

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO  
ENGENHARIA ELÉTRICA

PROGRAMAÇÃO ECONÔMICA DE GERAÇÃO  
A CURTO-PRAZO PARA UM SISTEMA  
HIDRO-TERMOELÉTRICO DE ENERGIA

LUIZ JAIRO BRANCO MACHADO

FLORIANÓPOLIS  
SANTA CATARINA - BRASIL  
JUNHO - 1973

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO  
ENGENHARIA ELÉTRICA

PROGRAMAÇÃO ECONÔMICA DE GERAÇÃO  
A CURTO-PRAZO PARA UM SISTEMA  
HIDRO-TERMOELÉTRICO DE ENERGIA

LUIZ JAIRO BRANCO MACHADO

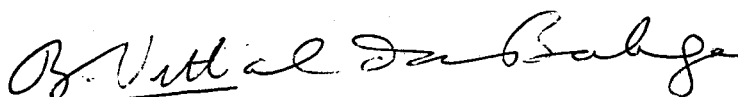
TESE SUBMETIDA A APRECIÇÃO COMO REQUISITO  
PARCIAL PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE:  
MESTRE EM CIÊNCIAS DE ENGENHARIA ELÉTRICA

FLORIANÓPOLIS  
SANTA CATARINA - BRASIL  
JUNHO - 1973

ESTA TESE FOI JULGADA ADEQUADA PARA  
A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE

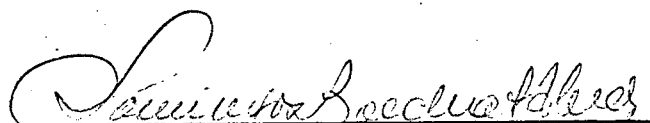
"MESTRE EM CIÊNCIAS"

E APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO  
ORIENTADOR E PELO CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO.



---

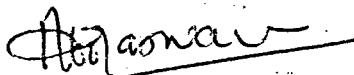
PROF. B. VITTALDAS BALIGA  
ORIENTADOR



---

PROF. DOMINGOS BOECHAT ALVES  
INTEGRADOR DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO

BANCA EXAMINADORA:



---

PROF. RAJAMANI DORAISWAMI  
UFSC - FLORIANÓPOLIS



---

PROF. IZALTINO CAMOZZATO  
FURNAS CENTRAIS ELÉTRICAS S.A.  
RIO DE JANEIRO - GB

A TODA GENTE QUE,

DE UMA FORMA OU OUTRA,

PAGOU POR ESTE TRABALHO.

O Autor congratula-se com o Departamento de Engenharia Elétrica do Centro Tecnológico da Universidade Federal de Santa Catarina, com o Banco Nacional de Desenvolvimento Econômico (BNDE) e com a Comissão Permanente para Tempo Integral e Dedicção Exclusiva (COPERTIDE) que através deste trabalho realizam uma das suas finalidades.

Agradece ao Professor Bantual Vittaldas Baliga, pela orientação e incentivo, e ao Prof. Rajamani Doraiswami e Eng<sup>o</sup>. Izaltino Camozzato, pelas atenciosas sugestões.

É muito grato às atenções recebidas do Departamento de Ciências Estatísticas e da Computação do Centro Tecnológico da UFSC, e das Centrais Elétricas de Santa Catarina (CELESC), através dos seus Departamento de Planejamento, Operação e Manutenção.

Dedica aos funcionários, professores e demais companheiros, que anônimamente contribuíram para a conclusão deste trabalho, uma referência especial.

Referência final, mas muito especial, para Ai-Aidi.

RESUMO

Este trabalho discute a operação de um sistema elétrico de potência no intervalo de um dia de produção, em termos econômicos. Os vários custos envolvidos na geração e transporte - da energia produzida no sistema são estudados. Um modelo matemático é proposto e várias suposições são feitas. Identifica-se o problema como sendo de grande porte. A separabilidade da função objetivo e das restrições é explorada e a dimensão do problema é reduzida pela decomposição em sub-problemas de pequena dimensão. A solução dos sub-problemas é encontrada pelo método das penalizações, por uma técnica de minimização sequencial sem restrições ("SUMT") do tipo exterior-interior (outside-in). A solução inicial para os mesmos é obtida por um Newton-Raphson aplicado às equações de desempenho da rede, constituindo-se numa solução fora da região de soluções possíveis. O problema global é resolvido pelo método da dualidade do hagrangiano. A seguir, o algoritmo é apresentado e um fluxograma para simulação digital é sugerido. Conclui-se, finalmente, que o método adotado possibilita a solução desse problema num computador de porte menor, pela redução da ocupação da memória interna. Além disso, as perdas no sistema de transmissão - são consideradas com maior precisão que nos métodos mais antigos. Qualquer outro requisito operacional importante, como aqueles que envolvem a estabilidade do sistema, para a solução prática, pode ser levado em conta através de restrições adicionais, sem alterar o método de solução.

A B S T R A C T  
=====

This work discusses the operation of an electric power system in the interval of one day of production, in economic terms. The various costs associated with the generation and transmission are studied. A mathematical model is proposed and several assumptions are made. The problem is identified as one of large scale. The decomposition of both the objective function and restrictions is explored and the dimension of the problem is reduced by decomposition into sub-problems. The solution of these sub-problems is conducted by the penalty method, through a sequential unconstrained minimization technique of the "outside-in" type. The initial solution is obtained by the Newton-Raphson method applied to the performance equations of the network, becoming a solution which lies out of the region of possible solutions. The global problem is solved by the use of the Lagrangian Duality. An algorithm is presented and a flow-chart is suggested for the digital simulation. The adopted method makes it possible to solve the problem in a smaller computer, by the reduction in the use of internal memory. More over, the transmission losses are considered with higher precision than in the older methods. Any other important operation requirement, such as those which involve system stability, for the practical solution, can be taken into account through additional restrictions, without altering the solution method.

## R É S U M É

Ce travail traite de la gestion, en termes économiques, d'un système électrique de puissance durant un intervalle de un jour de production.

On étudie les différents coûts qui interviennent dans la production et le transport de l'énergie produite dans le système. Un modèle mathématique est proposé et différentes hypothèses sont faites. On aboutit à un problème de grande dimension. On se sert de la séparabilité de la fonction-coût et des restrictions pour diminuer la dimension du problème et le décomposer en sous-problèmes. On obtient la solution des sous-problèmes par la méthode des pénalisations utilisant une technique de minimisation séquentielle sans restrictions ("SUMT") du type extérieur-intérieur ("outside-in"). On obtient la solution initiale par la méthode de Newton-Raphson appliqué aux équations du réseau, cette solution se trouve à l'extérieur de la région des solutions possibles.

Le problème global est résolu par la méthode de dualité du Lagrangien. On présente l'algorithme, et un organigramme pour la simulation digitale est suggéré.

On conclut, finalement, que la méthode adoptée permet d'obtenir la solution du problème avec un ordinateur de petite portée, grâce à la réduction de l'occupation de la mémoire interne. De plus, elle permet de tenir compte des pertes dans le système de transmission avec plus de précision que les méthodes des anciennes.

Tout autre exigence opérationnelle importante, pour la réalisation pratique, comme celle qui intervient dans la stabilité, peut être prise en considération moyennant des restrictions additionnelles qui ne modifient pas la méthode.



S U M Á R I O

	<u>PÁG.</u>
<u>CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO</u> .....	1
1.1 - Situação atual e Perspectivas futuras na operação dos sistemas elétricos .....	1
1.2 - Programação da geração .....	2
1.3 - Operação econômica .....	4
1.4 - Pré-despacho e despacho .....	7
1.5 - Minimização do Custo .....	8
1.5.1 - Previsão de cargas a curto-prazo .....	8
1.5.2 - Alocação de Unidades .....	9
1.5.3 - Programação Econômica da Geração ou Despacho Econômico .....	9
1.6 - O problema a curto-prazo .....	9
<u>CAPÍTULO II - CUSTOS ASSOCIADOS E A FUNÇÃO OBJETIVO</u> .....	13
2.1 - Custos Associados .....	13
2.1.1 - Custos de amortização do capital investido na implantação e futuras ampliações .....	15
2.1.2 - Custo de operação do sistema .....	15
2.1.3 - Custo de contratos e convênios .....	17
2.1.4 - Custos acidentais de emergência (fortuitos)...	17
2.1.5 - Outros custos .....	17
2.2 - Custos a curto-prazo .....	18
2.2.1 - Custos variáveis .....	18
2.2.2 - Custos fixos .....	18
2.3 - A Função Objetivo .....	19
2.3.1 - Função custo .....	21
2.3.2 - Importância da escolha das variáveis .....	22
2.4 - Os Custos e a Função Objetivo .....	22

<u>CAPÍTULO III</u> - FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO PROBLEMA .....	24
3.1 - O Modelo .....	24
3.1.1 - Discretização .....	24
3.1.2 - Barra Generalizada .....	26
3.2 - Formulação Geral .....	30
3.3 - Custos e Variáveis .....	32
3.3.1 - Custo de Produção Térmica .....	32
3.3.2 - Custo de Manutenção das Térmicas e Hidroelétricas .....	33
3.3.3 - Custo de Produção Hidro .....	35
3.3.4 - Custo Total de Geração .....	39
3.4 - As Restrições .....	40
3.5 - Formulação Final .....	42
<u>CAPÍTULO IV</u> - ALGORÍTIMO PARA O PROBLEMA .....	48
4.1 - Considerações Iniciais .....	48
4.2 - Suposições para o problema .....	48
4.3 - Decomposição - O Problema Separável .....	49
4.4 - Técnicas de Otimização Adotadas .....	51
4.4.1 - Problema Global .....	51
4.4.2 - Sub-Problemas .....	54
4.5 - Algoritmo para a resolução do problema .....	60
<u>CAPÍTULO V</u> - SUGESTÕES, CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES .....	63
5.1 - Simulação Digital .....	63
5.2 - Considerações Práticas .....	66
5.3 - Conclusões Finais do Trabalho .....	68
5.3.1 - Conclusões gerais sobre o método e sua aplicação .....	68
5.3.2 - Conclusões a respeito da tentativa de aplicar o estudo ao sistema do Estado de Santa Catarina .....	70
5.4 - Recomendações para futuros estudos .....	71

<u>APÊNDICES</u> .....	72
<u>Apêndice I</u> - Simulação e Modelos .....	73
<u>Apêndice II</u> - Newton-Raphson .....	76
<u>Apêndice III</u> - Algoritmos .....	84
<u>Apêndice IV</u> - Fluxograma para Simulação Digital .....	87
<u>Apêndice V</u> - Sub-Sistema do Estado de Santa Catarina...	96
 <u>REFERÊNCIAS</u> .....	 98

QUADROS E FIGURAS

<u>QUADROS</u>	<u>PÁG.</u>
01 - Níveis de decisão em relação ao tempo .....	11
02 - Incidência de custos num sistema hidrotermoeletrico a curto-prazo .....	20
03 - Fluxograma Simplificado - 1 <sup>a</sup> Parte .....	64
04 - Fluxograma Simplificado - 2 <sup>a</sup> Parte .....	65

FIGURAS

Fig. 1 - Diagrama unifilar de um sistema hidrotermoeletrico .....	14
Fig. 2 - Carga P ou Q prevista para o dia 22/NOV/1973 na Barra "i" .....	25
Fig. 3 - Barra Generalizada .....	27
Fig. 4 - Circuito equivalente " " da linha de transmissão entre as barras "i" e "j" .....	29
Fig. 5 - Curva custo-saída ou Cr\$/h - MW .....	34
Fig. 6 - Curva de consumo em Cr\$/MWh-MW .....	34
Fig. 7 - Consumo $Q_i^I - P_i^I$ de uma central hidroelétrica .....	37

S I M B O L O G I A  
=====

- {...} = conjuntos.
- { S } = conjunto de elementos com certas propriedades S .
- s = elementos do conjunto {S} .
- { U } = conjunto de todas as centrais de um sistema (universo).
- { Ø } = conjunto vazio.
- {Ud} = conjunto das centrais disponíveis para geração.
- ud = elemento do conjunto {Ud} .
- {Ut} = conjunto das centrais termoelétricas do sistema.
- ut = elemento do conjunto {Ut} .
- {Uh} = conjunto das centrais hidroelétricas do sistema.
- uh = elemento do conjunto {Uh} .
- {Ufo} = conjunto das centrais fora de operação.
- $\bar{X}$  = vetor coluna n-dimensional =  $(x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ .
- $V^n$  = espaço vetorial dos vetores  $\bar{X}$  .
- n = dimensão do espaço vetorial  $V^n$ .
- $x_j$  = componentes do vetor  $\bar{X}$ ; (j = 1, 2, ..., n).
- $\hat{A}$  =  $A_1 + j A_2$  = números complexos.
- K = corpo dos números em geral.
- f = aplicação do espaço vetorial  $V^n$ , n-dimensional no espaço vetorial unidimensional K.
- $C(\bar{X}) = f(\bar{X})$  = função critério = função objetivo ou custo.
- DI = duração do intervalo I .
- N = número de intervalos no período .
- $P_{Li}^I$  = carga ativa na barra i no intervalo I .

- $Q_{Li}^I$  = carga reativa na barra  $i$  no intervalo  $I$  .  
 $E_i^I$  = tensão na barra  $i$  no intervalo  $I$  .  
 $\psi_i^I$  = ângulo de carga na barra  $i$  no intervalo  $I$  .  
 $P_i^I$  = potência ativa gerada na barra  $i$  no intervalo  $I$  .  
 $Q_i^I$  = potência reativa gerada na barra  $i$  no intervalo  $I$  .  
 $I_i^I$  = corrente na barra  $i$  no intervalo  $I$  .  
 $I_{ij}$  = corrente na linha entre as barras  $i$  e  $j$  no intervalo  $I$  .  
 $Y_{ij}$  = admitância da linha entre as barras  $i$  e  $j$  .  
 $\psi_{ij}$  = ângulo de fase da linha entre  $i$  e  $j$  .  
 $\hat{Y}_{ij}$  = admitância de barra entre  $i$  e  $j$  .  
 $\hat{Y}_{ij} = Y_{ij} \underline{\theta_{ij}} = Y_{ij} \cdot [\cos \theta_{ij} + j \sin \theta_{ij}]$  .  
 $\hat{Y}_{ii}$  = admitância da barra  $i$  .  
 $B_{ij}$  = suscetância capacitiva da linha entre  $i$  e  $j$  .  
 $R_{ij}$  = resistência própria da linha entre  $i$  e  $j$  .  
 $X_{ij}$  = reatância própria da linha entre  $i$  e  $j$  .  
 $g$  = número total de barras de geração.  
 $t$  = número total de barras com geração térmica.  
 $h$  = número total de barras com geração hidroelétrica.  
 $q_i^I$  = vazão turbinada na barra  $i$  no intervalo  $I$  .  
 $H_i^I$  = energia hidrodinâmica na barra  $i$  no intervalo  $I$  .  
 $\alpha_i$  = custo marginal da água na barra  $i$  no período  $\tau$  .  
 $W_i^I$  = energia hidroelétrica disponível na barra  $i$  no intervalo  $I$  .  
 $W_i^\tau$  = energia hidroelétrica disponível na barra  $i$  no período  $\tau$  .

## C A P Í T U L O I

### 1 - INTRODUÇÃO

#### 1.1 - Situação atual e perspectivas futuras na operação dos sistemas elétricos.

Existem alguns modelos adequados para tratar os problema de operação ótima econômica de um sistema de energia elétrica, constituído de centrais geradoras de diversos tipos, térmicas ou hidráulicas. Entretanto, a principal fonte de divergências é a parte hidroelétrica destes modelos, que não são suficientemente representadas. Os modelos prometem ser complicados se as atuais pesquisas com outras fontes de energia, conversíveis para a forma de energia elétrica, forem concluídas com sucesso. Então, se forem associados a estes, outros fatores, tais como o crescimento da solicitação dessa energia em nível nacional e mundial, fica enfatizada, fortemente, a necessidade de estudos que levem a uma operação econômica dos sistemas por intermédio de critérios ótimos sobre modelos melhores.

A busca, portanto, de modelos mais adequados, será inevitável, principalmente tendo em vista a complexidade crescente dos problemas de operação conjunta de um número bastante razoável de centrais de características próprias, custos de operação, custos de manutenção e rendimento, bem distintos e complexos.

Atualmente, além da geração da energia desde a fisão nuclear, estuda-se a geração de energia através da Magneto-Hidro-Dinâmica, através de baterias solares, através das usinas maremotrizes e, mais recentemente, através das usinas geotérmicas<sup>1</sup>. As perspectivas de aumento das necessidades da energia elétrica tornam estas pesquisas urgentes, principalmente que já são bastante conhecidas as limitações do potencial hidroelétrico disponível, bem como o esgotamento das reservas de combustíveis faz prever, para breve, um aumento no custo de produção das centrais ter

dades disponíveis para geração no intervalo correspondente de ope  
ração\*. Seja  $ut$  uma usina térmica e  $uh$  uma hidráulica e  $ud$  um ele-  
mento de  $\{Ud\}$  tal que:

$$ud \in \{Ud\} \quad (1)$$

então se alguma

$$ut = ud \rightarrow ut \in \{Ud\} \quad (2)$$

e se alguma

$$uh = ud \rightarrow uh \in \{Ud\} \quad (3)$$

Por outro lado, os conjuntos dos elementos  $ut$  per-  
tencem a um conjunto que pode-se chamar  $\{Ut\}$  e correspondentemen-  
te, os  $uh$  pertencem a  $\{Uh\}$ . Ou mais compactamente:

$$ut \in \{Ut\} \wedge uh \in \{Uh\} \quad (4)$$

então se

$$\{Ut\} \subset \{U\} \wedge \{Uh\} \subset \{U\} \quad (5)$$

sendo

$\{U\}$  = conjunto de todas as centrais existentes do sistema,  
pode-se escrever:

$$\{Ut\} \cap \{Uh\} = \{\emptyset\} \quad (6)$$

de modo que:

$$\text{se } ud = ut \rightarrow ud \notin \{Uh\} \quad (7)$$

$$\text{e se } ud = uh \rightarrow ud \notin \{Ut\} \quad (8)$$

e pode-se dizer que:

$$\{Ud\} = \{ut \in Ud\} + \{uh \in Ud\} \quad (9)$$

Lógicamente as unidades em manutenção, em conserto  
e as que estão paradas simplesmente por conveniência da operação,  
não pertencem a  $\{Ud\}$  :

$$\text{se } ut \neq ud \rightarrow ut \in \{ut \notin Ud\} \quad (10)$$

$$\text{e se } uh \neq ud \rightarrow uh \in \{uh \notin Ud\} \quad (11)$$

e vem que:

$$\{U_{fo}\} = \{ut \notin Ud\} + \{uh \notin Ud\} \quad (12)$$

onde  $\{U_{fo}\}$  é o conjunto das unidades fora de operação no momen-

---

\* ver item 1.3 à página 4



to da programação. A (12) é perfeitamente lógica tendo em vista a (6). Pode-se ainda escrever:

$$\{U\} = \{U_{fo}\} + \{U_d\} \quad (13)$$

e

$$\{U\} = \{u_t \notin U_d\} + \{u_h \notin U_d\} + \{u_t \in U_d\} + \{u_h \in U_d\} \quad (14)$$

ou

$$\{U\} = \{U_t \notin U_d\} + \{U_t \in U_d\} + \{u_h \notin U_d\} + \{u_h \in U_d\}$$

e obtem-se:

$$\{U\} = \{U_t\} + \{U_h\} \quad (15)$$

Ou seja, o conjunto de todas as unidades do sistema é a soma direta dos conjuntos das termoelétricas mais o conjunto das hidroelétricas do sistema.

Pode-se agora complementar dizendo que:

A programação para geração, num determinado intervalo, para uma certa configuração das cargas nas barras do sistema, poderá ser realizada pela combinação das  $u_d \in \{U_d\}$ , cada qual assumindo uma parcela correspondente da demanda total, de maneira tal que sejam respeitadas as restrições operacionais impostas.

### 1.3 - Operação Econômica

Os programas de geração deverão ser elaborados a cada novo intervalo de tempo, a cada nova configuração das cargas e a cada novo conjunto  $\{U_d\}$ . O número de combinações possíveis, para cada caso, depende dos elementos  $u_d \in \{U_d\}$  existentes, e, cada combinação, dá lugar a um programa possível de operação, se atende a demanda total do sistema nesse intervalo, ao mesmo tempo que satisfaz as restrições operacionais mínimas exigidas.

Diz-se que dispomos de um programa de geração otimizado ou econômico, se podemos selecionar dentre todos os programas alternativos possíveis, aqueles (ou aquele) que conduzem ao mínimo custo para a unidade de energia gerada no sistema, ou seja, ao mínimo da relação Cr\$/kwh gerado.

A programação econômica de geração é, então, o conjunto de todos os programas de geração ótimos-econômicos, que a-

plicados, sucessivamente, para cada intervalo de um período considerado, conduz ao mínimo custo para a unidade de energia gerada, num determinado sistema, neste período. O problema é, justamente, como obter estes programas ótimos econômicos.

Solucionando este problema, obtém-se a programação ótima-econômica e, se esta programação é adotada como plano de operação e é, por sua vez, executada no intervalo de tempo apropriado, realiza-se, então, a operação ótima-econômica do sistema.

Se o período, com o qual se trata, é o dia, e se os intervalos são escolhidos, dentro deste período, em horas, então a programação ótima-econômica é denominada de programação ótima-econômica de geração a curto-prazo\*. Este tipo de problema é muitas vezes denominado de despacho de carga a curto-prazo<sup>2,3,4,5</sup>. Se o período é discretizado em determinado número de intervalos e é válido supor que a configuração das cargas não se altera fundamentalmente em cada um destes intervalos, pode-se representar o problema através de um modelo determinístico\*\*, desde que se conheça a solução dos planejamentos a médio e longo prazo<sup>20,21</sup>. Se, além disso, se considera que as variações de nível hidrodinâmico nos diversos reservatórios, das hidroelétricas do sistema, são desprezíveis, o modelo poderá ser do tipo estático\*\*. Nesse caso, pode-se classificá-lo, matematicamente, como um problema de programação não-linear, com restrições de igualdade e desigualdade<sup>2,4,6,7,22</sup>. Caso contrário, se as suposições não são válidas no que se refere tanto à configuração de cargas quanto aos níveis dos reservatórios, o modelo conveniente deverá ser dinâmico e deve-se recorrer ao cálculo variacional e a programação dinâmica<sup>8,9</sup>. A dificuldade em tratar o sistema na parte referente às hidroelétricas, tem levado alguns autores a proporem modelos separados para o problema<sup>10</sup>, onde esta parte é resolvida separadamente. Naturalmente, todos estes modelos conduzem a um tipo de problema matemático diferente, cuja solução depende, normalmente, dos meios de computação de que se dispõe. É claro que o tipo de modelo escolhido para representar o sistema irá se constituir numa maior ou menor aproximação na tentativa de simular\*\* o sistema real.

\* ver item 1.6 - Quadro 1 - Níveis de decisões em relação ao tempo - pág. 11

\*\* ver Apêndice 1 - Modelos à pág. 73

Vários autores insistem nas dificuldades computacionais e na dimensão do problema de programação econômica de geração, que é, caracteristicamente, um problema de grande porte<sup>2, 5, 10</sup>. Já, outros pesquisadores, tendo em vista estas peculiaridades e a necessidade de soluções rápidas, caso da operação em tempo real, usam métodos aproximativos, que em geral se originam de modelos não-lineares que foram linearizados, e alcançam soluções *sub-ótimas*<sup>\*</sup>, mas que, na maioria dos casos, são satisfatórias.<sup>11</sup>

Concluindo, pode-se afirmar que a utilização dos métodos de otimização de modo eficiente e prático, requer a coordenação entre um modelo matemático realístico e os recursos computacionais exigidos.

Neste trabalho procura-se definir este modelo para um sistema tipicamente constituído por hidroelétricas com grandes reservatórios, ou, então, que operam a q100% ou q95%. No caso destas últimas, nenhuma restrição poderá intervir na operação destas hidros, mas é claro que usinas desse tipo são, operacionalmente, desfavoráveis ao objetivo econômico, pois *vertem* uma grande energia hidráulica, durante o tempo de operação. Nos sistemas brasileiros ainda se encontram muitas usinas de projetos antigos, que são desse tipo, que aproveitam somente a vazão mínima. Quanto à parte térmica o modelo adotado é bastante conhecido<sup>2, 4, 7, 12, 13</sup>. A técnica de solução é basicamente a adotada por Ramamoorthy e Gopala<sup>2</sup>, ou por Sasson<sup>7</sup>, sendo que, tendo em vista os estudos de Billinton e Sachdeva<sup>6</sup>, será preferida a otimização através da potência real e reativa, uma vez que implica em um máximo de economia em termos do custo de operação, mesmo sabendo-se que a solução do problema, assim formulado, poderá requerer maiores recursos computacionais.

A solução de problemas deste tipo, com relação a sistemas de até 500 barras, usando as técnicas da programação não linear, associadas com as sofisticações dos métodos de cálculos - de *fluxo ótimo de potência* é apresentada por Sasson e Peschon, Bree e Hajdu, mas requer computador de grande porte, como, por exemplo, o IBM 7040 e outros similares. Entretanto, como o computador disponível para esta pesquisa é o do Centro Tecnológico da

\* ver capítulo IV, item 4.5, pág. 62

UFSC, um IBM 1130 de 16K de memória interna, e tendo em vista as características do presente trabalho, as vantagens desse tipo de formulação não poderão ser inteiramente exploradas. Adotar-se-á uma técnica similar de inicialização por Newton Raphson. Os subproblemas serão otimizados mediante um *método de gradiente de primeira ordem\** enquanto que o problema global será resolvido por *programação dual*<sup>2</sup>.

#### 1.4 - Pré-despacho e despacho

Existem dois tipos básicos de soluções para os problemas de programação ótima de geração a curto-prazo:

##### 1) o pré-despacho

Consiste na solução do problema a partir dos dados do planejamento da operação a médio e longo prazo<sup>16,17</sup>. O prazo para sua solução é grande, pois trata-se de fornecer uma política antecipada de operação, para os intervalos de um período próximo, que pode ser, por exemplo, o próximo dia. Não surge aqui o caráter de emergência da operação real. As soluções otimizadas podem ser obtidas com suficiente antecedência, antes que as decisões alternativas de geração sejam tomadas no *despacho*. Assim, através do pré-despacho introduz-se um processo de realimentação de possíveis erros de planejamento, o que leva a programações para a operação cada vez mais confiáveis. A prática dessa realimentação a perfeio tanto o modelo do planejamento, como também o modelo para a otimização do próprio pré-despacho, resultando num histórico completo que permite decidir, sobre a continuação, ou não, da política inicialmente adotada, bem como, do uso de modelos modificados.

##### 2) o despacho

O despacho ocorre no tempo da operação do sistema. Po de-se dizer que o despacho se realiza paralelamente a esta, de modo que a solução do problema, a partir dos dados reais da operação, deve ser ótima, antes que as condições desta operação se alterem fundamentalmente. Por esta razão a otimização deve ser obti

---

\* ver capítulo IV , item 4.4.2 , pág. 54

da num intervalo de tempo muito pequeno, de modo a fornecer o novo despacho ou programação de operação, para ser realizado no próximo intervalo. Nesse caso, o modelo deve ser o mais simples possível, capaz de representar o sistema, e que, ao mesmo tempo, exija um mínimo tempo de computação. Normalmente, este tipo de operação é controlada por computadores localizados em pontos-chaves do sistema, recebendo e enviando dados através de uma rede de telemedida e telecomando, associada com canais de transmissão destes dados, a um computador central, sobre o qual é resolvido o problema de encontrar a alternativa ótima de despacho. Este último, ao obter a programação ótima de geração, envia imediatamente os resultados aos computadores correspondentes associados, para que estes, por sua vez, atuem sobre o sistema, através da rede de telecomando, diretamente, mediante uma nova ação de controle<sup>24</sup>.

