



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CAMPUS REITOR JOÃO DAVID FERREIRA LIMA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Celso Henrique Herédias Ribas

**Direcionamento de Inspeções Regulatórias Planejadas
Utilizando Processamento de Sinais em Grafos**

Florianópolis
2024

Celso Henrique Herédias Ribas

**Direcionamento de Inspeções Regulatórias Planejadas
Utilizando Processamento de Sinais em Grafos**

Proposta de Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina como parte dos requisitos para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. José Carlos Moreira Bermudez, Ph.D.

Florianópolis

2024

Ficha catalográfica gerada por meio de sistema automatizado gerenciado pela BU/UFSC.
Dados inseridos pelo próprio autor.

Ribas, Celso Henrique Heredias
Direcionamento de inspeções regulatórias planejadas
utilizando processamento de sinais em grafos / Celso
Henrique Heredias Ribas ; orientador, José Carlos Moreira
Bermudez, 2024.
182 p.

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Santa
Catarina, Centro Tecnológico, Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Elétrica, Florianópolis, 2024.

Inclui referências.

1. Engenharia Elétrica. 2. Processamento de sinais em
grafos. 3. Direcionamento de inspeções. 4. Regulação baseada
em risco. I. Bermudez, José Carlos Moreira. II.
Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós
Graduação em Engenharia Elétrica. III. Título.

Celso Henrique Herédias Ribas

**Direcionamento de Inspeções Regulatórias Planejadas
Utilizando Processamento de Sinais em Grafos**

O presente trabalho em nível de doutorado foi avaliado e aprovado por banca examinadora composta pelos seguintes membros:

Prof. Cássio Guimarães Lopes, Ph.D.

Universidade de São Paulo

Prof. Juliano Bandeira Lima, Dr.

Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Sérgio José Melo de Almeida, Dr.

Universidade Católica de Pelotas

Prof. Wallace Alves Martins, D.Sc.

Université de Toulouse

Certificamos que esta é a **versão original e final** do trabalho de conclusão que foi julgado adequado para obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.

Coordenação do Programa de
Pós-Graduação

Prof. José Carlos Moreira Bermudez, Ph.D.
Orientador

Florianópolis, 2024.

Dedico este trabalho aos meus pais, Afonso e Maria
Francisca, à minha esposa, Alcilene, e aos meus filhos,
Artur Henrique e Maria Luíza.

AGRADECIMENTOS

Antes de todos, agradeço a Jesus Cristo, meu Senhor e Salvador, que é quem dá o querer e o realizar. Pois Dele é que vem toda a sabedoria, de quem é toda a graça e para quem é toda a glória. Agradeço imensamente aos meus pais, Afonso e Maria Francisca, por seu amor incondicional, dedicação incansável e pelos princípios me ensinados. Agradeço à minha esposa, Alcilene, pela paciência, parceria e pelo nosso amor. Agradeço aos meus filhos, Artur Henrique e Maria Luíza, por me ensinarem todos os dias e por fazerem tudo valer a pena. Eu amo vocês! Agradeço ao meu orientador no mestrado e no doutorado, professor José Carlos Moreira Bermudez e aos colegas do LPDS por toda ajuda. Agradeço também à Anatel e aos colegas da Anatel pelo suporte que me permitiu realizar este trabalho.

*“Meu filho, se você aceitar as minhas palavras e guardar no seu coração os meus mandamentos;
se você der ouvidos à sabedoria e inclinar o seu coração ao entendimento;
sim, se você pedir inteligência e gritar por entendimento;
se buscar a sabedoria como a prata e a procurar como se procuram tesouros escondidos,
então você entenderá o temor do Senhor e achará o conhecimento de Deus.
Porque o Senhor dá a sabedoria, e da sua boca vem o conhecimento e a inteligência.
Ele reserva a verdadeira sabedoria para os retos; é escudo para os que andam com integridade,
guardando as veredas da justiça e conservando o caminho dos seus santos.
Então você entenderá a justiça, o juízo e a equidade — todas as boas veredas.
Porque a sabedoria entrará no seu coração, e o conhecimento será agradável à sua alma.
O discernimento o guardará e o entendimento o protegerá.
(BÍBLIA SAGRADA, 2017, Provérbios 2: 1-11.)*

*Simplicity is the most difficult thing to secure in this world;
it is the last limit of experience and the last effort of genius.
(SAND, 2009)*

RESUMO

O acesso a dados e a processamento de dados, incluindo o uso de técnicas de aprendizado de máquina, tornou-se significativamente mais fácil e barato nos últimos anos. No entanto, as mesmas críticas feitas ao processo de direcionamento de inspeções regulatórias até o início da década de 2010 permanecem até hoje. Esta tese discute questões em aberto sobre o direcionamento de inspeções regulatórias e propõe cinco princípios para o direcionamento de inspeções regulatórias planejadas, que são consistentes com o movimento da Ciência Aberta, a Teoria da Justiça e a Agenda 2030 para o Desenvolvimento Sustentável, da Organização das Nações Unidas. Usando a Teoria de Qualidade do Serviço, a Teoria de Fluxos Centrais e a Teoria de Processamento de Sinais em Grafos são propostas novas métricas de avaliação e um método baseado em risco para o direcionamento de inspeções regulatórias planejadas. A formulação do método é sucessivamente expandida ao longo dos capítulos a fim de ampliar sua aplicabilidade a diversos cenários relevantes. Simulações estatísticas ilustram a aplicação do método proposto ao problema de satisfação do consumidor nesses cenários. Os resultados obtidos evidenciam um desempenho superior do método proposto quando comparado a outros métodos e seu potencial para ser amplamente adotado pelos reguladores em diferentes setores regulados e contextos nacionais. Nos cenários simulados, quando comparado ao método mais empregado na prática, o método proposto resulta em uma máxima melhora relativa de até 595% na métrica máxima discrepância relevante, de até 141% na métrica soma das discrepâncias relevantes nos entes problemáticos, de até 90% na métrica média das taxas de reclamações e de até 589% na métrica número de entes problemáticos.

Palavras-chave: direcionamento de inspeções regulatórias, métricas de avaliação, política do consumidor, qualidade de serviço, teoria de fluxos centrais

ABSTRACT

Access to data and data processing, including the use of machine learning techniques, has become significantly easier and cheaper in recent years. Nevertheless, the same criticisms made to the process of regulatory inspection targeting until the early 2010s remain to this day. This thesis discusses open issues concerning regulatory inspection targeting, and proposes five principles for planned regulatory inspection targeting that are consistent with the Open Science movement, the Fairness Theory, and the United Nations 2030 Agenda for Sustainable Development. Using the Service Quality Theory, the Central Flow Theory and the Graph Signal Processing Theory novel evaluation metrics and a risk-based method for planned regulatory inspection targeting are proposed. The formulation of the method is successively expanded throughout the chapters in order to broaden its applicability to various relevant scenarios. Statistical simulations illustrate the application of the proposed method to the problem of consumer satisfaction in these scenarios. The obtained results evidence a superior performance of the proposed method when compared to other methods, and its potential to be widely adopted by regulators across policy domains and national contexts. In the simulated scenarios, when compared to the most employed method in practice, the proposed method leads to up to 595% of maximum relative improvement in the maximum relevant discrepancy metric, up to 141% reduction in the sum of relevant discrepancies in problematic entities, up to 90% reduction in the average complaint rate, and up to 589% reduction in the number of problematic entities.

Keywords: central flow theory, consumer policy, evaluation metrics, regulatory inspection targeting, service quality

LISTA DE ALGORITMOS

Algoritmo 1 – Método proposto para grafos unidimensionais.	46
Algoritmo 2 – Método proposto para grafos bidimensionais com conexões limitadas.	67
Algoritmo 3 – Método proposto para grafos bidimensionais com conexões ilimitadas.	73
Algoritmo 4 – Método proposto para grafos multidimensionais.	77
Algoritmo 5 – Método proposto para grafos com informações unidimensionais no vértice.	91
Algoritmo 6 – Método proposto para grafos com informações multidimensionais no vértice.	98
Algoritmo 7 – Método proposto para grafos multidimensionais com entes inspecionáveis unidimensionais.	113
Algoritmo 8 – Método proposto para grafos multidimensionais com entes inspecionáveis multidimensionais.	118
Algoritmo 9 – Método proposto para multigrafos unidimensionais.	133
Algoritmo 10 – Método proposto para multigrafos multidimensionais, com informações multidimensionais no vértice e com entes inspecionáveis multidimensionais.	139

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Exemplo de grafo direcionado.	37
Figura 2 – Fluxograma do Algoritmo 1.	49
Figura 3 – Influências relacionadas a Itajubá/MG, quando é um município (a) influenciado ou (b) influenciador.	53
Figura 4 – Discrepância relevante máxima.	56
Figura 5 – Soma das discrepâncias relevantes nos entes problemáticos.	56
Figura 6 – Taxa média de reclamações do consumidor.	57
Figura 7 – Número de entes problemáticos.	57
Figura 8 – Exemplo de grafo multidimensional e suas possíveis conexões.	62
Figura 9 – Influências em um par município-operadora.	80
Figura 10 – Discrepância relevante máxima.	83
Figura 11 – Soma das discrepâncias relevantes nos entes problemáticos.	83
Figura 12 – Taxa média de reclamações do consumidor.	83
Figura 13 – Número de entes problemáticos.	84
Figura 14 – Influências em um município.	100
Figura 15 – Discrepância relevante máxima.	103
Figura 16 – Soma das discrepâncias relevantes nos entes problemáticos.	104
Figura 17 – Taxa média de reclamações do consumidor.	104
Figura 18 – Número de entes problemáticos.	104
Figura 19 – Influências em um par município-tempo (presente).	120
Figura 20 – Discrepância relevante máxima.	123
Figura 21 – Soma das discrepâncias relevantes nos entes problemáticos.	124
Figura 22 – Taxa média de reclamações do consumidor.	124
Figura 23 – Número de entes problemáticos.	124
Figura 24 – Influências em uma trinca município-operadora-tempo (presente), no tema de reclamação k	143
Figura 25 – Discrepância relevante máxima.	146
Figura 26 – Soma das discrepâncias relevantes nos entes problemáticos.	147
Figura 27 – Taxa média de reclamações do consumidor.	147
Figura 28 – Número de entes problemáticos.	147

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Notação matemática na tese.	24
Quadro 2 – Comportamento da discrepância no ente inspecionável e_i em razão de variação em um sinal y_j em grafos unidimensionais.	42
Quadro 3 – Comportamento da discrepância no ente inspecionável e_{i_1, i_2} em razão de variação em um sinal y_{j_1, j_2} em grafos bidimensionais com conexões limitadas.	66
Quadro 4 – Comportamento da discrepância no ente inspecionável e_{i_1, i_2} em razão de variação em um sinal y_{j_1, j_2} em grafos bidimensionais com conexões ilimitadas.	72
Quadro 5 – Comportamento da discrepância no ente inspecionável e_{i_1, i_2, \dots, i_N} em razão de variação em um sinal y_{j_1, j_2, \dots, j_N} em grafos multidimensionais.	76
Quadro 6 – Comportamento da discrepância no ente inspecionável $e_{i, k}$ em razão de variação em um sinal $y_{j, l}$ em grafos com informações unidimensionais no vértice.	90
Quadro 7 – Comportamento da discrepância no ente inspecionável $e_{i, k_1, k_2, \dots, k_M}$ em razão de variação em um sinal $y_{j, l_1, l_2, \dots, l_M}$ em grafos com informações multidimensionais no vértice.	97
Quadro 8 – Comportamento da discrepância no ente inspecionável e_{i_1} em razão de variação em um sinal y_{j_1, j_2, \dots, j_N} em grafos multidimensionais com entes inspecionáveis unidimensionais.	112
Quadro 9 – Comportamento da discrepância no ente inspecionável e_{i_1, i_2, \dots, i_H} em razão de variação em um sinal y_{j_1, j_2, \dots, j_N} em grafos multidimensionais com entes inspecionáveis multidimensionais.	117
Quadro 10 – Comportamento da discrepância no ente inspecionável e_i em razão de variação em um sinal y_j em multigrafos.	132
Quadro 11 – Comportamento da discrepância no ente inspecionável $e_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M}$ em razão de variação em um sinal $y_{j_1, j_2, \dots, j_N, l_1, l_2, \dots, l_M}$ em multigrafos multidimensionais com entes inspecionáveis multidimensionais.	138

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Quantidade de artigos contendo, em seus títulos, os termos “aprendizado de máquina” e “avaliação de risco” (ou similar) encontrados em busca no Google Acadêmico, por ano.	25
Tabela 2 – Máxima melhora relativa na redução das métricas de avaliação devido ao uso do método proposto quando comparado ao método da taxa. . .	57
Tabela 3 – Máxima melhora relativa na redução das métricas de avaliação devido ao uso do método proposto quando comparado ao método da taxa. . .	84
Tabela 4 – Máxima melhora relativa na redução das métricas de avaliação devido ao uso do método proposto quando comparado ao método da taxa. . .	105
Tabela 5 – Máxima melhora relativa na redução das métricas de avaliação devido ao uso do método proposto quando comparado ao método da taxa. . .	125
Tabela 6 – Máxima melhora relativa na redução das métricas de avaliação devido ao uso do método proposto quando comparado ao método da taxa. . .	148

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AM	aprendizado de máquina
Anatel	Agência Nacional de Telecomunicações
DIRP	direcionamento de inspeções regulatórias planejadas
G20	Grupo dos 20
IA	inteligência artificial
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
OCDE	Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico
ODG	operador de deslocamento no grafo
PSG	processamento de sinais em grafos
rel.	relativamente
SCM	Serviço de Comunicação Multimídia
SMP	Serviço Móvel Pessoal
STFC	Serviço Telefônico Fixo Comutado
TFG	transformada de Fourier no grafo

LISTA DE SÍMBOLOS

A	Número máximo de arestas conectando dois vértices do multigrafo no mesmo sentido
d	Discrepância do sinal no ente inspecionável
\tilde{d}	Discrepância relevante do sinal no ente inspecionável
\check{d}	Discrepância útil do sinal no ente inspecionável
\mathbf{d}	Vetor de discrepâncias dos sinais nos entes inspecionáveis
$\tilde{\mathbf{d}}$	Vetor de discrepâncias relevantes dos sinais nos entes inspecionáveis
$\check{\mathbf{d}}$	Vetor de discrepâncias úteis dos sinais nos entes inspecionáveis
D	Matriz de discrepâncias do sinal no grafo
\tilde{D}	Matriz de discrepâncias relevantes dos sinais nos entes inspecionáveis
\check{D}	Matriz de discrepâncias úteis dos sinais nos entes inspecionáveis
\mathcal{D}	Tensor de discrepâncias do sinal no grafo
$\tilde{\mathcal{D}}$	Tensor de discrepâncias relevantes dos sinais nos entes inspecionáveis
$\check{\mathcal{D}}$	Tensor de discrepâncias úteis dos sinais nos entes inspecionáveis
e	Ente inspecionável
\mathbb{E}	Conjunto de entes inspecionáveis
f	Transformada de Fourier no grafo
g	Grau (de entrada) do vértice
G	Matriz de graus (de entrada)
i	Índice para as componentes em cada dimensão dos entes inspecionáveis
I	Matriz identidade
\mathfrak{I}	Distribuição de Irwin-Hall
j	Índice para as componentes em cada dimensão dos vértices no grafo
J	Número máximo de elementos de uma dimensão dos vértices no grafo (um subscrito indica a dimensão)
k	Índice para as componentes em cada dimensão dos vértices no grafo
K	Número máximo de elementos de uma dimensão dos sinais no vértice (um subscrito indica a dimensão)
L	Matriz Laplaciana
m	Índice para as dimensões dos sinais nos vértices
M	Número de dimensões dos sinais nos vértices
$\max\{\cdot, \cdot\}$	Valor máximo entre os argumentos
$\max[\cdot]$	Valor máximo entre os elementos do argumento
$\mathbf{max}\{\cdot, \cdot\}$	$\max\{\cdot, \cdot\}$ aplicado elemento a elemento dos argumentos
n	Índice para as dimensões dos vértices no grafo
N	Número de dimensões do grafo multidimensional
\mathfrak{N}	Distribuição Gaussiana

q	Quantidade de fiscais alocados para o ente inspecionável selecionado
Q	Número de fiscais disponíveis a cada rodada de inspeção
\mathbf{q}	Vetor com a quantidade de fiscais alocados por ente selecionado
\mathbf{Q}	Matriz com a quantidade de fiscais alocados por ente selecionado
\mathcal{Q}	Tensor com a quantidade de fiscais alocados por ente selecionado
r	Capacidade de redução na taxa de inadequação por fiscal
\bar{r}	Capacidade de um fiscal de reduzir a taxa de reclamações do consumidor em um ente inspecionável padrão
\tilde{r}	Capacidade de uma equipe de fiscais de reduzir a taxa de reclamações do consumidor em um ente inspecionável
\mathbb{R}	Conjunto dos números reais
s	Ente inspecionável selecionado para inspeção
S	Número máximo de entes inspecionáveis selecionáveis a cada rodada de inspeção
\mathbf{s}	Vetor de entes selecionados para inspeção
\mathbf{S}	Matriz de entes selecionados para inspeção
\mathcal{S}	Tensor de entes selecionados para inspeção
t	Rodada de inspeção
u	Sinal médio no vértice
U	Matriz com os autovetores ordenados da matriz Laplaciana em suas colunas
v	Vértice
\mathbb{V}	Conjunto de vértices
x	Sinal no ente inspecionável
\hat{x}	Expectativa do regulador para o sinal no ente inspecionável
\tilde{x}	Expectativa relevante para o sinal no ente inspecionável
\check{x}	Expectativa útil para o sinal no ente inspecionável
\mathbf{x}	Vetor de sinais nos entes inspecionáveis
$\hat{\mathbf{x}}$	Vetor de expectativas do regulador para os sinais nos entes inspecionáveis
$\tilde{\mathbf{x}}$	Vetor de expectativas relevantes para os sinais nos entes inspecionáveis
$\check{\mathbf{x}}$	Vetor de expectativas úteis para os sinais nos entes inspecionáveis
\mathbf{X}	Matriz de sinais nos entes inspecionáveis
$\hat{\mathbf{X}}$	Matriz de expectativas do regulador para os sinais nos entes inspecionáveis
$\tilde{\mathbf{X}}$	Matriz de expectativas relevantes para os sinais nos entes inspecionáveis
$\check{\mathbf{X}}$	Matriz de expectativas úteis para os sinais nos entes inspecionáveis
\mathcal{X}	Tensor de sinais nos entes inspecionáveis
$\hat{\mathcal{X}}$	Tensor de expectativas do regulador para os sinais nos entes inspecionáveis
$\tilde{\mathcal{X}}$	Tensor de expectativas relevantes para os sinais nos entes inspecionáveis
$\check{\mathcal{X}}$	Tensor de expectativas úteis para os sinais nos entes inspecionáveis
w	Peso da aresta

\mathbf{W}	Matriz de adjacências
\mathcal{W}	Tensor de adjacências do grafo
\mathcal{W}	Grafo
\mathbb{W}	Conjunto de arestas
y	Sinal no vértice
\mathbf{y}	Vetor de sinais no grafo
\mathbf{Y}	Matriz de sinais no grafo
\mathcal{Y}	Tensor de sinais no grafo
$\mathbf{0}$	Tensor de zeros
$\mathbf{1}$	Tensor de elementos iguais a 1
Λ	Matriz diagonal com os autovalores ordenados da matriz Laplaciana
μ	Capacidade média de redução na taxa de inadequação por fiscal
$\boldsymbol{\mu}$	Vetor de capacidades médias de redução nas taxas de inadequação por fiscal
\mathbf{M}	Matriz de capacidades médias de redução nas taxas de inadequação por fiscal
\mathcal{M}	Tensor de capacidades médias de redução nas taxas de inadequação por fiscal
ρ	Relação entre o número de consumidores no vértice e 50.000.
τ	Limite inferior para a discrepância útil
$\boldsymbol{\tau}$	Vetor de limite inferior para as discrepâncias úteis
\mathbf{T}	Matriz de limite inferior para as discrepâncias úteis
\mathcal{T}	Tensor de limite inferior para as discrepâncias úteis
\otimes	Multiplicação de Hadamard (elemento a elemento)
\oslash	Divisão de Hadamard (elemento a elemento)

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	20
1.1	CONTRIBUIÇÕES E ORGANIZAÇÃO DA TESE	22
2	PRINCÍPIOS	25
2.1	TENDÊNCIAS ATUAIS	25
2.2	PRINCÍPIOS PROPOSTOS	27
3	MÉTODO	30
3.1	LIMITAÇÕES ATUAIS	30
3.2	TEORIA DA QUALIDADE DO SERVIÇO	31
3.3	TEORIA DOS FLUXOS CENTRAIS	31
3.4	PROCESSAMENTO DE SINAIS EM GRAFOS	32
3.5	PARÂMETRO DISCREPÂNCIA E MÉTRICAS PROPOSTAS	36
3.6	COMPORTAMENTO DA DISCREPÂNCIA	42
3.7	PARÂMETRO DISCREPÂNCIA ÚTIL E MÉTODO PROPOSTO	42
4	APLICAÇÃO DO MÉTODO	50
4.1	O MODELO BASEADO EM GRAFO	50
4.2	RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES	55
4.3	ANÁLISE DOS RESULTADOS	57
5	VÉRTICES EM MULTIDIMENSÕES	60
5.1	GRAFOS BIDIMENSIONAIS COM CONEXÕES LIMITADAS	60
5.1.1	Comportamento da discrepância	66
5.1.2	Adequação do método	66
5.2	GRAFOS BIDIMENSIONAIS COM CONEXÕES ILIMITADAS	67
5.2.1	Comportamento da discrepância	72
5.2.2	Adequação do método	72
5.3	GRAFOS MULTIDIMENSIONAIS	73
5.3.1	Comportamento da discrepância	76
5.3.2	Adequação do método	76
5.4	APLICAÇÃO DO MÉTODO	77
5.4.1	O modelo baseado em grafo	78
5.4.2	Resultados das simulações	82
5.4.3	Análise dos resultados	84
6	MÚLTIPLAS INFORMAÇÕES NO VÉRTICE	86
6.1	INFORMAÇÕES UNIDIMENSIONAIS NO VÉRTICE	86
6.1.1	Comportamento da discrepância	89
6.1.2	Adequação do método	90
6.1.3	Similaridade a grafo multidimensional de sinal escalar	91
6.1.4	Similaridade a grafo unidimensional de sinal escalar	91

6.2	INFORMAÇÕES MULTIDIMENSIONAIS NO VÉRTICE	92
6.2.1	Comportamento da discrepância	96
6.2.2	Adequação do método	97
6.3	APLICAÇÃO DO MÉTODO	98
6.3.1	O modelo baseado em grafo	98
6.3.2	Resultados das simulações	102
6.3.3	Análise dos resultados	106
7	LIMITANDO OS ENTES INSPECIONÁVEIS	108
7.1	ENTES INSPECIONÁVEIS UNIDIMENSIONAIS	108
7.1.1	Comportamento da discrepância	111
7.1.2	Adequação do método	112
7.2	ENTES INSPECIONÁVEIS MULTIDIMENSIONAIS	113
7.2.1	Comportamento da discrepância	116
7.2.2	Adequação do método	117
7.3	APLICAÇÃO DO MÉTODO	118
7.3.1	O modelo baseado em grafo	118
7.3.2	Resultados das simulações	122
7.3.3	Análise dos resultados	126
8	MÚLTIPLAS ARESTAS ENTRE VÉRTICES	128
8.1	MULTIGRAFOS UNIDIMENSIONAIS	128
8.1.1	Comportamento da discrepância	131
8.1.2	Adequação do método	132
8.2	APLICAÇÃO DO MÉTODO	133
9	UNINDO AS FORMULAÇÕES	134
9.1	FORMULAÇÃO GERAL	134
9.1.1	Comportamento da discrepância	138
9.1.2	Adequação do método	138
9.2	APLICAÇÃO DO MÉTODO	139
9.2.1	O modelo baseado em grafo	140
9.2.2	Resultados das simulações	145
9.2.3	Análise dos resultados	149
10	CONCLUSÕES	151
	REFERÊNCIAS	153
	APÊNDICE A – OPERAÇÕES COM MATRIZES E TEN-	
	SORES	165
A.1	MATRIZES	165
A.1.1	Multiplicação de Hadamard	165
A.1.2	Divisão de Hadamard	165
A.1.3	Produto de Kronecker	166

A.1.4	Vetorização de matrizes	166
A.2	TENSORES	166
A.2.1	Multiplicação de Hadamard	166
A.2.2	Divisão de Hadamard	167
A.2.3	Contração de tensores	167
	APÊNDICE B – ARTIGO PUBLICADO	169

1 INTRODUÇÃO

A regulação é um campo de pesquisa em amadurecimento que tem produzido trabalhos influentes (SHORT *et al.*, 2021). Teorias e abordagens regulatórias, como Regulação Responsiva (AYRES; BRAITHWAITE, 1992, tradução nossa), Regulação Inteligente (GUNNINGHAM *et al.*, 1998, tradução nossa), Regulação Centrada no Problema (SPARROW, 2000, tradução nossa), Regulação Baseada em Risco (BLACK, 2005, tradução nossa), Regulamentação Realmente Responsiva (BALDWIN; BLACK, 2008, tradução nossa), entre outras, contribuíram para o sucesso do campo.

É amplamente reconhecido pelas autoridades reguladoras mundiais que na regulação é impossível controlar tudo. Há um consenso de que as inspeções aleatórias e a tentativa de inspecionar tudo e todos não são boas opções (BLANC, 2012). Apesar dos bilhões de dólares alocados aos orçamentos anuais dos reguladores (EUROPEAN COURT OF AUDITORS, 2020; OFFICE OF MANAGEMENT AND BUDGET, 2021), cada regulador tem recursos limitados, e a maioria tem orçamento suficiente para inspecionar apenas uma pequena parte dos entes inspecionáveis (JOHNSON, M. S. *et al.*, 2020).

Considerar medidas de risco na formulação de regulamentos e no direcionamento das ações dos reguladores ajuda a melhorar todas as fases da política regulatória (OECD, 2021b). Em vez de tentar inspecionar tudo, a regulação baseada em risco considera a probabilidade de não conformidade, bem como suas consequências, na alocação de recursos de inspeção (OECD, 2010). Os esforços são focados onde melhores resultados podem ser alcançados (BLANC, 2012), trazendo eficiência, eficácia e consistência às inspeções (BORRAZ *et al.*, 2020). Assim, o direcionamento de inspeções regulatórias planejadas (DIRP) está intimamente relacionado à regulação baseada em risco (OECD, 2010; ALMOND; ESBESTER, 2018), e traz consigo suas vantagens e desvantagens.

Um bom plano de inspeção do regulador deve conter pelo menos três tipos de inspeção. São elas 1) as inspeções incidentais, 2) as inspeções planejadas e 3) as inspeções aleatórias.

As inspeções incidentais são aquelas que o regulador decide realizar devido a um evento inesperado. Elas são essenciais para manter o poder de polícia do regulador, que deve agir prontamente quando ocorrerem eventos prejudiciais e inesperados. As inspeções incidentais devem ser baseadas em risco, e a detecção inesperada de alto risco deve levar a uma inspeção incidental. No caso, como esses eventos são inesperados, não é possível ao regulador definir previamente os critérios que levem à inspeção.

As inspeções planejadas são aquelas que o regulador planeja com antecedência. Mais importante do que definir quais inspeções ocorrerão, é necessário definir previamente quais critérios levarão a essas inspeções. As inspeções planejadas devem ser baseadas em risco e a detecção de alto risco de acordo com os critérios previamente definidos deve levar a uma inspeção planejada. As métricas de risco para inspeções planejadas devem ser

consistentes com os objetivos de longo prazo do regulador.

As inspeções aleatórias são aquelas que o regulador planeja realizar antecipadamente sem estabelecer nenhum critério específico. Elas são direcionadas aleatoriamente. As inspeções aleatórias servem para que o regulador adquira conhecimento sobre os mercados e entidades reguladas, e contribuem para evitar que entidades reguladas consigam impedir completamente inspeções incidentais e planejadas, optando deliberadamente por manter uma não conformidade de baixo risco (BALDWIN; BLACK, 2008).

Até o início da década de 2010, algumas das críticas à regulação baseada em risco e, conseqüentemente, ao DIRP eram 1) a possibilidade de tornar extremamente difícil o escrutínio e a responsabilização, ocultando decisões inadequadas nos processos de definição de métricas de risco (BALDWIN; BLACK, 2008), 2) o possível conflito da regulação baseada em risco com o direito à igualdade de tratamento perante a lei (ROTHSTEIN *et al.*, 2013) e 3) a falta de uniformidade nas soluções baseadas em risco em diferentes setores regulados e contextos nacionais (ROTHSTEIN *et al.*, 2013).

Desde o início dos anos 2010, tem havido intenso interesse e investimento em inteligência artificial (IA) (CHOLLET, 2021). As novas tecnologias possibilitaram melhorias na atividade regulatória, permitindo que o regulador atue de forma mais inteligente e proativa, e monitore fenômenos e objetos remotos, complexos e disseminados (OECD, 2021b). Em relatório publicado em setembro de 2021, a Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) afirma que os reguladores podem usar técnicas de análise de dados para direcionar melhor suas inspeções e que o acesso mais fácil e barato a dados e a processamento de dados, combinado com o conhecimento dos fiscais, permitirá inspeções melhor direcionadas (OECD, 2021a).

No entanto, apesar do progresso obtido nos últimos anos, a maioria dos trabalhos na literatura não aborda os desafios enfrentados pelos reguladores sobre como monitorar o mercado para coletar informações, processá-las e direcionar as inspeções regulatórias (HEIJDEN, 2020). Assim, as mesmas críticas feitas ao processo de DIRP até o início da década de 2010 permanecem até hoje (YEUNG, 2018; HEIJDEN, 2020; BORRAZ *et al.*, 2020; WANG *et al.*, 2022). Isso torna ainda mais difícil a decisão do regulador sobre como monitorar o mercado e direcionar as inspeções, muitas vezes levando a abordagens heurísticas (JOHNSON, M. S. *et al.*, 2020).

O monitoramento do mercado precede a inspeção propriamente dita e as cinco tarefas de fiscalização prescritas em Baldwin e Black (2008, p. 76), que são *detectar* comportamentos indesejáveis ou não conformes, o desenvolvimento de ferramentas e estratégias para *responder* a esses comportamentos, *garantir a aplicação* dessas ferramentas e estratégias em campo, *avaliar* seu sucesso ou fracasso e *modificar* as abordagens adequadamente (tradução nossa). Sem monitoramento, nenhum tipo de regulação trará bons resultados (PECARIC, 2017). Muitas vezes, é o monitoramento, e não a inspeção, que faz com que as entidades reguladas cumpram as regras (CAMPBELL, 2007). Isso torna-se mais im-

portante quando se percebe que as decisões baseadas em monitoramento muitas vezes não são observáveis pelo público e não podem ser revisadas pelo judiciário e, portanto, podem ser mais suscetíveis a influências indevidas (HEIJDEN, 2020). Assim, é crucial o desenvolvimento de métodos de DIRP que evitem, ou pelo menos dificultem, seu uso mal intencionado. Os desafios inerentes à fase de monitoramento do mercado para o DIRP devem ser enfrentados para que os recursos do regulador sejam bem alocados e a regulação atinja seus objetivos (BALDWIN; BLACK, 2008; PECARIC, 2017).

Além disso, os reguladores são frequentemente alvo de críticas sobre sua captura pelos políticos ou pelo mercado, e sobre o desperdício do dinheiro dos contribuintes (JOHNSON, M. S. *et al.*, 2020). Um DIRP adequado contribui para uma alocação imparcial e eficaz de recursos, melhorando a imagem que a sociedade tem do regulador, uma vez que a inspeção é a base desse julgamento (PECARIC, 2017). A efetividade dos reguladores também aumenta a conscientização da população, e tende a aumentar sua participação no processo regulatório (ORMOSI, 2012) ao fornecer mais e melhores dados ao regulador, formando assim um ciclo virtuoso.

1.1 CONTRIBUIÇÕES E ORGANIZAÇÃO DA TESE

Esta tese propõe um conjunto de princípios a serem atendidos pelos métodos para DIRP. Em seguida propõe e define novos parâmetros, métricas de avaliação e um novo método para o DIRP. Finalmente, a aplicabilidade da metodologia proposta é demonstrada em diversos cenários relevantes. Entre as propostas e definições estão:

- Proposta de atendimento aos princípios de legalidade, de imparcialidade e consistência com os objetivos de longo prazo do regulador, de explicabilidade e comunicabilidade, de transparência e responsabilização e de simplicidade de implementação;
- Definição dos parâmetros discrepância, discrepância relevante e discrepância útil;
- Proposta de utilização das métricas máxima discrepância relevante entre os entes problemáticos e soma das discrepâncias relevantes nos entes problemáticos;
- Modelagem do problema de DIRP utilizando grafos. Dependendo da complexidade do problema são empregados grafos unidimensionais, grafos bidimensionais com conexões limitadas, grafos bidimensionais com conexões ilimitadas, grafos multidimensionais, grafos com informações unidimensionais no vértice, grafos com informações multidimensionais no vértice, grafos multidimensionais com entes inspecionáveis unidimensionais, grafos multidimensionais com entes inspecionáveis multidimensionais, multigrafos unidimensionais ou multigrafos multidimensionais com informações multidimensionais no vértice com entes inspecionáveis multidimensionais;

Em comparação com o método da taxa, o mais empregado atualmente na prática, os resultados de simulação de aplicação do método proposto mostram:

- Máxima melhora relativa de até 595% na métrica máxima discrepância relevante;
- Máxima melhora relativa de até 141% na métrica soma das discrepâncias relevantes nos entes problemáticos;
- Máxima melhora relativa de até 90% na métrica média das taxas de reclamações;
- Máxima melhora relativa de até 589% na métrica número de entes problemáticos.

Em decorrência da pesquisa e do desenvolvimento realizados no início da organização desta tese, o artigo “*Evaluation Metrics and Method for Planned Regulatory Inspection Targeting*”(RIBAS; BERMUDEZ, 2024) foi publicado em fevereiro de 2024 pela revista *IEEE Access*.

Esta tese está organizada da seguinte forma: Após esta breve introdução, o Capítulo 2 discute questões em aberto sobre o direcionamento de inspeções regulatórias utilizando aprendizado de máquina (AM), e propõe cinco princípios para o DIRP, demonstrando sua consistência com o movimento da Ciência Aberta (UNESCO, 2022), a Teoria da Justiça (FOLGER, R. G.; CROPANZANO, 1998; FOLGER, R.; SHUKLA, 2019) e a Agenda 2030 para o Desenvolvimento Sustentável (NAÇÕES UNIDAS, 2015). O Capítulo 3 discute problemas de parâmetros e métricas de avaliação comumente utilizadas para o DIRP e, apresentando a Teoria da Qualidade do Serviço (PARASURAMAN *et al.*, 1985, tradução nossa), discute a necessidade de um parâmetro contextualizado a ser utilizado para ordenar o desempenho dos entes inspecionáveis e para formar métricas mais adequadas a serem utilizadas no DIRP. O Capítulo 3 apresenta, ainda, a Teoria dos Fluxos Centrais (TAYLOR *et al.*, 2010, tradução nossa) e a Teoria de Processamento de Sinais em Grafos (SANDRYHAILA; MOURA, 2013, 2014a, 2014b; SHUMAN *et al.*, 2013) e propõe novo parâmetro, novas métricas e novo método baseado em risco para o DIRP. O Capítulo 4 demonstra e analisa a aplicação do método proposto em grafos unidimensionais, apresentados no Capítulo 3, utilizando informações do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) e da Agência Nacional de Telecomunicações (Anatel), autoridade reguladora independente do mercado de telecomunicações no Brasil. O Capítulo 5 demonstra e analisa a aplicação do método proposto em grafos multidimensionais, enquanto o Capítulo 6 demonstra e analisa a aplicação do método proposto quando há múltiplas informações em cada vértice do grafo. O Capítulo 7 demonstra e analisa a aplicação do método proposto quando nem todos os vértices do grafo formam entes inspecionáveis. O Capítulo 8 demonstra e analisa a aplicação do método proposto em multigrafos unidimensionais e o Capítulo 9 une as formulações apresentadas nos Capítulos 5 a 8. Por fim, o Capítulo 10 apresenta as conclusões desta tese.

De forma a evitar que o leitor necessite frequentemente reler textos de capítulos anteriores para a compreensão de cada nova formulação do método, optou-se por apresentar as novas formulações repetindo partes do texto já utilizadas anteriormente, a fim de garantir que cada capítulo seja praticamente auto-contido.

Além disso, a fim de facilitar a compreensão deste trabalho, uma padronização da notação matemática utilizada se faz necessária. Os caracteres góticos maiúsculos referem-se a distribuições, enquanto os caracteres de duplo traço maiúsculos referem-se a conjuntos. Os caracteres caligráficos maiúsculos em negrito referem-se a tensores, enquanto os caracteres caligráficos maiúsculos sem negrito referem-se a grafos. Caracteres maiúsculos em negrito referem-se a matrizes e os minúsculos em negrito referem-se a vetores coluna. Os caracteres maiúsculos sem negrito referem-se a constantes e os sem negrito minúsculos referem-se a escalares. Essa notação pode ser verificada no Quadro 1.

Quadro 1 – Notação matemática na tese.

Tipo de caractere	Exemplo	Refere-se a
Gótico maiúsculo	\mathfrak{W}	Distribuição
Duplo traço maiúsculo	\mathbb{W}	Conjunto
Caligráfico maiúsculo em negrito	\mathcal{W}	Tensor
Caligráfico maiúsculo	\mathcal{W}	Grafo
Regular maiúsculo em negrito	\mathbf{W}	Matriz
Regular minúsculo em negrito	\mathbf{w}	Vetor
Regular maiúsculo	W	Constante
Regular minúsculo	w	Variável

Fonte: Autor.

2 PRINCÍPIOS

As técnicas de IA e AM¹ têm sido cada vez mais aplicadas a diferentes problemas (LALMUANAWMA *et al.*, 2020; HELM *et al.*, 2020; ULLAH *et al.*, 2020), incluindo análises relacionadas à regulação (JOHNSON, M. S. *et al.*, 2020), serviços governamentais e reclamações (CHEN *et al.*, 2018). A Seção 2.1 discute questões em aberto sobre o direcionamento de inspeções regulatórias utilizando AM, enquanto a Seção 2.2 propõe e discute princípios para o DIRP, demonstrando sua consistência com o movimento da Ciência Aberta, a Teoria da Justiça e a Agenda 2030 para o Desenvolvimento Sustentável, da Organização das Nações Unidas.

2.1 TENDÊNCIAS ATUAIS

O uso de métodos de AM para avaliação de risco tem recebido atenção crescente em estudos publicados nos últimos anos. A Tabela 1 mostra a quantidade de artigos que foram publicados entre 2014 e 2023 contendo, em seus títulos, os termos “aprendizado de máquina” e “avaliação de risco” (ou similar), na língua inglesa, conforme busca no Google Acadêmico (GOOGLE SCHOLAR, 2024) em 11 de fevereiro de 2024.

Tabela 1 – Quantidade de artigos contendo, em seus títulos, os termos “aprendizado de máquina” e “avaliação de risco” (ou similar) encontrados em busca no Google Acadêmico, por ano.

Termos no título	Número de artigos encontrados									
	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023
<i>machine learning</i> + <i>risk evaluation</i>	13	16	29	60	86	203	247	360	498	584

Fonte: Autor, com dados do Google Acadêmico

Os termos similares a *risk evaluation* (avaliação de risco) utilizados na busca foram *risk assessment* (avaliação de risco), *risk analysis* (análise de risco), *risk detection* (detecção de risco), *risk management* (gerenciamento de risco), *risk quantification* (quantificação de risco), *risk measurement* (medição de risco), *risk prediction* (predição de risco), *risk calculation* (cálculo de risco) e *risk modeling* (modelamento de risco).

Apesar da crescente popularidade, muito tem se discutido sobre ética no uso de algoritmos de AM, principalmente devido ao seu potencial de criar e reproduzir discriminação e a dificuldade de explicar esses métodos e os resultados que eles geram (MATUS; VEALE, 2022, e referências). Este assunto tem sido tema de alguns números especiais em renomadas publicações na área de política, regulação e governança (TELECOMMUNICATIONS POLICY, 2020; REGULATION & GOVERNANCE, 2022).

Várias entidades internacionais propuseram princípios para uma IA confiável (OECD, 2019a, cap. 5 e referências). Em 2019, o conselho de IA da OCDE definiu em recomendação,

¹ Embora existam diferenças entre IA e AM, os dois termos serão utilizados de forma intercambiável para os propósitos desta discussão, pois os argumentos se aplicam igualmente a ambos.

da qual o Brasil é signatário, cinco princípios complementares para a administração responsável de IA confiável. São eles 1) o crescimento inclusivo, o desenvolvimento sustentável e o bem-estar, 2) os valores centrados no ser humano e na equidade, 3) a transparência e a explicabilidade, 4) a robustez, a segurança e a proteção e 5) a responsabilização (OECD, 2019b, tradução nossa). Esses princípios foram endossados pelo Grupo dos 20 (G20) ainda em 2019 (G20, 2019) e serviram de fundamento para a Estratégia Brasileira de Inteligência Artificial (MCTI, 2021). Em 2020, o grupo independente de especialistas de alto nível em IA, criado pela Comissão Europeia, apresentou sua lista de sete requisitos para IA confiável, que englobam os princípios definidos pela OCDE e endossados pelo G20. São eles 1) a atuação e a supervisão humanas, 2) a robustez técnica e a segurança, 3) a privacidade e a governança de dados, 4) a transparência, 5) a diversidade, a não discriminação e a justiça, 6) o bem-estar social e ambiental e 7) a responsabilização (EUROPEAN COMMISSION, 2020, tradução nossa).

Esses princípios e requisitos são aplicáveis ao uso da IA em geral, e o nível de imposição de cada princípio depende da aplicação. Para muitas aplicações específicas, especialmente no setor privado, a ênfase está na predição (GHODDUSI *et al.*, 2019), onde uma IA não tão confiável pode ser suficiente. No entanto, para decisões políticas e estudos científicos, é importante entender os comportamentos e inter-relações analisadas (GHODDUSI *et al.*, 2019). O uso de um sistema automatizado de tomada de decisão pode ser intolerável se afetar valores fundamentais ou se for suscetível ao uso mal intencionado ou indesejável (KRAFFT *et al.*, 2022). Esse é o caso do DIRP, quando princípios como justiça, transparência, explicabilidade e responsabilização são inegociáveis.

Infelizmente, o uso de dados legítimos e autênticos no AM pode produzir modelos que resultam em predições inconsistentes, tendenciosas ou irracionais. Mesmo quando modelos com decisões razoáveis são gerados, não há garantia de que as predições sejam adequadamente precisas se o modelo foi gerado com AM (CONFALONIERI *et al.*, 2021). Os métodos de AM sempre lidam com a incerteza, devido à limitação nos dados disponíveis para treinar o modelo, à aleatoriedade do modelo ou à incapacidade de modelar (MURPHY, 2012; GOODFELLOW *et al.*, 2016). No AM, os valores dos parâmetros do modelo treinado variam dependendo da estimativa inicial para esses parâmetros na fase de treinamento, de como os dados de treinamento são apresentados ao algoritmo de aprendizado, da estocasticidade da maioria dos algoritmos de aprendizado e do critério de parada da fase de treinamento. Essas características, somadas à complexidade do modelo, resultam em soluções complexas mesmo que um algoritmo de aprendizado simples, como árvores de decisão, seja utilizado na fase de treinamento. Conseqüentemente, não há garantia de justiça, transparência, explicabilidade e responsabilização nas soluções de AM. A Inteligência Artificial Explicável é uma área emergente que tenta possibilitar aos humanos aprender como um modelo de IA faz predições (AHMED *et al.*, 2022). Infelizmente, no entanto, a maioria dos métodos de explicabilidade hoje em dia não pode dar garantias sobre

a veracidade da explicação e são implantados para fornecer informações aos engenheiros de AM em vez de se concentrar nos usuários finais (CONFALONIERI *et al.*, 2021).

Optar por soluções de AM pode significar usar soluções mais difíceis de desenvolver, implementar, explicar, comunicar e, depois de todo esse esforço, ainda serem frágeis e propensas a falhas (GOODFELLOW *et al.*, 2016). Isso demonstra a importância de utilizar novas tecnologias como ferramentas para apoiar boas práticas regulatórias, em vez de usar algoritmos de AM ou IA como substitutos “caixa-preta” para boas práticas (OECD, 2021b), lembrando que o excesso de confiança em métodos “caixa-preta” de AM pode conduzir à diminuição da qualificação de especialistas na área (HOWARD, 2019).

A principal virtude no uso de AM no DIRP é que ele permite ao regulador aprender com as previsões resultantes possivelmente “revelando” padrões ocultos nos dados. Assim, o melhor uso do AM no DIRP não está em definir diretamente como o risco será quantificado ou classificado, mas em permitir que o regulador obtenha novos conhecimentos e se beneficie indiretamente. No entanto, a decisão sobre como o risco é quantificado ou classificado no DIRP deve ser claramente definida, explicada e comunicada pelo regulador de maneira antecipada, e o uso direto de técnicas de AM na quantificação ou classificação do risco não permite isso.

2.2 PRINCÍPIOS PROPOSTOS

Para conceber um método baseado em risco para o DIRP é necessário considerar todo o contexto do direcionamento de inspeções regulatórias. O conhecimento necessário é verdadeiramente multidisciplinar, abrangendo áreas como direito, economia, regulação, administração pública, gestão de equipes e processamento estatístico de dados. O conhecimento do processamento de dados é mandatório para a regulação baseada em risco, pois é preciso avaliar o risco de forma objetiva e por meio de dados (OECD, 2021b).

Proposição 1. Um método baseado em risco para o DIRP deve atender aos seguintes princípios:

- Legalidade;
- Imparcialidade e consistência com os objetivos de longo prazo do regulador;
- Explicabilidade e comunicabilidade;
- Transparência e responsabilização;
- Simplicidade de implementação.

A legalidade é um princípio essencial de qualquer ato que envolva o interesse público. A imparcialidade permite a igualdade no tratamento das entidades reguladas, dos afetados pelas ações do regulador, incluindo o público, e evita possíveis desvios éticos.

A coerência com os objetivos de longo prazo do regulador evita decisões discricionárias, impedindo o uso do DIRP de maneira mal intencionada ou não passível de revisão pelo judiciário. A explicabilidade e a comunicabilidade conferem ao regulador a capacidade de explicar e comunicar, de forma antecipada e clara, a todas as partes interessadas, incluindo o judiciário, o público e as entidades reguladas, como serão direcionadas as inspeções regulatórias planejadas. A transparência e a responsabilização permitem o escrutínio das ações do regulador, incluindo o escrutínio da aderência do método de DIRP aos demais princípios da lista. O último mas não menos importante princípio, a simplicidade de implementação, é mandatório para a aceitação do método e sua aplicação pelos agentes de inspeção. Mudar a cultura dos agentes de inspeção e melhorar suas habilidades é fundamental para implementar a regulamentação baseada em risco (OECD, 2010). Se os agentes de inspeção não entenderem ou não tiverem as habilidades necessárias para implementar o método, eles não o utilizarão, conforme apontado por muitos estudos (OECD, 2010; WANG *et al.*, 2022). A simplicidade também é essencial para a adoção do método pelos reguladores em diferentes setores regulados e contextos nacionais.

Com base nesses princípios, o regulador deve fazer algumas escolhas ao definir o método a ser utilizado no DIRP, como 1) preferir utilizar dados não originados e não manipulados pelo próprio regulador ou por entidades reguladas, 2) verificar o alinhamento do método aos objetivos de longo prazo do regulador, 3) priorizar o uso de modelos mais simples, explicáveis e comunicáveis, mesmo em detrimento de modelos com supostamente maior poder de quantificação de risco, como sugerido por Athey (2017), 4) evitar aleatoriedade no processo e 5) publicar dados, achados, conclusões e explicar claramente as incertezas do método, conforme sugerido por Yoe (2019, pp. 99-100).

Os princípios propostos para o DIRP e as escolhas decorrentes deles são condizentes com o movimento da Ciência Aberta, a Teoria da Justiça e a Agenda 2030 para o Desenvolvimento Sustentável, da Organização das Nações Unidas, conforme verifica-se a seguir.

O movimento Ciência Aberta é um movimento mundial, recomendado pela Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura a todos os seus estados-membros, incluindo o Brasil, e é assim por ela definido:

A ciência aberta é definida como um construto inclusivo que combina vários movimentos e práticas que têm o objetivo de disponibilizar abertamente conhecimento científico multilíngue, torná-lo acessível e reutilizável para todos, aumentar as colaborações científicas e o compartilhamento de informações para o benefício da ciência e da sociedade, e abrir os processos de criação, avaliação e comunicação do conhecimento científico a atores da sociedade, além da comunidade científica tradicional. Abrange todas as disciplinas científicas e todos os aspectos das práticas acadêmicas, incluindo ciências básicas e aplicadas, ciências naturais, sociais e humanas, e se baseia nos seguintes pilares-chave: conhecimento científico aberto, infraestrutura científica aberta, comunicação científica, envolvimento aberto dos atores sociais e diálogo aberto com outros sistemas de conhecimento (UNESCO, 2022).

A Teoria da Justiça (FOLGER, R. G.; CROPANZANO, 1998; FOLGER, R.; SHU-

KLA, 2019) divide a percepção de justiça inicialmente em três subdimensões. São elas 1) a justiça distributiva, 2) a justiça processual e 3) a justiça interpessoal. Na área da Justiça Organizacional (GREENBERG, 1993) uma quarta subdimensão é adicionada, chamada de 4) justiça informacional (COLQUITT, 2001). As quatro subdimensões da Teoria da Justiça podem ser assim entendidas:

- 1) Na justiça distributiva: os resultados são distribuídos adequadamente e comunicados com antecedência e de forma transparente aos interessados;
- 2) Na justiça processual: é dada voz justa aos interessados no processo;
- 3) Na justiça interpessoal: os interessados são bem tratados e se sentem assim;
- 4) Na justiça informacional: é assegurado aos interessados o acesso completo e fácil às informações (BROCK *et al.*, 2021, tradução nossa).

Por sua vez, a Agenda 2030 para o Desenvolvimento Sustentável “*é um plano de ação para as pessoas, para o planeta e para a prosperidade*” (NAÇÕES UNIDAS, 2015, p. 1) que em seu Objetivo de Desenvolvimento Sustentável 16 estabelece:

Objetivo 16. Promover sociedades pacíficas e inclusivas para o desenvolvimento sustentável, proporcionar o acesso à justiça para todos e construir instituições eficazes, responsáveis e inclusivas em todos os níveis (NAÇÕES UNIDAS, 2015, p. 19).

Mais especificamente, os princípios aqui propostos para o DIRP contribuem com os Objetivos de Desenvolvimento Sustentável 16.5, 16.6, 16.7 e 16.b:

- 16.5 Reduzir substancialmente a corrupção e o suborno em todas as suas formas.
- 16.6 Desenvolver instituições eficazes, responsáveis e transparentes em todos os níveis.
- 16.7 Garantir a tomada de decisão responsiva, inclusiva, participativa e representativa em todos os níveis.
- (...)
- 16.b Promover e fazer cumprir leis e políticas não discriminatórias para o desenvolvimento sustentável (NAÇÕES UNIDAS, 2015, p. 36).

3 MÉTODO

Ao se referir a como medir e avaliar o risco, e como planejar inspeções com base nele, BLANC faz duas perguntas. São elas 1) “*Em que parâmetros deve se basear a classificação de risco, como medi-los e como então classificar os entes de acordo com eles?*” e 2) “*Como transformar esses critérios e sistemas de classificação em uma ferramenta de planejamento funcional, em particular como obter os dados relevantes sobre os estabelecimentos e gerenciá-los?*” (BLANC, 2012, tradução nossa).

A primeira questão diz respeito aos parâmetros e métricas de avaliação a serem utilizados, enquanto a segunda diz respeito ao método. A Seção 3.1 discute problemas de parâmetros e métricas de avaliação comumente utilizadas para o DIRP. A Seção 3.2 apresenta a Teoria da Qualidade do Serviço e discute a necessidade de um parâmetro contextualizado na formação de métricas mais adequadas a serem utilizadas no DIRP. A Seção 3.3 apresenta a Teoria dos Fluxos Centrais e discute o uso dessa teoria para contextualização do novo parâmetro. A Seção 3.4 apresenta a Teoria de Processamento de Sinais em Grafos. A Seção 3.5 discute como utilizar o ferramental do processamento de sinais em grafos (PSG) com as informações advindas da Teoria dos Fluxos Centrais para suprir a necessidade indicada pela Teoria da Qualidade do Serviço e propõe um novo parâmetro contextualizado e novas métricas de avaliação baseadas nesse parâmetro. Por fim, a Seção 3.7 propõe um método baseado em risco para o DIRP.

3.1 LIMITAÇÕES ATUAIS

O uso de indicadores numéricos se intensificou e ganhou importância neste século, mudando a forma como governos, organizações e pessoas entendem o mundo, devido à sua capacidade de simplificar fenômenos complexos e permitir que esses fenômenos sejam monitorados, classificados e comparados (ROTTENBURG *et al.*, 2015). Artigos acadêmicos e publicações de reguladores utilizam indicadores e taxas para quantificar o desempenho tanto dos próprios reguladores quanto dos mercados e entidades reguladas (MEHRPOUYA; SAMIOLO, 2019). Modelos adequados para processar os dados e transformá-los em quantificação de risco são essenciais (ROTTENBURG *et al.*, 2015).

Na regulação, é comum a utilização de uma taxa de qualidade, ou, em oposição a essa, uma taxa de inadequação, para ordenar o desempenho dos entes inspecionáveis. Essas taxas são parâmetros também utilizados para formar critérios de classificação, como, p. ex., uma taxa de inadequação máxima aceitável. Para avaliar o desempenho dos entes como um todo e, conseqüentemente, os desempenhos dos métodos de DIRP, as métricas de avaliação normalmente utilizadas são 1) o número de entes que ultrapassam a taxa de inadequação máxima aceitável, aqui denominados entes problemáticos, e 2) a taxa de inadequação média nos entes problemáticos. No entanto, é preciso ser cuidadoso ao utilizar a taxa de inadequação diretamente para ordenar o desempenho dos entes inspecionáveis

e formar as métricas de avaliação. A taxa de inadequação é um parâmetro absoluto, que não considera o contexto em que os entes inspecionáveis estão inseridos, assumindo que a expectativa do regulador para a taxa de inadequação de todos os entes é única.

3.2 TEORIA DA QUALIDADE DO SERVIÇO

Comumente, espera-se que os serviços sejam inicialmente prestados nos grandes centros urbanos e, progressivamente, sejam disponibilizados aos centros menores (RAUHUT; HUMER, 2020). Como nenhum serviço é prestado de maneira independente, a sua qualidade depende da disponibilidade de infraestrutura e de outros serviços de suporte no local onde é prestado. Assim, espera-se também que a qualidade do serviço evolua dos grandes centros para os menores. Da perspectiva do regulador, enquanto o objetivo de longo prazo é o de que todos os entes inspecionáveis tenham a menor taxa de inadequação possível, a expectativa do regulador é a de que as taxas de inadequação não sejam as mesmas para todos os entes durante a evolução da qualidade do serviço. Assim, durante a evolução da qualidade do serviço, utilizar um parâmetro que considere a expectativa do regulador para ordenar o desempenho dos entes inspecionáveis parece ser mais adequado.

Na Teoria da Qualidade do Serviço, Parasuraman *et al.* (1985) modelam a qualidade do serviço na perspectiva do consumidor como sendo o resultado da comparação que o consumidor faz entre a sua percepção sobre o serviço e a sua expectativa sobre esse serviço. O hiato entre a percepção e a expectativa do consumidor sobre o serviço determina, portanto, a qualidade do serviço na sua perspectiva.

De maneira análoga ao que fizeram Parasuraman *et al.* (1985) para o consumidor, é possível modelar a qualidade do serviço na perspectiva do regulador como sendo o resultado da comparação entre a percepção do regulador sobre o serviço e a sua expectativa sobre esse serviço. Caso a expectativa do regulador sobre o serviço fosse a mesma para todos os entes inspecionáveis, a percepção do regulador sobre o serviço, em cada ente, seria suficiente para determinar a qualidade do serviço na sua perspectiva.

No entanto, como visto, a expectativa do regulador, durante a evolução da qualidade do serviço, é a de que as taxas de inadequação não sejam as mesmas para todos os entes inspecionáveis em determinado momento. Assim, tomando a taxa de inadequação de cada ente como uma medida de percepção do serviço pelo regulador, para calcular a qualidade do serviço na perspectiva do regulador ainda é preciso determinar 1) a expectativa do regulador para a taxa de inadequação de cada ente inspecionável e 2) a função que quantifica o hiato decorrente da comparação entre a percepção e a expectativa do regulador.

3.3 TEORIA DOS FLUXOS CENTRAIS

Com origem na Geografia, a Teoria dos Fluxos Centrais (TAYLOR *et al.*, 2010), complementar à Teoria das Localidades Centrais (BERRY; GARRISON, 1958; CHRIS-

TALLER, 1966), descreve relações entre diferentes localidades e é utilizada para quantificar essas relações.

A Teoria das Localidades Centrais entende que as relações entre diferentes localidades se dá em razão da capacidade de cada localidade em prover bens e serviços e da distância entre elas (BERRY; GARRISON, 1958; CHRISTALLER, 1966). As vantagens de aglomeração dos processos produtivos em uma localidade fazem com que essas localidades se desenvolvam, passem a prover mais bens e serviços e aumentem a sua influência na região. As localidades que fornecem bens e serviços não só para uso dentro dela mesma, mas também para uso nas localidades menos desenvolvidas no seu entorno, são chamadas de localidades centrais. No entanto, para a Teoria das Localidades Centrais a influência das localidades centrais é sempre limitada pela distância às demais localidades tomadoras dos bens e serviços.

A Teoria dos Fluxos Centrais vem complementar a Teoria das Localidades Centrais ao perceber que as relações entre diferentes localidades não se limita às relações de proximidade entre as localidades, mas ocorre também de maneira independente da distância entre elas (TAYLOR *et al.*, 2010). O desenvolvimento tecnológico permitiu que as relações entre as localidades transpusessem fatores antes limitantes, e que o fornecimento de bens e serviços pudessem ir além das relações de proximidade. Dessa forma, a Teoria dos Fluxos Centrais entende que as relações entre as localidades formam redes interligadas, e se dão pelo fornecimento de bens e serviços localmente e pelo fornecimento de bens e serviços a distância.

Desde a proposição de Teoria dos Fluxos Centrais por Taylor *et al.* (2010), o número de pesquisas sobre relações urbanas formando redes tem aumentado e modelado vários fenômenos de interação entre localidades (LÜTHI *et al.*, 2013; PAPERS IN REGIONAL SCIENCE, 2016; BETTENCOURT, 2021; ZHANG, Z.; TANG, 2021; ZHU *et al.*, 2021). Fluxos de pessoas, recursos, doenças e informações também têm sido estudados, especialmente usando tecnologias de informação e comunicação (STEENBRUGGEN *et al.*, 2015; JIA *et al.*, 2020; YAMAMOTO *et al.*, 2021).

Os resultados desses estudos podem ser utilizados tanto para quantificar as influências entre as localidades onde serviços regulados são prestados quanto para quantificar as influências entre quaisquer outras características dos serviços que tenham sido pesquisadas. Considerando as influências entre as características do serviço como sendo correspondentes às influências entre as taxas de inadequação, é possível modelar a expectativa do regulador quanto a essas taxas de inadequação de forma contextualizada, conforme a necessidade explicitada pela Teoria da Qualidade do Serviço.

3.4 PROCESSAMENTO DE SINAIS EM GRAFOS

Uma área de processamento de dados que tem alcançado notável sucesso teórico e prático nos últimos anos é o PSG (MARQUES *et al.*, 2020).

Um grafo é uma estrutura abstrata que representa um conjunto de elementos denominados vértices e suas relações de interdependência (GOLDBARG, M.; GOLDBARG, E., 2012).

Considera-se o artigo de Leonhard Euler, publicado em 1736, sobre o problema das sete pontes de Königsberg, o primeiro resultado da teoria dos grafos (BIGGS *et al.*, 1986). A primeira menção da palavra grafo no sentido de teoria dos grafos foi feita por Sylvester em 1878 (GROSS; YELLEN, 2003).

Na literatura, os nomes atribuídos aos elementos constantes da teoria de grafos e as suas definições são as mais variadas, sendo necessário especificá-las para evitar mal-entendidos. Neste trabalho os seguintes nomes e definições serão utilizados.

Matematicamente, define-se um grafo ponderado como $\mathcal{W} = (\mathbb{V}, \mathbb{W})$ em que \mathbb{V} é o conjunto de vértices de \mathcal{W} e \mathbb{W} é o conjunto de arestas de \mathcal{W} que conectam, unicamente em cada sentido, dois vértices distintos contidos em \mathbb{V} .

Quando todos vértices de \mathcal{W} estão organizados em uma única dimensão, um vértice de \mathcal{W} é especificado por v_j , em que j é o índice do vértice nessa dimensão e J é o número de vértices de \mathcal{W} . Assim, o conjunto \mathbb{V} é formado a partir da variação do índice j em v_j , com $j = 1, 2, \dots, J$. Nesse caso pode-se chamar o grafo de grafo unidimensional.

A definição de um grafo não permite que mais de uma aresta conecte um vértice v_j a um vértice v_i , no sentido de v_j para v_i e, tampouco, que uma aresta conecte um vértice a ele mesmo. Uma aresta que conecta um vértice a ele mesmo é chamada de auto-laço. Se mais de uma aresta pode conectar um vértice v_j a um vértice v_i , no sentido de v_j para v_i , o objeto resultante é chamado de multigrafo. Se, além disso, auto-laços são permitidos, o objeto resultante é chamado de pseudografo (ARUMUGAM *et al.*, 2016).

O peso da aresta que conecta o vértice v_j ao vértice v_i , no sentido de v_j para v_i , é especificado como $w_{i,j}$. Se não existe uma aresta que conecta o vértice v_j ao vértice v_i , no sentido de v_j para v_i , então $w_{i,j} = 0$. O conjunto \mathbb{W} é formado a partir da variação dos índices i e j em $w_{i,j}$, com $i = 1, 2, \dots, J$ e $j = 1, 2, \dots, J$. A matriz de adjacências de \mathcal{W} é a matriz $\mathbf{W} \in \mathbb{R}^{J \times J}$, definida em termos de seus elementos como $[\mathbf{W}]_{i,j} = w_{i,j}$.

O grau g_i de um vértice v_i do grafo é definido como a soma dos pesos das arestas incidentes nesse vértice (SARDELLITTI *et al.*, 2017), ou seja

$$g_i = \sum_{j=1}^J w_{i,j}. \quad (1)$$

Essa definição é aplicável tanto para grafos não direcionados quanto para grafos direcionados (cujas definições serão apresentadas ainda nesta seção). Para grafos direcionados, g_i é chamado grau de entrada, já que também existe o grau de saída para vértices de grafos direcionados (DJURIC; RICHARD, 2018). A matriz de graus (de entrada) de um grafo é uma matriz diagonal \mathbf{G} na qual os elementos da diagonal principal são iguais aos graus (de entrada) dos vértices v_i correspondentes, ou seja

$$\mathbf{G} = \text{diag}(g_1, g_2, \dots, g_J). \quad (2)$$

A matriz Laplaciana de um grafo é definida como

$$\mathbf{L} = \mathbf{G} - \mathbf{W}. \quad (3)$$

O sinal em um vértice do grafo é definido como a informação indexada por esse vértice. Quando a informação no vértice pode ser representada por um escalar, o sinal no vértice v_j do grafo é especificado por y_j . O conjunto de sinais nos vértices é formado a partir da variação do índice j em y_j , com $j = 1, 2, \dots, J$. O sinal no grafo, composto por todos os sinais nos vértices do grafo, é especificado pelo vetor $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^J$, definido em termos dos seus elementos como $[\mathbf{y}]_j = y_j$.

O processamento de sinais em grafos é a área de estudo que trata do desenvolvimento de ferramentas e métodos para processar sinais em grafos. Mais especificamente, o PSG se beneficia de conceitos algébricos e teóricos da teoria de grafos, como espectro de grafos e conectividade de grafos, para analisar dados estruturados (SHUMAN *et al.*, 2013; PUSCHEL; MOURA, 2008b; 2008a apud GAVILI; ZHANG, X.-P., 2017).

Gavili e Xiao-Ping Zhang (2017), Ortega *et al.* (2018) e Bohannon *et al.* (2019) indicam a existência de duas principais vertentes no processamento de sinais em grafos. A primeira é a teoria que preconiza uma construção algébrica do processamento de sinais em grafos. Baseada no processamento algébrico de sinais, essa vertente utiliza principalmente a matriz de adjacências como o operador de deslocamento no grafo (ODG) (SANDRYHAILA; MOURA, 2013, 2014b, 2014a), que serve de modelo para o sinal no grafo (ORTEGA *et al.*, 2018). Outros ODG também podem ser utilizados (GIRAULT *et al.*, 2015). A segunda vertente é a teoria que preconiza uma construção do processamento de sinais em grafos a partir da definição de espectros de frequência e bases de expansão para transformadas de Fourier de grafos. Essa vertente utiliza principalmente a matriz Laplaciana (combinatória) de grafos como o bloco de construção fundamental para suas definições e ferramentas (SHUMAN *et al.*, 2013), mas outras abordagens também podem ser utilizadas (SHAFIPOUR *et al.*, 2018).

Ambas as vertentes definem conceitos fundamentais de processamento de sinais em grafos, como filtragem, transformação e subamostragem (GAVILI; ZHANG, X.-P., 2017).

Um caso particular de grafo é o grafo em que as arestas conectando, em sentidos contrários, dois vértices tem sempre o mesmo peso. Nesse caso, as arestas ligando dois vértices podem ser representadas por uma única aresta com um único peso e o grafo é dito não direcionado, o que se traduz em uma matriz de adjacências \mathbf{W} simétrica, já que $w_{i,j} = w_{j,i}, \forall i, j$.

No processamento algébrico de sinais em grafos, a partir da adoção da matriz de adjacências \mathbf{W} como ODG, conceitos como estrutura de filtro, filtragem e convolução, espaços do sinal e do filtro e sua estrutura algébrica, a transformada de Fourier no grafo, frequência, espectro, decomposição espectral e respostas ao impulso e em frequência podem ser desenvolvidas (SANDRYHAILA; MOURA, 2013). Nessa vertente, a transformada de Fourier no grafo (TFG) é definida como a expansão do sinal no grafo em termos dos

autovetores da base de Jordan do ODG, obtida pela decomposição do ODG na forma normal de Jordan (SANDRYHAILA; MOURA, 2014b).

Por sua vez, o processamento espectral de sinais em grafos não direcionados utiliza a simetria da matriz Laplaciana dos grafos não direcionados para definição da TFG. Como a matriz de adjacências para grafos não direcionados, conectados e ponderados, é real e simétrica, a matriz Laplaciana, definida na equação (3), também será real e simétrica. Assim, \mathbf{L} é sempre diagonalizável e pode ser escrita como

$$\mathbf{L} = \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\mathbf{U}^{-1} \quad (4)$$

em que $\mathbf{\Lambda}$ é uma matriz diagonal com os autovalores de \mathbf{L} e \mathbf{U} é uma matriz com os autovetores de \mathbf{L} em suas colunas, seguindo a ordenação dos autovalores correspondentes em $\mathbf{\Lambda}$. Os autovetores de \mathbf{L} são ortogonais, mas não são únicos, e sempre se pode escolher um conjunto completo de autovetores ortonormais tal que $\mathbf{U}^T\mathbf{U} = \mathbf{I}$, sendo \mathbf{I} a matriz identidade, que, junto com os autovalores fixados e ordenados convenientemente, proporcionam uma noção de frequência. A TFG é então, comumente, definida como a expansão do sinal no grafo em termos dos autovetores da sua matriz Laplaciana (SHUMAN *et al.*, 2013), e dada por (STANKOVIĆ *et al.*, 2019)

$$\mathbf{f} = \mathbf{U}^{-1}\mathbf{y} \quad (5)$$

que representa uma decomposição do sinal \mathbf{y} nas componentes espectrais do grafo. A TFG inversa é dada por

$$\mathbf{y} = \mathbf{U}\mathbf{f}. \quad (6)$$

A ortonormalidade dos autovetores da matriz Laplaciana dá à TFG propriedades algébricas desejáveis, e assim o PSG para grafos não direcionados tem sido bem desenvolvido (FURUTANI *et al.*, 2019).

Grafos em que uma aresta conectando quaisquer dois vértices é direcionada são denominados grafos direcionados. Nesse caso, dois vértices do grafo podem ser conectados, em sentidos contrários, por duas arestas com pesos diferentes, o que se traduz em uma matriz de adjacências \mathbf{W} assimétrica, já que a expressão $w_{i,j} = w_{j,i}, \forall i, j$, não será válida. Sendo a matriz de adjacências do grafo direcionado assimétrica, o mesmo ocorre com sua matriz Laplaciana \mathbf{L} .

Como a matriz Laplaciana de um grafo direcionado é assimétrica, e seus autovetores são geralmente não ortonormais, é difícil simplesmente estender o processamento espectral de sinais em grafos não direcionados para grafos direcionados (FURUTANI *et al.*, 2019).

A definição da TFG para grafos direcionados como sendo a expansão do sinal no grafo em termos dos autovetores ordenados da sua matriz Laplaciana fica, portanto, prejudicada.

Diversas alternativas foram propostas na literatura para superar esse inconveniente, nas quais se buscou novas bases para a transformação. Entre as alternativas pode-se citar

o uso de uma Laplaciana Hermitiana em substituição à matriz Laplaciana (FURUTANI *et al.*, 2019) e a busca direta por bases adequadas, que gerem representações que guardem similaridades com o espectro de frequência dos grafos não direcionados (SHAFIPOUR *et al.*, 2018; SARDELLITTI *et al.*, 2017).

Por sua vez, o desenvolvimento do processamento algébrico de sinais em grafos não pressupõe o ODG como simétrico e, portanto, seus conceitos são aplicáveis a grafos direcionados de forma mais direta e simples.

3.5 PARÂMETRO DISCREPÂNCIA E MÉTRICAS PROPOSTAS

O PSG em grafos direcionados pode ser utilizado para modelar adequadamente as influências entre as taxas de inadequação na formação das expectativas do regulador sobre essas mesmas taxas. Esse modelo pode então ser empregado para processar os dados de maneira a determinar as expectativas do regulador e para quantificar o hiato decorrente da comparação entre a percepção e a expectativa do regulador sobre a taxa de inadequação em cada ente inspecionável.

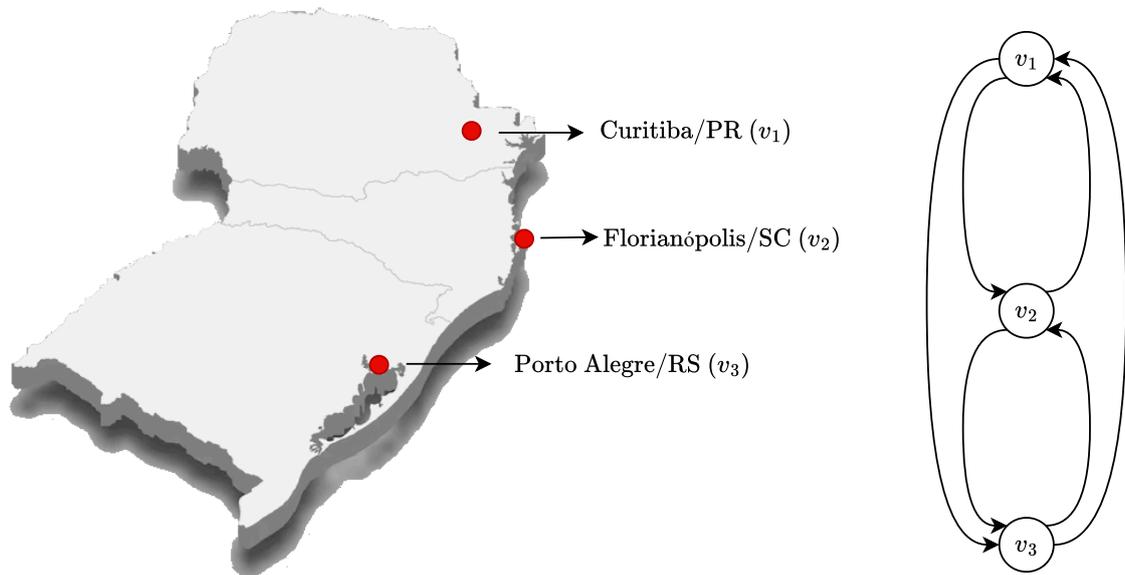
Considere um grafo direcionado ponderado $\mathcal{W} = (\mathbb{V}, \mathbb{W})^1$, de estrutura conhecida, em que \mathbb{V} é o conjunto de vértices de \mathcal{W} e \mathbb{W} é o conjunto de arestas de \mathcal{W} . Cada vértice de \mathcal{W} representa um elemento de uma única característica utilizada na segmentação da prestação de determinado serviço e, portanto, todos os vértices de \mathcal{W} estão organizados em uma única dimensão correspondente a essa característica. Um vértice de \mathcal{W} é especificado por v_j , em que j é o índice do vértice naquela dimensão e J é o número de vértices de \mathcal{W} . Assim, o conjunto \mathbb{V} é formado a partir da variação do índice j em v_j , com $j = 1, 2, \dots, J$.

