



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
CENTRO TECNOLÓGICO, DE CIÊNCIAS EXATAS E EDUCAÇÃO  
DEPARTAMENTO DE INFORMÁTICA E ESTATÍSTICA  
CURSO DE GRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS DA COMPUTAÇÃO

Henrique Tridapalli Fóes Martins

**Método Computacional para Definição de Rotas Assimétricas de Transporte  
Público**

Florianópolis  
2026

Henrique Tridapalli Fóes Martins

**Método Computacional para Definição de Rotas Assimétricas de Transporte  
Público**

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação em  
Ciência da Computação do Centro Tecnológico, de Ci-  
ências Exatas e Educação da Universidade Federal de  
Santa Catarina como requisito para a obtenção do tí-  
tulo de Ciência da Computação.  
Orientador: Prof. Dr. Rafael Santiago

Ficha catalográfica gerada por meio de sistema automatizado gerenciado pela BU/UFSC.  
Dados inseridos pelo próprio autor.

Martins, Henrique Tridapalli Foes  
Método Computacional para Definição de Rotas  
Assimétricas de Transporte Público / Henrique Tridapalli  
Foes Martins ; orientador, Rafael de Santiago, 2026.  
94 p.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) -  
Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico,  
Graduação em Ciências da Computação, Florianópolis, 2026.

Inclui referências.

1. Ciências da Computação. 2. Urban Transit Routing  
Problem. 3. Grafos. 4. Otimização. 5. Rotas de Transporte.  
I. de Santiago, Rafael. II. Universidade Federal de Santa  
Catarina. Graduação em Ciências da Computação. III. Título.

Henrique Tridapalli Fóes Martins

**Método Computacional para Definição de Rotas Assimétricas de Transporte Público**

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado para obtenção do Título de “Ciência da Computação” e aprovado em sua forma final pelo Curso de Graduação em Ciência da Computação.

Florianópolis, 19 de Junho de 2026.

**Banca Examinadora:**

---

Prof. Dr. Rafael Santiago  
Instituição Universidade Federal de Santa Catarina

---

Prof. Dr. Alvaro Junio Pereira Franco  
Instituição Universidade Federal de Santa Catarina

---

Prof. Dr. Pedro Belin Castellucci  
Instituição Universidade Federal de Santa Catarina

Dedico este trabalho a mim mesmo, pela resiliência, dedicação e esforço em cada etapa desta jornada. Que este momento seja uma lembrança do meu compromisso com o aprendizado e do quanto sou capaz de superar desafios.

## RESUMO

Este trabalho aborda os desafios crescentes do roteamento de transporte público urbano nas áreas urbanas devido ao aumento constante da quantidade de veículos. A busca por soluções nos sistemas de transporte coletivo é impulsionada pelo impacto financeiro e ambiental causado pelos engarrafamentos, resultando em itinerários inadequados, falta de pontos e rotas ineficientes, prejudicando a qualidade das viagens para os usuários. O foco central deste estudo é enfrentar o Problema de Roteamento de Transporte Público Urbano (Urban Transit Routing Problem — UTRP). A abordagem envolve a elaboração e implementação de uma heurística computacional, com ênfase na definição de rotas assimétricas. O objetivo é superar os desafios associados à busca por soluções eficientes, considerando a complexidade do espaço de busca e múltiplas restrições. Destaca-se a falta de dados de referência e a diversidade de métodos de avaliação de qualidade de soluções na literatura acadêmica como obstáculos para o avanço da pesquisa. Para tratar essa lacuna, o estudo propõe uma metodologia de busca local multiobjetiva (MOLS) com cardinalidade dinâmica do conjunto de rotas e seis operadores de vizinhança que respeitam a direcionalidade do grafo. O método é avaliado sobre a instância clássica de Mandl, três variantes assimétricas controladas e uma rede urbana real de caráter exploratório. Os experimentos indicam que a heurística produz conjuntos de soluções não dominadas com diferentes *trade-offs* entre tempo médio de viagem, transferências e cobertura da demanda. Observou-se que o cenário de assimetria mais intensa apresentou tempo médio de viagem mais alto e cobertura da demanda menor que o cenário simétrico. A heurística também foi aplicada, em caráter exploratório, a uma rede urbana real.

**Palavras-chave:** Urban Transit Routing Problem; Busca Local Multiobjetiva; Otimização Multiobjetivo; Rotas Assimétricas.

## ABSTRACT

This work addresses the growing challenges of urban public transit routing in urban areas due to the constant increase in the number of vehicles. The search for solutions in public transit systems is driven by the financial and environmental impact caused by traffic congestion, resulting in inadequate itineraries, lack of stops, and inefficient routes, harming travel quality for users. The central focus of this study is to address the Urban Transit Routing Problem (UTRP). The approach involves the design and implementation of a computational heuristic, with emphasis on the construction of asymmetric routes. The goal is to overcome the challenges associated with the search for efficient solutions, considering the complexity of the search space and multiple constraints. The lack of benchmark data and the diversity of solution quality evaluation methods in the academic literature stand out as obstacles to research advancement. To address this gap, this study proposes a multiobjective local search (MOLS) methodology with dynamic cardinality of the route set and six neighborhood operators that respect graph directionality. The method is evaluated on the classical Mandl instance, three controlled asymmetric variants, and a real urban network as an exploratory case study. Experiments indicate that the heuristic produces sets of non-dominated solutions with different *trade-offs* between average travel time, transfers, and demand coverage. It was observed that the scenario with the most intense asymmetry presented higher average travel time and lower demand coverage than the symmetric scenario. The heuristic was also applied, in an exploratory capacity, to a real urban network.

**Keywords:** Urban Transit Routing Problem; Multiobjective Local Search; Multiobjective Optimization; Asymmetric Routes.

## LISTA DE FIGURAS

|                                                                                                                                                                                                                                                                |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 1 – Efeito dos seis operadores de vizinhança da MOLS. . . . .                                                                                                                                                                                           | 39 |
| Figura 2 – Topologia da instância F1 (Florianópolis centro). . . . .                                                                                                                                                                                           | 50 |
| Figura 3 – Fluxograma da heurística MOLS para o UTRP assimétrico. . . . .                                                                                                                                                                                      | 53 |
| Figura 4 – Topologia da instância Mandl clássica. . . . .                                                                                                                                                                                                      | 56 |
| Figura 5 – Frente Pareto aproximada da heurística MOLS na instância Mandl<br>clássica com cardinalidade fixa, no plano $(f_1, f_3)$ . União dos arquivos<br>não dominados sobre 30 execuções independentes para cada valor de $k$ . . . . .                    | 57 |
| Figura 6 – Frente Pareto aproximada da heurística MOLS na instância Mandl<br>clássica com cardinalidade dinâmica ( $k_{\min} = 3, k_{\max} = 10$ ), no plano<br>$(f_1, f_3)$ . União dos arquivos não dominados sobre 30 execuções indepen-<br>dentes. . . . . | 58 |
| Figura 7 – Frentes Pareto aproximadas para o cenário simétrico M0 e os três cená-<br>rios assimétricos M1–M3, todos com cardinalidade dinâmica ( $k_{\min} = 3,$<br>$k_{\max} = 10$ ) e 30 execuções independentes por cenário. Plano $(f_1, f_3)$ . . . . .   | 62 |

## LISTA DE TABELAS

|           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |    |
|-----------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Tabela 1  | – Comparativo detalhado das abordagens e técnicas dos trabalhos revisados                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 34 |
| Tabela 2  | – Comparativo dos benchmarks, métricas e desempenho dos trabalhos revisados . . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                              | 35 |
| Tabela 3  | – Cenários assimétricos derivados da instância Mandl clássica. $p$ : proporção dos 21 pares bidirecionais sorteados para perturbação; $\alpha_{\min}$ e $\alpha_{\max}$ : limites do intervalo do multiplicador uniforme aplicado ao custo de um dos sentidos do par sorteado; o sentido oposto permanece inalterado. Semente de geração $s = 42$ comum aos três cenários. . . . . | 48 |
| Tabela 4  | – Parâmetros da heurística MOLS adotados para a instância Mandl clássica.                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 56 |
| Tabela 5  | – Resultados da heurística MOLS na instância Mandl clássica com cardinalidade fixa. Média $\pm$ desvio padrão sobre 30 execuções independentes (sementes 1001–1030). . . . .                                                                                                                                                                                                       | 56 |
| Tabela 6  | – Resultados da heurística MOLS na instância Mandl clássica com cardinalidade dinâmica ( $k_{\min} = 3$ , $k_{\max} = 10$ ). Média $\pm$ desvio padrão sobre 30 execuções independentes. . . . .                                                                                                                                                                                   | 58 |
| Tabela 7  | – Comparação entre as baterias M0 com cardinalidade fixa e dinâmica. .                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 59 |
| Tabela 8  | – Resultados agregados da heurística MOLS nos cenários assimétricos (M1–M3) e comparação com o cenário simétrico (M0), todos com cardinalidade dinâmica. Média $\pm$ desvio padrão sobre 30 execuções independentes. . . . .                                                                                                                                                       | 62 |
| Tabela 9  | – Caracterização estrutural da instância F1 (Florianópolis centro). . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 65 |
| Tabela 10 | – Parâmetros experimentais adotados para a instância F1. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 65 |
| Tabela 11 | – Resultados agregados da heurística MOLS na instância F1, para as duas configurações de $t_{\max}$ avaliadas. Média $\pm$ desvio padrão sobre 10 execuções independentes. . . . .                                                                                                                                                                                                 | 66 |
| Tabela 12 | – Distribuição percentual de aplicações bem-sucedidas dos operadores em F1, comparada com M0 dinâmico. Valores agregados sobre todas as execuções. . . . .                                                                                                                                                                                                                         | 68 |



## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

|         |                                                 |
|---------|-------------------------------------------------|
| ABNT    | Associação Brasileira de Normas Técnicas        |
| AFSO    | Artificial Fish Swarm Optimization              |
| API     | Application Programming Interface               |
| GA      | Genetic Algorithm                               |
| GTFS    | General Transit Feed Specification              |
| MOLS    | Multiobjective Local Search                     |
| NDP     | Network Design Problem                          |
| NP      | Non-deterministic Polynomial-time               |
| NSGA-II | Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II      |
| OD      | Origem-Destino                                  |
| OSM     | OpenStreetMap                                   |
| PLS     | Pareto Local Search                             |
| PSO     | Particle Swarm Optimization                     |
| SA      | Simulated Annealing                             |
| SCOPUS  | Base de dados bibliográfica Scopus              |
| SIM     | Sistema Integrado de Mobilidade (Florianópolis) |
| TNDP    | Transit Network Design Problem                  |
| TRNDP   | Transit Route Network Design Problem            |
| UTNDP   | Urban Transit Network Design Problem            |
| UTRP    | Urban Transit Routing Problem                   |
| VNS     | Variable Neighbourhood Search                   |

## LISTA DE SÍMBOLOS

|                        |   |                                                                                  |
|------------------------|---|----------------------------------------------------------------------------------|
| $G$                    | = | Grafo dirigido e ponderado da rede de transporte                                 |
| $(V, A, c)$            |   |                                                                                  |
| $V$                    |   | Conjunto de nós (paradas)                                                        |
| $A$                    |   | Conjunto de arcos dirigidos                                                      |
| $c$                    |   | Função custo associada aos arcos                                                 |
| $c_{ij}$               |   | Custo do arco dirigido de $i$ a $j$                                              |
| $D$                    |   | Matriz de demanda origem-destino                                                 |
| $D_{ij}$               |   | Demanda de viagens com origem em $i$ e destino em $j$                            |
| $R$                    | = | Conjunto de rotas (solução candidata)                                            |
| $\{r_1, \dots, r_k\}$  |   |                                                                                  |
| $r_\ell$               |   | Rota $\ell$ (sequência ordenada de nós)                                          |
| $k$                    |   | Número de rotas em uma solução                                                   |
| $f_1$                  |   | Tempo médio de viagem por passageiro (a minimizar)                               |
| $f_2$                  |   | Número médio de transferências por passageiro (a minimizar)                      |
| $f_3$                  |   | Cobertura percentual da demanda (a maximizar)                                    |
| $T_{ij}(R)$            |   | Tempo de viagem de $i$ a $j$ induzido pela solução $R$                           |
| $\tau_{ij}(R)$         |   | Número de transferências no itinerário $i \rightarrow j$ induzido por $R$        |
| $\pi_{ij}(R)$          |   | Itinerário de menor custo de $i$ a $j$ no grafo de transferências                |
| $G_R$                  |   | Grafo de transferências induzido pela solução $R$                                |
| $P$                    |   | Conjunto Pareto aproximado (arquivo não dominado)                                |
| $k_{\min}, k_{\max}$   |   | Limites inferior e superior da cardinalidade do conjunto de rotas                |
| $k_{\text{init}}$      |   | Cardinalidade da solução inicial                                                 |
| $L_{\min}, L_{\max}$   |   | Limites inferior e superior do tamanho de cada rota                              |
| $I_{\max}$             |   | Número máximo de iterações da busca                                              |
| $t_{\max}$             |   | Penalidade de tempo atribuída a pares OD não atendidos                           |
| $\delta$               |   | Penalidade fixa por transferência no grafo $G_R$                                 |
| $T_0, T$               |   | Temperatura inicial e corrente do esquema de aceitação probabilística            |
| $\alpha_{\text{cool}}$ |   | Fator de resfriamento geométrico ( $T \leftarrow \alpha_{\text{cool}} \cdot T$ ) |
| $\Delta(R, R')$        |   | Função escalar de piora normalizada entre soluções                               |

## SUMÁRIO

|          |                                                                                                                      |           |
|----------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>INTRODUÇÃO . . . . .</b>                                                                                          | <b>16</b> |
| 1.1      | OBJETIVOS . . . . .                                                                                                  | 17        |
| 1.1.1    | Objetivo Geral . . . . .                                                                                             | 17        |
| 1.1.2    | Objetivos Específicos . . . . .                                                                                      | 17        |
| 1.2      | ESTRUTURA DO TRABALHO . . . . .                                                                                      | 17        |
| <b>2</b> | <b>DEFINIÇÃO DO PROBLEMA . . . . .</b>                                                                               | <b>19</b> |
| 2.1      | REDE E DADOS DE ENTRADA . . . . .                                                                                    | 19        |
| 2.2      | SAÍDAS DO PROBLEMA . . . . .                                                                                         | 20        |
| 2.3      | ATRIBUIÇÃO DE VIAGENS . . . . .                                                                                      | 20        |
| 2.4      | OBJETIVOS DO PROBLEMA . . . . .                                                                                      | 20        |
| 2.5      | DOMINÂNCIA DE PARETO . . . . .                                                                                       | 21        |
| <b>3</b> | <b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA . . . . .</b>                                                                               | <b>22</b> |
| 3.1      | REDES DE TRANSPORTE PÚBLICO COMO GRAFOS . . . . .                                                                    | 23        |
| 3.2      | PROJETO DE ROTAS DE TRANSPORTE PÚBLICO: OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO E COMPLEXIDADE . . . . .                            | 23        |
| 3.3      | BUSCA LOCAL . . . . .                                                                                                | 24        |
| 3.4      | BUSCA LOCAL MULTIOBJETIVA . . . . .                                                                                  | 25        |
| 3.5      | HEURÍSTICAS E METAHEURÍSTICAS COMO ALTERNATIVA A MÉTODOS EXATOS . . . . .                                            | 25        |
| <b>4</b> | <b>TRABALHOS RELACIONADOS . . . . .</b>                                                                              | <b>27</b> |
| 4.1      | METODOLOGIA DE BUSCA . . . . .                                                                                       | 28        |
| 4.1.1    | Palavras-chave Utilizadas . . . . .                                                                                  | 28        |
| 4.1.2    | Critérios de Seleção . . . . .                                                                                       | 28        |
| 4.1.3    | Critérios de Exclusão . . . . .                                                                                      | 28        |
| 4.2      | RESULTADOS DA BUSCA . . . . .                                                                                        | 29        |
| 4.2.1    | Heurísticas baseadas em inteligência de enxames . . . . .                                                            | 29        |
| 4.2.2    | Hiper-heurísticas adaptativas baseadas em desempenho . . . . .                                                       | 30        |
| 4.2.3    | Novos operadores heurísticos e evolutivos para o problema multiobjetivo de roteamento em transporte urbano . . . . . | 30        |
| 4.2.4    | Uso de <i>simulated annealing</i> para resolver o problema de projeto de rede de rotas de transporte . . . . .       | 30        |
| 4.2.5    | Algoritmos genéticos para o projeto ótimo de redes de transporte urbano . . . . .                                    | 31        |
| 4.2.5.1  | <i>Expansão por citações de Mandl e realismo em cenários assimétricos . . . . .</i>                                  | <i>31</i> |
| 4.2.6    | Abordagens de busca local para UTRP . . . . .                                                                        | 31        |
| 4.3      | DISCUSSÃO . . . . .                                                                                                  | 32        |
| 4.3.1    | Resumo sobre os benchmarks utilizados . . . . .                                                                      | 33        |

|         |                                                                         |           |
|---------|-------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 4.4     | CONSIDERAÇÕES . . . . .                                                 | 33        |
| 5       | <b>METODOLOGIA . . . . .</b>                                            | <b>36</b> |
| 5.1     | AVALIAÇÃO DE UMA SOLUÇÃO: ATRIBUIÇÃO DE VIAGENS E MÉTRICAS . . . . .    | 36        |
| 5.1.1   | Grafo de transferências . . . . .                                       | 36        |
| 5.1.2   | Regra de atribuição de viagens . . . . .                                | 36        |
| 5.1.3   | Definição operacional das métricas . . . . .                            | 37        |
| 5.1.3.1 | <i>Custo de viagem <math>T_{ij}(R)</math></i> . . . . .                 | 37        |
| 5.1.3.2 | <i>Número de transferências <math>\tau_{ij}(R)</math></i> . . . . .     | 37        |
| 5.1.3.3 | <i>Indicador de atendimento</i> . . . . .                               | 37        |
| 5.1.4   | Observações de modelagem . . . . .                                      | 37        |
| 5.2     | ESTRUTURA DE VIZINHANÇA PARA O UTRP . . . . .                           | 37        |
| 5.2.1   | Operadores de modificação de rotas . . . . .                            | 38        |
| 5.2.1.1 | <i>AddStop</i> . . . . .                                                | 38        |
| 5.2.1.2 | <i>RemoveStop</i> . . . . .                                             | 39        |
| 5.2.1.3 | <i>SwapSubpath</i> . . . . .                                            | 39        |
| 5.2.1.4 | <i>MergeRoutes</i> . . . . .                                            | 40        |
| 5.2.1.5 | <i>SplitRoute</i> . . . . .                                             | 40        |
| 5.2.1.6 | <i>MergeSplit (redistribuição entre rotas)</i> . . . . .                | 40        |
| 5.2.2   | Garantias de viabilidade . . . . .                                      | 40        |
| 5.2.3   | Observações computacionais . . . . .                                    | 41        |
| 5.3     | CRITÉRIO DE ACEITAÇÃO E ATUALIZAÇÃO DO CONJUNTO PARETO (MOLS) . . . . . | 41        |
| 5.3.1   | Dominância de Pareto . . . . .                                          | 42        |
| 5.3.2   | Conjunto Pareto aproximado . . . . .                                    | 42        |
| 5.3.3   | Fluxo de uma iteração . . . . .                                         | 42        |
| 5.3.4   | Critério de aceitação da solução corrente . . . . .                     | 43        |
| 5.3.4.1 | <i>Função de piora <math>\Delta</math></i> . . . . .                    | 43        |
| 5.3.4.2 | <i>Esquema de resfriamento</i> . . . . .                                | 44        |
| 5.3.5   | Critério de parada . . . . .                                            | 44        |
| 5.3.6   | Observações de escopo . . . . .                                         | 44        |
| 5.4     | PARAMETRIZAÇÃO EXPERIMENTAL . . . . .                                   | 45        |
| 5.4.1   | Parâmetros estruturais . . . . .                                        | 45        |
| 5.4.2   | Parâmetros de busca . . . . .                                           | 45        |
| 5.4.3   | Classificação e justificativa . . . . .                                 | 46        |
| 5.4.4   | Reprodutibilidade . . . . .                                             | 46        |
| 5.5     | INSTÂNCIAS E CENÁRIOS EXPERIMENTAIS . . . . .                           | 46        |
| 5.5.1   | Instância Mandl clássica . . . . .                                      | 47        |
| 5.5.2   | Instância Mandl assimétrica . . . . .                                   | 47        |

|              |                                                                                                       |           |
|--------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 5.5.2.1      | <i>Protocolo de geração . . . . .</i>                                                                 | 47        |
| 5.5.2.2      | <i>Cenários experimentais . . . . .</i>                                                               | 48        |
| 5.5.2.3      | <i>Reprodutibilidade . . . . .</i>                                                                    | 48        |
| <b>5.5.3</b> | <b>Rede urbana real . . . . .</b>                                                                     | <b>48</b> |
| 5.5.3.1      | <i>Construção do grafo . . . . .</i>                                                                  | 49        |
| 5.5.3.2      | <i>Demanda OD . . . . .</i>                                                                           | 50        |
| 5.5.3.3      | <i>Posicionamento experimental . . . . .</i>                                                          | 50        |
| <b>5.5.4</b> | <b>Definição dos cenários experimentais . . . . .</b>                                                 | <b>51</b> |
| 5.6          | RESUMO ALGORÍTMICO . . . . .                                                                          | 51        |
| <b>5.6.1</b> | <b>Pseudocódigo . . . . .</b>                                                                         | <b>51</b> |
| <b>5.6.2</b> | <b>Fluxograma . . . . .</b>                                                                           | <b>52</b> |
| <b>6</b>     | <b>RESULTADOS EXPERIMENTAIS . . . . .</b>                                                             | <b>54</b> |
| 6.1          | DESCRIÇÃO DAS INSTÂNCIAS E CONFIGURAÇÕES EXPERI-<br>MENTAIS . . . . .                                 | 54        |
| 6.1.1        | Instância Mandl clássica . . . . .                                                                    | 54        |
| 6.1.2        | Instância Mandl assimétrica . . . . .                                                                 | 54        |
| 6.1.3        | Rede urbana real . . . . .                                                                            | 55        |
| 6.1.4        | Organização do capítulo . . . . .                                                                     | 55        |
| 6.2          | RESULTADOS NA INSTÂNCIA MANDL CLÁSSICA . . . . .                                                      | 55        |
| 6.2.1        | Configuração experimental . . . . .                                                                   | 55        |
| 6.2.2        | Resultados com cardinalidade fixa . . . . .                                                           | 55        |
| 6.2.3        | Resultados com cardinalidade dinâmica . . . . .                                                       | 57        |
| 6.2.4        | Comparação entre cardinalidade fixa e dinâmica . . . . .                                              | 59        |
| 6.2.5        | Análise do comportamento do método . . . . .                                                          | 60        |
| 6.2.5.1      | <i>Dependência entre <math>f_2</math> e <math>f_3</math> e o <math>f_2</math> reportado . . . . .</i> | 60        |
| 6.2.5.2      | <i>Convergência para <math>k = 6</math> . . . . .</i>                                                 | 60        |
| 6.2.5.3      | <i>Distribuição de operadores . . . . .</i>                                                           | 61        |
| 6.2.5.4      | <i>Limites de cardinalidade . . . . .</i>                                                             | 61        |
| 6.3          | RESULTADOS NA INSTÂNCIA MANDL ASSIMÉTRICA . . . . .                                                   | 61        |
| 6.3.1        | Configuração experimental . . . . .                                                                   | 61        |
| 6.3.2        | Resultados agregados . . . . .                                                                        | 62        |
| 6.3.3        | Análise por objetivo . . . . .                                                                        | 63        |
| 6.3.3.1      | <i>Efeito da assimetria sobre <math>f_1</math> . . . . .</i>                                          | 63        |
| 6.3.3.2      | <i>Efeito sobre <math>f_3</math> . . . . .</i>                                                        | 63        |
| 6.3.3.3      | <i>Comportamento de <math>f_2</math> . . . . .</i>                                                    | 63        |
| 6.3.4        | Cardinalidade e operadores . . . . .                                                                  | 63        |
| 6.3.5        | Síntese . . . . .                                                                                     | 64        |
| 6.4          | RESULTADOS NA REDE URBANA REAL . . . . .                                                              | 64        |
| 6.4.1        | Caracterização da instância F1 . . . . .                                                              | 64        |

|         |                                                   |    |
|---------|---------------------------------------------------|----|
| 6.4.2   | Configuração experimental . . . . .               | 65 |
| 6.4.3   | Resultados . . . . .                              | 66 |
| 6.4.4   | Análise . . . . .                                 | 66 |
| 6.4.4.1 | Estabilidade da cardinalidade . . . . .           | 66 |
| 6.4.4.2 | Cobertura ( $f_3$ ) . . . . .                     | 66 |
| 6.4.4.3 | Dinâmica dos operadores . . . . .                 | 67 |
| 6.4.4.4 | Efeito da penalidade $t_{\max}$ . . . . .         | 68 |
| 6.4.4.5 | Comportamento geral do método . . . . .           | 69 |
| 6.4.5   | Limitações reconhecidas . . . . .                 | 69 |
| 6.5     | DISCUSSÃO COMPARATIVA . . . . .                   | 69 |
| 6.5.1   | Efeito da assimetria sobre as soluções . . . . .  | 69 |
| 6.5.2   | Estabilidade da cardinalidade dinâmica . . . . .  | 70 |
| 6.5.3   | Generalização a rede real . . . . .               | 70 |
| 6.5.4   | Limitações da formulação . . . . .                | 71 |
| 6.5.5   | Comparação qualitativa com a literatura . . . . . | 71 |
| 6.5.6   | Síntese . . . . .                                 | 72 |
| 7       | CONCLUSÃO . . . . .                               | 73 |
| 7.1     | SÍNTESE DO TRABALHO . . . . .                     | 73 |
| 7.2     | PRINCIPAIS ACHADOS EXPERIMENTAIS . . . . .        | 73 |
| 7.3     | LIMITAÇÕES DO TRABALHO . . . . .                  | 74 |
| 7.4     | TRABALHOS FUTUROS . . . . .                       | 75 |
|         | Referências . . . . .                             | 77 |
|         | APÊNDICE A – Artigo . . . . .                     | 80 |
|         | APÊNDICE B – Repositório de código . . . . .      | 93 |

## 1 INTRODUÇÃO

O problema de projeto de redes de transporte urbano (UTNDP) envolve a determinação de um conjunto de rotas para um sistema de transporte público urbano, incluindo ônibus, trens ou trams. O UTNDP é altamente complexo e pode ser decomposto em várias etapas, entre as quais o planejamento de rotas é uma das mais desafiadoras. Esse subproblema, conhecido como Urban Transit Routing Problem (UTRP), é NP-difícil (Farahani et al., 2013), o que inviabiliza a busca por soluções ótimas em instâncias de porte realista. Diante de preocupações com congestionamento, poluição e emissões de gases de efeito estufa, ampliar o uso do transporte público — com serviços frequentes, confiáveis e econômicos — é estratégia central para reduzir a dependência de veículos particulares.

Historicamente, os planejadores de rotas dependiam de experiência prévia, diretrizes simples, conhecimento local e procedimentos ad hoc. Nos últimos anos, estudos consolidados recomendaram maior uso de ferramentas computacionais para projetar e avaliar redes de transporte público (Ceder, 2007; Guihaire; Hao, 2008). O planejamento de rotas, em conjunto com a definição de frequência, é identificado como uma das etapas mais desafiadoras do UTNDP, e tipicamente opera sobre uma malha viária ou ferroviária existente, com pontos de embarque e desembarque conhecidos a priori. Um obstáculo central no UTRP é o vasto espaço de busca, que cresce rapidamente à medida que aumentam o número de rotas e as transferências admitidas entre linhas.

Existem vertentes na área de otimização discreta que lidam com várias famílias de problemas de otimização de tráfego em estradas, suportando o desenvolvimento de novas tecnologias para melhorar o trânsito nas cidades. A aplicação desses trabalhos pode criar planejadores e simuladores que auxiliam os tomadores de decisão na alocação de recursos de maneira mais eficiente. Estudos como (Nayeem; Islam; Yao, 2018) ilustram a aplicação de abordagens evolutivas multi-objetivo ao problema de design de redes de transporte público em escala realista, evidenciando o papel desses métodos no apoio à decisão para sistemas urbanos.

O UTNDP pode abranger vários estágios no serviço de transporte público, sendo o projeto da rede atendida — foco deste trabalho — o estágio abordado. Geralmente, consideram-se a malha viária, localização dos pontos de acesso e demanda para definir soluções ideais que atendam às expectativas dos usuários e operadores do serviço de transporte público. Problemas de design de rede, como os NDPs (Network Design Problems), são problemas de otimização discreta que apoiam a tomada de decisão no projeto de redes de tráfego, considerando diversos fatores e limitados por orçamentos.

Este trabalho aborda o UTRP, subproblema do UTNDP voltado à otimização de rotas para atender à demanda de transporte público em qualquer modal, com ênfase em rotas assimétricas. Propõe-se um método heurístico voltado ao apoio à decisão no projeto de rotas, considerando informações clássicas da literatura — malha viária, localização

dos pontos de acesso (locais de embarque e desembarque) e demanda de passageiros. O método desenvolvido cria base para que trabalhos futuros sejam aplicados à realidade de cidades brasileiras.

## 1.1 OBJETIVOS

Nas seções abaixo descrevem-se o objetivo geral e os objetivos específicos do trabalho.

### 1.1.1 Objetivo Geral

Desenvolver uma heurística de busca local multiobjetiva para o UTRP em redes assimétricas, com cardinalidade do conjunto de rotas tratada como variável de decisão e foco na modificação eficiente das rotas, a fim de reduzir o tempo de viagem ( $f_1$ ), minimizar transferências ( $f_2$ ) e maximizar a cobertura da demanda ( $f_3$ ) em redes de transporte público urbano.

