



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO TECNOLÓGICO - CTC
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA - EMC

Aplicação de Deep Learning para a Recuperação de Partículas Fora do Plano em Medições de PTV

Autor: Beatrice Koerich Schmidt de Carvalho
Orientador: Prof. Rafael Franklin Lázaro de Cerqueira

Florianópolis - SC
2026

RESUMO

O presente trabalho propõe uma metodologia baseada em deep learning para a recuperação da visibilidade de partículas em medições de Velocimetria por Rastreamento de Partículas (PTV, do inglês *Particle Tracking Velocimetry*) afetadas pelo movimento para fora do plano de medição. Em escoamentos rotativos confinados, como o escoamento de Taylor–Couette, componentes de velocidade normais ao plano de imagem provocam a perda de intensidade das partículas quando estas deixam a folha de laser de espessura finita. Para investigar o problema de forma controlada, imagens sintéticas de PIV/PTV foram geradas a partir de um campo de velocidade de referência obtido por simulação CFD monofásica de Taylor–Couette (ANSYS Fluent v19), com deslocamentos das partículas calculados por interpolação das componentes locais de velocidade. Diferentes configurações de folha de laser (fina, intermediária e espessa) foram consideradas, e ruído foi adicionado para emular a degradação experimental. Uma arquitetura U-Net foi treinada como um modelo de reconstrução imagem-a-imagem, tendo como entrada a imagem degradada e como alvo a imagem de referência sem atenuação. Os resultados preliminares mostram que as imagens sintéticas reproduzem a perda de intensidade esperada, especialmente próximo ao cilindro interno, e que a U-Net é capaz de recuperar parte da visibilidade das partículas, atuando como uma etapa de pré-processamento compatível com algoritmos convencionais de rastreamento.

Palavras-chave: PTV; PIV; U-Net; reconstrução de imagens; rastreamento de partículas; escoamento de Taylor–Couette.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	5
2. MATERIAIS E MÉTODOS	7
2.1 Campo de velocidade de referência	7
2.2 Geração das imagens sintéticas	8
2.3 Reconstrução de imagens baseada em U-Net	8
3. RESULTADOS E DISCUSSÃO	9
3.1 Pares de imagens sintéticas sob diferentes configurações de folha de laser	9
3.2 Resultados da reconstrução por U-Net	10
4. CONCLUSÃO	11
4.1 Avaliação da aluna em relação aos benefícios da IC no seu aprendizado e formação científica	12
5. AGRADECIMENTOS	13
6. REFERÊNCIAS	13

1. INTRODUÇÃO

A aquisição de campos de velocidade transientes e espacialmente resolvidos é essencial para a investigação de escoamentos em mecânica dos fluidos experimental. Técnicas ópticas de medição, como a Velocimetria por Imagem de Partículas (PIV, do inglês *Particle Image Velocimetry*) e a Velocimetria por Rastreamento de Partículas (PTV, do inglês *Particle Tracking Velocimetry*), tornaram-se ferramentas consolidadas devido à sua natureza não intrusiva e à capacidade de fornecer informação quantitativa sobre as estruturas do escoamento em domínios extensos. Essas técnicas são particularmente relevantes em escoamentos confinados e rotativos, nos quais fortes gradientes de velocidade, movimentos secundários e efeitos tridimensionais podem surgir. Em escoamentos de Taylor–Couette e Taylor–Couette–Poiseuille, por exemplo, medições de PIV têm sido amplamente empregadas para caracterizar estruturas de vórtices, regimes de escoamento ondulado e a influência de um fluxo axial imposto (Wereley e Lueptow, 1999; Akonur e Lueptow, 2003; Berrich *et al.*, 2015).

Apesar dessas vantagens, a acurácia das medições de PIV/PTV pode ser fortemente afetada pela qualidade das imagens, pela detectabilidade das partículas, pelo ruído óptico e pelo movimento das partículas perpendicular ao plano de medição. Nos últimos anos, o deep learning emergiu como uma alternativa promissora para aprimorar a velocimetria baseada em imagens. Uma parte significativa desse desenvolvimento concentrou-se na estimativa direta de campos de deslocamento ou de velocidade a partir de pares de imagens de partículas. Trabalhos iniciais propuseram redes neurais convolucionais para substituir ou complementar o processamento PIV convencional baseado em correlação (Lee *et al.*, 2017; Cai *et al.*, 2019). Abordagens mais recentes incorporaram arquiteturas inspiradas em *optical flow*, redes recorrentes, mecanismos de atenção e estratégias de aprendizado não supervisionado (Zhang *et al.*, 2023). Contudo, esses métodos deslocam o problema de medição de uma tarefa de processamento de imagens e estimativa de deslocamento para um problema de regressão fim-a-fim, no qual a interpretação física das etapas intermediárias pode ser menos direta.

