

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO TECNOLÓGICO DE JOINVILLE
CURSO DE ENGENHARIA AEROESPACIAL

PEDRO CORRÊA DALLABRIDA

PREVISÃO DE RUÍDO DE JATO INSTALADO UTILIZANDO MÉTODOS
SEMIANALÍTICOS BASEADOS NA TEORIA DE AMIET

Joinville
2025

PEDRO CORRÊA DALLABRIDA

PREVISÃO DE RUÍDO DE JATO INSTALADO UTILIZANDO MÉTODOS
SEMIANALÍTICOS BASEADOS NA TEORIA DE AMIET

Trabalho apresentado como requisito para
obtenção do título de Bacharel no Curso de
Engenharia Aeroespacial, no Centro Tec-
nológico de Joinville, da Universidade Fe-
deral de Santa Catarina.

Orientador(a): Dr. Filipe Dutra da Silva

Joinville
2025

PEDRO CORRÊA DALLABRIDA

PREVISÃO DE RUÍDO DE JATO INSTALADO UTILIZANDO MÉTODOS
SEMIANALÍTICOS BASEADOS NA TEORIA DE AMIET

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado para obtenção do título de Bacharel no Curso de Engenharia Aeroespacial, no Centro Tecnológico de Joinville, da Universidade Federal de Santa Catarina.

Joinville (SC), 04 de dezembro de 2025.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Filipe Dutra da Silva/Presidente
Orientador/Presidente

Prof. Dr. César José Deschamps
Membro(a)
UFSC - Florianópolis

Prof. Dr. William Roberto Wolf
Membro(a)
Unicamp

Ao meu pai, Cláudio, e à minha avó, Terezinha (*in memoriam*).

AGRADECIMENTOS

À minha mãe, Raquel, que sempre me ofereceu o alicerce emocional e material necessário para que eu pudesse chegar até aqui. Ao meu pai, Cláudio, por estar ao meu lado em todos os momentos. Aos meus irmãos, João Rafael e Ana Clara, por serem exemplos que levo comigo ao longo de minha trajetória. Meus mais sinceros agradecimentos.

A todos os amigos que esses anos de universidade me proporcionou, seja na Nisus, no LabCC, no estágio, dentro de quatro linhas em um gramado sintético, pelos corredores ou nas mesas do RU, agradeço por cada risada compartilhada e por terem transformado esse ambiente em uma verdadeira casa.

Agradeço ao Prof. Dr. Filipe Dutra, pela orientação, paciência e apoio ao longo do desenvolvimento deste trabalho. Também agradeço aos membros da banca, Prof. Dr. César Deschamps e Prof. Dr. William Wolf, pelo tempo dedicado à avaliação e sugestões oferecidas ao trabalho. Agradeço, também, ao Guilherme, pelo auxílio com dados que tornaram este trabalho possível.

*“ A maior riqueza do homem
é a sua incompletude.
Nesse ponto sou abastado.*

*Palavras que me aceitam como sou – eu não aceito.
Não aguento ser apenas um sujeito que abre portas,
que puxa válvulas, que olha o relógio,
que compra pão às 6 horas da tarde,
que vai lá fora, que aponta lápis,
que vê a uva etc. etc.*

... ”

RESUMO

O ruído aeronáutico constitui um desafio importante na engenharia aeroespacial, afetando tanto o conforto dos passageiros quanto a qualidade de vida das comunidades localizadas nas proximidades de aeroportos. A adoção de motores turbofan modernos, que apresentam grandes diâmetros de entrada, reduz a distância entre o motor e a asa e, conseqüentemente, intensifica a interação acústica entre o jato e o bordo de fuga. Essa configuração torna ainda mais relevante a previsão do ruído associado a esse mecanismo. Nesse contexto, métodos semianalíticos para a previsão do espectro de ruído originado da interação entre jato e asa tornam-se valiosos nas fases iniciais de projeto, pois permitem estimativas rápidas de baixo custo computacional. Neste trabalho, aplicam-se duas abordagens distintas, teoria de Amiet e o modelo de Vera *et al.*, para prever o ruído gerado pela interação entre jato e placa. Dois cenários são analisados: um sem deflexão de flape e outro com deflexão. Em ambas as teorias, o espectro de pressão à montante da placa é a principal entrada do modelo. Para obtê-lo, utilizam-se dados de pressão provenientes de simulações CFD baseadas no método de Lattice Boltzmann. Além disso, também é feita a previsão a partir dos dados de pressão associados aos modos SPOD da placa plana. No caso sem deflexão, são avaliadas distâncias entre placa e jato de $R/D = 0,6$; $0,8$ e $1,0$ para número de Mach $M = 0,4$. Para o caso com deflexão, as simulações foram realizadas para $M = 0,5$ e $M = 0,7$, com ângulos de flape $\alpha = 7^\circ$, 15° e 30° . Os resultados obtidos são comparados entre si e com as previsões acústicas provenientes das simulações CFD por meio de superfícies de Ffowcs Williams–Hawkings. De modo geral, as previsões para o caso da placa plana apresentam boa concordância com os resultados numéricos, indicando que os modelos capturam de forma satisfatória os mecanismos acústicos dominantes. Já para o caso com deflexão de flape, observa-se maior desvio, evidenciando a complexidade adicional contida no fenômeno físico simulado.

Palavra-chave: Teoria de Amiet; ruído de jato instalado; aeroacústica;

ABSTRACT

Aeronautical noise is a significant challenge in aerospace engineering, affecting both passenger comfort and the quality of life of communities located near airports. The adoption of modern turbofan engines, which feature large inlet diameters, reduces the distance between the engine and the wing and, consequently, intensifies the acoustic interaction between the jet and the trailing edge. This configuration makes accurate prediction of the noise associated with this mechanism even more relevant. In this context, semi-analytical methods for predicting the noise spectrum generated by jet–wing interaction become valuable during early design stages, as they enable fast estimates at low computational cost. In this work, two distinct approaches are applied, Amiet's theory and the model of Vera *et al.*, to predict the noise generated by the interaction between a jet and a flat plate. Two scenarios are analyzed: one without flap deflection and another with flap deflection. In both theories, the upstream pressure spectrum of the plate is the main input to the model. To obtain it, pressure data from CFD simulations based on the Lattice Boltzmann method are used. Additionally, noise prediction is also performed using the pressure data associated with the SPOD modes of the flat plate. In the case without deflection, plate–jet distances of $R/D = 0,6$, $0,8$, and $1,0$ are evaluated for Mach number $M = 0,4$. For the case with deflection, simulations were carried out for $M = 0,5$ and $M = 0,7$, with flap angles of $\alpha = 7^\circ$, 15° , and 30° . The results obtained are compared with each other and with the acoustic predictions from the CFD simulations using Ffowcs Williams–Hawkings surfaces. Overall, the predictions for the flat-plate case show good agreement with the numerical results, indicating that the models satisfactorily capture the dominant acoustic mechanisms. For the case with flap deflection, however, larger discrepancies are observed, highlighting the additional complexity inherent to the physical phenomenon being simulated.

Keywords: Amiet's theory; trailing edge noise; aeroacoustics;

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Características de uma onda sonora se propagando no espaço e no tempo	19
Figura 2 – Faixas de frequência e comprimento de onda para infrassom, som audível e ultrassom	20
Figura 3 – Relação entre pressão em Pa e dB para diferentes fontes sonoras .	21
Figura 4 – De cima para baixo: ruído com tons puros, espectro contínuo e combinação dos dois fenômenos	22
Figura 5 – Esfera pulsante de raio a representando um monopolo	23
Figura 6 – Diretividade associada a cada uma das fontes elementares	24
Figura 7 – Superfície arbitrária da Analogia de Curle	25
Figura 8 – Mecanismo de geração de ruído do problema de jato instalado . . .	32
Figura 9 – Simplificações do problema de jato instalado e sistema de coordenadas	32
Figura 10 – Esquemático da geometria e posição dos microfones do caso de placa plana	37
Figura 11 – Simplificação de geometria da asa e bocal do jato	38
Figura 12 – Sistema de coordenadas e disposição dos microfones do campo distante	39
Figura 13 – Esquemático do algoritmo de cálculo da SPOD	40
Figura 14 – Esquemático do processo de cálculo do campo acústico a partir dos dados de superfície das simulações	41
Figura 15 – Vista inferior das placas no plano xy com os nós do bordo de fuga destacados em vermelho.	42
Figura 16 – Diretividade D da equação de Vera <i>et al.</i> em função de θ	43
Figura 17 – Variáveis de entrada nas equações semianalíticas de Amiet e Vera <i>et al.</i> para os casos com placa plana	44
Figura 18 – Espectro de ruído para $\phi = 90^\circ$ para placa $R/D = 1$ em diferentes ângulos polares: (a) $\theta = 100^\circ$, (b) $\theta = 90^\circ$, (c) $\theta = 80^\circ$ e (d) $\theta = 60^\circ$.	45
Figura 19 – Espectro de ruído para $\phi=270^\circ$ para placa $R/D = 1$ em diferentes ângulos polares: (a) $\theta = 100^\circ$, (b) $\theta = 90^\circ$, (c) $\theta = 80^\circ$ e (d) $\theta = 60^\circ$.	47
Figura 20 – Variáveis de entrada para calculadas apenas com o primeiro modo SPOD da placa $R/D = 1$	48
Figura 21 – Espectro de ruído utilizando somente o primeiro modo SPOD para $\phi = 90^\circ$ placa $R/D = 1$ em diferentes ângulos polares: (a) $\theta = 100^\circ$, (b) $\theta = 90^\circ$, (c) $\theta = 80^\circ$ e (d) $\theta = 60^\circ$	49

Figura 22 – Espectro de ruído utilizando somente o primeiro modo SPOD para $\phi = 270^\circ$ para placa $R/D = 1$ em diferentes ângulos polares: (a) $\theta = 100^\circ$, (b) $\theta = 90^\circ$, (c) $\theta = 80^\circ$ e (d) $\theta = 60^\circ$	50
Figura 23 – Primeiro modo em diferentes números de St	51
Figura 24 – Espectro de ruído para $\phi = 90^\circ$ para placa $R/D = 0,8$ em diferentes ângulos polares: (a) $\theta = 100^\circ$, (b) $\theta = 90^\circ$, (c) $\theta = 80^\circ$ e (d) $\theta = 60^\circ$	52
Figura 25 – Espectro de ruído para $\phi = 270^\circ$ para a placa $R/D = 0,8$ em diferentes ângulos polares: (a) $\theta = 100^\circ$, (b) $\theta = 90^\circ$, (c) $\theta = 80^\circ$ e (d) $\theta = 60^\circ$	53
Figura 26 – Espectro de ruído para $\phi = 90^\circ$ para placa $R/D = 0,6$ em ângulos polares: (a) $\theta = 100^\circ$, (b) $\theta = 90^\circ$, (c) $\theta = 80^\circ$ e (d) $\theta = 60^\circ$	54
Figura 27 – Espectro de ruído para $\phi = 270^\circ$ para placa $R/D = 0,6$ em diferentes ângulos polares: (a) $\theta = 100^\circ$, (b) $\theta = 90^\circ$, (c) $\theta = 80^\circ$ e (d) $\theta = 60^\circ$	55
Figura 28 – Diretividade D da equação de Vera <i>et al.</i> em função de θ para $\phi = 90^\circ$ e valores de $M = 0,5$ e $M = 0,7$	56
Figura 29 – Variáveis de entrada dos modelos semianalíticos de Amiet e Vera <i>et al.</i> para o caso de placa com deflexão de flape e $M = 0,5$	56
Figura 30 – Comparação dos espectros de ruído em $\theta = 90^\circ$ para $M = 0,5$ nas três deflexões de flape (a) $\alpha = 7^\circ$, (b) 15° e (c) 30°	57
Figura 31 – Pluma do jato interagindo com o flape em todas suas deflexões	58
Figura 32 – Variáveis de entrada dos modelos semianalíticos de Amiet e Vera <i>et al.</i> para placa com deflexão de flape em $M = 0,5$ calculadas no bordo de fuga na parte superior do flape	59
Figura 33 – Comparação dos espectros de ruído em $\theta = 90^\circ$ para $M = 0,5$ nas três deflexões de flape (a) $\alpha = 7^\circ$, (b) 15° e (c) 30° com dados do bordo de fuga superior	60
Figura 34 – Variáveis de entrada dos modelos semianalíticos de Amiet e Vera <i>et al.</i> calculados com dados na parte inferior do bordo de fuga (a), (b) e (c); e parte superior do bordo de fuga (d), (e) e (f)	61
Figura 35 – Comparação dos espectros de ruído em $\theta = 90^\circ$ para $M = 0,7$ nas três deflexões de flape (a) $\alpha = 7^\circ$, (b) 15° e (c) 30° com dados do bordo de fuga inferior	62
Figura 36 – Comparação dos espectros de ruído em $\theta = 90^\circ$ para $M = 0,7$ nas três deflexões de flape (a) $\alpha = 7^\circ$, (b) 15° e (c) 30° com dados do bordo de fuga superior	63

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Dados relevantes do caso com placa plana	37
Tabela 2 – Dados relevantes do caso da placa com flape.	39

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CFD	Mecânica dos fluidos computacional
FW-H	Ffowcs Williams-Hawkings
PSD	Densidade espectral de potência
CSD	Densidade espectral de potência cruzada
SPOD	Decomposição espectral ortogonal própria
POD	Decomposição ortogonal própria
PCA	Análise de componente principal
DFT	Transformada discreta de Fourier

LISTA DE SÍMBOLOS

p	Pressão
ρ	Densidade
c_0	Velocidade do som no meio
λ	Comprimento de onda
T	Período de uma onda
f	Frequência
$\mathbf{x}$	Vetor posição do observador
$\mathbf{y}$	Vetor posição da fonte
G	Função de Green
T_{ij}	Tensor de Lighthill
δ_{ij}	Delta de Kronecker
H_s	Função de Heaviside
ω	Frequência angular
k	Número de onda
R_{xx}	Autocorrelação
R_{xy}	Correlação cruzada
S_{xx}	Densidade espectral
S_{xy}	Densidade espectral cruzada
b	Semicorda
M	Número de Mach
U	Velocidade do escoamento
U_c	Velocidade de convecção
M_c	Número de Mach convectivo
$\mathcal{L}$	Função de sustentação de Amiet

l_{x_2}	Comprimento integral
E^*	Função de Fresnel
S_{qq}	Densidade Espectral de Pressão em Amiet
D	Diâmetro bocal ou Fator de Diretividade em Vera <i>et al.</i>
Φ_{pp}	Densidade Espectral de Pressão em Vera <i>et al.</i>
St	Número de Strouhal
ϕ	Ângulo azimutal
θ	Ângulo polar
W	Matriz peso
α	Ângulo de deflexão de flape
$()'$	Flutuação
$\tilde{()}$ ou $\hat{()}$	Transformada de Fourier

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	16
1.1	OBJETIVOS	17
1.1.1	Objetivo geral	17
1.1.2	Objetivos Específicos	17
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	18
2.1	CONCEITOS INTRODUTÓRIOS DE ACÚSTICA	18
2.1.1	Equação da onda	20
2.2	FONTES ACÚSTICAS ELEMENTARES	21
2.2.1	Monopolo	21
2.2.2	Dipolo	22
2.2.3	Quadrupolo	23
2.3	ANALOGIAS ACÚSTICAS	23
2.3.1	Analogia de Lighthill	24
2.3.2	Analogia de Curle	25
2.3.3	Analogia de Ffowcs Williams-Hawkings	26
2.4	TRANSFORMADA DE FOURIER	27
2.5	DENSIDADE ESPECTRAL	28
2.5.1	Método de Welch	29
2.6	RUÍDO DE BORDO DE FUGA	29
2.6.1	Teoria de Amiet para bordo de fuga	29
2.7	RUÍDO DE JATO INSTALADO	31
2.7.1	Modelo de Vera <i>et al.</i>	31
2.8	DECOMPOSIÇÃO ORTOGONAL ESPECTRAL PRÓPRIA	34
3	METODOLOGIA	36
3.1	DESCRIÇÃO DAS SIMULAÇÕES	36
3.1.1	Placa plana	36
3.1.2	Placa com flape	37
3.2	DECOMPOSIÇÃO MODAL	39
3.3	FLUXO DE TRABALHO	41
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	43
4.1	PLACA PLANA	43
4.1.1	R/D = 1	45
4.1.1.1	Aplicação de SPOD aos dados de entrada	47
4.1.2	R/D = 0,8	51
4.1.3	R/D = 0,6	53
4.2	PLACA COM FLAPE	55

4.2.1	Mach 0,5	56
4.2.2	Mach 0,7	60
5	CONCLUSÃO	64
5.1	PLACA PLANA	64
5.2	PLACA COM FLAPE	64
	REFERÊNCIAS	66

1 INTRODUÇÃO

Na ciência da acústica, ruído é entendido como som que causa desconforto à percepção humana. A exposição prolongada a esses sons desconfortáveis está associada a diversos impactos negativos para a saúde, prejudicando qualidade de sono, humor e produtividade. (Wagner *et al.*, 2007)

No contexto da engenharia aeronáutica, o ruído sonoro representa um desafio significativo, pois afeta o conforto dos passageiros e das pessoas que vivem nas proximidades de zonas aeroportuárias. Além disso, regulamentações cada vez mais restritas forçam o desenvolvimento e pesquisa nessa área para mitigação do ruído. (International Civil Aviation Organization, 2008)

Dentre as diversas fontes de ruído presentes em uma aeronave em operação, destaca-se a radiação proveniente dos motores. Nesse sentido, ao longo das últimas décadas foram realizados avanços importantes na eficiência dos sistemas propulsivos das aeronaves com foco na redução de consumo de combustível, emissões de poluentes e ruído. Assim, com o surgimento de motores turbofan, que apresentam elevada razão de bypass, relação entre os fluxos de ar frio e quente que passa pelo motor, houve melhora da eficiência energética quando comparado com motores a jato (Lilley, 2001).

No entanto, para garantir a segurança durante as operações próximas ao solo, esses motores foram posicionados mais próximos das asas devido ao aumento da área do motor. Essa configuração faz com que estruturas turbulentas originadas no jato interajam com as superfícies das asas, resultando em difração acústica e amplificando o ruído gerado no bordo de fuga (Lyu; Dowling, 2019). Esse fenômeno, conhecido como problema de instalação de jato, vem sendo alvo de pesquisas recentes (Yupa-Villanueva *et al.*, 2023; Lyu; Dowling, 2019; Dawson *et al.*, 2020; Lawrence *et al.*, 2012; Vera, 2018).

Nas etapas iniciais de projeto, métodos semianalíticos são amplamente utilizados devido ao seu compromisso entre eficiência computacional e acurácia. Esses métodos permitem estudar como o ruído é gerado e se propaga em asas, considerando fatores como espalhamento acústico em bordos de ataque e de fuga, apesar de frequentemente dependerem de simplificações e hipóteses para a modelagem do fenômeno físico.

Amiet (1975) propôs um modelo semianalítico para prever o ruído de aerofólio em regiões distantes no campo acústico, relacionando-o à densidade espectral de potência da pressão, a qual depende da resposta do aerofólio a uma turbulência incidente. Amiet (1976) revisitou sua modelagem para estender o método para aplicação à situação específica do ruído de bordo de fuga em um aerofólio causada pelo espa-

lhamento de pressão, relacionando o espectro de ruído com o espectro de pressão à montante do bordo de fuga.

O método desenvolvido por Amiet para a previsão de ruído de bordo de fuga foi aplicado por Lawrence *et al.* (2012) para o caso de jato instalado, em que medições experimentais do campo de pressão alimentaram o modelo semianalítico e boa reprodução das curvas, em comparação com as curvas experimentais do nível de ruído em campo distante, foram alcançados na faixa de frequência dominada pelo espalhamento do bordo de fuga. Visando o desenvolvimento de um modelo teórico para previsão de ruído de jato interagindo com um bordo de fuga, Vera *et al.* (2015) utilizou uma modificação do modelo de Amiet, derivando as equações de seu modelo a partir do problema de jato instalado, adotando simplificações geométricas para a asa e bocal do jato.

Dessa forma, o presente trabalho se desenvolve a partir do contexto de previsão de ruído de bordo de fuga. Os métodos de Amiet e Vera *et al.* serão aplicados para dois casos distintos, com e sem deflexão de flape, para diferentes distanciamentos entre placa e bocal do jato. O espectro de pressão, usado como entrada para ambos modelos, será calculado através de dados salvos de simulação numéricas a fim de alimentar as equações analíticas.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Objetivo geral

Prever o ruído gerado pela interação entre o jato e o bordo de fuga de uma placa plana e de uma placa com deflexão de flape, utilizando as teorias de Amiet e de Vera *et al.* tendo como entrada dados de pressão obtidos via simulações de dinâmica dos fluidos computacional.

1.1.2 Objetivos Específicos

- Comparar a previsão dos métodos semianalíticos de Amiet e de Vera *et al.* para os casos de placa plana e placa com flape.
- Compreender o fenômeno físico da geração de ruído por interação entre jato e asa por meio de configurações simplificadas.
- Analisar o campo de pressão na placa para diferentes condições de operação e posições relativas entre jato e placa.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo serão apresentados alguns conceitos para entendimento da temática abordada ao decorrer do trabalho. Primeiro, serão passados alguns conceitos básicos de acústica, assim como o equacionamento e algumas soluções para problemas de fontes de ruído elementares, fundamentais para o desenvolvimento e modelagem de casos mais complexos. Serão, ainda, apresentadas analogias acústicas fundamentais para a compreensão do trabalho. Na sequência, a Teoria de Amiet (1976) será descrita em maiores detalhes, assim como o desenvolvimento do método proposto por Vera *et al.* (2015) para cálculo de ruído de jato instalado. Por fim, detalhes e descrição matemática sobre técnicas de análise modal.

2.1 CONCEITOS INTRODUTÓRIOS DE ACÚSTICA

Perturbações físicas que se propagam em um meio contínuo em razão da existência de uma fonte sonora são entendidas como som (Ruijgrok, 2004). No âmbito da acústica linear, tais perturbações são tratadas como pequenas variações em amplitude de variáveis que descrevem um estado. Para um fluido, isso é descrito através das equações abaixo:

$$p = p_0 + p', \quad (1)$$

$$\rho = \rho_0 + \rho', \quad (2)$$

onde p' e ρ' representam pequenas perturbações acústicas na pressão e na densidade, comumente chamadas de variáveis acústicas, em um meio contínuo e p_0 e ρ_0 , as variáveis de estado do fluido (Pierce, 1981).