### 1.1.2 Objetivos Específicos

Para atingir o objetivo geral, os seguintes objetivos específicos foram definidos:

1. Realizar uma revisão da literatura, identificando o estado da arte em heurísticas multi-objetivo para o UTRP e o tratamento (ou ausência) de assimetria estrutural nas formulações existentes;
2. Formalizar o UTRP em grafo dirigido com custos potencialmente assimétricos e três objetivos ( $f_1, f_2, f_3$ );
3. Especificar e implementar uma heurística de busca local multiobjetiva (MOLS) com cardinalidade dinâmica, dotada de operadores de vizinhança que respeitam a direcionalidade do grafo;
4. Avaliar o método sobre instâncias de referência (Mandl clássica), variantes assimétricas controladas e prova de conceito em rede urbana real.

## 1.2 ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho está organizado em sete capítulos. Após esta introdução, o Capítulo 2 formaliza o UTRP no contexto considerado, especificando entradas, saídas e principais desafios computacionais. O Capítulo 3 apresenta a fundamentação teórica em modelagem com grafos, otimização multiobjetivo, busca local e projeto de rotas de transporte público. O Capítulo 4 revisa trabalhos relacionados em UTRP/TNDP, com ênfase no tratamento (ou ausência) de assimetria estrutural nas formulações existentes. O Capítulo 5 descreve a heurística MOLS proposta, incluindo formalização matemática, estrutura de vizinhança

com seis operadores, critério de aceitação baseado em dominância de Pareto e protocolo experimental. O Capítulo 6 apresenta os resultados experimentais sobre Mandl clássica, três variantes assimétricas controladas e prova de conceito sobre uma rede urbana real. O Capítulo 7 sintetiza os achados, discute limitações e aponta direções para investigações futuras.

## 2 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

Este capítulo apresenta a definição formal do problema computacional abordado neste trabalho. Especificam-se a representação da rede e da demanda, as propriedades das soluções (conjunto de rotas), a regra de atribuição de viagens, os objetivos a otimizar e o critério de comparação adotado para o problema multiobjetivo. Decisões metodológicas e algorítmicas associadas à resolução do problema são tratadas no Capítulo 5.

O problema central deste trabalho é o *Urban Transit Routing Problem* (UTRP), subproblema do UTNDP restrito à definição do conjunto de rotas que opera sobre uma rede de paradas. Frequência operacional, programação de horários, alocação de frota e escalonamento de tripulações não compõem o problema aqui definido — são etapas subsequentes do UTNDP, tratadas como elementos externos ao modelo (Ceder, 2007; Guihaire; Hao, 2008).

### 2.1 REDE E DADOS DE ENTRADA

Modela-se a rede de transporte como um grafo dirigido e ponderado  $G = (V, A, c)$ , em que:

- $V$  é o conjunto de nós (paradas);
- $A$  é o conjunto de arcos dirigidos (conexões possíveis entre paradas);
- $c$  é a função custo associada aos arcos, e  $c_{ij}$  denota o custo do arco dirigido de  $i$  para  $j$ .

A direcionalidade é tratada de forma estrita: cada sentido constitui um arco distinto, com custo próprio, e a presença de  $(i, j) \in A$  não implica  $(j, i) \in A$ . A assimetria estrutural considerada manifesta-se em duas formas: custos direcionalmente distintos, em que em geral  $c_{ij} \neq c_{ji}$ ; e direcionalidade restritiva, em que pode ocorrer  $(i, j) \in A$  e  $(j, i) \notin A$  (vias de mão única).

A demanda de passageiros é dada por uma matriz OD, representada por  $D$ , em que  $D_{ij}$  indica a demanda de viagens com origem em  $i \in V$  e destino em  $j \in V$ . Os elementos da diagonal são considerados nulos.

As entradas do problema, neste trabalho, são, portanto: o grafo dirigido  $G = (V, A, c)$  que representa a rede; a função custo  $c$  associada aos arcos; a matriz de demanda  $D$  entre pares origem-destino; e os parâmetros estruturais que delimitam as rotas admissíveis (limites de comprimento  $l_{\min}, l_{\max}$  e de cardinalidade  $k_{\min}, k_{\max}$ , formalizados na próxima seção).

## 2.2 SAÍDAS DO PROBLEMA

A saída do problema é um conjunto de rotas  $R = \{r_1, \dots, r_k\}$ , em que cada rota  $r_\ell$  é uma sequência ordenada de nós:

$$r_\ell = (v_1, v_2, \dots, v_{m_\ell}), \quad v_t \in V.$$

O conjunto de rotas  $R$  deve satisfazer as seguintes restrições estruturais:

- **Viabilidade direcional:**  $(v_t, v_{t+1}) \in A$  para todo  $t \in \{1, \dots, m_\ell - 1\}$  e todo  $r_\ell \in R$ ;
- **Limites de comprimento:** cada rota respeita  $l_{\min} \leq m_\ell \leq l_{\max}$ ;
- **Cardinalidade:** o número de rotas satisfaz  $k_{\min} \leq k \leq k_{\max}$ ;
- **Distinção interna:**  $v_s \neq v_t$  para  $s \neq t$  dentro da mesma rota.

A repetição de paradas entre rotas distintas é permitida e corresponde a estações de transferência.

A solução  $R$  é avaliada por meio de funções objetivo que medem a qualidade do conjunto de rotas frente à demanda. Como o cálculo dessas funções depende de *como* as viagens são atribuídas às rotas, a Seção 2.3 fixa primeiro a regra de atribuição; a Seção 2.4 define em seguida as três funções objetivo; e a Seção 2.5 estabelece o critério de comparação adotado para o caso multiobjetivo.

## 2.3 ATRIBUIÇÃO DE VIAGENS

A regra de atribuição de viagens é determinística e baseada no caminho de menor custo. Para cada par origem-destino  $(i, j)$  com  $D_{ij} > 0$ , busca-se o itinerário de menor custo no *grafo de transferências* induzido por  $R$ , composto por arestas intra-rota (que herdam o custo direto dos arcos consecutivos sobre uma mesma rota) e arestas de transferência (que ligam ocorrências da mesma parada em rotas distintas com penalidade fixa  $\delta \geq 0$  e contagem de uma transferência). Pares sem itinerário viável são considerados não atendidos. A construção operacional do grafo de transferências e o cálculo das métricas associadas são detalhados na Seção 5.1.

## 2.4 OBJETIVOS DO PROBLEMA

O problema é tratado como multiobjetivo. Dada uma solução  $R$ , sejam  $T_{ij}(R)$  o custo total do itinerário atribuído entre  $i$  e  $j$  e  $\tau_{ij}(R)$  o número de transferências do mesmo itinerário; e seja  $\mathbb{I}_{ij}(R)$  o indicador de atendimento do par. A avaliação de  $R$  é o vetor  $F(R) = (f_1(R), f_2(R), f_3(R))$ , em que:

$$f_1(R) = \frac{\sum_{i \in V} \sum_{j \in V} D_{ij} \cdot T_{ij}(R)}{\sum_{i \in V} \sum_{j \in V} D_{ij}}, \quad (1)$$

$$f_2(R) = \frac{\sum_{i \in V} \sum_{j \in V} D_{ij} \cdot \tau_{ij}(R)}{\sum_{i \in V} \sum_{j \in V} D_{ij}}, \quad (2)$$

$$f_3(R) = \frac{\sum_{i \in V} \sum_{j \in V} D_{ij} \cdot \mathbb{I}_{ij}(R)}{\sum_{i \in V} \sum_{j \in V} D_{ij}}. \quad (3)$$

O vetor  $F(R)$  é otimizado no sentido (min, min, max):  $f_1$  (tempo médio de viagem por passageiro, ponderado pela demanda) e  $f_2$  (número médio de transferências por passageiro) devem ser minimizados;  $f_3 \in [0, 1]$  (fração da demanda atendida) deve ser maximizada. Pares OD não atendidos contribuem com uma penalidade fixa  $t_{\max}$  a  $T_{ij}$ , permitindo agregação uniforme de  $f_1$  sobre toda a matriz  $D$ .

## 2.5 DOMINÂNCIA DE PARETO

Dadas duas soluções viáveis  $R_a$  e  $R_b$ , diz-se que  $R_a$  *domina*  $R_b$ , denotado  $R_a \prec R_b$ , se e somente se

$$f_1(R_a) \leq f_1(R_b), \quad f_2(R_a) \leq f_2(R_b), \quad f_3(R_a) \geq f_3(R_b), \quad (4)$$

com desigualdade estrita em pelo menos uma das três relações. Soluções mutuamente não dominadas constituem o *conjunto Pareto*, do qual a heurística mantém uma aproximação ao longo da busca, conforme detalhado no Capítulo 5. A heurística não devolve uma única solução, mas um conjunto de alternativas que o planejador pode avaliar de acordo com prioridades não codificáveis no modelo (Deb, 2001).

### 3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este capítulo apresenta os fundamentos teóricos utilizados no desenvolvimento da abordagem proposta neste trabalho: modelagem com grafos dirigidos, otimização multiobjetivo, métodos heurísticos de busca local e a literatura específica sobre projeto de rotas de transporte público.

A modelagem de redes de transporte por meio de grafos dirigidos tem sido amplamente empregada por sua capacidade de representar com precisão as interconexões e direcionalidades das vias urbanas (Bondy; Murty, 2008). Em especial, quando se trata de rotas assimétricas, os grafos permitem capturar adequadamente as distinções entre os sentidos das vias e restrições operacionais associadas.

A complexidade combinatória do UTNDP é reconhecida na literatura como um problema NP-difícil (Ceder, 2007; Farahani et al., 2013; Guihaire; Hao, 2008; Kepaptsoglou, Konstantinos; Karlaftis, 2009), motivando o uso de técnicas heurísticas e metaheurísticas em instâncias de porte prático (Glover; Kochenberger, 2003; Iliopoulou; Kepaptsoglou, K.; Vlahogianni, 2019).

Nesse contexto, algoritmos evolutivos têm sido explorados com sucesso para o projeto de rotas em sistemas de transporte, destacando-se os algoritmos genéticos com operadores específicos (Goldberg, 1989; Chakroborty; Dwivedi, 2002; Chew; Lee, 2012), algoritmos de colônia de formigas (Yang; Yu; Cheng, 2007), colônia de abelhas artificiais (Szeto; Jiang, 2014), meméticos (Zhao; Zhang, C.; Zhang, B., 2015), otimização por enxame de partículas (*Particle Swarm Optimization* – PSO) (Kechagiopoulos; Beligiannis, 2014) e outros inspirados em enxames (Nikolić; Teodorović, 2013; Katsaragakis; Tassopoulos; Beligiannis, 2020).

Para tratar adequadamente os objetivos conflitantes, como a maximização da cobertura do serviço e a minimização dos custos operacionais, o uso de otimização multiobjetivo se mostra essencial (Deb, 2001; Mumford, Christine L, 2013). Diferentes frameworks evolutivos multiobjetivos têm sido aplicados ao UTNDP: (Mumford, Christine L, 2013) adota um esquema do tipo SEAMO2 (*steady-state* evolutivo multiobjetivo), enquanto (Jha, S.; Jha, J.; Tiwari, 2019) segue a linha do NSGA-II (Deb et al., 2002); em ambos os casos, o objetivo é obter aproximações da fronteira de Pareto compostas por soluções mutuamente não dominadas.

Além disso, estudos recentes destacam a relevância de se considerar emissões ambientais e dados reais no projeto de redes (Durán-Micco; Vansteenwegen, 2022; Durán-Micco; Vansteenwegen; Sörensen, 2020; Fan; Machemehl, 2006), o que torna essencial o uso de *benchmarks* e conjuntos de dados abertos, como os propostos por (Mandl, 1980) e (Mumford, Christine L, 2013), que facilitam a reprodutibilidade de experimentos e a comparação entre abordagens.

A fundamentação apresentada neste capítulo serve como base para a heurística

multiobjetiva baseada em busca local desenvolvida no Capítulo 5, voltada à construção de rotas sobre grafos dirigidos com custos potencialmente assimétricos.

### 3.1 REDES DE TRANSPORTE PÚBLICO COMO GRAFOS

Redes de transporte público são comumente representadas por grafos dirigidos, estruturas matemáticas formadas por vértices (que podem representar paradas ou estações) e arestas direcionadas (representando conexões entre elas). A direção das arestas é essencial para refletir a estrutura real de mobilidade urbana, como vias de sentido único e trajetos assimétricos (Bondy; Murty, 2008).

Essa modelagem permite considerar aspectos operacionais importantes, como o fato de que o tempo e a distância de um trajeto de ida podem diferir do trajeto de volta, característica comum em sistemas reais. A vizinhança em grafos é uma noção fundamental no processo de busca por rotas, pois permite identificar os vértices acessíveis a partir de um ponto específico, sendo crucial na construção de algoritmos de navegação e otimização. Em grafos dirigidos, distingue-se entre vizinhança de entrada e de saída, o que possibilita uma modelagem mais precisa das restrições da rede de transporte (Bondy; Murty, 2008).

Esses grafos, quando aplicados a cenários do mundo real, são chamados de redes, e são amplamente usados para representar sistemas como redes viárias, malhas ferroviárias e redes de ônibus. A sua análise permite identificar padrões, gargalos e oportunidades de melhoria na estrutura da rede, servindo de base para o desenvolvimento de estratégias de otimização aplicadas no presente trabalho.

### 3.2 PROJETO DE ROTAS DE TRANSPORTE PÚBLICO: OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO E COMPLEXIDADE

O projeto de rotas de transporte público, denominado na literatura *Transit Network Design Problem* (TNDP) — termo guarda-chuva equivalente ao UTNDP, que abrange desde o roteamento até decisões de frequência e horários —, pode ser compreendido como um problema de otimização combinatória. Em sua forma geral, um problema de otimização consiste na busca por uma solução ótima — aquela que maximiza ou minimiza uma função objetivo — dentro de um conjunto viável de possibilidades (Papadimitriou; Steiglitz, 1998). No caso do projeto de rotas, busca-se determinar um conjunto de rotas que maximize ou minimize métricas como cobertura, custo, tempo de viagem ou satisfação do usuário, respeitando restrições operacionais, geográficas e orçamentárias (Ceder, 2007; Desautniers; Desrosiers; Solomon, 2005). Neste trabalho, o foco está restrito ao subproblema de roteamento (UTRP), não sendo tratadas decisões de frequência ou agendamento.

As restrições do problema delimitam o *espaço de busca*, isto é, o conjunto de todas as soluções admissíveis. Dentro desse espaço, algumas soluções são subótimas —

aceitáveis, mas não ideais — e uma ou poucas serão consideradas ótimas, conforme os critérios definidos.

Em contextos reais, o TNDP é multiobjetivo, exigindo a otimização simultânea de critérios conflitantes (Deb, 2001). Minimizar o tempo de viagem, maximizar a cobertura do serviço e reduzir custos operacionais são metas frequentemente almejadas, mas que nem sempre podem ser atendidas simultaneamente. Três pilares costumam ser considerados: a *cobertura*, que corresponde à capacidade da rede de atender adequadamente a população urbana, conectando áreas residenciais, centros comerciais e polos de serviço; a *eficiência operacional*, que envolve minimizar custos relacionados à operação dos veículos — combustível, manutenção e mão de obra; e a *satisfação do usuário*, medida por fatores como tempo de espera, número de transbordos e confiabilidade do serviço.

Para lidar com objetivos conflitantes, utiliza-se o conceito de *dominância de Pareto*: uma solução é considerada eficiente quando não é dominada por nenhuma outra, isto é, quando não existe alternativa simultaneamente melhor em todos os critérios considerados. O conjunto de soluções mutuamente não dominadas constitui uma aproximação da *fronteira de Pareto* (Deb et al., 2002). Em vez de retornar uma única solução ótima, a otimização multiobjetiva oferece ao planejador um conjunto de alternativas, permitindo ponderar entre os objetivos conflitantes; em problemas reais, como o de redes de transporte, esse conjunto não dominado fornece subsídios para decisões estratégicas. Essa noção é retomada formalmente na Seção 3.4 e operacionalizada na metodologia (Capítulo 5).

Para exemplificar o tipo de *trade-off* envolvido, considerem-se duas soluções possíveis: a primeira oferece ampla cobertura de bairros periféricos, mas com maior tempo médio de viagem; a segunda prioriza velocidade e tempo de percurso, mas deixa áreas menos centrais desatendidas. Ambas são válidas e mutuamente não dominadas; a escolha entre elas dependerá das prioridades políticas ou sociais do planejador urbano.

A paisagem de otimização do TNDP é altamente complexa, com múltiplos ótimos locais, o que dificulta o uso de métodos exatos. O problema é reconhecido como NP-difícil (Ceder, 2007; Farahani et al., 2013; Kepaptsoglou, Konstantinos; Karlaftis, 2009): modelos matemáticos exatos — formulações de programação inteira ou não linear — foram propostos (Guihaire; Hao, 2008), mas sua resolução em instâncias de porte real é inviável, o que motiva o emprego de técnicas heurísticas e metaheurísticas, complementadas frequentemente por simulações computacionais para avaliar cenários alternativos antes da implementação (Ceder, 2007).

### 3.3 BUSCA LOCAL

A busca local é uma classe de técnicas heurísticas amplamente utilizada na otimização combinatória. Seu princípio central é explorar iterativamente a vizinhança de uma solução corrente, isto é, um conjunto de soluções obtidas por pequenas modificações (ou movimentos) aplicadas à solução atual (Papadimitriou; Steiglitz, 1998). A busca local visa

encontrar melhorias incrementais no valor da função objetivo, navegando por soluções adjacentes até atingir um ponto de estagnação (ótimo local).

A escolha e o desenho da estrutura de vizinhança são elementos cruciais para a eficácia da busca. Vizinhanças muito restritas podem levar a convergência prematura, enquanto vizinhanças muito amplas podem comprometer a eficiência computacional. Em problemas de roteamento, exemplos de vizinhanças incluem a troca de ordens de parada, inserção ou remoção de pontos de uma rota, ou ainda alterações na frequência de linhas.

Algoritmos como o Simulated Annealing (Kirkpatrick; Gelatt; Vecchi, 1983) e o Tabu Search (Glover, 1986) incorporam estratégias para escapar de ótimos locais, promovendo uma busca mais diversificada. Frequentemente, esses métodos são combinados com heurísticas construtivas ou algoritmos evolutivos, compondo abordagens híbridas que aproveitam a intensificação local e a diversificação global da busca.

### 3.4 BUSCA LOCAL MULTIOBJETIVA

A Busca Local Multiobjetiva (ou *Multiobjective Local Search* – MOLS), também referida como *Pareto Local Search* (Paquete; Chiarandini; Stützle, 2004; Dubois-Lacoste; López-Ibáñez; Stützle, 2015), é uma extensão da busca local voltada para problemas com múltiplos objetivos conflitantes. Nesse contexto, a busca não se limita a melhorar um único valor de função objetivo, mas procura gerar soluções que componham uma boa aproximação da fronteira de Pareto, ou seja, um conjunto de soluções eficientes mutuamente não dominadas (Deb, 2001).

As abordagens MOLS mantêm um conjunto de soluções não dominadas que é atualizado conforme novas soluções são encontradas na vizinhança. Os movimentos são aceitos se gerarem soluções que expandam ou substituam elementos do arquivo não dominado corrente. Para guiar essa exploração, podem ser utilizados indicadores de qualidade da frente (como hipervolume (Zitzler; Thiele, 1999) ou *spread*), além de estratégias de seleção para balancear exploração e intensificação.

Essa classe de algoritmos é aplicável a cenários como o UTNDP, em que se busca tratar simultaneamente múltiplos critérios (cobertura, tempo de viagem, número de transferências) em um espaço de busca combinatório.

### 3.5 HEURÍSTICAS E METAHEURÍSTICAS COMO ALTERNATIVA A MÉTODOS EXATOS

Problemas combinatórios complexos, como o projeto de redes de transporte urbano, frequentemente são classificados como de alta complexidade computacional. Métodos exatos, como programação linear inteira, tornam-se impraticáveis à medida que o número de variáveis e restrições aumenta. Nesse contexto, técnicas heurísticas e metaheurísti-

cas surgem como alternativas viáveis para obtenção de soluções satisfatórias em tempo computacional aceitável (Glover; Kochenberger, 2003).

Esses métodos não garantem a obtenção da solução ótima, mas exploram o espaço de busca em busca de soluções de qualidade aceitável em tempo razoável. O simulated annealing, inspirado no processo físico de recozimento de metais, permite escapar de ótimos locais e explorar regiões diversas do espaço de soluções (Kirkpatrick; Gelatt; Vecchi, 1983). Já os algoritmos genéticos, inspirados na evolução biológica, trabalham com uma população de soluções que evolui ao longo do tempo, utilizando operadores como cruzamento, mutação e seleção (Goldberg, 1989).

Abordagens bio-inspiradas também ganharam espaço na literatura recente, como os algoritmos de colônia de formigas, de partículas ou de abelhas, que têm se mostrado eficazes em problemas de redes de transporte (Nikolić; Teodorović, 2013; Szeto; Jiang, 2014). Essas estratégias são particularmente úteis na geração de soluções iniciais e em sua posterior melhoria local, compondo métodos híbridos eficazes na prática.

## 4 TRABALHOS RELACIONADOS

Este capítulo apresenta uma revisão de trabalhos relacionados que abordam métodos heurísticos para resolver problemas semelhantes ao definido no Capítulo 2, com ênfase em abordagens capazes de lidar com a complexidade do roteamento assimétrico em redes de transporte público. A revisão foi conduzida utilizando o repositório SCOPUS, com base em uma metodologia sistemática de busca, complementada posteriormente por uma técnica de bola de neve.

Inicialmente, realizou-se uma busca na base SCOPUS com o conjunto de palavras-chave: "Public Transport Network Design Problem", "Urban Transit Routing Problem" e "Heuristic". Essa busca retornou um conjunto inicial de artigos relevantes para o tema de otimização de redes de transporte público utilizando métodos heurísticos. A partir dessa busca, foram selecionados dois artigos principais: (Kourepinis et al., 2024), que propõe uma heurística baseada em inteligência de enxames (AFSO), e (Ahmed; Mumford, C.; Kheiri, 2019), que apresenta uma hiper-heurística adaptativa baseada em desempenho. Ambos tratam diretamente do Urban Transit Routing Problem (UTRP) por meio de abordagens heurísticas e evolutivas, com atenção à modelagem de múltiplos critérios e à ponderação entre objetivos do usuário e do operador.

O artigo de Ahmed, C. Mumford e Kheiri (2019) cita diretamente o trabalho de Christine L Mumford (2013), que é referência consolidada na área por propor novos operadores heurísticos para o problema multiobjetivo de roteamento em redes de transporte urbano. O trabalho de Mumford, por sua vez, amplia os estudos de Mandl (1980), que desenvolveu o benchmark mais amplamente utilizado no campo, mas limitado por sua simplicidade e simetria artificial. Em contraste, Christine L Mumford (2013) contribui ao disponibilizar novas instâncias baseadas em redes reais de transporte, mais próximas da operação prática. Posteriormente, John, Christine L. Mumford e Lewis (2014) refinaram o algoritmo evolutivo proposto, com nova heurística construtiva e operadores de mutação específicos para UTRP, reportando melhorias sobre os resultados de Christine L Mumford (2013) nas mesmas instâncias.

Com base no reconhecimento da relevância de (Mumford, Christine L, 2013), foi aplicada a técnica de bola de neve sobre suas referências e citações, resultando na inclusão de novos trabalhos na presente revisão, como (Chakroborty; Dwivedi, 2002) e (Fan; Mache-mehl, 2006). Esses artigos complementam a análise ao abordarem estratégias heurísticas e metaheurísticas como algoritmos genéticos e simulated annealing aplicadas ao UTRP, em todos os casos sobre redes não dirigidas com custos simétricos.

(Kourepinis et al., 2024), por sua vez, propõem uma função de avaliação que combina métricas do usuário e do operador e um novo indicador de custo operacional, discutindo o impacto da parametrização sobre os *trade-offs* entre esses dois objetivos. Embora o trabalho opere sobre a instância simétrica de Mandl e não aborde assimetria

estrutural, sua ênfase na ponderação explícita entre perspectivas reforça a necessidade de formulações multiobjetivo capazes de expor *trade-offs* ao planejador. Nos trabalhos revisados, não foi identificado tratamento explícito da assimetria estrutural do grafo; alguns — como (Ahmed; Mumford, C.; Kheiri, 2019) — incorporam múltiplos critérios de avaliação e penalizações baseadas em topologia e custos, o que permite aproximação parcial, mas não substitui a modelagem direcional explícita.

Dessa forma, os trabalhos revisados não apenas se alinham com os objetivos deste trabalho, como também reforçam a lacuna ainda existente em soluções adaptadas explicitamente à assimetria estrutural, abrindo espaço para a proposta metodológica desenvolvida neste estudo.

## 4.1 METODOLOGIA DE BUSCA

Para identificar trabalhos relevantes, a busca foi realizada no repositório SCOPUS. A seguir, detalhamos as etapas da metodologia de busca:

### 4.1.1 Palavras-chave Utilizadas

Foram utilizadas as seguintes palavras-chave para a busca:

- "Public Transport Network Design Problem"(Problema de Planejamento de Rede de Transporte Público)
- "Urban Transit Routing Problem"(Problema de Roteamento de Transporte Urbano)
- "Heuristic"(Heurística)

### 4.1.2 Critérios de Seleção

Os critérios de seleção para os trabalhos incluídos nesta revisão foram:

- Trabalhos publicados nos últimos 10 anos.
- Artigos revisados por pares (peer-reviewed).
- Estudos que abordam problemas de planejamento de rede de transporte público utilizando métodos heurísticos.
- Pesquisas que consideram a assimetria nas rotas.
- Estudos que apresentam resultados de experimentos ou simulações com casos de estudo reais ou hipotéticos.

### 4.1.3 Critérios de Exclusão

Os critérios de exclusão aplicados foram:

- Trabalhos que não são revisados por pares (por exemplo, artigos de conferências não revisados, teses, dissertações).
- Artigos que não abordam diretamente problemas de planejamento de rede de transporte público.
- Estudos que não utilizam métodos heurísticos.
- Pesquisas que não apresentam resultados experimentais ou que são puramente teóricas.

## 4.2 RESULTADOS DA BUSCA

A busca no SCOPUS retornou um conjunto inicial de 12 artigos a partir das palavras-chave acima. Após a aplicação dos critérios de seleção e exclusão, dois artigos foram considerados diretamente relevantes para a revisão — (Kourepinis et al., 2024) e (Ahmed; Mumford, C.; Kheiri, 2019). Esse núcleo restrito reflete a especificidade dos descritores adotados; para ampliar a cobertura, a busca foi complementada pela técnica de bola de neve (*snowballing*) sobre (Mumford, Christine L, 2013) e suas referências, incorporando trabalhos clássicos e contemporâneos do campo — como (Mandl, 1980), (Fan; Machemehl, 2006), (Chakroborty; Dwivedi, 2002) e (John; Mumford, Christine L.; Lewis, 2014) — discutidos nas subseções a seguir.

### 4.2.1 Heurísticas baseadas em inteligência de enxames

Kourepinis et al. (2024) propõem uma adaptação discreta do algoritmo de Otimização por Enxame de Peixes Artificiais (Artificial Fish Swarm Optimization - AFSO) para resolver o UTRP. O estudo reconhece a complexidade do problema, classificado como NP-difícil, e enfatiza a importância da adaptação do algoritmo ao espaço discreto e à modelagem cuidadosa dos critérios de avaliação de soluções. O método foi implementado com variações nos parâmetros de avaliação e pesos de objetivos conflitantes, como tempo de viagem e custo operacional.

Os experimentos foram conduzidos utilizando a instância de Mandl. Os autores reportam resultados favoráveis ao AFSO em relação a um conjunto de abordagens metaheurísticas testadas, com destaque para a métrica de cobertura de viagens diretas.

O artigo introduz um indicador de custo operacional do operador, utilizado em uma análise de *trade-off* entre custo para o usuário e custo para o operador. O efeito da ponderação entre esses dois objetivos sobre cobertura e tempo médio de viagem é discutido pelos autores.

#### 4.2.2 Hiper-heurísticas adaptativas baseadas em desempenho

Ahmed, C. Mumford e Kheiri (2019) apresentam um estudo dedicado à aplicação de hiper-heurísticas de seleção para o problema de design de rotas de ônibus, abordando especificamente a minimização simultânea do tempo de viagem dos passageiros e dos custos operacionais. As hiper-heurísticas são configuradas para escolher dinamicamente heurísticas de baixo nível, conforme o desempenho observado durante a execução do algoritmo.

O artigo avalia um conjunto de hiper-heurísticas com diferentes métodos de aceitação de soluções e critérios de seleção, entre eles a estratégia baseada em sequência combinada com o método de aceitação Great Deluge. As instâncias utilizadas incluem *benchmarks* consolidados e cenários simulados.

Os autores reportam resultados favoráveis ao framework adaptativo de hiper-heurísticas em relação a abordagens da literatura, em particular quando se considera a relação entre qualidade das soluções e tempo de execução.

#### 4.2.3 Novos operadores heurísticos e evolutivos para o problema multiobjetivo de roteamento em transporte urbano

Neste artigo, Christine L Mumford (2013) apresenta novos operadores heurísticos e evolutivos aplicados ao problema multiobjetivo de roteamento de transporte urbano. A proposta surge da limitação observada em operadores clássicos em manter diversidade e convergência nos algoritmos evolutivos usados em UTRP.

O trabalho introduz operadores de cruzamento e mutação adaptados às restrições topológicas e operacionais do UTRP. A representação de rotas e os mecanismos de controle de viabilidade e de dominância são igualmente ajustados ao domínio.

Os experimentos reportados pelos autores avaliam o efeito dos novos operadores sobre a diversidade da população e sobre a frente Pareto obtida, em instâncias como Mandl e nas redes urbanas derivadas introduzidas no mesmo trabalho.