Este trabalho restringir-se-á a solução do problema de pré-despacho, tendo como horizonte a atual situação dos sistemas brasileiros e o futuro próximo da maioria deles.

### 1.5 - A minimização do custo

A maior parte das economias que podem ser obtidas na operação de um sistema de potência, são por conta da minimização de perdas nas transmissões, minimização do custo de paradas e partidas de unidades térmicas, minimização do custo do combustível associado com a produção da energia e minimização das despesas com a manutenção. Entretanto, a realização prática de uma política de decisões que conduzam ao mínimo custo de operação só é aceitável se forem feitos os seguintes estudos.

#### 1.5.1 - Previsão de cargas a curto-prazo

Esta previsão deve considerar os efeitos sobre a carga das condições do tempo, tais como, temperatura, umidade, iluminação do dia, velocidade dos ventos, bem como das condições sociais (festas, jogos e emergências), e deve se basear no conhecimento estatístico do comportamento das cargas residenciais e industriais <sup>16,17,18</sup>.

### 1.5.2 - Alocação de unidades

Os resultados deste estudo devem garantir, em qualquer intervalo, uma combinação das unidades geradoras das diversas centrais, de modo a definir {Ud} de tal forma a permitir o atendimento da demanda e a manutenção de uma certa *reserva girante*, para cobrir possíveis acidentes na operação e para prevenir êrros de previsão da carga. Além disso, este estudo deve definir quais as unidades que devem parar e quais as que devem partir, a cada intervalo, a fim de minimizar os custos respectivos de paradas e partidas. Este estudo permite determinar também a melhor alternativa para compra, transporte de combustíveis e para a manutenção preventiva de unidades geradoras do sistema.

### 1.5.3 - Programação econômica da geração ou despacho econômico.

Este é o objeto do presente estudo. Os resultados esperados são as parcelas de carregamentos das diversas unidades disponíveis,  $ud$  e {Ud}, num determinado intervalo de tempo, para que se obtenha um custo com o máximo de economia, para a produção da energia. Este sempre foi o problema que maior atenção recebeu no passado. Hoje tal problema não pode ser resolvido sem a realização dos estudos anteriores de previsão da carga e alocação de unidades. A importância de tais estudos preliminares, reside, justamente, na quantidade de informações que fornecem para a montagem dos modelos, sobre os quais se fará a otimização da operação.

Esta programação de geração, por si só, procura minimizar os custos associados com a produção da energia elétrica e diminuir, tanto quanto possível, as perdas na transmissão desta até os pontos de consumo. É desse problema que se trata a seguir, sob o enfoque do *pré-despacho*.

### 1.6 - O problema a curto-prazo

Na operação de um sistema qualquer existem níveis bem definidos de decisões. Estas decisões, tomadas em diferentes

níveis, afetam, de uma certa forma, o custo do produto final acabado, que, nos sistemas de potência, é a unidade da energia elétrica colocada à disposição do consumidor, seja ele industrial, comercial ou residencial. Pode-se dizer que qualquer decisão, tomada em qualquer nível, em qualquer tempo, repercutirá de uma maneira ou de outra nesse custo. Daí a preocupação em escolher sempre as melhores decisões, ou seja, aquelas que conduzirão a um custo mínimo de operação do sistema, no período de tempo considerado, abrangido pela decisão. Para tanto, se recorre ao planejamento através das projeções sobre o futuro do sistema, recorrendo-se ao histórico dos efeitos de decisões anteriores semelhantes.

O quadro a seguir mostra as diferentes escalas de tempo associadas com os diversos níveis de decisão num sistema e seus controles<sup>19</sup>. É intuitivo, desde este quadro, que qualquer nível de decisão atua sobre os demais e é por aqueles influenciado. Assim, as decisões de longo prazo são normativas sobre as decisões de médio e curto-prazo, enquanto que estas duas últimas, na medida em que são adotadas, enfatizam a necessidade de uma revisão nas decisões da mais alta hierarquia a longo-prazo, na medida em que as projeções de longo alcance começarem a ser testadas.

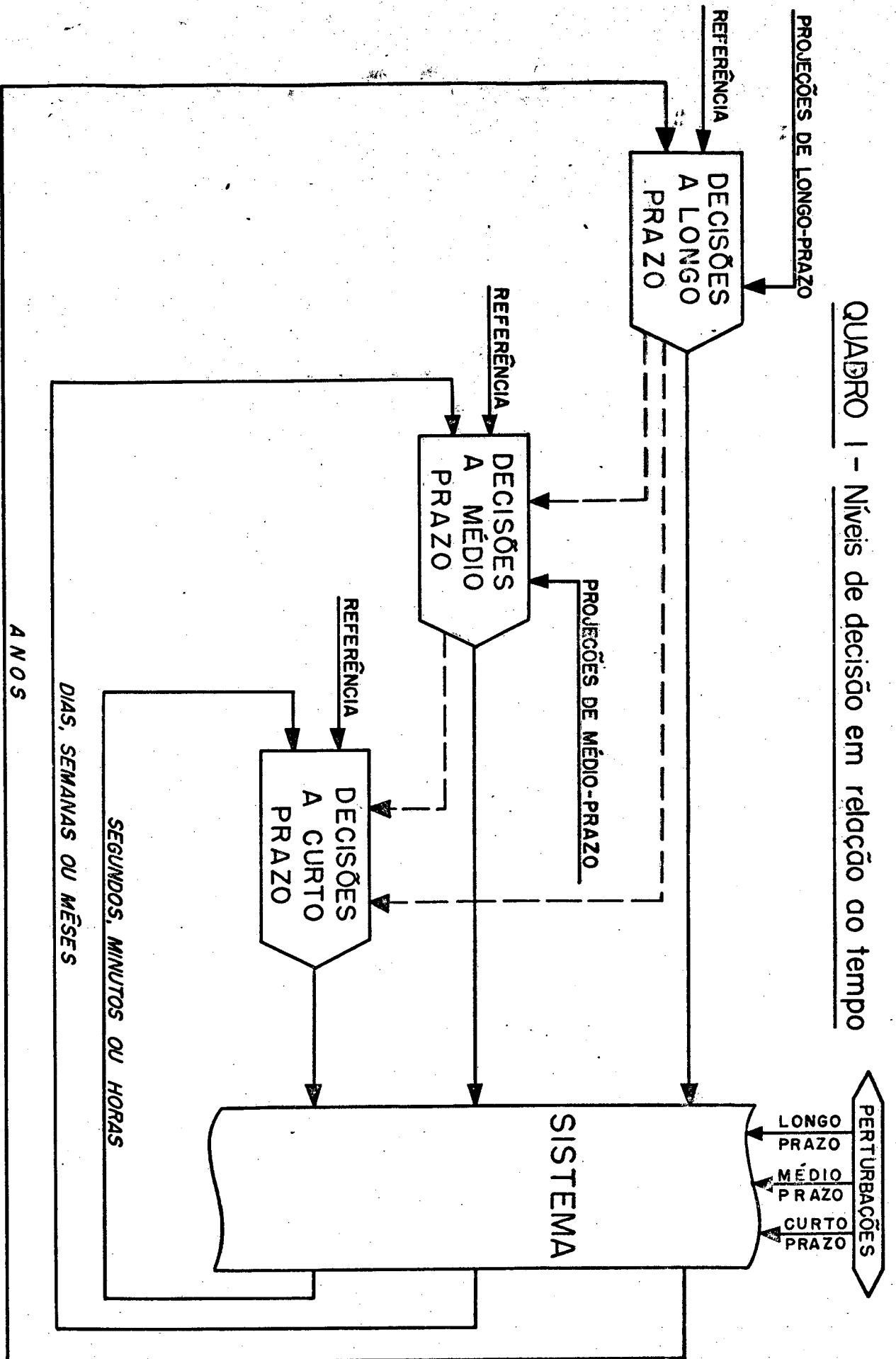
O problema que será abordado neste estudo, está ao nível das decisões a curto-prazo\* e deverá obedecer aos objetivos fixados pelas decisões em nível superior.

Por exemplo, se os reservatórios das hidroelétricas de um determinado vale estão cheios, num determinado dia, é possível que a decisão de gerar o máximo de energia com as hidros, nesse dia, seja impedida pela decisão de manter a água estocada, pois que, a longo-prazo, tendo em vista o histórico das afluições neste vale, é prevista uma grande seca, com o que o custo marginal da água<sup>20</sup> será bastante elevado.

Em resumo, o objetivo desta tese é resolver o programa de programação ótima de geração, para um sistema hidro-térmico de energia elétrica, pela associação dos métodos de otimização do gradiente de primeira ordem, para a solução dos subproblemas, e da dualidade do Lagrangiano, conforme ver-se-á no capítulo IV. Para chegar até lá, primeiramente se discutirá os vários fatores que cercam o problema no capítulo II e, no capítulo III. Se

\* - Ver página 12 : † = "NOTA DO AUTOR".

QUADRO 1 - Níveis de decisão em relação ao tempo





rã proposta uma formulação matemática. A seguir o algoritmo de cálculo será apresentado e dois exemplos numéricos serão resolvidos. Finalmente, conclusões e recomendações será apresentadas.

---

† = NOTA DO AUTOR

Na realidade, a operação a curto-prazo é quem irá permitir concluir sobre a forma de operar a médio-prazo e longo-prazo. Isto porque, justamente, a afluência nos reservatórios das hidros é aleatória. O que deve ficar claro é que, afirmar que as decisões a longo e médio prazo são normativas sobre as de curto-prazo, não significa se estar afirmando que as decisões a curto-prazo dependem das decisões nos níveis superiores de forma extrita, pois a operação tomará sempre suas próprias decisões, as quais, diante de situações reais, têm prioridade e hierarquia de fato.

C A P Í T U L O 2

2 - CUSTOS ASSOCIADOS E A FUNÇÃO OBJETIVO

A análise dos meios de produção e transmissão da energia, num sistema elétrico, permite definir as variáveis mais representativas do sistema com relação aos custos associados à geração e a repartição desta energia. Inicialmente deve-se, pois, definir as parcelas dos diversos custos incidentes sobre o sistema e procurar relacioná-las através daquelas variáveis que se mostram mais convenientes.

2.1 - CUSTOS ASSOCIADOS

Seja um sistema bem simples, como o da figura 1, introduzido aqui com a finalidade de permitir uma melhor visualização dos custos envolvidos com a produção da energia. Neste sistema temos apenas uma central térmica e uma hidroelétrica, assinaladas respectivamente por T e H. Estas duas centrais atendem a demanda solicitada pelos mercados L5 e L6, localizados em barras afastadas e ligadas por linhas de transmissão, conforme mostra o esquema unifilar desta fig. 1. Embora a simplicidade do sistema exemplificado, ter-se-á completa generalização na análise das diversas parcelas de custo ligadas a sua operação, pois não se fará nenhuma suposição restritiva em relação a sistemas mais complexos.

Sempre que necessário, se fará referência a este sistema simplificado, com objetivo de esclarecer determinadas definições.

Pode-se, imediatamente, definir as seguintes parcelas de custo que irão, certamente compor o custo da unidade de energia gerada em qualquer tipo de sistema hidro-termoelétrico:

- 1) - amortização do capital investido na implantação e em futuras ampliações,
- 2) - custo de operação do sistema,
- 3) - custo de contratos e convênios,

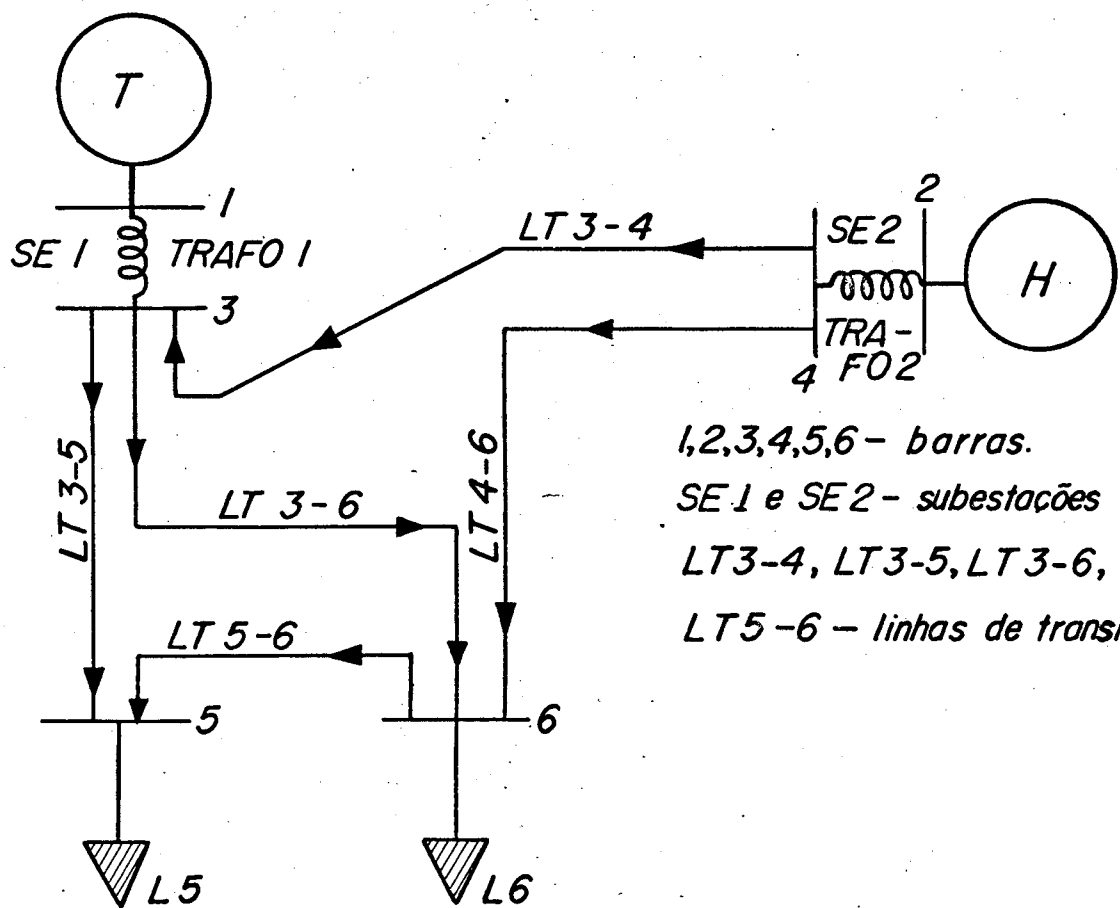


Figura 1 - Diagrama unifilar de um sistema Hidro-termoelétrico.

- 4) - custos acidentais de emergência (fortuítos),
- 5) - outros custos.

Estas parcelas são, normalmente, as mais importantes<sup>25,26</sup> e é interessante se fixar bem a composição de cada uma delas.

#### 2.1.1 - CUSTOS DE AMORTIZAÇÃO DO CAPITAL INVESTIDO NA IMPLANTAÇÃO E FUTURAS AMPLIAÇÕES.

Esta parcela deve incluir a amortização do capital empregado na implantação do sistema, para:

- 1) - desapropriação das áreas destinadas às centrais térmicas, às centrais hidráulicas e seus reservatórios, às sub-estações e outras instalações necessárias para o funcionamento do sistema;
- 2) - compra dos equipamentos para as centrais, linhas de transmissão, sub-estações, rêsdes de distribuição;
- 3) - construções civís, como prédios das usinas, barras, túneis, canais, desvios e prédio de sub-estações;
- 4) - construção das linhas de transmissão;
- 5) - instalação de equipamentos e
- 6) - despesas com os projetos e documentos imprescindíveis para o levantamento de recursos e créditos.

Ainda dentro desta parcela deve-se incluir a amortização do capital de reserva, imobilizado, a fim de garantir certas reposições em emergências, bem como deve-se adicionar ainda o custo de amortização de futuras ampliações (inevitáveis tendo em vista o crescimento da demanda) e de reposições, esperadas tendo em vista a depreciação de equipamentos e instalações, calculadas em termos de sua vida útil. Além disso deve prever sofisticções necessárias e, até mesmo imprescindíveis, para a futura operação do sistema, como proteções especiais, sistemas de controle, sistemas de telemetria, sistemas de computação, geradores de reativos, reatores etc. Incidem aqui, ainda, custos com instalações diversas (vilas operárias, prédios de administração etc)-.

#### 2.1.2 - CUSTOS DE OPERAÇÃO DO SISTEMA

Nesta parcela se inserem os termos de custo mais importantes, do ponto de vista deste estado, que são os custos variáveis. Dentre os termos mais significativos destacam-se:

- 1) - custo de produção da energia,

para a cobertura de despesas com possíveis acidentes na operação, devidos a falhas de equipamentos, proteções ou pessoais. São determinados probabilisticamente, através do histórico de defeitos em elencos de equipamentos e acessórios, levando em conta a idade e as condições de funcionamento dos mesmos.

As taxas de seguro para cobertura de equipamento e pessoal, incide obrigatoriamente no custo de operação, por questões de segurança obviamente.

Outros termos poderão ser incorporados nesta parcela, se estiverem ligados com a operação do sistema.

### 2.1.3 - CUSTOS DE CONTRATOS E CONVÊNIOS

São aqueles que se originam de compromissos assumidos, mediante contratos e convênios. Podem ser juros específicos de dívidas assumidas, taxas obrigatórias sobre direitos concedidos, multas e outros encargos que oneram o sistema. Entram aqui aqueles custos impostos à operação por restrições advindas de acordos de âmbito estadual, nacional ou internacional, por contratos de intercâmbio de energia entre sistemas interconectados e por leis que estabelecem uma vazão mínima a ser mantida, a jusante de uma barragem, visando a proteção da irrigação de áreas férteis de um determinado vale.

### 2.1.4 - CUSTOS ACIDENTAIS DE EMERGÊNCIA (FORTUITOS).

Envolvem a amortização de recursos absorvidos em emergências, tais como secas inesperadas, atrasos eventuais na conclusão de obras de ampliação, cobertura de prejuízos originários de faltas temporárias e outras. Os juros de dívidas contraídas, a título de emergências desse tipo, também se considera aqui, juntamente com custos específicos não previstos. No geral, estes custos não são inteiramente previsíveis e são estabelecidos em termos de uma certa probabilidade.

### 2.1.5 - OUTROS CUSTOS

Custos desta parcela podem ser discriminados ,

mas individualmente são desprezíveis. A soma destes custos, entretanto, constitui um montante que não pode deixar de ser considerado. Situam-se nesta posição todos aqueles pequenos gastos que, também, não podem ser classificados nas parcelas anteriores. Gastos com representações, com advogados, com publicidade, são exemplos de custos que se classificam, normalmente, nesta conta.

## 2.2 - CUSTOS A CURTO-PRAZO

A curto-prazo os custos podem ser divididos em *custos variáveis* e *custos fixos*.

### 2.2.1 - CUSTOS VARIÁVEIS

Os custos variáveis são aqueles que são afetados substancialmente, a curto-prazo, pela demanda de energia, pela configuração do sistema, pelo rendimento das unidades geradoras acionadas por máquinas primárias térmicas, pelo consumo de combustível destas máquinas e pelo custo de manutenção das centrais em operação.

Pode-se relacioná-los como:

- 1) custo de combustíveis,
- 2) custo de perdas no sistema de transmissão,
- 3) custo de manutenção das centrais,
- 4) custo de lubrificantes e de água,
- 5) custos acidentais ou fortuitos.

Como se vê, os custos variáveis são compostos, essencialmente, por parcelas do *custo de operação*, o que era de se prever.

### 2.2.2 - CUSTOS FIXOS

Os custos fixos são aqueles que, a curto-prazo, permanecem constantes e não são alterados pelas decisões da operação.

São custos fixos os:

- 1) custos de amortização do capital empregado na implantação e ampliação do sistema,

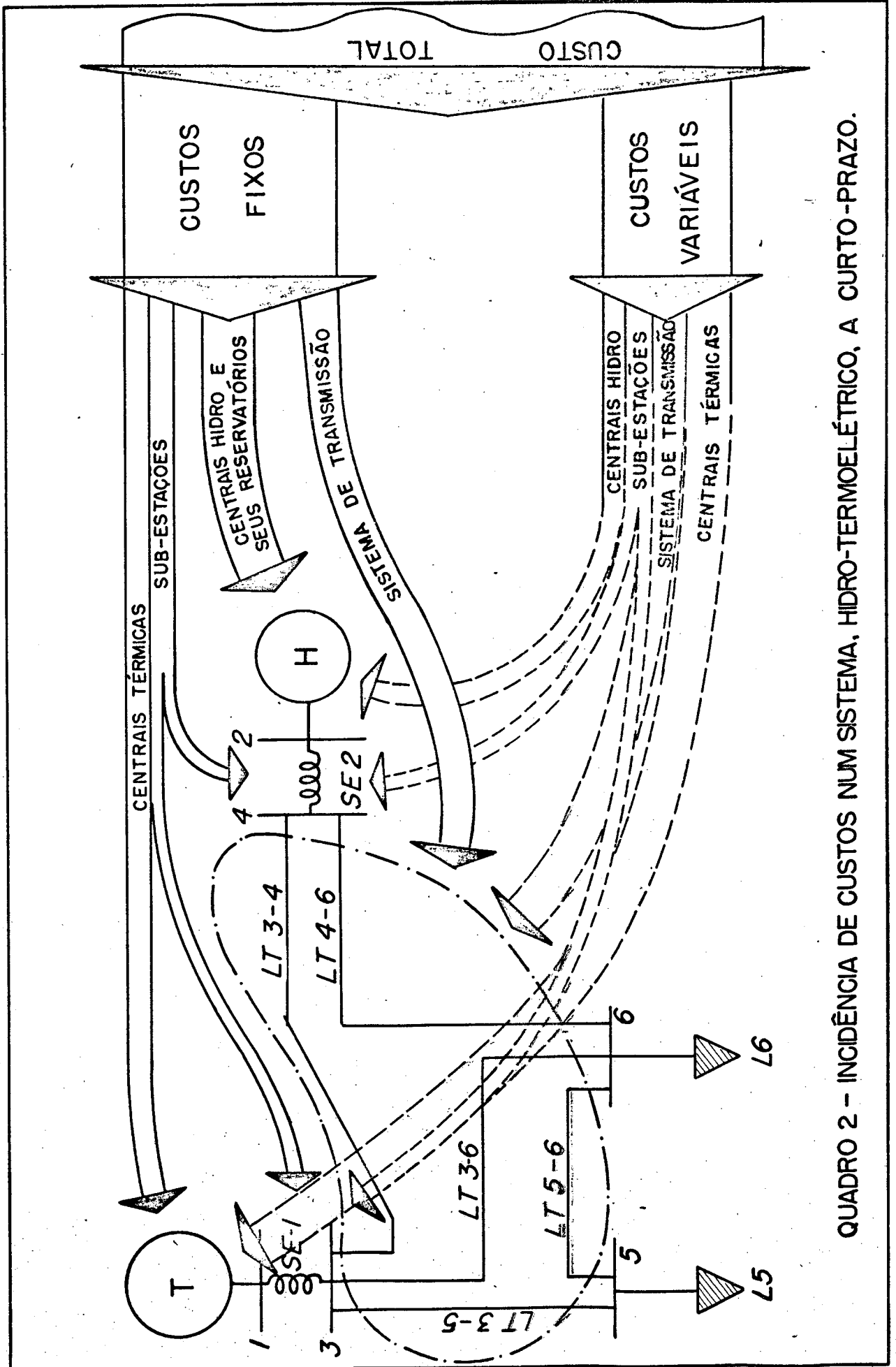
- 2) custos de depreciação do equipamento,
- 3) custos de seguros e taxas similares,
- 4) taxas para a formação de fundos de reserva (conforme determina a lei),
- 5) custos de salários e remunerações (incluindo supervisão) e
- 6) outros custos.

O quadro que se pode traçar, com relação as incidências das diversas parcelas de custo sobre o sistema da figura 1, é a seguir apresentado (quadro 2) a título de ilustração. Neste quadro, procurou-se associar a largura da faixa incidente, com a percentagem aproximada correspondente, do custo total a curto-prazo, sobre a parte considerada do sistema. Assim, a percentagem associada com os custos fixos é maior que a associada aos custos variáveis. Também se pode sentir que o custo fixo ligado às centrais hidro-elétricas e seus reservatórios é a maior parcela, junto com a do sistema de transmissão, dos custos fixos, enquanto que a maior parcela dos custos variáveis é devida às centrais termelétricas. As parcelas dos custos variáveis relacionadas com as sub-estações são as perdas nas estações de transformação e as perdas associadas com a medição.

### 2.3 - A FUNÇÃO OBJETIVO

A escolha de uma função que relaciona as variáveis selecionadas, para representarem o sistema em operação, com os custos associados à unidade de energia gerada pelo sistema, é de fundamental importância.

O termo *custos associados* aqui não deve ser tomado na acepção do seu significado, pois *custos*, como se entende em otimização, podem ser quaisquer funções que relacionem certas variáveis, escolhidas com certos objetivos os quais se pretende alcançar, de tal modo que os valores assumidos para estas variáveis sejam decisivos para se atingir tais objetivos, e, que, os valores destas variáveis, expressem ações reais, possíveis de serem executadas na prática, no sentido de realizar os objetivos propostos.



QUADRO 2 - INCIDÊNCIA DE CUSTOS NUM SISTEMA, HIDRO-TERMOELÉTRICO, A CURTO-PRAZO.



Assim, no caso de um sistema de energia elétrica pode-se ter em mente objetivos como:

- 1) minimizar os efeitos negativos sobre a agricultura devidos a estocagem da água nos reservatórios das hidroelétricas,
- 2) minimizar os efeitos das centrais térmicas sobre a temperatura das águas dos rios,
- 3) maximizar a continuidade dos serviços de fornecimento de energia,
- 4) maximizar a rentabilidade do sistema,
- 5) minimizar as falhas de operação,
- 6) minimizar o custo de geração da unidade de energia produzida pelo sistema,
- 7) minimizar a poluição ambiental devida a exploração dos serviços de produção da energia elétrica.

A função e as variáveis em cada caso serão diferentes, tendo em vista os objetivos que se pretende atingir. Uma tal função é denominada de *função objetivo*<sup>22</sup> ou *função critério*<sup>27</sup>. Em problemas de estruturas diferentes desta dos sistemas de potência, as funções critério terão características próprias, ligadas sempre com os propósitos do estudo para o qual estão voltadas.

### 2.3.1 - FUNÇÃO CUSTO

Quando os critérios ou objetivos a serem atingidos são os custos propriamente ditos, ou quando cada objetivo pode ser medido, em específico, através de custos, então, a *função objetivo* também é denominada de *função custo*<sup>2,4,5,9,12,22,27,28</sup>.

A função objetivo no presente trabalho é, essencialmente, uma função custo. Esta função deverá incorporar todos os custos analisados nos itens anteriores, em função das variáveis operacionais do sistema, que são normalmente as tensões, as correntes, os ângulos de carga, as potências ativas ou as potências reativas nas diversas barras do referido sistema. Estas variáveis naturalmente não são todas independentes. É necessário -

escolher um conjunto de variáveis independentes, dentre estas, a fim de expressar esta função da forma mais simples possível. Escolhidas estas variáveis dentre aquelas, se o objetivo é realizável sob o controle delas, a solução estará num espaço dimensional de dimensão finita<sup>27,28</sup>.

### 2.3.2 - IMPORTÂNCIA DA ESCOLHA DAS VARIÁVEIS

Os problemas físicos e práticos, normalmente, têm soluções no espaço de dimensão finita. Entretanto a escolha da função critério é de vital importância na busca do ótimo.

As variáveis, nesse caso, são denominadas de *variáveis de controle*<sup>29</sup>. Em problemas de otimização é importante, também, representar apropriadamente estas variáveis e usar uma escala, ou unidade, conveniente, para as mesmas, na função objetivo. A dificuldade em obter um mínimo, ou um máximo, de uma certa função critério, depende muito destes fatores. Por exemplo, no método do gradiente de 1ª. ordem, que será usado a seguir, as unidades das variáveis modificam substancialmente o valor das derivadas parciais, afetando assim, diretamente, a taxa de convergência para o ponto ótimo. Isto pode conduzir a dificuldades computacionais sérias.

