

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

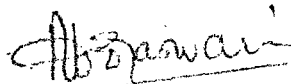
COMPORTAMENTO DINÂMICO E ADAPTAÇÃO DE  
UM SERVOPOSICIONADOR ELETRO-HIDRÁULICO

Tese submetida a Universidade Federal de Santa Catarina para obtenção do grau de Mestre em Ciências.

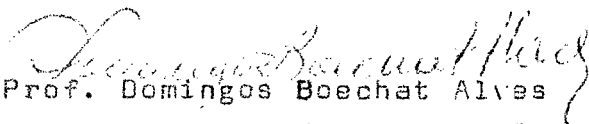
JOSÉ CALAZANS DE CASTRO

Setembro - 1 9 7 3

Esta Tese foi julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Ciências - Especialidade Engenharia Mecânica e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós- Graduação

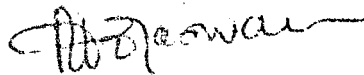


Prof. Rajamani Doraiswami  
Orientador



Prof. Domingos Boechat Alves  
Integrador P. Pós- Graduação

Apresentada perante a banca examinadora composta dos professores :



Prof. Rajamani Doraiswami

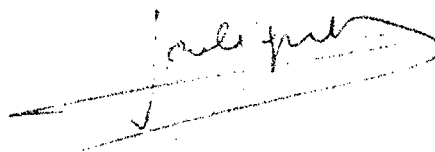


Prof. Walter Celso de Lima

Prof. Peter Dunn



Prof. Roger Pouliquen



À minha esposa  
Aos meus filhos

## AGRADECIMENTOS

O autor deseja expressar sinceros agradecimentos:

— ao Professor Rajamani Doraiswami da Universidade Federal de Santa Catarina pela orientação prestada;

— aos Professores José Elias Barbosa Borges, Wilson Guerreiro Pinheiro e Janusz Stanislaw Lipowski da Escola Politécnica da Universidade Federal da Paraíba pela ajuda na elaboração final do trabalho;

— aos funcionários Marcos Antonio Firmino Batista, Maria Anunciação Vicina de Lucena e Inácia Medeiros da Escola Politécnica da Universidade Federal da Paraíba pela ajuda na preparação do trabalho;

— à Universidade Federal da Paraíba pelo apoio financeiro proporcionado;

— à CAPES (Coordenação do Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pela bolsa de estudo concedida.

## SUMÁRIO

SINOPSE.....	xiv
RESUMO.....	xxi
ABSTRACT.....	xxii
INTRODUÇÃO.....	1
CAPÍTULO I - REVISÃO DE CONCEITOS BÁSICOS.....	6
1.1 - Principais Características dos Fluidos Hidráulicos.....	6
1.1.1 - Massa Específica.....	6
1.1.2 - Módulo de Elasticidade de Volume.....	7
1.1.3 - Viscosidade.....	8
1.2 - Escoamento dos Fluidos.....	9
1.2.1 - Equação de Continuidade.....	9
1.2.2 - Escoamento Através de Orifícios.....	9
1.3 - Comportamento Estático do Pistão.....	10
1.4 - Válvula Direcional de Carretel de Centro Crítico de 4 Direções.....	12
1.4.1 - Análise.....	12
1.4.2 - Linearização.....	14
1.4.3 - Coeficientes da Válvula.....	15
CAPÍTULO II - MODELO MATEMÁTICO.....	17
2.1 - Análise Dinâmica do Pistão Hidráulico Controlado por Válvula.....	17
2.1.1 - Equação de Continuidade para as Câmaras do Sistema Válvula-Cilindro.....	17
2.1.2 - Equação de Equilíbrio da Carga.....	19
2.1.3 - Expressão de $x_p$ .....	19
2.1.4 - Frequência Natural Não Amortecida e Fator de Amortecimento.....	20
2.1.5 - Cálculo da Massa Total.....	20

2.2 - Outros Componentes do Modelo.....	21
2.2.1 - Servoválvula Eletro-hidráulica.....	21
2.2.2 - Tacômetro CC e Acelerômetro.....	22
2.3 - Modelo Matemático Completo.....	22
2.3.1 - Diagrama de Blocos.....	22
2.3.2 - Função de Transferência.....	24
2.3.3 - Determinação das Constantes do Modelo	25
CAPÍTULO III - INFLUÊNCIA DOS VALORES DOS PARÂMETROS NO COM	
PORTAMENTO DO SISTEMA.....	
3.1 - Introdução.....	26
3.2 - Estudo Através do Cálculo da Sensibilidade...	26
3.2.1 - Sensibilidade Clássica.....	26
3.2.2 - Sensibilidade do Sistema Relativa à Variação de $A_k$ .....	27
3.2.3 - Sensibilidade do Sistema Relativa à Variação de $K_v$ .....	28
3.2.4 - Sensibilidade do Sistema Relativa à Variação de $K_o$ .....	28
3.2.5 - Sensibilidade do Sistema Relativa à Variação de $K_{cp}$ .....	29
3.2.6 - Sensibilidade do Sistema Relativa à Variação de $\beta_e$ .....	31
3.2.7 - Sensibilidade do Sistema Relativa à Variação de $\delta_o$ .....	31
3.2.8 - Sensibilidade do Sistema Relativa à Variação de $\omega_o$ .....	32
3.2.9 - Sensibilidade do Sistema Relativa à Variação de $\omega_p$ .....	33
3.3 - Gráficos de Sensibilidade de Ganho e de Fase	34
3.4 - Conclusões Preliminares.....	35
CAPÍTULO IV - COMPENSAÇÃO DO SISTEMA.....	
4.1 - Introdução.....	40

4.1.1 - O Conceito de Compensação.....	40
4.1.2 - Tipos Comuns de Compensadores.....	41
4.1.3 - Compensadores Usados no Sistema.....	42
4.2 - Especificações de Desempenho do Sistema.....	42
4.3 - Análise do Sistema Não Compensado.....	43
4.4 - A Compensação.....	45
4.4.1 - Razões para Compensação.....	45
4.4.2 - Seleção do Tipo de Compensador.....	45
4.4.3 - Função de Transferência do Compensa dor "Lap".....	46
4.4.4 - Localização do Compensador.....	46
4.4.5 - Compensação Propriamente Dita.....	47
 CAPÍTULO V - ADAPTAÇÃO DO SISTEMA PARA ATENDER ÀS VARIA ÇÕES DO PESO ACIONADO.....	 56
5.1 - Introdução.....	56
5.2 - Diminuição da Influência de $P_t$ e $\beta_e$ .....	56
5.2.1 - Importância do Estudo.....	56
5.2.2 - Estudo Analítico.....	56
5.2.3 - Sensibilidade do Sistema Relativa à Variação de $P_t$ .....	58
5.2.4 - Diminuição da Influência de $P_t$ .....	59
5.2.5 - Diminuição da Influência de $\beta_e$ .....	60
5.2.6 - Conclusões Preliminares.....	60
5.3 - Compensação do Sistema para Vários Valores do Peso Acionado.....	67
5.3.1 - Introdução.....	67
5.3.2 - Compensação.....	68
5.3.3 - Resumo dos Resultados da Compensação.....	69
5.4 - Circuito Lógico.....	73
5.4.1 - Introdução.....	73
5.4.2 - Transdutor.....	73
5.4.3 - Diagramas do Sistema Lógico.....	74
 CONCLUSÕES.....	 77
 BIBLIOGRAFIA.....	 81

APÊNDICE 1 - DETERMINAÇÃO DAS CONSTANTES DO MODELO.....	86
- A1.1 - Considerações Iniciais.....	86
A1.2 - Constantes do Fluido, Módulo de Elasticidade de Volume e Pressão do Fluido.....	86
A1.2.1 - Constantes do Fluido.....	86
A1.2.2 - Módulo de Elasticidade de Volume...	87
A1.2.3 - Pressão do Fluido.....	87
A1.3 - Constantes da Carga.....	88
A1.3.1 - Peso da Carga.....	88
A1.3.2 - Fator de Amortecimento.....	88
A1.4 - Constantes do Cilindro.....	88
A1.4.1 - Seleção do Cilindro.....	89
A1.4.2 - Cálculo do Peso Efetivo do Fluido..	89
A1.4.3 - Cálculo da Frequência Natural Não Amortecida.....	89
A1.5 - Constantes da Válvula.....	89
A1.5.1 - Vazão Máxima.....	89
A1.5.2 - Ganho de Vazão.....	90
A1.5.3 - Coeficiente Vazão-Pressão.....	90
A1.6 - Constantes do Conjunto Amplificador-Servovál- vula.....	91
A1.7 - Constante do Conjunto Redutor-Tacômetro.....	92
APÊNDICE 2 - ACELERÔMETROS.....	93
A2.1 - Introdução.....	93
A2.2 - Resposta em Regime de Um Acelerômetro Sísmi- co.....	93
A2.3 - Diferenciação do Sinal de Saída do Tacômetro	94
APÊNDICE 3 - PROGRAMAS PARA O COMPUTADOR DIGITAL.....	96
A3.1 - Programa 01 - Sensibilidades dos Parâmetros.	96
A3.2 - Programa 02 - Análise do Sistema Linearizado	103
A3.3 - Programa 03 - Influências do Peso Acionado e do Módulo de Elasticidade de Volume.....	114



A3.4 - Programa 04 - Influências do Peso Acionado e do Módulo de Elasticidade de Volume para o Sistema Compensado.....	116
A3.5 - Programa 05 - Traçado do Gráfico do Módulo da Função de Transferência e Cálculo da Largura de Faixa.....	118
APÊNDICE 4 - SIMULAÇÃO NO COMPUTADOR ANALÓGICO.....	120
A4.1 - Introdução.....	120
A4.2 - Simulação.....	121
APÊNDICE 5 - OBTENÇÃO DA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA DO COMPENSADOR EQUIVALENTE UTILIZADO NA REALIMENTAÇÃO INTERNA.....	123

## SUMÁRIO DAS FIGURAS

Figura 1 - Diagrama de blocos do sistema analisado.....	5
Figura 2 - Cilindro Hidráulico.....	10
Figura 3 - Comportamento de uma válvula de centro crítico	13
Figura 4 - Válvula de carretel de centro crítico de 4 di reções.....	13
Figura 5 - Combinação de válvula-pistão.....	17
Figura 6 - Diagrama de blocos do modelo.....	23
Figura 7 - Sensibilidades de ganho dos parâmetros do sis tema com tacômetro na realimentação.....	36
Figura 8 - Sensibilidades de fase dos parâmetros do siste ma com tacômetro na realimentação.....	37
Figura 9 - Sensibilidades de ganho dos parâmetros do sis tema com acelerômetro na realimentação.....	38
Figura 10 - Sensibilidades de fase dos parâmetros do siste ma com acelerômetro na realimentação.....	39
Figura 11 - Tipos mais comuns de compensadores elétricos..	41
Figura 12 - Localização do compensador no sistema.....	47
Figura 13 - Diagrama de Bode do sistema não compensado com tacômetro na realimentação e $K_V = 5$ .....	48
Figura 14 - Diagrama de Bode do sistema não compensado com acelerômetro na realimentação e $K_V = 20$ .....	49
Figura 15 - Respostas do sistema compensado e não compensa do com tacômetro na realimentação para uma en trada degrau unitário e $K_V = 5$ .....	52
Figura 16 - Diagramas de Bode do sistema compensado e não compensado com tacômetro na realimentação e $K_V = 5$ .....	53
Figura 17 - Respostas do sistema compensado e não compensa do com acelerômetro na realimentação para uma	

	entrada degrau unitário e $K_V = 20$ .....	54
Figura 18	- Diagramas de Bode do sistema compensado e não compensado com acelerômetro na realimentação e $K_V = 20$ .....	55
Figura 19	- Diagrama simplificado do sistema, mostrando a compensação $U(s)$ e o parâmetro genérico $K$ da planta.....	57
Figura 20	- Influência de $K_O$ e $K_V$ nas sensibilidades de ganho e de fase do peso acionado para o sistema não compensado e tacômetro na realimentação...	61
Figura 21	- Influência de $K_O$ e $K_V$ nas sensibilidades de ganho e de fase do peso acionado para o sistema não compensado com acelerômetro na realimentação.....	62
Figura 22	- Influência de $K_O$ e $K_V$ nas sensibilidades de ganho e de fase do $\beta_e$ para o sistema não compensado com tacômetro na realimentação.....	63
Figura 23	- Influência de $K_O$ e $K_V$ nas sensibilidades de ganho e de fase de $\beta_e$ para o sistema não compensado com acelerômetro na realimentação.....	64
Figura 24	- Influência de $K_O$ , para $K_V = 20$ , nas sensibilidades de ganho e de fase do peso acionado para o sistema não compensado com acelerômetro na realimentação.....	65
Figura 25	- Influência de $K_O$ , para $K_V = 20$ , nas sensibilidades de ganho e de fase de $\beta_e$ para o sistema não compensado com acelerômetro na realimentação.....	66
Figura 26	- Resposta do sistema adaptado ( $P_t = 700$ kgf) para uma entrada degrau unitário.....	69
Figura 27	- Diagrama de Bode do sistema adaptado ( $P_t = 700$ kgf).....	70
Figura 28	- Gráfico do módulo da função de transferência do sistema adaptado ( $P_t = 700$ kgf), mostrando a largura de faixa.....	71

Figura 29 - Sensibilidades de ganho e de fase de $P_t$ e $\beta_e$ para o sistema adaptado ( $P_t = 700$ kgf).....	72
Figura 30 - Esquema de ligação dos cristais piezoelétricos no circuito de medida.....	74
Figura 31 - Circuito lógico para adaptação do sistema às variações do peso acionado.....	76
Figura 32 - Sistema adaptado às variações do peso acionado	76
Figura 33 - Sistema básico usado para análise de instrumentos sísmicos.....	93
Figura 34 - Um acelerômetro simples com potenciômetro como elemento sensível.....	95
Figura 35 - Diagrama para simulação do sistema no computador analógico.....	122
Figura 36 - Sistema com compensador em série e com compensador na realimentação interna.....	123

## SUMÁRIO DOS QUADROS

Quadro 1 - Características do sistema não compensado.....	44
Quadro 2 - Valores de $a$ , $T_1$ , $R_1$ , $R_2$ e $C$ para o sistema com pensado.....	50
Quadro 3 - Características do sistema compensado.....	50
Quadro 4 - Valores de $K_v$ e dos parâmetros do compensador para os diferentes valores do peso acionado...	68
Quadro 5 - Características do sistema adaptado para os di ferentes valores do peso acionado.....	73

## SIMBOLOGIA

$a$	Parâmetro do compensador
$a_f, a_g, a_h$	Constantes definidas no item 2.1.3
$\arg$	Argumento
$A_i$	Coefficientes da equação característica do sistema
$AN_i$	Coefficientes do numerador da função de transferência do sistema
$ANS_i$	Coefficientes do numerador da função de sensibilidade
$A_k$	Constante definida no item 3.2.2
$A_o$	Área do orifício em $\text{cm}^2$
$A_p$	Área útil do pistão em $\text{cm}^2$
$A_{tb}$	Área da seção dos tubos de alimentação de fluido em $\text{cm}^2$
$A_{v1}, A_{v2}$	Áreas das aberturas de passagem do fluido na válvula em $\text{cm}^2$
$b$	Largura do orifício, em cm
$B_p$	Coefficiente de amortecimento viscoso da carga em $\text{kgf.s/cm}$
$C, C_1, C_2$	Capacitância dos condensadores da compensação em $\mu\text{F}$
$C_a$	Coefficiente de amortecimento viscoso do acelerômetro em $\text{kgf.s/cm}$
$C_c$	Capacitância do circuito de medida em $\mu\text{F}$
$C_d$	Coefficiente de descarga
$C_{ep}$	Coefficiente de vazamento externo em $\text{cm}^5/(\text{kgf.s})$
$C_{ip}$	Coefficiente de vazamento interno em $\text{cm}^5/(\text{kgf.s})$
$C_o$	Capacitância dos cristais piezoelétricos
$C_p$	Calor específico a pressão constante de um gás
$C_v$	Calor específico a volume constante de um gás

$d$	Diâmetro da haste do pistão em cm
$D$	Diâmetro interno do cilindro em cm
$D_o$	Diâmetro externo do cilindro em cm
$e$	Constante definida no item 2.3.2
$e_c$	Excentricidade entre pistão e cilindro em cm
$e_g$	Sinal de entrada no amplificador em V
$e_o$	Tensão de saída do tacômetro em V
$E_o$	Tensão de saída dos cristais piezoelétricos em V
$E(s)$	Equação característica do sistema
$f$	Constante definida no item 2.3.2
$f_r$	Folga radial entre pistão e cilindro em cm
$F(s)$	Função de transferência do compensador da realimentação interna
$F_a$	Valor absoluto da força de atrito em kgf
$F_c$	Força externa atuante na carga em kgf
$F_d$	Força de amortecimento do pistão em kgf
$F_g$	Força útil no pistão devido à diferença de pressão nas câmaras em kgf
$F_p$	Força exercida no pistão em kgf
$FT_a(s)$	Função de transferência do acelerômetro
$g$	Constante definida no item 2.3.2
$g_o$	Aceleração da gravidade em $cm/s^2$
$G(s)$	Função de transferência da planta
$h$	Altura do orifício em cm
$H(s)$	Função de transferência da realimentação interna
$K$	Parâmetro genérico
$K_a$	Constante de proporcionalidade entre carga elétrica e força aplicada no cristal piezoelétrico
$K_b$	Constante de proporcionalidade entre o peso total aplicado sobre os cristais piezoelétricos e a ten

são no circuito de medida

$K_C$	Coeficiente vazão-pressão da válvula em $\text{cm}^5/(\text{kgf}\cdot\text{s})$
$K_{Co}$	Coeficiente vazão-pressão da válvula na posição central em $\text{cm}^5/(\text{kgf}\cdot\text{s})$
$K_{cp}$	Coeficiente vazão-pressão total em $\text{cm}^5/(\text{kgf}\cdot\text{s})$
$K_m$	Constante de mola em $\text{kgf}/\text{cm}$
$K_o$	Produto da constante do tacômetro ou acelerômetro pela redução de engrenagens
$K_q$	Ganho de vazão da válvula em $\text{cm}^4/\text{s}$
$K_{qo}$	Ganho de vazão da válvula na posição central em $\text{cm}^4/\text{s}$
$K_v$	Ganho do amplificador 1
$K_1$	Ganho do conjunto amplificador 2 e servoválvula
$K_2$	Constante do tacômetro em $\text{V}/\text{RPM}$
$l_{tb}$	Comprimento de um dos tubos (considerados iguais) em $\text{cm}$
$L_p$	Comprimento do pistão em $\text{cm}$
$M$	Soma das massas da carga e do pistão em UTM
$M_a$	Massa do acelerômetro em UTM
$M_{ef}$	Massa efetiva do fluido em UTM
$M_t$	Soma das massas do pistão, da carga e da massa do fluido em UTM
$M_{tb}$	Massa do fluido contido na tubulação em UTM
$p$	Pressão do fluido em $\text{kgf}/\text{cm}^2$
$p_L$	Diferença entre as pressões dos fluidos nas câmaras em $\text{kgf}/\text{cm}^2$
$p_o$	Pressão inicial do fluido em $\text{kgf}/\text{cm}^2$
$p_e$	Pressão do exterior do sistema (atmosférica) em $\text{kgf}/\text{cm}^2$
$p_s$	Pressão do fluido de alimentação da válvula em $\text{kgf}/\text{cm}^2$



$P_1$ e $P_2$	Pressões do fluido nas câmaras em $\text{kgf/cm}^2$
$P$	Peso total da sobremesa e peça em $\text{kgf}$
$P_i$	Peso atuante sobre o cristal $i$ em $\text{kgf}$
$P_t$	Peso total acionado em $\text{kgf}$
$q_i$	Carga elétrica do cristal $i$
$Q$	Vazão do fluido em $\text{cm}^3/\text{s}$
$Q_d$	Vazão de saída do fluido em um sistema qualquer em $\text{cm}^3/\text{s}$
$Q_e$	Vazão de entrada do fluido em um sistema qualquer em $\text{cm}^3/\text{s}$
$Q_{ep1}, Q_{ep2}$	Vazamentos de fluido para o exterior do cilindro em $\text{cm}^3/\text{s}$
$Q_{ip}$	Vazamento de fluido entre câmaras em $\text{cm}^3/\text{s}$
$Q_L$	Semi-soma das vazões de fluido nas câmaras em $\text{cm}^3/\text{s}$
$Q_{L1}$	Valor de $Q_L$ para um ponto particular de operação em $\text{cm}^3/\text{s}$
$Q_s$	Vazão do fluido na entrada da válvula em $\text{cm}^3/\text{s}$
$Q_1, Q_2$	Vazões do fluido nas câmaras em $\text{cm}^3/\text{s}$
$r, r_1, r_2, r_3$	Resistências elétricas do circuito lógico em $\Omega$
$R$	Sinal de entrada do sistema em $V$
$s$	Operador diferencial
$S_K^T(s, K)$	Sensibilidade de uma função $T(s, K)$ devido à variação do parâmetro $K$
$SF$	Sensibilidade de fase
$SG$	Sensibilidade de ganho
$t$	Intervalo de tempo em $\text{ms}$
$T$	Temperatura do fluido em $^\circ\text{K}$
$T_e$	Espessura da parede do cilindro em $\text{cm}$
$T_o$	Temperatura inicial do fluido em $^\circ\text{K}$
$T(s)$	Função de transferência do sistema

$T_1$	Parâmetro do compensador
$U(s)$	Função de transferência do compensador em série
$V$	Volume ocupado pelo fluido em $\text{cm}^3$
$V_g$	Volume de gás contido no fluido em $\text{cm}^3$
$V_i$	Volume inicial ocupado pelo fluido em $\text{cm}^3$
$V_l$	Volume de líquido contido no fluido em $\text{cm}^3$
$V_{lg}$	Soma de $V_g$ e $V_l$ em $\text{cm}^3$
$V_o$	Volume de cada câmara para o pistão na posição central em $\text{cm}^3$
$V_{o1}, V_{o2}$	Volumes iniciais das câmaras em $\text{cm}^3$
$V_1, V_2$	Volumes das câmaras do cilindro em $\text{cm}^3$
$W_g$	Gradiente de área da válvula em cm
$x_a$	Deslocamento da base do acelerômetro em cm
$\dot{x}_a$	Velocidade da base do acelerômetro em cm/s
$x_p$	Deslocamento da carga e do pistão em cm
$\dot{x}_{tb}$	Velocidade do fluido na tubulação em cm/s
$x_v$	Deslocamento da haste da válvula em cm
$y_a$	Deslocamento da massa do acelerômetro em cm
$\dot{y}_a$	Velocidade da massa do acelerômetro em cm
$z_a$	Deslocamento da massa do acelerômetro em relação à base em cm
$\alpha$	Coefficiente de expansão térmica do fluido em $^{\circ}\text{K}^{-1}$
$\beta$	Módulo de elasticidade de volume do fluido em $\text{kgf/cm}^2$
$\beta_c$	Módulo de elasticidade de volume do recipiente contendo o fluido em $\text{kgf/cm}^2$
$\beta_e$	Módulo de elasticidade de volume efetivo do sistema em $\text{kgf/cm}^2$
$\beta_g$	Módulo de elasticidade de volume de um gás em $\text{kgf/cm}^2$
$\beta_l$	Módulo de elasticidade de volume de um líquido em

	$\text{kgf/cm}^2$
$\bar{\beta}_s$	Módulo de elasticidade de volume secante e isentrópico do fluido em bar
$\beta_{sg}$	Módulo de elasticidade de volume isentrópico de um gás em $\text{kgf/cm}^2$
$\bar{\beta}_T$	Módulo de elasticidade de volume secante e isotérmico do fluido em bar
$\beta_{Tg}$	Módulo de elasticidade de volume isotérmico de um gás em $\text{kgf/cm}^2$
$\gamma$	Peso específico do fluido em $\text{kgf/cm}^3$
$\Delta$	Incremento infinitesimal de uma dada variável
$\delta_h$	Fator de amortecimento da carga
$\theta$	Deslocamento angular em rd
$\lambda_1$	Constante dependente do fluido em $^{\circ}\text{K}^{-1}$
$\lambda_2$	Constante dependente de fluido em $\text{cm}^2/\text{kgf}$
$\mu$	Coefficiente de viscosidade absoluta do fluido em $\text{kgf.s/cm}^2$
$\mu_0$	Coefficiente de viscosidade absoluta do fluido para uma temperatura $T_0$ em $\text{kgf.s/cm}^2$
$\nu$	Coefficiente de viscosidade cinemática do fluido em cSt
$\nu_{20}$	Coefficiente de viscosidade cinemática do fluido a $20^{\circ}\text{C}$ em cSt
$\xi$	Módulo de elasticidade do material do cilindro em $\text{kgf/cm}^2$
$\rho$	Massa específica do fluido em $\text{UTM/cm}^3$
$\rho_0$	Massa específica inicial do fluido em $\text{UTM/cm}^3$
$\sigma$	Módulo de Poisson do material do cilindro
$\omega$	Frequência em rd/s
$\omega_a$	Frequência do acelerômetro em rd/s
$\omega_h$	Frequência natural não amortecida do sistema em

	rd/s	
$\omega_H$	Frequência natural não amortecida do	acelerômetro
	em rd/s	
$\omega_0$	Frequência natural da servoválvula em	rd/s
$\omega_T$	Inverso da constante de tempo da armadura do	motor
	de torque da servoválvula em	rd/s

## R E S U M O

Os servoposicionadores eletro-hidráulicos são utilizados em modernas máquinas operatrizes. O estudo do comportamento dinâmico de um sistema hidráulico, antes de sua construção, é de grande importância, para que se evite possíveis mudanças, nem sempre simples, no equipamento, após a montagem.

No presente trabalho é feita uma análise através de um modelo linearizado, onde são comparadas as realimentações com tacômetro e acelerômetro.

As influências de vários parâmetros do sistema são verificadas por meio das respectivas funções de sensibilidade.

É apresentada uma configuração de compromisso, de modo a minimizar o efeito da variação da compressibilidade do fluido.

O sistema inicialmente proposto foi compensado de modo a satisfazer às exigências pré-determinadas quanto à resposta a uma entrada degrau unitário e quanto à estabilidade.

Propõe-se, por fim, uma adaptação discreta simples por meio de três diferentes compensadores, um para cada faixa de valores de peso acionado.

## ABSTRACT

Electrohydraulic position control servos are used in modern tool machines. The study of the dynamic performance of a hydraulic system is very important before its construction is achieved, in order to avoid changes, on the components, usually not simple, after setting.

In this work, an analysis is made with a linearized model, where the feedbacks with tachometer and accelerometer, are compared.

The influences of several parameters of the system are verified by their sensitivity functions.

A configuration of compromise is presented, in order to minimize the effect of change in the bulk modulus of the fluid.

The system was compensated to fulfill requirements concerning both the response to a unit step input and the stability.

A simple switching adaptive control is proposed by means of three different compensators, one for each range of the load.

## INTRODUÇÃO

Os sistemas hidráulicos são, essencialmente, de características não lineares. O estudo linearizado, entretanto, é realizado sempre que se deseja analisar, de modo mais simples, o comportamento de um sistema em torno de um determinado ponto.

Devido à sua complexidade, o sistema estudado, mesmo linearizado, não pode ser analisado, nem ser feita uma previsão do seu desempenho sem a ajuda de um computador. Sabe-se ainda que a variação de características de um elemento hidráulico não pode, comumente, ser realizada de modo simples. A análise antecipada de todo o conjunto, mesmo aproximada, pode, em muito, auxiliar o projeto e evitar a troca indiscriminada e anti-econômica de equipamento. Por outro lado, alguns fenômenos dificilmente seriam explicados, pelo menos economicamente, com a variação dessas características, após a montagem.

O sistema híbrido (elétrico e hidráulico) apresenta uma grande vantagem em relação ao hidráulico comum, porque, através de compensação simples e econômica, se pode, geralmente, atingir as exigências desejadas, sem as complicadas mudanças dos elementos mecânicos.

Para facilitar a compreensão do texto, foi feito inicialmente um resumo de conceitos e fórmulas necessárias para obtenção do modelo linearizado que foi, a seguir, estabelecido.

A massa equivalente do fluido, de grande importância no desempenho do sistema, devido à sua ordem de grandeza, foi calculada e somada à massa acionada propriamente dita.

A verificação da influência dos valores dos parâmetros, de grande importância no projeto de um sistema dinâmico complexo, como o que é aqui apresentado, foi feita através da análise dos gráficos das funções de sensibilidade de ganho e de sensibilidade de fase, para os principais parâmetros do modelo e para uma entrada senoidal. Com esta análise, foi possível modificar a configuração do sistema, de modo a torná-lo pouco sensível à va

riação, quase que incontrolável, da compressibilidade do fluido hidráulico, devido principalmente à penetração do ar.

Análises semelhantes, através das funções de sensibilidade, são comumente realizadas em sistemas elétricos, não sendo, entretanto, utilizadas, para sistemas hidráulicos, em trabalhos de nosso conhecimento. Procurou-se, neste trabalho, mostrar que essa teoria pode ser empregada, com sucesso, também em sistemas mecânicos.

Chegou-se, através desta análise, a conclusões contrárias às afirmações de Bell e Pennington<sup>5</sup> e R. Bell<sup>10</sup>, que citam que a influência dos parâmetros da servoválvula é frequentemente secundária.

Embora, com o programa elaborado, seja possível analisar o sistema com compensações de tipos mais complexos, em série e na realimentação, foi verificado, entretanto, ser suficiente, para o modelo estudado, a utilização de compensadores simples dos tipos "lead" ou "lag".

Para cada caso, a compensação foi realizada através de sucessivas tentativas nos computadores digital e analógico e depois de serem conhecidos os diagramas de Bode do sistema, para se ter uma idéia do tipo de compensação necessário. A análise no domínio de tempo foi realizada resolvendo-se a equação diferencial pelo método de Runge e Kutta e sendo traçado o gráfico correspondente.

Alguns autores, como Merrit<sup>1</sup>, Shumsherunddin<sup>13</sup> e vários outros, utilizam tacômetro na realimentação de sistemas semelhantes. Bell e Pennington<sup>5</sup>, ao contrário, propõem a realimentação com acelerômetro, afirmando que o tacômetro deve ser evitado em acionamentos do tipo estudado.

Foi considerado, então, durante todo o trabalho, para efeito de comparação, a realimentação ora com tacômetro, ora com acelerômetro, chegando-se, por fim, a abandonar o primeiro tipo de realimentação por apresentar características muito inferiores às aquelas apresentadas pelo sistema com acelerômetro. Esta conclusão concorda plenamente com a de Bell e Pennington<sup>5</sup>.

Na tentativa de apresentar um sistema com comporta



mento dinâmico de acordo com as exigências predeterminadas, mesmo diante da variação do peso acionado, tão comum em máquinas operatrizes, procurou-se um meio de adaptar o sistema através da mudança automática do compensador e do ganho de um amplificador. Foi verificado ser suficiente uma adaptação discreta, que, devido a sua simplicidade, se torna muito mais econômica.

Adaptações discretas, com outras finalidades, têm sido utilizadas. Groszmann e Hemming<sup>12</sup>, por exemplo, sugerem uma adaptação discreta, simples e econômica (quando comparada com adaptações contínuas), para mudança de velocidades e de avanços em tornos automáticos de controle numérico.

Neste trabalho mostra-se que este tipo de adaptação pode também ser utilizado para variar automaticamente a compensação do sistema, de modo a atender às variações do seu comportamento dinâmico diante das mudanças do peso acionado.

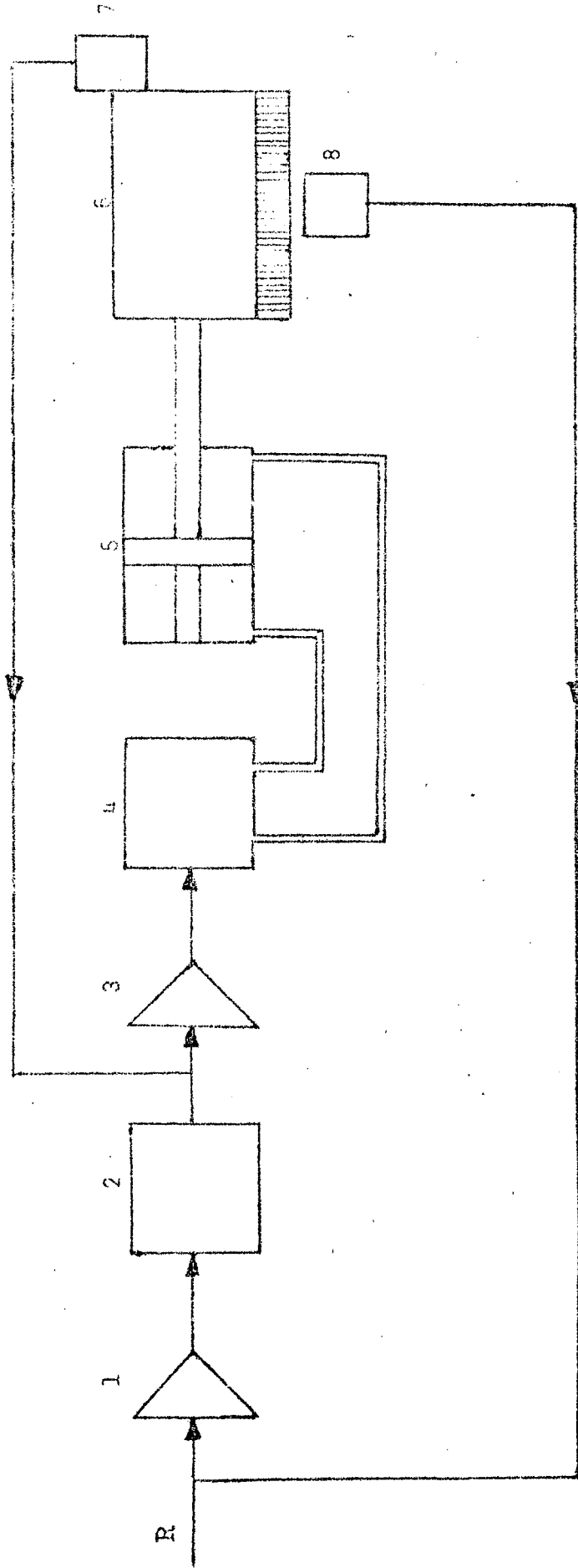
O estudo foi limitado ao caso de um servoposicionador cujo elemento atuante é um cilindro hidráulico, embora o modelo apresentado seja válido também para o sistema com motor hidráulico, que é mais comum na prática. Procurou-se, assim, contribuir para que o cilindro, muito mais barato que o motor hidráulico, possa ter um campo de aplicação bem maior que o atual, quando está restrito ao acionamento de pequenas máquinas operatrizes. Contribuição neste sentido foi realizada por Bell e Pennington<sup>5</sup>, sem entretanto, fazer a análise das sensibilidades dos parâmetros.

O servoposicionador foi considerado como não atuado por uma força externa, como acontece no deslocamento da mesa de uma furadeira de coordenadas. Este, entretanto, não é o caso de algumas máquinas operatrizes, em que há necessidade de deslocamento da mesa durante o corte. Sabe-se, todavia, que esta força externa, como qualquer entrada, em nada modifica o comportamento dinâmico de um sistema linear.

Outra limitação do estudo foi a utilização de cristais piezoelétricos como transdutores para medição do peso acionado, embora eles não apresentem boas características estáticas<sup>17</sup>.

Muitas das sub-rotinas utilizadas nos programas para o computador IBM-1130 podem ser utilizadas para análise de outros sistemas mecânicos ou elétricos.

A figura 1 apresenta o diagrama de blocos do sistema analisado.



