



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO TECNOLÓGICO - CTC
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL - ECV
CURSO DE GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA CIVIL

PABLO GONDIM DE OLIVEIRA

**DESENVOLVIMENTO DE MODELO DE REDES NEURAIS ARTIFICIAIS PARA
PREVISÃO DA ESTABILIDADE DE TALUDES HOMOGÊNEOS E SECOS:
comparação com os métodos de equilíbrio limite, ábacos de estabilidade e
equações de estabilidade**

Florianópolis

2024

PABLO GONDIM DE OLIVEIRA

**DESENVOLVIMENTO DE MODELO DE REDES NEURAS ARTIFICIAIS PARA
PREVISÃO DA ESTABILIDADE DE TALUDES HOMOGÊNEOS E SECOS:
comparação com os métodos de equilíbrio limite, ábacos de estabilidade e
equações de estabilidade**

Trabalho de Conclusão de Curso submetido ao curso de Engenharia Civil do Centro Tecnológico da Universidade Federal de Santa Catarina como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientador(a): Prof. Dr. Naloan Coutinho Sampa

Florianópolis

2024

Ficha catalográfica gerada por meio de sistema automatizado gerenciado pela BU/UFSC.
Dados inseridos pelo próprio autor.

Oliveira, Pablo Gondim de

Desenvolvimento de modelo de redes neurais artificiais para previsão da estabilidade de taludes homogêneos e secos : comparação com os métodos de equilíbrio limite, ábacos de estabilidade e equações de estabilidade / Pablo Gondim de Oliveira ; orientador, Naloan Coutinho Sampa, 2024.

150 p.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico, Graduação em Engenharia Civil, Florianópolis, 2024.

Inclui referências.

1. Engenharia Civil. 2. Redes neurais artificiais. 3. Inteligência artificial. 4. Estabilidade de taludes. 5. Fator de segurança. I. Sampa, Naloan Coutinho. II. Universidade Federal de Santa Catarina. Graduação em Engenharia Civil. III. Título.

PABLO GONDIM DE OLIVEIRA

DESENVOLVIMENTO DE MODELO DE REDES NEURAS ARTIFICIAIS PARA PREVISÃO DA ESTABILIDADE DE TALUDES HOMOGÊNEOS E SECOS: comparação com os métodos de equilíbrio limite, ábacos de estabilidade e equações de estabilidade

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil e aprovado em sua forma final pelo Curso de Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Santa Catarina

Florianópolis, 29 de novembro de 2024.

Prof. Liane Ramos da Silva, Dra.
Coordenadora do curso
Banca examinadora

Prof. Naloan Coutinho Sampa, Dr.
Orientador

Prof. Renan Furlan de Oliveira, Dr.
Avaliador
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Rafael Cassimiro Barbosa, MSc.
Avaliador
Universidade Federal de Santa Catarina

André Batistela Ribeiro, Eng.
Avaliador
ELETROSUL Centrais Elétricas S.A

AGRADECIMENTOS

Estudar na Universidade Federal de Santa Catarina abriu muitas oportunidades, o espaço respira cultura e conhecimento. Sou muito grato por tudo que a graduação me proporcionou, pude conhecer pessoas e histórias inspiradoras, toda minha trajetória colaborou para meu amadurecimento e autoconhecimento. Desejo que a UFSC possa fazer parte da vida de mais pessoas, retornando o conhecimento científico à sociedade.

Agradeço aos meus pais, Katarina e Lucian Eduardo por terem me guiado desde de criança e sendo meu exemplo de ética, respeito e empatia. Obrigado a tudo que me proporcionaram, por não medir esforços para eu conquistar meus objetivos e serem minha fortaleza, sou extremamente grato por ter sorte de tê-los em minha vida.

A UFSC também trouxe pessoas muito importantes, como minha parceira de vida e profissão Maria Eduarda. Agradeço a ela pelo constante apoio, conselhos, por aguentar meus dramas e me inspirar a ser uma pessoa melhor a cada dia. Sou extremamente grato por ser iluminado por esta pessoinha enérgica e intensa.

Agradeço a tantas pessoas especiais que surgiram durante minha trajetória, em especial Luiz Gustavo, Alvener e Lucas Durieux, pelos momentos de descontração e carinho. Vocês são uma inspiração para mim, obrigado por terem compartilhado muitos momentos na graduação, pelos aprendizados e apoio.

Agradeço ao projeto de extensão FutUFSC, foi uma honra poder representar a UFSC em competições de futebol de campo de âmbito nacional e internacional. Sou grato pela experiência, pelos aprendizados e pessoas que pude me aproximar no projeto.

Sou extremamente grato ao meu orientador Naloan Sampa. Muito obrigado por todas as oportunidades que você me proporcionou, pela paciência e parceria. Você se tornou uma inspiração profissional e pessoal, que expele respeito e carinho.

Por último quero agradecer à minha família, que sempre torceu por mim, me acolheu e esteve presente de diversas formas em minha trajetória. Um agradecimento especial às minhas primas Lara e Luanna, as quais considero como irmãs e a minha irmãzinha Mariah, muito alegre e cheia de vida, que espero continue se desenvolvendo e alcance muitas oportunidades. Infelizmente não tem como colocar o nome de todos que tenho extremo carinho, então deixo um agradecimento geral aos meus tios, padrinhos, avós, como também meus sogros e cunhados.

RESUMO

Fatores ambientais, climáticos, antrópicos e outros contribuem para o aumento da frequência e da severidade de desastres naturais, incluindo movimentos de massa. No contexto desses fenômenos, deslizamentos de terra com elevado potencial de gerar impactos negativos são recorrentes em taludes naturais e artificiais, afetando diversas regiões, como no estado de Santa Catarina. Diversas abordagens vêm sendo aplicadas para a análise da estabilidade de taludes, buscando identificar os fatores para subsidiar a tomada de decisões. Com a rápida evolução da inteligência artificial e sua crescente aplicação em diferentes áreas, torna-se indispensável expandir seu uso na análise de estabilidade de taludes. Neste contexto, o presente estudo tem como objetivo desenvolver um modelo de redes neurais artificiais para a previsão do fator de segurança de taludes homogêneos e secos. Para o treinamento da rede, foram utilizadas 455 amostras geradas no *software* Slope/W, empregando o método de Morgenstern-Price. Foram testadas diversas configurações de arquitetura das redes neurais artificiais, permitindo identificar a estrutura que proporcionou os melhores resultados. A arquitetura do modelo final consistiu em quatro camadas ocultas, com um total de 95 neurônios e funções de ativação ReLU. Os resultados obtidos indicaram um excelente desempenho do modelo dentro do intervalo de dados utilizados, com um coeficiente de determinação (R^2) de 0,999 e um erro médio absoluto de 0,0344 nos dados de teste. Na comparação com os métodos de equilíbrio limite, o modelo apresentou resultados próximos e satisfatórios. Por outro lado, em relação aos ábacos de estabilidade, observou-se maior divergência nas predições, indicando que a rede neural não generalizou adequadamente para dados fora do intervalo de treinamento. Já no caso das equações de estabilidade, constatou-se uma convergência satisfatória com métodos consolidados. As redes neurais artificiais demonstraram-se altamente eficazes, evidenciando uma expressiva capacidade de aprendizagem das relações entre os parâmetros de entrada e o fator de segurança. No entanto, o estudo aponta amplo potencial para o aprimoramento do modelo, especialmente pela incorporação de taludes mais complexos e pela ampliação do intervalo de dados de treinamento.

Palavras-chave: redes neurais artificiais; inteligência artificial; estabilidade de taludes; fator de segurança.

ABSTRACT

Environmental, climatic, anthropogenic, and other factors contribute to the increasing frequency and severity of natural disasters, including mass movements. Landslides with significant potential to cause negative impacts are recurrent in natural and artificial slopes, affecting various regions, such as the state of Santa Catarina. Several approaches have been applied to slope stability analysis, aiming to identify influencing factors to support decision-making processes. With the rapid evolution of artificial intelligence and its growing application across diverse fields, expanding its use in slope stability analysis has become indispensable. In this context, the present study aims to develop an artificial neural network (ANN) model to predict the safety factor of homogeneous and dry slopes. A total of 455 samples were generated using the Slope/W software, employing the Morgenstern-Price method, to train the network. Various architectural configurations of the ANN were tested, enabling the identification of the structure that yielded the best results. The final model architecture consisted of four hidden layers, with a total of 95 neurons and ReLU activation functions. The results indicated excellent model performance within the range of the training data, achieving a coefficient of determination (R^2) of 0.999 and a mean absolute error of 0.0344 on the test data. When compared to limit equilibrium methods, the model produced results that were close and satisfactory. However, greater discrepancies were observed in predictions involving stability charts, suggesting that the neural network did not adequately generalize to data outside the training range. On the other hand, a satisfactory convergence was noted with consolidated stability equations. The artificial neural networks demonstrated high efficacy, showcasing a strong learning capability of the relationships between input parameters and the safety factor. Nonetheless, the study highlights significant potential for model improvement, particularly through the incorporation of more complex slopes and the expansion of the training data range.

Keywords: artificial neural networks; artificial intelligence; slope stability; safety factor.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Representação das tensões representativas da relação do fator de segurança.....	19
Figura 2 - Talude dividido em fatias e com superfície de ruptura arbitrária.....	22
Figura 3 - Forças atuantes em uma fatia genérica pelo método de Morgenstern e Price (1965).....	23
Figura 4 - Neurônio biológico.	33
Figura 5 - Neurônio artificial.	36
Figura 6 - Arquitetura feedforward de camada simples com "n" neurônios na camada de entrada e "m" na camada de saída.	37
Figura 7 - Exemplo de arquitetura <i>feedforward</i> de múltiplas camadas.....	38
Figura 8 - Exemplo de arquitetura recorrente.....	38
Figura 9 - Arquitetura de rede com estrutura reticulada.	39
Figura 10 - Função de ativação logística.....	41
Figura 11 - Função de ativação tangente hiperbólica.....	42
Figura 12 - Função de ativação gaussiana.	42
Figura 13 - Função de ativação linear.	43
Figura 14 - Fenômeno de <i>overfitting</i> e ponto de parada ideal.	58
Figura 15 - Gráfico da função de ativação linear retificada (ReLU).....	63
Figura 16 - Etapas da metodologia.	71
Figura 17 - Talude e as variações de parâmetros utilizados.	72
Figura 18 - Implementação de redes neurais artificiais.	73
Figura 19 - Intervalos dos dados disponíveis para treinamento, validação e teste da rede neural.	75
Figura 20 – Relação de $\text{tg}(\phi)/\text{tg}(\beta)$, N_s e fator de segurança.	83
Figura 21 – $FS \leq 1$; $1 < FS \leq 2$; $FS > 2$ em relação aos parâmetros de ϕ , β e N_s	84
Figura 22 - Resultados de correlação entre o esperado e previsto por RNA.	87
Figura 23 - Relação dos erros percentual e desvios gerados em relação ao fator de segurança (FS_{GS}).	88
Figura 24 - Erro percentual e desvio em relação ao fator de segurança (FS_{GS}), para os dados de teste.....	89
Figura 25 - Erros gerados em relação aos parâmetros de entrada.	90
Figura 26 - Curva de distribuição do erro.	90

Figura 27 - Erro médio absoluto x funções de ativação.	92
Figura 28 - Erro médio absoluto x número de camadas ocultas.	93
Figura 29 - Erro médio absoluto (MAE) x número total de neurônios.	94
Figura 30 - Fator de segurança de redes neurais (FS_{RNA}) x fator de: a) Fellenius; b) Janbu; c) Janbu Generalizado e d) Redução de resistência (Plaxis).	95
Figura 31 - Relação do erro com os parâmetros de ϕ , N_s e β para: a) Fellenius; b) Janbu; c) Janbu.....	97
Figura 32 - Relação do erro e desvio absoluto em relação ao fator de segurança (FS_{RNA}) para: a) Fellenius; b) Janbu; c) Janbu generalizado; d) Redução de resistência (Plaxis).	99
Figura 33 - Distribuição de densidade do erro para os métodos de: a) Fellenius; b) Janbu; c) Janbu generalizado; d) Redução de resistência (Plaxis).	101
Figura 34 - Relação da predição do fator de segurança de redes neurais (FS_{RNA}) e dos métodos de: a) Barnes; b) Bishop e Morgenstern; c) O'Connor e Mitchell.....	103
Figura 35 - Relação do erro com os parâmetros de ϕ , N_s e β para: a) Barnes; b) Bishop e Morgenstern; c) O'Connor e Mitchell.	104
Figura 36 - Relação do erro e desvio absoluto em relação ao fator de segurança previsto pelo modelo de redes neurais artificiais para: a) Barnes; b) Bishop e Morgenstern; c) O'Connor e Mitchell.	106
Figura 37 - Distribuição de densidade relativa do erro para os métodos de: a) Barnes; b) Bishop e Morgenstern; c) O'Connor e Mitchell.....	108
Figura 38 - Relação da predição do fator de segurança de redes neurais (FS_{RNA}) e dos métodos de: a) Sah <i>et al.</i> (2024); b) Yang <i>et al.</i> , (2004); c) Huang (2018); d) Chien e Tsai (2018); e) Sampa e Schorr (2024).	110
Figura 39 - Relação do erro com os parâmetros de ϕ , N_s e β para: a) Sah <i>et al.</i> (1994); b) Yang <i>et al.</i> (2004); c) Huang (2018); d) Chien e Tsai (2017); e) Sampa e Schorr.	112
Figura 40 - Relação do erro e desvio absoluto em relação ao fator de segurança previsto pelo modelo de redes neurais artificiais para: a) Huang (2018); b) Chien e Tsai (2017); c) Sampa e Schorr (2024).	114
Figura 41 - Distribuição de densidade relativa do erro para os métodos de: a) Sah <i>et al.</i> (1994); b) Yang <i>et al.</i> (2004); c) Huang (2018) d) Chien e Tsai (2017); e) Sampa e Schorr (2024).	116

Figura 42 - Boxplot dos erros em relação a métodos de equilíbrio limite, ábacos de estabilidade e equações de estabilidade.....	117
Figura 43 – Comportamento dos métodos de Sampa e Schorr (2024) e o modelo de redes neurais artificiais, em relação ao fator de segurança, N_s , ϕ e β	119
Figura 44 - Comportamento dos métodos de Sampa e Schorr (2024) e o ábaco de Barnes (1991), em relação ao fator de segurança, N_s , ϕ e β	121
Figura 45 - Comportamento do ábaco de Barnes (1991) e da predição com o modelo de redes neurais artificiais (RNA), em relação ao fator de segurança, N_s , ϕ e β	123
Figura 46 - Relação de cargas aplicadas com o recalque das estacas dos métodos tradicionais e de Nejad <i>et al.</i> (2009).....	138
Figura 47 - Teste da predição de recalque em estaca fora do conjunto de treinamento e validação, retirada de Barro (2012).	140
Figura 48 - Precisão do modelo em relação ao número de camadas ocultas e com a diminuição do conjunto de dados de treinamento.	142
Figura 49 - Comparação da medição em campo de deslocamento horizontal medido por instrumento da barragem e as predições do modelo de redes neurais artificiais e de regressão logarítmica.	145

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
1.1	JUSTIFICATIVA.....	15
1.2	OBJETIVO	15
1.2.1	Objetivo geral	15
1.2.2	Objetivos específicos	16
1.1	DELIMITAÇÕES DO TRABALHO.....	16
1.2	ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	16
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	18
2.1	ANÁLISE DE ESTABILIDADE DE TALUDES.....	18
2.1.1	Fator de segurança	19
2.1.2	Métodos de análise de estabilidade de taludes	20
2.1.2.1	<i>Método de equilíbrio limite</i>	20
2.1.2.1.1	Morgenstern e Price.....	23
2.1.2.1.2	Fellenius	25
2.1.2.1.3	Método de Janbu simplificado.....	25
2.1.2.1.4	Método de Janbu generalizado.....	26
2.1.2.2	<i>Método de redução de resistência</i>	27
2.1.2.3	<i>Ábacos de estabilidade</i>	28
2.1.2.4	<i>Equações de estabilidade</i>	28
2.1.2.4.1	Equação de Sah	29
2.1.2.4.2	Equação de Yang	29
2.1.2.4.3	Equação de Huang	30
2.1.2.4.4	Equação de Chien e Tsai.....	30
2.1.2.4.5	Equação de Sampa e Schorr.....	31
2.2	REDES NEURAIS ARTIFICIAIS	32
2.2.1	Neurônio biológico	32
2.2.2	Neurônio artificial	34
2.2.3	Arquitetura da rede neural	36
2.2.4	Funções de ativação	40
2.2.5	Treinamento da rede	43
2.2.6	Inicialização dos pesos sinápticos e limiares	48
2.2.7	Escalonamento dos dados de entrada	49

2.2.8	Definição do número de camadas	50
2.2.9	Definição do número de neurônios ocultos	51
2.2.10	Validação do modelo	53
2.2.11	Desafios das redes neurais artificiais	53
2.2.11.1	<i>Tempo de treinamento e otimizadores</i>	53
2.2.11.2	<i>Overfitting e Underfitting.....</i>	57
2.2.11.3	<i>Gradientes de explosão e de fuga.....</i>	59
2.3	USO DE REDES NEURAIS PARA PREVER FATORES DE SEGU.....	65
2.4	MÉTODOS ESTATÍSTICOS PARA ANÁLISE DE REDES NEURAIS	67
2.4.1	Coeficiente de correlação	67
2.4.2	Média quadrática do erro	69
2.4.3	Erro médio absoluto	69
2.4.4	Erro percentual absoluto.....	70
3	METODOLOGIA	71
3.1	DEFINIÇÃO DO TALUDE	72
3.2	IMPLEMENTAÇÃO DA REDE NEURAL.....	73
3.2.1	Ambiente de desenvolvimento	74
3.2.2	Tratamento dos dados de entrada.....	74
3.2.3	Definição do modelo de referência.....	76
3.2.3.1	<i>Critério de parada</i>	77
3.2.3.2	<i>Função de ativação.....</i>	77
3.2.3.3	<i>Número de camadas ocultas</i>	77
3.2.3.4	<i>Número de neurônios.....</i>	78
3.2.3.5	<i>Otimizador.....</i>	78
3.2.3.6	<i>Normalização Batch.....</i>	78
3.2.3.7	<i>Tamanho do batch</i>	79
3.2.4	Análise paramétrica	79
3.3	COMPARAÇÃO COM DEMAIS MÉTODOS	80
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	82
4.1	ANÁLISE DOS FATORES DE SEGURANÇA GERADOS NO SLOPE/W ..	82
4.2	ANÁLISE DO MODELO ÓTIMO DE REDES NEURAIS	84
4.2.1	Análise qualitativa do método de desenvolvimento do modelo	85
4.2.2	Desempenho do modelo ótimo.....	86
4.2.3	Análise paramétrica de redes neurais artificiais	91

4.3	COMPARAÇÃO COM OUTROS MÉTODOS.....	94
4.3.1	Equilíbrio limite	94
4.3.2	Ábacos de estabilidade	101
4.3.3	Equações de estabilidade	108
4.3.4	Compilação das comparações realizadas	117
4.4	ANÁLISE CRÍTICA.....	117
5	CONCLUSÃO	126
5.1	SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS.....	127
	REFERÊNCIAS.....	129
	APÊNDICE A – Estudos da aplicabilidade de redes neurais artificiais em problemas de geotecnia	138
	APÊNDICE B – Tabela com resultados comparativos da análise paramétrica de redes neurais artificiais	148
	APÊNDICE C – Métricas das relações das predições dos métodos de equilíbrio limite, ábacos de estabilidade, equações de estabilidade em relação ao modelo do presente estudo	150

1 INTRODUÇÃO

Com o desenvolvimento e a expansão das cidades, impulsionados pelo aumento da população global e pelas crescentes demandas por infraestrutura, observa-se uma intensificação das ocupações em áreas de risco, especialmente nas proximidades de taludes ou encostas. Essas regiões são suscetíveis aos movimentos de massas, fenômenos naturais relativamente frequentes em diversas partes do mundo. Esses movimentos ocorrem principalmente em taludes íngremes, compostos por solos não resistentes ou cujas resistências são comprometidas por eventos externos, envolvendo o deslocamento de grandes volumes de material, geralmente devido a processos gravitacionais. Quando ocorrem em grande escala, esses eventos podem causar tragédias, com a perda de vidas humanas, danos à infraestrutura, impactos ambientais, prejuízos econômicos, riscos à segurança pública, redução na qualidade de vida, entre outros (Silva, 2011; Gelisli *et al.*, 2015; Kainthola *et al.*, 2013; Mamat *et al.*, 2022).

Os taludes são predominantemente compostos por solo, rocha ou uma mistura de ambos. Os solos, em particular, apresentam comportamentos extremamente complexos, em função das incertezas associadas aos seus processos de formação, à variabilidade ao longo da superfície terrestre e à imprevisibilidade de seu comportamento físico, especialmente sob a influência de variações nas condições climáticas (Shahin *et al.*, 2002; Bui *et al.*, 2019; Gelisli *et al.*, 2015).

A fim de prever possíveis falhas ou deslizamentos de terra, é necessário recorrer a um processo rigoroso e crítico de análise de estabilidade de taludes naturais ou artificiais. Diversas abordagens têm sido aplicadas para essa finalidade, incluindo métodos de equilíbrio limite, métodos de redução de resistência, equações de estabilidade e ábacos. Contudo, os métodos de equilíbrio limite são os mais empregados em escritórios de projetos de engenharia devido à disponibilidade de *softwares* que permitem análises em condições mais complexas (Ray *et al.* 2020; Abdalla *et al.* 2014; Rukhaiyar *et al.*, 2017).

Conforme Mamat *et al.* (2022), as análises tradicionais com métodos de equilíbrio limite exigem várias simulações com diferentes centros e raios, e alguns desses métodos demandam processos iterativos, o que dificulta a determinação manual. Esses métodos não são simples e práticos para análises rápidas em situações onde não há disponibilidade de recursos computacionais e *softwares* (Liang

e Zhang, 2010). O mesmo ocorre com os métodos de redução de resistência em simulações numéricas, cujas modelagens requerem um tempo prolongado para configuração e avaliações críticas na interpretação dos resultados (Abdalla *et al.*, 2014).

Há uma crescente demanda por técnicas de alta precisão e resposta rápida, que possam ser utilizadas como complementos ou substitutos dos métodos de equilíbrio limite e das simulações numéricas, permitindo análises mais abrangentes da estabilidade de taludes com diferentes configurações (Ray *et al.*, 2020). Nesse contexto, podem ser enquadrado o desenvolvimento de aplicativos para celulares baseados em modelos de redes neurais artificiais.

Vários estudos recentes têm explorado o uso de métodos de inteligência artificial na análise de estabilidade de taludes, com ênfase na determinação do fator de segurança e na análise da variabilidade dos parâmetros que influenciam o comportamento dos taludes (Mamat *et al.*, 2022; Nanekaren *et al.*, 2022; Abdalla *et al.*, 2014; Gelisli *et al.*, 2015; Magalhães *et al.*, 2022; Bui *et al.*, 2019; Rukhaiyar *et al.*, 2017; Cho *et al.*, 2019; Wang *et al.*, 2020; Ray *et al.*, 2020).

Rukhaiyar *et al.* (2017) atribuem esse crescente interesse pelas técnicas de inteligência artificial aos bons resultados obtidos em problemas complexos e não lineares, com múltiplas variáveis. A inteligência artificial tem se destacado por simplificar e otimizar vários processos cotidianos. Entre as técnicas aplicadas, as Redes Neurais Artificiais se destacam em relação aos métodos tradicionais, como os modelos de regressão, devido à sua capacidade de gerar resultados satisfatórios em diversas linhas de pesquisa (Shahin *et al.*, 2001; Park, 2011).

As Redes Neurais Artificiais têm ganhado cada vez mais destaque em pesquisas relacionadas à engenharia geotécnica, abordando temas como caracterização do subsolo, correlação de parâmetros do solo, capacidade de carga em estacas, recalque em fundações profundas, estabilidade de taludes, liquefação, segurança de barragens, túneis, entre outras áreas (Shahin *et al.*, 2001).

Diante do exposto, o objetivo deste trabalho é desenvolver um modelo de Redes Neurais Artificiais para a predição do fator de segurança de taludes homogêneos secos. Além disso, este estudo propõe-se a servir como modelo inicial para pesquisas futuras no Departamento de Engenharia Civil da UFSC, visando o estabelecimento de modelos de redes neurais mais elaborados que possam auxiliar na análise de estabilidade de taludes mais complexos, o que pode ser de grande

relevância para o estado de Santa Catarina, que possui um histórico de deslizamentos de terra em taludes urbanos, rurais e rodoviários.

1.1 JUSTIFICATIVA

A engenharia geotécnica desempenha um papel fundamental em todas as obras civis e de infraestrutura, sendo essencial para o contínuo aprimoramento da qualidade de vida da sociedade, além de garantir a segurança das estruturas. Considerando a complexidade do comportamento dos solos, é imprescindível a adoção de novas ferramentas que possibilitem análises rápidas, precisas e simplificadas de taludes.

Há um vasto campo de pesquisa para a exploração de práticas inovadoras e simplificadas na determinação da estabilidade de taludes. Em particular, taludes homogêneos, frequentemente encontrados em aterros artificiais, são comuns em estruturas rodoviárias. Nesse contexto, as redes neurais podem se apresentar como uma ferramenta simples e eficiente para a avaliação da estabilidade desses tipos de obras geotécnicas.

O desenvolvimento bem-sucedido deste trabalho pode abrir caminhos para a criação de modelos mais robustos, com potencial para serem integrados em *softwares* de análise ou aplicativos, beneficiando especialmente a comunidade técnica de Santa Catarina.

1.2 OBJETIVO

O objetivo geral e os objetivos específicos estão detalhadamente descritos nas seções subsequentes.

1.2.1 Objetivo geral

O objetivo geral deste trabalho é desenvolver um modelo de redes neurais artificiais para a previsão precisa dos fatores de segurança de taludes homogêneos e secos.

1.2.2 Objetivos específicos

Os objetivos específicos deste trabalho são:

- gerar dados suficientes e de qualidade no software Slope/W para uso no desenvolvimento do modelo de redes neurais;
- propor um novo modelo de ábaco de estabilidade para análises qualitativas;
- desenvolver um modelo de redes neurais para a previsão do fator de segurança;
- avaliar a capacidade do modelo de redes neurais artificiais na previsão do fator de segurança de taludes homogêneos e secos;
- verificar a influência de diferentes parâmetros na precisão do modelo de redes neurais artificiais;
- comparar os resultados do modelo com os obtidos pelos métodos de equilíbrio limite, método de redução de resistência, ábacos de estabilidade e equações de estabilidade;
- analisar o grau de generalização do modelo de redes neurais.

1.1 DELIMITAÇÕES DO TRABALHO

Este trabalho está focado na aplicação de redes neurais artificiais para a análise de estabilidade de taludes homogêneos e secos. Assim, não são abordadas neste estudo as análises de diferentes ambientes de desenvolvimento de modelos de machine learning, a utilização de outras técnicas de inteligência artificial além das redes neurais artificiais, nem a análise da influência de fatores como carregamento externo, poropressão, grau de saturação, heterogeneidade do solo e variabilidade espacial dos parâmetros na estabilidade do talude.

1.2 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

A estrutura deste trabalho está organizada em cinco capítulos, descritos a seguir:

- Introdução: contextualiza o tema, apresentando a justificativa, os objetivos, as limitações e a organização do trabalho;

- Fundamentação teórica: apresenta os principais conceitos sobre a análise de estabilidade de taludes e redes neurais artificiais, fundamentais para o estabelecimento da metodologia, bem como para o entendimento e a discussão dos resultados;
- Metodologia: descreve detalhadamente os procedimentos adotados para a geração de dados, o desenvolvimento do modelo de redes neurais, a comparação dos resultados e as análises paramétricas;
- Resultados e discussão: apresenta e discute os principais resultados do trabalho;
- Conclusão e recomendações: apresenta as considerações finais, as principais conclusões do trabalho e as sugestões para futuras pesquisas;
- Referências bibliográficas: lista todas as referências utilizadas para o desenvolvimento do trabalho;
- Apêndice A: apresenta a revisão bibliográfica de modelos de redes neurais artificiais utilizados em problemas geotécnicos;
- Apêndice B: tabelas com os resultados comparativos das análises paramétricas do modelo de redes neurais artificiais;
- Apêndice C: contém tabelas com métricas referentes as comparações do modelo de redes neurais desenvolvidos em relação a predição de métodos de equilíbrio limite, ábacos, método de redução de resistência e equação de estabilidade.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Esta seção aborda a fundamentação teórica essencial para a compreensão e o desenvolvimento do presente estudo, com ênfase nos métodos de previsão do fator de segurança de taludes e nos conceitos de Redes Neurais Artificiais (RNAs).

2.1 ANÁLISE DE ESTABILIDADE DE TALUDES

A cinemática dos movimentos de massa envolve diferentes tipos de ruptura dos solos, e, conforme Matos Fernandes (2006), é improvável que exista um único procedimento para a análise de estabilidade de todos os tipos de movimentos de massa. Para fins de classificação, Varnes (1978) apresenta cinco tipos de movimentos, a saber: queda, tombamento, escorregamentos, escoamentos e corridas (spread).

Este estudo foca-se exclusivamente nos escorregamentos (deslizamentos), particularmente nos escorregamentos rotacionais em taludes. Segundo Varnes (1978), nos escorregamentos rotacionais, a massa de solo instável desloca-se para baixo e para o lado, em um movimento predominantemente rotacional, que pode ocorrer de forma lenta ou rápida, ao longo de uma superfície de escorregamento curvada ou côncava.

A ocorrência de movimentos puramente rotacionais é considerada incomum devido à variabilidade das composições de taludes e à complexidade dos materiais geológicos envolvidos. No entanto, esse tipo de movimento pode ser observado com mais frequência em solos puramente coesivos ou homogêneos. Nesse sentido, Varnes (1978) afirma que as discontinuidades no solo devem ser analisadas cuidadosamente, uma vez que diversas vezes são precursoras da ruptura, sendo particularmente complexas em taludes naturais.

Conceitualmente, taludes são definidos como extensões de solo, rocha ou uma combinação de ambos, com declividades mensuráveis, e que podem sofrer deslocamentos em função de sua inclinação e de resistência de solo, podendo ser naturais ou artificiais. A análise da sua estabilidade é um campo de pesquisa essencial em geociências, dada as consequências potencialmente catastróficas do seu colapso, que incluem perdas econômicas, danos materiais e riscos para a vida humana (Kainthola et al., 2013; Kolbadi et al., 2019). Os principais objetivos dessa análise

envolvem o cálculo do fator de segurança (FS) e a determinação da localização da superfície de ruptura crítica (Wu; Xiong; Zhang, 2018).

2.1.1 Fator de segurança

O fator de segurança é uma grandeza adimensional amplamente utilizada na análise de estabilidade de taludes (Wu *et al.*, 2018; Duncan, 2005) e determinada por meio de diferentes equações de equilíbrio, que comparam a resistência ao cisalhamento disponível com a tensão de cisalhamento mobilizada (Silva, 2011; Duncan, 2005), como descrito na Equação 1.

$$FS = \frac{s}{\tau} \quad (1)$$

Sendo τ a tensão de cisalhamento mobilizada e s a resistência ao cisalhamento disponível. A Figura 1 representa as tensões ao longo da superfície de ruptura.



Fonte: Adaptado de Silva (2011).

Conforme Silva (2011) e Duncan (2005), a resistência ao cisalhamento disponível do solo (s) pode ser calculada através da Equação 2 que descreve a envoltória de ruptura do critério Mohr-Coulomb.

$$s = c' + \sigma' \tan\phi' \quad (2)$$

Onde c' é a coesão efetiva, σ' é a tensão efetiva e ϕ' é o ângulo de atrito efetivo.

De modo geral, diversos métodos, incluindo os apresentados a seguir, são empregados para estimar o fator de segurança de taludes finitos com superfície de ruptura circular. Os valores calculados devem ser superiores aos valores mínimos estipulados para garantir a condição de segurança. Para fins de referência, a NBR 11682 (2009) recomenda os valores mínimos de fator de segurança (Tabela 1), os quais são baseados nos níveis de segurança necessários para prevenir danos à vida humana, bem como danos materiais e ambientais.

Tabela 1 - Tabela de determinação do fator de segurança mínimo da NBR 11682 (2009).

