



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CAMPUS JOINVILLE

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA E CIÊNCIAS MECÂNICAS

Brian Cezar da Costa Desordi

**Modelo analítico para otimização da distribuição de módulos de flutuação em
risers de aço lançados em *lazy wave***

Joinville

2026

Brian Cezar da Costa Desordi

**Modelo analítico para otimização da distribuição de módulos de flutuação em
risers de aço lançados em *lazy wave***

Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia e Ciências Mecânicas da Universidade Federal de Santa Catarina como requisito para a obtenção do título de Mestre em Desenvolvimento de Sistemas de Engenharia.

Orientador: Prof. Dr. Thiago Antonio Fiorentin
Coorientador: Prof. Dr. Thiago Pontin Tancredi

Joinville

2026

Da Costa Desordi, Brian Cezar

Modelo analítico para otimização da distribuição de módulos de flutuação em risers de aço lançados em lazy wave / Brian Cezar Da Costa Desordi ; orientador, Thiago Antônio Fiorentin, coorientador, Thiago Pontin ,2026.

89 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Campus Joinville, Programa de Pós-Graduação em Engenharia e Ciências Mecânicas, Joinville, 2026.

Inclui referências.

1. Engenharia e Ciências Mecânicas. 2. Riser. 3. Otimização. 4. LWSCR. 5. Analítico. I. Fiorentin, Thiago Antônio. II. , Thiago Pontin . III. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Engenharia e Ciências Mecânicas. IV. Título.

Brian Cezar da Costa Desordi

Título: Modelo analítico para otimização da distribuição de módulos de flutuação em *risers* de aço lançados em *lazy wave*

O presente trabalho em nível de Mestrado foi avaliado e aprovado, em 6 de março de 2026, pela banca examinadora composta pelos seguintes membros:

Prof. Dr. Andrea Piga Carboni

Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC

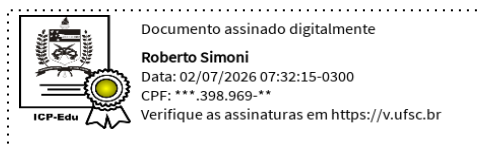
Prof. Dr. Marcos Alves Rabelo

Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC

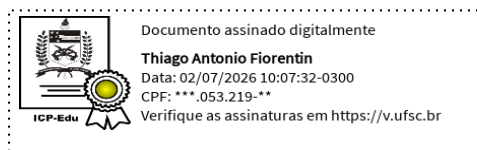
Prof. Dr. Bernardo Luís Rodrigues de Andrade

Universidade de São Paulo - USP

Certificamos que esta é a versão original e final do trabalho de conclusão que foi julgado adequado para obtenção do título de Mestre em Engenharia e Ciências Mecânicas.



Coordenação do Programa de Pós-Graduação



Prof. Dr. Thiago Antônio Fiorentin

Orientador

Joinville, 2026

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, pelo amor incondicional, pelo apoio em todas as etapas da minha vida e por me ensinarem, desde cedo, o valor da dedicação e da perseverança. Nada do que conquistei até aqui seria possível sem o exemplo, o incentivo e a confiança de vocês.

Ao meu orientador, Prof. Thiago Antonio Fiorentin, e ao meu coorientador, Prof. Thiago Pontin Tancredi, pela paciência, orientação e constante disponibilidade ao longo de todo o desenvolvimento deste trabalho. Agradeço pelas discussões, pela troca de ideias e pelo aprendizado transmitido com tanta generosidade.

Agradeço também pela compreensão nos momentos de dificuldade e pelo incentivo em seguir sempre buscando o aprimoramento técnico e científico. A convivência e o aprendizado durante esta jornada foram fundamentais para o meu crescimento pessoal e profissional.

RESUMO

A exploração de petróleo em águas profundas e ultra profundas impõe diversos desafios técnicos, especialmente no projeto dos *risers*. Entre as soluções estudadas para viabilizar o uso de *risers* de aço em grandes profundidades, destaca-se a configuração *lazy wave*, amplamente consolidada na indústria *offshore*. Essa configuração reduz as trações e o desgaste estrutural ao desacoplar o movimento da unidade flutuante do ponto de contato do *riser* com o leito marinho, minimizando as cargas transmitidas e prolongando a vida útil do sistema. Devido ao grande número de variáveis de projeto (estruturais e ambientais), a definição da distribuição dos flutuadores demanda elevado esforço computacional, uma vez que tradicionalmente depende de análises iterativas e da experiência do projetista. Neste contexto, o presente trabalho propõe uma metodologia para a determinação automática e otimizada da distribuição dos módulos de flutuação, a partir de informações provenientes das etapas iniciais do projeto. O objetivo é minimizar a amplitude de variação de tensões em regiões críticas do *riser*, parâmetro fortemente associado à vida em fadiga. A otimização é conduzida em regime estático, com base em uma formulação analítica que representa adequadamente o comportamento da estrutura e reduz significativamente o custo computacional quando comparada ao modelo de análise baseado no Método dos Elementos Finitos implementado no programa comercial (OrcaFlex) utilizado como referência. Os resultados obtidos demonstram que, mesmo com as simplificações assumidas, como a inelasticidade da linha e a ausência de efeitos dinâmicos, o modelo analítico é capaz de reproduzir com boa precisão o comportamento estrutural observado numericamente. Assim, o procedimento desenvolvido mostra-se promissor como ferramenta de apoio à definição preliminar de configurações *lazy wave* em *risers* de aço, conciliando precisão, eficiência e aplicabilidade nas fases iniciais de projeto. Os resultados demonstraram boa concordância entre as configurações obtidas pelo modelo analítico e pelo OrcaFlex, com diferenças pouco significativas nas soluções finais. Em termos de desempenho computacional, o modelo analítico gerou os 2.000 pontos do espaço amostral em aproximadamente 10 horas, enquanto o OrcaFlex demandou cerca de 38 horas para a mesma tarefa, representando uma redução de aproximadamente 75% no tempo de processamento.

Palavras-chave: *riser* de aço; *lazy wave*; otimização; modelo analítico; catenária.

ABSTRACT

Deepwater and ultra-deepwater oil exploration presents significant technical challenges, particularly in *riser design*. Among the solutions studied to enable the use of steel *risers* at great depths, the *lazy-wave* configuration stands out, being widely established in the *offshore* industry. This configuration reduces axial loads and structural wear by decoupling the motion of the floating unit from the *riser's* seabed contact *point*, minimizing transmitted forces and extending the system's service life. Due to the large number of *design* variables, both structural and environmental, defining the distribution of flotation modules requires substantial computational effort, as it traditionally relies on iterative analyses and *designer* experience. In this context, the present work proposes a methodology for the automatic and optimized determination of the flotation module distribution based on information obtained during the initial *design* stages. The objective is to minimize the variation in stress amplitude in critical regions of the *riser*, a parameter strongly linked to fatigue life. The optimization is performed under static conditions using an analytical formulation that accurately represents the structural behavior while significantly reducing computational cost compared to a finite-element-based analysis implemented in the commercial software (OrcaFlex) used as reference. The results show that, even with simplifications such as line inelasticity and the neglect of dynamic effects, the analytical model can reproduce the structural behavior observed numerically with good accuracy. Therefore, the proposed procedure is a promising tool for supporting the preliminary *design* of *lazy-wave* steel *risers*, combining precision, efficiency, and applicability in the early *design* stages. The results showed good agreement between the configurations obtained using the analytical model and OrcaFlex, with only minor differences in the final solutions. In terms of computational performance, the analytical model generated the 2,000 sample points in approximately 10 hours, whereas OrcaFlex required about 38 hours for the same task, representing a reduction of roughly 75% in processing time.

Keywords: steel *riser*; *lazy wave*; optimization; analytical model; *catenary*.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Sistema de coordenadas	17
Figura 2 – Diagrama de corpo livre quando aplicado força de corrente	25
Figura 3 - Metodologia do trabalho.....	27
Figura 4 - Fluxograma das etapas do processo para determinação de forma analítica da configuração final LWSCR com corrente oceânica.	31
Figura 5 - Resultados do primeiro estudo de caso	36
Figura 6 - Resultados do segundo estudo de caso para a condição sem corrente ...	40
Figura 7 - Resultados do terceiro estudo de caso para a condição sem corrente.....	44
Figura 8 – Pontos críticos a serem avaliados.....	50
Figura 9 – Posições analisadas da plataforma no processo de otimização	51
Figura 10 – Condições de corrente analisadas no processo de otimização.....	51
Figura 11 - Exemplo de tensão no ponto de <i>hang-off</i> para cada condição de plataforma e corrente	52
Figura 12 – Variáveis de otimização	54
Figura 13 – Restrições do processo de otimização	57
Figura 14 - Esquema do processo de otimização	60
Figura 15 – Comparação da configuração final da estrutura otimizada analiticamente	71
Figura 16 – Comparação da tração axial da estrutura otimizada analiticamente	71
Figura 17 - Comparação do momento fletor da estrutura otimizada analiticamente .	72
Figura 18 - Comparação da tensão da estrutura otimizada analiticamente	72
Figura 19 - Comparação da configuração otimizada utilizando OrcaFlex	75
Figura 20 - Comparação da tração axial da estrutura otimizada utilizando OrcaFlex	75
Figura 21 - Comparação do momento fletor da estrutura otimizada utilizando OrcaFlex	76
Figura 22 - Comparação da tensão da estrutura otimizada utilizando OrcaFlex.....	76
Figura 23 - Comparação do tempo de otimização entre as abordagens.....	79

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Parâmetros de entrada para configuração LWSCR	29
Tabela 2 - Dados de entrada para o primeiro estudo de caso	35
Tabela 3 – Resultado do primeiro estudo de caso para as três condições de corrente	36
Tabela 4 – Dados de entrada para o segundo estudo de caso	39
Tabela 5 - Resultado do segundo estudo de caso para as duas condições de corrente	41
Tabela 6 – Dados de entrada para o terceiro estudo de caso	44
Tabela 7 - Resultado do terceiro estudo de caso	45
Tabela 8 – Dados de saída do código analítico	46
Tabela 9 - Síntese das restrições adotadas no processo de otimização	58
Tabela 10 – Restrições estruturais e operacionais adotadas	64
Tabela 11 - Faixas de variação e resolução das variáveis de otimização	65
Tabela 12 – Resultados do processo de otimização analítico	69
Tabela 13 - Resultados do processo de otimização OrcaFlex	74
Tabela 14 - Estatísticas da razão entre os comprimentos das seções <i>hang-off</i> e boia (HB) para as 50 melhores soluções viáveis	80

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

SCR	Steel <i>Catenary Riser</i>
LWSCR	<i>Lazy Wave Steel Catenary Riser</i>
TDP	Ponto que <i>riser</i> toca o solo (<i>Touch Down Point</i>)
TDZ	Zona ao redor do <i>Touch Down Point</i>
PLET	Ponto de ancoragem do <i>riser</i> no leito marinho
NSGA	Algoritmo Genético de Ordenação não Dominada
DOE	<i>Design of Experiments</i>
HDGA	Hybrid and Distributed Genetic Algorithm
SQP	<i>Sequential Quadratic Programming</i>

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO.....	13
1.1	JUSTIFICATIVA.....	14
1.2	OBJETIVOS.....	16
1.2.1	Objetivo geral	16
1.2.2	Objetivos Específicos.....	16
2.	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	17
2.1	SISTEMA DE COORDENADAS	17
2.2	CONFIGURAÇÃO DO <i>RISER</i>	18
2.3	CARACTERÍSTICAS DO SCR.....	19
2.4	CARACTERÍSTICAS DO LWSCR	20
2.5	CORRENTE MARÍTIMA	23
2.6	VARIÁVEIS DE PROJETO	26
3.	METODOLOGIA	27
3.1	IMPLEMENTAÇÃO MODELO ANALÍTICO.....	29
3.1.1	Verificação do código.....	33
3.1.1.1	<i>Estudo de caso 1.....</i>	<i>34</i>
3.1.1.2	<i>Estudo de caso 2.....</i>	<i>38</i>
3.1.1.3	<i>Estudo de caso 3.....</i>	<i>42</i>
3.1.1.4	<i>Dados de saída</i>	<i>46</i>
3.2	ETAPAS DO PROCESSO DE OTIMIZAÇÃO	47
3.2.1	Função objetivo.....	49
3.2.2	Variáveis de otimização.....	53
3.2.3	Restrições de projeto	55
3.2.3.1	<i>Critérios de integridade estrutural</i>	<i>56</i>
3.2.3.2	<i>Critérios de operação e configuração geométrica</i>	<i>56</i>
3.2.4	Técnica de Otimização	59
3.2.5	Formulação Geral do Processo de Otimização	61
3.3	OTIMIZAÇÃO.....	63
4.	RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	68
4.1	RESULTADOS DO PROCESSO ANALÍTICO	68
4.2	RESULTADOS DO PROCESSO UTILIZANDO ORCAFLEX.....	73

4.3	COMPARAÇÃO DOS PROCESSOS DE OTIMIZAÇÃO ANALÍTICO E NUMÉRICO	77
5.	CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÕES	83
	REFERÊNCIAS	85
	ANEXO A - 50 MELHORES CONFIGURAÇÕES VIÁVEIS	87

1. INTRODUÇÃO

Os dutos são componentes essenciais para a operação e o desenvolvimento da indústria *offshore*, desempenhando papel fundamental no transporte de fluidos e gases entre as estruturas flutuantes e as instalações fixas no leito marinho. Esses dutos, denominados *risers*, devem assegurar não apenas a estanqueidade do sistema, garantindo o transporte eficiente dos fluidos, mas também a resistência e confiabilidade estrutural frente às diversas combinações de carregamentos atuantes ao longo de sua vida útil.

De modo geral, os *risers* se dividem em duas categorias, rígidos e flexíveis, cada qual com características e aplicações específicas. Entre os *risers* rígidos, destaca-se o steel *catenary riser* (SCR), amplamente empregado em operações de produção de petróleo e gás em águas profundas devido ao seu bom desempenho estrutural, simplicidade construtiva e relação custo-benefício favorável (Kim e Kim, 2015; Yang e Li, 2011). Contudo, a literatura indica que, sob condições ambientais severas, como correntes oceânicas intensas e movimentos pronunciados da unidade flutuante, o SCR tradicional pode apresentar uma redução significativa da vida útil em virtude da fadiga estrutural causada pelas variações cíclicas de tensão ao longo da estrutura (Gao et al., 2023; Lou et al., 2019; Wu, e Huang, 2007).

Estudos recentes mostram que tais variações tendem a se concentrar em regiões críticas, como o ponto de *hang-off* (local de conexão do *riser* à plataforma) e a *touchdown zone* (TDZ), ponto no qual onde ocorre o contato do *riser* com o leito marinho.

Com o objetivo de mitigar essas variações e aumentar a vida em fadiga da estrutura, propôs-se a introdução de módulos de flutuação distribuídos ao longo do *riser*. Essa configuração, conhecida como *lazy wave steel catenary riser* (LWSCR), busca desacoplar os movimentos da plataforma dos movimentos do *riser*, reduzindo a amplitude das variações de tensão mesmo sob condições ambientais adversas.

Embora o conceito LWSCR tenha se mostrado eficiente do ponto de vista estrutural, sua definição geométrica ainda representa um desafio no processo de projeto. Atualmente, a determinação da posição e da quantidade dos módulos de flutuação é feita, em grande parte, com base na experiência dos projetistas e em extensas simulações numéricas realizadas em programas especializados, como o OrcaFlex. Essa abordagem, embora prática, demanda elevado esforço computacional

e tempo de processamento, o que dificulta sua aplicação nas etapas iniciais de concepção do *riser*.

Nesse contexto, o presente trabalho propõe uma abordagem analítica para a determinação da configuração otimizada de um LWSCR, com foco na minimização da amplitude de variação de tensão nas regiões críticas da estrutura. Essa análise é conduzida de forma estática, considerando a corrente marítima como variável ambiental principal, de modo a reduzir o custo computacional e fornecer uma configuração preliminar consistente que possa servir de base para análises dinâmicas posteriores.

Cabe destacar que o objetivo do trabalho não é estimar a vida em fadiga do *riser*, mas sim reduzir as variações de tensão que a influenciam. Na prática, sabe-se que a diminuição da amplitude dessas variações representa um indicativo robusto de aumento da durabilidade estrutural. Assim, o modelo de otimização desenvolvido busca oferecer uma ferramenta capaz de equilibrar precisão e eficiência computacional, auxiliando na definição de geometrias iniciais mais adequadas para *risers* de aço lançados na configuração *lazy wave*.

Com isso, pretende-se contribuir para o avanço das metodologias de projeto de *risers* em águas profundas, fornecendo uma alternativa analítica eficiente que apoie decisões de engenharia nas fases iniciais do desenvolvimento, conciliando desempenho estrutural, segurança operacional e viabilidade econômica.

1.1 JUSTIFICATIVA

O estudo do comportamento LWSCR tem recebido crescente atenção na indústria de petróleo e gás, sendo tema recorrente em pesquisas que abordam aspectos estruturais fundamentais, como a distribuição de tensões, a vida útil em fadiga e o desempenho pós-falha (Meneses, 2023). Apesar desse avanço, a maior parte dos trabalhos existentes concentra-se em estruturas já consolidadas, nas quais a geometria e a distribuição dos módulos de flutuação são previamente conhecidas e definidas em etapas anteriores de projeto.

Na prática industrial, a definição da configuração LWSCR, em especial, a posição, o tipo e a quantidade dos módulos de flutuação, ainda é fortemente baseada na experiência acumulada das equipes de engenharia. Esse processo é, em grande medida, empírico e depende de sucessivas iterações, nas quais os projetistas ajustam

parâmetros geométricos até que os requisitos estruturais e de segurança sejam atendidos. Em seguida, realizam-se verificações por meio de simulações numéricas detalhadas, geralmente conduzidas em programas de alto custo computacional, ou de ensaios experimentais em escala reduzida. Embora essa metodologia assegure a integridade estrutural e o atendimento às normas técnicas, ela não garante que a configuração resultante seja a mais eficiente em termos de desempenho mecânico ou custo operacional.

A ausência de uma abordagem sistemática de otimização nessa fase inicial pode levar à utilização de um número excessivo de módulos de flutuação, ao aumento dos custos de fabricação e instalação, ou ainda, à redução da vida útil da estrutura devido à mal distribuição de tensões. Considerando que pequenas variações na geometria podem gerar impactos significativos na resposta estrutural, torna-se evidente a necessidade de métodos que permitam identificar, de forma rápida e precisa, configurações mais equilibradas e eficientes antes reduzindo o número de simulações dinâmicas detalhadas.

Diante desse contexto, o presente trabalho propõe uma metodologia alternativa para otimizar a configuração inicial de *risers* em regime *lazy wave*, com base em um modelo analítico e em uma análise estática simplificada. Essa abordagem permite determinar preliminarmente a disposição dos módulos de flutuação a partir de parâmetros de fácil obtenção, reduzindo significativamente o esforço computacional e o tempo de projeto. Além disso, o método fornece resultados suficientemente precisos para servirem como ponto de partida para análises dinâmicas subsequentes, garantindo um balanço entre simplicidade, eficiência e representatividade física coerente.

Dessa forma, a metodologia proposta busca preencher uma lacuna existente entre as análises empíricas tradicionais e os modelos numéricos complexos, oferecendo uma ferramenta capaz de apoiar a tomada de decisão em fases iniciais de projeto. Ao combinar baixo custo computacional com boa precisão na estimativa do comportamento estrutural, o presente estudo contribui para o desenvolvimento de processos de projeto mais ágeis, econômicos e tecnicamente fundamentados, com potencial para aumentar a vida útil e a confiabilidade dos sistemas *offshore* em operação.

1.2 OBJETIVOS

A fim de analisar e propor uma solução otimizada para a distribuição dos flutuadores ao longo do *riser* em catenária, propõe-se os seguintes objetivos:

1.2.1 Objetivo geral

Desenvolver uma metodologia de otimização para a distribuição dos módulos de flutuação em *risers* de aço lançados na configuração *lazy wave*, utilizando equações analíticas que descrevem o comportamento estrutural da linha. Sendo que a função objetivo consiste em minimizar a amplitude da variação de tensões nas regiões críticas do *riser*.

1.2.2 Objetivos Específicos

Para a efetivação do objetivo geral, busca-se alcançar os seguintes objetivos específicos:

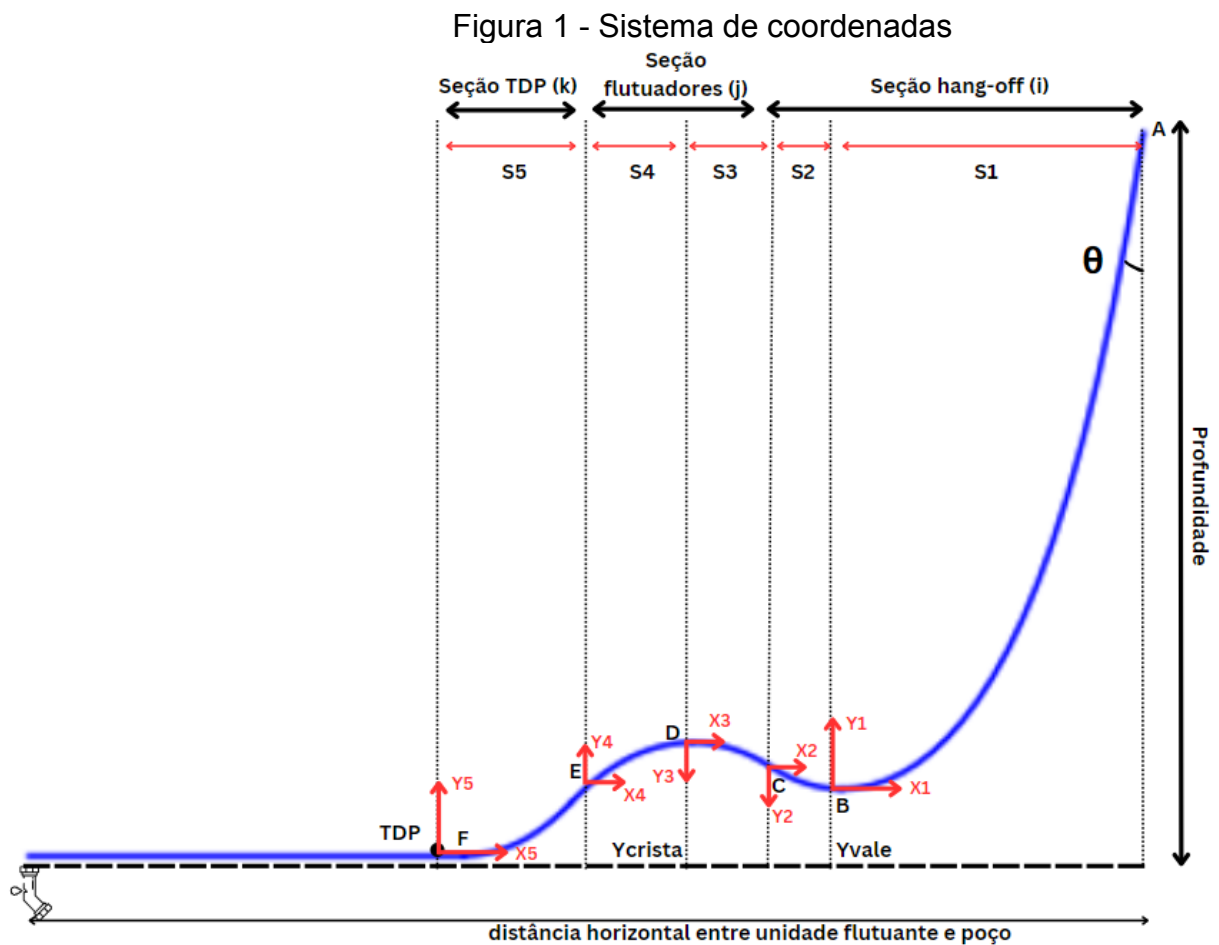
- Implementação das equações que regem a configuração LWSCR;
- Verificação do código utilizando o programa comercial OrcaFlex;
- Análise estática do modelo e definição das regiões críticas;
- Implementação de uma ferramenta para otimização da distribuição dos flutuadores;
- Avaliação e comparação da solução apresentada pela ferramenta com aquela encontrada na indústria atualmente.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Esse capítulo apresenta o arcabouço teórico necessário para a parametrização da curva que descreve o *riser* em catenária, bem como as hipóteses que serão adotadas ao longo desse trabalho. Além disso, as definições dos fenômenos envolvidos na análise de otimização também são apresentadas.

2.1 SISTEMA DE COORDENADAS

A definição do sistema de coordenadas é fundamental para identificar as diferentes regiões da estrutura no espaço, além de servir de base para as futuras deduções matemáticas que serão apresentadas mais adiante.



A configuração LWSCR pode ser descrita como uma sucessão de 5 catenárias simples dispostas ao longo da seção do *riser* que não está apoiada sobre o leito marinho. A fim de facilitar o desenvolvimento analítico de cada uma dessas regiões, bem como discutir particularidades de cada uma, a Figura 1 apresenta os diferentes sistemas de coordenadas utilizados nesse trabalho.