#### 4.2.4 Uso de *simulated annealing* para resolver o problema de projeto de rede de rotas de transporte

Fan e Machemehl aplicam o algoritmo de simulated annealing (SA) ao problema de design de redes de rotas de ônibus, modelado como um problema não linear misto e multiobjetivo. A técnica busca uma solução ótima global, evitando mínimos locais com mecanismos de aceitação probabilística.

A arquitetura do método inclui a geração inicial de rotas viáveis seguindo diretrizes reais da indústria de transporte, seguida por uma análise de rede que avalia a frequência e atribuição de demanda. O SA guia a busca pelas melhores rotas com base em múltiplos critérios, como custo total e tempo de viagem.

Os autores comparam o desempenho do SA com algoritmos genéticos sobre as redes consideradas e incluem análises de sensibilidade aos parâmetros do método.

#### 4.2.5 Algoritmos genéticos para o projeto ótimo de redes de transporte urbano

O artigo de Chakroborty aplica algoritmos genéticos (GA) ao projeto de redes de transporte urbano. O autor discute as limitações de métodos tradicionais diante da natureza combinatória e restritiva do problema, e propõe o GA como alternativa adaptativa.

A metodologia inclui uma codificação especializada das rotas, operadores de cruzamento e mutação adaptados, e mecanismos de penalização para restrições operacionais. Além disso, o artigo discute estratégias para melhorar a convergência e evitar soluções inviáveis.

Os autores reportam que os GAs exploram o espaço de busca e produzem redes com métricas operacionais favoráveis em relação às obtidas por técnicas anteriores citadas pelo trabalho, ao custo de maior tempo computacional.

##### 4.2.5.1 Expansão por citações de Mandl e realismo em cenários assimétricos

A técnica de bola de neve aplicada às citações de Mandl (1980) reforça um ponto importante: embora a instância de Mandl permaneça um benchmark clássico, ela não captura, por si só, assimetrias típicas de redes urbanas reais (por exemplo, custos distintos por sentido e vias de mão única), nem necessariamente reflete a heterogeneidade observada em dados operacionais.

Nesse contexto, Christine L Mumford (2013) propõe instâncias derivadas de cidades reais e discute características que aumentam a representatividade dos experimentos para o *Urban Transit Routing Problem*. Além disso, revisões consolidadas apontam, de forma recorrente, a necessidade de instâncias mais realistas, reproduzíveis e comparáveis no estudo de problemas de desenho e roteamento de redes de transporte público (Guihaire; Hao, 2008; Farahani et al., 2013; Kepaptsoglou, Konstantinos; Karlaftis, 2009; Iliopoulou; Kepaptsoglou, K.; Vlahogianni, 2019).

#### 4.2.6 Abordagens de busca local para UTRP

Entre as abordagens de busca local aplicadas ao UTRP e a problemas correlatos de projeto de redes de transporte público, destaca-se a combinação de operadores que modificam estruturalmente os conjuntos de rotas — inserção, remoção ou realocação de paradas e reorganização de trechos — com mecanismos para escapar de ótimos locais, como aceitação probabilística ou reinício a partir de soluções diversificadas.

Embora TRNDP e UTRP sejam formulações distintas, ambos envolvem a construção e o refinamento de conjuntos de rotas sob restrições operacionais e métricas de

qualidade semelhantes, de modo que técnicas de busca local e estruturas de vizinhança propostas para TRNDP frequentemente são adaptáveis ao contexto do UTRP.

Trabalho recente relacionado ao uso de VNS no contexto de redes de transporte é o de (Iliopoulou; Tassopoulos; Beligiannis, 2022), que propõe um algoritmo baseado em *Variable Neighbourhood Search* para o *Transit Route Network Design Problem* (TRNDP). Os autores estruturam múltiplas vizinhanças e avaliam o método sobre *benchmarks* do TRNDP, ilustrando a aplicação de estratégias de busca local sobre o problema.

### 4.3 DISCUSSÃO

A análise dos trabalhos revisados indica o uso recorrente de métodos heurísticos e metaheurísticos para o problema de roteamento em redes de transporte público. A diversidade de abordagens encontradas — algoritmos genéticos, simulated annealing, métodos baseados em enxames, hiper-heurísticas e operadores evolutivos adaptados ao domínio — reflete a natureza combinatória do problema e a presença de múltiplos critérios de avaliação.

Observam-se mudanças nas representações e operadores ao longo dos anos, com autores como Christine L Mumford (2013) propondo ajustes nos operadores genéticos para manter diversidade e viabilidade das soluções em contextos multiobjetivo. Trabalhos como o de Ahmed, C. Mumford e Kheiri (2019) ilustram a opção por frameworks generalistas, como hiper-heurísticas baseadas em desempenho, que ajustam a escolha de operadores ao longo da execução.

A assimetria nas redes de transporte — um fator realista e frequentemente negligenciado — permanece pouco explorada nos estudos revisados. Os benchmarks clássicos, incluindo a instância de Mandl utilizada em (Kourepinis et al., 2024), (Ahmed; Mumford, C.; Kheiri, 2019) e (Mumford, Christine L, 2013), operam sobre custos simétricos. Ainda que algumas representações permitam, em princípio, atribuir pesos diferenciados por sentido, os experimentos reportados não exploram esse espaço. Trabalhos como Kourepinis et al. (2024) avançam na ponderação entre objetivos conflitantes (usuário  $\times$  operador), mas a direcionalidade do custo de arco permanece fora do escopo da maioria das contribuições.

A combinação de múltiplos objetivos e a necessidade de modelar situações realistas impõem desafios adicionais, e a assimetria estrutural aparece como uma fonte de complexidade ainda pouco explorada na literatura. A adoção explícita de modelos direcionais é, portanto, uma direção de avanço relevante para a área — e o eixo central da formulação adotada neste trabalho.

Os estudos também reforçam a importância de avaliações empíricas com benchmarks consagrados (como Mandl e o conjunto de instâncias propostas por (Mumford, Christine L, 2013)), e apontam a carência de instâncias públicas e complexas, especialmente com dados assimétricos, para fomentar comparações justas entre técnicas. Essa lacuna também se apresenta como oportunidade para novas pesquisas.

### 4.3.1 Resumo sobre os benchmarks utilizados

Os trabalhos revisados nesta pesquisa empregam diferentes benchmarks para validar os métodos propostos, sendo a rede de Mandl (1980) a mais amplamente utilizada. Essa rede — de pequena escala, com 15 nós — é conhecida por sua simplicidade e estrutura controlada, o que a torna adequada para testes comparativos iniciais em algoritmos voltados ao Urban Transit Routing Problem (UTRP). Ela aparece nos estudos de (Kourepinis et al., 2024), (Ahmed; Mumford, C.; Kheiri, 2019) e (Mumford, Christine L, 2013), constituindo referência experimental recorrente na área.

Contudo, diversos autores identificam que a rede de Mandl não é suficiente para avaliar o desempenho em cenários mais realistas. Por isso, Christine L Mumford (2013) introduz quatro novas redes baseadas em cidades reais — descritas no próprio artigo — visando ampliar a complexidade estrutural e refletir situações urbanas mais próximas da realidade. Essas instâncias contemplam múltiplas transferências e diferentes topologias, mas operam sobre custos simétricos por construção; têm sido reutilizadas por estudos posteriores, como (John; Mumford, Christine L.; Lewis, 2014) e (Ahmed; Mumford, C.; Kheiri, 2019).

O estudo de Ahmed, C. Mumford e Kheiri (2019), além de utilizar Mandl com diferentes números de rotas (Mandl4, Mandl6, Mandl7, Mandl8), também emprega as quatro instâncias maiores publicadas em (Mumford, Christine L, 2013) (Mumford0 a Mumford3), o que permite avaliar a escalabilidade da abordagem em redes de tamanho crescente.

Fan e Machemehl (2006) seguem um caminho semelhante ao criar três redes experimentais próprias, utilizadas para analisar o comportamento do algoritmo Simulated Annealing em comparação com algoritmos genéticos. Tais redes foram montadas com base em diretrizes práticas do setor de transportes e visam representar redes urbanas pequenas e médias com complexidade crescente.

Já Chakroborty e Dwivedi (2002) aplicam o algoritmo genético proposto à mesma rede de Mandl.

Essa variedade de benchmarks reflete tanto o desenvolvimento da área quanto a necessidade de instâncias mais representativas do ambiente urbano. A expansão dos testes para redes assimétricas, com múltiplas origens-destinos e parâmetros realistas, fornece evidências adicionais sobre o comportamento dos métodos em condições mais próximas das operações reais.

## 4.4 CONSIDERAÇÕES

Este capítulo revisou contribuições relevantes da literatura sobre heurísticas aplicadas ao planejamento e roteamento de redes de transporte público, com foco em abordagens adaptativas, bioinspiradas e metaheurísticas. A busca sistemática, aliada à técnica de bola

| Artigo                             | Abordagem Principal     | Técnicas Específicas                        | Tratamento da Assimetria  | Contribuição Principal                                                                        |
|------------------------------------|-------------------------|---------------------------------------------|---------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------|
| (Kourepinis et al., 2024)          | Inteligência de Enxames | AFSO discreto, ponderação parametrizada     | Não aborda explicitamente | Novo indicador para custo operacional e análise de <i>trade-off</i> usuário $\times$ operador |
| (Ahmed; Mumford, C.; Kheiri, 2019) | Hiper-heurística        | Seleção dinâmica, Great Deluge              | Não aborda explicitamente | Framework adaptativo de hiper-heurísticas com Great Deluge                                    |
| (Mumford, Christine L, 2013)       | Algoritmo Evolutivo     | Operadores especializados, framework SEAMO2 | Não aborda explicitamente | Quatro novas instâncias derivadas de cidades reais (simétricas por construção)                |
| (Fan; Machemehl, 2006)             | Simulated Annealing     | Resfriamento adaptativo, vizinhança         | Não aborda explicitamente | Comparação SA vs. AG em redes-teste sintéticas                                                |
| (Chakroborty; Dwivedi, 2002)       | Algoritmo Genético      | Codificação especializada, penalização      | Não aborda explicitamente | Aplicação de AG ao UTRP sobre a instância de Mandl                                            |

Tabela 1 – Comparativo detalhado das abordagens e técnicas dos trabalhos revisados

de neve, permitiu ampliar o escopo da revisão para incluir trabalhos influentes e diversos, como (Kourepinis et al., 2024), (Ahmed; Mumford, C.; Kheiri, 2019), (Mumford, Christine L, 2013), entre outros.

As abordagens analisadas indicam uma evolução em direção a representações de rotas e a operadores de vizinhança adaptados ao domínio, frequentemente integrados a mecanismos de busca local e a estratégias multiobjetivo. Essas características são relevantes para problemas com múltiplos critérios e com assimetria estrutural, condições recorrentes em sistemas reais de transporte urbano.

Nos trabalhos revisados, não foi identificado tratamento direto da assimetria estrutural das redes; os experimentos reportados operam sobre custos simétricos por construção. Essa simetria é declarada explicitamente em (Mumford, Christine L, 2013) e (Ahmed; Mumford, C.; Kheiri, 2019), e adotada implicitamente em (Kourepinis et al., 2024) (por uso de grafo com arestas não-dirigidas) e (John; Mumford, Christine L.; Lewis, 2014) (por pressuposto operacional de tráfego de ida-e-volta na mesma rota). Algumas propostas

| Artigo                             | Benchmarks Utilizados                | Métricas de Avaliação                | Desempenho Reportado                                                | Limitações Identificadas      |
|------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|---------------------------------------------------------------------|-------------------------------|
| (Kourepinis et al., 2024)          | (Mandl, 1980)                        | Cobertura direta, tempo médio, custo | Comparado pelos autores com múltiplas abordagens metaheurísticas    | Rede Mandl muito simplificada |
| (Ahmed; Mumford, C.; Kheiri, 2019) | Mandl (4–8 rotas), Mumford0–Mumford3 | Tempo de execução, qualidade Pareto  | Comparado pelos autores com abordagens anteriores                   | Dependência de parâmetros     |
| (Mumford, Christine L, 2013)       | Mandl, 4 redes reais                 | Diversidade, convergência, cobertura | Avalia diversidade e frente Pareto obtida                           | Complexidade computacional    |
| (Fan; Machemehl, 2006)             | 3 redes experimentais                | Custo total, tempo de viagem         | Comparação SA vs. AG nas redes consideradas                         | Escalabilidade limitada       |
| (Chakroborty; Dwivedi, 2002)       | Rede de Mandl                        | Eficiência operacional, viabilidade  | Comparado pelos autores com técnicas anteriores citadas no trabalho | Avaliação restrita a Mandl    |

Tabela 2 – Comparativo dos benchmarks, métricas e desempenho dos trabalhos revisados

incorporam mecanismos correlatos — como penalizações topológicas e métricas sensíveis a transferências e demanda — mas a direcionalidade do custo de arco permanece fora do escopo. Essa lacuna sustenta a motivação e o embasamento da proposta deste trabalho, que busca tratar explicitamente o roteamento assimétrico, com foco em tempo de viagem, transferências e cobertura da demanda.

Ao adotar busca local multiobjetiva sobre grafo dirigido, com operadores de vizinhança que verificam a direcionalidade dos arcos durante a construção de cada candidato e tratamento da cardinalidade do conjunto de rotas como variável de decisão, o modelo desenvolvido neste trabalho se ancora em fundamentos consolidados da literatura e aborda explicitamente a assimetria estrutural ausente nos benchmarks revisados.

## 5 METODOLOGIA

Este capítulo apresenta a metodologia proposta para resolver o UTRP assimétrico definido formalmente no Capítulo 2. Descrevem-se o procedimento operacional de avaliação de soluções, a estrutura de vizinhança composta por seis operadores, o critério de aceitação da heurística MOLS e o protocolo experimental utilizado para avaliar o método.

### 5.1 AVALIAÇÃO DE UMA SOLUÇÃO: ATRIBUIÇÃO DE VIAGENS E MÉTRICAS

A formalização apresentada no Capítulo 2 define o espaço de soluções (conjuntos de rotas sobre o grafo dirigido). Esta seção especifica como uma solução  $R$  é *avaliada*, detalhando a regra de atribuição de viagens e o cálculo operacional das funções objetivo  $f_1$ ,  $f_2$  e  $f_3$ .

#### 5.1.1 Grafo de transferências

Para avaliar uma solução  $R = \{r_1, \dots, r_k\}$ , constrói-se um *grafo de transferências*  $G_R = (V, E_R)$ , onde  $E_R$  contém dois tipos de arestas:

- **Arestas intra-rota:** para cada rota  $r_\ell \in R$  e cada par de nós  $u, v$  pertencentes a  $r_\ell$  tal que  $v$  é alcançável a partir de  $u$  seguindo a sequência da rota, adiciona-se uma aresta  $(u, v)$  com custo igual à soma dos custos dos arcos consecutivos de  $u$  até  $v$  ao longo de  $r_\ell$ :

$$c^R(u, v, r_\ell) = \sum_{t=p_u}^{p_v-1} c_{v_t, v_{t+1}},$$

onde  $p_u$  e  $p_v$  são as posições de  $u$  e  $v$  na sequência da rota  $r_\ell$ , com  $p_u < p_v$ . O número de transferências associado a essa aresta é zero.

- **Arestas de transferência:** para cada nó  $v \in V$  que pertence a duas ou mais rotas distintas  $r_a, r_b \in R$ , adiciona-se uma aresta de transferência em  $v$ , com custo zero (ou uma penalidade fixa  $\delta \geq 0$ , conforme parametrização) e contagem de transferência igual a 1.

#### 5.1.2 Regra de atribuição de viagens

A regra de atribuição introduzida na Seção 2.3 é especificada operacionalmente como um problema de caminho mínimo sobre o grafo de transferências  $G_R$ :

$$\pi_{ij}(R) = \arg \min_{\pi \in \Pi_{ij}(R)} C(\pi),$$

em que  $\Pi_{ij}(R)$  é o conjunto de caminhos de  $i$  a  $j$  em  $G_R$  e  $C(\pi) = \sum_{(u,v) \in \pi} c^R(u, v) + \delta \cdot n_{\text{transf}}(\pi)$  acumula o custo dos arcos do itinerário e a penalidade  $\delta$  a cada transferência efetuada.

Se  $\Pi_{ij}(R) = \emptyset$ , o par  $(i, j)$  é considerado **não atendido** pela solução  $R$ . Em caso de empate (múltiplos caminhos com o mesmo custo mínimo), adota-se como critério secundário o menor número de transferências.

### 5.1.3 Definição operacional das métricas

A partir da regra de atribuição, as grandezas utilizadas nas funções objetivo são calculadas como segue.

#### 5.1.3.1 Custo de viagem $T_{ij}(R)$

Para cada par  $(i, j)$  com  $D_{ij} > 0$ :

$$T_{ij}(R) = \begin{cases} C(\pi_{ij}(R)), & \text{se } \Pi_{ij}(R) \neq \emptyset, \\ t_{\max}, & \text{se } \Pi_{ij}(R) = \emptyset, \end{cases}$$

#### 5.1.3.2 Número de transferências $\tau_{ij}(R)$

$$\tau_{ij}(R) = \begin{cases} n_{\text{transf}}(\pi_{ij}(R)), & \text{se } \Pi_{ij}(R) \neq \emptyset, \\ 0, & \text{se } \Pi_{ij}(R) = \emptyset, \end{cases}$$

#### 5.1.3.3 Indicador de atendimento

$$\mathbb{I}\{i \rightarrow j \text{ é atendido por } R\} = \begin{cases} 1, & \text{se } \Pi_{ij}(R) \neq \emptyset, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

### 5.1.4 Observações de modelagem

1. A regra de atribuição é determinística e definida exclusivamente por  $R$ .
2. O critério de menor custo é apenas uma regra interna de avaliação.
3. A penalidade  $\delta$  é um parâmetro experimental.
4. O modelo não considera frequência, horários ou capacidade de veículos.

## 5.2 ESTRUTURA DE VIZINHANÇA PARA O UTRP

A heurística proposta segue a estrutura geral de busca local multiobjetiva (MOLS), na qual soluções vizinhas são avaliadas segundo dominância de Pareto e mantidas em um arquivo de soluções não dominadas atualizado a cada iteração. Essa estratégia é investigada na literatura sobre *Pareto Local Search* (Paquete; Chiarandini; Stützle, 2004; Dubois-Lacoste; López-Ibáñez; Stützle, 2015). A exploração do espaço de soluções é dirigida por

uma *estrutura de vizinhança*, que define o conjunto de soluções acessíveis a partir de uma solução corrente por meio de modificações elementares.

Dada uma solução  $R = \{r_1, \dots, r_k\}$ , define-se o conjunto de vizinhos  $N(R)$  como o conjunto de todas as soluções  $R'$  obtidas pela aplicação de exatamente um operador de modificação a  $R$ . A cada iteração da busca local, um ou mais vizinhos são gerados, avaliados conforme as funções objetivo  $f_1$ ,  $f_2$  e  $f_3$  (Seção 5.1) e submetidos ao critério de aceitação.

A variação dinâmica de  $k$  ao longo da busca é adotada neste trabalho como decisão de projeto, viabilizada pelos operadores SplitRoute e MergeRoutes (que incrementam e decrementam o número de rotas, respectivamente). Os demais operadores preservam  $k$ . O regime de cardinalidade dinâmica é comparado experimentalmente ao regime de cardinalidade fixa no Capítulo 6.

A escolha dos operadores é guiada por dois princípios:

- **Diversidade estrutural:** os operadores devem ser capazes de alterar diferentes aspectos da solução (inserção e remoção de paradas, reorganização de trechos, fusão e divisão de rotas), de modo a evitar convergência prematura;
- **Respeito à direcionalidade:** toda modificação deve preservar a viabilidade topológica da solução, isto é, cada par consecutivo  $(v_t, v_{t+1})$  em qualquer rota resultante deve satisfazer  $(v_t, v_{t+1}) \in A$ .

### 5.2.1 Operadores de modificação de rotas

Os operadores descritos a seguir transformam uma solução  $R$  em uma solução vizinha  $R'$ , alterando a estrutura de uma ou duas rotas por vez. O desenho dos operadores inspira-se nas estratégias de modificação de rotas propostas por (Mumford, Christine L, 2013); a adaptação ao contexto de grafos dirigidos — com verificação explícita, em cada operador, da existência dos arcos no sentido requerido — é uma contribuição deste trabalho. A Figura 1 ilustra esquematicamente o efeito de cada um dos seis operadores sobre uma solução; as definições formais são apresentadas nas subseções a seguir.

#### 5.2.1.1 AddStop

Seleciona uma rota  $r_\ell \in R$  e um nó  $w \in V$  que não pertence a  $r_\ell$ . O nó  $w$  é inserido entre dois nós consecutivos  $v_t$  e  $v_{t+1}$  de  $r_\ell$ , gerando a rota modificada  $r'_\ell$ , desde que os arcos  $(v_t, w) \in A$  e  $(w, v_{t+1}) \in A$  existam.

**Aplicabilidade:** o operador é aplicável somente quando existe pelo menos uma posição de inserção em  $r_\ell$  tal que ambos os arcos dirigidos necessários estejam presentes no grafo.

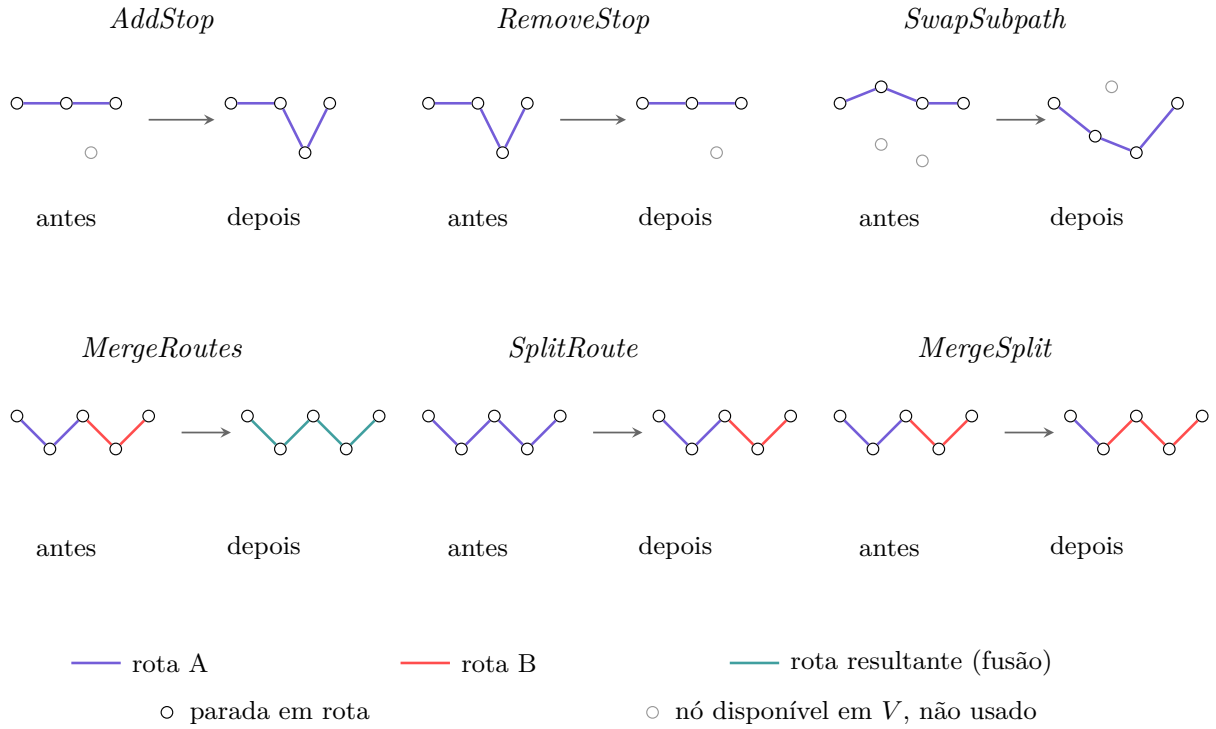


Figura 1 – Efeito dos seis operadores de vizinhança da MOLS sobre uma solução  $R$ . Cada painel mostra a solução antes (à esquerda) e depois (à direita) da aplicação do operador correspondente. Cores distinguem rotas distintas; círculos contornados em cinza-claro representam nós disponíveis em  $V$  que não compõem nenhuma rota da solução exibida. Os grafos são esquemáticos e não correspondem a uma instância específica.

### 5.2.1.2 RemoveStop

Seleciona uma rota  $r_\ell \in R$  e um nó intermediário  $v_t$  (com  $1 < t < m_\ell$ ). O nó  $v_t$  é removido de  $r_\ell$ , conectando diretamente  $v_{t-1}$  a  $v_{t+1}$ , desde que o arco  $(v_{t-1}, v_{t+1}) \in A$  exista.

**Aplicabilidade:** requer existência do arco direto entre os nós adjacentes ao nó removido. Adicionalmente, a rota resultante deve respeitar o limite mínimo de paradas.

### 5.2.1.3 SwapSubpath

Seleciona uma rota  $r_\ell \in R$  e um subtrecho  $(v_a, \dots, v_b)$  contido em  $r_\ell$ . O subtrecho é substituído por um caminho alternativo  $(v_a, w_1, \dots, w_q, v_b)$  no grafo  $G$ , onde todos os arcos consecutivos do novo caminho pertencem a  $A$ .

**Aplicabilidade:** requer a existência de pelo menos um caminho alternativo dirigido entre  $v_a$  e  $v_b$  em  $G$  que difira do subtrecho original. O comprimento do novo subtrecho pode variar em relação ao original.

#### 5.2.1.4 MergeRoutes

Seleciona duas rotas distintas  $r_a, r_b \in R$  que compartilham pelo menos um nó. Sejam  $p_a$  e  $p_b$  as posições de um nó comum  $v$  em  $r_a$  e  $r_b$ , respectivamente. As duas rotas são concatenadas em uma única rota  $r' = (v_1^a, \dots, v_{p_a}^a = v, v_{p_b+1}^b, \dots, v_{m_b}^b)$ , percorrendo  $r_a$  até  $v$  e prosseguindo por  $r_b$  a partir do nó imediatamente após  $v$ . A solução resultante  $R'$  contém  $|R| - 1$  rotas.

**Aplicabilidade:** requer (i)  $|R| > k_{\min}$ ; (ii) compartilhamento de pelo menos um nó entre as rotas; (iii) que cada par consecutivo de nós da rota concatenada seja um arco em  $A$ , isto é,  $(r'_t, r'_{t+1}) \in A$  para todo  $t$ ; (iv) ausência de nós repetidos em  $r'$ ; (v)  $L_{\min} \leq |r'| \leq L_{\max}$ .

#### 5.2.1.5 SplitRoute

Seleciona uma rota  $r_\ell \in R$  e uma posição intermediária  $p_t$ . A rota é dividida em  $r'_1 = (v_1, \dots, v_{p_t})$  e  $r'_2 = (v_{p_t}, \dots, v_{m_\ell})$ , ambas contendo o nó  $v_{p_t}$  como ponto comum (sobreposição de um nó). A solução resultante  $R'$  contém  $|R| + 1$  rotas.

**Aplicabilidade:** requer (i)  $|R| < k_{\max}$ ; (ii)  $|r_\ell| \geq 2L_{\min} - 1$ , condição necessária para que ambas as sub-rotas atinjam o tamanho mínimo; (iii)  $L_{\min} \leq |r'_1|, |r'_2| \leq L_{\max}$ . A direcionalidade é preservada por construção, uma vez que ambas as sub-rotas herdam arcos da rota original já viável.

#### 5.2.1.6 MergeSplit (redistribuição entre rotas)

Seleciona duas rotas distintas  $r_a, r_b \in R$  que compartilham pelo menos um nó em comum. Seja  $v$  um nó pertencente a ambas as rotas. As duas rotas são primeiro fundidas em uma rota intermediária  $r^*$  que percorre  $r_a$  até  $v$  e continua por  $r_b$  a partir de  $v$ . Em seguida,  $r^*$  é dividida em um ponto intermediário  $v_t \neq v$ , gerando duas novas rotas  $r'_1 = (v_1, \dots, v_t)$  e  $r'_2 = (v_t, \dots, v_{|r^*|})$ .

O efeito líquido é a redistribuição de paradas entre as duas rotas, preservando o número total de rotas  $|R'| = k$ . Isso permite explorar configurações topologicamente diferentes sem alterar a cardinalidade da solução.

**Aplicabilidade:** requer que as rotas compartilhem ao menos um nó, que a concatenação respeite a direcionalidade do grafo e que ambas as rotas resultantes satisfaçam os limites de tamanho. A rota intermediária  $r^*$  não precisa ser viável isoladamente — apenas as rotas finais  $r'_1$  e  $r'_2$  são submetidas à verificação de viabilidade.

### 5.2.2 Garantias de viabilidade

Após a aplicação de qualquer operador, a solução candidata  $R'$  é submetida a verificações de viabilidade antes de ser avaliada. Uma solução  $R'$  é considerada viável se e somente se:

1. **Viabilidade topológica:** para toda rota  $r'_\ell \in R'$  e todo par consecutivo  $(v_t, v_{t+1})$ , tem-se  $(v_t, v_{t+1}) \in A$ ;
2. **Limites de tamanho:** toda rota  $r'_\ell$  respeita os limites mínimo e máximo de paradas, isto é,  $L_{\min} \leq |r'_\ell| \leq L_{\max}$ ;
3. **Aciclicidade intra-rota:** nenhum nó se repete dentro de uma mesma rota, isto é,  $v_s \neq v_t$  para todo  $s \neq t$  em  $r'_\ell$ . A repetição de nós entre rotas distintas é permitida;
4. **Cardinalidade:** o número de rotas  $|R'|$  respeita os limites estabelecidos para o cenário experimental.

Soluções que violem qualquer uma dessas condições são descartadas sem avaliação, e a busca prossegue com a geração de novos vizinhos.