Uma linha de pesquisa menor, porém altamente relevante, considera o deep learning como uma ferramenta de pré-processamento de imagens antes da aplicação dos algoritmos convencionais de PIV/PTV. Nesse contexto, redes neurais são utilizadas para realçar, restaurar ou segmentar imagens de partículas, enquanto a estimativa final de velocidade permanece baseada em procedimentos consagrados de velocimetria. Fan *et al.* (2023) propuseram uma estratégia de

pré-processamento baseada em deep learning para melhorar a qualidade de imagens PIV antes da análise por correlação cruzada, e Oh *et al.* (2021) empregaram uma abordagem de deep learning para tratar o borramento de movimento em imagens PIV resolvidas no tempo. Para aplicações de PTV, a qualidade da detecção e da localização das partículas é ainda mais crítica, uma vez que partículas traçadoras individuais precisam ser identificadas e rastreadas entre quadros consecutivos. Dreisbach *et al.* (2022) demonstraram o uso de redes neurais treinadas com refinamento de dados sintéticos para detecção de partículas em PTV com desfoque, destacando a importância de imagens de treinamento sintéticas que reproduzam as imperfeições experimentais.

Em trabalho anterior do presente grupo de pesquisa, uma estratégia de processamento de imagens baseada em U-Net foi empregada para identificar pequenas gotas dispersas em imagens de alta velocidade de escoamentos água-óleo no interior do rotor de uma bomba centrífuga, viabilizando a subsequente aplicação de PTV para estimar o campo de velocidade da fase contínua (de Cerqueira *et al.*, 2022). O uso de imagens sintéticas de partículas é particularmente atrativo nesse contexto, pois permite gerar pares de imagens controlados, com posições de partículas conhecidas, campos de deslocamento impostos e mecanismos de degradação prescritos (Lecordier e Westerweel, 2004; Mendes *et al.*, 2020; Probst, 2024).

O presente trabalho segue essa perspectiva no domínio da imagem. Em vez de utilizar uma rede neural para estimar diretamente o campo de velocidade, emprega-se uma estrutura U-Net imagem-a-imagem para reconstruir imagens de partículas traçadoras degradadas pela espessura finita da folha de laser e pelo movimento fora do plano. A aplicação-alvo é um escoamento de Taylor–Couette–Poiseuille em geometria de folga estreita, no qual a velocidade tangencial induzida pela rotação do cilindro interno pode fazer com que partículas traçadoras deixem o plano iluminado entre quadros consecutivos. A principal contribuição deste trabalho é, portanto, uma metodologia supervisionada de pré-processamento para recuperar a visibilidade das partículas antes da análise de PTV, preservando a compatibilidade com os algoritmos convencionais de rastreamento e mantendo a interpretabilidade física do procedimento de medição.

2. MATERIAIS E MÉTODOS

Esta seção descreve o campo de velocidade de referência utilizado para a geração das imagens sintéticas, o procedimento de geração dos pares de imagens de partículas e a arquitetura U-Net empregada para a reconstrução das imagens degradadas.

2.1 Campo de velocidade de referência

O campo de velocidade de referência utilizado para a geração das imagens sintéticas de partículas foi obtido a partir de uma simulação numérica monofásica realizada no ANSYS Fluent v19. A configuração simulada corresponde a um escoamento de Taylor–Couette no qual apenas o cilindro interno gira, enquanto o cilindro externo permanece estacionário. Nenhum fluxo axial imposto foi considerado neste estudo preliminar, e condições de contorno periódicas foram aplicadas na direção axial. A condição de operação corresponde a um número de Taylor de $Ta = 30942$, para o qual o escoamento permanece no regime laminar de Taylor–Couette. Embora a simulação numérica seja transiente, o presente trabalho utiliza o campo de velocidade extraído de uma única realização instantânea do escoamento.