2.2 CONFIGURAÇÃO DO *RISER*

Como mencionado anteriormente, os *risers* desempenham um papel fundamental nas operações de extração de petróleo e gás, sendo responsáveis pelo transporte seguro e eficiente dos fluidos entre as plataformas e o leito marinho. A configuração mais tradicionalmente empregada para esses elementos é a catenária, amplamente utilizada devido à sua simplicidade estrutural e eficácia. No entanto, com a exploração em águas cada vez mais profundas, essa configuração tem sido adaptada para garantir a viabilidade técnica e econômica dos projetos.

Uma dessas adaptações é a configuração conhecida como *lazy wave*, na qual módulos de flutuação são estrategicamente distribuídos ao longo do comprimento do *riser*. Essa solução apresenta benefícios significativos, pois promove o alívio das tensões na região de *hang-off* (topo do *riser*) e reduz a movimentação do ponto de contato com o leito marinho, o chamado *touchdown point* (TDP). Consequentemente, essa configuração contribui para o aumento da vida útil do *riser*, minimizando os efeitos da compressão dinâmica e o risco de flambagem da estrutura, fenômeno crítico em operações *offshore* (Tanaka, 2009).

Enquanto na configuração clássica de *riser* rígido as propriedades estruturais são constantes ao longo de toda a extensão, a introdução dos módulos de flutuação gera variações locais nessas propriedades, criando regiões distintas ao longo do comprimento da estrutura. Isso permite que a modelagem seja realizada por meio da divisão do *riser* em segmentos sucessivos, cada um apresentando características específicas de rigidez, peso e flutuabilidade (Tanaka, 2009).

No presente trabalho, a análise do *riser* de aço em regime *lazy wave* é realizada considerando três segmentos suspensos distintos: a seção livre, a seção onde estão distribuídos os módulos de flutuação e a seção *touchdown*, além do segmento apoiado diretamente no leito marinho. Todos esses segmentos são descritos geometricamente pelo modelo chamado de curva catenária, sendo que cada

segmento apresenta propriedades estruturais particulares que influenciam o comportamento global da estrutura.

2.3 CARACTERÍSTICAS DO SCR

A curva catenária é governada por uma função cosseno hiperbólica (Lockwood, 1961) apresentada pela Equação 1, Sendo a o raio de curvatura na origem da catenária.

$$y = a * [\cosh\left(\frac{x}{a}\right) - 1] \quad (1)$$

As Equações 2 a 5 permitem determinar o comprimento de arco (S), a curvatura da catenária (k), o ângulo de inclinação em relação a horizontal (β) e a tração horizontal ao longo da linha (T_x – constante), definidas em função da posição da catenária. Faltinsen (1990) apresenta o desenvolvimento dessas equações considerando o leito marinho horizontal, desprezando a resistência a flexão e os efeitos das forças dinâmicas, bem como considerando a linha inextensível.

$$S = a * \sinh\left(\frac{x}{a}\right) \quad (2)$$

$$k = \frac{1}{a * \cosh^2\left(\frac{x}{a}\right)} \quad (3)$$

$$\beta = \arctan\left(\frac{S}{a}\right) \quad (4)$$

$$T_x = a * w \quad (5)$$

Onde S é o comprimento de arco, x é a projeção horizontal da catenária, k a curvatura, β o ângulo de inclinação formado com a horizontal, enquanto T_x e w são respectivamente, a tração horizontal constante ao longo da linha e o peso líquido por unidade de comprimento. O ângulo formado com a vertical Θ , portanto nada mais é do que $90 - \beta$.

2.4 CARACTERÍSTICAS DO LWSCR

A configuração *Lazy Wave* pode ser dividida em 5 sub catenárias (S1 a S5) com características e coordenadas locais próprias de tal forma que as equações apresentadas anteriormente são validas ao longo de todo a estrutura (Garret, 1982).

Assumindo m_i , m_j e m_k como sendo as massas por unidade de comprimento, respectivamente, da seção *hang-off*, seção flutuadores e seção TDP, tem-se as seguintes relações:

$$w_i = m_i * g \quad (6)$$

$$w_j = F - m_j * g \quad (7)$$

$$w_k = m_k * g \quad (8)$$

Onde F é a força de empuxo realizada pelo modulo de flutuação, g a força da gravidade e w o peso líquido. Na prática, muitas vezes a massa ao longo da estrutura na seção *hang-off* e seção TDP é a mesma, hipótese que será admitida como verdadeira nesse trabalho, ou seja $m_i = m_k$.

A partir das informações gráficas da

Figura 1 é possível estabelecer

as seguintes relações:

$$S_i = S_1 + S_2 \quad (9)$$

$$S_j = S_3 + S_4 \quad (10)$$

$$S_k = S_5 \quad (11)$$

$$S_{total} = S_i + S_j + S_k + S_{fundo} \quad (12)$$

$$X = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + S_{fundo} \quad (13)$$

$$Y = y_1 + y_4 + y_5 + y_2 + y_3 \quad (14)$$

Onde S_x é o comprimento de arco da seção genérica x, S_{total} o comprimento total do *riser*, S_{fundo} o comprimento do *riser* apoiado no leito marinho, X e Y a distância vertical e horizontal da plataforma para o poço.

Assim como na SCR, a configuração com a presença dos flutuadores também apresenta força horizontal ao longo da estrutura constante. Na direção vertical, a força cortante nos pontos B e D (Figura 1) são nulas (Li S e Nguyen, 2010), o que implica no equilíbrio estático do peso da seção BC com a seção CD, bem como da seção DE com a seção EF. A Equação 15 explicita esse equilíbrio:

$$\frac{S_2}{S_3} = \frac{w_j}{w_i} \quad (15)$$

E, de forma similar, para a seção 4 e 5:

$$\frac{S_4}{S_5} = \frac{w_k}{w_j} \quad (16)$$

A partir das características geométricas observadas na Figura 1 e da equação de comprimento de arco da catenária simples, é estabelecido o comprimento de arco da seção 2 e 3:

$$S_2 = a_i * \sinh\left(\frac{x_2}{a_i}\right) \quad (17)$$

$$S_3 = a_j * \sinh\left(\frac{x_3}{a_j}\right) \quad (18)$$

Admitindo a hipótese de que é utilizado o mesmo material na seção *hang-off* e na seção TDP e combinando as Equações 15 e 16:

$$\frac{S_2 + S_5}{S_3 + S_4} = \frac{w_j}{w_i} \quad (19)$$

Para a abordagem analítica admite-se em um primeiro momento como sendo conhecido os valores de S_i , S_j e S_k , o que permite que a partir da combinação da Equações 9, 10, 11, 12 e 19, o arco da seção 1 é determinado por:

$$S_1 = S - \left(1 + \frac{w_j}{w_i}\right) * S_j \quad (20)$$

De forma análoga, para a sub catenária S_1 obtém-se:

$$S_1 = a_i * \tan(\beta) = a_i * \cotan(\theta) \quad (21)$$

Onde o ângulo θ é o ângulo que catenária forma com a vertical e é utilizado por ser mais prático do ponto de vista de operação do que o ângulo β . E da combinação das Equações 20 e 21 temos:

$$a_i = [S - \left(1 + \frac{w_j}{w_i}\right) * S_j] * \tan(\theta) \quad (22)$$

De forma análoga as deduções apresentadas acima e, considerando o fato de que a configuração LWSCR pode ser dividida em vários segmentos de catenária com características particulares, as Equações 23 a 35 apresentam as demais relações que descrevem cada uma das sub catenárias descritas em função das respectivas coordenadas locais.

$$x_1 = a_i * \sinh^{-1}(1/\tan(\theta)) \quad (23)$$

$$y_1 = a_i * (\cosh\left(\frac{x_1}{a_1}\right) - 1) \quad (24)$$

$$x_2 = a_i * \sinh^{-1}\left(\frac{S_i - S_1}{a_i}\right) \quad (25)$$

$$y_2 = a_i * (\cosh\left(\frac{x_2}{a_1}\right) - 1) \quad (26)$$

$$x_3 = \frac{x_2 * w}{w_b} \quad (27)$$

$$y_3 = \frac{y_2 * w}{w_b} \quad (28)$$

$$S_4 = \frac{w}{w_b} * (S_{total} - S_i - S_j) \quad (29)$$

$$a_j = \frac{a_i * w}{w_b} \quad (30)$$

$$x_4 = a_j * \sinh^{-1}\left(\frac{S_4}{a_j}\right) \quad (31)$$

$$y_4 = a_j * \left(\cosh\left(\frac{x_4}{a_j}\right) - 1\right) \quad (32)$$

$$x_5 = a_i * \sinh^{-1}\left(\frac{S_{total} - S_i - S_j}{a_i}\right) \quad (33)$$

$$y_5 = \frac{y_4 * w_b}{w} \quad (34)$$

$$S_5 = \frac{w_b * S_j}{w} - S_2 \quad (35)$$

2.5 CORRENTE MARÍTIMA

A fim de computar o efeito da corrente marítima na estrutura, a teoria utilizada é baseada na equação clássica de Morison e na segunda lei de Newton. A equação de Morison foi inicialmente proposta por Morison (Morison et al., 1950) como um método especializado para determinar a força transversal atuante em um cilindro sujeito a uma corrente constante. Essa equação considera os efeitos tanto de fluidos ideais quanto de fluidos viscoso e é apresentada abaixo:

$$dF = \frac{1}{2} * \rho_w * C_d * D * |\dot{u}| * \dot{u} + \frac{1}{4} * \rho_w * C_m * \pi * D^2 * \ddot{u} \quad (36)$$

Onde dF é a força atuante na unidade de comprimento da estrutura, $\dot{u}$ a velocidade do fluxo, $\ddot{u}$ a aceleração horizontal das partículas de água, ρ_w a densidade da água do mar, D o diâmetro externo do *riser*, C_d e C_m , coeficiente de arrasto e coeficiente inercial, respectivamente.

A abordagem adotada neste trabalho para considerar os efeitos da corrente envolve, primeiramente, a determinação da configuração geométrica sem a sua presença, ou seja, a disposição espacial dos elementos e os respectivos ângulos. Em um segundo momento, introduz-se a corrente, decompondo a velocidade nas direções normal e tangente à estrutura (Sparks, 2007). Isso permite calcular as forças atuantes

em ambas as direções (Equação 37 e 38). Posteriormente, essas forças são decompostas nos eixos das abscissas e das ordenadas, proporcionando uma análise no eixo de referências pré-determinado.

$$F_n = \frac{1}{2} * \rho_w * C_n * D * ds * |v_c * \sin(\theta)| * v_c * \sin(\theta) \quad (37)$$

$$F_t = \frac{1}{2} * \rho_w * C_t * D * ds * |v_c * \cos(\theta)| * v_c * \cos(\theta) \quad (38)$$

Onde F_n e F_t representam a força de arrasto por unidade de comprimento, na direção normal e tangente a estrutura, respectivamente; C_n e C_t o coeficiente de arrasto na direção normal e tangente, respectivamente; v_c a velocidade da corrente, ds o comprimento do elemento diferencial analisado e θ o ângulo de inclinação do elemento da direção horizontal para a direção axial.

A força induzida pela corrente marítima modifica o ângulo de inclinação do elemento estrutural, o que, por sua vez, altera a força sofrida pelo elemento. Esse processo é iterativo e deve ser repetido até que se alcance o estado de equilíbrio. Vale ressaltar que a não é considerada a geometria dos módulos de flutuação no processo de equilíbrio.

A força hidrodinâmica gerada pela corrente marítima, portanto, é decomposta em duas etapas, de modo a representar adequadamente sua ação sobre a estrutura. Na primeira etapa, a força total de arrasto atuante em cada elemento estrutural é resolvida considerando cada uma das componentes locais: uma normal e outra tangencial à orientação do elemento. Essa decomposição é fundamental, pois as direções normal e tangencial determinam de forma distinta o comportamento estrutural, enquanto a componente normal tende a provocar o deslocamento transversal do *riser*, a componente tangencial atua predominantemente ao longo de seu eixo, influenciando o alongamento e a distribuição de tensões axiais.

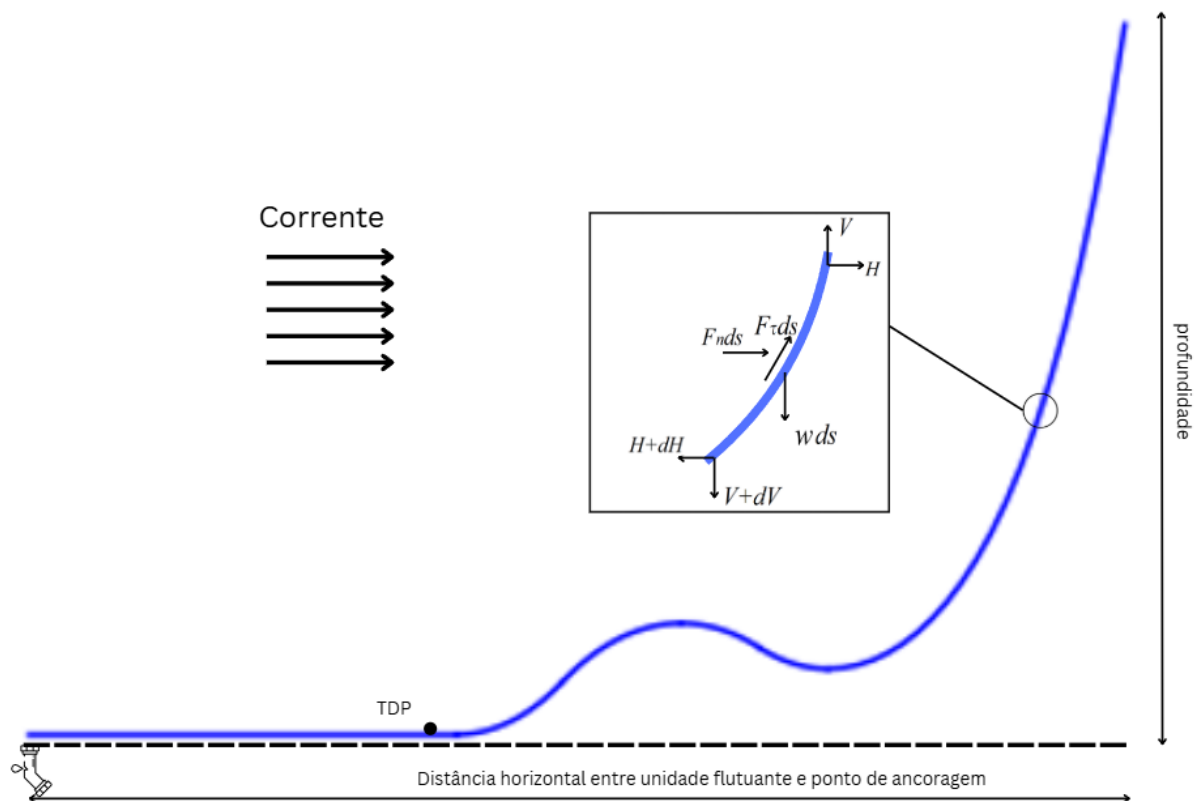
Na segunda etapa, cada uma dessas componentes locais é novamente decomposta segundo o sistema de coordenadas globais, definido pelos eixos horizontal (x) e vertical (y). Dessa forma, obtêm-se quatro parcelas de força: normal-horizontal, normal-vertical, tangencial-horizontal e tangencial-vertical. Essa decomposição dupla permite incorporar com precisão os efeitos da corrente marítima

nas equações globais de equilíbrio, garantindo que a direção e a intensidade das cargas hidrodinâmicas sejam corretamente representadas e pode ser observada no diagrama de corpo livre na Figura 2.

A partir da configuração inicial, obtida na ausência de corrente, é então realizado um processo iterativo para determinar o novo estado de equilíbrio da estrutura sob a ação da corrente incidente. Esse procedimento inicia-se no ponto de conexão de *hang-off* e avança ao longo do comprimento da linha, atualizando a distribuição de forças a cada iteração. A convergência é atingida quando as forças internas e externas se equilibram e a configuração resultante satisfaz as condições de contorno previamente definidas.

Ao final do processo, obtém-se uma nova geometria para o sistema, na qual cada elemento apresenta uma orientação ajustada em função das forças hidrodinâmicas atuantes. Esse método assegura uma representação realista da resposta estrutural à corrente marítima, permitindo avaliar com maior precisão as variações de tensão ao longo do *riser*.

Figura 2 – Diagrama de corpo livre quando aplicado força de corrente



Fonte: Autor (2026).

2.6 VARIÁVEIS DE PROJETO

Neste trabalho, os dados de entrada e as condições de contorno necessários para a determinação da configuração geométrica da catenária e para a avaliação das tensões ao longo da estrutura são definidos a seguir:

- Coordenadas espaciais da plataforma (ponto de *hang-off*);
- Coordenadas espaciais do terminal final do *riser* (PLET);
- w – peso por unidade de comprimento;
- L – comprimento total do *riser* lançado;
- A – área da seção transversal do *riser*.

Esses parâmetros estão diretamente relacionados a outros fatores de projeto, como as características do escoamento interno, as condições ambientais locais e os critérios normativos adotados.

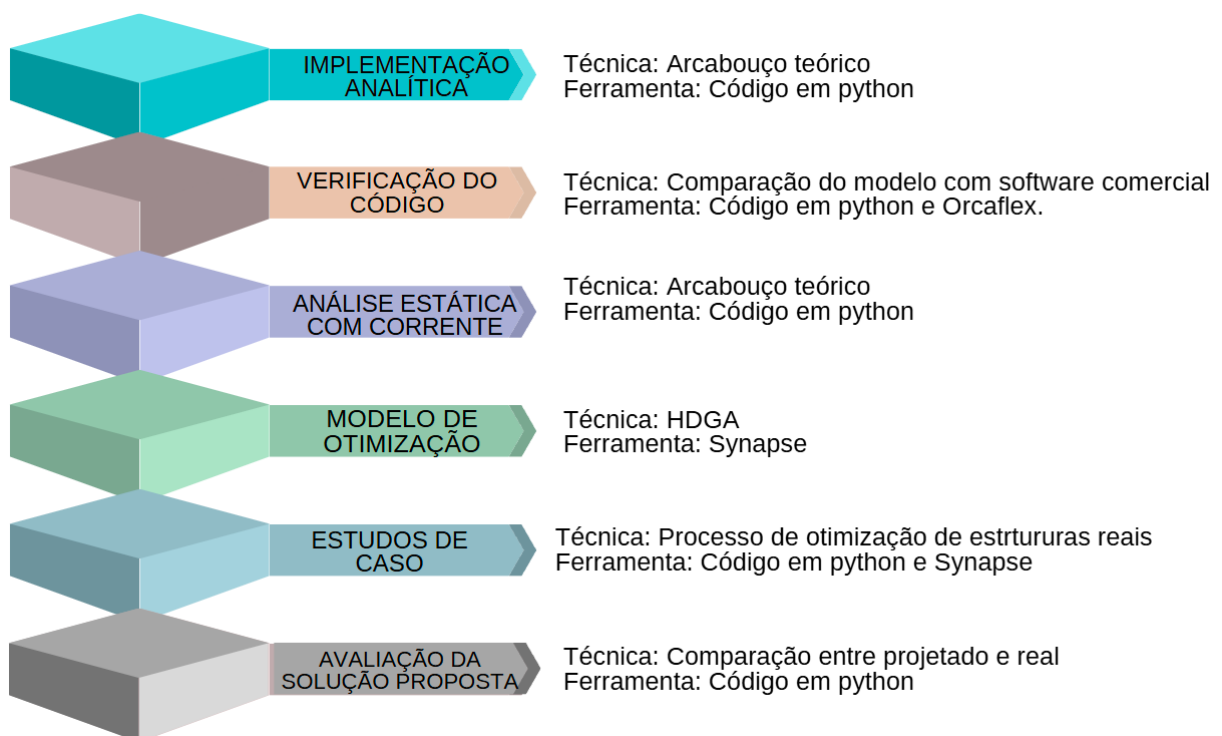
Na prática, o PLET pode estar localizado a vários quilômetros da plataforma, e a porção do *riser* apoiada no leito marinho exerce influência desprezível sobre a resposta hidrodinâmica da parte flutuante. De modo análogo, a distância horizontal entre a plataforma e o poço pode ser interpretada como uma conexão virtual, e não necessariamente como a posição física real do poço. A partir desse ponto, o trecho apoiado no leito marinho não contribui significativamente para o comportamento dinâmico global da linha. Dessa forma, considerar apenas o comprimento de modelagem, conceito conhecido como ponto de truncamento, representa uma abordagem eficiente e fisicamente consistente, reduzindo o esforço computacional sem comprometer a precisão dos resultados.

Considerando que o objetivo central deste estudo é otimizar a distribuição dos módulos de flutuação ao longo da linha, assume-se que as propriedades geométricas, ambientais e operacionais já foram previamente definidas em fases anteriores do projeto. Assim, os parâmetros listados são tratados como dados conhecidos e fixos, servindo como base para a formulação e implementação do procedimento de otimização proposto.

3. METODOLOGIA

Este capítulo apresenta a metodologia adotada para o desenvolvimento deste trabalho, detalhando as etapas necessárias para o cumprimento dos objetivos propostos. A Figura 3 ilustra, de forma esquemática, o processo, descrevendo a sequência de etapas a serem realizadas, bem como as ferramentas computacionais e técnicas empregadas em cada uma das etapas.

Figura 3 - Metodologia do trabalho



Fonte: Autor (2026).

A primeira etapa consistiu na formulação do modelo analítico, fundamentado nas equações apresentadas na Seção 4 do Capítulo 2. Diferentemente das abordagens tradicionais, em que os parâmetros são determinados diretamente pelas expressões analíticas, neste trabalho parte dos parâmetros de entrada foi tratada como variável dependente, sendo ajustada de forma iterativa até o atendimento simultâneo das condições iniciais e de contorno do problema. Para essa finalidade, foi desenvolvido um código computacional em Python, cuja disponibilização pode ser solicitada diretamente ao autor.

A verificação do modelo analítico foi conduzida de maneira sistemática ao longo do desenvolvimento do projeto, assegurando a consistência dos resultados obtidos em cada etapa. Essa verificação é essencial para garantir que eventuais erros de formulação ou propagação numérica não comprometam as análises subsequentes. A validação da análise estática foi realizada com o auxílio do programa comercial OrcaFlex, amplamente utilizado na indústria *offshore* para simulação de sistemas de *risers* e linhas de ancoragem. Nessa etapa, os modelos analíticos desenvolvidos foram comparados com os modelos utilizando o modelo FEM empregado pelo OrcaFlex, sendo avaliados os aspectos geométricos, como a distribuição espacial dos elementos e o perfil da linha e, aspectos estruturais, incluindo os valores de tração axial, momento fletor e tensão equivalente de von Mises ao longo da estrutura.

Após a validação do comportamento estático sem corrente, procedeu-se à inclusão dos efeitos hidrodinâmicos da corrente marítima. A influência da corrente foi incorporada utilizando o procedimento descrito na Seção 2.5, o qual foi implementado no mesmo ambiente computacional. Tal abordagem é necessária porque a força induzida pela corrente depende diretamente da orientação local de cada elemento, a qual é modificada pela própria força hidrodinâmica. Assim, o equilíbrio estático final é obtido por meio de um processo iterativo de atualização geométrica e de forças, garantindo a convergência para a configuração de equilíbrio em presença da corrente.

Em seguida, foi desenvolvido o processo de otimização, cujo objetivo é determinar a distribuição ótima dos módulos de flutuação ao longo da linha. Para isso, foi empregada a técnica HDGA, que combina princípios de algoritmos genéticos e métodos determinísticos, proporcionando maior eficiência na busca pelo ponto ótimo. A implementação foi realizada no programa Synapse, desenvolvido pelo Laboratório de Simulação Naval (NSO), o qual possui integração nativa com a linguagem Python, permitindo comunicação direta entre o algoritmo de otimização e o modelo analítico.

Como etapa final da metodologia, foi conduzido um estudo de caso baseado em uma estrutura previamente validada e documentada na literatura especializada. O objetivo dessa etapa é utilizar uma configuração de referência reconhecida, aplicando sobre ela a ferramenta de otimização desenvolvida a fim de aprimorar o desempenho e robustez da solução.

A análise dos resultados não se restringe à configuração geométrica final obtida, mas inclui também uma avaliação do desempenho computacional do processo de otimização, especialmente quando este é executado de forma numérica no

ambiente OrcaFlex. Essa comparação permite comparar a eficiência e a precisão da metodologia proposta em relação a métodos convencionais, destacando tanto o comportamento estrutural resultante quanto o tempo de processamento.

3.1 IMPLEMENTAÇÃO MODELO ANALÍTICO

Para o desenvolvimento do modelo analítico, foram implementadas as equações que descrevem a geometria da curva em catenária, as quais constituem a base matemática para a representação da configuração LWSCR. Conforme discutido anteriormente, essa configuração é decomposta em três seções principais e cinco subcatenárias, cada uma modelada a partir das equações analíticas apresentadas na Seção 2.3. No entanto, é importante destacar que essa decomposição permite representar com precisão o comportamento geométrico e estrutural de cada segmento, garantindo a continuidade e o equilíbrio entre as seções.