- |                                    |                               |
|------------------------------------|-------------------------------|
| 1 - Amplificador                   | 5 - Cilindro hidráulico       |
| 2 - Compensador                    | 6 - Mesa da máquina e carga   |
| 3 - Amplificador                   | 7 - Acelerômetro ou tacômetro |
| 4 - Servoválvula eletro-hidráulica | 8 - Medidor de posição        |

Figura 1 - Diagrama de blocos do sistema analisado

## REVISÃO DE CONCEITOS BÁSICOS

Com a finalidade de facilitar a compreensão do desenvolvimento do modelo matemático do sistema e as justificativas das suposições introduzidas, apresenta-se uma revisão de conceitos, fórmulas e características de elementos do sistema, como um resumo dos pontos mais importantes da bibliografia consultada.

1.1 - Principais Características dos Fluidos Hidráulicos

As características do fluido mais importantes para o estudo do comportamento dinâmico do sistema são: massa específica, módulo de elasticidade de volume e viscosidade.

1.1.1 - Massa Específica

A massa específica  $\rho = \gamma/g_0$  é função da pressão e temperatura<sup>1</sup>,

$$\rho = \rho(p, T)$$

Sendo tomados os três primeiros termos do desenvolvimento em série de Taylor, resulta:

$$\rho = \rho_0 \left[ 1 + \frac{1}{\beta} (p - p_0) - \alpha (T - T_0) \right] \quad (1)$$

Onde

$$\beta = \rho_0 \left( \frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_T = - v_i \left( \frac{\partial v}{\partial V} \right)_T \quad (2)$$

$$\alpha = - \frac{1}{\rho_0} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p = \frac{1}{v_i} \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_p \quad (3)$$

### 1.1.2 - Módulo de Elasticidade de Volume

Em estudos recentes realizados pelo National Engineering Laboratory, Glasgow-Escócia<sup>2</sup>, foram obtidas as seguintes equações empíricas:

$$\bar{\beta}_s = (1,57 + 0,15 \log v_{20}) \left[ \text{antilog } 0.0024(20-T) \right] 10^4 + 5,6p \quad (4)$$

$$\bar{\beta}_T = (1,30 + 0,15 \log v_{20}) \left[ \text{antilog } 0.0023(20-T) \right] 10^4 + 5,6p \quad (5)$$

Para p em bar e T em °C.

Quando um líquido é comprimido isentropicamente, a sua temperatura aumenta. Para óleos minerais, esse acréscimo de temperatura é aproximadamente 0,013 °C/bar.

Os módulos de elasticidade de volume para gases são expressos por:

$$\beta_{Tg} = p \quad (6)$$

$$\beta_{sg} = (C_p/C_v)p \quad (7)$$

Para o ar, tem-se:

$$\beta_{sg} = 1,4 p \quad (8)$$

Tomando-se a deformação do recipiente que contém o fluido comprimido (cilindro ou motor hidráulico, tubulação, válvulas etc.), e sendo considerado o fluido hidráulico como uma mistura de líquido e gás, resulta a seguinte expressão<sup>1</sup>:

$$\frac{1}{\beta_e} = \frac{1}{\beta_c} + \frac{1}{\beta_l} + \frac{V_g}{V_{lg}} \left( \frac{1}{\beta_g} + \frac{1}{\beta_l} \right) \quad (9)$$

Onde

$$V_{lg} = V_g + V_l$$

Para o caso de um cilindro de parede espessa, pode-

se obter:

$$\frac{1}{\beta_c} = \frac{2}{\xi} \frac{(1+\sigma)D_o^2 + (1-\sigma)D^2}{2T_e(D_o+D)} \quad (10)$$

Para o caso de  $D_o \gg D$  e sabendo-se que para metal  $\sigma \approx 0,25$ ; a expressão (10) pode ser reduzida a:

$$\beta_c = \frac{\xi}{2,5} \quad (11)$$

Para um cilindro de parede fina ( $D_o = D$ ), resulta:

$$\beta_c = \frac{T_e \xi}{D} \quad (12)$$

### 1.1.3 - Viscosidade

Para o caso de um pistão colocado no interior de um cilindro com fluido e impulsionado por uma força  $F_p$ , o coeficiente de viscosidade absoluta ( $\mu$ ), do fluido, é definido através da seguinte expressão:

$$F_p = \pi \mu D L_P \frac{\dot{x}_P}{f_r} \quad (13)$$

O coeficiente de viscosidade cinemática é definido por:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (14)$$

A viscosidade decresce com o aumento de temperatura. Para pequenas variações de temperatura, uma expressão aproximada é a seguinte:

$$\mu = \mu_o \text{ EXP}[-\lambda_1(T-T_o)] \quad (15)$$

Pressão aplicada a um óleo aumenta a sua viscosida

de. A pressão moderadas, esse aumento é pequeno. A expressão (16) mostra como é realizada, aproximadamente, essa variação.

$$\mu = \mu_0 \text{EXP}(\lambda_2 p) \quad (16)$$

## 1.2 - Escoamento dos Fluidos

### 1.2.1 - Equação de Continuidade

Como o coeficiente de expansão térmica é pequeno para líquidos, o efeito da variação de temperatura na massa específica do fluido e, conseqüentemente, no seu escoamento pode ser desprezado<sup>1</sup>. Geralmente, considera-se o escoamento em condições isotérmicas. Nestas condições, a equação de continuidade de um fluido pode ser reduzida à seguinte forma<sup>1</sup>:

$$\Sigma Q_e - \Sigma Q_d = \frac{dV_i}{dt} + \frac{V_i}{\beta} \frac{dp}{dt} \quad (17)$$

### 1.2.2 - Escoamento Através de Orifícios

Sendo aplicadas as equações de Bernouille e de continuidade para fluidos incompressíveis, chega-se à seguinte expressão para escoamento turbulento:

$$Q = C_d A_o \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_1 - p_2)} \quad (18)$$

O coeficiente de descarga pode ser tomado, em termos aproximados, como  $C_d \approx 0,6$ .

Para escoamento laminar de um fluido através de um orifício retangular de altura  $h$  e largura  $b$ , com  $b \gg h$  obtém-se:

$$Q = \frac{\pi h^2 b}{32\mu} (p_1 - p_2) \quad (19)$$

Para o caso de escoamento laminar entre um pistão

e um cilindro excêntricos, pode-se demonstrar <sup>1,3</sup> que para  $f_p \ll D$  resulta:

$$Q = \frac{\pi D f_r^3}{12 \mu L_p} \left[ 1 + 1,5 \left( \frac{e_c}{f_r} \right)^2 \right] (p_1 - p_2) \quad (20)$$

Esta expressão, para o caso de eixo e cilindro con cêntricos, é reduzida a

$$Q = \frac{\pi D f_r^3}{12 \mu L_p} (p_1 - p_2) \quad (21)$$

### 1.3 - Comportamento Estático do Pistão

Para um cilindro ideal, com pressões  $p_1$  e  $p_2$  em suas câmaras, a força útil, sendo consideradas as áreas úteis do pistão iguais, é a seguinte:

$$F_g = A_p (p_1 - p_2) = A_p p_L \quad (22)$$

Onde

$$p_L = p_1 - p_2 \quad (23)$$

Para um cilindro real, com vazamentos, perdas por atrito etc., a análise pode ser feita da seguinte maneira:

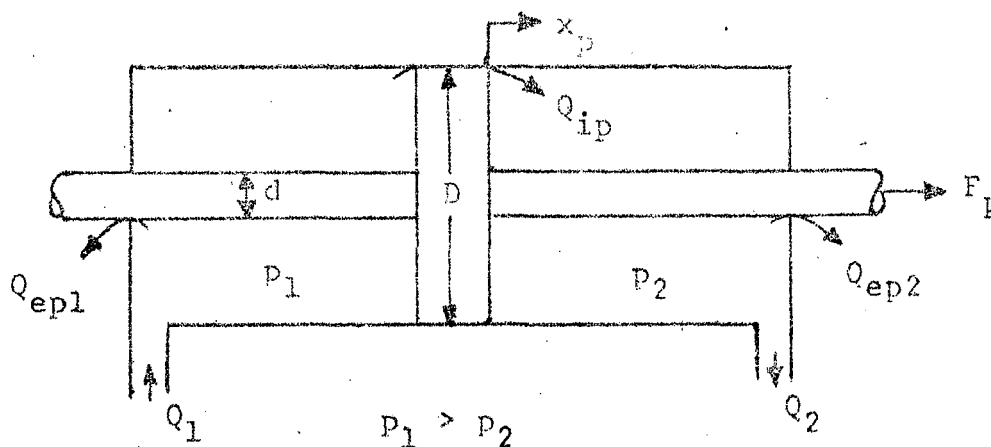


Figura 2 - Cilindro hidráulico



Analisando-se o cilindro hidráulico apresentado na figura 2 e sendo considerados os vazamentos como escoamentos laminares, resulta, pela expressão (20) o seguinte:

$$Q_{ip} = C_{ip} p_L \quad (24)$$

$$Q_{ep1} = C_{ep} p_1 \quad (25)$$

$$Q_{ep2} = C_{ep} p_2 \quad (26)$$

Pela equação de continuidade (17), para condições estáticas, resulta:

$$Q_1 - C_{ip} p_L - C_{ep} p_1 - A_p \dot{x}_p = 0 \quad (27)$$

$$- Q_2 + C_{ip} p_L - C_{ep} p_2 + A_p \dot{x}_p = 0 \quad (28)$$

Subtraindo-se (28) de (27), vem

$$Q_1 + Q_2 - 2C_{ip} p_L - C_{ep} p_L - 2A_p \dot{x}_p = 0 \quad (29)$$

Definindo-se

$$Q_L = \frac{Q_1 + Q_2}{2} \quad (30)$$

Resulta

$$Q_L = A_p \dot{x}_p + \left( C_{ip} + \frac{C_{ep}}{2} \right) p_L \quad (31)$$

Analisam-se, agora, as forças que atuam no cilindro:

a) A força ideal é dada por:

$$F_g = A_p p_L$$

- b) Devido à viscosidade do fluido existe uma força de amortecimento proporcional à velocidade e que pode ser expressa por:

$$F_d = B_p \dot{x}_p \quad (32)$$

Onde  $B_p$  = coeficiente de amortecimento viscoso, que pode ser determinado com a utilização da expressão (13).

- c) Pode existir atrito seco entre pistão e cilindro e entre retentores e hastes. Esta força, para as condições normais, pode ser considerada constante<sup>1</sup>, mas varia o sinal com a velocidade. A força de atrito, então, pode ser representada pela seguinte expressão:

$$\text{Força de atrito} = \frac{\dot{x}_p}{|\dot{x}_p|} F_a \quad (33)$$

A força real que pode ser exercida pela haste do cilindro será a seguinte:

$$F_L = A_p p_L - B_p \dot{x}_p - \frac{\dot{x}_p}{|\dot{x}_p|} F_a \quad (34)$$

#### 1.4 - Válvula Direcional de Carretel de Centro Crítico de 4 Direções

##### 1.4.1 - Análise

A válvula de centro crítico, que é a mais comumente utilizada em controle, apresenta um comportamento linear na sua posição central, de grande importância para o estudo que será realizado.

A vazão  $Q_L$  do fluido está relacionada com o deslocamento da haste  $x_v$ , conforme é apresentado na figura 3.

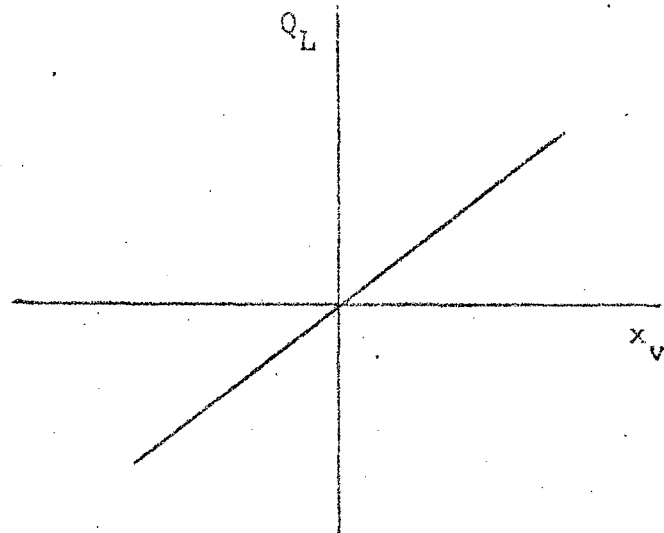


Figura 3 - Comportamento de uma válvula centro crítico

A figura 4 apresenta uma válvula de carretel de centro crítico. Baseado nesta figura será feita a análise a seguir:

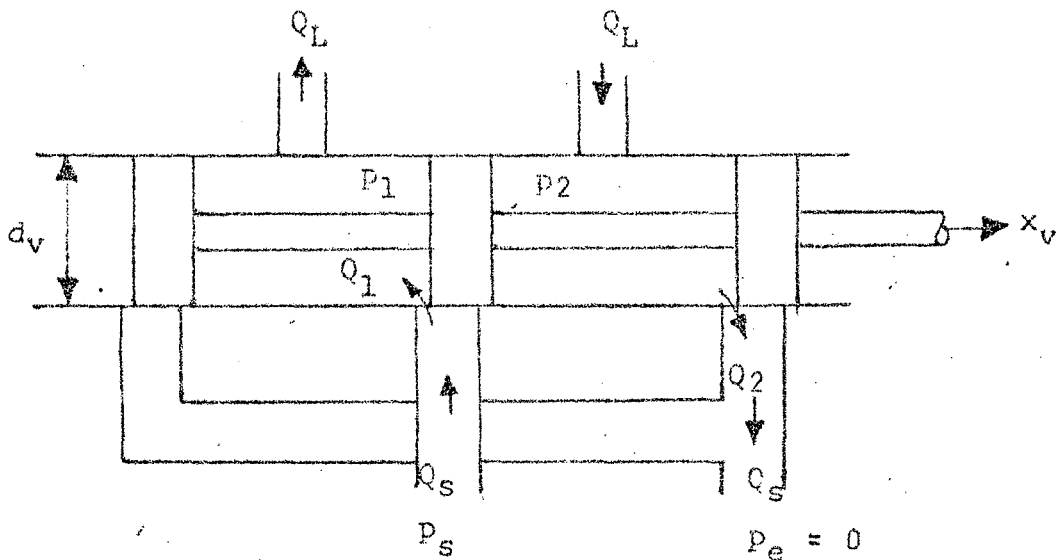


Figura 4- Válvula de carretel de centro crítico de 4 direções.

Admite-se que não há vazamentos na válvula e que o líquido é incompressível.

Então

$$Q_1 = Q_2 = Q_L$$

(35)

$$P_L = P_1 - P_2 \quad (36)$$

$$Q_1 = C_d A_{v1} \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_s - p_1)} \quad (37)$$

$$Q_2 = C_d A_{v2} \sqrt{\frac{2}{\rho} p_2} \quad (38)$$

Devido à simetria da válvula, ocorre que  $A_{v1} = A_{v2}$ .  
Igualando-se agora (37) e (38), resulta:

$$P_s = P_1 + P_2 \quad (39)$$

Sendo utilizadas as expressões (36) e (39), vem:

$$P_1 = \frac{P_s + P_L}{2} \quad (40)$$

$$P_2 = \frac{P_s - P_L}{2} \quad (41)$$

Para a válvula na posição central, tem-se  $p_L = 0$ , e conseqüentemente,

$$P_1 = P_2 = \frac{P_s}{2} \quad (42)$$

Finalmente, vem

$$Q_L = C_d W_g x_v \sqrt{\frac{1}{\rho} (p_s - p_L)} \quad (43)$$

#### 1.4.2 - Linearização

Pela expressão (43) conclui-se que  $Q_L = Q_L(x_v, p_L)$ .  
Desenvolvendo-a pela série de Taylor em torno de um ponto particular de operação  $Q_{L1}$ , vem:

$$Q_L = Q_{L1} + \left. \frac{\partial Q_L}{\partial x_v} \right|_1 \Delta x_v + \left. \frac{\partial Q_L}{\partial p_L} \right|_1 \Delta p_L + \dots$$

Sendo desprezados os infinitésimos de ordem superior, obtém-se:

$$\Delta Q_L = Q_L - Q_{L1} = \left. \frac{\partial Q_L}{\partial x_v} \right|_1 \Delta x_v + \left. \frac{\partial Q_L}{\partial p_L} \right|_1 \Delta p_L \quad (44)$$

Por definição:

$$K_q = \frac{\partial Q_L}{\partial x_v} \quad (\text{ganho de vazão})$$

$$K_c = - \frac{\partial Q_L}{\partial p_L} \quad (\text{coeficiente vazão-pressão})$$

Logo

$$\Delta Q_L = K_q \Delta x_v - K_c \Delta p_L \quad (45)$$

Para a válvula inicialmente na posição crítica, resulta:

$$Q_L = K_q x_v - K_c p_L \quad (46)$$

#### 1.4.3 - Coeficientes da Válvula

Derivando-se a expressão (43) são encontradas as seguintes expressões:

$$K_q = C_d W_g \sqrt{(p_s - p_L) / \rho} \quad (47)$$

$$K_c = \frac{C_d W_g x_v \sqrt{(p_s - p_L) / \rho}}{2(p_s - p_L)} \quad (48)$$

Para a válvula na posição central, resulta

$$K_{q0} = C_d W_g \sqrt{p_s / \rho} \quad (49)$$

$$K_{co} = 0 \quad (50)$$

Pode ser verificado, na prática<sup>1</sup>, que os valores encontrados para  $K_{q0}$  estão bem próximos dos obtidos com (49), entretanto, a expressão (51) fornece valores de  $K_{co}$  mais próximos dos valores reais.

$$K_{co} = \frac{4W_g f_r^2}{32\mu} \quad (51)$$

Como  $f_r$  é muito pequena, em válvulas precisas, conclui-se que  $K_{co}$  é muito pequeno, aproximando-se do valor teórico apresentado pela expressão (50).

CAPÍTULO II

MODELO MATEMÁTICO

2.1 - Análise Dinâmica do Pistão Hidráulico

Controlado por Válvula

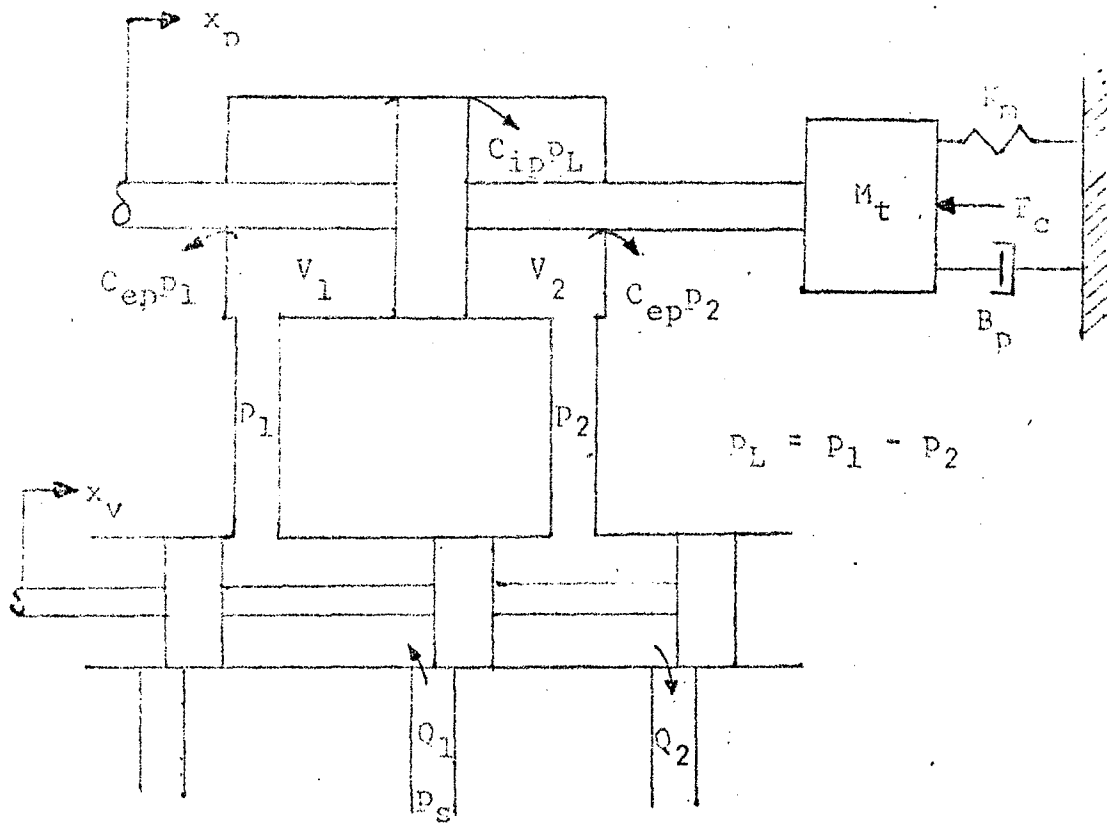


Figura 5 - Combinação de válvula-pistão

2.1.1 - Equações de Continuidade para as Câmaras do Sistema  
Válvula-Cilindro

Sendo analisado o sistema apresentado na figura 5, através da equação (17), chega-se às seguintes expressões:

$$Q_1 - C_{ip} p_L - C_{ep} p_1 = \frac{dv_1}{dt} + \frac{v_1}{\beta_e} \frac{dp_1}{dt} \quad (52)$$

$$C_{ip} p_L - C_{ep} p_2 - Q_2 = \frac{dv_2}{dt} + \frac{v_2}{\beta_e} \frac{dp_2}{dt} \quad (53)$$

Tem-se ainda

$$v_1 = v_{01} + A_p x_D \quad (54)$$

$$v_2 = v_{02} - A_p x_D \quad (55)$$

Quando o pistão está na posição central a frequência natural não amortecida do sistema é mínima<sup>4</sup>. A análise será feita, então, para esta situação. Ocorre, conseqüentemente, o seguinte:

$$v_{01} = v_{02} = v_0 \quad (56)$$

$$v_t = v_1 + v_2 = 2v_0 \quad (57)$$

Substituindo-se as expressões (54) e (55) em (52) e (53) e sendo, em seguida, subtraída uma da outra as expressões resultantes vem:

$$Q_L = A_p \frac{dx_D}{dt} + (C_{ip} + \frac{C_{ep}}{2}) p_L + \frac{v_0}{2\beta_e} \frac{dp_L}{dt} + \frac{A_p x_D}{2\beta_e} \left( \frac{dp_1}{dt} + \frac{dp_2}{dt} \right) \quad (58)$$

Pelas expressões (40). e (41) podê-se verificar que

$$\frac{dp_1}{dt} + \frac{dp_2}{dt} = 0.$$



Logo, a expressão (58) no domínio  $s$  terá a seguinte forma:

$$Q_L = A_p s x_p + (C_{ip} + \frac{C_{cp}}{2}) p_L + \frac{V_t}{4\beta_e} s p_L \quad (59)$$

### 2.1.2 - Equação de Equilíbrio da Carga

Sendo aplicada a 2ª lei de Newton, obtêm-se:

$$F_p = A_p p_L = M_t s^2 x_p + B_p s x_p + K_m x_p + F_c + \frac{\dot{x}_p}{|\dot{x}_p|} F_a \quad (60)$$

### 2.1.3 - Expressão de $x_p$

Para uma análise linear, o atrito seco deve ser desprezado, devido ao seu caráter não linear.

Desprezando-o, então, e explicitando-se  $Q_L$  e  $p_L$  em função dos demais elementos em (59) e (60) e sendo substituído em (46), resulta a seguinte expressão:

$$x_p = \frac{\frac{K_q}{A_p} x_v - \frac{K_{cp}}{A_p^2} (1 + \frac{V_t}{4\beta_e K_{cp}} s) F_c}{a_f s^3 + a_g s^2 + a_h s + \frac{K_{cp} K_m}{A_p^2}} \quad (61)$$

Onde  $a_f = \frac{V_t M_t}{4\beta_e A_p^2}$

$$a_g = \frac{K_{cp} M_t}{A_p^2} + \frac{B_p V_t}{4\beta_e A_p^2}$$

$$a_h = 1 + \frac{B_p K_{cp}}{A_p^2} + \frac{K_m V_t}{4\beta_e A_p^2}$$

$$K_{cp} = K_c + C_{ip} + C_{ep}/2$$

#### 2.1.4 - Frequência Natural Não Amortecida e Fator de Amortecimento

Nos servoposicionadores, comumente  $K_m = 0$ . Tomando-se ainda,  $F_c = 0$ , a expressão (61) resulta

$$x_p = \frac{\left( \frac{A_p^2}{A_p^2 + B_p K_{cp}} \right) \frac{K_q}{A_p} x_v}{s \left( \frac{s^2}{\omega_h^2} + \frac{2\delta_h}{\omega_h} s + 1 \right)} \quad (62)$$

Onde

$$\omega_h = \sqrt{\frac{4\beta_e(A_p^2 + B_p K_{cp})}{V_t M_t}} \quad (63)$$

$$\delta_h = \left( \frac{B_p}{2M_t} + \frac{2\beta_e K_{cp}}{V_t} \right) \times \frac{1}{\omega_h} \quad (64)$$

Conforme pode ser verificado pela expressão (62), quanto maior  $K_q$ , maior o ganho do sistema. Por outro lado, quanto menor o valor de  $K_c$  menor é o seu amortecimento. Pode ser verificado pelas expressões (47) e (48) que, para a válvula na posição central ( $p_L = x_v = 0$ ), ocorre o ponto crítico, sob o ponto de vista de estabilidade do sistema, pois o ganho será máximo e o amortecimento mínimo.

#### 2.1.5 - Cálculo da Massa Total

A massa total  $M_t$  é a soma da massa da carga e do pistão com a massa efetiva do fluido<sup>4</sup>.

Pela equação de continuidade, para fluido incompressível, ocorre

$$\dot{x}_{tb} A_{tb} = \dot{x}_p A_p$$

Ou ainda,

$$\dot{x}_{tb} = \frac{A_p}{A_{tb}} \dot{x}_p$$

A energia cinética do fluido na tubulação é expressa por:

$$M_{tb} \frac{\dot{x}_{tb}^2}{2} = M_{ef} \frac{\dot{x}_p^2}{2}$$

Onde  $M_{ef}$  = massa efetiva do fluido

$$M_{ef} = M_{tb} \left( \frac{A_p}{A_{tb}} \right)^2 \quad (65)$$

Desprezando-se a massa do fluido no cilindro, devido à pequena velocidade, resulta:

$$M_t = M + \frac{2\rho l_{tb} A_p^2}{A_{tb}} \quad (66)$$

## 2.2 - Outros Componentes do Modelo

### 2.2.1 - Servoválvula Eletro-Hidráulica

As servoválvulas eletro-hidráulicas podem ser de um ou dois estágios. As válvulas de um estágio são compostas, basicamente, de um pequeno motor de torque e de uma válvula de carretel. Um sinal elétrico aplicado ao campo provoca um deslocamento angular da armadura, que, por sua vez, desloca o carretel da válvula.

As servoválvulas de um estágio têm limitada capacidade (pequenas vazões) e apresentam problemas de estabilidade, já que o desempenho do motor de torque depende das características dinâmicas da carga<sup>1</sup>.

As servoválvulas são dispositivos altamente complexos, que apresentam respostas não lineares de alta ordem. Entretanto, conveniente representar uma servoválvula eletro-hidráulica por uma função de transferência equivalente aproximada<sup>11</sup>.

Considerando-a ligada à saída de um amplificador, uma função de transferência aproximada do conjunto amplificador-motor de torque é a seguinte<sup>1,5,10</sup>:

$$\frac{x_v}{e_g} = \frac{K_1}{\left(\frac{s}{\omega_r} + 1\right)\left(\frac{s^2}{\omega_o^2} + \frac{2\delta_o}{\omega_o} s + 1\right)} \quad (67)$$

### 2.2.2 - Tacômetro CC e Acelerômetro

A função de transferência de um tacômetro de corrente contínua é a seguinte<sup>6</sup>:

$$\frac{e_o}{\theta} = K_2 s$$

Ou

$$\frac{e_o}{x_p} = K_o s \quad (68)$$

A função de transferência do acelerômetro é deduzida no Apêndice 2.

## 2.3 - Modelo Matemático Completo

### 2.3.1 - Diagrama de Blocos

Sendo utilizadas as expressões (62), (67) e (68), pode-se obter o diagrama apresentado na figura 6.

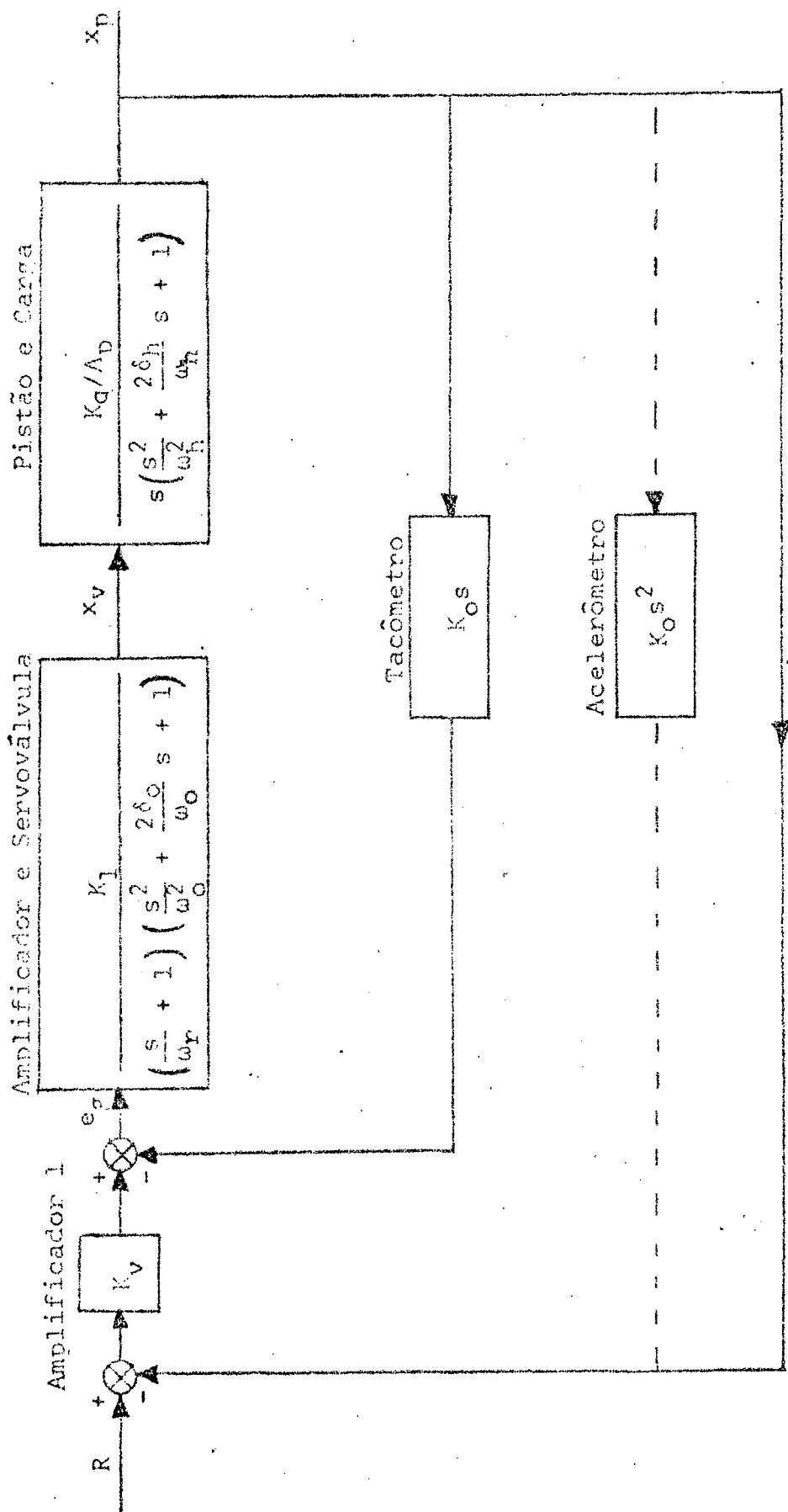


Figura 6 - Diagrama de blocos do modelo

### 2.3.2 - Função de Transferência

Do diagrama de blocos encontra-se a seguinte função de transferência:

$$T(s) = \frac{X_D(s)}{R(s)} = \frac{AN}{E(s)} \quad (69)$$

Onde

$$E(s) = A_1 s^6 + A_2 s^5 + A_3 s^4 + A_4 s^3 + A_5 s^2 + A_6 s + A_7$$

Tomando-se:

$$e = 1/(\omega_r \omega_o^2)$$

$$f = 1/\omega_o^2 + 2\delta_o/(\omega_r \omega_o)$$

$$g = 1/\omega_r + 2\delta_o/\omega_o$$

tem-se:

$$AN = K_1 K_q K_v / A_p$$

$$A_1 = e/\omega_h^2$$

$$A_2 = 2e\delta_h/\omega_h + f/\omega_h^2$$

$$A_3 = e + 2f\delta_h/\omega_h + g/\omega_h^2$$

$$A_4 = f + 2g\delta_h/\omega_h + 1/\omega_h^2$$

$$A_5 = g + 2\delta_h/\omega_h \quad (\text{para tacômetro na realimentação})$$

$$A_5 = g + 2\delta_h/\omega_h + K_o K_1 K_q / A_p \quad (\text{para acelerômetro na realimentação})$$

$$A_6 = 1 + K_o K_1 K_q / A_p \text{ (para tacômetro na realimen-} \\ \text{tação)}$$

$$A_6 = 1 \text{ (para acelerômetro na realimentação)}$$

$$A_7 = K_1 K_q K_v / A_p$$

### 2.3.3 - Determinação das Constantes de Modelo

Ver Apêndice 1

## CAPÍTULO III

INFLUÊNCIA DOS VALORES DOS PARÂMETROS NO  
COMPORTAMENTO DO SISTEMA3.1 - Introdução

As denominadas constantes dos componentes do sistema podem variar por diversas causas. Por exemplo, a compressibilidade do fluido hidráulico varia com a temperatura e, principalmente, com a penetração de ar.

É necessário, pois, analisar como o sistema se comporta diante dessas mudanças. De posse da análise, é possível ser selecionada uma configuração de modo a minimizar os seus efeitos.

O estudo será realizado considerando-se variações incrementais.

As constantes que serão analisadas são:  $A_k$ ,  $K_v$ ,  $K_o$ ,  $K_{cp}$ ,  $\beta_e$ ,  $\delta_o$ ,  $\omega_o$  e  $\omega_r$ .

3.2 - Estudo Através do Cálculo da Sensibilidade3.2.1 - Sensibilidade Clássica

A sensibilidade de uma função  $T(s,K)$ , devido à variação do parâmetro  $K$  é definida por<sup>14</sup>:

$$S_K^T(s,K) = \frac{\frac{\partial T(s,K)}{T(s,K)}}{\frac{\partial K}{K}} = \frac{d [L_n T(s,K)]}{d(L_n K)} \quad (70)$$

Sendo analisado, em particular, o caso em que o sistema está sujeito a uma entrada senoidal,  $T(s,K)$ , resulta:



$$T(j\omega, K) = |T(j\omega, K)| \text{EXP} [j \arg T(j\omega, K)] \quad (71)$$

Substituindo-se (71) em (70), vem:

$$S_K^{T(j\omega, K)} = \frac{d\{L_n |T(j\omega, K)| + j [\arg T(j\omega, K)]\}}{d(L_n K)}$$

$$= \frac{\frac{\partial |T(j\omega, K)|}{|T(j\omega, K)|}}{\frac{\partial K}{K}} + j \frac{\partial [\arg T(j\omega, K)]}{\frac{\partial K}{K}}$$

Conforme é verificado,  $S_K^{T(j\omega, K)}$  se compõe de uma parte real e uma parte imaginária, definidas, respectivamente, como sensibilidade de ganho e sensibilidade de fase.