Além disso, a escolha destas variáveis deve levar a função objetivo a expressar uma *verdade operacional*. Significando que realmente o controle destas variáveis irá conduzir ao objetivo de operação do sistema, implícito naquela função.

### 2.4 - OS CUSTOS E A FUNÇÃO OBJETIVO

Pela simples análise dos custos a curto-prazo, sente-se que a função objetivo para um problema de decisão otimizada, nesse nível, não deverá conter os custos fixos, porque os mesmos independem das decisões tomadas nesse nível. Os custos fixos, na função objetivo, se constituiriam numa carga inútil para o processo de otimização, tendo em vista que não poderão ser controlados pelas variáveis do modelo a curto-prazo.

Seja  $C(\bar{X})$  a função objetivo ou custo, que rela-

as variáveis  $x_j$  selecionadas, sendo:

$$\bar{X} = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_j \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad (16)$$

onde  $X$  é um vetor  $n$ -dimensional, cujas componentes  $x_j$  ( $j=1,2,\dots,n$ ) são as variáveis de controle. Por isso mesmo  $X$  é chamado de *vetor de controle*. Também:

$$\bar{X} \in V^n \wedge C(X) = f(\bar{X}) / f : V^n \rightarrow K \quad (17)$$

onde:  $V^n$  é um espaço vetorial de dimensão  $n$  e  $K$  é um corpo não algêbricamente fechado<sup>30</sup>.

A escolha da aplicação  $f$ , de modo adequado, irá conferir aos resultados maior ou menor significância, uma vez que a seleção das variáveis  $x_j$  tenha sido conduzida pelas recomendações anteriores (item 2.3.2).

No caso de um sistema, como o que será tratado - nesta tese, os custos que participarão da função objetivo serão, obviamente, aqueles custos que variam com a maneira de se realizar a operação deste sistema e que estão sob controle através de  $X$ . Naturalmente, estes serão os *custos variáveis a curto - prazo* (item 2.2.1).

Finalmente, somente a formulação matemática do problema, através de um modelo realístico, poderá ajudar na escolha da funcional  $f$ . Na verdade, esta é a parte mais delicada deste problema, pois, do perfeito estabelecimento de  $f$  depende todo o significado deste estudo, podendo-se dizer, ainda, que um modelo é bom na medida em que é avaliado através de uma função objetivo, expressa por uma funcional  $f$ , com alta sensibilidade às variações das variáveis de controle  $x_j$ .

### C A P Í T U L O    I I I

## 3. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO PROBLEMA

### 3.1 - O Modelo

O modelo de um sistema elétrico ao nível de curto prazo não é tão simples de se estabelecer, como pode parecer a primeira vista. Em primeiro lugar este modelo deve ser válido para um período de um dia e, como se sabe, as cargas nas diversas barras do sistema variam ao longo desse tempo aleatoriamente. A tendência para um modelo bastante exato será considerar esta característica das cargas e, também, levar em conta a variável tempo, principalmente tendo em vista as variações de nível hidrodinâmico das hidroelétricas. Um modelo proposto nestes termos será do tipo estocástico e dinâmico\*. Uma opção mais simples será discretizar o período em intervalos de tempo pequenos. Com os resultados dos estudos de *previsão de carga*<sup>17,18</sup>, a projeção das cargas, para cada um dos intervalos, pode ser feita. Para a barra genérica "i" o resultado seria aquele da figura 2. A vantagem imediata é a passagem para um modelo muito mais simples - determinístico e estático -, uma vez que se pode considerar que as variações de nível hidrodinâmico são desprezíveis nos intervalos (caso de sistemas com grandes reservatórios).

#### 3.1.1 - Discretização

A divisão do período  $\tau$  em N intervalos, iguais ou não, elimina a necessidade de um modelo dinâmico, num sistema com grandes reservatórios. A escolha de intervalos nem todos iguais dependerá da forma das curvas de projeção de carga e da precisão que se requer, enquanto a seleção do número de intervalos N,

---

\* - Ver Apêndice 1, pág. 73

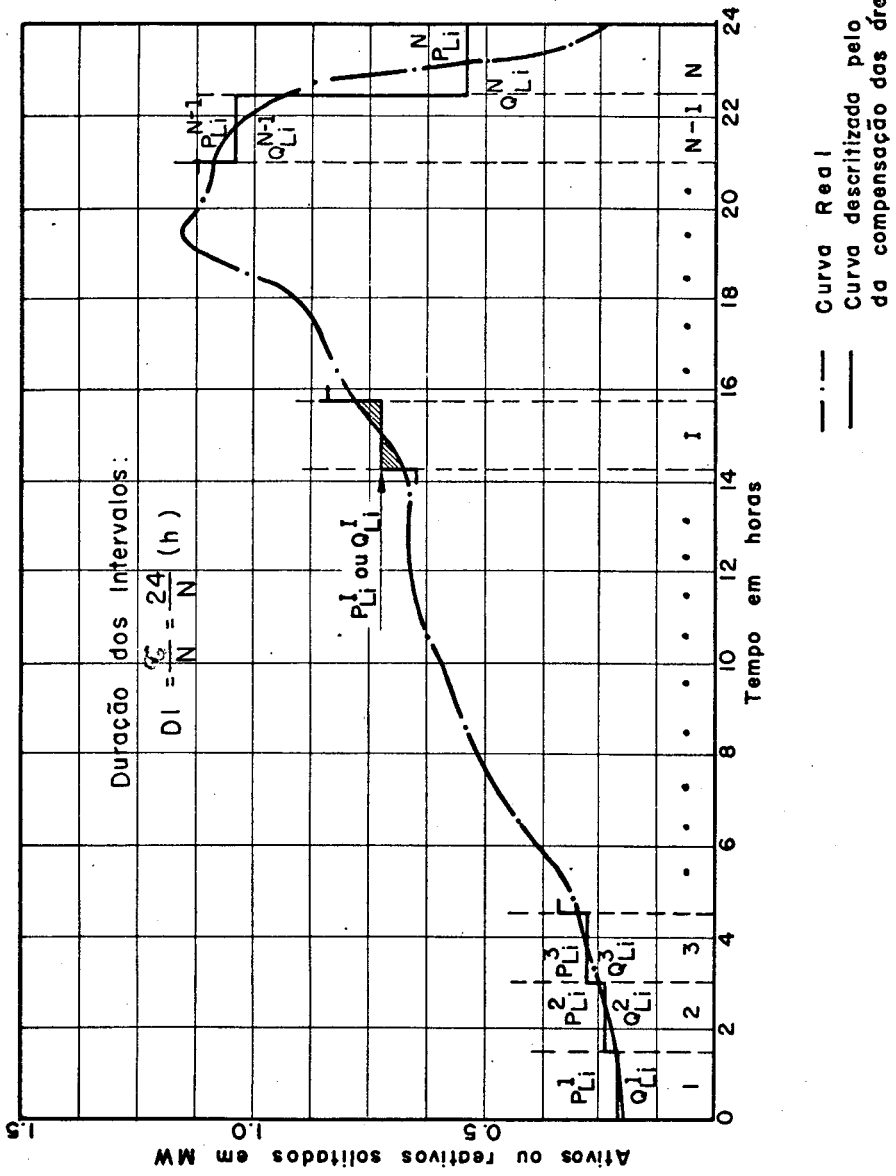


Fig 2 -- Carga P ou Q prevista para o dia 22/NOV/1973 na barra "1".

além de tudo isso, dependerá também das particularidades da operação durante cada período.

Aqui neste trabalho serão considerados todos os intervalos iguais como sugere a figura 2, de modo que a duração de cada intervalo I será:

$$DI = \frac{24}{N} = \frac{\tau}{N} \quad (\text{h}) \quad (18)$$

$P_{Li}^I$  e  $Q_{Li}^I$  são as potências ativas e reativas solicitadas no intervalo I na barra i.

Assim as cargas

$$\{P_{Li}^I\} \{(\forall I) \mid I = 1, \dots, N \quad \wedge \quad (\forall i) \mid i = 1, \dots, j, \dots, n\} \quad (19)$$

$$\{Q_{Li}^I\} \{(\forall I) \mid I = 1, \dots, N \quad \wedge \quad (\forall i) \mid i = 1, \dots, j, \dots, n\} \quad (20)$$

são determinadas.

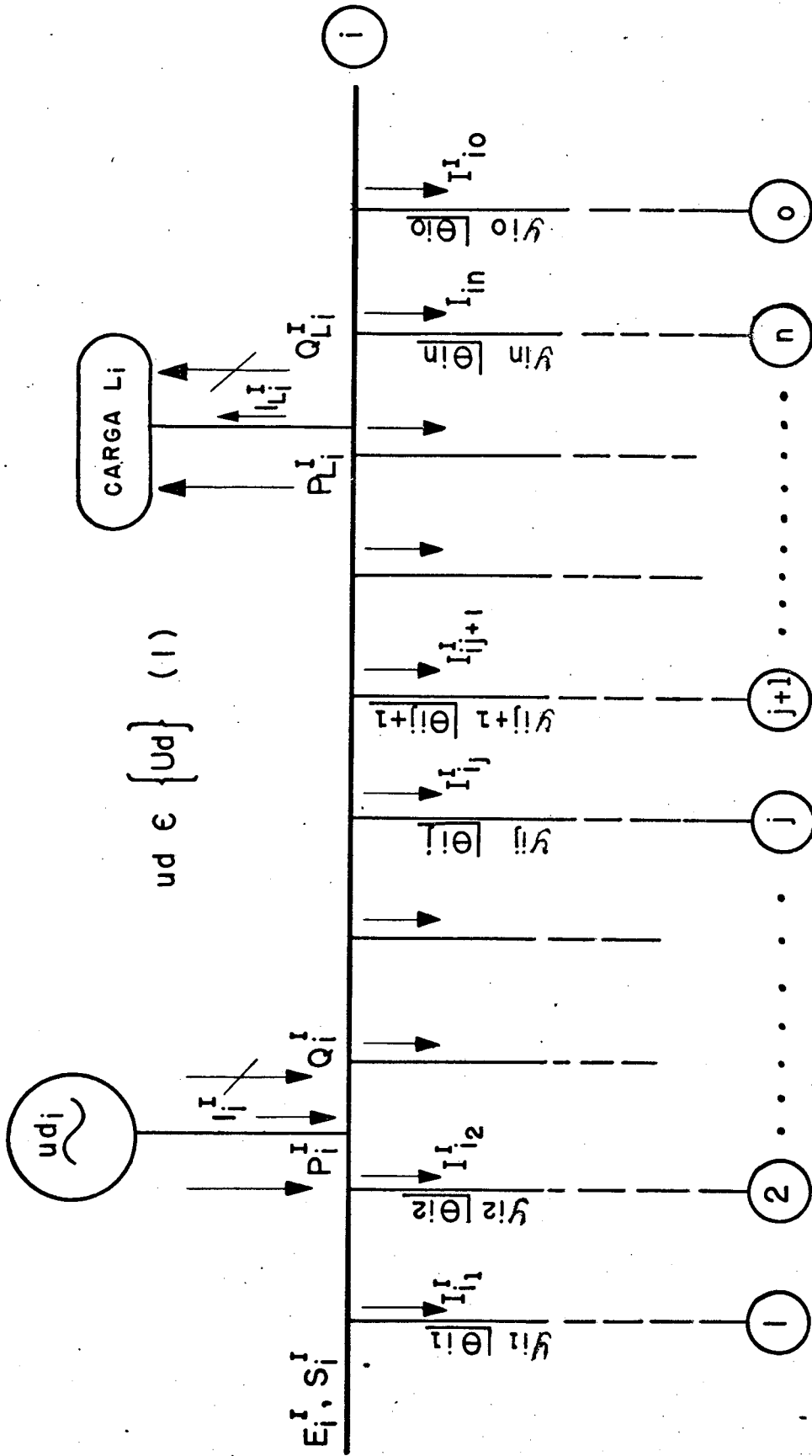
### 3.1.2 - Barra generalizada

A sugestão imediata que se oferece é a de um modelo que abrange cada intervalo I apenas e não todo o período  $\tau$ . Este modelo sugerido na figura 3, como uma *barra generalizada* "i". É um resultado direto da análise da estrutura comum aos sistemas de potência. Neste modelo aparecem os diversos elementos que constituem um tal sistema, representados pelos principais parâmetros que os caracterizam. Estão presentes também as variáveis mais significativas em termos deste tipo de sistema, como: tensões, ângulos de carga, potências ativas e reativas geradas, correntes de barramento e nas linhas de transmissão que concorrem em "i". Estas variáveis são representadas, pela ordem, por:

$$E_i^I, \psi_i^I, P_i^I, Q_i^I, I_i^I \quad \text{e} \quad I_{ij}^I$$

sendo j uma barra incidente em i, através da admitância  $y_{ij} \mid \theta_{ij}$ ,

As barras  $1, \dots, j, j+1, \dots, n, 0$  são concorrentes em i por meio das linhas de transmissão. Por outro lado, a geração é representada, juntamente com a carga  $L_i$ , de modo a fazer com que essa barra i seja absolutamente geral. A fonte de energia



0 - barra de referência (terra).

$$y_{i0} = y_{ii} + \sum_{j=1}^{n-1} 05 B_{ij}. \quad (20)$$

Fig. 3 - Barra generalizada "i".

$u_{di}$  em  $i$  é tal que:

$$u_{di} = u_d \in \{U_d\} \quad (21)$$

Qualquer outra barra do sistema será um caso particular desta. Assim, se alguma barra  $j$ , com  $j = 1, \dots, n$  e  $j \neq i$ , não incide em  $i$ , então a admitância  $Y_{ij}$ , da linha de transmissão que supostamente faria a ligação, é simplesmente nula. Se a barra considerada não possuir geração, então:

$$P_i^I = 0 \quad \wedge \quad Q_i^I = 0 \quad (22)$$

Analogamente, se não existir carga em  $i$ , então:

$$P_{Li}^I = 0 \quad \wedge \quad Q_{Li}^I = 0 \quad (23)$$

Um compensador síncrono, ou um reator indutivo, pode ser considerado como uma carga especial sobre essa barra  $i$ .

Por outro lado, tendo a terra como referência, a barra "0" será bastante particular, pois nela  $E_i^I = E_o^I = 0$  e todas as outras variáveis são indefinidas. Nesta barra não existem fontes de energia e a carga seria a perda total devido a circulação de correntes pela terra, também indeterminada.

A admitância  $\hat{y}_{io}$  é um elemento próprio da matriz admitância primitiva,  $y$ , ou seja, é um elemento da diagonal. É definida como sendo a soma da admitância própria da barra  $i$ ,  $\hat{y}_{ii}$ , com o somatório da metade das suscetâncias capacitivas das linhas de transmissão que incidem em  $i$ . Assim:

$$\hat{y}_{io} = \hat{y}_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n 0,5 \cdot B_{ij} = \hat{y}(i, i) \quad (24)$$

desde que estas linhas sejam representadas por seus circuitos equivalentes "II", como na figura 4.

A admitância  $\hat{y}_{ij}$  é um elemento mútuo dessa matriz  $y$ , ou seja, um elemento fora da sua diagonal. Pode ser determinado como:

$$\hat{y}_{ij} = \hat{y}_{ij} \left[ \theta_{ij} = \frac{1}{R_{ij} + jX_{ij}} \right] = \hat{y}(i, j) \quad (25)$$

onde  $R_{ij}$  é a resistência da linha e  $X_{ij}$  a sua reatância, como ilustrado na figura 4. A matriz  $Y_{BAR}$ , a partir de  $y$ , pode ser obti



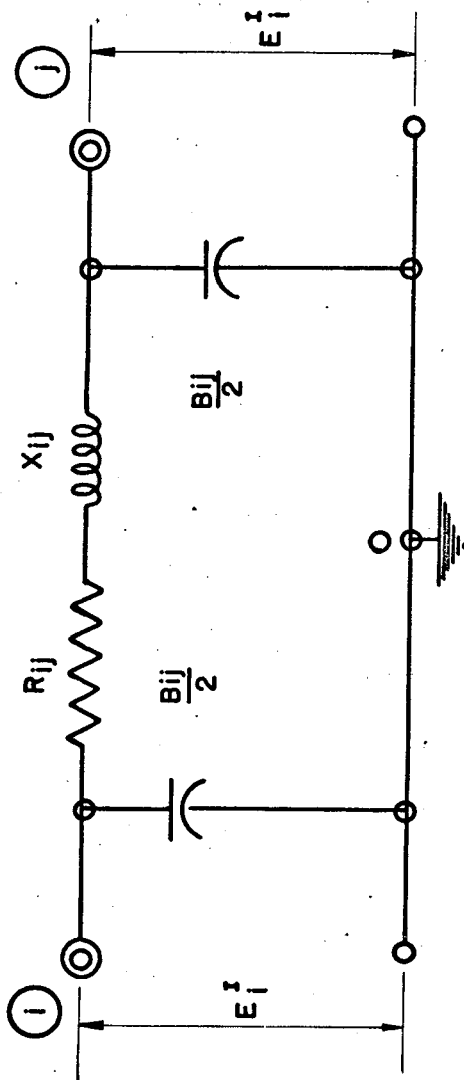


Fig 4 - Circuito equivalente "π" da linha de transmissão entre as barras "i" e "j".

da pelos métodos conhecidos e, então, descreve com propriedade a rede e permite escrever as equações de desempenho<sup>27</sup>, conforme este modelo, como segue:

$$P_i^I = \sum_{j=1}^n E_i^I \cdot Y_{ij} \cdot E_j^I \cdot \cos(\psi_i^I - \psi_j^I - \theta_{ij}) + P_{Li}^I \quad (26)$$

$$Q_i^I = \sum_{j=1}^n E_i^I \cdot Y_{ij} \cdot E_j^I \cdot \sin(\psi_i^I - \psi_j^I - \theta_{ij}) + Q_{Li}^I \quad (27)$$

para  $i = 1, \dots, n$ .

As variáveis  $E_i^I$  e  $\psi_i^I$  são exógenas e as variáveis  $P_i^I$  e  $Q_i^I$  são endógenas. As cargas  $P_{Li}^I$  e  $Q_{Li}^I$  são tratadas como parâmetros constantes durante o intervalo  $I$ , tendo em vista as suposições feitas.

Nesse trabalho vamos preferir, por conveniência das (26) e (27), determinar  $Y_{BAR}$  na forma polar. Assim, um elemento desta matriz será representado por:

$$\hat{Y}_{ij} = \hat{Y}_{bar}(i, j) = Y_{ij} \angle \theta_{ij} \quad (28)$$

O modelo agora está estruturado, faltando apenas alguns retoques a fim de completá-lo com relação aos objetivos de otimização.

### 3.2 - Formulação Geral

Matematicamente podemos formular o problema de otimização, a partir de uma abstração total do modelo proposto, como:

$$\begin{aligned} &\text{Minimizar} && C(\bar{X}) \quad | \quad \bar{X} \in V^n \\ &A G_k(\bar{X}) = 0 && \{(\cancel{\lambda}/k) \mid k = 1, \dots, r_0, r_0+1, \dots, r\} \quad (r_0 < n) \\ &A C(\bar{X}) = f(\bar{X}) && | \quad f : V^n \rightarrow K \end{aligned} \quad (29)$$

sendo  $\bar{X} = (x_1, x_2, \dots, x_j, \dots, x_n)^T$ , um vetor  $n$ -dimensional e  $r$  igual ao número de restrições de igualdade,  $r_0$ , somado ao número de restrições de desigualdade transformadas em igualdade,  $r_d$ , por intermédio de variáveis auxiliares. Esta é a formulação mais ge-

ral para um problema de programação não-linear (PNL), onde pelo menos  $f$  e/ou alguma  $G_k$  é/são aplicação/aplicações não linear/não lineares.

$C(\bar{X}) = f(\bar{X})$  é a função custo, que conterà os termos correspondentes aos custos variáveis em função da operação do sistema.

Seja

$$W^P \subset V^n \mid \{(\bar{X}), \bar{X} \in V^n \wedge \{\bar{X} \in W^P\} \wedge \{\bar{X} = \text{solução possível}\} \rightarrow$$

$$W^P = \{\text{conjunto das soluções possíveis}\}$$

O conjunto das soluções possíveis  $W^P$  é limitado pelas restrições  $G_k$ , de modo que a sua dimensão é:

$$p = n - r_0 \quad (30)$$

onde  $r_0$  é o número de restrições de igualdade propriamente ditas.

Assim, a solução ótima,  $\bar{X}^0 = \bar{X}$ , é um ponto interior a  $W^P$ , de coordenadas  $x_j = x_j^0$ ,

$$\bar{X}^0 = (x_1^0, x_2^0, \dots, x_j^0, \dots, x_p^0)^T = \bar{X} \quad (31)$$

ou seja:

$$\text{Se } \bar{X}^0 = \bar{X} \rightarrow \bar{X}^0 \in W^P \quad (32)$$

onde um total de  $r_0$  variáveis  $x_j$  puderam ser eliminadas<sup>28</sup>.

As restrições  $G_k$  são imposições determinadas por condições de operação de um sistema de energia elétrica. Estas restrições, no caso, atingem as variáveis  $x_j$  e seus valores relativos, atuando no sentido de garantir determinados requisitos sobre:

#### 1 - A continuidade de operação

Deseja-se um mínimo de racionamentos (brown-outs) e um mínimo de cortes (black-outs).

#### 2 - A qualidade do suprimento

Pretende-se exato controle dos limites de tensão e frequência. Nos países mais desenvolvidos a forma de onda é, modernamente, mantida dentro de limites específicos exigidos por

certos consumidores.

### 3 - Outros Objetivos e requisitos

Qualquer outro requisito pode ser introduzido através de restrições, criadas e formuladas de modo a que o mesmo seja preenchido.

A partir dessa formulação geral, passa-se a tratar o problema em termos do modelo proposto. A seleção das variáveis - mais adequadas para uso no processo de otimização não é possível, entretanto, sem um estudo preliminar das suas relações com os custos.

#### 3.3 - Custos e Variáveis

A consideração de certas parcelas do custo de operação de um sistema hidro-térmico depende da maior ou menor facilidade de medição dos custos associados a elas e da significância em relação aos demais custos envolvidos com o processo.

As parcelas de mais fácil determinação são as referentes a produção térmica e a manutenção das térmicas ou hidroelétricas. Os custos relativos à produção hidroelétrica podem ser determinados em função dos estudos de planejamento da operação a longo e médio-prazo, em termos de *custo marginal da água* ou, ainda, em termos de *restrições sobre o uso da água no período*. As decisões tomadas a longo-prazo, levam em conta principalmente o *custo da geração térmica* e o *custo das multas por falhas no suprimento*.<sup>20</sup> Entretanto não é tão fácil resolver este problema, o que é fundamental antes de sair a procura de uma operação ótima a curto prazo, pois com a quantidade de água disponível cada dia, podemos estabelecer uma restrição de operação baseada no consumo da água realmente a disposição nos reservatórios.

A próxima tarefa será, logicamente, estabelecer os diversos custos em termos das variáveis mais convenientes.

##### 3.3.1 - Custo de Produção Térmica

O consumo de centrais ou unidades termoelétricas pode ser determinado através das curvas de consumo fornecidas pelo fabricante, quando as máquinas são novas (com menos de cinco - ou dez anos), ou através de ensaios feitos diretamente sobre as

máquinas, medindo-se o consumo de combustível para a geração de uma certa potência firme, durante um certo tempo. As curvas geralmente fornecidas pelos fabricantes são uma aproximação quadrática do consumo em Cr\$ /h - MW, ou outro são obtidas pelo ajustamento de uma quadrática a partir dos dados obtidos nos ensaios. As figuras 5 e 6 são, respectivamente, as curvas de *custo-saída*\* e *consumo* de uma usina termoelétrica a carvão típica.

Assim se:

$$\begin{aligned} ud &= udi \in \{Ud\} \wedge ud_i = ut_i \mid ut_i \in \{U_t\} \rightarrow Cpt_i^I (P_i^I) \\ Cpt_i^I (P_i^I) &= a_i \cdot P_i^I + b_i (P_i^I)^2 \end{aligned} \quad (33)$$

onde  $Cpt_i^I (P_i^I)$  é o custo de produção da térmica em " i ".

O custo total da produção termoelétrica, para o intervalo I, será:

$$Cpt^I = \sum_{i=1}^t Cpt_i^I (P_i^I) = \sum_{i=1}^t (a_i \cdot P_i^I + b_i (P_i^I)^2) \quad (34)$$

onde t = nº de centrais térmicas do sistema em  $\tau$ .

### 3.3.2 - Custo de Manutenção das Termoelétricas e das Hidroelétricas.

O custo de manutenção é normalmente apropriado com base no histórico das máquinas do conjunto {Ud} disponível. A coletânea de todos os gastos feitos no passado com cada uma das centrais ud, permite lançar uma equação de custo para a manutenção em função do tempo total que uma central ou unidade fica em operação a um certo nível de potência de saída. Isto é intuitivo, quanto mais solicitada for certa usina, seja térmica - ou hidro, tanto mais necessitará de manutenção. Uma simplificação válida é contabilizar toda a despesa de manutenção, para uma determinada udi gerar certa quantidade de energia, a vários níveis de potência de saída e obter uma característica Cr\$/ Mwh

\* "Cost-output curves".

