UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CAMPUS FLORIANÓPOLIS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA

Jessica Rohden Schlickmann

Teoria semiocognitiva de aprendizagem: estudo da variação de sequências numéricas

Florianópolis
2024

Jessica Rohden Schlickmann

Teoria semiocognitiva de aprendizagem: estudo da variação de sequências numéricas

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina como requisito parcial para a obtenção do título de Doutora em Educação Científica e Tecnológica.

Orientador: Prof. Méricles Thadeu Moretti, Dr.
Coorientadora: Profa. Daiana Zanelato dos Anjos, Dra.

Florianópolis
2024

Ficha catalográfica gerada por meio de sistema automatizado gerenciado pela BU/UFSC.
Dados inseridos pelo próprio autor.

Schlickmann, Jessica Rohden
Teoria semiocognitiva de aprendizagem : estudo da variação de sequências numéricas / Jessica Rohden Schlickmann ; orientador, Méricles Thadeu Moretti, coorientador, Daiana Zanelato dos Anjos, 2024.
206 p.

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro de Ciências Físicas e Matemáticas, Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica, Florianópolis, 2024.

Inclui referências.

1. Educação Científica e Tecnológica. 2. Teoria dos Registros de Representação Semiótica. 3. Sequências Numéricas. 4. Educação Matemática. I. Moretti, Méricles Thadeu. II. Anjos, Daiana Zanelato dos. III. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica. IV. Título.

Jessica Rohden Schlickmann

Teoria semiocognitiva de aprendizagem: estudo da variação de sequências numéricas

O presente trabalho em nível de Doutorado foi avaliado e aprovado, em 02 de julho de 2024, pela banca examinadora composta pelos seguintes membros:

Profa. Cíntia Rosa da Silva, Dra.
Instituição UFSC/Blumenau

Prof. David Antonio da Costa, Dr.
Instituição UNIFESP/DCET

Prof. Saddo Ag Almouloud, Dr.
Instituição UFPA

Certificamos que esta é a versão original e final do trabalho de conclusão que foi julgado adequado para obtenção do título de Doutora em Educação Científica e Tecnológica.

ICP-Edu
Documento assinado digitalmente
Andre Ary Leonel
Data: 23/09/2024 14:11:24-0300
CPF: ***.602.779-**
Verifique as assinaturas em https://v.ufsc.br

Coordenação do Programa de Pós-Graduação

GOV.BR
Documento assinado digitalmente
MERICLES THADEU MORETTI
Data: 23/09/2024 12:06:18-0300
CPF: ***.097.639-**
Verifique as assinaturas em https://v.ufsc.br

Prof. Méricles Thadeu Moretti, Dr.
Orientador

Florianópolis, 2024.

Ao Micael, meu milagrinho.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por ter me dado força, saúde e sabedoria para enfrentar todos os desafios ao longo dessa jornada. Sem a fé e a confiança em Sua presença, não teria alcançado esta importante etapa da minha vida.

Aos meus pais, Romualdo e Jucelda, por todo o amor, apoio incondicional e por acreditarem em mim em todos os momentos. Vocês sempre foram a base sólida em que me apoiei, e cada conquista minha reflete todo o esforço, carinho e dedicação que me proporcionaram ao longo dos anos. A vocês, dedico esta conquista, que é fruto de toda a educação e valores que me passaram, e que sempre me guiaram para ser uma pessoa melhor e buscar sempre o meu melhor.

Ao meu filho, Micael, que foi minha fonte de energia e inspiração para seguir em frente. Seu sorriso contagiante e sua presença doce trouxeram luz e alegria aos meus dias mais desafiadores. Cada momento ao seu lado renovou minhas forças e me lembrou da importância de persistir e lutar pelos meus e nossos sonhos. Esta conquista também é sua, pois você trouxe mais amor e felicidade à minha vida.

Ao Rafael: suas palavras e seu apoio foram essenciais para que eu conseguisse chegar até aqui. Sua compreensão nos momentos em que precisei me ausentar, seu ombro amigo nos momentos de dificuldade e sua alegria em cada pequena vitória minha tornaram esse caminho mais leve e significativo.

Aos meus irmãos, Aline e Guilherme, e sobrinhas, Helena e Érica, pela paciência, carinho e apoio durante todo o processo. Vocês foram fundamentais para que eu nunca perdesse a motivação. Cada palavra de incentivo, cada gesto de carinho serviu como combustível para seguir em frente, especialmente nos momentos mais difíceis. A convivência com vocês sempre me proporcionou momentos de alegria e leveza, essenciais para equilibrar a intensidade dessa jornada.

Ao meu orientador, Professor Méricles, pela orientação, paciência, e por me guiar com sabedoria ao longo de toda a pesquisa. Sua confiança no meu potencial e suas orientações precisas foram fundamentais para a realização deste trabalho. À minha coorientadora, Professora Daiana, pela dedicação, conselhos valiosos e por todo o suporte técnico e emocional. Sua ajuda foi crucial em muitos momentos decisivos, e sua orientação sempre me levou a buscar o melhor em minha pesquisa.

Aos estudantes que participaram desta pesquisa, meu sincero agradecimento. A contribuição de vocês foi fundamental para o desenvolvimento deste estudo. A disposição de cada um em colaborar, compartilhar suas experiências e dedicar tempo para participar das atividades foi crucial para a obtenção dos resultados apresentados. A vocês, meu muito obrigada!

Às minhas amigas: Mariana, Elaine, Rayssa, Priscila, Kátia, Ana, pelo apoio emocional, palavras de incentivo e por estarem sempre ao meu lado, mesmo nos momentos mais difíceis. Cada palavra de carinho e cada gesto de amizade foram essenciais para que eu me mantivesse firme e confiante ao longo dessa jornada.

À UFSC, por proporcionar o ambiente e os recursos necessários para a realização desta pesquisa.

À CAPES, pelo apoio financeiro que possibilitou a execução deste projeto. O financiamento proporcionado foi essencial para a continuidade dos meus estudos e para a realização desta pesquisa.

Aos meus colegas de doutoramento e do grupo de pesquisa, pela parceria, discussões enriquecedoras e momentos de descontração que tornaram essa caminhada mais leve e produtiva. A convivência com vocês ampliou meus horizontes e contribuiu significativamente para o desenvolvimento desta pesquisa. Cada debate, cada troca de ideias foi essencial para o meu crescimento acadêmico e pessoal.

A todos, minha eterna gratidão.

“Nada do que fui me veste agora” (KIARI, Luis).

RESUMO

Esta pesquisa tem como objetivo estudar as sequências numéricas através das coordenações dos registros de representação semiótica, compreendendo como os conceitos de linearidade e exponencialidade são desenvolvidos. Utiliza a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval como base teórica, aplicando uma sequência didática com estudantes do primeiro ano do Ensino Médio para compreender se os gestos intelectuais de conversão e tratamento entre registros de representação são utilizados pelos estudantes. A metodologia adotada segue alguns passos da Engenharia Didática de Michèle Artigue, dividindo-se em quatro etapas: análises prévias, concepção e análise a *priori* das situações didáticas, experimentação e análise *a posteriori* e avaliação. A pesquisa foi realizada em uma escola estadual de Santa Catarina, com a participação de 22 estudantes, e incluiu a aplicação de atividades que envolviam a identificação de padrões em sequências numéricas e a conversão entre diferentes registros de representação. Os resultados indicam que a utilização da Teoria dos Registros de Representação Semiótica facilita a compreensão das sequências numéricas, permitindo aos estudantes identificarem padrões e realizar conversões entre registros de forma eficaz. A análise *a posteriori* valida as hipóteses levantadas na análise a *priori*, mostrando que os estudantes conseguem articular os conceitos de progressões aritméticas e geométricas com funções lineares e exponenciais. A pesquisa conclui que a abordagem semiocognitiva de Duval, ao propor a utilização de múltiplos registros de representação semiótica de um mesmo objeto, facilita significativamente a compreensão e a aprendizagem dos conceitos matemáticos. A articulação entre diferentes registros de representação também propicia a exploração de diversos caminhos na resolução de problemas matemáticos. Os estudantes evidenciarem uma maior capacidade de abstração e resolução de problemas. Esse processo de exploração e conversão entre registros fortaleceu o desenvolvimento de habilidades analíticas e críticas, permitindo aos estudantes abordar os problemas matemáticos de maneira mais versátil e eficaz.

Palavras-chave: Teoria dos Registros de Representação Semiótica; Sequências Numéricas; Educação Matemática.

ABSTRACT

This research has as its aim at studying numerical sequences through coordinations semiotic representation records, understanding how linearity and exponentiality concepts are developed. It uses the Theory of Semiotic Representation Records by Raymond Duval as a theoretical basis, applying a didactic sequence with High School first grade students to understand how students operate intellectual gestures of conversion and treatment between representation registers. Methodology adopted follows some steps from Didactic Engineering by Michèle Artigue, divided into four stages: previous analyzes, conception and *a priori* analysis of didactic situations, experimentation and *a posteriori* analysis and assessment. The research was carried out in public school in Santa Catarina, with 22 students participating, and included applying activities which involved identifying patterns in numerical sequences and converting among different representation registers. Findings indicate that using the Theory of Semiotic Representation Records facilitates understanding numerical sequences, allowing students to identify patterns and perform conversions between records effectively. *A posteriori* analysis validates the hypothesis raised in *a priori* analysis, showing that students can articulate concepts of arithmetic and geometric progressions with linear and exponential functions. The research concludes that the sociocognitive approach by Duval is effective for improving mathematics learning, offering a deeper understanding of knowledge objects through multiple representations.

Keywords: Theory of Semiotic Representation Records; Numerical sequences; Mathematics Education.

RESUMEN

Esta investigación tiene como objetivo estudiar secuencias numéricas a través de coordinaciones de registros de representación semiótica, comprendiendo cómo los conceptos de linealidad y exponencialidad son desarrollados. Utiliza la Teoría de Registros de Representación Semiótica de Raymond Duval como base teórica, aplicando una secuencia didáctica con estudiantes del primer año de la Enseñanza Secundaria para comprender cómo los estudiantes operan los gestos intelectuales de conversación y tratamiento entre registros de representación. La metodología adoptada sigue algunos pasos de la Ingeniería Didáctica de Michèle Artigue, dividiéndose en cuatro etapas: análisis previos, concepción y análisis *a priori* de las situaciones didácticas, experimentación y análisis *a posteriori* y evaluación. La investigación fue realizada en una escuela pública de Santa Catarina, con participación de 22 estudiantes, e incluyó aplicación de actividades que involucran identificación de estándares en secuencias numéricas y la conversión entre diferentes registros de representación. Los hallazgos indican que la utilización de la Teoría de Registros de Representación Semiótica facilita la comprensión de las secuencias numéricas, permitiendo que los estudiantes identifiquen estándares y realicen conversiones entre registros efectivamente. El análisis *a posteriori* valida las hipótesis planteadas en el análisis *a priori*, mostrando que los estudiantes consiguen articular los conceptos de progresiones aritméticas y geométricas como funciones lineales y exponenciales. La investigación concluye que el abordaje semiocognitiva de Duval es efectiva para mejorar el aprendizaje matemático, ofreciendo una comprensión más profunda de los objetos de conocimiento a través de múltiples representaciones.

Palabras clave: Teoría de Registros de Representación Semiótica; Secuencias Numéricas; Educación Matemática.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BDTD	Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CBEMTC	Currículo Base do Ensino Médio no Território Catarinense
EJA	Educação de Jovens e Adultos
LDB	Le de Diretrizes e Bases
ODS	Objetivos para o Desenvolvimento Sustentável
PA	Progressão Aritmética
PNAIC	Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa
PNE	Plano Nacional de Educação
PCSC	Propostas Curriculares de Santa Catarina
PG	Progressão Geométrica
DAS	Situações Desencadeadoras de Aprendizagem
TCT	Temas Contemporâneos Transversais
TRRS	Teoria de Registros de Representação Semiótica

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO

As dificuldades de compreensão e aprendizagem de conceitos matemáticos ou apenas a dificuldade de compreender os objetos matemáticos sempre me intrigou. Inclusive, o tema da pesquisa que desenvolvi durante o mestrado teve como foco a dificuldade de aprendizagem e os motivos que levam os estudantes da Educação de Jovens e Adultos - EJA a desistirem novamente da escola. Além disso, investiguei como a Pedagogia das Competências pode proporcionar um conhecimento mais próximo da realidade do estudante. Após concluir a dissertação intitulada *A educação de jovens e adultos na perspectiva da pedagogia das competências como instrumento de cidadania e inserção socioprodutiva*, não percebi imediatamente as mudanças de acesso ao conhecimento e visão de educação que ela proporcionou. No entanto, suas consequências foram impactantes e profundas na forma em como vejo e percebo a educação matemática atualmente.

Durante minha experiência como professora do Ensino Médio em duas escolas diferentes, uma seguindo os conceitos da pedagogia tradicional e outra priorizando a pedagogia das competências, pude perceber que as dificuldades dos estudantes na compreensão de conceitos matemáticos eram reais e significativas.

Essas dúvidas levaram-me a refletir sobre o processo escolar, o que fez surgir novas questões, tanto sobre a aprendizagem dos estudantes quanto sobre a forma como eu estava ensinando. Foi através dessas reflexões que surgiu em mim a inquietação de que ainda havia algo a ser descoberto sobre a aprendizagem matemática dos estudantes e sobre a forma como eles acessam os objetos matemáticos.

1 INTRODUÇÃO E PROBLEMA DE PESQUISA

Questionar como as pessoas aprendem não é algo novo. Já na antiga Grécia, filósofos como Platão (428 a.C - 348 a.C) e Sócrates (470 a.C - 399 a.C) já se preocupavam com questionamentos a respeito da aprendizagem. Platão considerava que todos nascemos com algum conhecimento, mas que aos poucos nos afastamos dele, cabendo ao professor fazer essa reaproximação. Muitos anos depois, filósofos como Gilles Deleuze (18/01/1925 - 04/11/1995) destacaram a impossibilidade humana de medir a aprendizagem. No século XX, pesquisas acerca da aprendizagem, conforme encontramos em Nogueira (2005, p. 84), tornam-se objeto de estudo da psicologia. Os trabalhos variam entre aprendizagem humana e não humana, aprendizagem em matemática e suas particularidades, ou ainda aprendizagem feita por meio de observação, raciocínio ou adaptação ao ambiente em que está inserido. O tema também é abordado e estudado nas licenciaturas: é importante e necessário que o professor tenha conhecimento e criticidade para escolher estratégias e metodologias a serem aplicadas e utilizadas no processo de ensino e aprendizagem que irá propiciar aos seus estudantes.

Dentre as Teorias de Aprendizagem e de processos de desenvolvimento, as mais reconhecidas entre os professores são a de Jean Piaget (09/08/1896 - 16/09/1980), com a Psicologia Genética; Lev Vygotsky (17/11/1896 - 11/06/1934), com a Teoria Histórico-cultural; e a Teoria das Inteligências Múltiplas de Howard Gardner. Discussões a respeito de estratégias, metodologias e tendências na construção do conhecimento matemático em sala de aula e de como ocorre a aprendizagem são de suma importância na formação do professor que ensina matemática. Além disso, é “fundamental entender como se aprende e mais do que isso, é preciso estabelecer as relações entre os aspectos cognitivos e a didática da matemática” (Nogueira, 2005, p. 84).

Outra teoria de aprendizagem que não podemos deixar de mencionar é a Teoria de Registros de Representação Semiótica (TRRS). A TRRS é uma teoria semiocognitiva que analisa a aprendizagem da matemática sob uma perspectiva cognitiva, com o objetivo de permitir que o estudante perceba que os diferentes registros de um mesmo objeto evidenciam ou ocultam informações sobre o próprio objeto de estudo matemático. As dificuldades dos estudantes em compreender matemática acontecem devido à grande diversidade e complexidade em transformar representações em outras representações semióticas.

A relevância dessa teoria reside em sua capacidade de proporcionar uma compreensão mais profunda do fenômeno de acesso aos objetos de conhecimento matemático. Ela permite entender como os estudantes interagem e se apropriam desses objetos, desempenhando papel fundamental no processo de aprendizagem matemática. Ao reconhecer que o acesso ao conhecimento matemático ocorre através de diferentes representações, a TRRS ajuda a explorar as múltiplas formas como os conceitos matemáticos podem ser percebidos e compreendidos pelos estudantes. Ela fornece percepções valiosas sobre como os alunos constroem seu conhecimento matemático. Sua relevância também é percebida através do paradoxo central da aprendizagem matemática: como evitar a confusão entre o objeto de conhecimento matemático e sua representação, uma vez que o acesso ao objeto ocorre unicamente por meio de sua representação? (Duval, 2018).

Duval (2011a) explica o paradoxo comparando a cadeira em três registros distintos: uma foto de uma cadeira, a definição da palavra cadeira e o objeto cadeira. Ele explica que esses registros podem ser representados da seguinte maneira:

> A primeira é a de uma cadeira sobre a qual podemos sentar. Essa foto é, em seguida, afixada na parede, ao lado da cadeira e, ao outro lado, afixa-se a reprodução de um texto associado à palavra “cadeira”. A segunda foto é do conjunto assim constituído. Ela cria um efeito de colocar no abismo uma das duas representações da cadeira (DUVAL, 2011a, p. 43).

Com essa descrição, o autor apresenta a distinção entre acessar diretamente o objeto de conhecimento matemático em relação às representações e o modo fenomenológico de produção em que se percebe o acesso a uma representação do objeto matemático. Ter acesso ao objeto *cadeira* é diferente de quando se tem acesso a uma foto de uma cadeira, ou de quando a palavra cadeira está escrita em um papel, ou um desenho de uma cadeira (DUVAL, 2011a). Em todos os momentos citados aqui, estamos diante da representação de uma cadeira. Esses formatos apontados do objeto *cadeira* são chamados, por Duval (2011a), de registros de representação semiótica. Cada tipo de registro evidencia diferentes aspectos e características do objeto de conhecimento, mas é ao conhecer esses diferentes registros de representação semiótica e coordená-los que existe a possibilidade de conhecer e acessar o objeto de conhecimento de forma que se mostre diferentes conteúdos em diversos registros de representação. “O principal interesse dessa foto se deve ao fato de que ela justapõe uma representação não semiótica com uma representação semiótica, isto é, uma foto e um texto descrevendo o que é uma ‘cadeira’” (Duval, 2011a, p. 43).

Ao aprender matemática, o estudante detém conhecimentos e conceitos que o auxiliam tanto na reflexão como na análise, seja através de cálculos ou apenas refletindo de forma lógica para que possa escolher a melhor opção para a sua realidade. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018) é o atual documento normativo que os professores utilizam como norte para planejar e orientar o processo de ensino e aprendizagem. Esse documento também assegura o desenvolvimento de competências gerais que unificam o direito de aprendizagem e o desenvolvimento pedagógico, além de delimitar competências, como a mobilização de conhecimentos, habilidades, atitudes e valores para resolver situações da vida cotidiana no exercício da cidadania. Aponta, também, que se deve adotar uma noção ampla e plural, diversa, dinâmica e participante ativa do processo autônomo e crítico do mundo.

> Nesse sentido, cabe às escolas de Ensino Médio contribuir para a formação de jovens críticos e autônomos, entendendo a crítica como a compreensão informada dos fenômenos naturais e culturais, e a autonomia como a capacidade de tomar decisões fundamentadas e responsáveis (Brasil, 2018, p. 463).

Nesse aspecto, é importante não considerar o público do Ensino Médio como um grupo homogêneo por causa das incertezas em relação a mudanças do mundo do trabalho e de relações sociais, mas apresentar os conhecimentos como possibilitadores de investigação de aspectos sociais, produtivos, ambientais e culturais (Brasil, 2018).

Nesse sentido, temos a necessidade de, ao trabalhar com objetos matemáticos, apresentar diferentes Registros de Representação Semiótica, já que dessa forma se possibilita uma aprendizagem heterogênea. Apresentar diferentes Registros de Representação propicia visões diferentes de um mesmo objeto, o que oportuniza uma visão global desse objeto e de suas particularidades.

A teoria de Vygotsky, Teoria Sócio-histórica ou Histórico-Cultural, aponta que toda criança com condições adequadas de vida é capaz de desenvolver sentimentos, pensamentos, hábitos morais e personalidade (Nogueira, 2005). As condições adequadas de vida citadas por Vygotsky são explanadas por Nogueira

(2005, p. 86) como “a mediação social ou a ajuda de outros indivíduos”, ou seja, o pensamento da criança vai do social para o individual. Ao explicar a teoria de Vygotsky, Nogueira (2005) afirma que as ações sociais refletem na estrutura do pensamento, pois apesar de não recebermos a realidade pronta e acabada, a construção necessita de socialização e comunicação entre os indivíduos

> Para Vygotsky, a linguagem desempenha papel fundamental no desenvolvimento do pensamento e no processo de aprendizagem. Esta é a principal razão para o cuidado que devemos tomar para não confundir a importância atribuída por essa corrente à linguagem com uma “defesa” do ensino por “transmissão oral” (Nogueira, 2005, p. 86).

Ao encontro disso, Duval (2018) reforça a importância de utilizar e manusear diferentes registros de representação semiótica para que o estudante compreenda o objeto de estudo por diferentes ângulos, sem confundir a representação semiótica do objeto com o próprio objeto. Essa confusão mental é intitulada por Duval (2018) como o paradoxo cognitivo da matemática, o que reforça mais uma vez a importância de estudar e conhecer a Teoria dos Registros e Representação Semiótica.

A BNCC também determina que a Matemática tenha o objetivo, no Ensino Médio, de

> promover ações que estimulem e provoquem seus processos de reflexão e de abstração, que deem sustentação a modos de pensar criativos, analíticos, indutivos, dedutivos e sistêmicos e que favoreçam a tomada de decisões orientadas pela ética e o bem comum (Brasil, 2018, p. 518).

Quando o processo de ensino e aprendizagem é focado na memorização de fórmulas, tabelas e informações, ele não colabora com o processo de abstração que o processo de aprendizagem da matemática demanda.

Da mesma forma que uma aula necessita de planejamento e embasamento teórico, este trabalho necessita de planejamento, embasamento teórico e aplicação para levantamento da sua viabilidade. O problema de pesquisa científica, conforme encontramos em Gil (2008), é tido como uma questão que se mostra difícil de explicar ou resolver. Essa questão conduz a diversos questionamentos, o que provoca uma preocupação em buscar respostas e soluções.

Diante o exposto, esta tese tem como pergunta-problema: quais as contribuições da TRRS na construção dos conhecimentos das Progressões Aritméticas e Geométricas em consonância com a Função Afim e Exponencial?

Este trabalho tem como objetivo geral estudar as sequências numéricas através das articulações das representações de registros gráficos com os algébricos, também compreender como os conceitos de linearidade e exponencialidade são desenvolvidos.

Para o desenvolvimento da pesquisa, é necessário que se identifiquem e apontem os procedimentos que serão seguidos, conforme Gil (2008). Dessa forma, ainda é importante ponderar os objetivos específicos, que estão dispostos a seguir:

a) Conhecer a forma como os estudantes desenvolvem a conversão de uma representação de dado registro para a representação de um outro registro, levando em consideração as sequências numéricas;
b) Investigar como a conversão entre registros de representação semiótica possibilita a compreensão sobre a compreensão de um objeto de conhecimento de progressões;
c) Reconhecer, em problemas matemáticos, a articulação dos gestos intelectuais entre os registros de representação das sequências numéricas e dos registros de representação das funções;
d) Pesquisar como as unidades significantes das Sequências Numéricas se evidenciam no registro de representação gráfico e no registro de representação algébrico.
e) Descrever a compreensão dos estudantes sobre as unidades significantes nos registros algébricos e gráficos;
f) Analisar a produção escrita (função discursiva) dos estudantes no que se refere ao objeto de conhecimento sequências numéricas; e
g) Reconhecer padrões em sequência de letras, de números, desenhos e figuras, apropriando-se dos conceitos de sequências com criticidade.

Para tanto, este trabalho é dividido em 6 capítulos. O Capítulo 1 aborda a evolução das teorias de aprendizagem, destacando a importância de diferentes abordagens além de discutir a Teoria de Registros de Representação Semiótica (TRRS) na aprendizagem matemática. Explora a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) no Ensino Médio e o Currículo Base do Ensino Médio no Território

Catarinense (CBEMTC), e propõe uma pesquisa sobre a contribuição da TRRS na construção do conhecimento em matemática a respeito das Sequências Numéricas e nas funções Lineares e Exponenciais. Apresenta o problema de pesquisa, objetivo geral e específico, além de um breve aparato de cada capítulo.

O Capítulo 2 apresenta em detalhes a construção da sequência didática e da metodologia cientifica adotada, a Engenharia Didática. Esta é uma metodologia de pesquisa na Didática da Matemática que organiza o processo de investigação em quatro etapas e essa metodologia foi aplicada no estudo da contribuição da Teoria Semiocognitiva de Raymond Duval no ensino de sequências numéricas e funções.

No Capítulo 3, é apresentada a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS), de Raymond Duval, aplicada à aprendizagem matemática. Este capítulo explora a teoria em profundidade, abordando seu surgimento e desenvolvimento, além de definir termos e conceitos fundamentais, como tratamento e conversão de registros. Também são discutidas as dificuldades específicas encontradas em álgebra e o papel das funções discursivas, destacando como esses elementos influenciam o entendimento e a aplicação de conceitos matemáticos. A análise da TRRS proporciona uma visão abrangente de como diferentes formas de representação podem facilitar ou dificultar o processo de aprendizagem em matemática.

No Capítulo 4 apresentamos os estudos preliminares. Nele, encontramos o levantamento de pesquisas já realizadas sobre Sequências Numéricas que tenham como base teórica a Teoria de Registro de Representação de Raymond Duval. Também explora a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) no Ensino Médio ao realizar uma análise deste documento norteador, vigente enquanto esta tese é escrita, e como ele aponta a importância de trabalhar com diferentes Registros de Representação Semiótica, sem que mencione a teoria de Duval como base teórica. O Currículo Base do Ensino Médio no Território Catarinense (CBEMTC) também é indicado neste capítulo, além de indicar que tem sua fundamentação na Teoria Histórico-Cultural com pressupostos vigotiskianos e na Teoria da atividade.

O Capítulo 5 é composto pelo detalhamento da construção e planejamento da sequência didática, seguido da análise a priori das atividades propostas. Também é apresentado o detalhamento dos encontros em que a interação entre pesquisadora e estudantes acontece, assim como suas falas e questionamentos. Segue com a análise a posteriori dos dados recolhidos durante a aplicação da sequência didática. Essa análise é fundamental para avaliar as contribuições da teoria de Raymond Duval na aprendizagem de variações de crescimento e decrescimento em sequências numéricas e funções.

Este trabalho encerra-se com as Considerações Finais, no Capítulo 6, que indica POR OS ITENS DO SADDO? os principais resultados obtidos, as percepções em relação à trajetória e o desenrolar desta pesquisa, além dos direcionamentos que ela possibilita, seguido pelo Referencial bibliográfico.

2 CAMINHOS METODOLÓGICOS

A jornada da pesquisa científica não segue uma trajetória linear. Ao longo do caminho, deparamo-nos com obstáculos, pausas e questionamentos que podem até mesmo nos levar a mudar a direção, ou a encerrar a investigação. A pesquisa científica propicia que se desenvolva um estudo a respeito de problemáticas e temas, e com o progresso da pesquisa, como resultado, há um avanço sobre os conhecimentos humanos. Prodanov e Freitas (2013, p. 49) destacam que “a Pesquisa Científica visa a conhecer cientificamente um ou mais aspectos de determinado assunto. Para tanto, deve ser sistemática, metódica e crítica”.

Na busca por uma resposta ao problema norteador desta pesquisa, ou seja, por compreender como a teoria de Raymond Duval contribui com o estudo das variações de crescimento e decrescimento encontradas em sequências numéricas e funções, identificou-se que os sujeitos da pesquisa devem ser estudantes do primeiro ano do Ensino Médio. Para essa realização, optou-se por uma escola da rede Estadual de Santa Catarina localizada na cidade de Tubarão, devido à pesquisadora estar residindo nessa cidade durante o período de aplicação da Sequência Didática. O Termo de Consentimento assinado pelo responsável pela unidade escolar pode ser encontrado no Anexo A.

Após entrar em contato e obter a aprovação da unidade escolar onde a pesquisa seria realizada, a pesquisadora teve o primeiro contato com os estudantes. Os alunos interessados em participar foram orientados a obter o consentimento de seus responsáveis para participar das atividades. Em seguida, foi entregue, lido e explicado o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido a esses alunos, disponível no Anexo B desta tese.

Após esses procedimentos, foi iniciada a aplicação da parte empírica, com a implementação de uma Sequência Didática para coletar dados junto aos estudantes do primeiro ano do Ensino Médio.

Para o levantamento da produção dos estudantes, foi planejada uma Sequência Didática embasada nas etapas da Engenharia Didática de Michèle Artigue, de forma que se pudesse conhecer e identificar os gestos intelectuais e as unidades significantes juntamente às representações de registros gráficos das sequências numéricas.

A Engenharia Didática surgiu em meados de 1980 “com o objetivo de etiquetar o trabalho didático” (ARTIGUE, 1996, p. 193). Almouloud (2012) aponta que ela surgiu em 1982, com Yves Chevallard e Guy Brousseau, e em 1989 com Michèle Artigue. A proposta da Engenharia Didática é organizar o procedimento metodológico de uma pesquisa que observe aspectos práticos e teóricos da Didática da Matemática.

A Engenharia Didática, de forma sucinta, pode ser compreendida como uma “metodologia de investigação, caracteriza-se antes de mais por um esquema experimental baseado em ‘realizações didáticas’ na sala de aula, isto é, na concepção, na realização, na observação e na análise de sequências de ensino” (ARTIGUE, 1996, p. 196).

Essa metodologia divide-se em microengenharia e macroengenharia. A diferenciação entre ambas ocorre em relação à complexidade do fenômeno da sala de aula. A macroengenharia complementa a microengenharia: enquanto a macro possibilita “compor a complexidade das pesquisas de microengenharia com os fenômenos” que ocorrem no processo de ensino e de aprendizagem (MACHADO, 2002, p. 199), a microengenharia estuda a complexidade dos fenômenos que ocorrem em sala de aula. Por essas definições, entendemos que esta pesquisa é do tipo microengenharia, já que este trabalho foca nas observações dos fenômenos da aprendizagem e na contribuição da Teoria Semiocognitiva de Raymond Duval no estudo das sequências numéricas e das funções lineares e exponenciais. Este trabalho também analisa a dimensão epistemológica e cognitiva das sequências numéricas (PA e PG) e sua articulação com as funções, visto que Artigue (1996) define que a dimensão epistemológica é associada a características do saber, enquanto a cognitiva busca compreender as características cognitivas dos estudantes a que a pesquisa se dirige, já a didática busca perceber as características do ensino e aprendizagem.

A Engenharia Didática, conforme Artigue (1996), divide-se em quatro etapas: (1) análises prévias; (2) concepção[1] e análise *a priori* das situações didáticas; (3) experimentação; e (4) análise a *posteriori* e validação.

A (1) análise prévia pode ser compreendida como a elaboração do quadro teórico didático geral e baseia-se, também, nas análises preliminares. Nessa

[1] O termo *concepção* é utilizado na Engenharia Didática como sinônimo de elaboração da sequência didática.

pesquisa, as (1) análises prévias ocorrem com uma pesquisa investigativa da BNCC, no CBEMTC e da TRRS. Essa primeira etapa possibilita tomar consciência dos conhecimentos já desenvolvidos por outros pesquisadores e a reflexão acerca do rumo desta pesquisa, seus objetivos e seu direcionamento.

A (2) concepção e análise a *priori* das situações didáticas[2] envolvem o controle do sentido e das situações. Em outras palavras, trata-se de como as escolhas feitas na concepção da situação didática podem influenciar o comportamento dos estudantes. Nesse caso, busca-se entender se é possível antecipar as ações e comportamentos que ocorrerão durante a experimentação. A concepção e análise a *priori* das situações didáticas têm como objetivo estabelecer de que forma as escolhas feitas possibilitam o controle das respostas dos estudantes e o sentido dessas respostas. É fundamental considerar como essa Sequência Didática possibilitará que o estudante se organize e desenvolva sua resposta a respeito das questões propostas a respeito de Sequências Numéricas do tipo PA e PG. É importante considerar que

> A teoria construtivista coloca o princípio do compromisso do aluno na construção dos seus conhecimentos por intermédio de interações com determinado meio, a teoria das situações didácticas, que serve de referência à metodologia da engenharia, teve, desde a sua origem, a ambição de se constituir como uma teoria do controle das relações entre sentido e situações (Artigue, 1996, p. 204).

Pode-se, ainda, compreender que a análise a *priori* se divide na descrição e na previsão do que se espera que o estudante responda em cada questão. Nesta pesquisa, após a concepção da Sequência Didática, a análise a *priori* identifica as semiocognitivas operadas pelos estudantes na construção da resolução do exercício.

A (3) experimentação é o momento em que o pesquisador e os estudantes se encontram e a aplicação da pesquisa ocorre. A experimentação é a terceira etapa da Engenharia Didática: ela se ampara nas informações referenciais obtidas na primeira fase e é completada com dados obtidos através de entrevistas semiestruturadas e sequências didáticas. A fase de experimentação apoia-se, segundo Artigue (1996), na observação realizada nos momentos de ensino e na produção dos estudantes, que pode vir a ocorrer tanto em sala de aula como fora

---

[2] Compreendemos situações didáticas como o momento em que os estudantes terão acesso a Sequência Didática e será solicitado que estes resolvam os problemas propostos.

dela. Os dados da experimentação foram obtidos através da aplicação da Sequência Didática e de entrevistas com os estudantes, e com a coleta destes dados foi possível avaliar as hipóteses levantadas inicialmente. Os dados da experimentação expõem o ocorrido durante a aplicação da Sequência Didática junto à análise a *posteriori*, que expõe e explora os procedimentos desenvolvidos pelos estudantes durante a realização da atividade, e confronta com o mencionado na análise a *priori*.

Por fim, a quarta etapa da engenharia didática divide-se em duas partes que se complementam: a (4) análise a *posteriori* e a validação utilizam os dados coletados na experimentação para validar ou refutar as hipóteses lançadas na análise a *priori*. Essa última etapa da Engenharia Didática é composta pela análise a *posteriori* e pela validação das hipóteses levantadas. A validação não se baseia em dados estatísticos e quantitativos, mas em confrontar e discutir os resultados obtidos levando em consideração o referencial teórico exposto.

A Sequência Didática construída buscou compreender a relação da Teoria Semiocognitiva de Duval no ensino de sequências numéricas utilizando representações de registros gráficos que apontam e acentuam a visualização de sequências para a comparação com os conceitos de funções do tipo linear, para PA, e do tipo exponencial para PG, com foco em conhecer e identificar as unidades significativas nos registros de representação apresentados. Dessa forma, compete reforçar, aqui, a necessidade de apontar a Teoria dos Registros de Representação Semiótica como a teoria que embasa o desenvolvimento da Sequência Didática, e posteriormente, a análise dos resultados obtidos. Ela também se faz fundamental, visto que o próprio Duval (2018) expressa que essa teoria é uma ferramenta que possibilita a análise da forma de pensar e desenvolver os conceitos da matemática.

> O desafio maior do ensino de matemática é fazer com que os alunos entrem na maneira de pensar e de trabalhar que é específica à matemática uma vez que é essa a condição que precede a toda aquisição dos conceitos em matemática. Mas, para isso é preciso analisar o modo matemático de pensar e trabalhar naquilo que tem de radicalmente diferente dos modos mais espontâneos de pensar e trabalhar em outros domínios do conhecimento. A teoria dos registros de representação semiótica é essencialmente um instrumento que foi elaborado para analisar a maneira de pensar e de trabalhar a matemática quaisquer que sejam os conceitos e domínios (geometria, álgebra, análise...) tratados (Duval, 2018, p. 2).

Além da utilização de alguns passos da Engenharia Didática, esta pesquisa também tem cunho qualitativo, pois de acordo com Gil (2002), não foram utilizados recursos ou técnicas estatísticas, já que os dados não foram traduzidos em números. O método descritivo foi utilizado e considerado o processo e seu significado como o mais importante para esta pesquisa. A pesquisa qualitativa “considera que há uma relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito, isto é, um vínculo indissociável entre o mundo objetivo e a subjetividade do sujeito que não pode ser traduzido em números” (Prodanov; Freitas, 2013, p.70).

De acordo com os objetivos desta pesquisa, ela é classificada como exploratória. Esse tipo de pesquisa busca utilizar um referencial bibliográfico e análise de exemplos que propiciem a compreensão (Gil, 2008).

O cumprimento de um método para a coleta de dados é fundamental para que se garanta a qualidade dos resultados obtidos e analisados. A coleta de dados baseia-se tanto no levantamento de conhecimentos dos estudantes desenvolvidos através da Sequência Didática aplicada como nos conhecimentos já registrados e relatados em livros, artigos e trabalhos acadêmicos. O levantamento a respeito de conhecimentos já relatados em teses, dissertações e artigos a respeito das Sequências Numéricas pode ser encontrado no Capítulo 4 desta pesquisa.

Tendo estabelecido essa base metodológica, passamos agora a explorar a Teoria dos Registros de Representação Semiótica e suas particularidades, uma abordagem teórica que nos ajudará a entender melhor como os estudantes representam e processam conceitos matemáticos, enriquecendo ainda mais nossa compreensão dos fenômenos estudados.

3 A TEORIA DE REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA SEGUNDO RAYMOND DUVAL

Neste capítulo, exploramos a Teoria dos Registros de Representação Semiótica desenvolvida pelo francês Raymond Duval, que oferece uma perspectiva profunda sobre o funcionamento cognitivo do pensamento matemático.

Raymond Duval, nascido em 1937 na França, é filósofo e psicólogo por formação. Desde 1970, Duval tem conduzido pesquisas em psicologia cognitiva, trazendo consideráveis contribuições à Educação Matemática. Sua tese foi defendida em 1972, e a partir de 1979, ele começou a orientar e coorientar teses em Didática da Matemática. Atualmente, sua pesquisa busca compreender como ocorre o funcionamento do pensamento matemático.

Os desafios enfrentados no processo de aprendizagem em matemática distinguem-se dos demais domínios do conhecimento, pois a maneira como acessamos o objeto de conhecimento nessa disciplina está intrinsecamente relacionada tanto a questões epistemológicas quanto cognitivas (Duval, 2011a).

Entre os aspectos abordados neste capítulo, apresentaremos a seguir, de forma sucinta, a origem da teoria dos registros de representação semiótica.

3.1 A GÊNESE DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

A discussão sobre o signo em questões matemáticas começou a ganhar importância durante o Renascimento, ao final do século XVI e início do século XVII, com a introdução e consolidação da notação simbólica, que revolucionou a forma de pensar e representar a matemática, estabelecendo a base para a matemática moderna. Já Duval (2011a, p. 24) aponta que “a introdução das letras no lugar das grandezas e números faz surgir, pela primeira vez, a questão do papel dos signos no pensamento matemático”.

Antes disso, a matemática era escrita quase inteiramente de maneira retórica, sem um sistema geral de representação simbólica. As figuras geométricas eram consideradas como os próprios números, e não havia uma notação matemática padronizada e universalmente compreendida. Descartes, por sua vez, desenvolveu a geometria analítica, que utilizava um sistema de coordenadas para representar geometricamente expressões algébricas. Essa transformação marcou o início da representação simbólica em matemática, em que os símbolos passaram a desempenhar papel crucial na formulação e resolução de problemas matemáticos. O símbolo, a partir de então, não era apenas uma ferramenta auxiliar, mas uma representação essencial dos conceitos matemáticos, possibilitando um novo nível de abstração e formalização. Com o desenvolvimento dessa notação simbólica, a matemática passou a ser vista como uma ciência formal, em que os signos ou símbolos formais são elementos fundamentais para o pensamento e a comunicação matemáticos (Flores, 2006).

Duval (2011a) destaca que o surgimento da álgebra marca um momento crítico de questionamento sobre o uso de signos no pensamento matemático. Esse questionamento é especialmente relevante, pois na álgebra, substituímos grandezas e números por letras. Enquanto alguns historiadores atribuem a introdução dos signos a Descartes, outros sugerem que a origem da álgebra está na construção de representações gráficas de figuras geométricas e na formulação escrita de equações correspondentes. O advento da álgebra revela que a própria equação codifica as características das unidades figurais que se deseja representar, e a organização dessas unidades varia de maneira distinta para cada objeto matemático (Duval, 2011a).

A confusão do objeto matemático com a sua representação deixa de ser um problema quando os sistemas semióticos funcionam em sinergia. A representação semiótica possibilita novas descobertas e representações, o que leva a "uma revolução na abordagem da questão dos signos e de seu papel no funcionamento cognitivo do pensamento, até mesmo para além dos domínios da álgebra e da análise" (Duval, 2011a, p. 26). Essa revolução propicia duas modificações radicais na análise do conhecimento: a respeito do papel central dos signos no funcionamento matemático e da necessidade de "*uma distinção epistemológica dos objetos em função de seus modos cognitivos de acesso*" (Duval, 2011a, p. 26).

No ano de 1995, Raymond Duval publicou *Sémiosis et pensée humaine: Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*, obra que contempla grande parte da sua teoria até aquele momento.

Em uma entrevista via email no ano de 2013, concedida a José Luiz Magalhães Freitas e Veridiana Rezende[3] (2013) acerca da origem de sua obra,

[3] Essa entrevista resultou no artigo Entrevista: Raymond Duval e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica.

Duval contou a respeito de suas publicações e das suas contribuições para sala de aula. Nessa entrevista, Freitas e Rezende (2013) destacam que, inicialmente, Duval havia tido interesse em duas linhas de pesquisa: uma a respeito da compreensão da demonstração de cálculos por estudantes do Collège[4], e outra que visava à importância e à variedade de formas da linguagem nas atividades matemáticas. Também apontam que Duval abandonou a pesquisa desses temas por impasses e por sofrer uma forte oposição.

Ao ocorrer uma reforma escolar na França, na qual os estudantes que tinham entre 11 e 15 anos foram alocados em um único colégio, Duval conseguiu reorientar suas pesquisas ao problema comum de todas as disciplinas: a heterogeneidade em relação à leitura e compreensão dos textos. Concomitantemente havia, nos Estados Unidos, uma abordagem que visava à representação de conhecimentos em memória, e após ter ciência a respeito dessa abordagem, Duval perguntou-se: "que tipo de representação é a mais pertinente para dar conta não apenas de um texto, mas de um raciocínio dedutivo, de uma argumentação, de uma escrita simbólica, etc.?" (Freitas; Rezende, 2013, p. 13).

As duas linhas de pesquisas foram retomadas por Duval após as reformas ocorridas, já que propiciaram "uma visão mais completa dos diferentes aspectos da atividade matemática que as mudanças sucessivas dos programas escolares tinham favorecido, excluído ou ignorado" (Freitas; Rezende, 2013 p. 13). Ao tomar conta que era solicitado manipular diferentes representações associadas nas atividades, Duval se perguntou se ficava explícito ao estudante "o que é matematicamente preservado quando se passa de um tipo de representação para outra" (Freitas; Rezende, 2013, p. 14), ou se os estudantes percebem o que é pertinente no viés da matemática e o que não é pertinente em uma representação. Para poder ter a resposta, Duval deu início a sua pesquisa sobre o reconhecimento das funções lineares e afins na representação gráfica e na representação escrita da equação correspondente. O sucesso em um reconhecimento, mas o fracasso em outro, mostrou que "a atividade matemática deveria ser analisada em termos de transformações de *representações semióticas* e não de conceitos puramente mentais, e, portanto, assemióticos" (Freitas; Rezende, 2013, p. 14). Duval ainda destacou: "privilegiamos o uso de símbolos e de representações geométricas e

[4] Collège equivale ao nosso Ensino Fundamental, na França, pois os estudantes têm entre 12 e 15 anos.

gráficas para a atividade matemática" (Freitas; Rezende, 2013, p. 14-15), apesar de alegarmos a importância da linguagem natural. Duval mencionou que "as dificuldades de compreensão na aprendizagem da matemática não estão relacionadas aos conceitos, mas à variedade de representações semióticas utilizadas e o uso 'confuso' que fazem delas" (Freitas; Rezende, 2013, p. 15).

3.2 OS GESTOS INTELECTUAIS SEGUNDO RAYMOND DUVAL

Ao pensar matematicamente, estamos pensando em objetos que não existem no mundo real, no mundo físico. Não existem microscópios que possibilitem encontrar e visualizar triângulos, mas não podemos tocar em funções, como também não esbarramos com logaritmos pelo corredor escolar. Duval (2011a, 2019) explana que, por não existir acesso direto aos objetos matemáticos, é necessário que ocorra uma atividade de produção semiótica para possibilitar esse acesso ao objeto de conhecimento. O fato de não haver acesso perceptível a esses objetos pode provocar uma confusão entre o objeto e a sua representação semiótica, e aqui existe um paradoxo: "como os sujeitos em aprendizagem poderiam não confundir os objetos matemáticos com as suas representações semióticas, se eles podem tratar apenas com as representações semióticas?" (Duval, 2012, pg. 268). Cabe, aqui, uma investigação do modo de entrar em contato com o objeto, de como esses objetos são alcançados, de como esse não acesso ao objeto pode ser resolvido, entre outros.

O paradoxo pode ser compreendido ao observar a foto tirada por Kosuth em 1965, apresentada em Duval (2011a, p. 43), que retrata três cadeiras e é intitulada "uma e três cadeiras", e pode ser vista na Figura 7. Nela, são apresentadas três versões da cadeira: enquanto objeto físico, uma foto da cadeira e a definição da palavra cadeira conforme o dicionário.

Figura *1* – Uma e três cadeiras

Fonte: Duval (2011a, p. 43)

Refletindo a respeito dos objetos matemáticos, Duval (2011a, p. 9) mencionou que tanto para ver como para ensinar a matemática de uma forma diferente da atual, é necessário que o professor tenha a "consciência dos processos cognitivos específicos que requer o pensamento matemático". É na busca de como acontecem os processos cognitivos e de como acontece a aprendizagem matemática que se necessita de uma análise de conhecimento, da forma como o objeto é apresentado, "ou como podemos ter acesso a eles por nós mesmos" (Duval, 2011a, p. 15).

Duval (2011a, p. 16-17) afirma que "o conhecimento começa quando não adotamos mais uma representação do objeto no lugar do próprio objeto", ou seja, é necessário que saibamos a diferença entre estar diante do objeto e a representação do mesmo objeto. É válido destacar, aqui, que existem diversas representações de um mesmo objeto, e que cada representação evidencia um conteúdo.

Duval (2011a) adota o termo *registro de representação semiótica* com a intencionalidade de que esse termo não possibilite a confusão com o termo signo, que é recorrente em semiótica e linguística. Ao mencionar semiótica, é comum que *signo* seja lembrado devido a sua importância, mas não se deve fazer a associação de que os registros de representação sejam signos.

O termo *registro de representação semiótica* é definido por Duval (2011a, p. 70) como “um sistema semiótico particular que não funciona nem como código, nem como sistema formal. Ele se caracteriza essencialmente, pelas operações cognitivas específicas que ele permite efetuar”. Ao refletir a respeito do que configura as representações semióticas, Brandt e Moretti (2018, p. 9) escrevem que essas são tanto frases em língua natural e equações como as figuras, os esquemas ou então os gráficos: letras, siglas, algarismos, palavras-chave, ou ainda gestos com as mãos são apenas caracteres para decodificar, e não devem ser confundidos com o que propicia sentido. A representação semiótica pode ser considerada a ferramenta que permite ao indivíduo tornar suas representações mentais visíveis e acessíveis a outro indivíduo (Duval, 2009).

É através da estrutura dos signos que se possibilita analisar a diversidade dos sistemas semióticos, mas, a estrutura do signo não dá conta de analisar o “papel semiótico dos sistemas semióticos no desenvolvimento do conhecimento” (Duval, 2011a, p. 71), pois

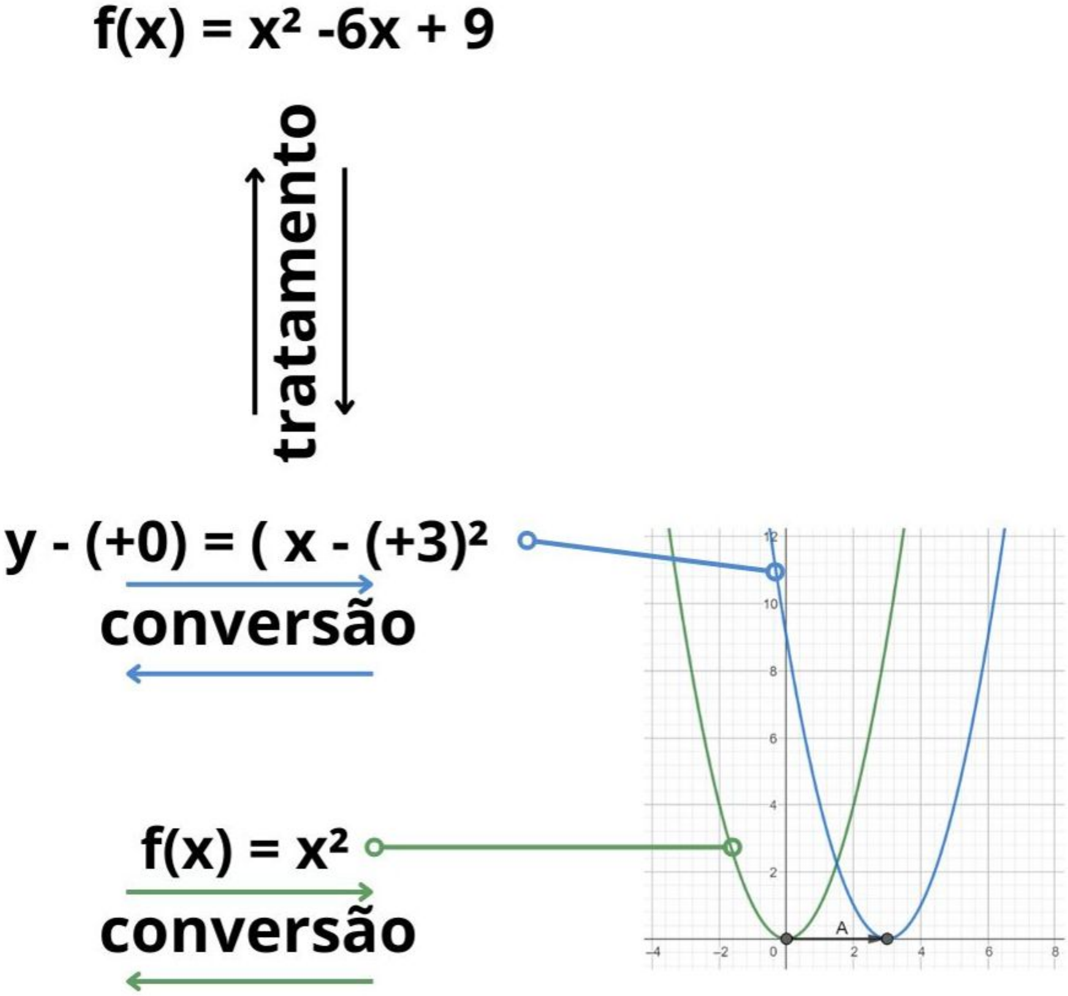
> existem outros sistemas semióticos que cumprem primeiro, ou de maneira tão essencial, as funções cognitivas de objetivação e tratamento por meio de transformações internas nas representações semióticas. Assim, os sistemas de escrita de números são os registros e não os códigos como os alfabetos (Duval, 2011a, p.71).

Na busca pela distinção dos sistemas semióticos utilizados na matemática e dos diversos sistemas semióticos existentes, Duval (2009, 2011a, 2018) utiliza-se da palavra registro por compreender que é através dessa palavra que se consegue separar os dois tipos de transformações matemáticas: a *conversão* e o *tratamento*, e essas transformações também podem ser chamadas de gestos intelectuais.

O movimento de articular, no interior de um registro de representação de um mesmo objeto matemático, como a escrita com a representação gráfica, é denominado *tratamento* (Duval, 2009, 2018, 2019). É através da função cognitiva de tratamento que se produzem novas informações e que se estabelecem novos conhecimentos (Duval, 2011a). “O tratamento de uma representação é a transformação dessa representação no mesmo registro onde ela foi formada. O tratamento é uma transformação interna a um registro (Duval, 2012, p. 272). O tratamento ocorre quando temos a possibilidade de transformações semióticas que nos permitem experimentar as possíveis combinações (Duval, 2011a). Podemos compreender que o tratamento, por exemplo, ocorre quando resolvemos algebricamente uma equação. O tratamento é a transformação de uma representação inicial de um objeto em outra representação final, é a transformação interna de uma representação em um registro de representação ou em um sistema. Um exemplo de tratamento é o cálculo, visto que ele substitui a expressão dada em uma nova expressão (Duval, 2019).

Concebe-se que a *conversão* (Duval, 2009, 2018, 2019) é a transformação entre distintos registros da representação, a transformação de um registro de representação semiótica em outro registro que evidencie conteúdos diferentes. A conversão é o ato de transformar uma representação que pertence a um sistema semiótico em outra representação que pertence a um sistema semiótico diferente, mas que mantém parte do conteúdo da representação. Duval (2001) explica que a conversão mantém as características do objeto sem conservar suas propriedades. Podemos entender que a conversão acontece quando coordenamos as unidades significantes de dois registros distintos, como quando representamos graficamente uma função quadrática que estava escrita em formato algébrico canônico, por exemplo. “A conversão de uma representação é a transformação desta função em uma interpretação em outro registro, conservando a totalidade ou uma parte somente do conteúdo da representação inicial (Duval, 2012, p. 272). A Figura 8 busca exemplificar a conversão e o tratamento de uma função quadrática.

Figura 2 – Exemplo de tratamento e conversão



Fonte: elaborada pela autora

No entanto, destaca-se que “a conversão é uma atividade cognitiva diferente e independente do tratamento” (Duval, 2012, p. 272). A aprendizagem envolve, inicialmente, a assimilação dos gestos intelectuais, do tratamento e da conversão, para posteriormente permitir a compreensão e a construção dos conceitos matemáticos (Duval, 2009).

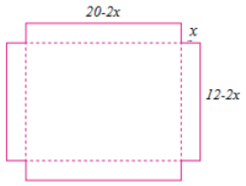
Os Registros de Representação Semiótica são apresentados aos estudantes em Língua Natural, no Registro Geométrico, Registro Gráfico, Representações de registro algébrico ou Registro Tabular.

Figura *3* – Registros na Língua Natural, Geométrico, Gráfico e Tabular

Registro na Língua Natural (RLN)

Um indivíduo dispõe de uma folha de papelão em formato retangular com lados medindo 20 cm e 12 cm. Sua intenção é cortar quatro quadrados de mesmo lado, um em cada canto da folha de papelão, de modo que possa usar o papelão para construir uma caixa (sem tampa). Ele deseja descobrir qual a medida do lado dos quadrados que devem ser cortados a fim de que o volume da caixa seja o maior possível.

Registro Geométrico (RGe)



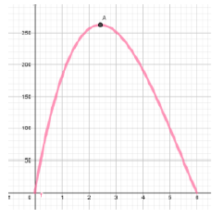
Registro Algébrico (RAl)

f: [0,6]—>IR$^+$

$f(x) = (20-2x)(12-2x)x$

$f(x) = 4x^3 - 64x^2 + 240x$

Registro Gráfico (RGr)



Registro Tabular (RTb)

0	0
1	180
2	256
3	252
...	...

Fonte: Dernardi e Bisognin (2019, p. 145)

Algumas possibilidades de registros de representação são evocadas de acordo com o conteúdo matemático que está sendo abordado. Ao acessar duas ou mais representações de um mesmo objeto, podemos assumir que o estudante aprendeu, e para coordenar as representações, é importante que se priorize representações que evidenciem diferentes características dos objetos estudados, pois "a diversidade das representações resulta da diversidade específica dos sistemas receptores" (Duval, 2011a, p. 27). "O que importa primeiro nas representações semióticas é a potencialidade intrínseca de serem facilmente transformadas em outras representações semióticas", (Duval, 2011a, p. 40), porque a rapidez com que o cálculo é executado, o controle do raciocínio e a potencialidade de visualização estão diretamente ligadas à potencialidade da representação semiótica.

Moretti e Baerle (2022) destacam que instrumentos pedagógicos são desenvolvidos tanto para a compreensão como para a resolução de um problema, e que quando esse instrumento não possibilita a transformação de tratamentos em algoritmos, estamos diante de um registro de representação auxiliar. Essas representações apresentam novas informações que não estavam contidas nas anteriores, além de possibilitar tratamentos visuais para a decisão de como resolver o problema proposto e evidenciar o que até então estava implícito.

Ao coordenar os registros de representação semióticos, conseguimos conhecer outras características do objeto de conhecimento, o que possibilita ao estudante reconhecê-lo em diferentes registros de representação. A existência de muitos registros de um mesmo objeto possibilita a realização de tratamentos de maneira econômica e potencializada (Duval, 2012).

3.3 A CONGRUÊNCIA SEMÂNTICA

A distinção e classificação dos tipos de representação semiótica desempenham papel fundamental na criação de uma ferramenta de análise cognitiva das atividades matemáticas (Duval, 2011a). A percepção de um registro como de representação ou não, ocorre por meio da escolha do segundo registro. É por meio desse processo que conseguimos discernir a relevância metodológica do registro, identificando os critérios de formação, tratamento e conversão necessários para que seja reconhecido como um registro de representação semiótica.

A concepção do sistema semiótico, por si só, não abarca as transformações, conversões e tratamentos necessários para a dinâmica cognitiva. Contudo, ao transformar a análise em uma lista de elementos primitivos, corre-se o risco de compreender o sistema semiótico unicamente como um meio para a transmissão de informações por meio de códigos (Duval, 2011a). Restringir a compreensão do sistema semiótico à mera transmissão de informação ou comunicação reforça a ideia de que seu papel é unicamente comunicar uma ideia, fortalecendo, assim, a visão limitada de que a representação semiótica se resume a codificar a representação mental.

Como as representações evidenciam diferentes características do objeto representado, é importante que o estudante saiba transitar por diferentes registros de um mesmo objeto de conhecimento em matemática. No entanto, esse trânsito provoca custos cognitivos diretamente relacionados ao fenômeno da não-congruência semântica do problema. Quando a escolha dos registros de representações semióticas propicia congruência semântica, o estudante consegue transitar em diferentes registros e se inteirar a respeito das características que lhe serão úteis na resolução do problema estudado com um custo cognitivo menor (MORETTI, 2002).

É importante refletir a respeito do tipo de registro que se pretende utilizar. A representação exibe diversas variáveis cognitivas que possibilitam ou não a compreensão dos objetos de conhecimento da matemática e a utilização desse conhecimento em outras situações. Deve-se levar em consideração, também, que “a produção oral e escrita não tem os mesmos papéis na tomada de consciência pelos estudantes” (Duval, 2011a, p. 105).