Os dados de velocidade foram amostrados em um plano transversal da folga anular e utilizados como campo de velocidade prescrito para o procedimento de geração de imagens sintéticas. Em cada ponto desse plano, as três componentes de velocidade, u , v e w , foram extraídas e posteriormente interpoladas nas posições das partículas. O sistema de coordenadas adotado é definido de modo que a componente w corresponde à componente de velocidade normal ao plano de medição. Como esperado para a presente configuração de Taylor–Couette, os maiores valores de w são observados próximo ao cilindro interno, onde a velocidade tangencial induzida pela rotação é mais elevada e escala com ωR_i . Assim, partículas localizadas próximo ao raio interno são mais propensas a experimentar deslocamentos significativos normais ao plano de medição entre quadros consecutivos, resultando em maior atenuação de intensidade quando se considera uma folha de laser de espessura finita.

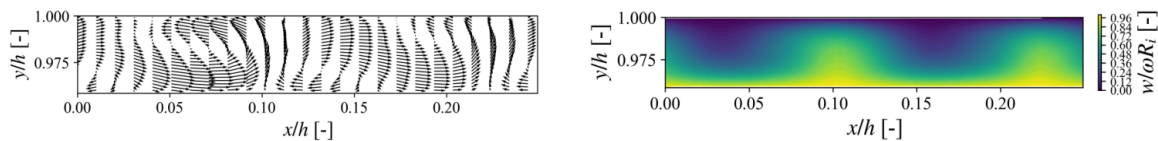


Figura 1: Campo de velocidade extraído da simulação CFD monofásica de Taylor–Couette e utilizado para a geração das imagens sintéticas. (a) Campo de velocidade no plano; (b) Componente de velocidade fora do plano, w .

2.2 Geração das imagens sintéticas

As imagens sintéticas de partículas foram geradas a partir das informações de velocidade e geometria extraídas da simulação CFD de Taylor–Couette. O objetivo dessa etapa é construir um conjunto de dados controlado, no qual as posições das partículas, seus deslocamentos e o campo de velocidade de referência são conhecidos a priori, permitindo que a degradação associada à espessura finita da folha de laser e ao movimento fora do plano seja introduzida de forma prescrita. O procedimento de geração de imagens foi realizado com o pacote *synpivimage* (Probst, 2024). Um conjunto de partículas traçadoras foi inicialmente distribuído sobre o domínio de medição correspondente à folga anular. Cada partícula foi representada por uma distribuição de intensidade de tamanho finito e projetada no plano de imagem, resultando em imagens sintéticas semelhantes às obtidas em experimentos planares de PIV/PTV. Ruído de imagem também foi incluído para emular as condições de aquisição experimental.

O movimento das partículas entre quadros consecutivos foi imposto pelo campo de velocidade CFD. As componentes de velocidade foram interpoladas na posição instantânea de cada partícula, e a posição foi avançada segundo $x_p^{n+1} = x_p^n + u(x_p^n)\Delta t$, onde x_p^n e x_p^{n+1} são as posições da partícula em dois quadros consecutivos, $u(x_p^n)$ é o vetor velocidade interpolado dos dados CFD e Δt é o intervalo de tempo entre o par de imagens sintéticas. As componentes de velocidade no plano determinam o deslocamento aparente das partículas na imagem, enquanto a componente fora do plano é utilizada para atualizar a posição da partícula em relação ao perfil de intensidade da folha de laser. Para cada realização sintética, dois quadros consecutivos foram gerados, representando a distribuição de partículas antes e após o deslocamento prescrito.

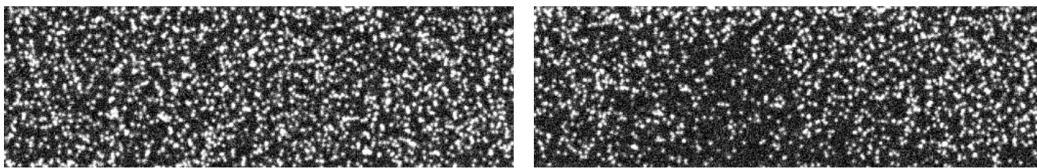


Figura 2: Exemplo de par de imagens sintéticas de partículas geradas a partir do campo de velocidade de referência: (a) distribuição inicial de partículas obtida com o pacote *synpivimage* e (b) distribuição após o deslocamento pelo campo de velocidade CFD interpolado. Algumas partículas perdem intensidade ou desaparecem ao se afastarem do plano iluminado.