### CARACTERÍSTICAS DE UMA TERMOELÉTRICA A CARVÃO

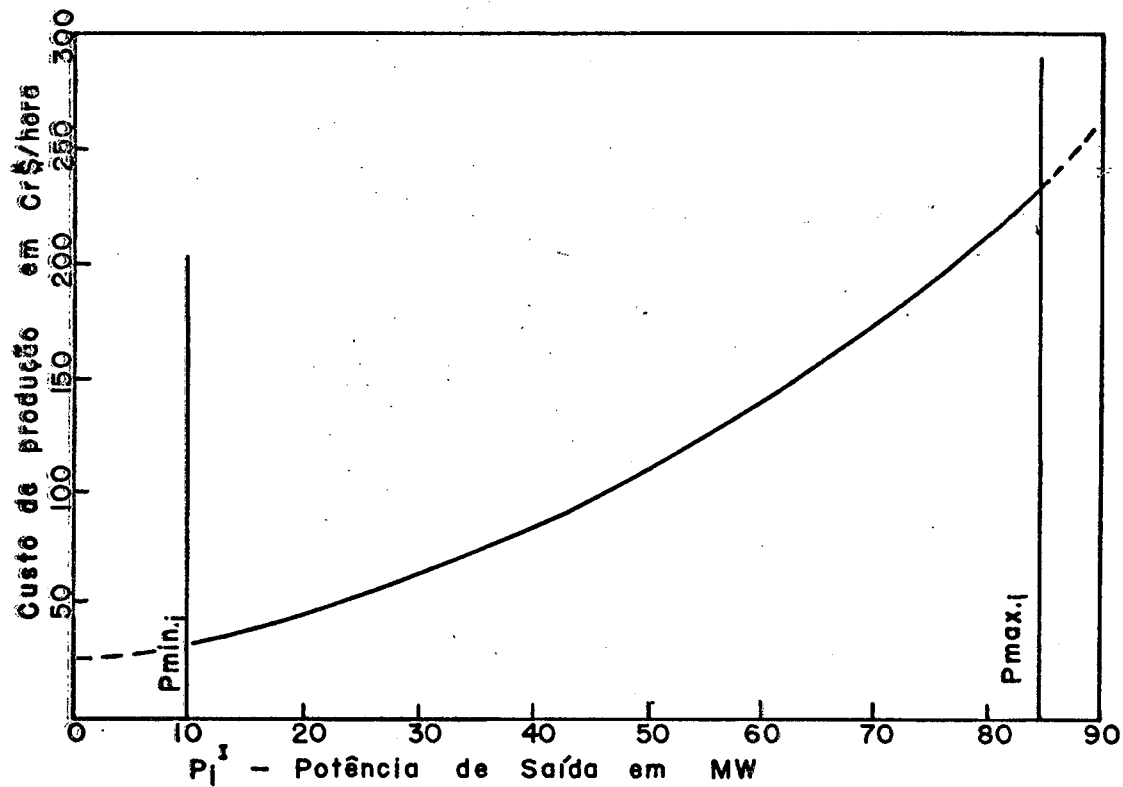


Fig. 5 - Curva custo-saída ou Cr\$/h - MW

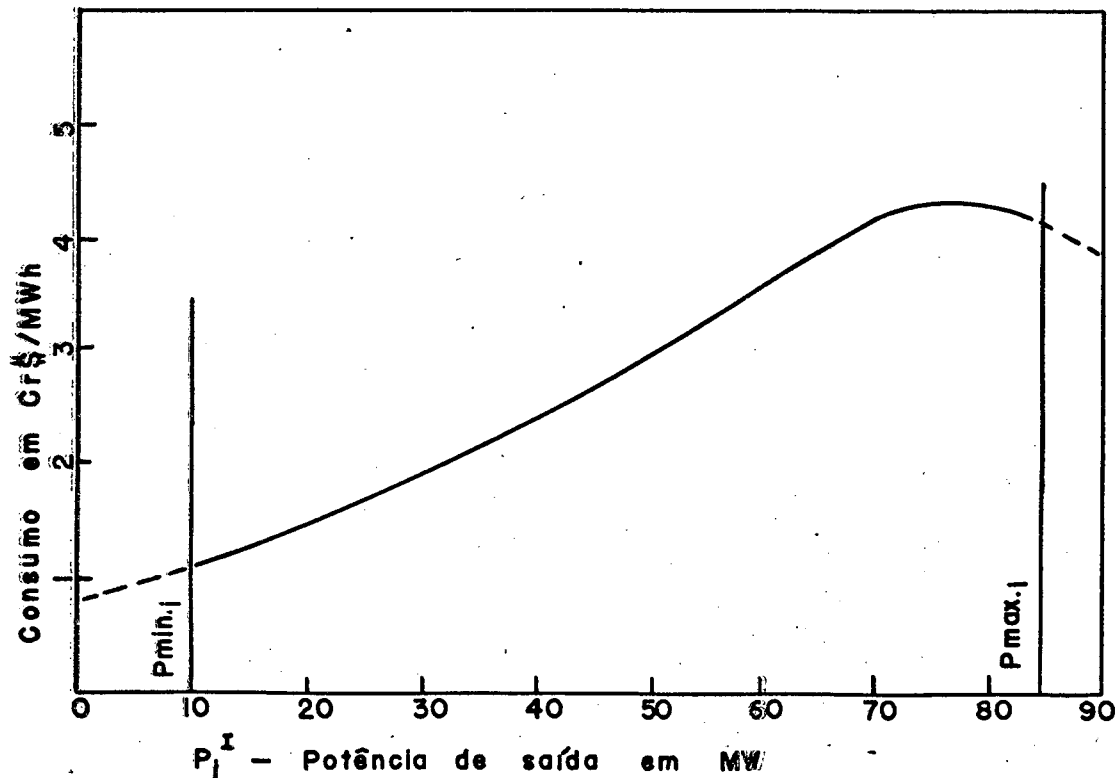


Fig. 6 - Curva de consumo em Cr\$/MWh - MW

- MW para a manutenção da unidade, ou usina, distribuindo este custo pela unidade de energia gerada. Deste modo se terá o custo de manutenção desta usina linearmente dependente da potência de saída  $P_i^I$ . A relação que se pode estabelecer é:

$$Cmt_i^I = di \cdot P_i^I \quad (i = 1, \dots, t) \quad (35)$$

para as termoelétricas e para as hidroelétricas:

$$Cmh_i^I = Ci \cdot P_i^I \quad (i = t + 1, \dots, g) \quad (36)$$

onde  $g = t + h =$  número de barras de geração do sistema. Os valores relativos de  $di$  e  $ci$  dependem da idade das máquinas e, em geral,  $di > ci$ . Isto é, o custo de manutenção por unidade de potência de uma central térmica é maior que o de uma hidro.

Estes custos de manutenção  $Cmt$  e  $Cmh$  não fáceis de se obter e, mais difícil, é relacioná-los com as  $P_i^I$  de saída das referidas estações geradoras. A dificuldade advém de se desconsiderar a relação que o custo de manutenção tem com o tempo que a central pode permanecer operando sem nova inspeção, bem como o aumento da probabilidade de falhas no final do período da vida útil do equipamento. A maneira usual de contornar estas complexidades é através do estudo da *alocação de unidades*.<sup>29</sup>

Neste trabalho considera-se que um estudo prévio de alocação das unidades  $\{Ud\}$  foi realizado, de modo que as (35) e (36) podem ser usadas com relativa aproximação.

### 3.3.3 - Custo de Produção Hidro

Naturalmente não existe um custo direto para a água, como no caso do combustível consumido pelas térmicas. Entretanto, desde os estudos de planejamento, pode-se fixar custos equivalentes para este líquido, a partir das perspectivas futuras das afluições no sítio hidráulico. Assim, se são previstas secas, talvez seja vantajoso gerar com as termoelétricas, uma vez que o *custo marginal da água*<sup>20, 21</sup> poderá atingir valores maiores que o custo da geração térmica, pela incidência de multas por falhas no suprimento, por ocasião da época de estio. Por outro lado, se há perspectiva é de enchentes, então o custo mar-

ginal da água desce a níveis bastante inferiores ao custo de geração térmica e, se não for gasta parte da reserva estocada, pode ser que uma quantidade enorme de energia seja *vertida* por sobre a barragem. O valor dessa energia desperdiçada pode ser determinado em termos da energia equivalente térmica que foi dispendida no passado sem necessidade.

Dessa forma a determinação do custo de produção hidroelétrica depende da solução do planejamento da operação a longo-prazo, quando então, o consumo da água no período considerado, dividido respectivamente pelos intervalos I, multiplicado pelo custo marginal, permite determinar o custo de produção hidro.

A curva de consumo d'água de uma hidro i, é; basicamente aquela da fig. 7. A aproximação linear é válida, para o intervalo normal de operação<sup>9</sup>, se é levado em conta o fato do rendimento do grupo gerador-turbina ser aproximadamente constante nesse intervalo.

Pode-se escrever, então, que:

$$P_i^I = \frac{\rho \cdot q_i^I \cdot H_i^I}{\eta_e \cdot \eta_h \cdot 10^6} = K h_i \cdot q_i^I \quad (\text{MW}) \quad (37)$$

onde:  $\eta_e$  = rendimento do alternador equivalente.  
 $\eta_h$  = rendimento da turbina equivalente.

Pela suposição de grandes reservatórios, ou de usinas a fio-d'água,  $H_i^I$  é uma constante para cada intervalo. Sendo  $\rho$  o peso específico da água, então  $kh_i$  é uma constante igual ao inverso da tangente de  $\theta$  na fig. 7.

Então, conclui-se que:

$$q_i^I = \frac{1}{K h_i} \cdot P_i^I = \text{tg} \theta \cdot P_i^I \quad (\text{m}^3/\text{seg}) \quad (38)$$

Se  $\gamma_i$  for o custo marginal da água para a hidro i, no período  $\tau$ , em Cr\$/m<sup>3</sup>, então:

$$C_{ph}_i^I = 3600 \cdot \gamma_i \cdot q_i^I = 3600 \cdot \gamma_i \cdot \text{tg} \theta \cdot P_i^I \quad (39)$$



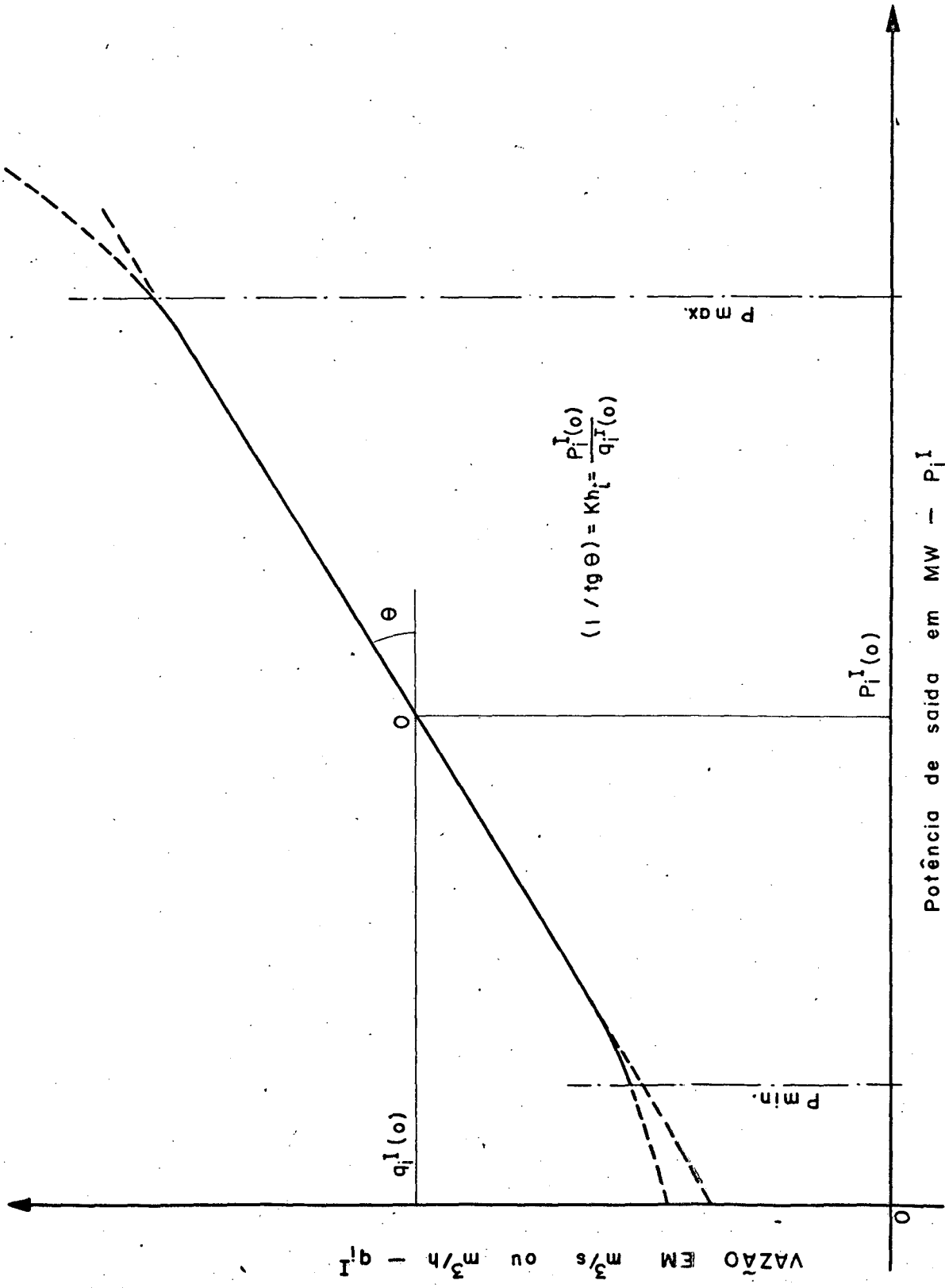


Fig 7. - Consumo  $q_i^I - P_i^I$  de uma central hidroelétrica

O custo total de produção hidro será dado por:

$$Cph^I = \sum_{i=t+1}^g Cph_i^I = \sum_{i=t+1}^g kchi_i \cdot P_i^I \quad (40)$$

$$\text{onde } kchi_i = 3600 \cdot \gamma_i \cdot \text{tg}\theta \quad (\text{Cr}\$/\text{MW}) \quad (41)$$

onde  $kchi$  é o fator de custo das hidroelétricas. Algumas dificuldades surgem quando do estabelecimento das expressões (40) e (41) na prática, sendo exigidos ensaios demorados e com as máquinas - em trabalho. O valor de  $\gamma_i$  também é obtido de estudos bastante complexos de planejamento<sup>20, 21</sup>.

Existe uma maneira de considerar o custo das hidros indiretamente, através de uma restrição apropriada. É como se fará neste estudo. Com os resultados dos estudos de planejamento de operação o qual fornece a água disponível para cada central em cada período. Esta opção também simplifica a função custo total, embora aumente o número das restrições.

Se a potência fornecida pela usina  $i$ , durante o intervalo  $I$ , de duração  $DI$ , for constante e igual a  $P_i^I$ , então

$$v_i^I = DI \cdot q_i^I \quad (42)$$

é o volume de água turbinada. Desde a fig. 7 e através da expressão (37), vem que:

$$v_i^I = DI \cdot \left( \frac{P_i^I}{Khi} \right) = \frac{DI \cdot P_i^I}{Khi} \quad (43)$$

$$\text{e } w_i^I = v_i^I \cdot Khi = DI \cdot P_i^I \quad (44)$$

logo

$$P_i^I = \frac{w_i^I}{DI} \quad (45)$$

Sobre todo o período  $\tau$  pode-se escrever:

$$\sum_{I=1}^N P_i^I = \sum_{I=1}^N (w^I / DI) = \frac{W_i^T}{DI} \quad (46)$$

onde

$$W_i^T = \sum_{I=1}^N w_i^I, \quad | i = t+1, \dots, g \quad (47)$$

deve ser igual a reserva Hidráulica da usina  $i$  no período, sob pena de faltar ou sobrar água futuramente. Equivalentemente, como sugere a (46), obtem-se.

$$H_i^T = \sum_{I=1}^N P_i^I = \frac{W_i^T}{DI}, \quad | i = t+1, \dots, g \quad (48)$$

onde se denomina  $H_i^T$  energia avaliável na hidroelétrica  $i$  no período  $t$ .

Estas restrições (48) dispensam os termos de custo de produção hidro na função critério.

A função objetivo para o modelo pode, afinal, ser apresentada como segue.

### 3.3.4 - Custo total de geração

A expressão final do custo global de geração será:

$$Ctg^I = Cpt^I + Cmt^I + Cmh^I \quad (49)$$

$$\begin{aligned} \therefore Ctg^I &= \sum_{i=1}^t (a_i \cdot P_i^I + b_i \cdot (P_i^I)^2) + \sum_{i=1}^t d_i \cdot P_i^I + \\ &+ \sum_{i=t+1}^g C_i \cdot P_i^I \end{aligned} \quad (50)$$

e

$$Ctg^I = \sum_{i=1}^t ((a_i + d_i) \cdot P_i^I + b_i \cdot (P_i^I)^2) + \sum_{i=t+1}^g C_i \cdot P_i^I \quad (51)$$

desde as (34), (35) e (36).

Esta função é não-linear e, particularmente, quadrática em termos da variável  $P_i^I$ .

A sua forma global sobre todo o período será:

$$Ctg = \sum_{I=1}^N Ctg = \sum_{I=1}^N \left\{ \sum_{i=1}^t ((d_i + d_i) \cdot P_i^I + b_i \cdot (P_i^I)^2) + \sum_{i=t+1}^g c_i \cdot P_i^I \right\} \quad (52)$$

### 3.4 - As Restrições

Matematicamente viu-se que:

$$G_k(\bar{X}) = 0 \quad | \quad k = 1, \dots, r_0, r_0+1, \dots, r \quad (53)$$

ou são restrições de igualdade propriamente ditas, ou então são restrições de desigualdade transformadas em restrições do primeiro tipo pela introdução de variáveis auxiliares.

As restrições de igualdade constituem uma classe de restrições que significam que o vetor  $\bar{X}$  deve se manter em um dado sub-espço de  $V^n$  de dimensão  $n-r_0^*$ , enquanto que as restrições de desigualdade significam que o espaço dos valores possíveis de  $\bar{X}$  em  $V^n$  é um subconjunto de elementos de  $V^n$ , designado por  $W^P$ . Se  $r_0=0$ , então  $p=n$ . Isto é, a dimensão do sub-espço das soluções possíveis não é alterada pelas restrições de desigualdade.

Resumindo, o efeito das restrições de igualdade é diminuir a dimensão de  $W^P$  pela eliminação<sup>29</sup> de componentes  $x_j$  de  $\bar{X}$ , enquanto que as de desigualdade não alteram a dimensão de  $W^P$ .

Fisicamente as restrições expressas pelas (53) representam limitações sobre os elementos reais do sistema, que devem ser respeitadas sob pena de sérios danos ou multas.

Neste estudo, além das restrições expressas pelas equações de desempenho (25) e (26), que são de igualdade, considera-se também as equações das hidroelétricas (48), que são do mesmo tipo. As primeiras garantem que a geração total será suficiente para atender a demanda e entreter as perdas na rede de transmissão e as segundas restringem o consumo das águas armazenadas nos reserva-

\*ver item 3.2, pag. 31

tórios das hidros correspondentes, aos limites estipulados pelas decisões do planejamento ótimo de operação.

Reescrevendo as (25) (26) e as (48) tem-se:

$$g_1(X) = P_i^I - \sum_{j=1}^n E_i^I \cdot Y_{ij} \cdot E_j^I \cdot \cos(\psi_i^I - \psi_j^I - \theta_{ij}) - P_{L_i}^I = 0 \quad (54)$$

$$g_2(X) = Q_i^I - \sum_{j=1}^n E_i^I \cdot Y_{ij} \cdot E_j^I \cdot \sin(\psi_i^I - \psi_j^I - \theta_{ij}) - Q_{L_i}^I = 0 \quad (55)$$

para  $i = t+1, \dots, g$

$$g_3(X) = H_i^\tau - \sum_{I=1}^N P_i = \frac{W_i^\tau}{DT} - \sum_{I=1}^N P_i = 0 \quad (56)$$

para  $i = t+1, \dots, g$

As capacidades da geração são tais que:

$$P_{M_i} \geq P_i^I \geq P_{m_i} \quad (57)$$

$$Q_{M_i} \geq Q_i^I \geq Q_{m_i} \quad (58)$$

para  $i = 1, \dots, g$

Os limites de geração ativa estão claramente ilustrados nas fig. 5, 6 e 7.

As restrições (57) e (58) são do tipo desigualdade, mas podem ser transformadas em restrições de igualdade como segue:

$$g_4(X) = P_{M_i} - P_i^I - pq_i = 0 \quad (59)$$

$$g_5(X) = P_i^I - P_{m_i} - pp_i = 0 \quad (60)$$

$$g_6(X) = Q_{M_i} - Q_i^I - qp_i = 0 \quad (61)$$

$$g_7(X) = Q_i^I - Q_{m_i} - qq_i = 0 \quad (62)$$

para  $i = 1, \dots, g$

onde as variáveis  $pq_i$ ,  $pp_i$ ,  $qp_i$  e  $qq_i$  são auxiliares.

Por outro lado existem limites sobre os valores das

tensões nas barras do sistema que podem ser expressos por:

$$E_{M_i} \leq E_i^I \leq E_{m_i} \quad (63)$$

para  $i = 1, \dots, g, \dots, n$

que permitem escrever, analogamente, que:

$$g_8(X) = E_{M_i} - E_i^I - qe_i = 0 \quad (64)$$

$$g_9(X) = E_i^I - E_{m_i} - qd_i = 0 \quad (65)$$

para  $i = 1, \dots, g, \dots, n$

Dessa forma o número total de restrições consideradas será:

$$r = 2.g + (g - t) + 4g + n = 7g - t + n \quad (66)$$

o número de restrições de igualdade propriamente ditas:

$$r_0 = 2.g + (g - t) = 3g - t \quad (67)$$

e o número das de desigualdade transformadas em igualdade:

$$rd = r - r_0 = 4g + n \quad (68)$$

com o que o número total de variáveis auxiliares introduzidas será também  $rd$ .

As (59) a (62) e (64) e (65) foram escritas de tal modo, que estas variáveis são todas positivamente definidas, pois estas expressões derivam de restrições do tipo:

$$g_k(\bar{X}) \geq 0 \quad (69)$$

### 3.5 - Formulação Final

A escolha das variáveis independentes é de fundamental importância. Das opções possíveis os conjuntos  $(P_i^I, Q_i^I)$  ou

$(E_i^I, \psi_i^I)$  são as variáveis independentes mais usadas. O uso das variáveis  $(P_i^I, Q_i^I)$  é feito em muitos trabalhos sobre sistemas, no que se refere a estudos de operação econômica. Ultimamente, entretanto, a preferência tem recaído sobre as variáveis tensão de barra e ângulo de carga,  $(E_i^I, \psi_i^I)$ , que eliminam a necessidade da conhecida fórmula de perdas<sup>9, 31</sup> para o sistema de transmissão. Estas últimas variáveis serão usadas nesse estudo pois, além de tudo, consideram as perdas com maior exatidão.

O problema pode ser formulado então, como:

$$\text{minimizar } \text{Ctg} (E_i^I, \psi_i^I) \quad | \quad \text{Ctg} = \sum_{I=1}^N \text{Ctg}^I \quad (70)$$

sujeita a

$$g_k (E_i^I, \psi_i^I) = 0 \quad \wedge \quad g_k (E_i^I, \psi_i^I) - b_i = 0 \quad (71)$$

para  $k = 1, 2, \dots, 9$

$$\text{pois } P_i^I = \xi_i^I (E_i^I, \psi_i^I) \quad (72)$$

$$\text{e } Q_i^I = \zeta_i^I (E_i^I, \psi_i^I) \quad (73)$$

como se deduz das equações de desempenho (25) e (26).

Examinando as diversas restrições (71) nota-se que a menos da  $g_3 (X)$ , todas elas podem ser verificadas ao fim de um intervalo  $I$ . A  $g_3 (X)$ , entretanto, só pode ser testada após um período completo. Diz-se que esta é uma restrição não-separável ou acoplada, enquanto que as outras são separáveis ou não-acopladas.

Usando a notação matricial se obtém uma formulação detalhada, mas ao mesmo tempo compacta, daí porque será utilizada a seguir.

Define-se:

$$\bar{P} = \left[ P_1^I P_2^I \dots P_i^I \dots P_g^I \right]^T = \left[ \bar{P}^I \right] \quad | \quad I = 1, \dots, N \quad (74)$$

como o vetor potência ativa.

$$\bar{Q} = \left[ Q_1^I Q_2^I \dots Q_i^I \dots Q_g^I \right]^T = \left[ \bar{Q}^I \right] \quad | \quad I = 1, \dots, N \quad (75)$$

como o vetor potência reativa.

$$\bar{A} = \left[ \alpha_1^I \ \alpha_2^I \ \dots \ \alpha_i^I \ \dots \ \alpha_g^I \right]^T = \left[ \bar{A}^I \right] \quad | \quad I = 1, \dots, N \quad (76)$$

o vetor dos coeficientes de custo proporcionais a  $P_i^I$ . Os custos de manutenção e os custos proporcionais do combustível permanecem constantes ao longo do período e então se pode escrever que:

$$\alpha_i^1 = \alpha_i^2 = \dots = \alpha_i^I = \dots = \alpha_i^N = \alpha_i \quad (77)$$

e tem-se que:

$$\bar{A} = \left[ \alpha_1 \ \alpha_2 \ \dots \ \alpha_i \ \dots \ \alpha_g \ \vdots \ \dots \ \vdots \ \alpha_1 \ \alpha_2 \ \dots \ \alpha_i \ \dots \ \alpha_g \right]^T \quad (78)$$

onde, para  $i = 1, \dots, t$ :

$$\alpha_i = a_i + d_i \quad (79)$$

e para  $i = t + 1, \dots, g$ :

$$\alpha_i = c_i \quad (80)$$

A matriz dos coeficientes de custo mais que proporcionais a  $P_i^I$ , ou quadráticos, será:

$$B = \left[ B_{IJ} \right] \quad | \quad (I = 1, \dots, N \ \wedge \ J = 1, \dots, N) \quad (81)$$

onde  $B_{IJ}$  são submatrizes de ordem  $(g \times g)$ , as quais são nulas se  $I \neq J$ , pois não existe relacionamento ou dependência entre os custos desse tipo nos diferentes intervalos.

$$B_{IJ} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (g \times g) \quad \text{se } I \neq J \quad (82)$$

Se  $I = J$ , então  $B_{IJ}$  será do tipo:

$$B_{IJ} = B_{II} = \left[ \begin{array}{ccc|ccc} b_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & b_t & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c|c} B_t & 0 \\ \hline 0 & 0 \end{array} \right] \quad (83)$$

para  $I = 1, \dots, N$

A dimensão de  $B$  será então  $(N.g \times N.g)$  e a sua dia



gonal será:

$$\text{diag } B = \{B_{II}\} \quad \text{para } I = 1, \dots, N \quad (84)$$

A matriz  $B_t$  é uma submatriz de  $B_{II}$  de ordem  $t \times t$ , onde os coeficientes  $b_i$  ( $i = 1, \dots, t$ ) são os coeficientes quadráticos de custo das termoeletricas, como aparecem na (34). A diagonal de  $B_t$  é:

$$\text{diag } B_t = \{b_i\} \quad \text{para } i = 1, \dots, t \quad (85)$$

e os elementos fora da diagonal serão nulos, uma vez que não há relação de dependência entre os custos mais que proporcionais de uma e outra central. Lógicamente  $b_i = 0$  para as hidroelétricas ( $i = t + 1, \dots, g$ ).

O vetor tensão de barras, por sua vez, pode ser escrito como:

$$\bar{E}_{\text{BAR}} = \bar{E} = \begin{bmatrix} \bar{E}^I \\ \bar{E}^I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1^I & \dots & E_i^I & \dots & E_n^I \end{bmatrix}^T \quad | \quad I = 1, \dots, N \quad (86)$$

Agora o problema pode ser inteiramente reformulado em termos matriciais como:

$$\text{minimizar } C_{tg}(\bar{P}) \quad | \quad C_{tg}(\bar{P}) = \bar{A}^T \cdot \bar{P} + \bar{P}^T \cdot B \cdot P \quad (87)$$

sujeita às restrições de igualdade (54), (55) e (56) e às demais:

$$\bar{P}_M - \bar{P} - \bar{pq} = 0 \quad (88)$$

$$\bar{Q}_M - \bar{Q} - \bar{qp} = 0 \quad (89)$$

$$\bar{E}_M - \bar{E} - \bar{qe} = 0 \quad (90)$$

$$\bar{P} - \bar{P}_m - \bar{pp} = 0 \quad (91)$$

$$\bar{Q} - \bar{Q}_m - \bar{qq} = 0 \quad (92)$$

$$\bar{E} - \bar{E}_m - \bar{qd} = 0 \quad (93)$$

onde os vetores  $\bar{P}_M, \bar{Q}_M, \bar{E}_M, \bar{P}_m, \bar{Q}_m$  e  $\bar{E}_m$  são todos similares ao vetor:

$$\bar{P}_M = \begin{bmatrix} P_{M1} \dots P_{Mi} \dots P_{Mg} \end{bmatrix} \quad (94)$$

e os vetores auxiliares  $\bar{pq}, \bar{pp}, \bar{qp}, \bar{qq}, \bar{qe}$  e  $\bar{qd}$  são, também, todos análogos a :

$$\overline{pq} = \left[ \overline{pq}^I \right] = \left[ pq_1^I \dots pq_i^I \dots pq_g^I \right] \quad | \quad I = 1, \dots, N \quad (95)$$

As restrições de igualdade para as barras de geração e barras de carga são:

$$\overline{P} - \overline{P}_{Lg} - \overline{f}_{1g} (\overline{E}, \overline{\psi}) = 0 \quad (96)$$

$$\overline{Q} - \overline{Q}_{Lg} - \overline{f}_{2g} (\overline{E}, \overline{\psi}) = 0 \quad (97)$$

$$- \overline{P}_{Lc} - \overline{f}_{1c} (\overline{E}, \overline{\psi}) = 0 \quad (98)$$

$$- \overline{Q}_{Lc} - \overline{f}_{2c} (\overline{E}, \overline{\psi}) = 0 \quad (99)$$

onde  $\overline{f}_{1g} (\overline{E}, \overline{\psi})$ ,  $\overline{f}_{2g} (\overline{E}, \overline{\psi})$ ,  $\overline{f}_{1c} (\overline{E}, \overline{\psi})$  e  $\overline{f}_{2c} (\overline{E}, \overline{\psi})$  são vetores - funcionais resultantes para as barras de geração e de carga, respectivamente, e onde  $\overline{\psi}$  é:

$$\overline{\psi} = \left[ \overline{\psi}^I \right] = \left[ \psi_1^I \dots \psi_i^I \dots \psi_n^I \right]^T \quad | \quad I = 1, \dots, N \quad (100)$$

e  $\overline{P}_{Lg}$  e  $\overline{Q}_{Lg}$  são análogos do tipo:

$$\overline{P}_{Lg} = \left[ \overline{P}_{Lg}^I \right] = \left[ P_{L1}^I \dots P_{Li}^I \dots P_{Lg}^I \right] \quad | \quad I = 1, \dots, N \quad (101)$$

igualmente acontecendo com os vetores  $\overline{P}_{Lc}$  e  $\overline{Q}_{Lc}$ :

$$\overline{P}_{Lc} = \left[ \overline{P}_{Lc}^I \right] = \left[ P_{Lg+1}^I \dots P_{Ln}^I \right] \quad | \quad I = 1, \dots, N \quad (102)$$

As restrições de igualdade para as hidroelétricas podem ser escritas como:

$$\overline{H} - D \cdot \overline{P} = 0 \quad (103)$$

onde o vetor  $\overline{H}$  é definido como:

$$\overline{H} = \left[ H_{t+1} \dots H_g \right]^T \quad (104)$$

e a matriz  $D$  é uma matriz de ordem  $(h \times N \cdot g)$ , onde  $h = g - t$  é o número da hidroelétrica  $U_h \in \{U_d\}$ . Esta matriz é do tipo:

$$D = \left[ D_{1I} \dots D_{2I} \right] \quad \{I=1, \dots, N\} \quad (105)$$

onde

$$D_{1I} = \left[ 0_{ij} \right] \quad | \quad 0_{ij} = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} i=1, \dots, t \\ j=t+1, \dots, g \end{array} \right\} \quad (106)$$

$$e \quad D_{2I} = \left[ I_d \right] = \left[ \text{matriz identidade} \right] \quad (107)$$

sendo que a ordem de  $D_{2I}$  é  $h \times h$ .

