



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO TECNOLÓGICO, DE CIÊNCIAS EXATAS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE ENG. DE CONTROLE, AUTOMAÇÃO E COMPUTAÇÃO
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE CONTROLE E AUTOMAÇÃO

Vinicius James Jensen

**Estudo Comparativo de Técnicas de Calibração para Acelerômetros MEMS
com Aplicação na Estimação da Inclinação**

Blumenau
2024

Vinicius James Jensen

**Estudo Comparativo de Técnicas de Calibração para Acelerômetros MEMS
com Aplicação na Estimação da Inclinação**

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação em Engenharia de Controle e Automação do Centro Tecnológico, de Ciências Exatas e Educação da Universidade Federal de Santa Catarina como requisito para a obtenção do título de Engenheiro de Controle e Automação.

Orientador: Prof. Marcos Vinicius Matsuo, Dr.

Blumenau

2024

Ficha catalográfica gerada por meio de sistema automatizado gerenciado pela BU/UFSC.
Dados inseridos pelo próprio autor.

Jensen, Vinicius James

Estudo Comparativo de Técnicas de Calibração para
Acelerômetros MEMS com Aplicação na Estimção da Inclinação /
Vinicius James Jensen ; orientador, Marcos Vinicius
Matsuo, 2024.

73 p.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) -
Universidade Federal de Santa Catarina, Campus Blumenau,
Graduação em Engenharia de Controle e Automação, Blumenau,
2024.

Inclui referências.

1. Engenharia de Controle e Automação. 2. Acelerômetros
MEMS. 3. Calibração. 4. Estimção da Inclinação. I. Matsuo,
Marcos Vinicius. II. Universidade Federal de Santa
Catarina. Graduação em Engenharia de Controle e Automação.
III. Título.

Vinicius James Jensen

**Estudo Comparativo de Técnicas de Calibração para Acelerômetros MEMS
com Aplicação na Estimação da Inclinação**

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado para obtenção do Título de “Engenheiro de Controle e Automação” e aprovado em sua forma final pelo Curso de Graduação em Engenharia de Controle e Automação.

Blumenau, 12 de Dezembro de 2024.

Banca Examinadora:

Prof. Marcos Vinicius Matsuo, Dr.
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Ciro André Pitz, Dr.
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Ebrahim Samer El Youssef, Dr.
Universidade Federal de Santa Catarina

Dedico este trabalho aos meus queridos pais Jaime e
Juliane.

AGRADECIMENTOS

Meus sinceros agradecimentos à minha mãe, Juliane, e ao meu pai, Jaime, que foram meu alicerce ao longo de toda essa jornada. Seu apoio incondicional e suas palavras de incentivo nos momentos desafiadores fizeram toda a diferença e me deram forças para continuar.

Também sou grato à Universidade Federal de Santa Catarina, que me proporcionou um ensino de qualidade e um ambiente de crescimento, permitindo meu desenvolvimento pessoal e profissional.

Por fim, agradeço ao professor Marcos Matsuo, cuja didática exemplar e orientação dedicada foram fundamentais para a realização deste trabalho de conclusão de curso.

RESUMO

Este trabalho apresenta um estudo comparativo entre diferentes métodos de calibração para acelerômetros MEMS, avaliando a eficácia de três técnicas: Mínimos Quadrados (MQ), Otimização por Enxame de Partículas (PSO) e Redes Neurais Artificiais. O objetivo principal é determinar a técnica mais eficiente para corrigir erros de medição determinísticos, como *bias*, fator de escala, desalinhamento e não-ortogonalidade. Para isso, são considerados dois modelos de erros do acelerômetro: o modelo simplificado, que aborda apenas os erros de *bias* e de fator de escala, e o modelo completo, que incorpora todos os erros determinísticos. Esses modelos descrevem as acelerações medidas em função da aceleração real, levando em conta os erros mencionados. Após a calibração, as medidas de aceleração obtidas são utilizadas para estimar os ângulos de inclinação *roll* (rolagem) e *pitch* (arfagem). Assim, realiza-se outra comparação, com o objetivo de identificar a técnica mais adequada para a aplicação de estimação da inclinação. As avaliações foram realizadas com base em *datasets* específicos coletados e na métrica de Erro Absoluto Médio (MAE). Os resultados apresentados evidenciaram que as técnicas baseadas em Redes Neurais e em MQ, considerando o modelo completo de erros, alcançaram os melhores desempenhos tanto na calibração quanto na estimação da inclinação.

Palavras-chave: Calibração; Acelerômetros MEMS; Mínimos Quadrados (MQ); Otimização por Enxame de Partículas (PSO); Redes Neurais Artificiais; Estimação da inclinação.

ABSTRACT

This work presents a comparative study between different calibration methods for MEMS accelerometers, evaluating the effectiveness of three techniques: Least Squares (LS), Particle Swarm Optimization (PSO), and Artificial Neural Networks. The main objective is to determine the most efficient technique for correcting deterministic measurement errors, such as bias, scale factor, misalignment, and non-orthogonality. Two accelerometer error models are considered: the simplified model, which addresses only bias and scale factor errors, and the complete model, which incorporates all deterministic errors. These models describe the measured accelerations as a function of the actual acceleration, taking into account the mentioned errors. After calibration, the obtained acceleration measurements are used to estimate the tilt angles of roll and pitch. Another comparison is then made to identify the most suitable technique for inclination estimation applications. The evaluations were carried out based on specific datasets collected and the Mean Absolute Error (MAE) metric. The results presented showed that the techniques based on Neural Networks and LS, considering the complete error model, achieved the best performances in both calibration and inclination estimation.

Keywords: Calibration; MEMS Accelerometers; Least Squares (LS); Particle Swarm Optimization (PSO); Artificial Neural Networks; Inclination Estimation.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Modelo básico de um acelerômetro.	17
Figura 2 – Modelo básico de um acelerômetro capacitivo.	17
Figura 3 – Erros determinísticos e aleatórios comuns em acelerômetros.	18
Figura 4 – Influência do erro de <i>bias</i>	19
Figura 5 – Influência do erro de fator de escala.	20
Figura 6 – Desalinhamento entre os eixos.	20
Figura 7 – Não-Ortogonalidade entre os eixos.	21
Figura 8 – Fluxograma do algoritmo PSO.	26
Figura 9 – Movimento de uma partícula no algoritmo PSO.	27
Figura 10 – Arquitetura do neurônio <i>perceptron</i>	28
Figura 11 – Funções de ativação comuns em redes neurais. (a) Sigmoid, (b) Tanh, (c) Linear, (d) ReLU.	28
Figura 12 – Exemplo de arquitetura de uma rede neural <i>feedforward</i>	29
Figura 13 – Referencial Inercial \mathcal{F}^i	32
Figura 14 – Referencial do veículo \mathcal{F}^v	32
Figura 15 – Referencial do veículo-1 \mathcal{F}^{v1}	33
Figura 16 – Referencial do veículo-2 \mathcal{F}^{v2}	33
Figura 17 – Referencial do corpo \mathcal{F}^b	34
Figura 18 – Medição de um acelerômetro de três eixos em repouso.	35
Figura 19 – Suporte mecânico para armazenamento da placa Arduino UNO.	37
Figura 20 – Nível de bolha com inclinação de 45°	38
Figura 21 – Plataforma de calibração completa.	38
Figura 22 – Exemplo da utilização do nível de bolha com a plataforma de calibração.	39
Figura 23 – Módulo GY-87.	39
Figura 24 – Orientação dos eixos do <i>chip</i> MPU-6050.	40
Figura 25 – Arquitetura da rede neural <i>feedforward</i> utilizada como uma função de calibração.	48
Figura 26 – Exemplo de posicionamento da plataforma de calibração para obtenção do <i>Dataset</i> 45° <i>roll</i>	51
Figura 27 – Conversão dos eixos do acelerômetro para o sistema de coordenadas NED.	52
Figura 28 – Valores de MAE para os dados do <i>Dataset</i> de Teste.	55
Figura 29 – Comparação entre as acelerações medidas e calibradas com MQ para cada eixo do acelerômetro e considerando o modelo de erros simplificado.	56
Figura 30 – Comparação entre as acelerações medidas e calibradas com MQ para cada eixo do acelerômetro e considerando o modelo de erros completo.	57

Figura 31 – Comparação entre as acelerações medidas e calibradas com o algoritmo PSO para cada eixo do acelerômetro e considerando o modelo de erros completo.	58
Figura 32 – Gráficos da função de perda MSE e da métrica MAE obtidos durante o treinamento.	60
Figura 33 – Comparação entre as acelerações medidas e calibradas com a rede neural para cada eixo do acelerômetro.	61
Figura 34 – Comparação entre as diferentes técnicas de calibração em formato de gráfico de barras.	62
Figura 35 – Estimação da inclinação do acelerômetro nos 3 cenários, utilizando as medidas não calibradas de aceleração.	63
Figura 36 – Estimação da inclinação do acelerômetro nos 3 cenários, utilizando o modelo de erros simplificado para calibração, estimado por MQ.	64
Figura 37 – Estimação da inclinação do acelerômetro nos 3 cenários, utilizando o modelo de erros completo para calibração, estimado por MQ.	65
Figura 38 – Estimação da inclinação do acelerômetro nos 3 cenários, utilizando o modelo de erros completo para calibração, estimado pelo algoritmo PSO.	66
Figura 39 – Estimação da inclinação do acelerômetro nos 3 cenários, utilizando a rede neural para calibração.	67
Figura 40 – Comparação entre as diferentes técnicas de calibração para estimação do ângulo <i>roll</i> , em formato de gráfico de barras.	68
Figura 41 – Comparação entre as diferentes técnicas de calibração para estimação do ângulo <i>pitch</i> , em formato de gráfico de barras.	68

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	– <i>Datasets</i> utilizados para a calibração do acelerômetro.	41
Tabela 2	– Nove posições para calibração do acelerômetro.	42
Tabela 3	– <i>Datasets</i> utilizados para estimação de atitude.	50
Tabela 4	– Comparação das Técnicas de Calibração do Acelerômetro MEMS. . . .	61
Tabela 5	– Comparação das Técnicas de Calibração para estimação de atitude do ângulo <i>roll</i> nos 3 cenários.	67
Tabela 6	– Comparação das Técnicas de Calibração para estimação de atitude do ângulo <i>pitch</i> nos 3 cenários.	67

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

DAQ	<i>Data Acquisition</i> (Aquisição de Dados)
IMU	<i>Inertial Measurement Unit</i> (Unidade de Medição Inercial)
MAE	<i>Mean Absolute Error</i> (Erro Médio Absoluto)
MEMS	<i>Micro-Electro-Mechanical Systems</i> (Sistemas Microeletromecânicos)
MQ	Mínimos Quadrados
MSE	<i>Mean Squared Error</i> (Erro Médio Quadrático)
NED	<i>North, East e Down</i> (Norte, Leste e para Baixo)
NWU	<i>North, West e Up</i> (Norte, Oeste e para Cima)
PCB	Placa de Circuito Impresso
PLA	<i>Polylactic Acid</i> (Ácido Poliláctico)
PSO	<i>Particle Swarm Optimization</i> (Otimização por Enxame de Partículas)
UAV	<i>Unmanned Aerial Vehicle</i> (Veículo aéreo não tripulado)
VANT	Veículos Aéreos Não-Tripulados

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
1.1	OBJETIVOS	15
1.1.1	Objetivo Geral	15
1.1.2	Objetivos Específicos	15
1.2	ORGANIZAÇÃO DO DOCUMENTO	15
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	16
2.1	TECNOLOGIA MEMS	16
2.2	ACELERÔMETRO	16
2.2.1	Acelerômetro Capacitivo MEMS	16
2.2.2	Erros em acelerômetros	18
2.2.2.1	<i>Erro de Bias</i>	18
2.2.2.2	<i>Erro de Fator de Escala</i>	19
2.2.2.3	<i>Erro de Desalinhamento</i>	19
2.2.2.4	<i>Erro de Não-Ortogonalidade</i>	20
2.2.3	Modelo de erros do acelerômetro	21
2.2.3.1	<i>Modelo Simplificado</i>	21
2.2.3.2	<i>Modelo Completo</i>	22
2.2.4	Técnicas de Calibração	23
2.2.4.1	<i>Mínimos quadrados</i>	24
2.2.4.2	<i>Otimização por Enxame de Partículas</i>	25
2.2.4.3	<i>Rede Neural Artificial</i>	26
2.3	ÂNGULOS DE EULER	31
2.3.1	Referencial Inercial \mathcal{F}^i	31
2.3.2	Referencial do veículo \mathcal{F}^v	31
2.3.3	Referencial do veículo-1 \mathcal{F}^{v1}	31
2.3.4	Referencial do veículo-2 \mathcal{F}^{v2}	33
2.3.5	Referencial do corpo \mathcal{F}^b	34
2.3.6	Estimação dos Ângulos de Euler através do Acelerômetro	35
2.4	MÉTRICAS DE AVALIAÇÃO	36
2.4.1	Erro Absoluto Médio (MAE)	36
3	DESENVOLVIMENTO	37
3.1	SUPORTE MECÂNICO	37
3.2	MÓDULO GY-87	38
3.3	OBTENÇÃO DOS <i>DATASETS</i> PARA CALIBRAÇÃO	40
3.4	IMPLEMENTAÇÃO DAS TÉCNICAS DE CALIBRAÇÃO	41
3.4.1	Mínimos Quadrados	41
3.4.1.1	<i>Caso 1: Modelo de erro simplificado do acelerômetro</i>	42

3.4.1.2	<i>Caso 2: Modelo de erro completo do acelerômetro</i>	45
3.4.2	Otimização por Enxame de Partículas	46
3.4.3	Rede Neural	48
3.5	OBTENÇÃO DOS <i>DATASETS</i> PARA ESTIMAÇÃO DE ATITUDE	50
3.6	ESTIMAÇÃO DE ATITUDE COM ACELERÔMETRO	50
4	RESULTADOS	54
4.1	CALIBRAÇÃO DO ACELERÔMETRO	54
4.1.1	Dados não calibrados	55
4.1.2	Mínimos Quadrados	55
4.1.2.1	<i>Caso 1: Modelo Simplificado</i>	55
4.1.2.2	<i>Caso 2: Modelo Completo</i>	56
4.1.3	Otimização por Enxame de Partículas	57
4.1.4	Rede Neural Artificial	58
4.1.5	Comparação entre as técnicas de calibração	59
4.2	ESTIMAÇÃO DE ATITUDE	61
4.2.1	Dados não calibrados	62
4.2.2	Mínimos Quadrados	62
4.2.2.1	<i>Caso 1: Modelo Simplificado</i>	62
4.2.2.2	<i>Caso 2: Modelo Completo</i>	63
4.2.3	Otimização por Enxame de Partículas	64
4.2.4	Rede Neural Artificial	64
4.2.5	Comparação entre as técnicas de calibração para estimação de atitude	65
5	CONCLUSÃO	69
	REFERÊNCIAS	71

1 INTRODUÇÃO

Os acelerômetros MEMS (*Micro-Electro-Mechanical Systems*) desempenham um papel crucial em diversas aplicações modernas, como em sistemas de navegação em VANTs (Veículos Aéreos Não-Tripulados), veículos autônomos, *smartphones*, entre outros. Na prática, acelerômetros são amplamente utilizados para três principais propósitos: estimar grandezas como posição ou velocidade por meio da integração das acelerações, detectar vibrações mecânicas, bem como estimar a atitude ou inclinação de um corpo (podendo para isso utilizar também dados de outros sensores como giroscópios e magnetômetros para melhorar as estimativas de atitude/inclinação por meio de técnicas de fusão de dados). A estimativa de atitude refere-se ao processo de determinar a orientação espacial completa de um corpo em relação a um sistema de coordenadas de referência. Essa orientação é comumente descrita através dos ângulos de Euler: *roll* (rolagem), *pitch* (arfagem) e *yaw* (guinada). Por outro lado, a estimativa da inclinação diz respeito à determinação parcial da orientação, considerando apenas os ângulos *roll* e *pitch*.

Em particular, acelerômetros MEMS estão sujeitos a erros de medição determinísticos, como *bias*, fator de escala, desalinhamento e não-ortogonalidade, que podem comprometer a precisão das medições de aceleração e, conseqüentemente, afetar o desempenho das aplicações nas quais são utilizados (RU *et al.*, 2022). Assim, a calibração do acelerômetro torna-se uma tarefa essencial para corrigir esses erros e garantir medições precisas e confiáveis.

A calibração de acelerômetros MEMS apresenta desafios, especialmente na escolha da técnica mais eficiente para corrigir os erros determinísticos. Embora existam diversas abordagens de calibração, como aquelas baseadas em algoritmos de otimização como Mínimos Quadrados (MQ), Estimativa por Máxima Verossimilhança (MLE - *Maximum-Likelihood Estimation*), Otimização por Enxame de Partículas (PSO), além de Redes Neurais Artificiais, a eficácia de cada técnica de calibração na correção dos erros de medição ainda não é completamente clara.

No contexto de calibração de acelerômetros MEMS existem duas abordagens principais: a calibração não autônoma e a calibração autônoma. A primeira é realizada utilizando equipamentos de alta precisão, como pratos giratórios de três eixos, que requerem um ambiente controlado de laboratório. Alternativamente, a calibração pode ser feita de forma autônoma (isto é, pelo usuário final), dispensando equipamentos sofisticados e permitindo a calibração em campo, utilizando, por exemplo, como valor de referência a aceleração gravitacional (medida com o acelerômetro em repouso) (RU *et al.*, 2022).

Assim, este trabalho propõe um estudo comparativo entre diferentes técnicas de calibração autônomas voltadas para acelerômetros MEMS, com o objetivo de determinar qual delas oferece os melhores resultados na correção dos erros de medição. Especificamente, são utilizadas técnicas de calibração baseadas em Mínimos Quadrados (MQ), Otimização

por Enxame de Partículas (PSO) e Redes Neurais, visando corrigir os erros de medição determinísticos do acelerômetro. Após a calibração, as medições obtidas são utilizadas para estimar a inclinação do acelerômetro, possibilitando a identificação da técnica mais eficiente para essa aplicação.

1.1 OBJETIVOS

Nas seções abaixo estão descritos o objetivo geral e os objetivos específicos deste Trabalho de Conclusão de Curso.

1.1.1 Objetivo Geral

O objetivo principal deste trabalho é realizar um estudo comparativo entre diferentes técnicas de calibração de acelerômetros MEMS, indicando ao final a mais eficiente para corrigir erros de medição determinísticos, além de identificar a técnica mais adequada para a aplicação de estimação de inclinação. As técnicas analisadas incluem: Mínimos Quadrados (MQ), Otimização por Enxame de Partículas (PSO) e Redes Neurais Artificiais.

1.1.2 Objetivos Específicos

1. Adquirir e analisar dados provenientes de um acelerômetro MEMS;
2. Implementar diferentes técnicas de calibração;
3. Comparar as técnicas de calibração para determinar a mais eficiente;
4. Estimar os ângulos de inclinação *roll* e *pitch* a partir das medições calibradas de aceleração;
5. Analisar o impacto das técnicas de calibração estudadas na estimação dos ângulos de inclinação *roll* e *pitch*.

1.2 ORGANIZAÇÃO DO DOCUMENTO

Este trabalho está organizado como segue. No Capítulo 2, são abordados os tópicos e conceitos fundamentais que sustentam o desenvolvimento deste trabalho. No Capítulo 3, é detalhada a construção da plataforma utilizada para aquisição de dados do acelerômetro, assim como são detalhadas as implementações das técnicas de calibração. No Capítulo 4, são apresentados e discutidos os resultados das calibrações e das estimações de inclinação, com uma análise comparativa entre as diferentes técnicas utilizadas. Por fim, no Capítulo 5, é apresentado a conclusão do trabalho.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo são apresentados os principais tópicos e conhecimentos relacionados com o desenvolvimento deste trabalho.

2.1 TECNOLOGIA MEMS

A tecnologia MEMS (*Micro-Electro-Mechanical Systems*) refere-se à integração de componentes micromecânicos e microeletrônicos em um único dispositivo, fabricados principalmente a partir de materiais à base de silício. Essa tecnologia é amplamente utilizada em sensores inerciais (como acelerômetros e giroscópios), sensores de pressão, sensores de luz e sensores ultrassônicos. Também são empregados como *micro switches* (microchaves) e microatuadores em aplicações de controle. Sensores MEMS possuem um tamanho reduzido, peso leve e baixo consumo de energia, características que os tornam atrativos para diversas aplicações. A evolução dos sensores inerciais MEMS fez com que eles passassem de dispositivos isolados para unidades de medição inercial (IMUs) integradas com 6 e 9 eixos, disponíveis atualmente no mercado (RASRAS; ELFADEL; NGO, 2019).

2.2 ACELERÔMETRO

O acelerômetro é um sensor empregado para medir as acelerações que atuam sobre um corpo. Existem diferentes tipos de acelerômetros, entre os quais se destacam os piezoresistivos, piezoelétricos e capacitivos baseados em tecnologia MEMS. Em geral, seu princípio de funcionamento consiste em uma massa de prova ligada a um referencial por meio de um sistema de suspensão mecânica, que pode ser modelado através de uma mola e um amortecedor, conforme ilustrado na Figura 1. Nesse modelo, a variável x representa o deslocamento da massa de prova em relação a um referencial (BEEBY *et al.*, 2004).

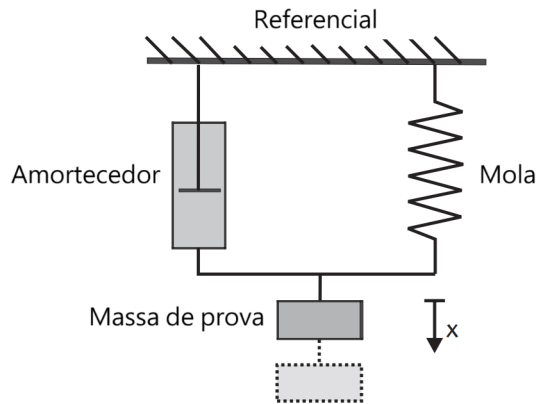
Sobre os tipos de acelerômetros, Maluf e Williams (2004, p. 97) explicam:

A diferença de cada tipo de acelerômetro está na forma de detectar a posição relativa da massa de prova conforme ela se desloca sob o efeito de uma aceleração externa aplicada. Um método comum de detecção é o capacitivo, no qual a massa forma um dos lados de um capacitor de placas paralelas. Essa abordagem exige o uso de circuitos eletrônicos especiais para detectar pequenas variações de capacitância ($< 10^{-15}$ F) e traduzi-las em uma tensão de saída amplificada. Outro método comum usa piezoresistores para detectar a tensão interna induzida na mola. Em um método diferente, a mola é piezoelétrica ou contém um filme fino piezoelétrico, gerando uma tensão proporcional ao deslocamento (MALUF; WILLIAMS, 2004).