Ao interpretar uma representação semiótica, deve-se considerar todas as transformações possíveis dessa representação. Para reconhecer a unidade de sentido de uma representação semiótica, é necessário que se converta a representação em outro registro, e assim se consiga revelar as “unidades de sentido matematicamente pertinentes nas representações do registro de partida”, são essas variações que possibilitam percepção da existência ou não de covariações do registro (Duval, 2011a, p. 104).

A diversidade de registros de representação de um mesmo objeto matemático destaca diversas características do objetivo em estudo, revelando as duas faces da matemática: a *face exposta* e a *face oculta* (Duval, 2011a). A face exposta corresponde aos números, funções, equações, polígonos, entre outros; enquanto a face oculta corresponde aos gestos intelectuais, que equivalem ao caráter cognitivo e epistemológico específico da matemática. Como a face oculta não se mostra imediatamente e explicitamente, é comum que ela se manifeste por bloqueios, erros recorrentes, ou através de problemas aritméticos com erros de resolução, por exemplo, ou através do não reconhecimento de um mesmo objeto em duas representações diferentes.

Brandt e Moretti (2018, p. 5-6) evidenciam a necessidade da compreensão da face oculta que compreende os gestos intelectuais, descrevendo que

> A face oculta considera o sentido, de acordo com Saussure (2008), e a referência, de acordo com Frege (1971), de certas representações semióticas utilizadas para a representação de objetos algébricos em diferentes sistemas semióticos: língua natural, linguagem algébrica, linguagem numérica, linguagem gráfica, dentre outras. Esses dois elementos, sentido e referência, encontram-se presentes nas operações cognitivas de conversão de registros de representação de um sistema semiótico para outro, e de tratamento, a qual se volta para as transformações oriundas dos tratamentos dos registros de representação dos objetos algébricos realizados no interior de um mesmo sistema semiótico pelo sujeito que aprende. As conversões tratam das transformações dos registros de representação semióticos pertencentes a um sistema semióticos diferentes e do tratamento dessas transformações no interior de um mesmo sistema semiótico. Conversões e tratamentos são operações cognitivas. Quando efetuamos transformações nos registros de representação, o sentido muda, mas não a referência. Por exemplo: as palavras e os numerais arábicos têm por referência um mesmo número, mas veiculam de maneiras diferenciadas, e com sentidos diferentes, a estrutura do Sistema de Numeração Decimal Posicional. Na palavra, essa estrutura tem que ser identificada nos sufixos e prefixos, enquanto nos numerais trata-se da posição e do valor relativo dos algarismos.

Ao expor um mesmo objeto por meio de diversos registros de representação semiótica, o estudante adquire a capacidade de identificar e compreender que pode expressar o mesmo número no formato decimal ou fracionário, sem que isso altere seu valor, seu significado, sua referência, optando pela representação que mais se adequa ao contexto. Moretti (2002) ilustra o exemplo da soma 1 + ¼, em que o estudante pode prosseguir com o cálculo utilizando frações ou substituir os números para seus equivalentes decimais. Ao optar por manter a operação no formato de fração, o estudante permanece dentro da mesma rede semiótica de representação. Contudo, ao fazer a conversão para números decimais, ocorre uma mudança de rede semiótica, indicando que essas representações não compartilham a mesma natureza cognitiva. O custo cognitivo dessa transição varia de acordo com a *congruência semântica* entre o objeto e a expressão matemática.

O mesmo objeto matemático deve ser percebido em diversas representações (Brandt; Moretti, 2018), sendo observado tanto na sua forma algébrica quanto no formato de uma função linear, ou na sua representação gráfica. A maneira como expressamos ou demonstramos um exemplo ou exercício pode evidenciar ou ocultar aspectos cruciais desse objeto matemático. Conforme destaca Duval (2011a, p. 68), “o que é matematicamente essencial em uma representação semiótica são as transformações que se podem fazer, e não a própria representação”.

A matemática, conforme destaca Moretti (2002, p. 344), está intrinsecamente ligada às “formas de representação e manipulação de seus objetos”. Diante da natureza abstrata desses objetos, que carecem de realidade física tangível, a compreensão matemática exige muitos registros de representação. Esse requisito conduz à necessidade de conhecer diversos registros de um mesmo objeto matemático, possibilitando uma visão mais abrangente desse objeto. Como ressaltam Brandt e Moretti (2018, p. 6), “diferentes sistemas semióticos são utilizados para expressar a mesma relação, mas exigem atribuição de significação em razão dos sentidos diferentes, ainda que tenham por referência o mesmo objeto algébrico”. A matemática apresenta características singulares que se diferem entre objetos matemáticos, sejam eles algébricos, geométricos, aritméticos, ou nas diferentes ações de demonstração e conjectura. Nesse contexto, é fundamental considerar a face oculta da matemática, que engloba a organização curricular, a metodologia de ensino e as próprias peculiaridades da matemática ao escolher um registro de representação semiótica específico.

A face oculta, conforme destacado por Brandt e Moretti (2018), não se manifesta de maneira explícita nos currículos, nos livros didáticos ou nos conteúdos escolares, mas é ela que permite ao estudante um olhar, uma compreensão mais cognitiva. Os gestos intelectuais, em particular o tratamento e a conversão, viabilizam a conceitualização dos objetivos algébricos ao referenciá-los, conforme apontado por Duval (2013). As representações semióticas são importantes e desempenham papel decisivo na aprendizagem, inclusive, “em matemática, recorre-se a uma grande variedade de representações semióticas sendo algumas delas desenvolvidas para efetuar tratamentos bem específicos” (Moretti, 2002, p. 344).

A escola se preocupa em elaborar e criar diferentes formas de representar o objeto estudado, e ao questionar se “para um determinado conceito em matemática, existe uma boa representação que leve de forma suficiente à sua compreensão?” (Moretti, 2002, p. 344), o autor responde que não. Transitar entre diferentes registros de um mesmo objeto é o fundamental na aprendizagem em matemática, e a preocupação dos professores deve estar em torno da congruência semântica entre as representações de um mesmo objeto, segundo Moretti (2002).

Algumas expressões apresentam referências iguais, mas sentidos diferentes, conforme Moretti (2002). Podemos destacar o exemplo “1, 3-2, 4/4 e 50”, pois esses registros estão fazendo referência “ao mesmo número, ao mesmo objeto matemático, a mesma referência. No entanto, os objetos nestas distintas representações, não possuem o mesmo significado operatório” (Moretti, 2002, p. 345).

> A distinção entre sentido e referência está estreitamente ligado ao princípio da substituição, que é essencial nos procedimentos de cálculo ou de dedução: duas expressões tendo a mesma referência podem ser trocadas uma pela outra, em uma frase ou fórmula, sem que o valor da verdade mude (Duval, 1988a, p. 7, apud Moretti 2002, p. 345).

A transformação de 1 em 4/4, ou de 1/4 em 0,25, possui naturezas cognitivas distintas, e por isso o custo cognitivo pode ser maior ou menor, dependendo diretamente da congruência semântica, ou seja, duas expressões devem ter a mesma referência ao serem transformadas. Pelo ponto de vista cognitivo, existem as funções discursivas e suas operações cognitivas como essenciais para a aprendizagem, pois

> os objetos algébricos utilizam os registros discursivos na língua natural, na linguagem numérica e na linguagem algébrica para serem representados. Os registros discursivos são utilizados primeiramente para representar relações operatórias entre números e letras (com o estatuto de variável, incógnita ou valor desconhecido); por essa razão, acabam por pertencerem ao que Yuri M. Lotmann denomina de semiosfera. (Brandt; Moretti, 2018, p. 6-7).

A semiosfera é conceituada como o local em que os diferentes sistemas semióticos se encontram e convivem entre si (Lotmann, 1990). As linguagens existem e funcionam devido a esse sistema, pois a semiosfera existe previamente e interage com as diferentes linguagens.

3.4 OS DESAFIOS DA ÁLGEBRA E AS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS

A álgebra pode ser compreendida como uma linguagem muda, que apenas possibilita a realização de algoritmos operacionais (Duval, 2020). Uma fonte de dificuldade dos estudantes na Educação Básica é a álgebra. Ao operá-la, ocorrem erros recorrentes, como "$a + b = ab$ ou $(a + b)^2 = a^2 + b^2$", ou ainda "o não reconhecimento dos coeficientes de uma expressão analítica representativa de uma função no registro gráfico" (Brandt; Moretti, 2018, p. 1). Pesquisas foram feitas a respeito das dificuldades e erros mais recorrentes dos estudantes. A pesquisa de Shulte e Coxford (1995) esclarece que os erros dos estudantes ocorrem devido à confusão feita acerca do pensamento algébrico. É ao associar que o pensamento algébrico é uma extensão do pensamento aritmético que ocorre essa confusão. Essa associação errônea justifica o erro comum de responder que $a+b = ab$, pois o estudante não consegue perceber que $a + b$ resulta em $a + b$.

Algumas possibilidades de registros de representação foram e são evocadas de acordo com o tema que está sendo abordado. É no desenvolvimento da álgebra que surge a discussão dos signos no pensamento matemático. Duval (2011a, p. 24) retrata que "a introdução das letras no lugar das grandezas e números faz surgir, pela primeira vez, a questão do papel dos signos no pensamento matemático". As explicações sobre a aquisição de conhecimento e aprendizagem, sejam elas epistemológicas, psicogênicas, psicológicas, sociológicas ou pedagógicas, muitas vezes são insuficientes quando se trata de matemática. Embora essas abordagens forneçam informações realmente relevantes, elas frequentemente ignoram o fato de que aprender matemática apresenta dificuldades intrínsecas de compreensão que não são encontradas em outros campos do conhecimento (Duval, 2020).

É com a álgebra que percebemos a possibilidade da construção de representações gráficas das figuras geométricas: “isso porque os diferentes termos de uma equação permitem codificar as características de todas as unidades figurais que queremos (retas, curvas, superfícies), graças a um sistema de eixos orientados e graduados” (Duval, 2011a, p. 25). Duval (2011a) ainda reforça que é de suma importância propiciar ao estudante fazer a articulação entre o representações de registro algébrico e a representação gráfica. O gráfico cartesiano nos apresenta a “diferença cognitiva entre código e registro”, pois o estudante aprende a construir uma tabela e representar graficamente em seguida, ou seja, “esses gráficos são introduzidos como técnica de codificação, enquanto os utilizamos como registro de representação. A visualização produzida é qualitativa e sua compreensão requer a coordenação cognitiva do registro das escritas algébricas” (Duval, 2011a, p. 105).

Moretti (2003) destaca que, ao utilizar o método do esboço de retas de Raymond Duval para traçar curvas, é perceptível que essa abordagem contribui significativamente para a assimilação do lugar geométrico dos pontos representados por uma expressão algébrica. Ao aplicar esse método, os estudantes podem desenvolver uma compreensão mais profunda de como os pontos no gráfico cartesiano correspondem a termos específicos da expressão algébrica. Essa abordagem permite que os estudantes visualizem a relação entre o registro de representação algébrica e o registro de representação gráfica, facilitando a identificação de padrões e comportamentos das funções. Além disso, o método do esboço de retas ajuda a esclarecer como pequenas variações nos coeficientes da expressão algébrica podem influenciar a forma e a posição da curva no plano cartesiano. Isso é particularmente útil no estudo de funções lineares e quadráticas, em que a interpretação visual das propriedades figurais pode revelar informações importantes sobre a inclinação, interseções e curvatura das funções.

Duval (2011a) destaca que, ao construir um gráfico por meio de uma sequência de pontos consecutivos, ocorre um salto dimensional no contínuo visual de retas e curvas, o que permite que os gráficos gerem outras representações. Esse procedimento de traçar ponto a ponto é frequentemente usado para converter registros algébricos em gráficos. No entanto, associar pares ordenados a pontos no gráfico é viável, mas fazer o processo inverso, ou seja, identificar a fórmula matemática a partir dos pontos, é praticamente inoperacional. Embora haja congruência semântica entre um par ordenado e sua representação gráfica, essa correspondência não se aplica da mesma forma a um conjunto de pontos e a uma regra matemática correspondente (Corrêa; Moretti, 2014, *apud* Menoncini; Moretti, 2017).

Moretti (2008) observa que, atualmente, esboçamos gráficos ponto a ponto sem que os estudantes percebam as relações entre as curvas. Para melhorar essa compreensão, Moretti (2008) sugere a translação como recurso para esboçar curvas através da interpretação global e das propriedades figurais. Duval (2011a) propõe uma abordagem de interpretação global das propriedades figurais, em que o gráfico e os eixos formam uma imagem que representa a expressão algébrica. Para promover essa associação, Moretti (2008) defende mudanças no ensino, enfatizando a necessidade de articular gráficos e expressões algébricas. Essa articulação permite que modificações em um registro sejam visualizadas e reconhecidas no outro, proporcionando uma compreensão mais ampla das curvas.

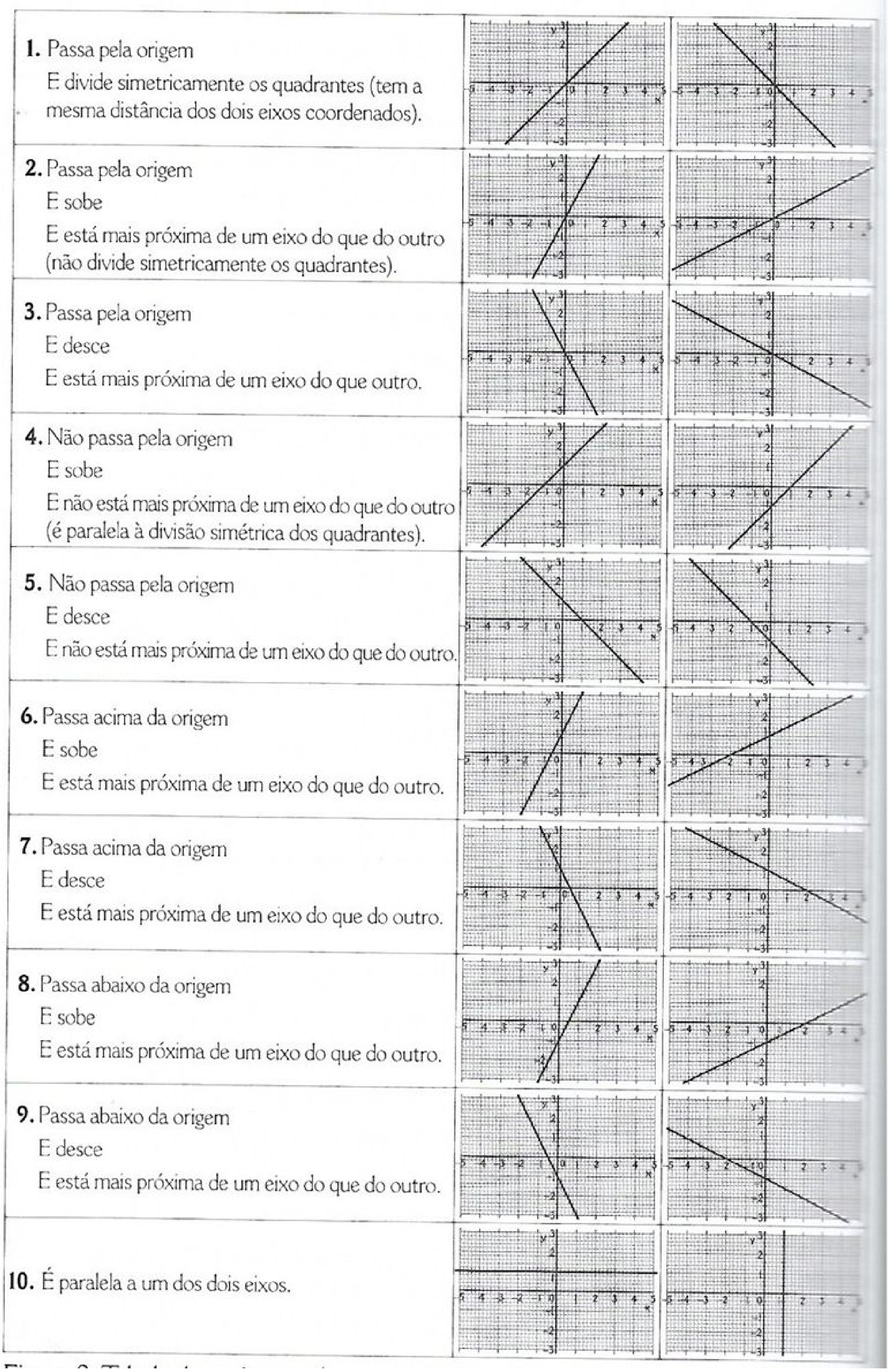
“As variações devem ser puramente visuais e devem corresponder às oposições qualitativas no reconhecimento visual da forma do gráfico, de sua orientação e de sua posição em relação aos eixos”, conforme encontramos em Duval (2011a, p. 109). O autor ainda destaca as oposições qualitativas da reta da seguinte forma:

a) A reta sobe ou desce em relação ao eixo das abscissas;
b) A reta está mais próxima de um dos eixos;
c) A reta passa ou não pela origem;
d) Se a reta não passa pela origem, passa acima ou abaixo dos eixos; e
e) A reta é ou não paralela a um dos eixos.

O mesmo autor ainda aponta que “temos, portanto, dois valores ‘visuais’ que distinguem por oposição, e que constituem duas unidades de sentido, segundo o critério semiótico saussuriano” (Duval, 2011a, p. 109).

Se pensarmos na reta, que tem como equação genérica $y = ax + b$, onde a e b representam números reais, Duval (2011a, p. 110) apresenta uma figura que aponta dez possíveis apresentações da reta.

Figura *4* – Tabela de variações das oposições de valores visuais em um gráfico linear



1. Passa pela origem E divide simetricamente os quadrantes (tem a mesma distância dos dois eixos coordenados).	
2. Passa pela origem E sobe E está mais próxima de um eixo do que do outro (não divide simetricamente os quadrantes).	
3. Passa pela origem E desce E está mais próxima de um eixo do que outro.	
4. Não passa pela origem E sobe E não está mais próxima de um eixo do que do outro (é paralela à divisão simétrica dos quadrantes).	
5. Não passa pela origem E desce E não está mais próxima de um eixo do que do outro.	
6. Passa acima da origem E sobe E está mais próxima de um eixo do que do outro.	
7. Passa acima da origem E desce E está mais próxima de um eixo do que do outro.	
8. Passa abaixo da origem E sobe E está mais próxima de um eixo do que do outro.	
9. Passa abaixo da origem E desce E está mais próxima de um eixo do que do outro.	
10. É paralela a um dos dois eixos.	

Fonte: Duval (2011a, p. 110)

É necessário perceber essas dez características para enxergar o gráfico, ou seja, precisa-se reconhecer os valores visuais dos gráficos lineares e o que o difere de outros gráficos, independentemente dos valores numéricos atribuídos aos coeficientes. É apontado por Menoncini e Moretti (2017, p. 128) que, para

> que as propriedades das curvas sejam destacadas, analisadas e correlacionadas com a escrita algébrica" é necessário "analisar a congruência entre os registros de representação, identificando alterações conjuntas do gráfico e da expressão algébrica e estabelecendo correspondências entre as variáveis visuais da representação gráfica e as unidades significativas da expressão algébrica.

Entretanto, ter a representação gráfica e indicar a equação habitualmente se faz através de sistemas lineares. Porém, ao compreender a imagem abaixo, podemos mais facilmente indicar a função que origina o gráfico exposto. Observe:

Figura *5* – Descrição algébrica das oposições dos valores visuais de um gráfico linear

Valores qualitativos visuais de um gráfico linear				**Equações**
Sentido da inclinação	**Ângulo com o eixo x**	**Posição no eixo y**		**Exemplos**
traço subindo (+)x	divisão simétrica coeficiente **= 1**	passa pela origem	**+0**	y = **(+1)**x
		passa acima da origem	**+1**	y = x +1
		passa abaixo da origem	**-1**	y = x -1
	ângulo maior coeficiente **>1**	passa pela origem	**+0**	y = 2x
		passa acima da origem	**+1**	y = 2x +1
		passa abaixo da origem	**-1**	y = 2x -1
	ângulo menor coeficiente <**1**	passa pela origem	**+0**	
		passa acima da origem	**+1**	+ 1
		passa abaixo da origem	**-1**	-1
traço descendo (-)x	....	....		....

Fonte: Duval (2011a, p. 111)

Duval (2011a) explica que, sem o reconhecimento da alfabetização matemática, não é possível articular ou fazer a passagem entre representações gráficas e escritas algébricas. Moretti (2008) observa que os problemas de não congruência semântica se tornam mais agudos nas conversões de registros semióticos, como quando um estudante representa graficamente uma função. Moretti (2008) destaca que, embora haja congruência semântica entre um par ordenado e sua representação cartesiana, isso não se aplica a um conjunto de pontos no plano cartesiano e uma regra matemática correspondente. Geralmente, os estudantes aprendem a função do primeiro grau como uma reta gerada por uma tabela de pontos. Duval (2011c) aponta que a maior dificuldade dos estudantes em entender a função afim está na falta de conhecimento das regras de correspondência semiótica entre os registros gráfico e algébrico. Estudantes conseguem construir a reta no plano cartesiano ponto a ponto, mas têm dificuldade em fazer a conversão inversa.

Duval (2011c) destaca que existem três tratamentos nas representações gráficas: a abordagem do ponto a ponto, uma abordagem da expansão do traçado efetuado e a abordagem de interpretação global. De uma forma bem sucinta, podemos compreender a abordagem do ponto a ponto como a forma que são introduzidas e apresentadas as representações gráficas aos estudantes: há um eixo ortogonal graduado e através de um par ordenado de números existe um ponto. Essa abordagem privilegia a leitura das coordenadas e a construção da reta no plano. A abordagem da extensão do traçado efetuado reforça a interpolação e extrapolação, e havendo a necessidade de ampliação da reta, basta alongar os eixos, ou seja, é uma abordagem mais mental.

A abordagem de interpretação global de propriedades figurais é o tratamento que possibilita a representação de um traçado através da leitura de uma expressão algébrica. “Toda modificação desta imagem, que leva a uma modificação na expressão algébrica correspondente, determina uma variável visual pertinente para a interpretação gráfica” (Duval, 2011c, p. 99). Para tanto, é necessário identificar e reconhecer todas as modificações pertinentes possíveis, ou ainda, analisar a “congruência entre dois registros de apresentação de um objeto ou de uma informação” (Duval, 2011c, p. 99) pois dessa forma estamos diante de uma “variável visual de representação - a unidade significativa da expressão algébrica” (Duval, 2011c, p. 99).

Ao discutir a abordagem de interpretação global das propriedades figurais, Menoncini e Moretti (2017) citando Duval (2011a) mostram que a visualização do gráfico muitas vezes se restringe à visualização de pontos específicos.

> e o esboço da curva é entendido como uma simples junção de pontos, oriundos da aplicação de regras de codificação, o que impede uma leitura mais ampla e global acerca de suas propriedades. No entanto, ela é adequada ao estudo de funções (especialmente das funções do primeiro e segundo grau), no qual se faz necessária uma leitura pontual, como encontrar pontos de intersecções, pontos de máximos e mínimos (Duval, 2011a, apud Menoncini; Moretti, 2017, p. 128).

É por meio da interpretação global das propriedades figurais que se destacam o traçado e as formas do objeto descrito pela expressão algébrica, permitindo realizar o esboço de um gráfico. Quando se possui a expressão matemática que resulta em determinados pontos, é possível visualizar o comportamento da função e desenhar seu gráfico correspondente. Da mesma forma, ao analisar um gráfico, pode-se inferir a expressão matemática que o gera. Esse processo bidirecional de conversão entre registros algébricos e gráficos é essencial para a compreensão aprofundada das relações matemáticas, pois cada representação oferece uma perspectiva única sobre as propriedades e o comportamento da função. Assim, a capacidade de interpretar e converter entre diferentes registros de representação não apenas enriquece a compreensão dos conceitos matemáticos, ela também desenvolve habilidades analíticas e críticas fundamentais para o estudo da matemática.

Os sistemas semióticos, conforme encontramos em Brandt e Moretti (2018, p. 7), apresentam características heterogêneas, e são definidos tanto "pela diversidade de elementos quanto por suas diferentes funções". Mencionam que Merrell (2003) classifica os sistemas semióticos através de Lotmann (1990, p. 27), no "terceiro componente do signo, o interpretante". Dessa classificação, inclusive, os sistemas semióticos heterogêneos possibilitam maiores informações (Lotmann, 1990).

Moretti (2002) apresenta uma questão oportuna levantada por Duval quanto à existência de vários registros de representação e a coordenação entre esses registros e o pensamento humano. O próprio Duval responde que, por economia de tratamento, a complementaridade dos registros e a conceitualização implicam na coordenação de diferentes registros. Quanto à economia de tratamento, ocorre pelo fato de o estudante utilizar o tratamento que mais se adequa ao problema e que possui maior domínio. Enquanto a complementaridade de registros se deve pelo fato de uma representação através de textos não evidenciar aspectos que somente uma figura ou um diagrama apresentam.

> As representações diferentes de um mesmo objeto, não têm evidentemente o mesmo conteúdo. Cada conteúdo é comandado por um sistema pelo qual a representação foi produzida. Daí a consequência de que cada representação não apresenta as mesmas propriedades ou as mesmas características do objeto. Nenhum sistema de representação pode produzir

> uma representação cujo conteúdo seja completo e adequado ao objeto representado (Duval, 1998, p. 18).

Moretti (2002) destaca que apresentar uma pluralidade de sistemas de representação possibilita a diversificação de representação desse objeto, e ao fazer isso, há um aumento das capacidades cognitivas, o que potencializa suas representações mentais. “O desenvolvimento das representações mentais se efetua como uma interiorização das representações semióticas do mesmo modo que as imagens mentais são uma interiorização dos perceptos” (Duval, 1993, p. 38-39 apud Moretti, 2002, 348).

As funções discursivas e suas operações são estudadas com mais detalhes na próxima subseção abaixo.

3.5 AS FUNÇÕES DISCURSIVAS E SUAS OPERAÇÕES

Dentre os conceitos apresentados na TRRS, também há os intitulados como funções discursivas, e se dividem em dois grupos: as funções discursivas e as metadiscursivas. Os registros de representação enquadram-se como metadiscursivos, visto que os registros de representação comunicam informações (Anjos, 2019). “Em geral, as metadiscursivas são mais utilizadas no cotidiano, embora, no caso da matemática, sejam necessárias as discursivas” (Sabel; Moretti, 2022, p. 340).

As funções metadiscursivas são comuns aos registros de representação, sejam eles linguísticos, simbólicos ou figurativos (Duval, 2004), e dividem-se em três: (1) comunicação, (2) tratamento e (3) objetivação.

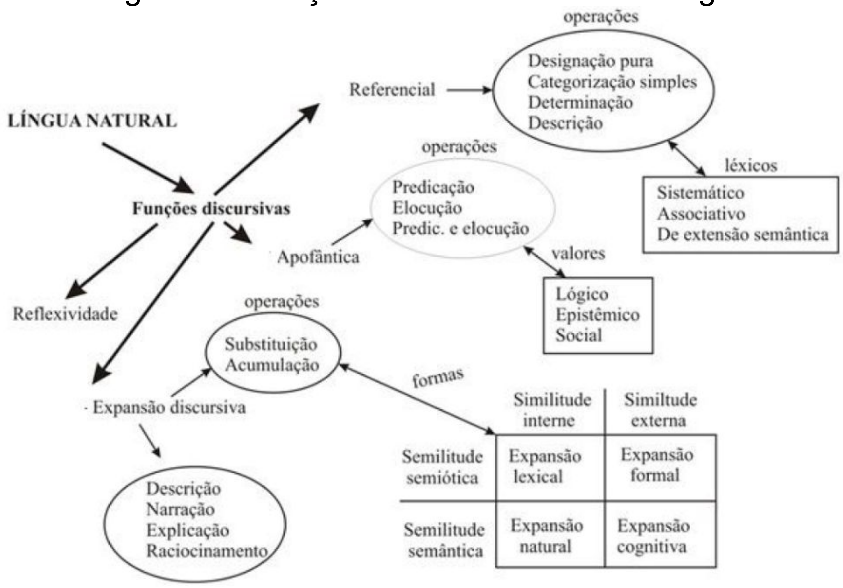
A (1) comunicação cumpre o objetivo de realizar a comunicação e transmissão das informações, e é uma função comum e essencial a todos os sistemas utilizados. A comunicação acontece durante uma conversa, na socialização entre os indivíduos, ou ao estar em sala de aula lecionando.

O (2) tratamento altera as informações no interior do registro para extrair novas intervenções e mediações, ou ainda, para mudar a forma de apresentar o objeto. Brandt, Moretti e Bassoi (2014) explicam que o tratamento ocorre ao empregar diferentes palavras e termos para expressar aquilo que já foi mencionado anteriormente. Em matemática, o tratamento acontece quando resolvemos uma equação do primeiro grau, por exemplo.

A (3) objetivação acontece com a internalização do objeto pelo sujeito e ele toma consciência do fato. Brandt, Moretti e Bassoi (2014) explanam que a internalização pode acontecer não apenas na língua, mas através de desenhos.

As funções discursivas de uma língua possibilitam a escrita de um discurso e dividem-se em três: a (1) função referencial, a (2) apofântica e a (3) expansão discursiva. Na Figura 10, apresentamos um esquema que mostra as funções indicadas por Duval (2004), suas operações e formas. Essas funções atuam em conjunto no discurso, apesar de serem empregadas em determinadas funções.

Figura *6* – Funções discursivas de uma língua



Fonte: Dionizio, Brandt e Moretti (2014, p. 517), a partir de Duval (2004)

A (1) Função referencial atribui signos para indicar os objetos, e esses signos podem ser letras, palavras ou símbolos. Dentro dessa categoria estão as operações de (1.1) designação pura, (1.2) a categorização simples, a (1.3) determinação e a (1.4) descrição. Ao designar um objeto, é necessário que se combinem duas dessas operações (Duval, 2004).

A (1.1) designação pura acontece ao atribuir um signo para um objeto específico, como quando atribuímos *x* a uma variável de uma função, por exemplo. “Essa operação é por si mesma suficiente para designar e para permitir identificar um objeto” (Duval, 2019, p. 131, tradução nossa), seja através da atribuição de uma letra ou número, ou de um nome próprio para o objeto de estudo. “A representação das relações operatórias entre números e letras exige funções discursivas e suas respectivas operações cognitivas; dentre elas, destaca-se a operação de designação da função referencial" (Duval, 2004, *apud* Brandt; Moretti, 2018, p. 7). Esse ato de designar caracteriza, no terreno algébrico, uma semiosfera da designação. É válido enfatizar que

> a designação é uma das funções dos registros discursivos e só pode ser realizada por meio de suas operações cognitivas: categorização pura, categorização simples, determinação e descrição (por meio de léxicos associativos ou sistemáticos) (Brandt; Moretti, 2018, p. 7).

A (1.2) categorização simples acontece quando atribuímos uma característica, uma qualidade, indicando a qual classe o objeto pertence (Duval, 2019), como quando falamos que uma função é par, por exemplo, e assim sabemos que os valores assumidos no ponto x e -x são iguais. Essa função não é suficiente por si mesma, habitualmente é combinada com a operação de determinação.

A (1.3) determinação "consiste em precisar o campo de aplicação da operação de categorização" (Duval, 2019, p. 132, tradução nossa) e utiliza artigos definidos ou indefinidos para indicar a existência do objeto contribuindo em mais informações a respeito do objeto. Na frase '*se busca* ***um*** *divisor comum*', o artigo indefinido **um** faz o papel de determinação.

A operação de (1.4) descrição "identifica o objeto cruzando os resultados de várias operações de categorização" (Duval, 2019, p. 132, tradução nossa), e combina todas as operações anteriores para indicar objetos. Podemos compreender que a descrição acontece quando explicamos um objeto com outras palavras, com outras frases. Mesmo com a limitação lexical (signos, palavras ou símbolos), é através da operação de descrição que se consegue nomear qualquer objeto (Duval, 1995). Não são todos os léxicos que cumprem as quatro operações de designação, a organização do léxico está diretamente ligada à natureza das operações que a designação possibilita. O léxico do signo tem pouca importância quando a designação pura é a única referência que existe, mas deve ser designada com termos distintos, objetos diferentes entre si (Duval, 2019).

A designação acompanha a (2) função apofântica, a (3) função de expansão discursiva e a função de reflexibilidade. As operações discursivas de designação do objeto podem ser feitas em língua natural ou formal, e exigem a semiosfera da designação, segundo Brandt e Moretti (2018).

A (2) Função apofântica, além de se dividir em operações e valores, é descrita como a construção de uma frase a respeito de um objeto em questão. A função apofântica possibilita atribuir valores lógicos (falso ou verdadeiro), valor epistêmico (se a frase segue regras internas da matemática) e valor social (o motivo da construção da frase). A função apofântica é composta por enunciados completos e suas respectivas operações cognitivas de predicação de elocução (Duval, 2019). Seria o equivalente ao resolver um problema de Progressão Aritmética (PA) em que a razão é três, indicar que é necessário somar três para encontrar o próximo elemento, pois os elementos aumentam de três em três. Essa expressão é validada como verdadeira por ter valor lógico, assim como é coerente por ter valor epistêmico. Já o contexto em que as frases acontecem estão diretamente relacionados aos problemas propostos aos alunos, correspondendo ao valor social. Um enunciado completo pode apresentar apenas um valor social, um valor epistêmico e um valor social, ou um valor epistêmico e um valor lógico em um contexto teórico.

Duval (2019, p. 142, tradução nossa) descreve que um valor social é encontrado em “chame mais tarde”; um valor epistêmico e um valor social acontece quando ocorre uma promessa de uma situação pouco plausível ou até absurda; o valor epistêmico e o valor lógico são vistos na frase “a soma dos ângulos de um triângulo é maior que 180º” (Duval, 2019, p. 142, tradução nossa). O autor acrescenta que uma expressão referencial pode evoluir para um enunciado completo, e para tanto, ocorre uma mudança de nível e critério em relação ao sentido da expressão. O sentido de um enunciado completo reside no(s) valor(es) que assume e na descrição abrangente o suficiente para fornecer informações completas sobre um objeto ou uma situação (Duval, 2019).

As operações de predicação e ato ilocutório permitem que se cumpra a função Apofântica. A predicação acontece ao mencionar objetos através de preposições escritas e enunciados completos, como ao descrever o passo a passo do desenvolvimento da resolução de um problema. O ato ilocutório acontece através da fala do estudante, ao pronunciar seus pensamentos e raciocínio, como a conversa que acontece quando o estudante está sanando suas dúvidas com o professor (Duval, 2019).

A (3) expansão discursiva ocorre pela composição de enunciados e suas operações cognitivas de descrição, narração, explicação e raciocínio, e possibilita que se consiga encadear frases coerentes entre si de forma que se produzam novas informações a respeito do que se está falando. No caso, o discurso fala mais do que aparentemente diz, já que denuncia o que está implícito.

Utilizamos, neste trabalho, a definição de raciocínio que se encontra em Duval (1995), de que o raciocínio pode ser percebido de duas formas: a primeira remete que ao partir de uma ou mais preposições chega-se a outra preposição, a uma conclusão; a segunda remete à manipulação de objetos e instrumentos na busca de realizar uma demonstração de que uma preposição seja confirmada.

A expansão discursiva também possibilita "articular diversos enunciados completos na unidade coerente de uma narração, de uma descrição, de uma explicação ou de um raciocínio" (Duval, 2004, p. 94). Uma questão frequente na compreensão do discurso está diretamente ligada ao que o discurso afirma de maneira explícita e de maneira implícita. Em algumas frases soltas, consegue-se estabelecer uma relação entre causa e efeito. Como ao transmitir a frase *Um botijão de gás explodiu. A casa queimou*, conseguimos estabelecer uma continuidade entre elas através de tratamentos, e assim, transmitir que a *explosão do botijão provocou um incêndio*, e é essa relação que fundamenta a continuação da descrição. Por mais óbvio que possa parecer, a frase passa a ser uma justificação ou explicação, sem a mobilização das palavras *botijão de gás* e *queimar*, a segunda frase não poderia ser compreendida como uma expansão discursiva da primeira frase (Duval, 2019).

A expansão discursiva é operada através da (3.1) substituição ou da (3.2) acumulação e na forma de expansão (3.3) formal, (3.4) lexical, (3.5) cognitiva ou (3.6) natural. Para pretender uma aprendizagem escrita, é necessário que se leve em consideração o desenvolvimento das capacidades de discriminação das quatro formas de expansão discursiva (Brandt; Moretti; Bassoi, 2014).

> As formas associadas da função de expansão discursiva são as que permitem reconhecer, em uma série de frases, a unidade de um propósito, isto é, um passo de raciocínio, um episódio de um relato, uma descrição de um objeto, a justificativa de uma declaração, e não uma sucessão desvendada de enunciados que 'saltam de um tema a outro' (Duval, 2019, p. 153, tradução nossa).

A (3.1) substituição acontece quando há alteração nas informações já ditas a respeito de um objeto com o objetivo de alcançar um novo resultado, ao se resolver uma equação do primeiro grau, por exemplo. Nesse caso, é necessário que se perceba a aplicação da regra utilizada, já que essa expansão indica explicitamente o que estava implícito. Ao operar através da substituição, tudo que se havia dito anteriormente pode ser esquecido e não mais levado em consideração (Duval, 2019).

A (3.2) acumulação acontece quando o discurso é construído por novas frases e conectores. Um exemplo de acumulação é quando enriquecemos o discurso narrando ou descrevendo um objeto com novas informações e detalhes. Essa expansão requer a sinopse de todas as frases e as relações entre si (Duval, 2019).

A expansão (3.3) formal "caracteriza-se pela aplicação das regras de substituição que se baseiam exclusivamente através de símbolos" (Duval, 2019, p. 158, tradução nossa). Ela acontece através de sistemas semióticos algoritimizáveis, ao substituir elementos seguindo regras matemáticas para expandir e extrair novas informações. Um exemplo seria o equivalente a escrever a equação algébrica $x^2-7x+12=0$ no formato algébrico após expandir formalmente o discurso através de regras matemáticas, e chegar em $(x-3)(x-4)=0$ (Brandt; Moretti; Bassoi, 2014).

A expansão (3.4) lexical baseia-se na possibilidade de recuperar palavras de um mesmo significante que possibilita a coesão do texto narrado (Duval, 2019, p. 157). Essa função resgata léxicos anteriores para dar sequência ao discurso, como ao se retomar uma incógnita já utilizada anteriormente para compor novos resultados. A recuperação pode acontecer através da identificação homofônica ou homográfica, como ocorre na frase: sujei minha <u>manga</u>, [...] estava comendo uma <u>manga</u>. Em um problema de matemática seria o equivalente a, em um primeiro momento, atribuir <u>x</u> a altura de um triângulo, e logo em seguida atribuir <u>x</u> para um dos catetos (Brandt, Moretti, Bassoi, 2014).

A expansão (3.5) cognitiva "caracteriza-se por um exemplo especializado da língua natural" (Duval, 2019, p. 158, tradução nossa). Ela decorre da utilização da língua natural para indicar termos específicos. Um exemplo seria "um número ímpar excede um número par em uma unidade. Logo, a soma de dois ímpares resulta em um número par" (Brandt; Moretti; Bassoi, 2014, p. 7), pois ele descreve explicações matemáticas sejam técnicas ou teóricas.

A expansão (3.6) natural "caracteriza-se pelo exemplo comum da língua" (Duval, 2019, p. 159, tradução nossa), utilizando a língua materna para unir e expandir frases e enunciados, também possibilita maior liberdade na construção devido à informalidade que pode ser empregada. É a utilização da linguagem para produzir um discurso, e nela se mobiliza simultaneamente a "rede semântica de uma língua natural e dos conhecimentos práticos do próprio meio sociocultural daqueles que produzem o discurso", conforme Brandt, Moretti e Bassoi (2014, p. 7). Quando, em um discurso, se menciona a frase *hoje cedo choveu*, e logo depois se pronuncia *o carro derrapou*, mentalmente se faz a ligação de que a segunda frase é implicação da primeira; no caso, acontece uma expansão natural.

As operações do discurso não acontecem de forma isolada na matemática. É através da combinação entre as operações que o discurso se expande.

> O discurso é conduzido essencialmente pela língua natural e expandido pela operação de acumulação, pois há frases que são interligadas no sentido de fazer progredir o discurso de forma coesa. Primeiro, se designaram as letras para a altura e a geratriz, depois, se argumentou que era possível usar Pitágoras e, por fim, que poderia ser calculada a área da base. Todas essas expressões foram acumuladas para dar continuidade ao discurso e expressar uma explicação por meio da expansão natural (Sabel; Moretti, 2022 p. 343).

Apesar de se distinguirem entre si, as funções discursivas acontecem aos conjuntos, e o conhecimento de cada uma possibilita que se analise a produção do estudante e sua aprendizagem matemática (Duval, 2004, 2019). As funções e operações cognitivas associadas permitem que o discurso se expanda com informações não explicitadas através de enunciados completos articulados corretamente: "esses enunciados referem-se às respostas dos alunos apresentadas em linguagem algébrica que caracteriza um registro de representação discursivo" (Dionizio; Brandt; Moretti, 2014, p. 514).

Ao analisar o funcionamento cognitivo do pensamento, devemos refletir sobre a apropriação das operações de transformação próprias de cada registro. Esse procedimento visa a realizar um inventário das possíveis variações "que permitem passar diretamente de uma representação a outra que é reconhecida como sendo do mesmo registro", essas variações possibilitam a identificação das "operações de transformações que são possíveis no interior de um registro e que lhe são específicas" (Duval, 2011a, p. 104).

Para que o aluno possa conhecer o objeto de conhecimento matemático, é crucial que ele esteja familiarizado com diversos registros de representação desse objeto. Essa familiaridade pode ser alcançada por meio da exploração de diferentes registros de representação semióticos.

É fundamental reiterar a importância da TRRS de Raymond Duval na compreensão do pensamento matemático. A TRRS destaca a necessidade de múltiplas representações para uma compreensão completa e profunda dos conceitos matemáticos, o que é essencial para o desenvolvimento das habilidades cognitivas dos estudantes. Essa teoria proporciona uma estrutura robusta para analisar a maneira como os estudantes lidam com conceitos matemáticos complexos, tais como tratamento e conversão de representação de registros, bem como as dificuldades associadas à álgebra e às funções discursivas. A teoria de Duval não apenas esclarece o funcionamento cognitivo envolvido no aprendizado da matemática, mas também oferece ferramentas práticas para melhorar a eficácia pedagógica no ensino de matemática.

A TRRS oferece uma estrutura robusta para analisar como os estudantes constroem e transformam significados matemáticos por meio de diferentes registros de representação. A partir desse entendimento teórico, a pesquisa se beneficia de um olhar mais refinado sobre as práticas educacionais e as aprendizagens envolvidas. A seguir, aprofundaremos nossa análise com base nos estudos preliminares da revisão de literatura, abordando a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e o Currículo Base do Ensino Médio do Território Catarinense (CBEMTC). Este aprofundamento fornecerá um contexto abrangente e atualizado sobre as diretrizes curriculares que influenciam a abordagem pedagógica adotada nesta pesquisa.

4 ESTUDOS PRELIMINARES

Neste capítulo, serão explorados, sob a ótica da TRRS, trabalhos já realizados sobre Sequências Numéricas, Progressões Aritméticas e Progressões Geométricas. Além disso, serão considerados documentos norteadores como a BNCC e o CBEMTC, com o intuito de contextualizar e acompanhar a pesquisa às diretrizes educacionais vigentes. Por fim, serão apresentados os principais resultados obtidos nos estudos preliminares, que fundamentam a proposta pedagógica investigada e demonstram sua relevância para a prática educacional.

4.1 REVISÃO DE LITERATURA

Com o propósito de investigar se as Sequências Numéricas, Progressões Aritméticas e Progressões Geométricas foram previamente exploradas dentro da perspectiva da TRRS, foi conduzida uma revisão de literatura e um levantamento do estado do conhecimento acerca desses temas.

Ao estar ciente e compreender os questionamentos e conclusões de estudos e pesquisas já realizados, abre-se a possibilidade de considerar questionamentos levantados em trabalhos anteriores, e até mesmo ajustar o direcionamento da pesquisa em questão. Romanowski e Ens (2006, p. 38) denotam que "a necessidade de um mapeamento que desvende e examine o conhecimento já elaborado e apontem os enfoques, os temas mais pesquisados e as lacunas existentes" ocorre pela grande expansão de cursos, seminários e encontros na área de educação. Ter conhecimento do que já está analisado se faz essencial nos tempos atuais de mudanças constantes e crescentes, tanto da ciência quanto da tecnologia (Romanowski; Ens, 2006).

> A literatura especializada tem evidenciado de maneira imperativa a necessidade de acompanhar o desenvolvimento, as transformações e inovações que buscam tornar os campos da educação e seus profissionais cada vez mais competentes para atender, com propriedade, aos anseios daqueles que vêm conquistando o direito à educação. (Romanowski, Ens, 2006, p. 39).

"Estados da arte podem significar uma contribuição importante na constituição do campo teórico de uma área de conhecimento" (Romanowski; Ens, 2006, p. 21), já que buscam importantes contribuições das práticas pedagógicas e teóricas, como também procuram identificar as restrições e lacunas acerca o tema, além de experiências inovadoras não apenas em teses e dissertações, mas também nas produções de congressos periódicos da área.

Vasconcellos, Nascimento da Silva e De Souza (2020) apontam que o Estado do Conhecimento é uma metodologia mais restrita, por abordar apenas um setor das publicações sobre o tema.

> Um primeiro passo a ser dado é elaborar um "Estado do Conhecimento" na área selecionada, uma revisão crítica da literatura específica, com a identificação dos aspectos que têm sido valorizados e os referenciais teóricos que vêm subsidiando as pesquisas nos últimos anos (Vasconcellos; Nascimento da Silva; De Souza, 2020 p. 4).

Dessa forma, compreendemos que este trabalho realizou um Estado do Conhecimento ao fazer a revisão de literatura através da busca de Teses e Dissertações, e de artigos publicados em revistas Qualis A1, A2, B1, B2.

Para o Estado do Conhecimento, utilizou-se o Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior[5] (CAPES), a Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações[6] (BDTD) e os principais periódicos da área. Nesses endereços eletrônicos de busca, operou-se com os descritores *Sequências Numéricas*, *Progressão Aritmética*, *Progressão Geométrica*, além da *Teoria de Registros e Representação Semiótica*.

A pesquisa na BDTD e no Banco de Dissertações e teses da CAPES ocorreu em março de 2022, período no qual se sentiu a necessidade de conhecimento sobre o Estado do Conhecimento.

Ao explorar o Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES utilizando inicialmente o descritor *Sequências Numéricas*, deparamo-nos com um extenso resultado de 23.348 registros, indicando a necessidade de refinar a seleção no descritor. O site oferece opções de campos que possibilitam um refinamento na listagem dos trabalhos. Ao limitar a busca às áreas de Educação, Educação de Adultos, Ensino, Ensino de Ciências e Matemática, Ensino Profissionalizante, Ensino-Aprendizagem, Matemática e Matemática Aplicada, obtivemos uma nova listagem com 1.936 trabalhos. Com o descritor *Progressões Aritméticas*, identificamos 836 trabalhos, enquanto *Progressões Geométrica*s apontou 1.239

---

[5] Busca realizada no endereço https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#!/
[6] Busca realizada no endereço https://bdtd.ibict.br/vufind/

resultados. Notavelmente, entre todos os trabalhos listados, apenas três fazem uso da Teoria dos Registros e Representação em seus textos.

Na BDTD, encontramos o total de 68 trabalhos que abordam o tema das Sequências Numéricas. Contudo, para efeito desta análise, destacamos apenas três desses trabalhos. A escolha baseou-se no fato de que esses estudos específicos se fundamentam na TRRS, conforme indicado no Quadro 1.

Ao realizar uma pesquisa nas bases de dados da BDTD e do Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES, observamos uma ampla gama de trabalhos relacionados aos descritores. Contudo, nessa seleção, destacamos especificamente aqueles que abordam as Sequências Numéricas e fazem uso da TRRS, bem como os que tratam de Progressão Aritmética (PA) com a TRRS e Progressão Geométrica com a TRRS. Além disso, restringimos nossa análise aos trabalhos direcionados exclusivamente ao Ensino Médio.

A seleção dos descritores utilizados nesta pesquisa justifica-se pelo interesse em investigar como a TRRS contribui para a compreensão das variações presentes em sequências numéricas. Dessa maneira, buscamos identificar trabalhos que já tenham abordado a pesquisa sobre Sequências Numéricas e TRRS. É importante notar que os trabalhos mencionados pertencem às áreas de Ensino e Educação.

Destaca-se que, ao listar os trabalhos provenientes dos repositórios, Catálogo de Teses e Dissertações, BDTD e Plataforma Sucupira de Publicações Qualis, optamos por incluir apenas aqueles voltados para o Ensino Médio. Essa escolha fundamenta-se no entendimento de que o estudo de Sequências Numéricas, como Progressão Aritmética (PA) e Progressão Geométrica (PG), está diretamente relacionado a essa etapa da Educação Básica, conforme preconizam documentos norteadores educacionais, como a BNCC e o CBEMTC.

Com a lista de títulos, deu-se início à leitura dos resumos para a compreensão do escopo desses trabalhos. Através dessa análise, foi possível aprimorar ainda mais a seleção, identificando os estudos que abordavam as Sequências Numéricas ou as Progressões, tanto Aritméticas quanto Geométricas, e que estabeleciam conexões com a TRRS. Durante a revisão dos resumos, percebeu-se a necessidade de aprofundamento em determinadas partes ou tópicos das pesquisas, visando a uma compreensão mais robusta do texto e, consequentemente, um entendimento mais preciso de seu conteúdo. Com essa leitura, chegamos ao Quadro 1, apresentado abaixo.

Quadro *1* – Quadro de Teses e Dissertações a respeito das Sequências Numéricas

Trabalho 1	
Título	Uma interpretação semiótica de atividades de modelagem matemática: implicações para a atribuição de significado
Autora	Karina Alessandra Pessôa da Silva
Universidade	Universidade Estadual de Londrina - UEL
Ano	2013
Tipo	Tese
Trabalho 2	
Título	Saberes docentes de uma professora que ensina função e conhece a teoria dos Registros de Representação Semiótica
Autora	Deise Pedroso Maggio
Universidade	UNIJUÍ
Ano	2013
Tipo	Dissertação
Trabalho 3	
Título	Comparação de sequências: uma proposta para conceituar logaritmos e descobrir suas propriedades.
Autora	Daniela Mendes Vieira da Silva
Universidade	UFRRJ
Ano	2017
Tipo	Dissertação
Trabalho 4	
Título	O uso do software GeoGebra no estudo de progressões aritméticas e geométricas, e a sua relação com funções afins e exponenciais
Autora	Raquel Marchetto
Universidade	UFRGS
Ano	2017
Tipo	Dissertação
Trabalho 5	
Título	Análise de erros em questões sobre sequências numéricas: uma contribuição para a formação do professor de matemática
Autora	Miriam Ferrazza Heck
Universidade	Centro Universitário Franciscano
Ano	2017
Tipo	Dissertação
Trabalho 6	
Título	Sequências Numéricas a partir da Geometria Fractal para Licenciados em Matemática
Autora	Bárbara Regina da Silveira Batista
Universidade	Centro Universitário Franciscano

Ano	2017
Tipo	Dissertação

Fonte: elaborado pela autora

Diante da diversidade de trabalhos acima listados, eles foram abordados de forma mais aprofundada nas linhas que seguem.

Em *Uma interpretação semiótica de atividades de modelagem matemática: Implicações para a atribuição de significado*, Silva (2013) investigou como emergem os signos interpretantes nas diferentes fases do desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática, através de conceitos teóricos de Modelagem Matemática com um olhar da Educação Matemática e da Semiótica Peirceana. O trabalho propõe a articulação entre a tríade peirceana e as ações que a modelagem matemática possibilita. Ocorre a observação, descrição e análise dos signos produzidos pelos estudantes, os dados são analisados através da Teoria Fundamentada (método que se baseia em dados sistematicamente coletados e analisados) e conclui que é através do envolvimento dos estudantes que os signos emergem. O trabalho indica a TRRS ao citar as pesquisas que se utilizam desse conceito em seu desenvolvimento. Também aponta os diferentes tipos de registros de representação semiótica, como língua natural, tabelas, gráficos, além de apontar que a coordenação entre diferentes registros matemáticos não ocorre de forma natural. A autora utiliza os conceitos de Duval para fomentar a utilização da semiótica peirciana.

Na dissertação de Maggio (2013), *Saberes docentes de uma professora que ensina função e conhece a teoria dos Registros de Representação Semiótica*, buscou-se analisar o ensino de função planejado e vivenciado pela professora pesquisada, além da investigação a respeito das representações utilizadas no planejamento de ensino e como são conduzidas em sala de aula. A autora baseia-se na TRRS, na teoria pedagógica dos saberes docentes de Maurice Tardif[7], na mediação de Vigotski e em Guy Brousseau. Com esse trabalho, constata-se que os registros de representação mais utilizados pela professora investigada na pesquisa são o gráfico tabular, o gráfico cartesiano, algébrico, simbólico e língua natural, em atividades que buscam coordenar esses registros. A experimentação da pesquisa ocorreu em quatro encontros, nos quais foram abordadas situações de condução de

[7]TARDIF, Maurice. Saberes, tempo e aprendizagem do trabalho no magistério. **Saberes docentes e formação profissional**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2002, p. 56-111.

aprendizagem do conceito de função sobre a sua prática pedagógica, maior intimidade do professor com a sua prática pedagógica, verbalizando o modo de conduzir o ensino de funções, discutido episódios de ensino de funções que haviam sido eleitos anteriormente com a finalidade de refletir acerca a sua fala e comentários na sala de aula, e por último, foi proporcionada a observação de episódios de ensino que enfatizam o conceito de função. Quanto à representação simbólica, a professora mostra que essa representação é estrategicamente inferior, quando se opta por iniciar pela representação algébrica. Referente à representação em língua natural, ela tem apenas um papel cognitivo de comunicação de tarefas de identificação, tratamento e conversão.

Marchetto (2017), em sua dissertação *O uso do Software GeoGebra no estudo de progressões Aritméticas e Geométricas, e sua relação com Funções Afins e Exponenciais*, investiga como o estudante consegue manipular recursos, como os gráficos disponibilizados pelo GeoGebra[8], de forma que auxiliem nas práticas diárias em sala de aulas na construção de progressões aritméticas relacionadas a funções afim, progressões geométricas e funções exponenciais. No desenvolvimento da pesquisa, a autora utilizou diferentes registros, como tabelas, gráficos e registros algébricos, todos teorizados nos estudos dos Registros de Representações Semióticas de Duval. A respeito da teoria de Duval[9], explana rapidamente termos como língua natural, figuras geométricas, sistemas de escrita, gráficos cartesianos, tratamento e conversão. Inclusive, aponta que o trabalho utilizará a conversão, visto que o objeto matemático permanecerá, e que apenas mudará o registro de representação, propiciando a compreensão do objeto em diferentes dimensões. A pesquisa foi realizada com estudantes do segundo ano do Ensino Médio de um colégio estadual do Rio Grande do Sul. Ao final da pesquisa, concluiu-se que os estudantes estabeleceram relações entre as progressões aritméticas e funções afim, e as progressões geométricas e as funções exponenciais. A autora enfatiza que parte do sucesso da pesquisa ocorreu pela leitura de diferentes tipos de representações que o software GeoGebra propicia.

[8] Aplicativo que combina geometria e álgebra. Disponível em <https://www.geogebra.org/>.

[9] DUVAL, Raymond. Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara. (Org.). **Aprendizagem em matemática**: registros de representação semiótica. Campinas, SP: Papirus, p. 11-33, 2003.
DUVAL, Raymond. **Semiósis e Pensamento Humano: registros semióticos e aprendizagens intelectuais**. Tradução: Lênio Fernandes Levy e Marisa Roâni Abreu da Silveira. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

Silva (2017), no trabalho *Comparação de sequências: uma proposta para conceituar logaritmos e descobrir suas propriedades*, após a fundamentação teórica, confecciona um quadro de ensino a respeito de logaritmos através de análise de livros que são referência na formação de professores e livros didáticos, utiliza cenários que são aliados à investigação em sala de aula para a introdução do conceito de logaritmos, e dessa forma, testa e reelabora aplicações para a coleta de dados. Os dados são analisados através da TRRS e resultam em um guia didático com reflexões sobre o aprendizado proporcionado pela pesquisa, juntamente a tarefas para o aprendizado de logaritmos. A autora utiliza Duval[10] ao citar o paradoxo cognitivo do pensamento matemático: que ele ocorre por não termos acesso ao objeto matemático. Temos apenas acesso ao conceito de um objeto, mas é através das representações semióticas que podemos desenvolver atividades sobre os objetos. Em outras palavras, não temos acesso aos triângulos, temos acesso apenas a suas representações semióticas. A autora também aponta a necessidade de coordenação de diferentes representações semióticas, assim como as transformações possíveis em TRRS, como conversão e tratamento.

Em *Análise de erros em questões sobre sequências numéricas: uma contribuição para a formação do professor de matemática*, Heck (2017) analisa as dificuldades dos estudantes para resolver problemas de sequência numérica. Para essa análise, a autora fez a pesquisa com quatro turmas diferentes: duas turmas de acadêmicos de Licenciatura em Matemática de Instituições diferentes, uma de acadêmicos de Sistema da Informação e uma de Licenciados que estavam cursando Mestrado em Educação Matemática. A análise das respostas foi apoiada na TRRS de Duval[11]. A autora desenvolve a TRRS em uma seção com o intuito de elaborar estratégias para ensinar sequências a partir de registros figurais. Para tanto, ela

---

[10] DUVAL, Raymond. **Semiósis e Pensamento Humano: registros semióticos e aprendizagens intelectuais**. Tradução: Lênio Fernandes Levy e Marisa Roâni Abreu da Silveira. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.
DUVAL, R. Registros de Representação Semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. In: MACHADO, S. D.A. (Org.). **Aprendizagem em Matemática**: Registros de Representação Semiótica. Campinas: Papirus, 2013.

[11] DUVAL, R. A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. **Educational Studies in Mathematics**, n. 61, p.103-131, 2006.
DUVAL, R. **Semiósis e Pensamento Humano**: Registro Semiótico e Aprendizagens Intelectuais. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.
DUVAL, R. **Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento**. REVEMAT, v. 7, n. 2, p. 266-297, 2012.
DUVAL, R. Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: MACHADO, S. D. A. (Org). **Aprendizagem em Matemática**: Registros de Representação Semiótica. Campinas. Papirus, 2013. p. 14- 27.

apresenta termos como noesis, semioses, tratamento e conversão, e cita a importância de manipular diferentes registros de representação. Ao término da pesquisa, a autora chega à conclusão que atingiu seus objetivos. Aponta que os estudantes pesquisados conseguiam realizar as operações de conversão da linguagem natural para a algébrica, e que a conversão da linguagem natural para a figural foi utilizada no início da resolução do problema.