2.3 Reconstrução de imagens baseada em U-Net

Ainda que as partículas traçadoras sintéticas sejam geradas sob condições controladas, aquelas afetadas pelo movimento fora do plano podem apresentar baixa intensidade ou deixar de ser visíveis nas imagens degradadas. Portanto, etapas adicionais de processamento de imagem

são necessárias para recuperar essas partículas antes da aplicação da PTV. No presente trabalho, a reconstrução das imagens de partículas é centrada na aplicação de um modelo U-Net (Ronneberger *et al.*, 2015), uma arquitetura de rede neural convolucional originalmente desenvolvida para segmentação precisa de imagens e previamente utilizada pelo grupo de pesquisa em metodologias de PTV assistidas por U-Net (de Cerqueira *et al.*, 2022).

O conjunto de treinamento é composto por pares de imagens sintéticas. Para cada distribuição de partículas, gera-se uma imagem degradada que inclui os efeitos de ruído, espessura finita da folha de laser e atenuação por movimento fora do plano. Uma imagem de referência correspondente é gerada com as mesmas posições de partículas, porém sem a perda de intensidade associada às partículas que deixam o plano iluminado. Dessa forma, em vez de aprender uma máscara de segmentação binária, como usualmente feito em problemas de detecção de partículas ou gotas, a rede é treinada para recuperar uma distribuição idealizada de imagem de partículas a partir de sua contraparte degradada.

A arquitetura U-Net segue uma estrutura codificador–decodificador com conexões de salto (*skip connections*) entre camadas de resolução espacial equivalente. O caminho do codificador reduz progressivamente as dimensões espaciais da imagem de entrada enquanto aumenta o número de mapas de características, permitindo que a rede extraia características associadas ao formato das partículas, à distribuição local de intensidade e ao ruído de fundo. O caminho do decodificador reconstrói uma imagem de saída com a mesma resolução espacial da entrada. As conexões de salto transferem informação de alta resolução do codificador para o decodificador, o que é particularmente importante nesta aplicação, pois as partículas reconstruídas devem preservar sua posição e tamanho característico originais. O conjunto de dados é dividido em subconjuntos de treinamento, validação e teste, utilizados respectivamente para atualizar os parâmetros do modelo, monitorar o processo de aprendizado e selecionar o melhor modelo, e avaliar a capacidade de reconstrução.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

3.1 Pares de imagens sintéticas sob diferentes configurações de folha de laser

A Figura 3 apresenta pares representativos de imagens sintéticas geradas a partir do campo de velocidade de referência de Taylor–Couette para as três configurações de folha de laser consideradas neste trabalho. Todas as imagens incluem um nível prescrito de ruído, a fim de

emular as condições de aquisição experimental. A primeira coluna corresponde à configuração de folha de laser fina, a segunda à configuração intermediária e a terceira à configuração espessa. Para cada caso, o par de imagens representa a distribuição de partículas antes e após o deslocamento pelo campo de velocidade CFD interpolado.

Como a componente de velocidade fora do plano é maior próximo ao cilindro interno, as partículas nessa região experimentam um deslocamento mais intenso normal ao plano de medição. Em consequência, diversas partículas perdem intensidade ou desaparecem da segunda imagem, especialmente na configuração de folha de laser fina. Esse comportamento torna-se progressivamente menos severo à medida que a espessura da folha de laser aumenta, pois as partículas permanecem dentro da região iluminada para um deslocamento fora do plano maior. Esses exemplos ilustram a dificuldade imposta ao processamento de PTV quando a visibilidade das partículas é reduzida e motivam o uso de um modelo supervisionado de reconstrução de imagens.

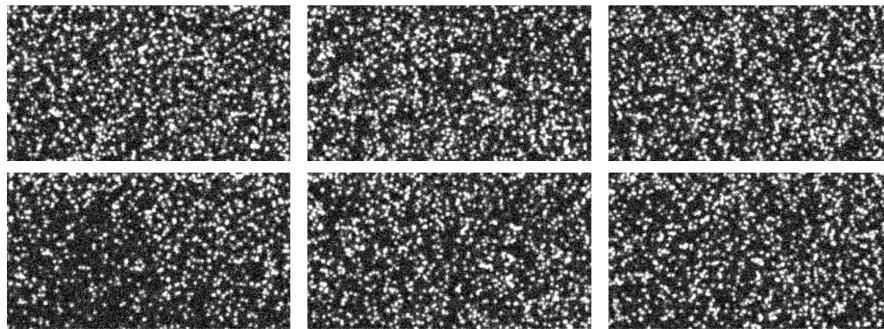


Figura 3: Exemplos de pares de imagens sintéticas ruidosas geradas para diferentes configurações de folha de laser (fina, intermediária e espessa). Linha superior: instante t . Linha inferior: instante $t + \Delta t$.