2.2.1 Acelerômetro Capacitivo MEMS

Neste trabalho é utilizado um acelerômetro capacitivo baseado na tecnologia MEMS, integrado em uma IMU. A Figura 2 ilustra a estrutura básica de um acelerômetro capacitivo, na qual uma massa de prova central se desloca sob a influência de uma aceleração

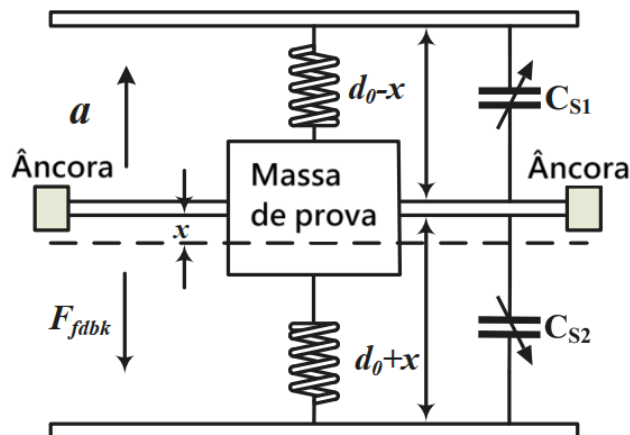
Figura 1 – Modelo básico de um acelerômetro.



Fonte: Adaptado de (BEEBY *et al.*, 2004).

externa. Esse deslocamento resulta em uma variação nas capacitâncias C_{S1} e C_{S2} , posicionadas em lados opostos da massa de prova. A diferença entre essas capacitâncias é proporcional à aceleração aplicada, que é posteriormente convertida e amplificada em um sinal de tensão. Esses acelerômetros são amplamente utilizados devido à sua interface de medição em corrente contínua (CC), estabilidade térmica, confiabilidade e baixo custo. No entanto, acelerômetros capacitivos MEMS são sensíveis a interferências de campos eletromagnéticos e apresentam um nível de precisão que não atende aplicações de alta precisão (por exemplo, controle de atitude preciso para satélites) (RASRAS; ELFADEL; NGO, 2019).

Figura 2 – Modelo básico de um acelerômetro capacitivo.

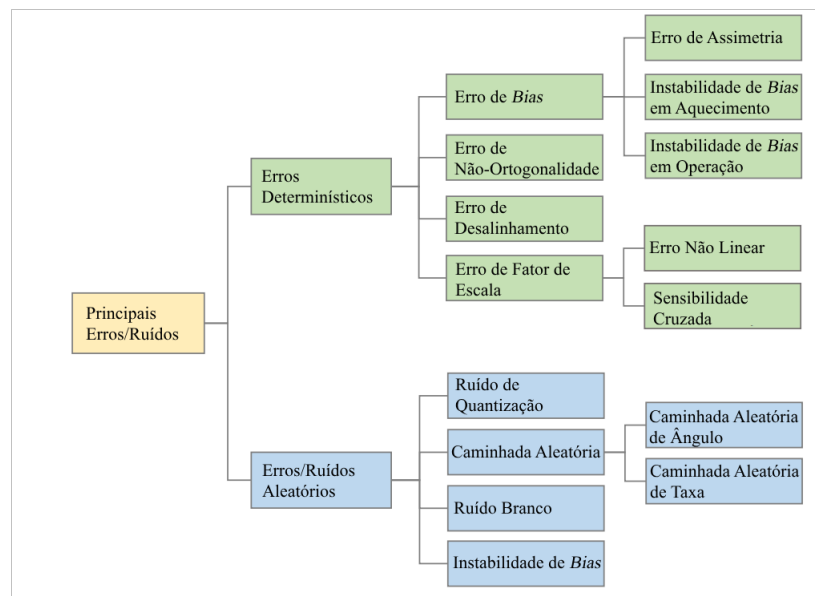


Fonte: Adaptado de (RASRAS; ELFADEL; NGO, 2019).

2.2.2 Erros em acelerômetros

Assim como qualquer sensor físico, os acelerômetros estão sujeitos a erros de medição. Contudo, para esses sensores, as fontes de erro são variadas e acopladas, o que torna a calibração uma tarefa, apesar de essencial, complexa. Os erros de medição em acelerômetros podem ser divididos em erros determinísticos e erros aleatórios, conforme ilustrado na Figura 3. Erros aleatórios incluem ruído de quantização, caminhada aleatória, ruído branco e instabilidade do *bias*. Tais erros são difíceis de compensar e não são abordados neste trabalho. Por outro lado, erros determinísticos, que abrangem erros de fator de escala, *bias*, erros de desalinhamento e erros de não-ortogonalidade são considerados críticos para os acelerômetros e são discutidos e tratados neste estudo (RU *et al.*, 2022).

Figura 3 – Erros determinísticos e aleatórios comuns em acelerômetros.



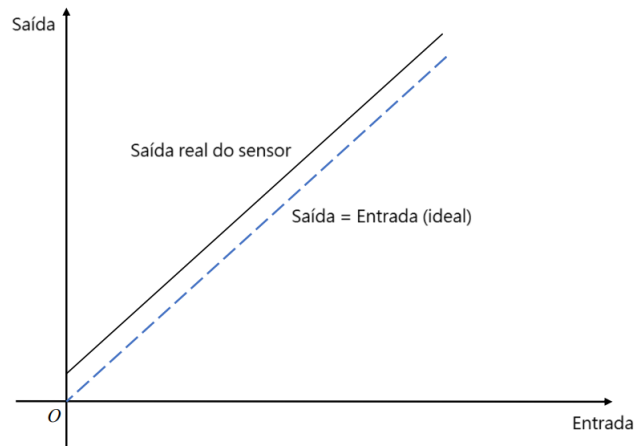
Fonte: Adaptado de (RU *et al.*, 2022).

2.2.2.1 Erro de Bias

O erro *bias*, também conhecido como erro de posição zero, é observado quando a saída de um sensor não é zero, mesmo quando a grandeza física que está sendo medida deveria resultar em uma leitura zero (RU *et al.*, 2022). A Figura 4 mostra a relação entre um valor medido e a grandeza física real quando há influência do erro *bias*. Por exemplo, para um acelerômetro em repouso, se o eixo i (onde $i = \{x, y, z\}$) estiver posicionado paralelo ao chão (não sendo, portanto, influenciado pela aceleração da gravidade), a leitura esperada seria $a_i = 0\text{ g}$ (onde $g \approx 9,8\text{ m/s}^2$). Neste caso, uma das razões principais para as medições do acelerômetro apresentarem valores diferentes de zero é o erro *bias*, embora

outros erros (aleatórios e determinísticos) também possam estar influenciando (em menor nível) as leituras.

Figura 4 – Influência do erro de *bias*.



Fonte: Adaptado de (RU *et al.*, 2022).

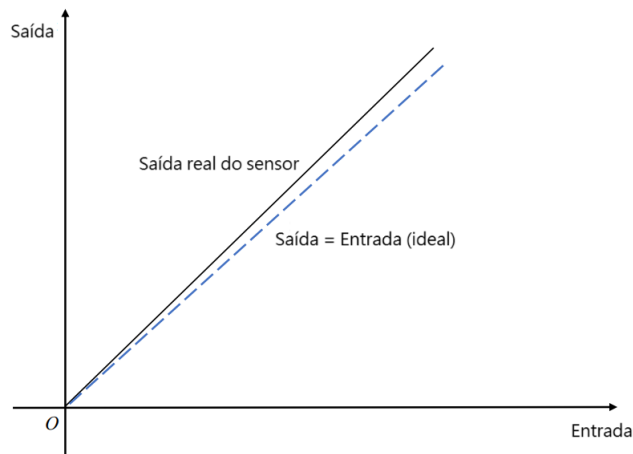
2.2.2.2 Erro de Fator de Escala

O erro de fator de escala, também denominado erro de sensibilidade, refere-se à taxa de variação que uma mudança na grandeza física medida (entrada) gera no sinal medido (saída). A Figura 5 ilustra a relação entre um valor medido e a grandeza física real quando há erro de fator de escala. Idealmente, um sensor deve ter um fator de escala igual a 1, indicando que a saída é igual à entrada. Assim, qualquer fator de escala diferente de 1 indica que o sensor está afetado por erros de fator de escala. (AGGARWAL *et al.*, 2010).

2.2.2.3 Erro de Desalinhamento

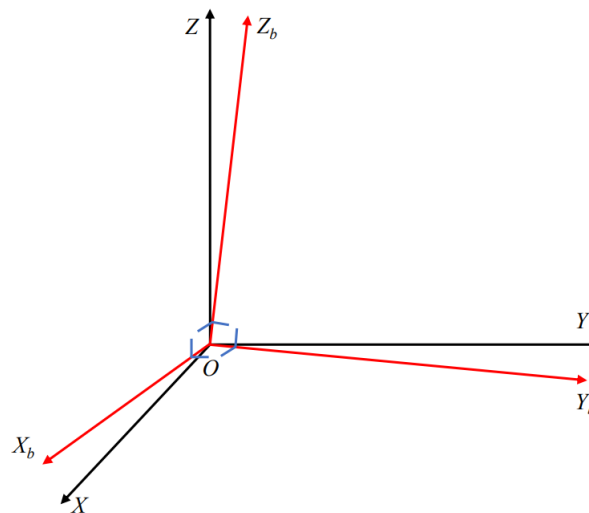
O erro de desalinhamento resulta tanto de imperfeições do processo de fabricação do acelerômetro quanto, principalmente, de um posicionamento desalinhado do sensor inercial (acelerômetro) em um suporte de instalação. Em teoria, os três eixos de medição ortogonais do sensor deveriam estar alinhados com os três eixos ortogonais do sistema de coordenadas do suporte. Entretanto, na prática, não é possível garantir que esses sistemas de coordenadas coincidam completamente no alinhamento. Assim, existe um desalinhamento angular entre os dois, o que resulta em erros de medição no sensor, conhecidos como erros de desalinhamento. A Figura 6 mostra um exemplo de desalinhamento entre os sistemas de coordenadas do sensor e do suporte onde está instalado (RU *et al.*, 2022).

Figura 5 – Influência do erro de fator de escala.



Fonte: Adaptado de (RU *et al.*, 2022).

Figura 6 – Desalinhamento entre os eixos.



Fonte: (RU *et al.*, 2022).

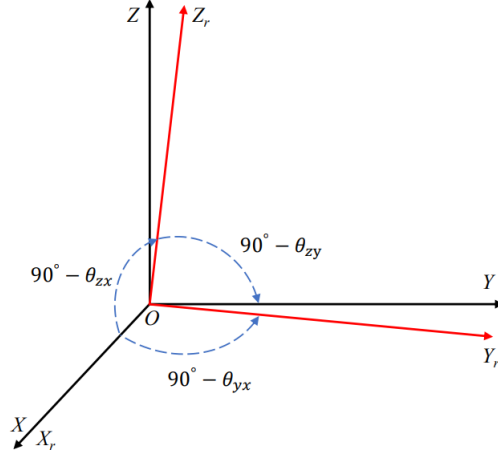
2.2.2.4 Erro de Não-Ortogonalidade

O erro de não-ortogonalidade está relacionado principalmente com imperfeições e limitações técnicas do processo de fabricação do sensor. Esse erro ocorre quando os eixos de medição do sensor não são perfeitamente ortogonais, causando sensibilidade cruzada entre os eixos de medição.

Na Figura 7 é ilustrada uma situação de não-ortogonalidade entre os eixos de medição do sensor. Nessa figura, os eixos reais do sensor são representados pelo sistema de coordenadas não-ortogonais $X_r Y_r Z_r$, enquanto o sistema de coordenadas ideal $O - XYZ$

é ortogonal. Em particular, para que as medições triaxiais não ortogonais possam ser corretamente convertidas para o sistema de coordenadas ortogonal $O - XYZ$, é necessário estimar pequenos erros angulares θ_{yx} , θ_{zx} e θ_{zy} (RU *et al.*, 2022).

Figura 7 – Não-Ortogonalidade entre os eixos.



Fonte: (RU *et al.*, 2022).

2.2.3 Modelo de erros do acelerômetro

O modelo de erros de um acelerômetro é utilizado para descrever a aceleração medida em função das acelerações reais, levando em consideração os possíveis erros de medição. Neste trabalho, os erros de medição considerados incluem os erros determinísticos de fator de escala, *bias*, desalinhamento e de não-ortogonalidade. Especificamente, dois modelos de erros são utilizados para descrever as medidas do acelerômetro MEMS, a saber: o modelo simplificado (que considera apenas o fator de escala e o *bias*) e o modelo completo (que leva em consideração todos os erros determinísticos listados anteriormente).

2.2.3.1 Modelo Simplificado

O modelo simplificado abrange apenas os erros de fator de escala e de *bias*, conforme mostrado a seguir:

$$\begin{bmatrix} \rho_x(n) \\ \rho_y(n) \\ \rho_z(n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & s_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_x(n) \\ a_y(n) \\ a_z(n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{bmatrix} \quad (1)$$

onde $\rho_i(n)$ é a aceleração medida no instante n e no eixo i (com $i = \{x, y, z\}$), $a_i(n)$ denota a aceleração real, s_i representa o erro de fator de escala no eixo i , e b_i corresponde ao erro de *bias* no respectivo eixo. Em particular, a Equação (1) pode ser expressa de forma mais compacta como

$$\boldsymbol{\rho}(n) = \mathbf{S}\mathbf{a}(n) + \mathbf{b} \quad (2)$$

onde $\boldsymbol{\rho}(n)$ é o vetor que contém as acelerações medidas nos três eixos no instante n , $\mathbf{a}(n)$ é o vetor com os valores de acelerações reais, \mathbf{S} denota a matriz diagonal contendo os fatores de escala, modelando a sensibilidade de cada eixo do sensor, e \mathbf{b} representa o vetor contendo os valores de *bias*, que modela os desvios sistemáticos nas medições.

Observe que, no modelo de erros simplificado dado por (1), as medições de cada eixo são desacopladas entre si. Dessa forma, a aceleração medida $\rho_i(n)$ de cada eixo i pode ser expressa de forma mais simplificada conforme:

$$\rho_i(n) = s_i a_i(n) + b_i. \quad (3)$$

2.2.3.2 Modelo Completo

Por outro lado, o modelo completo considera uma gama mais ampla de erros, incluindo erros de fator de escala, *bias*, desalinhamento e não-ortogonalidade. A Equação a seguir apresenta o modelo completo utilizado para descrever a aceleração medida em função da aceleração real e dos erros de medição citados previamente:

$$\begin{bmatrix} \rho_x(n) \\ \rho_y(n) \\ \rho_z(n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{xx} & m_{xy} & m_{xz} \\ m_{yx} & m_{yy} & m_{yz} \\ m_{zx} & m_{zy} & m_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & c_{xy} & c_{xz} \\ c_{yx} & 1 & c_{yz} \\ c_{zx} & c_{zy} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & s_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_x(n) \\ a_y(n) \\ a_z(n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Em particular, a Equação (4) pode ser expressa de forma mais compacta como

$$\boldsymbol{\rho}(n) = \mathbf{MCSa}(n) + \mathbf{b} \quad (5)$$

onde as matrizes \mathbf{M} , \mathbf{C} e \mathbf{S} contêm os fatores que modelam os erros de desalinhamento entre os eixos, de não-ortogonalidade e de fator de escala, respectivamente. O vetor \mathbf{b} modela o erro de *bias* das medições.

Dada a Equação (5), nota-se que é possível combinar as matrizes \mathbf{M} , \mathbf{C} e \mathbf{S} em uma única matriz de modo a gerar um modelo completo mais compacto, o qual pode ser descrito pela seguinte equação:

$$\begin{bmatrix} \rho_x(n) \\ \rho_y(n) \\ \rho_z(n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} & k_{xz} \\ k_{yx} & k_{yy} & k_{yz} \\ k_{zx} & k_{zy} & k_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_x(n) \\ a_y(n) \\ a_z(n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{bmatrix} = \mathbf{Ka}(n) + \mathbf{b} \quad (6)$$

sendo $\mathbf{K} = \mathbf{MCS}$ a matriz de erros combinados do acelerômetro.

Com base em (6), a aceleração medida em cada eixo i (dada por $\rho_i(n)$) pode ser escrita como

$$\rho_i(n) = \sum_{j=1}^3 k_{ij} a_j(n) + b_i \quad (7)$$

onde $i, j = \{x, y, z\}$ denotam os eixos de medição e k_{ij} são os coeficientes da matriz de erros combinados do acelerômetro. Observe, que ao se considerar os erros de desalinhamento e

não-ortogonalidade no modelo de erros do acelerômetro, tem-se um modelo mais detalhado onde a medida obtida em cada eixo i (isto é, $\rho_i(n)$) é impactada pelos valores reais de aceleração em todos os eixos, isto é, $a_j(n)$ para $j = x, y, z$. Assim, em comparação ao modelo simplificado, o modelo de erros completo descreve com mais acurácia o que ocorre em uma situação prática.

2.2.4 Técnicas de Calibração

A calibração é o processo de comparar a saída do sensor com uma informação de referência conhecida e determinar os coeficientes que forçam a saída (valor medido) a concordar com a informação de referência (PANAHANDEH; SKOG; JANSSON, 2010). Neste trabalho, a calibração envolve procedimentos experimentais, onde primeiramente são coletadas medições do acelerômetro nos três eixos e, depois, é determinada uma função de calibração $f(\cdot)$, que utiliza as medidas de aceleração obtidas do acelerômetro $\boldsymbol{\rho}(n)$ para calcular os valores calibrados $\bar{\mathbf{a}}(n)$ (isto é, mais próximos das acelerações reais), conforme apresentado pela equação:

$$\bar{\mathbf{a}}(n) = f[\boldsymbol{\rho}(n)]. \quad (8)$$

Em particular, este estudo aborda dois tipos de calibração: a calibração baseada no modelo de erros e a calibração baseada em aprendizagem de máquina. A primeira envolve o uso das técnicas de mínimos quadrados (MQ) e otimização por enxame de partículas (PSO) para estimar os parâmetros dos modelos de erros. Uma vez que se tem uma estimativa dos parâmetros do modelo de erros simplificado (dado por (2)) ou completo (dado por (6)), as medidas de aceleração obtidas $\boldsymbol{\rho}(n)$ podem ser corrigidas através das seguintes equações:

$$\bar{\mathbf{a}}(n) = \hat{\mathbf{S}}^{-1}[\boldsymbol{\rho}(n) - \hat{\mathbf{b}}] \quad (9)$$

caso seja utilizado o modelo simplificado, ou ainda,

$$\bar{\mathbf{a}}(n) = \hat{\mathbf{K}}^{-1}[\boldsymbol{\rho}(n) - \hat{\mathbf{b}}] \quad (10)$$

para o caso do modelo completo (que tende a gerar melhores resultados). Nas Equações (9) e (10), $\hat{\mathbf{S}}$, $\hat{\mathbf{K}}$ e $\hat{\mathbf{b}}$ denotam, respectivamente, estimativas da matriz de fatores de escala, da matriz dos erros combinados e do vetor de *bias*. Adicionalmente, $(\cdot)^{-1}$ representa a operação de inversão de matrizes.

Em contraste, na calibração baseada em aprendizagem de máquina, a função de calibração $f(\cdot)$ é determinada por uma rede neural. Nesse contexto, a rede neural não é utilizada para estimar os parâmetros dos modelos de erro, mas sim como um “calibrador”, responsável por mapear as acelerações medidas $\boldsymbol{\rho}(n)$ para as acelerações calibradas $\bar{\mathbf{a}}(n)$. Ou seja, a função de calibração $f(\cdot)$ é a própria rede neural, que tem a capacidade de capturar relações não lineares entre a entrada (as acelerações medidas) e a saída (as

acelerações calibradas). Essa característica permite que a rede neural modele interações e padrões complexos nas medições, resultando em uma calibração que tende a proporcionar maior acurácia.

2.2.4.1 Mínimos quadrados

O algoritmo de Mínimos Quadrados (MQ) é utilizado para minimizar o erro entre a quantidade observada e a quantidade alvo (RU *et al.*, 2022). Especificamente, o método MQ tem como objetivo estimar os parâmetros de uma função modelo que melhor se ajusta a um conjunto de dados de M amostras. No contexto deste trabalho, o conjunto de dados é composto pelas acelerações medidas $\rho_i(n)$, em cada eixo i , e pelas acelerações teóricas $\mathbf{a}(n)$, para $n = 1, 2, \dots, M$.

Tendo em vista a função modelo definida a seguir:

$$\rho_i(n) = g_i(\mathbf{a}(n), \mathbf{x}_i) \quad (11)$$

o objetivo é estimar o vetor de parâmetros \mathbf{x}_i (ou seja, obter $\hat{\mathbf{x}}_i$), que melhor relaciona a aceleração medida no eixo i com as acelerações reais nos eixos x , y e z .

Neste contexto, deseja-se encontrar o vetor $\hat{\mathbf{x}}_i$ ótimo, capaz de reduzir ao máximo o seguinte erro:

$$r_i(n) = \rho_i(n) - g_i(\mathbf{a}(n), \hat{\mathbf{x}}_i) \quad (12)$$

sendo $r_i(n)$ o erro residual do eixo i no instante n . Especificamente, o que se busca com o método de MQ é encontrar o vetor $\hat{\mathbf{x}}_i$ que melhor reduz o valor do quadrado do erro residual para todo o conjunto de dados de $n = 1$ até $n = M$. Assim, o objetivo é minimizar a seguinte função custo:

$$J_i(\hat{\mathbf{x}}_i) = \sum_{n=1}^M r_i^2(n) = \|\mathbf{r}_i\|^2 \quad (13)$$

onde $\mathbf{r}_i = [r_i(1) \ r_i(2) \ \dots \ r_i(M)]^T$.

Usualmente, no contexto de calibração de acelerômetros, as funções modelo $g_i(\cdot)$ são baseadas nos modelos de erros do acelerômetro. Para o caso do modelo de erro simplificado (dado por (3)), tem-se que:

$$\begin{aligned} \rho_i(n) &= g_i(\mathbf{a}(n), \mathbf{x}_i) \\ &= s_i a_i(n) + b_i \end{aligned} \quad (14)$$

onde $\mathbf{a}(n) = a_i(n)$ e $\mathbf{x}_i = [s_i \ b_i]^T$.

Agora, caso seja considerando o modelo de erro completo (dado por (7)) do acelerômetro, tem-se a seguinte função modelo:

$$\begin{aligned} \rho_i(n) &= g_i(\mathbf{a}(n), \mathbf{x}_i) \\ &= \sum_{j=\{x,y,z\}} k_{ij} a_j(n) + b_i \end{aligned} \quad (15)$$

onde $\mathbf{a}(n) = [a_x(n) \ a_y(n) \ a_z(n)]^T$ e $\mathbf{x}_i = [k_{ix} \ k_{iy} \ k_{iz} \ b_i]^T$.

Observe que ao se adotar o modelo simplificado (14), o algoritmo de otimização de mínimos quadrados fornece como resultado as estimativas dos fatores de escala s_i e dos *bias* b_i . Ou seja, como resultado, obtêm-se as estimativas da matriz de fatores de escala \mathbf{S} (ou seja, $\hat{\mathbf{S}}$) e do vetor de *bias* \mathbf{b} (ou seja, $\hat{\mathbf{b}}$). Com isso, pode-se utilizar a equação de calibração (9). Por outro lado, ao adotar o modelo completo (15), têm-se como resultado do algoritmo de otimização de mínimos quadrados, as estimativas dos elementos da matriz de erros combinados e do vetor de *bias*, ou seja, $\hat{\mathbf{K}}$ e $\hat{\mathbf{b}}$. Assim, pode-se utilizar a equação de calibração (10).