Para exemplificar um caso de visualização simples, considere a situação descrita na Figura 1 com três municípios capital de estado da região sul do Brasil. O grafo à direita da figura mostra um exemplo de grafo direcionado e um conjunto de possíveis conexões entre esses municípios. Neste exemplo, cada vértice do grafo representa um elemento de uma única característica (município) utilizada na segmentação da prestação de determinado serviço. Os vértices v_j , $j = 1, 2, 3$, representam os municípios, nos quais assume-se a ocorrência de sinais y_j , $j = 1, 2, 3$, respectivamente.

Considere que a informação indexada por um vértice de \mathcal{W} representa a taxa de inadequação do serviço naquele vértice e, portanto, pode ser representada por um escalar. O sinal no vértice v_j de \mathcal{W} é especificado por y_j e o conjunto de sinais nos vértices é formado a partir da variação do índice j em y_j , com $j = 1, 2, \dots, J$. O sinal no grafo \mathcal{W} , composto por todos os sinais nos vértices de \mathcal{W} , é especificado pelo vetor $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^J$, definido em termos dos seus elementos como $[\mathbf{y}]_j = y_j$.

¹ Para facilitar o entendimento do uso de PSG para o DIRP, esta tese irá apresentar formulações cuja complexidade irá aumentar conforme exigido pelos sistemas a serem modelados. No entanto, com o intuito de manter a padronização, todas as formulações do PSG para DIRP, apresentadas neste e nos capítulos seguintes, são casos particulares da formulação geral apresentada no Capítulo 9.

Figura 1 – Exemplo de grafo direcionado.



Fonte: Autor.

No DIRP, um ente inspecionável é um ente passível de inspeção regulatória planejada. A cada rodada de inspeção, o regulador seleciona, dentre todos os entes inspecionáveis, aqueles que serão objeto de inspeção e aloca fiscais a esses entes inspecionáveis selecionados. Considere que todo vértice de \mathcal{W} representa um ente inspecionável. Assim, um ente inspecionável é especificado por e_i , com $e_i = v_i, \forall i$. O conjunto \mathbb{E} é formado a partir da variação do índice i , com $i = 1, 2, \dots, J$. Neste caso, os conjuntos \mathbb{E} e \mathbb{V} são coincidentes.

O sinal em um ente inspecionável e_i é definido como a informação indexada pelo vértice v_i e é especificado por x_i . Como considerou-se que todo vértice de \mathcal{W} representa um ente inspecionável, $x_i = y_i, \forall i$. O conjunto de sinais nos entes inspecionáveis é formado a partir da variação do índice i em x_i , com $i = 1, 2, \dots, J$. O sinal nos entes inspecionáveis é especificado pelo vetor $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^J$, definido em termos dos seus elementos como $[\mathbf{x}]_i = x_i$. Neste ponto é importante notar que nem sempre teremos a situação simples que resulta em $x_i = y_i, \forall i$. No Capítulo 7 será estudado o caso em que a expectativa x_i do regulador não é necessariamente calculada para todos os y_i , já que em certas situações podem existir vértices que não são entes inspecionáveis.

O peso da aresta que conecta o vértice v_j ao vértice v_i , no sentido de v_j para v_i , é especificado como $w_{i,j}$ e é utilizado para representar a influência relativa, ou percentual, que a taxa y_j de inadequação em v_j exerce na formação da expectativa do regulador quanto à taxa x_i de inadequação em v_i . Se não existe influência da taxa de inadequação y_j na formação da expectativa do regulador quanto à taxa de inadequação x_i , então $w_{i,j} = 0$.

Para que $w_{i,j}$ represente a influência relativa, ou percentual, que a taxa de inade-

quação y_j exerce na formação da expectativa do regulador quanto à taxa de inadequação x_i é preciso que os pesos de todas as arestas que convergem para cada vértice v_i de \mathcal{W} sejam normalizados de modo que os seus graus de entrada g_i sejam iguais a 1. Isso pode ser feito sem perda de generalidade impondo a restrição

$$\sum_{j=1}^J w_{i,j} = 1, \forall i. \quad (7)$$

O conjunto \mathbb{W} é formado a partir da variação dos índices i e j em $w_{i,j}$, com $i = 1, 2, \dots, J$ e $j = 1, 2, \dots, J$. A matriz de adjacências de \mathcal{W} é a matriz $\mathbf{W} \in \mathbb{R}^{J \times J}$, definida em termos de seus elementos como $[\mathbf{W}]_{i,j} = w_{i,j}$.

Observe que, diferente da maioria dos trabalhos em PSG disponíveis na literatura, a matriz de adjacências \mathbf{W} do grafo \mathcal{W} utilizado para o DIRP não é projetada para representar o operador de deslocamento do sinal no grafo quanto a dois sinais observados em sequência (comumente temporal), mas de maneira a representar o operador de deslocamento do sinal no grafo para a formação das expectativas do regulador, que servirá para análise do próprio sinal observado nos vértices do grafo.

Define-se então a expectativa do regulador quanto ao sinal x_i em um ente inspecionável e_i , especificada por \hat{x}_i .

Definição 1. A expectativa do regulador para o sinal em um ente inspecionável é definida como o somatório ponderado dos sinais indexados pelos vértices do grafo, com a ponderação equivalente à influência relativa correspondente.

Assim, a expectativa do regulador \hat{x}_i é calculada por

$$\hat{x}_i = \sum_{j=1}^J w_{i,j} y_j \quad (8)$$

A expectativa do regulador para a taxa de inadequação em um ente inspecionável pode ser interpretada como um estimador do sinal x_i no ente inspecionável e_i em função dos sinais y_j de todos os vértices de \mathcal{W} que influenciam v_i .

O conjunto de expectativas é formado a partir da variação do índice i em \hat{x}_i , com $i = 1, 2, \dots, J$. Esse conjunto de expectativas do regulador é representado matematicamente por um vetor $\hat{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^J$ definido em termos de seus elementos como $[\hat{\mathbf{x}}]_i = \hat{x}_i$.

O vetor $\hat{\mathbf{x}}$ de expectativas do regulador é calculado por

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{W} \mathbf{y}. \quad (9)$$

A transformação do vetor \mathbf{y} do sinal no grafo pela sua matriz Laplaciana \mathbf{L} é frequentemente utilizada nos métodos de PSG e chamada de Laplaciana do sinal no grafo.

A Laplaciana aplicada ao vetor de sinais no grafo permite relacionar a expectativa do regulador para a taxa de inadequação e sua estimativa a partir desses sinais. O resultado

da multiplicação da matriz Laplaciana \mathbf{L} do grafo pelo vetor do sinal \mathbf{y} resulta em um vetor cuja expressão para o i -ésimo elemento é calculada por

$$\begin{aligned} [\mathbf{L}\mathbf{y}]_i &= [(\mathbf{G} - \mathbf{W})\mathbf{y}]_i \\ &= [\mathbf{G}\mathbf{y}]_i - [\mathbf{W}\mathbf{y}]_i \\ &= g_i y_i - \sum_{j=1}^J w_{i,j} y_j \end{aligned} \quad (10)$$

Considerando a restrição dada pela equação (7), o valor de $\sum_{j=1}^J w_{i,j} y_j$ dado na equação (8) e sabendo que nos entes inspecionáveis $x_i = y_i$, a equação (10) no entes inspecionáveis simplifica-se a

$$[\mathbf{L}\mathbf{y}]_i = x_i - \hat{x}_i \quad (11)$$

Assim, considerando a normalização imposta pela equação (7), a transformação do vetor do sinal \mathbf{y} pela matriz Laplaciana \mathbf{L} do grafo pode ser entendida, para os entes inspecionáveis, como o erro de predição linear resultante de predizer o sinal \mathbf{x} por $\hat{\mathbf{x}}$.

À primeira vista, a diferença na equação (11) poderia ser utilizada como um parâmetro que considera o contexto em que cada ente inspecionável e_i está inserido, satisfazendo a necessidade explicitada pela Teoria da Qualidade do Serviço descrita na Seção 3.2. No entanto, em várias aplicações, um parâmetro que represente a razão x_i/\hat{x}_i será mais adequado do que um parâmetro que representa a diferença $x_i - \hat{x}_i$. Por exemplo, se a taxa de inadequação x_i for 20 e a expectativa do regulador \hat{x}_i for 10, a diferença $x_i - \hat{x}_i$ entre elas é 10. Se a taxa de inadequação x_i fosse 110 e a expectativa do regulador \hat{x}_i fosse 100, a diferença $x_i - \hat{x}_i$ entre elas também seria 10. Assim, situações em que a taxa de inadequação x_i de um ente inspecionável é 100% pior ou 10% pior que a expectativa do regulador \hat{x}_i resultariam na mesma informação $x_i - \hat{x}_i$, demonstrando a necessidade de um parâmetro relativo que forneça uma informação mais relevante para a aplicação. Esse parâmetro relativo é necessariamente uma função não linear do sinal \mathbf{y} nos vértices do grafo, e tal transformação não linear não pode ser obtida pela aplicação da matriz Laplaciana \mathbf{L} do grafo ao sinal \mathbf{y} .

Define-se então a discrepância do sinal x_i no ente inspecionável e_i , especificada por d_i .

Definição 2. A discrepância do sinal em um ente inspecionável é definida como a razão entre o sinal no ente inspecionável e a expectativa do regulador para aquele sinal.

Assim, a discrepância d_i é calculada como

$$d_i = \frac{x_i}{\hat{x}_i} \quad (12)$$

Observe que a equação (12) pode ser desenvolvida como

$$\begin{aligned}
 d_i &= \frac{x_i}{\hat{x}_i} \\
 &= \frac{x_i}{\hat{x}_i} - \frac{\hat{x}_i}{\hat{x}_i} + \frac{\hat{x}_i}{\hat{x}_i} \\
 &= \frac{x_i - \hat{x}_i}{\hat{x}_i} + 1
 \end{aligned} \tag{13}$$

Como o valor 1 na equação acima é invariante com o sinal \mathbf{x} no grafo, a discrepância do sinal no ente inspecionável pode ser interpretada como um parâmetro de erro normalizado, equivalente em informação à Laplaciana do sinal em um ente inspecionável, normalizado pela média ponderada do sinal nos vértices que influenciam esse ente.

A discrepância d_i é um parâmetro que informa o quanto, proporcionalmente, o sinal x_i no ente inspecionável e_i é discrepante da expectativa do regulador \hat{x}_i para esse sinal com base nas influências $w_{i,j}$ e nos sinais y_j nos vértices v_j que influenciam v_i .

O conjunto de discrepâncias do sinal nos entes inspecionáveis é formado a partir da variação do índice i em d_i , com $i = 1, 2, \dots, J$. As discrepâncias dos sinais nos entes inspecionáveis são representadas por um vetor $\mathbf{d} \in \mathbb{R}^J$, definido em termos de seus elementos como $[\mathbf{d}]_i = d_i$.

O vetor \mathbf{d} de discrepâncias dos sinais nos entes inspecionáveis é calculado por

$$\mathbf{d} = \mathbf{x} \oslash \hat{\mathbf{x}} \tag{14}$$

em que \oslash representa a divisão de Hadamard, definida na Seção A.1.2 do Apêndice A.

Um objetivo básico de um método de DIRP é reduzir progressivamente o número de entes problemáticos até que as taxas de inadequação de todos os entes inspecionáveis se tornem menores do que a taxa de inadequação máxima aceitável. A taxa de inadequação máxima aceitável é definida pelo regulador e depende da aplicação. Sem perda de generalidade, suponha que a taxa de inadequação x_i de um ente inspecionável seja definida pelo regulador de forma que $x_i = 1$ corresponda à taxa de inadequação máxima aceitável. Assim, todo ente inspecionável $e_i, \forall i$, com $x_i > 1$ corresponde a um ente problemático. O objetivo básico do método de DIRP deve ser, portanto, que todos os entes inspecionáveis tenham $x_i \leq 1, \forall i$. Assim, para que o valor da discrepância seja sempre maior ou igual a 1, mesmo que a expectativa do regulador \hat{x}_i , calculada pela equação (8), seja menor do que 1, é importante que a expectativa do regulador que é relevante para o objetivo básico do método de DIRP seja limitada inferiormente em 1. Para tanto definimos a seguir as métricas expectativa relevante e discrepância relevante.

Define-se então a expectativa relevante² para o sinal x_i no ente inspecionável e_i , especificada por \tilde{x}_i .

² Por simplicidade, a partir deste ponto a expectativa do regulador que é relevante para o objetivo básico do método de DIRP será chamada apenas de expectativa relevante, omitindo-se a expressão "do regulador".

Definição 3. A expectativa relevante para um sinal em um ente inspecionável é definida como a valor máximo entre a expectativa do regulador para esse sinal e 1.

Assim, a expectativa relevante \tilde{x}_i é calculada por

$$\tilde{x}_i = \max\{\hat{x}_i, 1\} \quad (15)$$

O conjunto de expectativas relevantes é formado a partir da variação do índice i em \tilde{x}_i , com $i = 1, 2, \dots, J$. As expectativas relevantes são organizadas em um vetor $\tilde{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^J$, definido em termos de seus elementos como $[\tilde{\mathbf{x}}]_i = \tilde{x}_i$, calculado por

$$\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{max}\{\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{1}_J\} \quad (16)$$

em que $\mathbf{max}\{\cdot, \cdot\}$ equivale a $\max\{\cdot, \cdot\}$ aplicado elemento a elemento e $\mathbf{1}_J$ é um vetor de J elementos iguais a 1.

Define-se então a discrepância relevante do sinal em um ente inspecionável e_i , especificada por \tilde{d}_i .

Definição 4. A discrepância relevante em um ente inspecionável é definida como a razão entre o sinal no ente inspecionável e a expectativa relevante para aquele sinal.

Assim, a discrepância relevante \tilde{d}_i é calculada como

$$\tilde{d}_i = \frac{x_i}{\tilde{x}_i}. \quad (17)$$

O conjunto de discrepâncias relevantes do sinal nos entes inspecionáveis é formado a partir da variação do índice i em \tilde{d}_i , com $i = 1, 2, \dots, J$. As discrepâncias relevantes são organizadas em um vetor $\tilde{\mathbf{d}} \in \mathbb{R}^J$, definido em termos de seus elementos como $[\tilde{\mathbf{d}}]_i = \tilde{d}_i$, calculado por

$$\tilde{\mathbf{d}} = \mathbf{x} \oslash \tilde{\mathbf{x}}. \quad (18)$$

A discrepância relevante \tilde{d}_i é, portanto, um parâmetro equivalente à inadequação do serviço na perspectiva do regulador.

Definida a discrepância relevante, propõe-se também o uso de duas novas métricas nela baseadas para avaliar, de maneira contextualizada, o desempenho dos entes inspecionáveis como um todo.

Proposição 2. As seguintes métricas, baseadas na discrepância relevante, podem ser utilizadas para avaliar, de maneira contextualizada, o desempenho dos entes inspecionáveis como um todo:

- Máxima discrepância relevante entre os entes problemáticos;
- Soma das discrepâncias relevantes nos entes problemáticos.

As métricas propostas podem ser empregadas para avaliar o desempenho dos métodos para DIRP de maneira adequadamente contextualizada.

As métricas propostas não desacreditam o uso das taxas de inadequação diretamente como métrica de avaliação. Na verdade, elas podem ser usadas de maneira complementar, como acontecerá ao longo desta tese.

3.6 COMPORTAMENTO DA DISCREPÂNCIA

Para uma melhor compreensão do parâmetro discrepância³ definida na Seção 3.5, é preciso observar como a discrepância d_i em um ente inspecionável e_i se comporta quando ocorre variação em um sinal y_j em um vértice v_j . O Quadro 2 mostra esse comportamento para o caso considerado em que $x_i = y_i$. Quando é informado que a discrepância d_i aumenta (ou diminui) relativamente (rel.), o valor absoluto da discrepância d_i não é alterado pela variação no sinal y_j , mas, relativamente ao novo valor da discrepância d_j em e_j , a discrepância d_i em e_i é maior (ou menor).

Quadro 2 – Comportamento da discrepância no ente inspecionável e_i em razão de variação em um sinal y_j em grafos unidimensionais.

$j = i$	$w_{i,j} > 0$	y_j	d_i
Sim	Sim	-	<i>Situação impossível</i>
Sim	Não	Aumenta	Aumenta
Sim	Não	Diminui	Diminui
Não	Sim	Aumenta	Diminui
Não	Sim	Diminui	Aumenta
Não	Não	Aumenta	Diminui rel.
Não	Não	Diminui	Aumenta rel.

Fonte: Autor

Notas: O caractere “-” indica que a informação é irrelevante para a análise do comportamento de d_i .

A abreviação “rel.” indica que a variação é “relativamente à d_j ”.

3.7 PARÂMETRO DISCREPÂNCIA ÚTIL E MÉTODO PROPOSTO

Como já dito, um objetivo básico de um método para DIRP é reduzir o número de entes problemáticos até que as taxas de inadequação de todos os entes fiquem abaixo da taxa de inadequação máxima aceitável.

Considere que o regulador tem um número limitado de fiscais (ou recursos de inspeção) que podem ser alocados a um número limitado de entes inspecionáveis por rodada de inspeção. O número máximo de entes inspecionáveis por rodada de inspeção

³ Não confundir a discrepância com a discrepância relevante.

é determinado por fatores limitantes como falta de equipamentos, dificuldades logísticas, etc.

As inspeções são realizadas pelo órgão regulador em rodadas subsequentes com o objetivo de melhorar a qualidade do serviço regulado à medida que as rodadas de inspeção ocorrem.

Antes do início efetivo das inspeções, a cada rodada de inspeção, o regulador deve selecionar os entes a serem inspecionados e alocar os fiscais a esses entes.

Um método de selecionar quais entes serão inspecionados é selecioná-los de maneira aleatória. Nesse método, que nesta tese será chamado de método da aleatoriedade, os entes a serem inspecionados são selecionados sem nenhum critério pré-definido.

Alternativamente, um método comumente utilizado para DIRP é o método que aloca recursos de inspeção para os entes com as maiores taxas de inadequação entre todos os entes inspecionáveis, que nesta tese será chamado de método da taxa. Durante a fase de seleção dos entes a serem inspecionados e alocação dos fiscais, deve-se considerar, a cada nova seleção de um ente a ser inspecionado e alocação do fiscal, todas as reduções previstas para as taxas de inadequação em razão das seleções de entes e alocações de fiscais realizados previamente na mesma fase de seleção e alocação. A fase de seleção e alocação continua até que todos os fiscais disponíveis sejam alocados, e, assim, a fase de seleção e alocação é encerrada. Somente após o encerramento dessa fase os fiscais podem efetivamente ser enviados para os entes inspecionáveis selecionados e as inspeções podem ser iniciadas.

Utilizando o método da taxa, por meio de rodadas subsequentes de inspeção, a taxa de inadequação dos entes inspecionáveis serão reduzidas e, conseqüentemente, a taxa média de inadequação e o número de entes problemáticos também serão progressivamente reduzidos.

Como dito na Seção 3.1, a taxa de inadequação é um parâmetro que não considera o contexto em que os entes inspecionáveis estão inseridos, motivo pelo qual definiu-se os parâmetros discrepância e discrepância relevante na Seção 3.5.

Um método para DIRP baseado na discrepância, e inspirado no método da taxa, alocaria os recursos do regulador para os entes inspecionáveis com as maiores discrepâncias relevantes, o que reduziria tanto o máximo quanto a soma das discrepâncias relevantes nos entes problemáticos e, conseqüentemente, o número de entes problemáticos. Porém, como demonstrado a seguir, essa não é a melhor estratégia para atingir o objetivo.

Em situações em que o número de entes inspecionáveis com discrepância relevante bem maior do que 1 é elevado em relação ao número máximo de entes que o regulador consegue inspecionar a cada rodada de inspeção, selecionar os entes com as maiores discrepâncias relevantes, a cada rodada de inspeção, reduz tanto o máximo quanto a soma das discrepâncias relevantes nos entes problemáticos ao decorrer das rodadas de inspeção subsequentes. Ocorre que quando o número de entes inspecionáveis com discrepância

relevante bem maior do que 1 é pequeno em relação ao número máximo de entes que o regulador consegue inspecionar a cada rodada de inspeção, selecionar os entes com as maiores discrepâncias relevantes, a cada rodada de inspeção, não irá necessariamente reduzir o máximo ou a soma das discrepâncias relevantes nos entes problemáticos ao decorrer das rodadas de inspeção subsequentes. Isso acontece porque se o número de entes inspecionáveis com discrepância relevante bem maior do que 1 é pequeno, o valor da discrepância relevante em cada ente pode estar sendo influenciado significativamente pela ocorrência de flutuações na taxa média de inadequação que ocorre no respectivo ente. Assim, os entes com as maiores discrepâncias relevantes poderiam ser selecionados em razão da elevação momentânea no valor da taxa de inadequação, ainda que o valor médio da taxa de inadequação já tenha sido reduzido.

Essa situação é condizente com a motivação que levou à proposta do parâmetro discrepância. A utilização da discrepância, e portanto da discrepância relevante, é interessante durante a evolução da qualidade do serviço, momento em que normalmente o número de entes inspecionáveis com discrepância relevante bem maior do que 1 é elevado em relação ao número máximo de entes que o regulador consegue inspecionar a cada rodada de inspeção. Após a evolução da qualidade do serviço, o número de entes inspecionáveis com discrepância relevante bem maior do que 1 passa a ser pequeno em relação ao número máximo de entes que o regulador consegue inspecionar a cada rodada de inspeção, e a utilização da discrepância passa a ser menos interessante.

Para contornar esse problema, uma solução óbvia é alocar os recursos do regulador para os entes inspecionáveis com as maiores discrepâncias relevantes quando a qualidade do serviço ainda está em evolução e, conforme a qualidade do serviço vá se mostrando evoluída, passar a alocar recursos de inspeção para os entes inspecionáveis com maiores taxas de inadequação.

No entanto, a utilização de dois parâmetros para o ordenamento e seleção dos entes a serem inspecionados, cada qual em uma etapa da evolução da qualidade do serviço, é um complicador para a implementação do método. A utilização de apenas um parâmetro que possa ser utilizado para o ordenamento e seleção dos entes a serem inspecionados durante todo o decorrer das rodadas subsequentes de inspeção parece uma solução mais adequada.

Apesar de o regulador realizar as inspeções em rodadas subsequentes, para facilitar o entendimento do parâmetro único a ser utilizado no ordenamento e seleção dos entes a serem inspecionados e, conseqüentemente, do método proposto, iremos considerar, para a explicação a seguir, a ocorrência de uma única rodada de inspeção específica. Com isso, sinais que variam com a rodada de inspeção não terão essa dependência explicitada na formulação apresentada nesta seção.

Para a definição do parâmetro único a ser utilizado no ordenamento e seleção dos entes a serem inspecionados, define-se a expectativa útil para o sinal x_i no ente

inspecionável e_i , especificada por \check{x}_i .

Definição 5. A expectativa útil para um sinal em um ente inspecionável é definida como a valor máximo entre a expectativa do regulador para esse sinal e um escalar de valor conhecido.

Assim, a expectativa útil \check{x}_i é calculada por

$$\check{x}_i = \max\{\hat{x}_i, \tau\} \quad (19)$$

em que τ é um escalar de valor conhecido.

O conjunto de expectativas úteis é formado a partir da variação do índice i em \check{x}_i , com $i = 1, 2, \dots, J$. As expectativas úteis são organizadas em um vetor $\check{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^J$, definido em termos de seus elementos como $[\check{\mathbf{x}}]_i = \check{x}_i$, calculado por

$$\check{\mathbf{x}} = \mathbf{max}\{\hat{\mathbf{x}}, \tau\} \quad (20)$$

em que $\mathbf{max}\{\cdot, \cdot\}$ equivale a $\max\{\cdot, \cdot\}$ aplicado elemento a elemento e o vetor $\tau \in \mathbb{R}^J$ é definido em termos de seus elementos como $[\tau]_i = \tau^4$.

Define-se então a discrepância útil do sinal em um ente inspecionável e_i , especificada por \check{d}_i .

Definição 6. A discrepância útil em um ente inspecionável é definida como a razão entre o sinal no ente inspecionável e a expectativa útil para aquele sinal.

Assim, a discrepância útil \check{d}_i é calculada como

$$\check{d}_i = \frac{x_i}{\check{x}_i}. \quad (21)$$

O conjunto de discrepâncias úteis do sinal nos entes inspecionáveis é formado a partir da variação do índice i em \check{d}_i , com $i = 1, 2, \dots, J$. As discrepâncias úteis são organizadas em um vetor $\check{\mathbf{d}} \in \mathbb{R}^J$, definido em termos de seus elementos como $[\check{\mathbf{d}}]_i = \check{d}_i$, calculado por

$$\check{\mathbf{d}} = \mathbf{x} \oslash \check{\mathbf{x}}. \quad (22)$$

Com essas definições, o ordenamento das discrepâncias úteis \check{d}_i em $\check{\mathbf{d}}$ irá corresponder ao ordenamento das discrepâncias relevantes \tilde{d}_i em $\tilde{\mathbf{d}}$ quando $\tau(t) = 1$ e irá corresponder ao ordenamento das taxas de inadequação x_i em \mathbf{x} quando $\tau \geq \max\{\mathbf{x}\}$. Portanto, se τ for uma variável que aumenta adequadamente até $\max\{\mathbf{x}\}$ conforme a qualidade do serviço evolui, as discrepâncias úteis podem ser utilizadas para ordenar o desempenho dos entes inspecionáveis de maneira adequada durante o decorrer de todas as rodadas de inspeção.

⁴ Observe que é possível a utilização de diferentes valores de τ para diferentes componentes i caso entenda-se interessante.

De posse do parâmetro único a ser utilizado no ordenamento e seleção dos entes a serem inspecionados, suponha, para a definição do método proposto, que o regulador tenha Q fiscais que podem ser alocados a no máximo S entes inspecionáveis por rodada de inspeção t .

A capacidade média de redução na taxa de inadequação x_i de um ente inspecionável e_i por fiscal a cada rodada de inspeção é especificada por μ_i . O conjunto de capacidades médias de redução é formado a partir da variação do índice i em μ_i , com $i = 1, 2, \dots, J$. As capacidades médias de redução são especificadas pelo vetor $\boldsymbol{\mu} \in \mathbb{R}^J$, definido em termos dos seus elementos como $[\boldsymbol{\mu}]_i = \mu_i$.

Um ente inspecionável e_i selecionado para inspeção é especificado por $s_i = 1$. Considere que todo vértice de \mathcal{W} representa um ente inspecionável, os entes inspecionáveis selecionados são especificados pelo vetor $\mathbf{s} \in \mathbb{R}^J$, definido em termos dos seus elementos como $[\mathbf{s}]_i = s_i$.

A quantidade de fiscais alocados para cada ente inspecionável e_i é especificada por q_i . As quantidades de fiscais alocados por ente inspecionável selecionável são especificadas pelo vetor $\mathbf{q} \in \mathbb{R}^J$, definido em termos dos seus elementos como $[\mathbf{q}]_i = q_i$.

Assim, propõe-se a utilização de um método para seleção dos entes inspecionáveis e alocação de fiscais a cada rodada de inspeção t .

Proposição 3. No caso de grafo unidimensionais, propõe-se a utilização do método descrito pelo Algoritmo 1 para seleção dos entes inspecionáveis e alocação de fiscais a cada rodada de inspeção.

Algoritmo 1 – Método proposto para grafos unidimensionais.

Entradas: $S, Q, \mathbf{W}, \boldsymbol{\mu}, \mathbf{y}$ e τ

Saídas: \mathbf{s} e \mathbf{q}

Passo **Instrução**

- 1: $\mathbf{z} \leftarrow \mathbf{y}, \mathbf{s} \leftarrow \mathbf{0}_J$ e $\mathbf{q} \leftarrow \mathbf{0}_J$
 - 2: Enquanto $\sum_{j=1}^J q_j < Q$ faça:
 - 3: $\hat{\mathbf{x}} \leftarrow \mathbf{W}\mathbf{z}$
 - 4: $\check{\mathbf{x}} \leftarrow \max\{\hat{\mathbf{x}}, \tau\}$
 - 5: $\check{\mathbf{d}} \leftarrow \mathbf{z} \odot \check{\mathbf{x}}$
 - 6: Se $\sum_{j=1}^J s_j = S$ faça $\check{\mathbf{d}} \leftarrow \check{\mathbf{d}} \otimes \mathbf{s}$
 - 7: $i \leftarrow j \mid \check{d}_j = \max[\check{\mathbf{d}}]$
 - 8: $q_i \leftarrow q_i + 1$
 - 9: Se $\sum_{j=1}^J s_j < S$ e $s_i = 0$ faça $s_i \leftarrow 1$
 - 10: $z_i \leftarrow z_i - \mu_i$
 - 11: Retorne: \mathbf{s} e \mathbf{q}
-

em que \otimes representa a multiplicação de Hadamard, definida na Seção A.1.1 do Apêndice A.

Fonte: Autor.

Os passos do algoritmo têm as seguintes finalidades:

Inicialização: Inicializa o algoritmo com o número máximo de entes inspecionáveis selecionáveis por rodada de inspeção (S), número de fiscais disponíveis (Q), a matriz \mathbf{W} tal que $w_{i,j}$ representa a influência relativa que o sinal (taxa de inadequação) y_j no vértice v_j exerce na formação da expectativa do regulador quanto à taxa x_i , o vetor $\boldsymbol{\mu}$ de capacidades médias de redução por fiscal, o vetor \mathbf{y} do sinal no grafo e o vetor $\boldsymbol{\tau}$ com os limites inferiores estabelecidos para as expectativas úteis para os sinais nos entes inspecionáveis.

Passo 1: Inicializa em zero o vetor \mathbf{s} de entes inspecionáveis selecionados para inspeção e o vetor \mathbf{q} do número de fiscais alocados a cada ente inspecionável selecionado para inspeção. Os sinais y_j em \mathbf{y} são transferidos para um vetor temporário \mathbf{z} .

Passo 2: Os passos 3 a 10 são executados até que seja esgotado o número de fiscais disponíveis.

Passo 3: Calcula as expectativas do regulador para cada ente inspecionável usando a Equação (9).

Passo 4: Determina as expectativas úteis para os entes inspecionáveis usando a Equação (19).

Passo 5: Determina as discrepâncias úteis dos entes inspecionáveis usando a Equação (21), já que, neste caso, $z_i = x_i = y_i, \forall i$.

Passo 6: Se o número de entes selecionados para inspeção já atingiu o número máximo de entes inspecionáveis selecionáveis por rodada de inspeção, a discrepância útil de todos os entes ainda não selecionados para inspeção são chaveadas para zero, já que não pode haver seleção de novos entes.

Passo 7: Seleciona o ente inspecionável que tenha o maior valor de discrepância útil.

Passo 8: Incrementa em uma unidade o número de fiscais alocados ao ente inspecionável selecionado.

Passo 9: Se o número de entes selecionados para inspeção ainda não atingiu o número máximo de entes inspecionáveis selecionáveis por rodada de inspeção, o índice s_i do ente selecionado é chaveado para um.

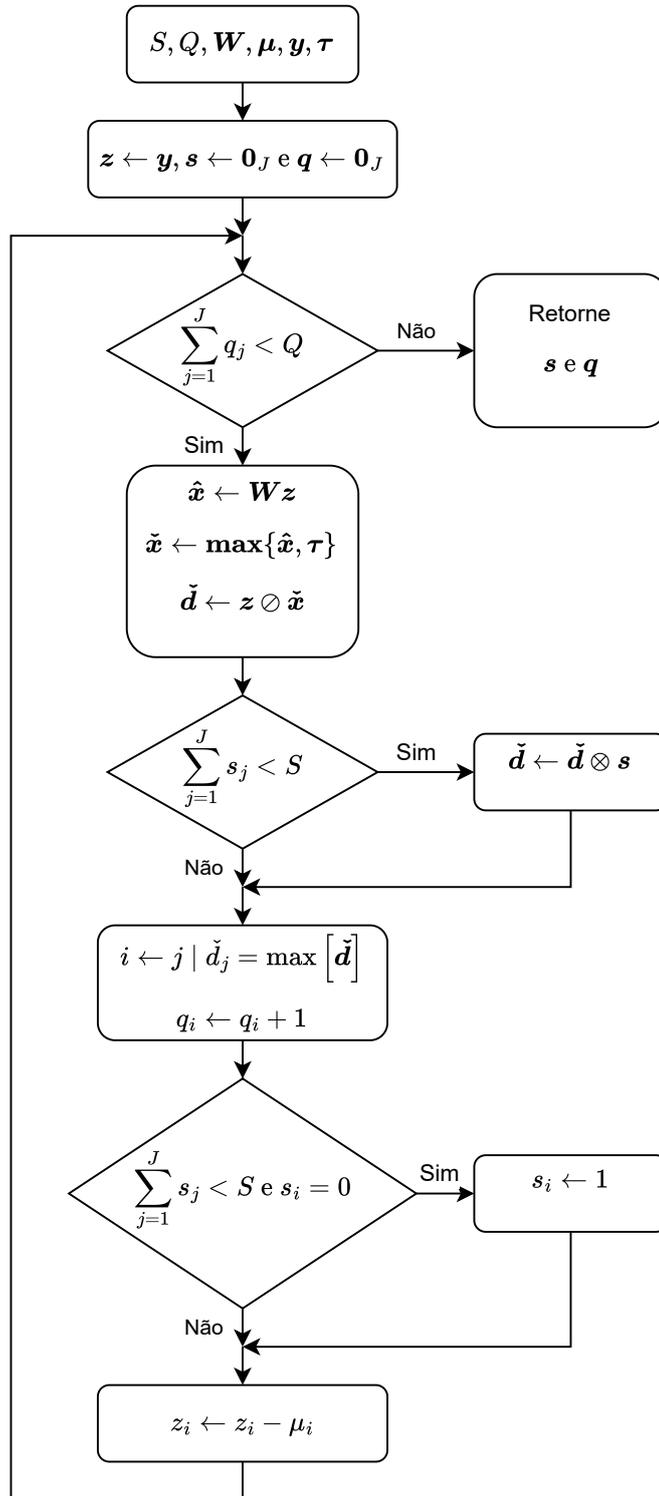
Passo 10: Subtrai a capacidade média μ_i de redução por fiscal da taxa de inadequação y_i do ente inspecionável selecionado para inspeção e retorna ao Passo 3. O resultado é armazenado em z_i . Assim, z_i passa a conter a taxa de inadequação que o regulador estima que existirá no ente selecionado após execução da inspeção pelo fiscal alocado a esse ente.

Passo 11: Esgotado o número de fiscais disponíveis, retorna os vetores de entes inspecionáveis selecionados para inspeção e do número de fiscais alocados a cada ente inspecionável selecionado para inspeção.

A Figura 2 apresenta o fluxograma para o Algoritmo 1.

Com a redução subsequente das taxas de inadequação, o número de entes problemáticos é reduzido até que as taxas de inadequação de todos os entes fiquem abaixo da taxa de inadequação máxima aceitável. No entanto, ainda durante a evolução da qualidade do serviço, o método proposto tende a reduzir, para todos os entes inspecionáveis, a discrepância relevante entre a taxa de inadequação e a expectativa relevante do regulador para essa taxa. Isso leva a uma homogeneização contextualizada da qualidade do serviço entre todos os entes inspecionáveis.

Figura 2 – Fluxograma do Algoritmo 1.



Fonte: Autor.

4 APLICAÇÃO DO MÉTODO

Cada setor ou atividade regulada demanda técnicas específicas de inspeção. No entanto, alguns temas transcendem setores e atividades e são comuns à maioria dos reguladores. A política do consumidor é uma delas. As Nações Unidas determinam que:

Os Estados Membros devem trabalhar para garantir que as agências de proteção ao consumidor tenham os recursos humanos e financeiros necessários para promover a conformidade efetiva e obter ou facilitar a reparação dos consumidores nos casos apropriados (UN, 2016, p. 11, tradução nossa)

Essa determinação demonstra a importância central do tema. Embora poucos reguladores estabeleçam padrões para a política do consumidor, muitos deles impõem esses padrões (OECD, 2021b, p. 155), e promover a satisfação do consumidor é um papel primordial para a maioria dos reguladores.

A quantidade de dados sobre consumo disponíveis em entidades nacionais e transnacionais é enorme. Os dados sobre consumo armazenados pelos reguladores são variados, mas na maioria das vezes incluem dados de reclamações de consumidores (OECD, 2020). A taxa de reclamações do consumidor é uma das taxas mais divulgadas pelos reguladores (ACMA, 2022; OFGEM, 2022; FTC, 2022) e é frequentemente usada para direcionar inspeções (EUROPE ECONOMICS, 2007). O próprio fato desses dados estarem armazenados e disponíveis demonstra sua importância (ROTTENBURG *et al.*, 2015). Além das reclamações de consumidores dirigidas diretamente aos reguladores, eles também têm acesso a dados sobre reclamações de consumidores dirigidas às entidades reguladas, que podem ser obtidas por meio de inspeções (OECD, 2020).

Embora os dados de reclamações de consumidores dependam de vários fatores que influenciam se um consumidor escolhe ou não reclamar, eles refletem as expectativas dos consumidores não atendidas pelo serviço (EUROPE ECONOMICS, 2007). Portanto os dados de reclamações de consumidores podem ser utilizados para estimar a inadequação do serviço da perspectiva do consumidor (ORMOSI, 2012).

Para ilustrar a aplicabilidade dos princípios, parâmetros, métricas de avaliação e método propostos a temas de amplo interesse, simulou-se, para sucessivas rodadas de inspeção, a taxa de reclamações do consumidor, em cada município brasileiro, de uma empresa fictícia prestadora do serviço de telefonia móvel, denominado pela Anatel de Serviço Móvel Pessoal (SMP).

A Seção 4.1 apresenta o modelo baseado em grafo para a realização das simulações. A Seção 4.2 apresenta o resultados das simulações e a Seção 4.3 analisa esses resultados.

4.1 O MODELO BASEADO EM GRAFO

Durante a evolução da qualidade de serviço, a expectativa real do regulador é a de que a qualidade de serviço evolua dos municípios maiores para os municípios menores.

No Brasil, isso fica claro ao observar os leilões de radiofrequência organizados pela Anatel para implantação e evolução do SMP (ANATEL, 2007, 2010, 2012, 2021). Esses leilões classificaram os municípios brasileiros de acordo com sua população total e estabeleceram compromissos de implantação de serviços inicialmente nos grandes municípios e, posteriormente, nos menores. Os compromissos de evolução do serviço também foram estabelecidos para que o serviço evolua progressivamente dos maiores municípios para os menores.

Em 2020, o IBGE (2020c) publicou o estudo Regiões de Influência das Cidades 2018, no qual identifica e analisa a rede urbana brasileira, estabelecendo a hierarquia e as áreas de influência dos centros urbanos. A rede urbana brasileira é caracterizada por pequenos centros urbanos sendo influenciados por um ou mais centros urbanos maiores. Para estabelecer a hierarquia e as áreas de influência dos centros urbanos, o IBGE considerou as relações urbanas de proximidade e as relações de longa distância entre esses centros. Para 5.503 dos 5.570 municípios brasileiros, a busca externa por bens ou serviços é caracterizada por relações urbanas de proximidade. Para esses municípios, o IBGE (2021) pesquisou a busca externa por bens ou serviços nos temas 1) vestuário e calçados, 2) móveis e eletroeletrônicos, 3) saúde de baixa e média complexidade, 4) saúde de alta complexidade, 5) ensino superior, 6) atividades culturais, 7) atividades esportivas, 8) aeroporto, 9) jornais e 10) transporte público. Para os demais 67 municípios, que tendem a fornecer bens e serviços satisfatoriamente aos consumidores que os habitam, a busca externa por bens ou serviços é caracterizada por relações de longa distância. Para esses municípios, o IBGE (2020a) pesquisou as relações nos temas: 1) gestão pública e 2) gestão empresarial.

Suponha que a expectativa real da Anatel durante a evolução da qualidade do SMP seja que:

- a) Para municípios onde a busca externa por bens ou serviços se caracteriza por relações urbanas de proximidade, as influências entre os municípios devem ser proporcionais aos deslocamentos de consumidores de um município influenciado para os municípios influenciadores na busca por bens ou serviços em geral;
- b) Para municípios onde a busca externa por bens ou serviços é caracterizada por relações de longa distância, as influências entre os municípios devem ser proporcionais à importância das relações de gestão pública e empresarial entre os municípios.

A expectativa real do regulador depende da aplicação. As premissas listadas acima podem ser modificadas dependendo dos objetivos específicos não considerados aqui. Um conjunto diferente de premissas não afeta a aplicabilidade do método proposto.

Considerando as premissas listadas, utilizou-se as informações publicadas pelo IBGE (2020a,b, 2021) e pela Anatel (2022a,b) para construir um modelo baseado em grafo para a expectativa da Anatel sobre a insatisfação do consumidor em cada município influenciado com base na insatisfação do consumidor em seus municípios influenciadores.

Para simular o método proposto, considerou-se um grafo direcionado ponderado

$\mathcal{W} = (\mathbb{V}, \mathbb{W})$ em que \mathbb{V} é o conjunto de vértices de \mathcal{W} e \mathbb{W} é o conjunto de arestas de \mathcal{W} . Cada vértice de \mathcal{W} representa um município brasileiro de prestação do SMP. Apenas essa característica foi utilizada na segmentação da prestação do serviço. Portanto, todos os vértices de \mathcal{W} estão organizados em uma única dimensão. Um vértice de \mathcal{W} é especificado por v_j , em que j é o índice do vértice nessa dimensão e $J = 5.570$ é o número de vértices de \mathcal{W} . Assim, o conjunto \mathbb{V} é formado a partir da variação do índice j em v_j , com $j = 1, 2, \dots, J$.

Considere que a informação indexada, a cada rodada de inspeção t , por um vértice de \mathcal{W} representa o número de reclamações de consumidores por 50.000 consumidores naquele vértice¹ e, portanto, pode ser representada por um escalar. O sinal no vértice v_j de \mathcal{W} é definido como sendo essa informação e especificado por $y_j(t)$. O conjunto de sinais nos vértices é formado a partir da variação do índice j em $y_j(t)$, com $j = 1, 2, \dots, J$. O sinal no grafo \mathcal{W} , composto por todos os sinais nos vértices de \mathcal{W} , é especificado pelo vetor $\mathbf{y}(t) \in \mathbb{R}^J$, definido em termos dos seus elementos como $[\mathbf{y}(t)]_j = y_j(t)$.

Considere que a empresa fictícia oferece o SMP em todos os 5.570 municípios brasileiros e a operação dessa empresa em cada município é passível de inspeção. Assim, todo vértice de \mathcal{W} representa um ente inspecionável especificado por e_i e o conjunto de entes inspecionáveis \mathbb{E} é formado a partir da variação do índice i em e_i , com $i = 1, 2, \dots, J$.

O sinal em um ente inspecionável e_i é definido como a informação indexada pelo vértice v_i na rodada de inspeção t e é especificado por $x_i(t)$. O conjunto de sinais nos entes inspecionáveis é formado a partir da variação do índice i em $x_i(t)$, com $i = 1, 2, \dots, J$. O sinal nos entes inspecionáveis é especificado pelo vetor $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^J$, definido em termos dos seus elementos como $[\mathbf{x}(t)]_i = x_i(t)$. Como todo vértice de \mathcal{W} representa um ente inspecionável, então $x_i(t) = y_j(t), \forall i = j$.

O peso da aresta que conecta o vértice v_j ao vértice v_i , no sentido de v_j para v_i , é especificado como $w_{i,j}$ e representa a influência relativa que a taxa $y_j(t)$ de reclamações do consumidor em v_j exerce na formação da expectativa da Anatel quanto à taxa $x_i(t)$ de reclamações do consumidor em v_i . Para a definição de todos os $w_{i,j}$ utilizou-se as informações sobre as influências entre os municípios publicadas pelo IBGE e as suposições sobre a expectativa real da Anatel durante a evolução da qualidade do SMP descritas no início desta seção². O conjunto \mathbb{W} é formado a partir da variação dos índices i e j de $w_{i,j}$, com $i = 1, 2, \dots, J$ e $j = 1, 2, \dots, J$. A matriz de adjacências de \mathcal{W} é a matriz $\mathbf{W} \in \mathbb{R}^{J \times J}$, definida em termos de seus elementos como $[\mathbf{W}]_{i,j} = w_{i,j}$.

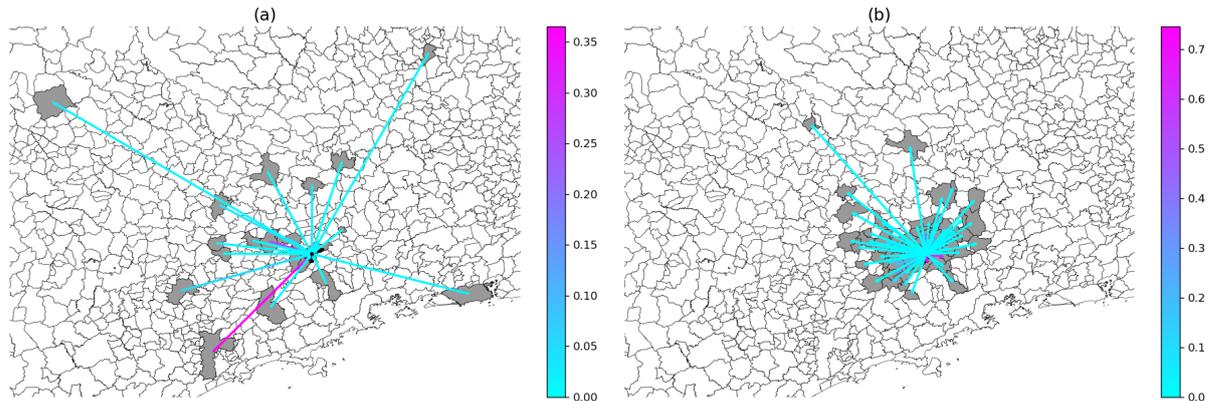
O grafo \mathcal{W} completo que representa todas as influências entre os municípios brasileiros, determinadas a partir dos dados do IBGE e das suposições sobre a expectativa

¹ Observe que isso define uma reclamação por 50.000 consumidores como a taxa de inadequação máxima aceitável.

² O detalhamento de como os pesos das arestas foram calculados pode ser obtido no arquivo https://github.com/PRInT2023/Application-of-the-proposed-method/blob/main/supporting_information.pdf, disponível na internet como informação de suporte ao artigo disponibilizado no Apêndice B.

real da Anatel, possui 5.570 vértices (número de municípios) e 63.574 arestas com peso maior que zero (número de influências). Como exemplo, a Figura 3 ilustra as influências relacionadas ao município Itajubá, no Estado de Minas Gerais, quando esse é um município (a) influenciado ou (b) influenciador.

Figura 3 – Influências relacionadas a Itajubá/MG, quando é um município (a) influenciado ou (b) influenciador.



Fonte: Autor, com dados do IBGE.

Considere que a Anatel tem $Q = 224$ fiscais para atuar nas inspeções dos entes inspecionáveis. Os fiscais podem ser alocados em no máximo $S = 56$ municípios (aproximadamente 1% do total de municípios do Brasil) por rodada de inspeção t . Suponha que o município padrão seja definido como um município com 50.000 consumidores do SMP, que um município e_i tenha $50.000\rho_i$ consumidores, em que o parâmetro ρ_i é apenas um fator de normalização, e que a capacidade média de um inspetor para reduzir a taxa de reclamações do consumidor de um município padrão seja μ .

A capacidade de um fiscal de reduzir a taxa de reclamações do consumidor $x_i(t)$ em um ente inspecionável e_i é diferente para cada fiscal, município e rodada de inspeção. Para cada rodada de inspeção t , a capacidade de um fiscal qualquer de reduzir a taxa de reclamações do consumidor $x_i(t)$ em um ente inspecionável e_i é especificada por $r_i(t)$. Para modelar a capacidade de redução $r_i(t)$ de um fiscal como uma variável aleatória, considere o seguinte:

- A capacidade $r_i(t)$ não pode ser ilimitada, portanto deve ser modelada por uma distribuição com suporte limitado;
- A capacidade $r_i(t)$ é sempre positiva, de modo que uma ação do fiscal nunca piora a taxa de reclamações do consumidor;
- A capacidade $r_i(t)$ de um fiscal de reduzir a taxa de reclamações do consumidor $x_i(t)$ varia com o número de consumidores do ente inspecionável e_i . Quanto maior o número de consumidores do ente inspecionável, maior a estrutura para prestação do SMP a ser inspecionada e, portanto, menor a capacidade de redução da taxa de reclamações do consumidor por um fiscal.

Considerando as condições listadas, modelou-se a capacidade $r_i(t)$ de um fiscal de reduzir, em uma rodada de inspeção, a taxa de reclamações do consumidor $x_i(t)$ em um ente inspecionável e_i com $50.000\rho_i$ consumidores como sendo $r_i(t) = \bar{r}/\rho_i$, com a variável aleatória \bar{r} , que corresponde à capacidade de um fiscal de reduzir a taxa de reclamações do consumidor em um ente inspecionável padrão, sendo modelada como uma transformada linear de uma distribuição de Irwin-Hall (JOHNSON, N. L. *et al.*, 1995) tal que $\bar{r} \sim 2\mu\mathfrak{I}(3)/3$, em que $\mathfrak{I}(3)$ é a distribuição de Irwin-Hall feita com a soma de três distribuições uniformes independentes de $[0,1]$, de modo que a média da distribuição resultante é μ , o desvio padrão é $\mu/3$ e \bar{r} está distribuída entre 0 e 2μ (MARENGO *et al.*, 2017).

A escolha pelo uso da distribuição de Irwin-Hall $\mathfrak{I}(3)$ para modelar \bar{r} é justificada por essa ser uma distribuição contínua de probabilidade, simétrica, limitada e positiva, o que faz com que \bar{r} herde essas características, e ter uma função densidade de probabilidade em formato adequado para a aplicação.

A capacidade $\tilde{r}_i(t)$ de uma equipe de $q_i(t)$ fiscais de reduzir a taxa de reclamações do consumidor $x_i(t)$ varia com a quantidade $q_i(t)$ de fiscais alocados ao ente inspecionável e_i . Quanto maior a quantidade $q_i(t)$ de fiscais alocados ao ente e_i , maior a capacidade da equipe de desvendar problemas e, portanto, maior a capacidade $\tilde{r}_i(t)$ da equipe de reduzir a taxa de reclamações do consumidor no ente e_i em uma rodada de inspeção. Assim, a capacidade $\tilde{r}_i(t)$ de uma equipe de $q_i(t)$ fiscais de reduzir a taxa de reclamações do consumidor $x_i(t)$ em um ente inspecionável e_i com $50.000\rho_i$ consumidores em uma rodada de inspeção é distribuída tal que $\tilde{r}_i(t) \sim q_i(t)\bar{r}/\rho_i$.

A distribuição da capacidade resultante $\tilde{r}_i(t)$ da equipe também é uma transformada linear de uma distribuição de Irwin-Hall, tal que

$$\tilde{r}_i(t) \sim \frac{2\mu q_i(t)\mathfrak{I}(3)}{3\rho_i}, \quad (23)$$

com a média igual a $\frac{\mu q_i(t)}{\rho_i}$ e o desvio padrão igual a $\frac{\mu\sqrt{q_i(t)}}{3\rho_i}$.

A atualização de $\tau(t)$ depende da aplicação e vai influenciar diretamente no cálculo da discrepância útil $\check{d}_i(t)$. Como dito na Seção 3.7, $\tau(0) = 1$ e o valor de $\tau(t)$ deve aumentar conforme a qualidade dos serviços evolui. Assim, a atualização de $\tau(t)$, para a aplicação em tela, foi realizada por³

$$\tau(t) = \begin{cases} \tau(t-1) + 1/Q, & \text{se } \sum_{\varphi=t}^{t-\Psi+1} p(\varphi) - \sum_{\varphi=t-\Psi}^{t-2\Psi+1} p(\varphi) < \Psi Q \mu \\ \tau(t-1), & \text{outros,} \end{cases} \quad (24)$$

com $\Psi = 10$ e $p(\varphi)$ sendo o somatório das discrepâncias relevantes $\check{d}_i(\varphi)$ nos entes problemáticos da rodada de inspeção φ .

³ Essa expressão de atualização de $\tau(t)$ foi desenvolvida com base na experiência do autor. Em geral, essa expressão deverá levar em conta as especificidades da aplicação em tela.

Dessa forma, se a discrepância média nos entes problemáticos nas últimas Ψ rodadas de inspeção não tiver diminuído em ao menos $Q\mu$, quando comparada a essa mesma discrepância média nas Ψ rodadas anteriores, o valor de $\tau(t)$ é aumentado em $1/Q$ em relação à $\tau(t - 1)$.

Para cada rodada de inspeção t , um novo sinal $\mathbf{y}(t)$ no grafo é gerado. $y_j(t)$ é gerado como a soma de um sinal médio $u_j(t)$ no vértice v_j e um ruído branco Gaussiano $\eta_j(t) \sim \mathfrak{N}(0, 0,5)$, limitado inferiormente em 0 em cada vértice, de modo que $y_j(t) = \max\{0, u_j(t) + \eta_j(t)\}$. Assim, $y_j(t)$ é modelado como um valor esperado para a taxa de reclamações, no município representado pelo vértice v_j , em razão dos problemas existentes na estrutura da empresa fictícia para prestação do SMP somado a uma variação aleatória nessa taxa de reclamações.

Para inicialização do sinal médio $u_j(0)$ em cada vértice v_j , utilizou-se o número de reclamações de consumidores referentes ao SMP em cada município brasileiro (ANATEL, 2022b) e o número de consumidores do SMP por município (ANATEL, 2022a), ambos de julho de 2022 e publicados pela Anatel. $u_j(0)$ é, portanto, a taxa média de reclamações de consumidores no município brasileiro representado por v_j em julho de 2022. O número de reclamações de consumidores não inclui outros tipos de interação com a Anatel (como denúncias, elogios, pedidos de informação ou outros). Todas as reclamações consideradas foram feitas por reclamantes identificados com um número de telefone, não sendo necessário qualquer outro pré-processamento complexo dos dados.

Para cada método de DIRP simulado, após a inspeção em um ente e_i , a redução total $\tilde{r}_i(t)$ é subtraída do sinal médio $u_i(t)$ no vértice v_i , com os resultados limitados inferiormente a 0, de modo que $u_i(t + 1) = \max\{0, u_i(t) - \tilde{r}_i(t)\}$.

4.2 RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES

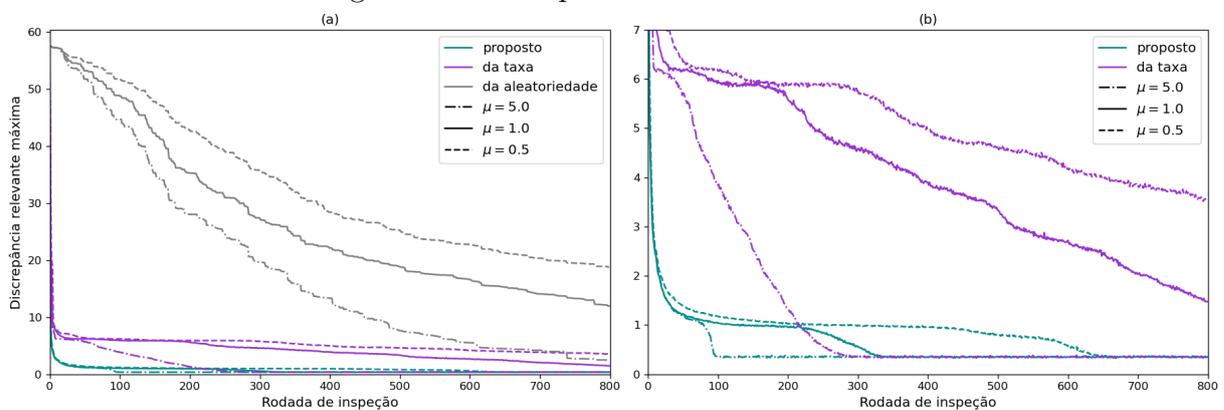
O método proposto foi comparado com outros dois métodos comumente utilizados para o DIRP. No primeiro método usado como referência, o método da aleatoriedade, os entes a serem inspecionados foram selecionados sem qualquer critério de seleção. No segundo método, o método da taxa, os entes com as maiores taxas de reclamações de consumidor foram os selecionados para serem inspecionados. Para comparar o desempenho dos métodos e para avaliar as suas robustezes foram realizadas simulações de Monte Carlo com 50 realizações para três valores diferentes de capacidade média de redução μ de um fiscal. μ foi definido como uma redução de 5, 1 ou 0,5 pontos na taxa de reclamações do consumidor promovida por um fiscal em um ente inspecionável padrão. Os métodos da aleatoriedade e da taxa alocam fiscais de acordo com o número de consumidores em cada ente, tomando como base um fiscal para cada 50.000 consumidores.

Os desempenhos dos métodos foram comparados usando quatro métricas de avaliação. Foram elas:

- a) Discrepância relevante máxima;
- b) Soma das discrepâncias relevantes nos entes problemáticos;
- c) Taxa média de reclamações do consumidor;
- d) Número de entes problemáticos.

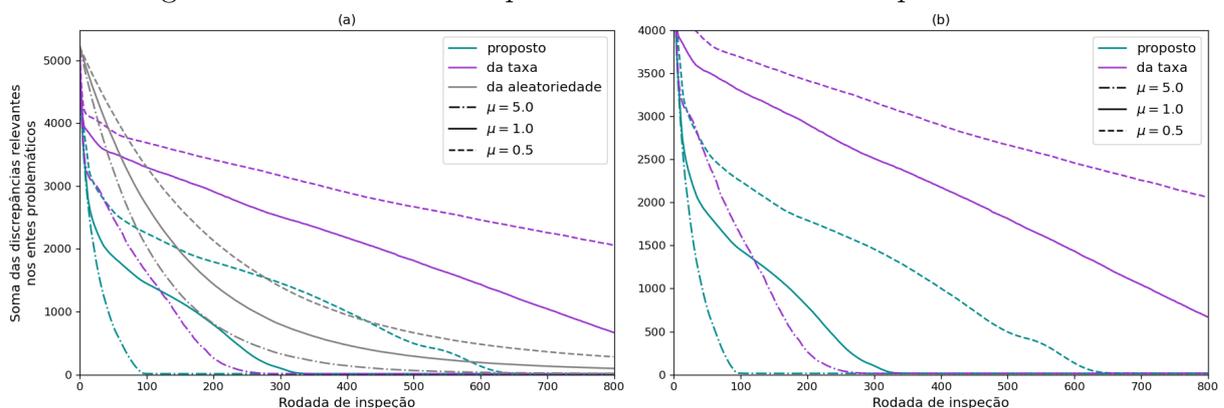
As Figuras 4 a 7 mostram os resultados da simulação de Monte Carlo (média de 50 realizações). Nessas figuras, o gráfico em (a) mostra o resultado para todos os métodos, enquanto o gráfico em (b) foca no resultado para o método da taxa e o método proposto. Embora outros fatores possam afetar a evolução da qualidade do serviço, o interesse nesta tese é no efeito que as inspeções realizadas pelos fiscais acarretam na qualidade do serviço, e as simulações apresentadas representam esse efeito.

Figura 4 – Discrepância relevante máxima.



Fonte: Autor.

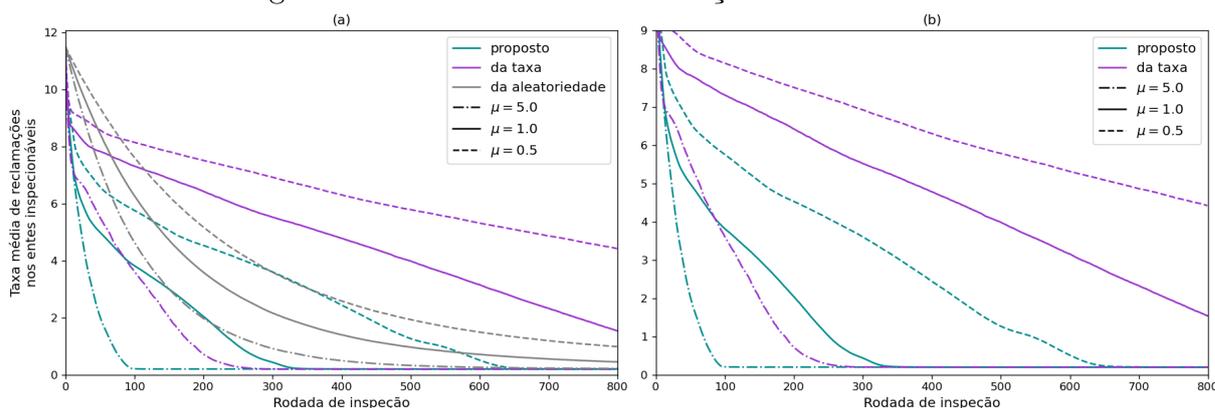
Figura 5 – Soma das discrepâncias relevantes nos entes problemáticos.



Fonte: Autor.

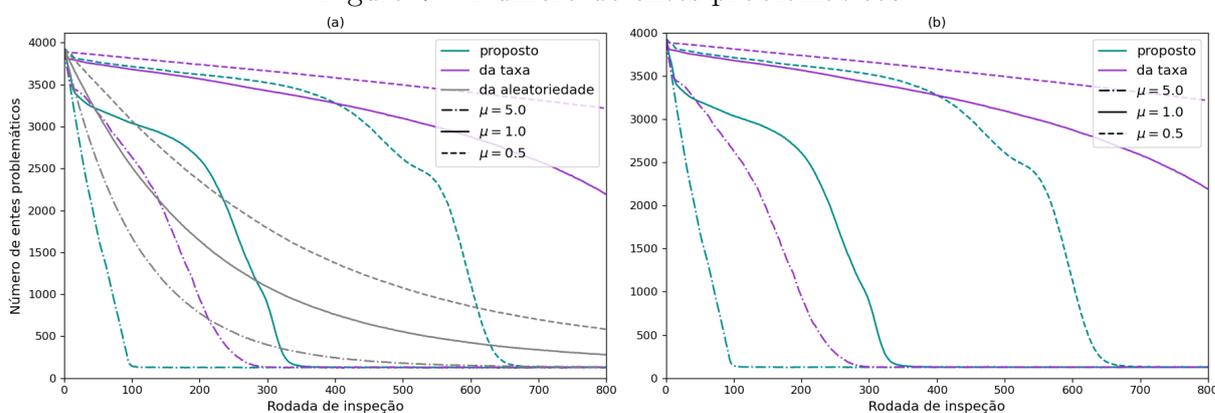
A Tabela 2 ilustra, para diferentes valores de μ , a máxima melhora relativa na redução das métricas de avaliação devido ao uso do método proposto quando comparado ao método da taxa.

Figura 6 – Taxa média de reclamações do consumidor.



Fonte: Autor.

Figura 7 – Número de entes problemáticos.



Fonte: Autor.

Tabela 2 – Máxima melhora relativa na redução das métricas de avaliação devido ao uso do método proposto quando comparado ao método da taxa.

Máxima melhora relativa na	$\mu = 5.0$	$\mu = 1.0$	$\mu = 0.5$
Discrepância relevante máxima	15% em $t = 2$	42% em $t = 1$	152% em $t = 1$
Soma das discrepâncias relevantes (1)	64% em $t = 45$	98% em $t = 78$	95% em $t = 33$
Média das taxas de reclamações	58% em $t = 47$	89% em $t = 259$	79% em $t = 503$
Número de entes problemáticos	202% em $t = 92$	589% em $t = 329$	564% em $t = 645$

Fonte: Autor.

(1) Nos entes problemáticos.

4.3 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Os resultados das Figuras 4 a 7 ilustram o desempenho superior do método proposto para o direcionamento de inspeções regulatórias planejadas com base no risco de problemas relevantes para a satisfação do consumidor, inclusive para a taxa média de reclamações do consumidor. Esses resultados foram obtidos para diferentes valores da capacidade média de um fiscal de reduzir a taxa de inadequação. As Figuras 4 a 7 mostram que o método proposto desde muito cedo impôs melhorias significativas nas métricas de avaliação, e que

essas reduções permaneceram até que o regime permanente fosse alcançado.

A Tabela 2 ilustra em números o desempenho superior do método proposto. Para $\mu = 1$, a redução no número de entes problemáticos ao utilizar o método proposto chegou a ser 589% maior do que a redução alcançada pelo método da taxa. Desempenho semelhante ocorreu para $\mu = 0,5$. Quando a comparação é feita considerando a taxa média de reclamações do consumidor, métrica que reflete a motivação para o desenvolvimento do método da taxa, ainda assim, com $\mu = 1$, a redução obtida pelo método proposto chega a ser 89% superior àquela obtida pelo método da taxa.

Um aspecto importante do método baseado em risco proposto na Seção 3.7 é que ele pode ser utilizado para atender aos cinco princípios propostos na Seção 2.2. Sua aplicação à regulação de um serviço de telecomunicações, ilustrada neste capítulo, atende às leis, permitindo tratamento igualitário para os entes inspecionáveis e usa dados sem as informações pessoais dos consumidores ou informações confidenciais das entidades reguladas. É imparcial porque os dados utilizados são confiáveis, não tendo origem nem no regulador nem nas entidades reguladas. Além disso, não requer um pré-processamento complexo de dados, evitando possíveis desvios éticos. De fato, a definição dos parâmetros do modelo é feita sem aleatoriedade, resultando em um modelo preciso e justo para ser aplicado igualmente a todos os entes inspecionáveis. É consistente com os objetivos de longo prazo da Anatel, ou de qualquer regulador que tenha a satisfação do consumidor como um de seus objetivos de longo prazo, evitando decisões discricionárias que possam permitir usos mal intencionados e que não estejam sujeitas à revisão judicial. É explicável e comunicável porque as definições dos parâmetros do modelo e a avaliação do risco são determinísticas e simples, permitindo a sua comunicação e explicação antecipada e clara a todos os interessados. É transparente e possibilita a responsabilização, pois é auditável, rastreável e reproduzível em todas as etapas, permitindo o escrutínio das ações do regulador. Por fim, é simples de implementar, não exigindo habilidades especiais dos fiscais, e possui complexidade computacional reduzida. Isso permite que os fiscais entendam, aceitem e apliquem o método proposto para DIRP, e facilita a adoção pelos reguladores sem a necessidade de equipamentos ou computadores poderosos e caros.

É importante observar que o desenvolvimento do método proposto não considerou o que os vértices do grafo realmente representam. Os pesos das arestas entre os vértices e o sinal em cada vértice do grafo também são definidos como elementos gerais, sem associação necessária ao problema particular referente às reclamações de consumidor. A discrepância relevante no vértice pode, portanto, ser usada para qualquer análise em que o risco é quantificado como a razão entre as observações do sinal nos vértices do grafo e as expectativas relevantes do regulador para eles. Basta que a transformação do sinal no grafo pela matriz de adjacências modele adequadamente a expectativa do regulador para as relações entre os sinais nos vértices. Assim, o método proposto pode ser aplicado a diferentes segmentações de dados e objetivos. No caso exemplificado aqui, essas relações

e expectativas foram determinadas a partir das influências exercidas entre os diferentes entes inspecionáveis, de acordo com os dados fornecidos pelo IBGE. Em qualquer outra aplicação, é importante que seja mantida a metodologia em que essas expectativas sejam determinadas a partir de dados gerados por instituições independentes de interferência do regulador ou das entidades reguladas.

5 VÉRTICES EM MULTIDIMENSÕES

Os Capítulos 3 e 4 analisaram sistemas em que os vértices do grafo estavam organizados em uma única dimensão, os quais foram chamados simplesmente de grafos e que, a partir de agora, passarão a ser chamados de grafos unidimensionais. Este capítulo passa a analisar grafos em que os vértices são organizados em múltiplas dimensões, e que serão chamados de grafos multidimensionais.

Os grafos multidimensionais serão utilizados na formação da expectativa do regulador a fim de possibilitar a adequação do método proposto na Seção 3.7 para os casos nos quais esse tipo de modelamento seja conveniente. A Seção 5.1 analisa o processamento de sinais em grafos bidimensionais quando a expectativa do regulador quanto à taxa de inadequação em um ente inspecionável depende das taxas de inadequação em vértices nos quais uma das suas dimensões coincide com a do ente para o qual se calcula a expectativa do regulador. A Seção 5.2 analisa o processamento de sinais em grafos bidimensionais quando a expectativa do regulador quanto à taxa de inadequação em um ente inspecionável pode depender da taxa de inadequação em quaisquer outros vértices do grafo bidimensional. A Seção 5.3 expande o realizado na Seção 5.2 para grafos multidimensionais.

5.1 GRAFOS BIDIMENSIONAIS COM CONEXÕES LIMITADAS

No Capítulo 3 a discrepância relevante \tilde{d}_i do sinal de um ente inspecionável e_i foi definida na equação (17) como a razão entre o sinal x_i e a expectativa relevante \tilde{x}_i para x_i . No desenvolvimento teórico do Capítulo 3 os vértices $v_i, \forall i$, representavam um ente inspecionável e_i e a expectativa do regulador \hat{x}_i dependia apenas das taxas de inadequação y_j nos vértices v_j influenciadores de v_i , que estavam na mesma dimensão em que se encontrava v_i , já que o grafo era unidimensional.

Considere que seja conveniente agrupar os vértices do grafo \mathcal{W} em duas dimensões.

Por exemplo, suponha que a primeira dimensão do grafo \mathcal{W} continue a representar os municípios brasileiros onde o SMP é prestado. No entanto, suponha que não apenas uma, mas várias operadoras prestam o SMP em cada município brasileiro. Para o DIRP, passa a ser conveniente adicionar uma segunda dimensão ao grafo \mathcal{W} para representar as operadoras que prestam o SMP. Um ente inspecionável deixa de ser a estrutura da empresa fictícia em um dos vários municípios onde o SMP é prestado e passa a ser a estrutura de uma das várias empresas prestadoras do SMP em um dos vários municípios onde o SMP é prestado. O sinal no grafo passa a ser formado pelas taxas de reclamações do consumidor nos pares município-operadora. Se a taxa de reclamações da operadora A em determinado município for alta, isso indica que os consumidores daquele par município-operadora não estão tendo suas expectativas atendidas. Porém, se as taxas de reclamações também são altas nas outras operadoras prestadoras do SMP naquele mesmo município, é razoável intuir que o problema não está relacionado especificamente à operadora A

naquele município, mas que trata-se de um problema comum que afeta a prestação do SMP de todas as operadoras naquele município. O regulador deve pressupor que as taxas de reclamações de todas as operadoras no município são altas devido a esse problema comum e, portanto, ao inspecionar apenas uma das operadoras nesse município o problema comum provavelmente não será detectado pelos fiscais. Para verificar qual é o problema comum, deve ser realizada uma inspeção não em uma das operadoras nesse município, mas no que é comum a todas as operadoras no município. Assim, para a contextualização adequada dos entes inspecionáveis, e conseqüente ordenação dos seus desempenhos, a expectativa do regulador quanto à taxa de reclamações em um ente inspecionável passa a depender das taxas de reclamações das outras operadoras naquele mesmo município, e uma nova formulação, com um grafo bidimensional, deve ser estabelecida para o sistema.

Para tanto, considere um grafo multidimensional $\mathcal{W} = (\mathbb{V}, \mathbb{W})$ em que \mathbb{V} é o conjunto de vértices de \mathcal{W} e \mathbb{W} é o conjunto de arestas que conectam, unicamente em cada sentido, dois vértices distintos contidos em \mathbb{V} . Os vértices de \mathcal{W} são organizados em $N = 2$ dimensões, cujo número de componentes são J_1 e J_2 . Cada dimensão do grafo representa uma característica utilizada na organização dos vértices do grafo.

Um vértice de \mathcal{W} é representado pela conjunção de N componentes das dimensões do grafo \mathcal{W} , uma componente de cada uma das N dimensões do grafo, e é especificado por v_{j_1, j_2} , em que j_1, j_2 são os índices das componentes nas dimensões 1 e 2. O conjunto \mathbb{V} é formado a partir da variação dos índices j_n , com $j_n = 1, 2, \dots, J_n$ e $n = 1, 2$. O número de vértices de \mathcal{W} é dado por $J_1 \times J_2$.

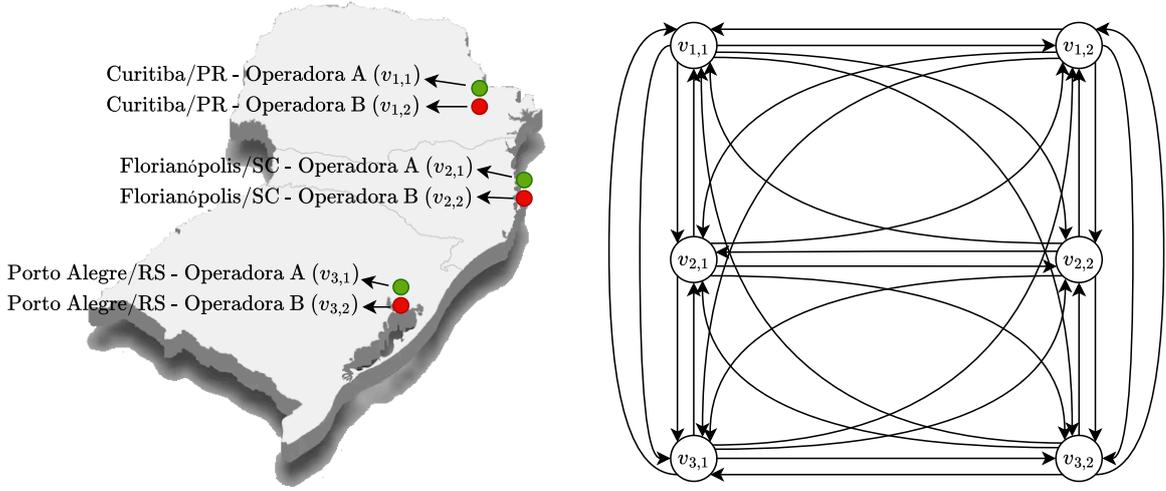
Para exemplificar um caso de visualização simples, considere a situação descrita na Figura 8 com três municípios capital de estado da região sul do Brasil e duas operadoras prestadoras de determinado serviço. O grafo à direita da figura mostra um exemplo de grafo direcionado e um conjunto de possíveis conexões entre esses pares município-operadora. Neste exemplo, cada vértice do grafo representa a conjunção de dois elementos, um de cada característica (município e operadora) utilizada na segmentação da prestação do serviço. Os vértices v_{j_1, j_2} , $j_1 = 1, 2, 3$ e $j_2 = 1, 2$, representam os pares município-operadora, nos quais assume-se a ocorrência de sinais y_{j_1, j_2} , $j_1 = 1, 2, 3$ e $j_2 = 1, 2$, respectivamente.

