UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

PROGRAMAÇÃO POR OBJETIVOS APLICADA AO PLANEJAMENTO DA PRODUÇÃO AGREGADA

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA

CELSO AUGUSTO COELHO

FLORIANÓPOLIS
SANTA CATARINA - BRASIL
DEZEMBRO - 1976

PROGRAMAÇÃO POR OBJETIVOS

APLICADA AO

PLANEJAMENTO DA PRODUÇÃO AGREGADA

CELSO AUGUSTO COELHO

ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA PARA OBTENÇÃO DO TITULO DE

MESTRE EM ENGENHARIA

ESPECIALIDADE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO E APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO

Raul Valentim Filho

PROF. RAUL VALENTIM DA SILVA M.Sc.
COORDENADOR

APRESENTADA PERANTE A BANCA EXAMINADORA COMPOSTA DOS PROFESSORES:

Leonardo Ensslin

PROF. LEONARDO ENSSLIN, Ph.D.
ORIENTADOR

JR Mackness

PROF. JOHN ROBERT MACKNESS, Ph.D.

PROF. AMAURI BECK, M.Sc.

Dedicado à

- Memória de meu pai, Celestino
- Minha mãe, Celina
- Meus irmãos, Célia, Cecília, Cidália, Clélia, Celestino e Cleide.

AGRADECIMENTOS

De uma maneira muito especial ao Prof. Leonardo Ensslin, Ph.D., pela orientação durante a elaboração deste trabalho.

À minha mãe e meus irmãos que, com estímulos e sacrifícios, possibilitaram a realização do curso de mestrado.

Ao CNPq e BNDE pelo auxílio financeiro, através do qual, tornaram possível a realização do curso e a elaboração desta tese.

Aos Srs. Aldo, Mário, Armin, Osmar e, em especial ao Sr. Udo Dohler, que possibilitaram a efetivação da aplicação prática deste trabalho ao deixar livre acesso para a obtenção de dados.

A todos que, de uma maneira ou de outra, contribuiram para a execução desta tese, o meu muito obrigado.

I N D I C E

RESUMO

O problema de planejamento da produção agregada diz respeito à resposta dos decisores para um modelo de demanda variável com o tempo. Especificamente, dado demandas previstas, qual a mais eficiente utilização dos recursos produtivos disponíveis, de modo a satisfazer as restrições funcionais ambientais, bem como, a política organizacional acerca do nível de emprego, nível de estoque, capacidade de produção e uso de capacidade externa, sobre um multiperíodo horizonte de planejamento.

A principal ênfase deste trabalho é a conceptualização, desenvolvimento e aplicação de um modelo de Programação por Objetivos para a análise de decisões em planejamento da produção agregada, particularizada para o setor têxtil.

Programação por Objetivos é uma técnica de Pesquisa Operacional para a análise de situações lineares complexas. Ela representa uma modificação e extensão de Programação Linear.

Com o intuito de ilustrar a aplicação do modelo proposto e, posterior análise dos resultados exibidos pelo computador, é apresentado um exemplo enfocando uma empresa do ramo industrial têxtil.

ABSTRACT

Aggregate production planning is concerned with optimizing the utilization of available production capacity, man-power and stocks to meet overall organization targets. It is characterized by the need to accomodate within the plan varying demand patterns over time and also the need to consider different planning horizons.

In this thesis the aggregate production planning process in the textile industry is studied and in order to ais decision taking a goal programming model is developed. Goal programming is an extension of linear programming.

A description of the application of the proposed model is also included.

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

A humanidade vive sujeita a uma série de fatores e forças que moldam seu comportamento de forma incontestável.

Um dos principais motivos que conduzem o homem à busca do saber é o problema econômico de satisfazer desejos humanos ilimitados com recursos limitados - este tem sempre sido o mais impertinente dos problemas econômicos impostos à humanidade.

Ampliam-se cada vez mais as necessidades humanas. Seria preciso dar expansão paralela aos bens disponíveis, e isso não foi possível, pelo menos na proporção desejada. Por conseguinte, torna-se necessário aos tomadores de decisões agirem economicamente, isto é, obter o máximo de satisfação de necessidades humanas com o mínimo de recursos disponíveis. Isto implica na procura de conhecimentos, que capacitem o decisor a utilizar os recursos escassos existentes, na mais eficiente dentre as possíveis opções, de modo a satisfazer suas necessidades.

Decisões administrativas estão tornando-se mais importantes e conclusivas, devido a crescente complexidade dos negócios contemporâneos.

Desde que a maioria desses problemas envolve muitas variáveis e muitas inter-relações entre tais variáveis, algumas das quais são claramente evidentes e outras de difícil percepção, torna-se bastante difícil para um decisor lutar intuitivamente contra a complexidade do ambiente organizacional.

O administrador, subjetivamente, sem o auxílio de técnicas científicas de otimização, dificilmente identificará as melhores alternativas decisórias. Isto deve-se ao porte e inter-relacionamento existente entre os fatores intervenientes em problemas como os formulados neste trabalho, que impossibilitam a análise destes casos sem o auxílio dos conhecimentos científicos hoje colocados à disposição dos administradores.

Os decisores de hoje, mais e mais, estão à procura de soluções para uma extensa variedade de complexos problemas de negócios, por meio de modelos matemáticos.

Informações devem ser compiladas, de tal forma que seja possível traduzir as relações entre as variáveis, dentro de uma formulação matemática capaz de descrever o problema e todas as relações entre as mesmas.

Uma característica importante de um modelo é que ele simplifica a situação real, pela não consideração de algumas de suas especificações. A escolha do que deve ser incluído no modelo é ditada pela natureza das perguntas a serem respondidas e pelo grau de precisão requerido nas respostas. Portanto, para que um modelo seja eficaz, ele deve englobar elementos de dois atributos conflitantes, a saber, realismo e simplicidade. Se por um lado, o modelo deve ser uma aproximação razoável do sistema real, e incor porar a maioria dos aspectos importantes do mesmo; por outro lado, o modelo não deve ser demasiado complexo que seja impossível compreendê-lo e manipulá-lo.

A técnica linear, provavelmente, possui a mais simples estrutura matemática, dentre as técnicas à disposição para a formulação do modelo matemático para a resolução de problemas de esquema prático, associados com o propósito da humanidade em otimizar seus desejos. As simplificações e o abandono de certas características da realidade são tão necessários na aplicação de técnicas lineares, como elas o são no uso de qualquer ferramenta científica na resolução de problemas.

A técnica linear é a que mais facilmente se adapta a tais problemas de otimização pois, felizmente, a linearidade assumida é, freqüentemente, uma aproximação bastante concisa de condições reais, tal que pode prover soluções muito úteis, desde que utilizada apropriadamente, ou seja, antes e depois de usar esta ferramenta, o decisor deve estar profundamente conscientizado das limitações e aproximações envolvidas na formulação do problema e das dificuldades contidas na interpretação da solução.

CONFRONTO ENTRE PROGRAMAÇÃO POR OBJETIVOS E PROGRAMAÇÃO LINEAR.

Programação por Objetivos ("Goal Programming") é uma técnica de Pesquisa Operacional para a análise de situações lineares complexas. Ela foi proposta por Charles e Cooper e, posteriormente, estudada por Y. Ishiri. Representa uma modificação e extensão de Programação Linear.

Em Programação Linear, somente um objetivo é incorporado à função objetiva para ser otimizado (maximizado ou minimizado). Se houver mais de um objetivo, este ou estes vão ser tomados como restrições do problema e são totalmente desvinculados da função objetiva. O resultado obtido, então, satisfará inteiramente todas as restrições do problema e otimizará sua função objetiva.

Freqüentemente, no entanto, a administração almeja otimizar simultaneamente mais de um objetivo e, quase sempre, é necessário considerar inter-relações de várias espécies entre tais objetivos. Por exemplo, alguns objetivos podem ser complementares, tais como aqueles que seriam beneficiados em partilhar dos recursos que necessitariam ser providos para qualquer um deles. Outros podem ser independentes, quando a satisfação de um deles não acarretar mudanças nas condições associadas aos outros; caso contrário, são ditos dependentes. Certos objetivos são compatíveis, quando a satisfação de qualquer um deles não implicar na impossibilidade de obtenção simultânea dos demais; em caso contrário, os objetivos são denominados incompatíveis ou mutuamente exclusivos, os quais constituem um caso extremo de dependência, posto que, ao satisfazer um deles, estar-se-á anulando as estimativas dos demais, já que estes últimos não serão mais cogitados. No caso de haver objetivos que, por razões técnicas ou econômicas, só possam ser levados a efeito se determinados outros objetivos forem previamente satisfeitos ou se ocorrerem condições particularmente favoráveis, tem-se um caso de objetivos concomitantemente rejeitados ou contingentes. Alguns podem ainda ser pelo menos competitivos, no sentido que a realização de um reduz os benefícios que resultariam de também empreender qualquer dos outros. Alguns ou todos os objetivos podem ser concorrentes por certos recursos limitados, tais como, capital, bens e mão-de-obra. Outrossim, estes objetivos podem ser incomensuráveis entre si. Desta forma, a resolução de um problema requer o estabelecimento de uma hierarquia de importância entre esses objetivos inter-relacionados, de modo que os objetivos de baixa ordem sejam considerados depois dos objetivos de maior ordem serem satisfeitos ou terem alcançado um ponto, além do qual nenhum aperfeiçoamento adicional é desejado.

Se a administração pode providenciar uma relação ordinal de objetivos, em termos de suas contribuições ou importância para a organização, e todas as restrições e objetivos estão em relações lineares, o problema pode ser resolvido por Programação por Objetivos. Deve-se, outrossim, distinguir o significado entre o termo "objetivo", que se faz referir aos desejos dos decisores, da expressão "restrição", que diz respeito às condições funcionais sob as quais se tomam as decisões.

A Programação por Objetivos é capaz de abordar problemas de decisão que tratam com simples objetivo com múltiplos subobjetivos, bem como problemas com múltiplos objetivos com múltiplos subobjetivos. Em adição, a função objetiva de um modelo de Programação por Objetivos pode ser composta de unidades de medida não homogêneas, tais como kg e Cr$, ao invés de um só tipo de unidade, à qual estamos sujeitos em Programação Linear.

Em Programação por Objetivos, todos os objetivos são conjugados na mesma função objetiva, e somente as condições funcionais reais são tratadas como restrições.

Em Programação Linear, a função objetivo é constituída de variáveis "reais", que compõem o problema, e o enfoque é orientado no sentido de otimizá-la segundo um critério objetivo. De forma diferente, a função objetiva do modelo de Programação por Objetivos é usualmente constituída de variáveis de desvio, que representam cada tipo de objetivo ou subobjetivo. A variável de desvio é representada em duas dimensões na função objetiva; um desvio positivo e um negativo de cada objetivo, subobjetivo e/ou restrição. Então, a função objetiva passa a ser a minimização desses desvios, baseada na prioridade a eles atribuída ou na importância relativa. A função objetiva assim constituída faz com que as variáveis de desvio guiem os valores das variáveis "reais".

Desde que se faça necessário, é óbvio a possibilidade de inclusão das variáveis "reais" na função objetivo.

PROPÓSITO DO ESTUDO

O propósito deste estudo é mostrar quão eficientemente a Programação por Objetivos pode ser aplicada para a resolução de problemas de Planejamento da Produção Agregada. É proposto mostrar que a Programação por Objetivos contém todas as vantagens dos métodos básicos existentes e, em adição, supre muitas de suas deficiências. Ao invés de necessitar de informações de custos, que muito dificilmente são estimados com precisão, a Programação por Objetivos requer, apenas, o estabelecimento de uma hierarquia de importância entre os vários objetivos inter-relacionados, proporcionando flexibilidade suficiente para refletir as preferências da administração ou políticas na solução, ao contrário do que ocorre com os outros métodos básicos, dos quais nada se pode afirmar acerca da compatibilidade, ou não, da solução com as metas traçadas pelos administradores.

LIMITAÇÕES DO ESTUDO

As limitações deste trabalho são inerentes às limitações de Programação por Objetivos. Toda e qualquer técnica quantitativa, obviamente, que possui limitações. Além das relativas à sua condição de técnica linear, merecem realce as limitações devido às características particulares de Programação por Objetivos.

As limitações atribuíveis à condição básica de técnica de programação matemática linear são:

1. Linearidade

   Como visto anteriormente, Programação por Objetivos é uma extensão de Programação Linear. Isto implica que a função objetiva, restrições e relações de objetivos devem ser lineares. Significa que a medida de obtenção dos objetivos e utilização dos recursos devem satisfazer as propriedades de aditividade e homogeneidade na função objetiva e restrições.

2. Divisibilidade

   A solução ótima de um problema de Programação por Objetivos, freqüentemente, apresenta valores não inteiros para as variáveis "reais".

3. Determinístico

   No problema comum de Programação por Objetivos, todos os coeficientes de modelo devem ser constantes, ou seja, o problema requer uma solução em um meio de decisão determinístico, o que, na realidade, não acontece.

As limitações inerentes às características particulares são:

Quando da sua utilização para a resolução de problemas de Planejamento da Produção Agregada, a técnica de Programação por Objetivos não substituirá os aspectos subjetivos de tomada de decisão com relação à consideração de objetivos não econômicos que, por natureza, são altamente abstratos.

A Programação por Objetivos impõe responsabilidades adicionais ao decisor, por forçá-lo a analisar alguns aspectos do problema que tenham sido antes abandonados.

Em face de Programação por Objetivos basear-se em objetivos e suas importâncias relativas para a organização, ainda permenece o problema de estabelecer prioridades para tais objetivos conflitantes. Usualmente não é possível, para o cientista responsável pela aplicação de Programação por Objetivos, estar completamente ciente dos objetivos da organização, desde que estes são quase sempre implícitos na filosofia de administração, ao invés de estabelecidos explicitamente. Também, alguns resultados de uma decisão contêm aspectos que são relevantes aos objetivos da organização, mas não podem ser facilmente avaliados por tais cientistas, em termos de certos critérios de objetivos. Muitas destas vitais informações podem ser obtidas somente da alta cúpula administrativa. Portanto, o cientista deve obter a total cooperação e confiança dos decisores, de maneira que sua filosofia e dados confidenciais possam ser refletidos no modelo. A menos que contenha tais informações, a solução derivada pelo modelo pode simplesmente ser um exercício dispendioso, que nunca seria implementado pelo tomador de decisão.

IMPORTÂNCIA DO ESTUDO

Para toda e qualquer empresa, é extremamente importante obter a mais eficiente utilização de recursos dis poníveis, satisfazendo as restrições impostas pelas condições funcionais ambientais, bem como pela política organizacional acerca do nível de emprego, nível de estoque, capacidade de produção e uso de capacidade externa (por exemplo, subcontratação).

O problema de Planejamento da Produção Agregada diz respeito à resposta dos decisores para um modelo de demanda variável com o tempo. Especificamente, dado demandas previstas, como podem os recursos produtivos, mão-de-obra e bens, serem melhor utilizados, de modo a respeitar as restrições ambientais e, satisfazer os objetivos da administração acerca de contratação e dispensa temporária de mão-de-obra; operação em horas extras e ociosidade dos centros produtivos; estoque de produtos acabados e falta de atendimento das demandas dos consumidores; alterações dos níveis de produção; subcontratação de capacidade produtiva, de produtos semi-acabados e produtos acabados, sobre um multiperíodo horizonte de planejamento.