### 3.2.2 - Sensibilidade do Sistema Relativa à Variação de $A_k$

Define-se  $A_k = K_l K_q / A_p$

$$S_{A_k}^{T(s, A_k)} = \frac{A_k}{T} \frac{\partial T}{\partial A_k} = \frac{A_k}{T} \frac{\partial}{\partial A_k} \left( \frac{AN}{E} \right)$$

Onde

$$T(s, A_k) = \frac{AN(A_k)}{E(s, A_k)}$$

$$S_{A_k}^{T(s, A_k)} = \frac{A_k}{T} \left[ \frac{1}{E} \frac{\partial AN}{\partial A_k} + AN \frac{\partial}{\partial A_k} (E^{-1}) \right]$$

$$= \frac{A_k}{T} \left( \frac{1}{E} K_v - \frac{AN}{E^2} \frac{\partial E}{\partial A_k} \right)$$

Para tacômetro na realimentação, implica:

$$S_{A_k}^T(s, A_k) = \frac{A_k}{T} \left[ \frac{1}{E} K_v - \frac{AN}{E^2} (K_o s + K_v) \right]$$

Depois de simplificações esta expressão é reduzida a:

$$S_{A_k}^T(s, A_k) = \frac{E - A_k K_o s - A_k K_v}{E} \quad (72)$$

Para o sistema com acelerômetro na realimentação, resulta:

$$S_{A_k}^T(s, A_k) = \frac{A_k}{T} \left[ \frac{1}{E} K_v - \frac{AN}{E^2} (K_o s^2 + K_v) \right]$$

Que, simplificada, implica em:

$$S_{A_k}^T(s, A_k) = \frac{E - A_k K_o s^2 - A_k K_v}{E} \quad (73)$$

### 3.2.3 - Sensibilidade do Sistema Relativa à Variação de $K_v$

$$\begin{aligned} S_{K_v}^T(s, K_v) &= \frac{K_v}{T} \frac{\partial}{\partial K_v} \left( \frac{AN}{E} \right) = \frac{K_v}{T} \left[ \frac{1}{E} \frac{\partial AN}{\partial K_v} + AN \frac{\partial}{\partial K_v} (E^{-1}) \right] \\ &= \frac{K_v}{T} \left[ \frac{1}{E} A_k - \frac{AN}{E^2} \frac{\partial E}{\partial K_v} \right] \end{aligned}$$

Para os casos de tacômetro ou acelerômetro na realimentação, tem-se a seguinte expressão:

$$S_{K_v}^T(s, K_v) = \frac{E - K_v A_k}{E} \quad (74)$$

### 3.2.4 - Sensibilidade do Sistema Relativa à Variação de $K_o$

$$S_{K_o}^T(s, K_o) = \frac{K_o}{T} \frac{\partial}{\partial K_o} \left( \frac{AN}{E} \right) = - \frac{K_o}{T} \frac{\partial E}{\partial K_o}$$

Para tacômetro na realimentação, implica em:

$$\frac{\partial E}{\partial K_o} = A_k s$$

$$S_{K_o}^{T(s, K_o)} = - \frac{K_o A_k s}{E} \quad (75)$$

Para acelerômetro na realimentação, resulta:

$$\frac{\partial E}{\partial K_o} = A_k s^2$$

$$S_{K_o}^{T(s, K_o)} = - \frac{K_o A_k s^2}{E} \quad (76)$$

### 3.2.5 - Sensibilidade do Sistema Relativa à Variação de $K_{cp}$

Sendo analisadas as expressões (63) e (64) e tendo em vista que  $B_p$  é muito pequeno diante das outras constantes<sup>1</sup>, é possível concluir que

$$B_p K_{cp} \ll A_p^2 \quad \text{e} \quad \frac{B_p}{2M_t} \ll \frac{2\beta_e K_{cp}}{V_t}$$

Donde

$$\omega_h \approx \sqrt{\frac{4\beta_e A_p^2}{V_t M_t}}$$

$$\delta_h \approx \frac{2\beta_e K_{cp}}{V_t} \frac{1}{\omega_h} = C_\omega K_{cp}$$

Onde

$$C_\omega = \frac{2\beta_e}{V_t \omega_h}$$

Verifica-se, então, que  $K_{cp}$  influi apenas em  $\delta_h$ .  
Por outro lado,

$$S_{\delta_h}^{(s, \delta_h)} = \frac{C_{\omega} K_{cp}}{T} \frac{\partial T}{\partial \delta_h} = - \frac{C_{\omega} K_{cp}}{E} \frac{\partial E}{\partial \delta_h}$$

Como  $E(s, \delta_h)$  é um polinômio que só contém termos em  $\delta_h$  de ordem zero ou um, conclui-se que  $\partial E / \partial \delta_h$  não é função de  $\delta_h$ .

Logo, é fácil concluir que:

$$C_{\omega} \frac{\partial E}{\partial \delta_h} = \frac{\partial E}{\partial K_{cp}}$$

e então:

$$S_{K_{cp}}^{(s, K_{cp})} = S_{\delta_h}^{(s, \delta_h)} = - \frac{\delta_h}{E} \frac{\partial E}{\partial \delta_h} \quad (77)$$

Conclui-se, portanto, que a sensibilidade do sistema em relação a  $K_{cp}$  pode ser obtida, sendo calculada a sensibilidade do sistema em relação a  $\delta_h$ .

Calculando-se  $\partial E / \partial \delta_h$  e sendo feita a substituição na expressão (77), vem:

$$S_{K_{cp}}^{(s, K_{cp})} = \frac{\sum_{i=1}^4 ANS_i s^{\delta-i}}{E} \quad (78)$$

Onde

$$ANS_1 = - 2e\delta_h / \omega_h$$

$$ANS_2 = - 2f\delta_h / \omega_h$$

$$ANS_3 = - 2g\delta_h / \omega_h$$

$$ANS_4 = - 2\delta_h / \omega_h$$

A expressão (78) é válida indistintamente para o

sistema com tacômetro ou acelerômetro na realimentação.

### 3.2.6 - Sensibilidade do Sistema Relativa à Variação de $\beta_e$

Analisando-se os coeficientes de  $E(s)$ , é possível verificar que  $\delta_h$  sempre aparece no numerador e acompanhado de  $\omega_h$  no denominador. Por outro lado, pelas expressões de  $\delta_h$  e  $\omega_h$ , obtidas no item 3.2.4, verifica-se que  $\delta_h/\omega_h$  não depende de  $\beta_e$ .

$$\begin{aligned} S_{\beta_e}^{(s, \beta_e)} &= - \frac{\beta_e}{E} \frac{\partial E}{\partial \beta_e} \\ &= - \frac{\beta_e}{E} \frac{\partial E}{\partial \omega_h} \frac{\partial \omega_h}{\partial \beta_e} \end{aligned}$$

Mas

$$\frac{\partial \omega_h}{\partial \beta_e} = \frac{\omega_h}{2\beta_e}$$

Donde

$$S_{\beta_e}^{(s, \beta_e)} = - \frac{\omega_h}{2E} \frac{\partial E}{\partial \omega_h} \quad (79)$$

Calculando-se  $\partial E/\partial \omega_h$  e sendo feita a substituição na expressão (79), resulta

$$S_{\beta_e}^{(s, \beta_e)} = \frac{es^6 + fs^5 + gs^4 + s^3}{\omega_h^2 E} \quad (80)$$

Válida para o sistema com tacômetro ou acelerômetro na realimentação.

### 3.2.7 - Sensibilidade do Sistema Relativa à Variação de $\delta_o$

É fácil concluir que:

$$S_{\delta_0}(s, \delta_0) = - \frac{\delta_0}{E} \frac{\partial E}{\partial \delta_0} \quad (81)$$

A exemplo dos casos anteriores encontra-se:

$$S_{\delta_0}(s, \delta_0) = \frac{\sum_{i=1}^4 \text{ANS}_i s^{6-i}}{E} \quad (82)$$

Onde

$$\text{ANS}_1 = - 2\delta_0 / \omega_r \omega_o \omega_h^2$$

$$\text{ANS}_2 = - \left( \frac{4\delta_h}{\omega_r \omega_o \omega_h} + \frac{2}{\omega_o \omega_h^2} \right) \delta_0$$

$$\text{ANS}_3 = - \left( \frac{4\delta_h}{\omega_o \omega_h} + \frac{2}{\omega_r \omega_o} \right) \delta_0$$

$$\text{ANS}_4 = - 2\delta_0 / \omega_o$$

A expressão (82) é válida para o sistema com tacômetro ou acelerômetro na realimentação.

### 3.2.8 - Sensibilidade do Sistema Relativa à Variação de $\omega_o$

$$S_{\omega_o}(s, \omega_o) = - \frac{\omega_o}{E} \frac{\partial E}{\partial \omega_o} \quad (83)$$

Sendo seguido o raciocínio empregado nos casos anteriores, encontra-se:

$$S_{\omega_o}(s, \omega_o) = \frac{\sum_{i=1}^5 \text{ANS}_i s^{7-i}}{E} \quad (84)$$

Onde

$$ANS_1 = 2/\omega_h^2 \omega_r \omega_o^2$$

$$ANS_2 = \frac{1}{\omega_o \omega_h} \left( \frac{4\delta_h}{\omega_r} + \frac{2}{\omega_o \omega_h} + \frac{2\delta_o}{\omega_r \omega_h} \right)$$

$$ANS_3 = \left[ \frac{2}{\omega_r \omega_o} + 4\delta_h \left( \frac{1}{\omega_o} + \frac{\delta_o}{\omega_r} \right) + \frac{2\delta_o}{\omega_h^2} \right] \frac{1}{\omega_o}$$

$$ANS_4 = \frac{1}{\omega_o} \left( \frac{2}{\omega_o} + \frac{2\delta_o}{\omega_r} + \frac{4\delta_h \delta_o}{\omega_h} \right)$$

$$ANS_5 = 2\delta_o/\omega_o$$

A expressão (84) é válida para o sistema com tacômetro ou acelerômetro.

### 3.2.9 - Sensibilidade do Sistema Relativa à Variação de $\omega_r$

Verifica-se que

$$S_{\omega_r}^{(s, \omega_r)} = - \frac{\omega_r}{E} \frac{\partial E}{\partial \omega_r} \quad (85)$$

Seguido o raciocínio empregado nos casos anteriores, a expressão (85) resulta:

$$S_{\omega_r}^{(s, \omega_r)} = \frac{\sum_{i=1}^5 ANS_i s^{7-i}}{E} \quad (86)$$

Onde

$$ANS_1 = 1/\omega_h^2 \omega_o^2 \omega_r$$

$$ANS_2 = \left( \frac{2\delta_h}{\omega_o} + \frac{2\delta_o}{\omega_h} \right) \frac{1}{\omega_h \omega_o \omega_r}$$

$$ANS_3 = \frac{1}{\omega_r} \left( \frac{1}{\omega_o^2} + \frac{4\delta_o \delta_h}{\omega_h \omega_o} + \frac{1}{\omega_h^2} \right)$$

$$ANS_4 = \frac{1}{\omega_r} \left( \frac{2\delta_h}{\omega_h} + \frac{2\delta_o}{\omega_o} \right)$$

$$ANS_5 = 1/\omega_r$$

Válidas indistintamente para tacômetro ou acelerômetro na realimentação.

### 3.3 - Gráficos de Sensibilidade de Ganho e de Fase

São apresentados, para os parâmetros acima estudados, os gráficos, obtidos no traçador do computador IBM 1130, das sensibilidades de ganho e de fase, para o sistema com tacômetro ou acelerômetro na realimentação. Tomou-se  $K_v = 1$ .

As figuras 7 e 8, respectivamente, sensibilidade de ganho e de fase, referem-se ao sistema com tacômetro na realimentação, enquanto que as figuras 9 e 10 referem-se ao sistema com acelerômetro na realimentação.

As curvas de cada um daqueles gráficos correspondem às sensibilidades relativas às variações dos seguintes parâmetros:



<u>Curva</u>	<u>Parâmetro</u>
1	$A_K$
2	$K_V$
3	$K_O$
4	$K_{cp}$
5	$\beta_e$
6	$\delta_o$
7	$\omega_o$
8	$\omega_r$

O programa completo para traçado das sensibilidades está apresentado no Apêndice 3.

### 3.4 - Conclusões Preliminares

Pelas figuras 7, 8, 9 e 10, pode ser observado que o sistema com acelerômetro na realimentação apresenta-se, para alguns dos parâmetros, ligeiramente menos sensível às suas variações que o com tacômetro.

Verifica-se ainda que  $\beta_e$ , que pode variar largamente com a viscosidade do fluido e principalmente com a penetração de ar, é um fator muito influente, sendo, entretanto, menor sua influência para o caso em que a realimentação é feita com acelerômetro.

De um modo geral, entretanto, não é possível concluir, pelo estudo das funções de sensibilidade dos parâmetros, para o caso particular estudado, qual deve ser a realimentação recomendada. No capítulo V do presente trabalho, o estudo é continuado com a intenção de ser diminuída a influência da variação dos valores de determinados parâmetros, comumente variantes em servoposicionadores eletro-hidráulicos.

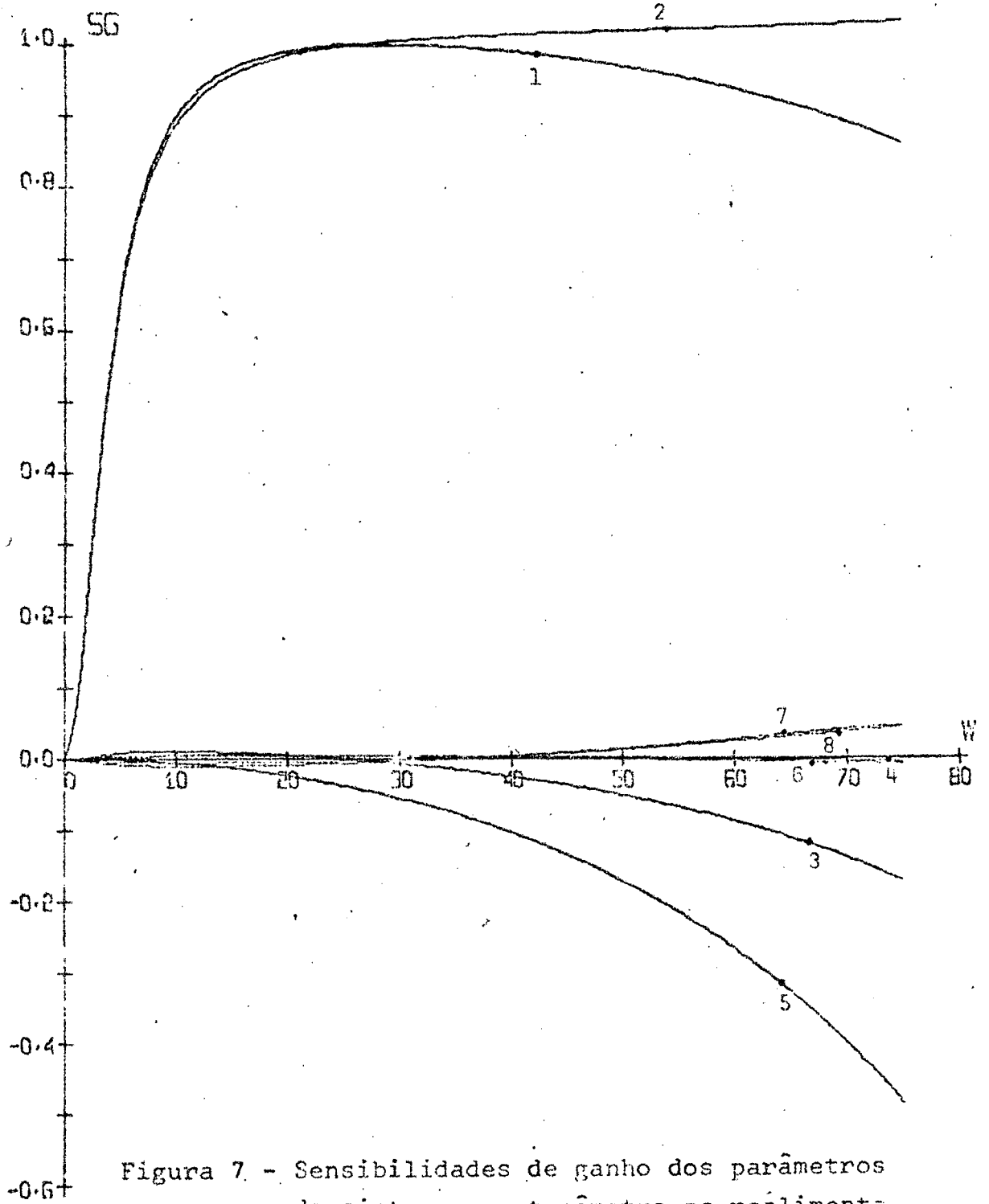
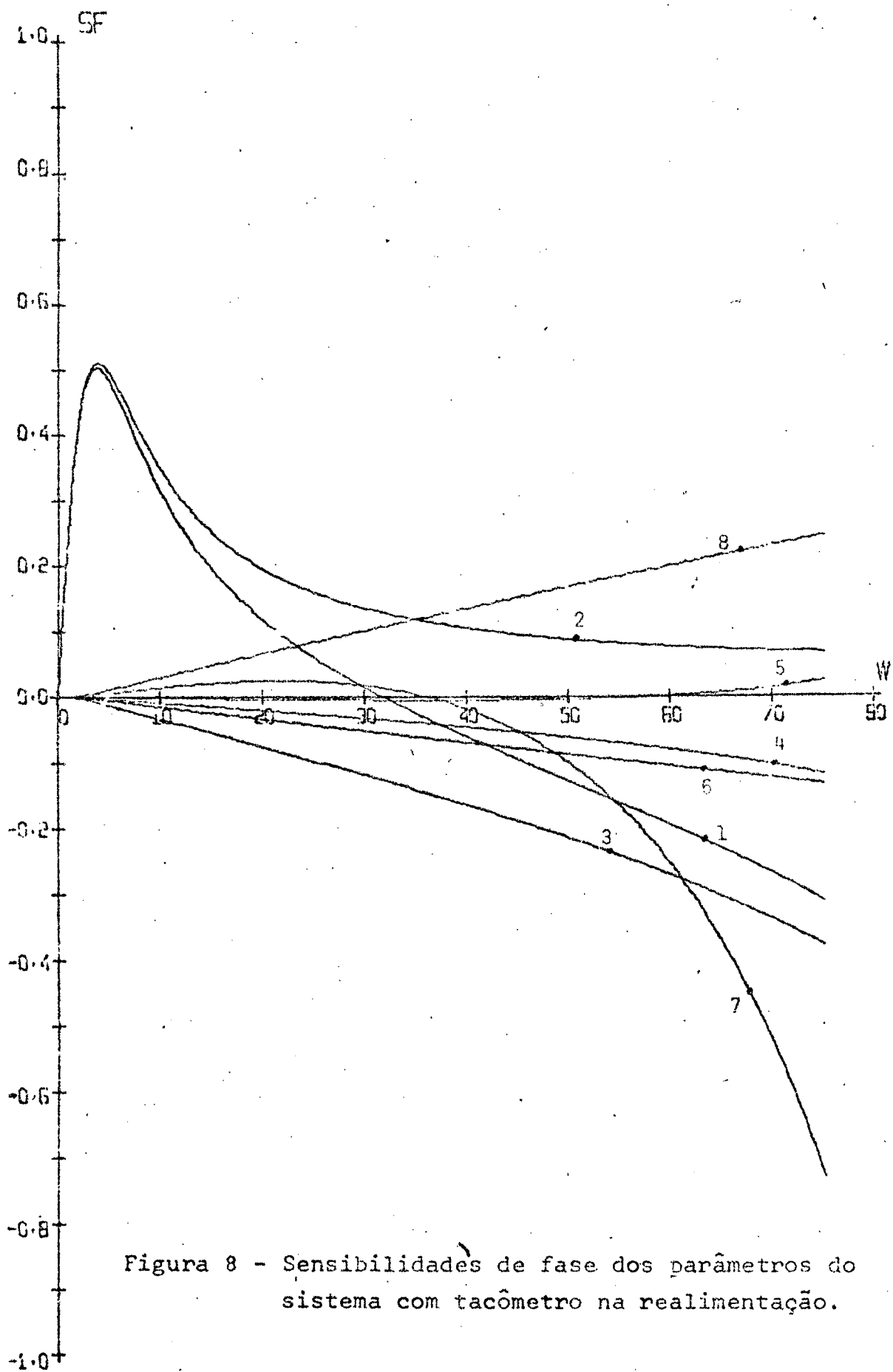


Figura 7. - Sensibilidades de ganho dos parâmetros do sistema com tacômetro na realimentação.



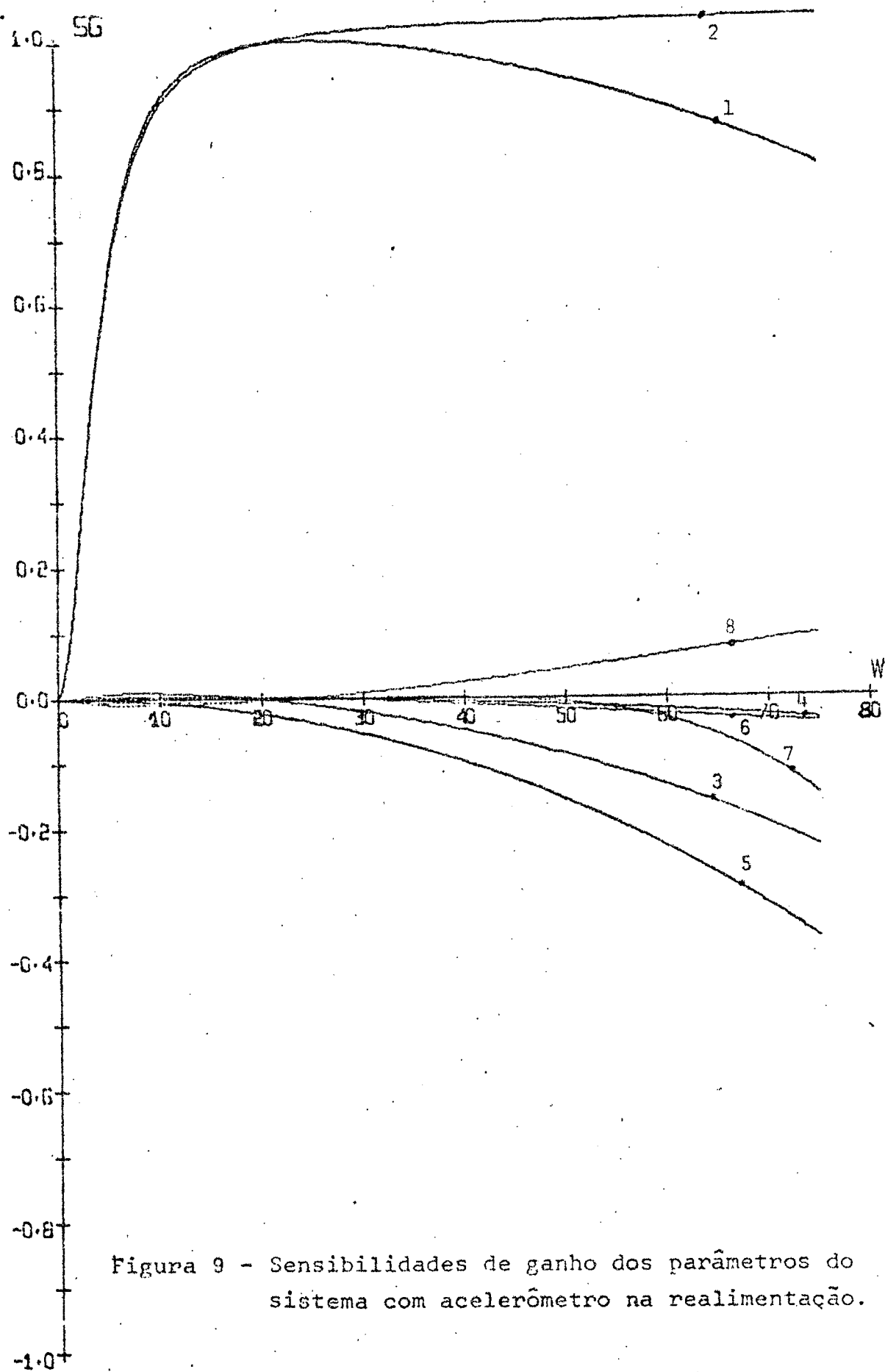


Figura 9 - Sensibilidades de ganho dos parâmetros do sistema com acelerômetro na realimentação.

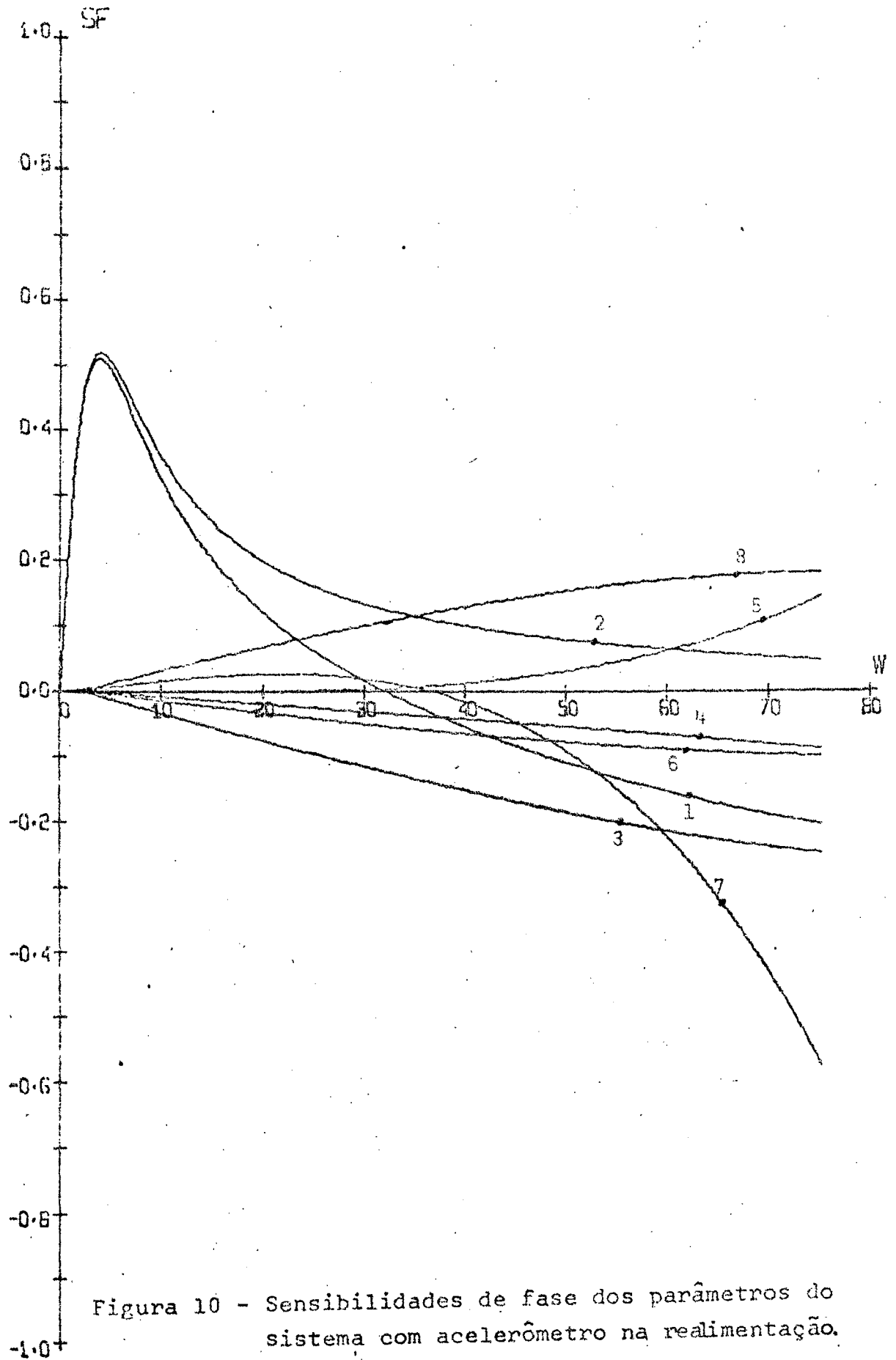


Figura 10 - Sensibilidades de fase dos parâmetros do sistema com acelerômetro na realimentação.

## CAPÍTULO IV

### COMPENSAÇÃO DO SISTEMA

#### 4.1 - Introdução

##### 4.1.1 - O Conceito de Compensação

O comportamento de um sistema é verificado através de uma série de índices denominados "especificações de desempenho" do sistema, tais como, tempo de subida, ultrapassagem ("overshoot"), largura de faixa, tempo de estabelecimento, estabilidade relativa etc. Os valores ideais dessas especificações não podem ser atingidos simultaneamente, quando se deseja um desempenho ótimo do sistema.

Raramente se consegue projetar, sem qualquer reajuste, um sistema de controle com um comportamento de acordo com as especificações de desempenho pré-estabelecidas. Uma solução de compromisso é muitas vezes utilizada, quando não é possível atingir-se um desempenho ótimo.

É comumente possível ajustar-se os parâmetros de um sistema de modo a ser obtida a resposta desejada. Essas ajustes, entretanto, nem sempre são simples. Por outro lado, a variação de parâmetros acarreta modificações na estrutura e projeto do sistema, devido à seleção de componentes adequados.

O ajustamento ou alteração de um sistema de controle, de modo a atingir-se um desempenho de acordo com as especificações, é chamado "compensação".

Para ser alterada a resposta do sistema, um componente ou dispositivo adicional é comumente inserido na sua estrutura. Esse componente, ou dispositivo, é denominado "compensador" e pode ser elétrico, hidráulico ou pneumático. Para o sistema estudado, será utilizado compensador elétrico.

#### 4.1.2 - Tipos Comuns de Compensadores

Os compensadores podem, comumente, ser colocados em série ou na realimentação<sup>15</sup>. Os tipos de compensadores mais utilizados na prática são os seguintes:

- Atrasadores de fase ("lag") - provocam um atraso de fase na resposta em frequência.
- Adiantadores de fase ("lead") - provocam um avanço de fase na resposta em frequência.
- Adiantadores e atrasadores de fase ("lead-lag") - reúnem as características dos dois outros tipos, provocando adiantamento e atraso de fase em frequências distintas.

A figura 11 apresenta esses três tipos de compensadores elétricos.

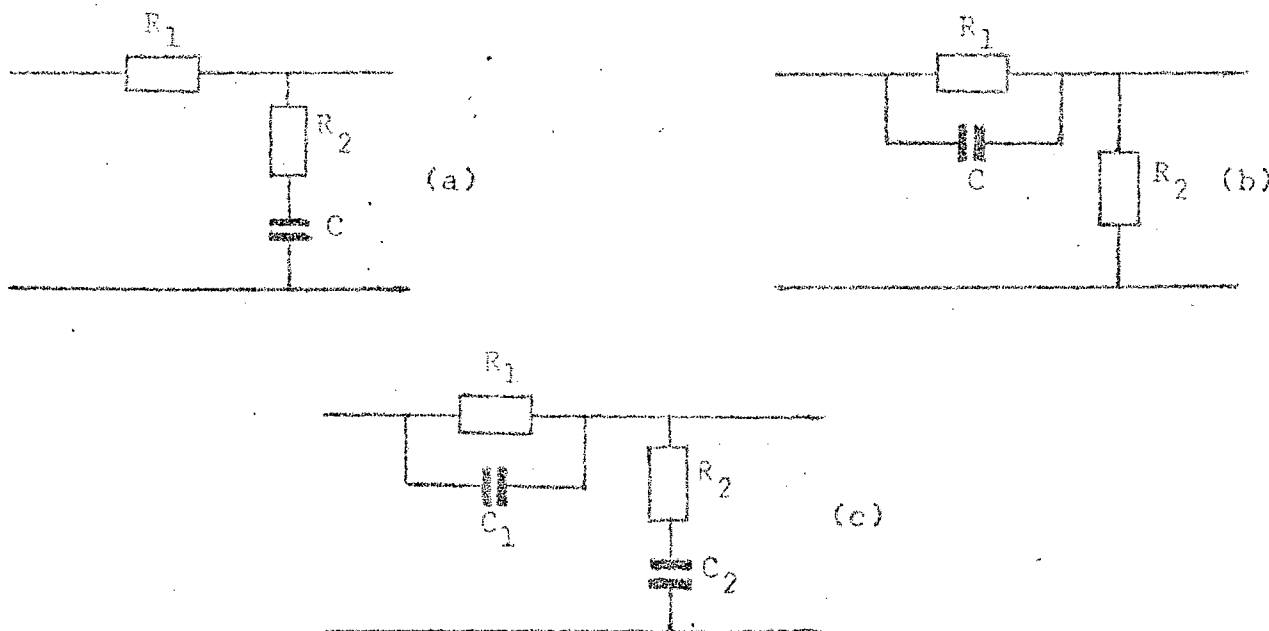


Figura 11 - Tipos mais comuns de compensadores elétricos: atrasador de fase (a), adiantador de fase (b) e adiantador e atrasador de fase (c).

#### 4.1.3 - Compensadores Usados no Sistema

No estudo realizado, foram analisados, em série e na realimentação interna (saída de tacômetro ou acelerômetro), os três tipos de compensadores apresentados no item 4.1.2. Foi verificado, todavia, que:

- As especificações de desempenho previamente estabelecidas não podem ser atingidas com o sistema sem compensação nem com compensação na realimentação interna, seja qual for o tipo de compensador utilizado ("lead", "lag" ou "lead-lag").
- Os compensadores dos tipos "lead" e "lag" foram suficientes para obtenção da resposta desejada, não havendo, portanto, necessidade de ser utilizado compensador do tipo "lead-lag".
- A influência do compensador tipo "lag" pode ser verificada nas figuras 12 a 17 (sistema com  $K_0 = 0.001$ ). O compensador "lead", que tem influência contrária ao do tipo "lag", no domínio de frequência, foi utilizado no sistema com  $K_0 = 0.006$ . Ver resposta, para este caso, na figura 26.

#### 4.2 - Especificações de Desempenho do Sistema

A compensação do sistema foi feita de modo a atender às seguintes especificações:

Estabilidade relativa:

Margem de ganho: 10 dB (mínimo)

Margem de fase:  $50^\circ$  (mínimo)

Tempo de subida: 100 ms (máximo)

Ultrapassagem: 5% (máximo)

Largura de faixa: 0 - 25 rd/s (mínimo)

Tempo de subida é definido como o tempo requerido para o pistão e carga percorrerem de 10% a 90% do valor da entrada



degrau unitário.

Pela simplicidade, em termos de programação e de análise, e pelo fato de ilustrar claramente a estabilidade relativa do sistema, a análise foi realizada, no domínio complexo, através do diagrama de Bode (sub-rotinas MARGE, BODE e GRAFF). Entretanto, na fase inicial do estudo, para cada caso e para diminuir o tempo de utilização do computador, verificou-se a estabilidade pelo método de Routh - Hurwitz (sub-rotina ROUTH).

A resposta no domínio do tempo, para uma entrada degrau unitário, foi obtida resolvendo-se a equação diferencial resultante pelo método de Runge-Kutta de 4ª ordem. Ver sub-rotinas RUNGE e SISE. Estas sub-rotinas podem, também, ser utilizadas para obtenção da resposta de sistemas lineares ou não lineares, com qualquer entrada.