Considere que a informação indexada por um vértice de \mathcal{W} representa a taxa de inadequação do serviço naquele vértice e, portanto, pode ser representada por um escalar. O sinal no vértice v_{j_1, j_2} de \mathcal{W} é especificado por um escalar y_{j_1, j_2} e o conjunto de sinais nos vértices é formado a partir da variação dos índices j_n em y_{j_1, j_2} , com $j_n = 1, 2, \dots, J_n$ e $n = 1, 2$. O sinal no grafo \mathcal{W} , composto por todos os sinais nos vértices de \mathcal{W} , é especificado pela matriz $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2}$, definida em termos dos seus elementos como $[\mathbf{Y}]_{j_1, j_2} = y_{j_1, j_2}$.

Considere que todo vértice de \mathcal{W} representa um ente inspecionável. Um ente inspecionável é especificado por e_{i_1, i_2} com $e_{i_1, i_2} = v_{i_1, i_2}$. O conjunto \mathbb{E} é formado a partir da variação dos índices i_1 e i_2 em e_{i_1, i_2} , com $i_n = 1, 2, \dots, J_n$ e $n = 1, 2$.

O sinal em um ente inspecionável e_{i_1, i_2} é definido como a informação indexada pelo

Figura 8 – Exemplo de grafo multidimensional e suas possíveis conexões.



Fonte: Autor.

vértice v_{i_1, i_2} e é especificado pelo escalar x_{i_1, i_2} , neste caso com $x_{i_1, i_2} = y_{i_1, i_2}$. O conjunto de sinais nos entes inspecionáveis é formado a partir da variação dos índices i_1 e i_2 em x_{i_1, i_2} , com $i_n = 1, 2, \dots, J_n$ e $n = 1, 2$. O sinal nos entes inspecionáveis é especificado pela matriz $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2}$, definida em termos dos seus elementos como $[\mathbf{X}]_{i_1, i_2} = x_{i_1, i_2}$.

A expectativa do regulador quanto ao sinal x_{i_1, i_2} em um ente inspecionável e_{i_1, i_2} é especificada por \hat{x}_{i_1, i_2} . O conjunto de expectativas é formado a partir da variação dos índices i_1 e i_2 em \hat{x}_{i_1, i_2} , com $i_n = 1, 2, \dots, J_n$ e $n = 1, 2$. Esse conjunto de expectativas do regulador é representado matematicamente por uma matriz $\hat{\mathbf{X}} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2}$, definida em termos dos seus elementos como $[\hat{\mathbf{X}}]_{i_1, i_2} = \hat{x}_{i_1, i_2}$.

O peso de uma aresta de \mathcal{W} será utilizado para representar a influência relativa que a taxa de inadequação y_{j_1, j_2} em um vértice influenciador v_{j_1, j_2} exerce na formação da expectativa do regulador \hat{x}_{i_1, i_2} quanto à taxa de inadequação x_{i_1, i_2} em um ente inspecionável e_{i_1, i_2} .

Nos grafos multidimensionais, as conexões entre vértices pertencentes a uma mesma componente de determinada dimensão são chamadas de intraconexões naquela dimensão. No exemplo do início desta seção, a segunda dimensão ($n = 2$) de \mathcal{W} representa as operadoras prestadoras do SMP. Assim, um valor específico do índice j_2 representará uma das componentes dessa segunda dimensão, ou seja, representará uma operadora do SMP. Os vértices representando pares município-operadora da operadora A serão especificados por $v_{j_1, A}$, com $j_1 = 1, 2, \dots, J_1$. As conexões entre os vértices $v_{j_1, A}, \forall j_1$ e $v_{i_1, A}, \forall i_1$, são as intraconexões entre municípios na operadora A.

Além disso, nos grafos multidimensionais pode haver conexões entre vértices pertencentes a diferentes componentes de determinada dimensão, chamadas de interconexões

naquela dimensão. No exemplo do início desta seção, as conexões entre os vértices $v_{j_1, A}, \forall j_1$ e os vértices $v_{i_1, B}, \forall i_1$, com $A \neq B$, são interconexões entre municípios de diferentes operadoras.

Considere que a expectativa do regulador \hat{x}_{i_1, i_2} quanto à taxa de inadequação x_{i_1, i_2} em um ente inspecionável e_{i_1, i_2} depende das influências que chegam a v_{i_1, i_2} partindo de vértices $v_{j_1, i_2}, \forall j_1 \neq i_1$, ou seja, aqueles pertencentes à mesma componente na segunda dimensão do grafo. Essas são exatamente as mesmas influências já consideradas nos Capítulos 3 e 4, bastando fazer $J_2 = 1$. Considere que as conexões em i_2 que chegam a v_{i_1, i_2} partindo de v_{j_1, i_2} , com $j_1 \neq i_1$ têm o mesmo valor para qualquer i_2 . Além disso, considere que \hat{x}_{i_1, i_2} dependa também das influências que chegam a v_{i_1, i_2} partindo de vértices $v_{i_1, j_2}, \forall j_2 \neq i_2$, ou seja, aqueles pertencentes à mesma componente da primeira dimensão do grafo mas de outras componentes na segunda dimensão do grafo.

Assim, a expectativa do regulador \hat{x}_{i_1, i_2} será a soma de duas parcelas, uma para cada dependência citada no parágrafo anterior, e pode ser calculada por

$$\hat{x}_{i_1, i_2} = h_1(i_1, i_2) + h_2(i_1, i_2). \quad (25)$$

em que h_1 e h_2 devem ser funções adequadas dos pesos das conexões entre os vértices.

Em geral, de maneira semelhante à especificação de um sinal y_{j_1, j_2} em um vértice v_{j_1, j_2} de um grafo bidimensional, ao especificar o peso de uma conexão entre dois vértices de um grafo bidimensional seria preciso indicar a qual das componentes j_1 e j_2 , respectivamente das dimensões 1 e 2, pertencem os vértices da conexão especificada. No entanto, no sistema estudado nesta seção, os pesos das conexões que chegam a vértices $v_{i_1, i_2}, \forall i_1$ e i_2 , partindo de vértices $v_{j_1, i_2}, \forall j_1 \neq i_1$, são os mesmos em todas as componentes i_2 da segunda dimensão do grafo. Assim, é possível continuar especificando o peso dessas conexões do grafo com o escalar de dois índices w_{i_1, j_1} , sem especificar a qual das componentes da segunda dimensão do grafo pertencem os vértices dessa conexão. Os pesos dessas conexões de \mathcal{W} continuam a ser representadas por uma matriz, agora a matriz de adjacências $\mathbf{W} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2}$, definida em termos de seus elementos como $[\mathbf{W}]_{i_1, j_1} = w_{i_1, j_1}$.

A parcela $h_1(i_1, i_2)$ da expectativa do regulador \hat{x}_{i_1, i_2} é calculada por

$$h_1(i_1, i_2) = \sum_{j_1=1}^{J_1} w_{i_1, j_1} y_{j_1, i_2}. \quad (26)$$

As parcelas $h_1(i_1, i_2), \forall i_1$ e i_2 , são representadas por uma matriz ${}^1\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2}$, definida em termos de seus elementos como $[{}^1\mathbf{H}]_{i_1, i_2} = h_1(i_1, i_2)$, calculada por

$${}^1\mathbf{H} = \mathbf{W}\mathbf{Y}. \quad (27)$$

Para o cálculo da parcela $h_2(i_1, i_2)$ da expectativa do regulador \hat{x}_{i_1, i_2} é preciso determinar o peso das conexões que chegam ao vértice v_{i_1, i_2} partindo de $v_{i_1, j_2}, \forall j_2 \neq i_2$.

Diferentemente do caso estudado no Capítulo 3, o peso da conexão que chega a v_{i_1, i_2} partindo de qualquer vértice $v_{i_1, j_2}, \forall j_2 \neq i_2$ não pode ser especificado por um escalar

de dois índices, uma vez que agora j_2 pode ser diferente de i_2 , e portanto passa a ser especificado por um escalar de três índices u_{i_1, i_2, j_2} . Os pesos dessas conexões de \mathcal{W} não podem ser representados por uma matriz e passam a ser representados por um tensor de adjacências tridimensional $\mathbf{U} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2 \times J_2}$, definido em termos de seus elementos como $[\mathbf{U}]_{i_1, i_2, j_2} = u_{i_1, i_2, j_2}$.

A parcela $h_2(i_1, i_2)$ da expectativa do regulador \hat{x}_{i_1, i_2} é calculada por

$$h_2(i_1, i_2) = \sum_{j_2=1}^{J_2} u_{i_1, i_2, j_2} y_{i_1, j_2}. \quad (28)$$

As parcelas $h_2(i_1, i_2), \forall i_1$ e i_2 , são representadas por uma matriz ${}^2\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2}$, definida em termos de seus elementos como $[{}^2\mathbf{H}]_{i_1, i_2} = h_2(i_1, i_2)$, calculada por

$${}^2\mathbf{H} = \mathbf{U} \diamond_{([3];[2])} \mathbf{Y}, \quad (29)$$

em que $\mathbf{A} \diamond_{([\Theta, \dots, \Upsilon]; [\Phi, \dots, \Psi])} \mathbf{B}$ corresponde à contração das dimensões $[\Theta, \dots, \Upsilon]$ do tensor \mathbf{A} com as dimensões $[\Phi, \dots, \Psi]$ do tensor \mathbf{B} , conforme definido na Seção A.2.3 do Apêndice A, sendo que o número de dimensões em $[\Theta, \dots, \Upsilon]$ deve ser igual ao número de dimensões $[\Phi, \dots, \Psi]$ e deve haver correspondência direta entre as dimensões nos dois vetores (Θ contraída com Φ, \dots, Υ contraída com Ψ). Note que a equação (29) corresponde à contração da terceira dimensão do tensor \mathbf{U} (índice j_2) com a segunda dimensão da matriz \mathbf{Y} (índice j_2).

A matriz $\hat{\mathbf{X}} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2}$ das expectativas do regulador é calculada por

$$\hat{\mathbf{X}} = \mathbf{W}\mathbf{Y} + \mathbf{U} \diamond_{([3];[2])} \mathbf{Y}. \quad (30)$$

Para que o peso das arestas de \mathcal{W} continuem a representar a influência relativa que a taxa de inadequação de um vértice exerce na formação da expectativa do regulador quanto à taxa de inadequação em um ente inspecionável, é preciso que os pesos de todas as arestas que convergem para cada vértice $v_{i_1, i_2}, \forall i_1$ e i_2 , de \mathcal{W} sejam normalizados de modo que os seus graus de entrada g_{i_1, i_2} sejam iguais a 1. Isso pode ser feito sem perda de generalidade impondo a restrição

$$\sum_{j_1=1}^{J_1} w_{i_1, j_1} + \sum_{j_2=1}^{J_2} u_{i_1, i_2, j_2} = 1. \quad (31)$$

A discrepância do sinal x_{i_1, i_2} em um ente inspecionável e_{i_1, i_2} é especificada por d_{i_1, i_2} e calculada por

$$d_{i_1, i_2} = \frac{x_{i_1, i_2}}{\hat{x}_{i_1, i_2}}. \quad (32)$$

O conjunto de discrepâncias do sinal nos entes inspecionáveis é formado a partir da variação dos índices i_1 e i_2 em d_{i_1, i_2} , com $i_n = 1, 2, \dots, J_n$ e $n = 1, 2$. As discrepâncias do sinal são representadas por uma matriz $\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2}$, definida em termos dos seus elementos como $[\mathbf{D}]_{i_1, i_2} = d_{i_1, i_2}$.

A matriz \mathbf{D} de discrepâncias dos sinais nos entes inspecionáveis é calculada por

$$\mathbf{D} = \mathbf{X} \oslash \hat{\mathbf{X}}. \quad (33)$$

Como realizado na Seção 3.5, ao definir a taxa de inadequação de forma que $x_{i_1, i_2} = 1$ corresponda à taxa de inadequação máxima aceitável, calcula-se a expectativa relevante \tilde{x}_{i_1, i_2} para o sinal x_{i_1, i_2} no ente inspecionável e_{i_1, i_2} como

$$\tilde{x}_{i_1, i_2} = \max\{1, \hat{x}_{i_1, i_2}\}. \quad (34)$$

O conjunto de expectativas relevantes é formado a partir da variação dos índices i_1 e i_2 em \tilde{x}_{i_1, i_2} , com $i_n = 1, 2, \dots, J_n$ e $n = 1, 2$. As expectativas relevantes são organizadas em uma matriz $\tilde{\mathbf{X}} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2}$, definida em termos de seus elementos como $[\tilde{\mathbf{X}}]_{i_1, i_2} = \tilde{x}_{i_1, i_2}$, calculada por

$$\tilde{\mathbf{X}} = \max\{\hat{\mathbf{X}}, \mathbf{1}_{J_1 \times J_2}\}. \quad (35)$$

Calcula-se a discrepância relevante \tilde{d}_{i_1, i_2} do sinal em um ente inspecionável como

$$\tilde{d}_{i_1, i_2} = \frac{x_{i_1, i_2}}{\tilde{x}_{i_1, i_2}}. \quad (36)$$

O conjunto de discrepâncias relevantes do sinal nos entes inspecionáveis é formado a partir da variação dos índices i_1 e i_2 em \tilde{d}_{i_1, i_2} , com $i_n = 1, 2, \dots, J_n$ e $n = 1, 2$. As discrepâncias relevantes são organizadas em uma matriz $\tilde{\mathbf{D}} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2}$, definida em termos de seus elementos como $[\tilde{\mathbf{D}}]_{i_1, i_2} = \tilde{d}_{i_1, i_2}$, calculada por

$$\tilde{\mathbf{D}} = \mathbf{X} \oslash \tilde{\mathbf{X}}. \quad (37)$$

Calcula-se a expectativa útil \check{x}_{i_1, i_2} para o sinal x_{i_1, i_2} no ente inspecionável e_{i_1, i_2} como

$$\check{x}_{i_1, i_2} = \max\{\hat{x}_{i_1, i_2}, \tau\}. \quad (38)$$

O conjunto de expectativas úteis é formado a partir da variação dos índices i_1 e i_2 em \check{x}_{i_1, i_2} , com $i_n = 1, 2, \dots, J_n$ e $n = 1, 2$. As expectativas úteis são organizadas em uma matriz $\check{\mathbf{X}} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2}$, definida em termos de seus elementos como $[\check{\mathbf{X}}]_{i_1, i_2} = \check{x}_{i_1, i_2}$, calculada por

$$\check{\mathbf{X}} = \max\{\hat{\mathbf{X}}, \mathbf{T}\} \quad (39)$$

em que a matriz $\mathbf{T} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2}$ é definida em termos de seus elementos como $[\mathbf{T}]_{i_1, i_2} = \tau^1$.

Calcula-se a discrepância útil \check{d}_{i_1, i_2} do sinal em um ente inspecionável e_{i_1, i_2} como

$$\check{d}_{i_1, i_2} = \frac{x_{i_1, i_2}}{\check{x}_{i_1, i_2}}. \quad (40)$$

O conjunto de discrepâncias úteis do sinal nos entes inspecionáveis é formado a partir da variação do índice i_1 e i_2 em \check{d}_{i_1, i_2} , com $i_n = 1, 2, \dots, J_n$ e $n = 1, 2$. As

¹ Observe que é possível a utilização de diferentes valores de τ para diferentes conjunções de componentes i_1, i_2 caso entenda-se interessante.

discrepâncias úteis são organizadas em uma matriz $\check{\mathbf{D}} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2}$, definida em termos de seus elementos como $[\check{\mathbf{D}}]_{i_1, i_2} = \check{d}_{i_1, i_2}$, calculada por

$$\check{\mathbf{D}} = \mathbf{X} \circledast \check{\mathbf{X}}. \tag{41}$$

A formulação apresentada acima também permite modelar sistemas nos quais não existiria vértice em algumas intersecções de componentes das N dimensões de \mathcal{W} . Para tanto, basta que J_1, J_2, \dots, J_N correspondam ao número máximo de componentes nas dimensões $1, 2, \dots, N$ do grafo e que vértices fictícios, nos quais não chegam ou partem conexões e o sinal é zero, sejam adicionados nas intersecções de componentes das N dimensões de \mathcal{W} onde não existiriam esses vértices.

5.1.1 Comportamento da discrepância

O Quadro 3 mostra como a discrepância d_{i_1, i_2} em um ente inspecionável e_{i_1, i_2} , definida na Seção 5.1, se comporta quando ocorre variação em um sinal y_{j_1, j_2} em um vértice v_{j_1, j_2} . Quando é informado que a discrepância d_{i_1, i_2} aumenta (ou diminui) rel., o valor absoluto da discrepância d_{i_1, i_2} não é alterado pela variação no sinal y_{j_1, j_2} , mas, relativamente ao novo valor da discrepância d_{j_1, j_2} em e_{j_1, j_2} , a discrepância d_{i_1, i_2} em e_{i_1, i_2} é maior (ou menor).

Quadro 3 – Comportamento da discrepância no ente inspecionável e_{i_1, i_2} em razão de variação em um sinal y_{j_1, j_2} em grafos bidimensionais com conexões limitadas.

$j_1 = i_1$	$j_2 = i_2$	$w_{i_1, j_1} > 0$ ou $u_{i_1, i_2, j_2} > 0$	y_{j_1, j_2}	d_{i_1, i_2}
Sim	Sim	Sim	-	<i>Situação impossível</i>
Sim	Sim	Não	Aumenta	Aumenta
Sim	Sim	Não	Diminui	Diminui
Não	Sim	Sim	Aumenta	Diminui
Não	Sim	Sim	Diminui	Aumenta
Não	-	Não	Aumenta	Diminui rel.
Não	-	Não	Diminui	Aumenta rel.
Sim	Não	Sim	Aumenta	Diminui
Sim	Não	Sim	Diminui	Aumenta
-	Não	Não	Aumenta	Diminui rel.
-	Não	Não	Diminui	Aumenta rel.
Não	Não	Sim	-	<i>Situação impossível</i>

Fonte: Autor

Notas: O caractere “-” indica que a informação é irrelevante para a análise do comportamento de d_{i_1, i_2} .
A abreviação “rel.” indica que a variação é “relativamente à d_{j_1, j_2} ”.

5.1.2 Adequação do método

Considere que o regulador tenha as mesmas restrições citadas na Seção 3.7, ou seja, Q fiscais que podem ser alocados a no máximo S entes inspecionáveis por rodada de

inspeção t .

A capacidade média de redução na taxa de inadequação x_{i_1, i_2} de um ente inspecionável e_{i_1, i_2} por fiscal a cada rodada de inspeção é especificada por μ_{i_1, i_2} . O conjunto de capacidades médias de redução é formado a partir da variação dos índices i_1 e i_2 em μ_{i_1, i_2} , com $i_n = 1, 2, \dots, J_n$ e $n = 1, 2$. As capacidades médias de redução são especificadas pela matriz $\mathbf{M} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2}$, definida em termos dos seus elementos como $[\mathbf{M}]_{i_1, i_2} = \mu_{i_1, i_2}$.

$\check{\mathbf{D}}$ é uma matriz cujo elemento $[\check{\mathbf{D}}]_{i_1, i_2} = \check{d}_{i_1, i_2}$ representa a discrepância útil no ente inspecionável e_{i_1, i_2} .

Um ente inspecionável e_{i_1, i_2} selecionado para inspeção é especificado por $s_{i_1, i_2} = 1$. Os entes inspecionáveis selecionáveis são representados pela matriz $\mathbf{S} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2}$, definida em termos dos seus elementos como $[\mathbf{S}]_i = s_{i_1, i_2}$.

A quantidade de fiscais alocados para cada ente inspecionável e_{i_1, i_2} é especificada por q_{i_1, i_2} . As quantidades de fiscais alocados por ente inspecionável selecionável são representadas pela matriz $\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2}$, definida em termos dos seus elementos como $[\mathbf{Q}]_{i_1, i_2} = q_{i_1, i_2}$.

Assim, propõe-se a utilização de um método para seleção dos entes inspecionáveis e alocação de fiscais a cada rodada de inspeção t .

Proposição 4. No caso de grafos bidimensionais com conexões limitadas, propõe-se a utilização do método descrito pelo Algoritmo 2 para seleção dos entes inspecionáveis e alocação de fiscais a cada rodada de inspeção.

Algoritmo 2 – Método proposto para grafos bidimensionais com conexões limitadas.

Entradas: S, Q, W, U, M, Y e T

Saídas: S e Q

Passo **Instrução**

- 1: $\mathbf{Z} \leftarrow \mathbf{Y}, \mathbf{S} \leftarrow \mathbf{0}_{J_1 \times J_2}$ e $\mathbf{Q} \leftarrow \mathbf{0}_{J_1 \times J_2}$
 - 2: Enquanto $\sum_{j_1=1}^{J_1} \sum_{j_2=1}^{J_2} q_{j_1, j_2} < Q$ faça:
 - 3: $\hat{\mathbf{X}} \leftarrow \mathbf{WZ} + \mathbf{U} \diamond_{([3];[2])} \mathbf{Z}$
 - 4: $\check{\mathbf{X}} \leftarrow \max\{\hat{\mathbf{X}}, \mathbf{T}\}$
 - 5: $\check{\mathbf{D}} \leftarrow \mathbf{Z} \circ \check{\mathbf{X}}$
 - 6: Se $\sum_{j_1=1}^{J_1} \sum_{j_2=1}^{J_2} s_{j_1, j_2} = S$ faça $\check{\mathbf{D}} \leftarrow \check{\mathbf{D}} \otimes \mathbf{S}$
 - 7: $i_1 \leftarrow j_1$ e $i_2 \leftarrow j_2 \mid \check{d}_{j_1, j_2} = \max[\check{\mathbf{D}}]$
 - 8: $q_{i_1, i_2} \leftarrow q_{i_1, i_2} + 1$
 - 9: Se $\sum_{j_1=1}^{J_1} \sum_{j_2=1}^{J_2} s_{j_1, j_2} < S$ e $s_{i_1, i_2} = 0$ faça $s_{i_1, i_2} \leftarrow 1$
 - 10: $z_{i_1, i_2} \leftarrow z_{i_1, i_2} - \mu_{i_1, i_2}$
 - 11: Retorne: \mathbf{S} e \mathbf{Q}
-

Fonte: Autor.

5.2 GRAFOS BIDIMENSIONAIS COM CONEXÕES ILIMITADAS

A Seção 5.1 analisou o processamento de sinais em grafos bidimensionais quando a expectativa do regulador \hat{x}_{i_1, i_2} quanto à taxa de inadequação x_{i_1, i_2} em um ente inspecionável

e_{i_1, i_2} dependia das influências representadas por conexões que chegavam a v_{i_1, i_2} partindo de vértices $v_{j_1, i_2}, \forall j_1 \neq i_1$ e também das influências representadas por conexões que chegavam a v_{i_1, i_2} partindo de vértices $v_{i_1, j_2}, \forall j_2 \neq i_2$.

No entanto, a expectativa do regulador x_{i_1, i_2} quanto à taxa de inadequação x_{i_1, i_2} de um ente inspecionável e_{i_1, i_2} pode depender também das influências representadas por conexões que chegam a v_{i_1, i_2} partindo de vértices $v_{j_1, j_2}, \forall j_1 \text{ e } j_2 \mid (i_1, i_2) \neq (j_1, j_2)$, sem a necessidade da coincidência da componente da primeira dimensão do grafo.

Por exemplo, suponha que, assim como na Seção 5.1, a primeira dimensão do grafo \mathcal{W} represente os municípios brasileiros onde o SMP é prestado, a segunda dimensão de \mathcal{W} represente as operadoras que prestam o SMP, o sinal no grafo seja formado pelas taxas de reclamações do consumidor nos vértices de \mathcal{W} e que todos os vértices de \mathcal{W} representam entes inspecionáveis. Considere que a taxa de reclamações no vértice v_{i_1, i_2} é alta. Isso indica que os consumidores daquele par município-operadora não estão tendo suas expectativas atendidas. No entanto, se as taxas de reclamações também são altas em todos pares município-operadora influenciadores de v_{i_1, i_2} é razoável intuir que, nesta primeira situação, o problema que faz com que a taxa de reclamações no par município-operadora i_1, i_2 seja alta não está relacionado somente ao par i_1, i_2 , mas está relacionado, além disso, a todos os pares município-operadora influenciadores de v_{i_1, i_2} . Considere uma segunda situação em que a taxa de reclamações no vértice v_{i_1, i_2} é alta, mas que as taxas de reclamações são altas também apenas nos pares município-operadora influenciadores de v_{i_1, i_2} da operadora i_2 e baixas nos pares município-operadora influenciadores de v_{i_1, i_2} das demais operadoras. É razoável intuir que, nesta segunda situação, o problema que faz com que a taxa de reclamações no par município-operadora i_1, i_2 seja alta não é mais relacionado a todos os pares município-operadora influenciadores de v_{i_1, i_2} . Nessa segunda situação o problema é relacionado apenas à operadora i_2 , ainda que ele seja comum ao município i_1 e a todos os municípios que formam os pares município-operadora influenciadores de v_{i_1, i_2} da operadora i_2 . Ao comparar as duas situações exemplificadas percebe-se que o ente inspecionável e_{i_1, i_2} encontra-se em um contexto mais problemático na primeira situação, quando o problema é comum a todas as operadoras, do que na segunda situação, quando o problema é específico da operadora i_2 . Assim, a expectativa do regulador \hat{x}_{i_1, i_2} na primeira situação deve ser de uma taxa de reclamações maior do que na segunda situação. Portanto, a expectativa do regulador \hat{x}_{i_1, i_2} quanto à taxa de reclamações x_{i_1, i_2} em um ente inspecionável e_{i_1, i_2} passa a ser dependente das taxas x_{j_1, j_2} de reclamações do consumidor em pares município-operadora v_{j_1, j_2} sem a necessidade de que o par município-operadora influenciador tenha o município ou a operadora coincidente com as do par para o qual se calcula a expectativa do regulador. Assim, para a contextualização adequada dos entes inspecionáveis, e conseqüente ordenação dos seus desempenhos, a expectativa do regulador quanto à taxa de reclamações em um ente inspecionável passa a depender das taxas de reclamações de outras operadoras em outros municípios, e uma nova formulação deve ser

estabelecida para o sistema.

Para tanto, considere um grafo multidimensional $\mathcal{W} = (\mathbb{V}, \mathbb{W})$ em que \mathbb{V} é o conjunto de vértices de \mathcal{W} e \mathbb{W} é o conjunto de arestas que conectam, unicamente em cada sentido, dois vértices distintos contidos em \mathbb{V} . Os vértices de \mathcal{W} são organizados em $N = 2$ dimensões, cujo número de componentes são J_1 e J_2 . Cada dimensão do grafo representa uma característica utilizada na organização dos vértices do grafo.

Um vértice de \mathcal{W} é representado pela conjunção de N componentes das dimensões do grafo \mathcal{W} , uma componente de cada uma das N dimensões do grafo, e é especificado por v_{j_1, j_2} , em que j_1, j_2 são os índices das componentes nas dimensões 1 e 2. O conjunto \mathbb{V} é formado a partir da variação dos índices j_n , com $j_n = 1, 2, \dots, J_n$ e $n = 1, 2$. O número de vértices de \mathcal{W} é dado por $J_1 \times J_2$.

Considere que a informação indexada por um vértice de \mathcal{W} representa a taxa de inadequação do serviço naquele vértice e, portanto, é um escalar. O sinal no vértice v_{j_1, j_2} de \mathcal{W} é especificado por um escalar y_{j_1, j_2} e o conjunto de sinais nos vértices é formado a partir da variação dos índices j_n em y_{j_1, j_2} , com $j_n = 1, 2, \dots, J_n$ e $n = 1, 2$. O sinal no grafo \mathcal{W} , composto por todos os sinais nos vértices de \mathcal{W} , é especificado pela matriz $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2}$, definida em termos dos seus elementos como $[\mathbf{Y}]_{j_1, j_2} = y_{j_1, j_2}$.

Considere que todo vértice de \mathcal{W} representa um ente inspecionável. Um ente inspecionável é especificado por e_{i_1, i_2} com $e_{i_1, i_2} = v_{i_1, i_2}$. O conjunto \mathbb{E} é formado a partir da variação dos índices i_1 e i_2 em e_{i_1, i_2} , com $i_n = 1, 2, \dots, J_n$ e $n = 1, 2$.

O sinal em um ente inspecionável e_{i_1, i_2} é definido como a informação indexada pelo vértice v_{i_1, i_2} e é especificado pelo escalar x_{i_1, i_2} , neste caso com $x_{i_1, i_2} = y_{i_1, i_2}$. O conjunto de sinais nos entes inspecionáveis é formado a partir da variação dos índices i_1 e i_2 em x_{i_1, i_2} , com $i_n = 1, 2, \dots, J_n$ e $n = 1, 2$. O sinal nos entes inspecionáveis é especificado pela matriz $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2}$, definida em termos dos seus elementos como $[\mathbf{X}]_{i_1, i_2} = x_{i_1, i_2}$. Como todo vértice de \mathcal{W} representa um ente inspecionável, então $x_{i_1, i_2} = y_{i_1, i_2}, \forall i_1$ e i_2 .

A expectativa do regulador quanto ao sinal x_{i_1, i_2} em um ente inspecionável e_{i_1, i_2} é especificada por \hat{x}_{i_1, i_2} . O conjunto de expectativas é formado a partir da variação dos índices i_1 e i_2 em \hat{x}_{i_1, i_2} , com $i_n = 1, 2, \dots, J_n$ e $n = 1, 2$. Esse conjunto de expectativas do regulador é representado matematicamente por uma matriz $\hat{\mathbf{X}} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2}$, definida em termos dos seus elementos como $[\hat{\mathbf{X}}]_{i_1, i_2} = \hat{x}_{i_1, i_2}$.

O peso de uma aresta de \mathcal{W} será utilizado para representar a influência relativa que a taxa de inadequação y_{j_1, j_2} em um vértice influenciador v_{j_1, j_2} exerce na formação da expectativa do regulador \hat{x}_{i_1, i_2} quanto à taxa de inadequação x_{i_1, i_2} em um ente inspecionável e_{i_1, i_2} .

As definições acima são as mesmas da Seção 5.1. No entanto, nesta seção, considere que a expectativa do regulador \hat{x}_{i_1, i_2} quanto à taxa de inadequação x_{i_1, i_2} em um ente inspecionável e_{i_1, i_2} dependa das influências representadas por conexões que chegam a v_{i_1, i_2} partindo de vértices $v_{j_1, i_2}, \forall j_1 \neq i_1$, ou seja, aqueles pertencentes à mesma componente

na segunda dimensão do grafo, assim como das influências representadas por conexões que chegam a v_{i_1, i_2} partindo de quaisquer vértices $v_{j_1, j_2}, \forall j_1$ e $j_2 \mid i_1, i_2 \neq j_1, j_2$, sem a necessidade da coincidência da componente da primeira dimensão do grafo.

O peso da conexão que chega a v_{i_1, i_2} partindo de qualquer vértice v_{j_1, j_2} não pode ser especificado por um escalar de três índices e passa a ser especificado por um escalar de quatro índices w_{i_1, i_2, j_1, j_2} ². Os pesos das conexões de \mathcal{W} não podem ser representados por uma matriz ou um tensor tridimensional e passam a ser representados por um tensor de adjacências quadridimensional $\mathbf{W} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2 \times J_1 \times J_2}$, definido em termos de seus elementos como $[\mathbf{W}]_{i_1, i_2, j_1, j_2} = w_{i_1, i_2, j_1, j_2}$.

A expectativa do regulador \hat{x}_{i_1, i_2} é calculada por

$$\hat{x}_{i_1, i_2} = \sum_{j_1=1}^{J_1} \sum_{j_2=1}^{J_2} w_{i_1, i_2, j_1, j_2} y_{j_1, j_2}. \quad (42)$$

A matriz $\hat{\mathbf{X}} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2}$ das expectativas do regulador é calculada por

$$\hat{\mathbf{X}} = \mathbf{W} \diamond_{([3,4];[1,2])} \mathbf{Y}. \quad (43)$$

Para que o peso das arestas de \mathcal{W} continuem a representar a influência relativa que a taxa de inadequação de um vértice exerce na formação da expectativa do regulador quanto à taxa de inadequação em um ente inspecionável, é preciso que os pesos de todas as arestas que convergem para cada vértice $v_{i_1, i_2}, \forall i_1$ e i_2 , de \mathcal{W} sejam normalizados de modo que os seus graus de entrada g_{i_1, i_2} sejam iguais a 1. Isso pode ser feito sem perda de generalidade impondo a restrição

$$\sum_{j_1=1}^{J_1} \sum_{j_2=1}^{J_2} w_{i_1, i_2, j_1, j_2} = 1, \forall i_1, i_2. \quad (44)$$

Como as mudanças entre o proposto na Seção 5.1 e nesta seção afetam apenas o necessário ao cálculo de $\hat{\mathbf{X}}$, as equações (45) a (54), apresentadas a seguir, são idênticas às equações (32) a (41) apresentadas na Seção 5.1.

A discrepância do sinal x_{i_1, i_2} em um ente inspecionável e_{i_1, i_2} é especificada por d_{i_1, i_2} e calculada por

$$d_{i_1, i_2} = \frac{x_{i_1, i_2}}{\hat{x}_{i_1, i_2}} \quad (45)$$

O conjunto de discrepâncias do sinal nos entes inspecionáveis é formado a partir da variação dos índices i_1 e i_2 em d_{i_1, i_2} , com $i_n = 1, 2, \dots, J_n$ e $n = 1, 2$. As discrepâncias do sinal são representadas por uma matriz $\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2}$, definida em termos dos seus elementos como $[\mathbf{D}]_{i_1, i_2} = d_{i_1, i_2}$.

² Com os escalares w_{i_1, i_2, j_1, j_2} de quatro índices é possível representar todas as conexões entre os vértices de \mathcal{W} sem qualquer limitação quanto ao valor de cada conexão e, portanto, as conexões podem ser diferentes a cada componente das dimensões de \mathcal{W} .

A matriz \mathbf{D} de discrepâncias dos sinais nos entes inspecionáveis é calculada por

$$\mathbf{D} = \mathbf{X} \circ \hat{\mathbf{X}} \quad (46)$$

Como realizado na Seção 3.5, ao definir a taxa de inadequação de forma que $x_{i_1, i_2} = 1$ corresponda à taxa de inadequação máxima aceitável, calcula-se a expectativa relevante \tilde{x}_{i_1, i_2} para o sinal x_{i_1, i_2} no ente inspecionável e_{i_1, i_2} como

$$\tilde{x}_{i_1, i_2} = \max\{\hat{x}_{i_1, i_2}, 1\}. \quad (47)$$

O conjunto de expectativas relevantes é formado a partir da variação dos índices i_1 e i_2 em \tilde{x}_{i_1, i_2} , com $i_n = 1, 2, \dots, J_n$ e $n = 1, 2$. As expectativas relevantes são organizadas em uma matriz $\tilde{\mathbf{X}} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2}$, definida em termos de seus elementos como $[\tilde{\mathbf{X}}]_{i_1, i_2} = \tilde{x}_{i_1, i_2}$, calculada por

$$\tilde{\mathbf{X}} = \mathbf{max}\{\hat{\mathbf{X}}, \mathbf{1}_{J_1 \times J_2}\}. \quad (48)$$

Calcula-se a discrepância relevante \tilde{d}_{i_1, i_2} do sinal em um ente inspecionável como

$$\tilde{d}_{i_1, i_2} = \frac{x_{i_1, i_2}}{\tilde{x}_{i_1, i_2}}. \quad (49)$$

O conjunto de discrepâncias relevantes do sinal nos entes inspecionáveis é formado a partir da variação dos índices i_1 e i_2 em \tilde{d}_{i_1, i_2} , com $i_n = 1, 2, \dots, J_n$ e $n = 1, 2$. As discrepâncias relevantes são organizadas em uma matriz $\tilde{\mathbf{D}} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2}$, definida em termos de seus elementos como $[\tilde{\mathbf{D}}]_{i_1, i_2} = \tilde{d}_{i_1, i_2}$, calculada por

$$\tilde{\mathbf{D}} = \mathbf{X} \circ \tilde{\mathbf{X}}. \quad (50)$$

Calcula-se a expectativa útil \check{x}_{i_1, i_2} para o sinal x_{i_1, i_2} no ente inspecionável e_{i_1, i_2} como

$$\check{x}_{i_1, i_2} = \max\{\hat{x}_{i_1, i_2}, \tau\}. \quad (51)$$

O conjunto de expectativas úteis é formado a partir da variação dos índices i_1 e i_2 em \check{x}_{i_1, i_2} , com $i_n = 1, 2, \dots, J_n$ e $n = 1, 2$. As expectativas úteis são organizadas em uma matriz $\check{\mathbf{X}} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2}$, definida em termos de seus elementos como $[\check{\mathbf{X}}]_{i_1, i_2} = \check{x}_{i_1, i_2}$, calculada por

$$\check{\mathbf{X}} = \mathbf{max}\{\hat{\mathbf{X}}, \mathbf{T}\} \quad (52)$$

em que a matriz $\mathbf{T} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2}$ é definida em termos de seus elementos como $[\mathbf{T}]_{i_1, i_2} = \tau^3$.

Calcula-se a discrepância útil \check{d}_{i_1, i_2} do sinal em um ente inspecionável e_{i_1, i_2} como

$$\check{d}_{i_1, i_2} = \frac{x_{i_1, i_2}}{\check{x}_{i_1, i_2}}. \quad (53)$$

O conjunto de discrepâncias úteis do sinal nos entes inspecionáveis é formado a partir da variação do índice i_1 e i_2 em \check{d}_{i_1, i_2} , com $i_n = 1, 2, \dots, J_n$ e $n = 1, 2$. As discrepâncias úteis são organizadas em uma matriz $\check{\mathbf{D}} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2}$, definida em termos de seus elementos como $[\check{\mathbf{D}}]_{i_1, i_2} = \check{d}_{i_1, i_2}$, calculada por

$$\check{\mathbf{D}} = \mathbf{X} \circ \check{\mathbf{X}}. \quad (54)$$

³ Observe que é possível a utilização de diferentes valores de τ para diferentes conjunções de componentes i_1, i_2 caso entenda-se interessante.

5.2.1 Comportamento da discrepância

O Quadro 4 mostra como a discrepância d_{i_1, i_2} em um ente inspecionável e_{i_1, i_2} , definida na Seção 5.2, se comporta quando ocorre variação em um sinal y_{j_1, j_2} em um vértice v_{j_1, j_2} . Quando é informado que a discrepância d_{i_1, i_2} aumenta (ou diminui) rel., o valor absoluto da discrepância d_{i_1, i_2} não é alterado pela variação no sinal y_{j_1, j_2} , mas, relativamente ao novo valor da discrepância d_{j_1, j_2} em e_{j_1, j_2} , a discrepância d_{i_1, i_2} em e_{i_1, i_2} é maior (ou menor).

Quadro 4 – Comportamento da discrepância no ente inspecionável e_{i_1, i_2} em razão de variação em um sinal y_{j_1, j_2} em grafos bidimensionais com conexões ilimitadas.

$j_1, j_2 = i_1, i_2$	$w_{i_1, i_2, j_1, j_2} > 0$	y_{j_1, j_2}	d_{i_1, i_2}
Sim	Sim	-	<i>Situação impossível</i>
Sim	Não	Aumenta	Aumenta
Sim	Não	Diminui	Diminui
Não	Sim	Aumenta	Diminui
Não	Sim	Diminui	Aumenta
Não	Não	Aumenta	Diminui rel.
Não	Não	Diminui	Aumenta rel.

Fonte: Autor

Notas: O caractere “-” indica que a informação é irrelevante para a análise do comportamento de d_{i_1, i_2} .

A abreviação “rel.” indica que a variação é “relativamente à d_{j_1, j_2} ”.

5.2.2 Adequação do método

Considere que o regulador tenha as mesmas restrições citadas na Seção 5.1.2, ou seja, Q fiscais que podem ser alocados a no máximo S entes inspecionáveis por rodada de inspeção t .

A capacidade média de redução na taxa de inadequação x_{i_1, i_2} de um ente inspecionável e_{i_1, i_2} por fiscal a cada rodada de inspeção é especificada por μ_{i_1, i_2} . O conjunto de capacidades médias de redução é formado a partir da variação dos índices i_1 e i_2 em μ_{i_1, i_2} , com $i_n = 1, 2, \dots, J_n$ e $n = 1, 2$. As capacidades médias de redução são especificadas pela matriz $\mathbf{M} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2}$, definida em termos dos seus elementos como $[\mathbf{M}]_{i_1, i_2} = \mu_{i_1, i_2}$.

$\check{\mathbf{D}}$ é uma matriz cujo elemento $[\check{\mathbf{D}}]_{i_1, i_2} = \check{d}_{i_1, i_2}$ representa a discrepância útil no ente inspecionável e_{i_1, i_2} .

Um ente inspecionável e_{i_1, i_2} selecionado para inspeção é especificado por $s_{i_1, i_2} = 1$. Os entes inspecionáveis selecionáveis são representados pela matriz $\mathbf{S} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2}$, definida em termos dos seus elementos como $[\mathbf{S}]_i = s_{i_1, i_2}$.

A quantidade de fiscais alocados para cada ente inspecionável e_{i_1, i_2} é especificada por q_{i_1, i_2} . As quantidades de fiscais alocados por ente inspecionável selecionável são representadas pela matriz $\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2}$, definida em termos dos seus elementos como $[\mathbf{Q}]_{i_1, i_2} = q_{i_1, i_2}$.

Assim, propõe-se a utilização de um método para seleção dos entes inspecionáveis e alocação de fiscais a cada rodada de inspeção t .

Proposição 5. No caso de grafos bidimensionais com conexões ilimitadas, propõe-se a utilização do método descrito pelo Algoritmo 3 para seleção dos entes inspecionáveis e alocação de fiscais a cada rodada de inspeção.

Algoritmo 3 – Método proposto para grafos bidimensionais com conexões ilimitadas.

Entradas: S, Q, \mathcal{W}, M, Y e T	
Saídas: S e Q	
Passo	Instrução
1:	$Z \leftarrow Y, S \leftarrow \mathbf{0}_{J_1 \times J_2}$ e $Q \leftarrow \mathbf{0}_{J_1 \times J_2}$
2:	Enquanto $\sum_{j_1=1}^{J_1} \sum_{j_2=1}^{J_2} q_{j_1, j_2} < Q$ faça:
3:	$\hat{X} \leftarrow \mathcal{W} \diamond_{([3,4];[1,2])} Z$
4:	$\check{X} \leftarrow \max\{\hat{X}, T\}$
5:	$\check{D} \leftarrow Z \circ \check{X}$
6:	Se $\sum_{j_1=1}^{J_1} \sum_{j_2=1}^{J_2} s_{j_1, j_2} = S$ faça $\check{D} \leftarrow \check{D} \otimes S$
7:	$i_1 \leftarrow j_1$ e $i_2 \leftarrow j_2 \mid \check{d}_{j_1, j_2} = \max[\check{D}]$
8:	$q_{i_1, i_2} \leftarrow q_{i_1, i_2} + 1$
9:	Se $\sum_{j_1=1}^{J_1} \sum_{j_2=1}^{J_2} s_{j_1, j_2} < S$ e $s_{i_1, i_2} = 0$ faça $s_{i_1, i_2} \leftarrow 1$
10:	$z_{i_1, i_2} \leftarrow z_{i_1, i_2} - \mu_{i_1, i_2}$
11:	Retorne: S e Q

Fonte: Autor.

5.3 GRAFOS MULTIDIMENSIONAIS

Os conceitos desenvolvidos para grafos bidimensionais nas Seções 5.1 e 5.2 podem ser expandidos a grafos multidimensionais de N dimensões.

Para tanto, considere um grafo multidimensional $\mathcal{W} = (\mathbb{V}, \mathbb{W})$ em que \mathbb{V} é o conjunto de vértices de \mathcal{W} e \mathbb{W} é o conjunto de arestas que conectam, unicamente em cada sentido, dois vértices distintos contidos em \mathbb{V} . Os vértices de \mathcal{W} são organizados em N dimensões, cujo número de componentes são J_1, J_2, \dots, J_N . Cada dimensão do grafo representa uma característica utilizada na organização dos vértices do grafo.

Um vértice de \mathcal{W} é representado pela conjunção de N componentes das dimensões do grafo \mathcal{W} , uma componente de cada uma das N dimensões do grafo, e é especificado por v_{j_1, j_2, \dots, j_N} , em que j_n é índice da componente na dimensão n do grafo. O conjunto \mathbb{V} é formado a partir da variação dos índices j_n , com $j_n = 1, 2, \dots, J_n$ e $n = 1, 2, \dots, N$. O número de vértices de \mathcal{W} é dado por $J_1 \times J_2 \times \dots \times J_N$.

Considere que a informação indexada por um vértice de \mathcal{W} representa a taxa de inadequação do serviço naquele vértice e, portanto, é um escalar. O sinal no vértice v_{j_1, j_2, \dots, j_N} de \mathcal{W} é especificado por um escalar y_{j_1, j_2, \dots, j_N} e o conjunto de sinais nos vértices é formado a partir da variação dos índices j_n em y_{j_1, j_2, \dots, j_N} , com $j_n = 1, 2, \dots, J_n$ e $n = 1, 2, \dots, N$.

O sinal no grafo \mathcal{W} , composto por todos os sinais nos vértices de \mathcal{W} , é especificado pelo tensor N -dimensional $\mathcal{Y} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2 \times \dots \times J_N}$, definido em termos dos seus elementos como $[\mathcal{Y}]_{j_1, j_2, \dots, j_N} = y_{j_1, j_2, \dots, j_N}$.

Considere que todo vértice de \mathcal{W} representa um ente inspecionável. Um ente inspecionável é especificado por e_{i_1, i_2, \dots, i_N} com $e_{i_1, i_2, \dots, i_N} = v_{i_1, i_2, \dots, i_N}$. O conjunto \mathbb{E} é formado a partir da variação dos índices i_n em e_{i_1, i_2, \dots, i_N} , com $i_n = 1, 2, \dots, J_n$ e $n = 1, 2, \dots, N$.

O sinal em um ente inspecionável e_{i_1, i_2, \dots, i_N} é definido como a informação indexada pelo vértice v_{i_1, i_2, \dots, i_N} e é especificado pelo escalar x_{i_1, i_2, \dots, i_N} . O conjunto de sinais nos entes inspecionáveis é formado a partir da variação dos índices i_n em x_{i_1, i_2, \dots, i_N} , com $i_n = 1, 2, \dots, J_n$ e $n = 1, 2, \dots, N$. O sinal nos entes inspecionáveis é especificado pelo tensor N -dimensional $\mathcal{X} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2 \times \dots \times J_N}$, definido em termos dos seus elementos como $[\mathcal{X}]_{i_1, i_2, \dots, i_N} = x_{i_1, i_2, \dots, i_N}$. Como todo vértice de \mathcal{W} representa um ente inspecionável, então $x_{i_1, i_2, \dots, i_N} = y_{i_1, i_2, \dots, i_N}, \forall i_1, i_2, \dots, i_N$.

O peso de uma aresta de \mathcal{W} será utilizado para representar a influência relativa que a taxa de inadequação y_{j_1, j_2, \dots, j_N} em um vértice influenciador v_{j_1, j_2, \dots, j_N} exerce na formação da expectativa do regulador $\hat{x}_{i_1, i_2, \dots, i_N}$ quanto à taxa de inadequação x_{i_1, i_2, \dots, i_N} em um ente inspecionável e_{i_1, i_2, \dots, i_N} .

O peso da conexão que chega a v_{i_1, i_2, \dots, i_N} partindo de qualquer vértice v_{j_1, j_2, \dots, j_N} é especificado por um escalar de $2N$ índices $w_{i_1, i_2, \dots, i_N, j_1, j_2, \dots, j_N}$. Os pesos das conexões de \mathcal{W} são representados por um tensor de adjacências $2N$ -dimensional $\mathcal{W} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2 \times \dots \times J_N \times J_1 \times J_2 \times \dots \times J_N}$, definido em termos de seus elementos como $[\mathcal{W}]_{i_1, i_2, \dots, i_N, j_1, j_2, \dots, j_N} = w_{i_1, i_2, \dots, i_N, j_1, j_2, \dots, j_N}$.

A expectativa do regulador quanto ao sinal x_{i_1, i_2, \dots, i_N} em um ente inspecionável e_{i_1, i_2, \dots, i_N} é especificada por $\hat{x}_{i_1, i_2, \dots, i_N}$. O conjunto de expectativas é formado a partir da variação dos índices i_n em $\hat{x}_{i_1, i_2, \dots, i_N}$, com $i_n = 1, 2, \dots, J_n$ e $n = 1, 2, \dots, N$. Esse conjunto de expectativas do regulador é representado matematicamente por um tensor N -dimensional $\hat{\mathcal{X}} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2 \times \dots \times J_N}$, definido em termos dos seus elementos como $[\hat{\mathcal{X}}]_{i_1, i_2, \dots, i_N} = \hat{x}_{i_1, i_2, \dots, i_N}$.

A expectativa do regulador $\hat{x}_{i_1, i_2, \dots, i_N}$ é calculada por

$$\hat{x}_{i_1, i_2, \dots, i_N} = \sum_{j_1, j_2, \dots, j_N} w_{i_1, i_2, \dots, i_N, j_1, j_2, \dots, j_N} y_{j_1, j_2, \dots, j_N}. \quad (55)$$

O tensor $\hat{\mathcal{X}}$ das expectativas do regulador é calculado por

$$\hat{\mathcal{X}} = \mathcal{W} \diamond_{([N+1, N+2, \dots, N+N]; [1, 2, \dots, N])} \mathcal{Y}. \quad (56)$$

Para que o peso das arestas de \mathcal{W} continuem a representar a influência relativa que a taxa de inadequação de um vértice exerce na formação da expectativa do regulador quanto à taxa de inadequação em um ente inspecionável, é preciso que os pesos de todas as arestas que convergem para cada vértice $v_{i_1, i_2, \dots, i_N}, \forall i_1, i_2, \dots, i_N$, de \mathcal{W} sejam normalizados de modo que os seus graus de entrada g_{i_1, i_2, \dots, i_N} sejam iguais a 1. Isso pode ser feito sem perda de generalidade impondo a restrição

$$\sum_{j_1, j_2, \dots, j_N} w_{i_1, i_2, \dots, i_N, j_1, j_2, \dots, j_N} = 1, \forall i_1, i_2, \dots, i_N. \quad (57)$$

A discrepância do sinal x_{i_1, i_2, \dots, i_N} em um ente inspecionável e_{i_1, i_2, \dots, i_N} é especificada por d_{i_1, i_2, \dots, i_N} e calculada por

$$d_{i_1, i_2, \dots, i_N} = \frac{x_{i_1, i_2, \dots, i_N}}{\hat{x}_{i_1, i_2, \dots, i_N}} \quad (58)$$

O conjunto de discrepâncias do sinal nos entes inspecionáveis é formado a partir da variação dos índices i_n em d_{i_1, i_2, \dots, i_N} , com $i_n = 1, 2, \dots, J_n$ e $n = 1, 2, \dots, N$. As discrepâncias do sinal são representadas por um tensor $\mathcal{D} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2 \times \dots \times J_N}$, definido em termos dos seus elementos como $[\mathcal{D}]_{i_1, i_2, \dots, i_N} = d_{i_1, i_2, \dots, i_N}$.

O tensor \mathcal{D} de discrepâncias dos sinais nos entes inspecionáveis é calculada por

$$\mathcal{D} = \mathcal{X} \circ \hat{\mathcal{X}} \quad (59)$$

Como realizado na Seção 3.5, ao definir a taxa de inadequação de forma que $x_{i_1, i_2, \dots, i_N} = 1$ corresponda à taxa de inadequação máxima aceitável, calcula-se a expectativa relevante $\tilde{x}_{i_1, i_2, \dots, i_N}$ para o sinal x_{i_1, i_2, \dots, i_N} no ente inspecionável e_{i_1, i_2, \dots, i_N} como

$$\tilde{x}_{i_1, i_2, \dots, i_N} = \max\{\hat{x}_{i_1, i_2, \dots, i_N}, 1\}. \quad (60)$$

O conjunto de expectativas relevantes é formado a partir da variação dos índices i_n em $\tilde{x}_{i_1, i_2, \dots, i_N}$, com $i_n = 1, 2, \dots, J_n$ e $n = 1, 2, \dots, N$. As expectativas relevantes são organizadas em um tensor $\tilde{\mathcal{X}} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2 \times \dots \times J_N}$, definido em termos de seus elementos como $[\tilde{\mathcal{X}}]_{i_1, i_2, \dots, i_N} = \tilde{x}_{i_1, i_2, \dots, i_N}$, calculado por

$$\tilde{\mathcal{X}} = \max\{\hat{\mathcal{X}}, \mathbf{1}_{J_1 \times J_2 \times \dots \times J_N}\}. \quad (61)$$

Calcula-se a discrepância relevante $\tilde{d}_{i_1, i_2, \dots, i_N}$ do sinal em um ente inspecionável como

$$\tilde{d}_{i_1, i_2, \dots, i_N} = \frac{x_{i_1, i_2, \dots, i_N}}{\tilde{x}_{i_1, i_2, \dots, i_N}}. \quad (62)$$

O conjunto de discrepâncias relevantes do sinal nos entes inspecionáveis é formado a partir da variação dos índices i_n em $\tilde{d}_{i_1, i_2, \dots, i_N}$, com $i_n = 1, 2, \dots, J_n$ e $n = 1, 2, \dots, N$. As discrepâncias relevantes são organizadas em um tensor $\tilde{\mathcal{D}} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2 \times \dots \times J_N}$, definido em termos de seus elementos como $[\tilde{\mathcal{D}}]_{i_1, i_2, \dots, i_N} = \tilde{d}_{i_1, i_2, \dots, i_N}$, calculado por

$$\tilde{\mathcal{D}} = \mathcal{X} \circ \tilde{\mathcal{X}}. \quad (63)$$

Calcula-se a expectativa útil $\check{x}_{i_1, i_2, \dots, i_N}$ para o sinal x_{i_1, i_2, \dots, i_N} no ente inspecionável e_{i_1, i_2, \dots, i_N} como

$$\check{x}_{i_1, i_2, \dots, i_N} = \max\{\hat{x}_{i_1, i_2, \dots, i_N}, \tau\}. \quad (64)$$

O conjunto de expectativas úteis é formado a partir da variação dos índices i_n em $\check{x}_{i_1, i_2, \dots, i_N}$, com $i_n = 1, 2, \dots, J_n$ e $n = 1, 2, \dots, N$. As expectativas úteis são organizadas em um tensor $\check{\mathcal{X}} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2 \times \dots \times J_N}$, definido em termos de seus elementos como $[\check{\mathcal{X}}]_{i_1, i_2, \dots, i_N} = \check{x}_{i_1, i_2, \dots, i_N}$, calculado por

$$\check{\mathcal{X}} = \max\{\hat{\mathcal{X}}, \mathcal{T}\} \quad (65)$$

em que $\mathcal{T} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2 \times \dots \times J_N}$ é um tensor definido em termos de seus elementos como $[\mathcal{T}]_{i_1, i_2, \dots, i_N} = \tau^4$.

Calcula-se a discrepância útil $\check{d}_{i_1, i_2, \dots, i_N}$ do sinal em um ente inspecionável e_{i_1, i_2, \dots, i_N} como

$$\check{d}_{i_1, i_2, \dots, i_N} = \frac{x_{i_1, i_2, \dots, i_N}}{\check{x}_{i_1, i_2, \dots, i_N}}. \quad (66)$$

O conjunto de discrepâncias úteis do sinal nos entes inspecionáveis é formado a partir da variação dos índices i_n em $\check{d}_{i_1, i_2, \dots, i_N}$, com $i_n = 1, 2, \dots, J_n$ e $n = 1, 2, \dots, N$. As discrepâncias úteis são organizadas em um tensor $\check{\mathcal{D}} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2 \times \dots \times J_N}$, definido em termos de seus elementos como $[\check{\mathcal{D}}]_{i_1, i_2, \dots, i_N} = \check{d}_{i_1, i_2, \dots, i_N}$, calculado por

$$\check{\mathcal{D}} = \mathcal{X} \circ \check{\mathcal{X}}. \quad (67)$$

5.3.1 Comportamento da discrepância

O Quadro 5 mostra como a discrepância d_{i_1, i_2, \dots, i_N} em um ente inspecionável e_{i_1, i_2, \dots, i_N} , definida na Seção 5.3, se comporta quando ocorre variação em um sinal y_{j_1, j_2, \dots, j_N} em um vértice v_{j_1, j_2, \dots, j_N} . Quando é informado que a discrepância d_{i_1, i_2, \dots, i_N} aumenta (ou diminui) rel., o valor absoluto da discrepância d_{i_1, i_2, \dots, i_N} não é alterado pela variação no sinal y_{j_1, j_2, \dots, j_N} , mas, relativamente ao novo valor da discrepância d_{j_1, j_2, \dots, j_N} em e_{j_1, j_2, \dots, j_N} , a discrepância d_{i_1, i_2, \dots, i_N} em e_{i_1, i_2, \dots, i_N} é maior (ou menor).

Quadro 5 – Comportamento da discrepância no ente inspecionável e_{i_1, i_2, \dots, i_N} em razão de variação em um sinal y_{j_1, j_2, \dots, j_N} em grafos multidimensionais.

$j_n = i_n \forall n$	$w_{i_1, i_2, \dots, i_N, j_1, j_2, \dots, j_N} > 0$	y_{j_1, j_2, \dots, j_N}	d_{i_1, i_2, \dots, i_N}
Sim	Sim	-	<i>Situação impossível</i>
Sim	Não	Aumenta	Aumenta
Sim	Não	Diminui	Diminui
Não	Sim	Aumenta	Diminui
Não	Sim	Diminui	Aumenta
Não	Não	Aumenta	Diminui rel.
Não	Não	Diminui	Aumenta rel.

Fonte: Autor

Notas: O caractere “-” indica que a informação é irrelevante para a análise do comportamento de d_{i_1, i_2, \dots, i_N} .
A abreviação “rel.” indica que a variação é “relativamente à d_{j_1, j_2, \dots, j_N} ”.

5.3.2 Adequação do método

Considere que o regulador tenha as mesmas restrições citadas na Seção 5.2.2, ou seja, Q fiscais que podem ser alocados a no máximo S entes inspecionáveis por rodada de inspeção t .

⁴ Observe que é possível a utilização de diferentes valores de τ para diferentes conjunções de componentes i_1, i_2, \dots, i_N caso entenda-se interessante.

A capacidade média de redução na taxa de inadequação x_{i_1, i_2, \dots, i_N} de um ente inspecionável e_{i_1, i_2, \dots, i_N} por fiscal a cada rodada de inspeção é especificada por $\mu_{i_1, i_2, \dots, i_N}$. O conjunto de capacidades médias de redução é formado a partir da variação dos índices i_n em $\mu_{i_1, i_2, \dots, i_N}$, com $i_n = 1, 2, \dots, J_n$ e $n = 1, 2, \dots, N$. As capacidades médias de redução são especificadas pelo tensor $\mathcal{M} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2 \times \dots \times J_N}$, definido em termos dos seus elementos como $[\mathcal{M}]_{i_1, i_2, \dots, i_N} = \mu_{i_1, i_2, \dots, i_N}$.

$\check{\mathcal{D}}$ é um tensor cujo elemento $[\check{\mathcal{D}}]_{i_1, i_2, \dots, i_N} = \check{d}_{i_1, i_2, \dots, i_N}$ representa a discrepância útil no ente inspecionável e_{i_1, i_2, \dots, i_N} .

Um ente inspecionável e_{i_1, i_2, \dots, i_N} selecionado para inspeção é especificado por $s_{i_1, i_2, \dots, i_N} = 1$. Os entes inspecionáveis selecionáveis são representados pelo tensor $\mathcal{S} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2 \times \dots \times J_N}$, definido em termos dos seus elementos como $[\mathcal{S}]_{i_1, i_2, \dots, i_N} = s_{i_1, i_2, \dots, i_N}$.

A quantidade de fiscais alocados para cada ente inspecionável e_{i_1, i_2, \dots, i_N} é especificada por q_{i_1, i_2, \dots, i_N} . As quantidades de fiscais alocados por ente inspecionável selecionável são representadas pelo tensor $\mathcal{Q} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2 \times \dots \times J_N}$, definido em termos dos seus elementos como $[\mathcal{Q}]_{i_1, i_2, \dots, i_N} = q_{i_1, i_2, \dots, i_N}$.

Assim, propõe-se a utilização de um método para seleção dos entes inspecionáveis e alocação de fiscais a cada rodada de inspeção t .

Proposição 6. No caso de grafos multidimensionais, propõe-se a utilização do método descrito pelo Algoritmo 4 para seleção dos entes inspecionáveis e alocação de fiscais a cada rodada de inspeção.

Algoritmo 4 – Método proposto para grafos multidimensionais.

Entradas: $S, Q, \mathcal{W}, \mathcal{M}$ e \mathcal{Y} e \mathcal{T}

Saídas: \mathcal{S} e \mathcal{Q}

Passo Instrução

- 1: $\mathcal{Z} \leftarrow \mathcal{Y}, \mathcal{S} \leftarrow \mathbf{0}_{J_1 \times J_2 \times \dots \times J_N}$ e $\mathcal{Q} \leftarrow \mathbf{0}_{J_1 \times J_2 \times \dots \times J_N}$
- 2: Enquanto $\sum_{j_1, j_2, \dots, j_N} q_{j_1, j_2, \dots, j_N} < Q$ faça:
- 3: $\check{\mathcal{X}} \leftarrow \mathcal{W}^{\diamond_{([N+1, N+2, \dots, N+N]; [1, 2, \dots, N])}} \mathcal{Z}$
- 4: $\check{\mathcal{X}} \leftarrow \max\{\check{\mathcal{X}}, \mathcal{T}\}$
- 5: $\check{\mathcal{D}} \leftarrow \mathcal{Z} \odot \check{\mathcal{X}}$
- 6: Se $\sum_{j_1, j_2, \dots, j_N} s_{j_1, j_2, \dots, j_N} = S$ faça $\check{\mathcal{D}} \leftarrow \check{\mathcal{D}} \otimes \mathcal{S}$
- 7: $i_1, i_2, \dots, i_N \leftarrow j_1, j_2, \dots, j_N \mid \check{d}_{j_1, j_2, \dots, j_N} = \max[\check{\mathcal{D}}]$
- 8: $q_{i_1, i_2, \dots, i_N} \leftarrow q_{i_1, i_2, \dots, i_N} + 1$
- 9: Se $\sum_{j_1, j_2, \dots, j_N} s_{j_1, j_2, \dots, j_N} < S$ e $s_{i_1, i_2, \dots, i_N} = 0$ faça $s_{i_1, i_2, \dots, i_N} \leftarrow 1$
- 10: $z_{i_1, i_2, \dots, i_N} \leftarrow z_{i_1, i_2, \dots, i_N} - \mu_{i_1, i_2, \dots, i_N}$
- 11: Retorne: \mathcal{S} e \mathcal{Q}

Fonte: Autor.

5.4 APLICAÇÃO DO MÉTODO

Para ilustrar a aplicabilidade do método proposto neste Capítulo 5, simulou-se, para sucessivas rodadas de inspeção, a taxa de reclamações do consumidor do SMP em

pares município-operadora no Brasil, considerando 3 (três) operadoras fictícias.

A Seção 5.4.1 apresenta o modelo baseado em grafo para a realização das simulações. A Seção 5.4.2 apresenta o resultados das simulações e a Seção 5.4.3 analisa esses resultados.

5.4.1 O modelo baseado em grafo

Suponha que a expectativa real da Anatel durante a evolução da qualidade do SMP seja que:

- a) Em cada par município-operadora influenciado, 50% da expectativa é decorrente das influências advindas dos pares município-operadora das outras operadoras do mesmo município do par influenciado, sendo que, nesse caso o valor das influências é o mesmo para cada par município-operadora influenciador;
- b) Em cada par município-operadora influenciado, 50% da expectativa é decorrente das influências advindas dos pares município-operadora cujos municípios são, segundo o IBGE, influenciadores do município do par influenciado. Neste caso, a influência é proporcional aos deslocamentos de consumidores de um município influenciado para os municípios influenciadores na busca por bens ou serviços em geral (quando a busca externa por bens ou serviços se caracteriza por relações urbanas de proximidade) ou é proporcional à importância das relações de gestão pública e empresarial entre os municípios (quando a busca externa por bens ou serviços é caracterizada por relações de longa distância). Além disso, nesse caso, os valores das influências dos pares município-operadora influenciadores de um mesmo município têm o mesmo valor.

A expectativa real do regulador depende da aplicação. As premissas listadas acima podem ser modificadas dependendo dos objetivos específicos não considerados aqui. Um conjunto diferente de premissas não afeta a aplicabilidade do método proposto.

Considerando as premissas listadas, utilizou-se as informações publicadas pelo IBGE (2020a,b, 2021) e pela Anatel (2022a,b) para construir um modelo baseado em grafo para a expectativa da Anatel sobre a insatisfação do consumidor em cada par município-operadora influenciado com base na insatisfação do consumidor em seus pares município-operadora influenciadores.

Para simular o método proposto, considerou-se um grafo direcionado ponderado $\mathcal{W} = (\mathbb{V}, \mathbb{W})$ em que \mathbb{V} é o conjunto de vértices de \mathcal{W} e \mathbb{W} é o conjunto de arestas de \mathcal{W} . Cada vértice de \mathcal{W} representa um par município-operadora de prestação do SMP. Apenas essas 2 (duas) características foram utilizadas na segmentação da prestação do serviço. Portanto, todos os vértices de \mathcal{W} estão organizados em $N = 2$ dimensões. Um vértice de \mathcal{W} é especificado por v_{j_1, j_2} , em que j_1 e j_2 são os índices do vértice nas dimensões 1 e 2, cujo número de componentes são $J_1 = 5.570$ e $J_2 = 3$. O número de vértices de \mathcal{W} é $J_1 \times J_2 = 16.710$. Assim, o conjunto \mathbb{V} é formado a partir da variação dos índices j_1 e j_2

em v_{j_1, j_2} , com $j_1 = 1, 2, \dots, J_1$ e $j_2 = 1, 2, \dots, J_2$.

Considere que a informação indexada, a cada rodada de inspeção t , por um vértice de \mathcal{W} representa o número de reclamações de consumidores por 50.000 consumidores naquele par município-operadora⁵ e, portanto, pode ser representada por um escalar. O sinal no vértice v_{j_1, j_2} de \mathcal{W} é definido como sendo essa informação e especificado por $y_{j_1, j_2}(t)$. O conjunto de sinais nos vértices é formado a partir da variação dos índices j_1 e j_2 em $y_{j_1, j_2}(t)$, com $j_1 = 1, 2, \dots, J_1$ e $j_2 = 1, 2, \dots, J_2$. O sinal no grafo \mathcal{W} , composto por todos os sinais nos vértices de \mathcal{W} , é especificado pela matriz $\mathbf{Y}(t) \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2}$, definida em termos dos seus elementos como $[\mathbf{Y}(t)]_{j_1, j_2} = y_{j_1, j_2}(t)$.

Considere que as 3 empresas fictícias oferecem o SMP em todos os 5.570 municípios brasileiros e que a operação de cada uma dessas empresas em cada município é passível de inspeção. Assim, todo vértice de \mathcal{W} representa um ente inspecionável especificado por e_{i_1, i_2} e o conjunto de entes inspecionáveis \mathbb{E} é formado a partir da variação dos índices i_1 e i_2 em e_{i_1, i_2} , com $i_1 = 1, 2, \dots, J_1$ e $i_2 = 1, 2, \dots, J_2$.

O sinal em um ente inspecionável e_{i_1, i_2} é definido como a informação indexada pelo vértice v_{i_1, i_2} na rodada de inspeção t e é especificado por $x_{i_1, i_2}(t)$. O conjunto de sinais nos entes inspecionáveis é formado a partir da variação dos índices i_1 e i_2 em $x_{i_1, i_2}(t)$, com $i_1 = 1, 2, \dots, J_1$ e $i_2 = 1, 2, \dots, J_2$. O sinal nos entes inspecionáveis é especificado pela matriz $\mathbf{X}(t) \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2}$, definida em termos dos seus elementos como $[\mathbf{X}(t)]_{i_1, i_2} = x_{i_1, i_2}(t)$. Como todo vértice de \mathcal{W} representa um ente inspecionável, então $x_{i_1, i_2}(t) = y_{j_1, j_2}(t)$, $\forall i_1 = j_1$ e $i_2 = j_2$.

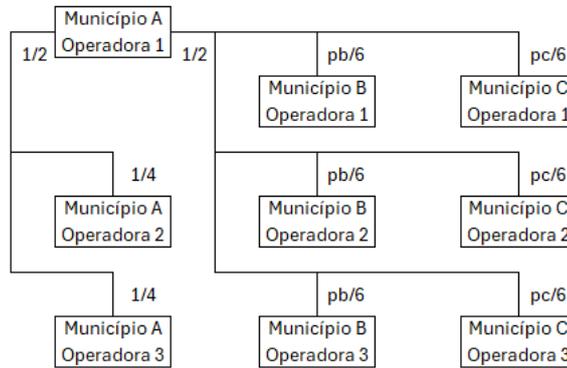
O peso da aresta que conecta o vértice v_{j_1, j_2} ao vértice v_{i_1, i_2} , no sentido de v_{j_1, j_2} para v_{i_1, i_2} , é especificado como w_{i_1, i_2, j_1, j_2} e representa a influência relativa que a taxa $y_{j_1, j_2}(t)$ de reclamações do consumidor em v_{j_1, j_2} exerce na formação da expectativa da Anatel quanto à taxa $x_{i_1, i_2}(t)$ de reclamações do consumidor em v_{i_1, i_2} . Para a definição de todos os w_{i_1, i_2, j_1, j_2} utilizou-se as informações sobre as influências entre os municípios publicadas pelo IBGE e as suposições sobre a expectativa real da Anatel durante a evolução da qualidade do SMP descritas no início desta seção. O conjunto \mathbb{W} é formado a partir da variação dos índices i_1 , i_2 , j_1 e j_2 de w_{i_1, i_2, j_1, j_2} , com $i_1 = 1, 2, \dots, J_1$, $i_2 = 1, 2, \dots, J_2$, $j_1 = 1, 2, \dots, J_1$ e $j_2 = 1, 2, \dots, J_2$. O tensor de adjacências de \mathcal{W} é o tensor $\mathbf{W} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2 \times J_1 \times J_2}$, definido em termos de seus elementos como $[\mathbf{W}]_{i_1, i_2, j_1, j_2} = w_{i_1, i_2, j_1, j_2}$.

O grafo \mathcal{W} completo que representa todas as influências entre os pares município-operadora, determinadas a partir dos dados do IBGE e das suposições sobre a expectativa real da Anatel, possui 16.710 vértices (número de pares município-operadora) e 201.862 arestas com peso maior que zero (número de influências). Como exemplo, a Figura 9 ilustra as influências quando os municípios B e C influenciam, segundo o IBGE, o município A.

Considere que a Anatel tem $Q = 224$ fiscais para atuar nas inspeções dos entes

⁵ Observe que isso define uma reclamação por 50.000 consumidores como a taxa de inadequação máxima aceitável.

Figura 9 – Influências em um par município-operadora.



Fonte: Autor.

Nota: pb e pc são as porcentagens de influência dos municípios B e C, respectivamente, no município A, segundo dados do IBGE.

inspecionáveis. Os fiscais podem ser alocados em no máximo $S = 56$ pares município-operadora por rodada de inspeção t . Suponha que o par município-operadora padrão seja definido como um par município-operadora com 50.000 consumidores do SMP, que um par município-operadora e_{i_1, i_2} tenha $50.000\rho_{i_1, i_2}$ consumidores e que a capacidade média de um inspetor para reduzir a taxa de reclamações do consumidor de um par município-operadora padrão seja μ .

A capacidade de um fiscal de reduzir a taxa de reclamações do consumidor $x_{i_1, i_2}(t)$ em um ente inspecionável e_{i_1, i_2} é diferente para cada fiscal, município, operadora e rodada de inspeção. Para cada rodada de inspeção t , a capacidade de um fiscal qualquer de reduzir a taxa de reclamações do consumidor $x_{i_1, i_2}(t)$ em um ente inspecionável e_{i_1, i_2} é especificada por $r_{i_1, i_2}(t)$. Para modelar a capacidade de redução $r_{i_1, i_2}(t)$ de um fiscal como uma variável aleatória, considere o seguinte:

- a) A capacidade $r_{i_1, i_2}(t)$ é sempre positiva, de modo que uma ação do fiscal nunca piora a taxa de reclamações do consumidor;
- b) A capacidade $r_{i_1, i_2}(t)$ não pode ser ilimitada, portanto deve ser modelada por uma distribuição com suporte limitado;
- c) A capacidade $r_{i_1, i_2}(t)$ de um fiscal de reduzir a taxa de reclamações do consumidor $x_{i_1, i_2}(t)$ varia com o número de consumidores do ente inspecionável e_{i_1, i_2} . Quanto maior o número de consumidores do ente inspecionável, maior a estrutura para prestação do SMP a ser inspecionada e, portanto, menor a capacidade de redução da taxa de reclamações do consumidor por um fiscal.