Sequências Numéricas a partir da Geometria Fractal para Licenciados em Matemática, de autoria de Batista (2017), investiga as contribuições da Geometria Fractal para a introdução das Sequências Numéricas para licenciados em Matemática. Para a realização da pesquisa, a autora utilizou de um diário de campo e de fotografias, além de fazer a análise dos dados apurados. A autora utiliza Brandt e Kluppel[12] (2012), quando apontam a necessidade de um pensamento cognitivo autônomo, e que a Geometria requer a utilização de registros figurais para designar objetos e suas propriedades, além de utilizar registros em língua natural para enunciado e definições. Após a conclusão da pesquisa, a autora produziu um produto didático online que sugere, aos professores, uma possibilidade de inserção da Geometria Fractal na introdução das sequências numéricas.

Frente ao exposto, observamos que as pesquisas relacionadas a Sequências Numéricas e TRRS tiveram início em 2013, alcançando seu pico de publicações em 2017. Dentro desses seis trabalhos identificados, destacamos a presença da TRRS e o uso de termos associados a ela, tais como língua natural, gráfico tabular, gráfico cartesiano, registros algébricos e simbólicos, coordenação entre diferentes registros, conversão e tratamento de registros. Contudo, não encontramos uma pesquisa específica que abordasse a proposta de Sequências Numéricas e TRRS em nível de Doutorado ou Mestrado. Essa lacuna enfatiza a relevância da presente pesquisa.

As teses e dissertações elencadas desempenham papel crucial na compreensão e planejamento desta pesquisa, uma vez que cada uma delas contribui para a construção do conhecimento, trazendo nuances específicas: na análise dos signos produzidos; na explanação dos saberes docentes relacionados à mobilização e conversão de registros de representação semióticos; na compreensão do objeto por meio da utilização de diferentes registros de representação de um

---

[12] BRANDT, F. C.; KLUPPEL, G. T. Reflexões sobre o ensino da geometria em livros didáticos à luz da teoria de representações semióticas segundo Raymond Duval**. Anais…** IX ANPEDSUL, 2012.

mesmo conceito; na identificação das dificuldades em realizar a conversão da linguagem natural para a algébrica; ou ainda na constatação de que a Geometria Fractal desempenha papel significativo na introdução do ensino das Sequências Numéricas.

Após concluir a análise das teses e dissertações, a pesquisa avançou para a investigação de artigos científicos que abordam os descritores desta pesquisa. A busca por artigos científicos justificou-se devido à relevância e importância das contribuições veiculadas em periódicos. Os artigos científicos examinados estão publicados em revistas classificadas entre os anos de 2013 e 2016, disponíveis para acesso na plataforma Sucupira, com Qualis A1, A2, B1 e B2 nas áreas de Ensino e Educação. Esses artigos fundamentam-se nos descritores *Sequências Numéricas e TRRS*, *Progressão Aritmética e TRRS*, além de *Progressão Geométrica e TRRS*.

A escolha de buscar revistas classificadas nos estratos A1 e A2 se deve ao reconhecimento e renome que essas publicações possuem, fundamentados em sua excelência em apresentar pesquisas provenientes de teses, dissertações e de pesquisadores com trajetória consolidada na área. Acreditávamos que essa excelência proporcionaria encontrar trabalhos aprofundados sobre os descritores fundamentais desta pesquisa. Entretanto, ao realizar a pesquisa, identificamos três revistas com classificação Qualis A1 ou A2 que indicavam conter trabalhos sobre os descritores pesquisados. Infelizmente, esses trabalhos não se alinhavam ao escopo que buscávamos encontrar, ou seja, estudos que abordassem Sequências Numéricas, Progressão Aritmética ou Progressão Geométrica, e a TRRS direcionados a estudantes do Ensino Médio.

Na categoria B1, obtivemos resposta de oito revistas, mas os artigos em sete delas também não abordavam os temas de nosso interesse. Das revistas classificadas como B2, encontramos apenas duas que mencionavam o descritor Sequências Numéricas, mas não se adequavam ao âmbito de nossa pesquisa. Destaco que, na revista *Perspectivas da Educação Matemática*, classificada como B1 em Ensino e B3 em Educação, encontramos dois artigos relacionados aos descritores pesquisados. Esses artigos estão listados no Quadro 2. Ressalto, porém, que não realizamos um levantamento em revistas classificadas como B3.

Quadro *2* – Artigos a respeito de Sequências Numéricas

Artigo 1

Título	Uma análise de representações semióticas no estudo de sequências numéricas com alunos do Ensino Médio
Autoras	Giovana da Silva Julião Eliane Matesco Cristovão Paulo César Oliveira
Revista	Perspectivas da Educação Matemática
Ano	2020
Qualis	B1 em Ensino B3 em Educação
Artigo 2	
Título	Aproximações entre Álgebra e Geometria: uso do conceito de progressão aritmética na divisão de segmentos de retas em pontos equidistantes
Autoras	Indianara Scarpari de Melo Dirceu Lima dos Santos Rosana Maria Luvezute Kripka
Revista	Perspectivas da Educação Matemática
Ano	2020
Qualis	B1 em Ensino B3 em Educação

Fonte: elaborado pela autora

No artigo *Uma análise de representações semióticas no estudo de sequências numéricas com alunos do Ensino Médio*, de Julião, Cristovão e Oliveira (2020), encontramos um relato de pesquisa do estágio supervisionado em conclusão do ensino Superior, quando foi ministrado o conteúdo sequências numéricas. A pesquisa ocorreu em uma turma de 1º ano de Ensino Médio de uma escola pública de Minas Gerais, mas os autores optaram por adotar as prescrições do Currículo do Estado de São Paulo pelo fato de o texto indicar a necessidade de reconhecer padrões e regularidades em sequências numéricas. O trabalho utiliza a TRRS de Duval[13], quando faz uso de diferentes registros e a multiplicidade e coordenação deles. O trabalho desenvolvia duas tarefas sobre sequências numéricas e visava a analisar como os alunos mobilizavam e coordenavam as representações semióticas.

[13] DUVAL, Raymond. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara. **Perspectivas da Educação Matemática** – INMA/UFMS – v. 13, n. 33 – Ano 2020 (Org.). Aprendizagem em Matemática: Registros de representação semiótica. Campinas, SP: Editora Papirus, 2003.
DUVAL, Raymond. **Semiósis e pensamento humano**: registro semiótico e aprendizagens intelectuais (Sémiosis et Pensée Humaine: Registres Sémiotiques et Apprentissages Intellectuels). Tradução de Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Editora Livraria da Física, fascículo I, 2009.
DUVAL, Raymond. **Ver e ensinar a matemática de outra forma**: entrar no modo matemático de pensar os registros de representações semióticas. Organização Tânia M. M. Campos. Tradução de Marlene Alves Dias. São Paulo: PROEM, 2011.
DUVAL, Raymond. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. Tradução Méricles Thadeu Moretti. **Revemat**, Florianópolis, v. 7, n. 2, p. 266-297, 2012.

Foram utilizados a língua materna, o representações de registro algébrico, o registro numérico e o registro figural. Nos resultados, foi percebido uma queda no desempenho na segunda atividade devido ao custo cognitivo que a atividade exigia. O trabalho encerrou reforçando a importância de formular atividades cognitivas de tratamento e conversão, além da análise da congruência semântica em relação ao conteúdo da representação semiótica em língua natural.

Em *Aproximações entre Álgebra e Geometria: uso do conceito de progressão aritmética na divisão de segmentos de retas em pontos equidistantes*, Melo, Santos e Kripka (2020), através dos segmentos de retas, apresentam uma proposta alternativa para a resolução de divisão do segmento dado. A percepção apresentada surgiu de forma espontânea por uma acadêmica durante o curso de licenciatura em Matemática, na disciplina de Geometria Analítica. O trabalho verifica que a interação entre os conhecimentos geométricos e algébricos auxiliam na compreensão e resolução, possibilitando o processo mais rápido. Cita a teoria de Duval[14] e aponta que os signos constituintes de um sistema semiótico possibilitam as relações internas que permitem a percepção de objetos representados por meio dele, e que a manipulação de diferentes registros possibilita que se acionem conceitos prévios e que se construam novos conhecimentos. Indica a utilização de registros de representação do tipo numéricos, simbólicos e figurais.

Dessa forma, observamos que os artigos científicos encontrados e aqui mencionados consistem em relatos de experiências em fase de construção, sendo conduzidos em nível de graduação e publicados no ano de 2020. Por se tratar de relatos de experiências, não exploram tão profundamente a teoria, conforme se espera em artigos científicos. Isso nos possibilita formular hipóteses acerca do processo de aprendizagem de Sequências Numéricas com base na TRRS.

Os trabalhos apresentados abordam a temática de Sequências Numéricas e TRRS, Progressão Aritmética e TRRS, Progressão Geométrica e TRRS, reforçando e justificando a proposta de investigar como a teoria semiocognitiva de Duval pode contribuir com o estudo das variações identificadas nas sequências numéricas sob a perspectiva da aprendizagem. Essa contribuição se manifesta tanto pela utilização de diferentes registros de representação semiótica quanto pela capacidade de

[14] DUVAL, R. Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: Machado, Silvia Dias Alcântara (Org). **Aprendizagem em matemática**: registros de representação semiótica. Campinas, SP: Papirus, p. 11-33. 2003.
DUVAL, R. **Ver e ensinar a matemática de outra forma**: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas. São Paulo: PROEM, 2011.

estabelecer relações semióticas entre uma representação gráfica e a identificação da congruência entre dois registros de representação semiótica de um objeto

As pesquisas desenvolvidas e divulgadas oferecem oportunidades para reflexão sobre o estado atual do ensino de Sequências Numéricas e TRRS, possibilitando a elaboração de uma Sequência Didática que busca enriquecer o estudo das variações identificadas em sequências numéricas lineares e exponenciais. A revisão da literatura existente proporciona conhecimento dos questionamentos e contribuições levantados anteriormente, orientando as decisões a serem tomadas em ambientes pedagógicos. Essas decisões, em paralelo ao desenvolvimento de conceitos, competências e habilidades preconizadas pela BNCC, visam a assegurar, aos estudantes, o pleno direito à aprendizagem. As informações provenientes de documentos norteadores educacionais contribuem para a construção da Sequência Didática, uma vez que têm o propósito de padronizar os conteúdos curriculares desenvolvidos nas escolas brasileiras.

4.2 A BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR E O CURRÍCULO BASE DO ENSINO MÉDIO NO TERRITÓRIO CATARINENSE

A Educação Básica é direito a todo cidadão brasileiro, sendo dever da família e do Estado providenciá-la. Essa Educação é composta pela Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio, que têm por finalidade o pleno desenvolvimento do educando, conforme a Lei das Diretrizes e Bases da Educação, Lei nº 9394/96 (Brasil, 1996).

A discussão a respeito de mudanças e melhorias no processo escolar é constante e frequente nos ambientes escolares. As discussões ocorrem devido a atualizações em documentos norteadores da educação brasileira ou acontecem em cursos de atualização de profissionais que atuam na área educacional. Tanto esses cursos de atualização quanto documentos visam à permanência dos estudantes no ambiente escolar e sua aprendizagem. Uma das propostas de atualização tinha como objetivo proporcionar a universalização do currículo em nível nacional. A universalização do ensino é uma das diretrizes do Plano Nacional de Educação (PNE) (Brasil, 2014) que tem vigência de 2014 a 2024.

Ao refletir sobre a realidade dos professores nos últimos anos, Passos e Nacarato (2018, p. 119) denunciam que há

> um descompasso entre a lógica que os atores do contexto escolar defendem para os objetivos e finalidade da educação escolar e a lógica dos modelos neoliberais de políticas públicas voltadas à educação, principalmente aquela voltada à mensuração de resultados e padronização curricular.

A LDB 9394/96 afirma que o Estado tem o dever de garantir a Educação Básica obrigatória e gratuita dos 4 aos 17 anos de idade (Brasil, 1996), assim como o PNE de 2014 também reforça (Brasil, 2014). O PNE tem como diretrizes a erradicação do analfabetismo, a universalização do atendimento escolar, a superação das desigualdades, a melhoria da qualidade da educação, a formação para o trabalho e a cidadania, a promoção da gestão democrática, a promoção humanística, científica e cultural, as metas para o estabelecimento de recursos públicos em educação, a valorização dos profissionais da educação, e a promoção dos princípios do respeito aos direitos humanos, além da meta da universalização da Educação Básica dos 4 aos 17 anos.

Contudo, precisamos levar em consideração que nosso país tem um território aproximado de 8.516.000km² e populações regionais que apresentam culturas distintas: as particularidades de uma cidade localizada no Rio Grande do Sul são muito diferentes das particularidades de uma cidade localizada no Acre. Com características tão diferenciadas, faz-se necessário um documento norteador no aspecto educacional em nível nacional para que os estudantes tenham acesso à ciência, à tecnologia, à cultura e ao trabalho de uma forma que se procure diminuir essas desigualdades sociais existentes.

O artigo 26 da LDB aponta a necessidade de uma base curricular comum em nível nacional, mas não detalha como deve ser essa base (Brasil, 1996), o que necessita de complementação e de adequações de acordo com a realidade escolar. Essa necessidade já é apontada na Constituição Federal de 1988 (Brasil, 1988). Passos e Nacarato (2018) descrevem que os Parâmetros Curriculares Nacionais de 1998 são construídos com base em documentos estaduais, sem caráter prescritivo ou controlador das práticas dos professores. Esse documento se manteve por quase duas décadas como norteador para os materiais desenvolvidos em sala de aula e para a elaboração de materiais didáticos, para a Prova Brasil e Provinha Brasil.

Passos e Nacarato (2018, p. 122) expressam que,

> diante das transformações sofridas na educação brasileira, sobretudo com a entrada das crianças no Ensino Fundamental aos seis anos de idade e com a divulgação pública dos resultados de avaliações em larga escala, principalmente pela Prova Brasil, sentiu a necessidade de definir o que se espera da escola nos anos iniciais.

Posteriormente, houve outros documentos, como *Elementos Conceituais e Metodológicos para a Definição dos Direitos de Aprendizagem e Desenvolvimento do Ciclo de Alfabetização do Ensino Fundamental*, que apresentaram o conceito de aprendizagem como direito humano, componentes curriculares e como garantir esses direitos, conforme encontramos em Passos e Nacarato (2018). Houve também o Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC) que vigorou até 2018, mas esse projeto teve descontinuidade, pois a pesa BNCC entrou em vigor.

O desenvolvimento da BNCC foi conturbado por não ter sido, inicialmente, planejado por representantes das associações científicas (Passos; Nacarato, 2018, p. 124). Houve várias críticas e necessidade de alterações na redação do documento devido à baixa participação da comunidade escolar. Após a segunda versão ser publicada, a equipe que estava construindo o documento foi destituída, devido a ter ocorrido o *impeachment* de Dilma Rousseff. Em 2017 ocorreu sua última versão.

É válido salientar que o currículo não é neutro (Leite, 2000). O currículo é comprometido com as relações de poder, que por sua vez contribuem com as oportunidades desiguais de sucesso nos diferentes grupos socioculturais. Freire de Oliveira (2008, p. 545) assegura que "é notória a importância do currículo no contexto escolar, social e cultural e, por isso, tornou-se, contemporaneamente, alvo de atenção e de reformas educacionais, dado o seu valor estratégico em se tratando da conservação e da conformação dos indivíduos e da própria sociedade". Além disso, as necessidades atuais precisam sempre ser incorporadas para que o currículo não permaneça monocultural, inflexível e fechado em si mesmo. O "currículo não é neutro; ao ser veículo de conhecimentos selecionados, ele se liga ao poder, à homogeneização ou diferenciação da escola e por isso os educadores precisam estar alertas às suas implicações sociológicas e culturais quando de sua estruturação" (Freire de Oliveira, 2008, p. 545). É através do currículo escolar que conseguimos refletir a respeito do mundo em que vivemos, tomando consciência da própria comunidade em que está inserido e aproximando-se dela.

A BNCC (Brasil, 2018) é um documento que tem como objetivo sistematizar o ensino, ao listar os conhecimentos mínimos nas diferentes áreas do conhecimento que são ensinados no Ensino Básico, além de apontar as trajetórias de aprendizagem e de desenvolvimento do estudante. O nome Base Nacional Comum Curricular - BNCC surgiu em meio às metas e estratégias apontadas no PNE. A BNCC é uma ferramenta que se propõe a orientar a elaboração de um currículo de cada unidade escolar, sem desconsiderar particularidades metodológicas, sociais e regionais, porque possibilita que o sistema de ensino decida por 40% do que será ensinado naquela unidade escolar. Castro et al. (2020) destacam que a BNCC se diferencia dos documentos norteadores anteriores devido ao grau de detalhamento para o Ensino Básico. Além de existir como norma, a orientação curricular deve ser seguida pelo sistema de ensino, ou seja, uma obrigação.

O documento é apresentado em quatro grandes áreas: Área da Linguagem, Área da Matemática, Área de Ciência da Natureza, e Área de Ciências Humanas. Dentre essas áreas, este trabalho se restringe apenas à Área da Matemática do Ensino Médio, visto que as Sequências Numéricas compõem parte dos conceitos a serem ensinados nessa área.

4.2.1 A Base Nacional Comum Curricular na área da Matemática - BNCC

A BNCC (Brasil, 2018) destaca a relevância de evitar generalizações ao abordar jovens e adolescentes que ocupam as salas de aula, reconhecendo-os não como um conjunto homogêneo recém-saído da infância, mas como indivíduos únicos. Torna-se fundamental considerar a singularidade de cada jovem e adolescente, bem como compreender o seu contexto social, reconhecendo-os como agentes ativos dentro desse contexto. A BNCC ainda menciona a importância de pensar no processo escolar, em que o estudante é protagonista do seu processo de escolarização. Em outras palavras, é necessário possibilitar que ele tenha uma formação que seja coerente com seu percurso e sua história, e assim possa pensar em um projeto de vida no que diz respeito ao seu estudo e trabalho, estilo de vida saudável, sustentável e ético. É fundamental pensar nesses jovens como sujeitos críticos, criativos, autônomos e responsáveis.

É destacado, no texto da BNCC (Brasil, 2018), que as aprendizagens ocorridas no Ensino Fundamental devem ser consolidadas, ampliadas e aprofundadas nessa nova etapa: o Ensino Médio. O pensamento numérico deve ser ampliado a “respeito dos diferentes campos e significados das operações” (Brasil, 2018, p. 527). Já o pensamento algébrico deve oportunizar a identificação de dependência entre grandezas e resolver problemas por meio de equações e inequações. A proposta para o pensamento geométrico é de que ele desenvolva a habilidade de interpretação e representação de localização e deslocamento de figuras no plano cartesiano, proporcionando transformações de ampliação e redução de figuras.

Heck (2019) destaca que a BNCC apresenta inovações, como o estudo de vetores, e enfatiza a Geometria Euclidiana e a elaboração de problemas. Quanto a grandezas e medidas, os estudantes devem ampliar as noções de medidas e estudar as diferentes medidas existentes, assim como também devem conhecer o cálculo de áreas de superfícies planas e o volume de sólidos geométricos. A ideia da proporção deve ser desenvolvida e explorada em situações que oportunizem a representação em coordenadas cartesianas, pois assim possibilitam a percepção do comportamento diretamente proporcional e inversamente proporcional. É apontado por Pinto (2017) que a BNCC influenciará a formação das próximas gerações de professores, mas que os professores já formados terão uma tensão entre os dizeres da BNCC e aquilo que foi formado para desenvolver, e que as formações iniciais e continuadas devem resolver o problema.

A BNCC, na área de Matemática e suas tecnologias, enfatiza a utilização de tecnologias, como calculadoras e planilhas eletrônicas desde o início do Ensino Fundamental, para que ao ingressar no Ensino Médio, os estudantes possam ter o pensamento computacional estimulado e desenvolvido através do aprofundamento sobre algoritmos. Complementa que.

> o foco é a construção de uma visão integrada da Matemática, aplicada à realidade, em diferentes contextos. Consequentemente, quando a realidade é a referência, é preciso levar em conta as vivências cotidianas dos estudantes do Ensino Médio – impactados de diferentes maneiras pelos avanços tecnológicos, pelas exigências do mercado de trabalho, pelos projetos de bem viver dos seus povos, pela potencialidade das mídias sociais, entre outros (Brasil, 2018, p. 528).

Nesse contexto, a utilização de tecnologias deve ter o objetivo da investigação matemática, além de possibilitar o desenvolvimento do pensamento computacional. A BNCC enfatiza que “a área de Matemática e suas Tecnologias têm a responsabilidade de aproveitar todo o potencial já constituído por esses estudantes no Ensino Fundamental, para promover ações que ampliem o letramento matemático iniciado na etapa anterior" (Brasil, 2018, p. 528).

Os novos conhecimentos desenvolvidos devem estimular o processo de abstração e reflexão mais apurado, mais elaborado, e ao mesmo tempo devem dar subsídios para a resolução de problemas em diversos contextos. Para tanto, deve-se focar no processo de investigação de problemas e de construção de modelos de resolução de problemas, mas se deve mobilizar a própria forma de pensar, representar, comunicar e argumentar em formatos cada vez mais sofisticados (Brasil, 2018).

Ao aprimorarem a competência relacionada ao raciocínio, os estudantes engajam-se em interações com colegas e professores, explorando a investigação, a explicação e a justificação das soluções propostas. Esse processo aperfeiçoa constantemente suas habilidades de comunicação, bem como a capacidade de generalização de argumentos ao elucidar o raciocínio empregado.

É importante que o estudante conheça diferentes registros de representação e as diversas linguagens existentes, e assim possa mobilizá-las com a finalidade de promover o próprio raciocínio. A BNCC destaca que, ao evocar um objeto matemático, é necessário utilizar um registro de representação, e apesar de

> essa ação não ser exclusiva da Matemática, uma vez que todas as áreas têm seus processos de representação, em especial nessa área é possível verificar de forma inequívoca a importância das representações para a compreensão de fatos, ideias e conceitos, uma vez que o acesso aos objetos matemáticos se dá por meio delas (Brasil, 2018, p. 529).

Representar um mesmo objeto de maneiras diversas é essencial para a compreensão e obtenção de resultados em uma atividade. Ao ter em mãos o desfecho dessa tarefa, torna-se imperativa a interpretação dos resultados em conjunto com os colegas, seguida pela necessária discussão. Dessa forma, o estudante aprimora a competência de comunicação, exercitando não apenas a explicação de seus cálculos, mas também a habilidade de justificá-los por meio da língua materna e de símbolos matemáticos. Além disso, a capacidade de argumentação, outro aspecto crucial, é desenvolvida, permitindo testar conjecturas e apresentar argumentos de forma mais sólida.

É através dessas aprendizagens que se espera que o letramento dos estudantes do Ensino Médio se torne ainda mais denso e eficiente, pois assim esses aprendizados se tornarão ferramentas para compreender a realidade, e o estudante consegue propor ações de intervenção.

As competências propostas no documento não exigem uma sequência fixa, o que possibilita diversas organizações curriculares

> As competências não têm uma ordem preestabelecida. Elas formam um todo conectado, de modo que o desenvolvimento de uma requer, em determinadas situações, a mobilização de outras. Cabe observar que essas competências consideram que, além da cognição, os estudantes devem desenvolver atitudes de autoestima, de perseverança na busca de soluções e de respeito ao trabalho e às opiniões dos colegas, mantendo predisposição para realizar ações em grupo (Brasil, 2018, p. 530).

A BNCC ainda retrata que, na elaboração ou reelaboração dos currículos e propostas pedagógicas, pode-se adotar outras organizações, desde que se preserve a articulação proposta no documento. Além disso, os conceitos matemáticos devem estar bem fundamentados em diferentes bases, a fim de propiciar que o estudante possa compreender fenômenos ocorridos no contexto cultural e das relações interculturais em que está inserido.

A respeito da BNCC, Passos e Nacarato (2018, p. 125) denunciam que “pesquisadores da área educacional refutam a ideia de que o currículo de qualidade é aquele que prepara para entrada nas universidades e nas empresas”, e corroboraram com Matheus e Lopes (2014), quando esses afirmam que o documento foi construído para que uma minúscula parcela dos estudantes tenha sucesso, o que acentuará ainda mais a desigualdade entre os estudantes. “O modo como a BNCC foi elaborada destitui os direitos de aprendizagem da criança” (Passos; Nacarato, 2018, p. 125).

Pinto (2017) destaca a importância de um documento que norteie e oriente o currículo escolar, mas denuncia que o documento deve ser realizado a partir de uma construção social, como a participação e contribuição de pesquisadores e professores das áreas e que atuem diretamente com ensino e educação. Já Freitas (2014, p. 1090) denuncia que “convém enfatizar que são as matrizes de referência dos exames e não o currículo prescrito, a base nacional comum, que definem o que será considerado como ‘básico’”.

Passos e Nacarato (2018, p. 126) retratam a posição de Mainardes (2006), quando ele fala que a política implementada precisa ser refletida, interpretada e analisada, já que ela produz consequências. Os autores também apontam que as políticas precisam ser refletidas, analisadas para que, então, possam ser recriadas. Além de enfatizar que “as diferentes redes de ensino municipais, estaduais e privadas estão se organizando para implementar a BNCC” (Passos; Nacarato, 2018, p. 125). Ainda para os autores,

> parece-nos que essa reinterpretação não está sendo feita, necessariamente, pelos atores da escola, mas por grupos empresariais envolvidos na elaboração, os quais vêm realizando uma série de ações para facilitar o processo aos professores e, de certo modo, desconsiderando a autonomia deles (Passos; Nacarato, 2018, p. 126).

A ausência da autonomia dos professores também pode ser percebida em outras situações, que denunciam Passos e Nacarato (2018, p. 126), como os “Planos de Aulas da Nova Escola”, que apresentam planejamentos alinhados à BNCC com conteúdo, roteiro, controle do tempo de cada atividade, indicação de questões que os estudantes devem desenvolver e como o professor deve avaliar os estudantes.

> A natureza do conhecimento matemático deve estar intrínseca ao trabalho do professor de modo que ele possibilite ao estudante fazer Matemática, que significa construí-la, produzi-la, por meio de resolução de problemas inteligentes ou desafiadores. O estudante deve ter a oportunidade de dialogar, formular perguntas, elaborar hipóteses, exercitar conjecturas, realizar experimentações e procurar comprovações para encontrar a solução. Isso deve ocorrer em um ambiente de comunicação de ideias e de negociação e produção de significados que vão sendo construídos nas interações espontâneas que o ambiente permite (Passos; Nacarato, 2018, p. 126).

O desenvolvimento do trabalho do professor deve visar a proporcionar, ao estudante, a capacidade de compreender o contexto, formular questionamentos, experimentar tanto o erro quanto o acerto, analisar o procedimento escolhido, discutindo se ele é adequado, e responder ao questionamento inicial.

A BNCC é desenvolvida com uma linguagem simples de compreender. Os pesquisadores e estudantes do campo da Educação Matemática logo percebem, ao ler o texto da BNCC, alguns termos que já estão habituados em suas leituras específicas da área. No entanto, esse documento não cita referências ou pesquisadores que explanam esses termos, “no máximo há uma ficha técnica com alguns nomes ao final do documento, mas, isso não chega perto de substituir a lacuna de referenciais" (Simonetti; Moretti, 2021, p. 106).

Simonetti e Moretti (2021) apontam que termos habituais da Educação Matemática contidos na BNCC (Brasil, 2018, p. 519), como "mobilizar seu modo próprio de raciocinar, representar, argumentar", ou "evocar um objeto matemático", "a importância das representações", o "acesso aos objetos matemáticos", ou ainda "o uso registros de representação" nos fazem pensar e ponderar a sua semelhança com a TRRS, pois em certos momentos o termo não é utilizado em sua totalidade, de acordo com essa teoria.

Os verbos *raciocinar*, *representar*, *comunicar* e *argumentar* são pautados no letramento matemático, e Simonetti e Moretti (2021, p. 107) denunciam que, ao ter apenas o conhecimento da Base do Ensino Médio, o professor não identificará que o letramento matemático ao qual a Base se inspirou advém da "Matriz do Programa Internacional de Avaliação de Estudantes - PISA 2012 (Brasil, 2017, p. 266)".

Em outros momentos, a semelhança da BNCC com a TRRS é notória: podemos indicar a Competência Específica 4, que descreve "compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas" (Brasil, 2018, p. 538). Ao explicar a Competência Específica 4, a BNCC indica que,

> para as aprendizagens dos conceitos e procedimentos matemáticos, é fundamental que os estudantes sejam estimulados a explorar mais de um registro de representação sempre que possível. Eles precisam escolher as representações mais convenientes a cada situação, convertendo-as sempre que necessário. A conversão de um registro para outro nem sempre é simples, apesar de, muitas vezes, ser necessária para uma adequada compreensão do objeto matemático em questão, pois uma representação pode facilitar a compreensão de um aspecto que outra não favorece (Brasil, 2018, p. 538).

Esses apontamentos remetem indiretamente à TRRS: "não há dúvidas de que a quarta competência do modo que está escrita, implicitamente refere-se à teoria de Duval. Aliás, as duas primeiras habilidades desta competência iniciam com a palavra converter" (Simonetti; Moretti, 2021, p. 108). Esses autores reforçam a necessidade da coordenação entre registros, e não apenas a diversificação deles. É disposto por Duval (2008, p. 15) que, ao resolver um problema, "deve existir sempre a possibilidade de passar de um registro ao outro”, já que o acesso ao objeto matemático ocorre através das representações semióticas.

Arrematamos essa ideia pontuando que indicar uma teoria da Educação Matemática na BNCC é de extrema importância, visto sua riquíssima contribuição com o processo de aprendizagem. No entanto, ao se abster e não indicar o referencial teórico exato, faz com que aqueles que desconhecem a TRRS não a identifiquem, tenham dificuldades em trabalhar com ela, quiçá consigam aplicá-la em situações já desenvolvidas e estudadas por outros pesquisadores. Propor uma fusão entre a Pedagogia das Competência com a TRRS é um tanto quanto ousado, ainda mais sem apontar diretamente em quais teorias e teóricos estamos nos baseando. Recomendar que o estudante desenvolva competências e habilidades que envolvam matemática priva os estudantes de seu desenvolvimento e compreensão dos gestos intelectuais realizados na aprendizagem em matemática.

Diante o exposto acima, também se considera necessário conhecer e compreender o Currículo Base do Ensino Médio do Território Catarinense, visto que esta pesquisa foi aplicada em turmas que estão alocadas no Ensino Médio Regular da Rede Estadual de Ensino, e esse documento é relevante para a construção da Sequência Didática.

4.2.2 O Currículo Base do Ensino Médio do Território Catarinense - CBEMTC

O Currículo Base do Ensino Médio do Território Catarinense (CBEMTC), na área de Matemática e suas tecnologias, é construído na organização do ensino pautado na Teoria Histórico-Cultural e considera pressupostos vigotskianos, consolida-se na Teoria da Atividade de Leontiev e na Teoria da Aprendizagem Desenvolvimental de Elkonin-Davídov e na Atividade Orientadora de Ensino de Moura (Santa Catarina, 2020).

Esse documento está organizado em componentes curriculares, e busca consolidar e ampliar os conceitos no âmbito científico e tecnológico. Com o intuito de atender aos objetivos formativos do Ensino Médio, ele incorpora os pressupostos das Propostas Curriculares de Santa Catarina (PCSC) de anos anteriores, fundamentadas na Teoria Histórico-Cultural. Essa abordagem preconiza a inclusão da heterogeneidade como um princípio orientador.

O CBEMTC (Santa Catarina, 2020) assume como base os princípios e valores encontrados na BNCC, na LDB e nas leis 10.639/2003[15] (Brasil, 2003) e 11.645/2008[16] (Brasil, 2008), também nos Temas Contemporâneos Transversais (TCT). Esses temas objetivam a formação integral do sujeito no âmbito intelectual, físico, afetivo, social, ético, estético, moral e simbólico. Nesse contexto, importa a valorização de culturas e etnias diferentes, como as indígenas, mas sem perder o foco de uma educação baseada em conhecimento científico e desenvolvimento do pensamento teórico.

É descrito no CBEMTC (Santa Catarina, 2020, p. 22) que os "sujeitos têm o direito de apropriação dos conhecimentos, com perspectiva no desenvolvimento do pensamento teórico", e que esse pensamento ocorre "numa educação escolar que tenha por base a superação do conhecimento empírico pelo teórico", além de se fazer "necessário conhecer a gênese e o desenvolvimento do conhecimento matemático até seu estágio atual, de generalização e abstração (Santa Catarina, 2014)".

Também estrutura os conceitos fundamentais do Ensino Médio, abrangendo números, álgebra, geometria, probabilidade, estatística e matemática financeira. Além disso, propõe uma abordagem curricular que promove uma visão integrada, aplicada à realidade em diversos contextos, o que estimula o raciocínio, a representação, a comunicação e a argumentação do estudante, utilizando os conhecimentos adquiridos, os quais devem ser cada vez mais refinados. O documento enfatiza que, ao considerar a realidade do estudante, não é necessário que ela seja a sua realidade imediata, mas que esteja alinhada à sua localização e ao contexto em que vive, bem como aos contextos próximos em que se encontra.

> As inter-relações entre conceitos estruturantes, competências específicas da área e competências gerais da BNCC (2018) se materializam por meio de práticas pedagógicas, que têm como princípio: apropriação do conhecimento científico e tecnológico; desenvolvimento de habilidades e formação de atitudes e valores, que se mobilizam para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do exercício da cidadania e do mundo do trabalho. Admite-se que também possam avançar além disso, ao mobilizar a necessidade de humanização do sujeito por meio da apropriação de conhecimentos científicos e do desenvolvimento do pensamento teórico. Uma das formas de realizar este movimento é por meio dos temas contemporâneos transversais (TCTs). Estes buscam contextualizar os

[15] A lei 10.639/2003 inclui, no currículo oficial da Rede de Ensino, a História e Cultura Afro-brasileira.
[16] A lei 11.645/2008 inclui, no currículo oficial, a obrigatoriedade do Ensino da História e Cultura Indígena e Afro-brasileira no Ensino Fundamental e Médio, mas não existe a obrigatoriedade no Ensino Superior.

> conceitos da maneira que seja de interesse dos estudantes e de relevância para seu desenvolvimento interpessoal (Santa Catarina, 2020, p. 30).

No contexto do CBEMTC, propõe-se a estruturação do ensino de matemática por meio de Situações Desencadeadoras de Aprendizagem (SDA), que incorporam os conceitos estruturantes, competências e habilidades específicas. A SDA tem como objetivo catalisar o desenvolvimento dos estudantes, sendo crucial, durante o Ensino Médio, conceber atividades principais alinhadas às demandas profissionais e aos interesses vocacionais. Nesse cenário, a SDA busca estabelecer uma integração coerente entre as dimensões histórica e lógica, permitindo a compreensão da essência de um objeto, seu conceito, sua história e sua estrutura. São esses elementos que influenciarão os níveis de complexidade e a progressão dos conceitos, competências e habilidades ao longo do processo educativo. A SDA deve ser concebida como uma estrutura organizacional de ensino que busque potencializar o desenvolvimento dos sujeitos.

Esse documento apresenta cinco competências específicas da Área de Matemática retiradas da BNCC (2018) e as descreve como: (1) utilizar estratégias para interpretar; (2) propor ações para tomar decisões; (3) utilizar estratégias para construir modelos; (4) registrar, solucionar e comunicar resultados; e (5) utilizar o formalismo matemático para validar conjecturas.

O CBEMTC propõe uma sugestão de organização dos conceitos estruturantes no Ensino Médio, delineando o objeto do conhecimento e as habilidades específicas da área de matemática e suas tecnologias. Destaco, entre as habilidades elencadas no documento, a habilidade EM13MAT507 e EM13MAT508 da BNCC (2018), em virtude desta tese abordar as Sequências Numéricas, temática indicada por tais habilidades.

Silva, Possamai e Martini (2021) denunciam que, ao propor a ideia de competências e habilidades, a proposta atribui exclusivamente ao indivíduo o mérito ou a responsabilidade pelo sucesso ou fracasso, negligenciando as influências das condições contextuais. Quanto à organização e complexidade dos conceitos e habilidades, o documento orienta que eles se desenvolverão de acordo com as demandas específicas do campo em diversas áreas do conhecimento, além de promover o aprimoramento das TCT.

O CBEMTC (Santa Catarina, 2020) tem como objetivo construir uma visão integrada, que mobiliza o próprio modo do estudante a pensar, “raciocinar, representar, comunicar, argumentar e, com base em discussões e validações conjuntas, apropriar-se de conceitos e desenvolver representações e procedimentos cada vez mais sofisticados" (Santa Catarina, 2020, p. 29). As habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar também são encontradas na BNCC. Dentre as competências específicas para a Área de Matemática, ainda indica "registrar, solucionar e comunicar resultados" (Santa Catarina, 2020, p. 35), que mencionam a necessidade da utilização e compreensão de diferentes registros de representação matemáticos, o que nos remete a outro tópico relevante a ser estudado: a Teoria de Registros e Representação Semióticas, que está no Capítulo 3.

Destaca-se a importância de reconhecer que a realidade não deve ser apenas circunscrita ao presente em que um indivíduo vive. Além disso, propõe-se a adoção de 17 Objetivos para o Desenvolvimento Sustentável (ODS) do planeta, delineando que as práticas pedagógicas desempenham papel fundamental na consecução desses objetivos, ao fomentar o desenvolvimento dos TCT (Santa Catarina, 2020). Esses temas, por sua vez, consolidam as propostas pedagógicas ao agir de maneira transversal e integradora, contribuindo significativamente para a formação abrangente do estudante. Além disso, constituem ferramentas estruturantes de compromisso com o desenvolvimento das dez competências gerais estabelecidas pela BNCC (Brasil, 2018).

Quanto aos TCT, eles possuem quatro pilares, que são: a (1) problematização da realidade e das situações de aprendizagem, a (2) superação da concepção fragmentada do conhecimento para uma visão sistêmica, a (3) integração das habilidades e competências curriculares à resolução de problemas, e a (4) promoção de um processo educativo continuado e do conhecimento como uma construção coletiva.

As orientações fornecidas pelo CBEMTC para um plano de ensino abrangendo os TCT indicam a educação financeira e a educação fiscal como objetos de conhecimento e habilidade. Embora alguns temas veiculados pela mídia às vezes escapem da discussão escolar, abordagens específicas de TCT, tais como "educação financeira - organização financeira e endividamento" e "educação em direitos humanos e saúde – acessibilidade; vida familiar e social - violência doméstica", oferecem a oportunidade de estruturar um plano de ensino de maneira transdisciplinar, intradisciplinar e interdisciplinar. A eficácia dessa abordagem dependerá do contexto e do formato específicos a serem planejados e aplicados (Santa Catarina, 2020, p. 34).

> Todo este movimento se insere na abordagem transdisciplinar; permite inferir a hipótese de que a inserção dos TCTs em práticas de ensino e aprendizagem auxiliam na compreensão da complexidade do mundo. Também indica a abertura de grades que isolam os componentes curriculares e possibilita a existência de espaços compartilhados, contextualizados e integrados (Santa Catarina, 2020, p. 35).

“Ao estudarem situações de vida na sala de aula, os estudantes fortalecem seus vínculos como cidadãos, tornando-se corresponsáveis na construção de uma sociedade mais justa, igualitária e ética” (Santa Catarina, 2020, p. 36). Silva, Possamai e Martini (2021) apontam que parte da carga horária do curso poderá ser frequentada a distância, o que segundo as autoras aprofundará as desigualdades educacionais dos estudantes da escola pública, que pertence à classe trabalhadora, mais empobrecida. As orientações metodológicas contidas no CBEMTC (Santa Catarina, 2020, p. 37) apontam que “os conceitos estruturantes, as competências e as habilidades específicas da matemática” devem respeitar a teoria adotada no Currículo Base da Educação Infantil e do Ensino Fundamental do Território Catarinense.

O CBEMTC enfatiza que, ao cursar o Ensino Médio, o estudante passa a ter atividades de estudos e de trabalho, o que acaba provocando “a necessidade de trabalhar e o interesse por uma profissão” (Santa Catarina, 2020, p. 37). Dessa forma, com o objetivo de propiciar ao estudante ser protagonista de seu processo de construção de projeto de vida, “propõe-se levar em consideração a atividade principal, aquela que impulsiona o seu desenvolvimento” (Santa Catarina, 2020, p. 37). Também deve transparecer a gênese do conceito e a relação essencial para que o estudante possa compreender a essência do objeto de estudo, assim como sua história e seu desenvolvimento, compondo a relação entre o histórico e o lógico. Recursos metodológicos, como jogos, situações emergentes do cotidiano e a história virtual do conceito devem ser utilizados para o desenvolvimento da SDA.

O documento destaca a diversidade de assuntos e as diferenças em seus processos individuais de aprendizagem, ressaltando a importância de considerar esses elementos ao buscar promover a igualdade nos aspectos pedagógicos. Segundo Silva, Possamai e Martini (2021), o documento se compromete com uma formação pragmática e flexível, alinhado às demandas do capital, fortalecendo, assim, uma base para a orientação dos itinerários formativos.

O CBEMTC (Santa Catarina, 2020) aponta que, assim como consta na LDB (Brasil, 1996), a avaliação deve ter caráter contínuo e cumulativo, em que os aspectos qualitativos prevaleçam. Com essa abordagem, busca-se destacar e valorizar a trajetória estudantil, registrando sua singularidade. Isso é alcançado por meio da implementação de diversas práticas avaliativas, permitindo que os alunos reflitam sobre seus acertos e erros, promovendo a autonomia no processo de busca pelos objetivos propostos. Nas aulas de matemática, é viável cultivar uma abordagem investigativa em relação à resolução das situações-problema apresentadas e discutidas ao longo do processo de aprendizagem. “Quando o estudante valida a solução expressando-se por meio da fala, da leitura, da escrita ou de representações figurais, evidencia sua aprendizagem por meio de habilidades e atitudes desenvolvidas na resolução de uma situação-problema”, e continua destacando que, “por meio da linguagem e suas diferentes formas de registro, o estudante organiza novas maneiras de memória e percepção” (Santa Catarina, 2020, p. 49).

O ambiente escolar oferece oportunidades para que o estudante se construa como sujeito no mundo, ao mesmo tempo em que desenvolve competências cognitivas. Isso proporciona a habilidade de lidar com uma variedade de aspectos e informações presentes em seu entorno. O CBEMTC (Santa Catarina, 2020, p. 50) assegura que “legitima a avaliação que no CBTC é definida com o princípio de que todos os estudantes aprendem juntos, sempre que possível, independentemente de quaisquer dificuldades ou diferenças que tenham”. Destaca-se, ainda, a importância de uma avaliação subjetiva por meio de diálogos, entrevistas e fichas a serem completadas, tanto pelo professor quanto pelos estudantes, além da aplicação de rubricas avaliativas. No caso das rubricas, é fundamental a utilização de uma escala numérica que associe as atividades aos critérios a serem alcançados, proporcionando ao estudante a oportunidade de reflexão sobre sua produção.

Silva, Possamai e Martini (2021) ressaltam que o processo de formação não é neutro e requer uma análise dedicada. Devido à pandemia da Covid-19, a formação dos professores foi conduzida de maneira virtual, demandando adaptações em sua implementação. No entanto, vale destacar que essas formações virtuais proporcionaram, à comunidade escolar, o acesso às informações relacionadas à implementação da Reforma Educacional.

> A falácia de que o processo foi feito a várias mãos esconde a real intenção da atuação dos parceiros que, em nossa análise, intencionam, por meio da ideologia à qual estão comprometidos, interferir na formação dos jovens com uma proposta educativa que se alinha aos interesses do empresariado. Isso ocorre por meio da interferência na elaboração dos currículos e na formação dos professores descomprometida com uma perspectiva crítica (Silva; Possamai; Martini, 2021, p. 77).

A falta de elaboração colaborativa de um documento evidencia a possibilidade de se criar um currículo que não esteja alinhado com a perspectiva crítica exigida pelo referido documento. O processo de “privatização da gestão pedagógica da escola pública e da mercantilização da educação, por meio da aquisição dos pacotes educacionais das empresas parceiras da reforma” sucede em precarização e alienação do trabalho docente (Silva; Possamai; Martini, 2021, p. 78).

Do mesmo modo que a construção de um documento necessita de discussões, leituras e reflexões, o processo de construção de uma tese requer uma profunda reflexão, e essas reflexões podem ser enriquecidas por meio da análise de trabalhos já desenvolvidos por outros pesquisadores.

4.3 PRINCIPAIS RESULTADOS DOS ESTUDOS PRELIMINARES

Diante da crescente importância de aprofundar o entendimento sobre a aplicação da TRRS no ensino de matemática, este estudo se propôs a realizar uma revisão de literatura abrangente. O objetivo inicial foi identificar trabalhos que explorassem a relação entre a TRRS e o ensino de Sequências Numéricas, Progressões Aritméticas e Geométricas. Ao realizar a revisão de literatura, buscando teses, dissertações e artigos publicados em revistas acadêmicas, através dos descritores "Sequências Numéricas", "Progressão Aritmética", "Progressão Geométrica" e "Teoria dos Registros de Representação Semiótica", encontramos seis trabalhos, entre dissertações e teses, que envolvem esses descritores e utilizam termos associados à TRRS. Em relação aos artigos, foram localizados dois que relatam experiências práticas, mas sem aprofundamento no uso da TRRS no processo de ensino e aprendizagem. A análise de teses, dissertações e artigos acadêmicos revelou insights importantes sobre o estado atual da pesquisa nessa área e destacou lacunas que ainda precisam ser preenchidas para avançar a compreensão e aplicação desses conceitos no contexto educacional.

Ao analisar a BNCC, compreendemos que esta estabelece a sistematização do ensino ao listar os conteúdos mínimos a serem desenvolvidos no ensino básico. No entanto, reforço que o currículo não é neutro e nem isento de intencionalidade. Observamos que, apesar de a BNCC não mencionar explicitamente a TRRS, ela utiliza termos relacionados e promove a reflexão sobre o processo educacional.

O CBEMTC, na área de Matemática e suas Tecnologias, é construído com base na organização do ensino fundamentado na Teoria Histórico-Cultural e nos pressupostos vigotskianos, além de se consolida e na Teoria da Atividade, na Teoria da Aprendizagem Desenvolvimental e na Atividade Orientadora de Ensino.

Também se fundamenta na BNCC, na LDB, nas leis 10.639/2003 e 11.645/2008, e inclui os TCT para estruturar os conceitos fundamentais do Ensino Médio.

Reforça a necessidade de levar em consideração a realidade do estudante, não necessariamente a imediata, mas a que se alinhe com a sua localização e ambientes próximos aos quais reside. A estruturação do ensino de Matemática deve ocorrer por meio da SDA de forma que estimule o desenvolvimento do estudante. A diversidade de temas e as diferenças nos processos individuais de aprendizagem são apontados além de ressaltar que esses elementos devem promover a igualdade nos aspectos pedagógicos. No entanto, a elaboração não colaborativa deste documento evidencia o risco de criar um currículo desalinhado com a perspectiva crítica defendida pelo CBEMTC.

Concluindo os estudos preliminares, é possível perceber a riqueza de perspectivas e abordagens que compõem o cenário atual da educação matemática. A revisão de literatura, aliada à análise das diretrizes curriculares da BNCC e do CBEMTC, forneceu um alicerce teórico robusto para o desenvolvimento desta pesquisa, permitindo um entendimento mais aprofundado dos fundamentos que norteiam o ensino de Matemática no Ensino Médio. Com essa base consolidada, avançaremos para uma discussão sobre os percursos da elaboração e experimentação da sequência didática, explorando aspectos a respeito da construção da sequência didática, a análise a *priori*, a descrição da fase experimental e da análise a *posteriori*. Este próximo capítulo proporcionará uma visão prática e aplicada dos conceitos investigados, refletindo o processo de pesquisa e as experiências educacionais vivenciadas.

5 OS PERCURSOS DA ELABORAÇÃO E EXPERIMENTAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

A Sequência Didática foi elaborada para ser aplicada em quatro aulas de cinquenta minutos, com o intuito de ser aplicada com os alunos do primeiro ano do Ensino Médio. Essa decisão foi tomada com base na BNCC, que enfatiza o desenvolvimento das habilidades relacionadas à identificação de Progressões Aritméticas e Geométricas nessa fase do ensino. A habilidade EM13MAT507 indica que o estudante deve ter condições de “identificar e associar progressões aritméticas (PA) a funções afins de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas” (Brasil, 2018, p. 544). Já a habilidade EM13MAT508 aponta que o estudante deve “identificar e associar progressões geométricas (PG) a funções exponenciais de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas” (Brasil, 2018, p. 544).

A elaboração da Sequência Didática levou em consideração as etapas da Engenharia Didática (Artigue, 1996). Cada encontro foi planejado com o objetivo de confrontar as informações levantadas na análise *a priori* ao final da aplicação da Sequência Didática. As atividades desenvolvidas estão intimamente ligadas ao processo de visualização de representações gráficas e algébricas, bem como à compreensão dessas representações e de suas unidades significativas. Durante cada sessão, os estudantes foram guiados por uma série de atividades destinadas a fortalecer sua compreensão das progressões aritméticas e geométricas, permitindo-lhes explorar visualmente as relações entre os termos e a razão, bem como traduzir essas representações para a forma algébrica.

A aplicação da pesquisa aconteceu em novembro de 2022 em uma Escola Estadual localizada na cidade de Tubarão, Santa Catarina. Por questões éticas da pesquisa, o nome da unidade escolar será omitido. Essa escola oferece as etapas de Ensino Fundamental e Ensino Médio, tendo 986 estudantes matriculados nos turnos matutino, vespertino e noturno.

A turma de aplicação da pesquisa é constituída por 36 estudantes. Desses, 22 estudantes concordaram em participar da pesquisa e tiveram o aval de seus responsáveis legais, o que corresponde a 61,1% dos estudantes da turma. O Termo de Consentimento[17] Livre e Esclarecido foi apresentado a esses estudantes, que sanaram todas suas dúvidas antes de estarem de acordo em participar da pesquisa. Dos estudantes que se enquadram como pertencentes à Educação Especial, apenas um concordou inicialmente em participar da pesquisa, mas no último encontro optou por não participar mais. A segunda professora de classe acompanhou as primeiras atividades aplicadas.

Os encontros foram registrados em diário de bordo, no qual ocorreram anotações durante o encontro. Também foi utilizado material impresso, na qualidade de questionários para a coleta de dados do desenvolvimento e construção das respostas dos estudantes. O diário de bordo pode ser encontrado no Capítulo 5 na terceira subseção, já os questionários respondidos estão no Apêndice D.

Na data em que a pesquisa foi aplicada, a professora regente informou que já havia sido trabalhado em classe o conteúdo de funções, mas que até aquele momento ainda desconheciam as Sequências Numéricas (PA e PG), conforme planejamento anual.

Esta pesquisa está estruturada em etapas, sendo uma delas a análise a *priori*, que faz parte da Engenharia Didática e está apresentada na subseção a seguir. Essa análise tem como objetivo indicar o que é esperado em relação a cada questionamento de cada exercício apresentado aos estudantes.

5.1 CONHECENDO AS SEQUÊNCIAS E DIDÁTICA E ANÁLISE A PRIORI

Inicialmente, os estudantes tiveram acesso a sequências em seu conceito mais amplo: através de sequência de letras, figuras e números para compreenderem o conceito de continuidade e, em seguida, tiveram acesso a sequências numéricas do tipo PA e PG em seus pormenores. O objetivo foi propiciar situações em que os estudantes pudessem se apropriar dos conceitos de sequências no acesso aos objetos do conhecimento, por meio de reconhecimento de padrões em sequência de letras, de números, desenhos e figuras.

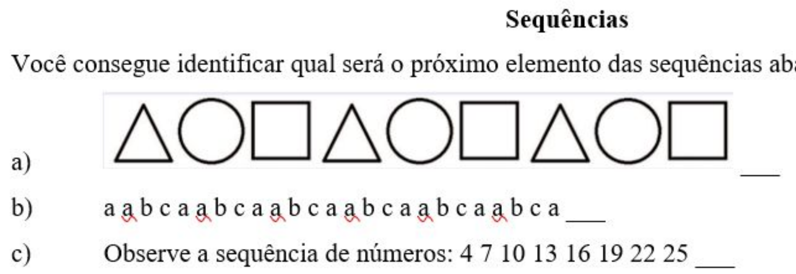
Optou-se por apresentar figuras e desenhos que o reconhecimento em que a identificação da quantidade de objetos representados pudesse remeter a uma sequência numérica, com a finalidade de verificar se os estudantes reconhecem os

[17] O termo de consentimento em todo teor pode ser encontrado no Apêndice B, já os termos assinados estão no Apêndice C.

padrões nos registros figurais e executam as conversões e tratamentos necessários para a sua resolução.

A atividade entregue aos estudantes no primeiro encontro está situada na Figura 1. O primeiro bloco de exercícios aborda sequências apresentadas por meio de figuras, de sequências alfabéticas e numéricas.

Figura *7* – Sequências entregue no primeiro encontro



Fonte: elaborada pela autora

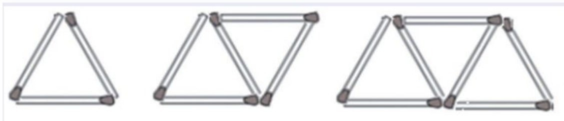
É importante que sejam apresentadas diferentes formas de escrever as sequências aos estudantes para que eles compreendam seu conceito e possam, assim, desenvolver os cálculos conforme suas habilidades, sejam mentais ou com o auxílio de outros registros de representações. Conhecer a sequência por intermédio de diferentes registros de representação se faz necessário, pois dessa forma o estudante tem a possibilidade de conhecer seu objeto de estudo e de identificar e compreender situações nas quais exista uma sucessão de números que apresentem determinado padrão, seja uma lei de formação ou uma característica em comum.

Em seguida, os estudantes foram convidados a refletir a respeito das Sequências Numéricas apresentadas na Figura 2.

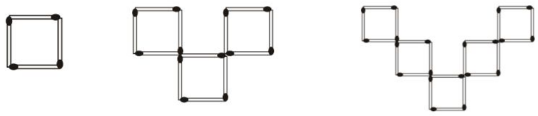
Figura *8* – Sequências entregue no primeiro encontro 2

Sequências Numéricas

Você consegue escrever as sequências ocultas na imagem abaixo?

a) 

Quantos palitos são necessários para fazer 5 triângulos?

b) 

Quantos palitos são necessários para construir a figura 6?

c) 2 – 5 – 8 – 11 – 14 – 17 – __

Fonte: elaborada pela autora

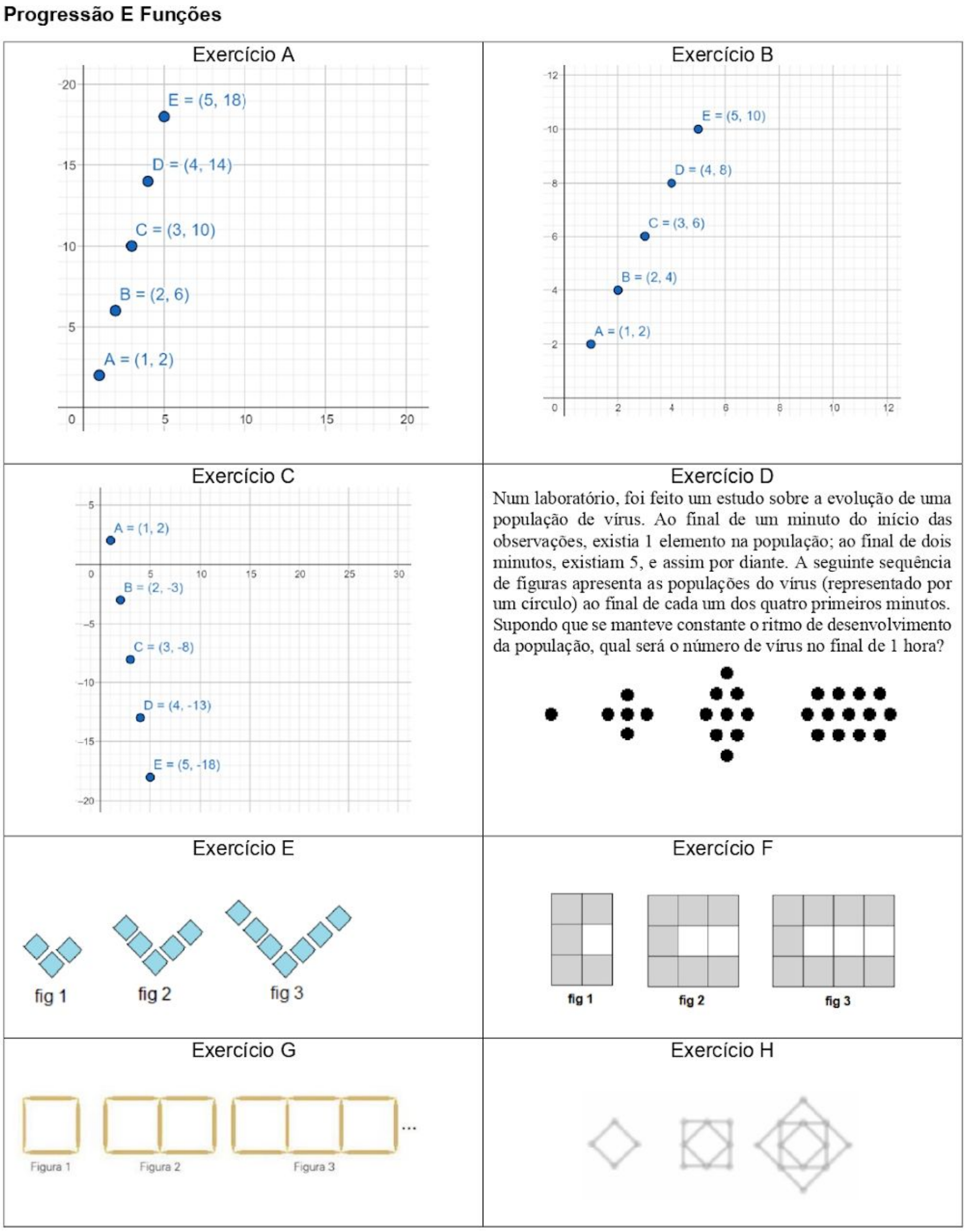
Espera-se que os estudantes compreendam o conceito de sequência numérica a partir dos registros de representações figurais e algébricos apresentados na Figura 2, que apontem eventos em que os estudantes possam identificar elementos sucessivos ou reconhecer padrões, como quando é solicitada a indicação da quantidade de palitos necessários para a construção da próxima figura.

A escolha de problemas que permitam a identificação e reconhecimento de padrões se justifica, pois se espera que, por meio dessa abordagem, os estudantes possam desenvolver as habilidades necessárias para resolver os problemas propostos. Espera-se que os estudantes consigam converter representações de registro gráfico em representações do registro algébrico e realizem tratamentos que possibilitem identificar a razão das progressões figurais. Além disso, é desejado que eles sejam capazes de construir representações de registros gráficos para compreender o comportamento da sequência.