Para obtenção da largura de faixa e traçado do gráfico do módulo versus frequência foi utilizada a sub-rotina GRAFW.

Os coeficientes do numerador e denominador da função de transferência foram obtidos através das seguintes sub-rotinas:

COEF1 - coeficientes do sistema não compensado

COEF2 - coeficientes do sistema com compensação em série

COEF3 - coeficientes do sistema com compensação na realimentação interna.

Obs: Exceto a sub-rotina ROUTH todas as demais foram executadas pelo autor do presente trabalho.

#### 4.3 - Análise do Sistema Não Compensado

Com a finalidade de ser verificado o comportamento dinâmico do sistema não compensado com uma entrada degrau unitário, para ganhos crescentes, foi variado o ganho  $K_V$  do amplificador 1. Como consequência, o ganho de todo o sistema variou no mes

no sentido.

O quadro 1 apresenta, em resumo, os resultados obtidos para o sistema com tacômetro e acelerômetro na realimentação.

Realimen- tação	$K_v$	Tempo de subida (ms)	Ultrapas- sagem (%)	Margem de ganho (dB)	Margem de fase (graus)	Largura de faixa (rd/s)
Tacômetro	1	570,0	0	15,3	88,6	3,7
	3	160,0	0	5,8	86,0	12,2
	5	65,0	10	1,3	83,2	27,2
Acelerô- metro	1	570,0	0	26,7	87,8	3,7
	5	90,0	0	12,7	79,0	24,2
	20	12,5	64	0,7	29,3	156,7

Quadro 1 - Características do Sistema Não Compensado

Dos resultados obtidos, conclui-se o seguinte:

- Para ambos os tipos de realimentação, o tempo de subida decresce exponencialmente à medida que o ganho aumenta.
- A ultrapassagem cresce com o ganho.
- As margens de ganho e de fase decrescem com o aumento do ganho.
- A largura de faixa cresce rapidamente, à medida que o ganho aumenta.
- Para o sistema com acelerômetro na realimentação podem-se obter maiores ganhos e maiores larguras de faixa.

- Verifica-se, finalmente, que os valores ótimos dessas especificações não podem ser atingidos simultaneamente, pois, com maiores valores de ganho, podem-se obter pequenos tempos de subida e grandes larguras de faixa mas, por outro lado, ocorrem elevadas ultrapassagens e a estabilidade relativa fica sacrificada.

#### 4.4 - A Compensação

##### 4.4.1 - Razões para Compensação

Os resultados obtidos na análise do sistema não compensado mostram claramente que as especificações de desempenho do sistema nos limites estabelecidos no item 5.2 não poderão ser atingidas somente com a variação de ganho.

O sistema deve, portanto, ser compensado, de modo que todas as especificações sejam atendidas.

Foi adotado como norma, com a finalidade de ter-se ganhos elevados, tomar o valor de  $K_V$  próximo do valor limite, acima do qual o sistema não compensado se torna instável.

Os valores atribuídos foram, então, os seguintes:

$K_V = 5$  para o sistema com tacômetro na realimentação.

$K_V = 20$  para o sistema com acelerômetro na realimentação.

##### 4.4.2 - Seleção do Tipo de Compensador

As figuras 13 e 14 apresentam os diagramas de Bode para o sistema não compensado com tacômetro e acelerômetro, respectivamente. Observa-se que, para ambos os casos, o sistema está próximo da instabilidade, pois foram tomados valores elevados de  $K_V$ . Sabe-se, por outro lado, que a compensação do tipo "lag" pro

voca atraso de fase e diminuição de ganho da malha aberta do sistema, em determinada faixa de frequência<sup>15</sup>. Pela simples observação dos diagramas citados, pode ser verificado que um abaixamento da curva de ganho na faixa de frequências da ordem de 20 a 120 rd/s produzirá um aumento da margem de ganho do sistema, que é a especificação mais sacrificada com o aumento de  $K_v$ . Por outro lado, com o abaixamento da curva de ganho do sistema com acelerômetro na realimentação, é provável obter-se maior margem de fase, que, para o sistema com este tipo de realimentação, está abaixo do valor mínimo previamente estabelecido.

Conclui-se, portanto, em princípio, que um compensador do tipo "lag" deve ser utilizado.

#### 4.4.3 - Função de Transferência do Compensador "Lag"

A figura 10-a apresenta um compensador elétrico do tipo "lag". A sua função de transferência é a seguinte<sup>15</sup>:

$$U(s) = \frac{1 + aT_1s}{1 + T_1s} \quad (87)$$

Onde

$$aT_1 = R_2C$$

$$a = R_2/(R_2 + R_1)$$

#### 4.4.4 - Localização do Compensador

A compensação do sistema foi analisada em série e na realimentação interna. Foi verificado, conforme mencionado no item 4.1.3, que a segunda não apresenta resultados satisfatórios para o sistema analisado com ganhos elevados. Optou-se, conseqüentemente, pela compensação em série. A figura 12 apresenta a localização do compensador no sistema.

No apêndice 5 é demonstrado que para se atingir idênticos resultados com a compensação na realimentação interna deve-se utilizar compensadores complicados, confirmando portanto o que foi observado no computador.

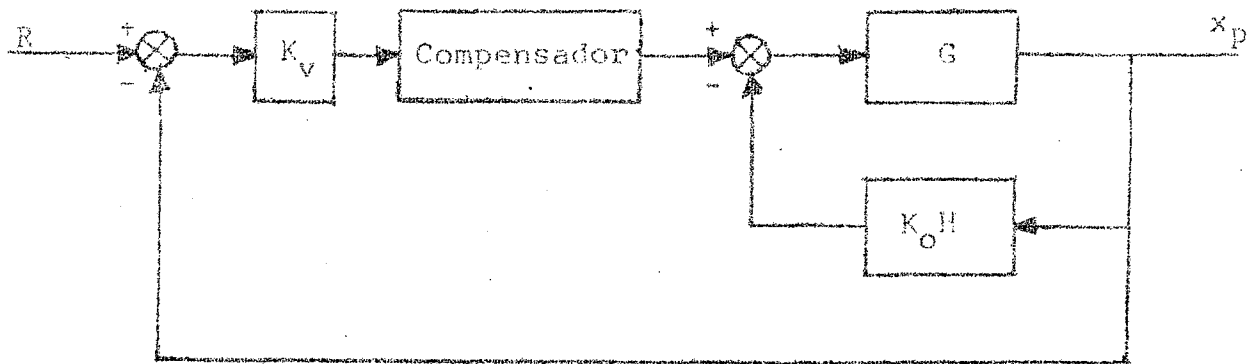


Figura 12 - Localização do Compensador no Sistema

#### 4.4.5 - Compensação Propriamente Dita

De acordo com Kuo<sup>15</sup>, a influência exercida pelo compensador é restrita, principalmente, à faixa compreendida entre  $1/a$  e  $1/aT_1$  rd/s. Foram arbitrados valores para  $a$  e  $T_1$  de modo a ter-se a referida faixa em torno de 10 a 100 rd/s, de acordo com o que foi observado nos diagramas de Bode para o sistema não compensado.

Esses diagramas foram obtidos no computador digital (IBM-1130) e os gráficos  $x_p(t)$  foram obtidos no computador digital (método de Runge-Kutta de 4ª ordem) e no computador analógico (FAI-580). Ver apêndices 3 e 4.

Os valores finais obtidos de  $a$  e  $T_1$  e os valores calculados de  $R_1$ ,  $R_2$  e  $C$  estão apresentados no quadro 2.

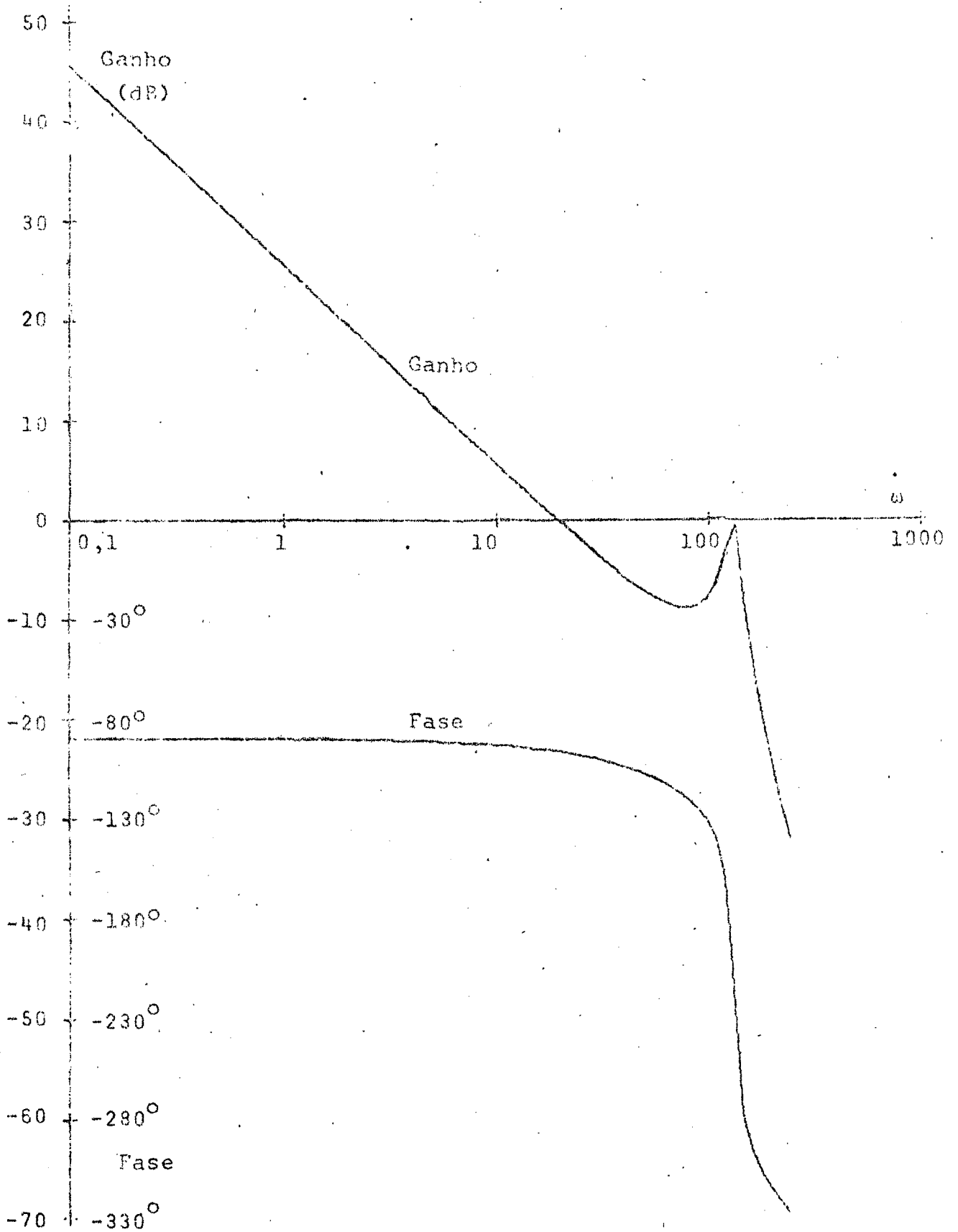


Figura 13 - Diagrama de Bode do sistema não compensado com tacômetro na realimentação e  $K_V = 5$ .

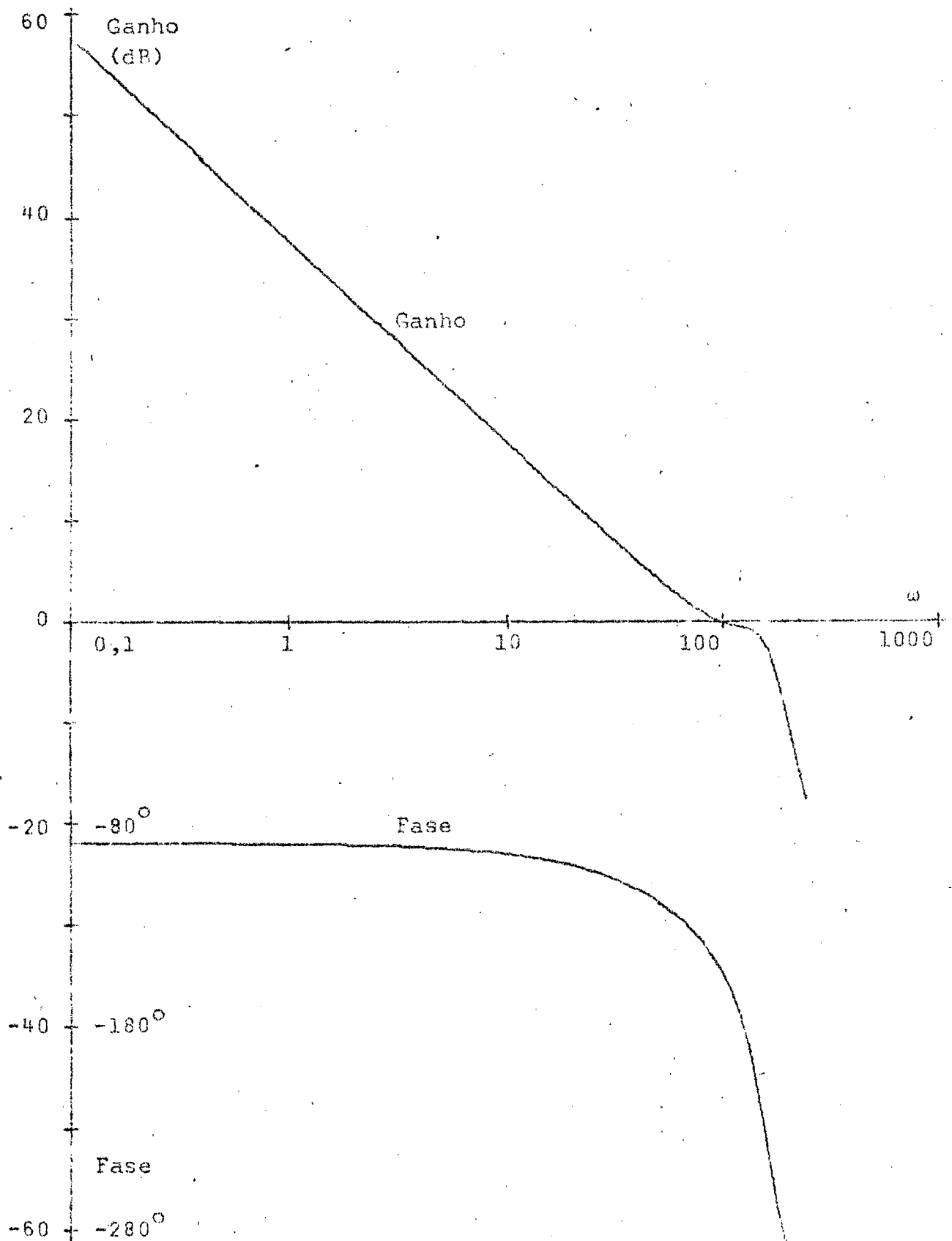


Figura 14 - Diagrama de Bode do sistema não compensado com acelerômetro na realimentação e  $K_V = 20$

Realimen tação	a	$T_1$	$R_1$ ( $\Omega$ )	$R_2$ ( $\Omega$ )	C ( $\mu F$ )
Tacômetro	0,38	0.03	6200	3800	3
Accele <sup>o</sup> metro	0,33	0.16	.6700	3300	16

Quadro 2 - Valores de a,  $T_1$ ,  $R_1$ ,  $R_2$  e C para o sistema compensado.

As características do sistema compensado estão apre-  
sentadas no quadro 3.

Realimen tação	$K_v$	Tempo de Subida (ms)	Ultrapas sagem (%)	Margem de Ganho (dB)	Margem de Fase (graus)	Largura de Faixa (rd/s)
Tacômetro	5	84	3,6	10,14	67,7	26,25
Accele <sup>o</sup> metro	20	83	4,5	10,14	52,3	53,75

Quadro 3 - Características do Sistema Compensado

As figuras 15 e 16 para tacômetro e 17 e 18 para acelerômetro mostram claramente a influência da compensação. Comparando essas figuras e os quadros 1 e 3, pode ser verificado que a compensação diminuiu a ultrapassagem, melhorou a estabilidade relativa, mas aumentou o tempo de subida e diminuiu a largura de faixa. As especificações de desempenho, todavia, atendem perfeitamente ao que foi previamente estabelecido no item 4.2

O sistema com acelerômetro na realimentação apresen



ta uma resposta com melhor forma (ver figuras 15 e 17), maior largura de faixa e maior ganho.

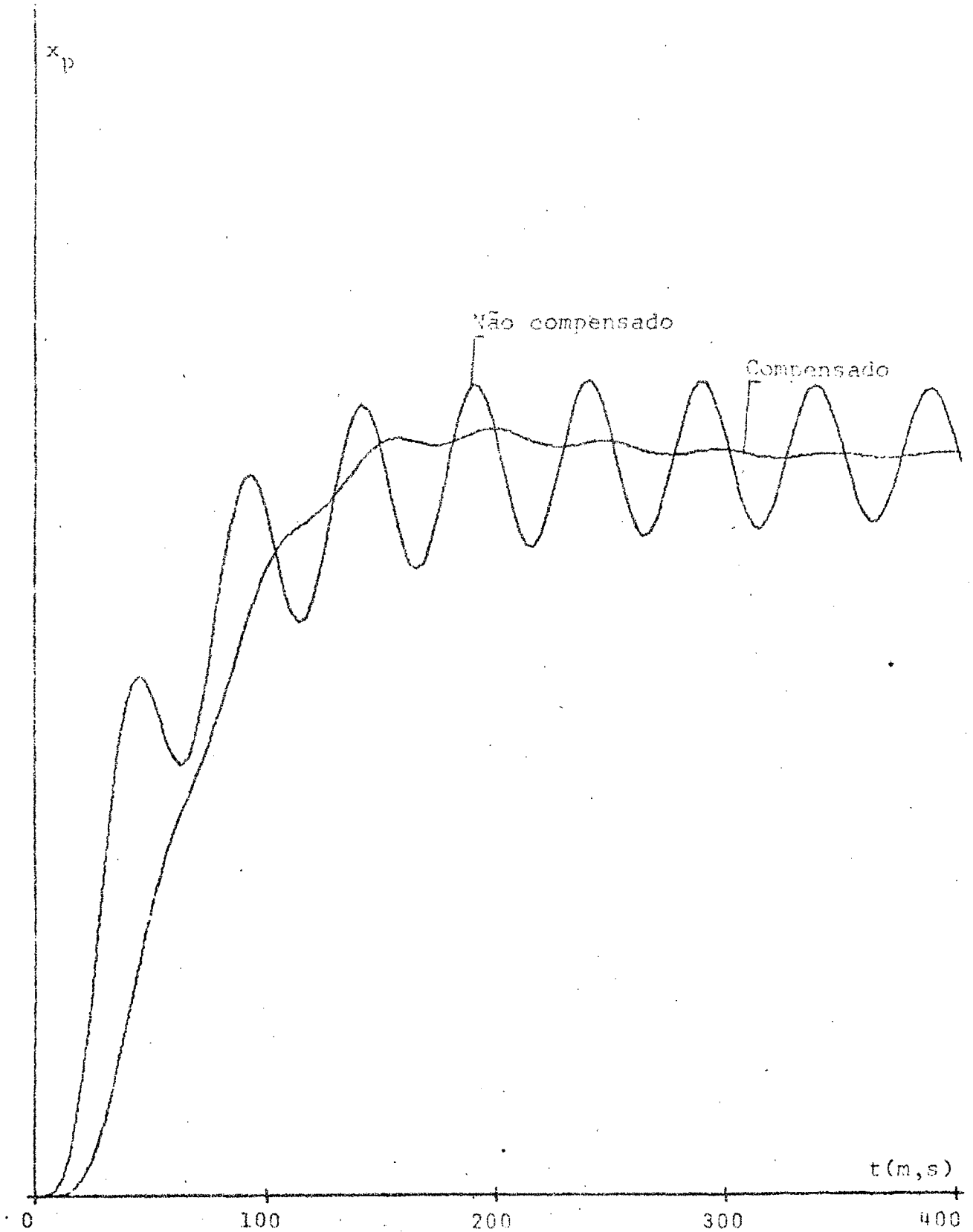


Figura 15 - Respostas do sistema compensado e não compensado com tacômetro na realimentação para uma entrada degrau unitário e  $K_V = 5$ .

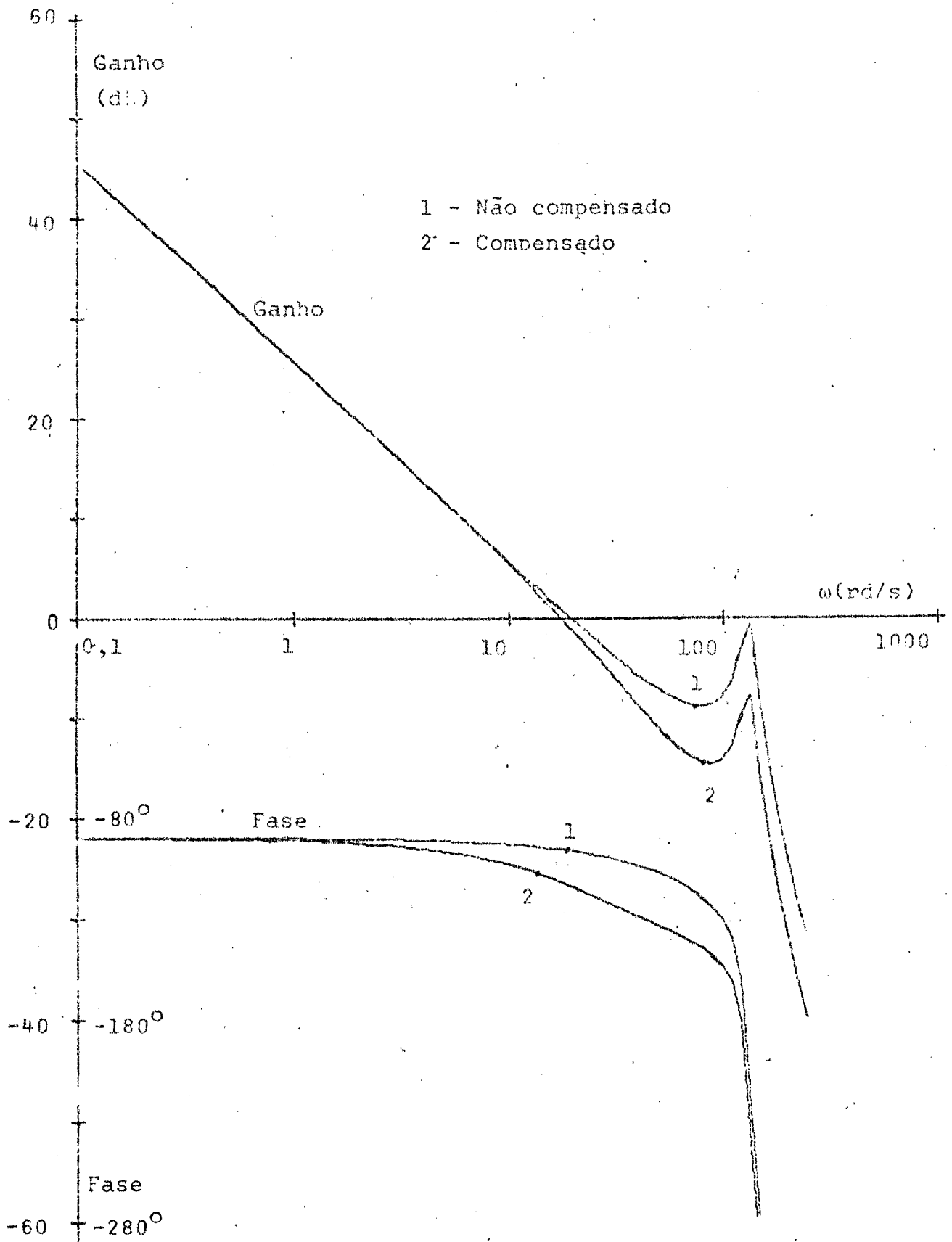


Figura 16 - Diagramas de Bode do sistema compensado e não compensado com tacômetro na realimentação e  $K_V = 5$

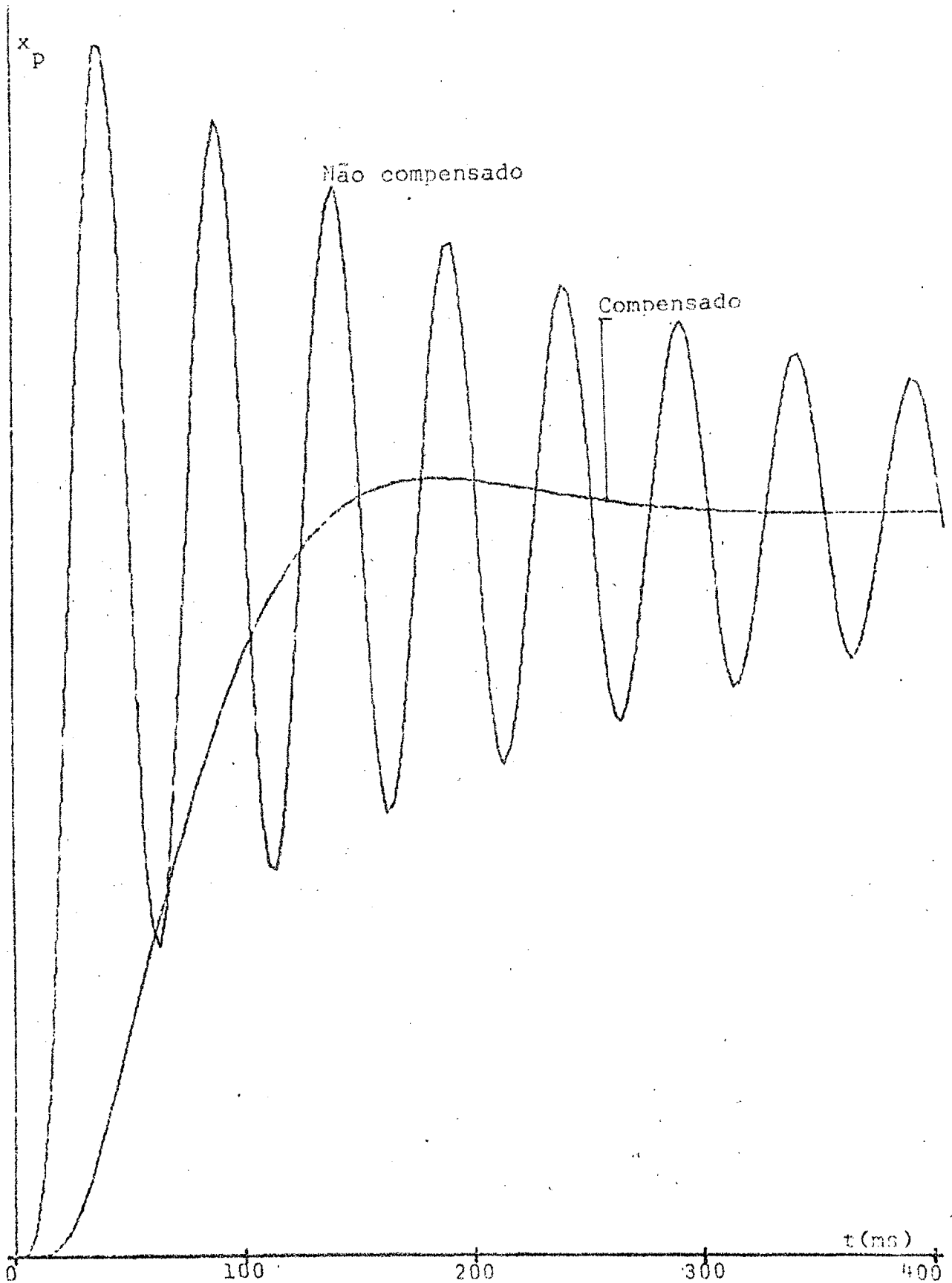


Figura 17 - Respostas do sistema compensado e não compensado com acelerômetro na realimentação para uma entrada de degrau unitário e  $K_V = 20$ .

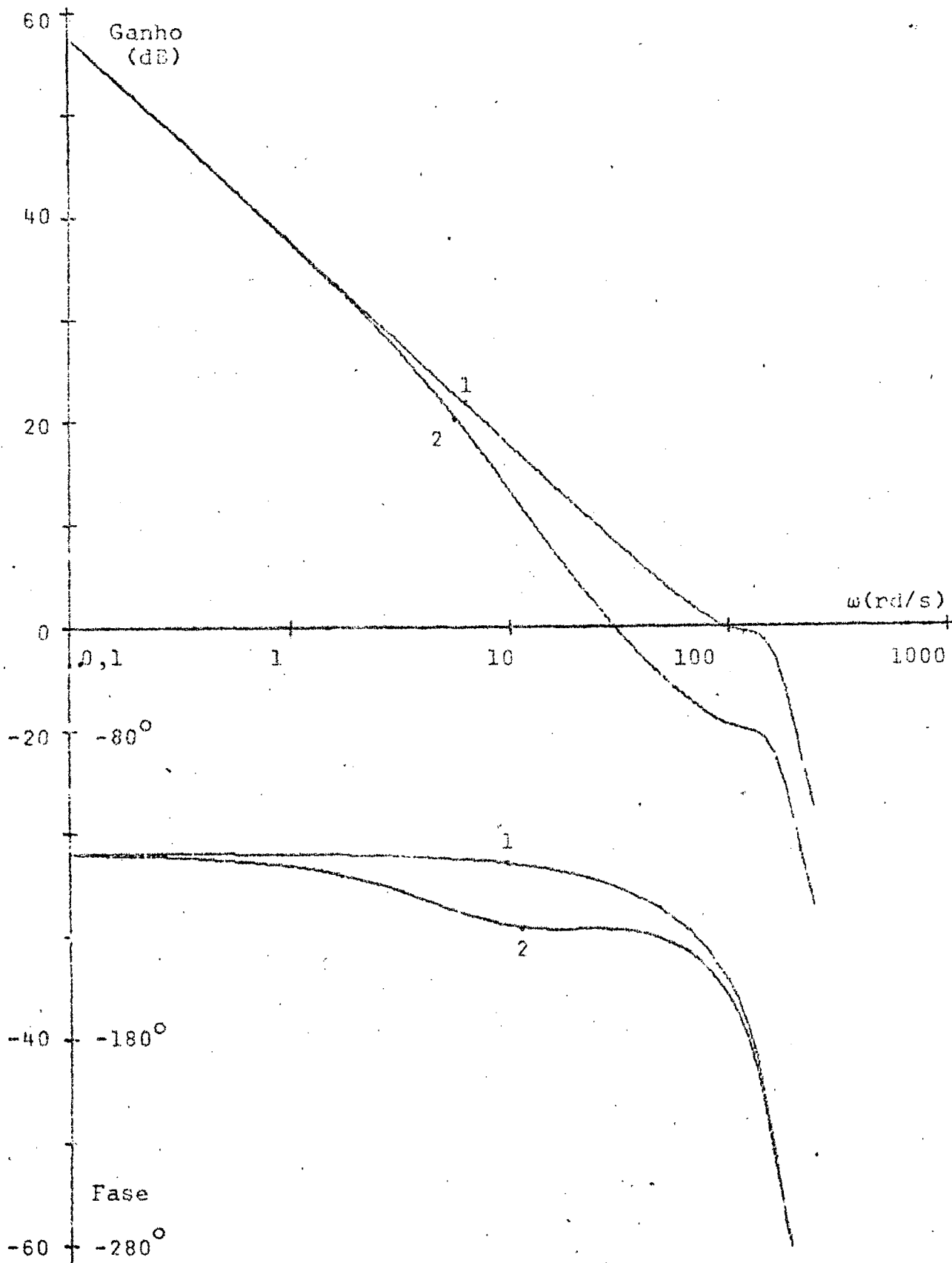


Figura 18 - Diagramas de Bode do sistema compensado e não compensado com acelerômetro na realimentação e  $K_V = 20$

## CAPÍTULO V

ADAPTAÇÃO DO SISTEMA PARA ATENDER  
ÀS VARIAÇÕES DO PESO ACIONADO5.1 - Introdução

Na análise realizada em capítulos anteriores foi tomado o peso total acionado (peça, mesa, peso equivalente do fluido etc.) constante e igual a 700 kgf. Para uma máquina operatriz, entretanto, o peso acionado varia para cada peça. Torna-se necessário, portanto, adaptar o sistema para atender a essas variações, de modo a ter-se o seu desempenho dinâmico na faixa exigida.

5.2 - Diminuição da Influência de  $P_t$  e  $\beta_e$ 5.2.1 - Importância do Estudo

Como foi verificado no capítulo III,  $\beta_e$  é um dos parâmetros de maior sensibilidade de ganho. Como ele varia quase que incontroladamente, em grandes proporções, devido à penetração de ar no fluido, necessário se torna, pois, diminuir a influência da sua variação.

Por outro lado, como o peso acionado varia com a peça, é recomendável também diminuir a sua influência, de modo a facilitar a compensação e tornar menos variável o comportamento dinâmico do sistema.

5.2.2 - Estudo Analítico

Para um parâmetro genérico  $K$  da planta, o sistema pode ser representado pelo diagrama de blocos da figura 19.

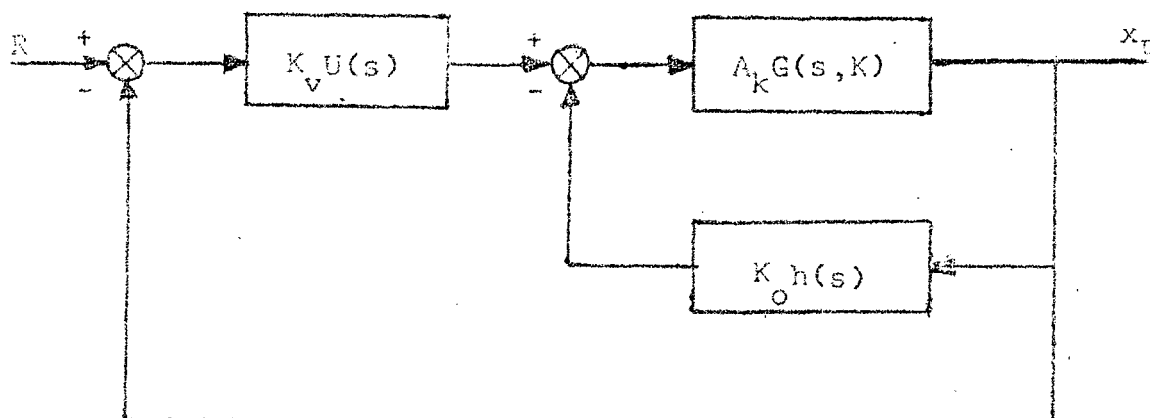


Figura 19 - Diagrama simplificado do sistema, mostrando a compensação  $U(s)$  e o parâmetro genérico  $K$  na planta.

Do diagrama, obtém-se:

$$T(s) = \frac{A_k K_v UG}{1 + K_o A_k G H + A_k K_v UG} \quad (88)$$

A função sensibilidade do sistema é a seguinte:

$$S_K(s, K) = \frac{K}{T} \frac{\partial T}{\partial K} \quad (89)$$

Obtendo-se  $\partial T / \partial K$  pela expressão (88) e sendo feita a substituição em (89), resulta:

$$S_K(s, K) = \frac{K}{G(1 + K_o A_k G H + A_k K_v UG)} \frac{\partial G}{\partial K} \quad (90)$$

Da expressão (90), conclui-se que variando  $K_v$  e  $K_o$  (aos quais se pode facilmente atribuir novos valores), é possível diminuir a sensibilidade. Outrossim, a compensação  $U(s)$  também pode influir na sensibilidade.