Considerando as condições listadas, modelou-se a capacidade $r_{i_1, i_2}(t)$ de um fiscal de reduzir, em uma rodada de inspeção, a taxa de reclamações do consumidor $x_{i_1, i_2}(t)$ em um ente inspecionável e_{i_1, i_2} com $50.000\rho_{i_1, i_2}$ consumidores como sendo $r_{i_1, i_2}(t) = \bar{r}/\rho_{i_1, i_2}$, com a variável aleatória \bar{r} , que corresponde à capacidade de um fiscal de reduzir a taxa de reclamações do consumidor em um ente inspecionável padrão, sendo modelada como

uma transformada linear de uma distribuição de Irwin-Hall tal que $\bar{r} \sim 2\mu\mathfrak{I}(3)/3$, em que $\mathfrak{I}(3)$ é a distribuição de Irwin-Hall feita com a soma de três distribuições uniformes independentes de $[0,1]$, de modo que a média da distribuição resultante é μ , o desvio padrão é $\mu/3$ e \bar{r} está distribuída entre 0 e 2μ .

A capacidade $\tilde{r}_{i_1, i_2}(t)$ de uma equipe de $q_{i_1, i_2}(t)$ fiscais de reduzir a taxa de reclamações do consumidor $x_{i_1, i_2}(t)$ varia com a quantidade $q_{i_1, i_2}(t)$ de fiscais alocados ao ente inspecionável e_{i_1, i_2} . Quanto maior a quantidade $q_{i_1, i_2}(t)$ de fiscais alocados ao ente e_{i_1, i_2} , maior a capacidade da equipe de desvendar problemas e, portanto, maior a capacidade $\tilde{r}_{i_1, i_2}(t)$ da equipe de reduzir a taxa de reclamações do consumidor no ente e_{i_1, i_2} em uma rodada de inspeção. Assim, a capacidade $\tilde{r}_{i_1, i_2}(t)$ de uma equipe de $q_{i_1, i_2}(t)$ fiscais de reduzir a taxa de reclamações do consumidor $x_{i_1, i_2}(t)$ em um ente inspecionável e_{i_1, i_2} com $50.000\rho_{i_1, i_2}$ consumidores em uma rodada de inspeção é distribuída tal que $\tilde{r}_{i_1, i_2}(t) \sim q_{i_1, i_2}(t)\bar{r}/\rho_{i_1, i_2}$.

A distribuição da capacidade resultante $\tilde{r}_{i_1, i_2}(t)$ da equipe também é uma transformada linear de uma distribuição de Irwin-Hall, tal que

$$\tilde{r}_{i_1, i_2}(t) \sim \frac{2\mu q_{i_1, i_2}(t)\mathfrak{I}(3)}{3\rho_{i_1, i_2}}, \quad (68)$$

com a média igual a $\frac{\mu q_{i_1, i_2}(t)}{\rho_{i_1, i_2}}$ e o desvio padrão igual a $\frac{\mu\sqrt{q_{i_1, i_2}(t)}}{3\rho_{i_1, i_2}}$.

A atualização de $\tau(t)$ depende da aplicação e vai influenciar diretamente no cálculo da discrepância útil $\check{d}_i(t)$. Como dito na Seção 3.7, $\tau(0) = 1$ e o valor de $\tau(t)$ deve aumentar conforme a qualidade dos serviços evolui. Assim, a atualização de $\tau(t)$, para a aplicação em tela, foi realizada por:

$$\tau(t) = \begin{cases} \tau(t-1) + 1/Q, & \text{se } \sum_{\varphi=t}^{t-\Psi+1} p(\varphi) - \sum_{\varphi=t-\Psi}^{t-2\Psi+1} p(\varphi) < \Psi Q\mu \\ \tau(t-1), & \text{outros,} \end{cases} \quad (69)$$

com $\Psi = 10$ e $p(\varphi)$ sendo o somatório das discrepâncias relevantes $\check{d}_i(\varphi)$ nos entes problemáticos da rodada de inspeção φ .

Dessa forma, se a discrepância média nos entes problemáticos nas últimas Ψ rodadas de inspeção não tiver diminuído em ao menos $Q\mu$, quando comparada a essa mesma discrepância média nas Ψ rodadas anteriores, o valor de $\tau(t)$ é aumentado em $1/Q$ em relação à $\tau(t-1)$.

Para cada rodada de inspeção t , um novo sinal $\mathbf{Y}(t)$ no grafo é gerado. $y_{j_1, j_2}(t)$ é gerado como a soma de um sinal médio $u_{j_1, j_2}(t)$ no vértice v_{j_1, j_2} e um ruído branco Gaussiano $\eta_{j_1, j_2}(t) \sim \mathfrak{N}(0, 0,5)$, limitado inferiormente em 0 em cada vértice, de modo que $y_{j_1, j_2}(t) = \max\{0, u_{j_1, j_2}(t) + \eta_{j_1, j_2}(t)\}$. Assim, $y_{j_1, j_2}(t)$ é modelado como um valor esperado para a taxa de reclamações, no par município-operadora representado pelo vértice v_{j_1, j_2} , em razão dos problemas existentes na estrutura de uma das empresas fictícias para prestação do SMP em um dos municípios brasileiros somado a uma variação aleatória nessa taxa de reclamações.

Para inicialização do sinal médio $u_{j_1, j_2}(0)$ em cada vértice v_{j_1, j_2} , utilizou-se o número de reclamações de consumidores referentes ao SMP em cada par município-operadora (ANATEL, 2022b) e o número de consumidores do SMP por município-operadora (ANATEL, 2022a), ambos de julho de 2022 e publicados pela Anatel. $u_{j_1, j_2}(0)$ é, portanto, a taxa de reclamações de consumidores no par município-operadora representado por v_{j_1, j_2} em julho de 2022. O número de reclamações de consumidores não inclui outros tipos de interação com a Anatel (como denúncias, elogios, pedidos de informação ou outros). Todas as reclamações consideradas foram feitas por reclamantes identificados com um número de telefone, não sendo necessário qualquer outro pré-processamento complexo dos dados.

Para cada método de DIRP simulado, após a inspeção em um ente e_{i_1, i_2} , a redução total $\tilde{r}_{i_1, i_2}(t)$ é subtraída do sinal médio $u_{i_1, i_2}(t)$ no vértice v_{i_1, i_2} , com os resultados limitados inferiormente a 0, de modo que $u_{i_1, i_2}(t+1) = \max\{0, u_{i_1, i_2}(t) - \tilde{r}_{i_1, i_2}(t)\}$.

5.4.2 Resultados das simulações

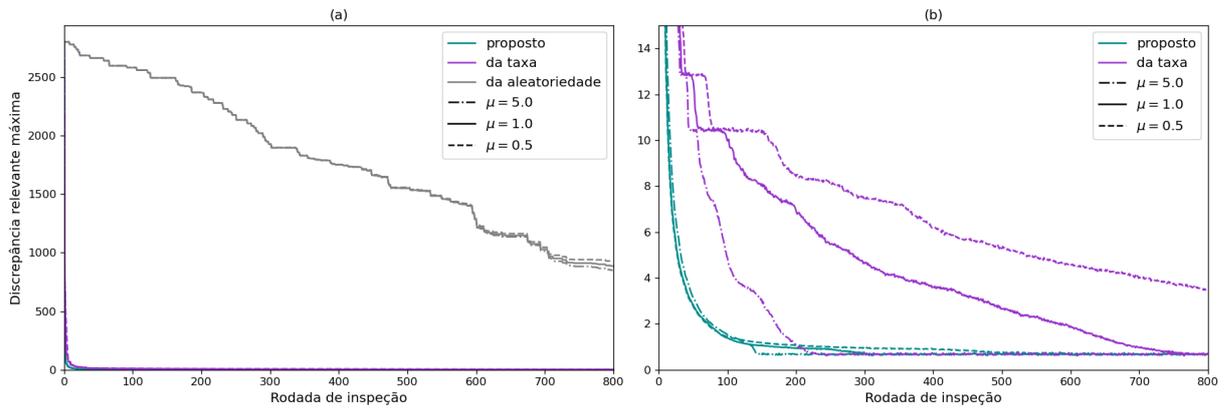
O método proposto foi comparado com outros dois métodos comumente utilizados para o DIRP. No primeiro método usado como referência, o método da aleatoriedade, os entes a serem inspecionados foram selecionados sem qualquer critério de seleção. No segundo método, o método da taxa, os entes com as maiores taxas de reclamações de consumidor foram os selecionados para serem inspecionados. Para comparar o desempenho dos métodos e para avaliar as suas robustezes foram realizadas simulações de Monte Carlo com 50 realizações para três valores diferentes de capacidade média de redução μ de um fiscal. μ foi definido como uma redução de 5, 1 ou 0,5 pontos na taxa de reclamações do consumidor promovida por um fiscal em um ente inspecionável padrão. Os métodos da aleatoriedade e da taxa alocam fiscais de acordo com o número de consumidores em cada ente, tomando como base um fiscal para cada 50.000 consumidores.

Os desempenhos dos métodos foram comparados usando quatro métricas de avaliação. Foram elas:

- a) Discrepância relevante máxima;
- b) Soma das discrepâncias relevantes nos entes problemáticos;
- c) Taxa média de reclamações do consumidor;
- d) Número de entes problemáticos.

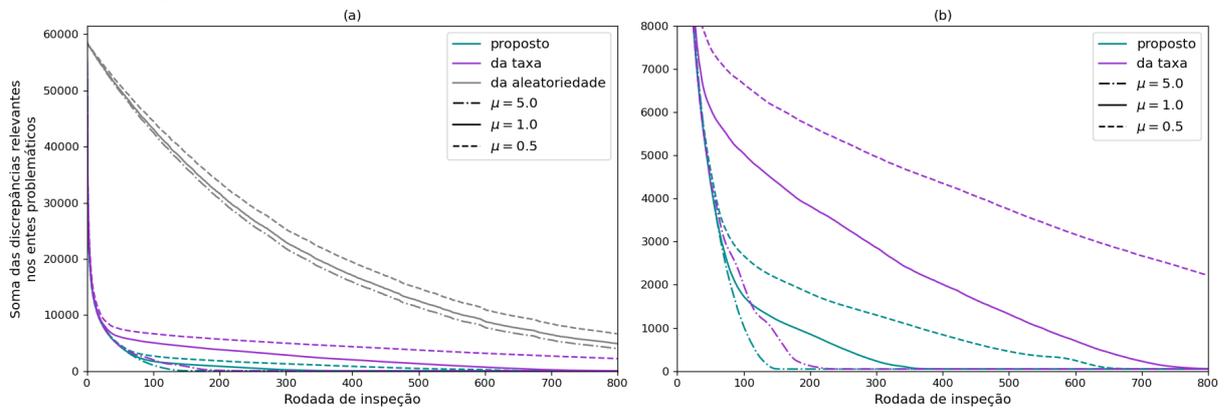
As Figuras 10 a 13 mostram os resultados médios da simulação de Monte Carlo (média de 50 realizações). Nessas figuras, o gráfico em (a) mostra o resultado para todos os métodos, enquanto o gráfico em (b) foca no resultado para o método da taxa e o método proposto. Embora outros fatores possam afetar a evolução da qualidade do serviço, o interesse nesta tese é no efeito que as inspeções realizadas pelos fiscais acarretam na qualidade do serviço, e as simulações apresentadas representam esse efeito.

Figura 10 – Discrepância relevante máxima.



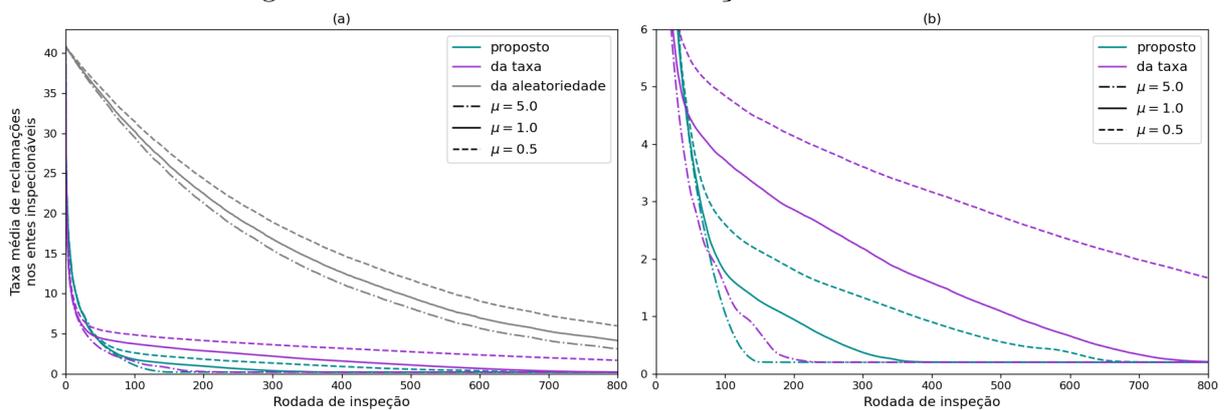
Fonte: Autor.

Figura 11 – Soma das discrepâncias relevantes nos entes problemáticos.



Fonte: Autor.

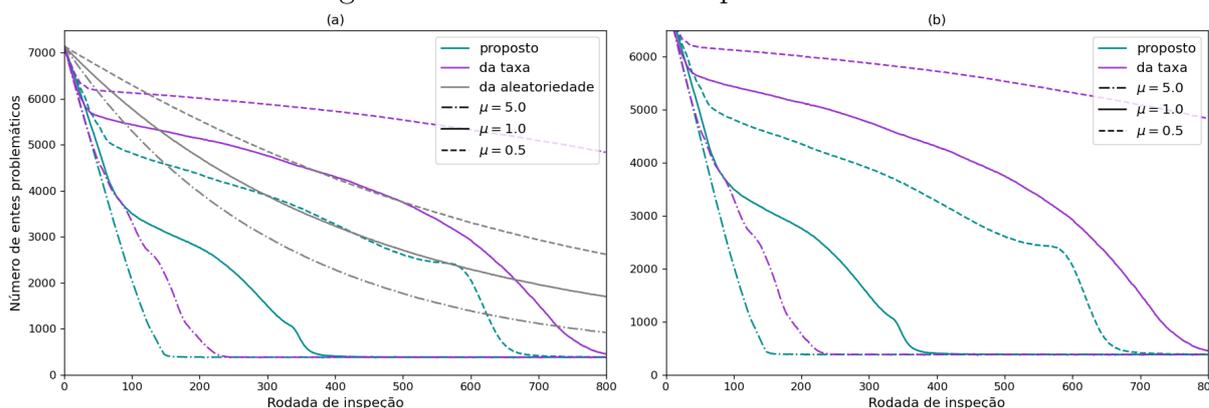
Figura 12 – Taxa média de reclamações do consumidor.



Fonte: Autor.

A Tabela 3 ilustra, para diferentes valores de μ , a máxima melhora relativa na redução das métricas de avaliação devido ao uso do método proposto quando comparado ao método da taxa.

Figura 13 – Número de entes problemáticos.



Fonte: Autor.

Tabela 3 – Máxima melhora relativa na redução das métricas de avaliação devido ao uso do método proposto quando comparado ao método da taxa.

Máxima melhora relativa na	$\mu = 5.0$	$\mu = 1.0$	$\mu = 0.5$
Discrepância relevante máxima	28% em $t = 1$	11% em $t = 2$	20% em $t = 1$
Soma das discrepâncias relevantes (1)	17% em $t = 1$	14% em $t = 1$	19% em $t = 1$
Média das taxas de reclamações	2% em $t = 134$	5% em $t = 124$	6% em $t = 120$
Número de entes problemáticos	38% em $t = 139$	147% em $t = 363$	238% em $t = 661$

Fonte: Autor.

(1) Nos entes problemáticos.

5.4.3 Análise dos resultados

Os resultados das Figuras 10 a 13 ilustram o desempenho superior do método proposto para o direcionamento de inspeções regulatórias planejadas com base no risco de problemas relevantes para a satisfação do consumidor, inclusive para a taxa média de reclamações do consumidor. Esses resultados foram obtidos para diferentes valores da capacidade média de um fiscal de reduzir a taxa de inadequação. As Figuras 10 a 13 mostram que o método proposto desde muito cedo impôs melhorias significativas nas métricas de avaliação, e que essas reduções permaneceram até que o regime permanente fosse alcançado.

A Tabela 3 ilustra em números o desempenho superior do método proposto. Para $\mu = 0,5$, a redução no número de entes problemáticos ao utilizar o método proposto chegou a ser 238% maior do que a redução alcançada pelo método da taxa. Quando a comparação é feita considerando a taxa média de reclamações do consumidor, métrica que reflete a motivação para o desenvolvimento do método da taxa, ainda assim, com $\mu = 0,5$, a redução obtida pelo método proposto chega a ser 6% superior àquela obtida pelo método da taxa.

Um aspecto importante do método baseado em risco proposto neste capítulo é que ele pode ser utilizado para atender aos cinco princípios propostos na Seção 2.2. Sua aplicação à regulação de um serviço de telecomunicações, ilustrada neste capítulo, atende

às leis, permitindo tratamento igualitário para os entes inspecionáveis e usa dados sem as informações pessoais dos consumidores ou informações confidenciais das entidades reguladas. É imparcial porque os dados utilizados são confiáveis, não tendo origem nem no regulador nem nas entidades reguladas. Além disso, não requer um pré-processamento complexo de dados, evitando possíveis desvios éticos. De fato, a definição dos parâmetros do modelo é feita sem aleatoriedade, resultando em um modelo preciso e justo para ser aplicado igualmente a todos os entes inspecionáveis. É consistente com os objetivos de longo prazo da Anatel, ou de qualquer regulador que tenha a satisfação do consumidor como um de seus objetivos de longo prazo, evitando decisões discricionárias que possam permitir usos mal intencionados e que não estejam sujeitas à revisão judicial. É explicável e comunicável porque as definições dos parâmetros do modelo e a avaliação do risco são determinísticas e simples, permitindo a sua comunicação e explicação antecipada e clara a todos os interessados. É transparente e possibilita a responsabilização, pois é auditável, rastreável e reproduzível em todas as etapas, permitindo o escrutínio das ações do regulador. Por fim, é simples de implementar, não exigindo habilidades especiais dos fiscais, e possui complexidade computacional reduzida. Isso permite que os fiscais entendam, aceitem e apliquem o método proposto para DIRP, e facilita a adoção pelos reguladores sem a necessidade de equipamentos ou computadores poderosos e caros.

É importante observar que o desenvolvimento do método proposto não considerou o que os vértices do grafo realmente representam. Os pesos das arestas entre os vértices e o sinal em cada vértice do grafo também são definidos como elementos gerais, sem associação necessária ao problema particular referente às reclamações de consumidor. A discrepância relevante no vértice pode, portanto, ser usada para qualquer análise em que o risco é quantificado como a razão entre as observações do sinal nos vértices do grafo e as expectativas relevantes do regulador para eles. Basta que a transformação do sinal no grafo pela matriz de adjacências modele adequadamente a expectativa do regulador para as relações entre os sinais nos vértices. Assim, o método proposto pode ser aplicado a diferentes segmentações de dados e objetivos.

6 MÚLTIPLAS INFORMAÇÕES NO VÉRTICE

Os Capítulos 3 a 5 analisaram sistemas em que a informação em cada vértice do grafo podia ser representada por um escalar, e portanto, o sinal em cada vértice do grafo também era representado por um escalar. No entanto, em muitas situações pode ser conveniente representar de maneira conjunta, mas independente, múltiplas informações indexadas concomitantemente por um vértice do grafo.

Este capítulo passa a analisar sistemas em que múltiplas informações ocorrem concomitantemente em um vértice do grafo a fim de possibilitar a adequação do método proposto na Seção 3.7 para os casos nos quais esse tipo de modelamento seja conveniente. A Seção 6.1 analisa sistemas representados por grafos unidimensionais em que as múltiplas informações em cada vértice são organizadas em uma única dimensão. A Seção 6.2 expande o realizado na Seção 6.1 para sistemas em que as múltiplas informações em cada vértice do grafo são organizadas em múltiplas dimensões.

6.1 INFORMAÇÕES UNIDIMENSIONAIS NO VÉRTICE

A Seção 3.7 analisou o processamento de sinais em grafos unidimensionais quando a informação em cada vértice do grafo podia ser representada por um escalar. No entanto, múltiplas informações podem ocorrer concomitantemente em um vértice do grafo e pode ser conveniente representá-las de maneira conjunta, mas independente, para o processamento pelo método apresentado na Seção 3.7.

Por exemplo, ao invés de analisar a taxa total de reclamações do consumidor em um ente inspecionável, como no grafo utilizado no Capítulo 4, pode ser conveniente analisar, de maneira conjunta, mas independente, as taxas de reclamações do consumidor segmentadas por tema relacionado à prestação do SMP, como 1) atendimento, 2) cobrança e 3) funcionamento. Nesse caso, o conjunto de sinais em cada vértice do grafo seria composto por 3 informações, cada uma representando o total de reclamações em um dos 3 possíveis temas de reclamação. Essa mudança faria com que os temas de reclamação “disputassem” os recursos de inspeção, levando a fiscalizações por tema de reclamação e direcionando os recursos de inspeção para os temas mais prejudiciais à prestação do serviço. Isso também tornaria as fiscalizações mais específicas e permitiria a alocação de equipes especializadas no tema a ser inspecionado, o que pressupõe um aumento na capacidade de redução na taxa de inadequação por fiscal alocado. Além disso, o regulador pode fazer com que diferentes valores de taxas reais de inadequação correspondam à taxa de inadequação máxima aceitável para cada tema a ser utilizada pelo método de PRInT.

Para tanto, considere um grafo unidimensional $\mathcal{W} = (\mathbb{V}, \mathbb{W})$ em que \mathbb{V} é o conjunto de vértices de \mathcal{W} e \mathbb{W} é o conjunto de arestas que conectam, unicamente em cada sentido, dois vértices distintos contidos em \mathbb{V} . Os vértices de \mathcal{W} são organizados em uma única dimensão, cujo número de componentes é J . A dimensão do grafo representa a característica

utilizada na segmentação dos vértices do grafo.

Um vértice de \mathcal{W} é especificado por v_j , em que j é índice da componente na dimensão n do grafo. O conjunto \mathbb{V} é formado a partir da variação dos índices j , com $j = 1, 2, \dots, J$.

Considere que K informações ocorrem concomitantemente em cada vértice de \mathcal{W} e que uma única característica é utilizada na segmentação dessas informações. Portanto, todas as informações concomitantes em um vértice de \mathcal{W} estão organizadas em uma única dimensão, correspondente a essa característica, cujo número de componentes é K .

Um sinal no vértice v_j de \mathcal{W} é definido como uma informação indexada pelo vértice v_j e é especificado por um escalar $y_{j,k}$, em que k é o índice da componente na dimensão em que as informações foram organizadas. O conjunto de sinais no vértice v_j é formado a partir da variação do índice k em $y_{j,k}$, com $k = 1, 2, \dots, K$. O conjunto de sinais em todos os vértices de \mathcal{W} é formado a partir da variação dos índices j e k em $y_{j,k}$, com $j = 1, 2, \dots, J$ e $k = 1, 2, \dots, K$. O sinal no grafo \mathcal{W} , composto por todos os sinais em todos os vértices de \mathcal{W} , é especificado pela matriz $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^{J \times K}$, definida em termos dos seus elementos como $[\mathbf{Y}]_{j,k} = y_{j,k}$.

Um ente inspecionável é representado por uma combinação de um vértice de \mathcal{W} com uma das componentes da dimensão em que as informações foram organizadas no vértice do grafo. Considere que as combinações de todos os J vértices do grafo e todas as K componentes da dimensão em que as informações foram organizadas no vértice do grafo representem entes inspecionáveis. Assim, um ente inspecionável é especificado por $e_{i,k}$ e o conjunto \mathbb{E} é formado a partir da variação dos índices i e k em $e_{i,k}$, com $i = 1, 2, \dots, J$ e $k = 1, 2, \dots, K$.

O sinal em um ente inspecionável $e_{i,k}$ é definido como a informação no vértice v_i que ocorre na k -ésima componente da dimensão em que as informações foram organizadas no vértice do grafo e é especificado pelo escalar $x_{i,k}$, neste caso com $x_{i,k} = y_{i,k}$. Os sinais nos entes inspecionáveis é especificado pela matriz $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{J \times K}$, definida em termos dos seus elementos como $[\mathbf{X}]_{i,k} = x_{i,k}$.

O peso de uma aresta de \mathcal{W} será utilizado para representar a influência relativa que a taxa de inadequação $y_{j,k}$ em um vértice influenciador v_j exerce na formação da expectativa do regulador $\hat{x}_{i,k}$ quanto à taxa de inadequação $x_{i,k}$ em um ente inspecionável $e_{i,k}$. Observe que as arestas conectam os vértices do grafo, não os sinais nos vértices do grafo. Sendo assim, os pesos das arestas independem do valor de k .

O peso da conexão que chega a v_i partindo de qualquer vértice v_j é especificado por um escalar de dois índices $w_{i,j}$. Os pesos das conexões de \mathcal{W} são representados por uma matriz de adjacências $\mathbf{W} \in \mathbb{R}^{J \times J}$, definida em termos de seus elementos como $[\mathbf{W}]_{i,j} = w_{i,j}$.

A expectativa do regulador quanto ao sinal $x_{i,k}$ em um ente inspecionável $e_{i,k}$ é especificada por $\hat{x}_{i,k}$. O conjunto de expectativas é formado a partir da variação dos

índices i e k em $\hat{x}_{i,k}$, com $i = 1, 2, \dots, J$ e $k = 1, 2, \dots, K$. Esse conjunto de expectativas do regulador é representado matematicamente por uma matriz $\hat{\mathbf{X}} \in \mathbb{R}^{J \times K}$, definida em termos dos seus elementos como $[\hat{\mathbf{X}}]_{i,k} = \hat{x}_{i,k}$.

A expectativa do regulador $\hat{x}_{i,k}$ é calculada por

$$\hat{x}_{i,k} = \sum_j w_{i,j} y_{j,k}. \quad (70)$$

A matriz $\hat{\mathbf{X}}$ das expectativas do regulador é calculada por

$$\hat{\mathbf{X}} = \mathbf{W}\mathbf{Y}. \quad (71)$$

Para que o peso das arestas de \mathcal{W} continuem a representar a influência relativa que o sinal em um vértice exerce na formação da expectativa do regulador quanto o sinal em um ente inspecionável, é preciso que os pesos de todas as arestas que convergem para cada vértice $v_i, \forall i$, de \mathcal{W} sejam normalizados de modo que os seus graus de entrada g_i sejam iguais a 1. Isso pode ser feito sem perda de generalidade impondo a restrição

$$\sum_j w_{i,j} = 1, \forall i. \quad (72)$$

A discrepância do sinal $x_{i,k}$ em um ente inspecionável $e_{i,k}$ é especificada por $d_{i,k}$ e calculada por

$$d_{i,k} = \frac{x_{i,k}}{\hat{x}_{i,k}} \quad (73)$$

O conjunto de discrepâncias do sinal nos entes inspecionáveis é formado a partir da variação dos índices i e k em $d_{i,k}$, com $i = 1, 2, \dots, J$ e $k = 1, 2, \dots, K$. As discrepâncias do sinal no grafo são representadas por uma matriz $\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{J \times K}$, definida em termos dos seus elementos como $[\mathbf{D}]_{i,k} = d_{i,k}$.

A matriz \mathbf{D} de discrepâncias dos sinais nos entes inspecionáveis é calculada por

$$\mathbf{D} = \mathbf{X} \oslash \hat{\mathbf{X}} \quad (74)$$

Como realizado na Seção 3.5, ao definir a taxa de inadequação de forma que $x_{i,k} = 1$ corresponda à taxa de inadequação máxima aceitável, calcula-se a expectativa relevante $\tilde{x}_{i,k}$ para o sinal $x_{i,k}$ no ente inspecionável $e_{i,k}$ como

$$\tilde{x}_{i,k} = \max\{\hat{x}_{i,k}, 1\}. \quad (75)$$

O conjunto de expectativas relevantes é formado a partir da variação dos índices i e k em $\tilde{x}_{i,k}$, com $i = 1, 2, \dots, J$ e $k = 1, 2, \dots, K$. As expectativas relevantes são organizadas em uma matriz $\tilde{\mathbf{X}} \in \mathbb{R}^{J \times K}$, definida em termos de seus elementos como $[\tilde{\mathbf{X}}]_{i,k} = \tilde{x}_{i,k}$, e calculada por

$$\tilde{\mathbf{X}} = \mathbf{max}\{\hat{\mathbf{X}}, \mathbf{1}_{J \times K}\}. \quad (76)$$

Calcula-se a discrepância relevante $\tilde{d}_{i,k}$ do sinal em um ente inspecionável como

$$\tilde{d}_{i,k} = \frac{x_{i,k}}{\tilde{x}_{i,k}}. \quad (77)$$

O conjunto de discrepâncias relevantes do sinal nos entes inspecionáveis é formado a partir da variação dos índices i e k em $\tilde{d}_{i,k}$, com $i = 1, 2, \dots, J$ e $k = 1, 2, \dots, K$. As discrepâncias relevantes são organizadas em uma matriz $\tilde{\mathbf{D}} \in \mathbb{R}^{J \times K}$, definida em termos de seus elementos como $[\tilde{\mathbf{D}}]_{i,k} = \tilde{d}_{i,k}$, e calculada por

$$\tilde{\mathbf{D}} = \mathbf{X} \oslash \tilde{\mathbf{X}}. \quad (78)$$

Calcula-se a expectativa útil $\check{x}_{i,k}$ para o sinal $x_{i,k}$ no ente inspecionável $e_{i,k}$ como

$$\check{x}_{i,k} = \max\{\hat{x}_{i,k}, \tau\}. \quad (79)$$

O conjunto de expectativas úteis é formado a partir da variação dos índices i e k em $\check{x}_{i,k}$, com $i = 1, 2, \dots, J$ e $k = 1, 2, \dots, K$. As expectativas úteis são organizadas em uma matriz $\check{\mathbf{X}} \in \mathbb{R}^{J \times K}$, definida em termos de seus elementos como $[\check{\mathbf{X}}]_{i,k} = \check{x}_{i,k}$, e calculada por

$$\check{\mathbf{X}} = \max\{\hat{\mathbf{X}}, \mathbf{T}\} \quad (80)$$

em que $\mathbf{T} \in \mathbb{R}^{J \times K}$ é uma matriz definida em termos de seus elementos como $[\mathbf{T}]_{i,k} = \tau^1$.

Calcula-se a discrepância útil $\check{d}_{i,k}$ do sinal em um ente inspecionável $e_{i,k}$ como

$$\check{d}_{i,k} = \frac{x_{i,k}}{\check{x}_{i,k}}. \quad (81)$$

O conjunto de discrepâncias úteis do sinal nos entes inspecionáveis é formado a partir da variação dos índices i e k em $\check{d}_{i,k}$, com $i = 1, 2, \dots, J$ e $k = 1, 2, \dots, K$. As discrepâncias úteis são organizadas em uma matriz $\check{\mathbf{D}} \in \mathbb{R}^{J \times K}$, definida em termos de seus elementos como $[\check{\mathbf{D}}]_{i,k} = \check{d}_{i,k}$, e calculada por

$$\check{\mathbf{D}} = \mathbf{X} \oslash \check{\mathbf{X}}. \quad (82)$$

6.1.1 Comportamento da discrepância

O Quadro 6 mostra como a discrepância $d_{i,k}$ em um ente inspecionável $e_{i,k}$, definida na Seção 6.1, se comporta quando ocorre variação em um sinal $y_{j,l}$ em um vértice $v_{j,l}$, com k e l sendo os índices na dimensão em que as informações foram organizadas, respectivamente, do ente inspecionável e do sinal variante. Quando é informado que a discrepância $d_{i,k}$ aumenta (ou diminui) rel., o valor absoluto da discrepância $d_{i,k}$ não é alterado pela variação no sinal $y_{j,l}$, mas, relativamente ao novo valor da discrepância $d_{j,l}$ em $e_{j,l}$, a discrepância $d_{i,k}$ em $e_{i,k}$ é maior (ou menor).

¹ Observe que é possível a utilização de diferentes valores de τ para diferentes conjunções de componentes i,k caso entenda-se interessante.

Quadro 6 – Comportamento da discrepância no ente inspecionável $e_{i,k}$ em razão de variação em um sinal $y_{j,l}$ em grafos com informações unidimensionais no vértice.

$j = i$	$w_{i,j} > 0$	$l = k$	$y_{j,l}$	$d_{i,k}$
Sim	Sim	-	-	<i>Situação impossível</i>
Sim	Não	Sim	Aumenta	Aumenta
Sim	Não	Sim	Diminui	Diminui
Não	Sim	Sim	Aumenta	Diminui
Não	Sim	Sim	Diminui	Aumenta
Não	Não	-	Aumenta	Diminui rel.
Não	Não	-	Diminui	Aumenta rel.
-	Não	Não	Aumenta	Diminui rel.
-	Não	Não	Diminui	Aumenta rel.
Não	-	Não	Aumenta	Diminui rel.
Não	-	Não	Diminui	Aumenta rel.

Fonte: Autor

Notas: O caractere “-” indica que a informação é irrelevante para a análise do comportamento de $d_{i,k}$.
A abreviação “rel.” indica que a variação é “relativamente à $d_{j,l}$ ”.

6.1.2 Adequação do método

Considere que o regulador tenha as mesmas restrições citadas na Seção 3.7, ou seja, Q fiscais que podem ser alocados a no máximo S entes inspecionáveis por rodada de inspeção t .

A capacidade média de redução na taxa de inadequação $x_{i,k}$ de um ente inspecionável $e_{i,k}$ por fiscal a cada rodada de inspeção é especificada por $\mu_{i,k}$. O conjunto de capacidades médias de redução é formado a partir da variação dos índices i e k em $\mu_{i,k}$, com $i = 1, 2, \dots, J$ e $k = 1, 2, \dots, K$. As capacidades médias de redução são especificadas pela matriz $\mathbf{M} \in \mathbb{R}^{J \times K}$, definida em termos dos seus elementos como $[\mathbf{M}]_{i,k} = \mu_{i,k}$.

$\check{\mathbf{D}}$ é uma matriz cujo elemento $[\check{\mathbf{D}}]_{i,k} = \check{d}_{i,k}$ representa a discrepância útil no ente inspecionável $e_{i,k}$.

Um ente inspecionável $e_{i,k}$ selecionado para inspeção é especificado por $s_{i,k} = 1$. Os entes inspecionáveis selecionáveis são representados pela matriz $\mathbf{S} \in \mathbb{R}^{J \times K}$, definida em termos dos seus elementos como $[\mathbf{S}]_{i,k} = s_{i,k}$.

A quantidade de fiscais alocados para cada ente inspecionável $e_{i,k}$ é especificada por $q_{i,k}$. As quantidades de fiscais alocados por ente inspecionável selecionável são representadas pela matriz $\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^{J \times K}$, definida em termos dos seus elementos como $[\mathbf{Q}]_{i,k} = q_{i,k}$.

Assim, propõe-se a utilização de um método para seleção dos entes inspecionáveis e alocação de fiscais a cada rodada de inspeção t .

Proposição 7. No caso de grafos com informações unidimensionais no vértice, propõe-se a utilização do método descrito pelo Algoritmo 5 para seleção dos entes inspecionáveis e alocação de fiscais a cada rodada de inspeção.

Algoritmo 5 – Método proposto para grafos com informações unidimensionais no vértice.

Entradas: S, Q, W, M, Y e T

Saídas: S e Q

Passo	Instrução
-------	-----------

- | | |
|-----|---|
| 1: | $Z \leftarrow Y, S \leftarrow \mathbf{0}_{J \times K}$ e $Q \leftarrow \mathbf{0}_{J \times K}$ |
| 2: | Enquanto $\sum_{j,k} q_{j,k} < Q$ faça: |
| 3: | $\hat{X} \leftarrow WZ$ |
| 4: | $\check{X} \leftarrow \max\{\hat{X}, T\}$ |
| 5: | $\check{D} \leftarrow Z \circ \check{X}$ |
| 6: | Se $\sum_{j,k} s_{j,k} = S$ faça $\check{D} \leftarrow \check{D} \otimes S$ |
| 7: | $i, k \leftarrow j, l \mid \check{d}_{j,l} = \max[D]$ |
| 8: | $q_{i,k} \leftarrow q_{i,k} + 1$ |
| 9: | Se $\sum_{j,l} s_{j,l} < S$ e $s_{i,k} = 0$ faça $s_{i,k} \leftarrow 1$ |
| 10: | $z_{i,k} \leftarrow z_{i,k} - \mu_{i,k}$ |
| 11: | Retorne: S e Q |
-

Fonte: Autor.

6.1.3 Similaridade a grafo multidimensional de sinal escalar

A representação dos sinais nos vértices do grafo apresentada na Seção 6.1, e por consequência a representação matricial do sinal no grafo, permite que se possa organizar informações em um vértice em diferentes componentes da matriz do sinal no grafo. Essa representação passa a permitir um entendimento mais intuitivo do sistema estudado.

No entanto, o mesmo sistema analisado na Seção 6.1 poderia ser representado por um grafo multidimensional de K dimensões iguais, sem conexões entre elas, e sinal escalar nos vértices. Para tanto, basta considerar que o sinal na k -ésima dimensão do grafo corresponderá a um sinal formado pelas informações da k -ésima componente da dimensão em que as informações no vértice foram organizadas. Desta forma, a formulação a ser utilizada seria a apresentada na Seção 5.3, com $N = K$ e $J_n = J, \forall n$.

6.1.4 Similaridade a grafo unidimensional de sinal escalar

O sistema analisado na Seção 6.1 também poderia ser representado por um grafo \mathcal{V} unidimensional com sinal escalar, cuja matriz de adjacências $V \in \mathbb{R}^{JK \times JK}$ seria dada pelo produto de Kronecker entre uma matriz identidade de ordem K e a matriz de adjacências W da Seção 6.1, enquanto o sinal $y \in \mathbb{R}^{JK}$ no grafo \mathcal{V} seria representado pela vetorização em colunas da matriz Y da Seção 6.1. V e y seriam dados por

$$V = I_K \otimes W, \quad (83)$$

em que I_K é a matriz identidade de ordem K , \otimes representa o produto de Kronecker como definido na Seção A.1.3 do Apêndice A, $W \in \mathbb{R}^{J \times J}$ é a matriz de adjacências utilizada na Seção 6.1 e

$$y = \text{vec}(Y), \quad (84)$$

em que $\text{vec}(\mathbf{A})$ representa a vetorização da matriz \mathbf{A} como definido na Seção A.1.4 do Apêndice A e \mathbf{Y} é o sinal no grafo utilizado na Seção 6.1.

Assim, passa-se a ter um vetor $\hat{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^{JK}$ das expectativas do regulador calculado por

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{V} \mathbf{y} \quad (85)$$

e as discrepâncias do sinal passam a ser representadas por um vetor de discrepâncias $\mathbf{d} \in \mathbb{R}^{JK}$ calculado por

$$\mathbf{d} = \mathbf{x} \circ \hat{\mathbf{x}}. \quad (86)$$

O vetor de expectativas relevantes $\tilde{\mathbf{x}}$ será calculado por

$$\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{max}\{\mathbf{1}_{JK}, \hat{\mathbf{x}}\}. \quad (87)$$

O vetor de discrepâncias relevantes $\tilde{\mathbf{d}}$ será calculado por

$$\tilde{\mathbf{d}} = \mathbf{x} \circ \tilde{\mathbf{x}}. \quad (88)$$

O vetor de expectativas úteis $\check{\mathbf{x}}$ será calculado por

$$\check{\mathbf{x}} = \mathbf{max}\{\hat{\mathbf{x}}, \boldsymbol{\tau}\} \quad (89)$$

em que $\boldsymbol{\tau} \in \mathbb{R}^{JK}$ é um vetor definido em termos de seus elementos como $[\boldsymbol{\tau}]_i = \tau$.

O vetor de discrepâncias úteis $\check{\mathbf{d}}$ será calculado por

$$\check{\mathbf{d}} = \mathbf{x} \circ \check{\mathbf{x}}. \quad (90)$$

Apesar da similaridade exemplificada nesta seção, a matriz de adjacências \mathbf{V} , do grafo unidimensional \mathcal{V} com sinal \mathbf{y} , seria ainda mais esparsa que a matriz de adjacências \mathbf{W} de \mathcal{W} da Seção 6.1 devido à operação (83). A matriz resultante do produto de Kronecker seria formada por valores redundantes gerados pela reprodução natural gerada por esse produto, exigindo uma implementação adequada do processamento dos dados para evitar o uso desnecessário de recursos computacionais.

6.2 INFORMAÇÕES MULTIDIMENSIONAIS NO VÉRTICE

A Seção 6.1 analisou o processamento de sinais em grafos unidimensionais quando múltiplas informações ocorrem concomitantemente em um vértice do grafo, uma única característica é utilizada na segmentação dessas informações e, portanto, todas essas informações são organizadas em uma única dimensão do sinal, correspondente a essa característica. No entanto, pode ser conveniente organizar as informações indexadas concomitantemente em um vértice do grafo em múltiplas dimensões.

Por exemplo, ao invés de analisar as taxas de reclamações do consumidor segmentadas por tema relacionado à prestação de um único serviço, pode ser conveniente analisar

as taxas de reclamações do consumidor segmentadas por tema relacionado à prestação de mais de um serviço. Suponha que se quer analisar as taxas de reclamação de uma empresa na prestação do SMP, Serviço Telefônico Fixo Comutado (STFC) e Serviço de Comunicação Multimídia (SCM), segmentadas nos temas atendimento, cobrança e funcionamento. Nesse caso, o conjunto de sinais em cada vértice do grafo seria composto por 9 informações, cada uma representando o total de reclamações em um dos 3 possíveis temas de reclamação em um dos 3 serviços analisados. Essa mudança faria com que os temas de reclamação e os serviços prestados “disputassem” os recursos de inspeção, levando a fiscalizações por serviço e tema de reclamação e direcionando os recursos de inspeção para pares tema-serviço mais prejudiciais à prestação desses serviços. Isso também tornaria as fiscalizações ainda mais específicas e permitiria a alocação de equipes ainda mais especializadas no tema e no serviço a ser inspecionado, o que pressupõe um aumento na capacidade de redução na taxa de inadequação por fiscal alocado. Além disso, o regulador pode fazer com que diferentes valores de taxas reais de inadequação correspondam à taxa de inadequação máxima aceitável para cada par tema-serviço a ser utilizada pelo método de DIRP.

Para tanto, considere um grafo unidimensional $\mathcal{W} = (\mathbb{V}, \mathbb{W})$ em que \mathbb{V} é o conjunto de vértices de \mathcal{W} e \mathbb{W} é o conjunto de arestas que conectam, unicamente em cada sentido, dois vértices distintos contidos em \mathbb{V} . Os vértices de \mathcal{W} são organizados em uma única dimensão, cujo número de componentes é J . A dimensão do grafo representa a característica utilizada na segmentação dos vértices do grafo.

Um vértice de \mathcal{W} é especificado por v_j , em que j é índice da componente na dimensão n do grafo. O conjunto \mathbb{V} é formado a partir da variação dos índices j , com $j = 1, 2, \dots, J$.

Considere que as múltiplas informações indexadas concomitantemente em cada vértice de \mathcal{W} são organizadas em M dimensões, cujo número de componentes são K_1, K_2, \dots, K_M . Cada dimensão do sinal no vértice grafo representa uma característica utilizada na organização dos sinais.

Um sinal no vértice do grafo é definido como a informação em uma conjunção de M componentes das dimensões em que as informações são organizadas no vértice do grafo, uma componente de cada uma das M dimensões. Um sinal no vértice v_j de \mathcal{W} é especificado por um escalar y_{j,k_1,k_2,\dots,k_M} , em que k_m é o índice da componente na dimensão m em que as informações foram organizadas. O conjunto de sinais no vértice v_j é formado a partir da variação do índice k_m em y_{j,k_1,k_2,\dots,k_M} , com $k_m = 1, 2, \dots, K_m$ e $m = 1, 2, \dots, M$. O conjunto de sinais em todos os vértices de \mathcal{W} é formado a partir da variação dos índices j e k_m em y_{j,k_1,k_2,\dots,k_M} , com $j = 1, 2, \dots, J$, $k_m = 1, 2, \dots, K_m$ e $m = 1, 2, \dots, M$. O sinal no grafo \mathcal{W} , composto por todos os sinais em todos os vértices de \mathcal{W} , é especificado pelo tensor $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^{J \times K_1 \times K_2 \times \dots \times K_M}$, definido em termos dos seus elementos como $[\mathbf{Y}]_{j,k_1,k_2,\dots,k_M} = y_{j,k_1,k_2,\dots,k_M}$.

Um ente inspecionável é representado por uma combinação de um vértice de \mathcal{W} com uma conjunção de M componentes das dimensões em que as informações são organizadas no vértice do grafo, uma componente de cada uma das M dimensões. Considere que as combinações de todos os J vértices do grafo com todas as intersecções das componentes das M dimensões em que as informações foram organizadas nos vértices do grafo representem entes inspecionáveis. Assim, um ente inspecionável é especificado por e_{i,k_1,k_2,\dots,k_M} e o conjunto \mathbb{E} é formado a partir da variação dos índices i e k_m em e_{i,k_1,k_2,\dots,k_M} , com $i = 1, 2, \dots, J$, $k_m = 1, 2, \dots, K_m$ e $m = 1, 2, \dots, M$.

O sinal em um ente inspecionável e_{i,k_1,k_2,\dots,k_M} é definido como a informação, indexada pelo vértice v_i , em uma conjunção de M componentes das dimensões em que as informações são organizadas no vértice do grafo, uma componente de cada uma das M dimensões, e é especificado pelo escalar x_{i,k_1,k_2,\dots,k_M} , neste caso com $x_{i,k_1,k_2,\dots,k_M} = y_{i,k_1,k_2,\dots,k_M}$. Os sinais nos entes inspecionáveis é especificado pelo tensor $\mathcal{X} \in \mathbb{R}^{J \times K_1 \times K_2 \times \dots \times K_M}$, definido em termos dos seus elementos como $[\mathcal{X}]_{i,k_1,k_2,\dots,k_M} = x_{i,k_1,k_2,\dots,k_M}$.

O peso de uma aresta de \mathcal{W} será utilizado para representar a influência relativa que a taxa de inadequação y_{j,k_1,k_2,\dots,k_M} em um vértice influenciador v_j exerce na formação da expectativa do regulador $\hat{x}_{i,k_1,k_2,\dots,k_M}$ quanto à taxa de inadequação x_{i,k_1,k_2,\dots,k_M} em um ente inspecionável e_{i,k_1,k_2,\dots,k_M} . Observe que as arestas conectam os vértices do grafo, não os sinais nos vértices no grafo. Sendo assim, os pesos das arestas independem do valor de k_m .

O peso da conexão que chega a v_i partindo de qualquer vértice v_j é especificado por um escalar de dois índices $w_{i,j}$. Os pesos das conexões de \mathcal{W} são representados por uma matriz de adjacências $\mathbf{W} \in \mathbb{R}^{J \times J}$, definida em termos de seus elementos como $[\mathbf{W}]_{i,j} = w_{i,j}$.

A expectativa do regulador quanto ao sinal x_{i,k_1,k_2,\dots,k_M} em um ente inspecionável e_{i,k_1,k_2,\dots,k_M} é especificada por $\hat{x}_{i,k_1,k_2,\dots,k_M}$. O conjunto de expectativas é formado a partir da variação dos índices i e k_m em $\hat{x}_{i,k_1,k_2,\dots,k_M}$, com $i = 1, 2, \dots, J$, $k_m = 1, 2, \dots, K_m$ e $m = 1, 2, \dots, M$. Esse conjunto de expectativas do regulador é representado matematicamente por um tensor $\hat{\mathcal{X}} \in \mathbb{R}^{J \times K_1 \times K_2 \times \dots \times K_M}$, definido em termos dos seus elementos como $[\hat{\mathcal{X}}]_{i,k_1,k_2,\dots,k_M} = \hat{x}_{i,k_1,k_2,\dots,k_M}$.

A expectativa do regulador $\hat{x}_{i,k_1,k_2,\dots,k_M}$ é calculada por

$$\hat{x}_{i,k_1,k_2,\dots,k_M} = \sum_j w_{i,j} y_{j,k_1,k_2,\dots,k_M}. \quad (91)$$

O tensor $\hat{\mathcal{X}}$ de expectativas do regulador é calculado por

$$\hat{\mathcal{X}} = \mathbf{W} \diamond_{([2];[1])} \mathcal{Y}. \quad (92)$$

Para que o peso das arestas de \mathcal{W} continuem a representar a influência relativa que o sinal em um vértice exerce na formação da expectativa do regulador quanto o sinal em um ente inspecionável, é preciso que os pesos de todas as arestas que convergem para

cada vértice $v_i, \forall i$, de \mathcal{W} sejam normalizados de modo que os seus graus de entrada g_i sejam iguais a 1. Isso pode ser feito sem perda de generalidade impondo a restrição

$$\sum_j w_{i,j} = 1, \forall i. \quad (93)$$

A discrepância do sinal x_{i,k_1,k_2,\dots,k_M} em um ente inspecionável e_{i,k_1,k_2,\dots,k_M} é especificada por d_{i,k_1,k_2,\dots,k_M} e calculada por

$$d_{i,k_1,k_2,\dots,k_M} = \frac{x_{i,k_1,k_2,\dots,k_M}}{\hat{x}_{i,k_1,k_2,\dots,k_M}} \quad (94)$$

O conjunto de discrepâncias do sinal nos entes inspecionáveis é formado a partir da variação dos índices i e k_m em d_{i,k_1,k_2,\dots,k_M} , com $i = 1, 2, \dots, J$, $k_m = 1, 2, \dots, K_m$ e $m = 1, 2, \dots, M$. As discrepâncias do sinal no grafo são representadas por um tensor $\mathcal{D} \in \mathbb{R}^{J \times K_1 \times K_2 \times \dots \times K_M}$, definido em termos dos seus elementos como $[\mathcal{D}]_{i,k_1,k_2,\dots,k_M} = d_{i,k_1,k_2,\dots,k_M}$.

O tensor \mathcal{D} de discrepâncias dos sinais nos entes inspecionáveis é calculado por

$$\mathcal{D} = \mathcal{X} \oslash \hat{\mathcal{X}} \quad (95)$$

Como realizado na Seção 3.5, ao definir a taxa de inadequação de forma que $x_{i,k_1,k_2,\dots,k_M} = 1$ corresponda à taxa de inadequação máxima aceitável, calcula-se a expectativa relevante $\tilde{x}_{i,k_1,k_2,\dots,k_M}$ para o sinal x_{i,k_1,k_2,\dots,k_M} no ente inspecionável e_{i,k_1,k_2,\dots,k_M} como

$$\tilde{x}_{i,k_1,k_2,\dots,k_M} = \max\{\hat{x}_{i,k_1,k_2,\dots,k_M}, 1\}. \quad (96)$$

O conjunto de expectativas relevantes é formado a partir da variação dos índices i e k_m em $\tilde{x}_{i,k_1,k_2,\dots,k_M}$, com $i = 1, 2, \dots, J$, $k_m = 1, 2, \dots, K_m$ e $m = 1, 2, \dots, M$. As expectativas relevantes são organizadas em um tensor $\tilde{\mathcal{X}} \in \mathbb{R}^{J \times K_1 \times K_2 \times \dots \times K_M}$, definido em termos de seus elementos como $[\tilde{\mathcal{X}}]_{i,k_1,k_2,\dots,k_M} = \tilde{x}_{i,k_1,k_2,\dots,k_M}$, e calculado por

$$\tilde{\mathcal{X}} = \mathbf{max}\{\hat{\mathcal{X}}, \mathbf{1}_{J \times K_1 \times K_2 \times \dots \times K_M}\}. \quad (97)$$

Calcula-se a discrepância relevante $\tilde{d}_{i,k_1,k_2,\dots,k_M}$ do sinal em um ente inspecionável como

$$\tilde{d}_{i,k_1,k_2,\dots,k_M} = \frac{x_{i,k_1,k_2,\dots,k_M}}{\tilde{x}_{i,k_1,k_2,\dots,k_M}}. \quad (98)$$

O conjunto de discrepâncias relevantes do sinal nos entes inspecionáveis é formado a partir da variação dos índices i e k_m em $\tilde{d}_{i,k_1,k_2,\dots,k_M}$, com $i = 1, 2, \dots, J$, $k_m = 1, 2, \dots, K_m$ e $m = 1, 2, \dots, M$. As discrepâncias relevantes são organizadas em um tensor $\tilde{\mathcal{D}} \in \mathbb{R}^{J \times K_1 \times K_2 \times \dots \times K_M}$, definido em termos de seus elementos como $[\tilde{\mathcal{D}}]_{i,k_1,k_2,\dots,k_M} = \tilde{d}_{i,k_1,k_2,\dots,k_M}$, e calculado por

$$\tilde{\mathcal{D}} = \mathcal{X} \oslash \tilde{\mathcal{X}}. \quad (99)$$

Calcula-se a expectativa útil $\check{x}_{i,k_1,k_2,\dots,k_M}$ para o sinal x_{i,k_1,k_2,\dots,k_M} no ente inspecionável e_{i,k_1,k_2,\dots,k_M} como

$$\check{x}_{i,k_1,k_2,\dots,k_M} = \max\{\hat{x}_{i,k_1,k_2,\dots,k_M}, \tau\}. \quad (100)$$

O conjunto de expectativas úteis é formado a partir da variação dos índices i e k_m em $\check{x}_{i,k_1,k_2,\dots,k_M}$, com $i = 1, 2, \dots, J$, $k_m = 1, 2, \dots, K_M$ e $m = 1, 2, \dots, M$. As expectativas úteis são organizadas em um tensor $\check{\mathcal{X}} \in \mathbb{R}^{J \times K_1 \times K_2 \times \dots \times K_M}$, definido em termos de seus elementos como $[\check{\mathcal{X}}]_{i,k_1,k_2,\dots,k_M} = \check{x}_{i,k_1,k_2,\dots,k_M}$, e calculado por

$$\check{\mathcal{X}} = \max\{\hat{\mathcal{X}}, \mathcal{T}\} \quad (101)$$

em que $\mathcal{T} \in \mathbb{R}^{J \times K_1 \times K_2 \times \dots \times K_M}$ é um tensor definido em termos de seus elementos como $[\mathcal{T}]_{i,k_1,k_2,\dots,k_M} = \tau^2$.

Calcula-se a discrepância útil $\check{d}_{i,k_1,k_2,\dots,k_M}$ do sinal em um ente inspecionável e_{i,k_1,k_2,\dots,k_M} como

$$\check{d}_{i,k_1,k_2,\dots,k_M} = \frac{x_{i,k_1,k_2,\dots,k_M}}{\check{x}_{i,k_1,k_2,\dots,k_M}}. \quad (102)$$

O conjunto de discrepâncias úteis do sinal nos entes inspecionáveis é formado a partir da variação dos índices i e k_m em $\check{d}_{i,k_1,k_2,\dots,k_M}$, com $i = 1, 2, \dots, J$, $k_m = 1, 2, \dots, K_M$ e $m = 1, 2, \dots, M$. As discrepâncias úteis são organizadas em um tensor $\check{\mathcal{D}} \in \mathbb{R}^{J \times K_1 \times K_2 \times \dots \times K_M}$, definido em termos de seus elementos como $[\check{\mathcal{D}}]_{i,k_1,k_2,\dots,k_M} = \check{d}_{i,k_1,k_2,\dots,k_M}$, e calculado por

$$\check{\mathcal{D}} = \mathcal{X} \oslash \check{\mathcal{X}}. \quad (103)$$

6.2.1 Comportamento da discrepância

O Quadro 7 mostra como a discrepância d_{i,k_1,k_2,\dots,k_M} em um ente inspecionável e_{i,k_1,k_2,\dots,k_M} , definida na Seção 6.2, se comporta quando ocorre variação em um sinal y_{j,l_1,l_2,\dots,l_M} em um vértice v_j , com k_m e l_m sendo os índices na dimensão em que as informações foram organizadas, respectivamente, do ente inspecionável e do sinal variante. Quando é informado que a discrepância d_{i,k_1,k_2,\dots,k_M} aumenta (ou diminui) rel., o valor absoluto da discrepância d_{i,k_1,k_2,\dots,k_M} não é alterado pela variação no sinal y_{j,l_1,l_2,\dots,l_M} , mas, relativamente ao novo valor da discrepância d_{j,l_1,l_2,\dots,l_M} em e_{j,l_1,l_2,\dots,l_M} , a discrepância d_{i,k_1,k_2,\dots,k_M} em e_{i,k_1,k_2,\dots,k_M} é maior (ou menor).

² Observe que é possível a utilização de diferentes valores de τ para diferentes conjunções de componentes i, k_1, k_2, \dots, k_M caso entenda-se interessante.

Quadro 7 – Comportamento da discrepância no ente inspecionável e_{i,k_1,k_2,\dots,k_M} em razão de variação em um sinal y_{j,l_1,l_2,\dots,l_M} em grafos com informações multidimensionais no vértice.

$j = i$	$w_{i,j} > 0$	$l_m = k_m, \forall m$	y_{j,l_1,l_2,\dots,l_M}	d_{i,k_1,k_2,\dots,k_M}
Sim	Sim	-	-	<i>Situação impossível</i>
Sim	Não	Sim	Aumenta	Aumenta
Sim	Não	Sim	Diminui	Diminui
Não	Sim	Sim	Aumenta	Diminui
Não	Sim	Sim	Diminui	Aumenta
Não	Não	-	Aumenta	Diminui rel.
Não	Não	-	Diminui	Aumenta rel.
-	Não	Não	Aumenta	Diminui rel.
-	Não	Não	Diminui	Aumenta rel.
Não	-	Não	Aumenta	Diminui rel.
Não	-	Não	Diminui	Aumenta rel.

Fonte: Autor

Notas: O caractere “-” indica que a informação é irrelevante para a análise do comportamento de d_{i,k_1,k_2,\dots,k_M} .
A abreviação “rel.” indica que a variação é “relativamente à d_{j,l_1,l_2,\dots,l_M} ”.

6.2.2 Adequação do método

Considere que o regulador tenha as mesmas restrições citadas na Seção 3.7, ou seja, Q fiscais que podem ser alocados a no máximo S entes inspecionáveis por rodada de inspeção t .

A capacidade média de redução na taxa de inadequação x_{i,k_1,k_2,\dots,k_M} de um ente inspecionável e_{i,k_1,k_2,\dots,k_M} por fiscal a cada rodada de inspeção é especificada por $\mu_{i,k_1,k_2,\dots,k_M}$. O conjunto de capacidades médias de redução é formado a partir da variação dos índices i e k_m em $\mu_{i,k_1,k_2,\dots,k_M}$, com $i = 1, 2, \dots, J$, $k_m = 1, 2, \dots, K_M$ e $m = 1, 2, \dots, M$. As capacidades médias de redução são especificadas pelo tensor $\mathcal{M} \in \mathbb{R}^{J \times K_1 \times K_2 \times \dots \times K_M}$, definido em termos dos seus elementos como $[\mathcal{M}]_{i,k_1,k_2,\dots,k_M} = \mu_{i,k_1,k_2,\dots,k_M}$.

$\check{\mathcal{D}}$ é um tensor cujo elemento $[\check{\mathcal{D}}]_{i,k_1,k_2,\dots,k_M} = \check{d}_{i,k_1,k_2,\dots,k_M}$ representa a discrepância útil no ente inspecionável e_{i,k_1,k_2,\dots,k_M} .

Um ente inspecionável e_{i,k_1,k_2,\dots,k_M} selecionado para inspeção é especificado por $s_{i,k_1,k_2,\dots,k_M} = 1$. Os entes inspecionáveis selecionáveis são representados pelo tensor $\mathcal{S} \in \mathbb{R}^{J \times K_1 \times K_2 \times \dots \times K_M}$, definido em termos dos seus elementos como $[\mathcal{S}]_{i,k_1,k_2,\dots,k_M} = s_{i,k_1,k_2,\dots,k_M}$.

A quantidade de fiscais alocados para cada ente inspecionável e_{i,k_1,k_2,\dots,k_M} é especificada por q_{i,k_1,k_2,\dots,k_M} . As quantidades de fiscais alocados por ente inspecionável selecionável são representadas pelo tensor $\mathcal{Q} \in \mathbb{R}^{J \times K_1 \times K_2 \times \dots \times K_M}$, definido em termos dos seus elementos como $[\mathcal{Q}]_{i,k_1,k_2,\dots,k_M} = q_{i,k_1,k_2,\dots,k_M}$.

Assim, propõe-se a utilização de um método para seleção dos entes inspecionáveis e alocação de fiscais a cada rodada de inspeção t .

Proposição 8. No caso de grafos com informações multidimensionais no vértice, propõe-

se a utilização do método descrito pelo Algoritmo 6 para seleção dos entes inspecionáveis e alocação de fiscais a cada rodada de inspeção.

Algoritmo 6 – Método proposto para grafos com informações multidimensionais no vértice.

Entradas: $S, Q, W, \mathcal{M}, \mathcal{Y}$ e \mathcal{T}	
Saídas: \mathcal{S} e \mathcal{Q}	
Passo	Instrução
1:	$\mathcal{Z} \leftarrow \mathcal{Y}, \mathcal{S} \leftarrow \mathbf{0}_{J \times K_1 \times K_2 \times \dots \times K_M}$ e $\mathcal{Q} \leftarrow \mathbf{0}_{J \times K_1 \times K_2 \times \dots \times K_M}$
2:	Enquanto $\sum_{j, k_1, k_2, \dots, k_M} q_{j, k_1, k_2, \dots, k_M} < Q$ faça:
3:	$\hat{\mathcal{X}} \leftarrow W \diamond_{([2]:[1])} \mathcal{Z}$
4:	$\check{\mathcal{X}} \leftarrow \max\{\hat{\mathcal{X}}, \mathcal{T}\}$
5:	$\check{\mathcal{D}} \leftarrow \mathcal{Z} \circ \check{\mathcal{X}}$
6:	Se $\sum_{j, k_1, k_2, \dots, k_M} s_{j, k_1, k_2, \dots, k_M} = S$ faça $\check{\mathcal{D}} \leftarrow \check{\mathcal{D}} \otimes \mathcal{S}$
7:	$i, k_1, k_2, \dots, k_M \leftarrow j, l_1, l_2, \dots, l_M \mid \check{d}_{j, l_1, l_2, \dots, l_M} = \max[\check{\mathcal{D}}]$
8:	$q_{i, k_1, k_2, \dots, k_M} \leftarrow q_{i, k_1, k_2, \dots, k_M} + 1$
9:	Se $\sum_{j, l_1, l_2, \dots, l_M} s_{j, l_1, l_2, \dots, l_M} < S$ e $s_{i, k_1, k_2, \dots, k_M} = 0$ faça $s_{i, k_1, k_2, \dots, k_M} \leftarrow 1$
10:	$z_{i, k_1, k_2, \dots, k_M} \leftarrow z_{i, k_1, k_2, \dots, k_M} - \mu_{i, k_1, k_2, \dots, k_M}$
11:	Retorne: \mathcal{S} e \mathcal{Q}

Fonte: Autor.

6.3 APLICAÇÃO DO MÉTODO

Para ilustrar a aplicabilidade do método proposto neste Capítulo 6 a temas de amplo interesse, simulou-se, para sucessivas rodadas de inspeção, a taxa de reclamações do consumidor em 3 (três) temas diferentes, em cada município brasileiro, de uma empresa fictícia prestadora do SMP.

A Seção 6.3.1 apresenta o modelo baseado em grafo para a realização das simulações. A Seção 6.3.2 apresenta o resultados das simulações e a Seção 6.3.3 analisa esses resultados.

6.3.1 O modelo baseado em grafo

Como realizado na Seção 4.1, suponha que a expectativa real da Anatel durante a evolução da qualidade do SMP seja que:

- Para municípios onde a busca externa por bens ou serviços se caracteriza por relações urbanas de proximidade, as influências entre os municípios devem ser proporcionais aos deslocamentos de consumidores de um município influenciado para os municípios influenciadores na busca por bens ou serviços em geral;
- Para municípios onde a busca externa por bens ou serviços é caracterizada por relações de longa distância, as influências entre os municípios devem ser proporcionais à importância das relações de gestão pública e empresarial entre os municípios.

A expectativa real do regulador depende da aplicação. As premissas listadas acima podem ser modificadas dependendo dos objetivos específicos não considerados aqui. Um conjunto diferente de premissas não afeta a aplicabilidade do método proposto.

Considerando as premissas listadas, utilizou-se as informações publicadas pelo IBGE (2020a,b, 2021) e pela Anatel (2022a,b) para construir um modelo baseado em grafo para a expectativa da Anatel sobre a insatisfação do consumidor em cada município influenciado com base na insatisfação do consumidor em seus municípios influenciadores.

Para simular o método proposto, considerou-se um grafo direcionado ponderado $\mathcal{W} = (\mathbb{V}, \mathbb{W})$ em que \mathbb{V} é o conjunto de vértices de \mathcal{W} e \mathbb{W} é o conjunto de arestas de \mathcal{W} . Cada vértice de \mathcal{W} representa um município brasileiro de prestação do SMP. Apenas essa característica foi utilizada na segmentação da prestação do serviço. Portanto, todos os vértices de \mathcal{W} estão organizados em uma única dimensão. Um vértice de \mathcal{W} é especificado por v_j , em que j é o índice do vértice nessa dimensão e $J = 5.570$ é o número de vértices de \mathcal{W} . Assim, o conjunto \mathbb{V} é formado a partir da variação do índice j em v_j , com $j = 1, 2, \dots, J$.

Considere que $K = 3$ informações ocorrem concomitantemente, a cada rodada de inspeção t , em um vértice v_j de \mathcal{W} e representam o número de reclamações de consumidores em cada tema de reclamação por 50.000 consumidores naquele vértice³, sendo os temas atendimento, cobrança e funcionamento. Apenas a característica tema da reclamação foi utilizada na segmentação das informações nos vértices. Portanto, todas as informações em cada vértice de \mathcal{W} estão organizadas em uma única dimensão. Um sinal no vértice v_j de \mathcal{W} é definido como uma informação indexada pelo vértice v_j e é especificado por um escalar $y_{j,k}$, em que k é o índice da componente na dimensão em que as informações foram organizadas. O conjunto de sinais no vértice v_j é formado a partir da variação do índice k em $y_{j,k}$, com $k = 1, 2, \dots, K$. O conjunto de sinais em todos os vértices de \mathcal{W} é formado a partir da variação dos índices j e k em $y_{j,k}$, com $j = 1, 2, \dots, J$ e $k = 1, 2, \dots, K$. O sinal no grafo \mathcal{W} , composto por todos os sinais em todos os vértices de \mathcal{W} , é especificado pela matriz $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^{J \times K}$, definida em termos dos seus elementos como $[\mathbf{Y}]_{j,k} = y_{j,k}$.

Um ente inspecionável é representado por uma combinação de um vértice de \mathcal{W} com uma das componentes da dimensão em que as informações foram organizadas no vértice do grafo. Considere que a empresa fictícia oferece o SMP em todos os 5.570 municípios brasileiros e a operação dessa empresa em cada par município-tema da reclamação é passível de inspeção. Assim, um ente inspecionável representa um par município-tema da reclamação, é especificado por $e_{i,k}$ e o conjunto de entes inspecionáveis \mathbb{E} é formado a partir da variação do índice i e k em $e_{i,k}$, com $i = 1, 2, \dots, J$ e $k = 1, 2, \dots, K$.

O sinal em um ente inspecionável $e_{i,k}$ é definido como a informação da k -ésima componente da dimensão em que as informações foram organizadas, que ocorre na rodada

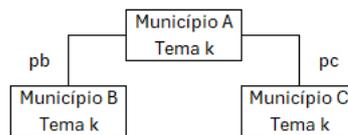
³ Observe que isso define uma reclamação por tema de reclamação e por 50.000 consumidores como a taxa de inadequação máxima aceitável.

de inspeção t , no vértice v_i , e é especificado por $x_{i,k}(t)$. O conjunto de sinais nos entes inspecionáveis é formado a partir da variação dos índices i e k em $x_{i,k}(t)$, com $i = 1, 2, \dots, J$ e $k = 1, 2, \dots, K$. O sinal nos entes inspecionáveis é especificado pela matriz $\mathbf{X}(t) \in \mathbb{R}^{J \times K}$, definida em termos dos seus elementos como $[\mathbf{X}(t)]_{i,k} = x_{i,k}(t)$. Como todas as informações em todo os vértices de \mathcal{W} representa um ente inspecionável, então $x_{i,k}(t) = y_{j,k}(t), \forall i = j$.

O peso da aresta que conecta o vértice v_j ao vértice v_i , no sentido de v_j para v_i , é especificado como $w_{i,j}$ e representa a influência relativa que a taxa $y_{j,k}(t)$ de reclamações do consumidor em determinado tema de reclamação em v_j exerce na formação da expectativa da Anatel quanto à taxa $x_{i,k}(t)$ de reclamações do consumidor nesse mesmo tema em v_i . Como as arestas conectam os vértices do grafo, não os sinais nos vértices, os pesos das arestas independem do índice k . Para a definição de todos os $w_{i,j}$ utilizou-se as informações sobre a influências entre os municípios publicadas pelo IBGE e as suposições sobre a expectativa real da Anatel durante a evolução da qualidade do SMP descritas no início desta seção. O conjunto \mathbb{W} é formado a partir da variação dos índices i e j de $w_{i,j}$, com $i = 1, 2, \dots, J$ e $j = 1, 2, \dots, J$. A matriz de adjacências de \mathcal{W} é a matriz $\mathbf{W} \in \mathbb{R}^{J \times J}$, definida em termos de seus elementos como $[\mathbf{W}]_{i,j} = w_{i,j}$.

O grafo \mathcal{W} completo que representa todas as influências entre os municípios brasileiros, determinadas a partir dos dados do IBGE e das suposições sobre a expectativa real da Anatel, possui 5.570 vértices (número de municípios) e 63.574 arestas com peso maior que zero (número de influências). Como exemplo, a Figura 14 ilustra as influências quando os municípios B e C influenciam, segundo o IBGE, o município A.

Figura 14 – Influências em um município.



Fonte: Autor.

Nota: pb e pc são as porcentagens de influência dos municípios B e C, respectivamente, no município A, segundo dados do IBGE.

Considere que a Anatel tem $Q = 224$ fiscais para atuar nas inspeções dos entes inspecionáveis. Os fiscais podem ser alocados em no máximo $S = 56$ pares município-tema de reclamação por rodada de inspeção t . Suponha que o município padrão seja definido como um município com 50.000 consumidores do SMP, que um município v_i tenha $50.000\rho_i$ consumidores e que a capacidade média de um inspetor para reduzir a taxa de reclamações do consumidor de um município padrão em determinado tema de reclamação seja μ .

A capacidade de um fiscal de reduzir a taxa de reclamações do consumidor $x_{i,k}(t)$ em um ente inspecionável $e_{i,k}$ é diferente para cada fiscal, município, tema de reclamação e rodada de inspeção. Para cada rodada de inspeção t , a capacidade de um fiscal qualquer de reduzir a taxa de reclamações do consumidor $x_{i,k}(t)$ em um ente inspecionável $e_{i,k}$ é

especificada por $r_{i,k}(t)$. Para modelar a capacidade de redução $r_{i,k}(t)$ de um fiscal como uma variável aleatória, considere o seguinte:

- a) A capacidade $r_{i,k}(t)$ é sempre positiva, de modo que uma ação do fiscal nunca piora a taxa de reclamações do consumidor;
- b) A capacidade $r_{i,k}(t)$ não pode ser ilimitada, portanto deve ser modelada por uma distribuição com suporte limitado;
- c) A capacidade $r_{i,k}(t)$ de um fiscal de reduzir a taxa de reclamações do consumidor $x_{i,k}(t)$ varia com o número de consumidores do ente inspecionável $e_{i,k}$. Quanto maior o número de consumidores do ente inspecionável, maior a estrutura para prestação do SMP a ser inspecionada e, portanto, menor a capacidade de redução da taxa de reclamações do consumidor no tema da reclamação por um fiscal.

Considerando as condições listadas, modelou-se a capacidade $r_{i,k}(t)$ de um fiscal de reduzir, em uma rodada de inspeção, a taxa de reclamações do consumidor $x_{i,k}(t)$ em um ente inspecionável $e_{i,k}$ com $50.000\rho_i$ consumidores como sendo $r_{i,k}(t) = \bar{r}/\rho_i$, com a variável aleatória \bar{r} , que corresponde à capacidade de um fiscal de reduzir a taxa de reclamações do consumidor em um ente inspecionável padrão, sendo modelada como uma transformada linear de uma distribuição de Irwin-Hall tal que $\bar{r} \sim 2\mu\mathfrak{I}(3)/3$, em que $\mathfrak{I}(3)$ é a distribuição de Irwin-Hall feita com a soma de três distribuições uniformes independentes de $[0,1]$, de modo que a média da distribuição resultante é μ , o desvio padrão é $\mu/3$ e \bar{r} está distribuída entre 0 e 2μ .

A capacidade $\tilde{r}_{i,k}(t)$ de uma equipe de $q_{i,k}(t)$ fiscais de reduzir a taxa de reclamações do consumidor $x_{i,k}(t)$ varia com a quantidade $q_{i,k}(t)$ de fiscais alocados ao ente inspecionável $e_{i,k}$. Quanto maior a quantidade $q_{i,k}(t)$ de fiscais alocados ao ente $e_{i,k}$, maior a capacidade da equipe de desvendar problemas e, portanto, maior a capacidade $\tilde{r}_{i,k}(t)$ da equipe de reduzir a taxa de reclamações do consumidor no ente $e_{i,k}$ em uma rodada de inspeção. Assim, a capacidade $\tilde{r}_{i,k}(t)$ de uma equipe de $q_{i,k}(t)$ fiscais de reduzir a taxa de reclamações do consumidor $x_{i,k}(t)$ em um ente inspecionável $e_{i,k}$ com $50.000\rho_i$ consumidores em uma rodada de inspeção é distribuída tal que $\tilde{r}_{i,k}(t) \sim q_{i,k}(t)\bar{r}/\rho_i$.