### 5.2.3 Observações computacionais

Os operadores descritos possuem *impacto local*: cada aplicação modifica no máximo duas rotas, mantendo as demais inalteradas. Essa propriedade permite que a reavaliação da solução vizinha  $R'$  seja realizada de forma incremental, atualizando apenas as contribuições das rotas alteradas no grafo de transferências  $G_R$  e nas métricas  $f_1$ ,  $f_2$  e  $f_3$ .

A estrutura de vizinhança combina operadores com efeitos distintos — alterações locais em uma única rota (AddStop, RemoveStop, SwapSubpath) e reorganizações estruturais que alteram a topologia global do conjunto (MergeRoutes, SplitRoute, MergeSplit). Essa combinação disponibiliza à busca movimentos de intensificação (refinamento de rotas existentes) e de diversificação (exploração de configurações topologicamente diferentes); o equilíbrio efetivo entre eles não é imposto por construção, e sim emerge da interação entre a política de sorteio uniforme (descrita a seguir) e o critério de aceitação (Seção 5.3), cuja distribuição empírica é reportada na Seção 6.4.

A seleção do operador a cada iteração segue ordem aleatória uniforme: a cada passo, os seis operadores são embaralhados e tentados sucessivamente até que um deles produza uma solução vizinha viável. Estratégias alternativas — como alternância cíclica ou seleção adaptativa baseada em histórico de melhorias — não são exploradas neste trabalho.

## 5.3 CRITÉRIO DE ACEITAÇÃO E ATUALIZAÇÃO DO CONJUNTO PARETO (MOLS)

A heurística adotada neste trabalho segue a estrutura de um *Simulated Annealing* multiobjetivo (SA-MO): a cada iteração, um único vizinho é amostrado da estrutura de vizinhança, e a transição da solução corrente é decidida por duas regras complementares — aceitação incondicional por dominância de Pareto e aceitação probabilística para escapar de ótimos locais. Embora a sigla MOLS (*Multiobjective Local Search*) seja por vezes empregada para abordagens que exploram conjuntos completos de vizinhos por iteração,

como em (Paquete; Chiarandini; Stützle, 2004) e (Dubois-Lacoste; López-Ibáñez; Stützle, 2015), a abordagem implementada neste trabalho segue o desenho de movimento único, no qual o arquivo Pareto  $P$  é mantido por uma sequência de aceitações ao longo das iterações em vez de uma exploração exaustiva da vizinhança em cada passo.

Esta seção descreve como a heurística MOLS decide, a cada iteração, se uma solução vizinha  $R'$  deve ser aceita e como o conjunto de soluções não dominadas é mantido ao longo da busca.

### 5.3.1 Dominância de Pareto

A dominância de Pareto adotada pelo algoritmo segue a definição apresentada na Seção 2.5. Nesta etapa da metodologia, essa relação é usada apenas como critério operacional para atualizar o arquivo de soluções não dominadas mantido pela heurística.

### 5.3.2 Conjunto Pareto aproximado

A heurística mantém, ao longo de toda a execução, um conjunto  $P$  de soluções mutuamente não dominadas, denominado *conjunto Pareto aproximado* (ou arquivo Pareto), seguindo o padrão de arquivo externo formalizado em algoritmos como PAES (Knowles; Corne, 2000) e SPEA (Zitzler; Thiele, 1999), e amplamente adotado em algoritmos baseados em busca local multiobjetiva (Paquete; Chiarandini; Stützle, 2004). Inicialmente,  $P$  contém apenas a solução inicial  $R_0$ .

A atualização de  $P$  ao receber uma nova solução candidata  $R'$  segue a regra:

1. Remover de  $P$  todas as soluções dominadas por  $R'$ :

$$P \leftarrow P \setminus \{R_a \in P \mid R' \prec R_a\}.$$

2. Se  $R'$  não é dominada por nenhuma solução remanescente em  $P$ , inserir  $R'$ :

$$P \leftarrow P \cup \{R'\} \quad \text{se} \quad \nexists R_a \in P : R_a \prec R'.$$

Esse procedimento garante que  $P$  contenha, a qualquer momento, apenas soluções mutuamente não dominadas.

### 5.3.3 Fluxo de uma iteração

A cada iteração da busca local, um único movimento é gerado e avaliado, seguindo um esquema do tipo *Simulated Annealing* multiobjetivo. Os passos são:

1. Selecionar aleatoriamente, com distribuição uniforme, um operador de vizinhança dentre os definidos na Seção 5.2 e aplicá-lo a  $R$  para produzir um candidato  $R'$ . Caso o operador selecionado não consiga produzir um candidato viável, os demais operadores são tentados em ordem aleatória até que um deles tenha sucesso ou a iteração seja descartada.

2. Verificar a viabilidade estrutural de  $R'$  conforme as garantias da Seção 5.2; soluções inviáveis são descartadas.
3. Calcular  $F(R') = (f_1(R'), f_2(R'), f_3(R'))$  conforme o procedimento de avaliação da Seção 5.1.
4. Atualizar o conjunto Pareto  $P$  com  $R'$ , removendo de  $P$  quaisquer soluções dominadas por  $R'$  e inserindo  $R'$  caso ele próprio não seja dominado.
5. Aplicar o critério de aceitação (descrito a seguir) para decidir se a solução corrente  $R$  deve ser substituída por  $R'$ .

Esse desenho amostra um vizinho por iteração, em vez de explorar exaustivamente o conjunto  $N(R)$ . A diversificação no espaço de soluções é obtida por acumulação ao longo das iterações e pelo critério de aceitação probabilístico descrito a seguir.

#### 5.3.4 Critério de aceitação da solução corrente

O critério de aceitação determina a transição da solução corrente  $R$  para um vizinho  $R'$ :

- **Aceitação por dominância:** se  $R'$  domina  $R$  ( $R' \prec R$ ), a transição é aceita incondicionalmente:  $R \leftarrow R'$ .
- **Aceitação probabilística (diversificação):** se  $R'$  não domina  $R$ , a transição pode ainda ser aceita com probabilidade

$$\Pr(\text{aceitar}) = \exp\left(-\frac{\Delta(R, R')}{T}\right),$$

onde  $T > 0$  é o parâmetro de temperatura e  $\Delta(R, R') \geq 0$  é a medida escalar de piora definida a seguir.

##### 5.3.4.1 Função de piora $\Delta$

Neste trabalho, propõe-se a seguinte função escalar de piora normalizada  $\Delta(R, R')$  para uso no critério de aceitação probabilística. A função agrega a deterioração relativa nos três objetivos:

$$\begin{aligned} \Delta(R, R') = & w_1 \cdot \max\left(0, \frac{f_1(R') - f_1(R)}{f_1(R) + \varepsilon}\right) \\ & + w_2 \cdot \max\left(0, \frac{f_2(R') - f_2(R)}{f_2(R) + \varepsilon}\right) \\ & + w_3 \cdot \max\left(0, \frac{f_3(R) - f_3(R')}{1 + \varepsilon}\right), \end{aligned}$$

onde  $w_1 = w_2 = w_3 = 1/3$  e  $\varepsilon = 10^{-9}$  evita divisão por zero. A normalização pelo valor corrente de cada objetivo garante que  $\Delta$  é adimensional e que os três termos contribuem

em escala comparável, independentemente das magnitudes absolutas de  $f_1$ ,  $f_2$  e  $f_3$ . Se  $R'$  é melhor que  $R$  em todos os objetivos, tem-se  $\Delta = 0$  e a transição é aceita com probabilidade 1 (equivalente à aceitação por dominância).

#### 5.3.4.2 Esquema de resfriamento

A temperatura decresce geometricamente a cada iteração:

$$T_{t+1} = \alpha_{\text{cool}} \cdot T_t, \quad 0 < \alpha_{\text{cool}} < 1,$$

com  $T_0$  e  $\alpha_{\text{cool}}$  definidos na parametrização experimental. Valores iniciais mais altos de  $T_0$  favorecem aceitação de soluções piores nas iterações iniciais, promovendo diversificação; o decaimento progressivo concentra a busca em refinamento nas iterações finais.

O mecanismo probabilístico, inspirado em Simulated Annealing (Kirkpatrick; Gelatt; Vecchi, 1983), atua exclusivamente como estratégia de diversificação, permitindo escapar de ótimos locais. Ele não constitui um objetivo adicional nem altera as funções  $f_1$ ,  $f_2$  e  $f_3$ .

#### 5.3.5 Critério de parada

A busca é encerrada quando pelo menos uma das seguintes condições é satisfeita:

- o número máximo de iterações  $I_{\text{max}}$  é atingido;
- o conjunto  $P$  não é alterado durante um número consecutivo de iterações pré-definido (estagnação).

Ao término, o conjunto  $P$  é retornado como o arquivo não dominado aproximado.

#### 5.3.6 Observações de escopo

1. Todo o procedimento descrito nesta seção opera exclusivamente sobre o problema de *roteamento* (UTRP). Decisões de frequência, horários, alocação de frota, capacidade de veículos ou escalonamento não são consideradas em nenhuma etapa.
2. Os três objetivos  $f_1$ ,  $f_2$  e  $f_3$  permanecem os únicos critérios de avaliação. A função  $\Delta$  e a temperatura  $T$  são mecanismos internos de controle da busca, não objetivos do problema.
3. O conjunto  $P$  é uma *aproximação* da frente de Pareto verdadeira. A qualidade dessa aproximação depende da parametrização e do tempo de execução disponível.

## 5.4 PARAMETRIZAÇÃO EXPERIMENTAL

O comportamento da heurística MOLS depende de um conjunto de parâmetros que controlam tanto a estrutura do espaço de soluções quanto a dinâmica da busca. Esta seção identifica e classifica esses parâmetros, sem fixar valores numéricos — a calibração concreta é apresentada no capítulo experimental.

### 5.4.1 Parâmetros estruturais

Os parâmetros estruturais definem as propriedades que toda solução viável deve satisfazer. Eles delimitam o espaço de busca e são determinados pela instância do problema ou por decisões de projeto da rede.

- **Cardinalidade do conjunto de rotas ( $k$ ):** número de rotas que compõem uma solução. Pode ser fixo (definido a priori) ou limitado por um intervalo  $[k_{\min}, k_{\max}]$ , conforme o cenário experimental.
- **Limites de tamanho das rotas ( $L_{\min}, L_{\max}$ ):** número mínimo e máximo de paradas por rota. Esses limites garantem que rotas não sejam trivialmente curtas nem excessivamente longas, refletindo restrições operacionais típicas do transporte urbano.
- **Penalidade de transferência ( $\delta$ ):** valor escalar não negativo atribuído a cada transferência no grafo de transferências  $G_R$  (Seção 5.1). A penalidade influencia a regra de atribuição de viagens e, consequentemente, os valores de  $T_{ij}(R)$  e  $\tau_{ij}(R)$ .
- **Penalidade por demanda não atendida ( $t_{\max}$ ):** valor suficientemente grande atribuído ao custo de viagem de pares OD não atendidos, conforme definido na Seção 5.1.3. Sua magnitude deve ser calibrada para desfavorecer soluções com baixa cobertura sem distorcer a escala de  $f_1$ .

### 5.4.2 Parâmetros de busca

Os parâmetros de busca controlam a dinâmica de exploração e diversificação da heurística, sem alterar o espaço de soluções viáveis.

- **Número máximo de iterações ( $I_{\max}$ ):** critério de parada primário. Define o orçamento computacional disponível para a busca.
- **Temperatura inicial ( $T_0$ ):** valor inicial do parâmetro de temperatura utilizado no critério de aceitação probabilística (Seção 5.3). Valores mais altos favorecem aceitação de soluções piores nas iterações iniciais, promovendo diversificação.
- **Fator de resfriamento ( $\alpha_{\text{cool}}$ ):** fator multiplicativo do decaimento geométrico da temperatura ( $T_{t+1} = \alpha_{\text{cool}} \cdot T_t$ , com  $0 < \alpha_{\text{cool}} < 1$ ), conforme definido na Seção 5.3.

- **Limiar de estagnação:** número máximo de iterações consecutivas sem alteração do conjunto Pareto  $P$ , a partir do qual a busca é encerrada.
- **Estratégia de seleção de operador:** regra para escolha do operador de vizinhança a cada iteração (Seção 5.2). Neste trabalho, adota-se exclusivamente a seleção aleatória uniforme com fallback descrita na Seção 5.2; estratégias alternativas (alternância cíclica, seleção adaptativa) não são exploradas.

#### 5.4.3 Classificação e justificativa

A distinção entre parâmetros estruturais e de busca tem implicações práticas:

- Parâmetros **estruturais** são tipicamente definidos pela instância ou por requisitos do planejador, sendo fixados antes da execução. Sua variação altera o próprio problema sendo resolvido.
- Parâmetros de **busca** são independentes da instância e afetam apenas a qualidade e o custo computacional da aproximação da frente de Pareto. Sua calibração pode ser realizada por experimentação sistemática.

A separação explícita dessas duas categorias facilita a análise dos resultados experimentais, permitindo isolar o efeito de cada grupo sobre o desempenho da heurística.

#### 5.4.4 Reprodutibilidade

Para garantir a reprodutibilidade dos experimentos:

- Todos os parâmetros utilizados em cada cenário experimental serão explicitados, incluindo valores numéricos, esquemas de resfriamento e estratégias de seleção de operador.
- Quando o método envolver componentes estocásticos (seleção aleatória de operador, critério de aceitação probabilística), a semente do gerador de números pseudoaleatórios será registrada para cada execução.
- As instâncias de teste, incluindo grafos, matrizes de demanda e parâmetros estruturais, serão disponibilizadas ou referenciadas de forma a permitir replicação independente.

### 5.5 INSTÂNCIAS E CENÁRIOS EXPERIMENTAIS

A avaliação experimental da heurística MOLS proposta requer a definição de instâncias de teste e de cenários que permitam analisar o comportamento do método sob diferentes condições. Esta seção descreve as instâncias adotadas e a lógica de composição dos cenários, sem antecipar valores numéricos ou resultados.

### 5.5.1 Instância Mandl clássica

A instância proposta por Mandl (1980) é amplamente utilizada como referência na literatura do UTRP. Trata-se de uma rede de transporte urbano de pequena escala, composta por um conjunto reduzido de nós e arcos, acompanhada de uma matriz de demanda OD conhecida.

Na sua formulação original, os custos são simétricos ( $c_{ij} = c_{ji}$ ). Essa instância é adotada neste trabalho como *baseline* experimental, permitindo posicionar qualitativamente o comportamento da heurística proposta em relação às abordagens previamente reportadas na literatura para a mesma rede. Uma comparação numérica direta com esses trabalhos não é viável devido a diferenças na função de avaliação, no critério de aceitação e no modelo de cardinalidade adotado, conforme detalhado na Seção 6.5.

### 5.5.2 Instância Mandl assimétrica

Para avaliar o método em condições que reflitam de forma mais realista a operação urbana, constrói-se uma variante assimétrica da instância Mandl. A assimetria é introduzida por meio de multiplicadores direcionais aplicados aos custos originais, de modo que  $c_{ij} \neq c_{ji}$  para uma parcela dos arcos. A topologia (conjunto de nós e existência de arcos) é preservada; apenas os custos são alterados.

#### 5.5.2.1 Protocolo de geração

A partir do grafo simétrico  $G = (V, A, c)$  da instância Mandl clássica, a assimetria é introduzida pelo seguinte procedimento:

1. Fixar o gerador pseudoaleatório com semente  $s$ .
2. Enumerar todos os pares bidirecionais  $\{u, v\}$  tais que  $(u, v) \in A$  e  $(v, u) \in A$ . Na instância Mandl, há 21 pares bidirecionais.
3. Para cada par  $\{u, v\}$ :
  - a) Gerar  $r \sim U[0, 1]$ .
  - b) Se  $r < p$  (par selecionado para assimetrização):
    - Escolher aleatoriamente um dos dois sentidos:  $(u, v)$  ou  $(v, u)$ .
    - Gerar  $\alpha \sim U[\alpha_{\min}, \alpha_{\max}]$ .
    - Atribuir  $c'(\text{sentido escolhido}) = c(\text{sentido escolhido}) \times \alpha$ .
    - Manter o sentido oposto inalterado.
  - c) Caso contrário: manter ambos os sentidos inalterados.

O procedimento garante que: (i)  $|V|$  e  $|A|$  são idênticos à instância clássica; (ii) para cada par assimetrizado, exatamente um sentido é perturbado e o oposto é preservado; (iii) a fração de pares com  $c(u, v) \neq c(v, u)$  é controlada por  $p$ ; (iv) o resultado é determinístico dado  $s$ .

### 5.5.2.2 Cenários experimentais

Três cenários são definidos, cada um com um objetivo experimental distinto:

Tabela 3 – Cenários assimétricos derivados da instância Mandl clássica.  $p$ : proporção dos 21 pares bidirecionais sorteados para perturbação;  $\alpha_{\min}$  e  $\alpha_{\max}$ : limites do intervalo do multiplicador uniforme aplicado ao custo de um dos sentidos do par sorteado; o sentido oposto permanece inalterado. Semente de geração  $s = 42$  comum aos três cenários.

| Cenário | Descrição           | $p$  | $\alpha_{\min}$ | $\alpha_{\max}$ |
|---------|---------------------|------|-----------------|-----------------|
| A1 (M1) | Assimetria leve     | 0,30 | 1,10            | 1,30            |
| A2 (M2) | Assimetria moderada | 0,60 | 1,10            | 1,30            |
| A3 (M3) | Assimetria intensa  | 0,60 | 1,30            | 1,80            |

Fonte: Elaborado pelo autor.

A semente de geração  $s = 42$  é fixa e idêntica nos três cenários. Como  $p$  é igual em A2 e A3 ( $p = 0,60$ ) e a semente é a mesma, os dois cenários perturbam exatamente os mesmos 12 pares bidirecionais nas mesmas direções. A diferença entre A2 e A3 reside exclusivamente na intensidade dos multiplicadores:  $\alpha \in [1,10; 1,30]$  em A2 versus  $\alpha \in [1,30; 1,80]$  em A3. Essa construção permite isolar o efeito da intensidade da assimetria mantendo constante o conjunto de arcos afetados.

O cenário A1, por sua vez, tem  $p = 0,30$  e perturba 8 dos 21 pares. Os 8 pares de A1 constituem um subconjunto dos 12 pares perturbados em A2 e A3, uma consequência direta do uso da mesma semente com proporção menor.

### 5.5.2.3 Reprodutibilidade

Até onde foi possível verificar na literatura revisada neste trabalho, não foram identificadas instâncias padronizadas da rede de Mandl com custos assimétricos. A definição explícita do protocolo de geração — incluindo a proporção de arcos afetados, o intervalo de multiplicadores e a semente do gerador pseudoaleatório — garante a reprodutibilidade dos experimentos e permite que trabalhos futuros repliquem ou estendam os cenários aqui propostos.

### 5.5.3 Rede urbana real

Complementarmente às instâncias derivadas de Mandl, o método é aplicado a uma rede urbana real construída a partir de dados públicos do OpenStreetMap<sup>1</sup> (OSM) para a cidade de Florianópolis (SC). A escolha dessa cidade justifica-se pela presença de características topográficas e viárias que induzem assimetria natural — relevo acidentado, vias de sentido único e diferenças de percurso conforme a direção de deslocamento — e pela

<sup>1</sup> <https://www.openstreetmap.org>

disponibilidade de dados georreferenciados de rotas e paradas de ônibus na plataforma OSM.

A fonte de dados operacionais do sistema de transporte municipal (API do Consórcio Fênix<sup>2</sup>) foi analisada durante o desenvolvimento deste trabalho. Os campos relativos ao tempo de percurso das linhas mostraram-se sistematicamente ausentes ou não confiáveis, inviabilizando seu uso como base de custo para o grafo. Essa fonte é referenciada apenas como informação auxiliar sobre as linhas em operação, não como dado estrutural da rede.

### 5.5.3.1 Construção do grafo

A rede é modelada como um grafo dirigido  $G = (V, A, c)$ , construído a partir de relações do tipo `route=bus` disponíveis no OpenStreetMap via Overpass API<sup>3</sup>. O recorte geográfico adotado compreende uma área de Florianópolis, abrangendo parte dos bairros Centro, Trindade, Estreito e Coqueiros, delimitada pela *bounding box* com latitudes em  $[-27,625; -27,570]$  e longitudes em  $[-48,600; -48,490]$ , correspondendo a uma região com elevada concentração de linhas do sistema municipal.

- **Conjunto de nós ( $V$ ):** cada nó corresponde a uma parada de ônibus (`bus_stop` ou `stop_position`) referenciada como membro de uma relação `route=bus` no OSM, cuja coordenada esteja dentro do recorte geográfico. A construção adotada resulta em  $|V| = 203$  paradas.
- **Conjunto de arcos ( $A$ ):** para cada relação de rota, paradas consecutivas na lista de membros geram um arco dirigido  $(i, j)$ . Se uma conexão aparece em ambos os sentidos (ida e volta como relações distintas), dois arcos são criados:  $(i, j)$  e  $(j, i)$ . Após a construção e a aplicação do *bridging* bidirecional de 75 metros, obtém-se  $|A| = 333$  arcos dirigidos, dos quais aproximadamente 60% são unidirecionais.
- **Função custo ( $c$ ):** o custo  $c_{ij}$  de cada arco é definido como um *proxy* temporal calculado pela distância haversine entre as coordenadas das paradas  $i$  e  $j$ , dividida por uma velocidade média urbana de referência (20 km/h). Essa aproximação fornece custos proporcionais à separação geográfica entre paradas e constitui um *proxy* uniforme e reproduzível que permite a comparação estrutural entre soluções.

Esse procedimento produz um grafo inerentemente assimétrico: a existência e o custo de cada arco dependem do sentido de operação das linhas, de modo que, em geral,  $c_{ij} \neq c_{ji}$ , e certos arcos existem em apenas um sentido. A Figura 2 apresenta a topologia resultante.

<sup>2</sup> <http://www.consorciofenix.com.br/api2/linhas.json>

<sup>3</sup> <https://overpass-api.de>

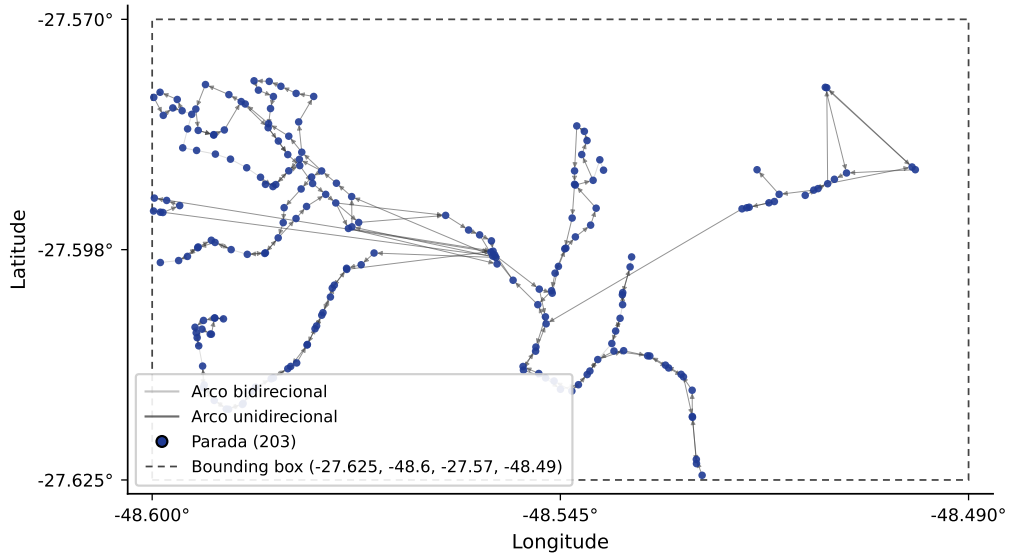


Figura 2 – Topologia da instância F1 ( $|V| = 203$  paradas,  $|A| = 333$  arcos dirigidos), construída a partir de relações `route=bus` do OpenStreetMap dentro do *bounding box* indicado. Arcos cinza-claros representam pares bidirecionais ( $\sim 40\%$  do total) e arcos cinza-escuros com seta representam ligações unidirecionais ( $\sim 60\%$  do total). Projeção equirectangular local com fator  $\cos(\varphi)$  para preservar proporções no recorte.

### 5.5.3.2 Demanda OD

Na ausência de dados reais de origem-destino para a rede recortada, adota-se uma matriz de demanda sintética. A demanda  $D_{ij}$  entre os nós  $i$  e  $j$  é definida proporcionalmente à conectividade dos nós na rede: nós com maior número de linhas passantes recebem maior volume de demanda, sob a premissa de que paradas mais conectadas tendem a concentrar maior fluxo de passageiros.

Essa abordagem é compatível com a prática adotada em estudos exploratórios do UTRP quando dados reais de demanda não estão disponíveis. A matriz é gerada de forma determinística a partir da estrutura do grafo (em particular, dos graus dos nós), sem componente aleatória.

### 5.5.3.3 Posicionamento experimental

A rede de Florianópolis não constitui uma instância de *benchmarking* padronizada. Sua inclusão tem como objetivo avaliar a aplicabilidade da heurística MOLS a um cenário que não foi projetado para comparação acadêmica, registrando o comportamento do método diante de irregularidades topológicas e padrões de demanda não uniformes. A análise dos resultados nesta instância é conduzida em termos qualitativos, sem comparação numérica direta com valores de outros trabalhos.

#### 5.5.4 Definição dos cenários experimentais

Cada cenário experimental é definido pela combinação de três elementos:

1. uma **instância** (Mandl clássica, Mandl assimétrica ou rede real);
2. um conjunto de **parâmetros estruturais** (cardinalidade  $k$ , limites de tamanho de rota, penalidades  $\delta$  e  $t_{\max}$ ), conforme a Seção 5.4;
3. um conjunto de **parâmetros de busca** (número de iterações, temperatura inicial, esquema de resfriamento, estratégia de seleção de operador).

A variação sistemática desses elementos permite analisar:

- o efeito da assimetria (comparando instância simétrica e assimétrica sobre a mesma topologia);
- a sensibilidade do método aos parâmetros de busca (variando um parâmetro por vez);
- a estabilidade do método em diferentes portes (comparando instâncias de tamanhos distintos).

Os parâmetros que permanecem fixos em cada grupo de cenários e os que variam são explicitados no capítulo experimental, seguindo as diretrizes de reprodutibilidade estabelecidas na Seção 5.4. Para cada configuração, múltiplas execuções independentes são realizadas com sementes aleatórias distintas, permitindo avaliar a variabilidade dos resultados.

### 5.6 RESUMO ALGORÍTMICO

Esta seção consolida o método proposto na forma de pseudocódigo e fluxograma, integrando os elementos descritos nas seções anteriores: formalização do problema (Capítulo 2), avaliação de soluções (Seção 5.1), estrutura de vizinhança (Seção 5.2) e critério de aceitação (Seção 5.3).

#### 5.6.1 Pseudocódigo

O Algoritmo 1 apresenta o fluxo completo da heurística MOLS para o UTRP assimétrico. A cada iteração, um operador de vizinhança é selecionado dentre os seis definidos na Seção 5.2 (AddStop, RemoveStop, SwapSubpath, MergeRoutes, SplitRoute, MergeSplit). A solução vizinha é avaliada segundo  $(f_1, f_2, f_3)$  e submetida ao critério de aceitação. O arquivo não dominado  $P$  é atualizado conforme a regra descrita na Seção 5.3. A temperatura  $T$  é reduzida a cada iteração pelo fator  $\alpha_{\text{cool}}$ , controlando a diversificação ao longo da busca.

**Algorithm 1** MOLs — Busca Local Multiobjetiva para o UTRP Assimétrico

---

**Require:** Grafo dirigido  $G = (V, A, c)$ , matriz de demanda  $D$ , parâmetros  $(I_{\max}, T_0, \alpha_{\text{cool}})$

**Ensure:** Arquivo não dominado aproximado  $P$

```

1:  $R \leftarrow \text{GerarSoluçãoInicial}(G, D)$ 
2:  $P \leftarrow \{R\}$ 
3:  $T \leftarrow T_0$ 
4: for  $t = 1, \dots, I_{\max}$  do
5:   Selecionar operador  $op$  no conjunto
    $\{\text{AddStop}, \text{RemoveStop}, \text{SwapSubpath},$ 
    $\text{MergeRoutes}, \text{SplitRoute}, \text{MergeSplit}\}$ 
6:    $R' \leftarrow op(R)$ 
7:   if  $R'$  é viável then
8:     Calcular  $F(R') = (f_1(R'), f_2(R'), f_3(R'))$ 
9:     Atualizar  $P$  com  $R'$   $\triangleright$  remover dominados, inserir se não dominado
10:    if  $R' \prec R$  then
11:       $R \leftarrow R'$   $\triangleright$  aceitação por dominância
12:    else if  $\exp(-\Delta(R, R')/T) > u$ , com  $u \sim U[0, 1]$  then
13:       $R \leftarrow R'$   $\triangleright$  aceitação probabilística
14:    end if
15:  end if
16:   $T \leftarrow \alpha_{\text{cool}} \cdot T$   $\triangleright$  resfriamento
17:  if  $P$  não alterado por  $n_{\text{estag}}$  iterações consecutivas then
18:    encerrar
19:  end if
20: end for
21: return  $P$ 

```

---

**5.6.2 Fluxograma**

A Figura 3 ilustra graficamente o fluxo de execução do algoritmo.