### 5.2.3 - Sensibilidade do Sistema Relativa à Variação de $P_t$

Por definição:

$$S_{P_t}^{(s, P_t)} = \frac{P_t}{T} \frac{\partial T}{\partial P_t}$$

Para o caso particular em que o numerador de  $T(s)$  é uma constante (para o sistema não compensado), ocorre:

$$S_{P_t}^{(s, P_t)} = - \frac{P_t}{E} \frac{\partial E}{\partial P_t} \quad (91)$$

onde  $E$  e  $T$  são as expressões definidas no item 2.3.2.

No item 3.2.5 foi verificado que:

$$\omega_h \approx \sqrt{\frac{4\beta_e A_D^2}{V_t P_t / g_0}}$$

$$\delta_h = \frac{2\beta_e K_{CD}}{V_t} \sqrt{\frac{V_t P_t / g_0}{4\beta_e A_D^2}}$$

Achando-se a derivada  $\partial E / \partial P_t$  e sendo feita a substituição na expressão (91), vem:

$$S_{P_t}^{(s, P_t)} = \frac{\sum_{i=1}^5 \text{ANS}_i s^{7-i}}{E} \quad (92)$$

Onde

$$\text{ANS}_1 = - e / \omega_h^2$$



$$\text{ANS}_2 = - \frac{e\delta_h}{\omega_h} \left( 1 + \frac{1}{\sqrt{P_t}} \right) - \frac{f}{\omega_h^2}$$

$$\text{ANS}_3 = - \frac{f\delta_h}{\omega_h} \left( 1 + \frac{1}{\sqrt{P_t}} \right) - \frac{r}{\omega_h^2}$$

$$\text{ANS}_4 = - \frac{g\delta_h}{\omega_h} \left( 1 + \frac{1}{\sqrt{P_t}} \right) - \frac{1}{\omega_h^2}$$

$$\text{ANS}_5 = - \frac{\delta_h}{\omega_h} \left( 1 + \frac{1}{\sqrt{P_t}} \right)$$

Sendo seguido o mesmo raciocínio, obtém-se a função sensibilidade de  $P_t$  para o sistema compensado. A sub-rotina PTC apresenta, para este caso, o resultado da análise feita. Ver apêndice 3.

#### 5.2.4 - Diminuição da Influência de $P_t$

As figuras 20 e 21 apresentam para tacômetro e acelerômetro na realimentação, respectivamente, as sensibilidades de ganho (SG) e de fase (SF) para os seguintes pares de valores de  $K_o$  e  $K_v$  ( $P_t = 700 \text{ kgf}$ ):

Curva	$K_o$	$K_v$
1	0,001	1
2	0,001	10
3	0,01	1
4	0,01	10

### 5.2.5 - Diminuição da Influência de $\beta_e$

A exemplo do que foi feito para  $P_t$ , as figuras 22 e 23 apresentam, para tacômetro e acelerômetro na realimentação, respectivamente, e mesmos pares de valores de  $K_v$  e  $K_o$ , as sensibilidades de ganho e de fase em relação a  $\beta_e$  e para o sistema não compensado. Ver item 3.2.6.

Para o sistema compensado, ver sub-rotina BETEC no apêndice 3.

### 5.2.6 - Conclusões Preliminares

Pelas figuras 20, 21, 22 e 23 e por várias outras não apresentadas neste trabalho, conclui-se que:

- a) Para maiores valores de  $K_o$ , o sistema torna-se menos sensível às variações do peso acionado e da compressibilidade do fluido ( $1/\beta_e$ ).
- b)  $K_o$  exerce maior influência que  $K_v$ .
- c) Para tacômetro na realimentação quase que não se consegue diminuir as influências de  $P_t$  e  $\beta_e$ .
- d) Reforçando o que já foi verificado nos capítulos III e IV, é recomendável não utilizar tacômetro na realimentação.

Foi verificado, ainda, que, para  $K_o \geq 0,0095$ , o sistema com acelerômetro na realimentação torna-se instável para qualquer valor de  $K_v$ . Por outro lado, para  $0,006 < K_o < 0,0095$  o sistema, apesar de estável para uma grande faixa de valores de  $K_v$ , não apresenta uma resposta adequada.

O valor de  $K_v$ , a exemplo do que foi feito para o sistema anteriormente estudado ( $K_o = 0,001$ ) será tal que  $K_v/a = 20$ . Ver significado de  $a$  no item 5.3.1.

As figuras 24 e 25 apresentam, para  $K_v = 20$  (sistema não compensado) as curvas das funções de sensibilidade relati

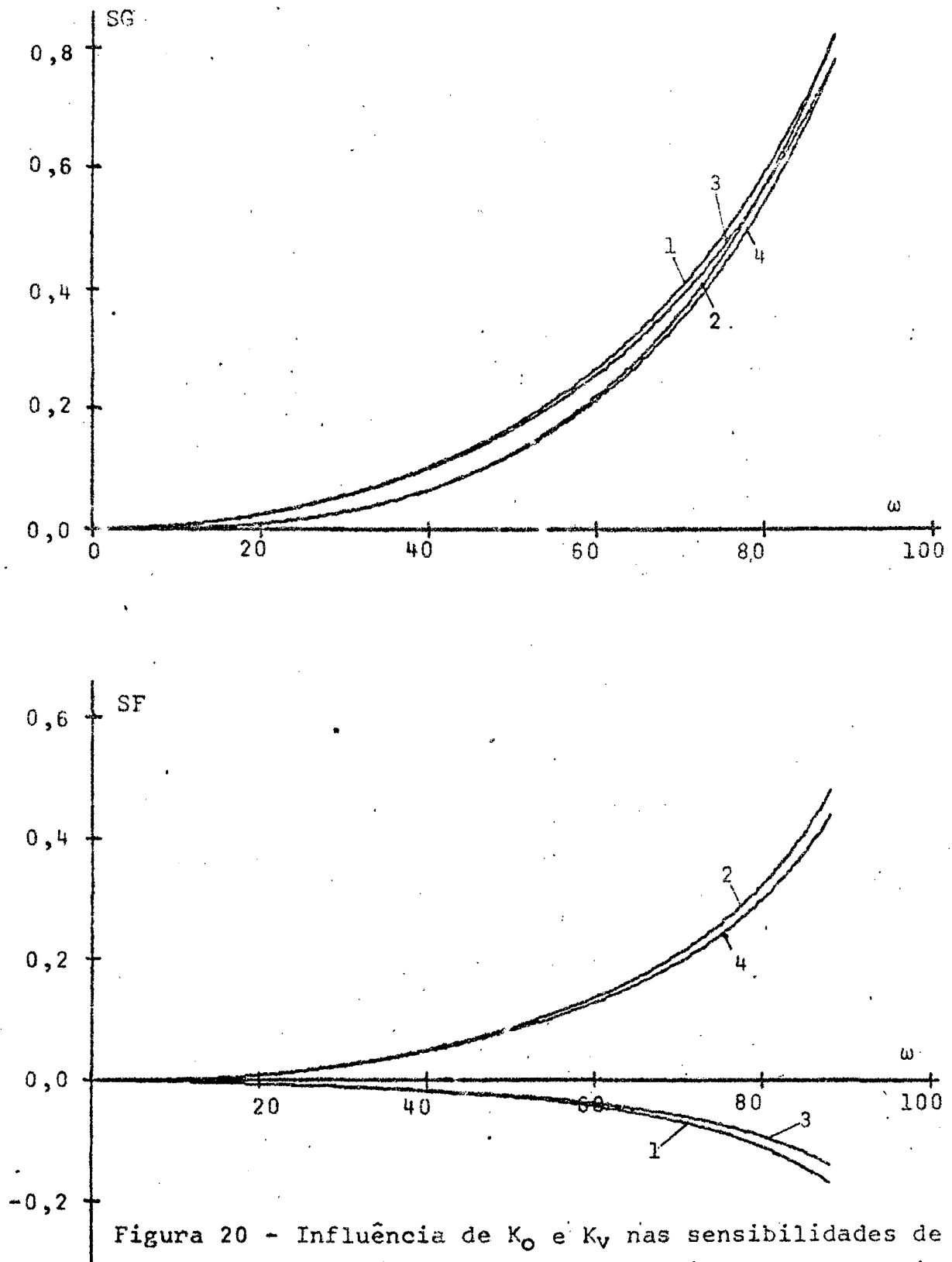


Figura 20 - Influência de  $K_0$  e  $K_v$  nas sensibilidades de ganho e de fase do peso acionado para o sistema não compensado e tacômetro na realimentação

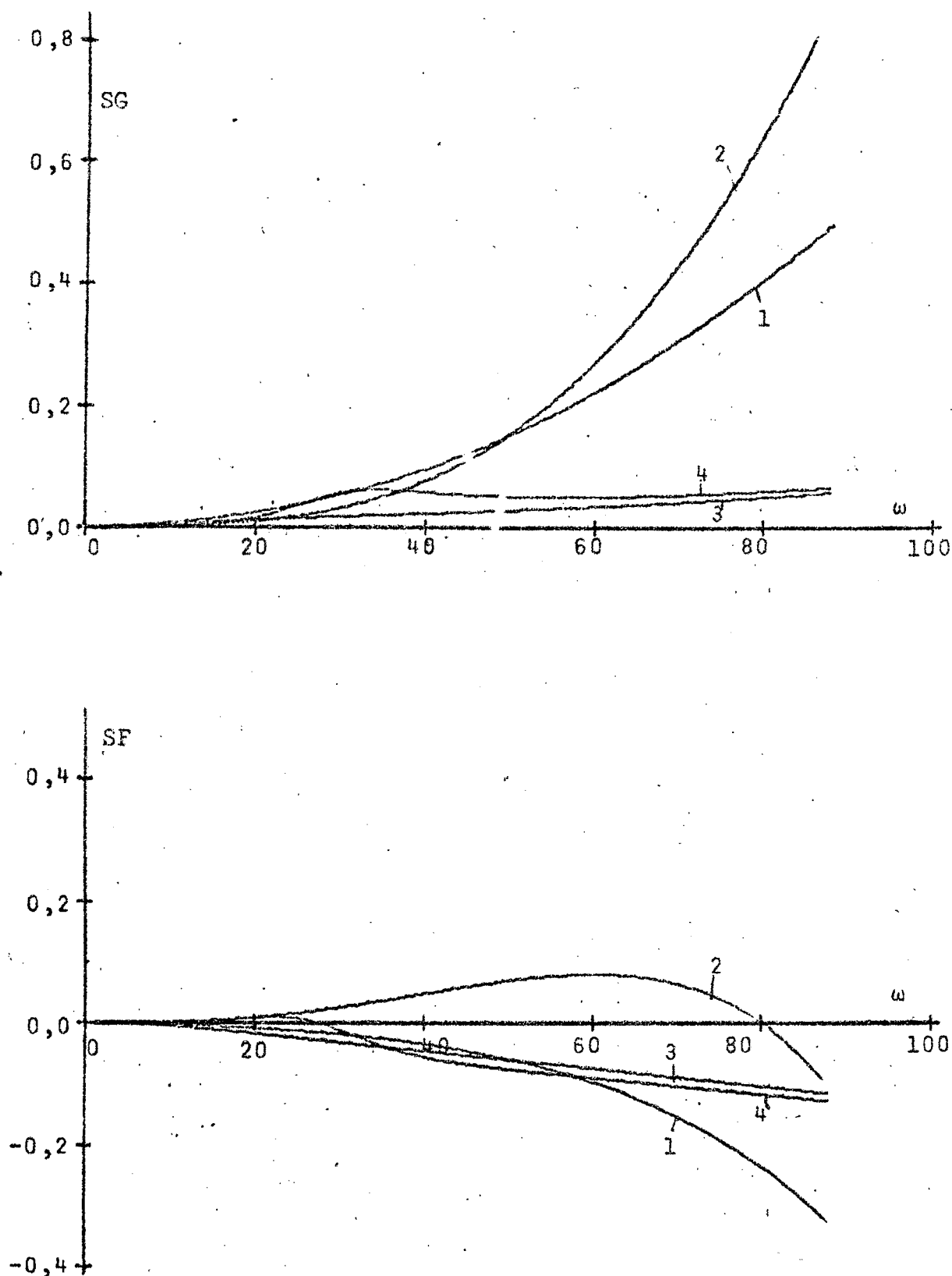


Figura 21 - Influência de  $K_0$  e  $K_v$  nas sensibilidades de ganho e de fase do peso acionado para o sistema não compensado com acelerômetro na realimentação

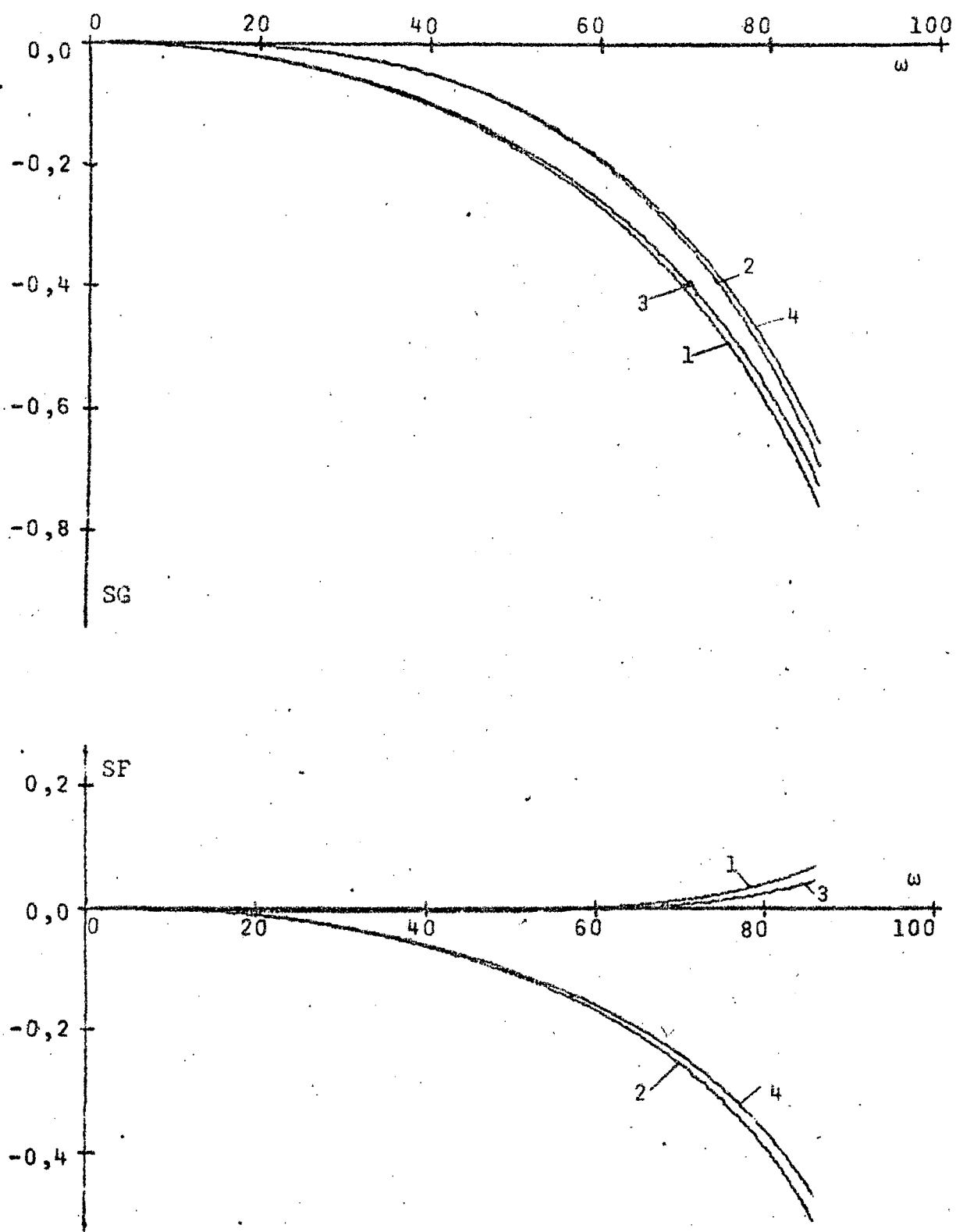


Figura 22 - Influência de  $K_0$  e  $K_v$  nas sensibilidades de ganho e de fase de  $\beta_e$  para o sistema não compensado com tacômetro na realimentação.

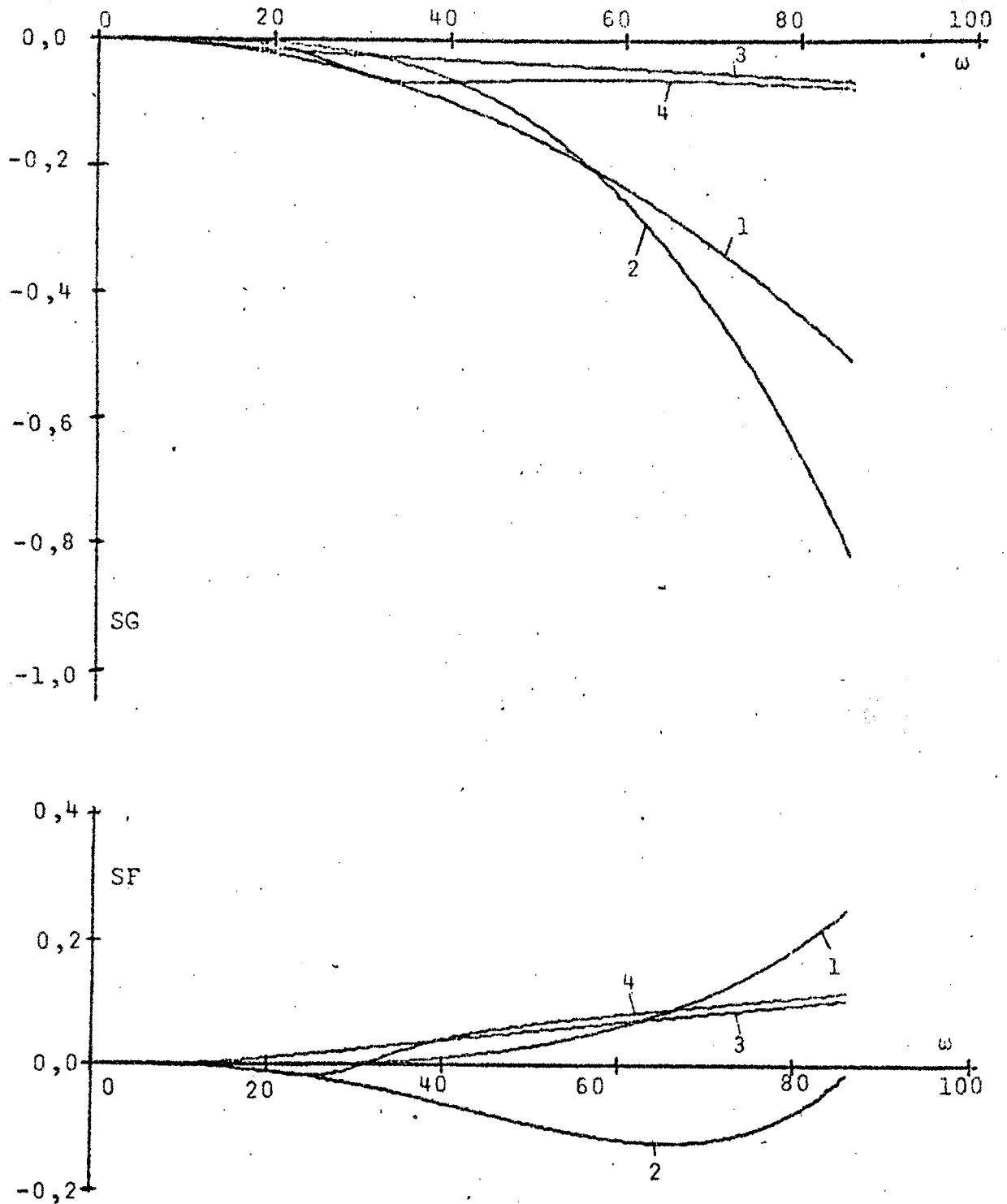


Figura 23 - Influência de  $K_0$  e  $K_V$  nas sensibilidades de ganho e de fase de  $\beta_e$  para o sistema não compensado com acelerômetro na realimentação

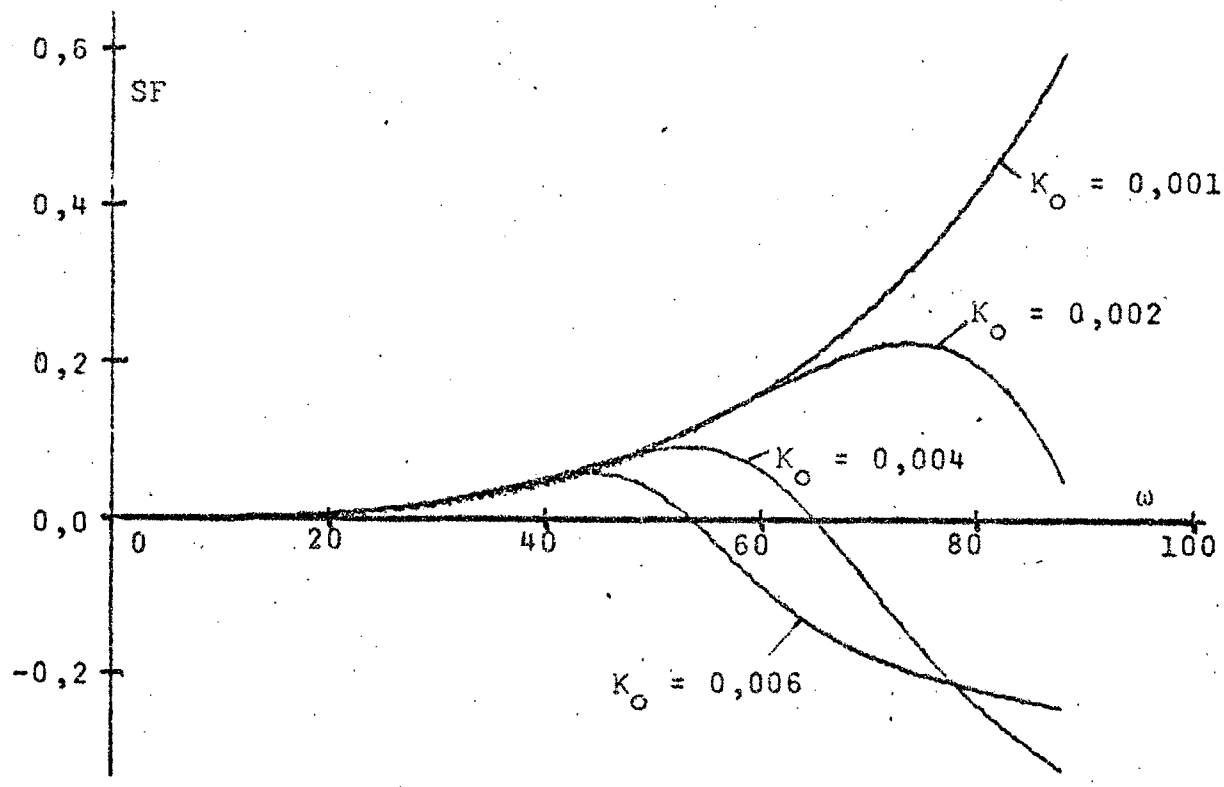
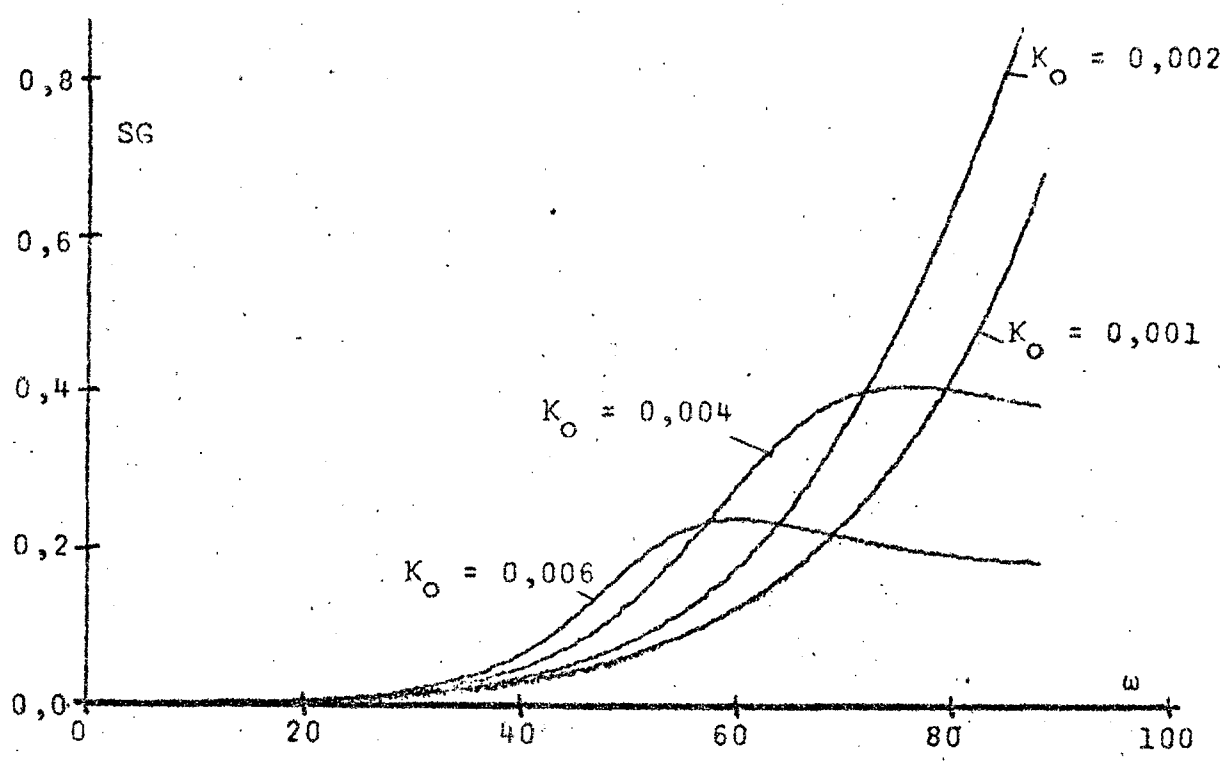


Figura 24 - Influência de  $K_o$ , para  $K_v = 20$ , nas sensibilidades de ganho e de fase do peso acionado para o sistema não compensado com acelerômetro na realimentação

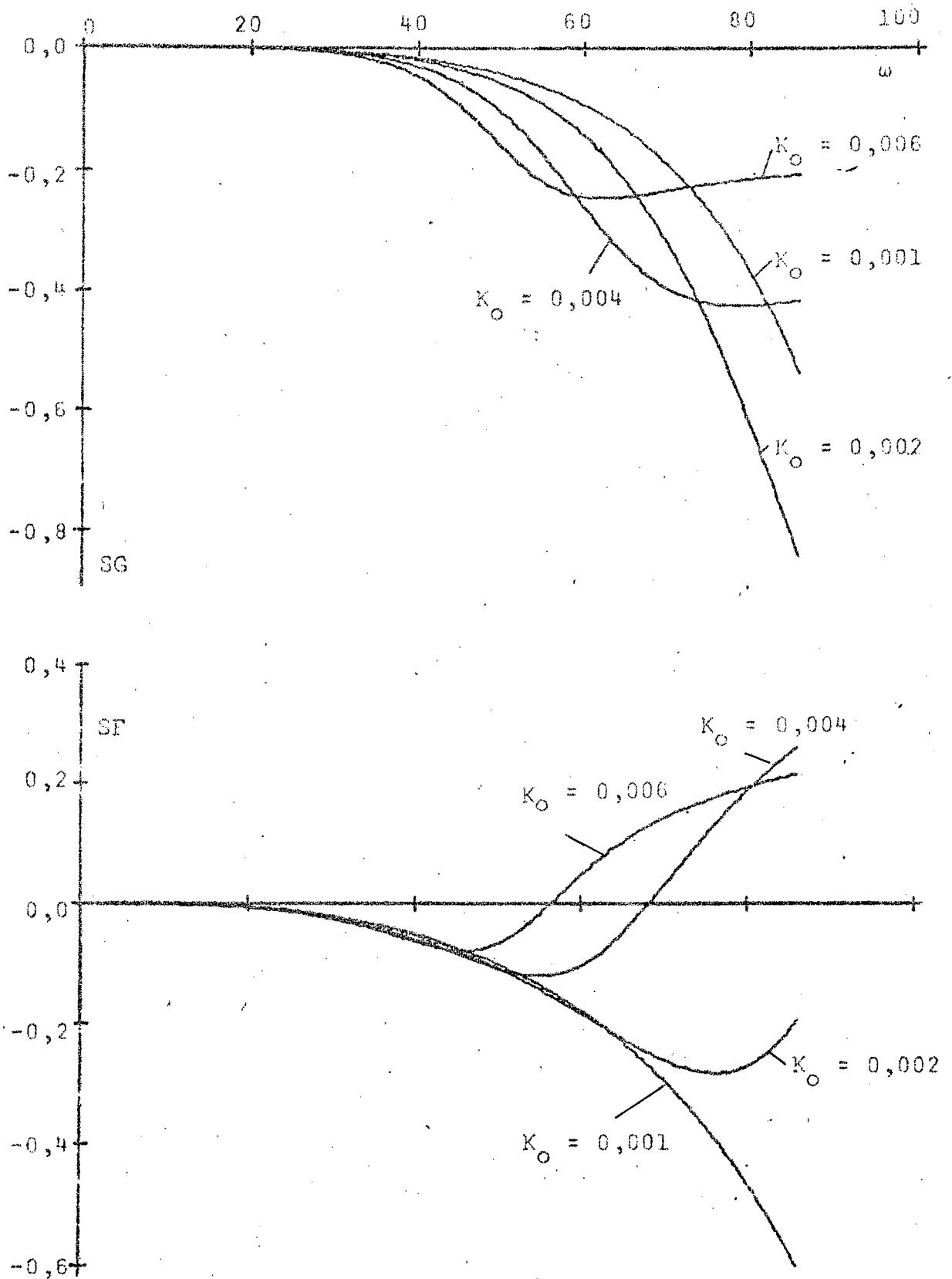


Figura 25 - Influência de  $K_o$ , para  $K_v = 20$ , nas sensibilidades de ganho e de fase de  $\beta_e$  para o sistema não compensado com acelerômetro na realimentação.



nas as variações de  $P_t$  e  $f_e$ , respectivamente, para  $K_o = 0,001$ ,  $K_o = 0,002$ ,  $K_o = 0,004$  e  $K_o = 0,006$ .

Pela observação feita acima e pela análise das figuras 24 e 25, optou-se pela utilização de  $K_o = 0,006$ .

### 5.3 - Compensação do Sistema Para Vários Valores do Peso Acionado

#### 5.3.1 - Introdução

Com a diminuição da influência do peso acionado é possível, com sucesso, ser feita uma adaptação discreta e não contínua. Verificou-se que, para peças de até 100 kgf e sendo considerado o peso da mesa, pistão etc., além do peso equivalente do fluido da ordem de 600 kgf, as faixas de valores do peso total acionado de 610 kgf (para peças de até 10 kgf), 640 kgf (peças de 10 a 40 kgf) e 700 kgf (peças de mais de 40 kgf) satisfazem plenamente.

A compensação foi realizada de modo a atender às exigências estabelecidas no item 4.1.

Análise semelhante àquela feita no item 4.4.2 foi aqui realizada para seleção do compensador necessário.

Foi verificado, em decorrência da análise, que, para este caso ( $K_o = 0,006$ ), a compensação deve ser do tipo "lead", que, de acordo com a figura 11-b, tem a seguinte função de transferência:

$$U(s) = \frac{1}{a} \frac{1 + aT_1s}{1 + T_1s} \tag{93}$$

Onde

$$a = \frac{R_1 + R_2}{R_2} \tag{94}$$

$$T_1 a = R_1 C \tag{95}$$

Pela observação feita no item 5.2.6, deve-se ter:

$$K_v = 20a$$

### 5.3.2 - Compensação

A exemplo do que foi realizado no capítulo IV, a compensação foi feita por tentativas para  $P_t = 610$  kgf, 640 kgf e 700 kgf, respectivamente.

As figuras 26 ( $y = x_0(t)$ ), 27 (Bode), 28 (Largura de Faixa) e 29 (sensibilidades para o sistema adaptado) referem-se ao caso em que  $P_t = 700$  kgf. Os correspondentes gráficos para  $P_t = 640$  kgf e  $P_t = 610$  kgf são semelhantes.

### 5.3.3 - Resumo dos Resultados da Compensação

Os quadros 4 e 5 apresentam, para os três casos, um resumo geral dos valores obtidos, por tentativas, no computador.

Realimentação	Peso Acionado (kgf)	a	$K_v$	$T_1$	$R_1$ ( $\Omega$ )	$R_2$ ( $\Omega$ )	C ( $\mu F$ )
Acelerômetro	610	2,9	58	0,007	29000	15260	0,7
	640	2,8	56	0,0075	28000	15550	0,75
	700	2,6	52	0,008	26000	16250	0,8

Quadro 4 - Valores de  $K_v$  e dos parâmetros do compensador para os diferentes valores do peso acionado.