A distribuição da capacidade resultante $\tilde{r}_{i,k}(t)$ da equipe também é uma transformada linear de uma distribuição de Irwin-Hall, tal que

$$\tilde{r}_{i,k}(t) \sim \frac{2\mu q_{i,k}(t)\mathfrak{I}(3)}{3\rho_i}, \quad (104)$$

com a média igual a $\frac{\mu q_{i,k}(t)}{\rho_i}$ e o desvio padrão igual a $\frac{\mu\sqrt{q_{i,k}(t)}}{3\rho_i}$.

A atualização de $\tau(t)$ depende da aplicação e vai influenciar diretamente no cálculo da discrepância útil $\check{d}_i(t)$. Como dito na Seção 3.7, $\tau(0) = 1$ e o valor de $\tau(t)$ deve aumentar conforme a qualidade dos serviços evolui. Assim, a atualização de $\tau(t)$, para a aplicação em tela, foi realizada por:

$$\tau(t) = \begin{cases} \tau(t-1) + 1/Q, & \text{se } \sum_{\varphi=t}^{t-\Psi+1} p(\varphi) - \sum_{\varphi=t-\Psi}^{t-2\Psi+1} p(\varphi) < \Psi Q\mu \\ \tau(t-1), & \text{outros,} \end{cases} \quad (105)$$

com $\Psi = 10$ e $p(\varphi)$ sendo o somatório das discrepâncias relevantes $\tilde{d}_i(\varphi)$ nos entes problemáticos da rodada de inspeção φ .

Dessa forma, se a discrepância média nos entes problemáticos nas últimas Ψ rodadas de inspeção não tiver diminuído em ao menos $Q\mu$, quando comparada a essa mesma discrepância média nas Ψ rodadas anteriores, o valor de $\tau(t)$ é aumentado em $1/Q$ em relação à $\tau(t-1)$.

Para cada rodada de inspeção t , um novo sinal $\mathbf{Y}(t)$ no grafo é gerado. $y_{j,k}(t)$ é gerado como a soma de um sinal médio $u_{j,k}(t)$ no vértice v_j e um ruído branco Gaussiano $\eta_{j,k}(t) \sim \mathcal{N}(0, 0,5)$, limitado inferiormente em 0 em cada vértice, de modo que $y_{j,k}(t) = \max\{0, u_{j,k}(t) + \eta_{j,k}(t)\}$. Assim, $y_{j,k}(t)$ é modelado como um valor esperado para a taxa de reclamações no tema de reclamação k , no município representado pelo vértice v_j , em razão dos problemas existentes na estrutura da empresa fictícia para prestação do SMP somado a uma variação aleatória nessa taxa de reclamações.

Para inicialização do sinal médio $u_{j,k}(0)$ em cada vértice v_j , utilizou-se o número de reclamações de consumidores referentes ao SMP em cada tema de reclamação e município brasileiro (ANATEL, 2022b) e o número de consumidores do SMP por município (ANATEL, 2022a), ambos de julho de 2022 e publicados pela Anatel. $u_{j,k}(0)$ é, portanto, a taxa média de reclamações de consumidores no tema k no município brasileiro representado por v_j em julho de 2022. O número de reclamações de consumidores não inclui outros tipos de interação com a Anatel (como denúncias, elogios, pedidos de informação ou outros). Todas as reclamações consideradas foram feitas por reclamantes identificados com um número de telefone, não sendo necessário qualquer outro pré-processamento complexo dos dados.

Para cada método de DIRP simulado, após a inspeção em um ente $e_{i,k}$, a redução total $\tilde{r}_{i,k}(t)$ é subtraída do sinal médio $u_{i,k}(t)$ no vértice v_i , com os resultados limitados inferiormente a 0, de modo que $u_{i,k}(t+1) = \max\{0, u_{i,k}(t) - \tilde{r}_{i,k}(t)\}$.

6.3.2 Resultados das simulações

O método proposto foi comparado com outros dois métodos comumente utilizados para o DIRP. No primeiro método usado como referência, o método da aleatoriedade, os entes a serem inspecionados foram selecionados sem qualquer critério de seleção. No segundo método, o método da taxa, os entes com as maiores taxas de reclamações de consumidor foram os selecionados para serem inspecionados. Para comparar o desempenho dos métodos e para avaliar as suas robustezes foram realizadas simulações de Monte Carlo com 50 realizações para três valores diferentes de capacidade média de redução μ de um fiscal. μ foi definido como uma redução de 15, 3 ou 1,5 pontos na taxa de reclamações do

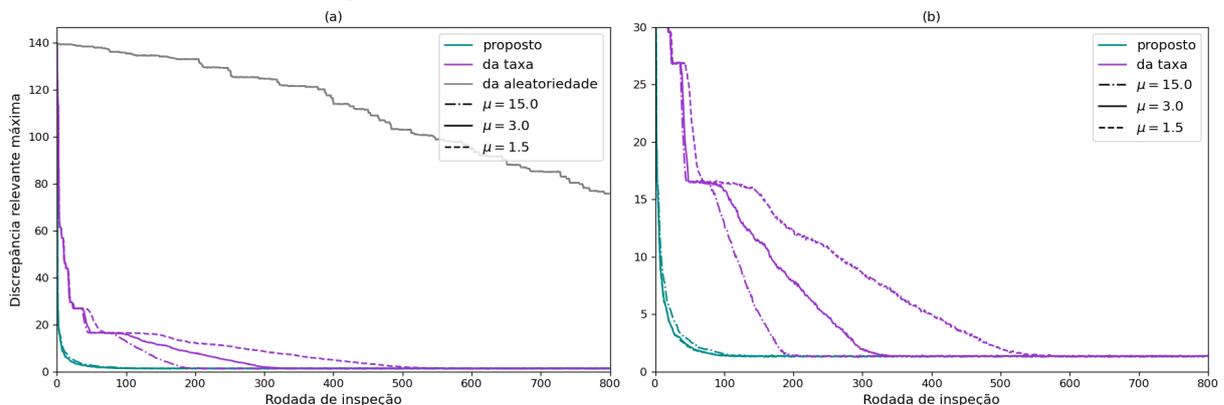
consumidor promovida por um fiscal em um ente inspecionável padrão⁴. Os métodos da aleatoriedade e da taxa alocam fiscais de acordo com o número de consumidores em cada ente, tomando como base um fiscal para cada 50.000 consumidores.

Os desempenhos dos métodos foram comparados usando quatro métricas de avaliação. Foram elas:

- a) Discrepância relevante máxima;
- b) Soma das discrepâncias relevantes nos entes problemáticos;
- c) Taxa média de reclamações do consumidor;
- d) Número de entes problemáticos.

As Figuras 15 a 18 mostram os resultados médios da simulação de Monte Carlo (média de 50 realizações). Nessas figuras, o gráfico em (a) mostra o resultado para todos os métodos, enquanto o gráfico em (b) foca no resultado para o método da taxa e o método proposto. Embora outros fatores possam afetar a evolução da qualidade do serviço, o interesse nesta tese é no efeito que as inspeções realizadas pelos fiscais acarretam na qualidade do serviço, e as simulações apresentadas representam esse efeito.

Figura 15 – Discrepância relevante máxima.

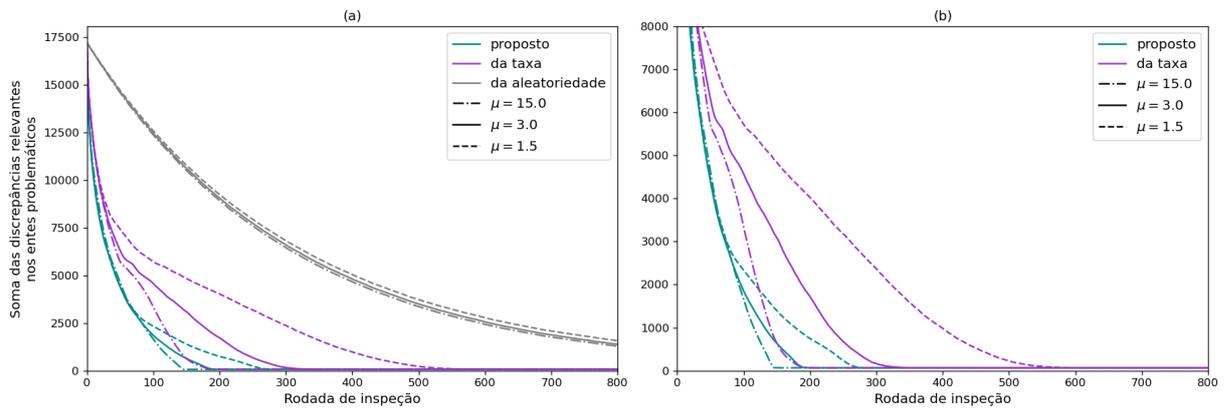


Fonte: Autor.

A Tabela 4 ilustra, para diferentes valores de μ , a máxima melhora relativa na redução das métricas de avaliação devido ao uso do método proposto quando comparado ao método da taxa.

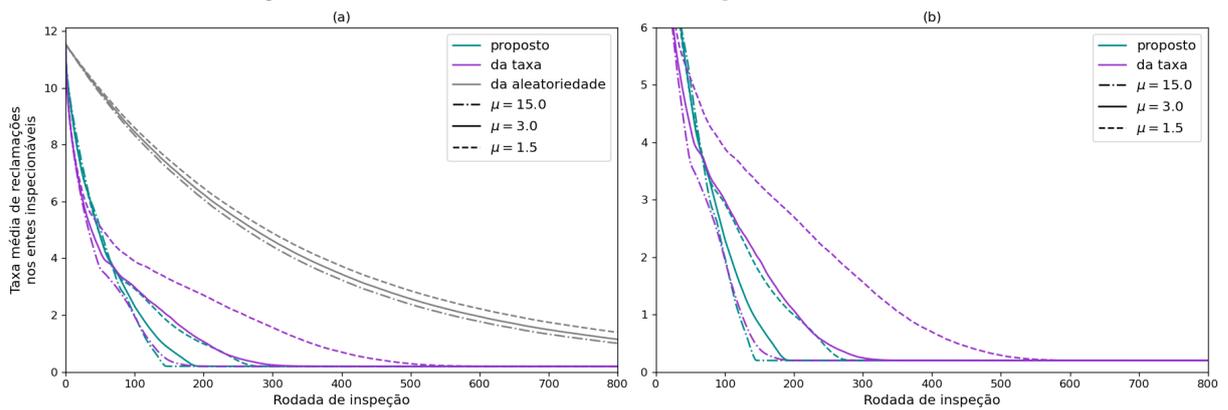
⁴ Para manter uma certa equiparação na comparação do desempenho dos métodos entre as aplicações dos diversos capítulos, a capacidade de redução na taxa de reclamações do consumidor promovida por um fiscal em um ente inspecionável padrão foi aumentada proporcionalmente ao número de informações indexadas em um vértice, já que se o trabalho do fiscal é mais específico, sua capacidade de redução na taxa de reclamação naquele item específico será maior do que quando a inspeção é mais abrangente.

Figura 16 – Soma das discrepâncias relevantes nos entes problemáticos.



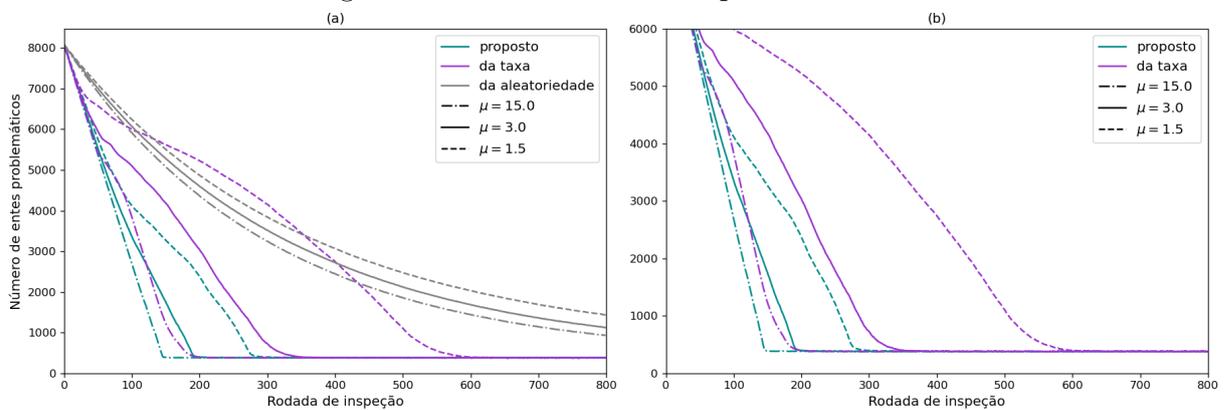
Fonte: Autor.

Figura 17 – Taxa média de reclamações do consumidor.



Fonte: Autor.

Figura 18 – Número de entes problemáticos.



Fonte: Autor.

Tabela 4 – Máxima melhora relativa na redução das métricas de avaliação devido ao uso do método proposto quando comparado ao método da taxa.

Máxima melhora relativa na	$\mu = 15.0$	$\mu = 3.0$	$\mu = 1.5$
Discrepância relevante máxima	412% em $t = 1$	402% em $t = 1$	389% em $t = 1$
Soma das discrepâncias relevantes (1)	66% em $t = 1$	68% em $t = 1$	73% em $t = 1$
Média das taxas de reclamações	3% em $t = 144$	12% em $t = 140$	20% em $t = 185$
Número de entes problemáticos	29% em $t = 90$	63% em $t = 152$	109% em $t = 272$

Fonte: Autor.

(1) Nos entes problemáticos.

6.3.3 Análise dos resultados

Os resultados das Figuras 15 a 18 ilustram o desempenho superior do método proposto para o direcionamento de inspeções regulatórias planejadas com base no risco de problemas relevantes para a satisfação do consumidor. Para a taxa média de reclamações do consumidor, métrica que reflete a motivação para o desenvolvimento do método da taxa, o desempenho inicial do método da taxa foi inicialmente superior ao do método proposto. No entanto, com o passar das rodadas de inspeção o desempenho do método proposto superou o do método da taxa. Esses resultados foram obtidos para diferentes valores da capacidade média de um fiscal de reduzir a taxa de inadequação.

A Tabela 4 ilustra em números o desempenho superior do método proposto. Para $\mu = 1,5$, a redução no número de entes problemáticos ao utilizar o método proposto chegou a ser 109% maior do que a redução alcançada pelo método da taxa. Quando a comparação é feita considerando a taxa média de reclamações do consumidor, ainda assim, com $\mu = 1,5$, a redução obtida pelo método proposto chega a ser 20% superior àquela obtida pelo método da taxa.

Um aspecto importante do método baseado em risco proposto neste capítulo é que ele pode ser utilizado para atender aos cinco princípios propostos na Seção 2.2. Sua aplicação à regulação de um serviço de telecomunicações, ilustrada neste capítulo, atende às leis, permitindo tratamento igualitário para os entes inspecionáveis e usa dados sem as informações pessoais dos consumidores ou informações confidenciais das entidades reguladas. É imparcial porque os dados utilizados são confiáveis, não tendo origem nem no regulador nem nas entidades reguladas. Além disso, não requer um pré-processamento complexo de dados, evitando possíveis desvios éticos. De fato, a definição dos parâmetros do modelo é feita sem aleatoriedade, resultando em um modelo preciso e justo para ser aplicado igualmente a todos os entes inspecionáveis. É consistente com os objetivos de longo prazo da Anatel, ou de qualquer regulador que tenha a satisfação do consumidor como um de seus objetivos de longo prazo, evitando decisões discricionárias que possam permitir usos mal intencionados e que não estejam sujeitas à revisão judicial. É explicável e comunicável porque as definições dos parâmetros do modelo e a avaliação do risco são determinísticas e simples, permitindo a sua comunicação e explicação antecipada e clara a todos os interessados. É transparente e possibilita a responsabilização, pois é auditável, rastreável e reproduzível em todas as etapas, permitindo o escrutínio das ações do regulador. Por fim, é simples de implementar, não exigindo habilidades especiais dos fiscais, e possui complexidade computacional reduzida. Isso permite que os fiscais entendam, aceitem e apliquem o método proposto para DIRP, e facilita a adoção pelos reguladores sem a necessidade de equipamentos ou computadores poderosos e caros.

É importante observar que o desenvolvimento do método proposto não considerou o que os vértices do grafo realmente representam. Os pesos das arestas entre os vértices e o sinal em cada vértice do grafo também são definidos como elementos gerais, sem

associação necessária ao problema particular referente às reclamações de consumidor. A discrepância relevante no vértice pode, portanto, ser usada para qualquer análise em que o risco é quantificado como a razão entre as observações do sinal nos vértices do grafo e as expectativas relevantes do regulador para eles. Basta que a transformação do sinal no grafo pela matriz de adjacências modele adequadamente a expectativa do regulador para as relações entre os sinais nos vértices. Assim, o método proposto pode ser aplicado a diferentes segmentações de dados e objetivos.

7 LIMITANDO OS ENTES INSPECIONÁVEIS

Os Capítulos 3 a 6 analisaram sistemas em que vértices de todas as dimensões do grafo são utilizados nas combinações que geraram entes inspecionáveis. No entanto, em muitas situações pode ser conveniente limitar as dimensões do grafo que geram entes inspecionáveis.

Este capítulo passa a analisar sistemas em que os vértices de uma ou mais dimensões do grafo não fazem parte das combinações que geram entes inspecionáveis, a fim de possibilitar a adequação do método proposto na Seção 3.7 para os casos nos quais esse tipo de modelamento seja conveniente. A Seção 7.1 analisa sistemas representados por grafos multidimensionais em que os entes inspecionáveis estão organizados em apenas uma dimensão. A Seção 7.2 expande o realizado na Seção 7.1 para sistemas em que os entes inspecionáveis são organizados em mais de uma dimensão.

7.1 ENTES INSPECIONÁVEIS UNIDIMENSIONAIS

O Capítulo 5 analisou sistemas representados por grafos multidimensionais, com sinal escalar nos vértices, em que todo vértice de \mathcal{W} , independente da dimensão, representava um ente inspecionável. No entanto, pode ser conveniente que somente os vértices de uma dimensão do grafo \mathcal{W} representem entes inspecionáveis.

Por exemplo, suponha que a primeira dimensão do grafo \mathcal{W} represente os municípios brasileiros onde o SMP é prestado por uma operadora fictícia. Ocorre que melhorias implantadas na prestação do serviço em municípios influenciadores podem melhorar o desempenho da prestação do serviço em municípios influenciados. Esse “repasso” de melhorias dos municípios influenciadores aos municípios influenciados podem não ocorrer dentro do intervalo de tempo entre duas rodadas de inspeção. Com isso, se um município influenciado tem taxas de reclamações altas quando comparado com seus municípios influenciadores, antes de selecionar esse município influenciado para inspeção, o regulador deve verificar se as taxas de reclamações nos municípios influenciadores não passaram por uma redução durante as últimas rodadas de inspeção. Se isso ocorreu, o regulador deve aguardar o “repasso” dessa melhoria no serviço para o município influenciado e, somente se isso não ocorrer, deve selecioná-lo para inspeção. Para o DIRP, passa então a ser conveniente adicionar outras dimensões ao grafo \mathcal{W} para que as influências entre os vértices que representam esses pares município-tempos passados e os vértices que representam esses pares município-tempo presente sejam consideradas no cálculo da expectativa do regulador. No entanto, por óbvio, os municípios não podem ser inspecionados nos tempos passados. Apenas os municípios (no tempo presente) podem ser inspecionados. Assim, apesar de todas as intersecções de componentes das N dimensões do grafo \mathcal{W} formarem vértices, nem todos os vértices representarão entes inspecionáveis, e uma nova formulação deve ser estabelecida para o sistema.

Para tanto, considere um grafo multidimensional $\mathcal{W} = (\mathbb{V}, \mathbb{W})$ em que \mathbb{V} é o conjunto de vértices de \mathcal{W} e \mathbb{W} é o conjunto de arestas que conectam, unicamente em cada sentido, dois vértices distintos contidos em \mathbb{V} . Os vértices de \mathcal{W} são organizados em N dimensões, cujo número de componentes são J_1, J_2, \dots, J_N . Cada dimensão do grafo representa uma característica utilizada na organização dos vértices do grafo.

Um vértice de \mathcal{W} é representado pela conjunção de N componentes das dimensões do grafo \mathcal{W} , uma componente de cada uma das N dimensões do grafo, e é especificado por v_{j_1, j_2, \dots, j_N} , em que j_n é índice da componente na dimensão n do grafo. O conjunto \mathbb{V} é formado a partir da variação dos índices j_n , com $j_n = 1, 2, \dots, J_n$ e $n = 1, 2, \dots, N$. O número de vértices de \mathcal{W} é dado por $J_1 \times J_2 \times \dots \times J_N$.

Considere que a informação indexada por um vértice de \mathcal{W} representa a taxa de inadequação do serviço naquele vértice e, portanto, é um escalar. O sinal no vértice v_{j_1, j_2, \dots, j_N} de \mathcal{W} é especificado por um escalar y_{j_1, j_2, \dots, j_N} e o conjunto de sinais nos vértices é formado a partir da variação dos índices j_n em y_{j_1, j_2, \dots, j_N} , com $j_n = 1, 2, \dots, J_n$ e $n = 1, 2, \dots, N$. O sinal no grafo \mathcal{W} , composto por todos os sinais nos vértices de \mathcal{W} , é especificado pelo tensor N -dimensional $\mathcal{Y} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2 \times \dots \times J_N}$, definido em termos dos seus elementos como $[\mathcal{Y}]_{j_1, j_2, \dots, j_N} = y_{j_1, j_2, \dots, j_N}$.

Considere que apenas os vértices v_{j_1, j_2, \dots, j_N} cujos índices j_2, j_3, \dots, j_N são iguais a 1 representam entes inspecionáveis. Desta forma, os entes inspecionáveis estão organizados em apenas uma dimensão. Assim, um ente inspecionável é especificado por e_{i_1} , neste caso com $e_{i_1} = v_{i_1, 1, \dots, 1}$. O conjunto \mathbb{E} é formado a partir da variação do índice i_1 em e_{i_1} , com $i_1 = 1, 2, \dots, J_1$.

O sinal em um ente inspecionável e_{i_1} é definido como a informação indexada pelo vértice $v_{i_1, 1, \dots, 1}$ e é especificado pelo escalar x_{i_1} com $x_{i_1} = y_{i_1, 1, \dots, 1}$. O conjunto de sinais nos entes inspecionáveis é formado a partir da variação do índice i_1 em x_{i_1} , com $i_1 = 1, 2, \dots, J_1$. O sinal nos entes inspecionáveis é especificado pelo vetor $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{J_1}$, definido em termos dos seus elementos como $[\mathbf{x}]_{i_1} = x_{i_1}$.

O peso de uma aresta de \mathcal{W} será utilizado para representar a influência relativa que a taxa de inadequação y_{j_1, j_2, \dots, j_N} em um vértice influenciador v_{j_1, j_2, \dots, j_N} exerce na formação da expectativa do regulador \hat{x}_{i_1} quanto à taxa de inadequação x_{i_1} em um ente inspecionável e_{i_1} .

O peso da conexão que chega a $v_{i_1, 1, \dots, 1}$ partindo de qualquer vértice v_{j_1, j_2, \dots, j_N} é especificado por um escalar de $1 + N$ índices $w_{i_1, j_1, j_2, \dots, j_N}$. Os pesos das conexões de \mathcal{W} são representados por um tensor de adjacências $(1 + N)$ -dimensional $\mathcal{W} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_1 \times J_2 \times \dots \times J_N}$, definido em termos de seus elementos como $[\mathcal{W}]_{i_1, j_1, j_2, \dots, j_N} = w_{i_1, j_1, j_2, \dots, j_N}$.

A expectativa do regulador quanto ao sinal x_{i_1} em um ente inspecionável e_{i_1} é especificada por \hat{x}_{i_1} . O conjunto de expectativas é formado a partir da variação do índice i_1 em \hat{x}_{i_1} , com $i_1 = 1, 2, \dots, J_1$. Esse conjunto de expectativas do regulador é representado matematicamente por um vetor $\hat{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^{J_1}$, definido em termos dos seus elementos como

$$[\hat{\boldsymbol{x}}]_{i_1} = \hat{x}_{i_1}.$$

A expectativa do regulador \hat{x}_{i_1} é calculada por

$$\hat{x}_{i_1} = \sum_{j_1, j_2, \dots, j_N} w_{i_1, j_1, j_2, \dots, j_N} y_{j_1, j_2, \dots, j_N}. \quad (106)$$

O vetor $\hat{\boldsymbol{x}}$ das expectativas do regulador é calculado por

$$\hat{\boldsymbol{x}} = \mathcal{W} \diamond_{([2,3,\dots,N+1];[1,2,\dots,N])} \mathcal{Y}. \quad (107)$$

Para que o peso das arestas de \mathcal{W} continuem a representar a influência relativa que a taxa de inadequação de um vértice exerce na formação da expectativa do regulador quanto à taxa de inadequação em um ente inspecionável, é preciso que os pesos de todas as arestas que convergem para cada vértice $v_{i_1,1,\dots,1}, \forall i_1$, de \mathcal{W} sejam normalizados de modo que os seus graus de entrada g_{i_1} sejam iguais a 1. Isso pode ser feito sem perda de generalidade impondo a restrição

$$\sum_{j_1, j_2, \dots, j_N} w_{i_1, j_1, j_2, \dots, j_N} = 1, \forall i_1. \quad (108)$$

A discrepância do sinal x_{i_1} em um ente inspecionável e_{i_1} é especificada por d_{i_1} e calculada por

$$d_{i_1} = \frac{x_{i_1}}{\hat{x}_{i_1}}. \quad (109)$$

O conjunto de discrepâncias do sinal nos entes inspecionáveis é formado a partir da variação do índice i_1 em d_{i_1} , com $i_1 = 1, 2, \dots, J_1$. As discrepâncias do sinal são representadas por um vetor $\boldsymbol{d} \in \mathbb{R}^{J_1}$, definido em termos dos seus elementos como $[\boldsymbol{d}]_{i_1} = d_{i_1}$.

O vetor \boldsymbol{d} de discrepâncias dos sinais nos entes inspecionáveis é calculada por

$$\boldsymbol{d} = \boldsymbol{x} \oslash \hat{\boldsymbol{x}}. \quad (110)$$

Como realizado na Seção 3.5, ao definir a taxa de inadequação de forma que $x_{i_1} = 1$ corresponda à taxa de inadequação máxima aceitável, calcula-se a expectativa relevante \tilde{x}_{i_1} para o sinal x_{i_1} no ente inspecionável e_{i_1} como

$$\tilde{x}_{i_1} = \max\{\hat{x}_{i_1}, 1\}. \quad (111)$$

O conjunto de expectativas relevantes é formado a partir da variação do índice i_1 em \tilde{x}_{i_1} , com $i_1 = 1, 2, \dots, J_1$. As expectativas relevantes são organizadas em um vetor $\tilde{\boldsymbol{x}} \in \mathbb{R}^{J_1}$, definido em termos de seus elementos como $[\tilde{\boldsymbol{x}}]_{i_1} = \tilde{x}_{i_1}$, calculado por

$$\tilde{\boldsymbol{x}} = \mathbf{max}\{\hat{\boldsymbol{x}}, \mathbf{1}_{J_1}\}. \quad (112)$$

Calcula-se a discrepância relevante \tilde{d}_{i_1} do sinal em um ente inspecionável como

$$\tilde{d}_{i_1} = \frac{x_{i_1}}{\tilde{x}_{i_1}}. \quad (113)$$

O conjunto de discrepâncias relevantes do sinal nos entes inspecionáveis é formado a partir da variação do índice i_1 em \tilde{d}_{i_1} , com $i_1 = 1, 2, \dots, J_1$. As discrepâncias relevantes são organizadas em um vetor $\tilde{\mathbf{d}} \in \mathbb{R}^{J_1}$, definido em termos de seus elementos como $[\tilde{\mathbf{d}}]_{i_1} = \tilde{d}_{i_1}$, calculado por

$$\tilde{\mathbf{d}} = \mathbf{x} \circ \tilde{\mathbf{x}}. \quad (114)$$

Calcula-se a expectativa útil \check{x}_{i_1} para o sinal x_{i_1} no ente inspecionável e_{i_1} como

$$\check{x}_{i_1} = \max\{\check{x}_{i_1}, \tau\}. \quad (115)$$

O conjunto de expectativas úteis é formado a partir da variação do índice i_1 em \check{x}_{i_1} , com $i_1 = 1, 2, \dots, J_1$. As expectativas relevantes são organizadas em um vetor $\check{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^{J_1}$, definido em termos de seus elementos como $[\check{\mathbf{x}}]_{i_1} = \check{x}_{i_1}$, calculado por

$$\check{\mathbf{x}} = \mathbf{max}\{\hat{\mathbf{x}}, \boldsymbol{\tau}\} \quad (116)$$

em que $\boldsymbol{\tau} \in \mathbb{R}^{J_1}$ é um vetor definido em termos de seus elementos como $[\boldsymbol{\tau}]_{i_1} = \tau^1$.

Calcula-se a discrepância útil \check{d}_{i_1} do sinal em um ente inspecionável e_{i_1} como

$$\check{d}_{i_1} = \frac{x_{i_1}}{\check{x}_{i_1}}. \quad (117)$$

O conjunto de discrepâncias úteis do sinal nos entes inspecionáveis é formado a partir da variação do índice i_1 em \check{d}_{i_1} , com $i_1 = 1, 2, \dots, J_1$. As discrepâncias úteis são organizadas em um vetor $\check{\mathbf{d}} \in \mathbb{R}^{J_1}$, definido em termos de seus elementos como $[\check{\mathbf{d}}]_{i_1} = \check{d}_{i_1}$, calculado por

$$\check{\mathbf{d}} = \mathbf{x} \circ \check{\mathbf{x}}. \quad (118)$$

7.1.1 Comportamento da discrepância

O Quadro 8 mostra como a discrepância d_{i_1} em um ente inspecionável e_{i_1} , definida na Seção 7.1, se comporta quando ocorre variação em um sinal y_{j_1, j_2, \dots, j_N} em um vértice v_{j_1, j_2, \dots, j_N} . Quando é informado que a discrepância d_{i_1} aumenta (ou diminui) rel., o valor absoluto da discrepância d_{i_1} não é alterado pela variação no sinal y_{j_1, j_2, \dots, j_N} , mas, relativamente ao novo valor da discrepância d_{j_1, j_2, \dots, j_H} em e_{j_1, j_2, \dots, j_H} , a discrepância d_{i_1} em e_{i_1} é maior (ou menor).

¹ Observe que é possível a utilização de diferentes valores de τ para diferentes índices i_1 caso entenda-se interessante.

Quadro 8 – Comportamento da discrepância no ente inspecionável e_{i_1} em razão de variação em um sinal y_{j_1, j_2, \dots, j_N} em grafos multidimensionais com entes inspecionáveis unidimensionais.

$j_n = 1, \forall n \geq 2$	$j_1 = i_1$	$w_{i_1, j_1, j_2, \dots, j_N} > 0$	y_{j_1, j_2, \dots, j_N}	d_{i_1}
Sim	Sim	Sim	-	<i>Situação impossível</i>
Sim	Sim	Não	Aumenta	Aumenta
Sim	Sim	Não	Diminui	Diminui
-	Não	Sim	Aumenta	Diminui
-	Não	Sim	Diminui	Aumenta
Sim	Não	Não	Aumenta	Diminui rel.
Sim	Não	Não	Diminui	Aumenta rel.
Não	-	Sim	Aumenta	Diminui
Não	-	Sim	Diminui	Aumenta
Não	-	Não	-	Inalterada

Fonte: Autor

Notas: O caractere “-” indica que a informação é irrelevante para a análise do comportamento de d_{i_1} .

A abreviação “rel.” indica que a variação é “relativamente à d_{j_1, j_2, \dots, j_N} ”.

7.1.2 Adequação do método

Considere que o regulador tenha as mesmas restrições citadas na Seção 3.7, ou seja, Q fiscais que podem ser alocados a no máximo S entes inspecionáveis por rodada de inspeção t .

A capacidade média de redução na taxa de inadequação x_{i_1} de um ente inspecionável e_{i_1} por fiscal a cada rodada de inspeção é especificada por μ_{i_1} . O conjunto de capacidades médias de redução é formado a partir da variação do índice i_1 em μ_{i_1} , com $i_1 = 1, 2, \dots, J_1$. As capacidades médias de redução são especificadas pelo vetor $\boldsymbol{\mu} \in \mathbb{R}^{J_1}$, definido em termos dos seus elementos como $[\boldsymbol{\mu}]_{i_1} = \mu_{i_1}$.

$\check{\boldsymbol{d}}$ é um vetor cujo elemento $[\check{\boldsymbol{d}}]_{i_1} = \check{d}_{i_1}$ representa a discrepância útil no ente inspecionável e_{i_1} .

Um ente inspecionável e_{i_1} selecionado para inspeção é especificado por $s_{i_1} = 1$. Os entes inspecionáveis selecionáveis são representados pelo vetor $\boldsymbol{s} \in \mathbb{R}^{J_1}$, definido em termos dos seus elementos como $[\boldsymbol{s}]_{i_1} = s_{i_1}$.

A quantidade de fiscais alocados para cada ente inspecionável e_{i_1} é especificada por q_{i_1} . As quantidades de fiscais alocados por ente inspecionável selecionável são representadas pelo vetor $\boldsymbol{q} \in \mathbb{R}^{J_1}$, definido em termos dos seus elementos como $[\boldsymbol{q}]_{i_1} = q_{i_1}$.

Assim, propõe-se a utilização de um método para seleção dos entes inspecionáveis e alocação de fiscais a cada rodada de inspeção t .

Proposição 9. No caso de grafos multidimensionais com entes inspecionáveis unidimensionais, propõe-se a utilização do método descrito pelo Algoritmo 7 para seleção dos entes inspecionáveis e alocação de fiscais a cada rodada de inspeção.

Algoritmo 7 – Método proposto para grafos multidimensionais com entes inspecionáveis unidimensionais.

Entradas: $S, Q, \mathcal{W}, \mu, \mathcal{Y}$ e τ

Saídas: s e q

Passo **Instrução**

- 1: $\mathcal{Z} \leftarrow \mathcal{Y}, s \leftarrow \mathbf{0}_{J_1}$ e $q \leftarrow \mathbf{0}_{J_1}$
 - 2: Enquanto $\sum_{j_1} q_{j_1} < Q$ faça:
 - 3: $\mathbf{h} \leftarrow [\mathcal{Z}]_{i_1,1,\dots,1}, \forall i_1$
 - 4: $\hat{\mathbf{x}} \leftarrow \mathcal{W} \diamond_{([2,3,\dots,N+1];[1,2,\dots,N])} \mathcal{Z}$
 - 5: $\check{\mathbf{x}} \leftarrow \max\{\hat{\mathbf{x}}, \tau\}$
 - 6: $\check{\mathbf{d}} \leftarrow \mathbf{h} \otimes \check{\mathbf{x}}$
 - 7: Se $\sum_{j_1} s_{j_1} = S$ faça $\check{\mathbf{d}} \leftarrow \check{\mathbf{d}} \otimes s$
 - 8: $i_1 \leftarrow j_1 \mid d_{j_1} = \max[\check{\mathbf{d}}]$
 - 9: $q_{i_1} \leftarrow q_{i_1} + 1$
 - 10: Se $\sum_{j_1} s_{j_1} < S$ e $s_{i_1} = 0$ faça $s_{i_1} \leftarrow 1$
 - 11: $z_{i_1,1,\dots,1} \leftarrow z_{i_1,1,\dots,1} - \mu_{i_1}$
 - 12: Retorne: s e q
-

Fonte: Autor.

7.2 ENTES INSPECIONÁVEIS MULTIDIMENSIONAIS

A Seção 7.1 analisou sistemas representados por grafos multidimensionais, com sinal escalar nos vértices, em que os entes inspecionáveis estavam organizados em apenas uma dimensão do grafo. No entanto, pode ser conveniente que os entes inspecionáveis sejam organizados em mais de uma dimensão do grafo.

Por exemplo, suponha a mesma situação exemplificada na Seção 7.1, mas agora, ao invés da prestação do SMP por apenas uma operadora passa-se a analisar a prestação do serviço por mais de uma operadora. Desta forma, apesar do vértices onde ocorrem as taxas de reclamações passadas não representarem entes inspecionáveis, os entes inspecionáveis estarão organizados no grafo em duas dimensões, uma representando o município onde o serviço é prestado e outra representando a operadora que presta o serviço. Assim, uma nova formulação para o sistema deve ser estabelecida.

Para tanto, considere um grafo multidimensional $\mathcal{W} = (\mathbb{V}, \mathbb{W})$ em que \mathbb{V} é o conjunto de vértices de \mathcal{W} e \mathbb{W} é o conjunto de arestas que conectam, unicamente em cada sentido, dois vértices distintos contidos em \mathbb{V} . Os vértices de \mathcal{W} são organizados em N dimensões, cujo número de componentes são J_1, J_2, \dots, J_N . Cada dimensão do grafo representa uma característica utilizada na organização dos vértices do grafo.

Um vértice de \mathcal{W} é representado pela conjunção de N componentes das dimensões do grafo \mathcal{W} , uma componente de cada uma das N dimensões do grafo, e é especificado por v_{j_1, j_2, \dots, j_N} , em que j_n é índice da componente na dimensão n do grafo. O conjunto \mathbb{V} é formado a partir da variação dos índices j_n , com $j_n = 1, 2, \dots, J_n$ e $n = 1, 2, \dots, N$. O número de vértices de \mathcal{W} é dado por $J_1 \times J_2 \times \dots \times J_N$.

Considere que a informação indexada por um vértice de \mathcal{W} representa a taxa de

inadequação do serviço naquele vértice e, portanto, é um escalar. O sinal no vértice v_{j_1, j_2, \dots, j_N} de \mathcal{W} é especificado por um escalar y_{j_1, j_2, \dots, j_N} e o conjunto de sinais nos vértices é formado a partir da variação dos índices j_n em y_{j_1, j_2, \dots, j_N} , com $j_n = 1, 2, \dots, J_n$ e $n = 1, 2, \dots, N$. O sinal no grafo \mathcal{W} , composto por todos os sinais nos vértices de \mathcal{W} , é especificado pelo tensor N -dimensional $\mathcal{Y} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2 \times \dots \times J_N}$, definido em termos dos seus elementos como $[\mathcal{Y}]_{j_1, j_2, \dots, j_N} = y_{j_1, j_2, \dots, j_N}$.

Considere que apenas os vértices v_{j_1, j_2, \dots, j_N} cujos índices $j_{H+1}, j_{H+2}, \dots, j_N$, com $H < N$, são iguais a 1 representam entes inspecionáveis. Desta forma, os entes inspecionáveis estão organizados em H dimensões do grafo. Assim, um ente inspecionável é especificado por e_{i_1, i_2, \dots, i_H} , neste caso com $e_{i_1, i_2, \dots, i_H} = v_{i_1, i_2, \dots, i_H, 1, 1, \dots, 1}$. O conjunto \mathbb{E} é formado a partir da variação dos índices i_1, i_2, \dots, i_H em e_{i_1, i_2, \dots, i_H} , com $i_h = 1, 2, \dots, J_h$ e $h = 1, 2, \dots, H$.

O sinal em um ente inspecionável e_{i_1, i_2, \dots, i_H} é definido como a informação indexada pelo vértice $v_{i_1, i_2, \dots, i_H, 1, 1, \dots, 1}$ e é especificado pelo escalar x_{i_1, i_2, \dots, i_H} , nesse caso com $x_{i_1, i_2, \dots, i_H} = y_{i_1, i_2, \dots, i_H, 1, 1, \dots, 1}$. O conjunto de sinais nos entes inspecionáveis é formado a partir da variação dos índices i_1, i_2, \dots, i_H em x_{i_1, i_2, \dots, i_H} , com $i_h = 1, 2, \dots, J_h$ e $h = 1, 2, \dots, H$. O sinal nos entes inspecionáveis é especificado pelo tensor $\mathcal{X} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2 \times \dots \times J_H}$, definido em termos dos seus elementos como $[\mathcal{X}]_{i_1, i_2, \dots, i_H} = x_{i_1, i_2, \dots, i_H}$.

O peso de uma aresta de \mathcal{W} será utilizado para representar a influência relativa que a taxa de inadequação y_{j_1, j_2, \dots, j_N} em um vértice influenciador v_{j_1, j_2, \dots, j_N} exerce na formação da expectativa do regulador $\hat{x}_{i_1, i_2, \dots, i_H}$ quanto à taxa de inadequação x_{i_1, i_2, \dots, i_H} em um ente inspecionável e_{i_1, i_2, \dots, i_H} .

O peso da conexão que chega a $v_{i_1, i_2, \dots, i_H, 1, 1, \dots, 1}$ partindo de qualquer vértice v_{j_1, j_2, \dots, j_N} é especificado por um escalar de $H + N$ índices $w_{i_1, i_2, \dots, i_H, j_1, j_2, \dots, j_N}$. Os pesos das conexões de \mathcal{W} são representados por um tensor de adjacências $(H + N)$ -dimensional $\mathcal{W} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2 \times \dots \times J_H \times J_1 \times J_2 \times \dots \times J_N}$, definido em termos de seus elementos como $[\mathcal{W}]_{i_1, i_2, \dots, i_H, j_1, j_2, \dots, j_N} = w_{i_1, i_2, \dots, i_H, j_1, j_2, \dots, j_N}$.

A expectativa do regulador quanto ao sinal x_{i_1, i_2, \dots, i_H} em um ente inspecionável e_{i_1, i_2, \dots, i_H} é especificada por $\hat{x}_{i_1, i_2, \dots, i_H}$. O conjunto de expectativas é formado a partir da variação dos índices i_1, i_2, \dots, i_H em $\hat{x}_{i_1, i_2, \dots, i_H}$, com $i_h = 1, 2, \dots, J_h$ e $h = 1, 2, \dots, H$. Esse conjunto de expectativas do regulador é representado matematicamente por um tensor H -dimensional $\hat{\mathcal{X}} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2 \times \dots \times J_H}$, definido em termos dos seus elementos como $[\hat{\mathcal{X}}]_{i_1, i_2, \dots, i_H} = \hat{x}_{i_1, i_2, \dots, i_H}$.

A expectativa do regulador $\hat{x}_{i_1, i_2, \dots, i_H}$ é calculada por

$$\hat{x}_{i_1, i_2, \dots, i_H} = \sum_{j_1, j_2, \dots, j_N} w_{i_1, i_2, \dots, i_H, j_1, j_2, \dots, j_N} y_{j_1, j_2, \dots, j_N}. \quad (119)$$

O tensor $\hat{\mathcal{X}}$ das expectativas do regulador é calculado por

$$\hat{\mathcal{X}} = \mathcal{W} \diamond_{([H+1, H+2, \dots, H+N]; [1, 2, \dots, N])} \mathcal{Y}. \quad (120)$$

Para que o peso das arestas de \mathcal{W} continuem a representar a influência relativa que a

taxa de inadequação de um vértice exerce na formação da expectativa do regulador quanto à taxa de inadequação em um ente inspecionável, é preciso que os pesos de todas as arestas que convergem para cada vértice $v_{i_1, i_2, \dots, i_H, 1, \dots, 1}, \forall i_1, i_2, \dots, i_H$, de \mathcal{W} sejam normalizados de modo que os seus graus de entrada g_{i_1, i_2, \dots, i_H} sejam iguais a 1. Isso pode ser feito sem perda de generalidade impondo a restrição

$$\sum_{j_1, j_2, \dots, j_N} w_{i_1, i_2, \dots, i_H, j_1, j_2, \dots, j_N} = 1, \forall i_1, i_2, \dots, i_H. \quad (121)$$

A discrepância do sinal x_{i_1, i_2, \dots, i_H} em um ente inspecionável e_{i_1, i_2, \dots, i_H} é especificada por d_{i_1, i_2, \dots, i_H} e calculada por

$$d_{i_1, i_2, \dots, i_H} = \frac{x_{i_1, i_2, \dots, i_H}}{\hat{x}_{i_1, i_2, \dots, i_H}}. \quad (122)$$

O conjunto de discrepâncias do sinal nos entes inspecionáveis é formado a partir da variação dos índices i_1, i_2, \dots, i_H em d_{i_1, i_2, \dots, i_H} , com $i_h = 1, 2, \dots, J_h$ e $h = 1, 2, \dots, H$. As discrepâncias do sinal são representadas por um tensor H -dimensional $\mathcal{D} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2 \times \dots \times J_H}$, definido em termos dos seus elementos como $[\mathcal{D}]_{i_1, i_2, \dots, i_H} = d_{i_1, i_2, \dots, i_H}$.

O tensor \mathcal{D} de discrepâncias dos sinais nos entes inspecionáveis é calculado por

$$\mathcal{D} = \mathcal{X} \circ \hat{\mathcal{X}}. \quad (123)$$

Como realizado na Seção 3.5, ao definir a taxa de inadequação de forma que $x_{i_1, i_2, \dots, i_H} = 1$ corresponda à taxa de inadequação máxima aceitável, calcula-se a expectativa relevante $\tilde{x}_{i_1, i_2, \dots, i_H}$ para o sinal x_{i_1, i_2, \dots, i_H} no ente inspecionável e_{i_1, i_2, \dots, i_H} como

$$\tilde{x}_{i_1, i_2, \dots, i_H} = \max\{\hat{x}_{i_1, i_2, \dots, i_H}, 1\}. \quad (124)$$

O conjunto de expectativas relevantes é formado a partir da variação dos índices i_1, i_2, \dots, i_H em $\tilde{x}_{i_1, i_2, \dots, i_H}$, com $i_h = 1, 2, \dots, J_h$ e $h = 1, 2, \dots, H$. As expectativas relevantes são organizadas em um tensor H -dimensional $\tilde{\mathcal{X}} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2 \times \dots \times J_H}$, definido em termos de seus elementos como $[\tilde{\mathcal{X}}]_{i_1, i_2, \dots, i_H} = \tilde{x}_{i_1, i_2, \dots, i_H}$, calculado por

$$\tilde{\mathcal{X}} = \max\{\hat{\mathcal{X}}, \mathbf{1}_{J_1 \times J_2 \times \dots \times J_H}\}. \quad (125)$$

Calcula-se a discrepância relevante $\tilde{d}_{i_1, i_2, \dots, i_H}$ do sinal em um ente inspecionável como

$$\tilde{d}_{i_1, i_2, \dots, i_H} = \frac{x_{i_1, i_2, \dots, i_H}}{\tilde{x}_{i_1, i_2, \dots, i_H}}. \quad (126)$$

O conjunto de discrepâncias relevantes do sinal nos entes inspecionáveis é formado a partir da variação dos índices i_1, i_2, \dots, i_H em $\tilde{d}_{i_1, i_2, \dots, i_H}$, com $i_h = 1, 2, \dots, J_h$ e $h = 1, 2, \dots, H$. As discrepâncias relevantes são organizadas em um tensor H -dimensional $\tilde{\mathcal{D}} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2 \times \dots \times J_H}$, definido em termos de seus elementos como $[\tilde{\mathcal{D}}]_{i_1, i_2, \dots, i_H} = \tilde{d}_{i_1, i_2, \dots, i_H}$, e calculado por

$$\tilde{\mathcal{D}} = \mathcal{X} \circ \tilde{\mathcal{X}}. \quad (127)$$

Calcula-se a expectativa útil $\check{x}_{i_1, i_2, \dots, i_H}$ para o sinal x_{i_1, i_2, \dots, i_H} no ente inspecionável e_{i_1, i_2, \dots, i_H} como

$$\check{x}_{i_1, i_2, \dots, i_H} = \max\{\hat{x}_{i_1, i_2, \dots, i_H, \tau}\}. \quad (128)$$

O conjunto de expectativas úteis é formado a partir da variação dos índices i_1, i_2, \dots, i_H em $\check{x}_{i_1, i_2, \dots, i_H}$, com $i_h = 1, 2, \dots, J_h$ e $h = 1, 2, \dots, H$. As expectativas úteis são organizadas em um tensor H -dimensional $\check{\mathcal{X}} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2 \times \dots \times J_H}$, definido em termos de seus elementos como $[\check{\mathcal{X}}]_{i_1, i_2, \dots, i_H} = \check{x}_{i_1, i_2, \dots, i_H}$, calculado por

$$\check{\mathcal{X}} = \max\{\hat{\mathcal{X}}, \mathcal{T}\} \quad (129)$$

em que $\mathcal{T} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2 \times \dots \times J_H}$ é um tensor definido em termos de seus elementos como $[\mathcal{T}]_{i_1, i_2, \dots, i_H} = \tau^2$.

Calcula-se a discrepância útil $\check{d}_{i_1, i_2, \dots, i_H}$ do sinal em um ente inspecionável e_{i_1, i_2, \dots, i_H} como

$$\check{d}_{i_1, i_2, \dots, i_H} = \frac{x_{i_1, i_2, \dots, i_H}}{\check{x}_{i_1, i_2, \dots, i_H}}. \quad (130)$$

O conjunto de discrepâncias úteis do sinal nos entes inspecionáveis é formado a partir da variação dos índices i_1, i_2, \dots, i_H em $\check{d}_{i_1, i_2, \dots, i_H}$, com $i_h = 1, 2, \dots, J_h$ e $h = 1, 2, \dots, H$. As discrepâncias úteis são organizadas em um tensor H -dimensional $\check{\mathcal{D}} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2 \times \dots \times J_H}$, definido em termos de seus elementos como $[\check{\mathcal{D}}]_{i_1, i_2, \dots, i_H} = \check{d}_{i_1, i_2, \dots, i_H}$, e calculado por

$$\check{\mathcal{D}} = \mathcal{X} \oslash \check{\mathcal{X}}. \quad (131)$$

7.2.1 Comportamento da discrepância

O Quadro 9 mostra como a discrepância d_{i_1, i_2, \dots, i_H} em um ente inspecionável e_{i_1, i_2, \dots, i_H} , definida na Seção 7.2, se comporta quando ocorre variação em um sinal y_{j_1, j_2, \dots, j_N} em um vértice v_{j_1, j_2, \dots, j_N} . Quando é informado que a discrepância d_{i_1, i_2, \dots, i_H} aumenta (ou diminui) rel., o valor absoluto da discrepância d_{i_1, i_2, \dots, i_H} não é alterado pela variação no sinal y_{j_1, j_2, \dots, j_N} , mas, relativamente ao novo valor da discrepância d_{j_1, j_2, \dots, j_H} em e_{j_1, j_2, \dots, j_H} , a discrepância d_{i_1, i_2, \dots, i_H} em e_{i_1, i_2, \dots, i_H} é maior (ou menor).

² Observe que é possível a utilização de diferentes valores de τ para diferentes conjunções de componentes i_1, i_2, \dots, i_H caso entenda-se interessante.

Quadro 9 – Comportamento da discrepância no ente inspecionável e_{i_1, i_2, \dots, i_H} em razão de variação em um sinal y_{j_1, j_2, \dots, j_N} em grafos multidimensionais com entes inspecionáveis multidimensionais.

$j_n = 1, \forall n > H$	$j_h = i_h, \forall h \leq H$	$w_{i_1, i_2, \dots, i_H, j_1, j_2, \dots, j_N} > 0$	y_{j_1, j_2, \dots, j_N}	d_{i_1, i_2, \dots, i_H}
Sim	Sim	Sim	-	<i>Situação impossível</i>
Sim	Sim	Não	Aumenta	Aumenta
Sim	Sim	Não	Diminui	Diminui
-	Não	Sim	Aumenta	Diminui
-	Não	Sim	Diminui	Aumenta
Sim	Não	Não	Aumenta	Diminui rel.
Sim	Não	Não	Diminui	Aumenta rel.
Não	-	Sim	Aumenta	Diminui
Não	-	Sim	Diminui	Aumenta
Não	-	Não	-	Inalterada

Fonte: Autor

Notas: O caractere “-” indica que a informação é irrelevante para a análise do comportamento de d_{i_1, i_2, \dots, i_H} .

A abreviação “rel.” indica que a variação é “relativamente à d_{j_1, j_2, \dots, j_H} ”.

7.2.2 Adequação do método

Considere que o regulador tenha as mesmas restrições citadas na Seção 3.7, ou seja, Q fiscais que podem ser alocados a no máximo S entes inspecionáveis por rodada de inspeção t .

A capacidade média de redução na taxa de inadequação x_{i_1, i_2, \dots, i_H} de um ente inspecionável e_{i_1, i_2, \dots, i_H} por fiscal a cada rodada de inspeção é especificada por $\mu_{i_1, i_2, \dots, i_H}$. O conjunto de capacidades médias de redução é formado a partir da variação dos índices i_1, i_2, \dots, i_H em $\mu_{i_1, i_2, \dots, i_H}$, com $i_h = 1, 2, \dots, J_h$ e $h = 1, 2, \dots, J_H$. As capacidades médias de redução são especificadas pelo tensor H -dimensional $\mathcal{M} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2 \times \dots \times J_H}$, definido em termos dos seus elementos como $[\mathcal{M}]_{i_1, i_2, \dots, i_H} = \mu_{i_1, i_2, \dots, i_H}$.

$\tilde{\mathcal{D}}$ é um tensor cujo elemento $[\tilde{\mathcal{D}}]_{i_1, i_2, \dots, i_H} = \tilde{d}_{i_1, i_2, \dots, i_H}$ representa a discrepância útil no ente inspecionável e_{i_1, i_2, \dots, i_H} .

Um ente inspecionável e_{i_1, i_2, \dots, i_H} selecionado para inspeção é especificado por $s_{i_1, i_2, \dots, i_H} =$
 1. Os entes inspecionáveis selecionáveis são representados pelo tensor H -dimensional $\mathcal{S} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2 \times \dots \times J_H}$, definido em termos dos seus elementos como $[\mathcal{S}]_{i_1, i_2, \dots, i_H} = s_{i_1, i_2, \dots, i_H}$.

A quantidade de fiscais alocados para cada ente inspecionável e_{i_1, i_2, \dots, i_H} é especificada por q_{i_1, i_2, \dots, i_H} . As quantidades de fiscais alocados por ente inspecionável selecionável são representadas pelo tensor H -dimensional $\mathcal{Q} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2 \times \dots \times J_H}$, definido em termos dos seus elementos como $[\mathcal{Q}]_{i_1, i_2, \dots, i_H} = q_{i_1, i_2, \dots, i_H}$.

Assim, propõe-se a utilização de um método para seleção dos entes inspecionáveis e alocação de fiscais a cada rodada de inspeção t .

Proposição 10. No caso de grafos multidimensionais com entes inspecionáveis multidimensionais, propõe-se a utilização do método descrito pelo Algoritmo 8 para seleção dos entes inspecionáveis e alocação de fiscais a cada rodada de inspeção.

Algoritmo 8 – Método proposto para grafos multidimensionais com entes inspecionáveis multidimensionais.

Entradas: $S, Q, \mathcal{W}, \mathcal{M}, \mathcal{Y}$ e \mathcal{T}	
Saídas: \mathcal{S} e \mathcal{Q}	
Passo	Instrução
1:	$\mathcal{Z} \leftarrow \mathcal{Y}, \mathcal{S} \leftarrow \mathbf{0}_{J_1 \times J_2 \times \dots \times J_H}$ e $\mathcal{Q} \leftarrow \mathbf{0}_{J_1 \times J_2 \times \dots \times J_H}$
2:	Enquanto $\sum_{j_1, j_2, \dots, j_H} q_{j_1, j_2, \dots, j_H} < Q$ faça:
3:	$\mathcal{H} = [\mathcal{Z}]_{i_1, i_2, \dots, i_H, 1, 1, \dots, 1}, \forall i_1, i_2, \dots, i_H$
4:	$\check{\mathcal{X}} \leftarrow \mathcal{W} \diamond_{([H+1, H+2, \dots, H+N]; [1, 2, \dots, N])} \mathcal{Z}$
5:	$\check{\mathcal{X}} \leftarrow \max\{\check{\mathcal{X}}, \mathcal{T}\}$
6:	$\check{\mathcal{D}} \leftarrow \mathcal{H} \otimes \check{\mathcal{X}}$
7:	Se $\sum_{j_1, j_2, \dots, j_H} s_{j_1, j_2, \dots, j_H} = S$ faça $\check{\mathcal{D}} \leftarrow \check{\mathcal{D}} \otimes \mathcal{S}$
8:	$i_1, i_2, \dots, i_H \leftarrow j_1, j_2, \dots, j_H \mid \check{d}_{j_1, j_2, \dots, j_H} = \max[\check{\mathcal{D}}]$
9:	$q_{i_1, i_2, \dots, i_H} \leftarrow q_{i_1, i_2, \dots, i_H} + 1$
10:	Se $\sum_{j_1, j_2, \dots, j_H} s_{j_1, j_2, \dots, j_H} < S$ e $s_{i_1, i_2, \dots, i_H} = 0$ faça $s_{i_1, i_2, \dots, i_H} \leftarrow 1$
11:	$z_{i_1, i_2, \dots, i_H, 1, 1, \dots, 1} \leftarrow z_{i_1, i_2, \dots, i_H, 1, 1, \dots, 1} - \mu_{i_1, i_2, \dots, i_H}$
12:	Retorne: \mathcal{S} e \mathcal{Q}

Fonte: Autor.

7.3 APLICAÇÃO DO MÉTODO

Para ilustrar a aplicabilidade do método proposto neste Capítulo 7 a temas de amplo interesse, simulou-se, para sucessivas rodadas de inspeção, a taxa de reclamações do consumidor em cada município brasileiro, de uma empresa fictícia prestadora do SMP, em que somente os pares município-tempo presente são entes inspecionáveis.

A Seção 7.3.1 apresenta o modelo baseado em grafo para a realização das simulações. A Seção 7.3.2 apresenta o resultados das simulações e a Seção 7.3.3 analisa esses resultados.

7.3.1 O modelo baseado em grafo

Suponha que a expectativa real da Anatel durante a evolução da qualidade do SMP seja que:

- Em cada município influenciado, 50% da expectativa é decorrente das influências advindas das taxas de reclamações atuais dos municípios, cujos municípios são, segundo o IBGE, influenciadores do município influenciado. Neste caso, a influência é proporcional aos deslocamentos de consumidores de um município influenciado para os municípios influenciadores na busca por bens ou serviços em geral (quando a busca externa por bens ou serviços se caracteriza por relações urbanas de proximidade) ou é proporcional à importância das relações de gestão pública e empresarial entre os municípios (quando a busca externa por bens ou serviços é caracterizada por relações de longa distância).
- Em cada município influenciado, 50% da expectativa é decorrente das influências advindas das taxas de reclamações que ocorriam nos municípios antes da última rodada de inspeção realizada, sendo metade desses 50% decorrente do

mesmo município influenciado e a outra metade desses 50% sendo decorrente dos outros municípios influenciadores segundo o IBGE, na mesma proporção dos deslocamentos de consumidores como descrito no item anterior.

A expectativa real do regulador depende da aplicação. As premissas listadas acima podem ser modificadas dependendo dos objetivos específicos não considerados aqui. Um conjunto diferente de premissas não afeta a aplicabilidade do método proposto.

Considerando as premissas listadas, utilizou-se as informações publicadas pelo IBGE (2020a,b, 2021) e pela Anatel (2022a,b) para construir um modelo baseado em grafo para a expectativa da Anatel sobre a insatisfação do consumidor em cada município influenciado com base na insatisfação do consumidor nesse e em outros municípios.

Para simular o método proposto, considerou-se um grafo direcionado ponderado $\mathcal{W} = (\mathbb{V}, \mathbb{W})$ em que \mathbb{V} é o conjunto de vértices de \mathcal{W} e \mathbb{W} é o conjunto de arestas de \mathcal{W} . Cada vértice de \mathcal{W} representa um par município-tempo de prestação do SMP. Apenas essas 2 (duas) características foram utilizadas na segmentação da prestação do serviço. Portanto, todos os vértices de \mathcal{W} estão organizados em $N = 2$ dimensões. Um vértice de \mathcal{W} é especificado por v_{j_1, j_2} , em que j_1 e j_2 são os índices do vértice nas dimensões 1 e 2, cujo número de componentes são $J_1 = 5.570$ e $J_2 = 2$. O número de vértices de \mathcal{W} é $J_1 \times J_2 = 11.140$. Assim, o conjunto \mathbb{V} é formado a partir da variação dos índices j_1 e j_2 em v_{j_1, j_2} , com $j_1 = 1, 2, \dots, J_1$ e $j_2 = 1, 2, \dots, J_2$.

Considere que a informação indexada, a cada rodada de inspeção t , por um vértice de \mathcal{W} representa o número de reclamações de consumidores por 50.000 consumidores naquele par município-tempo³ e, portanto, pode ser representada por um escalar. O sinal no vértice v_{j_1, j_2} de \mathcal{W} é definido como sendo essa informação e especificado por $y_{j_1, j_2}(t)$. O conjunto de sinais nos vértices é formado a partir da variação dos índices j_1 e j_2 em $y_{j_1, j_2}(t)$, com $j_1 = 1, 2, \dots, J_1$ e $j_2 = 1, 2, \dots, J_2$. O sinal no grafo \mathcal{W} , composto por todos os sinais nos vértices de \mathcal{W} , é especificado pela matriz $\mathbf{Y}(t) \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2}$, definida em termos dos seus elementos como $[\mathbf{Y}(t)]_{j_1, j_2} = y_{j_1, j_2}(t)$.

Como somente a prestação do serviço pela empresa no tempo presente em cada município é passível de inspeção, somente os municípios no tempo presente são entes inspecionáveis. Desta forma, os vértices decorrentes da conjunção de todos os componentes da primeira dimensão do grafo com a componente $j_2 = 1$ da segunda dimensão do grafo é que formarão entes inspecionáveis. Tem-se, portanto, que os entes inspecionáveis representam municípios, são especificado por e_{i_1} e o conjunto de entes inspecionáveis \mathbb{E} é formado a partir da variação dos índices i_1 em e_{i_1} , com $i_1 = 1, 2, \dots, J_1$.

O sinal em um ente inspecionável e_{i_1} é definido como a informação indexada pelo vértice $v_{i_1, 1}$ na rodada de inspeção t e é especificado por $x_{i_1}(t)$. O conjunto de sinais nos entes inspecionáveis é formado a partir da variação dos índices i_1 em $x_{i_1}(t)$, com

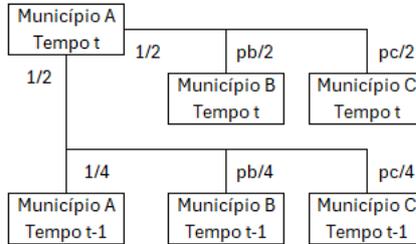
³ Observe que isso define uma reclamação por 50.000 consumidores como a taxa de inadequação máxima aceitável.

$i_1 = 1, 2, \dots, J_1$. O sinal nos entes inspecionáveis é especificado pelo vetor $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^{J_1}$, definido em termos dos seus elementos como $[\mathbf{x}(t)]_{i_1} = x_{i_1}(t)$. Neste caso, apenas os vértice v_{j_1, j_2} de \mathcal{W} cuja componente na segunda dimensão é $j_2 = 1$ irá representar um ente inspecionável, então $x_{i_1}(t) = y_{j_1, j_2}(t), \forall i_1 = j_1$ e $j_2 = 1$.

O peso da aresta que conecta o vértice v_{j_1, j_2} ao vértice $v_{i_1, i_2=1}$, no sentido de v_{j_1, j_2} para $v_{i_1, i_2=1}$, é especificado como w_{i_1, j_1, j_2} e representa a influência relativa que a taxa $y_{j_1, j_2}(t)$ de reclamações do consumidor em v_{j_1, j_2} exerce na formação da expectativa da Anatel quanto à taxa $x_{i_1}(t)$ de reclamações do consumidor em $v_{i_1, i_2=1} = e_{i_1}$. Para a definição de todos os w_{i_1, j_1, j_2} utilizou-se as informações sobre a influências entre os municípios publicadas pelo IBGE e as suposições sobre a expectativa real da Anatel durante a evolução da qualidade do SMP descritas no início desta seção. O conjunto \mathbb{W} é formado a partir da variação dos índices i_1, j_1 e j_2 de w_{i_1, j_1, j_2} , com $i_1 = 1, 2, \dots, J_1, j_1 = 1, 2, \dots, J_1$ e $j_2 = 1, 2, \dots, J_2$. O tensor de adjacências de \mathcal{W} é o tensor $\mathbf{W} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_1 \times J_2}$, definido em termos de seus elementos como $[\mathbf{W}]_{i_1, j_1, j_2} = w_{i_1, j_1, j_2}$.

O grafo \mathcal{W} completo que representa todas as influências entre os pares município-tempo, determinadas a partir dos dados do IBGE e das suposições sobre a expectativa real da Anatel, possui 11.140 vértices (número de pares município-tempo) e 132.718 arestas com peso maior que zero (número de influências). Como exemplo, a Figura 19 ilustra as influências quando os municípios B e C influenciam, segundo o IBGE, o município A.

Figura 19 – Influências em um par município-tempo (presente).



Fonte: Autor.

Nota: pb e pc são as porcentagens de influência dos municípios B e C, respectivamente, no município A, segundo dados do IBGE.

Como na Seção 5.4.1, considere que a Anatel tem $Q = 224$ fiscais para atuar nas inspeções dos entes inspecionáveis. Os fiscais podem ser alocados a no máximo $S = 56$ municípios por rodada de inspeção t . Suponha que um município padrão seja definido como um município com 50.000 consumidores do SMP, que um município inspecionável $v_{i_1, i_2=1}$ tenha $50.000\rho_{i_1}$ consumidores e que a capacidade média de um inspetor para reduzir a taxa de reclamações do consumidor de um município padrão seja μ .

A capacidade de um fiscal de reduzir a taxa de reclamações do consumidor $x_{i_1}(t)$ em um ente inspecionável e_{i_1} é diferente para cada fiscal, município e rodada de inspeção. Para cada rodada de inspeção t , a capacidade de um fiscal qualquer de reduzir a taxa de reclamações do consumidor $x_{i_1}(t)$ em um ente inspecionável e_{i_1} é especificada por $r_{i_1}(t)$.

Para modelar a capacidade de redução $r_{i_1}(t)$ de um fiscal como uma variável aleatória, considere o seguinte:

- a) A capacidade $r_{i_1}(t)$ é sempre positiva, de modo que uma ação do fiscal nunca piora a taxa de reclamações do consumidor;
- b) A capacidade $r_{i_1}(t)$ não pode ser ilimitada, portanto deve ser modelada por uma distribuição com suporte limitado;
- c) A capacidade $r_{i_1}(t)$ de um fiscal de reduzir a taxa de reclamações do consumidor $x_{i_1}(t)$ varia com o número de consumidores do ente inspecionável e_i . Quanto maior o número de consumidores do ente inspecionável, maior a estrutura para prestação do SMP a ser inspecionada e, portanto, menor a capacidade de redução da taxa de reclamações do consumidor por um fiscal.

Considerando as condições listadas, modelou-se a capacidade $r_{i_1}(t)$ de um fiscal de reduzir, em uma rodada de inspeção, a taxa de reclamações do consumidor $x_{i_1}(t)$ em um ente inspecionável e_{i_1} com $50.000\rho_{i_1}$ consumidores como sendo $r_{i_1}(t) = \bar{r}/\rho_{i_1}$, com a variável aleatória \bar{r} , que corresponde à capacidade de um fiscal de reduzir a taxa de reclamações do consumidor em um ente inspecionável padrão, sendo modelada como uma transformada linear de uma distribuição de Irwin-Hall tal que $\bar{r} \sim 2\mu\mathfrak{I}(3)/3$, em que $\mathfrak{I}(3)$ é a distribuição de Irwin-Hall feita com a soma de três distribuições uniformes independentes de $[0,1]$, de modo que a média da distribuição resultante é μ , o desvio padrão é $\mu/3$ e \bar{r} está distribuída entre 0 e 2μ .

A capacidade $\tilde{r}_{i_1}(t)$ de uma equipe de $q_{i_1}(t)$ fiscais de reduzir a taxa de reclamações do consumidor $x_{i_1}(t)$ varia com a quantidade $q_{i_1}(t)$ de fiscais alocados ao ente inspecionável e_{i_1} . Quanto maior a quantidade $q_{i_1}(t)$ de fiscais alocados ao ente e_{i_1} , maior a capacidade da equipe de desvendar problemas e, portanto, maior a capacidade $\tilde{r}_{i_1}(t)$ da equipe de reduzir a taxa de reclamações do consumidor no ente e_{i_1} em uma rodada de inspeção. Assim, a capacidade $\tilde{r}_{i_1}(t)$ de uma equipe de $q_{i_1}(t)$ fiscais de reduzir a taxa de reclamações do consumidor $x_{i_1}(t)$ em um ente inspecionável e_{i_1} com $50.000\rho_{i_1}$ consumidores em uma rodada de inspeção é distribuída tal que $\tilde{r}_{i_1}(t) \sim q_{i_1}(t)\bar{r}/\rho_{i_1}$.

A distribuição da capacidade resultante $\tilde{r}_{i_1}(t)$ da equipe também é uma transformada linear de uma distribuição de Irwin-Hall, tal que

$$\tilde{r}_{i_1}(t) \sim \frac{2\mu q_{i_1}(t)\mathfrak{I}(3)}{3\rho_{i_1}}, \quad (132)$$

com a média igual a $\frac{\mu q_{i_1}(t)}{\rho_{i_1}}$ e o desvio padrão igual a $\frac{\mu\sqrt{q_{i_1}(t)}}{3\rho_{i_1}}$.

A atualização de $\tau(t)$ depende da aplicação e vai influenciar diretamente no cálculo da discrepância útil $\check{d}_i(t)$. Como dito na Seção 3.7, $\tau(0) = 1$ e o valor de $\tau(t)$ deve aumentar conforme a qualidade dos serviços evolui. Assim, a atualização de $\tau(t)$, para a aplicação em tela, foi realizada por:

$$\tau(t) = \begin{cases} \tau(t-1) + 1/Q, & \text{se } \sum_{\varphi=t}^{t-\Psi+1} p(\varphi) - \sum_{\varphi=t-\Psi}^{t-2\Psi+1} p(\varphi) < \Psi Q\mu \\ \tau(t-1), & \text{outros,} \end{cases} \quad (133)$$

com $\Psi = 10$ e $p(\varphi)$ sendo o somatório das discrepâncias relevantes $\tilde{d}_i(\varphi)$ nos entes problemáticos da rodada de inspeção φ .

Dessa forma, se a discrepância média nos entes problemáticos nas últimas Ψ rodadas de inspeção não tiver diminuído em ao menos $Q\mu$, quando comparada a essa mesma discrepância média nas Ψ rodadas anteriores, o valor de $\tau(t)$ é aumentado em $1/Q$ em relação à $\tau(t-1)$.

Para cada rodada de inspeção t , um novo sinal $\mathbf{Y}(t)$ no grafo é gerado. $y_{j_1, j_2=1}(t)$ é gerado como a soma de um sinal médio $u_{j_1}(t)$ no vértice $v_{j_1, j_2=1}$ e um ruído branco Gaussiano $\eta_{j_1}(t) \sim \mathfrak{N}(0, 0,5)$, limitado inferiormente em 0 em cada vértice, de modo que $y_{j_1, j_2=1}(t) = \max\{0, u_{j_1}(t) + \eta_{j_1}(t)\}$. Assim, $y_{j_1, j_2=1}(t)$ é modelado como um valor esperado para a taxa de reclamações, no município representado pelo vértice $v_{j_1, j_2=1}$, em razão dos problemas existentes na estrutura da empresa fictícia para prestação do SMP somado a uma variação aleatória nessa taxa de reclamações. Além disso, $y_{j_1, j_2=2}(t) = y_{j_1, j_2=1}(t-1)$.

Para inicialização do sinal médio $u_{j_1}(0)$ em cada vértice $v_{j_1, j_2=1}$ e $u_{j_1}(-1)$ em cada vértice $v_{j_1, j_2=2}$, utilizou-se o número de reclamações de consumidores referentes ao SMP em cada município brasileiro (ANATEL, 2022b) e o número de consumidores do SMP por município (ANATEL, 2022a), ambos de julho de 2022 e publicados pela Anatel. $u_{j_1}(0)$ e $u_{j_1}(-1)$ são, portanto, a taxa média de reclamações de consumidores no município brasileiro representado por v_{j_1, j_2} em julho de 2022. O número de reclamações de consumidores não inclui outros tipos de interação com a Anatel (como denúncias, elogios, pedidos de informação ou outros). Todas as reclamações consideradas foram feitas por reclamantes identificados com um número de telefone, não sendo necessário qualquer outro pré-processamento complexo dos dados.

Para cada método de DIRP simulado, após a inspeção em um ente e_{i_1} , a redução total $\tilde{r}_{i_1}(t)$ é subtraída do sinal médio $u_{i_1}(t)$ no vértice $v_{i_1, i_2=1}$, com os resultados limitados inferiormente a 0, de modo que $u_{i_1}(t+1) = \max\{0, u_{i_1}(t) - \tilde{r}_{i_1}(t)\}$.

