

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

ESTUDO COMPARATIVO ENTRE OS MÉTODOS  
DE FOTOELASTICIDADE E EXTENSOMETRO

por

José Carlos Zanini

Tese submetida como requisito parcial para  
a obtenção do grau de

MESTRE EM CIÊNCIAS

EM

ENGENHARIA MECÂNICA

---

Jaroslav Kozel

Florianópolis, SC, Setembro de 1970.

## AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, os agradecimentos à Coordenação do Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, pela bolsa de estudos concedida, sem a qual a realização do curso de pós-graduação, bem como desta tese, teria sido impossível. Agradeço também a todos os professores do curso de pós-graduação pelo desvelo com que ministraram os seus cursos, possibilitando que se conseguisse um aproveitamento dos melhores.

De modo especial, ao Professor Nelson Back, M.Sc. pela sua dedicada orientação para com êste trabalho, incentivando a sua realização de maneira invulgar. Não se pode esquecer os laboratoristas de Máquinas Operatrizes, que / confeccionaram todos os acessórios imprescindíveis a realização desta tese. Agradeço também ao pessoal do Centro de Processamento de Dados pela colaboração incansável que em prestar.

Um agradecimento especial também se deve fazer ao Professor Yves Jean Xavier Garnier pela sua prestiosa colaboração na parte estatística da tese. Ao Professor Jaroslav Kozel, Sc.D., pelas sugestões valiosas e incentivo emprestados.

A meus pais a irredutível gratidão, pois com estímulos e sacrifícios possibilitaram a concretização dos estudos almejados.

À minha esposa, pela dedicação e compreensão / em todo o tempo de realização do curso.

Agradeço, ainda a muitas outras pessoas que / prestaram auxílio inestimável, as quais por receio de omissão deixo de citar.

A minha esposa.

SUMÁRIO

Existe boa bibliografia que trata sobre os diversos métodos experimentais de determinação de tensões, / entretanto não se tem quase nada indicando em que circunstâncias os seus usos são indiferentes.

Neste trabalho desenvolveu-se um estudo comparativo entre os métodos de fotoelasticidade e extensômetro procurando delimitar suas faixas de aplicação. Em primeiro lugar fez-se um estudo teórico dos diversos métodos estabelecendo as premissas principais que os regem.

Na parte experimental elaborou-se uma técnica de determinação do módulo de elasticidade pela utilização de extensômetros, comparando, por meio de um teste estatístico, o valor experimental com o de tabelas dado para o aço. Determinou-se então as tensões pelos diversos métodos, em cada ponto da barra, realizando sessenta medidas por / ponto. Assim, a média e o desvio padrão para cada ponto e para cada método foram determinados. De posse dos valores experimentais iniciou-se o processo de comparação entre os métodos, utilizando-se um teste estatístico sobre dois parâmetros.

Toda a programação deste trabalho foi realizada em computador, bem como as curvas de distribuição das / medidas que foram tiradas no plôter.

*Handwritten notes and diagrams:*  
- Top left: *... método ...*  
- Top right: *... método ...*  
- Middle left: *... método ...*  
- Middle right: *... método ...*  
- Bottom left: *... método ...*  
- Bottom right: *... método ...*  
- Center: *Diagram with arrows and labels*

## ÍNDICE

	Página
INTRODUÇÃO .....	1
CAPÍTULO 1 - Embasamento teórico dos métodos .....	3
1.1 - Extensômetros elétricos .....	3
1.1.1 - Equação Geral .....	3
1.1.2 - Valores experimentais para $K_C$ .....	5
1.1.3 - Determinação do fator do extensômetro...	6
1.1.4 - Tipos de extensômetros .....	8
1.1.5 - Fatores que influenciam o comportamento, do extensômetro .....	10
1.1.6 - Cuidados com a superfície do corpo de .. prova .....	15
1.1.7 - Seleção dos extensômetros .....	15
1.1.8 - Métodos de detecção da variação R .....	17
1.2 - Fotoelasticidade .....	21
1.2.1 - Equação Geral do movimento ondulatório da luz .....	21
1.2.2 - Polarização da Luz .....	22
1.2.3 - Efeito fotoelástico .....	25
1.2.4 - Efeito do modelo no campo de um polarís- cópio .....	26
1.2.5 - Uso da luz branca como fonte luminosa dos polariscópios .....	31
1.2.6 - Compensação .....	32
1.2.7 - Separação das tensões principais.....	34
1.2.8 - Materiais fotoelásticos .....	36
1.2.9 - Transmissão das deformações das peças pa ra o revestimento .....	38
1.2.10 - Efeito do Reforço .....	40
CAPÍTULO 2 - Parte experimental .....	46

	Página
2.1 - Escolha do modelo de teste .....	46
2.2 - Modo de carregamento .....	47
2.3 - Determinação experimental do módulo de elasticidade do material .....	47
2.4 - Determinação das tensões pela utilização de extensômetros .....	51
2.5 - Determinação das tensões pelo método da fotoelasticidade .....	53
CAPÍTULO 3 - Resultados obtidos .....	56
3.1 - Sistematização dos métodos .....	56
3.2 - Teste das variâncias .....	56
3.3 - Comparação estatística dos métodos entre si .....	57
CAPÍTULO 4 - Conclusões .....	59
REFERÊNCIAS .....	118

LISTA DE TABELAS

		Página
TABELA	1 - Valores de $K_c$ para as ligas metálicas mais usadas .....	61
TABELA	2 - Valores teóricos para a tensão.....	61
TABELA	3 - Valores tirados com extensômetros para a carga de 3,75 kgf .....	62
TABELA	4 - Valores tirados com o modelo 232 para a carga de 3,75 Kgf .....	62
TABELA	5 - Valores tirados com o modelo 332 para a carga de 3,75 kgf .....	63
TABELA	6 - Valores tirados com o método de Tardy para a carga de 3,75 kgf .....	63
TABELA	7 - Valores tirados com extensômetros para a carga de 5,50 kgf .....	64
TABELA	8 - Valores tirados com o modelo 232 para a carga 5,50 kgf .....	64
TABELA	9 - Valores tirados com o modelo 332 para a carga 5,50 kgf .....	65
TABELA	10 - Valores tirados com o método de Tardy para a carga de 5,50 kgf .....	65
TABELA	11 - Resultado do teste de Cochran .....	66
TABELA	12 - Comparação entre os processos de extensômetro e fotoelasticidade para $\alpha = 1\%$ .....	66
TABELA	13 - Comparação entre os processos de extensômetro e fotoelasticidade para $\alpha = 5\%$ .....	66

## LISTA DE FIGURAS

Figura	Página
1 - Princípio de funcionamento do extensômetro	67
2 - Comportamento das ligas quanto a sua linearidade, ressaltando-se a liga Constantan.	67
3 - Forma encontrada para o extensômetro em vista do grande comprimento do fio .....	67
4 - a) Extensômetro plano paralelo ao eixo dos "x", não coincidindo com os eixos principais de deformação; b) destaque de um único elemento da grade .....	68
5 - Forma do extensômetro plano .....	68
6 - Forma do extensômetro bobinado .....	68
7 - Forma do extensômetro de chapa .....	68
8 - Extensômetro autocompensador de temperatura.....	69
9 - Relaxação como função do tempo e da deformação específica .....	69
10 - Ponte de Wheatstone e seu funcionamento...	70
11 - Meia ponte com extensômetros em braços adjacentes.....	70
12 - Utilização da meia ponte com extensômetros em braços adjacentes numa viga sujeita à flexão .....	70
13 - Meia ponte com extensômetros em braços opostos .....	71
14 - Ponte completa .....	71
15 - Movimento harmônico simples, devido a uma força harmônica simples .....	72
16 - Polarização plana .....	72
17 - Componentes transmitida e absorvida num polarizador plano .....	72



Figura

Página

18 - Utilização da placa de $1/4$ de onda para a po larização circular .....	73
19 - Disposição dos elementos no polariscópio pla no por transparência .....	73
20 - Disposição dos elementos no polariscópio plan no por reflexão .....	73
21 - Disposição dos elementos no polariscópio cir cular .....	74
22 - Sequência de cores no revestimento de uma vi ga sujeita à flexão .....	74
23 - Compensação de Tardy .....	75
24 - Caminhamento das franjas no método de Tardy.	75
25 - Modelo 232 .....	75
26 - Modelo 332 .....	75
27 - Sinal da tensão num ponto do contôrno livre da peça .....	76
28 - Incidência oblíqua .....	76
29a- Gráfico para a determinação dos coeficientes A e B .....	77
29b- Gráfico para a determinação dos coeficientes C, D e E .....	78
30 - Relações lineares dos materiais .....	79
31 - Transmissão das deformações da peça para o re vestimento .....	79
32 - Refôrço no estado plano de tensões .....	79
33 - Refôrço na flexão de placas .....	79
34 - Modelo utilizado nos testes experimentais...	80
35 - Mesa usada nos testes .....	80
36 - Micrografia da secção longitudinal da barra de teste .....	80
37a- Aparelho usado para detectar o valor de $\Delta R$ ..	80
37b- Tipo de ligação utilizada, mostrando uma das barras com os extensômetros compensadores de	

Figura	Página
- temperatura .....	81
37c- Curva de relaxação. Extensômetro usado: PR 9814M da Philips. Adesivo usado: PR9247 de um único componente, da Philips .....	81
38 - Calibrador modelo 010 da Photolastic Inc. .	82
39 - Curva de relaxação para o material fotoelástico. Placa usada: PS-1C. Adesivo usado: resina PC-1 e endurecedor PCH-1 .....	82
40a- Utilização do método de Tardy .....	83
40b- Utilização do modelo 332 .....	83
41 a 72- Curvas da distribuição das medidas. Curva 1, da amostra, curva 2 da população.	84 a 115.

## INTRODUÇÃO

Muita coisa existe a respeito de métodos experimentais para a determinação de tensões, entretanto, muito pouco sobre confrontos entre os diferentes métodos. Também muita coisa encontrou-se sobre sensibilidade e precisão dos métodos sendo que cada fabricante enaltecia as qualidades do seu processo.

Para verificar, e ao mesmo tempo comparar dois destes métodos experimentais é que surgiu este trabalho. Os métodos escolhidos foram os de extensômetros elétricos e fotoelasticidade. A escolha recaiu sobre estes, pois são os de mais larga utilização hoje em dia.

Inicialmente fez-se uma explanação teórica de cada método, ressaltando as premissas mais importantes que governam cada um deles. Isto foi desenvolvido numa linguagem bastante acessível para que não houvesse dúvidas quanto ao seu entendimento.

No capítulo 2 abrangeu-se a parte experimental destacando-se todos os passos preliminares à execução do trabalho. Deu-se ênfase à escolha do material a utilizar e também as restrições que cada método impunha, e qual a maneira de superá-las.

O concernente a resultados obtidos encontra-se no capítulo 3. Estes resultados foram todos conseguidos com o auxílio do computador digital, com o qual tal trabalho seria impraticável. Neste capítulo delinearão-se todas as conclusões que os dois métodos ofereciam.

Finalmente, para maior ilustração do trabalho foram apresentados gráficos e figuras que permitem uma perfeita compreensão do que se pretendeu realizar.

## CAPÍTULO 1

### EMBASAMENTO TEÓRICO DOS MÉTODOS

#### 1.1 Extensômetros Elétricos

Uma das maneiras de medir deformações em peças solicitadas por ações externas, é por meio de extensômetros elétricos. Estes, devido sua versatilidade, podem ser utilizados em inúmeras aplicações: pode-se tirar medidas diretamente em peças operando ou então em modelos representativos das estruturas que se quer testar.

##### 1.1.1 - Equação Geral

Básicamente o extensômetro compõe-se de uma resistência (fio) fixada a uma base, que pode ser de papel, baquelite, araldite ou outro material tendo características elétricas e mecânicas adequadas.

O princípio de funcionamento está baseado na fórmula da resistência de um condutor. (fig.1)

$$R = \rho \frac{L}{S} \quad (1)$$

Aplicando o logaritmo à equação (1) e considerando o condutor de secção circular obtem-se

$$\ln R = \ln \rho + \ln L - \ln S$$

$$\text{Mas } S = \pi \cdot r^2$$

$$\ln R = \ln \rho + \ln L - \ln \pi - 2 \cdot \ln r$$

Diferenciando, tem-se:

$$\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dL}{L} - 2 \frac{dr}{r} \quad (2)$$

$$\text{Fazendo } \frac{dL}{L} = \epsilon L,$$

tem-se pelo efeito de Poisson que

$$\epsilon_t = -\mu \cdot \epsilon_L$$

$$\text{Mas } \epsilon_t = \frac{dr}{r} = -\mu \frac{dL}{L} \quad (3)$$

Substituindo (3) em (2) vem:

$$\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dL}{L} + 2 \cdot \mu \cdot \frac{dL}{L}$$

Agrupando os termos semelhantes chega-se a:

$$\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dL}{L} (1 + 2\mu)$$

Dividindo por  $\frac{dL}{L}$  tem-se:

$$\frac{dR/R}{dL/L} = 1 + 2\mu + \frac{d\rho/\rho}{dL/L} \quad (4)$$

Bridgman comprovou ser a mudança da resistividade proporcional à mudança de volume do condutor, chegando à expressão seguinte:

$$\frac{d\rho}{\rho} = c \cdot \frac{dG}{G} \quad (5)$$

$$\text{Mas } G = L \cdot S$$

Logaritmando vem:

$$\ln G = \ln L + \ln S$$

Aplicando o diferencial chega-se a:

$$\frac{dG}{G} = \frac{dL}{L} + \frac{dS}{S} \quad (6)$$

Por sua vez,

$$\frac{dS}{S} = 2 \frac{dr}{r} = -2\mu \frac{dL}{L} \quad (7)$$

Substituindo as equações (6) e (7) na equação (5), obtem-se:

$$\frac{d\rho}{\rho} = c \left( \frac{dL}{L} - 2\mu \frac{dL}{L} \right) \text{ ou,}$$

$$\frac{d\rho}{\rho} = c \frac{dL}{L} (1 - 2\mu) \text{ e,}$$

$$\frac{d\rho/\rho}{dL/L} = C. (1 - 2.\mu) \quad (8)$$

Substituindo a equação (8) na equação (4), /  
chega-se a:

$$\frac{dR/R}{dL/L} = 1 + 2.\mu + C. (1 - 2.\mu) \quad (9)$$

Esta razão entre a resistência específica e  
deformação específica chama-se sensibilidade do material,  
e vai-se representar por  $K_c$ .

Portanto,

$$\frac{dR/R}{dL/L} = K_c \quad (10)$$

$$\text{ou,} \quad K_c = 1 + 2.\mu + C. (1 - 2.\mu) \quad (11)$$

#### 1.1.2 - Valores experimentais para $K_c$

Verificando a equação (11) observa-se, que a  
sensibilidade do material é devida a dois fatores: 1) mu-  
dança nas dimensões  $(1+2.\mu)$ ; 2) mudança na resistividade  
 $C.(1-2.\mu)$ . O máximo valor que " $\mu$ " pode alcançar é  $\mu=0,5$ .  
Nêste limite tem-se que  $dG/G=0$ , e conseqüentemente  $d\rho/\rho$   
também será zero (0). Portanto  $K_c = 2$ .

Na prática o que se verifica, é que o valor  
de  $K_c$ , para a maioria das ligas metálicas, varia de  $-1/4$  a  
 $+1/4$  o que vem mostrar, que a variação da resistividade po-  
de influir bastante na sensibilidade do material.(Tabela  
1).

Os valores de  $K_c$ , para os diferentes materi-  
ais, não são totalmente constantes, prejudicando desta for-  
ma a linearidade do extensômetro\*. O trabalho a frio do  
material, impurezas, campo de deformação a que está sujei-  
to o fio, impedem que se tenha um  $K_c$  totalmente constante.  
(fig.2). A liga de constantan é uma das mais utilizadas /

---

\* Quando se falar em extensômetro, subentende-se extensô-  
metro elétrico.

devido a sua larga faixa linear.

### 1.1.3 - Determinação do fator do extensômetro

Tem-se, para um condutor, de acôrdo com a equação (10), que:

$$K_c = \frac{\Delta R/R}{\epsilon_L}$$

Para pequenos níveis de deformação é necessário ter-se um grande comprimento do condutor. A solução encontrada foi a da figura 3, onde em um pequeno espaço armazenou-se um grande comprimento do fio.

Com esta construção, entretanto, a deformação transversal irá sensibilizar o extensômetro, influenciando no resultado final.

A sensibilidade total do extensômetro é chamada "fator do extensômetro", que é fornecido pelo fabricante por meio de um ensaio simples de tração, de onde se tem:

$$K = \frac{\Delta R/R}{\epsilon_x} \quad \text{e } \epsilon_y = - 0,285 \epsilon_x \quad (12)$$

Para outro estado de deformação, diferente daquele utilizado pelo fabricante, pode-se incorrer em erro ao usar o valor de K. Dependendo do caso pode-se ter erros significativos. Pelo conhecimento da sensibilidade transversal o erro pode ser eliminado.

O fator de sensibilidade transversal é definido por:

$$K_T = \frac{S_A}{S_N} \quad (13)$$

$$S_A = \frac{\Delta R/R}{\epsilon_x} \quad \text{com } \epsilon_y = 0 \quad (14)$$

$$S_N = \frac{\Delta R/R}{\epsilon_y} \quad \text{com } \epsilon_x = 0 \quad (15)$$

Substituindo as equações (14) e (15) na equa



ção (13) vem:

$$K_T = \frac{\Delta R/R}{\epsilon_x} / \frac{\Delta R/R}{\epsilon_y} \quad (16)$$

Para o extensômetro plano pode-se determinar o fator de sensibilidade transversal por considerações geométricas<sup>2</sup>. (figs. 4A e 4B)

Chega-se, então a

$$K_T = \frac{\pi \cdot r/2}{L + \pi r/2} \quad (17)$$

Normalmente pode-se confundir K e K<sub>T</sub> sem maiores erros, uma vez que "r" é bem maior que L.

Falou-se que

$$K = \frac{\Delta R/R}{\epsilon_x} \quad \text{com } \epsilon_y = -0,285 \cdot \epsilon_x$$

Este valor, entretanto, é passível de variações uma vez que se use o extensômetro em outro campo de deformações. Em vista disso pode-se corrigir K, lançando mão do fator de sensibilidade transversal.

Existe, entre  $\Delta R/R$ , K, K<sub>T</sub> e o campo de deformações expresso por  $\epsilon_x$  e  $\epsilon_y$ , uma relação que permite efetuar a correção de K.<sup>2</sup>

Considerando a equação (17) pode-se escrever que:

$$1 - K_T = 1 - \frac{\pi r/2}{L + \pi r/2} = \frac{L}{L + \pi r/2} \quad (18)$$

ou,

$$\frac{\pi r}{2} = \frac{K_T \cdot L}{1 - K_T} \quad (19)$$

Desenvolvendo, e Utilizando-se as fórmulas / precedentes, chega-se a:

$$K_{cor.} = K \frac{1 + a \cdot K_T}{1 - \mu \cdot K_T} \quad (20)$$

onde,

$$a = \frac{\epsilon_y}{\epsilon_x} \quad \text{e} \quad \epsilon_y = -\mu \cdot \epsilon_x$$

Para o caso em que não se conhece as direções das deformações, precisa-se de dois extensômetros, um na direção x e outro segundo y. Devido a sensibilidade transversal os dois extensômetros vão estar afetados de erro<sup>2</sup>.

Pode-se escrever que:

$$\epsilon'_x = \frac{(\Delta R/R)_x}{K} \quad (21)$$

$$\epsilon'_y = \frac{(\Delta R/R)_y}{K} \quad (22)$$

As equações (21) e (22) representam as deformações aparentes. Desenvolvendo, chega-se a:

$$\epsilon_x = \frac{1-\mu \cdot K_T}{1-K_T} (\epsilon'_x - K_T \cdot \epsilon'_y) \quad (23)$$

$$\epsilon_y = \frac{1-\mu \cdot K_T}{1-K_T} (\epsilon'_y - K_T \cdot \epsilon'_x) \quad (24)$$

Com estes valores, entra-se na equação (20) e calcula-se o K<sub>cor</sub>.

#### 1.1.4 - Tipos de extensômetros

Os extensômetros são encontrados em diferentes tipos, cada um deles apresentando vantagens e desvantagens dependendo do uso que se vai fazer.

Far-se-á uma descrição resumida dos tipos mais comuns.

##### 1.1.4.1 - Extensômetro plano

A figura mostra a forma original dos extensômetros. É uma grade, formada por uma fio contínuo, disposta em um plano.

Esta construção apresenta inconvenientes no caso de se ter resistências elevadas, pois sua construção torna-se bastante grande. Com o aumento do tamanho há uma acentuação do efeito transversal.

#### 1.1.4.2 - Extensômetro bobinado

A figura 6 mostra a maneira encontrada de compensar o problema do aumento do tamanho para uma resistência elevada. Nesta construção o fio está disposto em dois planos, ocupando assim um espaço menor.

Este extensômetro tem a vantagem de eliminar o efeito transversal. Apresenta uma desvantagem, que é a de uma alta relaxação. Sobre a relaxação falar-se-á mais a diante.

#### 1.1.4.3 - Extensômetro de fita ou de chapa

Como mostra a figura 7, usa uma chapa fina de metal ao invés de fio. Refinado processo de fotogravação é utilizado para formar a grade. A configuração da grade é / bastante variada, e a escolha depende do caso que se estuda.

Apresenta uma série de vantagens em relação / ao de fio, ou seja:

a) maior precisão nas dimensões, no fator de extensômetro e na resistência inicial;

b) Tem-se uma grande relação entre a secção / transversal e a área de colagem do extensômetro. Em consequência, a relaxação e a histerese são reduzidas, já que a tensão no adesivo decresce;

c) pode-se tornar o sistema mais sensível, aplicando maiores voltagens, pois a chapa apresenta uma maior área de dissipação do calor;

d) consegue-se extensômetros de menores dimensões, com isso pode-se ter a deformação praticamente no ponto;

e) maior vida do extensômetro.

#### 1.1.4.4 - Roseta

Quando se desconhece as direções das tensões principais lança-se mão da roseta. Esta é provida de vários extensômetros, dispostos entre si de uma maneira determinada.

Após as deformações terem sido determinadas / nas diferentes direções, pode-se calcular as tensões por meio de nomogramas ou sistemas de equações apropriados.

#### 1.1.4.5 - Extensômetros semi-condutores

Estes caracterizam-se por apresentarem um alto fator do extensômetro não requerendo, portanto, aparelhagem tão sensível.

#### 1.1.5 - Fatores que influenciam o comportamento dos extensômetros

##### 1.1.5.1 - Temperatura

Um dos cuidados que se precisa ter, quando se utiliza extensômetros, é com respeito à variação de temperatura. Medidas muito prolongadas em ambientes em que a / temperatura não pode ser controlada, vão distorcer os valores obtidos.

A temperatura influe:

a) sobre a peça que está sendo testada, alterando suas dimensões. Chamar-se-á " $\alpha$ " o coeficiente de dilatação térmica do material da peça;

b) sobre o próprio extensômetro, fazendo com / que varie as dimensões do fio. Chamar-se-á " $\beta$ " o coeficiente de dilatação térmica do material do fio;

c) sobre a resistividade do material do fio. / Chamar-se-á " " o coeficiente de variação da resistividade do fio.

De "a" sairá:

$$L_f' = L' + \alpha \cdot L' \cdot \Delta T$$

$$\begin{aligned}\Delta L' &= Lf' - L' = \alpha \cdot L' \cdot \Delta T \\ \frac{\Delta L'}{L'} &= \alpha \cdot \Delta T\end{aligned}\tag{25}$$

De "b" sairá:

$$\begin{aligned}L_f &= L + \beta \cdot L \cdot \Delta T \\ \frac{\Delta L}{L} &= \beta \cdot \Delta T\end{aligned}\tag{26}$$

De "c" sairá:

$$\begin{aligned}R_f &= R + \gamma \cdot R \cdot \Delta T \\ \frac{\Delta R}{R} &= \gamma \cdot \Delta T\end{aligned}\tag{27}$$

Pelas equações (25), (26) e (27) vai-se ter devido a temperatura, sobre o extensômetro, uma variação / de resistência dada por:

$$\frac{\Delta R}{R} = (\alpha - \beta) \cdot K \cdot \Delta T + \gamma \cdot \Delta T\tag{28}$$

Analizando a equação (28) pode-se concluir que:  
a) se  $\beta = \alpha$ , a variação de resistência do extensômetro é determinada exclusivamente pelo coeficiente de variação da resistividade do fio; b) se  $\beta \neq \alpha$ , haverá no extensômetro u ma deformação  $(\alpha - \beta) \cdot K \cdot \Delta T$ , que não se verifica na peça, dando um resultado distorcido.

Na prática existem maneiras de se compensar o efeito da temperatura. Uma delas é atuar no próprio extensômetro, de tal modo que se venha obter:

$$\gamma + (\alpha - \beta) \cdot K = 0$$

ou seja

$$\gamma = - (\alpha - \beta) \cdot K\tag{29}$$

Consegue-se isto confeccionando o extensômetro com duas ligas, de tal modo que as respostas dos dois materiais, com relação a temperatura, sejam iguais e opo-

tas. (fig.8) Estes extensômetros são chamados autocompensadores.

Na prática não se consegue, todavia, extensômetros completamente autocompensadores. Eles são construídos para uma temperatura de referência e, ao se afastarem desta, o desvio se acentua. Os fabricantes fornecem gráficos de variação, que servem de auxílio aos usuários.

Outra maneira de se compensar o efeito da temperatura, é utilizar um outro extensômetro com as mesmas características daquele, que está colado na peça a ser testada. Este outro extensômetro não vai colaborar na determinação das deformações, mas será colado em outra peça do / mesmo material que a do teste. Deve-se cuidar e garantir, que a peça sobressalente esteja ausente de tensões e, à / mesma temperatura que a peça a ser testada.

No final do ensaio pode-se eliminar o erro devido à variação de temperatura, computando o valor lido no extensômetro de referência.

Uma outra forma de se compensar a temperatura será abordada, quando se tratar dos métodos de medições, / pois envolve compensações no extensômetro e no sistema utilizado para a leitura do sinal.

#### 1.1.5.2 - Umidade

A água ou a umidade em si causa sérios problemas a uma instalação com extensômetros, quando a sua presença é negligenciada. Tanto o adesivo, como o suporte do extensômetro, são higroscópicos. O material do suporte do extensômetro ao absorver a umidade, incha e, conseqüentemente, provoca uma deformação no filamento, mascarando os resultados.

Outro problema é o isolamento da resistência entre o suporte e a peça, que é diminuído. O isolamento sendo vencido pode acarretar problema de eletrólise e, conse

quentemente, erosão no filamento. Ocorrerá assim um aumento de resistência e, novamente, ter-se-á resultados deturpados.

Para proteger o extensômetro da umidade, é necessário cobri-lo com substâncias a prova d'água.

Pode-se citar como substâncias utilizadas a / cêra, borracha, betume, metal, etc..

Para medições prolongadas. em ambientes em que a umidade não pode ser controlada, deve-se projetar um instalação à prova d'água eficiente.

### 1.1.5.3 - Adesivos

Os adesivos apresentam uma particular importância, pois, por meio deles o estado de deformações da peça é levado ao extensômetro.

Deve-se ter muito cuidado na escolha do adesivo de tal modo que esta seja condizente com as condições / em que vai trabalhar o extensômetro.

Se, por exemplo, o extensômetro possui revestimento de papel usa-se um cimento de nitrato de celulose. Como a sua cura dá-se pela evaporação do solvente da sua composição, êste cimento não é recomendável para extensômetro com revestimento à base de epóxi ou baquelite.

Para extensômetro com revestimento de baquelite usa-se um cimento de baquelite (resina fenólica).

O cimento de ipóxi pode ser usado em extensômetros com revestimento de papel, epóxi ou baquelite. Tem uma larga aplicação, ressaltando-se sua boa qualidade.

O adesivo vai influir no isolamento entre o / sensor e a peça, na histerese, na relaxação, no fator de / sensibilidade K do extensômetro, etc..

Para cada tipo de cimento existe uma maneira adequada de se proceder, os fabricantes dão instruções neste sentido.

#### 1.1.5.4 - Relaxação

A relaxação vem a ser o afrouxamento da deformação do extensômetro em relação à peça em que está colado (figura 9). A carga permanecendo aplicada, tem-se, após um tempo "t", um valor de deformação que não exprime o valor real da deformação da peça.

A relaxação deve-se ao cimento empregado, e / também ao revestimento do extensômetro.

#### 1.1.5.5 - Deformações cíclicas

O extensômetro nos seus primeiros ciclos de carga sofre um trabalho a frio que provoca alterações nas leituras. Este trabalho a frio faz com que haja uma mudança da resistividade do elemento sensor, a qual não está computada no fator K do extensômetro. Assim, concluída a atuação da carga, o instrumento de medida não retorna ao zero, ficando caracterizado o fenômeno do afastamento do zero nos extensômetros. Para se compensar este efeito é necessário treinar o extensômetro, isto é, aplicar um certo número de ciclos de carga iniciais, antes de se efetuar a medida. Após 5 a 10 ciclos de carga o extensômetro está pronto para ser usado.

Juntamente com o deslocamento do zero, efeitos de histerese aparecem no extensômetro, provocando um desvio da linearidade, quando efetuado o ciclo de carga. Também a histerese diminui, e cai praticamente a zero, após alguns ciclos de carga.

A grandeza desses ciclos de carga deve ser do mesmo nível que o carregamento que se vai aplicar sobre a peça. O sinal da carga deve também ser o mesmo.

Quando o número de ciclos de carga torna-se muito grande vai aparecer o fenômeno da fadiga no material do fio. Ter-se-á inicialmente resultados deturpados e de -



pois a ruptura do extensômetro.

Poder-se-ia citar outros fatores tais como a corrente de medição, tempo de medição, pressão hidrostática, campos magnéticos, etc.; não se vai tratar detalhadamente deles, pois não se enquadram ao trabalho que se realiza.

#### 1.1.6 - Cuidados com a superfície do corpo de prova

A superfície na qual se vai colar o extensômetro deve estar cuidadosamente preparada. Deve ser uniforme, não muito polida, e estar completamente limpa.

Em primeiro lugar deve-se fazer uma decapagem na peça, e então preparar a superfície para a colagem. Isto feito, a superfície é desengordurada por meio de escovamento, e com solventes tais como a acetona, álcool, tolueno, etc..

Concluída a limpeza, não se pode mais tocar / na superfície da peça. Para uma maior garantia pode-se também limpar a parte do extensômetro que irá entrar em contato com a peça.

#### 1.1.7 - Seleção dos extensômetros

Básicamente, para a seleção do extensômetro, / deve-se levar em conta:

a) temperatura do ensaio - Esta é limitada pelo adesivo, revestimento do extensômetro, e pelo próprio / material sensor.

No caso do envoltório de papel a temperatura deve ser inferior a  $80^{\circ}\text{C}$ , pois esta temperatura já vai provocar uma acentuada relaxação do adesivo (nitrocelulose). Para o caso de epóxi, o gradiente térmico se estende de /  $200^{\circ}\text{C}$  a  $90^{\circ}\text{C}$ . Envoltório de baquelite e lã de vidro permitem que se trabalhe numa faixa de temperatura de  $-240^{\circ}\text{C}$  a

230°C. Para maiores temperaturas utiliza-se os extensômetros do tipo desmontáveis ou então os soldáveis. A isolação é realizada com cimento cerâmico, e a faixa de temperatura é de 480°C a 1095°C.

O material sensor também impõe certas restrições no tocante a temperatura. O constantan possui uma faixa de variação -240°C a 260°C, a liga isoelástica é utilizada somente à temperatura ambiente, o nichrome V até 1000°C etc.;

b) estado de tensões - no caso uniaxial de tensão usa-se extensômetros simples, pois a direção da tensão é conhecida. Para o caso biaxial de tensão, no caso de não se conhecer a direção das tensões principais, utiliza-se rosetas com três elementos no mínimo. Se é conhecida a direção das tensões principais basta rosetas de dois elementos, ou mesmo extensômetros simples colados nas direções das tensões.

Quanto ao tipo de carregamento destaca-se: estático - de um modo geral todos os tipos de extensômetros servem, destacando-se entretanto o extensômetro de constantan, pois apresenta uma boa estabilidade quanto às variações de temperatura; dinâmico - é indicado o extensômetro de isoelástico, pois apresenta um maior fator de sensibilidade. / Em ensaios dinâmicos a sensibilidade do extensômetro é fundamental; cíclico - deve-se ter em mente o problema da fadiga.

Quanto ao tipo de variação destaca-se: pontual - no caso em que se tem acentuados gradientes de tensão precisa-se de extensômetros que possam medir praticamente no ponto. Para tanto utiliza-se comprimentos L menor que / 3 mm; campo uniforme - não se precisa preocupar com o comprimento do extensômetro, já que o gradiente de tensões é linear. Ressalta-se que um comprimento maior do extensômetro apresenta vantagens, pois é mais fácil de ser trabalhado.

dô, e ainda a relaxação é minimizada.

Deve-se preocupar também quanto ao nível de / deformação que se verificará ao ensaio. O fabricante dá, / para cada tipo de extensômetro, o nível de deformação que se pode chegar.

### 1.1.8 - Métodos de detecção da variação $\Delta R$

#### 1.1.8.1 - Ponte de Wheatstone

Fazendo-se um interrelacionamento entre as re sistências  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ , e  $R_4$  pode-se ter  $V_o=0$  (figura 10). Para que isto aconteça é necessário, que a diferença de ten são entre os pontos B e D seja zero, portanto:

$$V_{AB} = V_{AD} \text{ e,}$$

$$V_{BC} = V_{DC}$$

aplicando a lei de Ohm chega-se a:

$$I_1 R_1 = I_2 R_2 \quad (30)$$

$$I_1 R_4 = I_2 R_3 \quad (31)$$

Dividindo as equações (30) e (31) tem-se:

$$\frac{R_1}{R_4} = \frac{R_2}{R_3} \quad (33)$$

Portanto, para que  $V_{BD}=V_o=0$ , é necessário que se tenha:

$$R_1 \cdot R_3 = R_2 \cdot R_4 \quad (34)$$

Considere-se agora  $R_1$  sendo um extensômetro.

Da figura pode-se tirar:

$$I_1 = \frac{V}{R_1 + R_4} \text{ e,}$$

$$I_2 = \frac{V}{R_2 + R_3}$$

Operando nesta expressão, e levando em conta as equações anteriores, chega-se a seguinte equação:

$$V_o = \frac{R_1 \cdot R_3 - R_2 \cdot R_4}{(R_1 + R_4)(R_2 + R_3)} \cdot V \quad (35)$$

Para que  $V_o = 0$ ,  $R_1 \cdot R_3 = R_2 \cdot R_4$  e a ponte está balanceada.

Quando a peça fôr deformada tem-se:

$$R_1 \rightarrow R_1 + \Delta R_1 \text{ e,}$$

$$V_o \rightarrow V_o + \Delta V_o$$

Considerando  $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R$ ,  $V_o = 0$ . Operando / convenientemente as equações chega-se a:

$$\Delta V_o = \frac{1}{4} \cdot V \cdot \frac{\Delta R_1}{R}$$

$$\frac{\Delta R_1}{R} = \epsilon \cdot K \text{ e então}$$

$$\Delta V_o = \frac{V \cdot \epsilon \cdot K}{4} \quad (36)$$

Considerando a expressão (36) pode-se ver, que a escala do instrumento de medida pode ser graduada de tal modo que se possa ler diretamente a deformação.

Nêste arranjo com um extensômetro ativo não se tem compensação de temperatura, precisando portanto utilizar-se um extensômetro autocompensador.

A sensibilidade da ponte é definida como:

$$S_p = \frac{\Delta V_o}{\epsilon}$$

Logo, de acordo com a equação (36), tem-se:

$$S_p = \frac{K \cdot V}{4} \quad (37)$$

No caso em que se tem dois extensômetros fazendo parte da ponte, fala-se em meia ponte. Se êstes extensômetros estão colocados em braços "adjacentes" tem-se (figura 11):

$$R_1 \rightarrow R_1 + \Delta R_1$$

$$R_2 \rightarrow R_2 + \Delta R_2$$

$$V_0 \rightarrow V_0 + \Delta V_0$$

Utilizando-se a equação (35) e fazendo como no caso anterior  $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R$ , resulta:

$$\Delta V_0 = \frac{V_0 (\Delta R_1 - \Delta R_2)}{4 \cdot R} \quad (38)$$

Para o caso em que se tem um extensômetro ativo e um compensador de temperatura, vê-se pela expressão / (38), que o efeito da temperatura é anulado, pois os  $\Delta R$  se subtraem.

Já para o caso da figura (12), com dois extensômetros ativos, consegue-se dobrar a sensibilidade da ponte, e ainda mais compensar o efeito da temperatura. Assim:

$$S_p = \frac{\Delta V_0}{\epsilon} = \frac{V_0 \cdot K}{2} \quad (39)$$

Quando se tem, no caso da meia ponte, os dois extensômetros "opostos" pode-se escrever (figura 13):

$$R_1 \rightarrow R_1 + \Delta R_1$$

$$R_3 \rightarrow R_3 + \Delta R_3$$

$$V_0 \rightarrow V_0 + \Delta V_0$$

Fazendo o encaminhamento semelhante ao do caso anterior tem-se:

$$\Delta V_0 = \frac{V_0 (\Delta R_1 + \Delta R_3)}{4 \cdot R} \quad (40)$$

No caso de se ter uma barra tracionada, usando-se esta montagem, ter-se-á a sensibilidade da ponte o / dúbrio. O efeito da temperatura, para esta montagem, não é compensado.

Pode-se também fazer a montagem como mostra a figura (14). Tem-se Neste caso da ponte completa.