		Nível de segurança contra danos a vidas humanas		
		Alto	Médio	Baixo
Nível de segurança contra danos materiais e ambientais	Alto	1,5	1,5	1,4
	Médio	1,5	1,4	1,3
	Baixo	1,4	1,3	1,2

Fonte: Adaptada da NBR 11682 (2009).

2.1.2 Métodos de análise de estabilidade de taludes

Existem diversos métodos utilizados para a determinação do fator de segurança, sendo que cada um deles apresenta diferentes abordagens, baseadas nas hipóteses assumidas pelos autores durante a formulação dos métodos. Dentre os métodos disponíveis, este trabalho foca-se nos quatro a seguir apresentados: equilíbrio limite, redução de resistência, ábacos e equações de estabilidade.

2.1.2.1 Método de equilíbrio limite

Os Métodos de Equilíbrio Limite (MEL) fundamentam-se na hipótese de que uma massa de solo, considerada como um corpo rígido-plástico, encontra-se em equilíbrio no limiar de iniciar um processo de escorregamento. Esses métodos definem diversas equações de equilíbrio estático, baseadas no equilíbrio de forças verticais,

forças horizontais ou momentos. Dependendo das simplificações adotadas em relação às forças atuantes e às condições de equilíbrio, os métodos podem ser classificados como simplificados (mais conservadores) ou rigorosos.

Os métodos rigorosos são aqueles que satisfazem a maior parte das condições de equilíbrio estático, ou seja, consideram o equilíbrio de momentos, forças verticais e forças horizontais (Duncan, 2005; Hammouti *et al.*, 2008).

Ao considerar todas as forças atuantes e as condições de equilíbrio, o sistema de equações torna-se indeterminado, pois apresenta mais incógnitas do que equações disponíveis. Para resolver essa limitação, são necessárias hipóteses que fundamentam a formulação dos métodos. Duncan (2005) destaca duas abordagens principais para esse fim.

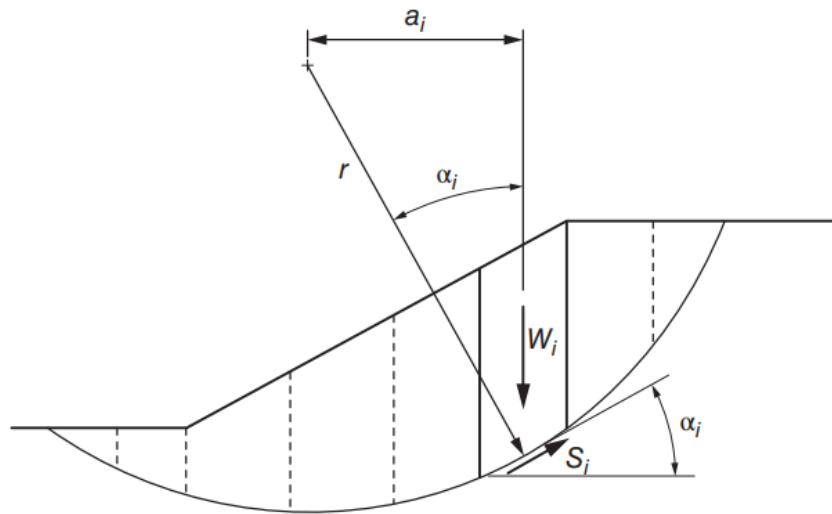
A primeira abordagem considera a massa de solo acima da superfície de deslizamento como um único bloco, o que resulta em um menor número de valores desconhecidos. A segunda, que é o procedimento de fatias e será adotada neste trabalho, divide a massa de solo instável, localizada acima da superfície de ruptura circular, em um número arbitrário de fatias verticais. Em seguida, aplicam-se as condições de equilíbrio estático a cada segmento dessas fatias.

Por fim, as forças resistentes são comparadas com as forças atuantes, assim como os momentos resistentes com os momentos atuantes, a fim de calcular o fator de segurança (Duncan, 2005). Os procedimentos descritos são repetidos para diversas superfícies de ruptura, com diferentes centros e raios, a fim de gerar um modelo com isovalores de fator de segurança (FS). O menor valor de FS obtido representa o fator de segurança crítico do talude.

A Equação 3 estabelece a relação entre os momentos resistentes (M_R), que atuam para impedir o deslizamento, e os momentos atuantes (M_D), que contribuem para o movimento, sendo utilizada para o cálculo do fator de segurança (FS). A Figura 2 apresenta a divisão de uma massa de solo instável em fatias, destacando as forças atuantes em uma fatia específica.

$$FS = \frac{M_R}{M_D} \quad (3)$$

Figura 2 - Talude dividido em fatias e com superfície de ruptura arbitrária.



Fonte: Adaptado de Duncan (2005).

A Equações 4 e 5 permitem determinar o momento atuante (M_D) e o momento resistente (M_R), respectivamente, considerando a configuração das fatias ilustradas na Figura 2.

$$M_D = \sum W_i a_i = r \sum W_i \text{sen}(\alpha_i) \quad (4)$$

$$M_R = \sum r s_i = r \sum (c' + \sigma' \tan \phi') \Delta l_i \quad (5)$$

onde W_i é o peso da i -ésima fatia; a_i é o braço de alavanca da i -ésima fatia; r é o raio do círculo da superfície de ruptura; α_i é o ângulo entre o centro da superfície de ruptura e o centro de gravidade da i -ésima fatia; s_i é a resistência ao cisalhamento resistente disponível na base da i -ésima fatia; Δl_i é o comprimento da base da i -ésima fatia.

Substituindo as Equações 4 e 5 na Equação 3, obtém-se a Equação 6, que expressa o cálculo do fator de segurança conforme o método de equilíbrio limite e o procedimento de análise por fatias.

$$FS = \frac{\sum (c' + \sigma' \tan \phi') \Delta l_i}{\sum W_i \text{sen}(\alpha_i)} \quad (6)$$

A seguir, são apresentados alguns dos métodos de equilíbrio limite empregados neste trabalho para a estimativa do fator de segurança e o Quadro 1 apresenta as principais condições de equilíbrio estáticos atendidas pelos métodos de equilíbrio limite.

Quadro 1 - Condições de estabilidade que os métodos de equilíbrio limite satisfazem, segundo Abramson *et al.*(2002).

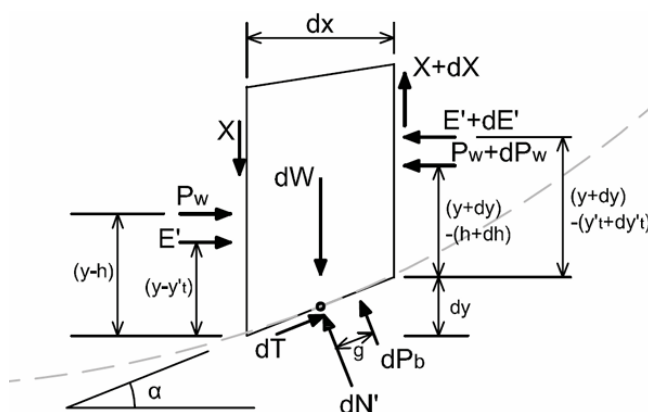
Método	Equilíbrio de forças		Equilíbrio de momento
	x	y	
Fellenius	Não	Não	Sim
Bishop simplificado	Sim	Não	Sim
Janbu simplificado	Sim	Sim	Não
Spencer	Sim	Sim	Sim
Bishop rigoroso	Sim	Sim	Sim
Janbu generalizado	Sim	Sim	Não
Sarma	Sim	Sim	Sim
Morgenstern e Price	Sim	Sim	Sim

Fonte: Adaptado de Abramson *et al.* (2002)

2.1.2.1.1 Morgenstern e Price

O procedimento de Morgenstern e Price (1965) é um método rigoroso que atende simultaneamente ao equilíbrio de forças e ao equilíbrio de momentos (Duncan 2005; Siegel 1975; Silva 2011; Ferreira 2012). A Figura 3 ilustra a configuração das forças consideradas pelo método em uma fatia genérica.

Figura 3 - Forças atuantes em uma fatia genérica pelo método de Morgenstern e Price (1965).



Fonte: Silva (2011).

Sendo E' a força efetiva de interação; X a força tangencial ou vertical de interação; dW o peso da fatia; P_W a resultante das forças neutras na lateral da fatia; dP_W a resultante da pressão neutra na base da fatia; dN' a tensão normal efetiva na base da fatia; dT a força cisalhante na base da fatia; α a inclinação da base da fatia.

Na formulação do método, foi assumida uma relação entre as forças verticais (X) e as forças horizontais (E) (Equação 7), regida por um fator de escala (λ) e por uma função que prescreve os valores das forças na borda de cada fatia ($f(x)$) (Duncan 2005; Silva 2011; Siegel 1975; Ferreira 2012).

$$X = \lambda f(x) E' \quad (7)$$

A função ($f(x)$) deve atender a certos critérios, os quais são estabelecidos de acordo com o comportamento do solo que compõe o talude, sendo geralmente adotada uma relação linear (Silva, 2011; Morgenstern e Price, 1965).

O método de Morgenstern e Price (1965) consiste em uma solução iterativa, onde os valores do fator de escala (λ), das forças horizontais (E) e do fator de segurança (FS) são incógnitas. O procedimento inicia com a escolha arbitrária dos valores de (FS) e (λ), seguida da integração de todas as fatias, e posteriormente realiza-se a determinação do equilíbrio dos momentos e das forças, conforme exposto pelas Equações 8 e 9. A iteração deve ser repetida até que as expressões de equilíbrio resultem em um valor nulo, condição que assegura a satisfação das equações de equilíbrio (Siegel, 1975; Morgenstern e Price, 1965).

$$E = \frac{1}{L + K_X} \left[E_i L + \frac{N_X^2}{2} + P_X \right] \quad (8)$$

$$M_n = \int_{x_0}^{x_n} \left(X - E \frac{dy}{dx} \right) dx \quad (9)$$

O cálculo do fator de segurança pelo método de Morgenstern e Price é mais intensivo, o que exige o uso de um *software* para sua aplicação. Mais detalhes sobre o método podem ser encontrados em Morgenstern e Price (1965), Siegel (1975) e Silva (2011).

2.1.2.1.2 Fellenius

Um dos primeiros métodos baseados em fatias foi proposto por Fellenius (1927). Esse método não precisa de iterações e é considerado simples e conservador devido às inúmeras simplificações adotadas (Duncan, 2005; Ferreira, 2012). O método atende apenas ao equilíbrio de momentos e assume, de forma simplificada, que a resultante das forças entre as fatias é paralela à base, desconsiderando-a (Duncan, 2005; Silva, 2011; Ferreira, 2012; Siegel, 1975).

Como consequência dessas simplificações, a diferença percentual entre os fatores de segurança obtidos pelo método de Fellenius e por outros métodos mais rigorosos pode variar de 5% a 40% (Siegel, 1975). Duncan (2005) observa que essa diferença tende a aumentar com o incremento da poropressão ao longo da superfície de ruptura.

A expressão resultante do método de Fellenius para a estimativa do fator de segurança é apresentada na Equação 10.

$$FS = \frac{\sum (c' \Delta l_i + W_i \cos \alpha \tan \phi')}{\sum W_i \text{sen}(\alpha_i)} \quad (10)$$

2.1.2.1.3 Método de Janbu simplificado

O Método de Janbu Simplificado (1954) baseia-se na divisão da massa de solo acima da superfície de ruptura em um conjunto de fatias verticais, seguido da análise individual do equilíbrio para cada fatia. Para simplificar os cálculos do fator de segurança (FS), o método considera apenas o equilíbrio horizontal e vertical das forças, desconsiderando o equilíbrio de momentos. Dessa forma, o fator de segurança é definido como a razão entre as forças resistentes ao cisalhamento e as forças atuantes que promovem o deslizamento (Ferreira 2012; Duncan 2005; Silva 2011).

Em relação às hipóteses simplificadoras, o método assume que as forças de interação entre as fatias (normais e cisalhantes) são aproximadas ou consideradas iguais a zero. Além disso, utiliza-se um fator de correção empírico para ajustar as simplificações realizadas nas interações e nas forças resultantes, garantindo maior aderência aos resultados esperados (Ferreira 2012; Duncan 2005; Silva 2011). Ressalta-se que o uso inadequado desse fator de correção empírico pode introduzir

incertezas adicionais nos resultados, comprometendo a precisão da análise de estabilidade.

2.1.2.1.4 Método de Janbu generalizado

O método de Janbu Generalizado, formulado também em 1954, é uma extensão mais rigorosa do método de Janbu Simplificado, desenvolvida com o objetivo de superar algumas das limitações do método simplificado. Assim como o método original, ele utiliza o procedimento de dividir a massa de solo instável em fatias verticais e não considera equilíbrio de momentos (Siegel 1975).

O método de Janbu Generalizado é baseado em uma equação diferencial aplicada a uma fatia infinitesimal, que estabelece a relação entre as forças horizontais e verticais (Duncan, 2005; Siegel, 1975). A obtenção do fator de segurança segue um processo iterativo, composto por dois procedimentos principais. O primeiro envolve a relação entre as forças horizontais e verticais, enquanto o segundo é dedicado à determinação do fator de segurança (Duncan, 2005).

O procedimento inicia com a consideração de uma força horizontal única entre as fatias, a partir da qual é calculado o fator de segurança e, em seguida, é determinada a força vertical. A partir dessa primeira tentativa, são adotados os novos valores de força, e uma nova iteração é realizada. Esse processo de tentativa e erro continua até que o fator de segurança seja obtido com precisão satisfatória, juntamente com os valores das relações entre as fatias (Siegel, 1975; Duncan, 2005).

De acordo com Duncan (2005) e Siegel (1975), os resultados do método geralmente convergem para valores próximos aos obtidos por outros procedimentos mais rigorosos e precisos. No entanto, em algumas situações, os resultados podem divergir, apresentando *outliers*.

Devido ao tempo considerável necessário para o cálculo manual do fator de segurança, é comum recorrer ao uso de *softwares* especializados para realizar essas análises. Na prática, devido à necessidade de realizar inúmeras análises com diferentes centros e raios para determinar o menor fator de segurança, os softwares comerciais disponíveis são frequentemente utilizados para estimar os fatores de segurança. Isso é particularmente útil quando se tratam de taludes com geometrias complexas, múltiplas camadas de solo, carregamentos externos e poropressão.

2.1.2.2 Método de redução de resistência

O método de redução de resistência (*strength reduction method*) foi proposto por Zienkiewicz et al. (1975) e é amplamente utilizado em conjunto com métodos de elementos finitos para a avaliação de estabilidade de taludes. O método consiste na redução sistemática dos parâmetros de resistência ao cisalhamento do solo, como coesão e ângulo de atrito, através de um Fator de Redução de Resistência (*strength reduction factor* - SRF) até que ocorra não-convergência ou até que o talude atinja a condição de ruptura. O fator de segurança é então determinado como sendo a razão entre a resistência real e a menor resistência ao cisalhamento necessária para evitar a falha estrutural (Dawson et al., 1999; Kainthola et al., 2013; Kolbadi et al., 2019; Wu; Xiong; Zhang, 2018; Yang; Yang; Yu, 2012). As Equações 11 e 12 descrevem basicamente os procedimentos utilizados.

$$c^{trial} = \frac{c'}{FS^{TRIAL}} \quad (11)$$

$$\phi^{trial} = \arctan \left(\frac{\tan \phi'}{FS^{TRIAL}} \right) \quad (12)$$

A técnica de redução de resistência ao cisalhamento oferece vantagens sobre o método das fatias na análise de estabilidade de taludes. Notavelmente, ela elimina a necessidade de selecionar superfícies de ruptura arbitrárias, evita suposições sobre a distribuição de forças entre as fatias e dispensa a necessidade de interações (Cheng; Lansivaara; Wei, 2007; Duncan, 1996; Hammouri; Malkawi; Yamin, 2008). Por outro lado, um desafio desse método consiste na dificuldade de selecionar um critério adequado para a definição da ruptura. Os critérios comumente utilizados incluem a linha de talude deformada, cisalhamento limite, não-convergência, análise da zona total de deformação plástica equivalente ou deformação excessiva, entre outros (Kolbadi; Yazdi; Ardebili, 2019; Abramson et al., 2002; Duncan, 1996).

Como destacado por Duncan (1996), é importante ter em mente que a precisão do fator de segurança calculado utilizando qualquer SRM depende de fatores como o tamanho e tipo do elemento finito, o refinamento da malha, os parâmetros do solo, as condições de contorno e o modelo constitutivo.

2.1.2.3 Ábacos de estabilidade

Os ábacos de estabilidade foram os primeiros métodos propostos para estimar o fator de segurança de taludes. Taylor (1937) propôs um conjunto de ábacos baseados em tensões totais para estimar de forma simples os fatores de segurança de taludes homogêneos, utilizando os métodos de análise do círculo de atrito, os quais normalmente fornecem uma estimativa conservadora do fator de segurança. Esses ábacos permitem determinar o fator de segurança a partir de informações como o número de estabilidade (N_s , Equação 13), o ângulo de inclinação do talude (β) e os ângulos de fricção (ϕ').

$$N_s = \frac{c}{\gamma H} \quad (13)$$

Posteriormente, outras abordagens baseadas em ábacos, desenvolvidas a partir de análises de tensões efetivas, introduziram a poropressão normalizada ($r_u = u/\gamma_w$) na análise do fator de segurança (FS). De acordo com Duncan (1996) e Sampa e Schorr (2024), esses ábacos permitem a obtenção rápida de valores satisfatórios de fatores de segurança para análises preliminares, sem a necessidade de utilizar softwares ou realizar o trabalho manual exigido pelos métodos de equilíbrio limite. No entanto, a principal desvantagem desses ábacos é que sua aplicação se restringe a situações simples, além de exigir interpolações para obter resultados precisos.

Neste trabalho foram adotados os ábacos propostos por Dawson *et al.*, (1999), Barnes (1991), Bishop e Morgenstern (1960), O'Connor e Mitchell (1977) e Spencer (1967) para a estimativa do fator de segurança. Por questões de espaço, os ábacos desses estudos não serão apresentados nem abordados diretamente neste trabalho. Recomenda-se aos interessados a consulta dos trabalhos originais para maiores detalhes.

2.1.2.4 Equações de estabilidade

As equações de estabilidade foram desenvolvidas a partir de técnicas de regressão, criando relações entre os parâmetros característicos do solo, do talude e o fator de segurança. Conforme Sampa e Schorr (2024), essas equações são de fácil

aplicação, sendo ideais para estágios iniciais de projeto, quando há urgência na tomada de decisões e necessidade de realizar várias análises, especialmente em taludes rodoviários extensos ou em situações com limitação de recursos computacionais. Além disso, essas equações podem ser facilmente integradas em planilhas ou códigos para análises determinísticas e probabilísticas.

A seguir, são apresentados os principais detalhes das equações propostas por Sah *et al.* (1994), Yang *et al.* (2004), Huang (2018), Chien e Tsai (2017) e Sampa e Schorr (2024), que foram utilizadas neste trabalho para a estimativa de fatores de segurança de taludes homogêneos.

2.1.2.4.1 Equação de Sah

Sah *et al.* (1994) propuseram uma equação para a predição da estabilidade de taludes com superfícies de ruptura circulares e planares, considerando taludes com e sem o efeito da poropressão. Para o desenvolvimento do método, foram utilizados métodos de regressão linear para a análise de 46 casos críticos com superfícies de ruptura circulares e 14 com superfícies de ruptura planares. As análises envolveram casos instáveis e estáveis extraídos da literatura.

A expressão proposta por Sah *et al.* (1994) para um talude homogêneo seco é dada pela Equação 14, na qual c' e ϕ' representam a coesão efetiva e o ângulo de atrito efetivo, respectivamente, H é a altura do talude, β é a inclinação do talude, e γ é o peso específico do solo.

$$FS = 2,27 \frac{c'}{\gamma H \sin \beta} + 1,54 \frac{\tan \phi'}{\tan \beta} \quad (14)$$

2.1.2.4.2 Equação de Yang

A expressão proposta por Yang *et al.* (2004) para estimar o fator de segurança de taludes homogêneos e secos é descrita pela Equação 15. Para a sua formulação, foram utilizados os mesmos dados de Sah *et al.* (1994), embora a análise tenha se concentrado exclusivamente em superfícies de ruptura circulares.

$$FS = \frac{1,406 + 0,039 c' (\csc \beta)^2}{H} + 1,25 \frac{\tan \phi'}{\tan \beta} + \frac{0,156}{\cos \phi'} + \frac{0,011}{\gamma \sin \beta} \quad (15)$$

Na formulação do método, foi utilizado o algoritmo genético, cuja fundamentação se baseia na teoria da seleção natural. Yang *et al.* (2004) elaboraram um conjunto inicial de expressões que foram permutadas e ajustadas ao longo do processo. Essa técnica busca combinar os "indivíduos" mais adaptados, avaliando seu desempenho por meio de uma métrica pré-estabelecida. O objetivo é refinar progressivamente as soluções para estimar o fator de segurança de forma mais precisa.

2.1.2.4.3 Equação de Huang

Huang (2018) desenvolveu diversas equações de estabilidade para diferentes condições de taludes, incluindo uma expressão específica para solos homogêneos e secos. Baseando-se na solução de Michalowski e Nadukuru (2013), o estudo resultou na Equação 16, na qual os parâmetros A_{est} e B_{est} estão dispostos nas equações 17 e 18.

$$FS = A_{est} \left(\frac{c'}{\gamma H \tan \phi'} \right)^{B_{est}} \tan \phi' + \frac{\tan \phi'}{\tan \beta} \quad (16)$$

$$A_{est} = 10,50 e^{-0,009 \beta} \quad (17)$$

$$B_{est} = \begin{cases} 0,72 - 3,5 \times 10^{-5} \beta^2 + 0,0031 \beta, & \text{se } 0 \leq \frac{c'}{\gamma H \tan \phi'} \leq 1 \\ 0,83 - 2,2 \times 10^{-5} \beta^2 + 0,0026 \beta, & \text{se } 1 < \frac{c'}{\gamma H \tan \phi'} \leq 3 \end{cases} \quad (18)$$

2.1.2.4.4 Equação de Chien e Tsai

O estudo de Chien e Tsai (2017) teve como principal objetivo simplificar o cálculo da estabilidade de taludes sujeitos à ação de sismos. Para isso, os autores desenvolveram um ábaco e uma equação destinados à estimativa do fator de segurança. Na formulação do método, foram realizadas simulações de diversos taludes utilizando o software Slope/W, com base no método de Morgenstern e Price.

Como resultado do estudo, foi formulada a Equação 19, que permite estimar o fator de segurança para taludes homogêneos. É importante destacar que a aplicação da equação proposta exige um processo iterativo para a determinação do fator de segurança.

$$\frac{\tan \phi'}{FS} = -0,40 \tan \beta \ln \left[5,11 \left(\frac{c'}{\gamma H FS} \right) + 0,101 \right] \quad (19)$$

2.1.2.4.5 Equação de Sampa e Schorr

Sampa e Schorr (2024) propuseram uma equação de estabilidade voltada para taludes homogêneos e secos, com o objetivo de eliminar a necessidade de processos iterativos e interpolações. O método proposto destaca-se por sua simplicidade e precisão na estimativa do fator de segurança.

Na formulação da equação de estabilidade, os autores avaliaram a estabilidade de diversas configurações de taludes utilizando o método de Morgenstern e Price como referência, implementado no software Slope/W. Por meio de análises de regressão não linear, foi desenvolvida a Equação 20, caracterizada como adimensional. As expressões associadas a N_1 , A , N_2 e N_3 podem ser consultadas nas expressões 21, 22, 23 e 24.

$$FS = N_1 + N_2 \left(\frac{c'}{\gamma H} \right)^{N_3} \quad (20)$$

$$N_1 = A \left(\frac{\tan \phi'}{\tan \beta} \right) \quad (21)$$

$$A = \begin{cases} 0,667 + 0,186(\cos \beta)^{-1,455}, & \text{se } \beta > 45^\circ \\ 1, & \text{se } \beta \leq 45 \end{cases} \quad (22)$$

$$N_2 = 3,758167043 + 2,781 \left(\frac{\tan \phi'}{\tan \beta} \right)^{0,41} \quad (23)$$

$$N_3 = 0,612 + 0,1238209944 \left(\frac{\tan \phi'}{\tan \beta} \right)^{-0,226} \quad (24)$$

2.2 REDES NEURAIS ARTIFICIAIS

Haykin (2001) e Silva, Spatti e Flauzino (2016) explicam que o conceito de Redes Neurais Artificiais (RNAs) é inspirado no funcionamento do sistema nervoso dos seres vivos, reconhecido por sua alta capacidade de processar informações de maneira complexa e não linear. A técnica de aprendizado de máquina destaca-se por sua habilidade de adquirir e manter conhecimento, ajustando-se com base na experiência. Conforme observado por Silva, Spatti e Flauzino (2016), essa adaptabilidade é resultado do contínuo aprimoramento dos modelos de RNAs, impulsionado pelo avanço no entendimento do funcionamento biológico dos neurônios. Nessa linha, conforme destacado por Morais (2010) e Gutiérrez (2003), o principal atrativo das RNAs reside na sua capacidade de generalizar informações a partir de conjuntos de dados, fornecendo respostas consistentes para dados não conhecidos após o treinamento. Além disso, as RNAs frequentemente apresentam desempenho superior em relação a outros modelos convencionais.

Mamat *et al.* (2022) destaca que, por as Redes Neurais Artificiais se basearem no funcionamento do cérebro para replicar o comportamento dos neurônios artificiais, torna-se fundamental compreender o funcionamento das unidades biológicas e suas conexões.

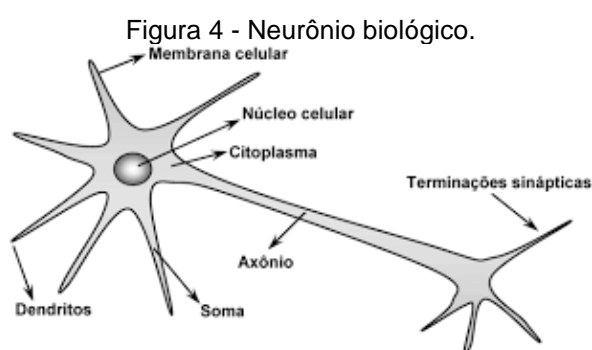
A técnica de inteligência artificial é composta por unidades de processamento simples, conhecidas como neurônios artificiais, que têm a capacidade de armazenar conhecimento experimental. Cada unidade possui um peso associado às informações de entrada, representando o conhecimento adquirido e permitindo a ponderação dos dados recebidos. Além disso, os neurônios podem ser organizados em diferentes arquiteturas ou camadas, dependendo do objetivo, para alcançar os resultados desejados (Haykin, 2001; Morais, 2010; Gutiérrez, 2003).

2.2.1 Neurônio biológico

O neurônio biológico é a unidade fundamental do sistema nervoso, responsável pela condução de impulsos elétricos gerados por reações físico-químicas. No corpo humano, os neurônios estão organizados em redes que operam de forma paralela, com o objetivo de desempenhar diversas funções, como o pensamento e a memória (Silva, Spatti e Flauzino, 2016).

O neurônio biológico pode ser dividido em três partes principais: dendritos, corpo celular (ou soma) e axônio. Os dendritos possuem finos prolongamentos que formam uma estrutura ramificada, conhecida como árvore dendrítica, cuja função é captar continuamente estímulos provenientes de outros neurônios ou do meio externo. O corpo celular é responsável por processar as informações recebidas pelos dendritos, gerando um potencial de ativação que determina se o impulso transmitido ao axônio será excitatório ou inibitório. O axônio, por sua vez, é um único prolongamento encarregado de conduzir os impulsos elétricos para outros neurônios conectores ou diretamente para tecidos musculares (Silva, Spatti e Flauzino, 2016; Haykin, 2001; Gabriel Filho, 2023; Mamat *et al.*, 2022).

As sinapses, que são as conexões entre neurônios, representam as regiões onde os impulsos são transmitidos por meio de neurotransmissores, sem que haja contato físico direto entre as unidades (Silva, Spatti e Flauzino, 2016). Haykin (2001) acrescenta que a plasticidade cerebral, ou a capacidade de aprendizado, é determinada pelas sinapses, seja pela formação de novas conexões ou pela modificação das existentes, conforme o processo de aprendizagem ao qual o cérebro é submetido. Ademais, Mamat *et al.* (2022) atribui a capacidade de aprendizado dos neurônios ao ajuste da eficiência das sinapses, o que influencia diretamente a transmissão e a interpretação das informações. A Figura 4 apresenta uma representação de um neurônio biológico.



Fonte: Silva, Spatti e Flauzino (2016).

O funcionamento do neurônio biológico baseia-se na recepção de estímulos e na análise realizada pelo corpo celular, que determina se o impulso deve ou não ser propagado. Essa análise ocorre por meio da diferença de potencial elétrico na membrana celular, que, em estado de repouso, apresenta um potencial característico.

Quando a célula recebe estímulos de outros neurônios, por meio das sinapses, ocorre uma alteração no potencial de repouso. Caso essa alteração atinja um valor específico, denominado limiar de ativação, o impulso será propagado. Uma vez propagado, o impulso elétrico é transmitido ao longo do axônio até alcançar a sinapse, onde será transferido para os próximos neurônios. Após o término do processo de excitação, o neurônio retorna ao seu estado de potencial de repouso, restabelecendo as condições iniciais para a recepção de novos estímulos (Silva, Spatti e Flauzino, 2016; Haykin, 2001; Gabriel Filho, 2023).

2.2.2 Neurônio artificial

A estrutura das Redes Neurais Artificiais (RNAs) foi inspirada nos modelos do sistema nervoso biológico e no funcionamento do cérebro humano. Nesse contexto, os neurônios artificiais representam as unidades fundamentais da rede, sendo uma versão simplificada do neurônio biológico. O modelo das RNAs baseia-se na alta conectividade e não linearidade do sistema nervoso humano, possuindo grande capacidade de adaptação e aprendizado por meio de exemplos (Silva, Spatti e Flauzino, 2016; Haykin, 2001).

Para entender a unidade fundamental das redes neurais e seu funcionamento, Haykin (2001), Silva, Spatti e Flauzino (2016), Morais (2010) e Gabriel Filho (2023) apresentam o primeiro modelo de neurônio, proposto por McCulloch e Pitts (1943), que simplificou o neurônio biológico. O neurônio artificial é composto pelos seguintes elementos básicos:

- Dados de entrada (x_i): constituem os parâmetros iniciais do sistema, de forma análoga aos estímulos externos captados pelos dendritos;
- Pesos sinápticos (w_i): são valores que servirão para ponderar cada uma das variáveis, quantificando sua relevância em relação a funcionalidade do respectivo neurônio;
- Combinador linear: serve para agregar todas variáveis de entrada que foram ponderados pelos pesos sinápticos, produzindo um valor análogo ao potencial de ativação;
- Limiar de ativação (θ): especifica o patamar adequado para que o resultado gerado pelo combinador linear possa gerar um valor de disparo em direção a saída do neurônio, análogo ao limiar de ativação

do neurônio biológico, que disparava um impulso somente se atingisse um limite do potencial na membrana celular;

- Potencial de ativação (u): é a diferença entre o combinador linear e o limiar de ativação. Se o valor for positivo, o neurônio produz um potencial excitatório, caso contrário, ele será inibido;
- Função de ativação (g): tem a função de restringir a amplitude de saída do neurônio, apresentando normalmente valores entre $[-1; 1]$;
- Sinal de saída (y): valor final produzido pelo neurônio. Pode produzir o resultado final do sistema ou ser utilizado por outros neurônios sequencialmente interligados;
- Índice (i): corresponde ao i -ésimo parâmetro de entrada.

Essa sequência pode ser representada pelas Equações 25 e 26:

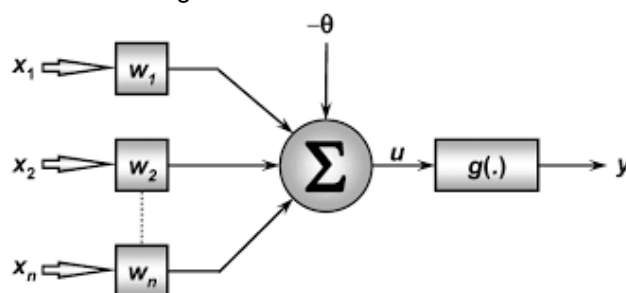
$$u = \sum_{i=1}^n w_i \cdot x_i - \theta \quad (25)$$

$$y = g(u) \quad (26)$$

O funcionamento do neurônio artificial inicia com o recebimento dos estímulos (x_i), ou parâmetros de entrada, que são ponderados pelos pesos sinápticos (w_i). Esses pesos são determinados pela experiência do sistema durante a etapa de treinamento da rede e simulam o comportamento das sinapses. Em seguida, realiza-se a soma das ponderações (combinada linearmente) das informações recebidas, sendo subtraído o limiar de ativação (θ). Essa operação define se a ação do neurônio será excitatória ou inibitória, comportamento análogo ao do corpo celular.