7.3.2 Resultados das simulações

O método proposto foi comparado com outros dois métodos comumente utilizados para o DIRP. No primeiro método usado como referência, o método da aleatoriedade, os entes a serem inspecionados foram selecionados sem qualquer critério de seleção. No segundo método, o método da taxa, os entes com as maiores taxas de reclamações de consumidor foram os selecionados para serem inspecionados. Para comparar o desempenho dos métodos e para avaliar as suas robustezes foram realizadas simulações de Monte Carlo com 50 realizações para três valores diferentes de capacidade média de redução μ de um

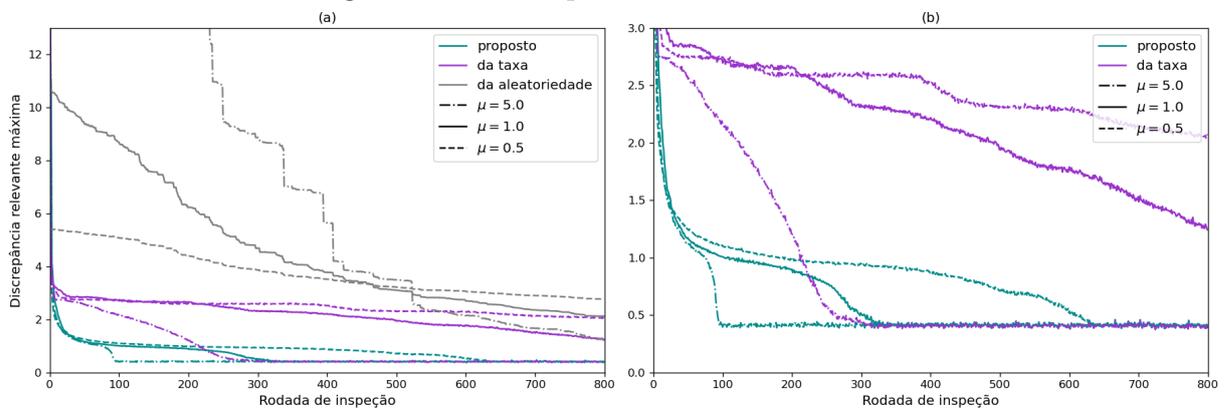
fiscal. μ foi definido como uma redução de 5, 1 ou 0,5 pontos na taxa de reclamações do consumidor promovida por um fiscal em um ente inspecionável padrão. Os métodos da aleatoriedade e da taxa alocam fiscais de acordo com o número de consumidores em cada ente, tomando como base um fiscal para cada 50.000 consumidores.

Os desempenhos dos métodos foram comparados usando quatro métricas de avaliação. Foram elas:

- a) Discrepância relevante máxima;
- b) Soma das discrepâncias relevantes nos entes problemáticos;
- c) Taxa média de reclamações do consumidor;
- d) Número de entes problemáticos.

As Figuras 20 a 23 mostram os resultados médios da simulação de Monte Carlo (média de 50 realizações). Nessas figuras, o gráfico em (a) mostra o resultado para todos os métodos, enquanto o gráfico em (b) foca no resultado para o método da taxa e o método proposto. Embora outros fatores possam afetar a evolução da qualidade do serviço, o interesse nesta tese é no efeito que as inspeções realizadas pelos fiscais acarretam na qualidade do serviço, e as simulações apresentadas representam esse efeito.

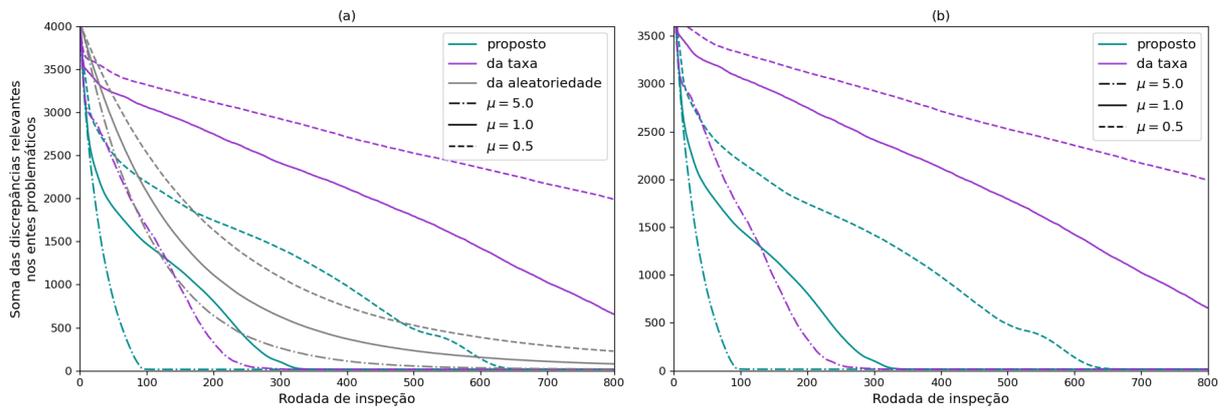
Figura 20 – Discrepância relevante máxima.



Fonte: Autor.

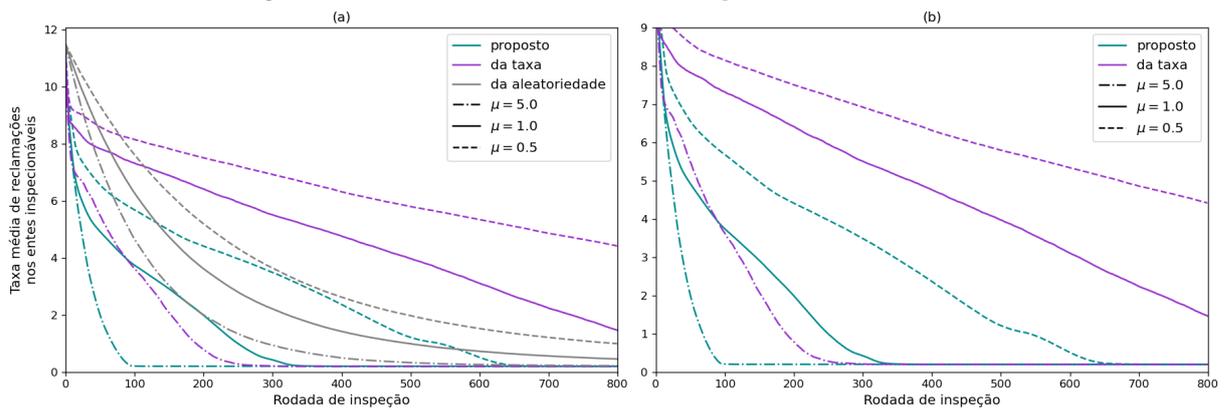
A Tabela 5 ilustra, para diferentes valores de μ , a máxima melhora relativa na redução das métricas de avaliação devido ao uso do método proposto quando comparado ao método da taxa.

Figura 21 – Soma das discrepâncias relevantes nos entes problemáticos.



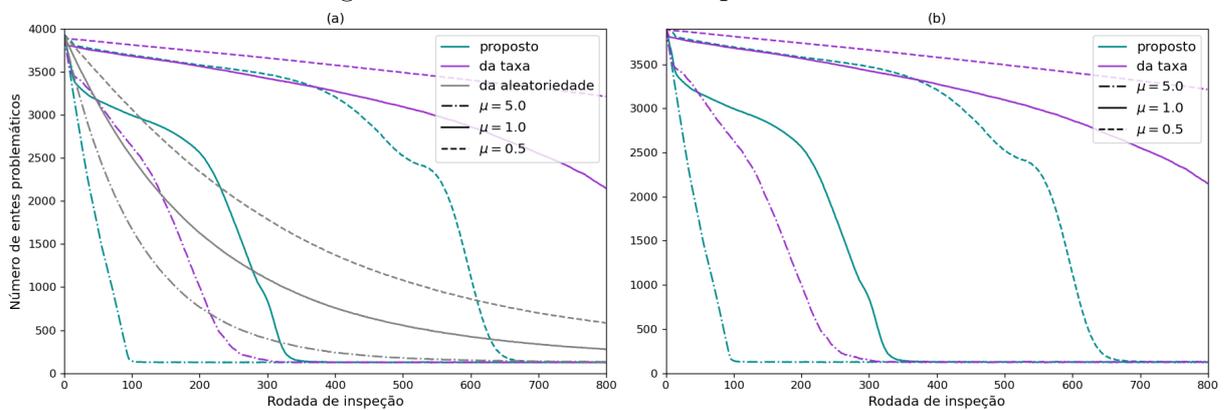
Fonte: Autor.

Figura 22 – Taxa média de reclamações do consumidor.



Fonte: Autor.

Figura 23 – Número de entes problemáticos.



Fonte: Autor.

Tabela 5 – Máxima melhora relativa na redução das métricas de avaliação devido ao uso do método proposto quando comparado ao método da taxa.

Máxima melhora relativa na	$\mu = 5.0$	$\mu = 1.0$	$\mu = 0.5$
Discrepância relevante máxima	2% em $t = 96$	9% em $t = 334$	24% em $t = 635$
Soma das discrepâncias relevantes (1)	72% em $t = 48$	124% em $t = 242$	141% em $t = 146$
Média das taxas de reclamações	58% em $t = 48$	90% em $t = 242$	81% em $t = 490$
Número de entes problemáticos	203% em $t = 94$	588% em $t = 332$	562% em $t = 649$

Fonte: Autor.

(1) Nos entes problemáticos.

7.3.3 Análise dos resultados

Os resultados das Figuras 20 a 23 ilustram o desempenho superior do método proposto para o direcionamento de inspeções regulatórias planejadas com base no risco de problemas relevantes para a satisfação do consumidor, inclusive para a taxa média de reclamações do consumidor. Esses resultados foram obtidos para diferentes valores da capacidade média de um fiscal de reduzir a taxa de inadequação. As Figuras 20 a 23 mostram que o método proposto desde muito cedo impôs melhorias significativas nas métricas de avaliação, e que essas reduções permaneceram até que o regime permanente fosse alcançado.

A Tabela 5 ilustra em números o desempenho superior do método proposto. Para $\mu = 1$, a redução no número de entes problemáticos ao utilizar o método proposto chegou a ser 588% maior do que a redução alcançada pelo método da taxa. Desempenho semelhante ocorreu para $\mu = 0,5$. Quando a comparação é feita considerando a taxa média de reclamações do consumidor, métrica que reflete a motivação para o desenvolvimento do método da taxa, ainda assim, com $\mu = 1$, a redução obtida pelo método proposto chega a ser 90% superior àquela obtida pelo método da taxa.

Um aspecto importante do método baseado em risco proposto neste capítulo é que ele pode ser utilizado para atender aos cinco princípios propostos na Seção 2.2. Sua aplicação à regulação de um serviço de telecomunicações, ilustrada neste capítulo, atende às leis, permitindo tratamento igualitário para os entes inspecionáveis e usa dados sem as informações pessoais dos consumidores ou informações confidenciais das entidades reguladas. É imparcial porque os dados utilizados são confiáveis, não tendo origem nem no regulador nem nas entidades reguladas. Além disso, não requer um pré-processamento complexo de dados, evitando possíveis desvios éticos. De fato, a definição dos parâmetros do modelo é feita sem aleatoriedade, resultando em um modelo preciso e justo para ser aplicado igualmente a todos os entes inspecionáveis. É consistente com os objetivos de longo prazo da Anatel, ou de qualquer regulador que tenha a satisfação do consumidor como um de seus objetivos de longo prazo, evitando decisões discricionárias que possam permitir usos mal intencionados e que não estejam sujeitas à revisão judicial. É explicável e comunicável porque as definições dos parâmetros do modelo e a avaliação do risco são determinísticas e simples, permitindo a sua comunicação e explicação antecipada e clara a todos os interessados. É transparente e possibilita a responsabilização, pois é auditável, rastreável e reproduzível em todas as etapas, permitindo o escrutínio das ações do regulador. Por fim, é simples de implementar, não exigindo habilidades especiais dos fiscais, e possui complexidade computacional reduzida. Isso permite que os fiscais entendam, aceitem e apliquem o método proposto para DIRP, e facilita a adoção pelos reguladores sem a necessidade de equipamentos ou computadores poderosos e caros.

É importante observar que o desenvolvimento do método proposto não considerou o que os vértices do grafo realmente representam. Os pesos das arestas entre os vértices

e o sinal em cada vértice do grafo também são definidos como elementos gerais, sem associação necessária ao problema particular referente às reclamações de consumidor. A discrepância relevante no vértice pode, portanto, ser usada para qualquer análise em que o risco é quantificado como a razão entre as observações do sinal nos vértices do grafo e as expectativas relevantes do regulador para eles. Basta que a transformação do sinal no grafo pela matriz de adjacências modele adequadamente a expectativa do regulador para as relações entre os sinais nos vértices. Assim, o método proposto pode ser aplicado a diferentes segmentações de dados e objetivos.

8 MÚLTIPLAS ARESTAS ENTRE VÉRTICES

Os Capítulos 3 a 7 analisaram grafos em que os vértices estavam organizados em uma ou múltiplas dimensões, com uma ou múltiplas informações em cada vértice e com todos ou apenas uma parcela dos vértices representando entes inspecionáveis. Em comum a todos esses capítulos existia o fato de apenas uma aresta poder conectar dois vértices distintos em cada sentido. No entanto, em muitas situações pode ser conveniente representar de maneira conjunta, mas independente, os pesos das influências que existem concomitantemente e no mesmo sentido entre dois vértices de um grafo.

Por exemplo, suponha que cada vértice v_i de um grafo unidimensional \mathcal{W} represente um município brasileiro onde uma operadora presta o SMP. O peso total da aresta que conecta o vértice v_j ao vértice v_i , no sentido de v_j para v_i , é especificado como $w_{i,j}$ e representa a influência relativa que a taxa de reclamações do consumidor y_j em v_j exerce na formação da expectativa da Anatel quanto à taxa de reclamações do consumidor x_i em v_i . Se v_i caracteriza-se por relações urbanas de proximidade, o peso total da influência do município v_j em v_i é proporcional aos deslocamentos de consumidores de v_i para v_j na busca por bens ou serviços em geral. Se v_i caracteriza-se por relações urbanas de longa distância o peso total da influência do município v_j em v_i é proporcional à importância das relações de gestão pública e empresarial entre v_j e v_i . Ao invés de representar o peso total da influência de v_j em v_i , pode ser conveniente representar, de maneira conjunta, mas independente, os pesos das influências devido à procura dos habitantes de v_i por bens ou serviços em v_j devido a cada uma das áreas pesquisadas pelo IBGE, a saber: vestuário e calçados, móveis e eletroeletrônicos, saúde de baixa e média complexidades, saúde de alta complexidade, ensino superior, atividades culturais, atividades esportivas, aeroporto, jornais, transporte público, gestão pública e gestão empresarial. Assim, a representação do sistema por um grafo não é mais possível e uma nova formulação para o sistema deve ser estabelecida.

A Seção 8.1 analisa “grafos” em que mais de uma aresta pode conectar dois pares vértice-dimensão distintos em cada sentido. Nesse caso, o objeto resultante não é um grafo, mas um multigrafo (ARUMUGAM *et al.*, 2016).

8.1 MULTIGRAFOS UNIDIMENSIONAIS

Assim, considere um multigrafo direcionado ponderado $\mathcal{W} = (\mathbb{V}, \mathbb{W})$, de estrutura conhecida, em que \mathbb{V} é o conjunto de vértices de \mathcal{W} e \mathbb{W} é o conjunto de arestas de \mathcal{W} . Cada vértice de \mathcal{W} representa um elemento de uma única característica utilizada na segmentação da prestação de determinado serviço e, portanto, todos os vértices de \mathcal{W} estão organizados em uma única dimensão correspondente a essa característica. Um vértice de \mathcal{W} é especificado por v_j , em que j é o índice do vértice na dimensão e J é o número de vértices de \mathcal{W} . Assim, o conjunto \mathbb{V} é formado a partir da variação do índice j

em v_j , com $j = 1, 2, \dots, J$.

Considere que a informação indexada por um vértice de \mathcal{W} representa a taxa de inadequação do serviço naquele vértice e, portanto, pode ser representada por um escalar. O sinal no vértice v_j de \mathcal{W} é especificado por y_j e o conjunto de sinais nos vértices é formado a partir da variação do índice j em y_j , com $j = 1, 2, \dots, J$. O sinal no multigrafo \mathcal{W} , composto por todos os sinais nos vértices de \mathcal{W} , é especificado pelo vetor $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^J$, definido em termos dos seus elementos como $[\mathbf{y}]_j = y_j$.

Considere que todo vértice de \mathcal{W} , nos quais ocorre o sinal, representa um ente inspecionável. Um ente inspecionável é especificado por e_i , com $e_i = v_i$. O conjunto \mathbb{E} é formado a partir da variação do índice i em e_i , com $i = 1, 2, \dots, J$.

O sinal em um ente inspecionável e_i é definido como a informação indexada pelo vértice v_i e é especificado por x_i , neste caso com $x_i = y_i$. O conjunto de sinais nos entes inspecionáveis é formado a partir da variação do índice i em x_i , com $i = 1, 2, \dots, J$. O sinal nos entes inspecionáveis é especificado pelo vetor $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^J$, definido em termos dos seus elementos como $[\mathbf{x}]_i = x_i$.

Considere que A arestas conectam dois vértices do multigrafo \mathcal{W} no mesmo sentido. O peso da a -ésima aresta que conecta o vértice v_j ao vértice v_i , no sentido de v_j para v_i , é especificado como $w_{i,j,a}$ e é utilizado para representar a influência relativa que a taxa de inadequação y_j em v_j exerce na formação da expectativa do regulador quanto à taxa de inadequação x_i em v_i por meio da a -ésima aresta. Se não existe influência da taxa de inadequação y_j na formação da expectativa do regulador quanto à taxa de inadequação x_i por meio da a -ésima aresta, então $w_{i,j,a} = 0$.

Para que $w_{i,j,a}$ represente a influência relativa que a taxa de inadequação y_j exerce na formação da expectativa do regulador quanto à taxa de inadequação x_i é preciso que os pesos de todas as A arestas que convergem para cada vértice v_i de \mathcal{W} sejam normalizados de modo que os seus graus de entrada g_i sejam iguais a 1. Isso pode ser feito sem perda de generalidade impondo a restrição

$$\sum_{j,a} w_{i,j,a} = 1, \forall i. \quad (134)$$

O conjunto \mathbb{W} é formado a partir da variação dos índices i , j e a em $w_{i,j,a}$, com $i = 1, 2, \dots, J$, $j = 1, 2, \dots, J$ e $a = 1, 2, \dots, A$. O tensor de adjacências de \mathcal{W} é o tensor tridimensional $\mathbf{W} \in \mathbb{R}^{J \times J \times A}$, definido em termos de seus elementos como $[\mathbf{W}]_{i,j,a} = w_{i,j,a}$.

A expectativa do regulador quanto ao sinal x_i em um ente inspecionável e_i é especificada por \hat{x}_i . O conjunto de expectativas é formado a partir da variação do índice i em \hat{x}_i , com $i = 1, 2, \dots, J$. Esse conjunto de expectativas do regulador é representado matematicamente por um vetor $\hat{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^J$, definido em termos de seus elementos como $[\hat{\mathbf{x}}]_i = \hat{x}_i$.

A expectativa do regulador para a taxa de inadequação em um ente inspecionável

é calculada por

$$\hat{x}_i = \sum_{j,a} w_{i,j,a} y_j. \quad (135)$$

O vetor $\hat{\mathbf{x}}$ de expectativas do regulador é calculado por¹

$$\hat{\mathbf{x}} = [\mathcal{W} \diamond_{([2];[1])} \mathbf{y}] \mathbf{1}_A. \quad (136)$$

Ao comparar o multigrafo desta seção ao grafo da Seção 3.7, observa-se que apenas os pesos das arestas sofreram mudança de representação. Como essa mudança afeta somente a forma de calcular \hat{x}_i e $\hat{\mathbf{x}}$, as equações (137) a (146) replicam as equações (12) e (14) a (22) das Seções 3.5 e 3.7.

A discrepância do sinal x_i no ente inspecionável e_i , especificada por d_i e calculada por

$$d_i = \frac{x_i}{\hat{x}_i} \quad (137)$$

O conjunto de discrepâncias do sinal nos entes inspecionáveis é formado a partir da variação do índice i , com $i = 1, 2, \dots, J$. As discrepâncias dos sinais nos entes inspecionáveis são representadas por um vetor $\mathbf{d} \in \mathbb{R}^J$, definido em termos de seus elementos como $[\mathbf{d}]_i = d_i$.

O vetor \mathbf{d} de discrepâncias dos sinais nos entes inspecionáveis é calculado por

$$\mathbf{d} = \mathbf{x} \oslash \hat{\mathbf{x}}. \quad (138)$$

Como realizado na Seção 3.5, ao definir a taxa de inadequação de forma que $x_i = 1$ corresponda à taxa de inadequação máxima aceitável, calcula-se a expectativa relevante \tilde{x}_i para o sinal x_i no ente inspecionável e_i como

$$\tilde{x}_i = \max\{\hat{x}_i, 1\} \quad (139)$$

O conjunto de expectativas relevantes é formado a partir da variação do índice i em \tilde{x}_i , com $i = 1, 2, \dots, J$. As expectativas relevantes são organizadas em um vetor $\tilde{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^J$, definido em termos de seus elementos como $[\tilde{\mathbf{x}}]_i = \tilde{x}_i$, calculado por

$$\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{max}\{\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{1}_J\}. \quad (140)$$

Calcula-se a discrepância relevante \tilde{d}_i do sinal em um ente inspecionável como

$$\tilde{d}_i = \frac{x_i}{\tilde{x}_i}. \quad (141)$$

O conjunto de discrepâncias relevantes do sinal nos entes inspecionáveis é formado a partir da variação do índice i em \tilde{d}_i , com $i = 1, 2, \dots, J$. As discrepâncias relevantes são

¹ Observe que o cálculo de $\hat{\mathbf{x}}$ na equação (136) é equivalente à utilização de uma matriz de adjacências \mathcal{V} , definida em termos de seus elementos como $[\mathcal{V}]_{i,j} = \sum_{a=1}^A w_{i,j,a}$, seguida do cálculo convencional $\hat{\mathbf{x}} = \mathcal{V} \mathbf{y}$.

organizadas em um vetor $\tilde{\mathbf{d}} \in \mathbb{R}^J$, definido em termos de seus elementos como $[\tilde{\mathbf{d}}]_i = \tilde{d}_i$, calculado por

$$\tilde{\mathbf{d}} = \mathbf{x} \circ \tilde{\mathbf{x}}. \quad (142)$$

Calcula-se a expectativa útil \check{x}_i para o sinal x_i no ente inspecionável e_i como

$$\check{x}_i = \max\{\hat{x}_i, \tau\} \quad (143)$$

O conjunto de expectativas úteis é formado a partir da variação do índice i em \check{x}_i , com $i = 1, 2, \dots, J$. As expectativas úteis são organizadas em um vetor $\check{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^J$, definido em termos de seus elementos como $[\check{\mathbf{x}}]_i = \check{x}_i$, calculado por

$$\check{\mathbf{x}} = \mathbf{max}\{\hat{\mathbf{x}}, \boldsymbol{\tau}\} \quad (144)$$

em que $\boldsymbol{\tau} \in \mathbb{R}^J$ é um vetor definido em termos de seus elementos como $[\boldsymbol{\tau}]_i = \tau^2$.

Calcula-se a discrepância útil \check{d}_i do sinal em um ente inspecionável e_i como

$$\check{d}_i = \frac{x_i}{\check{x}_i}. \quad (145)$$

O conjunto de discrepâncias úteis do sinal nos entes inspecionáveis é formado a partir da variação do índice i em \check{d}_i , com $i = 1, 2, \dots, J$. As discrepâncias úteis são organizadas em um vetor $\check{\mathbf{d}} \in \mathbb{R}^J$, definido em termos de seus elementos como $[\check{\mathbf{d}}]_i = \check{d}_i$, calculado por

$$\check{\mathbf{d}} = \mathbf{x} \circ \check{\mathbf{x}}. \quad (146)$$

8.1.1 Comportamento da discrepância

O comportamento da discrepância definida na Seção 8.1 é exatamente o mesmo comportamento da discrepância definida na Seção 3.7, apresentado no Quadro 2. Para facilitar a consulta pontual, o Quadro 10 replica o Quadro 2 e apresenta como a discrepância d_i em um ente inspecionável e_i se comporta quando ocorre variação em um sinal y_j em um vértice v_j . Observe que no Quadro 10 “Não” para $w_{i,j,a} = 0, \forall a$, equivale a “Sim” para $w_{i,j} > 0$ no Quadro 2. Quando é informado que a discrepância d_i aumenta (ou diminui) rel., o valor absoluto da discrepância d_i não é alterado pela variação no sinal y_j , mas, relativamente ao novo valor da discrepância d_j em e_j , a discrepância d_i em e_i é maior (ou menor).

² Observe que é possível a utilização de diferentes valores de τ para diferentes índices i caso entenda-se interessante.

Quadro 10 – Comportamento da discrepância no ente inspecionável e_i em razão de variação em um sinal y_j em multigrafos.

$j = i$	$w_{i,j,a} = 0, \forall a$	y_j	d_i
Sim	Não	-	<i>Situação impossível</i>
Sim	Sim	Aumenta	Aumenta
Sim	Sim	Diminui	Diminui
Não	Não	Aumenta	Diminui
Não	Não	Diminui	Aumenta
Não	Sim	Aumenta	Diminui rel.
Não	Sim	Diminui	Aumenta rel.

Fonte: Autor

Notas: O caractere “-” indica que a informação é irrelevante para a análise do comportamento de d_i .

A abreviação “rel.” indica que a variação é “relativamente à d_j ”.

8.1.2 Adequação do método

Considere que o regulador tenha as mesmas restrições citadas na Seção 3.7, ou seja, Q fiscais que podem ser alocados a no máximo S entes inspecionáveis por rodada de inspeção t .

A capacidade média de redução na taxa de inadequação x_i de um ente inspecionável e_i por fiscal a cada rodada de inspeção é especificada por μ_i . O conjunto de capacidades médias de redução é formado a partir da variação do índice i em μ_i , com $i = 1, 2, \dots, J$. As capacidades médias de redução são especificadas pelo vetor $\boldsymbol{\mu} \in \mathbb{R}^J$, definido em termos dos seus elementos como $[\boldsymbol{\mu}]_i = \mu_i$.

$\check{\boldsymbol{d}}$ é um vetor cujo elemento $[\check{\boldsymbol{d}}]_i = \check{d}_i$ representa a discrepância útil no ente inspecionável e_i .

Um ente inspecionável e_i selecionado para inspeção é especificado por $s_i = 1$. Os entes inspecionáveis selecionados são especificados pelo vetor $\boldsymbol{s} \in \mathbb{R}^J$, definido em termos dos seus elementos como $[\boldsymbol{s}]_i = s_i$.

A quantidade de fiscais alocados para cada ente inspecionável e_i é especificada por q_i . As quantidades de fiscais alocados por ente inspecionável selecionável são especificadas pelo vetor $\boldsymbol{q} \in \mathbb{R}^J$, definido em termos dos seus elementos como $[\boldsymbol{q}]_i = q_i$.

Assim, propõe-se a utilização de um método para seleção dos entes inspecionáveis e alocação de fiscais a cada rodada de inspeção t .

Proposição 11. No caso de multigrafos, propõe-se a utilização do método descrito pelo Algoritmo 9 para seleção dos entes inspecionáveis e alocação de fiscais a cada rodada de inspeção.

Algoritmo 9 – Método proposto para multigrafos unidimensionais.

Entradas: $S, Q, \mathbf{W}, \boldsymbol{\mu}, \mathbf{y}$ e τ

Saídas: \mathbf{s} e \mathbf{q}

Passo	Instrução
-------	-----------

- | | |
|-----|---|
| 1: | $\mathbf{z} \leftarrow \mathbf{y}, \mathbf{s} \leftarrow \mathbf{0}_J$ e $\mathbf{q} \leftarrow \mathbf{0}_J$ |
| 2: | Enquanto $\sum_{j=1}^J q_j < Q$ faça: |
| 3: | $\hat{\mathbf{x}} \leftarrow [\mathbf{W} \diamond_{([2];[1])} \mathbf{z}] \mathbf{1}_A$ |
| 4: | $\check{\mathbf{x}} \leftarrow \mathbf{max}\{\hat{\mathbf{x}}, \tau\}$ |
| 5: | $\check{\mathbf{d}} \leftarrow \mathbf{z} \otimes \check{\mathbf{x}}$ |
| 6: | Se $\sum_{j=1}^J s_j = S$ faça $\check{\mathbf{d}} \leftarrow \check{\mathbf{d}} \otimes \mathbf{s}$ |
| 7: | $i \leftarrow j \mid \check{d}_j = \mathbf{max}[\check{\mathbf{d}}]$ |
| 8: | $q_i \leftarrow q_i + 1$ |
| 9: | Se $\sum_{j=1}^J s_j < S$ e $s_i = 0$ faça $s_i \leftarrow 1$ |
| 10: | $z_i \leftarrow z_i - \mu_i$ |
| 11: | Retorne: \mathbf{s} e \mathbf{q} |
-

Fonte: Autor.

8.2 APLICAÇÃO DO MÉTODO

Ao comparar o multigrafo apresentado neste Capítulo 8 ao grafo apresentado no Capítulo 3 observa-se que apenas os pesos das arestas sofreram mudança de representação. Como essa mudança afeta somente a forma de calcular \hat{x}_i e $\hat{\mathbf{x}}$, e não o resultado do cálculo, a aplicação do multigrafo teria os mesmo resultados apresentados no Capítulo 4.

9 UNINDO AS FORMULAÇÕES

Os Capítulos 3 a 8 analisaram grafos ou multigrafos em que os vértices estavam organizados em uma ou múltiplas dimensões, com uma ou múltiplas informações em cada vértice, com todos ou apenas uma parcela dos vértices representando entes inspecionáveis e com uma ou múltiplas arestas podendo conectar dois vértices distintos em cada sentido. A Seção 9.1 apresenta uma formulação do método para DIRP proposto nesta tese em que todas as possibilidades analisadas nos capítulos anteriores se fazem presentes.

9.1 FORMULAÇÃO GERAL

Considere um multigrafo multidimensional $\mathcal{W} = (\mathbb{V}, \mathbb{W})$ em que \mathbb{V} é o conjunto de vértices de \mathcal{W} e \mathbb{W} é o conjunto de arestas que conectam dois vértices distintos contidos em \mathbb{V} . Os vértices de \mathcal{W} são organizados em N dimensões, cujo número de componentes são J_1, J_2, \dots, J_N . Cada dimensão do multigrafo representa uma característica utilizada na organização dos vértices do multigrafo.

Um vértice de \mathcal{W} é representado pela conjunção de N componentes das dimensões do multigrafo \mathcal{W} , uma componente de cada uma das N dimensões do multigrafo, e é especificado por v_{j_1, j_2, \dots, j_N} , em que j_n é índice da componente na dimensão n do multigrafo. O conjunto \mathbb{V} é formado a partir da variação dos índices j_n , com $j_n = 1, 2, \dots, J_n$ e $n = 1, 2, \dots, N$. O número de vértices de \mathcal{W} é dado por $J_1 \times J_2 \times \dots \times J_N$.

Considere múltiplas informações ocorrem concomitantemente em cada vértice de \mathcal{W} e que essas informações são organizadas em M dimensões, cujo número de componentes são K_1, K_2, \dots, K_M . Cada dimensão do sinal no vértice multigrafo representa uma característica utilizada na organização dos sinais.

Um sinal no vértice do multigrafo é definido como a informação em uma conjunção de M componentes das dimensões em que as informações são organizadas no vértice do multigrafo, uma componente de cada uma das M dimensões. Um sinal no vértice v_{j_1, j_2, \dots, j_N} de \mathcal{W} é especificado por um escalar $y_{j_1, j_2, \dots, j_N, k_1, k_2, \dots, k_M}$, em que k_m é o índice da componente na dimensão m em que as informações foram organizadas. O conjunto de sinais no vértice v_{j_1, j_2, \dots, j_N} é formado a partir da variação do índice k_m em $y_{j_1, j_2, \dots, j_N, k_1, k_2, \dots, k_M}$, com $k_m = 1, 2, \dots, K_m$ e $m = 1, 2, \dots, M$. O conjunto de sinais em todos os vértices de \mathcal{W} é formado a partir da variação dos índices j_n e k_m em $y_{j_1, j_2, \dots, j_N, k_1, k_2, \dots, k_M}$, com $j_n = 1, 2, \dots, J_n$, $n = 1, 2, \dots, N$, $k_m = 1, 2, \dots, K_m$ e $m = 1, 2, \dots, M$. O sinal no multigrafo \mathcal{W} , composto por todos os sinais em todos os vértices de \mathcal{W} , é especificado pelo tensor $(N + M)$ -dimensional $\mathfrak{Y} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2 \times \dots \times J_N \times K_1 \times K_2 \times \dots \times K_M}$, definido em termos dos seus elementos como $[\mathfrak{Y}]_{j_1, j_2, \dots, j_N, k_1, k_2, \dots, k_M} = y_{j_1, j_2, \dots, j_N, k_1, k_2, \dots, k_M}$.

Um ente inspecionável é representado por uma combinação de um vértice de \mathcal{W} com uma conjunção de M componentes das dimensões em que as informações são organizadas no vértice do multigrafo, uma componente de cada uma das M dimensões. Considere

que apenas os vértices v_{j_1, j_2, \dots, j_N} cujos índices $j_{H+1}, j_{H+2}, \dots, j_N$, com $H < N$, são iguais a 1 combinam para representar entes inspecionáveis. Desta forma, os entes inspecionáveis estarão organizados em $(H + M)$ dimensões. Assim, um ente inspecionável é especificado por $e_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M}$, neste caso com i_1, i_2, \dots, i_H correspondentes aos índices do vértice $v_{i_1, i_2, \dots, i_H, 1, 1, \dots, 1}$ e k_1, k_2, \dots, k_M correspondentes aos índices do sinal $y_{i_1, i_2, \dots, i_H, 1, 1, \dots, 1, k_1, k_2, \dots, k_M}$. O conjunto \mathbb{E} é formado a partir da variação dos índices i_1, i_2, \dots, i_H e k_1, k_2, \dots, k_M em $e_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M}$, com $i_h = 1, 2, \dots, J_h$, $h = 1, 2, \dots, H$, $k_m = 1, 2, \dots, k_m$ e $m = 1, 2, \dots, M$.

O sinal em um ente inspecionável $e_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M}$ é definido como a informação, indexada pelo vértice $v_{i_1, i_2, \dots, i_H, 1, 1, \dots, 1}$, em uma conjunção de M componentes das dimensões em que as informações são organizadas no vértice do multigrafo, uma componente de cada uma das M dimensões, e é especificado pelo escalar $x_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M}$, nesse caso com $x_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M} = y_{i_1, i_2, \dots, i_H, 1, 1, \dots, 1, k_1, k_2, \dots, k_M}$. O conjunto de sinais nos entes inspecionáveis é formado a partir da variação dos índices i_1, i_2, \dots, i_H e k_1, k_2, \dots, k_M em $x_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M}$, com $i_h = 1, 2, \dots, J_h$, $h = 1, 2, \dots, H$, $k_m = 1, 2, \dots, k_m$ e $m = 1, 2, \dots, M$. O sinal nos entes inspecionáveis é especificado pelo tensor $(H+M)$ -dimensional $\mathcal{X} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2 \times \dots \times J_H \times K_1 \times K_2 \times \dots \times K_M}$, definido em termos dos seus elementos como $[\mathcal{X}]_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M} = x_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M}$.

Considere que A arestas conectam dois vértices do multigrafo \mathcal{W} no mesmo sentido. O peso da a -ésima aresta que conecta o vértice v_{j_1, j_2, \dots, j_N} ao vértice $v_{i_1, i_2, \dots, i_H, 1, 1, \dots, 1}$, no sentido de v_{j_1, j_2, \dots, j_N} para $v_{i_1, i_2, \dots, i_H, 1, 1, \dots, 1}$, é especificado como $w_{i_1, i_2, \dots, i_H, j_1, j_2, \dots, j_N, a}$ e é utilizado para representar a influência relativa que a taxa de inadequação $y_{j_1, j_2, \dots, j_N, k_1, k_2, \dots, k_M}$ em v_{j_1, j_2, \dots, j_N} exerce na formação da expectativa do regulador quanto à taxa de inadequação $x_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M}$ em $v_{i_1, i_2, \dots, i_H, 1, 1, \dots, 1}$ por meio da a -ésima aresta. Se não existe influência do vértice v_{j_1, j_2, \dots, j_N} no vértice $v_{i_1, i_2, \dots, i_H, 1, 1, \dots, 1}$ por meio da a -ésima aresta, então $w_{i_1, i_2, \dots, i_H, j_1, j_2, \dots, j_N, a} = 0$.

O peso da conexão que chega a $v_{i_1, i_2, \dots, i_H, 1, 1, \dots, 1}$ partindo de qualquer vértice v_{j_1, j_2, \dots, j_N} é especificado por um escalar de $H + N + 1$ índices $w_{i_1, i_2, \dots, i_H, j_1, j_2, \dots, j_N, a}$. Os pesos das conexões de \mathcal{W} são representados por um tensor de adjacências $(H+N+1)$ -dimensional $\mathcal{W} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2 \times \dots \times J_H \times J_1 \times J_2 \times \dots \times J_N \times A}$, definido em termos de seus elementos como $[\mathcal{W}]_{i_1, i_2, \dots, i_H, j_1, j_2, \dots, j_N, a} = w_{i_1, i_2, \dots, i_H, j_1, j_2, \dots, j_N, a}$.

A expectativa do regulador quanto ao sinal $x_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M}$ em um ente inspecionável $e_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M}$ é especificada por $\hat{x}_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M}$. O conjunto de expectativas é formado a partir da variação dos índices i_1, i_2, \dots, i_H em $\hat{x}_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M}$, com $i_h = 1, 2, \dots, J_h$, $h = 1, 2, \dots, H$, $k_m = 1, 2, \dots, k_m$ e $m = 1, 2, \dots, M$. Esse conjunto de expectativas do regulador é representado matematicamente por um tensor $(H + M)$ -dimensional $\hat{\mathcal{X}} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2 \times \dots \times J_H \times K_1 \times K_2 \times \dots \times K_M}$, definido em termos dos seus elementos como $[\hat{\mathcal{X}}]_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M} = \hat{x}_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M}$.

A expectativa do regulador $\hat{x}_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M}$ é calculada por

$$\hat{x}_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M} = \sum_{j_1, j_2, \dots, j_N, a} w_{i_1, i_2, \dots, i_H, j_1, j_2, \dots, j_N, a} y_{j_1, j_2, \dots, j_N}. \quad (147)$$

O tensor $\hat{\mathcal{X}}$ das expectativas do regulador é calculado por

$$\hat{\mathcal{X}} = [\mathcal{W} \diamond_{([H+1, H+2, \dots, H+N]; [1, 2, \dots, N])} \mathcal{Y}] \diamond_{([H+1]; [1])} \mathbf{1}_A. \quad (148)$$

Para que o peso das arestas de \mathcal{W} continuem a representar a influência relativa que a taxa de inadequação de um vértice exerce na formação da expectativa do regulador quanto à taxa de inadequação em um ente inspecionável, é preciso que os pesos de todas as arestas que convergem para cada vértice $v_{i_1, i_2, \dots, i_H, 1, \dots, 1}$, $\forall i_1, i_2, \dots, i_H$, de \mathcal{W} sejam normalizados de modo que os seus graus de entrada g_{i_1, i_2, \dots, i_H} sejam iguais a 1. Isso pode ser feito sem perda de generalidade impondo a restrição

$$\sum_{j_1, j_2, \dots, j_N, a} w_{i_1, i_2, \dots, i_H, j_1, j_2, \dots, j_N, a} = 1, \forall i_1, i_2, \dots, i_H. \quad (149)$$

A discrepância do sinal $x_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M}$ em um ente inspecionável $e_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M}$ é especificada por $d_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M}$ e calculada por

$$d_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M} = \frac{x_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M}}{\hat{x}_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M}}. \quad (150)$$

O conjunto de discrepâncias do sinal nos entes inspecionáveis é formado a partir da variação dos índices i_1, i_2, \dots, i_H e k_1, k_2, \dots, k_M em $d_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M}$, com $i_h = 1, 2, \dots, J_h$, $h = 1, 2, \dots, H$, $k_m = 1, 2, \dots, k_m$ e $m = 1, 2, \dots, M$. As discrepâncias do sinal são representadas por um tensor $(H + M)$ -dimensional $\mathcal{D} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2 \times \dots \times J_H \times K_1 \times K_2 \times \dots \times K_M}$, definido em termos dos seus elementos como $[\mathcal{D}]_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M} = d_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M}$.

O tensor \mathcal{D} de discrepâncias dos sinais nos entes inspecionáveis é calculado por

$$\mathcal{D} = \mathcal{X} \oslash \hat{\mathcal{X}}. \quad (151)$$

Como realizado na Seção 3.5, ao definir a taxa de inadequação de forma que $x_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M} = 1$ corresponda à taxa de inadequação máxima aceitável, calcula-se a expectativa relevante $\tilde{x}_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M}$ para o sinal $x_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M}$ no ente inspecionável $e_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M}$ como

$$\tilde{x}_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M} = \max\{\hat{x}_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M}, \mathbf{1}_{J_1 \times J_2 \times \dots \times J_H \times K_1 \times K_2 \times \dots \times K_M}\}. \quad (152)$$

O conjunto de expectativas relevantes é formado a partir da variação dos índices i_1, i_2, \dots, i_H e k_1, k_2, \dots, k_M em $\tilde{x}_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M}$, com $i_h = 1, 2, \dots, J_h$, $h = 1, 2, \dots, H$, $k_m = 1, 2, \dots, k_m$ e $m = 1, 2, \dots, M$. As expectativas relevantes são organizadas em um tensor $(H + M)$ -dimensional $\tilde{\mathcal{X}} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2 \times \dots \times J_H \times K_1 \times K_2 \times \dots \times K_M}$, definido em termos de seus elementos como $[\tilde{\mathcal{X}}]_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M} = \tilde{x}_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M}$, calculado por

$$\tilde{\mathcal{X}} = \max\{\hat{\mathcal{X}}, \mathbf{1}_{J_1 \times J_2 \times \dots \times J_H \times K_1 \times K_2 \times \dots \times K_M}\}. \quad (153)$$

Calcula-se a discrepância relevante $\tilde{d}_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M}$ do sinal em um ente inspecionável como

$$\tilde{d}_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M} = \frac{x_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M}}{\tilde{x}_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M}}. \quad (154)$$

O conjunto de discrepâncias relevantes do sinal nos entes inspecionáveis é formado a partir da variação dos índices i_1, i_2, \dots, i_H e k_1, k_2, \dots, k_M em $\tilde{d}_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M}$, com $i_h = 1, 2, \dots, J_h$, $h = 1, 2, \dots, H$, $k_m = 1, 2, \dots, k_m$ e $m = 1, 2, \dots, M$. As discrepâncias relevantes são organizadas em um tensor $(H + M)$ -dimensional $\tilde{\mathcal{D}} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2 \times \dots \times J_H \times K_1 \times K_2 \times \dots \times K_M}$, definido em termos de seus elementos como $[\tilde{\mathcal{D}}]_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M} = \tilde{d}_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M}$, e calculado por

$$\tilde{\mathcal{D}} = \mathcal{X} \oslash \tilde{\mathcal{X}}. \quad (155)$$

Calcula-se a expectativa útil $\check{x}_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M}$ para o sinal $x_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M}$ no ente inspecionável $e_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M}$ como

$$\check{x}_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M} = \max\{\hat{x}_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M}, \tau\}. \quad (156)$$

O conjunto de expectativas úteis é formado a partir da variação dos índices i_1, i_2, \dots, i_H e k_1, k_2, \dots, k_M em $\check{x}_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M}$, com $i_h = 1, 2, \dots, J_h$, $h = 1, 2, \dots, H$, $k_m = 1, 2, \dots, k_m$ e $m = 1, 2, \dots, M$. As expectativas úteis são organizadas em um tensor $(H + M)$ -dimensional $\check{\mathcal{X}} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2 \times \dots \times J_H \times K_1 \times K_2 \times \dots \times K_M}$, definido em termos de seus elementos como $[\check{\mathcal{X}}]_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M} = \check{x}_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M}$, calculado por

$$\check{\mathcal{X}} = \max\{\hat{\mathcal{X}}, \mathcal{T}\} \quad (157)$$

em que $\mathcal{T} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2 \times \dots \times J_H \times K_1 \times K_2 \times \dots \times K_M}$ é um tensor definido em termos de seus elementos como $[\mathcal{T}]_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M} = \tau^1$.

Calcula-se a discrepância útil $\check{d}_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M}$ do sinal em um ente inspecionável $e_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M}$ como

$$\check{d}_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M} = \frac{x_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M}}{\check{x}_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M}}. \quad (158)$$

O conjunto de discrepâncias úteis do sinal nos entes inspecionáveis é formado a partir da variação dos índices i_1, i_2, \dots, i_H e k_1, k_2, \dots, k_M em $\check{d}_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M}$, com $i_h = 1, 2, \dots, J_h$, $h = 1, 2, \dots, H$, $k_m = 1, 2, \dots, k_m$ e $m = 1, 2, \dots, M$. As discrepâncias úteis são organizadas em um tensor $(H + M)$ -dimensional $\check{\mathcal{D}} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2 \times \dots \times J_H \times K_1 \times K_2 \times \dots \times K_M}$, definido em termos de seus elementos como $[\check{\mathcal{D}}]_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M} = \check{d}_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M}$, e calculado por

$$\check{\mathcal{D}} = \mathcal{X} \oslash \check{\mathcal{X}}. \quad (159)$$

¹ Observe que é possível a utilização de diferentes valores de τ para diferentes conjunções de componentes $i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M$ caso entenda-se interessante.

9.1.1 Comportamento da discrepância

O Quadro 11 mostra como a discrepância $d_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M}$ em um ente inspecionável $e_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M}$, definida na Seção 9.1, se comporta quando ocorre variação em um sinal $y_{j_1, j_2, \dots, j_N, l_1, l_2, \dots, l_M}$ em um vértice v_{j_1, j_2, \dots, j_N} , com k_m e l_m sendo os índices na dimensão em que as informações foram organizadas, respectivamente, do ente inspecionável e do sinal variante. Quando é informado que a discrepância $d_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M}$ aumenta (ou diminui) rel., o valor absoluto da discrepância $d_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M}$ não é alterado pela variação no sinal $y_{j_1, j_2, \dots, j_N, l_1, l_2, \dots, l_M}$, mas, relativamente ao novo valor da discrepância $d_{j_1, j_2, \dots, j_N, l_1, l_2, \dots, l_M}$ em e_{j_1, j_2, \dots, j_N} , a discrepância $d_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M}$ em $e_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M}$ é maior (ou menor).

Quadro 11 – Comportamento da discrepância no ente inspecionável $e_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M}$ em razão de variação em um sinal $y_{j_1, j_2, \dots, j_N, l_1, l_2, \dots, l_M}$ em multigrafos multidimensionais com entes inspecionáveis multidimensionais.

$j_n = 1,$ $\forall n > H$	$j_h = i_h,$ $\forall h \leq H$	$l_m = k_m,$ $\forall m$	$w_{i_1, i_2, \dots, i_H, j_1, j_2, \dots, j_N, a}$ $= 0, \forall a$	$y_{j_1, j_2, \dots, j_N, l_1, l_2, \dots, l_M}$	$d_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M}$
Sim	Sim	-	Sim	-	<i>Situação impossível</i>
Sim	Sim	Sim	Não	Aumenta	Aumenta
Sim	Sim	Sim	Não	Diminui	Diminui
Sim	-	Não	-	Aumenta	Diminui rel.
Sim	-	Não	-	Diminui	Aumenta rel.
Sim	Não	Sim	Sim	Aumenta	Diminui
Sim	Não	Sim	Sim	Diminui	Aumenta
Sim	Não	-	Não	Aumenta	Diminui rel.
Sim	Não	-	Não	Diminui	Aumenta rel.
Não	-	Sim	Sim	Aumenta	Diminui
Não	-	Sim	Sim	Diminui	Aumenta
Não	-	-	Não	-	Inalterada
Não	-	Não	-	-	Inalterada

Fonte: Autor

Notas: O caractere “-” indica que a informação é irrelevante para a análise do comportamento de $d_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M}$.
A abreviação “rel.” indica que a variação é “relativamente à $d_{j_1, j_2, \dots, j_N, l_1, l_2, \dots, l_M}$ ”.

9.1.2 Adequação do método

Considere que o regulador tenha as mesmas restrições citadas na Seção 3.7, ou seja, Q fiscais que podem ser alocados a no máximo S entes inspecionáveis por rodada de inspeção t .

A capacidade média de redução na taxa de inadequação $x_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M}$ de um ente inspecionável $e_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M}$ por fiscal a cada rodada de inspeção é especificada por $\mu_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M}$. O conjunto de capacidades médias de redução é formado a partir da variação dos índices i_1, i_2, \dots, i_H e k_1, k_2, \dots, k_M em $\mu_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M}$, com $i_h = 1, 2, \dots, J_h$, $h = 1, 2, \dots, J_H$, $k_m = 1, 2, \dots, K_m$ e $m = 1, 2, \dots, M$. As capacidades médias de redução são especificadas pelo tensor $(H + M)$ -dimensional $\mathcal{M} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2 \times \dots \times J_H \times K_1 \times K_2 \times \dots \times K_M}$, definido em termos dos seus elementos como $[\mathcal{M}]_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M} = \mu_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M}$.

$\check{\mathcal{D}}$ é um tensor cujo elemento $[\check{\mathcal{D}}]_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M} = \check{d}_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M}$ representa a discrepância útil no ente inspecionável $e_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M}$.

Um ente inspecionável $e_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M}$ selecionado para inspeção é especificado por $s_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M} = 1$. Os entes inspecionáveis selecionáveis são representados pelo tensor $(H + M)$ -dimensional $\mathcal{S} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2 \times \dots \times J_H \times K_1 \times K_2 \times \dots \times K_M}$, definido em termos dos seus elementos como $[\mathcal{S}]_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M} = s_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M}$.

A quantidade de fiscais alocados para cada ente inspecionável $e_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M}$ é especificada por $q_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M}$. As quantidades de fiscais alocados por ente inspecionável selecionável são representadas pelo tensor $(H+M)$ -dimensional $\mathcal{Q} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2 \times \dots \times J_H \times K_1 \times K_2 \times \dots \times K_M}$, definido em termos dos seus elementos como $[\mathcal{Q}]_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M} = q_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M}$.

Assim, propõe-se a utilização de um método para seleção dos entes inspecionáveis e alocação de fiscais a cada rodada de inspeção t .

Proposição 12. No caso de multigrafos multidimensionais, com informações multidimensionais no vértice e com entes inspecionáveis multidimensionais, propõe-se a utilização do método descrito pelo Algoritmo 10 para seleção dos entes inspecionáveis e alocação de fiscais a cada rodada de inspeção.

Algoritmo 10 – Método proposto para multigrafos multidimensionais, com informações multidimensionais no vértice e com entes inspecionáveis multidimensionais.

Entradas: $S, Q, \mathcal{W}, \mathcal{M}, \mathcal{Y}$ e \mathcal{T}

Saídas: \mathcal{S} e \mathcal{Q}

Passo **Instrução**

- 1: $\mathcal{Z} \leftarrow \mathcal{Y}, \mathcal{S} \leftarrow \mathbf{0}_{J_1 \times J_2 \times \dots \times J_H \times K_1 \times K_2 \times \dots \times K_M}$ e $\mathcal{Q} \leftarrow \mathbf{0}_{J_1 \times J_2 \times \dots \times J_H \times K_1 \times K_2 \times \dots \times K_M}$
 - 2: Enquanto $\sum_{j_1, j_2, \dots, j_H, k_1, k_2, \dots, k_M} q_{j_1, j_2, \dots, j_H, k_1, k_2, \dots, k_M} < Q$ faça:
 - 3: $\mathcal{H} \leftarrow [\mathcal{Z}]_{i_1, i_2, \dots, i_H, 1, 1, \dots, 1, k_1, k_2, \dots, k_M}, \forall i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M$
 - 4: $\hat{\mathcal{X}} \leftarrow [\mathcal{W}^{\diamond([H+1, H+2, \dots, H+N]; [1, 2, \dots, N])} \mathcal{Z}]^{\diamond([H+1]; [1])} \mathbf{1}_A$
 - 5: $\check{\mathcal{X}} \leftarrow \max\{\hat{\mathcal{X}}, \mathcal{T}\}$
 - 6: $\check{\mathcal{D}} \leftarrow \mathcal{H} \otimes \check{\mathcal{X}}$
 - 7: Se $\sum_{j_1, j_2, \dots, j_H, k_1, k_2, \dots, k_M} s_{j_1, j_2, \dots, j_H, k_1, k_2, \dots, k_M} = S$ faça $\check{\mathcal{D}} \leftarrow \check{\mathcal{D}} \otimes \mathcal{S}$
 - 8: $i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M \leftarrow j_1, j_2, \dots, j_H, l_1, l_2, \dots, l_M$
 $\check{d}_{j_1, j_2, \dots, j_H, l_1, l_2, \dots, l_M} = \max[\check{\mathcal{D}}]$
 - 9: $q_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M} \leftarrow q_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M} + 1$
 - 10: Se $\sum_{j_1, j_2, \dots, j_H, l_1, l_2, \dots, l_M} s_{j_1, j_2, \dots, j_H, l_1, l_2, \dots, l_M} < S$ e $s_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M} = 0$ faça:
 - 11: $s_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M} \leftarrow 1$
 - 12: $z_{i_1, i_2, \dots, i_H, 1, 1, \dots, 1, k_1, k_2, \dots, k_M} \leftarrow z_{i_1, i_2, \dots, i_H, 1, 1, \dots, 1, k_1, k_2, \dots, k_M} - \mu_{i_1, i_2, \dots, i_H, k_1, k_2, \dots, k_M}$
 - 13: Retorne: \mathcal{S} e \mathcal{Q}
-

Fonte: Autor.

9.2 APLICAÇÃO DO MÉTODO

Para ilustrar a aplicabilidade do método proposto neste Capítulo 9, simulou-se, para sucessivas rodadas de inspeção, a taxa de reclamações do consumidor do SMP, em 3

(três) temas diferentes, em trincas município-operadora-tempo no Brasil, considerando 3 (três) operadoras fictícias.

A Seção 9.2.1 apresenta o modelo baseado em grafo para a realização das simulações. A Seção 9.2.2 apresenta o resultados das simulações e a Seção 9.2.3 analisa esses resultados.

9.2.1 O modelo baseado em grafo

Suponha que a expectativa real da Anatel durante a evolução da qualidade do SMP seja que:

- a) Em cada trinca município-operadora-tempo (presente) influenciada, $1/3$ da expectativa é decorrente das influências advindas das taxas de reclamações atuais das trincas município-operadora-tempo (presente), cujos municípios são, segundo o IBGE, influenciadores do município da trinca município-operadora-tempo (presente) influenciada. Neste caso, a influência advinda de cada município influenciador é proporcional aos deslocamentos de consumidores de um município influenciado para os municípios influenciadores na busca por bens ou serviços em geral (quando a busca externa por bens ou serviços se caracteriza por relações urbanas de proximidade) ou é proporcional à importância das relações de gestão pública e empresarial entre os municípios (quando a busca externa por bens ou serviços é caracterizada por relações de longa distância). Ainda, a influência advinda de cada trinca município-operadora-tempo (presente) influenciadora de um mesmo município é dividida igualmente entre todas as operadoras;
- b) Em cada trinca município-operadora-tempo (presente) influenciada, $1/3$ da expectativa é decorrente das influências advindas das trincas município-operadora-tempo (presente) das outras operadoras do mesmo município da trinca influenciada, sendo que, nesse caso o valor das influências é o mesmo para cada trinca município-operadora-tempo (presente) influenciadora;
- c) Em cada trinca município-operadora-tempo (presente) influenciada, $1/3$ da expectativa é decorrente das influências advindas das taxas de reclamações que ocorriam em trincas município-operadora-tempo (passado) influenciadoras antes da última rodada de inspeção realizada. Desses $1/3$, metade é decorrente das influências advindas das taxas de reclamações das trincas município-operadora-tempo (passado), cujos municípios são, segundo o IBGE, influenciadores do município da trinca município-operadora-tempo (presente) influenciada. Neste caso, a influência advinda de cada município influenciador é proporcional aos deslocamentos de consumidores de um município influenciado para os municípios influenciadores na busca por bens ou serviços em geral (quando a busca externa por bens ou serviços se caracteriza por relações urbanas de proximidade)

ou é proporcional à importância das relações de gestão pública e empresarial entre os municípios (quando a busca externa por bens ou serviços é caracterizada por relações de longa distância). Ainda, a influência advinda de cada trinca município-operadora-tempo (passado) influenciadora de um mesmo município é dividida igualmente entre todas as operadoras. A outra metade dos $1/3$ de influência tratados neste item é decorrente das influências advindas das trincas município-operadora-tempo (passado) do mesmo município da trinca influenciada, incluindo aquele cuja operadora é a mesma da trinca influenciada, sendo que, nesse caso o valor das influências é o mesmo para cada trinca município-operadora-tempo (passado) influenciadora.

A Figura 24 ilustra a formação da expectativa suposta para a Anatel descrita acima.

A expectativa real do regulador depende da aplicação. As premissas listadas acima podem ser modificadas dependendo dos objetivos específicos não considerados aqui. Um conjunto diferente de premissas não afeta a aplicabilidade do método proposto.

Considerando as premissas listadas, utilizou-se as informações publicadas pelo IBGE (2020a,b, 2021) e pela Anatel (2022a,b) para construir um modelo baseado em grafo para a expectativa da Anatel sobre a insatisfação do consumidor em cada trinca município-operadora-tempo (presente) influenciada com base na insatisfação do consumidor em suas trincas município-operadora-tempo influenciadoras.

Para simular o método proposto, considerou-se um grafo direcionado ponderado $\mathcal{W} = (\mathbb{V}, \mathbb{W})$ em que \mathbb{V} é o conjunto de vértices de \mathcal{W} e \mathbb{W} é o conjunto de arestas de \mathcal{W} . Cada vértice de \mathcal{W} representa uma trinca município-operadora-tempo de prestação do SMP. Apenas essas 3 (três) características foram utilizadas na segmentação da prestação do serviço. Portanto, todos os vértices de \mathcal{W} estão organizados em $N = 3$ dimensões. Um vértice de \mathcal{W} é especificado por v_{j_1, j_2, j_3} , em que j_1 , j_2 e j_3 são os índices do vértice nas dimensões 1, 2 e 3, cujo número de componentes são $J_1 = 5.570$, $J_2 = 3$ e $J_3 = 2$. O número de vértices de \mathcal{W} é $J_1 \times J_2 \times J_3 = 33.420$. Assim, o conjunto \mathbb{V} é formado a partir da variação dos índices j_1 , j_2 e j_3 em v_{j_1, j_2, j_3} , com $j_1 = 1, 2, \dots, J_1$, $j_2 = 1, 2, \dots, J_2$ e $j_3 = 1, 2, \dots, J_3$.

Considere que $K = 3$ informações ocorrem concomitantemente, a cada rodada de inspeção t , em um vértice v_{j_1, j_2, j_3} de \mathcal{W} e representam o número de reclamações de consumidores em cada tema de reclamação por 50.000 consumidores naquele vértice², sendo os temas atendimento, cobrança e funcionamento. Apenas a característica tema da reclamação foi utilizada na segmentação das informações nos vértices. Portanto, todas as informações em cada vértice de \mathcal{W} estão organizadas em uma única dimensão. Um sinal no vértice v_{j_1, j_2, j_3} de \mathcal{W} é definido como uma informação indexada pelo vértice v_{j_1, j_2, j_3} e é

² Observe que isso define uma reclamação por tema de reclamação e por 50.000 consumidores como a taxa de inadequação máxima aceitável.

especificado por um escalar $y_{j_1, j_2, j_3, k}$, em que k é o índice da componente na dimensão em que as informações foram organizadas. O conjunto de sinais no vértice v_{j_1, j_2, j_3} é formado a partir da variação do índice k em $y_{j_1, j_2, j_3, k}$, com $k = 1, 2, \dots, K$. O conjunto de sinais em todos os vértices de \mathcal{W} é formado a partir da variação dos índices j_1, j_2, j_3 e k em $y_{j_1, j_2, j_3, k}$, com $j_1 = 1, 2, \dots, J_1, j_2 = 1, 2, \dots, J_2, j_3 = 1, 2, \dots, J_3$ e $k = 1, 2, \dots, K$. O sinal no grafo \mathcal{W} , composto por todos os sinais em todos os vértices de \mathcal{W} , é especificado pelo tensor $\mathcal{Y} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2 \times J_3 \times K}$, definida em termos dos seus elementos como $[\mathcal{Y}]_{j_1, j_2, j_3, k} = y_{j_1, j_2, j_3, k}$.

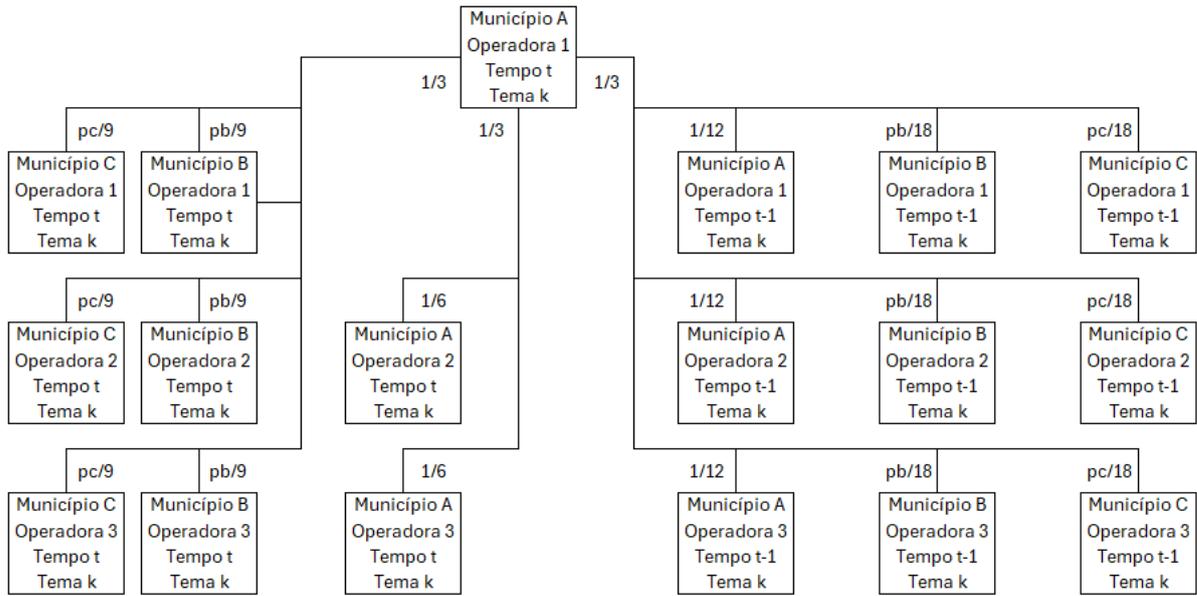
Um ente inspecionável é representado por uma combinação de um vértice de \mathcal{W} com uma das componentes das dimensões em que as informações foram organizadas no vértice do grafo. Considere que as 3 empresas fictícias oferecem o SMP em todos os 5.570 municípios brasileiros e que, por óbvio, somente a operação de cada uma dessas empresas em cada município no tempo presente é passível de inspeção. Desta forma, os vértices decorrentes da conjunção de todos os componentes da primeira e segunda dimensões do grafo com a primeira componente da terceira dimensão do grafo, ou seja $j_3 = 1$, e com uma componente da dimensão em que as informações foram organizadas é que formarão entes inspecionáveis. Tem-se, portanto, que um ente inspecionável representa uma trinca município-operadora-tema da reclamação, é especificado por $e_{i_1, i_2, k}$ e o conjunto de entes inspecionáveis \mathbb{E} é formado a partir da variação dos índices i_1, i_2 e k em $e_{i_1, i_2, k}$, com $i_1 = 1, 2, \dots, J_1, i_2 = 1, 2, \dots, J_2$ e $k = 1, 2, \dots, K$.

O sinal em um ente inspecionável $e_{i_1, i_2, k}$ é definido como a informação da k -ésima componente da dimensão em que as informações foram organizadas, que ocorre na rodada de inspeção t , no vértice $v_{i_1, i_2, i_3=1}$, e é especificado por $x_{i_1, i_2, k}(t)$. O conjunto de sinais nos entes inspecionáveis é formado a partir da variação dos índices i_1, i_2 e k em $x_{i_1, i_2, k}(t)$, com $i_1 = 1, 2, \dots, J_1, i_2 = 1, 2, \dots, J_2$ e $k = 1, 2, \dots, K$. O sinal nos entes inspecionáveis é especificado pelo tensor $\mathcal{X}(t) \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2 \times K}$, definido em termos dos seus elementos como $[\mathcal{X}(t)]_{i_1, i_2, k} = x_{i_1, i_2, k}(t)$. Neste caso, apenas os vértice v_{j_1, j_2, j_3} de \mathcal{W} cuja componente na terceira dimensão é $j_3 = 1$ irá representar um ente inspecionável, então $x_{i_1, i_2, k}(t) = y_{j_1, j_2, j_3, k}(t), \forall i_1 = j_1, i_2 = j_2, j_3 = 1$.

O peso da aresta que conecta o vértice v_{j_1, j_2, j_3} ao vértice $v_{i_1, i_2, i_3=1}$, no sentido de v_{j_1, j_2, j_3} para $v_{i_1, i_2, i_3=1}$, é especificado como $w_{i_1, i_2, j_1, j_2, j_3}$ e representa a influência relativa que a taxa $y_{j_1, j_2, j_3, k}(t)$ de reclamações do consumidor em v_{j_1, j_2, j_3} exerce na formação da expectativa da Anatel quanto à taxa $x_{i_1, i_2, k}(t)$ de reclamações do consumidor em $v_{i_1, i_2, i_3=1}$. Para a definição de todos os $w_{i_1, i_2, j_1, j_2, j_3}$ utilizou-se as informações sobre a influências entre os municípios publicadas pelo IBGE e as suposições sobre a expectativa real da Anatel durante a evolução da qualidade do SMP descritas no início desta seção. O conjunto \mathbb{W} é formado a partir da variação dos índices i_1, i_2, j_1, j_2 e j_3 de $w_{i_1, i_2, j_1, j_2, j_3}$, com $i_1 = 1, 2, \dots, J_1, i_2 = 1, 2, \dots, J_2, j_1 = 1, 2, \dots, J_1, j_2 = 1, 2, \dots, J_2$ e $j_3 = 1, 2, \dots, J_3$. O tensor de adjacências de \mathcal{W} é o tensor $\mathcal{W} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2 \times J_1 \times J_2 \times J_3}$, definido em termos de seus elementos como $[\mathcal{W}]_{i_1, i_2, j_1, j_2, j_3} = w_{i_1, i_2, j_1, j_2, j_3}$.

O grafo \mathcal{W} completo que representa todas as influências entre as trincas município-operadora-tempo, determinadas a partir dos dados do IBGE e das suposições sobre a expectativa real da Anatel, possui 33.420 vértices (número de trincas município-operadora-tempo) e 345.720 arestas com peso maior que zero (número de influências). Como exemplo, a Figura 24 ilustra as influências quando os municípios B e C influenciam, segundo o IBGE, o município A.

Figura 24 – Influências em uma trinca município-operadora-tempo (presente), no tema de reclamação k .



Fonte: Autor.

Nota: pb e pc são as porcentagens de influência dos municípios B e C, respectivamente, no município A, segundo dados do IBGE.

Como na Seção 5.4.1, considere que a Anatel tem $Q = 224$ fiscais para atuar nas inspeções dos entes inspecionáveis. Os fiscais podem ser alocados em no máximo $S = 56$ trincas município-operadora-tema da reclamação por rodada de inspeção t . Suponha que o par município-operadora padrão de um ente inspecionável seja definido como um par município-operadora com 50.000 consumidores do SMP, que um par município-operadora de $e_{i_1, i_2, k}$ tenha $50.000\rho_{i_1, i_2}$ consumidores e que a capacidade média de um inspetor para reduzir a taxa de reclamações do consumidor de um tema de reclamação em um par município-operadora padrão seja μ .

A capacidade de um fiscal de reduzir a taxa de reclamações do consumidor $x_{i_1, i_2, k}(t)$ em um ente inspecionável $e_{i_1, i_2, k}$ é diferente para cada fiscal, município, operadora, tema da reclamação e rodada de inspeção. Para cada rodada de inspeção t , a capacidade de um fiscal qualquer de reduzir a taxa de reclamações do consumidor $x_{i_1, i_2, k}(t)$ em um ente inspecionável $e_{i_1, i_2, k}$ é especificada por $r_{i_1, i_2, k}(t)$. Para modelar a capacidade de redução $r_{i_1, i_2, k}(t)$ de um fiscal como uma variável aleatória, considere o seguinte:

- a) A capacidade $r_{i_1, i_2, k}(t)$ é sempre positiva, de modo que uma ação do fiscal nunca piora a taxa de reclamações do consumidor;
- b) A capacidade $r_{i_1, i_2, k}(t)$ não pode ser ilimitada, portanto deve ser modelada por uma distribuição com suporte limitado;
- c) A capacidade $r_{i_1, i_2, k}(t)$ de um fiscal de reduzir a taxa de reclamações do consumidor $x_{i_1, i_2, k}(t)$ varia com o número de consumidores do ente inspecionável $e_{i_1, i_2, k}$. Quanto maior o número de consumidores do ente inspecionável, maior a estrutura para prestação do SMP a ser inspecionada e, portanto, menor a capacidade de redução da taxa de reclamações do consumidor no tema da reclamação por um fiscal.

Considerando as condições listadas, modelou-se a capacidade $r_{i_1, i_2, k}(t)$ de um fiscal de reduzir, em uma rodada de inspeção, a taxa de reclamações do consumidor $x_{i_1, i_2, k}(t)$ em um ente inspecionável $e_{i_1, i_2, k}$ com $50.000\rho_{i_1, i_2}$ consumidores como sendo $r_{i_1, i_2, k}(t) = \bar{r}/\rho_{i_1, i_2}$, com a variável aleatória \bar{r} , que corresponde à capacidade de um fiscal de reduzir a taxa de reclamações do consumidor em um ente inspecionável padrão, sendo modelada como uma transformada linear de uma distribuição de Irwin-Hall tal que $\bar{r} \sim 2\mu\mathfrak{I}(3)/3$, em que $\mathfrak{I}(3)$ é a distribuição de Irwin-Hall feita com a soma de três distribuições uniformes independentes de $[0,1]$, de modo que a média da distribuição resultante é μ , o desvio padrão é $\mu/3$ e \bar{r} está distribuída entre 0 e 2μ .

A capacidade $\tilde{r}_{i_1, i_2, k}(t)$ de uma equipe de $q_{i_1, i_2, k}(t)$ fiscais de reduzir a taxa de reclamações do consumidor $x_{i_1, i_2, k}(t)$ varia com a quantidade $q_{i_1, i_2, k}(t)$ de fiscais alocados ao ente inspecionável $e_{i_1, i_2, k}$. Quanto maior a quantidade $q_{i_1, i_2, k}(t)$ de fiscais alocados ao ente $e_{i_1, i_2, k}$, maior a capacidade da equipe de desvendar problemas e, portanto, maior a capacidade $\tilde{r}_{i_1, i_2, k}(t)$ da equipe de reduzir a taxa de reclamações do consumidor no ente $e_{i_1, i_2, k}$ em uma rodada de inspeção. Assim, a capacidade $\tilde{r}_{i_1, i_2, k}(t)$ de uma equipe de $q_{i_1, i_2, k}(t)$ fiscais de reduzir a taxa de reclamações do consumidor $x_{i_1, i_2, k}(t)$ em um ente inspecionável $e_{i_1, i_2, k}$ com $50.000\rho_{i_1, i_2}$ consumidores em uma rodada de inspeção é distribuída tal que $\tilde{r}_{i_1, i_2, k}(t) \sim q_{i_1, i_2, k}(t)\bar{r}/\rho_{i_1, i_2}$.

A distribuição da capacidade resultante $\tilde{r}_{i_1, i_2, k}(t)$ da equipe também é uma transformada linear de uma distribuição de Irwin-Hall, tal que

$$\tilde{r}_{i_1, i_2, k}(t) \sim \frac{2\mu q_{i_1, i_2, k}(t)\mathfrak{I}(3)}{3\rho_{i_1, i_2}}, \quad (160)$$

com a média igual a $\frac{\mu q_{i_1, i_2, k}(t)}{\rho_{i_1, i_2}}$ e o desvio padrão igual a $\frac{\mu\sqrt{q_{i_1, i_2, k}(t)}}{3\rho_{i_1, i_2}}$.

A atualização de $\tau(t)$ depende da aplicação e vai influenciar diretamente no cálculo da discrepância útil $\check{d}_i(t)$. Como dito na Seção 3.7, $\tau(0) = 1$ e o valor de $\tau(t)$ deve aumentar conforme a qualidade dos serviços evolui. Assim, a atualização de $\tau(t)$, para a aplicação em tela, foi realizada por:

$$\tau(t) = \begin{cases} \tau(t-1) + 1/Q, & \text{se } \sum_{\varphi=t}^{t-\Psi+1} p(\varphi) - \sum_{\varphi=t-\Psi}^{t-2\Psi+1} p(\varphi) < \Psi Q\mu \\ \tau(t-1), & \text{outros,} \end{cases} \quad (161)$$

com $\Psi = 10$ e $p(\varphi)$ sendo o somatório das discrepâncias relevantes $\tilde{d}_i(\varphi)$ nos entes problemáticos da rodada de inspeção φ .