Alguns registros de representação semiótica de progressões aritméticas foram apresentados com o intuito de que os estudantes reconhecessem que essas representações podem ser associadas a funções do primeiro grau com domínio natural, e assim encontrar uma expressão algébrica que represente a lei de formação da sequência representada. O domínio dessas representações da sequência numérica são os números naturais positivos, ou seja, não são utilizados valores negativos no eixo das abscissas, pois esse eixo remete à posição dos termos, enquanto os valores atribuídos ao eixo das ordenadas corresponde aos termos da sequência indicada.

Em seguida, os estudantes foram expostos aos Exercícios A, B, C, E, F, que estão dispostos na Figura 3.

Figura *9* – Progressões e Funções



Fonte: elaborada pela autora

Por meio desses Exercícios, os estudantes são convidados a refletir a respeito da:

(a) identificação das sequências - quais são as sequências, ou sequência, que podemos identificar nos pontos indicados no gráfico? Os estudantes devem observar os pontos e determinar os padrões subjacentes, reconhecendo as regularidades e as progressões presentes;

(b) determinação da razão - qual é a razão dessa(s) sequência(s) encontrada(s)? Os estudantes devem calcular a diferença ou a razão entre os termos consecutivos da sequência, estabelecendo a regra que rege a formação dos termos; e

(c) identificação da lei de formação - é possível identificar a lei de formação que gera a sequência apresentada? Os estudantes devem analisar os dados e tentar formular uma expressão algébrica que descreve essa sequência. Essa expressão deve ser capaz de gerar todos os termos da sequência, quando aplicada.

Ao identificar e articular as sequências, calcular as razões e formular leis de formação, os estudantes se engajam em um processo de aprendizagem ativa e significativa, que promove uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos subjacentes. Essa atividade não apenas desafia os estudantes a aplicar conceitos matemáticos fundamentais, mas também incentiva o desenvolvimento de habilidades analíticas e críticas.

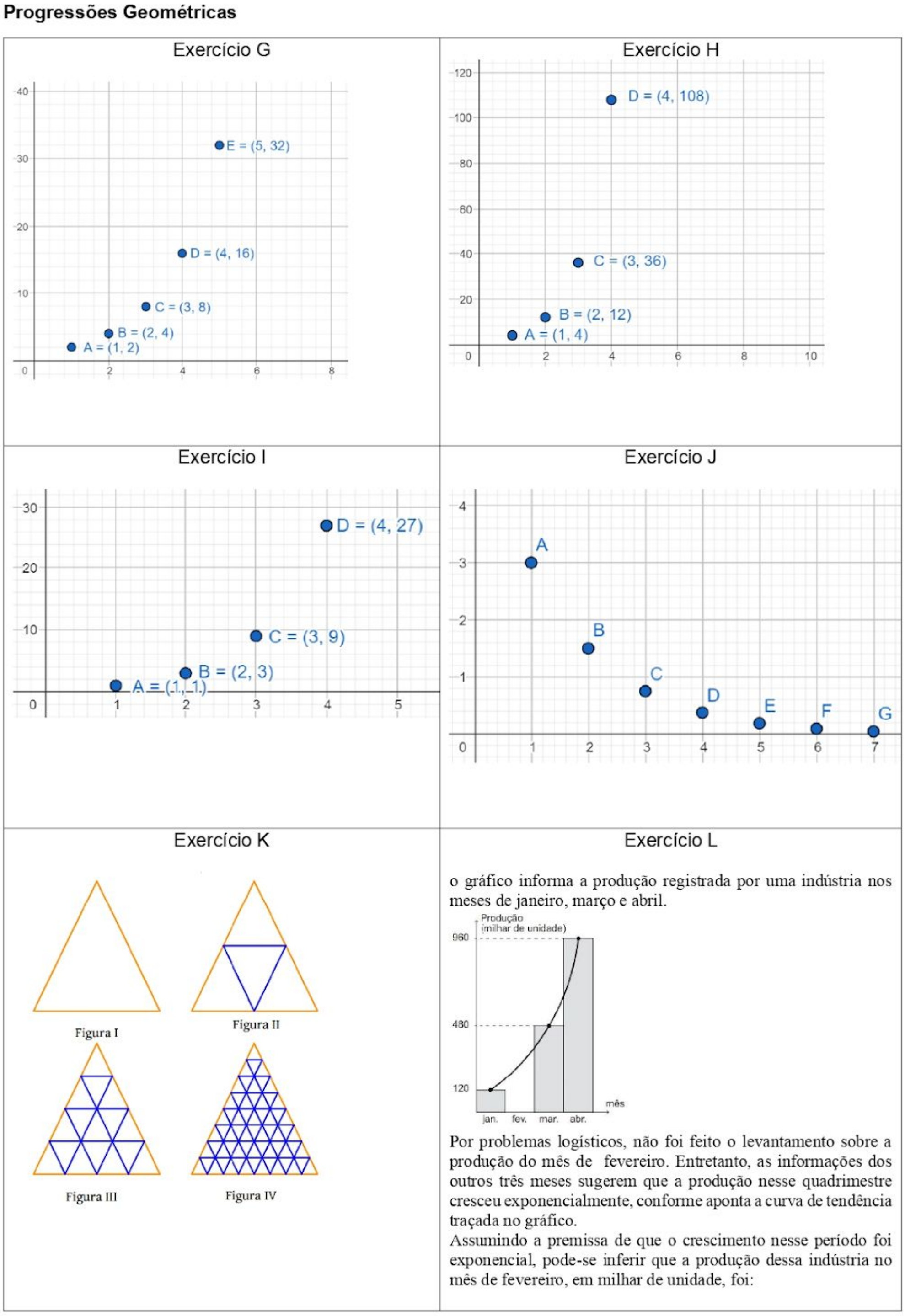
Quando o estudante constrói a lei de formação da PA por meio da representação gráfica, ele está enfrentando um novo processo. Geralmente, o aluno é exposto à lei de formação, que usualmente é o registro de partida para o gráfico, que é o registro de chegada. Esse processo inverso proporciona uma experiência valiosa, ao promover uma compreensão mais profunda das relações entre os diferentes registros de representação matemática. Duval (2008, p. 20) destaca que, “geralmente, no ensino, um sentido de conversão é privilegiado, pela ideia de que o treinamento efetuado num sentido estaria automaticamente treinando a conversão no outro sentido”. Isso significa que, no contexto educacional, há uma tendência de focar em uma única direção de conversão, como por exemplo, de uma expressão algébrica para uma representação gráfica. Assim, presume-se que os estudantes serão igualmente proficientes na conversão inversa, de gráfico para expressão algébrica, sem um treinamento explícito para isso.

Exercícios que remetem a situações reais, o que torna a discussão ainda mais relevante, e que envolvam sequências numéricas também são comuns de serem estudados, como o apresentado no vestibular da Fundação para o vestibular da Universidade Estadual Paulista (2004), que é descrito no Exercício D. Essa mesma questão é utilizada para encontrar a população final, além de questionamentos a respeito da sequência que pode ser identificada no problema, (b) a razão dessa sequência e (c) lei de formação foram questionamentos abordados com os estudantes.

No terceiro encontro da Sequência Didática, foram apresentados registros de representação que enfatizam a associação entre Progressões Geométricas e Funções Exponenciais. Com essa abordagem, esperou-se que os estudantes fossem capazes de identificar tanto a razão quanto a lei de formação das Progressões Geométricas. Além disso, eles deveriam compreender que os pontos cartesianos indicados no representações de registro gráfico representam simultaneamente a posição (valor de x) e o termo da sequência (valor de y).

As atividades, Exercícios G, H, I, J, K e L, a respeito das Progressões Geométricas, iniciaram com a apresentação da representação gráfica dos pontos, conforme indica a Figura 4.

Figura *10* – Progressões Geométricas



Fonte: elaborada pela autora

Com essa atividade, esperou-se que os alunos realizassem a conversão de uma representação do registro gráfico para uma representação do registro algébrico. Esse processo é fundamental para que os estudantes possam realizar os tratamentos necessários após a reflexão, e assim responder de maneira aprofundada sobre aspectos das sequências numéricas apresentadas, a respeito de:

(a) quais são as sequências identificadas em cada exercício? Os alunos devem analisar os pontos e padrões nos gráficos para determinar as sequências numéricas que estão presentes no registro gráfico;

(b) qual é a razão dessa sequência? É esperado que os alunos calculem a diferença constante, a razão multiplicativa, entre os termos consecutivos das sequências, identificando a regularidade que define a progressão; e

(c) qual é a lei que gera a sequência representada? Os estudantes devem formular uma expressão algébrica que descreva a sequência, permitindo a geração de quaisquer termos subsequentes a partir da lei identificada.

Esse exercício tem potencial para fortalecer a compreensão dos estudantes sobre as relações entre representações gráficas e algébricas, também promove habilidades críticas de análise e síntese. Ao se envolverem nesse processo, os estudantes devem ganhar uma visão mais holística dos conceitos matemáticos, conhecendo o objeto de conhecimento em um aspecto mais global.

As progressões geométricas também podem ser identificadas em formas geométricas que exibem sequências visuais, tais como triângulos, quadrados, círculos, ou outras figuras geométricas. Um exemplo disso pode ser encontrado no Exercício K da Figura 4. Nessa atividade, os alunos são incentivados a observar como as figuras geométricas crescem ou diminuem de maneira sistemática, seguindo um padrão específico que caracteriza uma progressão geométrica.

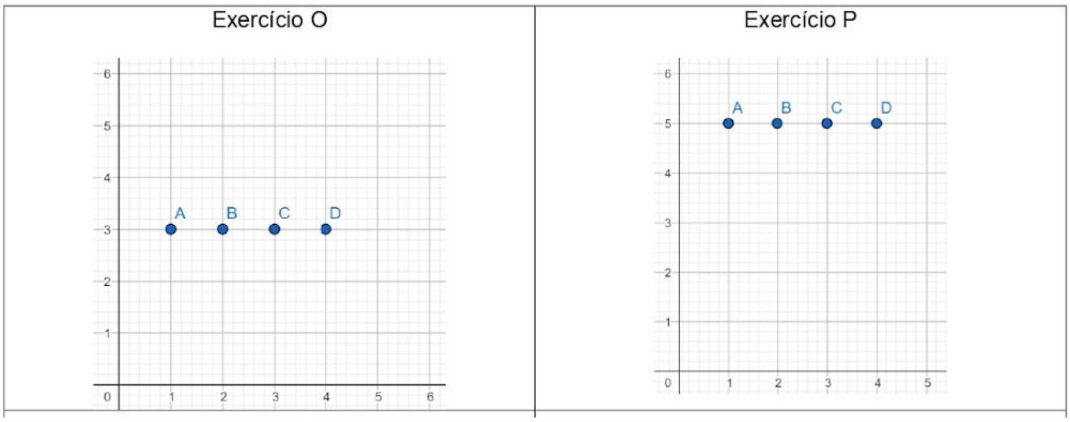
Ao ter acesso ao registro de representação gráfico e convertê-lo para um registro de representação algébrica, o estudante está operando o registro de representação de chegada para o registro de representação de saída. Ao analisar esses registros, os estudantes devem ser capazes de realizar conversões entre esses registros com a finalidade de acessar aspectos que são evidenciados em cada um deles para o reconhecimento das unidades significativas.

As progressões constantes também foram apresentadas aos estudantes nesse encontro. Essas sequências, caracterizadas por termos que não variam, são essenciais para entender a constância numérica em diferentes contextos matemáticos. No entanto, é importante destacar que essas progressões podem incluir variações que ainda mantêm uma relação de constância, enriquecendo a compreensão dos estudantes sobre diferentes tipos de sequências.

Nessas progressões, os estudantes têm a oportunidade de analisar e estudar a estrutura dessas sequências, observando como a constância se mantém ao longo dos termos. Além disso, eles são incentivados a identificar a razão e a construção da lei de formação. A Figura 5 a seguir ilustra as Sequências Constantes que foram apresentadas aos estudantes.

Figura *11* – Sequências Constantes

Progressões Constantes



Fonte: elaborada pela autora

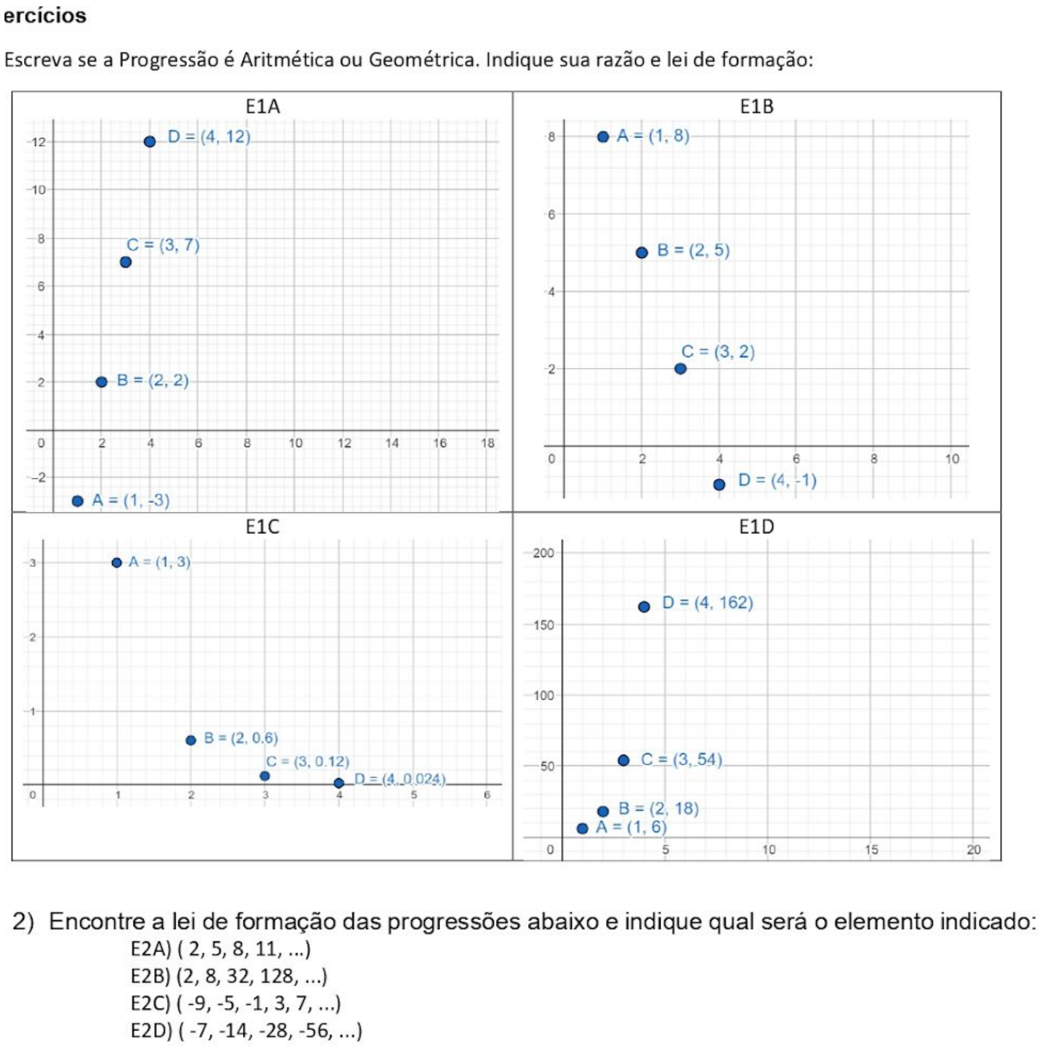
Aos estudantes foi apresentada a Figura 5, que contém os Exercícios O e P, e foram convidados a questionar se essas representações representavam progressões do tipo aritmética ou geométrica, além de suas implicações em representações algébricas e gráficas. Esperava-se que os estudantes identificassem e construíssem a lei de formação dessas sequências, apontando e indicando os padrões observados. Esse exercício visou a fortalecer a habilidade dos estudantes em converter entre diferentes tipos de representações, bem como compreender profundamente as características das progressões aritméticas e geométricas.

No quarto momento, o objetivo foi propiciar aos estudantes o desenvolvimento de atividades que envolvessem a descoberta da lei de formação a partir da coordenação entre o registro gráfico e a visualização representações do registro algébrico. Esse processo é fundamental para que os estudantes possam entender como diferentes representações matemáticas se inter-relacionam e como podem ser utilizadas de maneira complementar para resolver problemas.

A escolha dos registros de representação apresentados aos estudantes foi feita de maneira intencional, visando que os estudantes se apropriem dos conhecimentos, dos saberes, ao transitar entre diferentes registros de representação semiótica. Esses registros foram selecionados para facilitar a compreensão e a aplicação dos conceitos, permitindo que os estudantes possam fazer a conexão entre a representação gráfica, que oferece uma percepção mais visual das progressões, e a representação algébrica, que fornece uma descrição mais formal e analítica.

Ao trabalhar com essas diferentes formas de representação, os estudantes são incentivados a desenvolver uma compreensão mais profunda e integrada dos conceitos matemáticos. Eles aprendem a identificar padrões visuais e traduzi-los em expressões algébricas, além de utilizar essas expressões para fazer previsões e resolver problemas. Na Figura 6, apresentamos as atividades que os estudantes tiveram acesso no quarto encontro.

Figura *12* – Sequências Gráficas e Algébricas


ercícios

Escreva se a Progressão é Aritmética ou Geométrica. Indique sua razão e lei de formação:

2) Encontre a lei de formação das progressões abaixo e indique qual será o elemento indicado:

E2A) (2, 5, 8, 11, ...)
E2B) (2, 8, 32, 128, ...)
E2C) (-9, -5, -1, 3, 7, ...)
E2D) (-7, -14, -28, -56, ...)

Fonte: elaborada pela autora

O primeiro exercício desenvolvido com os estudantes indicava representações gráficas com pontos dispostos no plano cartesiano que ilustram progressões, tanto do tipo Aritmética como do tipo Geométrica.

Durante o desenvolvimento das atividades, esperava-se que os estudantes identificassem a possibilidade de conversão e tratamento entre os diferentes registros de representação semiótica. Esse processo é crucial para que eles compreendam como transformar uma representação matemática em outra, enriquecendo sua compreensão a respeito do objeto de conhecimento. Além disso, os estudantes foram solicitados a responder a um questionário, o que permitiu avaliar como estavam assimilando e aplicando os conhecimentos nas atividades propostas. Essa etapa foi necessária para identificar possíveis dificuldades e ajustar a sequência didática proposta. No momento final da atividade, os estudantes foram convidados a refletir sobre suas produções e entregas. Essa reflexão é essencial para consolidar o aprendizado, pois oferece aos estudantes a oportunidade de revisar e avaliar seu próprio trabalho, identificar pontos fortes e áreas de melhoria, e assimilar as lições aprendidas durante o processo.

Ao planejar a Sequência Didática, foram levados em consideração os documentos que atualmente norteiam a educação em Santa Catarina, como a BNCC e o CBEMTC.

No Capítulo 2 intitulado *Caminhos Metodológicos*, o processo de elaboração da Sequência Didática foi detalhado. Dando continuidade ao relatório de aplicação e análise dos problemas propostos, neste capítulo, apresentam-se tanto a análise a *priori* quanto a análise a *posteriori*.

Por outro lado, a análise a *posteriori* consiste em verificar os dados coletados e explorados, com o objetivo de contribuir para a construção e aprimoramento dos conhecimentos didáticos.

A separação entre as análises a priori e *a posteriori* neste trabalho tem o propósito de promover uma reflexão mais aprofundada sobre a análise dos registros algébricos e gráficos das sequências numéricas e os registros algébricos e gráficos, bem como sobre os conceitos de linearidade e exponencialidade.

5.2 ANÁLISE *A PRIORI* DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Uma sequência consiste em números organizados em uma ordem previsível, como a Copa do Mundo que acontece a cada 4 anos, aniversários que acontecem a cada 365 dias, e as mudanças das estações do ano que seguem um padrão regular, sendo exemplos cotidianos. As sequências numéricas também seguem uma ordem previsível, um padrão regular. Por definição, uma sequência pode ser vista como uma função com domínio N* (Iezzi, 2013).

Com base nisso, pensou-se em considerar as sequências como pontos distribuídos no plano cartesiano, estabelecendo uma conexão direta com as funções afim e exponencial. Visando a explorar as relações entre as unidades significantes da sequência e as propriedades dessas funções matemáticas, busca-se propiciar uma compreensão ampla e visualmente intuitiva de suas unidades significantes visuais.

Analisando alguns livros didáticos (Miranda; Borges, 2023; Dante, 2016; Iezzi, 2010) disponíveis da unidade escolar em que esta pesquisa foi aplicada, ainda nos deparamos com o esboço de gráficos construídos por intermédio do ponto a ponto, uma das abordagens que Duval (2011a) e Moretti (2018) indicam ainda ocorrer sem que o estudante identifique as variações no comportamento da curva estudada. Essa forma de construção e apresentação dificulta, quiçá impossibilita, no sentido de “este modo associativo limita-se a alguns valores particulares e aos pontos marcados no plano referencial” (Duval, 2011, p. 98), a associação entre a variável visual e a unidade significativa, que indica a translação como um recurso ao esboçar curvas por meio da interpretação global e das propriedades figurais (Moretti, 2008).

Para as representações gráficas, existem três tratamentos que são apontados por Duval (2011c): (1) a abordagem do ponto a ponto, (2) uma abordagem da expansão do traçado efetuado, e a (3) abordagem de interpretação global.

A (1) abordagem do ponto a ponto é a forma em que são introduzidas e apresentadas as representações gráficas aos alunos: existe um eixo ortogonal graduado e através de um par ordenado de números, observa-se um ponto. Essa abordagem privilegia a leitura das coordenadas e a construção da reta no plano.

A (2) abordagem da extensão do traçado efetuado reforça a interpolação e extrapolação. Havendo a necessidade de ampliação da reta, basta alongar os eixos, ou seja, é uma abordagem mais mental.

Já a (3) abordagem de interpretação global de propriedades figurais é o tratamento que possibilita a representação de um traçado através da leitura de uma expressão algébrica. Ao realizar modificações na expressão algébrica, elas impactam diretamente em modificações da imagem gráfica, e Duval (2011c, p. 99) aponta que essas modificações determinam “uma variável visual pertinente para a interpretação gráfica”. Para atingir esse objetivo, é fundamental identificar e reconhecer todas as modificações relevantes ou possíveis, além de analisar a congruência entre dois registros que representam um objeto ou uma informação. Essa abordagem, como destacado por Duval (2011c, p. 99), permite entender a “variável visual de representação” como a unidade significativa da expressão algébrica.

Os símbolos também desempenham papel crucial na análise do registro, sendo elementos visuais que fornecem informações essenciais. Entre eles, podemos destacar os símbolos relacionais, <, >, =; os símbolos de operações, +, -; e os símbolos de variáveis, expoentes, coeficientes ou constantes. É importante notar que alguns símbolos podem ser omitidos por conveniência ou clareza na expressão matemática, como no caso de escrever y = x, onde os símbolos + e o número 1 são omitidos, uma vez que também poderíamos escrever y = +1x para expressar a mesma relação (Duval, 2011c).

Duval (2011c, p. 97) aponta que é “a passagem do representações de registro gráfico para o algébrico que traz problemas para os alunos”. É com o auxílio das variáveis visuais que se permite a operação de conversão e que a abordagem de interpretação global pode acontecer, e assim pode-se associar corretamente a função ao gráfico, e dessa forma, o estudante apontará a lei de formação da sequência exposta graficamente.

É importante conhecer as variáveis visuais e as unidades simbólicas correspondentes para que os estudantes consigam visualizar as translações que ocorrem nos gráficos. Ao coordenar unidades significantes algébricas com unidades significantes gráficas, percebe-se que alterações algébricas resultam em mudanças gráficas. Dessa forma, é possível identificar as transformações algébricas por meio dos gráficos. Inclusive, Menoncini e Moretti (2017, p. 134) destacam que “é essa correspondência biunívoca que fortalece a relação existente entre as duas formas de representação, explicitando que ambas se complementam e representam o mesmo objeto matemático”.

Considerando o estudo de gráficos e equações Duval (2011a) e do estudo da translação da parábola de Moretti (2008), os estudantes serão apresentados à fórmula do termo geral da PA, que habitualmente é enunciada como $a_n = rn + (a_1 - r)$, mas que será apresentada no formato $a_n = rn + (a_1 - r)$. Nessa configuração, *n* é a incógnita e remete à posição do termo, *r* representa a razão e a_1 equivale ao primeiro termo da sequência.

Utilizando a mesma proposta, de diminuir o custo cognitivo, a lei de formação da PG, usualmente enunciada como $a_n = a_1 . q^{n-1}$, será apresentada com a lei de formação $a_n = \frac{a_1}{q} . q^n$, que evidencia o primeiro termo e a sua razão. A relação entre progressões geométricas e as funções exponenciais pode ser contatada com o estudo da lei de formação escrita como $a_n = \frac{a_1}{q} . q^n$, que corresponde à equação do termo geral da progressão geométrica apresentada após desmembrar a razão da propriedade da potência de um produto, realizado assim um tratamento para que o estudante possa identificar a lei de formação ao reconhecer as unidades significantes no gráfico cartesiano. Nessa configuração, *n* é a incógnita e remete à posição do termo, *q* representa a razão e a_1 equivale ao primeiro termo da sequência.

As representações de registros gráficos são apresentadas com pontos dispostos no plano cartesiano, onde os valores de abscissa indicam a posição do termo e a ordenada informa o termo da sequência, evidenciando que a abscissa e a ordenada são unidades significantes. Independentemente da classificação da progressão, a razão é encontrada verticalmente no eixo das ordenadas, em deslocamentos positivos ou negativos, referentes à razão da progressão.

Os estudantes foram questionados sobre se a progressão é do tipo Aritmética ou Geométrica, além de identificar sua respectiva razão, a lei de formação e o próximo elemento da sequência. Os problemas propostos aos estudantes foram escolhidos com o objetivo de identificar conversões, tratamentos e reconhecimento das unidades significantes, destacando elementos da Teoria de Duval, tanto na percepção quanto na execução por parte dos estudantes.

Englobando sequências de figuras, letras e números, a atividade elaborada buscou proporcionar, aos estudantes, uma abordagem para fortalecer o entendimento dos conceitos de razão e posição dos termos. Dessa forma, visa-se a permitir a aplicação efetiva dos princípios teóricos propostos por Duval (2019). A atividade apresentada na Figura 13 foi elaborada com o intuito de viabilizar aos estudantes a capacidade de reconhecimento, identificação e estabelecimento das sequências presentes.

Figura *13* – Questão 01

Você consegue identificar qual será o próximo elemento das sequências abaixo?

a)  ___

b) a a b c a a b c a a b c a a b c a a b c a a b c a ___

c) Observe a sequência de números: 4 7 10 13 16 19 22 25 ___

Fonte: elaborada pela autora

Nesse primeiro exercício, é necessário que o estudante observe no item a) a sequência de figuras composta pela representação de um triângulo, seguido por uma circunferência e, por fim, um quadrado, seguindo esse padrão. Considerando que a sequência termina com um quadrado, espera-se que o estudante identifique que o próximo termo será um triângulo.

Para que o estudante possa identificar o que está implicitamente sugerido, será necessário realizar uma expansão discursiva do tipo acumulação, uma vez que o estudante precisa reconhecer a sequência na qual as figuras são apresentadas. O estudante também opera por meio da expansão natural, unindo e expandindo frases para identificar como ocorre a sequência das figuras, e assim, desenvolve indicando corretamente ao próximo elemento da sequência.

No item b), espera-se que o estudante identifique que a sequência é composta pela letra “a”, seguida novamente pela letra “a”, depois pela letra “b”, seguida pela letra “c”, e então, novamente pelas letras “a”, “a”, “b” e “c”, seguindo esse padrão. Em outras palavras, esperou-se que o estudante percebesse que a sequência repete a letra “a” e depois continua com as letras “b” e “c”. Após essa identificação, espera-se que o estudante indique que o próximo termo imediato será a letra “a”.

Assim como no item anterior, o estudante deverá operar a expansão discursiva por acumulação, pois precisa identificar como as letras são apresentadas. Essa expansão natural implica na união e expansão de frases para que o aluno possa concluir a construção da sequência de letras de forma completa e precisa, garantindo a continuidade adequada da sequência.

Ao descrever, narrar e explicar seu raciocínio através de frases coerentes entre si, o estudante realiza uma expansão discursiva (Duval, 2019), ao produzir novas informações a respeito da sequência das figuras e das letras dispostas no enunciado. Esse processo não apenas implica em simplesmente repetir informações, mas em enriquecer o discurso por meio da adição de detalhes pertinentes e da explanação cuidadosa de cada passo do raciocínio.

No tocante à função discursiva, acreditamos que, inicialmente, o estudante também opera através da designação pura (Duval, 2019), ao indicar a sequência de figuras e de letras. Deve realizar a operação de expansão discursiva na busca por encontrar o próximo termo, tanto do item a) como do item b) da questão 01.

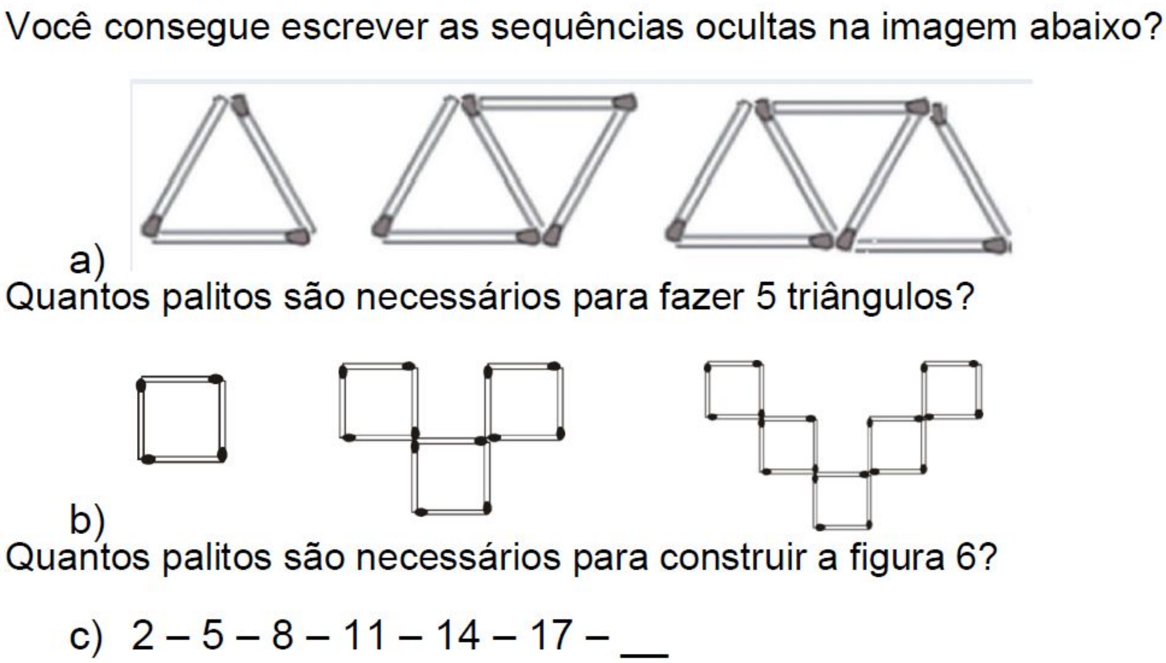
No item c) é dada a sequência de números 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25 e espera-se que os estudantes indiquem que o próximo termo será o número 28. Para alcançar o próximo termo, o estudante precisa realizar uma análise detalhada dos elementos implícitos nessa atividade. Isso requer uma expansão discursiva, na qual o aluno identifica as relações subjacentes entre os termos da sequência. Esse processo é a expansão formal, pois o aluno reconhece que o próximo termo depende diretamente do anterior para sua ocorrência. Além disso, a expansão formal ocorre por meio do raciocínio dedutivo do estudante, pois é necessário se basear em símbolos e regras matemáticas para identificar o próximo termo e empregar cálculos deliberados para entender como a sequência progride.

A função apofântica permite ao estudante formular frases que explicam como encontrar o próximo termo da sequência com base no conhecimento da razão. Por meio dessa função, o estudante atribui valores lógicos, epistêmicos e sociais, os quais são avaliados de acordo com o contexto em que o texto é construído (Duval, 2019). O valor lógico é determinado pela construção da organização do discurso, o valor epistêmico é responsável por perceber e identificar se as regras internas da matemática são aplicadas de maneira coerente e correta, enquanto o valor social é alcançado quando o estudante consegue resolver o problema proposto com êxito.

Com a compreensão aprimorada dos estudantes em relação ao conceito de Sequência, antecipa-se que eles possam acessar o objeto de conhecimento de maneira mais abrangente, permitindo uma transição natural para a compreensão do conceito subsequente de Sequência Numérica, conforme ilustrado na Figura 14.

Essa progressão de entendimento visa a fornecer uma base sólida para a exploração mais aprofundada e contextualizada dos conceitos matemáticos, preparando os alunos para desafios cognitivos subsequentes, promovendo uma aprendizagem mais abrangente.

Figura *14* – Sequências Numéricas



Fonte: elaborada pela autora

Ao empregar essa atividade, a expectativa é que os estudantes realizem uma expansão da representação das figuras de triângulos para, em seguida, realizar a conversão do registro de representação gráfica para o registro de representação algébrica. Espera-se que, ao responderem aos exercícios propostos, os estudantes demonstrem a capacidade de associar cada figura à sua respectiva sequência, evidenciando, assim, que as modificações em um registro sejam visualizadas e reconhecidas no outro registro

No item a) espera-se que os estudantes realizem a conversão do representações de registro gráfico para o algébrico, e assim, indiquem a sequência que representa a quantidade de palitos em cada figura, ou seja, a sequência (3, 5, 7, …). Para chegar a essa resposta, espera-se que o estudante opere a expansão discursiva ao indicar a sequência dos termos. Acreditamos que o estudante utiliza a função de expansão discursiva do tipo acumulação para explicar o exercício através de novas ideias, com outros termos e outras palavras. Na busca por encontrar o próximo termo, espera-se que o estudante opere a expansão discursiva formal por realizar cálculos que auxiliem na resolução do problema para, em seguida, realizar uma conversão do registro figural para o representações de registro algébrico. Ao indicar que o triângulo é composto por 3 palitos, o estudante realiza a expansão, e para isso, ele precisa saber que tem 3 palitos.

Ao abordar o item b), almeja-se que os estudantes identifiquem que essa progressão está relacionada à quantidade de palitos necessários para construir os quadrados apresentados. A expectativa é que, diante deste desafio, esses estudantes se envolvam na conversão do representações de registro gráfico para o representações de registro algébrico, expressando essa relação por meio da escrita da progressão (4, 12, 20, 28). A atividade proposta busca não apenas fortalecer a compreensão da sequência numérica, mas também incentivar os estudantes a estabelecerem conexões entre a representação gráfica e a representação algébrica, enriquecendo sua compreensão matemática.

Espera-se que o estudante empregue a expansão formal ao fazer uso de regras e símbolos matemáticos para abordar a construção da figura 6 proposta nesse item. Também se espera que ele opere a expansão discursiva, mesmo sem essa consciência, ao conectar frases e alcançar uma conclusão que o capacite a resolver o problema. Além disso, é esperado que ocorra acumulação à medida que o estudante incorpora novos termos e palavras ao desenvolver seu raciocínio. Ao aplicar regras matemáticas, o estudante opera a expansão formal, pois desenvolve tratamentos necessários para o desenvolvimento e a criação de uma estratégia que lhe permita descobrir a quantidade de palitos necessários para construir a Figura 6, que nesse caso são 44 palitos.

Nesse cenário, é aguardado que o estudante incorpore representações auxiliares, como esboços adicionais da figura 6, ou que desenvolva cálculos específicos para chegar à resposta em relação à quantidade de palitos. Essa abordagem visa não apenas a consolidar o entendimento da sequência numérica, mas também estimular o uso de diferentes recursos cognitivos para solucionar problemas matemáticos, promovendo uma aprendizagem mais abrangente.

Quando apresentados ao item c), composto pela sequência 2 – 5 – 8 – 11 – 14 – 17, é esperado que os estudantes identifiquem o próximo termo. Para encontrar o próximo termo na sequência, o estudante deve partir do pressuposto de que os números estão dispostos de forma ordenada e que cada número subsequente é aumentado em três unidades em relação ao anterior. Esse processo de raciocínio e dedução, que envolve inferir uma relação consistente entre os termos da sequência, caracteriza uma forma de expansão discursiva, na qual o estudante mobiliza suas habilidades cognitivas para compreender e manipular os elementos do problema. O estudante opera a expansão discursiva formal ao desenvolver cálculos baseando-se em regras e conceitos matemáticos na busca por encontrar o valor em que a sequência progride, e a operação natural ao fazer mentalmente a ligação entre os termos e de que modo a sequência evolui.

Espera-se que o estudante empregue uma variedade de gestos intelectuais de tratamento e conversão. Primeiramente, ele deverá recorrer à função discursiva referencial, utilizando a designação pura, ao atribuir um símbolo ou uma incógnita à constante que permite que a sequência cresça três unidades em relação ao termo anterior. Em seguida, ele empregará a categorização simples, ao determinar quantas unidades a progressão aumenta a cada termo, buscando identificar um padrão ou uma regra subjacente à sequência. Além disso, ao descrever o desenvolvimento da atividade proposta, ele opera a função descritiva, articulando como os números se relacionam e se sucedem na sequência.

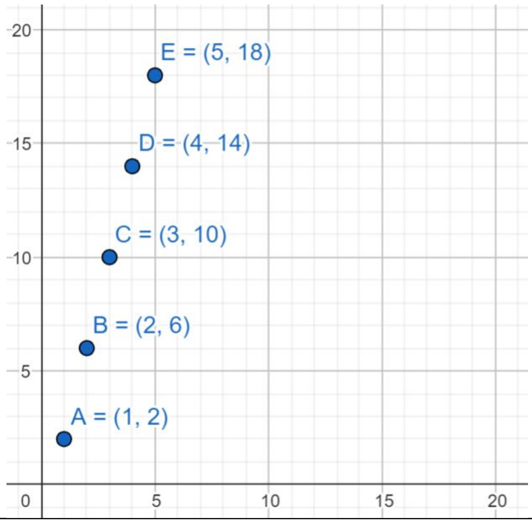
Os gráficos que representam as progressões numéricas foram apresentados aos estudantes. Essas progressões serão exibidas como pontos em um plano cartesiano, seguindo o formato (x, y), em que o valor da abscissa (x) indica a posição do elemento na sequência, enquanto o valor da ordenada (y) indica o próprio elemento da sequência. Em outras palavras, ao considerar a sequência (2, 6, 10, 14, 18, ...), os pontos A(1 , 2), B(2 , 6), C(3 , 10), D(4 , 14) e E(5 , 18) serão representados no plano cartesiano, como exemplificado na Figura 15 - Exercício A. Essa representação visual facilita a compreensão da relação entre os elementos da progressão e suas posições relacionadas no gráfico.

Na busca de que os estudantes reconheçam a relação entre progressões aritméticas e as funções do primeiro grau, este trabalho propõe que a lei de formação passe por um tratamento e seja apresentada em um formato diferente do habitual.

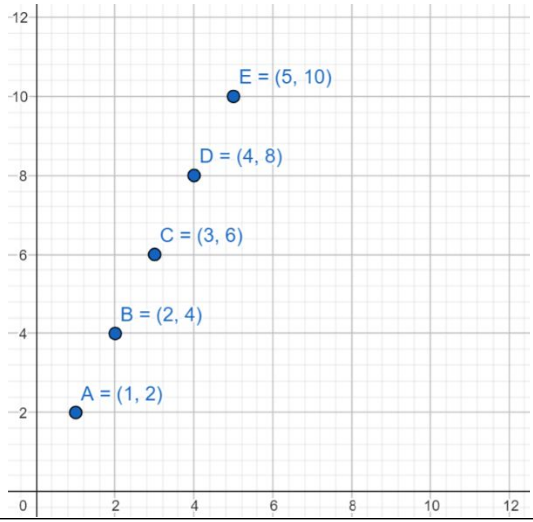
Na Figura 15 estão apresentados os exercícios realizados com os estudantes durante o segundo encontro no tocante à Progressões Aritméticas.

Figura *15* – Progressões Aritméticas e Funções Afim

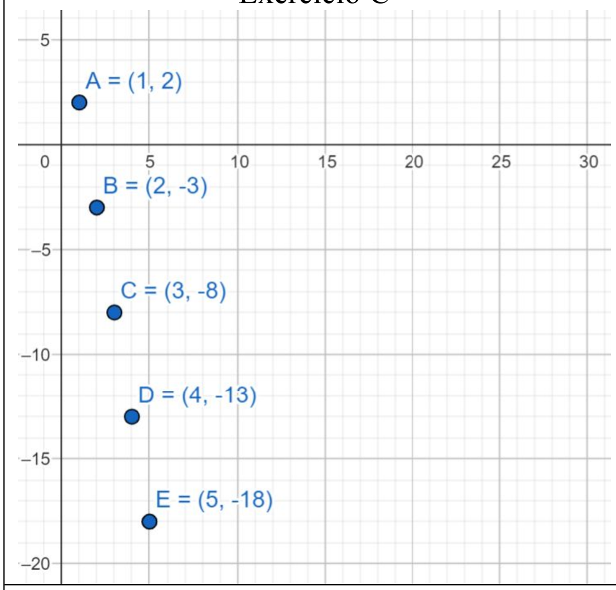
Exercício A



Exercício B

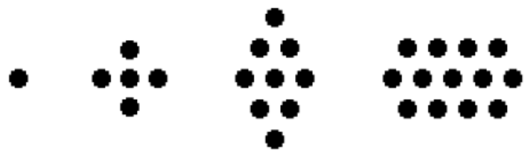


Exercício C

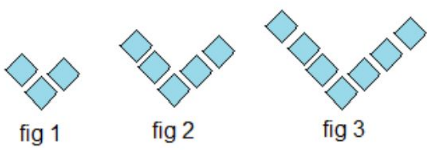


Exercício D

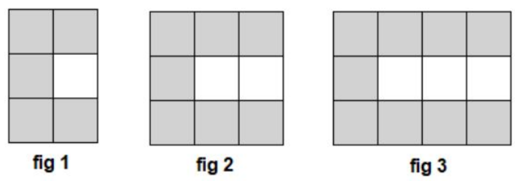
Num laboratório, foi feito um estudo sobre a evolução de uma população de vírus. Ao final de um minuto do início das observações, existia 1 elemento na população; ao final de dois minutos, existiam 5, e assim por diante. A seguinte sequência de figuras apresenta as populações do vírus (representado por um círculo) ao final de cada um dos quatro primeiros minutos.
Supondo que se manteve constante o ritmo de desenvolvimento da população, qual será o número de vírus no final de 1 hora?



Exercício E



Exercício F



Exercício G

Exercício H

Fonte: elaborada pela autora

O propósito dessas atividades é de que os estudantes identifiquem a sequência numérica presente, além de determinar a razão correspondente e encontrar a expressão algébrica que permite calcular os termos da sequência por meio de uma fórmula, a lei de formação.

No exercício A, espera-se que o estudante realize a conversão do de registro de representação gráfico para o registro de representação algébrico e indique a sequência (2, 6, 10, 14, 18, ...). Também é esperado que o estudante utilize a expansão discursiva formal para determinar a razão pela qual os números da sequência numérica progridem, e que o estudante identifique, no eixo das ordenadas, o deslocamento de quatro unidades verticais para cima, o que corresponde à razão da progressão de +4. Além disso, é esperado que o estudante identifique que a posição dos termos pode se alinhar como o comportamento de uma reta crescente, uma função do primeiro grau na forma de expansão cognitiva, e identificar e reconhecer a lei de formação da sequência como $a_n = 4n - 2$ ou variações, como $f(x) = 4n - 2$ por associar diretamente a uma função do tipo afim.

Já no exercício B também é esperado que os estudantes realizem a transição do representações de registro gráfico apresentado para o registro de representação algébrico e indiquem a sequência (2, 4, 6, 8, 10). Nesse contexto, o estudante deverá operar a expansão discursiva formal ao observar o eixo das ordenadas, e reconhecer que a razão pela qual a progressão avança é de duas unidades verticais para cima. Ao nomear essa razão com um signo, o estudante praticará a designação pura. É esperado que a lei de formação $a_n = 2n$ seja identificada pelo estudante através da expansão cognitiva.

No exercício C é esperado que o estudante indique que a sequência apresentada no representações de registro gráfico é (2, -3, -8, -13, -18), ou seja, que faça a conversão do representações de registro gráfico para o algébrico. Ao determinar que a sequência avança cinco unidades verticais inferiores no eixo das ordenadas, opera a expansão discursiva formal por indicar que a razão da progressão é -5. É esperado que o estudante identifique e reconheça que a lei de formação dessa sequência apresentada é $a_n = 5n + 7$ por desenvolver uma expansão na forma cognitiva.

O exercício D propõe que o estudante identifique que o problema remete a uma progressão do tipo aritmética além de uma sequência numérica, e ao fazer essa constatação, o estudante opera a categorização simples. Ademais, é esperado que o estudante realize a conversão do registro figural para registro de representação algébrico, ao indicar que a sequência apresentada é (1, 5, 9, 13, ...). Ao identificar a razão da progressão, opera a expansão formal, que ocorre porque o estudante faz a conexão de que o segundo termo é maior em quatro unidades positivas que o primeiro termo. A lei de formação do problema proposto também é solicitada. Então, espera-se que o estudante opere uma expansão cognitiva, ao indicar que o exercício proposto tem como lei de formação $a_n = 4n - 3$.

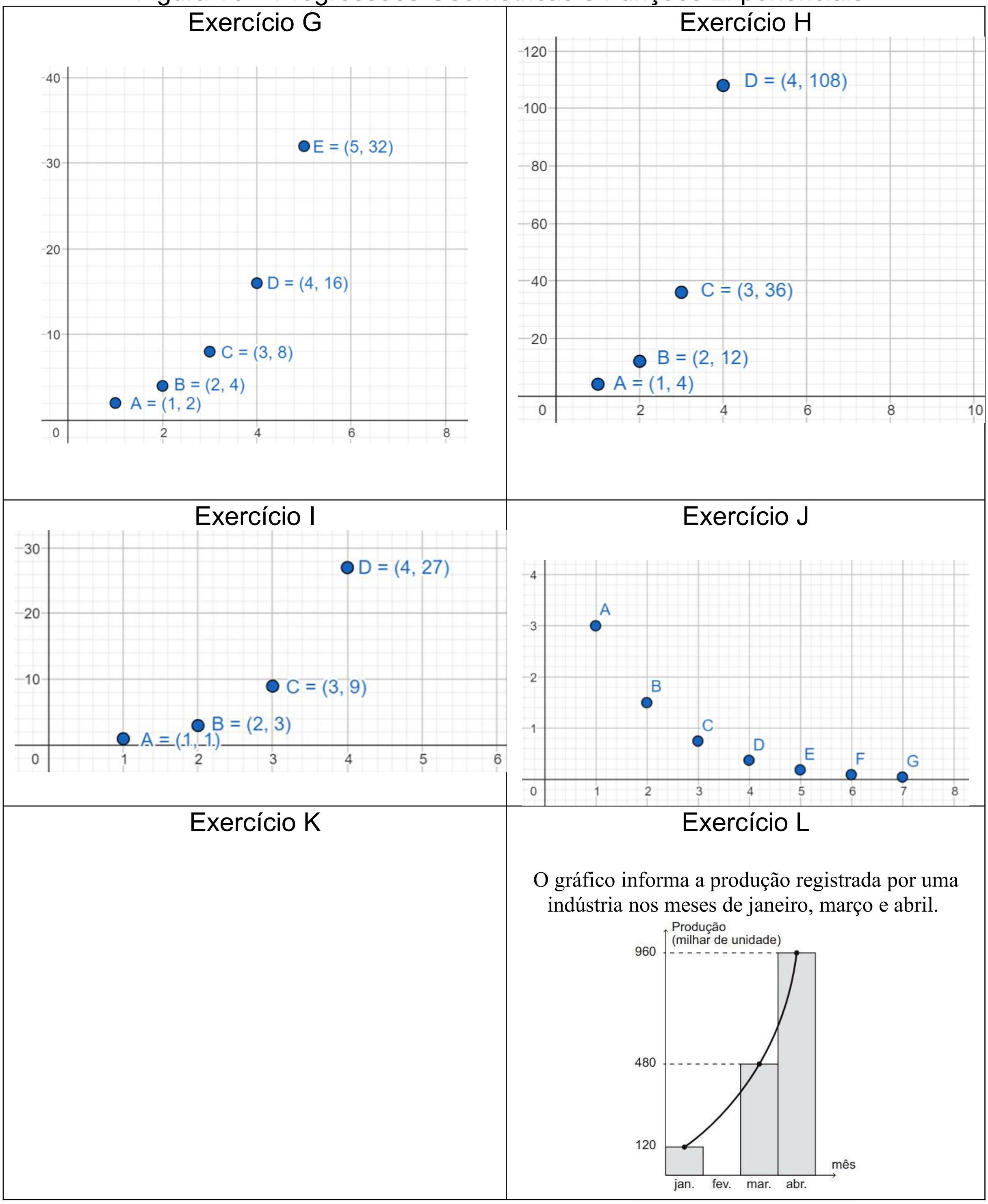
No exercício E, almeja-se que o estudante identifique a quantidade de quadrados apresentados em cada figura, melhor dizendo, que o estudante identifique a sequência (3, 5, 7, …) ao realizar a conversão do registro figural para o algébrico. Ao identificar que os termos progridem em duas unidades positivas, o estudante opera a função discursiva de expansão formal. O estudante também deverá indicar que a lei de formação é $a_n = 2n + 1$, e para chegar nessa constatação, passa por uma expansão cognitiva.

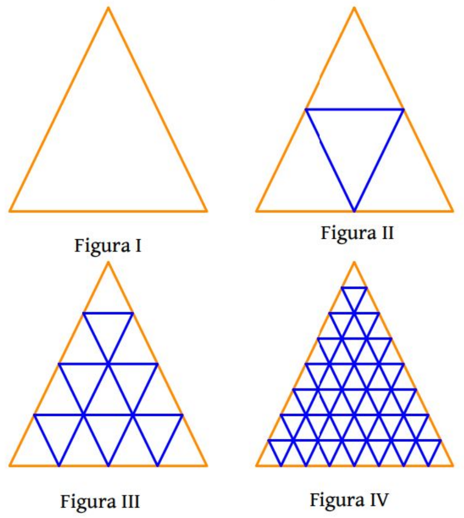
No exercício F, o estudante se depara com uma imagem que apresenta a figura de quadrados, e ao observá-la, espera-se que realize a conversão do registro figural para o registro de representação algébrico, e indique que a sequência apresentada no exercício é (5, 7, 9, …). Ao identificar a razão em que a progressão se desenvolve, o estudante opera a expansão formal, e deverá apontar que o próximo termo sucede o anterior em 2 unidades positivas. É aguardado que o estudante indique a lei de formação é $a_n = 2n + 3$ após operar a expansão formal.

Ao analisar as unidades significantes das sequências numéricas e identificar que essas sequências representam funções lineares com domínio nos números naturais, percebemos que as unidades significantes são as da reta. Ao estudar as características qualitativas de uma reta em relação ao plano cartesiano, podemos destacar várias oposições importantes. Primeiramente, a inclinação da reta revela se ela sobe ou desce em relação ao eixo das abscissas (x). Em segundo lugar, a posição da reta pode ser mais próxima de um dos eixos, dependendo de sua inclinação e interceptação. Além disso, é fundamental observar se a reta passa pela origem (o ponto onde x e y são iguais a zero), determinando se ela atravessa o centro do sistema de coordenadas. Se a reta não passa pela origem, é crucial identificar se ela passa acima ou abaixo dos eixos. Por fim, devemos considerar se a reta é paralela a um dos eixos, o que implica uma inclinação específica ou a ausência dela (como no caso de retas horizontais ou verticais). Essas oposições qualitativas ajudam a compreender a posição e o comportamento de uma reta no plano cartesiano.

Também podemos pensar na representação das sequências geométricas como pontos dispostos no plano cartesiano. Na Figura 16, indicado abaixo, estão os exercícios apresentados aos estudantes a respeito das Progressões Geométricas.

Figura *16* – Progressões Geométricas e Funções Exponenciais



	Por problemas logísticos, não foi feito o levantamento sobre a produção do mês de fevereiro. Entretanto, as informações dos outros três meses sugerem que a produção nesse quadrimestre cresceu exponencialmente, conforme aponta a curva de tendência traçada no gráfico. Assumindo a premissa de que o crescimento nesse período foi exponencial, pode-se inferir que a produção dessa indústria no mês de fevereiro, em milhar de unidade, foi:

Fonte: elaborada pela autora

O objetivo central dessas atividades é proporcionar, aos estudantes, a capacidade de discernir as progressões aritméticas apresentadas em cada exercício, estabelecer uma constante que encontre a razão da sequência e, por fim, desvendar a lei de formação subjacente que governa essas progressões.

Nos exercícios G, H, I e J, a expectativa é que os estudantes percebam que cada ponto apresentado no gráfico cartesiano representa não apenas um número ou apenas um ponto, mas que identifiquem e percebam que o ponto (x, y) corresponde, concomitantemente, à posição do termo e o próprio termo na sequência numérica. Esse entendimento requer não apenas a habilidade de interpretar graficamente os pontos, mas também de relacioná-los com os elementos da sequência em questão.

Ao analisar o exercício G no contexto do gráfico cartesiano, espera-se que o estudante efetue a conversão do representações de registro gráfico para o registro de representações algébrico, ao expor a sequência numérica (2, 4, 8, 16, 32, ...). É aguardado que, durante a busca pelo valor numérico que governa a progressão, o aluno empregue uma expansão formal, apontando a razão como 2, caracterizando, assim, uma Progressão Geométrica. Além disso, para deduzir a lei de formação, espera-se que o estudante recorra à expansão cognitiva, evidenciando não apenas o primeiro termo, mas também a razão, chegando em $a_n=\frac{2}{2}2^n$, ou simplificando, $a_n=2^n$.

No contexto do exercício H, espera-se que o estudante não apenas efetue a conversão do representações de registro gráfico para o registro de representações algébrico, mas identifique e exponha a sequência numérica correspondente também, que pode ser expressa como (4, 12, 36, 108). Ao examinar a representação gráfica, é possível discernir que a progressão triplica no eixo vertical, o que caracteriza uma razão de 3, que corresponde a uma expansão formal sendo realizada pelo estudante. Ao considerar essa natureza exponencial da progressão, espera-se que o aluno empregue uma expansão cognitiva para deduzir sua lei de formação é $a_n = \frac{4}{3} 3^n$

.

No Exercício I, espera-se que o estudante opere a expansão cognitiva, ao reconhecer que a coordenadas dos pontos representados no gráfico cartesiano seguem um padrão exponencial, e em seguida, realize a conversão do registro de representação gráfico para o registro de representação algébrico e indique que a progressão descrita no exercício é a progressão (1, 3, 9, 27, …). Ao discernir que os valores na ordenada dos pontos triplicam em relação aos pontos subsequentes, revelando que a razão é 3 e que se trata de uma progressão do tipo geométrica, o estudante opera a expansão formal. Posteriormente, ao deduzir a lei de formação da progressão, espera-se que o aluno empregue novamente a expansão cognitiva para identificar que a progressão é expressa pela fórmula $a_n = \frac{1}{3} 3^n$.

O Exercício J ilustra a representação da progressão geométrica do tipo decrescente, desafiando os estudantes a realizarem a conversão de uma representação do registro gráfico para uma representação do registro algébrico, ao indicarem a progressão $(3, \frac{3}{2}, \frac{3}{4}, \frac{3}{8}, \frac{3}{16}, \ldots$¿. Na busca por identificar a razão da progressão, os alunos operam a expansão formal, ao notar que os termos da progressão diminuem verticalmente na razão de $\frac{1}{2}$. Esse reconhecimento conduz a concluir que a lei de formação dessa progressão é representada por $a_n = 6.\frac{1}{2}^n$, e para chegar nessa conclusão, os estudantes operaram a expansão cognitiva.

No Exercício K, espera-se que os estudantes identifiquem não apenas a quantidade de triângulos presentes em cada figura, mas que compreendam a progressão apresentada na imagem. Ao converterem a representação figural para a algébrica, os alunos devem ser capazes de indicar a sequência numérica (1, 4, 16, 64, ...), que também pode ser expressa por (4^0, 4^1, 4^2, 4^3, 4^4, …), e ao destacar essa sequência alternativa, os estudantes realizam um tratamento no representações de registro algébrico, que revela a sequência numérica anterior. Dado que se trata de uma progressão geométrica na qual os elementos quadruplicam, espera-se que os estudantes operem uma expansão formal para determinar que a razão da progressão é 4. Além disso, é aguardado que desenvolvam uma expansão cognitiva para indicar a lei de formação da progressão como $a_n=\frac{1}{4}.4^n$.

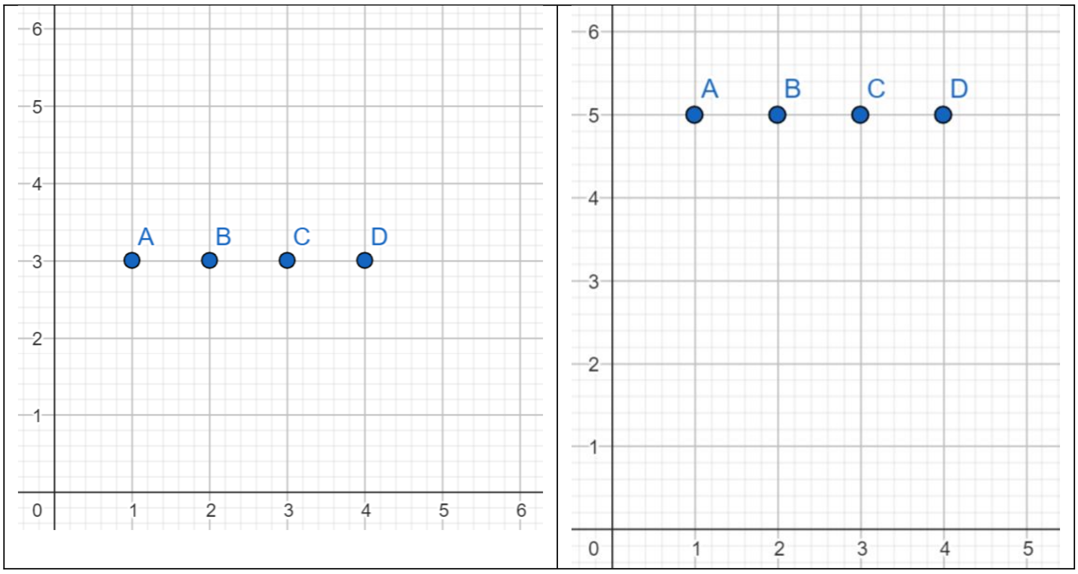
No Exercício L, espera-se que os estudantes identifiquem uma relação entre o quarto e o terceiro termo, observando que o quarto termo duplica em relação ao terceiro. Essa constatação sugere que a razão da progressão é 2, o que remete os estudantes a operarem uma expansão formal. Os estudantes devem, então, realizar a conversão de uma representação apresentada no registro gráfico para uma representação do registro algébrico, expressando a sequência (120, x, 480, 960), onde x denota o termo desconhecido. É importante notar que o desconhecimento de um termo permite considerar possíveis variações na designação da variável, que reflete a incerteza na definição do segundo termo. Ao verificar se a razão 2 é coerente, os estudantes devem chegar à sequência (120, 240, 480, 960), conforme sugerido pelo enunciado. Isso significa que a produção da indústria foi de 240 mil unidades, e sua lei de formação é representada por é $a_n=60.2^n$.