Simulando a propagação da informação, gera-se um potencial de ativação (u), que é então aplicado a uma função de ativação ($g(u)$), produzindo o valor que será transmitido para os neurônios da próxima camada da rede (Haykin, 2001; Silva, Spatti e Flauzino, 2016; Moraes, 2010; Gabriel Filho, 2023). A Figura 5 ilustra de forma sequencial o funcionamento do neurônio artificial.

Figura 5 - Neurônio artificial.



Fonte: Silva, Spatti e Flauzino (2016).

2.2.3 Arquitetura da rede neural

Segundo Silva, Spatti e Flauzino (2016), a arquitetura de uma Rede Neural Artificial (RNA) refere-se ao arranjo dos neurônios e à estruturação das conexões sinápticas, que definem o direcionamento da informação. Haykin (2001) complementa que o processo de aprendizagem do modelo está intimamente relacionado à arquitetura escolhida.

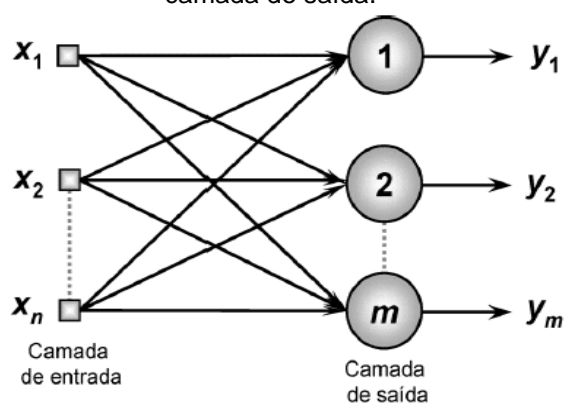
Uma arquitetura típica de RNA é descrita por Gutiérrez (2003) como sendo composta pelo número de unidades de processamento, organizadas em camadas: a camada de entrada, as camadas ocultas e a camada de saída. A camada de entrada recebe os parâmetros iniciais do modelo, e, dependendo da arquitetura, o número de neurônios nesta camada geralmente coincide com o número de dados de entrada. As camadas ocultas situam-se entre as camadas de entrada e saída, sendo o número de camadas e a quantidade de neurônios em cada uma delas variáveis, dependendo da escolha do desenvolvedor. A camada de saída é composta pelos neurônios que produzem os valores de resultado do modelo, e o número de neurônios nesta camada geralmente corresponde ao número de parâmetros de saída do sistema (Silva, Spatti e Flauzino, 2016; Park, 2011).

A cada neurônio artificial pode ser atribuída uma função de ativação específica, a qual será abordada na seção 2.2.4. Outra variável importante da arquitetura refere-se ao fluxo das informações, que, em geral, é unidirecional, embora também possa ser realimentado com novos dados na estrutura (Silva, Spatti e Flauzino, 2016; Araújo, 2015).

Segundo Silva, Spatti e Flauzino (2016), as principais arquiteturas de rede utilizadas são *feedforward* de camada simples, *feedforward* de camadas múltiplas, recorrente e em estrutura reticulada:

- A arquitetura *feedforward* de camada simples é composta por uma camada de entrada e uma camada de saída, com fluxo unidirecional, ou seja, não há realimentação do sistema nem camadas ocultas (Silva, Spatti e Flauzino, 2016; Haykin, 2001), conforme ilustrada na Figura 6.

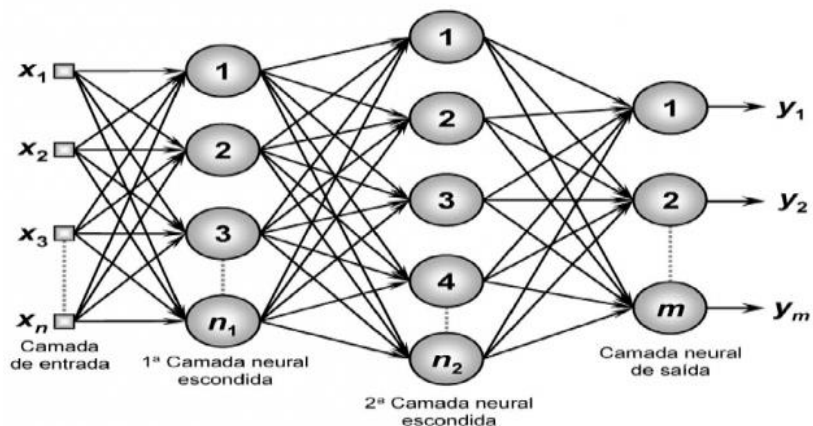
Figura 6 - Arquitetura *feedforward* de camada simples com "n" neurônios na camada de entrada e "m" na camada de saída.



Fonte: Silva, Spatti e Flauzino (2016).

- A arquitetura *feedforward* de camadas múltiplas, assim como a arquitetura de camada simples, possui uma camada de entrada e uma camada de saída. No entanto, ela é também composta por uma ou mais camadas ocultas, que podem ser preenchidas com diferentes quantidades de neurônios. O aumento no número de camadas ocultas eleva a capacidade do modelo de extrair comportamentos mais complexos (Silva, Spatti e Flauzino 2016; Haykin 2001; Araújo 2015). A Figura 7 mostra um diagrama da disposição da arquitetura *feedforward* de camadas múltiplas.

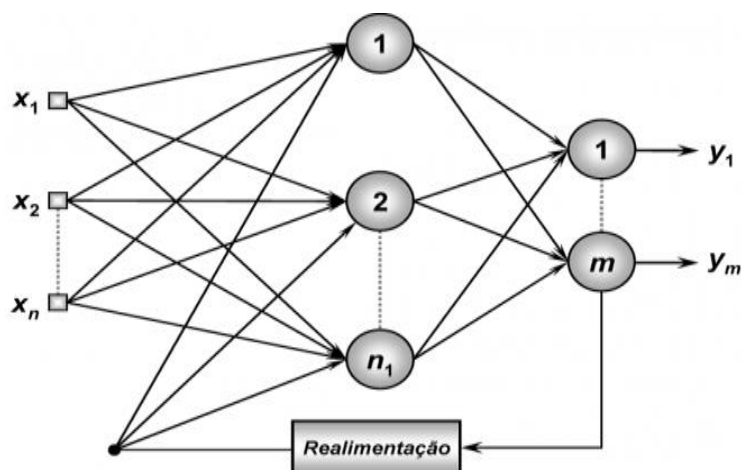
Figura 7 - Exemplo de arquitetura *feedforward* de múltiplas camadas.



Fonte: Silva, Spatti e Flauzino (2016).

- As arquiteturas recorrentes são redes em que os dados de saída são utilizados como dados de entrada para realimentar a rede neural, pelo menos uma vez, somando-se às entradas atuais do neurônio. Essa característica torna a rede particularmente útil em problemas dinâmicos, como sistemas que variam ao longo do tempo, incluindo a previsão de séries temporais (Silva, Spatti e Flauzino, 2016; Haykin, 2001; Gabriel Filho, 2023). Um diagrama da arquitetura recorrente pode ser visualizado na Figura 8.

Figura 8 - Exemplo de arquitetura recorrente.

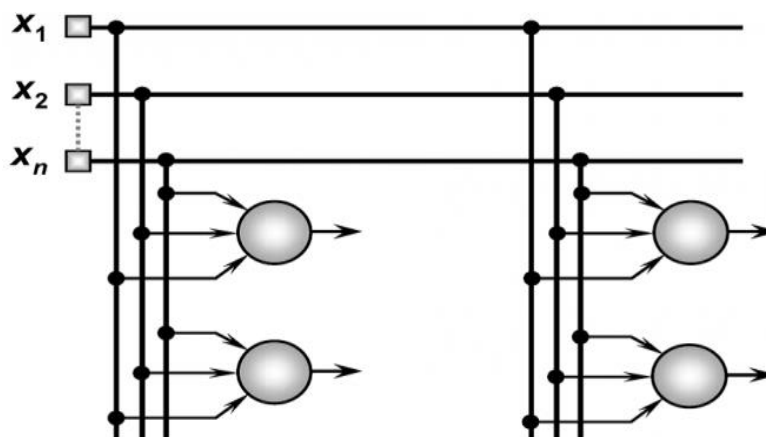


Fonte: Silva, Spatti e Flauzino (2016).

- A principal característica da arquitetura em estrutura reticulada está na disposição espacial dos neurônios. Nesse sistema, as informações de entrada são distribuídas por diversos neurônios, o que a distingue das demais tipologias

apresentadas (Silva, Spatti e Flauzino, 2016). A estrutura dessa arquitetura é ilustrada na Figura 9.

Figura 9 - Arquitetura de rede com estrutura reticulada.



Fonte: Silva, Spatti e Flauzino (2016).

As redes *perceptron* multicamadas fazem parte da arquitetura *feedforward* multicamadas, ou seja, possuem pelo menos uma camada oculta. Uma característica intrínseca dessa arquitetura, segundo Faria (2018) e Haykin (2001), é que cada neurônio está conectado a todos os neurônios da camada anterior e da camada posterior. Ela se destaca pela sua versatilidade e ampla aplicabilidade.

As redes *perceptron* multicamadas são frequentemente utilizadas em vários problemas de engenharia, demonstrando bons resultados (Amâncio *et al.* 2014; Araújo 2015; Haykin 2001; Silva, Spatti e Flauzino 2016; Nejad *et al.*, 2009; Shahin *et al.* 2002; Mamat *et al.* 2022; Nanehkaran *et al.* 2022; Abdalla *et al.* 2014). Conforme enfatizam Silva, Spatti e Flauzino (2016) e Mamat *et al.* (2022), algumas áreas potenciais de utilização incluem a aproximação universal de funções, o reconhecimento de padrões, a identificação e controle de processos, a previsão de séries temporais e a otimização de sistemas.

Segundo Pham *et al.* (2020), as redes neurais artificiais oferecem diversas combinações possíveis para sua arquitetura, o que torna o processo de obtenção da topologia ótima praticamente inatingível. Destaca-se que não existem regras universais para definir os elementos que compõem o modelo, como o número de camadas ocultas, o número de neurônios em cada camada oculta, as funções de ativação e o algoritmo de treinamento. A falta de conhecimento prático para o desenvolvimento de redes neurais é observada em alguns estudos, que testaram

diversas combinações para determinar a rede com melhor desempenho, utilizando uma abordagem de tentativa e erro (Nejad *et al.* 2009; Nejad *et al.* 2017; Shahin *et al.* 2002; Araújo 2015; Follmann 2021; Bagińska *et al.* 2018; Mollahasani 2011; Sinha 2008).

2.2.4 Funções de ativação

Uma função de ativação está associada ao resultado de saída do neurônio, podendo ser adotados diferentes padrões em uma mesma rede ou arquitetura. Há diversas funções que podem ser utilizadas. Segundo Dantas Neto (2004), não há regras e processos definidos para a escolha da função de ativação no desenvolvimento do modelo. A definição ocorre por tentativa e erro, sendo a função escolhida a que apresentar melhor resultado.

Nas redes *perceptron* multicamadas, Morais (2010), Haykin (2001) e Pham *et al.* (2020) destacam que cada neurônio deve utilizar uma função de ativação contínua, não linear e diferenciável em todos os pontos, como as funções sigmoide, logística ou tangente hiperbólica. Isso se deve ao processo de treinamento dessas redes, caracterizado pelo uso do gradiente para a aproximação do ponto mínimo na superfície de erro, além de estar alinhado com a premissa de simular de forma mais fiel o comportamento do neurônio biológico, o que contribui para o aumento da precisão do modelo (Géron 2021; Pham *et al.* 2020; Silva, Spatti e Flauzino 2016).

Entretanto, segundo Géron (2021), as funções lineares podem ser mais adequadas para problemas em redes neurais artificiais, pois melhoram o tempo de treinamento e reduzem a probabilidade de erros de convergência. Nesse sentido, Gabriel Filho (2023) atribui a dificuldade do uso de funções sigmóides à sua complexidade e à possibilidade de saturação (discutida no tópico 2.2.11.3), características que as tornam inadequadas em redes multicamadas.

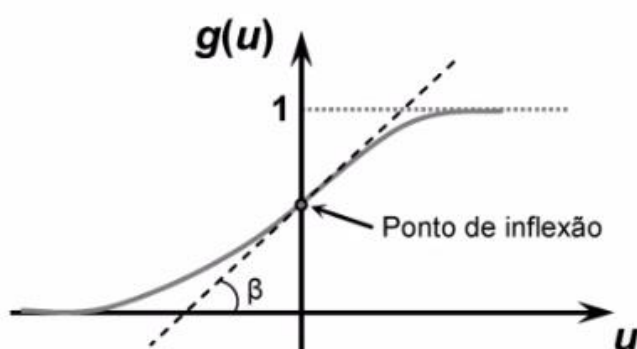
Para um melhor entendimento, a seguir são abordadas algumas funções de ativação tradicionais e totalmente diferenciáveis, ficando para o item 2.2.11.3 a discussão sobre outras funções de ativação desenvolvidas para resolver problemas de convergência e generalização nas redes neurais artificiais.

Segundo Silva, Spatti e Flauzino (2016), as principais funções de ativação totalmente diferenciáveis são a logística, a tangente hiperbólica, a gaussiana e a linear.

A função logística produz valores reais entre zero e um e é definida pela Equação 27, onde β é uma constante real associada ao nível de inclinação da função no seu ponto de inflexão (Figura 10). Haykin (2001) e Géron (2021) afirmam que essa é a função mais comum na construção de redes neurais.

$$g(u) = \frac{1}{1 + e^{-\beta u}} \quad (27)$$

Figura 10 - Função de ativação logística.

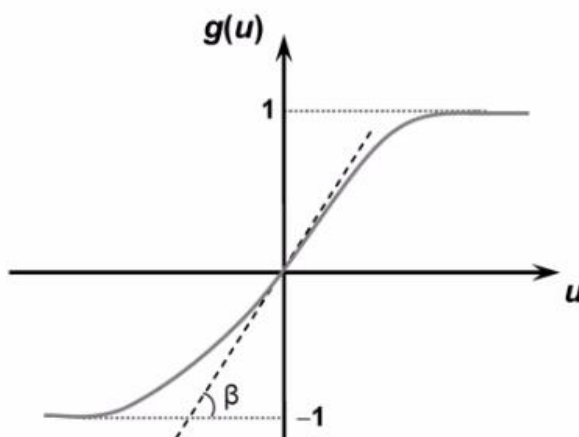


Fonte: Silva, Spatti e Flauzino (2016).

A função tangente hiperbólica, descrita pela Equação 28 e ilustrada na Figura 11, assume valores entre -1 e 1, sendo que o parâmetro β é uma constante que define a inclinação do ponto de inflexão da função (Silva, Spatti e Flauzino, 2016). De acordo com Géron (2021), Goodfellow *et al.* (2016) e Glorot *et al.* (2010), essa função costuma produzir saídas na camada centralizadas em torno de 0, o que contribui para a convergência do treinamento da rede neural.

$$g(u) = \frac{1 - e^{-\beta u}}{1 + e^{-\beta u}} \quad (28)$$

Figura 11 - Função de ativação tangente hiperbólica.



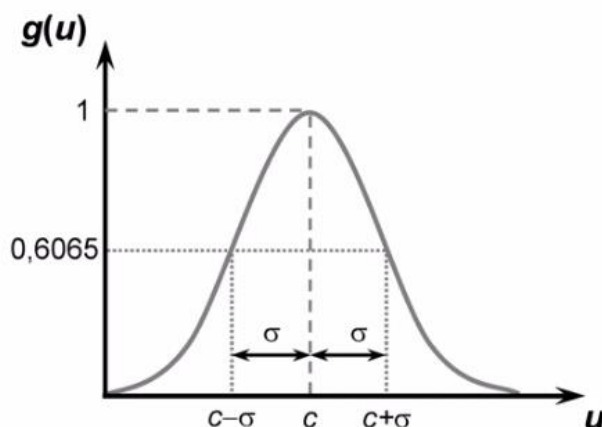
Fonte: Silva, Spatti e Flauzino (2016).

Haykin (2001) e Silva, Spatti e Flauzino (2016) classificam as funções logística e tangente hiperbólica como funções sigmoides.

A função gaussiana possui o parâmetro c em sua fórmula (Equação 29), o qual representa o centro ou a média da distribuição, onde ocorre o valor máximo. Para valores de potencial de ativação equidistantes desse centro, a função assume o mesmo valor, o que confere simetria à curva em relação a esse eixo. Outro parâmetro relevante da função é o desvio padrão (σ), que determina a dispersão da curva ilustrada na Figura 12 (Silva, Spatti e Flauzino, 2016).

$$g(u) = e^{-\frac{(u-c)^2}{2\sigma^2}} \quad (29)$$

Figura 12 - Função de ativação gaussiana.

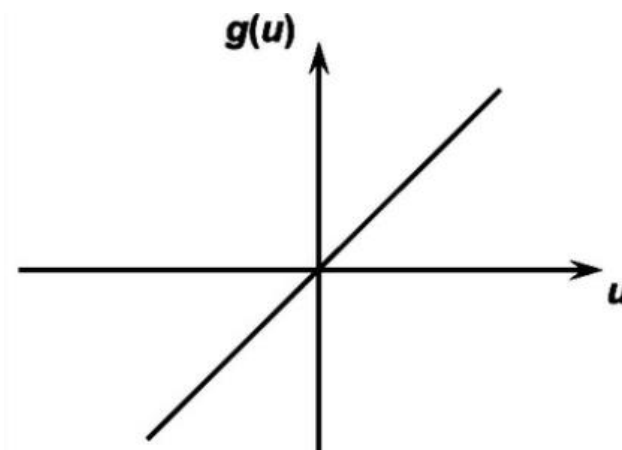


Fonte: Silva, Spatti e Flauzino (2016).

A função de ativação linear, conhecida também por função identidade, produz saídas idênticas ao limiar de ativação (Silva, Spatti e Flauzino 2016). A Equação 30 descreve a função, cujo comportamento é ilustrado na Figura 13.

$$g(u) = u \quad (30)$$

Figura 13 - Função de ativação linear.



Fonte: Silva, Spatti e Flauzino (2016).

Segundo Dantas Neto (2004), não existem regras estabelecidas para a definição da função de ativação a ser utilizada no modelo de rede neural, sendo sua escolha realizada por meio de tentativa e erro, adotando-se a função que apresentar os melhores resultados. Como complemento à análise da escolha da função de ativação, a Seção 2.2.11.3 fornece mais detalhes sobre alternativas que podem otimizar o desempenho da rede.

2.2.5 Treinamento da rede

Silva, Spatti e Flauzino (2016) descrevem o treinamento como um conjunto de etapas ordenadas com o objetivo de ajustar os pesos sinápticos e os limiares dos neurônios. Essas etapas são introduzidas pelo algoritmo de aprendizagem, que tem a finalidade de sintonizar a rede, de modo que os resultados se aproximem dos valores desejados. Gabriel Filho (2023) concorda com essa definição, descrevendo o processo de ajuste dos pesos como um estímulo contínuo proveniente do ambiente externo, representado pelos dados de entrada e saída.

Silva, Spatti e Flauzino (2016) listam cinco métodos de treinamento de modelos de redes neurais artificiais, os quais são: treinamento supervisionado, treinamento não supervisionado, treinamento com reforço, aprendizagem utilizando lotes de padrões (*offline*) e aprendizagem usando padrão por padrão (*online*).

O treinamento supervisionado visa a aprendizagem da rede por meio da disponibilização de amostras representativas do processo, contendo os parâmetros de entrada e saída conhecidos. Nesse processo, o algoritmo busca ajustar os pesos sinápticos de modo a reduzir o erro gerado pelo modelo. A rede é considerada treinada quando a diferença entre o atributo final dos dados e o valor alcançado pela rede estiver dentro de limites aceitáveis (Silva, Spatti e Flauzino, 2016; Gabriel Filho, 2023).

Géron (2021) se refere ao treinamento supervisionado como gradiente descendente estocástico, caracterizado pelo ajuste dos pesos utilizando uma instância por vez do conjunto de treinamento, o que resulta em um treinamento mais leve em termos de recursos computacionais. No entanto, esse método pode causar irregularidades na aproximação do ponto mínimo de erro da função, devido à variabilidade nas instâncias de dados, o que leva a comportamentos diversos. O autor explica que uma iteração do treinamento só é concluída quando todos os pares de treinamento foram apresentados individualmente, sendo repetido até atingir a tolerância de erro.

Por outro lado, Gabriel Filho (2023) discorda de Géron (2021), afirmando que a convergência dos pesos é mais suave e estável, justificando essa afirmação pela menor amplitude dos erros individuais. Além disso, Gabriel Filho (2023) aponta que esse método é mais lento em comparação com o gradiente descendente em lote de padrões.

No treinamento não supervisionado, os dados de entrada são disponibilizados ao algoritmo de treinamento, mas os valores de saída desejados não são fornecidos. Nesse processo, a própria rede deve se auto-organizar, identificando similaridades entre os dados e agrupando-os em subconjuntos. Os pesos sinápticos e limiares são ajustados de forma a refletir a representação interna dos dados (Silva, Spatti e Flauzino, 2016).

O treinamento com reforço é considerado uma variação da técnica de treinamento supervisionado, sendo necessário a apresentação de dados de entrada e saída. O processo de treinamento é realizado por tentativa e erro, obtendo resposta do sistema se o valor encontrado é satisfatório ou não, havendo incremento nos pesos

sinápticos e limiares, a fim de recompensar essa condição de comportamento (Silva, Spatti e Flauzino 2016; Gabriel Filho 2023).

O treinamento utilizando lote de padrões (aprendizagem *offline*) é uma variação do treinamento supervisionado. Nesse método, os ajustes nos pesos sinápticos e limiares só são realizados após a disponibilização de todo o conjunto de dados, o que demanda um alto consumo de recursos computacionais. Por essa razão, é geralmente aplicado de forma *offline*. Durante o processo, todos os dados devem estar acessíveis, pois os ajustes são baseados na soma dos erros gerados por todo o conjunto. Esse método é recomendado para sistemas em que não há um fluxo contínuo de dados ou nos quais o treinamento será realizado apenas uma vez (Silva, Spatti e Flauzino, 2016; Géron, 2021). Géron (2021) destaca como vantagem desse método a convergência menos irregular do modelo.

Por outro lado, Gabriel Filho (2023) argumenta que o uso da aprendizagem *offline* pode favorecer a redução do tempo computacional, uma vez que os ajustes dos pesos são realizados com base na soma dos erros, reduzindo o número de passos em cada iteração. No entanto, o autor aponta que esse método apresenta maior instabilidade no aprendizado, atribuindo isso aos valores elevados calculados pela função erro, cuja magnitude corresponde à soma de todos os desvios do conjunto de treinamento.

O aprendizado utilizando padrão por padrão (aprendizado *online*) é uma abordagem relacionada ao ajuste supervisionado. Nesse método, os ajustes dos pesos sinápticos são realizados amostra por amostra, permitindo que os dados já utilizados sejam descartados. O conjunto de dados é dividido em pequenos grupos selecionados aleatoriamente, e o treinamento da rede é conduzido utilizando um grupo por vez. Os ajustes dos pesos sinápticos são efetuados com base na soma dos erros gerados por cada pequeno conjunto. Esse método pode ser visto como uma combinação entre o treinamento *offline* e o gradiente descendente estocástico (Silva, Spatti e Flauzino, 2016; Géron 2021).

O uso dessa técnica torna-se particularmente vantajoso quando o comportamento do sistema varia de forma abrupta (Silva, Spatti e Flauzino, 2016). Essa abordagem oferece um ganho de desempenho em relação ao treinamento em lotes de padrões, ao mesmo tempo em que mantém maior regularidade na convergência em comparação ao gradiente descendente estocástico. Isso ocorre

porque cada etapa de treinamento é realizada com pequenas populações do conjunto de dados, o que reduz as divergências entre as iterações (Géron, 2021).

Como mencionado anteriormente, diversos estudos têm utilizado as redes *Perceptron* Multicamadas, frequentemente citadas como a principal arquitetura empregada em pesquisas relacionadas a redes neurais artificiais. O treinamento desse modelo segue o ajuste supervisionado ou suas variações, com a aplicação do algoritmo de *backpropagation* (retropropagação). Esse algoritmo é um otimizador estocástico de primeira ordem amplamente reconhecido por sua eficiência (Silva, Spatti e Flauzino, 2016; Haykin, 2001; Ambrósio, 2002; Kingma *et al.*, 2015).

O processo de treinamento das redes ocorre em duas fases: a *forward* e a *backward*. Na primeira etapa, a amostra inicial dos dados de entrada é aplicada à rede, passando por todas as camadas até produzir um resultado nos neurônios de saída. Durante essa fase, os pesos sinápticos e os limiares de ativação permanecem inalterados, servindo apenas para gerar os primeiros resultados. Na etapa seguinte, os resultados obtidos são comparados aos valores esperados, e o erro entre eles é calculado por meio de uma função de custo, como a função do erro quadrático médio ou outra métrica apropriada (Silva, Spatti e Flauzino, 2016; Haykin, 2001; Morais, 2010; Gabriel Filho, 2023; Park, 2011).

Após a análise do erro, inicia-se a fase *backward*, ou propagação do erro para as camadas anteriores. Nessa fase, são realizados ajustes nos pesos sinápticos e limiares com base na estimativa da contribuição de cada neurônio para o erro gerado. O processo é repetido diversas vezes, com ajustes contínuos nos parâmetros dos neurônios em cada iteração, até que o critério de parada seja alcançado. Quando isso ocorre, o processo é reiniciado com uma nova amostra de dados (Silva, Spatti e Flauzino, 2016; Haykin, 2001; Morais, 2010; Gabriel Filho, 2023; Park, 2011).

No treinamento da rede, há um coeficiente de aprendizagem (η), que define a velocidade de ajuste dos pesos sinápticos. Esse valor é estabelecido entre 0 e 1, sendo definido pelo usuário do modelo. No entanto, se o valor de η for muito alto, a rede pode se tornar instável, dificultando a convergência para o ponto mínimo da função de erro e, possivelmente, aumentando o erro durante o treinamento. Por outro lado, se o valor for muito baixo, haverá um alto custo operacional, pois o sistema precisará realizar muitas iterações para alcançar a convergência (Haykin, 2001; Géron, 2021).

Quanto ao funcionamento da retropropagação, Silva, Spatti e Flauzino (2016) explicam que as Equações 31 e 32 representam a fase *forward*, que é aplicada sucessivamente nas camadas até gerar uma previsão do modelo, a qual é avaliada pela função de custo, conforme detalhado na Equação 33. Em seguida, inicia-se a fase *backward*, com o objetivo de corrigir o erro gerado pela rede neural.

A Equação 34 é utilizada para encontrar o gradiente local da função de custo para a camada de saída, sendo empregada para corrigir os pesos sinápticos dessa camada, conforme indicado pela Equação 37. Para as camadas ocultas, as Equações 35 e 37 são aplicadas para o cálculo do gradiente local e o ajuste dos pesos sinápticos, respectivamente. Para a primeira camada oculta da rede neural, a Equação 36 é utilizada no cálculo do gradiente local, e o peso sináptico é corrigido pela Equação 38, encerrando assim a fase *backward*. Essas etapas são repetidas diversas vezes, buscando a minimização do erro, até que o critério pré-estabelecido seja atendido.

$$I_j^K = \sum_{i=0}^n W_{ji}^K \cdot x_i \quad (31)$$

$$Y_j^K = g(I_j^K) \quad (32)$$

$$E(k) = \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \sum_{j=1}^n \left(d^j(k) - Y_j^{(3)}(k)\right)^2 \quad (33)$$

$$\delta_j^{(n)} = -\left(d_j - Y_j^{(n)}\right) \cdot g'\left(I_j^{(n)}\right) \quad (34)$$

$$\delta_j^{(K)} = -\left[\sum_{k=1}^{n_3} \delta_k^{(k+1)} \cdot W_{kj}^{(k+1)} \cdot g'\left(I_j^{(k)}\right)\right] \quad (35)$$

$$\delta_j^{(1)} = -\left[\sum_{k=1}^{n_3} \delta_k^{(2)} \cdot W_{kj}^{(2)} \cdot g'\left(I_j^{(1)}\right)\right] \quad (36)$$

$$W_{ji}^{(K)} = W_{ji}^{(K)} + \eta \cdot \delta_j^{(K)} \cdot Y_i^{(K-1)} \quad (37)$$

$$W_{ji}^{(1)} = W_{ji}^{(1)} + \eta \cdot \delta_j^{(1)} \cdot x_i^{(1)} \quad (38)$$

Onde $\mathbf{W}_{ji}^{(K)}$ é a matriz de pesos sinápticos, cujo peso pertence ao j -ésimo neurônio da camada K , conectado o i -ésimo neurônio da camada $(K - 1)$; $\mathbf{I}_j^{(K)}$ representam os vetores de entrada ponderada do j -ésimo neurônio da camada K ; $\mathbf{Y}_j^{(K)}$ representam os vetores de saída ponderada do j -ésimo neurônio da camada K ; \mathbf{g}' corresponde a derivada da função de ativação; η é o parâmetro de taxa de aprendizado; \mathbf{X}_i é o dado de entrada do i -ésimo neurônio da camada de entrada; $\delta_j^{(K)}$ é o gradiente local em relação ao j -ésimo neurônio da camada K ; \mathbf{d}_j é o j -ésimo valor do dado de saída esperado da rede neural artificial; \mathbf{E} é a função de custo, compara a previsão obtida da rede ao resultado esperado, baseada na equação do erro quadrático médio.

2.2.6 Inicialização dos pesos sinápticos e limiares

Outro procedimento importante é a definição do valor inicial dos pesos de cada neurônio. Segundo Géron (2021), é fundamental que os pesos sinápticos assumam valores iniciais aleatórios. Caso os pesos iniciem com valores idênticos, os ajustes subsequentes serão os mesmos para todos os neurônios, fazendo com que a rede seja treinada de maneira homogênea, resultando em pesos sinápticos idênticos para cada neurônio. Nesse caso, a rede funcionaria como se houvesse apenas um neurônio na camada, prejudicando o processo de aprendizagem.

Complementando, Goodfellow *et al.* (2016) relatam que os pesos iniciais devem quebrar a simetria da camada, ou seja, não devem assumir valores semelhantes, a fim de evitar a geração de interpretações redundantes. Os autores destacam que as variações nos pesos iniciais da rede influenciam diretamente o tempo de aprendizado e a capacidade de generalização do modelo, impactando seus resultados. No entanto, ainda são necessários mais estudos para compreender completamente as relações entre as estratégias de inicialização e os resultados obtidos.

Goodfellow *et al.* (2016) e Géron (2021) afirmam que as inicializações são comumente feitas utilizando distribuições gaussianas ou uniformes, mas não há estudos conclusivos que indiquem qual dessas distribuições oferece melhor desempenho. Existem também estudos que sugerem estratégias específicas de inicialização que podem ajudar a superar desafios, acelerando e melhorando o treinamento dos modelos. Algumas dessas práticas são discutidas na seção 2.2.11.3.

2.2.7 Escalonamento dos dados de entrada

Uma etapa fundamental, antes do treinamento, consiste na normalização dos parâmetros de entrada (escalonamento). Segundo Géron (2021), parâmetros com escalas muito diferentes podem dificultar o funcionamento dos algoritmos de treinamento, afetando a eficiência do processo. Haykin (2001) também enfatiza a importância da normalização dos dados de entrada, destacando que ela visa melhorar a convergência do modelo durante o treinamento, acelerando o processo e contribuindo para um desempenho mais eficaz da rede neural.

A normalização dos valores de entrada torna-se ainda mais crucial quando são utilizadas funções de ativação sigmoide, pois essas funções saturam para valores de alta magnitude, o que prejudica o ajuste dos pesos durante a etapa de treinamento. Alguns estudos corroboram essa premissa, como o de Araújo (2015), que normalizou os dados para um intervalo de 0,15 a 0,85 ao utilizar a função sigmoide, e o de Gelisli *et al.* (2015), que escalonou os dados entre 0 e 1, aplicando funções de ativação tangente hiperbólica. Esse método de escalonamento é expresso pela Equação 39.