Dessa forma, se a discrepância média nos entes problemáticos nas últimas Ψ rodadas de inspeção não tiver diminuído em ao menos $Q\mu$, quando comparada a essa mesma discrepância média nas Ψ rodadas anteriores, o valor de $\tau(t)$ é aumentado em $1/Q$ em relação à $\tau(t-1)$.

Para cada rodada de inspeção t , um novo sinal $\mathcal{Y}(t)$ no grafo é gerado. $y_{j_1, j_2, j_3=1, k}(t)$ é gerado como a soma de um sinal médio $u_{j_1, j_2, k}(t)$ (a ser definido no próximo parágrafo) no vértice $v_{j_1, j_2, j_3=1, k}$ e um ruído branco Gaussiano $\eta_{j_1, j_2, k}(t) \sim \mathfrak{N}(0, 0,5)$, limitado inferiormente em 0 em cada vértice, de modo que $y_{j_1, j_2, j_3=1, k}(t) = \max\{0, u_{j_1, j_2, k}(t) + \eta_{j_1, j_2, k}(t)\}$. Assim, $y_{j_1, j_2, j_3=1, k}(t)$ é modelado como um valor esperado para a taxa de reclamações em um tema de reclamação, na trinca município-operadora-tempo (presente) representada pelo vértice $v_{j_1, j_2, j_3=1, k}$, em razão dos problemas existentes na estrutura da empresa fictícia para prestação do SMP somado a uma variação aleatória nessa taxa de reclamações. Além disso, $y_{j_1, j_2, j_3=2, k}(t) = y_{j_1, j_2, j_3=1, k}(t-1)$.

Para inicialização do sinal médio $u_{j_1, j_2, k}(0)$ em cada vértice $v_{j_1, j_2, j_3=1}$ e $u_{j_1, j_2, k}(-1)$ em cada vértice $v_{j_1, j_2, j_3=2}$, utilizou-se o número de reclamações de consumidores em cada tema de reclamação referentes ao SMP em cada município brasileiro (ANATEL, 2022b) e o número de consumidores do SMP por município e operadora (ANATEL, 2022a), ambos de julho de 2022 e publicados pela Anatel. $u_{j_1, j_2, k}(0)$ e $u_{j_1, j_2, k}(-1)$ são, portanto, a taxa média de reclamações de consumidores em um tema de reclamação no município brasileiro representado por $v_{j_1, j_2, j_3=1}$ em julho de 2022. O número de reclamações de consumidores não inclui outros tipos de interação com a Anatel (como denúncias, elogios, pedidos de informação ou outros). Todas as reclamações consideradas foram feitas por reclamantes identificados com um número de telefone, não sendo necessário qualquer outro pré-processamento complexo dos dados.

Para cada método de DIRP simulado, após a inspeção em um ente $e_{i_1, i_2, k}$, a redução total $\tilde{r}_{i_1, i_2, k}(t)$ é subtraída do sinal médio $u_{i_1, i_2, k}(t)$ no vértice $v_{i_1, i_2, i_3=1}$, com os resultados limitados inferiormente a 0, de modo que $u_{i_1, i_2, k}(t+1) = \max\{0, u_{i_1, i_2, k}(t) - \tilde{r}_{i_1, i_2, k}(t)\}$.

9.2.2 Resultados das simulações

O método proposto foi comparado com outros dois métodos comumente utilizados para o DIRP. No primeiro método usado como referência, o método da aleatoriedade, os entes a serem inspecionados foram selecionados sem qualquer critério de seleção. No segundo método, o método da taxa, os entes com as maiores taxas de reclamações de

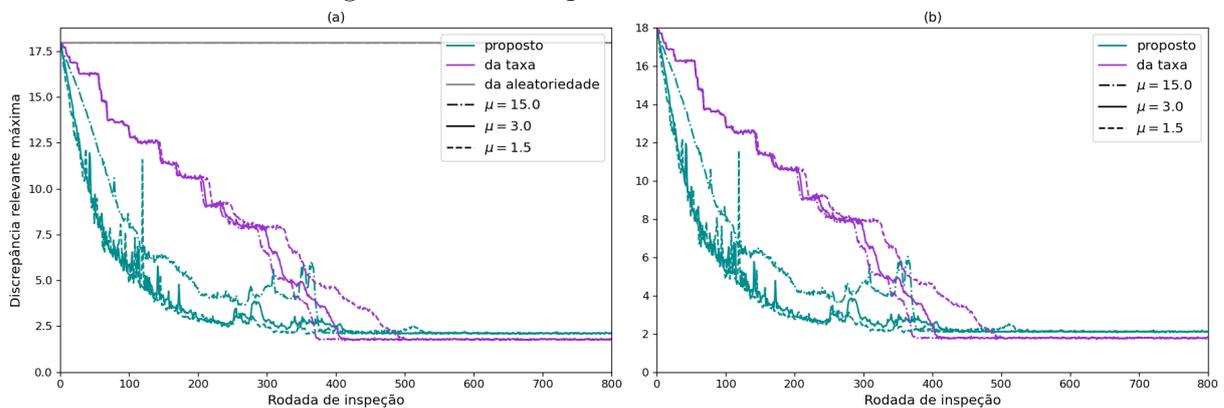
consumidor foram os selecionados para serem inspecionados. Para comparar o desempenho dos métodos e para avaliar as suas robustezes foram realizadas simulações de Monte Carlo com 50 realizações para três valores diferentes de capacidade média de redução μ de um fiscal. μ foi definido como uma redução de 5, 1 ou 0,5 pontos na taxa de reclamações do consumidor promovida por um fiscal em um ente inspecionável padrão. Os métodos da aleatoriedade e da taxa alocam fiscais de acordo com o número de consumidores em cada ente, tomando como base um fiscal para cada 50.000 consumidores.

Os desempenhos dos métodos foram comparados usando quatro métricas de avaliação. Foram elas:

- a) Discrepância relevante máxima;
- b) Soma das discrepâncias relevantes nos entes problemáticos;
- c) Taxa média de reclamações do consumidor;
- d) Número de entes problemáticos.

As Figuras 25 a 28 mostram os resultados médios da simulação de Monte Carlo (média de 50 realizações). Nessas figuras, o gráfico em (a) mostra o resultado para todos os métodos, enquanto o gráfico em (b) foca no resultado para o método da taxa e o método proposto. Embora outros fatores possam afetar a evolução da qualidade do serviço, o interesse nesta tese é no efeito que as inspeções realizadas pelos fiscais acarretam na qualidade do serviço, e as simulações apresentadas representam esse efeito.

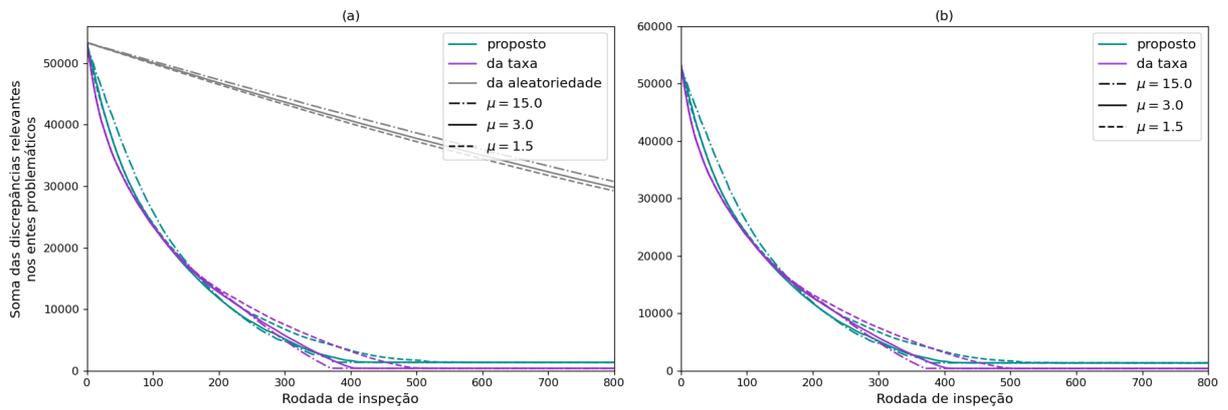
Figura 25 – Discrepância relevante máxima.



Fonte: Autor.

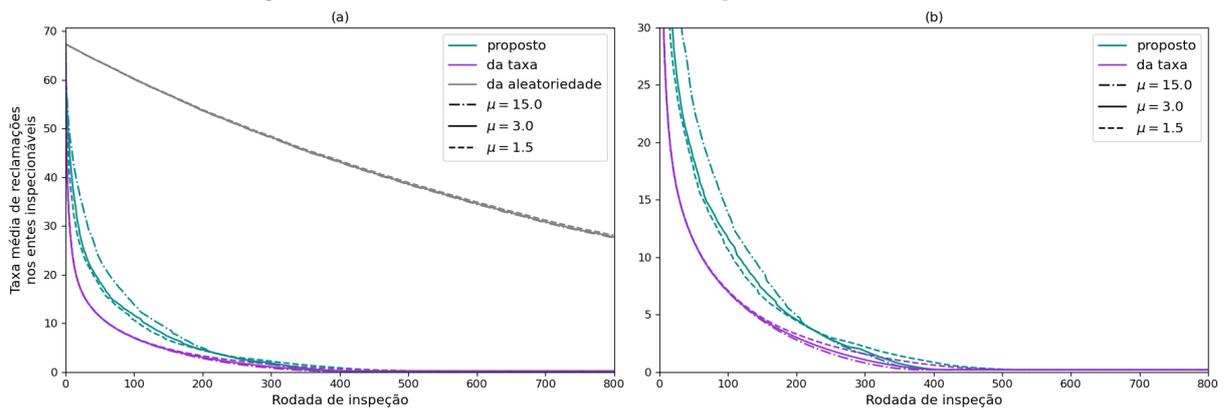
A Tabela 6 ilustra, para diferentes valores de μ , a máxima melhora relativa na redução das métricas de avaliação devido ao uso do método proposto quando comparado ao método da taxa.

Figura 26 – Soma das discrepâncias relevantes nos entes problemáticos.



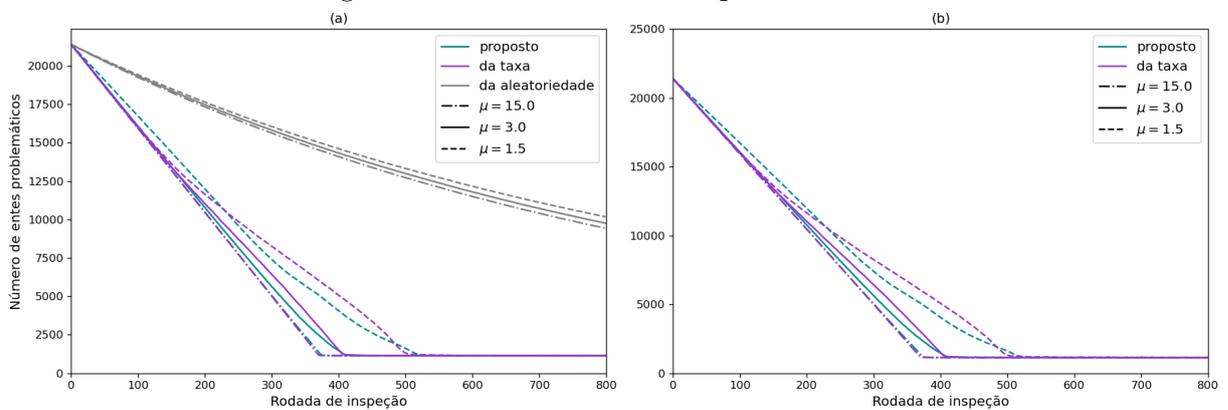
Fonte: Autor.

Figura 27 – Taxa média de reclamações do consumidor.



Fonte: Autor.

Figura 28 – Número de entes problemáticos.



Fonte: Autor.

Tabela 6 – Máxima melhora relativa na redução das métricas de avaliação devido ao uso do método proposto quando comparado ao método da taxa.

Máxima melhora relativa na	$\mu = 15.0$	$\mu = 3.0$	$\mu = 1.5$
Discrepância relevante máxima	436% em $t = 3$	595% em $t = 3$	687% em $t = 1$
Soma das discrepâncias relevantes (1)	3% em $t = 215$	3% em $t = 231$	2% em $t = 250$
Média das taxas de reclamações	0% em $t = 756$	0% em $t = 797$	0% em $t = 797$
Número de entes problemáticos	0% em $t = 195$	5% em $t = 312$	7% em $t = 326$

Fonte: Autor.

(1) Nos entes problemáticos.

9.2.3 Análise dos resultados

Os resultados das Figuras 25 a 28 ilustram o desempenho dos métodos simulados para o direcionamento de inspeções regulatórias planejadas, inclusive para a taxa média de reclamações do consumidor. Esses resultados foram obtidos para diferentes valores da capacidade média de um fiscal de reduzir a taxa de inadequação.

A Figura 25 mostra que o método proposto desde muito cedo impôs melhorias significativas na métrica de avaliação discrepância relevante máxima, como esperado. As Figuras 26 a 28 mostram que, para as demais métricas, o desempenho dos métodos da taxa e proposto foram semelhantes.

A Tabela 6 ilustra em números o desempenho superior do método proposto quanto à métrica discrepância relevante máxima. Para $\mu = 1,5$, a redução na discrepância relevante máxima ao utilizar o método proposto chegou a ser 687% maior do que a redução alcançada pelo método da taxa. Desempenho semelhante ocorreu para $\mu = 3,0$ e $\mu = 15,0$.

Um aspecto importante do método baseado em risco proposto neste capítulo é que ele pode ser utilizado para atender aos cinco princípios propostos na Seção 2.2. Sua aplicação à regulação de um serviço de telecomunicações, ilustrada neste capítulo, atende às leis, permitindo tratamento igualitário para os entes inspecionáveis e usa dados sem as informações pessoais dos consumidores ou informações confidenciais das entidades reguladas. É imparcial porque os dados utilizados são confiáveis, não tendo origem nem no regulador nem nas entidades reguladas. Além disso, não requer um pré-processamento complexo de dados, evitando possíveis desvios éticos. De fato, a definição dos parâmetros do modelo é feita sem aleatoriedade, resultando em um modelo preciso e justo para ser aplicado igualmente a todos os entes inspecionáveis. É consistente com os objetivos de longo prazo da Anatel, ou de qualquer regulador que tenha a satisfação do consumidor como um de seus objetivos de longo prazo, evitando decisões discricionárias que possam permitir usos mal intencionados e que não estejam sujeitas à revisão judicial. É explicável e comunicável porque as definições dos parâmetros do modelo e a avaliação do risco são determinísticas e simples, permitindo a sua comunicação e explicação antecipada e clara a todos os interessados. É transparente e possibilita a responsabilização, pois é auditável, rastreável e reproduzível em todas as etapas, permitindo o escrutínio das ações do regulador. Por fim, é simples de implementar, não exigindo habilidades especiais dos fiscais, e possui complexidade computacional reduzida. Isso permite que os fiscais entendam, aceitem e apliquem o método proposto para DIRP, e facilita a adoção pelos reguladores sem a necessidade de equipamentos ou computadores poderosos e caros.

É importante observar que o desenvolvimento do método proposto não considerou o que os vértices do grafo realmente representam. Os pesos das arestas entre os vértices e o sinal em cada vértice do grafo também são definidos como elementos gerais, sem associação necessária ao problema particular referente às reclamações de consumidor. A discrepância relevante no vértice pode, portanto, ser usada para qualquer análise em que

o risco é quantificado como a razão entre as observações do sinal nos vértices do grafo e as expectativas relevantes do regulador para eles. Basta que a transformação do sinal no grafo pela matriz de adjacências modele adequadamente a expectativa do regulador para as relações entre os sinais nos vértices. Assim, o método proposto pode ser aplicado a diferentes segmentações de dados e objetivos.

10 CONCLUSÕES

Apesar do progresso obtido nos últimos anos, especialmente em aprendizado de máquina, a maioria dos trabalhos na literatura não aborda os desafios enfrentados pelos reguladores sobre como monitorar o mercado para coletar informações, processá-las e direcionar as inspeções regulatórias (HEIJDEN, 2020). Assim, as mesmas críticas feitas ao processo de DIRP até o início da década de 2010 permanecem até hoje (YEUNG, 2018; HEIJDEN, 2020; BORRAZ *et al.*, 2020; WANG *et al.*, 2022). Isso torna ainda mais difícil a decisão do regulador sobre como monitorar o mercado e direcionar as inspeções, muitas vezes levando a abordagens heurísticas (JOHNSON, M. S. *et al.*, 2020).

Nesta tese foram discutidas questões em aberto sobre o direcionamento de inspeções regulatórias utilizando aprendizado de máquina e propostos cinco princípios para o direcionamento de inspeções regulatórias planejadas. Esses princípios são condizentes com o movimento da Ciência Aberta, a Teoria da Justiça e a Agenda 2030 para o Desenvolvimento Sustentável, da Organização das Nações Unidas.

Inspirado pela Teoria da Qualidade do Serviço e pela Teoria dos Fluxos Centrais, e utilizando a Teoria de Processamento de Sinais em Grafos, foi proposto o parâmetro discrepância, um parâmetro contextualizado para ordenar o desempenho dos entes inspecionáveis, e foram propostas novas métricas para avaliar o desempenho dos métodos utilizados no DIRP. Fazendo uso do parâmetro discrepância, um novo método baseado em risco foi proposto para o direcionamento de inspeções regulatórias planejadas. Salvo melhor juízo, esse é o primeiro método proposto para o direcionamento de inspeções regulatórias planejadas a utilizar o processamento de sinais em grafos sem depender de métodos de aprendizado de máquina.

A formulação do método foi sucessivamente expandida ao longo dos capítulos a fim de ampliar sua aplicabilidade a diversos cenários relevantes, culminando na possibilidade de aplicação do método proposto para cenários representados por grafos ou multigrafos em que os vértices estão organizados em uma ou múltiplas dimensões, com uma ou múltiplas informações em cada vértice, com todos ou apenas uma parcela dos vértices representando entes inspecionáveis e com uma ou múltiplas arestas podendo conectar dois vértices distintos em cada sentido.

Para ilustrar a aplicabilidade do parâmetro, das métricas de avaliação e do método propostos a temas de grande interesse para os reguladores, foram simuladas aplicações do método proposto ao problema de satisfação do consumidor em diversos cenários de serviços de telecomunicações no Brasil. As simulações estatísticas ilustraram a eficácia do método proposto e seu desempenho superior quando comparado a métodos em que os entes a serem inspecionados são aqueles com os maiores índices de reclamações dos consumidores ou são selecionadas aleatoriamente. Nos cenários simulados, quando comparado ao método mais empregado na prática, o método proposto resulta em uma máxima melhora relativa

de até 595% na métrica máxima discrepância relevante, de até 141% na métrica soma das discrepâncias relevantes nos entes problemáticos, de até 90% na métrica média das taxas de reclamações e de até 589% na métrica número de entes problemáticos.

O método proposto pode ser aplicado a diferentes segmentações de dados e objetivos, sem associação necessária ao problema particular referente às reclamações de consumidor ou aos serviços de telecomunicações. As características, a generalidade e os resultados do método proposto enfatizam seu potencial para ser amplamente adotado pelos reguladores em diferentes setores regulados e contextos nacionais.

Por fim, esta tese abre um novo campo de possíveis pesquisas, que inclui a utilização de diversas técnicas de processamento de sinais em grafos ao problemas de direcionamento de inspeções regulatórias planejadas, tais como hipergrafos, transformadas no domínio da frequência, formulação baseada em quatérnions, álgebra geométrica, álgebra relacional, entre outras.

REFERÊNCIAS

ACMA. **Telco consumer complaints**. Online: Australian Communications and Media Authority, 2022. Disponível em: <https://www.acma.gov.au/telco-consumer-complaints>. Acesso em: 22 nov. 2022.

AHMED, Imran; JEON, Gwanggil; PICCIALI, Francesco. From artificial intelligence to explainable artificial intelligence in industry 4.0: A survey on what, how, and where. **IEEE Transactions on Industrial Informatics**, Online, v. 18, n. 8, p. 5031–5042, ago. 2022. DOI: [10.1109/TII.2022.3146552](https://doi.org/10.1109/TII.2022.3146552). Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/9695219>. Acesso em: 16 nov. 2022.

ALMOND, Paul; ESBESTER, Mike. Regulatory inspection and the changing legitimacy of health and safety. **Regulation & Governance**, Online, v. 12, n. 1, p. 46–63, mar. 2018. DOI: [10.1111/rego.12155](https://doi.org/10.1111/rego.12155). Disponível em: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/rego.12155>. Acesso em: 16 nov. 2022.

ANATEL. **Edital nº 002/2007/SPV-Anatel**. Online: Agência Nacional de Telecomunicações, 2007. Disponível em: <https://www.anatel.gov.br/Portal/exibirPortalRedireciona.do?codigoDocumento=244968>. Acesso em: 22 nov. 2022.

ANATEL. **Edital nº 002/2010/PVCP/SPV-Anatel**. Online: Agência Nacional de Telecomunicações, 2010. Disponível em: <https://www.anatel.gov.br/Portal/exibirPortalRedireciona.do?codigoDocumento=254426>. Acesso em: 22 nov. 2022.

ANATEL. **Edital nº 004/2012/PVCP/SPV-Anatel**. Online: Agência Nacional de Telecomunicações, 2012. Disponível em: <https://www.anatel.gov.br/Portal/exibirPortalRedireciona.do?codigoDocumento=287996>. Acesso em: 22 nov. 2022.

ANATEL. **Edital 1/2021-SOR/SPR/CD-ANATEL (SEI nº 7452039)**. Online: Agência Nacional de Telecomunicações, 2021. Disponível em: <https://www.anatel.gov.br/seipesquisa>. Acesso em: 22 nov. 2022.

ANATEL. **Painel de dados de acessos da telefonia móvel**. Online: Agência Nacional de Telecomunicações, 2022a. Disponível em: <https://informacoes.anatel.gov.br/paineis/acessos/telefonia-movel>. Acesso em: 22 nov. 2022.

ANATEL. **Painel de dados de reclamações do consumidor**. Online: Agência Nacional de Telecomunicações, 2022b. Disponível em: <https://informacoes.anatel.gov.br/paineis/consumidor/reclamacoes>. Acesso em: 22 nov. 2022.

ARUMUGAM, Subramanian; BRANDSTÄDT, Andreas; NISHIZEKI, Takao; THULASIRAMAN, Krishnaiyan. **Handbook of graph theory, combinatorial optimization, and algorithms**. Boca Raton: CRC Press, 2016. v. 34.

ATHEY, Susan. Beyond prediction: Using big data for policy problems. **Science**, American Association for the Advancement of Science, Online, v. 355, n. 6324, p. 483–485, fev. 2017. DOI: [10.1126/science.aal4321](https://doi.org/10.1126/science.aal4321). Disponível em: <https://www.science.org/doi/pdf/10.1126/science.aal4321>. Acesso em: 21 nov. 2022.

AYRES, Ian; BRAITHWAITE, John. **Responsive regulation: Transcending the deregulation debate**. New York: Oxford University Press, 1992.

BALDWIN, Robert; BLACK, Julia. Really responsive regulation. **The modern law review**, Wiley Online Library, Online, v. 71, n. 1, p. 59–94, jan. 2008. DOI: [10.1111/j.1468-2230.2008.00681.x](https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/j.1468-2230.2008.00681.x). Disponível em: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/j.1468-2230.2008.00681.x>. Acesso em: 21 nov. 2022.

BERRY, Brian J L; GARRISON, William L. Recent developments of central place theory. **Papers in Regional Science**, Wiley Online Library, Online, v. 4, n. 1, p. 107–120, jan. 1958. DOI: [10.1111/j.1435-5597.1958.tb01625.x](https://rsaiconnect.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/j.1435-5597.1958.tb01625.x). Disponível em: <https://rsaiconnect.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/j.1435-5597.1958.tb01625.x>. Acesso em: 21 nov. 2022.

BETTENCOURT, Luís M A. Complex networks and fundamental urban processes. *In*: HANDBOOK OF CITIES AND NETWORKS. Online: Edward Elgar Publishing, jul. 2021. P. 41–61. DOI: [10.4337/9781788114714.00008](https://www.elgaronline.com/display/edcoll/9781788114707/9781788114707.00008.xml). Disponível em: <https://www.elgaronline.com/display/edcoll/9781788114707/9781788114707.00008.xml>. Acesso em: 17 jan. 2023.

BÍBLIA SAGRADA. Provérbios 2: 1-11. A excelência da sabedoria. *In*: BÍBLIA SAGRADA. Tradução: Nova Almeida Atualizada. Barueri: Sociedade Bíblica do Brasil, 2017.

BIGGS, Norman; LLOYD, E Keith; WILSON, Robin J. **Graph Theory, 1736-1936**. New York: Oxford University Press, 1986.

BLACK, Julia. The emergence of risk-based regulation and the new public risk management in the United Kingdom. **Public Law**, Sweet & Maxwell, Online, p. 512–548, jul. 2005. Disponível em: https://www.academia.edu/1295947/The_emergence_of_risk_based_regulation_and_the_new_public_risk_management_in_the_United_Kingdom. Acesso em: 21 nov. 2022.

BLANC, Florentin. **Inspection reforms: why, how, and with what results**. Online: OECD Publishing, 2012. Disponível em: <https://www.oecd.org/regreform/Inspection%20reforms%20-%20web%20-F.%20Blanc.pdf>. Acesso em: 17 jan. 2023.

BOHANNON, Addison W; SADLER, Brian M; BALAN, Radu V. A filtering framework for time-varying graph signals. *In*: VERTEX-FREQUENCY ANALYSIS OF GRAPH SIGNALS. Online: Springer, 2019. P. 341–376. DOI: [10.1007/978-3-030-03574-7_10](https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-030-03574-7_10). Disponível em: https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-030-03574-7_10. Acesso em: 17 jan. 2023.

BORRAZ, Olivier; BEAUSSIER, Anne-Laure; WESSELING, Mara; DEMERITT, David; ROTHSTEIN, Henry; HERMANS, Marijke; HUBER, Michael; PAUL, Regine. Why regulators assess risk differently: Regulatory style, business organization, and the varied practice of risk-based food safety inspections across the EU. **Regulation & Governance**, Wiley Online Library, Online, p. 274–292, jan. 2020. DOI: [10.1111/rego.12320](https://doi.org/10.1111/rego.12320). Disponível em: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/rego.12320>. Acesso em: 21 nov. 2022.

BROCK, Theo CM; ELLIOTT, Kevin C; GLADBACH, Anja; MOERMOND, Caroline; ROMEIS, Jörg; SEILER, Thomas-Benjamin; SOLOMON, Keith; PETER DOHMEN, G. Open Science in regulatory environmental risk assessment. **Integrated Environmental Assessment and Management**, Wiley Online Library, Online, v. 17, n. 6, p. 1229–1242, nov. 2021. DOI: [10.1002/ieam.4433](https://doi.org/10.1002/ieam.4433). Disponível em: <https://setac.onlinelibrary.wiley.com/doi/full/10.1002/ieam.4433>. Acesso em: 21 nov. 2022.

CAMPBELL, John L. Why would corporations behave in socially responsible ways? An institutional theory of corporate social responsibility. **Academy of Management Review**, Academy of Management, Online, v. 32, n. 3, p. 946–967, jul. 2007. DOI: [10.5465/amr.2007.25275684](https://doi.org/10.5465/amr.2007.25275684). Disponível em: <https://journals.aom.org/doi/10.5465/amr.2007.25275684>. Acesso em: 21 nov. 2022.

CHEN, Yao; WANG, Jinfei; CAI, Zhengyu. Study on the Application of Machine Learning in Government Service: Take Consumer Protection Service as an Example. *In: 2018 15TH INTERNATIONAL CONFERENCE ON SERVICE SYSTEMS AND SERVICE MANAGEMENT (ICSSSM)*. Online: IEEE, 2018. P. 1–5. DOI: [10.1109/ICSSSM.2018.8465040](https://doi.org/10.1109/ICSSSM.2018.8465040). Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/8465040>. Acesso em: 17 jan. 2023.

CHOLLET, Francois. **Deep learning with Python**. New York: Simon e Schuster, 2021.

CHRISTALLER, Walter. **Central Places in Southern Germany**. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1966. P. 230.

COLQUITT, Jason A. On the dimensionality of organizational justice: A construct validation of a measure. **Journal of Applied Psychology**, American Psychological Association, Online, v. 86, n. 3, p. 386–400, jun. 2001. DOI: [10.1037/0021-9010.86.3.386](https://doi.org/10.1037/0021-9010.86.3.386). Disponível em: <https://psycnet.apa.org/record/2001-06715-002>. Acesso em: 17 jan. 2023.

CONFALONIERI, Roberto; COBA, Ludovik; WAGNER, Benedikt; BESOLD, Tarek R. A historical perspective of explainable Artificial Intelligence. **Wiley Interdisciplinary Reviews: Data Mining and Knowledge Discovery**, Wiley Online Library, Online, v. 11, n. 1, e1391, 2021. DOI: [10.1002/widm.1391](https://doi.org/10.1002/widm.1391). Disponível em: <https://wires.onlinelibrary.wiley.com/doi/full/10.1002/widm.1391>. Acesso em: 17 jan. 2023.

DJURIC, Petar; RICHARD, Cédric. **Cooperative and graph signal processing: Principles and applications**. Cambridge: Academic Press, 2018.

EUROPE ECONOMICS. **An analysis of the issue of consumer detriment and the most appropriate methodologies to estimate it**. Online: DG SANCO, 2007. Disponível em: http://www.europe-economics.com/attachment.php?id_attachment=1278&controller=attachment. Acesso em: 22 nov. 2022.

EUROPEAN COMMISSION. **The Assessment List for Trustworthy Artificial Intelligence (ALTAI) for self assessment**. Online: Publications Office of the European Union, 2020. DOI: [10.2759/002360](https://doi.org/10.2759/002360). Disponível em: <https://data.europa.eu/doi/10.2759/002360>. Acesso em: 17 jan. 2023.

EUROPEAN COURT OF AUDITORS. **Special Report 22/2020: Future of EU agencies – Potential for more flexibility and cooperation**. Online: Publications Office of the European Union, 2020. Disponível em: <https://www.eca.europa.eu/en/Pages/DocItem.aspx?did=54740>. Acesso em: 22 nov. 2022.

FOLGER, Robert; SHUKLA, Jigyashu. A fairness theory update. *In: SOCIAL PSYCHOLOGY AND JUSTICE*. Online: Routledge, 2019. P. 110–133. DOI: [10.4324/9781003002291](https://doi.org/10.4324/9781003002291). Disponível em: <https://www.taylorfrancis.com/chapters/edit/10.4324/9781003002291-6/fairness-theory-update-robert-folger-jigyashu-shukla>. Acesso em: 17 jan. 2023.

FOLGER, Robert G; CROPANZANO, Russell. **Organizational justice and human resource management**. Los Angeles: Sage Publications, 1998. v. 7.

FTC. **Explore Data with FTC**. Online: Federal Trade Commission, 2022. Disponível em: <https://www.ftc.gov/news-events/data-visualizations/explore-data>. Acesso em: 22 nov. 2022.

FURUTANI, Satoshi; SHIBAHARA, Toshiki; AKIYAMA, Mitsuaki; HATO, Kunio; AIDA, Masaki. Graph signal processing for directed graphs based on the Hermitian Laplacian. *In: JOINT EUROPEAN CONFERENCE ON MACHINE LEARNING AND KNOWLEDGE DISCOVERY IN DATABASES. LECTURE NOTES IN COMPUTER SCIENCE*. Online: Springer, 2019. P. 447–463. DOI: [10.1007/978-3-030-46150-8_27](https://doi.org/10.1007/978-3-030-46150-8_27). Disponível em: https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-030-46150-8_27. Acesso em: 17 jan. 2023.

G20. **G20 Ministerial Statement on Trade and Digital Economy**. Online: G20, 2019. Disponível em: https://g20-digital.go.jp/asset/pdf/g20_2019_japan_digital_statement.pdf. Acesso em: 17 jan. 2023.

GAVILI, Adnan; ZHANG, Xiao-Ping. On the shift operator, graph frequency, and optimal filtering in graph signal processing. **IEEE Transactions on Signal Processing**, IEEE, Online, v. 65, n. 23, p. 6303–6318, 2017. DOI: [10.1109/TSP.2017.2752689](https://doi.org/10.1109/TSP.2017.2752689). Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/8038007/>. Acesso em: 17 jan. 2023.

GHODDUSI, Hamed; CREAMER, Germán G; RAFIZADEH, Nima. Machine learning in energy economics and finance: A review. **Energy Economics**, Elsevier, Online, v. 81, p. 709–727, 2019. DOI: [10.1016/j.eneco.2019.05.006](https://doi.org/10.1016/j.eneco.2019.05.006). Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0140988319301513>. Acesso em: 17 jan. 2023.

GIRAULT, Benjamin; GONÇALVES, Paulo; FLEURY, Éric. Translation on graphs: An isometric shift operator. **IEEE Signal Processing Letters**, IEEE, Online, v. 22, n. 12, p. 2416–2420, 2015. DOI: [10.1109/LSP.2015.2488279](https://doi.org/10.1109/LSP.2015.2488279). Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/7293613>. Acesso em: 17 jan. 2023.

GOLDBARG, Marco; GOLDBARG, Elizabeth. **Grafos: Conceitos, algoritmos e aplicações**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2012.

GOODFELLOW, Ian; BENGIO, Yoshua; COURVILLE, Aaron. **Deep learning**. Cambridge: MIT Press, 2016.

GOOGLE SCHOLAR. Online: Google, fev. 2024. Disponível em: <https://scholar.google.com/>. Acesso em: 11 fev. 2024.

GREENBERG, Jerald. The social side of fairness: Interpersonal and informational classes of organizational justice. *In*: JUSTICE IN THE WORKPLACE: APPROACHING FAIRNESS IN HUMAN RESOURCE MANAGEMENT. London: Lawrence Erlbaum Associates, Inc, 1993. P. 79–103.

GROSS, Jonathan L; YELLEN, Jay. **Handbook of graph theory**. Boca Raton: CRC Press, 2003.

GUNNINGHAM, N.; GRABOSKY, P.; SINCLAIR, D. **Smart Regulation: Designing Environmental Policy**. New York: Oxford University Press, 1998.

HEIJDEN, Jeroen van der. Responsive regulation in practice: a review of the international academic literature. **State of the Art in Regulatory Governance Research Paper - 2020.06**, School of Government (VUW), [Online], 2020. Disponível em: <https://apo.org.au/node/307316>. Acesso em: 21 nov. 2022.

HELM, J Matthew; SWIERGOSZ, Andrew M; HAEBERLE, Heather S; KARNUTA, Jaret M; SCHAFFER, Jonathan L; KREBS, Viktor E; SPITZER, Andrew I; RAMKUMAR, Prem N. Machine learning and artificial intelligence: Definitions, applications, and future directions. **Current Reviews in Musculoskeletal Medicine**, Springer, Online, v. 13, n. 1, p. 69–76, 2020. DOI: [10.1007/s12178-020-09600-8](https://doi.org/10.1007/s12178-020-09600-8). Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/s12178-020-09600-8>. Acesso em: 17 jan. 2023.

HOWARD, John. Artificial intelligence: Implications for the future of work. **American Journal of Industrial Medicine**, Wiley Online Library, Online, v. 62, n. 11, p. 917–926,

2019. DOI: [10.1002/ajim.23037](https://doi.org/10.1002/ajim.23037). Disponível em: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/ajim.23037>. Acesso em: 17 jan. 2023.

IBGE. **REGIC 2018 - Ligações entre Cidades**. Online: Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, 2020a. Disponível em: https://geoftp.ibge.gov.br/organizacao_do_territorio/divisao_regional/regioes_de_influencia_das_cidades/Regioes_de_influencia_das_cidades_2018_Resultados_definitivos/base_tabular/REGIC2018_Ligacoes_entre_Cidades.xlsx. Acesso em: 22 nov. 2022.

IBGE. **REGIC 2018 - Municípios integrantes de Arranjos Populacionais**. Online: Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, 2020b. Disponível em: https://geoftp.ibge.gov.br/organizacao_do_territorio/divisao_regional/regioes_de_influencia_das_cidades/Regioes_de_influencia_das_cidades_2018_Resultados_definitivos/base_tabular/REGIC2018_Arranjos_Populacionais_v2.xlsx. Acesso em: 22 nov. 2022.

IBGE. **Regiões de Influência das Cidades 2018**. Online: Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, 2020c. Disponível em: <https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/livros/liv101728.pdf>. Acesso em: 22 nov. 2022.

IBGE. **REGIC 2018 - Municípios - Ligações e atração segundo temas do questionário**. Online: Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, 2021. Disponível em: https://geoftp.ibge.gov.br/organizacao_do_territorio/divisao_regional/regioes_de_influencia_das_cidades/Regioes_de_influencia_das_cidades_2018_Resultados_definitivos/base_tabular/REGIC2018_Municipios_Ligacoes_e_atracacao_xlsx.zip. Acesso em: 22 nov. 2022.

JIA, Jayson S; LU, Xin; YUAN, Yun; XU, Ge; JIA, Jianmin; CHRISTAKIS, Nicholas A. Population flow drives spatio-temporal distribution of COVID-19 in China. **Nature**, Nature Publishing Group, v. 582, n. 7812, p. 389–394, 2020. DOI: [10.1038/s41586-020-2284-y](https://doi.org/10.1038/s41586-020-2284-y). Disponível em: <https://www.nature.com/articles/s41586-020-2284-y>. Acesso em: 17 jan. 2023.

JOHNSON, Matthew S; LEVINE, David I; TOFFEL, Michael W. Improving regulatory effectiveness through better targeting: Evidence from OSHA. **IRLE Working Paper**, n. 107-19, 2020. Disponível em: <https://irle.berkeley.edu/files/2019/09/Improving-Regulatory-Effectiveness-through-Better-Targeting.pdf>. Acesso em: 17 jan. 2023.

JOHNSON, Norman L; KOTZ, Samuel; BALAKRISHNAN, Narayanaswamy. **Continuous Univariate Distributions, Volume 2**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 1995. v. 289.

KRAFFT, Tobias D; ZWEIG, Katharina A; KÖNIG, Pascal D. How to regulate algorithmic decision-making: A framework of regulatory requirements for different applications. **Regulation & Governance**, Wiley Online Library, Online, v. 16, n. 1, p. 119–136, 2022. DOI: [10.1111/rego.12369](https://doi.org/10.1111/rego.12369). Disponível em: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/full/10.1111/rego.12369>. Acesso em: 17 jan. 2023.

LALMUANAWMA, Samuel; HUSSAIN, Jamal; CHHAKCHHUAK, Lalrinfela. Applications of machine learning and artificial intelligence for Covid-19 (SARS-CoV-2) pandemic: A review. **Chaos, Solitons & Fractals**, Elsevier, Online, v. 139, p. 110059, 2020. DOI: [10.1016/j.chaos.2020.110059](https://doi.org/10.1016/j.chaos.2020.110059). Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0960077920304562>. Acesso em: 17 jan. 2023.

LIU, Yipeng; LIU, Jiani; LONG, Zhen; ZHU, Ce. **Tensor computation for data analysis**. Online: Springer, 2022. DOI: [10.1007/978-3-030-74386-4](https://doi.org/10.1007/978-3-030-74386-4). Disponível em: <https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-030-74386-4>. Acesso em: 17 jan. 2023.

LÜTHI, Stefan; THIERSTEIN, Alain; BENTLAGE, Michael. The relational geography of the knowledge economy in Germany: On functional urban hierarchies and localised value chain systems. **Urban Studies**, Sage Publications, Online, v. 50, n. 2, p. 276–293, 2013. DOI: [10.1177/0042098012452](https://doi.org/10.1177/0042098012452). Disponível em: <https://journals.sagepub.com/doi/full/10.1177/0042098012452325>. Acesso em: 17 jan. 2023.

MARENGO, James E; FARNSWORTH, David L; STEFANIC, Lucas *et al.* A geometric derivation of the Irwin-Hall distribution. **International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences**, Hindawi, Online, v. 2017, 2017. DOI: [10.1155/2017/3571419](https://doi.org/10.1155/2017/3571419). Disponível em: <https://www.hindawi.com/journals/ijmms/2017/3571419/>. Acesso em: 17 jan. 2023.

MARQUES, Antonio G; KIYAVASH, Negar; MOURA, José M F; VAN DE VILLE, Dimitri; WILLETT, Rebecca. Graph Signal Processing: Foundations and Emerging Directions [From the Guest Editors]. **IEEE Signal Processing Magazine**, IEEE, Online, v. 37, n. 6, p. 11–13, 2020. DOI: [10.1109/MSP.2020.3020715](https://doi.org/10.1109/MSP.2020.3020715). Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/9244183>. Acesso em: 17 jan. 2023.

MATUS, Kira JM; VEALE, Michael. Certification systems for machine learning: Lessons from sustainability. **Regulation & Governance**, Wiley Online Library, Online, v. 16, n. 1, p. 177–196, 2022. DOI: [10.1111/rego.12417](https://doi.org/10.1111/rego.12417). Disponível em: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/full/10.1111/rego.12417>. Acesso em: 17 jan. 2023.

MCTI. **Estratégia Brasileira de Inteligência Artificial**. Online: Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovações, 2021. P. 57. Disponível em: https://www.gov.br/mcti/pt-br/acompanhe-o-mcti/transformacaodigital/arquivosinteligenciaartificial/ebia-diagramacao_4-979_2021.pdf. Acesso em: 21 nov. 2022.

MEHRPOUYA, Afshin; SAMIOLO, Rita. Numbers in regulatory intermediation: Exploring the role of performance measurement between legitimacy and compliance. **Regulation & Governance**, Wiley Online Library, Online, v. 13, n. 2, p. 220–239, 2019. DOI: [10.1111/rego.12218](https://doi.org/10.1111/rego.12218). Disponível em: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/rego.12218>. Acesso em: 17 jan. 2023.

MURPHY, Kevin P. **Machine learning: A probabilistic perspective**. Cambridge: MIT Press, 2012.

NAÇÕES UNIDAS. **Transformando Nosso Mundo: A Agenda 2030 para o Desenvolvimento Sustentável**. Online: Centro de Informação das Nações Unidas para o Brasil, 2015. Disponível em: <https://brasil.un.org/sites/default/files/2020-09/agenda2030-pt-br.pdf>. Acesso em: 18 abr. 2024.

OECD. **Risk and Regulatory Policy: Improving the Governance of Risk**. Online: OECD Publishing, 2010. P. 248. DOI: [10.1787/19900481](https://doi.org/10.1787/19900481). Disponível em: <https://www.oecd-ilibrary.org/content/publication/9789264082939-en>. Acesso em: 17 jan. 2023.

OECD. **Artificial Intelligence in Society**. Online: OECD Publishing, 2019a. P. 152. DOI: [10.1787/eedfee77-en](https://doi.org/10.1787/eedfee77-en). Disponível em: <https://www.oecd-ilibrary.org/content/publication/eedfee77-en>. Acesso em: 17 jan. 2023.

OECD. **Recommendation of the Council on Artificial Intelligence**. Online: OECD Legal Instruments, 2019b. Disponível em: <https://legalinstruments.oecd.org/en/instruments/OECD-LEGAL-0449>. Acesso em: 17 jan. 2023.

OECD. **Measuring consumer detriment and the impact of consumer policy**. Online: OECD Publishing, 2020. DOI: [10.1787/20716826](https://doi.org/10.1787/20716826). Disponível em: <https://www.oecd-ilibrary.org/content/paper/0c2e643b-en>. Acesso em: 17 jan. 2023.

OECD. **Data-Driven, Information-Enabled Regulatory Delivery**. Online: OECD Publishing, 2021a. P. 37. DOI: [10.1787/8f99ec8c-en](https://doi.org/10.1787/8f99ec8c-en). Disponível em: <https://www.oecd-ilibrary.org/content/publication/8f99ec8c-en>. Acesso em: 17 jan. 2023.

OECD. **OECD Regulatory Policy Outlook 2021**. Online: OECD Publishing, 2021b. P. 301. DOI: [10.1787/38b0fdb1-en](https://doi.org/10.1787/38b0fdb1-en). Disponível em: <https://www.oecd-ilibrary.org/content/publication/38b0fdb1-en>. Acesso em: 21 nov. 2022.

OFFICE OF MANAGEMENT AND BUDGET. **Analytical Perspectives, Budget of the United States Government, Fiscal Year 2022**. Online: U.S. Government Publishing Office, 2021. Disponível em: <https://www.govinfo.gov/app/details/BUDGET-2022-PER/BUDGET-2022-PER-8-6>. Acesso em: 17 jan. 2023.

OFGEM. **Customer Service Data**. Online: Office of Gas and Electricity Markets, 2022. Disponível em: <https://www.ofgem.gov.uk/customer-service-data>. Acesso em: 17 jan. 2023.

ORMOSI, Peter. **Stocktaking on Evaluation: Evaluating the impact of competition law enforcement**. Online: OECD Publishing, 2012. Disponível em: [https://www.oecd.org/officialdocuments/publicdisplaydocumentpdf/?cote=DAF/COMP/WP2\(2012\)5&doclanguage=en](https://www.oecd.org/officialdocuments/publicdisplaydocumentpdf/?cote=DAF/COMP/WP2(2012)5&doclanguage=en). Acesso em: 17 jan. 2023.

ORTEGA, Antonio; FROSSARD, Pascal; KOVAČEVIĆ, Jelena; MOURA, José M F; VANDERGHEYNST, Pierre. Graph signal processing: Overview, challenges, and appli-

cations. **Proceedings of the IEEE**, IEEE, Online, v. 106, n. 5, p. 808–828, 2018. DOI: [10.1109/JPROC.2018.2820126](https://doi.org/10.1109/JPROC.2018.2820126). Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8347162>. Acesso em: 17 jan. 2023.

PAPERS IN REGIONAL SCIENCE. **Special Issue: Agglomerations and the rise of urban network externalities**. v. 95. Online: Wiley Online Library, 2016. P. 198. DOI: [10.1111/pirs.12191](https://doi.org/10.1111/pirs.12191). Disponível em: <https://rsaiconnect.onlinelibrary.wiley.com/toc/14355957/2016/95/1>. Acesso em: 17 jan. 2023.

PARASURAMAN, Ananthanarayanan; ZEITHAML, Valarie A; BERRY, Leonard L. A conceptual model of service quality and its implications for future research. **Journal of Marketing**, Sage Publications, Online, v. 49, n. 4, p. 41–50, 1985. DOI: [10.1177/002224298504900403](https://doi.org/10.1177/002224298504900403). Disponível em: <https://journals.sagepub.com/doi/10.1177/002224298504900403>. Acesso em: 17 jan. 2023.

PECARIC, Mirko. The Effects of Law Through Actions of Inspections. **Central European Public Administration Review**, CEPAR, Online, v. 15, n. 3-4, p. 129–143, 2017. DOI: [10.17573/ipar.2017.3-4.06](https://doi.org/10.17573/ipar.2017.3-4.06). Disponível em: <https://cepar.fu.uni-lj.si/index.php/CEPAR/article/view/350>. Acesso em: 17 jan. 2023.

PUSCHEL, Markus; MOURA, José M F. Algebraic signal processing theory: Cooley–Tukey type algorithms for DCTs and DSTs. **IEEE Transactions on Signal Processing**, IEEE, Online, v. 56, n. 4, p. 1502–1521, 2008a. DOI: [10.1109/TSP.2007.907919](https://doi.org/10.1109/TSP.2007.907919). Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/4471889>. Acesso em: 17 jan. 2023.

PUSCHEL, Markus; MOURA, José M F. Algebraic signal processing theory: Foundation and 1-D time. **IEEE Transactions on Signal Processing**, IEEE, Online, v. 56, n. 8, p. 3572–3585, 2008b. DOI: [10.1109/TSP.2008.925261](https://doi.org/10.1109/TSP.2008.925261). Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/4520147>. Acesso em: 17 jan. 2023.

RAUHUT, Daniel; HUMER, Alois. EU Cohesion Policy and spatial economic growth: Trajectories in economic thought. **European Planning Studies**, Taylor & Francis, Online, v. 28, n. 11, p. 2116–2133, 2020. DOI: [10.1080/09654313.2019.1709416](https://doi.org/10.1080/09654313.2019.1709416). Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/09654313.2019.1709416>. Acesso em: 17 jan. 2023.

REGULATION & GOVERNANCE. **Special Issue: Algorithmic Regulation**. v. 16. Online: Wiley Online Library, 2022. P. 224. DOI: [10.1111/rego.12409](https://doi.org/10.1111/rego.12409). Disponível em: <https://onlinelibrary.wiley.com/toc/17485991/2022/16/1>. Acesso em: 17 jan. 2023.

RIBAS, Celso H. H.; BERMUDEZ, José C. M. Evaluation Metrics and Method for Planned Regulatory Inspection Targeting. **IEEE Access**, v. 12, p. 19911–19923, 2024. DOI: [10.1109/ACCESS.2024.3361395](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2024.3361395).

ROTHSTEIN, Henry; BORRAZ, Olivier; HUBER, Michael. Risk and the limits of governance: Exploring varied patterns of risk-based governance across Europe. **Regulation & Governance**, Wiley Online Library, Online, v. 7, n. 2, p. 215–235, 2013. DOI: [10.1111/j.1748-5991.2012.01153.x](https://doi.org/10.1111/j.1748-5991.2012.01153.x). Disponível em: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/j.1748-5991.2012.01153.x>. Acesso em: 17 jan. 2023.

ROTTENBURG, Richard; MERRY, Sally E; PARK, Sung-Joon; MUGLER, Johanna. **The world of indicators: The making of governmental knowledge through quantification**. Cambridge: Cambridge University Press, 2015.

SAND, George. **Letters of George Sand**. New York: Cosimo, Inc., 2009. v. I, p. 355.

SANDRYHAILA, Aliaksei; MOURA, José M F. Discrete signal processing on graphs. **IEEE transactions on signal processing**, IEEE, Online, v. 61, n. 7, p. 1644–1656, 2013. DOI: [10.1109/TSP.2013.2238935](https://doi.org/10.1109/TSP.2013.2238935). Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/6409473>. Acesso em: 17 jan. 2023.

SANDRYHAILA, Aliaksei; MOURA, José M F. Big data analysis with signal processing on graphs: Representation and processing of massive data sets with irregular structure. **IEEE Signal Processing Magazine**, IEEE, Online, v. 31, n. 5, p. 80–90, 2014a. DOI: [10.1109/MSP.2014.2329213](https://doi.org/10.1109/MSP.2014.2329213). Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/6879640>. Acesso em: 17 jan. 2023.

SANDRYHAILA, Aliaksei; MOURA, José M F. Discrete signal processing on graphs: Frequency analysis. **IEEE Transactions on Signal Processing**, IEEE, Online, v. 62, n. 12, p. 3042–3054, 2014b. DOI: [10.1109/TSP.2014.2321121](https://doi.org/10.1109/TSP.2014.2321121). Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/6808520>. Acesso em: 17 jan. 2023.

SARDELLITTI, Stefania; BARBAROSSA, Sergio; DI LORENZO, Paolo. On the graph Fourier transform for directed graphs. **IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing**, IEEE, Online, v. 11, n. 6, p. 796–811, 2017. DOI: [10.1109/JSTSP.2017.2726979](https://doi.org/10.1109/JSTSP.2017.2726979). Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/7979496>. Acesso em: 17 jan. 2023.

SHAFIPOUR, Rasoul; KHODABAKHSH, Ali; MATEOS, Gonzalo; NIKOLOVA, Evdokia. A directed graph Fourier transform with spread frequency components. **IEEE Transactions on Signal Processing**, IEEE, v. 67, n. 4, p. 946–960, 2018. DOI: [10.1109/TSP.2018.2886151](https://doi.org/10.1109/TSP.2018.2886151). Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8571255>. Acesso em: 17 jan. 2023.

SHORT, Jodi; LEVI-FAUR, David; SIMPSON, Sally S; THOMANN, Eva; VAN ROOIJ, Benjamin. Editors' Introduction: Has Regulation & Governance made a difference? **Regulation & Governance**, Wiley Online Library, Online, v. 15, S1, s3–s7, 2021. DOI: [10.1111/rego.12446](https://doi.org/10.1111/rego.12446). Disponível em: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/full/10.1111/rego.12446>. Acesso em: 17 jan. 2023.

SHUMAN, David I; NARANG, Sunil K; FROSSARD, Pascal; ORTEGA, Antonio; VANDERGHEYNST, Pierre. The emerging field of signal processing on graphs: Extending high-dimensional data analysis to networks and other irregular domains. **IEEE Signal Processing Magazine**, IEEE, Online, v. 30, n. 3, p. 83–98, 2013. DOI: [10.1109/MSP.2012.2235192](https://doi.org/10.1109/MSP.2012.2235192). Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/6494675>. Acesso em: 17 jan. 2023.

SPARROW, Malcolm K. **The regulatory craft: Controlling risks, solving problems, and managing compliance**. Washington: Brookings Institution Press, 2000.

STANKOVIĆ, Ljubiša; DAKOVIĆ, Miloš; SEJDIĆ, Ervin. Introduction to graph signal processing. *In*: VERTEX-FREQUENCY ANALYSIS OF GRAPH SIGNALS. Online: Springer, 2019. P. 3–108. DOI: [10.1007/978-3-030-03574-7_1](https://doi.org/10.1007/978-3-030-03574-7_1). Disponível em: https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-030-03574-7_1. Acesso em: 17 jan. 2023.

STEENBRUGGEN, John; TRANOS, Emmanouil; NIJKAMP, Peter. Data from mobile phone operators: A tool for smarter cities? **Telecommunications Policy**, Elsevier, Online, v. 39, n. 3-4, p. 335–346, 2015. DOI: [10.1016/j.telpol.2014.04.001](https://doi.org/10.1016/j.telpol.2014.04.001). Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0308596114000603>. Acesso em: 17 jan. 2023.

TAYLOR, Peter J; HOYLER, Michael; VERBRUGGEN, Raf. External urban relational process: Introducing central flow theory to complement central place theory. **Urban Studies**, SAGE Publications, Online, v. 47, n. 13, p. 2803–2818, 2010. DOI: [10.1177/004209801037736](https://doi.org/10.1177/004209801037736). Disponível em: <https://journals.sagepub.com/doi/10.1177/0042098010377367>. Acesso em: 17 jan. 2023.

TELECOMMUNICATIONS POLICY. **Special issue: Artificial intelligence, economy and society**. Edição: Claudio Feijoo e Youngsun Kwon. v. 44. Online: Elsevier, 2020. DOI: [10.1016/S0308-5961\(20\)30084-7](https://doi.org/10.1016/S0308-5961(20)30084-7). Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/journal/telecommunications-policy/vol/44/issue/6>. Acesso em: 17 jan. 2023.

ULLAH, Zaib; AL-TURJMAN, Fadi; MOSTARDA, Leonardo; GAGLIARDI, Roberto. Applications of artificial intelligence and machine learning in smart cities. **Computer Communications**, Elsevier, Online, v. 154, p. 313–323, 2020. DOI: [10.1016/j.comcom.2020.02.069](https://doi.org/10.1016/j.comcom.2020.02.069). Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0140366419320821>. Acesso em: 17 jan. 2023.

UN. **Guidelines for Consumer Protection**. Online: United Nations, 2016. Disponível em: https://unctad.org/system/files/official-document/ditccplpmisc2016d1_en.pdf. Acesso em: 21 nov. 2022.

UNESCO. **Recomendação da UNESCO sobre Ciência Aberta**. Online: UNESCO, 2022. P. 34. Disponível em: https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000379949_por. Acesso em: 21 nov. 2022.

WANG, Li; DEMERITT, David; ROTHSTEIN, Henry. Carrying the black pot: Food safety and risk in China's reactive regulatory state. **Regulation & Governance**, Wiley Online Library, Online, 2022. DOI: [10.1111/rego.12467](https://doi.org/10.1111/rego.12467). Disponível em: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/rego.12467>. Acesso em: 17 jan. 2023.

YAMAMOTO, Masahide; SATO, Mitsuru; KAMITANI, Tatsuo. Examining Spatial Movement Patterns of Travelers: Cases in Tourist Destinations. *In: INTERNET OF THINGS*. Online: Springer, 2021. P. 251–273. DOI: [10.1007/978-3-030-70478-0_12](https://doi.org/10.1007/978-3-030-70478-0_12). Disponível em: https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-030-70478-0_12. Acesso em: 17 jan. 2023.

YEUNG, Karen. Algorithmic regulation: A critical interrogation. **Regulation & Governance**, Wiley Online Library, Online, v. 12, n. 4, p. 505–523, 2018. DOI: [10.1111/rego.12158](https://doi.org/10.1111/rego.12158). Disponível em: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/rego.12158>. Acesso em: 17 jan. 2023.

YOE, Charles. **Principles of risk analysis: Decision making under uncertainty**. Boca Raton: CRC Press, 2019.

ZHANG, Ze; TANG, Zilai. Examination and Interpretation of the Quantitative Validity in China's Corporate-based Urban Network Analysis. **Chinese Geographical Science**, Springer, Online, v. 31, n. 1, p. 41–53, 2021. DOI: [10.1007/s11769-021-1175-y](https://doi.org/10.1007/s11769-021-1175-y). Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/s11769-021-1175-y>. Acesso em: 17 jan. 2023.

ZHU, Bing; PAIN, Kathy; TAYLOR, Peter J; DERUDDER, Ben. Exploring external urban relational processes: Inter-city financial flows complementing global city-regions. **Regional Studies**, Taylor & Francis, Online, p. 1–14, 2021. DOI: [10.1080/00343404.2021.1921136](https://doi.org/10.1080/00343404.2021.1921136). Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/00343404.2021.1921136>. Acesso em: 17 jan. 2023.

APÊNDICE A – OPERAÇÕES COM MATRIZES E TENSORES

Este apêndice apresenta operações com matrizes e tensores utilizadas no desenvolvimento da tese.

A.1 MATRIZES

Para as operações com matrizes apresentadas a seguir, considere a matriz $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{I \times J}$, em que I e J são o número de componentes, respectivamente, na primeira e segunda dimensões de \mathbf{A} . \mathbf{A} é definida em termos dos seus elementos como $[\mathbf{A}]_{i,j} = a_{i,j}$, em que i e j são os índices de $a_{i,j}$ na primeira e segunda dimensões de \mathbf{A} e, portanto, $i = 1, 2, \dots, I$ e $j = 1, 2, \dots, J$.

A.1.1 Multiplicação de Hadamard

A multiplicação de Hadamard ocorre entre matrizes com o mesmo número de dimensões e cujas dimensões possuem o mesmo número de componentes. Assim, seja a matriz $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{I \times J}$, em que I e J são o número de componentes, respectivamente, na primeira e segunda dimensões de \mathbf{B} . \mathbf{B} é definida em termos dos seus elementos como $[\mathbf{B}]_{i,j} = b_{i,j}$, em que i e j são os índices de $b_{i,j}$ na primeira e segunda dimensões de \mathbf{B} e, portanto, $i = 1, 2, \dots, I$ e $j = 1, 2, \dots, J$.

A multiplicação de Hadamard, representada pelo símbolo \otimes , entre as matrizes \mathbf{A} e \mathbf{B} resulta em uma matriz $\mathbf{C} = \mathbf{A} \otimes \mathbf{B}$, com o mesmo número de dimensões e componentes por dimensão de \mathbf{A} e \mathbf{B} . A matriz $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{I \times J}$ é definida em termos de seus elementos como $[\mathbf{C}]_{i,j} = c_{i,j}$, calculados por

$$c_{i,j} = a_{i,j} b_{i,j}. \quad (162)$$

A.1.2 Divisão de Hadamard

A divisão de Hadamard ocorre entre matrizes com o mesmo número de dimensões e cujas dimensões possuem o mesmo número de componentes. Assim, seja a matriz $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{I \times J}$, em que I e J são o número de componentes, respectivamente, na primeira e segunda dimensões de \mathbf{B} . \mathbf{B} é definida em termos dos seus elementos como $[\mathbf{B}]_{i,j} = b_{i,j}$, em que i e j são os índices de $b_{i,j}$ na primeira e segunda dimensões de \mathbf{B} e, portanto, $i = 1, 2, \dots, I$ e $j = 1, 2, \dots, J$.

A divisão de Hadamard, representada pelo símbolo \oslash , entre as matrizes \mathbf{A} e \mathbf{B} resulta em uma matriz $\mathbf{C} = \mathbf{A} \oslash \mathbf{B}$, com o mesmo número de dimensões e componentes por dimensão de \mathbf{A} e \mathbf{B} . A matriz $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{I \times J}$ é definida em termos de seus elementos como $[\mathbf{C}]_{i,j} = c_{i,j}$, calculados por

$$c_{i,j} = \frac{a_{i,j}}{b_{i,j}}. \quad (163)$$

A.1.3 Produto de Kronecker

O Produto de Kronecker, ocorre entre matrizes cujo número de dimensões e componentes por dimensão não são necessariamente os mesmos. Assim, seja a matriz $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{K \times L}$, em que K e L são o número de componentes, respectivamente, na primeira e segunda dimensões de \mathbf{B} . \mathbf{B} é definida em termos dos seus elementos como $[\mathbf{B}]_{k,l} = b_{k,l}$, em que k e l são os índices de $b_{k,l}$ na primeira e segunda dimensões de \mathbf{B} e, portanto, $k = 1, 2, \dots, K$ e $l = 1, 2, \dots, L$.

O Produto de Kronecker, representado pelo símbolo \otimes , entre as matrizes $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{I \times J}$ e $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{K \times L}$ resulta em uma matriz $\mathbf{C} = \mathbf{A} \otimes \mathbf{B}$, cujo número de componentes na primeira e segunda dimensão são, respectivamente IK e JL . A matriz $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{IK \times JL}$ é calculada por

$$\begin{aligned} \mathbf{C} &= \mathbf{A} \otimes \mathbf{B} \\ &= \begin{bmatrix} a_{1,1}\mathbf{B} & a_{1,2}\mathbf{B} & \cdots & a_{1,J}\mathbf{B} \\ a_{2,1}\mathbf{B} & a_{2,2}\mathbf{B} & \cdots & a_{2,J}\mathbf{B} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{I,1}\mathbf{B} & a_{I,2}\mathbf{B} & \cdots & a_{I,J}\mathbf{B} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (164)$$

A.1.4 Vetorização de matrizes

A matriz $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{I \times J}$ é definida em termos dos seus elementos como $[\mathbf{A}]_{i,j} = a_{i,j}$. A vetorização de \mathbf{A} , representada por $\text{vec}(\mathbf{A})$, resulta em um vetor $\mathbf{a} = \text{vec}(\mathbf{A})$ cujo número de componentes é $K = IJ$. O vetor $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^K$ é definido em termos dos seus elementos como $[\mathbf{a}]_k = a_{k-I\lfloor \frac{k-1}{I} \rfloor, \lceil \frac{k}{I} \rceil}$, em que $\lfloor \cdot \rfloor$ corresponde a “arredondamento ao inteiro abaixo” e $\lceil \cdot \rceil$ corresponde a “arredondamento ao inteiro acima”.

A.2 TENSORES

Tensores são generalizações multidimensionais de vetores e matrizes. Vetores são tensores unidimensionais, enquanto matrizes são tensores bidimensionais¹.

Para as operações com tensores apresentadas a seguir, considere o tensor N -dimensional $\mathcal{A} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times \cdots \times I_N}$, em que N é o número de dimensões do tensor \mathcal{A} e I_n é o número de componentes na n -ésima dimensão de \mathcal{A} , com $n = 1, 2, \dots, N$. \mathcal{A} é definido em termos dos seus elementos como $[\mathcal{A}]_{i_1, i_2, \dots, i_N} = a_{i_1, i_2, \dots, i_N}$, em que i_n é o n -ésimo índice de a_{i_1, i_2, \dots, i_N} e, portanto, $i_n = 1, 2, \dots, I_n$ e $n = 1, 2, \dots, N$.

A.2.1 Multiplicação de Hadamard

A multiplicação de Hadamard entre tensores é a generalização para tensores da multiplicação de Hadamard de matrizes e ocorre entre tensores com o mesmo número de

¹ Para uma compreensão mais aprofundada sobre tensores, recomenda-se consulta ao livro Tensor computation for data analysis (2022).

dimensões e cujas dimensões possuem o mesmo número de componentes. Assim, seja o tensor N -dimensional $\mathcal{B} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N}$, em que N é o número de dimensões do tensor \mathcal{B} e I_n é o número de componentes na n -ésima dimensão de \mathcal{B} , com $n = 1, 2, \dots, N$. \mathcal{B} é definido em termos dos seus elementos como $[\mathcal{B}]_{i_1, i_2, \dots, i_N} = b_{i_1, i_2, \dots, i_N}$, em que i_n é o n -ésimo índice de b_{i_1, i_2, \dots, i_N} e, portanto, $i_n = 1, 2, \dots, I_n$ e $n = 1, 2, \dots, N$.

A multiplicação de Hadamard entre os tensores \mathcal{A} e \mathcal{B} resulta em um tensor $\mathcal{C} = \mathcal{A} \otimes \mathcal{B}$, com o mesmo número de dimensões e componentes por dimensão de \mathcal{A} e \mathcal{B} . O tensor N -dimensional $\mathcal{C} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N}$ é definido em termos de seus elementos como $[\mathcal{C}]_{i_1, i_2, \dots, i_N} = c_{i_1, i_2, \dots, i_N}$, calculados por

$$c_{i_1, i_2, \dots, i_N} = a_{i_1, i_2, \dots, i_N} b_{i_1, i_2, \dots, i_N}. \quad (165)$$

A.2.2 Divisão de Hadamard

A divisão de Hadamard entre tensores é a generalização para tensores da divisão de Hadamard de matrizes e ocorre entre tensores com o mesmo número de dimensões e cujas dimensões possuem o mesmo número de componentes. Assim, seja o tensor N -dimensional $\mathcal{B} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N}$, em que N é o número de dimensões do tensor \mathcal{B} e I_n é o número de componentes na n -ésima dimensão de \mathcal{B} , com $n = 1, 2, \dots, N$. \mathcal{B} é definido em termos dos seus elementos como $[\mathcal{B}]_{i_1, i_2, \dots, i_N} = b_{i_1, i_2, \dots, i_N}$, em que i_n é o n -ésimo índice de b_{i_1, i_2, \dots, i_N} e, portanto, $i_n = 1, 2, \dots, I_n$ e $n = 1, 2, \dots, N$.

A divisão de Hadamard entre os tensores \mathcal{A} e \mathcal{B} resulta em um tensor $\mathcal{C} = \mathcal{A} \oslash \mathcal{B}$, com o mesmo número de dimensões e componentes por dimensão de \mathcal{A} e \mathcal{B} . O tensor N -dimensional $\mathcal{C} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N}$ é definido em termos de seus elementos como $[\mathcal{C}]_{i_1, i_2, \dots, i_N} = c_{i_1, i_2, \dots, i_N}$, calculados por

$$c_{i_1, i_2, \dots, i_N} = \frac{a_{i_1, i_2, \dots, i_N}}{b_{i_1, i_2, \dots, i_N}}. \quad (166)$$

A.2.3 Contração de tensores

A contração de tensores pode ocorrer entre tensores com diferentes dimensões, mas cujas dimensões contraídas devem possuir o mesmo número de componentes. Assim, seja o tensor M -dimensional $\mathcal{B} \in \mathbb{R}^{J_1 \times J_2 \times \dots \times J_M}$, em que M é o número de dimensões do tensor \mathcal{B} e J_m é o número de componentes na m -ésima dimensão de \mathcal{B} , com $m = 1, 2, \dots, M$. \mathcal{B} é definido em termos dos seus elementos como $[\mathcal{B}]_{j_1, j_2, \dots, j_M} = b_{j_1, j_2, \dots, j_M}$, em que j_m é o m -ésimo índice de b_{j_1, j_2, \dots, j_M} e, portanto, $j_m = 1, 2, \dots, J_m$ e $m = 1, 2, \dots, M$.

Seja $[\Theta, \dots, \Upsilon]$ a sequência de K dimensões de \mathcal{A} a serem contraídas com K dimensões de \mathcal{B} na sequência $[\Phi, \dots, \Psi]$. Como as dimensões a serem contraídas devem possuir o mesmo número de componentes, tem-se necessariamente que $I_\Theta = J_\Phi, \dots, I_\Upsilon = J_\Psi$. A contração dos tensores \mathcal{A} e \mathcal{B} , nas dimensões $[\Theta, \dots, \Upsilon]$ de \mathcal{A} com as dimensões $[\Phi, \dots, \Psi]$ de \mathcal{B} , resulta em um tensor \mathcal{C} com $N + M - 2K$ dimensões. O tensor $(N +$

$M - 2K$)-dimensional

$$\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times \cdots \times I_{\Theta-1} \times I_{\Theta+1} \times \cdots \times I_{\Upsilon-1} \times I_{\Upsilon+1} \times \cdots \times I_N \times J_1 \times J_2 \times \cdots \times J_{\Phi-1} \times J_{\Phi+1} \times \cdots \times J_{\Psi-1} \times J_{\Psi+1} \times \cdots \times J_M}$$

é definido em termos de seus elementos como

$$[\mathbf{C}]_{i_1, i_2, \dots, i_{\Theta-1}, i_{\Theta+1}, \dots, i_{\Upsilon-1}, i_{\Upsilon+1}, \dots, i_N, j_1, j_2, \dots, j_{\Phi-1}, j_{\Phi+1}, \dots, j_{\Psi-1}, j_{\Psi+1}, \dots, j_M} = \mathcal{C}_{i_1, i_2, \dots, i_{\Theta-1}, i_{\Theta+1}, \dots, i_{\Upsilon-1}, i_{\Upsilon+1}, \dots, i_N, j_1, j_2, \dots, j_{\Phi-1}, j_{\Phi+1}, \dots, j_{\Psi-1}, j_{\Psi+1}, \dots, j_M},$$

calculados por

$$\mathcal{C}_{i_1, i_2, \dots, i_{\Theta-1}, i_{\Theta+1}, \dots, i_{\Upsilon-1}, i_{\Upsilon+1}, \dots, i_N, j_1, j_2, \dots, j_{\Phi-1}, j_{\Phi+1}, \dots, j_{\Psi-1}, j_{\Psi+1}, \dots, j_M} = \sum_{i_{\Theta}, \dots, i_{\Upsilon}} a_{i_1, i_2, \dots, i_N} b_{j_1, j_2, \dots, j_{\Phi-1}, i_{\Theta}, j_{\Phi+1}, \dots, j_{\Psi-1}, i_{\Upsilon}, j_{\Psi+1}, \dots, j_M}. \quad (167)$$

A contração dos tensores \mathbf{A} e \mathbf{B} , nas dimensões $[\Theta, \dots, \Upsilon]$ de \mathbf{A} com as dimensões $[\Phi, \dots, \Psi]$ de \mathbf{B} , é representada por

$$\mathbf{C} = \mathbf{A} \diamond_{([\Theta, \dots, \Upsilon]; [\Phi, \dots, \Psi])} \mathbf{B}. \quad (168)$$

Received 2 January 2024, accepted 26 January 2024, date of publication 1 February 2024, date of current version 9 February 2024.

Digital Object Identifier 10.1109/ACCESS.2024.3361395

APPLIED RESEARCH

Evaluation Metrics and Method for Planned Regulatory Inspection Targeting

CELSO H. H. RIBAS^{1,2} AND JOSÉ C. M. BERMUDEZ², (Life Senior Member, IEEE)

¹National Telecommunications Agency, Manaus, Amazonas 69075-351, Brazil

²Department of Electrical Engineering, Federal University of Santa Catarina, Florianópolis, Santa Catarina 88040-900, Brazil

Corresponding author: José C. M. Bermudez (j.bermudez@ieee.org)

This work was supported by the Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico under Grant 304250/2017-1.

ABSTRACT Access to data and data processing, including the use of machine learning techniques, has become significantly easier and cheaper in recent years. Nevertheless, the same criticisms made to the process of regulatory inspection targeting until the early 2010s remain to this day. This article discusses important aspects concerning regulatory inspection targeting. Inspired by the Service Quality Theory and by the Central Flow Theory, this work proposes a novel parameter for ranking the performances of inspectable entities and shows how to calculate it using a graph signal processing framework. The new approach leads to the proposition of novel evaluation metrics and to a risk-based method for planned regulatory inspection targeting. Statistical simulations illustrate the application of the proposed method to the telecommunications domain. The obtained results evidence a superior performance of the proposed method when compared to other methods, and its potential to be widely adopted by regulators across policy domains and national contexts.

INDEX TERMS Applied signal processing, consumer policy, graph signal processing, inspection planning, inspection targeting, regulatory inspection.

I. INTRODUCTION

Regulation is a maturing research field that has produced influential works [1]. Regulatory theories and approaches such as Responsive Regulation [2], Smart Regulation [3], Regulatory Craft [4], Risk-based Regulation [5], Really Responsive Regulation [6], among others, have contributed to the success of the field.

It is widely recognized by world regulatory authorities that in regulation it is impossible to control everything. There is a consensus that random inspections and the attempt to inspect everything and everyone are not good options [7]. Despite the billions of dollars allocated to annual regulator budgets [8], [9], each regulator has limited resources, and most have a budget sufficient to inspect only a small part of the regulated firms [10]. Nevertheless, regulators are often subject to criticism about their capture by politicians or by the market, and about the waste of taxpayer money [10].

Proper regulatory inspection targeting contributes to an impartial and effective resource allocation, improving the

image that society has of the regulator, since inspections are the basis for this judgment [11]. The effectiveness of regulators also increases the awareness of the population, and tends to increase its participation in the regulatory process [12] by providing more and better data to the regulator, thus forming a virtuous cycle.

Considering risk in formulating regulations and in targeting regulator actions helps to improve all phases of regulatory policy [13]. Rather than trying to inspect everything, risk-based regulation considers the probability of non-compliance, as well as its consequences in inspection resource allocation [14]. Efforts are focused where better results can be achieved [7], bringing efficiency, effectiveness and consistency to inspections [15]. Thus, regulatory inspection targeting is closely related to risk-based regulation [14], [16], and brings with it its advantages and disadvantages.