Flutuações na demanda podem ser absorvidas pela adoção de uma das combinações das seguintes estratégias:

- Ajustar o nível de emprego, através da contratação ou demissão temporária de empregados;
- Permitir trabalho extra ou ociosidade, mantendo constante o nível de emprego;
- Alterar o nível de subcontratação, mantendo constante a taxa de produção;

- Ajustar o nível de estoque, para absorver flutuações na demanda.
- Ajustar a capacidade produtiva da empresa.

Obviamente, cada uma das estratégias acima implica em um conjunto de custos tangíveis, os quais podem ser custos direto e/ou de oportunidade, bem como, intangíveis, quais sejam; o moral dos empregados e a imagem pública da organização.

Se for suposto, contudo, que a administração é capaz de providenciar uma medida ordinal para os vários custos considerados no Planejamento da Produção Agregada, então será possível usar uma estrutura analítica para resolver o problema. Este estudo sugere que Programação por Objetivos pode prover um modelo aperfeiçoado para resolver problemas de Planejamento da Produção Agregada.

ESTÁGIO ATUAL DE CONHECIMENTO

Existem três métodos básicos sugeridos como possíveis soluções para o Planejamento da Produção Agregada. São eles: o Método de Transportes de Programaçao Linear, o Método Simplex de Programação Linear e o Modelo de Regra Linear de Decisão.

O Método de Transportes de Programação Linear tem sido criticado por:

- Ignorancia dos custos associados com mudança no nível de produçao e penalidades inerentes às ordens de retorno ou perda de vendas;

- Inabilidade em prover a inclusão de um limite sobre o nível de estoques;
- Unidimensionalidade da capacidade produtiva.
- Na prática, pode não ser possível a redução de multiprodutos para unidades, utilizando a dimensão simples da capacidade produtiva.

O Modelo de Regra Linear de Decisão traz consigo a deficiência da capacidade unidimensional.

A dificuldade da utilização do Modelo de Programação Linear não é tanto sua inabilidade para representar as complexidades realistas, mas repousa no fato que sua aplicação requer informações de custos, que são freqüentemente muito difíceis de conseguir. Por exemplo: custos de contratar ou demitir temporariamente não são fáceis de determinar, quando os custos intangíveis implicados são considerados. Pode ser igualmente difícil determinar os custos corretos de transportar o estoque. Por outro lado, pode apresentar extrema dificuldade a estimativa de custos por oportunidades próprias, por capital empatado em estoques.

Métodos científicos satisfatórios não estão disponíveis, para determinar custos de uma maneira eficaz, e o procedimento usual seguido é solicitar à administração providenciar uma "melhor estimativa" de custos. Eventualmente, gerentes capazes de fazer estimativas concretas desses custos são difíceis de encontrar.

Modernamente, os cientistas têm-se utilizado de métodos analíticos específicos para estudar estes tipos de problemas, entre os quais citam-se a simulação e os modelos heurísticos, os quais, porém, se deparam com dificuldades críticas análogas às do método de Programação Linear: a incomensurabilidade dos vários objetivos.

Nesta situação, não se pode usufruir dos modelos acima citados.

Por eliminar as inconveniências críticas expostas e, ainda, apresentar flexibilidade suficiente para consideração das preferências dos administradores na solução, a técnica de Programação por Objetivos apresenta-se como melhor situada para análise de decisões em Planejamento da Produção Agregada.

CAPÍTULO II

ANÁLISE MATEMÁTICA DE PROGRAMAÇÃO POR OBJETIVOS

Programação por Objetivos é uma técnica utilizada na análise de situações lineares complexas, que envolvem um único objetivo com múltiplos subobjetivos, bem como aquelas com múltiplos objetivos com múltiplos subobjetivos.

A. Simples Objetivo com Múltiplos Subobjetivos

Neste caso, um objetivo pode ser satisfeito através da obtenção simultânea de um conjunto de subobjetivos $x_1, x_2, \ldots, x_n$.

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = a_1x_1 + a_2x_2 + \ldots a_nx_n = b \qquad (2.1)$$

onde:

$a_1, a_2, \ldots, a_n$ são números reais.

Em forma matricial, a equação (2.1) pode ser expressa como:

$$ax = b \qquad (2.2)$$

onde x é um vetor coluna com componentes $x_i (i=1, \ldots, n)$ e a é um vetor linha constituído de $a_1, a_2, \ldots, a_n$.

O modelo de Programação por Objetivos pode ser formulado como:

$$\text{Min. } Z = d^- + d^+ \qquad (2.3)$$

sujeito a:

$$ax + d^- - d^+ = b$$

$$x,\ d^-,\ d^+ \geq 0$$

$$d^- \cdot d^+ = 0$$

onde d^- e d^+ representam as variáveis de desvio do objetivo. Há a consideração da condição de não negatividade, isto é: $x,\ d^-,\ d^+ \geq 0$. As variáveis de desvio são complementares entre si. Se d^- assumir um valor positivo, d^+ será zero e vice-versa; logo $d^- \cdot d^+ = 0$ pois, sempre, pelo menos um dos desvios será zero. b representa o objetivo a ser satisfeito.

No modelo (2.3), uma solução será pesquisada para tentar satisfazer completamente o objetivo, de modo que $ax = b$, isto é, a função objetiva sempre guia os valores de d^- e d^+ a zero. Quando o objetivo é inatingível em sua plenitude, assegura-se que a abordagem será tão contígua quanto possível.

A.1. Restrições aos Subobjetivos

No modelo (2.3), a única restrição imposta aos subobjetivos foi simplesmente relacionada à condição de não negatividade ($x \geq 0$). Contudo, freqüentemente, o ambiente organizacional impõe restrições adicionais sobre os subobjetivos, tais como:

$$Bx \leq h \tag{2.4}$$

onde o número de restrições definirá o tamanho da matriz B e vetor h, e a quantificação das restrições caracterizará os componentes de B e h. Então, o modelo de Programação por Objetivos pode ser expresso como segue:

$$\text{Min. } Z = (d^- + d^+) \tag{2.5}$$

sujeito a:

$$ax + d^- + d^+ = b$$

$$Bx \leq h$$

$$x,\ d^-,\ d^+ \geq 0$$

Pelo acima exposto, torna-se evidente que, ao tratar-se com um simples problema de decisão, onde somente um objetivo é envolvido, o modelo de Programação por Objetivos não é substancialmente diferente de um modelo de Programação Linear, desde que ambos usem o mesmo critério para otimização.

Em Programação por Objetivos, a filosofia é orientada no sentido de otimização de uma maneira indireta, ao invés de tentar maximizar diretamente o critério objetivo, como no caso de Programação Linear.

No modelo de Programação Linear, as variáveis de desvio são ditas variáveis "de folga". A introdução desses desvios representados em duas dimensões é a idéia chave de Programação por Objetivos.

Tal enfoque liberta o administrador da responsabilidade de quantificar acuradamente informações de custo ou valor de um objetivo ou subobjetivo. O administrador pode ser incapaz de especificar precisamente o custo, valor ou utilidade de um objetivo, mas, freqüentemente, está apto a estabelecer limite superior ou inferior, o que é necessário e suficiente quando da abordagem de Programação por Objetivos. Cada objetivo seria estabelecido como:

$$ax \gtrless b$$

onde:

$$x \geq 0$$

B. Múltiplos Objetivos com Múltiplos Subobjetivos

Quando a administração está empenhada na obtenção simultânea de múltiplos objetivos, o modelo de Programação por Objetivos pode ser formulado matematicamente como:

$$\text{Min } Z = \sum_{i=1}^{m} (d_i^- + d_i^+) \tag{2.6}$$

sujeito a:

$$Ax + Id^- - Id^+ = b$$

$$x,\ d^-,\ d^+ \geq 0$$

onde b é um vetor coluna de m componentes, que expressam os níveis dos m objetivos considerados, os quais podem ser satisfeitos através de combinações de n subobjetivos variáveis, representados por vetor coluna x de n componentes. A é uma matriz $m \times n$ que expressa a relação entre objetivos e subobjetivos. d^- e d^+ são vetores coluna de m componentes, representando os desvios dos objetivos, e I é a matriz identidade m-dimensional.

No modelo acima, cada restrição está relacionada com um objetivo. Além da condição de não-negatividade, quase sempre, restrições adicionais são impostas aos subobjetivos. Considerando-se k restrições adicionais impostas aos subobjetivos, o modelo de Programação por Objetivos será formulado como:

$$\text{Min. } Z = \sum_{i=1}^{m} (d_i^- + d_i^+) \qquad (2.7)$$

sujeito a:

$$Ax + Id^- - Id^+ = b$$

$$Bx \leq h$$

$$x,\ d^-,\ d^+ \geq 0$$

onde B é uma matriz k x n e h é um vetor coluna constituído de k elementos.

B.1. Listagem e Ponderação dos Múltiplos Objetivos

No mundo real de decisões, quase sempre não é possível satisfazer cada objetivo na extensão desejada pela administração, pois a maioria dos objetivos são competitivos, em termos de necessidade por recursos escassos, isto é, são alcançáveis somente às custas do sacrifício de outros objetivos. Outrossim, estes objetivos podem ser incomensuráveis entre si. Torna-se necessário, então, ao administrador, com ou sem Programação por Objetivos, baseado em seu julgamento acerca da importância relativa dos objetivos individuais, estabelecer prioridade para a obtenção dos vários objetivos, de modo que os objetivos de baixa ordem sejam considerados depois dos objetivos de maior ordem serem satisfeitos na extensão desejada. Se houver objetivos em r níveis de prioridade, fatores de prioridade $P_j (j = 1, 2, \ldots, r)$ serão atribuídos às variáveis de desvio negativa e/ou positiva. Os fatores de prioridade possuem a relação $P_j >>> P_{j+1}$, o que implica em que, multiplicando-se P_{j+1} por um valor finito maior do que se pode imaginar, nunca o resultado será maior ou igual a P_j.

Há, dentre os múltiplos objetivos, alguns que são comensuráveis entre si; então, a análise de suas atribuições ou importância relativa para a organização pode ser verificada segundo um fator comum. Estes objetivos comensuráveis estarão, portanto, situados num mesmo nível de prioridade e, desde que se faça desejável uma certa hierarquia, pode-se atribuir aos desvios, através de determinado critério, denominador comum, pesos diferenciais finitos (α), os quais, multiplicando P_j, mostrarão esta hierarquia.

Seja, então, c um vetor linha, com 2m componentes, cujos elementos são produtos de P_j e α, tal que:

$$c = (\alpha_1 P_{j1}, \alpha_2 P_{j2}, \ldots, \alpha_{2m} P_{j2m}) \quad (2.8)$$

onde P_{ji} $(i = 1, 2, \ldots, 2m; \; j = 1, 2, \ldots, r)$ são os fatores de prioridades, com P_1 sendo o mais alto fator, e α_i $(i = 1, 2, \ldots, 2m)$ são números reais. Tome-se d como um vetor coluna com 2m componentes, cujos elementos são d^-'s e d^+'s, tal que:

$$d = (d_1^- \, , d_2^- \, , \ldots, d_m^- \, ; d_1^+ \, , d_2^+ \, , \ldots, d_m^+) \qquad (2.9)$$

Então, o problema de Programação por Objetivos, envolvendo múltiplos objetivos inter-relacionados, pode ser formulado como:

$$\text{Min. } Z = cd \qquad (2.10)$$

sujeito a:

$$Ax + Rd = b$$

$$Bx \leqslant h$$

$$x \, , \; d \geqslant 0$$

onde R é uma matriz m x2m, constituída dos elementos $a_{ij} = 1$ quando $j = i$; $j = m + i$, e $a_{ij} = 0$, em caso contrário, e os outros elementos (A, B, x, c, b, d e h) conforme definidos anteriormente.

A função objetiva consiste de variáveis de desvio com fatores de prioridade P_j's para listagem ordinal e pesos diferenciais α's, para ponderações no mesmo nível de prioridade.

Como, freqüentemente, não é possível a satisfação de cada objetivo na extensão desejada, então é óbvio que a solução ótima para o problema de Programação por Objetivos será aquela que minimiza o número de objetivos não satisfeitos em sua plenitude.

C. Análise dos Desvios e Variações da Função Objetiva

O tomador de decisões deve analisar o sistema e investigar se todos os seus objetivos estão expressos no modelo de Programação por Objetivos. Quando todas as restrições e objetivos estão completamente identificados no modelo, o decisor deve analisar cada objetivo em termos de se sobre ou subobtenção do objetivo é satisfatória ou não. Baseado nesta análise, ele pode alocar variáveis de desvio para as restrições regulares e/ou de objetivos. Se sobre obtenção é desejável, desvio positivo do objetivo pode ser eliminado da função objetiva. Por outro lado, se a subobtenção de um certo objetivo é aceitável, desvio negativo não seria incluído na função objetiva. Se a exata obtenção do objetivo é desejado, ambos os desvios - positivo e negativo - devem ser representados na função objetiva.

Uma ou ambas as variáveis de desvio de cada restrição devem aparecer na função objetiva. Se nenhum desvio aparece na função objetiva, é possível que ambos terminem na base, e a restrição $d_i^- \cdot d_i^+ = 0$ não será saldada. Se ambas as variáveis de desvio aparecem na função objetiva, elas podem assumir diferentes níveis de prioridade.

O modelo geral de Programação por Objetivos foi apresentado através de (2.10), no qual a função objetiva é simplesmente a função minimização de variáveis de desvio, com certos fatores de prioridade e pesos atribuídos a elas. Variações na função objetiva podem ser assumidas de acordo com a estrutura de objetivos da análise de decisões, como seguem:

C.1. Minimização de $(d^- + d^+)$

Dado que a restrição de objetivos é expressa por $Ax + d^- - d^+ = b$, a minimização de $d^- + d^+$ minimizará o valor absoluto de $Ax - b$. Como visto anteriormente, pelo menos uma variável de desvio será zero, dependendo do nível de objetivos e praticabilidade técnica do sistema. Por exemplo, se $Ax > b$, então $d^- = 0$ e $d^+ = Ax - b$, ao passo que, se $Ax < b$, então $d^+ = 0$ e $d^- = b - Ax$. Se $Ax = b$, o objetivo é alcançado exatamente como desejado; logo, $d^- = d^+ = 0$.

C.2. Minimização de d^-

Se a função objetiva é construída para minimizar o desvio negativo d^- do objetivo e se soluções são possíveis, as mesmas consistirão de todos x's tal que $Ax > b$, minimizando d^- a zero. Se não é possível minimizar d^- a zero, o conjunto solução consistirá de todos os x's que minimizem $(b - Ax)$ à extensão possível.

C.3. Minimização de d^+

Se a função objetiva é orientada para minimizar o desvio positivo do objetivo, a solução identificará todos os x's os quais satisfazem $Ax \leqslant b$, provido que tais soluções são possíveis. Se o modelo não pode minimizar d^+ a zero, a solução consiste de todos os x's os quais minimizem $(Ax - b)$ para a mais completa extensão possível.