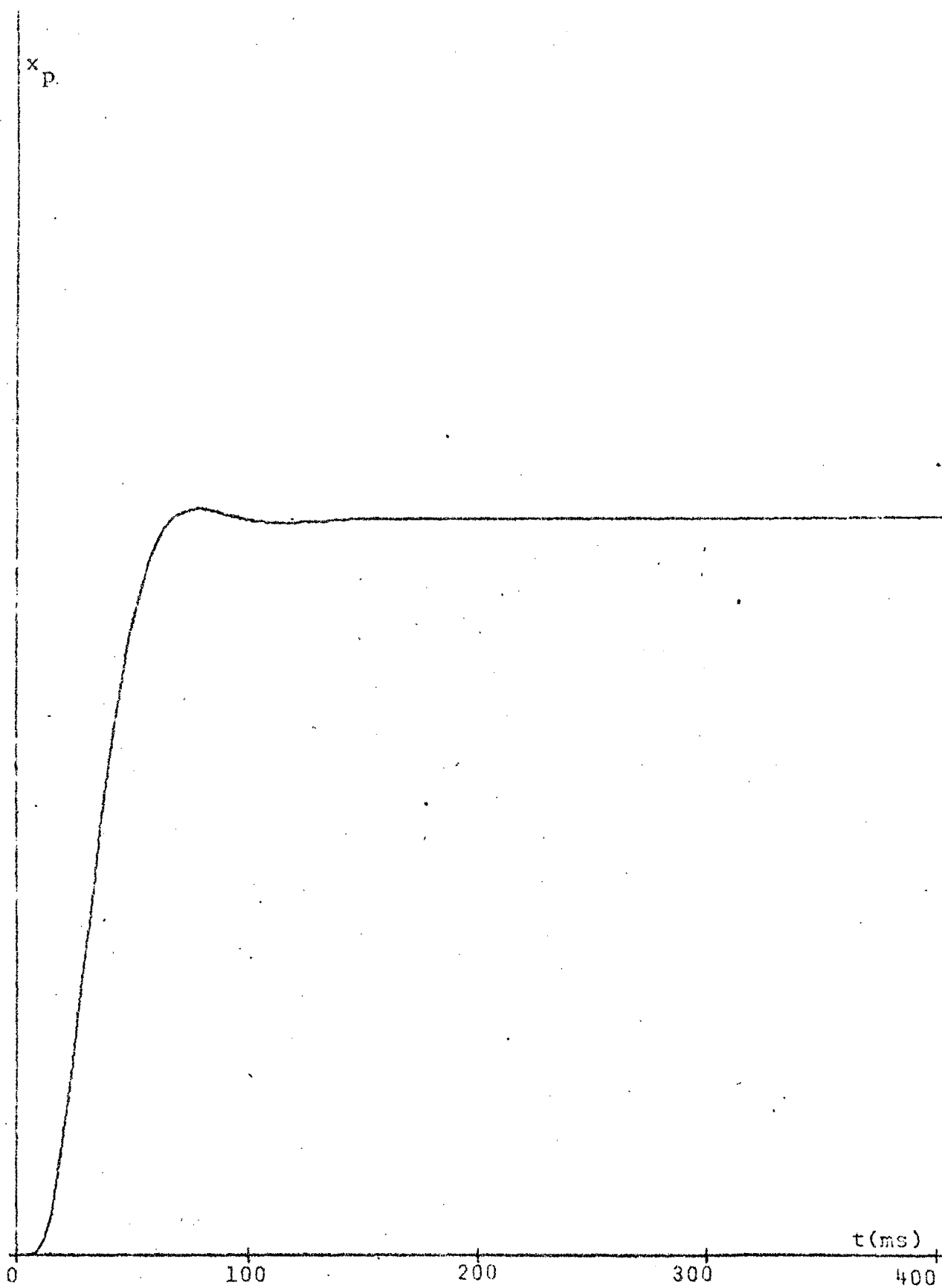


Figura 26 - Resposta do sistema adaptado ( $P_t = 700$  kgf) para uma entrada degrau unitário

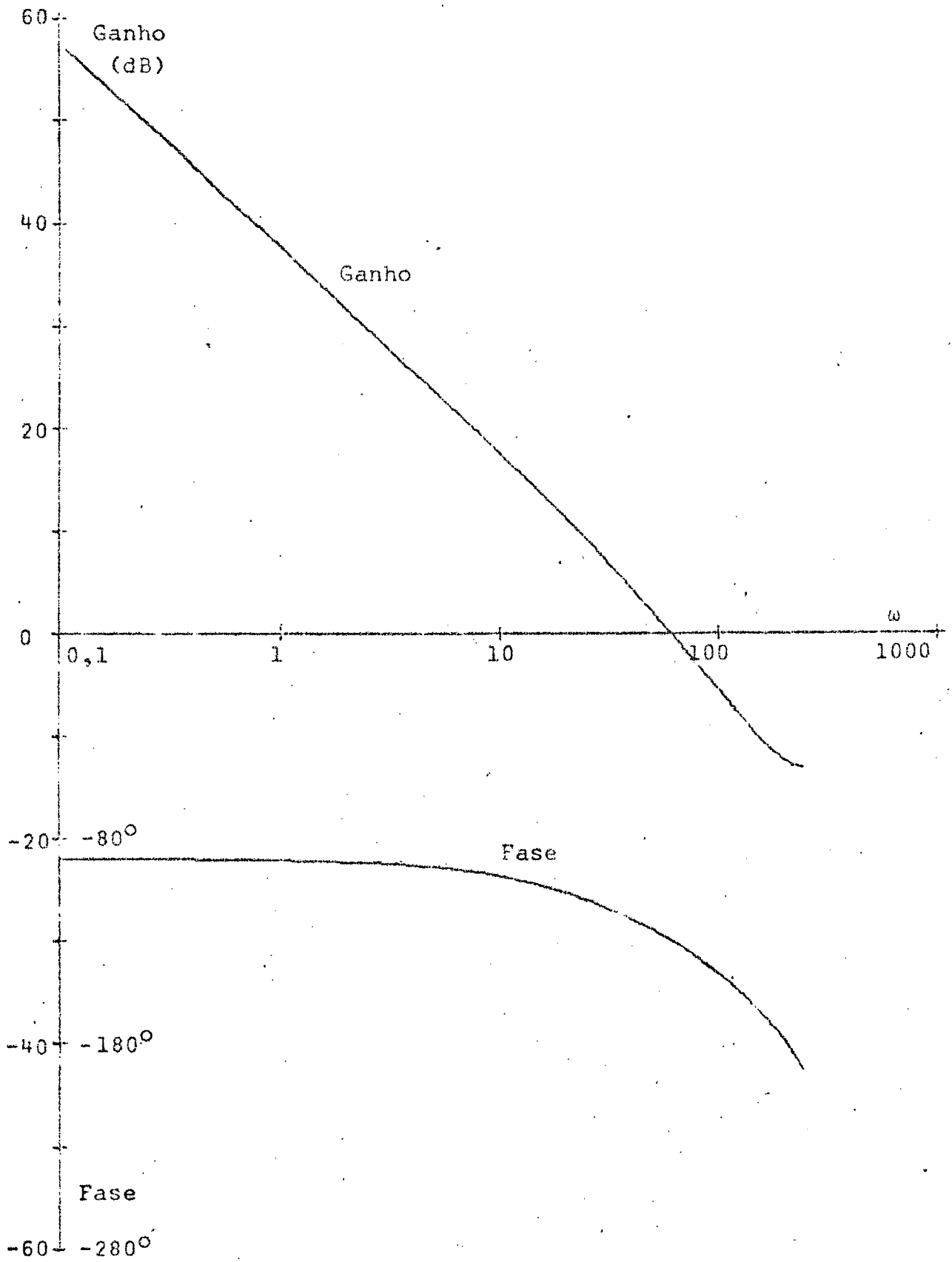


Figura 27 - Diagrama de Bode do sistema adaptado  
( $P_t = 700$  kgf)

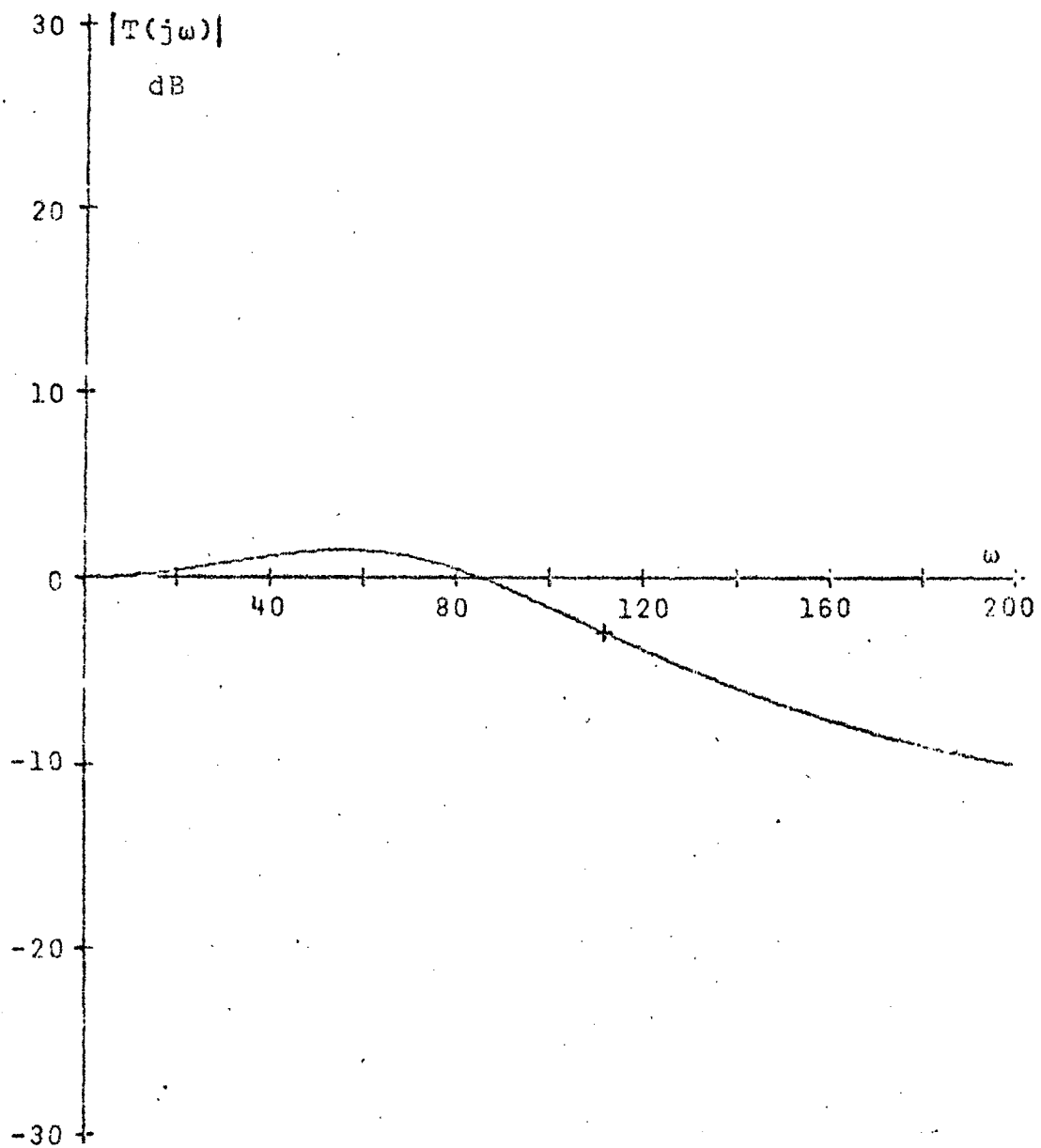


Figura 28 - Gráfico do módulo da função de transferência ( $P_t = 700$  kgf), mostrando a largura de faixa

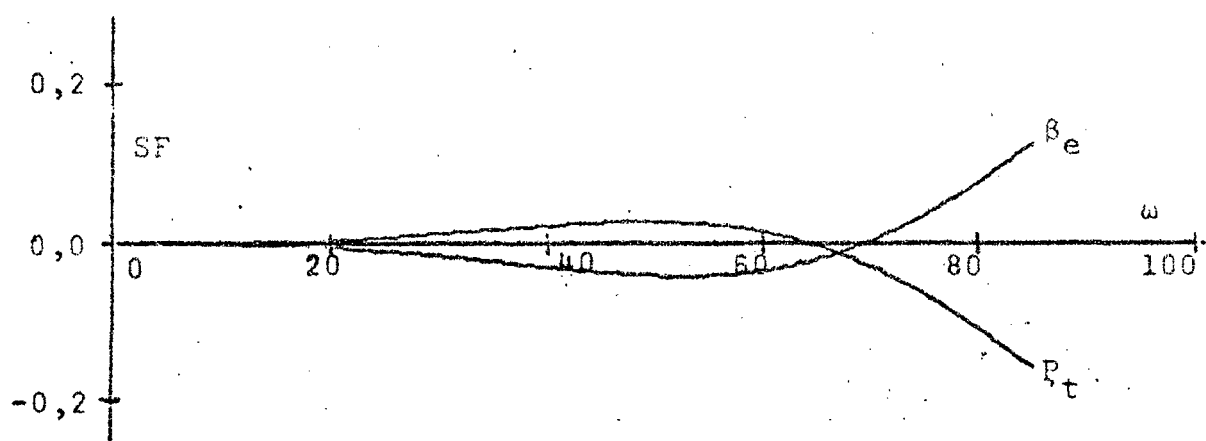
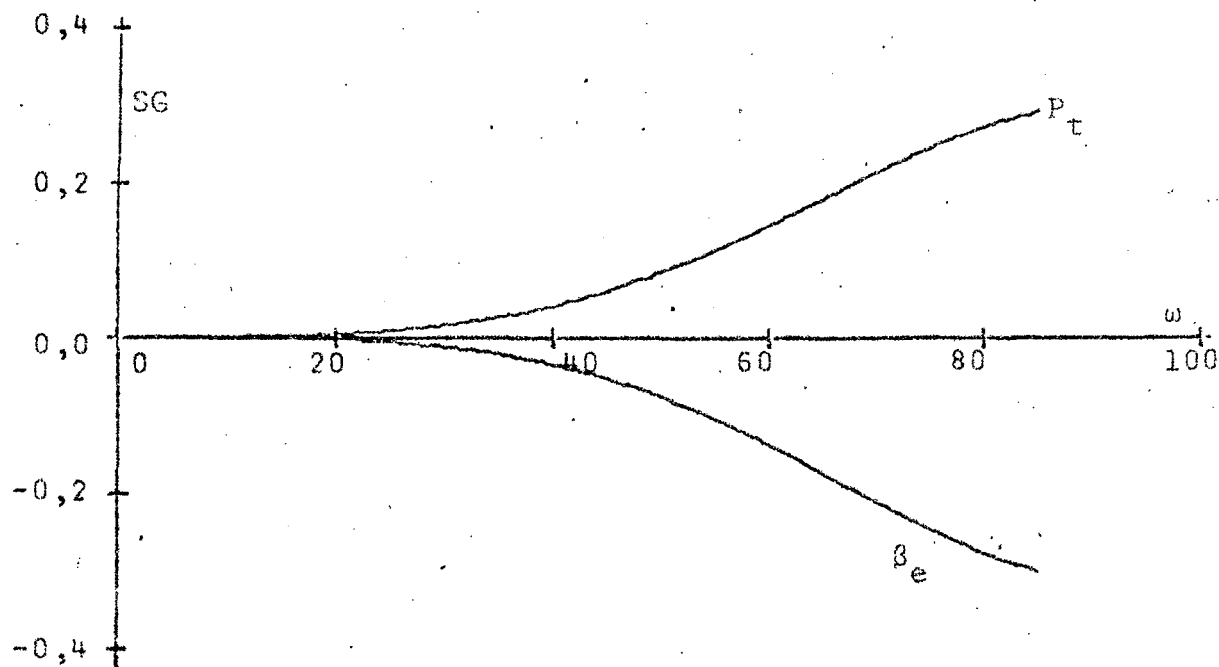


Figura 29 - Sensibilidade de ganho e de fase de  $P_t$  e  $\beta_e$  para o sistema adaptado ( $P_t = 700$  kgf)

Realimentação	Peso Acionado (kgf)	Tempo de Subida (ms)	Ultrapassagem %	Margem de Ganho (dB)	Margem de Fase (graus)	Largura de Faixa (rd/s)
Acelerômetro	610	35	1,0	13,13	52,98	110,25
	640	35	0,7	12,85	52,01	112,25
	700	35	1,2	12,25	50,02	112,25

Quadro 5 - Características do sistema adaptado para os diferentes valores do peso acionado.

#### 5.4 - Circuito Lógico

##### 5.4.1 - Introdução

Como se verifica pelo quadro 4, para cada intervalo de valores dos pesos de peças (0-10, 10-40, 40-100 kgf), ocorre compensação e amplificação diferentes, necessitando, pois, para cada caso, realizarem-se as mudanças devidas.

O sinal proveniente de um transdutor atua no sistema lógico (conversor analógico-digital), cuja saída é utilizada para ligar os correspondentes relés dos compensadores e variar a amplificação  $K_v$ .

##### 5.4.2 - Transdutor

A sobremesa é apoiada sobre quatro cristais piezoelétricos, ligados em paralelo, conforme figura 30. Estes cristais têm a característica de se polarizarem e liberarem cargas elétricas proporcionais à força aplicada na direção de um determinado eixo<sup>16,17</sup>.

Considerando-se cristais iguais de capacitância  $C_0$ , e sendo  $C_c$  a capacitância do circuito, ocorre, conforme a figura 30, o seguinte:

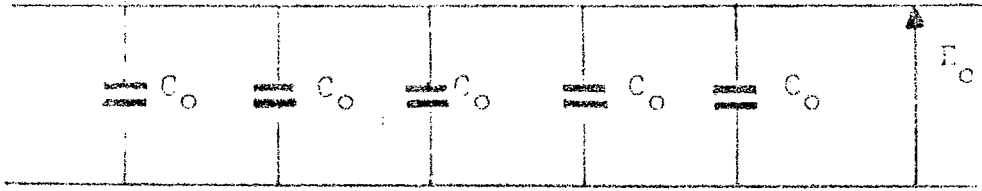


Figura 30 - Esquema de ligação dos cristais piezoelétricos no circuito de medida.

$$E_c = \frac{q_1 + q_2 + q_3 + q_4}{4C_0 + C_c} \quad (96)$$

onde  $q_i$  = carga do cristal (capacitor)  $i$ .

Das características do cristal piezoelétrico, vem:

$$q_i = K_a P_i \quad (97)$$

onde  $P_i$  = peso atuante sobre o cristal  $i$ .

Sendo substituído (97) em (96), resulta:

$$E_c = K_b \sum_{i=1}^4 P_i = K_b P$$

onde  $P$  = peso total da sobremesa e peça.

A tensão  $E_c$ , que varia linearmente com o peso da peça, após amplificada, é utilizada como o sinal de entrada do sistema lógico.

#### 5.4.3 - Diagramas do Sistema Lógico

Os circuitos lógicos propriamente ditos e de conexão são apresentados nas figuras 31 e 32, respectivamente.

Como a montagem afeta a sensibilidade dos cristais



piezoelétricos<sup>17</sup>, utiliza-se, na entrada do circuito lógico, resistências variáveis para ajustagem após a montagem dos transdutores (Ver figura 31).

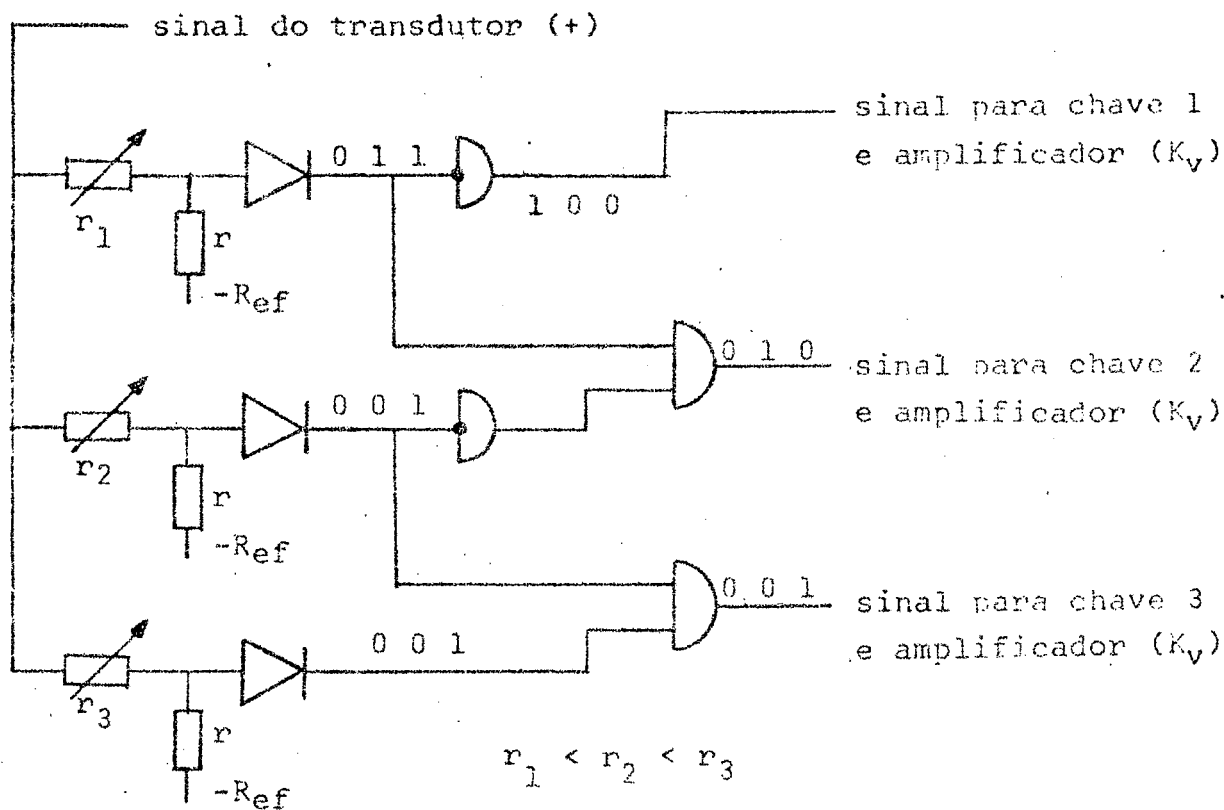


Figura 31 - Circuito lógico para adaptação do sistema às variações do peso acionado

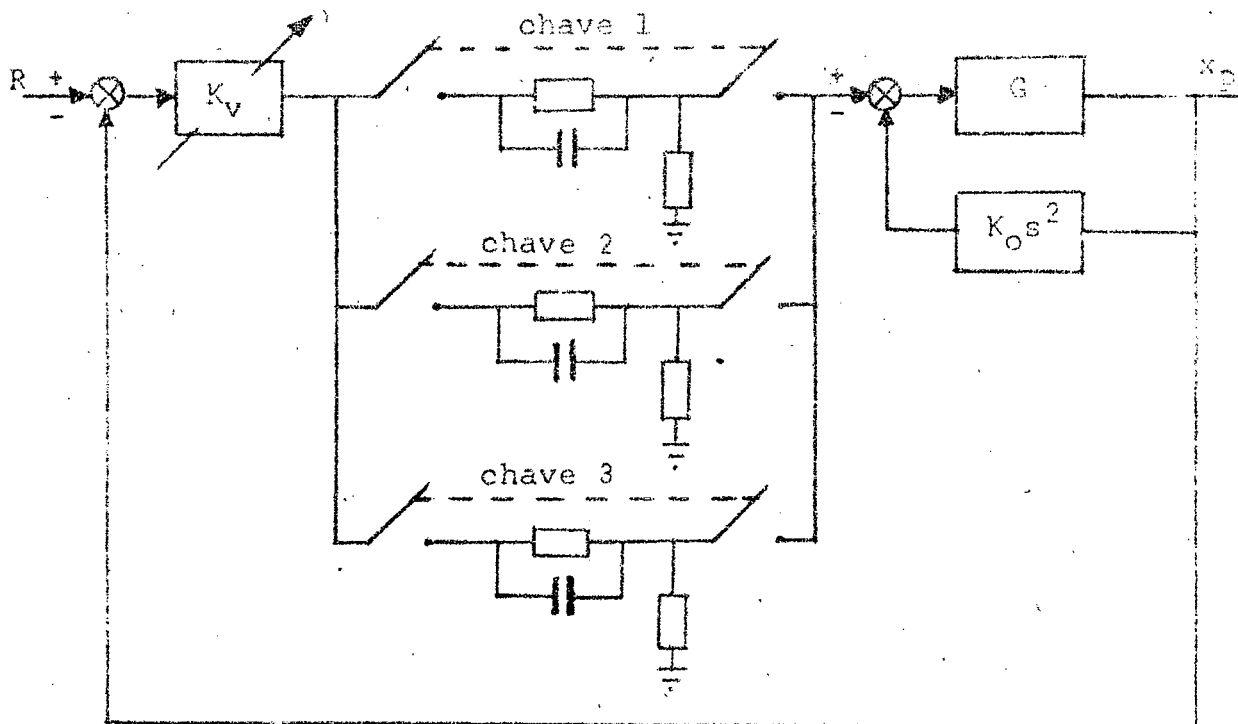


Figura 32 - Sistema adaptado às variações do peso acionado

## CONCLUSÕES

Embora o estudo tenha sido realizado para um servo posicionador com cilindro, o modelo matemático é válido também para um sistema semelhante com motor hidráulico, que é o caso mais comum em máquinas operatrizes.

Como foi verificado, o sistema envolve um grande número de parâmetros, que para facilidade de análise, alguns deles foram considerados invariantes. Um estudo mais aprofundado para o sistema com cilindro ou motor hidráulico, considerando-se variáveis uma maior quantidade de parâmetros, poderá ser realizado de modo a otimizar o seu desempenho.

As conclusões obtidas com o estudo podem ser resumidas no seguinte:

- 1) No cálculo da massa equivalente do fluido, verificou-se que ela é da mesma ordem de grandeza da massa acionada propriamente dita. A sua não consideração tem sido, segundo Ulrick<sup>4</sup>, uma das maiores causas de erro no cálculo da frequência natural de sistemas do tipo estudado.
- 2) Também para os sistemas mecânicos, a influência do valor de um parâmetro pode ser verificada, com sucesso, através de análise da sua respectiva função de sensibilidade.
- 3) Os gráficos das funções de sensibilidade de ganho e de fase para uma entrada senoidal, apresentados no capítulo III, mostram claramente a influência que a variação incremental de cada um dos parâmetros pode exercer no comportamento do sistema. Como resumo, tem-se:
  - Exceto para  $K_v$  e  $A_k$ , as sensibilidades de ganho dos parâmetros são muito pequenas para frequências inferiores a 30 rd/s.

- Os valores dos parâmetros da servoválvula  $\delta_o$ ,  $\omega_o$  e  $\omega_r$  exercem pequena influência na variação de ganho do sistema, o mesmo, entretanto, não acontece com relação à variação de fase, onde esses fatores, especialmente  $\omega_o$ , têm significativa influência. Esta conclusão, entretanto, não está de acordo com R. Bell<sup>10</sup> e Bell e Pennington<sup>5</sup>, pois estes autores afirmam que os parâmetros da servoválvula são frequentemente de influência secundária.
  - O vazamento de fluido através dos retentores e entre as câmaras do cilindro tem influência desprezível, seja na fase, seja no ganho do sistema com tacômetro ou acelerômetro na realimentação.
  - As variações de  $K_v$  e  $A_k$  apresentam, para pequenas frequências, grande influência na variação de fase do sistema. Maiores influências, entretanto, exercem no ganho. Este último resultado, todavia, já era plenamente esperado.
  - A influência do módulo de elasticidade de volume do fluido se faz sentir primordialmente no ganho. Verificou-se que a diminuição do valor deste parâmetro (devido principalmente à penetração de ar) provoca aumento do ganho do sistema, conduzindo-o à instabilidade. Essa influência é um pouco menor para o sistema com acelerômetro na realimentação, embora a variação de fase seja um pouco maior para este caso.
- 4) O peso acionado e o módulo de elasticidade de volume têm influências aproximadamente inversas. Este resultado era esperado pela própria definição de  $\omega_h$  e porque  $K_{cp} B_p \ll A_p^2$ .

- 5) O módulo de elasticidade de volume, que varia quase que incontroladamente, exerce, como se viu, grande influência no comportamento do sistema. Neste trabalho, mostrou-se que, sendo analisada a função de sensibilidade daquele parâmetro, se pode diminuir bastante a sua influência, tornando, assim, o sistema menos sensível à penetração de ar. A diminuição dessa influência, entretanto, somente foi possível, com sucesso, para o sistema com acelerômetro na realimentação.
- 6) Para o sistema analisado, a compensação na realimentação, embora de fácil execução, não apresenta resultados satisfatórios, com relação à estabilidade, quando são considerados os valores de  $K_v$  de acordo com as exigências predeterminadas.
- 7) Em um sistema eletro-hidráulico, como o estudado, ao contrário do puramente hidráulico, a compensação e adaptação por mudança da compensação são em muito facilitadas, tornando, inclusive, fácil e econômica a reajustagem comum após a montagem.
- 8) De acordo com os diagramas de Bode, gráficos da resposta para uma entrada degrau unitário e quadros comparativos apresentados e, levando-se ainda em consideração a necessidade de diminuir a influência da variação do módulo de elasticidade de volume do fluido, pode-se afirmar que o sistema com acelerômetro na realimentação, quando comparado com o mesmo sistema com tacômetro, apresenta maior amortecimento, que é um fator de grande importância em modernas máquinas operatrizes, maiores ganhos, menor tempo de subida, maior largura de faixa, resposta de melhor aspecto e melhor controle da influência do módulo de elasticidade de volume.

Apesar de muitos autores recomendarem a utilização de tacômetro na realimentação de servoposicionadores, o resultado a que se chegou concorda plenamente com Bell e Pennington<sup>5</sup>, que afirmam que esta realimentação deve ser evitada em acionamentos do tipo estudado.

- 9) O comportamento dinâmico do sistema depende muito do peso acionado. Em uma máquina operatriz, entretanto, as peças usinadas têm os mais diversos pesos, sabendo-se, inclusive, que o próprio peso da peça varia durante a usinagem. Para que as condições pré-estabelecidas quanto à estabilidade e quanto à resposta a uma entrada de grau unitário sejam atendidas em qualquer situação, é necessário adaptar-se o sistema. Foi mostrado, no presente trabalho, que uma adaptação discreta simples, através de mudanças de compensação do sistema e ganho de um amplificador, pode ser realizada em servoposicionadores eletro-hidráulicos.
- 10) O cilindro hidráulico, bem mais simples e barato que o motor hidráulico, é usado somente em pequenas máquinas operatrizes, devido à compressibilidade de fluido. Foi verificado, entretanto, que, com a utilização de realimentação e compensação adequadas, o servoposicionador com cilindro pode ter um desempenho dinâmico satisfatório. Contribuiu-se, assim, para tornar mais amplo o campo de aplicação deste elemento.

## BIBLIOGRAFIA

1. MERRIT, H.E. Hydraulic Control Systems. New York, Wiley, 1967. 358p.
2. HAYWARD, A.T.J. How to Estimate the Bulk Modulus of Hydraulic Fluids. Hydraulic Pneumatic Power, Janeiro, 1970. p. 28-40.
3. ERNST, W. Oil Hydraulics and Its Industrial Applications. 2.ed., New York, McGraw Hill, 1960. 366p.
4. ULRICK, H.J. Some Factors Influencing the Natural Frequency of Linear Hydraulic Actuators. International Journal of Machine Tool Design and Research. Oxford, Pergamon Press, v.II, 1971, p. 199-207.
5. BELL, R. & PENNINGTON, A. de. The Design of Active Damping for Electrohydraulic Cilinder Feed Drives. Proceedings of the 9th International Machine Tool Design and Research Conference. Birmingham, Pergamon Press, 1968. p. 1309-1324.
6. GIBSON, John E. & TUTEUR, Franz B. Control System Components. Tokio, McGraw Hill, 1958. 493p.
7. MACHINE DESIGN. Fluid Power. Cleveland, Penton Publishing, v.42, n.22, setembro, 1970. Número especial.
8. BLACKBURN, John F.; REETHOF, Gerhard; SHEARER, J. Lowen. Fluid Power Control. Cambridge, M.I.T. Press, 1960. 710p.
9. LIMA, Walter Celso de. Diferenciadores Usados em Simulação Analógica. Florianópolis, Universidade Federal de Santa Catarina, 1971. 30p.
10. BELL, R. The Use of Hydraulic Drives on N.C. Machine Tools -

- A Re-evaluation. International Journal of Machine Tool Design and Research. Oxford, Pergamon Press, v.II, 1971, p. 209-222.
11. TRAYER, W.J. Transfer Functions For Servovalves. Technical Bulletin 103. New York, Moog Inc., 1965. 11p.
  12. GROSZMANN, F.K. & HEMMING, A.V. Problems Involved in the Development of Adaptive Techniques to Improve the Productivity of NC Lathes. Advances in Machine Tool Design and Research. Oxford, Pergamon Press, 1969. p. 465-482.
  13. TRUXAL, J.G. Control Engineers Handbook. New York, McGraw Hill, 1958.
  14. MITRA, S.K. Analysis and Synthesis of Linear Active Networks. New York, Wiley, 1969. 567p.
  15. KUO, Benjamin C. Automatic Control Systems. 2.ed., New Delhi, Prentice Hall, 1970. 523p.
  16. FERRARESI, Dino. Fundamentos da Usinagem dos Metais. v.I, São Paulo, Edgard Blucher, 1969. 754p.
  17. DOVE, R.G. & ADAMS, Paul H. Experimental Stress Analysis and Motion Measurement. Columbus, Merril Books, 1964. 515p.
  18. SHUMSHERUDDIN, A.A. Shaping the Response of an Electro-Hydraulic Machine Tool Servomechanism. Proceedings of the 7th International Machine Tool Design and Research Conference. Birmingham, Pergamon Press, 1966. p. 575-585.
  19. BAKEL, J.F. Factors to Consider in the Design of Machines Equipped with Automatic Controls. Proceedings of the 6th International Machine Tool Design and Research Conference, Manchester, Pergamon Press, 1965. p. 89-94.
  20. ZELENY, Jaromir. Feed Drives for Numerically Controlled



- Machine Tools. Proceedings of the 6th International Machine Tool Design and Research Conference, Manchester, Pergamon Press, 1965. p. 349-379.
21. CUPPAN, J.C. & BOLLINGER, J.G. Simulation of a Machine Tool Drive and Structure on an Analog Computer. Proceedings of the 7th International Machine Tool Design and Research Conference, Birmingham, 1966. p. 191.
  22. LEDERGERBER, A. Adaptive Control for Turning Operations. Proceedings of the 12th International Machine Tool Design and Research Conference. Manchester, Pergamon Press, 1971. p.7-13.
  23. PENNINGTON, A. de; MARSLAND, D.W.; BELL, R. The Improvement of the Accuracy of Electrohydraulic Cilinder Drives for NC Machine Tools by the Use of Active Feedback Compensation. Proceedings of the 12th International Machine Tools Design and Research Conference. Manchester, Pergamon Press, 1971. p. 199-205.
  24. GALE, P. & BELL, R. An Economic Technique for the Improvement of the Stability of Hydraulic Cilinder Drives. Proceedings of the 12th International Machine Tool Design and Research Conference. Manchester, Pergamon Press, 1971. p. 207-216.
  25. SIMON, Wilhelm. Commande Numérique des Machines-Outils. Paris, Eyrolles, 1967.
  26. OLESTEN, Nill O. Numerical Control. New York, Wiley, 1970. 646p.
  27. RAVEN, Francis, H. Automatic Control Engineering. 2.ed., New York, McGraw Hill, 1968. 544p.
  28. DISTEFANO, Joseph J.; STUBBERUD, Allen R.; WILLIAMS, Ivan J. Feedback and Control Systems. New York, McGraw Hill, 1967. 371p.

29. LEUSSEN, P. The Influence of Dry Friction and Mechanical Parameters on the Stability and Accuracy of an Hydraulic Copying System. International Journal of Machine Tool Design and Research. Oxford, Pergamon Press, v.10, 1971. p. 65-78.
30. MARTIN, H.R. Small Amplitude Response Characteristics in Hydraulic Servomechanisms. 1969 Summer Seminar on Fluid Control Systems. Waterloo, Ontario, Ed. S.A. Alpay & H.R. Martin, 1970.
31. TOU, Julius T. Digital and Sampled-Data Control Systems. New York, McGraw Hill, 1959. 631p.
32. DERUSSO, Paul M.; ROY, Rob J.; CLOSE, Charles M. State Variables for Engineers. New York, Wiley, 1965. 608p.
33. WALTERS, R. Hydraulic and Electro-Hydraulic Servo Systems. London, Iliffe, 1967. 160p.
34. LI, Yao Tzu & VELDE, W.E. Vander. Philosophy of Non-linear Adaptive Systems. Proceedings of the First International Congress of the International Federation of Automatic Control. Moscow, 1960. London, Butterworths, 1961. p. 577-585.
35. GIBSON, J.E. Self-optimizing or Adaptive Control Systems. Proceedings of the First International Congress of the International Federation of Automatic Control. Moscow, 1960. London, Butterworths, 1961. p. 586-595.
36. HYDRAULICS & PNEUMATICS. Sizing Components for Fluid Power Systems. Cleveland, abril, 1969. p. 119-150.
37. MAGORIEN, Vincent G. How Hydraulic Fluids Generate Air. Hydraulic & Pneumatics. Cleveland, junho, 1968. p. 104-108.
38. HAKIM, S.S. Feedback Circuit Analysis. London, Iliffe, 1966. 392p.