Pronta a formulação conclui-se que realmente as variáveis  $(\bar{E}, \bar{\Psi})$  são as mais convenientes, pois através delas e da solução do sistema de equação constituído pelas (96) a (99), se poderá determinar  $\bar{P}$ ,  $\bar{Q}$  e testar todas as restrições.

O problema se apresenta tipicamente não-linear, com não linearidades tanto na função objetivo como nas restrições. Isto, junto com o número de variáveis, caracteriza este problema como de grande dimensão e difícil solução. Devido a aspectos matemáticos e físicos é possível, entretanto, de se obter uma simplificação para o mesmo, como se verá a seguir no próximo capítulo.

## C A P Í T U L O   I V

### ALGORÍTMO PARA A SOLUÇÃO DO PROBLEMA

#### 4.1 - Considerações Iniciais

A formulação do problema, como foi feita no capítulo anterior, tem por objetivo permitir a otimização da operação - em termos de potência ativa e reativa, tendo em vista as vantagens, apontadas por Billiton e Sachdeva<sup>6</sup>, desta maneira de conduzir a pesquisa do ótimo em relação às demais.

A solução deste problema, por sua vez, está fundamentada nos estudos de M. Ramamoorty e Gopala Rao<sup>2,12</sup>. Aqui neste trabalho o algoritmo usado será basicamente o apresentado por aqueles autores, com pequenas modificações pela introdução do custo de manutenção das hidroelétricas. O acerto ou não da escolha - desta direção só poderá ser julgada ao fim deste trabalho. Por ora sabe-se, contudo, que essa diretriz é uma das que conduz aos melhores resultados com menores dificuldades computacionais. O uso do IBM-1130, entretanto, dificilmente permitirá avaliar este mérito, pois com apenas 16K de memória interna, necessita-se usar muitos artifícios para processar o programa resultante. O uso de métodos alternativos para a otimização dependerá, certamente, da criação de maiores recursos computacionais para o futuro, com os quais se possa contar neste Centro.

#### 4.2 - Suposições para o problema

As primeiras suposições que foram feitas são as que seguem abaixo. Foram estabelecidas com a finalidade de simplificar o método global de pesquisa do ótimo, pela introdução de aproximações válidas e redução do número de restrições:

Tais suposições são:

1. de que as cargas permanecem constantes pelo espaço de tempo correspondente a um intervalo  $I$ , permitindo a discretização das curvas de demanda de potência ativa e reativa,
2. de que os reservatórios das hidroelétricas ou são de regularização plurianual ou não existem (caso das hidroelétricas projetadas para  $q_{100\%}$  e  $q_{95\%}$ ), significando que se pode desprezar as variações hidrodinâmicas durante o período e, mais evidentemente, em um intervalo  $I$ ,
3. que as curvas de consumo das térmicas são suficientemente aproximadas através de uma representação quadrática - (34),
4. que o custo do combustível das térmicas não oscila durante o período,
5. que não existem reservatórios em "cascata" entre as hidroelétricas, isto é, que a geração das hidros são independentes entre si,
6. que a configuração do sistema não se altera nesse período considerado, de modo que a matriz  $Y_{BAR}$  não se altera nesse espaço de tempo,
7. que a capacidade das linhas e transformadores não será ultrapassada durante este mesmo período e
8. que os custos de manutenção das térmicas e hidros podem ser bastante aproximados pelas (35) e (36).

Supõem-se ainda conhecidas as soluções dos estudos de previsão de carga, planejamento de operação e alocação de unidades: cargas previstas nos diversos intervalos do período, volume d'água disponível para geração em cada hidro do sistema para o período considerado e as unidades disponíveis  $ud$  e  $\{Ud\}$ .

Conhecidas as limitações da simulação matemática feita, pode-se passar agora a solução do problema de otimização.

#### 4.3 - Decomposição - O Problema Separável

No capítulo III, ítem 3.5, se classifica brevemente as restrições em acopladas e não acopladas. Esta classifica -

ção permite a simplificação do problema, dividindo-o em problemas de menor porte. O método é sugerido por Hadley<sup>32</sup> e Wagner<sup>33</sup> e se baseia na separabilidade da função objetivo.

Designando:

$$\bar{P}^I = \left[ P_1^I \dots P_i^I \dots P_g^I \right]^T \quad (108)$$

$$\bar{Q}^I = \left[ Q_1^I \dots Q_i^I \dots Q_g^I \right]^T \quad (109)$$

de modo que a (74) e (75) podem ser escritas como segue:

$$\bar{P} = \left[ \bar{P}^I \right] \quad | \quad (I = 1, \dots, N) \quad (110)$$

$$\bar{Q} = \left[ \bar{Q}^I \right] \quad | \quad (I = 1, \dots, N) \quad (111)$$

Como  $\bar{A}^1 = \bar{A}^2 = \dots = \bar{A}^I = \dots = \bar{A}^N$  pelas suposições 4 e 8, e  $B_{11} = B_{22} = \dots = B_{II} = \dots = B_{NN}$  pela suposição 4, pode-se escrever, desde a (83) que:

$$C_{tg}(\bar{P}) = \sum_{I=1}^N \{ (\bar{A}^I)^T \cdot (\bar{P}^I) + (\bar{P}^I)^T \cdot B_{II} \cdot (\bar{P}^I) \} \quad (112)$$

onde  $\bar{A}^I$  e  $B_{II}$  são definidos, respectivamente, pelas expressões (76) e (81).

Abandonando inicialmente as restrições sobre as hidroelétricas, chega-se a seguinte formulação para os problemas gerados pela decomposição da (112):

$$\min \{ (\bar{A}^I)^T \cdot (\bar{P}^I) + (\bar{P}^I)^T \cdot B_{II} \cdot (\bar{P}^I) \} \quad | \quad (I=1, \dots, N) \quad (113)$$

sujeita às restrições definidas pelas (92 a 95) e (84 a 89).

Resolvendo estes  $N$  sub-problemas<sup>2</sup> pode-se tentar verificar as restrições das hidros (99). É claro que estas  $N$  soluções não são todas linearmente independentes, como o simples exame da (99), escrita na forma da (56), está mostrando.

Por outro lado, se as (99) são esquecidas inicialmente, a solução de pelo menos um sub-problema, inevitavelmente, irá colocar a solução global fora da região de soluções possíveis. A obtenção da solução ótima final deve ser conduzida, portanto, através de um critério que leve em conta as restrições das hidroelétricas e que permita alcançar as soluções dos sub-problemas com

modificações tais, que levem a solução global para a região de soluções possíveis.

A grande vantagem do método da decomposição <sup>2,32</sup> é a redução da dimensão do problema, permitindo explorar os escassos recursos de memória interna de um computador (como o IBM-1130 do Centro Tecnológico da UFSC, por exemplo, que tem 11 a 12 K de memória disponível), bem como a conseqüente economia em tempo de computação devido às simplificações.

#### 4.4 - Técnicas de Otimização Adotadas

A análise das estruturas do problema global e dos sub-problemas mostra que as técnicas de otimização a adotar, num e noutro caso, serão particularmente distintas e que as soluções dos sub-problemas são indispensáveis para o processo de solução do global.

##### 4.4.1 - Problema Global

A função objetivo sendo quadrática, como nos mostra a (83), sujeita às restrições de igualdade e desigualdade, como foi visto, caracteriza o problema todo, como um problema de Programação Não-Linear (PNL) com restrições.

As condições de otimalidade <sup>22,28</sup> se dividem em necessárias e suficientes como se sabe, mas nesse caso não são tão simples de serem estabelecidas. As condições necessárias, também conhecidas como *condições de Kuhn-Tucker*, são formuladas exatamente para problemas do tipo com restrições <sup>28,29,32</sup>. As condições de suficiência, para as condições necessárias, são estabelecidas pelo estudo da forma da função objetivo e das restrições. Pode-se provar <sup>22,27,28,33</sup> que se a função critério é *pseudo-convexa* e as restrições são *quase-convexas*, então as condições de Kuhn-Tucker são também suficientes para o ótimo ou mínimo global.

Para atingir o ótimo do problema global acoplado se definirá a *função Lagrangiano* <sup>27,28</sup>, obtida deste as (87)a (94) e das (96) a (99), como sendo:

$$L(\bar{P}, \bar{\lambda}) = \bar{A}^T \cdot \bar{P} + \bar{P}^T \cdot B \cdot \bar{P} + \langle \bar{\lambda}, \overline{g_k(\bar{P}) - \bar{P}_k} \rangle \quad (114)$$

onde  $\bar{\lambda}$  é o vetor dos multiplicadores de Lagrange, definido como:

$$\bar{\lambda} = \left[ \bar{\lambda}_1 \dots \bar{\lambda}_k \dots \bar{\lambda}_r \right]^T \quad (115)$$

e tal que, para  $k = h$ :

$$\bar{\lambda}_h = \left[ \lambda_{t+1} \dots \lambda_i \dots \lambda_g \right]^T \quad (116)$$

O vetor das restrições também é definido como sendo:

$$\bar{R} = \left[ \bar{R}_1 \dots \bar{R}_k \dots \bar{R}_r \right]^T \quad (117)$$

onde, para  $k = h$ :

$$\bar{R}_h = \left[ g_i(\bar{P}) - p_i \right] \quad i = t + 1, \dots, g \quad (118)$$

Pela (52) vem que:

$$L(\bar{P}, \bar{\lambda}) = L(\bar{E}, \bar{\psi}, \bar{\lambda}) = \sum_{I=1}^N C_{tg}^I + \sum_{k=1}^r \bar{\lambda}_k \cdot \bar{R}_k \quad (119)$$

Como na obtenção da solução global a única restrição que ainda não terá sido verificada será a das hidros, a função de Lagrange poderá ser reescrita como:

$$L(\bar{E}, \bar{\psi}, \bar{\lambda}_h) = \sum_{I=1}^N C_{tg}^I (\bar{E}^I, \bar{\psi}^I) + \langle \bar{\lambda}_h, \bar{R}_h \rangle \quad (120)$$

ou ainda:

$$L(\bar{E}, \bar{\psi}, \lambda_i) = \sum_{I=1}^N C_{tg}^I (\bar{E}^I, \bar{\psi}^I) + \sum_{i=t+1}^g \lambda_i \cdot (g_i(\bar{E}^I, \bar{\psi}^I) - p_i) \quad (121)$$

Desde as restrições para as hidros se obtém então que:

$$L(\bar{E}, \bar{\psi}, \lambda_i) = \sum_{I=1}^N C_{tg}^I (\bar{E}, \bar{\psi}) + \sum_{i=t+1}^g \lambda_i \cdot \left( \sum_{I=1}^N p_i (\bar{E}^I, \bar{\psi}^I) - H_i \right) \quad (122)$$

Desse modo, a minimização da (83) sujeita, as restrições das hidros (99), a partir da solução prévia dos  $N$  sub-problemas (113), definidas como:



$$\bar{P}^I = \bar{P}_{SP}^I = \xi \overline{(\bar{E}_{SP}^I, \bar{\psi}_{SP}^I)} \quad (123)$$

pode-se mostrar <sup>27,28</sup> que é equivalente a:

$$\min \left\{ \sum_{I=1}^N C_{tg}^I(\bar{E}_{SP}^I, \bar{\psi}_{SP}^I) + \sum_{i=t+1}^g \lambda_i \cdot \left( \sum_{I=1}^N (P_i^I(\bar{E}_{SP}^I, \bar{\psi}_{SP}^I) - H_i) \right) \right\} \quad (124)$$

sem restrições.

Pela convexidade de  $C_{tg}^I$ , das restrições e do conjunto das soluções possíveis  $W^P$ , pode-se aplicar o *teorema da dualidade do Lagrangiano* <sup>27,28,32,33</sup>. O problema dual poderá, então, ser formulado através do conjunto de variáveis duais  $\lambda_i$ , tal que:

$$D = \left\{ \lambda_i \mid \min_{(\bar{E}, \bar{\psi}) \in W^P} L(\bar{E}, \bar{\psi}, \lambda_i) \exists \Lambda \text{ é finito} \right\} \quad (125)$$

Chamando de *função dual* a função  $\psi$ , tal que:

$$\psi(\lambda_i) = \min_{(\bar{E}, \bar{\psi}) \in W^P} L(\bar{E}, \bar{\psi}, \lambda_i) \quad (126)$$

então o problema dual equivalente será <sup>27,28</sup>:

$$\max \psi(\lambda_i) = \max \left\{ \min_{(\bar{E}, \bar{\psi}) \in W^P} L(\bar{E}, \bar{\psi}, \lambda_i) \right\}, (\forall \lambda_i) \mid \lambda_i \in D. \quad (127)$$

Lógicamente o mínimo da (122) será um mínimo restrito, ocorrendo num ponto estacionário de  $L(\bar{E}, \bar{\psi}, \bar{\lambda}_h)$ , situado num espaço de dimensão  $n + h$ , gerado pelo vetor  $(\bar{P}, \bar{\lambda}_h)$ . Este ponto não é realmente um mínimo neste espaço e, como  $L$  depende linearmente de  $\lambda_i$  ( $i = t+1, \dots, g$ ), este é um *ponto de sela* <sup>27,28,29</sup>. A condição necessária para que o mínimo global seja encontrado é que:

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_i} = \frac{\partial \psi}{\partial \lambda_i} = \sum_{I=1}^N (P_i^I) - H_i = 0, (\forall i) \mid i=t+1, \dots, g \quad (128)$$

sendo a suficiência garantida pela convexidade de  $C_{tg}^I$  e das restrições. A condição para a solução do problema dual pode ser estabelecida desde a (128) como:

$$\frac{\partial \psi}{\partial \lambda_i} = \frac{\partial (\min_{(\bar{E}, \bar{\psi}) \in W^P} L)}{\lambda_i} = \frac{\partial L(\bar{E}_{SP}, \bar{\psi}_{SP}, \bar{\lambda}_h)}{\partial \lambda_i} = \sum_{I=1}^N (P_i^I) - H_i \quad (129)$$

(i=t+1, ..., g)

desde que, se as derivadas existem:

$$\psi(\lambda_i) = \min_{(\bar{E}, \bar{\psi}) \in W^P} L(\bar{E}, \bar{\psi}, \bar{\lambda}_h) = L(\bar{E}_{SP}, \bar{\psi}_{SP}, \bar{\lambda}_h) \quad (130)$$

onde  $(\bar{E}_{SP}, \bar{\psi}_{SP})$  é a solução dos sub-problemas. Naturalmente as (129) indicam a direção na qual os  $\lambda_i$  e  $\bar{\lambda}_h$  devem ser modificados, a fim de maximizar  $\psi(\lambda_i)$ , ou, equivalentemente, minimizar (122).

Prova-se 27,28,29,32,33 ainda que, satisfeitas as (120):

$$\min L(\bar{E}, \bar{\psi}, \lambda_i) = \min \left( \sum_{I=1}^N C_{tg}^I(\bar{E}^I, \bar{\psi}^I) \right) \quad (131)$$

ou ainda que:

$$\max \left\{ \min_{(\bar{E}, \bar{\psi}) \in W^P} L(\bar{E}_{SP}, \bar{\psi}_{SP}, \lambda_i) = C_{tg}(\bar{E}_{SP}^0, \bar{\psi}_{SP}^0) \right\} \quad (132)$$

implicando em que a solução do problema dual é igual a solução do problema global. Isto significa também que as (128) são uma medida direta da restrição de geração para cada hidroelétrica, tendo em vista a (129). Se a derivada for positiva, se esta usando mais água da que se dispõe; caso seja negativa se esta usando geração térmica, quando se dispõe ainda de geração hidroelétrica. A (132) sendo obtida para um ponto:

$$\bar{P}(\bar{E}^0, \bar{\psi}^0) = \left[ \bar{P}_{SP}^I \right]^0 = \xi(\bar{E}_{SP}^I, \bar{\psi}_{SP}^I)^0, \quad (I=1, \dots, N) \quad (133)$$

indica que, ao final, as soluções dos sub-problemas determinam o ponto de ótimo, de modo que se deve tê-las otimizadas simultaneamente.

#### 4.4.2 - Sub-Problemas

As soluções dos sub-problemas, como vimos no ítem anterior, são necessárias na tentativa de encontrar o ótimo global. O método das penalidades, proposto por Fiacco-McCormick<sup>34, 33,36</sup> e por Zangwill<sup>28,35</sup>, usando uma técnica de minimização sequencial sem restrições (SUMT - sequential unconstrained minimiza

tion techniques) de ponto exterior<sup>2,12,28,33,35</sup>, será usado - também, aqui neste estudo. Este método é particularmente recomendado para problemas desse tipo (113) com restrições não lineares de desigualdade. A técnica consiste em penalizar somente aquelas - restrições que forem violadas, de modo a jogar, sucessivamente, a solução para o interior da região de soluções possíveis. O critério de otimização se baseia no uso do gradiente de primeira ordem da função objetivo resultante. Esta função incorpora a função penalidade<sup>34,35</sup>, que no caso é representada por:

$$F_p = \sum_{k=1}^r (\bar{g}_k (\bar{E}^I, \bar{\Psi}^I) - \bar{p}_k)^2 \quad (134)$$

onde desde as (88) a (93), ou antes das (59) a (62), (64) e (65), temos:

$$\bar{p}_k = \bar{p}_p \vee \bar{p}_q \vee \bar{q}_p \vee \bar{q}_q \vee \bar{q}_e \vee \bar{q}_d \quad (135)$$

conforme  $k = 1, 2, \dots, G$ , respectivamente.

Os vetores  $\bar{p}_k$  são os vetores de penalização - correspondentes a cada tipo de restrição  $k$ . Escrevendo a seguinte função, que engloba a função objetivo e as restrições acopladas,

$$Z(\bar{E}, \bar{\Psi}, \bar{p}_k, r_j) = \text{Ctg}^I(\bar{E}^I, \bar{\Psi}^I) + \frac{1}{r_j} \cdot F_p \quad (136)$$

onde os  $r_j$  são os parâmetros decrescentes de minimização sequencial, os quais diminuindo, aumentam a sensibilidade da função penalidade  $F_p$  à violação de qualquer restrição.

Temos ainda:

$$\text{para } k=1, \dots, 4 \quad - \quad \bar{p}_k = (p_i)^T \quad \left| \quad i=1, \dots, g \quad (137)$$

$$\text{para } k=5, 6 \quad - \quad \bar{p}_k = (p_i)^T \quad \left| \quad i=1, \dots, g, \dots, n \quad (138)$$

Demonstra-se também<sup>34,35,38</sup> que a (136) é minimizada, para  $p_i$  não negativos, para uma sequência decrescente de  $r_j$ , pois:

$$a) \lim_{r_j \rightarrow 0} \{\bar{E}^I(r_j), \bar{\Psi}^I(r_j)\} = \{\bar{E}_{SP}^I, \bar{\Psi}_{SP}^I\} = \{\bar{E}_0^I, \bar{\Psi}_0^I\} \quad (139)$$

$$b) \lim_{r_j \rightarrow 0} Z(\bar{E}^I(r_j), \bar{\Psi}^I(r_j), \bar{p}_k(r_j), r_j) = \text{Ctg}(\bar{E}_0^I, \bar{\Psi}_0^I) \quad (140)$$

$$c) \lim_{r_j \rightarrow 0} \frac{1}{r_j} \cdot \sum_{k=1}^r \left[ g_k(\bar{E}^I, \bar{\Psi}^I) - \bar{p}_k \right]^2 = 0 \quad (141)$$

onde  $(\bar{E}_0^I, \bar{\Psi}_0^I)$  é a solução para o problema com as restrições e  $(\bar{E}^I(r_j), \bar{\Psi}^I(r_j))$  são pontos minimizantes para um certo  $r_j$  escolhido.

Os  $p_i$  das (137) e (138) podem ser representados por  $p_{ik}$ , significando ser a penalização da restrição  $i$  do tipo  $k$ . Assim sendo, pode-se definir um critério de penalização, que só multe as restrições desobedecidas. Assim, se as restrições não são violadas, estabelece-se que:

$$p_{ik} = g_{ki}(\bar{E}^I, \bar{\Psi}^I) \quad (142)$$

$$\text{para } k = 1, \dots, 9 \text{ e } i = 1, \dots, r_k$$

onde  $p_{ik}$  é a componente correspondente a restrição  $i$  do tipo  $k$ , de desigualdade, que é obedecida.

Se alguma restrição  $i$  de algum tipo  $k$  de desigualdade não for verificada, se faz com que  $p_{ik} = 0$ . Desta forma, se todas as restrições não são verificadas, então:

$$p_{ik} = 0 \quad (143)$$

$$k = 1, \dots, 9 \text{ e } i = 1, \dots, r_k$$

e a função  $F_p$  terá um valor bastante elevado. Caso contrário, se todas forem verificadas, então  $F_p = 0$ .

A expressão para a função  $Z$ , da (136) em combinação com as (88) a (93), pode ser escrita como segue:

$$\begin{aligned} Z(\bar{E}^I, \bar{\Psi}^I, p_{ik}, r_j) &= \sum_{i=1}^t (a_i P_i^I + b_i (P_i^I)^2) + \sum_{i=t+1}^g \lambda_i \cdot P_i^I + \\ &+ \sum_{i=t+1}^g c_i \cdot P_i^I + \frac{1}{r_j} \left\{ \sum_{i=1}^g \left[ (P_{mi}^I - P_i^I - p_{pi})^2 + (P_i^I - P_{mi}^I - p_{qi})^2 + \right. \right. \\ &\left. \left. + (Q_{mi}^I - Q_i^I - q_{pi})^2 + (Q_i^I - Q_{mi}^I - q_{qi})^2 \right] \right\} + \end{aligned}$$

$$+ \left[ (EM_i - E_i^I - q_{ei})^2 + (E_i^I - Em_i - q_{di})^2 \right] \quad (144)$$

Quando todas as restrições forem verificadas, ter-se-á:

$$pp_i = PM_i - P_i^I \quad (145)$$

$$pq_i = P_i^I - P_{mi} \quad (146)$$

$$qp_i = Q_{Mi} - Q_i^I \quad (147)$$

$$qq_i = Q_i^I - Q_{mi} \quad (148)$$

$$i = 1, \dots, g$$

e

$$q_{ei} = EM_i - E_i^I \quad (149)$$

$$q_{di} = E_i^I - Em_i \quad (150)$$

$$i = 1, \dots, n$$

e os termos de penalização em  $F_p$  se anularão.

Para resolver estes  $N$  sub-problemas, parte-se de uma solução fora da região de soluções possíveis (método "out-side-in"), e caminha-se para a dita solução através de um método de gradiente de primeira ordem<sup>2,12</sup>, conjugado com o "SUMT" de Fiacco e McCormick<sup>33</sup>, como já citou-se.

Desde a (144) pode-se calcular o gradiente de  $Z$  com relação a  $E_j^I$  e  $\psi_j^I$ :

$$\nabla Z = \left[ \begin{array}{c} \frac{\partial Z}{\partial E_j^I} \\ \vdots \\ \frac{\partial Z}{\partial \psi_j^I} \end{array} \right] \quad | \quad j = 1, \dots, n \quad (151)$$

e então, chamando:

$$(2P_i^I - PM_i - P_{mi} + pq_i - pp_i) = P_{1i} \quad (152)$$

$$(2Q_i^I - Q_{Mi} - Q_{mi} + qp_i - qq_i) = Q_{1i} \quad (153)$$

$$(2E_j^I - EM_j - Em_j + q_{ej} - q_{dj}) = E_{1j} \quad (154)$$

$$(a_i + 2b_i P_i^I) = P_{0i} \quad (155)$$

$$e \quad (c_i + \lambda_i) = C\lambda_i \quad (156)$$

pode-se escrever:

$$\frac{\partial Z}{\partial E_j^I} = \sum_{i=1}^t P_{0i} \cdot \frac{\partial P_i^I}{\partial E_j^I} + \sum_{i=t+1}^g C\lambda_i \cdot \frac{\partial P_i^I}{\partial E_j^I} + \frac{1}{r_j} \left[ \sum_{i=1}^g P_{1i} \cdot \frac{\partial P_i^I}{\partial E_j^I} + \right.$$

$$+ \left[ \sum_{i=1}^g Q_{1i} \cdot \frac{\partial Q_i^I}{\partial E_j^I} \right] + E_{1j} \quad | \quad j = 1, \dots, g \quad (157)$$

e

$$\frac{\partial Z}{\partial \Psi_j^I} = \sum_{i=1}^t P_{0i} \cdot \frac{\partial P_i^I}{\partial \Psi_j^I} + \sum_{i=t+1}^g C \lambda_i \cdot \frac{\partial P_i^I}{\partial \Psi_j^I} + \frac{1}{r_j} \left[ \sum_{i=1}^g P_{1i} \cdot \frac{\partial P_i^I}{\partial \Psi_j^I} + \right. \\ \left. + \sum_{i=1}^g Q_{1i} \cdot \frac{\partial Q_i^I}{\partial \Psi_j^I} \right] \quad | \quad j = 1, \dots, g \quad (158)$$

onde as derivadas  $\frac{\partial P_i^I}{\partial E_j^I}$ ,  $\frac{\partial P_i^I}{\partial \Psi_j^I}$ ,  $\frac{\partial Q_i^I}{\partial E_j^I}$  e  $\frac{\partial Q_i^I}{\partial \Psi_j^I}$ , são os elementos do Jacobiano\*.