A sensibilidade da ponte será quadruplicada, e pode-se escrever que:

$$S_p = V \cdot K$$

(41)

Esta montagem nem sempre se justifica, pois é bastante dispendiosa. O que se faz na prática, normalmente é utilizar um extensômetro ativo, aumentando o seu sinal / por meio de um amplificador colocado antes do indicador de deformações.

## 1.2 - Fotoelasticidade

Antes de se tratar propriamente da fotoelasticidade, far-se-á um estudo sucinto sobre a luz, pois a mesma é o sustentáculo de toda esta teoria.

### 1.2.1 - Equação geral do movimento ondulatório da luz

Newton instituiu a teoria corpuscular da luz, que atendeu bem a lei da reflexão. Para a refração a teoria a falha, já que a luz, passando do ar a um outro meio, sofre uma diminuição de velocidade, e não um aumento como explica esta teoria. Para o estudo da fotoelasticidade a teoria de Newton é completamente abandonada pelo fato de não conseguir explicar o fenômeno da polarização da luz.

Clerk Maxwell elaborou a teoria eletromagnética da luz, que atende bem o estudo que se pretendeu fazer. Esta teoria diz ser a luz uma radiação eletromagnética composta de ondas transversais à direção de propagação, de pequeno comprimento de onda.

Considerando o distúrbio que produz a luz como sendo um movimento ondulatório, é necessário estabelecer a equação que o rege. Considerar-se-á, para tanto, o movimento ondulatório como sendo análogo ao de uma corda / de comprimento infinito, que está vibrando devido a uma / força harmônica simples numa das extremidades. Assim pode-se escrever: (fig.15)

$$T = \frac{\lambda}{V} \quad (42)$$

$$w \cdot T = 2\pi \quad (43)$$

Das duas equações (42) e (43) chega-se a:

$$w = \frac{2\pi V}{\lambda} \quad (44)$$

Considerando na figura 15,  $x=0$  e um ângulo de fase  $\alpha$  pode-se escrever:

$$A = a. \text{sen} (w. t + \alpha) = a. \text{sen} \left( \frac{2\pi v}{\lambda} t + \alpha \right) \quad (45)$$

Para um ponto "x" qualquer ( $x \neq 0$ ) vale a mesma expressão, ressalvando-se que o movimento iniciará num tempo  $x/v$  mais tarde.

Tem-se então:

$$A = a. \text{sen} \frac{2\pi v}{\lambda} \left( t - \frac{x}{v} \right) + \alpha \quad \text{ou}$$

$$A = a. \text{sen} \frac{2\pi}{\lambda} (v.t - x) + \alpha \quad (46)$$

A equação (46) representa a equação geral do movimento ondulatório da luz.

### 1.2.2 - Polarização da luz

Como já se falou, a luz é um composto de ondas transversais na direção de propagação sem que haja uma direção preferencial para estas oscilações.

Se de uma maneira qualquer se faz com que as oscilações se restrinjam a uma direção preferencial, diz-se que a luz foi polarizada. Esta polarização pode ser plana, circular ou elíptica. As duas primeiras são um caso particular da polarização elíptica.

#### 1.2.2.1 - Polarização plana

Para a polarização plana lança-se mão dos polarizadores planos. Estes são elementos que permitem a passagem da luz numa direção preferencial, e absorvem-na nas demais direções. (fig.16)

Colocando o polarizador interceptando o feixe luminoso numa posição "x" definida, pode-se escrever a equação (45) da forma seguinte: (fig.17)

$$A = a. \text{sen} \frac{2\pi}{\lambda} v. t = a. \text{sen} wt \quad (47)$$

$$A_t = A. \cos \alpha = a. \text{sen} wt. \cos \alpha \quad (48)$$



onde se tem:

"A<sub>t</sub>"-componente da luz que é transmitida  
e "A<sub>a</sub>"-componente da luz que é absorvida

### 1.2.2.2 - Luz polarizada circularmente

A polarização circular consegue-se, quando o vetor luz é feito girar em torno do eixo de transmissão, / descrevendo uma hélice circular. Para se conseguir esta polarização lança-se mão das chamadas placas onda. Estas possuem a propriedade de dividir o vetor luz em duas componentes ortogonais, transmitindo cada uma delas com velocidades diferentes. Os materiais que possuem esta propriedade são denominados birrefringentes. Estas placas podem ser dimensionadas para dar um retardo de  $\pi/2$  (placa de um quarto de onda), (meia onda) ou  $2\pi$  (placa de uma onda). O equipamento que será utilizado na parte experimental está provido / de placas onda de  $1/4$  de onda.

A placa onda, interceptando um campo de luz / polarizada, dividirá o vetor luz em duas componentes ortogonais, que são as suas duas direções preferenciais conforme mostra a figura 18.

A placa onda possui uma espessura  $h$ . Na direção 1 um índice de refração  $n_1$  e uma velocidade  $v_1$ , e na / direção 2, um índice de refração  $n_2$  e uma velocidade  $v_2$ .

$$v_1 > v_2$$

O tempo necessário para que cada componente a / travesse a placa é  $t=h/v$ , assim o retardo será dado por:

$$\delta = h \cdot \left( \frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_2} \right) \quad (50)$$

O índice de refração é definido como sendo a / relação entre a velocidade da luz no ar e no outro meio / qualquer.

$$\delta = h \left( \frac{v}{v_1} - \frac{v}{v_2} \right) \quad \text{ou}$$

$$\delta = h (n_1 - n_2) \quad (51)$$

Este defasamento pode ser dado também em radianos na forma de:

$$\Delta = \frac{2\pi}{\lambda} h (n_1 - n_2) \quad (52)$$

As duas componentes ao emergirem da placa onda estarão na forma:

$$At_1' = At \cdot \cos \beta = a \cdot \cos \alpha \cdot \cos \beta \cdot \sin(w \cdot t + \Delta) \quad (53)$$

$$At_2' = At \cdot \sin \beta = a \cdot \cos \alpha \cdot \sin \beta \cdot \sin w \cdot t \quad (54)$$

$$a \cdot \cos \alpha = k \text{ (constante)}$$

A amplitude do vetor emergente será dada por:

$$At' = \sqrt{At_1'^2 + At_2'^2} \quad (55)$$

$$At' = \sqrt{k^2 [\cos^2 \beta \cdot \sin^2(w \cdot t + \Delta) + \sin^2 \beta \cdot \sin^2 w \cdot t]} \quad (56)$$

O ângulo de  $At'$  com o eixo I (rápido) será:

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{At_2'}{At_1'} = \frac{k \cdot \sin \beta \cdot \sin w \cdot t}{k \cdot \cos \beta \cdot \sin(w \cdot t + \Delta)} = \operatorname{tg} \beta \cdot \frac{\sin w \cdot t}{\sin(w \cdot t + \Delta)} \quad (57)$$

Para a placa de  $1/4$  de onda e  $\beta = \pi/4$  tem-se:

$$At' = k \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{\sin^2 w \cdot t + \sin^2(w \cdot t + \frac{\pi}{2})} \quad (58)$$

Fazendo na equação (58)  $\sin^2(w \cdot t + \frac{\pi}{2}) = \cos^2 w \cdot t$  pode-se escrever:

$$At' = k \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{\sin^2 w \cdot t + \cos^2 w \cdot t}$$

$$At' = k \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (59)$$

Da mesma forma pode-se escrever que:

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{\sin w \cdot t \cdot \operatorname{tg} \beta}{\sin(w \cdot t + \frac{\pi}{2})} = \frac{\sin w \cdot t \cdot 1}{\sin(w \cdot t + \frac{\pi}{2})} = \frac{\sin w \cdot t}{\cos w \cdot t} = \operatorname{tg} w \cdot t$$

Logo pode-se escrever que:

$$\psi = w \cdot t \quad (60)$$

As expressões (59) e (60) permitem concluir, / ser  $At'$  constante e o seu ângulo em relação ao eixo rápido (1) crescente com o tempo, descrevendo uma hélice circular

em torno do eixo "x".

### 1.2.2.3 - Luz polarizada elípticamente

Para tanto, com uma placa de  $1/4$  de onda, deve-se ter  $\beta$  qualquer, diferente de 0,  $\pi/2$ ,  $\pi/4$  ou múltiplos pares destes valores. Pelas equações (56) e (57) pode-se escrever:

$$At' = k \cos^2 \beta \cdot \cos^2 \omega t + \sin^2 \beta \cdot \sin^2 \omega t \quad (61)$$

$$\operatorname{tg} \psi = \operatorname{tg} \beta \cdot \operatorname{tg} \omega t \quad (62)$$

### 1.2.3 - Efeito fotoelástico

Após este estudo sobre a polarização da luz é necessário que se faça a interrelação entre a ótica e a mecânica.

Sobre a peça que se vai testar, é colocado um material com características especiais. Este, enquanto a peça não for solicitada, apresenta propriedades óticas comuns tendo um mesmo índice de refração sobre toda a sua superfície. Entretanto, ao sofrer uma solicitação, torna-se birrefringente comportando-se como uma placa onda. As direções / principais de tensão, em qualquer ponto, confundem-se com os eixos rápido e lento, havendo uma relação entre índice de refração e estado de tensão. Maxwell foi quem constatou existir uma proporcionalidade entre a diferença de tensão e a diferença do índice de refração. Chegou a seguinte equação:

$$(n_1 - n_2) = k \cdot (\epsilon_1 - \epsilon_2) \quad (63)$$

Pela equação (52) tem-se:

$$n_1 - n_2 = \frac{\Delta \cdot \lambda}{2 \cdot \pi \cdot h}$$

No caso da fotoelasticidade por reflexão, que é utilizada neste trabalho, tem-se:

$$n_1 - n_2 = \frac{\Delta \cdot \lambda}{4 \cdot \pi \cdot h} \quad (64)$$

Substituindo a equação (64) na equação (63), e fazendo  $N = \Delta/2\lambda$  e,  $f = \lambda/2.h.k$ , pode-se escrever que:

$$\epsilon_1 - \epsilon_2 = N \cdot f \quad (65)$$

O valor de "N" é obtido nas medições, enquanto que em "f" estão contidas todas as constantes relativas ao processo.

Pela lei de Hooke tem-se:

$$\sigma_1 = \frac{E}{1-\mu^2} (\epsilon_1 + \mu \cdot \epsilon_2) \quad (66)$$

$$\sigma_2 = \frac{E}{1-\mu^2} (\epsilon_2 + \mu \cdot \epsilon_1) \quad (67)$$

Subtraindo as equações (66) e (67), e agrupando os seus valores chega-se a:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{E}{1+\mu} (\epsilon_1 - \epsilon_2) \quad (68)$$

Substituindo a equação (65) na equação (68), / tem-se:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{E}{1+\mu} \cdot N \cdot f \quad (69)$$

Assim, conhecendo-se para um dado material E,  $\mu$  e f pode-se determinar a diferença de tensões num ponto / pelo simples reconhecimento da ordem das franjas.

Para a determinação individual das tensões, usa-se os métodos de separação, que serão discutidos mais tarde.

#### 1.2.4 - Efeito do modelo no campo de um polariscópio

##### 1.2.4.1 - Polariscópio plano

O polariscópio plano é constituído de uma fonte luminosa, um polarizador e um analisador.

Se o sistema usado é o por transparência, a disposição dos elementos é como mostra a figura 19. Desta pode

se tirar que:

$$\begin{aligned} At &= k. \text{sen } wt \\ At_1 &\hat{=} k. \text{sen } wt. \cos \alpha \\ At_2 &= k. \text{sen } wt. \text{sen } \alpha \end{aligned}$$

Como o modelo comporta-se como uma placa onça, vai-se ter entre as componentes emergentes um defasamento  $\Delta$ . Distribuindo a componente de fase entre as duas componentes emergentes tem-se:

$$At_1' = k. \text{sen} \left( wt + \frac{\Delta}{2} \right). \cos \alpha \quad (70)$$

$$At_2' = k. \text{sen} \left( wt - \frac{\Delta}{2} \right). \text{sen } \alpha \quad (71)$$

No analisador, cujo plano de polarização está defasado de  $90^\circ$  em relação ao do polarizador, tem-se:

$$At_1' = k. \text{sen} \left( wt + \frac{\Delta}{2} \right). \cos \alpha. \text{sen} \alpha \quad (72)$$

$$At_2' = k. \text{sen} \left( wt - \frac{\Delta}{2} \right). \text{sen} \alpha. \cos \alpha \quad (73)$$

A componente resultante será a diferença entre  $At_1'$  e  $At_2'$ .

$$A = At_1' - At_2' \quad (74)$$

Substituindo as equações (72) e (73) na equação (74), e fazendo as simplificações possíveis chega-se a

$$A = k. \text{sen } 2\alpha. \text{sen} \frac{\Delta}{2}. \cos wt \quad (75)$$

Como a intensidade da luz é proporcional ao quadrado da amplitude do vetor luz pode-se escrever que:

$$I = I_0 \text{sen}^2 2\alpha. \cos^2 wt. \text{sen}^2 \frac{\Delta}{2} \quad (76)$$

Analizando a equação (76) pode-se escrever que existe três possibilidades para que haja extinção da luz, ou seja  $I=0$ .

1:)  $\cos^2 wt = 0$  acontece quando se tem:

$$wt = \frac{2i\pi + \pi}{2} \quad i=0,1,2,3,\dots$$

Como a frequência circular é da ordem de  $10^{15}$

hertz não há possibilidade de se detectar a extinção. Pode-se, em vista disso, desconsiderar o efeito da frequência circular no caso das aplicações estáticas. A equação da intensidade luminosa será dada então por:

$$I = I_0 \sin^2 2\alpha \cdot \sin^2 \frac{\Delta}{2} \quad (77)$$

$$2: \text{) } \sin^2 2\alpha = 0 \quad \text{acontece para}$$
$$2\alpha = l\pi \quad l=0,1,2,3,\dots$$

Com isto tem-se as direções das tensões principais coincidindo com os eixos do polarizador e analisador, havendo portanto extinção da luz. Esta se caracteriza no modelo, pelo aparecimento de pontos ou franjas escuras que coincidem com as direções das tensões principais. Estas franjas são denominadas isóclinas. Se as isóclinas são estreitas indicam que as direções das tensões principais estão variando rapidamente. É o caso em que se tem concentração de tensões. Se as isóclinas se apresentam como faixas ou áreas escuras é sinal que as direções das tensões variam lentamente. No caso de esforços uniaxiais e havendo constância na secção transversal da peça, as isóclinas ocuparão a área total da peça, indicando que não há variação das direções principais de tensão.

Quando se necessita ter, para cada ponto da peça, as direções das tensões principais, lança-se mão das trajetórias de tensão, conhecidas como isostáticas. Para se determinar as direções das tensões principais basta tirar uma tangente à isostática no ponto considerado. Como as direções das tensões principais são perpendiculares entre si, as trajetórias de tensão formarão um conjunto de curvas ortogonais abrangendo toda a área da peça.

Verifica-se também, ao traçar as isóclinas, que existem determinados pontos, formados pelo cruzamento das isóclinas, que não apresentam uma direção preferencial. Estes pontos são denominados isotrópicos, e indicam uma igualdade

de tensões. Quando  $\sigma_1 = \sigma_2 = 0$ , tem-se os chamados pontos / singulares, que são um caso particular dos pontos isotrópicos. Uma maneira de se saber se o ponto é isotrópico ou singular é analisá-lo por meio da técnica da incidência oblíqua, que será abordada com detalhes mais tarde. Se o ponto é singular, permanece inalterado na incidência oblíqua, e / se for isotrópico, dividir-se-á em dois, ficando separados um do outro.

$$3:) \sin^2 \frac{\Delta}{2} = 0 \quad \text{acontece para}$$

$$\frac{\Delta}{2} = i \cdot \pi \quad i=0,1,2,3,\dots$$

ou seja;

$$\frac{\Delta}{2\pi} = i$$

Viu-se anteriormente que  $\Delta/2 \cdot \tilde{n} = N$ , e como:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = N \cdot f \cdot \frac{E}{1+u} \quad (78a)$$

tem-se:

$$N = \frac{1+u}{f \cdot E} (\sigma_1 - \sigma_2) \quad (78b)$$

Analizando a equação (78b) vê-se que a extinção ocorre no caso de se ter  $N=0,1,2,3,\dots$ , ou ainda nos pontos em que as tensões principais coincidem com os eixos do polarizador e analisador. Tem-se assim uma superposição das franjas devido aos dois efeitos. As franjas devido a "N" / são denominadas isocromáticas e servem para a determinação quantitativa da diferença de tensões, enquanto que as outras são as isóclinas, e como já foi dito, dão as direções das / tensões principais. No polariscópio plano as isóclinas e isocromáticas estão superpostas, necessitando-se portanto de / um outro meio de separá-las.

No caso do polariscópio plano por reflexão o / trajeto ótico é o mostrado na figura 20. A análise dos resultados é a mesma, tendo-se todavia uma duplicação da sensibilidade, já que a luz atravessa duas vezes o revestimento.

### 1.2.4.2 - Polariscópio circular

Os vetores componentes (fig.21) ao atravessarem a placa de  $1/4$  de onda, sofrem uma rotação em torno do eixo de propagação, descrevendo uma hélice circular. Estas componentes ao atravessarem o modelo sofrem um defasamento de  $\pi/2 + \phi$ , já que o modelo tem características de birrefringência. A luz ao chegar à 2ª placa de  $1/4$  de onda é decomposta nas direções dos dois planos perpendiculares de polarização. Na 2ª placa de  $1/4$  os eixos lentos e rápidos estão defasados com respeito à 1ª placa, assim é anulado o efeito de rotação da primeira placa, sobrando somente o efeito do modelo. Desta forma, consegue-se anular as isóclinas e ter somente as isocromáticas.

Como relação final tem-se:

$$A = \frac{1}{2} k. \sin \frac{\Delta}{2} \cos(\alpha + \omega t) - \sin(\alpha + \omega t) \quad (79)$$

Como a intensidade luminosa é proporcional ao quadrado da amplitude tem-se:

$$I = I_0 \cdot \sin^2 \frac{\Delta}{2} \cos^2(\alpha + \omega t) - \sin^2(\alpha + \omega t) \quad (80)$$

Como já foi dito anteriormente, não se vai levar em conta o efeito da frequência circular tendo-se assim:

$$I = I_0 \sin^2 \frac{\Delta}{2}$$

Logo, quando  $\frac{\Delta}{2} = i\pi$ ,  $i=0,1,2,3,\dots$ , vai ocorrer a extinção.

$$\frac{\Delta}{2\pi} = i = N, \quad N=0,1,2,3,\dots$$

$$\sigma_1 - \sigma_2 = N \cdot f \cdot \frac{E}{1+\mu}$$

Pela determinação de "N", pode-se determinar a diferença entre as tensões principais.

No caso do polariscópio por reflexão, chega-se ao mesmo resultado, ressalvando-se todavia  $f = \lambda/2 \cdot h \cdot k$ .



### 1.2.5 - Uso da luz branca como fonte luminosa dos polariscópios.

O espectro visível da luz está na faixa de 4200 A° a 7200 A°, ou seja, entre o violeta e o vermelho escuro. A coloração vai depender da frequência das vibrações, enquanto que a luminosidade vai depender da amplitude das vibrações. O efeito da luz branca é produzido quando, ao mesmo tempo, todo o espectro é observado.

Para o polariscópio plano, no caso em que se tem  $\alpha = 0$ , o mesmo com a luz branca, a franja escura é obtida pois não há influência do comprimento de onda.

No caso das isocromáticas o comprimento de onda influencia, e a extinção é obtida para um determinado comprimento de onda. Aparece então sobre o revestimento toda a gama de cores do espectro, menos aquela que foi extinta.

A placa de 1/4 de onda, logicamente, não pode ser determinada para a luz branca, pois está composta de diferentes comprimentos de onda. A placa de 1/4 de onda usada nos polariscópios é para a cor amarela, pois é a mais sensível ao olho humano. O seu comprimento de onda é de 590 A°:

A cor tomada como referência para a luz branca é o vermelho púrpura, que corresponde à eliminação do amarelo.

Para cada ponto analisado recebe-se o sinal fotoelástico que nada mais é que o retardo entre as duas componentes segundo  $\xi_1$  e  $\xi_2$ .

De acordo com a equação (51) tem-se que:

$$\sigma = h (n_1 - n_2)$$

Entrando com a equação (63), e considerando o polariscópio por reflexão chega-se a:

$$\sigma = 2.h.k (\xi_1 - \xi_2) \quad (81)$$

Tem-se também que:

$$\Delta = \frac{4 \cdot \tilde{n} \cdot h \cdot K}{\lambda} (\epsilon_1 - \epsilon_2) \quad \text{ou}$$

$$\Delta \cdot \lambda = 4 \cdot \tilde{n} \cdot h \cdot K (\epsilon_1 - \epsilon_2) \quad (82)$$

Multiplicando (81) por  $2 \cdot \tilde{n}$  vem:

$$2 \tilde{n} \sigma = 4 \cdot \tilde{n} \cdot h \cdot K (\epsilon_1 - \epsilon_2) \quad (83)$$

Comparando (82) e (83) conclui-se que:

$$2 \tilde{n} \cdot \sigma = \Delta \cdot \lambda \quad \text{ou seja:}$$

$$\frac{\sigma}{\lambda} = \frac{\Delta}{2 \tilde{n}} = N$$

Assim tem-se que:

$$N = \frac{\sigma}{\lambda} \quad N = 0, 1, 2, 3, \dots$$

O retardo  $\sigma = N \cdot \lambda$  é crescente com o aumento das tensões. Assim, vai-se ter  $\sigma = 0$ ,  $\sigma = 1 \cdot \lambda$ ,  $\sigma = 2 \cdot \lambda$  ... etc., sendo  $\lambda = 22,7 \times 10^{-6}$  in (comprimento de onda da luz amarela).

A sequência de cores com o aumento das tensões é a que mostra a figura 22.

A 1ª franja é fácil de ser encontrada, pois é a única que tem o azul após o vermelho. Um ponto situado entre o azul e o vermelho é o correspondente a  $N=1$ .

Por simples visualização do modelo pode-se somente determinar as diferenças de tensões para pontos onde se tem  $N=0, 1, 2, 3$ , etc. Na prática, entretanto, o ponto que se quer medir normalmente possui um valor de "N" fracionário. Para se conseguir ler frações de franja usa-se a técnica da compensação.

### 1.2.6 - Compensação

#### 1.2.6.1 - Compensação de Tardy

O método de Tardy é um dos mais utilizados, pois

não necessita de dispositivos especiais e depende mais da habilidade do operador. Para tanto utiliza-se somente o polariscópio circular (fig.23).

Deve-se, primeiro, determinar a isóclina correspondente ao ponto em estudo. Isto é feito com o polariscópio plano, em que se faz os planos de polarização do polarizador e analisador coincidirem com os da placa de  $1/4$  de onda. Após determinadas as direções principais de tensão, passa-se a utilizar o polariscópio circular, fazendo com que os eixos rápido e lento da placa de  $1/4$  de onda, formem  $45^\circ$  com o plano de polarização do polarizador e analisador. Vão aparecer as isocromáticas. Para que haja extinção da luz, é necessário (fig.23), que "A" seja perpendicular ao plano de polarização do analisador, ou seja, que  $A_1' = A_2'$ .

Isto se consegue, girando o analisador até que se tenha  $A_1 = A_2$ , quando então, o ponto em questão estará entre a franja vermelha e a verde, as quais indicam que houve extinção da luz. O giro do analisador leva a franja a uma posição onde a fração da franja é de  $1/180^\circ = r_0$ . Este valor, no polariscópio, pode ser lido diretamente na escala de compensação, que está graduada em centésimo de franja.

Considerando o ponto situado entre  $N_1$  (ordem de franja mais baixa) e  $N_2$  (ordem da franja imediatamente superior) tem-se que,  $N_1$  aproximando-se do ponto em questão, o valor de "N" será (fig.24):

$$N = N_1 + r_0$$

Se  $N_2$  aproxima-se do ponto a ordem da franja / será dada por:

$$N = N_2 - r_0$$

#### 1.2.6.2 - Compensação absoluta - Balanco nulo

Como se viu, o método de Tardy exige que se conheça  $N_1$  e  $N_2$  ou então não poderá ser aplicado. A compensa-

ção absoluta elimina por completo este problema, pois seu princípio baseia-se em adicionar à trajetória da luz um sinal periódico ao que se está obtendo no modelo, porém de sinal contrário. Com isto o sinal fotoelástico no ponto em questão é cancelado, e uma franja escura cruza o ponto.

Com o equipamento de fotoelasticidade tem-se o modelo 232 (fig.25) onde o valor da extinção pode ser lido por um contador junto ao aparelho. Este contador é movido por um parafuso micrométrico, e, pode-se ter assim o valor da franja, para o ponto considerado, dado por

$$N = \frac{V}{V_0} \quad (84)$$

onde "V<sub>0</sub>" é o número de voltas que o parafuso dá para se obter um retardo de um comprimento de onda e "V" é o número de voltas dado.

Tem-se também, integrando o equipamento, o modelo 233, que segue o mesmo princípio. Neste modelo (figura 26) também, o valor da extinção no ponto considerado é transformado em sinal elétrico alimentando um aparelho que dá diretamente o valor da diferença de deformação ( $\epsilon_1 - \epsilon_2$ ) no ponto. Tem-se assim conseguido uma maior rapidez de execução para o método.

### 1.2.1 Separação das tensões principais

Falou-se até agora em diferença de tensões, não havendo condições ainda para determinação de  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$ .

Por enquanto não se conhece também qual das tensões é a máxima e qual é a mínima.

Para o reconhecimento das direções das tensões principais, discernindo qual é a de  $\sigma_1$  e qual a de  $\sigma_2$ , pode-se utilizar o método de Tardy, anteriormente descrito. O método consistia-se em verificar o deslocamento das isocromáticas. Para tanto, é necessário, que se calibre o sistema, partindo de um modelo simples, onde se conhece previamente as

direções principais. Pode-se eleger como modelo uma barra, / engastada numa das extremidades, sujeita à flexão. Para um ponto da barra, alinha-se o analisador paralelamente à direção de  $\sigma_1$ , e determina-se a ordem das franjas vizinhas ao ponto. Gira-se, então o analisador no sentido horário verificando o deslocamento das franjas na direção do ponto. Se, por exemplo, for a de menor ordem, vai servir como padrão / para um outro ensaio em que não se conhece em que direção se tem  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$ .

Este mesmo estudo pode ser feito, para a determinação do sinal de tensão num ponto do contorno livre da peça (fig.27).

#### 1.2.7.1.- Separação das tensões principais por incidência oblíqua.

Este estudo será feito para o polariscópio de / reflexão, que é o utilizado neste trabalho.

Conforme mostra a figura 28, a luz polarizada saindo do conjunto polarizador e placa de  $1/4$  de onda é refletida obliquamente sobre a peça em estudo, sofrendo um defasamento de " $\theta$ " em relação à incidência normal. Ao sair da peça é refletida novamente indo ao analisador. A ordem da / franja vai depender de " $\theta$ " e da diferença das deformações. / Pode-se escrever que:

$$N_{\theta} = \frac{1}{f} (A \cdot \epsilon_1 - B \cdot \epsilon_2) \quad (85)$$

Os valores de "A" e "B" podem ser determinados por meio do gráfico da figura (29).

Se " $\theta$ " é um ângulo pequeno pode-se dizer que /  $A=B=1$  e recai-se na equação da incidência normal:

$$N = \frac{1}{f} (\epsilon_1 - \epsilon_2)$$

Executando-se as duas leituras, uma com incidência normal e a outra com incidência oblíqua, os valores das duas deformações principais são dados por:

$$\epsilon_1 = f (1,5 \cdot N_0 - N) \quad (86)$$

$$\epsilon_2 = f (1,5 \cdot N_0 - 2N) \quad (87)$$

Os valores 1,5, 1 e 2 surgiram de equações que foram desenvolvidas para a incidência oblíqua e valem para plásticos com um coeficiente de Poisson de aproximadamente 0,36. Para os demais plásticos deve-se introduzir fatores / de correção para que se tenha um resultado mais preciso. Assim as equações anteriores podem ser reescritas como segue:

$$\epsilon_1 = (C \cdot N_0 - D \cdot N) \quad (88)$$

$$\epsilon_2 = (C \cdot N_0 - E \cdot N) \quad (89)$$

Por meio do gráfico da figura 29b, determinam-se os valores de C, D e E em função do coeficiente de Poisson.

Determinado  $\epsilon_1$  e  $\epsilon_2$  pode-se achar as tensões / principais pelas equações:

$$\sigma_1 = \frac{E}{1-\mu^2} (\epsilon_1 + \mu \cdot \epsilon_2) \quad (90)$$

$$\sigma_2 = \frac{E}{1-\mu^2} (\epsilon_2 + \mu \cdot \epsilon_1) \quad (91)$$

### 1.2.8 - Materiais fotoelásticos

Na escolha adequada do material fotoelástico / reside o sucesso da experiência que se pretende realizar. Existe uma variedade grande de tipos, e os fabricantes apresentam as características dos materiais bastando para o experimentador escolhê-los. Não se vai comentar pormenorizada / mente este assunto, pois pelos catálogos dos fabricantes tira-se todos os informes de que se necessita. Vai-se entretanto, enumerar as propriedades essenciais que ditarão a escolha de um ou de outro material.

#### 1.2.8.1 - Sensibilidade

Quando se tem baixos níveis de tensão é necesse

sário uma alta sensibilidade do material para que se possa visualizar bem as franjas. A sensibilidade do material é medida pelo valor de "f", quanto menor for o seu valor, maior a sensibilidade, pois  $\epsilon_1 - \epsilon_2 = N.f$ . Para um "f" pequeno vai-se ter um "N" maior para um determinado nível de deformação.

#### 1.2.8.2 - Linearidade

O material deve apresentar relações lineares entre tensão-deformação e diferença de tensões-ordem das franjas (figura 30). Deve-se trabalhar até o limite de linearidade.

#### 1.2.8.3 - Efeito da temperatura

Quando se trabalha em ambientes onde existem variações de temperatura, deve-se ter muito cuidado na escolha do plástico. Os fabricantes fornecem gráficos do comportamento do material com a temperatura. Em função destes é que se faz a escolha do material mais adequado ao trabalho que se quer realizar.

#### 1.2.8.4 - Relaxação

A maioria dos materiais fotoelásticos sofrem uma relaxação óptica e mecânica. Experiências mostram que a relaxação é grande no início indo quase a zero após o modelo ter sido carregado durante uma hora. Para experiências prolongadas, deve-se fazer a calibragem do material fotoelástico após o período de uma hora de carregamento, suprimindo assim uma possível causa de erros.

#### 1.2.8.5 - Efeito de bordo

É o caso em que se tem birrefringência parasita nos bordos do revestimento. Pode aparecer de várias maneiras

ras. Uma delas é quando o cimento não está totalmente polimerizado e com isto vai haver uma contração pela continuação da polimerização. Este efeito vai-se refletir nos bordos do revestimento. Outra maneira é quando o material é trabalhado. Se os bordos não são protegidos com uma camada de cimento a umidade é absorvida, produzindo birrefringência parasita. Também a temperatura de ensaio pode causar efeito de bordo. Se ela é diferente da temperatura de colagem do revestimento vai aparecer birrefringência nos bordos, podendo se estender para dentro do revestimento até mais ou menos cinco vezes a sua espessura. Estes casos citados podem ser corrigidos, fazendo a subtração das medidas sob carga e sem carga.

#### 1.2.8.6 - Facilidade na execução do modelo

O material fotoelástico deve permitir que se efetue as mais diversas operações sobre ele, como por exemplo torneamento, frezamento, furação, retificação, etc. Isto se faz necessário, pois com estes materiais serão executados / os modelos de estruturas, eixos, vigas, etc., que representam o problema prático que se quer verificar.

#### 1.2.9.-Transmissão das deformações da peça para o revestimento

Para estes estudo considerar-se-á o revestimento suficientemente fino, podendo-se assim escrever que:

$$\epsilon_{1r} = \epsilon_{1p} \quad (93)$$

$$\epsilon_{2r} = \epsilon_{2p} \quad (94)$$

Os índices "r" e "p" representam o revestimento e peça respectivamente.

Conhecidas as deformações no ponto "p" (figura 31) pode-se escrever:



$$\sigma_{1r} = \frac{E_r}{1-\mu_r^2} (\epsilon_{1r} + \mu_r \cdot \epsilon_{2r}) \quad (95)$$

$$\sigma_{2r} = \frac{E_r}{1-\mu_r^2} (\epsilon_{2r} + \mu_r \cdot \epsilon_{1r}) \quad (96)$$

Utilizando-se as equações (93) e (94) tem-se:

$$\epsilon_{1r} = \frac{1}{E_p} (\sigma_{1p} - \mu_p \sigma_{2p}) \quad (97)$$

$$\epsilon_{2r} = \frac{1}{E_p} (\sigma_{2p} - \mu_p \sigma_{1p}) \quad (98)$$

Substituindo-se as equações (97) e (98) nas equações (95) e (96) chega-se a:

$$\sigma_{1r} = \frac{E_r}{E_p(1-\mu_r^2)} \left[ \sigma_{1p} (1-\mu_r \cdot \mu_p) + \sigma_{2p} (\mu_r - \mu_p) \right] \quad (99)$$

$$\sigma_{2r} = \frac{E_r}{E_p(1-\mu_r^2)} \left[ \sigma_{2p} (1-\mu_r \cdot \mu_p) + \sigma_{1p} (\mu_r - \mu_p) \right] \quad (100)$$

Subtraindo-se as equações (99) e (100) tem-se:

$$\begin{aligned} \sigma_{1r} - \sigma_{2r} &= \frac{E_r}{E_p(1-\mu_r^2)} \left[ (1-\mu_p \mu_r) \sigma_{1p} + (\mu_r - \mu_p) \sigma_{2p} \right] - \\ &- \frac{E_r}{E_p(1-\mu_r^2)} \left[ (1-\mu_p \mu_r) \sigma_{2p} + (\mu_r - \mu_p) \sigma_{1p} \right] \end{aligned}$$

Colocando  $E_r/E_p(1-\mu_r^2)$  em evidência vem:

$$\begin{aligned} \sigma_{1r} - \sigma_{2r} &= \frac{E_r}{E_p(1-\mu_r^2)} \left[ (1-\mu_p \mu_r) \sigma_{1p} + (\mu_r - \mu_p) \sigma_{2p} - \right. \\ &- \left. (1-\mu_p \mu_r) \sigma_{2p} - (\mu_r - \mu_p) \sigma_{1p} \right] \end{aligned}$$

Agrupando os termos semelhantes dentro da equação tem-se:

$$\sigma_{1r} - \sigma_{2r} = \frac{E_r}{E_p(1-\mu_r^2)} \left[ (\sigma_{1p} - \sigma_{2p})(1-\mu_p \mu_r - \mu_r + \mu_p) \right]$$

$$\sigma_{1r} - \sigma_{2r} = \frac{E_r}{E_p(1-\mu_r)(1+\mu_r)} (\sigma_{1p} - \sigma_{2p})(1-\mu_r)(1+\mu_p)$$

Dividindo por  $(1-\mu_r)$  vem:

$$\sigma_{1r} - \sigma_{2r} = \frac{E_r(1+\mu_p)}{E_p(1+\mu_r)} (\sigma_{1p} - \sigma_{2p}) \quad (101)$$

Pela equação (78a) pode-se escrever:

$$\sigma_{1r} - \sigma_{2r} = \frac{E_r}{1+\mu_r} \cdot N \cdot f \quad (102)$$

Comparando as equações (102) e (101) conclui-se que:

$$\sigma_{1p} - \sigma_{2p} = \frac{E_p}{1+\mu_p} \cdot N \cdot f \quad (103)$$

Das equações (102) e (103), verifica-se que as mesmas possuem uma igual estrutura, podendo-se determinar a diferença de tensões pela simples substituição do módulo de elasticidade e do coeficiente de Poisson.

### 1.2.10 - Efeito do Refôrço

Quando a peça em estudo é revestida com o plástico birrefringente e sujeita a um carregamento, parte da carga é suportada pelo plástico e a deformação na peça é reduzida. Isto não sendo levado em conta, perde-se, no resultado final, a precisão da medida. Portanto, para que o resultado seja garantido, é necessário, que se entenda com fatores de correção de acordo com o tipo de carregamento que se tenha.

#### 1.2.10.1 - Estado plano de tensões

Na figura 32 tem-se "1" e "2" sendo os ei-

xos principais e,  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\epsilon_1$  e  $\epsilon_2$  respectivamente as tensões e deformações principais na peça. O objetivo é determinar o valor da diferença de deformações que está havendo realmente na peça, isto é, quando não se tem sobre ela o plástico birrefringente. Pode-se escrever então:

$$t_p \cdot dy \cdot \sigma_1(0) = t_p \cdot dy \cdot \sigma_{1p} + t_r \cdot dy \cdot \sigma_{1r} \quad (104)$$

$$t_p \cdot dx \cdot \sigma_2(0) = t_p \cdot dy \cdot \sigma_{1p} + t_r \cdot dy \cdot \sigma_{1r}$$

Na interface entre a peça e o plástico tem-se:

$$\epsilon_{1p} = \epsilon_{1r}$$

$$\epsilon_{2p} = \epsilon_{2r} \quad (105)$$

$$\sigma_z = 0$$

Pela lei de Hooke vem:

$$\sigma_1 = \frac{E}{1-\mu^2} (\epsilon_1 + \mu \cdot \epsilon_2)$$

$$\sigma_2 = \frac{E}{1-\mu^2} (\epsilon_2 + \mu \epsilon_1) \quad (106)$$

Substituindo-se as equações (106) e (105) na equação (104) e fazendo  $1+u_p/1+u_r=1$  chega-se a:

$$\epsilon_1(0) - \epsilon_2(0) = \left[ 1 + \frac{t_r \cdot E_r}{t_p \cdot E_p} \right] (\epsilon_{1r} - \epsilon_{2p}) \quad (107)$$

Fazendo, na equação (107)

$$C_1 = 1 + \frac{t_r \cdot E_r}{t_p \cdot E_p}$$

pode-se escrever:

$$\epsilon_1(0) - \epsilon_2(0) = c_1 (\epsilon_{1r} - \epsilon_{2r}) \quad (108)$$

### 1.2.10.2 - Flexão de placas

Para o caso de placas sujeitas a flexão (figura 33) dois problemas surgem: a) deslocamento da linha neutra devido ao revestimento; b) gradientes de deformação através da espessura do plástico.