2.2.4.2 Otimização por Enxame de Partículas

O algoritmo de Otimização por Enxame de Partículas (PSO - *Particle Swarm Optimization*) é uma técnica de otimização baseada no comportamento coletivo de grupos, desenvolvida por Kennedy e Eberhart em 1995. Inspirado em fenômenos como bandos de pássaros e cardumes de peixes, o PSO utiliza partículas que representam soluções candidatas em um espaço de busca multidimensional, com o objetivo de minimizar uma função custo. O fluxograma do algoritmo é ilustrado na Figura 8.

Especificamente, cada partícula p possui duas propriedades principais: posição e velocidade. A posição de uma partícula indica sua localização atual no espaço de busca, enquanto a velocidade determina o sentido e a magnitude do deslocamento da partícula. Em cada iteração, as partículas ajustam suas posições e velocidades com base na melhor posição que alcançaram até o momento (melhor pessoal) $\mathbf{p}_{best,p}$ e na melhor posição identificada pelo grupo (melhor global) \mathbf{g}_{best} . A atualização da velocidade da partícula p na iteração $t + 1$ é dada pela equação:

$$\mathbf{v}_p(t + 1) = w \cdot \mathbf{v}_p(t) + c_1 \cdot r_1 \cdot (\mathbf{p}_{best,p} - \mathbf{x}_p(t)) + c_2 \cdot r_2 \cdot (\mathbf{g}_{best} - \mathbf{x}_p(t)) \quad (16)$$

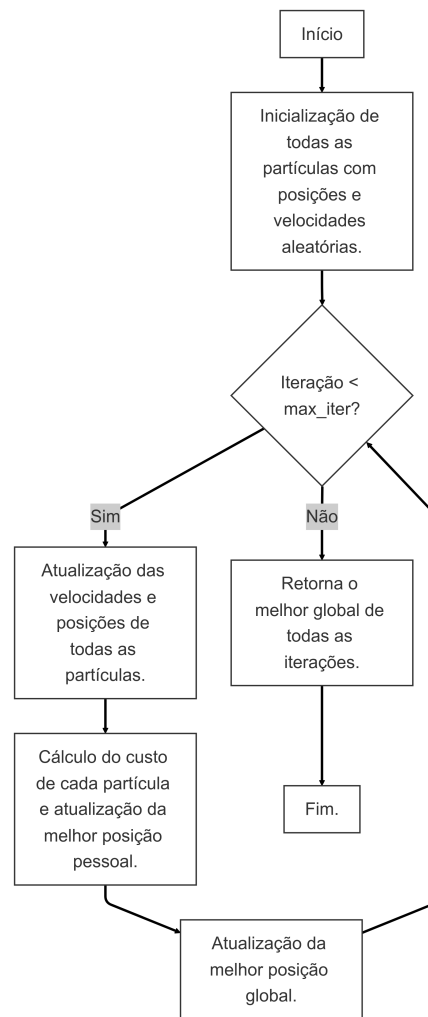
onde $\mathbf{v}_p(t)$ representa a velocidade atual da partícula p na iteração t , enquanto $\mathbf{p}_{best,p}$ e \mathbf{g}_{best} correspondem, respectivamente, à melhor posição pessoal da partícula e à melhor posição global do grupo (para todo o histórico de iterações). O fator de inércia w contribui para a continuidade do movimento da partícula, e os coeficientes de aceleração c_1 e c_2 determinam a influência da melhor posição pessoal e da melhor posição global na atualização da velocidade. Os valores r_1 e r_2 são números aleatórios uniformemente distribuídos no intervalo $[0, 1]$ e introduzem um componente estocástico ao algoritmo, permitindo que cada partícula explore diferentes direções no espaço de busca.

Após atualizar a velocidade, a posição da partícula p na iteração $t + 1$ é então ajustada pela equação:

$$\mathbf{x}_p(t + 1) = \mathbf{x}_p(t) + \mathbf{v}_p(t + 1) \quad (17)$$

onde $\mathbf{x}_p(t)$ representa a posição atual da partícula na iteração t . Observe que a nova posição $\mathbf{x}_p(t + 1)$ é calculada somando a velocidade atualizada $\mathbf{v}_p(t + 1)$ à posição atual.

Figura 8 – Fluxograma do algoritmo PSO.



Fonte: Autor.

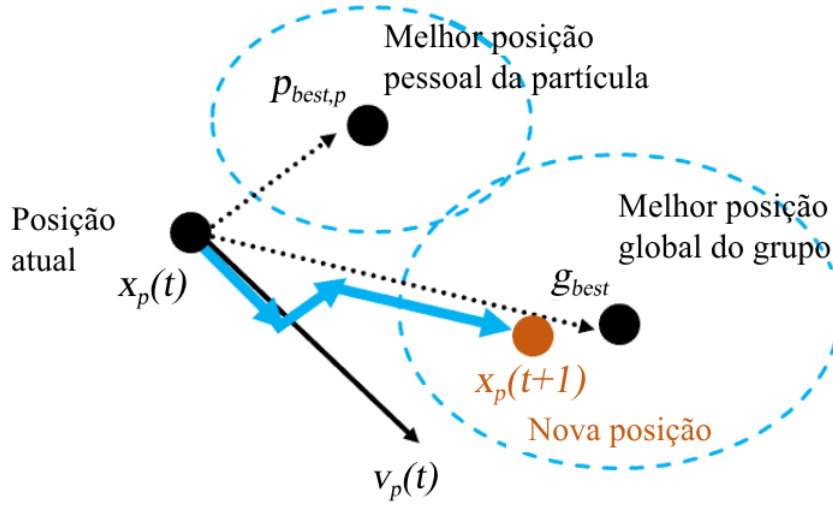
Isso permite que a partícula se mova em direção a novas soluções no espaço de busca. A Figura 9 ilustra o movimento de uma partícula, guiada pela velocidade $\mathbf{v}_p(t)$, pela melhor posição individual $\mathbf{p}_{best,p}$ e pela melhor posição global \mathbf{g}_{best} . A nova posição $\mathbf{x}_p(t+1)$ resulta da soma desses vetores, permitindo que a partícula se mova em direção à solução ótima.

O algoritmo PSO é executado por T iterações (com T definido pelo projetista), com a solução final sendo dada pela melhor posição do grupo de partículas entre todas as iterações, denominada de \mathbf{g}_{best} .

2.2.4.3 Rede Neural Artificial

As redes neurais artificiais representam uma classe de modelos de aprendizado de máquina inspirados na complexa rede de neurônios biológicos. Atualmente, existem várias

Figura 9 – Movimento de uma partícula no algoritmo PSO.



Fonte: Adaptado de (RHIM, 2024).

topologias de redes neurais, desde as mais simples e básicas, como redes neurais *feedforward* densamente conectadas, até modelos mais avançados, como redes neurais convolucionais.

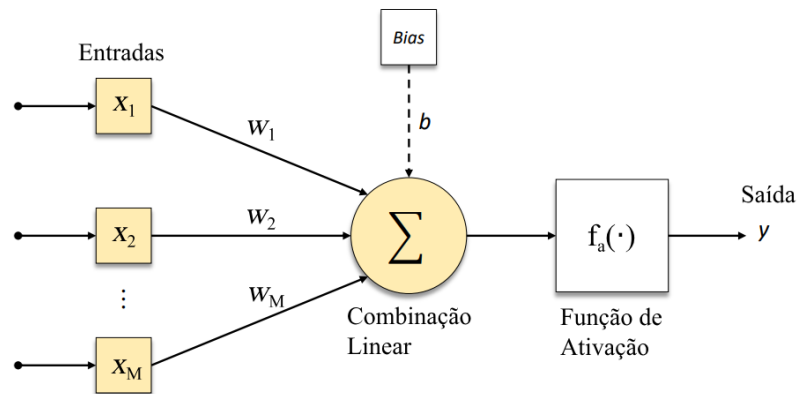
Neste trabalho, a rede neural é treinada para funcionar como uma função de calibração $f(\cdot)$, conforme detalhado em (8). Essa função recebe como entrada os valores de aceleração medidos $\rho(n)$ e fornece, como saída, estimativas das acelerações reais em cada eixo (isto é, as acelerações calibradas $\bar{\mathbf{a}}(n)$).

A rede neural utilizada neste trabalho é do tipo *feedforward* com camadas totalmente conectadas, conhecida também como *Multi-Layer Perceptron* (MLP). O componente mais básico dessa rede é o neurônio *perceptron*, representado na Figura 10, cuja saída y é dada pela seguinte equação:

$$y = f_a \left(b + \sum_{m=1}^M w_m x_m \right) \quad (18)$$

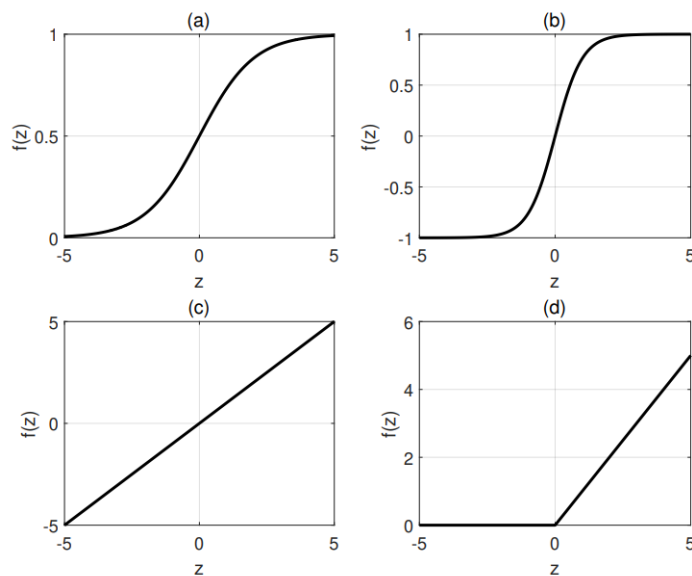
onde x_m , com $m = 1, \dots, M$, são as entradas do neurônio, w_m são os pesos associados a cada entrada, b é o *bias* do neurônio, e f_a é a função de ativação escolhida pelo projetista da rede, dependendo da tarefa e das características específicas da aplicação. Algumas funções de ativação comuns em redes neurais são ilustradas na Figura 11.

Em uma rede neural do tipo *feedforward*, os neurônios são organizados em paralelo, formando camadas que, por sua vez, são dispostas em série. A Figura 12 ilustra um exemplo desse tipo de rede com 4 camadas. Vale destacar que a camada de entrada não é formada por neurônios, mas pelos dados de entrada (assim, os círculos da Figura 12 representam essas entradas). Além disso, cada conexão entre neurônios é associada a um peso w_{pq}^l , que representa o valor da conexão entre o neurônio p da camada l e o neurônio

Figura 10 – Arquitetura do neurônio *perceptron*.

Fonte: Adaptado de (PARMEZAN; SOUZA; BATISTA, 2019).

Figura 11 – Funções de ativação comuns em redes neurais. (a) Sigmoid, (b) Tanh, (c) Linear, (d) ReLU.



Fonte: (JIANG *et al.*, 2019).

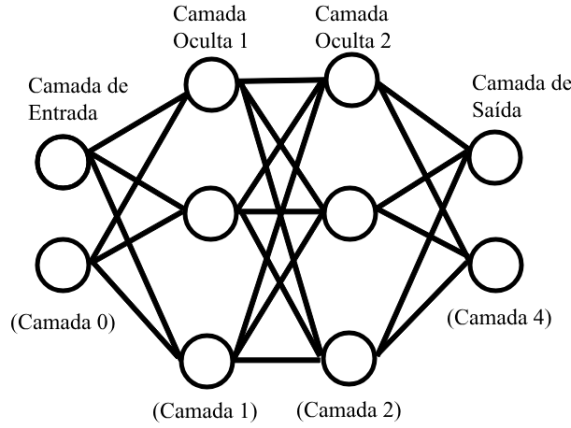
q da camada anterior. Como exemplo, considere a saída do neurônio 1 da camada 1 da

rede neural mostrada na Figura 12.

$$\begin{aligned} y_1^1 &= f_a \left(\sum_{q=1}^2 w_{1q}^1 x_q^0 + b_1^1 \right) \\ &= f_a \left(\begin{bmatrix} w_{11}^1 & w_{12}^1 & b_1^1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1^0 \\ x_2^0 \\ 1 \end{bmatrix} \right) \end{aligned} \quad (19)$$

onde b_1^1 é o *bias* do neurônio 1 da camada 1.

Figura 12 – Exemplo de arquitetura de uma rede neural *feedforward*.



Fonte: Autor.

Assim, as saídas de todos os neurônios da camada 1 podem ser representadas na forma matricial, conforme

$$\begin{bmatrix} y_1^1 \\ y_2^1 \\ y_3^1 \end{bmatrix} = f_a \left(\begin{bmatrix} w_{11}^1 & w_{12}^1 & b_1^1 \\ w_{21}^1 & w_{22}^1 & b_2^1 \\ w_{31}^1 & w_{32}^1 & b_3^1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1^0 \\ x_2^0 \\ 1 \end{bmatrix} \right) \quad (20)$$

ou seja,

$$\mathbf{y}^1 = f_a \left(\mathbf{W}^1 \tilde{\mathbf{x}}^0 \right) \quad (21)$$

onde $\tilde{\mathbf{x}}^0 = [x_1^0 \ x_2^0 \ 1]^T$ é o vetor contendo as entradas da rede neural e um elemento adicional de valor 1 (que multiplica o *bias* de cada neurônio), \mathbf{W}^1 é a matriz de pesos e *bias* da camada 1, e \mathbf{y}^1 é o vetor com as saídas da camada 1.

De forma análoga, para as camadas 2 e 3 (última camada), tem-se que:

$$\mathbf{y}^2 = f_a \left(\mathbf{W}^2 \tilde{\mathbf{y}}^1 \right) \quad (22)$$

e

$$\mathbf{y}^3 = f_a \left(\mathbf{W}^3 \tilde{\mathbf{y}}^2 \right) \quad (23)$$

onde $\tilde{\mathbf{y}}^1 = [y_1^1 \ y_2^1 \ y_3^1 \ 1]^T$ e $\tilde{\mathbf{y}}^2 = [y_1^2 \ y_2^2 \ y_3^2 \ 1]^T$.

Logo, considerando $\mathbf{y} = \mathbf{y}^3$ como a saída da rede neural, de modo simplificado tem-se:

$$\mathbf{y} = f(\mathbf{W}, \mathbf{x}^0) \quad (24)$$

onde \mathbf{W} é o conjunto de todos os parâmetros (pesos e *bias*) da rede neural e \mathbf{x}^0 é o vetor contendo as entradas da rede e $f(\cdot)$ é a função de mapeamento gerada pela rede neural.

Usualmente, uma rede neural passa por um processo de treinamento supervisionado, onde as matrizes de peso e *bias* \mathbf{W}^l de cada camada l são ajustadas mediante um processo de otimização iterativo que visa a redução do valor de uma função custo $J(\mathbf{W})$, que calcula a distância entre a saída \mathbf{y} da rede neural e a resposta esperada $\boldsymbol{\alpha}$. Por exemplo, a função custo pode ser definida como o quadrado da diferença entre esses dois valores, ficando:

$$J(\mathbf{W}) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M (\boldsymbol{\alpha}_m - f(\mathbf{W}, \mathbf{x}_m^0))^2 \quad (25)$$

onde m é o índice da amostra de treinamento e M corresponde à quantidade de amostras. Dessa forma, durante o processo de treinamento, os valores dos pesos w_{pq}^l e dos *bias* b_p^l são ajustados de forma iterativa, com o objetivo de minimizar a função custo $J(\mathbf{W})$.

Para realizar a minimização da função custo, é necessário utilizar um algoritmo de otimização. Dentre os algoritmos mais conhecidos, destaca-se o método de descida do gradiente, no qual cada peso w_{pq}^l é atualizado de acordo com a seguinte equação:

$$\begin{aligned} w_{pq}^l &= w_{pq}^l - \mu \frac{\partial J(\mathbf{W})}{\partial w_{pq}^l} \\ &= w_{pq}^l - \mu \nabla J_{w_{pq}^l} \end{aligned} \quad (26)$$

onde μ representa a taxa de aprendizado e $\nabla J_{w_{pq}^l} = \partial J(\mathbf{W}) / \partial w_{pq}^l$ denota o gradiente da função custo em relação ao peso w_{pq}^l .

Em resumo, o gradiente $\nabla J_{w_{pq}^l}$ indica a influência do peso w_{pq}^l no valor da função custo $J(\mathbf{W})$. Se $\nabla J_{w_{pq}^l} > 0$, isso significa que a função custo aumenta conforme o peso w_{pq}^l aumenta, o que indica que a direção oposta (redução do peso) ajudará a minimizar a função custo (conforme a equação (26)). Por outro lado, se $\nabla J_{w_{pq}^l} < 0$, a função custo diminui à medida que o peso aumenta, sugerindo que o algoritmo deve continuar ajustando o peso na direção de aumento para continuar minimizando a função custo.

Observe que, para se calcular a Equação (26), é necessário conhecer o gradiente $\nabla J_{w_{pq}^l}$. Em geral, esse gradiente é estimado (para um dado conjunto de dados de treinamento) por meio do algoritmo conhecido como *backpropagation*. O algoritmo se destaca por sua eficácia, empregando o princípio da regra da cadeia para avaliar as derivadas parciais da função custo. Esse cálculo se inicia na saída da última camada, prosseguindo regressivamente até a primeira camada, resultando em uma aproximação computacional do gradiente total (MACKAY, 2005).

2.3 ÂNGULOS DE EULER

Em particular, quando o acelerômetro encontra-se em repouso a única fonte de aceleração que atua sobre o sensor é a gravidade. Em cenários como este, pode-se utilizar os dados do acelerômetro (após a calibração) para estimar a inclinação/atitude do corpo que o acelerômetro está acoplado. Uma das formas de se descrever a inclinação de um corpo é através dos ângulos de Euler, que são amplamente empregados em aplicações de robótica, aeronáutica e sistemas de navegação.

Nessa seção, são definidos os referenciais inerciais utilizados neste trabalho, bem como os ângulos de Euler relacionados. Em particular, na discussão que segue o corpo rígido é representado por um UAV (*Unmanned Aerial Vehicle*) e, adicionalmente, são definidos os seguintes referenciais de coordenadas: o referencial inercial, o referencial do veículo, o referencial veículo-1, o referencial veículo-2 e o referencial do corpo.

O referencial inercial e o referencial do veículo estão relacionados por uma translação, enquanto os demais referenciais estão relacionados por rotações. Os ângulos que definem as orientações relativas dos referenciais do veículo, veículo-1, veículo-2 e do corpo são os ângulos de Euler de guinada (*yaw*), arfagem (*pitch*) e rolagem (*roll*) (BEARD; MCLAIN, 2012). Neste trabalho, os dados do acelerômetro são utilizados especificamente para estimar os ângulos relacionados com a inclinação do corpo, isto é, *pitch* e *roll*. O ângulo *yaw* está relacionado a orientação ou apontamento do corpo e sua estimação está fora do escopo deste trabalho (para estimar tal ângulo seria necessário um sensor adicional chamado magnetômetro).

2.3.1 Referencial Inercial \mathcal{F}^i

O sistema de coordenadas inercial é um sistema de coordenadas fixo na Terra, com sua origem no local definido como base. A Figura 13 ilustra o sistema referencial inercial. Nesse sistema, o eixo x^i está orientado na direção do Norte da terra, o eixo y^i aponta para o Leste e o eixo z^i aponta em direção ao centro da Terra, ou para baixo. Esse sistema de coordenadas é conhecido como NED (*North, East e Down*).

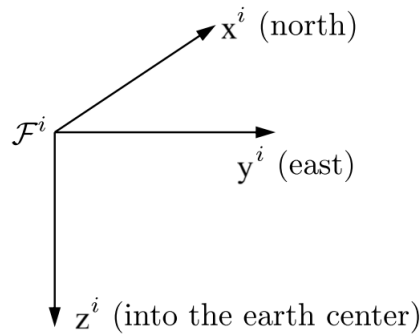
2.3.2 Referencial do veículo \mathcal{F}^v

A origem do referencial do veículo está no centro de massa do UAV. Além disso, os eixos de \mathcal{F}^v estão alinhados com os eixos de \mathcal{F}^i . A diferença está na origem dos dois referenciais, sendo relacionados por uma translação, conforme mostrado na Figura 14.

2.3.3 Referencial do veículo-1 \mathcal{F}^{v1}

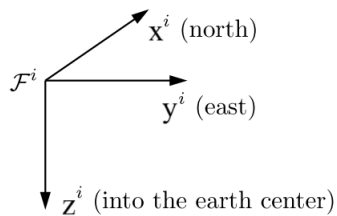
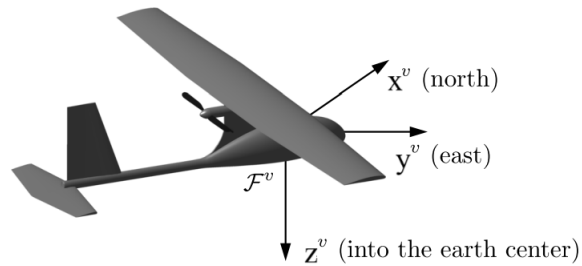
A origem do referencial do veículo-1 também está localizada no centro de massa do avião. Para a obtenção desse referencial, realiza-se uma rotação no referencial \mathcal{F}^v em

Figura 13 – Referencial Inercial \mathcal{F}^i .



Fonte: Adaptado de (BEARD; MCLAIN, 2012).

Figura 14 – Referencial do veículo \mathcal{F}^v .



Fonte: Adaptado de (BEARD; MCLAIN, 2012).

torno do eixo z^v por um ângulo ψ (*yaw*). A Figura 15 apresenta o referencial do veículo-1, com z^{v1} alinhado com z^v , enquanto x^{v1} e y^{v1} apontam para novas direções.

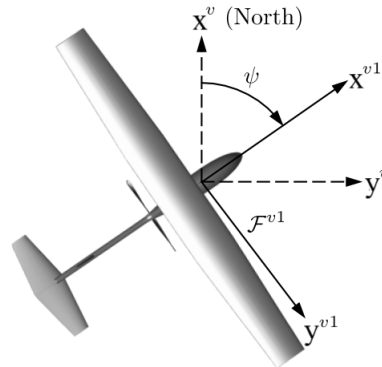
Considerando um ponto \mathbf{p} no referencial \mathcal{F}^v , sua representação no referencial \mathcal{F}^{v1} é regida pela seguinte transformação:

$$\mathbf{p}^{v1} = \mathcal{R}_v^{v1}(\psi)\mathbf{p}^v \quad (27)$$

onde

$$\mathcal{R}_v^{v1}(\psi) = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & \sin(\psi) & 0 \\ -\sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (28)$$

Figura 15 – Referencial do veículo-1 \mathcal{F}^{v1} .



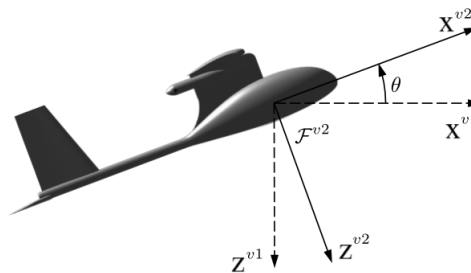
Fonte: Adaptado de (BEARD; MCLAIN, 2012).