Entretanto, Géron (2021) defende que a normalização seja feita com base apenas na média e no desvio padrão, sem limitar os valores a um intervalo fixo. Isso porque, se for adotado um intervalo pré-estabelecido, espera-se que os dados aplicados ao modelo estejam sempre dentro desse intervalo, o que pode comprometer o desempenho da predição em dados novos. No entanto, a abordagem sugerida por Géron (2021) pode prejudicar o uso de funções de ativação sigmoide, uma vez que amplia a probabilidade de ocorrência de gradientes de fuga ou explosivos, problemas que são discutidos na seção 2.2.11.3. O método de escalonamento indicado pelo autor pode ser encontrado na Equação 40.

Géron (2021) acrescenta que a normalização deve ser realizada apenas com base nas métricas do conjunto de treinamento, para que a rede neural não receba informações ou comportamentos dos conjuntos de validação e teste, garantindo a confiabilidade dos resultados do modelo. Após o treinamento, quando o modelo for utilizado para realizar predições com novos dados, é necessário aplicar o escalonamento desses dados com base nas métricas do conjunto de treinamento, assegurando a consistência no processo de inferência.

$$\frac{x' - i_{min}}{i_{max} - i_{min}} = \frac{x - x_{min}}{x_{max} - x_{min}} \quad (39)$$

$$x' = \frac{x - \mu}{\sigma} \quad (40)$$

Sendo μ o valor médio dos parâmetros; σ o desvio padrão; x' o valor normalizado; x o valor original; x_{min} o valor mínimo do parâmetro; x_{max} o valor máximo; i_{min} o valor mínimo do intervalo desejado e i_{max} máximo do intervalo desejado.

2.2.8 Definição do número de camadas

Haykin (2001) e Morais (2010) discutiram o estudo de Cybenko (1989) sobre o número de camadas ocultas necessárias para a implementação de redes neurais artificiais. Segundo eles, uma única camada intermediária é suficiente para aproximar qualquer função contínua, enquanto duas camadas ocultas permitem a aproximação de qualquer função matemática. Na mesma linha, Bounds *et al.* (1988, *apud* Park, 2011) afirmam que uma ou duas camadas intermediárias são suficientes para a aproximação de funções. Para casos em que há relações lineares entre as variáveis, Silva, Spatti e Flauzino (2016) sugerem que apenas as camadas de entrada e saída são suficientes, enquanto problemas mais complexos e não lineares requerem camadas ocultas.

Segundo Haykin (2001), o uso de um número excessivo de camadas em redes neurais não é recomendado, pois a precisão e a utilidade dos ajustes nos pesos sinápticos diminuem à medida que o erro é calculado durante o treinamento em redes muito extensas. Park (2011) corrobora essa opinião ao destacar que redes neurais muito profundas podem melhorar o treinamento, mas prejudicam a capacidade de generalização do modelo em relação ao problema. Géron (2021) complementa essa discussão, afirmando que uma rede neural com uma única camada oculta é capaz de aproximar funções complexas. Contudo, ele argumenta que redes com mais camadas ocultas, mantendo o mesmo número total de neurônios, podem alcançar um desempenho superior sem demandar recursos computacionais adicionais.

Entretanto, conforme Goodfellow *et al.* (2016), em alguns problemas, o uso de uma única camada requer um número excessivamente grande de neurônios. Nesses casos, o uso de redes neurais profundas (com mais de uma camada oculta) pode ser

vantajoso, pois reduz a quantidade de neurônios necessários para representar a função desejada. Além disso, redes profundas diminuem a probabilidade de erro de generalização, permitindo a otimização do modelo com a adição de mais camadas.

Lawrence (1994 *apud* Park 2011) sugere a adoção da regra de thumb, que sugere iniciar o treinamento considerando uma camada oculta. Caso não haja uma boa convergência, o próximo passo seria aumentar o número de neurônios, deixando a adição de camadas ocultas como última opção.

Atualmente, redes maiores são denominadas redes neurais profundas. Segundo Géron (2021), essas redes possuem mais de 10 ou 100 camadas ocultas, enquanto para Xiao et al. (2018) e Nhu et al. (2020), redes neurais profundas são aquelas que possuem mais de uma camada oculta.

Géron (2021) destaca que a determinação do número ideal de camadas em uma rede neural continua sendo um processo incerto e manual, apesar da disponibilidade de ferramentas em Python que permitem testar diversas configurações desse e de outros parâmetros. Contudo, tais experimentações podem gerar um custo computacional elevado. O autor sugere, como alternativa, a adoção de modelos com um maior número de camadas e neurônios, aliados a técnicas que otimizem o aprendizado da rede e minimizem o risco de *overfitting*.

Percebe-se que ainda não há uma regra clara para a definição do número de camadas ocultas, embora haja convergência em alguns aspectos. Existe uma tendência de que redes neurais com uma ou duas camadas ocultas são capazes de resolver a maioria das aproximações de funções, sendo que o uso de redes mais extensas pode comprometer os resultados. No entanto, conforme discutido mais adiante na seção 2.2.11, já existem técnicas que permitem o treinamento de redes neurais, mitigando o problema apontado por Haykin (2002). A escolha do modelo segue uma abordagem de tentativa e erro, com o objetivo de comparar diferentes redes e identificar aquelas que melhor se ajustam às relações entre as variáveis.

2.2.9 Definição do número de neurônios ocultos

Diversos autores (Park, 2011; Morais, 2010; Dantas, 2004 *apud* Araújo, 2015) apontam o desenvolvimento de métodos claros para a determinação do número de neurônios como um grande desafio na aplicação de redes neurais artificiais.

Morais (2010) apresenta o método empírico proposto por Braga, Carvalho e Ludermir (2000), que sugere que o número de neurônios seja 10 vezes menor do que a quantidade de dados. O objetivo desse método é reduzir a probabilidade de ocorrência de *overfitting* e *underfitting*, fenômenos discutidos na seção 2.2.11.2.

Segundo Park (2011), uma abordagem conservadora para a escolha do número de neurônios nas camadas ocultas consiste em adotar um valor entre o número de parâmetros iniciais e o número de dados de saída da rede. Após essa definição, o número de neurônios deve ser ajustado por tentativa e erro, aumentando-o caso a função de erro permaneça alta, ou diminuindo-o se houver sinais de treinamento excessivo da rede. Park (2011) apresenta exemplos de trabalhos que propuseram métodos para a definição do número de neurônios nas camadas ocultas. Um desses trabalhos, de Lawrence e Fredrickson (1988), se destaca ao sugerir que a melhor estimativa para o número de neurônios na camada oculta seja a metade da soma do número de parâmetros de entrada e saída (Equação 41). Além disso, propõem o estabelecimento de uma faixa para esse número (Equação 42).

$$h = \frac{i + o}{2} \quad (41)$$

$$\frac{N}{10} - i - o \leq h \leq \frac{N}{2} - i - o \quad (42)$$

Sendo, **h** o número de neurônios nas camadas ocultas; **i** o número de parâmetros na camada oculta; **o** a quantidade de parâmetros de saída e **N** o número de conjunto de dados para o treinamento.

Pham *et al.* (2020) destacaram a complexidade envolvida na determinação da arquitetura de redes neurais, especialmente na escolha do número de camadas ocultas, da quantidade de neurônios em cada camada intermediária, das funções de ativação e do algoritmo de aprendizado. Eles propuseram o uso de algoritmos genéticos para determinar a arquitetura ótima de redes neurais artificiais para cada problema específico, baseando-se na teoria da seleção natural. O resultado do estudo é relevante tanto pelo aumento da eficiência no treinamento do modelo quanto pela melhoria na precisão alcançada.

2.2.10 Validação do modelo

Após a etapa de treinamento do modelo de redes neurais, na qual os pesos sinápticos e limiares são ajustados, é necessário verificar a precisão do sistema gerado. O principal objetivo é garantir que o protótipo seja capaz de generalizar o problema, ou seja, que consiga realizar previsões para intervalos de dados fora do conjunto de treinamento. Para essa validação, os dados são divididos previamente em dois conjuntos: o conjunto de treinamento, utilizado para calibrar os valores de ponderação do modelo, e o conjunto de teste, que será usado para avaliar o desempenho da rede neural. A partir desse conjunto de teste, são realizadas previsões, e seus resultados são comparados aos valores esperados, com a expectativa de que as previsões sejam próximas dos valores esperados, refletindo a precisão alcançada durante o treinamento do modelo (Nejad *et al.* 2009; Haykin 2001; Araújo 2015, Park 2011).

2.2.11 Desafios das redes neurais artificiais

O principal objetivo no desenvolvimento de um modelo de rede neural artificial é criar um sistema capaz de generalizar adequadamente o comportamento do fenômeno estudado. Apesar das diversas vantagens e bons resultados proporcionados pelo uso de redes neurais artificiais, ainda existem desafios que exigem a adoção de estratégias específicas para alcançar os objetivos desejados.

Diante dos desafios na implementação de redes neurais, alguns detalhados a seguir, surgiram várias estratégias que aumentaram a complexidade desses modelos, resultando, contudo, em treinamentos mais assertivos e redes mais precisas.

2.2.11.1 Tempo de treinamento e otimizadores

Dentre os desafios mencionados na literatura, destaca-se o longo tempo de treinamento, que não garante que a rede neural alcançará a generalização desejada, exigindo, portanto, a adoção de estratégias que aumentem a assertividade do modelo sem demandar grandes recursos computacionais. Haykin (2001) descreve que, durante o treinamento de uma rede, o erro gerado forma uma superfície de erro, que deve ser ajustada para se aproximar do mínimo global dessa superfície. Como o

algoritmo utiliza a função de gradiente descendente, existe o risco de o treinamento convergir para um ponto de mínimo local (Ambrósio 2002; Gutiérrez 2003; Park 2011).

O parâmetro de taxa de aprendizagem, mencionado na seção 2.2.5, é crucial no ajuste dos pesos, devendo apresentar um valor adequado para evitar instabilidade na aproximação do ponto mínimo da função de erro. Para acelerar a convergência sem comprometer a estabilidade, foi proposta uma modificação na função de ajuste dos pesos sinápticos, adicionando um novo termo chamado *momentum*. Esse termo pondera o último ajuste dos pesos em relação às duas últimas iterações, contribuindo para uma convergência mais eficiente e estável (Morais 2010; Haykin 2001; Silva, Spatti e Flauzino 2016; Géron 2021).

O resultado desse ajuste, quando o treinamento ainda está distante do ponto mínimo, é que os reparos se tornam maiores. Nesse caso, o termo *momentum* pondera esses ajustes, acelerando a convergência. À medida que a rede se aproxima do ponto mínimo, os ajustes se tornam menores, e, conseqüentemente, a ponderação do *momentum* também diminui, auxiliando na aproximação da região (Morais 2010; Haykin 2001; Silva, Spatti e Flauzino 2016; Géron 2021). A função de aplicação do termo *momentum* pode ser expressa pela Equação 43.

$$W_{ji}^{(K)}(t+1) = W_{ji}^{(K)}(t) + \alpha \cdot \left(W_{ji}^{(K)}(t) - W_{ji}^{(K)}(t-1) \right) + \eta \cdot \delta_j^{(K)} \cdot Y_i^{(K-1)} \quad (43)$$

O otimizador de treinamento *momentum* é amplamente utilizado em trabalhos na área de geotecnia, como, por exemplo, em Araújo (2015), Nejad *et al.* (2009) e Mamat *et al.* (2022). No entanto, existem diversas variações de estratégias de treinamento, e, por essa razão, alguns otimizadores alternativos foram selecionados para serem apresentados neste trabalho.

O otimizador RMSProp propõe direcionar o ajuste dos pesos para a direção correta do ponto mínimo, ao contrário do gradiente descendente, que converge em direção à inclinação, nem sempre sendo a orientação ideal. O funcionamento do RMSProp consiste em diminuir o vetor gradiente ao longo de superfícies mais íngremes.

As Equações 44 e 45 representam a utilização do otimizador, composto por duas etapas. Na primeira, acumula-se o quadrado dos gradientes no vetor "s". Na segunda etapa, a raiz do vetor "s" divide o vetor gradiente, diminuindo gradativamente

os ajustes. Após várias iterações, há o risco de ocorrer uma grande acumulação no vetor “s”, o que poderia inibir novos ajustes nos pesos sinápticos. Para mitigar esse problema, são acumulados os quadrados dos gradientes mais recentes, com a introdução de uma taxa de decaimento exponencial (Géron, 2021).

$$s = \beta \cdot s + (1 - \beta) \cdot \left(\delta_j^{(K)} \cdot Y_i^{(K-1)} \right) \cdot \left(\delta_j^{(K)} \cdot Y_i^{(K-1)} \right) \quad (44)$$

$$W_{ji}^{(K)}(t+1) = W_{ji}^{(K)}(t) + \frac{\eta \cdot \delta_j^{(K)} \cdot Y_i^{(K-1)}}{\sqrt{s + \varepsilon}} \quad (45)$$

Sendo ε o parâmetro existente para evitar divisões com denominador nulo, sendo adotado um valor de 10^{-7} (Géron 2021); \mathbf{s} o vetor que acumula o quadrado dos gradientes.

Segundo Géron (2021) e Nhu *et al.* (2020), no algoritmo RMSProp, a taxa de aprendizagem decai de forma adaptativa, ajustando-se automaticamente conforme o progresso do treinamento. As atualizações realizadas ajudam a direcionar o treinamento para o ponto mínimo, exigindo menos ajustes no parâmetro de taxa de aprendizagem, sendo, geralmente, adotado o valor de 0,001. Nanehkaran *et al.* (2022) utilizaram esse otimizador na predição do fator de segurança de taludes.

O otimizador Adam (*Adaptive Moment Estimation*), segundo Géron (2021), é amplamente preferido por muitos pesquisadores devido à combinação das estratégias de momentum e RMSProp. Na Equação 46, calcula-se a média de decaimento exponencial dos gradientes anteriores. Na Equação 47, é realizada a média de decaimento exponencial dos gradientes quadrados anteriores. As Equações 48 e 49 consistem em ajustar os valores de “s” e “m” nas etapas iniciais, onde esses valores começam com zero. Por fim, a Equação 50 realiza o ajuste do peso sináptico.

$$m = \beta_1 \cdot m + (1 - \beta_1) \cdot \left(\delta_j^{(K)} \cdot Y_i^{(K-1)} \right) \quad (46)$$

$$s = \beta_2 \cdot s + (1 - \beta_2) \cdot \left(\delta_j^{(K)} \cdot Y_i^{(K-1)} \right) \cdot \left(\delta_j^{(K)} \cdot Y_i^{(K-1)} \right) \quad (47)$$

$$\hat{m} = \frac{m}{1 - \beta_1^t} \quad (48)$$

$$\hat{s} = \frac{s}{1 - \beta_2^t} \quad (49)$$

$$W_{ji}^{(K)}(t + 1) = W_{ji}^{(K)}(t) + \frac{\eta \cdot \hat{m}}{\sqrt{\hat{s} + \varepsilon}} \quad (50)$$

Onde β_1 é o hiperparâmetro do decaimento do *momentum*, inicializado em 0,9; β_2 é o Hiperparâmetro do decaimento de escalonamento, inicializado em 0,999.

Kingma *et al.* (2015) descreveram a utilização do algoritmo Adam, que é um método estocástico de primeira ordem. Os autores realizam um estudo comparativo com métodos de otimização e chegaram à conclusão que o algoritmo Adam é o mais eficiente em termos de custo computacional e precisão, mostrando-se robusto para uma ampla gama de aplicações em problemas não convexos. Nhu *et al.* (2020) realizaram também uma comparação entre os otimizadores RMSProp, Adam e gradiente descendente na predição de suscetibilidade a deslizamentos, confirmando que o método de Kingma *et al.* (2015) apresentou o melhor desempenho.

Outro método interessante é o de Quasi-Newton, que foi observado em alguns trabalhos, como os de Pham *et al.* (2020) e Bagińska *et al.* (2018), apresentando bons resultados. Kingma *et al.* (2015) também compararam o método determinístico de Quasi-Newton com o Adam, no entanto, a técnica de Quasi-Newton demonstrou uma iteração mais lenta em relação ao Adam, sendo de 5 a 10 vezes mais demorada, e não conseguiu atingir a mesma precisão. Além disso, conforme Kingma *et al.* (2015), o algoritmo de Quasi-Newton tem requisitos de memória lineares no número de partições em mini-lotes, o que inviabiliza sua aplicação em sistemas com restrição de memória. Géron (2021) corrobora a descrição de Kingma *et al.* (2015) sobre o método Quasi-Newton quanto ao uso de memória, já que envolve derivadas parciais de segunda ordem, o que exige maior capacidade de memória da máquina e, devido ao recurso computacional necessário, torna o treinamento mais lento, especialmente em redes neurais profundas.

Apesar da rápida convergência e das boas soluções oferecidas pelo método Adam, conforme Wilson *et al.* (2017 *apud* Géron, 2021), em algumas situações, essa técnica pode apresentar problemas de generalização, tornando interessante testar outros otimizadores.

2.2.11.2 *Overfitting* e *Underfitting*

O *overfitting* é um desafio comum no desenvolvimento de modelos de redes neurais. À medida que a quantidade de iterações aumenta em um conjunto de dados de treinamento, o modelo tende a reduzir o erro gerado. No entanto, isso pode resultar em um ajuste excessivo aos dados de treinamento, fazendo com que a rede não consiga generalizar adequadamente para o comportamento do problema em questão. Em outras palavras, o modelo não será preciso na predição dos dados de teste. Uma manifestação desse fenômeno é a diminuição do erro para os dados de treinamento, enquanto o erro para os dados de validação aumenta. (Araújo, 2015; Gutiérrez, 2003; Follmann, 2021; Géron, 2021; Gabriel Filho, 2023; Smith, 2018).

Morais (2010) enfatiza que todos os dados amostrais contêm ruídos inerentes ao processo de obtenção das informações, o que exige a criação de um modelo capaz de interpretar esses dados sem incorporar os ruídos. Haykin (2001) explica que o treinamento excessivo pode levar ao aprendizado desses ruídos presentes nos dados de treinamento, prejudicando a capacidade de generalização da rede.

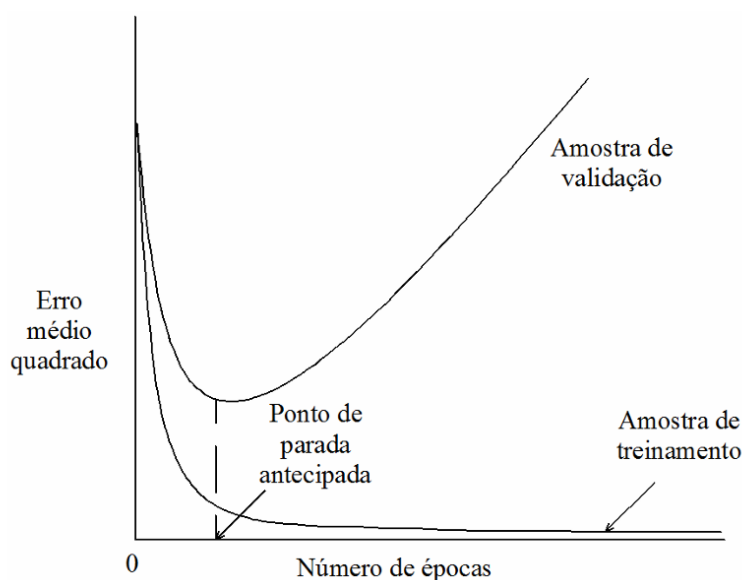
Géron (2021) e Moraes (2010) associam o aprendizado de ruídos pelo modelo ao uso de arquiteturas excessivamente complexas. Géron (2021) sugere como possíveis soluções a busca por mais dados para o treinamento e validação da rede, a redução dos dados ruidosos ou, ainda, a simplificação da rede por meio da diminuição dos atributos de entrada. A ideia central é encontrar o equilíbrio ideal entre o ajuste do modelo aos dados e sua simplificação.

Morais (2010) menciona algumas conclusões empíricas de Braga, Carvalho e Ludermir (2000), que sugerem a utilização de um número de neurônios dez vezes menor do que o número de dados, o que ajuda a reduzir a incidência de *overfitting*. No entanto, isso pode aumentar a chance de ocorrência de *underfitting*, quando a rede não consegue convergir durante o treinamento.

A fim de minimizar a probabilidade de ocorrência de *overfitting*, Haykin (2001) e Goodfellow *et al.* (2016) descrevem o uso da validação cruzada, técnica que também foi adotada em outras pesquisas, como em Araújo (2015) e Nejad *et al.* (2009). A validação cruzada consiste na tentativa de identificar o ponto de parada antecipada, conforme ilustrado na Figura 14, por meio de uma verificação do erro em um conjunto de dados separado para validação, após um número determinado de iterações do conjunto de dados de treinamento. O objetivo é identificar o ponto em que o erro no

conjunto de validação começa a aumentar com o incremento das iterações de treinamento, indicando a ocorrência de *overfitting*.

Figura 14 - Fenômeno de *overfitting* e ponto de parada ideal.



Fonte: Adaptado de Haykin (2001).

Géron (2021) e Smith (2018) descrevem o *underfitting* como o oposto do *overfitting*, ou seja, ocorre quando um modelo neural muito simplificado é utilizado para representar relações complexas entre os dados. Para evitar o *underfitting*, sugere-se a escolha de um modelo mais complexo, além da inclusão de mais atributos ao modelo. Gabriel Filho (2023) complementa, destacando que, caso o erro seja elevado tanto para os dados de treinamento quanto para os dados de teste, isso indica que o modelo não aprendeu o necessário. Nesse caso, é recomendado o desenvolvimento de uma nova rede neural.

Na mesma linha, Goodfellow *et al.* (2016) afirmaram que uma rede neural apresenta um melhor desempenho quando sua complexidade é adequada à relação entre os parâmetros de entrada e saída. Se o modelo for menos complexo do que o problema exige, ocorrerá *underfitting*, enquanto se a rede for excessivamente complexa em relação à relação procurada, pode ocorrer *overfitting*.

Géron (2021) afirma que há muitas técnicas de regularização disponíveis, sendo a validação cruzada uma delas. Elas visam evitar o *overfitting* do modelo de redes neurais. Hinton *et al.* (2012) apresentaram a técnica de dropout, que, conforme Géron (2021), é um dos regularizadores mais populares para redes neurais profundas

e pode resultar em uma melhoria de precisão de 1% a 2% no modelo e em aumento do tempo de treinamento.

A técnica de *dropout* proposta por Hinton *et al.* (2012) assume que durante o treinamento, alguns neurônios são omitidos aleatoriamente a cada iteração, com uma probabilidade de 0,5. A aplicação da técnica demonstrou resultados positivos, incluindo a redução do erro e do *overfitting*, sendo considerada uma abordagem simples de implementar.

Hinton *et al.* (2012) enaltece essa técnica ao afirmar que uma maneira de aumentar a precisão seria predizer com a média de vários modelos, o que seria custoso do ponto de vista computacional. No entanto, o *dropout* possibilita o treinamento de diferentes configurações de redes durante o treinamento, sem um aumento operacional significativo. Assim, cada peso sináptico precisa se ajustar à omissão de outras unidades operacionais, o que ajuda na generalização do modelo.

Além do *dropout*, Géron (2021) apresenta outras técnicas de regularização, como l_1 , l_2 , Max-Norm e *dropout* de Monte Carlo, que podem ser utilizadas para melhorar o desempenho e evitar o *overfitting* em redes neurais.

2.2.11.3 Gradientes de explosão e de fuga

Conforme Géron (2021), durante o treinamento de redes neurais por retropropagação, os pesos sinápticos dos neurônios são ajustados na etapa de *backforward*. Nessa etapa, o gradiente tende a diminuir entre as camadas de neurônios. Assim, em redes neurais profundas, as camadas ocultas mais próximas da camada de entrada sofrem ajustes quase imperceptíveis, o que pode impedir a convergência da rede, configurando o problema conhecido como gradiente de fuga (*vanishing gradient*). Esse fenômeno limita o tamanho das redes neurais, dificultando o uso de redes profundas. Por outro lado, pode ocorrer também a explosão do gradiente (*explosion gradient*), quando o gradiente se amplifica de forma exagerada, resultando em ajustes excessivos e na divergência do modelo.

Glorot *et al.* (2010) identificaram indícios da ocorrência de gradiente de fuga, associados à escolha da função de ativação e à inicialização dos pesos sinápticos. Os autores observaram que havia uma grande disparidade entre a variância dos dados de entrada e a dos dados de saída, a qual aumentava progressivamente ao longo das camadas. Esse comportamento era agravado pelas funções de ativação

mais utilizadas na época, como a função logística e a tangente hiperbólica, que saturam para valores extremos de entrada. Além disso, como o ajuste dos pesos sinápticos depende do gradiente, que por sua vez é calculado a partir da derivada da função de ativação, os valores do gradiente tendiam a se aproximar de zero, tornando os ajustes praticamente inexistentes.

Gabriel Filho (2023) e Ray *et al.* (2020) também destacam que o uso de funções sigmoide em redes neurais profundas é inadequado, tanto devido à sua complexidade, que aumenta o tempo de processamento, quanto pela propensão à saturação. Goodfellow *et al.* (2016) reforçam essa perspectiva, discutindo os problemas relacionados à saturação das funções sigmoide e desaconselhando seu uso nos neurônios de redes profundas.

Para mitigar o problema de saturação em funções de ativação não lineares, Glorot *et al.* (2010) explicam que é essencial garantir que a variância da saída de cada camada oculta seja semelhante à da entrada. A solução proposta para esse controle envolve a inicialização dos pesos sinápticos de forma aleatória. Geralmente, esses pesos são inicializados com distribuições gaussianas normais ou uniformes, que, contudo, apresentam dificuldades de convergência. Os autores enfatizam que a inicialização deve ser realizada com uma distribuição uniforme específica, conforme descrito pela Equação 51.

$$W \sim U \left[-\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{fan_{in} + fan_{out}}}, \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{fan_{in} + fan_{out}}} \right] \quad (51)$$

Sendo, fan_{in} o número de dados de entrada do neurônio; fan_{out} o número de dados de saída do neurônios; W o peso sináptico e $U[-r, r]$ a distribuição uniforme entre $-r$ e r .

De acordo com Géron (2021), o método de inicialização proposto por Glorot *et al.* (2010) é capaz de acelerar o treinamento e viabilizar o sucesso de redes neurais profundas. Vale destacar que esse método de inicialização é aplicado em conjunto com funções de ativação não lineares e contínuas, que, embora possam apresentar problemas de saturação, têm seu impacto mitigado por meio dessa abordagem, contribuindo para o controle dessa dificuldade.

Posteriormente, He *et al.* (2015) desenvolveram uma técnica de inicialização específica para redes neurais que utilizam funções de ativação linear retificada ReLU (*Rectified Linear Unit*) ou suas variações. Segundo os autores, a técnica proposta por Glorot *et al.* (2010) é adequada apenas para funções sigmóides. Com essa nova abordagem, foi possível reduzir significativamente o tempo de treinamento e diminuir o erro em problemas de classificação de imagens. A técnica proposta utiliza a Equação 52 para inicialização dos modelos, com o objetivo de controlar problemas como a "morte" de neurônios e a explosão do gradiente.

$$W \sim N \left[0, \frac{2}{fan_{in}} \right] \quad (52)$$

Sendo, $\mathbf{N} [\mu, \sigma]$ a distribuição normal entre a média (μ) e o desvio padrão (σ).

Outra técnica amplamente utilizada em redes neurais é a normalização em lote (*batch normalization*), proposta por Ioffe *et al.* (2015). Essa técnica consiste na aplicação de uma normalização entre as camadas ocultas, onde os dados de saída de uma camada são normalizados com média zero, seguidos por um escalonamento e um deslocamento.

A normalização envolve quatro parâmetros principais: a média (Equação 53) e o desvio padrão (Equação 54), que são calculados a partir de cada mini-lote do conjunto de treinamento e atualizados de forma móvel durante o processo de aprendizado; e dois parâmetros treináveis do modelo, responsáveis pelo escalonamento (γ) e pelo deslocamento (β). A Equação 55 descreve a normalização dos atributos em torno de zero, enquanto a Equação 56 representa o vetor escalonado e deslocado que será enviado à próxima camada.

De acordo com Géron (2021), embora a normalização em lote aumente a complexidade do modelo, esse custo adicional é compensado em redes profundas, pois proporciona uma convergência mais rápida durante o treinamento.

$$\mu_B = \frac{1}{m_B} \cdot \sum_{i=1}^{m_B} x^{(i)} \quad (53)$$

$$\sigma_B^2 = \frac{1}{m_B} \cdot \sum_{i=1}^{m_B} (x^{(i)} - \mu_B)^2 \quad (54)$$

$$\hat{x}^{(i)} = \frac{x^{(i)} - \mu_B}{\sqrt{\sigma_B^2 + \varepsilon}} \quad (55)$$

$$z^{(i)} = \gamma \cdot \hat{x}^{(i)} + \beta \quad (56)$$

Sendo, γ o vetor de parâmetro do escalonamento de saída para a camada; m_B o número de instâncias do conjunto; $\mathbf{x}^{(i)}$ o dado de entrada da camada e β o vetor de parâmetro do deslocamento de saída da camada.

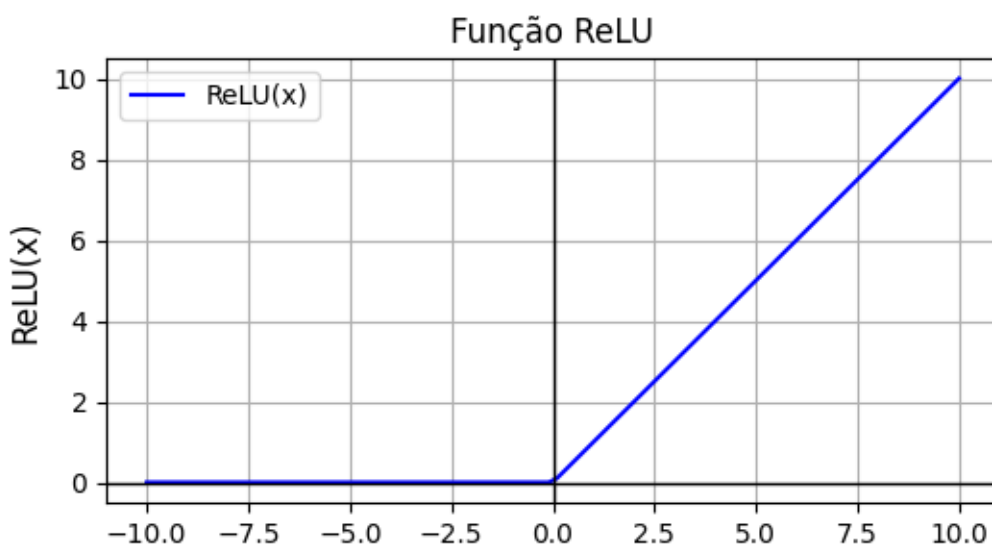
Segundo Santurkar *et al.* (2018), a normalização em lote ainda é uma técnica pouco compreendida, apesar de amplamente adotada e considerada uma das principais inovações no campo das arquiteturas de redes neurais. A motivação principal para a aplicação dessa técnica, segundo os autores, seria o controle da variância e da média das saídas de cada camada, bem como a mitigação do fenômeno conhecido como mudança de covariável interna (*Internal Covariate Shift*, ICS). Esse fenômeno ocorre porque, a cada atualização dos pesos sinápticos durante o treinamento, há uma alteração na distribuição das entradas de cada camada, exigindo que as camadas subsequentes se readaptem continuamente a essas mudanças.

No entanto, Santurkar *et al.* (2018), ao investigarem a fundo a técnica por meio de monitoramentos, comparações e experimentos, concluíram que, na prática, a normalização em lote não reduz o ICS, mas pode até ampliá-lo. Apesar disso, os modelos que empregaram essa técnica apresentaram convergência no treinamento de forma altamente satisfatória. Os autores argumentam que a eficácia da normalização em lote está relacionada ao fato dela tornar os gradientes mais confiáveis e previsíveis, permitindo o uso de taxas de aprendizado mais elevadas e atualizações mais significativas, sem causar mudanças abruptas na superfície do erro.

Conforme discutido por Géron (2021), Glorot *et al.* (2010), Gabriel Filho (2023) e Ray *et al.* (2020), a ocorrência de gradientes em fuga e de explosão está diretamente relacionada à escolha da função de ativação da rede. Géron (2021) e Gabriel Filho (2023) sugerem a utilização da função de ativação linear, que não satura para valores positivos. Contudo, o uso dessa função apresenta desafios, os quais podem ser mitigados por meio de ajustes e variações específicas.