De acordo com Li e Nguyen (2010), existem dois conjuntos de parâmetros de entrada comumente utilizados na análise analítica de *risers*, os quais são sintetizados na Tabela 1. O primeiro é geralmente pouco prático, pois exige o conhecimento prévio das alturas da crista e do vale, informações que normalmente não estão disponíveis nas fases iniciais de projeto. O segundo define como variáveis de entrada os comprimentos das três seções (*hang-off*, flutuadores e trecho até o ponto de toque no leito marinho). No entanto, essa abordagem também apresenta limitações, especialmente na determinação da posição do ponto de toque, já que o comprimento da última seção é inicialmente desconhecido.

Tabela 1 – Parâmetros de entrada para configuração LWSCR

Parâmetro	Opção 1 (Li e Nguyen 2010)	Opção 2 (Li e Nguyen 2010)	Opção 3 (Presente trabalho)
Altura da crista (m)	✓		
Altura do vale (m)	✓		
Comprimento das seções		✓	
Ângulo de topo (°)	✓	✓	
Profundidade (m)	✓	✓	✓
Comprimento total (m)			✓
Posição inicial e final dos flutuadores (m)		✓	✓
Distância entre plataforma e PLET (m)			✓

Fonte: Autor (2026).

Outro aspecto relevante é que ambas as opções requerem o ângulo de *hang-off* como dado de entrada, embora esse parâmetro muitas vezes não seja uma variável de projeto, mas sim uma consequência das condições operacionais. Essa característica restringe a aplicação direta dessas formulações em análises realizadas nas fases iniciais de concepção do *riser*, quando ainda não se dispõe de informações detalhadas sobre a configuração final.

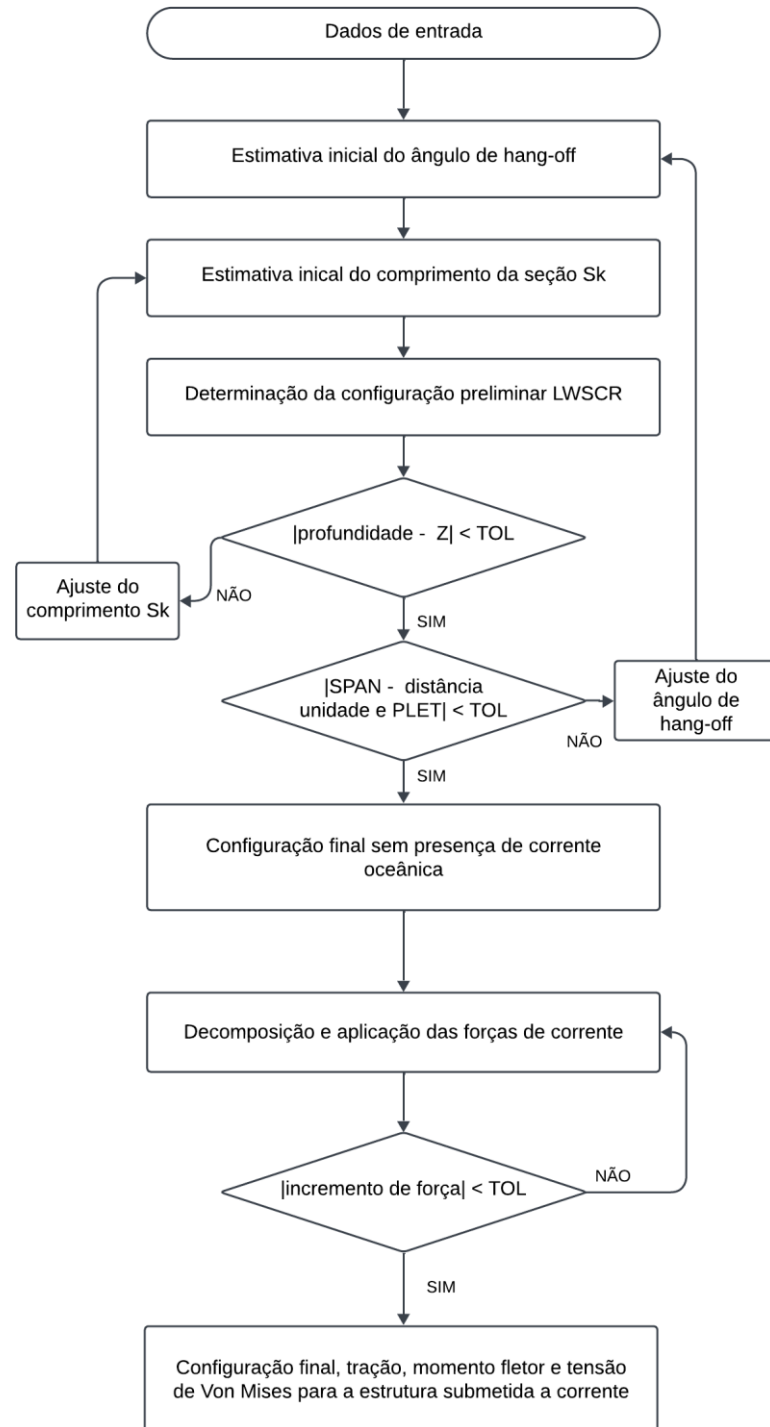
Considerando que o foco deste trabalho está voltado para as etapas iniciais de projeto, buscou-se empregar um conjunto de dados de entrada simples e de fácil obtenção, de modo a permitir que o modelo seja aplicado mesmo quando a configuração final da linha ainda não é conhecida. Desta forma, propõe-se uma terceira opção de parâmetros de entrada, na qual as equações da catenária são resolvidas de forma iterativa.

Os parâmetros adotados como dados de entrada incluem o comprimento total do *riser*, a posição dos módulos de flutuação, a profundidade e a distância horizontal entre a unidade flutuante e o PLET. O comprimento total do *riser* pode também ser considerado como o comprimento de modelagem, com base no conceito de ponto de truncamento. A profundidade por sua vez é a distância vertical entre o ponto de ancoragem e a unidade flutuante e pode ser diferente da altura de linha d'água.

Nesse contexto, a resolução das equações analíticas é conduzida de forma iterativa, uma vez que, nesta etapa preliminar, alguns parâmetros geométricos e estruturais são inicialmente desconhecidos e precisam ser ajustados até o atendimento simultâneo das condições de contorno e de equilíbrio estático.

O fluxograma apresentado a seguir resume as etapas do processo de cálculo implementado no modelo analítico, evidenciando o encadeamento das operações necessárias para a determinação da distribuição espacial dos elementos e para a avaliação dos esforços estruturais, incluindo tração axial, momento fletor e tensão equivalente de von Mises, ao longo de toda a linha.

Figura 4 - Fluxograma das etapas do processo para determinação de forma analítica da configuração final LWSCR com corrente oceânica.



Fonte: Autor (2026).

Conforme pode ser observado, a Figura 4 apresenta, em formato de fluxograma, as etapas e os processos iterativos necessários para a determinação da configuração estrutural a partir dos dados de entrada definidos na Seção 2.6.

Inicialmente, obtém-se a configuração geométrica da catenária sujeita apenas ao peso próprio e ao empuxo, desconsiderando a presença de corrente oceânica. Para isso, assume-se um valor inicial para o comprimento da seção Sk e para o ângulo de *hang-off*. Esse processo é resolvido iterativamente por meio do método da bisseção, no qual o intervalo de busca é progressivamente reduzido até que a solução satisfaça simultaneamente as condições de contorno impostas. No caso sem corrente, os parâmetros de convergência adotados são a profundidade e a distância horizontal entre a unidade flutuante e o PLET.

Uma vez determinada a configuração preliminar, são extraídos os ângulos de inclinação de cada elemento, permitindo a decomposição das forças tangenciais e normais em componentes horizontais e verticais. Em seguida, realiza-se o equilíbrio da estrutura e obtém-se uma nova configuração espacial. Como os ângulos resultantes alteram as forças atuantes, o processo é novamente resolvido de forma iterativa, atualizando-se os valores até que a variação angular entre iterações sucessivas seja inferior a uma tolerância pré-estabelecida, caracterizando a configuração de equilíbrio.

Com a distribuição espacial dos elementos ajustada à ação da corrente oceânica, é possível determinar a tração, o momento fletor e a tensão equivalente de von Mises ao longo da estrutura. O código desenvolvido neste trabalho adota uma tolerância de 0,01 m tanto para a profundidade, quanto para a distância entre a plataforma e o PLET. Tais valores podem ser considerados adequados em função da rápida convergência proporcionada pelo método da bisseção e pela simplicidade das equações envolvidas. O ajuste do ângulo de *hang-off* e das forças atuantes também é conduzido pelo método da bisseção, garantindo convergência eficiente e estável. Assim, o procedimento iterativo é repetido até que a configuração final atinja efetivamente o estado de equilíbrio estático sob a ação da corrente.

Esse critério garante que o processo iterativo de aplicação da corrente oceânica seja repetido até que a configuração final da linha atinja o estado de equilíbrio estático, assegurando consistência entre as forças hidrodinâmicas aplicadas e a resposta estrutural obtida. Dessa forma, o fluxograma apresentado resume de maneira clara e sistemática a sequência lógica de cálculos empregada pelo modelo analítico, desde a definição dos parâmetros iniciais até a determinação das grandezas mecânicas finais, tração, momento fletor e tensão equivalente de von Mises, ao longo da estrutura submetida à corrente.

3.1.1 Verificação do código

Apesar das equações envolvidas no cálculo da configuração de catenárias serem amplamente conhecidas e bem estabelecidas na literatura, a implementação computacional dessas equações, especialmente por meio de métodos iterativos, requer uma etapa criteriosa de verificação e validação. Isso se deve à necessidade de assegurar que os resultados fornecidos pelo código desenvolvido estejam em conformidade com soluções já consolidadas e reconhecidas como corretas.

Com esse propósito, foram conduzidos três estudos de caso distintos, selecionados com base na disponibilidade de dados de entrada em publicações científicas especializadas. Embora os objetivos principais desses trabalhos fossem variados, todos apresentavam informações suficientes para a determinação da geometria final da estrutura, bem como dos esforços mecânicos atuantes ao longo do sistema.

Para garantir a confiabilidade dos resultados e viabilizar uma comparação direta e consistente, os três casos foram também modelados no programa comercial OrcaFlex. Dessa forma, os resultados gerados pelo código desenvolvido foram confrontados com aqueles obtidos por meio do OrcaFlex, considerado aqui como referência de validação.

Durante esse processo, constatou-se que os artigos utilizados como base não apresentavam uma padronização em seus formatos de saída e representação de resultados, o que dificultaria uma comparação direta. Por esse motivo, optou-se por replicar todos os cenários no ambiente do OrcaFlex, assegurando assim uma uniformização dos critérios de comparação e a extração consistente das informações relevantes.

Os resultados comparativos são apresentados de forma gráfica, contemplando a configuração final das estruturas, a distribuição da força de tração ao longo do comprimento, os diagramas de momento fletor e os perfis de tensão de von Mises. Além disso, foram selecionados pontos específicos nas estruturas para a análise dos valores numéricos detalhados, de modo a quantificar as diferenças observadas entre as soluções obtidas pelo código e aquelas fornecidas pelo programa de referência. Essa abordagem permite uma análise mais precisa da acurácia do

modelo implementado, contribuindo para a validação geral da metodologia empregada.

3.1.1.1 *Estudo de caso 1*

O primeiro estudo de caso utilizado na verificação do código baseia-se na pesquisa conduzida por Wang (2015), que investigou os efeitos combinados da velocidade da corrente oceânica externa e do escoamento interno de fluido sobre o comportamento estático de configurações do tipo LWSCR. A análise realizada pelo autor abrangeu cinco cenários distintos de carregamento, todos aplicados a um mesmo modelo estrutural, permitindo uma avaliação abrangente da influência dessas variáveis nas respostas mecânicas do sistema.

Na formulação do problema, Wang adotou uma abordagem analítica fundamentada em equações bem estabelecidas na literatura técnica. O modelo foi tratado como um problema de valor de contorno, em que as condições são impostas em pontos específicos da estrutura para determinar a configuração de equilíbrio e os esforços internos ao longo do *riser*. Essa metodologia é particularmente relevante para os objetivos do presente trabalho, pois viabiliza uma comparação direta com os resultados gerados pelo código desenvolvido, contribuindo significativamente para a avaliação da acurácia e robustez da solução implementada.

Para efeito de validação, adotou-se neste estudo o cenário de referência definido por Wang (2015), no qual o *riser* está completamente preenchido por fluido e submetido a diferentes intensidades e direções de corrente marinha. Embora o autor tenha considerado cinco velocidades distintas, optou-se aqui pela análise de três casos representativos: (i) ausência de corrente, (ii) corrente de 1,5 m/s aplicada no sentido positivo do eixo X e (iii) corrente de 1,5 m/s no sentido negativo desse mesmo eixo. As velocidades intermediárias de 0,75 m/s, também contempladas no estudo original, foram propositalmente excluídas, uma vez que o objetivo de Wang era observar a evolução gradual da resposta estrutural com o aumento da velocidade, abordagem que difere daquela adotada neste trabalho, que visa comparar diretamente os casos extremos com a condição de referência.

As propriedades estruturais e ambientais adotadas neste estudo de caso são apresentadas na Tabela 2. O cálculo do peso total por unidade de comprimento da estrutura considerou a soma do peso próprio do *riser* metálico com a contribuição do

fluido interno, assumindo-se que o duto está completamente preenchido em toda a sua extensão. Essa consideração é fundamental para representar com fidelidade a distribuição de cargas ao longo do sistema e, conseqüentemente, para assegurar a comparabilidade dos resultados obtidos com os do estudo de referência.

Tabela 2 - Dados de entrada para o primeiro estudo de caso

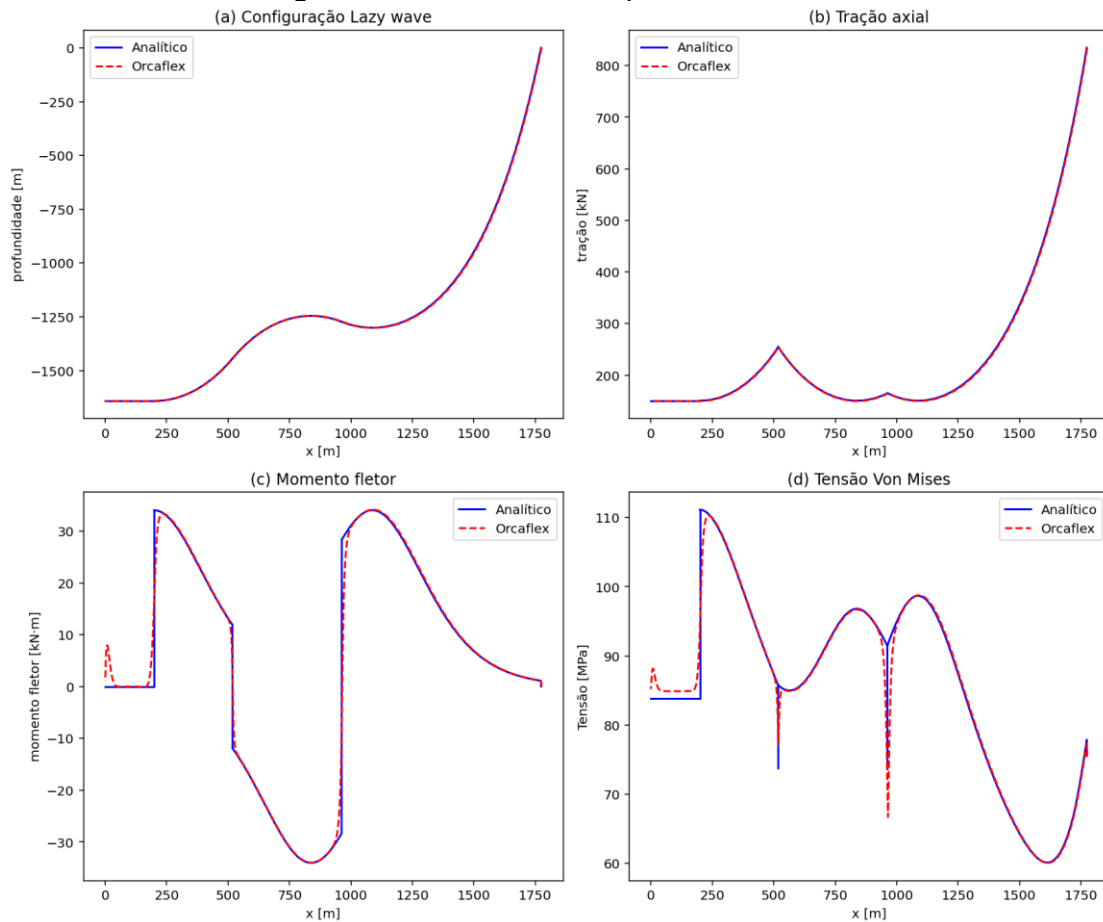
Densidade água do mar (Kg/m ³)	1024
Densidade <i>riser</i> (Kg/m ³)	7860
Densidade fluido interno (Kg/m ³)	998
Modulo de elasticidade (Pa)	2,06E+11
Diâmetro externo <i>riser</i> (m)	0,2032
Cd	0,1
Ct	0,003
Espessura <i>riser</i> (m)	0,0191
Comprimento total (m)	2800
Comprimento seção Si (m)	1690
Comprimento seção Sk (m)	520
Profundidade (m)	1641
Distância entre PLET e unidade flutuante (m)	1745

Fonte: Wang (2015).

A configuração estrutural correspondente ao caso sem corrente é apresentada graficamente na Figura 5, possibilitando uma avaliação visual direta da concordância entre os resultados obtidos pelo código analítico desenvolvido e aqueles gerados por meio da simulação numérica no programa OrcaFlex. Essa representação gráfica é fundamental para compreender, de forma intuitiva, a proximidade entre as soluções em termos da geometria final assumida pela estrutura, permitindo observar aspectos como o perfil do *riser*, o posicionamento dos arcos característicos da configuração LWSCR e eventuais desvios na trajetória espacial da linha.

Complementando a análise gráfica, a Tabela 3 apresenta de forma sistematizada os valores numéricos obtidos para os três cenários de corrente considerados. Nessa tabela, são comparados diretamente os resultados fornecidos pelo modelo analítico com aqueles obtidos nas simulações realizadas no OrcaFlex, incluindo grandezas relevantes como a posição de pontos-chave da estrutura, valores de tração axial, momento fletor e tensões equivalentes.

Figura 5 - Resultados do primeiro estudo de caso



Fonte: Autor (2026).

Tabela 3 – Resultado do primeiro estudo de caso para as três condições de corrente

	Vc (m/s)	posição TDP (m)	altura crista (m)	altura vale (m)	Ângulo de <i>hang-off</i>	Tração axial máxima (KN)	Momento fletor máximo (KN*m)	Tensão de Von Mises máxima (Mpa)
Orcaflex	0	201,99	397,10	340,89	10,44	833,56	34,11	111,03
Análítico		199,00	395,42	340,91	10,35	834,86	33,89	111,02
Diferença (%)		-1,50%	-0,42%	0,01%	-0,87%	0,16%	-0,65%	-0,01%
Orcaflex	1,5	203,99	378,74	340,89	8,95	843,88	32,64	106,82
Análítico		201,00	384,39	340,91	9,14	844,09	32,07	108,65
Diferença (%)		-1,49%	1,47%	0,01%	2,08%	0,02%	-1,78%	1,68%
Orcaflex	-1,5	202,00	397,10	418,02	11,93	823,76	38,06	99,56
Análítico		199,00	395,42	407,77	11,79	825,91	37,25	100,29
Diferença (%)		-1,51%	-0,42%	-2,51%	-1,19%	0,26%	-2,17%	0,73%

Fonte: Autor (2026).

A partir da Figura 5, observa-se que os itens (a) e (b) apresentam uma excelente concordância entre os resultados obtidos pelo código analítico e pelo modelo numérico do OrcaFlex. Essa consistência indica que tanto a configuração geométrica da estrutura quanto a distribuição da força de tração ao longo do *riser* são representadas de forma satisfatória pela metodologia desenvolvida, validando a formulação empregada para o caso sem corrente e confirmando sua aplicabilidade em condições de carregamento estático.

Por outro lado, nos itens (c) e (d), que apresentam os diagramas de momento fletor e tensão de von Mises, verifica-se uma divergência localizada na região de contato entre o *riser* e o solo, especialmente nas proximidades do TDP. Essa diferença pode ser explicada pelas hipóteses distintas adotadas em cada modelo em relação à interação com o leito marinho. No modelo numérico do OrcaFlex, considera-se uma rigidez de solo finita, o que permite uma penetração parcial do *riser* no fundo marinho. Essa penetração induz a necessidade de um retorno gradual à superfície, resultando em uma curvatura adicional da linha, com consequente variação nos esforços internos.

Em contraste, no modelo analítico implementado neste trabalho, assume-se uma rigidez infinita do solo, conforme previamente discutido. Nessa abordagem, ao atingir o leito marinho, o *riser* é considerado como uma linha apoiada continuamente entre o TDP e o PLET, sem qualquer penetração no solo. Como resultado, a linha permanece com curvatura constante nessa região, refletida em um momento fletor constante e, por consequência, em uma tensão de von Mises igualmente constante.

Essas diferenças de modelagem explicam as variações observadas nos gráficos. Ainda assim, a diferença máxima observada entre os dois modelos, em termos absolutos, foi de apenas 2,51%, valor considerado bastante satisfatório dentro do escopo da análise proposta, especialmente considerando a simplificação assumida no modelo analítico frente ao modelo baseado no Método dos Elementos Finitos, adotado pelo programa OrcaFlex.

Outro aspecto relevante a ser destacado refere-se às tensões observadas no início e no final da seção de boia, onde os valores obtidos pelos dois modelos não apresentam total concordância. Essa discrepância pode ser atribuída à forma como a distribuição da flutuação é representada em cada abordagem. No OrcaFlex, o espaçamento entre os módulos de flutuação é definido como um parâmetro específico, permitindo uma representação discreta da distribuição de força ao longo

da seção. Já no modelo analítico, a flutuação é considerada como uma resultante distribuída continuamente por metro ao longo da extensão definida como seção de boia.

Apesar dessa diferença conceitual, é importante observar que os pontos em que essa divergência se manifesta não são críticos para a análise, uma vez que não coincidem com os locais de tensão máxima. E, considerando que o objetivo principal deste trabalho é a redução da variação máxima de tensão ao longo do *riser*, conclui-se que essa discrepância não compromete os resultados finais, tampouco invalida a eficácia do modelo desenvolvido.

3.1.1.2 *Estudo de caso 2*

Os dados referentes ao segundo estudo de caso foram extraídos do trabalho desenvolvido por Ruan et al. (2014), no qual foi proposto um modelo analítico para a avaliação do comportamento estático de um umbilical configurado na forma de *lazy-wave*, instalado em águas profundas. Uma das particularidades desse estudo reside na consideração do apoio da estrutura sobre um leito elástico, o que diferencia sua abordagem da utilizada no presente trabalho. Além disso, Ruan et al. incorporaram efeitos adicionais relevantes, como a rigidez do solo e o fenômeno de camada limite, fatores que serão levados em conta na análise comparativa dos resultados obtidos.

Os autores demonstraram que a rigidez do leito marinho exerce influência limitada sobre os principais parâmetros estruturais, tais como a configuração geométrica do umbilical, a distribuição de tração, o momento fletor e a força cortante ao longo da linha suspensa na coluna d'água. No entanto, observou-se que, com o aumento da rigidez do solo, há uma redução significativa do momento fletor no TDP e um aumento correspondente na força cortante naquela mesma região.

As propriedades estruturais da linha, bem como as condições ambientais aplicadas a este estudo de caso, estão detalhadas na Tabela 4, fornecendo os parâmetros necessários para a reprodução e validação do modelo, permitindo a comparação dos resultados obtidos frente aos resultados obtidos por Ruan et al. e às simulações numéricas realizadas no programa OrcaFlex utilizando o Método dos Elementos Finitos.

Tabela 4 – Dados de entrada para o segundo estudo de caso

Densidade água do mar (Kg/m ³)	1025
Peso do <i>riser</i> (N/m)	501.07
Peso da seção boia* (N/m)	-548.20
Modulo de elasticidade (Pa)	2,06E+11
Diâmetro externo <i>riser</i> (m)	0,220
Cd	0,7
Ct	0,008
Comprimento total (m)	2390
Comprimento seção Si (m)	1176
Comprimento seção Sk (m)	672
Rigidez Axial EA (KN*m ²)	1,65E6
Rigidez Flexional EI (KN*m ²)	4,73E2
Profundidade (m)	1500
Distância entre PLET e unidade flutuante (m)	800

Fonte: Autor (2026).