39. FAIRFS, Virgil Moring. Thermodinamics. 4. ed., New York, Macmillan, 1962. 680p.
40. STREETER, Victor L. Fluid Mechanics. 5. ed., Tokyo, McGraw Hill, 1971. 751p.
41. CARMANIAN, Erice; LUTHER, H.A.; WILKES, James O. Applied Numerical Methods. New York, Wiley, 1969. 604p.
42. SOUTHWORTH, Raymond W. & DELEEUW, Samuel L. Digital Computation and Numerical Methods. New York, McGraw Hill, 1965. 508p.
43. REKOFF, Michael G. Analog Computer Programming. Columbus, Merrill Books, 1967. 287p.
44. MCCLOSKEY, E.J. Introduction to the Theory of Switching Circuits. New York, McGraw Hill, 1965. 318p.
45. FRIBANCE, Austin E. Industrial Instrumentation Fundamentals. Tokyo, McGraw Hill, 1962. 776p.
46. O'HIGGINS, Patrick J. Basic Instrumentation Industrial Measurement. New York, McGraw Hill, 1966. 495p.
47. GILLE, J.C.; PELEGRIN, M.J.; DECAULNE; P. Feedback Control Systems. New York, McGraw Hill, 1959. 793p.
48. VICKERS. Manual Oleodinâmico Industrial. São Paulo, Vickers Hidráulica Ltda., 1965. 178p.
49. DOWTY. Servo and Intrinsically Safe Equipment (Catálogo). Tewkesbury, Dowty Servos Limited, [s.d.] .
50. THAYER, W.J. Specification Standards for Electrohydraulic Flow Control Servovalves. Bulletin 117. New York, Moog Inc., 1962. 61p. .

## APÊNDICE 1

## DETERMINAÇÃO DAS CONSTANTES DO MODELO

A1.1 - Considerações Iniciais

- As constantes serão obtidas levando-se em consideração a aplicação a uma máquina operatriz, embora a análise se ja também válida para outras aplicações.

- O aquecimento do sistema, em regime, durante a compressão é desprezado<sup>2</sup>, já que para óleos minerais sob compressão isentrópica esse acréscimo é de aproximadamente 0,013 °C/bar. Como nas máquinas operatrizes as pressões do fluido são da ordem de 100 bar, conclui-se que o acréscimo de temperatura é desprezível. Considera-se, portanto, como constantes, durante a compressão, a viscosidade do fluido e o módulo de elasticidade de volume efetivo do sistema.

- O modelo apresentado é válido também para um sistema com motor hidráulico, desde que sejam tomadas, naturalmente, as constantes do motor em lugar daquelas do cilindro<sup>1</sup>.

A1.2 - Constantes do Fluido, Módulo de Elasticidade de Volume e Pressão do FluidoA1.2.1 - Constantes do Fluido

- Viscosidade Cinemática: - Para máquinas operatrizes recomenda-se<sup>7</sup> fluidos com viscosidade entre 150 e 225 SSU a 100°F. Sendo tomado um valor médio e após conversão de unidade, vem:

$$\nu = 40 \text{ cS (a } 38,8^{\circ}\text{C)}$$

É admitido que o fluido tem um índice de viscosidade elevado.

- Peso específico: - Verifica-se<sup>1,7,8</sup> que os pesos específicos dos fluidos hidráulicos comuns, à temperatura ambiente, são, aproximadamente:

$$\gamma = 0,9 \text{ gf/cm}^3$$

Como o coeficiente de expansão térmica ( $\alpha$ ), (ver expressão (3)), e a compressibilidade dos fluidos ( $1/\beta$ ) são pequenas, conclui-se, pela expressão (1), que o peso específico permanece praticamente constante, devido às pequenas pressões e temperaturas utilizadas.

#### Al.2.2 - Módulo de Elasticidade de Volume

Pode ser verificado<sup>1,8</sup>, que para os líquidos estudados  $\beta_1$  está acima de  $11 \cdot 10^3 \text{ kgf/cm}^2$ . Sabe-se<sup>2</sup> que  $\beta_1$  varia com a pressão e temperatura, mas devido às pequenas variações existentes será considerado constante.

Pelas expressões (9) e (10) conclui-se que o módulo de elasticidade de volume efetivo é sempre menor que o do líquido. Por (11) e (12) verifica-se que a influência de  $\beta_c$  é muito pequena, mas uma pequena quantidade de ar pode diminuir consideravelmente o valor de  $\beta_e$ , já que para o ar  $\beta_g = 1,4p$  (adiabática) e  $\beta_g = p$  (isotérmica). Levando-se em consideração esses fatores, será utilizado, com boa margem de segurança, o seguinte valor:

$$\beta_e = 7 \cdot 10^3 \text{ kgf/cm}^2$$

#### Al.2.3 - Pressão do Fluido

As pressões do fluido, dependendo do tamanho da máquina operatriz<sup>7</sup>, estão na faixa de 20 a 180 atm. Será utilizada a pressão:

$$p_s = 60 \text{ kgf/cm}^2$$

### Al.3 - Constantes da Carga

#### Al.3.1 - Peso da Carga

Os cilindros hidráulicos somente são empregados em pequenas máquinas. Com a finalidade de tornar o estudo mais interessante, não se partirá dessa premissa. Pela expressão (63), verifica-se que para maiores massas ocorrem menores frequências naturais não amortecidas, piorando, portanto, o comportamento do sistema.

Será tomado, então, uma carga de 250 kgf, como soma dos pesos da mesa e peça somados aos pesos do pistão, haste e fluido contido no cilindro. Na realidade, a contribuição dos três últimos fatores no peso total é pequena.

#### Al.3.2 - Fator de Amortecimento

Sabe-se, por experiência<sup>5,10</sup>, que o fator de amortecimento, para máquinas operatrizes modernas, varia na faixa de 0,03 a 0,08. Será tomado o seguinte valor:

$$\delta_h = 0,07$$

### Al.4 - Constantes do Cilindro

#### Al.4.1 - Seleção do Cilindro

O cilindro foi escolhido em catálogo de fabricante, tendo as seguintes dimensões:

$$A_p = 22,10 \text{ cm}^2 \text{ (área útil)}$$

$$D = 6,35 \text{ cm} \text{ (diâmetro do cilindro)}$$

$$d = 3,49 \text{ cm} \text{ (diâmetro da haste)}$$

$$L = 50 \text{ cm} \text{ (comprimento útil)}$$

#### Al.4.2 - Cálculo do Peso Efetivo do Fluido

A tubulação será considerada com um diâmetro de 0,5 cm e com um comprimento de 100 cm para cada tubo. Pela expressão (66) vem:

$$P_{ef} = \frac{2 \cdot 0,9 \cdot 100 \cdot (22,1)^2}{\frac{(0,5)^2}{4}} = 450 \text{ kgf}$$

É portanto justificável considerar-se uma carga total de 700 kgf.

#### Al.4.3 - Cálculo da Frequência Natural Não Amortecida

Como  $A_p^2 \gg B_p K_{cp}$  (Ver item 3.2.5), vem

$$\omega_h \approx \sqrt{\frac{4\beta_e A_p^2}{V_t M_t}}$$

Substituindo-se os valores resulta:

$$\omega_h \approx 132 \text{ rd/s}$$

#### Al.5 - Constantes da Válvula

##### Al.5.1 - Vazão Máxima

A velocidade máxima do pistão será considerada da ordem de 500 cm/min, que é uma ordem de valor comum, para máquinas operatrizes modernas<sup>10</sup>.

$$Q = A_p V_{p \max} \approx 11 \text{ l/min} \approx 3 \text{ gal/min}$$

Será tomado  $Q = 2,7$  gal/min por corresponder com valores de válvulas comerciais.

#### A1.5.2 - Ganho de Vazão

A vazão máxima é, geralmente, especificada para o máximo deslocamento e  $p_s - p_L = 1000$  lb/pol<sup>2</sup>

Tem-se, então:

$$Q_L/ESP = C_d w_g x_{vm} \sqrt{\frac{1}{\rho} P_V/ESP}$$

Para fluidos de petróleo, tem-se aproximadamente:

$Q_L/\text{especificado} = 574 \frac{W_g}{\rho} x_{vm}$  gal/min.  $x_{vm}$  varia de 0,005 a 0,010 pol para válvulas de controle até 10 gal/min<sup>1</sup>.

Tomando-se  $x_{vm} = 0,007$  pol, vem:

$$W_g = \frac{2,7}{574 \cdot 0,007} = \frac{2700}{4018} = 0,67 \text{ pol}$$

ou

$$W_g = 17 \text{ mm}$$

Verificação:  $\frac{W_g}{x_{vm}} = \frac{0,67}{0,007} = 96$

Pela literatura<sup>8</sup>  $\frac{W_g}{x_{vm}}$  deve ser maior que 67, o que, neste caso, é verificado.

Substituindo-se os valores encontrados na expressão (49), resulta:

$$K_{q0} = 840 \text{ cm}^2/\text{s}$$

#### A1.5.3 - Coeficiente Vazão-Pressão

A folga radial de servoválvulas está compreendida



entre 1 a  $4\mu$ , de acordo com Machine Design<sup>7</sup>, e entre 1,25 e  $10\mu$ , de acordo com Merrit<sup>1</sup>.

Será considerado:  $f_r = 4\mu$

A viscosidade absoluta do fluido é

$$\mu = \nu \rho = \frac{0,36}{980} \cdot 10^{-3}$$

Pela expressão (51) obtem-se:

$$K_c = 7,26 \cdot 10^{-1}$$

Com a utilização das expressões (21), (23), (24) e (25), podem-se calcular  $C_{ip}$  e  $C_{ep}$  e, como consequência, obter o coeficiente total de vazão-pressão:

$$K_{cp} = K_c + C_{ip} + C_{ep}/2$$

Pode-se, entretanto, concluir facilmente pela expressão (21) que, devido  $f_r$  ser muito pequena e estar elevada à potência 3,  $C_{ip}$  e  $C_{ep}$  são menores que  $K_c$ , logo é razoável considerar:

$$K_{cp} = 1$$

Pelas expressões (13) e (32), é possível obter uma aproximação para  $B_p$ . Sabe-se, entretanto<sup>1</sup>, que para os elementos comuns  $B_p$  não é grande. Como consequência,  $B_p K_{cp}$  é muito menor que  $A_p^2$ . Logo, a expressão (2-12) pode ser simplificada, tomando-se:

$$A_p^2 + B_p K_{cp} \approx A_p^2$$

#### Al.6 - Constantes do Conjunto Amplificador-Servoválvula

As constantes das servoválvulas eletro-hidráulicas variam nos seguintes intervalos<sup>5,10</sup>:

$$\frac{1}{\omega_r} \text{ de } 200 \text{ a } 600 \text{ s}$$

$$\delta_o = 0,7$$

$$\omega_o \text{ de } 580 \text{ a } 1200 \text{ rd/s}$$

Serão tomados os seguintes valores:

$$\frac{1}{\omega_r} = 300 \text{ s}$$

$$\delta_o = 0,7$$

$$\omega_o = 800 \text{ rd/s}$$

Para a constante de ganho do conjunto será tomado:

$$K_1 = 0,1 \text{ cm/V}$$

#### Al.7 - Constante do Conjunto Redutor-Tacômetro

De acordo com Truxal<sup>13</sup> tem-se para tacômetro:

$$K_2 = 10 \text{ a } 20 \text{ V/1000 RPM.}$$

Será tomado:

$$K_2 = 0,01 \text{ V/RPM}$$

A constante do conjunto cremalheira e engrenagens será tomada de modo a ser obtido:

$$K_o = 0,001 \text{ V's/cm}$$

Também para o acelerômetro será tomado, inicialmente, esse mesmo valor numérico, ou seja:

$$K_o = 0,001 \text{ V s}^2/\text{cm}$$

## APÊNDICE 2

## ACELERÔMETROS

A2.1 - Introdução

Como foi verificado no trabalho realizado, a realimentação com acelerômetro apresenta muitas vantagens, quando comparada com o tacômetro. É, portanto, necessário verificar-se como o sinal do tipo  $\underline{k_0 s^2 X_a}$  pode ser obtido.

A2.2 - Resposta em Regime de Um Acelerômetro Sísmico

O sistema básico usado para a análise de instrumentos sísmicos<sup>17</sup> é apresentado na figura 33.

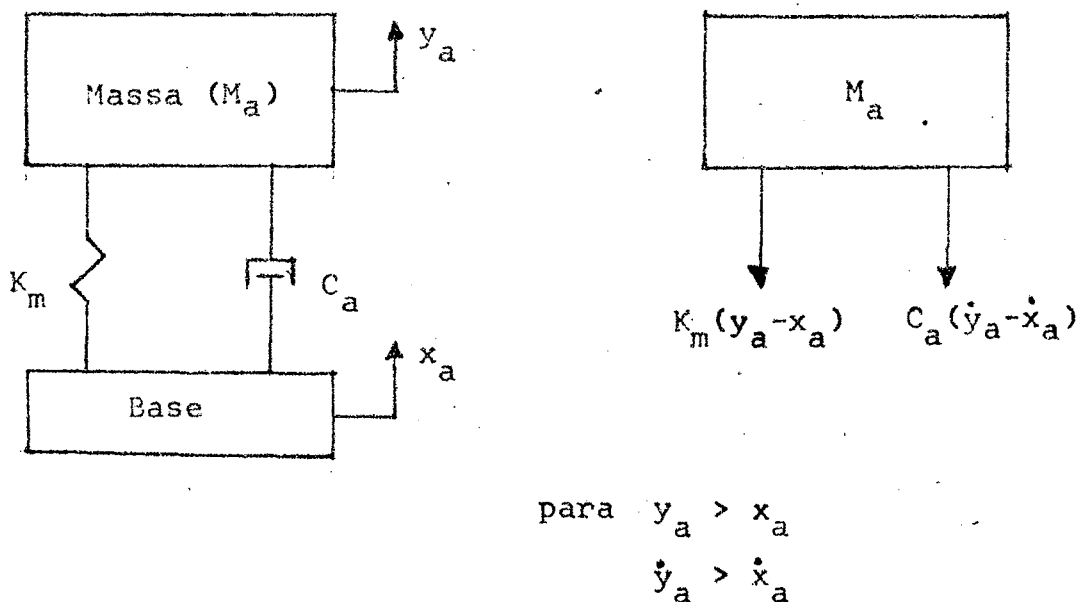


Figura 33 - Sistema básico usado para análise de instrumentos sísmicos.

Definindo-se  $z_a = y_a - x_a$ , tem-se a seguinte equação diferencial:

$$M_a \ddot{z}_a + C_a \dot{z}_a + K_m z_a = M_a \ddot{x}_a$$

No domínio  $s$ , resulta:

$$M_a s^2 Z_a + C_a s Z_a + K_m Z_a = M_a s^2 X_a$$

donde:

$$Z_a = \frac{s^2 X_a}{\omega_n^2 + \frac{C_a}{M_a} s + s^2} \quad (s = j\omega_a)$$

onde  $\omega_n = \sqrt{\frac{K_m}{M_a}}$  (frequência natural do sistema não amortecido).

Para valores de  $\omega_a / \omega_n \ll 1$ , vem

$$Z_a \approx \frac{s^2 X_a}{\omega_n^2}$$

Conforme é verificado na figura 34, a tensão na saída do acelerômetro, para um potenciômetro linear, é proporcional a  $z_a$ . É fácil concluir, então, que é a seguinte a função de transferência do acelerômetro:

$$FT_a = K_o s^2 \quad (\text{V/cm})$$

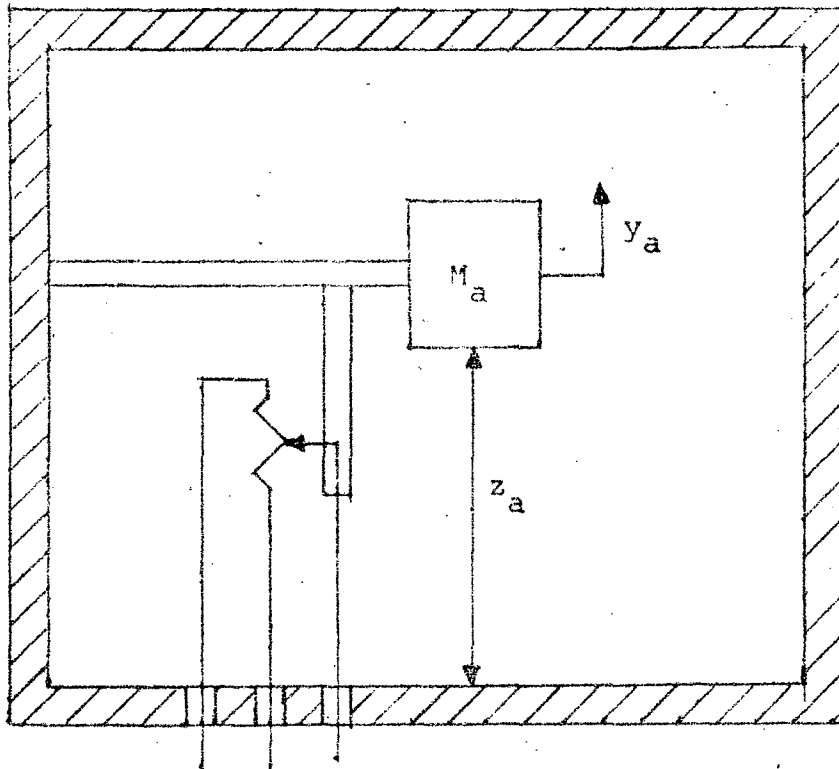


Figura 34 - Um acelerômetro simples com potenciômetro como elemento sensível.

### A2.3 - Diferenciação do Sinal de Saída do Tacômetro

O sinal do tipo  $K_0 s^2 X_a$  também pode ser obtido diferenciando-se a saída do tacômetro com amplificadores operacionais. A diferenciação exata apresenta uma série de problemas. Lima<sup>9</sup> analisa como esse sinal pode ser diferenciado, em termos aproximados.

APENDICE 3

PROGRAMA 01 - SENSIBILIDADES DOS PARAMETROS

```

SUBROUTINE AK1(JC,NS)
REAL K1,KQ,KO
DIMENSION A(8),ANS(8)
COMMON A,ANS
DATA K1,KQ,KO,AP/0.1,840.,0.001,22.1/
AK=K1*KQ/AP
NS=6
KO=0.006
ANS(1)=A(1)
ANS(2)=A(2)
ANS(3)=A(3)
ANS(4)=A(4)
ANS(7)=0.
IF(JC)10,10,20
10 ANS(5)=A(5)
   ANS(6)=A(6)-AK*KO
   RETURN
20 ANS(5)=A(5)-AK*KO
   ANS(6)=A(6)
   RETURN
END

```

```

SUBROUTINE KV2(JC,NS)
REAL K1,KQ
DIMENSION A(8),ANS(8)
COMMON A,ANS
DATA K1,KQ,AP/0.1,840.,22.1/
AK=K1*KQ/AP
NS=6
DO10I=1,6
10 ANS(I)=A(I)
   ANS(7)=0.
   RETURN
END

```

```

SUBROUTINE KO3(JC,NS)
REAL K1,KQ,KO
DIMENSION A(8),ANS(8)
COMMON A,ANS
DATA K1,KQ,KO,AP/0.1,840.,0.001,22.1/
AK=K1*KQ/AP
KO=0.006
IF(JC)10,10,20

```

```

10  NS=1
    ANS(1)=-KO*AK
    ANS(2)=0.
    RETURN
20  NS=2
    ANS(1)=-KO*AK
    ANS(2)=0.
    ANS(3)=0.
    RETURN
    END

```

```

SUBROUTINE KCP4(JC,NS)
DIMENSION A(8),ANS(8)
COMMON A,ANS
DATA WR,WO,DELTO,WH,DELTH/300.,800.,0.7,132.,0.07/
NS=5
E=1./((WR*WO*WO)
F=1./((WO*WO)+2.*DELTO/(WR*WO)
G=1./WR+2.*DELTO/WO
ANS(1)=-2.*E*DELTH/WH
ANS(2)=-2.*F*DELTH/WH
ANS(3)=-2.*G*DELTH/WH
ANS(4)=-2.*DELTH/WH
ANS(5)=0.
ANS(6)=0.
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE BETE5(JC,NS)
DIMENSION A(8),ANS(8)
COMMON A,ANS
DATA WR,WO,DELTO,WH/300.,800.,0.7,132./
NS=6
E=1./((WR*WO*WO)
F=1./((WO*WO)+2.*DELTO/(WR*WO)
G=1./WR+2.*DELTO/WO
ANS(1)=E/(WH*WH)
ANS(2)=F/(WH*WH)
ANS(3)=G/(WH*WH)
ANS(4)=1./((WH*WH)
ANS(5)=0.
ANS(6)=0.
ANS(7)=0.
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE DELO6(JC,NS)
DIMENSION A(8),ANS(8)

```

```

COMMON A,ANS
DATA WR,WO,DELTO,WH,DELTH/300.,800.,0.7,132.,0.07/
NS=5
ANS(1)=-2.*DELTO/(WR*WO*WH*WH)
ANS(2)=-((4.*DELTH/(WR*WO*WH)+2./(WO*WH*WH))*DELTO
ANS(3)=-((2./(WR*WO)+4.*DELTH/(WO*WH))*DELTO
ANS(4)=-2.*DELTO/WO
ANS(5)=0.
ANS(6)=0.
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE WO7(JC,NS)
DIMENSION A(8),ANS(8)
COMMON A,ANS
DATA WR,WO,DELTO,WH,DELTH/300.,800.,0.7,132.,0.07/
NS=6
ANS(1)=2./(WH*WH*WR*WO*WO)
ANS(2)=(4.*DELTH/WR+2./(WH*WO)+2.*DELTO/(WR*WH))
ANS(2)=ANS(2)/(WO*WH)
ANS(3)=2./(WR*WO)+4.*DELTH*(1./WO+DELTO/WR)
ANS(3)=(ANS(3)+2.*DELTO/(WH*WH))/WO
ANS(4)=(2./WO+2.*DELTO/WR+4.*DELTO*DELTH/WH)/WO
ANS(5)=2.*DELTO/WO
ANS(6)=0.
ANS(7)=0.
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE WR8(JC,NS)
DIMENSION A(8),ANS(8)
COMMON A,ANS
DATA WR,WO,DELTO,WH,DELTH/300.,800.,0.7,132.,0.07/
NS=6
ANS(1)=1./(WH*WH*WO*WO*WR)
ANS(2)=2.*(DELTH/WO+DELTO/WH)/(WH*WO*WR)
ANS(3)=(1./(WO*WO)+4.*DELTO*DELTH/(WH*WO))
ANS(3)=(ANS(3)+1./(WH*WH))/WR
ANS(4)=2.*(DELTH/WH+DELTO/WO)/WR
ANS(5)=1./WR
ANS(6)=0.
ANS(7)=0.
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE COEFS(JC,N)
REAL KI,KQ,KO,KV
DIMENSION A(8),ANS(8)

```



```

COMMON A,ANS
DATA WR,WO,DELTO,WH,DELTH/300.,800.,0.7,132.,0.07/
DATA K1,KQ,AP/0.1,840.,22.1/
N=6
READ(2,10)KO,KV
10  FORMAT(2F10.5)
   E=1./(WR*WO*WO)
   F=1./(WO*WO)+2.*DELTO/(WR*WO)
   G=1./WR+2.*DELTO/WO
   A(1)=E/(WH*WH)
   A(2)=2.*DELTH*E/WH+F/(WH*WH)
   A(3)=E+2.*F*DELTH/WH+G/(WH*WH)
   A(4)=F+2.*DELTH*G/WH+1./(WH*WH)
   A(5)=G+2.*DELTH/WH
   A(6)=1.+K1*KQ*KO/AP
   A(7)=KV*K1*KQ/AP
   IF(JC)3,3,1
   1  WRITE(3,2)
   2  FORMAT(/,5X,'ACCELEROMETRO NA REALIMENTACAO')
      A(5)=A(5)+KO*K1*KQ/AP
      A(6)=1.
      GO TO 12
   3  WRITE(3,4)
   4  FORMAT(/,5X,'TACOMETRO NA REALIMENTACAO')
12  RETURN
   END

```

```

SUBROUTINE GRAFS(N,NS)
C*** TRACADO DOS GRAFICOS DAS SENSIBILIDADES
DIMENSION A(8),ANS(8),B(8),C(8)
COMMON A,ANS
CALL SCALE(0.08,4.5,0.,0.)
CALL EGRID(0.0.,0.,10.,8)
CALL EGRID(1.0.,-1.,0.1,20)
CALL ECHAR(-2.,-0.04,0.08,0.1,0.)
IO=-10
DO101I=10,90,10
  II=IO+I
101  WRITE(7,103)II
103  FORMAT(I3,7X)
      CALL ECHAR(80.,0.02,0.1,0.13,0.)
      WRITE(7,106)
106  FORMAT('W')
      YF=-1.01
      DO120L=1,11
          CALL ECHAR(-5.,YF-0.01,0.08,0.1,0.)
          WRITE(7,114)YF
114  FORMAT(F4.1)
      YF=YF+0.20201
120  CONTINUE
      CALL ECHAR(2.,1.015,0.1,0.13,0.)
      WRITE(7,125)
125  FORMAT('SG')
      CALL EPLOTT(1.0.,0.)

```

```

IC=1
H=0.5
WLIM=75.
NP=N+1
DO13K=1, NP
13 B(K)=A(K)
   I=0
10 I=I+1
   GO TO(1,2,3,4,5,6,7,8), I
   1 CALL AK1(JC, NS)
     GO TO 15
   2 CALL KV2(JC, NS)
     GO TO 15
   3 CALL KO3(JC, NS)
     GO TO 15
   4 CALL KCP4(JC, NS)
     GO TO 15
   5 CALL BETE5(JC, NS)
     GO TO 15
   6 CALL DELO6(JC, NS)
     GO TO 15
   7 CALL WO7(JC, NS)
     GO TO 15
   8 CALL WR8(JC, NS)
15 NSP=NS+1
   DO16J=1, NSP
16 C(J)=ANS(J)
   GO TO(20,50), IC
C*** SENSIBILIDADE DE GANHO
20 W=0.
25 W=W+H
   CALL VPLEX(B, N, 0., W, XR1, XI1)
   CALL VPLEX(C, NS, 0., W, XR, XI)
   CALL DPLEX(XR, XI, XR1, XI1, OCR, QCI)
   X=W
   Y=OCR
   CALL EPLOT(2, X, Y)
   IF(W-WLIM)25, 30, 30
30 IF(I-8)28, 40, 40
28 CALL EPLOT(1, 0., 0.)
   GO TO 10
40 CALL EPLOT(1, 140., 0.)
   CALL EGRID(0, 140., 0., 10., 8)
   CALL EGRID(1, 140., -1., 0.1, 20)
   CALL ECHAR(138., -0.04, 0.08, 0.1, 0.)
   IO=-10
   DO20II=10, 90, 10
   II=IO+I
201 WRITE(7, 203) II
203 FORMAT(I3, 7X)
   CALL ECHAR(220., 0.02, 0.1, 0.13, 0.)
   WRITE(7, 206)
206 FORMAT('W')
   YF=-1.01
   DO220L=1, 11
   CALL ECHAR(135., YF-0.01, 0.08, 0.1, 0.)
   WRITE(7, 214) YF

```

```

214  FORMAT(F4.1)
      YF=YF+0.20201
220  CONTINUE
      CALL ECHAR(142.,1.015,0.1,0.13,0.)
      WRITE(7,225)
225  FORMAT('SF')
      CALL EPLOTT(1,140.,0.)
      IC=2
      I=0
      GO TO 10
C***  SENSIBILIDADE DE FASE
50    W=0.
60    W=W+H
      CALL VPLEX(B,N,0.,W,XR1,XI1)
      CALL VPLEX(C,NS,0.,W,XR,XI)
      CALL DPLEX(XR,XI,XR1,XI1,QCR,QCI)
      X=140.+W
      Y=QCI
      CALL EPLOTT(2,X,Y)
      IF(W-WLIM)60,70,70
70    IF(I-8)80,90,90
80    CALL EPLOTT(1,140.,0.)
      GO TO 10
90    CALL EPLOTT(1,0.,0.)
      RETURN
      END

```

```

SUBROUTINE DPLEX(XR,XI,XR1,XI1,QCR,QCI)
COMMON A,ANS
VR=XR*XR1+XI*XI1
VI=-XR*XI1+XR1*XI
DNOM=XR1*XR1+XI1*XI1
QCR=VR/DNOM
QCI=VI/DNOM
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE VPLEX(B,N,XR,XI,VR,VI)
DIMENSION B(10),PR(10),PI(10)
COMMON A,ANS
NP=N+1
I=1
PR(I)=B(I)
PI(I)=0.
10  I=I+1
    PR(I)=PR(I-1)*XR-PI(I-1)*XI+B(I)
    PI(I)=PI(I-1)*XR+PR(I-1)*XI
    IF(I-N)10,10,30
30  VR=PR(NP)
    VI=PI(NP)
    RETURN

```

END

```
// FOR
*EXTENDED PRECISION
*IOCS(CARD,1132PRINTER,PLOTTER,KEYBOARD,TYPEWRITER)
  DIMENSION A(8),ANS(8)
C***  PROGRAMA PRINCIPAL
      COMMON A,ANS
      JC=2
      CALL COEFS(JC,N)
      CALL GRAFS(N,NS)
      CALL EXIT
      END
```

## PROGRAMA 02 - ANALISE DO SISTEMA LINEARIZADO

```

SUBROUTINE COEF1(JC,N,NN)
C*** COEFFICIENTES DO SISTEMA SEM COMPENSACAO
REAL K1,KQ,KO,KV
DIMENSION A(11),AN(5)
COMMON A,AN
DATA WR,WO,DELTO,WH,DELTH/300.,800.,0.7,132.,0.07/
READ(2,9)K1,KQ,AP,KO,KV
N=6
NN=0
E=1./(WR*WO*WO)
F=1./(WO*WO)+2.*DELTO/(WR*WO)
G=1./WR+2.*DELTO/WO
A(1)=E/(WH*WH)
A(2)=2.*DELTH*E/WH+F/(WH*WH)
A(3)=E+2.*F*DELTH/WH+G/(WH*WH)
A(4)=F+2.*DELTH*G/WH+1./(WH*WH)
A(5)=G+2.*DELTH/WH
A(6)=1.+K1*KQ*KO/AP
A(7)=KV*K1*KQ/AP
IF(JC)3,3,1
1 WRITE(3,2)
2 FORMAT(/,5X,'ACCELEROMETRO NA REALIMENTACAO')
A(5)=A(5)+KO*K1*KQ/AP
A(6)=1.
GO TO 12
3 WRITE(3,4)
4 FORMAT(/,5X,'TACOMETRO NA REALIMENTACAO')
12 TEMP=A(1)
DO5I=1,7
5 A(I)=A(I)/TEMP
AN(1)=K1*KV*KQ/(AP*TEMP)
WRITE(3,25)AN(1)
25 FORMAT(/,5X,'COEFICIENTE DO NUMERADOR',/,2X,E13.5)
WRITE(3,30)(A(I),I=1,7)
30 FORMAT(/,5X,'EQUACAO CARACTERISTICA',/,2X,7E13.5)
9 FORMAT(6F10.5)
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE COEF2(JTC,JC,N,NN)
C*** COEFFICIENTES DO SISTEMA COM COMPENSACAO EM SERIE
REAL K1,KQ,KO,KV
DIMENSION A(11),AN(5)
COMMON A,AN
DATA WR,WO,DELTO,WH,DELTH/300.,800.,0.7,132.,0.07/
READ(2,9)K1,KQ,AP,KO,KV

```

```

READ(2,9)U,ALFA,T1,BETA,T2
9  FORMAT(6F10.5)
   N=8
   NN=2
   E=1./(WR*WO*WO)
   F=1./(WO*WO)+2.*DELTO/(WR*WO)
   G=1./WR+2.*DELTO/WO
   R1=E/(WH*WH)
   R2=2.*DELTH*E/WH+F/(WH*WH)
   R3=E+2.*F*DELTH/WH+G/(WH*WH)
   R4=F+2.*DELTH*G/WH+1./(WH*WH)
   R5=G+2.*DELTH/WH
   R6=1.+K1*KQ*KO/AP
   IF(JC)3,3,1
1  WRITE(3,2)
2  FORMAT(/,5X,'ACCELEROMETRO NA REALIMENTACAO')
   R5=R5+K1*KQ*KO/AP
   R6=1.
   GO TO 12
3  WRITE(3,4)
4  FORMAT(/,5X,'TACOMETRO NA REALIMENTACAO')
12 A(1)=R1*T1*T2
   A(2)=R1*T1+R1*T2+R2*T1*T2
   A(3)=R1+R2*T1+R2*T2+R3*T1*T2
   A(4)=R2+R3*T1+R3*T2+R4*T1*T2
   A(5)=R3+R4*T2+R5*T1*T2+R4*T1
   A(6)=R4+R5*T1+R5*T2+R6*T1*T2
   A(7)=R5+R6*T1+R6*T2
   A(8)=R6
   VTO=K1*KQ*KV/AP
   AN(1)=T1*T2*ALFA*BETA*K1*KQ*KV/AP
   AN(2)=(T1*ALFA+T2*U*BETA)*VTO
   AN(3)=U*VTO
   IF(JTC-2)75,70,75
70 AN(1)=AN(1)+T1*T2*VTO
   AN(2)=AN(2)+(T1+T2)*VTO
   AN(3)=AN(3)+VTO
75 IF(T2-.1E-07)6,6,10
6  IF(ALFA-1.)90,90,95
90 WRITE(3,91)
91 FORMAT(/,5X,'COMPENSACAO COM ATRASO DE FASE')
   WRITE(3,92)ALFA,T1
92 FORMAT(/,5X,'ALFA = 'F8.4,5X,'T1 = 'F8.4)
   GO TO 98
95 WRITE(3,96)
96 FORMAT(/,5X,'COMPENSACAO COM AVANCO DE FASE')
   WRITE(3,97)ALFA,T1
97 FORMAT(/,5X,'ALFA = 'F8.4,5X,'T1 = 'F8.4)
98 AN(1)=AN(2)
   AN(2)=AN(3)
   NN=1
   DO7K=1,7
7  A(K)=A(K+1)
   N=7
   A(7)=A(7)+AN(1)
   A(8)=AN(2)
   GO TO 13

```

```

10 WRITE(3,99)
99 FORMAT(/,5X,'COMPENSACAO COM AVANCO E ATRASO DE FASE')
WRITE(3,100)ALFA,T1
100 FORMAT(/,5X,'ALFA ='F8.4,5X,'T1 ='F8.4)
WRITE(3,101)BETA,T2
101 FORMAT(/,5X,'BETA ='F8.4,5X,'T2 ='F8.4)
A(7)=A(7)+AN(1)
A(8)=A(8)+AN(2)
A(9)=AN(3)
13 TEMP=A(1)
NM=N+1
DO15K=1,NM
15 A(K)=A(K)/TEMP
NNM=NM+1
DO20K=1,NNM
20 AN(K)=AN(K)/TEMP
WRITE(3,25)(AN(I),I=1,NNM)
25 FORMAT(/,5X,'COEFICIENTES DO NUMERADOR',/,2X,3E13.5)
WRITE(3,30)(A(I),I=1,NM)
30 FORMAT(/,5X,'EQUACAO CARACTERISTICA',/,2X,9E13.5)
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE COEF3(JTC,JC,N,NN)
C** : COEFICIENTES DO SISTEMA COM COMPENSACAO
C*** NA REALIMENTACAO
REAL K1,KQ,KO,KV
DIMENSION A(9),AN(3)
COMMON A,AN
DATA WR,WO,DELTO,WH,DELTH/300.,800.,0.7,132.,0.07/
READ(2,9)K1,KQ,AP,KO,KV
READ(2,9)U,ALFA,T1,BETA,T2
9 FORMAT(6F10.5)
IF(ALFA-1.)160,60,50
50 KO=KO/ALFA
60 N=8
NN=2
E=1./(WR*WO*WO)
F=1./((WO*WO)+2.*DELTO/(WR*WO))
G=1./WR+2.*DELTO/WO
R1=E/(WH*WH)
R2=2.*DELTH*E/WH+F/(WH*WH)
R3=E+2.*F*DELTH/WH+G/(WH*WH)
R4=F+2.*DELTH*G/WH+1./(WH*WH)
R5=G+2.*DELTH/WH
R6=1.
A(1)=R1*T1*T2
A(2)=R1*T1+R1*T2+R2*T1*T2
A(3)=R1+R2*T1+R2*T2+R3*T1*T2
A(4)=R2+R3*T1+R3*T2+R4*T1*T2
VT=KO*K1*KQ/AP
VTO=K1*KV*KQ/AP
IF(JC)3,3,1
1 WRITE(3,2)
2 FORMAT(/,5X,'ACELEROMETRO NA REALIMENTACAO')