Esses exercícios desafiam os estudantes a explorar não apenas os conceitos numéricos e os padrões visuais, mas também a desenvolverem uma compreensão mais profunda dos conhecimentos matemáticos subjacentes. Ao engajar os estudantes em atividades que exigem a identificação e análise de padrões, eles são incentivados a realizar a conversão entre diferentes registros de representações matemáticas, como gráficos, tabelas e expressões algébricas.

Além das progressões aritméticas e geométricas, também existem as progressões que são classificadas como constantes, estudadas a seguir, e podem ser conferidas na Figura 5.

Figura *17* – Progressões e Funções Constantes

Exercício O	Exercício P



Fonte: elaborada pela autora

As progressões classificadas como constantes, como o próprio nome sugere, mantêm uma constância em seus termos, onde cada elemento subsequente é igual ao anterior. Ao questionar os estudantes a respeito do Exercício O e P, espera-se que eles identifiquem a sequência e percebam que ela pode ser classificada tanto como uma progressão do tipo aritmética como geométrica, e segundo a teoria de Duval, estariam realizando uma categorização.

No Exercício O, os estudantes são questionados a analisar um registro de representação gráfico a respeito de sequência numérica e determinar sua natureza e lei de formação. Ao se depararem com essa tarefa, espera-se que os alunos realizem uma conversão do representações de registro gráfico para o representações de registro algébrico e indiquem a sequência (3, 3, 3, 3, 3, ...). Para identificar e informar a lei de formação da sequência, é aguardado que o estudante aplique a expansão formal. Inicialmente, espera-se que os estudantes considerem a possibilidade de que a sequência seja uma PA. Nesse caso, ao operar a expansão formal, eles podem identificar que a lei de formação da sequência é do tipo $a_n=3$, onde n representa o termo da sequência. Essa conclusão é alcançada ao reconhecer que cada termo subsequente é igual ao anterior, acrescido de uma constante, que nesse caso é 0.

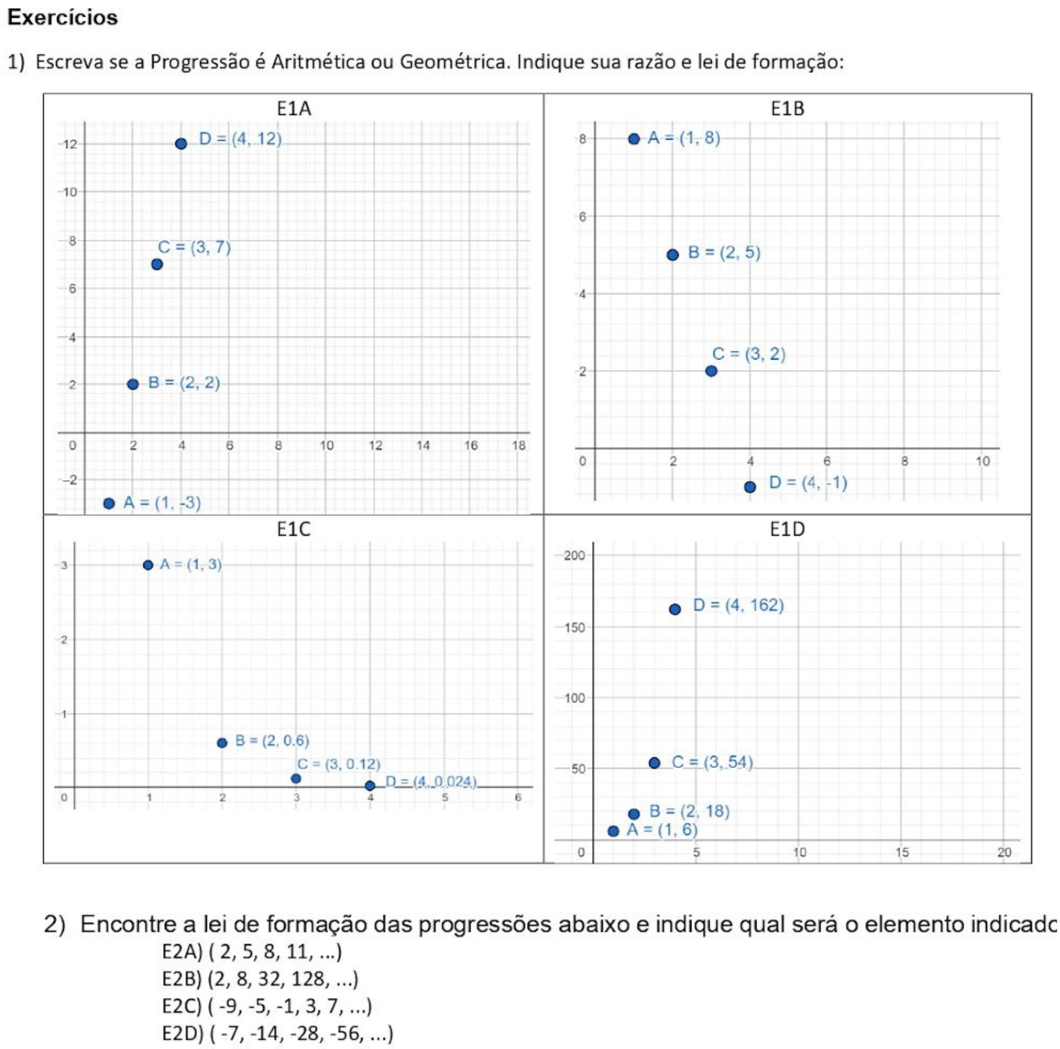
No entanto, os estudantes são questionados e encorajados a explorar outras perspectivas e abordagens. Caso optem por classificar a sequência como uma PG, a análise requer uma expansão formal, também. Os estudantes podem identificar que a lei de formação da sequência é do tipo $a_n = \frac{3}{1} 3^n$. Isso implica que cada termo subsequente é obtido multiplicando o termo anterior por uma constante, que nesse caso é 1.

No Exercício P, é aguardado que os estudantes realizem a conversão de uma representação do registro gráfico para uma representação do registro algébrico, apresentando a sequência numérica constante (5, 5, 5, 5, 5, ...). Nesse contexto, os alunos operam uma expansão formal na identificação da razão da sequência. A respeito da razão, se a conclusão do estudo for de que ela é igual a 0, isso sugere que a progressão apresentada é do tipo aritmética. Por outro lado, se apontar que a razão é 1, isso sugere uma progressão do tipo geométrica. Na determinação da lei de formação, os estudantes que classificarem a progressão como aritmética devem propor a lei $a_n = 5$, refletindo a constância dos termos. Por outro lado, aqueles que a interpretaram como uma progressão geométrica, devem sugerir $a_n = \frac{5}{1} 5^n$, onde cada termo é igual ao anterior multiplicado por 1. É importante ressaltar que, em ambos os casos, o processo de estabelecer a lei de formação envolve uma operação de expansão cognitiva.

O estudo das sequências numéricas, sejam elas do tipo aritmética ou geométrica, desempenha papel crucial na aprendizagem matemática dos estudantes. Diante dessa importância, o ensino desses conceitos requer uma abordagem que englobe diferentes registros de representação e suas conversões e tratamentos necessários para uma aprendizagem mais global a respeito desse tema.

Na Figura 18 estão as atividades que os estudantes deveriam desenvolver em sala para acrescentar na coleta de dados.

Figura *18* – Margem vista de frente



Exercícios

1) Escreva se a Progressão é Aritmética ou Geométrica. Indique sua razão e lei de formação:

2) Encontre a lei de formação das progressões abaixo e indique qual será o elemento indicadc

E2A) (2, 5, 8, 11, ...)
E2B) (2, 8, 32, 128, ...)
E2C) (-9, -5, -1, 3, 7, ...)
E2D) (-7, -14, -28, -56, ...)

Fonte: elaborada pela autora

Nos exercícios E1A, E1B, E1C e E1D do Quadro 6, espera-se que os estudantes realizem a conversão de registro de representação gráfico para o registro de representação algébrico, indicando a sequência, que pode ser percebida nos valores correspondentes ao eixo das ordenadas. Esse processo de conversão é fundamental para que os estudantes compreendam a relação entre as representações gráficas e algébricas de uma sequência. Especificamente, os estudantes devem perceber que os pontos do gráfico cartesiano apresentam comportamento linear, o que lhes permitirá encontrar a lei de formação da sequência.

Para isso, espera-se que os estudantes utilizem, nos exercícios E1A e E1B, a fórmula $a_n = rn + (a_1 - r)$, enquanto nos exercícios E1C e E1D, utilizem a fórmula

$a_n = \frac{a_1}{q} . q^n$, ambas evidenciando o primeiro termo e a razão. Essa fórmula é crucial para que os estudantes consigam expressar a sequência de maneira algébrica, identificando claramente o padrão linear e exponencial presente nos dados gráficos. Ao fazer isso, os estudantes não apenas praticam a conversão entre registros, também realizam uma expansão formal, ao calcular a razão de crescimento ou decrescimento da sequência apresentada.

Essa atividade também serve para desenvolver habilidades analíticas e críticas, pois os estudantes precisam interpretar corretamente os pontos do gráfico, realizar a conversão de diferentes registros de representação e operar uma expansão discursiva para identificar a razão pela qual a progressão avança. Além disso, os estudantes devem perceber o padrão de comportamento das sequências com o auxílio do conhecimento das unidades significantes das sequências numéricas. Esses exercícios são projetados para que os estudantes explorem e consolidem sua compreensão das relações entre representações de registros gráficos e representações de registros algébricos, promovendo um aprendizado através das unidades significantes das sequências.

O segundo exercício apresenta, aos estudantes, PA e PG escritas no formato algébrico, com o objetivo de verificar se eles sentem a necessidade de converter as referidas representações para as representações do registro gráfico para compreender o comportamento das progressões. Além disso, espera-se que os estudantes utilizem a fórmula $a_n = rn + (a_1 - r)$, ao lidar com uma PA, e a fórmula $a_n = \frac{a_1}{q} . q^n$ ao se depararem com uma PG. Dessa forma, os estudantes podem reduzir o custo cognitivo, ao aplicar diretamente as fórmulas apropriadas para cada tipo de progressão.

Além disso, esses exercícios promovem habilidades críticas de pensamento analítico e resolução de problemas, uma vez que os alunos devem aplicar os conceitos aprendidos de maneira integrada e contextualizada. Esse processo não só enriquece a compreensão dos conteúdos matemáticos, também fortalece a capacidade dos estudantes de raciocinar de forma lógica e sistemática, essencial para a resolução de problemas complexos e a aplicação prática do conhecimento matemático.

O momento da experimentação visa a proporcionar, aos estudantes, a oportunidade de compreender e operar diferentes registros de representação semiótica, e com a conclusão da experimentação, inicia-se a análise *a posteriori*, apresentada a seguir.

5.3 DESCRIÇÃO DA FASE EXPERIMENTAL

A fase experimental da pesquisa foi conduzida em quatro momentos distintos, cada um marcado pela interação direta entre a pesquisadora e os estudantes. Esses encontros permitiram a aplicação prática da pesquisa, proporcionando uma observação rica e detalhada das dinâmicas de ensino e aprendizagem em sala de aula. No decorrer desta fase, foram registrados os diálogos e questionamentos da pesquisadora, bem como as reações e respostas dos estudantes, oferecendo uma análise aprofundada do processo de ensino das sequências numéricas e funções.

5.3.1 Primeiro encontro

Após uma breve apresentação da pesquisadora e uma fala a respeito da importância da pesquisa para a comunidade científica e do panorama da pesquisa, iniciou-se a aplicação da Sequência Didática.

Foi realizado um levantamento dos conhecimentos prévios a respeito de Funções que estes estudantes apresentavam. Questionou-se a respeito de Função do Primeiro Grau e seus respectivos gráficos e percebeu-se que os estudantes conheciam o tratamento do registro tabular para o gráfico, mas não conseguiam desenvolver o tratamento do representações de registro gráfico para o tabular, diante o fato deu-se continuidade a Sequência Didática desenvolvida.

Ao questionar a respeito do que estes lembram ao ouvir a palavra sequência o estudante E8 apontou que sequência o remete a "*um conjunto de coisas numa ordem*" e os demais estudantes concordaram acenando com a cabeça ou fazendo comentários como "*é*". No quadro escolar foram escritas algumas sequências e então os estudantes foram questionados a respeito de qual seria o próximo termo da primeira sequência, qual seria um termo específico da segunda sequência apresentada. Ao responderem os termos, foram então questionados a respeito de quais estratégias utilizam para responder aos questionamentos. Em seguida demonstrou-se sequencias de figuras e eles respondiam com figuras qual seria o próximo elemento da sequência. Na turma em específico as sequências numéricas eram respondidas com números escritos no mesmo formato, seja algébrico ou por extenso, e as sequências alfabéticas eram respondidas com a próxima letra que correspondia a sequência.

Na sequência de figuras de triângulos, círculos e quadrados, todos os estudantes que participaram da pesquisa responderam que a próxima figura seria um triângulo e o desenharam no campo indicado ao lado da sequência. Quando questionados a respeito do motivo pelo qual indicaram que seria um triângulo indicaram que "*era assim que a sequência estava*" conforme a fala do estudante E23. Ao questionar a respeito da figura que ocuparia a décima sétima posição os estudantes E8, E16 e E23 conversaram entre si tentando chegar em uma conclusão e após se manifestarem com diferentes possibilidades até que apontaram que seria o círculo. Ao questionar o raciocínio, o estudante E16 respondeu que "*se repete a cada três, como a gente quer o 17 e o menor número da tabuada do 3 é o 15, então o 15 é o quadrado, o quadrado mais duas figuras, chega no círculo*".

Em seguida apresentou-se a sequência de letras a a b c a a b c a a b c a a b c a a b c a a b c a a b c a e indagou-se qual o próximo termo da sequência. Dos 22 estudantes que participaram da pesquisa neste dia, 20 indicaram que o próximo termo seria "a", ao indagar o estudante E8 este respondeu "*é que a sequência tem a a b e c, como terminou em um a o próximo também é a*". Já o estudante E21 respondeu "a a", enquanto o estudante E8 respondeu que os próximos termos serão "a b c" ao ser indagado sobre o motivo pelo qual terem respondido "*b*", respondeu que é a sequência "*a b c*".

No terceiro exemplo, que indica a sequência 4 10 13 16 19 22 25, todos os estudantes indicaram que o próximo elemento seria 28. Ao questionar o motivo, os estudantes E23 e E8 responderam respectivamente que "*ah, é que vai de três em três*" e "*tá somando três*".

Ao apresentar a figura que contempla triângulos feitos com palitos de fósforo e questionar a respeito do que os estudantes conseguiam identificar e observar. O estudante E14 respondeu que "*são 3 iguais e depois são mais dois. Não, calma, são quatro. Mas se for contar o que é triângulo, então são 6*". Ao questionar a respeito de quais e quantas sequências os estudantes conseguiam perceber na respectiva figura. Após aguardar um pouco, para que os estudantes pudessem refletir a respeito da sequência, logo expressaram a sequência “1 2 3”. Ao serem questionados sobre a existência de outras possíveis sequências, após algumas tentativas, o estudante E11 questionou se “*não é que cada triângulo está virando a cada figura nova? Não. Não é bem isso*”. Os estudantes identificaram a sequência da quantidade de palitos em cada figura enquanto o estudante E10 indagou “*tá, mas cada imagem aumenta um triângulo ou cada imagem aumenta 2 palitos?*” o estudante E8 responde que “*é possível fazer novos triângulos*” ao inserir novos palitos.

Ao serem questionados a respeito da quantidade de palitos necessários para que se faça 5 triângulos, observamos que os estudantes E16, E15, E10 desenharam triângulos e responderam ser necessários 11 palitos. Já os estudantes E3, E2, E1 descreveram as sequências no formato algébrico, indicando que seriam necessários 11 palitos. O estudante E19 desenhou os triângulos para responder que seriam necessários 13 palitos. Já o estudante E13 também respondeu 13 palitos, mas escreveu as sequências no formato algébrico indicando a quantidade de triângulos (1,2,3,4, ...) e a sequência que indica a quantidade de palitos utilizados (3,5,7,9, ...). Alguns estudantes apenas descreveram as sequências, sem indicar a quantidade de palitos necessária para 5 triângulos, e estes foram os estudantes E18, E14, E11, E22, E20, E9, E5, E4. Já o estudante E6 respondeu apenas 12 palitos, enquanto E7 respondeu 10 palitos, já E21 não respondeu à questão.

Após as devidas explanações a respeito do problema anterior, encerrou-se este encontro.

5.3.2 Segundo encontro

O segundo encontro iniciou com a apresentação da figura de quadrados construídos com palitos de fósforos. Após a apresentação da figura aos estudantes, estes foram questionados a respeito de quais sequências conseguiam perceber através da figura e deveriam indicar estas em seus respectivos formulários, assim como as suas percepções.

O estudante E23 apontou a existência da sequência que indica a quantidade de quadrados em cada figura. Quando indagado se conseguiria responder verbalmente essa sequência respondeu: “*um, três e depois cinco*”, entretanto, logo em seguida explanou que “*ah, mas também tem a da quantidade de palitos: quatro, doze, vinte e continua*”. Ao ser questionado a respeito da quantidade de palitos para a figura 6, respondeu “*24? acho que é*”. Foi observado que os estudantes E1, E18, E2, E9, E20, E22, E11, E18 e E19 responderam as sequências da quantidade de quadrados (1, 3, 5, ...) mas também da quantidade de palitos (4, 12, 20, ...). Observou-se ainda que a progressão a respeito da quantidade de palitos teve variações na escrita entre (4, 12, 20, 28, 36, 44, ...) e (4, 12, 20, 28, 36, 44) e estes estudantes responderam ser necessários 44 palitos para formar a sexta figura, o estudante E8 apenas respondeu “44” e o estudante E16 escreveu “4+8+8+8+8+8 = 44”, respondendo assim que são necessários 44 palitos. Anotar a quantidade de palitos abaixo das figuras foi a estratégia utilizada pelo estudante E15 e desta forma respondeu que a quantidade de palitos para formar a sexta figura. O estudante E3 escreveu as sequências (1, 3, 5, ...) e (4, 12, 20, ...) além de indicar que seriam necessários 48 palitos para construir a figura de número 6. Alguns estudantes apenas escreveram sequências, enquanto outros apenas responderam a quantidade de palitos. O estudante E14 respondeu “1, 3, 5, ...” não utilizando os parênteses necessários para a escrita algébrica das sequências numéricas. O estudante E6 respondeu que seriam necessários “7” palitos, enquanto o E13 respondeu “6”. A resposta do estudante E7 teve o auxílio da Segunda Professora para resolver todas as questões e escreveu a sequência (1, 3, 5, ...) e respondeu “4 palitos”, ao ser indagado a respeito de sua pergunta respondeu que era a quantidade de palitos para formar um quadrado. Os estudantes E5 e E21 não responderam estes questionamentos.

O problema apresentado em seguida escreveu uma sequência numérica no formato “2 – 5 – 8 – 11 – 14 – 17” e solicita o próximo termo. Ao explicar a sequência aos estudantes, estes responderam “*20*”. E ao serem indagados como chegaram a esta conclusão responderam que “*está indo de três em três*” e ao questionar que número irá ocupar a décima quarta posição responderam que é o número “*41*”.

Dando continuidade a sequência iniciou a abordagem das Progressões dispondo a representação gráfica das Progressões Aritméticas no quadro disposto na sala de aula, iniciando assim os questionamentos a respeito de seu conceito, seu comportamento e como pode ser previsto termos futuros. Apresentou-se o gráfico que indica os pontos no plano cartesiano da sequência que expõe uma representação dos cinco primeiros termos da sequência (2, 6, 10, 14, 18, ...). Foi solicitado que os estudantes indicassem verbalmente os pontos observados no plano e estes responderam que eram os pontos A(1,2), B(2,6), C(3,10), D(4,14) e E(5,18). Conforme os estudantes foram respondendo, estes pontos foram escrito nos quadro da sala de aula no formato de coluna para que os estudantes pudessem perceber que a abscissa corresponde a posição e que a ordenada indica o termo da progressão. Ao indagar se havia algum padrão de crescimento ou decrescimento dos números que ocupam a posição da ordenada o estudante E16 respondeu que "*de dois foi para seis, que dá quatro; de dez para quatorze, aumentou quatro e de quatorze para dezoito, aumenta mais quatro*" o estudante E5 respondeu que "*está de quatro em quatro*" e o estudante E4 "*tá indo de quatro em quatro*".

Ao questionar a respeito do comportamento gráfico o estudante E20 exprimiu que "*se ligar os pontos assim dá uma reta*" e ligou os pontos do gráfico exposto. Ao serem indagados a respeito de qual função corresponde a reta o estudante E20 respondeu "*do primeiro grau*", mas não sabia indicar qual a lei de formação da função ou o que isso quer dizer.

Com o intuito de construir a lei de formação, apresentou-se a sequência escrita no formato algébrico (2, 4, 6, 8, 10, ...) e se estes alunos saberiam apontar a lei de formação da sequência indicada. Após algumas tentativas um grupo de estudantes chegou à conclusão que é "2n" e justifica a resposta ao expor verbalmente que "*dois vezes um, dá dois; dois vezes dois, dá quatro e dois vezes três dá seis*".

Ao expor a sequência (2, 6, 10, 14, 18, ...) os estudantes não conseguiram chegar em um comum acordo a respeito da lei de formação. Neste momento, foi necessário intervir e relembrar como encontramos os coeficientes dependente e independente da função do primeiro grau através dos pontos dispostos no plano cartesiano. Em seguida, os alunos foram informados da existência da fórmula do termo geral da PA e que esta é escrita como $a_n = a_1 + (n-1)r$ e todos os elemento da fórmula foram identificados e discutidos a respeito de onde podem ser encontrados na sequência numérica. No entanto, foi sugerido aos estudantes que utilizassem a fórmula escrita no formato $a_n = rn + (a_1 - r)$. a qual *n* significa a posição do termo que se almeja encontrar e *r* a razão.

Como resultado, temos os estudantes E8, E15, E19, E18, E16, E13, E21, E20, E10, E2, E1, E23 que responderam que a lei de formação seria$a_n = 4n - 2$, e o estudante E22 que respondeu $a_n=4n$. O estudante E7 respondeu que a lei de formação seria $a_n=2+4$ e quando indagado afirma não ter compreendido muito bem o que fazer, mesmo com o auxílio da Segunda Professora. Os estudantes E11, E6, E9, E3 não responderam a atividade. Os demais estudantes não estavam presentes neste momento da aula por terem saído de sala para resolver diversas situações em outras dependências da escola..

Ao apresentar o gráfico da PA (2, -3, -8,-13, -18, ...), os estudantes foram questionados a respeito se conseguiam identificar uma sequência. Os estudantes E1, E2, E3, E20, E13, E16, E18, E8, E23 a escreveram a sequência (2, -3, -8,-13, -18, …), enquanto os estudantes E7, E9, E10, E22, E11, E19 escreveram que o gráfico remetia a sequência (-18, -13, -8, -3, 2). Ao questionar a respeito da razão, os estudantes E1, E2, E3, E7, E8, E9, E10, E20, E20, E20, E13, E16, E18, E19, E8, E23 responderam -5, enquanto E11 respondeu apenas 5.

A lei de formação também foi questionada a estes estudantes. A lei de formação $a_n=-5n+7$ foi indicada pelos estudantes E1, E2, E10, E22, E13, E16, E19, E8. O estudante E7 respondeu que a lei de formação é $a_n=-18-5$, e o estudante E23 respondeu que é $a_n=5n-3$. Os estudantes E3, E9, E11, E18 não responderam a questão

Ao serem indagados a respeito da sequência que pode ser compreendida na figura que indicava quadrados cinzas obtivemos variadas respostas. Alguns alunos compreenderam que a figura representava a quantidade de quadrados cinzas, enquanto outros identificaram a sequência de quadrados brancos. Os estudantes que inicialmente identificaram a quantidade de quadrados brancos, foram os estudantes E10, E19 e indicaram a lei de formação $a_n=1n$.

Após pontuar o interesse na sequência de quadrados cinzas percebemos que o estudante E2 escreveu (6, 9, 12), indicando que a razão desta sequência é +3 e a sua lei de formação é $a_n=3n+3$. O estudante E1 respondeu que é a sequência (5, 7, 9), apontando a razão +2 e a lei de formação $a_n=2n+3$. Ao questionar este estudante, o mesmo respondeu que observando a figura dava pra identificar que "*todas as figuras tem 3 blocos cinzas, por isso o +3, e que a cada figura nova são acrescidos dois blocos, por isso 2n +3*", e a mesma lei de formação foi respondida com também pelos estudantes E16, E18, E15, E23, E13, E22, E20.

Na figura que apresenta a quadrados cinzas os estudantes E10, E2, E1, E16, E18, E19, E15, E20, E23 identificaram a sequência (3, 5, 7), que a razão é 2, e a sua a lei de formação $a_n = 2n + 1$. Os demais estudantes deixaram a questão sem responder para fazer outras atividades de outras disciplinas e de outros professores.

No problema encontrado no vestibular da UNESP de 2004, que noticia o estudo realizado em laboratório a respeito sobre a evolução de uma população viral, os estudantes E2, E1, E 16, E18, E19, E8, E15, E23, E20, E10 indicaram a sequência numérica (1, 5, 9, 13, ...) e que sua razão é 4 e que a lei de formação é $a_n = 4n - 3$. Os estudantes E7 e E6 conseguiram montar a sequência numérica e responder a razão, porém demonstraram dificuldades em construir a Lei de formação, mesmo com o auxílio da Segunda Professora. Os alunos E21, E11, E3 e E9 optaram por não responder essa questão para fazer atividade de outro professor. O estudante E22 indicou a PA (1, 5, 9, 13, ...) e a sua razão como 4, mas ao montar a lei de formação substituiu no lugar do primeiro termo a razão, chegando assim na lei $a_n = 4n$. O estudante E13 respondeu a PA (1, 5, 9, 13, ...) e a sua razão 4, mas ao montar a lei de formação respondeu $a_n = 4n + 8$.

Para encerrar este encontro, solicitou-se a resolução de outro exercício em se constrói quadrados a partir de palitos de dentes, e que estes estão lado a lado, os estudantes E16, E18, E19, E23, E15, E10 responderam que a cada nova figura são adicionados 3 palitos, que no caso representa a razão, e que tem como lei de formação $a_n = 3n + 1$, os demais estudantes não responderam a este problema. estudantes.

5.3.3 Terceiro encontro

O terceiro encontro teve seu início com a escrita no quadro da sequência (2, 4, 8, 16, 32, ...) e indagou-se a respeito da percepção dos alunos em relação ao comportamento da progressão. Após algumas tentativas, o estudante E16 identificou que o próximo termo surgia após ser multiplicado por 2. Ao serem provocados a escrever esta Progressão, com os mesmos valores, mas utilizando de outras operações, o estudante E16 emprenhou-se a tentar algumas possibilidades, mas logo desistiu. Neste momento, foi necessário que a escrita fosse feita no quadro mostrando aos estudantes que a sequência (2, 4, 8, 16, 32, ...) é equivalente a (2,

2^2, 2^3, 2^4, 2^5, ...). Em seguida, projetou-se esta sequência em uma representação gráfica do plano cartesiano e fez-se apontamentos a respeito de seu comportamento gráfico fazendo referência com o comportamento das Funções Exponenciais. Apontado seu primeiro termo como sendo 2 e sua razão, também 2, podemos escrever a lei de formação $a_n=\frac{a_1}{q}q^n$, chegamos em $a_n=2n$.

Após estes apontamentos construiu-se junto aos estudantes a representação da sequência (1, 3, 9, 27, ...) que é descrita pelos pontos A(1,1), B(2,3), C(3,9), D(4,27). Dando continuidade temos que os estudantes presentes neste encontro indicaram que a sequência tem razão 3 e primeiro termo igual a 1, chegando na lei de formação $a_n=\frac{1}{3}3^n$, o que os fez identificar que o eixo das ordenadas é cortado no ponto E(0, $\frac{1}{3}$), além de ter comportamento crescente.

Ao apresentar a progressão (4, 12, 36, 108, 324, ...) dispondo os pontos no plano cartesiano, os estudantes sinalizaram que o crescimento triplica no eixo das ordenadas. Quando questionados a respeito de que número ocuparia a oitava posição houve resistência por parte dos estudantes por perceberem que o cálculo feito de forma manual, demandaria tempo. Assim, aos grupos, identificaram que o ponto A(1,4) indica o primeiro termo da progressão e assim apontam a lei de formação $a_n=\frac{4}{3}3^n$, e esta foi a resposta dos estudantes E20, E22, E8, E13, E3, E9, E11, E21, E2, E16, E18, E23, E19, E15, E10, E1. Após o desenvolvimento dos cálculos chegaram que o oitavo termo corresponde a 8748.

A representação da progressão (3, $\frac{3}{2}, \frac{3}{4}, \frac{3}{8}, \frac{3}{16}, \ldots$) apresenta uma PG com comportamento decrescente. Nesta proposta o estudante E8 pronunciou que "*assim fica difícil*" e em busca de compreender sua fala, o estudante aponta que sente dificuldade de operacionalizar com frações, o este comentário é reforçado pela maioria dos demais estudantes presentes. Optou-se então por relembrar como são as operações com frações, e após alguns exemplos breves, deu-se continuidade a busca da razão e do primeiro termo. Todos os estudantes presentes identificaram que a razão da progressão é $\frac{3}{2}$ e que seu primeiro termo é 3, indicando que a Lei de formação $a_n = 6.\frac{3}{2}^n$, no entanto, vale ressaltar que esta atividade os estudantes solicitaram auxílios entre si para sua resolução.

Na atividade em que propõe que se encontre um termo de uma sequência, a questão encontrada no ENEM de 2021 aponta a produção de uma dada empresa, os estudantes apresentaram dificuldades na leitura e interpretação do problema. Destaca-se a dificuldade em identificar que o problema solicita que se encontre o segundo termo da progressão. Após esta identificação ocorrer, notou-se a tentativa de escrever a sequência como (120, *x*, 480, 960). No entanto, os estudantes apenas chegaram ao resultado com a intervenção da pesquisadora.

Ao apresentar a atividade em que aponta triângulos inseridos em triângulos, os estudantes logo se queixaram de contar a quantidade de triângulos na quarta figura. Alguns estudantes buscaram estratégias para esta contagem. Após estas reações os estudantes foram convidados a refletir a respeito do que acontecia com a quantidade de triângulos em cada figura e, depois de algumas tentativas, os estudantes perceberam que não poderíamos classificar como uma PA por não ter um número fixo que aumentava a quantidade de triângulos. Porém, não perceberam que se enquadrava como uma PG, pois consideravam a progressão (1, 5, 17, 65, ...) por identificar que havia a necessidade de inserir o triângulo externo na contagem. Com a compreensão de que a quantidade de triângulos é a progressão (1, 4, 16, 64, ...), houve a identificação de que é uma PG pois a cada figura estava multiplicando por 4, ou seja, no caso a razão é 4. Assim conseguiram escrever a lei de formação $a_n = 4.\frac{1}{4}^n$, os estudantes E10, E1, E15, E23, E19, E18, E16, E2, E21, E11, E9, E13, E8, E22, E20. Os estudantes E7 e E6 não conseguiram desenvolver as atividades de Progressão Geométrica, mesmo com o auxílio da Segunda Professora e da Pesquisadora.

Logo depois, explanou-se as Progressões Constantes que graficamente não apresentam deslocamentos no eixo das ordenadas. Em busca de construir a representação dos pontos desta sequência, o estudante E13 com um tom de incerteza, indagou "*o ponto A é (1,5), B(2,5), C(3,5) e D(4,5) é isso mesmo?*". Em diálogo com o estudante E13 este mostra certa estranheza ao proferir "*então quer dizer que o valor de abscissa é a posição e a ordenada é o termo da progressão?*". Na construção da lei de formação das Progressões Constantes a hesitação ocorreu devido ao temor de optar pelo modelo inadequado de Progressão. Após os apontamos de que em ambos os casos, a lei de formação resulta na mesma representação os estudantes compreenderam e seguiram resolvendo os problemas propostos.

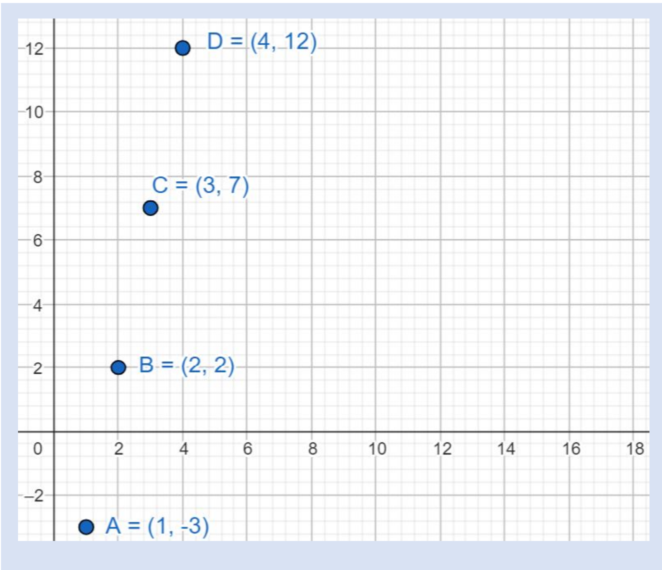
Com isto, encerrou-se o terceiro encontro.

5.3.4 Quarto encontro

O quarto e último encontro iniciou com a proposta de que os estudantes respondessem a um questionário utilizando de suas anotações dos exercícios anteriores e que pudesse consultar seus colegas desta turma, além de questionar a Pesquisadora e seus materiais. Após o exposto, os estudantes E7 e E6 optaram por não participar dessa etapa.

Na primeira atividade proposta, os estudantes observaram o gráfico da Figura 43 e deveriam indicar se ela expõe uma PA ou uma PG, indicar sua razão e lei de formação.

Figura 43 – Representação da Sequência (-3, 2, 7, 12)



Fonte: elaborado pela autora

O estudante E16 ao construir a lei de formação, indaga a respeito da necessidade de fazer a regra de sinais, e para refletir a respeito de seu questionamento propõe-se que seja verificado se a lei de formação que sugere se enquadra nos números dispostos graficamente. Este estudante quando questionado a respeito de suas respostas justifica que percebeu que "*se ligar os pontos, a gente vê uma reta e pra achar a razão, eu olhei aqui*" e apontando para a distância vertical do ponto C para o ponto B.

A lei $a_n = 5n - 8$ é indicada pelos estudantes E16, E15, E1, E10 que respondem tratar-se de uma PA e escrevem a Progressão como (-3, 2, 7, 12). E em relação a razão, indicaram que esta é 5.

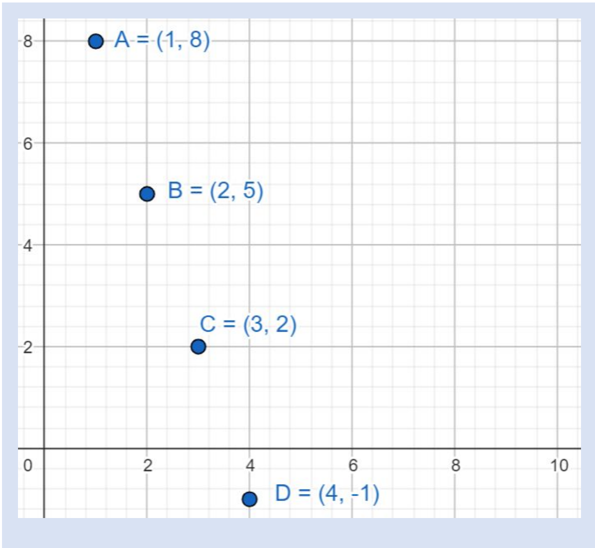
Já o estudante E23 indicou que a lei de formação é $a_n = 5n - 3$. O estudante E8 identificou que se trata de uma PA e indicou que a lei de formação é dada pelos cálculos demonstrados a seguir "$a_n = 5n + (-3 - 5) = 5n - 8 = 3n$". O estudante E20, ao desenvolver seus cálculos escreveu a lei de formação $a_n = 5n + (-3 - 5) = 5n + 8$ e esta mesma resposta é dada pelo estudante E19.

Os estudantes E13 e E9 indicaram ser uma PA e escreveram uma lei de formação de uma PG $a_n = \frac{1}{5} 5^n$.

Dos estudantes presentes, 13 optaram por resolver esta questão.

O próximo exercício proposto propunha que fosse identificado a lei de formação da progressão representada na Figura 44.

Figura 44 – Representação da Sequência



Fonte: elaborado pela autora

A saber, os estudantes E11, E16, E23, respondem que a lei é $a_n = -3n + 11$ por identificar que o primeiro termo é 8 e apresenta razão igual a -3.

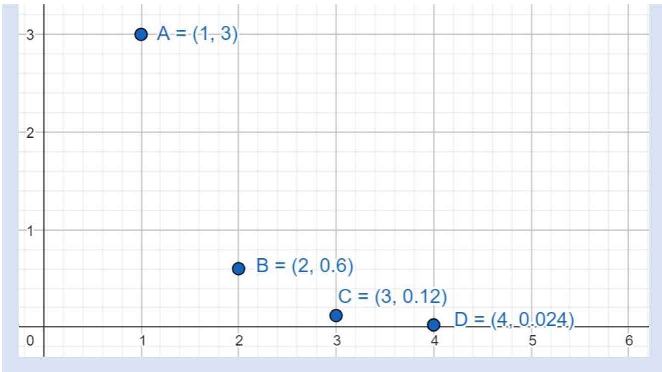
Esta questão foi respondida por 11 estudantes. Dentre estes, os estudantes E13, E9, E10, E19 responderam que este gráfico representa uma Progressão

Aritmética Decrescente e utilizaram a fórmula da PA para responder que a lei de formação é $a_n=3n+4$.

Os estudantes E8, E20, E15, respondem que a lei é $a_n=-3n+5$por entenderem que a razão é -3, e calculam a diferença do primeiro termo com a razão sem considerar o sinal da razão. Já o estudante E1 responde que a lei é $a_n=-3n+2$ ao identificar que o primeiro termo é -1.

Ao apresentar a Figura 45 aos estudantes estes exprimiram em descontentamento “*é uma PG, mas assim com números tão pequenos fica difícil*”.

Figura 45 – Representação da Sequência



Fonte: elaborado pela autora

As lamúrias ocorreram, pois, a representação gráfica apresentava a sequência (3; 0,6;0,12;0,024;...), por isso optou-se por realizar um tratamento no formato em que os números são apresentados e assim chegamos na PG ¿, $\frac{3}{25}, \frac{3}{125}, \frac{3}{625}, \ldots$¿.

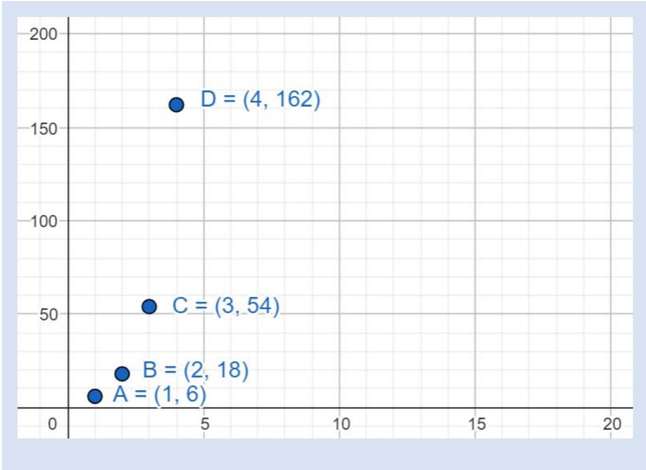
Para esta progressão os estudantes E16 e E15 escreveram que a lei é $a_n=15\frac{1}{5}^n$.

Já os estudantes E23, E8, E19, E13, escreveram que a lei de formação é $a_n=\frac{3}{2}2^n$. Outra lei de formação é indicada pelo estudante E10 que escreveu ser $a_n=\frac{0{,}024}{\frac{3}{5}}2^n$.

A fim de apresentar a sequência da Figura 46, exibiu-se sua representação gráfica e logo os estudantes iniciaram uma breve discussão a respeito de ser uma

PA ou uma PG e após as devidas conclusões apontaram que se tratava da sequência (6, 18, 54, 162).

Figura 46 – Representação da Sequência



Fonte: elaborado pela autora

Em busca da construção da lei de formação, temos que os estudantes E16, E10, E23, E15, E8, E1, E11, responderam que esta é $a_n = 2.3^n$, enquanto E13 respondeu que a lei de formação é $a_n = \frac{1}{2} 3^n$ e E19 responde ser $a_n = \frac{162}{3} 3^n$.

Prosseguiu-se com atividades que já escreviam as sequências no formato algébrico, na qual os alunos deveriam informar se a Progressão é do tipo Aritmética ou Geométrica, a sua razão e sua lei de formação.

Ao observar a sequência (2, 5, 8, 11, ...) os estudantes E16, E13, E8, E11 responderam ser uma PA e que a lei de formação é $a_n = 3n - 1$, enquanto o estudante E19 respondeu que a lei de formação é $a_n = 3n + 1$. Quando indagado a respeito de sua resposta, E19 indicou que optou pelo sinal de "+" por este estar na fórmula que evidencia os termos da PA. O estudante E11 ao ouvir a indagação, apontou para este estudante que "*mas tem o sinal de mais aqui aí precisa respeitar o sinal da operação*". Os demais estudantes não responderam a esta questão e optaram por não responder às demais atividades propostas.

A sequência (2, 8, 32, 128, ...) foi classificada pelos estudantes E16, E19, E13, E8, E11 como uma PG de razão igual a 4 e apresenta como lei de formação a equação $a_n = \frac{1}{2} 4^n$.

Ao propor encontrar a lei de formação da sequência (-9, -5, -1, 3, 7, ...) obtivemos variadas respostas. Os estudantes E16, E13, E8 responderam que a lei de formação da sequência é $a_n = 4n - 13$, enquanto o estudante E19 responde que a lei de formação da sequência é $a_n = 4n + 13$. O estudante E11 responde que a progressão é uma PG e que tem como lei de formação $a_n = \frac{-9}{4} 4^n$.

Assim que os estudantes E16, E11, E23, E8, E13, E19 se depararam com a sequência (-7, -14, -28, -56, ...), logo apontaram ser uma PG de razão 2 com lei de formação igual a $a_n = \frac{-7}{2} 2^n$.

5.4 ANÁLISE *A POSTERIORI* DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

A análise *a posteriori* foi baseada nos dados coletados durante a experimentação, tanto do diário de bordo como das produções dos estudantes. Essa análise visa a extrair resultados que aprimorem o conhecimento didático sobre a transmissão do saber, considerando os fundamentos teóricos, hipóteses e problemática da pesquisa.

> A originalidade de uma abordagem cognitiva não está em partir dos erros para tentar determinar as “concepções” dos alunos e a origem de suas dificuldades em álgebra, em decimais, neste ou naquele conceito geométrico, etc. A originalidade da abordagem cognitiva está em procurar inicialmente descrever o funcionamento cognitivo que possibilite a um aluno compreender, efetuar e controlar ele próprio a diversidade dos processos matemáticos que lhe são propostas em situação de ensino (Duval, 2003, p. 12).

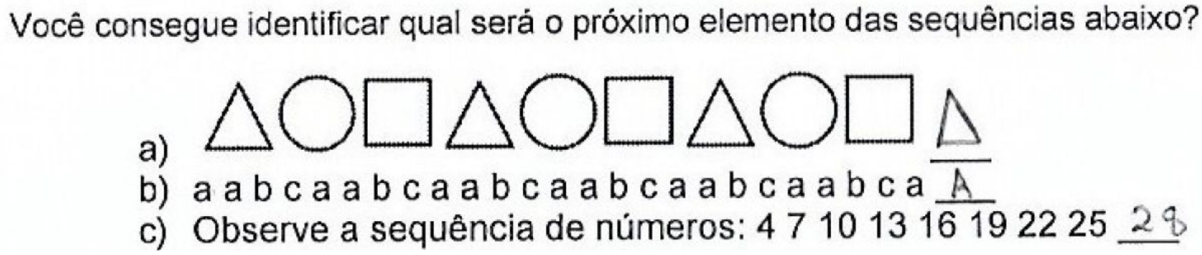
A observação é guiada pela análise *a priori* e utiliza ferramentas técnicas e teóricas para coletar dados. Esses dados são, então, analisados para verificar a relação entre as observações e os objetivos estabelecidos na análise *a priori*, visando a validar as hipóteses inicialmente levantadas. A validação ocorre se os objetivos identificados no levantamento são alcançados, permitindo destacar os pontos positivos e negativos em relação às expectativas iniciais. Essa comparação possibilita uma avaliação crítica dos resultados obtidos, proporcionando percepções valiosas para futuras pesquisas e aprimoramentos na abordagem didática utilizada.

Levando em consideração que esta tese busca identificar as contribuições da TRRS na aprendizagem das Sequências Numéricas, decidimos não seguir rigorosamente todas as etapas da Engenharia Didática, conforme mencionado na metodologia deste trabalho.

A seguir, relatamos a experiência de aplicação e análise das resoluções dos estudantes. Apresentamos imagens das resoluções dos estudantes, que servem como representações gerais dos achados na análise, contribuindo para o entendimento das estratégias mais utilizadas, tanto nos acertos quanto nos erros. A íntegra das respostas dos estudantes pode ser conferida no Apêndice E. A seguir, apresenta-se a resolução do estudante.

Na primeira atividade proposta, em que os alunos deveriam indicar o próximo elemento da sequência, as respostas dos estudantes seguiram um padrão semelhante à resposta apresentada pelo estudante E01, conforme ilustrado na Figura 19, apresentada a seguir.

Figura *19* – Resposta do estudante E01



Fonte: acervo autora

Para chegar na resposta indicada, os estudantes responderam conforme apontamos na análise *a priori*. Para reconhecer e identificar a sequência apresentada, os estudantes operaram a expansão discursiva por meio da acumulação, pois utilizaram conectores para a construção da resposta a esse item.

Na aplicação do exercício, os estudantes foram questionados sobre qual figura ocuparia a 17º posição, e o estudante E16 respondeu que "*se repete a cada três, como a gente quer o 17 e o menor número da tabuada do 3 é o 15, então o 15 é o quadrado, o quadrado mais duas figuras, chega no círculo*".

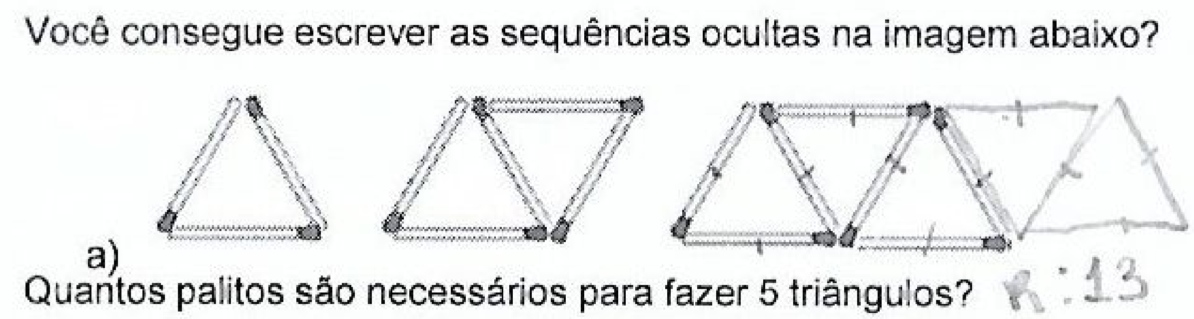
Esse discurso indica que o estudante realizou uma conversão do registro de representação figural (sequência de figuras) para o registro de representação algébrico (tabuada do três) e realizou uma expansão formal, ao proceder cálculos mentais para encontrar o termo correspondente da última figura apresentada. Também realizou uma expansão lexical, pois encontrou a razão do problema, que a cada três figuras, a sequência se repete, além de uma expansão do tipo cognitiva, por ter descrito operações matemáticas.

Nos itens b) e c), os estudantes responderam conforme indicado na análise prévia, operando através da designação direta, ao indicar a sequência de figuras e letras solicitadas. Os estudantes E23 e E8 responderam, respectivamente, que “*ah, é que vai de três em três*”, e “*tá somando três*”, evidenciando a operação de expansão formal realizada para encontrar a razão no item c).

As sequências apresentadas a seguir referem-se a padrões específicos com ordem previsível, cada uma seguindo determinada lógica de progressão ou regressão. De acordo com a análise prévia, os estudantes realizaram uma transição habilidosa do registro figural para o algébrico, seguida por uma expansão formal detalhada para identificar o termo ausente na sequência.

Abaixo, na Figura 20, podemos encontrar a resposta do estudante E19 para o item a).

Figura *20* – Resposta do estudante E19



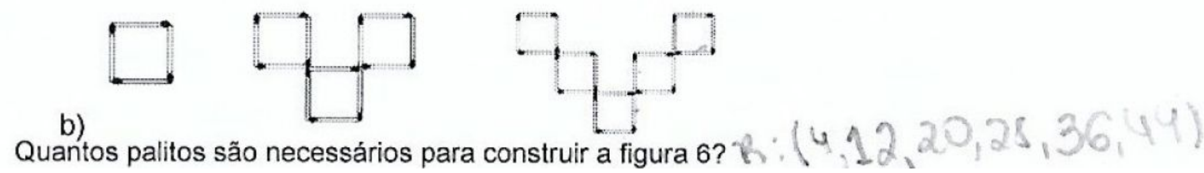
Fonte: acervo da autora

Para responder ao item a), o estudante E19 indicou a quantidade de palitos necessários para a construção de cinco triângulos. Utilizando a expansão do registro de representação, o estudante analisou o padrão de crescimento dos triângulos, identificando a relação entre o número de triângulos e a quantidade de palitos. Por meio dessa análise, E19 identificou que a quantidade de palitos segue uma sequência específica, permitindo-lhe calcular, de maneira precisa, a quantidade total de palitos necessários. Esse processo demonstra a capacidade do estudante de aplicar conhecimentos matemáticos de forma prática, utilizando estratégias de representação para resolver problemas concretos.

Quando questionado sobre como resolver o problema, o estudante E14 respondeu: “*São 3 iguais e depois são mais dois. Não, calma, são quatro. Mas se for* *contar o que é triângulo, então são 6.*” Quando questionados sobre a existência de outras possíveis sequências, após algumas tentativas, o estudante E11 perguntou: “*Não é que cada triângulo está virando a cada figura nova? Não. Não é bem isso.*” Os estudantes estavam tentando identificar a sequência da quantidade de palitos em cada figura. O estudante E10 indagou: “*Tá, mas cada imagem aumenta um triângulo ou cada imagem aumenta 2 palitos?*” Em resposta, o estudante E8 afirmou: “*É possível fazer novos triângulos*” ao inserir novos palitos. Nesse contexto, os estudantes operam a acumulação, ao enriquecer o discurso a respeito do comportamento da sequência de palitos.

Na Figura 21, podemos encontrar a resposta do estudante E19 a respeito do item b).

Figura *21* – Resposta do estudante E19



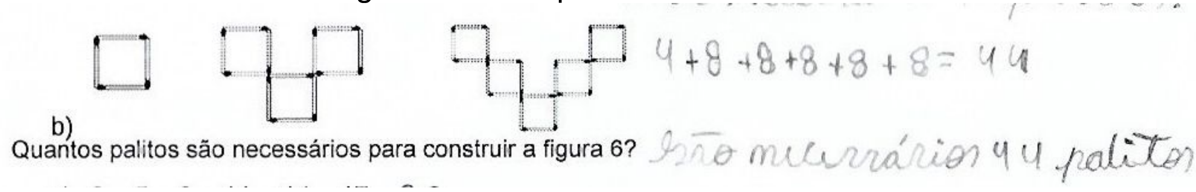
Fonte: acervo da autora

Nesse item, o estudante E19 realizou a conversão do registro de representação figural para o de registro de representação algébrico, demonstrando sua habilidade em converter representações visuais em expressões matemáticas. A partir dessa conversão, o estudante aplicou uma expansão formal, utilizando regras algébricas para manipular e simplificar a expressão. Esse processo permite que o estudante chegue à conclusão de que a quantidade necessária de palitos é igual a 44. Essa abordagem evidencia não apenas a compreensão do estudante sobre a relação entre as representações figurais e algébricas, mas também sua competência em aplicar técnicas algébricas para resolver problemas quantitativos de maneira precisa e eficiente.

Quando questionado, o estudante E23 apontou a existência da sequência que indica a quantidade de quadrados em cada figura. Quando indagado se conseguiria responder verbalmente essa sequência, respondeu: “*um, três e depois cinco*”. Entretanto, logo em seguida, explanou: “*ah, mas também tem a da quantidade de palitos: quatro, doze, vinte e continua*”. Reforço, aqui, que o estudante realizou a conversão do registro de representação figural para o registro de representação algébrico, ao indicar a quantidade de quadrados, e ao indicar a quantidade de palitos. Na análise *a priori* não havia sido pensado na opção de perceber a quantidade de quadrados.

Na Figura 22, encontramos a resposta do estudante E16 para o item b).

Figura *22* – Resposta do estudante E16



Fonte: acervo da autora

Para responder ao item b), o estudante E16 utilizou a razão para encontrar o próximo termo da sequência. Ao identificar a regularidade ou padrão de crescimento entre os termos anteriores, E16 utilizou a razão para calcular o termo seguinte, ao escrever "*4+8+8+8+8+8 = 44*". Esse método revela a habilidade do estudante em reconhecer e utilizar a estrutura subjacente da sequência, facilitando a previsão de termos subsequentes.

Anotar a quantidade de palitos abaixo das figuras foi a estratégia utilizada pelo estudante E15 para resolver esse exercício. Ao fazer isso, ele foi capaz de determinar a quantidade de palitos necessária para formar a sexta figura. Nesse contexto, o estudante operou uma expansão na figura, o que lhe permitiu compreender o comportamento da sequência e responder corretamente qual a quantidade de palitos necessária para construir a figura 6. Essa abordagem demonstra a habilidade de E15 em utilizar um registro de representação auxiliar para identificar padrões e prever a continuidade da sequência. Esse exemplo sublinha a importância de ensinar e encorajar métodos variados de abordagem aos problemas matemáticos, promovendo a flexibilidade e a adaptabilidade no pensamento dos estudantes.

Dando continuidade, os estudantes deveriam indicar a sequência numérica da progressão (2, 5, 8, 11, 14, 17, __). Através da expansão formal, os estudantes identificaram que a razão pela qual a sequência progride é de três unidades positivas, realizando uma operação de expansão formal, ao se apropriar e utilizar regras e conceitos matemáticos para chegar a essa conclusão. Quando questionados durante o encontro, alguns estudantes responderam que a progressão “está indo de três em três”, o que possibilita a compreensão de que estavam operando uma expansão formal para identificar a razão da progressão indicada.

Na Figura 23, encontramos a resposta do estudante E16 para o item c).

Figura *23* – Resposta do estudante E16


c) 2 – 5 – 8 – 11 – 14 – 17 – 20

Fonte: acervo da autora

Quando apresentados ao item c), os estudantes deveriam partir do pressuposto de que os números estão dispostos de forma ordenada, e que cada número subsequente é aumentado em três unidades em relação ao anterior. Todos os estudantes responderam de forma semelhante, indicando que o próximo termo da sequência é 20. Isso sugere que eles conseguiram identificar o padrão de aumento de três unidades entre os termos consecutivos.

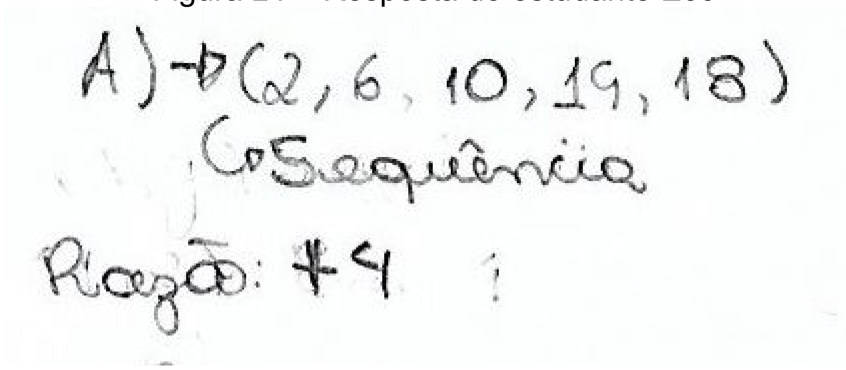
Os estudantes demonstraram o uso de algumas operações cognitivas, ao responder ao item c) como a função referencial, utilizando a designação pura quando atribuíram uma constante de incremento de três unidades à sequência; a categorização simples, ao determinar quantas unidades a progressão aumentava a cada termo; e a expansão discursiva formal, ao desenvolver cálculos baseando-se em regras e conceitos matemáticos.

Na segunda etapa da aplicação desta pesquisa, os estudantes aprofundaram seu estudo sobre PA. Durante essa fase, foram introduzidos detalhes sobre os conceitos relacionados a esse tipo específico de sequência numérica. Reforço, aqui, que os estudantes foram apresentados à equação do termo geral escrita no formato $a_n = rn + (a_1 - r)$, e que poderiam utilizá-la.

Ao apresentar o primeiro registro de representação gráfico aos estudantes, E09 realizou a conversão do registro de representação gráfico para o registro de representação algébrico, além de realizar uma designação pura, e ao nomear esse registro de representação como *sequência*, também realizou uma designação para o valor constante da progressão, ao indicar que a *razão* é +4.

Na Figura 24, encontramos a resposta do estudante E09 para o Exercício A.