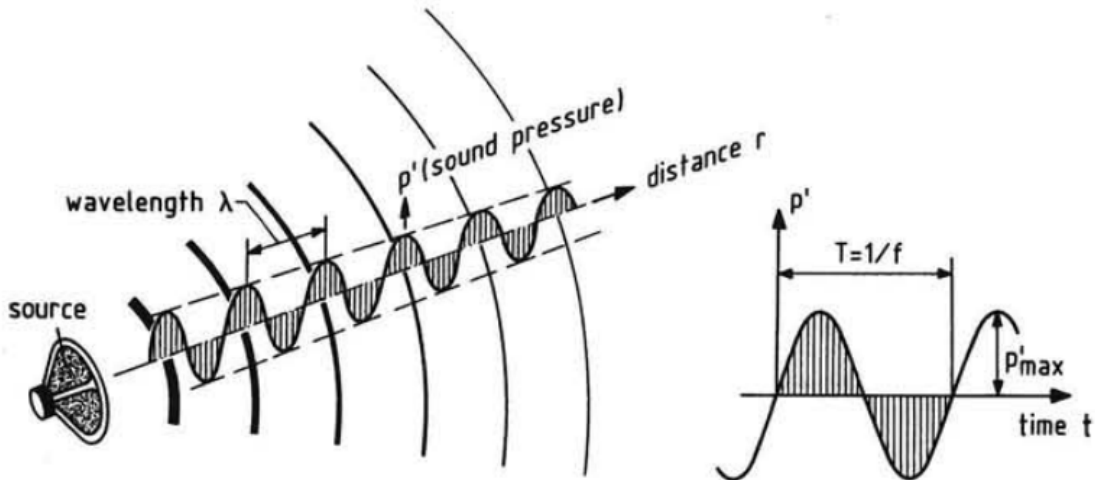
Algumas variáveis de interesse caracterizam uma onda sonora, sendo elas o período T , a frequência f e o comprimento de onda λ , como mostrados pela Figura 1. Essas grandezas se relacionam através das equações:

$$T = \frac{1}{f}, \quad (3)$$

$$c_0 = \lambda f, \quad (4)$$

onde c_0 refere-se à velocidade do som no meio. Na Figura 1 é também destacado uma amplitude de onda p'_{max} , que está relacionada ao módulo da oscilação máxima da pressão. Entretanto, utiliza-se com mais frequência uma grandeza de amplitude

Figura 1 – Características de uma onda sonora se propagando no espaço e no tempo



Fonte: Ruijgrok (2004)

denominada pressão efetiva p_e ou p_{rms} , que é dada pela raiz quadrática média da pressão acústica instantânea,

$$p_e = \left[\frac{1}{T} \int_0^T [p'(t)]^2 dt \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (5)$$

A frequência é uma grandeza de especial importância, pois ela delimita os limites da audição humana, que está situado entre 20 e 20000 Hz (Ruijgrok, 2004). As faixas de frequência, assim como sua relação com o comprimento de onda, são ilustrados pela Figura 2.

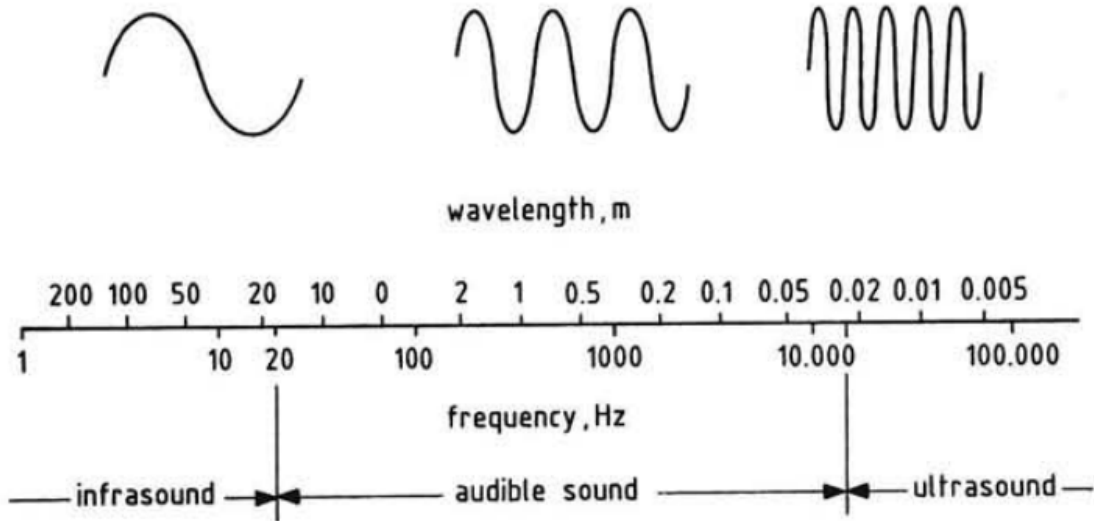
Devido à ampla faixa de pressões a qual o ouvido humano responde, historicamente, tornou-se usual traçar os gráficos de pressão acústica utilizando escala logarítmica. A essa escala dá-se o nome de escala decibel (dB). Como consequência, quantidades acústicas são geralmente informadas em termos do logaritmo de uma razão da quantidade acústica sobre um valor de referência. No caso da pressão sonora, esse valor de referência é geralmente estabelecido igual ao valor correspondente ao limiar inferior de audição humana em 1000 Hz, e é dado por $p_{ref} = 20 \mu\text{Pa}$ (Beranek; Vér, 2006). Define-se, então, o nível de pressão sonora,

$$L_p = 10 \log \left(\frac{p_e^2}{p_{ref}^2} \right). \quad (6)$$

A Figura 3 ilustra valores típicos de nível de pressão sonora e o valor absoluto de pressão associado.

Um sinal sonoro pode ser composto de um tom puro (ou seja, um simples sinal em uma única frequência), ou uma combinação de tons, seja ela infinita ou finita.

Figura 2 – Faixas de frequência e comprimento de onda para infrassom, som audível e ultrassom



Fonte: Ruijgrok (2004).

A combinação de infinitos tons forma o que se chama de espectro contínuo (Bera-nek; Vér, 2006). A Figura 4 ilustra esse comportamento em gráficos no domínio da frequência.

2.1.1 Equação da onda

A equação da onda não-homogênea na acústica linear é dada como:

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \nabla^2 p' = F(x, t), \quad (7)$$

em que o termo $F(x, t)$ ao lado direito representa um termo fonte qualquer.

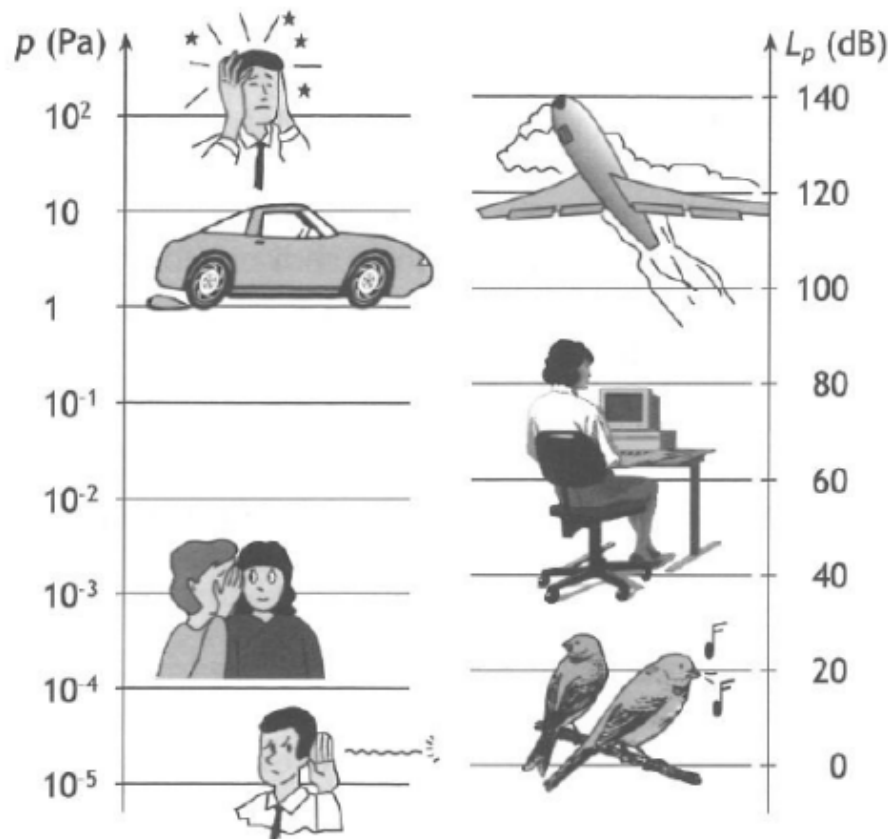
Para a solução da equação da onda emprega-se a função de Green, um artifício matemático que permite obter a solução da equação não homogênea como uma função da posição da fonte $\mathbf{y}$ e do tempo retardado τ . Essa função também depende da posição do observador $\mathbf{x}$ e do instante t , no qual deseja-se determinar a solução acústica do problema (Pierce, 1981).

$$\left(\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 \right) G = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}) \delta(t - \tau). \quad (8)$$

A solução da Equação 8 no espaço livre, ou seja, sem condições de contorno de fronteira, é conhecida como Função de Green de espaço livre,

$$G = \frac{1}{4\pi|\mathbf{x} - \mathbf{y}|} \delta \left(t - \tau - \frac{|\mathbf{x} - \mathbf{y}|}{c_0} \right). \quad (9)$$

Figura 3 – Relação entre pressão em Pa e dB para diferentes fontes sonoras



Fonte: Bistafa (2006).

2.2 FONTES ACÚSTICAS ELEMENTARES

O tratamento matemático de fontes acústicas elementares é fundamental para compreender e prever o comportamento do som em diferentes cenários. Essa abordagem permite modelar e analisar, de maneira simplificada e eficiente, a geração e a propagação de ruídos em sistemas mais complexos, como fontes de ruído originárias de jatos turbulentos, asas, esteiras de escoamentos e afins.

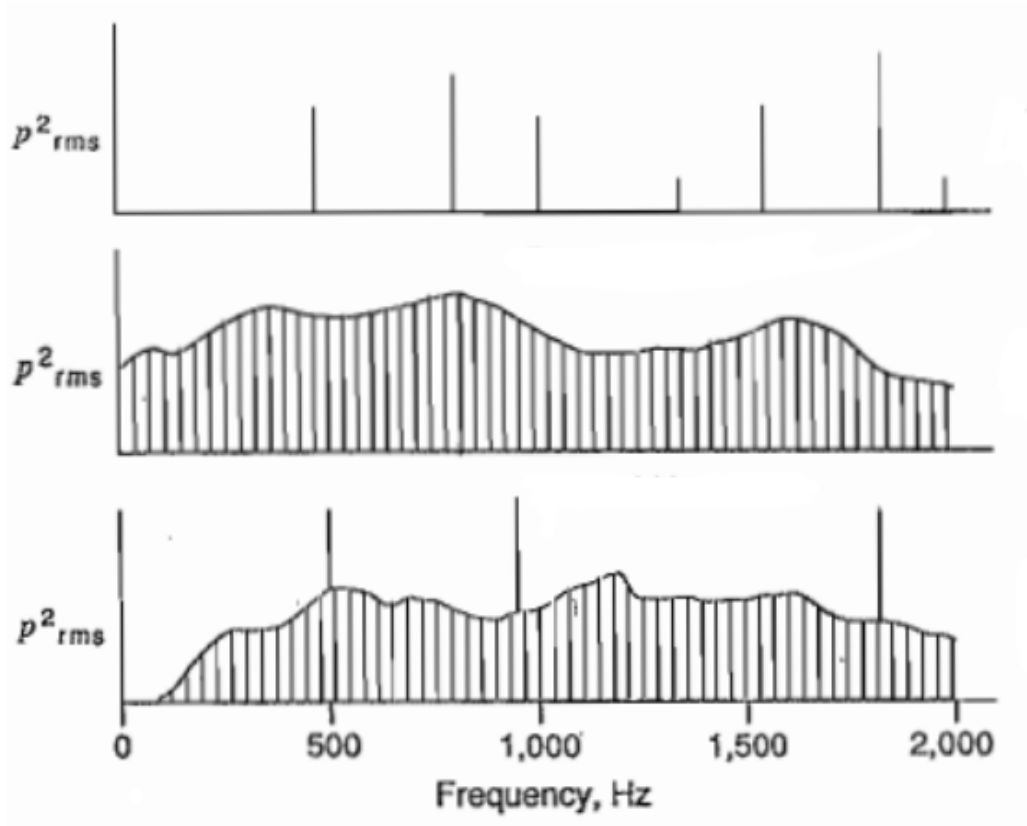
Monopolos podem ser utilizados para a modelagem de problemas envolvendo adição de massa. Fontes tipo dipolo são utilizadas para se modelar problemas envolvendo forças aerodinâmicas não-estacionárias. Já os quadrupolos são utilizados para se modelar turbulência livre em jatos e em camadas limite (Ruijgrok, 2004).

A seguir, serão apresentados mais detalhes para cada uma das fontes acústicas supracitadas.

2.2.1 Monopolo

O monopolo pode ser pensado como uma esfera pulsante (Figura 5) centralizada na origem do sistema de coordenadas e gerando ondas simétricas e esféricas.

Figura 4 – De cima para baixo: ruído com tons puros, espectro contínuo e combinação dos dois fenômenos



Fonte: Adaptado de Beranek e Vér (2006).

A fonte do tipo monopolo pode ser representada por um impulso de amplitude $q = q(t)$. Assim, a equação da onda com o termo fonte correspondente é:

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \nabla^2 p' = -q(t)\delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}), \quad (10)$$

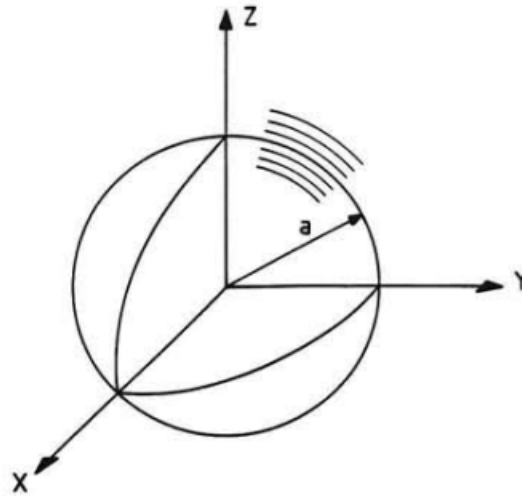
em que $\mathbf{y}$ refere-se à posição da fonte monopolo. Utilizando a função de Green para obtenção da solução, a flutuação de pressão para uma fonte tipo monopolo é dada como:

$$p'(\mathbf{x}, t) = -\frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{q(\mathbf{y}, t - |\mathbf{x} - \mathbf{y}|/c_0)}{|\mathbf{x} - \mathbf{y}|} d^3\mathbf{y}. \quad (11)$$

2.2.2 Dipolo

De maneira análoga ao monopolo, o dipolo pode ser pensado como uma esfera que oscila harmonicamente ao longo de um dos eixos (ou, ainda, duas fontes monopolo em oposição de fase). Uma fonte dipolo pode ser relacionada à presença de uma força não-estacionária, como forças de sustentação em um aerofólio.

Figura 5 – Esfera pulsante de raio a representando um monopolo



Fonte: Ruijgrok (2004).

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \nabla^2 p' = \nabla \cdot [f(\tau) \delta(\mathbf{y})]. \quad (12)$$

A Equação 12 apresenta o equacionamento do termo fonte na equação da onda para uma fonte do tipo dipolo. Novamente, a solução pela função de Green pode ser obtida,

$$p'(\mathbf{x}, t) = -\frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial}{\partial y_i} \frac{f_i(y, t - |\mathbf{x} - \mathbf{y}|/c_0)}{|\mathbf{x} - \mathbf{y}|} d^3 \mathbf{y}. \quad (13)$$

onde i e j são índices referentes às direções vetoriais.

2.2.3 Quadrupolo

Fontes do tipo quadrupolo podem ser conceitualmente concebidas como resultado de duas fontes dipolo próximas (Pierce, 1981). Assim, o campo de pressão acústico de um quadrupolo é resultado da superposição dos campos acústicos de dois dipolos. O termo fonte é inserido na equação da onda como

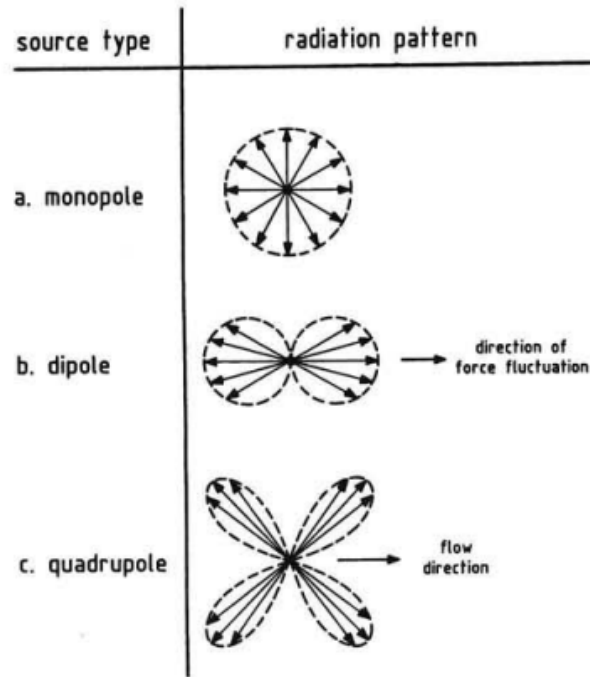
$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \nabla^2 p' = \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j}. \quad (14)$$

A Figura 6 apresenta o padrão de diretividade de cada uma das fontes apresentadas.

2.3 ANALOGIAS ACÚSTICAS

O ruído gerado por escoamentos pode ser calculado resolvendo as equações de conservação da mecânica dos fluidos, mas essa abordagem raramente é utilizada para prever ruídos. Simulações numéricas diretas ou de grandes escalas podem ser

Figura 6 – Diretividade associada a cada uma das fontes elementares



Fonte: Adaptado de Ruijgrok (2004).

empregadas para resolver essas equações, fornecendo as fontes acústicas e a propagação das ondas.

No entanto, essas técnicas demandam alto poder computacional e métodos numéricos de alta precisão. Uma alternativa é usar analogias acústicas, que transformam as equações de conservação em uma equação de onda, permitindo a propagação das ondas acústicas através de uma equação linear simplificada.

2.3.1 Analogia de Lighthill

Lighthill (1952) realizou um trabalho que estabeleceu a base da teoria moderna de ruído gerado por escoamentos aerodinâmicos. Investigou o mecanismo de geração de ruído em jatos, no qual uma intensa distribuição de flutuações de velocidades turbulentas produzem o ruído através da conversão de uma parcela da energia cinética rotacional do escoamento turbulento em ondas longitudinais, que se propagavam como som. (Howe, 2010).

Lighthill rearranjou as equações fluidodinâmicas de conservação de momento e de continuidade em uma equação de onda não-homogênea cujos termos fonte são não-nulos na região turbulenta do escoamento (Howe, 2010),

$$\left(\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 \right) [c_0^2(\rho - \rho_0)] = \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j}, \quad (15)$$

em que o termo fonte T_{ij} é chamado de tensor de Lighthill e suas componentes são:

$$T_{ij} = \rho u_i u_j + (p' - c_0 \rho') \delta_{ij} - \sigma_{ij}. \quad (16)$$

em que $\rho u_i u_j$ representa a geração de som causado pelo transporte de momento no fluido, $(p' - c_0 \rho') \delta_{ij}$ está relacionado com as flutuações de entropia (em que δ_{ij} é o delta de Kronecker) e σ_{ij} é um tensor de tensões viscosas.

A equação da onda não homogênea é resolvida empregando a solução com a função de Green,

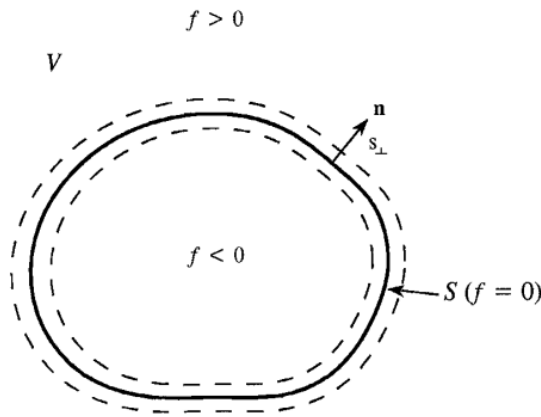
$$c_0^2 \rho'(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{T_{ij}(\mathbf{y}, t - \frac{|\mathbf{x}-\mathbf{y}|}{c_0})}{|\mathbf{x} - \mathbf{y}|} d^3 \mathbf{y}. \quad (17)$$

2.3.2 Analogia de Curle

Curle (1955) estende a analogia de Lighthill generalizando para a possibilidade de cálculo de ruído na presença corpos sólidos.

A formulação de Curle é o resultado da solução da equação de onda não-homogênea de Lighthill através do função de Green considerando uma superfície fixa S (Figura 7) e resolvendo para o volume V contido fora da superfície S (Hirschberg; Rienstra, 2004).

Figura 7 – Superfície arbitrária da Analogia de Curle



Fonte: Howe (2010).

A solução de Curle (1955) utilizando a função de Green de espaço livre é apresentada:

$$\begin{aligned} \rho'(\mathbf{x}, t) c_0^2 = & \int_S \left[\frac{\partial(\rho u_j)}{\partial \tau} \right]_{\tau=\tau^-} \frac{n_j dS(\mathbf{y})}{4\pi|\mathbf{x} - \mathbf{y}|} \\ & - \frac{\partial}{\partial x_i} \int_S [p_{ij} + \rho u_i u_j]_{\tau=\tau^-} \frac{n_j dS(\mathbf{y})}{4\pi|\mathbf{x} - \mathbf{y}|} \\ & + \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \int_V [T_{ij}(\mathbf{y}, \tau)]_{\tau=\tau^-} \frac{dV(\mathbf{y})}{4\pi|\mathbf{x} - \mathbf{y}|}, \end{aligned} \quad (18)$$

em que $\mathbf{x}$ são as coordenadas do observador e $\mathbf{y}$ as coordenadas da fonte, $\tau^- = t - |\mathbf{x} - \mathbf{y}|/c_0$ é o tempo retardado, n_j o vetor unitário normal à superfície e p_{ij} é o tensor tensão compressivo (Glegg; Devenport, 2017).