Inspections are carried out by the regulator in subsequent rounds aiming to improve the regulated market as the inspection rounds take place. A good inspection plan by the regulator must contain at least three types of inspections: 1) incidental inspections, 2) planned inspections, and 3) random inspections. Incidental inspections are those the

The associate editor coordinating the review of this manuscript and approving it for publication was Derek Abbott¹.

regulator decides to carry out due to an unexpected event. They are essential to maintain the police power of the regulator, which must act promptly when bad and unexpected events occur. Incidental inspections should be risk-based, and an unexpected detection of high risk should lead to an incidental inspection. In the case of unexpected events, it is not possible for the regulator to define in advance the inspection criteria. Planned inspections are those the regulator plans in advance. More important than to define which inspections will take place, it is necessary to define in advance which criteria will lead to these inspections. Planned inspections should be risk-based and detection of high risk according to the previously defined criteria should lead to a planned inspection. Risk metrics for planned inspections must be consistent with the regulator's long-term objectives. Random inspections are those the regulator plans to carry out in advance without establishing any specific criteria. They are randomly targeted. Random inspections serve for the regulator to acquire knowledge about the regulated firms and the regulated market, and they contribute to avoid that the regulated firms be able to completely prevent incidental and planned inspections by deliberately choosing to maintain a low-risk non-compliance [6].

The use of numerical indicators has intensified and gained importance in this century, changing the way government, organizations, and people understand the world, due to their ability to simplify complex phenomena and allow these phenomena to be monitored, ranked, and compared [17]. New technologies have enabled improvements in regulatory activity, allowing the regulator to act more intelligently and proactively, and to monitor remote, complex, and widespread phenomena and objects [13].

Until the early 2010s, some of the criticisms about risk-based regulation, and consequently about Planned Regulatory Inspection Targeting (from here onward just PRInT) were: 1) the possibility of making scrutiny and accountability extremely difficult, hiding improper decisions in the risk metrics definition processes [6], 2) the possible conflict of risk-based regulation with the right to equal treatment under the law [18], and 3) lack of uniformity in risk-based solutions across policy domains and national contexts [18].

Since the early 2010s, there has been intense interest and investment in artificial intelligence (AI) [19], especially in machine learning (ML). Despite their crescent popularity, much has been discussed about ethics in the use of ML algorithms, mainly due to their potential to create and reproduce discrimination, and the difficulty for explaining these methods, as well as the results they generate [20], [21], and references within. Opting for ML solutions may mean to use solutions that are more difficult to develop, implement, explain, communicate and, after all this effort, are still fragile and failure-prone [22]. The use of an automated decision-making system may be inadequate depending on whether it affects fundamental values or how susceptible it is to unintended or undesirable use [23]. This is the case of PRInT, when principles such as legality, impartiality, explain-

ability, communicability, transparency, accountability, and simplicity of implementation are non-negotiable.

Despite the progress made in recent years, most works in literature fail to address the challenges faced by regulators on how to monitor the market for collecting information, processing it, and targeting regulatory inspections [24]. Hence, the same criticisms made to the process of regulatory inspection targeting until the early 2010s remain to this day [15], [24], [25]. This makes the regulator's decision on how to monitor the market and target inspections even more difficult, often leading to heuristic approaches [10].

Market monitoring precedes the actual inspection and the five tasks of enforcement prescribed in [6, p. 76]. Without monitoring, no type of regulation will yield good results [11]. Often, it is monitoring, not enforcement, what makes regulated firms comply with rules [26]. This becomes more important when one realizes that the monitoring-based decisions are often unobservable by the public and unreviewable by courts, and they can thus be more susceptible to improper influences [24].

Therefore, it is crucial to develop methods that avoid, or at least hinder, their ill-intentioned use. The challenges inherent to the phase of monitoring the market to target regulatory inspections must be faced so that the regulator resources are well allocated and the regulation achieves its objectives [6], [11].

In a report published in September 2021, the Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD) claims that regulators can use data analysis techniques to better target their inspections, and that easier and cheaper access to data and data processing, combined with inspector knowledge, will allow inspections in a more targeted way [27].

Academic articles and regulators' publications use indicators and rates to quantify the performance of the regulators themselves, of the regulated markets, of the regulated firms, and of the inspectable entities (a part of a regulated firm or the firm as a whole) [28]. In regulation, it is common to use a quality rate, or in opposition to it, an inadequacy rate to quantify the performance of a inspectable entity, to rank the performances of entities, and to form evaluation metrics. These rates are parameters also used to form criteria, such as the maximum acceptable inadequacy rate. To evaluate the performances of inspectable entities as a whole, and consequently, the performance of the methods for PRInT, typically used evaluation metrics are the number of entities that exceed the maximum acceptable inadequacy rate, called here troubled entities, and the maximum and the average inadequacy rate of troubled entities.

However, one must be careful to use the inadequacy rate directly to rank the performances of inspectable entities. The inadequacy rate is an absolute parameter, which does not consider the context in which the entities are inserted, assuming an equal expectation for the inadequacy rate for all inspectable entities.

From the regulator's perspective, this expectation of equality of inadequacy rates during the evolution of the

service quality is not feasible, and it is necessary to use a parameter that expresses the service quality from the regulator's perspective to properly rank the performances of inspectable entities. This concept is discussed in detailed in Section II.

The main contributions of this paper are:

- The proposition of a novel parameter for ranking the performances of inspectable entities inspired by the Service Quality Theory [29] and by the Central Flow Theory [30], and calculated using a graph signal processing framework [31], [32], [33], [34];
- New evaluation metrics (complementary to the current metrics) for comparing the performance of methods for PRInT;
- A novel risk-based method for PRInT using the novel parameter. The new method has potential to be widely adopted by regulators, bringing uniformity to PRInT across policy domains and national contexts;

The efficacy of the proposed method and its superior performance when compared to classical methods are illustrated through a new simulation framework.

The paper is organized as follows. After this brief introduction, Section II proposes the new parametrization, novel evaluation metrics, and a risk-based method for PRInT. Section III exemplifies the applicability of the proposed method based on the risk of relevant problems to consumer satisfaction in the telecommunications domain and illustrates its efficacy. The performance of the proposed method is compared with that of other typically employed methods. Section IV discusses the findings, critically assesses the suitability of the proposed method for satisfying the requirements of the envisaged application, and discusses its potential for broad adoption by regulators. Finally, Section V presents the conclusions of this work.

II. PROPOSED PARAMETER, EVALUATION METRICS, AND RISK-BASED METHOD FOR PLANNED REGULATORY INSPECTION TARGETING

When referring to how to measure and assess risk, and how to plan based on it, [7] asks two questions: 1) “*What parameters should the risk classification be based upon, how to measure them, and how to then ‘rate’ establishments according to these?*,” and 2) “*How to turn these criteria and rating systems into a functioning planning tool, in particular how to get the relevant data on establishments and manage it?*” The first question concerns the parameters and evaluation metrics, whereas the second concerns the method. This section proposes novel parameter, evaluation metrics, and a risk-based method for PRInT.

A. PARAMETER AND EVALUATION METRICS

As discussed in the Introduction, one must be careful to use the inadequacy rate directly to rank the performances of inspectable entities. An appropriate ranking of inspectable entities performances requires the definition of a parameter

that expresses the service quality from the regulator's perspective.

Prior to calculating a measure of the service quality from the regulator's perspective, it is necessary to determine how the service quality can be quantified. The Service Quality Theory [29] is a classical theory that models service quality based on extensive exploratory investigation of quality encompassing different service categories. According to the Service Quality Theory, the service quality from the consumer's perspective depends on the gap between the consumer's perception about a service and its expectation for this service. Inspired by this theory, we propose that the service quality from the regulator's perspective depends on the gap between the regulator's perception about a service and its expectation for this service.

Commonly, one expects that services be initially provided to large urban centers and then be progressively made available to smaller centers [35]. Since no service is provided autonomously, its quality depends on the availability of support infrastructures and other services at the place where it is provided. Thus, it is also expected that the quality of service will evolve from large centers to smaller centers.

Regarding the inadequacy rates from the regulator's perspective, whereas the long-term objective is for all inspectable entities to have the lowest possible inadequacy rate, the regulator's actual expectation during the evolution of the quality of service is that the inadequacy rates will not be the same for all entities at a specific given time. Therefore, a parameter that expresses the gap between the inadequacy rate of an entity and the regulator's expectation for this rate should be defined to properly rank the performances of inspectable entities.

The inadequacy rate of an entity can be quantified using various data sources, such as consumer complaint data, as will see shown in Section III. What remains an open question is how to quantify the regulator's expectation for this rate.

The Central Flow Theory [30] introduced a new way to describe urban non-local relations that revolutionized the study of the external relations between urban places. Since the proposition of the Central Flow Theory, the number of research works on urban relations forming networks has increased. These works have modeled various phenomena of interaction between cities [36], [37]. Flows of people, resources, diseases, and information have also been studied, not limited to interactions between cities, especially using information and communications technologies [38], [39]. The results of these studies can be used both to quantify the influences among the locations where the regulated service is provided and to quantify the influences among other service characteristics that have been researched.

Considering the influences among the locations where the service is provided as corresponding to the influences among the inadequacy rates of inspectable entities, it is possible to calculate the regulator's expectation about the inadequacy rate of each inspectable entity using the inadequacy rates of the others inspectable entities.

1) USING A GRAPH SIGNAL PROCESSING FRAMEWORK

An area of digital data processing that has achieved remarkable theoretical and practical success in recent years is Graph Signal Processing (GSP) [40], [41], [42], [43]. GSP provides excellent tools to properly represent the influences between the inspectable entities and process the data for PRInT. A graph is an abstract structure composed by a set of elements called vertices and edges. Vertices are the nodes of the graph, whereas edges connect pairs of vertices and describe interdependence relationships [44] that can be used to contextualize the data on vertices. GSP has been developed following two major approaches [45], [46], [47]. The first approach is based on algebraic signal processing, and mainly uses the adjacency matrix as graph shift operator [31], [32], [33], which serves as a model for the signal on graph [46]. The second approach is based on the definition of frequency spectra and expansion bases for a graph Fourier transform, and mainly uses the Laplacian matrix of graphs as the fundamental building block for its definitions and tools [34]. Both approaches define fundamental concepts of GSP [45].

A weighted directed graph $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E}, \mathbf{W})$ is a graph where \mathcal{V} is the set of N vertices of \mathcal{G} , \mathcal{E} is the set of edges that connect, uniquely in each orientation, two distinct vertices contained in \mathcal{G} , and \mathbf{W} is the adjacency matrix of \mathcal{G} . \mathbf{W} is defined as $\mathbf{W} \in \mathbb{R}^{N \times N}$ with elements $[\mathbf{W}]_{i,j} = w_{i,j}$, where $w_{i,j} > 0$ is the weight of the edge connecting vertex $v_j \in \mathcal{V}$ to vertex $v_i \in \mathcal{V}$, going from v_j to v_i [48]. If there is no edge connecting v_j to v_i then $w_{i,j} = 0$. A signal in an N -vertex graph is defined as $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^N$, where $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_N]^T$ is a vector whose element x_i represents the information related to the vertex v_i .

The in-degree g_i of a vertex v_i in a graph is defined as the sum of the weights of the edges incident to that vertex [48], i.e.

$$g_i = \sum_{j=1}^N w_{i,j}. \quad (1)$$

The in-degree matrix of a graph is a diagonal matrix \mathbf{G} with main diagonal elements $[\mathbf{G}]_{i,i}$ equal to the in-degrees of the corresponding vertices v_i , i.e.

$$\mathbf{G} = \text{diag}(g_1, g_2, \dots, g_N). \quad (2)$$

The Laplacian matrix of a graph is defined as

$$\mathbf{L} = \mathbf{G} - \mathbf{W}. \quad (3)$$

For a deeper understanding of graph signal processing, we refer the reader to [31], [32], [33], [34], and [49].

2) THE RELEVANT DISCREPANCY PARAMETER AND NOVEL EVALUATION METRICS

Consider a graph \mathcal{G} whose element v_i represents an inspectable entity, and define $x_i \in \mathbb{R}^+$ as the inadequacy rate of the inspectable entity represented by v_i . The adjacency matrix \mathbf{W} of \mathcal{G} can be used to model the influence of inadequacy rate on v_j on the regulator's expectation \hat{x}_i for

the inadequacy rate on v_i . Each element $w_{i,j}$ of the adjacency matrix \mathbf{W} represents the relative influence that the inadequacy rate x_j on a vertex v_j exerts on the formation of the regulator's expectation \hat{x}_i about the inadequacy rate x_i on vertex v_i . To this end, it is necessary that the weights of all edges converging to each graph vertex $v_i, \forall i$, be normalized so that all their in-degrees are equal to 1. This can be done, without loss of generality, by imposing the constraint $\sum_j w_{i,j} = 1$, with $j = 1, 2, \dots, N$.

Hence, the regulator's expectation \hat{x}_i is given by

$$\hat{x}_i = \sum_{j=1}^N w_{i,j} x_j, \quad \sum_{j=1}^N w_{i,j} = 1. \quad (4)$$

Then, \hat{x}_i in (4) can be interpreted as an estimator of the signal x_i on vertex v_i as a function of the signals x_j on all its influencing vertices v_j .

Defining the regulator's expectations vector as $\hat{\mathbf{x}} = [\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_N]^T$, with \hat{x}_i given by (4), $\hat{\mathbf{x}}$ is expressed in vector form by

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{W}\mathbf{x}. \quad (5)$$

Since, the in-degree $g_i = 1, \forall i$, \mathbf{G} becomes an identity matrix and the transformation of the graph signal \mathbf{x} by the graph Laplacian \mathbf{L} leads to the following expression for the i th component of the resulting vector:

$$[\mathbf{L}\mathbf{x}]_i = l_i = x_i - \hat{x}_i. \quad (6)$$

where $[\mathbf{L}\mathbf{x}]_i$ stands for the i -th component of the product $\mathbf{L}\mathbf{x}$.

Under the conditions above, the transformation of the graph signal vector by the graph Laplacian matrix can be understood as the linear prediction error obtained by predicting signal \mathbf{x} by vector $\hat{\mathbf{x}}$ in (5).

At a first sight, the difference in (6) could be used as a parameter that considers the context in which each entity is inserted. However, in several applications a parameter based on the ratio x_i/\hat{x}_i will be more suitable than a parameter based on the difference $x_i - \hat{x}_i$. For example, if the inadequacy rate x_i is 20 and the regulator's expectation \hat{x}_i for it is 10, the difference between them is 10. If the inadequacy rate x_i was 110 and the regulator's expectation \hat{x}_i for it were 100, the difference between them would also be 10. Hence, situations where the inadequacy rate x_i of an entity is 100% or 10% worse than the regulator's expectation \hat{x}_i would result in the same information, demonstrating the need for a non-linear parameter that yields an information that is more relevant for the application.

This relative parameter is necessarily a nonlinear function of the graph signal on influencing vertices. Such nonlinear transformation cannot be obtained by the application of the graph Laplacian to the graph signal.

We define the discrepancy on graph vertex v_i as

$$d_i = \frac{x_i}{\hat{x}_i}. \quad (7)$$

Defining the vertex discrepancy vector as $\mathbf{d} = [d_1, d_2, \dots, d_N]^T$, with d_i given by (7), \mathbf{d} is expressed in vector form by

$$\mathbf{d} = \mathbf{x} \oslash \hat{\mathbf{x}} \quad (8)$$

where \oslash represents the Hadamard division (element by element).

The discrepancy is a parameter that informs how much, proportionally, an inadequacy rate x_i is discrepant from the regulator's expectation \hat{x}_i based on the influences by other entities on v_i .

A basic objective of a PRInT method is to reduce, over time, the number of troubled entities until the inadequacy rates of all entities become lower than the maximum acceptable inadequacy rate. The maximum acceptable inadequacy rate is set by the regulator depending on the application. Without loss of generality, assume that the maximum acceptable inadequacy rate x_i is set by the regulator to be equal to 1. Then, every entity v_i with $x_i > 1$ corresponds to a troubled entity, and the basic objective of the method should be that all entities v_i end up having $x_i \leq 1, \forall i$. A simple way to monitor the performance of the method is to define the relevant regulator's expectation \tilde{x}_i as

$$\tilde{x}_i = \max\{1, \hat{x}_i\} \quad (9)$$

which is lower bounded by 1. The relevant regulator's expectations vector $\tilde{\mathbf{x}} = [\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_N]^T$, with \tilde{x}_i given by (9), is then expressed in vector form by

$$\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{max}\{\mathbf{1}, \hat{\mathbf{x}}\} \quad (10)$$

where $\mathbf{max}\{\cdot, \cdot\}$ is $\max\{\cdot, \cdot\}$ applied elementwise.

The relevant discrepancy \tilde{d}_i is then defined as

$$\tilde{d}_i = \frac{x_i}{\tilde{x}_i} \quad (11)$$

and the relevant discrepancy vector $\tilde{\mathbf{d}} = [\tilde{d}_1, \tilde{d}_2, \dots, \tilde{d}_N]^T$, with \tilde{d}_i given by (11), is expressed in vector form by

$$\tilde{\mathbf{d}} = \mathbf{x}_i \oslash \tilde{\mathbf{x}}. \quad (12)$$

Hence, we propose the use of two discrepancy-based metrics to evaluate the performance of entities as a whole in a contextualized way: 1) the maximum relevant discrepancy of troubled entities and 2) the sum of relevant discrepancies of troubled entities. These metrics can then be employed to evaluate the performance of methods for PRInT.

We note that, the quantities $x_i, \hat{x}_i, \tilde{x}_i, d_i, \tilde{d}_i$ become time dependent as successive rounds of inspections are carried out. In this section the time dependency was suppressed to avoid a cumbersome notation in defining these quantities. Upon application in the proposed method, these quantities will evolve as functions of inspection round n .

B. A NOVEL RISK-BASED METHOD FOR PLANNED REGULATORY INSPECTION TARGETING

As stated in the Introduction, despite pursuing the basic objective of a PRInT method, random inspections are targeted without any criteria. Alternatively, a commonly used method for PRInT is termed here as the "rate method," which allocates inspection resources to as many entities as possible among those with higher inadequacy rates. Through subsequent inspection rounds, both the maximum and the sum of inadequacy rates of troubled entities are reduced and, consequently, the number of troubled entities will be progressively reduced. A discrepancy-based method inspired by the rate method would allocate inspection resources to the entities with the highest relevant discrepancies, reducing both the maximum and the sum of relevant discrepancies of troubled entities and, consequently, the number of troubled entities. However, we show in the following that this is not the best strategy to achieve this goal.

Consider that the regulator has a limited number of inspectors (or inspection resources) that can be allocated to a maximum number of entities per inspection round. We assume that the maximum number of inspectable entities per inspection round is determined by other limiting factors such as lack of equipment, logistical difficulties, etc.

It is known that the average capacity of an inspector to reduce the inadequacy rate of different entities depends on the specifics of each inspectable entity. Based on our experience, a good initial strategy is to allocate each inspector to the entity with the maximum anticipated difference between the relevant discrepancies before and after the inspector's action. Using this strategy to start inspector allocation will lead to a better initial performance in reducing the sum of relevant discrepancies of troubled entities. Such strategy, however, will make it difficult to allocate inspectors to entities for which, for some reason, the inspector's average capacity to reduce the inadequacy rate is low. Hence, as inspection rounds are carried out and the service quality improves, the maximum relevant discrepancy of the troubled entities tends to become more pertinent for PRInT than the maximum anticipated difference of relevant discrepancies before and after the inspector's action.

The selection of the entities to be inspected and the allocation of inspectors to each of these selected entities occurs before the effective start of the inspections. During this phase, one must consider, at each new entity selection and inspector allocation, all the anticipated inadequacy rate reductions due to the selections and allocations previously carried out in that same phase. This phase continues until the maximum number of available inspectors is reached. Finally, the inspectors can actually be sent to the entities to which they were allocated, and the inspections can take place.

The objective of the proposed method includes the basic objective of a PRInT method, which is to reduce, over time, the number of troubled entities until the inadequacy rates of all entities become lower than the maximum acceptable inadequacy rate. In addition to that, the proposed

method tends to reduce, for all entities, the gap between the inadequacy rate and the relevant regulator's expectation for it. This leads to a contextualized homogenization of service quality among all entities according to the relevant regulator's perspective. Moreover, the proposed method tends to be more responsive than the rate method in detecting changes in inadequacy rates occurring during the evolution of service quality. These properties will be clearly verified in an application example in Section III. We now detail the algorithm for the proposed inspection targeting method.

1) THE INSPECTION TARGETING ALGORITHM

Assume that the regulator has Q inspectors that can be allocated to a maximum of M entities per inspection round n . $\boldsymbol{\mu} = [\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_N]^T$ is a vector whose element μ_i represents the average capacity of one inspector to reduce the inadequacy rate x_i of the entity v_i in one inspection round. $\tilde{\mathbf{d}} = [\tilde{d}_1, \tilde{d}_2, \dots, \tilde{d}_N]^T$ is a vector whose element \tilde{d}_i represents the relevant discrepancy of the entity v_i before the inspector's action. $\tilde{\mathbf{p}} = [\tilde{p}_1, \tilde{p}_2, \dots, \tilde{p}_N]^T$ is a vector whose element \tilde{p}_i represents the anticipated relevant discrepancy of the entity v_i due to the anticipated reduction in x_i expected because of the possible inspector's action. $f(n)$ is a monotonically decreasing function of n , such that $f(n) \rightarrow 1$ when $n \rightarrow 0$ and $f(n) \rightarrow 0$ when $n \rightarrow \infty$.

The proposed method for selecting the entities to be inspected and for allocating inspectors is described by Algorithm 1, where \mathbf{m} is a vector with the entities to be inspected, \mathbf{q} is a vector with the number of inspectors to be allocated to each entity in \mathbf{m} , $\mathbf{0}$ is a vector filled with zeros, and $\max[\mathbf{a}]$ is the maximum element of vector \mathbf{a} .

Algorithm 1 Proposed Method for Each Inspection Round n

Input: $M, Q, \mathbf{W}, \boldsymbol{\mu}, \mathbf{x}(n)$ and $f(n)$

Output: \mathbf{m} and \mathbf{q}

```

1:  $\mathbf{z} \leftarrow \mathbf{x}(n), \mathbf{m} \leftarrow \mathbf{0}$  and  $\mathbf{q} \leftarrow \mathbf{0}$ 
2: while  $\sum_{j=1}^N q_j < Q$  do
3:    $\hat{\mathbf{x}} \leftarrow \mathbf{W}\mathbf{z}$ 
4:    $\tilde{\mathbf{x}} \leftarrow \max\{\mathbf{1}, \hat{\mathbf{x}}\}$ 
5:    $\tilde{\mathbf{d}} \leftarrow \mathbf{z} \oslash \tilde{\mathbf{x}}$ 
6:    $\tilde{\mathbf{p}} \leftarrow \max\{\mathbf{0}, (\mathbf{z} - \boldsymbol{\mu})\} \oslash \tilde{\mathbf{x}}$ 
7:   if  $\sum_{j=1}^N m_j = M$  then
8:      $\tilde{\mathbf{d}} \leftarrow \tilde{\mathbf{d}} \otimes \mathbf{m}$ 
9:   end if
10:   $i \leftarrow j \mid \tilde{d}_j - f(n)\tilde{p}_j = \max[\tilde{\mathbf{d}} - f(n)\tilde{\mathbf{p}}]$ 
11:   $q_i \leftarrow q_i + 1$ 
12:  if  $\sum_{j=1}^N m_j < M$  and  $m_i = 0$  then
13:     $m_i \leftarrow 1$ 
14:  end if
15:   $z_i \leftarrow z_i - \mu_i$ 
16: end while
17: return  $\mathbf{m}$  and  $\mathbf{q}$ 

```

III. APPLICATION OF THE PROPOSED METHOD

Each regulated sector or activity demands specific inspection techniques. However, some topics transcend sectors and activities and are common to the majority of regulators.

The consumer policy is one of them. The United Nations determines that “*Member States should work towards ensuring that consumer protection enforcement agencies have the necessary human and financial resources to promote effective compliance and to obtain or facilitate redress for consumers in appropriate cases* [50, p. 11],” demonstrating the central importance of the topic. Although few regulators establish consumer standards, many of them enforce these standards [13], and promoting consumer satisfaction is a primary role for the majority of regulators.

The amount of consumer data available from both national and transnational organizations is enormous. The consumer data stored by regulators is varied, but most of the time includes consumer complaints data [51]. The consumer complaint rate is one of the indicators most publicized by regulators [52], [53], [54], and it is often used to target inspections [55]. The very fact that these data are stored and available demonstrates its importance [17]. In addition to consumer complaints made directly to regulators, the latter also have access to data on consumer complaints made to regulated firms, which can be obtained through inspections [51].

Though consumer complaint data depend on various factors that influence whether or not a consumer chooses to complain, they reflect consumers expectations not met by the service [55]. Therefore, consumer complaint data can be used to estimate the inadequacy of service from the consumer's perspective [12].

To illustrate the applicability of the proposed parameter, evaluation metrics, and method to topics of wide interest, we simulated, for successive inspection rounds, the consumer complaint rate of municipalities of a fictitious company providing Personal Communication Service (PCS) in Brazil. Supporting information for this article is available at <https://github.com/PRInT2023>. The supporting information includes examples of how data from the National Telecommunications Agency (Anatel), the independent regulatory authority for the Brazilian telecommunications market, and from the Brazilian Institute of Geography and Statistics (IBGE) are publicly available and were used in simulations, in addition to data already properly organized and scripts in Python language to reproduce the simulations, results, and figures presented here.

A. THE GRAPH-BASED MODEL

During the evolution of quality of service, the actual expectation of the regulator is often that the quality of service evolves from larger urban centers to smaller centers. In Brazil, this becomes clear when observing the auctions of radio-frequency, organized by Anatel, for implementation and evolution of the PCS [56], [57], [58], [59]. These auctions classified Brazilian municipalities according to their total population and established commitments to implement services initially in the larger centers, and later in smaller centers. The commitments to the evolution of the service were

also established so that the service progressively develops from the larger urban centers to the smaller centers.

In 2020, IBGE published the study Areas of Influence of Cities 2018 [60], in which it identifies and analyzes the Brazilian urban network, establishing the hierarchy and areas of influence of urban centers. The Brazilian urban network is characterized by small urban centers being influenced by one or more larger urban centers. To establish the hierarchy and areas of influence of urban centers, IBGE considered the urban relations of proximity and the long-distance relations between these centers. For 5,503 out of the 5,570 municipalities in Brazil, the external search for goods or services is characterized by urban relations of proximity. For these municipalities, IBGE researched the relations in ten themes: clothing and footwear, furniture and electronics, low- and medium-complexity healthcare, high-complexity healthcare, higher education, cultural activities, sports activities, airport, newspapers, and public transportation [61]. For the remaining 67 municipalities, which tend to satisfactorily supply goods and services to the consumers who inhabit them, the external search for goods or services is characterized by long-distance relations. For these municipalities, IBGE researched the relations in two themes: public management and business management [62].

Assume that Anatel's actual expectation during the evolution of PCS quality is that:

- For municipalities where the external search for goods or services is characterized by urban relations of proximity, the influences between municipalities must be proportional to the displacements of consumers from an influenced municipality to the influencing municipalities in the search for goods and services in general;
- For municipalities where the external search for goods or services is characterized by long-distance relations, the influences between municipalities must be proportional to the importance of the relations in public and business management between the municipalities.

The actual regulator's expectation depends on the application. These assumptions could be modified depending on the specific objectives not considered here. A different set of assumptions would not affect the applicability of the proposed method. Considering these assumptions, we used the results provided in [61], [62], and [63] to build a graph-based model for Anatel's expectation of consumer dissatisfaction in each influenced municipality based on consumer dissatisfaction in its influencing municipalities.

To simulate the proposed method, we considered a graph \mathcal{G} in which each vertex v_i represents one of the 5,570 municipalities in Brazil, and the signal $x_i(n)$ on vertex v_i represents the number of consumer complaints per 100,000 consumers at municipality v_i for inspection round n .

The adjacency matrix \mathbf{W} of \mathcal{G} was defined to adequately model Anatel's expectation for the consumer complaint rate of each municipality. To build the adjacency matrix \mathbf{W} ,

we used the available information from IBGE about the municipalities v_j that influence each municipality v_i so that the weights $w_{i,j}$ define the influence of each v_j on v_i .

The complete graph representing all influences between Brazilian municipalities has 5,570 vertices and 63,574 edges. As an example, Fig. 1 illustrates the influences related to a municipality called Itajubá, in the State of Minas Gerais, when it is an (a) influenced and (b) influencing municipality.

B. SIMULATION FRAMEWORK

Consider that Anatel has $Q = 224$ inspectors available to act on PCS inspections. The inspectors can be allocated to a maximum of $M = 56$ municipalities (approximately 1% of the total municipalities in Brazil) at inspection round n . Assume that the standard municipality is defined as a municipality with 50,000 PCS consumers, that a municipality v_i has $50,000c_i$ consumers, and that the average capacity of an inspector to reduce the consumer complaint rate of a standard municipality is μ .

The effective reduction capacity of an inspector is different for each inspector, municipality, and inspection round. To model the reduction capacity $s_{i,k}$ of the k th inspector allocated to a municipality v_i in one inspection round as a random variable, we considered the following:

- The capacity $s_{i,k}$ is always positive, so that an inspector action never worsens the consumer complaint rate;
- The capacity $s_{i,k}$ cannot be unbounded, so we need a distribution with limited support;
- The capacity $s_{i,k}$ that one inspector has to reduce the consumer complaint rate x_i varies with the number of consumers at the municipality v_i . The greater the number of consumers at a municipality, the greater the structure to be inspected and, therefore, the smaller the capacity of reduction in the consumer complaint rate by one inspector.

Considering these conditions, we modeled the reduction capacity $s_{i,k}$ of the k th inspector allocated to a municipality v_i with $50,000c_i$ consumers in one inspection round to be equal to $s_{i,k} = s_k/c_i$, with reduction capacity s_k for the k th inspector allocated to a standard municipality in one inspection round modeled as a linear transform of an Irwin-Hall distribution such that $s_k \sim \alpha\mathcal{I}(3)$, where $\mathcal{I}(3)$ is the Irwin-Hall distribution made with the sum of three independent uniform distributions from $[0, 1]$ and $\alpha = 2\mu/3$, so that the mean of s_k is μ and its standard deviation is $\mu/3$. Hence, components μ_i of vector $\boldsymbol{\mu}$ in Algorithm 1 will be equal to μ/c_i .

The capacity t_i of a team of q_i inspectors to reduce the consumer complaint rate x_i varies with the quantity q_i of inspectors allocated to the municipality v_i . The greater the quantity q_i of inspectors allocated to the municipality v_i , the greater the capacity of the team to uncover problems and, therefore, the greater the capacity t_i of the team to reduce the consumer complaint rate of the municipality v_i in one inspection round. Hence, the capacity t_i of a team

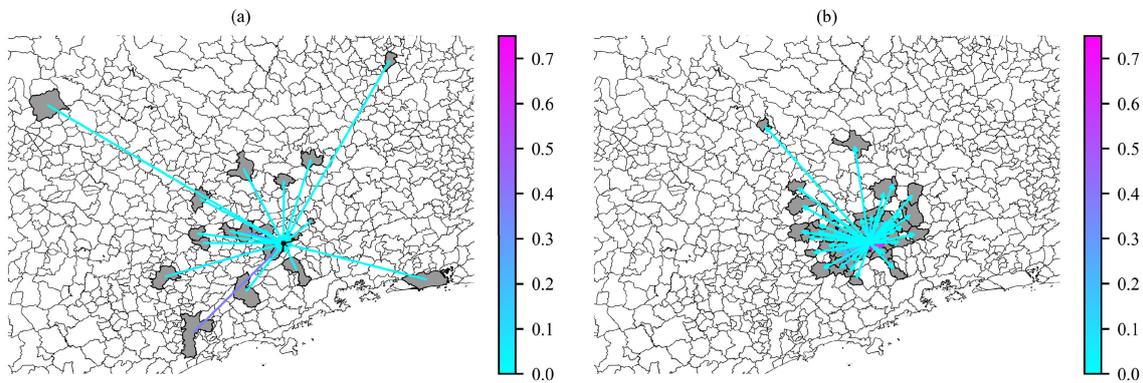


FIGURE 1. Influences related to Itajubá/MG, when it is an (a) influenced and (b) influencing municipality.

of q_i inspectors to reduce the consumer complaint rate x_i of a municipality v_i with $50,000c_i$ consumers in one inspection round is $t_i = \sum_{k=1}^{q_i} s_{i,k} = \sum_{k=1}^{q_i} s_k/c_i$. The resulting capacity t_i is also a linear transform of an Irwin-Hall distribution, such that, $t_i \sim q_i \alpha \mathcal{I}(3)/c_i$. The mean of t_i is $q_i \mu/c_i$ and its standard deviation is $\mu \sqrt{q_i}/(3c_i)$.

The function $f(n)$ in Algorithm 1 was set such that $f(n) = e^{-\beta}$, with $\beta = [1 + \mu \operatorname{sgn}(\mu - 1)]/\bar{x}(n)$, where $\operatorname{sgn}(\cdot)$ is the signal function and $\bar{x}(n)$ is the average of $\mathbf{x}(n)$ elements. The choice of $f(n)$ depends on the application and will change the performance of the method due to the trade-off between initial reductions in the sum of relevant discrepancies of troubled municipalities, the residual value of the average consumer complaint rate achieved in steady state and the number of inspection rounds to reach this steady state.

C. SIMULATION RESULTS

The performance of the proposed method was compared with those of two other methods for PRInT. In the first method, termed here “randomness method” the municipalities to be inspected were randomly selected. In the second method, the “rate method,” those municipalities with the higher consumer complaint rates were selected. For comparison and to evaluate the robustness of the methods, we ran a Monte Carlo simulation with 30 runs for three different values of the average reduction μ . μ was set to 5, 1 or 0.5-point reduction in the consumer complaint rate promoted by one inspector at a standard municipality. The randomness and rate methods allocate inspectors according to the number of consumers in each municipality, using as a basis one inspector for every 50,000 consumers.

We used the number of consumer complaints referring to PCS in each municipality in Brazil [64] and the number of PCS consumers by municipality in Brazil [65], from July 2022, to generate an initial average graph signal $\mathbf{u}(0)$, with \mathbf{u} defined as $\mathbf{u}(n) = [u_1(n), u_2(n), \dots, u_N(n)]^T \in \mathbb{R}^N$, where element $u_i(n)$ represents the average graph signal related to vertex v_i for inspection round n . $u_i(0)$ is the average consumer complaint rate of Brazilian municipality v_i on July 2022. The number of consumer complaints does not include other types

of interaction with Anatel (such as denunciations, compliments, requests for information, or others). All complaints considered were made by complainants identified with a telephone number, and no further complex data preprocessing was necessary.

For each new inspection round n , a new graph signal $\mathbf{x}(n)$ is generated as the sum of the average graph signal $\mathbf{u}(n)$ and a white Gaussian noise $\eta(n) \sim \mathcal{N}(0, 0.5)$, with the results lower bounded by 0 on each vertex, so that $\mathbf{x}(n) = \max\{\mathbf{0}, \mathbf{u}(n) + \eta(n)\}$. For each method, after the inspection on a municipality v_i , the total reduction $t_i(n)$ is subtracted from the average graph signal $u_i(n)$ on municipality v_i , with the results lower bounded to 0, so that $u_i(n+1) = \max\{0, u_i(n) - t_i(n)\}$.

We compared the performance and robustness of the methods using four mean evaluation metrics: 1) maximum relevant discrepancy of troubled municipalities, 2) sum of relevant discrepancies of troubled municipalities, 3) average complaint rate of all municipalities, and 4) number of troubled municipalities. Figs. 2 to 4 show the results of the Monte Carlo simulation (average of 30 runs). Although other factors may affect the evolution of service quality, we are interested in the effect of inspectors’ actions on service quality, and these simulations represent that effect. Due to the poor results obtained using the randomness method, Fig. 4 only shows the results for the rate and the proposed methods.

Table 1 shows the maximum relative improvement on evaluation metrics due to the use of the proposed method, when compared to the rate method, for different values of μ .

Another important aspect in comparing the performances of the different methods concerns their ability to detect changes in consumer complaint rates. The more responsive to change a method is, the faster it can allocate inspectors to the municipality where the change took place. To compare the responsiveness of the rate and the proposed methods to changes, we ran a Monte Carlo simulation with 30 runs checking in which municipalities an increase Δ in the consumer complaint rate would force the methods to immediately allocate at least one inspector to these municipalities. We compared the methods for three values of Δ and three values of μ . Fig. 5 shows the results (average of 30 runs) for

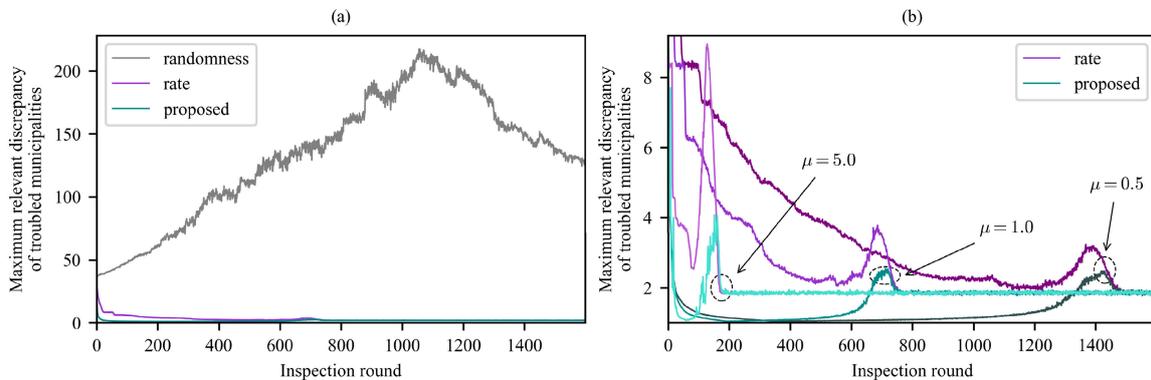


FIGURE 2. Maximum relevant discrepancy of troubled municipalities (a) for all methods with $\mu = 1$ and (b) for the rate and the proposed methods with $\mu = \{5, 1, 0.5\}$.

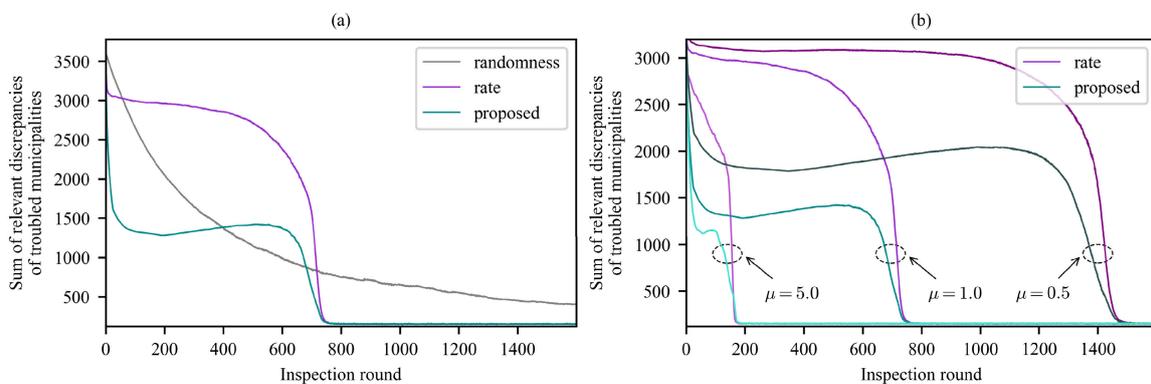


FIGURE 3. Sum of relevant discrepancies of troubled municipalities (a) for all methods with $\mu = 1$ and (b) for the rate and the proposed methods with $\mu = \{5, 1, 0.5\}$.

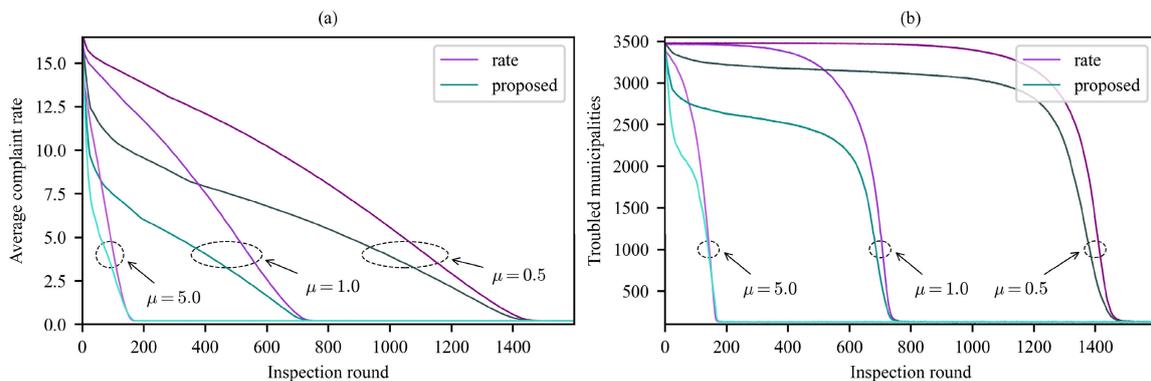


FIGURE 4. (a) Average consumer complaint rate and (b) number of troubled municipalities for the rate and the proposed methods with $\mu = \{5, 1, 0.5\}$.

the percentage of municipalities where the change would be immediately handled by each method.

To compare the performance of the rate and the proposed methods, we ran a Monte Carlo simulation with 30 runs setting $\mu = 1$ and increasing $\Delta = 5$ in the consumer complaint rates at the 100th inspection round for 56 municipalities randomly selected in each realization. Figs. 6 and 7 show the results (average of 30 runs) of the differences, per method, between the evaluation metrics when changes occur and when they do not, considering only the municipalities where changes took place.

IV. DISCUSSION

The results in Figs. 2 to 7 and Table 1 illustrate the superior performance of the proposed method for planned regulatory inspection targeting based on the risk of problems that are relevant to consumer satisfaction. Figs. 2 to 4 show that the proposed method very early imposed significant improvements in the evaluations metrics, and that these reductions remained until the steady state was achieved. These results were obtained for different values of the average capacity of reduction of the inadequacy rate of one inspector. Moreover, the proposed method has reached the steady state

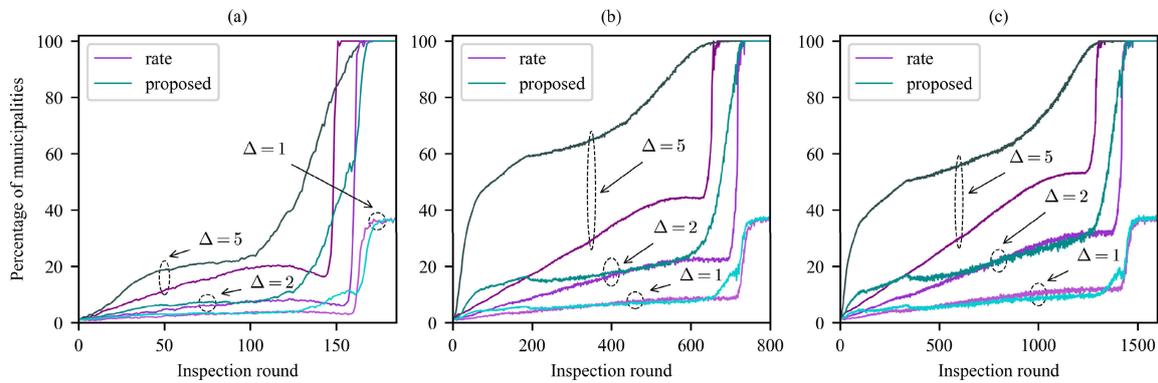


FIGURE 5. Percentage of municipalities where the change would be immediately handled by rate and proposed methods with $\Delta = \{5, 2, 1\}$ and (a) $\mu = 5$, (b) $\mu = 1$, and (c) $\mu = 0.5$.

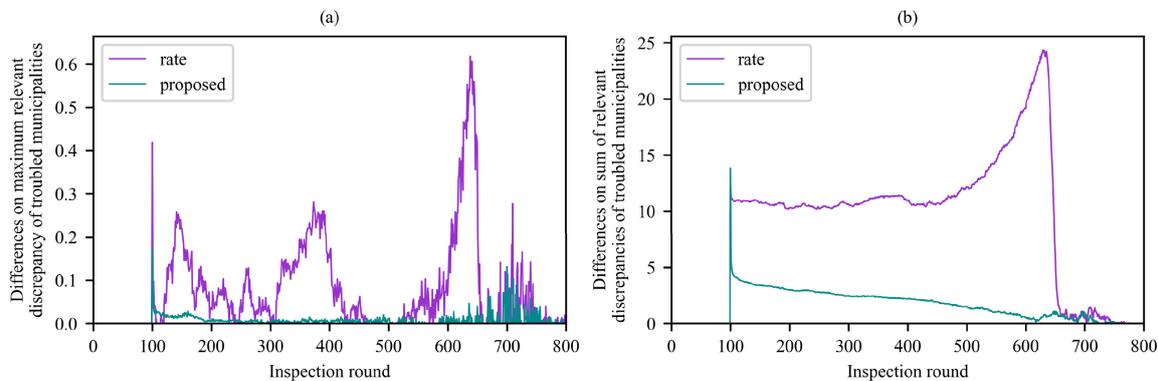


FIGURE 6. For rate and proposed methods, with $\mu = 1$ e $\Delta = 5$, differences when changes occur and when they do not on (a) maximum relevant discrepancy of troubled municipalities and (b) sum of relevant discrepancies of troubled municipalities.

TABLE 1. Maximum relative improvement on reduction of evaluation metrics due to the use of the proposed method, when compared to the rate method.

Maximum relative improvement on	$\mu = 5$	$\mu = 1$	$\mu = 0.5$
Maximum relevant discrepancy ^a	46% at $n = 1$	149% at $n = 1$	377% at $n = 1$
Sum of relevant discrepancies ^a	141% at $n = 32$	279% at $n = 64$	247% at $n = 137$
Average consumer complaint rate	69% at $n = 20$	182% at $n = 26$	142% at $n = 28$
Number of troubled municipalities	390% at $n = 18$	4.150% at $n = 108$	30.900% at $n = 436$

^aof troubled municipalities.

at the same inspection round as the rate method, and with the same evaluation metrics values. In contrast, the rate method could not force these early reductions and had slower initial convergence, whereas the randomness method performed very poorly when trying to reduce the maximum relevant discrepancy and the sum of relevant discrepancies of troubled municipalities.

In addition, the proposed method was more responsive in dealing with changes in inadequacy rates during the evolution of service quality. Fig. 5 shows that the proposed method tended to be more efficient in immediately detecting changes than the rate method, regardless of the magnitude of the change or the average capacity of reduction of one inspector. Figs. 6 and 7 show that the proposed method has led very early to significantly greater reductions in the effects of changes in the entities where the changes occurred, and that superior performance remained to steady state. The ability of the proposed method to quickly impose significant reductions in the evaluation metrics, as well as its responsiveness

to changes, are due to its ability to quickly homogenize the relevant discrepancies of all entities. Since the relevant discrepancy is a contextualized parameter, the amount of inspector actions needed to homogenize it for all entities is much less than the amount needed to homogenize the inadequacy rate of all entities, which will only be achieved at the end of the evolution of service quality.

An important aspect of the risk-based method proposed in Section II is that it guarantees the levels of legality, impartiality, explainability, communicability, transparency, accountability, and simplicity of implementation necessary for PRInT methods. Its application to telecommunications regulation, illustrated in Section III, complies with the laws, allowing equal treatment for inspectable entities and using data without the personal information of consumers or confidential information from regulated firms. It is impartial because the data used is reliable, originating neither from the regulator nor from regulated firms. Moreover, it does not require complex data pre-processing, avoiding possible

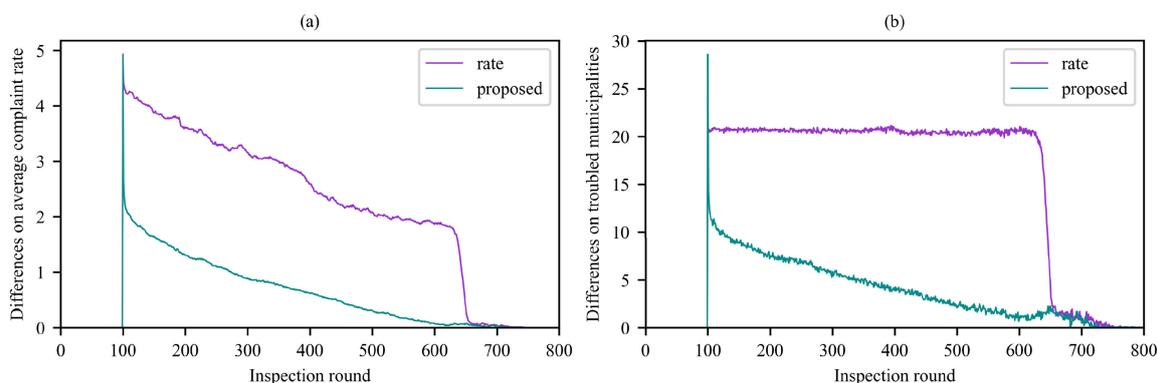


FIGURE 7. For rate and proposed methods, with $\mu = 1$ e $\Delta = 5$, differences when changes occur and when they do not on (a) average consumer complaint rate and (b) number of troubled municipalities.

ethical deviations. In fact, the definition of model parameters is done without randomness, resulting in an accurate and fair model to be applied equally to all inspectable entities. It is impartial, avoiding discretionary decisions that could allow for ill-intentioned uses and could not be subject to judicial review. It is explainable and communicable because the definitions of the model parameters and the risk assessment are deterministic and simple, allowing its early and clear communication and explanation to all stakeholders. It is transparent and enables accountability, since it is auditable, traceable, and reproducible at all stages, allowing for scrutiny of the regulator’s actions. Finally, it is simple to implement, does not require special skills, and has reduced computational complexity. This allows inspectors to understand, accept, and apply it, and facilitates adoption by regulators without the need for powerful and expensive equipment or computers.

One should note that the development of the proposed method did not consider what the vertices of the graph actually represent, without a necessary association to a municipality. The weights of the edges between the vertices and the signal on each vertex of the graph are also defined as general elements, without a necessary association with the particular problem regarding consumer complaint. The relevant discrepancy on vertex can, therefore, be used for any analysis in which the risk is quantified as the ratio between the signal observations on graph vertices and the relevant regulator’s expectations for them. It suffices that the graph signal transformation by the adjacency matrix properly models the relationships expected by the regulator for the signals on vertices. Hence, the proposed method can be applied to different data segmentations and objectives.

V. CONCLUSION

Despite the progress made in recent years, especially in machine learning, most works in literature fail to address the challenges faced by regulators on how to monitor the market for the information collection and how to process it to target regulatory inspections [24]. As a consequence, the same criticisms made to the process of regulatory

inspection targeting until the early 2010s remain to this day [15], [24], [25].

In this paper we defined the relevant discrepancy parameter inspired by the Service Quality Theory and by the Central Flow Theory, and demonstrated how to calculate it using a graph signal processing framework. Using the relevant discrepancy, we proposed novel evaluation metrics and a new method for planned regulatory inspection targeting. To the best of our knowledge, this is the first such methodology based on graph signal processing proposed for targeting planned regulatory inspections without relying on machine learning methods.

To illustrate the applicability of the proposed parameter, evaluation metrics, and method to topics of wide interest for regulators, we simulated the application of the proposed method for targeting planned regulatory inspections in the personal communication service in Brazil. Statistical simulations illustrated the efficacy of the proposed method and its superior performance when compared to methods in which the entities to be inspected are those with higher consumer complaint rates or are randomly selected. The characteristics, generality, and results of the proposed methodology emphasize that it can be widely adopted by regulators, bringing uniformity to planned regulatory inspection targeting across policy domains and national contexts.

The proposed method can be applied to different data segmentations and objectives, without a necessary association to the particular problem regarding consumer complaint or to the telecommunications domain. In fact, the proposed method can be extended to scenarios in which the vertices of the graph must be organized in multiple dimensions, leading to multi-layer graphs, or to applications where multiple variables are simultaneously observed on each vertex, or not all vertices represent inspectable entities, or even when the problem needs to be represented by a multigraph.

ACKNOWLEDGMENT

This is an academic work without any competing interest. The views expressed here are the author’s and do not reflect those of the institutions to which the authors belong.

REFERENCES

- [1] J. Short, D. Levi-Faur, S. S. Simpson, E. Thomann, and B. van Rooij, "Editors' introduction: Has regulation & governance made a difference?" *Regulation Governance*, vol. 15, no. 1, pp. 3–7, Nov. 2021, doi: [10.1111/rego.12446](https://doi.org/10.1111/rego.12446).
- [2] I. Ayres and J. Braithwaite, *Responsive Regulation: Transcending the Deregulation Debate*. New York, NY, USA: Oxford Univ. Press, 1992.
- [3] N. Gunningham, P. Grabosky, and D. Sinclair, *Smart Regulation: Designing Environmental Policy*. New York, NY, USA: Oxford Univ. Press, 1998.
- [4] M. K. Sparrow, *The Regulatory Craft: Controlling Risks, Solving Problems, and Managing Compliance*. Washington, DC, USA: Brookings Institution Press, 2000.
- [5] J. Black, "The emergence of risk-based regulation and the new public risk management in the United Kingdom," *Public Law*, no. 3, pp. 510–546, Autumn 2005. [Online]. Available: https://www.academia.edu/1295947/The_emergence_of_risk_based_regulation_and_the_new_public_risk_management_in_the_United_Kingdom
- [6] R. Baldwin and J. Black, "Really responsive regulation," *Modern Law Rev.*, vol. 71, no. 1, pp. 59–94, Jan. 2008, doi: [10.1111/j.1468-2230.2008.00681.x](https://doi.org/10.1111/j.1468-2230.2008.00681.x).
- [7] F. Blanc. (2012). *Inspection Reforms: Why, How, and With What Results*. OECD Publishing, France, Europe. [Online]. Available: <https://www.oecd.org/regreform/Inspection>
- [8] European Court of Auditors. (2020). *Special Report 22/2020: Future of EU Agencies—Potential for More Flexibility and Cooperation*. Eur. Union, Luxembourg, Europe. [Online]. Available: <https://www.eca.europa.eu/en/Pages/DocItem.aspx?did=54740>
- [9] Office of Management and Budget. (2022). *Analytical Perspectives, Budget of the United States Government, Fiscal Year 2022*. U.S. Government, Washington, DC, USA. [Online]. Available: <https://www.govinfo.gov/app/details/BUDGET-2022-PER/BUDGET-2022-PER-8-6>
- [10] M. S. Johnson, D. I. Levine, and M. W. Toffel, "Improving regulatory effectiveness through better targeting: Evidence from OSHA," *Inst. Res. Labor Employment*, Berkeley, CA, USA, IRLE Working Rep. 19-107, 2019. [Online]. Available: <https://irle.berkeley.edu/publications/working-papers/improving-regulatory-effectiveness-through-better-targeting-evidence-from-osha/>
- [11] M. Pečarič, "The effects of law through actions of inspections," *Central Eur. Public Adm. Rev.*, vol. 15, nos. 3–4, pp. 129–144, Jan. 2018, doi: [10.17573/ipar.2017.3-4.06](https://doi.org/10.17573/ipar.2017.3-4.06).
- [12] P. Ormosi. (2012). *Stocktaking on Evaluation: Evaluating the Impact of Competition Law Enforcement*. OECD Publishing, France, Europe. [Online]. Available: <https://one.oecd.org/document/DAF/COMP/WP2>
- [13] *OECD Regulatory Policy Outlook 2021*, Organisation Econ. Co-Operation Develop., Paris, France, 2021, doi: [10.1787/38b0fdb1-en](https://doi.org/10.1787/38b0fdb1-en).
- [14] *Risk and Regulatory Policy: Improving the Governance of Risk*, Organisation Econ. Co-Operation Develop., Paris, France, 2010, doi: [10.1787/9789264082939-en](https://doi.org/10.1787/9789264082939-en).
- [15] O. Borraz, A. Beaussier, M. Wesseling, D. Demeritt, H. Rothstein, M. Hermans, M. Huber, and R. Paul, "Why regulators assess risk differently: Regulatory style, business organization, and the varied practice of risk-based food safety inspections across the EU," *Regulation Governance*, vol. 16, no. 1, pp. 274–292, Jan. 2022, doi: [10.1111/rego.12320](https://doi.org/10.1111/rego.12320).
- [16] P. Almond and M. Esbester, "Regulatory inspection and the changing legitimacy of health and safety," *Regulation Governance*, vol. 12, no. 1, pp. 46–63, Mar. 2018, doi: [10.1111/rego.12155](https://doi.org/10.1111/rego.12155).
- [17] R. Rottenburg, S. E. Merry, S.-J. Park, and J. Mugler, *The World of Indicators: The Making of Governmental Knowledge Through Quantification*. Cambridge, U.K.: Cambridge Univ. Press, 2015.
- [18] H. Rothstein, O. Borraz, and M. Huber, "Risk and the limits of governance: Exploring varied patterns of risk-based governance across Europe," *Regulation Governance*, vol. 7, no. 2, pp. 215–235, Jun. 2013, doi: [10.1111/j.1748-5991.2012.01153.x](https://doi.org/10.1111/j.1748-5991.2012.01153.x).
- [19] F. Chollet, *Deep Learning With Python*. New York, NY, USA: Simon and Schuster, 2021.
- [20] K. J. M. Matus and M. Veale, "Certification systems for machine learning: Lessons from sustainability," *Regulation Governance*, vol. 16, no. 1, pp. 177–196, Jan. 2022, doi: [10.1111/rego.12417](https://doi.org/10.1111/rego.12417).
- [21] W. Chen and M. Wang, "Regulating the use of facial recognition technology across borders: A comparative case analysis of the European Union, the United States, and China," *Telecommun. Policy*, vol. 47, no. 2, Mar. 2023, Art. no. 102482, doi: [10.1016/j.telpol.2022.102482](https://doi.org/10.1016/j.telpol.2022.102482).
- [22] I. Goodfellow, Y. Bengio, and A. Courville, *Deep Learning*. Cambridge, MA, USA: MIT Press, 2016.
- [23] T. D. Krafft, K. A. Zweig, and P. D. König, "How to regulate algorithmic decision-making: A framework of regulatory requirements for different applications," *Regulation Governance*, vol. 16, no. 1, pp. 119–136, Jan. 2022, doi: [10.1111/rego.12369](https://doi.org/10.1111/rego.12369).
- [24] R. van Loo, "Regulatory monitors: Policing firms in the compliance era," *Columbia Law Rev.*, vol. 119, no. 2, pp. 369–444, 2019. [Online]. Available: <https://columbialawreview.org/content/regulatory-monitors-policing-firms.-in-the-compliance-era/>
- [25] L. Wang, D. Demeritt, and H. Rothstein, "'Carrying the black pot': Food safety and risk in China's reactive regulatory state," *Regulation Governance*, vol. 17, no. 2, pp. 469–490, Apr. 2023, doi: [10.1111/rego.12467](https://doi.org/10.1111/rego.12467).
- [26] J. L. Campbell, "Why would corporations behave in socially responsible ways? An institutional theory of corporate social responsibility," *Acad. Manage. Rev.*, vol. 32, no. 3, pp. 946–967, Jul. 2007, doi: [10.5465/amr.2007.25275684](https://doi.org/10.5465/amr.2007.25275684).
- [27] *Data-Driven, Information-Enabled Regulatory Delivery*, Organisation Econ. Co-Operation Develop., Paris, France, 2021, doi: [10.1787/8f99ec8c-en](https://doi.org/10.1787/8f99ec8c-en).
- [28] A. Mehrpouya and R. Samiolo, "Numbers in regulatory intermediation: Exploring the role of performance measurement between legitimacy and compliance," *Regulation Governance*, vol. 13, no. 2, pp. 220–239, Jun. 2019, doi: [10.1111/rego.12218](https://doi.org/10.1111/rego.12218).
- [29] A. Parasuraman, V. A. Zeithaml, and L. L. Berry, "A conceptual model of service quality and its implications for future research," *J. Marketing*, vol. 49, no. 4, pp. 41–50, Sep. 1985, doi: [10.1177/002224298504900403](https://doi.org/10.1177/002224298504900403).
- [30] P. J. Taylor, M. Hoyler, and R. Verbruggen, "External urban relational process: Introducing central flow theory to complement central place theory," *Urban Stud.*, vol. 47, no. 13, pp. 2803–2818, Nov. 2010, doi: [10.1177/0042098010377367](https://doi.org/10.1177/0042098010377367).
- [31] A. Sandryhaila and J. M. F. Moura, "Discrete signal processing on graphs," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 61, no. 7, pp. 1644–1656, Apr. 2013, doi: [10.1109/TSP.2013.2238935](https://doi.org/10.1109/TSP.2013.2238935).
- [32] A. Sandryhaila and J. M. F. Moura, "Big data analysis with signal processing on graphs: Representation and processing of massive data sets with irregular structure," *IEEE Signal Process. Mag.*, vol. 31, no. 5, pp. 80–90, Sep. 2014, doi: [10.1109/MSP.2014.2329213](https://doi.org/10.1109/MSP.2014.2329213).
- [33] A. Sandryhaila and J. M. F. Moura, "Discrete signal processing on graphs: Frequency analysis," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 62, no. 12, pp. 3042–3054, Jun. 2014, doi: [10.1109/TSP.2014.2321121](https://doi.org/10.1109/TSP.2014.2321121).
- [34] D. I. Shuman, S. K. Narang, P. Frossard, A. Ortega, and P. Vandergheynst, "The emerging field of signal processing on graphs: Extending high-dimensional data analysis to networks and other irregular domains," *IEEE Signal Process. Mag.*, vol. 30, no. 3, pp. 83–98, May 2013, doi: [10.1109/MSP.2012.2235192](https://doi.org/10.1109/MSP.2012.2235192).
- [35] D. Rauhut and A. Humer, "EU cohesion policy and spatial economic growth: Trajectories in economic thought," *Eur. Planning Stud.*, vol. 28, no. 11, pp. 2116–2133, Nov. 2020, doi: [10.1080/09654313.2019.1709416](https://doi.org/10.1080/09654313.2019.1709416).
- [36] M. J. Burger and E. J. Meijers, "Agglomerations and the rise of urban network externalities," *Papers Regional Sci.*, vol. 95, no. 1, pp. 5–15, Mar. 2016. [Online]. Available: <https://rsaconnect.onlinelibrary.wiley.com/toc/14355957/2016/95/1>
- [37] L. M. A. Bettencourt, "Complex networks and fundamental urban processes," in *Handbook of Cities and Networks*. Northampton, MA, USA: Edward Elgar, 2021, ch. 3, pp. 41–61, doi: [10.4337/9781788114714.00008](https://doi.org/10.4337/9781788114714.00008).
- [38] J. Steenbruggen, E. Tranos, and P. Nijkamp, "Data from mobile phone operators: A tool for smarter cities?" *Telecommun. Policy*, vol. 39, nos. 3–4, pp. 335–346, May 2015, doi: [10.1016/j.telpol.2014.04.001](https://doi.org/10.1016/j.telpol.2014.04.001).
- [39] N. Ahmed, R. A. Michelin, W. Xue, S. Ruj, R. Malaney, S. S. Kanhere, A. Seneviratne, W. Hu, H. Janicke, and S. K. Jha, "A survey of COVID-19 contact tracing apps," *IEEE Access*, vol. 8, pp. 134577–134601, 2020, doi: [10.1109/ACCESS.2020.3010226](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2020.3010226).
- [40] B. Zhao, L. Stankovic, and V. Stankovic, "On a training-less solution for non-intrusive appliance load monitoring using graph signal processing," *IEEE Access*, vol. 4, pp. 1784–1799, 2016, doi: [10.1109/ACCESS.2016.2557460](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2016.2557460).
- [41] S. Tavildar, B. Mogen, S. Zanos, S. C. Seeman, S. I. Perlmutter, E. Fetz, and A. Ashrafi, "Inferring cortical connectivity from ECoG signals using graph signal processing," *IEEE Access*, vol. 7, pp. 109349–109362, 2019, doi: [10.1109/ACCESS.2019.2934490](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2019.2934490).

[42] S. Colonnese, M. Petti, L. Farina, G. Scarano, and F. Cuomo, "Protein-protein interaction prediction via graph signal processing," *IEEE Access*, vol. 9, pp. 142681–142692, 2021, doi: [10.1109/ACCESS.2021.3119569](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2021.3119569).

[43] A. G. Marques, N. Kiyavash, J. M. F. Moura, D. van de Ville, and R. Willett, "Graph signal processing: Foundations and emerging directions [from the guest editors]," *IEEE Signal Process. Mag.*, vol. 37, no. 6, pp. 11–13, Nov. 2020, doi: [10.1109/MSP.2020.3020715](https://doi.org/10.1109/MSP.2020.3020715).

[44] M. Goldbarg and E. Goldbarg, *Grafos: Conceitos, Algoritmos e Aplicaes*. Brazil, SA, USA: Elsevier, 2012.

[45] A. Gavili and X.-P. Zhang, "On the shift operator, graph frequency, and optimal filtering in graph signal processing," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 65, no. 23, pp. 6303–6318, Dec. 2017, doi: [10.1109/TSP.2017.2752689](https://doi.org/10.1109/TSP.2017.2752689).

[46] A. Ortega, P. Frossard, J. Kovacevic, J. M. F. Moura, and P. Vanderghenst, "Graph signal processing: Overview, challenges, and applications," *Proc. IEEE*, vol. 106, no. 5, pp. 808–828, May 2018, doi: [10.1109/JPROC.2018.2820126](https://doi.org/10.1109/JPROC.2018.2820126).

[47] A. W. Bohannon, B. M. Sadler, and R. V. Balan, "A filtering framework for time-varying graph signals," in *Vertex-Frequency Analysis of Graph Signals*. Cham, Switzerland: Springer, 2019, ch. 10, pp. 341–376, doi: [10.1007/978-3-030-03574-7_10](https://doi.org/10.1007/978-3-030-03574-7_10).

[48] S. Sardellitti, S. Barbarossa, and P. D. Lorenzo, "On the graph Fourier transform for directed graphs," *IEEE J. Sel. Topics Signal Process.*, vol. 11, no. 6, pp. 796–811, Sep. 2017, doi: [10.1109/JSTSP.2017.2726979](https://doi.org/10.1109/JSTSP.2017.2726979).

[49] A. G. Marques, N. Kiyavash, J. M. F. Moura, D. van de Ville, and R. Willett, "Special issue on graph signal processing: Foundations and emerging directions," *IEEE Signal Process. Mag.*, vol. 37, no. 6, Nov. 2020. [Online]. Available: <https://ieeexplore.ieee.org/xpl/tocresult.jsp?isnumber=9244169>

[50] United Nations, Geneva, Switzerland. (2016). *Guidelines for Consumer Protection*. [Online]. Available: <https://unctad.org/topic/competition-and-consumer-protection/un-guidelines-for-consumer-protection>

[51] *Measuring Consumer Detriment and the Impact of Consumer Policy*, Organisation Econ. Co-Operation Develop., Paris, France, 2020, doi: [10.1787/0c2e643b-en](https://doi.org/10.1787/0c2e643b-en).

[52] Austral. Commun. Media Authority, Sydney, NSW, Australia. (2022). *Telco Consumer Complaints*. [Online]. Available: <https://www.acma.gov.au/telco-consumer-complaints>

[53] Office Gas Electr. Markets, London, U.K. (2022). *Customer Service Data*. [Online]. Available: <https://www.ofgem.gov.uk/customer-service-data>

[54] Federal Trade Commission, Washington, DC, USA. (2022). *Explore Data With FTC*. [Online]. Available: <https://www.ftc.gov/news-events/data-visualizations/explore-data>

[55] Europe Economics. (2007). *An Analysis of the Issue of Consumer Detriment and the Most Appropriate Methodologies to Estimate it*. DG SANCO, Luxembourg, Europe. [Online]. Available: <http://www.europe-economics.com/13-publications-news/1435-an-analysis-of-the-issue-of-consumer-detriment-and-the-most-appropriate-methodologies-to-estimate-it>

[56] Anatel. (2007). *Edital N 002/2007/SPV-Anatel*. Nat. Telecommun. Agency, Brasília, Brazil. [Online]. Available: <https://www.anatel.gov.br/Portal/exibirPortalRedireciona.do?codigoDocumento=244968>

[57] Anatel. (2010). *Edital N 002/2010/PVCP/SPV-Anatel*. Nat. Telecommun. Agency, Brasília, Brazil. [Online]. Available: <https://www.anatel.gov.br/Portal/exibirPortalRedireciona.do?codigoDocumento=254426>

[58] Anatel. (2012). *Edital N 004/2012/PVCP/SPV-Anatel*. Nat. Telecommun. Agency, Brasília, Brazil. [Online]. Available: <https://www.anatel.gov.br/Portal/exibirPortalRedireciona.do?codigoDocumento=287996>

[59] Anatel. (2021). *Edital 1/2021-SOR/SPR/CD-ANATEL (SEI N 7452039)*. Nat. Telecommun. Agency, Brasília, Brazil. [Online]. Available: <https://www.anatel.gov.br/seipesquisa>

[60] IBGE. (2018). *Areas of Influence of Cities 2018—REGIC 2018*. Brazilian Inst. Geography Statist., Brasília, Brazil. [Online]. Available: <https://www.ibge.gov.br/en/geosciences/territorial-organization/geographic-networks-and-flows/19332-areas-of-influence-of-cities.html?=&t=publicacoes>

[61] IBGE. (2018). *REGIC 2018—Municipalities Connections and Attraction*. Brazilian Inst. Geography Statist., Brasília, Brazil. [Online]. Available: https://geofpt.ibge.gov.br/organizacao_do_territorio/divisao_regional/regioes_de_influencia_das_cidades/Regioes_de_influencia_das_cidades_2018_Resultados_definitivos/base_tabular/REGIC2018_Municipios_Ligacoes_e_atracacao_xlsx.zip

[62] IBGE. (2020). *REGIC 2018—Connection Between Cities*. Brazilian Inst. Geography Statist., Brasília, Brazil. [Online]. Available: https://geofpt.ibge.gov.br/organizacao_do_territorio/divisao_regional/regioes_de_influencia_das_cidades/Regioes_de_influencia_das_cidades_2018_Resultados_definitivos/base_tabular/REGIC2018_Ligacoes_entre_Cidades.xlsx

[63] IBGE. (2018). *REGIC 2018—Population Arrangements*. Brazilian Inst. Geography Statist., Brasília, Brazil. [Online]. Available: https://geofpt.ibge.gov.br/organizacao_do_territorio/divisao_regional/regioes_de_influencia_das_cidades/Regioes_de_influencia_das_cidades_2018_Resultados_definitivos/base_tabular/REGIC2018_Arranjos_Populacionais_v2.xlsx

[64] Anatel. (2022). *Consumer Complaints Data Dashboard*. Nat. Telecommun. Agency, Brasília, Brazil. [Online]. Available: <https://informacoes.anatel.gov.br/paineis/consumidor/reclamacoes>

[65] Anatel. (2022). *PCS Access Data Dashboard*. Nat. Telecommun. Agency, Brasília, Brazil. [Online]. Available: <https://informacoes.anatel.gov.br/paineis/aceessos/telefoniamovel>



CELSO H. H. RIBAS received the B.E.E. degree from the Federal University of Itajubá (UNIFEI), Itajubá, Brazil, in 2004, and the M.Sc. degree in electrical engineering from the Federal University of Santa Catarina (UFSC), Florianópolis, Brazil, in 2006, where he is currently pursuing the Ph.D. degree in the area of information processing. In 2019, he joined the Graduate Program in Electrical Engineering (PPGEEL), UFSC. He joined the Superintendence of Inspection, National Telecommunications Agency (ANATEL), Manaus, Brazil, in 2009, as a Specialist in regulation. He is currently the Head of ANATEL in the region of the States of Amazonas, Acre, Rondônia, and Roraima, region that comprises a quarter of the Brazilian territory. His current research interests include public policy, public administration, regulation, tools for decision making and public policy execution, and statistical signal processing, including graph signal processing and machine learning.



JOSÉ C. M. BERMUDEZ (Senior Member, IEEE) received the B.E.E. degree from the Federal University of Rio de Janeiro (UFRJ), Rio de Janeiro, Brazil, in 1978, the M.Sc. degree in electrical engineering from the Alberto Luiz Coimbra Institute for Graduate Studies and Research in Engineering, UFRJ, in 1981, and the Ph.D. degree in electrical engineering from Concordia University, Montreal, Canada, in 1978. He joined the Department of Electrical Engineering, Federal University of Santa Catarina (UFSC), Florianópolis, Brazil, in 1985, where he is currently a Professor in electrical engineering. He is also a Visiting Researcher with INP Toulouse, Toulouse, France, and Université Nice Sophia-Antipolis, Nice, France. He spent sabbatical years with the University of California at Irvine, Irvine, CA, USA, in 1994, and INP Toulouse, France, in 2012. His current research interests include statistical signal processing, including linear and nonlinear adaptive filtering, image processing, hyperspectral image processing, graph signal processing, and machine learning. He was an Associate Editor of IEEE TRANSACTIONS ON SIGNAL PROCESSING in the area of adaptive filtering, from 1994 to 1996 and from 1999 to 2001. He was an Associate Editor of the *EURASIP Journal of Advances on Signal Processing*, from 2006 to 2010, and the Senior Area Editor of IEEE TRANSACTIONS ON SIGNAL PROCESSING, from 2015 to 2019. He was the Chair of the Signal Processing Theory and Methods Technical Committee of the IEEE Signal Processing Society, from 2019 to 2020.