Figura *24* – Resposta do estudante E09



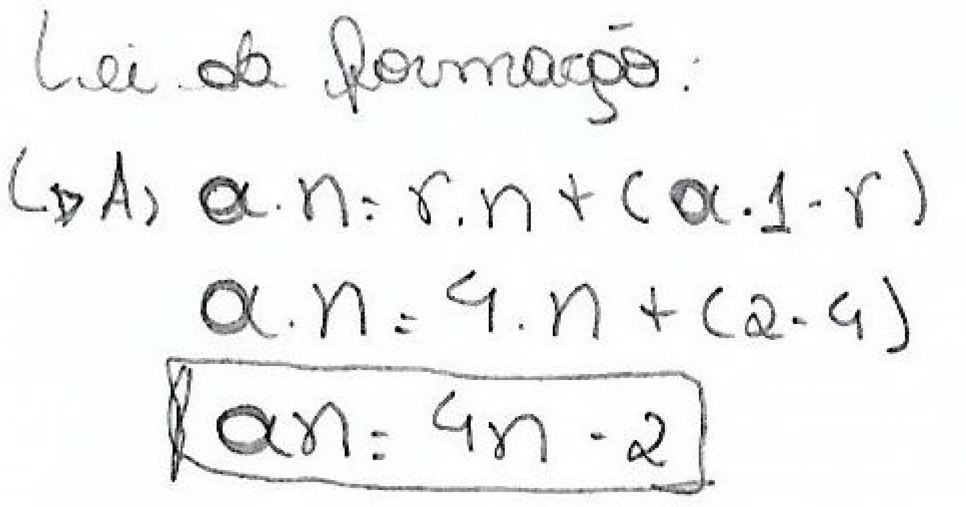
Fonte: acervo da autora

Para encontrar a lei de formação da progressão, o estudante E09 utilizou-se da equação proposta nessa sequência didática, que oferece menor custo cognitivo. Essa equação permite que os estudantes substituam a razão e o primeiro termo para encontrar a lei de formação da sequência, já visualizando onde cada termo impacta o registro de representação algébrico. Ao utilizar essa abordagem, o estudante pode substituir *n* pela posição do termo que deseja calcular, o que facilita a determinação do novo termo. Esse método é particularmente eficaz porque simplifica o processo de descoberta da lei de formação, reduzindo o custo cognitivo necessário para resolver o problema.

Outro aspecto relevante a ser apresentado é a resposta do estudante E16, que indicava que "*de dois foi para seis, que dá quatro; de dez para quatorze, aumentou quatro e de quatorze para dezoito, aumenta mais quatro*". O estudante E5 respondeu que "*está de quatro em quatro*", e o estudante E4, "*tá indo de quatro em quatro*", todos demonstrando a operação de expansão formal que exerceram para encontrar a razão.

A resposta do estudante E09 para a lei de formação o Exercício A é exibida na Figura 25.

Figura *25* – Resposta do estudante E09

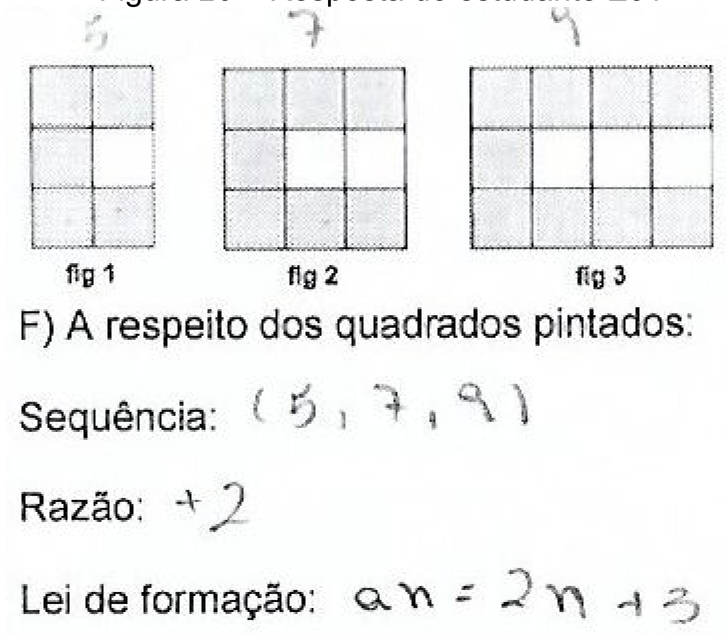


Fonte: acervo da autora

O processo de resolução do Exercício B pelo estudante E09 é muito semelhante ao realizado pelos demais estudantes. Após realizar a conversão do registro de representação gráfico para o registro de representação algébrico, os estudantes designaram *r* para razão, e após substituir respectivamente a razão e o primeiro termo na equação, indicam que a lei de formação da sequência é $a_n = 4n - 2$.

Os Exercícios B, C, D e E foram desenvolvidos conforme a análise *a priori* apontou, e de forma muito semelhante ao explanado acima. A resolução do estudante E01 para o Exercício F nos chamou a atenção, e na Figura 26 é possível conferi-la.

Figura *26* – Resposta do estudante E01



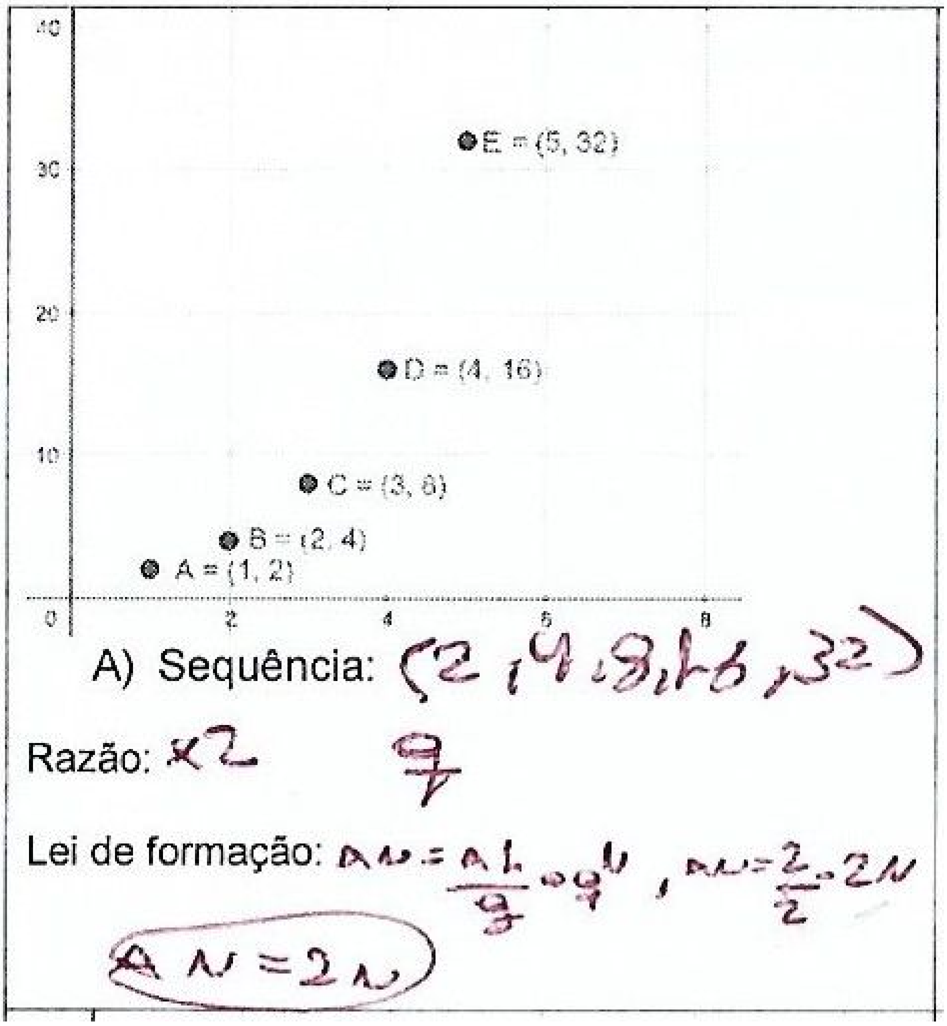
Fonte: acervo da autora

O estudante E01 indicou que a sequência dos quadrados coloridos é (5, 7, 9), ao realizar a conversão do registro de representação algébrico para o registro de representação gráfico. Nesse processo, ele designou a razão r da sequência como +2, evidenciando a compreensão de que cada termo aumenta em duas unidades em relação ao anterior, além de indicar a lei de formação como $a_n = 2n + 3$.

Quando questionado sobre sua resposta, o estudante explicou que "*todas as figuras têm 3 blocos cinzas, por isso o +3, e* [que] *a cada figura nova são acrescidos dois blocos, por isso 2n* +3". Essa explicação demonstra a operação de expansão formal que o estudante emprega, mesmo que não tenha consciência dela. Ele conecta a constante de 3 blocos cinzas presentes em todas as figuras ao termo constante na expressão algébrica, enquanto o incremento de 2 blocos por figura é representado pelo termo $2n$. Essa abordagem não só confirma a precisão de sua formulação algébrica, também evidencia a capacidade do estudante de articular a lógica subjacente às suas operações matemáticas, utilizando uma linguagem matemática apropriada para descrever a progressão observada.

Ao abordar os conceitos de progressão geométrica, os estudantes foram convidados a responder alguns questionamentos. Na Figura 27 está a resposta do estudante E08 referente ao Exercício G.

Figura *27* – Resposta do estudante E08

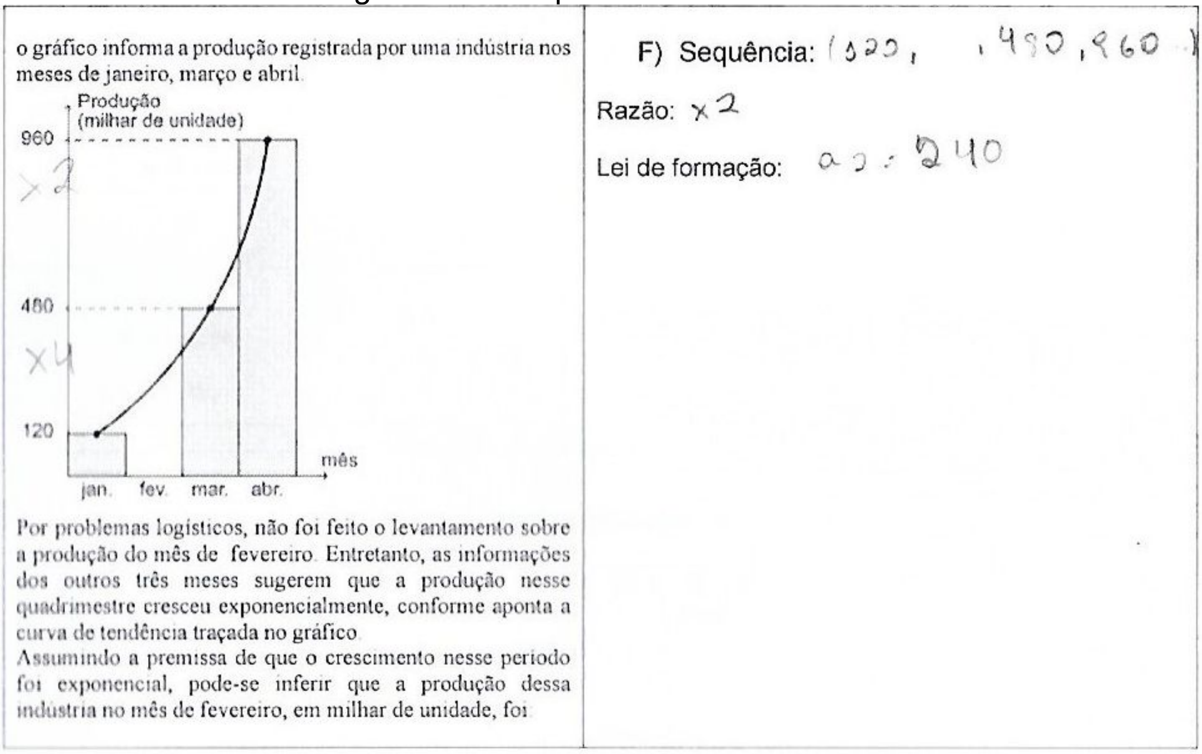


Fonte: acervo da autora

Inicialmente, E08 identificou a sequência (2, 4, 8, 16, 32), e determinou que a razão era "*x2*". Ele utilizou a designação pura para representar a razão pela incógnita *q*. Para encontrar a lei de formação da sequência, E08 e seus colegas optaram por uma abordagem que proporcionou menor custo cognitivo, utilizando a fórmula proposta para progressões geométricas. Então, eles foram capazes de indicar a expressão geral que descreve a sequência. Essa abordagem demonstra a habilidade dos estudantes em reconhecer padrões exponenciais e aplicar conceitos algébricos de maneira eficaz. Ao representar a razão como *q* e identificar a multiplicação constante por 2, os estudantes mostraram uma compreensão clara da estrutura da progressão geométrica. A utilização de uma fórmula simplificada permitiu-lhes encontrar a lei de formação com maior facilidade, evidenciando uma aplicação prática do conhecimento matemático para resolver problemas de maneira eficiente.

A solução proposta dada pelo estudante E01 para o Exercício L está ilustrada na Figura 28.

Figura *28* – Resposta do estudante E01


o gráfico informa a produção registrada por uma indústria nos meses de janeiro, março e abril.

Por problemas logísticos, não foi feito o levantamento sobre a produção do mês de fevereiro. Entretanto, as informações dos outros três meses sugerem que a produção nesse quadrimestre cresceu exponencialmente, conforme aponta a curva de tendência traçada no gráfico.
Assumindo a premissa de que o crescimento nesse período foi exponencial, pode-se inferir que a produção dessa indústria no mês de fevereiro, em milhar de unidade, foi

F) Sequência: (120, , 480, 960)

Razão: x2

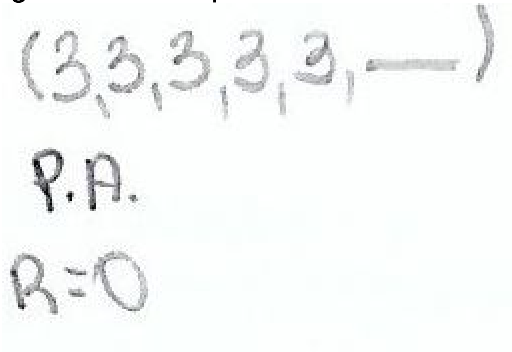
Lei de formação: $a_2 = 240$

Fonte: acervo da autora

No exercício L, o estudante E01 analisou o registro de representação gráfica do problema e observou que, do primeiro ao terceiro termo, a sequência aumentava em 4 unidades. No entanto, ao examinar o intervalo entre o terceiro e o quarto termo, notou que o incremento era de apenas 2 unidades. Com base nessas observações, E01 realizou uma dedução cuidadosa e concluiu que o termo ausente na sequência era 240. Esse processo envolveu uma análise detalhada das diferenças entre os termos consecutivos, permitindo-lhe identificar o padrão de variação na sequência.

Encontramos na Figura 29 a solução do estudante E19 para o Exercício O.

Figura *29* – Resposta do estudante E19



Fonte: acervo da autora

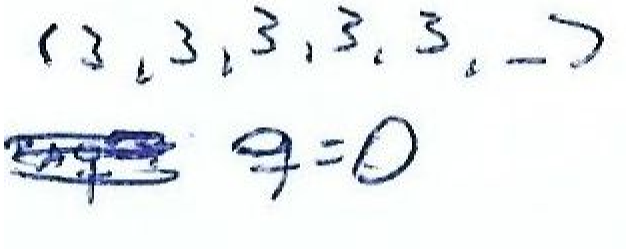
Conforme a pesquisa avançava, os estudantes foram gradualmente introduzidos a atividades relacionadas a progressões constantes. Quando apresentados ao representações de registro gráfico da primeira sequência, o estudante E19 realizou uma conversão do registro gráfico para o registro algébrico, ao identificar que esse registro de representação representava a sequência (3, 3, 3, 3, 3, ...). Ele interpretou-a como uma progressão aritmética, onde todos os termos são iguais. Dessa forma, E19 operou a expansão formal, ao indicar que a razão da progressão era igual a *0*, reconhecendo que não havia variação entre os termos consecutivos.

Ao mencionar que a razão seria representada pela incógnita *r*, o estudante aplicou a função referencial de designação pura, atribuindo um símbolo para representar a relação constante entre os termos. Esse processo demonstra a capacidade do estudante de abstrair e generalizar conceitos matemáticos, utilizando notação algébrica para expressar a invariância da sequência. Além disso, a habilidade do estudante E19 em interpretar registros de representações gráficos e converter essa informação em um registro de representação algébrico evidencia compreensão profunda dos princípios de progressões aritméticas e aplicação eficaz das operações cognitivas necessárias para a resolução de problemas matemáticos.

A abordagem de E19 em identificar e representar a razão como *r=0* também reflete uma compreensão da natureza das progressões constantes. Ao fazer isso, o estudante mostra não apenas a capacidade de reconhecer padrões estáveis, também a aptidão para comunicar suas observações de forma clara e precisa, utilizando a linguagem matemática apropriada. Esse nível de análise e aplicação é crucial para o desenvolvimento de habilidades matemáticas avançadas e para a capacidade de abordar problemas mais complexos no futuro.

A Figura 30 mostra a resposta fornecida pelo estudante E08 para o Exercício O.

Figura *30* – Resposta do estudante E08



Fonte: acervo da autora

Um aspecto relevante a ser mencionado é o caso do estudante E08. Após converter o registro de representação gráfico para o registro de representação algébrico, E08 optou por utilizar a designação pura, ao nomear a razão da sequência como *q*. Ao atribuir a incógnita *q* como a razão da progressão, o estudante aplicou a categorização simples, utilizando uma notação comumente associada a progressões geométricas. Essa escolha demonstra a habilidade de E08 em abstrair e representar a relação constante entre os termos da sequência de maneira formal e algébrica.

No entanto, é importante ressaltar que esses estudantes, incluindo E08, não consideraram a possibilidade de que essa mesma progressão poderia ser classificada tanto como aritmética quanto geométrica. Ao observar a produção dos demais estudantes a respeito de todas as progressões constantes, é notável que todos indicaram que uma progressão era ou do tipo PA ou do tipo PG, sem considerar que ao menos uma dessas progressões poderia se encaixar em ambos os casos.

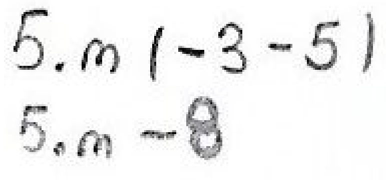
Esse aspecto revela uma tendência dos estudantes em categorizar as progressões de forma rígida, sem considerar que uma mesma sequência poderia ser interpretada de diferentes maneiras, dependendo do contexto e das características dos termos. A falta de flexibilidade em reconhecer que uma progressão constante pode ser vista como uma PA, onde a diferença entre os termos é zero, ou como uma PG, onde a razão entre os termos é um, aponta para uma área de melhoria no ensino e na compreensão das propriedades das progressões. Essa percepção poderia enriquecer a capacidade dos estudantes de analisar e interpretar sequências numéricas de maneira mais adaptável.

Após essa etapa, os estudantes foram apresentados a registros de representação gráficos de diversas progressões. A tarefa deles era classificar cada sequência como PA ou PG, identificar a razão correspondente e estabelecer sua lei de formação. Para realizar essa classificação, os estudantes precisaram analisar os gráficos para discernir o padrão de crescimento ou decrescimento entre os termos. Eles determinaram se a sequência seguia uma adição constante ou uma multiplicação constante.

Essa atividade não só reforçou a compreensão dos estudantes sobre as características distintivas das progressões aritméticas e geométricas, também desenvolveu suas habilidades em manipular e interpretar diferentes formas de representação matemática. Através desse exercício, os estudantes aprimoraram suas capacidades de análise crítica e resolução de problemas, essenciais para o domínio de conceitos matemáticos mais complexos.

A Figura 31 exibe a solução do estudante E16 para o Exercício E1A.

Figura *31* – Resposta do estudante E16

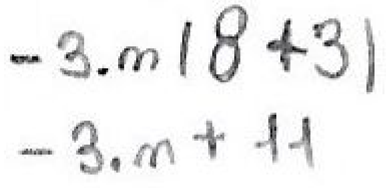


Fonte: acervo da autora

O primeiro exercício proposto apresentava o registro de representação gráfico da sequência (-3, 2, 7, 12). Para determinar a lei de formação dessa sequência, o estudante E16 recorreu à lei de formação fornecida pela pesquisadora em encontros anteriores. Utilizando a designação pura, ele identificou o primeiro termo como $a_1 = -3$, e a razão como $r = 5$. Em seguida, substituindo esses valores na lei de formação proposta, o estudante realizou uma expansão formal, resultando na equação $a_n = 5n - 8$.

A figura 32 contém a resposta do estudante E16 para o Exercício E1B.

Figura *32* – Resposta do estudante E16



Fonte: acervo da autora

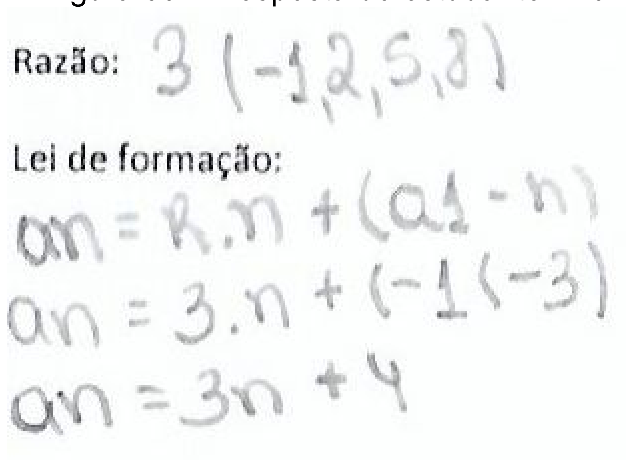
O exercício proposto mostrava o registro de representação gráfico da sequência (8, 5, 2, -1), e a resposta desse estudante em relação à lei de formação pode ser visualizada na Figura 32. Conforme a análise *a priori*, E16 realizou a conversão de registro de representação gráfico para o registro de representação algébrico da sequência proposta no exercício. Em seguida, ele atribuiu valores ao primeiro termo e à razão dessa progressão, utilizando a lei de formação discutida pela pesquisadora em encontros anteriores.

Ao identificar que a sequência apresentava uma diminuição constante de 3 unidades entre cada termo, o estudante aplicou a fórmula da progressão aritmética $a_n = rn + (a_1 - r)$. Nesse caso, ele substituiu os respectivos valores resultando na expressão $a_n = 3n + 11$. Esse processo demonstra a capacidade do estudante de abstrair os conceitos discutidos anteriormente e aplicá-los de maneira prática para resolver problemas específicos.

Além disso, a abordagem do estudante destaca sua compreensão da importância da conversão entre diferentes registros de representação matemática e sua habilidade em manipular expressões algébricas para derivar a lei de formação de uma sequência. Essa atividade não só reforça a compreensão dos fundamentos das progressões aritméticas, também desenvolve habilidades críticas de análise e aplicação de conceitos matemáticos em diversos contextos.

A resposta do estudante E19 para o Exercício E1B é exibida na Figura 33.

Figura *33* – Resposta do estudante E19



Fonte: acervo da autora

Ao analisar a resposta do estudante E19, percebe-se que, ao realizar a conversão do representações de registro gráfico para o registro de representação algébrico, ele considerou a sequência numérica de forma inversa, começando pelo último termo e indo em direção ao primeiro. Essa abordagem não foi previamente contemplada na análise inicial, e oferece uma perspectiva única sobre a interpretação da sequência.

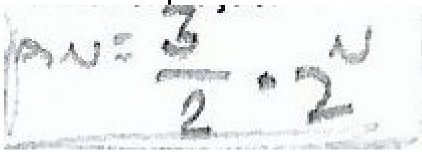
Ao iniciar pelo último termo da sequência e retroceder até o primeiro, o estudante E19 demonstrou sua capacidade de pensar de maneira não convencional. Essa inversão da ordem habitual dos termos exigiu que ele adaptasse a aplicação das regras algébricas e reinterpretasse a razão e a lei de formação da sequência. Ao invés de seguir a progressão natural dos termos, E19 teve que calcular a diferença e aplicar a razão de forma retrógrada, o que adiciona uma camada extra de complexidade ao problema.

Essa resolução pode fornecer percepções valiosas sobre como os estudantes visualizam as sequências numéricas, e destaca a necessidade e a importância de apresentar múltiplas perspectivas na construção de registros de representação gráfica para sequências numéricas. É fundamental fomentar o pensamento criativo e crítico entre os estudantes, incentivando-os a explorar diversas abordagens na resolução de problemas.

No entanto, esse exemplo ilustra a possibilidade de diferentes estratégias que os estudantes podem empregar ao enfrentar desafios matemáticos, e sublinha a importância de reconhecer e valorizar abordagens diversificadas, quando aplicadas de forma coerente. Ao considerar e apoiar essas variadas metodologias, os educadores podem promover um ambiente de aprendizado mais inclusivo e estimulante, que valoriza a inovação e a flexibilidade cognitiva.

A resposta do estudante E08 para o Exercício E1C pode ser vista na Figura 34.

Figura *34* – Resposta do estudante E08



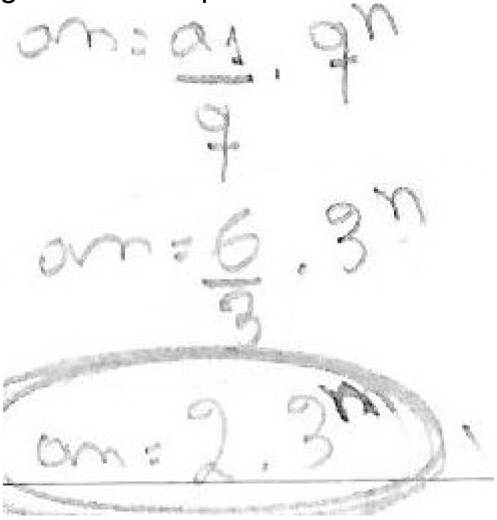
Fonte: acervo da autora

No exercício seguinte, foi apresentado o registro de representação gráfico da sequência (3, 3/2, 3/4, ...). Em seguida, os estudantes demonstraram resistência e relutância em relação a essa sequência devido à necessidade de operar com frações. A instrução foi clara, ao indicar que cada estudante deveria desenvolver seus cálculos conforme suas habilidades individuais. No entanto, a complexidade adicional imposta por frações e decimais gerou desconforto entre alguns estudantes. Por conta disso, e reforçando a não obrigatoriedade de participação, quatro estudantes optaram por não responder à atividade. Os demais estudantes, apesar das dificuldades, decidiram enfrentar o desafio. Eles se empenharam em utilizar frações e decimais na busca por resolver a sequência. Esse esforço revelou tanto a determinação desses alunos quanto as áreas específicas onde encontram mais obstáculos. A resistência inicial à utilização de frações e decimais é compreensível, considerando a complexidade que esses conceitos podem introduzir, especialmente se os estudantes não se sentirem completamente confortáveis com essas operações. Esse episódio destaca a importância de desenvolver estratégias pedagógicas que ajudem a reduzir a ansiedade matemática relacionada ao uso de frações e decimais. Fornecer um ambiente de aprendizado que encoraje a prática e a familiaridade com esses conceitos pode facilitar um aprendizado mais suave e confiante dos estudantes para operações mais complexas.

Para o desenvolvimento da atividade, o estudante E08 utilizou a designação pura, ao indicar que o primeiro termo é *3* e que a razão é *2*. No entanto, essa razão não condiz com o gráfico apresentado, visto que se trata de uma progressão exponencial decrescente, cuja razão correta é 1/2. Essa discrepância revela que o estudante não conseguiu realizar a operação de expansão formal necessária para identificar corretamente a lei de formação da sequência. A progressão decrescente indica que cada termo subsequente é obtido multiplicando o termo anterior por *1/2*, o que sugere uma necessidade de maior atenção na análise e conversão de registros de representações gráficos para registros de representações algébricos. Essa situação ressalta a importância de compreender a natureza das progressões exponenciais e a necessidade de precisão na determinação das razões que definem a sequência. Além disso, evidencia a necessidade de práticas pedagógicas que reforcem a habilidade dos estudantes em realizar expansões formais e conversões corretas entre diferentes registros de representação. Incentivar os estudantes a revisar e verificar suas suposições pode ajudar a evitar tais erros e promover uma compreensão mais profunda e precisa dos conceitos matemáticos.

A resposta do estudante E23 para o Exercício E1C é exibida na Figura 35.

Figura *35* – Resposta do estudante E23



Fonte: acervo da autora

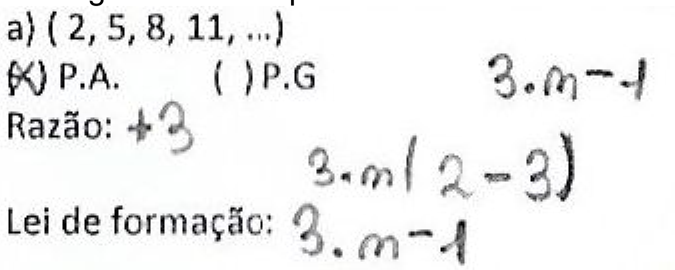
Após observar a representação gráfica do Exercício E1C da sequência (6, 18, 54, 162), o estudante E23 realizou a operação de designação pura, ao identificar que o primeiro termo da sequência como 6 e a razão como 3. Utilizando esses valores, o estudante aplicou a expansão formal, substituindo-os na fórmula da progressão geométrica. Através dessa operação, o estudante indicou a lei de formação da sequência como $a_n = 2.3^n$, ao realizar a conversão do representações de registro gráfico para o registro de representação algébrico, o que está em conformidade com a análise *a priori*. Ao identificar o primeiro termo e a razão, e ao formular a lei de formação, o estudante evidenciou sua compreensão dos conceitos de progressão geométrica e a capacidade de aplicar métodos matemáticos para resolver problemas. Essa abordagem também reflete a eficácia na designação pura e a expansão formal na compreensão de sequências e progressões, apesar de o estudante desconhecer que realiza esses processos. A clareza e precisão na determinação dos termos e da razão permitiram ao estudante elaborar a lei de formação de maneira correta e eficiente, mostrando uma sólida base de conhecimento matemático e habilidades analíticas. Destaco, aqui, a dificuldade dos estudantes em identificarem uma fração multiplicativa para a razão, optando, em vez disso, por indicar que a razão é o termo dividido por dois como uma substituição. Essa alternativa sugere que os estudantes encontraram um método mais intuitivo ou acessível para lidar com a progressão, embora isso possa indicar uma lacuna na compreensão completa dos conceitos envolvidos nas progressões geométricas. A preferência por usar a divisão por dois como forma de expressar a razão pode ser vista como tentativa de simplificar o problema, tornando-o mais manejável, com base no conhecimento prévio e nas habilidades matemáticas disponíveis para eles. No entanto, essa estratégia também revela a necessidade de reforçar a compreensão das frações multiplicativas e suas aplicações nas progressões geométricas.

Na etapa seguinte de resolução de exercícios, os estudantes foram apresentados a registros de representação algébrico de sequências numéricas. A tarefa consistia em identificar a razão de cada sequência e estabelecer sua lei de formação. Esse exercício exigia que os estudantes aplicassem suas habilidades de análise algébrica para discernir os padrões subjacentes às sequências apresentadas. Ao se depararem com esses registros de representações algébricas, os estudantes tiveram que, primeiro, determinar a razão, que poderia ser um valor que correspondia a PA ou PG. Identificar a razão era um passo crucial, pois permitia aos estudantes compreenderem a estrutura da sequência e como cada termo se relacionava com o anterior. Depois de identificar a razão, os estudantes precisavam construir a lei de formação da sequência. Esse processo envolvia a aplicação de fórmulas algébricas adequadas. Esse exercício não apenas reforçou a compreensão dos estudantes sobre os conceitos de PA e PG, também desenvolveu suas habilidades em manipular e interpretar expressões algébricas. Essa etapa ainda proporcionou, aos estudantes, pensarem criticamente e operarem a conversão entre diferentes tipos de registros de representação semióticos. A capacidade de converter informações entre registros algébricos e gráficos é uma competência essencial ao estudo da matemática, e essa atividade foi pensada para fortalecer esse conhecimento entre os estudantes. Destaca-se que, nessa etapa, os estudantes E10 e E23 criaram pequenos esboços gráficos para identificar o comportamento das sequências e, assim, poderem responder se eram PA ou PG. Essa abordagem visual permitiu que eles analisassem melhor os padrões e as relações entre os termos consecutivos, facilitando a identificação do tipo de progressão.

Os esboços gráficos elaborados pelos estudantes demonstraram sua habilidade em converter registros de representação algébricos em representações visuais, o que é uma competência crucial no entendimento das sequências numéricas. Ao visualizar os termos e suas variações graficamente, E10 e E23 puderam inferir se a sequência seguia um padrão de adição constante, uma PA; ou um padrão de multiplicação constante, uma PG.

A resposta do estudante E26 para o Exercício E2A pode ser vista na Figura 36.

Figura *36* – Resposta do estudante E26

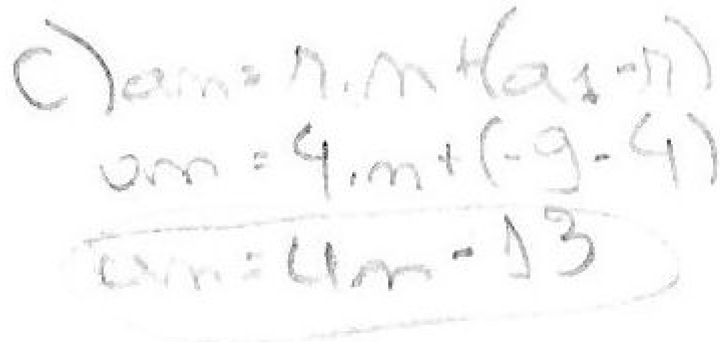


Fonte: acervo da autora

O exercício apresentava a equação (2, 5, 8, 11), e ao analisar a sequência, o estudante E16 identificou que se tratava de uma PA com uma razão igual a *+3*. Demonstrando clara compreensão dos conceitos envolvidos, E16 determinou que a lei de formação da sequência é $a_n = 3n - 1$. Para chegar a essa conclusão, E16 observou a constante de *+3* entre os termos consecutivos da sequência, o que é característico de uma PA. Em seguida, ele utilizou essa razão para formular a expressão algébrica que descreve a sequência. Ao estabelecer que o primeiro termo é *2* e a razão é *3*, ele chegou à resposta de que a fórmula geral dos termos é igual a $a_n = 3n - 1$.

A Figura 37 mostra a resposta fornecida pelo estudante E23 para o Exercício E2C.

Figura *37* – Resposta do estudante E19

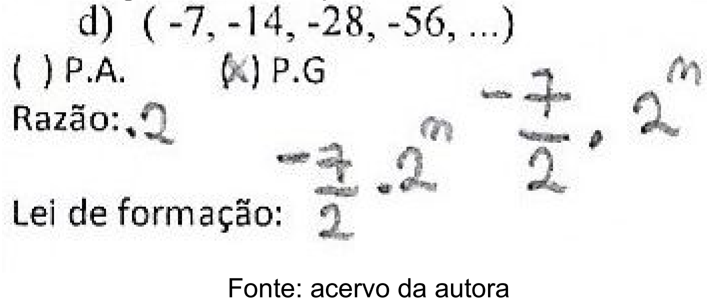


Fonte: acervo da autora

Para encontrar a lei de formação da sequência, o estudante E23 identificou a diferença constante entre os termos consecutivos da sequência, caracterizando a PA. Ao reconhecer que a razão era +4, ele procedeu a utilizar essa razão junto com o primeiro termo da sequência para encontrar a fórmula geral. Ao levar em consideração o ajuste necessário para alinhar o primeiro termo corretamente, E23 formulou a expressão $a_n = 4n - 13$. Ao realizar a expansão formal, E23 demonstrou compreensão clara das propriedades da PA e a habilidade de manipular os elementos da sequência para encontrar a lei de formação correta.

Podemos observar a resposta do estudante E16 para o Exercício E2D na Figura 38.

Figura *38* – Resposta do estudante E16


d) (-7, -14, -28, -56, ...)

( ) P.A. (X) P.G

Razão: .2

Lei de formação: $-\frac{7}{2} \cdot 2^n \quad -\frac{7}{2} \cdot 2^n$

Fonte: acervo da autora

Ao observar a resposta do estudante E16, podemos identificar que ele percebeu que a progressão aumenta em "*.2*", fazendo referência a uma PG. Para tanto, E16 operou uma expansão formal, mesmo sem estar consciente disso. Ele também utilizou a fórmula de menor custo cognitivo apresentada no início da aplicação desta pesquisa, demonstrando sua habilidade em aplicar métodos para resolver problemas matemáticos.

Curiosamente, era esperado que os estudantes realizassem a conversão do registro de representação algébrico para o registro de representação gráfico, a fim de visualizar o comportamento da sequência de maneira mais clara. Essa expectativa visava a incentivar uma compreensão mais profunda da relação entre os diferentes registros de representação, sem a necessidade de verbalizar essa instrução. No entanto, nenhum estudante registrou essa conversão nas fichas de acompanhamento, sugerindo uma área de melhoria na comunicação das expectativas e na promoção de estratégias visuais para a compreensão das sequências. Essa observação aponta para a necessidade de reforçar a importância da conversão entre registros de representação algébricos e registros de representação gráficos no ensino de progressões, para que os estudantes possam desenvolver uma compreensão mais holística e visual das sequências numéricas. Além disso, destaca a eficácia da abordagem de menor custo cognitivo na resolução de problemas, ao mesmo tempo em que sugere que práticas pedagógicas adicionais podem ser necessárias para garantir que os estudantes explorem todas as possíveis representações dos problemas matemáticos.

5.5 PRINCIPAIS RESULTADOS DA FASE EXPERIMENTAL

A semelhança entre as equações propostas e as funções do primeiro grau foram enfatizadas no decorrer das atividades propostas destacando as unidades significativas das PA e PG. É fundamental que os estudantes estejam familiarizados com o conceito de sequências antes de serem introduzidos aos conceitos de PA e PG. A compreensão de sequências através de diferentes registros de representação é essencial, pois permite aos estudantes não apenas identificar e entender padrões numéricos, mas também reconhecer leis de formação ou características comuns em sucessões de números. Os problemas propostos devem promover a identificação e o reconhecimento desses padrões, além de permitir a conversão entre registros de representação e o tratamento necessário para desenvolver as habilidades requeridas na resolução dos problemas.

A apresentação dos registros de representação semiótica das progressões aritméticas teve como objetivo possibilitar que os estudantes identificassem a associação dessas representações com funções do primeiro grau definidas no domínio dos números naturais, facilitando, assim, a construção de uma expressão algébrica que representasse a lei de formação da sequência. Ao promover a conversão e o tratamento entre diferentes registros de representação, buscou-se que os estudantes desenvolvessem a capacidade de transitar entre esses registros, reconhecendo as unidades significativas e compreendendo as conexões entre a representação gráfica, que oferece uma percepção visual mais intuitiva das progressões, e a representação algébrica, que proporciona uma descrição mais formal e analítica.

Destaca-se a realização da conversão de um registro de representação figural para o registro de representação algébrica, evidenciando a capacidade de transformar representações visuais em expressões matemáticas. Outro ponto a ser destacado é o fato de um estudante ter associado a sequência de figuras apresentada no exercício e articular seu raciocínio ao afirmar: “se repete a cada três, como a gente quer o 17 e o menor número da tabuada do 3 é o 15, então o 15 é o quadrado, o quadrado mais duas figuras, chega no círculo, demonstrando assim realização da expansão formal ao calcular mentalmente o próximo termo da figura, demonstrando o entendimento dos conceitos desenvolvidos. A aptidão ao aplicar a expansão formal também pode ser vista em declarações como: “de dois foi para seis, que dá quatro; de dez para quatorze, aumentou quatro e de quatorze para dezoito, aumenta mais quatro” e “está de quatro em quatro”.

Adicionalmente, destaca-se a explicação de outro estudante que afirmou: “todas as figuras têm 3 blocos cinzas, por isso o +3, e [que] a cada figura nova são acrescidos dois blocos, por isso 2n + 3”. Essa explanação demonstra a aplicação de uma expansão formal, mesmo que o estudante não estivesse plenamente consciente disso. Ele correlacionou a constante de 3 blocos cinzas presentes em todas as figuras ao termo constante na expressão algébrica, enquanto o incremento de 2 blocos por figura foi representado pelo termo 2n. Essa análise não só confirma a precisão da formulação algébrica empregada, como também evidencia a capacidade do estudante de articular a lógica subjacente às suas operações matemáticas, utilizando uma linguagem apropriada para descrever a progressão observada.

Registros de representação que destacam a associação entre Progressões Geométricas e Funções Exponenciais demonstram que os pontos cartesianos representados nos gráficos indicam simultaneamente a posição (valor de x) e o termo da sequência (valor de y). Progressões geométricas também podem ser visualizadas em formas geométricas, como triângulos, quadrados, círculos, ou outras figuras, reforçando a ideia de que essas sequências podem ser identificadas através de representações visuais diversas.

Ao realizar conversões entre registros de representação de chegada e saída, os estudantes operam ativamente sobre esses registros, desenvolvendo a capacidade de explorar diferentes perspectivas e identificar as unidades significativas em cada uma delas. Este processo é fundamental para que eles aprendam a transformar uma representação matemática em outra, enriquecendo sua compreensão sobre o objeto de estudo.

Essa abordagem é crucial para que os estudantes desenvolvam uma compreensão mais profunda e integrada dos conceitos matemáticos, e é uma etapa necessária para identificar possíveis dificuldades, ajustar a sequência didática e aprimorar o processo de ensino e aprendizagem.

Também é importante ressaltar que os estudantes não consideraram a possibilidade de classificar uma progressão como aritmética e geométrica ao mesmo tempo. Além disso foi observado que a utilização da fórmula simplificada para encontrar a lei de formação de uma sequência facilitou o processo e evidenciou a aplicação prática.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS E PERSPECTIVAS

O processo de construção de um trabalho de pesquisa é uma jornada silenciosa e sinuosa. Silenciosa, pois requer intensa observação, leitura e reflexão, permitindo que as palavras lidas, ditas e ouvidas formem conexões significativas, traçando novos caminhos que podem ser curvos, íngremes, ou às vezes confortáveis. A principal questão investigativa deste estudo foi identificar as contribuições da TRRS na aprendizagem das Sequências Numéricas por estudantes do Ensino Médio.

A metodologia adotada foi a Engenharia Didática que proporcionou uma análise dos processos de ensino e aprendizagem, assim como foi estruturada com a análise *a priori* e a análise *a posteriori*, proporcionando uma visão abrangente e detalhada dos processos de ensino e aprendizagem. A análise *a priori* desempenhou papel crucial, ao prever as respostas esperadas dos estudantes e as operações semiocognitivas envolvidas. Esse planejamento antecipado permitiu delinear um mapa teórico de como os estudantes deveriam interagir com o material didático e quais resultados seriam mais prováveis de serem observados. Essa etapa envolveu a identificação das resoluções esperadas e a previsão das operações cognitivas que os estudantes utilizariam ao enfrentar as atividades propostas. Ao estabelecer essas expectativas, a análise *a priori* forneceu uma base sólida para comparar os resultados reais durante a fase de experimentação. A análise *a posteriori*, por sua vez, foi fundamental para validar ou refutar hipóteses iniciais com base nos dados coletados durante a experimentação. Essa etapa envolveu a comparação das previsões com os resultados efetivamente observados, permitindo uma avaliação detalhada da eficácia das estratégias pedagógicas utilizadas. A análise *a posteriori* confirmou as expectativas sobre o apropriado, além de destacar áreas em que os resultados divergiram das previsões, proporcionando percepções valiosas para a melhoria contínua das práticas de ensino.

A importância da metodologia e dos procedimentos metodológicos adotados reside na capacidade de proporcionar uma estrutura clara e fundamentada para a condução da pesquisa, garantindo rigor científico e validade nos resultados obtidos. Destaco, que escolha por realizar a pesquisa com estudantes do primeiro ano do Ensino Médio em uma escola estadual de Santa Catarina foi estratégica devido à proximidade geográfica para a pesquisadora. E a metodologia adotada foi cuidadosamente planejada para permitir uma compreensão aprofundada dos processos de ensino e aprendizagem, permitindo uma análise detalhada e sistemática dos processos de ensino e aprendizagem, possibilitando a identificação de dificuldades e potencialidades na abordagem dos conteúdos matemáticos. Além disso, essa metodologia facilita a adaptação das estratégias de ensino às necessidades dos estudantes, contribuindo para o desenvolvimento de práticas pedagógicas mais eficazes e contextualizadas. A escolha criteriosa dos procedimentos metodológicos assegura que cada etapa do processo investigativo seja conduzida de forma a maximizar a compreensão dos fenômenos educativos, permitindo uma análise crítica e reflexiva sobre o ensino de matemática no contexto da escola estudada.

A escolha pela abordagem qualitativa foi feita com o objetivo de permitir uma análise detalhada e criteriosa dos processos de ensino e aprendizagem. Essa escolha metodológica permitiu uma compreensão mais profunda das dinâmicas educativas, sem recorrer a técnicas estatísticas tradicionais. A coleta de dados foi robusta e multifacetada, abrangendo várias formas de interação e feedback dos participantes. As observações em sala de aula foram essenciais para captar interações espontâneas dos estudantes com o conteúdo e entre si. A aplicação da sequência didática foi meticulosamente registrada em diários de bordo e questionários, o que permitiu uma documentação detalhada das interações dos estudantes com as atividades propostas. Os diários de bordo serviram como registro contínuo das observações feitas durante a aplicação da sequência, capturando as reações imediatas dos estudantes, suas dúvidas e os progressos alcançados. Os questionários, por sua vez, forneceram dados estruturados sobre as percepções dos estudantes e suas compreensões dos conceitos abordados. A documentação detalhada permitiu uma análise aprofundada das estratégias de resolução utilizadas pelos estudantes, bem como das dificuldades encontradas e superadas ao longo do processo. Esse método permitiu uma visão holística do ambiente de aprendizagem, destacando comportamentos, atitudes e reações que podem não ser facilmente capturadas por outras formas de coleta de dados. A sequência didática foi cuidadosamente planejada e aplicada para investigar a eficácia das estratégias pedagógicas baseadas na TRRS. A implementação dessa sequência permitiu observar diretamente como os estudantes interagiam com diferentes registros de representação e como essas interações influenciavam sua compreensão e aprendizado dos conceitos matemáticos. Essa análise criteriosa revelou não apenas as respostas dos estudantes às atividades propostas, mas também as nuances de suas experiências de aprendizagem, suas dificuldades e os avanços alcançados. Os achados desta pesquisa contribuíram significativamente para o entendimento de como diferentes estratégias pedagógicas, especialmente aquelas baseadas na TRRS, podem ser adaptadas para atender às necessidades individuais dos estudantes.

A revisão de literatura desempenha um papel fundamental na fundamentação teórica e no direcionamento da pesquisa, oferecendo um panorama abrangente do conhecimento existente sobre o tema estudado. Ela possibilita identificar lacunas e oportunidades para novas investigações, além de contextualizar o estudo dentro do campo mais amplo da educação matemática. Nesta pesquisa, a TRRS desempenha um papel central na análise dos processos de ensino e aprendizagem, pois permite uma investigação aprofundada de como diferentes registros de representação auxiliam na compreensão das Sequências Numéricas pelos estudantes. A TRRS possibilita uma abordagem em que cada tipo de registro de representação semiótica oferece uma perspectiva única sobre os conceitos matemáticos. Ao explorar esses registros, os estudantes desenvolvem a capacidade de converter um registro de representação semiótico A para registro de representação semiótico B, especialmente no contexto das sequências numéricas. Essa conversão é crucial para que os estudantes possam transitar entre diferentes formas de representar um conceito matemático, como passar de um registro gráfico para um algébrico, ou vice-versa, o que enriquece sua compreensão e permite uma visão mais ampla dos padrões e relações envolvidas.

A revisão de literatura foi essencial para compreender como a TRRS tem sido utilizada para facilitar a compreensão de Sequências Numéricas e para destacar a importância de se trabalhar com diferentes registros de representação. Ao analisar trabalhos anteriores e identificar diferentes abordagens e resultados, a revisão de literatura não só enriqueceu a base teórica da pesquisa, mas também orientou a escolha de métodos e estratégias, assegurando que a investigação estivesse alinhada com as práticas e descobertas mais relevantes e atuais na área. Assim, a revisão não apenas sustentou o desenvolvimento do estudo, mas também contribuiu para a formação de um quadro teórico robusto, que ampliou a compreensão do uso de registros de representação semiótica no ensino e na aprendizagem de matemática.

Além disso, a articulação dos gestos intelectuais entre os registros de representação das sequências numéricas e os registros de representação das funções é uma área de grande interesse nesta pesquisa. A TRRS facilita a análise de como os estudantes coordenam esses diferentes registros, revelando como eles compreendem e manipulam conceitos matemáticos complexos. Os alunos devem entender as unidades significantes das Sequências Numéricas que se evidenciam tanto no registro de representação gráfico quanto no registro algébrico. Ao escrever a lei de formação da PA no formato proposto nesta pesquisa, o estudante passa a ter entendimento que a lei de formação se assemelha a escrita da função do primeiro grau e assim tem as mesmas unidades significantes, o que facilita o aprendizado. Já a PG tem as unidades significantes da função exponencial. Essa compreensão é essencial, pois permite que eles identifiquem e reconheçam padrões, relações e propriedades que são fundamentais para o domínio dos conceitos de Sequências Numéricas e funções associadas.

A escolha da TRRS como referencial teórico foi particularmente relevante, pois proporcionou um entendimento detalhado das interações entre os diferentes tipos de registros semióticos. A teoria não apenas orientou a metodologia da pesquisa, mas também permitiu uma análise crítica e reflexiva dos resultados. Ao explorar a aplicação prática da TRRS, a pesquisa conseguiu identificar como os estudantes compreendem as unidades significantes nos registros algébricos e gráficos e como isso influencia a construção de um conhecimento matemático mais robusto e integrado. Essa abordagem evidenciou a importância de apresentar conceitos matemáticos por meio de múltiplos registros, promovendo uma compreensão mais completa e fundamentada do impacto dos registros de representação semiótica no ensino de Matemática.

Os resultados obtidos ao longo da investigação destacam a importância crucial de diversificar os registros de representação semióticos no ensino de matemática. A utilização de múltiplos registros de representação semiótica facilita significativamente o acesso ao objeto matemático, promovendo uma compreensão mais completa e a internalização dos conceitos abordados. A diversificação de registros de representação semiótica das sequências numéricas demonstrou ser especialmente eficaz na assimilação desses conceitos pelos estudantes.

A articulação entre diferentes registros de representação semiótica contribuiu significativamente para a compreensão dos estudantes sobre o conceito de sequências numéricas. No entanto, foi identificada uma lacuna na conversão do registro de representação algébrico para o registro de representação gráfico das sequências, apontando uma área potencial para melhorias futuras. Adicionalmente, observou-se a utilização de registros auxiliares nas sequências figurais, que ajudaram os estudantes na expansão formal necessária para responder aos questionamentos apresentados.

Ao propor a utilização da lei de formação escrita em um formato que proporciona um custo cognitivo menor, os estudantes aderiram a essa abordagem, confirmando a eficiência da estratégia. Alguns estudantes foram capazes de identificar sequências relacionadas à quantidade de quadrados, enquanto outros consideraram a sequência de trás para a frente. A resposta do estudante E01 para a Figura F, que demonstrava blocos cinzas e brancos, destacou uma compreensão clara dos coeficientes dependentes e independentes, evidenciando a profundidade do entendimento alcançado.

Esta pesquisa reforça a relevância da TRRS na Educação Matemática, evidenciando como a diversificação de registros de representação semióticos pode enriquecer a aprendizagem e promover uma compreensão mais profunda e abrangente dos conceitos matemáticos. A hipótese de que a TRRS contribui para a aprendizagem das Sequências Numéricas foi amplamente confirmada, visto que os estudantes demonstraram uma maior capacidade de abstração e resolução de problemas quando expostos a diferentes registros de representação semiótica.

As contribuições da TRRS para a aprendizagem das Sequências Numéricas mostraram-se significativas, facilitando a compreensão dos conceitos matemáticos e proporcionando uma reflexão profunda sobre as práticas pedagógicas. A utilização de múltiplos registros de representação semióticos facilitou a compreensão e o aprendizado dos conceitos abordados, e ainda ajudou os estudantes a internalizarem esses conceitos de maneira mais eficaz. Além de abrir caminho para novas investigações sobre como os conceitos matemáticos podem ser apresentados e compreendidos de maneira mais eficaz, utilizando múltiplos registros de representação. A exposição a diferentes registros de representação semiótica permitiu que os estudantes estabelecessem conexões mais significativas entre os conceitos matemáticos, melhorando seu desempenho e entendimento das

Sequências Numéricas. Essa habilidade de interligar diferentes registros proporcionou uma visão mais integrada e coerente dos conceitos, evidenciando a eficácia da TRRS.

A análise das resoluções dos estudantes revelou a importância de adaptar as estratégias de ensino às necessidades e características individuais dos estudantes. A personalização das abordagens pedagógicas mostrou-se essencial para maximizar a aprendizagem, garantindo que cada estudante pudesse aproveitar ao máximo o processo educativo.

Além disso, a TRRS promoveu o desenvolvimento de habilidades analíticas e críticas, incentivando os estudantes a explorar diferentes caminhos na resolução de problemas matemáticos. Essa abordagem estimulou a criatividade e a capacidade de pensar de forma independente, aspectos fundamentais para o aprendizado profundo. A diversificação dos registros de representação facilitou a compreensão e o aprendizado dos conceitos de maneira mais global. Isso proporcionou, aos estudantes, domínio mais abrangente e profundo dos conceitos abordados, permitindo-lhes estabelecer conexões mais profundas e significativas entre os conceitos matemáticos e os registros de representação semiótica.

A aplicação da TRRS na Educação Matemática revelou-se altamente benéfica, destacando a importância de uma abordagem pedagógica que valorize a multiplicidade de registros de representação e a personalização das estratégias de ensino. Esses resultados evidenciam a eficácia da TRRS, mostrando como a diversificação de registros pode enriquecer a aprendizagem e promover uma compreensão mais profunda e abrangente dos conceitos matemáticos. A abordagem semiótica facilita o entendimento, além de oferecer, aos estudantes, múltiplas maneiras de abordar e resolver problemas matemáticos para que se adaptassem melhor às suas necessidades e estilos de aprendizagem individuais. Ao planejar e utilizar estratégias pedagógicas, a análise das resoluções dos estudantes revelou a importância crucial de adaptar as estratégias de ensino às necessidades e características individuais dos estudantes. Essa adaptação foi corroborada durante a aplicação da sequência didática, promovendo uma educação matemática mais inclusiva e eficaz. A aplicação prática da TRRS demonstrou que a personalização das abordagens pedagógicas é essencial para maximizar a aprendizagem, garantindo que cada estudante possa aproveitar ao máximo o processo educativo. A TRRS na educação matemática facilita a compreensão dos conceitos e promove um aprendizado mais profundo e adaptável, comprovando a eficácia de uma abordagem pedagógica diversificada e personalizada.

A validação científica desta pesquisa é assegurada por meio de uma rigorosa metodologia e fundamentação teórica, que seguem critérios estabelecidos pela comunidade acadêmica para garantir a credibilidade dos resultados. A utilização da Engenharia Didática como metodologia de pesquisa permitiu uma abordagem sistemática e detalhada dos processos de ensino e aprendizagem, proporcionando análises consistentes e replicáveis. Além disso, o referencial teórico da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) ofereceu uma base sólida para investigar como diferentes formas de representação matemática influenciam a compreensão dos estudantes sobre Sequências Numéricas, permitindo uma investigação aprofundada e coerente com os objetivos propostos. A validação da pesquisa pode ser percebida com a aplicação cuidadosa de instrumentos de coleta de dados, como observações e registros detalhados das atividades dos estudantes permitiu uma análise mais robusta e abrangente dos fenômenos observados. Assim como ao considerar a replicabilidade dos procedimentos em diferentes contextos educacionais, permitindo que os resultados contribuam para um entendimento mais amplo das práticas pedagógicas em matemática. A originalidade dos resultados e a relevância dos construtos teóricos também reforçam a validade científica desta pesquisa, proporcionando novas perspectivas sobre a utilização da TRRS no ensino de matemática e sugerindo caminhos inovadores para futuras investigações. Dessa forma, a pesquisa não apenas confirma teorias existentes, mas também amplia o campo de estudo, oferecendo perspectivas que podem ser aplicados e testados por outros pesquisadores.

Embora a pesquisa tenha respondido à questão principal, surgiram novos problemas relacionados à implementação prática da TRRS. Um dos desafios observados foi a resistência dos estudantes em utilizar frações e decimais, evidenciando a necessidade de desenvolver estratégias didáticas mais eficazes para superar essas dificuldades. Isso sugere que os estudantes necessitam de mais suporte e práticas específicas para lidar com esses conceitos. Para enfrentar esses desafios, propõe-se o desenvolvimento de atividades que possibilitem a participação ativa dos estudantes, incentivando a explanação de seus raciocínios, pensamentos e compreensões. Estratégias como discussões em grupo, exercícios práticos e revisões periódicas dos conceitos fundamentais são essenciais para reforçar o aprendizado e aumentar a confiança dos estudantes no uso dos conceitos matemáticos aprendidos.

O tamanho do grupo de estudantes participantes da pesquisa foi um desafio à parte. Trabalhar com um grupo tão grande trouxe limitações à profundidade com que foi possível analisar as nuances do pensamento e do raciocínio de cada estudante. Caso a pesquisa tivesse sido conduzida com um grupo menor, teríamos tido a oportunidade de captar com maior riqueza os detalhes dos processos cognitivos envolvidos. Um grupo reduzido teria possibilitado um acompanhamento mais próximo e individualizado, permitindo uma análise mais detalhada das estratégias de resolução, das dificuldades enfrentadas e das formas de interação dos estudantes com os conceitos abordados. Portanto, um tamanho de amostra menor poderia ter oferecido uma visão mais enriquecedora e qualitativa, facilitando a obtenção de descobertas mais profundos sobre a aprendizagem e o desenvolvimento dos estudantes.

A implementação dessas propostas visa a criar um ambiente de aprendizagem mais dinâmico e interativo, onde os estudantes se sintam encorajados a explorar diferentes abordagens e a desenvolver uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos. Essas estratégias podem atender às necessidades individuais dos estudantes e promover uma cultura de aprendizagem colaborativa e reflexiva, essencial para o sucesso na educação matemática.

Em suma, as contribuições da TRRS para a aprendizagem das Sequências Numéricas foram de grande importância. A teoria não apenas facilitou a compreensão dos conceitos matemáticos, mas também proporcionou uma reflexão profunda sobre as práticas pedagógicas e a forma como os estudantes acessam e interagem com os objetos de conhecimento matemático. Esta pesquisa reforça a necessidade de repensar as metodologias de ensino, buscando sempre uma abordagem que contemple as diferentes formas de representação e os múltiplos caminhos de aprendizagem dos estudantes.

A aplicação da TRRS tornou o processo de ensino mais direto e eficaz, ajudando os estudantes a compreenderem melhor a estrutura e o comportamento das progressões. Isso fortaleceu sua capacidade de manipular e interpretar sequências matemáticas de maneira eficiente. O processo evidenciou a habilidade dos estudantes em converter uma sequência numérica em sua representação algébrica, utilizando princípios matemáticos para identificar e expressar padrões. A clareza e precisão na determinação da razão e na formulação da lei de formação refletem uma sólida compreensão dos fundamentos das progressões aritméticas.

Além disso, a capacidade dos estudantes em realizar essa análise de forma correta e eficiente sublinha a eficácia das estratégias pedagógicas empregadas. Essas estratégias enfatizam a importância da compreensão profunda dos conceitos matemáticos e a habilidade de aplicá-los na resolução de problemas. O exercício reforçou a competência dos estudantes em progressões aritméticas e ainda desenvolveu suas habilidades analíticas e algébricas de maneira significativa.