3.2 Resultados da reconstrução por U-Net

A Figura 4 apresenta resultados representativos obtidos após a aplicação do modelo U-Net treinado às imagens sintéticas degradadas. A comparação inclui a imagem de entrada degradada, a imagem de referência correspondente e a imagem reconstruída predita pela rede. A imagem degradada contém partículas com intensidade reduzida ou partículas ausentes, devido ao efeito combinado da espessura finita da folha de laser, do movimento fora do plano e do ruído. A imagem de referência representa a distribuição-alvo de partículas utilizada durante o treinamento supervisionado, enquanto a imagem reconstruída corresponde à saída da U-Net.

Os resultados mostram que a U-Net é capaz de realçar estruturas de partículas fracas e recuperar parte da visibilidade perdida nas imagens degradadas. Esse efeito é particularmente relevante nas regiões próximas ao cilindro interno, onde a componente de velocidade fora do plano é maior e o mecanismo de atenuação é mais pronunciado. Nessas regiões, as imagens reconstruídas apresentam uma distribuição de partículas mais próxima da imagem de referência do que da entrada degradada, indicando que a rede aprendeu a relação entre os padrões de partículas atenuados e a distribuição de referência correspondente. A reconstrução não cria nova informação física de forma independente da entrada; o objetivo é recuperar a visibilidade das partículas a partir de padrões degradados, porém ainda informativos. Portanto, a saída da U-Net deve ser interpretada como uma etapa de pré-processamento para detecção e rastreamento de partículas, e não como um substituto direto do procedimento de medição por PTV.

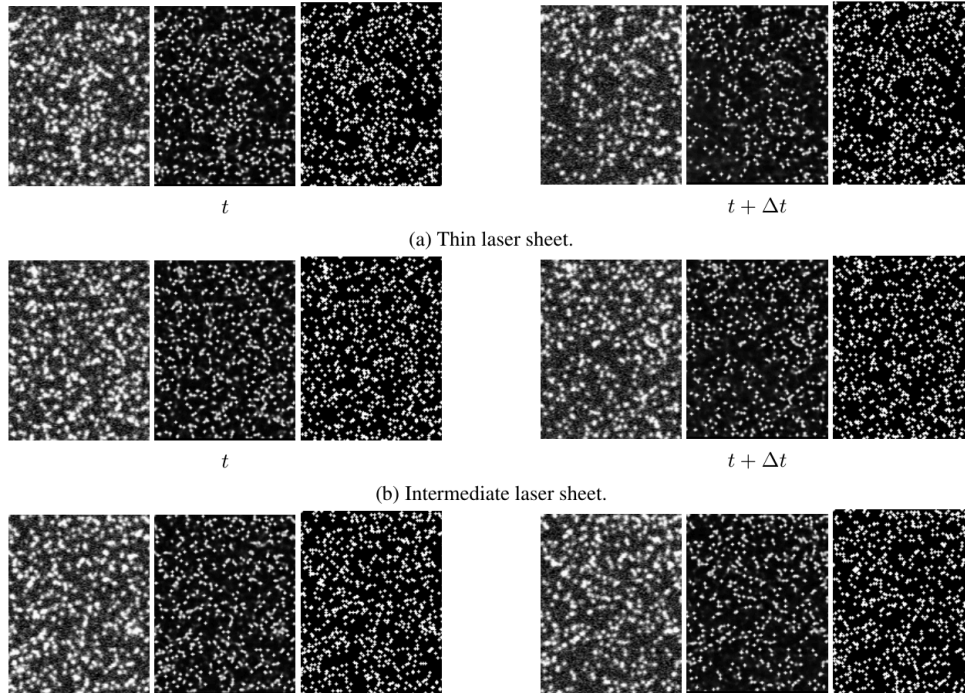


Figura 4: Resultados da reconstrução por U-Net para as configurações de folha de laser fina, intermediária e espessa. Em cada conjunto, da esquerda para a direita: imagem sintética bruta de PIV; imagem processada pela U-Net; e máscara de referência.