Estes dois efeitos são opostos. O reforço tende a diminuir a tensão na interface, enquanto que o gradiente de deformações no plástico dá um efeito de birrefringência integrado, correspondente à deformação média do plástico, que é maior que a deformação real na interface.

Da teoria da elasticidade se tem que:

$$\epsilon_1 = \frac{z}{s_1} \quad e \quad \epsilon_2 = \frac{z}{s_2} \quad (109)$$

Como há um deslocamento da linha neutra, é necessário determiná-lo. Da figura 33 tira-se:

*eliche 3x/2*

$$\int_{-t_p}^{t_p} \sigma_1 p dz + \int_{-t_p}^{t_p} \sigma_2 r dz = 0 \quad (110)$$

Substituindo-se as equações (106) e (109) na equação (110) e integrando chega-se a:

$$\sigma = \frac{t_p^2}{2t_p} - \frac{t_r^2}{2t_r} = \frac{t_p}{2} \left( \frac{1 - \alpha \gamma^2}{1 + \alpha \gamma} \right) \quad (111)$$

onde:

$$\gamma = \frac{t_r}{t_p} \quad e \quad \alpha = \frac{E_r(1 - \mu_p^2)}{E_p(1 - \mu_r^2)} \left( \frac{1/s_1 + (\mu_r/s_2)}{1/s_1 + \mu_p/s_2} \right) \quad (112)$$

Considerando os momentos atuando nas faces 1z e 2z pode-se escrever:

$$M_1(p,r) = \int_{\sigma^{-tp}}^{\sigma} \overline{\sigma}_{1p.z.d.z} + \int_{\sigma}^{\sigma^{+tr}} \overline{\sigma}_{1r.z.d.z} \quad (113)$$

$$M_2(p,r) = \int_{\sigma^{-tp}}^{\sigma} \overline{\sigma}_{2p.z.d.z} + \int_{\sigma}^{\sigma^{+tr}} \overline{\sigma}_{2r.z.d.z} \quad (114)$$

Usando as equações (106) e (109), integrando, e fazendo um arranjo com as equações (111) e (112) chega-se a:

$$M_1(p,r) = \frac{E_p}{12(1-\mu_p)^2} \left( \frac{1}{s_1} + \frac{\mu_p}{s_2} \right) t_p^3 \beta \quad (115)$$

$$M_2(p,r) = \frac{E_p}{12(1-\mu_p)^2} \left( \frac{1}{s_1} + \frac{\mu_p}{s_2} \right) t_p^3 \beta \quad (116)$$

onde: 
$$\beta = 4(1 + \alpha \delta^3) - \frac{3(1 - \alpha \delta^2)^2}{1 + \alpha \delta} \quad (117)$$

Para o caso da placa sem revestimento,  $tr=0$  e  $\beta = 1$  resultando:

$$M_1(0) = \frac{E_p}{12(1-\mu_p)^2} \left( \frac{1}{s_1} + \frac{\mu_p}{s_2} \right) t_p^3 \quad (118)$$

$$M_2(0) = \frac{E_p}{12(1-\mu_p)^2} \left( \frac{1}{s_1} + \frac{\mu_p}{s_2} \right) t_p^3 \quad (119)$$

Da equação (109) tira-se que:

$$\epsilon_1 - \epsilon_2 = z \left( \frac{1}{s_1} - \frac{1}{s_2} \right) \quad (120)$$

Pelas equações (115) e (116) vem:

$$\left(\frac{1}{s_1} - \frac{1}{s_2}\right) = \frac{12(1+\mu_p)}{E_{pt}^3 p \beta} \left[ M_1(p,r) - M_2(p,r) \right] \quad (121)$$

A diferença de deformações medida no plástico será determinada para

$$t = \sigma + \frac{tr}{2} \quad (122)$$

$$\text{logo, } \epsilon_{1r} - \epsilon_{2r} = \left(\sigma + \frac{tr}{2}\right) \frac{12(1+\mu_p)(M_1(p,r) - M_2(p,r))}{E_{pt}^3 p} \quad (123)$$

Para a diferença de deformações na interface usar-se-á as equações (118), (119) e (120), encontrando-se o seguinte resultado:

$$\epsilon_1(0) - \epsilon_2(0) = \left(\frac{tp}{2}\right) \frac{12(1+\mu_p)}{E_{pt}^3 p} (M_1(0) - M_2(0)) \quad (124)$$

A relação entre a diferença de deformações considerando o revestimento e não o considerando será dada por:

$$\epsilon_1(0) - \epsilon_2(0) = \frac{tp \cdot \beta}{2\sigma + tr} (\epsilon_{1r} - \epsilon_{2r}) \quad (125)$$

ou fazendo

$$C_2 = \frac{tp \cdot \beta}{2\sigma + tr} = \frac{tp}{2\sigma + tr} \left[ 4(1 + \alpha \delta^3) - \frac{3(1 - \alpha \delta^2)^2}{1 + \alpha \cdot \delta} \right] \quad (126)$$

Chega-se a:

$$\epsilon_1(0) - \epsilon_2(0) = C_2 \cdot (\epsilon_{1r} - \epsilon_{2r}) \quad (127)$$

Para o caso em que se tem somente "M<sub>1</sub>" o problema se simplifica e encontram-se os seguintes valores <sup>2</sup>.

$$\delta = \frac{tr}{tp} \quad (128)$$

$$\alpha = \frac{E_r(1 - \mu_p^2)}{E_p(1 - \mu_r^2)} \quad (129)$$

Com as equações (128) e (129), entra-se na equação (126) e calcula-se " $C_2$ ", e assim pode-se determinar pela equação (127) a diferença de deformações reais na peça / em estudo.

## CAPÍTULO 2

### PARTE EXPERIMENTAL

#### 2.1 - Escolha do modelo de Teste

O objetivo deste trabalho é o de comparar dois métodos experimentais de determinação de tensões, estabelecendo a faixa de utilização de cada um deles, bem como os problemas que os envolvem. Vai-se tomar também para apóio desta comparação, os valores teóricos de tensão correspondentes aos pontos determinados experimentalmente.

Para que se possa determinar analiticamente / os valores de tensão, é necessário que se tenha um modelo físico simples, tal que se possa instituir um modelo matemático de fácil execução. Para tanto, escolheu-se como modelo físico uma barra de secção transversal uniforme, engastada em uma das extremidades (fig.34).

Afim de garantir um engastamento perfeito do modelo, construiu-se uma mesa especial (fig.35), bastante rígida, onde se tem 50mm de engastamento da barra. A mesa tem possibilidades de receber duas barras de cada vez, e / já que foi completamente retificada, serve também para a / calibragem de relógios medidores.

O modelo em questão, ou a barra de teste, é / de aço comum, SAE 1010, e provêio de uma barra de aço chato laminada. A micrografia da figura 36, tirada numa secção longitudinal da peça, mostra a estrutura da barra, caracterizando, pelo achatamento dos grãos, o trabalho de laminação.

Na extremidade livre da barra fêz-se um carregamento estático com dois valores de carga, respectivamente 3,75 kgf e 5,50 kgf. Com estas duas cargas procurou-se



abranger quase todo o campo elástico de deformação do material.

A determinação teórica da tensão num ponto qual quer desta barra pode ser facilmente encontrada partindo-se da fórmula, bastante conhecida da resistência dos materiais que é:

$$\sigma = \frac{M}{W} \quad (130)$$

ou ainda,

$$\sigma = \frac{6 \cdot P \cdot L}{b \cdot t^2} \quad (131)$$

Escolheu-se sobre a barra quatro pontos, espaçados, a partir da extremidade livre, de 50mm um do outro, tendo-se assim, para as duas cargas, tensões variando de / 5,00 kgf/mm<sup>2</sup> a 29,33 kgf/mm<sup>2</sup> (tabela 2).

## 2.2 - Modo de carregamento

As barras foram carregadas, utilizando-se pesos confeccionados no laboratório de máquinas operatrizes do centro tecnológico e, aferidos na subdelegacia de Santa Catarina de Pessos e Medidas, com precisão até mg.

## 2.3 - Determinação experimental do módulo de Elasticidade do material.

Procurando sempre, buscar resultados significativos para o trabalho em questão, fez-se também uma verificação experimental do módulo de elasticidade do material utilizado. Para tanto tirou-se da barra laminada, quatro a mostras aleatoriamente, e confeccionou-se os corpos de prova segundo a DIN 50125.

Para a determinação experimental de "E", utilizou-se extensômetros elétricos, dispostos conforme a figura 13. Esta disposição dos extensômetros anula, conforme a equação (40), o efeito de flexão, tendo-se somente o re-

gistro da tração do material.

O carregamento dos corpos de prova foram realizados na máquina de teste hidráulica com capacidade até 40t. Utilizou-se a escala de 4t onde havia a possibilidade de leitura mínima de 20 kgf. A máquina de teste foi calibrada por meio de um dinamômetro, cujo resultado satisfaz às exigências deste trabalho.

A determinação de "E" procedeu-se de acordo com a DIN 50143.

A ponte para a medição de  $\epsilon$ , é do tipo leitura direta (fig.37a) com alimentação por corrente alternada com disponibilidade de cinco canais para tomadas de medidas. O aparelho fornece o valor da medida para 0/100. Por meio de um seletor pode-se dispor de oito escalas tendo-se assim a sensibilidade da medida numa gama ampla de valores. A deformação pode ser determinada pela seguinte expressão:

$$\epsilon = \frac{\text{valor} \times \text{fator} \times \text{Esc}}{50 \times \text{N}^{\circ} \text{Ext. Ativos} \cdot 1000} \quad (132)$$

Na equação (132) tem-se que "Valor" é o que se lê no mostrador do aparelho, "Fator" é um numero que depende do valor da resistência do extensômetro, "50" é o número de divisões do mostrador. Para o caso que se está estudando tem-se:

$$\text{N}^{\circ} \text{Ext. Ativos} = 2$$

$$\text{Fator} = 0,5$$

No corpo de prova tem-se:

$$L_0 = 25\text{mm (comprimento do extensômetro)}$$

De posse destes valores encontra-se para "E", determinado experimentalmente:

$$E_1 = 2,170 \times 10^4 \text{ kgf/mm}^2$$

$$E_2 = 2,087 \times 10^4 \text{ kgf/mm}^2$$

$$E_3 = 2,098 \times 10^4 \text{ kgf/mm}^2$$

$$E_4 = 2,128 \times 10^4 \text{ kgf/mm}^2$$

Interessa agora verificar se estes valores de "E" determinados experimentalmente são diferentes de  $E=2,1 \times 10^4 \text{ kgf/mm}^2$ , valor tabelado para o aço. Para esta verificação far-se-á um teste estatístico para estabelecer se existe diferença significativa entre o valor tabelado e o determinado por um método experimental. Vai-se aplicar, para este caso, um teste de hipóteses sobre um parâmetro simples considerando a hipótese de que a média de uma distribuição normal tem um valor determinado para um desvio padrão desconhecido <sup>4</sup>.

Parte-se então das hipóteses:

$$H_0 : m = m_0 = 2,1 \times 10^4$$

$$H_1 : m \neq m_0$$

Onde  $m$  é a média da população e  $m_0$  o valor de "E" tabelado.

O estudo será baseado no teste estatístico "t" onde se tem:

$$t = \frac{(\bar{x} - m_0)}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \quad (133)$$

$\bar{x}$  é a média da amostra, que está representando a população.

Para tanto, vai-se comparar "T" calculado com um valor de "t" tabelado que é dado em função do número de amostras e do nível de significância. A região de aceitação será definida por:

$$[-t_{\alpha/2; -1} ; t_{\alpha/2; -1}] \quad (134)$$

Vai-se tomar, para a definição da região de aceitação valores de  $\alpha$ , respectivamente 0,05 e 0,01. Assim / para:

$$[-t_{0,025;3} ; t_{0,025;3}]$$

tem-se os valores tabelados correspondentes:

$$[-3,182 ; 3,182]$$

e para

$$[-t_{0,005;3} ; t_{0,005;3}]$$

se terá os correspondentes

$$- 5,841 ; 5,841$$

O valor de "t" calculado, para que "H<sub>0</sub>" seja aceita, deverá cair dentro da região de aceitação. Calculando-se " $\bar{x}$ " e "s" em função dos valores determinados experimentalmente para "E", chega-se a:

$$\bar{x} = \frac{\sum E_i}{n} \quad e,$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

onde "s" representa a estimativa do desvio padrão da população dada pela amostra. Chegou-se então aos valores seguintes:

$$\bar{x} = 2,121$$

$$s = 0,037$$

assim pela equação (133):

$$t = \frac{2,121 - 2,100}{\frac{0,037}{\sqrt{4}}} = 1,135$$

Pelo valor de "t" calculado conclui-se que a hipótese "H<sub>0</sub>" é válida, podendo-se desta forma aceitá-la para  $\alpha = 0,05$  e  $\alpha = 0,01$ . Esta conclusão é importante, pois vai considerar, dentro das restrições impostas, a barra homogênea para "E".

Resta ainda fazer uma ressalva quanto aos valores de " $\alpha$ " escolhidos. Viu-se que diminuindo o " $\alpha$ " aumenta-se o intervalo de aceitação, todavia, vai-se incorrer / num segundo erro, chamado " $\beta$ ", que aumenta, quando "n" permanece constante e " $\alpha$ " diminui. O " $\beta$ " é o erro de se concluir que a média é " $m_0$ " quando na realidade não é. Para um resultado, tanto em relação a " $\alpha$ " como para " $\beta$ ", seria ne-

cessário ter-se de 10 a 15 amostras. Entretanto, como o valor de  $E=2,1 \times 10^4 \text{ kgf/mm}^2$  é universal para os aços e para amostras já deram uma boa aproximação, pode-se sem maiores riscos aceitar definitivamente "H<sub>0</sub>".

#### 2.4 - Determinação das tensões pela utilização de extensômetros.

Concluída a parte preliminar do trabalho se passou à parte experimental propriamente dita.

A conclusão da homogeneidade de "E" para barras possibilitava que se fizesse os testes em um único modelo. Entretanto esta solução não seria a mais conveniente, já que, praticamente não se conseguiria as dimensões ótimas para o modelo. Também na colagem do elemento se e nele mesmo poderia haver anomalias. Também não se poderia o espaçamento teórico de 50mm entre cada ponto de medida. Optou-se então pela escolha de seis barras de teste do que, para cada ponto, far-se-ia dez medidas. Isto quer dizer que para as seis barras de testes seriam tiradas sessenta medidas por ponto.

Para a superfície do corpo de prova tomou-se os cuidados especificados no parágrafo 1.1.6 .

##### 2.4.1 - Tipo de ligação

A escolha do extensômetro a utilizar caiu no tipo PR 9814 M da Philips, que é bastante empregado, devido ao seu tamanho reduzido, em problemas de concentração de tensões. Com ele pode-se medir a tensão praticamente no ponto. Pensou-se também em escolher este tipo de extensômetro pois a sua utilização requer mais cuidados que para o tipo de maior tamanho e apresenta maiores problemas de relaxação. Com isto se estaria procedendo dentro do maior rigorismo para facilitar a obtenção dos resultados.

O tipo de ligação a utilizar para o extensômetro também foi motivo de estudos. Tinha-se as alternativas / de se usar um, dois, ou quatro extensômetros ativos. No estudo teórico, ítem 1.1.8.1, viu-se que a sensibilidade da / ponte dobrava com a utilização de dois extensômetros ativos e que quadruplicava com quatro extensômetros ativos. Todavia o preço destas montagens aumentavam nas mesmas proporções.

O aumento da sensibilidade da ponte pela adoção de mais extensômetros ativos, faz com que a capacidade de aproveitamento do instrumento de medidas diminua, pois / este já possui amplificação própria. Quanto mais escalas / do aparelho puderem ser usadas menor possibilidade se tem / de cometer erros.

Em vista do exposto optou-se pela montagem da meia ponte com um extensômetro ativo e outro compensador de temperatura. Ainda, para maior economia, o extensômetro que era compensador de temperatura numa das medidas, seria o ativo na outra, ficando o que era ativo como compensador de temperatura da nova medida (fig.37b).

Com a amplificação dada pelo instrumento de medida (fig.37a) pode-se utilizar quatro escalas do mesmo, tendo-se assim uma maior confiabilidade nos resultados. As escalas usadas foram a 100; 10; 5; 2,5; e 1. Destas eliminou-se a escala 100 que era pouco sensível para o carregamento usado e a escala 1, que acusou uma não linearidade nos resultados, quando o ponteiro se deslocava na faixa de 35 a 50 no indicador de deformações. Das escalas que sobraram, / tirou-se a média dos sessenta valores lidos para cada ponto e calculou-se o desvio padrão. Feito isto, a escolha se deu definitivamente para a escala 2,5, que apresentava, além de maior sensibilidade, um menor desvio padrão.

Fêz-se as medidas para duas cargas, ou seja, / 3,75 e 5,50kgf.

A cada ciclo de carga examinava-se o zero da /

ponte. O afastamento do zero foi insignificante e não mereceu maiores atenções.

Além das medidas de deformação para os quatro pontos da barra, fêz-se um estudo da relaxação das tensões para o elemento sensor. Os resultados obtidos são os mostrados na figura 37c.

Os ensaios foram realizados no laboratório de análise experimental de tensões, em ambiente com controle de umidade e temperatura.

## 2.5 - Determinação das tensões pelo método de fotoelasticidade, por reflexão.

As características de medidas para este processo, são idênticas as dos extensômetros, já que se está procurando compará-los. A técnica entretanto é outra, e os cuidados também são outros.

Como o método é fotoelasticidade por reflexão especial cuidado deve-se ter com a superfície do modelo. Para tanto existe uma sequência de preparação da superfície / que o fabricante especifica. Esta deve ser seguida à risca ou então a experiência ficará comprometida.

### 2.5.1 - Escolha do material sensor

Como se trata de um modelo sujeito à flexão, / vai-se ter o problema do reforço, estudado no item 1.2.10.2 quando fôr colada a placa birrefringente. Viu-se também que "f" depende da espessura " $h_r$ " da placa birrefringente, e é tanto menor quanto o fôr " $h_r$ ". Menor "f" maior será "N" e / maior será a sensibilidade do material sensor. Tem-se então em contraposição dois efeitos, um que tende a mascarar os / resultados e outro a aumentar a sensibilidade do método. Neste caso, tem-se que procurar um meio termo satisfatório ana

ponte. O afastamento do zero foi insignificante e não mereceu maiores atenções.

Além das medidas de deformação para os quatro pontos da barra, fez-se um estudo da relaxação das tensões para o elemento sensor. Os resultados obtidos são os mostrados na figura 37c.

Os ensaios foram realizados no laboratório de análise experimental de tensões, em ambiente com controle de umidade e temperatura.

## 2.5 - Determinação das tensões pelo método de fotoelasticidade, por reflexão.

As características de medidas para este processo, são idênticas as dos extensômetros, já que se está procurando compará-los. A técnica entretanto é outra, e os cuidados também são outros.

Como o método é fotoelasticidade por reflexão especial cuidado deve-se ter com a superfície do modelo. Para tanto existe uma sequência de preparação da superfície / que o fabricante especifica. Esta deve ser seguida à risca ou então a experiência ficará comprometida.

### 2.5.1 - Escolha do material sensor

Como se trata de um modelo sujeito à flexão, / vai-se ter o problema do reforço, estudado no item 1.2.10.2 quando for colada a placa birrefringente. Viu-se também que "f" depende da espessura " $h_r$ " da placa birrefringente, e é tanto menor quanto o for " $h_r$ ". Menor "f" maior será "N" e / maior será a sensibilidade do material sensor. Tem-se então em contraposição dois efeitos, um que tende a mascarar os / resultados e outro a aumentar a sensibilidade do método. Neste caso, tem-se que procurar um meio termo satisfatório ana



lizando as relações de espessura do modelo e da placa birrefringente.

Optou-se pelo tipo PS-1C, que na realidade não seguia as especificações do fabricante, precisando-se fazer uma correção no valor de " $n_r$ ". Retirou-se cinco amostras de uma placa birrefringente e uma amostra da outra placa com as mesmas características dadas pelo fabricante. Entretanto as duas placas estavam fora das tolerâncias especificadas e precisou-se trabalhar com dois valores de " $f$ ".

### 2.5.2 - Calibragem do valor de " $f$ ".

Para a calibragem procedeu-se conforme o especificado no boletim IB-I-100 fornecido pelo fabricante, e utilizou-se o calibrador modelo 010 (fig.38):

Escolheu-se duas amostras de uma das placas e duas da outra. Os valores obtidos são os que seguem:

para  $t_{1r} = 0,049$  obteve-se

$$k_1 = 0,15$$

$$f_1 = 1.544 \times 10^{-6}$$

e para  $t_{2r} = 0,047$  obteve-se

$$k_2 = 0,13$$

$$f_2 = 1.858 \times 10^{-6}$$

O valor de  $f=1.544 \times 10^{-6}$  foi o utilizado para cinco barras enquanto que  $f=1.858 \times 10^{-6}$  foi utilizado para uma das barras. Devido esta falta de precisão nas medidas das placas teve-se problemas para tirar os valores de deformação, já que precisou-se entrar com dois valores para " $f$ ". Para dez medidas utilizou-se " $f_2$ " e para as cinquenta medidas restantes, " $f_1$ ".

Da mesma forma que para os extensômetros, fêz-se um estudo da relaxação do material fotoelástico. Para / tanto usou-se o valor de "f" calibrado, constante em relação ao tempo e verificou-se a variação de "N", tendo-se a / curva do relaxamento em função do tempo, da carga e da variação da diferença de deformações. A figura (39) apresenta o / resultado a que se chegou.

### 2.5.3 - Refôrço na flexão

Como já foi falado, o efeito do refôrço induz a que se tenha resultados irreais para as deformações. Como se trabalhou com dois valores de " $h_r$ ", surgiram consequentemente dois valores de correção para compensar o refôrço. Utilizou-se para tanto o valor de " $C_2$ " determinado no item L. 2.10.2 para o caso em que se tem somente " $M_1$ ".

## CAPÍTULO 3

### RESULTADOS OBTIDOS

#### 3.1 - Sistematização dos métodos

Dentro da fotoelasticidade utilizou-se dois métodos de determinação da diferença de deformações, que são o método de Tardy (fig.40a) e, o do balanço nulo. Para este último o fabricante dispõe de dois modelos que são o modelo 232 e o modelo 332. O modelo 232 fornece um número, que dividido pelo valor do retardo correspondente a  $N=1$ , dá o valor de "N". Este valor multiplicado por "f" dará a diferença de deformação. O modelo 332 fornece diretamente a diferença de deformação (fig.40b).

Procedeu-se então às medidas para os três processos, levantando-se os valores de tensão em cada ponto.

O que se pretendia fazer era comparar, por meio de um processo estatístico o método de extensômetros com o da fotoelasticidade representada pelas três maneiras descritas acima. Para tanto, partiu-se da hipótese, que as medidas tiradas para cada ponto seguiam uma distribuição normal. Montou-se então um programa para plóter e obteve-se as curvas da distribuição, tanto para a amostra, como para a população representada pela amostra. Com estas curvas pôde-se constatar que a hipótese de se ter uma distribuição normal para as medidas era válida. Desta forma todo o tratamento estatístico será baseado na distribuição normal. As curvas representativas dos processos estão nas figuras 41 a 72.

Para as cargas de 3,75 e 5,50 kgf encontrou-se para a tensão, desvio padrão da população e desvio padrão da amostra, os resultados contidos nas tabelas 3 a 10.

#### 3.2 - Teste das varianças.

De posse destes resultados poder-se-ia realizar a parte estatística de comparação entre as médias. Para isso precisava-se fazer um estudo sobre as variâncias dos diferentes processos, para ver se estas poderiam ser consideradas iguais. Usou-se então o teste de Cochran para testar a homogeneidade das variâncias. Este teste é representado / por:

$$g = \frac{\text{Max } s^2}{s_1^2 + s_2^2 + \dots + s_n^2} \quad (135)$$

Para se aceitar a hipótese de que as variâncias são iguais é necessário, que se tenha  $g < g_{\alpha}$ , onde " $g_{\alpha}$ " é / um valor tabelado para um nível de significância " $\alpha$ ", número de amostras " $n$ " e um número de variâncias " $K$ ". Entrando-se numa tabela <sup>4</sup>, encontrou-se para  $g_{\alpha}$  :

$$g_{0,01} = 0,400$$

$$g_{0,05} = 0,365$$

Para as cargas de 3,75 kgf e 5,50 kgf encontrou-se os valores para " $g_{\alpha}$ " dados na tabela 11. Para o caso da / carga de 3,75 kgf não se obteve bons resultados, não se podendo concluir sobre a homogeneidade das variâncias. Para melhor resultado dever-se-ia repetir as medidas para esta carga. Não se fez isto, pois, para a carga de 5,50 kgf os resultados foram satisfatórios e numa nova tirada de medidas poder-se-ia ter valores tendenciosos, pois já se estava partindo de um resultado conhecido a priori. Como, de um determinado valor de tensão em diante, os resultados se confundem para as duas cargas basta que se faça o estudo baseado na / carga de 5,50kgf.

### 3.3 - Teste dos métodos entre si

Pôde-se, em vista dos resultados obtidos aplicar o teste da hipótese que as médias de duas distribuições normais são iguais para desvios padrões desconhecidos mas iguais<sup>4</sup>. Para efetuar este teste montou-se um programa para

or com decisões para os níveis de significância de

Partiu-se das hipóteses:

$$H_0: d = m_1 - m_2 = 0$$

$$H_1: d \neq 0$$

são as médias de duas populações desconhecidas, mas são estimadas por  $\bar{x}$  e  $\bar{y}$  da amostra.

O estudo está baseado no teste "t" onde se tem

$$t = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (y_1 - \bar{y})^2}{n_1 + n_2 - 2}} \quad (136)$$

O valor de "t" calculado vai ser comparado com o tabelado. Somente se aceitará  $H_0$  se "t" calculado cair na região de aceitação. Esta é definida por:

$$-t_{\alpha/2; n_1+n_2-2}; \quad t_{\alpha/2; n_1+n_2-2} \quad (137)$$

Para  $\alpha=1\%$  obteve-se:

$$t_{0,005; 118} = 2,6210$$

Para  $\alpha=5\%$  obteve-se:

$$t_{0,025; 118} = 1,9820$$

Para o ponto 1 da barra de teste não se conseguiu a homogeneidade das variâncias. Este resultado já era esperado, este ponto no método de fotoelasticidade não estava bem caracterizado, havendo uma dispersão muito grande nas medidas. Os resultados correspondentes aos pontos 2, 3 e 4 estão dispostos nas tabelas 12 e 13.

*unl conty*  
*unl conty*  
*unl conty*  
*unl conty*  
*unl conty*  
*unl conty*  
*unl conty*  
*unl conty*  
*unl conty*  
*unl conty*

## CAPÍTULO 4

### CONCLUSÕES

Como se pôde ver pela combinação de todos os / resultados, existem restrições para a aplicação de um ou ou tro método. Para as duas cargas utilizadas houve uma certa incoerência na obtenção dos resultados. Esta incoerência foi motivada por um maior cuidado que se deveria ter na obtenção das medidas. No método de fotoelasticidade, para a barra de teste, as franjas são de largura bastante grande, e principalmente no método de balanço nulo, pode haver uma grande / dispersão nos resultados.

O que ficou bem caracterizado, é que abaixo de  $10\text{kgf/mm}^2$  é muito difícil ter-se bons resultados com o método de fotoelasticidade, ficando soberano neste campo os extensômetros.

O método de Tarçy foi o que mais combinou com os extensômetros. Este método depende muito da habilidade / do operador e é bem mais cansativo o seu uso. Já o método do balanço nulo é bastante imediato, contudo apresenta valores mais dispersivos.

Em matéria de precisão de medidas o extensômetro leva vantagens, acusando uma dispersão bem menor que o método de Tarçy. Todavia esta diferença na precisão não chegou a comprometer o estudo que se pretendeu realizar.

Com relação ao erro melhores resultados poderiam ser obtidos tendo-se um maior número de medidas. Como depende do desvio padrão, será tanto menor quanto menor for o desvio padrão.

Uma comparação numérica entre os resultados te

óricos e os obtidos pela experiência, demonstra uma nítida tendência ao valor teórico. Isto é bastante lógico, já que o valor teórico é um valor ideal. Quanto maior for o número de medições mais próximo se estará do valor ideal.

A fotoelasticidade, apesar de perder em precisão para os extensômetros, oferece além dos resultados quantitativos, também resultados qualitativos. Por isso é muito fácil com a fotoelasticidade detectar zonas de concentração de tensões ou outras perturbações, sem uma preocupação imediata do valor das tensões nesses pontos. Se depois for necessário precisões maiores, pode-se lançar mão dos extensômetros para a parte quantitativa do processo. Logo, pode-se ver que a utilização dos métodos não é isolada, é que pela combinação deles, pode-se auferir ótimos resultados.

Em matéria de custo do elemento sensor a fotoelasticidade apresenta uma enorme vantagem. As placas birrefringentes são de muito menor custo que os extensômetros e podem ser facilmente confeccionadas pelo próprio pesquisador.

Um estudo semelhante que poderia ser feito, seria comparar na fotoelasticidade os resultados obtidos utilizando-se luz branca e luz monocromática. A sugestão que se apresenta é a de tomar pelo menos cem medições por ponto para assim conseguir uma melhor homogeneidade dos valores obtidos.

*425...  
apresenta...  
PE...  
qualitativa*

TABELA 1 :Valores de Kc para as ligas metálicas mais usadas

MATERIAL	COMPOSIÇÃO	Kc
Constantan ou advance	54-55% Cu, 44-46% Ni	2 - 2,12
Isoelastic	36% Ni, 8% Cr, 0,5% Mo 55% Fe	3,6
Nichrome	75% Ni, 12% Fe, 11% Cr 2% Mn	2,1 - 2,63
Karma	74% Ni, 20% Cr, 3% Al 3% Fe	2

TABELA 2: Valores teóricos para a tensão

	CARGA 3,75 kgf	CARGA 5,50 kgf
PONTO	TENSÃO (kgf/mm <sup>2</sup> )	TENSÃO (kgf/mm <sup>2</sup> )
1	5.000	7.335
2	10.000	14.670
3	15.000	22.005
4	20.000	29.340



TABELA 3: Valores tirados com extensômetros para a carga de 3,75 kgf.

PONTO	TENSÃO (kgf/mm <sup>2</sup> )	ESTIMATIVA DO DESVIO PADRÃO DA POPULAÇÃO	DESVIO PADRÃO DA LEI DE PROB. DA MÉ DIA DA AMOSTRA
1	5.151	0,148	0,019
2	10.228	0,263	0,034
3	15.429	0,360	0,046
4	20.341	0,617	0,079

TABELA 4: Valores tirados com o modelo 232 para a carga de 3,75 kgf.

PONTO	TENSÃO (kgf/mm <sup>2</sup> )	ESTIMATIVA DO DESVIO PADRÃO DA POPULAÇÃO	DESVIO PADRÃO DA LEI DE PROB. DA MÉDIA DA AMOSTRA.
1	6,867	0,458	0,059
2	11,959	0,899	0,116
3	16,325	1,328	0,171
4	20,151	1,663	0,214

TABELA 5: Valores tirados com o modelo 332 para a carga de 3,75 kgf.

PONTO	TENSÃO (kgf/mm <sup>2</sup> )	ESTIMATIVA DO DESVIO PADRÃO DA POPULAÇÃO	DESVIO PADRÃO DA LEI DE PROB. DA MÉDIA DA AMOSTRA.
1	6,851	0,454	0,058
2	12,152	1,104	0,142
3	16,536	1,614	0,208
4	20,280	1,827	0,235

TABELA 6: Valores tirados no método de Tardy para a carga de 3,75 kgf.

PONTO	TENSÃO (kgf/mm <sup>2</sup> )	ESTIMATIVA DO DESVIO PADRÃO DA POPULAÇÃO	DESVIO PADRÃO DA LEI DE PROB. DA MÉDIA DA AMOSTRA.
1	4,718	0,540	0,069
2	10,095	0,917	0,118
3	15,374	1,274	0,164
4	20,420	1,533	0,197

TABELA 7: Valores tirados com extensômetros para a carga de 5,50 kgf.

PONTO	TENSÃO (kgf/mm <sup>2</sup> )	ESTIMATIVA DO DESVIO PADRÃO DA POPULAÇÃO	DESVIO PADRÃO DA LEI DE PROB. DA MÉDIA DA AMOSTRA.
1	7,697	0,226	0,029
2	15,058	0,501	0,064
3	22,791	0,533	0,068
4	30,637	1,191	0,153

TABELA 8: Valores tirado com o modelo 232 para a carga de 5,50 kgf.

PONTO	TENSÃO (kgf/mm <sup>2</sup> )	ESTIMATIVA DO DESVIO PADRÃO DA POPULAÇÃO	DESVIO PADRÃO DA LEI DE PROB. DA MÉDIA DA AMOSTRA.
1	7,985	0,540	0,069
2	15,674	0,900	0,116
3	22,103	1,434	0,185
4	31,007	1,746	0,225

TABELA 9: Valores tirados com o modelo 332 para a carga de 5,50 kgf.

PONTO	TENSÃO (kgf/mm <sup>2</sup> )	ESTIMATIVA DO DESVIO PADRÃO DA POPULAÇÃO	DESVIO PADRÃO DA LEI DE PROB. DA MÉDIA DA AMOSTRA.
1	8,430	0,607	0,078
2	16,199	0,918	0,118
3	22,455	1,435	0,185
4	29,932	1,760	0,227

TABELA 10: Valores tirados com o método de Tardy para a carga de 5,50 kgf.

PONTO	TENSÃO (kgf/mm <sup>2</sup> )	ESTIMATIVA DO DESVIO PADRÃO DA POPULAÇÃO	DESVIO PADRÃO DA LEI DE PROB. DA MÉDIA DA AMOSTRA.
1	7,930	0,320	0,041
2	15,061	0,823	0,106
3	22,496	1,353	0,174
4	30,179	1,528	0,197

TABELA 11: Resultado do teste de Cochran.

	C A R G A 3,75	C A R G A 5,50
PONTO	g	g
1	0,400	0,425
2	0,415	0,327
3	0,426	0,331
4	0,3778	0,326

TABELA 12: Comparação entre os processos de extensômetro e fotoelasticidade para  $\alpha = 1\%$ .

PONTO		MODELO 232	MODELO 332	MÉTODO DE TARDY
2	EXTENSÔMETRO	RUIM	RUIM	BOM
3	EXTENSÔMETRO	BOM	BOM	BOM
4	EXTENSÔMETRO	BOM	BOM	BOM

TABELA 13: Comparação entre os processos de extensômetro e fotoelasticidade para  $\alpha = 5\%$ .

PONTO		MODELO 232	MODELO 332	MÉTODO DE TARDY
2	EXTENSÔMETRO	RUIM	RUIM	BOM
3	EXTENSÔMETRO	BOM	BOM	BOM
4	EXTENSÔMETRO	BOM	RUIM	BOM

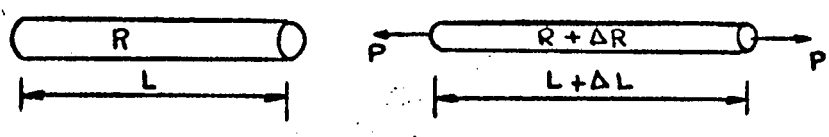


Figura 1: Princípio de funcionamento do extensômetro.

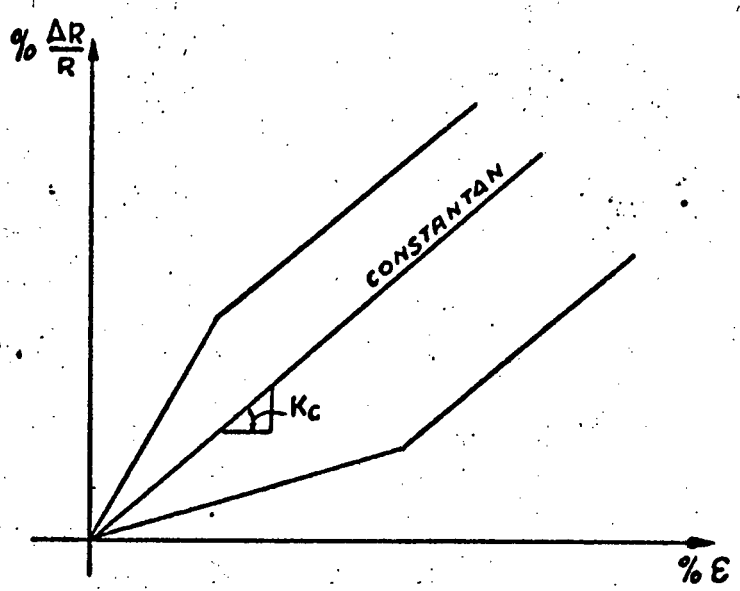


Figura 2: Comportamento das ligas quanto a sua linearidade, ressaltando-se a liga constantan.