Uma das variações mais amplamente adotadas é a função linear retificada (ReLU), que se comporta de forma semelhante às funções lineares para valores positivos, mas produz resultados nulos para valores negativos (Géron 2021; Gabriel Filho 2023). Esse comportamento resulta na não diferenciabilidade da função no ponto zero. A descrição matemática da ReLU é apresentada na Equação 57, enquanto seu comportamento gráfico é ilustrado na Figura 15.

Figura 15 - Gráfico da função de ativação linear retificada (ReLU).



Fonte: Adaptado de Géron (2021)

$$\begin{aligned} g(u) &= u \text{ se } u \geq 0 \\ g(u) &= 0 \text{ se } u < 0 \end{aligned} \tag{57}$$

Segundo Géron (2021) e Gabriel Filho (2023), a ReLU é amplamente utilizada por causa da sua eficiência computacional, já que realiza cálculos rápidos. Além disso, o fato de não apresentar valores máximos contribui para o treinamento por retropropagação, evitando a saturação comum em funções como a logística e a tangente hiperbólica. Como explicado anteriormente, essas funções tendem a saturar quando seus valores se aproximam do máximo ou mínimo, resultando em derivadas próximas a zero. Isso prejudica o ajuste dos pesos por gradiente descendente, impactando negativamente na convergência e na aprendizagem dos neurônios.

Goodfellow *et al.* (2016) destacam que o uso da ReLU melhora a otimização do treinamento de modelos neurais, dado o comportamento linear da função para valores positivos. O gradiente gerado pela ReLU é suficientemente alto e constante,

permitindo correções eficazes dos pesos ao longo das iterações. Além disso, modelos que utilizam funções de ativação com comportamento linear, segundo os autores, apresentam desempenho mais eficiente em comparação àqueles que empregam funções de ativação com efeitos de segunda ordem.

No entanto, Géron (2021) e Gabriel Filho (2023) alertam o risco da utilização da ReLU inativar alguns neurônios. Isso ocorre quando a soma ponderada das entradas de um neurônio resulta em valores negativos, o que faz com que a função ReLU produza uma saída nula. Conseqüentemente, o algoritmo de aprendizagem deixa de ajustar os pesos desse neurônio, que se torna inativo, perdendo sua função dentro da rede neural.

Como solução para mitigar esse problema, Géron (2021) e Gabriel Filho (2023) sugerem a utilização da função linear retificada com inclinação (*leaky ReLU*). Essa variação introduz uma leve inclinação para valores negativos, aumentando a probabilidade de os neurônios retornarem ao funcionamento ativo dentro da rede neural. Segundo Géron (2021), a principal desvantagem da função *Leaky ReLU* em relação à ReLU padrão é o processamento mais lento, devido à maior complexidade matemática. No entanto, essa desvantagem é compensada pela melhoria na convergência durante o treinamento. Entretanto, He *et al.* (2015) apontam que a adoção da *leaky ReLU* apresenta impacto limitado na precisão do modelo quando comparada à ReLU padrão. Por esse motivo, essa técnica não foi aprofundada nem adotada no presente estudo.

Géron (2021) contraria as conclusões de Haykin (2001) e Silva, Spatti e Flauzino (2016) ao afirmar que as funções lineares e suas variações apresentam um comportamento melhor em relação às funções sigmoide. Ele explica que a analogia biológica adotada das funções sigmoide de apresentarem comportamentos similares de neurônios biológicos levou ao equívoco.

Gabriel Filho (2023) salienta que ainda há muitas variações das funções de ativação apresentadas, podendo também ser utilizada qualquer função que possua derivada no intervalo de existência. Inclusive há outra função de ativação mencionada nos trabalhos de Géron (2021) e Gabriel Filho (2023), consistindo na variação da função *Leaky ReLU*, tendo como modificação um comportamento exponencial para valores negativos, nomeada de unidade linear exponencial (*Exponential Linear Unit - ELU*).

He *et al.* (2015) também apresentam outra variação da função linear retificada, denominada *Parametric Rectified Linear Unit* (PReLU). Nessa versão, para valores menores que zero, a função adota um coeficiente adaptativo, com o objetivo de evitar gradientes nulos. A conclusão de He *et al.* (2015) é de que a função PReLU conseguiu acelerar o processo de treinamento e aumentar a precisão do modelo.

Além disso, existem estudos que exploram outras variações de funções de ativação não lineares e contínuas, as quais demonstram boa adaptabilidade em redes neurais profundas quando usadas com uma inicialização adequada, acelerando o treinamento em comparação com funções de ativação sigmoide convencionais. Glorot *et al.* (2010) conduzem estudos com a função *softsign*, proposta por Bergstra *et al.* (2009), que também resultou na aceleração do treinamento. A função *softsign* é similar à tangente hiperbólica, mas apresenta curvas mais suaves antes de atingir os pontos de saturação.

2.3 USO DE REDES NEURAIIS PARA PREVER FATORES DE SEGU

Abdalla *et al.* (2014) desenvolveram um modelo de rede neural artificial com o objetivo de prever o fator de segurança de taludes constituídos por solo homogêneo. O treinamento do modelo foi realizado utilizando valores de fatores de segurança calculados pelos métodos de Fellenius, Bishop, Janbu e Spencer. Os resultados demonstraram elevada precisão, com erros superiores a 5% ocorrendo apenas em casos pontuais entre os diferentes métodos de referência. Os autores destacaram a capacidade do modelo de prever fatores de segurança com alta acurácia, inclusive para dados não utilizados no treinamento. Consequentemente, enfatizaram que a rede neural artificial é uma ferramenta computacional de fácil aplicação e eficaz no auxílio à análise de estabilidade de taludes.

Nanehkaran *et al.* (2022) conduziram um estudo comparativo para avaliar a influência de diferentes técnicas de aprendizado de máquina na predição do fator de segurança de taludes. As abordagens analisadas incluíram redes neurais artificiais com arquitetura *perceptron* multicamadas, *support vector machines* (SVM), *k-nearest neighbors* (KNN), *decision tree* e *random forest*. Na configuração da rede neural utilizada, destacam-se o uso do otimizador RMSprop e da função de ativação linear retificada (ReLU). Os resultados indicaram que a rede neural apresentou maior precisão em comparação com os demais métodos avaliados. Estudos similares, como

os de Qi *et al.* (2018), Bai *et al.* (2022) e Bui *et al.* (2019), corroboram essas conclusões, também destacando a superioridade das redes neurais artificiais na predição do fator de segurança de taludes.

Diferentemente dos estudos de Abdalla *et al.* (2014) e Nanehkaran *et al.* (2022), que obtiveram ótimos resultados com modelos de redes neurais contendo apenas uma camada oculta, Mamat *et al.* (2022) alcançou maior precisão utilizando um modelo com duas camadas ocultas. O objetivo do trabalho de Mamat *et al.* (2022) foi desenvolver um modelo de rede neural para a predição do fator de segurança de taludes, com otimização realizada por meio de algoritmos genéticos, abordagem semelhante à proposta por Pham *et al.* (2020). No uso do algoritmo genético, o método foi empregado para otimizar parâmetros como a taxa de aprendizagem, o termo *momentum*, número de neurônios e quantidade de camadas ocultas do modelo. Como resultado, Mamat *et al.* (2022) chegou a um modelo ideal com duas camadas ocultas, contendo 4 e 5 neurônios, respectivamente. Esse modelo apresentou um erro quadrático médio extremamente baixo, de $3,49 \times 10^{-10}$, e erro absoluto médio de 0,88%. Em contraste, o modelo desenvolvido com base em tentativas e erros resultou em um erro absoluto médio de 4,23%.

Gelisli *et al.* (2015) utilizaram fatores de segurança de cem casos hipotéticos, calculados pelo método de Janbu, para treinar um modelo baseado em aprendizado de máquina (*machine learning*). Em consonância com as conclusões de Mamat *et al.* (2022) e Magalhães *et al.* (2022), os autores identificaram que o modelo ideal consistia em uma rede neural com duas camadas ocultas. De acordo com Gelisli *et al.* (2015), os fatores de segurança foram estimados de forma satisfatória por meio do uso de inteligência artificial, produzindo resultados realistas. Essa eficácia foi evidenciada por uma correlação de 0,99 entre os valores previstos e observados, além da capacidade do modelo em prever adequadamente os resultados de dois casos reais.

Os estudos de Wang *et al.* (2020) e Bui *et al.* (2019) focaram no desenvolvimento de redes neurais artificiais para prever fatores de segurança de taludes submetidos a cargas externas, um problema de maior complexidade. Wang *et al.* (2020) destacaram que uma rede neural híbrida, otimizada por algoritmo genético, apresentou desempenho superior em comparação à rede formulada baseado em tentativa e erro. Por outro lado, Bui *et al.* (2019) buscou desenvolver uma equação prática e simplificada, que não dependesse de iterações ou de um alto custo computacional.

Ao comparar os resultados de Wang *et al.* (2020) e Bui *et al.* (2019), cujos dados de entrada compartilhavam os mesmos parâmetros e utilizavam redes neurais semelhantes em termos de número de neurônios e camadas ocultas, observa-se que ambos alcançaram correlações similares. No entanto, as métricas apresentadas por Wang *et al.* (2020) demonstraram ser superiores às obtidas por Bui *et al.* (2019). Em suas conclusões, ambos os estudos consideraram que os objetivos propostos foram atingidos com sucesso, evidenciando a eficácia das redes neurais na predição de fatores de segurança de taludes.

O estudo de Ray *et al.* (2020) concentrou-se no desenvolvimento de redes neurais artificiais para a predição do fator de segurança de taludes formados por solos residuais do Himalaia. Os modelos foram treinados com base em resultados obtidos por simulações numéricas. Embora os resultados tenham sido considerados satisfatórios, os autores reconheceram limitações, especialmente relacionadas à qualidade dos dados utilizados para o treinamento.

Para aqueles interessados em explorar mais sobre trabalhos nessa linha de pesquisa, trabalhos adicionais estão listados no Apêndice A, oferecendo uma oportunidade de aprofundamento no tema.

2.4 MÉTODOS ESTATÍSTICOS PARA ANÁLISE DE REDES NEURAIS

Um passo fundamental para a validação do modelo é a escolha das métricas utilizadas. A adoção de várias métricas distintas é importante, pois cada uma possui um propósito específico, mas todas têm como objetivo complementar a análise e a interpretação dos resultados. Com base na literatura, foram definidos como métodos de avaliação para este trabalho o coeficiente de correlação (r), o erro quadrático médio (*Mean Squared Error* - MSE), o erro absoluto médio (*Mean Absolute Error* - MAE) e o erro percentual absoluto (E).

2.4.1 Coeficiente de correlação

O coeficiente de correlação é uma métrica amplamente utilizada em modelos de predição baseados em redes neurais artificiais. Segundo Shahin (2014) e Nejad *et al.* (2009), essa métrica tem como objetivo quantificar a correlação entre as predições do modelo e os resultados observados.

A métrica varia de -1 a 1, refletindo a intensidade e o sentido da dependência linear entre as variáveis. Valores de -1 ou 1 indicam, respectivamente, uma correlação linear negativa perfeita ou positiva perfeita, enquanto um valor de $r = 0$ indica ausência de correlação linear (Ray *et al.* 2013; Azevedo 2016).

A Equação 58 permite determinar o valor desta métrica, enquanto a Equação 59 está relacionada com a covariância entre as variáveis.

$$r = \frac{C_{y_j d_j}}{\sigma_{y_j} \sigma_{d_j}} \quad (58)$$

$$C_{y_j d_j} = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (y_j - \bar{y})(d_j - \bar{d}) \quad (59)$$

Sendo r o coeficiente de correlação; $C_{y_j d_j}$ a covariância entre os valores de predição e de saída esperados; σ_{y_j} o desvio padrão dos valores de predição do modelo; σ_{d_j} o desvio padrão dos valores esperados; y_j o valor de predição do modelo; \bar{y} a média dos valores de predição do modelo; d_j o valor observado; \bar{d} a média dos valores observados e n o número de dados.

Nas regressões lineares simples, em que há apenas uma variável dependente e uma variável independente, o coeficiente de determinação (R^2) corresponde ao quadrado do coeficiente de correlação (r), conforme ilustrado pela Equação 60. No entanto, em regressões múltiplas, o cálculo de R^2 torna-se mais complexo, pois envolve diversas variáveis independentes, não sendo diretamente associado a r .

De forma geral, o R^2 mede a proporção da variância de uma variável dependente que é explicada por uma ou mais variáveis independentes em um modelo de regressão. Seu valor é sempre maior ou igual a 0 e não possui direção. Assim, $R^2 = 1$ indica que o modelo explica perfeitamente a variabilidade dos dados, enquanto $R^2 = 0$ sinaliza que o modelo não explica nenhuma variação nos dados.

$$R^2 = r^2 \quad (60)$$

2.4.2 Média quadrática do erro

O erro quadrático médio (MSE) é frequentemente utilizado para avaliar a precisão de modelos preditivos, especialmente em problemas de regressão e aprendizado de máquina. Por exemplo, foi adotado nos estudos de Abdalla *et al.* (2014), Mamat *et al.* (2022) e Nanekaran *et al.* (2022) sobre redes neurais artificiais, principalmente durante a fase de treinamento dos modelos. O MSE calcula a média dos quadrados das diferenças entre os valores observados e os valores previstos, conforme a expressão dada na Equação 61.

$$MSE = \frac{\sum_1^n (y_j - d_j)^2}{n} \quad (61)$$

Sendo MSE o erro quadrático médio; y_j o valor previsto pelo modelo; d_j o valor observado; n o número total de dados (observações).

É importante destacar que o MSE é sensível a erros grandes (*outliers*), pois eleva as diferenças ao quadrado. Isso implica que um erro considerável terá um impacto maior no valor do MSE em comparação com múltiplos erros menores.

2.4.3 Erro médio absoluto

Outra métrica frequentemente utilizada em regressões e redes neurais artificiais é o erro absoluto médio (MAE). O MAE calcula a média das diferenças absolutas entre os valores observados e os valores previstos, conforme mostrado na Equação 62. Diferentemente do MSE, o MAE não penaliza erros grandes de maneira tão intensa, pois utiliza os valores absolutos em vez de elevar as diferenças ao quadrado. Isso torna o MAE mais robusto em relação a *outliers*. Géron (2021) observa que essa métrica é particularmente útil quando há muitos *outliers* na predição, pois ela evita dar ênfase excessiva a grandes erros do modelo.

$$MAE = \frac{\sum_1^n |y_j - d_j|}{n} \quad (62)$$

Sendo MAE a erro absoluto médio; y_j o valor previsto pelo modelo; d_j o valor observado; n número total de dados.

2.4.4 Erro percentual absoluto

O erro percentual absoluto é calculado por meio da Equação 63, considerando a diferença entre o valor observado e o valor previsto como uma porcentagem do valor observado. Sampa e Schorr (2024) utilizaram essa métrica para comparar resultados de diferentes métodos, com base em Duncan *et al.* (1996), que destaca que, devido às incertezas inerentes aos parâmetros de poropressão, à geometria do talude e aos parâmetros do solo, um erro percentual absoluto de até 6% é considerado aceitável para problemas práticos de geotecnia.

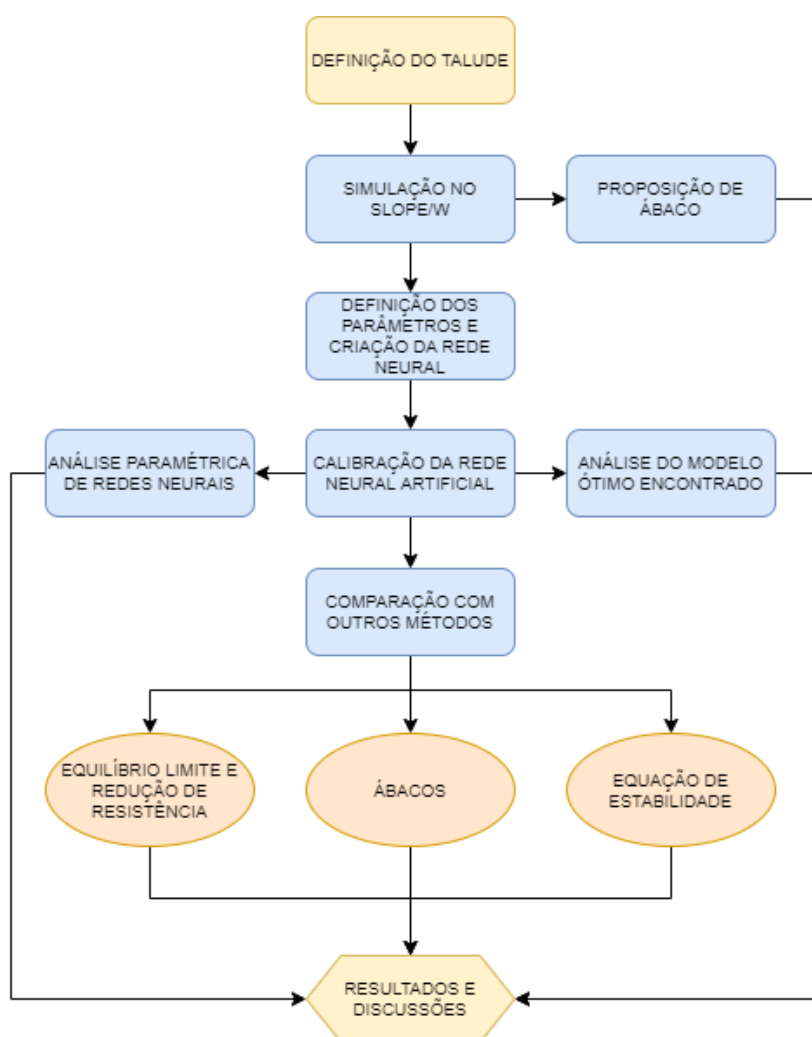
$$E = \frac{|y_j - d_j|}{d_j} 100 \quad (63)$$

Sendo E o erro da predição em relação ao valor esperado; y_j o valor previsto pelo modelo; d_j o valor observado.

3 METODOLOGIA

A metodologia deste trabalho consiste em um conjunto de procedimentos e técnicas adotados para alcançar o objetivo do estudo, que é desenvolver uma rede neural artificial com o potencial de prever adequadamente os fatores de segurança de taludes homogêneos secos. Dessa forma, essas técnicas e procedimentos foram aplicados nas etapas de planejamento, desenvolvimento da rede e análise e interpretação dos resultados. A Figura 16, apresenta o fluxograma da metodologia, destacando as principais etapas, que são abordadas detalhadamente nos itens seguintes.

Figura 16 - Etapas da metodologia.



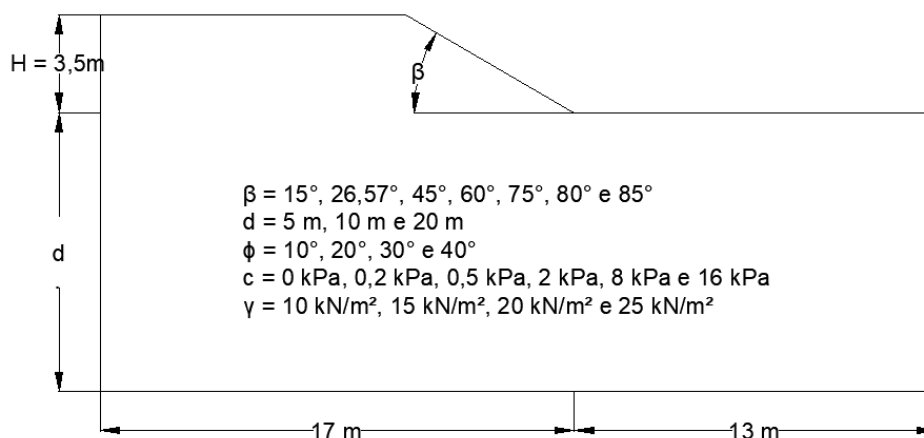
Fonte: Autor (2024).

3.1 DEFINIÇÃO DO TALUDE

A fim de gerar dados para o treinamento e validação da rede neural artificial, foram analisados os fatores de segurança de diversos taludes fictícios com solo homogêneo e seco (sem poropressão). As análises foram realizadas no software Slope/W, utilizando o método rigoroso de Morgenstern e Price, devido a sua alta precisão. Considerando as características do solo do talude, foi adotado o modelo elastoplástico com o critério de falha de Mohr-Coulomb, o que exigiu a definição dos parâmetros de coesão e ângulo de atrito. Como o software é baseado no método de equilíbrio limite, ele divide automaticamente (por padrão) a massa de solo acima da superfície arbitrária de ruptura em 30 fatias, realizando 100 tentativas para buscar o menor fator de segurança.

A Figura 17 ilustra o esquema dos taludes utilizados neste estudo, que possuem altura constante de 3,5 m e largura de fundação de 30 m. Para as análises, foram variados os valores do ângulo de inclinação (β) entre 15° e 85° , do ângulo de atrito (ϕ) entre 10° e 40° , da coesão (c) entre 0 kPa e 16 kPa, do peso específico (γ) entre 10 kN/m^3 e 25 kN/m^3 , e da profundidade do solo de fundação (d) em 5 m, 10 m e 20 m. No total, foram realizadas 455 simulações.

Figura 17 - Talude e as variações de parâmetros utilizados.



Fonte: Autor (2024).

Devido à utilização do número de estabilidade como dado de entrada para o modelo de redes neurais, no qual o parâmetro da altura do talude está incorporado

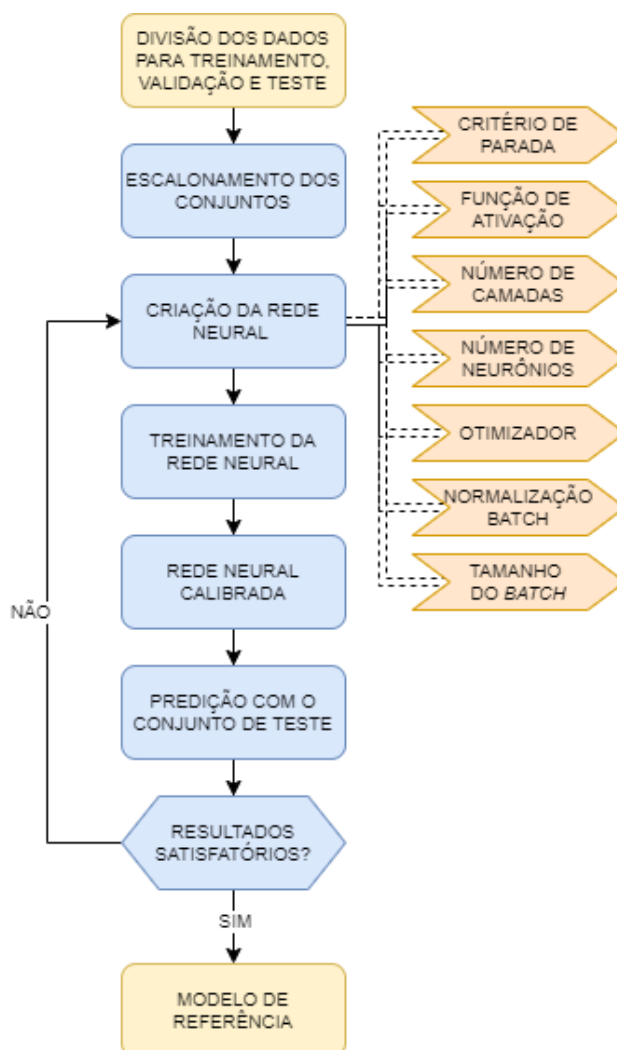
nesse valor adimensional, não foi necessário variar a altura do aterro durante o processamento das análises no Slope/w.

Para fins de identificação e comparação, as análises realizadas no Slope/w são referidas como GS.

3.2 IMPLEMENTAÇÃO DA REDE NEURAL

Este tópico aborda os principais procedimentos adotados para o desenvolvimento das redes neurais artificiais utilizadas neste trabalho, conforme ilustrado na Figura 18 e detalhado nos itens subsequentes.

Figura 18 - Implementação de redes neurais artificiais.



Fonte: Autor 2024.

3.2.1 Ambiente de desenvolvimento

Os ambientes de desenvolvimento utilizados neste estudo referem-se aos *softwares* empregados na elaboração do código para redes neurais artificiais. Neste trabalho, optou-se pelo Jupyter Notebook, disponibilizado pelo ambiente Anaconda, devido à familiaridade e experiência prévia do autor com essa plataforma.

A linguagem de programação utilizada foi o Python 3.7.2, amplamente reconhecida por suas bibliotecas robustas voltadas para o desenvolvimento de *machine learning* e pela sua versatilidade em análises de dados. Entre as bibliotecas empregadas neste estudo, destacam-se: OS para manipulação de arquivos; Numpy e Pandas para análise e manipulação de dados; *Statsmodels* para suporte em análises de regressão; *Matplotlib* para geração de gráficos e visualizações; *Statistics* para suporte em análises estatísticas.

No desenvolvimento das redes neurais artificiais, foram utilizadas as bibliotecas **Keras**, **Scikit-learn (Sklearn)** e **TensorFlow**, cada uma desempenhando funções específicas dentro do desenvolvimento do presente trabalho. O **Sklearn** é usado para tarefas relacionadas à organização inicial dos dados, como divisão dos conjuntos de (treinamento, teste e validação) e o escalonamento dos dados de entrada do modelo. O **Keras** oferece ferramentas para definir modelos sequenciais de redes neurais, ajustar parâmetros e realizar o treinamento. Já o **TensorFlow**, além de poder ser usado de forma independente, atua como *backend* para o **Keras**, garantindo a execução eficiente dos cálculos necessários aos modelos.

3.2.2 Tratamento dos dados de entrada

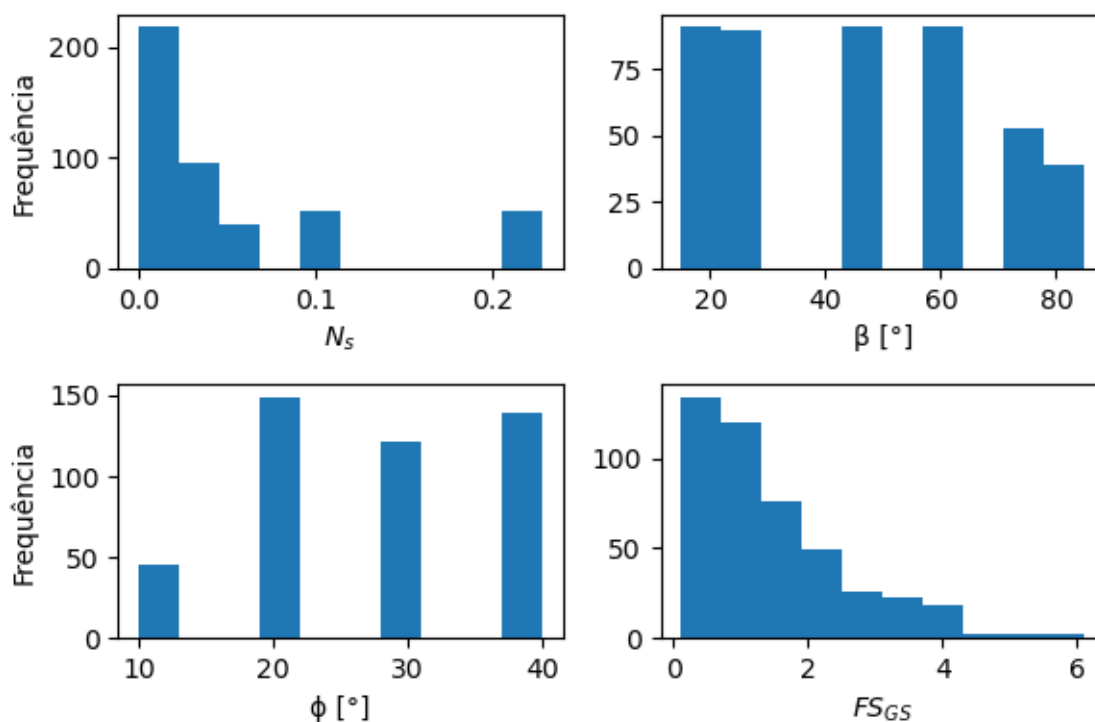
Como variáveis de entrada para as redes neurais artificiais, foram selecionados os seguintes parâmetros: número de estabilidade (N_s), ângulo de inclinação do talude (β), ângulo de atrito do solo (ϕ) e fator de segurança. Essa escolha se fundamenta no fato de que tanto as equações de estabilidade quanto os ábacos de estabilidade permitem estimar o fator de segurança com base nos valores de N_s , β e ϕ .

Foram utilizados 455 conjuntos de dados (N_s , β , ϕ e FS) provenientes de análises realizadas em taludes homogêneos secos, por meio do software Slope/w. Os valores dos parâmetros analisados variaram dentro dos seguintes intervalos: ângulo

de inclinação do talude (β) de 15° a 85° , ângulo de atrito (ϕ) de 10° e 40° , número de estabilidade (N_s) de 0 e 0,228 e fator de segurança (FS) de 0,114 e 6,117, conforme mostrado na Figura 19.

Uma das preocupações na aplicação de redes neurais artificiais é a obtenção de uma quantidade suficiente de dados para o treinamento, pois a insuficiência pode comprometer a capacidade de generalização do modelo. No entanto, no estudo de Abdalla *et al.* (2014), foram utilizados apenas 160 conjuntos de dados para cada método desenvolvido, e os resultados obtidos foram considerados satisfatórios. Com base nisso, a quantidade de dados disponível neste trabalho, composta por 455 conjuntos, foi considerada adequada para o desenvolvimento da rede neural artificial.

Figura 19 - Intervalos dos dados disponíveis para treinamento, validação e teste da rede neural.



Fonte: Autor 2024.

A divisão dos dados seguiu a seguinte proporção: 364 conjuntos (80%) foram destinados ao treinamento e validação, sendo 309 (68%) utilizados para treinamento e 55 (12%) para validação, com o objetivo de calibrar o modelo. Os 91 conjuntos restantes (20%) foram reservados para a etapa de teste. A divisão dos dados foi realizada utilizando a função *train_test_split* da biblioteca **Sklearn**. Os dados de

entrada foram escalonados com base nas métricas de média e desvio padrão do conjunto de treinamento, conforme discutido no item 2.2.7.

A escolha de dividir os dados em 80% para treinamento e validação e 20% para teste é amplamente fundamentada na literatura, como em Bui *et al.*, (2019), Abdalla *et al.*, (2014), Gelisli *et al.*, (2015), Rukhaiyar *et al.*, (2017), Wang *et al.*, (2020) e Ray *et al.*, (2020), que utilizam proporções semelhantes em estudos de estabilidade de taludes. Contudo, diferentemente desses trabalhos, este estudo adotou a validação cruzada, visando aprimorar a generalização e a confiabilidade do modelo.

É importante destacar que outras abordagens para a divisão dos dados também são comuns na literatura. Por exemplo, Mamat *et al.*, (2022) empregaram uma divisão de 70% para treinamento, 15% para validação e 15% para teste em análises de estabilidade. Já Magalhães *et al.*, (2022) optaram por uma proporção de 66,7% para treinamento, 16,7% para validação e 16,7% para teste.

3.2.3 Definição do modelo de referência

O desenvolvimento de um modelo de referência tem como objetivo servir como padrão para análises paramétricas de redes neurais artificiais, permitindo a variação de técnicas e características dos modelos com o propósito de avaliar sua influência na precisão. Nesta seção, são discutidos os critérios adotados para a obtenção e seleção desse modelo.

Conforme mencionado anteriormente, diversos estudos (Nejad *et al.*, 2009; Nejad *et al.*, 2017; Shahin, 2002; Araújo, 2016; Follmann, 2021; Bagińska *et al.*, 2018; Mollahasani, 2011; Sinha, 2008; Tayfur, 2005; Abdalla *et al.*, 2014; Bui *et al.*, 2019; Gelisli *et al.*, 2015; Géron, 2021; Goodfellow *et al.*, 2016; Haykin, 2001) indicam que não existe um processo padronizado para determinar a arquitetura ideal de uma rede neural. Grande parte das decisões ocorre por tentativa e erro.