C.4. Minimização de $(d^- - d^+)$

A minimização de $(d^- - d^+)$ tem o mesmo efeito de maximizar Ax. Se for denotado $d = (d^- - d^+)$, a variável de desvio d é irrestrita em sinal. Então, o modelo de Programação por Objetivos pode ser escrito como:

$$\text{Min. } d \tag{2.11}$$

sujeito a:

$$Ax + d = b$$
$$x, d \geqslant 0$$

Como $d = b - Ax$, pode-se transformar a função objetiva para minimizar $(b - Ax)$. Como b é uma constante, a função é equivalente à maximização de Ax. Na prática, contudo, a maximização de Ax pode também ser obtida se b for estabelecido como um número muito grande, e minimizar d^-. Portanto, na maioria dos casos, a função de "minimizar $d^- - d^+$" é usada raramente.

C.5. Minimização de $(d^+ - d^-)$

O efeito da função para minimizar $(d^+ - d^-)$ é equivalente à minimização de Ax. Se se tomar $d = d^+ - d^-$, o modelo de Programação por Objetivos pode ser formulado como:

$$\text{Min. } d \tag{2.12}$$

sujeito a:

$$Ax - d = b$$

$$x\ ,\ d \geqslant 0$$

Como $d = Ax - b$ e b é uma constante, a função objetiva é equivalente a minimizar Ax. Na maioria dos problemas do mundo real, dificilmente é usada a função para minimizar $(d^+ - d^-)$, pois resultado idêntico pode ser obtido minimizando d^+ e tomando b substancialmente pequeno.

CAPÍTULO III

FORMULAÇÃO DO MODELO GERAL DE PROGRAMAÇÃO POR OBJETIVOS PARA O PLANEJAMENTO DA PRODUÇÃO AGREGADA

A. ELEMENTOS E NOTAÇÃO UTILIZADOS NO MODELO

Para a formulação do modelo geral, considerando um multiperíodo produto, é necessário, primeiramente, definir os vários elementos que dele fazem parte.

i =	produto	$i = 1, 2, \ldots, m$
t =	período	$t = 1, 2, \ldots, n$
k =	centro produtivo	$k = 1, 2, \ldots, p$

1. Constantes

$I_i(0)$ = estoque inicial do produto i

$I_i(t)$ = estoque de fechamento desejável do produto i, no fim do período $t (t \in W)$, onde W é um conjunto cujos elementos representam os períodos nos quais se deseja que toda a demanda dos períodos anteriores seja satisfeita. Tais períodos são ditos "Períodos de Ajustamento", e deverão ser definidos previamente pela administração.

$E(D_i(t))$ = demanda prevista do produto i no período t. Logo,

$$\sum_{j=1}^{t} E(D_i(j))$$

é a demanda prevista do produto i até o período t (inclusive).

∂_i^k = número de horas requeridas no centro produtivo k, para produzir uma unidade do produto i.

$C^k(t)$ = capacidade de produção regular disponível (em unidades de medida de tempo; no modelo a unidade utilizada é horas) do centro produtivo k, no período t.

$B^k(t)$ = limite superior de horas extras do centro produtivo k no período t. ($B^k(t)$ é normalmente uma dada fração de $C^k(t)$, mas não necessita ser a mesma para todos os períodos e, tampouco, para todos os centros produtivos. $B^k(t)$ assume seu limite inferior ($B^k(t)=0$), caso a empresa em questão esteja operando com sua capacidade máxima instalada, isto é, trabalhando cento e quarenta e quatro (144) horas semanais, ou a administração considere desinteressante a operação em horas extras. $B^k(t)$ terá assumido seu limite superior máximo quando se igular ao total máximo disponível de horas extras do centro produtivo k no período t).

b_i = lucro bruto unitário do produto i.

c_i = custo padrão do produto i.

As informações relativas ao custo padrão e lucro bruto unitário de cada produto elaborado podem ser facilmente quantificáveis e serão utilizadas, neste estudo, como fator ponderador de importância em um determinado nível de prioridade, na função objetiva.

2. Variáveis

$q_i(t)$ = quantidade do produto i, produzida no período t. Logo,

$$\sum_{j=1}^{t} q_i(j)$$

é a quantidade do produto i produzida até o período t (inclusive).

$d_i^+(t)$ = estoque de fechamento do produto i, no fim do período t, isto é:

$$d_i^+(t) = |I_i(0) + \sum_{j=1}^{t} q_i(j)| - |\sum_{j=1}^{t} E(D_i(j))|.$$

$d_i^-(t)$ = demanda do produto i que se deixou de atender até o período t, isto é:

$$d_i^-(t) = |\sum_{j=1}^{t} E(D_i(j))| - |I_i(0) + \sum_{j=1}^{t} q_i(j)|$$

$d_{i1}^+(t)$ = quantidade do produto i que excede o estoque de fechamento desejável $I_i(t)$, no fim do período t $(t \varepsilon W)$

$$d_{i1}^+(t) = |I_i(0) + \sum_{j=1}^{t} q_i(j)| - |\sum_{j=i}^{t} E(D_i(j)) + I_i(t)|$$

$x^{k+}(t)$ = total de horas extras de operação no centro produtivo k no período t.

$x^{k-}(t)$ = total de horas não utilizadas (total de subutilização) da capacidade regular de produção do centro produtivo k no período t.

$x^{ke-}(t)$ = total, em horas, de capacidade disponível não utilizada do centro produtivo k no período t.

$$x^{ke-}(t) = (C^{k}(t) + B^{k}(t)) - \sum_{i=1}^{m} \partial_{i}^{k}\, q_{i}(t)$$

$x^{ke+}(t)$ = total de horas extras que excede o limite superior de horas extras disponível ou estabelecido pela administração, para o centro produtivo k, no período t.

$$x^{ke+}(t) = \sum_{i=1}^{m} \partial_{i}^{k}\, q_{i}(t) - (C^{k}(t) + B^{k}(t))$$

Do acima exposto, pode-se facilmente deduzir o inter-relacionamento existente entre as quatro (4) últimas variáveis definidas, como segue:

$$x^{ke-}(t) - x^{ke+}(t) = x^{k-}(t) - x^{k+}(t) + B^{k}(t)$$

3. Objetivos da Administração acerca da Produção Agregada e suas Prioridades

Objetivos organizacionais variam de acordo com as características, tipo, filosofia de administração e particulares condições ambientais da organização. Em face da inexistência de uma estrutura universal de objetivos para o planejamento da produção agregada, tomar-se-á a seguinte estrutura de objetivos como a mais adequada, levando-se em consideração os aspectos operacionais e sócio-econômicos, e os rumos da indústria têxtil brasileira.

Para a consideração dos objetivos e respectivas prioridades, considerou-se a relação abaixo discriminada, em ordem decrescente de grandeza, tomando como referência uma unidade de produto fabricada.

1. Custo incorrido na falta de atendimento das demandas previstas
2. Custo de subcontratar
3. Custo de capital imobilizado mais custo de estocagem
4. Custo de ociosidade dos centros produtivos
5. Custo de operação em horas extras dos centros produtivos

O B J E T I V O S	PRIORIDADES
Satisfazer a demanda correspondente aos produtos ou consumidores classificados como especiais	1
Satisfazer a demanda não considerada acima	2
Evitar a subcontratação. A administração considera mais interessante fazer uso das horas extras disponíveis do que subcontratar, isto é, só subcontratar em caso de as horas extras excederem ao máximo disponível. Tal objetivo pode ser satisfeito através da tentativa de minimização das horas extras ao limite superior estabelecido	3
Minimizar o capital empatado em estoques	4
Evitar a subutilização da capacidade regular de produção em cada centro produtivo	5
Minimizar as horas extras de operação em cada centro produtivo	6

B. MODELO GERAL

A definição dos vários elementos acima permite a formulação do modelo geral. O alvo é a minimização de desvios de objetivos, com pré-fixados fatores de prioridades.

1. Função Objetiva

$$\text{Min } Z = P_1 \sum_{j=1}^{t} \sum_{\substack{i=1 \\ i \varepsilon E}}^{m} b_i\, d_i^-(j)\ (p/t \notin W) +$$

$$+ P_2 \sum_{j=1}^{t} \sum_{\substack{i=1 \\ i \notin E}}^{m} b_i\, d_i^-(j)\ (p/t \notin W) +$$

$$+ P_3 \sum_{t=1}^{n} \sum_{k=1}^{p} x^{ke+}(t) + P_4 \left| \sum_{i=1}^{m} c_i\, d_i^+(t)\ (p/t \notin W) \right.$$

$$\left. + \sum_{i=1}^{m} c_i\, d_{i1}^+(t)\ (p/t\ \varepsilon\ W) \right| + P_5 \sum_{t=1}^{n} \sum_{k=1}^{p} x^{k-}(t) +$$

$$+ P_6 \sum_{t=1}^{n} \sum_{k=1}^{p} x^{k+}(t)$$

E = Conjunto dos índices das demandas correspondentes aos produtos especiais.

A função objetiva indica que os dois mais importantes objetivos da administração se fazem referir à obtenção do máximo possível de vendas. Dentre estas, preocupa-se, primeiramente, com o atendimento da demanda correspondente aos produtos especiais. Nota-se que tais demandas especiais são as correspondentes aos produtos cujos índices representativos são os elementos do conjunto E.

Em cada uma das duas mais altas prioridades, P_1 e P_2, a satisfação de tais demandas é ordenada em função do lucro bruto por unidade para cada produto, b_i.

Em seguida, a administração deseja restringir o trabalho em horas extras ao limite superior estabelecido. Para tal objetivo, é alocada a terceira prioridade.

Com prioridade quatro (4), a administração deseja minimizar o capital empatado em estoques. Logicamente, dentro desta prioridade, a alocação de importância relativa é feita em função do custo padrão por unidade do produto i, c_i. Poder-se-ia ter utilizado pesos diferenciais obtidos pela multiplicação dos fatores correspondentes ao custo de capital, custo de estocagem e custo padrão de fabricação. Como o custo de capital, que é obtido através da adição dos fatores referentes à rentabilidade do capital da empresa (taxa de rentabilidade) e taxa de inflação do período, é o mesmo para todos os produtos, e o custo de estocar uma unidade (p.ex. metro, metro quadrado, etc.) do produto final pode-se tomar, no setor têxtil, como sendo um valor constante, independente do tipo do produto, pode-se, sem sacrifício dos resultados do modelo, desprezar tais fatores.

A quinta prioridade, P_5, é atribuída ao desvio negativo da capacidade regular de produção, $x^{k-}(t)$, isto é, a administração deseja minimizar a subutilização da capacidade normal dos centros produtivos.

Com a mais baixa prioridade, a administração almeja minimizar as horas extras de operação dos centros produtivos, mas somente depois de alcançar a total utilização da capacidade regular. Em uma empresa com uma linha de produção diversificada e com capacidade produtiva multidimensional, é extremamente difícil obter o balanceamento de capacidade dos centros produtivos. Desta forma, foi atribuída maior importância para a minimização de subutilização do que de horas extras, com o intuito de se tentar conseguir total utilização de capacidade produtiva, mesmo que isto implique na necessidade de operação em horas extras em alguns centros produtivos.

A menção, para os períodos não pertencentes ao conjunto W, p/t $\notin$ W, nas prioridades 1 e 2 da função objetiva, deve-se ao fato de a formulação do modelo já implicar na satisfação das demandas para os períodos pertencentes ao conjunto W, t ε W.

2. Relação entre as demandas, produção e estoque de produtos acabados.

$$I_i(0) + \sum_{j=1}^{t} q_i(j) - d_i^+(t) + d_i^-(t) = \sum_{j=1}^{t} E(D_i(j))$$

$$(t \notin W;\ i = 1, 2, \ldots, m)$$

$$I_i(0) + \sum_{j=1}^{t} q_i(j) - d_{i1}^+(t) = \sum_{j=1}^{t} E(D_i(j)) + I_i(t)$$

$$d_i^+(t) - d_i^-(t) = d_{i1}^+(t) + I_i(t)$$

$$(t \ \varepsilon\ W;\ i = 1, 2, \ldots, m)$$

No modelo, é assumido que a perda de vendas em um período pode ser coberta em períodos posteriores, bem como é permitida a produção em um período e entrega em períodos subseqüentes. É suposto também que, em períodos previamente definidos pela administração ($t \varepsilon W$), toda a demanda dos períodos anteriores é satisfeita.

O primeiro conjunto de equações das restrições acima (i. é., p/$t \notin W$) estabelece que o estoque inicial, $I_i(0)$, mais a produção cumulativa no período t,

$$\sum_{j=1}^{t} q_i(j)$$

menos o estoque de fechamento do período, $d_i^+(t)$, mais a falta no período, $d_i^-(t)$, deve igualar a demanda prevista acumulada no período t,

$$\sum_{j=1}^{t} E(D_i(j))$$

O segundo conjunto de equações estabelece que, para $t \varepsilon W$, o estoque inicial, $I_i(0)$, mais a produção cumulativa no período t,

$$\sum_{j=1}^{t} q_i(j),$$

menos a quantidade que excede o estoque de fechamento desejável, $d_{i1}^+(t)$, deve igualar a demanda prevista cumulativa no período t,

$$\sum_{j=1}^{t} E(D_i(j)),$$

mais o estoque de fechamento desejável no período t, $I_i(t)$. Logicamente, através de tal formulação, garante-se para tal período ($t \in W$) que, além da satisfação da demanda dos períodos anteriores, haverá, no mínimo, um excesso de produção correspondente ao estoque de fechamento desejável, $I_i(t)$, cuja quantificação fica a critério dos decisores, conforme a possibilidade de eventuais pedidos extras de consumidores especiais e/ou pedidos de urgência.

Pela condição de não-negatividade, tem-se que $d_{i1}^{+}(t) \geq 0$; por sua natureza quantitativa, $I_i(t) \geq 0$. Através do terceiro conjunto de equações das restrições mostradas acima, conclui-se que não haverá falta nos períodos de ajustamento ($t \in W$), pois $d_i^{-}(t) = 0$, e que o estoque de fechamento, $d_i^{+}(t)$, em tais períodos, no mínimo, se igualará ao estoque de fechamento desejável, $I_i(t)$.

3. Restrições de capacidade dos centros produtivos

$$\sum_{i=1}^{m} \partial_i^k \, q_i(t) + x^{k-}(t) - x^{k+}(t) = c^k(t)$$

$$(k = 1, 2, \ldots, p;\ t = 1, 2, \ldots, n)$$

Estas restrições mostram que a capacidade utilizada em um centro produtivo, $\sum \partial_i^k \, q_i(t)$, mais o total de subutilização, $x^{k-}(t)$, menos as horas extras de operação, $x^{k+}(t)$, se iguala à capacidade regular disponível desse centro produtivo, $c^k(t)$.