As três integrais podem ser entendidas como contribuição de fontes acústicas independentes do escoamento. A integral de volume do Tensor de Lighthill (T_{ij}), que descreve o ruído gerado pela turbulência livre no fluido externo ao corpo, é associada a uma distribuição de fontes quadrupolo. A segunda integral representa uma distribuição de dipolos que é resultante da interação entre a força instantânea da superfície aplicada ao fluido. Já a primeira integral de superfície representa os termos monopolo, associados ao fluxo de massa normal que atravessa a superfície (Hirschberg; Rienstra, 2004).

2.3.3 Analogia de Ffowcs Williams-Hawkings

Enquanto a formulação de Curle adota uma superfície de controle fixa S , a formulação de Ffowcs e Hawkings (1969) generaliza para uma superfície que se move no tempo (Hirschberg; Rienstra, 2004).

Assume-se um volume enclausurado por uma superfície. Assim, definem-se as quantidades físicas dentro e fora da superfície multiplicando as equações de conversão pela função Heaviside H_s (Glegg; Devenport, 2017), de tal modo que as quantidades físicas são nulas dentro da superfície. A equação da onda resultante é então resolvida utilizando a função de Green, o que resulta em:

$$\begin{aligned} \rho'(\mathbf{x}, t) c_\infty^2 H_s = & \int_{-T}^T \int_{V_0(\tau)} \frac{\partial^2 G}{\partial y_i \partial y_j} T_{ij}(\mathbf{y}) dV(\mathbf{y}) d\tau \\ & + \int_{-T}^T \int_{S_0(\tau)} \frac{\partial G}{\partial y_i} [\rho u_i (u_j - v_j) + p_{ij}] n_j dS(\mathbf{y}) d\tau \\ & - \int_{-T}^T \int_{S_0(\tau)} \frac{\partial G}{\partial \tau} [(\rho u_j - \rho' v_j) n_j] dS(\mathbf{y}) d\tau, \end{aligned} \quad (19)$$

onde $\mathbf{x}$ refere-se às coordenadas do observador e $\mathbf{y}$ da fonte. T_{ij} corresponde ao tensor de Lighthill, p_{ij} é o tensor tensão compressivo, n_j denota o vetor normal unitário à superfície. As quantidades u_i e v_i representam, respectivamente, a velocidade do fluido e a velocidade da superfície e V_0 refere-se ao volume localizado fora da superfície e S_0 .

Pode-se, ainda, adotar as superfícies da fronteira de uma geometria sólida, caso específico de superfície impenetrável. Nesse cenário, adota-se a simplificação de que a velocidade do fluido normal à superfície equivale a velocidade da superfície e, para uma superfície estacionária, se reduz à Analogia de Curle.

2.4 TRANSFORMADA DE FOURIER

A Transformada de Fourier é uma operação matemática fundamental para a análise espectral de sinais, pois transforma o domínio de uma função (geralmente tempo ou espaço) em seus respectivos componentes no domínio da frequência (Smith, 1999). Assim, considerando uma função $f(t)$, define-se a transformada de Fourier,

$$\tilde{f}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-T}^T f(t) e^{-i\omega t} dt, \quad (20)$$

que leva a função $f(t)$ do domínio do tempo para o da frequência em $\tilde{f}(\omega)$. A operação possui uma inversa que retorna a função original no domínio do tempo:

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}(\omega) e^{i\omega t} d\omega. \quad (21)$$

De forma similar, a transformada de Fourier no espaço em x_1 para uma função $f(x_1)$ transforma a função para o domínio do número de onda,

$$\tilde{f}(k_1) = \frac{1}{2\pi} \int_{-R_\infty}^{R_\infty} f(x_1) e^{-ik_1 x_1} dx_1. \quad (22)$$

A transformada inversa desse processo é dada como:

$$f(x_1) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}(k_1) e^{ik_1 x} dk_1. \quad (23)$$

Dessa forma, uma função $a(\mathbf{x}, t)$, que varia no tempo em três componentes espaciais x_1 , x_2 e x_3 , pode ser transformada em todas suas componentes,

$$\tilde{a}(\mathbf{k}, \omega) = \left(\frac{1}{2\pi} \right)^4 \int_{-R_\infty}^{R_\infty} \int_{-R_\infty}^{R_\infty} \int_{-R_\infty}^{R_\infty} \int_{-T}^T a(\mathbf{x}, t) e^{-i\omega t - i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}} dt dx_1 dx_2 dx_3. \quad (24)$$

Entretanto, a maioria das análises requer o processamento de sinais digitais. Para esses casos, define-se a Transformada Discreta de Fourier (DFT) para um conjunto $x(n)$ de amostras, (Proakis; Manolakis, 2007).

$$X(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j2\pi kn/N}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, N-1, \quad (25)$$

com sua inversa definida como:

$$x(n) = \sum_{k=0}^{N-1} X(k) e^{j2\pi kn/N}, \quad n = 0, 1, 2, \dots, N-1. \quad (26)$$

Para evitar o processo de vazamento espectral, a dispersão de energia de uma frequência para frequências vizinhas ocasionado pela amostragem de um sinal em um número não inteiro de períodos, utilizam-se funções que impõe um declínio

suave no início e no final de um sinal, chamadas de janelas. Algumas funções usadas são a janela Hanning descrita como (Lyons, 2011):

$$w(n) = 0.5 - 0.5 \cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right), \quad n = 0, 1, 2, \dots, N-1, \quad (27)$$

e a janela retangular (Lyons, 2011),

$$w(n) = 1, \quad n = 0, 1, 2, \dots, N-1. \quad (28)$$

2.5 DENSIDADE ESPECTRAL

A função de autocorrelação de um sinal aleatório $x(t)$ fornece informações sobre o grau de dependência do valor de x em um determinado instante t em relação ao seu valor em outro instante $t + \tau$ (Norton; Karczub, 2003). Para um sinal aleatório estacionário, a autocorrelação depende apenas da separação temporal τ e é definida como:

$$R_{xx}(\tau) = E[x(t)x(t + \tau)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t)x(t + \tau) dt, \quad (29)$$

em que o operador $E[\]$ representa o valor esperado, dado por:

$$E[x(t)] = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt. \quad (30)$$

A função de correlação cruzada entre dois sinais estocásticos estacionários diferentes é definida, então, como:

$$R_{xy}(\tau) = E[x(t)y(t + \tau)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t)y(t + \tau) dt \quad (31)$$

A função de correlação cruzada indica a semelhança entre dois sinais em função do deslocamento temporal τ . Essa função possui diversas aplicações em ruído e vibração, incluindo a detecção de atrasos de tempo entre sinais, atrasos de propagação em acústica de salas, análise de ruído aéreo, identificação de fontes de ruído, e aplicações em radar e sonar (Norton; Karczub, 2003).

Pode-se definir a função Densidade Espectral de Potência como a Transformada de Fourier da função autocorrelação,

$$S_{xx}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau. \quad (32)$$

De forma similar, a Densidade Espectral Cruzada de Potência (CSD), $S_{xy}(\omega)$, é a Transformada de Fourier da função de correlação cruzada, dada por:

$$S_{xy}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{xy}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau. \quad (33)$$

A densidade espectral cruzada entre dois sinais fornece informações simultâneas de magnitude e fase, permitindo identificar quais componentes de frequência são compartilhados entre um sinal de entrada e o correspondente sinal de saída de um sistema linear (Norton; Karczub, 2003).

2.5.1 Método de Welch

O Método de Welch (1967) é uma técnica para estimar a densidade espectral de potência de um sinal digital. A principal motivação para seu uso é mitigar a variância inerente à estimação do espectro de potência a partir de séries temporais de dados finitas. O método baseia-se na ideia de decompor uma única e longa série temporal em um conjunto de realizações menores, explorando a hipótese de ergodicidade.

Considerando um segmento de um processo randômico $x(n)$ com a aplicação de uma função janela w , define-se $x_w = w(n)x(n)$, em que a janela w contém M termos não nulos. O periodograma é definido como a magnitude ao quadrado da DFT de x_w (Smith, 2011),

$$P_{x,M}(\omega) = \frac{1}{M} |\text{DFT}(x_w)|^2. \quad (34)$$

No limite com $M \rightarrow \infty$, o valor esperado do periodograma se iguala à densidade de potência espectral do sinal $x(n)$ (Smith, 2011).

O problema de periodogramas é que é uma variável que apresenta muita aleatoriedade para a maioria das aplicações (Smith, 2011). O método de Welch é, então, apresentado:

$$S_{xx}^W(\omega_k) = \frac{1}{K} \sum_{m=0}^{K-1} P_{x_m,M}(\omega_k), \quad (35)$$

em que ω_k é a frequência discreta e K o número total de blocos. A Equação 35 mostra que o método se trata de uma média de periodogramas ao longo do sinal, fornecendo, assim, uma estimativa estatisticamente mais robusta da densidade espectral de potência (Smith, 2011).

2.6 RUÍDO DE BORDO DE FUGA

2.6.1 Teoria de Amiet para bordo de fuga

Amiet desenvolveu modelos analíticos para previsão de ruído de aerofólios submersos em um escoamento turbulento (Amiet, 1975; Amiet, 1976). Primeiramente, focou no desenvolvimento de uma teoria para prever o ruído para bordo de ataque (Amiet, 1975), e, posteriormente, estendeu sua teoria para abranger o ruído de bordo de fuga (Amiet, 1976).

Assume-se o aerofólio como sendo uma placa plana semi-infinita sem bordo de ataque (aproximação razoável para números de onda menores que a corda), contida em $x_3 = 0$, onde x_1 é a direção do escoamento (o bordo de fuga está localizado em $x_1 = 0$), x_2 a direção da envergadura e t o tempo.

Uma componente espectral do campo de pressão da superfície de convecção com velocidade U_c e número de onda na envergadura k_2 é descrito como:

$$P = P_0 e^{i(\omega(t-x_1/U_c)-k_2x_2)}. \quad (36)$$

A solução proposta por Amiet é dividida nos seguintes passos: primeiro é considerado um aerofólio infinito, de modo que a pressão na superfície do aerofólio exista para qualquer número de x_1 . Usando a Analogia de Curle, essa pressão é dada por uma soma de termos de quadrupolo e termos de dipolo. No entanto, como a verdadeira solução de pressão em $x_1 > 0$ consiste apenas de quadrupolos (uma vez que não há placa), uma segunda solução de dipolos (para cancelar os dipolos gerados pela extensão imaginária da placa) é necessária. Esta solução garante também a condição de Kutta no bordo de fuga do aerofólio que afirma que o salto de pressão na esteira é nulo, $\Delta P = 0$ (Amiet, 1976).

Algumas hipóteses fundamentais adotadas por Amiet são a de de escoamento congelado - as estruturas turbulentas são apenas transportadas pelo escoamento. Além disso, Amiet assume que o campo de velocidade turbulento permanece inafetado pela presença do bordo de fuga, ou seja a turbulência é estatisticamente estacionária conforme passa pelo bordo de fuga. Essa hipótese permite que o ruído seja calculado a partir de características espectrais da pressão de parede que existiriam na ausência do bordo de fuga (Amiet, 1976).

O procedimento descrito acima é alcançado através da solução de Schwarzschild para o problema de dispersão em uma placa (Amiet, 1976). A equação resultante do modelo fornece a densidade espectral do ruído no campo distante,

$$S_{pp}(x_1, x_2 = 0, x_3, \omega) = \left(\frac{\omega b x_3}{2\pi c_0 \sigma^2} \right)^2 l_{x_2}(\omega) d|\mathcal{L}|^2 S_{qq}(\omega, x_2 = 0), \quad (37)$$

onde $S_{qq}(\omega, x_2)$ representa a densidade espectral de pressão na superfície da placa na direção da envergadura e $\mathcal{L}$ representa uma função de sustentação generalizada do aerofólio calculada como:

$$|\mathcal{L}| = \left| \int_{-2}^0 g(\zeta, \omega, U_c) e^{-i\mu\zeta(M-x_1/\sigma)} d\zeta \right| \quad (38)$$

em que,

$$g(\bar{x}, \omega, U_c) = \{(1+i)E^*[-\bar{x}((1+M)\mu + K_x)] - 1\} e^{-ik_x \bar{x}}, \quad -2 < \bar{x} < 0. \quad (39)$$

onde que E^* é uma função combinação de integrais de Fresnel. A integral da Equação 38 acima tem solução analítica dada como:

$$|\mathcal{L}| = \frac{1}{\Theta} \left| (1+i) \left\{ \sqrt{\frac{(1+M+\bar{K}_{x_1}/\mu)}{(1+x_1/\sigma)}} E^*[2\mu(1+x_1/\sigma)] e^{-i2\Theta} - E^*[2((1+M)\mu + \bar{K}_{x_1})] \right\} + 1 \right|, \quad (40)$$

em que, $\bar{K}_{x_1} \equiv \omega/U_c$, $\mu \equiv M\omega b/U\beta^2$ e $\beta^2 \equiv 1 - M^2$, onde M é o número de Mach (definido como U/c_0) e $(\bar{\cdot})$ denota uma variável adimensionalizada pela semicorda b . As variáveis Θ e σ são fornecidas pelas equações abaixo, respectivamente.

$$\Theta = \bar{K}_{x_1} + \mu(M - x_1/\sigma), \quad (41)$$

$$\sigma^2 = x_1^2 + \beta^2 x_3^2. \quad (42)$$

Da Equação 37, $l_{x_2}(\omega)$ representa comprimento de uma estrutura ao longo da envergadura, sendo calculado como:

$$l_{x_2}(\omega) = \frac{1}{S_{qq}(\omega, 0)} \int_0^\infty S_{qq}(\omega, x_2) dx_2. \quad (43)$$

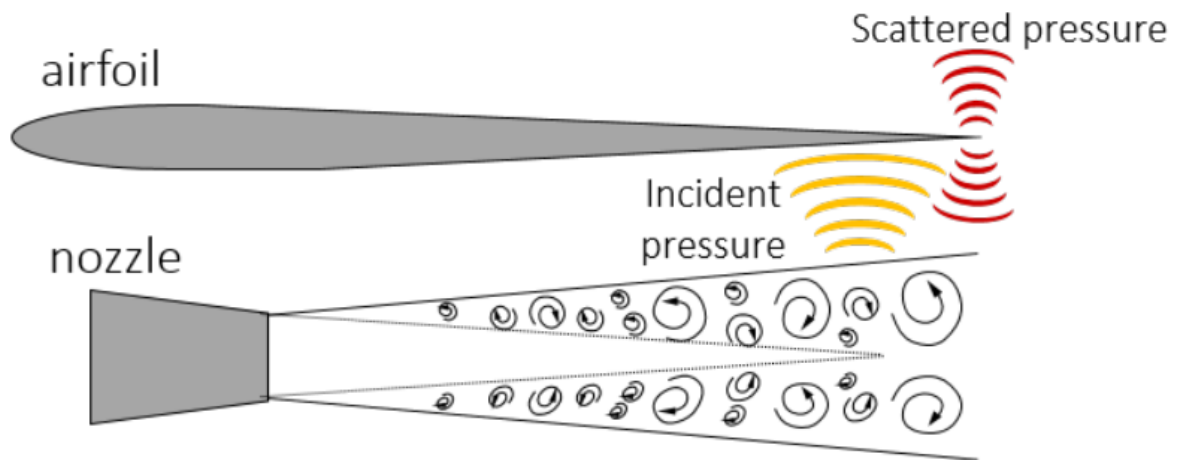
Para simplificação, Amiet adota a aproximação de que uma dada frequência angular ω pode ser associada a um único valor médio de velocidade de convecção U_c .

2.7 RUÍDO DE JATO INSTALADO

2.7.1 Modelo de Vera *et al.*

A metodologia desenvolvida por Vera *et al.* (2015) foca na modelagem e previsão do espectro de ruído em campo distante resultante da interação jato e asa. O ruído de jato é amplificado devido ao espalhamento da pressão incidente pelo bordo de fuga de uma superfície resultante da interação do campo de pressão hidrodinâmico evanescente do jato. Esse processo é ilustrado pela Figura 8.

Figura 8 – Mecanismo de geração de ruído do problema de jato instalado

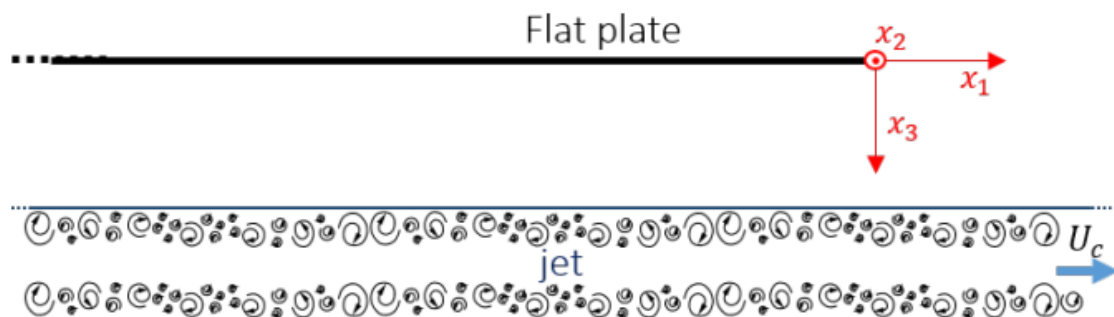


Fonte: Vera *et al.* (2015).

O modelo, divide-se em duas etapas: (1) a descrição do campo de pressão hidrodinâmica incidente (Vera *et al.*, 2016; Vera, 2018) e (2) cálculo da pressão acústica em campo distante (Vera *et al.*, 2015; Vera, 2018). Neste trabalho, o enfoque será apenas no modelo de previsão de ruído.

A asa é tomada como uma placa plana de espessura e ângulo de ataque nulos posicionada paralela à linha de centro do jato. A placa é tomada como semi-infinita, possuindo uma borda de fuga, mas não uma borda de ataque, posicionada fora da esfera de influencia do jato. O jato é considerado frio, subsônico e de fluxo único, sendo despejado em um ambiente quiescente. Além disso, a turbulência é considerada estatisticamente estacionária na direção do escoamento. Adota-se um sistema de coordenadas $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)$ com origem no bordo de fuga da placa (Figura 9).

Figura 9 – Simplificações do problema de jato instalado e sistema de coordenadas



Fonte: Vera *et al.* (2015)

O problema é modelado dividindo o campo de pressão em duas componentes:

incidente (p^i) e espalhada (p^s). O campo evanescente de pressão é descrito como:

$$P^i(x_3) = P_0^i \exp\{k_3 x_3\}, \quad (44)$$

em que P^i é igual a $\tilde{p}(x_1, k_2, x_3, \omega)$ para $x_1 = 0$ e $k_1 = \omega/U_c$ (com $\tilde{()}$ denotando transformada de Fourier em x_2 e em t) e $P_0^i \equiv P_0(x_3 = 0)$. Além disso, p^s satisfaz a equação da onda,.

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right] p^s(x_1, x_2, x_3, t) = 0, \quad (45)$$

com condições de contorno:

$$\frac{\partial p^s}{\partial x_3} = -\frac{\partial p^i}{\partial x_3}, \quad x_1 < 0, x_3 = 0; \quad p^s = 0, \quad x_1 > 0, x_3 = 0. \quad (46)$$

Toma-se a transformada de Fourier em t e x_2 , obtendo $P^s = \tilde{p}^s(x_1, k_2, x_3, \omega)$, que também satisfaz a equação da onda:

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} + K^2 \right] P^s(x_1, x_3) = 0, \quad (47)$$

onde $K^2 = k^2 - k_2^2$. As novas condições de contorno são:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P^s(x_1, x_3)}{\partial x_3} &= -k_3 P_0^i \exp\{-ik_1 x_1\}, \quad x_1 < 0, x_3 = 0, \\ P^s(x_1, x_3) &= 0, \quad x_1 > 0, x_3 = 0. \end{aligned} \quad (48)$$

O cálculo da pressão espalhada é resolvido através da técnica de Wiener-Hopf (Vera *et al.*, 2015). O resultado da pressão em campo distante, que resulta da dispersão do bordo de fuga, é demonstrado como praticamente equivalente à solução de Amiet para o ruído de bordo de fuga (Vera, 2018).

Por fim, a equação em que o modelo de Vera fornece para o cálculo do ruído resultante da interação entre jato e placa é dada como:

$$S_{pp}(\mathbf{x}, \omega) = \frac{D^2}{R^2} \Phi_{pp}(k_2, \omega), \quad (49)$$

em que R é a distância do centro da origem até o observador e D é um termo de diretividade,

$$D = \frac{\sqrt{2} \sin \frac{\theta}{2} \sqrt{M_c \sin \phi (1 + M_c \sin \phi)}}{2\pi (1 - M_c \sin \phi \cos \theta)}. \quad (50)$$

O espectro de pressão é calculado dado por:

$$\Phi_{pp}(k_2, \omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\pi}{T} E[P_0^i(k_2, \omega), P_0^{i*}(k_2, \omega)] \quad (51)$$

2.8 DECOMPOSIÇÃO ORTOGONAL ESPECTRAL PRÓPRIA

A Decomposição espectral ortogonal própria (SPOD) é uma forma específica da Decomposição Ortogonal Própria (POD), cuja formulação matemática remonta aos trabalhos de Lumley (1970). É uma técnica estatística derivada da Análise de Componente Principal (PCA) usada para extrair estruturas coerentes de escoamentos turbulentos tomados como estatisticamente estacionários. Baseia-se no teorema de Karhunen-Loève (Schmidt; Colonius, 2020) que afirma que um processo estocástico pode ser representado como uma combinação linear de funções ortogonais.

