

Universidade Federal de Santa Catarina
Programa de Pós-Graduação em Física

Fenomenologia Hadrônica e Métodos Não Perturbativos

Dissertação

Submetida ao Curso de Pós-Graduação em Física
da Universidade Federal de Santa Catarina
para obtenção do grau de
MESTRE EM FÍSICA

Raquel Santos Marques de Carvalho

Florianópolis, Janeiro 1997

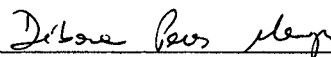
Fenomenologia Hadrônica e Métodos Não Perturbativos

Raquel Santos Marques de Carvalho

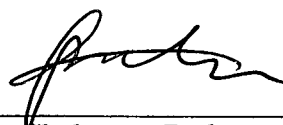
Esta dissertação foi julgada adequada para obtenção do título de

MESTRE EM FÍSICA

especialidade Física Teórica e aprovada em sua forma final pelo Programa de
Pós-Graduação.

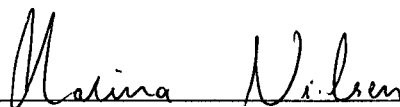


Profa. Dra. Debra Peres Menezes - UFSC
(Orientador)



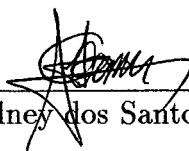
Prof. Dr. Clederson Paduani - UFSC
(Coordenador)

Banca examinadora



Profa. Dra. Marina Nielsen - USP

Prof. Dr. Marcus Emmanuel Benghi Pinto - UFSC



Prof. Dr. Sidney dos Santos Avancini - UFSC (suplente)

Aos meus pais, Wanja e Ronaldo
Aos meus irmãos Rebeca e Frederico

Sumário

Agradecimentos	vi
Resumo	vii
Abstract	viii
Introdução	1
1 Modelo de Walecka - Aproximação de Campo Médio	6
1.1 Modelo	6
1.2 Aproximação de Campo Médio	9
2 Modelo de Zimanyi-Moszkowski - Aproximação de Campo Médio	15
2.1 Modelo	15
2.2 Aproximação de Campo Médio em ZM e ZM3	19
3 Modelo de Walecka - Expansão δ Otimizada	27
3.1 Expansão δ Otimizada	27
3.2 Expansão δ otimizada aplicada ao Modelo de Walecka	30

4	Modelo de Zimanyi-Moszkowski 3 - Expansão δ Otimizada	47	
4.1	Expansão δ Otimizada aplicada ao Modelo ZM3	47	
	Conclusões	56	
	A	Notações e Convenções	57
A.1	Métrica	57	
A.2	Matrizes de Pauli	58	
A.3	Matrizes de Dirac	59	
	B	Propagador do Nucleon e Sua Auto-energia	61
	Referências Bibliográficas	65	

Agradecimentos

Gostaria de Agradecer,

inicialmente, à minha orientadora, Profa. Dra. Débora Peres Menezes, por ter me introduzido nos caminhos da pesquisa e pela oportunidade de trabalharmos juntas;

aos professores do departamento de física da UFSC, Frederico F. de S. Cruz, Jürgen F. Stilk, Luiz O. de Q. Peduzzi e Marcelo H. R. Tragtemberg, por minha formação e pelo exemplo que me foram;

aos colegas da pós-graduação, pelas sugestões e críticas;

aos amigos da graduação e da pós-graduação, pelo companheirismo;

ao Sandro, pela constante presença, que me traz muita felicidade

e ao CNPq pelo suporte financeiro.

Resumo

Nesta dissertação, a estrutura da matéria nuclear é estudada no contexto de aproximações relativísticas. Inicialmente, reproduzimos os cálculos com a aproximação de campo médio nos modelos de Walecka e de Zimanyi-Moszkowski (ZM). O modelo de ZM difere do modelo de Walecka na forma dos acoplamentos do nucleon com os mésons. Também aplicamos a estes modelos um método conhecido como expansão δ . A expansão δ é uma aproximação não perturbativa para modelos de teoria de campo, que combina técnicas de teoria de perturbação e método variacional. Nossos resultados para ZM são, então, comparados com os obtidos de cálculos de campo médio e também com os resultados do modelo de Walecka.

Abstract

The structure of infinite nuclear matter is studied in the framework of relativistic approximations. First, we reproduce the calculations with the mean-field approximation in the Walecka and Zimanyi-Moszkowski (ZM) models. The ZM model differs from the Walecka model in the form of the coupling of the nucleon to the mesons. We also apply to these models a method known as δ -expansion. The δ -expansion is a non-perturbative approach for field theoretic models which combines the techniques of perturbation theory and variational principle. Our results to the ZM model are then compared with the ones obtained from the mean-field calculation and also with the results coming from the Walecka model.

Introdução

Dedicaremos nosso trabalho ao estudo da matéria nuclear com o auxílio dos modelos nucleares relativísticos de Walecka e de Zimanyi-Moszkowski. O modelo de Walecka foi proposto, em 1974, por J. D. Walecka para descrever a interação nucleon-nucleon através da interação bariônica, com a troca de mésons σ (escalares) e ω (vetoriais) [1]. Ele surgiu com o intuito de descrever matérias com densidades altas, maiores do que a da matéria nuclear, como por exemplo em estrelas de nêutrons.

Em 1990, J. Zimanyi e S.A. Moszkowski introduziram modelos relativísticos baseados em acoplamentos derivativos entre o méson escalar e o nucleon e também entre o méson vetorial e o nucleon [2]. Estes acoplamentos são regidos por constantes dependentes da densidade de energia. Inicialmente, foi introduzido o modelo de Zimanyi-Moszkowski (ZM) que inclui um acoplamento derivativo entre o nucleon e o méson escalar σ . Existem mais duas versões deste modelo chamadas na literatura de ZM2 e ZM3. Aqui, vamos trabalhar, além da versão ZM, com o modelo ZM3. Nesta versão, existe também um acoplamento derivativo entre o nucleon e o méson vetorial. É importante mencionarmos que tanto no modelo de Walecka quanto nos de ZM, podemos descrever as interações dos nucleons com os mésons em termos de diagramas de Feynman diretos e de troca:

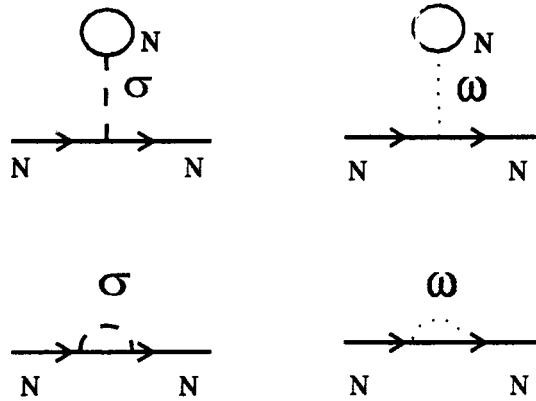


Figura 0.1: Diagramas de Feynman que descrevem as interações nucleon-méson nos modelos ZM e Walecka. Os dois primeiros representam as interações conhecidas como diretas e os dois abaixo representam as interações de troca.

Na (fig. 0.1) os dois primeiros diagramas são diretos e os dois restantes de troca. Ainda, a linha tracejada corresponde a um méson escalar σ e a linha pontilhada a um méson vetorial ω .

De posse destes modelos, podemos iniciar uma análise com auxílio da aproximação de campo médio para a obtenção de curvas de saturação da matéria nuclear e também para observarmos o comportamento da massa efetiva do nucleon. Esta aproximação consiste no fato de que, à medida que a densidade bariônica aumenta, os termos de fonte também aumentam; assim, quando esses termos se tornam suficientemente grandes, os operadores mesônicos podem ser substituídos por seus valores esperados, que são os campos clássicos constantes. No capítulo 1 esta aproximação é apresentada e aplicada ao Modelo de Walecka. No capítulo 2 fazemos o mesmo nos modelos ZM e ZM3.

Em seguida utilizamos para o estudo da matéria nuclear uma nova aproximação conhecida como Expansão δ Otimizada [3], que é uma aproximação não perturbativa

com elementos de teoria de perturbação e método variacional. Para uma melhor compreensão da expansão δ , vejamos um exemplo com uma integral simples [4]:

$$f(\lambda) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} dx \exp(-\lambda x^4) \quad . \quad (0.1)$$

Se resolvermos esta integral exatamente, obtemos:

$$f(\lambda) = \frac{\lambda^{-1/4}}{2\pi^{1/2}} \Gamma\left(\frac{1}{4}\right) \quad (0.2)$$

onde $\Gamma\left(\frac{1}{4}\right) = 3,63$.

Agora, se aplicarmos a expansão δ otimizada, inicialmente acrescentamos uma forma gaussiana à integral e introduzimos um parâmetro artificial δ :

$$\begin{aligned} f(\lambda) &= \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} dx \exp(-\mu^2 x^2 + \mu^2 x^2 - \lambda x^4) \\ &= \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} dx \exp[-\mu^2 x^2 + \delta(\mu^2 x^2 - \lambda x^4)] \quad . \end{aligned} \quad (0.3)$$

Note que, para $\delta = 1$, a integral original dada em (0.1) é recuperada.

Neste momento podemos escrever nossa integral como uma expansão em ordens de δ :

$$f(\lambda) = \frac{1}{\pi} \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{n!} \int_{-\infty}^{+\infty} dx \delta^n (\mu^2 x^2 - \lambda x^4)^n \exp(-\mu^2 x^2) \quad . \quad (0.4)$$

Nosso próximo procedimento é truncar a expansão em uma determinada potência (p) de δ e fazermos $\delta = 1$. Isto nos fornece:

$$f^{(p)}(\lambda) = \frac{1}{\pi} \sum_0^p \frac{1}{n!} \int_{-\infty}^{+\infty} dx \delta^n(\mu^2 x^2 - \lambda x^4)^n \exp(-\mu^2 x^2) \quad . \quad (0.5)$$

Partindo deste ponto, basta calcularmos a expressão para qualquer ordem de δ e teremos um valor aproximado para a integral, neste caso, por exemplo para $O(\delta^1)$:

$$f^{(1)}(\lambda) = \frac{3}{2} \left(\frac{1}{\mu} - \frac{\lambda}{2\mu^5} \right) \quad . \quad (0.6)$$

Porém, temos aqui uma função do parâmetro arbitrário μ . Para retornarmos ao parâmetro original (λ), é necessário o uso da técnica conhecida como Princípio da Sensibilidade Mínima (PMS) [5]. Este princípio consiste em obter o valor de uma quantidade P em um ponto estacionário $\bar{\mu}$ que satisfaz:

$$\left. \frac{\partial P(\mu)}{\partial \mu} \right|_{\bar{\mu}} = 0 \quad . \quad (0.7)$$

Assim, o valor de P é aquele que faz com que o mesmo seja menos sensível às pequenas variações de μ . Com ele, obtemos o valor de μ que minimiza nossa função $f(\lambda)$. De posse deste valor, podemos então substituí-lo na nossa função original que agora será realmente função apenas de λ . Isto nos fornece o resultado aproximado:

$$f^{(1)} = 0,95 \lambda^{-1/4} \quad . \quad (0.8)$$

Como podemos perceber, este resultado é próximo do exato ($1,04\lambda^{-1/4}$), mesmo tendo sido obtido para primeira ordem em δ . Com uma análise semelhante iremos, no capítulo 3, obter o comportamento da matéria nuclear com a aplicação da expansão δ ao

modelo de Walecka, até segunda ordem. No capítulo 4, o mesmo é feito para o modelo ZM3.

Ainda, no final desta dissertação apresentamos as conclusões e os apêndices.

Capítulo 1

Modelo de Walecka - Aproximação de Campo Médio

1.1 Modelo

Quando comparamos a energia de ligação nuclear com a massa do nucleon vemos que a primeira é da ordem de 10^{-2} vezes menor que a segunda. Poderíamos, com isso, pensar que não seria imprescindível o uso de uma aproximação relativística no estudo da matéria nuclear. Porém, se notarmos que essa pequena energia de ligação surge do cancelamento do potencial escalar de Lorentz com o potencial quadrivetorial, ambos com valores bastante altos (centenas de MeV) e comparáveis com a massa do nucleon, percebemos que um estudo relativístico se faz necessário para que a interação mantenha todas as suas propriedades diante das transformações de Lorentz.

Em 1974, foi proposto por J. D. Walecka um modelo relativístico para

descrever a interação nucleon-nucleon através da interação bariônica, com a troca de mésons σ (escalares) e ω (vetoriais). Esse modelo é conhecido como modelo de Walecka ou QHD-I (do inglês *Quantum Hadrodynamics*) e surgiu com o intuito de descrever matérias com densidades altas, maiores do que a da matéria nuclear, como por exemplo em estrelas de nêutrons, já que modelos convencionais de muitos corpos apresentavam algumas dificuldades.

Quando estamos lidando com a mecânica clássica podemos fazer diretamente uma relação entre força e potencial, pois no caso de uma força conservativa central este último tem somente uma dependência com a distância. Porém quando tratamos o núcleo de forma relativística isto não é possível, já que o potencial tem dependências angulares, além da dependência radial. Entretanto, neste modelo vamos supor que a força que rege a interação nucleon-nucleon entre bárions estáticos e pesados pela troca de mésons, pode ser representada por um potencial radial do tipo Yukawa:

$$V(r) = \frac{g_v^2}{4\pi} \frac{e^{-m_v r}}{r} - \frac{g_s^2}{4\pi} \frac{e^{-m_s r}}{r} \quad , \quad (1.1)$$

que é atrativo para grandes distâncias (regido pela troca de mésons escalares) e repulsivo para pequenas distâncias (regido pela troca de mésons vetoriais).

Walecka usou esse argumento para justificar a escolha de sua densidade lagrangeana, que é um invariante de Lorentz e possui origem fenomenológica visto que surgiu da observação empírica das grandes componentes quadrivetoriais e escalares na interação nucleon-nucleon. Esta densidade lagrangeana pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_W = & \bar{\psi}[\gamma_\mu(i\partial^\mu - g_v V^\mu) - (M - g_s\phi)]\psi \\ & + \frac{1}{2}(\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - m_s^2\phi^2) - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_v^2V_\mu V^\mu, \end{aligned} \quad (1.2)$$

onde ψ é amplitude do campo do nucleon, ϕ e V_μ são as amplitudes dos campos dos mésons escalar e vetorial, com suas respectivas massas m_s e m_v , M é a massa nua do nucleon e ainda, $F_{\mu\nu} = \partial_\mu V_\nu - \partial_\nu V_\mu$. Para uma análise mais detalhada, notemos que os termos cinéticos são, para o méson escalar $\frac{1}{2}(\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - m_s^2\phi^2)$ e para o méson vetorial $\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_v^2V_\mu V^\mu$. Nos termos potenciais o méson vetorial se acopla com a corrente bariônica $i\bar{\psi}\gamma_\mu\psi$ através da constante de acoplamento g_v , enquanto que o escalar se acopla com a densidade escalar $\bar{\psi}\psi$ através da constante g_s .

Esta densidade lagrangeana é a forma mais simples de representar interações entre nucleons e tem respaldo em massas e constantes de acoplamento fenomenológicas. No nosso caso essas constantes de acoplamento são grandes e o uso de teoria de perturbação não é adequado.

Com o auxílio das equações de Euler-Lagrange:

$$\frac{\partial}{\partial x^\mu} \left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial q_i/\partial x^\mu)} \right] - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} = 0, \quad (1.3)$$

podemos obter as equações para os três campos deste modelo. Inicialmente, temos a equação de Klein-Gordon com uma fonte escalar:

$$(\partial_\mu\partial^\mu + m_s^2)\phi = g_s\bar{\psi}\psi. \quad (1.4)$$

Também podemos obter a equação de QED (*quantum electrodynamics*) massiva com a corrente bariônica ($b^\mu = \bar{\psi}\gamma^\mu\psi$) conservada.

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} + m_v^2 V^\nu = g_v \bar{\psi}\gamma^\nu\psi \quad . \quad (1.5)$$

Por fim encontramos a equação de Dirac com a introdução de campos escalares e vetoriais

$$[\gamma^\mu(i\partial_\mu - g_v V_\mu) - (M - g_s \phi)]\psi = 0 \quad . \quad (1.6)$$

Além disso o tensor energia-momento pode ser definido como:

$$T_{\mu\nu} = -g_{\mu\nu}\mathcal{L} \frac{\partial q_i}{\partial x_\nu} + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial q_i/\partial x_\mu)} \quad . \quad (1.7)$$

Em um sistema uniforme é possível obtermos a densidade de energia bariônica da componente T_{00} . Já das componentes restantes T_{ii} extraímos a pressão bariônica. Essas duas componentes nos dão a equação de estado da matéria nuclear e são utilizadas em conjunto quando estamos trabalhando com temperaturas finitas. No nosso caso estamos interessados em um sistema com temperatura nula e vamos destinar nossa atenção somente ao cálculo da densidade de energia.