4. Restrições de operação em horas extras

$$x^{k+}(t) \leqslant B^k(t)$$

$$(k = 1, 2, \ldots, p; \; t = 1, 2, \ldots, n)$$

Tais restrições estipulam que a operação em horas extras, no centro produtivo k, no período t, $x^{k+}(t)$, deve ser menor ou igual ao limite superior estabelecido, $B^k(t)$. Considerando que o total de horas extras que exceder o limite superior estabelecido será subcontratado, e que o objetivo da administração com prioridade 3 é a minimização de subcontratação de capacidade dos centros produtivos, as restrições acima podem ser estabelecidas da seguinte forma:

$$\sum_{i=1}^{m} \partial_i^k \, q_i(t) + x^{ke+}(t) - x^{ke+}(t) = c^k(t) + B^k(t)$$

$$(k = 1, 2, \ldots, p); \; (t = 1, 2, \ldots, n)$$

Estas restrições indicam que a capacidade utilizada em um centro produtivo, $\Sigma \, \partial_i^k \, q_i(t)$, mais o total de capacidade disponível não utilizada, $x^{ke-}(t)$, menos o total de horas extras que excede o limite superior estabelecido ou disponível, $x^{ke+}(t)$, iguala-se à capacidade regular de operação, $c^k(t)$, mais o limite superior de horas extras do centro produtivo k no período t, $B^k(t)$.

5. Restrições de não-negatividade.

$$q_i(t),\ d_i^+(t),\ d_i^-(t),\ x^{k-}(t),\ x^{k+}(t),\ x^{ke-}(t),\ x^{ke+}(t) \geq 0,$$

$$p/\ t = 1, 2, \ldots, n$$

$$d_{i1}^+(t) \geq 0,\ p/\ t \in W$$

$$(i = 1, 2, \ldots, m;\ k = 1, 2, \ldots, p)$$

6. Possibilidade de Subcontratação (Confronto entre utilização de horas extras, subcontratação e aumento da capacidade regular de produção).

A peculiaridade de manufatura do produto como um "todo" apresentada pelo setor têxtil torna um tanto complexa a consideração de possibilidade de subcontratação em um modelo matemático.

A possibilidade mais generalizada de atuação, no ramo industrial têxtil, é o processo produtivo que envolve a utilização de matéria prima natural (malva, juta, algodão, etc.) e a transformação em um produto de utilização imediata pela sociedade (vestuário, sacos de juta, etc.). A subcontratação de capacidade de um centro produtivo, p. ex., fiação, praticamente, implica na subcontratação de todos os centros produtivos que se fazem referir às etapas do processo produtivo anteriores à fiação. Como exceção, no tocante à viabilidade prática, mencionar-se-ia a tinturaria de fios, engomagem, e os centros produtivos correspondentes às etapas do processo produtivo posteriores à tecelagem.

O procedimento mais indicado para a resolução de tal problema, quando do planejamento da produção agregada considerando um longo prazo, seria através de uma análise econômica para levantamento da melhor opção, para a solução da falta de capacidade regular de produção. Pode parecer, à primeira vista, que as possíveis soluções são excludentes quando os centros produtivos são tomados individualmente, isto é, pode parecer inviável fazer ampliação parcial da capacidade regular de produção, ou permitir que parte da falta de capacidade regular seja suprida através do trabalho em horas extras, e as horas restantes, que se fazem necessárias, do centro produtivo em questão, sejam subcontratadas. Tal condição tornaria a análise econômica bem mais simples.

Considerando a análise para todos os centros, é óbvia a possibilidade de serem derivadas opções ótimas diferentes, para diferentes centros produtivos, ou seja, para um centro produtivo, pode a ampliação da capacidade instalada ser a solução ótima indicada, enquanto que, para um outro, pode o problema de falta de capacidade regular ser melhor suprido economicamente através do trabalho em horas extras.

Paralelamente à análise econômica, devem ser considerados todos os fatores que, direta ou indiretamente, poderão influenciar na implementação da melhor solução.

CAPÍTULO IV

APLICAÇÃO PRÁTICA NA INDÚSTRIA TÊXTIL

Com o intuito de ilustrar a utilização de Programação por Objetivos para a resolução de problemas de Planejamento da Produção Agregada e posterior análise dos resultados exibidos pelo computador, o seguinte exemplo prático é apresentado, para o qual foi enfocada uma empresa do ramo industrial têxtil.

Para uma melhor ordenação, este capítulo está dividido em 5 (cinco) etapas, quais sejam:

1. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DA PRODUÇÃO AGREGADA.
2. MODELO MATEMÁTICO DE PROGRAMAÇÃO POR OBJETIVOS.
3. SOLUÇÃO OBTIDA POR COMPUTADOR.
4. ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DA SOLUÇÃO.
5. CONCLUSÕES DA APLICAÇÃO PRÁTICA.

1. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DA PRODUÇÃO AGREGADA

A empresa em questão, a partir do fio, utilizado como matéria-prima, chega à elaboração final de 8 diferentes produtos, codificados, neste trabalho, através dos números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 e 8.

O produto número 1 apresenta duas opções relativas à utilização dos centros produtivos número 9 e/ou número 10. Para a manufatura de cada um dos produtos restantes (2, 3, 4, 5, 6, 7 e 8) existem duas opções referentes à apresentação final, quais sejam, tipo 1 (estampado) e tipo 2 (xadrez).

Se a fábrica produzir dentro de sua capacidade máxima, é certo que haverá excesso de capacidade em alguns centros produtivos, os quais foram omitidos de considerações adicionais.

Foram considerados onze (11) centros produtivos, que se fazem referir às sete (7) diferentes operações que apresentam caráter crítico ou restritivo ao processo produtivo, conforme fluxograma (FIGURA 1).

O departamento de vendas foi solicitado para a previsão das demandas correspondentes aos 2 períodos trimestrais do horizonte de planejamento, as quais constam no QUADRO 1. Poder-se-ia ter considerado um horizonte de planejamento constituído de tantos períodos quanto se fizessem necessários. A consideração de somente 2 (dois) períodos se deve às limitações inerentes às disponibilidades de serviços computacionais, aliadas à condição de um exemplo elucidativo de aplicação do modelo proposto. A opção por períodos trimestrais se fez por circunstâncias específicas, isto é, coincidência com o período adotado pelo departamento de vendas para a previsão de demandas.

Taxas de produção para cada um dos 8 produtos para cada um dos 11 centros produtivos, são dadas no QUADRO 2. Estas taxas estão expressas em horas, por 1.000 m^2 produzidos.

A disponibilidade máxima, em horas, de capacidade regular de produção e de operação em horas extras, dos centros produtivos consta do QUADRO 3. Descontos foram feitos para quebras, manutenção, limpeza, etc...

No setor de contabilidade de custos, foram levantados o custo padrão e o lucro unitário esperado, tendo sido considerado o valor médio dos tipos para cada produto, apresentados no QUADRO 4.

Os objetivos dos decisores, acerca da produção agregada, e respectivas prioridades, estão relacionadas no QUADRO 5.

Os objetivos foram detectados através de levantamentos, sugestões, análises e discussões em reuniões realizadas com a alta cúpula administrativa da empresa.

Na alocação de prioridades aos objetivos incomensuráveis, utilizou-se o Método de Comparação Emparelhada. Foi solicitado aos decisores, a seleção da alternativa mais importante para a organização, em cada um de todos os possíveis pares de objetivos. Dessa consideração chegou-se a uma classificação ordinal dos objetivos conforme o QUADRO 5.

De posse da relação de objetivos incomensuráveis e respectivas prioridades, foi analisada a importância relativa dos objetivos comensuráveis entre si, ou seja, passou-se a considerar a possibilidade de utilização de pesos diferenciais para ponderações dentro de cada um dos níveis de prioridades.

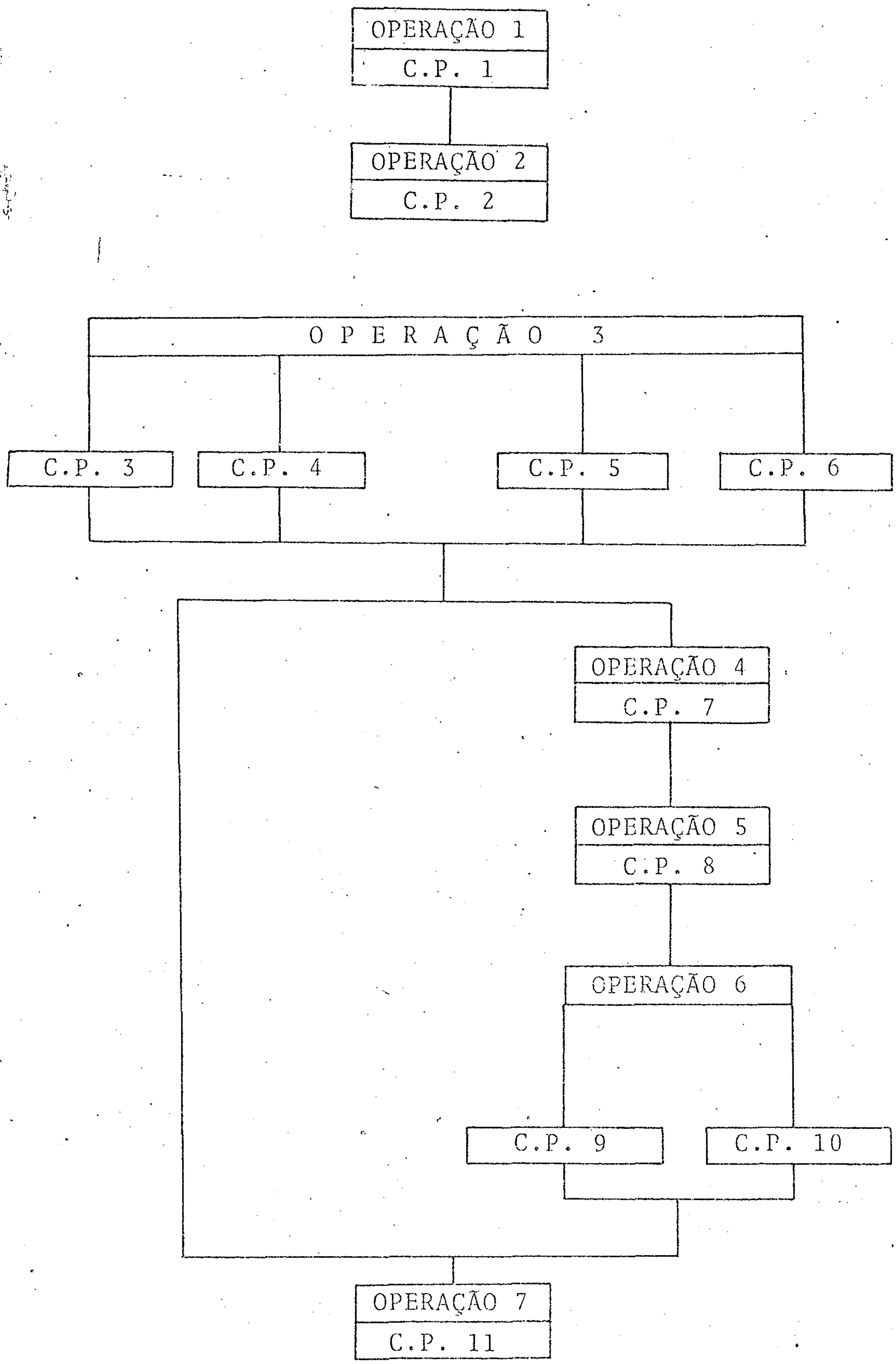
Os decisores julgam que a satisfação da demanda não é igualmente importante para todos os objetivos. Eles consideram mais conveniente satisfazer as demandas por ordem de contribuição unitária dos produtos. Para tal, dever-se-á utilizar o lucro unitário como peso diferencial dentro do nível de prioridade 1.

Considerando que o capital imobilizado em estoques não só é função da quantidade, como, também, do capital empregado na produção de cada unidade estocada, será utilizado o custo padrão unitário como ponderador dentro da prioridade 2.

Tomando por base o valor anual da depreciação - calculado segundo o valor inicial do ativo imobilizado, vida útil e valor residual - os administradores consideram a subutilização no centro produtivo 6, como sendo 5 (cinco) vezes mais crítica do que a subutilização em qualquer dos outros centros produtivos. Logo, no nível de prioridade 3, as variáveis correspondentes à subutilização do centro produtivo 6, estarão multiplicadas pelo fator ponderador 5 (cinco), demonstrando assim, uma maior importância relativa para a organização.

Não haverá necessidade de alocações de pesos diferenciais para ponderações nos níveis de prioridade 4 e 5, em face dos tomadores de decisão considerarem a operação em horas extras como sendo igualmente inconveniente para todos os centros produtivos.

A estrutura de prioridades dos objetivos incomensuráveis mostrando os vários níveis de importância para a organização, bem como, a atribuição de pesos diferenciais como ponde radores de preferência da administração pelos objetivos comensuráveis entre si, podem ser facilmente visualizados pela investigação da função objetiva do modelo matemático.



C.P.: Centro Produtivo

FIGURA 1 - Fluxograma do processo produtivo

PRODUTOS (i)	DEMANDAS PREVISTAS: $E(D_{it})$ (em $1000m^2$)	
	1º PERÍODO ($E(D_{i1})$)	2º PERÍODO ($E(D_{i2})$)
1	1000	1160
2	600	660
3	780	800
4	640	670
5	350	370
6	330	340
7	600	700
8	300	300

QUADRO 1 - Demandas previstas

NOTA: Por solicitação dos dirigentes da empresa tomada nesta ilustração numérica, foi omitida a denominação das operações e centros produtivos, bem como as características dos produtos considerados.