Este estudo sugere que a adoção de múltiplos registros de representação semiótica deve ser uma prática constante nas aulas de matemática. A diversificação das representações oferece aos estudantes diferentes perspectivas sobre os mesmos conceitos, facilitando a compreensão e retenção dos conteúdos. É fundamental que os educadores incorporem essas abordagens em suas práticas pedagógicas para atender às diversas necessidades e estilos de aprendizagem dos estudantes.

Portanto, as contribuições da TRRS vão além da simples transmissão de conhecimento. Elas promovem uma educação matemática mais inclusiva, reflexiva e eficaz, em que os estudantes aprendem conceitos e desenvolvem a capacidade de pensar criticamente e resolver problemas de maneira autônoma. Esta pesquisa destaca a importância de metodologias de ensino que valorizem a multiplicidade de representações e caminhos de aprendizagem, preparando os estudantes para uma compreensão mais profunda e aplicável da matemática em diversos contextos.

REFERÊNCIAS

ANJOS, D Z dos. **O que se revela quando o olhar não alcança?** Em busca do acesso semio-cognitivo aos objetos do saber matemático por uma estudante cega. Tese (Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica). - UFSC, Florianópolis 2019.

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Engenharia Didática**: evolução e diversidade. Revista Eletrônica de Educação Matemática (REVEMAT), Florianópolis, v. 7, n. 2, p. 22-52, out. 2012.

ALMOULOUD, Saddo Ag. COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva. Engenharia didática: características e seus usos em trabalhos apresentados no GT-19 / ANPEd. **REVEMAT**, Florianópolis, v.3, n.1, 2008.

ARTIGUE, Michelè. **Engenharia Didática**. In: BRUN, Jean. Didáctica das Matemáticas. Lisboa: Instituto Jean Piaget, 1996. p. 193-218. (Horizontes Pedagógicos). Tradução Maria José Figueiredo.

BATISTA, Bárbara Regina da Silveira. **Sequências Numéricas a partir da Geometria Fractal para Licenciandos em Matemática**. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática) - Centro Universitário Franciscano, Santa Maria - RS, 2017. Disponível em: http://www.tede.universidadefranciscana.edu.br:8080/handle/UFN-BDTD/595. Acesso em: 10 abr. 2021.

BIANCHINI. Edwaldo; PACCOLA, Herval. **Curso de Matemática**. Vol. Único. São Paulo: Moderna, 3ª Ed. 2003.

BRANDT, Célia. MORETTI, Méricles Tadheu. **Aprendizagem da álgebra segundo Raymond Duval**. Revista Brasileira de Educação em Ciências e Educação Matemática. Cascavel, v.2, n.1, p. 1-26, abr. 2018. Disponível em: https://e-revista.unioeste.br/index.php/rebecem/article/view/19419. Acesso em: 10 abr. 2021.

BRANDT, Célia Finck; MORETTI, Méricles Thadeu; BASSOI, Tânia Stella. Estudo das funções do discurso na resolução de problemas matemáticos. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 16, n. 2, p. 479-503, 2014

BRASIL. Casa Civil. **Constituição da República Federativa do Brasil de 1988**. Disponível em: https://planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/constituicao.htm. Acesso em: 10 abr. 2021.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC; SEF, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. **Lei Nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996**. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Brasília: Ministério da Educação, 1996.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular: Educação Infantil e Ensino Fundamental**. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=79611-anexo-texto-bncc-aprovado-em-15-12-17-pdf&category_slug=dezembro-2017-pdf&Itemid=30192. Acesso em 10 abr. 2022

BRASIL. Casa Civil. **Lei Nº 10.639, de 9 de janeiro de 2003**. Inclui a obrigatoriedade da temática "História e Cultura Afro-Brasileira". Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/2003/l10.639.htm. Acesso em: 10 abr. 2021.

BRASIL. Casa Civil. **Lei Nº 11.645, de 10 de março de 2008**. Inclui no currículo oficial da rede de ensino a obrigatoriedade da temática "História e Cultura Afro-Brasileira e indígena". Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2007-2010/2008/lei/l11645.htm. Acesso em: 10 abr. 2021

BRASIL. Secretaria da Educação Básica. **Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básic**a. Brasília: MEC/SEB/DICEI, 2009.

BRASIL. **Lei Nº. 13.005, de 25 de junho de 2014**. Institui o Plano Nacional de Educação. Brasília: Câmara dos Deputados, 2014.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

CASTRO, George Anderson Macedo et al. Desafios para o professor de ciências e matemática revelados pelo estudo da BNCC do Ensino Médio. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 15, n. 2, p. 1-32, 2020. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2020.e73147. Acesso em: 07 maio 2022.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: Contexto e Aplicações**. Volume por série. São Paulo: Ática, 2016.

DERNARDI, V. B.; BISOGNIN, E. Representações Semióticas: contribuições para o estudo do conceito de Função. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 10, n. 2, p. 142-159, 3 jun. 2019.

DIONIZIO, F. Q.; BRANDT, C. F.; MORETTI, M. T. Emprego das Funções Discursivas da Linguagem na Compreensão de Erros de Alunos em uma Atividade que Envolve Noções de Trigonometria. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 7, n. 15, 30 maio 2015.

DUVAL, R. Como analisar a questão crucial da compreensão em matemática. Trad. de M. T. Moretti. **Revemat**, Florianópolis, v. 13, n. 2, 2018. Disponível em: http://www.periodicos.ufsc.br/index.php/revemat.

DUVAL, R. **Deux regards opposes sur les points critiques sur l'enseignement de l'algébre au collège (11-15 ans)**. Palestra proferida no Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso em 2011b.

DUVAL, Raymond. **Los problemas fundamentales en el aprendizaje de las matemáticas y las formas superiores en el desarrollo cognitivo**. Santiago de Cali: Universidad del Valle, 2001.

DUVAL, R. **Semiosis y Pensamento Humano** – Registros Semióticos y Aprendizajes Intelectuales. Universidad del Valle. Instituto de Educación e Pedagogía, Ciudad Universitaria Meléndez. 2004.

DUVAL, R. **Semiosis y Pensamento Humano** – Registros Semióticos y Aprendizajes Intelectuales. Universidad del Valle. Instituto de Educación e Pedagogía, Ciudad Universitaria Meléndez. 2ª Ed. 2019.

DUVAL, R. **Ver e ensinar a matemática de outra forma**: entrar no modo matemático de pensar os registros de representações semióticas. Org. Tânia M. M. Campos. Trad. Marlene Alves Dias. São Paulo: Proem Editora, 2011a.

DUVAL, R. Escritos simbólicos e operações heterogêneas de substituição de expressões: as condições de compreensão em álgebra elementar. Trad. de M. T. Moretti. **Florilégio de pesquisas que envolvem a teoria semiocognitiva de aprendizagem de Raymond Duval (parte 1)**, Florianópolis: Ed. REVEMAT/UFSC, 2020.

DUVAL, Raymond. Gráficos e equações: a articulação de dois registros. Trad. Méricles Thadeu Moretti. **Revemat**, Florianópolis, v. 6, n. 2, p. 96-112, 2011c.

DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (org.). **Aprendizagem em Matemática**: Registros de Representação Semiótica. 4. ed. Campinas: Papirus, 2008.

DUVAL, R. Como analisar a questão crucial da compreensão em matemática. Trad. de M. T. Moretti. **Revemat**, Florianópolis, v. 13, n. 2, 2018. Disponível em: ttps://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2018v13n2p1/38031. Acesso em: 13 abr. 2022.

DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. Trad. de M. T. Moretti. **Revemat**, Florianópolis, v. 7, n. 2, 2012. Disponível em: http://www.periodicos.ufsc.br/index.php/revemat. Acesso em:

FLORES, Claudia Regina. Registros de representação semiótica em matemática: história, epistemologia, aprendizagem. **Bolema**, v. 19 n. 26. 2006) Disponível em: https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/1853 Acesso em: 14 abr. 2022.

FREIRE DE OLIVEIRA, Zélia Maria. CURRÍCULO: um instrumento educacional, social e cultural. **Revista Diálogo Educacional**, Curitiba, v. 8, n. 24, 2008, p. 535-548.

FREITAS, L. C. Os reformadores empresariais da Educação e a disputa pelo controle do processo pedagógico na escola. **Educação & Sociedade**, Campinas, v.35, n.129, p.1085-114, out.-dez., 2014.

FREITAS, José Luiz Magalhães, REZENDE, Veridiana. **ENTREVISTA**: Raymond Duval e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica. RPEM, Campo Mourão, v. 2, n. 3, jul-dez, 2013. Disponível em: http://www.fecilcam.br/revista/index.php/rpem/issue/view/32/showToc

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 2002. São Paulo: Atlas.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de Pesquisa Social**. 2008. São Paulo: Atlas.

HECK, Miriam Ferrazza. **Análise de erros em questões sobre sequências numéricas**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Centro Universitário Franciscano, Santa Maria, 2017. Disponível em: http://www.tede.universidadefranciscana.edu.br:8080/handle/UFN-BDTD/584. Acesso em 11 abr. 2021.

HECK, M. F. Considerações sobre a base nacional comum curricular (BNCC) e as unidades de conhecimento matemático. **Revista Eletrônica Científica Ensino Interdisciplinar**. Mossoró, v. 5, n. 13, 2019.

IEZZI, Gelson. **Fundamentos de matemática elementar**. São Paulo: Atual, 2013.

JULIÃO, G. S.; CRISTOVÃO, E. M; OLIVEIRA, P. C. Uma análise de representações semióticas no estudo de sequências numéricas com alunos do Ensino Médio. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 13, n. 33, p. 1-19, 7 dez. 2020. Disponível em: https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/12151/8576. Acesso em: 12 abr. 2022.

LEITE, Carlinda. Uma análise da dimensão multicultural no currículo. **Revista de Educação**. Porto, v.IX, n.1, p.137-143.

LOTMANN, Y. M. **The universe of the mind: a semiotic theory of culture**. rad. Ann Shukman. Londres: I. B. Tauris & Co, 1990.

MACHADO, Silvia Dias Alcântara. Engenharia Didática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org.). **Educação Matemática**: uma introdução. 2. ed. São Paulo: Educ/pucsp, 2002. p. 197-208. (Trilhas).

MAGGIO, **Deise Pedroso. Saberes docentes de uma professora que ensina função e conhece a teoria dos registros de representação semiótica**. (Dissertação de Mestrado em Educação nas Ciências). Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí, 2013. Disponível em:

http://bibliodigital.unijui.edu.br:8080/xmlui/handle/123456789/1834. Acesso em: 10 abr. 2021.

MAINARDES, J. Abordagem do ciclo de políticas: uma contribuição para a análise de políticas educacionais. **Educação & Sociedade**, Campinas, v.27, n.94, p.47-69, jan./abr. 2006.

MARCHETTO, Raquel. **O uso do Software GeoGebra no estudo de progressões Aritméticas e Geométricas, e sua relação com Funções Afins e Exponenciais**. (Dissertação de Mestrado em Ensino de Matemática). Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017. Disponível em: https://lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/172105/001056933.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Acesso em: 9 abr. 2021.

MATHEUS, D. dos S.; LOPES, A. C. Sentidos de Qualidade na Política de Currículo (2003-2012). **Educação & Realidade**, Porto Alegre, v.39, n.2, p.337-357, abr./jun. 2014. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2175-62362014000200002. Acesso em:13 dez. 2021.

MELO, I. S.; SANTOS, D. L.; KRIPKA, R. M. L. **Aproximações entre Álgebra e Geometria**: uso do conceito de progressão aritmética na divisão de segmentos de retas em pontos equidistantes. Perspectivas da Educação Matemática, v. 13, n. 31, p. 1-17, 5 maio 2020. Disponível em: https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/6767/7383. Acesso em: 12 abr. 2022.

MENONCINI, Lucia; MORETTI, Méricles Thadeu. **A Interpretação Global Figural como recurso para o Esboço de Curvas de Funções Modulares Lineares**. Educação Matemática em Revista, RS, v. 1, n. 18, p. 126-134, 2017.

MERRELL, F. Iúri Lótman, C. S. **Peirce e semiose cultural**. Galáxia, n. 5, abril 2003. p. 163-185.

MIRANDA, João Marcos. BORGES, Rodolfo Pereira. **Matemática**. São José dos Campos: Poliedro, 2023.

MORETTI, M. T. O papel dos Registros de representação na aprendizagem matemática. **Contrapontos** - ano 2 - n. 6 - p. 423-437 - Itajaí, set./dez. 2002.

MORETTI, M. T. A translação como recurso no esboço de curvas por meio da interpretação global de propriedades figurais. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (org.). **Aprendizagem em Matemática**: Registros de Representação Semiótica. 4. ed. Campinas: Papirus, 2008. p. 149-160.

MORETTI, M. T.; BAERLE, L. D. M. . O uso de Representações Auxiliares na Aprendizagem Matemática: um Olhar Semiocognitivo segundo Raymond Duval. **Educação Matemática Pesquisa** Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, São Paulo, v. 24, n. 1, p. 582–610, 2022. DOI: 10.23925/1983-3156.2022v24i1p582-610. Disponível em:

https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/55409. Acesso em: 14 ago. 2023.

NOGUEIRA, Clélia Maria Ignatius. As teorias de aprendizagem e suas implicações no ensino de Matemática. **Acta Scientiarum**. Ciências Humanas e Sociais. 2005; v. 29, n.1, p. 83-92. Disponível em: https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=307324783012 Acesso em: 02 fev. 2022.

PASSOS, Cármen Lúcia Brancaglion; NACARATO, Adair Mendes. Trajetória e perspectivas para o ensino de Matemática nos anos iniciais. **Estudos Avançados**, v. 32, n. 94, p. 119-135, 2018. Disponível em: https://www.scielo.br/pdf/ea/v32n94/0103-4014-ea-32-94-00119.pdf. Acesso em: 13 dez. 2021.

PINTO, Antônio Henrique. A Base Nacional Comum Curricular e o Ensino de Matemática: flexibilização ou engessamento do currículo escolar. **Bolema**: Boletim de Educação Matemática [online]. 2017, v. 31, n. 59 pp. 1045-1060. Disponível em: https://doi.org/10.1590/1980-4415v31n59a10. Acesso em: 30 maio 2022.

PRODANOV, Cléber Cristiano; FREITAS, Ernani César de. **Metodologia do Trabalho Científico**. Novo Hamburgo: Feevale. 2013. Disponível em: https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=307324783012. Acesso em: 02 fev. 2022.

ROMANOWSKI, Joana Paulin; ENS, Romilda Teodora. As pesquisas denominadas do tipo “estado da arte” em educação. **Diálogo Educacional**, v. 6, n. 19, p. 37-50, 2006.

SABEL, Eduardo; MORETTI, Mericles Thadeu. A contribuição das Funções discursivas na análise da produção dos estudantes na resolução de problemas. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, [S. l.], v. 11, n. 26, p. 338–360, 2022. Disponível em: https://periodicos.unespar.edu.br/rpem/article/view/5208. Acesso em: 14 ago. 2023.

SANTA CATARINA. Secretaria Estadual de Educação. **Currículo Base do Ensino Médio do Território Catarinense**. Caderno 2 - Formação Geral Básica. Florianópolis: CEE, 2020.

SANTA CATARINA. **Proposta Curricular de Santa Catarina: formação integral na Educação Básica**. Florianópolis: SED. 2014. Disponível em: https://www.sed.sc.gov.br/servicos/professores-e-gestores/16977-nova-proposta-curricular37%20de-sc-2014.pdf. Acesso em: 31 maio 2022.

SILVA, F. L.; POSSAMAI, T. .; MARTINI, T. A. A Reforma do Ensino Médio em Santa Catarina: um percurso atravessado pelos interesses do empresariado. **Revista Trabalho Necessário**, v. 19, n. 39, p. 58-81, 27 maio 2021. Disponível em: https://periodicos.uff.br/trabalhonecessario/article/view/47398/29243. Acesso em :12 jun. 2021.

SILVA, Daniela Mendes Vieira da. **Comparação de sequências: uma proposta para conceituar logaritmos e descobrir suas propriedades**. Dissertação

(Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) - Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica - RJ, 2017. Disponível em: https://tede.ufrrj.br/jspui/handle/jspui/2230. Acesso em: 09 abr. 2021.

SILVA, Karina Alessandra Pessoa da Silva. **Uma interpretação semiótica de atividades de Modelagem Matemática: implicações para a atribuição de significado**. (Tese de Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática). Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013. Disponível em: https://pos.uel.br/pecem/teses-dissertacoes/uma-interpretacao-semiotica-de-atividades-de-modelagem-matematica-implicacoes-para-a-atribuicao-de-significado/. Acesso em: 9 abr. 2021.

SIMONETTI, D.; MORETTI, M. T. . Base Nacional Comum Curricular do Ensino Médio e Registros de Representação Semiótica: uma articulação possível?, v. 11, n. 1, p. 99-117, 1 jan. 2021.

APÊNDICE A – Termo de consentimento de aplicação da Pesquisa da Unidade Escolar

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Meu nome é Jessica Rohden Schlickmann, sou doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina e estou desenvolvendo a pesquisa intitulada “Teoria semiocognitiva de aprendizagem: estudo da variação de sequências numéricas”, sob a orientação do Prof. Dr. Méricles Thadeu Moretti. A pesquisa tem por objetivo estudar as variações das sequências numéricas através das articulações com os registros tabelares, gráficos e algébricos e conhecer como os conceitos de linearidade e exponencialidade são desenvolvidos. As atividades desenvolvidas com os estudantes ocorrerão nos horários de aula, sendo considerados para análise qualitativa os registros escritos dos estudantes envolvidos. As atividades contemplam o conteúdo previsto para o primeiro ano do Ensino Médio, logo, os envolvidos não terão nenhum prejuízo quanto a ementa do planejamento anual escolar. Os dados coletados serão utilizados exclusivamente para a presente pesquisa e em publicações relacionadas ao campo da Educação Matemática. Em momento algum será feito referência direta a Unidade Escolar, ou seja, o nome do colégio em que a pesquisa é aplicada não será publicado, garantindo sempre o anonimato e sigilo dos envolvidos. Para que o estudante possa participar da pesquisa, ele deverá ter o termo de consentimento assinado por seu responsável. Aos estudantes serão esclarecidas todas e quaisquer dúvidas antes e durante o processo da pesquisa, sendo que, a qualquer momento, eles poderão desistir de participar do desenvolvimento da pesquisa, sem prejuízo algum, comunicando a pesquisadora. Para qualquer questionamento ou esclarecimento, o mesmo poderá ser realizado pelo e-mail jessicarsch@gmail.com.

Jessica R. Schlickmann - doutoranda

Eu,____,
fui esclarecido(a) sobre a pesquisa: “Teoria semiocognitiva de aprendizagem: estudo da variação de sequências numéricas” e concordo que a pesquisa ocorra nessa Unidade Escolar.

Assinatura do responsável: _______________________________________

Tubarão, _________ de setembro de 2022.

APÊNDICE B – Termo de consentimento aos Responsáveis Legais

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Meu nome é Jessica Rohden Schlickmann, sou doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina e estou desenvolvendo a pesquisa intitulada “Teoria semiocognitiva de aprendizagem: estudo da variação de sequências numéricas”, sob a orientação do Prof. Dr. Méricles Thadeu Moretti. A pesquisa tem por objetivo estudar as variações das sequências numéricas através das articulações com os registros tabelares, gráficos e algébricos e conhecer como os conceitos de linearidade e exponencialidade são desenvolvidos. As atividades desenvolvidas com os estudantes ocorrerão nos horários de aula, sendo considerados para análise qualitativa os registros escritos dos estudantes envolvidos. As atividades contemplam o conteúdo previsto para o primeiro ano do Ensino Médio, logo, os envolvidos não terão nenhum prejuízo quanto a ementa do planejamento anual escolar. Os dados coletados serão utilizados exclusivamente para a presente pesquisa e em publicações relacionadas ao campo da Educação Matemática. Em momento algum será feito referência direta ao estudante envolvido, ou seja, o nome do sujeito participante não será publicado, garantindo sempre o anonimato e sigilo dos envolvidos. Ao estudante será esclarecida toda e qualquer dúvida antes e durante o processo da pesquisa, sendo que, a qualquer momento o mesmo poderá desistir de participar do desenvolvimento da pesquisa, sem prejuízo algum, comunicando a pesquisadora. Para qualquer questionamento ou esclarecimento, o mesmo poderá ser realizado pelo e-mail jessicarsch@gmail.com.

Jessica R. Schlickmann - doutoranda

Eu,____, fui esclarecido(a) sobre a pesquisa: “Teoria semiocognitiva de aprendizagem: estudo da variação de sequências numéricas” e concordo que o estudante sob a minha responsabilidade participe das atividades.

Assinatura do responsável: ________________________________

Tubarão, __________ de novembro de 2022.

APÊNDICE C – Termo de consentimento assinado pelos Responsáveis Legais

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Meu nome é Jessica Rohden Schlickmann, sou doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina e estou desenvolvendo a pesquisa intitulada "Teoria semiocognitiva de aprendizagem: estudo da variação de sequências numéricas", sob a orientação do Prof. Dr. Méricles Thadeu Moretti. A pesquisa tem por objetivo estudar as variações das sequências numéricas através das articulações com os registros tabelares, gráficos e algébricos e conhecer como os conceitos de linearidade e exponencialidade são desenvolvidos. As atividades desenvolvidas com os estudantes ocorrerão nos horários de aula, sendo considerados para análise qualitativa os registros escritos dos estudantes envolvidos. As atividades contemplam o conteúdo previsto para o primeiro ano do Ensino Médio, logo, os envolvidos não terão nenhum prejuízo quanto a ementa do planejamento anual escolar. Os dados coletados serão utilizados exclusivamente para a presente pesquisa e em publicações relacionadas ao campo da Educação Matemática. Em momento algum será feito referência direta ao estudante envolvido, ou seja, o nome do sujeito participante não será publicado, garantindo sempre o anonimato e sigilo dos envolvidos. Ao estudante será esclarecida toda e qualquer dúvida antes e durante o processo da pesquisa, sendo que, a qualquer momento o mesmo poderá desistir de participar do desenvolvimento da pesquisa, sem prejuízo algum, comunicando a pesquisadora. Para qualquer questionamento ou esclarecimento, o mesmo poderá ser realizado pelo e-mail jessicarsch@gmail.com.

Jessica R. Schlickmann - doutoranda

Eu, [redacted], fui esclarecido(a) sobre a pesquisa: "Teoria semiocognitiva de aprendizagem: estudo da variação de sequências numéricas" e concordo que o estudante sob a minha responsabilidade participe das atividades.

Assinatura do responsável: [redacted] RG. [redacted]

Tubarão, 09 de novembro de 2022.

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Meu nome é Jessica Rohden Schlickmann, sou doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina e estou desenvolvendo a pesquisa intitulada "Teoria semiocognitiva de aprendizagem: estudo da variação de sequências numéricas", sob a orientação do Prof. Dr. Méricles Thadeu Moretti. A pesquisa tem por objetivo estudar as variações das sequências numéricas através das articulações com os registros tabelares, gráficos e algébricos e conhecer como os conceitos de linearidade e exponencialidade são desenvolvidos. As atividades desenvolvidas com os estudantes ocorrerão nos horários de aula, sendo considerados para análise qualitativa os registros escritos dos estudantes envolvidos. As atividades contemplam o conteúdo previsto para o primeiro ano do Ensino Médio, logo, os envolvidos não terão nenhum prejuízo quanto a ementa do planejamento anual escolar. Os dados coletados serão utilizados exclusivamente para a presente pesquisa e em publicações relacionadas ao campo da Educação Matemática. Em momento algum será feito referência direta ao estudante envolvido, ou seja, o nome do sujeito participante não será publicado, garantindo sempre o anonimato e sigilo dos envolvidos. Ao estudante será esclarecida toda e qualquer dúvida antes e durante o processo da pesquisa, sendo que, a qualquer momento o mesmo poderá desistir de participar do desenvolvimento da pesquisa, sem prejuízo algum, comunicando a pesquisadora. Para qualquer questionamento ou esclarecimento, o mesmo poderá ser realizado pelo e-mail jessicarsch@gmail.com.

Jessica R. Schlickmann - doutoranda

Eu, [redacted], fui esclarecido(a) sobre a pesquisa: "Teoria semiocognitiva de aprendizagem: estudo da variação de sequências numéricas" e concordo que o estudante sob a minha responsabilidade participe das atividades.

Assinatura do responsável: [redacted] RG. [redacted]

Tubarão, 09 de novembro de 2022.

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Meu nome é Jessica Rohden Schlickmann, sou doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina e estou desenvolvendo a pesquisa intitulada "Teoria semiocognitiva de aprendizagem: estudo da variação de sequências numéricas", sob a orientação do Prof. Dr. Méricles Thadeu Moretti. A pesquisa tem por objetivo estudar as variações das sequências numéricas através das articulações com os registros tabelares, gráficos e algébricos e conhecer como os conceitos de linearidade e exponencialidade são desenvolvidos. As atividades desenvolvidas com os estudantes ocorrerão nos horários de aula, sendo considerados para análise qualitativa os registros escritos dos estudantes envolvidos. As atividades contemplam o conteúdo previsto para o primeiro ano do Ensino Médio, logo, os envolvidos não terão nenhum prejuízo quanto a ementa do planejamento anual escolar. Os dados coletados serão utilizados exclusivamente para a presente pesquisa e em publicações relacionadas ao campo da Educação Matemática. Em momento algum será feito referência direta ao estudante envolvido, ou seja, o nome do sujeito participante não será publicado, garantindo sempre o anonimato e sigilo dos envolvidos. Ao estudante será esclarecida toda e qualquer dúvida antes e durante o processo da pesquisa, sendo que, a qualquer momento o mesmo poderá desistir de participar do desenvolvimento da pesquisa, sem prejuízo algum, comunicando a pesquisadora. Para qualquer questionamento ou esclarecimento, o mesmo poderá ser realizado pelo e-mail jessicarsch@gmail.com.

Jessica R. Schlickmann - doutoranda

Eu, [redacted]______________________, fui esclarecido(a) sobre a pesquisa: "Teoria semiocognitiva de aprendizagem: estudo da variação de sequências numéricas" e concordo que o estudante sob a minha responsabilidade participe das atividades.

Assinatura do responsável: [redacted]______ RG [redacted]

Tubarão, 08 de novembro de 2022.

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Meu nome é Jessica Rohden Schlickmann, sou doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina e estou desenvolvendo a pesquisa intitulada "Teoria semiocognitiva de aprendizagem: estudo da variação de sequências numéricas", sob a orientação do Prof. Dr. Méricles Thadeu Moretti. A pesquisa tem por objetivo estudar as variações das sequências numéricas através das articulações com os registros tabelares, gráficos e algébricos e conhecer como os conceitos de linearidade e exponencialidade são desenvolvidos. As atividades desenvolvidas com os estudantes ocorrerão nos horários de aula, sendo considerados para análise qualitativa os registros escritos dos estudantes envolvidos. As atividades contemplam o conteúdo previsto para o primeiro ano do Ensino Médio, logo, os envolvidos não terão nenhum prejuízo quanto a ementa do planejamento anual escolar. Os dados coletados serão utilizados exclusivamente para a presente pesquisa e em publicações relacionadas ao campo da Educação Matemática. Em momento algum será feito referência direta ao estudante envolvido, ou seja, o nome do sujeito participante não será publicado, garantindo sempre o anonimato e sigilo dos envolvidos. Ao estudante será esclarecida toda e qualquer dúvida antes e durante o processo da pesquisa, sendo que, a qualquer momento o mesmo poderá desistir de participar do desenvolvimento da pesquisa, sem prejuízo algum, comunicando a pesquisadora. Para qualquer questionamento ou esclarecimento, o mesmo poderá ser realizado pelo e-mail jessicarsch@gmail.com.

Jessica R. Schlickmann - doutoranda

Eu, [redacted] ______________________________, fui esclarecido(a) sobre a pesquisa: "Teoria semiocognitiva de aprendizagem: estudo da variação de sequências numéricas" e concordo que o estudante sob a minha responsabilidade participe das atividades.

Assinatura do responsável: [redacted] RG [redacted]

Tubarão, 08 de novembro de 2022.

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Meu nome é Jessica Rohden Schlickmann, sou doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina e estou desenvolvendo a pesquisa intitulada "Teoria semiocognitiva de aprendizagem: estudo da variação de sequências numéricas", sob a orientação do Prof. Dr. Méricles Thadeu Moretti. A pesquisa tem por objetivo estudar as variações das sequências numéricas através das articulações com os registros tabelares, gráficos e algébricos e conhecer como os conceitos de linearidade e exponencialidade são desenvolvidos. As atividades desenvolvidas com os estudantes ocorrerão nos horários de aula, sendo considerados para análise qualitativa os registros escritos dos estudantes envolvidos. As atividades contemplam o conteúdo previsto para o primeiro ano do Ensino Médio, logo, os envolvidos não terão nenhum prejuízo quanto a ementa do planejamento anual escolar. Os dados coletados serão utilizados exclusivamente para a presente pesquisa e em publicações relacionadas ao campo da Educação Matemática. Em momento algum será feito referência direta ao estudante envolvido, ou seja, o nome do sujeito participante não será publicado, garantindo sempre o anonimato e sigilo dos envolvidos. Ao estudante será esclarecida toda e qualquer dúvida antes e durante o processo da pesquisa, sendo que, a qualquer momento o mesmo poderá desistir de participar do desenvolvimento da pesquisa, sem prejuízo algum, comunicando a pesquisadora. Para qualquer questionamento ou esclarecimento, o mesmo poderá ser realizado pelo e-mail jessicarsch@gmail.com.

Jessica R. Schlickmann - doutoranda

Eu, [redacted] ______________________, fui esclarecido(a) sobre a pesquisa: "Teoria semiocognitiva de aprendizagem: estudo da variação de sequências numéricas" e concordo que o estudante sob a minha responsabilidade participe das atividades.

Assinatura do responsável: [redacted] RG [redacted]

Tubarão, 08 de novembro de 2022.

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Meu nome é Jessica Rohden Schlickmann, sou doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina e estou desenvolvendo a pesquisa intitulada "Teoria semiocognitiva de aprendizagem: estudo da variação de sequências numéricas", sob a orientação do Prof. Dr. Méricles Thadeu Moretti. A pesquisa tem por objetivo estudar as variações das sequências numéricas através das articulações com os registros tabelares, gráficos e algébricos e conhecer como os conceitos de linearidade e exponencialidade são desenvolvidos. As atividades desenvolvidas com os estudantes ocorrerão nos horários de aula, sendo considerados para análise qualitativa os registros escritos dos estudantes envolvidos. As atividades contemplam o conteúdo previsto para o primeiro ano do Ensino Médio, logo, os envolvidos não terão nenhum prejuízo quanto a ementa do planejamento anual escolar. Os dados coletados serão utilizados exclusivamente para a presente pesquisa e em publicações relacionadas ao campo da Educação Matemática. Em momento algum será feito referência direta ao estudante envolvido, ou seja, o nome do sujeito participante não será publicado, garantindo sempre o anonimato e sigilo dos envolvidos. Ao estudante será esclarecida toda e qualquer dúvida antes e durante o processo da pesquisa, sendo que, a qualquer momento o mesmo poderá desistir de participar do desenvolvimento da pesquisa, sem prejuízo algum, comunicando a pesquisadora. Para qualquer questionamento ou esclarecimento, o mesmo poderá ser realizado pelo e-mail jessicarsch@gmail.com.

Jessica R. Schlickmann - doutoranda

Eu, [redacted]____________, fui esclarecido(a) sobre a pesquisa: "Teoria semiocognitiva de aprendizagem: estudo da variação de sequências numéricas" e concordo que o estudante sob a minha responsabilidade participe das [redacted]

Assinatura do responsáve[redacted]__________ RG.[redacted]

Tubarão, 10 de novembro de 2022.

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Meu nome é Jessica Rohden Schlickmann, sou doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina e estou desenvolvendo a pesquisa intitulada "Teoria semiocognitiva de aprendizagem: estudo da variação de sequências numéricas", sob a orientação do Prof. Dr. Méricles Thadeu Moretti. A pesquisa tem por objetivo estudar as variações das sequências numéricas através das articulações com os registros tabelares, gráficos e algébricos e conhecer como os conceitos de linearidade e exponencialidade são desenvolvidos. As atividades desenvolvidas com os estudantes ocorrerão nos horários de aula, sendo considerados para análise qualitativa os registros escritos dos estudantes envolvidos. As atividades contemplam o conteúdo previsto para o primeiro ano do Ensino Médio, logo, os envolvidos não terão nenhum prejuízo quanto a ementa do planejamento anual escolar. Os dados coletados serão utilizados exclusivamente para a presente pesquisa e em publicações relacionadas ao campo da Educação Matemática. Em momento algum será feito referência direta ao estudante envolvido, ou seja, o nome do sujeito participante não será publicado, garantindo sempre o anonimato e sigilo dos envolvidos. Ao estudante será esclarecida toda e qualquer dúvida antes e durante o processo da pesquisa, sendo que, a qualquer momento o mesmo poderá desistir de participar do desenvolvimento da pesquisa, sem prejuízo algum, comunicando a pesquisadora. Para qualquer questionamento ou esclarecimento, o mesmo poderá ser realizado pelo e-mail jessicarsch@gmail.com.

Jessica R. Schlickmann - doutoranda

Eu, [redacted], fui esclarecido(a) sobre a pesquisa: "Teoria semiocognitiva de aprendizagem: estudo da variação de sequências numéricas" e concordo que o estudante sob a minha responsabilidade participe das atividades.

Assinatura do responsável: [redacted] RG. [redacted]

Tubarão, ________ de novembro de 2022.

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Meu nome é Jessica Rohden Schlickmann, sou doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina e estou desenvolvendo a pesquisa intitulada "Teoria semiocognitiva de aprendizagem: estudo da variação de sequências numéricas", sob a orientação do Prof. Dr. Méricles Thadeu Moretti. A pesquisa tem por objetivo estudar as variações das sequências numéricas através das articulações com os registros tabelares, gráficos e algébricos e conhecer como os conceitos de linearidade e exponencialidade são desenvolvidos. As atividades desenvolvidas com os estudantes ocorrerão nos horários de aula, sendo considerados para análise qualitativa os registros escritos dos estudantes envolvidos. As atividades contemplam o conteúdo previsto para o primeiro ano do Ensino Médio, logo, os envolvidos não terão nenhum prejuízo quanto a ementa do planejamento anual escolar. Os dados coletados serão utilizados exclusivamente para a presente pesquisa e em publicações relacionadas ao campo da Educação Matemática. Em momento algum será feito referência direta ao estudante envolvido, ou seja, o nome do sujeito participante não será publicado, garantindo sempre o anonimato e sigilo dos envolvidos. Ao estudante será esclarecida toda e qualquer dúvida antes e durante o processo da pesquisa, sendo que, a qualquer momento o mesmo poderá desistir de participar do desenvolvimento da pesquisa, sem prejuízo algum, comunicando a pesquisadora. Para qualquer questionamento ou esclarecimento, o mesmo poderá ser realizado pelo e-mail jessicarsch@gmail.com.

Jessica R. Schlickmann - doutoranda

Eu, [redacted]________________________________, fui esclarecido(a) sobre a pesquisa: "Teoria semiocognitiva de aprendizagem: estudo da variação de sequências numéricas" e concordo que o estudante sob a minha responsabilidade participe das atividades.

Assinatura do responsável: [redacted]__________________ RG. [redacted]

Tubarão, 08 de novembro de 2022.

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Meu nome é Jessica Rohden Schlickmann, sou doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina e estou desenvolvendo a pesquisa intitulada "Teoria semiocognitiva de aprendizagem: estudo da variação de sequências numéricas", sob a orientação do Prof. Dr. Méricles Thadeu Moretti. A pesquisa tem por objetivo estudar as variações das sequências numéricas através das articulações com os registros tabelares, gráficos e algébricos e conhecer como os conceitos de linearidade e exponencialidade são desenvolvidos. As atividades desenvolvidas com os estudantes ocorrerão nos horários de aula, sendo considerados para análise qualitativa os registros escritos dos estudantes envolvidos. As atividades contemplam o conteúdo previsto para o primeiro ano do Ensino Médio, logo, os envolvidos não terão nenhum prejuízo quanto a ementa do planejamento anual escolar. Os dados coletados serão utilizados exclusivamente para a presente pesquisa e em publicações relacionadas ao campo da Educação Matemática. Em momento algum será feito referência direta ao estudante envolvido, ou seja, o nome do sujeito participante não será publicado, garantindo sempre o anonimato e sigilo dos envolvidos. Ao estudante será esclarecida toda e qualquer dúvida antes e durante o processo da pesquisa, sendo que, a qualquer momento o mesmo poderá desistir de participar do desenvolvimento da pesquisa, sem prejuízo algum, comunicando a pesquisadora. Para qualquer questionamento ou esclarecimento, o mesmo poderá ser realizado pelo e-mail jessicarsch@gmail.com.

Jessica R. Schlickmann - doutoranda

Eu, [redacted], fui esclarecido(a) sobre a pesquisa: "Teoria semiocognitiva de aprendizagem: estudo da variação de sequências numéricas" e concordo que o estudante sob a minha responsabilidade participe das atividades.

Assinatura do responsável: [redacted] RG [redacted]

Tubarão, 08 de novembro de 2022.

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Meu nome é Jessica Rohden Schlickmann, sou doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina e estou desenvolvendo a pesquisa intitulada "Teoria semiocognitiva de aprendizagem: estudo da variação de sequências numéricas", sob a orientação do Prof. Dr. Méricles Thadeu Moretti. A pesquisa tem por objetivo estudar as variações das sequências numéricas através das articulações com os registros tabelares, gráficos e algébricos e conhecer como os conceitos de linearidade e exponencialidade são desenvolvidos. As atividades desenvolvidas com os estudantes ocorrerão nos horários de aula, sendo considerados para análise qualitativa os registros escritos dos estudantes envolvidos. As atividades contemplam o conteúdo previsto para o primeiro ano do Ensino Médio, logo, os envolvidos não terão nenhum prejuízo quanto a ementa do planejamento anual escolar. Os dados coletados serão utilizados exclusivamente para a presente pesquisa e em publicações relacionadas ao campo da Educação Matemática. Em momento algum será feito referência direta ao estudante envolvido, ou seja, o nome do sujeito participante não será publicado, garantindo sempre o anonimato e sigilo dos envolvidos. Ao estudante será esclarecida toda e qualquer dúvida antes e durante o processo da pesquisa, sendo que, a qualquer momento o mesmo poderá desistir de participar do desenvolvimento da pesquisa, sem prejuízo algum, comunicando a pesquisadora. Para qualquer questionamento ou esclarecimento, o mesmo poderá ser realizado pelo e-mail jessicarsch@gmail.com.

Jessica R. Schlickmann - doutoranda

Eu, [redacted] ____________________, fui esclarecido(a) sobre a pesquisa: "Teoria semiocognitiva de aprendizagem: estudo da variação de sequências numéricas" e concordo que o estudante sob a minha responsabilidade participe das atividades.

Assinatura do responsável: [redacted] RG. [redacted]

Tubarão, 03 de novembro de 2022.

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Meu nome é Jessica Rohden Schlickmann, sou doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina e estou desenvolvendo a pesquisa intitulada "Teoria semiocognitiva de aprendizagem: estudo da variação de sequências numéricas", sob a orientação do Prof. Dr. Méricles Thadeu Moretti. A pesquisa tem por objetivo estudar as variações das sequências numéricas através das articulações com os registros tabelares, gráficos e algébricos e conhecer como os conceitos de linearidade e exponencialidade são desenvolvidos. As atividades desenvolvidas com os estudantes ocorrerão nos horários de aula, sendo considerados para análise qualitativa os registros escritos dos estudantes envolvidos. As atividades contemplam o conteúdo previsto para o primeiro ano do Ensino Médio, logo, os envolvidos não terão nenhum prejuízo quanto a ementa do planejamento anual escolar. Os dados coletados serão utilizados exclusivamente para a presente pesquisa e em publicações relacionadas ao campo da Educação Matemática. Em momento algum será feito referência direta ao estudante envolvido, ou seja, o nome do sujeito participante não será publicado, garantindo sempre o anonimato e sigilo dos envolvidos. Ao estudante será esclarecida toda e qualquer dúvida antes e durante o processo da pesquisa, sendo que, a qualquer momento o mesmo poderá desistir de participar do desenvolvimento da pesquisa, sem prejuízo algum, comunicando a pesquisadora. Para qualquer questionamento ou esclarecimento, o mesmo poderá ser realizado pelo e-mail jessicarsch@gmail.com.

Jessica R. Schlickmann - doutoranda

Eu, [redacted], fui esclarecido(a) sobre a pesquisa: "Teoria semiocognitiva de aprendizagem: estudo da variação de sequências numéricas" e concordo que o estudante sob a minha responsabilidade participe das atividades.

Assinatura do responsável: [redacted] RG. [redacted]

Tubarão, 08 de novembro de 2022.

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Meu nome é Jessica Rohden Schlickmann, sou doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina e estou desenvolvendo a pesquisa intitulada "Teoria semiocognitiva de aprendizagem: estudo da variação de sequências numéricas", sob a orientação do Prof. Dr. Méricles Thadeu Moretti. A pesquisa tem por objetivo estudar as variações das sequências numéricas através das articulações com os registros tabelares, gráficos e algébricos e conhecer como os conceitos de linearidade e exponencialidade são desenvolvidos. As atividades desenvolvidas com os estudantes ocorrerão nos horários de aula, sendo considerados para análise qualitativa os registros escritos dos estudantes envolvidos. As atividades contemplam o conteúdo previsto para o primeiro ano do Ensino Médio, logo, os envolvidos não terão nenhum prejuízo quanto a ementa do planejamento anual escolar. Os dados coletados serão utilizados exclusivamente para a presente pesquisa e em publicações relacionadas ao campo da Educação Matemática. Em momento algum será feito referência direta ao estudante envolvido, ou seja, o nome do sujeito participante não será publicado, garantindo sempre o anonimato e sigilo dos envolvidos. Ao estudante será esclarecida toda e qualquer dúvida antes e durante o processo da pesquisa, sendo que, a qualquer momento o mesmo poderá desistir de participar do desenvolvimento da pesquisa, sem prejuízo algum, comunicando a pesquisadora. Para qualquer questionamento ou esclarecimento, o mesmo poderá ser realizado pelo e-mail jessicarsch@gmail.com.

Jessica R. Schlickmann - doutoranda

Eu, [redacted]_______________________________, fui esclarecido(a) sobre a pesquisa: "Teoria semiocognitiva de aprendizagem: estudo da variação de sequências numéricas" e concordo que o estudante sob a minha responsabilidade participe das atividades.

Assinatura do responsável: [redacted]________________ RG.[redacted]

Tubarão, 10 de novembro de 2022.

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Meu nome é Jessica Rohden Schlickmann, sou doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina e estou desenvolvendo a pesquisa intitulada "Teoria semiocognitiva de aprendizagem: estudo da variação de sequências numéricas", sob a orientação do Prof. Dr. Méricles Thadeu Moretti. A pesquisa tem por objetivo estudar as variações das sequências numéricas através das articulações com os registros tabelares, gráficos e algébricos e conhecer como os conceitos de linearidade e exponencialidade são desenvolvidos. As atividades desenvolvidas com os estudantes ocorrerão nos horários de aula, sendo considerados para análise qualitativa os registros escritos dos estudantes envolvidos. As atividades contemplam o conteúdo previsto para o primeiro ano do Ensino Médio, logo, os envolvidos não terão nenhum prejuízo quanto a ementa do planejamento anual escolar. Os dados coletados serão utilizados exclusivamente para a presente pesquisa e em publicações relacionadas ao campo da Educação Matemática. Em momento algum será feito referência direta ao estudante envolvido, ou seja, o nome do sujeito participante não será publicado, garantindo sempre o anonimato e sigilo dos envolvidos. Ao estudante será esclarecida toda e qualquer dúvida antes e durante o processo da pesquisa, sendo que, a qualquer momento o mesmo poderá desistir de participar do desenvolvimento da pesquisa, sem prejuízo algum, comunicando a pesquisadora. Para qualquer questionamento ou esclarecimento, o mesmo poderá ser realizado pelo e-mail jessicarsch@gmail.com.

Jessica R. Schlickmann - doutoranda

Eu, [redacted]____________________________, fui esclarecido(a) sobre a pesquisa: "Teoria semiocognitiva de aprendizagem: estudo da variação de sequências numéricas" e concordo que o estudante sob a minha responsabilidade participe das atividades.

Assinatura do responsável: [redacted]______________ RG: [redacted]3

Tubarão, 10 de novembro de 2022.

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Meu nome é Jessica Rohden Schlickmann, sou doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina e estou desenvolvendo a pesquisa intitulada "Teoria semiocognitiva de aprendizagem: estudo da variação de sequências numéricas", sob a orientação do Prof. Dr. Méricles Thadeu Moretti. A pesquisa tem por objetivo estudar as variações das sequências numéricas através das articulações com os registros tabelares, gráficos e algébricos e conhecer como os conceitos de linearidade e exponencialidade são desenvolvidos. As atividades desenvolvidas com os estudantes ocorrerão nos horários de aula, sendo considerados para análise qualitativa os registros escritos dos estudantes envolvidos. As atividades contemplam o conteúdo previsto para o primeiro ano do Ensino Médio, logo, os envolvidos não terão nenhum prejuízo quanto a ementa do planejamento anual escolar. Os dados coletados serão utilizados exclusivamente para a presente pesquisa e em publicações relacionadas ao campo da Educação Matemática. Em momento algum será feito referência direta ao estudante envolvido, ou seja, o nome do sujeito participante não será publicado, garantindo sempre o anonimato e sigilo dos envolvidos. Ao estudante será esclarecida toda e qualquer dúvida antes e durante o processo da pesquisa, sendo que, a qualquer momento o mesmo poderá desistir de participar do desenvolvimento da pesquisa, sem prejuízo algum, comunicando a pesquisadora. Para qualquer questionamento ou esclarecimento, o mesmo poderá ser realizado pelo e-mail jessicarsch@gmail.com.

Jessica R. Schlickmann - doutoranda

Eu, [redacted]________________________, fui esclarecido(a) sobre a pesquisa: "Teoria semiocognitiva de aprendizagem: estudo da variação de sequências numéricas" e concordo que o estudante sob a minha responsabilidade pa[redacted]e das atividades.

Assinatura do responsável: [redacted]______________ RG. [redacted]

Tubarão, 03 de novembro de 2022.

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Meu nome é Jessica Rohden Schlickmann, sou doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina e estou desenvolvendo a pesquisa intitulada "Teoria semiocognitiva de aprendizagem: estudo da variação de sequências numéricas", sob a orientação do Prof. Dr. Méricles Thadeu Moretti. A pesquisa tem por objetivo estudar as variações das sequências numéricas através das articulações com os registros tabelares, gráficos e algébricos e conhecer como os conceitos de linearidade e exponencialidade são desenvolvidos. As atividades desenvolvidas com os estudantes ocorrerão nos horários de aula, sendo considerados para análise qualitativa os registros escritos dos estudantes envolvidos. As atividades contemplam o conteúdo previsto para o primeiro ano do Ensino Médio, logo, os envolvidos não terão nenhum prejuízo quanto a ementa do planejamento anual escolar. Os dados coletados serão utilizados exclusivamente para a presente pesquisa e em publicações relacionadas ao campo da Educação Matemática. Em momento algum será feito referência direta ao estudante envolvido, ou seja, o nome do sujeito participante não será publicado, garantindo sempre o anonimato e sigilo dos envolvidos. Ao estudante será esclarecida toda e qualquer dúvida antes e durante o processo da pesquisa, sendo que, a qualquer momento o mesmo poderá desistir de participar do desenvolvimento da pesquisa, sem prejuízo algum, comunicando a pesquisadora. Para qualquer questionamento ou esclarecimento, o mesmo poderá ser realizado pelo e-mail jessicarsch@gmail.com.

Jessica R. Schlickmann - doutoranda

Eu, [redacted]____________________________, fui esclarecido(a) sobre a pesquisa: "Teoria semiocognitiva de aprendizagem: estudo da variação de sequências numéricas" e concordo que o estudante sob a minha responsabilidade participe das atividades.

Assinatura do responsável: [redacted]________________ RG. [illegible]

Tubarão, 09 de novembro de 2022.

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Meu nome é Jessica Rohden Schlickmann, sou doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina e estou desenvolvendo a pesquisa intitulada "Teoria semiocognitiva de aprendizagem: estudo da variação de sequências numéricas", sob a orientação do Prof. Dr. Méricles Thadeu Moretti. A pesquisa tem por objetivo estudar as variações das sequências numéricas através das articulações com os registros tabelares, gráficos e algébricos e conhecer como os conceitos de linearidade e exponencialidade são desenvolvidos. As atividades desenvolvidas com os estudantes ocorrerão nos horários de aula, sendo considerados para análise qualitativa os registros escritos dos estudantes envolvidos. As atividades contemplam o conteúdo previsto para o primeiro ano do Ensino Médio, logo, os envolvidos não terão nenhum prejuízo quanto a ementa do planejamento anual escolar. Os dados coletados serão utilizados exclusivamente para a presente pesquisa e em publicações relacionadas ao campo da Educação Matemática. Em momento algum será feito referência direta ao estudante envolvido, ou seja, o nome do sujeito participante não será publicado, garantindo sempre o anonimato e sigilo dos envolvidos. Ao estudante será esclarecida toda e qualquer dúvida antes e durante o processo da pesquisa, sendo que, a qualquer momento o mesmo poderá desistir de participar do desenvolvimento da pesquisa, sem prejuízo algum, comunicando a pesquisadora. Para qualquer questionamento ou esclarecimento, o mesmo poderá ser realizado pelo e-mail jessicarsch@gmail.com.

Jessica R. Schlickmann - doutoranda

Eu, [redacted]____________________________, fui esclarecido(a) sobre a pesquisa: "Teoria semiocognitiva de aprendizagem: estudo da variação de sequências numéricas" e concordo que o estudante sob a minha responsabilidade participe das atividades.

Assinatura do responsável: [redacted]______ RG. [redacted]

Tubarão, 09 de novembro de 2022.

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Meu nome é Jessica Rohden Schlickmann, sou doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina e estou desenvolvendo a pesquisa intitulada "Teoria semiocognitiva de aprendizagem: estudo da variação de sequências numéricas", sob a orientação do Prof. Dr. Méricles Thadeu Moretti. A pesquisa tem por objetivo estudar as variações das sequências numéricas através das articulações com os registros tabelares, gráficos e algébricos e conhecer como os conceitos de linearidade e exponencialidade são desenvolvidos. As atividades desenvolvidas com os estudantes ocorrerão nos horários de aula, sendo considerados para análise qualitativa os registros escritos dos estudantes envolvidos. As atividades contemplam o conteúdo previsto para o primeiro ano do Ensino Médio, logo, os envolvidos não terão nenhum prejuízo quanto a ementa do planejamento anual escolar. Os dados coletados serão utilizados exclusivamente para a presente pesquisa e em publicações relacionadas ao campo da Educação Matemática. Em momento algum será feito referência direta ao estudante envolvido, ou seja, o nome do sujeito participante não será publicado, garantindo sempre o anonimato e sigilo dos envolvidos. Ao estudante será esclarecida toda e qualquer dúvida antes e durante o processo da pesquisa, sendo que, a qualquer momento o mesmo poderá desistir de participar do desenvolvimento da pesquisa, sem prejuízo algum, comunicando a pesquisadora. Para qualquer questionamento ou esclarecimento, o mesmo poderá ser realizado pelo e-mail jessicarsch@gmail.com.

Jessica R. Schlickmann - doutoranda

Eu [redacted]______________________________, fui esclarecido(a) sobre a pesquisa: "Teoria semiocognitiva de aprendizagem: estudo da variação de sequências numéricas" e concordo que o estudante sob a minha responsabilidade participe das atividades.

Assinatura do responsável: [redacted] RG. [redacted]

Tubarão, 09 de novembro de 2022.

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Meu nome é Jessica Rohden Schlickmann, sou doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina e estou desenvolvendo a pesquisa intitulada "Teoria semiocognitiva de aprendizagem: estudo da variação de sequências numéricas", sob a orientação do Prof. Dr. Méricles Thadeu Moretti. A pesquisa tem por objetivo estudar as variações das sequências numéricas através das articulações com os registros tabelares, gráficos e algébricos e conhecer como os conceitos de linearidade e exponencialidade são desenvolvidos. As atividades desenvolvidas com os estudantes ocorrerão nos horários de aula, sendo considerados para análise qualitativa os registros escritos dos estudantes envolvidos. As atividades contemplam o conteúdo previsto para o primeiro ano do Ensino Médio, logo, os envolvidos não terão nenhum prejuízo quanto a ementa do planejamento anual escolar. Os dados coletados serão utilizados exclusivamente para a presente pesquisa e em publicações relacionadas ao campo da Educação Matemática. Em momento algum será feito referência direta ao estudante envolvido, ou seja, o nome do sujeito participante não será publicado, garantindo sempre o anonimato e sigilo dos envolvidos. Ao estudante será esclarecida toda e qualquer dúvida antes e durante o processo da pesquisa, sendo que, a qualquer momento o mesmo poderá desistir de participar do desenvolvimento da pesquisa, sem prejuízo algum, comunicando a pesquisadora. Para qualquer questionamento ou esclarecimento, o mesmo poderá ser realizado pelo e-mail jessicarsch@gmail.com.

Jessica R. Schlickmann - doutoranda

Eu, [redacted]__________________________, fui esclarecido(a) sobre a pesquisa: "Teoria semiocognitiva de aprendizagem: estudo da variação de sequências numéricas" e concordo que o estudante sob a minha responsabilidade participe das atividades.

Assinatura do responsável: [redacted]______________________ RG. [redacted]

Tubarão, 09 de novembro de 2022.

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Meu nome é Jessica Rohden Schlickmann, sou doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina e estou desenvolvendo a pesquisa intitulada "Teoria semiocognitiva de aprendizagem: estudo da variação de sequências numéricas", sob a orientação do Prof. Dr. Méricles Thadeu Moretti. A pesquisa tem por objetivo estudar as variações das sequências numéricas através das articulações com os registros tabelares, gráficos e algébricos e conhecer como os conceitos de linearidade e exponencialidade são desenvolvidos. As atividades desenvolvidas com os estudantes ocorrerão nos horários de aula, sendo considerados para análise qualitativa os registros escritos dos estudantes envolvidos. As atividades contemplam o conteúdo previsto para o primeiro ano do Ensino Médio, logo, os envolvidos não terão nenhum prejuízo quanto a ementa do planejamento anual escolar. Os dados coletados serão utilizados exclusivamente para a presente pesquisa e em publicações relacionadas ao campo da Educação Matemática. Em momento algum será feito referência direta ao estudante envolvido, ou seja, o nome do sujeito participante não será publicado, garantindo sempre o anonimato e sigilo dos envolvidos. Ao estudante será esclarecida toda e qualquer dúvida antes e durante o processo da pesquisa, sendo que, a qualquer momento o mesmo poderá desistir de participar do desenvolvimento da pesquisa, sem prejuízo algum, comunicando a pesquisadora. Para qualquer questionamento ou esclarecimento, o mesmo poderá ser realizado pelo e-mail jessicarsch@gmail.com.

Jessica R. Schlickmann - doutoranda

Eu, [redacted] ________________, fui esclarecido(a) sobre a pesquisa: "Teoria semiocognitiva de aprendizagem: estudo da variação de sequências numéricas" e concordo que o estudante sob a minha responsabilidade participe das atividades.

Assinatura do responsável: [redacted] RG. [redacted]

Tubarão, 10 de novembro de 2022.

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Meu nome é Jessica Rohden Schlickmann, sou doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina e estou desenvolvendo a pesquisa intitulada "Teoria semiocognitiva de aprendizagem: estudo da variação de sequências numéricas", sob a orientação do Prof. Dr. Méricles Thadeu Moretti. A pesquisa tem por objetivo estudar as variações das sequências numéricas através das articulações com os registros tabelares, gráficos e algébricos e conhecer como os conceitos de linearidade e exponencialidade são desenvolvidos. As atividades desenvolvidas com os estudantes ocorrerão nos horários de aula, sendo considerados para análise qualitativa os registros escritos dos estudantes envolvidos. As atividades contemplam o conteúdo previsto para o primeiro ano do Ensino Médio, logo, os envolvidos não terão nenhum prejuízo quanto a ementa do planejamento anual escolar. Os dados coletados serão utilizados exclusivamente para a presente pesquisa e em publicações relacionadas ao campo da Educação Matemática. Em momento algum será feito referência direta ao estudante envolvido, ou seja, o nome do sujeito participante não será publicado, garantindo sempre o anonimato e sigilo dos envolvidos. Ao estudante será esclarecida toda e qualquer dúvida antes e durante o processo da pesquisa, sendo que, a qualquer momento o mesmo poderá desistir de participar do desenvolvimento da pesquisa, sem prejuízo algum, comunicando a pesquisadora. Para qualquer questionamento ou esclarecimento, o mesmo poderá ser realizado pelo e-mail jessicarsch@gmail.com.

Jessica R. Schlickmann - doutoranda

Eu, [redacted], fui esclarecido(a) sobre a pesquisa: "Teoria semiocognitiva de aprendizagem: estudo da variação de sequências numéricas" e concordo que o estudante sob a minha responsabilidade participe das atividades.

Assinatura do responsável: [redacted] RG. [redacted]

Tubarão, 11 de novembro de 2022.

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Meu nome é Jessica Rohden Schlickmann, sou doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina e estou desenvolvendo a pesquisa intitulada "Teoria semiocognitiva de aprendizagem: estudo da variação de sequências numéricas", sob a orientação do Prof. Dr. Méricles Thadeu Moretti. A pesquisa tem por objetivo estudar as variações das sequências numéricas através das articulações com os registros tabelares, gráficos e algébricos e conhecer como os conceitos de linearidade e exponencialidade são desenvolvidos. As atividades desenvolvidas com os estudantes ocorrerão nos horários de aula, sendo considerados para análise qualitativa os registros escritos dos estudantes envolvidos. As atividades contemplam o conteúdo previsto para o primeiro ano do Ensino Médio, logo, os envolvidos não terão nenhum prejuízo quanto a ementa do planejamento anual escolar. Os dados coletados serão utilizados exclusivamente para a presente pesquisa e em publicações relacionadas ao campo da Educação Matemática. Em momento algum será feito referência direta ao estudante envolvido, ou seja, o nome do sujeito participante não será publicado, garantindo sempre o anonimato e sigilo dos envolvidos. Ao estudante será esclarecida toda e qualquer dúvida antes e durante o processo da pesquisa, sendo que, a qualquer momento o mesmo poderá desistir de participar do desenvolvimento da pesquisa, sem prejuízo algum, comunicando a pesquisadora. Para qualquer questionamento ou esclarecimento, o mesmo poderá ser realizado pelo e-mail jessicarsch@gmail.com.