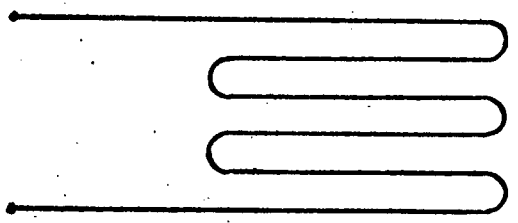


Figura 3: Forma encontrada para o extensômetro em vista do grande comprimento do fio.

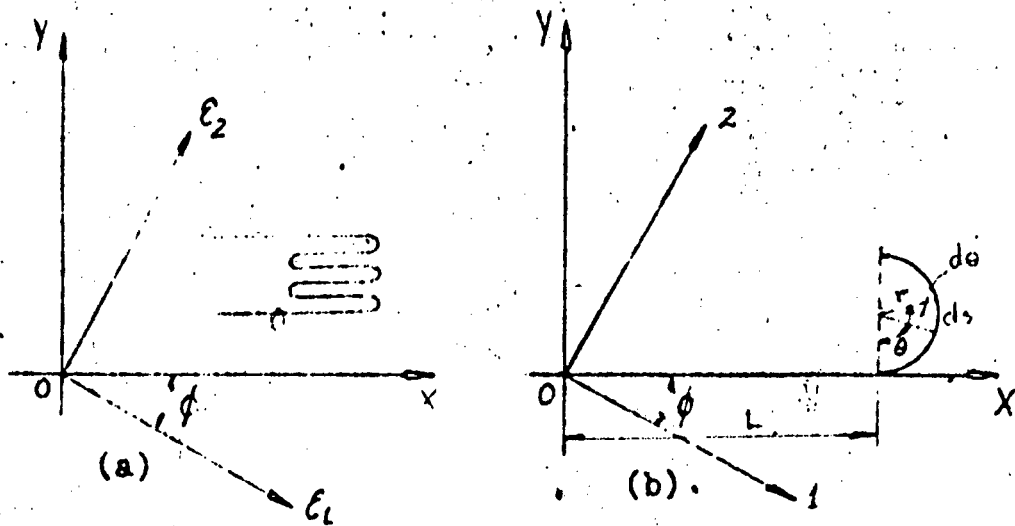


Figura 4: Extensômetro plano paralelo ao eixo dos "x", não coincidindo com os eixos principais de deformação; b) destaque de um único elemento da grade.

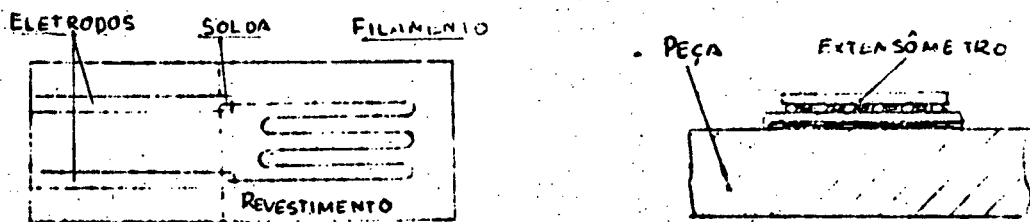


Figura 5: Forma do extensômetro plano

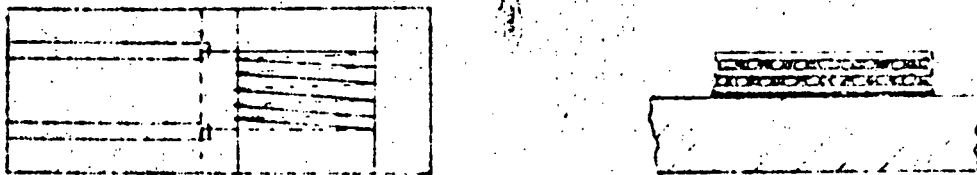


Figura 6: Forma do extensômetro bobinado

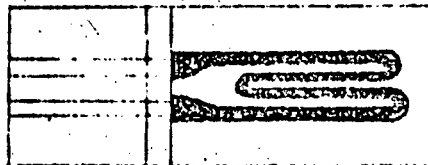


Figura 7: Forma do extensômetro de chapa

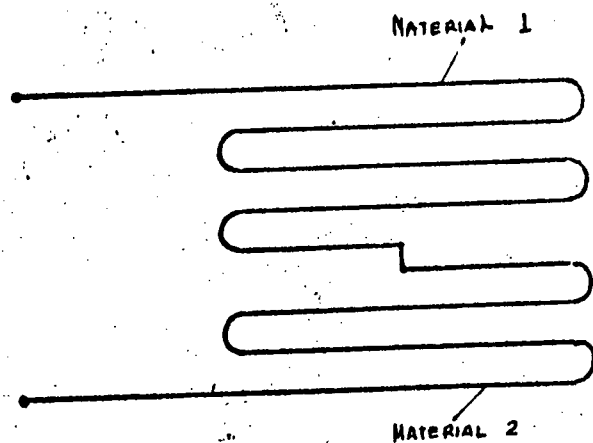


Figura 8: Extensômetro autocompensador de temperatura.

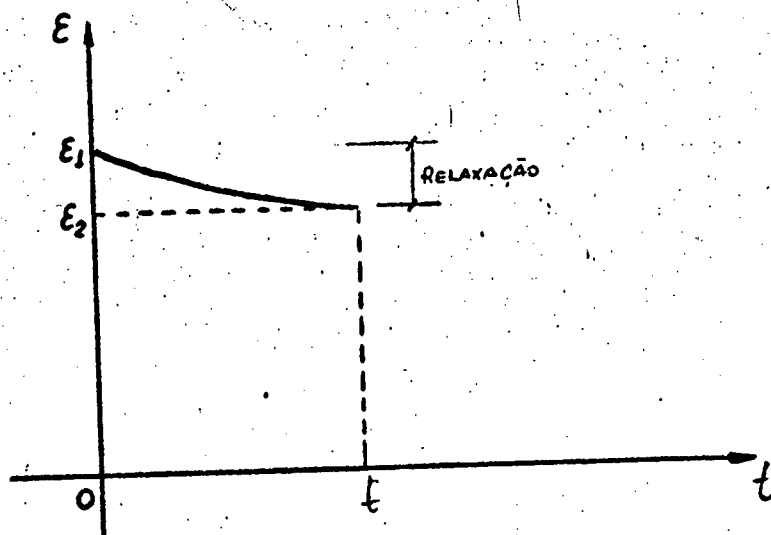


Figura 9: Relaxação como função do tempo e da deformação específica.



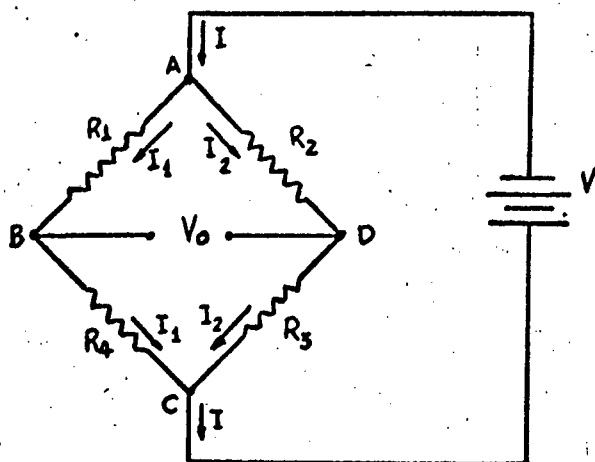


Figura 10: Ponte de wheastone e seu funcionamento.

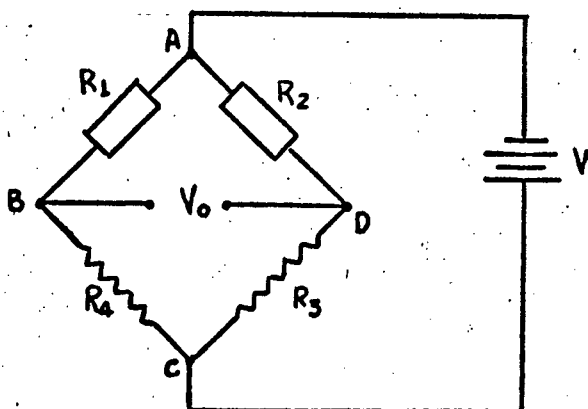


Figura 11: Meia ponte com extensômetros em braços adjacentes.

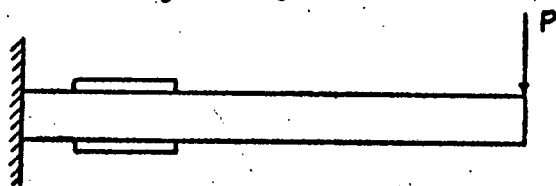


Figura 12: Utilização da meia ponte com extensômetros em braços adjacentes numa viga sujeita à flexão.

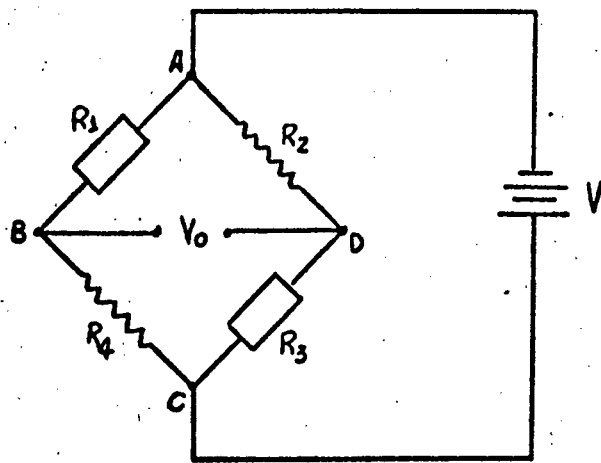


Figura 13: Meia ponte com extensômetros em braços opostos.

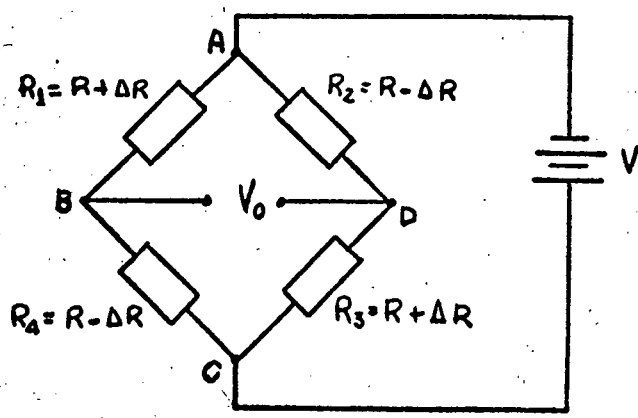


Figura 14: Ponte completa.

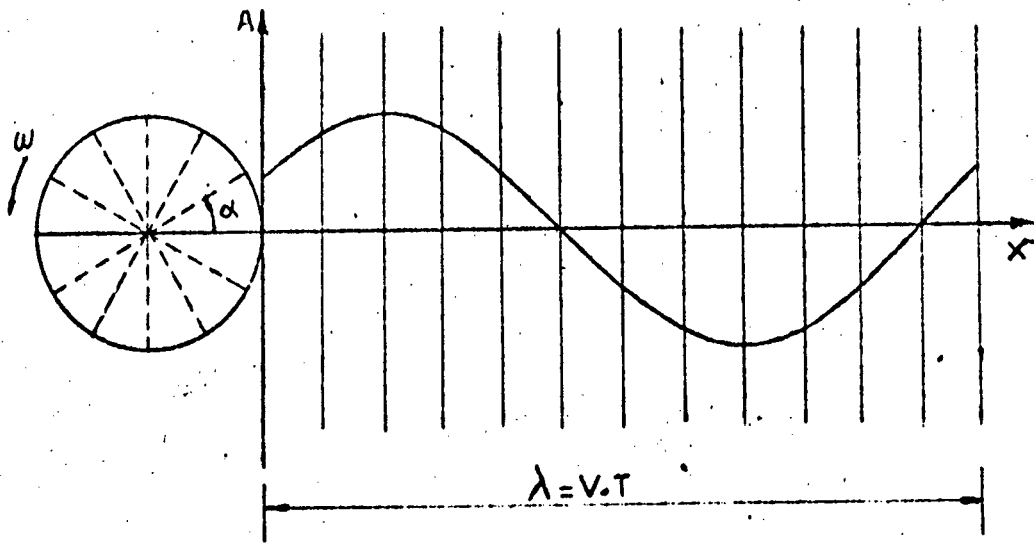


Figura 15: Movimento harmônico simples, devido a uma força harmônica simples.

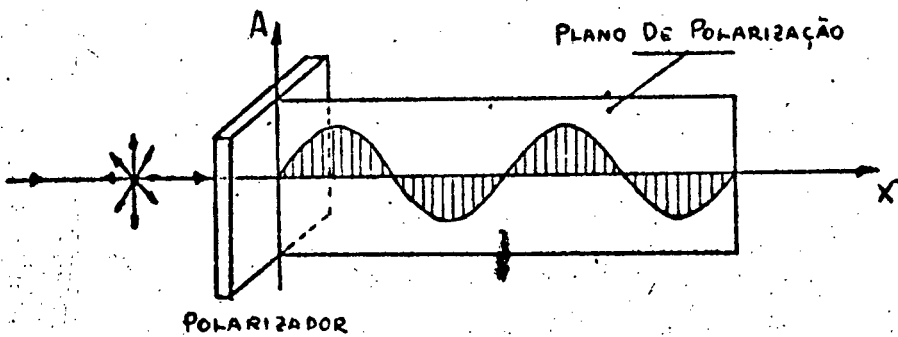


Figura 16: Polarização plana.

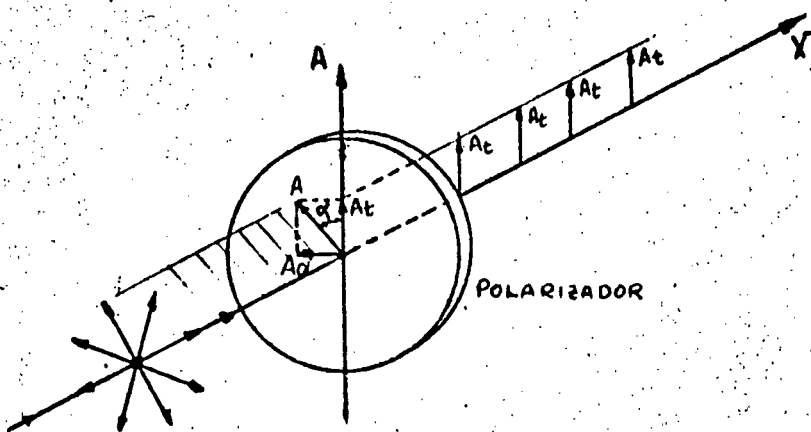


Figura 17: Componentes transmitida e absorvida num polarizador plano.

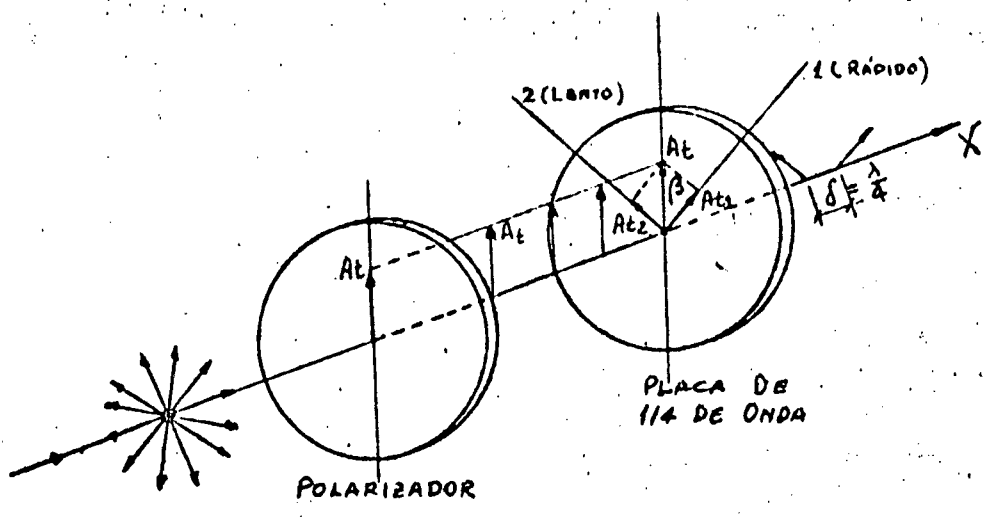


Figura 18: Utilização da placa de 1/4 de onda para a polarização circular.

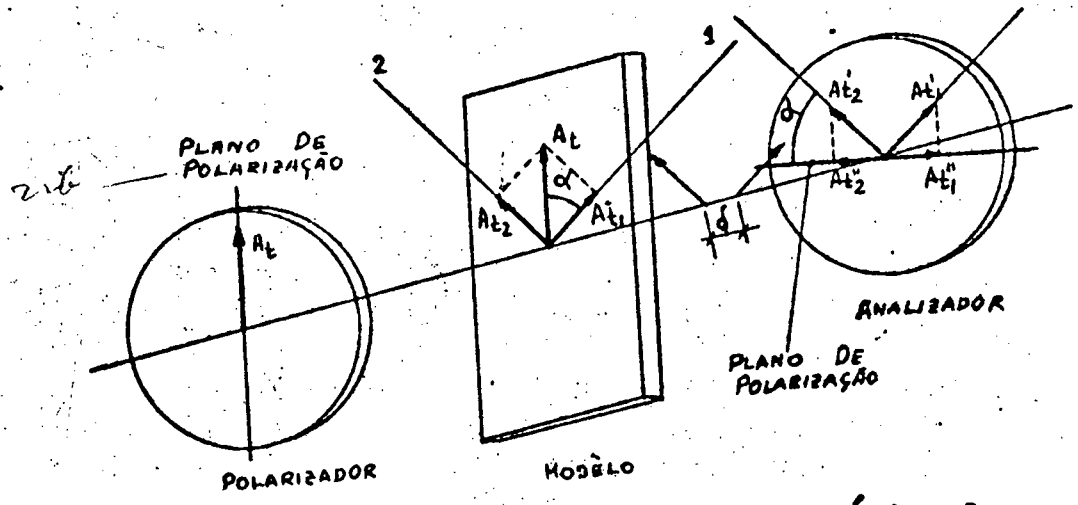


Figura 19: Disposição dos elementos no polariscópio plano por transparência.

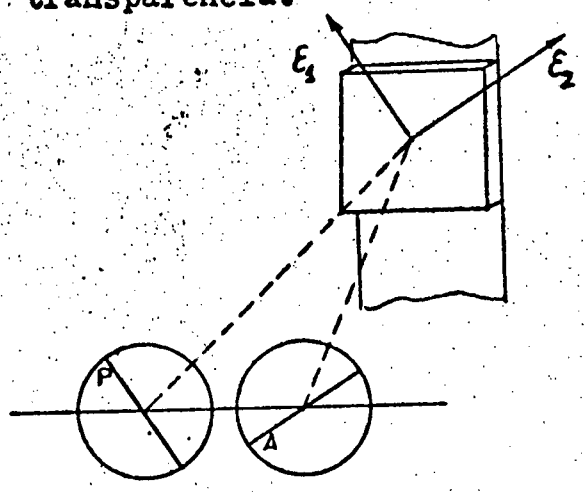


Figura 20: Disposição dos elementos no polariscópio plano por reflexão.

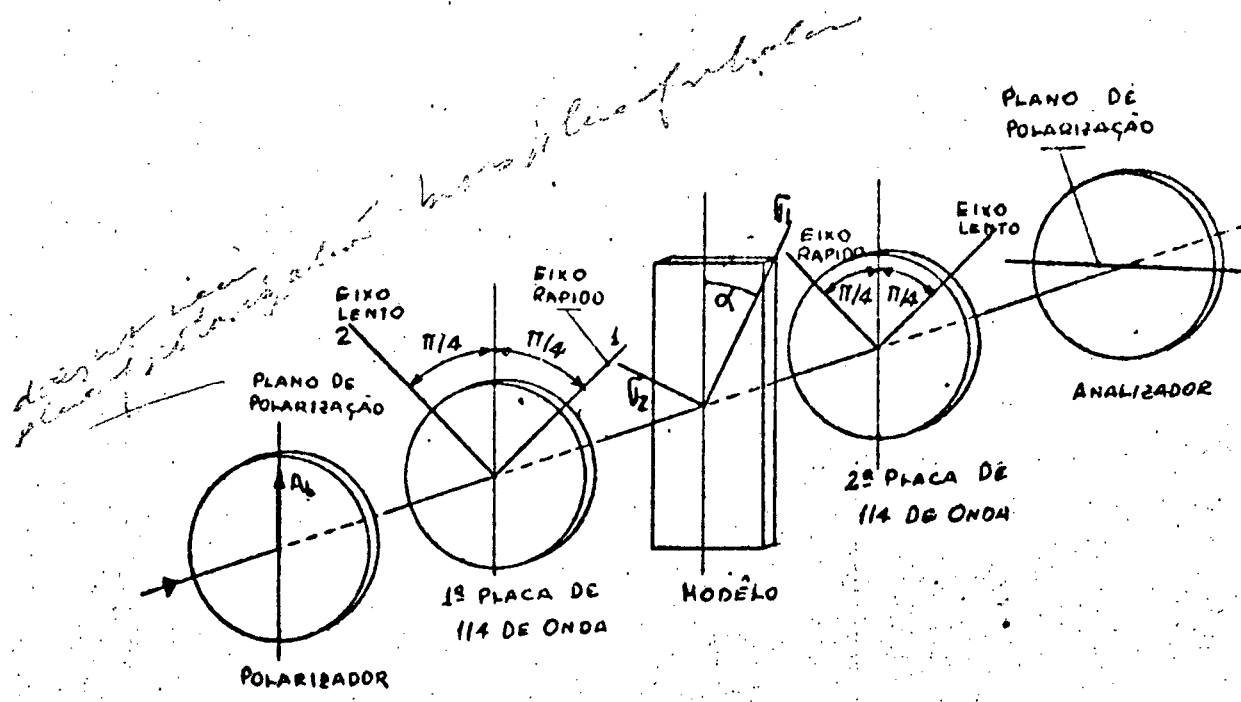


Figura 21: Disposição dos elementos no polariscópio circular.

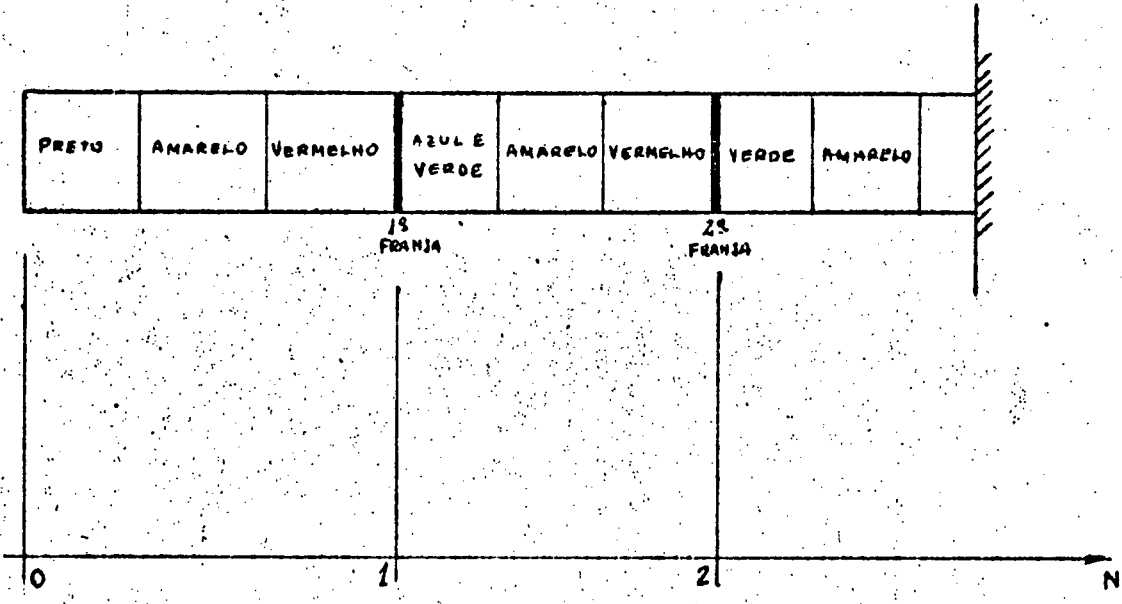


Figura 22: Sequência de cores no revestimento de uma viga sujeita a flexão.

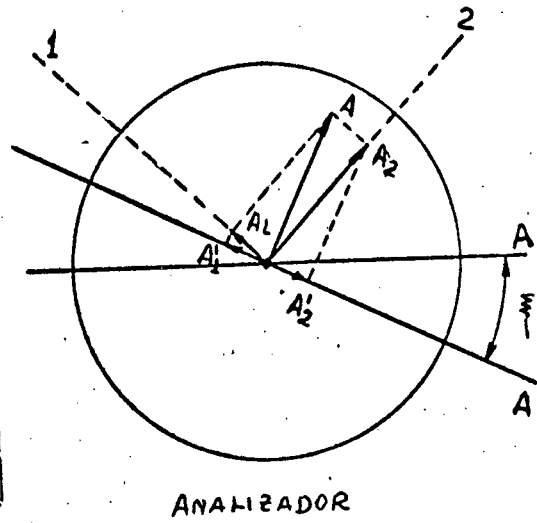
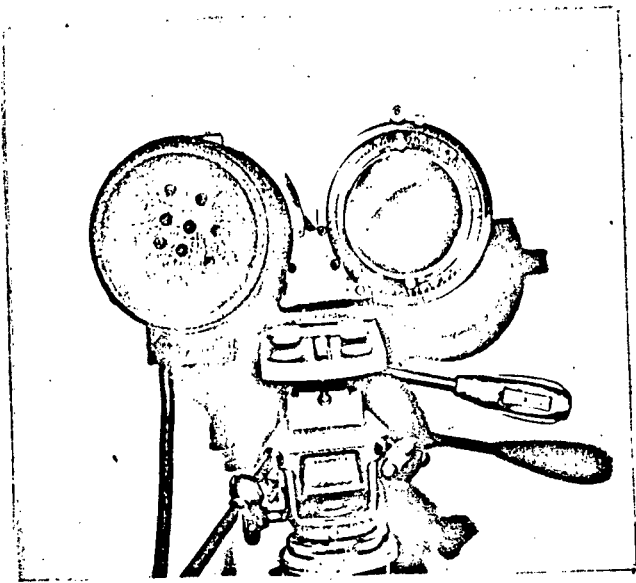


Figura 23: Compensação de Tardy.

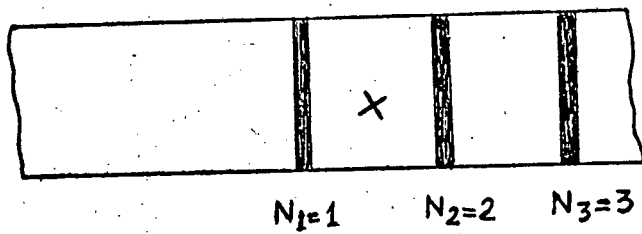


Figura 24: Caminhamento das franjas no método de Tardy.

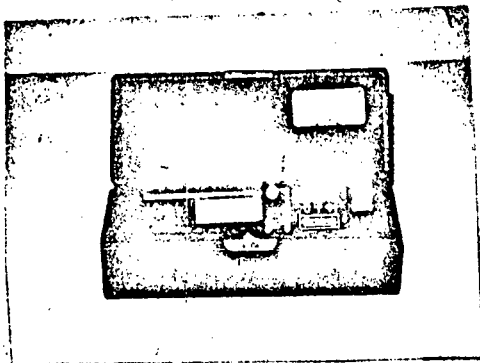


Figura 25: Modelo 232.

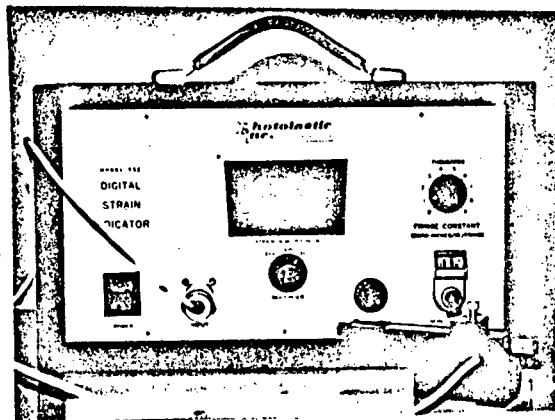


Figura 26: Modelo 332.

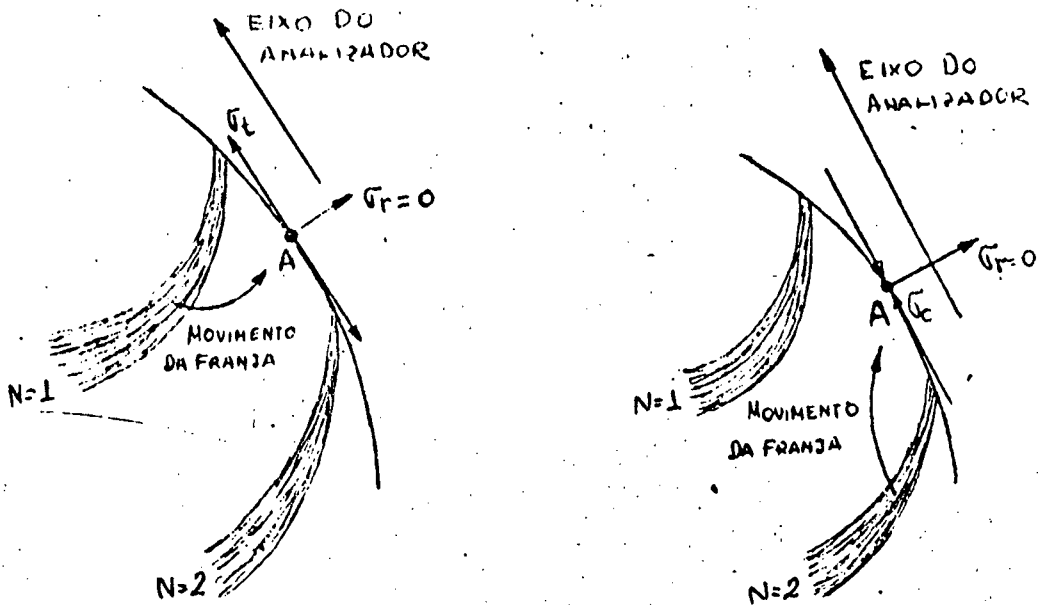


Figura 27: Sinal da tensão num ponto do contorno livre da peça.

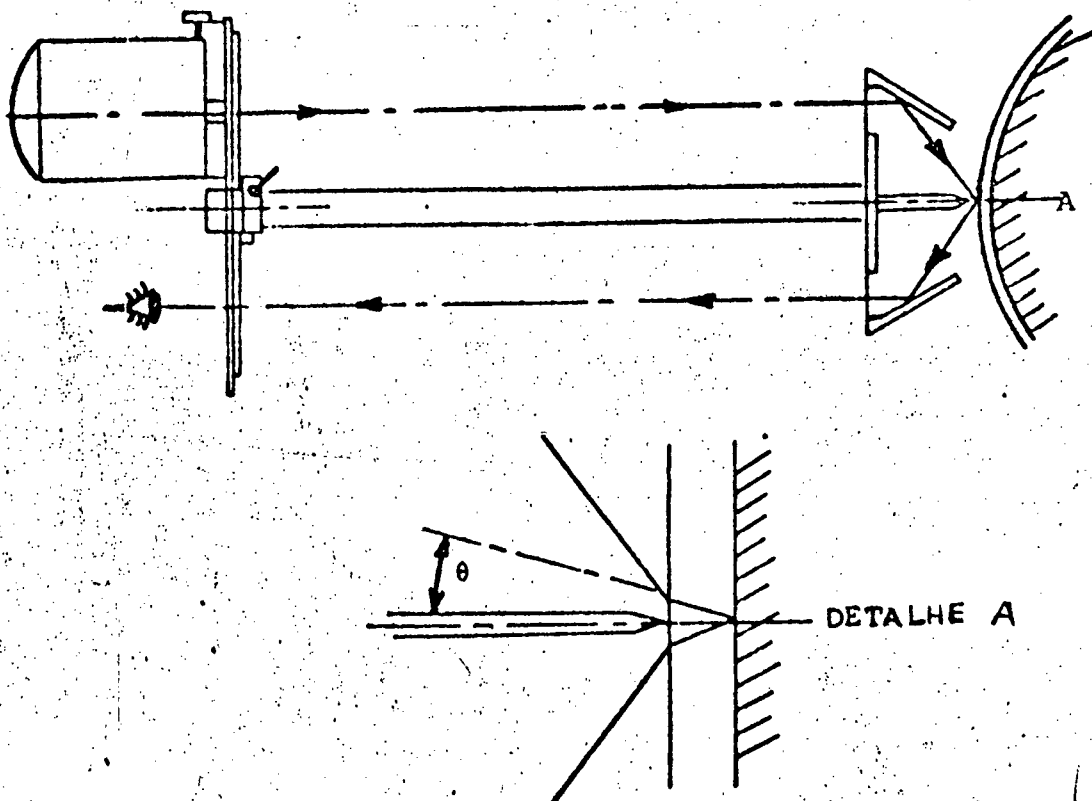


Figura 28: Incidência oblíqua.

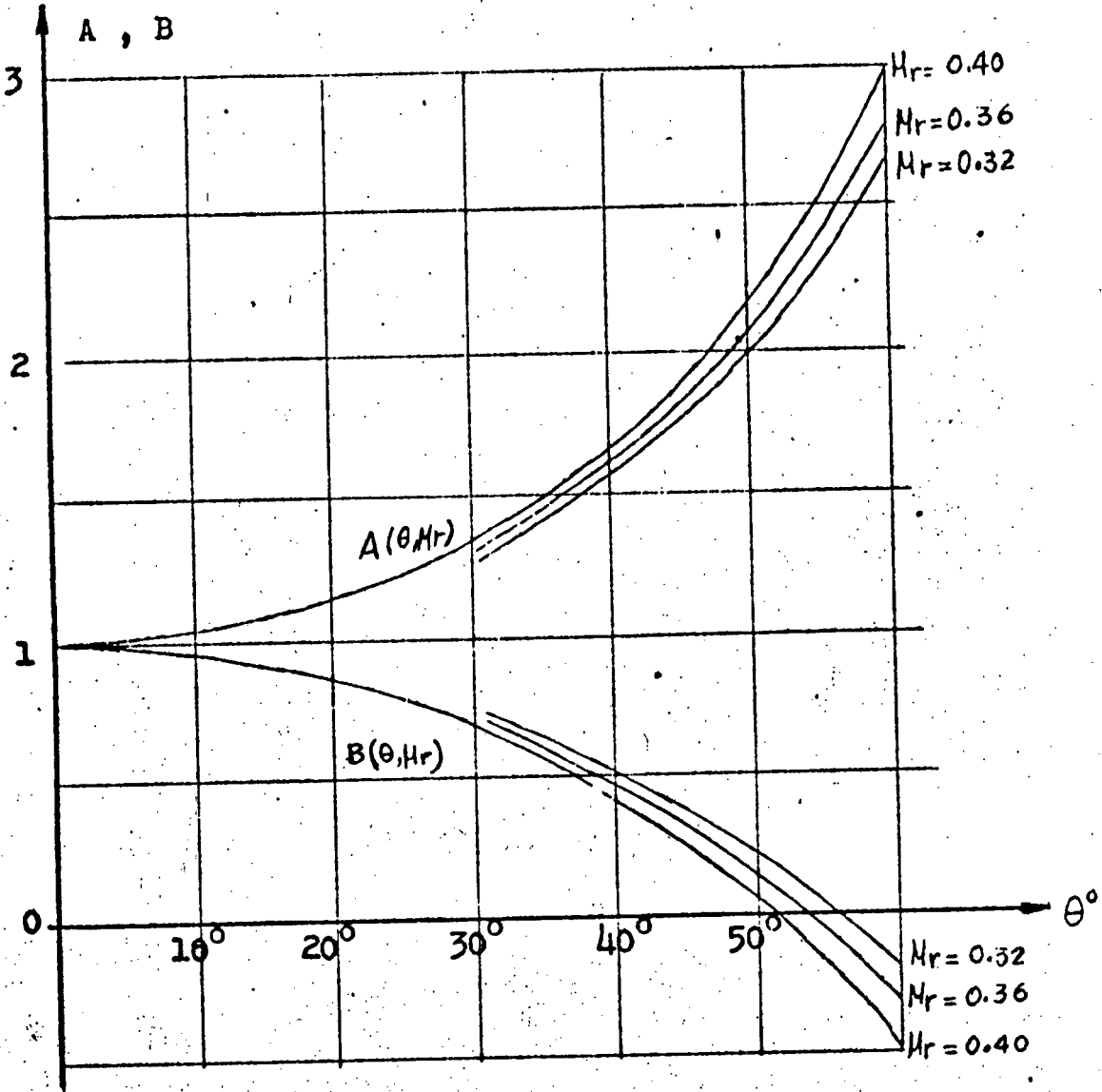


Figura 29a: Gráfico para a determinação dos coeficientes A e B.