é a matriz de rotação do referencial \mathcal{F}^v para \mathcal{F}^{v1} em torno do eixo z^v por um ângulo ψ no sentido anti-horário (segundo a regra da mão direita).

2.3.4 Referencial do veículo-2 \mathcal{F}^{v2}

A origem do referencial do veículo-2 é novamente o centro de massa da aeronave. Esse referencial é obtido rotacionando \mathcal{F}^{v1} em torno do eixo y^{v1} por um ângulo θ (*pitch*). Desta forma, o eixo y^{v2} é alinhado com y^{v1} , enquanto x^{v2} e z^{v2} apontam para novas direções. A Figura 16 ilustra o referencial do veículo-2.

Figura 16 – Referencial do veículo-2 \mathcal{F}^{v2} .



Fonte: Adaptado de (BEARD; MCLAIN, 2012).

Admitindo o ponto \mathbf{p} no referencial \mathcal{F}^{v1} , sua representação no referencial \mathcal{F}^{v2} é regida pela seguinte transformação:

$$\mathbf{p}^{v2} = \mathcal{R}_{v1}^{v2}(\theta)\mathbf{p}^{v1} \quad (29)$$

onde

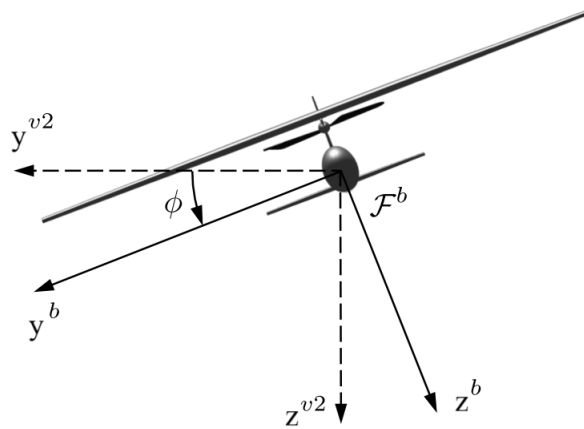
$$\mathcal{R}_{v1}^{v2}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & -\sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (30)$$

é a matriz de rotação do referencial \mathcal{F}^{v1} para \mathcal{F}^{v2} em torno do eixo y^{v1} por um ângulo θ no sentido anti-horário (segundo a regra da mão direita).

2.3.5 Referencial do corpo \mathcal{F}^b

O referencial do corpo é obtido rotacionando \mathcal{F}^{v2} em torno do eixo x^{v2} pelo ângulo ϕ (*roll*). Portanto, a origem é o centro de massa, com x^b alinhado com x^{v2} , enquanto y^b e z^b apontam para novas direções, conforme ilustrado na Figura 17.

Figura 17 – Referencial do corpo \mathcal{F}^b .



Fonte: Adaptado de (BEARD; MCLAIN, 2012).

Por fim, considerando o ponto \mathbf{p} no referencial \mathcal{F}^{v2} , sua representação no referencial \mathcal{F}^b é regida pela seguinte transformação:

$$\mathbf{p}^b = \mathcal{R}_{v2}^b(\phi) \mathbf{p}^{v2} \quad (31)$$

onde

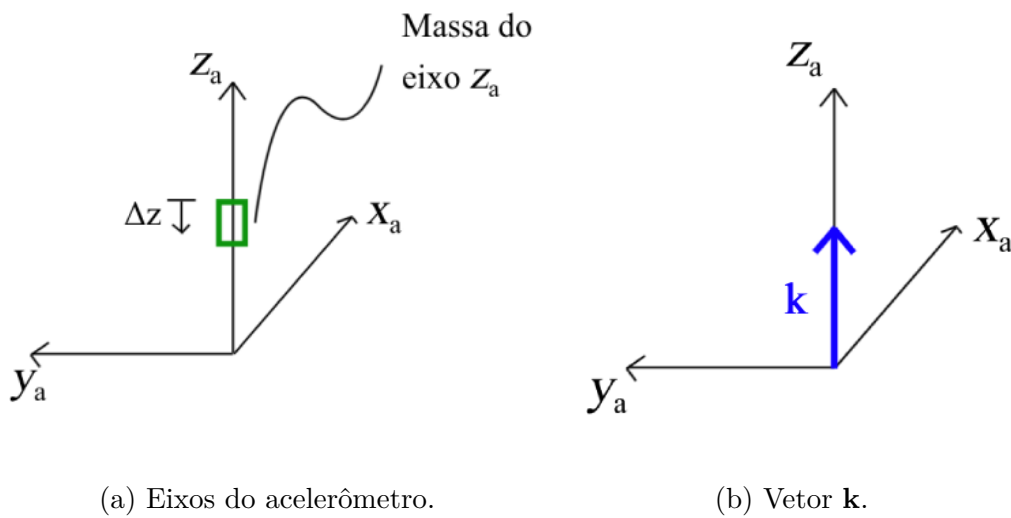
$$\mathcal{R}_{v2}^b(\phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\phi) & \sin(\phi) \\ 0 & -\sin(\phi) & \cos(\phi) \end{bmatrix} \quad (32)$$

é a matriz de rotação do referencial \mathcal{F}^{v2} para \mathcal{F}^b em torno do eixo x^{v2} por um ângulo ϕ no sentido anti-horário (segundo a regra da mão direita).

2.3.6 Estimação dos Ângulos de Euler através do Acelerômetro

O acelerômetro mede tanto acelerações lineares quanto a aceleração gravitacional. Contudo, em condições de repouso, as medições do acelerômetro são influenciadas apenas pela gravidade. Para compreender como as medidas de um acelerômetro em repouso podem ser utilizadas para estimar a inclinação de um corpo, considere um acelerômetro de 3 eixos, com os eixos x_a e y_a paralelos ao chão e o eixo z_a apontando para cima, conforme a Figura 18a.

Figura 18 – Medição de um acelerômetro de três eixos em repouso.



Fonte: Autor.

Nesta Figura, admitindo que para cada eixo há um sistema massa-mola-amortecedor, apenas a massa do eixo z_a sofre um deslocamento para baixo. Em situações como esta, as saídas (calibradas) do acelerômetro são dadas por

$$\bar{\mathbf{a}} = \begin{bmatrix} \bar{a}_x \\ \bar{a}_y \\ \bar{a}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} \triangleq \mathbf{k} \quad (33)$$

onde $g \approx 9,8\text{m/s}^2$. Tal resultado, conforme a Figura 18b, corresponde a projeção do vetor \mathbf{k} nos eixos x_a , y_a e z_a do acelerômetro. Assim, conhecendo o funcionamento do acelerômetro, pode-se inferir por meio das medidas dadas em (33), que o acelerômetro encontra-se sem inclinação, ou seja, com os eixos x e y paralelos ao chão.

Agora, se o acelerômetro fosse rotacionado em torno do eixo y por um ângulo θ e, em seguida, em torno do eixo x por um ângulo ϕ , cada eixo do acelerômetro mediria um valor \bar{a}_x , \bar{a}_y e \bar{a}_z correspondente à projeção do vetor \mathbf{k} em cada eixo do acelerômetro. Logo, é possível utilizar as relações trigonométricas para, a partir de \bar{a}_x , \bar{a}_y e \bar{a}_z , calcular

os ângulos de inclinação θ (*pitch*) e ϕ (*roll*). Tais relações são apresentadas no próximo capítulo.

2.4 MÉTRICAS DE AVALIAÇÃO

As métricas de avaliação são utilizadas para quantificar a discrepância entre dados observados e valores esperados. Neste trabalho, é utilizada exclusivamente a métrica de Erro Absoluto Médio (MAE) para quantificar a discrepância entre os dados obtidos após a calibração e os valores esperados.

2.4.1 Erro Absoluto Médio (MAE)

O MAE mede a média dos erros absolutos entre os valores teóricos $x(n)$ e os valores estimados $\hat{x}(n)$, sendo computada como

$$\text{MAE} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N |x(n) - \hat{x}(n)|. \quad (34)$$

Um MAE menor indica que, em média, os dados estimados estão mais próximos dos valores teóricos, refletindo uma melhor acurácia do método de processamento adotado para obtenção de $\hat{x}(n)$.

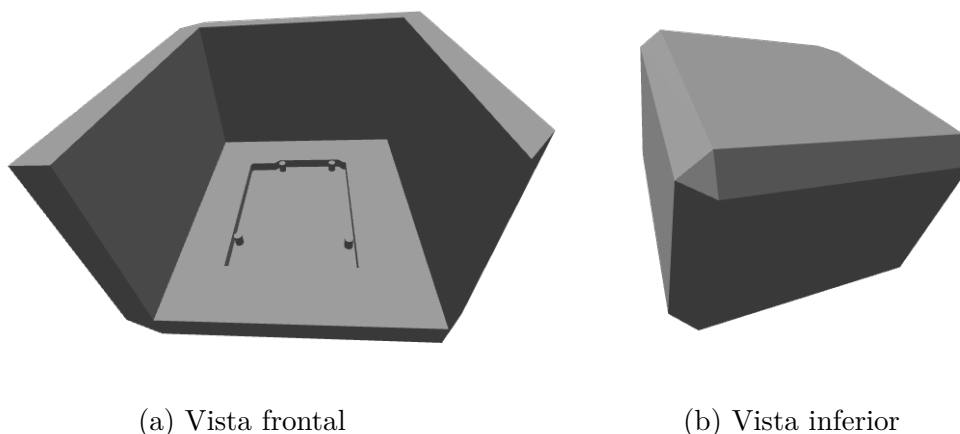
3 DESENVOLVIMENTO

Este capítulo aborda o desenvolvimento e construção de uma plataforma utilizada para comparar diferentes técnicas de calibração de acelerômetros baseados em tecnologia MEMS. O sistema desenvolvido inclui um suporte mecânico projetado para auxiliar no processo de calibração, uma IMU (módulo GY-87) contendo o acelerômetro MEMS, uma placa de desenvolvimento Arduino Uno e o *software* Octave. O objetivo é avaliar a eficácia dos diferentes métodos de calibração abordados neste trabalho por meio do processamento e análise dos dados coletados da plataforma desenvolvida.

3.1 SUPORTE MECÂNICO

De modo a facilitar e padronizar a obtenção dos dados do acelerômetro integrado no módulo GY-87, foi projetado um suporte mecânico para o armazenamento e fixação da placa Arduino UNO. A modelagem 3D do suporte foi realizada no *software* SketchUp, conforme ilustrado na Figura 19. O suporte possui dimensões de 12 cm × 12 cm × 8 cm e foi confeccionado em material PLA, escolhido por sua leveza e resistência. É possível notar a presença de chanfrados em algumas laterais da caixa, que possibilitam o posicionamento em ângulos de 45° (útil para o processo de calibração). Além disso, para assegurar a estabilidade do suporte e garantir sua inclinação correta, foi utilizado um nível de bolha com ângulo de 45°, mostrado na Figura 20.

Figura 19 – Suporte mecânico para armazenamento da placa Arduino UNO.



Fonte: Autor.

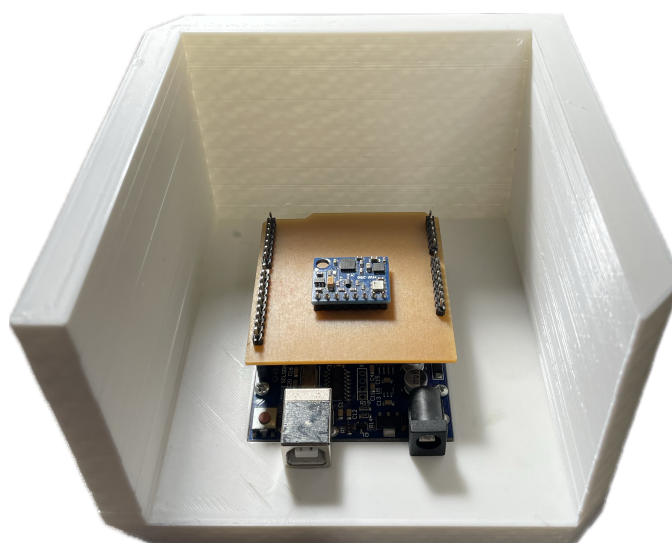
Na Figura 21, é mostrada a plataforma de calibração completa, que inclui o Arduino UNO e um *shield*. Este *shield* consiste em uma placa de circuito impresso (PCB) projetada para conectar o módulo GY-87 com o Arduino, além de garantir estabilidade para as medições do acelerômetro.

Figura 20 – Nível de bolha com inclinação de 45°.



Fonte: Autor.

Figura 21 – Plataforma de calibração completa.



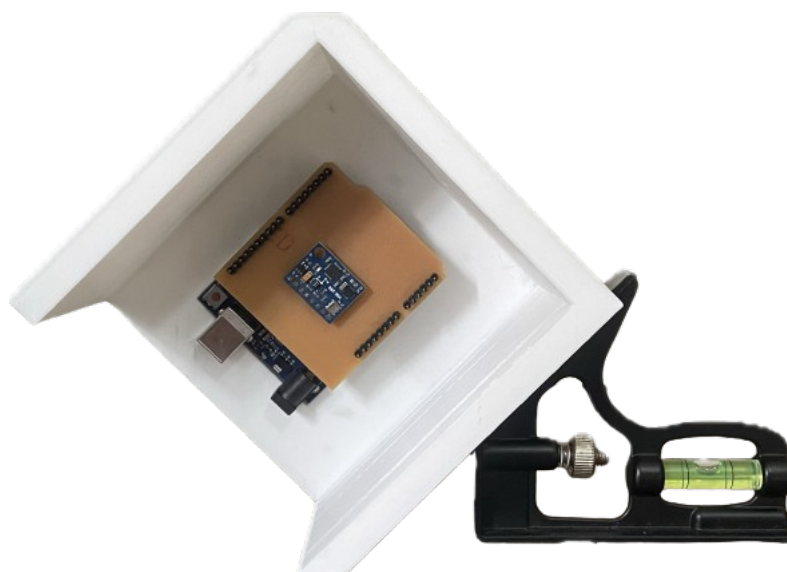
Fonte: Autor.

Um exemplo da utilização do nível de bolha com a plataforma de calibração é ilustrado na Figura 22.

3.2 MÓDULO GY-87

O módulo GY-87 é uma IMU compacta e de baixo custo com 10 graus de liberdade, que integra um giroscópio e um acelerômetro, ambos de 3 eixos (MPU-6050), um magnetômetro de 3 eixos (HMC5883L) e um sensor de pressão e temperatura (BMP180). O módulo GY-87 é mostrado na Figura 23. Neste trabalho, o módulo foi utilizado exclusivamente para a aquisição de dados de aceleração, por meio do acelerômetro contido no

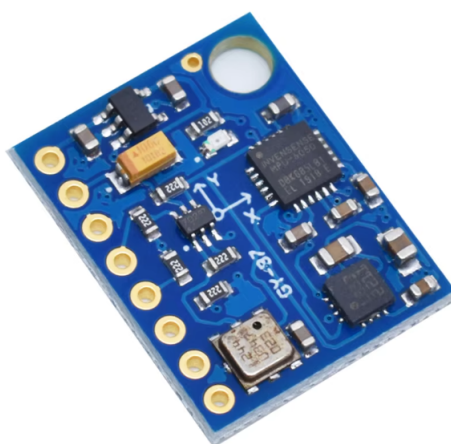
Figura 22 – Exemplo da utilização do nível de bolha com a plataforma de calibração.



Fonte: Autor.

chip MPU-6050. Vale destacar que o dispositivo adota o sistema de coordenadas NWU (*North-West-Up*).

Figura 23 – Módulo GY-87.

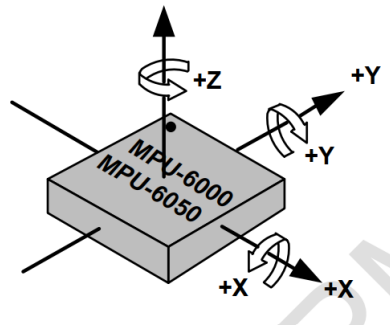


Fonte: (ALIEXPRESS, 2024).

O acelerômetro de 3 eixos do MPU-6050 é capacitivo e baseado na tecnologia MEMS. Sua estrutura consiste em massas de prova separadas para cada eixo e sensores capacitivos que detectam o deslocamento da massa de prova de forma diferencial. Especificamente, o acelerômetro do MPU-6050 fornece para cada eixo de medição, valores de aceleração normalizados em relação à aceleração da gravidade g . Por exemplo, quando o dispositivo é colocado em uma superfície plana, com os eixos x e y paralelos ao chão e com o eixo

z apontando para cima, idealmente fornecerá como resultado 0 para os eixos x e y e +1 para o eixo z . A orientação dos eixos do MPU-6050 é mostrada na Figura 24. O fator de escala do acelerômetro pode ser configurado para medição de acelerações dentro do intervalo $\pm 2g$, $\pm 4g$, $\pm 8g$, ou $\pm 16g$ (INVENSENSE INC., 2012).

Figura 24 – Orientação dos eixos do *chip* MPU-6050.



Fonte: (INVENSENSE INC., 2012).

3.3 OBTENÇÃO DOS *DATASETS* PARA CALIBRAÇÃO

A etapa inicial do desenvolvimento consiste na obtenção dos *datasets* para calibração do acelerômetro, realizada por meio de uma plataforma de ensaio composta pelo Arduino UNO e pelo Octave. Especificamente, o Arduino UNO é utilizado como dispositivo de aquisição de dados (DAQ - *Data Acquisition*) e o Octave para processamento dos dados adquiridos.

Para realização da coleta de dados foi desenvolvido um código no Octave que, primeiramente, estabelece comunicação com a placa Arduino UNO e, na sequência, solicita para o usuário colocar o suporte mecânico (apresentado na Seção 3.1) em diferentes posições. Após posicionar o suporte mecânico em cada posição solicitada, o usuário confirma a ação (através da Janela de Comando do Octave), e na sequência são coletadas 50 amostras por posição. Esse processo se repete até finalizar a coleta de amostras para todas as posições. É importante mencionar que o suporte mecânico é mantido estático durante a coleta das amostras, de modo que as medidas de aceleração obtidas sejam influenciadas apenas pela gravidade.

Especificamente, neste trabalho, foram coletados dados para formação de dois *datasets*, a saber: *Dataset* de Calibração e *Dataset* de Teste. A Tabela 1 apresenta uma descrição dos *datasets* adquiridos.

O primeiro conjunto de dados é composto por medidas de acelerações obtidas com o suporte mecânico colocado em 9 posições distintas previamente estabelecidas e para as quais se conhece os valores teóricos das acelerações. Em particular, foram obtidas

Tabela 1 – *Datasets* utilizados para a calibração do acelerômetro.

<i>Dataset</i>	Descrição	Conteúdo
<i>Dataset</i> de Calibração	Utilizado pelas técnicas de calibração para estimar os parâmetros dos modelos de erros simplificado (matriz $\hat{\mathbf{S}}$ e vetor $\hat{\mathbf{b}}$) e completo (matriz $\hat{\mathbf{K}}$ e vetor $\hat{\mathbf{b}}$). Sendo utilizado também para o treinamento de uma rede neural <i>feedforward</i> .	Amostras de aceleração nas 9 posições da Tabela 2, com $N = 50$ amostras por posição, totalizando $M = 450$ amostras.
<i>Dataset</i> de Teste	Inicialmente, os dados do <i>dataset</i> são calibrados, utilizando os parâmetros estimados pelas técnicas de calibração. Em seguida, realiza-se uma comparação com os valores reais de aceleração, avaliada por meio da métrica MAE.	Amostras de aceleração nas 9 posições da Tabela 2, com $N = 50$ amostras por posição, totalizando $M = 450$ amostras.

medidas para 9 posições referentes à Tabela 2. Tal *dataset* foi utilizado para calibrar o acelerômetros através das técnicas mencionados no capítulo anterior. Por fim, o *Dataset* de Teste é composto por medidas de acelerações obtidas colocando o suporte mecânico (mais uma vez) nas 9 posições referentes à Tabela 2 (para as quais se conhece os valores teóricos de aceleração), sendo tal *dataset* utilizado somente para avaliar e comparar as técnicas de calibração. Essa comparação é realizada por meio da métrica de avaliação MAE (*Mean Absolute Error*), ou Erro Médio Absoluto, discutida na Seção 2.4.

3.4 IMPLEMENTAÇÃO DAS TÉCNICAS DE CALIBRAÇÃO

Nesta seção é abordada a implementação das técnicas de calibração introduzidas na Seção 2.2.4, com foco em sua aplicação prática para a calibração de acelerômetros MEMS.

3.4.1 Mínimos Quadrados

Considerando um acelerômetro de três eixos, o método de MQ é aplicado para cada eixo i (onde $i = \{x, y, z\}$), com o objetivo de estimar o vetor ótimo de parâmetros \mathbf{x}_i da função modelo $g_i(\cdot)$ (ou seja, obter $\hat{\mathbf{x}}_i$), capaz de minimizar ao máximo a função custo definida em (13). A função modelo varia conforme o modelo de erro do acelerômetro considerado (simplificado ou completo). Assim, diferentes vetores $\hat{\mathbf{x}}_i$ são estimados dependendo da função modelo adotada.

Tabela 2 – Nove posições para calibração do acelerômetro.

Posição	Descrição	Medições	Valores teóricos da aceleração
1	Eixo x para cima	1 até N	$\begin{cases} a_x = 1 \\ a_y = 0 \\ a_z = 0 \end{cases}$
2	Eixo x para baixo	$N + 1$ até $2N$	$\begin{cases} a_x = -1 \\ a_y = 0 \\ a_z = 0 \end{cases}$
3	Eixo y para cima	$2N + 1$ até $3N$	$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = 1 \\ a_z = 0 \end{cases}$
4	Eixo y para baixo	$3N + 1$ até $4N$	$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -1 \\ a_z = 0 \end{cases}$
5	Eixo z para cima	$4N + 1$ até $5N$	$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = 0 \\ a_z = 1 \end{cases}$
6	Eixo z para baixo	$5N + 1$ até $6N$	$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = 0 \\ a_z = -1 \end{cases}$
7	Eixo x em 45° com eixo z paralelo ao chão	$6N + 1$ até $7N$	$\begin{cases} a_x = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ a_y = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ a_z = 0 \end{cases}$
8	Eixo x em 135° com eixo y paralelo ao chão	$7N + 1$ até $8N$	$\begin{cases} a_x = -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ a_y = 0 \\ a_z = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$
9	Eixo y em 135° com eixo x paralelo ao chão	$8N + 1$ até $9N$	$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ a_z = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$

No caso do modelo simplificado, o algoritmo de MQ estima os parâmetros s_i e b_i , resultando nas estimativas da matriz de fatores de escala $\hat{\mathbf{S}}$ e do vetor de bias $\hat{\mathbf{b}}$, que são usados na calibração simplificada. Já no modelo completo, o MQ estima os elementos da matriz de erros combinados $\hat{\mathbf{K}}$ e o vetor de bias $\hat{\mathbf{b}}$, empregados na calibração completa.

3.4.1.1 Caso 1: Modelo de erro simplificado do acelerômetro

Especificamente para o caso do modelo simplificado, o procedimento de calibração do acelerômetro é realizado (para cada eixo i) posicionando o acelerômetro em três orientações distintas e mantendo-o em repouso durante as medições, para que seja medida apenas a aceleração da gravidade. Nesse processo, é necessário conhecer duas variáveis: a saída do acelerômetro $\rho_i(n)$ e o valor teórico de aceleração $a_i(n)$.