O SPOD baseia-se na decomposição da matriz de densidade espectral cruzada, que é estimada a partir de dados espaçotemporais de diferentes realizações de um escoamento. O método encontra uma base ortogonal ideal, na qual um subconjunto dos modos é capaz de capturar a maior fração da energia total contida nos dados. Dessa forma, os modos são ordenados de maneira ótima em termos de energia para cada frequência (Schmidt; Colonius, 2020).

A principal característica distintiva do SPOD é que seus modos evoluem coherentemente no espaço e no tempo, oscilando em frequências únicas (Schmidt; Colonius, 2020). Isso ocorre porque o método considera explicitamente a correlação espaço-tempo, garantindo que as estruturas extraídas sejam coerentes temporalmente.

Busca-se encontrar a função determinística ϕ que maximiza o valor esperado da projeção normalizada do processo estocástico $q(x, t)$ (Towne *et al.*, 2018),

$$\lambda = \frac{E\{ |\langle q(x, t), \phi(x, t) \rangle_{x,t}|^2 \}}{\langle \phi(x, t), \phi(x, t) \rangle_{x,t}}. \quad (52)$$

Isto leva ao problema de autovalor,

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{\Omega} \mathbf{C}(x, x', t, t') \mathbf{W}(x') \phi(x', t') dx' dt' = \lambda \phi(x, t), \quad (53)$$

em que W é uma matriz peso que define o significado físico dos modos e C é um tensor correlação espaço-temporal definido como:

$$\mathbf{C}(x, x', t, t') = E\{ q(x, t) q^*(x', t') \}. \quad (54)$$

A correlação temporal entre dois pontos depende somente da diferença de tempo $\tau = t - t'$ de tal modo que $C(x, x', t, t') \rightarrow C(x, x', \tau)$. Usando essa definição é possível obter:

$$\int_{\Omega} \mathbf{S}(x, x', f') \mathbf{W}(x') \psi(x', f') dx' = \lambda(f') \psi(x, f'), \quad (55)$$

em que $S(x, x', f)$ é a transformada de Fourier de $C(x, x', \tau)$. Assim, o processo pode ser expandido como a combinação linear dos modos de Fourier de cada realização,

$$\hat{q}(x, f) = \sum_{j=1}^{\infty} a_j(f) \psi_j(x, f), \quad (56)$$

em que $a_j(f) = \langle \hat{q}(x, f), \psi_j(x, f) \rangle_x$. Além disso, os coeficiente de expansão são não-correlacionados,

$$E[a_j(f) a_k(f)] = \lambda_j(f) \delta_{jk}. \quad (57)$$

Na prática, o SPOD é frequentemente calculado a partir de uma única série temporal, utilizando-se o método de Welch para estimar o tensor de densidade espectral cruzada (Schmidt; Colonius, 2020).

3 METODOLOGIA

O trabalho se desenvolveu a partir do uso de dados de simulações CFD de casos de jato instalado. Neste capítulo serão apresentadas de forma breve as simulações que foram usadas como base para obtenção dos dados de pressão nas placas, além de descrever o método de análise modal utilizado por Silva *et al.* (2025) para decomposição do campo de pressão na placa. Dois casos distintos de simulação de outros trabalhos foram usados como base para alimentar dos métodos semianalíticos: um caso de placa plana (Silva *et al.*, 2025; Silva, 2017) e outro caso de placa com deflexão de flape (Yupa-Villanueva *et al.*, 2019; Yupa-Villanueva, 2021; Yupa-Villanueva *et al.*, 2023).

3.1 DESCRIÇÃO DAS SIMULAÇÕES

3.1.1 Placa plana

O caso consiste de um bocal circular com saída única de um jato isotérmico e frio com diâmetro $D = 50$ mm. A placa é posicionada em três distâncias diferentes medidas do centro do bocal à placa $R/D = 1; 0,8$ e $0,6$. O jato sai do bocal a uma velocidade de $M = 0,4$, resultando em um número de Reynolds $Re = 4,6 \times 10^5$.

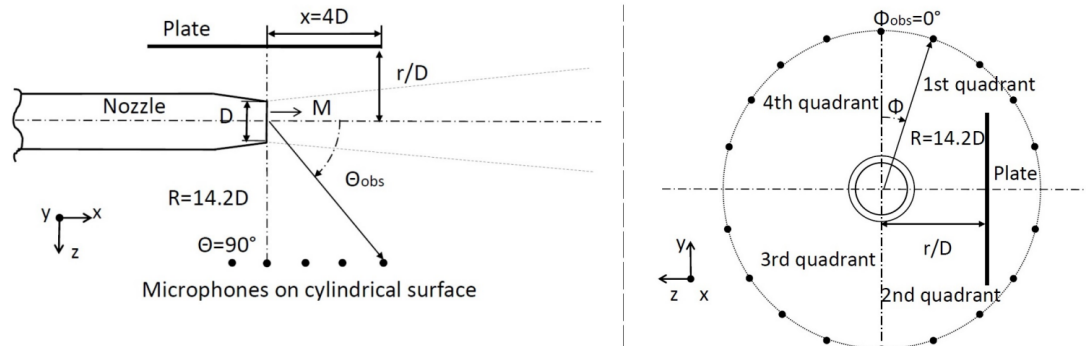
Para solução do escoamento, simulações LES (Large Eddy Simulation) baseadas no método de Lattice-Boltzmann foram utilizadas. Nessa abordagem, as grandes escalas da turbulência são resolvidas diretamente, enquanto a contribuição das escalas não resolvidas são contabilizadas através de um modelo de viscosidade turbulenta.

A Figura 10 apresenta um esquemático mostrando a geometria e disposição dos microfones, assim como o sistema de coordenadas. Os eixos estão dispostos da seguinte forma: x tem sentido positivo apontado no sentido do jato, y está na direção da envergadura e z tem direção normal à placa. O ângulo polar θ é medido a partir do eixo x e o azimutal ϕ a partir do eixo y . Os microfones estão posicionados em uma superfície cilíndrica concêntrica ao bocal e de raio $14,2D$.

Os resultados acústicos da simulação foram computados utilizando uma superfície de Ffowcs Williams e Hawkings permeável. A superfície possui geometria de tronco de cone que expande o diâmetro ao longo do escoamento: o raio varia de um valor mínimo correspondente a $1,3D$ até um valor máximo de $6,2D$. Seu comprimento estende-se ao longo do eixo x desde $-10D$ até $30D$ (Silva *et al.*, 2025).

A distância do bocal do jato até o bordo de fuga da placa é de $x = 4D$ para todas as simulações. Assim, a corda da placa plana é de $9D$, exceto para a simulação com $R/D = 0,6$, em que a corda assume o valor $7,5D$, de forma a garantir a distância em x do bocal ao bordo de fuga. O tempo total de aquisição dos dados da simulação

Figura 10 – Esquemático da geometria e posição dos microfones do caso de placa plana



Fonte: Silva *et al.* (2025).

foi de $\Delta t U_j / D = 416$ com uma frequência de amostragem de $St = 50$. Esse intervalo de tempo foi iniciado após a simulação entrar em regime permanente e o tempo total foi determinado de modo a garantir a convergência das estatísticas do jato. As principais informações do caso são sintetizadas na Tabela 1.

Tabela 1 – Dados relevantes do caso com placa plana

D [mm]	Corda	Envergadura	M	R
50	$9D$	$15D$	0,4	$0,6D$; $0,8D$ e $1D$

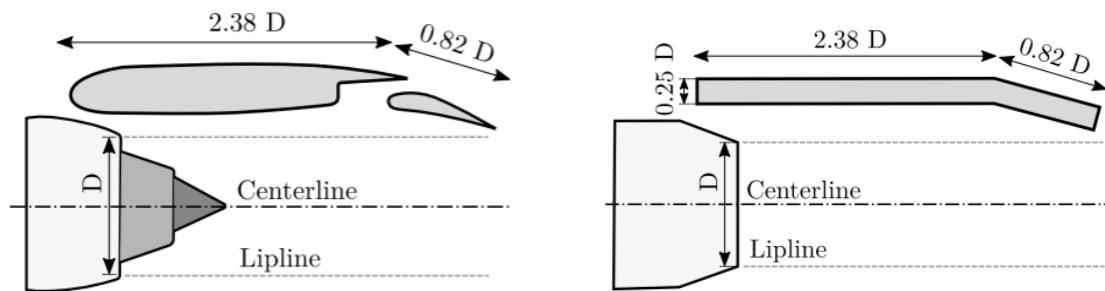
Fonte: Elaboração própria.

3.1.2 Placa com flape

O trabalho de Yupa-Villanueva (2021) propôs uma metodologia para o estudo e desenvolvimento de *thrust gates*, isto é, aberturas inseridas no flape com o objetivo de mitigar o ruído gerado pela interação entre o jato e o flape em condições típicas de número de Mach e ângulos de deflexão associados às fases de decolagem e pouso.

Para viabilizar o processo de simulação e a análise dos resultados, algumas simplificações foram adotadas: considerou-se apenas um jato frio em um ambiente quiescente, além da utilização de uma geometria simplificada, representada na Figura 11.

Figura 11 – Simplificação de geometria da asa e bocal do jato



(a) Geometria complexa.

(b) Geometria simplificada.

Fonte: Adaptado de Yupa-Villanueva (2021).

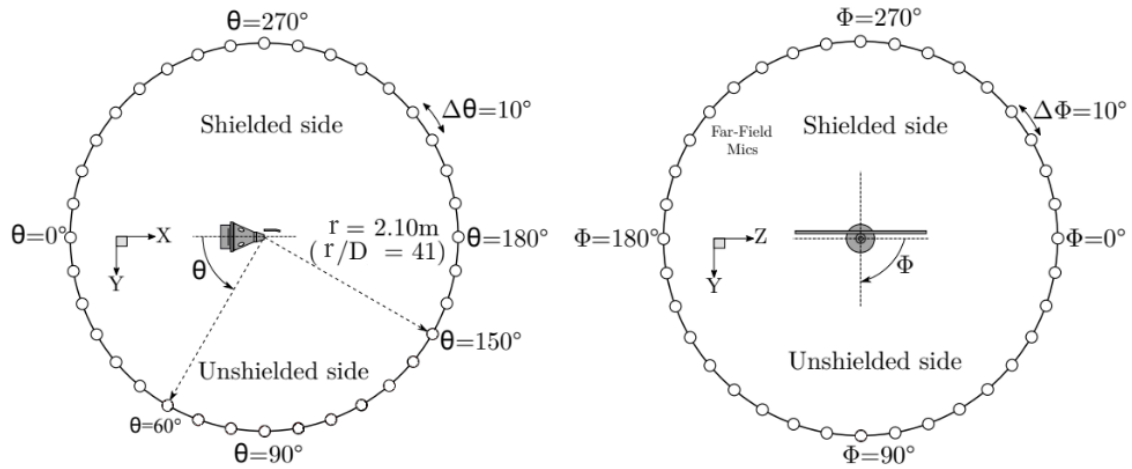
O bocal do jato possui diâmetro $D = 50,8$ mm. A placa utilizada na configuração apresenta espessura de $0,25D$ e comprimento total de $3,20D$, sendo que os últimos $0,82D$ correspondem ao comprimento do flape. A distância entre o centro do jato e a placa é de $R/D = 0,8$. Além disso, a placa possui envergadura de $30D$ na simulação. Entretanto, para as análises feitas nesse trabalho os dados de pressão foram salvos em uma região de envergadura de $10D$.

Para solução dos casos, realizou simulações VLES (Very Large Eddy Scales) com método Lattice Boltzmann, capturando o ruído do gerado pela interação entre jato e flape através de superfícies de FW-H porosas e sólidas.

A Figura 12 apresenta o arranjo de microfones utilizado no campo distante. Os sensores estão distribuídos de forma circular, em um raio de $2,10$ m (o que corresponde a aproximadamente $41D$) com espaçamento de $\Delta\theta = 10^\circ$.

Foram simulados dois casos de velocidade representativos de condições típicas de pouso e decolagem, correspondendo aos números de Mach $0,5$ e $0,7$, combinados com deflexões do flape de $\alpha = 7^\circ$, 15° e 30° .

Figura 12 – Sistema de coordenadas e disposição dos microfones do campo distante



Fonte: Adaptado de Yupa-Villanueva (2021).

As principais informações relevantes para o atual trabalho são apresentados na Tabela 2.

Tabela 2 – Dados relevantes do caso da placa com flape.

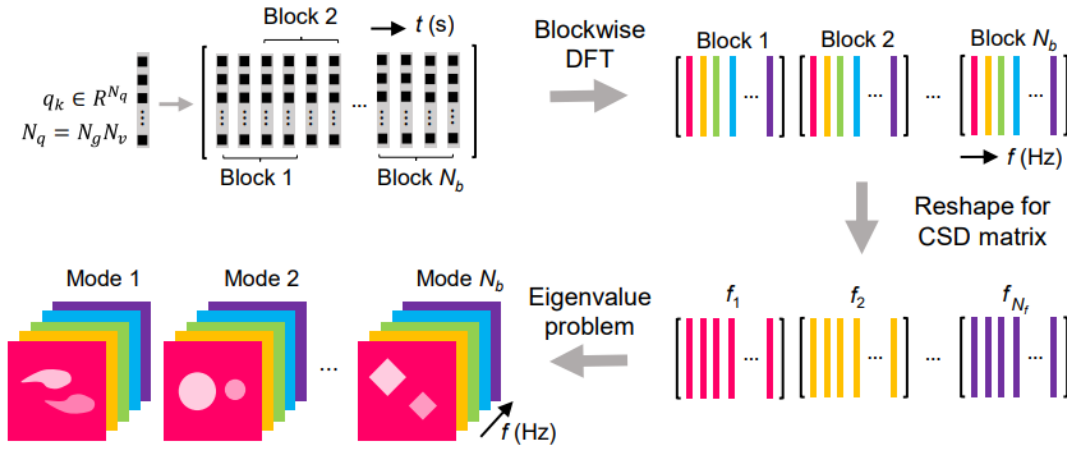
D [mm]	Corda	Envergadura	M	R	α
50,8	3,20D (0,82D flape)	10D	0,5 e 0,7	0,8D	7° , 15° e 30°

Fonte: Elaboração própria.

3.2 DECOMPOSIÇÃO MODAL

Os modos utilizados na previsão de ruído foram obtidos a partir da decomposição modal apresentada em Silva *et al.* (2025). A análise SPOD foi realizada utilizando o código disponibilizado no repositório https://github.com/HexFluid/spod_python, que corresponde à implementação em Python desenvolvida por He *et al.* (2021), baseada no algoritmo originalmente proposto por Schmidt e Towne (2019). A Figura 13 apresenta um fluxograma ilustrando as etapas principais envolvidas e, na sequência, as etapas são descritas (He *et al.*, 2021).

Figura 13 – Esquemático do algoritmo de cálculo da SPOD

Fonte: He *et al.* (2021).

1. É construída uma matriz com dados contendo informações espaçotemporais do escoamento. O vetor q_k representa o k -ésimo *snapshot* após a subtração da média temporal dos dados. O vetor tem tamanho $N_q = N_g N_v$, sendo N_g número de probes e N_v o número de variáveis sendo investigadas (velocidade nas 3 direções, por exemplo). Montando uma matriz com esses dados, obtém-se:

$$Q = [q_1, q_2, \dots, q_{N_t}] \in \mathbb{R}^{N_q \times N_t}, \quad (58)$$

em que N_t é o número de *snapshots*

2. A matriz Q é dividida, então, em N_b blocos para aplicação do método de periodograma de Welch, cada bloco consistindo de N_f *snapshots*. Assume-se a hipótese de ergodicidade e, portanto, cada bloco é tomado como estatisticamente independente. Aplica-se a DFT em cada bloco, considerando uma sobreposição arbitrária entre blocos vizinhos. Além disso, costumeiramente é utilizada uma função janela para mitigar vazamento espectral. A matriz resultante é:

$$\hat{Q}^{(j)} = [\hat{q}_1^{(j)}, \hat{q}_2^{(j)}, \dots, \hat{q}_{N_f}^{(j)}] \in \mathbb{C}^{N_q \times N_f}, \quad (59)$$

em que N_f é o número de frequências analisadas.

3. As matrizes dos blocos no domínio da frequência são rearranjadas. Para a k -ésima frequência, a matriz correspondente é:

$$\hat{Q}_k = [\hat{q}_k^{(1)}, \hat{q}_k^{(2)}, \dots, \hat{q}_k^{(N_b)}] \in \mathbb{C}^{N_q \times N_b}. \quad (60)$$

A matriz de CSD para a k -ésima frequência é obtida como:

$$S_k = \frac{1}{N_b} W^{\frac{1}{2}} \hat{Q}_k^* \hat{Q}_k W^{\frac{1}{2}} \in \mathbb{C}^{N_q \times N_b}, \quad (61)$$

em que W é a matriz de pesos para escalar as diferentes variáveis do escoamento.

4. Por fim, a decomposição é feita na matrix S_k para cada frequência:

$$S_k = \Psi_k \Lambda_k \Psi_k^*, \quad (62)$$

$$\Phi_k = \hat{Q}_k \Psi_k \Lambda_k^{-1/2}, \quad (63)$$

$$\Phi_k = [\phi_k^{(1)}, \phi_k^{(2)}, \dots, \phi_k^{(N_b)}] \in \mathbb{C}^{N_q \times N_b}, \quad (64)$$

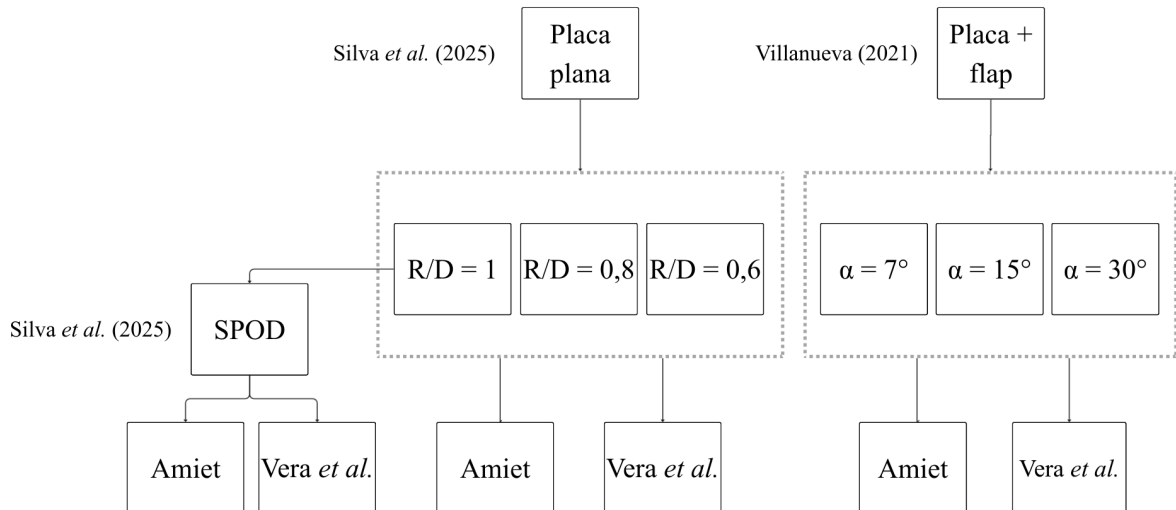
$$\Lambda_k = \text{diag}(\lambda_k^{(1)}, \lambda_k^{(2)}, \dots, \lambda_k^{(N_b)}) \in \mathbb{C}^{N_b \times N_b}. \quad (65)$$

No caso particular desse trabalho, o código recebe uma matriz 2D contendo as séries temporais dos dados de pressões gravados na superfície de todas as placas durante as simulações. Para decomposição, optou-se por uma matriz peso W correspondente às áreas de cada elemento. Para a DFT, foi utilizado um overlap de 75% dos dados juntamente com a aplicação de uma janela Hanning.

3.3 FLUXO DE TRABALHO

A Figura 14 mostra um esquemático representando o fluxo de trabalho.

Figura 14 – Esquemático do processo de cálculo do campo acústico a partir dos dados de superfície das simulações



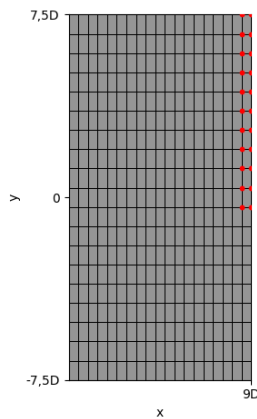
Fonte: Elaboração própria.

Os dados de pressão na placa salvos durante as simulações são utilizados para calcular a densidade espectral cruzada de pressão ao longo da envergadura

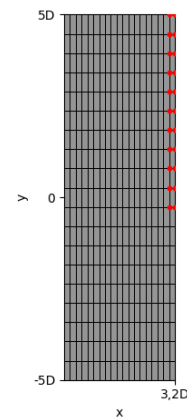
de cada uma das placas de cada simulação. No modelo de Amiet, essa densidade espectral cruzada de pressão é utilizada para calcular o comprimento integral ao longo da envergadura e entra como variável na equação de cálculo de ruído (termos $l_{x_2}(\omega)$ e $S_{qq}(\omega, 0)$ na Equação 37). Já na metodologia proposta por Vera *et al.*, o espectro de pressão é calculado e utilizado como entrada (termo $\Phi_{pp}(k_2, \omega)$ na Equação 49).

Todavia, ambas as teorias utilizam o espectro de pressão apenas no bordo de fuga. Além disso, modelam a asa como uma placa sem espessura, fato que destoa das geometrias modelada nas simulações, uma vez que ambas - placa sem e com flape - apresentam espessura. Assim, é necessário selecionar as células da malha de ambas as simulações localizadas no bordo de fuga. Opta-se, inicialmente, por selecionar os elementos da placa que ficam em contato com o jato. A Figura 15 mostra um esquemático da vista inferior das placas e os vértices das células do bordo de fuga selecionados em vermelho (a ilustração não representa a discretização das simulações).

Figura 15 – Vista inferior das placas no plano xy com os nós do bordo de fuga destacados em vermelho.



(a) Placa plana



(b) Placa com flape

Fonte: Elaboração própria.

Para o cálculo da densidade espectral de pressão no bordo de fuga, empregou-se o método de Welch com a utilização de janela Hanning com 75% de overlap. Para o caso do ruído calculado com os modos SPOD, a densidade espectral de pressão ao longo da envergadura foi calculada de forma similar, exceto pela aplicação de uma janela retangular.