COEFICIENTES

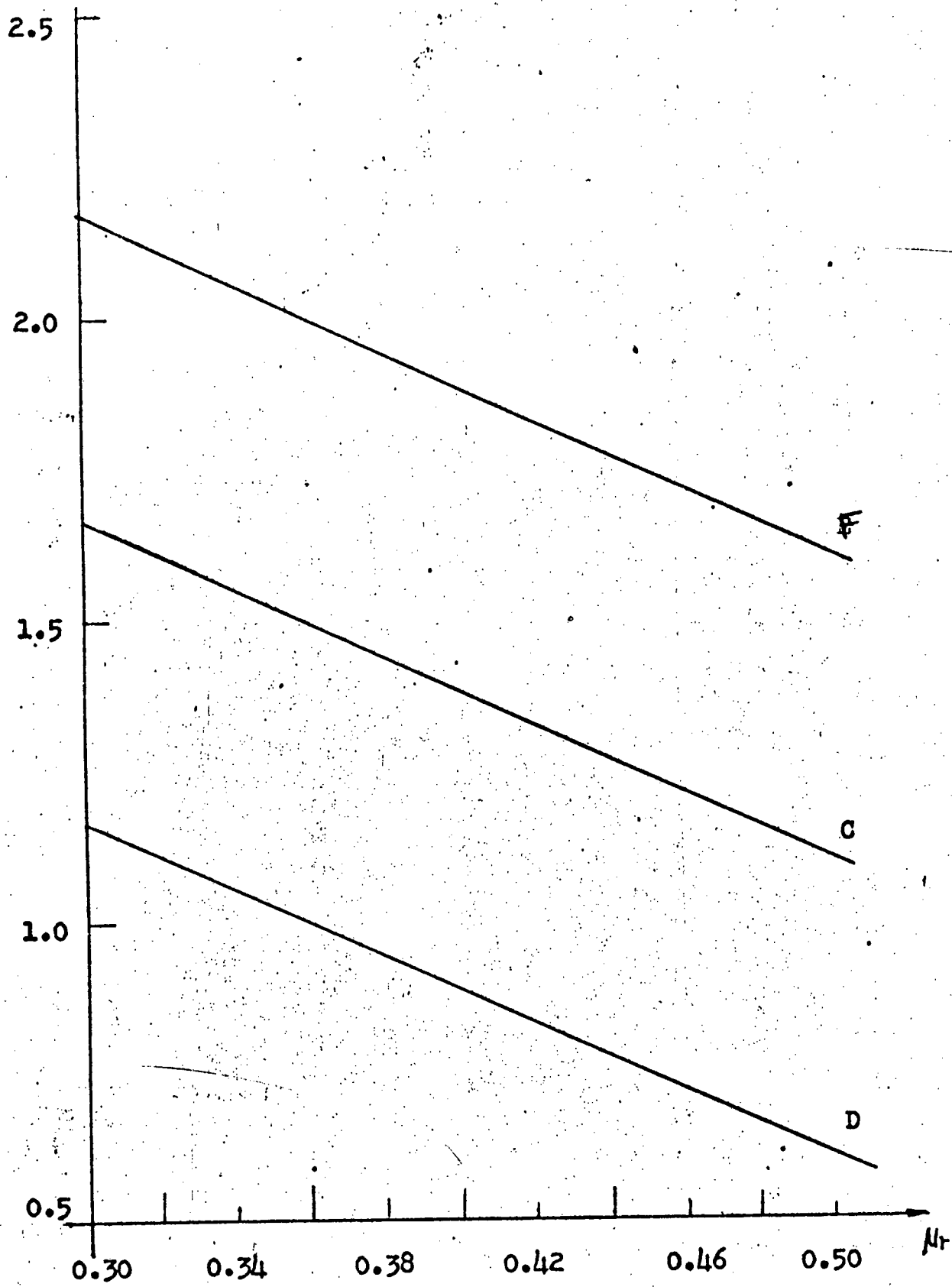


Figura 29b: Gráfico para a determinação dos coeficientes C, D e E.

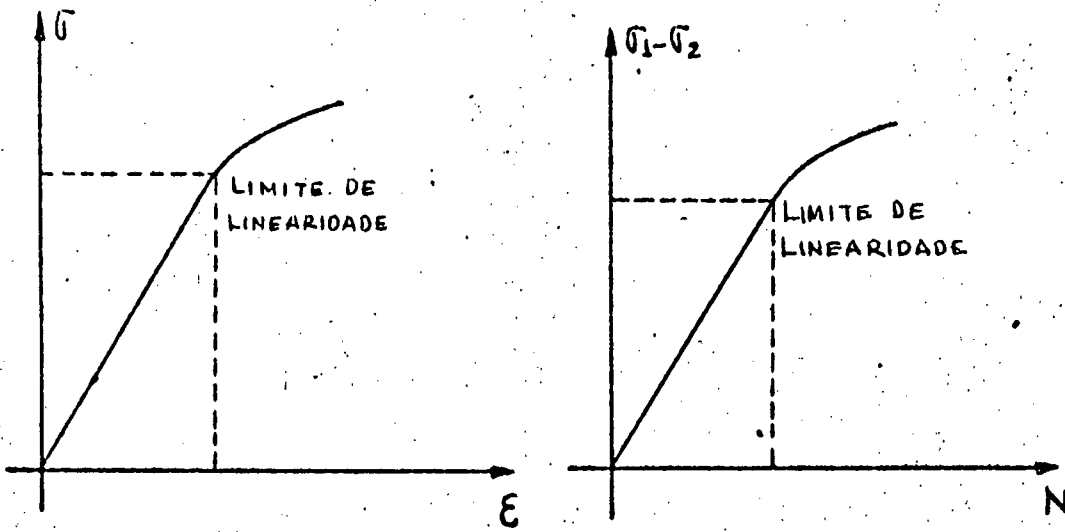


Figura 30: Relações lineares dos materiais.



Figura 31: Transmissão das deformações da peça para o revestimento.

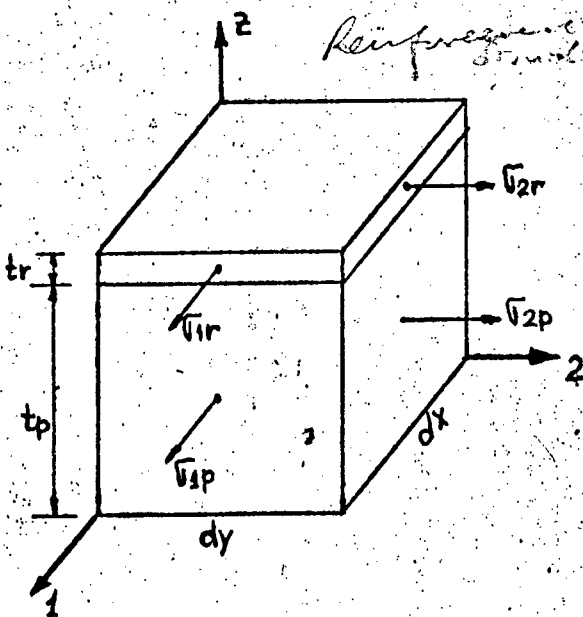


Figura 32: Reforço no estado plano de tensões.

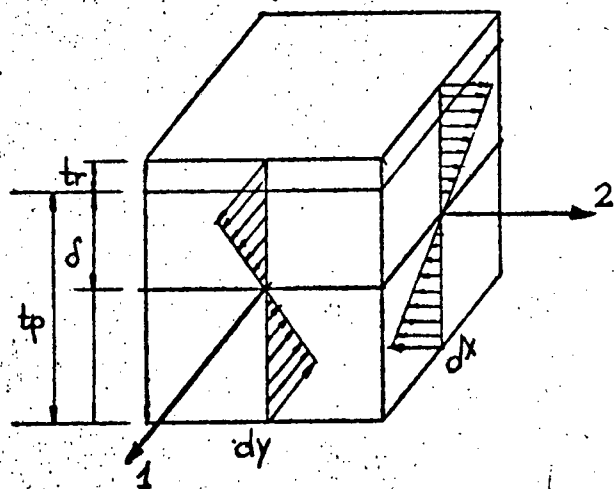


Figura 33: Reforço na flexão de placas.

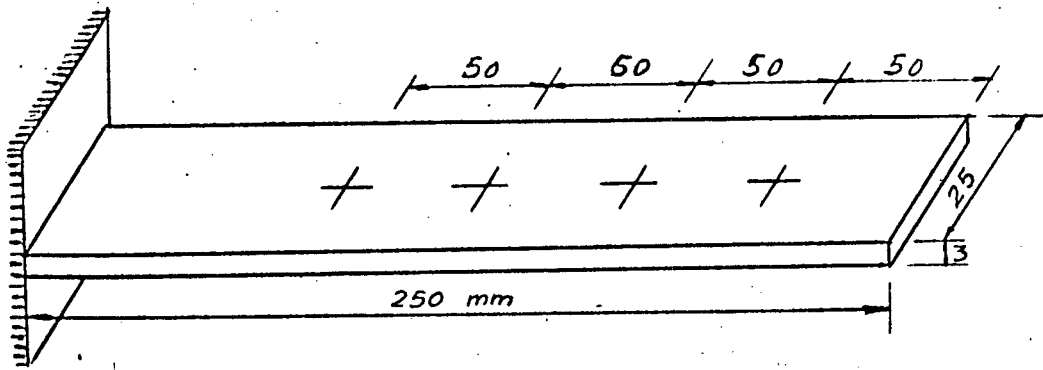


Figura 34: Modelo utilizado nos testes experimentais.

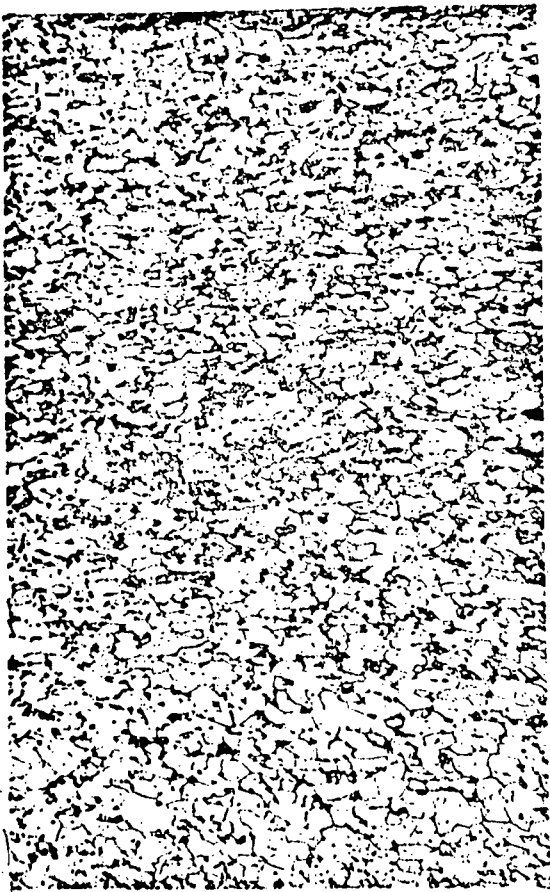


Figura 36: Micrografia da secção longitudinal da barra de teste.

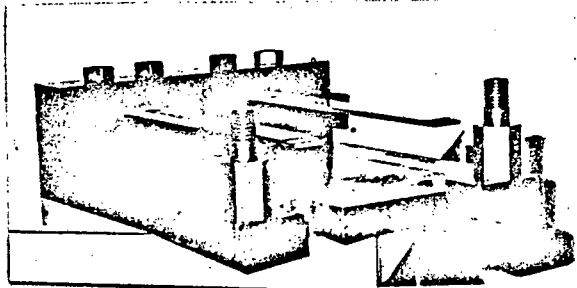


Figura 35: Mesa usada nos testes.

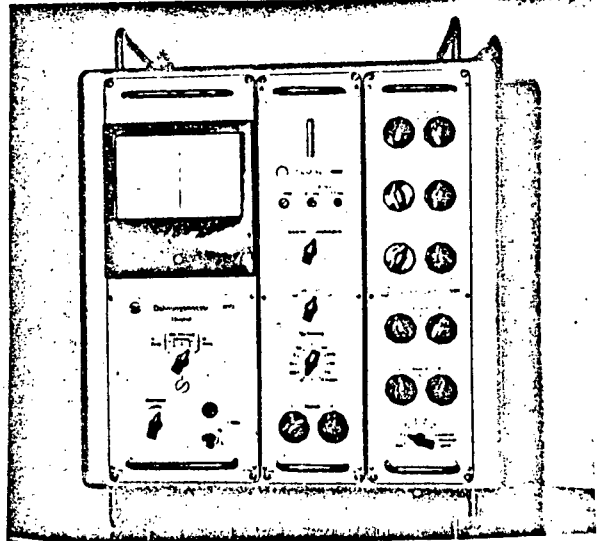
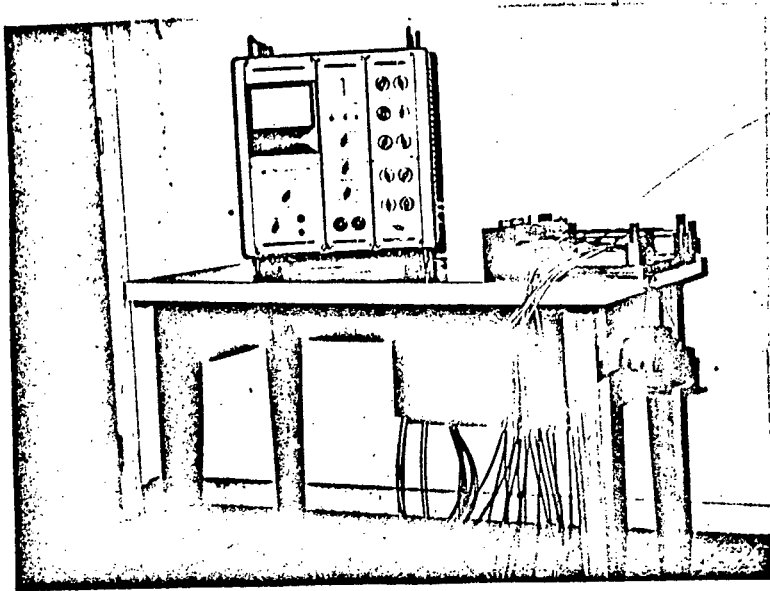
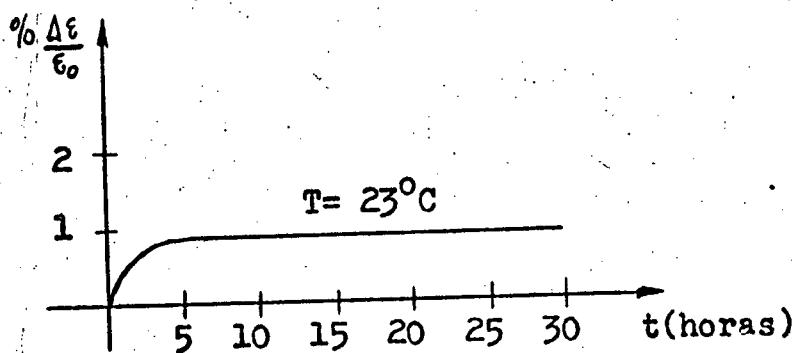


Figura 37a) Aparelho usado pra detectar o valor de  $\Delta R$ .



*Specimen  
frame  
apparatus*

Figura 37b: Tipo de ligação utilizada, mostrando uma das barras com os extensômetros compensadores de temperatura.



*Creep curve  
for stress  
3000 g*

Figura 37c: Curva de relaxação. Extensômetro usado: PR9814 M da Philips. Adesivo usado: PR 9247 de um unico componente, da Philips.

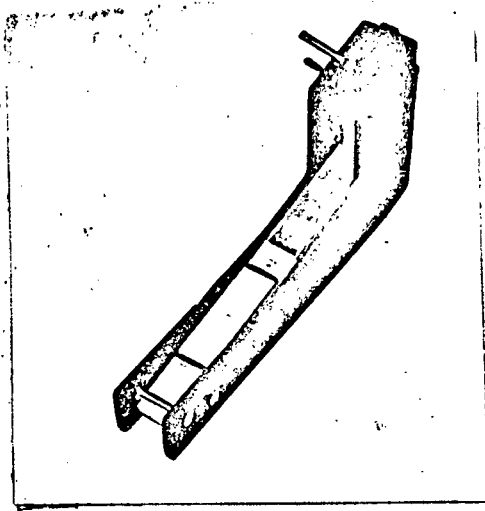


Figura 38: Calibrador modelo 010 da Photolastic Inc.

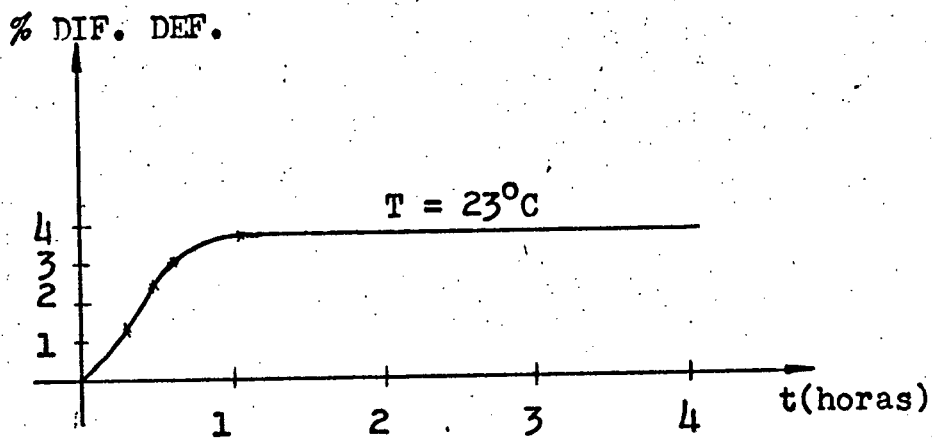


Figura 39: Curva de relaxação para o material foto-elástico. Placa usada: PS - 1C\* Adesivo usado: resina PC - 1 e endurecedor PCH-1.

\*Material da Photolastic Inc.

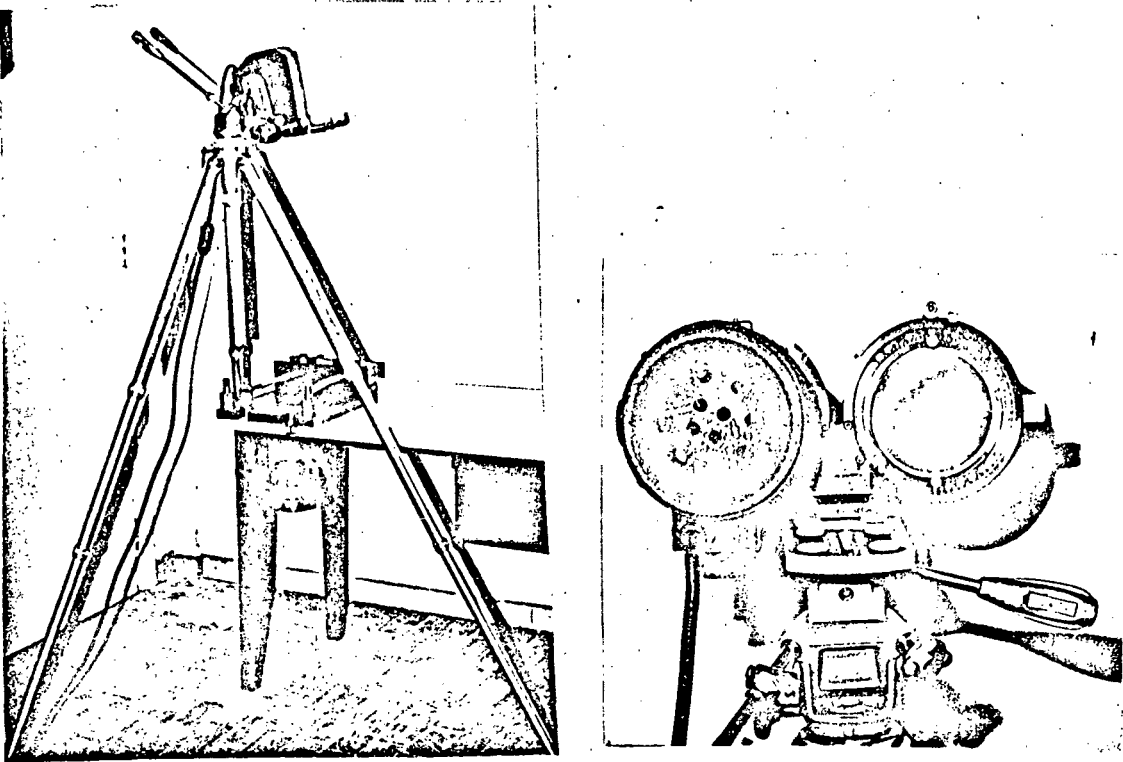
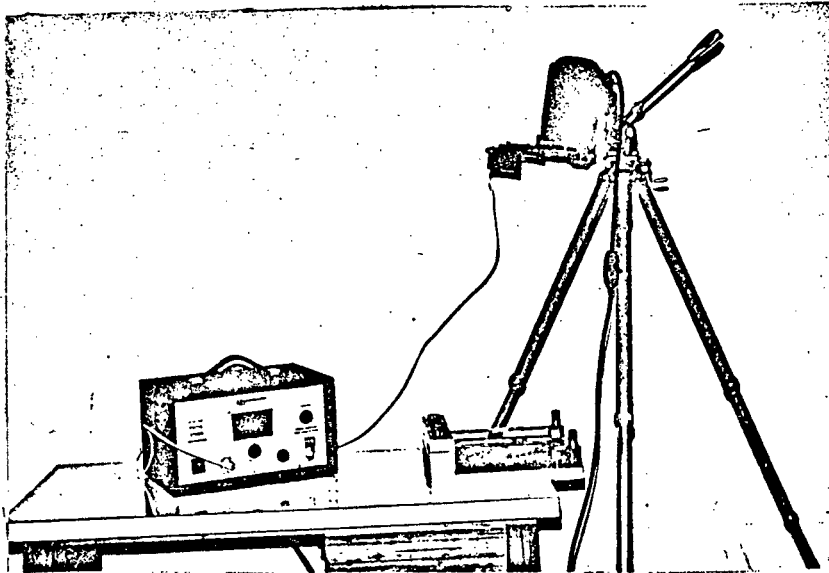


Figura 40a: Utilização do método de Tardy.



9  
10  
by multiple  
by  
bull  
re

Figura 40b: Utilização do modelo 332.

EXTENSOMETRO - PONTO 1 - CARGA 3.75 KG

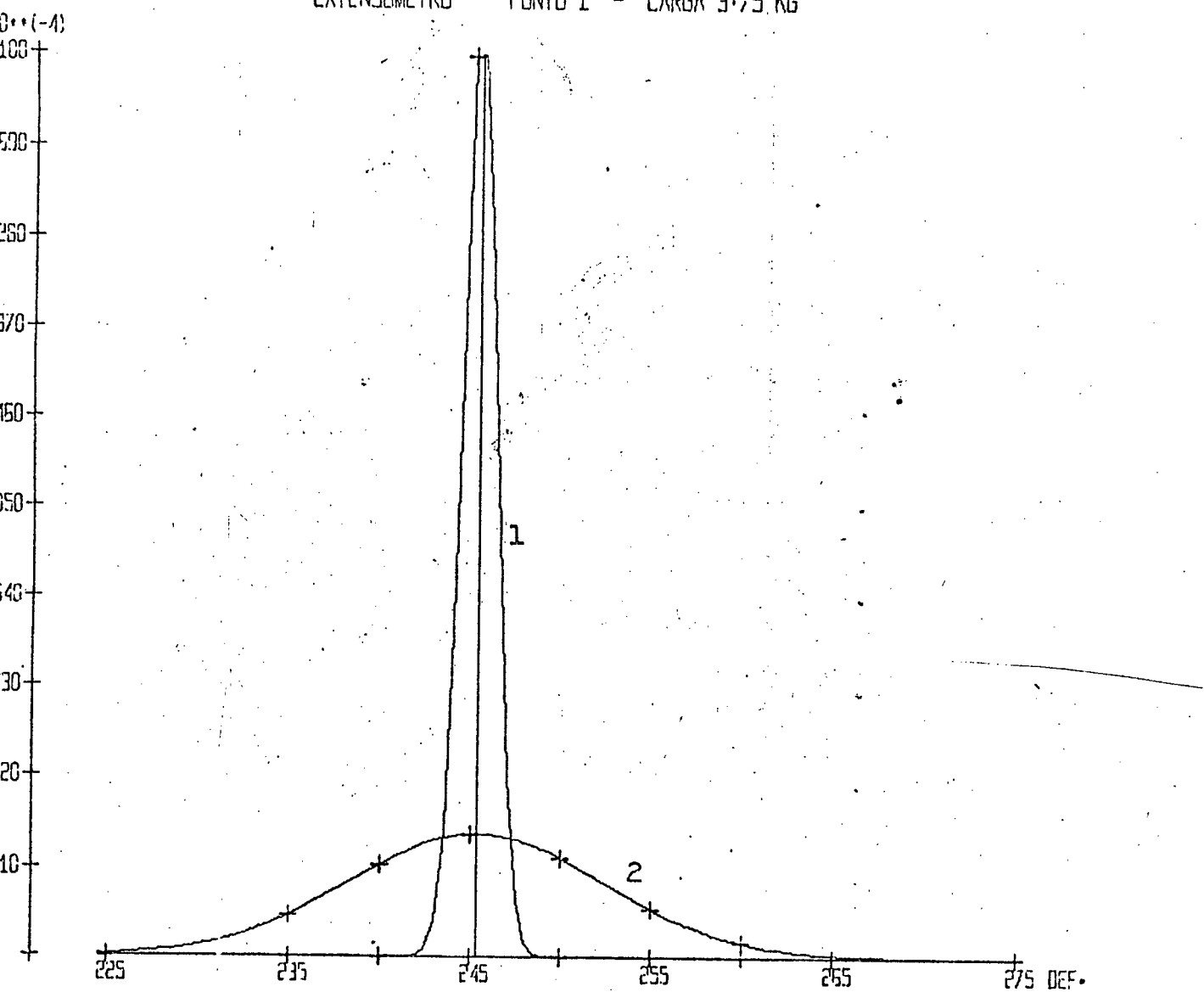


Figura 41: Curvas da distribuição das medidas. Curva 1, da amostra, curva 2 da população.

EXTENSOMETRO - PONTO 2 - CARGA 3.75 KG

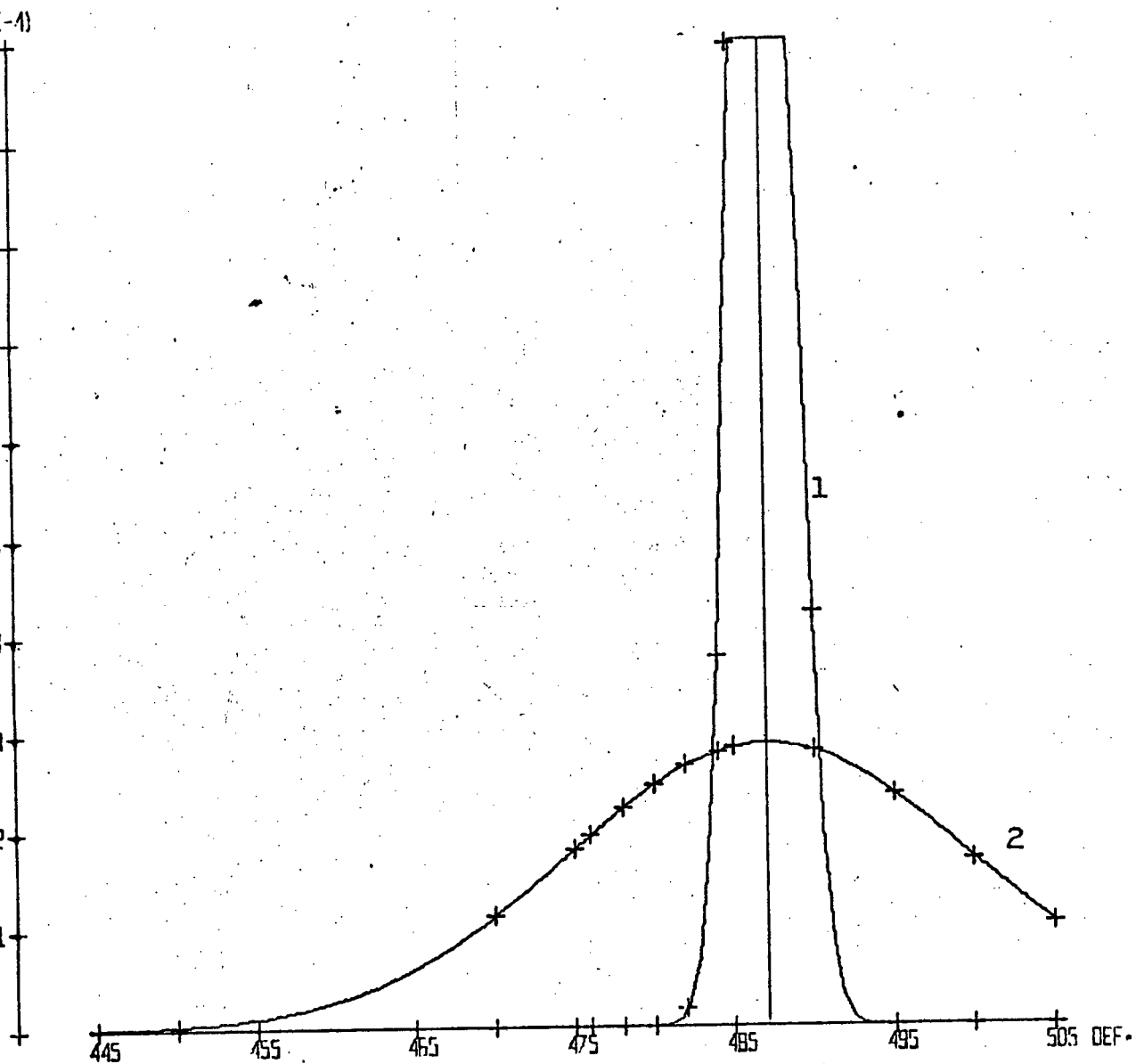


Figura 42: Curvas da distribuição das medidas. Curva 1 da amostra, curva 2 da população.



EXTENSOMETRO - PONTO 3 - CARGA 3.75 KG

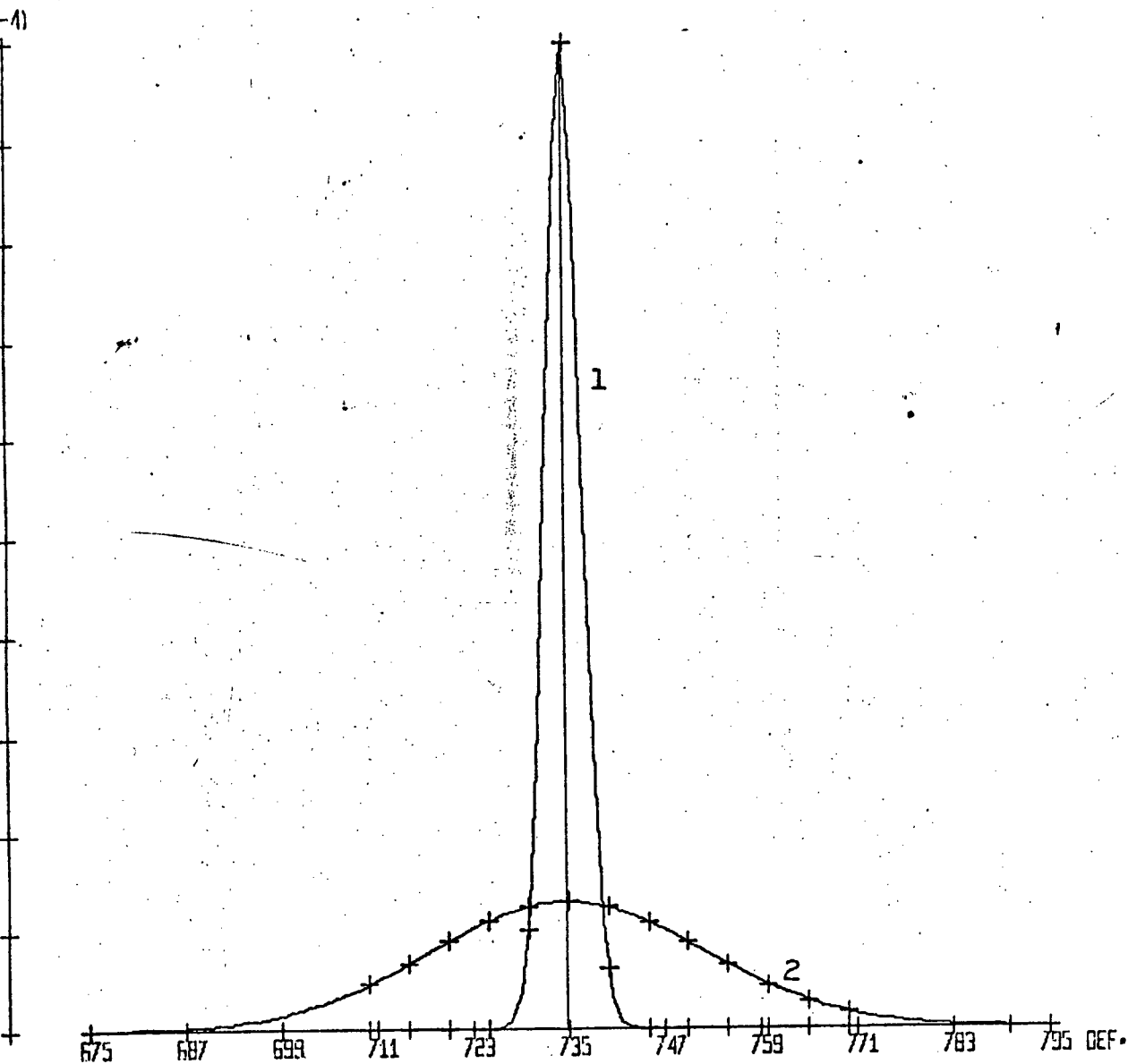


Figura 43: Curvas da distribuição das medidas. Curva 1 da amostra, curva 2 da população

EXTENSOMETRO -- PONTO 4 - CARGA 3.75 KG

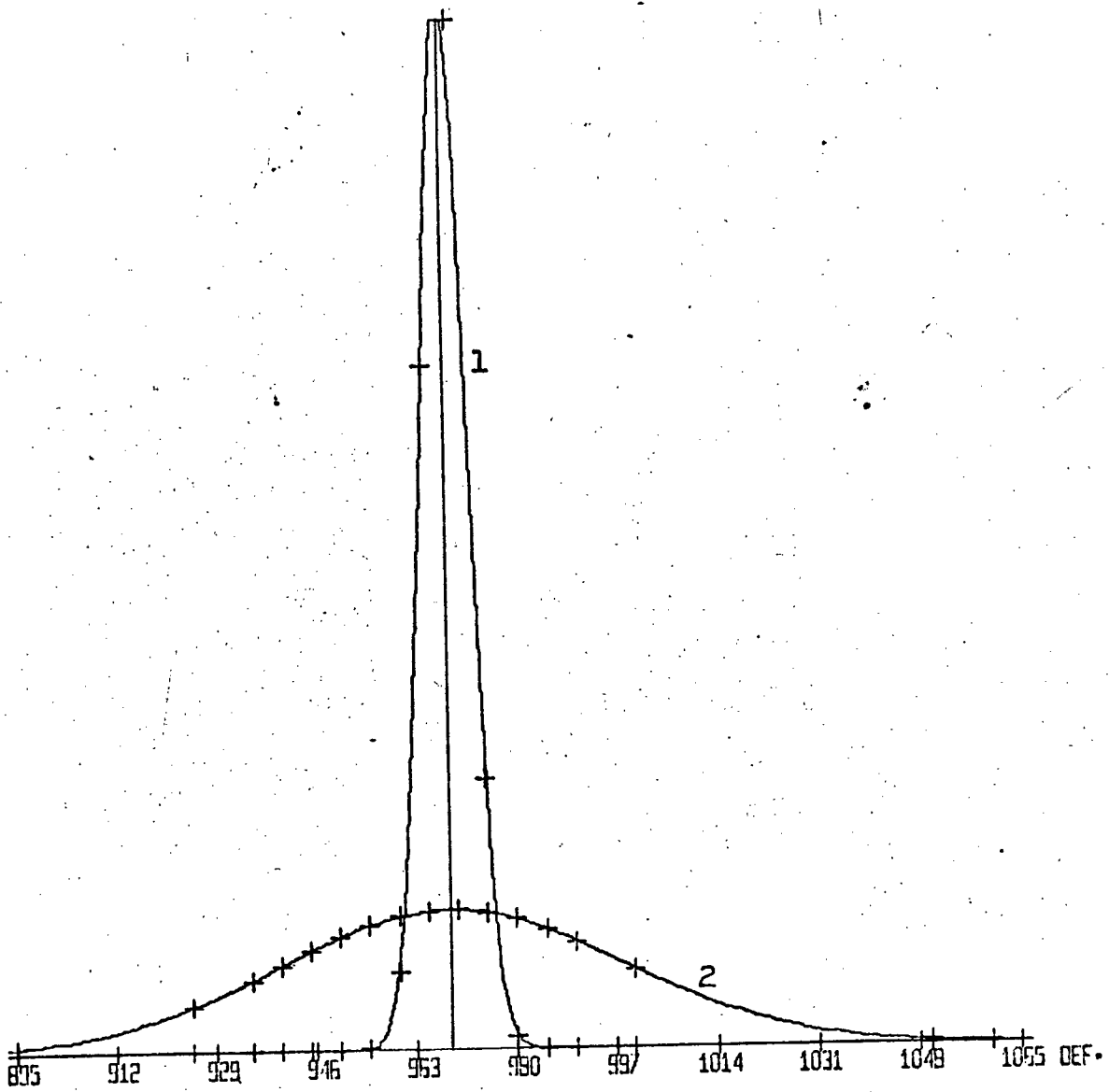


Figura 44: Curvas da distribuição das medidas. Curva 1 da amostra, Curva 2 da população.