Para calibração de cada eixo i é utilizado um subconjunto de dados do *Dataset* de Calibração. Especificamente, para calibração de cada eixo são utilizados os dados de aceleração das seguintes posições (referentes à Tabela 2):

- Eixo x : Posições 1, 2 e 3, que correspondem ao eixo x apontado para cima, para

baixo e paralelo ao chão, respectivamente;

- Eixo y : Posições 3, 4 e 5, que correspondem ao eixo y apontado para cima, para baixo e paralelo ao chão, respectivamente;
- Eixo z : Posições 5, 6 e 3, que correspondem ao eixo z apontado para cima, para baixo e paralelo ao chão, respectivamente.

Por exemplo, para a calibração do eixo x , o acelerômetro é posicionado com o eixo x para cima, sendo realizadas N medições $\rho_x(n)$ de $n = 1$ até $n = N$. Nesta situação, tem-se que $a_x(n) = +1$ (lembrando que o acelerômetro utilizado neste trabalho fornece as medidas normalizadas em relação à aceleração da gravidade). Na sequência, o acelerômetro é posicionado com o eixo x para baixo, sendo realizadas N medições $\rho_x(n)$ de $n = N + 1$ até $n = 2N$. Nesta posição, tem-se que $a_x(n) = -1$. Por fim, o acelerômetro é posicionado com o eixo x paralelo ao chão, sendo realizadas N medições $\rho_x(n)$ de $n = 2N + 1$ até $n = 3N$. Nesta situação, tem-se que $a_x(n) = 0$.

Tendo em vista a Equação (3) do modelo simplificado em sua forma compacta, são obtidas $3N$ equações, representadas como:

$$\begin{aligned}
 s_x + b_x &= \rho_x(1) \\
 &\vdots \\
 s_x + b_x &= \rho_x(N) \\
 -s_x + b_x &= \rho_x(N + 1) \\
 &\vdots \\
 -s_x + b_x &= \rho_x(2N) \\
 b_x &= \rho_x(2N + 1) \\
 &\vdots \\
 b_x &= \rho_x(3N).
 \end{aligned} \tag{35}$$

Em formato matricial, tem-se

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_x \\ b_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_x(1) \\ \vdots \\ \rho_x(N) \\ \rho_x(N + 1) \\ \vdots \\ \rho_x(2N) \\ \rho_x(2N + 1) \\ \vdots \\ \rho_x(3N) \end{bmatrix}. \tag{36}$$

Idealmente, busca-se determinar os valores exatos de s_x e b_x que satisfaçam as igualdades. No entanto, devido à presença de variações aleatórias nas medições de $\rho_x(n)$, essa tarefa torna-se inviável. Logo, o objetivo passa a ser encontrar os parâmetros estimados \hat{s}_x e \hat{b}_x que minimizem o residual das diferenças, conforme apresentado abaixo:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \vdots & \\ 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ \vdots & \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \\ \vdots & \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{s}_x \\ \hat{b}_x \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \rho_x(1) \\ \vdots \\ \rho_x(N) \\ \rho_x(N+1) \\ \vdots \\ \rho_x(2N) \\ \rho_x(2N+1) \\ \vdots \\ \rho_x(3N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_x(1) \\ \vdots \\ r_x(N) \\ r_x(N+1) \\ \vdots \\ r_x(2N) \\ r_x(2N+1) \\ \vdots \\ r_x(3N) \end{bmatrix}. \quad (37)$$

Denotando, da esquerda para a direita, as matrizes e vetores da equação anterior como \mathbf{A}_x , $\hat{\mathbf{x}}_x$, $\boldsymbol{\rho}_x$ e \mathbf{r}_x , obtém-se

$$\mathbf{A}_x \hat{\mathbf{x}}_x - \boldsymbol{\rho}_x = \mathbf{r}_x \quad (38)$$

sendo \mathbf{r}_x o vetor de erro residual. Em resumo, utiliza-se o método de Mínimos Quadrados (MQ) com o objetivo de estimar o vetor $\hat{\mathbf{x}}_x$ que minimiza a norma ao quadrado do vetor de erro residual \mathbf{r}_x . Assim, o problema de otimização é definido como

$$\hat{\mathbf{x}}_x = \arg \min_{\hat{\mathbf{x}}_x} J_x(\hat{\mathbf{x}}_x) \quad (39)$$

onde a função custo $J_x(\hat{\mathbf{x}}_x)$ é dada por $J_x(\hat{\mathbf{x}}_x) = \|\mathbf{r}_x\|^2 = \mathbf{r}_x^T \mathbf{r}_x$. Essa função pode ser reescrita como:

$$J_x(\hat{\mathbf{x}}_x) = (\hat{\mathbf{x}}_x^T \mathbf{A}_x^T - \boldsymbol{\rho}_x^T)(\mathbf{A}_x \hat{\mathbf{x}}_x - \boldsymbol{\rho}_x). \quad (40)$$

Expandindo (40), obtém-se a seguinte expressão:

$$J_x(\hat{\mathbf{x}}_x) = \hat{\mathbf{x}}_x^T \mathbf{A}_x^T \mathbf{A}_x \hat{\mathbf{x}}_x - \hat{\mathbf{x}}_x^T \mathbf{A}_x^T \boldsymbol{\rho}_x - \boldsymbol{\rho}_x^T \mathbf{A}_x \hat{\mathbf{x}}_x + \boldsymbol{\rho}_x^T \boldsymbol{\rho}_x. \quad (41)$$

Em seguida, utiliza-se a propriedade da simetria do produto escalar. Essa propriedade afirma que, para vetores \mathbf{a} e $\mathbf{b} \in \mathcal{R}^M$ a igualdade $\mathbf{a}^T \mathbf{b} = \mathbf{b}^T \mathbf{a}$ é válida. Assim, utilizando a propriedade nos termos $\hat{\mathbf{x}}_x^T \mathbf{A}_x^T \boldsymbol{\rho}_x$ e $\boldsymbol{\rho}_x^T \mathbf{A}_x \hat{\mathbf{x}}_x$, a Equação (41) pode ser simplificada para:

$$J_x(\hat{\mathbf{x}}_x) = \hat{\mathbf{x}}_x^T \mathbf{A}_x^T \mathbf{A}_x \hat{\mathbf{x}}_x - 2\hat{\mathbf{x}}_x^T \mathbf{A}_x^T \boldsymbol{\rho}_x + \boldsymbol{\rho}_x^T \boldsymbol{\rho}_x. \quad (42)$$

Posteriormente, a Equação (42) é derivada em relação a $\hat{\mathbf{x}}_x$, já que deseja-se obter o vetor $\hat{\mathbf{x}}_x$ que minimiza a função custo $J(\hat{\mathbf{x}}_x)$. O resultado da derivada é mostrado a seguir:

$$\frac{dJ_x(\hat{\mathbf{x}}_x)}{d\hat{\mathbf{x}}_x} = 2\mathbf{A}_x^T \mathbf{A}_x \hat{\mathbf{x}}_x - 2\mathbf{A}_x^T \boldsymbol{\rho}_x. \quad (43)$$

Finalmente, igualando o resultado anterior ao vetor nulo e isolando $\hat{\mathbf{x}}_x$, obtém-se a solução para o problema de Mínimos Quadrados. Assim,

$$\hat{\mathbf{x}}_x = (\mathbf{A}_x^T \mathbf{A}_x)^{-1} \mathbf{A}_x^T \boldsymbol{\rho}_x. \quad (44)$$

Para a calibração dos eixos y e z é adotado um procedimento similar, porém utilizando os dados de aceleração obtidos das Posições 3, 4 e 5 para a calibração do eixo y , e das Posições 5, 6 e 3 para a calibração do eixo z . A partir dos valores ótimos de \hat{s}_i e \hat{b}_i determinados para cada eixo i , obtêm-se as estimativas $\hat{\mathbf{S}}$ e $\hat{\mathbf{b}}$ da matriz de fatores de escala e do vetor de *bias*, respectivamente. Logo, é possível calibrar as medições de aceleração utilizando a Equação (9).

3.4.1.2 Caso 2: Modelo de erro completo do acelerômetro

O procedimento de calibração do acelerômetro utilizando o modelo completo de erros tem como objetivo estimar os elementos da matriz de erros combinados \mathbf{K} e do vetor de *bias* \mathbf{b} , apresentados na Equação (6). Esse processo permite corrigir erros de medição comuns em acelerômetros MEMS, como erros de fator de escala, *bias*, desalinhamento e não-ortogonalidade.

Inicialmente, com o acelerômetro em repouso, são realizadas medições de aceleração em nove posições distintas. As posições são descritas na Tabela 2, incluindo orientações nas quais cada eixo do acelerômetro é posicionado ortogonal à gravidade, bem como apontando para cima quanto para baixo, além de inclinações a 45° e 135° . Nesta etapa, são coletadas $9N$ amostras de aceleração em cada eixo.

Na sequência, é feita a calibração para cada eixo i separadamente. Para isso, selecionam-se quatro posições específicas, de forma a gerar um conjunto de equações que permitem estimar os elementos k_{ij} e b_i para cada eixo i . Especificamente para cada eixo, são utilizadas as medidas de aceleração obtidas através das seguintes posições (referentes à Tabela 2):

- Eixo x : Posições 1, 2, 7 e 8;
- Eixo y : Posições 3, 4, 7 e 9;
- Eixo z : Posições 5, 6, 8 e 9.

A partir das medições e dos valores teóricos de acelerações em cada posição, são montadas para cada eixo i as matrizes \mathbf{A}_i (contendo os valores de aceleração teóricos) e $\boldsymbol{\rho}_i$ (com os valores de aceleração medidas), considerando as posições listadas anteriormente. Em seguida, utiliza-se a solução do problema de mínimos quadrados, regida pela Equação (44), para encontrar o vetor $\hat{\mathbf{x}}_i = [k_{ix} \ k_{iy} \ k_{iz} \ \hat{b}_i]^T$, que corresponde aos valores ótimos estimados dos elementos da matriz de erros combinados \mathbf{K} e do vetor de *bias* \mathbf{b} para o eixo em questão.

Exemplificando para o eixo x , que utiliza as medições das posições 1, 2, 7 e 8, tem-se

$$\mathbf{A}_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 1 \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & 1 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\rho}_x = \begin{bmatrix} \rho_x(1) \\ \vdots \\ \rho_x(N) \\ \rho_x(N+1) \\ \vdots \\ \rho_x(2N) \\ \rho_x(6N+1) \\ \vdots \\ \rho_x(7N) \\ \rho_x(7N+1) \\ \vdots \\ \rho_x(8N) \end{bmatrix} \quad \hat{\mathbf{x}}_x = \begin{bmatrix} \hat{k}_{xx} \\ \hat{k}_{xy} \\ \hat{k}_{xz} \\ \hat{b}_x \end{bmatrix}. \quad (45)$$

Vale destacar que os valores teóricos de aceleração para cada posição que alimentam a matriz \mathbf{A}_i , são obtidos da Tabela 2.

Por fim, utilizando a Equação (44), obtêm-se os elementos do vetor $\hat{\mathbf{x}}_x$. Após realizar esse procedimento para cada eixo i , tem-se ao final as estimativas $\hat{\mathbf{K}}$ e $\hat{\mathbf{b}}$ da matriz de erros combinados e do vetor de bias, respectivamente. Assim, os dados do acelerômetro podem ser calibrado através da Equação (10).

3.4.2 Otimização por Enxame de Partículas

Neste trabalho, o algoritmo PSO é utilizado para estimar os elementos da matriz de erros combinados \mathbf{K} e do vetor de *bias* \mathbf{b} do modelo completo de erros do acelerômetro. No contexto de calibração de acelerômetros, a posição de cada partícula p na iteração t (do algoritmo PSO) é dada pelo seguinte vetor:

$$\mathbf{x}_p(t) = \begin{bmatrix} k_{xx}(t) \\ k_{xy}(t) \\ k_{xz}(t) \\ k_{yx}(t) \\ k_{yy}(t) \\ k_{yz}(t) \\ k_{zx}(t) \\ k_{zy}(t) \\ k_{zz}(t) \\ b_x(t) \\ b_y(t) \\ b_z(t) \end{bmatrix}. \quad (46)$$

Esse vetor, com dimensão 12×1 , representa a posição atual da partícula em um espaço de busca multidimensional. Observe que os 9 primeiros elementos de $\mathbf{x}_p(t)$ correspondem aos elementos da matriz de erro combinado \mathbf{K} , com os demais elementos formando o vetor de bias \mathbf{b} do modelo erros completo do acelerômetro.

Para a calibração do acelerômetro com o algoritmo PSO também é utilizado o *Dataset* de Calibração, o qual é composto por medidas de aceleração $\boldsymbol{\rho}(n) = [\rho_x(n) \ \rho_y(n) \ \rho_z(n)]^T$ (para $n = 1, \dots, 9N$) obtidas com o suporte mecânico nas 9 posições da Tabela 2. Especificamente, para o caso do algoritmo de otimização PSO não são fornecidos os valores teóricos da aceleração em cada posição (que é uma vantagem dessa abordagem de calibração em relação as anteriores). Inclusive, poderia-se utilizar medidas de aceleração obtidas com o suporte mecânico em posições aleatórias (com o acelerômetro em repouso) para as quais não se conheceria os valores teóricos das acelerações em cada eixo. Tal abordagem é baseada no fato de que, quando em repouso, as medidas do acelerômetro correspondem à decomposição do vetor de gravidade \mathbf{g} nos três eixos do acelerômetro. Assim, quando calibrado, as medidas $\bar{a}_x(n)$, $\bar{a}_y(n)$ e $\bar{a}_z(n)$ devem satisfazer a relação $\bar{a}_x^2(n) + \bar{a}_y^2(n) + \bar{a}_z^2(n) = g^2$ (onde $g \approx 9,8 \text{ m/s}^2$), ou ainda, $\bar{a}_x^2(n) + \bar{a}_y^2(n) + \bar{a}_z^2(n) = 1$ para o caso de acelerômetros que fornecem valores normalizados pela aceleração da gravidade.

No contexto deste trabalho, após a coleta do conjunto de dados $\boldsymbol{\rho}(n)$ para $n = 1, \dots, 9N$, o projetista define uma quantidade P de partículas, onde cada uma deve minimizar uma função custo $J_p(t)$ ao longo de T iterações. Ao final do processo é obtida a melhor posição global (entre todas as partículas e iterações), definida como \mathbf{g}_{best} , a qual é utilizada para formar a matriz de erros combinados $\hat{\mathbf{K}}$ e o vetor de *bias* $\hat{\mathbf{b}}$. Com isso, é possível utilizar a equação (10) para a calibração do acelerômetro.

Especificamente, no algoritmo PSO as posições iniciais $\mathbf{x}_p(0)$ de cada partícula p são inicializadas de forma aleatória e a cada iteração t (com $t = 1, \dots, T$) do algoritmo de otimização, as posições $\mathbf{x}_p(t)$ são atualizadas conforme Equação (17), visando reduzir a função custo

$$J_p(t) = \sum_{n=1}^{9N} (\bar{a}_{x,p,t}^2(n) + \bar{a}_{y,p,t}^2(n) + \bar{a}_{z,p,t}^2(n) - 1)^2 \quad (47)$$

onde $\bar{a}_{x,p,t}(n)$, $\bar{a}_{y,p,t}(n)$ e $\bar{a}_{z,p,t}(n)$ são as acelerações calibradas a partir das estimativas da matriz de erro combinado $\mathbf{K}_{p,t}$ e do vetor de bias $\mathbf{b}_{p,t}$ obtidas da posição $\mathbf{x}_p(t)$ da partícula p na iteração t , ou seja,

$$\bar{\mathbf{a}}_{p,t}(n) = \mathbf{K}_{p,t}^{-1}[\boldsymbol{\rho}(n) - \mathbf{b}_{p,t}] \quad (48)$$

onde $\bar{\mathbf{a}}_{p,t}(n) = [\bar{a}_{x,p,t}(n) \ \bar{a}_{y,p,t}(n) \ \bar{a}_{z,p,t}(n)]^T$.

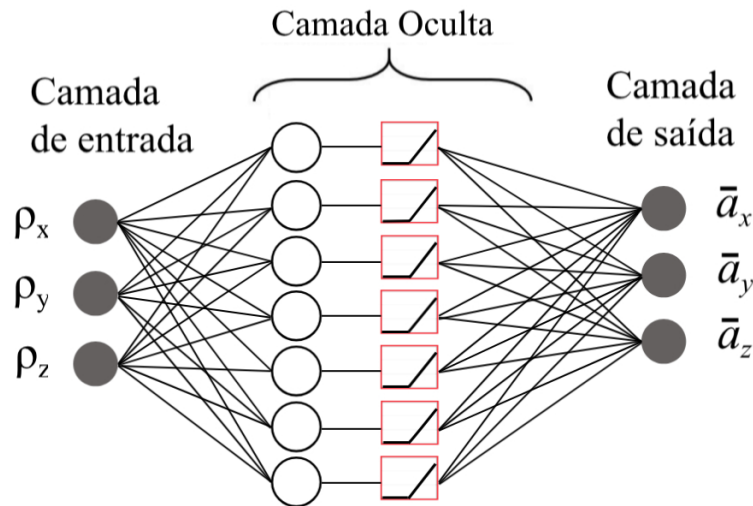
Observe que o custo $J_p(t)$ é calculado para todas as partículas p em cada iteração t sobre todo o conjunto de dados, isto é, para $n = 1, \dots, 9N$. Para cada partícula p , verifica-se se o custo atual $J_p(t)$ é o menor já obtido por ela, em caso afirmativo, a posição atual $\mathbf{x}_p(t)$ passa a ser denominada $\mathbf{p}_{best,p}$. Ao final de cada iteração, a melhor posição

global é identificada, e se o custo associado a essa posição for menor do que todos os custos já encontrados até o momento, a posição correspondente é atualizada como \mathbf{g}_{best} , representando a melhor solução global do processo até então.

3.4.3 Rede Neural

Neste trabalho, uma rede neural é treinada para atuar como uma função de calibração $f(\cdot)$, recebendo como entrada as acelerações medidas $\boldsymbol{\rho}(n)$ e fornecendo como saída as acelerações calibradas $\bar{\mathbf{a}}(n)$ (estimativa das acelerações reais de cada eixo). A arquitetura da rede neural *feedforward* utilizada é mostrada na Figura 25.

Figura 25 – Arquitetura da rede neural *feedforward* utilizada como uma função de calibração.



Fonte: Autor.

Conforme mostrado na Figura 25, a rede neural utilizada é composta de uma primeira camada com 3 entradas, uma camada oculta com 7 neurônios seguidos de uma função de ativação do tipo ReLU e uma camada de saída com três neurônios e sem função de ativação. Em particular, as entradas da rede neural correspondem as três acelerações não calibradas. A função ReLU (apresentada na Figura 11) é definida como $f(x) = \max(0, x)$, ou seja, ela retorna o valor de entrada se for positivo e zero caso contrário.

Adicionalmente, para a minimização da função custo $J(\mathbf{W})$, é utilizado o algoritmo de otimização ADAM (*Adaptive Moment Estimation*). Diferentemente do método de descida do gradiente (dado em (26)), o ADAM atualiza os pesos w_{pq}^l de forma adaptativa, ajustando a taxa de aprendizado para cada peso individualmente, conforme as estimativas de momento de primeira ordem (média dos gradientes passados) e momento de segunda ordem (média dos quadrados dos gradientes passados). A equação de atualização para

cada peso w_{pq}^l é dada por:

$$w_{pq}^l = w_{pq}^l - \eta \frac{m_t}{\sqrt{v_t} + \epsilon} \quad (49)$$

onde η é a taxa de aprendizado global definida pelo projetista, m_t é a estimativa do momento de primeira ordem até o tempo t e v_t é a estimativa do momento de segunda ordem. A constante ϵ (tipicamente 10^{-8}) é um pequeno valor adicionado para evitar problemas numéricos de divisão por zero. As equações de m_t e v_t são:

$$m_t = \beta_1 m_{t-1} + (1 - \beta_1) g_t \quad (50)$$

e

$$v_t = \beta_2 v_{t-1} + (1 - \beta_2) g_t^2 \quad (51)$$

onde g_t é o gradiente da função de custo com relação ao peso w_{pq}^l no instante t , e β_1 e β_2 são os coeficientes de decaimento para o primeiro e o segundo momento, respectivamente.

Além disso, o ADAM utiliza uma correção de *bias* nos momentos para corrigir as estimativas de m_t e v_t . Essas correções são realizadas através das seguintes equações:

$$\hat{m}_t = \frac{m_t}{1 - \beta_1^t} \quad (52)$$

e

$$\hat{v}_t = \frac{v_t}{1 - \beta_2^t}. \quad (53)$$

Logo, a atualização final do peso é dada por:

$$w_{pq}^l = w_{pq}^l - \eta \frac{\hat{m}_t}{\sqrt{\hat{v}_t} + \epsilon}. \quad (54)$$

É importante ressaltar que o instante t indica a iteração da época atual, em que o processo de treinamento se encontra.

Adicionalmente ao algoritmo de otimização, o projetista da rede neural define a função custo (ou, função perda) $J(\mathbf{W})$ a ser utilizada durante o treinamento, abordada na Seção 2.2.4.3. O modelo ajusta seus pesos com o objetivo de minimizar a função custo, minimizando a diferença entre as previsões da rede \mathbf{y} (onde $\mathbf{y} = f(\mathbf{W}, \mathbf{x}^0)$) e a resposta esperada $\boldsymbol{\alpha}$. Exemplos comuns de funções de perda incluem o *Mean Squared Error* (MSE), utilizado em problemas de regressão (como é o caso deste estudo), e o *Cross-Entropy Loss*, geralmente empregado em problemas de classificação.

Neste trabalho, a implementação da rede neural foi realizada utilizando a linguagem Python, com o auxílio do *framework* TensorFlow. O TensorFlow foi escolhido por sua flexibilidade, eficiência e ampla biblioteca de funções voltadas para aprendizado de máquina, o que facilitou a construção e o treinamento da rede neural *feedforward* apresentada anteriormente.

3.5 OBTENÇÃO DOS *DATASETS* PARA ESTIMAÇÃO DE ATITUDE

Além dos *datasets* de calibração e teste (aplicados, respectivamente, para calibração do acelerômetro e avaliação das técnicas de calibração), também foram gerados novos conjuntos de dados utilizados para estimar a inclinação do acelerômetro. A Tabela 3 apresenta os *datasets* utilizados na estimação dos ângulos de inclinação *roll* e *pitch* (contendo medidas de aceleração ainda não calibradas). Esses conjuntos de dados representam os três cenários abordados neste estudo.

Tabela 3 – *Datasets* utilizados para estimação de atitude.

<i>Dataset</i>	Descrição	Conteúdo
<i>Dataset 0°</i>	Para a obtenção deste <i>dataset</i> , o acelerômetro é posicionado com os eixos x e y paralelos ao chão e o eixo z apontando para cima. Ou seja, o acelerômetro encontra-se sem inclinação (isto é, $\phi = \theta = 0^\circ$)	São coletadas $M = 1000$ amostras.
<i>Dataset 45° roll</i>	Para a obtenção deste <i>dataset</i> , o acelerômetro é rotacionado em 45° em torno do eixo x . Assim, $\phi = 45^\circ$ e $\theta = 0^\circ$.	São coletadas $M = 1000$ amostras.
<i>Dataset 45° pitch</i>	Para a obtenção deste <i>dataset</i> , o acelerômetro é rotacionado em 45° em torno do eixo y . Assim, $\phi = 0^\circ$ e $\theta = 45^\circ$.	São coletadas $M = 1000$ amostras.