Neste estudo de caso, o autor avaliou o comportamento estrutural do umbilical sob duas condições distintas de corrente: uma em que a corrente está ausente e outra na qual é aplicada uma corrente com velocidade de 0,2 m/s. Embora essa velocidade seja relativamente baixa, o autor enfatiza que, devido à reduzida profundidade da instalação e à configuração específica do *riser* em *lazy-wave*, os parâmetros mais sensíveis às variações da corrente são aqueles relacionados à geometria da estrutura, tais como o ângulo de topo, a altura da crista e a altura do vale da configuração.

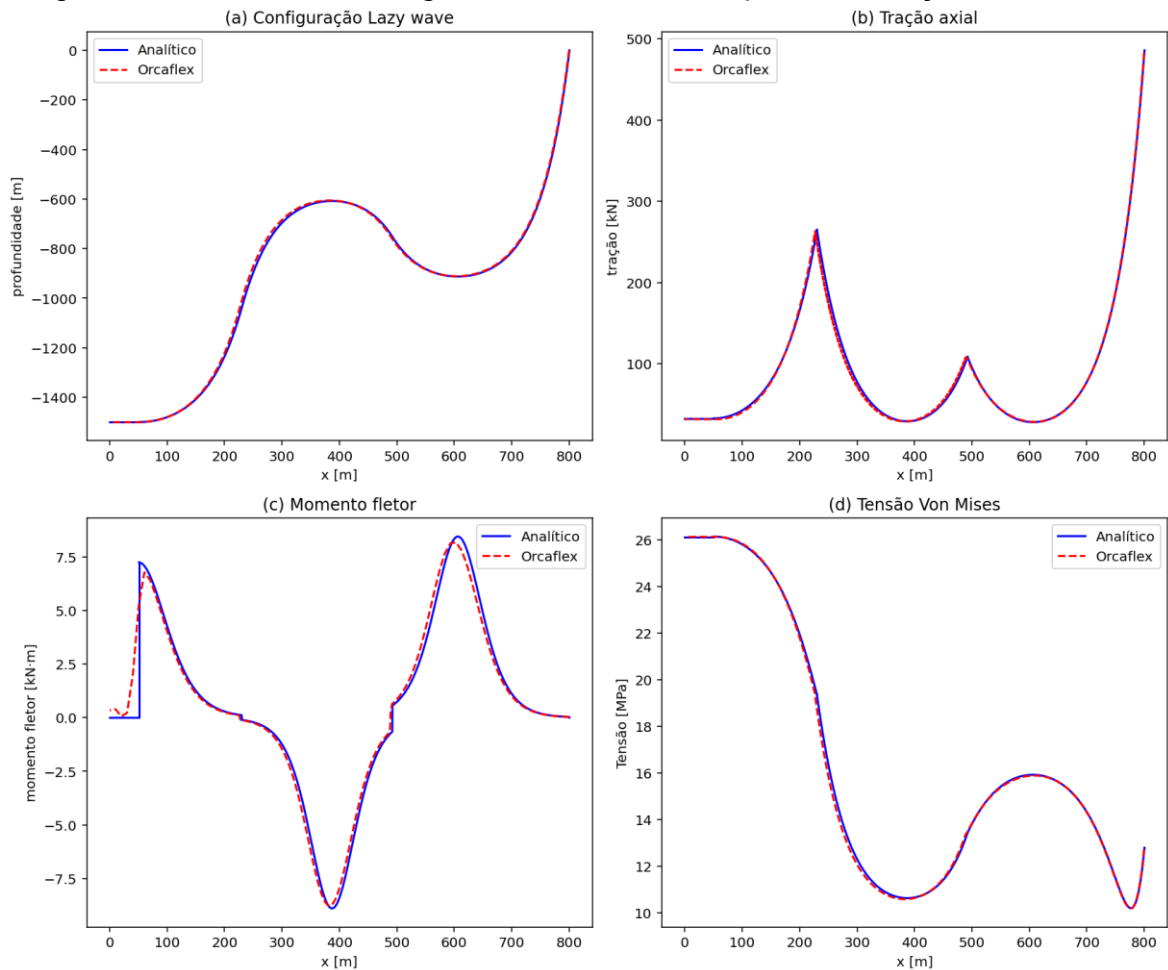
Em contrapartida, os esforços internos, incluindo tração, momento fletor e força cortante, apresentam variações pouco significativas entre as duas condições analisadas. Isso deve-se ao fato de que a contribuição da corrente, em termos globais, é limitada frente à magnitude das outras cargas atuantes, como o peso próprio e o empuxo da linha e do fluido interno.

Essa tendência se confirma nos resultados obtidos pelo modelo desenvolvido neste trabalho, onde a posição do TDP mostra alterações mínimas entre as condições com e sem corrente. Tal comportamento é indicativo da estabilidade geométrica do sistema diante das cargas hidrodinâmicas consideradas.

Assim como no estudo de caso anterior, a análise comparativa entre o modelo analítico e o modelo implementado no OrcaFlex é apresentada de forma gráfica na Figura 6, enquanto os resultados numéricos correspondentes estão consolidados na Tabela 5. Ambos os conjuntos de dados evidenciam uma boa concordância entre as

abordagens, corroborando a consistência e a precisão do código desenvolvido. Ressalta-se ainda que as observações feitas anteriormente a respeito da TDZ, em particular, as diferenças atribuídas à modelagem da interação solo-estrutura, também são válidas para este caso, reforçando a importância de considerar esses aspectos na análise das respostas do sistema.

Figura 6 - Resultados do segundo estudo de caso para a condição sem corrente



Fonte: Autor (2026).

Tabela 5 - Resultado do segundo estudo de caso para as duas condições de corrente

	Vc (m/s)	posição TDP (m)	altura crista (m)	altura vale (m)	Ângulo de <i>hang-off</i>	Tração axial máxima (KN)	Momento fletor máximo (KN*m)	Tensão de Von Mises máxima (Mpa)
Orcaflex	0	50,34	908,76	602,26	3,47	484,89	7,98	26,13
Analítico		51,00	896,59	591,05	3,46	485,26	8,11	26,14
Diferença (%)		1,31%	-1,34%	-1,86%	-0,29%	0,08%	1,63%	0,04%
Orcaflex	0,2	50,33	911,36	605,64	3,05	485,45	7,27	26,13
Analítico		51,00	892,07	587,32	3,00	484,02	7,24	26,14
Diferença (%)		1,33%	-2,12%	-3,02%	-1,64%	-0,29%	-0,41%	0,04%

Fonte: Autor (2026).

Na Figura 6, observa-se novamente que a diferença mais significativa entre os resultados obtidos pelo código analítico e pelo modelo OrcaFlex ocorre na região do TDZ, especialmente no que diz respeito ao momento fletor. Essa divergência é consistente com as razões já discutidas anteriormente, relacionadas à forma como cada modelo representa a interação entre o *riser* e o solo, em particular a consideração da rigidez do leito marinho e a penetração do *riser* no solo.

É importante destacar que este estudo de caso envolve uma estrutura cujas dimensões são semelhantes às do caso anterior, porém com uma diferença relevante: a distância entre a unidade flutuante e o PLET é consideravelmente menor. Essa configuração reduzida impacta diretamente na distribuição dos esforços ao longo do *riser*. Em particular, observa-se que a tensão de von Mises alcança valores mais elevados na região de arco da configuração *lazy wave*, apresentando seu pico máximo no PLET quando a corrente está presente. Tal comportamento evidencia a influência combinada da geometria compacta da estrutura e da ação da corrente na concentração de esforços nessa região crítica.

Diferentemente do primeiro estudo de caso, onde diferentes velocidades de corrente foram analisadas para avaliar a evolução do comportamento estrutural, neste segundo estudo a corrente foi tratada como um parâmetro fixo, sem variações, servindo apenas como dado de entrada para a condição ambiental adotada pelo autor. Com o objetivo de garantir uma padronização no processo de verificação do código desenvolvido, foram realizadas simulações no OrcaFlex para as duas condições, com

corrente e sem corrente, mesmo que o estudo original não contemplasse essa comparação.

Os resultados consolidados na Tabela 5 demonstram que, em ambos os cenários, o código analítico apresentou uma representação adequada do comportamento estrutural do sistema. O maior desvio registrado ocorreu na configuração do *riser*, especificamente na altura do vale sob a presença da corrente, apresentando um erro percentual máximo de 3,02%. Esse valor está dentro de limites aceitáveis para aplicações de engenharia, reforçando a confiabilidade do modelo proposto, especialmente considerando as simplificações inerentes à abordagem analítica.

3.1.1.3 *Estudo de caso 3*

O terceiro estudo de caso baseia-se na pesquisa conduzida por Ruan (2019), que propôs um modelo matemático simplificado para estimar a variação das tensões axiais estáticas em *risers* de aço configurados em *lazy-wave*, submetidos simultaneamente ao movimento deriva lenta da unidade flutuante e à ação das correntes oceânicas. Para a formulação do problema, os autores combinaram a teoria da catenária com a teoria linear de deformação de vigas, analisando também a deformação geométrica, os esforços internos e a distribuição das tensões ao longo da estrutura.

A metodologia proposta foi validada por meio de um exemplo aplicado em lâmina d'água de 1248 metros, cujos resultados foram comparados pelo autor com aqueles obtidos por meio de simulações realizadas no programa OrcaFlex. Os resultados demonstraram que a deriva lenta da embarcação gera variações significativas nas tensões axiais do *riser*, caracterizadas por quatro picos principais de amplitude. Desses, dois picos localizam-se nas regiões correspondentes às cristas e vales da configuração *lazy-wave*, enquanto os outros dois estão concentrados na TDZ.

Nessas regiões críticas, observou-se que a componente de flexão predomina, refletindo a resposta estrutural local ao carregamento combinado, enquanto nas demais regiões da linha prevalece a componente axial de tração. Além disso, o estudo evidenciou que o aumento da amplitude de deriva da unidade flutuante intensifica os valores máximos das tensões axiais, embora a posição dos picos, particularmente na

TDZ, apresente apenas pequenas oscilações, indicando relativa estabilidade espacial desses pontos.

Outro ponto importante destacado pelos autores refere-se ao posicionamento do segmento de fluutuabilidade ao longo do *riser*. Verificou-se que o deslocamento desse segmento em direção ao topo do *riser* tende a aumentar as tensões ao longo da estrutura, podendo comprometer a integridade do sistema. Portanto, é recomendado manter o segmento de fluutuabilidade próximo ao leito marinho, desde que se preserve a configuração *lazy-wave*, otimizando a distribuição de esforços e minimizando as concentrações excessivas de tensão.

De forma semelhante ao estudo de caso anterior, o objetivo principal deste trabalho não foi avaliar as respostas estruturais sob múltiplas condições de corrente, mas sim considerar a velocidade da corrente como um parâmetro fixo de entrada no modelo. A análise mostrou que as variações nas respostas estruturais permanecem baixas, sendo esperado que os parâmetros geométricos da configuração, tais como altura de vale e crista e ângulo de *hang-off*, apresentem diferenças mais expressivas

Adicionalmente, segundo o autor, a integração entre a teoria da catenária e a teoria linear de vigas empregada no modelo analítico proporciona uma abordagem eficiente para representar os principais fenômenos mecânicos associados ao comportamento de *risers lazy-wave*. Ainda de acordo com o autor, a validação frente ao modelo numérico do OrcaFlex reforça a confiabilidade dessa formulação analítica, especialmente em aplicações nas quais a simplicidade computacional e a rapidez na obtenção dos resultados são desejáveis, sem comprometer o nível de precisão necessário para assegurar a segurança estrutural.

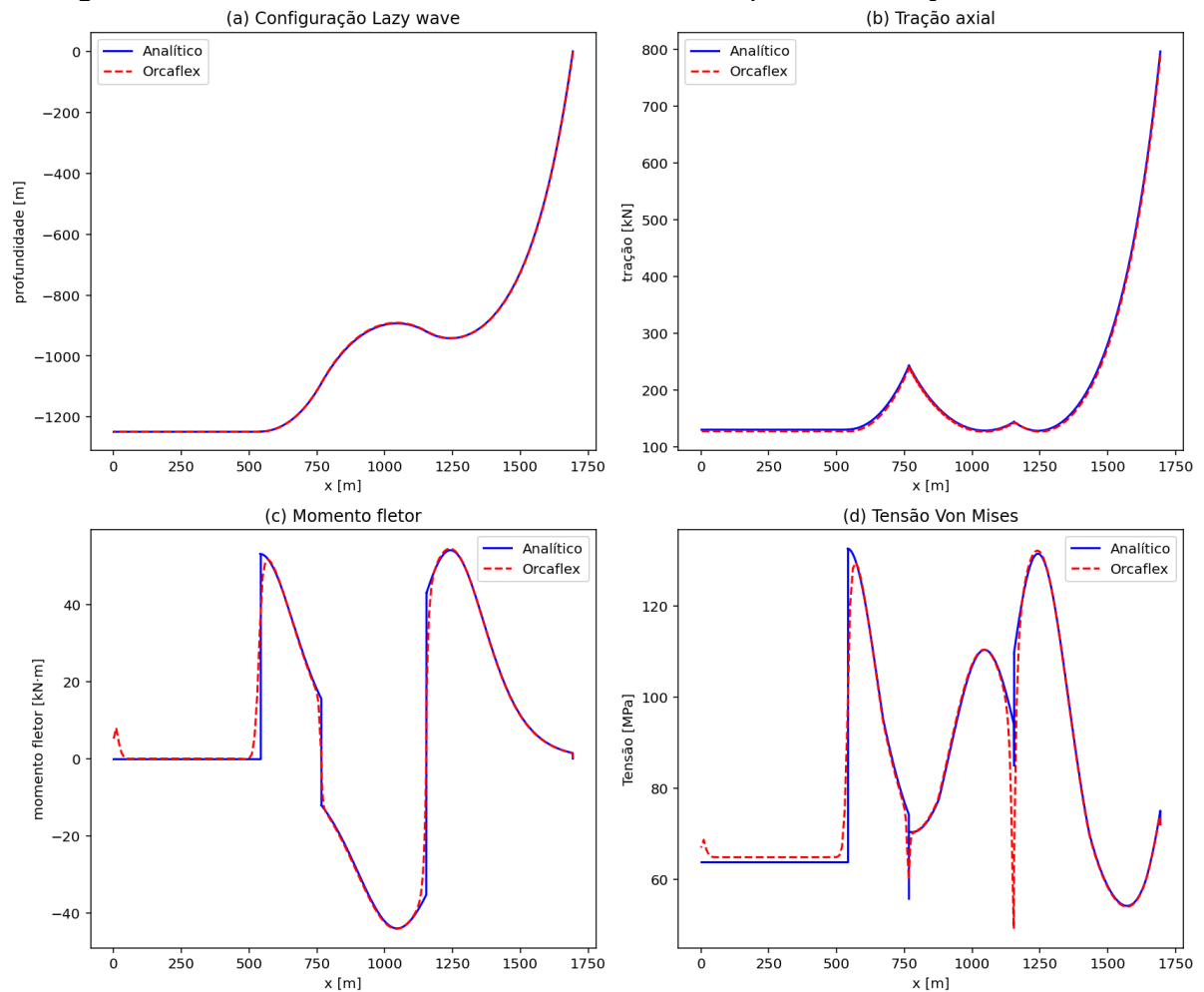
As propriedades estruturais e ambientais utilizadas por Ruan (2019) são enumeradas na Tabela 6, e foram utilizadas como referência para a replicação e validação dos resultados obtidos, bem como para a comparação entre as metodologias analítica e numérica empregadas.

Tabela 6 – Dados de entrada para o terceiro estudo de caso

Densidade água do mar (Kg/m^3)	1025
Peso do riser (N/m)	709
Peso da seção boia* (N/m)	-579
Modulo de elasticidade (Pa)	2,07E+11
Diâmetro externo riser (m)	0,2032
Cd	1,2
Ct	0,036
Comprimento total (m)	2500
Comprimento seção Si (m)	1200
Comprimento seção Sk (m)	470
Profundidade (m)	1248
Distância entre PLET e unidade flutuante (m)	1700

Fonte: Ruan (2019).

Figura 7 - Resultados do terceiro estudo de caso para a condição sem corrente



Fonte: Autor (2026).

Tabela 7 - Resultado do terceiro estudo de caso

	Vc (m/s)	posição TDP (m)	altura crista (m)	altura vale (m)	Ângulo de <i>hang-</i> <i>off</i>	Tração axial máxima (KN)	Momento fletor máximo (KN*m)	Tensão de Von Mises máxima (Mpa)
Orcaflex		539,98	306,9	358,32	9,21	793,25	54,67	132,69
Analítico	0	540,00	307,61	357,98	9,27	794,73	54,25	131,97
Diferença (%)		0,00%	0,23%	-0,09%	0,65%	0,19%	-0,77%	-0,54%
Orcaflex		539,98	306,55	357,31	9,07	794,03	54,44	132,25
Analítico	0,2	541,00	306,12	355,21	9,00	792,41	53,06	131,54
Diferença (%)		0,19%	-0,14%	-0,59%	-0,77%	-0,20%	-2,53%	-0,54%

Fonte: Autor (2026).

Os resultados obtidos demonstraram, mais uma vez, uma excelente concordância entre o modelo analítico desenvolvido e o modelo numérico implementado no OrcaFlex como pode ser observado na Fonte: Ruan (2019).

Figura 7. A posição do TDP, as alturas da crista e do vale, o ângulo de *hang-off* e as respostas estruturais como tração axial máxima, momento fletor máximo e tensão equivalente de von Mises, apresentaram diferenças relativas inferiores a 3%, como pode ser observado na Tabela 7.

Essa proximidade entre os resultados confirma que o modelo analítico desenvolvido é capaz de reproduzir de forma satisfatória o comportamento estático da linha mesmo na presença de corrente, mantendo coerência tanto na resposta geométrica quanto nas grandezas estruturais avaliadas. Observa-se que a variação introduzida pela corrente de 0,2 m/s resultou em pequenas alterações nas posições da crista e do vale e em uma leve redução no ângulo de *hang-off*, comportamento esperado devido à deformação progressiva da linha em direção ao sentido da corrente.

No que se refere às respostas mecânicas, a tração axial e o momento fletor apresentaram um leve aumento sob a ação da corrente, com a tensão equivalente de von Mises variando menos de 1% entre os dois modelos. Esse comportamento indica que a formulação analítica captura adequadamente os efeitos hidrodinâmicos globais e as variações de carregamento, mesmo considerando as simplificações assumidas.

De modo geral, os resultados do terceiro estudo de caso reforçam a consistência e a aplicabilidade do modelo analítico desenvolvido, evidenciando que, mesmo sob a influência de correntes moderadas, a metodologia proposta mantém precisão suficiente para representar o equilíbrio estático do sistema. Assim, o modelo se mostra adequado para uso em etapas iniciais de projeto, nas quais é desejável alcançar um balanço entre confiabilidade, rapidez de cálculo e baixo custo computacional.

3.1.1.4 Dados de saída

Conforme discutido no início deste capítulo, o presente trabalho propõe uma nova abordagem para a definição dos dados de entrada, na qual o ângulo de *hang-off* e a posição do TDP não são previamente conhecidos, mas sim determinados como resultado de outros parâmetros de projeto. Dessa forma, torna-se essencial avaliar esses resultados a fim de verificar se o processo iterativo está sendo executado corretamente e se, de fato, é possível realizar análises em fases iniciais de projeto sem a necessidade das informações tradicionalmente utilizadas nas formulações clássicas, tal como visto em Li e Nguyen (2010).

A Tabela 8 apresenta, de forma sintetizada, os resultados obtidos para esses dois parâmetros, ângulo de *hang-off* e posição do TDP, considerando os três estudos de caso utilizados na validação do modelo.

Tabela 8 – Dados de saída do código analítico

Estudo de Referência	Abordagem	Ângulo de <i>hang-off</i> [°]	TDP [m]
Wang (2015)	OrcaFlex	10,44	201,99
	Analítico	10,35	199,00
Ruan et al (2014)	OrcaFlex	3,47	50,34
	Analítico	3,46	51,00
Ruan et al (2019)	OrcaFlex	9,07	539,98
	Analítico	9,00	540,00

Fonte: Autor (2026).

Os resultados indicam que parâmetros tradicionalmente considerados na modelagem podem ser determinados com elevado grau de precisão a partir do código

implementado e do processo iterativo proposto. Observa-se que tanto o ângulo de *hang-off* quanto a posição do TDP apresentaram diferenças inferiores a 2% em relação aos valores obtidos pelo modelo baseado no Método dos Elementos Finitos do OrcaFlex, confirmando a consistência da metodologia adotada.

Em síntese, o modelo analítico mostrou-se capaz de estimar adequadamente esses parâmetros-chave mesmo em etapas iniciais de projeto, quando a configuração final do sistema ainda é desconhecida e o ângulo de *hang-off* não é necessariamente uma variável de projeto, mas uma consequência das condições geométricas e operacionais. Essa característica torna o modelo uma ferramenta particularmente útil e eficiente para estudos preliminares, permitindo prever com boa precisão a configuração estática inicial do *riser* antes da execução de análises numéricas complexas.

3.2 ETAPAS DO PROCESSO DE OTIMIZAÇÃO

Dentro de um processo de otimização, uma das etapas críticas consiste na definição adequada das variáveis de projeto, das restrições e da função objetivo. A correta caracterização desses elementos é essencial para garantir que o processo convirja para soluções fisicamente viáveis, eficientes e coerentes com os requisitos de projeto.

Em aplicações de engenharia *offshore*, particularmente no projeto de *risers*, essa tarefa se torna ainda mais desafiadora devido ao caráter altamente não linear das respostas estruturais e à forte interdependência entre as variáveis geométricas, hidrodinâmicas e dos materiais.

Apesar do crescente interesse na aplicação de métodos de otimização em sistemas *offshore*, a literatura ainda apresenta um número relativamente limitado de estudos que abordam de forma sistemática a otimização de *risers*, especialmente em configurações com módulos de flutuação. Um levantamento conduzido por Tanaka (2009) identificou algumas abordagens que incorporam técnicas de otimização tanto em configurações de catenária simples quanto em configurações *lazy wave*, destacando diferentes estratégias, funções objetivo e ferramentas computacionais.

Entre os estudos citados, destacam-se os trabalhos de Larsen e Hanson (1999), que aplicaram o método SQP (*Sequential Quadratic Programming*) para otimizar o projeto de um *riser* rígido em configuração catenária. Nesse caso, o custo

total foi adotado como função objetivo, tendo a espessura do tubo como variável de projeto. A dinâmica da linha foi desconsiderada, sendo indicada pelos próprios autores como possível extensão do estudo. Os resultados mostraram que o uso de métodos baseados em otimização matemática determinística permite boa precisão, embora apresente limitações quando o problema envolve múltiplos mínimos locais.

De forma semelhante, Vieira et al. (2003) aplicaram um algoritmo genético, descrito em maior detalhe na subseção específica deste capítulo, para otimizar *risers* em configuração *lazy wave*. Foram definidos intervalos de variação para o comprimento das três seções principais da linha, com restrições associadas ao ângulo no topo (*hang-off*) e à tensão estática máxima ao longo da estrutura. Assim como no estudo anterior, a função objetivo adotada foi o custo dos materiais, e a dinâmica da linha foi novamente desconsiderada.

Por sua vez, Cunliffe et al. (2004) apresentaram uma metodologia que integra algoritmos genéticos ao programa comercial ORCAFLEX, permitindo que as simulações hidrodinâmicas alimentassem diretamente o processo de otimização. A função objetivo continuou sendo o custo dos materiais, enquanto as restrições foram baseadas em critérios normativos, incluindo limites de tensão, colapso por pressão interna e propagação de colapso. Diferentemente dos trabalhos anteriores, os autores incluíram cinco condições ambientais extremas dinâmicas no processo de otimização, ampliando a representatividade dos resultados. No entanto, condições relacionadas à fadiga não foram consideradas, possivelmente devido ao elevado custo computacional associado à análise de fadiga em múltiplos cenários ambientais.

Em sua revisão, Tanaka (2009) ressalta que, embora o custo dos materiais seja uma função objetivo amplamente empregada, ele representa um parâmetro de difícil quantificação, especialmente nas etapas iniciais de projeto, quando muitos aspectos construtivos e operacionais ainda são incertos. Assim, o autor propôs uma abordagem alternativa baseada em critérios estruturais, considerando respostas físicas da linha como função objetivo. Uma das alternativas analisadas foi o uso da máxima tensão estática ao longo do *riser*, considerando múltiplas condições ambientais. Os resultados mostraram que, embora essa métrica reduza parte das incertezas associadas ao custo, ainda podem ocorrer respostas dinâmicas insatisfatórias, com amplitudes de tensão elevadas em determinadas faixas de excitação. Diante disso, Tanaka (2009) adotou como função objetivo a máxima

amplitude de tensão dinâmica, buscando uma solução mais robusta e representativa do desempenho global da estrutura.

Essa revisão evidencia que, embora o uso de técnicas de otimização em *risers* venha se expandindo, ainda há lacunas importantes, principalmente no que se refere à integração entre modelos analíticos e numéricos, ao tratamento da dinâmica da linha e à seleção de funções objetivo que reflitam de forma realista o comportamento estrutural e operacional. Nos tópicos seguintes, são apresentadas as definições adotadas neste trabalho para a função objetivo, as variáveis de projeto e as restrições aplicadas ao processo de otimização.