A comparação qualitativa indica que a estratégia de pré-processamento baseada em U-Net pode compensar parcialmente a perda de intensidade das partículas causada pelo movimento fora do plano. Contudo, a eficácia da reconstrução depende da severidade da degradação imposta pela espessura da folha de laser. O caso da folha de laser fina representa a condição mais desafiadora, pois diversas partículas tornam-se quase indistinguíveis do fundo.

Em contraste, as configurações intermediária e espessa preservam mais informação das partículas, permitindo que a rede produza imagens reconstruídas visualmente mais próximas da distribuição de referência.

4. CONCLUSÃO

Este trabalho apresentou uma estrutura preliminar para o uso de deep learning como ferramenta de pré-processamento de imagens em medições de PTV afetadas pelo movimento de partículas fora do plano. A metodologia baseia-se na geração de imagens sintéticas de partículas a partir de um campo de velocidade conhecido, obtido de uma simulação CFD monofásica de Taylor–Couette. Os deslocamentos das partículas são calculados por interpolação das componentes de velocidade, permitindo reproduzir de forma controlada os efeitos do movimento no plano e do deslocamento fora do plano em relação a uma folha de laser finita.

Os exemplos sintéticos mostram que a espessura finita da folha de laser pode levar a uma perda significativa de intensidade das partículas entre quadros consecutivos, efeito mais pronunciado próximo ao cilindro interno, onde a componente de velocidade normal ao plano de medição é maior. A comparação entre as configurações de folha de laser fina, intermediária e espessa ilustra como a severidade da perda de partículas depende da espessura do plano de iluminação, afetando diretamente a visibilidade das partículas e, consequentemente, a aplicabilidade do processamento de PTV. Uma abordagem de reconstrução imagem-a-imagem baseada em U-Net foi proposta para recuperar a visibilidade das partículas traçadoras atenuadas, diferindo das abordagens de deep learning que estimam diretamente o campo de velocidade, uma vez que a rede é empregada apenas como etapa intermediária de reconstrução de imagens antes da aplicação dos procedimentos convencionais de rastreamento.

Os presentes resultados representam um estágio inicial da metodologia proposta. Os trabalhos em andamento concentram-se no treinamento e refinamento do modelo U-Net, no processamento sistemático das imagens reconstruídas e na avaliação quantitativa da melhoria obtida na detecção e no rastreamento de partículas. Adicionalmente, um segundo caso de simulação CFD está sendo incorporado à estrutura de geração de imagens sintéticas, a fim de avaliar a capacidade de generalização do modelo treinado sob diferentes condições de escoamento. Esses desenvolvimentos permitirão avaliar o método proposto não apenas no nível

da reconstrução de imagens, mas também quanto ao seu impacto na estimativa final de velocidade baseada em PTV.

4.1 Avaliação da aluna em relação aos benefícios da IC no seu aprendizado e formação científica

A participação de Beatrice Koerich Schmidt de Carvalho no projeto como aluna de Iniciação Científica (IC), sob a orientação do Prof. Rafael F. L. de Cerqueira, constituiu um pilar fundamental para o seu desenvolvimento acadêmico e científico. A experiência, que envolveu a geração de imagens sintéticas de PIV/PTV, a aplicação de rotinas em *Python* para o tratamento de imagens e o desenvolvimento de técnicas de processamento de imagens baseadas em deep learning, proporcionou um aprofundamento prático e teórico na interface entre mecânica dos fluidos experimental, visão computacional e aprendizado de máquina.

A bolsista teve a oportunidade de trabalhar em atividades técnicas essenciais, como a ambientação ao *framework* de programação em *Python* do laboratório, a utilização do pacote *synpivimage* para geração de imagens sintéticas e o treinamento de uma arquitetura U-Net para reconstrução de imagens de partículas. Essas atividades a possibilitaram fortalecer suas habilidades em programação, obter conhecimento a respeito do funcionamento de PIV e PTV, e aprender a realizar treinamento supervisionado e reconstrução de imagens através de redes neurais. A experiência culminou na produção de um artigo científico submetido ao 21º Congresso Brasileiro de Ciências Térmicas e Engenharia (ENCIT 2026).

