT I
1470 RETURN
1500 REM
1502 REM
1505 IF I9(I3)<>N THEN 2010
1510 K9=1
1524 MON TAGEM DO GRADIENTE E DO JACOBIANO
1525 REM
1530 FOR J=1 TO (N-1)\FOR I=1 TO (N-1)
1531 A(I,J)=0\next I\next J
1600 FOR I=1 TO (N-1)
1610 Y1(I)=0\A(I,I)=0
1620 FOR J=1 TO M
1630 K1=I8(J)\K2=I9(J)
1640 IF K1=I THEN 1670
1650 IF K2=I THEN 1700
1660 GO TO 1800
1670 IF K2=N THEN 1690
1680 Y1(I)=Y1(I)+Y6(J)*(SIN(X(K1)-X(K2)+T0(K1)-T0(K2))-SIN(T0(K1)-T0(K2)))
1683 A(I, I)=A(I, I)+Y6(J)*COS(X(K1)-X(K2)+T0(K1)-T0(K2))

```

```

1685 GO TO 1800
1690 Y1(I)=Y1(I)+Y6(J)*((SIN(X(K1)+T0(K1))-SIN(T0(K1)))
1694 A(I,I)=A(I,I)+Y6(J)*COS(X(K1)+T0(K1))
1698 GO TO 1800
1700 Y1(I)=Y1(I)+Y6(J)*((-SIN(X(K1)-X(K2)+T0(K1)-T0(K2))+SIN(T0(K1)-T0(K2)))
1710 A(I,I)=A(I,I)+Y6(J)*COS(X(K1)-X(K2)+T0(K1)-T0(K2))
1800 NEXT J
1810 NEXT I
1900 PRINT
1920 FOR J=1 TO M
1930 K1=I8(J)\K2=I9(J)\
1940 IF K2=N THEN 1961
1950 A(K1,K2)=-Y6(J)*COS(X(K1)-X(K2)+T0(K1)-T0(K2))
1960 A(K2,K1)=A(K1,K2)
1961 NEXT J
1964 REM
1968 IF K9=2 THEN 2030
1970 REM
1972 Y1(I8(I3))=Y1(I8(I3))+X(N)
1975 Y1(N)=X(I8(I3))-F1(I3,I4)
1980 FOR J=1 TO N
1982 REM
1984 A(J,N)=0
1990 A(N,J)=0
1995 NEXT J
1998 REM
2000 A(I8(I3),N)=1
2001 REM
2002 A(N,I8(I3))=1
2005 REM
2007 REM
2008 RETURN
2010 REM CALCULO DO GRADIENTE E DO JACOBIANO PARA ZI-ZJ=CONSTANTE
2020 K9=2
2025 GO TO 1530
2030 K1=I8(I3)\K2=I9(I3)
2040 Y1(K1)=Y1(K1)+Y1(K2)
2050 Y1(K2)=X(K1)-X(K2)-F1(I3,I4)
2054 FOR J=1 TO N1\A(K1,J)=A(K1,J)+A(K2,J)\NEXT J
2060 FOR J=1 TO N1\A(K2,J)=0\NEXT J
2062 A(K2,K1)=1\A(K2,K2)=-1
2068 REM
2069 REM
2070 RETURN
2300 I3=I2(1)
2304 REM
2305 K8=1
2306 REM
2310 I4=I1(1)
2320 IF I9(I3)<>N THEN 2360
2325 REM
2330 REM
2340 FOR J=1 TO N
2341 X(J)=0
2342 NEXT J
2354 N1=N
2355 GO TO 50
2360 N1=N-1
2370 FOR J=1 TO N1\X(J)=0\NEXT J
2405 GO TO 50
3000 REM SUBROUTINE PARA O CALCULO DA ENERGIA POTENCIAL APROXIMADA
3010 REM =====
3020 V0=1
3030 GO TO 460
3040 V0=0
3050 RETURN

```


LIST