As variações podem ser determinadas como:

$$\Delta \bar{E}_G^I = \text{EPSY} \cdot \nabla Z \quad (159)$$

$$\Delta \bar{\Psi}_G^I = \text{EPSY} \cdot \nabla Z \quad (160)$$

e os novos valores para  $\bar{E}_G^I$  e  $\bar{\Psi}_G^I$  podem ser determinados também:

$$\bar{E}_{GN}^I = \bar{E}_{GV}^I + \Delta \bar{E}_G^I \quad (161)$$

$$\bar{\Psi}_{GN}^I = \bar{\Psi}_{GV}^I + \Delta \bar{\Psi}_G^I \quad (162)$$

ou ainda, considerando a matriz Jacobiano particionada e, ainda, que as variações da potência nas barras sem geração devem ser nulas ( $\Delta P_i^I = \Delta Q_i^I = 0$ , para  $i = g + 1, \dots, n$ ), pode-se escrever que:

$$\begin{bmatrix} \Delta \bar{P}_G^I \\ \Delta \bar{Q}_G^I \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ \vdots & \vdots \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \bar{E}_G^I \\ \Delta \bar{\Psi}_G^I \\ \Delta \bar{E}_C^I \\ \Delta \bar{\Psi}_C^I \end{bmatrix} \quad (163)$$

onde:

$$P_G^I = \begin{bmatrix} \Delta P_i^I \end{bmatrix} \quad (164)$$

$$Q_G^I = \begin{bmatrix} \Delta Q_i^I \end{bmatrix} \quad \text{para } i = 1, \dots, g \quad (165)$$

\* - Ver Apêndice II, pág. 76

$$\overline{\Delta E}_G^I = \begin{bmatrix} E_i^I \end{bmatrix} \quad (166)$$

$$\overline{\Delta \Psi}_G^I = \begin{bmatrix} \Delta \Psi_i^I \end{bmatrix} \quad (167)$$

para  $i = 1, \dots, g$

e

$$\overline{\Delta E}_C^I = \begin{bmatrix} \Delta E_i^I \end{bmatrix} \quad (168)$$

$$\overline{\Delta \Psi}_C^I = \begin{bmatrix} \Delta \Psi_i^I \end{bmatrix} \quad (169)$$

para  $i = g + 1, \dots, n$

e resulta:

$$\overline{E}_{LN}^I = \overline{E}_{LV}^I + B1 \cdot \overline{\Delta E}_G^I \quad (170)$$

$$\overline{\Psi}_{LN}^I = \overline{\Psi}_{LV}^I + B1 \cdot \overline{\Delta \Psi}_G^I \quad (171)$$

onde  $B1 = - J_4^{-1} \cdot J_3$  desde o Jacobiano.

O valor EPSY é o passo da variação na direção do gradiente. Após sucessivas iterações, se a condição:

$$\Delta P_i^I < \epsilon \quad e \quad \Delta Q_i^I < \epsilon \quad (172)$$

são verificadas, diminui-se o valor de  $r_j$  de uma certa quantidade  $\Delta r_j$ :

$$r_{jN} = r_{jV} - \Delta r_j \quad (173)$$

e testa-se  $r_{jN}$ , para vêr se não é menor que um valor mínimo estipulado  $r_{jf}$ . Então, se

$$r_{jN} - r_{jf} < 0, \quad (174)$$

juntamente com a (172) a (173), é obedecida, tem-se a solução do sub-problema.

O valor de  $\Delta r_j$  é arbitrário, assim como o de  $r_j$  e  $r_{jf}$ , mas tem implicações sérias sobre a velocidade de convergência e o tempo de computação.

Depois de repetir o processo acima N vezes, temos as soluções iniciais para o problema global, sem levar em conta as restrições sobre as hidroelétricas. Isto é, tem-se uma solução inicial para o problema global, fora da região possível, mas somente afastada daquela pelo fato de não ter-se testado ainda as restrições acopladas.

Quando todas as restrições hidros estão verificadas para um  $\lambda_i = \lambda_{oi}$  tem-se que:

$$Z(\bar{E}^I, \bar{\Psi}^I, p_{ik}, r_j) = \text{Ctg}^I(\bar{E}^I, \bar{\Psi}^I, \lambda_{oi}) \quad (175)$$

e no limite de  $r_j \rightarrow 0$ , a ( ) garante que se terá:

$$Z(\bar{E}^I, \bar{\Psi}^I, p_{ik}, r_j) = \text{Ctg}^I(\bar{E}_0^I, \bar{\Psi}_0^I) \quad (176)$$

sendo  $(\bar{E}_0^I, \bar{\Psi}_0^I)$  a solução ótima para o sub-problema I .

Sucessivamente, pode-se obter a solução para cada intervalo:

$$\text{Ctg}^I(\bar{E}_0^I, \bar{\Psi}_0^I) = \text{Ctg}^I(\bar{E}_{SP}^0, \bar{\Psi}_{SP}^0) \quad (177)$$

para  $I=1, \dots, N$

resolvendo-se assim os N sub-problemas resultantes da decomposição.

A partir destas soluções, usando a (122) se retorna ao problema global através da substituição destas, como soluções iniciais, na expressão do hagrangiano,  $L(\bar{E}, \bar{\Psi}, \bar{\lambda}_h)$ .

Se, depois de um certo número de iterações, a solução do problema global é dada como alcançada, a partir das soluções destes sub-problemas, com todas as restrições do problema original testadas e verificadas, então a solução obtida se encontra dentro da região de soluções possíveis e, certamente, será uma solução praticável.

#### 4.5 - Algoritmo\* para a resolução do problema

Adotando as técnicas de otimização dos itens anteriores desse capítulo, e tendo em vista a estrutura do modelo adotado, pode-se definir o algoritmo para solução do problema global e dos sub-problemas.

Naturalmente a solução do problema consiste em:

1. Especificar as tensões nas barras em todos os intervalos I (em módulo e em fase) e também as potências ativas e reativas correspondentes.

---

\* - Ver Apêndice III - pág. 84



2. Verificar para as soluções encontradas nos N intervalos I do período considerado, todas as restrições acopladas e, para cada intervalo I, todas as restrições não acopladas.

É fácil de vêr, que se é possível obter um  $\overline{\lambda}_h$  inicial, tal que:

$$\overline{\lambda}_{h_0} = (\overline{\lambda}_h)_0 = (\lambda_i)_0 = (\lambda_{0i}) \quad | \quad i = t+1, \dots, g \quad (178)$$

desde a solução dos sub-problemas, se pode definir a função  $\psi(\lambda_i)$ . Se as derivadas de  $\psi(\lambda_i)$  em relação aos  $\lambda_i$  são conhecidas, então o  $\max \psi(\lambda_i)$  pode ser determinado.

No caso, tem-se:

$$\frac{\partial \psi(\lambda_i)}{\partial \lambda_i} = \sum_{I=1}^N \{P_i^I (\overline{E}_{SP}^I, \overline{\Psi}_{SP}^I) - H_i\} \quad | \quad i=t+1, \dots, g \quad (179)$$

à semelhança de (129).

Para caminhar para a solução:

1º) Seleciona-se um valor  $\overline{\lambda}_{h_0} = (\lambda_{0i})$  para  $i = t+1, \dots, g$ .  $I_0$  to é, o custo inicial atribuído a água armazenada.

2º) Com  $\overline{\lambda}_{h_0}$  conhecido, entra-se na (144) de modo que:

$$Z(\overline{E}^I, \overline{\Psi}^I, p_{ik}, r_j) = \sum_{i=1}^t (a_i P_i^I + b_i (P_i^I)^2) + \sum_{i=t+1}^g \lambda_{0i} \cdot P_i^I + \frac{1}{r_j} \cdot F_p \quad (180)$$

e resolve-se os N sub-problemas, obtendo-se as respostas:

$$(\overline{E}_{SP}^I, \overline{\Psi}_{SP}^I) \quad | \quad I = 1, \dots, N \quad (181)$$

3º) Calcula-se todas as derivadas:

$$\frac{\partial \psi(\lambda_i)}{\partial \lambda_i} \quad | \quad i = t+1, \dots, g, \text{ no ponto } (\overline{E}_{SP}^I, \overline{\Psi}_{SP}^I),$$

verificando-se em seguida se:

$$\left| \frac{\partial \psi(\lambda_i)}{\partial \lambda_i} \right|_{\lambda_{0i}} < \varepsilon \quad | \quad i = t+1, \dots, g \quad (182)$$

Sendo  $\varepsilon$  um número muito pequeno previamente selecionado.

Caso se verifique ( $\nabla_i$ ), então a solução global é muito aproximadamente ótima.

Entretanto, se para alguma derivada:

$$\left| \frac{\partial \psi(\lambda_i)}{\partial \lambda_i} \right|_{\lambda_{0i}} \geq \epsilon \quad (183)$$

deve-se tentar uma aproximação da solução pelo método do gradiente de primeira ordem, através de outra iteração com:

$$\overline{\lambda}_h^{(K+1)} = \overline{\lambda}_h^{(K)} + \alpha_i \cdot \nabla \psi(\lambda_i) \quad (184)$$

onde  $\alpha_i$  é o passo da iteração para o  $\lambda_i$  correspondente, que pode ser arbitrado como uma quantidade muito pequena, ou que pode ser obtido por processos de seleção do comprimento do passo<sup>27,33,36</sup>.

4º) Com o valor de  $\overline{\lambda}_h^{(K+1)}$ , recomeçamos no ítem 2-), repetindo o processo até que a (182) seja verificada para todos os  $i$  ( $i = t+1, \dots, g$ ), quando então a solução final é encontrada.

O resultado será uma solução sub-ótima muito aproximada da solução ótima. Tanto mais próxima quanto menor os valores de  $\epsilon$  e parâmetros análogos dos demais sub-níveis de otimização.

C A P Í T U L O   V

SUGESTÕES, CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

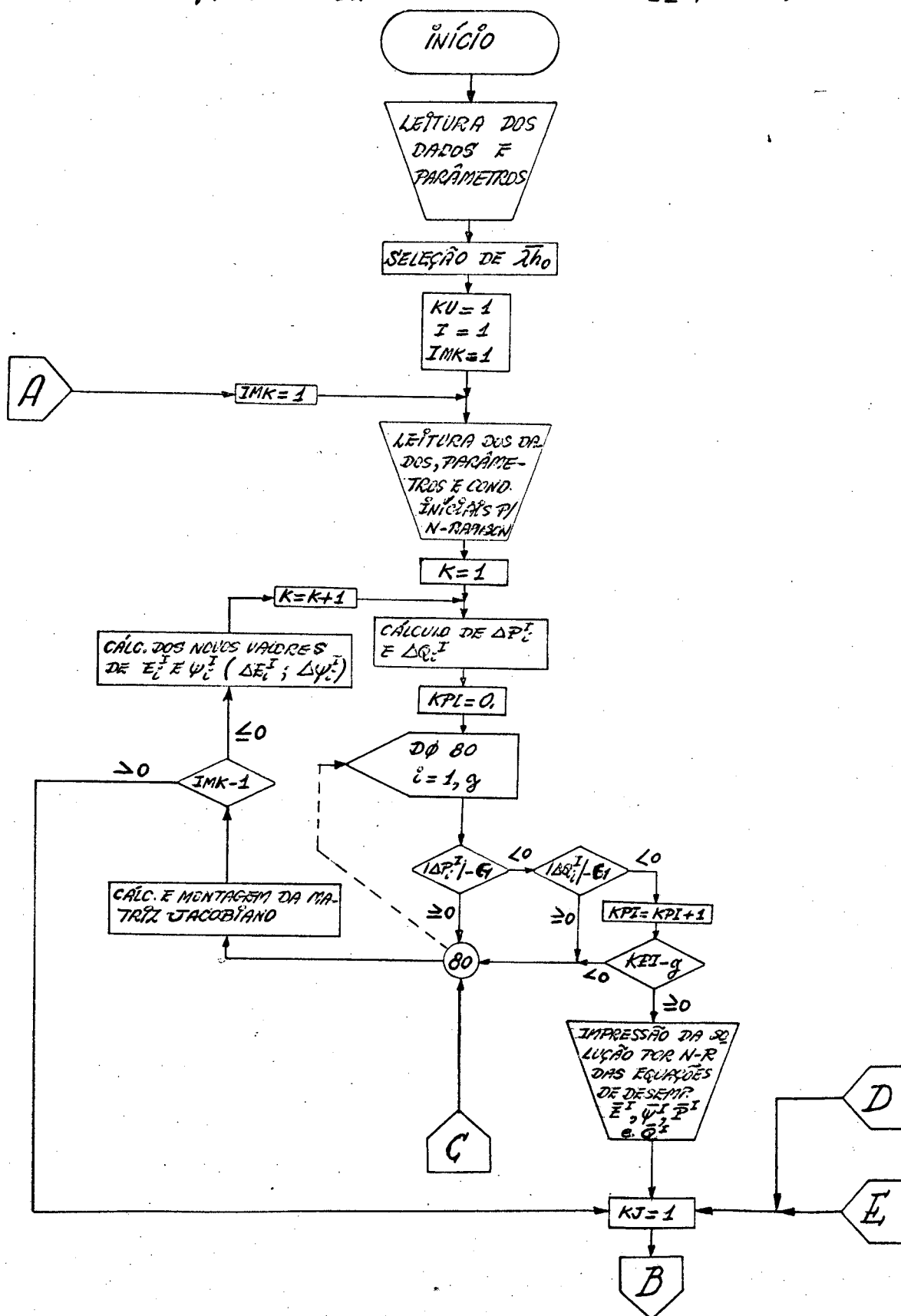
5.1 - Simulação Digital

A simulação do algoritmo em um computador digital é sugerida no fluxograma a seguir apresentado. Os principais elementos são:

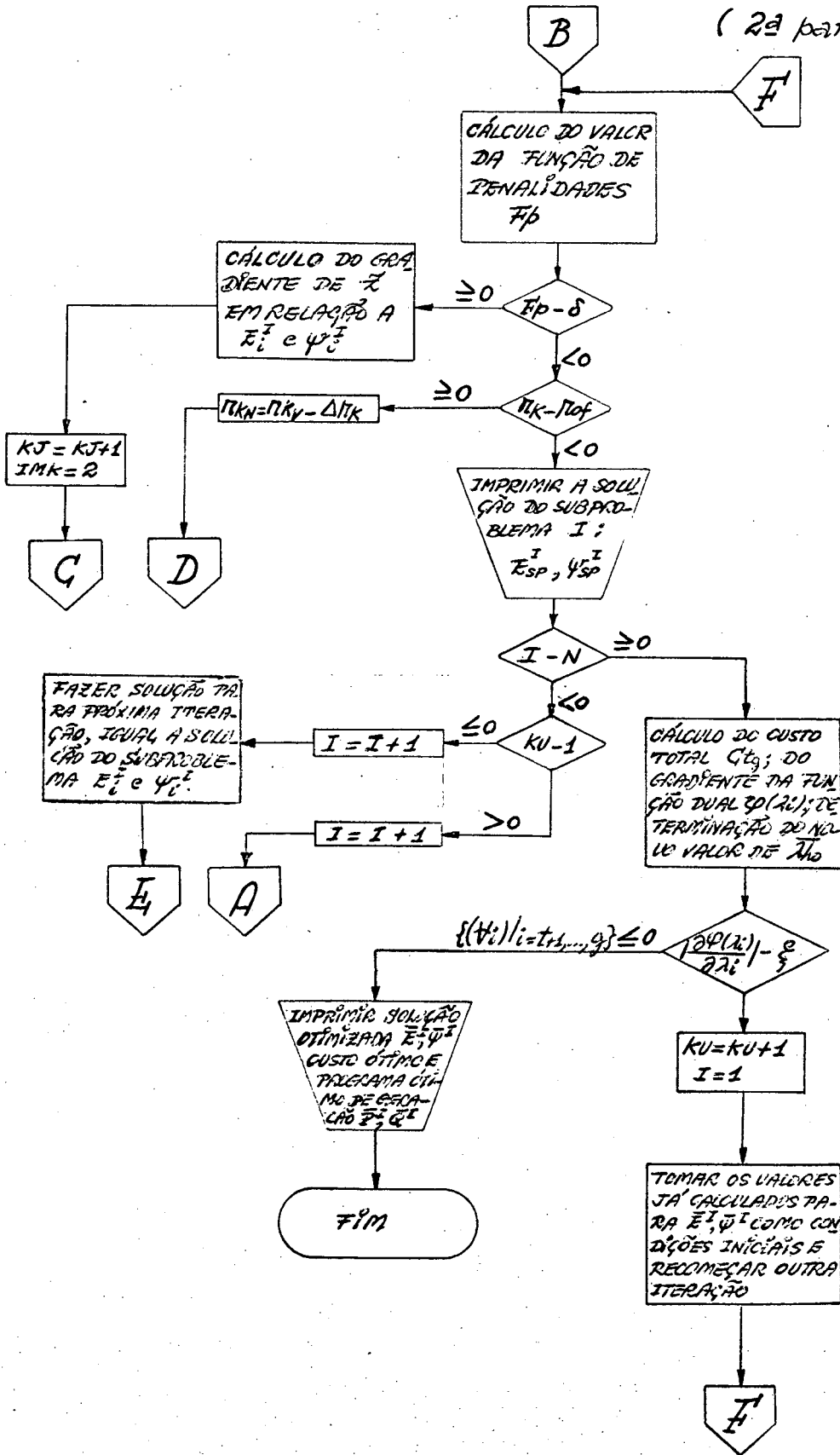
- K = contador do método de Newton-Raphson,
- KJ = contador do número de iterações do "SUMT",
- KU = contador do número de iterações do processo de otimização do problema global,
- IMK= parâmetro auxiliar:
- Se  $IMK = 1$ , o computador deve executar a solução das equações linearizadas pela aproximação de 1.<sup>a</sup> ordem (Jacobiano) e determinar  $\Delta E_i^I$ ,  $\Delta \Psi_i^I$  e calcular os novos valores de  $E_i^I$ ,  $\Psi_i^I$ .
  - Se  $IMK = 2$ , o programa deve evitar a solução acima referida e passar a solução do sub-problema correspondente, inicializando KJ.
- I = contador do número de intervalos do período = número de sub-problemas,
- KPI= parâmetro auxiliar para teste da convergência do Newton-Raphson,
- $\epsilon_1$  = quantidade muito pequena ( $\approx 0$ ) que interrompe o processo de solução das equações de desempenho,
- $\delta$  = quantidade muito pequena ( $\approx 0$ ) que interrompe o sub-problema e deteta a solução para o intervalo I considerado  $(\bar{E}_{Sp}^I, \bar{\Psi}_{Sp}^I)$ , a menos da decisão do processo de diminuição sequencial do parâmetro  $r_k$ ,
- $r_{of}$  = valor final do parâmetro  $r_k$ , para o qual a solução

## FLUXOGRAMA SIMPLIFICADO

( 1ª parte )



( 2ª parte )



pode ser considerada obtida, para o intervalo  $(\bar{E}_{Sp}^I, \bar{V}_{Sp}^I)$ , e ótima, sem considerar as restrições acopladas,  
 $N$  = número total de intervalos,

$\xi$  = quantidade muito pequena ( $\approx 0$ ) a qual decide sobre a finalização do processo de otimização global e interrompe o programa, fornecendo a programação de geração mais econômica para todo o dia.

O fluxograma pode ser facilmente deduzido a partir do algoritmo apresentado neste trabalho.

Um fluxograma mais detalhado, que poderia ser simulado no computador IBM-1130 do Departamento de Ciências Estatísticas e da Computação da UFSC, por exemplo, é apresentado no apêndice IV. As dificuldades de programação, neste computador, serão diretamente da responsabilidade de sua limitação de memória interna, tempo de acesso a memória auxiliar de disco e impressão e leitura de dados.

No fluxograma aqui apresentado, pode-se distinguir dois níveis de otimização: o dos sub-problemas e o do problema global. Por isso, pode-se classificá-lo como de lógica difícil. Isto significa que muitos artifícios de programação são impraticáveis nesse caso, o que resulta muito grave, quando dispõe-se de apenas 16K de memória interna (dos quais somente 12K estão realmente disponíveis).

## 5.2 - Considerações Práticas

A resolução desse problema depende de certos dados e de informações sobre o sistema sob estudo. Antes de se pensar em otimizar a operação de um sistema é preciso conhecê-lo a través de seus principais componentes. É necessário, também, que se conheça alguma coisa sobre o histórico da operação deste sistema. Assim, antes de tudo, cada sistema que pretenda otimizar sua operação em termos econômicos, deve traçar uma política bem definida de aquisição de dados e de armazenamento de informações.

As soluções iniciais para o programa sugerido pelo fluxograma apresentado, podem ser, então, obtidas em uma primeira aproximação através de um fluxo de carga ("load-flow") para

cada intervalo  $I$ . Estas soluções inicializariam o Newton-Raphson em cada caso, fornecendo os valores de  $E_i^I$ ,  $\Psi_i^I$ ,  $P_i^I$  e  $Q_i^I$ , mais razoáveis para condições iniciais do método de Newton-Raphson.

A convergência para a solução desejada dependerá da escolha conveniente de  $\epsilon_1$ ,  $\delta$ ,  $\Delta r_k$ ,  $r_{of}$ ,  $\xi$  e dos passos na direção dos gradientes nos sub-problemas e no problema global. A escolha apropriada dos passos é a maneira mais eficaz de buscar a convergência <sup>33,34 e 36</sup>. No "SUMT", portanto, a escolha de EPSY (o passo de avanço no sentido do gradiente) decretará ou não a convergência para a solução dos sub-problemas, enquanto que na solução do problema global a convergência dependerá do passo no sentido do gradiente da função dual  $\psi(\lambda_i)$  e da convergência dos subproblemas em primeiro lugar. Se, escolhidos os EPSY e  $\alpha$  (passo do gradiente de  $\psi(\lambda_i)$ ), não houver divergência, mas a convergência for difícil e demorada, pode-se tentar modificar os valores destes passos convenientemente, de modo que o tempo de computação necessário para a obtenção da solução seja diminuído. Pode-se processar estas modificações ao fim de um determinado número de iterações em ambos os níveis de otimização. Por sua vez, o tempo necessário para a convergência final para a solução, é uma função direta da escolha dos "flag's"  $\epsilon_1$ ,  $\delta$ ,  $r_{of}$  e  $\xi$ , e do decremento do parâmetro  $r_k$  do "SUMT". Se formos muito exigentes, tomando estes parâmetros muito pequenos (muito próximo de zero), é claro que, embora a convergência esteja assegurada por EPSY e  $\alpha$  favoráveis, o tempo necessário para atingir a solução final será bastante maior, do que se tomando valores pouco maiores (embora sempre próximos de zero). Entretanto, a precisão da solução obtida no primeiro será maior. Esta solução será muito mais aproximada da solução ótima verdadeira certamente.

Ainda, com relação a aplicação desse estudo em um sistema real, deve-se acrescentar que o mesmo pressupõe que cada central tem sua própria operação otimizada mediante um estudo prévio de alocação de unidades <sup>39</sup> e que os resultados do planejamento a longo e médio prazo, bem como de previsão de carga, sejam antecipadamente conhecidos. A validade do método, entretanto, só pode ser avaliada pelo uso de técnicas e modelos alternativos para um determinado sistema.

### 5.3 - Conclusões Finais do Trabalho

As conclusões que seguem são resultados diretos - da tentativa de aplicação do presente estudo a um sub-sistema selecionado no atual sistema interligado do Estado de Santa Catarina. Detalhes deste sub-sistema são inseridos no apêndice V, com a finalidade de situar o leitor. Abreviadamente é possível descrevê-lo como um sistema de 13 barras, das quais 5 são de geração e as demais só possuem cargas. Das cinco barras de geração duas são - termo e três são hidro. Trata-se, portanto, de um sistema hidrotérmico. Particularmente, a geração térmica pertence a ELETROSUL\* e a geração hidro-elétrica à CELESC\*\*. O sistema é, portanto, interligado. Da interligação participam ainda as companhias dos Estados do Rio Grande do Sul e do Paraná.

#### 5.3.1 - Conclusões gerais sôbre o método e sua aplicação.

1- *O problema original é de grande dimensão e exige para sua solução um computador de grande porte.* No caso do sub-sistema do apêndice V a dimensão seria:

$$\dim V^n = n \times N = 13 \times 8 = 104$$

Se o número de intervalos I, escolhido, fôr  $N = 8$ . Os recursos de memória interna requeridos seriam de aproximadamente 150K nesse caso. Calculou-se a ocupação da memória interna (M.I.) para um sub-problema (19K) e multiplicou-se pelo número de intervalos (8):  $8 \times 19K = 152K$ . Para um sistema completo de 40 a 50 barras a M.I. requerida facilmente atingirá 500K ou mais, principalmente se desejando extensão de precisão.

2- *O uso do método da decomposição diminui de cerca de seis a sete vezes a necessidade de M.I. para solução do problema.*

A necessidade de M.I. para o problema, neste sub-sistema tomado para exemplo acima, será, com a decomposição,

\* - Centrais Elétricas do Sul do Brasil S.A.

\*\* - Centrais Elétricas de Santa Catarina S.A.



de 24,2K\*.

3- O uso do armazenamento em disco e da sub-divisão do programa em sub-rotinas e suas chamadas em "LOCAL"<sup>\*\*</sup>, reduz ainda mais a necessidade de M.I., mas em compensação aumenta em muito o tempo de processamento.

Por exemplo, a área requerida na M.I., para o programa tão somente, é de cerca de 14K. Com o uso da sub-divisão o programa principal é reduzido e ocupa apenas 4,5K e a maior sub-rotina em "LOCAL" ocupa 4K. Já a área reservada para variáveis e parâmetros sem o uso do arquivamento em disco é de 7,2K. Registrando os principais arranjos no disco, a M.I. necessária, para conter as ditas variáveis e os parâmetros, é de pouco mais que 3,5K. Assim, a M.I. total necessária para compilação e solução do problema é reduzida para aproximadamente 8K. Entretanto, o tempo de processamento será bastante aumentado, pois além do sistema de montagem do programa principal ser complicado pelas conexões em "LOCAL", descarregando sub-rotinas que são chamadas desde o disco, ainda o tempo de leitura e gravação das variáveis no mesmo é bastante significativo. O tempo acrescido será proporcional ao número de transmissões M.I. - disco e vice-versa, logicamente.

4- Os recursos do IBM-1130 da U.F.S.C. são insuficientes, para a aplicação do método apresentado ao sistema do Estado de Santa Catarina.

Acontece que o sistema completo apresenta aproximadamente 50 barras, e, usando todos os artifícios imaginados anteriormente, se chegaria a um total de 60K de M.I. como requisito mínimo. O IBM-1130 desta Universidade tem atualmente 16K, dos quais somente 12K são realmente disponíveis.

5 - A presente formulação do problema de programação econômica é exata porque as perdas no sistema de transmissão são consideradas com maior exatidão que no método da fórmula de perdas, ou outros métodos exatos mais antigos.

---

\* - Resultados de cálculos aproximados, feitos com base no número de variáveis e declarações, necessários para simulação digital com precisão simples.

\*\* - Declaração LOCAL - ver Linguagem FORTRAN, para computadores digitais.

Lógicamente, o fato de considerar-se a configuração do sistema e de usar-se as variáveis  $E_i^I$ ,  $I_i^I$ , é muito mais conveniente do que usar conformação de cargas e fazer suposições de transformações, para uso das variáveis  $P_i^I$  e  $Q_i^I$ , como no método da fórmula de perdas<sup>40</sup>.

6 - Restrições adicionais sobre limites de capacidade de importantes linhas de transmissão, para efeito da estabilidade, podem ser simplesmente adicionadas sem alterar o método de solução.

Evidentemente, o aumento do número de restrições não terá outro efeito do que diminuir o número de elementos da região de soluções possíveis. Isto poderá acarretar um maior tempo para atingir a solução, mas em compensação a solução obtida estará, em termos da capacidade do sistema de transmissão, dentro da região de estabilidade operacional:

7 - A existência de três níveis de otimização, faz com que a convergência do método se torne difícil.

É necessário que haja a convergência nos níveis de otimização interiores ao processo de otimização global. Esta sujeição é crítica, principalmente, pelo método usado, em ambos os casos, usar gradiente de primeira ordem. A necessidade imediata, decorrente, é o uso da extensão da precisão de computação.

### 5.3.2 - Conclusões a respeito da tentativa de aplicar este estudo ao sistema do Estado de Santa Catarina

1 - É impraticável, presentemente, a aplicação do presente estudo ao sistema do Estado.

As razões que permitem que se chegue a esta conclusão são:

- a) Não se dispõe atualmente de dados e informações suficientes. A política de aquisição de dados e troca de informações, entre as companhias que formam o atual sistema, recém começa a surgir.
- b) Os recursos computacionais disponíveis não comportam o estudo do sistema completo interligado.