3.2.1 Função objetivo

Considerando a natureza e o escopo do presente estudo, a função objetivo proposta por Tanaka (2009) foi adaptada para aplicação em regime estático. Assim, a métrica adotada neste trabalho corresponde à amplitude de tensão obtida em regiões específicas e previamente identificadas como críticas da estrutura.

O objetivo principal consiste em minimizar essas amplitudes de tensão, uma vez que elas estão diretamente relacionadas às flutuações de carregamento que contribuem para o processo de fadiga do material. Ainda que a análise aqui conduzida não contemple explicitamente a avaliação da vida em fadiga, a redução das amplitudes de tensão representa uma estratégia indireta, porém eficaz, para aumentar o desempenho estrutural e a durabilidade do sistema.

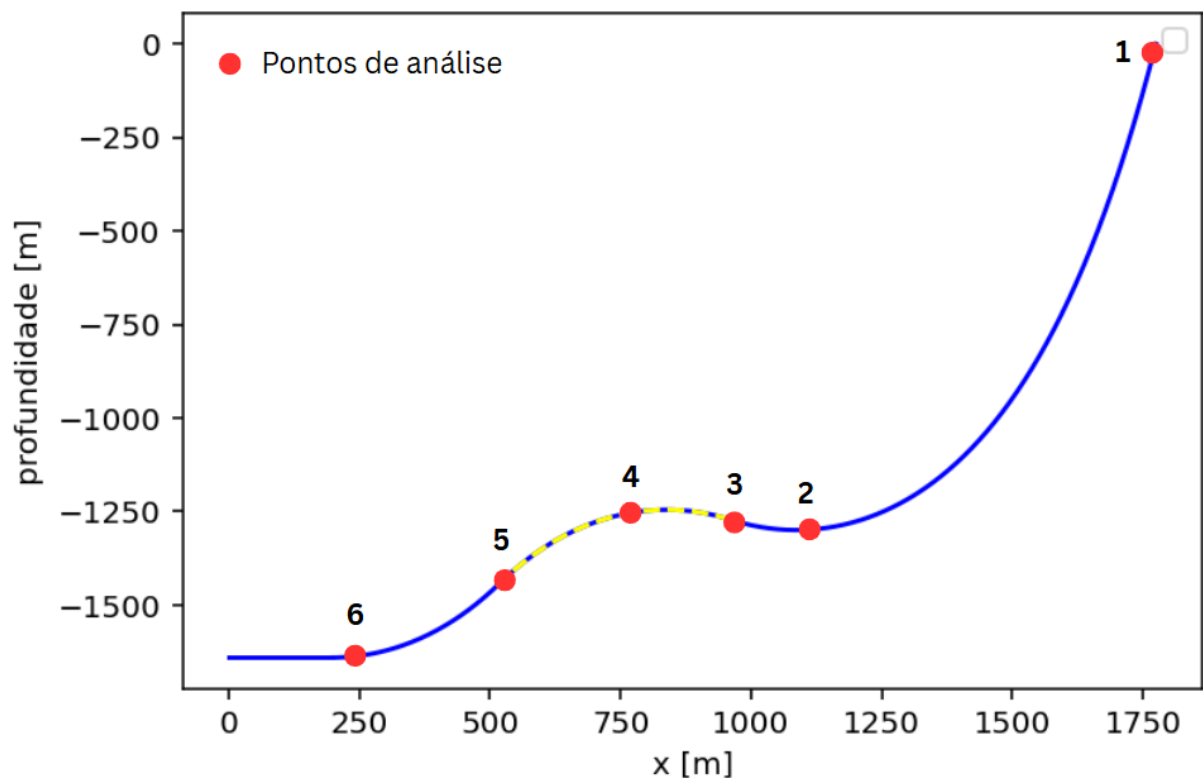
Dessa forma, a formulação adotada busca equilibrar simplicidade e representatividade, permitindo avaliar, em uma etapa inicial de projeto, configurações geométricas mais favoráveis sob o ponto de vista da integridade estrutural, sem recorrer a modelos dinâmicos de maior complexidade e custo computacional.

A avaliação da tensão é realizada em pontos específicos ao longo da linha, previamente identificados como potenciais regiões críticas de concentração de tensões, considerando que a plataforma está submetida a três perfis de corrente e três posições distintas, gerando assim diferentes cenários de carregamento. A seleção desses pontos baseou-se em análises preliminares e em estudos prévios disponíveis na literatura, que destacam tais regiões como representativas para uma avaliação estrutural inicial. Foram considerados, portanto, seis pontos críticos ao longo da linha:

1. Ponto de *hang-off*, na conexão com a unidade flutuante;
2. Ponto mais baixo do vale;
3. Extremidade inicial da seção de flutuadores;
4. Ponto mais alto da crista;
5. Extremidade Final da seção de flutuadores;
6. TDP

Na Figura 8 é possível observar a localização desses pontos críticos ao longo da estrutura.

Figura 8 – Pontos críticos a serem avaliados

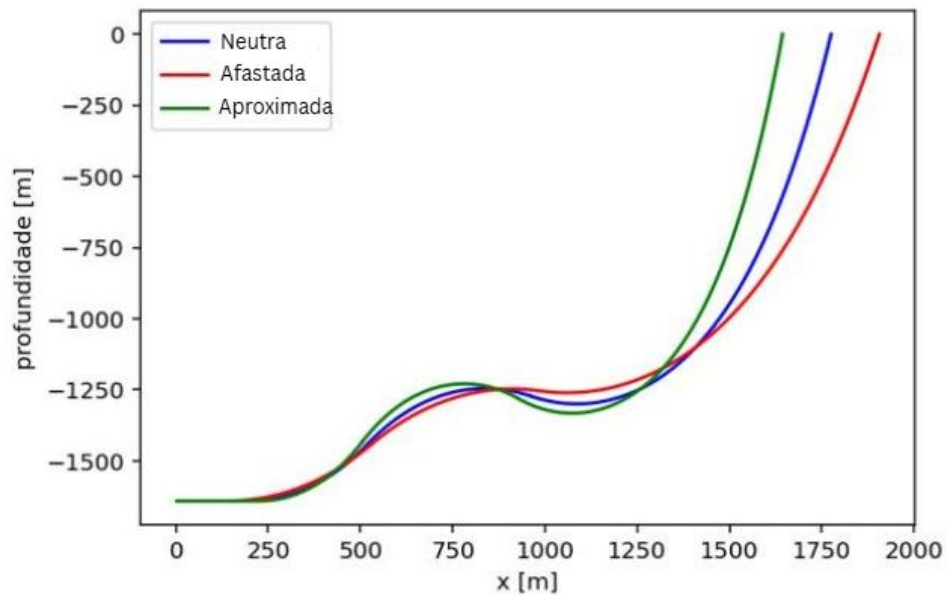


Fonte: Autor (2026).

Para cada conjunto de variáveis de projeto, esses pontos são analisados com a plataforma em três posições distintas como ilustrado na Figura 9, posições essas consideradas como críticas em uma situação de operação real:

- Posição neutra: posição de referência ou posição de projeto;
- Posição afastada: plataforma deslocada no sentido positivo do eixo das abscissas;
- Posição aproximada: plataforma deslocada no sentido negativo do eixo das abscissas.

Figura 9 – Posições analisadas da plataforma no processo de otimização

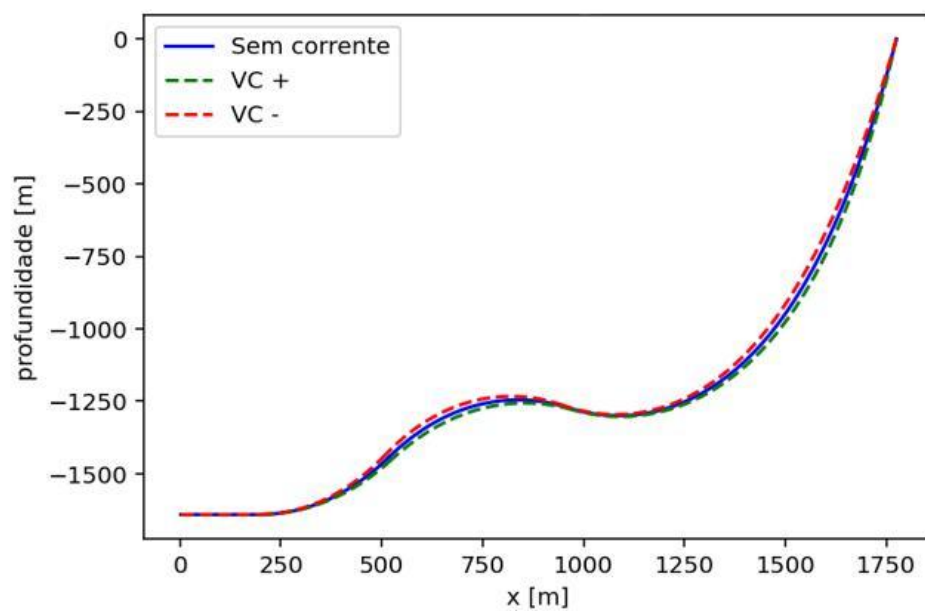


Fonte: Autor (2026).

Em cada uma dessas posições, são avaliadas três condições de corrente, conforme ilustrado na Figura 10:

- Sem corrente;
- Corrente no sentido positivo do eixo global das abscissas;
- Corrente no sentido negativo do mesmo eixo.

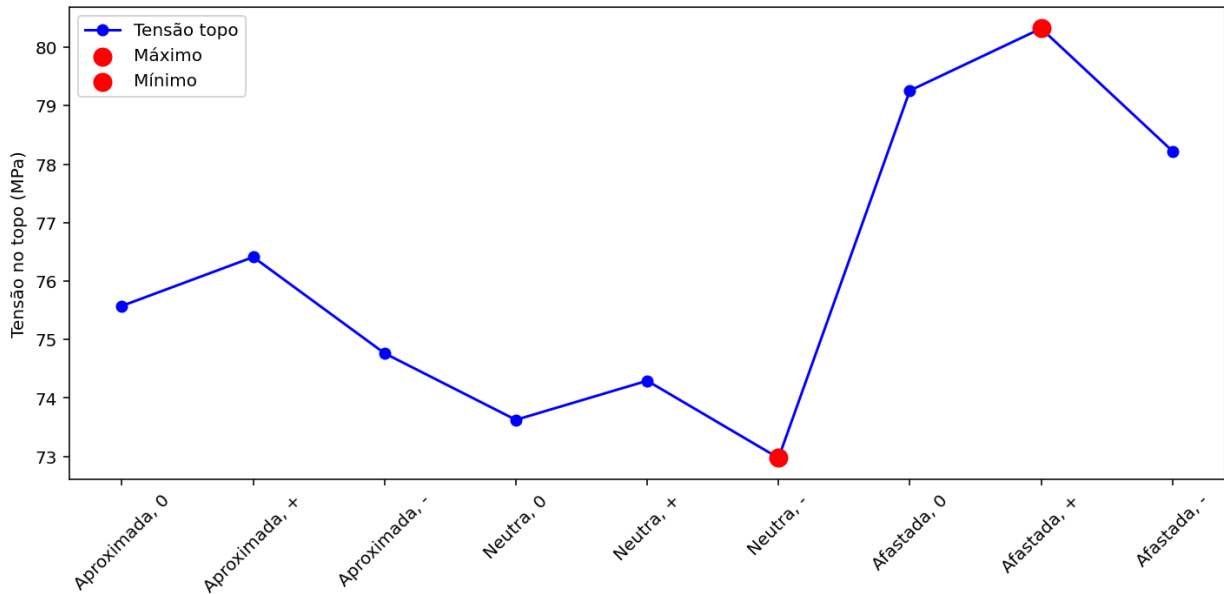
Figura 10 – Condições de corrente analisadas no processo de otimização



Fonte: Autor (2026).

Assim, obtêm-se nove combinações de análise (3 posições × 3 condições de corrente), representando os cenários de simulação adotados para cada configuração geométrica do *riser*. A Figura 11 ilustra um exemplo da tensão no ponto de *hang-off*, com destaque para os pontos de valor mínimo e máximo. A amplitude da tensão é representada pela diferença entre esses valores.

Figura 11 - Exemplo de tensão no ponto de *hang-off* para cada condição de plataforma e corrente



Fonte: Autor (2026).

Matematicamente, a amplitude de tensão no ponto de análise j é dada por:

$$R_j(x) = \max_{k=1,\dots,9} \sigma_{j,k}^{VM}(x) - \min_{k=1,\dots,9} \sigma_{j,k}^{VM}(x) \quad (39)$$

A função objetivo global é definida como:

$$F(x) = \max_{j=1,\dots,6} R_j(x) \quad (40)$$

O problema de otimização busca o vetor de projeto x^* que minimiza $F(x)$:

$$Fx^* = \min_x F(x) \quad (41)$$

Onde $R_j(x)$ representa a amplitude de tensão no ponto j para um dado vetor de projeto x , $\sigma_{j,k}^{VM}(x)$ é a tensão equivalente de von Mises no ponto j sob o caso de carga k , e $j = 1, \dots, 6$ indica os seis pontos de avaliação selecionados ao longo do *riser*. A função $F(x)$ representa a máxima amplitude de tensão global entre os seis pontos avaliados.

Dessa forma, a formulação adotada permite identificar configurações geométricas que proporcionem uma distribuição mais homogênea de tensões e menores amplitudes nos pontos críticos, garantindo uma análise consistente e representativa do desempenho estrutural, mesmo em uma etapa preliminar de projeto. Embora não seja o objetivo deste trabalho estabelecer uma relação direta entre a vida em fadiga e a amplitude de tensão, uma vez que diversos outros fatores também influenciam esse fenômeno, a experiência prática indica que menores amplitudes de tensão tendem a resultar em maior vida em fadiga do sistema.

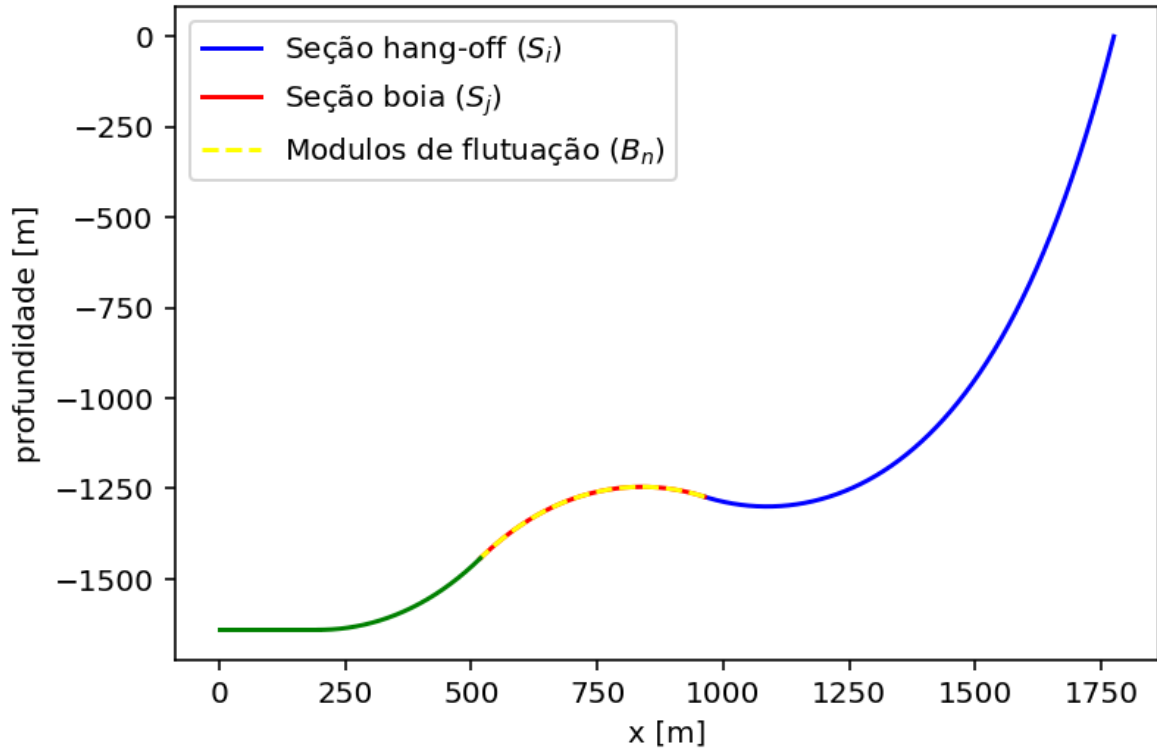
3.2.2 Variáveis de otimização

As variáveis de projeto foram definidas considerando o contexto e os objetivos do presente estudo, cujo propósito é avaliar e determinar uma configuração preliminar da linha em configuração *lazy-wave*. Nesse estágio inicial de projeto, busca-se representar adequadamente o comportamento estrutural sem recorrer a um número excessivo de parâmetros, de modo a preservar a simplicidade e a viabilidade computacional do processo de otimização.

Dessa forma, as variáveis de projeto estão associadas exclusivamente à distribuição e às características físicas dos módulos de flutuação, que exercem influência direta na forma geométrica e no desempenho estático do *riser*. As variáveis consideradas podem ser visualizadas na Figura 12 e são elas:

- Comprimento da seção de flutuação (S_i);
- Comprimento da seção *hang* (S_j);
- Empuxo líquido dos módulos de flutuação (B_n).

Figura 12 – Variáveis de otimização



Fonte: Autor (2026).

Assim, o vetor das variáveis de projeto pode, portanto, ser definido como:

$$\mathbf{x} = [S_i, S_j, B_n] \quad (42)$$

Com o intuito de simplificar o problema e manter a consistência física entre as variáveis, o comprimento da seção *hang* está indiretamente relacionado à posição de início da seção de boias, definindo, a transição entre o trecho suspenso e o início do trecho com flutuadores. De forma análoga, o comprimento da seção de flutuação define a extensão total do trecho equipado com módulos de empuxo, enquanto o empuxo líquido de cada módulo é tratado como uma função dependente do peso linear do *riser*.

Conforme indicado em diversos trabalhos da literatura, a força de empuxo exercida pelos módulos de flutuação é tipicamente da ordem de duas vezes o peso linear do *riser*, o que assegura uma curvatura adequada na região de transição e uma redução efetiva nas tensões ao longo da linha.

Essas variáveis foram selecionadas por apresentarem relação direta com o objetivo do estudo, permitindo avaliar de forma sistemática como diferentes

configurações geométricas e intensidades de empuxo afetam a distribuição de tensões e a forma estática do sistema. Assim, a análise conduzida fornece subsídios para a determinação de uma configuração inicial otimizada e adequada para etapas subsequentes de detalhamento e avaliação dinâmica.

3.2.3 Restrições de projeto

As restrições de projeto representam os critérios que limitam o espaço de busca das variáveis, assegurando que as soluções obtidas sejam fisicamente realizáveis, estruturalmente seguras, respeitem as hipóteses de modelagem e sejam compatíveis com as condições operacionais. Tais restrições atuam como fronteiras matemáticas que mantêm o processo de otimização dentro de limites coerentes com a realidade física e as boas práticas de projeto de sistemas *offshore*.

De forma geral, o conjunto de restrições pode ser expresso como:

$$g_i(x) \leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (43)$$

$$h_j(x) = 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (44)$$

onde:

$g_i(x)$ representam as restrições de desigualdade, associadas aos limites máximos e mínimos de grandezas estruturais e geométricas;

$h_j(x)$ representam as restrições de igualdade, que eventualmente podem surgir de condições de contorno ou de continuidade geométrica;

x é o vetor das variáveis de projeto definidas na Seção 2.7.2.

No contexto deste estudo, foram definidas sete restrições, organizadas de acordo com dois grupos de critérios: integridade estrutural e viabilidade operacional, as quais serão enumeradas e descritas a seguir.

3.2.3.1 Critérios de integridade estrutural

As restrições associadas à integridade estrutural têm como objetivo garantir que a estrutura permaneça dentro dos limites elásticos do material, evitando falhas por plastificação ou ruptura.

- Tensão de escoamento:

$$\sigma_{VM}(s) \leq \sigma_{adm} \quad (45)$$

onde $\sigma_{VM}(s)$ é a tensão equivalente de von Mises ao longo do comprimento arcado s , e σ_{adm} é o limite de escoamento admissível definido pelo fabricante do tubo.

- Tração axial máxima:

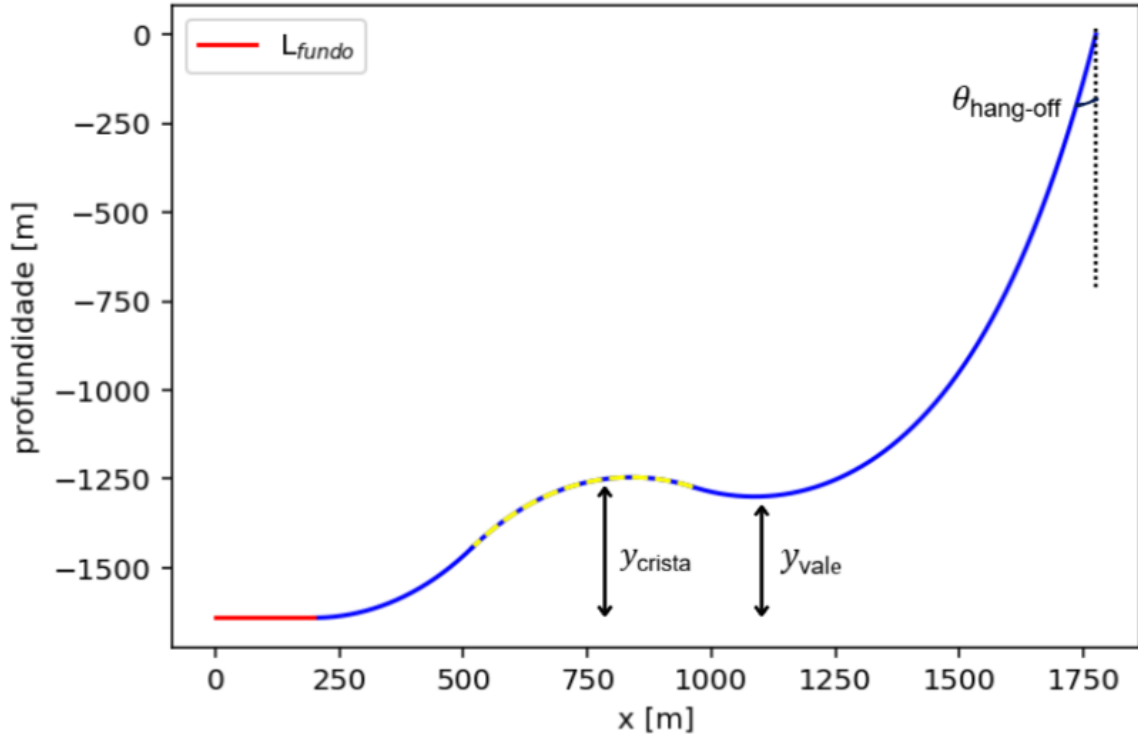
$$T_{hang-off} \leq T_{adm} \quad (46)$$

onde $T_{hang-off}$ é a tração axial máxima no ponto de conexão superior, e T_{adm} é a carga máxima admissível do componente de *hang-off*.

3.2.3.2 Critérios de operação e configuração geométrica

As restrições operacionais têm o objetivo garantir que a configuração proposta seja geometricamente compatível com o ambiente e com os demais sistemas instalados na unidade flutuante, evitando interferências e assegurando uma condição estável de equilíbrio. As restrições consideradas no escopo deste trabalho estão ilustradas na Figura 13.

Figura 13 – Restrições do processo de otimização



Fonte: Autor (2026).

- Ângulo no *hang-off*:

$$\theta_{\min} \leq \theta_{\text{hang-off}} \leq \theta_{\max} \quad (47)$$

Esses limites garantem que o *riser* opere dentro da faixa angular admissível, evitando colisões com linhas adjacentes e preservando a integridade das conexões.

- Altura da crista e do vale:

$$y_{\text{vale}} \geq y_{\text{vale,min}} \text{ e } y_{\text{crista}} \leq y_{\text{crista,max}} \quad (48)$$

A altura máxima da crista é limitada para impedir que a linha se aproxime excessivamente da superfície, condição que pode ocorrer quando o empuxo ou o comprimento da seção de flutuação são excessivos. Já a altura mínima do vale evita

o surgimento de um segundo ponto de contato com o leito marinho após a seção de flutuação.

- Comprimento apoiado sobre o leito marinho:

$$L_{fundo} \geq L_{fundo,min} \quad (49)$$

Essa restrição assegura que ao menos um trecho do *riser* permaneça apoiado sobre o leito marinho, prevenindo ângulos de chegada muito agudos no PLET.