```

0 REM METODO CONJUNTO " RUNGE KUTTA E DOMINIOS DE ESTABILIDADE"
1 REM =====
2 DIM E(4),X0(8),A(4)
3 DIM X(8),P2(4),F(8)
4 DIM H1(4),D1(4),K0(8),K1(8),K2(8),K3(8),B(4,4),G(4,4),P1(4)
5 DIM G1(4,4),G2(4,4),B1(4,4),B2(4,4),Y(8),D0(4),D8(4)
6 DIM Z1(8)
9 E6=0\L9=0
10 M4=1\I8=1\L7=0
12 PRINT "N0. DE GERADORES";\INPUT G7
13 PRINT "MAQ. DE REFERENCIA";\INPUT M0
14 PRINT "DIF. ANG. DE EQUIL." \FOR I=1 TO G7-1\INPUT D0(I)\NEXT I
15 PRINT "PASSO";\INPUT H
16 PRINT "EN. POTENCIAL NO PTO. DE TANG.";\INPUT B8
17 PRINT "INCREMENTO DE TEMPO DE DEF";\INPUT T2
18 N=2*G7
19 S1=50\S2=300
20 R1=2000
21 R2=1000
22 GOSUB 1001
23 M1=2*M0-1
24 FOR I=1 TO 160\I1=25*I\CALL "PLOT"(I1,S2+R2*B8)
25 FOR K=1 TO 50\next K\next I
29 PRINT
30 A(1)=1.88646\A(2)=125.831\A(3)=62.8947\A(4)=94.2477
31 FOR I=1 TO G7\I1=2*I-1\I2=2*I
32 INPUT #1:E(I),X0(I1)\X0(I2)=0
33 PRINT "E("I")="E(I), "DELTA("I")="57.2958*X0(I1)
34 NEXT I\PRINT
35 W0=2*3.14159*60\T0=0
36 T=T0
37 FOR I=1 TO G7\INPUT #1:P1(I)\NEXT I
38 FOR I=1 TO G7\PRINT "P1("I")="P1(I)\NEXT I
40 GOSUB 500
43 FOR I=1 TO G7\FOR K=1 TO G7\G(I,K)=G1(I,K)\B(I,K)=B1(I,K)\NEXT K
44 NEXT I\I8=2\GO TO 48
45 REM
46 FOR I=1 TO G7\FOR K=1 TO G7\G(I,K)=G2(I,K)\B(I,K)=B2(I,K)
47 NEXT K\next I\I8=1
48 REM
50 FOR I=1 TO N\X(I)=X0(I)\NEXT I
52 L7=L7+1
55 J=1
56 L9=L9+1
57 REM - CALCULO DAS POTENCIAS ELETRICAS DE SAIDA DAS MAQUINAS
60 FOR I=1 TO G7\P2(I)=G(I,I)*E(I)^2
61 I1=2*I-1
62 FOR K=1 TO G7\IF K=I THEN 65
63 K1=2*K-1\A=X(I1)-X(K1)
64 P2(I)=P2(I)+E(I)*E(K)*(B(I,K)*SIN(A)+G(I,K)*COS(A))
65 NEXT K
66 NEXT I
97 REM
99 REM
100 FOR I=1 TO G7\I1=2*I-1\I2=2*I
105 F(I1)=X(I2)
110 F(I2)=A(I)*(P1(I)-P2(I)-D1(I)*X(I2))
115 NEXT I
170 IF J=1 THEN 190
175 IF J=2 THEN 200
180 IF J=3 THEN 210
185 IF J=4 THEN 220
190 FOR I=1 TO N\K0(I)=F(I)\X(I)=X0(I)+K0(I)*H/2\next I
195 T=T0+H/2\J=2\GO TO 60

```

```

200 FOR I=1 TO N\K1(I)=F(I)\X(I)=X0(I)+K1(I)*H/2\NEXT I
205 J=3\GO TO 60
210 FOR I=1 TO N\K2(I)=F(I)\X(I)=X0(I)+K2(I)*H\NEXT I
215 J=4\T=T0+H\GO TO 60
220 FOR I=1 TO N\K3(I)=F(I)
225 X0(I)=X0(I)+(K0(I)+2*(K1(I)+K2(I))+K3(I))*H/6\NEXT I
230 T0=T
300 FOR I=1 TO G7\IF I=M0 THEN 320
310 I1=2*I-1
315 D8(I)=X0(I1)-X0(M1)
320 NEXT I
333 GOSUB 2200
335 PRINT F0;
340 CALL "PLOT"(S1+R1*T, S2+R2*F0)
350 IF I8<>2 THEN 390
355 IF M4<>1 THEN 380
360 IF F0<=B8 THEN 50
370 L7=0\T3=T
371 FOR I=1 TO N\Z1(I)=Y(I)\NEXT I\T4=T3
372 FOR I=1 TO N\Y(I)=X0(I)\NEXT I
373 PRINT \PRINT " TEMPO ATUAL ="T4
374 L8=L7
375 IF M4=1 THEN 45
377 GO TO 46
380 IF T<=T1 THEN 50
385 GO TO 370
390 IF F0<=B8 THEN 420
395 GOSUB 2200
400 IF Y5=0 THEN 50
402 IF L7<30 THEN 50
404 PRINT "TRAJETORIA NAO PENETROU NO D.E. EM 30 PASSOS"\PRINT
405 PRINT "TEMPO CRITICO="T4
406 FOR I=1 TO N\X0(I)=Z1(I)\NEXT I
407 T0=T4
408 PRINT "PARA MODIFICAR O INCREMENTO DE TEMPO DE DEF."
409 PRINT "BATER GO TO 412"
410 PRINT \PRINT " ATE AQUI FORAM DADOS "L9" PASSOS DE INTEGRACAO"
411 STOP
412 PRINT "INC. DE TEMPO DE DEF.";\INPUT T2
414 T1=T3+T2\GO TO 46
420 PRINT "TRAJETORIA PENETROU NO D.E. EM"L7"PASSOS"
430 FOR I=1 TO N\X0(I)=Y(I)\NEXT I
435 L7=L8
440 T1=T3+T2\M4=2\T0=T3\GO TO 43
450 END
500 FOR I=1 TO G7\FOR K=1 TO G7\INPUT #1:G1(I,K),B1(I,K)\NEXT K\NEXT I
505 FOR I=1 TO G7\FOR K=1 TO G7\INPUT #1:G2(I,K),B2(I,K)\NEXT K\NEXT I
520 FOR I=1 TO G7\PRINT "AMORTECIMENTO D1("I")=";\INPUT D1(I)
525 NEXT I
530 FOR I=1 TO (G7-1)\D8(I)=D0(I)\NEXT I
540 FOR I=1 TO G7\P9(I)=0
541 FOR K=1 TO G7\IF K<>1 THEN 543
542 P9(I)=P9(I)-G2(I,I)*E(I)^2\GO TO 545
543 REM
544 P9(I)=P9(I)-E(I)*E(K)*B2(I,K)*SIN(X0(2*I-1)-X0(2*K-1))
545 NEXT K
546 P9(I)=-P9(I)-G2(I,I)*E(I)^2
547 NEXT I
549 Q4=0
550 E7=0\GOSUB 2040
560 Q5=-F0\PRINT \PRINT " Q5""="Q5
570 Q4=Q5
600 RETURN
610 REM
620 REM
1001 Q1=.1

```