2 - Sendo o sistema do Estado interligado ( CE-

LESC - ELETROSUL - COPEL\* - CEEE\*\*) é necessário acrescentar ao modelo as restrições de intercâmbio de energia.

A formulação matemática correta, para estas restrições, pode ser feita através do exame dos termos dos contratos de interligação entre estas companhias. A dificuldade é ter acesso a êles.

#### 5.4 - Recomendações para futuros estudos

Algumas sugestões para futuros estudos são incluídos a seguir:

1) Aplicação do método a um sistema de solução conhecida, usando simulação digital.

2) Uso alternativo do gradiente de segunda ordem para solucionar os sub-problemas através do "SUMT".

3) Uso da fórmula de perdas para determinação das perdas no sistema de transmissão.

4) Introdução das limitações de fluxo nas principais linhas do sistema.

5) Introdução das restrições de interconecção através dos termos dos contratos entre as companhias interligadas.

6) Elaboração de um programa para simulação digital num computador de pequeno porte, como o IBM-1130, e comparação com os resultados obtidos em computadores maiores.

7) Uso de métodos de otimização alternativos e proposição de novos algoritmos baseados em técnicas correspondentes.

8) Estudo de casos em que o conjunto das unidades disponíveis muda num determinado intervalo (ou em determinados intervalos).

9) Estudo de casos em que a configuração do sistema é alterada, mudando as parcelas correspondentes das perdas no sistema de transmissão.

---

\* - COPEL = Companhia Paranaense de Eletrificação S.A. - PR

\*\* - CEEE = Companhia Estadual de Energia Elétrica - RS

APÊNDICES

A\_P Ê N D I C E \_ \_ 1A - SIMULAÇÃO E MODELOSA.1 - Simulação

*Simulação* é essencialmente uma técnica que envolve a construção de um *modelo* de uma situação real para posterior experimentação com o mesmo. Ou seja, é uma técnica empregada para contornar a necessidade de uma solução experimental, geralmente - muito dispendiosa, ou um tratamento analítico que seria imensamente complicado. Dentro desta definição se encaixam perfeitamente - os dispositivos analógicos tais como analisadores de rêsdes, túneis aerodinâmicos e uma vasta gama de modelos reduzidos. Os sistemas que tem seus comportamentos suficientemente representados por equações diferenciais podem ser simulados através dos computadores analógicos. Por outro lado, com o advento dos computadores digitais, a simulação pode ser também definida como:

*Simulação* é uma técnica numérica para conduzir experimentos num computador digital, envolvendo determinados tipos de modelos matemáticos e lógicos que descrevem o comportamento de um certo sistema.

A.2 - Modelos

Um modelo científico pode ser definido como uma - abstração de algum sistema real que pode ser utilizado com a finalidade de previsão e controle. O objetivo de um modelo é permitir ao analista determinar como uma ou mais alterações em certos aspectos de um sistema em estudo, repercutem no sistema como um todo. Para que um modelo seja útil deve apresentar dois atributos, infelizmente conflitantes: realismo e simplicidade. Isto é, por - um lado o modelo deve ser uma aproximação razoável do sistema real e incorporar a maioria dos aspectos relevantes do mesmo; por ou

tro lado, o modelo não deve ser tão complexo que seja impossível compreendê-lo e manipulá-lo.

Os elementos de um modelo são classificados como : componentes, variáveis, parâmetros e relações funcionais.

*Componentes* são os elementos que constituem o sistema, como por exemplo, centrais, linhas de transmissão, sub-estações, enfim, num sistema elétrico.

*Variáveis* são usadas para relacionar um componente ao outro e podem ser classificados, por sua vez em: exógenas, de estado e endógenas.

*Variáveis exógenas ou independentes* são as variáveis de entrada do modelo. Podem ser *Controláveis* ou *Não-Controláveis*. *Controláveis* são as variáveis que assumem independentemente valores que são pré-determinados. As variáveis não controláveis são geradas pelo meio ambiente no qual está inserido o sistema.

*Variáveis de estado* descrevem o estado de um sistema no início, durante ou no fim de um período de tempo.

*Variáveis endógenas ou dependentes* são as variáveis de saída do sistema.

*Parâmetros* são os valores associados com constantes obtidas das características operacionais dos elementos do sistema. Por exemplo, num sistema de potência temos resistências de linhas de transmissão, reatância indutiva e capacitiva das mesmas, limites de potência das centrais, reatância síncrona dos geradores, ângulos limites de estabilidade estática e dinâmica das máquinas das centrais do sistema e muitos outros.

*As relações funcionais* descrevem o relacionamento das variáveis e componentes de um modelo e podem ser classificadas em *identidades* ou *características operacionais*. Num sistema elétrico identidades são, por exemplo, as leis de Kirchoff associadas às malhas da rede, enquanto que uma característica operacional é, exemplificando, uma curva de consumo de uma unidade termelétrica.

### A.3 - Classificação dos modelos de simulação

Os modelos de simulação podem ser classificados em:

- determinísticos,
- estocásticos,
- estáticos e
- dinâmicos.

Nos modelos determinísticos as variáveis exógenas - e endógenas não podem ser aleatórias, enquanto que as características operacionais devem ser relações exatas, em vez de funções densidade de probabilidade, Já os modelos estocásticos apresentam pelo menos uma característica operacional expressa por uma função - probabilística.

Os modelos estáticos são aqueles que não consideram explicitamente a variável tempo e os modelos dinâmicos são justamente aqueles que levam em consideração a variação do tempo.

A P Ê N D I C E II

NEWTON-RAPHSON APLICADO À SÓLUÇÃO DAS EQUAÇÕES  
DE DESEMPENHO DE UMA REDE DE TRANSMISSÃO.

A solução das equações de desempenho (26) e (27), não lineares e simultâneas, pela técnica de Newton-Raphson, pode ser obtida por uma aproximação de primeira ordem, quando uma solução inicial é disponível e as variações em torno dessa solução são pequenas.

Sejam as (26) e (27) reescritas como segue:

- para  $i = 1, \dots, g$ ; barras de geração,

$$P_i^I - P_{Li}^I = \sum_{j=1}^n E_i^I \cdot Y_{ij} \cdot E_j^I \cdot \cos(\psi_i^I - \psi_j^I - \theta_{ij}) \quad (185)$$

$$Q_i^I - Q_{Li}^I = \sum_{j=1}^n E_i^I \cdot Y_{ij} \cdot E_j^I \cdot \sin(\psi_i^I - \psi_j^I - \theta_{ij}) \quad (186)$$

- para  $i = g + 1, \dots, n$ ; barras sem geração,

$$0 - P_{Li}^I = \sum_{j=1}^n E_i^I \cdot Y_{ij} \cdot E_j^I \cdot \cos(\psi_i^I - \psi_j^I - \theta_{ij}) \quad (187)$$

$$0 - Q_{Li}^I = \sum_{j=1}^n E_i^I \cdot Y_{ij} \cdot E_j^I \cdot \sin(\psi_i^I - \psi_j^I - \theta_{ij}) \quad (188)$$

Desenvolvendo-se em Série de Taylor as equações acima, para pequenas variações em  $P_i^I$  e  $Q_i^I$ , em torno do ponto de solução inicial, tem-se para a (185):

$$\begin{aligned} (P_i^I + \Delta P_i^I) - P_{Li}^I &= \sum_{j=1}^n E_i^I \cdot Y_{ij} \cdot E_j^I \cdot \cos(\psi_i^I - \psi_j^I - \theta_{ij}) + \\ &+ \sum_{j=1}^n \frac{\partial P_i^I}{\partial E_j^I} \cdot \Delta E_j^I + \sum_{j=1}^n \frac{\partial P_i^I}{\partial \psi_j^I} \cdot \Delta \psi_j^I + \dots \end{aligned} \quad (189)$$



Se as variações  $\Delta E_j^I$  e  $\Delta \Psi_j^I$  são pequenas, então os termos de segunda ordem são desprezíveis e pode-se escrever, subtraindo a (188) da (189) que:

$$\Delta P_i^I = \sum_{j=1}^n \frac{\partial P_i^I}{\partial E_j^I} \Delta E_j^I + \sum_{j=1}^n \frac{\partial P_i^I}{\partial \Psi_j^I} \Delta \Psi_j^I \quad (190)$$

para  $i = 1, \dots, g$

Analogamente:

$$\Delta Q_i^I = \sum_{j=1}^n \frac{\partial Q_i^I}{\partial E_j^I} \Delta E_j^I + \sum_{j=1}^n \frac{\partial Q_i^I}{\partial \Psi_j^I} \Delta \Psi_j^I \quad (191)$$

para  $i = 1, \dots, g$

Para as barras sem geração, naturalmente,  $P_i^I = Q_i^I = 0$

veremos

$$\Delta P_i^I = \sum_{j=1}^n \frac{\partial P_i^I}{\partial E_j^I} \Delta E_j^I + \sum_{j=1}^n \frac{\partial P_i^I}{\partial \Psi_j^I} \Delta \Psi_j^I \quad (192)$$

para  $i = g+1, \dots, n$

veremos

$$\Delta Q_i^I = \sum_{j=1}^n \frac{\partial Q_i^I}{\partial E_j^I} \Delta E_j^I + \sum_{j=1}^n \frac{\partial Q_i^I}{\partial \Psi_j^I} \Delta \Psi_j^I \quad (193)$$

para  $i = g+1, \dots, n$

denominando as derivadas parciais como:

$$\frac{\partial P_i^I}{\partial E_j^I} = J_{E_j^I}^{P_i^I} \quad (194)$$

$$\frac{\partial Q_i^I}{\partial E_j^I} = J_{E_j^I}^{Q_i^I} \quad (195)$$

$$\frac{\partial P_i^I}{\partial \Psi_j^I} = J_{\Psi_j^I}^{P_i^I} \quad (196)$$

$$\frac{\partial Q_i^I}{\partial \Psi_j^I} = J_{\Psi_j^I}^{Q_i^I} \quad (197)$$

podemos escrever:

$$\begin{bmatrix} J_{E_1^I}^{P_1^I} & J_{E_2^I}^{P_1^I} & J_{\Psi_1^I}^{P_1^I} & J_{\Psi_2^I}^{P_1^I} \\ J_{E_1^I}^{P_2^I} & J_{E_2^I}^{P_2^I} & J_{\Psi_1^I}^{P_2^I} & J_{\Psi_2^I}^{P_2^I} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ J_{E_1^I}^{P_g^I} & J_{E_2^I}^{P_g^I} & J_{\Psi_1^I}^{P_g^I} & J_{\Psi_2^I}^{P_g^I} \\ J_{E_1^I}^{Q_1^I} & J_{E_2^I}^{Q_1^I} & J_{\Psi_1^I}^{Q_1^I} & J_{\Psi_2^I}^{Q_1^I} \\ J_{E_1^I}^{Q_2^I} & J_{E_2^I}^{Q_2^I} & J_{\Psi_1^I}^{Q_2^I} & J_{\Psi_2^I}^{Q_2^I} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ J_{E_1^I}^{Q_g^I} & J_{E_2^I}^{Q_g^I} & J_{\Psi_1^I}^{Q_g^I} & J_{\Psi_2^I}^{Q_g^I} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta E_1^I \\ \Delta E_2^I \\ \Delta \Psi_1^I \\ \Delta \Psi_2^I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P_1^I \\ \Delta P_2^I \\ \vdots \\ \Delta P_g^I \\ \Delta Q_1^I \\ \Delta Q_2^I \\ \vdots \\ \Delta Q_g^I \end{bmatrix} \quad (198)$$

desde que as  $\Delta P_{Lj}^I = \Delta Q_{Lj}^I = 0$ , em cada intervalo I considerado.

As submatrizes na (198) são:

$J_{GC}^{PE}$  = submatriz das derivadas parciais da potência ativa nas barras de geração em relação às variações de tensão nas barras sem geração,

$J_{CG}^{P\Psi}$  = submatriz das derivadas parciais da potência ativa nas barras sem geração em relação às variações dos ângulos de cargas nas barras com geração,

$J_{GC}^{QE}$  = submatriz das derivadas parciais da potência reativa nas barras com geração, em relação às variações de tensão nas mesmas,

$J_{CC}^{Q\Psi}$  = submatriz das derivadas parciais da potência reativa nas barras sem geração em relação às variações dos ângulos de cargas nas mesmas,

e assim por diante.

Por exemplo:

$$J_{GC}^{P\Psi} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_1^I}{\partial \Psi_{g+1}^I} & \dots & \frac{\partial P_1^I}{\partial \Psi_n^I} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial P_g^I}{\partial \Psi_{g+1}^I} & \dots & \frac{\partial P_g^I}{\partial \Psi_n^I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_i^I}{\partial \Psi_j^I} \end{bmatrix} \begin{matrix} i=1, \dots, g \\ j=g+1, \dots, n \end{matrix} \quad (199)$$

Por outro lado:

$$\overline{\Delta P}_G^I = \begin{bmatrix} \Delta P_i^I \end{bmatrix} \quad | \quad i = 1, \dots, g \quad (200)$$

$$\overline{\Delta P}_C^I = \begin{bmatrix} \Delta P_i^I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \quad | \quad i = g+1, \dots, n \quad (201)$$

e similarmente para  $\overline{\Delta Q}_G^I$  e  $\overline{\Delta Q}_C^I$ ,  $\overline{\Delta E}_G^I$  e  $\overline{\Delta E}_C^I$ , e  $\overline{\Delta \Psi}_G^I$  e  $\overline{\Delta \Psi}_C^I$ .

Logo, a (198) pode ser rearranjada e obtem-se:

$$\begin{bmatrix} \overline{\Delta P}_G^I \\ \overline{\Delta Q}_G^I \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{GG}^{PE} & J_{GG}^{P\Psi} & P_{GC}^{PE} & J_{GC}^{P\Psi} \\ J_{GG}^{QE} & J_{GG}^{Q\Psi} & J_{GC}^{QE} & J_{GC}^{Q\Psi} \\ \hline J_{CG}^{PE} & J_{CG}^{P\Psi} & J_{CC}^{PE} & J_{CC}^{P\Psi} \\ J_{CG}^{QE} & J_{CG}^{Q\Psi} & J_{CC}^{QE} & J_{CC}^{Q\Psi} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \overline{\Delta E}_G^I \\ \overline{\Delta \Psi}_G^I \\ \overline{\Delta E}_C^I \\ \overline{\Delta \Psi}_C^I \end{bmatrix} \quad (202)$$

ou ainda:

$$\begin{bmatrix} \overline{\Delta P}_G^I \\ \overline{\Delta Q}_G^I \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ \hline J_3 & J_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \overline{\Delta E}_G^I \\ \overline{\Delta \Psi}_G^I \\ \overline{\Delta E}_C^I \\ \overline{\Delta \Psi}_C^I \end{bmatrix} \quad (203)$$

A matriz:

$$J = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ \hline J_3 & J_4 \end{bmatrix} \quad (204)$$

é a matriz Jacobiano, onde as submatrizes  $J_1$ ,  $J_2$ ,  $J_3$  e  $J_4$  são constituídas de derivadas parciais, como se deduz pela (203), (202) e (199).

Por exemplo:

$$J_2 = \begin{bmatrix} J_{GC}^{PE} & J_{GC}^{P\Psi} \\ \hline J_{GC}^{QE} & J_{GC}^{Q\Psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_i^I}{\partial E_j^I} & \frac{\partial P_i^I}{\partial \Psi_j^I} \\ \hline \frac{\partial Q_i^I}{\partial E_j^I} & \frac{\partial Q_i^I}{\partial \Psi_j^I} \end{bmatrix} \quad (205)$$

$i=1, \dots, g$   
 $\{j=g+1, \dots, n$

Particionando a (202) tem-se:

$$\begin{bmatrix} \overline{\Delta P}_G^I \\ \overline{\Delta Q}_G^I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & \vdots & J_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \overline{\Delta E}_G^I \\ \overline{\Delta \Psi}_G^I \\ \overline{\Delta E}_C^I \\ \overline{\Delta \Psi}_C^I \end{bmatrix} \quad (206)$$

e

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_3 & \vdots & J_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \overline{\Delta E_G^I} \\ \overline{\Delta \Psi_G^I} \\ \overline{\Delta E_C^I} \\ \overline{\Delta \Psi_C^I} \end{bmatrix} \quad (207)$$

Esta última pode ser reescrita como:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \overline{\Delta E_G^I} \\ \overline{\Delta \Psi_G^I} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} J_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \overline{\Delta E_C^I} \\ \overline{\Delta \Psi_C^I} \end{bmatrix} \quad (208)$$

e vem que:

$$\begin{bmatrix} \overline{\Delta E_C^I} \\ \overline{\Delta \Psi_C^I} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} J_4 \end{bmatrix}^{(-1)} \cdot \left\{ \begin{bmatrix} J_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \overline{\Delta E_G^I} \\ \overline{\Delta \Psi_G^I} \end{bmatrix} \right\} \quad (209)$$

que expressa as variações nas barras sem geração em relação às variações nas barras com geração.

Desde (206) escreve-se:

$$\begin{bmatrix} \overline{\Delta P_G^I} \\ \overline{\Delta Q_G^I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \overline{\Delta E_G^I} \\ \overline{\Delta \Psi_G^I} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} J_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \overline{\Delta E_C^I} \\ \overline{\Delta \Psi_C^I} \end{bmatrix} \quad (210)$$

Substituindo-se a (209) na (210) vem:

$$\begin{bmatrix} \overline{\Delta P_G^I} \\ \overline{\Delta Q_G^I} \end{bmatrix} = \{ J_1 - J_2 \cdot (J_4^{-1} \cdot J_3) \} \cdot \begin{bmatrix} \overline{\Delta E_G^I} \\ \overline{\Delta \Psi_G^I} \end{bmatrix} = B_2 \cdot \begin{bmatrix} \overline{\Delta E_G^I} \\ \overline{\Delta \Psi_G^I} \end{bmatrix} \quad (211)$$

onde:

$$B_2 = \{ J_1 + J_2 \cdot B_1 \} \quad (212)$$

e

$$B_1 = - J_4^{-1} \cdot J_3 \quad (213)$$

Desta forma, conhecida uma solução inicial  $(\bar{P}, \bar{Q})$ , para as equações de desempenho, em termos de  $(\bar{E}, \bar{\Psi})^{in}$  obtidas - por exemplo através de estudos de fluxo de carga para a configuração do sistema no intervalo I considerado, pode-se determinar as variações:

$$\Delta P_i^I = (P_i^I)_{in} - (P_i^I)_{(\bar{E}^I, \bar{\Psi}^I)in} = (P_i^I)^{KNR-1} - (P_i^I)^{KNR} \quad (214)$$

$$\Delta Q_i^I = (Q_i^I)_{in} - (Q_i^I)_{(\bar{E}^I, \bar{\Psi}^I)in} \quad (215)$$

para  $i = 1, \dots, g$

Calculando-se a Matriz Jacobiano, em termos de  $(\bar{E}^I, \bar{\Psi}^I)_{in}$  iniciais, resulta que as únicas incógnitas na (211) são  $\overline{\Delta E_G^I}$  e  $\overline{\Delta \Psi_G^I}$ . Resolvendo-se este sistema de equações lineares, portanto, calcula-se os acréscimos das variáveis independentes  $E_i^I$  e  $\Psi_i^I$  nas barras de geração e, através da (209), nas barras sem geração.

Obtidos os valores dos acréscimos os cálculos dos valores das tensões e ângulos de carga na próxima iteração - serão:

$$\bar{E}_{GN}^I = \bar{E}_{GV}^I + \overline{\Delta E_G^I} = (\bar{E}_G^I)^{KNR+1} \quad (216)$$

$$\bar{\Psi}_{GN}^I = \bar{\Psi}_{GV}^I + \overline{\Delta \Psi_G^I} = (\bar{\Psi}_G^I)^{KNR+1} \quad (217)$$

$$\bar{E}_{CN}^I = \bar{E}_{CV}^I + \overline{\Delta E_C^I} = (\bar{E}_C^I)^{KNR+1} \quad (218)$$

$$\bar{\Psi}_{CN}^I = \bar{\Psi}_{CV}^I + \overline{\Delta \Psi_C^I} = (\bar{\Psi}_C^I)^{KNR+1} \quad (219)$$

Com os novos valores  $(\bar{E}_{GN}^I, \dots, \bar{\Psi}_{CN}^I)$  calculados a partir dos anteriores  $(\bar{E}_{GV}^I, \dots, \bar{\Psi}_{CV}^I)$ , pelas (216) a (219), recalcula-se as  $P_i^I$  na (185) e as  $Q_i^I$  na (186).

Recalcula-se as variações de geração:

$$\overline{\Delta P_G^I} = \bar{P}_{GV}^I - \bar{P}_{GN}^I \quad (220)$$

onde:

$$\bar{P}_{GV}^I = \left[ (P_i^I)_{(\bar{E}^I, \bar{\Psi}^I)in} \right] \quad i = 1, 2, \dots, g \quad (221)$$

ou ainda:

$$\bar{P}_{GV}^I = (\bar{P}_G^I)^{KNR} \quad (222)$$

onde KNR é o contador do número de iterações do método de Newton-Raphson.

Por sua vez:

$$\bar{P}_{GN}^I = (\bar{P}_G^I)^{KNR+1} = \left[ (P_i^I)_{(\bar{E}^I, \bar{\Psi}^I)^{KNR+1}in} \right] \quad (223)$$

Analogamente para a potência reativa:

$$\bar{Q}_{GN}^I = (Q_G^I)^{KNR+1} = \left[ (Q_i^I)_{(\bar{E}^I, \bar{\Psi}^I)^{KNR+1}} \right] \quad (224)$$

$$\bar{Q}_{GV}^I = (Q_G^I)^{KNR} = \left[ (Q_i^I)_{(\bar{E}^I, \bar{\Psi}^I)_{in}} \right] = \left[ (Q_i^I)_{(\bar{E}^I, -I)^{KNR}} \right] \quad (225)$$

e então testa-se:

$$\Delta P_i^I - \epsilon \leq 0 \quad (226)$$

$$\Delta Q_i^I - \epsilon \leq 0 \quad (227)$$

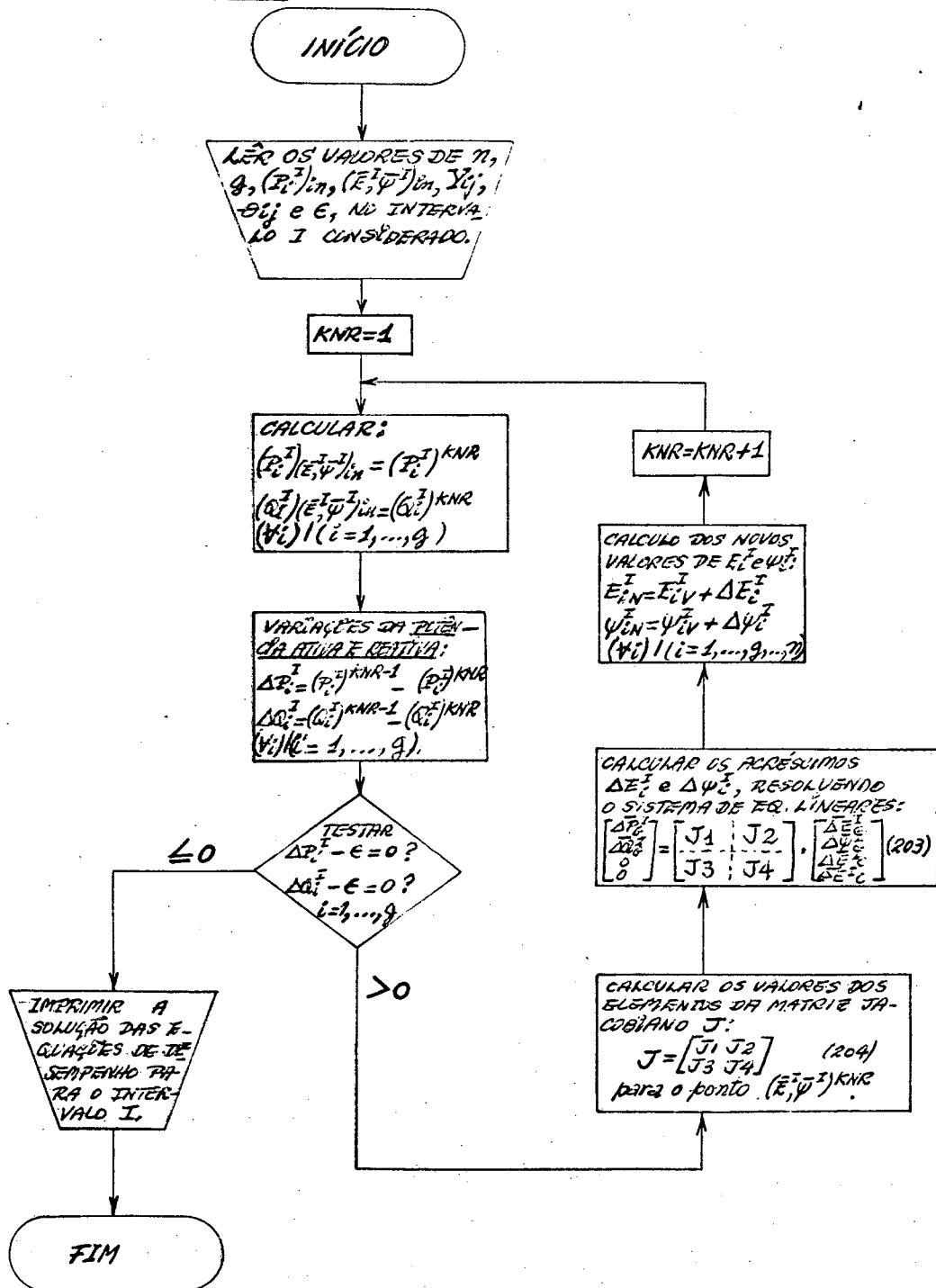
para  $i = 1, \dots, g$

Se as (226) e (227) são verificadas simultaneamente, para todo  $i$  ( $i = 1, \dots, g$ ), então a solução das equações de desempenho foram obtidas. Caso contrário, se para algum  $i$ , na (223) ou (224), a desigualdade não é obedecida, então deve-se voltar às (211) e (209) e passar a uma nova iteração.

O  $\epsilon$  é uma quantidade bastante pequena, a qual assegura que, em termos práticos, a solução foi encontrada.

O fluxograma para a solução das equações de desempenho (185) a (188) por Newton-Raphson é a seguir apresentado com a finalidade de permitir uma melhor visualização do método.

FLUXOGRAMA PARA SOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DE DESEMPENHO  
POR NEWTON-RAPHSON



A P Ê N D I C E III

ALGORÍTMOS

Quando quantidades a serem computadas são dadas impli-  
citamente e se dispõe de um processo definido para calculá-las, diz-  
se que este processo constitui um *algoritmo* <sup>37</sup>.

Especificamente, para desenvolver um algoritmo, exami-  
na-se a estrutura geral do problema levantando-se questões quanto  
a:

1. Praticabilidade

a) Existe um método prático para obter uma solução ini-  
cial para inicialização do algoritmo ?

b) O método é descrito em termos de regras bem claras, de  
modo que elas podem ser aplicadas e desenvolvidas por uma pessoa,  
ou computador eletrônico, sem necessidade de exercício de julga-  
mento do método durante os cálculos ?

c) As regras do algoritmo não são controvertidas, de mo-  
do a conduzirem a indecisões ou indefinições ?

d) Estas regras não são complicadas demais ou simples de  
mais, afastando no último caso a solução da real e no primeiro -  
tornando a mesma difícil ou impraticável ?

2. Aplicação

a) Que problemas matemáticos podem ser resolvidos atra-  
vés de algoritmos ?

b) Quando um específico problema pode não ser resolvido  
dentro do campo de aplicabilidade de um certo algoritmo ?

c) Ao final de um certo número de soluções iterativas -  
se tem indicação de que a solução foi obtida ?

d) Existe alguma indicação da existência e causas de fa



lha na aplicação do método de algoritmo ?