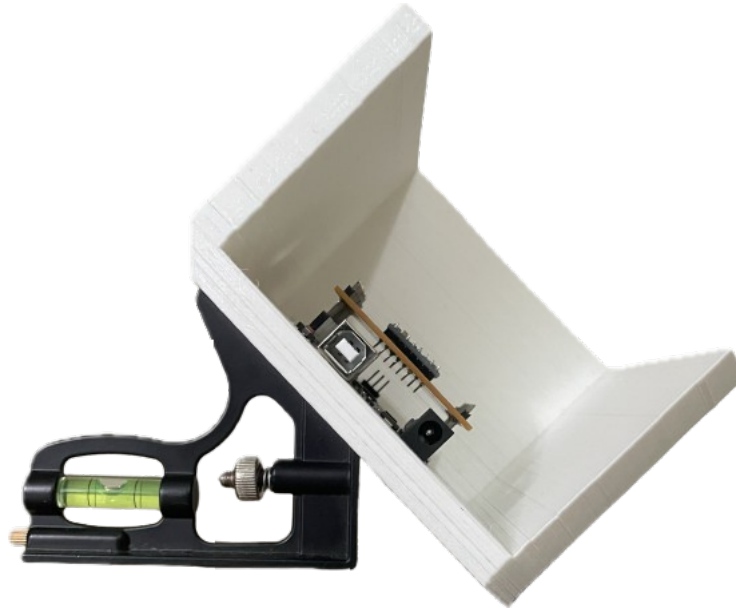
Especificamente, as medidas de aceleração dos *datasets* da Tabela 3 são calibradas através das técnicas de calibração abordadas nas seções anteriores e, depois, tais medidas são utilizadas para estimar os ângulos de inclinação (*roll* e *pitch*). Tal procedimento é realizado com o objetivo de analisar o impacto das técnicas de calibração na estimação dos ângulos de inclinação.

É importante destacar que, para garantir que a plataforma de calibração esteja na inclinação correta, utilizou-se o nível de bolha de 45° . A Figura 26 ilustra a configuração utilizada para a obtenção do *Dataset 45° roll*.

3.6 ESTIMAÇÃO DE ATITUDE COM ACELERÔMETRO

Em particular, o acelerômetro utilizado neste estudo possui os eixos x_a , y_a e z_a conforme apresentado na Figura 18a, que corresponde ao sistema de coordenadas NWU (*North-West-Up*). Entretanto, em aplicações envolvendo a estimação da inclinação de UAVs, é prática comum se utilizar o sistema de coordenadas NED, discutido na Seção 2.3.

Figura 26 – Exemplo de posicionamento da plataforma de calibração para obtenção do *Dataset 45° roll*.



Fonte: Autor.

Portanto, para manter a consistência com a literatura da área, as medidas obtidas pelo acelerômetro são mapeadas para o sistema NED. Para isso, o sistema de coordenadas do acelerômetro é rotacionado em 180° em torno do eixo x , conforme a Figura 27. Neste caso, as medidas obtidas pelo acelerômetro (em repouso e sem inclinação) após a correção dos eixos é representada como

$$\bar{\mathbf{a}}_c = \begin{bmatrix} \bar{a}_x \\ -\bar{a}_y \\ -\bar{a}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{bmatrix} = -\mathbf{k} \triangleq \mathbf{k}_c. \quad (55)$$

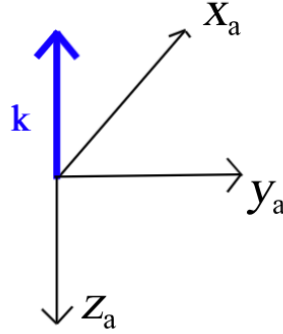
Agora, considerando que o acelerômetro sofre uma rotação em torno do eixo y_a por um ângulo θ e, depois, uma rotação em torno do eixo x_a por um ângulo ϕ , as medidas (calibradas) obtidas passam a ser dadas por

$$\bar{\mathbf{a}}_c = \mathcal{R}_x(\phi)\mathcal{R}_y(\theta)\mathbf{k}_c \quad (56)$$

sendo $\mathcal{R}_y(\theta)$ e $\mathcal{R}_x(\phi)$ as matrizes de rotação em torno dos eixos y e x , respectivamente. Essas matrizes são dadas por:

$$\mathcal{R}_y(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (57)$$

Figura 27 – Conversão dos eixos do acelerômetro para o sistema de coordenadas NED.



Fonte: Autor.

e

$$\mathcal{R}_x(\phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix}. \quad (58)$$

Isolando o vetor \mathbf{k}_c na equação (56), obtém-se:

$$\mathcal{R}_y^{-1}(\theta)\mathcal{R}_x^{-1}(\phi)\bar{\mathbf{a}}_c = \mathbf{k}_c. \quad (59)$$

Como a inversa da matriz de rotação é igual à sua transposta, a Equação (59) pode ser reescrita como:

$$\begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{a}_x \\ -\bar{a}_y \\ -\bar{a}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{bmatrix}. \quad (60)$$

Após realizar a multiplicação matricial, chega-se à seguinte expressão:

$$\begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \sin \phi & \sin \theta \cos \phi \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ -\sin \theta & \cos \theta \sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{a}_x \\ -\bar{a}_y \\ -\bar{a}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{bmatrix}. \quad (61)$$

A partir dessa expressão, é possível obter um sistema de duas equações, dado por:

$$\begin{cases} \bar{a}_x \cos \theta - \bar{a}_y \sin \theta \sin \phi - \bar{a}_z \sin \theta \cos \phi = 0 \\ -\bar{a}_y \cos \phi + \bar{a}_z \sin \phi = 0 \end{cases} \quad (62)$$

A partir da segunda equação em (62), é possível determinar a expressão que define o ângulo ϕ (*roll*) em função das medidas (calibradas) obtidas pelo acelerômetro em cada instante n , conforme apresentado abaixo:

$$\phi_a(n) = \tan^{-1} \left[\frac{\bar{a}_y(n)}{\bar{a}_z(n)} \right]. \quad (63)$$

Ademais, isolando θ na primeira equação de (62), chega-se à expressão que determina o ângulo θ (*pitch*) em função das medidas (calibradas) obtidas pelo acelerômetro em cada instante n , escrita como:

$$\theta_a(n) = \tan^{-1} \left[\frac{\bar{a}_x(n)}{\bar{a}_y(n) \sin \phi_a(n) + \bar{a}_z(n) \cos \phi_a(n)} \right]. \quad (64)$$

4 RESULTADOS

Neste capítulo, são apresentados os resultados deste trabalho. Especificamente, as diferentes técnicas de calibração discutidas no capítulo anterior são aplicadas e os resultados são discutidos. Adicionalmente, a partir das acelerações calibradas, os ângulos de inclinação (*roll* e *pitch*) são estimados, com o objetivo de avaliar o impacto de cada técnica de calibração na estimação da inclinação.

4.1 CALIBRAÇÃO DO ACELERÔMETRO

A calibração do acelerômetro é o foco principal deste estudo, onde são comparadas diferentes técnicas de calibração aplicadas a um acelerômetro do tipo MEMS, contido no *chip* MPU-6050.

Inicialmente, utiliza-se o *Dataset* de Calibração com o objetivo de estimar, através do algoritmo MQ os parâmetros do modelo de erros simplificado (matriz $\hat{\mathbf{S}}$ e vetor $\hat{\mathbf{b}}$), e por meio dos algoritmos MQ e PSO, os parâmetros do modelo de erros completo (matriz $\hat{\mathbf{K}}$ e vetor $\hat{\mathbf{b}}$). Além disso, o *Dataset* de Calibração é utilizado para treinar uma rede neural (com topologia discutida na Seção 3.4.3) para operar como uma função de calibração $\bar{\mathbf{a}}(n) = f(\boldsymbol{\rho}(n))$.

Em seguida, as funções de calibração (9) e (10) (baseadas nos modelos de erros) e a função definida pela rede neural treinada são aplicadas para calibrar as medidas de aceleração contidas no *Dataset* de Teste.

Por fim, os valores calibrados são comparados com os valores corretos de aceleração nas 9 posições referentes à Tabela 2, através da métrica de Erro Médio Absoluto (MAE). Os valores corretos de aceleração são agrupados na seguinte matriz:

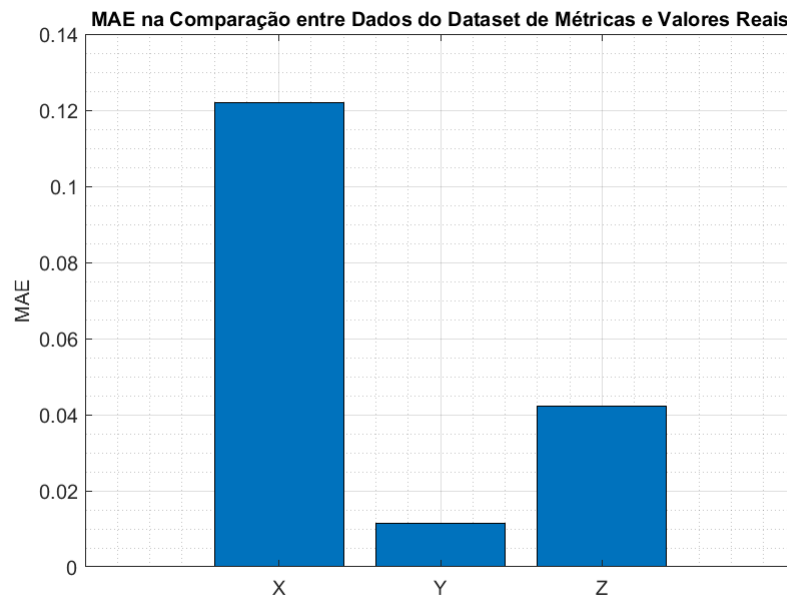
$$\mathbf{A}_{\text{corretos}} = \begin{bmatrix} \mathbf{1}_{N \times 1} & \mathbf{0}_{N \times 1} & \mathbf{0}_{N \times 1} \\ -\mathbf{1}_{N \times 1} & \mathbf{0}_{N \times 1} & \mathbf{0}_{N \times 1} \\ \mathbf{0}_{N \times 1} & \mathbf{1}_{N \times 1} & \mathbf{0}_{N \times 1} \\ \mathbf{0}_{N \times 1} & -\mathbf{1}_{N \times 1} & \mathbf{0}_{N \times 1} \\ \mathbf{0}_{N \times 1} & \mathbf{0}_{N \times 1} & \mathbf{1}_{N \times 1} \\ \mathbf{0}_{N \times 1} & \mathbf{0}_{N \times 1} & -\mathbf{1}_{N \times 1} \\ \frac{1}{\sqrt{2}}\mathbf{1}_{N \times 1} & \frac{1}{\sqrt{2}}\mathbf{1}_{N \times 1} & \mathbf{0}_{N \times 1} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}}\mathbf{1}_{N \times 1} & \mathbf{0}_{N \times 1} & \frac{1}{\sqrt{2}}\mathbf{1}_{N \times 1} \\ \mathbf{0}_{N \times 1} & -\frac{1}{\sqrt{2}}\mathbf{1}_{N \times 1} & \frac{1}{\sqrt{2}}\mathbf{1}_{N \times 1} \end{bmatrix} \quad (65)$$

onde N é o número de amostras por posição (é utilizado $N = 50$ neste estudo) e $\mathbf{1}_{N \times 1}$ e $\mathbf{0}_{N \times 1}$ são vetores de dimensão $N \times 1$ com todos os elementos iguais à 1 e 0, respectivamente.

4.1.1 Dados não calibrados

Primeiramente, é avaliado o quão distante as acelerações medidas $\rho(n)$ (obtidas diretamente) do acelerômetro estão dos valores corretos. Assim, na Figura 28, é apresentado os valores de MAE entre os dados não calibrados do *Dataset* de Teste e os valores corretos de acelerações para as 9 posições. Os valores de MAE para os eixos x , y e z são, respectivamente, 0,1220; 0,0116 e 0,0422.

Figura 28 – Valores de MAE para os dados do *Dataset* de Teste.



Fonte: Autor.

4.1.2 Mínimos Quadrados

O método de mínimos quadrados é utilizado para encontrar o vetor de parâmetros $\hat{\mathbf{x}}$ capaz de minimizar a função custo apresentada em (13). Neste estudo, o método de MQ é aplicado para estimar os parâmetros dos modelos de erros do acelerômetro, considerando tanto o modelo simplificado (dado em (2)) quanto o modelo completo (dado em (6)).

4.1.2.1 Caso 1: Modelo Simplificado

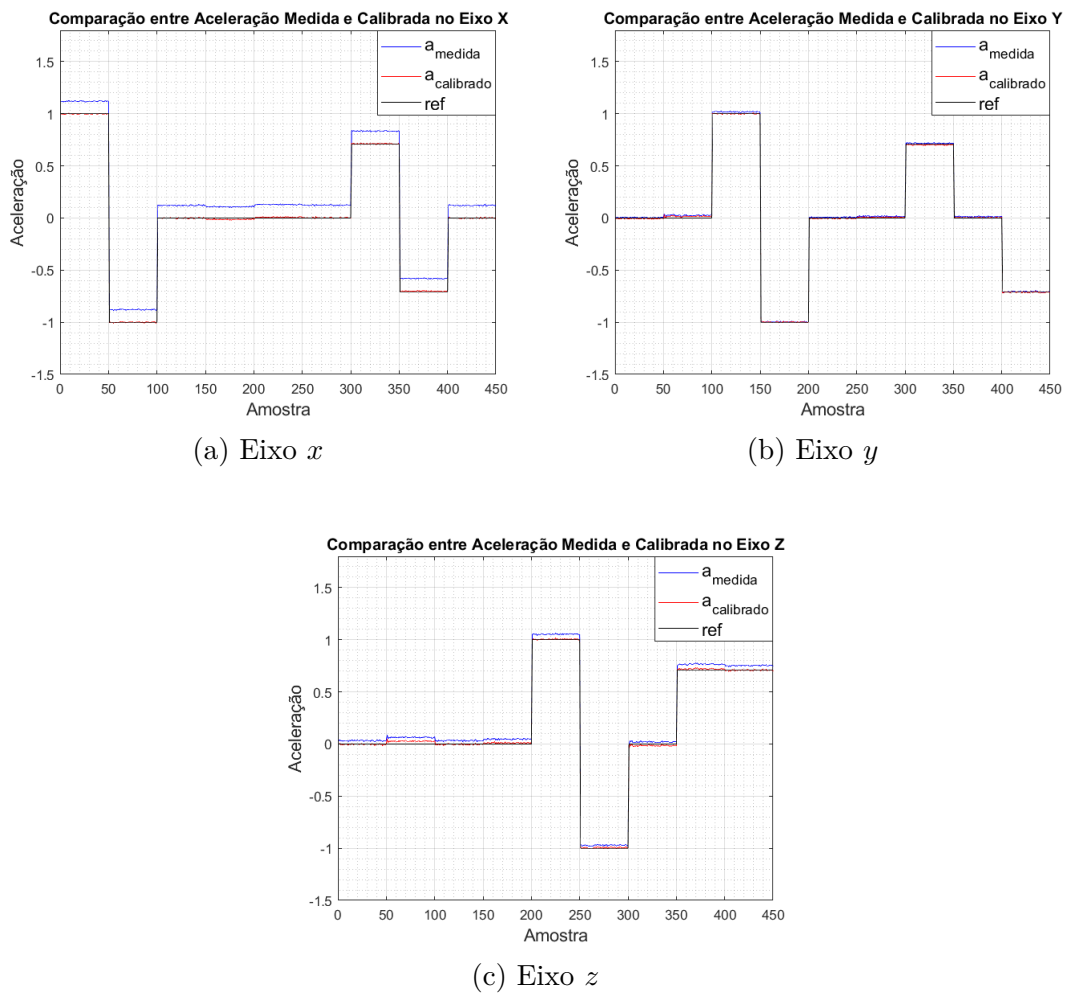
Para o caso do modelo de erros simplificado, o algoritmo de MQ fornece como resultado as estimativas da matriz dos fatores de escala $\hat{\mathbf{S}}$ e do vetor de bias $\hat{\mathbf{b}}$. Desta

forma, utilizando o *Dataset* de Calibração, as estimativas obtidas são mostradas a seguir:

$$\hat{\mathbf{S}} = \begin{bmatrix} 1,00009 & 0 & 0 \\ 0 & 1,00788 & 0 \\ 0 & 0 & 1,01285 \end{bmatrix} \quad \hat{\mathbf{b}} = \begin{bmatrix} 0,12159 \\ 0,01017 \\ 0,03557 \end{bmatrix} \quad (66)$$

Em seguida, as medições de aceleração contidas no *Dataset* de Teste são calibradas por meio da Equação (9). A Figura 29 apresenta a comparação entre os dados não calibrados do *dataset* e as medições calibradas para cada eixo do acelerômetro.

Figura 29 – Comparação entre as acelerações medidas e calibradas com MQ para cada eixo do acelerômetro e considerando o modelo de erros simplificado.



Fonte: Autor.

4.1.2.2 Caso 2: Modelo Completo

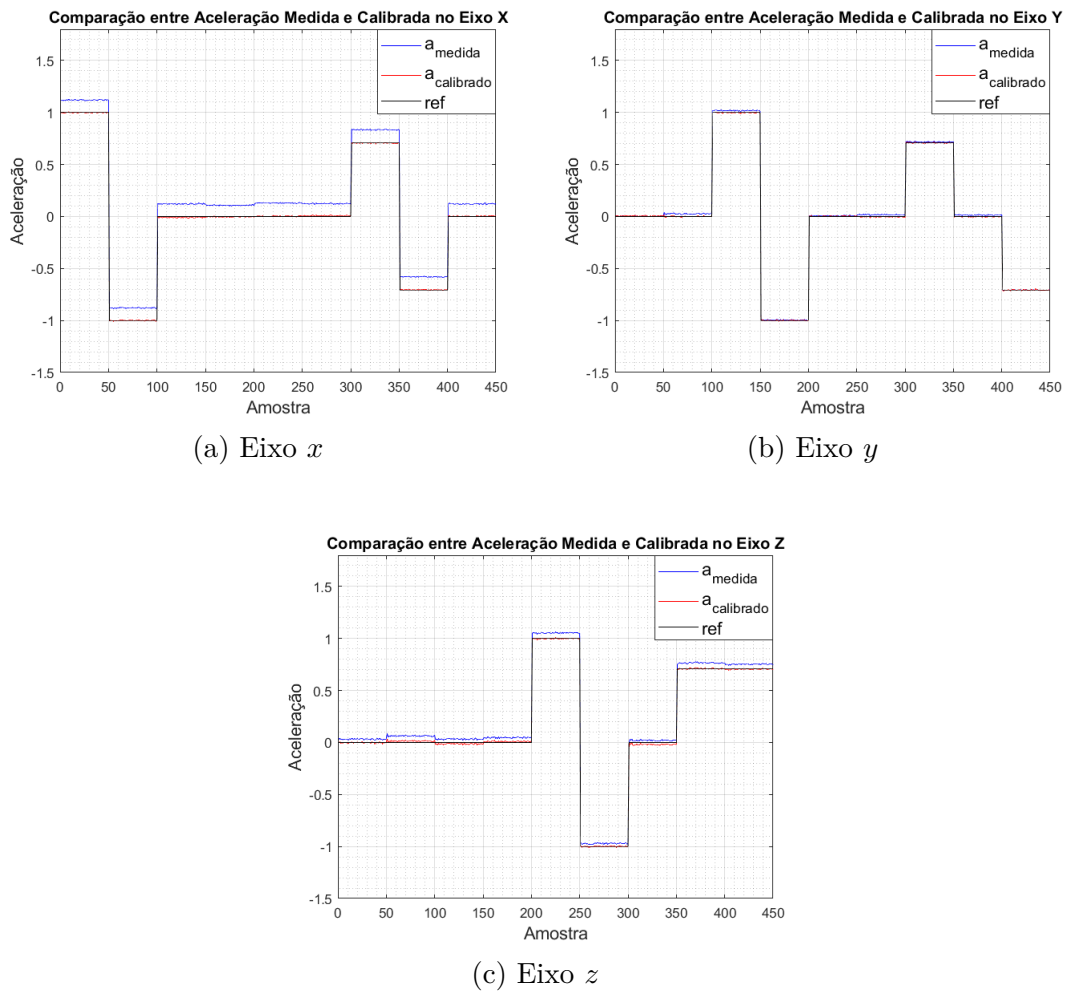
Por outro lado, para o caso do modelo de erros completo, o algoritmo de MQ fornece como resultado as estimativas da matriz de erros combinados $\hat{\mathbf{K}}$ e do vetor de bias

$\hat{\mathbf{b}}$. Assim,

$$\hat{\mathbf{K}} = \begin{bmatrix} 1,00009 & 0,00948 & 0,00545 \\ -0,01381 & 1,00788 & -0,00846 \\ -0,00723 & 0,00459 & 1,01285 \end{bmatrix} \quad \hat{\mathbf{b}} = \begin{bmatrix} 0,12109 \\ 0,01220 \\ 0,04154 \end{bmatrix} \quad (67)$$

Na sequência, as medições de aceleração contidas no *Dataset* de Teste são calibradas por meio da Equação (10). A Figura 30 ilustra a comparação entre os dados não calibrados do *dataset* e as medições calibradas para cada eixo do acelerômetro.

Figura 30 – Comparação entre as acelerações medidas e calibradas com MQ para cada eixo do acelerômetro e considerando o modelo de erros completo.



Fonte: Autor.