Dessa forma, no presente trabalho, foram adotados parâmetros comumente utilizados em redes neurais artificiais aplicadas à geotecnia, tais como número de camadas ocultas, número de neurônios, funções de ativação e otimizadores. As combinações desses parâmetros foram geradas de forma aleatória para identificar a configuração com melhor desempenho preditivo. A métrica escolhida para seleção do modelo foi o erro quadrático médio (MSE), que também foi utilizado como função custo

da rede. Essa métrica foi escolhida por sua eficiência e simplicidade na avaliação do desempenho.

Adicionalmente, cada modelo foi submetido a um conjunto de dados de teste para verificar o desempenho do MSE, o que foi fundamental para avaliar a capacidade de generalização da rede.

Por fim, para identificar as predições do modelo ótimo, as métricas associadas às redes neurais artificiais e os fatores de segurança geradas pelo modelo ótimo são identificadas ao longo do texto pela sigla RNA.

3.2.3.1 *Critério de parada*

Por razões expostas no item 2.2.11.2, a validação cruzada foi adotada como critério de parada, determinando o ponto ótimo para o término do treinamento. Além disso, para evitar o prolongamento excessivo da etapa de treinamento, foi estabelecido um limite de 300 épocas, com base na experiência prévia e na observação do tempo de convergência do modelo.

3.2.3.2 *Função de ativação*

Para função de ativação, foi adotada a função linear retificada para o modelo de referência, apresentada no item 2.2.11.3, a qual seria utilizada nas redes neurais contemporâneas, apresentando melhor adaptabilidade às redes profundas. Visando a inicialização dos pesos sinápticos da rede neural, é utilizada a inicialização de He *et al.* (2015).

3.2.3.3 *Número de camadas ocultas*

No item 2.2.8, vários estudos apresentaram os motivos que levaram à sugestão de redes neurais com uma única camada oculta. No entanto, na seção 2.2.11, foi demonstrado que existem diversas técnicas que possibilitam a adoção de redes profundas.

No presente trabalho, foram testados modelos com número de camadas ocultas variando de 1 a 4, com o objetivo de ampliar a análise sobre redes neurais profundas.

3.2.3.4 *Número de neurônios*

Com base na literatura, foram escolhidas de forma aleatória diferentes quantidades de neurônios para cada camada oculta, variando de 2 a 45 neurônios por camada.

3.2.3.5 *Otimizador*

Os otimizadores (ou algoritmos de treinamento) têm como método fundamental o gradiente descendente, conforme discutido no item 2.2.11.1. No entanto, Smith (2018) e Géron (2021) destaca que a taxa de aprendizagem é um fator crucial para a convergência rápida e precisa durante o treinamento, sendo seu valor ótimo variável de acordo com a arquitetura e a escolha dos demais parâmetros.

Com o objetivo de reduzir a dependência da taxa de aprendizagem, optou-se por utilizar neste trabalho os algoritmos de aprendizado que incorporam um parâmetro adaptativo, o que diminui a necessidade de uma escolha exata para seu valor. Entre esses otimizadores, destacam-se o Adam e o RMSprop.

Além de reduzir a dependência da taxa de aprendizagem, esses métodos têm mostrado bons resultados em comparação a outros algoritmos, como apontado no item 2.2.11.1. No entanto, como discutido, o uso do Adam pode apresentar desafios em termos de generalização. Por isso, o RMSprop foi também avaliado, por apresentar bons resultados em diversos cenários.

3.2.3.6 *Normalização Batch*

Embora os trabalhos consultados sobre redes neurais na área de geotecnia não mencionem a normalização Batch em nenhum momento, acredita-se que sua utilização seja relevante, especialmente quando houver aumento no número de camadas ocultas. Em função disso, esta técnica de normalização foi adotada e avaliada neste trabalho.

3.2.3.7 *Tamanho do batch*

No treinamento da rede neural, o valor do tamanho do batch não foi inicialmente especificado, e, por padrão, a biblioteca assume a utilização de todo o conjunto de treinamento em cada iteração, caracterizando-se como treinamento *offline*. Após alcançar um modelo ótimo, foram testados diferentes valores para o tamanho do batch, caracterizando o treinamento *online* ou lote a lote, com valores variando entre 32, 64, 96 e 128, conforme os padrões sugeridos na literatura.

3.2.4 **Análise paramétrica**

A análise paramétrica foi realizada com o objetivo de verificar a influência da variação de certos parâmetros no comportamento preditivo do modelo.

Devido à natureza estocástica do treinamento de redes neurais artificiais, no presente estudo, foram realizados três treinamentos para cada modelo testado, visando ratificar o desempenho do treinamento em mais de uma oportunidade.

Com a finalidade de verificação outro viés, também é adotado uma substituição das funções de ativação contemporâneas, pela logística e tangente hiperbólica.

Além disso, para o uso das funções sigmoide, foi necessário normalizar os dados de entrada dentro de um intervalo em que as funções não sofressem saturação. Foi adotado o intervalo de -0,85 a 0,85 para a função tangente hiperbólica e de 0,15 a 0,85 para a função logística. A inicialização dos pesos seguiu o método proposto por Glorot *et al.* (2010). Também foi escolhida a abordagem de escalonamento sugerida por Géron (2021), a qual foi utilizada para as funções de ativação ReLU.

Quanto à avaliação da variação do número de camadas ocultas, decidiu-se avaliar redes neurais com 1, 2, 3, 4, 5 e 6 camadas, com o objetivo de ampliar as análises sobre a implementação de redes neurais artificiais profundas. Nessas camadas, o número total de neurônios foi mantido, dividindo-os de forma proporcional, conforme o modelo de referência.

Para avaliar a variação da capacidade preditiva da rede neural decorrente da concentração de neurônios, manteve-se o número de camadas constante, ajustando apenas o número total de neurônios nas redes neurais artificiais. Os neurônios foram alocados nas camadas ocultas de acordo com a proporção inicial do modelo de

referência, verificando-se as quantidades totais de 19, 57, 114, 152 e 190 neurônios ocultos.

3.3 COMPARAÇÃO COM DEMAIS MÉTODOS

Este item visa validar a capacidade preditiva do modelo, os resultados de fatores de segurança previstos pelo modelo foram comparados com os obtidos por outros métodos consolidados, baseados no método de equilíbrio limite, na equação de estabilidade, em ábacos de estabilidade e no método de redução de resistência.

Para as análises de equilíbrio limite, foram considerados os fatores de segurança calculados pelos métodos de Fellenius, Janbu e Janbu Generalizado, utilizando o *software* Slope/W. No caso do método de redução de resistência, os fatores de segurança foram determinados por meio do *software* Plaxis, baseado em elementos finitos. Para facilitar a identificação, os métodos foram abreviados da seguinte forma: Fellenius (FE), Janbu (JB), Janbu Generalizado (JG) e redução de resistência pelo Plaxis (PL).

Tanto as análises baseadas no equilíbrio limite (Slope/W) quanto as baseadas nos elementos finitos (Plaxis) consideraram taludes homogêneos secos, com altura de 3,5 m. As propriedades do solo variaram, com a coesão variando entre 0,2 kPa e 16 kPa, o ângulo de atrito entre 20° e 40°, e a inclinação do talude entre 15° e 75°. O peso específico foi mantido constante, igual a 20 kN/m³.

Com relação aos ábacos de estabilidade, para fins de comparação com os resultados previstos pelo modelo de redes neurais, foram considerados os ábacos de Barnes (1991), Dawson (1999), O'Connor e Mitchell (1977), Bishop e Morgenstern (1960) e Spencer (1967). Os métodos são identificados por siglas de duas letras, sendo: Barnes (BA), Dawson (DW), O'Connor e Mitchell (OM), Bishop e Morgenstern (BM) e Spencer (SP).

Para o ábaco de Barnes (1991), foram compilados 294 dados para comparação, com intervalos de 11,31° a 63,43° para a inclinação do talude (β), 20° a 45° para o ângulo de atrito (ϕ), e de 0 a 0,15 para o número de estabilidade (N_s). Nos ábacos de Bishop e Morgenstern (1960), foram considerados 312 dados, com valores variando de 11,30° a 26,56° para o ângulo de inclinação do talude (β), 10° a 40° para o ângulo de atrito (ϕ), de 0 a 0,05 para o número de estabilidade (N_s) e para o fator de profundidade (D), a tabela de valores do método apresenta 0, 1, 1,25 e 1,5.

O conjunto de dados usados para o método de O'Connor e Mitchell (1977) segue os mesmos intervalos de Bishop e Morgenstern (1960), exceto para o número de estabilidade (N_s), que varia de 0,05 a 0,1. A quantidade de dados compilados para este método foi de 180.

Para o procedimento de Dawson, foram coletados 21 dados, com intervalos de 15° a 90° para a inclinação do talude (β), 5° a 40° para o ângulo de atrito (ϕ) e de 0 a 0,22 para o número de estabilidade (N_s), resultando em estabilidades próximas a 1. Por fim, no caso de Spencer, foram compilados 20 dados, com intervalos de 9,95° a 34° para a inclinação do talude (β), 10° a 30° para o ângulo de atrito (ϕ) e de 0 a 0,08 para o número de estabilidade (N_s). Devido à condição de indicar apenas fatores de segurança unitários, ambos os métodos são contemplados na comparação apenas na seção 4.3.4.

Como estabelecido previamente, todos os dados de entrada foram escalonados com base nas métricas das informações de treinamento do modelo, para posterior predição.

Com relação às equações de estabilidade, os métodos considerados para comparação são os de Sah *et al.* (1994), Yang *et al.* (2004), Huang (2018), Chien e Tsai (2017), e Sampa e Schorr (2024). Para fins de identificação, as equações são representadas por siglas de duas letras: Sah *et al.* (SA), Yang *et al.* (YA), Huang (HG), Chien e Tsai (CT) e Sampa e Schorr (SS).

As expressões matemáticas de cada um dos métodos são aplicadas aos dados utilizados no presente trabalho para calibrar o modelo de redes neurais. Para a aplicação das equações, são consideradas as limitações de cada método, realizando o filtro dos pertinentes.

As equações de Sah *et al.* (1994) e Yang *et al.* (2004) foram desenvolvidas com base em dados de inclinação de talude inferior a 53° e para solos com ângulos de atrito inferiores a 45°. Os valores fora desses intervalos são filtrados, a fim de respeitar as limitações impostas por cada estudo.

A expressão de Huang (2018) e Sampa e Schorr foram formuladas para taludes com ângulo de inclinação entre 15° e 90°. A equação de Chien e Tsai (2017) tem um intervalo de aplicação entre 15° e 60° para a inclinação do talude. Para cada uma dessas expressões, são filtrados e descartados dados que não se adequem à faixa limite estabelecida.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Para uma análise mais precisa e consistente dos resultados, a estrutura deste capítulo foi organizada em conformidade com a sequência apresentada no capítulo de metodologia. Inicialmente, realiza-se uma análise dos fatores de segurança gerados no *software* Slope/w, os quais foram utilizados no desenvolvimento de redes neurais artificiais. Essa análise resultou na proposta de um novo modelo de ábaco de estabilidade.

Em seguida, discute-se o processo de obtenção do modelo ideal de rede neural, incluindo uma análise detalhada das tentativas realizadas para alcançar a arquitetura mais eficiente dentro da técnica de *machine learning*. Posteriormente, é avaliada a performance do modelo durante o treinamento e a generalização, considerando o intervalo definido para o treinamento dos dados.

Adicionalmente, com o objetivo de comparação, os fatores de segurança previstos pelo modelo de redes neurais foram rigorosamente confrontados com os resultados obtidos por métodos tradicionais, como os métodos de equilíbrio limite, ábacos de estabilidade, equações de estabilidade e métodos de redução de resistência. Por fim, apresenta-se uma análise crítica detalhada sobre o comportamento do modelo de redes neurais em situações de generalização, destacando as implicações e limitações observadas.

4.1 ANÁLISE DOS FATORES DE SEGURANÇA GERADOS NO SLOPE/W

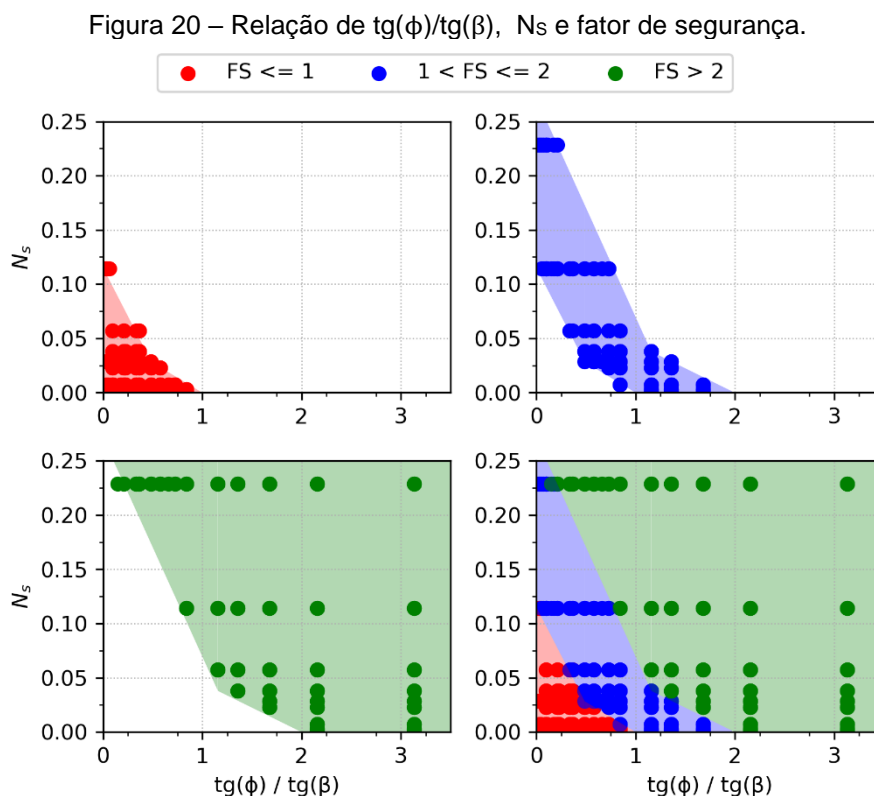
Conforme descrito no item 3.2.2, foram realizadas, no total, 455 análises de estabilidade utilizando o *software* Slope/W, considerando taludes homogêneos e secos. Nessas análises, variaram-se o ângulo de inclinação do talude, o ângulo de atrito do solo e o número de estabilidade (N_s). Cada simulação forneceu um fator de segurança, resultando em um conjunto de 455 fatores de segurança, com valores variando entre 0,114 e 6,117. Esses resultados indicam condições de estabilidade (fatores de segurança maiores que 1) e de ruptura (fatores de segurança menores que 1).

Nos ábacos de estabilidade tradicionais, é comum apresentar um conjunto de curvas que correlacionam o fator de segurança (FS), o ângulo de atrito do solo (ϕ), o ângulo de inclinação do talude (β) e o número de estabilidade (N_s). Esses gráficos

permitem uma rápida determinação da magnitude do FS para uma configuração específica de talude homogêneo e seco.

Adotando uma abordagem distinta, este estudo avaliou a distribuição dos fatores de segurança para diferentes combinações de $(tg\phi)/(tg\beta)$ e N_s . A Figura 20 ilustra que os valores dos fatores de segurança se afastam da origem do gráfico à medida que aumentam. Com base nessa análise, foram identificadas três regiões com comportamentos distintos:

A região vermelha inclui os pontos com fatores de segurança menores ou iguais a 1. A região azul abrange os pontos com fatores de segurança maiores que 1 e menores ou iguais a 2. A região verde contém os pontos com fatores de segurança superiores a 2.

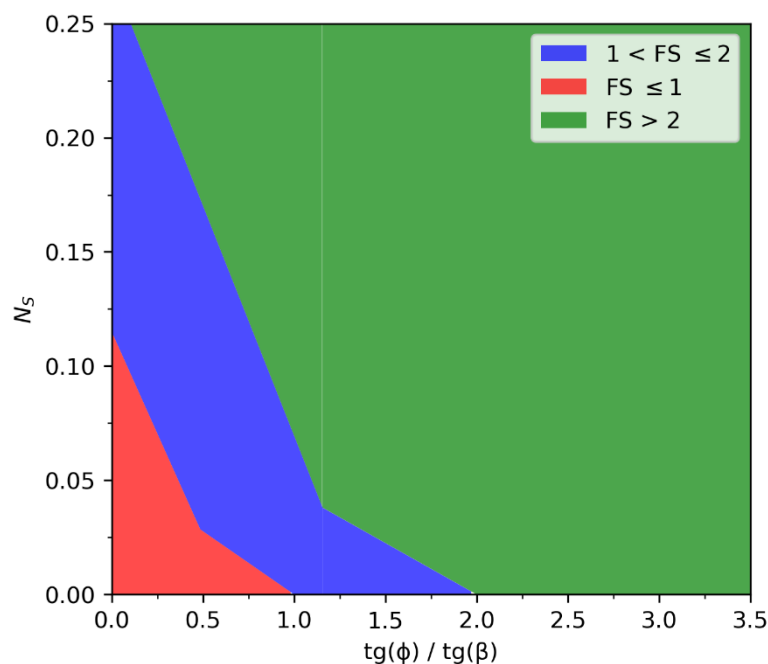


Fonte: Autor (2024).

Com base no padrão de comportamento identificado, foi proposto um novo modelo de ábaco para a verificação expedita da estabilidade de taludes homogêneos e secos (Figura 21). Este modelo é especialmente útil para análises rápidas, quando o objetivo é apenas verificar a condição de estabilidade, sem a necessidade de determinar a magnitude exata do fator de segurança.

Para fins de interpretação, os pontos ($\text{tg}\phi/\text{tg}\beta \times N_s$) plotados na região vermelha indicam a possibilidade de ruptura. Por outro lado, os pontos localizados nas regiões azul e verde representam condições de estabilidade e de alta estabilidade, respectivamente.

Figura 21 – $FS \leq 1$; $1 < FS \leq 2$; $FS > 2$ em relação aos parâmetros de ϕ , β e N_s .



Fonte: Autor (2024).

4.2 ANÁLISE DO MODELO ÓTIMO DE REDES NEURAIIS

Várias partes dos capítulos 2 e 3 destacam a inexistência de um procedimento único para a definição de um modelo ótimo, o que frequentemente exige a aplicação do método de tentativa e erro. Assim, este item apresenta, inicialmente, uma descrição qualitativa do comportamento do modelo diante de variações arbitrárias, realizadas por tentativa e erro, em diferentes parâmetros durante o seu desenvolvimento, conforme as recomendações da literatura.

Na sequência, realizou-se a verificação do modelo de redes neurais. Por fim, foi conduzida uma análise paramétrica para avaliar o efeito da modificação de alguns parâmetros sobre o comportamento do modelo, tendo como referência os parâmetros associados ao modelo considerado ótimo.

4.2.1 Análise qualitativa do método de desenvolvimento do modelo

No desenvolvimento do modelo de redes neurais deste estudo, diversos parâmetros foram ajustados com o objetivo de alcançar o modelo com melhor desempenho, denominada modelo ótimo.

Os critérios adotados para a avaliação do desempenho de cada parâmetro incluíram o tempo de processamento, a consistência dos resultados e o erro obtido durante o treinamento, validação e teste do modelo.

Com base nas análises realizadas com otimizadores RMSprop e o Adam, observou-se que ambos apresentaram convergência mais rápida, menor variação nos resultados ao final do treinamento e erros mais baixos. Contudo, o algoritmo Adam demonstrou um desempenho superior.

A rede neural com apenas uma camada oculta exibiu maior tempo de treinamento e resultados inferiores em relação às redes com mais camadas, independentemente do número de neurônios utilizados. A rede com uma camada oculta não apresentou desempenho expressivo em comparação com redes mais profundas. Este comportamento foi corroborado pela análise paramétrica do modelo, apresentada no Apêndice B e discutida na seção 4.2.3.

Quanto à distribuição e à quantidade de neurônios, não foi identificado um padrão consistente. Os resultados de convergência variaram conforme a distribuição dos neurônios pelas camadas. Além disso, observou-se que o aumento no número de processadores unitários na rede nem sempre resultou em melhores desempenhos.

A utilização da normalização por *batch* foi analisada também, porém foi observado que a sua adoção resultou em um aumento no tempo de treinamento e em resultados menos satisfatórios. Por esse motivo, optou-se por descartar o uso dessa técnica.

A função de ativação ReLU apresentou melhor desempenho em comparação às funções sigmóides, embora a tangente hiperbólica tenha proporcionado resultados semelhantes. Além disso, constatou-se uma maior consistência entre as métricas de desempenho dos modelos para os conjuntos de treinamento e teste ao utilizar a tangente hiperbólica.

Após a definição do modelo ideal por meio de treinamento supervisionado *offline*, testou-se a adoção de diferentes tamanhos de *batch* no treinamento supervisionado *online*. Verificou-se que essa abordagem melhorou a convergência do

modelo e a homogeneidade dos ajustes. O tamanho de *batch* de 32 mostrou-se o mais satisfatório.

A rede neural final alcançou um erro médio quadrático (MSE) de 0,001 no conjunto de treinamento e de 0,002 nos conjuntos de teste e validação. A arquitetura ótima consistiu em uma rede com quatro camadas ocultas, contendo, respectivamente, 35, 30, 20 e 10 neurônios em cada camada. O modelo ótimo utilizou o otimizador Adam, a função de ativação ReLU e um tamanho de *batch* igual a 32.

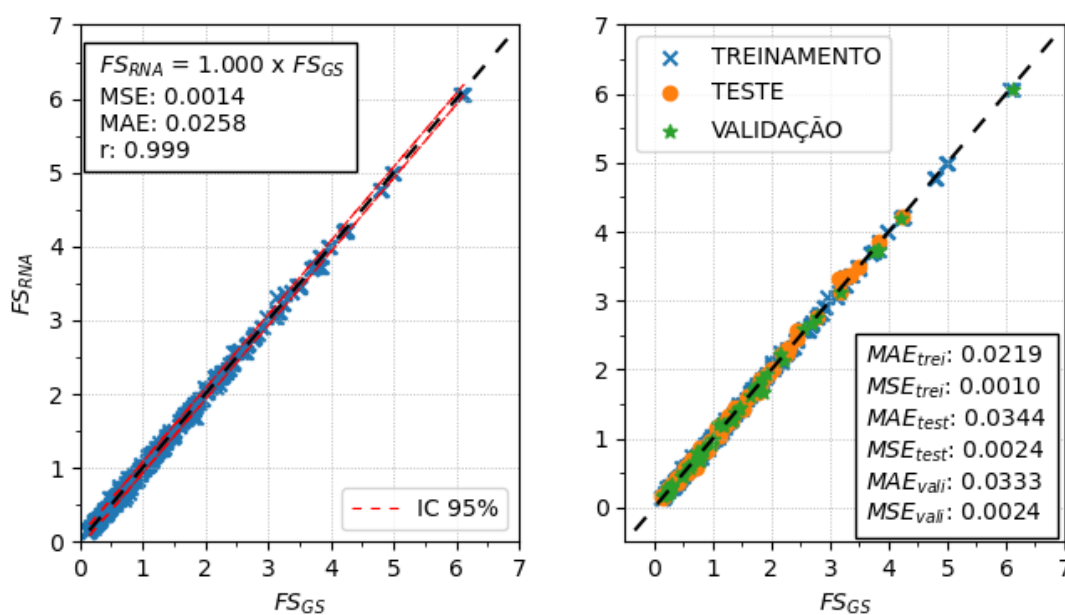
De modo geral, pode-se afirmar que o método de tentativa e erro mostrou-se adequado para estabelecer um modelo ótimo de redes neurais, considerando a inexistência de uma abordagem padronizada ou "receita pronta" para o desenvolvimento desse tipo de modelo.

4.2.2 Desempenho do modelo ótimo

A Figura 22 apresenta a comparação entre os valores de fator de segurança previstos pelo modelo de rede neural artificial (FS_{RNA}) e aqueles determinados pelo *software* Slope/W (FS_{GS}), utilizando um intervalo de confiança de 95% (IC 95%) para avaliar a dispersão.

Observa-se uma excelente correlação entre os valores comparados, com coeficiente de correlação (r) igual a 0,999. A figura também destaca o bom desempenho do modelo ótimo na previsão do fator de segurança nas etapas de treinamento, validação e teste. Todas as métricas de erro analisadas apresentaram valores próximos de zero, indicando uma dispersão insignificante e alta precisão do modelo.

Figura 22 - Resultados de correlação entre o esperado e previsto por RNA.



Fonte: Autor (2024).

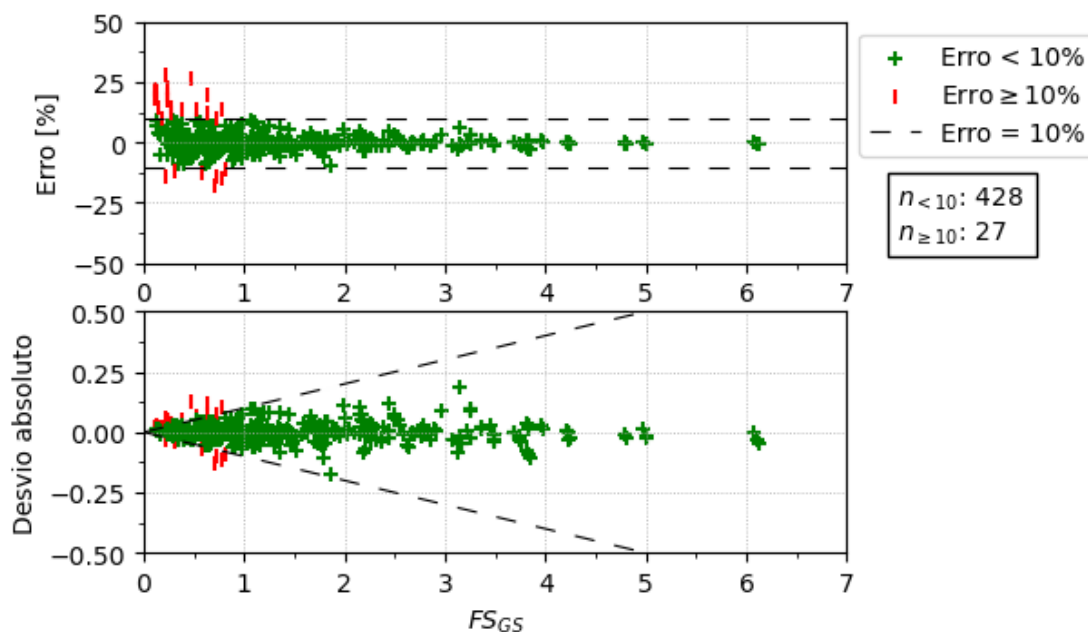
Para avaliar em quais magnitudes de fator de segurança os resultados do modelo divergem mais em relação aos do Slope/W, a Figura 23 apresenta a variação do erro percentual e do desvio absoluto do erro em relação ao fator de segurança estimado pelo modelo. Duas linhas, correspondentes aos erros de $\pm 10\%$, foram plotadas nos gráficos para facilitar a análise da dispersão.

Observa-se que os erros percentuais superiores a 10% estão concentrados na região com valores de fator de segurança inferiores a 1. No total, 27 pontos apresentam erro superior ao limite estabelecido ($n_{>10}$), enquanto 428 pontos estão abaixo desse limite ($n_{\leq 10}$). O maior erro percentual observado foi de aproximadamente 28%.

O gráfico também demonstra que os desvios absolutos entre o fator de segurança do Slope/w (FS_{GS}) e o fator de segurança previsto pelo modelo (FS_{RNA}) são relativamente pequenos. A maior parte das diferenças encontra-se dentro do intervalo de $\pm 0,1$.

É importante realçar que erros mais significativos na região com fatores de segurança inferiores a 1 não comprometem a análise, uma vez que indicam uma condição de ruptura, onde a precisão exata do valor do fator de segurança não é crucial para a avaliação da estabilidade.

Figura 23 - Relação dos erros percentual e desvios gerados em relação ao fator de segurança (FS_{GS}).

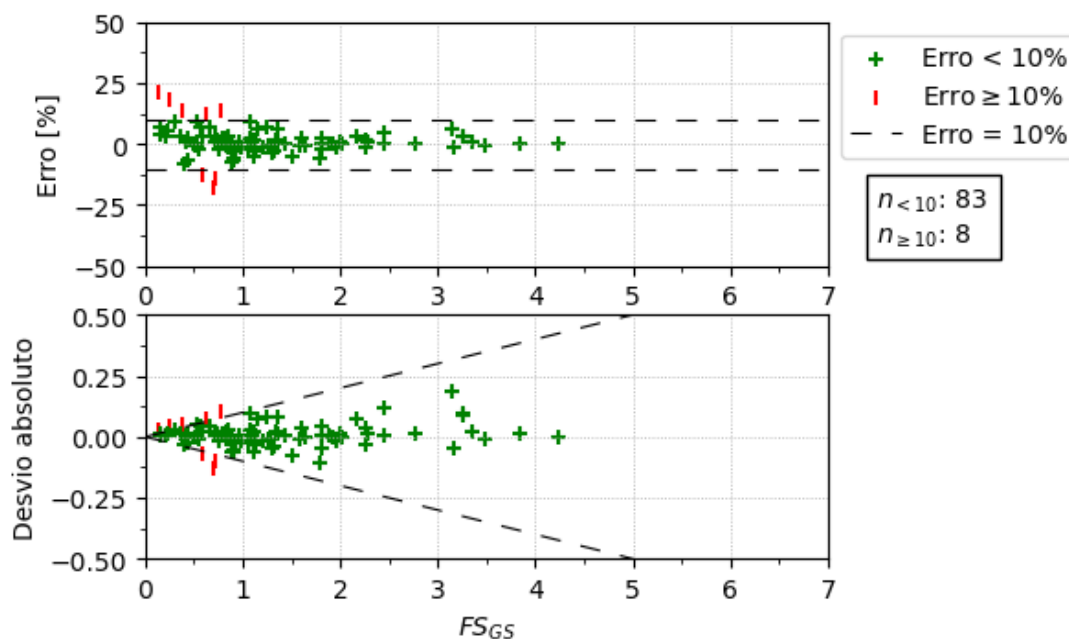


Fonte: Autor (2024).

Ao realizar a mesma análise para os 91 resultados separados para teste, observa-se na Figura 24 que cerca de 8 pontos estão situados acima da linha de erro de 10%, mas abaixo de 25%. Ao comparar os resultados das Figura 23 e Figura 24 em termos de desempenho, nota-se que aproximadamente 91,2% dos pontos na Figura 24 estão abaixo do limite estabelecido no conjunto de teste. Em contraste, na Figura 23, cerca de 94% de todos os conjuntos (treinamento, validação e teste) estão abaixo do limite de 10% de erro.

Esses resultados indicam que os dados utilizados para a verificação do modelo apresentam um índice de assertividade ligeiramente inferior ao da proporção global dos dados, sugerindo uma pequena tendência de sobreajuste (*overfitting*) nos conjuntos utilizados para o treinamento das redes neurais.

Figura 24 - Erro percentual e desvio em relação ao fator de segurança (FS_{GS}), para os dados de teste.

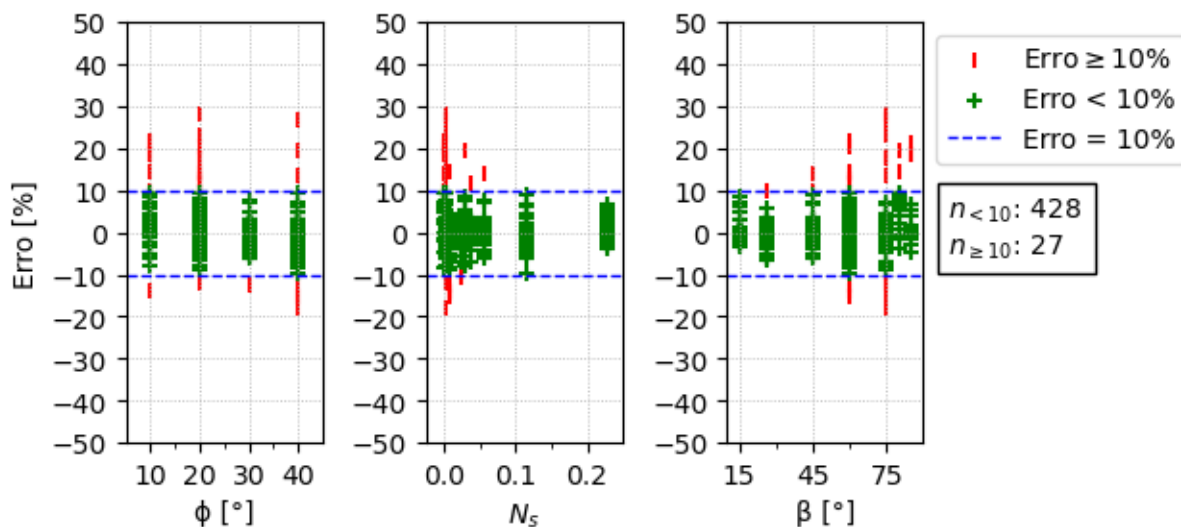


Fonte: Autor (2024).