```

1103 I1=1\I=51
1105 FOR J=0 TO 50\NEXT J
1110 CALL "PLOT"(I,52)
1112 U7=R1+I1*Q1+51
1115 IF ABS(I-U7)>.01 THEN 1135
1120 U=52-25\U1=52+25
1125 FOR K=U TO U1 STEP 5\CALL "PLOT"(I,K)\NEXT K
1130 I1=I1+1
1135 I=I+10\IF I<=4000 THEN 1105
1140 I=I-5\IF I<=51 THEN 1200
1150 CALL "PLOT"(I,52)\GO TO 1140
1200 I1=1\I=52
1201 Q1=10
1205 FOR J=0 TO 50\NEXT J
1210 CALL "PLOT"(51,I)
1212 U7=R2*I1*Q1+52
1215 IF ABS(I-U7)>.01 THEN 1235
1220 U=51-25\U1=51+25
1225 FOR K=U TO U1 STEP 5\CALL "PLOT"(K,I)\NEXT K
1230 I1=I1+1
1235 I=I+10\IF I<=4000 THEN 1205
1240 I=I-5\IF I<=52 THEN 1300
1250 CALL "PLOT"(51,I)\GO TO 1240
1300 RETURN
2000 REM SUBROTINA PARA CALCULO DA ENERGIA TOTAL
2009 E7=0
2010 FOR J=1 TO G7
2020 E7=E7+(X0(2*J)^2)/(2*A(J))
2030 NEXT J
2040 E8=0
2050 FOR I=1 TO G7-1
2052 E8=E8-P9(I)*D8(I)-E(I)*E(G7)*B2(I,G7)*COS(D8(I))
2054 NEXT I
2060 FOR I=1 TO (G7-2)
2065 FOR K=(I+1) TO G7
2068 IF K=G7 THEN 2082
2070 E8=E8-E(I)*E(K)*B2(I,K)*COS(D8(I)-D8(K))
2080 NEXT K
2082 NEXT I
2092 REM
2135 F0=E7+E8+Q4
2140 RETURN
2200 REM SUBROUTINE PARA O CALCULO SE UMA ESTADO DO SISTEMA PER
2201 REM PERTENCE AO POLITOPO L2
2205 P3=3.14159
2206 FOR I=1 TO (G7-1)
2215 IF D8(I)>=(P3-D0(I)) THEN 2330
2220 IF D8(I)<=(-P3-D0(I)) THEN 2330
2230 NEXT I
2260 FOR I=1 TO (G7-2)
2270 FOR J=(I+1) TO G7
2275 IF J=G7 THEN 2300
2290 IF (D8(I)-D8(J))>=(P3-(D0(I)-D0(J))) THEN 2330
2295 IF (D8(I)-D8(J))<=(-P3-(D0(I)-D0(J))) THEN 2330
2300 NEXT J
2310 NEXT I
2320 Y5=0\GO TO 2000
2330 Y5=1
2335 PRINT "Y=1";
2340 GO TO 2000

```

READY