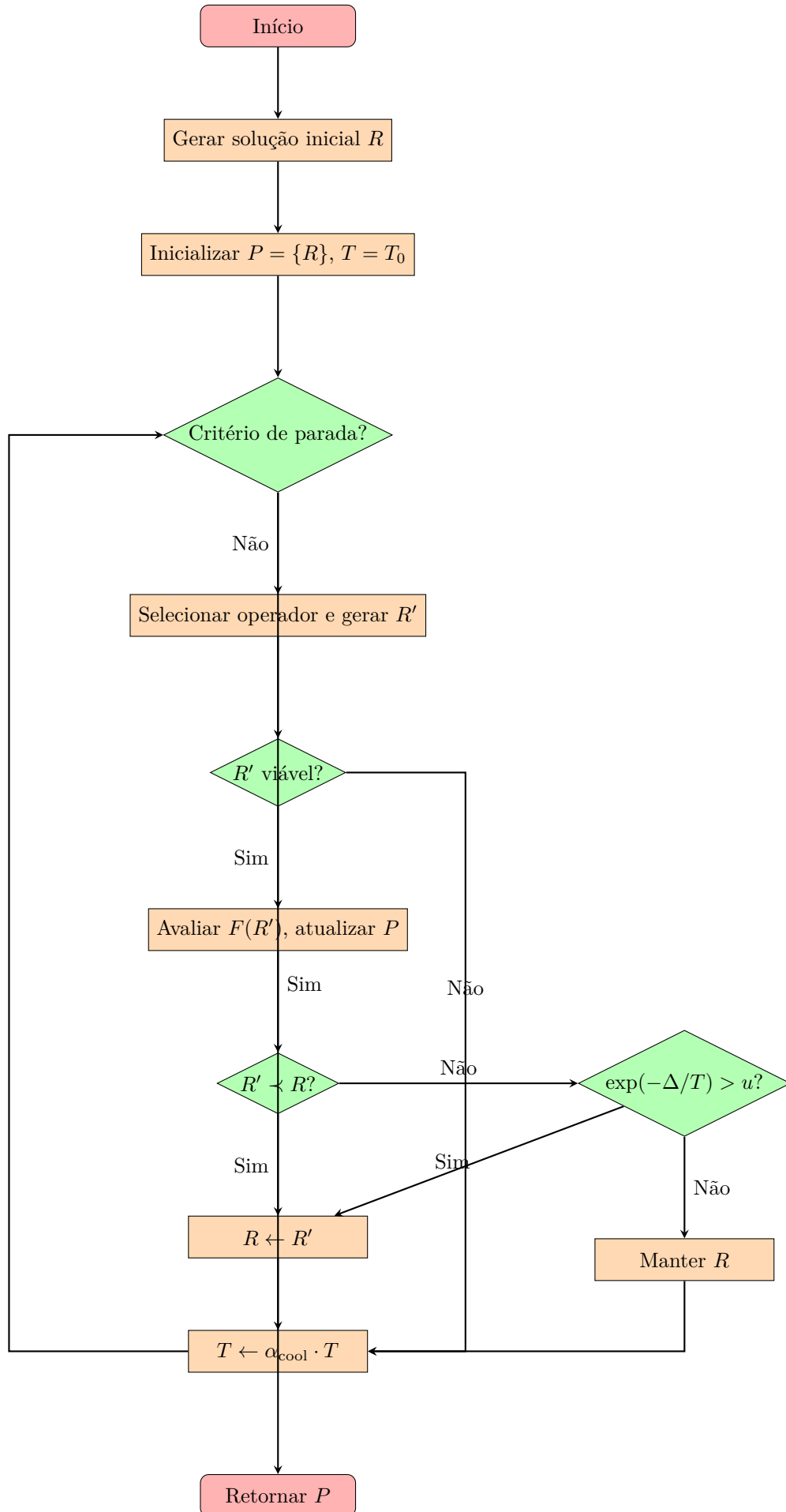


Figura 3 – Fluxograma da heurística MOLS para o UTRP assimétrico.

## 6 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Este capítulo apresenta os experimentos realizados para avaliar a heurística MOLS descrita no Capítulo 5. As soluções obtidas são analisadas segundo as três funções objetivo definidas na formulação do problema: tempo médio de viagem ( $f_1$ ), número médio de transferências ( $f_2$ ) e cobertura da demanda ( $f_3$ ). A avaliação segue o procedimento de atribuição determinística de viagens e a construção do grafo de transferências apresentados na Seção 5.1.

O capítulo está organizado da seguinte forma: inicialmente, descrevem-se as instâncias de teste e as configurações experimentais adotadas; em seguida, os resultados são reportados por instância; por fim, realiza-se uma discussão comparativa entre os cenários avaliados.

### 6.1 DESCRIÇÃO DAS INSTÂNCIAS E CONFIGURAÇÕES EXPERIMENTAIS

A avaliação experimental utiliza as três instâncias definidas na Seção 5.5: a instância Mandl clássica, sua variante assimétrica e uma rede urbana real. Para cada instância, os parâmetros estruturais e de busca seguem as diretrizes estabelecidas na Seção 5.4. Os valores específicos adotados em cada cenário, bem como o número de execuções independentes e as sementes aleatórias utilizadas, são detalhados nas seções de resultados correspondentes.

#### 6.1.1 Instância Mandl clássica

A instância Mandl clássica (Mandl, 1980) é empregada como *baseline* experimental. Por ser amplamente adotada na literatura do UTRP, seus resultados permitem a comparação direta com os valores reportados por trabalhos anteriores. Neste capítulo, os experimentos sobre essa instância servem para validar o comportamento da heurística em um cenário simétrico e bem caracterizado, antes de introduzir a complexidade adicional da assimetria.

#### 6.1.2 Instância Mandl assimétrica

A variante assimétrica da instância Mandl é utilizada para isolar o efeito da assimetria de custos sobre a qualidade das soluções. A comparação entre os resultados obtidos nesta instância e os da versão simétrica, mantendo a mesma topologia, permite avaliar como a direcionalidade dos custos influencia a composição das rotas e os valores das funções objetivo.

### 6.1.3 Rede urbana real

A rede urbana real complementa a avaliação ao expor a heurística a uma topologia que não foi projetada para *benchmarking* acadêmico. Essa instância apresenta assimetria inerente às vias e padrões de demanda não uniformes, permitindo verificar a aplicabilidade do método a condições operacionais mais próximas da prática.

### 6.1.4 Organização do capítulo

As seções seguintes estão organizadas por instância. Para cada uma, são apresentados os parâmetros utilizados, as soluções não dominadas obtidas e a análise do conjunto não dominado resultante. Após a apresentação individual dos resultados, uma seção de discussão comparativa confronta o desempenho da heurística nos diferentes cenários, destacando o impacto da assimetria e a sensibilidade aos parâmetros de busca.

## 6.2 RESULTADOS NA INSTÂNCIA MANDL CLÁSSICA

Esta seção reporta os experimentos conduzidos sobre a instância Mandl clássica (Mandl, 1980). Por se tratar da instância mais consolidada na literatura do UTRP, ela constitui o ponto de partida para a avaliação da heurística proposta. Dois conjuntos de experimentos são apresentados: o primeiro com cardinalidade fixa ( $k$  definido por cenário), o segundo com cardinalidade dinâmica ( $k_{\min} \leq |R| \leq k_{\max}$ ).

### 6.2.1 Configuração experimental

A instância Mandl possui 15 nós, 42 arcos dirigidos (21 arestas bidirecionais) e custos simétricos ( $c_{ij} = c_{ji}$ ). A matriz de demanda OD é a original de Mandl (1980), com demanda total de 15 570 viagens. A Figura 4 apresenta a topologia da rede.

Os parâmetros de busca foram calibrados durante a fase piloto e mantidos constantes em todos os cenários sobre esta instância:

A penalidade  $t_{\max} = 100$  min corresponde a aproximadamente três vezes o diâmetro do grafo (33 min), garantindo que pares OD não atendidos sejam penalizados de forma proporcional sem dominar a métrica  $f_1$ . Os seis operadores de vizinhança — AddStop, RemoveStop, SwapSubpath, MergeRoutes, SplitRoute e MergeSplit — são considerados em ordem aleatória uniforme a cada iteração; o primeiro que produzir uma solução vizinha viável é aplicado.

### 6.2.2 Resultados com cardinalidade fixa

No cenário com cardinalidade fixa, cada execução utiliza um valor pré-definido de  $k \in \{4, 6, 8\}$  rotas, mantido constante ao longo da busca. Esse cenário serve como referência histórica e ponto de comparação para o modelo com cardinalidade dinâmica.

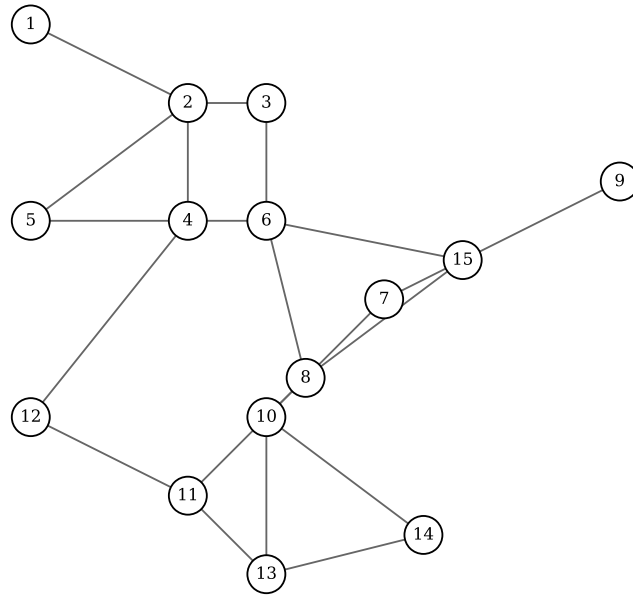


Figura 4 – Topologia da instância Mandl clássica (Mandl, 1980): 15 nós (paradas) e 21 arestas bidirecionais, totalizando 42 arcos dirigidos com custos simétricos ( $c_{ij} = c_{ji}$ ). As coordenadas dos nós seguem a representação visual padrão da rede (Mumford, 2013, Fig. 2); a especificação da instância é dada por matriz de tempos e demanda, não por posições espaciais.

Tabela 4 – Parâmetros da heurística MOLS adotados para a instância Mandl clássica.

| Parâmetro                           | Símbolo                | Valor                   |
|-------------------------------------|------------------------|-------------------------|
| Iterações máximas                   | $I_{\max}$             | 10 000                  |
| Temperatura inicial                 | $T_0$                  | 1,0                     |
| Fator de resfriamento               | $\alpha_{\text{cool}}$ | 0,9995                  |
| Limite de estagnação                | —                      | 2 000 iterações         |
| Penalidade por demanda não atendida | $t_{\max}$             | 100,0 min               |
| Penalidade de transferência         | $\delta$               | 5,0 min                 |
| Tamanho mínimo de rota              | $L_{\min}$             | 2                       |
| Tamanho máximo de rota              | $L_{\max}$             | 8                       |
| Execuções independentes             | —                      | 30 (sementes 1001–1030) |

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 5 – Resultados da heurística MOLS na instância Mandl clássica com cardinalidade fixa. Média  $\pm$  desvio padrão sobre 30 execuções independentes (sementes 1001–1030).

| $k$ | $f_1$ (min)       | $f_2$             | $f_3$             | $ P $          |
|-----|-------------------|-------------------|-------------------|----------------|
| 4   | $56,79 \pm 11,42$ | $0,010 \pm 0,017$ | $0,567 \pm 0,198$ | $9,8 \pm 4,6$  |
| 6   | $40,16 \pm 11,84$ | $0,022 \pm 0,022$ | $0,768 \pm 0,176$ | $13,8 \pm 5,1$ |
| 8   | $29,84 \pm 8,52$  | $0,038 \pm 0,033$ | $0,880 \pm 0,112$ | $16,5 \pm 3,7$ |

Fonte: Elaborado pelo autor.

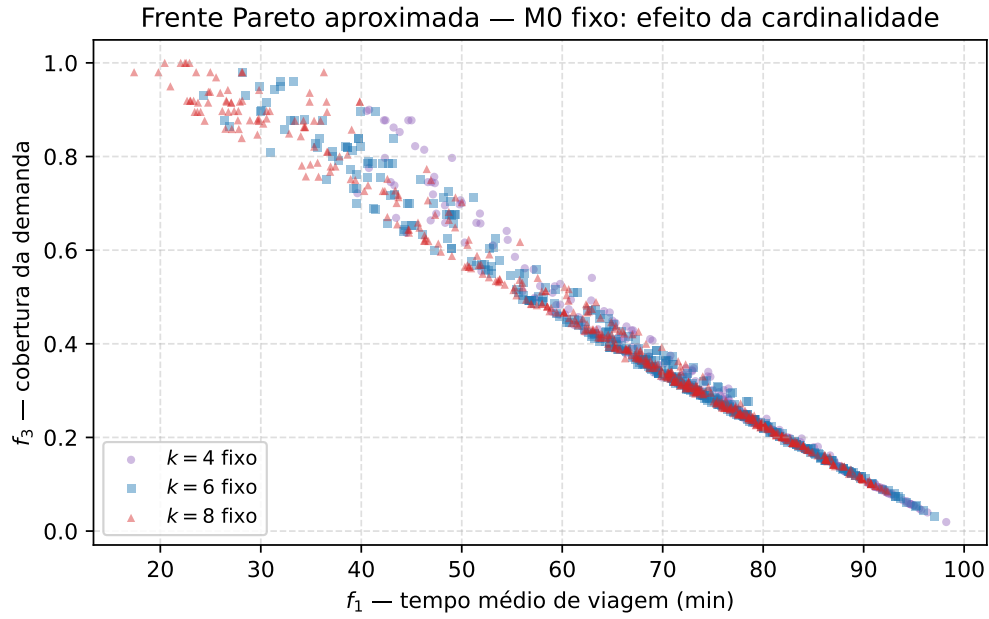


Figura 5 – Frente Pareto aproximada da heurística MOLS na instância Mandl clássica com cardinalidade fixa, no plano  $(f_1, f_3)$ . União dos arquivos não dominados sobre 30 execuções independentes para cada valor de  $k$ .

A Figura 5 ilustra graficamente a tendência reportada na Tabela 5: o aumento de  $k$  desloca a frente Pareto aproximada para a região de menor  $f_1$  e maior  $f_3$ . As três nuvens ocupam regiões distintas no plano, com sobreposição parcial nas fronteiras, indicando que  $k = 8$  concentra soluções de cobertura mais alta a custo de tempo médio menor, enquanto  $k = 4$  ocupa o extremo oposto.

Os resultados revelam uma tendência monotônica em função de  $k$ . O tempo médio de viagem ( $f_1$ ) decresce de 56,79 min com  $k = 4$  para 29,84 min com  $k = 8$ , comportamento consistente com o aumento no número de caminhos disponíveis no grafo de transferências. Simultaneamente, a cobertura ( $f_3$ ) cresce de 0,567 para 0,880, indicando que mais rotas permitem atender uma fração mais ampla dos pares origem-destino.

Esse ganho é acompanhado por um aumento no número médio de transferências ( $f_2$ ), que passa de 0,010 com  $k = 4$  para 0,038 com  $k = 8$ . A relação sugere o compromisso usual no UTRP multiobjetivo: mais rotas oferecem maior cobertura e tempos menores, mas exigem mais conexões entre linhas.

### 6.2.3 Resultados com cardinalidade dinâmica

No cenário com cardinalidade dinâmica, a busca opera com limites  $k_{\min} = 3$  e  $k_{\max} = 10$ , partindo de  $k_{\text{init}} = 6$  rotas na solução inicial. Os operadores MergeRoutes e SplitRoute podem alterar o número de rotas ao longo da busca, dentro dos limites estabelecidos.

O arquivo não dominado de cada execução conteve soluções com diferentes valores

Tabela 6 – Resultados da heurística MOLS na instância Mandl clássica com cardinalidade dinâmica ( $k_{\min} = 3$ ,  $k_{\max} = 10$ ). Média  $\pm$  desvio padrão sobre 30 execuções independentes.

| Métrica     | Valor               |
|-------------|---------------------|
| $f_1$ (min) | $40,93 \pm 11,24$   |
| $f_2$       | $0,0000 \pm 0,0001$ |
| $f_3$       | $0,766 \pm 0,172$   |
| $ P $       | $9,6 \pm 3,5$       |
| Tempo (s)   | $0,17 \pm 0,04$     |

Fonte: Elaborado pelo autor.

de  $k$ . Em 29 das 30 execuções, o arquivo apresentou mais de um valor de cardinalidade, com a faixa observada abrangendo de  $k = 3$  a  $k = 10$ . A cardinalidade final da melhor solução por  $f_3$  concentrou-se em  $k = 6$  (22/30 execuções), com variações para  $k = 7$  (6/30) e  $k = 5$  (2/30).

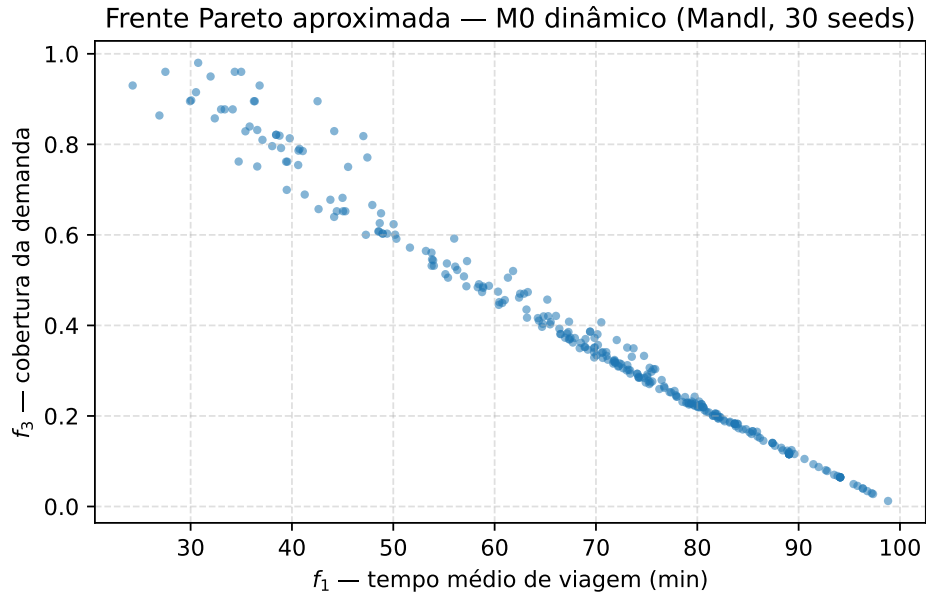


Figura 6 – Frente Pareto aproximada da heurística MOLS na instância Mandl clássica com cardinalidade dinâmica ( $k_{\min} = 3$ ,  $k_{\max} = 10$ ), no plano  $(f_1, f_3)$ . União dos arquivos não dominados sobre 30 execuções independentes.

A Figura 6 apresenta a união das frentes não dominadas das 30 execuções com cardinalidade dinâmica. A nuvem de pontos distribui-se em uma faixa decrescente de  $f_3$  em função de  $f_1$ , com concentração na região de  $f_1 \in [30, 50]$  min e  $f_3 \in [0,65, 0,95]$ . A dispersão entre seeds reflete a variabilidade esperada da heurística estocástica e é compatível com os desvios reportados na Tabela 6.

A linha “Tempo (s)” reportada nas tabelas deste capítulo corresponde ao tempo total *wall-clock* de uma execução completa do algoritmo — da geração da solução inicial

até a parada por  $I_{\max}$  ou estagnação —, medido com um relógio monotônico de alta resolução e reportado como média  $\pm$  desvio padrão sobre as execuções independentes da bateria. Inclui todas as iterações realizadas no orçamento computacional definido. As mesmas convenções valem para as tabelas das instâncias assimétrica e real apresentadas adiante.

#### 6.2.4 Comparação entre cardinalidade fixa e dinâmica

Tabela 7 – Comparação entre as baterias M0 com cardinalidade fixa e dinâmica.

| Modelo   | Configuração | $f_1$ (min)       | $f_2$               | $f_3$             | $ P $          |
|----------|--------------|-------------------|---------------------|-------------------|----------------|
| $k$ fixo | $k = 4$      | $56,79 \pm 11,42$ | $0,010 \pm 0,017$   | $0,567 \pm 0,198$ | $9,8 \pm 4,6$  |
| $k$ fixo | $k = 6$      | $40,16 \pm 11,84$ | $0,022 \pm 0,022$   | $0,768 \pm 0,176$ | $13,8 \pm 5,1$ |
| $k$ fixo | $k = 8$      | $29,84 \pm 8,52$  | $0,038 \pm 0,033$   | $0,880 \pm 0,112$ | $16,5 \pm 3,7$ |
| $k$ din. | $[3, 10]$    | $40,93 \pm 11,24$ | $0,0000 \pm 0,0001$ | $0,766 \pm 0,172$ | $9,6 \pm 3,5$  |

Fonte: Elaborado pelo autor.

O modelo dinâmico converge para um comportamento próximo ao cenário  $k = 6$  fixo:  $f_1$  médio de 40,93 min (vs. 40,16 min) e  $f_3$  de 0,766 (vs. 0,768). Essa convergência é consistente com  $k_{\text{init}} = 6$  e indica que a busca concentra-se em  $k = 6$  como ponto de equilíbrio observado entre cobertura e transferências para esta instância.

Do ponto de vista prático, o modelo com cardinalidade dinâmica reduz a dependência de definição manual prévia de  $k$  para cada cenário experimental. A busca identifica uma faixa intermediária plausível ( $k \approx 6$  nesta instância) sem fixação manual, com desempenho próximo ao do cenário fixo  $k = 6$  — ponto de equilíbrio entre os extremos  $k = 4$  (baixa cobertura) e  $k = 8$  (cobertura alta com mais transferências) testados. Essa propriedade é relevante para instâncias nas quais o valor ótimo de  $k$  não é conhecido *a priori*, como redes urbanas reais.

Observa-se, contudo, que o cenário fixo  $k = 8$  apresenta valores médios melhores em  $f_1$  (29,84 min vs. 40,93 min do dinâmico) e em  $f_3$  (0,880 vs. 0,766), com a contrapartida de número médio de transferências ( $f_2 = 0,038$ ) superior aos demais cenários. O modelo dinâmico, por sua vez, mantém  $f_2$  na ordem de  $10^{-4}$  (Tabela 6) ao admitir soluções com  $k$  menor no arquivo Pareto. A escolha entre as duas configurações depende, portanto, do peso atribuído a cada objetivo:  $k = 8$  fixo é preferível quando  $f_1$  e  $f_3$  são prioritários e o valor de  $k$  pode ser definido *a priori*; o modelo dinâmico é preferível quando se deseja explorar o *trade-off* sem fixar  $k$ , situação típica em instâncias inéditas. Os experimentos não estabelecem superioridade absoluta de uma configuração sobre a outra; oferecem evidência de equivalência funcional do dinâmico quanto ao ponto de equilíbrio em Mandl.

O tamanho médio do arquivo é menor no modelo dinâmico ( $|P| = 9,6$  vs. 13,8 com  $k = 6$  fixo). Isso pode estar relacionado à dominância cruzada entre soluções com

diferentes valores de  $k$  admitida no regime dinâmico: uma solução com  $k = 3$  e baixa cobertura pode dominar uma solução com  $k = 7$  em  $f_2$ , possivelmente compactando a fronteira.

### 6.2.5 Análise do comportamento do método

#### 6.2.5.1 Dependência entre $f_2$ e $f_3$ e o $f_2$ reportado

Os valores de  $f_2$  reportados nas tabelas deste capítulo correspondem ao *mínimo* de  $f_2$  no arquivo Pareto aproximado de cada execução. Esse mínimo é tipicamente alcançado por soluções de baixa cobertura ( $f_3 \approx 0,04$ – $0,17$ , frequentemente compostas por apenas 3 rotas): quando poucos pares OD são atendidos, o número de transferências entre os pares servidos é necessariamente próximo de zero. Portanto,  $f_2$  não é independente de  $f_3$  no arquivo: soluções com cobertura muito baixa produzem  $f_2$  artificialmente baixo, sem que isso represente qualidade real do sistema de rotas.

Para fins de interpretação,  $f_2$  deve ser lido condicionalmente à faixa de  $f_3$  considerada. Inspeção dos arquivos não dominados mostra que, em soluções de cobertura mais alta ( $f_3 \geq 0,7$ ),  $f_2$  assume valores na faixa de 0,5 a 0,6 transferências médias por passageiro, refletindo o *trade-off* usual entre cobertura e número de transferências. O valor agregado reportado nas tabelas, por construção (mínimo do arquivo), não captura essa região da fronteira.

Essa observação constitui uma limitação da formulação multiobjetiva adotada: como  $f_2$  depende estruturalmente de  $f_3$ , os dois objetivos não são independentes, e qualquer leitura agregada de  $f_2$  deve explicitar a faixa de  $f_3$  associada. A dependência é agravada pela diferença de escala entre os objetivos:  $f_1$  é expresso em minutos,  $f_2$  em número médio de transferências e  $f_3$  como fração adimensional, o que pode influenciar a relação de dominância de Pareto entre soluções com perfis distintos. Uma reportagem condicionada a  $f_3 \geq \alpha$ , ou o uso de indicadores agregados como o hipervolume, é direção natural para trabalhos futuros.

#### 6.2.5.2 Convergência para $k = 6$

A cardinalidade  $k = 6$  é o valor em que a melhor solução por  $f_3$  se concentra na instância Mandl com  $[k_{\min}, k_{\max}] = [3, 10]$  e  $k_{\text{init}} = 6$ . Soluções com  $k < 6$  perdem cobertura ( $f_3$  cai abaixo de 0,5 para  $k \leq 4$ ), enquanto soluções com  $k > 6$  não dominam as existentes no espaço tridimensional ( $f_1, f_2, f_3$ ). Esse comportamento foi observado no regime experimental adotado (objetivos  $f_1, f_2, f_3$ , intervalo  $[k_{\min}, k_{\max}] = [3, 10]$  e  $k_{\text{init}} = 6$ ), não consistindo em restrição imposta pelo método; a sensibilidade a  $k_{\text{init}}$  não foi avaliada neste trabalho. O mecanismo de aceitação probabilística (*SA-like*) permite transições temporárias para soluções com cardinalidade diferente da corrente; o comportamento observado é compatível com essa exploração no espaço de valores de  $k$ .

### 6.2.5.3 Distribuição de operadores

Sobre as 30 execuções, os operadores com maior frequência de aplicação bem-sucedida foram AddStop (35,2%) e SplitRoute (30,8%), seguidos de SwapSubpath (16,3%) e RemoveStop (14,5%). Os operadores MergeRoutes (1,5%) e MergeSplit (1,9%) apresentaram frequência baixa, comportamento consistente com a baixa probabilidade de encontrar nós compartilhados entre rotas que satisfaçam simultaneamente as restrições de viabilidade.

A predominância de operadores que expandem a solução (AddStop, SplitRoute) sobre os que a contraem (RemoveStop, MergeRoutes) é consistente com a estrutura do problema: na instância Mandl, o aumento de cobertura é um dos eixos de melhoria identificáveis nas fases iniciais da busca.

### 6.2.5.4 Limites de cardinalidade

Soluções com  $k = 9$  ou  $k = 10$  podem aparecer no arquivo não dominado de execuções individuais (parte da faixa  $k \in [3, 10]$  reportada na Seção 6.2.3), mas tornam-se dominadas no arquivo consolidado das 30 execuções e, portanto, não compõem o conjunto Pareto agregado. Isso indica que  $k_{\max} = 10$  funciona como salvaguarda do espaço de busca, não como ponto de convergência. Na extremidade inferior, soluções com  $k = 3$  aparecem regularmente no arquivo consolidado, representando o extremo de baixa cobertura e zero transferências da fronteira.

Os desvios padrão observados ( $f_1$ : 11,24 min;  $f_3$ : 0,172) indicam variabilidade moderada entre execuções, consistente com a natureza estocástica da heurística e com as dimensões reduzidas da instância. Essa variabilidade reforça a necessidade de múltiplas execuções independentes para caracterizar adequadamente o comportamento do método.

Estabelecido o comportamento da heurística no cenário simétrico, a seção seguinte avalia em que medida a introdução de custos assimétricos altera os padrões aqui observados.

## 6.3 RESULTADOS NA INSTÂNCIA MANDL ASSIMÉTRICA

Esta seção apresenta os experimentos conduzidos sobre os três cenários assimétricos da instância Mandl (A1, A2, A3), construídos conforme o protocolo descrito na Seção 5.5.2. A introdução de custos direcionais distintos ( $c_{ij} \neq c_{ji}$ ) sobre a mesma topologia da instância clássica permite avaliar o impacto da assimetria sobre o comportamento da heurística MOLS e sobre a qualidade das soluções obtidas.

### 6.3.1 Configuração experimental

Os três cenários utilizam a mesma topologia (15 nós, 42 arcos) e a mesma matriz de demanda da instância Mandl clássica, diferindo apenas nos custos de percurso. A assimetria

é controlada pelos parâmetros  $p$  (proporção de pares perturbados) e  $[\alpha_{\min}, \alpha_{\max}]$  (intervalo de multiplicadores), conforme a Tabela 3. Os cenários A2 e A3 perturbam os mesmos 12 pares bidirecionais nas mesmas direções (mesmos  $p = 0,60$  e  $s = 42$ ); a diferença entre eles reside exclusivamente na intensidade dos multiplicadores.

Os parâmetros de busca, os limites de cardinalidade ( $k_{\min} = 3$ ,  $k_{\max} = 10$ ,  $k_{\text{init}} = 6$ ) e o número de execuções independentes (30, com sementes distintas) são idênticos aos do cenário simétrico (Tabela 4), de modo que as diferenças observadas possam ser atribuídas exclusivamente à assimetria dos custos.

### 6.3.2 Resultados agregados

Tabela 8 – Resultados agregados da heurística MOLS nos cenários assimétricos (M1–M3) e comparação com o cenário simétrico (M0), todos com cardinalidade dinâmica. Média  $\pm$  desvio padrão sobre 30 execuções independentes.

| Cenário | Assimetria    | $f_1$ (min)       | $f_2$               | $f_3$             | $ P $          |
|---------|---------------|-------------------|---------------------|-------------------|----------------|
| M0      | Simétrico     | $40,93 \pm 11,24$ | $0,0000 \pm 0,0001$ | $0,766 \pm 0,172$ | $9,6 \pm 3,5$  |
| M1      | A1 (leve)     | $42,97 \pm 10,86$ | $0,0012 \pm 0,0035$ | $0,760 \pm 0,171$ | $10,8 \pm 4,1$ |
| M2      | A2 (moderado) | $40,27 \pm 10,47$ | $0,0004 \pm 0,0016$ | $0,800 \pm 0,155$ | $11,9 \pm 3,1$ |
| M3      | A3 (intenso)  | $46,52 \pm 9,43$  | $0,0002 \pm 0,0006$ | $0,728 \pm 0,158$ | $10,2 \pm 3,8$ |

Fonte: Elaborado pelo autor.