5. AGRADECIMENTOS

A autora, Beatrice, agradece à Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC) e à Pró-Reitoria de Pesquisa e Inovação (PROPESQ/UFSC) pela bolsa de iniciação científica PIBIC/CNPq concedida à ela no ciclo 2025/2026, no âmbito da Chamada nº 02/2025/PROPESQ. Agradece também a Simon König pela disponibilização dos resultados da simulação CFD. E, principalmente, ao professor orientador Rafael, pela oportunidade de participação no projeto, e pela sua orientação e auxílio durante todo o seu desenvolvimento.

6. REFERÊNCIAS

- AKONUR, A.; LUEPTOW, R. M. Three-dimensional velocity field for wavy Taylor–Couette flow. *Physics of Fluids*, v. 15, n. 4, p. 947–960, 2003.
- BERRICH, E.; ALOUI, F.; LEGRAND, J. PIV investigation of Couette-Taylor flows with axial flows. In: *Fluids Engineering Division Summer Meeting*. American Society of Mechanical Engineers, v. 57212, p. V001T14A002, 2015.
- CAI, S.; LIANG, J.; GAO, Q.; XU, C.; WEI, R. Particle image velocimetry based on a deep learning motion estimator. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, v. 69, n. 6, p. 3538–3554, 2019.
- DE CERQUEIRA, R. F. L.; MONTE VERDE, W.; BIAZUSSI, J. L.; PERISSINOTTO, R. M.; DE CASTRO, M. S.; BANNWART, A. C. A droplet-based image velocimetry technique for the measurement of liquid velocity fields in two-phase water-oil dispersion flows. In: *Proceedings of the 13th Spring School on Transition and Turbulence*. Blumenau, SC, Brasil, EPTT-2022-0076, 2022.
- DREISBACH, M.; LEISTER, R.; PROBST, M.; FRIEDERICH, P.; STROH, A.; KRIEGSEIS, J. Particle detection by means of neural networks and synthetic training data refinement in defocusing particle tracking velocimetry. *Measurement Science and Technology*, v. 33, n. 12, p. 124001, 2022.
- FAN, Y.; GUO, C.; HAN, Y.; QIAO, W.; XU, P.; KUAI, Y. Deep-learning-based image preprocessing for particle image velocimetry. *Applied Ocean Research*, v. 130, p. 103406, 2023.
- LECORDIER, B.; WESTERWEEL, J. The EUROPIV synthetic image generator (SIG). In: *Particle Image Velocimetry: Recent Improvements: Proceedings of the EUROPIV 2 Workshop*, Zaragoza, Espanha, p. 145–161, 2004.
- LEE, Y.; YANG, H.; YIN, Z. PIV-DCNN: cascaded deep convolutional neural networks for particle image velocimetry. *Experiments in Fluids*, v. 58, n. 12, p. 171, 2017.
- MENDES, L.; BERNARDINO, A.; FERREIRA, R. M. piv-image-generator: An image generating software package for planar PIV and optical flow benchmarking. *SoftwareX*, v. 12, p. 100537, 2020.
- OH, J. S.; LEE, H.; HWANG, W. Motion blur treatment utilizing deep learning for time-resolved particle image velocimetry. *Experiments in Fluids*, v. 62, n. 11, p. 234, 2021.
- PROBST, M. SynPivImage: Synthetic particle image generator. Disponível em: <https://synpivimage.readthedocs.io/en/latest/>. Acesso em: 15 maio 2026.
- RONNEBERGER, O.; FISCHER, P.; BROX, T. U-Net: Convolutional networks for biomedical image segmentation. In: *International Conference on Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention*. Springer, p. 234–241, 2015.

- WERELEY, S. T.; LUEPTOW, R. M. Velocity field for Taylor–Couette flow with an axial flow. *Physics of Fluids*, v. 11, n. 12, p. 3637–3649, 1999.
- ZDYBAŁ, K.; MUCIGNAT, C.; LUNATI, I. pyKitPIV: A framework for flexible and reproducible virtual training of machine learning models in optical velocimetry. *SoftwareX*, v. 31, p. 102356, 2025.
- ZHANG, W.; DONG, X.; SUN, Z.; XU, S. An unsupervised deep learning model for dense velocity field reconstruction in particle image velocimetry (PIV) measurements. *Physics of Fluids*, v. 35, n. 7, 2023.