Para as variáveis comuns a todos os casos, adotou-se velocidade de convecção do jato como $U_c = 0,7U_j$, densidade do ar como $\rho = 1,22$ e velocidade do som igual a $c_\infty = 343$. Além disso, utilizou-se pressão de referência igual a $20 \mu Pa$.

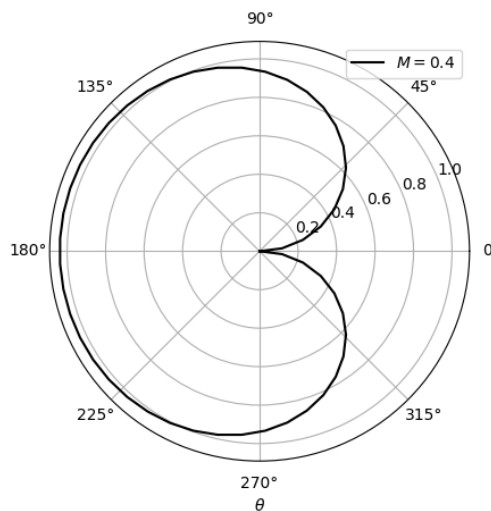
4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste capítulo, são apresentados os resultados das análises realizadas. Inicialmente, discutem-se os resultados obtidos a partir da simulação com a placa plana para condições $R/D = 1; 0,8$ e $0,6$. Em seguida, são apresentados os resultados referentes à simulação da placa com flape para os casos de $M = 0,5$ e $0,7$. Para ambas as configurações, são comparadas as variáveis de entrada dos modelos adquiridas a partir dos dados de pressão provenientes das simulações, bem como as previsões de ruído em posições de microfone no campo distante, conforme descrito na metodologia. As previsões dos modelos semianalíticos são comparadas com as curvas obtidas por meio das soluções numéricas de superfícies de FW-H permeáveis e sólidas.

4.1 PLACA PLANA

A Figura 16 apresenta o padrão de diretividade obtido a partir da equação de Vera *et al.* (Equação 50), em função de θ no centro da placa considerando o caso da placa plana. Como os termos que compõem o fator de diretividade dependem apenas dos ângulos azimutal e polar, além do número de Mach do jato, o resultado ilustrado na Figura 16 é válido para as três placas distâncias $R/D = 1; 0,8$ e $0,6$. O formato aproximadamente cardioidal, típico de ruído de bordo de fuga, é gerado pelo termo $\sin(\theta_t/2)$.

Figura 16 – Diretividade D da equação de Vera *et al.* em função de θ



Fonte: Elaboração própria.

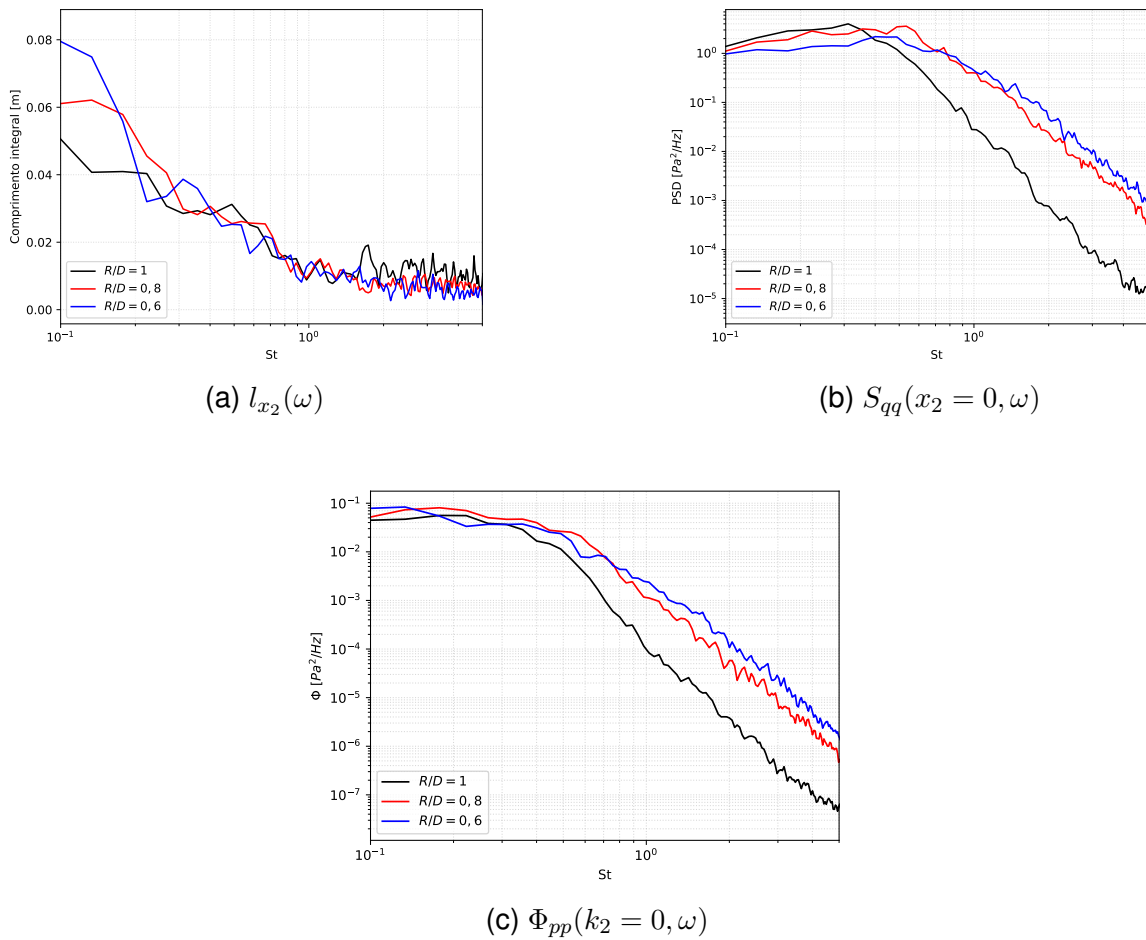
Antes de prosseguir, nota-se que o sistema de coordenadas usado nesta seção é o da Figura 10, isto é, o ângulo azimutal $\phi = 90^\circ$ refere-se à parte superior

da placa, o lado protegido, enquanto $\phi = 270^\circ$ refere-se ao lado desprotegido. Além disso, os ângulos polares se relacionam com a disposição cilíndrica dos microfones mostradas na Figura 10.

Na Figura 17 são apresentadas as variáveis utilizadas como dados de entrada para as teorias semianalíticas propostas por Amiet e Vera *et al.*. Em particular, o comprimento integral $l_{x_2}(\omega)$, a PSD no centro da placa $S_{qq}(\omega, x_2 = 0)$ e a PSD para número de onda transversal igual a zero $\Phi_{pp}(k_2 = 0, \omega)$.

Observa-se que a PSD (Figuras 17b e 17c) do caso $R/D = 1$ apresenta magnitude menor do espectro de pressão quando comparado com os casos $R/D = 0,8$ e $R/D = 0,6$, indicando uma interação menos intensa da placa com o jato para esse caso.

Figura 17 – Variáveis de entrada nas equações semianalíticas de Amiet e Vera *et al.* para os casos com placa plana

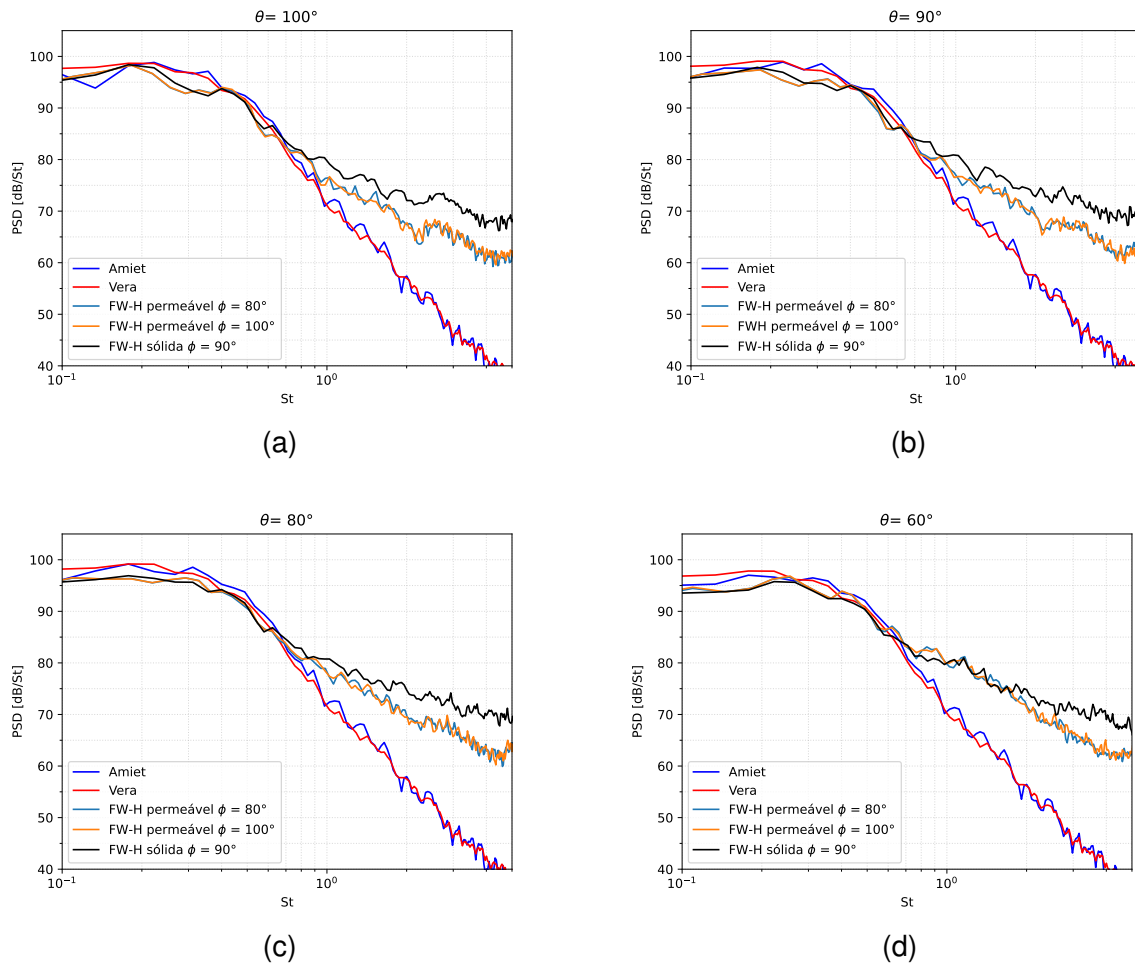


Fonte: Elaboração própria.

4.1.1 $R/D = 1$

A Figura 18 apresenta os resultados do espectro de ruído para a placa plana com distância do centro do jato para a placa de $R/D = 1$. São mostrados resultados para $\phi = 90^\circ$ (lado protegido da placa) e $\theta = 100^\circ, 90^\circ, 80^\circ$ e 60° , nas Figuras 18a, 18b, 18c, 18d, respectivamente. Os resultados são comparados com as curvas numéricas de FW-H permeáveis na posição de microfones mais próximos a $\phi = 90^\circ$, além de ser comparado com o resultado propagado a partir dos dados de superfície FW-H sólida, conforme Silva *et al.* (2025). Resultados são avaliados de $0,1 < St < 5$, com $\Delta St = 0,044$.

Figura 18 – Espectro de ruído para $\phi = 90^\circ$ para placa $R/D = 1$ em diferentes ângulos polares: (a) $\theta = 100^\circ$, (b) $\theta = 90^\circ$, (c) $\theta = 80^\circ$ e (d) $\theta = 60^\circ$



Fonte: Elaboração própria.

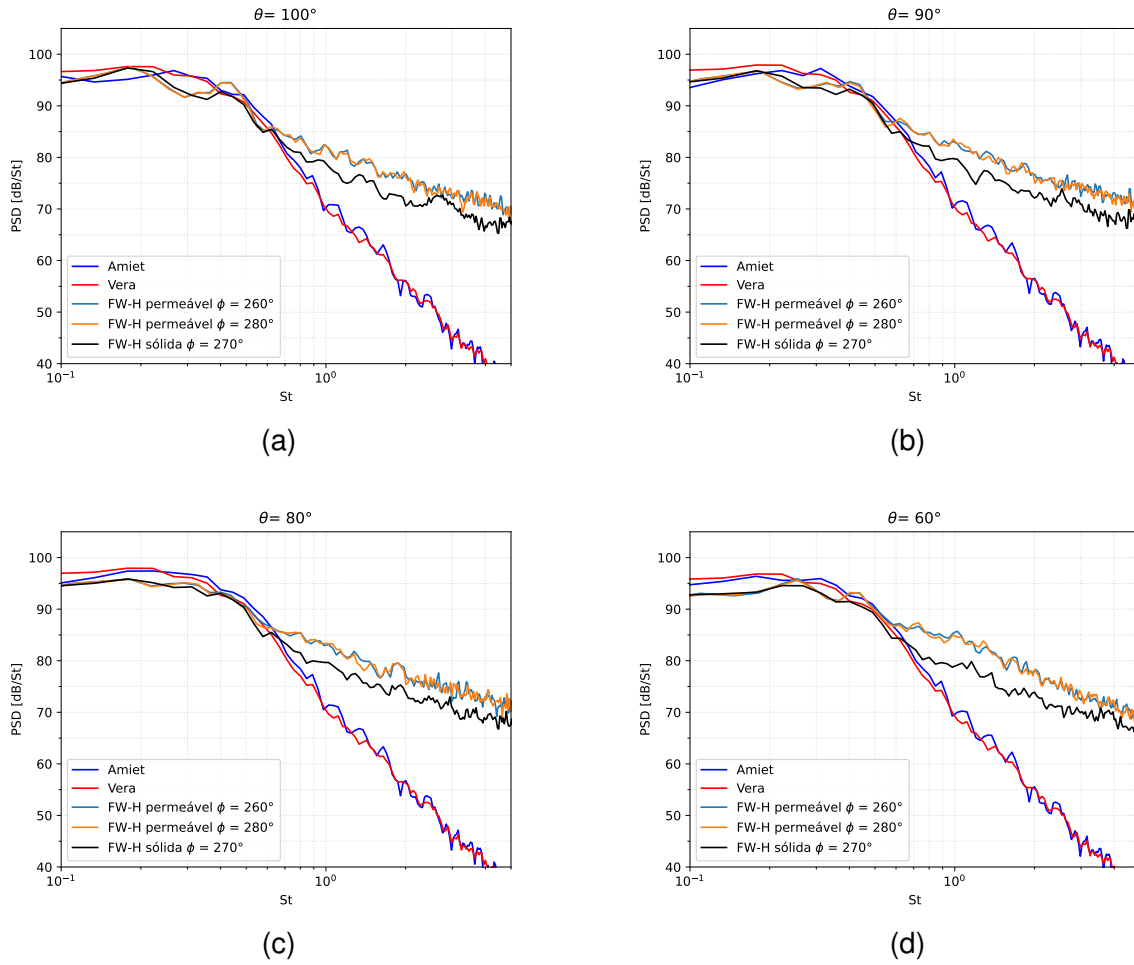
Ambas as aplicações semianalíticas, Amiet e Vera *et al.* apresentam comportamento bastante similar, exibindo curvas com a mesma característica geral e níveis de ruído muito próximos. Observa-se que ambas superestimam levemente o nível de ruído na faixa de Strouhal entre 0,1 e 0,7 em todos os ângulos θ , além de apresen-

tarem um decaimento mais acentuado do que o previsto pelos resultados numéricos para $St > 0,7$. Esse comportamento ocorre porque, para números de Strouhal superiores a 0,7, os resultados numéricos passam a ser dominados pelo ruído de jato e sua reflexão/bloqueio pela placa. Assim, ambas as teorias capturam satisfatoriamente o ruído na faixa de frequência dominada por ruído de bordo de fuga.

A Figura 19 apresenta os resultados para $\phi = 270^\circ$ e $\theta = 100^\circ, 90^\circ, 80^\circ$ e 60° (19a, 19b, 19c, 19d, respectivamente).

Mais uma vez, as curvas obtidas pelas teorias de Amiet e de Vera *et al.* apresentam grande semelhança tanto no comportamento quanto no nível de ruído previsto, sobretudo na faixa $0,1 < St < 0,7$, onde predomina o ruído associado à interação do jato com o bordo de fuga. Observa-se que, para $St > 0,7$, a divergência entre as curvas numéricas de FW-H permeável e as previsões teóricas torna-se mais pronunciada em comparação ao caso com $\phi = 90^\circ$. Isso ocorre porque, no lado desprotegido do jato, para médias e altas frequências, ocorre ganho em níveis de pressão devido ao fenômeno de reflexão do jato na placa. No lado protegido, a placa atua como um bloqueio, e por isso a diferença.

Figura 19 – Espectro de ruído para $\phi=270^\circ$ para placa $R/D = 1$ em diferentes ângulos polares: (a) $\theta = 100^\circ$, (b) $\theta = 90^\circ$, (c) $\theta = 80^\circ$ e (d) $\theta = 60^\circ$



Fonte: Elaboração própria.

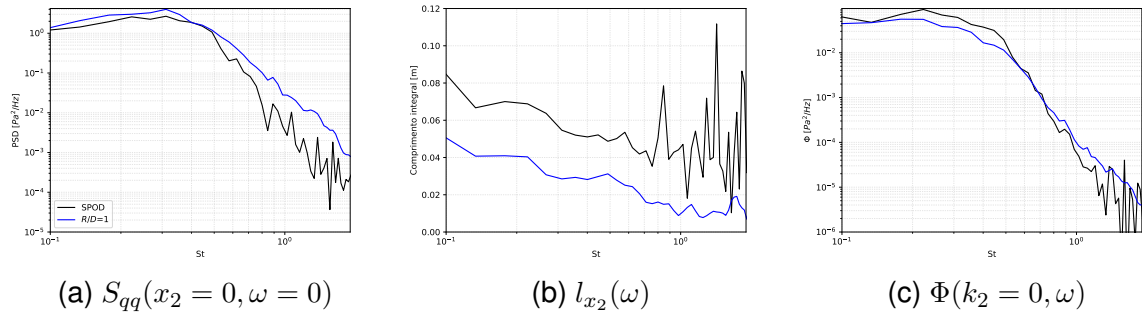
4.1.1.1 Aplicação de SPOD aos dados de entrada

A Figura 20 apresenta os dados de entrada utilizados nas equações semianalíticas de Amiet e de Vera *et al.*, calculados a partir dos dados de pressão do primeiro modo SPOD na placa, em função do número de Strouhal. São mostradas as curvas do espectro de pressão no centro da placa, $S_{qq}(\omega, 0)$, do comprimento integral $l_{x_2}(\omega)$ e do espectro de pressão $\Phi(k_2, \omega)$ para número de onda $k_2 = 0$, comparadas aos resultados obtidos diretamente a partir dos dados de pressão no tempo. Os resultados são plotados até $St = 2$, utilizando incremento de $\Delta St = 0,044$.

Os espectros de pressão calculados a partir do primeiro modo e aqueles obtidos diretamente dos dados de pressão no tempo na placa apresentam forte similaridade (Figuras 20a e 20c), evidenciando a relevância do primeiro modo SPOD no campo de pressão. O comprimento integral l_{x_2} , por outro lado, apresenta valores superiores calculados apenas com o primeiro modo quando comparado aos resultados

calculados a partir dos dados de pressão no tempo.

Figura 20 – Variáveis de entrada para calculadas apenas com o primeiro modo SPOD da placa $R/D = 1$



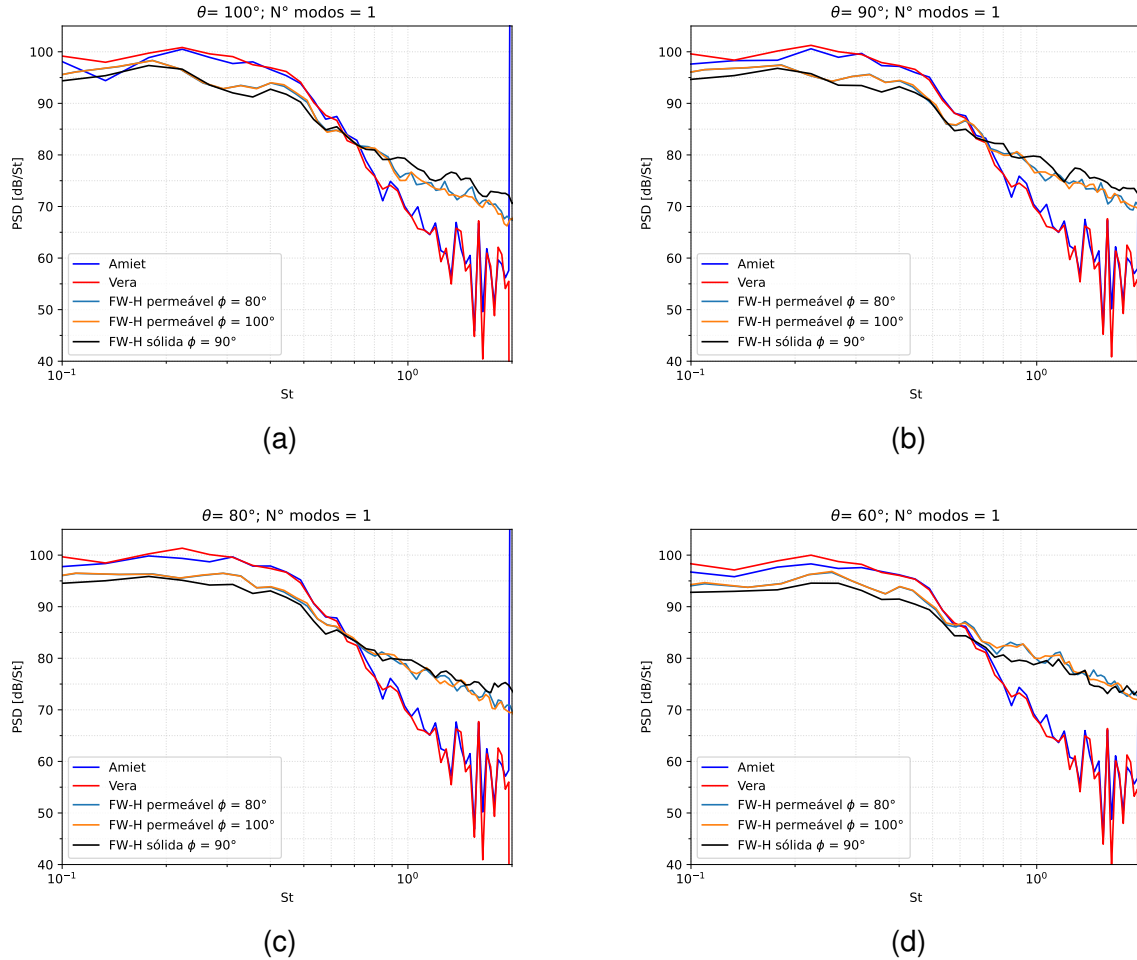
Fonte: Elaboração própria.