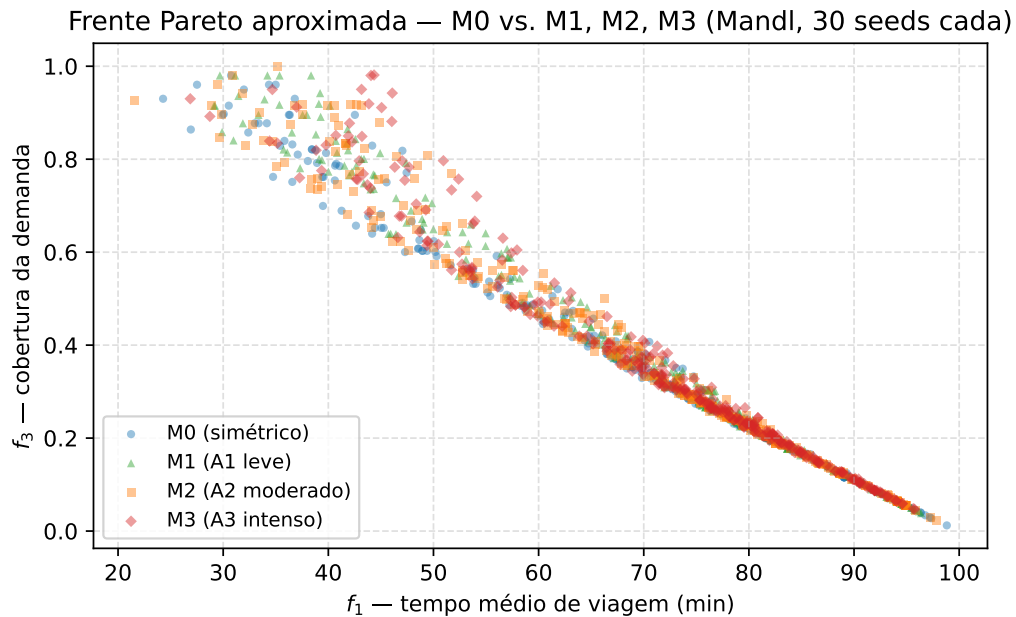


Figura 7 – Frentes Pareto aproximadas para o cenário simétrico M0 e os três cenários assimétricos M1–M3, todos com cardinalidade dinâmica ( $k_{\min} = 3$ ,  $k_{\max} = 10$ ) e 30 execuções independentes por cenário. Plano  $(f_1, f_3)$ .

A Figura 7 consolida visualmente o efeito da assimetria sobre a frente Pareto aproximada. Os cenários M0, M1 e M2 apresentam regiões largamente sobrepostas, consistentes com a observação da Tabela 8 de que assimetria leve ou moderada produz diferenças médias dentro da variabilidade entre seeds. O cenário M3 (assimetria intensa,  $\alpha \in [1,30; 1,80]$ ) apresenta deslocamento visual observado na figura em direção a maiores valores de  $f_1$ , comportamento consistente com o aumento dos custos direcionais de percurso.

### 6.3.3 Análise por objetivo

#### 6.3.3.1 Efeito da assimetria sobre $f_1$

O cenário A3 (assimetria intensa) apresenta o maior  $f_1$  médio (46,52 min), seguido de A1 (42,97 min) e A2 (40,27 min). A elevação de  $f_1$  em A3 é consistente com o efeito dos multiplicadores mais altos ( $\alpha \in [1,30; 1,80]$ ), que aumentam os custos de percurso em um dos sentidos dos arcos perturbados. O cenário A2 apresenta  $f_1$  comparável ao simétrico, indicando que a assimetria moderada com multiplicadores em  $[1,10; 1,30]$  tem impacto limitado sobre o tempo de viagem médio.

#### 6.3.3.2 Efeito sobre $f_3$

A cobertura média ( $f_3$ ) é ligeiramente inferior em A3 (0,728) em comparação com M0 (0,766), enquanto A2 apresenta  $f_3$  numericamente superior (0,800). A redução em A3 é consistente com a dificuldade adicional imposta pela assimetria intensa: rotas que eram eficientes em ambos os sentidos no cenário simétrico podem perder cobertura quando os custos direcionais divergem. O cenário A2 apresenta  $f_3$  numericamente superior ao M0 (0,800 vs. 0,766), porém a diferença de 0,034 é inferior ao desvio padrão de ambos os cenários e não permite afirmar ganho sistemático.

#### 6.3.3.3 Comportamento de $f_2$

O padrão de  $f_2$  muito pequeno (entre  $10^{-4}$  e  $10^{-3}$ ) observado no cenário simétrico repete-se em todos os cenários assimétricos, pela mesma razão discutida na Seção 6.2.3.

### 6.3.4 Cardinalidade e operadores

A distribuição de  $k_{\text{final}}$  mantém-se concentrada em  $k = 6$  nos três cenários assimétricos (25/30 em M1 e M3, 27/30 em M2), indicando estabilidade da concentração observada na Seção 6.2.3. A faixa de  $k$  no arquivo permanece ampla ( $k = 3$  a  $k = 10$ ), indicando exploração efetiva da cardinalidade dinâmica em todos os cenários.

O  $|P|$  médio varia entre 9,6 (M0) e 11,9 (M2). O valor ligeiramente maior em M2 pode indicar que a assimetria moderada, ao introduzir custos direcionais distintos, amplia o espaço de soluções mutuamente não dominadas. Entretanto, a variabilidade entre seeds ( $\sigma \approx 3-4$ ) impede conclusão definitiva a partir desta diferença.

### 6.3.5 Síntese

O cenário A3 (assimetria intensa) apresenta a maior diferença média entre os cenários avaliados em  $f_1$  (+14% em relação a M0) e em  $f_3$  (−5%), comportamento consistente com os multiplicadores elevados aplicados; ambas as diferenças permanecem, contudo, dentro da variabilidade entre execuções. Os cenários A1 e A2 apresentam valores de  $f_1$  e  $f_3$  dentro do intervalo de variabilidade do cenário simétrico, indicando que assimetria com multiplicadores em  $[1,10; 1,30]$  tem impacto limitado sobre o desempenho agregado da heurística nesta instância.

Em todos os cenários, o método MOLS com cardinalidade dinâmica mantém o padrão de comportamento observado no cenário simétrico, sem concentração nos limites inferiores ou superiores de  $k$ . A interpretação desses resultados em conjunto com M0 é aprofundada na Seção 6.5.

Estabelecido o comportamento da heurística em instâncias derivadas de Mandl, a seção seguinte estende a avaliação a uma rede de origem real, em caráter exploratório.

## 6.4 RESULTADOS NA REDE URBANA REAL

Complementando a avaliação em instâncias derivadas de Mandl, esta seção apresenta os experimentos conduzidos sobre uma subrede real do sistema de transporte público da região central de Florianópolis. Diferentemente das instâncias anteriores, F1 não constitui um *benchmark* padronizado: a topologia reflete a malha viária efetiva da região, com assimetria inerente às vias e padrões de demanda não uniformes. O objetivo é avaliar, em caráter exploratório, a aplicabilidade da heurística MOLS a uma rede de origem real.

### 6.4.1 Caracterização da instância F1

A instância F1 corresponde a uma subrede real do sistema de transporte público da região central de Florianópolis, construída a partir de dados do OpenStreetMap (*network=SIM*, relações *route=bus*) dentro do *bounding box* (−27,625, −48,600, −27,570, −48,490). O procedimento de construção inclui três etapas: extração dos nós *stop\_position* membros de relações de rota, geração de arcos dirigidos entre paradas consecutivas, e aplicação de *bridging* bidirecional entre nós separados por até 75 metros.

O limiar de 75 metros para *bridging* foi estabelecido após diagnóstico estrutural: no mapeamento OSM de Florianópolis, as paradas de ida e volta de uma mesma linha são representadas como nós distintos, tipicamente separados por 50–75 metros (lados opostos de uma mesma rua). Limiares inferiores fragmentam a rede em múltiplas componentes fortemente conexas; o limiar de 75 m consolida esse padrão.

A demanda OD é sintética e deterministicamente proporcional à conectividade dos nós:  $D_{ij} = \deg(i) \cdot \deg(j)$  para  $i \neq j$ , normalizada para um volume total escalonado. A

Tabela 9 – Caracterização estrutural da instância F1 (Florianópolis centro).

| Métrica                                   | Valor      |
|-------------------------------------------|------------|
| Número de paradas ( $ V $ )               | 203        |
| Número de arcos dirigidos ( $ A $ )       | 333        |
| <i>Bridges</i> (75 m)                     | 96         |
| Rotas OSM com $\geq 2$ paradas no recorte | 43         |
| Maior componente fracamente conexa        | 203 (100%) |
| Maior componente fortemente conexa        | 184 (91%)  |
| Arcos unidirecionais                      | 60%        |
| Grau médio                                | 3,3        |
| Diâmetro dirigido estimado                | 43,2 min   |

Fonte: Elaborado pelo autor.

ausência de matriz OD real para o recorte reflete a natureza de prova de conceito desta instância.

#### 6.4.2 Configuração experimental

Os experimentos em F1 adotam os parâmetros indicados na Tabela 10, com 10 execuções independentes (sementes 1001–1010) para cada configuração de penalidade. O número de execuções foi reduzido em relação à instância Mandl (30 execuções) em virtude do custo computacional crescente com a escala da instância — F1 possui  $|V| = 203$  nós e  $|A| = 333$  arcos, contra 15 nós e 42 arcos em Mandl — e do papel de prova de conceito atribuído a esta avaliação em rede real, conforme detalhado na Seção 6.4.

Tabela 10 – Parâmetros experimentais adotados para a instância F1.

| Parâmetro               | Valor            |
|-------------------------|------------------|
| $k_{\min}$              | 10               |
| $k_{\max}$              | 30               |
| $k_{\text{init}}$       | 20               |
| $L_{\min}$              | 2                |
| $L_{\max}$              | 15               |
| $I_{\max}$              | 10 000           |
| $T_0$                   | 1,0              |
| $\alpha_{\text{cool}}$  | 0,9995           |
| $\delta$                | 5,0 min          |
| $t_{\max}$              | 90 min e 130 min |
| Execuções independentes | 10               |

Fonte: Elaborado pelo autor.

Duas configurações de penalidade ( $t_{\max}$ ) foram avaliadas: 90 minutos (aproximadamente  $2,1 \times$  o diâmetro dirigido) e 130 minutos (aproximadamente  $3 \times$  o diâmetro), com o objetivo de avaliar a sensibilidade do método ao valor dessa constante.

### 6.4.3 Resultados

Tabela 11 – Resultados agregados da heurística MOLS na instância F1, para as duas configurações de  $t_{\max}$  avaliadas. Média  $\pm$  desvio padrão sobre 10 execuções independentes.

| Métrica     | $t_{\max} = 90$ min   | $t_{\max} = 130$ min  |
|-------------|-----------------------|-----------------------|
| $f_1$ (min) | $85,72 \pm 1,29$      | $123,18 \pm 2,20$     |
| $f_2$       | $0,00047 \pm 0,00029$ | $0,00047 \pm 0,00029$ |
| $f_3$       | $0,064 \pm 0,023$     | $0,064 \pm 0,023$     |
| $ P $       | $24,4 \pm 5,6$        | $24,4 \pm 5,6$        |
| Iterações   | $5\,235 \pm 1\,864$   | $5\,235 \pm 1\,864$   |
| Tempo (s)   | $6,34 \pm 3,27$       | $5,83 \pm 2,89$       |

Fonte: Elaborado pelo autor.

A comparação entre as duas configurações de  $t_{\max}$  revela que a penalidade atua como fator de escala linear sobre  $f_1$ , sem alterar a composição da frente de Pareto aproximada:  $f_2$ ,  $f_3$ ,  $|P|$  e o número de iterações são idênticos entre as duas configurações. As soluções não dominadas são as mesmas, variando apenas a magnitude absoluta de  $f_1$ .

A cardinalidade do arquivo não dominado distribui-se em uma faixa intermediária: entre as execuções, foram observados valores de  $k$  variando de 10 a 27, com média de  $18,4 \pm 1,9$  rotas por arquivo. O comprimento médio das rotas nas soluções finais é de  $4,5 \pm 0,3$  paradas, bem inferior ao limite  $L_{\max} = 15$ . A melhor solução por  $f_3$  apresentou  $k = 20$  em 9 das 10 execuções.

### 6.4.4 Análise

#### 6.4.4.1 Estabilidade da cardinalidade

A cardinalidade observada nas soluções não dominadas concentra-se em uma faixa intermediária do intervalo permitido  $[k_{\min}, k_{\max}] = [10, 30]$ , sem aproximação dos extremos. Nenhuma execução produziu soluções concentradas em  $k_{\min}$  nem em  $k_{\max}$  no arquivo final, e a distribuição de  $k$  entre soluções não dominadas cobre valores entre 10 e 27. O valor de  $k_{\text{init}}$  atua como ponto inicial da busca, mas o espaço de soluções explorado inclui tanto cardinalidades inferiores quanto superiores. A ausência de concentração nos limites inferiores ou superiores de  $k$  é consistente com o comportamento observado em Mandl e indica que o mecanismo de cardinalidade dinâmica mantém valores intermediários também em escala maior, considerando o protocolo experimental utilizado.

#### 6.4.4.2 Cobertura ( $f_3$ )

Os valores de  $f_3$  observados (0,033–0,100) devem ser interpretados em relação às restrições estruturais da solução, não à alcançabilidade máxima do grafo subjacente.

Uma solução formada por  $k \approx 20$  rotas com comprimento médio de 4,5 paradas contém aproximadamente 90 visitas de paradas no total, sobre uma rede com  $|V| = 203$  nós; o conjunto de pares origem-destino cobertos por essa configuração é necessariamente limitado, independentemente do método de busca empregado. A demanda OD adotada ( $D_{ij} = \deg(i) \cdot \deg(j)$ ) distribui peso entre todos os pares, incluindo os não contemplados pelas rotas construídas, o que amplifica o efeito dessa restrição sobre  $f_3$ . Os valores observados, portanto, não indicam falha do método, mas consequência direta da relação entre dimensão da rede, cardinalidade permitida e tamanho máximo de rota no regime experimental adotado.

Cabe enfatizar que F1 é uma prova de conceito do método sobre uma rede de origem real, e não uma proposta operacional completa para o sistema de transporte de Florianópolis. Uma estimativa simples da cobertura máxima alcançável no regime experimental adotado ilustra esse ponto: com  $k_{\max} = 30$  rotas e  $L_{\max} = 15$  paradas por rota, o número máximo de visitas distintas é  $30 \times 15 = 450$ , sobre uma rede com  $|V| = 203$  paradas. Considerando a sobreposição típica entre rotas observada nas execuções — comprimento médio de rota de  $4,5 \pm 0,3$  paradas e  $k$  médio no arquivo de  $18,4 \pm 1,9$  rotas, totalizando aproximadamente 83 visitas efetivas —, o conjunto de nós distintos cobertos é tipicamente da ordem de 50–70 (25–35% de  $|V|$ ). Como a demanda OD adotada ( $D_{ij} = \deg(i) \cdot \deg(j)$ ) distribui peso entre todos os  $|V| \cdot (|V| - 1) = 41\,006$  pares, e apenas pares cobertos por algum itinerário viável contribuem a  $f_3$ , a cobertura agregada permanece naturalmente baixa mesmo para soluções estruturalmente plausíveis. Os valores observados de  $f_3$  (0,033–0,100) representam, portanto, uma fração significativa do teto estrutural alcançável nessa parametrização, e não falha do método de busca.

O baixo valor absoluto de  $f_3$  decorre conjuntamente da escala da rede ( $|V| = 203$  nós), da alta direcionalidade (60% de arcos unidirecionais), dos limites de cardinalidade ( $k_{\max} = 30$ ) e do tamanho máximo de rota ( $L_{\max} = 15$ ). Atingir cobertura próxima da capacidade do grafo exigiria relaxar essas restrições e calibrar parâmetros à escala da instância — esforço fora do escopo desta avaliação exploratória, mas natural em trabalhos futuros que busquem aplicações operacionais.

#### 6.4.4.3 Dinâmica dos operadores

A distribuição percentual dos operadores em F1 apresenta padrão qualitativamente distinto do observado em Mandl, conforme a Tabela 12. Em Mandl, os dados mostram maior frequência relativa de operadores de modificação local (AddStop, SplitRoute), com uso marginal de MergeRoutes e MergeSplit; em F1, esses últimos sobem a aproximadamente 16% e 12% respectivamente. F1 difere de Mandl em escala, limites estruturais ( $L_{\max}$ ,  $k_{\max}$ ), cardinalidade permitida e padrão de demanda; não é possível, a partir do conjunto experimental adotado, isolar qual dessas características explica o aumento da frequência relativa de MergeRoutes e MergeSplit. A comparação entre os dois cenários é,

portanto, qualitativa, e o padrão observado é consistente com a maior escala da rede real e com a presença de mais pontos onde operações de reorganização global (redistribuição de paradas entre rotas via fusão e divisão) são viáveis.

Tabela 12 – Distribuição percentual de aplicações bem-sucedidas dos operadores em F1, comparada com M0 dinâmico. Valores agregados sobre todas as execuções.

| Operador    | F1    | M0 dinâmico |
|-------------|-------|-------------|
| AddStop     | 24,3% | 35,2%       |
| SplitRoute  | 24,0% | 30,8%       |
| MergeRoutes | 16,2% | 1,5%        |
| SwapSubpath | 12,6% | 16,3%       |
| MergeSplit  | 12,4% | 1,9%        |
| RemoveStop  | 10,4% | 14,5%       |

Fonte: Elaborado pelo autor.

#### 6.4.4.4 Efeito da penalidade $t_{\max}$

A comparação entre  $t_{\max} = 90$  e  $t_{\max} = 130$  revela que  $f_2$ ,  $f_3$ ,  $|P|$ , o número de iterações e a distribuição dos operadores são bit-a-bit idênticos entre as duas configurações; apenas  $f_1$  varia em magnitude. Inspeção dos arquivos brutos confirma que cada par de execuções com mesma semente segue exatamente a mesma trajetória de busca, isto é, toma as mesmas decisões em todas as iterações — o que mostra que, neste regime, o critério de aceitação probabilístico não foi acionado de forma diferenciada entre os dois valores de  $t_{\max}$ .

A explicação estrutural é dupla. Primeiro, em F1 a maior parte da movimentação da busca ocorre por dominância: como aproximadamente 93,6% dos pares OD não são atendidos pelas rotas correntes em qualquer momento da busca, qualquer operador que cubra um par adicional reduz  $f_1$  e aumenta  $f_3$  simultaneamente, dominando a solução anterior; essas transições são aceitas incondicionalmente, independentemente de  $t_{\max}$ . Segundo, quando o critério probabilístico eventualmente é acionado, a fração não atendida domina o cálculo de  $f_1$  ( $f_1 \approx (1 - f_3) t_{\max} + f_3 A$ ), de modo que vizinhos com  $f_3$  similar à solução corrente produzem variações relativas  $(f'_1 - f_1)/(f_1 + \varepsilon)$  aproximadamente invariantes em  $t_{\max}$ . A consequência prática é que, no regime experimental adotado,  $t_{\max}$  funciona como fator de escala linear sobre o  $f_1$  reportado, sem afetar a trajetória da busca nem a composição da frente de Pareto aproximada. Em regimes com maior dispersão de  $f_3$  entre soluções não dominadas — por exemplo, em instâncias onde o *trade-off* entre cobertura e tempo é mais acentuado — o mesmo parâmetro poderia alterar a composição da frente. A invariância observada em F1 é condicional às propriedades específicas das soluções encontradas, não uma característica geral da formulação.

#### 6.4.4.5 Comportamento geral do método

Em rede real com características estruturais distintas de Mandl (escala aproximadamente 14 vezes maior em  $|V|$ , 60% de arcos unidirecionais, diâmetro dirigido superior), o método MOLS com cardinalidade dinâmica opera produzindo, em tempo computacional reduzido, um arquivo não dominado com diversidade de cardinalidade, utilização dos seis operadores e manutenção de cardinalidades intermediárias (sem concentração nos limites inferiores ou superiores de  $k$ ). Esses elementos sustentam a aplicabilidade exploratória do método em redes de origem real, dentro do escopo adotado para esta instância.

#### 6.4.5 Limitações reconhecidas

A instância F1 apresenta limitações que restringem a generalização dos resultados: (i) a demanda OD é sintética, baseada em conectividade dos nós, e não reflete fluxos reais observados; (ii) o tempo de percurso é um proxy baseado em distância geodésica e velocidade média constante, não em tempos operacionais medidos; (iii) o número de execuções (10) é reduzido em relação às baterias oficiais em Mandl (30); (iv) parâmetros como  $I_{\max}$ ,  $L_{\max}$  e os limites de cardinalidade não foram objeto de análise de sensibilidade sistemática nesta instância — seu efeito sobre os resultados permanece como hipótese a ser investigada em trabalhos futuros. Essas limitações são consistentes com o papel de prova de conceito atribuído à instância e com o escopo deste trabalho, cujo foco metodológico recai sobre a formulação do UTRP assimétrico e sobre a heurística MOLS, não sobre a calibração detalhada a um sistema de transporte específico.

### 6.5 DISCUSSÃO COMPARATIVA

Com base nos resultados apresentados nas seções anteriores, procede-se à análise comparativa entre os cenários, com foco na identificação de padrões e limitações do método. A discussão confronta os cenários M0–M3 (Mandl) e F1 (Florianópolis), distinguindo observações sistemáticas de observações condicionadas ao caráter exploratório de F1. A análise é organizada em torno de cinco eixos: o efeito da assimetria, a estabilidade da cardinalidade dinâmica, a generalização a redes reais, as limitações da formulação e a comparação com a literatura.

#### 6.5.1 Efeito da assimetria sobre as soluções

A comparação entre M0 (simétrico) e M1–M3 (assimétricos) sobre a mesma topologia permite isolar o efeito da direcionalidade dos custos. Os resultados da Tabela 8 indicam que:

- Assimetria leve (A1,  $\alpha \in [1,10; 1,30]$ , 38% dos pares): efeito marginal sobre  $f_1$  (+5%) e  $f_3$  (−1%), dentro do intervalo de variabilidade entre seeds.

- Assimetria moderada (A2,  $\alpha \in [1,10; 1,30]$ , 57% dos pares):  $f_1$  e  $f_3$  comparáveis ao cenário simétrico. O aumento na proporção de arcos afetados, sem aumento de intensidade, não degrada o desempenho agregado.
- Assimetria intensa (A3,  $\alpha \in [1,30; 1,80]$ , 57% dos pares): deterioração perceptível em  $f_1$  (+14%) e  $f_3$  (−5%), consistente com multiplicadores que elevam os custos em um dos sentidos no intervalo  $\alpha \in [1,30; 1,80]$ .

Nos cenários avaliados, observou-se maior diferença média entre as médias quando a *intensidade* da assimetria aumentou; o aumento isolado da *proporção* de pares perturbados, com multiplicadores moderados, não produziu diferença perceptível nas médias dos objetivos agregados. Ambas as observações permanecem dentro da variabilidade entre execuções.

### 6.5.2 Estabilidade da cardinalidade dinâmica

A manutenção do equilíbrio  $k \approx 6$  nos quatro cenários Mandl (Seções 6.2.3 e 6.3) indica que esse valor não é artefato da simetria dos custos, considerando o protocolo experimental utilizado (intervalo  $[k_{\min}, k_{\max}] = [3, 10]$  e  $k_{\text{init}} = 6$ ). Em F1, o equilíbrio ocorre em uma faixa intermediária do intervalo  $[10, 30]$  (Seção 6.4), com melhor solução por  $f_3$  em  $k = 20$  na maioria das execuções e arquivo contendo soluções com  $k$  entre 10 e 27. O comportamento qualitativo — estabilização em faixa intermediária, sem colapso nos limites — é consistente entre os cenários Mandl e F1, embora a escala do valor de equilíbrio dependa das dimensões da instância. Do ponto de vista prático, o mecanismo de cardinalidade dinâmica reduz a dependência de definição manual prévia de  $k$ , identificando faixas intermediárias plausíveis de cardinalidade sem fixação manual — propriedade relevante para instâncias nas quais o valor ótimo de  $k$  não é conhecido *a priori*, como redes urbanas reais.

### 6.5.3 Generalização a rede real

A avaliação em F1 complementa as análises em Mandl com uma rede de origem real, não planejada para *benchmarking*. A instância difere das anteriores em escala ( $|V| = 203$  versus  $|V| = 15$ ), proporção de arcos unidirecionais (60% versus configurações controladas em Mandl) e origem do grafo (mapeamento OSM versus dados de referência da literatura). Apesar dessas diferenças, o método mantém operação consistente: seis operadores ativos, frente de Pareto com diversidade de  $k$  e sem concentração nos limites inferiores ou superiores de  $k$ .

A distribuição percentual dos operadores em F1 apresenta padrão qualitativamente distinto do observado em Mandl, com aumento expressivo de MergeRoutes e MergeSplit (Seção 6.4). Essa mudança é consistente com a maior escala e a maior diversidade topológica da rede real, condições em que operações de reorganização global tornam-se efetivamente

aplicáveis. F1 difere de Mandl em escala, limites estruturais, cardinalidade permitida e padrão de demanda simultaneamente; não é possível isolar qual dessas características explica o aumento da frequência relativa desses operadores. A comparação entre cenários é, portanto, qualitativa.

Os valores absolutos de  $f_1$ ,  $f_2$  e  $f_3$  em F1 não são diretamente comparáveis aos valores obtidos em Mandl, uma vez que as instâncias diferem em dimensão, padrão de demanda e natureza do grafo. A comparação entre cenários é, portanto, restrita ao comportamento qualitativo da heurística — estabilidade, diversidade do arquivo e uso dos operadores. As limitações específicas da instância F1, incluindo a natureza sintética da demanda e o caráter exploratório da avaliação, são detalhadas na Seção 6.4.

#### 6.5.4 Limitações da formulação

Duas limitações da formulação, identificadas na análise do cenário simétrico (Seção 6.2.3), reaparecem nos demais cenários: a dependência estrutural entre  $f_2$  e  $f_3$ , que produz valores artificialmente baixos de  $f_2$  em soluções de baixa cobertura; e a diferença de escala entre os três objetivos, que pode influenciar a relação de dominância de Pareto. Essas limitações manifestam-se tanto em Mandl assimétrica quanto em F1, sem diferenças qualitativas relevantes entre os cenários.

Cabe ressaltar que o  $f_2$  reportado nas Tabelas 6, 8 e 11 corresponde especificamente ao *mínimo* de  $f_2$  entre as soluções não dominadas de cada execução. Esse mínimo é dominado por soluções de cobertura muito baixa, que naturalmente apresentam  $f_2$  da ordem de  $10^{-4}$  por servirem poucos pares OD. A transferência média de uma solução de cobertura mais alta no arquivo — que representaria a operação efetiva da rede projetada — é tipicamente de 0,5 a 0,6 transferências por passageiro em Mandl. Reportar  $f_2$  condicionado a um piso de cobertura, ou agregar a fronteira via indicadores como o hipervolume, é direção natural para trabalhos futuros.

#### 6.5.5 Comparação qualitativa com a literatura

Os resultados obtidos não são comparáveis numericamente com os valores reportados por Christine L Mumford (2013) e outros trabalhos sobre a instância Mandl, uma vez que a função de avaliação, o critério de aceitação e o modelo de cardinalidade diferem. Entretanto, o padrão qualitativo observado — melhoria de cobertura e redução de tempo com o aumento do número de rotas — é consistente com o comportamento reportado na literatura para esta instância.

A contribuição específica deste trabalho reside na avaliação do efeito da assimetria de custos, aspecto pouco explorado na literatura do UTRP, e na observação de que a cardinalidade dinâmica produz, na instância Mandl e no regime experimental adotado, desempenho próximo ao do regime fixo  $k = 6$ , sem fixar  $k$  durante a busca (embora  $k_{\text{init}}$  permaneça parâmetro do método).

### 6.5.6 Síntese

A análise conjunta dos cinco cenários (M0 simétrico, M1–M3 assimétricos e F1 rede real) caracteriza o comportamento da heurística MOLS com cardinalidade dinâmica em condições distintas: topologia controlada com custos simétricos, assimetria artificial de diferentes intensidades sobre a mesma topologia, e rede de origem real com escala e assimetria não controladas. Em Mandl, a assimetria intensa degrada o desempenho de forma mensurável, enquanto a assimetria leve e moderada produz efeito dentro da variabilidade experimental. Em F1, o método opera consistentemente em escala ampliada, com perfil de operadores ajustado à escala e à diversidade topológica da rede real.

Os resultados permitem caracterizar o alcance e as limitações do método proposto, sem extrapolar conclusões para variantes do problema que envolvam decisões de frequência, capacidade ou escalonamento, as quais estão fora do escopo deste trabalho. As conclusões formais derivadas desta discussão são apresentadas no capítulo seguinte.

## 7 CONCLUSÃO

Este capítulo encerra a monografia, retomando os objetivos estabelecidos, sintetizando os principais achados experimentais, discutindo as limitações do trabalho e indicando direções para investigações futuras.