Os valores de referência dessas restrições variam conforme o material, o diâmetro e as condições ambientais, mas podem ser definidos com base em recomendações da literatura. Segundo Arruda (2012), o ângulo no topo deve situar-se entre 5° e 18°, a altura mínima do vale deve ser de aproximadamente 20 m, e a altura máxima da crista limitada a cerca de 50% da lâmina d'água. O comprimento mínimo adotado foi de 1 m, coerente com o critério de discretização do modelo, visto que o *riser* foi representado por elementos com comprimento unitário.

Essas restrições formam a base para o processo de otimização desenvolvido neste trabalho e estão sintetizadas na Tabela 9, garantindo que as soluções obtidas sejam não apenas matematicamente válidas, mas também estruturalmente consistentes e que sejam viáveis do ponto de vista operacional.

Tabela 9 - Síntese das restrições adotadas no processo de otimização

Restrição	Variável	Limite	Critério
Tensão equivalente de von Mises	$\sigma_{vM}(s)$	$\leq \sigma_{adm}$	Definido pelo fabricante
Tração axial no <i>hang-off</i>	$T_{hang-off}$	$\leq T_{adm}$	Definido pelo fabricante
Ângulo no topo (<i>hang-off</i>)	$\theta_{hang-off}$	$5^\circ \leq \theta_{hang-off} \leq 18^\circ$	Arruda (2012)
Altura mínima do vale	y_{vale}	$\geq 20 \text{ m}$	Arruda (2012)
Altura máxima da crista	y_{crista}	$\leq 0.5 \cdot \text{profundidade}$	Arruda (2012)
Comprimento apoiado no fundo	L_{fundo}	$\geq 1 \text{ m}$	Requisito geométrico de operação

Fonte: Autor (2026).

3.2.4 Técnica de Otimização

Antes de apresentar o método empregado, é importante ressaltar que o objetivo deste trabalho não é realizar uma comparação entre diferentes técnicas de otimização, mas sim adotar uma metodologia já consolidada e compatível com as ferramentas disponíveis no ambiente de pesquisa. O foco principal está na definição e avaliação das variáveis e restrições de projeto, bem como na análise dos resultados obtidos a partir do processo de otimização. Dessa forma, a escolha do método está diretamente relacionada à sua robustez, aplicabilidade e disponibilidade prática.

A técnica de otimização selecionada para este estudo é o HDGA (*Hybrid and Distributed Genetic Algorithm*), implementada por meio da ferramenta Synapse, desenvolvida pelo Laboratório de Simulação Naval (NSO) que fica localizado na UFSC Joinville. O Synapse é uma plataforma flexível voltada para a integração entre diferentes disciplinas de projeto, permitindo o acoplamento entre rotinas computacionais externas (como códigos em Python) e os módulos internos de otimização. O processo foi executado em um computador equipado com processador Intel Core i9-12900KF, placa de vídeo NVIDIA RTX 3090 Ti, 128 GB de memória RAM e armazenamento em SSD de 2 TB.

O HDGA é uma variação aprimorada do algoritmo genético não dominado de segunda geração (NSGA-II), amplamente reconhecido por sua eficiência na resolução de problemas de otimização multiobjetivo (Srinivas e Deb, 1994). Enquanto o NSGA-II utiliza operadores genéticos clássicos (seleção, cruzamento e mutação) e um mecanismo de elitismo baseado no conceito de dominância de Pareto, o HDGA adiciona duas melhorias principais:

Hibridização: combinação do algoritmo genético com outros métodos de busca local ou heurísticas determinísticas, o que aumenta a taxa de convergência e a precisão da solução final;

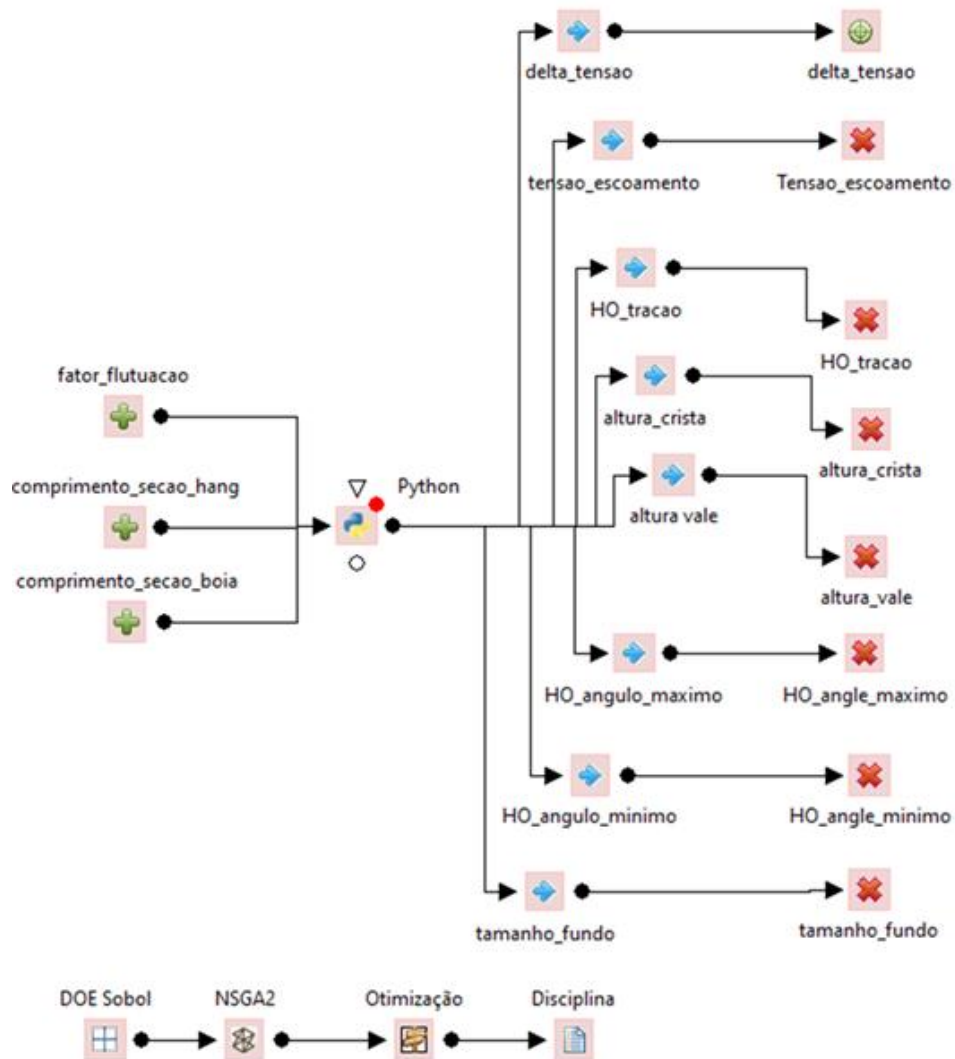
Distribuição: execução paralela e distribuída das populações em diferentes processadores ou núcleos, reduzindo significativamente o tempo total de processamento e ampliando a diversidade das soluções.

Essa abordagem híbrida permite explorar de maneira eficiente grandes espaços de projeto não lineares e altamente acoplados (Golberg, 1989), como é o caso da configuração geométrica de *risers* do tipo LWSCR, em que múltiplas variáveis

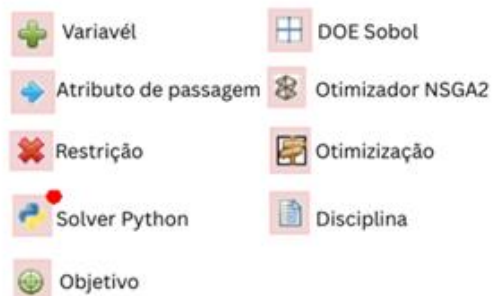
interdependentes e restrições estruturais complexas influenciam simultaneamente o desempenho global da estrutura.

Na Figura 14 é possível observar o fluxograma esquemático do processo de otimização adotado.

Figura 14 - Esquema do processo de otimização



LEGENDA:



Para a geração da população inicial, o método DOE Sobol (*Design of Experiments – Sobol sequence*) é empregado. Esse método distribui os pontos de forma quase-aleatória e uniformemente espaçada dentro do espaço de projeto, promovendo uma amostragem eficiente e representativa (Sobol, 1993). Isso garante que o algoritmo explore adequadamente o domínio de busca desde as iterações iniciais, favorecendo uma convergência mais estável e menos dependente das condições iniciais.

O algoritmo NSGA-II constitui a base do processo evolutivo dentro do HDGA, sendo responsável por operar os mecanismos de seleção, cruzamento e mutação, avaliando iterativamente as soluções de acordo com a função objetivo e as restrições definidas. O procedimento evolutivo é conduzido até que se atinja um critério de convergência previamente estabelecido, geralmente associado à estabilização da população ou ao número máximo de gerações. Por fim, cabe mencionar que os parâmetros denominados Otimização e Disciplina fazem parte da estrutura interna do Synapse, estando presentes em qualquer processo implementado na ferramenta. Esses parâmetros não exercem função externa direta, mas são essenciais para o gerenciamento interno da comunicação entre módulos, controle de iterações e armazenamento de resultados intermediários durante o processo de otimização.

3.2.5 Formulação Geral do Processo de Otimização

De forma geral, um problema de otimização pode ser formulado matematicamente como:

minimizar a função objetivo:

$$f(x) \tag{50}$$

sujeito às restrições de desigualdade:

$$g_i(x) \leq 0 \text{ para } i = 1, 2, \dots, m, \tag{51}$$

e às restrições de igualdade:

$$h_j(x) = 0 \text{ para } j = 1, 2, \dots, n. \tag{52}$$

em que:

- x representa o vetor das variáveis de projeto,
- $f(x)$ é a função objetivo, a ser minimizada, e
- $g_i(x)$ e $h_j(x)$ correspondem às restrições de desigualdade e igualdade, respectivamente, que delimitam o domínio de busca.

No contexto deste trabalho, o vetor de variáveis de projeto é definido como:

$$x = [S_i, S_j, B_n] \quad (53)$$

Onde S_i corresponde ao comprimento da seção de flutuação, S_j ao comprimento da seção *hang*, e B_n ao empuxo líquido dos módulos de flutuação. Essas variáveis são diretamente responsáveis pela distribuição geométrica e pelas características físicas da estrutura, influenciando a resposta global do sistema.

A função objetivo é avaliada a amplitude da variação da tensão avaliada em pontos críticos da estrutura, de forma a representar, ainda que indiretamente, o comportamento à fadiga, ou seja:

$$x^* = \min_x F(x) \quad (54)$$

Em que a função $F(x)$ representa a máxima amplitude de tensão global entre os seis pontos avaliados e x o vetor de projeto. No presente estudo, esses pontos correspondem ao *hang-off*, TDP, ponto mais alto da crista, ponto mais baixo do vale, e início e fim da seção de flutuação.

As restrições do problema, por sua vez, asseguram que as soluções obtidas estejam dentro dos limites de segurança estrutural e viabilidade operacional, sendo representadas genericamente por:

$$g_i(x) \leq ALFA \quad (55)$$

Onde as equações de restrição g_i e os valores de ALFA, valores limites de cada restrição, são descritos na Tabela 9.

Dessa forma, o problema de otimização abordado neste trabalho busca determinar a configuração geométrica ideal da linha LWSCR, definida pelo conjunto de variáveis x , capaz de minimizar a amplitude de tensões na estrutura, respeitando simultaneamente as restrições físicas, geométricas e operacionais estabelecidas. O processo é conduzido de forma iterativa pelo algoritmo HDGA, que avalia sucessivamente novas combinações das variáveis de projeto, refinando a solução até o atendimento simultâneo das restrições e a convergência da função objetivo. O resultado obtido corresponde à configuração otimizada, considerada a mais eficiente dentro do espaço de busca definido.

3.3 OTIMIZAÇÃO

Com o objetivo de estabelecer uma estrutura de referência, o processo de otimização da distribuição dos módulos de flutuação foi conduzido a partir da configuração apresentada no Estudo de Caso 1, proposto por Wang (2015). Essa configuração já possui a disposição dos módulos de flutuação definida, ou seja, os valores de comprimento da seção *hang*, comprimento da seção boia e fator de empuxo são conhecidos.

A partir dessa configuração de referência, os valores foram tratados como variáveis de projeto, possibilitando explorar diferentes combinações entre os comprimentos e o fator de empuxo. Conforme discutido na Seção 2.7.3, definiu-se um intervalo de variação (*range*) para cada variável, tomando como base os valores de referência e respeitando os limites estruturais e operacionais propostos por Arruda (2012).

a) Características estruturais e restrições adotadas:

O estudo de Wang (2015) não apresentou informações detalhadas sobre o material empregado, como tensão de escoamento ou tração máxima admissível no ponto de *hang-off*. Assim, adotou-se o aço X70 como material de referência, cuja tensão de escoamento é de 483 MPa (Arruda, 2012), com fator de segurança de 1,5.

O offset máximo da plataforma foi fixado em 10% da lâmina d'água, correspondendo ao valor usualmente adotado para representar o caso crítico de projeto.

A tração axial máxima no ponto de *hang-off* foi definida como 900 kN, uma vez que o valor obtido para a configuração equivalente à SCR (sem módulos de flutuação) foi de 1118,78 kN. Assim, adotou-se como limite 80% desse valor, representando uma condição segura e condizente com o objetivo dos módulos de flutuação, que é justamente aliviar o peso sustentado no topo.

A altura mínima do vale foi fixada em 20 m e a altura máxima da crista em 50% da profundidade total, ou seja, 820,5 m. O ângulo de *hang-off* respeitou os limites de 5° a 18°, conforme recomendado por Arruda (2012).

Por fim, adotou-se como restrição adicional que pelo menos 1 m do *riser* permaneça apoiado sobre o leito marinho, evitando ângulos excessivamente agudos no PLET.

Para melhor visualização, as restrições utilizadas nesse estudo de caso são sintetizadas na Tabela 10.

Tabela 10 – Restrições estruturais e operacionais adotadas

Parâmetro	Valor adotado / Intervalo	Fonte / Justificativa
Tensão de escoamento do aço X70	483 MPa	Arruda (2012)
Fator de segurança	1,5	Adotado
Tração máxima	900 kN	80% da SCR (1118,78 kN)
Ângulo mínimo de <i>hang-off</i>	5°	Arruda (2012)
Ângulo máximo de <i>hang-off</i>	18°	Arruda (2012)
Altura máxima da crista	820,5 m (50% da lâmina d'água)	Arruda (2012)
Altura mínima do vale	20 m	Arruda (2012)
Comprimento mínimo apoiado sobre o leito	1 m	Critério de ancoragem
Deslocamento horizontal da plataforma	10% da lâmina d'água	Valor conservador

Fonte: Autor (2026).

b) Definição das variáveis de projeto:

As variáveis de projeto foram definidas com base nos parâmetros da estrutura de referência e ajustadas dentro de intervalos realistas obtidos por meio de testes preliminares de simulação, sendo elas:

- Comprimento da seção *hang* (S_i)
- Comprimento da seção boia (S_l)
- Empuxo líquido por unidade de comprimento (B)

Os intervalos de variação considerados foram definidos a partir dos valores de referência de Wang (2015), admitindo uma variação de $\pm 20\%$ para os comprimentos e uma faixa entre 1,5 e 3,0 vezes o peso linear submerso do *riser*. A Tabela 11 apresenta os parâmetros adotados no processo de otimização, bem como os respectivos intervalos de variação e a resolução aplicada para cada variável.

Parâmetro	Faixa considerada	Resolução adotada
S_i	$1350 \text{ m} \leq (S_i) \leq 2030 \text{ m}$	1 m
S_l	$416 \text{ m} \leq (S_l) \leq 624 \text{ m}$	1 m
B	$1,5 w \leq B \leq 3 w$	0,1

Fonte: Autor (2026).

onde $w = 526,02 \text{ N/m}$ e representa o peso linear submerso do *riser*.

A resolução dos parâmetros adotada para o processo de otimização foi:

- Incremento de 1 m para os comprimentos S_i e S_{hang} ;
- Incremento de 0,1 no fator de empuxo relativo.

Essa parametrização resultou em um total de 2.278.864 combinações possíveis, abrangendo um amplo espaço de busca e permitindo a análise de diferentes configurações de distribuição dos módulos de flutuação.

Para a avaliação da amplitude de variação de tensão ao longo da linha, é fundamental reproduzir, ainda que de forma simplificada, as principais condições operacionais às quais o sistema estaria submetido em campo. Dessa forma, o comportamento estrutural foi analisado considerando a movimentação horizontal da unidade flutuante e a ação de correntes marinhas aplicadas no plano da linha.

Conforme já mencionado, de maneira conservadora, o movimento horizontal da plataforma foi definido como 10% da lâmina d'água. Estudos voltados ao comportamento dinâmico de linhas de ancoragem e *risers* demonstram que, em condições típicas de operação, esse deslocamento raramente ultrapassa 8% da lâmina d'água. Assim, o valor empregado nesta análise busca abranger um cenário mais severo, assegurando que as tensões obtidas representem uma situação-limite realista. Esse deslocamento horizontal foi aplicado simetricamente em relação à posição de referência, de modo a representar tanto o afastamento quanto a aproximação da unidade flutuante em relação ao ponto de ancoragem no leito marinho.

Além do movimento da plataforma, também foi considerada a influência da corrente marinha atuando no plano da linha, no sentido positivo e negativo do eixo global das abscissas. O valor da velocidade da corrente foi definido a partir de condições ambientais típicas de regiões de exploração em águas profundas. Como o estudo de Wang (2015), utilizado como base de comparação, não especifica a localização geográfica nem o regime de corrente associado, e adota uma velocidade de 1,5 m/s, optou-se aqui por um valor ligeiramente superior, de 2,0 m/s, estabelecido de forma arbitrária e conservadora. Essa escolha visa garantir que os resultados obtidos sejam robustos e representativos mesmo para situações ambientais mais exigentes.

A partir da combinação dessas condições, cada configuração do *riser*, definida por um conjunto específico de variáveis de projeto (S_i, S_l, B), é submetida à análise em nove cenários distintos, resultando em nove valores de tensão estática distribuídos ao longo da estrutura. Essas simulações permitem avaliar o efeito combinado das variações de posição da plataforma e da ação da corrente sobre o estado de tensão

do sistema, refletindo, de maneira aproximada, as condições extremas de operação e de offset da unidade flutuante.

Para cada cenário, são extraídas as tensões correspondentes aos pontos críticos previamente definidos. A partir dos resultados obtidos, calcula-se, para cada ponto avaliado, a amplitude da variação de tensão $\Delta\sigma_i$, definida como a diferença entre o maior e o menor valor de tensão observados entre os nove cenários de simulação, conforme a expressão:

$$\Delta\sigma_i = \sigma_{i,\max} - \sigma_{i,\min} \quad (56)$$

onde:

$\sigma_{i,\max}$ é o valor máximo de tensão obtido no ponto i ;

$\sigma_{i,\min}$ é o valor mínimo de tensão no mesmo ponto i .

Em seguida, dentre todos os pontos de analisados, é identificado o maior valor de amplitude de variação de tensão, representando o resultado global associado àquela combinação específica das variáveis de projeto. Esse valor é então adotado como resposta da função objetivo, expressando o desempenho estrutural da configuração avaliada frente às condições ambientais e de operação analisadas.

Embora a localização do ponto de maior variação de tensão possa variar conforme a distribuição dos módulos de flutuação, o presente estudo não tem como foco identificar onde essa variação ocorre, mas sim qual é o valor máximo dessa variação. Assim, a abordagem busca avaliar de forma direta e objetiva a robustez estrutural global de cada configuração do *riser*, permitindo comparar diferentes combinações de parâmetros e identificar aquelas que resultam em menores amplitudes de variação de tensão.

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Este capítulo tem como objetivo apresentar e discutir os resultados obtidos nos processos de otimização realizados, tanto por meio do código analítico implementado quanto utilizando o programa OrcaFlex. Busca-se comparar o valor das variáveis obtidos em cada abordagem, analisando não apenas as configurações geométricas e os esforços mecânicos correspondentes, mas também o desempenho computacional, por meio da avaliação do tempo de processamento necessário para a determinação da configuração otimizada.

4.1 RESULTADOS DO PROCESSO ANALÍTICO

O processo de otimização analítica demandou um tempo total de 36.762,49 segundos, equivalentes a aproximadamente 10 horas, 12 minutos e 42 segundos, para a geração de 2.098 pontos de análise, sendo interrompido após 2.000 soluções únicas terem sido avaliadas. Observando os resultados, é possível constatar que a variação entre as soluções nas iterações finais do algoritmo foi mínima, sinalizando que o processo de otimização já se encontrava estabilizado próximo a solução obtida.

A Tabela 12 apresenta os valores finais das variáveis de projeto e dos esforços mecânicos obtidos referentes a solução ótima identificada pelo processo de otimização. Dentre as principais alterações geométricas, destaca-se um aumento de aproximadamente 3% no comprimento da seção *hang*, o que, na prática, implica um deslocamento da seção de boias em direção ao PLET. O fator de flutuação permaneceu inalterado, resultado coerente com o que foi discutido na revisão bibliográfica, segundo a qual a configuração *lazy wave* tende a apresentar, em condições típicas, um fator de flutuação aproximadamente duas vezes superior ao peso próprio do *riser* desconsiderando os módulos de flutuação.

Além disso, verificou-se um acréscimo de cerca de 11% no comprimento total da seção de boias, o que resultou em um aumento da flutuação líquida efetiva da estrutura. Essa modificação contribui para uma redistribuição mais eficiente dos esforços ao longo do comprimento do *riser*, favorecendo a redução de concentrações de tensões nas regiões críticas.

Com relação aos esforços mecânicos ao longo da estrutura, observou-se um aumento na tração no topo, comportamento esperado em virtude do deslocamento descendente da seção de boias, que leva a uma maior parcela do peso do *riser* sendo sustentada diretamente pelo ponto de *hang-off*. O ângulo máximo no topo apresentou um acréscimo de aproximadamente 13%, uma vez que a adição de um número maior de módulos de flutuação tende a acentuar a curvatura superior da linha. Como consequência direta, registrou-se também um aumento da altura de crista e uma redução na altura de vale, conforme previsto pelas tendências geométricas típicas da configuração *lazy wave*.

No que se refere às tensões, a tensão de von Mises máxima apresentou uma redução de cerca de 6%, indicando um comportamento global mais equilibrado da estrutura. O parâmetro de maior relevância neste estudo, a amplitude de tensão, apresentou uma diminuição expressiva, passando de 32,93 MPa para 24,17 MPa, o que representa uma redução de 26,6% em relação à estrutura de referência. Esse resultado demonstra que pequenas modificações geométricas podem promover ganhos significativos na redução das amplitudes de tensão, com potencial aumento da vida em fadiga da estrutura, reforçando a eficiência e aplicabilidade do método analítico adotado.

Tabela 12 – Resultados do processo de otimização analítico

	Configuração Inicial	Configuração Otimizada	Diferença %
Comprimento seção <i>hang</i> [m]	1690	1752	3,67%
Comprimento seção boia [m]	520	581	11,73%
Fator de flutuação	2	2	0,00%
Tração HOP [KN]	867,69	898,09	3,50%
Ângulo máximo [°]	13,68	15,56	13,74%
Ângulo mínimo [°]	7,32	7,13	-2,60%
Altura vale [m]	316,70	297,46	-6,08%
Altura crista [m]	419,08	451,20	7,66%
Tensão de Von Mises máxima [Mpa]	131,53	122,82	-6,62%
Amplitude da Tensão [Mpa]	32,93	24,17	-26,60%

Fonte: Autor (2026).