1.2 Aproximação de Campo Médio

De posse da densidade lagrangeana de Walecka podemos iniciar o estudo da matéria nuclear com o auxílio da aproximação de campo médio [6]. Esta aproximação

consiste no fato de que, à medida que a densidade bariônica aumenta, os termos de fonte também aumentam; assim, quando esses termos se tornam suficientemente grandes, os operadores mesônicos podem ser substituídos por seus valores esperados, que são os campos clássicos constantes:

$$\phi \rightarrow \langle \phi \rangle \equiv \phi_0 \quad , \quad (1.8)$$

$$V_\mu \rightarrow \langle V_\mu \rangle \equiv \delta_{\mu 0} V_0 \quad , \quad (1.9)$$

onde

$$V_0 = \frac{g_v}{m_v^2} \langle \psi^\dagger \psi \rangle \equiv \frac{g_v}{m_v^2} \rho_B \quad , \quad (1.10)$$

com

$$\rho_B = \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_0^{P_F} d^3 p \quad , \quad (1.11)$$

onde P_F é o momento de Fermi, e

$$\phi_0 = \frac{g_s}{m_s^2} \langle \bar{\psi} \psi \rangle \equiv \frac{g_s}{m_s^2} \rho_s \quad . \quad (1.12)$$

com

$$\rho_s = \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_0^{P_F} d^3 p \frac{M^*}{\sqrt{p^2 + (M^*)^2}} \quad , \quad (1.13)$$

onde

$$M^* = M - g_s \phi_0 \quad (1.14)$$

que é a massa efetiva do nucleon ou massa vestida.

É importante observarmos que estamos lidando com a matéria nuclear homogênea, com o mesmo número de prótons e nêutrons. Então, no nosso caso temos que

γ (degenerescência de spin e isospin) é igual a 4. Vale lembrar que no caso da matéria de nêutrons devemos usar $\gamma = 2$.

Aplicando essa aproximação aos campos mesônicos correspondentes, obtemos uma nova densidade lagrangeana, mais simples:

$$\mathcal{L}_W^{MFT} = \bar{\psi}[i\gamma_\mu\partial^\mu - g_v\gamma^0V_0 - (M - g_s\phi_0)]\psi - \frac{1}{2}m_s^2\phi_0^2 + \frac{1}{2}m_v^2V_0^2 \quad . \quad (1.15)$$

Um de nossos objetivos é obter a curva de saturação da matéria nuclear e para isso, nosso primeiro passo consiste em extrair a densidade de energia dessa densidade lagrangeana. Para podermos obtê-la, lembremos inicialmente que a mesma pode ser escrita como $\langle T_{00} \rangle_W^{MFT}$. Definindo nossas coordenadas generalizadas é possível reescrever (1.7) do modo:

$$(T_{\mu\nu})_W^{MFT} = -g_{\mu\nu}\mathcal{L}_W^{MFT} + \frac{\partial\psi}{\partial x_\nu} \frac{\partial\mathcal{L}_W^{MFT}}{\partial(\partial\psi/\partial x_\mu)} = i\bar{\psi}\gamma_\mu\partial_\nu\psi - \left(\frac{1}{2}m_v^2V_0^2 - \frac{1}{2}m_s^2\phi_0^2\right)g_{\mu\nu} \quad . \quad (1.16)$$

Partindo deste tensor energia-momento, nos resta ainda extrair do mesmo o fator $\langle T_{00} \rangle_W^{MFT}$, que como já foi dito anteriormente é a densidade de energia. Esta densidade então tem a forma:

$$\mathcal{E}_W^{MFT} = \frac{g_v^2}{2m_v^2}\rho_B^2 + \frac{m_s^2}{2g_s^2}(M - M^*)^2 + \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_0^{P_F} d^3p\sqrt{p^2 + (M^*)^2} \quad , \quad (1.17)$$

onde temos, novamente

$$M^* = M - g_s\phi_0 \quad . \quad (1.18)$$

Esta massa surge da interação do nucleon com o méson escalar σ e pode ser obtida através da minimização de (1.17) com relação a M^* e ainda $\hbar = c = 1$. Substituindo o valor de ϕ_0 dado em (1.12) na equação (1.18) chegamos a:

$$M^* = M - \frac{g_s^2}{m_s^2} \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_0^{P_F} d^3p \frac{M^*}{\sqrt{p^2 + (M^*)^2}} . \quad (1.19)$$

Com a substituição da solução da equação auto-consistente (1.19) em (1.17) podemos obter a expressão completa para a densidade de energia bariônica. Através de uma análise mais profunda podemos verificar que o sistema regido por essa densidade deve saturar para valores intermediários da energia. Esta saturação deve ocorrer se forem escolhidos valores apropriados para as constantes de acoplamento. Neste ponto a interação escalar atrativa deve dominar. Quando escolhemos $g_s^2 = 91,6$ e $g_v^2 = 136,2$ obtemos a curva de saturação mostrada na figura 1.1, onde $\mathcal{E}/\rho_B - M = -15,75 \text{ MeV}$ em um momento $P_F = 1,42 \text{ fm}^{-1}$.

Da solução da equação auto-consistente para a massa efetiva podemos observar que o valor de M^* decresce com o aumento da densidade e que o valor de M^*/M é bem menor que a unidade para momentos de Fermi altos (fig. 1.2).

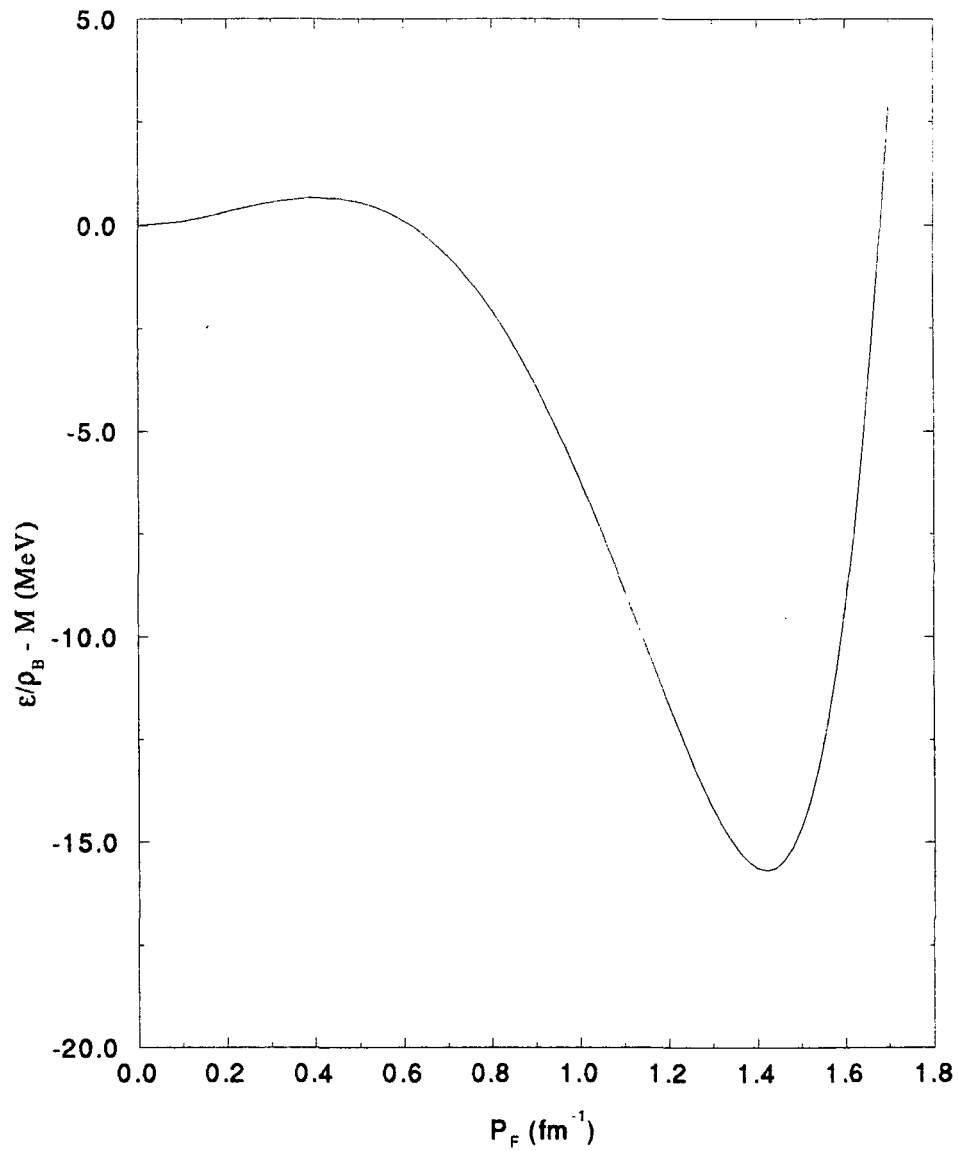


Figura 1.1: Curva de saturação da matéria nuclear para o modelo de Walecka obtida a partir de uma análise com aproximação de campo médio com as constantes de acoplamento apropriadas.

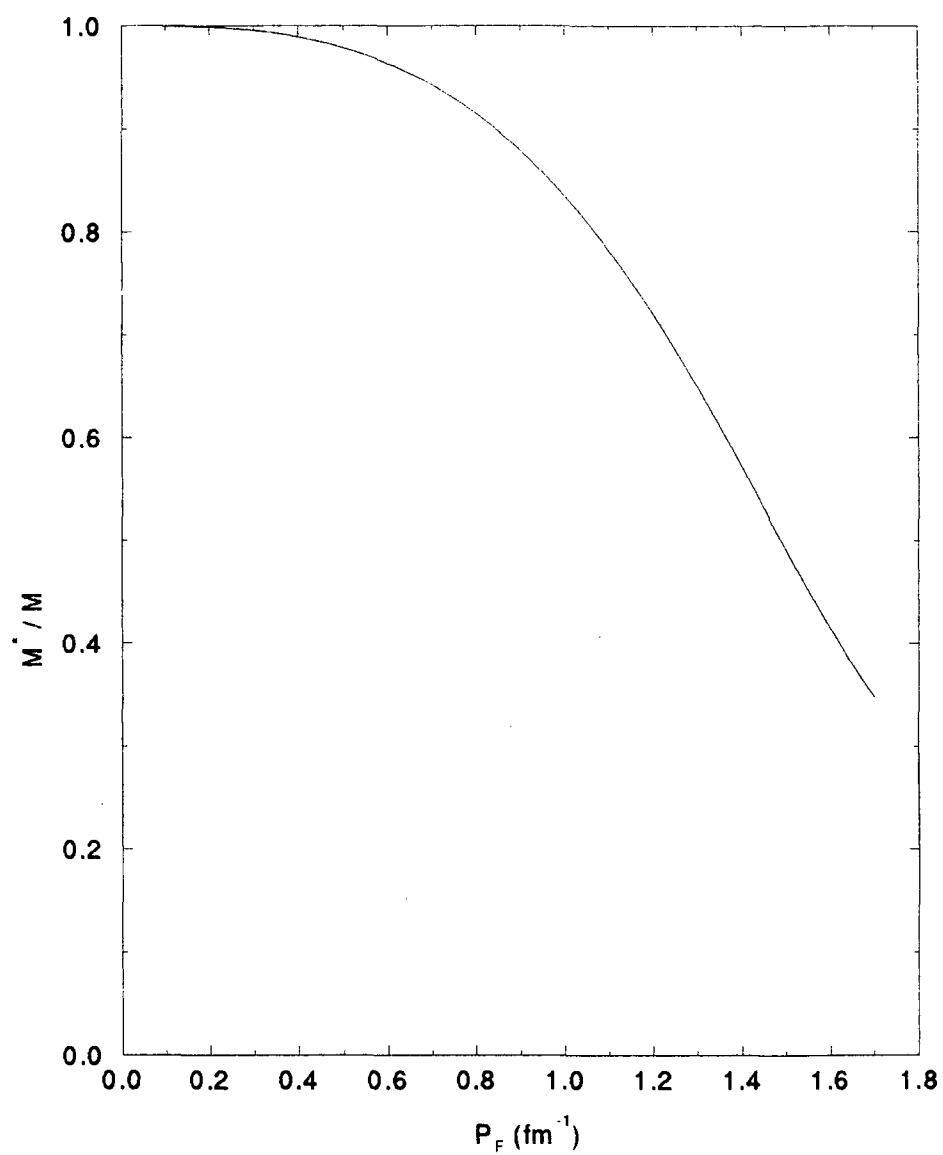


Figura 1.2: Massa efetiva para o modelo de Walecka como uma função do momento de Fermi para a aproximação de campo médio.

Capítulo 2

Modelo de Zimanyi-Moszkowski - Aproximação de Campo Médio

2.1 Modelo

Apesar do modelo de Walecka conseguir descrever razoavelmente bem a matéria nuclear com a aproximação de campo médio ou mesmo com a aproximação de Hartree-Fock relativística, podemos detectar algumas deficiências nesta descrição. Por exemplo, como já observamos, para altas densidades nucleares, a massa efetiva do nucleon é muito pequena ($M^*/M = 0.5$), fica distante do valor aceitável $M^*/M = 0.6$ e isto pode ser avaliado inclusive para a densidade de energia onde ocorre a saturação. Vale mencionar que o valor que se obtém para a incompressibilidade nuclear é também muito alto ($550,82 \text{ MeV}$ - obtido com a aproximação de campo médio [7]) que difere do valor ideal entre 180 e 360 MeV .

Foi com o intuito de minimizar estes problemas que J. Zimanyi e S.A.

Moszkowski introduziram, em 1990, modelos relativísticos baseados em acoplamentos derivativos entre o méson escalar e o nucleon e também entre o méson vetorial e o nucleon. Estes acoplamentos são regidos por constantes dependentes da densidade de energia que descrevem o movimento de uma partícula com uma massa efetiva, ou “vestida”, M^* e não mais com uma massa nua M .

Inicialmente, foi introduzido o modelo de Zimanyi-Moszkowski (ZM) ou DSC (*Derivative Scalar Coupling*) que inclui um acoplamento derivativo entre o nucleon e o méson escalar σ através da constante $g_s(\phi) = 1 + \frac{g_s\phi}{M} = (m^*)^{-1}$ (estes acoplamentos podem ser melhor observados, quando analisamos as formas reescaladas das densidades lagrangeanas mostradas nas eqs. (2.4) e (2.5)). Este modelo possui uma densidade lagrangeana da forma:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{ZM} = & -\bar{\psi}M\psi + (m^*)^{-1}[\bar{\psi}i\gamma_\mu\partial^\mu\psi - g_v\bar{\psi}\gamma_\mu\psi V^\mu] \\ & -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_v^2V_\mu V^\mu + \frac{1}{2}(\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - m_s^2\phi^2). \end{aligned} \quad (2.1)$$

Existem mais duas versões deste modelo chamadas na literatura de ZM2 e ZM3. Aqui, vamos trabalhar, além da versão ZM, com o modelo ZM3. Nesta versão, existe também um acoplamento derivativo entre o nucleon e o méson vetorial e a densidade lagrangeana adquire a forma:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{ZM3} = & -\bar{\psi}M\psi + (m^*)^{-1}\bar{\psi}i\gamma_\mu\partial^\mu\psi - g_v\bar{\psi}\gamma_\mu\psi V^\mu \\ & -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_v^2V_\mu V^\mu + \frac{1}{2}(\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - m_s^2\phi^2): \end{aligned} \quad (2.2)$$

Em ambos os casos, temos:

$$m^* = \left(1 + \frac{g_s \phi}{M}\right)^{-1} \quad (2.3)$$

e, ainda, as outras quantidades são análogas ao modelo de Walecka, isto é, ψ é amplitude do campo do nucleon, ϕ e V_μ são as amplitudes dos campos dos mésons escalar e vetorial, com suas respectivas massas m_s e m_v , M é a massa nua do nucleon e ainda, $F_{\mu\nu} = \partial_\mu V_\nu - \partial_\nu V_\mu$.