```

```

A(5)=R3+R4*T1+R4*T2+R5*T1*T2+VT*T1*ALFA*T2*BETA
A(6)=R4+R5*(T1+T2)+R6*T1*T2+VT*(U*T2*BETA+T1*ALFA)
A(7)=R5+R6*(T1+T2)+VT*U+VTO*T1*T2
A(8)=R6+VTO*(T1+T2)
IF(JTC-2)12,70,12
70 A(5)=A(5)+VT*T1*T2
   A(6)=A(6)+VT*(T1+T2)
   A(7)=A(7)+VT
   GO TO 12
3  WRITE(3,4)
4  FORMAT(/,5X,'TACOMETRO NA REALIMENTACAO')
   A(5)=R3+R4*T1+R4*T2+R5*T1*T2
   A(6)=R4+R5*T1+R5*T2+R6*T1*T2+VT*T1*ALFA*T2*BETA
   A(7)=R5+R6*(T1+T2)+VT*U*T2*BETA+VT*T1*ALFA+VTO*T1*T2
   A(8)=R6+VT*U+VTO*(T1+T2)
   IF(JTC-2)12,75,12
75 A(6)=A(6)+VT*T1*T2
   A(7)=A(7)+VT*(T1+T2)
   A(8)=A(8)+VT
12  A(9)=VTO
   AN(1)=VTO*T1*T2
   AN(2)=VTO*(T1+T2)
   AN(3)=VTO
   IF(T2-.1E-07)6,6,10
6   IF(ALFA-1.)90,90,95
90  WRITE(3,91)
91  FORMAT(/,5X,'COMPENSACAO COM ATRASO DE FASE')
   WRITE(3,92)ALFA,T1
92  FORMAT(/,5X,'ALFA =F8.4,5X, T1 =F8.4)
   GO TO 98
95  WRITE(3,96)
96  FORMAT(/,5X,'COMPENSACAO COM AVANCO DE FASE')
   WRITE(3,97)ALFA,T1
97  FORMAT(/,5X,'ALFA =F8.4,5X, T1 =F8.4)
98  DO7K=1,8
7   A(K)=A(K+1)
   NN=1
   N=7
   AN(1)=AN(2)
   AN(2)=AN(3)
   GO TO 13
10  WRITE(3,99)
99  FORMAT(/,5X,'COMPENSACAO COM AVANCO E ATRASO DE FASE')
   WRITE(3,100)ALFA,T1
100 FORMAT(/,5X,'ALFA =F8.4,5X, T1 =F8.4)
   WRITE(3,101)BETA,T2
101 FORMAT(/,5X,'BETA =F8.4,5X, T2 =F8.4)
13  TEMP=A(1)
   NM=N+1
   DO15K=1,NM
15  A(K)=A(K)/TEMP
   NNM=NN+1
   DO20K=1,NNM
20  AN(K)=AN(K)/TEMP
   WRITE(3,25)(AN(I),I=1,NNM)
25  FORMAT(/,5X,'COEFICIENTES DO NUMERADOR',/,2X,3E13.5)
   WRITE(3,30)(A(I),I=1,NM)

```



```

30  FORMAT(//,5X,'EQUACAO CARACTERISTICA',//,2X,9E13.5)
    RETURN
    END

SUBROUTINE ROUTH(N)
C*** VERIFICACAO DA ESTABILIDADE
    DIMENSION A(9),R(9,5)
    COMMON A,AN
    GO TO(100,130,100,130,100,130,100,130,100,130),N
100  M=(N+1)/2
     J=-1
     DO115K=1,M
     J=J+2
     R(1,K)=A(J)
115  R(2,K)=A(J+1)
     I=N+1
     DO120J=3,I
120  R(J,M)=0.
     GO TO 150
130  M=(N+2)/2
     J=-1
     DO135K=1,M
     J=J+2
135  R(1,K)=A(J)
     I=M-1
     J=0
     DO138K=1,I
     J=J+2
138  R(2,K)=A(J)
     I=N+1
     DO140J=2,I
140  R(J,M)=0.
150  I=M-1
     L=N+1
     DO160J=3,L
     DO160K=1,I
160  R(J,K)=R(J-2,K+1)-(R(J-2,1)*R(J-1,K+1))/R(J-1,1)
     DO170J=1,L
     IF(R(J,1))175,170,170
170  CONTINUE
     GO TO 180
175  WRITE(3,188)
     GO TO 199
180  DO182I=1,L
     IF(R(1,1))175,183,182
182  CONTINUE
     WRITE(3,195)
     GO TO 199
183  WRITE(3,190)
183  FORMAT(///,5X,'O SISTEMA E INSTAVEL')
190  FORMAT(///,5X,'O SISTEMA E OSCILANTE')
195  FORMAT(///,5X,'O SISTEMA E ESTAVEL')
199  RETURN
     END

```

```

SUBROUTINE BODE(N,NN,W,GANHO,FASE,VICON,JC)
DIMENSION A(11),AN(5),PR(10),PI(10),PRN(4),PIN(4)
COMMON A,AN
NP=N+1
NPN=NN+1
I=1
PR(I)=A(I)
PI(I)=0.
10 I=I+1
PR(I)=-PI(I-1)*W+A(I)
PI(I)=PR(I-1)*W
IF(I-N)10,10,30
30 VR=PR(NP)
VI=PI(NP)
IF(NPN-1)40,40,50
40 VRN=AN(NPN)
VIN=0.
GO TO 80
50 I=1
PRN(I)=AN(I)
PIN(I)=0.
60 I=I+1
PRN(I)=-PIN(I-1)*W+AN(I)
PIN(I)=PRN(I-1)*W
IF(I-NN)60,60,70
70 VRN=PRN(NPN)
VIN=PIN(NPN)
80 CONT1=SQRT(VRN*VRN+VIN*VIN)
CONT2=SQRT(VR*VR+VI*VI)
GANHO=20.*0.434294*(ALOG(CONT1)-ALOG(CONT2))
PU=3.14159265
IF(VR-.1E-06)90,100,110
90 IF(VI-.1E-06)92,95,92
92 BETA=PU+ATAN(VI/VR)
GO TO 120
95 BETA=PU
GO TO 120
100 IF(VI-.1E-06)102,102,105
102 BETA=3.*PU/2.
GO TO 120
105 BETA=PU/2.
GO TO 120
110 IF(VI)111,165,165
111 BETA=2.*PU+ATAN(VI/VR)
GO TO 120
165 IF(VICON)113,113,112
112 BETA=ATAN(VI/VR)
GO TO 120
113 BETA=ATAN(VI/VR)
JC=1
120 IF(VRN)130,140,150
130 IF(VIN)132,135,132
132 ALFA=PU+ATAN(VIN/VRN)

```

```

      GO TO 160
135  ALFA=PU
      GO TO 160
140  IF(VIN)142,142,145
142  ALFA=3.*PU/2.
      GO TO 160
145  ALFA=PU/2.
      GO TO 160
150  IF(VIN)152,155,152
152  ALFA=ATAN(VIN/VRN)
      GO TO 160
155  ALFA=0.
160  IF(JC)182,182,180
180  BETA=PU+PU+BETA
      IF(BETA-12.5)181,192,192
181  JC=1
      GO TO 190
182  JC=0
190  FASE=ALFA-BETA
      VICON=VI
192  RETURN
      END

```

```

      SUBROUTINE MARGE(N,NN)
C***  CALCULO DAS MARGENS DE FASE E DE GANHO
      REAL MOD1,MOD2,MOD3
      DIMENSION A(11),AN(5),ANG(10)
      COMMON A,AN
      NM=N+1
      DO280K=1,NM
280  ANG(K)=A(K)
      IF(NN)300,300,285
285  DO290K=1,NN
      KN=N-NN+K
290  A(KN)=A(KN)-AN(K)
300  A(N+1)=0.
      JC=0
      VICON=1.
      W=0.
      WLIM=500.
      H=0.5
      PI=3.14159265
      L=0
      CALL BODE(N,NN,W,MOD1,FASE1,VICON,JC)
310  W=W+H
      IF(W-WLIM)320,315,315
315  WRITE(3,317)
317  FORMAT(///,5X,'W ATINGIU VALOR MAXIMO')
      GO TO 372
320  CALL BODE(N,NN,W,MOD2,FASE2,VICON,JC)
      IF(MOD2)330,350,360
330  IF(MOD1)360,360,335
335  W=W-H/2.
      CALL BODE(N,NN,W,MOD3,FASE,VICON,JC)

```

```

FASE=FASE*180./PI+180.
338 WRITE(3,340)FASE
340 FORMAT(///,5X,'MARGEM DE FASE =',F8.3,' GRAUS')
WRITE(3,341)W
341 FORMAT(///,5X,'FREQ. CROSSOVER =',F8.3,' RD/S')
L=L+1
IF(L-2)342,372,372
342 W=W+H/2.
GO TO 360
350 FASE=FASE2
W=W-H/2.
GO TO 338
360 IF(FASE2+PI)362,380,385
362 IF(FASE1+PI)385,385,365
365 W=W-H/2.
CALL BODE(N,NN,W,GANHO,FASE3,VICON,JC)
367 GANHO =-GANHO
WRITE(3,368)GANHO
368 FORMAT(///,5X,'MARGEM DE GANHO =',F8.3,' DB')
L=L+1
IF(L-2)370,372,372
370 W=W+H/2.
GO TO 385
380 W=W-H/2.
GO TO 367
385 MOD1=MOD2
FASE1=FASE2
GO TO 310
372 DO390K=1,NM
390 A(K)=ANG(K)
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE SISE(N,T,X,FX)
DIMENSION A(11),AN(5),FX(10),X(10)
COMMON A,AN
FX(1)=X(2)
FX(2)=X(3)
FX(3)=X(4)
FX(4)=X(5)
FX(5)=X(6)
K=N-5
GO TO(10,20,30,40,50),K
10 AN1=AN(1)
FX(6)=X(7)
GO TO 80
20 AN1=AN(2)
FX(6)=X(7)
GO TO 80
30 AN1=AN(3)
FX(6)=X(7)
FX(7)=X(8)
GO TO 80
40 AN1=AN(4)

```

```

    FX(6)=X(7)
    FX(7)=X(8)
    FX(8)=X(9)
    GO TO 80
50  AN1=AN(5)
    FX(6)=X(7)
    FX(7)=X(8)
    FX(8)=X(9)
    FX(9)=X(10)
80  SUM=AN1
    DO90K=1,N
    NK=N-K
90  SUM=SUM-A(NK+2)*X(K)
    FX(N)=SUM
    RETURN
    END

```

```

SUBROUTINE RUNGE(N,H,Z,TN,XN)
C*** RESOLUCAO DA EQUACAO DIFERENCIAL
C*** PELO METODO DE RUNGE KUTTA
DIMENSION XN(10),XP(10),Q(10,4),FX(10)
COMMON A,AN
CALL SCALE(7.847,5.,0.,0.)
CALL EGRID(0,0.,0.,0.2,4)
CALL EGRID(1,0.,0.,1.75,1)
CALL EPLLOT(3,0.,0.)
PI=0.1
P=PI
DO7M=1,N
7  FX(M)=0.
1  T=TN
DO100K=1,N
100 XP(K)=XN(K)
    CALL SISE(N,T,XP,FX)
    DO151K=1,N
151 Q(K,1)=H*FX(K)
    T=TN+H/2.
    DO252K=1,N
252 XP(K)=XN(K)+Q(K,1)/2.
    CALL SISE(N,T,XP,FX)
    DO251K=1,N
251 Q(K,2)=H*FX(K)
    T=TN+H/2.
    DO352K=1,N
352 XP(K)=XN(K)+Q(K,2)/2.
    CALL SISE(N,T,XP,FX)
    DO351K=1,N
351 Q(K,3)=H*FX(K)
    T=TN+H
    DO452K=1,N
452 XP(K)=XN(K)+Q(K,3)
    CALL SISE(N,T,XP,FX)
    DO451K=1,N
451 Q(K,4)=H*FX(K)

```

```

      TN=TN+H
      DO480K=1,N
480  XN(K)=XN(K)+(1./6.)*(Q(K,1)+2.*Q(K,2)+2.*Q(K,3)+Q(K,4))
      CALL DATSW(0,IC)
      IF(IC-1)482,650,482
482  X=TN
      X=2.*TN
      Y=XN(1)
      CALL EPLOT(2,X,Y)
      IF(TN-P+0.1E-03)1,580,580
580  IF(X-Z+0.1E-06)600,650,650
600  P=P+P1
      GO TO 1
650  CALL EPLOT(3,0.,0.)
      RETURN
      END

```

```

      SUBROUTINE GRAFR(N,NN)
C*** TRACADO DOS GRAFICOS DE BODE
      DIMENSION A(11),AN(5)
      COMMON A,AN
      IF(NN)300,300,285
285  IF(N-2)304,304,288
288  DO290K=1,NN
      KN=N-NN+K
290  A(KN)=A(KN)-AN(K)
300  A(N+1)=0.
304  JC=0
      VICON=1.
      JLIM=55
      CALL SCALE(1.5,0.070,-1.,0.)
      CALL EGRID(0,-1.,0.,1.,4)
      CALL EGRID(1,-1.,-70.,10.,13)
      CALL EPLOT(3,-1.,40.)
      DO410J=1,JLIM
      W=EXP(J*0.1)-1.005
      CALL BODE(N,NN,W,GANHO,FASE,VICON,JC)
      X=0.434294*ALOG(W)
      Y=GANHO
410  CALL EPLOT(2,X,Y)
      CALL EPLOT(3,-1.,-20.)
      CALL SCALE(1.5,0.014,-1.,-80.)
      JC=0
      VICON=1.
      DO430J=1,JLIM
      W=EXP(J*0.1)-1.005
      CALL BODE(N,NN,W,GANHO,FASE,VICON,JC)
      X=0.434294*ALOG(W)
      PI=3.14159265
      Y=180.*FASE/PI
430  CALL EPLOT(2,X,Y)
      CALL EPLOT(3,-1.,20.)
      RETURN
      END

```

```
// FOR
*LIST SOURCE PROGRAM
*EXTENDED PRECISION
*IOCS(CARD,1132PRINTER,PLOTTER,TYPEWRITER,KEYBOARD)
  DIMENSION A(11),AN(5),C(10),B(10),XN(10)
C***  PROGRAMA PRINCIPAL
      COMMON A,AN,R,C
      DATA TN,H,Z/O.,0.003,0.25/
      READ(2,5)NSUB,JTC,JC
  5    FORMAT(3I1)
      GO TO(1,2,3),NSUB
  1    CALL COEF1(JC,N,NN)
      GO TO 19
  2    CALL COEF2(JTC,JC,N,NN)
      GO TO 19
  3    CALL COEF3(JTC,JC,N,NN)
  19   CALL DATSW(1,IC)
      IF(IC-1)99,99,199
  99   CALL ROUTH(N)
  199  CALL DATSW(3,IC)
      IF(IC-1)205,205,299
  205  DO300K=1,N
  300  XN(K)=0.
      CALL RUNGE(N,H,Z,TN,XN)
  299  CALL DATSW(5,IC)
      IF(IC-1)305,305,400
  305  CALL MARGE(N,NN)
  400  CALL DATSW(6,IC)
      IF(IC-1)405,405,980
  405  CALL GRAFB(N,NN)
  980  CALL EXIT
      END
```

PROGRAMA 03 - INFLUENCIAS DO PESO ACIONADO  
E DO MODULO DE ELASTICIDADE DE VOLUME

```

SUBROUTINE PT9(JC,NS)
DIMENSION A(8),ANS(8)
COMMON A,ANS
DATA WR,WO,DELTO,WH,DELTH/300.,800.,0.7,132.,0.07/
NS=6
E=1./(WR*WO*WO)
F=1./(WO*WO)+2.*DELTO/(WR*WO)
G=1./WR+2.*DELTO/WO
AMT=700.
FAMT=1.+1./SQRT(AMT)
ANS(1)=-E/(WH*WH)
ANS(2)=-E*DELTH*FAMT/WH-F/(WH*WH)
ANS(3)=-F*DELTH*FAMT/WH-G/(WH*WH)
ANS(4)=-G*DELTH*FAMT/WH-1./(WH*WH)
ANS(5)=-DELTH*FAMT/WH
ANS(6)=0.
ANS(7)=0.
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE GRAFC(N,NS)
DIMENSION A(8),ANS(8),B(8),C(8)
COMMON A,ANS
CALL SCALE(0.06,4.,0.,0.)
CALL EGRID(0,0.,0.,20.,5)
CALL EPLOTT(1,0.,0.)
H=0.5
W=0.
READ(2,3)WLIM,YM
3  FORMAT(2F10.3)
NP=N+1
NSP=NS+1
DO5I=1,NP
5  B(I)=A(I)
DO10I=1,NSP
10 C(I)=ANS(I)
20 W=W+H
CALL VPLEX(B,N,0.,W,XR1,XI1)
CALL VPLEX(C,NS,0.,W,XR,XI)
CALL DPLEX(XR,XI,XR1,XI1,QCR,QCI)
X=W
Y=QCR
CALL EPLOTT(2,X,Y)
IF(W-WLIM)20,30,30
30 W=0.

```



```

CALL EPLOT(1,0.,YM)
CALL EGRID(0.,0.,YM,20.,5)
40 W=W+H
CALL VPLEX(B,N,0.,W,XR1,XI1)
CALL VPLEX(C,NS,0.,W,XR,XI)
CALL DPLEX(XR,XI,XR1,XI1,QCR,QCI)
X=W
Y=YM+QCI
CALL EPLOT(2,X,Y)
IF(W-WLIM)40,50,50
50 CALL EPLOT(1,0.,0.)
RETURN
END

```

AS SUBROTINAS BETES, VPLEX, DPLEX E COEFS, UTILIZADAS  
 NESTE PROGRAMA ESTAO APRESENTADAS NO PROGRAMA 01

```

// FOR
*EXTENDED PRECISION
*IOCS(CARD,1152PRINTER,PLOTTER,KEYBOARD,TYPEWRITER)
C*** PROGRAMA PRINCIPAL
DIMENSION A(8),ANS(8)
COMMON A,ANS
JC=2
CALL COEFS(JC,N)
CALL BETES(JC,NS)
CALL GRAFC(N,NS)
CALL EXIT
END

```

PROGRAMA 04 - INFLUENCIAS DO PESO ACIONADO E DO  
 MODULO DE ELASTICIDADE DE VOLUME PARA O SISTEMA  
 COMPENSADO

```

SUBROUTINE COEFC(JC,N,T1)
REAL K1,KQ,KO,KV
DIMENSION A(8),ANS(8)
COMMON A,ANS
DATA WR,WO,DELTO,WH,DELTH/300.,800.,0.7,132.,0.07/
READ(2,9)K1,KQ,AP,KO,KV
READ(2,9)ALFA,T1
9  FORMAT(6F10.5)
N=7
E=1./(WR*WO*WO)
F=1./(WO*WO)+2.*DELTO/(WR*WO)
G=1./WR+2.*DELTO/WO
R1=E/(WH*WH)
R2=2.*DELTH*E/WH+F/(WH*WH)
R3=E+2.*F*DELTH/WH+G/(WH*WH)
R4=F+2.*DELTH*G/WH+1./(WH*WH)
R5=G+2.*DELTH/WH
R6=1.+K1*KQ*KO/AP
IF(JC)3,3,1
1  WRITE(3,2)
2  FORMAT(1,5X,'ACCELEROMETRO NA REALIMENTACAO')
R5=R5+K1*KQ*KO/AP
R6=1.
GO TO 12
3  WRITE(3,4)
4  FORMAT(1,5X,'TACOMETRO NA REALIMENTACAO')
12 A(1)=R1*T1
A(2)=R1+R2*T1
A(3)=R2+R3*T1
A(4)=R3+R4*T1
A(5)=R4+R5*T1
A(6)=R5+R6*T1
A(7)=R6+ALFA*T1*K1*KQ*KV/AP
A(8)=K1*KQ*KV/AP
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE BETEC(T1,NS)
DIMENSION A(8),ANS(8)
COMMON A,ANS
DATA WR,WO,DELTO,WH/300.,800.,0.7,132./
NS=7
E=1./(WR*WO*WO)
F=1./(WO*WO)+2.*DELTO/(WR*WO)
G=1./WR+2.*DELTO/WO

```

```

ANS(1)=E/(WH*WH)
ANS(2)=E/(WH*WH)+F*T1/(WH*WH)
ANS(3)=F/(WH*WH)+G*T1/(WH*WH)
ANS(4)=G/(WH*WH)+T1/(WH*WH)
ANS(5)=1./(WH*WH)
ANS(6)=0.
ANS(7)=0.
ANS(8)=0.
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE PTC(T1,NS)
DIMENSION A(8),ANS(8)
COMMON A,ANS
DATA WR,WO,DELTO,WH,DELTH/300.,800.,0.7,132.,0.07/
IS=7
E=1./(WR*WO*WO)
F=1./(WO*WO)+2.*DELTO/(WR*WO)
G=1./WR+2.*DELTO/WO
AMT=700.
FDWH=DELTH*(1./SORT(AMT)+1.)/WH
ANS(1)=-E/(WH*WH)
ANS(2)=-E/(WH*WH)-(E*FDWH+F/(WH*WH))*T1
ANS(3)=-E*FDWH-F/(WH*WH)-(F*FDWH+G/(WH*WH))*T1
ANS(4)=-F*FDWH-G/(WH*WH)-(G*FDWH+1./(WH*WH))*T1
ANS(5)=-G*FDWH-1./(WH*WH)-FDWH*T1
ANS(6)=-FDWH
ANS(7)=0.
ANS(8)=0.
RETURN
END

```

AS SUBROTINAS DPLEX E V-LEX E A SUBROTINA GRAFC,  
 UTILIZADAS NESTE PROGRAMA, ESTAO APRESENTADAS,  
 RESPECTIVAMENTE NOS PROGRAMAS 01 E 03

```

// FOR
*EXTENDED PRECISION
*IOCS(CARD,1132PRINTER,PLOTTER,KEYBOARD,TYPEWRITER)
DIMENSION A(8),ANS(8)
C*** PROGRAMA PRINCIPAL
COMMON A,ANS
JC=2
CALL COEFC(JC,N,T1)
CALL BETEC(T1,NS)
CALL GRAFC(N,NS)
CALL EXIT
END

```

PROGRAMA 05 - TRACADO DO GRAFICO DO MODULO DA FUNCAO  
DE TRANSFERENCIA E CALCULO DA LARGURA DE FAIXA

```

SUBROUTINE GRABW(N,NN)
DIMENSION A(11),AN(5)
COMMON A,AN
DATA W,H,WLIM/0.,0.5,200./
CALL SCALE(0.03,0.1,0.,0.)
CALL EGRID(0,0.,0.,20.,10)
CALL EGRID(1,0.,-30.,10.,6)
CALL EPLOT(1,0.,0.)
K=0
10 CALL VPLEX(AN,NN,0.,W,PRN,PIN)
CALL VPLEX(A,N,0.,W,PRD,PID)
CALL DPLEX(PRN,PIN,PRD,PID,PR,PI)
X=W
Y=20.*0.434294*ALOG(SQRT(PR*PR+PI*PI))
IF(K)12,12,19
12 IF(Y+3.)14,15,18
14 BANDW=(W+W1)/2.
GO TO 16
15 BANDW=W
16 WRITE(3,17)BANDW
17 FORMAT(//,5X,'FAIXA DE BANDA ='F6.2,' RD/S')
CALL POINT(0)
K=1
18 W1=W
19 CALL EPLOT(2,X,Y)
IF(W-WLIM)20,30,30
20 W=W+H
GO TO 10
30 CALL EPLOT(1,0.,0.)
RETURN
END

```

AS SUBROTINAS DPLEX, VPLEX, COEF1 E COEF2,  
UTILIZADAS NESTE PROGRAMA, ESTAO APRESENTADAS  
NOS PROGRAMAS 01 E 02

```

// FOR
*EXTENDED PRECISION
*IOCS(CARD,1132PRINTER,PLOTTER)
DIMENSION A(11),AN(5)

```

```
C*** PROGRAMA PRINCIPAL  
COMMON A,AN  
JC=2  
CALL COEF2(1,JC,N,NN)  
CALL GRABW(N,NN)  
CALL EXIT  
END
```

## APÊNDICE 4

## SIMULAÇÃO NO COMPUTADOR ANALÓGICO

A4.1 - Introdução

Com a finalidade de aferir os resultados da simulação no que concerne à resolução da equação diferencial e para diminuir-se o tempo de utilização do computador digital durante as repetidas aproximações para compensação do sistema, foi utilizado, paralelamente, o computador analógico EAI 580.

Da sub-rotina COEF2, do apêndice 3, conclui-se que, para uma compensação do tipo "lead" ou "lag", somente o coeficiente  $A_7$  da equação característica é dependente de  $a$ . Por outro lado, o termo independente do denominador, único utilizado para uma entrada do tipo degrau, também não sofre influência desse parâmetro do compensador.

Obtendo-se os coeficientes da equação diferencial no computador digital, para vários valores de  $T_1$ , foi possível, para cada um destes valores e variando-se apenas o ganho de um potenciômetro, verificar a influência do fator  $a$  da compensação.

Pode-se verificar facilmente pelas expressões encontradas na sub-rotina COEF2 que, para o sistema com tacômetro e com  $K_v = 5$ , ocorre:

$$A_7 = 0,03358 \cdot 10^{14} \cdot \frac{1}{T_1} + 0,63540 \cdot 10^{14} a$$

Do mesmo modo, para o sistema com acelerômetro e com  $K_v = 20$ , resulta:

$$A_7 = 0,033454 \cdot 10^{14} \cdot \frac{1}{T_1} + 2,54308 \cdot 10^{14} a$$

De posse destas expressões, para cada valor de  $T_1$ , sendo conhecido  $A_7$ , pode-se determinar  $a$ , e vice versa.

A4.2 - Simulação

Apresenta-se na figura 35 o diagrama utilizado para a simulação do sistema. Os ganhos dos potenciômetros, após o devido escalonamento, são os seguintes:

Potenciômetro	Ganho
1	$A_2 \cdot 10^{-4}$
2	$A_3 \cdot 10^{-7}$
3	$A_4 \cdot 10^{-9}$
4	$A_5 \cdot 10^{-12}$
5	$A_6 \cdot 10^{-14}$
6	$A_7 \cdot 10^{-16}$
7	$A_8 \cdot 10^{-17}$
8	$AN_1 \cdot 0,5 \cdot 10^{-17}$

Sendo conhecidos os coeficientes  $A_i$ , pelo computador digital, pode-se, variando o ganho do potenciômetro nº 6, verificar a influência do fator a do compensador.

Algumas pequenas modificações foram introduzidas no diagrama, quando necessário, de modo a atender a toda gama de valores dos coeficientes.

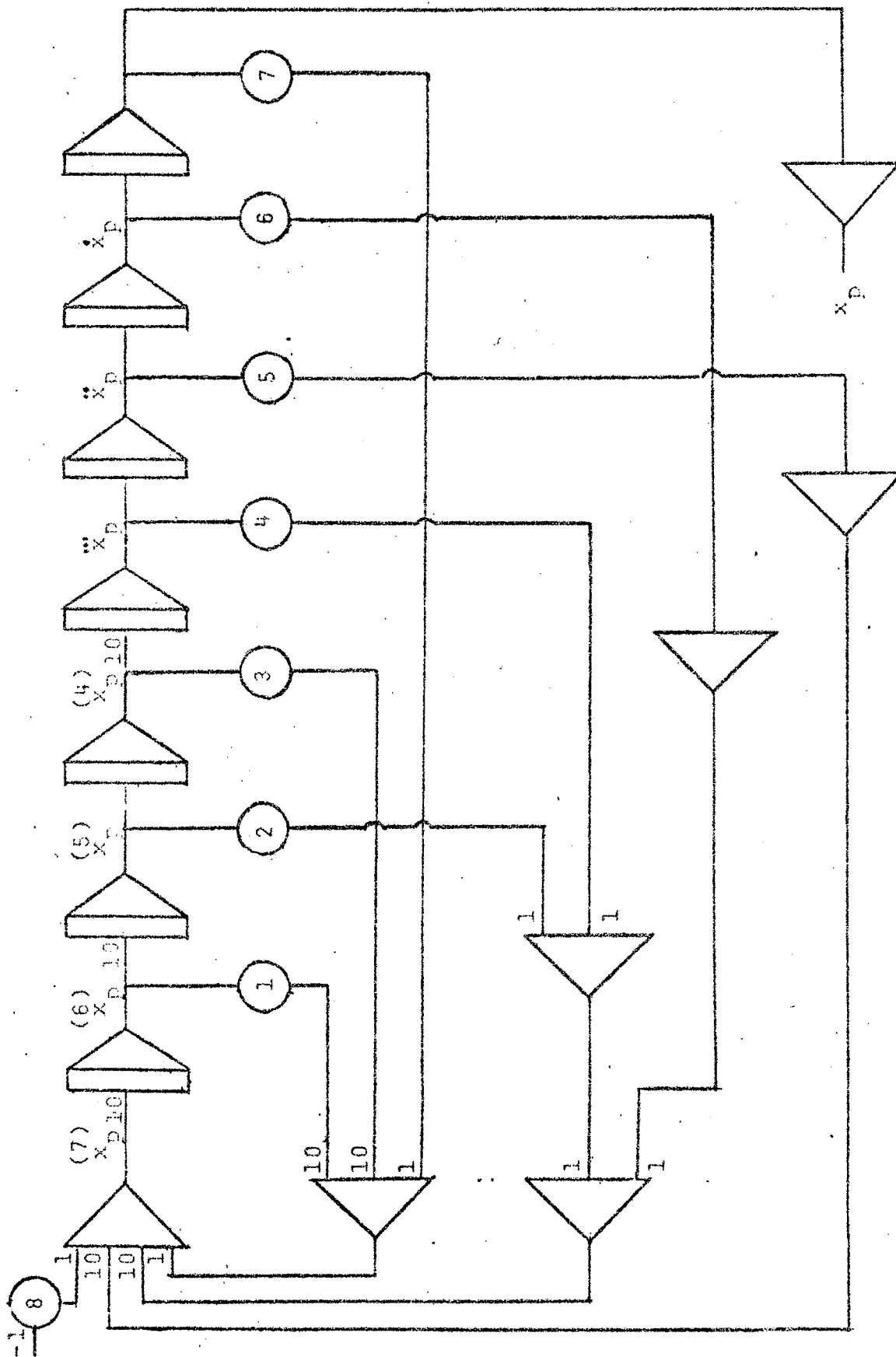


Figura 35 - Programa para simulação do sistema no computador analógico



## APÊNDICE 5

## OBTENÇÃO DA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA DO COMPENSADOR EQUIVALENTE UTILIZADO NA REALIMENTAÇÃO INTERNA

Partindo-se do princípio que a compensação em série dos tipos "lead" ou "lag" satisfaz plenamente para o caso do sistema estudado procurar-se-á uma expressão matemática para a função de transferência do compensador que colocado na realimentação interna produza no sistema o mesmo efeito que um daqueles tipos colocados em série.

O sistema com as compensações que serão comparadas, e com acelerômetro na realimentação está apresentado na figura 36.

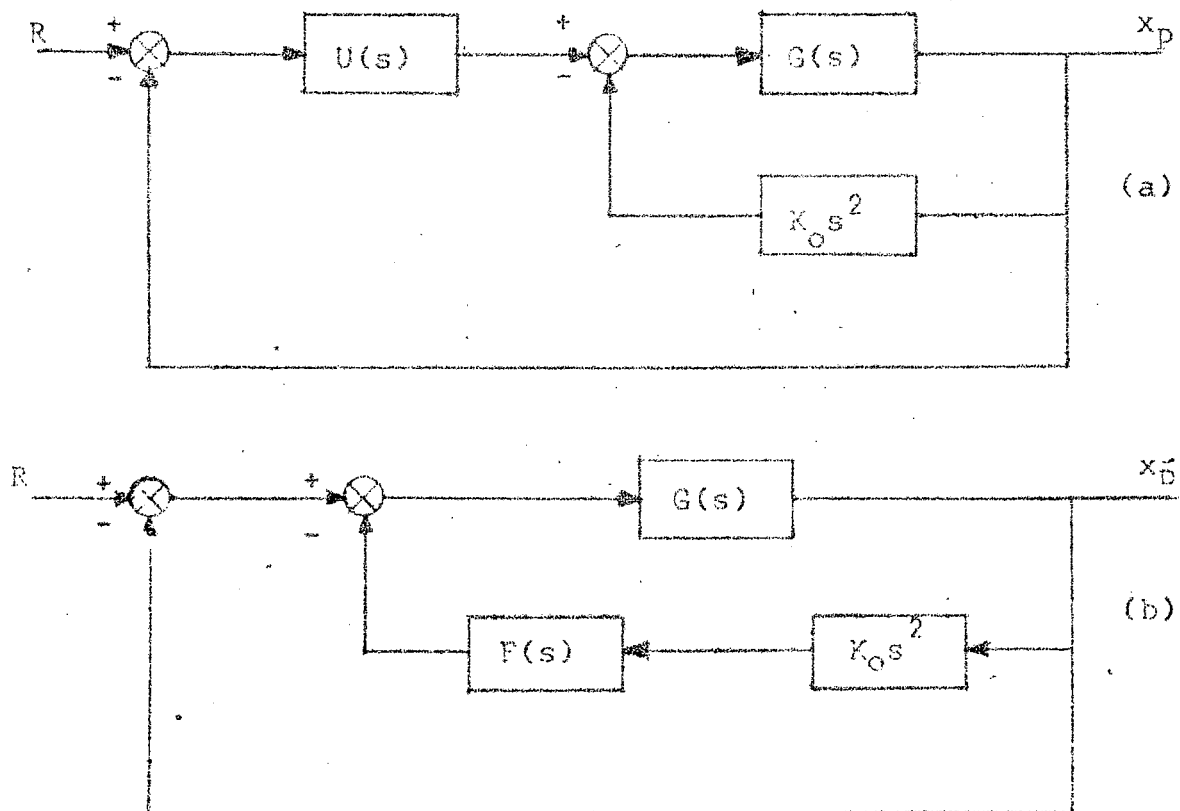


Figura 36 - Sistema com compensador em série (a) e com compensador na realimentação interna (b).

Sendo obtidas as funções de transferência para os dois casos representados na figura 36 e igualando-as encontra-se:

$$F(s) = \frac{1 + K_0 s^2 G(s) + U(s)}{K_0 s^2 G(s) U(s)}$$

Que é a função de transferência do compensador que seria necessário colocar na realimentação interna para produzir o mesmo efeito de  $U(s)$ .

Como  $G(s)$  é de 6ª ordem, é fácil concluir-se que  $F(s)$  dificilmente poderá ser obtida com elementos elétricos passivos, tornando, portanto, desaconselhável a sua utilização prática.