PRODUTO (i)	OPÇÃO (j)	TAXAS DE PRODUÇÃO: ∂_{ij}^{k} (Horas por 1000 m^2 produzidos)										
		OPERAÇÃO Nº										
		1	2	3				4	5	6		7
		CENTRO PRODUTIVO (K)										
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	1	0,22	0,19	-	-	-	40,70	0,23	0,30	1,07	-	0,20
	2	0,22	0,19	-	-	-	40,70	0,23	0,30	-	0,25	0,20
2	1	0,22	0,19	250,00	-	-	-	0,23	0,30	1,07	-	0,20
	2	0,22	0,19	-	217,40	-	-	-	-	-	-	0,20
3	1	0,22	0,19	-	-	200,10	-	0,23	0,30	-	0,25	0,20
	2	0,22	0,19	-	-	-	116,30	-	-	-	-	0,20
4	1	0,22	0,19	-	-	140,00	-	0,23	0,30	1,07	-	0,20
	2	0,22	0,19	-	152,20	-	-	-	-	-	-	0,20
5	1	0,22	0,19	212,50	-	-	-	0,23	0,30	-	0,25	0,20
	2	0,22	0,19	-	-	-	98,84	-	-	-	-	0,20
6	1	0,22	0,19	-	-	-	104,65	0,23	0,30	-	0,25	0,20
	2	0,22	0,19	-	-	-	104,65	-	-	-	-	0,20
7	1	0,22	0,19	-	-	-	-	0,23	0,30	1,07	-	0,20
	2	0,22	0,19	-	-	-	104,65	-	-	-	-	0,20
8	1	0,22	0,19	-	-	-	-	0,23	0,30	-	0,25	0,20
	2	0,22	0,19	-	-	-	93,00	-	-	-	-	0,20

QUADRO 2 - Taxas de produção

CENTRO PRODUTIVO (k)	CAPACIDADE DE PRODUÇÃO DISPONÍVEL (Horas)			
	1º PERÍODO		2º PERÍODO	
	REGULAR ($c^k(1)$)	EXTRA ($B^k(1)$)	REGULAR ($c^k(2)$)	EXTRA ($B^k(2)$)
1	1368	234	1386	234
2	1368	234	1386	234
3	81715	61824	82790	62362
4	38243	28934	38746	29186
5	101780	17410	103118	17410
6	150754	25787	152737	25787
7	1642	281	1663	281
8	1632	312	1640	312
9	1733	296	1756	296
10	1155	874	1170	882
11	2280	924	2310	930

QUADRO 3 - Disponibilidade máxima de capacidade dos centros produtivos

PRODUTO (i)	CUSTO PADRÃO (c_i) (Cr$ por m^2)	LUCRO BRUTO (b_i) (Cr$ por m^2)
1	10,22	4,50
2	10,24	4,92
3	10,63	6,93
4	7,95	2,52
5	9,86	3,57
6	11,35	4,20
7	10,03	7,60
8	9,53	7,41

QUADRO 4 - Custo e lucro unitário dos produtos

OBJETIVOS	PRIORIDADES
Obter o máximo de vendas, ou seja, satisfação das demandas previstas	1
Minimizar o capital imobilizado em estoques	2
Minimizar a subutilização da capacidade regular de produção em cada centro produtivo	3
Minimizar a operação em horas extras em cada centro produtivo	4
Evitar subcontratação (a administração só admitirá subcontratar em caso de a necessidade de operação em horas extras se fizer exceder ao máximo disponível. Isto equivale a minimizar as horas extras ao máximo disponível).	5

QUADRO 5 - Objetivos e prioridades

2. MODELO MATEMÁTICO DE PROGRAMAÇÃO POR OBJETIVOS

A partir dos dados levantados e da estrutura de objetivos, com respectivas prioridades, traçada pela alta administração da empresa, passar-se-á à formulação do modelo de Programação por Objetivos para a resolução desse problema de planejamento da produção agregada.

O problema em questão consiste na manufatura de 8 diferentes produtos através de 11 centros produtivos, em um horizonte de planejamento composto de 2 períodos.

A. <u>Notação e elementos utilizados no modelo</u>

i = produto	$i = 1, 2, \text{------}, 8$
j = opção de produção ou tipo de produto	$j = 1, 2$
t = período	$t = 1, 2$
k = centro produtivo	$k = 1, 2, \text{------}, 11$

1. Constantes

$E(D_{it})$ = demanda prevista do produto i no período t.

a_{ij}^{k} = taxa de produção ou número de horas requeridas no centro produtivo k, para produzir 1.000 m^2 do produto i, do tipo j.

$c^k(t)$ = disponibilidade máxima de capacidade regular de produção do centro produtivo k no período t.

$B^k(t)$ = disponibilidade máxima de operação, em horas extras, do centro produtivo k no período t.

c_i = custo padrão por m^2 do produto i.

b_i = lucro bruto por m^2 vendido do produto i.

2. Variáveis

q_{ijt} = m^2 do produto i, do tipo j, produzidos no período t.

d_{it}^{-} = demanda do produto i que se deixou de atender até o período t.

d_{it}^{+} = estoque de fechamento do produto i, no fim do período t.

$x^{k+}(t)$ = número de horas extras de operação no centro produtivo k, no período t.

$x^{k-}(t)$ = número de horas não utilizadas da capacidade regular de produção (subutilização) do centro produtivo k, no período t.

$x^{ke+}(t)$ = número de horas extras de operação que excede o máximo disponível no centro produtivo k, no período t.

$x^{ke-}(t)$ = número de horas não utilizadas da capacidade máxima disponível (capacidade regular mais operação em horas extras) no centro produtivo k, no período t.

3. Objetivos e prioridades

Conforme QUADRO 5.

B. Formulação do modelo

1. Formulação das restrições

a. Relação entre demanda, produção e estoque de produtos acabados

Para cada produto i(i=1,2,-----,8), tem-se o seguinte conjunto de restrições:

a.1) 1º período

$$\sum_{j=1}^{2} (q_{ijt}) + d_{it}^{-} - d_{it}^{+} = E(D_{it}) \qquad (t=1)$$

ou seja,

$$q_{i11} + q_{i21} + d_{i1}^{-} - d_{i1}^{+} = E(D_{i1})$$

a.2) 2º período

$$\sum_{t=1}^{2} \sum_{j=1}^{2} (q_{ijt}) + d_{it}^{-} - d_{it}^{+} = \sum_{t=1}^{2} E(D_{it}) \qquad (t=2)$$

ou seja,

$$q_{i11} + q_{i21} + q_{i12} + q_{i22} + d_{i2}^{-} - d_{i2}^{+} = E(D_{i1}) + E(D_{i2})$$

Observa-se,do acima exposto, semelhança com a política adotada no modelo teórico, isto é, é assumido que a perda de vendas em um período pode ser coberta em períodos seguintes, bem como é permitido produzir em um período e entregar em períodos posteriores.

Para cada produto, existem duas restrições, o que implica em um conjunto de 16 restrições para os 8 produtos considerados. Substituindo-se os valores das constantes, tem-se:

Restrição nº:

1. $q_{111} + q_{121} + d_{11}^{-} - d_{11}^{+} = 1.000$

2. $q_{111} + q_{121} + q_{112} + q_{122} + d_{12}^{-} - d_{12}^{+} = 2.160$

3. $q_{211} + q_{221} + d_{21}^{-} - d_{21}^{+} = 600$

$$4.\quad q_{211} + q_{221} + q_{212} + q_{222} + d_{22}^{-} - d_{22}^{+} = 1.260$$

$$5.\quad q_{311} + q_{321} + d_{31}^{-} - d_{31}^{+} = 780$$

$$6.\quad q_{311} + q_{321} + q_{312} + q_{322} + d_{32}^{-} - d_{32}^{+} = 1.580$$

$$7.\quad q_{411} + q_{421} + d_{41}^{-} - d_{41}^{+} = 640$$

$$8.\quad q_{411} + q_{421} + q_{412} + q_{422} + d_{42}^{-} - d_{42}^{+} = 1.310$$

$$9.\quad q_{511} + q_{521} + d_{51}^{-} - d_{51}^{+} = 350$$

$$10.\quad q_{511} + q_{521} + q_{512} + q_{522} + d_{52}^{-} - d_{52}^{+} = 720$$

$$11.\quad q_{611} + q_{621} + d_{61}^{-} - d_{61}^{+} = 330$$

$$12.\quad q_{611} + q_{621} + q_{612} + q_{622} + d_{62}^{-} - d_{62}^{+} = 670$$

$$13.\quad q_{711} + q_{721} + d_{71}^{-} - d_{71}^{+} = 600$$

$$14.\quad q_{711} + q_{721} + q_{712} + q_{722} + d_{72}^{-} - d_{72}^{+} = 1.300$$

$$15.\quad q_{811} + q_{821} + d_{81}^{-} - d_{81}^{+} = 300$$

$$16.\quad q_{811} + q_{821} + q_{812} + q_{822} + d_{82}^{-} - d_{82}^{+} = 600$$

b. Restrições de capacidade regular de produção e de operação em horas extras

Para cada centro produtivo k(k=1,2,-----,11), ter-se-á o seguinte conjunto de restrições:

b.1) 1º período

b.1.1) Utilização da capacidade regular de produção

$$\sum_{i=1}^{8}\sum_{j=1}^{2}(\partial_{ij}^{k} \cdot q_{ijt}) + x^{k-}(t) - x^{k+}(t) = c^{k}(t) \qquad (t=1)$$

ou seja,

$$\partial_{11}^{k} \cdot q_{111} + \partial_{12}^{k} \cdot q_{121} + \partial_{21}^{k} \cdot q_{211} + \partial_{22}^{k} \cdot q_{221} + \partial_{31}^{k} \cdot q_{311} +$$

$$+ \partial_{32}^{k} \cdot q_{321} + \partial_{41}^{k} \cdot q_{411} + \partial_{42}^{k} \cdot q_{421} + \partial_{51}^{k} \cdot q_{511} + \partial_{52}^{k} \cdot q_{521} +$$

$$+ \partial_{61}^{k} \cdot q_{611} + \partial_{62}^{k} \cdot q_{621} + \partial_{71}^{k} \cdot q_{711} + \partial_{72}^{k} \cdot q_{721} + \partial_{81}^{k} \cdot q_{811} +$$

$$+ \partial_{82}^{k} \cdot q_{821} + x^{k-}(1) - x^{k+}(1) = c^{k}(1)$$

b.1.2) Operação em horas extras

$$\sum_{i=1}^{8}\sum_{j=1}^{2}(\partial_{ij}^{k} \cdot q_{ij1}) + x^{ke-}(1) - x^{ke+}(1) = c^{k}(1) + B^{k}(1)$$

b.2) 2º período

b.2.1) Utilização de capacidade regular de produção

$$\sum_{i=1}^{8}\sum_{j=1}^{2}(\partial_{ij}^{k} \cdot q_{ij2}) + x^{k-}(2) - x^{k+}(2) = c^{k}(2)$$

b.2.2) Operação em horas extras

$$\sum_{i=1}^{8}\sum_{j=1}^{2}(\partial_{ij}^{k} \cdot q_{ij2}) + x^{ke-}(2) - x^{ke+}(2) = c^{k}(2) + B^{k}(2)$$

A cada centro produtivo se faz corresponder 4 restrições. Tem-se um conjunto de 44 restrições relativas aos 11 centros produtivos. Substituindo-se os valores das constantes, obter-se-á:

Restrição nº:

17. $0.22\ (\sum_{i=1}^{8} \sum_{j=1}^{2} q_{ij1}) + x^{1-}(1) - x^{1+}(1) = 1368$

18. $0.22\ (\sum_{i=1}^{8} \sum_{j=1}^{2} q_{ij1}) + x^{1e-}(1) - x^{1e+}(1) = 1368 + 234 = 1.602$

19. $0.22\ (\sum_{i=1}^{8} \sum_{j=1}^{2} q_{ij2}) + x^{1-}(2) - x^{1+}(2) = 1386$

20. $0.22\ (\sum_{i=1}^{8} \sum_{j=1}^{2} q_{ij2}) + x^{1e-}(2) - x^{1e+}(2) = 1386 + 234 = 1.620$

21. $0.19\ (\sum_{i=1}^{8} \sum_{j=1}^{2} q_{ij1}) + x^{2-}(1) - x^{2+}(1) = 1368$

22. $0.19\ (\sum_{i=1}^{8} \sum_{j=1}^{2} q_{ij1}) + x^{2e-}(1) - x^{2e+}(1) = 1368 + 234 = 1.602$

23. $0.19\ (\sum_{i=1}^{8} \sum_{j=1}^{2} q_{ij2}) + x^{2-}(2) - x^{2+}(2) = 1386$

24. $0.19\ (\sum_{i=1}^{8} \sum_{j=1}^{2} q_{ij2}) + x^{2e-}(2) - x^{2e+}(2) = 1386 + 234 = 1.620$

25. $250{,}00 \cdot q_{211} + 212{,}50 \cdot q_{511} + x^{3-}(1) - x^{3+}(1) = 81.715$

26. $250{,}00 \cdot q_{211} + 212{,}50 \cdot q_{511} + x^{3e-}(1) - x^{3e+}(1) = 81.715 + 61.824 = 143.539$

27. $250{,}00 \cdot q_{212} + 212{,}50 \cdot q_{512} + x^{3-}(2) - x^{3+}(2) = 82.790$

28. $250{,}00 \cdot q_{212} + 212{,}50 \cdot q_{512} + x^{3e-}(2) - x^{3e+}(2) = 82.790 + 62.362 = 145.152$

29. $217{,}4 \cdot q_{221} + 152{,}20 \cdot q_{421} + x^{4-}(1) - x^{4+}(1) = 38.243$

30. $217,4 \cdot q_{221} + 152,20 \cdot q_{421} + x^{4e-}(1) - x^{4e+}(1) = 38.243 + 28.934 = 67.177$

31. $217,4 \cdot q_{222} + 152,20 \cdot q_{422} + x^{4-}(2) - x^{4+}(2) = 38.746$

32. $217,4 \cdot q_{222} + 152,20 \cdot q_{422} + x^{4e-}(2) - x^{4e+}(2) = 38.746 + 29.186 = 67.932$

33. $200,1 \cdot q_{311} + 140,00 \cdot q_{411} + x^{5-}(1) - x^{5+}(1) = 101.780$

34. $200,1 \cdot q_{311} + 140,00 \cdot q_{411} + x^{5e-}(1) - x^{5e+}(1) = 101.780 + 17.410 = 119.190$

35. $200,1 \cdot q_{312} + 140,00 \cdot q_{412} + x^{5-}(2) - x^{5+}(2) = 103.118$

36. $200,1 \cdot q_{312} + 140,00 \cdot q_{412} + x^{5e-}(2) - x^{5e+}(2) = 103.118 + 17.410 = 120.528$

37. $40,7\,(q_{111} + q_{121}) + 116,30 \cdot q_{321} + 98,84 \cdot q_{521} + 104,65\,(q_{611} + q_{621} + q_{721}) + 93,00 \cdot q_{821} + x^{6-}(1) - x^{6+}(1) = 150.754$

38. $40,7\,(q_{111} + q_{121}) + 116,30 \cdot q_{321} + 98,84 \cdot q_{521} + 104,65\,(q_{611} + q_{621} + q_{721}) + 93,00 \cdot q_{821} + x^{6e-}(1) - x^{6e+}(1) = 150.754 + 25.787 = 176.541$

39. $40,7\,(q_{112} + q_{122}) + 116,30 \cdot q_{322} + 98,84 \cdot q_{522} + 104,65\,(q_{612} + q_{622} + q_{722}) + 93,00 \cdot q_{822} + x^{6-}(2) - x^{6+}(2) = 152.737$

40. $40,7\ (q_{112} + q_{122}) + 116,30 \cdot q_{322} + 98,84 \cdot q_{522} +$
$+ 104,65\ (q_{612} + q_{622} + q_{722}) + 93,00 \cdot q_{822} + x^{6e-}(2) -$
$- x^{6e+}(2) = 152.737 + 25.787 = 178.524$

41. $0,23\ (q_{111} + q_{121} + q_{211} + q_{311} + q_{411} + q_{511} + q_{611} +$
$+ q_{711} + q_{811}) + x^{7-}(1) - x^{7+}(1) = 1.642$

42. $0,23\ (q_{111} + q_{121} + q_{211} + q_{311} + q_{411} + q_{511} + q_{611} +$
$+ q_{711} + q_{811}) + x^{7e-}(1) - x^{7e+}(1) = 1.642 + 281 = 1.923$

43. $0,23\ (q_{112} + q_{122} + q_{212} + q_{312} + q_{412} + q_{512} + q_{612} +$
$+ q_{712} + q_{812}) + x^{7-}(2) - x^{7+}(2) = 1.663$

44. $0,23\ (q_{112} + q_{122} + q_{212} + q_{312} + q_{412} + q_{512} + q_{612} +$
$+ q_{712} + q_{812}) + x^{7e-}(2) - x^{7e+}(2) = 1.663 + 281 = 1.944$