### 3. Convergência

a) O algoritmo sempre converge ?

b) Em caso afirmativo, a convergência se dá no sentido da solução correta ?

c) O método converge em número finito de iterações ?

d) Para problemas reais, este tempo de convergência é aceitável ?

e) Se os cálculos são interrompidos antes de obter-se uma solução ótima final, a solução sub-ótima resultante é satisfatória ?

f) Caso contrário, que modificações podem ser introduzidas para que a solução sub-ótima seja, praticamente, substituída da ótima ?

### 4. Recursos computacionais exigidos

a) Que tipo de computador é requerido para a obtenção da solução ?

b) Quais as características exigíveis em tal caso, deste computador ?

c) Os recursos disponíveis não tornam a solução muito demorada ou difícil de ser conseguida ?

d) Qual é a precisão requerida para a solução ?

e) O computador escolhido é capaz de assegurar esta precisão ?

f) A solução não é anti-econômica em termos da necessidade de cálculos demorados e caros ?

As respostas a estas questões permitem julgar o algoritmo. Entretanto, para julgá-lo, geralmente, deve-se primeiramente testá-lo em problemas de solução conhecida e compará-lo com os outros algoritmos já usados, quanto as vantagens e desvantagens apresentadas com relações as questões acima. Normalmente, algoritmos que resolvem problemas idênticos em estrutura por méto-

dos diferentes, apresentam vantagens com relação a determinadas aplicações e desvantagens em relação a outras. Um algoritmo que converge muito rapidamente num caso, pode ter convergência difícil no outro. Por outro lado, pode ser que a solução obtida depois de um mesmo tempo, nos dois casos, sejam satisfatórias. Ou ainda, no último caso, a solução seja mais próxima da ótima com menor tempo de computação, mesmo com a convergência mais difícil. Enfim, a escolha de um algoritmo não é definitiva, e a experiência mostra que somente o uso alternativo de várias técnicas podem confirmar a exatidão dos resultados obtidos.

As dificuldades em estabelecer um algoritmo, para um determinado problema, e chegar a condição de afirmar que este é o melhor, são enormes e exigem muito trabalho e estudos alternativos.

A P Ê N D I C E IV

FLUXOGRAMA COMPLETO

O fluxograma sugerido neste Apêndice foi desenvolvido para o IBM-1130 da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC) usando a linguagem FORTRAN-IV.

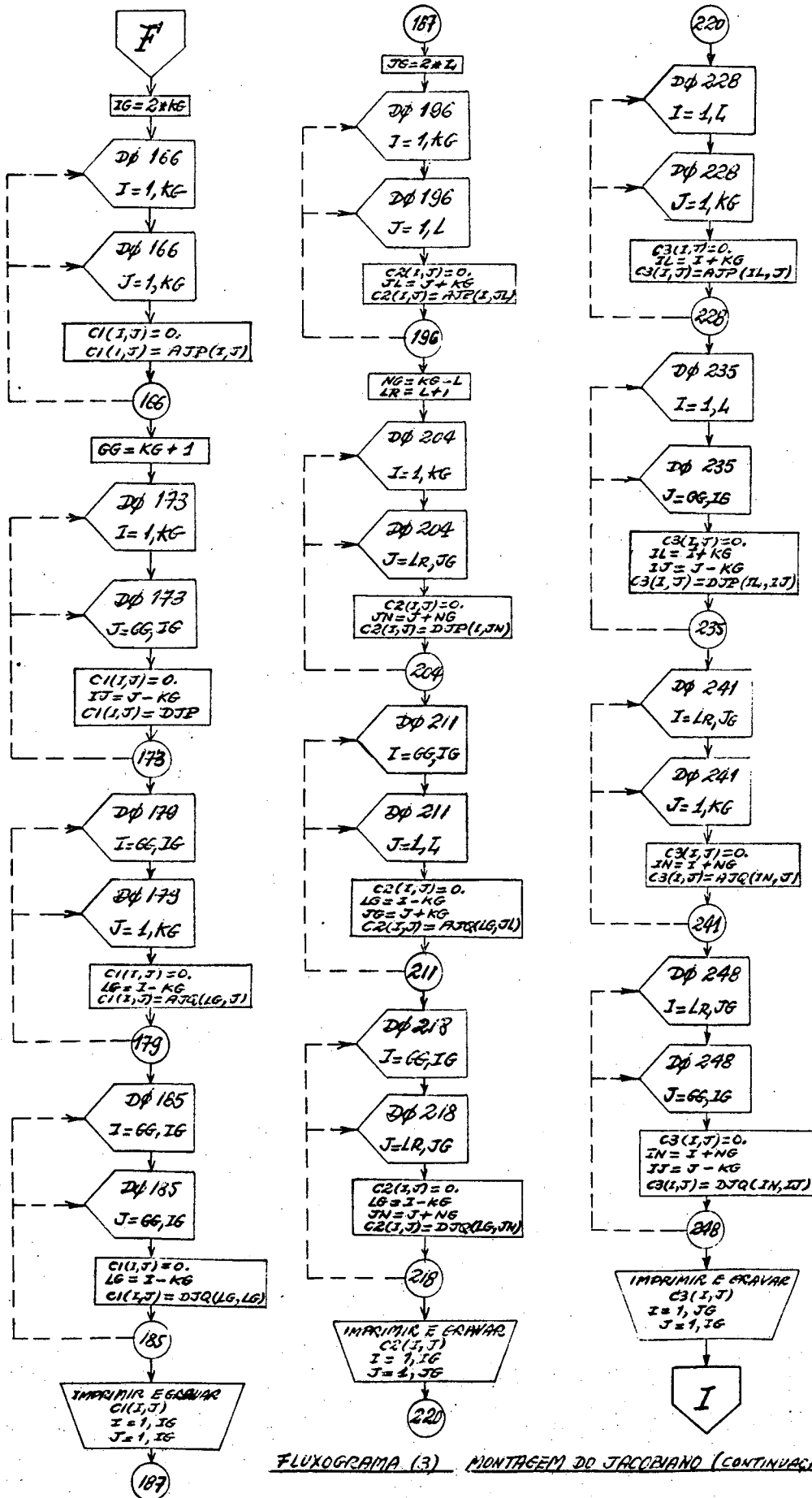
A simbologia correspondente é anexada na página que segue.

SIMBOLOGIA P/FLUXOGRAMA

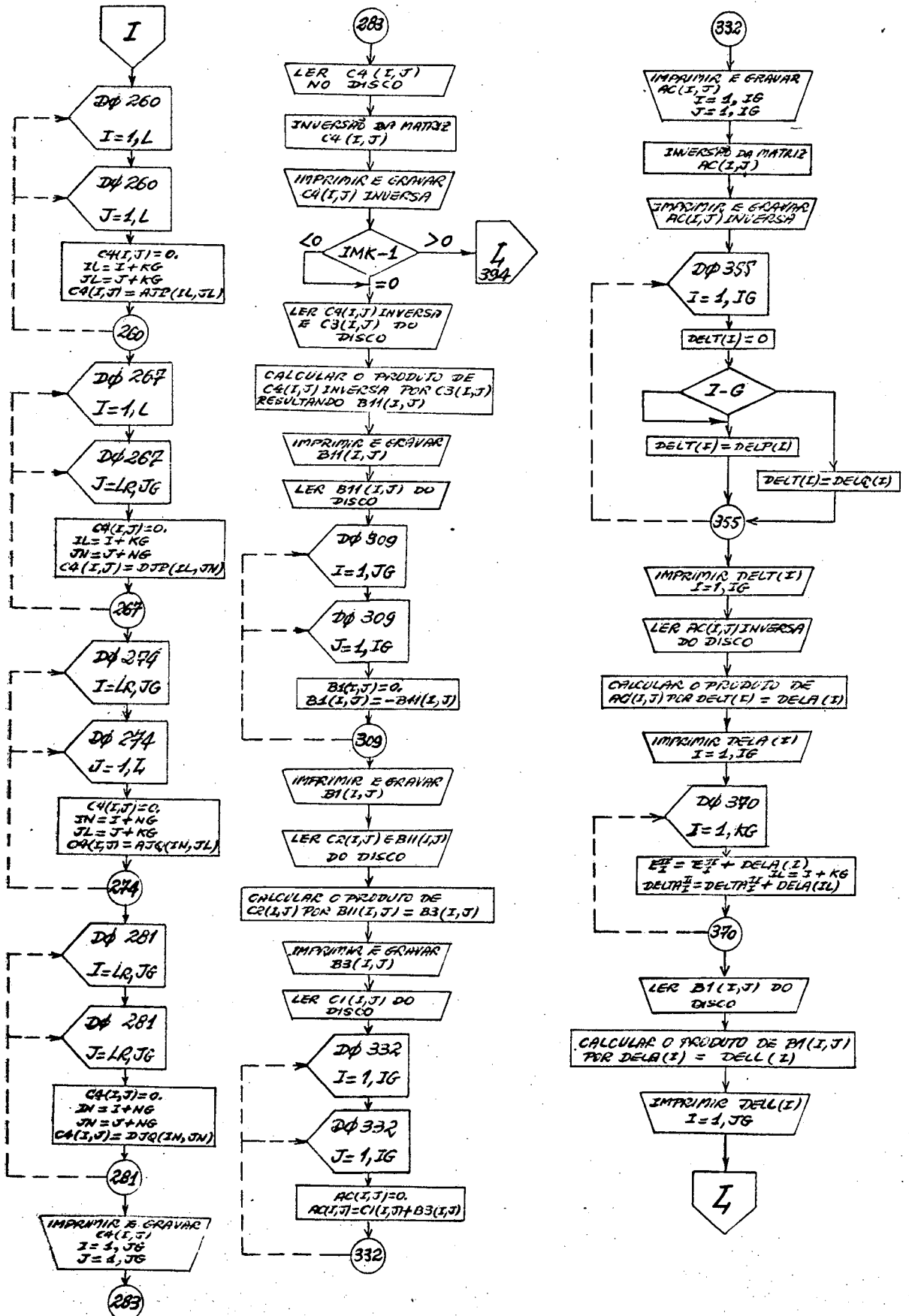
$U\phi(I)$	=	vetor dos multiplicadores de Lagrange = $\lambda\phi_i$ .
KU	=	contador do número de iterações do problema global.
KT	=	número de centrais térmicas disponíveis.
KG	=	número total de centrais disponíveis.
II	=	contador do número de intervalos.
K	=	contador do nº de iterações do Newton-Raphson.
$E_I^{II}$	=	tensão na barra I no intervalo II .
$\Delta I^{II}$	=	ângulo de carga na barra I no intervalo II .
$Y(I,J)$	=	matriz admitância de barras em módulo.
$\theta(I,J)$	=	matriz ângulos de carga das barras.
$P(II,I)$	=	potência ativa gerada na barra I no intervalo II.
$Q(II,I)$	=	potência reativa gerada na barra I no intervalo II.
$PL(II,I)$	=	carga ativa na barra I no intervalo II .
$QL(II,I)$	=	carga reativa na barra I no intervalo II .
$DELP(I)$ e $DELQ(I)$	=	vetores das variações de potência nas barras.
RPSY	=	"FLAG" do Newton-Raphson.
$C_1(I,J)$	=	sub-matriz $J_1$ do Jacobiano.
$C_2(I,J)$	=	sub-matriz $J_2$ do Jacobiano.
$C_3(I,J)$	=	sub-matriz $J_3$ do Jacobiano.
$C_4(I,J)$	=	sub-matriz $J_4$ do Jacobiano.
KJJ	=	contador do número de iterações dos sub-problemas.
SYR	=	função de penalidades (Fp).
EPSY	=	"FLAG" dos sub-problemas.
RKSP	=	$r_j$
DRK	=	$\Delta r_j$
RØF	=	$r_{jf}$
GRDE(J)	=	gradiente das tensões da geração
GRDD(J)	=	gradiente dos ângulos de carga da geração.
$DHV(I)$	=	gradiente dos multiplicadores de Lagrange $\lambda_i$ .
SSTEP	=	passo no sentido dos gradientes GRDE(J) e GRDD(J).
APSY	=	passo no sentido do gradiente $DHV(I)$ -
HPSY	=	"FLAG" do problema global.
IMK	=	variável artificial que comanda a execução do Newton-Raphson a cada novo II quando $KU = 1$ .







FLUXOGRAMA (3) MONTAGEM DO JACOBIANO (CONTINUAÇÃO)

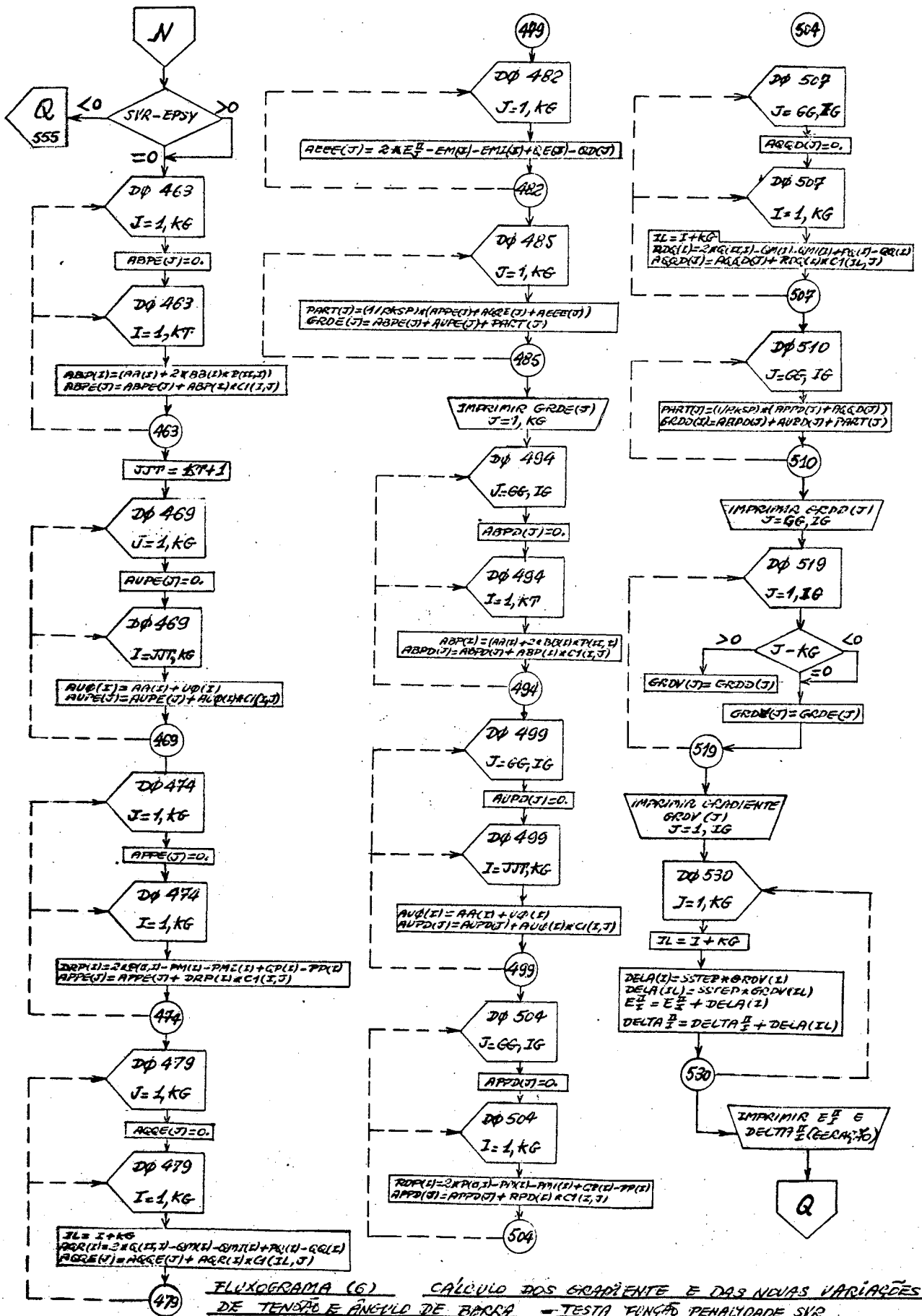


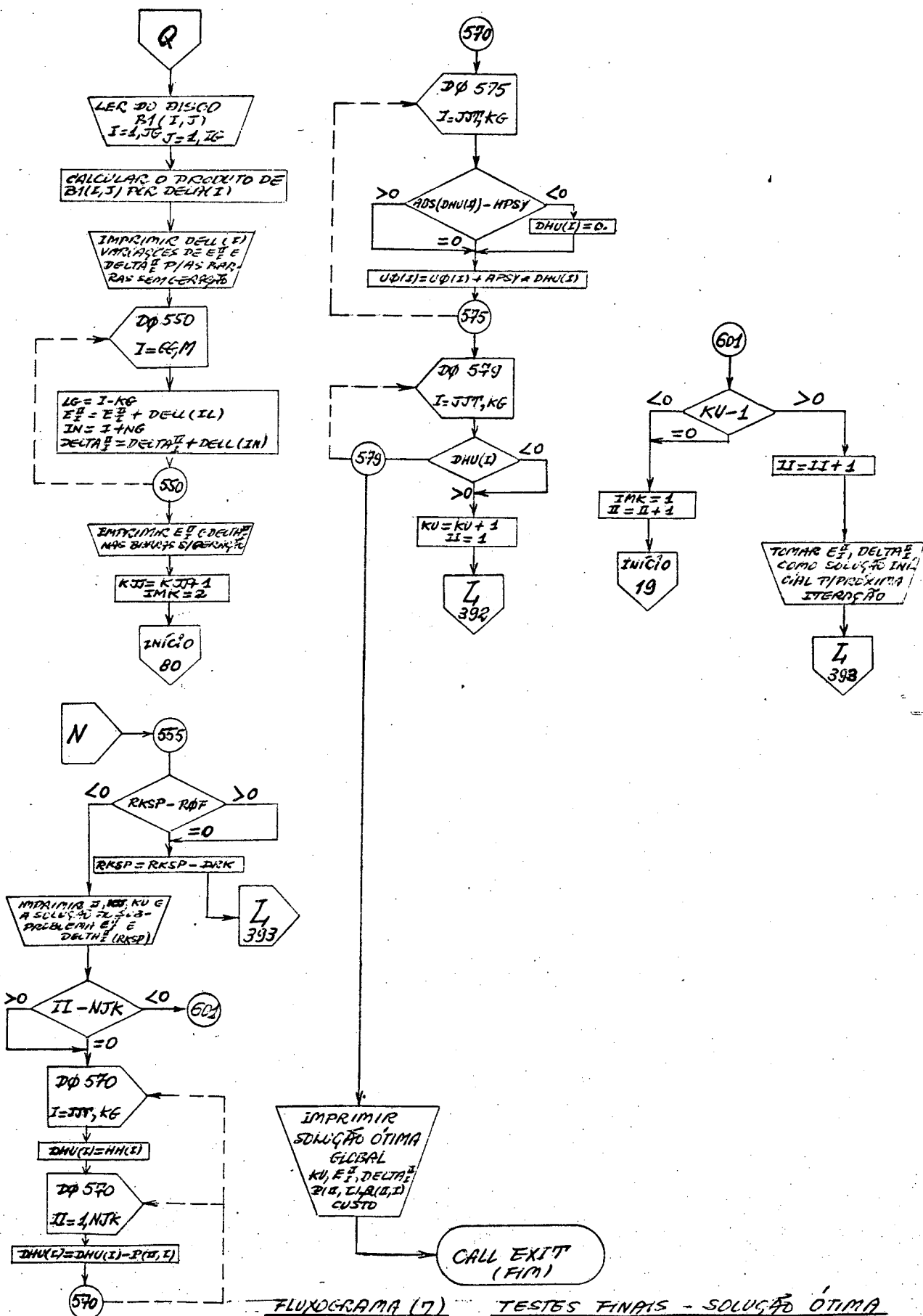
FLUXOGRAMA (4)

MONTAGEM DO JACOBIANO (CONCLUSÃO) - DETERMINAÇÃO DAS VARIÁVEIS DAS TENSÕES E ÂNGULOS DE BARRA









FLUXOGRAMA (7) TESTES FINAIS - SOLUÇÃO ÓTIMA PARA SUB-PROBLEMAS - SOLUÇÃO ÓTIMA PI/PROBL. GLOBAL

A P Ê N D I C E V

UM SUB-SISTEMA DO ESTADO DE  
SANTA CATARINA.



REFERÊNCIAS

- [1] KENNETH F. WEAVER - "The search for tomorrow's power" - National Geographic - Vol. 142 - nº 5 - November 1972.
- [2] M. RAMAMOORTY & GOPALA RAO - "Load scheduling of hydroelectric/Thermal generating systems using nonlinear programming techniques" - Proc. IEE - Vol. 117 - nº 4 - April 1970 - págs. 794 a 798.
- [3] J.B. OSO & H.E. MEADOWS - "Simulation and short-range scheduling of hydrothermal power systems using 360 CSMP" - Simulation - August 1972 - nº 8 - págs. 55 a 60
- [4] S.K. AGARWAL & I.J. NAGRATH - "Optimal scheduling of hydrothermal systems" - Proc. IEE - Vol. 119 - nº 2 - February 1972 - págs. 169 a 173.
- [5] J.C. DODU, P. MARTIN, A. MERLIN & J. POUGET - "An optimal formulation and solution of short-range operations problems for a power system with flow constraints" - Proc. IEEE - Vol. 60 - nº 1 - January 1972 - págs. 54 a 63.
- [6] ROY BILLINTON & S.S. SACHDEVA - "Optimal Real and reactive power operation in a hydrothermal system" - IEEE - Vol. PAS.91 - March 1972 - págs. 1405 a 1411.
- [7] ALBERT M. SASSON - "Nonlinear programming solutions for load-flow, minimum-loss, and economic dispatching problems" - IEEE - PAS.88 - nº 4 - April 1969 - págs. 399 a 408.
- [8] MOHAMED E. EL-HAWARY & GUSTAV S. CHRISTENSEN - "Functional optimization of common-flow hydrothermal systems" - INT. Journal Control - 1972 - Vol. 16 - nº 6 - págs. 1063 a 1072.

- [9] R.J. RINGLEE & N.D. REPPEN - "Curses notes - Economic Operations" - Rio de Janeiro - August 1971.
- [10] A.P. BONAERT, A.H. EL-ABIAD & A.J. KOIVO - "Optimal scheduling of hydrothermal power systems" - IEEE - PAS. 91 - n<sup>o</sup> 1 - Jan/Feb. 1972 - pág. 1412 a 1419.
- [11] C.M. SHEN & M.A. LAUGHTON - "Power-system load scheduling with security constraints" - Proc. IEEE - Vol. 117 - n<sup>o</sup> 11 - November 1970 - pág. 2117 a 2127.
- [12] M. RAMAMOORTY & J. GOPALA RAO - "Economic load scheduling of thermal power system using the penalty function approach" - IEEE Trans. - Vol. PAS. 89 - n<sup>o</sup> 8 - Nov/dec. 1970.- pág. 2075 a 2078.
- [13] R.B. GUNGOR, N.F. TSANG & B. WEBB - "A technique for optimizing real and reactive power schedules" - IEEE Proc. - pág. 1781 a 1790.
- [14] ALBERT S. SASSON - "Combined use of the powell and fletcher-powell, nonlinear programming methods for optimal load flows" - IEEE Trans. - Vol. PAS.88 - n<sup>o</sup> 10 - October 1969 - pág. 1530 a 1539.
- [15] HERMANN W. DOMMELL & WILLIAM F. TINNEY - "Optimal power flow solutions" - IEEE Trans. Vol. PAS.87 - n<sup>o</sup> 10 - October 1969 - pág. 1866 a 1870.
- [16] JOHN R. NEUENSWANDER - "Modern power systems" - International Textbook Co. - 1971.
- [17] B.V. BALIGA - "Intermediate range peak-load demand forecasting" - Un published Ph.D. Thesis V.P.I. & SU - Virginia - U.S.A. - 1971.
- [18] D.P. LIJESSEN & J. ROSING - "Adaptative forecasting of hourly loads based on load measurements and weather informations" - IEEE - PAS.90 - n<sup>o</sup> 4 - July/Aug. 1971 -pág. 1757 a 1762.

- | 19 | HAROLD CHESTNUT - "Systems engineering methods" - John Wiley - U.S.A. - 1967.
- | 20 | SÉRGIO DE S. BRITO, IZALTINO CAMOZZATO, JOSÉ E.B. ALMEIDA & JOÃO F.A. DE OLIVEIRA - "Aplicação da programação dinâmica estocástica na determinação de decisões ótimas para um sistema hidro-termoelétrico" - Publicação das Centrais Elétricas de Furnas - 1971.
- | 21 | EQUIPE DE PLANEJAMENTO DE FURNAS CENTRAIS ELÉTRICAS S.A. - "Planejamento ótimo econômico da operação do sistema hidrotérmico de Furnas - Centrais Elétricas S.A." - Maio 1972.
- | 22 | RONALD L. GUE & MICHAEL E. THOMAS - "Mathematical methods in Operations research" - Mac Millan Co. - 1968 - London - 2<sup>a</sup> Edição - Julho 1971.
- | 23 | JOHN PESCHON, DONALD W. BREE & LASZLO P. HAJDV - "Optimal power-flow solutions for power system planning" - Proc. IEEE - Vol. 60 - nº 1 - Jan/1972 - pág. 64 a 70.
- | 24 | NATHAN COHN - "Control of interconnected power systems" - John Wiley & Sons, Inc. - 2<sup>a</sup> Edição - Julho 1971.
- | 25 | Y. MAINGUY - "L'economie de l'energie" - Dunond - Paris - 1967.
- | 26 | DAVID DA CUNHA - "Produção, transporte e distribuição da energia elétrica" - Vol. 1 - Edição C.E.U.E. - Porto Alegre - RS - 1965.
- | 27 | MASANAO AOKI - "Introduction to optimization techniques" - MacMilla Co. - N.York - 1971.
- | 28 | W.I. ZANGWILL - "Nonlinear programming: un unified approach" - Prentice Hall - 1<sup>a</sup> Edição - 1969.
- | 29 | L.C. DIXON - "Nonlinear programming" - Press Ltd. - 1<sup>a</sup> Edição - Glasgow - 1972.



- | 30 | HOFFMANN & KUNZE - "Álgebra Linear" - Tradução de A.P. Bergamasco - Editora da USP - São Paulo/1971.
- | 31 | LEON K. KIRCHMAYER - "Economic operations of power systems" - John Wiley & Sons, Inc. - 2<sup>a</sup> Edição - Abril/1967.
- | 32 | G. HADLEY - "Nonlinear and dynamic programming" - Addison-Wesley - London - 1964.
- | 33 | HARVEY M. WAGNER - "Principles of operations research" - Prentice-Hall - New Jersey - 1969.
- | 34 | ANTHONY V. FIACCO & GARTH P. McCORMICK - "Nonlinear programming: sequential unconstrained minimization techniques" - John Wiley & Sons, Inc. N.Y. - 1968.
- | 35 | W.I. ZANGWILL - "Nonlinear programming via penalty functions" - Management Science - Vol. 13 - nº 5 - pág.344.
- | 36 | DOUGLAS J. WILDE & CHARLES S. BEIGHTLER - "Foundations of optimization" - Prentice-Hall - U.S.A. - 1967.
- | 37 | HAMMING - "Numerical methods for scientists and engineers" - McGraw-Hill - Kōgakusha - Tōkio - 1962.
- | 38 | STAGG & EL-ABIAD - "Computer methods in power system analysis" - McGraw-Hill Book Co. - U.S.A. - 1968.
- | 39 | R.K. KERR, J.L. SCHEIDT, A.J. FONTANA & J.K. WILEY - "Unit commitment" - IEEE - PAS.85 - nº 5 - May/1966 - pág. 417 a 421.
- | 40 | L. JAIRO B. MACHADO - "Operação Econômica" - Uso da fórmula de perdas - Tópicos especiais de Engenharia Elétrica - Centro Tecnológico da UFSC - Março/Abril-1971.