Estas densidades lagrangeanas podem também ser reescritas em termo das funções de onda reescaladas $\psi \rightarrow m^*{}^{1/2}\psi$ para o modelo ZM e também $V_\mu \rightarrow m^*V_\mu$ para ZM3. Desse modo, tomam as formas:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{ZM} = & \bar{\psi}i\gamma_\mu\partial^\mu\psi - \bar{\psi}(M - m^*g_s\phi)\psi - g_v\bar{\psi}\gamma_\mu\psi V^\mu \\ & - \frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_v^2V_\mu V^\mu + \frac{1}{2}(\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - m_s^2\phi^2) \quad , \end{aligned} \quad (2.4)$$

e

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{ZM3} = & \bar{\psi}i\gamma_\mu\partial^\mu\psi - \bar{\psi}(M - m^*g_s\phi)\psi + (m^*)^2[-g_v\bar{\psi}\gamma_\mu\psi V^\mu \\ & - \frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_v^2V_\mu V^\mu] + \frac{1}{2}(\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - m_s^2\phi^2) \quad , \end{aligned} \quad (2.5)$$

para os modelos ZM e ZM3.

Vale observar que estas duas densidades lagrangeanas podem ser obtidas da densidade lagrangeana de Walecka (1.3) com as substituições :

$$\mathcal{L}_{ZM} = \mathcal{L}_W(g_s \rightarrow g_s^*) \quad (2.6)$$

$$\mathcal{L}_{ZM3} \equiv \mathcal{L}_W(g_s \rightarrow g_s^*, g_v \rightarrow g_v^*) \quad (2.7)$$

onde

$$g_s^* = m^* g_s \quad , \quad g_v^* = (m^*)^2 g_v \quad . \quad (2.8)$$

Aqui, assim como no modelo de Walecka, podemos extrair as equações de movimento para as devidas coordenadas generalizadas. Com o auxílio de (1.3) temos para o modelo de ZM:

$$(\partial_\mu \partial^\mu + m_s^2) \phi = g_s (m^*)^2 \bar{\psi} \psi \quad , \quad (2.9)$$

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} + m_v^2 V^\nu = g_v \bar{\psi} \gamma^\nu \psi \quad , \quad (2.10)$$

$$[\gamma_\mu (i\partial^\mu - g_v V^\mu) - (M - m^* g_s \phi)] \psi = 0 \quad , \quad (2.11)$$

que são as mesmas equações obtidas para o modelo de Walecka (veja (1.4), (1.5) e (1.6)), com a inclusão do fator m^* para a equação de Dirac (2.11) e do fator $(m^*)^2$ na equação de Klein-Gordon com fonte escalar (2.9).

Agora, para o modelo de ZM3, novamente, com o uso de (1.3), chegamos às seguintes equações de movimento:

$$\begin{aligned}
(\partial_\mu \partial^\mu + m_s^2)\phi &= g_s(m^*)^2 \bar{\psi}\psi + \frac{2}{M}g_s g_v(m^*)^3 \bar{\psi}\gamma_\mu\psi V^\mu \\
&+ \frac{1}{2M}g_s(m^*)^3 F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} - \frac{g_s}{M}(m^*)^3 m_v^2 V_\mu V^\mu \quad , \quad (2.12)
\end{aligned}$$

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} + m_v^2 V^\nu = g_v \bar{\psi}\gamma^\nu\psi \quad , \quad (2.13)$$

$$[\gamma_\mu(i\partial^\mu - (m^*)^2 g_v V^\mu) - (M - m^* g_s \phi)]\psi = 0 \quad . \quad (2.14)$$

2.2 Aproximação de Campo Médio em ZM e ZM3

Como para o modelo de Walecka, podemos também utilizar nos modelos de Zimanyi-Moszkowski a aproximação de campo médio na forma em que ela foi apresentada nas equações (1.8) e (1.9) [7]. Porém, agora os valores esperados dos campos têm a forma:

$$V_0 = \frac{g_v}{m_v^2} \langle \psi^\dagger \psi \rangle \equiv \frac{g_v}{m_v^2} \rho_B \quad , \quad (2.15)$$

que é a mesma que a equação (1.10) para o campo vetorial, e

$$\phi_0 = \begin{cases} \frac{g_s}{m_s^2} (m^*)^2 \rho_s, & \text{para o modelo ZM;} \\ \frac{g_s}{m_s^2} (m^*)^2 \rho_s + \frac{g_s g_v^2}{M m_s^2 m_v^2} (m^*)^3 \rho_B^2, & \text{para o modelo ZM3.} \end{cases} \quad (2.16)$$

para o campo escalar.

Em ambos os casos, ρ_s e ρ_B são dados respectivamente por (1.13) e (1.11), mas a nova massa efetiva M^* é agora dada por:

$$M^* = M - m^* g_s \phi \quad . \quad (2.17)$$

De posse destas expressões, podemos reescrever as densidades lagrangeanas (2.4) e (2.5) na forma:

$$\mathcal{L}_{ZM}^{MFT} = \bar{\psi}(i\gamma_\mu \partial^\mu - g_v \gamma^0 V_0 - (M - m^* g_s \phi_0))\psi - \frac{1}{2} m_s^2 \phi_0^2 + \frac{1}{2} m_v^2 V_0^2 \quad , \quad (2.18)$$

$$\mathcal{L}_{ZM3}^{MFT} = \bar{\psi}(i\gamma_\mu \partial^\mu - g_v (m^*)^2 \gamma^0 V_0 - (M - m^* g_s \phi_0))\psi - \frac{1}{2} m_s^2 \phi_0^2 + \frac{1}{2} (m^*)^2 m_v^2 V_0^2 \quad . \quad (2.19)$$

Destas expressões podemos, como anteriormente, obter as densidades de energia. Para isso, devemos partir do tensor energia-momento definido em (1.7). Com o cálculo dos fatores $\langle T_{00} \rangle_{ZM}^{MFT}$ e $\langle T_{00} \rangle_{ZM3}^{MFT}$, estas densidades podem ser obtidas. Elas são bastante semelhantes à do modelo de Walecka e têm a forma:

$$\mathcal{E}_{ZM}^{MFT} = \frac{g_v^2}{2m_v^2} \rho_B^2 + \frac{m_s^2}{2g_s^2} M^2 \left(\frac{1 - m^*}{m^*} \right)^2 + \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_0^{P_F} d^3 p \sqrt{p^2 + (M^*)^2} \quad , \quad (2.20)$$

$$\mathcal{E}_{ZM3}^{MFT} = \frac{g_v^2}{2m_v^2} (m^*)^2 \rho_B^2 + \frac{m_s^2}{2g_s^2} M^2 \left(\frac{1 - m^*}{m^*} \right)^2 + \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_0^{P_F} d^3 p \sqrt{p^2 + (M^*)^2} \quad . \quad (2.21)$$

Novamente, não podemos esquecer que em nossas considerações $\hbar = c = 1$ e $\gamma = 4$.

Com uma pequena análise podemos perceber que as densidades lagrangeanas tanto do modelo ZM quanto de ZM3 podem ser reescritas com modificações da massa para o modelo de Walecka, da forma [8]:

$$\mathcal{L}_{ZM} = \mathcal{L}_W(m_s \rightarrow m_s^*) \quad (2.22)$$

$$\mathcal{L}_{ZM3} = \mathcal{L}_W(m_s \rightarrow m_s^*, m_v \rightarrow m_v^*) \quad (2.23)$$

onde

$$m_s^* = \frac{m_s}{m_W^*} \quad , \quad m_v^* = \frac{m_v}{m_W^*} \quad , \quad (2.24)$$

com

$$m_W^* = 1 - \frac{g_s \phi}{M} \quad . \quad (2.25)$$

Isto pode ser confirmado sob uma análise da densidade lagrangeana de Walecka solucionada com a aproximação de campo médio. Nesta resolução, a densidade lagrangeana de Walecka tem a forma mostrada em (1.15). Se, agora a reescrevermos chamando m_s de m_s^* , teremos:

$$\mathcal{L}_W^{MFT} = \bar{\psi}[i\gamma_\mu \partial^\mu - g_v \gamma^0 V_0 - (M - g_s \phi_0)]\psi - \frac{1}{2}(m_s^*)^2 \phi_0^2 + \frac{1}{2}m_v^2 V_0^2 \quad . \quad (2.26)$$

Agora, podemos supor que (2.26), seja igual a uma nova densidade lagrangeana para o modelo ZM onde redefinimos ϕ_0 como sendo um novo campo ϕ' :

$$\mathcal{L}_{ZM}^{MFT} = \bar{\psi}[i\gamma_\mu\partial^\mu - g_v\gamma^0V_0 - (M - m^*(\phi')g_s\phi')]\psi - \frac{1}{2}m_s^2(\phi')^2 + \frac{1}{2}m_v^2V_0^2 \quad . \quad (2.27)$$

Por comparação, para isto ser verdade, devemos ter:

$$\bar{\psi}g_s\phi_0\psi \equiv \bar{\psi}m^*(\phi')g_s\phi'\psi \quad (2.28)$$

e

$$\frac{1}{2}(m_s^*)^2\phi_0^2 \equiv \frac{1}{2}m_s^2(\phi')^2 \quad . \quad (2.29)$$

De (2.28) e (2.3) temos:

$$\phi_0 = m^*(\phi')\phi' = \frac{\phi'}{1 + \frac{g_s\phi'}{M}} \quad , \quad (2.30)$$

que resulta em:

$$\frac{\phi_0}{\phi'} = 1 - \frac{g_s\phi_0}{M} \quad . \quad (2.31)$$

Agora, podemos obter de (2.29):

$$(m_s^*)^2\phi_0^2 = m_s^2(\phi')^2 \quad , \quad (2.32)$$

de onde retiramos

$$\frac{m_s^*}{m_s} = \frac{\phi'}{\phi_0} = \frac{1}{1 - \frac{g_s\phi_0}{M}} \quad , \quad (2.33)$$

ou seja, todas as afirmações anteriores são verdadeiras se tivermos:

$$m_s^* = \frac{m_s}{1 - \frac{g_s \varphi_0}{M}} . \quad (2.34)$$

Do mesmo modo, todas estas considerações podem ser feitas no modelo ZM3, também para m_v^* com relação a m_v , o que nos permite reafirmar que as densidades lagrangeanas de ZM e de ZM3 podem ser consideradas como modificações da densidade lagrangeana de Walecka.

Para obtermos os valores para a densidade de energia, inicialmente devemos resolver (2.17) de forma auto-consistente para, então, substituirmos seu valor nesta mesma densidade e poderemos traçar a curva de saturação da matéria nuclear.

Agora, vamos nos ater aos cálculos para o modelo de ZM3. Vale observarmos que para esse modelo, a expressão obtida em (2.21) satura para valores adequados da energia quando utilizamos os valores próprios para as constantes de acoplamento. Em nosso caso, quando escolhermos $g_s^2 = 152,078$ e $g_v^2 = 211,97$ obtemos a curva mostrada na figura (2.1), onde a saturação ocorre em $\mathcal{E}/\rho_B - M = -15,93 \text{ MeV}$ em um momento $P_F = 1,34 \text{ fm}^{-1}$.

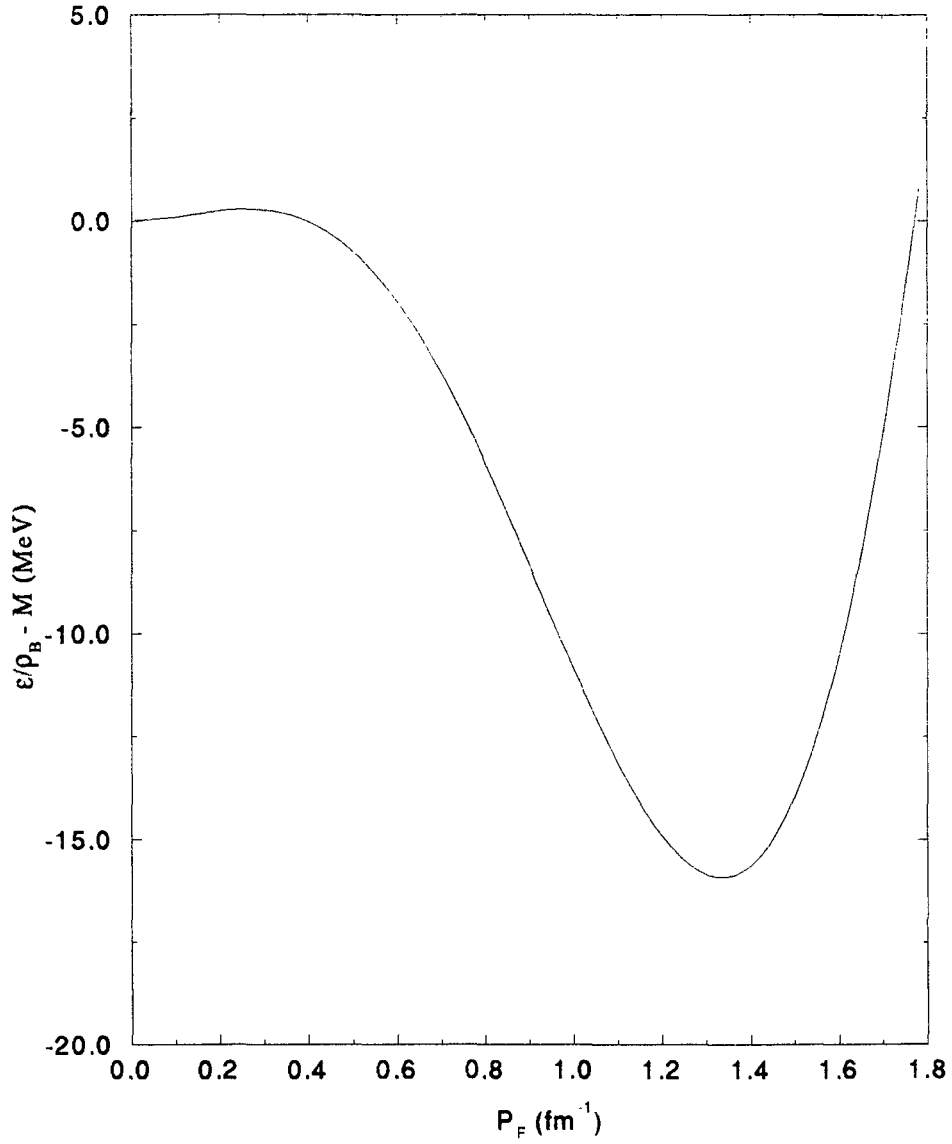


Figura 2.1: Curva de saturação da matéria nuclear para o modelo de ZM3 com aproximação de campo médio, $g_s^2 = 152,078$ e $g_v^2 = 211,87$.

De (2.17), podemos escrever:

$$M^* = M - \frac{(m^*)^3 g_s^2}{m_s^2} \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_0^{P_F} d^3 p \frac{M^*}{\sqrt{p^2 + (M^*)^2}}, \quad (2.35)$$

para ZM e

$$M^* = M - \frac{(m^*)^4 g_s^2 g_v^2}{M m_s^2 m_v^2} \left(\frac{\gamma}{6\pi^2} P_F^3 \right)^2 - \frac{(m^*)^3 g_s^2}{m_s^2} \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_0^{P_F} d^3 p \frac{M^*}{\sqrt{p^2 + (M^*)^2}} \quad , \quad (2.36)$$

para ZM3.

No caso do modelo ZM3 (fig. 2.2), a quantidade M^*/M decresce à medida que o momento de Fermi aumenta, porém, tem um comportamento mais suave que o apresentado pela mesma expressão para o modelo de Walecka. Também podemos observar que, quando comparamos o valor para M^* na densidade de energia na qual ocorre a saturação, o valor encontrado para o modelo ZM3 é mais alto que seu correspondente no modelo de Walecka, como esperado. Para verificar tal fato, observe que, na figura (1.2) em $P_F = 1,42 \text{ fm}^{-1}$, $M^*/M = 0,56$ e na figura (2.2) em $P_F = 1,34 \text{ fm}^{-1}$, $M^*/M = 0,85$.