A Figura 21 apresenta o resultado da previsão do espectro de ruído utilizando somente o primeiro modo para placa $R/D = 1$ em ângulo azimutal $\phi = 90^\circ$, para os ângulos polares $\theta = 100^\circ, 90^\circ, 80^\circ$ e 60° plotados até $St = 2$, com $\Delta St = 0,044$.

Os resultados calculados utilizando apenas o primeiro modo apresentam boa concordância com os dados numéricos das superfícies FW-H. Entretanto, o nível do espectro de ruído obtido com o primeiro modo, na faixa de Strouhal $0,1 < St < 0,6$, superestima o ruído em aproximadamente 4 dB em todos os casos. Observa-se ainda que esses valores ficam acima inclusive daqueles obtidos a partir dos dados de pressão no tempo originais, o que indica haver uma combinação destrutiva com os demais modos.

O campo de pressão do primeiro modo SPOD na placa pode ser visualizado na Figura 23, onde é mostrado o primeiro passo de tempo do modo em diferente números de Strouhal. A imagem apresenta um padrão de pressão que remete à uma pegada do modo axissimétrico do jato, que é a principal contribuição para o campo acústico em problemas de jato instalado (Silva *et al.*, 2025).

Figura 21 – Espectro de ruído utilizando somente o primeiro modo SPOD para $\phi = 90^\circ$ placa $R/D = 1$ em diferentes ângulos polares: (a) $\theta = 100^\circ$, (b) $\theta = 90^\circ$, (c) $\theta = 80^\circ$ e (d) $\theta = 60^\circ$.

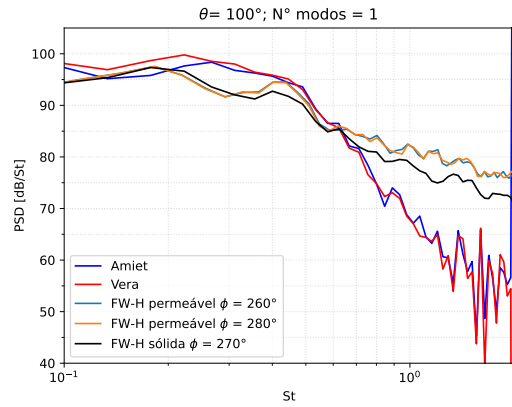


Fonte: Elaboração própria.

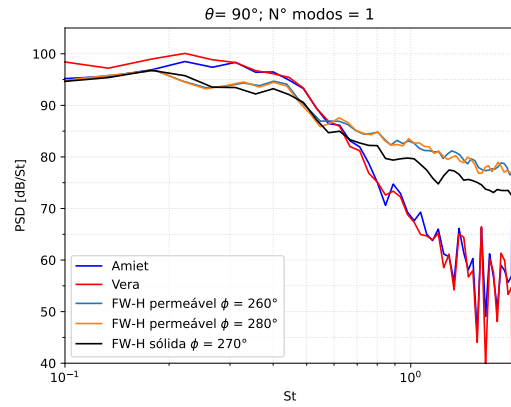
A Figura 22 apresenta o resultado da previsão do espectro de ruído utilizando somente o primeiro modo para placa $R/D = 1$ em ângulo azimutal $\phi = 270^\circ$, para os ângulos polares $\theta = 100^\circ, 90^\circ, 80^\circ$ e 60° plotados até $St = 2$, com $\Delta St = 0,044$.

Novamente, os resultados calculados com o primeiro modo de SPOD apresentam boa concordância com os resultados numéricos, embora, assim como no caso para o ângulo azimutal $\phi = 90^\circ$, os valores previstos estejam acima daqueles obtidos a partir dos dados originais de pressão no tempo, especialmente na faixa de $0,1 < St < 0,6$.

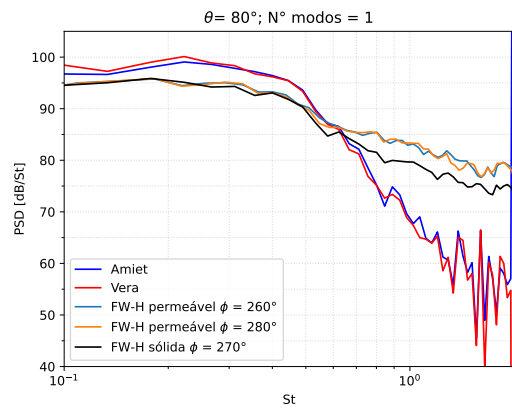
Figura 22 – Espectro de ruído utilizando somente o primeiro modo SPOD para $\phi = 270^\circ$ para placa $R/D = 1$ em diferentes ângulos polares: (a) $\theta = 100^\circ$, (b) $\theta = 90^\circ$, (c) $\theta = 80^\circ$ e (d) $\theta = 60^\circ$.



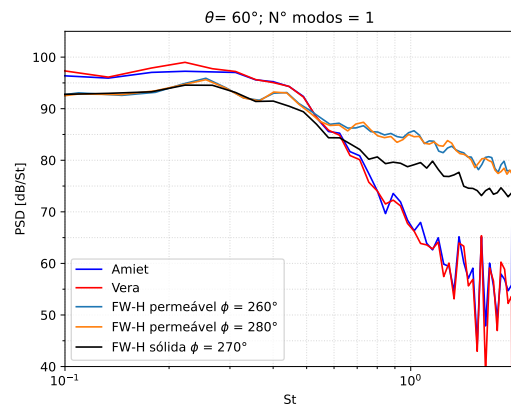
(a)



(b)



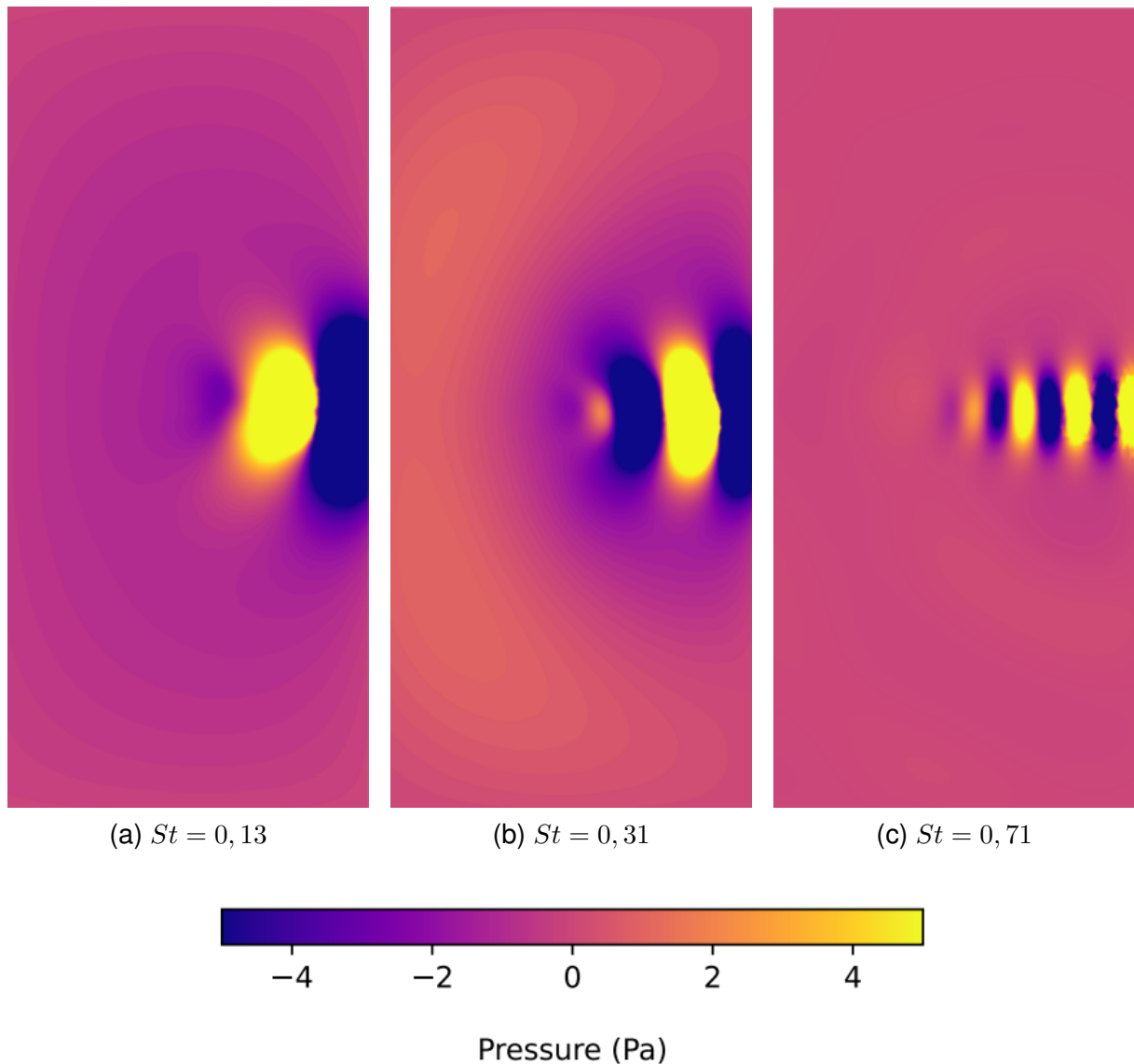
(c)



(d)

Fonte: Elaboração própria.

Figura 23 – Primeiro modo em diferentes números de St



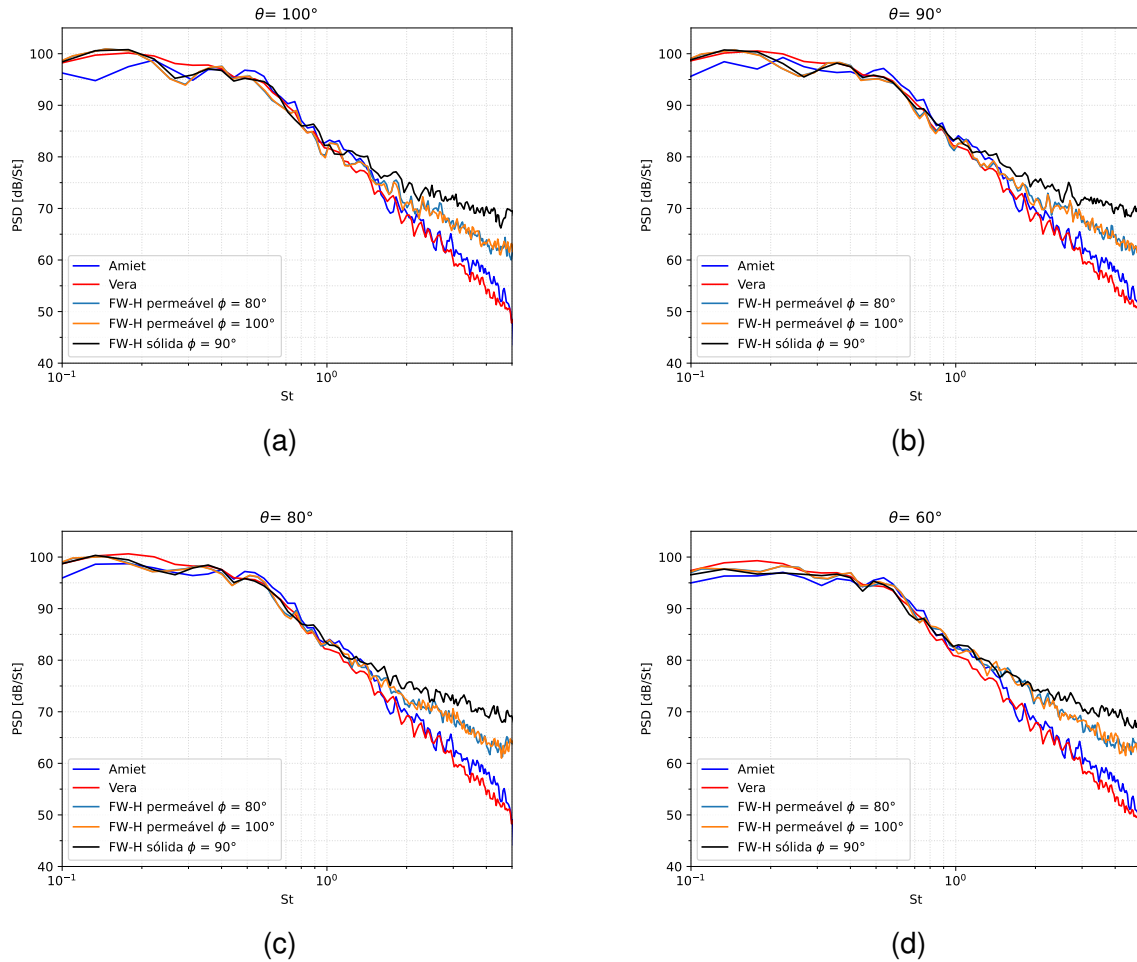
Fonte: Adaptado de Silva *et al.* (2025)

4.1.2 $R/D = 0,8$

A Figura 24 mostra os resultados para a placa com distância até o centro do jato $R/D = 0,8$ em ângulo azimutal $\phi = 90^\circ$ (lado protegido do jato) e ângulos polares 100° , 90° , 80° e 60° nas Figuras 24a, 24b, 24c e 24d. Resultados são mostrados com $\Delta St = 0,044$. Os resultados utilizando a teoria de Amiet e de Vera *et al.* coincidem e se aproximam das curvas numéricas obtidas com as superfícies de FW-H. Nesse caso, ambas as curvas apresentam boa concordância até aproximadamente $St = 1$ e reproduzem de forma satisfatória a tendência de queda do nível sonoro conforme aumenta o número de Strouhal. Isso ocorre porque se trata de uma condição com forte interação entre o jato e a placa, na qual o ruído de interação é predominante, além de os microfones estarem posicionadas no lado protegido do jato, onde a atenuação

natural do escoamento devido ao bloqueio da placa favorece essa correspondência.

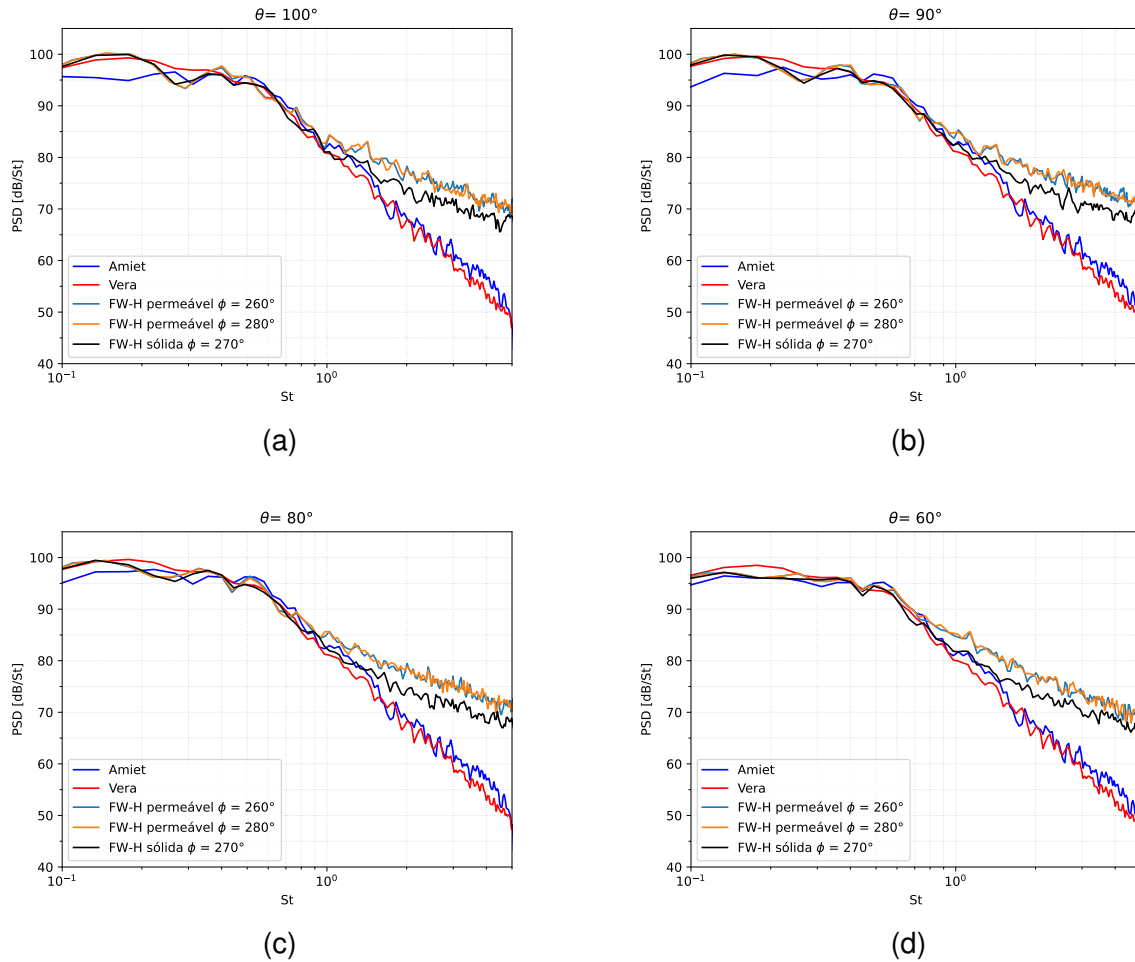
Figura 24 – Espectro de ruído para $\phi = 90^\circ$ para placa $R/D = 0,8$ em diferentes ângulos polares: (a) $\theta = 100^\circ$, (b) $\theta = 90^\circ$, (c) $\theta = 80^\circ$ e (d) $\theta = 60^\circ$.



Fonte: Elaboração própria.

Na Figura 25 são apresentados os resultados para placa $R/D = 0,8$ em $\phi = 270^\circ$ (lado desprotegido) para os ângulos $\theta = 100^\circ$, 90° , 80° e 60° (Figuras 25a, 25b, 25c e 25d) com $\Delta St = 0,044$. Novamente, os resultados previstos pelas teorias de Amiet e de Vera mostram congruência entre si. Diferentemente do caso para o ângulo azimutal $\phi = 90^\circ$, as curvas teóricas apresentam um decaimento mais rápido a partir de $St = 0,9$ quando comparadas aos resultados da simulação, uma vez que os observadores encontram-se no lado desprotegido do jato, ou seja, há ganho de ruído computado pelas superfícies de FW-H devido à reflexão de ruído na placa.

Figura 25 – Espectro de ruído para $\phi = 270^\circ$ para a placa $R/D = 0,8$ em diferentes ângulos polares: (a) $\theta = 100^\circ$, (b) $\theta = 90^\circ$, (c) $\theta = 80^\circ$ e (d) $\theta = 60^\circ$



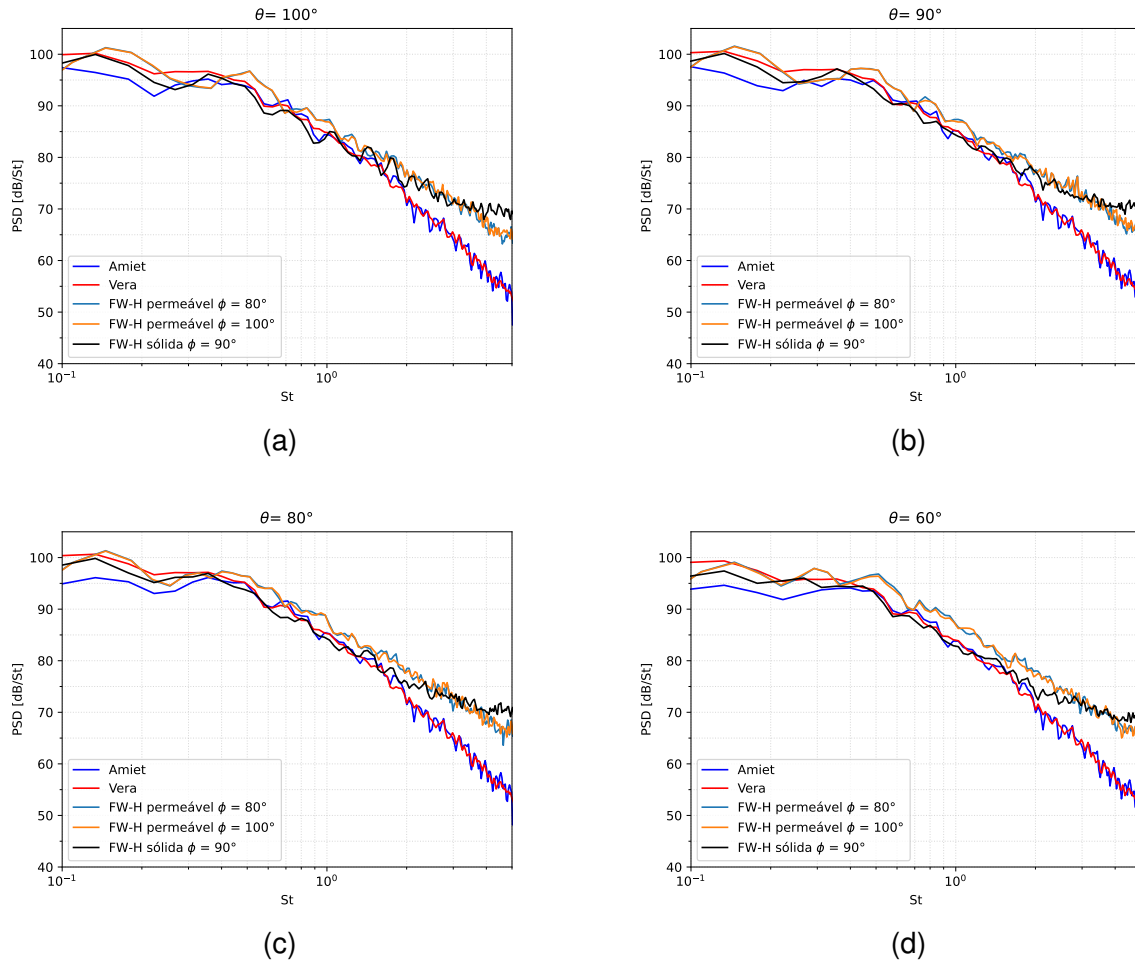
Fonte: Elaboração própria.