4.1.3 Otimização por Enxame de Partículas

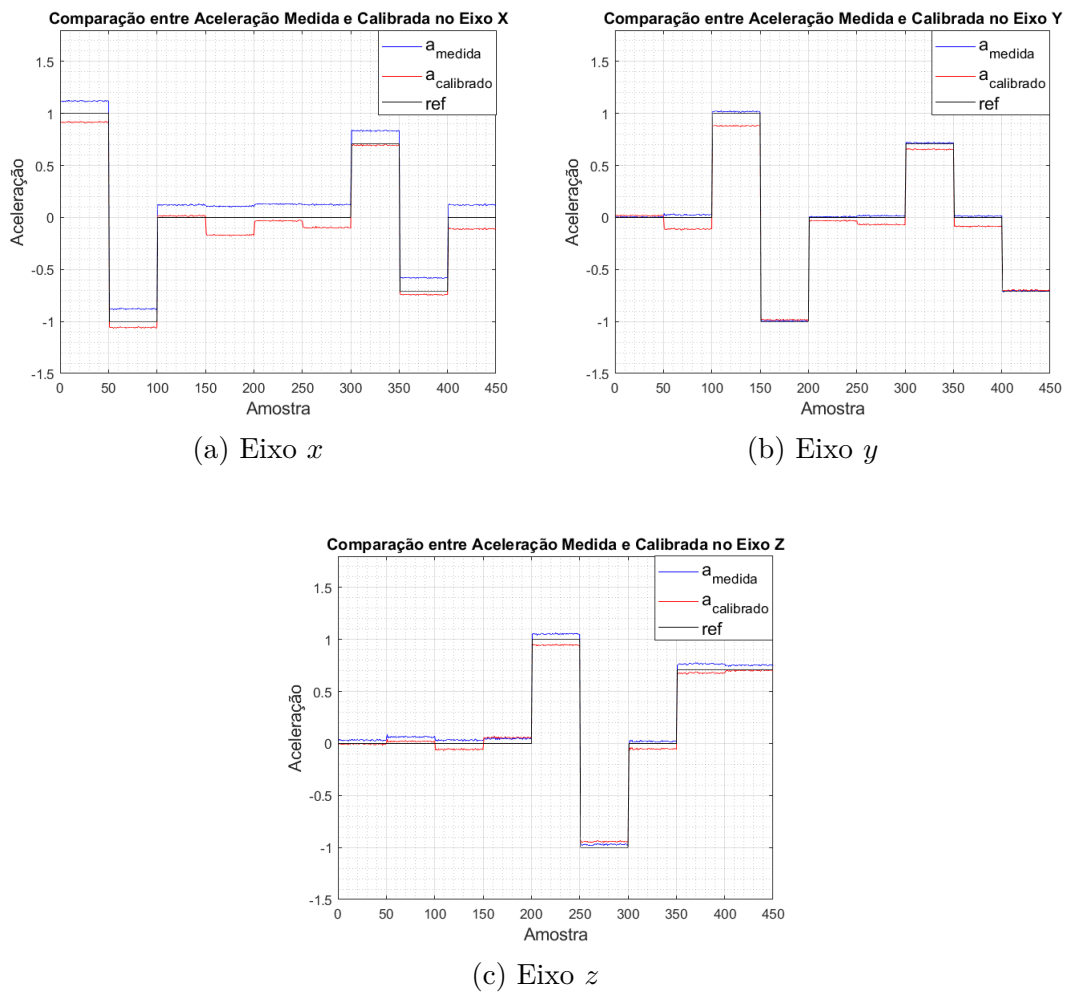
Especificamente para o algoritmo de Otimização por Enxame de Partículas (PSO), o *Dataset* de Calibração é utilizado apenas para estimar os parâmetros do modelo de erros completo (ou seja, a matriz $\hat{\mathbf{K}}$ e o vetor $\hat{\mathbf{b}}$). As configurações escolhidas para o algoritmo foram 60 partículas e 350 iterações, além do fator de inércia $w = 0,8$ e os coeficientes de

aceleração $c_1 = c_2 = 1,8$. Após 10 execuções, a melhor partícula \mathbf{g}_{best} obtida foi:

$$\hat{\mathbf{K}} = \begin{bmatrix} 1,01830 & -0,09582 & -0,03035 \\ -0,08280 & 1,08700 & -0,02324 \\ -0,00531 & 0,05801 & 1,07030 \end{bmatrix} \quad \hat{\mathbf{b}} = \begin{bmatrix} 0,18760 \\ 0,06041 \\ 0,04151 \end{bmatrix} \quad (68)$$

Em seguida, as medições de aceleração contidas no *Dataset* de Teste são calibradas por meio da Equação (10). A Figura 31 ilustra a comparação entre os dados não calibrados do *dataset* e as medições calibradas para cada eixo do acelerômetro.

Figura 31 – Comparação entre as acelerações medidas e calibradas com o algoritmo PSO para cada eixo do acelerômetro e considerando o modelo de erros completo.



Fonte: Autor.

4.1.4 Rede Neural Artificial

A implementação da rede neural artificial foi realizada em Python com o *framework* TensorFlow, que facilita a construção e treinamento de redes neurais. Inicialmente, o código realiza a leitura dos *datasets*. Para o treinamento da rede neural, é utilizado o *Dataset* de

Calibração, enquanto para a predição (calibração dos dados), é empregado o *Dataset* de Teste.

No processo de treinamento, são fornecidas duas matrizes: a matriz de entrada, que contém as acelerações medidas $\boldsymbol{\rho}(n)$ nos três eixos, e a matriz de saída esperada. No contexto deste trabalho, a saída esperada corresponde às acelerações corretas, as quais são conhecidas, tendo em vista que as medidas de aceleração são obtidas de posição pré-definidas (conforme apresentado na Tabela 2).

A arquitetura adotada é uma rede neural do tipo *feedforward* (mostrada na Figura 25), composta por uma camada de entrada com 3 neurônios, correspondendo as medidas de aceleração em cada eixo, uma camada oculta com 7 neurônios e uma camada de saída com 3 neurônios, correspondendo a estimação das acelerações calibradas nos três eixos. A função de ativação ReLU é aplicada apenas na camada oculta.

Para o treinamento da rede neural, foi utilizado o algoritmo de otimização ADAM, com uma taxa de aprendizado global $\eta = 0,0005$. O modelo foi treinado por 1000 épocas, utilizando um *batch size* (tamanho do lote) de 32, o que define o número de amostras processadas por iteração durante o treinamento. Além disso, 20% dos dados são reservados para validação (*validation split*), que é importante pois permite avaliar o desempenho do modelo durante o treinamento.

O Erro Médio Quadrático (MSE - *Mean Squared Error*) é utilizado como função de perda (função custo) durante o treinamento. Assim, o modelo ajusta seus pesos com o objetivo de minimizar o MSE entre as previsões e os valores corretos de aceleração. Adicionalmente, a métrica MAE é utilizada para complementar a avaliação da performance do modelo.

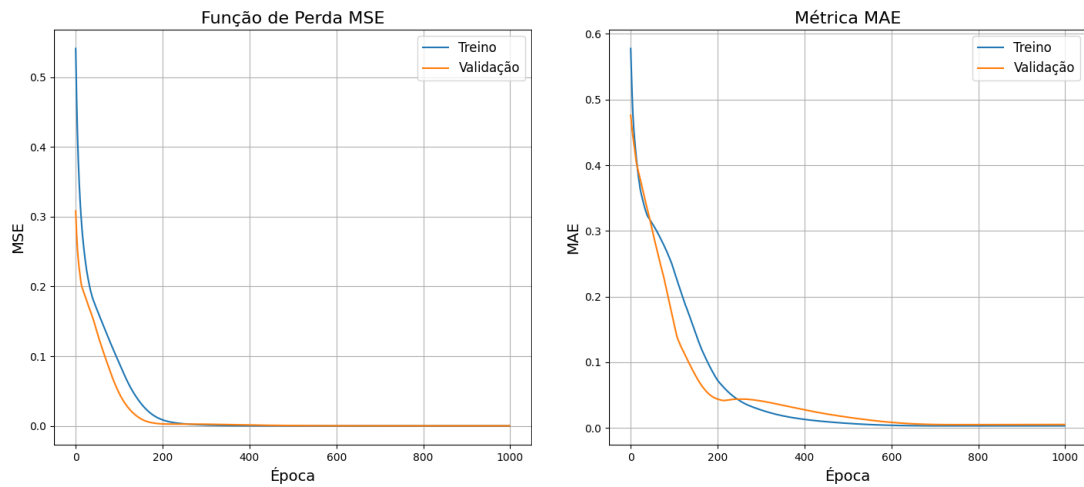
Os gráficos da função de perda MSE e da métrica MAE obtidos durante o treinamento da rede neural são apresentados nas Figuras 32a e 32b, respectivamente. A partir dessa figura, nota-se que os pesos da rede neural foram ajustados de modo a reduzir a função custo tanto para o conjunto de treinamento quanto para o conjunto de validação.

Após o seu treinamento, a rede neural foi utilizada como uma função de calibração $\bar{\mathbf{a}}(n) = f(\boldsymbol{\rho}(n))$ capaz de mapear as medidas de aceleração $\boldsymbol{\rho}(n)$ para valores calibrados $\bar{\mathbf{a}}(n)$, mais próximos dos valores corretos de aceleração. Assim, na Figura 33, é apresentado o resultado da comparação entre as acelerações medidas e as calibradas pela rede neural, para cada eixo do acelerômetro.

4.1.5 Comparação entre as técnicas de calibração

A Tabela 4 apresenta os valores de Erro Médio Absoluto (MAE), calculados entre os valores das acelerações calibradas (pelos métodos abordados neste trabalho) e os valores corretos das acelerações (dados em (65)) nas 9 posições. Para essa comparação foi utilizado o *Dataset* de Teste. Ademais, na Figura 34, os valores de MAE da Tabela 4, são apresentados em formato de gráfico de barras para facilitar a comparação entre as

Figura 32 – Gráficos da função de perda MSE e da métrica MAE obtidos durante o treinamento.



(a) Função de perda MSE

(b) Métrica MAE

Fonte: Autor.

técnicas de calibração.

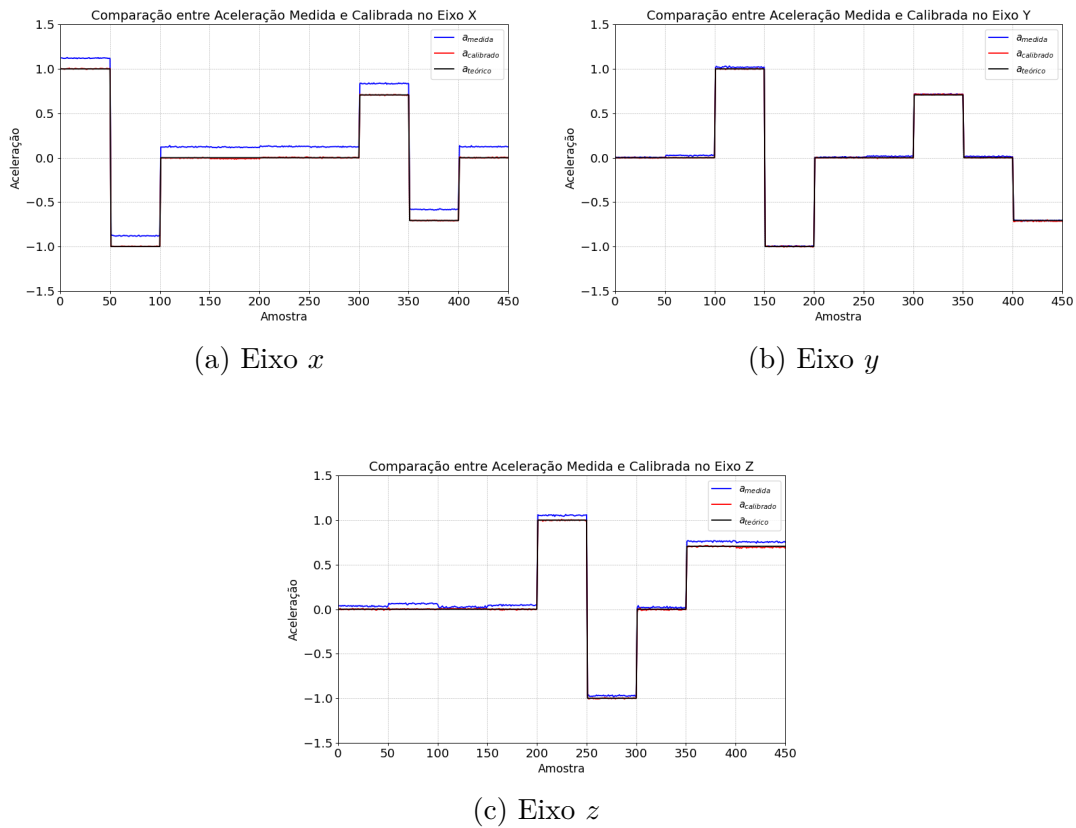
É importante ressaltar que os parâmetros de configuração do PSO e da rede neural foram escolhidos por meio de testes de tentativa e erro, visando alcançar configurações adequadas para a calibração do acelerômetro. No caso da rede neural, buscou-se minimizar ao máximo o custo computacional enquanto se mantinha um baixo erro médio absoluto (MAE), resultando em um modelo eficiente e preciso.

Na análise dos resultados obtidos pelas técnicas de calibração, observa-se que o método de Redes Neurais apresentou o melhor desempenho geral, reduzindo significativamente o erro médio absoluto (MAE) nos três eixos. No entanto, é importante destacar que essa técnica possui uma maior complexidade computacional em comparação com as demais, devido ao processo de multiplicações sequenciais de matrizes para a obtenção da saída.

Por outro lado, a técnica de Otimização por Enxame de Partículas (PSO) apresentou o pior desempenho, com um erro no eixo y superior ao observado nos dados não calibrados. No entanto, uma vantagem dessa técnica é a flexibilidade em utilizar posições aleatórias para a calibração, o que simplifica o processo e elimina a necessidade de posicionar o suporte mecânico em posições pré-definidas.

Adicionalmente, destaca-se a técnica baseada em Mínimos Quadrados (MQ), especialmente considerando o modelo completo, cujos valores de MAE são próximos aos obtidos pela Rede Neural, porém com a vantagem de utilizar uma menor complexidade computacional. O modelo simplificado também se mostrou eficiente, oferecendo o benefício de exigir menos posições pré-definidas no procedimento de calibração, o que torna o

Figura 33 – Comparação entre as acelerações medidas e calibradas com a rede neural para cada eixo do acelerômetro.



Fonte: Autor.

processo mais simples.

Tabela 4 – Comparação das Técnicas de Calibração do Acelerômetro MEMS.

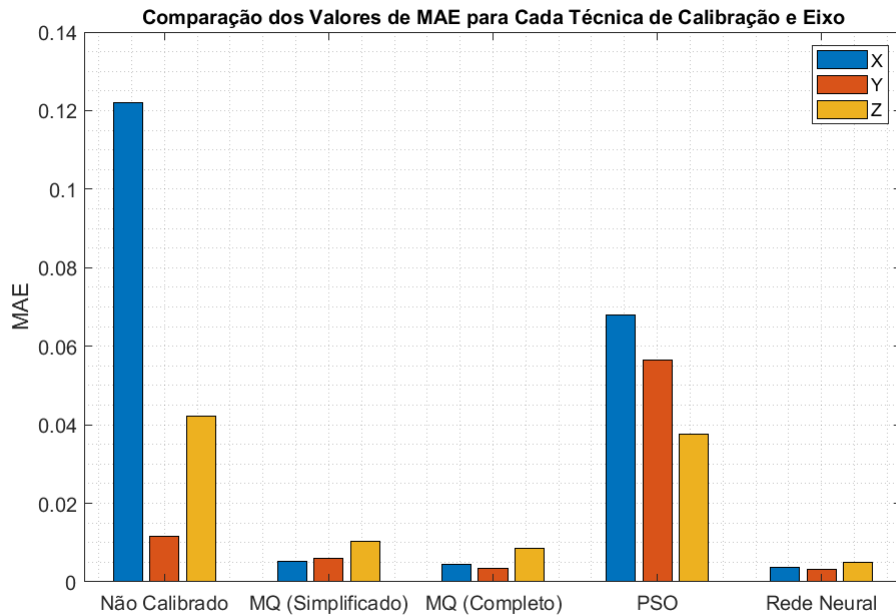
	Não Calibrado	Modelo Simplificado		Modelo Completo	
		MQ	MQ	PSO	Rede Neural
\mathbf{MAE}_x	0,1220	0,0053	0,0044	0,0679	0,0036
\mathbf{MAE}_y	0,0116	0,0059	0,0035	0,0565	0,0031
\mathbf{MAE}_z	0,0422	0,0103	0,0086	0,0376	0,0048

4.2 ESTIMAÇÃO DE ATITUDE

Nesta seção, as funções de calibração obtidas são utilizadas para, primeiramente, calibrar as medidas de aceleração dos três *datasets* mostrados na Tabela 3. Na sequência, essas medidas (calibradas) são empregadas para estimar a inclinação (ângulos *roll* e *pitch*) do acelerômetro, através das equações (63) e (64). Os *datasets* contemplam os seguintes cenários:

1. Cenário 1: Acelerômetro sem inclinação ($roll = pitch = 0^\circ$).

Figura 34 – Comparação entre as diferentes técnicas de calibração em formato de gráfico de barras.



Fonte: Autor.

2. Cenário 2: Acelerômetro rotacionado em 45° em torno do eixo x ($roll = 45^\circ$ e $pitch = 0^\circ$).
3. Cenário 3: Acelerômetro rotacionado em 45° em torno do eixo y ($roll = 0^\circ$ e $pitch = 45^\circ$).

4.2.1 Dados não calibrados

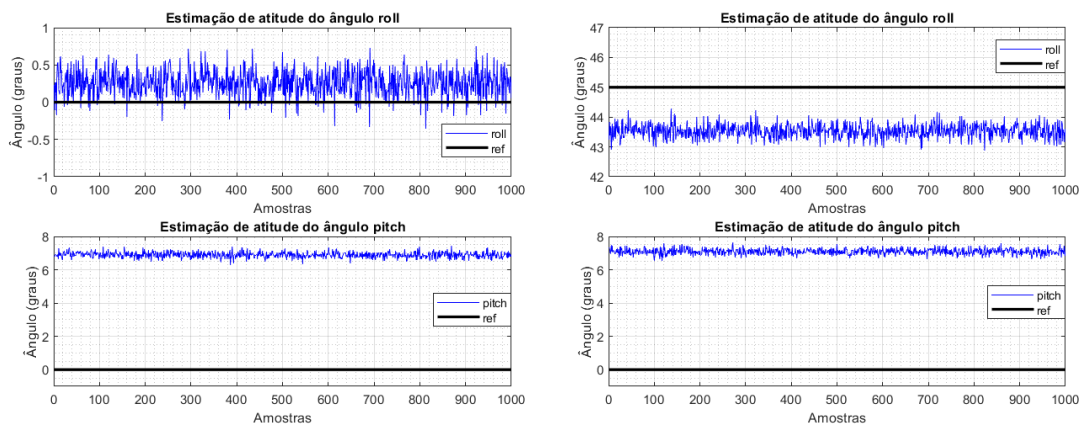
Na Figura 35, é mostrado o resultado da estimação da inclinação do acelerômetro para os 3 cenários utilizando as medidas não calibradas contidas nos *datasets*. De modo geral, os três cenários apresentaram um erro elevado no ângulo *pitch* em comparação com os valores corretos (de referência), com destaque para os cenários 1 e 2, onde as discrepâncias foram mais acentuadas. Em relação ao ângulo *roll*, os erros foram menos significativos, exceto no cenário 2, que apresentou uma discrepância visivelmente maior em relação aos valores corretos.

4.2.2 Mínimos Quadrados

4.2.2.1 Caso 1: Modelo Simplificado

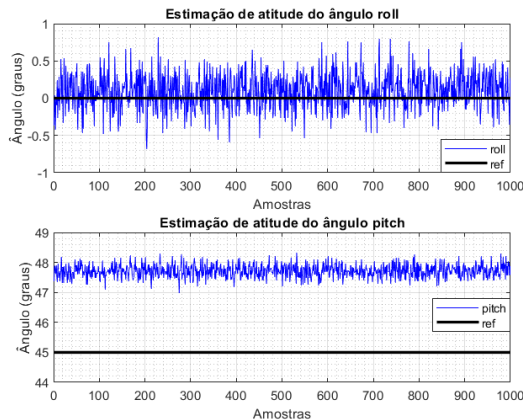
Na Figura 36, é mostrado o resultado da estimação da inclinação do acelerômetro para os 3 cenários utilizando o modelo de erros simplificado para calibração, obtido pelo

Figura 35 – Estimação da inclinação do acelerômetro nos 3 cenários, utilizando as medidas não calibradas de aceleração.



(a) Cenário 1

(b) Cenário 2



(c) Cenário 3

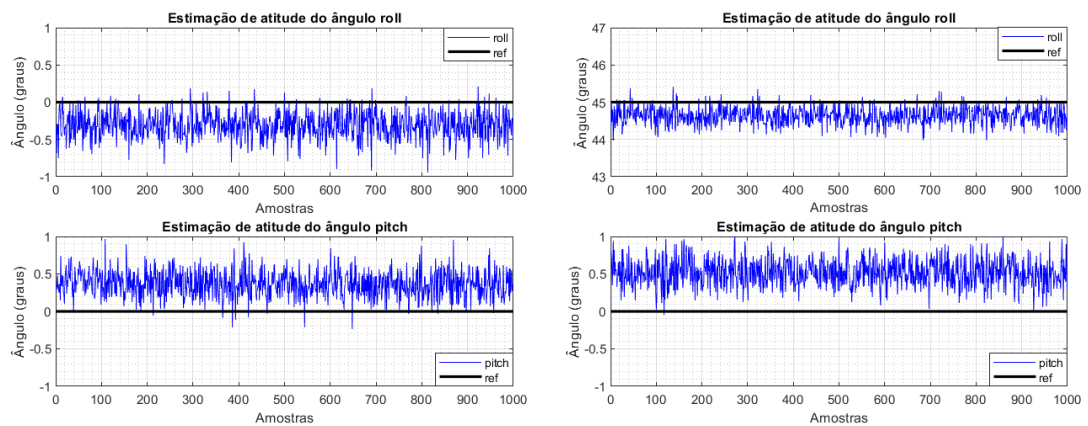
Fonte: Autor.

método de MQ. Em geral, os ângulos estimados são próximos dos valores corretos. Ademais, nota-se uma melhora na estimação do ângulo *roll* apenas no cenário 2, em comparação com as medidas não calibradas. Em relação ao ângulo *pitch*, houve uma melhora significativa em todos os cenários.

4.2.2.2 Caso 2: Modelo Completo

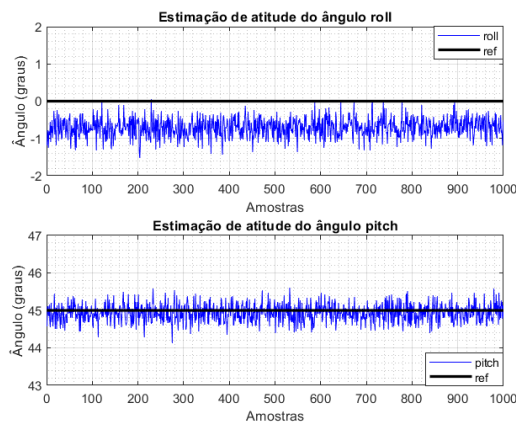
Na Figura 37, é mostrado o resultado da estimação da inclinação do acelerômetro para os 3 cenários, utilizando o modelo de erros completo para calibração, obtido pelo método de MQ. De modo geral, os ângulos estimados apresentam valores próximos aos corretos. Contudo, em comparação com os dados não calibrados, observa-se uma leve piora no ângulo *roll* no cenário 3.

Figura 36 – Estimação da inclinação do acelerômetro nos 3 cenários, utilizando o modelo de erros simplificado para calibração, estimado por MQ.



(a) Cenário 1

(b) Cenário 2



(c) Cenário 3

Fonte: Autor.