Outra observação importante é que o modelo de ZM3 produz claramente uma melhora nos valores da massa efetiva do nucleon. O mesmo pode ser observado no cálculo da incompressibilidade nuclear. Apesar de não termos efetuado esta análise aqui, basta observarmos que o valor da incompressibilidade para uma temperatura nula pode ser obtido da densidade de energia como:

$$K = 9\rho_0^2 \left. \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} \left(\frac{\epsilon}{\rho} \right) \right|_{\rho=\rho_0} \quad ,$$

onde ρ é a densidade bariônica ρ_B e ρ_0 é a densidade onde ocorre a saturação. Assim em uma análise das curvas de densidade de energia para os dois modelos podemos verificar que a curva para ZM3 é mais aberta do que a do modelo de Walecka. Isto significa que o valor da incompressibilidade é mais baixo, como esperado ($155,74 \text{ MeV}$ - em uma aproximação de campo médio [7], ou $174,38 \text{ MeV}$ - em um cálculo de Hartree-Fock [8]).

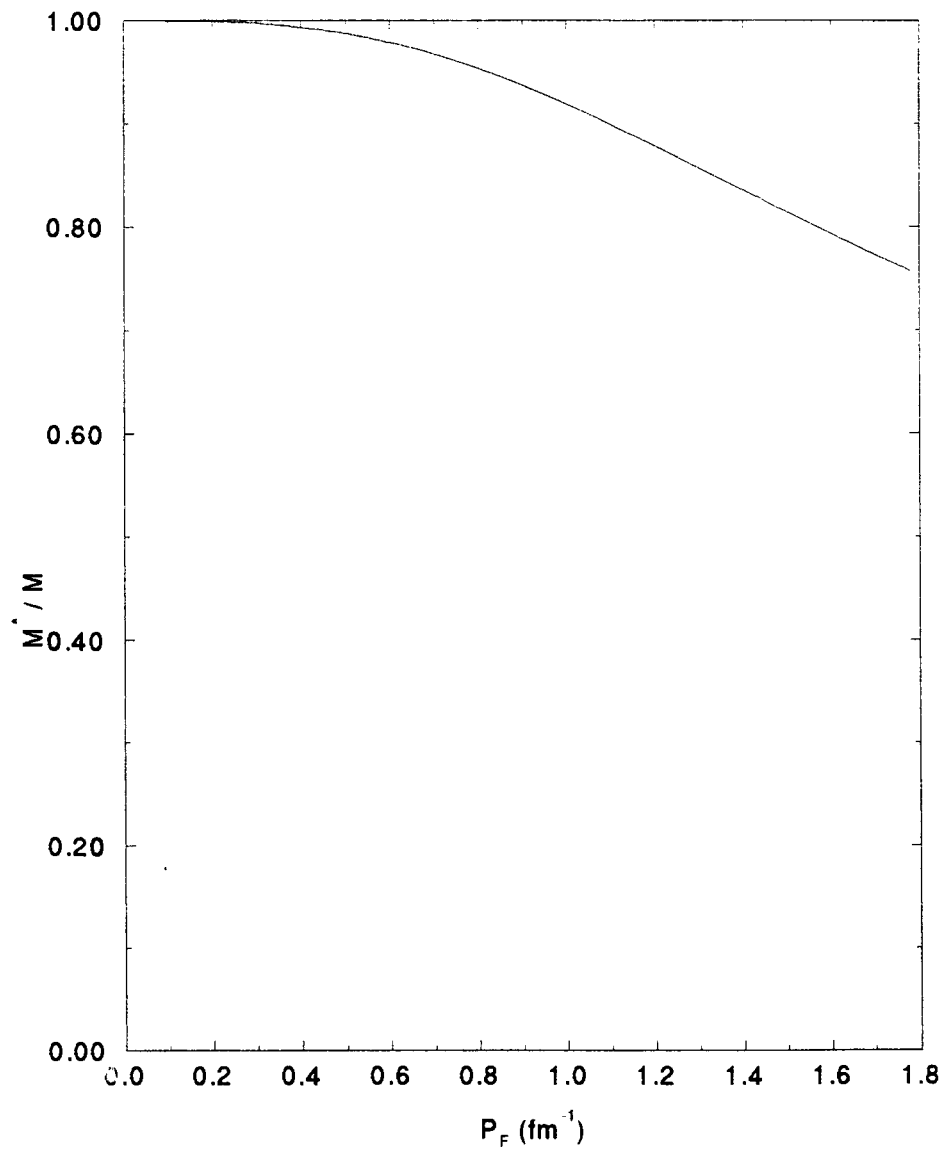


Figura 2.2: Massa efetiva para o modelo de ZM3 como uma função do momento de Fermi com aproximação de campo médio.

Capítulo 3

Modelo de Walecka - Expansão δ Otimizada

3.1 Expansão δ Otimizada

Na investigação de modelos nucleares, podemos utilizar diversos tipos de resoluções. A escolha de uma ou outra, vai depender da natureza de interações do modelo com o qual estamos lidando. Em modelos de QED (*Quantum Eletrodynamics*) podemos utilizar métodos perturbativos para descrever o comportamento sub-nuclear. Este tipo de descrição é bastante aceitável, uma vez que a constante de acoplamento que rege toda a interação nestes modelos é pequena ($\alpha = \frac{1}{137}$). Assim, uma expansão em potências de α permite que alguns termos da série sejam desprezados já que os mesmos ficam cada vez menores à medida que as potências aumentam.

Em um estudo à nível de QCD (*Quantum Cromodynamics*) ocorre o que

chamamos de liberdade assintótica. Um das explicações para a liberdade assintótica é a interação entre glúons. Devido a este fenômeno, a constante de acoplamento depende da distância da interação que estamos investigando. Isto faz com que não exista uma solução exata para o problema. Quando trabalhamos com altas energias, ou seja, em pequenas distâncias de interação, uma teoria de perturbação pode ser tranqüilamente aplicada. Porém, se as energias, forem mais baixas (energias nucleares intermediárias) o estudo se dá à nível de distâncias grandes, se comparadas com as de um estudo de altas energias. Aqui, as constantes de acoplamento possuem valores bem maiores que a constante de modelos de QED. Portanto os mesmos não podem ser desprezados em uma expansão. Desse modo, no estudo de modelos hadrônicos fenomenológicos, são utilizados métodos não perturbativos como Hartree e Hartree-Fock.

Um método novo para estudos de natureza não perturbativa que pode também ser utilizado na solução de problemas envolvendo teoria de campo é conhecido como expansão δ otimizada [8, 9, 10]. Este método pode ser considerado um método artificial, uma vez que se utiliza de uma expansão em ordens de um parâmetro artificial δ , e não mais do parâmetro natural que é a constante de acoplamento (g). A expansão δ é uma expansão perturbativa que confere resultados não perturbativos ao problema sob estudo. Isto ficará mais claro a seguir. Nesta dissertação, ela é aplicada aos modelos de Walecka e de Zimanyi-Moszkowski 3.

A expansão δ pode ser de natureza logarítmica ou linear. Aqui vamos utilizar sua forma linear otimizada [9, 10] que é uma aproximação não perturbativa com elementos de teoria de perturbação e método variacional. Ela consiste basicamente em

reescrever a densidade lagrangeana de um modelo em questão na forma:

$$\mathcal{L}^\delta = \delta\mathcal{L} + (1 - \delta)\mathcal{L}_0 \quad (3.1)$$

onde \mathcal{L}_0 é a langrangeana livre de interações. Podemos perceber que quando $\delta = 1$ retornamos à teoria original.

O procedimento para o estudo de uma lagrangeana através da expansão δ se dá da seguinte forma: expandimos δ , com o procedimento normal da teoria de perturbação, até uma determinada ordem e em seguida, fazemos $\delta = 1$. Ainda, se faz necessário o acréscimo de outro parâmetro que, no nosso caso, é o parâmetro μ , incluído de forma não perturbativa desde o princípio. O valor deste parâmetro pode ser fixado pelo princípio da sensibilidade mínima (PMS). Este princípio consiste em obter o valor de uma quantidade P em um ponto estacionário $\bar{\mu}$ que satisfaz:

$$\left. \frac{\partial P(\mu)}{\partial \mu} \right|_{\bar{\mu}} = 0 \quad (3.2)$$

Assim, o valor de P é aquele que faz com que o mesmo seja menos sensível às pequenas variações de μ . No nosso caso, a quantidade P a ser calculada é a densidade de energia bariônica. Apesar da expansão δ se fundamentar em uma expansão de caráter perturbativo em ordens de δ , este processo produz resultados não perturbativos, pois, quando o parâmetro auxiliar μ é fixado, se torna uma função dos parâmetros originais, inclusive das constantes de acoplamento. Isto é de suma importância em nossa análise, uma vez que de forma alguma podemos utilizar aqui um estudo perturbativo.

3.2 Expansão δ otimizada aplicada ao Modelo de Walecka

Com o auxílio da expansão δ otimizada, podemos então, reescrever a densidade lagrangeana de Walecka como:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_W^\delta = & \bar{\psi}(i\gamma_\mu\partial^\mu - M_0)\psi + \frac{1}{2}(\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - \Omega_s^2\phi^2) - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}\Omega_v^2V_\mu V^\mu \\ & + \delta\bar{\psi}(g_s\phi - g_v\gamma^\mu V_\mu + \mu)\psi + \delta\frac{1}{2}\mu_s^2\phi^2 - \delta\frac{1}{2}\mu_v^2V_\mu V^\mu \quad , \end{aligned} \quad (3.3)$$

onde,

$$M_0 = M + \mu \quad , \quad (3.4)$$

$$\Omega_s^2 = m_s^2 + \mu_s^2 \quad , \quad (3.5)$$

$$\Omega_v^2 = m_v^2 + \mu_v^2 \quad (3.6)$$

e μ , μ_s e μ_v são parâmetros arbitrários de massa.

Pode-se mostrar que neste modelo $\mu_s^2 = \mu_v^2 = 0$, para densidades finitas e então , $\Omega_s^2 = m_s^2$ e $\Omega_v^2 = m_v^2$ [9].

Desse modo a densidade lagrangeana de Walecka adquire a forma mais simples:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_W^\delta &= \bar{\psi}(i\gamma_\mu\partial^\mu - M_0)\psi + \frac{1}{2}(\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - m_s^2\phi^2) - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \\ &\quad + \frac{1}{2}m_v^2V_\mu V^\mu + \delta\bar{\psi}(g_s\phi - g_v\gamma^\mu V_\mu + \mu)\psi \quad . \end{aligned} \quad (3.7)$$

Nosso próximo passo é então, obter as expressões para as auto-energias e para as densidades de energia para cada ordem de δ e, em seguida aplicar o PMS a cada densidade de energia. Note que é o propagador do nucleon que será modificado a cada ordem de δ e não a densidade de energia. A quantidade P a ser otimizada é a densidade de energia, mas essa é calculada como dependente do propagador. Isso ficará mais claro a seguir.

Aqui, é interessante introduzirmos a análise das equações de Euler-Lagrange (1.3) que nos dão as equações dos campos obtidas em (1.4), (1.5) e (1.6). Em (1.6) M deve ser substituída por M_0 , mas essa expressão não será utilizada no cálculo que se segue. Podemos integrar (1.4) e (1.5) a fim de obter:

$$\phi(x) = \phi^0(x) - g_s \int d^4y \Delta_s(x-y) \bar{\psi}(y) \psi(y) \quad , \quad (3.8)$$

$$V_\mu(x) = V_\mu^0 - g_v \int d^4y \Delta_v(x-y) \bar{\psi}(y) \gamma_\mu \psi(y) \quad , \quad (3.9)$$

onde $\phi^0(x)$ e V_μ^0 são soluções de equações homogêneas e $\Delta_{ii}(x)$ para $ii = s, v$ é dado por:

$$\Delta_{ii}(x) = \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} (p^2 - m_{ii}^2 + i\epsilon)^{-1} e^{-ipx} = \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \Delta_{ii}(p^2) e^{-ipx} \quad . \quad (3.10)$$

Inicialmente, para ordem zero em δ utiliza-se o propagador nu do nucleon com massa M_0 e energia $E_0 = (p^2 + M_0^2)^{1/2}$. Esse propagador corresponde à parte \mathcal{L}_0 (sem interações) da lagrangeana e pode ser escrito como uma soma de duas partes:

$$S^{(0)}(p) = S_F^{(0)}(p) + S_D^{(0)}(p) \quad , \quad (3.11)$$

onde $S_F^{(0)}(p)$ é a parte de Feynman que descreve a propagação de nucleons e anti-nucleons virtuais (contribuição do vácuo) e tem a forma:

$$S_F^{(0)}(p) = (\gamma_\mu p^\mu - M_0 + i\epsilon)^{-1} \quad , \quad (3.12)$$

e $S_D^{(0)}(p)$ é a parte dependente da densidade que descreve nucleons reais no mar de Fermi (contribuição do meio) e é escrita como:

$$S_D^{(0)}(p) = (\gamma_\mu p^\mu + M_0) \frac{i\pi}{E_0(p)} \delta(p_0 - E(p)) \theta(P_F - |\vec{p}|) \quad . \quad (3.13)$$

Neste caso, como não há interações no cálculo, a auto-energia bariônica é obviamente zero:

$$\Sigma^{(0)}(p) = 0 \quad . \quad (3.14)$$

Vale observar que vamos considerar em nossas análises apenas as contribuições do meio. Resta-nos, ainda, obter a expressão para a densidade de energia nesta mesma ordem de δ . Novamente devemos retornar à expressão do tensor energia-momento

(1.7) para dela extraírmos a componente $\langle T^{00} \rangle^\delta$. Como já foi mencionado em capítulos anteriores, ela nos fornece a densidade de energia.

O valor esperado $\langle T^{\mu\nu} \rangle^{(0)}$ para a lagrangeana interpolada de Walecka é dado por:

$$\begin{aligned} \langle T^{\mu\nu} \rangle^{(0)} &= -i \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \text{Tr} \{ [\gamma^\mu p^\nu - g^{\mu\nu} (\gamma^\mu p_\mu - M_0)] S^{(0)}(p) \} \\ &\quad + \langle T^{\mu\nu} \rangle_s^{(0)} + \langle T^{\mu\nu} \rangle_v^{(0)} \quad , \end{aligned} \quad (3.15)$$

onde, $\langle T^{\mu\nu} \rangle_s^{(0)}$ e $\langle T^{\mu\nu} \rangle_v^{(0)}$ são, respectivamente, as componentes escalar e vetorial de tal tensor e podem ser escritas dos modos:

$$\begin{aligned} \langle T^{\mu\nu} \rangle_s^{(0)} &= \frac{1}{2} \frac{g_s^2}{m_s^2} \left[\int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \text{Tr} S^{(0)}(p) \right]^2 g^{\mu\nu} - g_s^2 \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \text{Tr} [S^{(0)}(p+q) S^{(0)}(q)] \\ &\quad \times \Delta_s(p^2) \left\{ \left[\frac{1}{2} (p^2 - m_s^2) \Delta_s(p^2) - 1 \right] g^{\mu\nu} - p^\mu p^\nu \Delta_s(p^2) \right\} \quad , \end{aligned} \quad (3.16)$$

$$\begin{aligned} \langle T^{\mu\nu} \rangle_v^{(0)} &= -\frac{1}{2} \frac{g_v^2}{m_v^2} \left[\int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \text{Tr} [\gamma_\mu S^{(0)}(p)] \right] \left[\int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \text{Tr} [\gamma^\mu S^{(0)}(p)] \right] g^{\mu\nu} \\ &\quad + g_v^2 \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \text{Tr} [\gamma_\lambda S^{(0)}(p+q) \gamma^\lambda S^{(0)}(q)] \Delta_v(p^2) \\ &\quad \times \left\{ \left[\frac{1}{2} (p^2 - m_v^2) \Delta_v(p^2) - 1 \right] g^{\mu\nu} - p^\mu p^\nu \Delta_v(p^2) \right\} \quad . \end{aligned} \quad (3.17)$$

Com o auxílio de algumas definições (vide apêndice A) e das equações anteriores podemos calcular algumas integrais e também os traços necessários, cujos resultados são mostrados à seguir. Inicialmente, retomando o propagador para o meio, mostrado em (3.13), podemos obter:

$$Tr S^{(0)}(p) = 4\pi i \frac{M_0}{E_0(p)} \delta(p^0 - E_0(p)) \theta(P_F - |\vec{p}|) \quad . \quad (3.18)$$

O que nos dá a integral:

$$\int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} Tr S^{(0)}(p) = 4i \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{M_0}{E_0(p)} \quad . \quad (3.19)$$