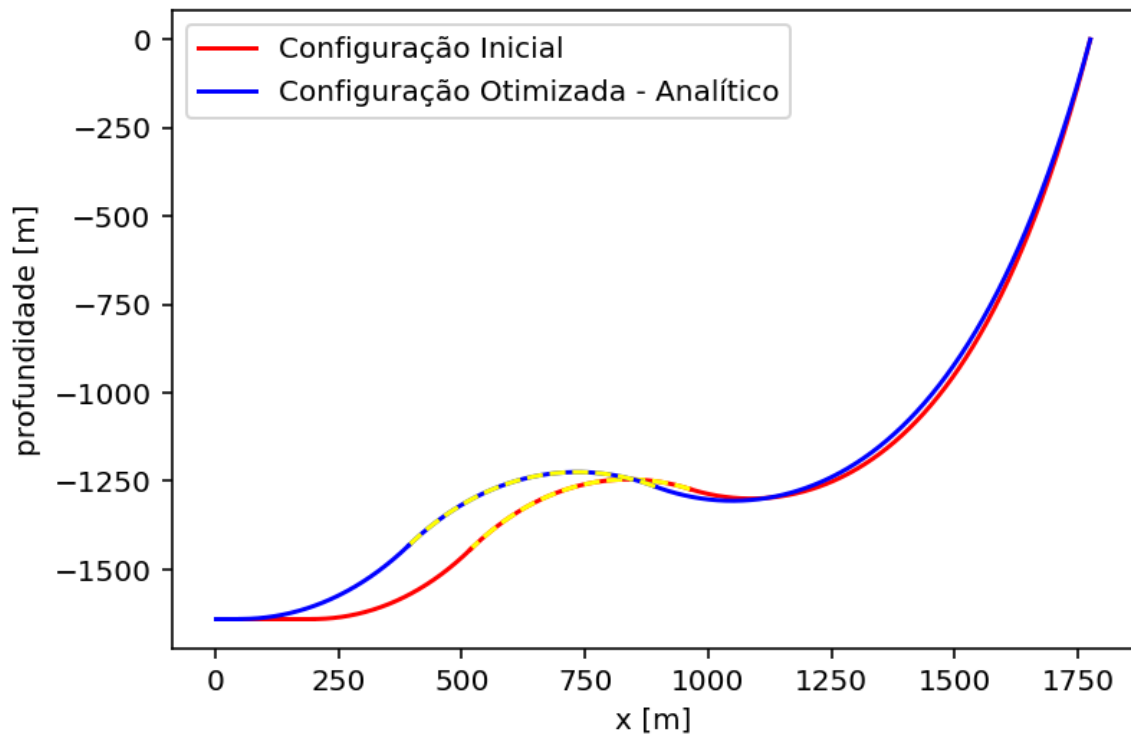
As Figura 15 a 19 apresentam, de forma gráfica, a comparação entre a configuração de referência e a configuração otimizada da estrutura. Observa-se, na Figura 10, que a seção de flutuadores sofreu um deslocamento em direção ao ponto

de ancoragem, acompanhado por um aumento no comprimento dessa seção. Como consequência direta, verifica-se uma redução na extensão da porção da estrutura em contato com o leito marinho, mesmo considerando-se o mesmo fator de flutuação. Esse comportamento indica uma redistribuição geométrica que tende a otimizar a transição entre as zonas suspensa e apoiada, favorecendo uma resposta mais uniforme ao longo do comprimento total do *riser*.

No que se refere à tração axial ao longo da estrutura (Figura 16), os valores obtidos permaneceram praticamente inalterados em relação à configuração de referência, indicando que o processo de otimização não alterou significativamente o regime de esforços axiais globais. No entanto, nota-se um leve deslocamento das regiões correspondentes aos picos e vales dessas tensões, o que se justifica pelo reposicionamento da seção de flutuadores.

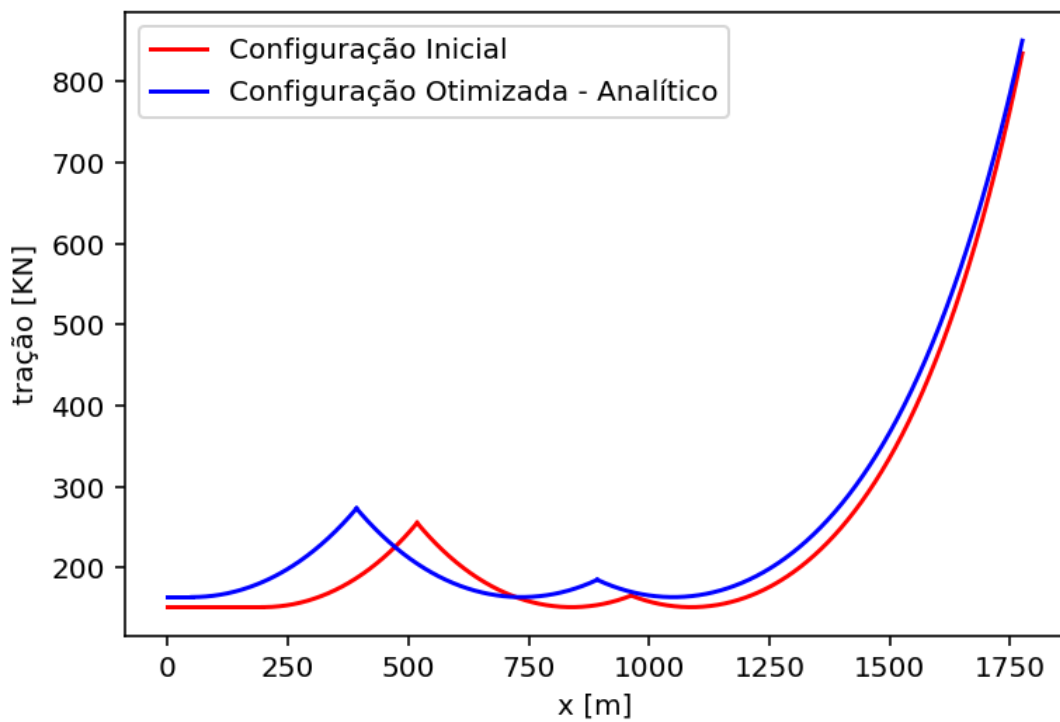
Comportamento análogo pode ser observado para o momento fletor e para a tensão equivalente de von Mises (Figura 18 e 19). Embora as variações nos valores absolutos sejam discretas, é evidente o deslocamento das posições ao longo da estrutura onde ocorrem os máximos e mínimos dessas grandezas. Esse resultado está em concordância com o discutido no Capítulo 2, segundo o qual, na ausência de condições excepcionais ou configurações muito particulares, os pontos críticos de esforços tendem a se concentrar em regiões específicas e já amplamente identificadas na literatura.

Figura 15 – Comparação da configuração final da estrutura otimizada analiticamente



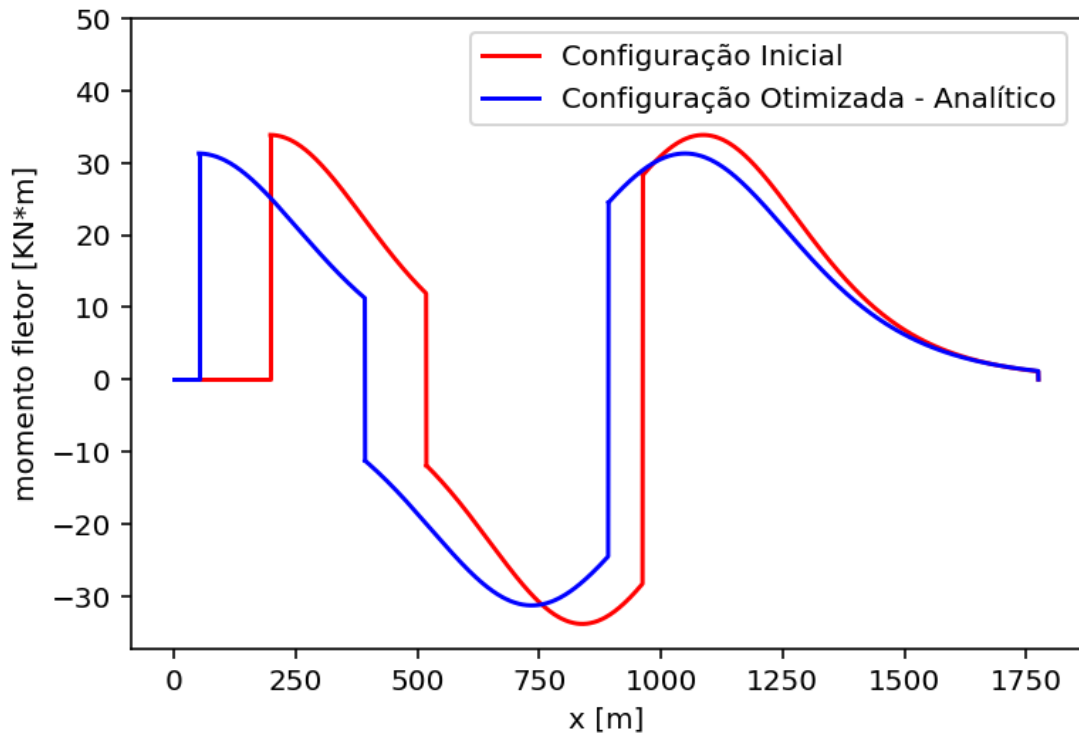
Fonte: Autor (2026).

Figura 16 – Comparação da tração axial da estrutura otimizada analiticamente



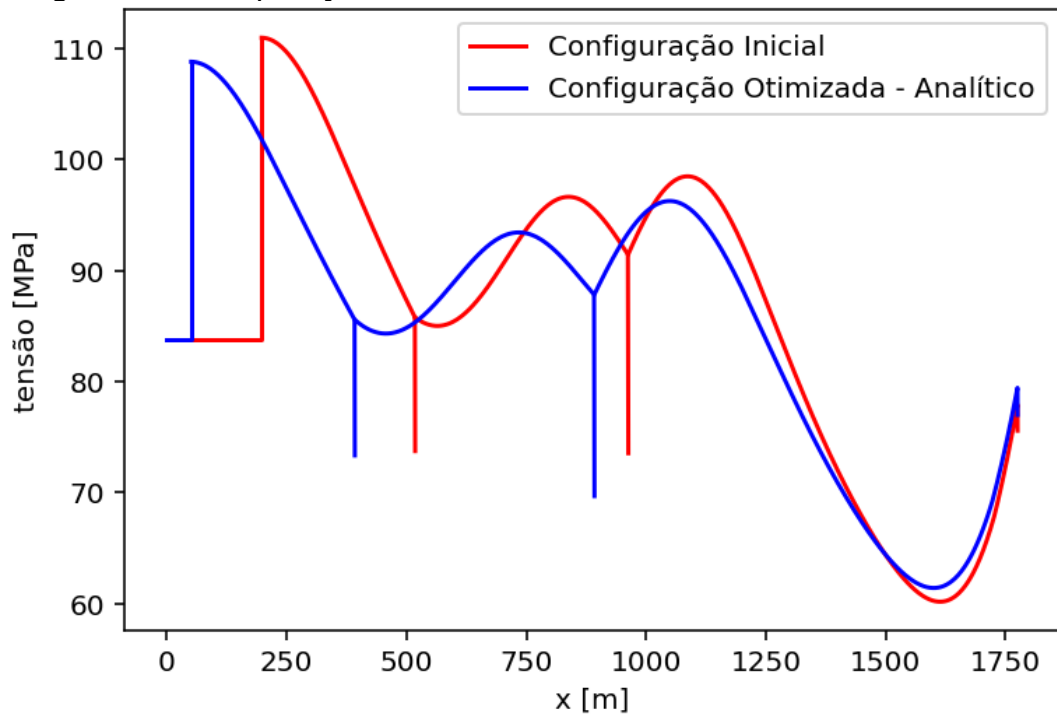
Fonte: Autor (2026).

Figura 17 - Comparação do momento fletor da estrutura otimizada analiticamente



Fonte: Autor (2026).

Figura 18 - Comparação da tensão da estrutura otimizada analiticamente



Fonte: Autor (2026).

4.2 RESULTADOS DO PROCESSO UTILIZANDO ORCAFLEX

O processo de otimização conduzido por meio do programa *OrcaFlex* demandou um tempo total de 139.749,93 segundos, equivalentes a aproximadamente 38 horas, 49 minutos e 10 segundos, para a geração de 2.080 pontos de análise, atendendo ao critério de parada previamente definido de 2.000 soluções únicas. Esse período de processamento garantiu a convergência do modelo numérico e a obtenção de uma configuração estável dentro dos limites especificados.

A Tabela 13 apresenta os valores finais das variáveis de projeto determinadas para a configuração ótima, bem como os principais esforços mecânicos e parâmetros geométricos associados. Observa-se que o comprimento da seção *hang* apresentou um aumento de pouco mais de 4% em relação à estrutura de referência, enquanto o comprimento da seção de boias permaneceu praticamente inalterado, com um acréscimo de apenas 1,73%. O fator de flutuação, por sua vez, se manteve inalterado o que novamente corrobora que os módulos de flutuação tendem a apresentar uma força líquida de empuxo igual a duas vezes o peso da estrutura.

No que se refere às características geométricas da configuração otimizada, verificou-se que, como esperado, o aumento da força dos módulos de flutuação ocasionou uma elevação considerável na altura da crista, superior a 14% em relação à estrutura de referência. Consequentemente, a altura de vale apresentou uma redução proporcional, comportamento coerente com o aumento da curvatura imposta pela flutuação adicional. Já o ângulo máximo de *hang-off* registrou um acréscimo de 16,40%, enquanto o valor mínimo manteve-se praticamente inalterado.

Quanto aos esforços, a tensão de von Mises máxima apresentou uma redução de 11,98%, sendo que tanto a estrutura de referência quanto a otimizada permaneceram com valores significativamente inferiores ao limite de escoamento do material, demonstrando adequada margem de segurança estrutural. Em relação à função objetivo, observou-se uma redução de 27,20% na amplitude de tensão, que passou de 32,93 MPa na configuração de referência para 23,97 MPa na configuração otimizada. Esse resultado confirma a eficiência do processo de otimização numérica na mitigação das variações de tensão ao longo da estrutura, indicando um potencial aumento da vida em fadiga e melhoria no desempenho global do sistema.

Tabela 13 - Resultados do processo de otimização OrcaFlex

	Configuração Inicial	Configuração Otimizada	Diferença %
Comprimento seção <i>hang</i> [m]	1690	1761	4,20%
Comprimento seção boia [m]	520	529	1,73%
Fator de flutuação	2	2	0,00%
Tração HOP [KN]	867,69	895,20	3,17%
Ângulo máximo [°]	13,68	15,92	16,40%
Ângulo mínimo [°]	7,32	7,18	-1,82%
Altura vale [m]	316,70	302,41	-4,51%
Altura crista [m]	419,08	478,69	14,22%
Tensão de Von Mises máxima [Mpa]	131,53	115,76	-11,98%
Amplitude da Tensão [Mpa]	32,93	23,97	-27,20%

Fonte: Autor (2026).

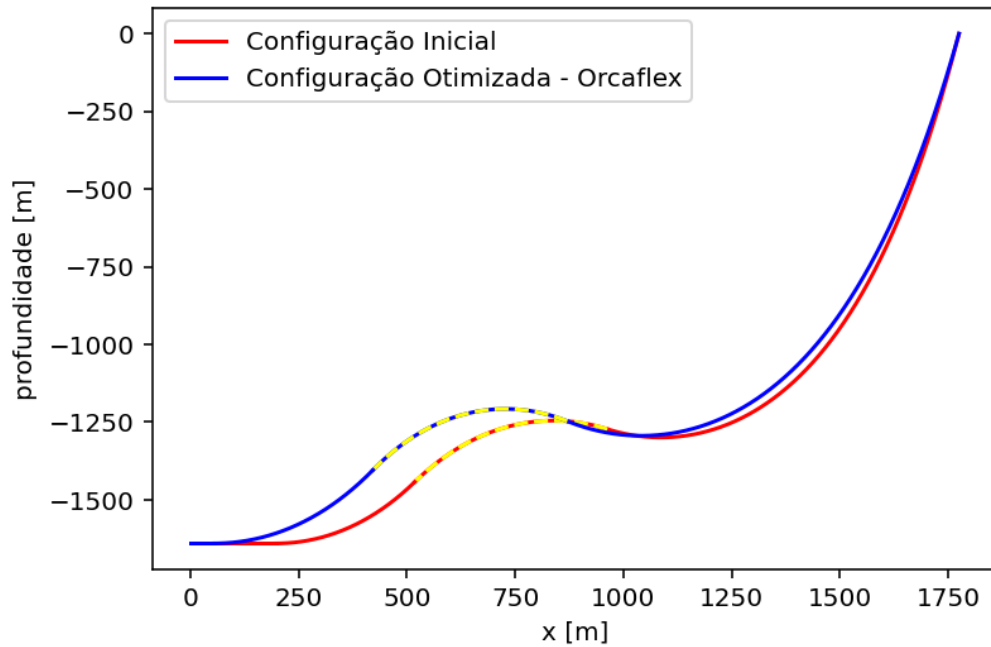
As mesmas observações apresentadas na seção anterior podem ser estendidas à configuração otimizada obtida neste caso. Nota-se um deslocamento do início da seção de boias e um aumento do seu comprimento efetivo, enquanto o fator de flutuação se manteve inalterado. Esse conjunto de modificações geométricas resulta, de forma natural, em uma maior altura de crista da configuração *lazy wave* e, conseqüentemente, em uma redução do comprimento da seção deitada sobre o leito marinho. Esse comportamento pode ser claramente observado na Figura 19, que ilustra a comparação entre a geometria de referência e a otimizada.

De forma complementar, a Figura 20 evidencia um leve aumento da tração axial no ponto de *hang-off*, bem como em regiões específicas ao longo do comprimento da linha. Além disso, observa-se um deslocamento dos pontos de pico de tração, fenômeno diretamente associado à alteração na distribuição espacial dos módulos de flutuação, que modifica o equilíbrio hidrostático e a curvatura local da estrutura.

De maneira análoga, o momento fletor e a distribuição de tensões ao longo da linha seguem o mesmo comportamento observado na estrutura de referência, preservando as regiões características de maiores valores. Entretanto, a configuração otimizada apresenta, em termos globais, momentos fletores de menor magnitude, refletindo-se em uma redução significativa das tensões equivalentes de von Mises. Assim, embora o comportamento estrutural permaneça qualitativamente semelhante, a otimização promoveu uma redistribuição dos módulos de flutuação, contribuindo

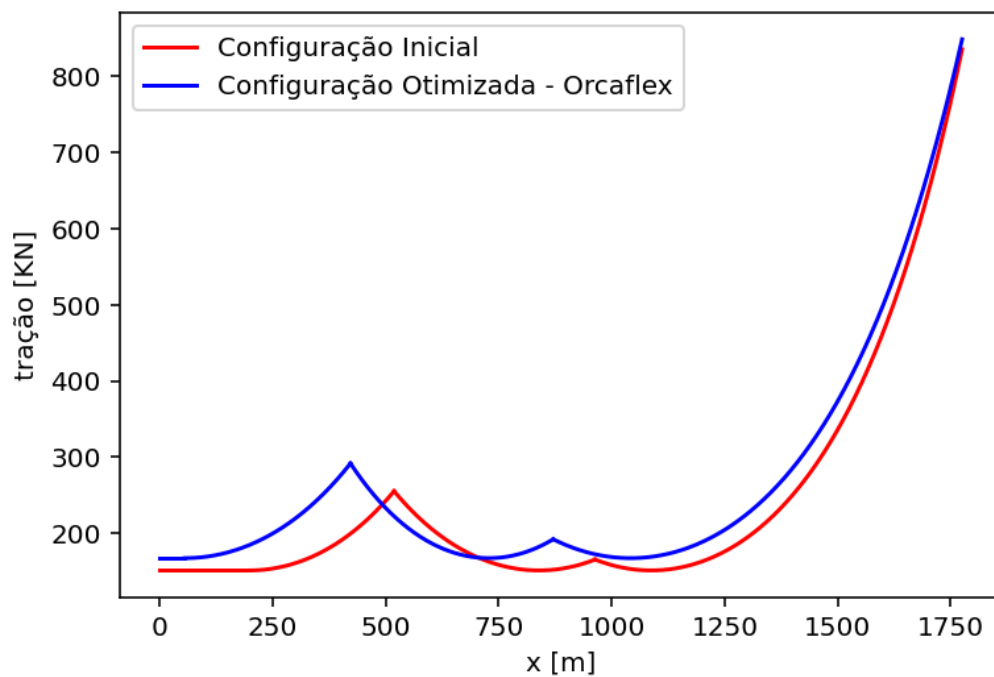
para a diminuição das solicitações máximas sem alterar o padrão geral de resposta da linha.

Figura 19 - Comparação da configuração otimizada utilizando OrcaFlex



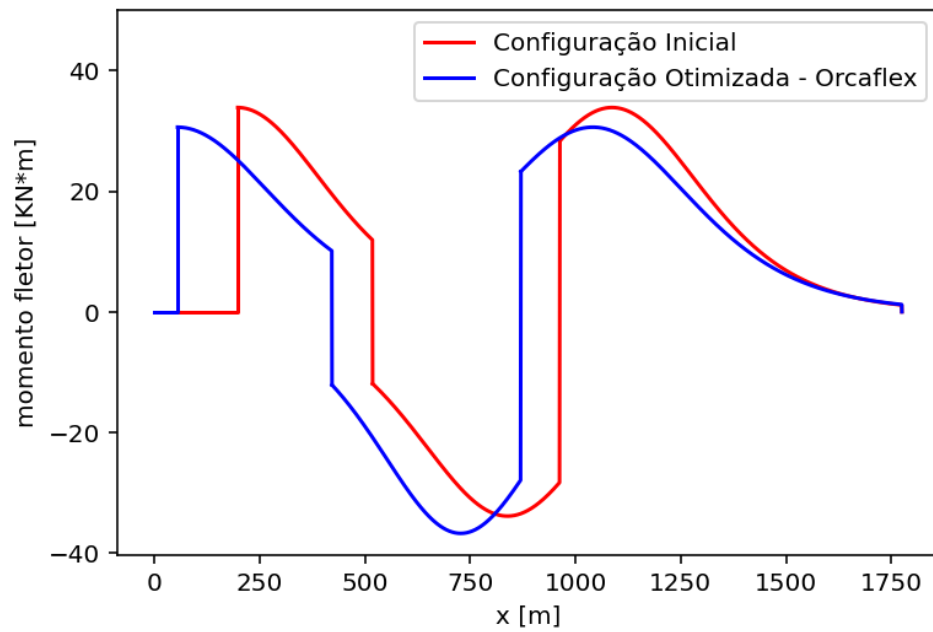
Fonte: Autor (2026).

Figura 20 - Comparação da tração axial da estrutura otimizada utilizando OrcaFlex



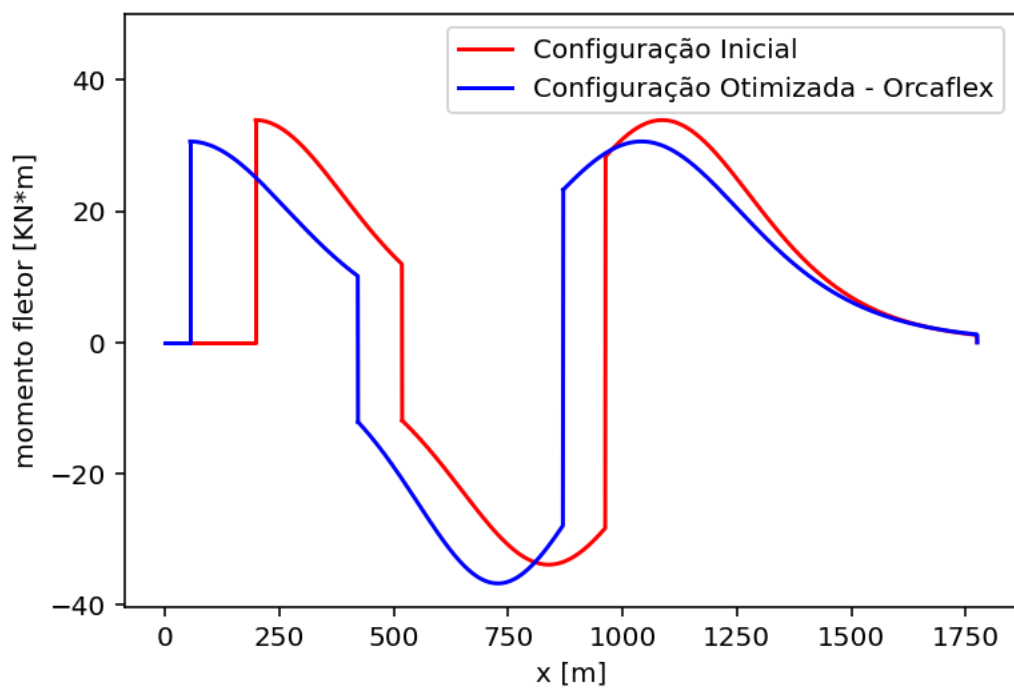
Fonte: Autor (2026).

Figura 21 - Comparação do momento fletor da estrutura otimizada utilizando OrcaFlex



Fonte: Autor (2026).

Figura 22 - Comparação da tensão da estrutura otimizada utilizando OrcaFlex



Fonte: Autor (2026).

4.3 COMPARAÇÃO DOS PROCESSOS DE OTIMIZAÇÃO ANALÍTICO E NUMÉRICO

A análise comparativa entre os resultados obtidos pelos processos de otimização analítica e numérica evidencia uma elevada coerência entre ambos os métodos, tanto em termos geométricos quanto em relação aos esforços mecânicos resultantes. As duas abordagens convergiram para configurações otimizadas com as mesmas tendências, indicando que os modelos empregados, apesar das diferenças em nível de complexidade e representação física, são consistentes na identificação dos principais parâmetros de influência do sistema.

Do ponto de vista geométrico, observa-se que ambas as otimizações resultaram em um leve aumento do comprimento da seção *hang*, acompanhado por uma modificação no posicionamento da seção de boias em direção ao PLET. Esse comportamento confirma a tendência natural da configuração *lazy wave* de buscar um equilíbrio entre o peso próprio da linha e a sustentação proporcionada pela flutuação distribuída.

Assim, a principal diferença entre os métodos foi o grau de variação obtido: enquanto o modelo analítico apresentou acréscimos de 3,67% e 11,73% nos comprimentos das seções *hang* e de boias, respectivamente, o modelo numérico indicou aumentos mais moderados, de 4,20% e 1,73%. Tais variações estão dentro da faixa esperada, considerando que o modelo numérico, baseado no Método dos Elementos Finitos, incorpora de forma mais detalhada os efeitos hidrodinâmicos e as não linearidades geométricas.