4.1.3 $R/D = 0,6$

A Figura 26 mostra os resultados para a placa $R/D = 0,6$ em ângulos polares $\theta = 100^\circ$, 90° , 80° e 60° em $\phi = 90^\circ$ nas Figuras 26a, 26b, 26c e 26d, respectivamente.

As teorias de Amiet e de Vera preveem espectros de ruído muito semelhantes entre si. Observa-se, porém, que os níveis previstos ficam ligeiramente abaixo daqueles obtidos pelas superfícies de FW-H permeáveis, nota-se isso especialmente em $\theta = 60^\circ$. Ainda assim, ambas as teorias apresentam boa concordância com a curva correspondente à FW-H sólida, mostrando a boa capacidade de previsão das teorias.

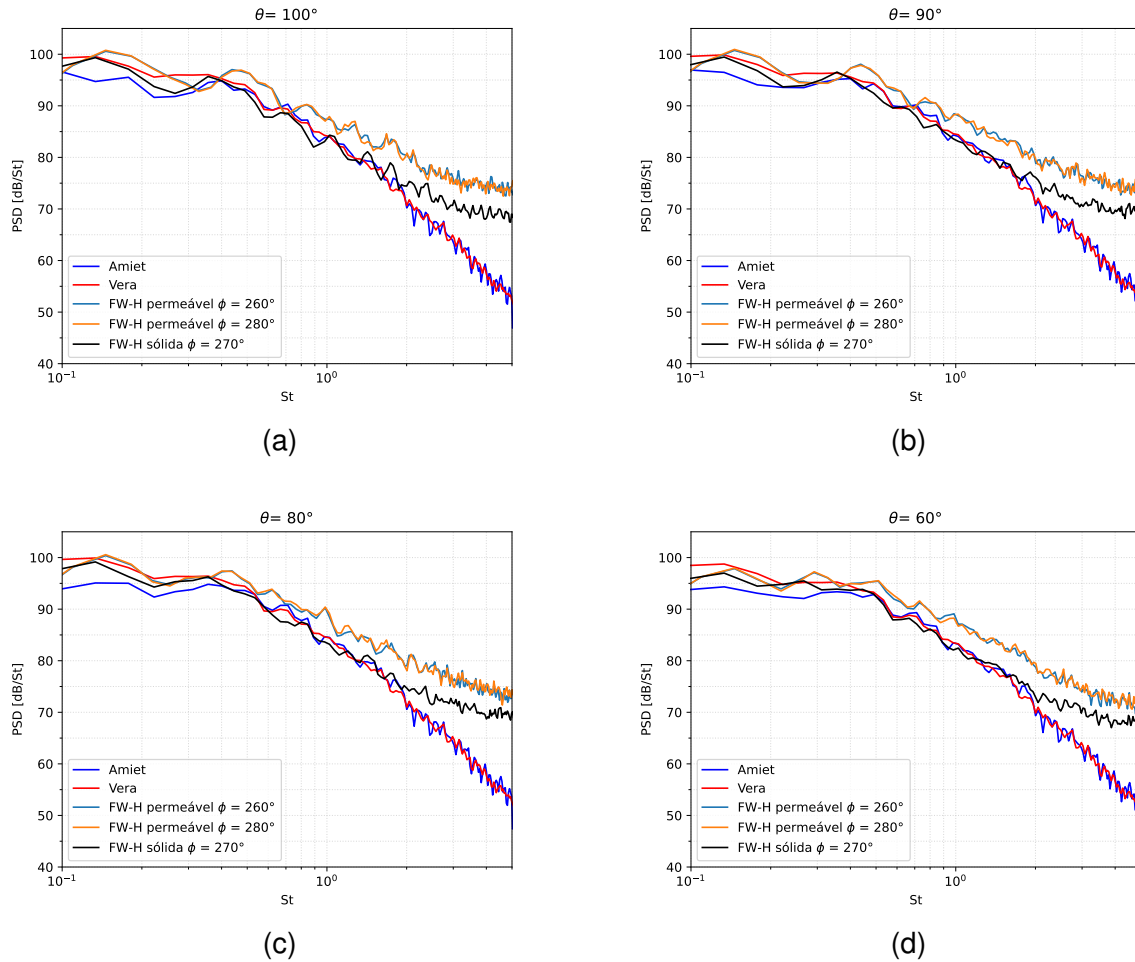
Figura 26 – Espectro de ruído para $\phi = 90^\circ$ para placa $R/D = 0,6$ em ângulos polares: (a) $\theta = 100^\circ$, (b) $\theta = 90^\circ$, (c) $\theta = 80^\circ$ e (d) $\theta = 60^\circ$.



Fonte: Elaboração própria.

A Figura 27 mostra os resultados para a placa $R/D = 0,6$ para ângulos $\theta = 100^\circ$, 90° , 80° e 60° em $\phi = 270^\circ$ nas Figuras 27a, 27b, 27c e 27d, respectivamente. Mais uma vez, as teorias de Amiet e de Vera *et al.* preveem espectros de ruído muito semelhantes entre si. O nível de ruído fica, no entanto, abaixo do calculado pelas superfícies de FW-H permeáveis e isso é mais notável do que em $\phi = 90^\circ$. Uma hipótese para isso seria a interferência da placa no desenvolvimento do escoamento do jato (dada a proximidade da placa) que impactaria diretamente o ruído direto do jato e de reflexão. Além disso, há uma fonte de ruído adicional devido à formação de camada limite, entretanto, a teoria de Amiet deveria ser capaz de computar esse efeito. Ainda assim, ambas as teorias apresentam boa concordância com a curva correspondente à FW-H sólida, especialmente até $St = 2$.

Figura 27 – Espectro de ruído para $\phi = 270^\circ$ para placa $R/D = 0,6$ em diferentes ângulos polares: (a) $\theta = 100^\circ$, (b) $\theta = 90^\circ$, (c) $\theta = 80^\circ$ e (d) $\theta = 60^\circ$.



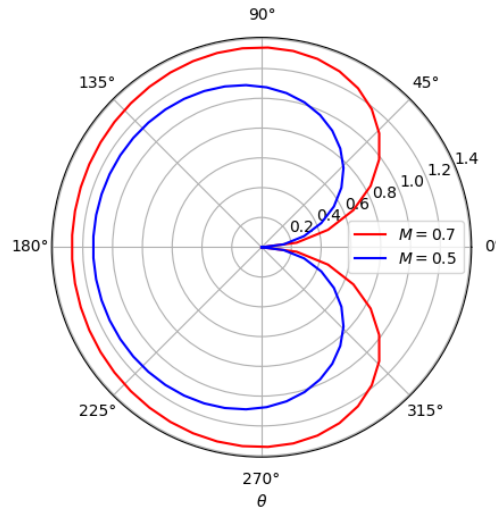
Fonte: Elaboração própria.

4.2 PLACA COM FLAPE

Destaca-se que, para os casos de placa com deflexão de flape, o sistema de coordenadas adotado é o da Figura 12. Assim, o ângulo azimutal varia $0^\circ < \phi < 180^\circ$, sendo $\phi = 90^\circ$ o ângulo correspondente ao centro da placa, e o ângulo polar varia de $0^\circ < \theta < 360^\circ$, sendo $\theta = 90^\circ$ o lado desprotegido da placa. Além disso, quando disponíveis, os resultados são comparados com as curvas computados numericamente por superfícies de FW-H permeáveis e sólidas do trabalho de Yupa-Villanueva (2021).

Na Figura 28 é apresentado o gráfico do padrão de diretividade D , sem considerar o efeito do flape, para $M = 0,5$ e $M = 0,7$, considerando $\phi = 90^\circ$. Observa-se, nesse gráfico, o efeito do termo $\sqrt{M_c(1 + M_c)}/(1 - M_c \cos \theta_t)$, responsável pelo alongamento do padrão de diretividade em razão da influência do jato. O efeito do flape na diretividade é computado nos resultados apenas rotacionando o padrão da Figura 28 de acordo com o ângulo de deflexão.

Figura 28 – Diretividade D da equação de Vera *et al.* em função de θ para $\phi = 90^\circ$ e valores de $M = 0,5$ e $M = 0,7$



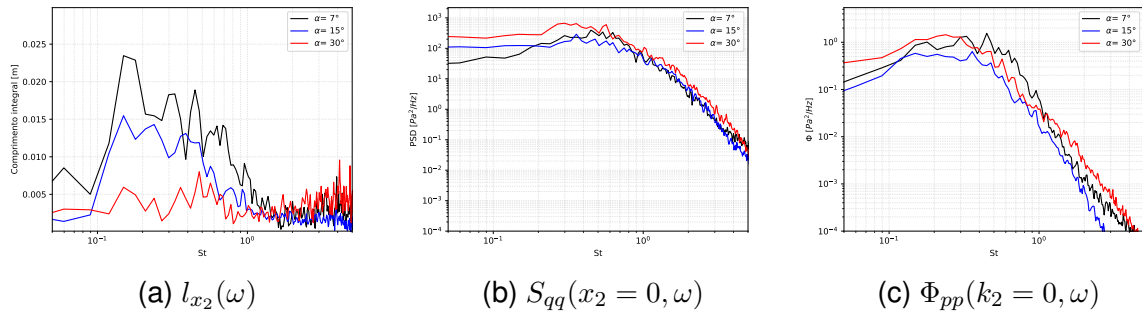
Fonte: Elaboração própria.

4.2.1 Mach 0,5

A Figura 29 apresenta as curvas das variáveis de entrada das equações dos modelos semianalíticos de Amiet (termos l_{x_2} , S_{qq} da Equação 37) e Vera *et al.* (termo Φ_{pp} da Equação 49) que são calculados a partir dos dados de pressão da placa. Resultados são apresentados em função do número de Strouhal para Mach = 0,5 em todas as deflexões de flape $\alpha = 7^\circ$, 15° e 30° com $\Delta St = 0,029$.

Pode-se notar que a curva de comprimento integral na Figura 29a apresenta valores menores em comparação com o caso de placa plana (Figura 17a), além de uma mudança de característica, onde os maiores valores não estão nas menores frequências. Observa-se, também, que os valores de comprimento decrescem com os valores de α , indicando maior nível de interação com o jato.

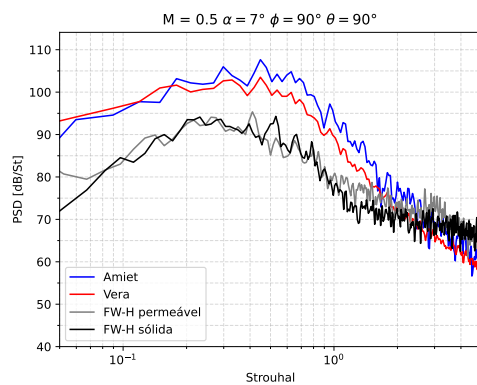
Figura 29 – Variáveis de entrada dos modelos semianalíticos de Amiet e Vera *et al.* para o caso de placa com deflexão de flape e $M = 0,5$.



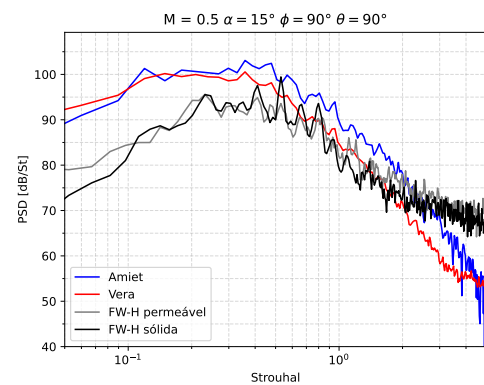
Fonte: Elaboração própria.

Na Figura 30 são apresentados os resultados para a placa com flape no caso de $M = 0,5$, considerando todas as deflexões $\alpha = 7^\circ, 15^\circ$ e 30° em $\theta = 90^\circ$, mostradas nas Figuras 30a, 30b e 30c, com $\Delta St = 0,029$. Observa-se que ambas as curvas previstas pelos modelos superestimam de forma significativa o espectro de ruído para todos os ângulos de deflexão α .

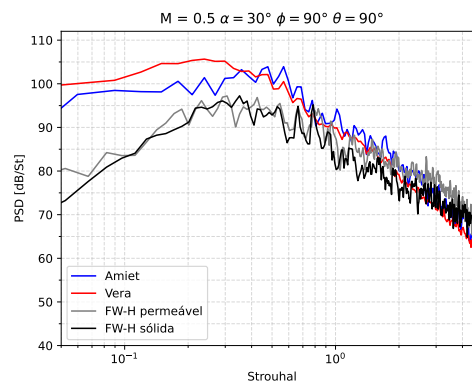
Figura 30 – Comparação dos espectros de ruído em $\theta = 90^\circ$ para $M = 0,5$ nas três deflexões de flape (a) $\alpha = 7^\circ$, (b) 15° e (c) 30°



(a) $\alpha = 7^\circ$



(b) $\alpha = 15^\circ$

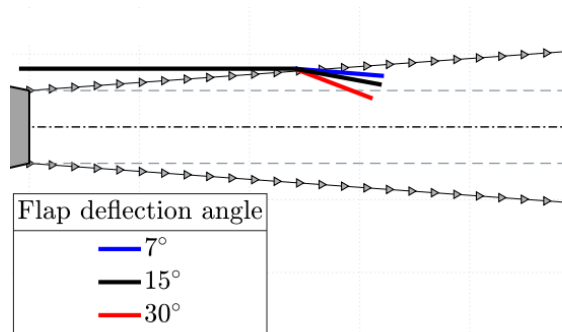


(c) $\alpha = 30^\circ$

Fonte: Elaboração própria.

No caso específico das placas com flape, o flape encontra-se submerso dentro do escoamento do jato, interagindo diretamente com ele, como mostra a Figura 31.

Figura 31 – Pluma do jato interagindo com o flape em todas suas deflexões



Fonte: Adaptado de Yupa-Villanueva (2021).

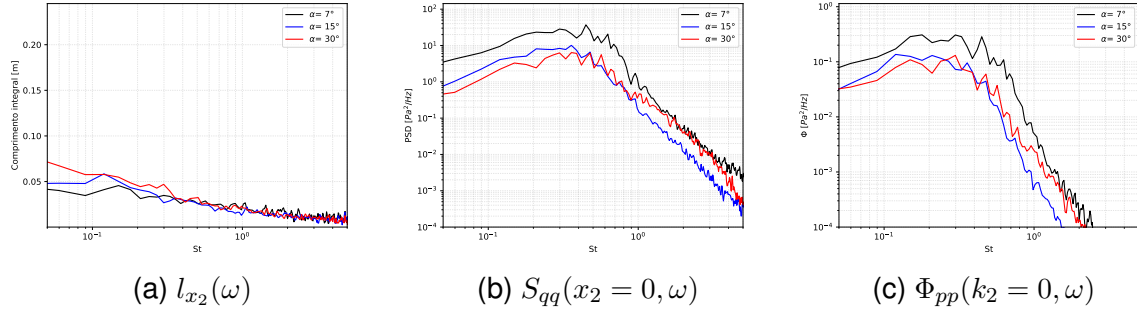
O espectro de pressão é calculado a partir dos elementos da malha localizados no bordo de fuga na face inferior da placa. Naturalmente, espera-se que a pressão nessa região seja mais elevada devido ao impacto direto do jato sobre a superfície.

No entanto, nenhuma das teorias considera a interação direta do jato com a placa. No caso da formulação de Vera *et al.*, o espectro de ruído na placa é estimado assumindo que o campo de pressão na superfície resulta de um campo evanescente que decai exponencialmente desde o jato, que é tomado como cilíndrico, até a placa. Dessa forma, a superestimação observada pode ser atribuída ao fato de que o espectro de pressão utilizado nos cálculos foi obtido a partir de elementos da malha que estavam sob influência direta do jato, o que não é contemplado pelas hipóteses das teorias.

Assim, os espectros foram recalculados utilizando pontos localizados no bordo de fuga, porém na face superior da placa plana, uma vez que, por não sofrer a incidência direta do jato, permite avaliar a contribuição do campo de pressão escoado sem a interferência do impacto hidrodinâmico dominante.

As curvas de l_{x_2} , S_{qq} e Φ_{pp} são apresentadas novamente na Figura 32 para $M = 0,5$, dessa vez, porém os resultados foram obtidos a partir dos elementos do bordo de fuga na parte superior do flape. Nota-se uma inversão nos espectros de pressão, de modo que a placa com $\alpha = 7^\circ$ apresenta maior magnitude. Entretanto, comparando com os espectros de pressão na parte inferior na Figura 29, percebe-se uma redução significativa de magnitude, o que é um indício de uma menor interação com o campo hidrodinâmico do jato.

Figura 32 – Variáveis de entrada dos modelos semianalíticos de Amiet e Vera *et al.* para placa com deflexão de flape em $M = 0,5$ calculadas no bordo de fuga na parte superior do flape



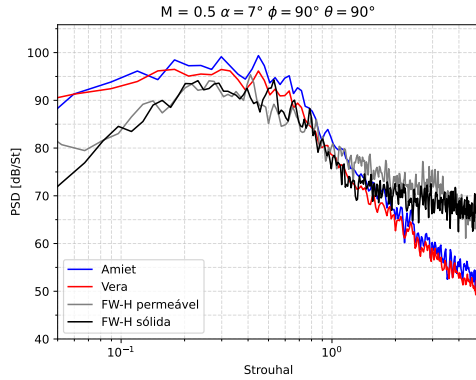
Fonte: Elaboração própria.

A Figura 33 apresenta, então, as previsões de ruído calculadas a partir dos dados de pressão dos elementos localizados na parte superior do bordo de fuga para $M = 0,5$, $\phi = 90^\circ$ e $\theta = 90^\circ$, considerando as três deflexões de flape $\alpha = 7^\circ$, 15° e 30° nas Figuras 33a, 33b e 33c, com $\Delta St = 0,029$.

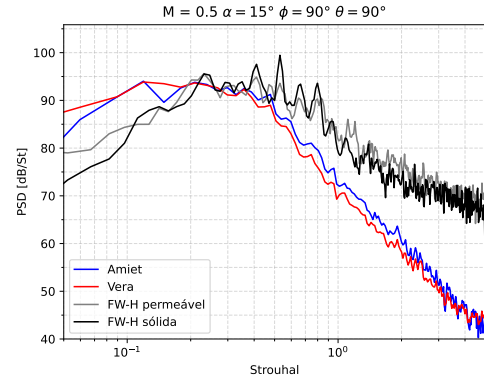
Novamente, observa-se que as curvas previstas pelos métodos semianalíticos apresentam boa congruência entre si. Entretanto, conforme ilustrado na Figura 33a, o espectro de ruído previsto para a deflexão $\alpha = 7^\circ$ é significativamente superestimado em relação às curvas numéricas, especialmente na faixa de números de Strouhal $St < 0,5$. Embora haja uma concordância razoável no intervalo $0,7 < St < 2$, a partir desse ponto as tendências divergem, uma vez que o ruído previsto decai, enquanto o nível numérico continua elevado. Para a deflexão $\alpha = 15^\circ$, nota-se na Figura 33b uma melhor aproximação entre os modelos e CFD no intervalo $0,2 < St < 0,5$. Ainda assim, os níveis permanecem superestimados em $St < 0,2$ e deixam de acompanhar o comportamento numérico para $St > 0,5$. Por fim, para $\alpha = 30^\circ$, conforme mostrado na Figura 33c, a previsão teórica apresenta boa concordância até aproximadamente $St < 0,6$, frequência a partir do qual ocorre um decaimento mais acentuado do ruído previsto pelos modelos, distanciando-se progressivamente dos resultados obtidos pelas superfícies numéricas.

Nota-se que o decaimento das curvas previstas pelas teorias ocorre justamente na faixa de frequência em que as curvas numéricas apresentam componentes tonais, originadas da interação entre o jato e o flape. Esse fenômeno não é capturado pelos modelos de Amiet e Vera *et al.* Destaca-se, ainda, o efeito de espalhamento acústico secundário proveniente do bordo de ataque, que também não é considerado na modelagem, e provavelmente se torna mais pronunciado do que no caso da placa plana, uma vez que a corda do caso atual é menor.