Agora,

$$Tr[\gamma_\mu S^{(0)}(p)] = 4\pi i \frac{p_\mu}{E_0(p)} \delta(p^0 - E_0(p)) \theta(P_F - |\vec{p}|) \quad , \quad (3.20)$$

$$\int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} Tr[\gamma_\mu S^{(0)}(p)] = 4i \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \quad . \quad (3.21)$$

$$\begin{aligned} Tr[S^{(0)}(k)S^{(0)}(p)] &= -\frac{\pi^2}{E_0(k)E_0(p)} \left[4g^{\mu\nu} k_\mu p_\nu + 4M_0^2 \right] \delta(k^0 - E_0(k)) \\ &\quad \times \theta(P_F - |\vec{k}|) \delta(p^0 - E_0(p)) \theta(P_F - |\vec{p}|) \quad , \quad (3.22) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Tr[\gamma_\lambda S^{(0)}(k)\gamma_\lambda S^{(0)}(p)] &= -\frac{\pi^2}{E_0(k)E_0(p)} \left[-8g^{\mu\nu} k_\mu p_\nu + 16M_0^2 \right] \\ &\quad \times \delta(k^0 - E_0(k)) \theta(P_F - |\vec{k}|) \\ &\quad \times \delta(p^0 - E_0(p)) \theta(P_F - |\vec{p}|) \quad . \quad (3.23) \end{aligned}$$

Vale notar que nos dois traços anteriores $k = p + q$. Temos ainda:

$$\begin{aligned} \text{Tr}\{[\gamma^\mu p^\nu - g^{\mu\nu}(\gamma^\mu p_\mu - M)]S_0(p)\} &= \frac{4i\pi}{E_0(p)}g^{\mu\nu}[p^\mu p_\mu + MM_0] \\ &\times \delta(p^0 - E_0(p))\theta(P_F - |\vec{p}|) \quad . \quad (3.24) \end{aligned}$$

De posse destes resultados, podemos agora, obter a expressão total para a componente $\langle T^{00} \rangle^{(0)}$ que é nossa densidade de energia. Mas, primeiramente devemos fazer algumas considerações. O que anteriormente chamamos $k = p + q$ será agora p e o nosso antigo p será $p = p - q$. Nos é permitido, portanto, escrever nossa densidade de energia:

$$\mathcal{E}^{(0)} = \gamma \int_0^{P_F} \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{p^2 + MM_0}{E_0(p)} + \mathcal{E}_s^{(0)} + \mathcal{E}_v^{(0)} \quad , \quad (3.25)$$

onde,

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_s^{(0)} &= -\frac{\gamma^2 g_s^2}{2 m_s^2} \left[\int_0^{P_F} \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{M_0}{E_0(p)} \right]^2 + \frac{\gamma}{2} g_s^2 \int_0^{P_F} \frac{d^3p}{(2\pi)^3 E_0(p)} \int_0^{P_F} \frac{d^3q}{(2\pi)^3 E_0(q)} \\ &\times \left\{ \Delta_s(p - q)^2 \left[-\frac{1}{2} - [E_0(p) - E_0(q)]^2 \Delta_s(p - q)^2 \right] \right. \\ &\left. \times [E_0(p)E_0(q) - \vec{p} \cdot \vec{q} + M_0^2] \right\} \quad (3.26) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_v^{(0)} &= \frac{\gamma^2 g_v^2}{2 m_v^2} \left[\int_0^{P_F} \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \right]^2 + \gamma g_v^2 \int_0^{P_F} \frac{d^3p}{(2\pi)^3 E_0(p)} \int_0^{P_F} \frac{d^3q}{(2\pi)^3 E_0(q)} \\ &\times \left\{ \Delta_v(p - q)^2 \left[-\frac{1}{2} - [E_0(q) - E_0(k)]^2 \Delta_v(p - q)^2 \right] \right. \\ &\left. [E_0(p)E_0(q) - \vec{p} \cdot \vec{q} - 2M_0^2] \right\} \quad . \quad (3.27) \end{aligned}$$

não podemos esquecer que a componente p^0 do momento é substituída pela energia $E_0(p)$.

Aqui é aplicada a condição PMS em $\mathcal{E}^{(0)}$. Desta forma podemos obter o valor de μ que minimiza a densidade de energia. Esta equação minimizada nos possibilita a obtenção da curva da densidade de energia em função do momento de Fermi (fig. 3.1). Nossos resultados com a expansão δ em ordem zero são equivalentes aos obtidos com o uso da aproximação de campo médio. Também, a partir da minimização de (3.25), obtivemos a curva para M_0 em função dos momentos de Fermi (fig. 3.2). Note que, uma vez encontrados os μ 's que minimizam a densidade de energia para cada momento, obtém-se os valores para a massa efetiva M_0 em função desses μ 's. O papel normalmente feito pela auto-energia, que representa a interação dos mésons com os nucleons, aqui é feito apenas pelo parâmetro μ .

Para $O(\delta^0)$ (fig. 3.1) as constantes de acoplamento que fornecem a curva de saturação são $g_s^2 = 83,11$ e $g_v^2 = 108,05$ (se observarmos [6], veremos que estes são os mesmos valores obtidos para este modelo com a utilização da aproximação de Hartree-Fock) e essa saturação ocorre em uma energia $\mathcal{E}/\rho_B - M = -15,76 \text{ MeV}$ com um momento $P_F = 1,42 \text{ fm}^{-1}$.

Em um estudo das curvas para a massa do nucleon, pode-se verificar que para ordem zero em δ (fig. 3.2) o comportamento é basicamente o mesmo que o encontrado para a aproximação de campo médio.

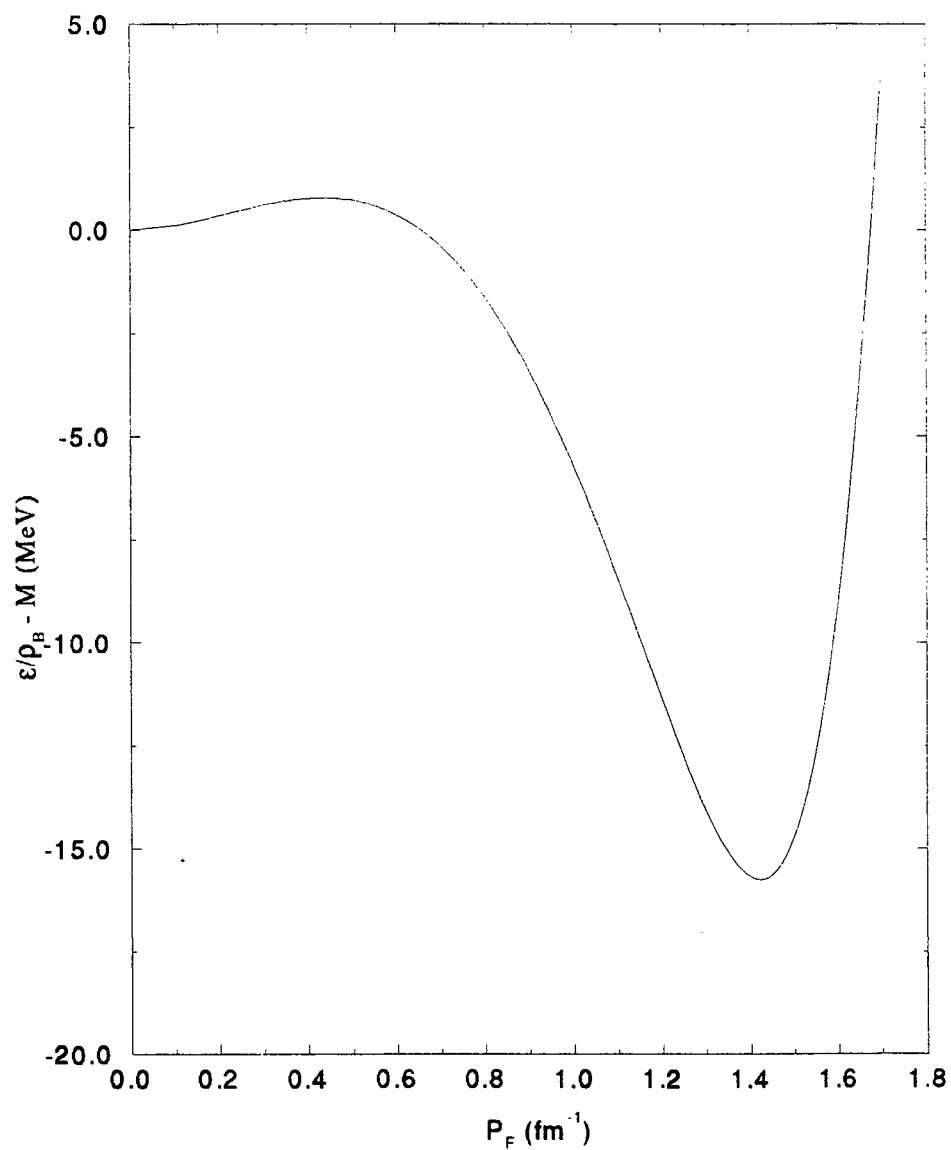


Figura 3.1: Curva de saturação da matéria nuclear para o modelo de Walecka para ordem 0 em δ .

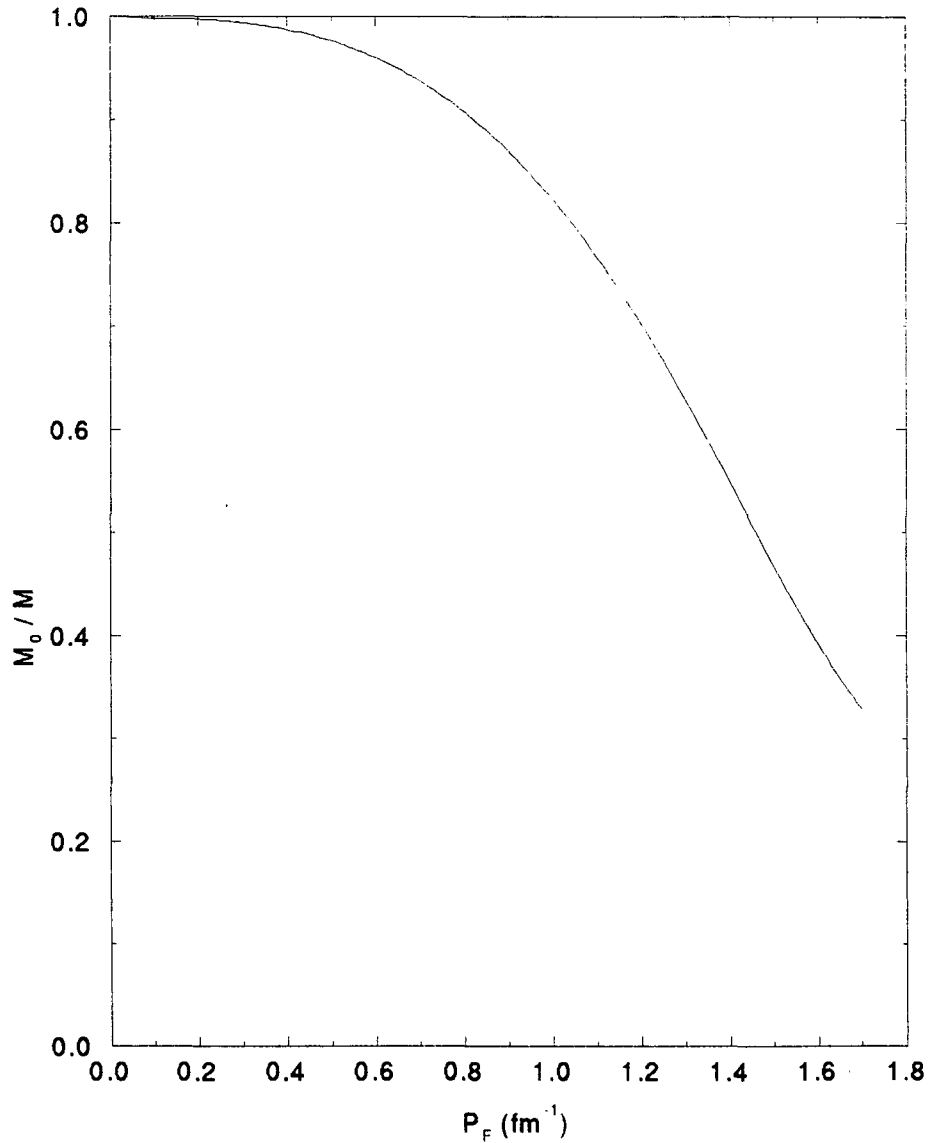


Figura 3.2: Massa do nucleon para o modelo de Walecka em ordem 0 de δ .

A seguir, vamos considerar o propagador do nucleon “vestido” até $O(\delta^2)$. Esse novo propagador, que não é mais o nu, será utilizado para o cálculo da densidade de energia. Para este estudo, faz-se necessária a introdução de algumas quantidades.

Como estamos tratando de matéria nuclear infinita, a auto-energia total pode ser escrita em termos da matriz unitária e das matrizes γ_μ e possui à forma:

$$\begin{aligned}
\Sigma(p) &= \Sigma_s(p) - \gamma^\mu \Sigma_\mu(p) \\
&= \Sigma_s(p_0, |\vec{p}|) - \gamma^0 \Sigma_0(p_0, |\vec{p}|) + \vec{\gamma} \cdot \vec{p} \Sigma_v(p_0, |\vec{p}|) \quad .
\end{aligned} \tag{3.28}$$

Cada uma dessas auto-energias pode ser obtida de dois modos diferentes.

Um deles é através de diagramas de Feynman e outro é através de funções de Green. Para maiores detalhes, vide apêndice B.

Para primeira ordem em δ a auto-energia correspondente provém do termo $\delta\mu\bar{\psi}\psi$ da densidade lagrangeana interpolada e é dado por:

$$\Sigma^{(1)} = -\delta\mu \tag{3.29}$$

Esse termo é levado em conta no cálculo da auto-energia até segunda ordem:

$$\begin{aligned}
\Sigma^{(2)}(p) &= -\delta\mu + i\frac{g_s^2\delta^2}{m_s^2} \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} Tr S^{(0)}(q) - i\frac{g_v^2\delta^2}{m_v^2} \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \gamma_\mu Tr[\gamma^\mu S^{(0)}(q)] \\
&\quad + i\frac{g_s^2\delta^2}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} S^{(0)}(q) \Delta_s(p-q)^2 \\
&\quad - i\frac{g_v^2\delta^2}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \gamma_\mu S^{(0)}(q) \Delta_v(p-q)^2 \gamma_\mu \quad .
\end{aligned} \tag{3.30}$$

Com o auxílio de alguns traços anteriormente obtidos (3.18 - 3.24), podemos calcular nossa auto-energia total. Se a subdividirmos em $\Sigma_s^{(2)}$, $\Sigma_0^{(2)}$ e $\Sigma_v^{(2)}$ como na equação (3.28), temos então, respectivamente (para $O(\delta^2)$):

$$\begin{aligned}
\Sigma_s^{(2)}(p) &= -\delta\mu - \gamma \frac{g_s^2 \delta^2}{m_s^2} \int_0^{P_F} \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} \frac{M_0}{E_0(q)} \\
&\quad + \frac{1}{4\pi^2 p} \int_0^{P_F} dq q \frac{M_0}{E_0(q)} \\
&\quad \times \left[\frac{1}{4} g_s^2 \delta^2 \Theta_s(p, q) - g_v^2 \delta^2 \Theta_v(p, q) \right]
\end{aligned} \tag{3.31}$$

$$\begin{aligned}
\Sigma_0^{(2)}(p) &= -\gamma \frac{g_v^2 \delta^2}{m_v^2} \int_0^{P_F} \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} \\
&\quad - \frac{1}{4\pi^2 p} \int_0^{P_F} dq q \\
&\quad \times \left[\frac{1}{4} g_s^2 \delta^2 \Theta_s(p, q) + \frac{1}{2} g_v^2 \delta^2 \Theta_v(p, q) \right]
\end{aligned} \tag{3.32}$$

$$\begin{aligned}
\Sigma_v^{(2)}(p) &= -\frac{1}{4\pi^2 p^2} \int_0^{P_F} dq q \frac{q}{E_0(q)} \\
&\quad \times \left[\frac{1}{2} g_s^2 \delta^2 \Phi_s(p, q) + g_v^2 \delta^2 \Phi_v(p, q) \right] ,
\end{aligned} \tag{3.33}$$

onde, se $ii = s, v$, temos:

$$\Theta_{ii}(p, q) = \ln \left| \frac{A_{ii}(p, q) + 2pq}{A_{ii}(p, q) - 2pq} \right| , \tag{3.34}$$

$$\Phi_{ii}(p, q) = \frac{1}{4pq} A_{ii}(p, q) \theta(p, q) - 1 , \tag{3.35}$$

com:

$$A_{ii}(p, q) = \vec{p}^2 + \vec{q}^2 + m_{ii}^2 - [E(p) - E_0(q)]^2 , \tag{3.36}$$

e $E(p)$ aparece definida logo abaixo.