Jessica R. Schlickmann - doutoranda

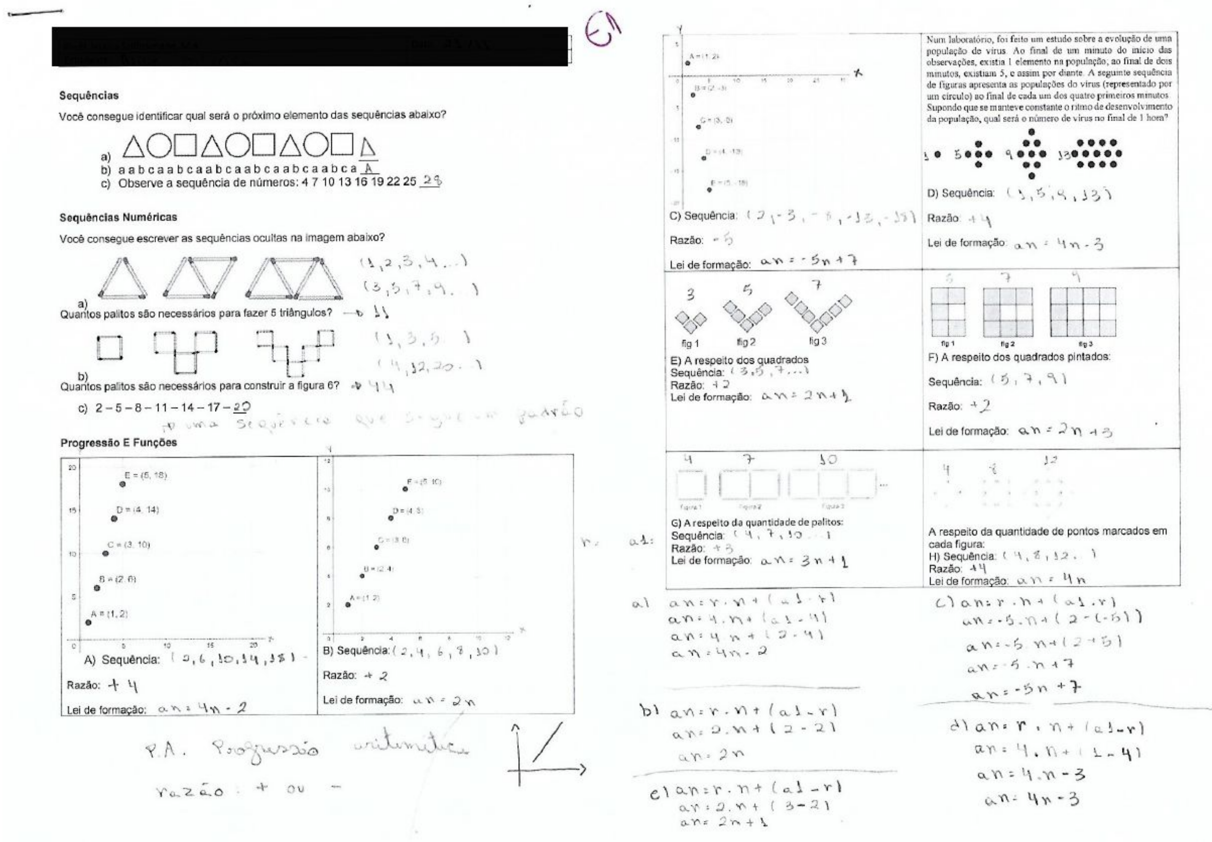
Eu [redacted] [redacted]______________, fui esclarecido(a) sobre a pesquisa: "Teoria semiocognitiva de aprendizagem: estudo da variação de sequências numéricas" e concordo que o estudante sob a minha responsabilidade participe das atividades.

Assinatura do responsável: [redacted]____________ [redacted]

Tubarão, 08 de novembro de 2022.

APÊNDICE D – Questionário respondido pelos estudantes

Respostas do E01:


E1

[redacted]

Sequências

Você consegue identificar qual será o próximo elemento das sequências abaixo?

a) △○□△○□△○□ △

b) a a b c a a b c a a b c a a b c a a b c a a b c a A

c) Observe a sequência de números: 4 7 10 13 16 19 22 25 28

Sequências Numéricas

Você consegue escrever as sequências ocultas na imagem abaixo?

(1, 2, 3, 4 ...)
(3, 5, 7, 9 ...)

a) Quantos palitos são necessários para fazer 5 triângulos? → 11

(1, 3, 5 ...)
(4, 12, 20 ...)

b) Quantos palitos são necessários para construir a figura 6? → 44

c) 2 – 5 – 8 – 11 – 14 – 17 – 20

→ uma sequência que segue um padrão

Progressão E Funções

A) Sequência: (2, 6, 10, 14, 18)

Razão: + 4

Lei de formação: $a_n = 4n - 2$

B) Sequência: (2, 4, 6, 8, 10)

Razão: + 2

Lei de formação: $a_n = 2n$

P.A. Progressão aritmética

razão: + ou –

C) Sequência: (2, -3, -8, -13, -18)

Razão: -5

Lei de formação: $a_n = -5n + 7$

Num laboratório, foi feito um estudo sobre a evolução de uma população de vírus. Ao final de um minuto do início das observações, existia 1 elemento na população; ao final de dois minutos, existiam 5, e assim por diante. A seguinte sequência de figuras apresenta as populações do vírus (representado por um círculo) ao final de cada um dos quatro primeiros minutos. Supondo que se manteve constante o ritmo de desenvolvimento da população, qual será o número de vírus no final de 1 hora?

1 5 9 13

D) Sequência: (1, 5, 9, 13)

Razão: + 4

Lei de formação: $a_n = 4n - 3$

3 5 7

fig 1 fig 2 fig 3

E) A respeito dos quadrados

Sequência: (3, 5, 7, ...)

Razão: + 2

Lei de formação: $a_n = 2n + 1$

5 7 9

fig 1 fig 2 fig 3

F) A respeito dos quadrados pintados:

Sequência: (5, 7, 9)

Razão: + 2

Lei de formação: $a_n = 2n + 3$

4 7 10

figura 1 figura 2 figura 3

G) A respeito da quantidade de palitos:

Sequência: (4, 7, 10 ...)

Razão: + 3

Lei de formação: $a_n = 3n + 1$

4 8 12

A respeito da quantidade de pontos marcados em cada figura:

H) Sequência: (4, 8, 12 ...)

Razão: + 4

Lei de formação: $a_n = 4n$

r = a1:

a) $a_n = r \cdot n + (a_1 - r)$
$a_n = 4 \cdot n + (a_1 - 4)$
$a_n = 4n + (2 - 4)$
$a_n = 4n - 2$

b) $a_n = r \cdot n + (a_1 - r)$
$a_n = 2 \cdot n + (2 - 2)$
$a_n = 2n$

e) $a_n = r \cdot n + (a_1 - r)$
$a_n = 2 \cdot n + (3 - 2)$
$a_n = 2n + 1$

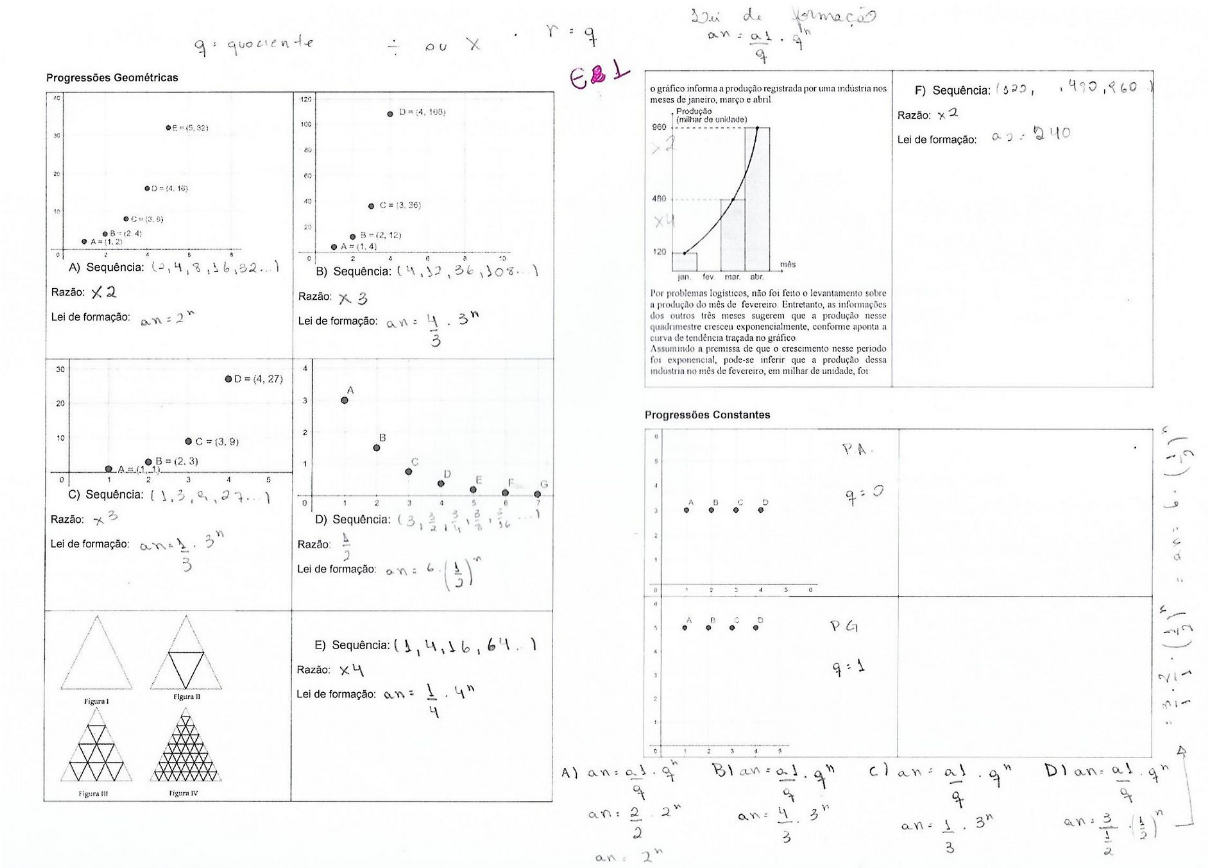
c) $a_n = r \cdot n + (a_1 - r)$
$a_n = -5 \cdot n + (2 - (-5))$
$a_n = -5n + (2 + 5)$
$a_n = -5 \cdot n + 7$
$a_n = -5n + 7$

d) $a_n = r \cdot n + (a_1 - r)$
$a_n = 4 \cdot n + (1 - 4)$
$a_n = 4 \cdot n - 3$
$a_n = 4n - 3$

f) $an = r \cdot n + (a1 - r)$
$an = 2 \cdot n + (5 - 2)$
$an = 2n + 3$

g) $an = r \cdot n + (a1 - r)$
$an = 3 \cdot n + (4 - 3)$
$an = 3n + 1$

h) $an = r \cdot n + (a1 - r)$
$an = 4 \cdot n + (4 - 4)$
$an = 4n$


q: quociente ÷ ou × . $r = q$

Lei de formação $a_n = \frac{a_1}{q} \cdot q^n$

E21

Progressões Geométricas

A) Sequência: (2, 4, 8, 16, 32...)
Razão: ×2
Lei de formação: $a_n = 2^n$

B) Sequência: (4, 12, 36, 108...)
Razão: ×3
Lei de formação: $a_n = \frac{4}{3} \cdot 3^n$

C) Sequência: (1, 3, 9, 27...)
Razão: ×3
Lei de formação: $a_n = \frac{1}{3} \cdot 3^n$

D) Sequência: $(3, \frac{3}{2}, \frac{3}{4}, \frac{3}{8}, \frac{3}{16} ...)$
Razão: $\frac{1}{2}$
Lei de formação: $a_n = 6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n$

E) Sequência: (1, 4, 16, 64...)
Razão: ×4
Lei de formação: $a_n = \frac{1}{4} \cdot 4^n$

O gráfico informa a produção registrada por uma indústria nos meses de janeiro, março e abril.

Por problemas logísticos, não foi feito o levantamento sobre a produção do mês de fevereiro. Entretanto, as informações dos outros três meses sugerem que a produção nesse quadrimestre cresceu exponencialmente, conforme aponta a curva de tendência traçada no gráfico.
Assumindo a premissa de que o crescimento nesse período foi exponencial, pode-se inferir que a produção dessa indústria no mês de fevereiro, em milhar de unidade, foi

F) Sequência: (120, 240, 480, 960)
Razão: ×2
Lei de formação: $a_2 = 240$

Progressões Constantes

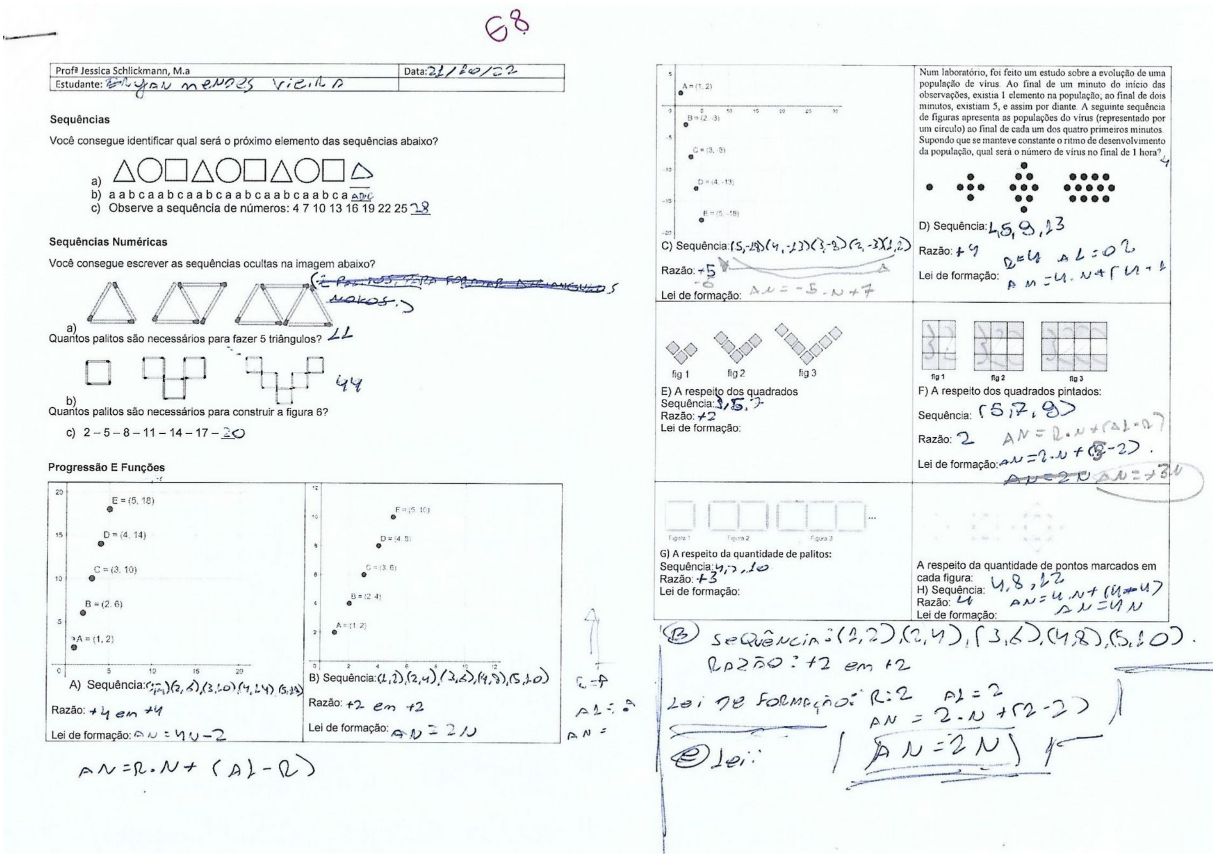
A) $a_n = \frac{a_1}{q} \cdot q^n$ $a_n = \frac{2}{2} \cdot 2^n$ $a_n = 2^n$

B) $a_n = \frac{a_1}{q} \cdot q^n$ $a_n = \frac{4}{3} \cdot 3^n$

C) $a_n = \frac{a_1}{q} \cdot q^n$ $a_n = \frac{1}{3} \cdot 3^n$

D) $a_n = \frac{a_1}{q} \cdot q^n$ $a_n = \frac{3}{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n$

Respostas do E08:


E8

Profª Jessica Schlickmann, M.a	Data: 21/10/22
Estudante: [illegible]	

Sequências

Você consegue identificar qual será o próximo elemento das sequências abaixo?

a) △○□△○□△○□△
b) a a b c a a b c a a b c a a b c a a b c a a b c a abc
c) Observe a sequência de números: 4 7 10 13 16 19 22 25 28

Sequências Numéricas

Você consegue escrever as sequências ocultas na imagem abaixo?

a) ~~(2 palitos para formar triângulos novos.)~~
Quantos palitos são necessários para fazer 5 triângulos? 11

b) 44
Quantos palitos são necessários para construir a figura 6?

c) 2 – 5 – 8 – 11 – 14 – 17 – 20

Progressão E Funções

A) Sequência: (1,2)(2,6)(3,10)(4,14)(5,18)
Razão: +4 em +4
Lei de formação: $AN = 4N - 2$

$AN = R \cdot N + (A1 - R)$

B) Sequência: (1,2),(2,4),(3,6),(4,8),(5,10)
Razão: +2 em +2
Lei de formação: $AN = 2N$

$R = 4$ $A1 = 2$ $AN =$

C) Sequência: (5,-18)(4,-13)(3,-8)(2,-3)(1,2)
Razão: −5
Lei de formação: $AN = -5 \cdot N + 7$

Num laboratório, foi feito um estudo sobre a evolução de uma população de vírus. Ao final de um minuto do início das observações, existia 1 elemento na população, ao final de dois minutos, existiam 5, e assim por diante. A seguinte sequência de figuras apresenta as populações do vírus (representado por um círculo) ao final de cada um dos quatro primeiros minutos. Supondo que se manteve constante o ritmo de desenvolvimento da população, qual será o número de vírus no final de 1 hora?

D) Sequência: 1, 5, 9, 13
Razão: +4
Lei de formação: $R = 4$ $A1 = 1$ $AN = 4 \cdot N + (1 - 4)$

E) A respeito dos quadrados
Sequência: 3, 5, 7
Razão: +2
Lei de formação:

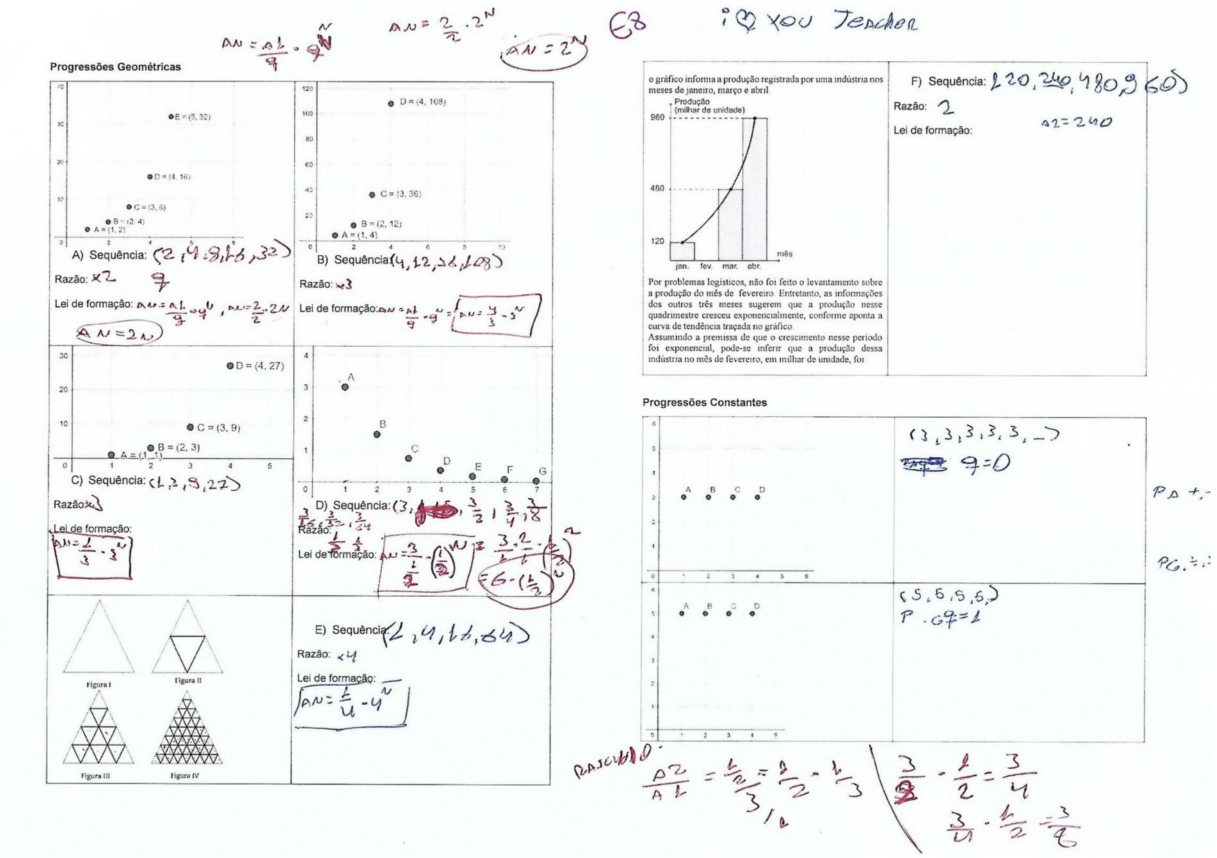
F) A respeito dos quadrados pintados:
Sequência: (5, 7, 9)
Razão: 2
Lei de formação: $AN = R \cdot N + (A1 - R)$ $AN = 2 \cdot N + (3 - 2)$ ~~$AN = 2N$~~ $AN = +3N$

G) A respeito da quantidade de palitos:
Sequência: 4, 7, 10
Razão: +3
Lei de formação:

A respeito da quantidade de pontos marcados em cada figura:
H) Sequência: 4, 8, 12
Razão: 4
Lei de formação: $AN = 4 \cdot N + (4 - 4)$ $AN = 4N$

B) Sequência: (1,2),(2,4),(3,6),(4,8),(5,10).
Razão: +2 em +2
Lei de formação: $R: 2$ $A1 = 2$
$AN = 2 \cdot N + (2 - 2)$

E) Lei: $\boxed{AN = 2N}$



$AN = \frac{A1}{q} \cdot q^N$ $AN = \frac{2}{2} \cdot 2^N$ $AN = 2^N$ E8 i ♡ you teacher

Progressões Geométricas

A) Sequência: (2, 4, 8, 16, 32)
Razão: ×2 q
Lei de formação: $AN = \frac{A1}{q} \cdot q^N$, $AN = \frac{2}{2} \cdot 2^N$
$AN = 2N$

B) Sequência (4, 12, 36, 108)
Razão: ×3
Lei de formação: $AN = \frac{A1}{q} \cdot q^N = \boxed{AN = \frac{4}{3} \cdot 3^N}$

C) Sequência: (1, 3, 9, 27)
Razão: ×3
Lei de formação: $\boxed{AN = \frac{1}{3} \cdot 3^N}$

D) Sequência: (3, $\frac{3}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{8}$, ...)
Razão: $\frac{1}{2}$
Lei de formação: $\boxed{AN = \frac{3}{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^N} = \frac{3 \cdot 2}{1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^N = 6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^N$

Figura I Figura II Figura III Figura IV

E) Sequência: (1, 4, 16, 64)
Razão: ×4
Lei de formação: $\boxed{AN = \frac{1}{4} \cdot 4^N}$

o gráfico informa a produção registrada por uma indústria nos meses de janeiro, março e abril.

Produção (milhar de unidade) 960 480 120 jan. fev. mar. abr. mês

Por problemas logísticos, não foi feito o levantamento sobre a produção do mês de fevereiro. Entretanto, as informações dos outros três meses sugerem que a produção nesse quadrimestre cresceu exponencialmente, conforme aponta a curva de tendência traçada no gráfico.
Assumindo a premissa de que o crescimento nesse período foi exponencial, pode-se inferir que a produção dessa indústria no mês de fevereiro, em milhar de unidade, foi

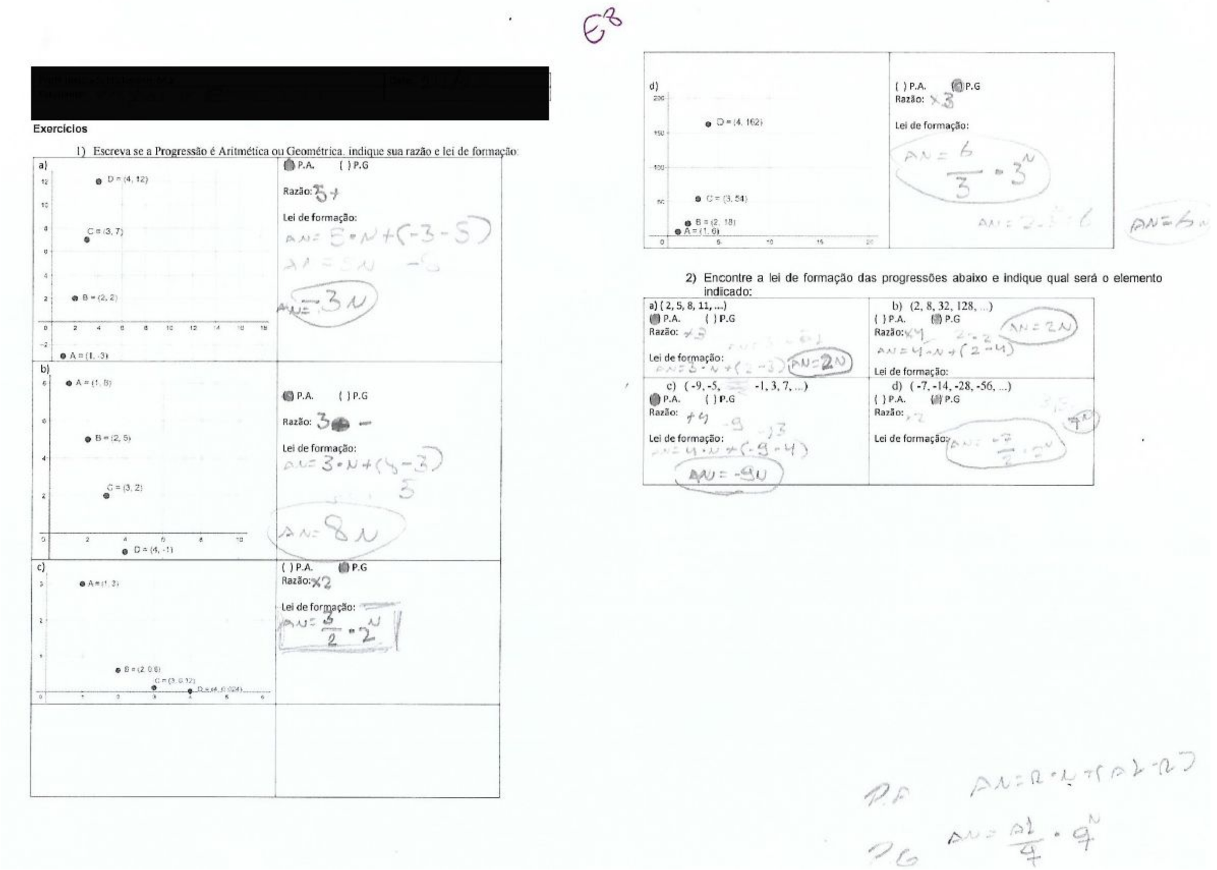
F) Sequência: (120, 240, 480, 960)
Razão: 2
Lei de formação: A2 = 240

Progressões Constantes

(3, 3, 3, 3, 3, ...) q = 0
(5, 5, 5, 5) P. G q = 1

PA +, - PG ×, ÷

Rascunho: $\frac{A2}{A1} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{1}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$ $\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$ $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$



E8

[redacted]

Exercícios

1) Escreva se a Progressão é Aritmética ou Geométrica, indique sua razão e lei de formação:

a) D = (4, 12) C = (3, 7) B = (2, 2) A = (1, -3)
(●) P.A. ( ) P.G
Razão: 5
Lei de formação: AN = 5·N + (-3 - 5)
AN = 5N - 8
AN = 3N

b) A = (1, 8) B = (2, 5) C = (3, 2) D = (4, -1)
(●) P.A. ( ) P.G
Razão: 3 -
Lei de formação: AN = 3·N + (8 - 3)
AN = 8N

c) A = (1, 2) B = (2, 0.6) C = (3, 0.12) D = (4, 0.024)
( ) P.A. (●) P.G
Razão: ×2
Lei de formação: $\boxed{AN = \frac{3}{2} \cdot 2^N}$

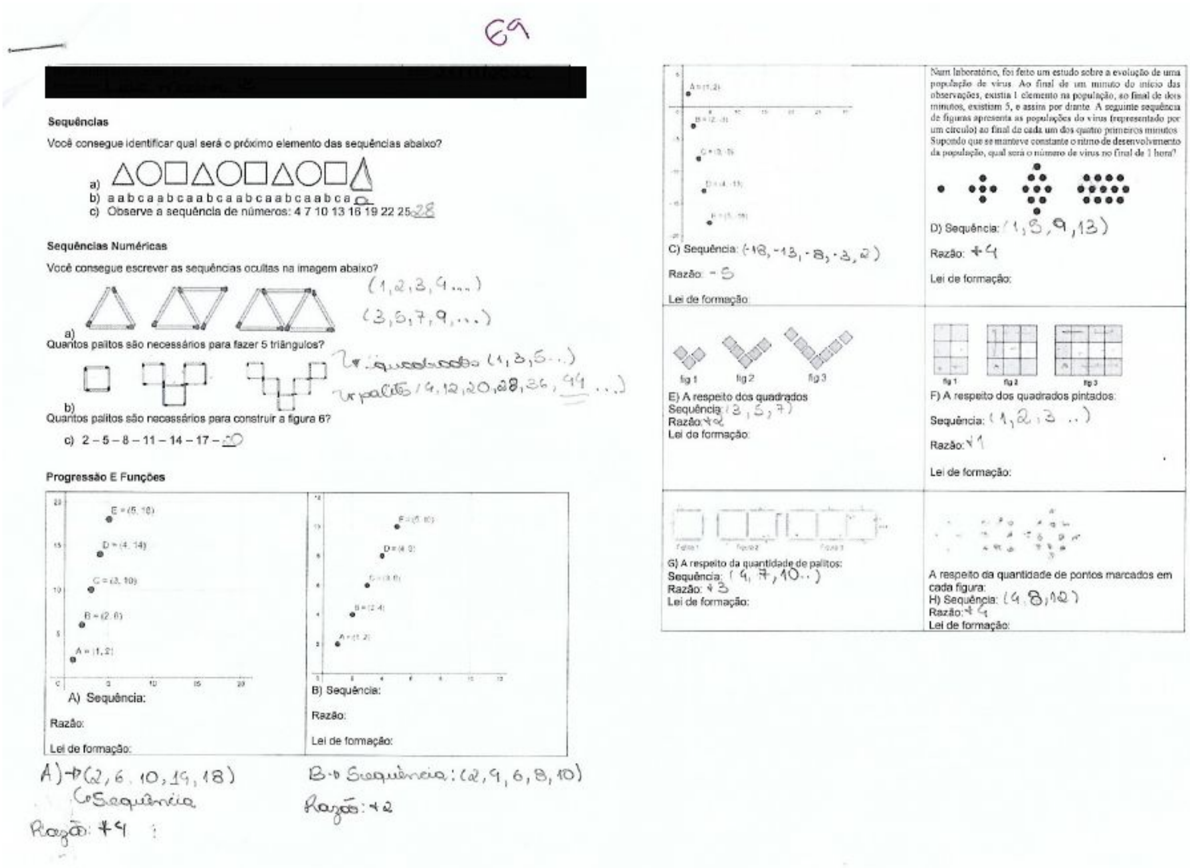
d) D = (4, 162) C = (3, 54) B = (2, 18) A = (1, 6)
( ) P.A. (●) P.G
Razão: ×3
Lei de formação: $AN = \frac{6}{3} \cdot 3^N$

2) Encontre a lei de formação das progressões abaixo e indique qual será o elemento indicado:

a) (2, 5, 8, 11, ...) (●) P.A. ( ) P.G Razão: +3 Lei de formação: AN = 3·N + (2 - 3) AN = 2N	b) (2, 8, 32, 128, ...) ( ) P.A. (●) P.G Razão: ×4 AN = 4·N + (2 - 4) AN = 2N Lei de formação:
c) (-9, -5, -1, 3, 7, ...) (●) P.A. ( ) P.G Razão: +4 Lei de formação: AN = 4·N + (-9 - 4) AN = -9N	d) (-7, -14, -28, -56, ...) ( ) P.A. (●) P.G Razão: ×2 Lei de formação: $AN = \frac{-7}{2} \cdot 2^N$

PA AN = R·N + (A1 - R)
PG $AN = \frac{A1}{q} \cdot q^N$

Respostas do E09:



69

[redacted]

Sequências

Você consegue identificar qual será o próximo elemento das sequências abaixo?

a) △○□△○□△○□△
b) a a b c a a b c a a b c a a b c a a b c a a b c a a
c) Observe a sequência de números: 4 7 10 13 16 19 22 25 28

Sequências Numéricas

Você consegue escrever as sequências ocultas na imagem abaixo?

(1, 2, 3, 4 ...)
(3, 5, 7, 9, ...)

a)
Quantos palitos são necessários para fazer 5 triângulos?

2º quadrados (1, 3, 5 ...)
2º palitos (4, 12, 20, 28, 36, 44 ...)

b)
Quantos palitos são necessários para construir a figura 6?

c) 2 – 5 – 8 – 11 – 14 – 17 – 20

Progressão E Funções

E = (5, 18)
D = (4, 14)
C = (3, 10)
B = (2, 6)
A = (1, 2)

A) Sequência:

Razão:

Lei de formação:

E = (5, 10)
D = (4, 8)
C = (3, 6)
B = (2, 4)
A = (1, 2)

B) Sequência:

Razão:

Lei de formação:

A = (1, 2)
B = (2, -3)
C = (3, -8)
D = (4, -13)
E = (5, -18)

C) Sequência: (-18, -13, -8, -3, 2)

Razão: - 5

Lei de formação:

Num laboratório, foi feito um estudo sobre a evolução de uma população de vírus. Ao final de um minuto do início das observações, existia 1 elemento na população, ao final de dois minutos, existiam 5, e assim por diante. A seguinte sequência de figuras apresenta as populações do vírus (representado por um círculo) ao final de cada um dos quatro primeiros minutos. Supondo que se manteve constante o ritmo de desenvolvimento da população, qual será o número de vírus no final de 1 hora?

D) Sequência: (1, 5, 9, 13)

Razão: + 4

Lei de formação:

fig 1 fig 2 fig 3

E) A respeito dos quadrados
Sequência: (3, 5, 7)
Razão: +2
Lei de formação:

fig 1 fig 2 fig 3

F) A respeito dos quadrados pintados:

Sequência: (1, 2, 3 ..)

Razão: +1

Lei de formação:

Figura 1 Figura 2 Figura 3

G) A respeito da quantidade de palitos:
Sequência: (4, 7, 10 ..)
Razão: + 3
Lei de formação:

A respeito da quantidade de pontos marcados em cada figura:
H) Sequência: (4, 8, 12)
Razão: + 4
Lei de formação:

A) → (2, 6, 10, 14, 18)
Sequência
Razão: +4

B → Sequência: (2, 4, 6, 8, 10)
Razão: +2

Lei da formação:

A) $a.n = r.n + (a.1 - r)$

$a.n = 4.n + (2 - 4)$

$\boxed{an = 4n - 2}$

B) Lei da formação.

$r: 2 \quad a1: 2$

$an: 2 + (2 - 2)$

$an: 2n$

C) Lei da formação

$r: -5, \quad a1: 2$

$an: r.n + (a1 - r)$

$an: (-5).n + (2 + 5)$

$\boxed{an: 5 + 7}$

D) Lei da formação

$an: r.n + (a1 - r)$

$an: 4 + (1 - 4)$

$\boxed{an: 4n - 3}$

E) Lei da formação.

$an: r.n + (a1 - r)$

$an: 2n + (1 - 2)$

$\boxed{an: 2n - 1}$

F) Lei da formação

$an: r.n + (a1 - r)$

$an: 1n + (1 - 1)$

$\boxed{an: 1n}$

G) Lei da formação

$an: r.n + (a1 - r)$

$an: 3n + (4 - 3)$

$\boxed{an: 3n + 1}$

H) Lei da formação

$an: r.n + (a1 - r)$

$an: 4n + (4 - 4)$

$\boxed{an: 4n}$

Lei da formação.

a) lei: $an = \frac{a1}{q} \cdot q^{n}$

$an = \frac{1}{5} \cdot 5^{n}$

b) $\Rightarrow an = r.n + (a1 - r)$

$an = (-3) . n \; (1+3)$

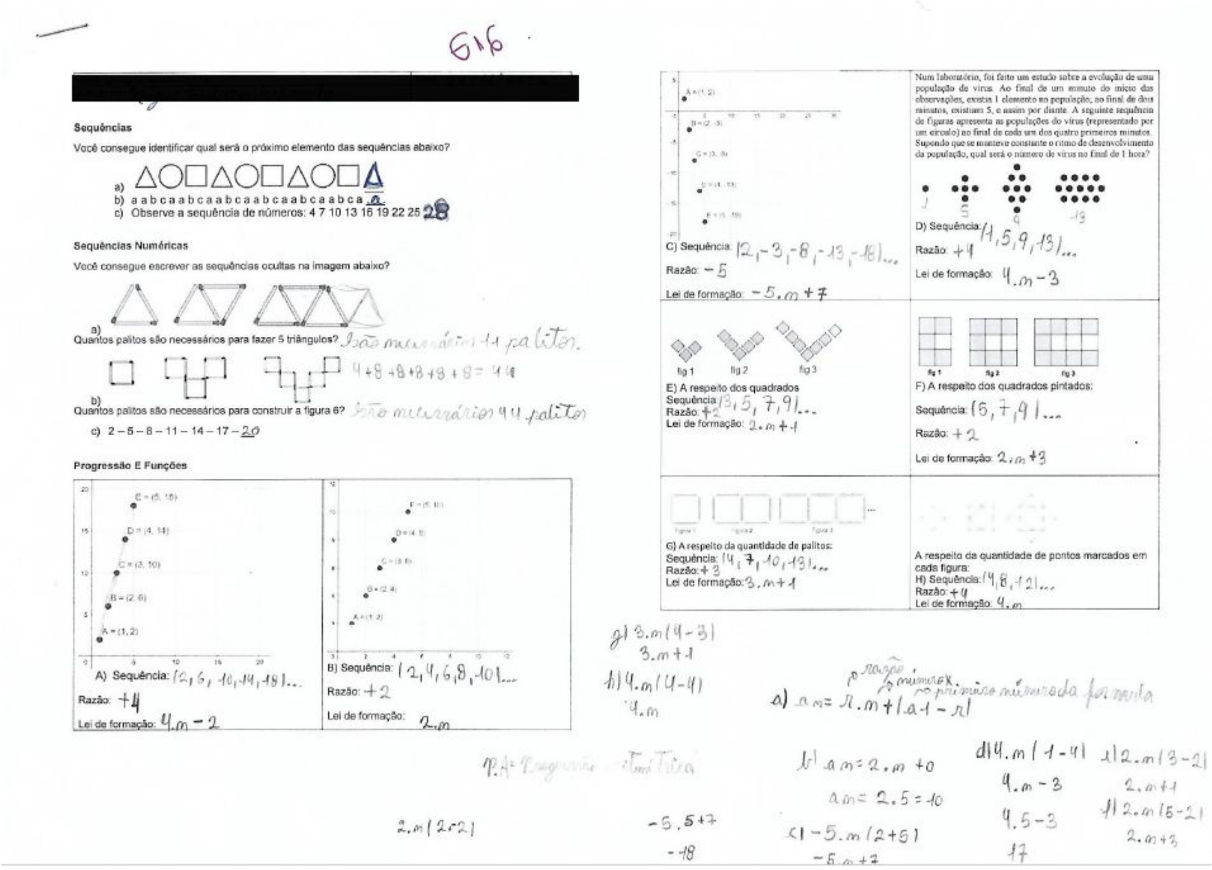
$a.n = -3n \; (4)$

$a.n = 3n + 4$

d) $an = \frac{a1}{q} \cdot q^{n}$

$an = \frac{1}{12} \cdot 12^{n}$

Respostas do E16:


E16

[redacted]

Sequências

Você consegue identificar qual será o próximo elemento das sequências abaixo?

a) △○□△○□△○□△

b) a a b c a a b c a a b c a a b c a a b c a a b c a

c) Observe a sequência de números: 4 7 10 13 16 19 22 25 28

Sequências Numéricas

Você consegue escrever as sequências ocultas na imagem abaixo?

a) Quantos palitos são necessários para fazer 5 triângulos? São necessários 11 palitos.

b) Quantos palitos são necessários para construir a figura 6? São necessários 44 palitos

c) 2 – 5 – 8 – 11 – 14 – 17 – 20

Progressão E Funções

A) Sequência: (2, 6, 10, 14, 18)... Razão: +4 Lei de formação: 4.m − 2

B) Sequência: (2, 4, 6, 8, 10)... Razão: +2 Lei de formação: 2.m

C) Sequência: (2, −3, −8, −13, −18)... Razão: −5 Lei de formação: −5.m + 7

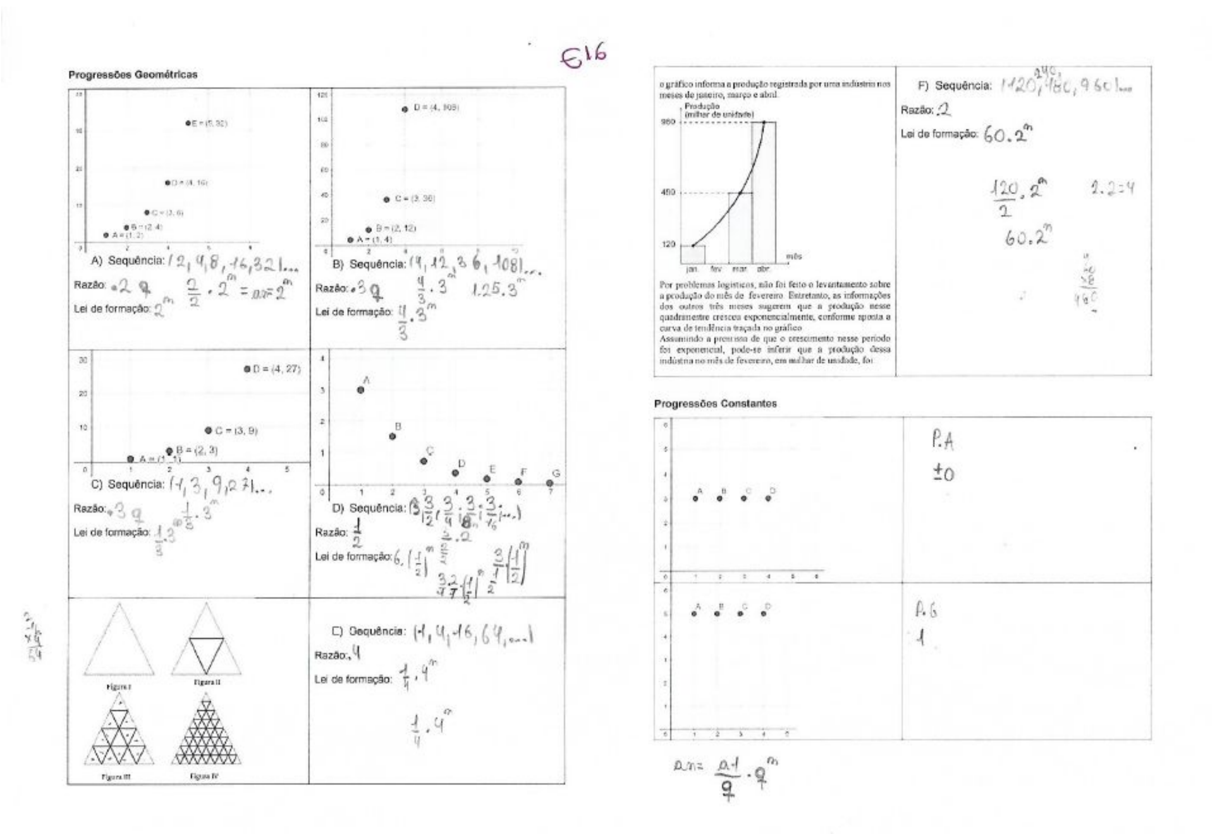
D) Sequência: (1, 5, 9, 13)... Razão: +4 Lei de formação: 4.m − 3

E) A respeito dos quadrados Sequência: (3, 5, 7, 9)... Razão: +2 Lei de formação: 2.m + 1

F) A respeito dos quadrados pintados: Sequência: (5, 7, 9)... Razão: +2 Lei de formação: 2.m + 3

G) A respeito da quantidade de palitos: Sequência: (4, 7, 10, 13)... Razão: +3 Lei de formação: 3.m + 1

A respeito da quantidade de pontos marcados em cada figura: H) Sequência: (4, 8, 12)... Razão: +4 Lei de formação: 4.m


E16

Progressões Geométricas

A) Sequência: (2, 4, 8, 16, 32)... Razão: 2 Lei de formação: 2^m

B) Sequência: (4, 12, 36, 108)... Razão: 3 Lei de formação: $\frac{4}{3}.3^m$

C) Sequência: (1, 3, 9, 27)... Razão: 3 Lei de formação: $\frac{1}{3}.3^m$

D) Sequência: (3, 3/2, 3/4, 3/8, 3/16 ...) Razão: 1/2

E) Sequência: (1, 4, 16, 64, ...) Razão: 4 Lei de formação: $\frac{1}{4}.4^m$

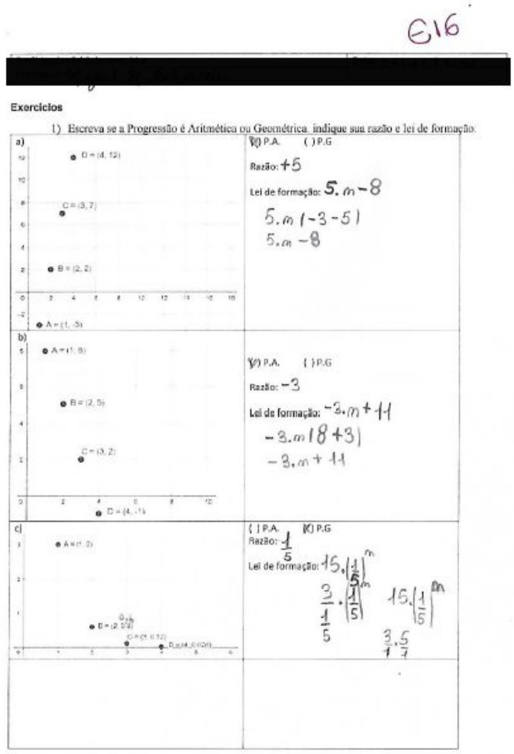
F) Sequência: (120, 240, 480, 960)... Razão: 2 Lei de formação: 60.2^m

Progressões Constantes

P.A ±0

P.G 1

$a_n = \frac{a_1}{q}.q^n$



E16

[redacted]

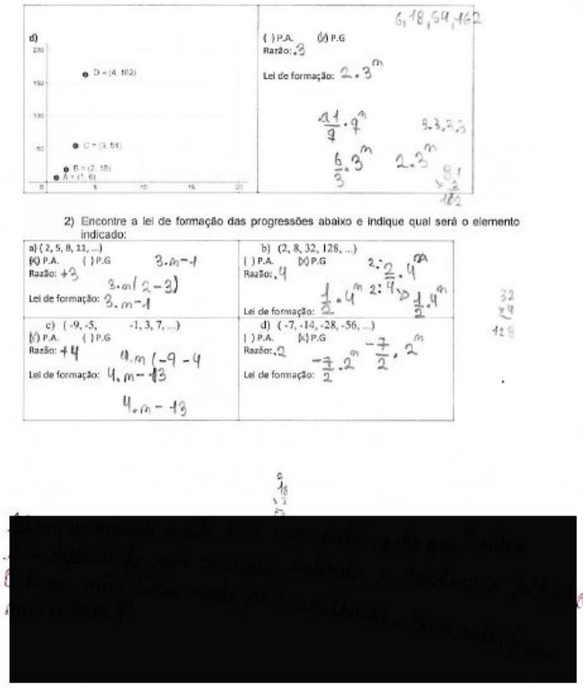
Exercícios

1) Escreva se a Progressão é Aritmética ou Geométrica, indique sua razão e lei de formação.

a) (X) P.A. ( ) P.G
Razão: +5
Lei de formação: $5.m-8$
$5.m(-3-5)$
$5.m-8$

b) (X) P.A. ( ) P.G
Razão: −3
Lei de formação: $-3.m+11$
$-3.m(8+3)$
$-3.m+11$

c) ( ) P.A. (X) P.G
Razão: $\frac{1}{5}$
Lei de formação: $15.\left(\frac{1}{5}\right)^m$



d) ( ) P.A. (X) P.G
Razão: 3
Lei de formação: 2.3^m
6, 18, 54, 162

2) Encontre a lei de formação das progressões abaixo e indique qual será o elemento indicado:

a) (2, 5, 8, 11, ...) (X) P.A. ( ) P.G Razão: +3 Lei de formação: $3.m-1$	b) (2, 8, 32, 128, ...) ( ) P.A. (X) P.G Razão: 4 Lei de formação: $\frac{1}{2}.4^m$
c) (-9, -5, -1, 3, 7, ...) (X) P.A. ( ) P.G Razão: +4 Lei de formação: $4.m-13$	d) (-7, -14, -28, -56, ...) ( ) P.A. (X) P.G Razão: 2 Lei de formação: $-\frac{7}{2}.2^m$

[redacted]

Respostas do E19:

G1.9

[redacted]

Sequências

Você consegue identificar qual será o próximo elemento das sequências abaixo?

a) △○□△○□△○□ △
b) a a b c a a b c a a b c a a b c a a b c a a b c a a
c) Observe a sequência de números: 4 7 10 13 16 19 22 25 28

Sequências Numéricas

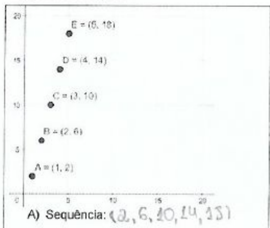
Você consegue escrever as sequências ocultas na imagem abaixo?

a)
Quantos palitos são necessários para fazer 5 triângulos? R: 13

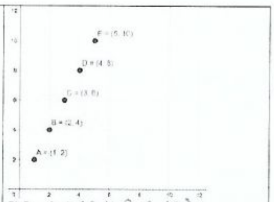
b)
Quantos palitos são necessários para construir a figura 6? R: (4, 12, 20, 25, 36, 44)

c) 2 – 5 – 8 – 11 – 14 – 17 – 20

Progressão E Funções

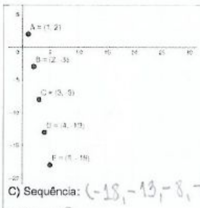


A) Sequência: (2, 6, 10, 14, 18)
Razão: + 4
Lei de formação: an = 4n - 2



B) Sequência: (2, 4, 6, 8, 10)
Razão: + 2
Lei de formação: an = 2n

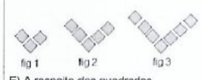
P.A



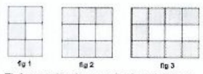
C) Sequência: (-18, -13, -8, -3, 2)
Razão: -5
Lei de formação: an = 5n + 7

Num laboratório, foi feito um estudo sobre a evolução de uma população de vírus. Ao final de um minuto do início das observações, existia 1 elemento na população, ao final de dois minutos, existiam 5, e assim por diante. A seguinte sequência de figuras apresenta as populações do vírus (representado por um círculo) ao final de cada um dos quatro primeiros minutos. Supondo que se manteve constante o ritmo de desenvolvimento da população, qual será o número de vírus no final de 1 hora?

D) Sequência: (1, 5, 9, 13)
Razão: 4
Lei de formação: an = 4n - 3



E) A respeito dos quadrados
Sequência: (3, 5, 7)
Razão: 2
Lei de formação: an = 2n + 1



F) A respeito dos quadrados pintados:
Sequência: (1, 2, 3)
Razão: 1
Lei de formação: an = 1n + 1

G) A respeito da quantidade de palitos:
Sequência: (4, 7, 10, 13, 16, 19, 22...)
Razão: 3
Lei de formação: an = 3n + 1

A respeito da quantidade de pontos marcados em cada figura:
H) Sequência: (4, 8, 12)
Razão: + 4
Lei de formação: an = 4n

a10 = -5.10 + 7
a10 = -50 + 7
a10 = -43

$a = a = a_1 + (n-1) \cdot R$

$an = a_1 + R.n - R$

$an = R.n + (a_1 - R)$

$an = 4 \cdot n + (2-4)$

$an = 4n - 2$

$an = \frac{a_1}{q} \cdot q^n$

$an = \frac{2}{2} = 2^n$

$an = 2^n$

b- $an = R.n + (a_1 - R)$

$an = 2n + (2-2)$

$an = 2n$

c- $an = R.n + (a_1 - R)$

$an = -5n + (2-(-5))$

$an = 5n + 7$

$an = R.n + (a_1 - R)$

$an = 1n + (1-1)$

$an = 1n$

$an = R.n + (a_1 - R)$

$an = 4n + (4-4)$

$an = 4n$

$an = R.n + (a_1 - R)$

$an = 3n + (4-3)$

$an = 3n + 1$

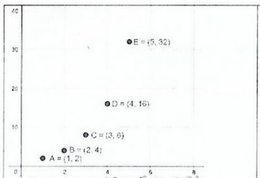
$an = R.n + (a_1 - R)$

$an = 4n + (1-4)$

$an = 4n - 3$

×÷ ~~623~~ 619

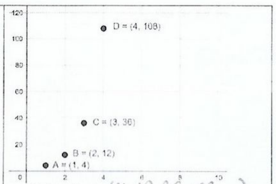
Progressões Geométricas



A) Sequência: (2, 4, 8, 16, 32)

Razão: ×2

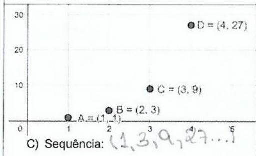
Lei de formação: $an = 2^n$



B) Sequência: (4, 12, 36, 108 ...)

Razão: ×3

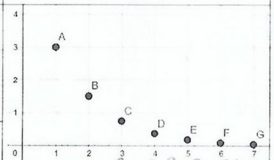
Lei de formação: $an = \frac{4.3^n}{3}$



C) Sequência: (1, 3, 9, 27 ...)

Razão: 3

Lei de formação: $an = \frac{1.3^n}{3}$

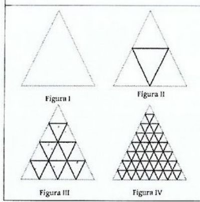


D) Sequência: $(\frac{3}{2}, \frac{3}{4}, \frac{3}{8}, \frac{3}{16}, \frac{3}{32})$

Razão: $\frac{1}{2}$

Lei de formação:

$an = 6.(\frac{1}{2})$

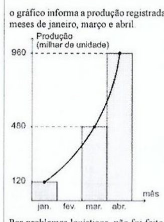


E) Sequência: (2, 4, 16, 64)

Razão: 4

Lei de formação: $an = \frac{1}{4}.4^n$

o gráfico informa a produção registrada por uma indústria nos meses de janeiro, março e abril.



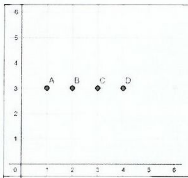
Por problemas logísticos, não foi feito o levantamento sobre a produção do mês de fevereiro. Entretanto, as informações dos outros três meses sugerem que a produção nesse quadrimestre cresceu exponencialmente, conforme aponta a curva de tendência traçada no gráfico.
Assumindo a premissa de que o crescimento nesse período foi exponencial, pode-se inferir que a produção dessa indústria no mês de fevereiro, em milhar de unidade, foi

F) Sequência: (120, 240, 480, 960

Razão: 2

Lei de formação: $a2 = 240$

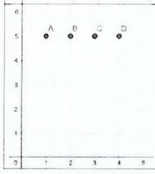
Progressões Constantes



(3, 3, 3, 3, 3, —)

P.A.

R=0



(5, 5, 5, 5, 5, —)

P.G

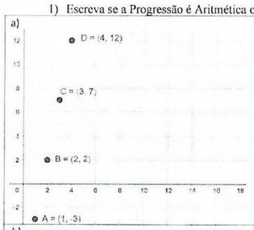
q=1

Profª Jessica Schlickmann, M.a	Data: 619
Estudante:	

Exercícios

1) Escreva se a Progressão é Aritmética ou Geométrica. indique sua razão e lei de formação:

a)



(X) P.A. ( ) P.G

Razão: 5 (-3, 2, 7, 12)

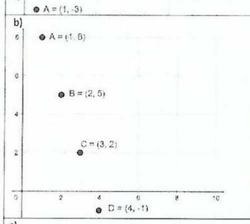
Lei de formação:

$an = R.n + (a1 - n)$

$an = 5.n + (-3(-5)$

$an = 5n + 8$

b)



(X) P.A. ( ) P.G

Razão: 3 (-1, 2, 5, 8)

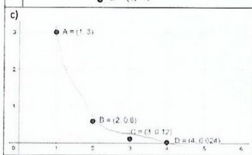
Lei de formação:

$an = R.n + (a1 - n)$

$an = 3.n + (-1(-3)$

$an = 3n + 4$

c)



( ) P.A. (X) P.G

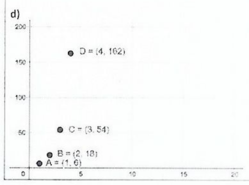
Razão: 2 (3, 0.6, 0.12, 0.24)

Lei de formação:

$an = \frac{a1.R^n}{R}$

$an = \frac{3.2^n}{2}$

d)



( ) P.A. (X) P.G

Razão: 3 (162, 54, 18, 6)

Lei de formação: $an = \frac{a1.R^n}{R}$

$an = \frac{162.3^n}{3}$

2) Encontre a lei de formação das progressões abaixo e indique qual será o elemento indicado:

a) (2, 5, 8, 11, ...) (X) P.A. ( ) P.G Razão: 3 Lei de formação: $an = 3n + 1$	b) (2, 8, 32, 128, ...) ( ) P.A. (X) P.G Razão: 4 $an = \frac{2.4^n}{4}$ Lei de formação:
c) (-9, -5, -1, 3, 7, ...) (X) P.A. ( ) P.G Razão: -4 Lei de formação: $an = -4n + 13$	d) (-7, -14, -28, -56, ...) ( ) P.A. ( ) P.G Razão: Lei de formação:

a- $an = R.n + (a1 - n)$

$an = 3.n + (2 - 3)$

$an = 3n + 1$

c- $an = R.n + (a1 - n)$

$an = -4.n + (-9(-4)$

$an = -4n + 13$

b- $an = \frac{a1.R^n}{R}$

$an = \frac{2.4^n}{4}$

d-