### 7.1 SÍNTESE DO TRABALHO

Este trabalho abordou o Urban Transit Routing Problem (UTRP) com foco na assimetria estrutural de redes de transporte urbano, modeladas como grafos dirigidos e ponderados  $G = (V, A, c)$  com custos potencialmente assimétricos ( $c_{ij} \neq c_{ji}$ ). O objetivo consistiu em desenvolver e avaliar uma heurística de busca local multiobjetiva (MOLS) capaz de gerar conjuntos de rotas que otimizem simultaneamente o tempo médio de viagem ( $f_1$ ), o número médio de transferências ( $f_2$ ) e a cobertura da demanda ( $f_3$ ).

A metodologia proposta compreendeu a formalização matemática do problema; a definição de uma estrutura de vizinhança com seis operadores (inserção e remoção de paradas, troca de sub-caminho, fusão e divisão de rotas e redistribuição entre rotas); a adoção de cardinalidade dinâmica; um critério de aceitação do tipo *Simulated Annealing* multiobjetivo, baseado em dominância de Pareto com diversificação probabilística; e um protocolo experimental estruturado em três instâncias de teste — a rede Mandl clássica (simétrica), três variantes assimétricas controladas e uma rede urbana real de caráter exploratório.

A principal contribuição metodológica reside na adaptação da busca local multiobjetiva ao contexto assimétrico do UTRP, tratando explicitamente a direcionalidade dos custos na construção, avaliação e modificação das rotas.

### 7.2 PRINCIPAIS ACHADOS EXPERIMENTAIS

A avaliação experimental permitiu caracterizar o comportamento da heurística MOLS nos cenários considerados.

Na instância Mandl clássica, a heurística produziu conjuntos de soluções não dominadas que serviram como referência para as análises subsequentes. A comparação entre as configurações com cardinalidade fixa e cardinalidade dinâmica indicou que o modelo dinâmico identifica uma faixa intermediária plausível de  $k$  sem fixação manual, com desempenho próximo ao do cenário fixo  $k = 6$  — ponto de equilíbrio entre os extremos  $k = 4$  (baixa cobertura) e  $k = 8$  (cobertura alta com mais transferências) testados.

Nas variantes assimétricas da instância Mandl (A1, A2, A3), observou-se maior diferença média no cenário de assimetria intensa, embora as diferenças permaneçam dentro da variabilidade entre execuções. O cenário de assimetria intensa apresentou médias piores em  $f_1$  e  $f_3$  em relação ao cenário simétrico, enquanto a assimetria leve e moderada

resultou em valores dentro da variabilidade experimental. A concentração observada da cardinalidade em uma faixa intermediária no regime experimental adotado manteve-se em todos os cenários, sem concentração nos limites inferiores ou superiores de  $k$ .

Na rede urbana real, conduzida em escopo de prova de conceito, o método produziu soluções não dominadas com diversidade de cardinalidade, utilização dos seis operadores e manutenção de cardinalidades intermediárias. Os valores absolutos de  $f_1$ ,  $f_2$  e  $f_3$  obtidos em F1 não são diretamente comparáveis aos de Mandl em razão das diferenças de dimensão, padrão de demanda e natureza do grafo; a comparação entre cenários é, portanto, qualitativa. A distribuição dos operadores em F1 apresentou padrão distinto do observado em Mandl, com maior participação dos operadores de reorganização global; o padrão é consistente com as diferenças entre F1 e Mandl (escala, limites estruturais, cardinalidade permitida e padrão de demanda). F1 difere de Mandl em diversas características simultaneamente, não sendo possível isolar qual dessas características explica o aumento da frequência relativa desses operadores.

### 7.3 LIMITAÇÕES DO TRABALHO

O trabalho apresenta limitações que devem ser consideradas na interpretação dos resultados, organizadas a seguir por tema.

*Escopo restrito ao UTRP.* O presente trabalho trata apenas do subproblema de roteamento, não abrangendo outras decisões operacionais que compõem o problema mais amplo de projeto de redes de transporte (UTNDP). Essa delimitação, embora necessária para viabilizar a investigação, implica que as soluções obtidas representam apenas uma etapa do planejamento operacional completo.

*Ausência de garantia de otimalidade.* Por se tratar de uma abordagem heurística, não há garantia de otimalidade das soluções obtidas. Os conjuntos Pareto reportados constituem aproximações, cuja qualidade depende do esforço computacional empregado e da eficácia dos operadores de vizinhança na exploração do espaço de soluções.

*Diferença de escala entre os objetivos.* As três funções objetivo operam em ordens de grandeza distintas ( $f_1$  na ordem de dezenas de minutos,  $f_2$  tipicamente entre  $10^{-4}$  e  $10^{-2}$  e  $f_3$  em  $[0, 1]$ ). Embora o critério de aceitação SA-like adote normalização relativa (Seção 5.3), a relação de dominância de Pareto opera sobre os valores brutos e é invariante a transformações monótonas por objetivo. O ponto sensível ao contexto experimental é outro: em  $f_2$ , o desvio padrão observado entre execuções é tipicamente da mesma ordem do próprio sinal ( $10^{-4}$  a  $10^{-3}$ , Tabelas 6 e 8), de modo que diferenças em  $f_2$  da ordem do ruído estocástico podem impedir a dominância entre soluções qualitativamente equivalentes em  $f_1$  e  $f_3$ , inflando o arquivo Pareto aproximado. O estudo de indicadores agregados robustos à escala — como o hipervolume normalizado — permanece em aberto.

*Comparação direta com métodos populacionais.* Não foi conduzida comparação experimental direta com métodos populacionais, como SEAMO2 e abordagens correlatas,

pois isso exigiria reexecutar esses métodos sob o mesmo protocolo assimétrico adotado neste trabalho.

*Análise de sensibilidade dos parâmetros.* O desempenho da heurística depende da parametrização adotada — tanto dos parâmetros estruturais (cardinalidade do conjunto de rotas, limites de tamanho, penalidades) quanto dos parâmetros de busca (número de iterações, temperatura, esquema de resfriamento). A sensibilidade desses parâmetros não foi analisada de forma sistemática neste trabalho; apenas o efeito de  $t_{\max}$  foi avaliado pontualmente em F1 (Seção 6.4). A determinação de configurações ótimas por instância e o estudo de sensibilidade abrangente permanecem em aberto.

*Validade interna: semente única.* Os cenários assimétricos foram gerados com uma única semente fixa ( $s = 42$ ), que determina o conjunto específico de arcos perturbados. Assim, efeitos associados à localização dessa perturbação não são distinguíveis dos efeitos analisados nos contrastes entre proporção e intensidade.

*Validade externa: única topologia base.* As observações sobre intensidade da assimetria apoiam-se em uma única topologia base derivada de Mandl. A transferência dessas conclusões para outras topologias ou redes de natureza distinta depende de replicação em outras famílias de instâncias.

## 7.4 TRABALHOS FUTUROS

A partir dos resultados e limitações identificados, sugerem-se as seguintes direções para investigações futuras.

No âmbito metodológico, a incorporação de operadores de vizinhança adicionais ou de mecanismos de perturbação de maior amplitude pode ampliar a capacidade de exploração da busca, reduzindo a probabilidade de convergência prematura. A hibridização com outras metaheurísticas — como algoritmos genéticos ou *Variable Neighborhood Search* — constitui uma alternativa para diversificar a busca sem abandonar a estrutura de dominância de Pareto. Ainda no âmbito metodológico, um estudo sistemático de sensibilidade dos parâmetros estruturais e de busca por instância permitiria caracterizar a estabilidade do desempenho da heurística e orientar a calibração específica para cada topologia avaliada.

No âmbito da integração com o problema mais amplo de projeto de redes (UTNDP), a extensão natural deste trabalho consiste em acoplar o módulo de roteamento a outros componentes do planejamento operacional, avaliando o impacto da assimetria sobre o processo de decisão como um todo. Essa integração demandaria a redefinição das funções objetivo e a ampliação do espaço de busca.

Por fim, a aplicação do método a redes urbanas de maior escala permitiria avaliar a escalabilidade da abordagem e identificar eventuais gargalos computacionais. A utilização de dados públicos de transporte, como os disponíveis no OpenStreetMap ou em feeds GTFS oficiais, possibilitaria a construção de instâncias representativas de cenários operacionais reais em diferentes contextos urbanos.

Em particular, um estudo sistemático de escalabilidade caracterizaria o comportamento do método em função das dimensões da rede — número de vértices  $|V|$  e de arcos  $|A|$  —, relacionando-as ao tempo de execução por iteração, ao tamanho do conjunto Pareto retornado  $|P|$  e à qualidade das soluções nos três objetivos  $f_1$ ,  $f_2$  e  $f_3$ . Tal análise permitiria delimitar regimes de saturação computacional, fundamentar decisões de projeto sobre os limites práticos de aplicação direta da heurística em redes de porte real e orientar a escolha de eventuais estratégias de aceleração (avaliação incremental, paralelismo entre execuções independentes ou decomposição espacial da rede).

## REFERÊNCIAS

- AHMED, L.; MUMFORD, C.; KHEIRI, A. Solving urban transit route design problem using selection hyper-heuristics. **European Journal of Operational Research**, v. 274, n. 2, p. 545–559, 2019.
- BONDY, J.A.; MURTY, U.S.R. **Graph Theory**. [S.l.]: Springer, 2008.
- CEDER, A. **Public Transit Planning and Operation: Theory, Modeling and Practice**. [S.l.]: Elsevier, 2007.
- CHAKROBORTY, P.; DWIVEDI, T. Optimal route network design for transit systems using genetic algorithms. **Engineering Optimization**, v. 34, n. 1, p. 83–100, 2002.
- CHEW, J.S.C.; LEE, L.S. A genetic algorithm for urban transit routing problem. **International Journal of Modern Physics: Conference Series**, v. 9, p. 411–421, 2012.
- DEB, K. **Multi-objective Optimization Using Evolutionary Algorithms**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2001.
- DEB, K.; PRATAP, A.; AGARWAL, S.; MEYARIVAN, T. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II. **IEEE Transactions on Evolutionary Computation**, v. 6, n. 2, p. 182–197, 2002.
- DESAULNIERS, G.; DESROSIERS, J.; SOLOMON, M. M. **Column Generation**. [S.l.]: Springer, 2005.
- DUBOIS-LACOSTE, Jérémie; LÓPEZ-IBÁÑEZ, Manuel; STÜTZLE, Thomas. Anytime Pareto local search. **European Journal of Operational Research**, v. 243, n. 2, p. 369–385, 2015.
- DURÁN-MICCO, J.; VANSTEENWEGEN, P. A survey on the transit network design and frequency setting problem. **Public Transport**, v. 14, p. 155–190, 2022.
- DURÁN-MICCO, J.; VANSTEENWEGEN, P.; SÖRENSEN, K. Considering emissions in the transit network design and frequency setting problem with a heterogeneous fleet. **European Journal of Operational Research**, v. 282, n. 2, p. 580–592, 2020.
- FAN, W.; MACHEMEHL, R.B. Using a simulated annealing algorithm to solve the transit route network design problem. **Journal of Transportation Engineering**, v. 132, n. 2, p. 122–132, 2006.
- FARAHANI, R.Z.; MIANDOABCHI, E.; SZETO, W.Y.; RASHIDI, H. A review of urban transportation network design problems. **European Journal of Operational Research**, v. 229, n. 2, p. 281–302, 2013.

GLOVER, F. Future paths for integer programming and links to artificial intelligence. **Computers & Operations Research**, v. 13, n. 5, p. 533–549, 1986.

GLOVER, F.; KOCHENBERGER, G.A. **Handbook of Metaheuristics**. [S.l.]: Springer, 2003.

GOLDBERG, D.E. **Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning**. [S.l.]: Addison-Wesley, 1989.

GUIHAIRE, V.; HAO, J.K. Transit network design and scheduling: A global review. **Transportation Research Part A: Policy and Practice**, v. 42, n. 10, p. 1251–1273, 2008.

ILIOPOULOU, C.; KEPAPTSOGLOU, K.; VLAHOIANNI, E.I. Metaheuristics for the transit route network design problem: A review and comparative analysis. **Public Transport**, v. 11, p. 487–521, 2019.

ILIOPOULOU, C.; TASSOPOULOS, I.X.; BELIGIANNIS, G.N. A Variable Neighbourhood Search-Based Algorithm for the Transit Route Network Design Problem. **Applied Sciences**, v. 12, n. 20, p. 10232, 2022.

JHA, S.B.; JHA, J.K.; TIWARI, M.K. A multi-objective meta-heuristic approach for transit network design and frequency setting problem in a bus transit system. **Computers & Industrial Engineering**, v. 130, p. 166–186, 2019.

JOHN, Matthew P.; MUMFORD, Christine L.; LEWIS, Rhyd. An Improved Multi-objective Algorithm for the Urban Transit Routing Problem. In: BLUM, Christian; OCHOA, Gabriela (ed.). **Evolutionary Computation in Combinatorial Optimisation (EvoCOP 2014)**. Berlin, Heidelberg: Springer, 2014. v. 8600. (Lecture Notes in Computer Science), p. 49–60.

KATSARAGAKIS, I.V.; TASSOPOULOS, I.X.; BELIGIANNIS, G.N. Solving the Urban Transit Routing Problem Using a Cat Swarm Optimization-Based Algorithm. **Algorithms**, v. 13, n. 9, p. 223, 2020.

KECHAGIOPOULOS, P.N.; BELIGIANNIS, G.N. Solving the urban transit routing problem using a particle swarm optimization based algorithm. **Applied Soft Computing**, v. 21, p. 654–676, 2014.

KEPAPTSOGLOU, Konstantinos; KARLAFTIS, Matthew G. Transit Route Network Design Problem: Review. **Journal of Transportation Engineering**, ASCE, v. 135, n. 8, p. 491–505, 2009.

KIRKPATRICK, S.; GELATT, C. D.; VECCHI, M. P. Optimization by simulated annealing. **Science**, v. 220, n. 4598, p. 671–680, 1983.

- KNOWLES, Joshua D.; CORNE, David W. Approximating the Nondominated Front Using the Pareto Archived Evolution Strategy. **Evolutionary Computation**, v. 8, n. 2, p. 149–172, 2000.
- KOUREPINIS, V.; ILIOPOULOU, C.A.; TASSOPOULOS, I.X.; BELIGIANNIS, G.N. An Artificial Fish Swarm Optimization Algorithm for the Urban Transit Routing Problem. **Applied Soft Computing**, v. 155, p. 111446, 2024.
- MANDL, C.E. Evaluation and optimization of urban public transportation networks. **European Journal of Operational Research**, v. 5, n. 6, p. 396–404, 1980.
- MUMFORD, Christine L. New heuristic and evolutionary operators for the multi-objective urban transit routing problem. In: 2013 IEEE Congress on Evolutionary Computation. [S.l.: s.n.], 2013. p. 939–946.
- NAYEEM, Muhammad Ali; ISLAM, Md Monirul; YAO, Xin. Solving transit network design problem using many-objective evolutionary approach. **IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems**, IEEE, v. 20, n. 10, p. 3952–3963, 2018.
- NIKOLIĆ, M.; TEODOROVIĆ, D. Transit network design by Bee Colony Optimization. **Expert Systems with Applications**, v. 40, n. 15, p. 5945–5955, 2013.
- PAPADIMITRIOU, C. H.; STEIGLITZ, K. **Combinatorial Optimization: Algorithms and Complexity**. [S.l.]: Dover Publications, 1998.
- PAQUETE, Luis; CHIARANDINI, Marco; STÜTZLE, Thomas. Pareto Local Optimum Sets in the Biobjective Traveling Salesman Problem: An Experimental Study. In: GANDIBLEUX, Xavier; SEVAUX, Marc; SÖRENSEN, Kenneth; T'KINDT, Vincent (ed.). **Metaheuristics for Multiobjective Optimisation**. Berlin, Heidelberg: Springer, 2004. v. 535. (Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems). p. 177–199.
- SZETO, W.Y.; JIANG, Y. Transit route and frequency design: Bi-level modeling and hybrid artificial bee colony algorithm approach. **Transportation Research Part B: Methodological**, v. 67, p. 235–263, 2014.
- YANG, Z.; YU, B.; CHENG, C. A parallel ant colony algorithm for bus network optimization. **Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering**, v. 22, n. 1, p. 44–55, 2007.
- ZHAO, H.; ZHANG, C.; ZHANG, B. The memetic algorithm for the optimization of urban transit network. **Expert Systems with Applications**, v. 42, n. 10, p. 3760–3773, 2015.
- ZITZLER, Eckart; THIELE, Lothar. Multiobjective Evolutionary Algorithms: A Comparative Case Study and the Strength Pareto Approach. **IEEE Transactions on Evolutionary Computation**, v. 3, n. 4, p. 257–271, 1999.

## **APÊNDICE A – Artigo**

O presente apêndice reproduz integralmente o artigo científico derivado deste Trabalho de Conclusão de Curso, elaborado a partir dos resultados apresentados nesta monografia.

# Busca local multiobjetiva para o Urban Transit Routing Problem em redes assimétricas

Henrique Tridapalli Fóes Martins<sup>1</sup>, Rafael Santiago<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Departamento de Informática e Estatística

Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC)

Florianópolis – SC, Brasil

henrique.tridapalli@grad.ufsc.br, r.santiago@ufsc.br

**Abstract.** This paper addresses the Urban Transit Routing Problem (UTRP) on directed graphs with potentially asymmetric arc costs ( $c_{ij} \neq c_{ji}$ ), a structural feature commonly neglected by classical formulations. We propose a Multiobjective Local Search (MOLS) heuristic with dynamic route-set cardinality and six neighborhood operators that preserve graph directionality. Three conflicting objectives are simultaneously considered: average travel time, average number of transfers per passenger, and demand coverage. The method is evaluated on Mandl's benchmark, on three controlled asymmetric variants, and on a real urban network derived from OpenStreetMap. Experiments indicate that the heuristic produces non-dominated solution sets exposing distinct trade-offs. The experimental protocol separates the intensity of the directional cost difference from the proportion of perturbed arcs; in the evaluated scenarios, increasing the intensity produced a more noticeable effect than increasing only the proportion of arcs affected.

**Resumo.** Este artigo aborda o *Urban Transit Routing Problem* (UTRP) sobre grafos dirigidos com custos de arco potencialmente assimétricos ( $c_{ij} \neq c_{ji}$ ), uma característica estrutural usualmente ignorada por formulações clássicas. Propõe-se uma heurística de busca local multiobjetiva (MOLS) com cardinalidade dinâmica do conjunto de rotas e seis operadores de vizinhança que preservam a direcionalidade do grafo. Três objetivos conflitantes são considerados simultaneamente: tempo médio de viagem, transferências médias por passageiro e cobertura da demanda. O método é avaliado sobre o benchmark de Mandl, sobre três variantes assimétricas controladas e sobre uma rede urbana real derivada do OpenStreetMap. Os experimentos indicam que a heurística produz conjuntos de soluções não dominadas com diferentes *trade-offs*. O protocolo experimental separa a *intensidade* da diferença direcional de custo da *proporção* de arcos perturbados; nos cenários avaliados, aumentar a intensidade produziu efeito mais perceptível do que aumentar apenas a quantidade de pares alterados.

## 1 Introdução

O transporte público urbano cumpre função estrutural no funcionamento das cidades, e a qualidade do serviço depende, em parte considerável, do conjunto de rotas que opera sobre a malha viária. O tempo médio de viagem, o número de transferências exigidas e a fração de pares origem-destino efetivamente atendidos pelas linhas resultam diretamente de escolhas de desenho desse conjunto, tornando o planejamento de rotas etapa central na engenharia de sistemas de transporte público (Ceder, 2007; Guihaire and Hao, 2008).

O *Urban Transit Routing Problem* (UTRP) formaliza essa etapa como problema de otimização combinatória multiobjetiva: dadas uma rede de paradas e uma matriz origem-destino, busca-se

um conjunto de rotas que equilibre objetivos conflitantes do usuário (tempo de viagem, transferências, cobertura). O espaço de soluções cresce rapidamente com o número de nós  $|V|$  da rede, e o número de configurações viáveis sob restrições de comprimento e cardinalidade inviabiliza métodos exatos para instâncias de interesse prático, motivando o uso amplo de metaheurísticas (Farahani et al., 2013; Mandl, 1980).

Grande parte da literatura opera sobre a hipótese de que os custos de arco são simétricos,  $c(u, v) = c(v, u)$ , herdada da instância canônica de Mandl. Redes urbanas reais, contudo, apresentam direcionalidade restritiva (vias de mão única) e custos direcionais distintos por relevo, congestionamento e padrões de tráfego. O tratamento explícito desse aspecto estrutural é pouco frequente nessa literatura, e protocolos que isolem o efeito da assimetria sobre o desempenho de heurísticas multiobjetivas não foram identificados na revisão conduzida.

Este artigo formula o UTRP sobre grafo dirigido com custos potencialmente assimétricos e propõe uma busca local multiobjetiva (*Multiobjective Local Search*, MOLLS) por trajetória única, com seis operadores de vizinhança que verificam direcionalidade ao construir cada candidato. A cardinalidade  $k$  do conjunto de rotas é tratada como variável de decisão, com transições mediadas por operadores estruturais. O método é avaliado sobre o benchmark simétrico de Mandl, sobre três variantes assimétricas (M1, M2, M3) construídas por perturbação multiplicativa controlada, e sobre uma instância urbana real (F1) derivada do OpenStreetMap para uma área que abrange parte dos bairros Centro, Trindade, Estreito e Coqueiros, em Florianópolis.

As contribuições do trabalho são:

- C1.** Modelagem do UTRP sobre grafo dirigido admitindo  $c(u, v) \neq c(v, u)$  e arcos unidirecionais.
- C2.** Heurística MOLLS por trajetória única, com seis operadores cujos predicados verificam explicitamente a direcionalidade dos arcos durante a geração de cada candidato, preservando viabilidade direcional; cardinalidade  $k$  tratada como variável de decisão.
- C3.** Protocolo experimental que separa, sobre a mesma topologia base, a *intensidade* da diferença direcional de custo da *proporção* de pares perturbados; nos cenários avaliados, as observações são compatíveis com maior sensibilidade da heurística à intensidade.
- C4.** Avaliação exploratória do método em uma rede urbana real (F1), com operação dos operadores sem perda de viabilidade direcional e produção de soluções não dominadas.

O restante do artigo organiza-se como segue. A Seção 2 posiciona o trabalho na literatura; a Seção 3 formaliza o UTRP assimétrico; a Seção 4 descreve a heurística proposta; a Seção 5 apresenta a configuração experimental; a Seção 6 reporta os resultados; a Seção 7 discute implicações e limitações; a Seção 8 conclui.

## 2 Trabalhos relacionados

O Urban Transit Routing Problem (UTRP) restringe-se à definição do conjunto de rotas que opera sobre uma rede de paradas, separando-se das etapas subsequentes de frequência, escala e alocação de frota (Ceder, 2007; Guihaire and Hao, 2008). A formulação multiobjetiva é dominante desde Mandl (1980): os objetivos típicos contrapõem perspectivas do usuário (tempo de viagem, transferências, cobertura) e do operador. A instância de Mandl, com 15 paradas e custos simétricos, tornou-se o benchmark de referência (Mumford, 2013).

A complexidade combinatória motiva o uso de metaheurísticas (Farahani et al., 2013; Iliopoulou et al., 2019). Fan and Machemehl (2006) aplicam *simulated annealing* em formulação mono-objetiva; Fan et al. (2009) estendem-na ao caso multiobjetivo, mantendo cardinalidade pré-fixada. Mumford (2013) introduz operadores específicos no contexto de um algoritmo evolutivo

multiobjetivo (SEAMO2), com cardinalidade fixa e frentes Pareto sobre Mandl e instâncias derivadas. Trabalhos subsequentes refinam o esquema evolutivo (Ahmed et al., 2019; John et al., 2014), mantendo o tratamento de redes simétricas e a parametrização da cardinalidade.

Duas suposições permeiam essa literatura: simetria nos custos ( $c(u, v) = c(v, u)$ ), herdada da instância Mandl original; e cardinalidade  $k$  como hiperparâmetro fixo, fora do espaço de busca. Redes urbanas reais, entretanto, apresentam direcionalidade restritiva e custos direcionais distintos por relevo, congestionamento e padrões de tráfego. Este trabalho difere ao formular o UTRP sobre grafo dirigido com custos assimétricos, tratar  $k$  como variável de decisão, e conduzir a busca por trajetória única (MOLS), em contraste com os esquemas populacionais predominantes. Comparação quantitativa direta com SEAMO2 exigiria reexecução sobre o protocolo assimétrico aqui adotado.

### 3 Formulação

Esta seção apresenta a formulação do UTRP sobre grafo dirigido, as restrições estruturais sobre o conjunto de rotas, as três funções objetivo consideradas e o critério de dominância de Pareto adotado para o problema multiobjetivo.

#### 3.1 Representação da rede

A rede de transporte é representada por um grafo dirigido e ponderado  $G = (V, A, c)$ , onde  $V$  é o conjunto de paradas,  $A \subseteq V \times V$  é o conjunto de arcos dirigidos e  $c : A \rightarrow \mathbb{R}_{>0}$  atribui a cada arco um custo (tempo de percurso, no presente estudo). A direcionalidade é tratada de forma estrita: cada sentido constitui um arco distinto, com custo próprio, e a presença de  $(u, v) \in A$  não implica  $(v, u) \in A$ .

A *assimetria estrutural* considerada neste trabalho manifesta-se em duas formas. Primeiro, custos direcionalmente distintos,  $c(u, v) \neq c(v, u)$  para uma fração não trivial dos pares. Segundo, direcionalidade restritiva, em que apenas um dos sentidos pertence a  $A$  (vias de mão única). Ambas as formas são comuns em redes urbanas reais e tornam inadequada a hipótese clássica de simetria adotada na maioria dos benchmarks da literatura (Mandl, 1980; Mumford, 2013).

A demanda de passageiros é dada pela matriz origem-destino  $D \in \mathbb{R}_{\geq 0}^{|V| \times |V|}$ , em que  $D_{ij}$  denota o número de viagens previstas entre as paradas  $i$  e  $j$ . Os elementos da diagonal são considerados nulos.

#### 3.2 Definição do problema

Uma solução do UTRP assimétrico é um conjunto de rotas  $\mathcal{R} = \{r_1, \dots, r_k\}$ , em que cada rota  $r_\ell = (v_1, \dots, v_{m_\ell})$  é uma sequência ordenada de paradas satisfazendo:

- **Viabilidade direcional:**  $(v_t, v_{t+1}) \in A$  para todo  $t \in \{1, \dots, m_\ell - 1\}$ ;
- **Limites de comprimento:**  $l_{\min} \leq m_\ell \leq l_{\max}$ ;
- **Cardinalidade:**  $k_{\min} \leq k \leq k_{\max}$ ;
- **Distinção interna:**  $v_s \neq v_t$  para  $s \neq t$  dentro da mesma rota.

A repetição de paradas entre rotas distintas é permitida e operacionalmente desejável, pois corresponde a estações de transferência. Outras restrições operacionais (frota, frequência, escala de pessoal) não são tratadas pelo UTRP (Ceder, 2007; Guihaire and Hao, 2008) e ficam fora do escopo.

A regra de atribuição de viagens é determinística e baseada no caminho de menor custo: para cada par  $(i, j)$  com  $D_{ij} > 0$ , busca-se o itinerário de menor custo no *grafo de transferências* induzido por  $\mathcal{R}$ . Esse grafo possui dois tipos de aresta: as intra-rota, que herdam o custo direto dos arcos consecutivos sobre uma mesma rota, e as de transferência, que ligam ocorrências da mesma parada em rotas distintas com penalidade fixa  $\delta \geq 0$  e contagem de uma transferência. Pares sem itinerário viável são considerados não atendidos.

### 3.3 Funções objetivo

O problema é formulado como multiobjetivo. Dada uma solução  $\mathcal{R}$ , sejam  $T_{ij}(\mathcal{R})$  o custo total do itinerário atribuído entre  $i$  e  $j$  e  $\tau_{ij}(\mathcal{R})$  o número de transferências do mesmo itinerário; e seja  $\mathbb{I}_{ij}(\mathcal{R})$  o indicador de atendimento do par. A avaliação de  $\mathcal{R}$  é o vetor  $F(\mathcal{R}) = (f_1(\mathcal{R}), f_2(\mathcal{R}), f_3(\mathcal{R}))$ , no qual:

$$f_1(\mathcal{R}) = \frac{\sum_{i,j} D_{ij} T_{ij}(\mathcal{R})}{\sum_{i,j} D_{ij}}, \quad (1)$$

$$f_2(\mathcal{R}) = \frac{\sum_{i,j} D_{ij} \tau_{ij}(\mathcal{R})}{\sum_{i,j} D_{ij}}, \quad (2)$$

$$f_3(\mathcal{R}) = \frac{\sum_{i,j} D_{ij} \mathbb{I}_{ij}(\mathcal{R})}{\sum_{i,j} D_{ij}}. \quad (3)$$

O vetor é otimizado no sentido (min, min, max):  $f_1$  e  $f_2$  devem ser minimizados (tempo médio de viagem e transferências médias por passageiro, ambos sob a perspectiva do usuário);  $f_3 \in [0, 1]$  deve ser maximizado (fração da demanda efetivamente atendida). Pares OD não atendidos contribuem com uma penalidade fixa  $t_{\max}$  a  $T_{ij}$ , permitindo agregação uniforme de  $f_1$  sobre toda a matriz  $D$ .

### 3.4 Dominância de Pareto

Dadas duas soluções viáveis  $\mathcal{R}_a$  e  $\mathcal{R}_b$ , diz-se que  $\mathcal{R}_a$  *domina*  $\mathcal{R}_b$ , denotado  $\mathcal{R}_a \prec \mathcal{R}_b$ , se e somente se

$$f_1(\mathcal{R}_a) \leq f_1(\mathcal{R}_b), \quad f_2(\mathcal{R}_a) \leq f_2(\mathcal{R}_b), \quad f_3(\mathcal{R}_a) \geq f_3(\mathcal{R}_b), \quad (4)$$

com desigualdade estrita em pelo menos uma das três relações. Soluções mutuamente não dominadas constituem o *conjunto Pareto*, do qual a heurística mantém uma aproximação  $\mathcal{P}$ , expandida ou contraída a cada iteração conforme o critério detalhado na Seção 4.4.