Agora, faz-se necessária a definição de algumas quantidades:

$$M^* = M_0 + \Sigma_s^{(2)}(p) \quad , \quad (3.37)$$

$$\vec{p}^* = \vec{p}(1 + \Sigma_v^{(2)}(p)) \quad , \quad (3.38)$$

$$E^*(p) = [p^{*2} + M^{*2}(p)]^{1/2} \quad , \quad (3.39)$$

$$p_\mu^* = p_\mu + \Sigma_\mu^{(2)}(p) = [p_0 + \Sigma_0^{(2)}(p), \vec{p}^*] \quad (3.40)$$

e

$$E(p) = \left[E^*(p) - \Sigma^0(p) \right]_{p_0=E(p)} \quad . \quad (3.41)$$

Também aqui, precisamos definir novamente os propagadores fermiônicos, mas agora para segunda ordem em δ :

$$S^{(2)}(p) = S_F^{(2)}(p) + S_D^{(2)}(p) \quad , \quad (3.42)$$

onde $S_F^{(2)}(p)$ é a contribuição do vácuo com a forma:

$$S_F^{(2)}(p) = (\gamma_\mu p^{*\mu} - M^* + i\epsilon)^{-1} \quad , \quad (3.43)$$

e $S_D^{(2)}(p)$ é a contribuição do meio escrita como:

$$S_D^{(2)}(p) = (\gamma_\mu p^{*\mu} + M^*) \frac{i\pi}{E^*(p)} \delta(p_0 - E(p)) \theta(P_F - |\vec{p}|) \quad . \quad (3.44)$$

Aqui, novamente, devemos nos ater à análise do tensor energia-momento para a obtenção a densidade de energia até a segunda ordem em δ . O processo é bastante semelhante àquele utilizado em $O(\delta^0)$ e aqui, assim como anteriormente, desprezamos a parte do propagador correspondente ao vácuo. Mais uma vez, retomando-se o tensor energia-momento (1.7) e extraíndo-se sua componente $\langle T^{00} \rangle^\delta$ temos a densidade de energia.

A quantidade $\langle T^{\mu\nu} \rangle^{(2)}$ é análoga à encontrada para ordem zero em δ , porém, com uma diferença: as quantidades (3.37), (3.39) e (3.40) agora substituem as expressões mais simples M_0 , p_μ e $E_0(p)$ dentro dos propagadores:

$$\begin{aligned} \langle T^{\mu\nu} \rangle^{(2)} &= -i \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \text{Tr}[\gamma^\mu p^\nu - g^{\mu\nu}(\gamma^\mu p_\mu - M(p)) S^{(2)}(p)] \\ &\quad + \langle T^{\mu\nu} \rangle_s^{(2)} + \langle T^{\mu\nu} \rangle_v^{(2)} \quad , \end{aligned} \quad (3.45)$$

onde, $\langle T^{\mu\nu} \rangle_s^{(2)}$ e $\langle T^{\mu\nu} \rangle_v^{(2)}$ são, como anteriormente, as componentes escalar e vetorial do tensor para segunda ordem em δ :

$$\begin{aligned} \langle T^{\mu\nu} \rangle_s^{(2)} &= \frac{1}{2} \frac{g_s^2}{m_s^2} \left[\int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \text{Tr} S^{(2)}(p) \right]^2 g^{\mu\nu} - g_s^2 \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \text{Tr} [S^{(2)}(p+q) S^{(2)}(q)] \\ &\quad \times \Delta_s(p^2) \left\{ \left[\frac{1}{2} (p^2 - m_s^2) \Delta_s(p^2) - 1 \right] g^{\mu\nu} - p^\mu p^\nu \Delta_s(p^2) \right\} \quad , \end{aligned} \quad (3.46)$$

$$\begin{aligned}
\langle T^{\mu\nu} \rangle_v^{(2)} &= -\frac{1}{2} \frac{g_v^2}{m_v^2} \left[\int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \text{Tr}[\gamma_\mu S^{(2)}(p)] \right] \left[\int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \text{Tr}[\gamma^\mu S^{(2)}(p)] \right] g^{\mu\nu} \\
&+ g_v^2 \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \text{Tr}[\gamma_\lambda S^{(2)}(p+q) \gamma^\lambda S^{(2)}(q)] \Delta_v(p^2) \\
&\times \left\{ \left[\frac{1}{2} (p^2 - m_v^2) \Delta_v(p^2) - 1 \right] g^{\mu\nu} - p^\mu p^\nu \Delta_v(p^2) \right\} . \quad (3.47)
\end{aligned}$$

Os traços a serem calculados são praticamente os mesmos que na ordem anterior de δ somente com as modificações apontadas. Assim, consideramos desnecessário repetirmos aqui os passos para a obtenção da densidade final de energia. Portanto, após as devidas considerações temos:

$$\mathcal{E}^{(2)} = \gamma \int_0^{P_F} \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} \frac{\vec{p} \cdot \vec{p}^* + M M^*(p)}{E^*(p)} + \mathcal{E}_s^{(2)} + \mathcal{E}_v^{(2)} , \quad (3.48)$$

onde,

$$\begin{aligned}
\mathcal{E}_s^{(2)} &= -\frac{\gamma^2 g_s^2}{2 m_s^2} \left[\int_0^{P_F} \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{M^*(p)}{E^*(p)} \right]^2 + \frac{\gamma g_s^2}{2} \int_0^{P_F} \frac{d^3 p}{(2\pi)^3 E^*(p)} \int_0^{P_F} \frac{d^3 q}{(2\pi)^3 E^*(q)} \\
&\times \left\{ \Delta_s(p-q)^2 \left[-\frac{1}{2} - [E(p) - E(q)]^2 \Delta_s(p-q)^2 \right] \right. \\
&\left. [E_0(p) E_0(q) - \vec{p}^* \cdot \vec{q}^* + M^*(p) M^*(q)] \right\} \quad (3.49)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{E}_v^{(2)} &= \frac{\gamma^2 g_v^2}{2 m_v^2} \left[\int_0^{P_F} \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \right]^2 + \frac{\gamma}{2} \int_0^{P_F} \frac{d^3 p}{(2\pi)^3 E^*(p)} \int_0^{P_F} \frac{d^3 q}{(2\pi)^3 E^*(q)} \\
&\times \left\{ \Delta_v(p-q)^2 \left[-\frac{1}{2} - [E(q) - E(k)]^2 \Delta_v(p-q)^2 \right] \right. \\
&\left. [E_0(p) E_0(q) - \vec{p}^* \cdot \vec{q}^* - 2M^*(p) M^*(q)] \right\} . \quad (3.50)
\end{aligned}$$

Não podemos esquecer que, aqui também, a componente do momento p^0 é substituído pela energia E_0 .

Neste ponto, adotamos o mesmo procedimento que em $O(\delta^0)$ para traçarmos a curva da densidade de energia e também para a massa efetiva. Com uma análise dos gráficos apresentados, podemos perceber que as curvas das densidades de energia para as duas ordem de δ são semelhantes. Os valores de saturação da energia são próximos e também podemos observar que a expansão δ se utiliza de um tratamento mais elaborado do que a aproximação de campo médio, mesmo para a menor ordem da aproximação que possui os cálculos mais simples.

Para $O(\delta^2)$ (fig. 3.3) estes valores são $g_s^2 = 83,11$, $g_v^2 = 108,05$, $\mathcal{E}/\rho_B - M = -15,75 \text{ MeV}$ e $P_F = 1,42 \text{ fm}^{-1}$.

Assim como em $O(\delta^0)$, a curva para M^*/M é traçada. Se compararmos as duas figuras (fig. 3.2 e fig. 3.4) podemos perceber que elas são praticamente iguais. Por exemplo, para um momento de Fermi igual a $1,4 \text{ fm}^{-1}$ temos para ordem zero $M_0/M = 0,54$ e para ordem 2 $M^*/M = 0,53$.

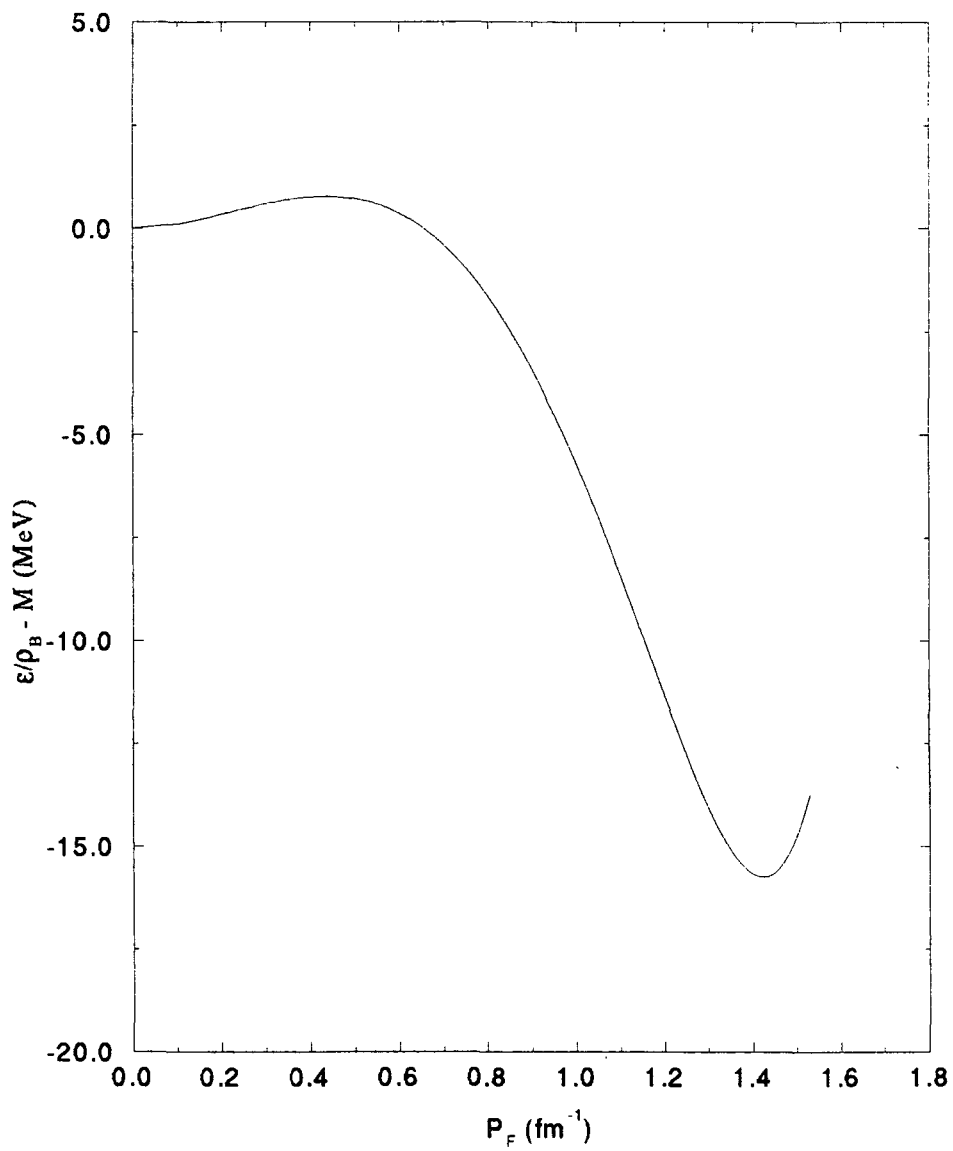


Figura 3.3: Curva de saturação da matéria nuclear para o modelo de Walecka para ordem 2 em δ .

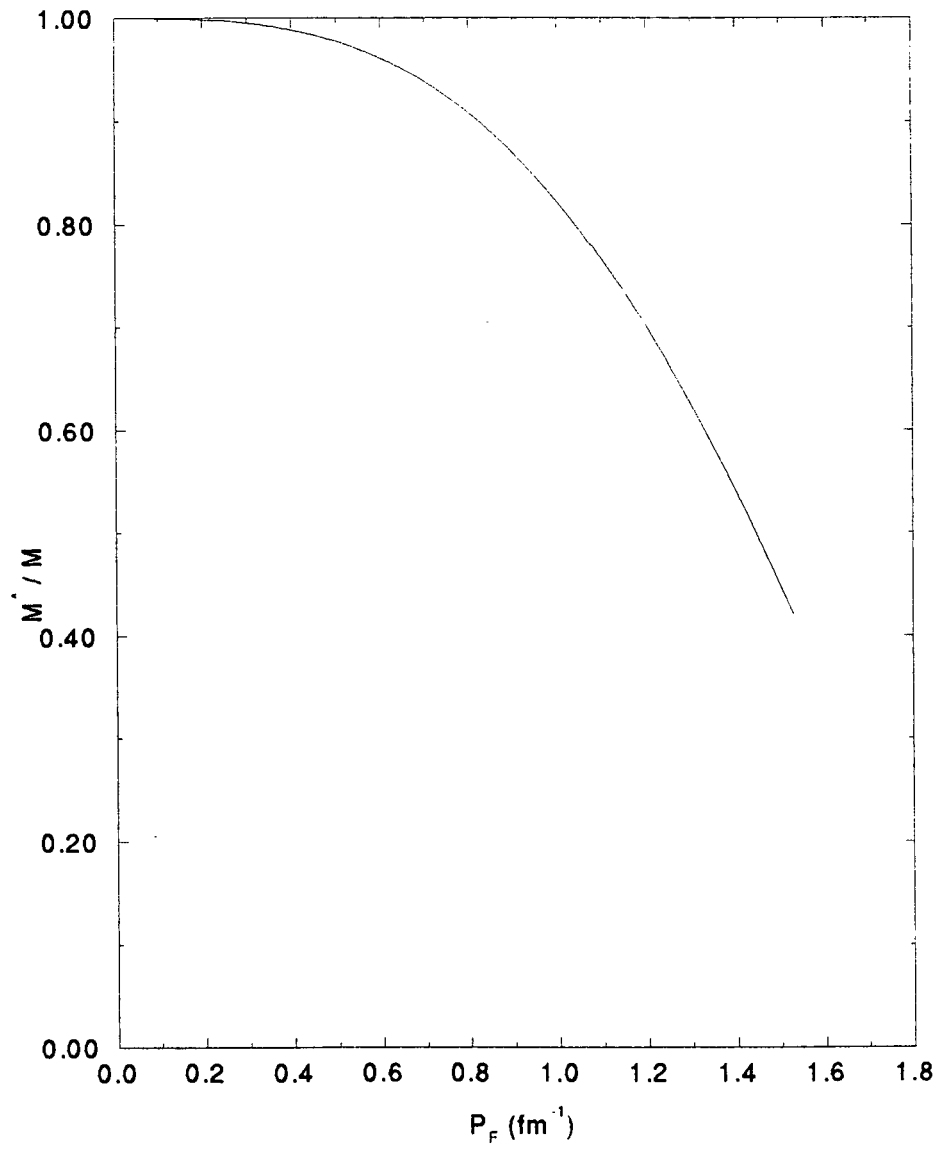


Figura 3.4: Massa efetiva do nucleon para o modelo de Walecka em ordem 2 de δ .

Capítulo 4

Modelo de Zimanyi-Moszkowski 3 - Expansão δ Otimizada

4.1 Expansão δ Otimizada aplicada ao Modelo ZM3

Assim como a expansão δ pode ser aplicada ao modelo de Walecka, também pode ser utilizada para o estudo do outro modelo de acoplamentos derivativos abordado nesta dissertação, que é o modelo de Zimanyi-Moszkowski 3. Todos os cálculos e análises feitos no capítulo anterior serão repetidos aqui, com as devidas modificações.