45. $0,30\ (q_{111} + q_{121} + q_{211} + q_{311} + q_{411} + q_{511} + q_{611} +$
$+ q_{711} + q_{811}) + x^{8-}(1) - x^{8+}(1) = 1.632$

46. $0,30\ (q_{111} + q_{121} + q_{211} + q_{311} + q_{411} + q_{511} + q_{611} +$
$+ q_{711} + q_{811}) + x^{8e-}(1) - x^{8e+}(1) = 1.632 + 312 = 1.944$

47. $0,30\ (q_{112} + q_{122} + q_{212} + q_{312} + q_{412} + q_{512} + q_{612} +$
$+ q_{712} + q_{812}) + x^{8-}(2) - x^{8+}(2) = 1.640$

48. $0,30\ (q_{112} + q_{122} + q_{212} + q_{312} + q_{412} + q_{512} + q_{612} +$
$+ q_{712} + q_{312}) + x^{8e-}(2) - x^{8e+}(2) = 1.640 + 312 = 1.952$

49. $1{,}07\ (q_{111} + q_{211} + q_{411} + q_{711}) + x^{9-}(1) - x^{9+}(1) \quad = 1.733$

50. $1{,}07\ (q_{111} + q_{211} + q_{411} + q_{711}) + x^{9e-}(1) - x^{9e+}(1) =$

$= 1.733 + 296 = 2.029$

51. $1{,}07\ (q_{112} + q_{212} + q_{412} + q_{712}) + x^{9-}(2) - x^{9+}(2) \quad = 1.756$

52. $1{,}07\ (q_{112} + q_{212} + q_{412} + q_{712}) + x^{9e-}(2) - x^{9e+}(2) =$

$= 1.756 + 296 = 2.052$

53. $0{,}25\ (q_{121} + q_{311} + q_{511} + q_{611} + q_{811}) + x^{10-}(1) -$

$- x^{10+}(1) = 1.155$

54. $0{,}25\ (q_{121} + q_{311} + q_{511} + q_{611} + q_{811}) + x^{10e-}(1) -$

$- x^{10e+}(1) = 1.155 + 874 = 2.029$

55. $0{,}25\ (q_{122} + q_{312} + q_{512} + q_{612} + q_{812}) + x^{10-}(2) -$

$- x^{10+}(2) = 1.170$

56. $0{,}25\ (q_{122} + q_{312} + q_{512} + q_{612} + q_{812}) + x^{10e-}(2) -$

$- x^{10e+}(2) = 1.170 + 882 = 2.052$

57. $0{,}20\ \left(\sum_{i=1}^{8} \sum_{j=1}^{2} q_{ij1}\right) + x^{11-}(1) - x^{11+}(1) = 2.280$

58. $0{,}20\ \left(\sum_{i=1}^{8} \sum_{j=1}^{2} q_{ij1}\right) + x^{11e-}(1) - x^{11e+}(1) = 2.280 + 924 =$

$= 3.204$

59. $0{,}20\ \left(\sum_{i=1}^{8} \sum_{j=1}^{2} q_{ij2}\right) + x^{11-}(2) - x^{11+}(2) = 2.310$

60. $0{,}20\ \left(\sum_{i=1}^{8} \sum_{j=1}^{2} q_{ij2}\right) + x^{11e-}(2) - x^{11e+}(2) = 2.310 + 930 =$

$= 3.240$

2. Função Objetiva

A meta é a minimização dos desvios, seguindo a ordem de prioridade, conforme QUADRO 5. A função objetiva é então:

$$\begin{aligned}\text{Min. } Z = {} & P_1\Big[4{,}50(d_{11}^- + d_{12}^-) + 4{,}92\ (d_{21}^- + d_{22}^-) + 6{,}93\ (d_{31}^- + d_{32}^-) + \\ & + 2{,}52\ (d_{41}^- + d_{42}^-) + 3{,}57\ (d_{51}^- + d_{52}^-) + 4{,}20\ (d_{61}^- + \\ & + d_{62}^-) + 7{,}60\ (d_{71}^- + d_{72}^-) + 7{,}41\ (d_{81}^- + d_{82}^-)\Big] + \\ & + P_2\Big[10{,}22\ (d_{11}^+ + d_{12}^+) + 10{,}24\ (d_{21}^+ + d_{22}^+) + 10{,}63\ (d_{31}^+ + \\ & + d_{32}^+) + 7{,}95\ (d_{41}^+ + d_{42}^+) + 9{,}86\ (d_{51}^+ + d_{52}^+) + 11{,}35 \\ & (d_{61}^+ + d_{62}^+) + 10{,}03\ (d_{71}^+ + d_{72}^+) + 9{,}53\ (d_{81}^+ + d_{82}^+)\Big] + \\ & + 5P_3\Big[x^{6-}(1) + x^{6-}(2)\Big] + P_3\Big[\sum_{\substack{k=1 \\ k\neq 6}}^{11} \sum_{t=1}^{2} x^{k-}(t)\Big] + \\ & + P_4\Big[\sum_{k=1}^{11} \sum_{t=1}^{2} x^{k+}(t)\Big] + P_5\Big[\sum_{k=1}^{11} \sum_{t=1}^{2} x^{ke+}(t)\Big]\end{aligned}$$

A satisfação das demandas não é igualmente importante para todos os produtos. Em face disso, utilizou-se o lucro unitário como peso diferencial dentro do nível de prioridade 1, ou seja, a administração deseja, primeiramente, satisfazer as demandas dos produtos que apresentam maior contribuição unitária.

O custo padrão unitário foi utilizado como ponderador dentro da prioridade 2, haja visto que o capital imobilizado em estoques não só é função da quantidade, como, tam bém, do capital empregado na produção de cada unidade estocada.

Tomando por base o valor de depreciação (investimento inicial e vida útil), os decisores consideram a subutilização no centro produtivo 6, como sendo cinco vezes mais crítica do que a subutilização em qualquer dos outros centros produtivos.

Os decisores consideram a operação em horas extras como sendo igualmente inconveniente para todos os centros produtivos.

3. SOLUÇÃO OBTIDA POR COMPUTADOR

O problema, conforme formulação acima, foi rodado, utilizando-se o computador IBM//370 existente na CELESC (Centrais Elétricas de Santa Catarina). Os resultados apresentados estão resumidos abaixo.

ANÁLISE DAS VARIÁVEIS

(em 1000 m^2)

$q_{111} = 0.0$

$q_{121} = 1000.0$

$q_{112} = 0.0$

$q_{122} = 1160.0$

$q_{211} = 424.0$

$q_{221} = 176.0$

$q_{212} = 481.8$

$q_{222} = 178.2$

$q_{311} = 170.6$

$q_{321} = 609.4$

$q_{312} = 388.1$

$q_{322} = 411.9$

$q_{411} = 640.0$

$q_{421} = 0.0$

$q_{412} = 670.0$

$q_{422} = 0.0$

$$q_{511} = 350.0$$

$$q_{521} = 0.0$$

$$q_{512} = 370.0$$

$$q_{522} = 0.0$$

$$q_{611} = 330.0$$

$$q_{621} = 0.0$$

$$q_{612} = 340.0$$

$$q_{622} = 0.0$$

$$q_{711} = 555.5$$

$$q_{721} = 44.5$$

$$q_{712} = 489.3$$

$$q_{722} = 210.7$$

$$q_{811} = 300.0$$

$$q_{821} = 0.0$$

$$q_{812} = 300.0$$

$$q_{822} = 0.0$$

ANÁLISE DOS DESVIOS

RESTRIÇÃO Nº	DISPONÍVEL	DESVIO	
		POSITIVO	NEGATIVO
1	1000.0	0.0	0.0
2	2150.0	0.0	0.0
3	600.0	0.0	0.0
4	1260.0	0.0	0.0
5	780.0	0.0	0.0

RESTRIÇÃO Nº	DISPONÍVEL	DESVIO	
		POSITIVO	NEGATIVO
6	1580.0	0.0	0.0
7	640.0	0.0	0.0
8	1310.0	0.0	0.0
9	350.0	0.0	0.0
10	720.0	0.0	0.0
11	330.0	0.0	0.0
12	670.0	0.0	0.0
13	600.0	0.0	0.0
14	1300.0	0.0	0.0
15	300.0	0.0	0.0
16	600.0	0.0	0.0
17	1368.0	0.0	356.0
18	1602.0	0.0	590.0
19	1386.0	0.0	286.0
20	1620.0	0.0	520.0
21	1368.0	0.0	494.0
22	1602.0	0.0	728.0
23	1386.0	0.0	436.0
24	1620.0	0.0	670.0
25	81715.0	98681.2	0.0
26	143539.0	36857.2	0.0
27	82790.0	116279.0	0.0
28	145152.0	53917.0	0.0
29	38243.0	0.0	0.0
30	67177.0	0.0	28934.0
31	38746.0	0.0	0.0
32	67932.0	0.0	29186.0
33	101780.0	21967.8	0.0
34	119190.0	4557.8	0.0
35	103118.0	68349.5	0.0
36	120528.0	50939.5	0.0
37	150754.0	0.0	0.0
38	176541.0	0.0	25787.0
39	152737.0	0.0	0.0

RESTRIÇÃO Nº	DISPONÍVEL	DESVIO	
		POSITIVO	NEGATIVO
40	178524.0	0.0	25787.0
41	1642.0	0.0	774.8
42	1923.0	0.0	1055.8
43	1663.0	0.0	697.2
44	1944.0	0.0	978.2
45	1632.0	0.0	500.9
46	1944.0	0.0	812.9
47	1640.0	0.0	380.2
48	1952.0	0.0	692.2
49	1733.0	0.0	0.0
50	2029.0	0.0	296.0
51	1756.0	0.0	0.0
52	2052.0	0.0	296.0
53	1155.0	0.0	617.3
54	2029.0	0.0	1491.3
55	1170.0	0.0	530.5
56	2052.0	0.0	1412.5
57	2280.0	0.0	1360.0
58	3204.0	0.0	2284.0
59	2310.0	0.0	1310.0
60	3240.0	0.0	2240.0

ANÁLISE DOS OBJETIVOS

PRIORIDADE	SATISFAÇÃO	GRAU DE SUB-SATISFAÇÃO
1	total	0.0
2	total	0.0
3	parcial	7742.9
4	parcial	305277.3
5	parcial	146271.5

A solução mais satisfatória para o problema, apresentada pelo computador, indica as quantidades a produzir, dispostas sob o título ANÁLISE DAS VARIÁVEIS.

Os objetivos com prioridade 1, satisfação das demandas previstas e, prioridade 2, minimização de estoques, foram atendidos plenamente, através da minimização total dos desvios, respectivamente, negativo e positivo, das dezesseis primeiras restrições.

O objetivo com prioridade 3, evitar subutilização da capacidade regular de produção instalada em cada centro produtivo, foi parcialmente satisfeito. Os centros produtivos 1, 2, 7, 8, 10 e 11 estarão ociosos em um total de 7742,9 horas, durante os dois períodos do horizonte de planejamento, conforme abaixo discriminado

CENTRO PRODUTIVO	OCIOSIDADE EM HORAS	
	1º PERÍODO	2º PERÍODO
1	356.0	286.0
2	494.0	436.0
7	774.8	697.2
8	500.9	380.2
10	617.3	530.5
11	1360.0	1310.0
SUBTOTAL	4103.0	3639.9
TOTAL	7742.9	

A utilização, em sua plenitude, da capacidade regular instalada, dar-se-á nos centros produtivos 3, 4, 5, 6 e 9, nos dois períodos, como pode ser verificado através do valor zero assumido pelo desvio negativo, respectivamente, das restrições número 25 e 27, 29 e 31, 33 e 35, 37 e 39 e 49 e 51.

Dentre os cinco centros produtivos que farão uso completo da capacidade regular de produção, três deles - os centros produtivos 4, 6 e 9 - não necessitarão operar em horas extras. Isto pode ser facilmente concluído ao verificar-se a igualdade entre o valor assumido pelo desvio negativo das restrições 30 e 32, 38 e 40 e 50 e 52, respectivamente ao total de horas extras disponível, no primeiro e segundo período, em tais centros produtivos.

Das informações emanadas desta análise, as que seguem abaixo, por certo, carecerão de uma maior atenção dos decisores, pois referem-se aos pontos de estrangulamento da capacidade produtiva - gargalo de produção - da empresa.

O quarto mais importante objetivo da administração não foi totalmente satisfeito, pois far-se-á necessário trabalho extra, correspondente a um total de 305277,3 horas, nos centro produtivos 3 e 5, durante os dois períodos de planejamento, conforme valor assumido pelo desvio negativo, respectivamente, das restrições 25 e 27 e 33 e 35.

O objetivo com prioridade 5 não foi completamente alcançado, em face da exigibilidade de operação em horas extras exceder ao máximo disponível em um valor correspondente a 146271,5 horas.

Isto implica na necessidade de subcontratação de capacidade, nos centros produtivos 3 e 5, no primeiro e segundo período de planejamento, equivalente, respectivamente, ao valor assumido pelo desvio positivo das restrições 26 e 28 e 34 e 36.

O trabalho em horas extras está resumido no quadro abaixo:

OPERAÇÃO EM HORAS EXTRAS	CENTRO PRODUTIVO				
	3		5		
	1º PERÍODO	2º PERÍODO	1º PERÍODO	2º PERÍODO	
EXIGÍVEL	98681.2	116279.0	21967.8	68349.5	305277.5
DISPONÍVEL	61824.0	62362.0	17410.0	17410.0	
A SUBCONTRATAR	36857.2	53917.0	4557.8	50939.5	146271.5

4. ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DA SOLUÇÃO

Para o problema abordado foi identificada a solução mais satisfatória, ou seja, a solução ótima que maximizasse os objetivos à extensão máxima possível, sob suposições e condições particularizadas definidas deterministicamente.

Em qualquer processo de solução de problemas práticos, após a determinação da solução ótima, é imprescindível a análise de sua estabilidade perante mudanças nos parâmetros considerados no modelo.

Em problemas do mundo real, usualmente, há algum grau de incerteza atinente aos parâmetros do modelo. A maioria dos parâmetros apresenta variação estocástica e o valor correto de alguns torna-se conhecido somente após a implementação dos resultados do modelo. Esta limitação, inerente à condição determinística, poderá ser atenuada através da análise de sensibilidade da solução ótima. Logicamente, a alocação de esforços e recursos, na tentativa de estimar os parâmetros mais acuradamente, é função direta do grau de sensibilidade da solução ótima ante alterações nos respectivos parâmetros.

A. Alterações na função objetiva

1. Variações nos pesos diferenciais de importância

Para o problema prático abordado neste trabalho, tais fatores referem-se ao lucro bruto unitário, b_i, utilizado como peso diferencial dentro do nível de prioridade 1 e ao custo padrão unitário, c_i, ponderador de importância na prioridade 2. Neste caso, pode-se concluir que a solução ótima permanece estável ante as possíveis alterações em tais parâmetros, em face do caráter unidimensional envolvido, isto é, as variações se processarão dentro de um mesmo nível de prioridade, dentre aquelas que foram completamente otimizadas.