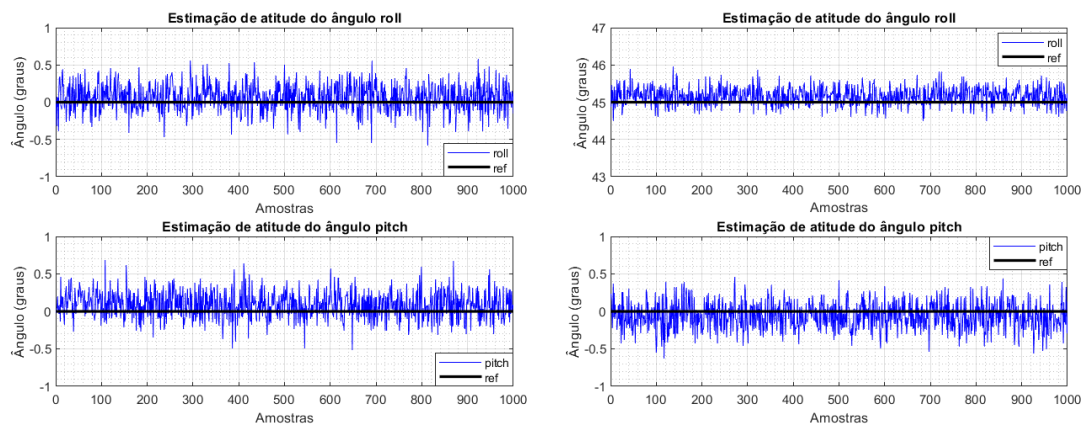
4.2.3 Otimização por Enxame de Partículas

Na Figura 38, é mostrado o resultado da estimação da inclinação do acelerômetro para os 3 cenários utilizando o algoritmo PSO para calibração. No geral, os ângulos (*roll* e *pitch*) estimados não estão próximos dos valores corretos. Ademais, observa-se uma melhora na estimação do ângulo *roll* somente no cenário 2, quando comparado às medidas não calibradas. Por outro lado, em relação ao ângulo *pitch*, verifica-se uma leve melhora na estimação para todos os cenários.

4.2.4 Rede Neural Artificial

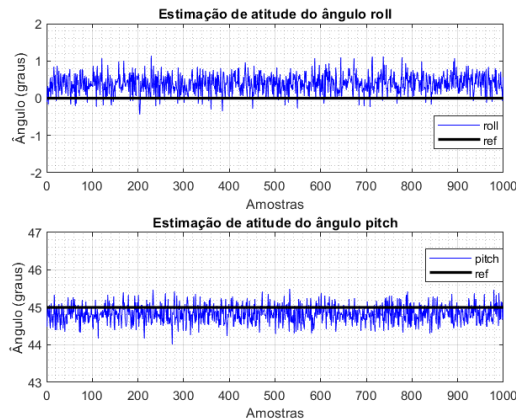
Na Figura 39, é mostrado o resultado da estimação da inclinação do acelerômetro para os 3 cenários utilizando a rede neural como função de calibração. De forma geral, os ângulos estimados estão próximos dos valores corretos. No entanto, em comparação aos

Figura 37 – Estimação da inclinação do acelerômetro nos 3 cenários, utilizando o modelo de erros completo para calibração, estimado por MQ.



(a) Cenário 1

(b) Cenário 2



(c) Cenário 3

Fonte: Autor.

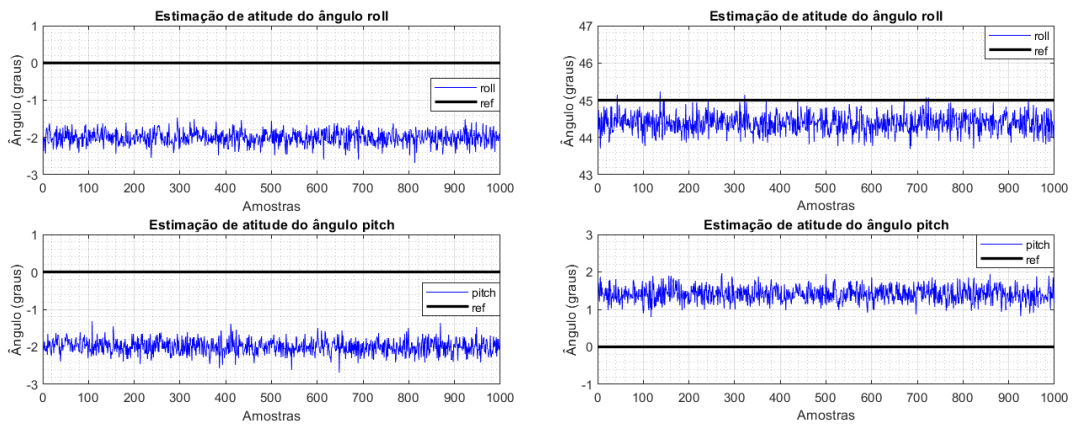
dados não calibrados, percebe-se uma pequena piora no ângulo *roll* no cenário 3.

4.2.5 Comparação entre as técnicas de calibração para estimação de atitude

As Tabelas 5 e 6 apresentam os valores de MAE relacionados à estimação dos ângulos de atitude *roll* e *pitch*, a partir das medidas de aceleração calibradas, obtidas através de cada técnica discutida neste trabalho. Adicionalmente, nas Figuras 40 e 41, esses resultados são apresentados no formato de gráfico de barras, facilitando a comparação visual entre as técnicas de calibração.

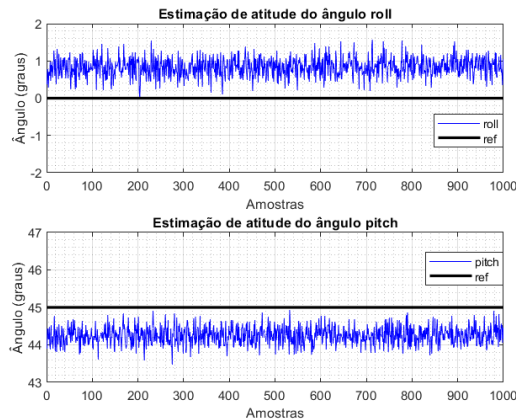
Na análise dos resultados obtidos, observa-se as técnicas de MQ (considerando o modelo completo) e Redes Neurais, se destacaram como as mais eficazes, superando tanto os dados não calibrados quanto as demais técnicas. No entanto, em comparação com a estimação dos dados não calibrados, nenhuma das técnicas foi capaz de reduzir o erro

Figura 38 – Estimação da inclinação do acelerômetro nos 3 cenários, utilizando o modelo de erros completo para calibração, estimado pelo algoritmo PSO.



(a) Cenário 1

(b) Cenário 2



(c) Cenário 3

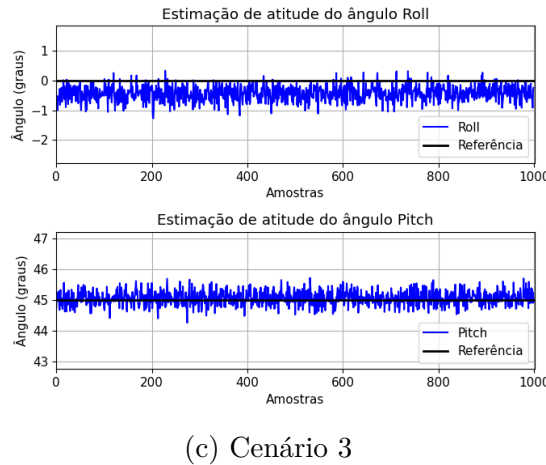
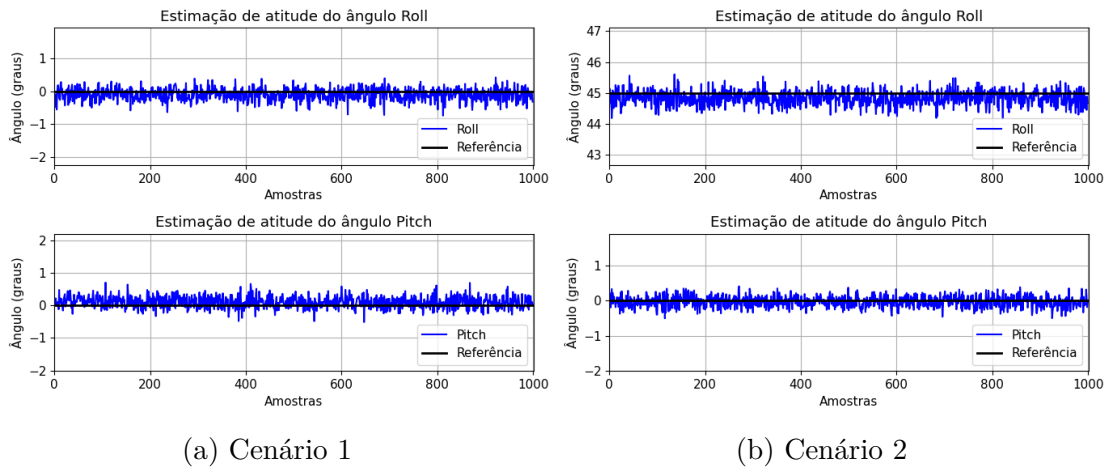
Fonte: Autor.

MAE na estimação do ângulo *roll* no cenário 3, indicando que, nesse caso específico, as abordagens de calibração não resultaram em uma melhoria significativa.

Além disso, observa-se uma relação direta entre os resultados da calibração e a estimação da inclinação. Ou seja, as técnicas de calibração (MQ e Redes Neurais) que apresentaram os melhores resultados foram também as que proporcionaram uma melhor estimação dos ângulos de inclinação, com destaque para o MQ (considerando o modelo completo), que garantiu uma redução significativa dos erros e apresenta um custo computacional menor em comparação com a Rede Neural.

Em contrapartida, o algoritmo de Otimização por Enxame de Partículas (PSO) não demonstrou um desempenho tão expressivo. Embora tenha mostrado uma leve melhora na estimação do ângulo *pitch* em todos os cenários, a melhoria no ângulo *roll* ocorreu apenas no cenário 2, evidenciando que, além da calibração, o algoritmo PSO não é recomendado para a aplicação de estimação de inclinação.

Figura 39 – Estimação da inclinação do acelerômetro nos 3 cenários, utilizando a rede neural para calibração.



Fonte: Autor.

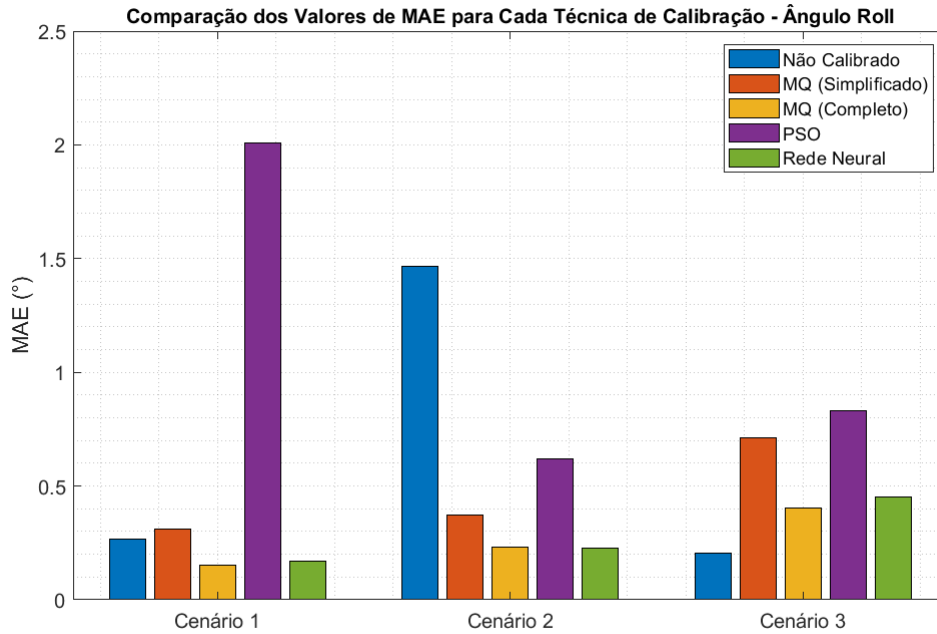
Tabela 5 – Comparação das Técnicas de Calibração para estimação de atitude do ângulo *roll* nos 3 cenários.

	Não Calibrado	Modelo Simplificado		Modelo Completo	
		MQ	MQ	PSO	Rede Neural
MAE_1	$0,2686^\circ$	$0,3114^\circ$	$0,1522^\circ$	$2,0077^\circ$	$0,1695^\circ$
MAE_2	$1,4670^\circ$	$0,3737^\circ$	$0,2294^\circ$	$0,6178^\circ$	$0,2268^\circ$
MAE_3	$0,2065^\circ$	$0,7100^\circ$	$0,4026^\circ$	$0,8301^\circ$	$0,4504^\circ$

Tabela 6 – Comparação das Técnicas de Calibração para estimação de atitude do ângulo *pitch* nos 3 cenários.

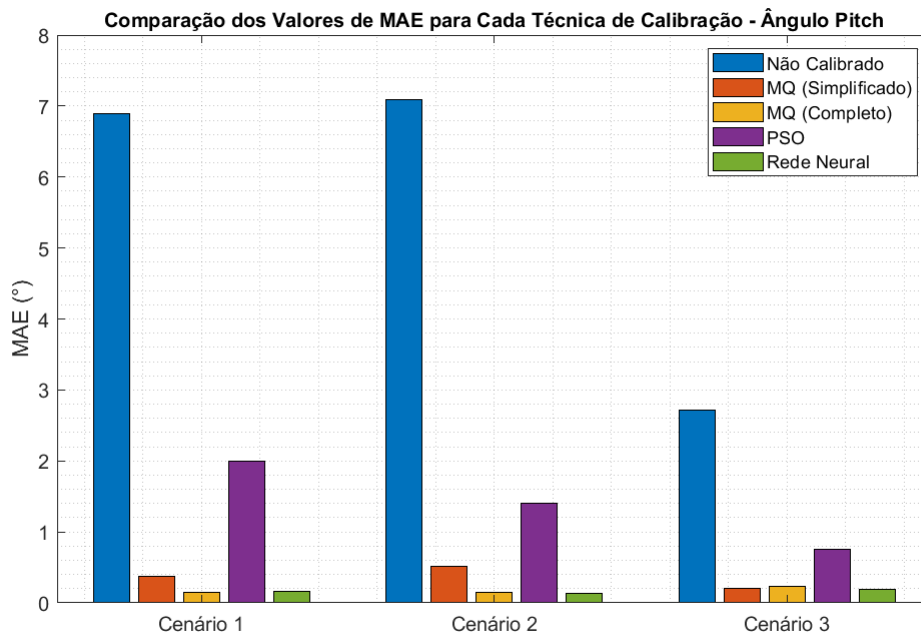
	Não Calibrado	Modelo Simplificado		Modelo Completo	
		MQ	MQ	PSO	Rede Neural
MAE_1	$6,8928^\circ$	$0,3685^\circ$	$0,1549^\circ$	$1,9968^\circ$	$0,1604^\circ$
MAE_2	$7,0918^\circ$	$0,5154^\circ$	$0,1550^\circ$	$1,4058^\circ$	$0,1331^\circ$
MAE_3	$2,7132^\circ$	$0,1980^\circ$	$0,2386^\circ$	$0,7498^\circ$	$0,1899^\circ$

Figura 40 – Comparação entre as diferentes técnicas de calibração para estimação do ângulo *roll*, em formato de gráfico de barras.



Fonte: Autor.

Figura 41 – Comparação entre as diferentes técnicas de calibração para estimação do ângulo *pitch*, em formato de gráfico de barras.



Fonte: Autor.

5 CONCLUSÃO

O objetivo deste trabalho foi realizar um estudo comparativo entre três técnicas de calibração para acelerômetros MEMS baseadas em Mínimos Quadrados (MQ), Otimização por Enxame de Partículas (PSO) e Redes Neurais Artificiais, com o foco em avaliar a eficácia de cada técnica na correção de erros de medição determinísticos como *bias*, fator de escala, desalinhamento e não-ortogonalidade, além de aplicar as medidas calibradas para a estimação dos ângulos de inclinação *roll* e *pitch*. A plataforma de calibração desenvolvida para este estudo incluiu um módulo GY-87, um Arduino UNO e um suporte mecânico que garantiu a estabilidade e precisão nas medições.

No que se refere ao conteúdo abordado neste documento, no Capítulo 1 foi apresentada uma contextualização deste trabalho, destacando o objetivo geral e os objetivos específicos a serem alcançados. No Capítulo 2, foram apresentados alguns conceitos fundamentais que sustentam o desenvolvimento do trabalho. No Capítulo 3, foi detalhada a construção da plataforma utilizada para aquisição de dados do acelerômetro, assim como as implementações das técnicas de calibração. No Capítulo 4, foram apresentados os resultados deste estudo, tanto para a calibração do acelerômetro quanto para a aplicação da estimação de inclinação, por meio das diferentes técnicas abordadas.

Na calibração do acelerômetro, o método de Redes Neurais obteve os melhores resultados em termos de redução do erro médio absoluto (MAE) para os três eixos, superando as demais técnicas. Contudo, essa técnica apresenta um custo computacional mais elevado em comparação com as outras abordagens. Destacam-se também os resultados do método de Mínimos Quadrados (MQ), especialmente com o modelo completo, cujos valores de erro foram próximos aos obtidos pela Rede Neural, mas com uma menor complexidade computacional. O MQ considerando o modelo simplificado também apresentou resultados satisfatórios, com a vantagem de exigir menos posições pré-definidas no procedimento de calibração, o que torna o processo mais simples. A técnica de Otimização por Enxame de Partículas (PSO), embora tenha reduzido o erro nos eixos x e z , apresentou uma exceção no eixo y , onde o erro foi superior ao dos dados não calibrados, o que torna essa técnica a menos eficaz para a calibração do acelerômetro. Entretanto, um ponto positivo do PSO é que este algoritmo não requer o uso de posições pré-definidas para a plataforma de calibração, uma vez que as acelerações teóricas são calculadas com base nas amostras de acelerações e nas posições de cada partícula. Isso significa que o procedimento de calibração é mais simples, permitindo a utilização de posições aleatórias.

Em relação à estimação da inclinação, as técnicas de MQ (considerando o modelo completo) e Redes Neurais se destacaram como as mais eficazes, superando tanto os dados não calibrados quanto as demais técnicas. No entanto, em comparação com a estimação dos dados não calibrados, nenhuma das técnicas foi capaz de reduzir o erro MAE na estimação do ângulo *roll* no cenário 3, indicando que, nesse caso específico, as

abordagens de calibração não resultaram em uma melhoria significativa. Por outro lado, o algoritmo PSO, em comparação com a estimação realizada com os dados não calibrados, não demonstrou um desempenho tão expressivo na estimação da inclinação, apresentando uma melhoria apenas na estimação do ângulo *pitch* em todos os cenários, enquanto no ângulo *roll*, a melhoria ocorreu apenas no cenário 2.

Em geral, todos os objetivos específicos listados no Capítulo 1 foram atingidos com êxito. A análise dos resultados demonstrou que as técnicas de calibração baseadas no algoritmo MQ (para os modelos de erros simplificado e completo) e em Redes Neurais Artificiais podem ser aplicadas para melhorar a acurácia das medidas do acelerômetro MEMS, com cada abordagem apresentando suas vantagens e limitações. A Rede Neural se destacou nas duas comparações em termos de acurácia, mas apresenta um custo computacional mais alto em comparação com as outras técnicas, que utilizam a equação (10) para a calibração.

Ademais, uma forma de avançar neste estudo é utilizar o conceito de fusão de sensores para melhorar a estimação dos ângulos de atitude. Com a fusão de dados do acelerômetro, giroscópio e magnetômetro, seria possível estimar também o ângulo de guinada (*yaw*), ampliando as capacidades do sistema de estimação de atitude. Essa abordagem seria particularmente vantajosa em cenários sujeitos a vibração, pois o acelerômetro, apesar de eficiente para medir acelerações em baixa frequência, apresenta dificuldades na presença de ruídos de alta frequência (causadas por vibrações mecânicas). Nesse caso, os dados do giroscópio, que possuem melhor desempenho em altas frequências, poderiam ser combinados para complementar as medições, resultando em estimativas mais robustas e precisas.

Por fim, é sugerido reavaliar as técnicas com equipamentos de maior precisão, como plataformas inerciais profissionais e câmaras de calibração controladas. No presente estudo, foi utilizado um nível de bolha para assegurar orientações de 45 graus durante as medições. Entretanto, este instrumento possui erros inerentes que podem comprometer a precisão das medições e, conseqüentemente, a comparação entre as técnicas. Além disso, imperfeições decorrentes da impressão 3D do suporte mecânico podem introduzir desalinhamentos ou variações nas medições. Desta forma, a substituição desses componentes por alternativas de maior precisão, como inclinômetros digitais e suportes usinados, pode contribuir para resultados mais confiáveis e robustos.

REFERÊNCIAS

- AGGARWAL, Priyanka; SYED, Zainab; NOURELDIN, Aboelmagd; EL-SHEIMY, Naser. **MEMS-Based Integrated Navigation**. Boston, Massachusetts: Artech House, 2010. ISBN 9781608070435.
- ALIEXPRESS. **Módulo GY-87 10DOF**. Acesso em: 26 nov. 2024. 2024. Disponível em: <https://www.aliexpress.com>.
- BEARD, Randal W.; MCLAIN, Timothy W. **Small Unmanned Aircraft: Theory and Practice**. 2. ed. Princeton, N.J.: Princeton University Press, 2012.
- BEEBY, Stephen; ENSELL, Graham; KRAFT, Michael; WHITE, Neil. **MEMS Mechanical Sensors**. Norwood, Massachusetts: Artech House, 2004. ISBN 9781580538732.
- INVENSENSE INC. **MPU-6000 and MPU-6050 Product Specification**. Revision 3.3. Sunnyvale, CA, USA, mai. 2012.
- JIANG, Rongkun; WANG, Xuetian; CAO, Shan; ZHAO, Jiafei; LI, Xiaoran. Deep Neural Networks for Channel Estimation in Underwater Acoustic OFDM Systems. **IEEE Access**, v. 7, p. 23579–23594, 2019.
- MACKAY, David J. C. **Information Theory, Inference, and Learning Algorithms**. 4. ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2005.
- MALUF, Nadim; WILLIAMS, Kirt. **An introduction to microelectromechanical systems engineering**. 2. ed. Boston, Massachusetts: Artech House, 2004. ISBN 9781580535908.
- PANAHANDEH, G.; SKOG, I.; JANSSON, M. Calibration of the Accelerometer Triad of an Inertial Measurement Unit, Maximum Likelihood Estimation and Cramer-Rao Bound. *In*: 2010 International Conference on Indoor Positioning and Indoor Navigation (IPIN). Zurique, Suíça: IEEE, 2010.
- PARMEZAN, Antonio; SOUZA, Vinícius Mourão Alves de; BATISTA, Gustavo. Evaluation of statistical and machine learning models for time series prediction: Identifying the state-of-the-art and the best conditions for the use of each model. **Information Sciences**, 2019.

RASRAS, Mahmoud; ELFADEL, Ibrahim (Abe) M.; NGO, Ha Duong (Ed.). **MEMS Accelerometers**. Basileia, Suíça: MDPI, 2019. ISBN 9783038974154.

RHIM, Hana. **How Does Particle Swarm Optimization Work?** Acesso em: 18 nov. 2024. Baeldung. 2024. Disponível em: <https://www.baeldung.com/cs/pso>.

RU, Xu; GU, Nian; SHANG, Hang; ZHANG, Heng. MEMS Inertial Sensor Calibration Technology: Current Status and Future Trends. **Micromachines**, MDPI, 2022.