Com o objetivo de compreender em quais valores dos parâmetros do solo e do talude ocorrem maiores dispersões, a Figura 25 ilustra a variação do erro percentual em função do ângulo de atrito, do número de estabilidade e do ângulo de inclinação do talude. Observa-se uma maior tendência ao erro para números de estabilidade inferiores a 0,5. No caso do ângulo de inclinação do talude, verifica-se um aumento no erro percentual à medida que o ângulo de inclinação do talude cresce.

Além disso, nota-se que, com exceção do ângulo de atrito de 30° , os maiores erros percentuais foram registrados nas demais situações. Esse comportamento está em consonância com o observado na Figura 23, uma vez que menores fatores de segurança estão associados a valores elevados do ângulo de inclinação do talude, baixos valores do número de estabilidade e menores valores do ângulo de atrito.

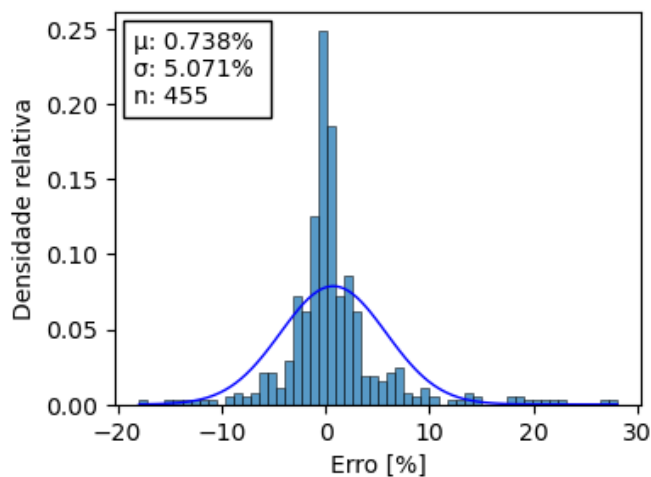
Figura 25 - Erros gerados em relação aos parâmetros de entrada.



Fonte: Autor (2024).

Realizando uma análise estatística dos dados, a Figura 26 apresenta a curva de distribuição de densidade relativa do erro. Observa-se que o erro segue um comportamento aproximadamente normal, considerando as 455 amostras (n). A média do erro é de 0,738%, enquanto o desvio padrão é de aproximadamente 5,071%.

Figura 26 - Curva de distribuição do erro.



Fonte: Autor (2024).

4.2.3 Análise paramétrica de redes neurais artificiais

Com base no modelo ótimo estabelecido, foi avaliada a influência de diversos parâmetros no desempenho do modelo. Para essa análise, somente um parâmetro foi variado por vez, mantendo-se os demais iguais aos utilizados no modelo ótimo.

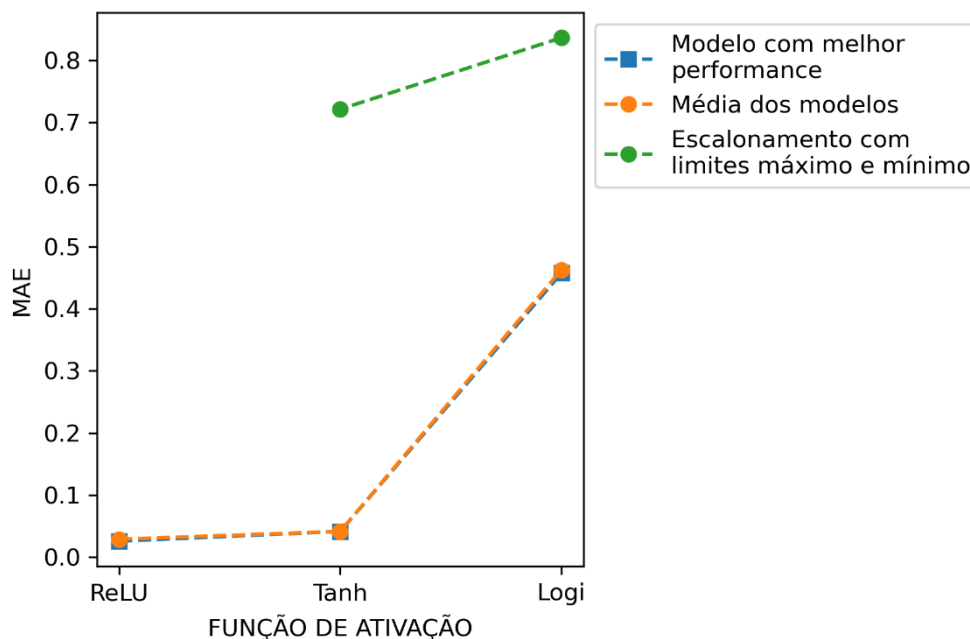
A primeira análise consistiu em avaliar a influência das funções de ativação no desempenho do modelo. Para essa análise, foram consideradas as funções: linear retificada (ReLU), tangente hiperbólica (Tanh) e logística (Logi).

A Figura 27 mostra a variação do erro médio absoluto (MAE) em relação ao tipo de função de ativação para as três situações. A primeira corresponde ao melhor desempenho entre os três modelos treinados com cada função de ativação. A segunda é referente à média dos três modelos que adotaram o escalonamento sugerido por Géron (2021). Já a terceira é relacionada ao modelo que aplicou o escalonamento com limites máximos e mínimos, conforme sugerido por Nejad *et al.* (2009) e Araújo (2015), mas exclusivamente para as funções tangente hiperbólica e logística.

Os resultados do modelo com o escalonamento sugerido por Nejad *et al.* (2009) e Araújo (2015) não foram satisfatórios, apresentando métricas inferiores às dos demais modelos treinados. Embora esse método não tenha gerado bons resultados neste estudo, como discutido no item 2.2.11.3, foram observados bons desempenhos com modelos utilizando funções sigmóides quando utilizado o escalonamento sugerido por Géron (2021).

Em consonância com Géron (2021) e Goodfellow *et al.* (2016), a função tangente hiperbólica apresentou melhores resultados do que a função logística. Os melhores desempenhos foram observados nos modelos com ReLU e Tanh, sendo que o modelo com ReLU obteve o melhor desempenho, como esperado com base nas indicações dos trabalhos anteriores.

Figura 27 - Erro médio absoluto x funções de ativação.



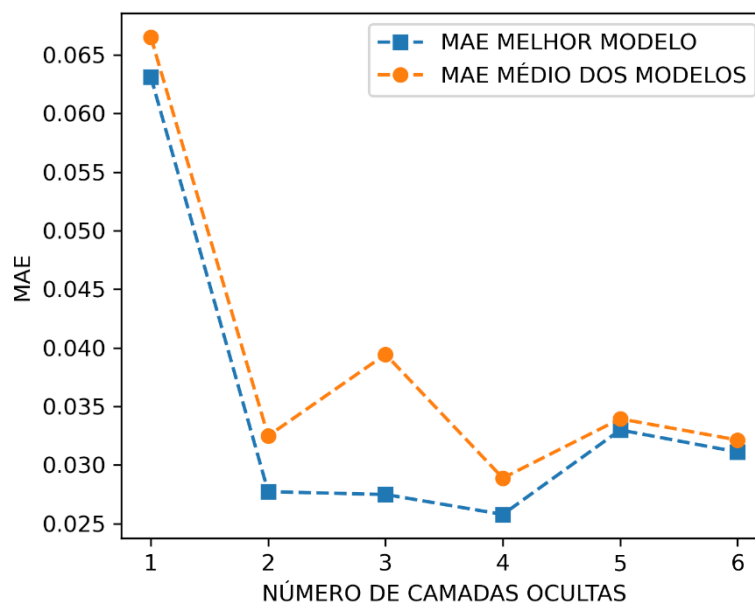
Fonte: Autor (2024).

A Figura 28 ilustra a variação do erro médio absoluto (MAE) em função do número de camadas ocultas, mantendo fixo o número total de neurônios. Observa-se que os modelos com uma camada oculta apresentaram maiores erros em comparação com os modelos com maior número de camadas.

De modo geral, o erro médio absoluto diminui à medida que o número de camadas aumenta até 4 camadas. No entanto, o erro apresentou uma tendência de crescimento para modelos com mais de 4 camadas ocultas. É provável que a ampliação da profundidade da rede neural tenha dificultado o processo de ajustes durante o treinamento, conforme indicado por Haykin (2001). Nesses casos, a adoção de técnicas como regularizadores, normalização em *batch* e outras funções de ativação, algumas das quais foram indicadas na seção 2.2.11, pode ser útil para facilitar o treinamento.

Esses resultados estão em consonância com Cybenko (1989 *apud* Haykin, 2001), Bounds *et al.* (1988 *apud* Park, 2011) e Lawrence (1994 *apud* Park, 2011) que recomendam evitar o uso de redes excessivamente profundas.

Figura 28 - Erro médio absoluto x número de camadas ocultas.



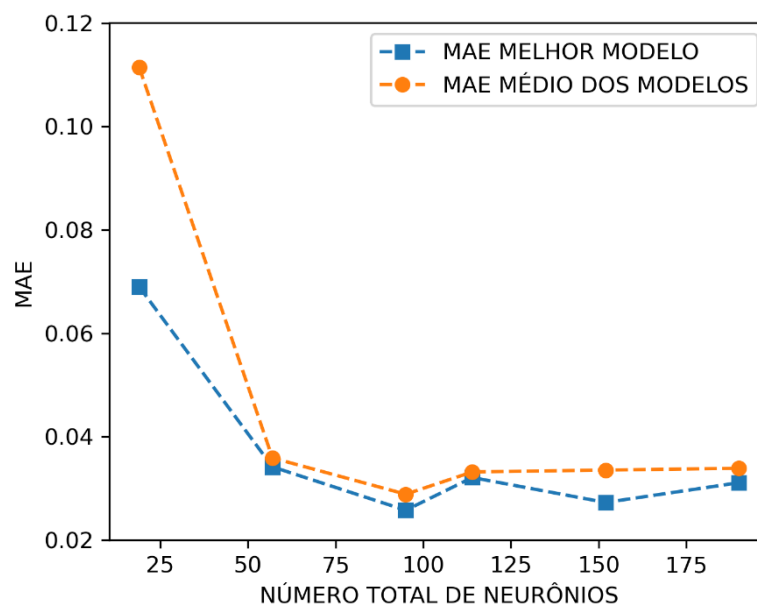
Fonte: Autor (2024).

A Figura 29 ilustra a variação do erro médio absoluto (MAE) em função do número de neurônios. O comportamento observado nessa figura permite concluir que o erro tende a diminuir significativamente com o aumento do número de neurônios de 19 para 57, tendendo a estabilizar-se para números de neurônios maiores que 57. Para valores maiores de neurônios, os comportamentos observados estão em concordância com Bagińska et al. (2018), que afirmam que a variação no número de neurônios não traz mudanças significativas nos resultados. Os menores valores de erro foram observados no modelo com 95 neurônios ocultos.

Novamente, devido à natureza estocástica do processo, há variações nos resultados alcançados. Quanto maior a diferença entre a métrica do melhor modelo e a média do grupo, mais expressiva foi a variabilidade entre as redes com o mesmo parâmetro.

É importante ressaltar que o acréscimo da complexidade do modelo, seja pela ampliação do número de neurônios ou pelo aumento do número de camadas, não resultou necessariamente em um aumento no tempo de treinamento. As métricas encontradas para cada modelo, incluindo o tempo dedicado ao treinamento, podem ser consultadas no Apêndice B.

Figura 29 - Erro médio absoluto (MAE) × número total de neurônios.



Fonte: Autor (2024).

4.3 COMPARAÇÃO COM OUTROS MÉTODOS

Este item tem como objetivo comparar os fatores de segurança previstos pelo modelo de redes neurais com aqueles determinados pelos métodos de equilíbrio limite, método de redução de resistência, equações analíticas e ábacos de estabilidade. Diversas métricas foram aplicadas para quantificar a dispersão e os erros associados às previsões.

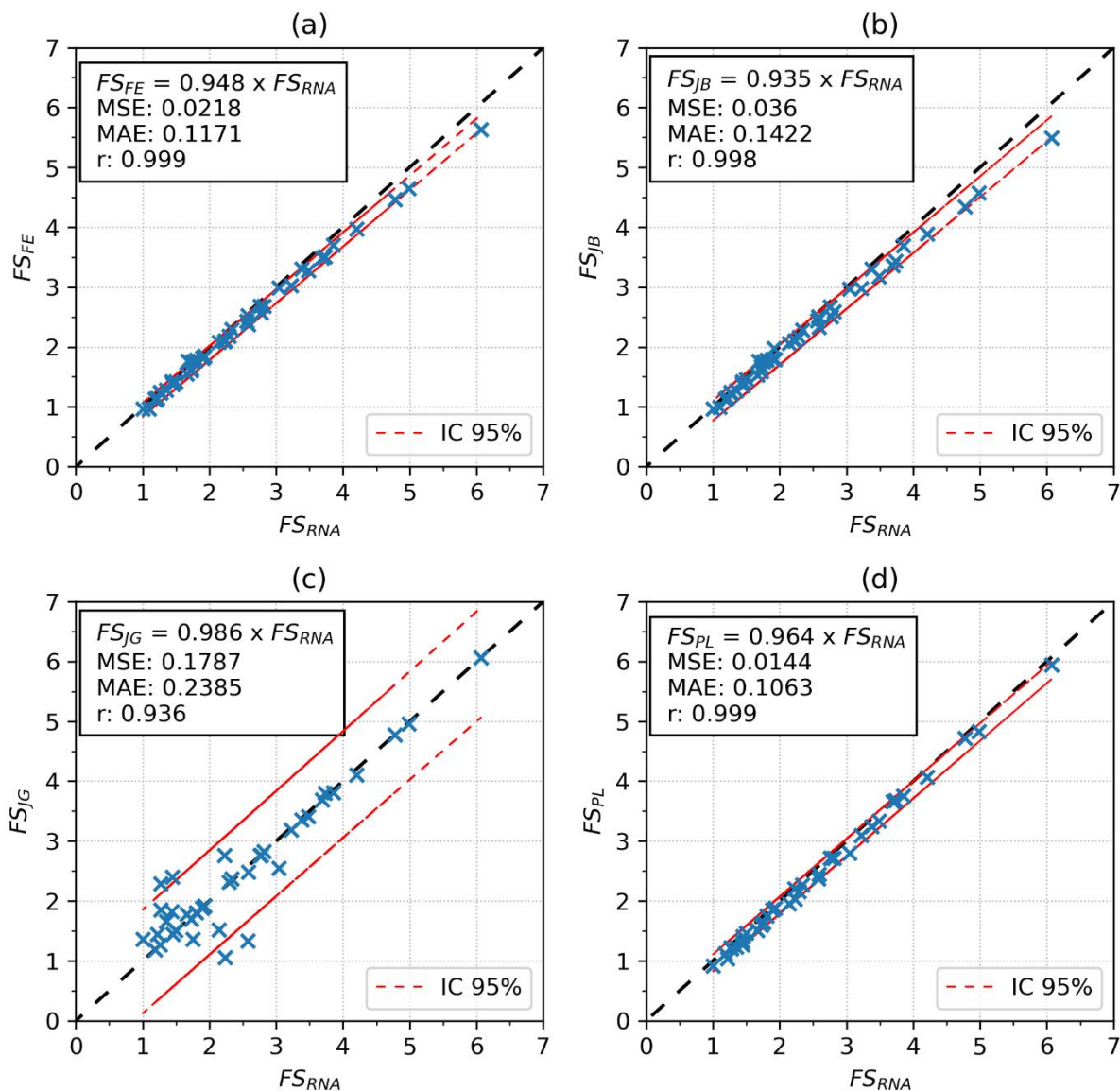
4.3.1 Equilíbrio limite

A Figura 30 compara os valores de fator de segurança estimados pelo modelo de redes neurais artificiais (FS_{RNA}) com aqueles determinados pelos métodos de Fellenius (FS_{FE}), Janbu (FS_{JB}), Janbu generalizado (FS_{JG}), utilizando o *software* Slope/w, e pelos fatores calculados pelo método de redução de resistência no Plaxis (FS_{PL}).

De modo geral, todas as comparações apresentam excelentes correlações, evidenciando o bom desempenho do modelo de redes neurais na previsão dos fatores de segurança. Observa-se que os valores dos fatores de segurança obtidos pelos métodos de equilíbrio limite e pelo método de redução de resistência tendem a ser ligeiramente inferiores aos estimados pelo modelo de redes neurais. Por exemplo, os

coeficientes angulares das comparações com os métodos de Fellenius, Janbu, Janbu Generalizado e Plaxis foram 0,948, 0,935, 0,986 e 0,964, respectivamente.

Figura 30 - Fator de segurança de redes neurais (FS_{RNA}) x fator de: a) Fellenius; b) Janbu; c) Janbu Generalizado e d) Redução de resistência (Plaxis).



Fonte: Autor (2024).

Em ordem decrescente, as menores dispersões foram observadas nas comparações com o Plaxis, seguido pelo método de Fellenius, método de Janbu e, por último, o método de Janbu Generalizado. Nessa mesma ordem, os coeficientes de correlação foram 0,999, 0,999, 0,998 e 0,936; as médias quadráticas dos erros (RMSE) foram 0,0144, 0,0218, 0,036 e 0,1787; e os erros absolutos médios (MAE) foram 0,1063, 0,1171, 0,1422 e 0,2385.

Ao analisar o comportamento do intervalo de confiança em função da magnitude do fator de segurança, nota-se que as comparações com os métodos de Fellenius, Janbu e Plaxis tendem a ser mais conservadores nos altos valores de fator de segurança. Um comportamento oposto, acompanhado de maior dispersão, foi observado nas comparações com o método de Janbu Generalizado, onde os *outliers* se concentraram nos menores valores de fator de segurança. Esse padrão reflete a característica do método rigoroso de Janbu Generalizado.

Para subsidiar a análise, a Figura 31 apresenta a variação do erro percentual em função do ângulo de atrito (ϕ), do ângulo de inclinação do talude (β) e do número de estabilidade (NS) para os diferentes métodos avaliados.

Com exceção do método de Janbu Generalizado, os erros percentuais de praticamente todos os pontos dos demais métodos estão confinados no intervalo de $\pm 10\%$. Por exemplo, apenas um ponto ficou fora do intervalo no método de Fellenius, nenhum ponto extrapolou esse limite no método de Janbu, treze pontos situaram-se fora do intervalo no método de Janbu Generalizado e dois pontos ficaram fora do intervalo no Plaxis.

Uma análise detalhada da figura permite extrair conclusões adicionais sobre a influência dos parâmetros nos valores de erro. No entanto, não é possível identificar um padrão único de comportamento, uma vez que esse padrão varia em função do método.

Figura 31 - Relação do erro com os parâmetros de ϕ , N_s e β para: a) Fellenius; b) Janbu; c) Janbu Generalizado; d) Redução de resistência (Plaxis).

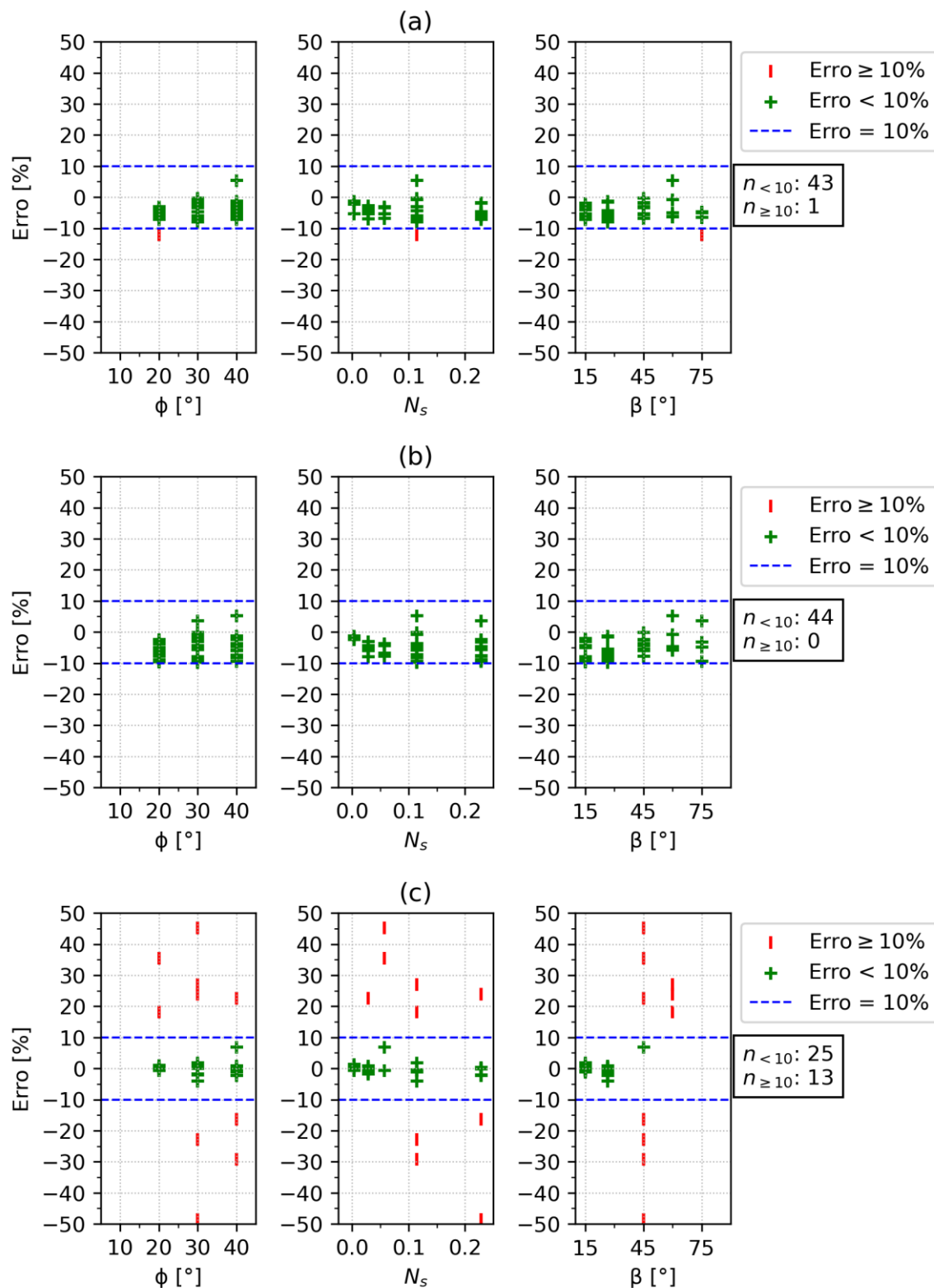
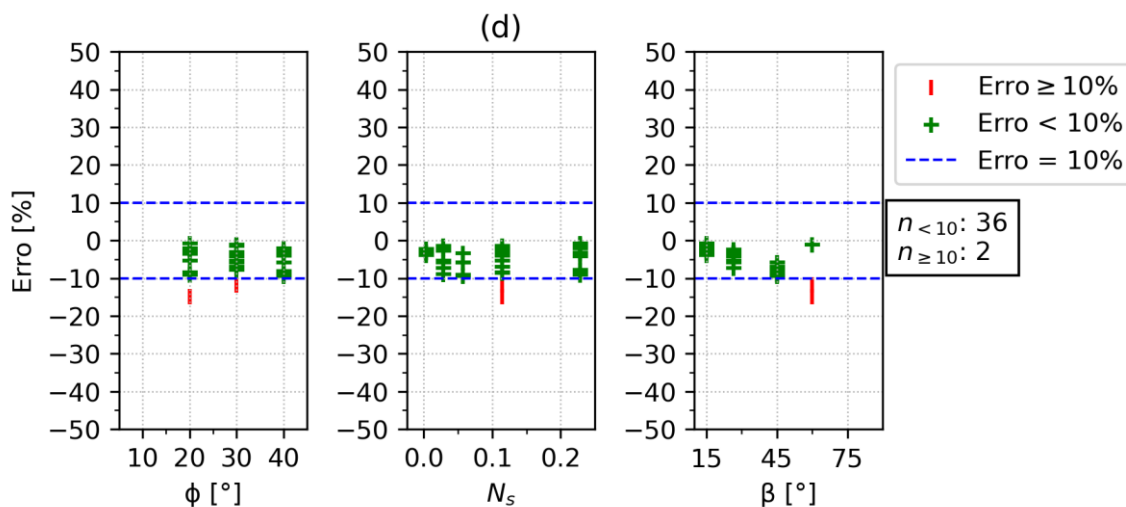


Figura 31 continua.

Continuação da Figura 31.



Fonte: Autor (2024).

A Figura 32 apresenta uma análise adicional sobre a variação do erro percentual em função da magnitude do fator de segurança. Pela figura, é possível observar uma leve tendência de redução da dispersão do erro à medida que o fator de segurança aumenta.

Como mencionado anteriormente, o modelo de redes neurais tende a estimar valores de fator de segurança ligeiramente superiores aos obtidos pelos métodos analisados. Isso resulta em erros percentuais predominantemente negativos ao longo de todo o intervalo do fator de segurança.

Os desvios absolutos mostram uma tendência de diminuição gradual com o aumento do fator de segurança nas análises realizadas com os métodos de Fellenius e Janbu. Contudo, nas análises utilizando os métodos de Janbu Generalizado e Plaxis, esses desvios aparentam estabilizar.

Figura 32 - Relação do erro e desvio absoluto em relação ao fator de segurança (FS_{RNA}) para: a) Fellenius; b) Janbu; c) Janbu generalizado; d) Redução de resistência (Plaxis).

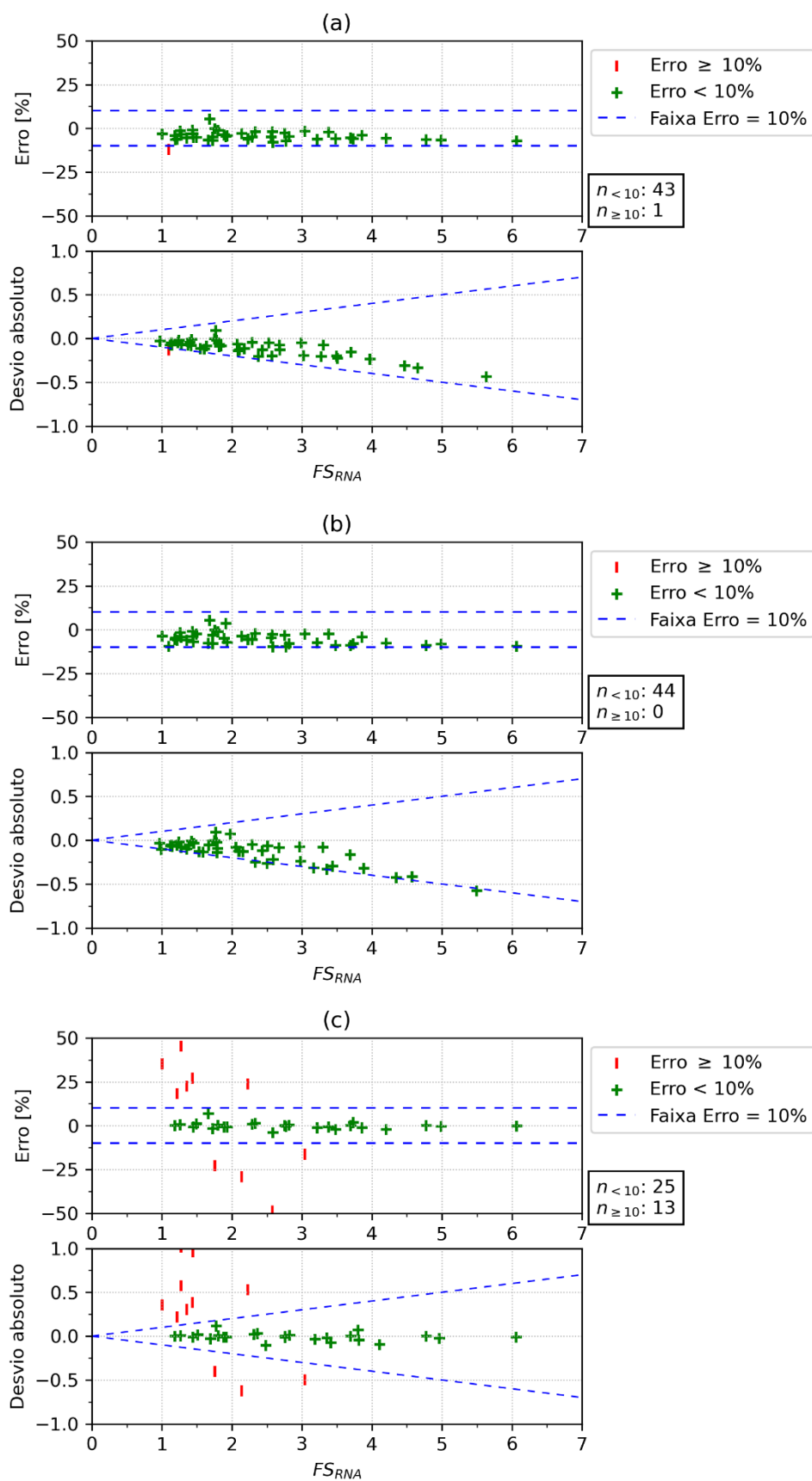
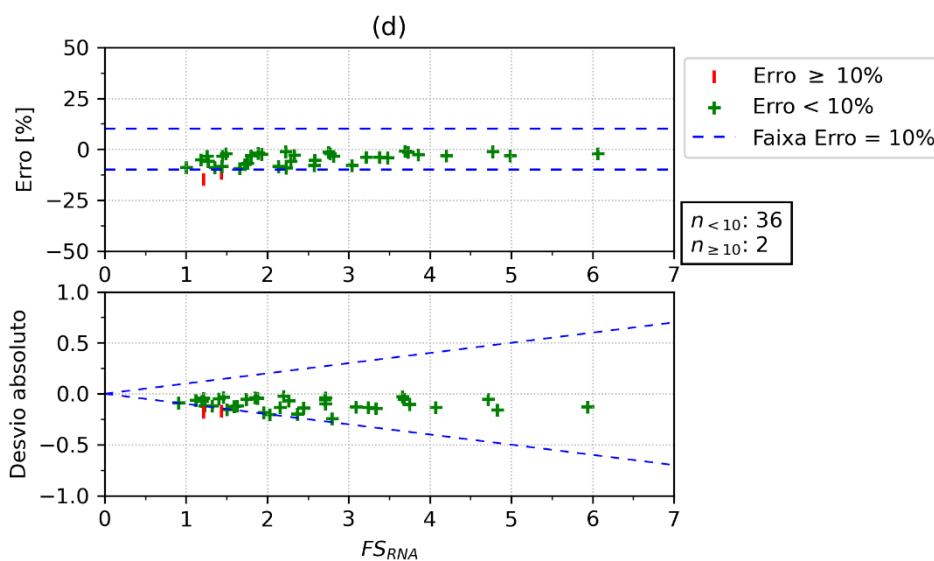


Figura 32 continua.

Continuação da Figura 32.