No que se refere às variáveis de flutuação, ambos os métodos mantiveram coerência com o comportamento típico da configuração *lazy wave*. O modelo analítico apresentou um fator de flutuação constante, enquanto o modelo numérico resultou em um aumento de aproximadamente 10% na força líquida de flutuação, efeito associado à interação hidrodinâmica mais realista representada pelo *OrcaFlex*. Essa diferença é compatível com o fato de que, em ambientes dinâmicos, pequenas variações no empuxo podem ser compensadas por ajustes na geometria da linha sem comprometer o equilíbrio global.

A comparação dos esforços mecânicos reforça a consistência entre os resultados. Ambos os métodos indicaram um aumento da tração no topo e do ângulo máximo de *hang-off*, fenômenos esperados em função do reposicionamento da seção

de boias e do aumento da curvatura superior da linha. No modelo analítico, o acréscimo do ângulo máximo foi de 13,74%, enquanto no modelo numérico atingiu 16,40%, demonstrando uma boa concordância entre as análises.

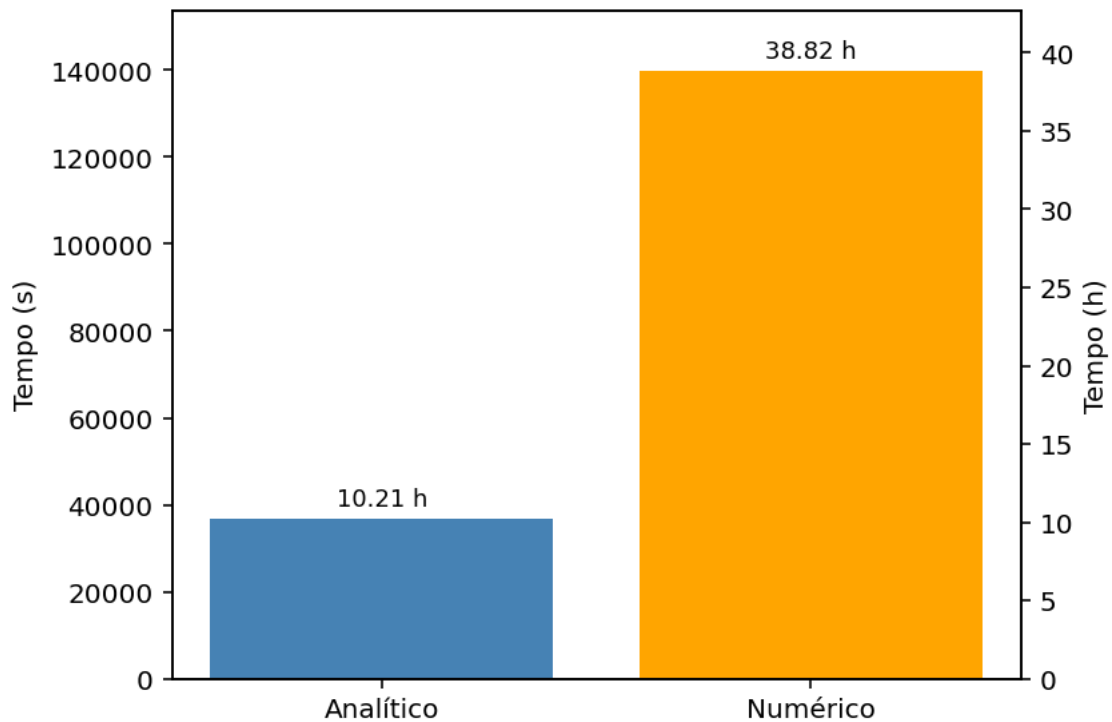
Em relação às tensões, observa-se uma redução nos valores máximos da tensão de von Mises em ambas as configurações otimizadas, 6,62% no modelo analítico e 13,6% no modelo numérico. Apesar do modelo numérico apresentar uma redução mais expressiva, ambas as abordagens resultaram em valores significativamente inferiores ao limite de escoamento do material, garantindo margens de segurança adequadas. O parâmetro mais relevante, ou seja, a amplitude de tensão apresentou reduções de 26,60% e 27,20% nos modelos analítico e numérico, respectivamente, o que demonstra a excelente concordância entre os métodos e confirma a capacidade de ambos em identificar configurações que reduzem as variações cíclicas de tensão ao longo da operação da estrutura.

Um ponto relevante na avaliação dos resultados diz respeito à análise da função objetivo, representada pela amplitude da variação de tensão. Embora as análises analítica e numérica tenham convergido para configurações geométricas finais distintas, ambas apresentaram valores muito próximos para a função objetivo. Enquanto a otimização analítica resultou em uma amplitude de 24,17 MPa, a otimização numérica apresentou 23,97 MPa, uma diferença inferior a 1%. Essa proximidade indica que o espaço de soluções possui múltiplas configurações ótimas, caracterizadas por geometrias ligeiramente distintas, mas que conduzem a desempenhos estruturais praticamente equivalentes no que se refere a máxima variação da tensão.

De forma geral, os resultados comparativos indicam que, embora o modelo numérico ofereça uma representação mais detalhada e fisicamente abrangente, o modelo analítico apresentou desempenho equivalente em termos de tendência e precisão global, com significativa vantagem em tempo de processamento. Conforme ilustrado na Figura 23, o método analítico demandou aproximadamente 36.762 segundos (cerca de 10,2 horas) para a execução da rotina de otimização, o método numérico exigiu cerca de 139.750 segundos (aproximadamente 38,8 horas), representando um aumento de quase quatro vezes no esforço computacional. Essa diferença expressiva reforça o potencial do modelo analítico desenvolvido neste trabalho como uma ferramenta eficiente para estudos exploratórios e análises paramétricas em fases iniciais de projeto, nas quais a rapidez na avaliação de

alternativas é essencial. Por outro lado, o modelo numérico se mostra mais adequado para etapas de detalhamento e verificação final, quando a uma maior representação dos efeitos físicos e a precisão local das respostas assumem maior relevância

Figura 23 - Comparação do tempo de otimização entre as abordagens



Fonte: Autor (2026).

Além da configuração otimizada propriamente dita, é igualmente relevante avaliar o comportamento das soluções viáveis obtidas ao longo do processo de otimização. Essa análise fornece uma compreensão mais ampla do espaço de busca e permite verificar a sensibilidade da função objetivo em relação às variáveis de projeto. Assim, foram selecionadas as 50 primeiras configurações viáveis resultantes do processo analítico, com o objetivo de identificar a faixa de variação das variáveis e compreender de que maneira essas alterações influenciam o desempenho estrutural. Tal abordagem é especialmente pertinente em problemas de otimização de *risers*, dado que múltiplas soluções próximas ao ótimo global tendem a apresentar valores muito semelhantes de desempenho, caracterizando um espaço de solução com múltiplos ótimos locais. As combinações das variáveis bem como a resposta da função objetivo para as configurações analisadas pode ser conferidas no Anexo A.

Para fins de comparação entre as abordagens analítica e numérica, foi definida a razão HB, correspondente à relação entre o comprimento da seção *hang-off* e o comprimento da seção de boias. Essa relação fornece uma métrica prática para avaliar a proporção geométrica entre os trechos suspensos e flutuantes do *riser*, refletindo a distribuição dos módulos de flutuação ao longo da linha. A Tabela 14 apresenta os resultados estatísticos dessa relação para as 50 soluções viáveis em ambas as abordagens.

Tabela 14 - Estatísticas da razão entre os comprimentos das seções *hang-off* e boia (HB) para as 50 melhores soluções viáveis

Parâmetro	Analítico	OrcaFlex
Mín. HB	2,77	3,10
Máx. HB	3,09	3,40
Variação HB	0,32	0,30
Média	2,93	3,27
Desv. Padrão	0,10	0,07

Fonte: Autor (2026).

Observa-se que, embora existam diferenças absolutas entre as duas abordagens, a variação da razão HB em cada uma delas apresenta amplitude bastante semelhante (0,32 no modelo analítico e 0,30 no modelo numérico). Essa proximidade sugere que ambas as metodologias identificam configurações com características geométricas equivalentes, ainda que com pequenas discrepâncias associadas às simplificações inerentes ao modelo analítico. O desvio-padrão também apresenta valores próximos (0,10 e 0,07), o que reforça a consistência dos resultados e indica que o comportamento médio das soluções é estável, independentemente da metodologia utilizada.

Embora três variáveis de projeto tenham sido consideradas, o comprimento das seções *hang-off* e boia, e o fator de empuxo, verificou-se que, entre as 50 configurações viáveis, o fator de empuxo se manteve constante e igual a duas vezes o peso linear do *riser* na abordagem numérica. Já no modelo analítico, essa variável apresentou pequenas oscilações, variando entre 0,9 e 1,0, com média de 0,97. Tal resultado reforça a coerência dos resultados, considerando que o empuxo equivalente tende a se ajustar de forma a compensar as idealizações impostas pela formulação analítica.

Dentro do conjunto das 50 melhores soluções, a função objetivo, definida como a amplitude da variação de tensão ao longo do *riser*, apresentou valores compreendidos entre 24,17 MPa (estrutura ótima) e 26,41 MPa no modelo analítico, e entre 23,97 MPa (estrutura ótima) e 25,15 MPa no modelo numérico. Essa proximidade entre os intervalos obtidos demonstra que ambas as abordagens conduzem a configurações de desempenho equivalente, validando a robustez da formulação analítica como ferramenta de avaliação preliminar de projetos de *lazy-wave risers*.

Por fim, a configuração otimizada resultante do modelo analítico foi reproduzida no programa OrcaFlex, com o objetivo de validar o comportamento estrutural utilizando a análise baseada no Método dos Elementos Finitos.

O resultado indicou uma variação de tensão de 25,92 MPa no modelo numérico, em comparação com 24,17 MPa obtidos analiticamente. Essa diferença, da ordem de 7,2%, pode ser considerada aceitável diante das simplificações inerentes à formulação analítica.

Entre os principais fatores que justificam essa discrepância, destaca-se o fato de que o modelo analítico adota a hipótese de linha inextensível e desconsidera a rigidez à flexão. Além disso, a determinação da configuração estática é realizada de forma iterativa, a partir das equações da catenária, o que pode introduzir erros numéricos acumulados, especialmente em regiões de curvatura acentuada. Outro aspecto relevante é que, após a obtenção da configuração estática sem corrente, o efeito da corrente marítima é incorporado também de maneira iterativa, por meio da decomposição das forças de arrasto e inércia em direções normal e tangencial. Esse procedimento sucessivo de atualização geométrica e de forças tende a propagar pequenas imprecisões numéricas ao longo do processo, o que pode resultar em diferenças marginais nos valores finais de tensão quando comparados à simulação numérica completa. Ainda assim, o bom nível de concordância entre as duas abordagens demonstra que o modelo analítico, mesmo com suas simplificações, captura adequadamente os efeitos predominantes do comportamento estrutural e fornece uma estimativa robusta e confiável da resposta global do sistema.

Em síntese, a metodologia analítica mostrou-se eficaz para fornecer uma estimativa inicial precisa e consistente da configuração ótima, com custo computacional significativamente inferior ao da simulação numérica, o que a torna especialmente útil em fases preliminares de projeto, quando múltiplas alternativas

precisam ser avaliadas de forma ágil. Já a abordagem numérica, embora mais dispendiosa do ponto de vista computacional, oferece maior fidelidade física e capacidade de capturar efeitos não lineares e hidrodinâmicos complexos, sendo indispensável nas etapas posteriores de validação e detalhamento. Assim, a combinação das duas abordagens representa uma estratégia complementar e eficiente, capaz de equilibrar precisão e custo computacional no processo de projeto de *risers* do tipo *lazy wave*.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÕES

Conforme discutido no início deste trabalho, o processo de otimização de *risers* em configuração *lazy wave* constitui uma tarefa complexa, tanto pela definição adequada da função objetivo quanto pelo elevado esforço computacional envolvido. Grande parte dos estudos na literatura adota o custo como função objetivo, parâmetro de difícil quantificação em fases preliminares de projeto. Neste contexto, o presente trabalho buscou propor uma abordagem alternativa, voltada especificamente para a etapa inicial de concepção, em que a distribuição dos módulos de flutuação ao longo do *riser* visa não apenas atender aos requisitos de projeto, mas também contribuir de forma indireta para o aumento da vida útil da estrutura.

Para isso, foi inicialmente realizada a implementação completa das equações que regem a configuração LWSCR, abrangendo a formulação de catenária simples e sua integração com o cálculo das forças hidrodinâmicas por meio das equações de Morison. Esse conjunto de equações exigiu a adoção de processos iterativos para garantir que as condições geométricas e de esforço fossem representadas adequadamente. A partir desse modelo, conduziu-se a análise estática do sistema, permitindo identificar de forma consistente as regiões críticas do *riser*, incluindo vale, crista, TDP e *hang-off*, que serviram de base para a formulação da função objetivo adotada.

A fim de validar o modelo analítico implementado, foram conduzidos três estudos de caso, cujos resultados foram comparados ao programa comercial OrcaFlex, amplamente reconhecido no setor *offshore*. As comparações demonstraram boa aderência, com erro absoluto máximo inferior a 3% nos pontos críticos avaliados. Essa etapa permitiu verificar a coerência do modelo implementado e confirmar que ele atende aos requisitos necessários para análises preliminares de projeto.

Com o modelo verificado, procedeu-se à implementação de uma ferramenta de otimização integrada ao algoritmo *HDGA*, utilizando o código analítico desenvolvido. Essa ferramenta buscou determinar, de maneira eficiente, as combinações geométricas e de empuxo capazes de minimizar a variação de tensão nas regiões críticas do *riser*. Para fins de comparação, a mesma abordagem foi executada utilizando o OrcaFlex, possibilitando avaliar diretamente as diferenças entre as soluções obtidas. Os resultados indicaram configurações finais semelhantes, mas com desempenho computacional significativamente superior para o código

analítico: enquanto o OrcaFlex demandou aproximadamente 38 horas para gerar os 2.000 pontos do espaço amostral, o código desenvolvido neste trabalho alcançou o mesmo resultado em apenas 10 horas, representando uma redução de aproximadamente 75% no tempo de processamento.

Dessa forma, este trabalho propõe uma metodologia de implementação simples e computacionalmente eficiente para a *otimização* da distribuição de módulos de flutuação em *risers* em regime *lazy wave*, cobrindo de forma clara todas as etapas essenciais, desde a implementação do modelo LWSCR, sua verificação frente ao programa comercial OrcaFlex, a análise das regiões críticas e, por fim, o desenvolvimento e avaliação da ferramenta de otimização.

Como perspectivas futuras, destacam-se duas linhas de evolução. Do ponto de vista do modelo analítico, recomenda-se: (i) o aprimoramento dos processos iterativos; (ii) a inclusão de representações do solo, por meio da rigidez do leito marinho; e (iii) a incorporação de formulações de viga para regiões conhecidas como *boundary segments* (Croll, 2000), nas quais o comportamento do *riser* se aproxima ao de uma viga e não ao de um cabo. Do ponto de vista da *otimização*, sugere-se explorar parâmetros adicionais de projeto, como diâmetro, espessura e condições de instalação, por exemplo a distância neutra entre a plataforma e o *PLET*.

Essas melhorias podem ampliar a abrangência da metodologia proposta, permitindo que o processo de *otimização* seja aplicado de maneira mais completa ao projeto de *risers*, aumentando sua robustez e potencial de aplicação em cenários reais da indústria *offshore*.

REFERÊNCIAS

- ARRUDA, M.; AGRA, M.; LAGES, E. N. Optimization of complex configuration of *catenary risers* buoyancy modules. **Semina: Ciências Exatas e Tecnológicas**, v. 33, n. 2, p. 149–164, nov. 2012.
- CROLL, J. **Bending boundary layers in tensioned cables and rods**. *Applied Ocean Research*, v. 22, n. 4, p. 241–253, 2000. ISSN 0141-1187.
- CUNLIFFE, N.; BAXTER, C.; MCCARTHY, T.; TRIM, A. **Evolutionary design of marine riser systems**. Vancouver, Canadá: Proceedings of the 23rd International Conference on *Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, 2004.
- FALTINSEN, O. M., **Sea loads on ships and offshore structures**. 1ed. Cambridge,
- GAO, Z. et al. **Dynamic response of a steel catenary riser at touch-down zone**. *Engineering Structures*, v. 295, p. 116839, nov. 2023.
- GARRETT, D. L. **Dynamic analysis of slender rods**. *Journal of Energy Resources Technology*, v. 104, n. 4, p. 302–306, 1982. ISSN 0195-0738.
- GOLDBERG, D. E. **Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning**. Reading, Mass.: Addison-Wesley Publishing Company, 1989.
- KIM, S.; KIM, M.-H. **Dynamic behaviors of conventional SCR and lazy-wave SCR for FPSOs in deepwater**. *Ocean Engineering*, v. 106, p. 396–414, set. 2015.
- LARSEN, C. M.; HANSON, T. **Optimization of Catenary Risers**. *Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, v. 121, n. 2, p. 90–94, 1 maio 1999.
- LI, S.; NGUYEN, C. L. **Dynamic response of deepwater lazy-wave catenary riser**. In: *Proceedings*, 2010.
- LOCKWOOD, E. **A book of curves**. Cambridge: Cambridge University Press, 1961. ISBN 9780511569340.
- LOU, M. et al. **Stability analysis of deepwater compliant vertical access riser about parametric excitation**. *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering*, v. 11, n. 2, p. 688–698, jul. 2019.
- MENESES, B. M. et al. **Post-failure behavior of lazy-wave risers**. *Ocean Engineering*, v. 280, p. 114777, jul. 2023.
- MORISON, J. R.; O'BRIEN, M. P.; JOHNSON, J. W.; SCHAAF, S. A. **The force exerted by surface waves on piles**. *Petroleum Transactions*, v. 189, n. 5, p. 149–154, 1950. DOI: 10.2118/950149-G

RUAN, Weidong; BAI, Yong; CHENG, Peng. **Static analysis of deepwater lazy-wave umbilical on elastic seabed**. *Ocean Engineering*, v. 91, p. 73–83, 2014. DOI: 10.1016/j.oceaneng.2014.08.017.

RUAN, Weidong; SHANG, Zhaohui; WU, Jianguo. **Effective static stress range estimation for deepwater steel lazy-wave riser with vessel slow drift motion**. *Ships and Offshore Structures*, v. 14, n. 8, p. 899-909, 2019. DOI: 10.1080/17445302.2019.1578101.

SOBOL, Ilya M. **Sensitivity estimates for nonlinear mathematical models**. *Mathematical Modeling and Computational Experiment*, 1(4):407–414, 1993.

SPARKS, C. **Fundamentals of marine riser mechanics**. Tulsa: PennWell, 2007.

SRINIVAS, N. and DEB, K., **Multiobjective Optimization Using Nondominated Sorting in Genetic Algorithms**, *Journal of Evolutionary Computation*, Vol.2 n.3, pp.221-248, 1994.

TANAKA, Rafael Loureiro. **Otimização da configuração de risers rígidos**. 2009. Tese (Doutorado em Engenharia de Controle e Automação Mecânica) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2009.

VIEIRA, L. T.; LIMA, B. S. L. P.; EVSUKOFF, A. G.; JACOB, B. P. **Application of genetic algorithms to the synthesis of riser configurations**. Cancun, México: Proceedings of the 22nd. International Conference on *Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, 2003.

WANG, J.; DUAN, M. **A nonlinear model for deepwater steel lazy-wave riser configuration with ocean current and internal flow**. *Ocean Engineering*, v. 94, p. 155–162, jan. 2015.

Wang, J; Duan, M.; He, T; Jing, C. **Numerical solutions for nonlinear large deformation behavior of deepwater steel lazy-wave riser**. *Ships and Offshore Structures*, 9:6, 655-668 jan. 2014.

WU, Mason; HUANG, Kevin. **The Comparison of Various SCR Configurations for Bow Turret Moored FPSO In West Africa**. Paper presented at the The Seventeenth International *Offshore* and Polar Engineering Conference, Lisbon, Portugal, jul. 2007.

Yang, H., Li, H. **Sensitivity analysis of fatigue life prediction for deepwater steel lazy wave catenary risers**. *Sci. China Technol. Sci.* 54, 1881–1887 maio 2011.

ANEXO A - 50 MELHORES CONFIGURAÇÕES VIÁVEIS

50 melhores configurações viáveis - Analítico

fator	flutuacao	comprimento secao	hang	comprimento secao	boia	delta	tensao	Relação HB
1		1752		581		24,17		3,015490534
1		1748		582		24,42		3,003436426
1		1749		580		24,45		3,015517241
1		1750		573		24,73		3,054101222
1		1746		577		24,82		3,025996534
1		1745		578		24,85		3,019031142
1		1748		568		25,14		3,077464789
1		1747		569		25,17		3,07029877
1		1729		594		25,18		2,910774411
1		1734		585		25,3		2,964102564
1		1737		580		25,34		2,994827586
1		1742		573		25,34		3,040139616
1		1740		575		25,38		3,026086957
0,9		1746		610		25,41		2,862295082
1		1727		591		25,49		2,922165821
1		1740		573		25,49		3,036649215
1		1742		569		25,55		3,061511424
0,9		1742		613		25,55		2,841761827
0,9		1745		608		25,59		2,870065789
1		1735		578		25,6		3,001730104
1		1720		598		25,62		2,876254181
0,9		1740		614		25,64		2,833876221
1		1719		599		25,64		2,869782972
1		1740		569		25,7		3,057996485
1		1718		599		25,71		2,868113523
0,9		1739		614		25,71		2,832247557
1		1719		597		25,75		2,879396985
1		1735		574		25,81		3,022648084
1		1739		568		25,83		3,061619718
1		1720		594		25,84		2,895622896
0,9		1737		614		25,87		2,828990228
0,9		1741		608		25,9		2,863486842
0,9		1737		613		25,92		2,83360522
1		1718		595		25,93		2,887394958
1		1737		569		25,93		3,052724077
0,9		1741		607		25,95		2,868204283
1		1737		568		25,99		3,058098592
1		1740		563		26,03		3,090586146
0,9		1734		614		26,09		2,824104235
0,9		1736		610		26,17		2,845901639
0,9		1740		603		26,25		2,885572139
1		1707		603		26,29		2,830845771

0,9	1737	606	26,31	2,866336634
1	1702	609	26,31	2,794745484
0,9	1724	623	26,33	2,767255217
0,9	1740	601	26,36	2,895174709
1	1706	603	26,36	2,829187396
0,9	1726	620	26,36	2,783870968
1	1723	580	26,39	2,970689655
1	1703	606	26,41	2,810231023

50 melhores configurações viáveis - OrcaFlex

fator_flutuacao	comprimento_secao_ <i>hang</i>	comprimento_secao_boia	delta_tensao	Relação HB
1	1761	529	23,974	3,328922495
1	1757	531	24,0187	3,308851224
1	1758	530	24,0408	3,316981132
1	1750	534	24,1272	3,277153558
1	1747	536	24,1558	3,259328358
1	1749	534	24,1711	3,275280899
1	1745	536	24,2855	3,255597015
1	1744	537	24,3021	3,247672253
1	1762	523	24,3237	3,369024857
1	1746	533	24,3695	3,275797373
1	1758	525	24,3709	3,348571429
1	1750	530	24,3946	3,301886792
1	1758	524	24,4377	3,354961832
1	1745	532	24,4815	3,280075188
1	1748	530	24,4832	3,298113208
1	1749	529	24,5058	3,306238185
1	1747	530	24,5274	3,296226415
1	1740	537	24,5329	3,240223464
1	1739	538	24,5338	3,232342007
1	1735	542	24,5406	3,201107011
1	1745	531	24,5488	3,286252354
1	1749	528	24,5735	3,3125
1	1740	536	24,5858	3,246268657
1	1735	541	24,5903	3,20702403
1	1744	531	24,5931	3,284369115
1	1739	536	24,6395	3,244402985
1	1738	537	24,6407	3,236499069
1	1743	531	24,6497	3,282485876
1	1757	521	24,6831	3,372360845
1	1754	523	24,6853	3,353728489
1	1746	528	24,7076	3,306818182
1	1760	518	24,7471	3,397683398
1	1743	529	24,7737	3,29489603
1	1730	542	24,8	3,191881919
1	1725	547	24,8053	3,153564899

1	1730	541	24,854	3,197781885
1	1723	548	24,8563	3,144160584
1	1740	530	24,8872	3,283018868
1	1733	537	24,9055	3,227188082
1	1757	548	24,9066	3,20620438
1	1754	519	24,955	3,379576108
1	1756	517	24,9987	3,396518375
1	1733	535	25,0045	3,239252336
1	1754	550	25,023	3,189090909
1	1755	548	25,0406	3,202554745
1	1731	536	25,0598	3,229477612
1	1738	528	25,0899	3,291666667
1	1748	521	25,0945	3,355086372
1	1713	553	25,116	3,097649186
1	1734	531	25,1526	3,265536723