PONTO 1 - MODELO 232 - CARGA = 375 KG

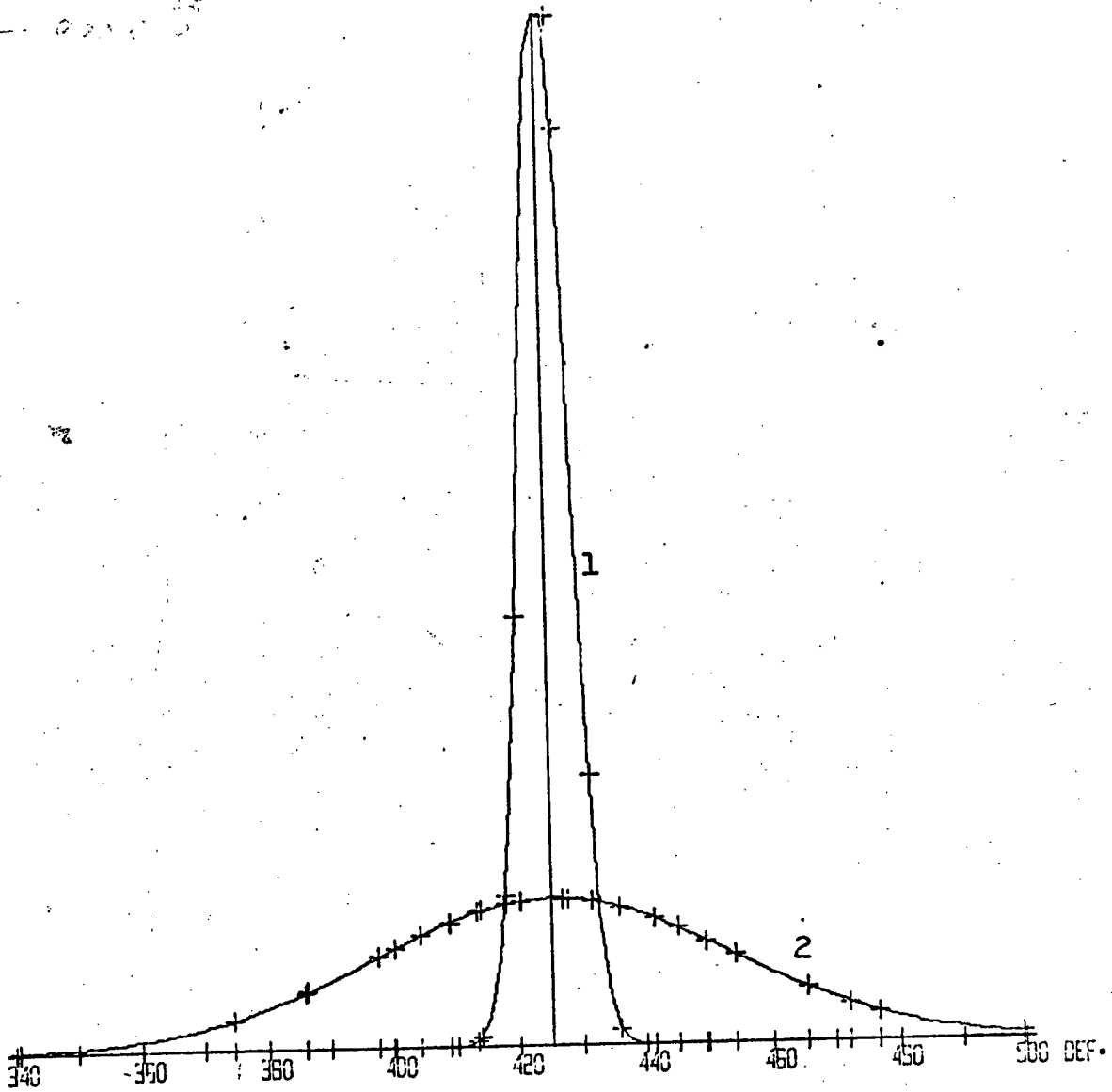


Figura 45: Curvas da distribuição das medidas. Curva 1 da amostra, Curva 2 da população.

PONTO 2 - MODELO 232 - CARGA = 3.25 KG

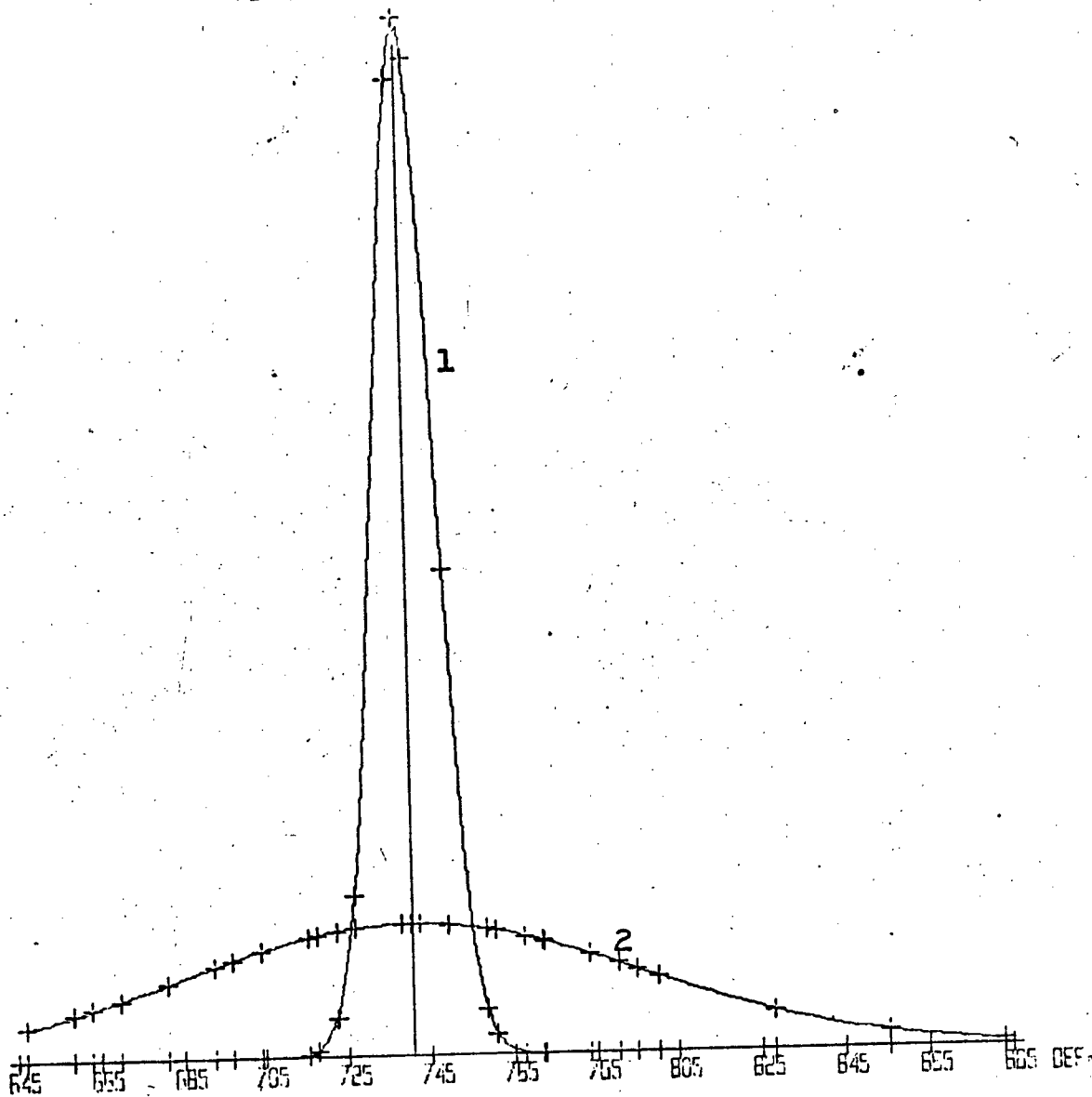


Figura 46: Curvas da distribuição das medidas. Curva 1 da amostra, curva 2 da população.

PONTO 3 - MODELO 232 - CARGA = 3.75 KG

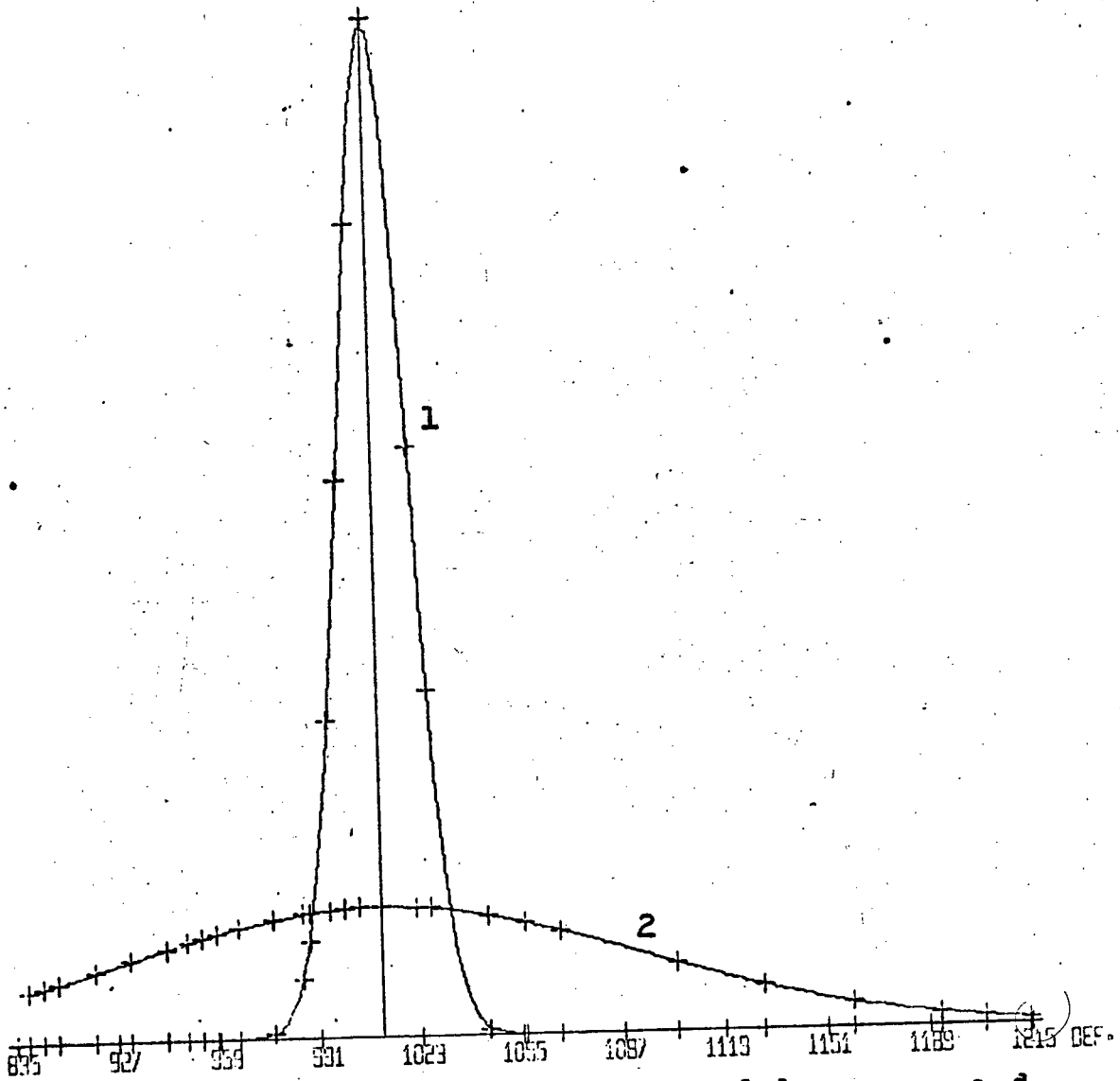


Figura 47: Curvas da distribuição das medidas. Curva 1 da amostra, curva 2 da população.

PONTO 4 - MODELO 232 - CARGA = 3.75 KG

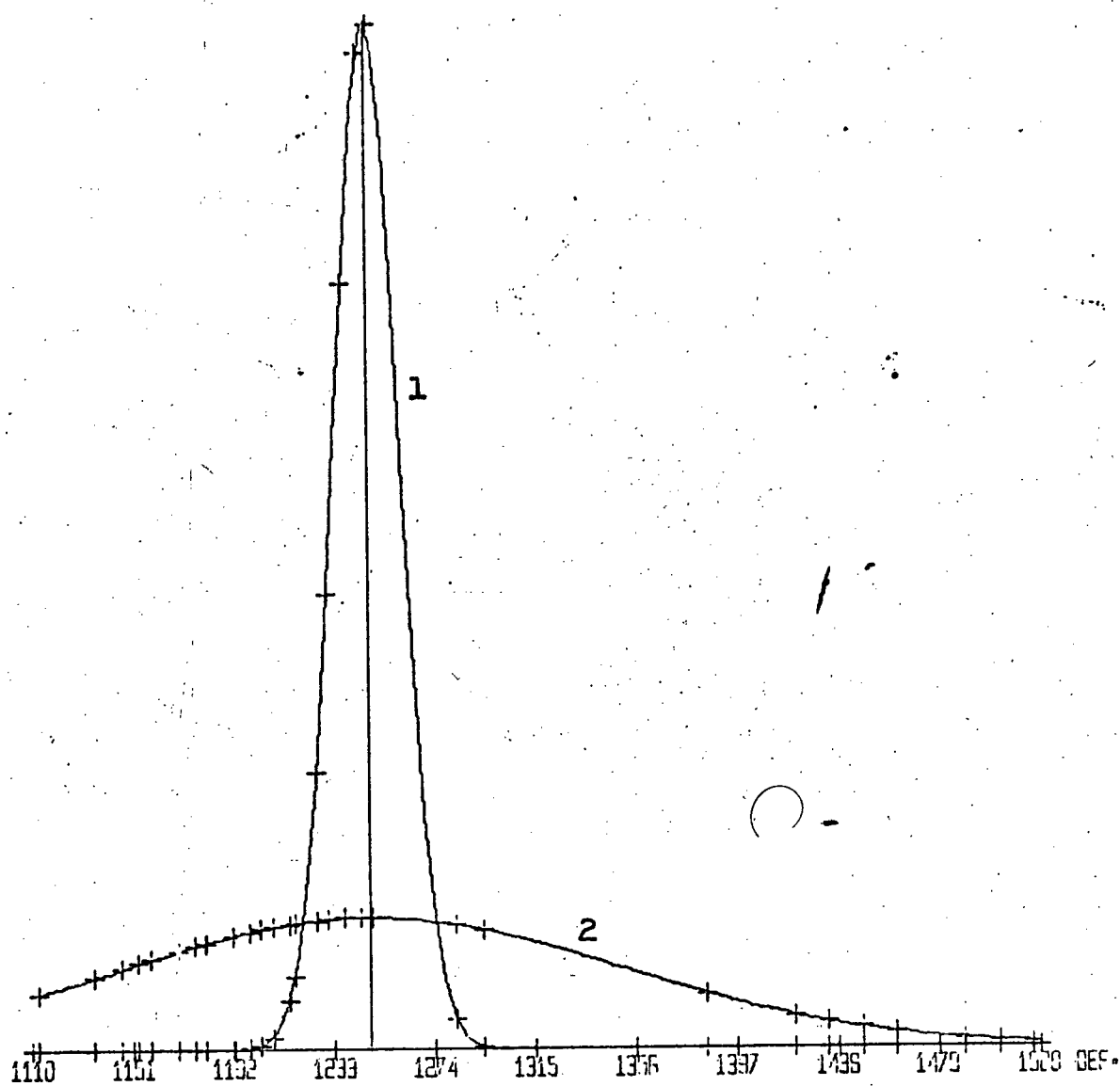
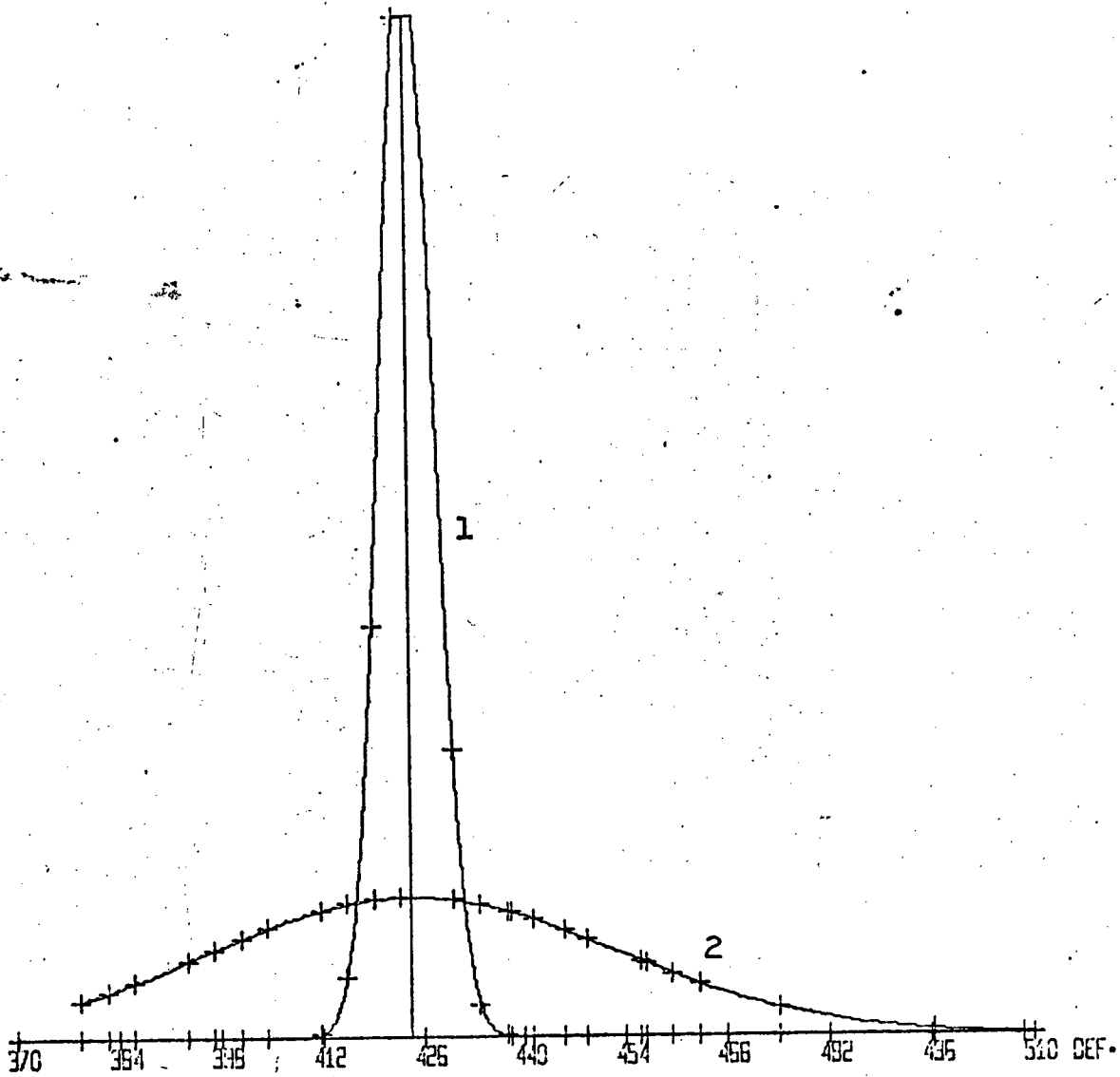


Figura 48: Curvas da distribuição das medidas. Curva 1 da amostra, curva 2 da população.

PONTO 1 - MODELO 332 - CARGA = 3.75 KG



Curva 49: Curvas da distribuição das medidas. Curva 1 da amostra, curva 2 da população.

PONTO 2 - MODELO 332 - CARGA = 3.75 KG

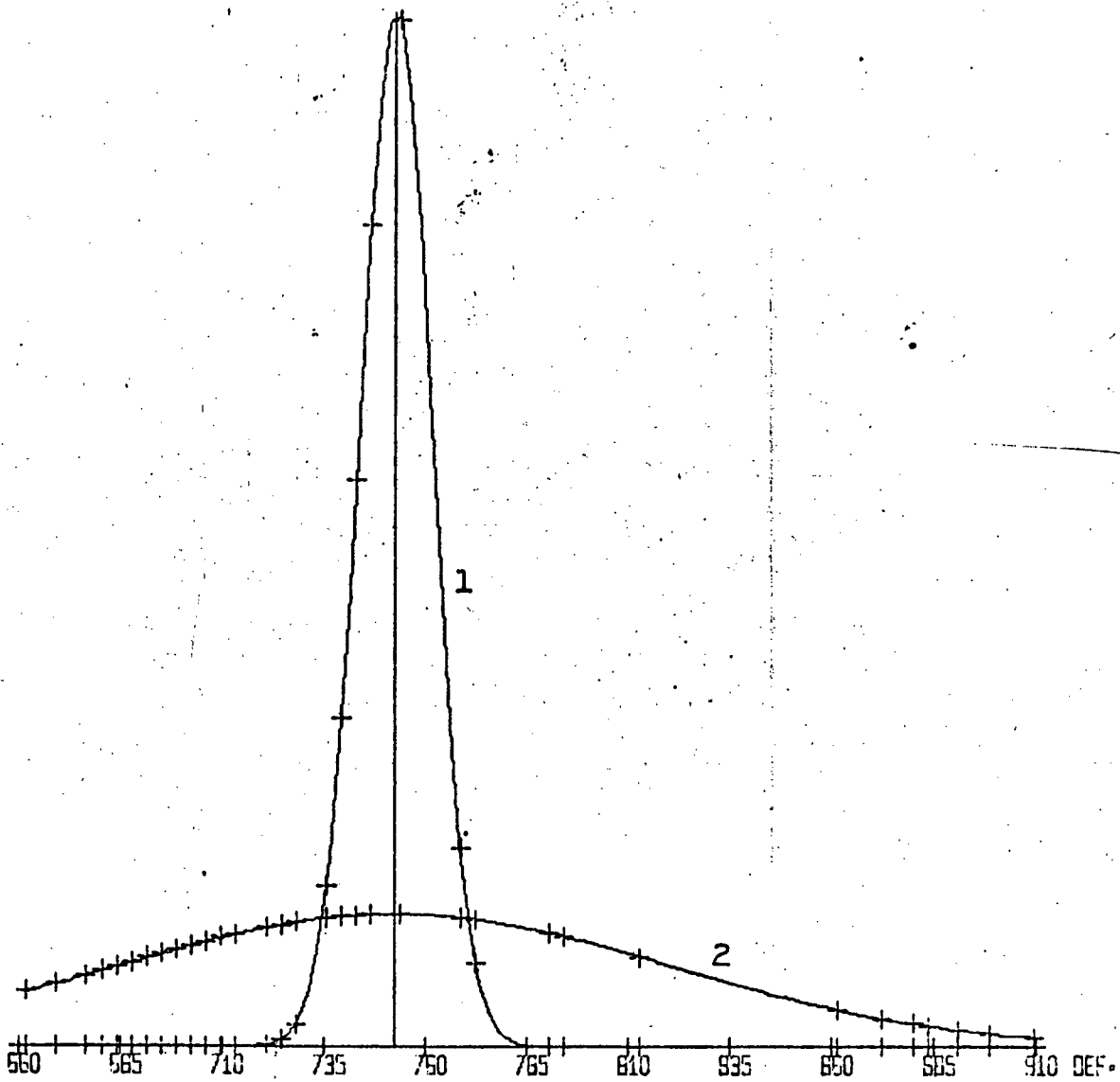


Figura 50: Curvas da distribuição das medidas. Curva 1 da amostra, curva 2 da população.



PONTO 3 - MODELO 332 - CARGA  $\approx$  3.75 KG

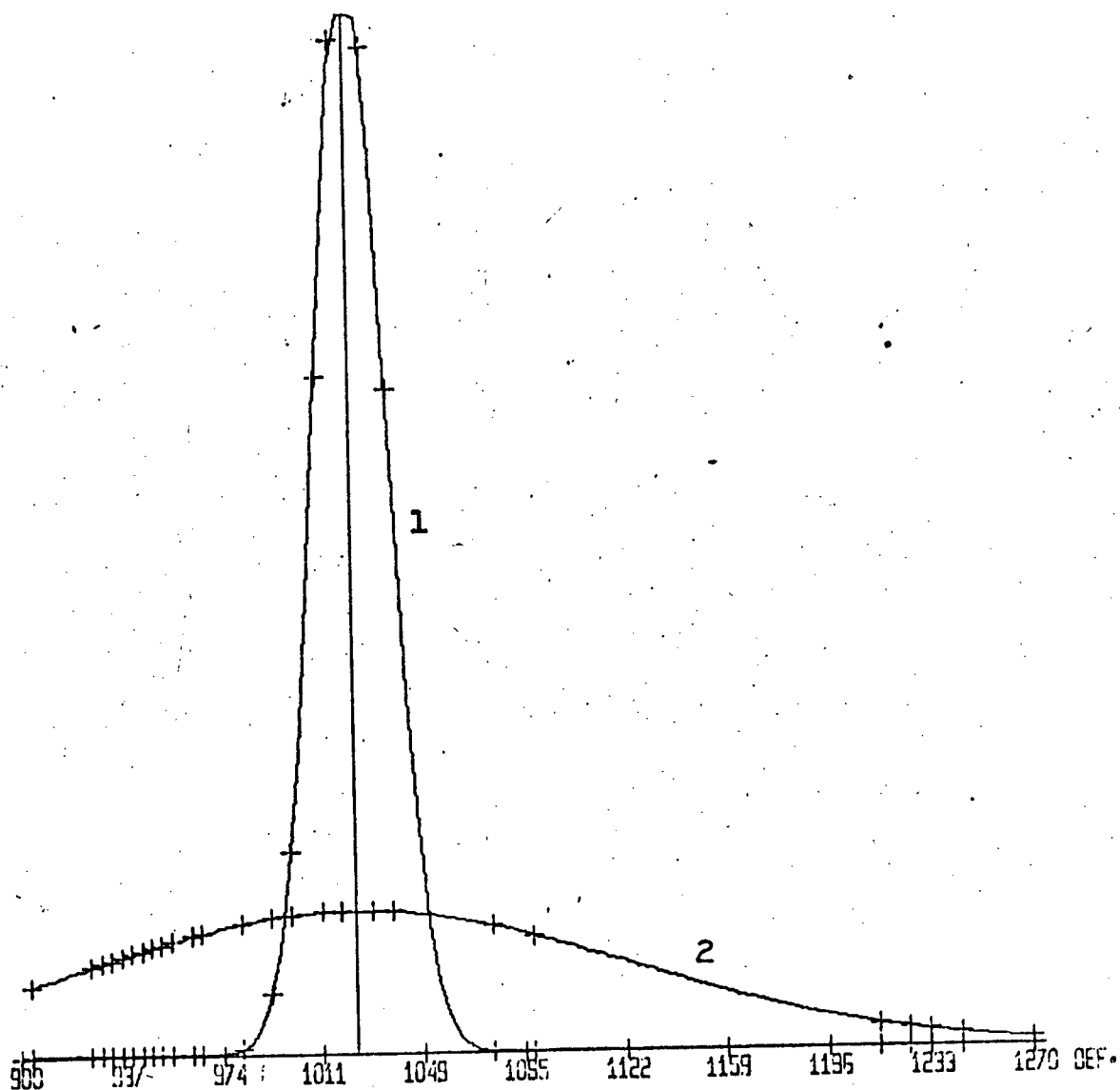


Figura 51: Curvas da distribuição das medidas. Curva 1 da amostra, curva 2 da população.

PONTO 4 - MODELO 332 - CARGA = 3.75 KG

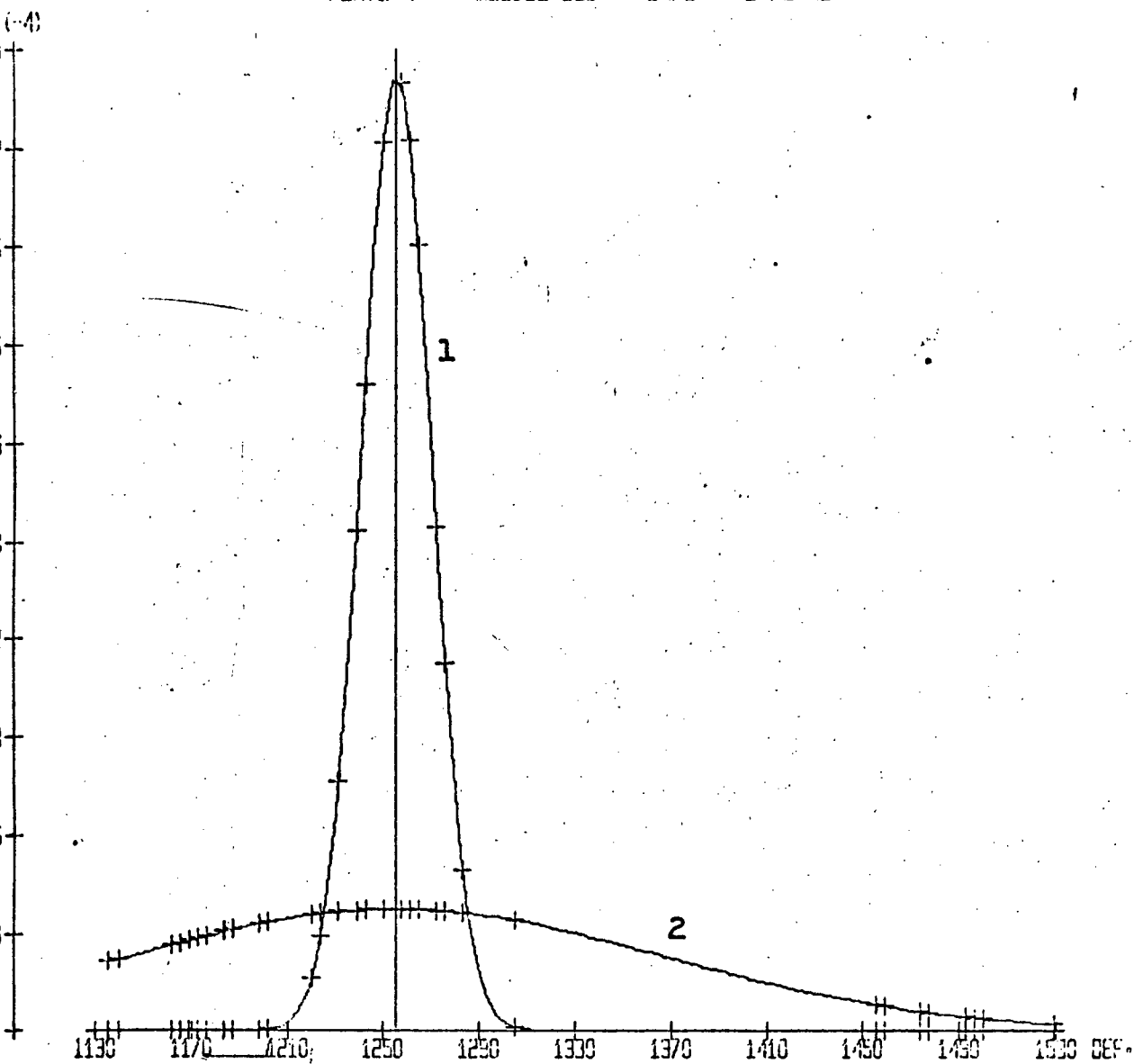


Figura 52: Curvas da distribuição das medidas. Curva 1 da amostra, Curva 2 da população.

PONTO 1 - METODO DE TARDOY - CARGA = 3.75 KG

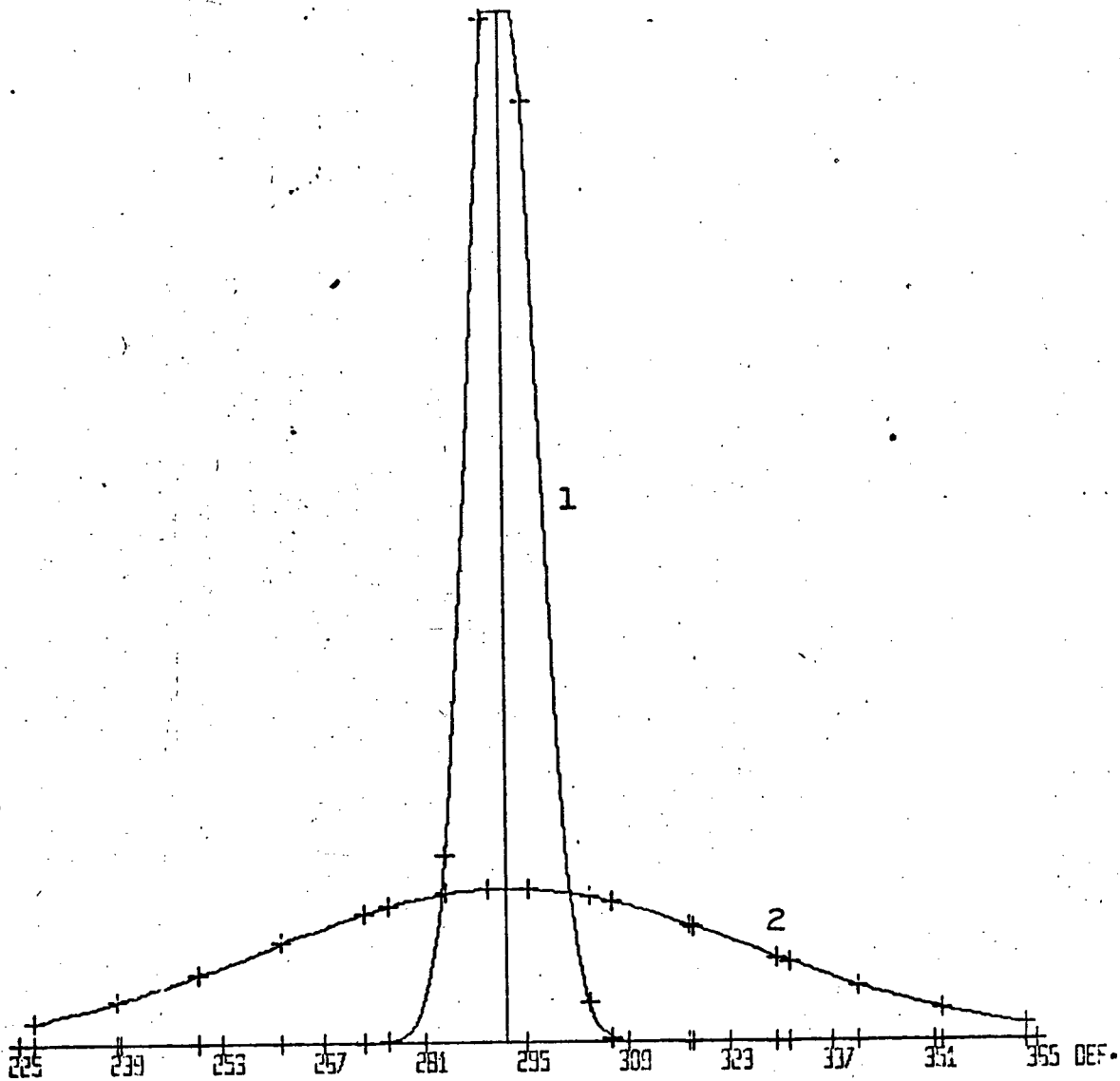


figura 53: Curvas da distribuição das medidas. Curva 1 da amostra, curva 2 da população.

PONTO 2 - METODO DE TARDY - CARGA = 3.75 KG

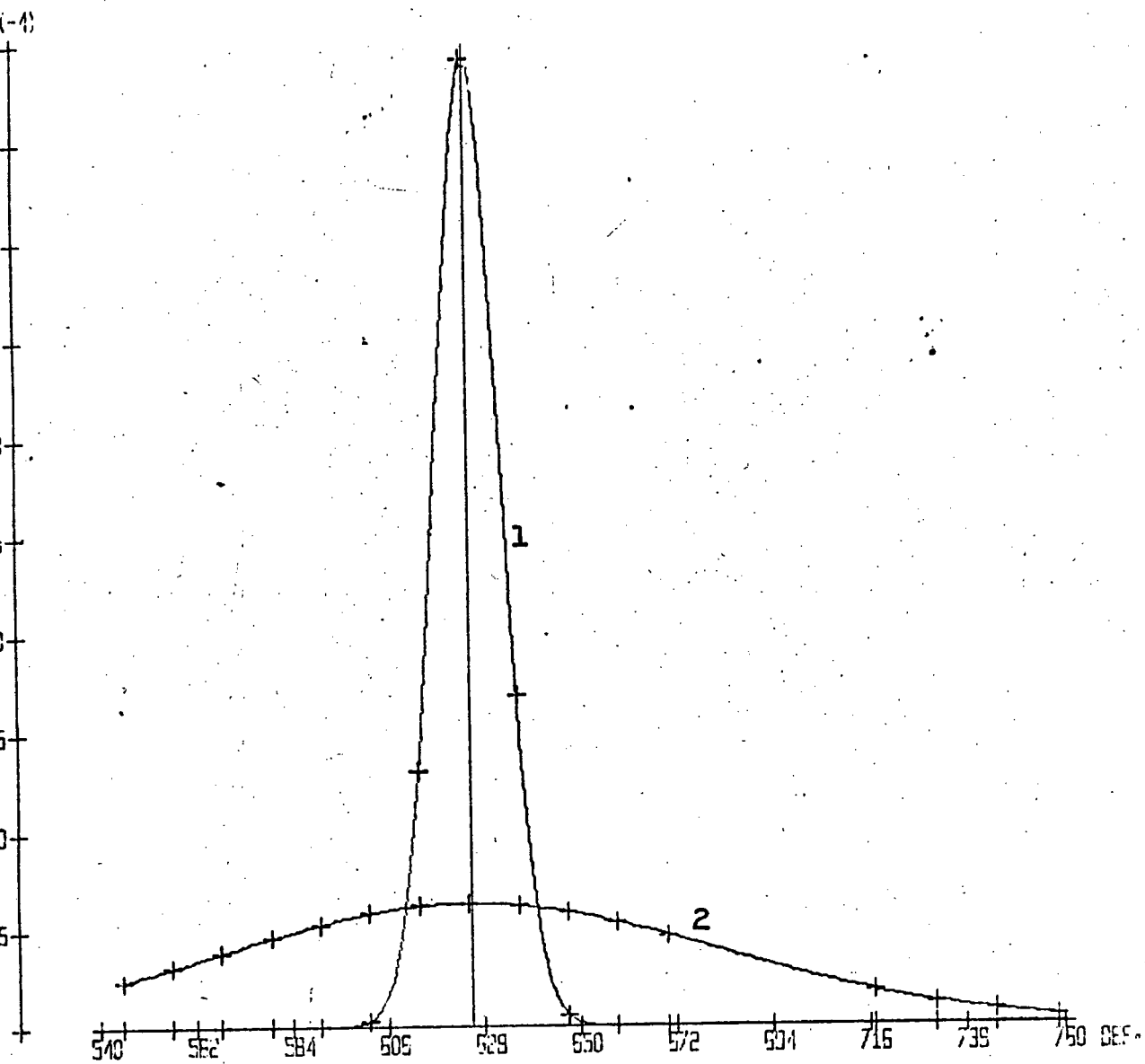


Figura 54: Curvas da distribuição das medidas. Curva 1 da amostra, curva 2 da população.