Utilizando (3.1) nos é permitido escrever a densidade lagrangeana de ZM3 (2.5) em sua forma interpolada:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{ZM3}^{\delta} = & \bar{\psi}(i\gamma_{\mu}\partial^{\mu} - M_0)\psi + \frac{1}{2}(\partial_{\mu}\phi\partial^{\mu}\phi - m_s^2\phi^2) \\ & (m^*)^2\left(-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_v^2V_{\mu}V^{\mu}\right) + \delta\bar{\psi}(m^*g_s\phi - (m^*)^2g_v\gamma^{\mu}V_{\mu} + \mu)\psi \quad . \quad (4.1) \end{aligned}$$

Como em (3.4), aqui M_0 é dada por:

$$M_0 = M + \mu \quad (4.2)$$

e μ , é o parâmetro arbitrário de massa relacionado com a massa do nucleon. No que se segue, vamos admitir que a lagrangeana de ZM3 pode ser considerada como uma modificação da lagrangeana de Walecka da forma mostrada em (2.22) e (2.23). Na verdade, isso é uma aproximação no cálculo, visto que as equações (2.22), (2.23), (2.24) e (2.25) só são rigorosamente verdadeiras no cálculo de campo médio. No entanto, em um cálculo de Hartree-Fock obtido a partir de (2.7) e (2.8) foi provado que os resultados numéricos são idênticos até a quarta casa decimal aos obtidos com essa aproximação [8]. Com base nesta informação, vamos também levar essa aproximação adiante no presente cálculo. Na obtenção da densidade de energia de ZM3 via expansão δ estamos, então, desprezando correções de vácuo e apenas tomando as contribuições dos termos de troca de forma aproximada. Com isso chegamos na expressão mais compacta para a densidade lagrangeana:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{ZM3E}^\delta = & \bar{\psi}(i\gamma_\mu\partial^\mu - M_0)\psi + \frac{1}{2}(\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - m_s^{*2}\phi^2) \\ & - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_v^{*2}V_\mu V^\mu \\ & + \delta\bar{\psi}(g_s\phi - g_v\gamma^\mu V_\mu + \mu)\psi \quad . \end{aligned} \quad (4.3)$$

Note que, nos cálculos que se seguem, m_s^* e m_v^* serão, em princípio, tomadas como constantes e só depois substituídas por (2.24). Desta forma, o modelo que estamos tratando é um modelo efetivo criado a partir dos modelos de Walecka e ZM3.

Novamente, esta densidade lagrangeana torna possível o estudo das auto-energias e da densidade de energia para o modelo hadrônico em questão. Primeiramente, para ordem zero em δ , a auto-energia, da mesma forma que anteriormente, é nula, já que estamos apenas trabalhando com a lagrangeana livre. Isto simplifica os cálculos para a obtenção desta densidade. Se retornarmos ao tensor energia-momento (1.7), podemos observar que o mesmo é análogo ao mostrado em (3.15). Do mesmo modo, os traços necessários para a obtenção da densidade de energia já foram todos calculados. Isso nos permite escrever diretamente a densidade de energia do modelo de ZM3 para $O(\delta^0)$:

$$\mathcal{E}^{(0)} = \gamma \int_0^{P_F} \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{p^2 + MM_0}{E_0(p)} + \mathcal{E}_s^{(0)} + \mathcal{E}_v^{(0)} \quad , \quad (4.4)$$

onde,

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_s^{(0)} = & -\frac{\gamma^2 g_s^2}{2 m_s^*{}^2} \left[\int_0^{P_F} \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{M_0}{E_0(p)} \right]^2 + \frac{\gamma g_s^2}{2} \int_0^{P_F} \frac{d^3 p}{(2\pi)^3 E_0(p)} \int_0^{P_F} \frac{d^3 q}{(2\pi)^3 E_0(q)} \\ & \times \{ \Delta_s(p-q)^2 \left[-\frac{1}{2} - [E_0(p) - E_0(q)]^2 \Delta_s(p-q)^2 \right] \\ & \times [E_0(p)E_0(q) - \vec{p} \cdot \vec{q} + M_0^2] \} \end{aligned} \quad (4.5)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_v^{(0)} = & \frac{\gamma^2 g_v^2}{2 m_v^*{}^2} \left[\int_0^{P_F} \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \right]^2 + \gamma g_v^2 \int_0^{P_F} \frac{d^3 p}{(2\pi)^3 E_0(p)} \int_0^{P_F} \frac{d^3 q}{(2\pi)^3 E_0(q)} \\ & \times \left\{ \Delta_v(p-q)^2 \left[-\frac{1}{2} - [E_0(q) - E_0(k)]^2 \Delta_v(p-q)^2 \right] \right. \\ & \left. \times [E_0(p)E_0(q) - \vec{p} \cdot \vec{q} - 2M_0^2] \right\} . \end{aligned} \quad (4.6)$$

Note que

$$\Delta_{ii}(p^2) = (p^2 - m_{ii}^{*2} + i\epsilon)^{-1} \quad . \quad (4.7)$$

Considerando a auto-energia total em (3.28), podemos iniciar nossos cálculos para as demais ordens de δ . Para $O(\delta^1)$ temos o mesmo resultado que para o modelo de Walecka (3.29).

Em segunda ordem em δ , novamente levamos em consideração os termos das ordens anteriores, o que faz com que nossa auto-energia seja escrita da forma:

$$\begin{aligned} \Sigma^{(2)}(p) = & -\delta\mu + i\frac{g_s^2\delta^2}{m_s^{*2}} \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} Tr S^{(0)}(q) - i\frac{g_v^2\delta^2}{m_v^{*2}} \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \gamma_\mu Tr[\gamma^\mu S^{(0)}(q)] \\ & + i\frac{g_s^2\delta^2}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} S^{(0)}(q) \Delta_s(p-q)^2 - i\frac{g_v^2\delta^2}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \gamma_\mu S^{(0)}(q) \Delta_v(p-q)^2 \gamma_\mu \end{aligned} \quad (4.8)$$

Mais uma vez, se utilizando-se traços semelhantes aos mostrados em (3.18 - 3.24), se faz possível o cálculo dos termos $\Sigma_s^{(2)}(p)$, $\Sigma_0^{(2)}(p)$ e $\Sigma_v^{(2)}(p)$:

$$\begin{aligned} \Sigma_s^{(2)}(p) = & -\delta\mu - \gamma \frac{g_s^2\delta^2}{m_s^{*2}} \int_0^{P_F} \frac{d^3q}{(2\pi)^3} \frac{M_0}{E_0(q)} \\ & + \frac{1}{4\pi^2 p} \int_0^{P_F} dq q \frac{M_0}{E_0(q)} \\ & \times \left[\frac{1}{4} g_s^2 \delta^2 \Theta_s(p, q) - g_v^2 \delta^2 \Theta_v(p, q) \right] \end{aligned} \quad (4.9)$$

$$\begin{aligned} \Sigma_0^{(2)}(p) = & -\gamma \frac{g_v^2\delta^2}{m_v^{*2}} \int_0^{P_F} \frac{d^3q}{(2\pi)^3} \\ & - \frac{1}{4\pi^2 p} \int_0^{P_F} dq q \\ & \times \left[\frac{1}{4} g_s^2 \delta^2 \Theta_s(p, q) + \frac{1}{2} g_v^2 \delta^2 \Theta_v(p, q) \right] \end{aligned} \quad (4.10)$$

$$\begin{aligned} \Sigma_v^{(2)}(p) &= -\frac{1}{4\pi^2 p^2} \int_0^{P_F} dq q \frac{q}{E_0(q)} \\ &\quad \times \left[\frac{1}{2} g_s^2 \delta^2 \Phi_s(p, q) + g_v^2 \delta^2 \Phi_v(p, q) \right] , \end{aligned} \quad (4.11)$$

onde:

$$\Theta_{ii}(p, q) = \ln \left| \frac{A_{ii}(p, q) + 2pq}{A_{ii}(p, q) - 2pq} \right| , \quad (4.12)$$

$$\Phi_{ii}(p, q) = \frac{1}{4pq} A_{ii}(p, q) \theta(p, q) - 1 , \quad (4.13)$$

com:

$$A_{ii}(p, q) = \vec{p}^2 + \vec{q}^2 + m_{ii}^{*2} - [E(p) - E_0(q)]^2 . \quad (4.14)$$

Para os resultados em segunda ordem em δ , novamente precisamos do auxílio das quantidades (3.37), (3.38), (3.39) e (3.40). Também precisamos recorrer ao propagador mostrado em (3.44). Agora, podemos retornar à equação (1.7) a fim de chegarmos à expressão do tensor energia-momento para o modelo ZM3:

$$\begin{aligned} \langle T^{\mu\nu} \rangle^{(2)} &= -i \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \text{Tr}[\gamma^\mu p^\nu - g^{\mu\nu}(\gamma^\mu p_\mu - M^*(p))] S^{(2)}(p) \\ &\quad + \langle T^{\mu\nu} \rangle_s^{(2)} + \langle T^{\mu\nu} \rangle_v^{(2)} , \end{aligned} \quad (4.15)$$

onde, $\langle T^{\mu\nu} \rangle_s^{(2)}$ e $\langle T^{\mu\nu} \rangle_v^{(2)}$ são as componentes escalar e vetorial do tensor para $O(\delta^2)$:

$$\begin{aligned}
\langle T^{\mu\nu} \rangle_s^{(2)} &= \frac{1}{2} \frac{g_s^2}{m_s^{*2}} \left[\int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \text{Tr} S^{(2)}(p) \right]^2 g^{\mu\nu} - g_s^2 \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \text{Tr} [S^{(2)}(p+q) S^{(2)}(q)] \\
&\quad \times \Delta_s(p^2) \left\{ \left[\frac{1}{2}(p^2 - m_s^{*2}) \Delta_s(p^2) - 1 \right] g^{\mu\nu} - p^\mu p^\nu \Delta_s(p^2) \right\} \quad , \quad (4.16)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\langle T^{\mu\nu} \rangle_v^{(2)} &= -\frac{1}{2} \frac{g_v^2}{m_v^{*2}} \left[\int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \text{Tr} [\gamma_\mu S^{(2)}(p)] \right] \left[\int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \text{Tr} [\gamma^\mu S^{(2)}(p)] \right] g^{\mu\nu} \\
&\quad + g_v^2 \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \text{Tr} [\gamma_\lambda S^{(2)}(p+q) \gamma^\lambda S^{(2)}(q)] \Delta_v(p^2) \\
&\quad \times \left\{ \left[\frac{1}{2}(p^2 - m_v^{*2}) \Delta_v(p^2) - 1 \right] g^{\mu\nu} - p^\mu p^\nu \Delta_v(p^2) \right\} \quad , \quad (4.17)
\end{aligned}$$

assim, podemos finalmente obter a densidade de energia:

$$\mathcal{E}^{(2)} = \gamma \int_0^{P_F} \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} \frac{\vec{p} \cdot \vec{p}^* + M M^*(p)}{E^*(p)} + \mathcal{E}_s^{(2)} + \mathcal{E}_v^{(2)} \quad , \quad (4.18)$$

onde,

$$\begin{aligned}
\mathcal{E}_s^{(2)} &= -\frac{\gamma^2}{2} \frac{g_s^2}{m_s^{*2}} \left[\int_0^{P_F} \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{M^*(p)}{E^*(p)} \right]^2 + \frac{\gamma}{2} g_s^2 \int_0^{P_F} \frac{d^3 p}{(2\pi)^3 E^*(p)} \int_0^{P_F} \frac{d^3 q}{(2\pi)^3 E^*(q)} \\
&\quad \times \left\{ \Delta_s(p-q)^2 \left[-\frac{1}{2} - [E(p) - E(q)]^2 \Delta_s(p-q)^2 \right] \right. \\
&\quad \left. \times [E_0(p) E_0(q) - \vec{p}^* \cdot \vec{q}^* + M^*(p) M^*(q)] \right\} \quad (4.19)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{E}_v^{(2)} &= \frac{\gamma^2}{2} \frac{g_v^2}{m_v^{*2}} \left[\int_0^{P_F} \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \right]^2 + \frac{\gamma}{2} \int_0^{P_F} \frac{d^3 p}{(2\pi)^3 E^*(p)} \int_0^{P_F} \frac{d^3 q}{(2\pi)^3 E^*(q)} \\
&\quad \times \left\{ \Delta_v(p-q)^2 \left[-\frac{1}{2} - [E(q) - E(k)]^2 \Delta_v(p-q)^2 \right] \right. \\
&\quad \left. \times [E_0(p) E_0(q) - \vec{p}^* \cdot \vec{q}^* - 2M^*(p) M^*(q)] \right\} \quad . \quad (4.20)
\end{aligned}$$

Partindo destes resultados, podemos agora obter as curvas para as densidades de energia e também para as massas efetivas.

Para segunda ordem em δ (fig. 4.1) temos $g_s^2 = 114$, $g_v^2 = 119$, $\mathcal{E}/\rho_B - M = -16,19 \text{ MeV}$ e $P_F = 1,36 \text{ fm}^{-1}$. Se compararmos nossos resultados para $O(\delta^2)$ (fig. 4.1 e fig. 4.2) com os obtidos com a aproximação de campo médio, podemos notar que os resultados são semelhantes tanto para a curva da densidade de energia quanto para a curva da massa efetiva. Por exemplo em $P_F = 1,4 \text{ fm}^{-1}$ temos, na aproximação de campo médio, $M^*/M = 0,84$ e em $O(\delta^2)$ $M^*/M = 0,70$.

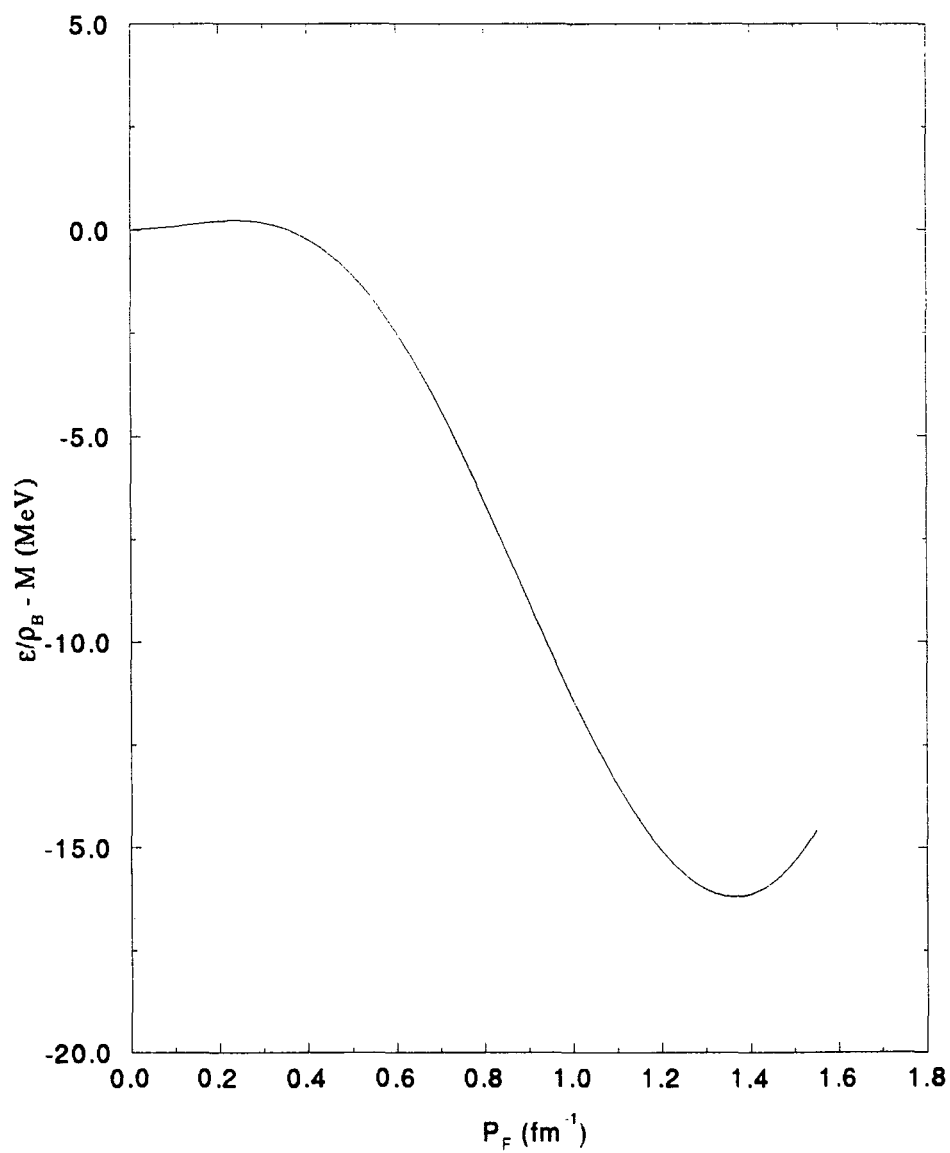


Figura 4.1: Curva de saturação da matéria nuclear para o modelo de ZM3 para ordem 2 em δ com as constantes de acoplamento apropriadas.