A heurística não devolve uma única solução, mas um conjunto  $\mathcal{P}$  de alternativas que o planejador pode avaliar de acordo com prioridades de política pública não codificáveis no modelo (Deb, 2001).

## 4 Método

Esta seção descreve a heurística MOLS proposta, incluindo a construção da solução inicial, o tratamento da cardinalidade do conjunto de rotas como variável de decisão, os seis operadores de vizinhança e o mecanismo de aceitação probabilística que sustenta a busca multiobjetiva.

---

**Algorithm 1** MOLs para o UTRP assimétrico

---

```
1:  $\mathcal{R} \leftarrow \text{GERARSOLUCAOINICIAL}(G, D)$ 
2:  $\mathcal{P} \leftarrow \{\mathcal{R}\}; \quad T \leftarrow T_0; \quad s \leftarrow 0$ 
3: for  $i = 1, \dots, I_{\max}$  do
4:    $\mathcal{R}' \leftarrow \text{APLICAROPERADOR}(\mathcal{R}, G)$ 
5:   if  $\mathcal{R}'$  inviável then
6:      $T \leftarrow \alpha_{\text{cool}} T$ ; continue
7:    $\text{ATUALIZAR}(\mathcal{P}, \mathcal{R}')$ 
8:   if  $\mathcal{R}' \prec \mathcal{R}$  then
9:      $\mathcal{R} \leftarrow \mathcal{R}'$ 
10:  else if  $\text{RANDOM}() < e^{-\Delta(\mathcal{R}, \mathcal{R}')/T}$  then
11:     $\mathcal{R} \leftarrow \mathcal{R}'$ 
12:   $T \leftarrow \alpha_{\text{cool}} T$ ;  $s \leftarrow s + 1$  se  $|\mathcal{P}|$  não cresceu, senão  $s \leftarrow 0$ 
13:  if  $s \geq S_{\max}$  then
14:    break
15: return  $\mathcal{P}$ 
```

---

#### 4.1 Visão geral

O método proposto é uma busca local multiobjetiva (MOLS) de trajetória única com aceitação probabilística inspirada em *simulated annealing* (Kirkpatrick et al., 1983; Paquete et al., 2004). A cada iteração, um operador de vizinhança amostrado uniformemente é aplicado à solução corrente  $\mathcal{R}$ , gerando  $\mathcal{R}'$ ; candidatos inviáveis são descartados, viáveis são avaliados via (1)–(3) e considerados para inclusão no arquivo  $\mathcal{P}$ . A solução corrente é substituída por  $\mathcal{R}'$  se  $\mathcal{R}' \prec \mathcal{R}$  ou, em caso de não dominância mútua, com probabilidade que decai geometricamente com uma temperatura  $T$ . O Algoritmo 1 resume o fluxo. A escolha por busca local single-trajectory difere de abordagens populacionais comuns no UTRP (Fan et al., 2009; Mumford, 2013) ao reduzir o número de hiperparâmetros e facilitar a análise do papel dos operadores de vizinhança propostos, sem introduzir operadores populacionais como *crossover* e *repair*.

#### 4.2 Solução inicial e cardinalidade dinâmica

A solução inicial é construída por uma heurística de cobertura:  $k_{\text{init}} = \lfloor (k_{\min} + k_{\max})/2 \rfloor$  rotas são geradas, cada uma partindo de um nó-âncora e avançando exclusivamente por arcos dirigidos ( $\text{SUCCESSORS}(v)$ , nunca predecessores). A escolha do nó-âncora alterna entre o de maior demanda ainda não utilizado e *endpoints* de rotas já construídas, evitando que todas partam dos mesmos polos atratores. Caminhamentos abaixo de  $l_{\min}$  ou que esbarram em becos sem saída são descartados, com até  $30k_{\text{init}}$  tentativas.

A cardinalidade  $k$  é variável de decisão em  $[k_{\min}, k_{\max}]$ . Dois operadores estruturais mediam transições: *SplitRoute* incrementa  $k$ , *MergeRoutes* decrementa; os demais preservam  $k$ . Permitir variação durante a busca faz com que o valor de  $k$  associado ao equilíbrio entre cobertura e custo médio seja determinado durante a busca, em vez de exigir pré-fixação de um  $k$  ótimo desconhecido *a priori* em redes urbanas reais.

### 4.3 Operadores de vizinhança

Seis operadores compõem a vizinhança. Todos verificam explicitamente a existência de arcos no sentido correto antes de qualquer modificação. *AddStop* insere  $w \notin r_\ell$  entre  $v_t$  e  $v_{t+1}$ , exigindo  $(v_t, w), (w, v_{t+1}) \in A$ . *RemoveStop* remove um nó intermediário  $v_t$ , exigindo  $(v_{t-1}, v_{t+1}) \in A$ . *SwapSubpath* substitui um subcaminho  $(v_a, \dots, v_b)$  por caminho alternativo entre  $v_a$  e  $v_b$ , obtido por busca em largura randomizada no grafo dirigido. *SplitRoute* divide uma rota em duas no nó  $v_p$ , aplicável apenas se  $k < k_{\max}$  e ambas as metades satisfazem  $[l_{\min}, l_{\max}]$ . *MergeRoutes* funde duas rotas que compartilham ao menos um nó, com continuidade direcional, aplicável apenas se  $k > k_{\min}$ . *MergeSplit* funde duas rotas compartilhando um nó e em seguida redivide em ponto distinto, preservando  $k$ . Em cada iteração, a ordem dos operadores é embaralhada e cada um é tentado até produzir um candidato viável.

### 4.4 Arquivo Pareto e critério de parada

O arquivo  $\mathcal{P}$  mantém soluções mutuamente não dominadas. Ao receber  $\mathcal{R}'$  avaliado, verifica-se duplicidade estrutural; caso  $\mathcal{R}'$  seja dominado por algum  $\mathcal{R}_a \in \mathcal{P}$ , é rejeitado; caso contrário, removem-se de  $\mathcal{P}$  todas as soluções dominadas por  $\mathcal{R}'$  e insere-se  $\mathcal{R}'$  (Knowles and Corne, 2000; Zitzler and Thiele, 1999). A aceitação probabilística é separada da atualização do arquivo: quando  $\mathcal{R}'$  não domina  $\mathcal{R}$ , a probabilidade de transição é  $e^{-\Delta(\mathcal{R}, \mathcal{R}')/T}$ , com

$$\Delta(\mathcal{R}, \mathcal{R}') = \frac{1}{3} \sum_{i \in \{1, 2\}} \max\left(0, \frac{f_i(\mathcal{R}') - f_i(\mathcal{R})}{f_i(\mathcal{R}) + \varepsilon}\right) + \frac{1}{3} \max\left(0, \frac{f_3(\mathcal{R}) - f_3(\mathcal{R}')}{1 + \varepsilon}\right), \quad (5)$$

$\varepsilon$  pequeno para estabilidade numérica. A execução termina ao atingir  $I_{\max}$  iterações ou  $S_{\max}$  iterações consecutivas sem crescimento de  $|\mathcal{P}|$ . A temperatura segue resfriamento geométrico  $T_{i+1} = \alpha_{\text{cool}} T_i$  a cada iteração, garantindo redução determinística da probabilidade de aceitar piores.

## 5 Configuração experimental

Esta seção descreve as instâncias avaliadas, o protocolo de geração das variantes assimétricas derivadas de Mandl, os parâmetros do MOLS e o procedimento de execução adotado para a obtenção dos resultados reportados.

### 5.1 Instâncias e cenários assimétricos

A avaliação utiliza o benchmark simétrico de Mandl (Mandl, 1980), denotado M0 ( $|V| = 15$ ,  $|A| = 42$ , demanda total 15570 viagens, diâmetro dirigido de 33 min), e a instância F1, uma subrede urbana real extraída de relações `route=bus` do OpenStreetMap sobre uma área de Florianópolis, abrangendo parte dos bairros Centro, Trindade, Estreito e Coqueiros, delimitada pela *bounding box* com latitudes em  $[-27,625; -27,570]$  e longitudes em  $[-48,600; -48,490]$ , correspondendo a uma região com elevada concentração de linhas do sistema municipal ( $|V| = 203$ ,  $|A| = 333$ , aproximadamente 60% dos arcos unidirecionais, diâmetro dirigido de 43,2 min). Em F1, paradas separadas por até 75 m são unificadas por *bridging* bidirecional e o custo de cada arco é a distância haversine dividida por velocidade de referência de 20 km/h; na ausência de matriz OD real, adota-se  $D_{ij} = \deg(i) \deg(j)$  para  $i \neq j$ .

Três variantes assimétricas M1, M2 e M3 preservam  $V$ ,  $A$  e  $D$  de M0, perturbando o custo de uma fração  $p$  dos 21 pares bidirecionais: para cada par sorteado, um único sentido é multiplicado por  $\alpha \sim \mathcal{U}[\alpha_{\min}, \alpha_{\max}]$ ; o oposto permanece inalterado. A construção é determinística a partir da semente  $s = 42$  comum aos três cenários (Tabela 1). M1 contra M2 isola a proporção ( $p = 0,30$  vs  $p = 0,60$ , mesma faixa  $\alpha$ ); M2 contra M3 isola a intensidade ( $[1,10; 1,30]$  vs  $[1,30; 1,80]$ , mesmo conjunto de 12 pares).

**Tabela 1.** Cenários assimétricos derivados de Mandl. Cada cenário perturba o custo de uma fração  $p$  dos 21 pares bidirecionais; semente  $s = 42$  comum.

| Cenário | $p$  | $\alpha_{\min}$ | $\alpha_{\max}$ | Pares afetados | Caracterização       |
|---------|------|-----------------|-----------------|----------------|----------------------|
| M0      | 0,00 | —               | —               | 0/21           | simétrico (controle) |
| M1      | 0,30 | 1,10            | 1,30            | 8/21           | assimetria leve      |
| M2      | 0,60 | 1,10            | 1,30            | 12/21          | assimetria moderada  |
| M3      | 0,60 | 1,30            | 1,80            | 12/21          | assimetria intensa   |

## 5.2 Parametrização e protocolo

Os parâmetros do MOLS estão consolidados na Tabela 2. Os controles internos são comuns às instâncias; limites estruturais variam com a escala. Em Mandl, dois regimes de cardinalidade são avaliados: dinâmico (com  $k \in [3, 10]$ ) e fixo, com  $k \in \{4, 6, 8\}$  predeterminado por execução. A penalidade  $t_{\max}$  por par OD não atendido corresponde a aproximadamente três vezes o diâmetro da instância; em F1, duas configurações (90 e 130 minutos) são reportadas separadamente para avaliar a sensibilidade do método a essa constante. Pesos iguais  $w_i = 1/3$  são adotados na agregação  $\Delta$  de (5).

Cada configuração é executada com sementes independentes para amortizar a variância induzida pela aceitação probabilística: 30 execuções por configuração nas instâncias da família Mandl (sementes 1001–1030) e 10 execuções por configuração de  $t_{\max}$  em F1 (sementes 1001–1010), em razão do custo computacional crescente. Os indicadores reportados na Seção 6 são  $f_1$ ,  $f_2$  e  $f_3$  definidos em (1)–(3), a cardinalidade  $|\mathcal{P}|$  do arquivo final como medida da diversidade da aproximação, o tempo *wall-clock* por execução, e, em F1, a distribuição de aplicações bem-sucedidas dos seis operadores. A opção por  $|\mathcal{P}|$  em substituição a hipervolume reflete a ausência de frente Pareto de referência para os cenários assimétricos e para F1. Valores reportados são médias e desvios padrão amostrais.

**Tabela 2.** Parâmetros do MOLS. Em Mandl, os limites de  $k$  referem-se ao regime dinâmico; no fixo,  $k \in \{4, 6, 8\}$ .

| Parâmetro                                                 | Mandl           | F1            |
|-----------------------------------------------------------|-----------------|---------------|
| Iterações $I_{\max}$ / estagnação $S_{\max}$              | 10000 / 2000    |               |
| Temperatura $T_0$ / resfriamento $\alpha_{\text{cool}}$   | 1,0 / 0,9995    |               |
| Pesos $w_1, w_2, w_3$ / tolerância $\varepsilon$          | 1/3 / $10^{-9}$ |               |
| Penalidade de transferência $\delta$                      | 5 min           |               |
| Penalidade não atendida $t_{\max}$                        | 100 min         | {90, 130} min |
| Comprimento $L_{\min}$ / $L_{\max}$                       | 2 / 8           | 2 / 15        |
| Cardinalidade $k_{\min}$ / $k_{\max}$ / $k_{\text{init}}$ | 3 / 10 / 6      | 10 / 30 / 20  |
| Execuções independentes                                   | 30              | 10            |

## 6 Resultados

Esta seção reporta os resultados experimentais obtidos com o MOLS proposto sobre o benchmark simétrico de Mandl, suas variantes assimétricas controladas e a instância urbana real F1.

### 6.1 Cardinalidade dinâmica e sensibilidade à assimetria

Sobre M0, o regime de cardinalidade dinâmica produz  $f_1$  e  $f_3$  próximos aos do regime fixo com  $k = 6$  e dentro do desvio padrão entre seeds, com concentração de  $k_{\text{final}} = 6$  em 22 das 30 execuções a partir de  $k_{\text{init}} = 6$ ; o regime permite, portanto, operar sem fixação prévia de  $k$  ao longo da busca. Os cenários M0, M1, M2 e M3 são executados sob o mesmo regime dinâmico (Tabela 3, Figura 1).

A comparação M1 contra M2 controla a intensidade da perturbação e varia a proporção ( $p$  de 0,30 para 0,60): as diferenças observadas em  $f_1$  e  $f_3$  permanecem dentro do desvio padrão observado em M0. A comparação M2 contra M3 controla a proporção ( $p = 0,60$  sobre o mesmo conjunto de 12 pares) e varia apenas a intensidade ( $[1,10; 1,30]$  vs  $[1,30; 1,80]$ ):  $f_1$  aumenta de 40,27 para 46,52 minutos (+15%) e  $f_3$  decresce de 0,800 para 0,728 (−9%). Embora ambas as diferenças permaneçam abaixo do desvio padrão entre seeds, a Figura 1 mostra deslocamento observado da frente Pareto de M3 em relação às demais; a coincidência direcional — aumento em  $f_1$  acompanhado de redução em  $f_3$  — é compatível com a hipótese de efeito associado à intensidade. Como M2 e M3 perturbam o mesmo conjunto de pares com a mesma semente, diferindo apenas em  $\alpha$ , a diferença observada em M3 não decorre de maior número de arcos afetados nem de um conjunto distinto de pares em relação a M2. Nos cenários avaliados, a diferença média associada à intensidade da assimetria apresentou-se mais pronunciada que aquela associada ao aumento da proporção de pares perturbados, ainda que ambas permaneçam dentro do desvio padrão entre seeds.

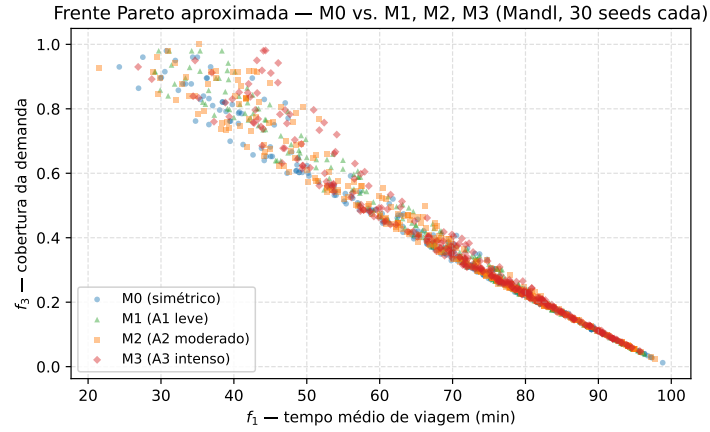
**Tabela 3.** Desempenho do MOLS no cenário simétrico M0 e nas variantes assimétricas M1–M3 (Tabela 1), com cardinalidade dinâmica. Média  $\pm$  desvio padrão sobre 30 execuções independentes.

| Cenário | $f_1$ (min)       | $f_2$               | $f_3$             | $ \mathcal{P} $ |
|---------|-------------------|---------------------|-------------------|-----------------|
| M0      | $40,93 \pm 11,24$ | $0,0000 \pm 0,0001$ | $0,766 \pm 0,172$ | $9,6 \pm 3,5$   |
| M1      | $42,97 \pm 10,86$ | $0,0012 \pm 0,0035$ | $0,760 \pm 0,171$ | $10,8 \pm 4,1$  |
| M2      | $40,27 \pm 10,47$ | $0,0004 \pm 0,0016$ | $0,800 \pm 0,155$ | $11,9 \pm 3,1$  |
| M3      | $46,52 \pm 9,43$  | $0,0002 \pm 0,0006$ | $0,728 \pm 0,158$ | $10,2 \pm 3,8$  |

### 6.2 Aplicação à rede urbana real F1

A Tabela 4 reporta o desempenho do MOLS sobre F1. A heurística produz arquivos Pareto com cardinalidade média  $|\mathcal{P}| = 24,4$ , maior que a observada em qualquer cenário Mandl, e tempo médio por execução de aproximadamente seis segundos. A comparação entre  $t_{\text{max}} = 90$  e  $t_{\text{max}} = 130$  minutos preserva  $f_2$ ,  $f_3$ ,  $|\mathcal{P}|$  e o número de iterações; a principal alteração ocorre em  $f_1$ , como esperado pelo papel de  $t_{\text{max}}$  na penalização de pares não atendidos. Os valores absolutos de  $f_3 \approx 0,064$  refletem o regime de cardinalidade e comprimento de rota adotados: soluções com  $k \approx 18$  rotas de comprimento médio 4,5 paradas totalizam aproximadamente 80 visitas sobre uma rede de  $|V| = 203$  nós, fração reduzida do conjunto de pares OD. F1 atua, portanto, como avaliação exploratória da operação do método em redes urbanas com assimetria estrutural.

A distribuição de aplicações bem-sucedidas dos seis operadores em F1 difere qualitativamente de M0 (Tabela 5): em M0, AddStop e SplitRoute somam 66,0% das aplicações e os operado-



**Figura 1.** Frentes Pareto aproximadas para M0 (simétrico) e M1, M2, M3 no plano  $(f_1, f_3)$ . União dos arquivos não dominados sobre 30 execuções por cenário. M0, M1 e M2 ocupam regiões largamente sobrepostas; M3 desloca-se para maiores valores de  $f_1$ .

**Tabela 4.** Desempenho do MOLS na instância F1 sob duas configurações de  $t_{\max}$ . Média  $\pm$  desvio padrão sobre 10 execuções independentes.

| Métrica         | $t_{\max} = 90$ min   | $t_{\max} = 130$ min  |
|-----------------|-----------------------|-----------------------|
| $f_1$ (min)     | $85,72 \pm 1,29$      | $123,18 \pm 2,20$     |
| $f_2$           | $0,00047 \pm 0,00029$ | $0,00047 \pm 0,00029$ |
| $f_3$           | $0,064 \pm 0,023$     | $0,064 \pm 0,023$     |
| $ \mathcal{P} $ | $24,4 \pm 5,6$        | $24,4 \pm 5,6$        |
| Tempo (s)       | $6,34 \pm 3,27$       | $5,83 \pm 2,89$       |

res estruturais MergeRoutes e MergeSplit somam 3,4%; em F1, os operadores locais reduzem-se a 48,3% e os estruturais sobem para 28,6%, aumento de quase uma ordem de magnitude. F1 difere de M0 simultaneamente em escala ( $|V|$ ,  $|A|$ ), limites estruturais ( $L_{\max}$ ), cardinalidade permitida ( $k_{\max}$ ) e padrão de demanda; não é possível, a partir desse contraste, isolar qual dessas características explica o aumento da frequência relativa dos operadores estruturais. A comparação entre cenários é, portanto, qualitativa, e o padrão observado é compatível com a maior escala e diversidade topológica de F1. O tempo médio por execução, de 0,17 s em Mandl dinâmico e aproximadamente 6 s em F1, é compatível com baterias de execuções independentes em hardware convencional.

**Tabela 5.** Distribuição percentual de aplicações bem-sucedidas dos seis operadores em F1 e em M0 sob cardinalidade dinâmica. Valores agregados sobre todas as execuções independentes.

| Operador    | F1    | M0    |
|-------------|-------|-------|
| AddStop     | 24,3% | 35,2% |
| SplitRoute  | 24,0% | 30,8% |
| MergeRoutes | 16,2% | 1,5%  |
| SwapSubpath | 12,6% | 16,3% |
| MergeSplit  | 12,4% | 1,9%  |
| RemoveStop  | 10,4% | 14,5% |

### 6.3 Síntese

Em conjunto, os resultados caracterizam o comportamento do MOLS proposto sobre redes dirigidas em duas escalas distintas. Os valores de  $f_2$  reportados nas Tabelas 3 e 4 correspondem ao menor valor de  $f_2$  observado em cada arquivo de soluções não dominadas; esse mínimo é dominado por soluções de baixa cobertura, naturalmente associadas a  $f_2 \approx 0$ , e deve ser interpretado conjuntamente com  $f_3$ . Em soluções do arquivo com cobertura mais alta em Mandl ( $f_3 \geq 0,7$ ),  $f_2$  típico situa-se na faixa 0,5–0,6 transferências médias por passageiro. A interpretação das observações sobre intensidade da assimetria e sobre a operação em F1 é detalhada na Seção 7.

## 7 Discussão

Os experimentos sugerem que a operação do MOLS por trajetória única, com cardinalidade tratada como variável de decisão, produz e mantém um arquivo de soluções não dominadas que cobre diferentes *trade-offs* entre os três objetivos do UTRP nas instâncias avaliadas. A concentração observada do regime dinâmico na faixa correspondente ao regime fixo em Mandl é compatível com a inclusão de  $k$  no espaço de busca sem fixação prévia de seu valor ao longo da busca; o protocolo de assimetria controlada, derivado de uma instância padronizada por perturbação multiplicativa parametrizada, é independente do método de busca e reutilizável em estudos comparativos futuros.

O padrão observado é compatível com a hipótese de que o aumento da intensidade da assimetria associa-se a deslocamento observado da frente Pareto aproximada, com observação co-incidente em  $f_1$  e  $f_3$ , enquanto o aumento da proporção de pares perturbados não produziu deslocamento observável no domínio avaliado. No contexto experimental adotado, a intensidade da diferença direcional apresentou efeito mais marcado que a proporção de arcos perturbados sobre o desempenho da heurística avaliada. Os resultados referentes à intensidade da assimetria devem ser interpretados no contexto do protocolo experimental adotado. A operação do método na instância F1 mostra que os operadores podem ser aplicados sobre redes com direcionalidade restritiva fora do regime de *benchmark*, preservando a viabilidade direcional por construção.

Duas limitações da formulação também condicionam a leitura dos resultados. Primeiro, há dependência estrutural entre  $f_2$  e  $f_3$ : o mínimo de  $f_2$  em um arquivo é tipicamente atingido por soluções de baixa cobertura, que servem poucos pares OD e, por isso, exibem  $f_2 \approx 0$ ; o valor reportado nas tabelas reflete esse mínimo e deve ser interpretado conjuntamente com  $f_3$ . Segundo, as três funções objetivo operam em escalas distintas ( $f_1$  em minutos,  $f_2$  em transferências médias,  $f_3 \in [0, 1]$ ), o que pode influenciar a relação de dominância de Pareto ao comparar candidatos com pequenas diferenças relativas em cada componente.

Quatro limitações empíricas condicionam o alcance das conclusões: a aplicação a redes urbanas reais é restrita a uma única instância (F1); a matriz OD em F1 é sintética, derivada da estrutura do grafo, não de pesquisas operacionais; não foi conduzida comparação experimental direta com métodos populacionais (SEAMO2 e correlatos), por exigir reexecução desses métodos sobre o protocolo assimétrico aqui adotado; e a escalabilidade para redes substancialmente maiores que F1 não foi avaliada. Quanto à validade interna, o uso de uma única semente  $s = 42$  fixa o conjunto específico de arcos perturbados, de modo que efeitos associados à localização dessa perturbação não são distinguíveis dos efeitos isolados pelos contrastes reportados; quanto à validade externa, as observações sobre intensidade sustentam-se sobre uma única topologia base, e a transferência para topologias maiores ou de natureza distinta permanece como conjectura até replicação em outras famílias de instâncias.

## 8 Conclusão

Este artigo apresentou uma formulação do UTRP sobre grafos dirigidos com custos potencialmente assimétricos e propôs uma busca local multiobjetiva (MOLS) por trajetória única, integrando seis operadores que preservam direcionalidade e cardinalidade do conjunto de rotas tratada como variável de decisão. O método foi avaliado sobre o benchmark simétrico de Mandl e três variantes assimétricas controladas construídas por perturbação multiplicativa, e sobre uma instância urbana real derivada do OpenStreetMap para a região central de Florianópolis.

Os experimentos indicam que, no domínio avaliado, o efeito associado à intensidade da assimetria foi mais pronunciado que o associado ao aumento da proporção de pares perturbados, com deslocamento da frente Pareto aproximada observado sob assimetria intensa. Na avaliação exploratória, o método foi exercitado sobre uma rede com direcionalidade estrutural efetiva, preservando viabilidade direcional fora do regime de *benchmark*.

Trabalhos futuros incluem o estudo paramétrico do intervalo de multiplicadores para caracterizar a curva de degradação por intensidade, um estudo sistemático de sensibilidade dos parâmetros estruturais e de busca por instância, a investigação de híbridos entre o MOLS proposto e métodos populacionais sobre o protocolo assimétrico aqui descrito, a replicação em outras redes urbanas reais com matrizes origem-destino operacionais, e a investigação da escalabilidade da heurística para redes substancialmente maiores que a avaliada neste artigo.

## Referências

- L. Ahmed, C. Mumford, and A. Kheiri. Solving urban transit route design problem using selection hyper-heuristics. *European Journal of Operational Research*, 274(2):545–559, 2019. doi: 10.1016/j.ejor.2018.10.022.
- A. Ceder. *Public Transit Planning and Operation: Theory, Modeling and Practice*. Elsevier, 2007.
- K. Deb. *Multi-objective Optimization Using Evolutionary Algorithms*. John Wiley & Sons, 2001.
- L. Fan, C.L. Mumford, and D. Evans. A simple multi-objective optimization algorithm for the urban transit routing problem. In *2009 IEEE Congress on Evolutionary Computation*, pages 1–7, 2009.
- W. Fan and R.B. Machemehl. Using a simulated annealing algorithm to solve the transit route network design problem. *Journal of Transportation Engineering*, 132(2):122–132, 2006.
- R.Z. Farahani, E. Miandoabchi, W.Y. Szeto, and H. Rashidi. A review of urban transportation network design problems. *European Journal of Operational Research*, 229(2):281–302, 2013.
- V. Guihaire and J.K. Hao. Transit network design and scheduling: A global review. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 42(10):1251–1273, 2008.
- C. Iliopoulou, K. Kepaptsoglou, and E.I. Vlahogianni. Metaheuristics for the transit route network design problem: A review and comparative analysis. *Public Transport*, 11:487–521, 2019.
- Matthew P. John, Christine L. Mumford, and Rhyd Lewis. An improved multi-objective algorithm for the Urban Transit Routing Problem. In Christian Blum and Gabriela Ochoa, editors, *Evolutionary Computation in Combinatorial Optimisation (EvoCOP 2014)*, volume 8600 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 49–60, Berlin, Heidelberg, 2014. Springer. doi: 10.1007/978-3-662-44320-0\_5.

- S. Kirkpatrick, C. D. Gelatt, and M. P. Vecchi. Optimization by simulated annealing. *Science*, 220 (4598):671–680, 1983.
- Joshua D. Knowles and David W. Corne. Approximating the nondominated front using the Pareto archived evolution strategy. *Evolutionary Computation*, 8(2):149–172, 2000. doi: 10.1162/106365600568167.
- C.E. Mandl. Evaluation and optimization of urban public transportation networks. *European Journal of Operational Research*, 5(6):396–404, 1980.
- Christine L Mumford. New heuristic and evolutionary operators for the multi-objective urban transit routing problem. In *2013 IEEE Congress on Evolutionary Computation*, pages 939–946, 2013. doi: 10.1109/CEC.2013.6557668.
- Luis Paquete, Marco Chiarandini, and Thomas Stützle. Pareto local optimum sets in the biobjective traveling salesman problem: An experimental study. In Xavier Gandibleux, Marc Sevaux, Kenneth Sörensen, and Vincent T’kindt, editors, *Metaheuristics for Multiobjective Optimisation*, volume 535 of *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, pages 177–199. Springer, Berlin, Heidelberg, 2004. doi: 10.1007/978-3-642-17144-4\_7.
- Eckart Zitzler and Lothar Thiele. Multiobjective evolutionary algorithms: A comparative case study and the strength Pareto approach. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 3(4): 257–271, 1999. doi: 10.1109/4235.797969.

## APÊNDICE B – Repositório de código

O código-fonte que implementa a heurística MOLS proposta, os scripts de reprodução dos experimentos, os dados das instâncias avaliadas e os resultados oficiais reportados neste trabalho estão disponíveis no repositório institucional da Universidade Federal de Santa Catarina:

<https://codigos.ufsc.br/henrique.tridapalli/tcc-henrique-tridapalli>

O repositório inclui o pacote Python `utrp_asym`, contendo o algoritmo MOLS e os seis operadores de vizinhança; os scripts de construção da instância de Florianópolis (F1) a partir do OpenStreetMap; o protocolo de geração das variantes assimétricas da instância Mandl (M1, M2, M3); a suíte de testes automatizados; e os artefatos brutos (*per-seed* JSON) e agregados (CSV) das baterias experimentais descritas no Capítulo 6. As instruções de instalação, execução e reprodução constam no arquivo `README.md` do próprio repositório.