PONTO 3 - METODO DE TARBY - CARGA = 3,75 KG

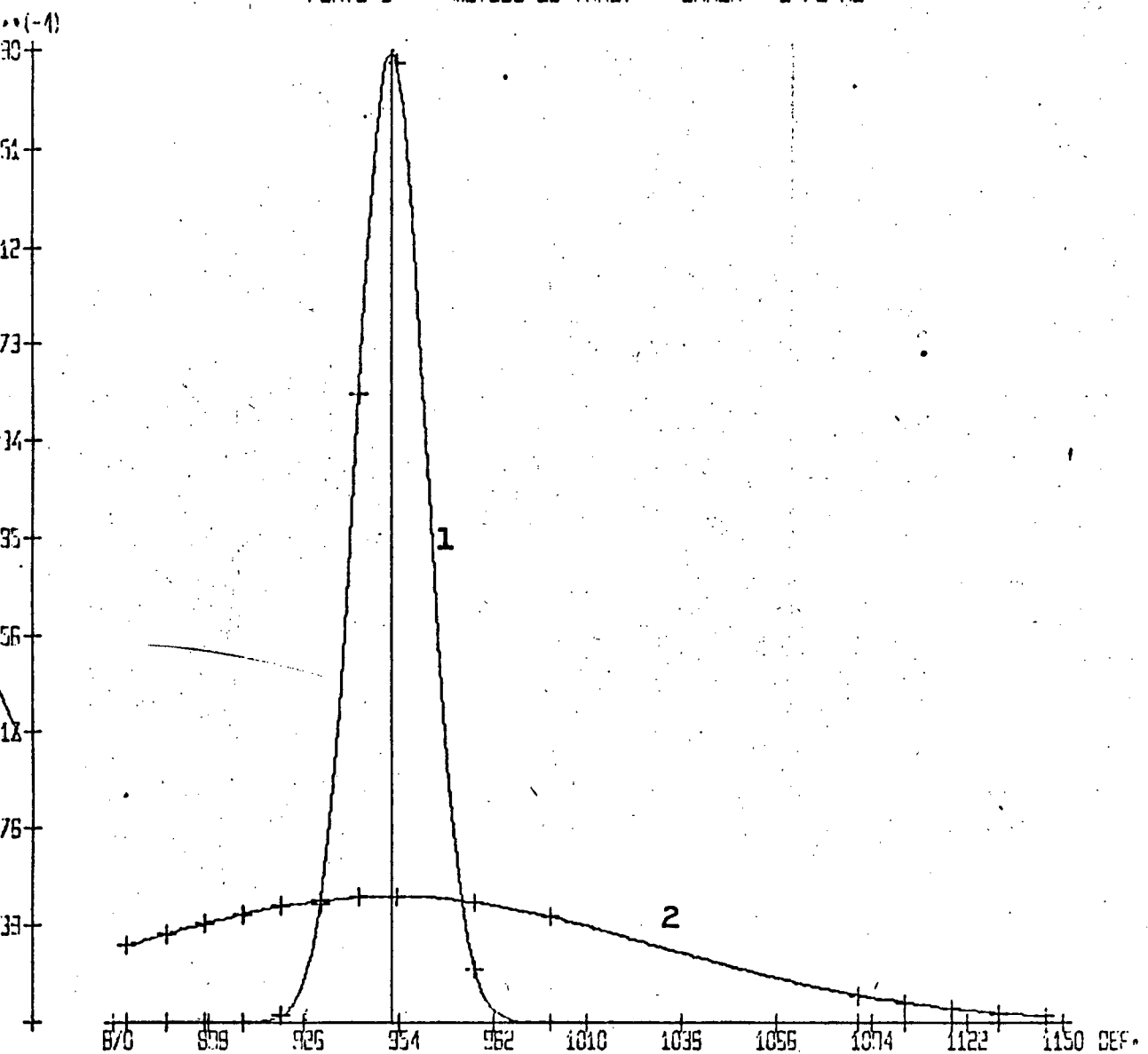


Figura 55: Curvas da distribuição das medidas. Curva 1 da amostra, curva 2 da população.

PONTO 4 - METODO DE TARDY - CARGA = 3.75 KG

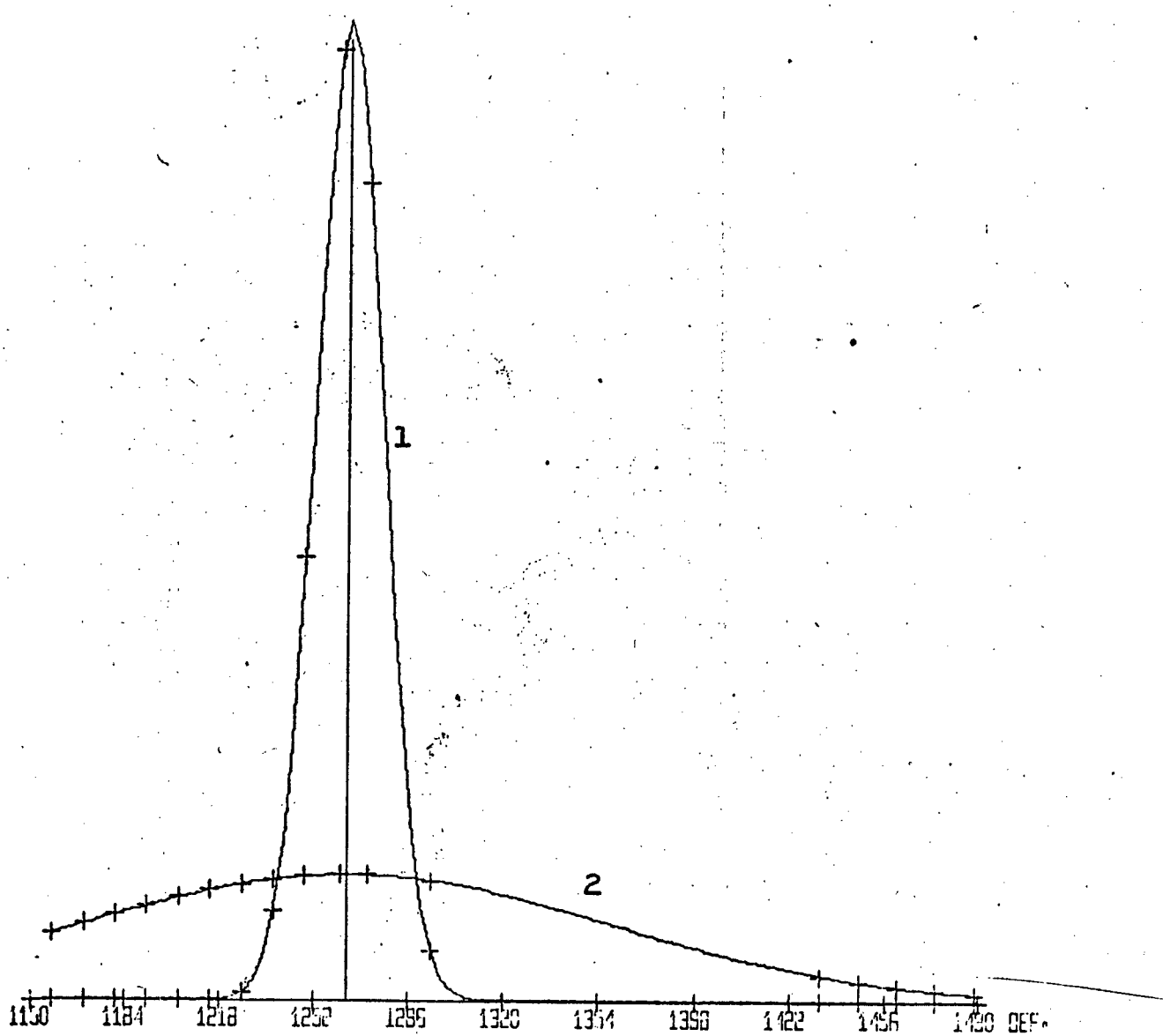


Figura 56: Curvas da distribuição das medidas. Curva 1 da amostra, curva 2 da população.

EXTENSOMETRO - PONTO 1 - CARGA 5.50 KG

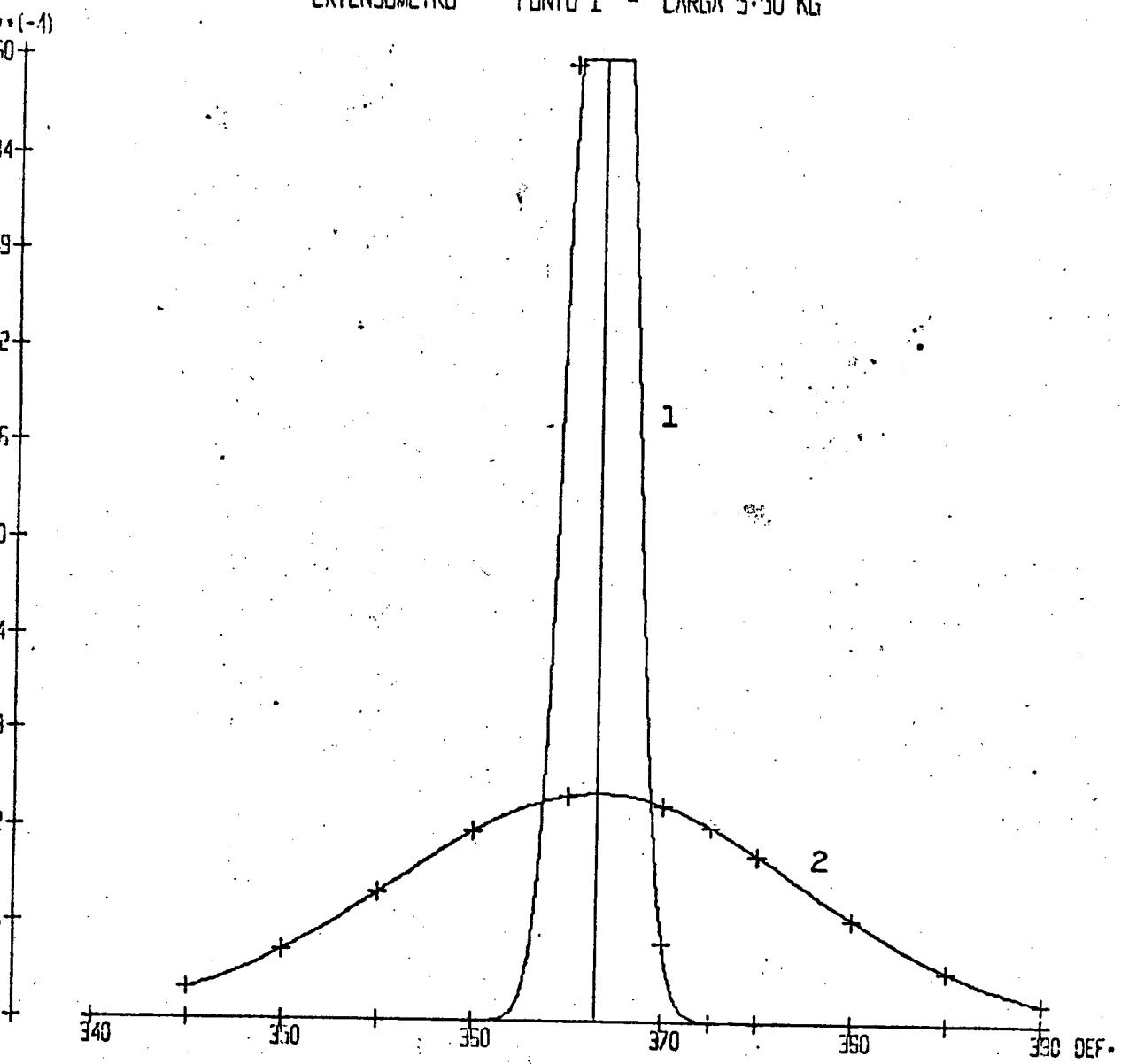


Figura 57: Curvas da distribuição das medidas. Curva 1 da amostra, curva 2 da população.

EXTENSOMETRO - PONTO 2 - CARGA 5.50 KG

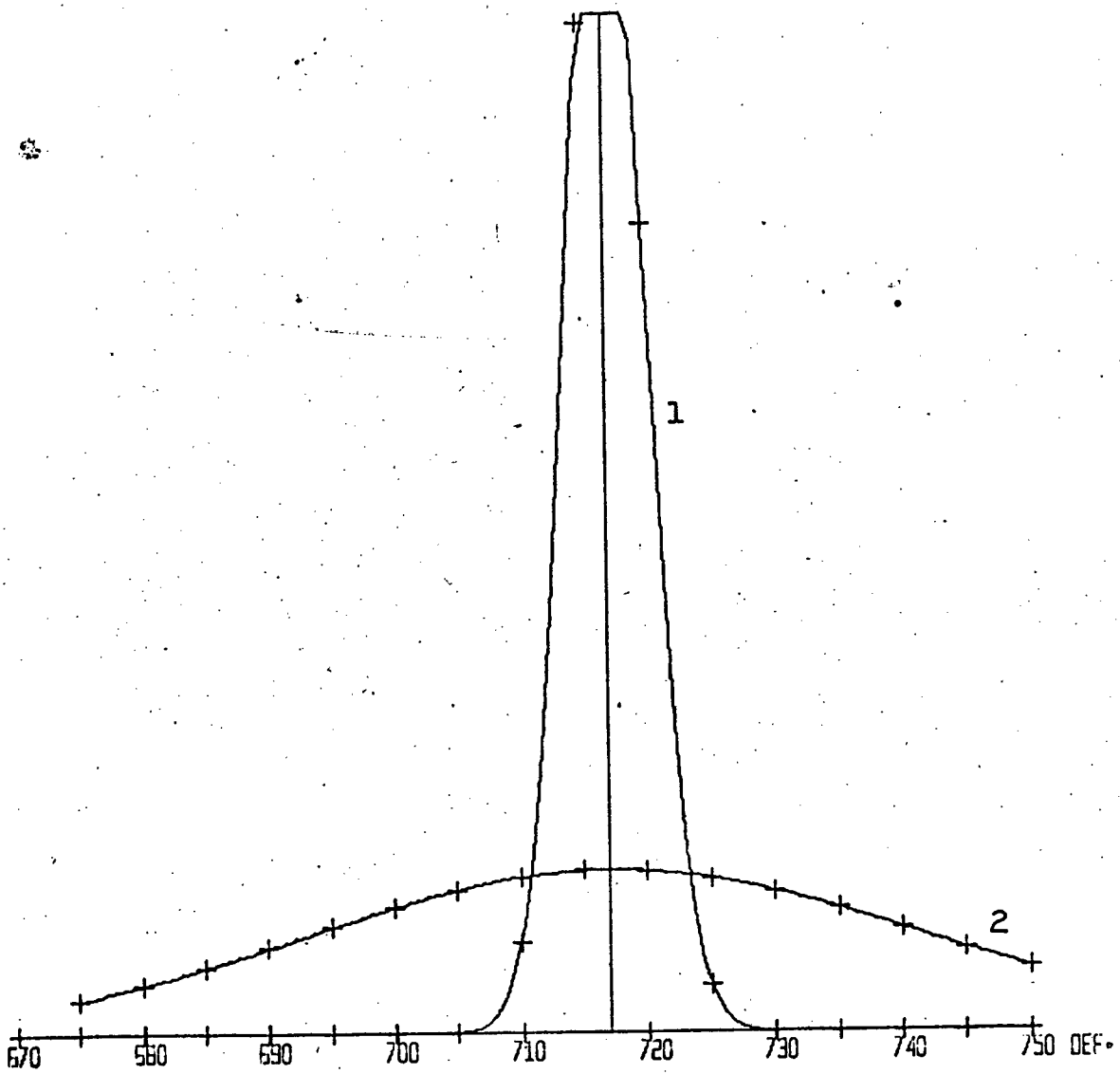


figura 58: Curvas da distribuição das medidas. Curva 1 da amostra, curva 2 da população.



EXTENSOMETRO - PONTO 3 - CARGA 5.50 KG

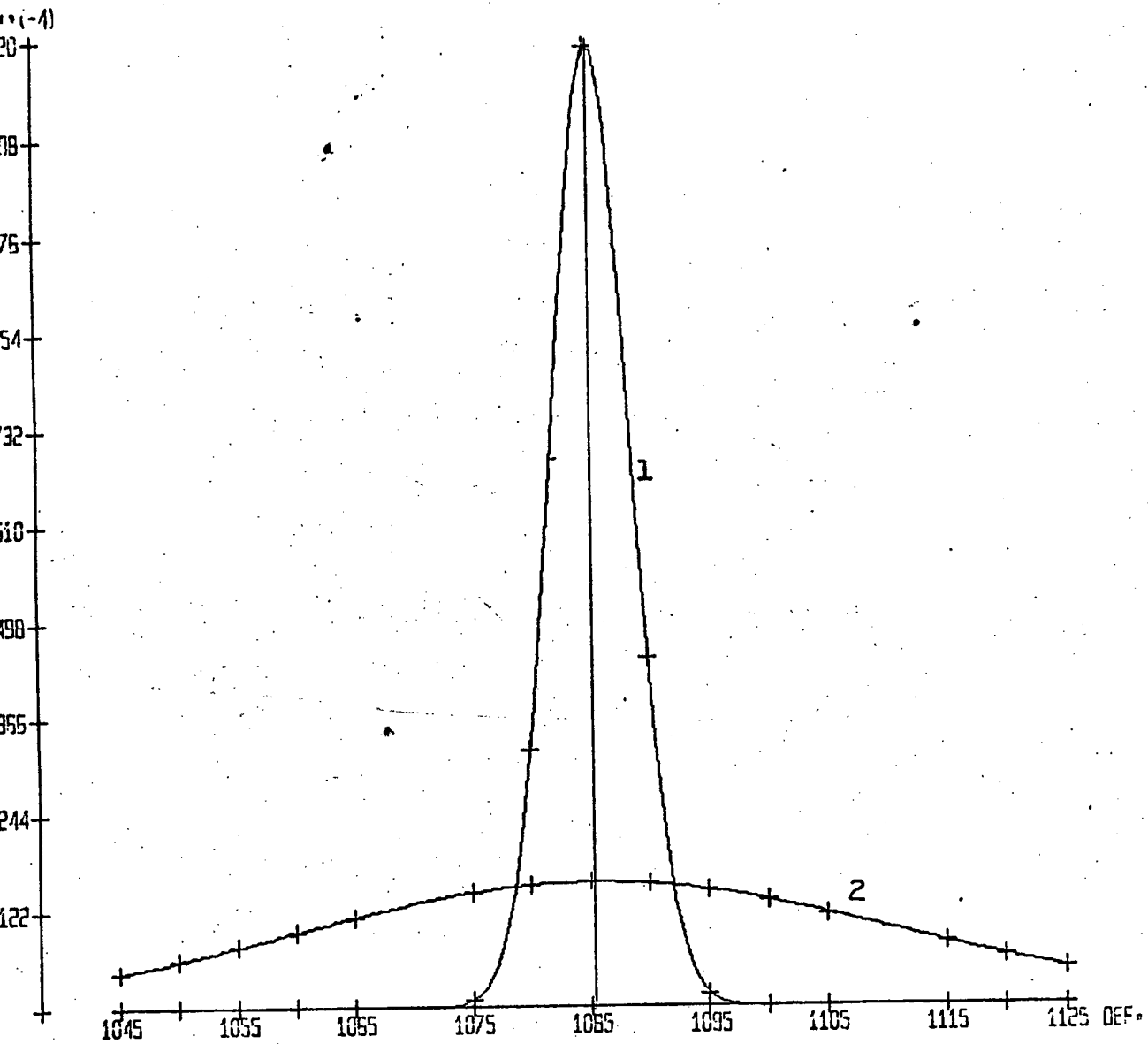


Figura 59: Curvas da distribuição das medidas. Curva 1 da amostra, curva 2 da população.

EXTENSOMETRO - PONTO 4 - CARGA 5.50 KG.

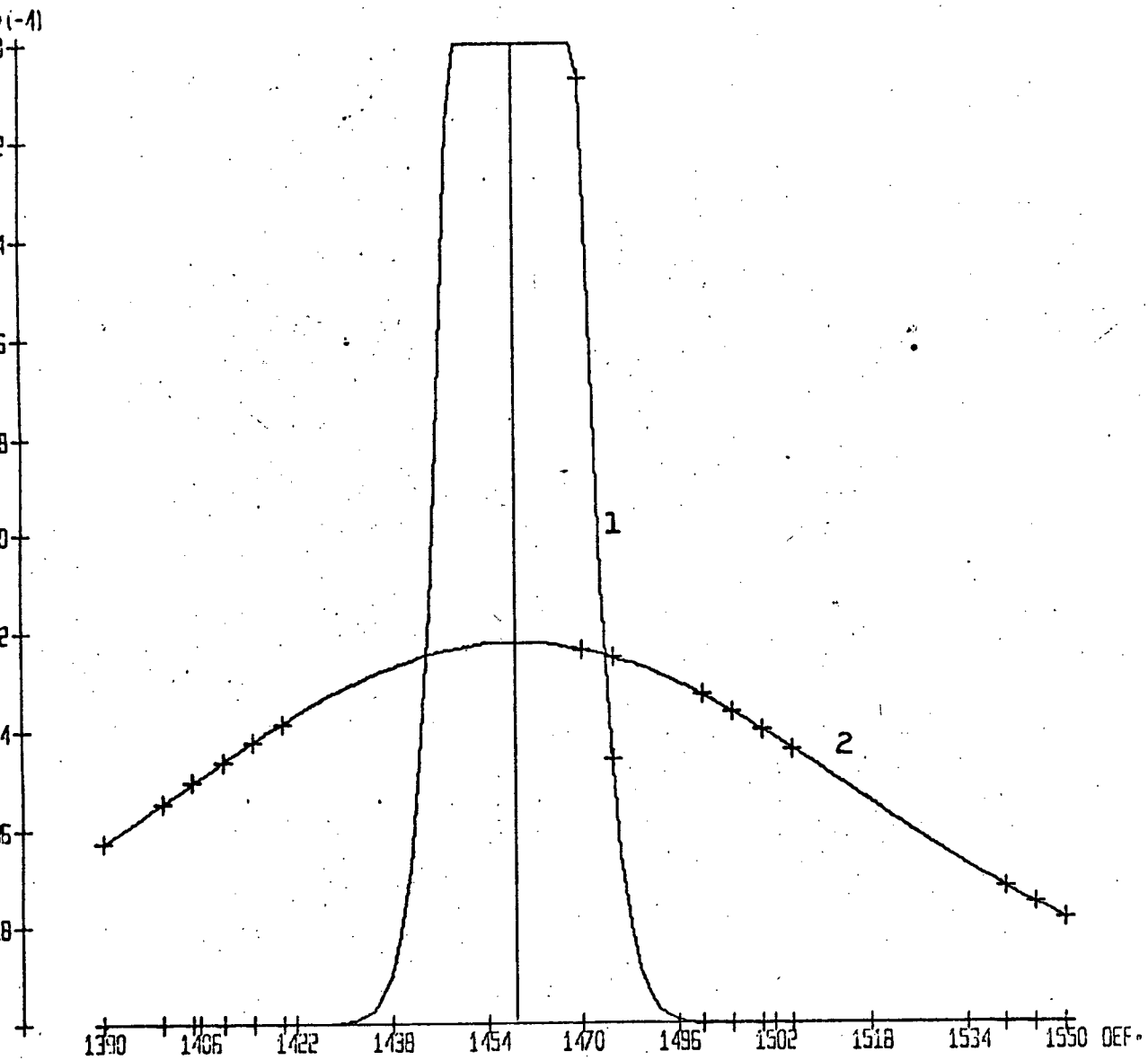


Figura 60: Curvas da distribuição das medidas. Curva 1 da amostra, curva 2 da população.

PONTO 1 - MODELO 232 - CARGA = 5.50 KG

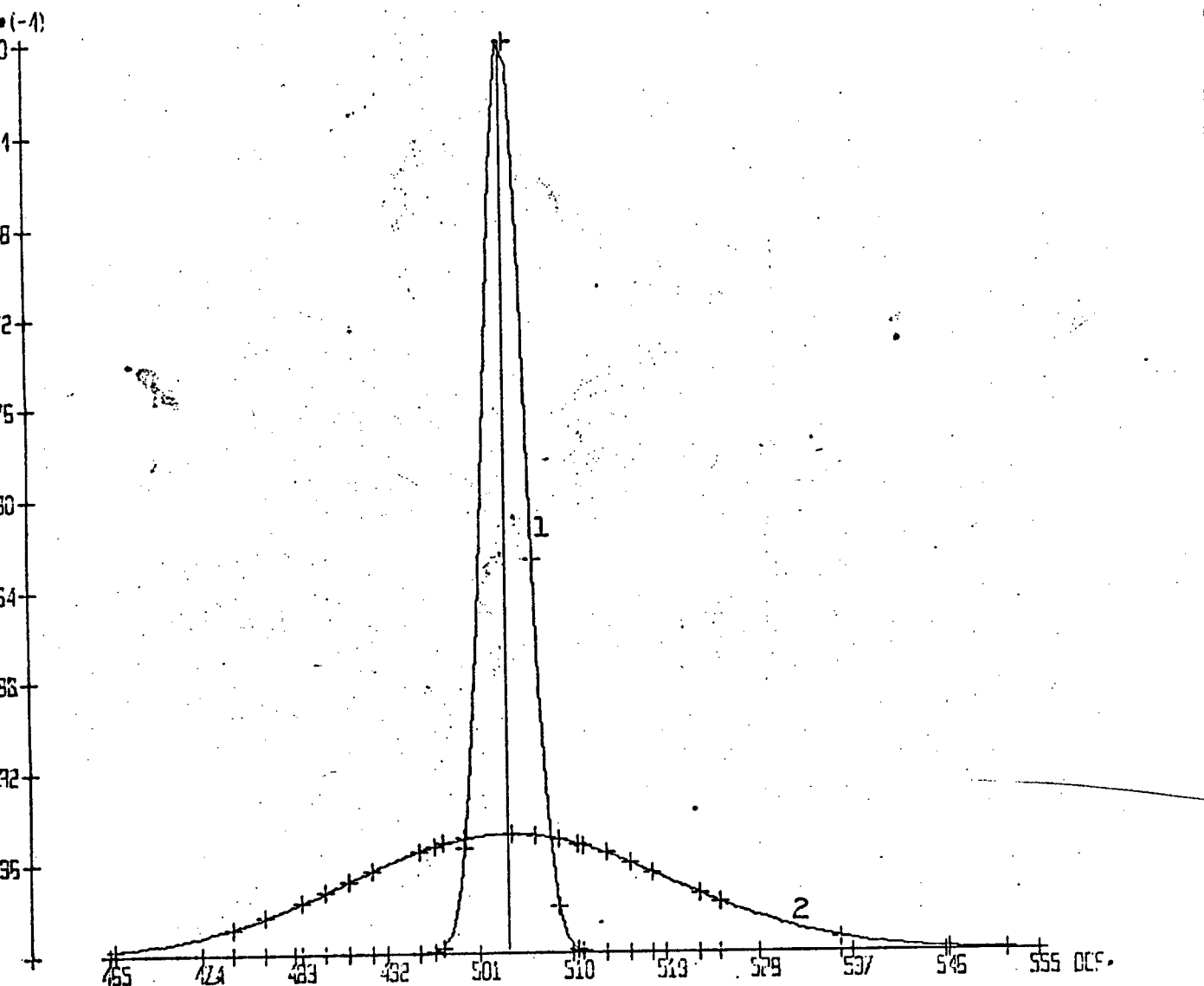


Figura 61: Curvas da distribuição das medidas. Curva 1 da amostra, curva 2 da população.

PONTO 2 - MODELO 232 - CARGA = 5.50 KG

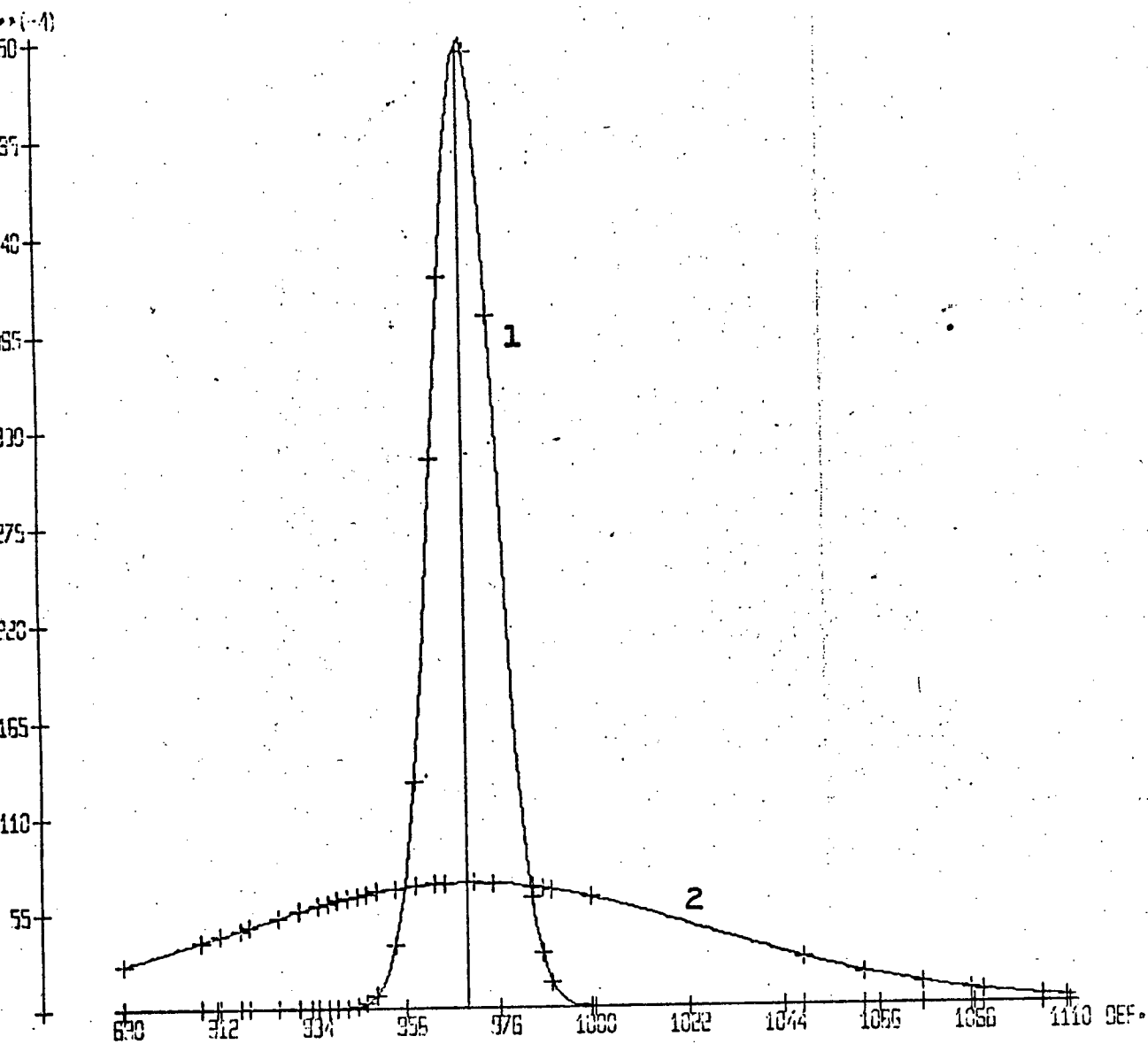


Figura:62: Curvas da distribuição das medidas. Curva 1 da amostra, curva 2 da população.

PONTO 3. - MODELO 232 - CARGA = 5.50 KG

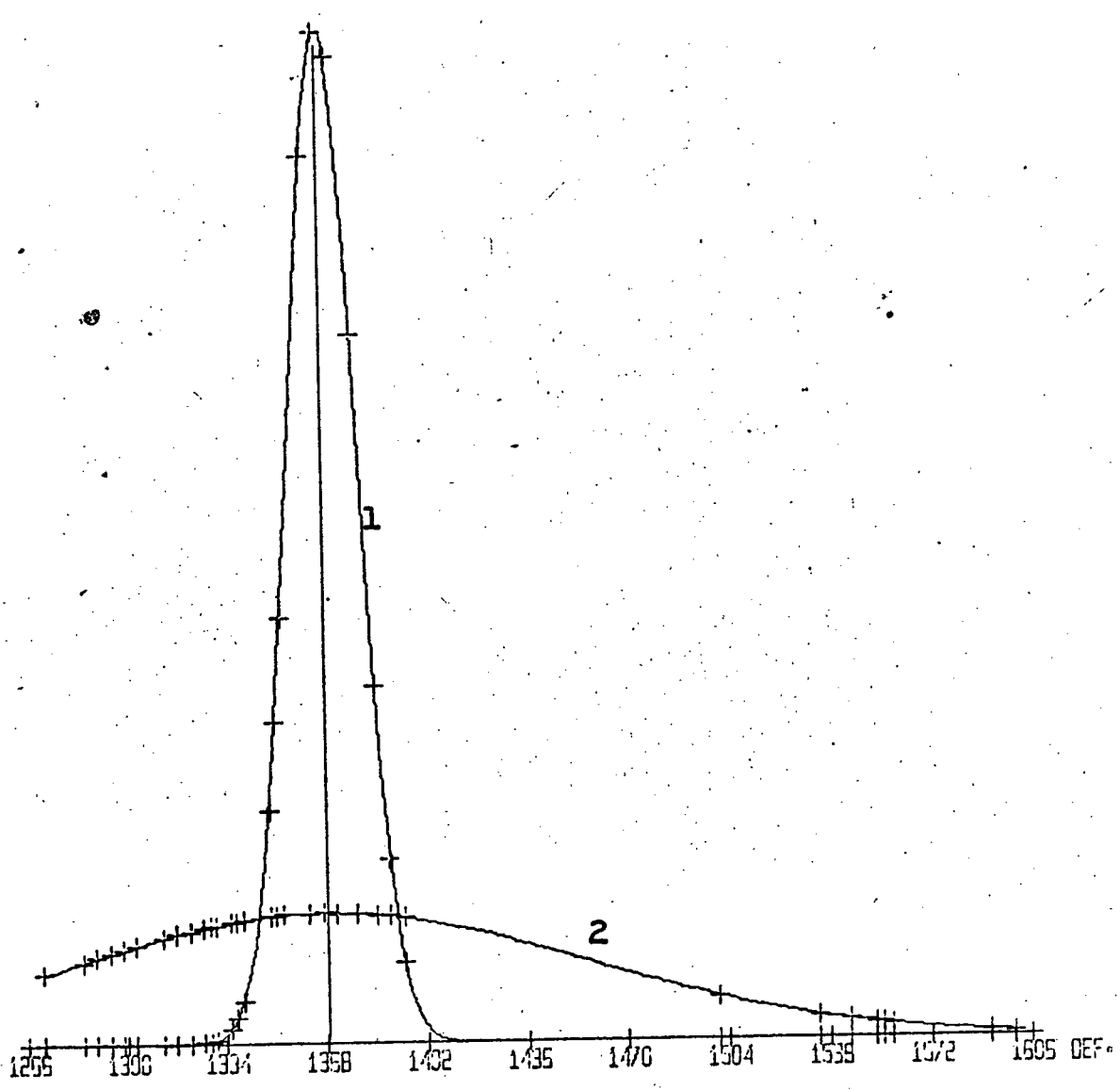


Figura 63: Curvas da distribuição das medidas. Curva 1 da amostra, curva 2 da população.