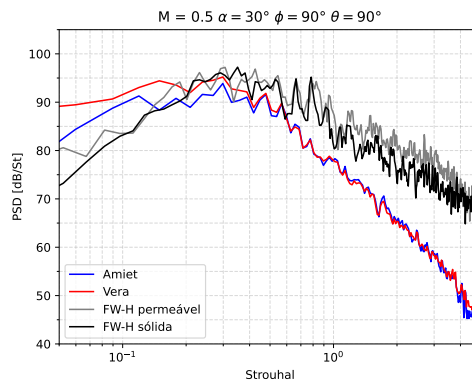
Figura 33 – Comparação dos espectros de ruído em $\theta = 90^\circ$ para $M = 0,5$ nas três deflexões de flape (a) $\alpha = 7^\circ$, (b) 15° e (c) 30° com dados do bordo de fuga superior



(a) $\alpha = 7^\circ$



(b) $\alpha = 15^\circ$



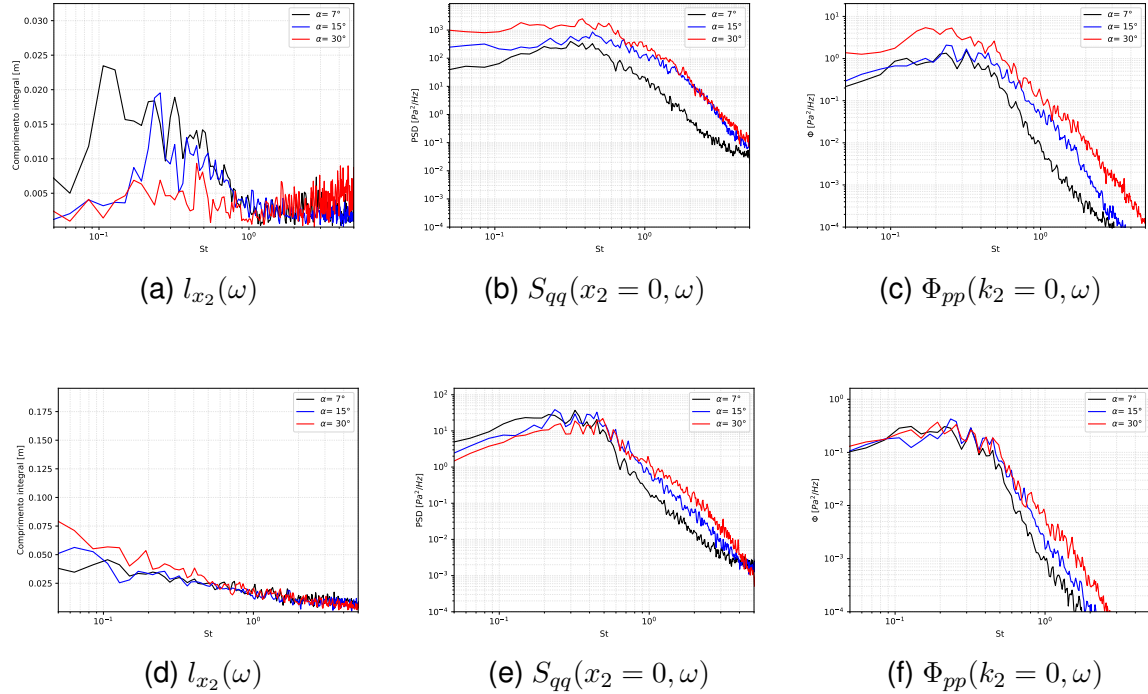
(c) $\alpha = 30^\circ$

Fonte: Elaboração própria.

4.2.2 Mach 0,7

As mesmas análises são repetidas para o caso da placa com flape com jato em $M = 0,7$. Na Figura 34 são apresentadas as curvas de l_{x2} , S_{qq} e Φ_{pp} calculadas com os dados de pressão dos elementos no bordo de fuga na parte inferior do flape (Figuras 34a, 34b e 34c) e no bordo de fuga na parte superior do flape (Figuras 34d, 34e e 34f).

Figura 34 – Variáveis de entrada dos modelos semianalíticos de Amiet e Vera *et al.* calculados com dados na parte inferior do bordo de fuga (a), (b) e (c); e parte superior do bordo de fuga (d), (e) e (f)



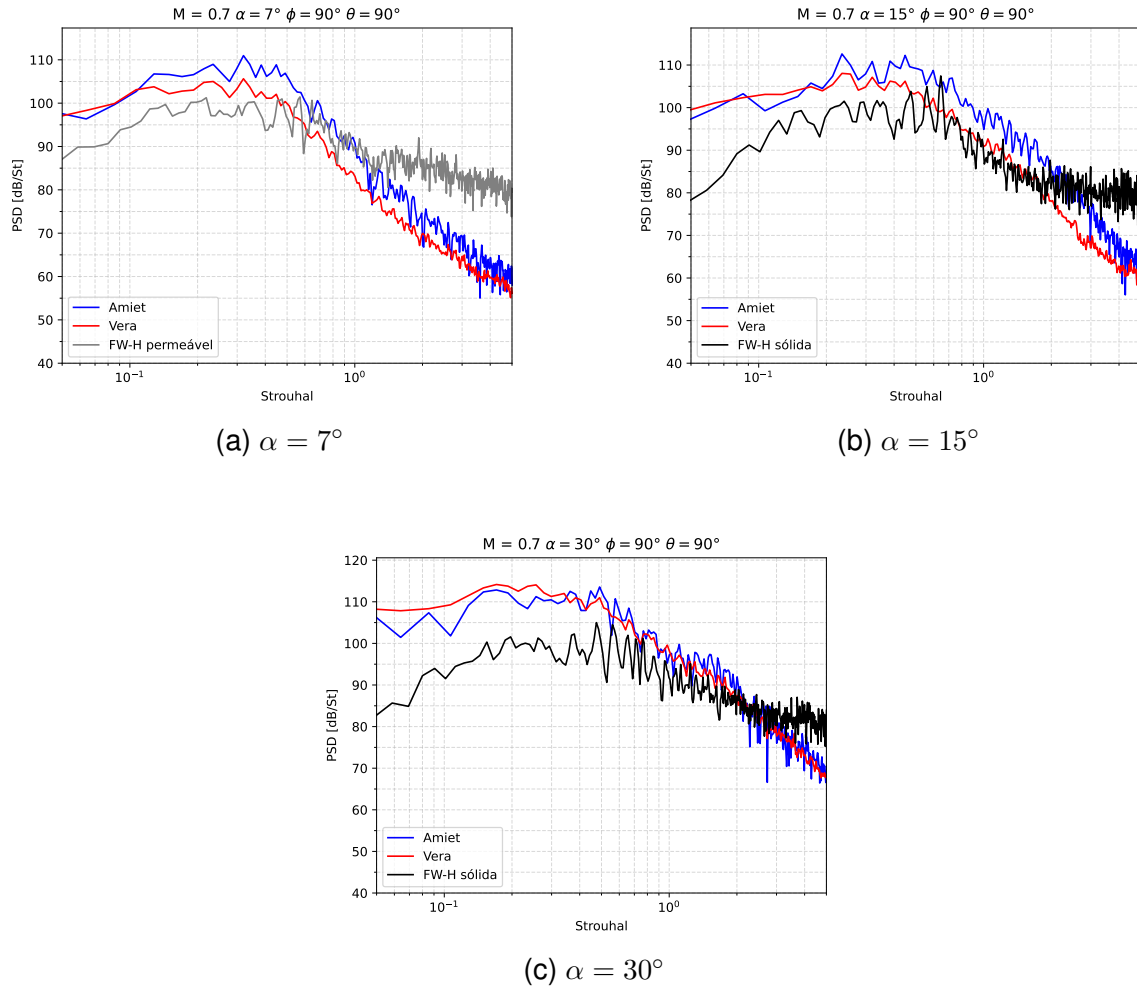
Fonte: Elaboração própria.

Em ambas as configurações analisadas (bordo de fuga inferior e superior), observa-se que a magnitude dos espectros de pressão reflete diretamente a intensidade da interação entre o jato e o flape, a qual se torna mais pronunciada à medida que o ângulo de deflexão aumenta. Ao comparar os espectros calculados nas duas regiões, nota-se uma redução significativa na magnitude do espectro obtido com os elementos da parte superior do bordo de fuga. Esse comportamento indica uma menor influência do campo hidrodinâmico do jato nessa região, sugerindo uma interação predominantemente mais fraca e menos dominada por efeitos de impacto direto. Essa diferença também é refletida nos gráficos de comprimento integral.

A Figura 35 apresenta os resultados para o caso de placa com flape e $M = 0,7$, para as deflexões $\alpha = 7^\circ$, 15° e 30° , em $\theta = 90^\circ$ e $\phi = 90^\circ$, considerando o bordo de fuga inferior como localização para o cálculo do espectro de pressão. Os resultados são apresentados com $St = 0,021$.

Observa-se novamente que os resultados de ruído utilizando o espectro de pressão na parte inferior do bordo de fuga são superestimados em todos os ângulos de α e as curvas de Amiet e Vera *et al.* compartilham tendências muito semelhantes.

Figura 35 – Comparação dos espectros de ruído em $\theta = 90^\circ$ para $M = 0,7$ nas três deflexões de flape (a) $\alpha = 7^\circ$, (b) 15° e (c) 30° com dados do bordo de fuga inferior

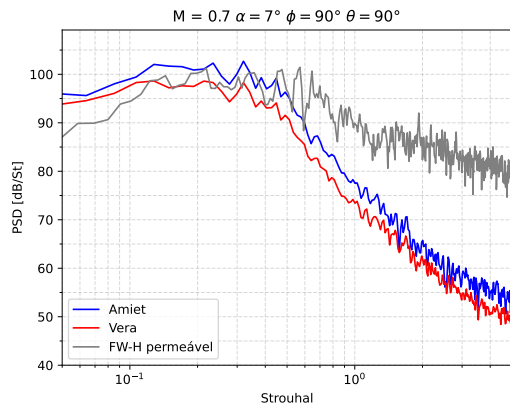


Fonte: Elaboração própria.

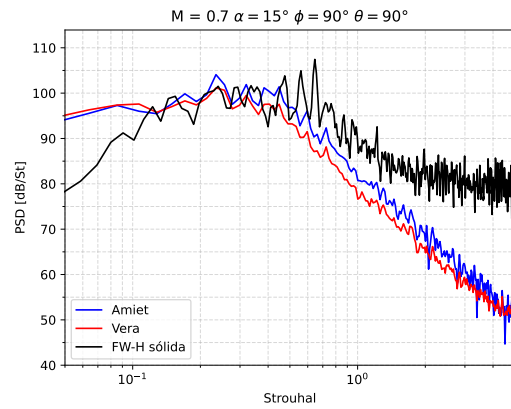
Os resultados dos espectros de ruído para $M = 0,7$ e deflexões $\alpha = 7^\circ$, 15° e 30° em $\theta = 90^\circ$ e $\phi = 90^\circ$ são mostrados na Figura 36 com $\Delta St = 0,021$.

É possível notar que os resultados obtidos com os dados de pressão na parte superior do bordo de fuga apresentam melhor concordância com as curvas de referência em comparação com os resultados da parte inferior do bordo de fuga. Mais uma vez, resultados da teoria de Amiet e de Vera *et al.* apresentam boa concordância entre si. Em todas as deflexões pode-se observar que o nível de ruído previsto teoricamente reproduz satisfatoriamente o nível dos resultados das curvas numéricas em $St < 0,5$, onde a partir dessa frequência o ruído numérico se mantém elevado devido ao surgimento de tonais.

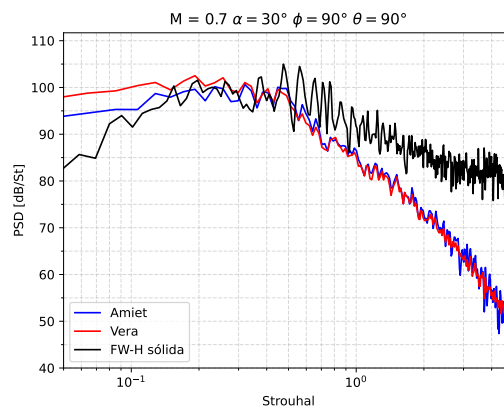
Figura 36 – Comparação dos espectros de ruído em $\theta = 90^\circ$ para $M = 0,7$ nas três deflexões de flape (a) $\alpha = 7^\circ$, (b) 15° e (c) 30° com dados do bordo de fuga superior



(a) $\alpha = 7^\circ$



(b) $\alpha = 15^\circ$



(c) $\alpha = 30^\circ$

Fonte: Elaboração própria.

5 CONCLUSÃO

O presente trabalho realizou a avaliação e a comparação entre os modelos semianalíticos de Amiet e de Vera *et al.* para a previsão de ruído resultante da interação entre jato e placa, considerando configurações com e sem deflexão de flape. A análise abrangeu diferentes distanciamentos entre a placa e o jato, diferentes ângulos de deflexão de flape e comparação entre os espectros de pressão e curvas de comprimento integral ao longo da placa. A seguir são comentados os principais resultados apresentados para cada caso.

5.1 PLACA PLANA

De modo geral, observou-se que os modelos de Amiet e de Vera *et al.* apresentaram elevado nível de concordância entre si em praticamente todos os espectros de ruído analisados. Os espectros de pressão na placa e as curvas de comprimento integral mostraram estar relacionados com a intensidade de interação do jato com a placa, que por sua vez, depende da distância entre os dois.

O melhores níveis de concordância com os resultados numéricos foram obtidos em baixos números de Strouhal, faixa em que a fonte de ruído dominante advém do espalhamento da pressão no bordo de fuga da placa. O caso de distância $R/D = 0,6$ destacou-se dos demais, uma vez que os níveis de ruído previstos pelos modelos ficaram sistematicamente abaixo dos espectros computados pelas superfícies permeáveis. A principal hipótese para justificar isso é a interação mais forte entre jato e placa devido à maior proximidade, o que compromete o desenvolvimento completo do escoamento e pode influenciar o ruído direto do jato.

O primeiro modo SPOD também foi empregado para a previsão de ruído na configuração de distância $R/D = 1$. A previsão acústica obtida a partir do primeiro modo isoladamente demonstrou boa concordância com os resultados numéricos, ainda que tenha apresentado níveis superiores aos preditos pelas superfícies de FW-H e, inclusive, às previsões calculadas a partir do campo de pressão original no tempo, indicando que os demais modos SPOD têm contribuição destrutiva.

5.2 PLACA COM FLAPE

Nos casos contendo flape, verificou-se que as previsões teóricas inicialmente superestimavam os níveis de ruído. A hipótese proposta para justificar esse fato foi associada ao cálculo do espectro de pressão em uma região do flape diretamente impactada pelo campo hidrodinâmico do jato, fenômeno não contemplado pelos modelos. A fim de mitigar esse efeito, o espectro de pressão passou a ser computado

na face superior do bordo de fuga do flape, região sem contato direto com o jato, o que levou à redução das magnitudes dos espectros de pressão. Com essa alteração, os resultados passaram a demonstrar maior aproximação em relação às curvas numéricas obtidas via superfícies de FW-H.

Nesses casos, apesar da previsão satisfatória nas baixas frequências, verificou-se que, a partir de aproximadamente $St = 0,5$, o comportamento numérico destoa de forma relevante do espectro de ruído previsto. Nessa faixa, a simulação numérica revelou o surgimento de componentes tonais associadas à forte interação do jato com o flape, mantendo o nível de ruído elevado em médias e altas frequências. Em contraste, os modelos semianalíticos preveem o decaimento contínuo do espectro de ruído. Além disso, espalhamento acústico secundário no bordo de ataque torna-se ainda mais relevante na configuração com flape devido à corda significativamente menor da placa comparado ao caso de placa plana, e esses fenômenos não são previstos pelos modelos. Todos esses fatores revelam a complexidade do fenômeno físico, o que se reflete na dificuldade de previsão do espectro de ruído para esses casos.

Em síntese, os modelos semianalíticos avaliados demonstraram, no geral, boa capacidade preditiva nas faixas de frequência dominadas pelo ruído de bordo de fuga. Dessa forma, o estudo contribui para a compreensão dos limites e aplicabilidades dessas teorias em problemas de aeroacústica de jatos instalados. Para trabalhos futuros, sugere-se o emprego de métodos para modelagem do campo hidrodinâmico incidente no bordo de fuga, como modelagem em pacotes de onda. Sugere-se, também, expandir a análise modal do campo de pressão nas placas, incorporando um número maior de modos para previsão de ruído no caso de placa plana e aplicando a decomposição modal às configurações com flape, de modo a ampliar a compreensão do fenômeno físico abordado.

REFERÊNCIAS

- AMIET, R. K. Acoustic radiation from an airfoil in a turbulent stream. **Journal of Sound and Vibration**, v. 41, n. 4, p. 407–420, 1975.
- AMIET, R. K. Noise due to turbulent flow past a trailing edge. **Journal of Sound and Vibration**, v. 47, n. 3, p. 387–393, 1976.
- BERANEK, L. L.; VÉR, I. L. **Noise and Vibration Control Engineering: Principles and Applications**. 2. ed. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, 2006.
- BISTAFA, S. R. **Acústica aplicada ao controle de ruídos**. São Paulo: Edgard Blücher, 2006.
- CURLE, N. The influence of solid boundaries upon aerodynamic sound. **Anais Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences**, Royal Society, v. 231, n. 1187, 1955.
- DAWSON, M.; LAWRENCE, J.; SELF, R.; KINGAN, M. Modeling jet-surface interaction noise from cranked wings. *In: AIAA 2020-2551, Jet Aeroacoustics III*. [S.l.]: American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA), 2020.
- FFOWCS, J. E. W.; HAWKINGS, D. L. Sound generation by turbulence and surfaces in arbitrary motion. **Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences**, Royal Society, v. 264, n. 1151, 1969.
- GLEGG, S.; DEVENPORT, W. **Aeroacoustics of Low Mach Number Flows: Fundamentals, Analysis and Measurement**. Oxford: Academic Press, 2017.
- HE, X.; FANG, Z.; RIGAS, G.; VAHDATI, M. Spectral proper orthogonal decomposition of compressor tip leakage flow. **Physics of Fluids**, v. 33, n. 10, 2021.
- HIRSCHBERG, A.; RIENSTRA, S. W. **An Introduction to Aeroacoustics**. 2004. Lecture notes, Eindhoven University of Technology.
- HOWE, M. S. **Theory of Vortex Sound**. Cambridge: Cambridge University Press, 2010. (Cambridge Texts in Applied Mathematics).
- International Civil Aviation Organization. **International Standards and Recommended Practices. Environment Protection. Annex 16 to the Convention on International Civil Aviation. Volume I: Aircraft Noise**. Montreal, Canadá: ICAO, 2008.
- LAWRENCE, J. L. T.; AZARPEYVAND, M.; SELF, R. H. Interaction between a flat plate and a circular subsonic jet. *In: 17° AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. Portland, Oregon, EUA: AIAA, 2012. AIAA Paper 2011-2745.
- LIGHTHILL, M. J. On sound generated aerodynamically i. general theory. **Anais da Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences**, Royal Society, v. 211, n. 1107, 1952.

LILLEY, G. The prediction of airframe noise and comparison with experiment. **Journal of Sound and Vibration**, v. 239, n. 4, p. 849–859, 2001.

LUMLEY, J. L. **Stochastic Tools in Turbulence**. New York and London: Academic Press, 1970.

LYONS, R. G. **Understanding Digital Signal Processing**. 3. ed. Upper Saddle River, NJ: Pearson Education, 2011.

LYU, B.; DOWLING, A. P. Modelling installed jet noise due to the scattering of jet instability waves by swept wings. **Journal of Fluid Mechanics**, Cambridge University Press, Cambridge, Reino Unido, v. 870, p. 760–783, 2019.

NORTON, M. P.; KARCZUB, D. G. **Fundamentals of Noise and Vibration Analysis for Engineers**. 2. ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2003.

PIERCE, A. D. **Acoustics: An Introduction to Its Physical Principles and Applications**. 2. ed. Nova Iorque: McGraw-Hill, 1981.

PROAKIS, J. G.; MANOLAKIS, D. G. **Digital Signal Processing: Principles, Algorithms, and Applications**. 4. ed. Upper Saddle River, NJ: Pearson Education, 2007.

RUIJGROK, G. **Elements of Aviation Acoustics**. Delft: Delft University Press, 2004.

SCHMIDT, O. T.; COLONIUS, T. Guide to spectral proper orthogonal decomposition. **AIAA Journal**, v. 58, n. 3, p. 1023–1033, 2020.

SCHMIDT, O. T.; TOWNE, A. An efficient streaming algorithm for spectral proper orthogonal decomposition. **Computer Physics Communications**, v. 237, p. 98–109, 2019.

SILVA, F. D. d. **Wavepacket modeling with coherence decay for predicting jet-plate interaction noise**. 2017. 184 p. Tese (Tese de Doutorado) — Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, Brasil, 2017. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.

SILVA, F. D. d. *et al.* Decomposition of surface pressure from jet-wing interaction. *In*: ABCM. **Anais do 28º ABCM International Congress of Mechanical Engineering (COBEM 2025)**. Curitiba, PR, Brasil, 2025. COB-2025-2252, Novembro 09–14.

SMITH, J. O. **Spectral Audio Signal Processing**. [S.l.]: W3K Publishing, 2011.

SMITH, S. W. **The Scientist and Engineer's Guide to Digital Signal Processing**. 2. ed. San Diego, CA: California Technical Publishing, 1999. Disponível em DSPguide.com. Acesso em nov de 2025.

TOWNE, A.; SCHMIDT, O. T.; COLONIUS, T. Spectral proper orthogonal decomposition and its relationship to dynamic mode decomposition and resolvent analysis. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 847, p. 821–867, 2018.

VERA, J. **Modelling Jet Noise Installation Effects Associated with Close-coupled, Wing-mounted, Ultra High Bypass Ratio Engines**. maio 2018. Tese (Tese de doutorado) — University of Southampton, Southampton, UK, maio 2018.

VERA, J.; LAWRENCE, J. L. T.; SINAYOKO, S.; SELF, R. H.; KINGAN, M. J. Hydrodynamic pressure field propagation model for the prediction of the far-field sound produced by jet-wing interaction. *In: 22nd AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. Lyon, France: AIAA, 2016. AIAA Paper 2016-2859.

VERA, J.; SELF, R. H.; KINGAN, M. J. The prediction of the radiated pressure spectrum produced by jet-wing interaction. *In: 21st AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. Dallas, TX: AIAA, 2015. AIAA Paper 2015-2216.

WAGNER, C.; HÜTTL, T.; SAGAUT, P. **Large-Eddy Simulation for Acoustics**. Cambridge: Cambridge University Press, 2007.

WELCH, P. D. The use of fast fourier transform for the estimation of power spectra: A method based on time averaging over short, modified periodograms. **IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics**, v. 15, n. 2, p. 70–73, jun. 1967.

YUPA-VILLANUEVA, R. M. **Numerical Study of Jet-Flap Interaction Noise and a Procedure for Designing Thrust Gates**. 2021. 147 p. Dissertação (Dissertação de Mestrado) — Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, Brasil, 2021. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.

YUPA-VILLANUEVA, R. M.; GRECO, G. F.; SIROTTI, J. R. L. N.; SILVA, F. D. da; DESCHAMPS, C. J. Investigation of jet-flap interaction noise through numerical simulations based on the lattice boltzmann method. *In: ABCM. Anais do 25° ABCM International Congress of Mechanical Engineering (COBEM 2019)*. Uberlândia, MG, Brazil, 2019. Outubro 20–25.

YUPA-VILLANUEVA, R. M.; SILVA, F. D. da; DESCHAMPS, C. J. Effects of jet–flap interaction on flow and acoustic fields. **Flow, Turbulence and Combustion**, v. 113, p. 539–576, 2023.