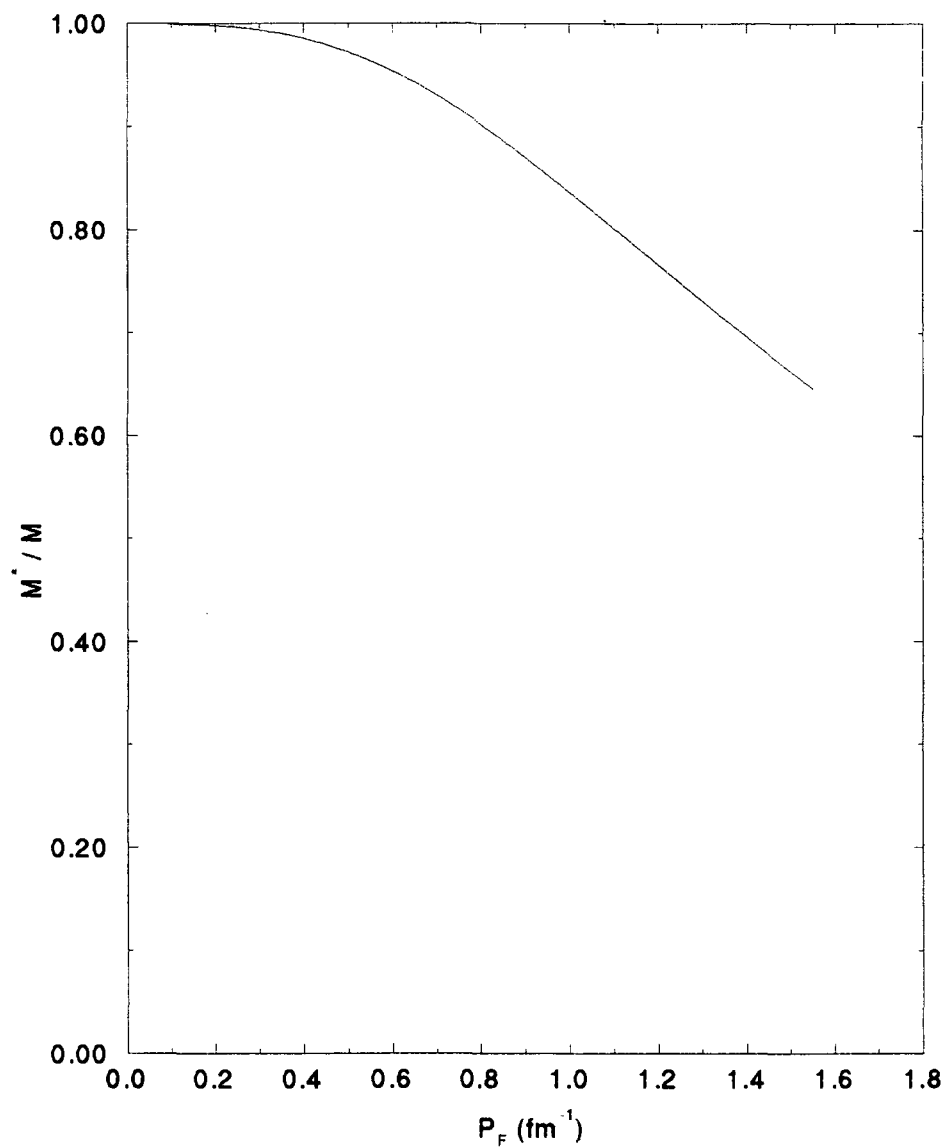


Figura 4.2: Massa efetiva do nucleon como uma função do momento de Fermi para ordem 2 em δ no modelo ZM3.

Conclusões

Após nosso estudo, podemos observar que a expansão δ reproduz os resultados obtidos com a aproximação de campo médio. Isto fica bastante claro quando se compara as curvas para a saturação da matéria nuclear e também o comportamento da massa efetiva do nucleon, tanto para o modelo de Walecka, quanto para o modelo de ZM3.

Um ponto que pode ser ressaltado é que a análise, em segunda ordem em δ , talvez não seja necessária. Apesar de possuir respaldos mais físicos que o estudo em $O(\delta^0)$, pois trabalha com o propagador do nucleon vestido com suas interações mesônicas, o resultado final é praticamente o mesmo. Isto nos mostra que a expansão δ otimizada já produz resultados equivalentes aos encontrados na literatura com outros métodos não perturbativos, como Hartree e Hartree-Fock, em ordem zero.

Por fim, é interessante mencionarmos que, apesar de não termos feito este tipo de análise aqui, a expansão δ é um método útil também para o tratamento do vácuo [10], pois é de mais fácil renormalização que cálculos como aproximação de Hartree relativística ou Hartree-Fock, uma vez que, a cada ordem de δ , leva-se em conta apenas um número reduzido de diagramas.

Apêndice A

Notações e Convenções

A.1 Métrica

Tensor Métrico:

$$g_{\mu\nu} = g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} .$$

Coordenadas contravariantes:

$$x^\mu = (x^0, x^1, x^2, x^3) = (t, x, y, z) = (t, \vec{x}) . \quad (\text{A.1})$$

Coordenadas covariantes:

$$x_\mu = g_{\mu\nu} x^\nu = (t, -x, -y, -z) = (t, -\vec{x}) . \quad (\text{A.2})$$

Produto escalar:

$$A.B = A_\mu B^\mu = A_\mu g^{\mu\nu} B^\nu = A_0 B_0 - \vec{A}.\vec{B} \quad . \quad (\text{A.3})$$

Derivadas:

$$\partial^\mu \equiv \frac{\partial}{\partial x_\mu} = \left(\frac{\partial}{\partial t}, -\vec{\nabla} \right) \quad \partial_\nu \equiv \frac{\partial}{\partial x^\nu} = \left(\frac{\partial}{\partial t}, \vec{\nabla} \right) \quad (\text{A.4})$$

onde

$$\vec{\nabla} = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right) \quad . \quad (\text{A.5})$$

Quadri-divergência:

$$\partial^\mu A_\mu = \frac{\partial A_0}{\partial t} + \vec{\nabla}.\vec{A} \quad . \quad (\text{A.6})$$

$$\square = \partial^\mu \partial_\mu = \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 \quad . \quad (\text{A.7})$$

A.2 Matrizes de Pauli

$$\vec{\sigma} = (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) \quad . \quad (\text{A.8})$$

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad .$$

$$[\sigma_i, \sigma_j] = 2i\epsilon^{ijk}\sigma_k \quad \epsilon^{ijk} : \text{totalmente anti-simétrica} \quad \epsilon^{123} = 1 \quad , \quad (\text{A.9})$$

onde ϵ : tensor de Levi-Civita.

$$\{\sigma_i, \sigma_j\} = 2\delta_{ij} \quad \text{tr}(\sigma_i\sigma_j) = 2\delta_{ij} \quad . \quad (\text{A.10})$$

A.3 Matrizes de Dirac

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu}I \quad \gamma_\mu = g_{\mu\nu}\gamma^\nu \quad , \quad (\text{A.11})$$

onde I é a matriz identidade:

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad .$$

$$\gamma^\mu = (\gamma^0, \vec{\gamma}) \quad \gamma_\mu = (\gamma^0, -\vec{\gamma}) \quad . \quad (\text{A.12})$$

$$\gamma^5 = \gamma_5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 \quad \sigma_{\mu\nu} = \frac{i}{2}[\gamma_\mu, \gamma_\nu] \quad . \quad (\text{A.13})$$

Representação de Dirac

$$\gamma_0 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix} \quad \vec{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ -\vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix} \quad ;$$

com $\vec{\sigma}$: matrizes de Pauli.

Hermitiano conjugado

$$(\gamma^0)^\dagger = \gamma^0 \quad (\gamma^k)^\dagger = -\gamma^k, \quad (k = 1, 2, 3) \quad \gamma_5^\dagger = \gamma_5 \quad . \quad (\text{A.14})$$

$$(\gamma_0)^2 = 1 \quad . \quad (\text{A.15})$$

$$(\gamma^k)^2 = -1 \quad . \quad (\text{A.16})$$

$$(\gamma^5)^2 = 1 \quad . \quad (\text{A.17})$$

$$(\gamma^\mu)^\dagger = \gamma^0 \gamma^\mu \gamma^0 \quad . \quad (\text{A.18})$$

Apêndice B

Propagador do Nucleon e Sua Auto-energia

A dinâmica de um campo clássico $\phi(x)$ é determinada pela densidade lagrangeana $\mathcal{L}(\phi, \partial_\mu\phi)$ através do princípio da mínima ação

$$\delta S = 0 \tag{B.1}$$

onde S é a ação

$$S = \int d^4x \mathcal{L}(\phi, \partial_\mu\phi). \tag{B.2}$$

De (B.1), podemos obter as equações de movimento de Euler-Lagrange

$$\partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\phi)} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial\phi} = 0 \tag{B.3}$$

Para quantizarmos esse sistema podemos adotar qualquer uma das aproximações que vamos mostrar a seguir. O formalismo canônico envolve a identificação das variáveis dinâmicas do sistema. Elas são tomadas como operadores e são postuladas de modo a satisfazer as relações de comutação canônicas. A hamiltoniana do sistema é construída e utilizada para encontrar a evolução temporal do sistema. Isto nos permite obter a amplitude de transição de um estado em um tempo inicial para um estado em um tempo final. Alternativamente, podemos utilizar o formalismo da integral de caminho de Feynman para descrever o sistema quântico. Aqui, a amplitude de transição é expressa diretamente como a soma (uma integral funcional) sobre todos os caminhos possíveis entre os estados inicial e final, incluindo-se a exponencial de i vezes a ação (em unidades da constante de Planck \hbar) para um caminho particular. Então, no limite clássico ($\hbar \rightarrow 0$) o integrando oscila bastante, fornecendo uma contribuição negligenciável para a integral, exceto ao longo do caminho estacionário selecionado pelo princípio da mínima ação (B.1).

Seguindo os caminhos da quantização canônica [6] podemos escrever a função de Green associada ao propagador como sendo:

$$iS_{\alpha\beta}^{ab}(x, y) = \langle 0 | T[\psi_{\alpha}^{aH}(x) \bar{\psi}_{\beta}^{bH}] | 0 \rangle, \quad (\text{B.4})$$

onde H é o campo de Heisenberg, α, β são os índices de Dirac com valores 1, 2, 3, 4 e a, b são os índices de isospin que valem 1, 2, 3.

Podemos expandir (B.4) perturbativamente de modo a obter:

$$iS_{\alpha\beta}^{ab}(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(i)^m}{m!} \int d^4 z_1 d^4 z_2 \dots d^4 z_m \langle 0 | T[\psi_{\alpha}^a(x) \bar{\psi}_{\beta}^b \mathcal{L}_I(z_1) \dots \mathcal{L}_I(z_m)] | 0 \rangle_c \quad (\text{B.5})$$

Aqui, ψ e $\bar{\psi}$ são campos assintóticos, c são os diagramas conectados e ainda,

$$\mathcal{L}_{I_s} = g_s \delta \bar{\psi} \phi \psi$$

$$\mathcal{L}_{I_v} = -g_v \delta \bar{\psi} \gamma^{\mu} V_{\mu} \psi$$

são as lagrangeanas de interação no modelo de Walecka interpolado, mostradas em (3.7).

Na expressão (B.5) acima, os termos de primeira ordem desaparecem, pois $\langle s \rangle_{vac} = \langle v \rangle_{vac} = 0$. Até segunda ordem obtemos, para os termos escalares:

$$iS_{\alpha\beta}^{ab}(x, y) = iS_{\alpha\beta}^{ab(0)}(x, y) + \frac{1}{2} \int d^4 z_1 d^4 z_2 \langle 0 | T[\psi_{\alpha}^a(x) \bar{\psi}_{\beta}^b \mathcal{L}_{I_s}(z_1) \mathcal{L}_{I_s}(z_2)] | 0 \rangle \quad (\text{B.6})$$

Para o campo vetorial, o procedimento é análogo. Resta ainda, simplificar esta expressão com o auxílio do teorema de Wick que coloca os operadores em ordem normal. Também devemos aplicar uma transformada de Fourier:

$$S(x - y) = \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} e^{ip(x-y)} S(p) \quad (\text{B.7})$$

para mudarmos de coordenadas de posição para coordenadas de momento.

Por fim, podemos finalmente escrever a auto-energia $\Sigma(p)$ como uma função dos propagadores definindo:

$$iS(p) = iS^{(0)}(p) + iS^{(0)}(p)[-i\Sigma(p)]iS(p) \quad (\text{B.8})$$

O que nos dá:

$$S(p) = S^{(0)}(p) + S^{(0)}(p)\Sigma(p)S(p) \quad , \quad (\text{B.9})$$

com a ajuda da equação de Dyson.

O outro caminho para se calcular o propagador, via integrais de trajetória [11] nos fornece:

$$iS^{(\delta)}(p) = \frac{1}{\gamma^\mu p_\mu - M^*} \quad , \quad (\text{B.10})$$

onde S é a função de Green associada ao propagador.

Em ordem zero em δ utilizamos $M^* = M_0 = M + \mu$ e em $O(\delta^2)$ temos $M^* = M_0 + \Sigma_s^{(2)}$. Aqui, a auto-energia $\Sigma(p)$ é a função de dois pontos irreduzível (1PI) com pernas externas amputadas, ou seja:

$$\Sigma^{(\delta)} = \begin{array}{c} \begin{array}{c} \text{---} \xrightarrow{\quad} \text{---} \\ \text{N} \end{array} \\ + \begin{array}{c} \text{---} \xrightarrow{\quad} \text{---} \\ \text{N} \end{array} \begin{array}{c} \text{---} \xrightarrow{\quad} \text{---} \\ \text{N} \end{array} \begin{array}{c} \text{---} \xrightarrow{\quad} \text{---} \\ \text{N} \end{array} \\ + \begin{array}{c} \text{---} \xrightarrow{\quad} \text{---} \\ \text{N} \end{array} \begin{array}{c} \text{---} \xrightarrow{\quad} \text{---} \\ \text{N} \end{array} \begin{array}{c} \text{---} \xrightarrow{\quad} \text{---} \\ \text{N} \end{array} \\ + \begin{array}{c} \text{---} \xrightarrow{\quad} \text{---} \\ \text{N} \end{array} \begin{array}{c} \text{---} \xrightarrow{\quad} \text{---} \\ \text{N} \end{array} \end{array}$$

Figura B.1: Representação da auto-energia em termos de diagramas de Feynman.

Aqui, o primeiro diagrama é o nucleon nu, o segundo e o terceiro correspondem aos termos diretos para os mésons escalar (σ) e vetorial (ω), respectivamente, e os

dois últimos são os termos de troca para estes mesmos mésons.

Referências Bibliográficas

- [1] J.D. Walecka. A Theory of Highly Condensed Matter. *Annals of Physics*, 83:491–529, 1974.
- [2] J. Zimanyi e S.A. Moszkowski. *Phys. Rev. C*, 42:1416, 1990.
- [3] A. Duncan e M. Moshe. *Phys. Lett. B*, 215:352, 1988.
- [4] I.C.R. Buckley. *PhD Thesis*, 1992. Imperial College - University of London.
- [5] P.M. Stevenson. *Phys. Rev. D*, 23:2916, 1981.
- [6] B.D. Serot e J.D. Walecka. *Adv. Nucl. Phys.*, 16, 1985.
- [7] A. Delfino, C.T. Coelho e M. Malheiro. *Phys. Lett. B*, 345:361, 1995.
- [8] A. Delfino, M. Malheiro e D.P. Menezes. Submetido à publicação ; nucl-th/9603025.
- [9] G. Krein, D.P. Menezes, M. Nielsen e M.B. Pinto. Studying Medium Effects with the Optimized δ -Expansion. Preprint IFUSP/P-1151, IFT-P.022/95, hep-ph/9505216.
- [10] G. Krein, D.P. Menezes e M.B. Pinto. *Phys. Lett. B*, 5:370, 1996.

- [11] T. Cheng e L. Li. *Gauge Teory of Elementary Particle Physics*, 1994. Oxford Science Publication.