2. Mudanças nos fatores de prioridade

A solução ótima é estável, caso haja permuta entre os objetivos de prioridade um e prioridade dois, pois ambos foram totalmente satisfeitos, bem como em caso de qualquer rearranjo dos objetivos alocados nas três últimas prioridades, em face do atendimento completo das duas primeiras prioridades encerrar a extensão máxima possível de satisfação dos objetivos, com os três mais baixos níveis de prioridade.

A solução ótima do modelo é bastante sensível a qualquer outro rearranjo da estrutura de prioridade de objetivos.

B. Alterações nos coeficientes tecnológicos

Os coeficientes tecnológicos são os coeficientes atribuídos às variáveis, dentro de cada restrição. Neste exercício, os coeficientes tecnológicos são as taxas de produção, as quais podem ser perfeitamente quantificáveis com um grau mínimo de incerteza. Como não haverá variação, durante o horizonte de planejamento, das características, dos produtos manufaturados e centros produtivos, as taxas de produção permanecerão inalteradas.

C. Alterações nos recursos disponíveis ou níveis de objetivos

Estes parâmetros são os valores do lado direito de cada uma das sessenta restrições do exemplo numérico, os quais referem-se às demandas previstas e capacidade de produção instalada.

A capacidade produtiva permanecerá inalterada nos dois períodos de planejamento; logo, não haverá possibilidade de alteração significativa nos parâmetros correspondentes.

Dentre os parâmetros do modelo prático, a previsão de vendas é a que apresenta a maior possibilidade de alterações. Por este motivo, foi analisada a estabilidade da solução ótima, considerando variações, positiva e negativa, de dez por cento (10%) nas demandas previstas. Verificou-se que a solução ótima é bem mais sensível às variações negativas. Conclui-se que a implementação da solução ótima, proposta pelo modelo, terá tão menos sucesso quanto mais superestimadas tiverem sido as vendas.

5. CONCLUSÕES DA APLICAÇÃO PRÁTICA

Aos decisores da empresa em questão foi apresentada a solução final do problema com o intuito de análise da viabilidade de sua implementação real.

Os resultados foram considerados bastante satisfatórios, coerentes com a expectativa geral da administração, principalmente pela indicação bastante clara das quantidades a produzir, gargalos de produção, centros produtivos ociosos e grau de satisfação dos objetivos considerados, provendo assim, um guia efetivo para tomada de decisão.

A utilização da técnica de Programação por Objetivos oferece aos administradores uma oportunidade de reverem seu julgamento de prioridades de objetivos em vista da solução resultada.

A empresa está em contínua evolução; transformação através de um processo de adaptação de seus objetivos às mutáveis condições ambientais. Esse aspecto dinâmico de toda organização pode implicar em alterações na estrutura de objetivos e níveis de prioridades, bem como, no conjunto de restrições do modelo matemático.

A vantagem maior do modelo está em sua grande flexibilidade, a qual permite uma análise de pós-otimização com numerosas variações de restrições e prioridades de objetivos. Estas mudanças podem ser manuseadas muito convenientemente por variar os dados de entrada para o computador.

CAPÍTULO V

CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

CONCLUSÕES

Ao invés de necessitar de informações de custos, que muito dificilmente são estimados com precisão, Programação por Objetivos requer apenas uma medida ordinal para os vários custos envolvidos.

Tendo como ponto de partida a estrutura de prioridade de objetivos inter-relacionados, garante-se que esta técnica leva a uma solução compatível com as metas traçadas pelos administradores, ao contrário do que acontece com os outros métodos básicos, nos quais nada se pode afirmar acerca da compatibilidade ou não da solução com as políticas administrativas. Corre-se o risco.

Torna-se evidente que, em face de se tratar de uma ferramenta poderosa e flexível, Programação por Objetivos é superior às técnicas introduzidas até então para o planejamento da produção agregada.

RECOMENDAÇÕES

1. Neste trabalho foi evidenciada a superioridade de Programação por Objetivos para a resolução de problemas de planejamento da produção agregada. A sua aplicação é extensível a muitos outros setores de tomada de decisão empresarial.

2. Programação por Objetivos encontra-se na primeira déca-

da de desenvolvimento; algumas áreas necessitam pesquisas adicionais, entre as quais:

- análise de sensibilidade da solução;
- Programação por Objetivos paramétrica;
- o problema dual de Programação por Objetivos;
- Programação por Objetivos sob incerteza;
- Programação por Objetivos inteira.

3. Quando de sua utilização para a resolução de problemas práticos empresariais, a técnica de Programação por Objetivos não substituirá os aspectos subjetivos de tomada de decisão com relação a consideração de objetivos não econômicos que, por natureza, são altamente abstratos.

   Recomenda-se pois, como trabalho futuro, uma pesquisa relacionada a um procedimento científico para auxílio ao decisor na sua tarefa de elaboração de uma estrutura de prioridades para os múltiplos objetivos conflitantes.

4. Os dirigentes empresariais têm reconhecido o valor da ciência administrativa como um fator de sobrevivência e sucesso na sociedade tecnológica de hoje. A questão básica dos decisores, acerca de abordagem científica para suas análises de decisão, não é aceitar ou rejeitar, mas decidir como eles podem usá-la para otimizar seus objetivos. Isto facilita, sobremaneira, a tarefa de "venda" atribuída aos cientistas contemporâneos. A fim

de aplicar Programação por Objetivos para tomadas de decisão, o cientista de administração deve obter a total confiança e cooperação dos decisores, para que seus objetivos, políticas e filosofia de administração possam ser refletidos no modelo. Portanto, ele deve ser capaz de apresentar o conceito e benefícios, bem como reconhecer as limitações de Programação por Objetivos.

Neste ponto, deveriam ser ressaltadas as vantagens distinguintes de Programação por Objetivos referentes a:

- a abordagem de solução ordinal possibilita analisar problemas que envolvam critérios de objetivos altamente abstratos e, quando da consideração de objetivos incompatíveis, chega-se à solução mais satisfatória possível, ao contrário da ausência de resposta, quando da utilização de ferramentas unidimensionais;
- não necessidade de informações que dificilmente são estimadas com precisão;
- garantia de compatibilidade da solução, derivada pelo modelo, com as metas traçadas pelos executivos.

A participação da alta cúpula administrativa, além de indispensável durante a elaboração do modelo, torna-se significativa quando da implementação da solução.

Ao término deste trabalho, espera-se ter alcançado o objetivo primário de sua realização, inerente à divulgaçao de uma ferramenta científica para auxílio aos executivos brasileiros, na luta pela satisfação de suas necessidades, no momento em que se trilha o caminho do desenvolvimento, a fim de conseguir um maior índice de bem estar social.

APÊNDICE

LISTAGEM DO PROGRAMA DE COMPUTADOR PARA RESOLVER PROBLEMAS DE PROGRAMAÇÃO POR OBJETIVOS.

```
C*****************************************************************************
C
C
C
C                 GOAL   PROGRAMMING
C
C
C
C
C     PURPOSE
C        TO SOLVE MULTI-GOAL LINEAR PROBLEMS.
C
C
C
C*****************************************************************************
C
C
      DIMENSION KEPT(88)
      DIMENSION RHS1(88)
      DIMENSION VALY(88,6)
      DIMENSION Y(88)
      DIMENSION PRDT(88)
      DIMENSION AMT(88)
      DIMENSION ZVAL(6)
      DIMENSION C(88,208)
      DIMENSION DOD(88)
      DIMENSION DUD(208)
      DIMENSION VALX(6,208)
      DIMENSION X(208)
      DIMENSION RVLX(6,208)
      DIMENSION D(88,208)
C
C        GOAL PROGRAMMING
C
C.......................................................................
      CALL START(N,M,L,C,VALX,VALY,PRDT,RHS1,KPCK,KEPT,TEST)
      DO 21 J=1,M
   21 X(J)=J
      DO 20 I=1,N
   20 Y(I)=I
   15 FORMAT(1X,F12.2)
   12 FORMAT(10F9.5)
   13 FORMAT(8F9.0)
      DO 25 K=1,L
      DO 25 I=1,N
      VALY(I,K) = VALX(K,I)
   25 CONTINUE
      ITAB=0
C
C        BRING IN NEW VARIABLES
C
C.......................................................................
      ITER=0
C
C        CALCULATE NET CONTRIBUTION OF EACH VARIABLE(RVLX(K,J))
C
C.......................................................................
```

```
PAGE    2

   31 L1=0
   32 K3=L-L1
      WRITE(6,7467)L1
 7467 FORMAT(80X,'L1=',I4)
   33 IF(K3-1) 800,40,40
   40 DO 60 K=1,K3
      DO 60 J=1,M
      SUMP=0.
      DO 50 I=1,N
      P=VALY(I,K)*C(I,J)
      SUMP= SUMP+P
   50 CONTINUE
      RVLX(K,J)=SUMP- VALX(K,J)
   60 CONTINUE
      ITER =ITER + 1
C
C         BRING IN X(K2)
C
C..............................................................................
      ZMAX=0
      DO 90 J=1,M
      IF(K3-L) 92,70,70
   92 K4=K3+1
      DO 91 K=K4,L
      IF(RVLX(K,J)) 90,91,91
   91 CONTINUE
   70 IF(RVLX(K3,J)-ZMAX) 90,90,80
   80 ZMAX=RVLX(K3,J)
      K2=J
   90 CONTINUE
   95 IF(ZMAX)790,790,100
C
C
C         WHICH VARIABLE IS REMOVED FROM THE BASIS
C         CALCULATE LIMITING AMT FOR EACH BASIS VARIABLE
C
C
C..............................................................................
  100 DO 150 I=1,N
      IF(PROT(I)) 110,120,120
  110 WRITE(6,13)  PROT(I)
      GO TO 830
  120 IF(C(I,K2)) 130,130,140
  130 AMT(I)=-1.
      GO TO 150
  140 AMT(I)=PROT(I)/C(I,K2)
  150 CONTINUE
C
C         SELECT SMALEST POSITIVE LIMITING AMT
C
C..............................................................................
      I=1
  160 IF(AMT(I)) 170,210,210
  170 I=I+1
      IF(I-N) 160,160,180
  180 WRITE(6,13) AMT(N)
      GO TO 830
  210 ZMIN=AMT(I)
```

```
PAGE   3

      K1= I
  220 I=I+1
      IF(I-N) 230,230,300
  230 IF(AMT(I)) 220,240,240
  240 IF(ZMIN-AMT(I)) 220,220,210
C
C        REMOVE  Y(K1)
C
C.........................................................................
  300 Y(K1)=X(K2)
      DO 310 K=1,L
      VALY(K1,K)= VALX(K,K2)
  310 CONTINUE
C
C        CALCULATE NEW RIGHT-HAND SIDES
C.........................................................................
      DO 400 I=1,N
      PRDT(I) = PRDT(I) - ZMIN*C(I,K2)
  400 CONTINUE
      PRDT(K1) = ZMIN
C
C        CALCULATE NEW SUBSTITUTION RATES
C
C.........................................................................
      DO 500 J=1,M
      DO 500 I=1,N
      D(I,J) = C(I,J)- C(K1,J)*(C(I,K2)/C(K1,K2))
  500 CONTINUE
      DO 510 J=1,M
      D(K1,J) = C(K1,J)/C(K1,K2)
  510 CONTINUE
      DO 520 J=1,M
      DO 520 I=1,N
      C(I,J) =D(I,J)
  520 CONTINUE
C
C        WRITE ALL TABLES OR JUST OPTIMAL TABLE
C
C.........................................................................
      IF(ITAB) 40,40,600
C
C        WRITE EACH TABLE
C
C.........................................................................
  600 DO 610 I=1,N
      WRITE(6,13) Y(I),PRDT(I)
  610 CONTINUE
      DO 620 I=1,N
      WRITE(6,12)  (C(I,J),J=1,M)
  620 CONTINUE
      GO TO 40
C
C        MOVE TO NEXT LOWER PRIORITY LEVEL
C
C.........................................................................
  790 L1= L1+1
      GO TO 32
C
```

```
C      WRITE FINAL RESULTS
C
C.................................................................
  800 WRITE(6,1014) ITER
      WRITE(6,1015)
 1015 FORMAT(1H1)
 1014 FORMAT(10X,'ITERATIONS.............',I5)
      WRITE(6,5000)
 5000 FORMAT(55X,'THE SIMPLEX SOLUTION',25X,'PAGE 05')
      WRITE(6,5001)
 5001 FORMAT('THE RIGHT HAND SIDE')
  801 DO 810 I=1,N
      WRITE(6,13) Y(I),PRDT(I)
  810 CONTINUE
      WRITE(6,5002)
 5002 FORMAT('THE SUBSTITUTION RATES')
  811 DO 812 I=1,N
      WRITE(6,12)  (C(I,J),J=1,M)
  812 CONTINUE
      WRITE(6,5003)
 5003 FORMAT('THE ZJ-CJ  MATRIX')
  813 DO 814 K=1,L
      WRITE(6,12)  (RVLX(K,J),J=1,M)
  814 CONTINUE
C
C      EVALUATE OBJECTIVE FUNCTION
C
C.................................................................
      DO 820 K=1,L
      ZVAL(K)=0.
      DO 820 I=1,N
      ZVAL(K)=  ZVAL(K) + PRDT(I)*VALY(I,K)
  820 CONTINUE
      WRITE(6,5004)
 5004 FORMAT(' AN EVALUATION OF THE OBJECTIVE FUNCTION ')
      DO 821 K=1,L
      KK=L-K
      IF(TEST.EQ.1.0) GO TO 89
      KK=KK+1
   89 WRITE(6,15) KK,ZVAL(K)
  821 CONTINUE
      CALL FINISH(RHS1,PRDT,VALY,L,KPCK,Y,N,KEPT,TEST)
  830 STOP
      END
```

```
C
C
C
C
      SUBROUTINE START(NROWS,NVAR,NPRT,C,VALX,VALY,RHS,RHS1,KPCK,KEPT,TE
     1ST)
C
C
C         THE START SUROUTINE IS DESIGNED TO TAKE INFORMATION IN A SPEC-
C         IFIED FORMAT AND TRANSFORM IT INTO A SERIES OF USABLE MATRICES
C
C
C
C*****************************************************************************************
C
C
      DIMENSION RHS(88)
      DIMENSION VALY(88,6)
      DIMENSION C(88,208),VALX(6,208)
      DIMENSION EQUALS(88),RVLX(6,208)
      DIMENSION KEPT(88)
      DIMENSION RHS1(88)
      REAL NEG
      REAL L
      NV=208
      NR=88
    1 FORMAT(A4,3I3)
      DATA POS,NEG/'POS ','NEG '/
      DATA DATA/'DATA'/
      DATA OBJ/'OBJ '/
      DATA PROB/'PROB'/
      DATA B /'B'/
      DATA E,G,L/'E','G','L'/
      DATA RGHT/'RGHT'/
      TEST=0.
C
C
C         READ THE PROBLEM CARD FOR THE NUMBER OF ROWS, VARIABLES, AND
C         PRIORITIES
C
C
C.......................................................................
   10 READ(5,1) ANAME,NROWS,NVAR,NPRT
      LISP=NPRT +1
      IF(NVAR.LE.0) GO TO 1020
      IF(NPRT.LE.0) GO TO 1020
      IF(NROWS.LE.0) GO TO 1020
      IF(ANAME.NE.PROB) GO TO 901
C
C
C         READ THE SIGN CARD
C
C         IT WILL CONTAIN ONE OF THE FOLLOWING LETTERS FOR EACH ROW
C         FOR EQUALS                        E
C         FOR LESS THAN OR EQUAL TO         L
C         FOR GREATER THAN OR EQUAL TO      G
C         FOR BOTH DEVIATIONS               B
C
```

```
C.......................................................................
      READ(5,11) (EQUALS(I),I=1,NROWS)
   11 FORMAT(80A1)
C
      NART=0
C
C        COUNT THE NUMBER OF POSITIVE SLACK VARIABLES
C
C.......................................................................
      NFLDS=0
      DO 12 I=1,NROWS
      IF(EQUALS(I).EQ.B) NFLDS=NFLDS+1
   12 IF(EQUALS(I).EQ.G) NFLDS=NFLDS+1
C
C         TEST FOR SIZE
C
C.......................................................................
      NSIZE= NFLDS+NROWS+NVAR
      IF(NROWS.GT.NR) GO TO 911
      IF(NSIZE.GT.NV) GO TO 911
C
C         CLEAR ALL MATRICES
C
C.......................................................................
      KDUD=NPRT+1
      DO 16 J=1,NSIZE
      DO 16 I=1,NROWS
      KEPT(I)=0
      IF(I.GT.KDUD) GO TO 17
      K=I
      RVLX(K,J)=0.
      VALX(K,J)=0
   17 IF(I.EQ.J)  C(I,J)=1.
      VALY(I,K)=0.
      IF(I.NE.J)  C(I,J)=0.
   16 CONTINUE
      KPCK=0
      K=KDUD
C
C
C         ADJUST THE SLACK VARIABLES AND OBJECTIVE FUNCTION TO MEET THE
C         REQUIREMENTS OF THE SIGN
C
C
C.......................................................................
      DO 13 I=1,NROWS
      IF(EQUALS(I).EQ.E) GO TO 14
      IF(EQUALS(I).EQ.G) GO TO 15
      IF(EQUALS(I).EQ.L) GO TO 13
      IF(EQUALS(I).EQ.B) GO TO 18
      GO TO 910
   14 J=I
      VALX(K,J)=1.0
      NART= NART+1
      TEST =1.
      GO TO 13
   15 KPCK= KPCK+1
```

```
      J=NROWS+KPCK
      C(I,J)=-1.
      C(I,I)=0.
      KEPT(I)=J
      J=I
      VALX(K,J)=1.
      NART= NART+1
      TEST=1.
      GO TO 13
   18 KPCK=KPCK+1
      J=KPCK+NROWS
      C(I,J)=-1.
      KEPT(I)=J
   13 CONTINUE
C
C         READ THE OBJECTIVE FUNCTION
C
C.....................................................................
      READ(5,21) ANAME
   19 I=0
      IF(ANAME.NE.OBJ) GO TO 920
      IF(ANAME.EQ.OBJ) GO TO 20
   20 READ(5,21) ANAME,I,M,TEMP
      IF(ANAME.EQ.DATA) GO TO 30
      IF(M.LE.0) GO TO 1022
      K=LISP-M
   21 FORMAT(A4,2I5,F16.6)
      IF(J.LE.0) GO TO 1022
      IF(K.GT.NPRT) GO TO 1024
      IF(ANAME.EQ.NEG) GO TO 26
      IF(ANAME.EQ.POS) GO TO 25
      GO TO 27
   26 J=I
      VALX(K,J)=TEMP
      GO TO 20
   25 J=KEPT(I)
      IF(KEPT(I).EQ.0) GO TO 1026
      VALX(K,J)=TEMP
      GO TO 20
   27 IF(TEMP) 926,20,926
C
C         READ THE DATA MATRIX IN
C
C.....................................................................
   30 READ(5,21) ANAME,I,J,TEMP
      IF(ANAME.EQ.RGHT) GO TO 40
      IF(I.LE.0) GO TO 1090
      IF(J.EQ.0) GO TO 1090
      J= KPCK+NROWS+J
      C(I,J)= TEMP
      GO TO 30
C
C         READ THE RIGHT HAND SIDE
C
C.....................................................................
   40 READ(5,44) (RHS(I),I=1,NROWS)
   44 FORMAT(8F10.2)
C
```

```
C
C        WRITE THE ABOVE RESULTS
C
C.......................................................................
      WRITE(6,5015)
 5015 FORMAT(55X,'THE RIGHT HAND SIDE- INPUT',33X,'PAGE 01')
      DO 41 I=1,NROWS
      IF(RHS(I)) 941,42,43
   42 RHS(I)= .00001
   43 RHSI(I) = RHS(I)
      WRITE(6,1111) I,RHS(I)
 1111 FORMAT(10X,I3,2X,F15.5)
   41 CONTINUE
      WRITE(6,620)
  620 FORMAT(1H1)
      WRITE(6,5016)
 5016 FORMAT(55X,'THE SUBSTITUTION RATES- INPUT',18X,'PAGE 02')
      DO 1112 I=1,NROWS
      WRITE(6,2519) I
 2519 FORMAT(1X,'ROW',I5)
 1112 WRITE(6,1113) (C(I,J),J=1,NSIZE)
 1113 FORMAT(10F9.5)
      WRITE(6,620)
      WRITE(6,5017)
 5017 FORMAT(55X,'THE OBJECTIVE FUNCTION- INPUT',19X,'PAGE 03')
      DO 1114 K=1,NPRT
      M=LISP-K
      WRITE(6,2150) M
 2150 FORMAT(' PRIORITY',I5)
 1114 WRITE(6,1113) (VALX(K,J),J=1,NSIZE)
      WRITE(6,620)
      WRITE(6,5018)
 5018 FORMAT(55X,'SUMMARY OF INPUT INFORMATION',19X,'PAGE 04')
      NVAR= NSIZE
      WRITE(6,2017) NROWS,NVAR,NPRT,NART
 2017 FORMAT(10X,'NUMBER OF ROWS.........',I5,/,10X,'NUMBER OF VARIABLES
     1....',I5,/,10X,'NUMBER OF PRIORITIES...',I5,/,10X,'ADDED PRIORITIE
     2S......',I5)
      IF(NART.GT.0) NPRT= NPRT+1
      RETURN
  910 WRITE(6,914)
  914 FORMAT(' PROGRAM CONTAIN AN ERROR EITHER IN THE NUMBER OF ROWS PUN
     1CHED OR IN THE SIGN CARD. THE VALUE IS SOMETHING OTHER THAN 'E','G
     2','B' OR 'L')
      GO TO 999
 1090 WRITE(6,1091)
 1091 FORMAT('   IMPROPER DATA COLUMN OR ROW DEFINITION ')
      GO TO 999
  920 WRITE(6,921)
  921 FORMAT('  AN OBJECTIVE CARD WITH THE VALUE',F16.3,'            I
     1S FOUND BUT INSTRUCTIONS AS TO WHICH DEVIATION HAS BEEN NEGLETED.
     2EXAMINE YOUR DATA')
      GO TO 999
 1020 WRITE(6,1021)
 1021 FORMAT('   NUMBER OF ROWS, VARIABLES, OR PRIORITIES CANNOT BE EQUA
     1L TO ZERO UNDER ANY CIRCUNSTANCES')
      GO TO 999
 1022 WRITE(6,1023)
 1023 FORMAT('    COLUMN VALUE OR PRIORITY VALUE IS EQUAL TO OR LESS THAN
```