PONTO 4 - MODELO 232 - CARGA = 5.50 KG

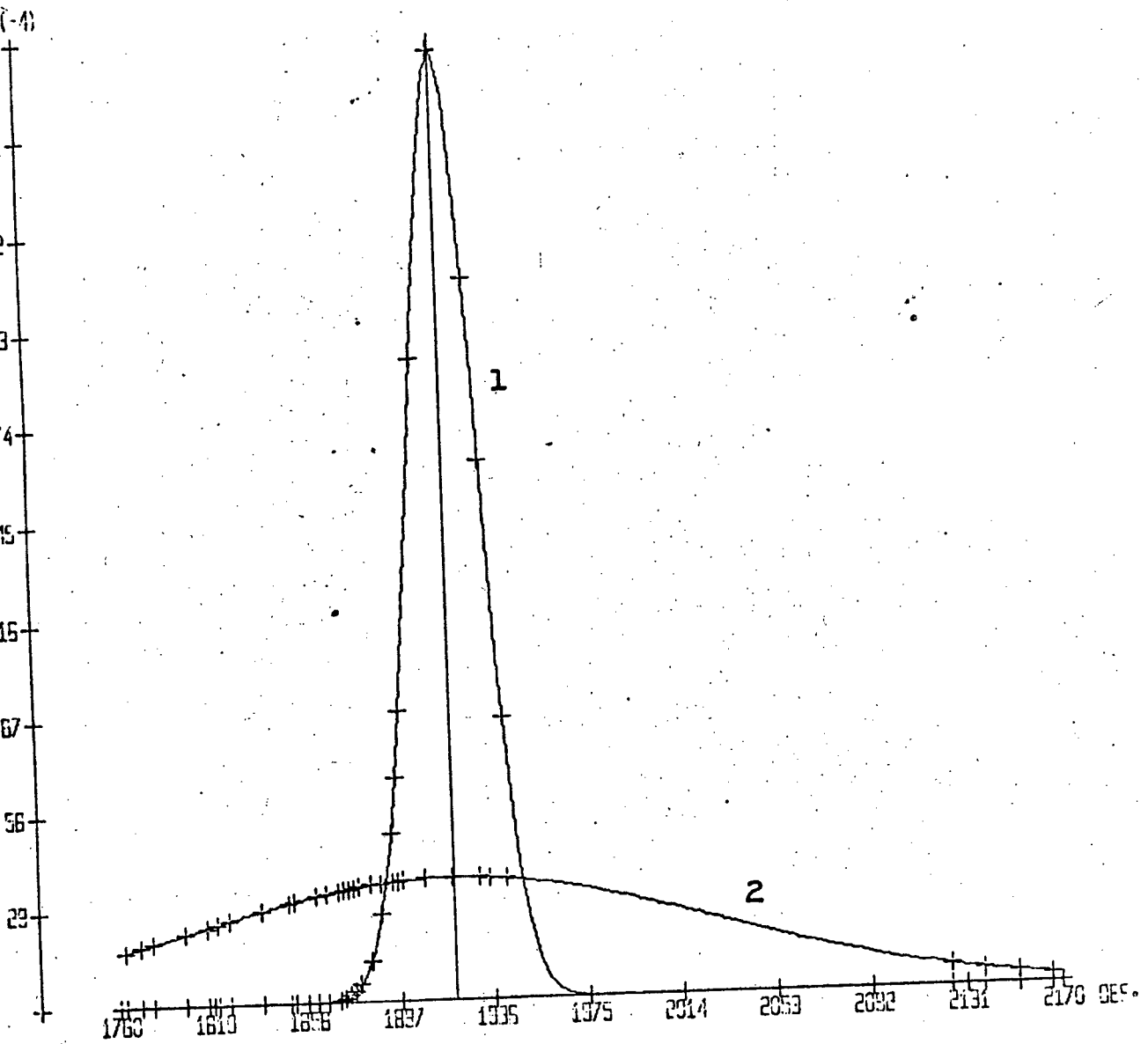
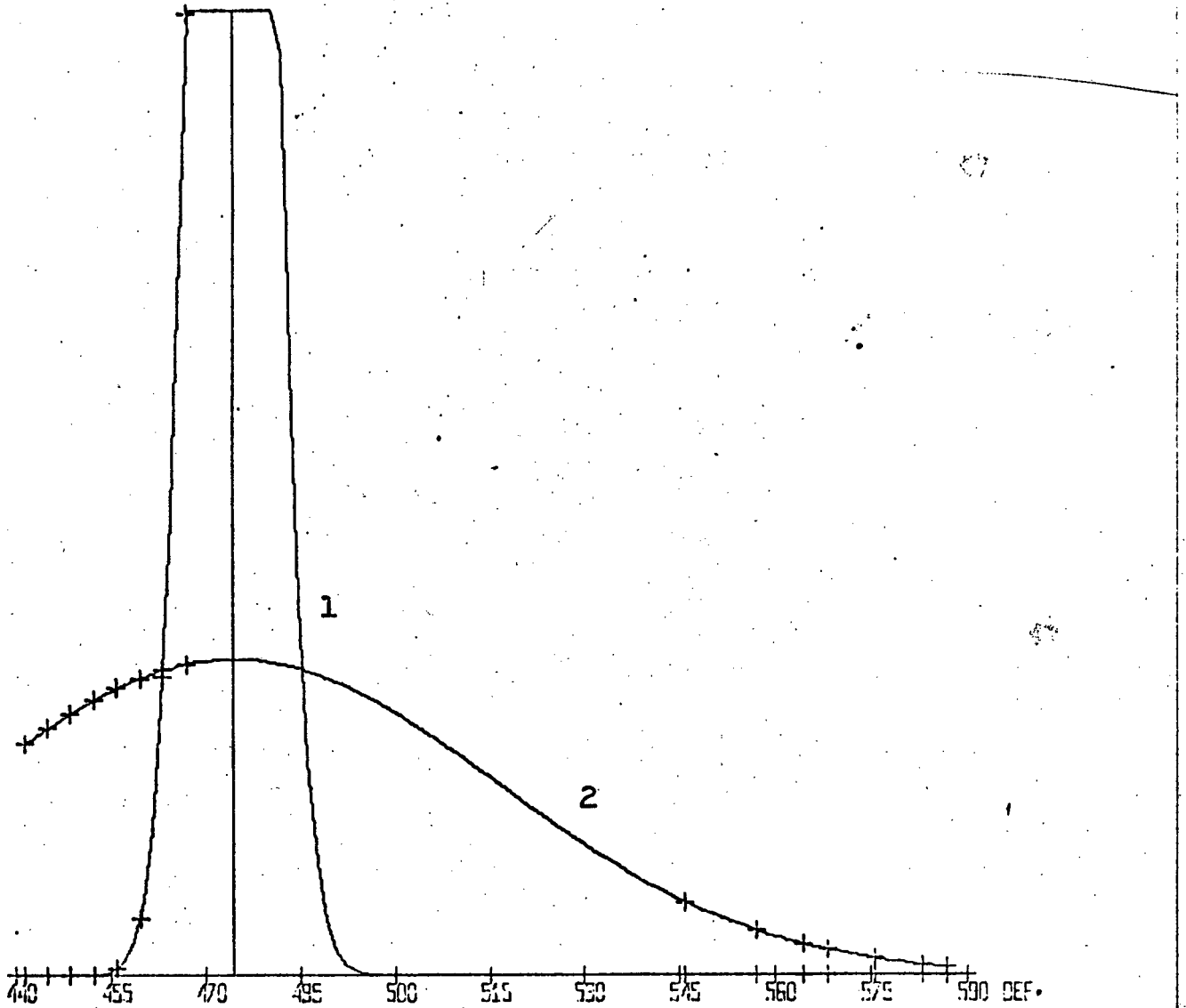


Figura 64: Curvas da distribuição das medidas. Curva 1 da amostra, curva 2 da população.

PONTO 1 - MODELO 332 - CARGA = 5.50 KG



Curva 65: Curvas da distribuição das medidas. Curva 1 da amostra, curva 2 da população.

PONTO 2 - MODELO 332 - CARGA = 5.50 KG

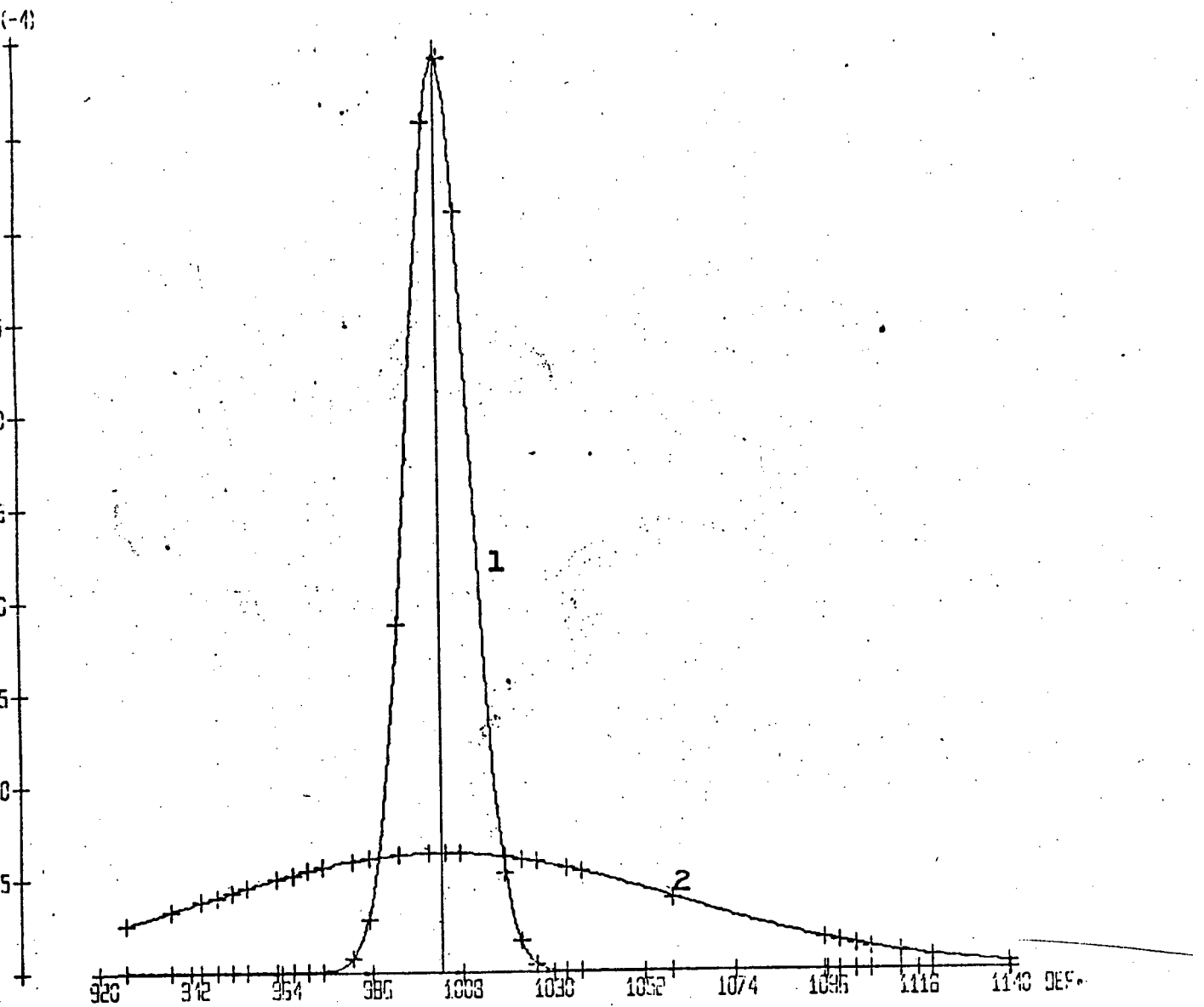


Figura 66: Curvas da distribuição das medidas. Curva 1 da amostra, curva 2 da população.



PONTO 3 - MODELO 332 - CARGA = 5.50 KG

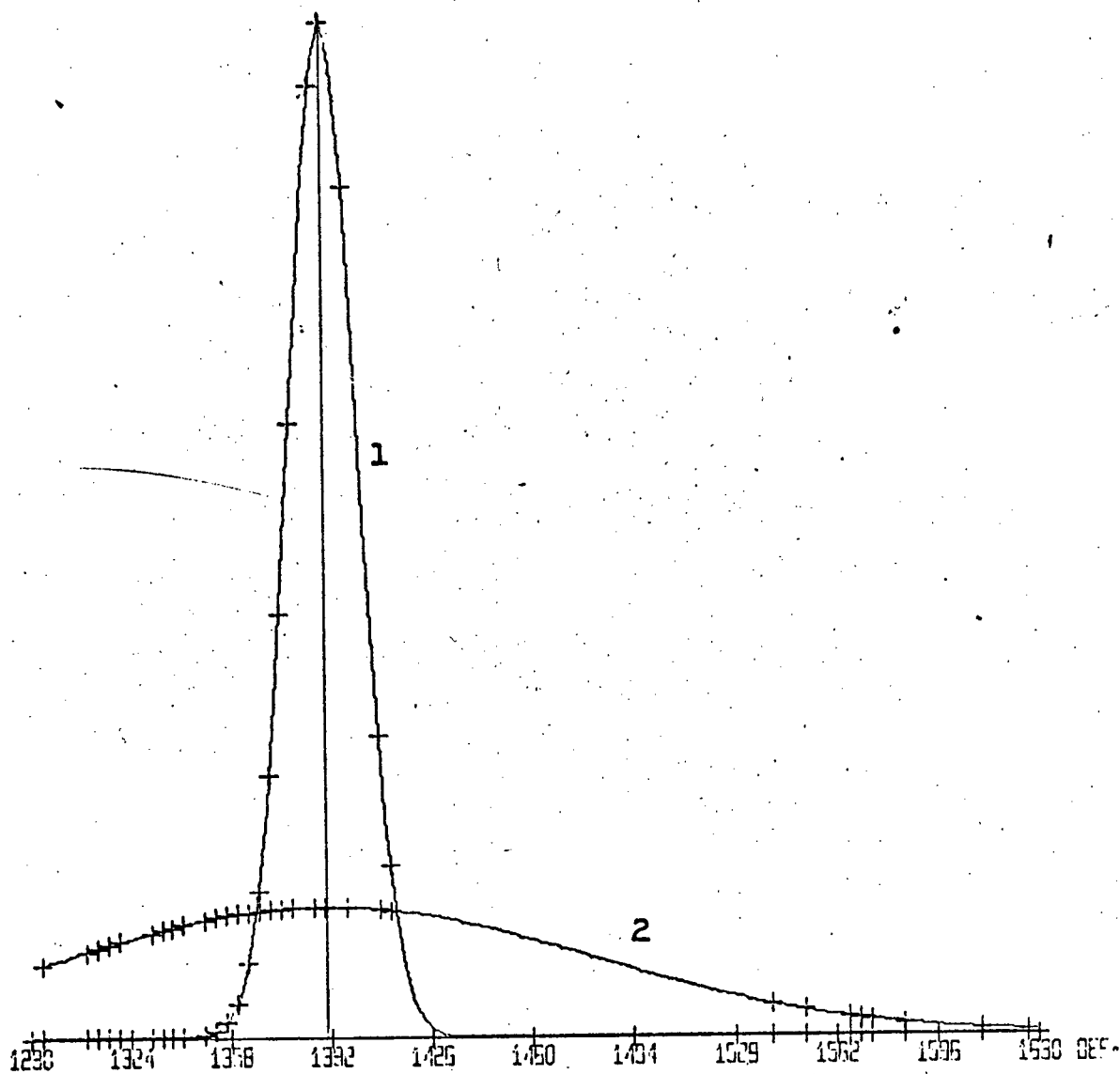


Figura 67: Curvas da distribuição das medidas. Curva 1 da amostra, curva 2 da população.

PONTO 4 - MODELO 332 - CARGA = 5.50 KG

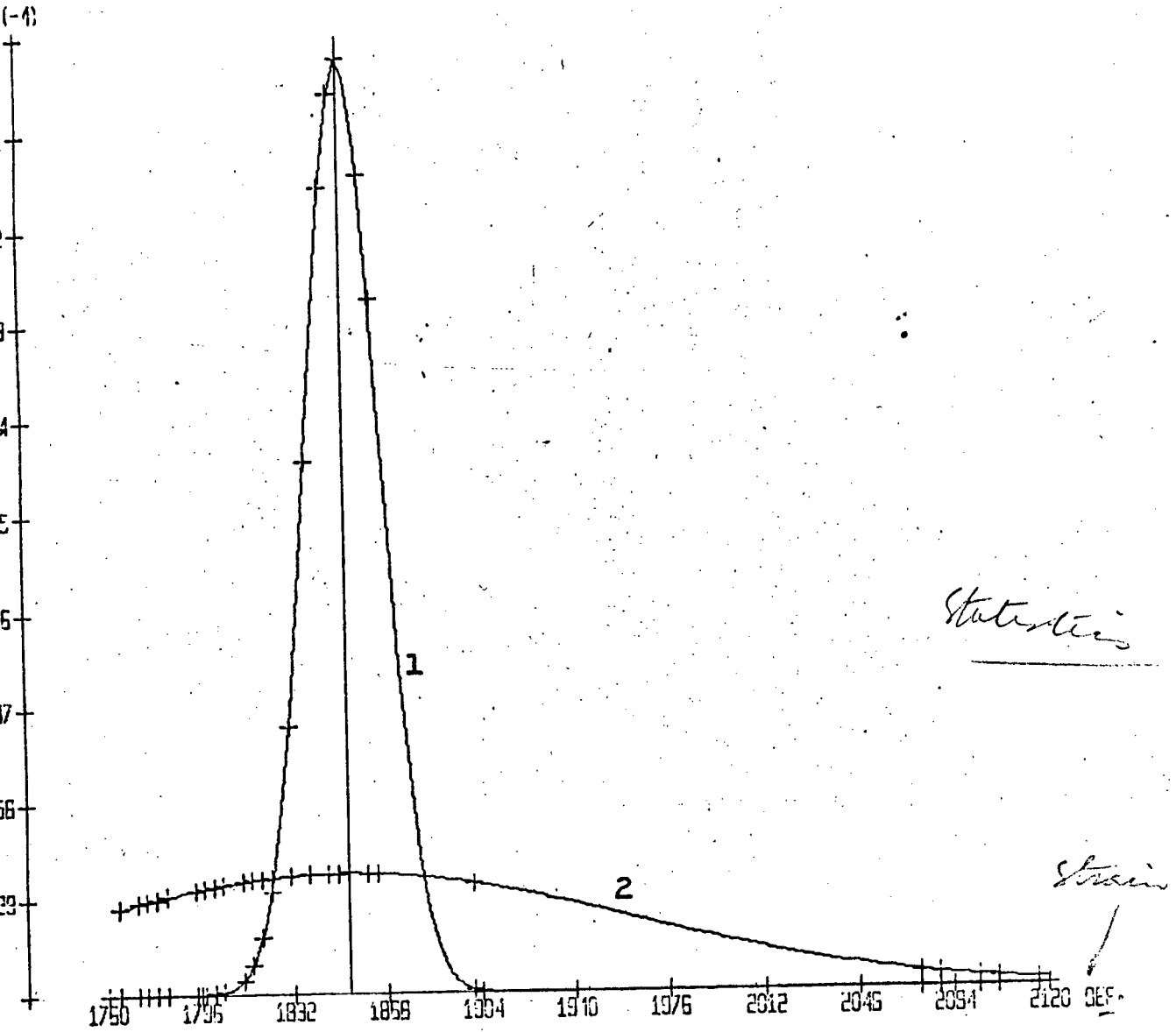


Figura 68: Curvas da distribuição das medidas. Curva 1 da amostra, curva 2 da população.

*measures*

PONTO 1 - METODO DE TARDY - CARGA = 5.50 KG

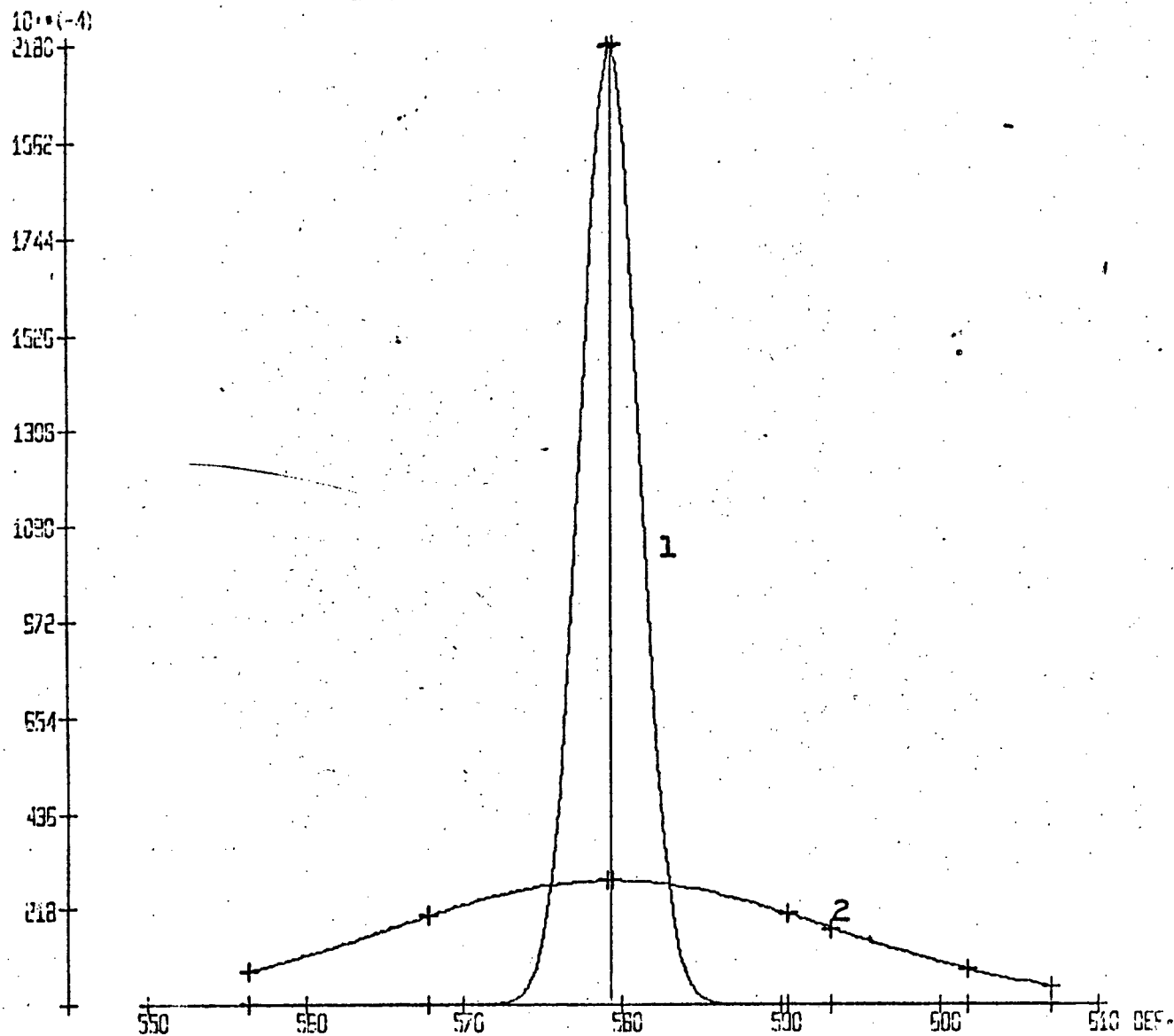


Figura 69: Curvas da distribuição das medidas. Curva 1 da amostra, curva 2 da população.

PONTO 2 - METODO DE TARDEY - CARGA = 5.50 KG

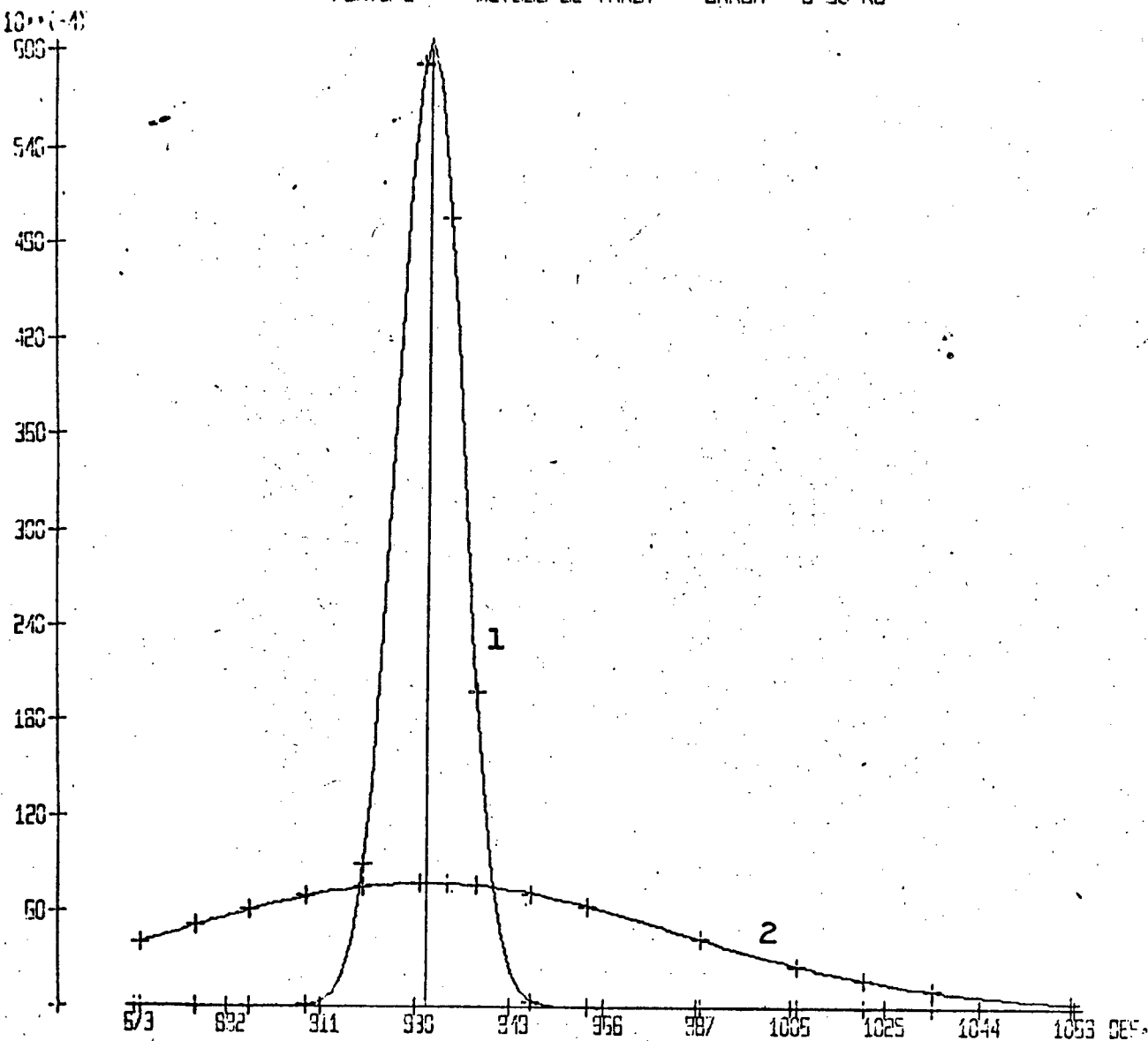


Figura 70: Curvas da distribuição das medidas. Curva 1 da amostra, curva 2 da população.

PONTO 3 - METODO DE TARDY - CARGA = 5.50 KG

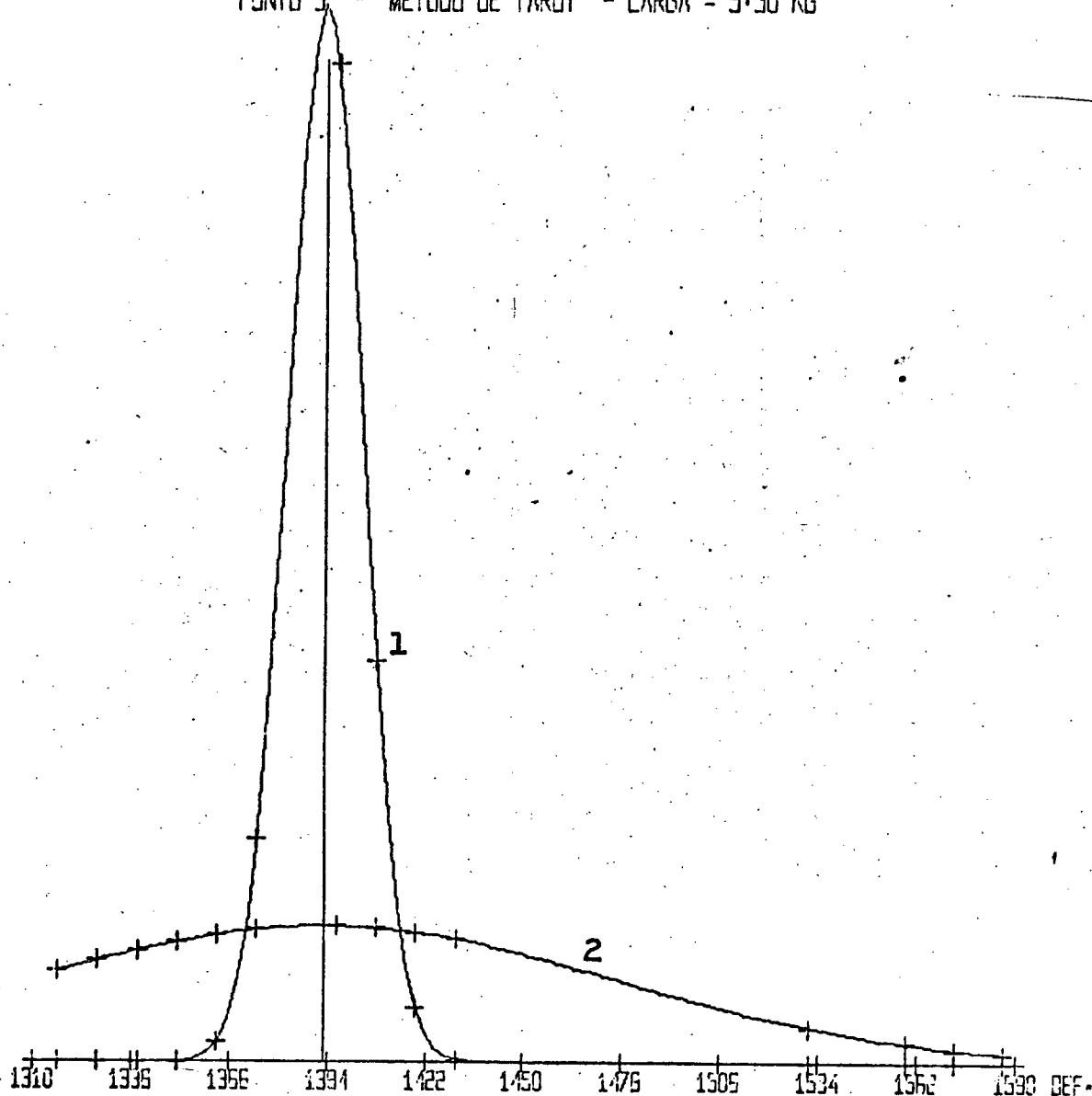


Figura 71: Curvas da distribuição das medidas. Curva 1 da amostra; curva 2 da população.

PONTO 4 - METODO DE TAROY - CARGA = 5.50 KG

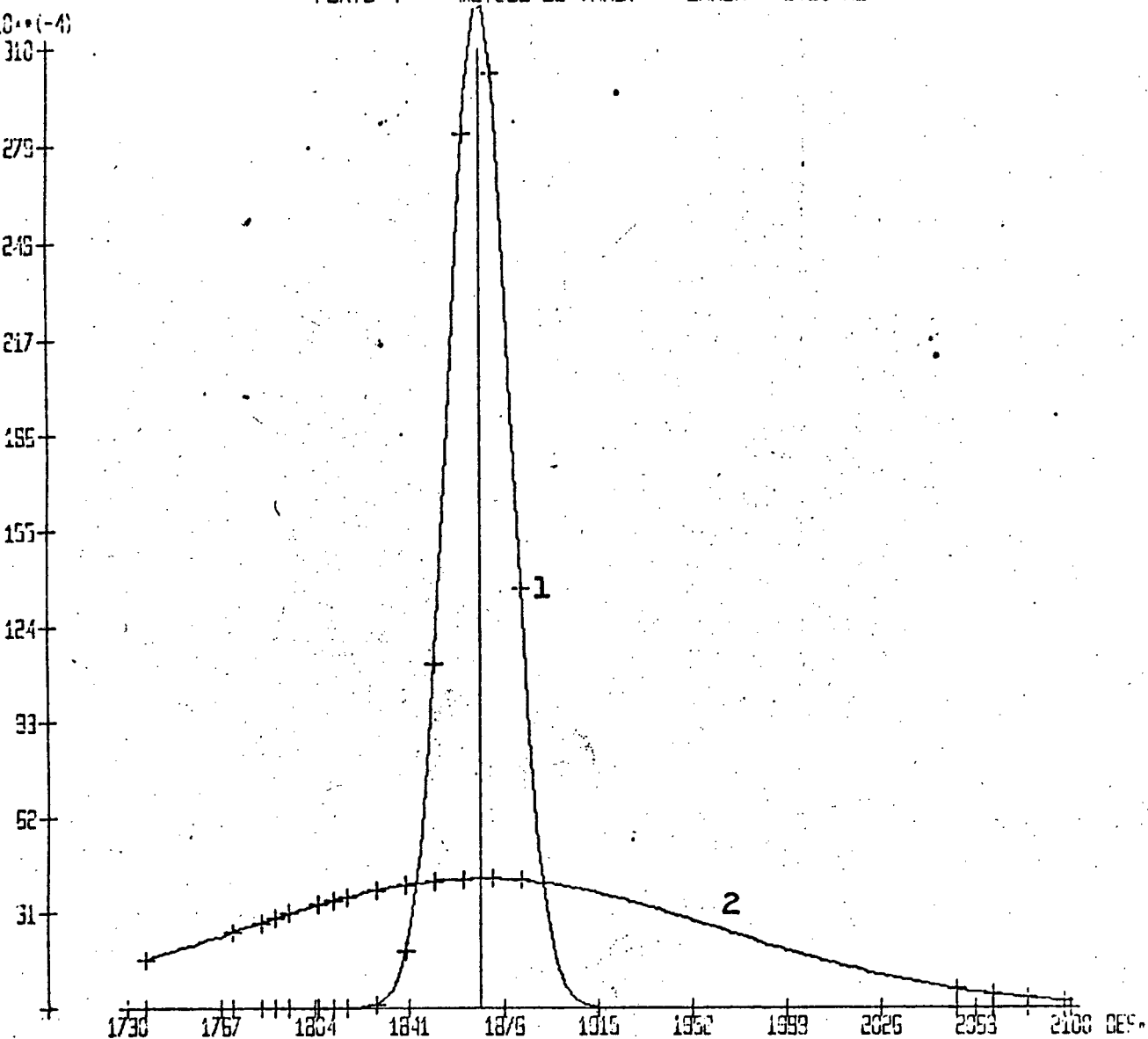


Figura 72: Curvas da distribuição das medidas. Curva 1 da amostra, curva 2 da população.

## NOMENCLATURA

a	= amplitude
A	= amplitude máxima
b	= Base
c	= Constante de Bridgman
E	= Módulo de elasticidade
f	= coeficiente de franja
G	= Volume
h	= espessura da placa de 1/4 de onda
K	= Fator de sensibilidade
K <sub>c</sub>	= Fator de sensibilidade do material condutor
K <sub>t</sub>	= Fator de sensibilidade transversal
K <sub>cor</sub>	= Fator de sensibilidade corrigido
L	= comprimento
n	= $n_1, n_2$ - índices de refração do material
N	= número de franjas
P	= Carga
r	= raio
r <sub>0</sub>	= fração de franja
R, R <sub>1</sub> , R <sub>2</sub>	= Resistência elétrica
s <sub>1</sub> , s <sub>2</sub>	= Raio de curvatura
S	= Área da secção transversal
S <sub>A</sub>	= Sensibilidade à deformação axial
S <sub>N</sub>	= Sensibilidade à deformação normal
S <sub>p</sub>	= Sensibilidade da ponte
t <sub>p</sub>	= espessura da peça
t <sub>r</sub>	= espessura do revestimento
T	= período
V	= Velocidade da luz
V, V <sub>0</sub>	= Diferença de tensão elétrica
W	= Velocidade angular

$\delta$	=	Retardo linear
$\Delta$	=	Retardo angular
$\epsilon$	=	Deformação específica
$\epsilon_L$	=	Deformação específica longitudinal
$\epsilon_t$	=	Deformação específica transversal
$\lambda$	=	Comprimento de onda
$\mu$	=	Coefficiente de Poisson
$\rho$	=	Resistividade
$\sigma_1, \sigma_2$	=	Tensões principais



REFERENCIAS

1. T. Potma, " Strain Gauges Theory and application", ( Illife Book Ltd., Netherlands, 1967).
2. J.W.Dally, W.F. Riley, " Experimental Stress Analysis", ( Kogakusha Co.Ltd., Japan, 1966).
3. F.Zandman, S.S. Redner, E.I. Riegner, " Reinforcing Effect of Birefringent Coatings", ( Proceedings of the Society for Experimental Stress Analysis, U.S.A., Volume XIX, No 1, pg. 55 - 64, 1962).
4. A.H. Bowker, G.J. Lieberman, " Engineering Statistics", ( Prentice-Hall, Inc., U.S.A. , 1959).
5. G.S. Holister, " Experimental Stress Analysis" (Cambridge University Press, 1967).
6. Photolastic Inc., "Instruction Manual for 030 Series Reflection Polaroscope".
7. Philips, "Guide to Strain Gauges".
8. C.C. Perry, H.R. Lissner, "The Strain Gage Primer", McGraw-Hill Book Company, U.S.A., 1962).
9. M.M. Frocht, " Fotoelasticidad", (Ediar Soc. Anon. Editores, Buenos Aires, 1950).

Tese apresentada aos Srs.:

---

---

---

---

Visto e permitida a impressão  
Florianópolis, \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_

---

Coordenador dos Programas de Pós-Graduação e Pesquisas do Centro Tecnológico.