PAGE 5

```
      1 ZERO')
      GO TO 999
  911 WRITE(6,912)
  912 FORMAT('  THE NUMBER OF VARIABLES NEEDED TO COMPUTE THIS PROGRAM
     1IS TOO GREAT UNDER PRESENT DIMENSIONS.  SEE YOUR PROGRAMMER FOR AL
     2TERING THIS RESTRICTION TO MEET YOUR NEEDS')
      GO TO 999
 1026 WRITE(6,1027)
 1027 FORMAT('  ATTEMPT IS MADE TO MINIMIZE NON EXISTANT POSITIVE  DEVIA
     1TION')
      GO TO 999
 1024 WRITE(6,1025)
 1025 FORMAT('  OBJECTIVE FUNCTION PRIORITY EXCEEDS STATED NUMBER OF PRI
     1ORITIES')
      GO TO 999
  901 WRITE(6,902)
  902 FORMAT(' PROBLEM CARD MISSING OR MISPUNCHED')
      GO TO 999
  926 WRITE(6,927)
  927 FORMAT('  A CARD IN THE OBJECTIVE SECTION DEFINED SOME VALUE FOR T
     1HE OBJECTIVE FUNCTION BUT FAILED TO DEFINE WHETHER THIS WAS TO  AP
     2PLY TO THE POSITIVE OR NEGATIVE DEVIATION')
  941 WRITE(6,942)
  942 FORMAT('  NEGATIVE VALUES ARE NOT ALLOWED ON THE RIGHT HAND SIDE.
     1 CORRET PROBLEM BY MULTIPLYING ENTIRE CONSTRAINT THROUGH BY MINUS
     2ONE.')
      GO TO 999
  999 STOP
      END
```

```
C
C
C
C
      SUBROUTINE FINISH(RHS1,RHS,VALY,NPRT,KPCK,Y,NROWS,KEPT,TEST)
C
C
C        RHS1 IS THE RESERVED VECTOR OF RHS VALUES FROM THE BEGINNING
C        THE ENDING RHS ARE THE SUBTRACTED FROM THE BEGINNING ONES
C        AND THE RESULTS IS PLACED INTO THE APPROPR ATE SLACK COLUMN.
C        THE REMAINDER OF THE VALUES ARE PRINTED ON PAGE TWO OF THE RE-
C        SULTS .
C
C
C
C*************************************************************************
C
C
      REAL NEGSLK
      DIMENSION VALY(88,6)
      DIMENSION ZVAL(6)
      DIMENSION RHS(88)
      DIMENSION KEPT(88)
      DIMENSION Y(88),RHS1(88)
C
C        SLACK VARIABLES
C
C.......................................................................
      WRITE(6,21)
   21 FORMAT(1H1,120X,'PAGE 06'//,50X,'SLACK ANALYSIS')
    1 FORMAT(////)
      WRITE(6,1)
      WRITE(6,8)
    8 FORMAT(10X,'ROW',6X,'AVAILABLE',12X,'POS-SLK',12X,'NEG-SLK')
      WRITE(6,1)
      DO 19 I=1,NROWS
      NEGSLK=0.0
      POSSLK=0.0
      DO 11 J=1,NROWS
      M= Y(J)
      IF(I-M) 9,10,9
    9 IF(M-KEPT(I))  11,12,11
   11 CONTINUE
      GO TO 13
   10 NEGSLK= RHS(J)
      GO TO 13
   12 POSSLK=RHS(J)
   13 WRITE(6,14) I,RHS1(I),POSSLK,NEGSLK
   14 FORMAT(10X,I3,3F20.5)
   19 CONTINUE
   43 FORMAT(10X,I3,3X,F15.5)
C
C        VARIABLE AMOUNTS
C
C.......................................................................
      WRITE(6,44)
   44 FORMAT(1H1,120X,'PAGE 07'//,50X,'VARIABLE ANALYSIS')
```

PAGE 2

```
      WRITE(6,45)
   45 FORMAT(////,7X,'VARIABLE          AMOUNT',//)
      DO 41 I=1,NROWS
      NCHCK= Y(I)-KPCK-NROWS
      IF(NCHCK) 41,41,42
   42 WRITE(6,43) NCHCK,RHS(I)
   41 CONTINUE
      WRITE(6,72)
   72 FORMAT(1H1)
      WRITE(6,50)
   50 FORMAT(//,55X,'ANALYSIS OF THE OBJECTIVE',23X,'PAGE 88',////,50X,'
     1PRIORITY',10X,'UNDER-ACHIEVEMENT',/)
      DO 52 K=1,NPRT
      ZVAL(K)=0.0
      DO 51 I=1,NROWS
   51 ZVAL(K)=ZVAL(K)+ VALY(I,K)*RHS(I)
      LISP= NPRT+1
      KK= LISP-K
      IF(TEST.EQ.0) GO TO 52
      KK= NPRT-K
      IF(KK.GT.0) GO TO 52
      WRITE(6,78) ZVAL(K)
   78 FORMAT(/,45X,'ARTIFICIAL',5X,F20.5)
      GO TO 77
   52 WRITE(6,53) KK,ZVAL(K)
   53 FORMAT(1H0,52X,I2,5X,F20.5)
   77 CONTINUE
      STOP
      END
```

BIBLIOGRAFIA

01. Bowman, E.H. - "Production Scheduling by the Transportation Method of Linear Programming". Operations Research, Vol. 4, Nº 1 (1956), pp. 100-03.

02. Charnes, A., and Cooper, W.W. - "A Goal Programming Model for Media Planning". Management Science, Vol. 14, Nº 8 (April, 1968), pp. 423-30.

03. Charnes, A., and Cooper, W.W. - "Management Models and Industrial Application of Linear Programming". New York: Wiley, 1961.

04. Dyer, James S. - "Interactive Goal Programming". Management Science, Vol. 19, Nº 1 (September, 1972), pp. 62-70.

05. Goodman, David A. - "A Goal Programming Approach to Aggregate Planning of Production and Work Force". Management Science, Vol. 20, Nº 12 (August, 1974), pp. 1569-75.

06. Goodman, David A. - "A New Approach to Scheduling Aggregate Production and Work Force". AIIE Transactions, Vol. 5, Nº 2 (June, 1973), pp. 135-41.

07. Hadley, G. - "Linear Programming". Reading, Mass: Addison-Wesley, Inc., 1962.

08. Hanssman, F. and Hess, S.W. - "A Linear Programming Approach to Production and Employment Scheduling". Management Tecnology, 1960, pp. 46-51.

09. Hetz, D.B. and Eddison, R.T. - "Progress in Operations Research", Vol. II, Cap. 14, New York: Wiley, 1964.

10. Hillier, F. and Liebermann, G.J. - "Introduction to Operations Research". San Francisco: Holden Day, Inc., 1967.

11. Holt, C., Modigliani, F., Simon, H.A. - "A Linear Decision Rule for Production and Employment Scheduling". Management Science, Vol. 2, Nº 1 (1955), pp. 1-30.

12. Jaaskelainen, V. - "A Goal Programming Model of Aggregate Production Planning". Swedisch Journal of Economics, Vol. 71, Nº 2 (1969), pp. 14-29.

13. Lee, Sang M. - "Decision Analysis Through Goal Programming". Decision Sciences, Vol. 2, Nº 2 (April, 1971), pp. 172-80.

14. Lee, Sang M. - "Goal Programming for Decision Analysis". Philadelphia: Averbach Publishers, Inc., 1972.

15. Mao, James C.T. - "Quantitative Analysis of Financial Decisions". London: The Macmillan Co., 1969, Cap. 4-5.

16. Wagner, H. - "Principles of Operations Research with Applications to Managerial Decisions". Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall, Inc., 1969.