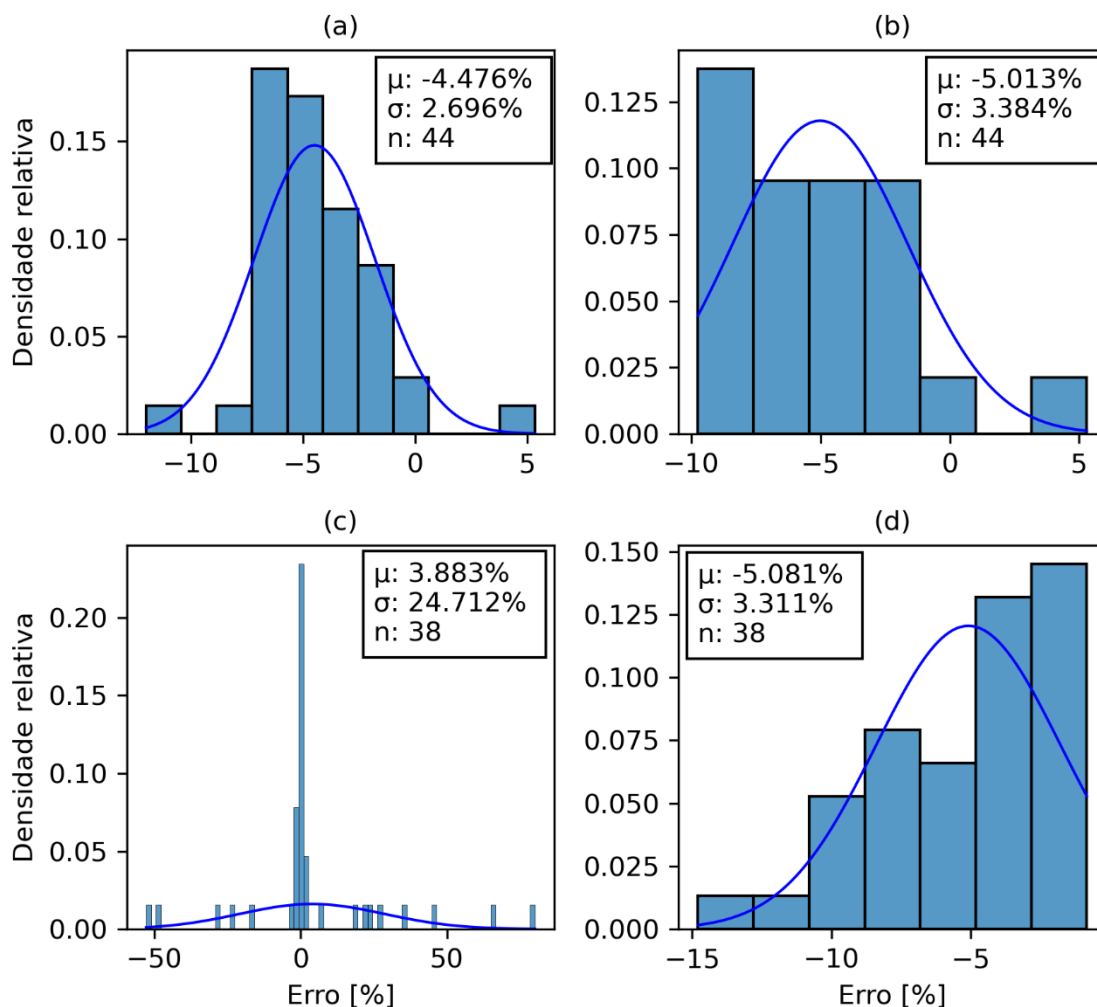


Fonte: Autor (2024).

Para analisar a distribuição dos erros percentuais, a Figura 33 apresenta a densidade relativa em função dos erros. De forma geral, a média e o desvio padrão do erro percentual foram: -4,476% e 2,696%, respectivamente, no método de Fellenius; -5,013% e 3,384%, respectivamente, no método de Janbu; 3,883% e 24,712%, respectivamente, no método de Janbu Generalizado; e -5,081% e 3,311%, respectivamente, no Plaxis.

Nota-se que o uso de um número reduzido de dados para comparação dificultou a obtenção de uma curva mais suave e próxima de uma distribuição normal. Além disso, os *outliers* identificados no método de Janbu Generalizado impactaram negativamente as estatísticas. Apesar dessas limitações, pode-se concluir que as estatísticas obtidas são satisfatórias, com os erros apresentando convergência dentro do intervalo esperado.

Figura 33 - Distribuição de densidade do erro para os métodos de: a) Fellenius; b) Janbu; c) Janbu generalizado; d) Redução de resistência (Plaxis).



Fonte: Autor (2024).

4.3.2 Ábacos de estabilidade

Conforme discutido anteriormente, a análise comparativa com ábacos abrange os ábacos de Barnes (BA), Bishop e Morgenstern (BM), e O'Connor e Mitchell (OM), amplamente utilizados em análises expeditas.

A Figura 34 apresenta a relação entre os fatores de segurança previstos pelos modelos de redes neurais e aqueles estimados pelos referidos ábacos. Os coeficientes angulares das retas de ajuste foram 1,046, 1,050 e 1,060, respectivamente, para os ábacos de Barnes, Bishop e Morgenstern, e O'Connor e Mitchell, sugerindo um leve conservadorismo nos resultados do modelo de redes neurais.

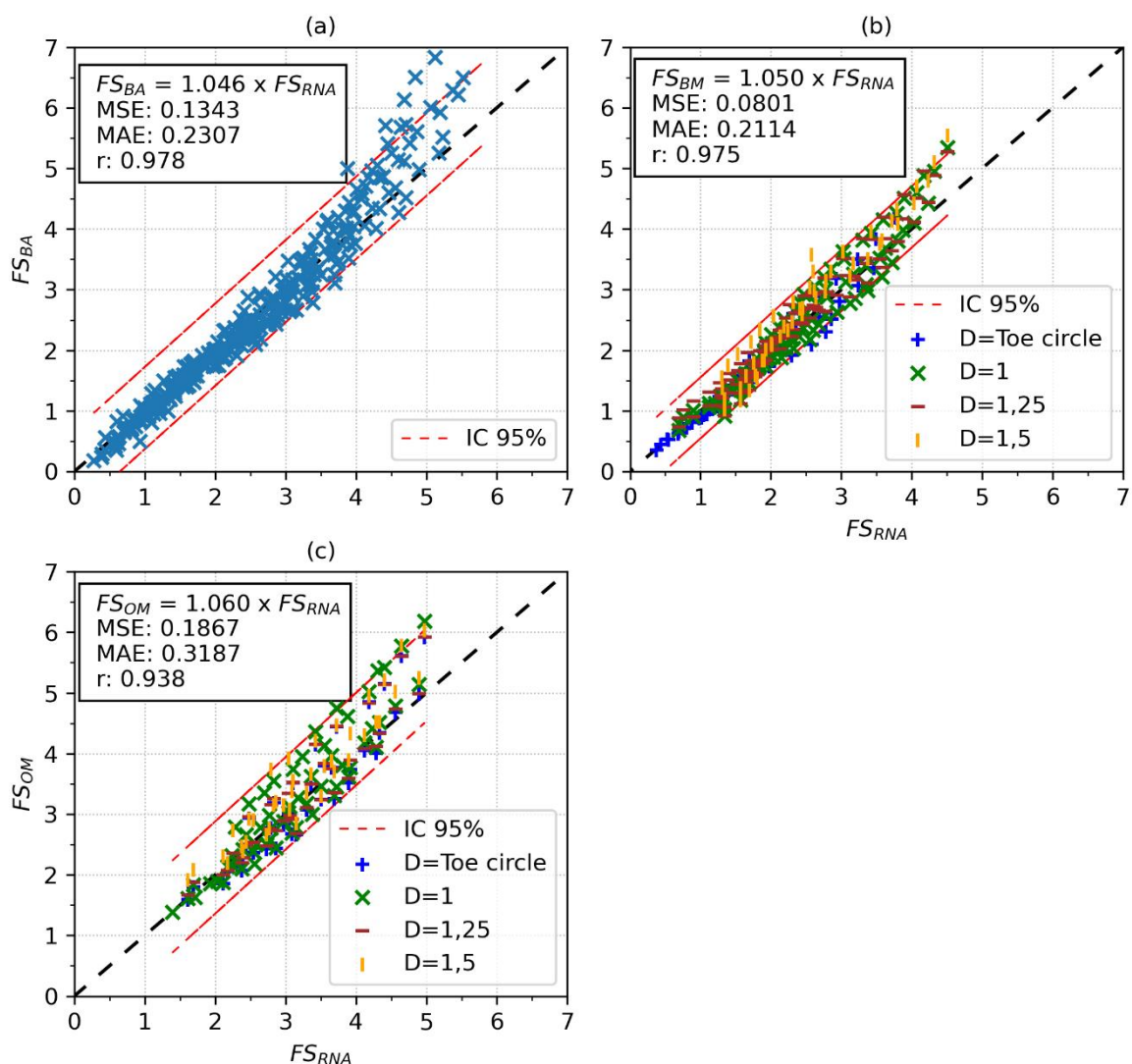
No que diz respeito à dispersão, os coeficientes de correlação, erros médios absolutos e médias quadráticas dos erros foram, respectivamente: 0,978, 0,231 e 0,134 no Barnes, 0,975, 0,211 e 0,080 no Bishop e Morgenstern, 0,938, 0,319 e 0,188 no O'Connor e Mitchell.

Em ordem decrescente, os menores intervalos de confiança foram observados nas figuras do Bishop e Morgenstern, Barnes, e O'Connor e Mitchell. No caso das figuras de Bishop e Morgenstern, e de O'Connor e Mitchell, é importante destacar que a consideração de fatores de segurança associados ao fator de profundidade ($D = 1$, $D = 1,25$ e $D = 1,5$) pode contribuir ligeiramente para o aumento da dispersão, dado que esses fatores variam com D .

Com relação à distribuição dos pontos ao longo da linha de identidade, observa-se que na Figura 34a (Barnes) e Figura 34b (Bishop e Morgenstern), os pontos distribuem-se simetricamente ao longo da linha de identidade para baixos fatores de segurança, mas tendem a posicionar-se acima da linha para altos valores de fator de segurança. Na Figura 34c (O'Connor e Mitchell), observa-se uma tendência dos pontos se localizarem acima da linha de identidade.

Com base nesses resultados, conclui-se que as previsões do modelo são satisfatórias, apresentando excelente correlação e baixos valores de erro. As dispersões observadas podem ser consideradas inerentes ao processo e às características próprias dos ábacos analisados.

Figura 34 - Relação da predição do fator de segurança de redes neurais (FS_{RNA}) e dos métodos de: a) Barnes; b) Bishop e Morgenstern; c) O'Connor e Mitchell.



Fonte: Autor (2024).

A Figura 35 apresenta a variação do erro percentual em função do ângulo de atrito (ϕ), do ângulo de inclinação do talude (β) e do número de estabilidade (N_s) para os três ábacos avaliados.

Inicialmente, é importante ressaltar que a quantidade de dados analisados varia conforme o tipo de ábaco: 294 dados foram utilizados na análise com o ábaco de Barnes, 312 com o ábaco de Bishop e Morgenstern, e 180 com o ábaco de O'Connor e Mitchell. Observa-se que, no ábaco de Barnes, 105 pontos (35,7% do total) apresentam erros percentuais superiores a 10%, enquanto no ábaco de Bishop e Morgenstern 123 pontos (39,4% do total) apresentam erros maiores que 10%, e no ábaco de O'Connor e Mitchell 69 pontos (38,3% do total) apresentam erros superiores a 10%.

De forma geral, erros percentuais superiores a 10% foram registrados em todos os valores das variáveis analisadas (ϕ , N_s e β), independentemente do ábaco considerado. Uma análise mais detalhada revela que certas magnitudes de ϕ , N_s e β apresentam erros mais elevados em comparação a outras, embora não seja possível identificar um padrão definido devido à natureza estocástica e aleatória do comportamento.

As possíveis razões para a ocorrência de erros superiores a 10% incluem considerações de diferentes fatores de embutimento (D), que podem introduzir dispersões nos resultados dos ábacos; a generalização do modelo de redes neurais, cuja capacidade preditiva pode ser limitada em cenários que extrapolam os dados de treinamento; e as características intrínsecas aos ábacos, considerando que a simplicidade e as aproximações inerentes ao método podem contribuir para maiores discrepâncias.

Figura 35 - Relação do erro com os parâmetros de ϕ , N_s e β para: a) Barnes; b) Bishop e Morgenstern; c) O'Connor e Mitchell.

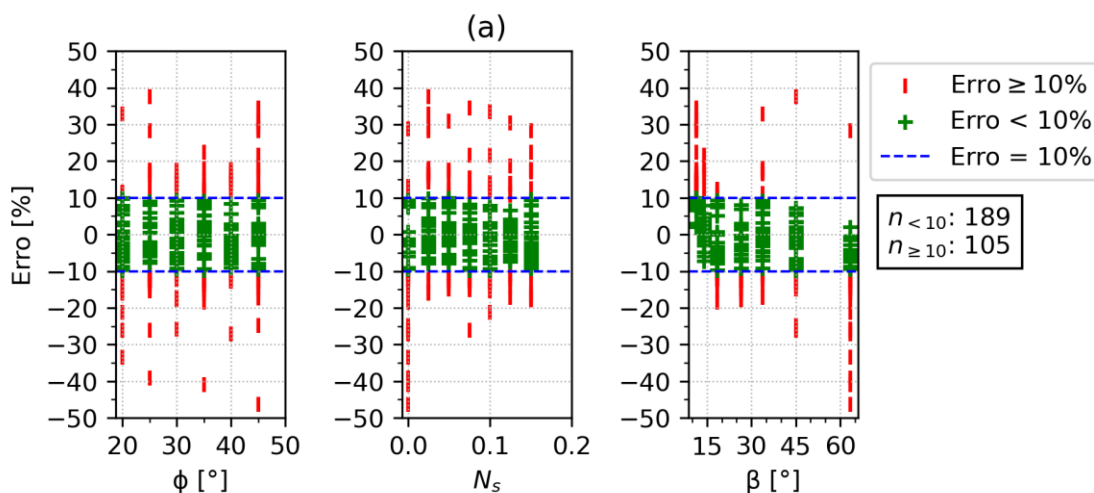
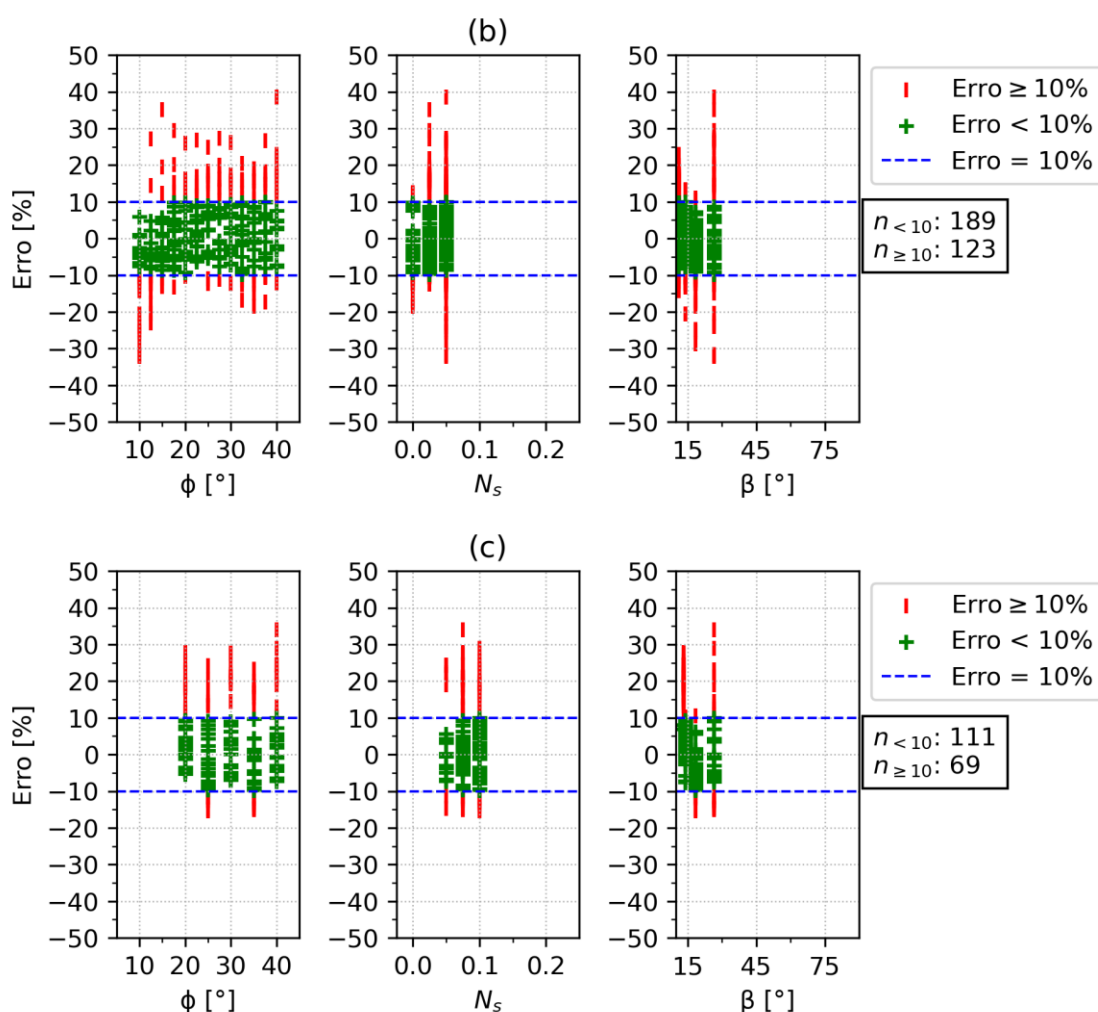


Figura 35 continua.

Continuação da Figura 35.

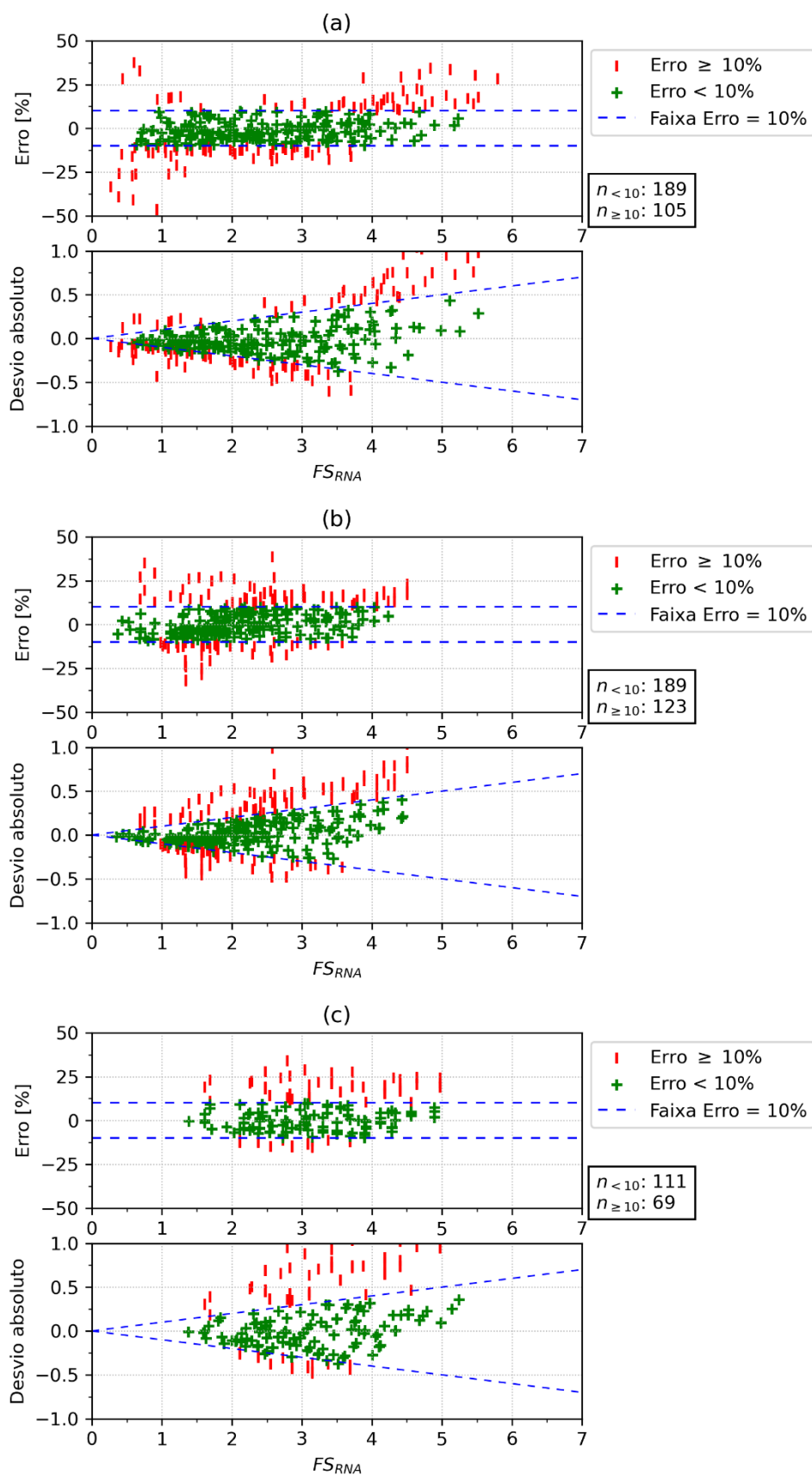


Fonte: Autor (2024).

A Figura 36 ilustra a variação do erro percentual em função da magnitude do fator de segurança. Pela figura, é possível observar erros percentuais maiores que 10% e dispersão significativa ocorrerem em toda a faixa de variação do fator de segurança, independente do ábaco analisado. Não foi observada uma tendência clara de aumento ou diminuição da dispersão do erro à medida que o fator de segurança aumenta.

Como mencionado anteriormente, o modelo de redes neurais tende a estimar valores de fator de segurança ligeiramente inferiores aos dos ábacos, resultando em maioria dos erros percentuais positivos ao longo de todo o intervalo do fator de segurança. Ademais, os desvios absolutos mostram uma leve tendência de aumento gradual com o aumento do fator de segurança.

Figura 36 - Relação do erro e desvio absoluto em relação ao fator de segurança previsto pelo modelo de redes neurais artificiais para: a) Barnes; b) Bishop e Morgenstern; c) O'Connor e Mitchell.



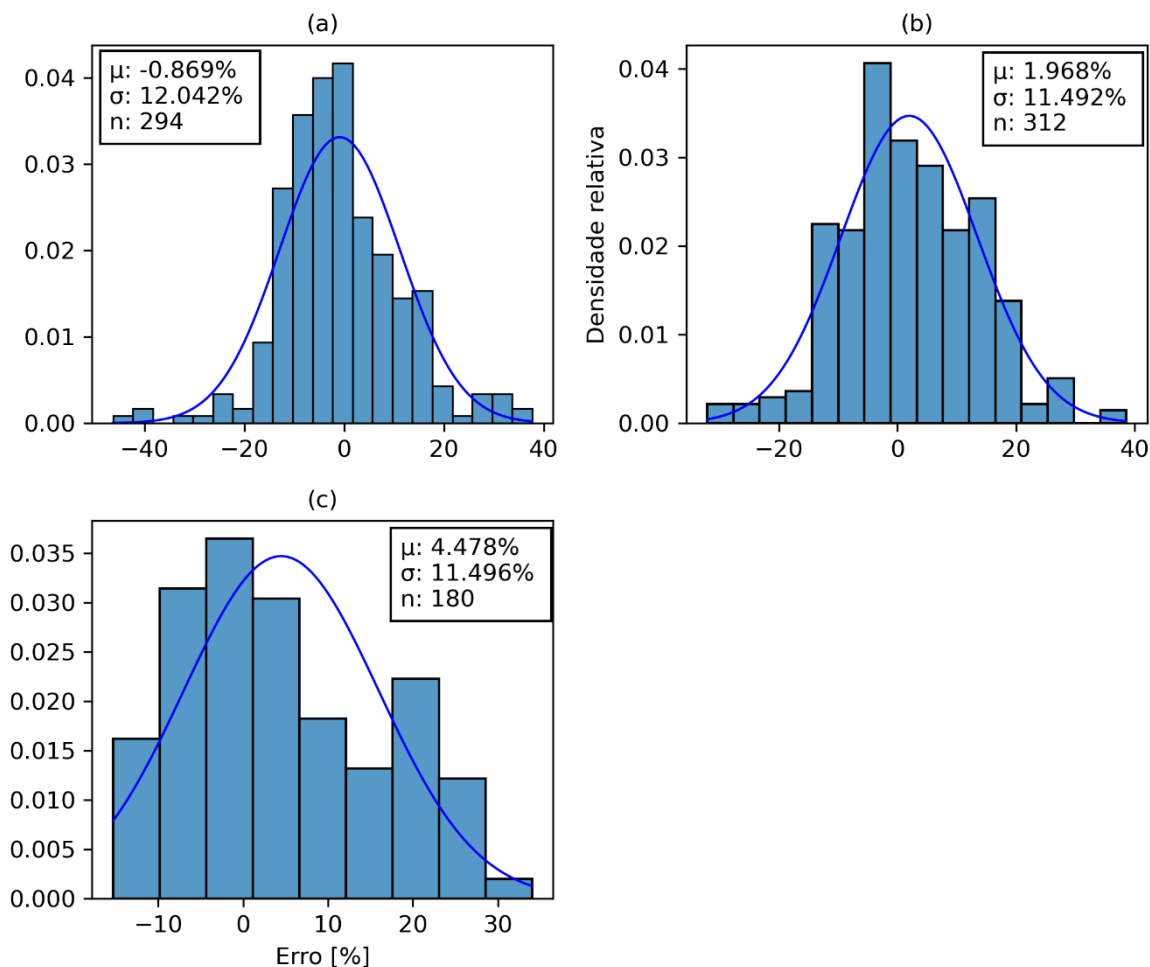
Fonte: Autor (2024).

Para analisar a distribuição dos erros percentuais, a Figura 37 apresenta a frequência em função dos erros. De forma geral, a média e o desvio padrão do erro percentual foram: -0,869% e 12,042%, respectivamente, na análise de Barnes; 1,968% e 11,492%, respectivamente, na análise de Bishop e Morgenstern; e 4,478% e 11,496%, respectivamente, na análise de método de O'Connor e Mitchell.

Percebe-se nas Figura 37a e 37b que grande parte dos erros se concentra no intervalo de -20% a 20%. Já na Figura 37c, observa-se um deslocamento do comportamento para -15% a 25%, abrangendo aproximadamente um intervalo de confiabilidade de 95%. Esses resultados ultrapassam a faixa de 10% que havia sido pré-estabelecida.

Um número significativo de dados utilizados para comparação permitiu a obtenção de uma curva mais suave e próxima de uma distribuição normal. Pode-se concluir que as estatísticas obtidas são satisfatórias, com os erros apresentando convergência dentro do intervalo esperado.

Figura 37 - Distribuição de densidade relativa do erro para os métodos de: a) Barnes; b) Bishop e Morgenstern; c) O'Connor e Mitchell.



Fonte: Autor (2024).

4.3.3 Equações de estabilidade

Neste item, comparam-se os valores de fator de segurança previstos pelo modelo de redes neurais com aqueles estimados por equações de estabilidade propostas por Sah *et al.* (1994), Yang *et al.* (2004), Huang (2018), Chien e Tsai (2017) e Sampa e Schorr (2024). Ressalta-se que o número de dados utilizados varia conforme o método: foram considerados 272 dados na análise com a equação de Sah *et al.* (1994) e Yang *et al.* (2004), 364 dados para Huang (2018), 163 dados para Chien e Tsai (2017) e 455 dados para Sampa e Schorr (2024).

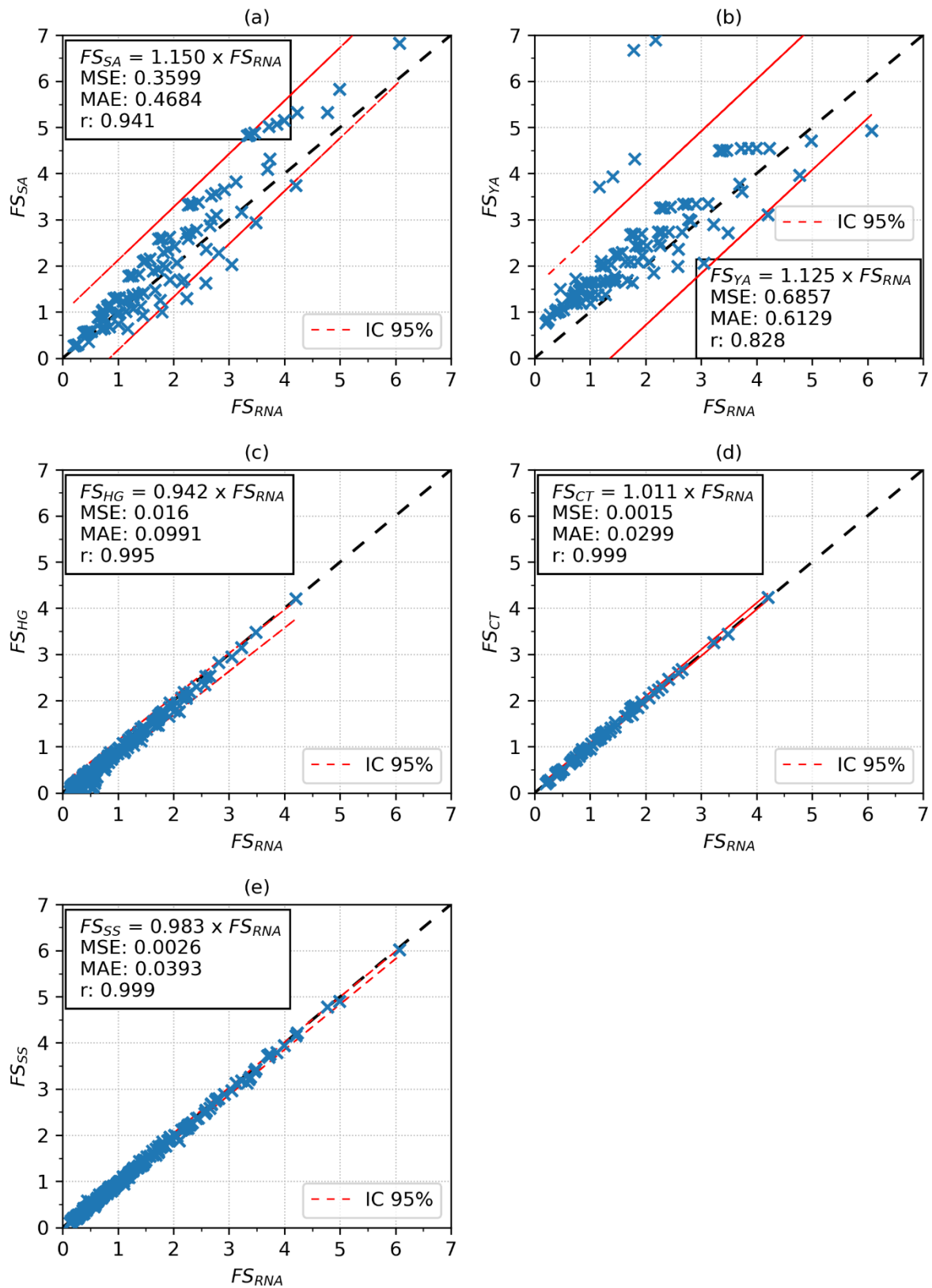
A Figura 38 apresenta a relação entre os fatores de segurança previstos pelo modelo de redes neurais e aqueles estimados pelas equações de estabilidade. Os coeficientes angulares das retas de ajuste foram 1,150, 1,125, 0,942, 1,011 e 0,983, respectivamente, na comparação com as equações de Sah *et al.* (1994), Yang *et al.*

(2004), Huang (2018), Chien e Tsai (2017) e Sampa e Schorr (2024). Coeficientes maiores que 1 indicam um leve conservadorismo nos resultados do modelo de redes neurais, enquanto coeficientes menores que 1 apontam o oposto.

Os coeficientes de correlação, erros médios absolutos e médias quadráticas dos erros foram: 0,941, 0,468 e 0,360 (Sah *et al.*, 1994); 0,828, 0,613 e 0,686 (Yang *et al.*, 2004); 0,995, 0,099 e 0,016 (Huang, 2018); 0,999, 0,030 e 0,002 (Chien e Tsai, 2017); e 0,999, 0,039 e 0,003 (Sampa e Schorr, 2024).

Os menores intervalos de confiança, em ordem decrescente, foram observados nas análises de Chien e Tsai (2017), Sampa e Schorr (2024), Huang (2018), Yang *et al.* (2004) e Sah *et al.* (1994). Dessa forma, conclui-se que o modelo apresentou melhor correlação com as equações de Chien e Tsai (2017) e Sampa e Schorr (2024), evidenciado pelos elevados valores dos coeficientes de correlação e baixos valores de erro. Por outro lado, as correlações menos precisas foram verificadas com as equações de Yang *et al.* (2004) e Sah *et al.* (1994), sendo que esta última apresentou o desempenho mais limitado.

Figura 38 - Relação da predição do fator de segurança de redes neurais (FS_{RNA}) e dos métodos de: a) Sah *et al.* (2024); b) Yang *et al.*, (2004); c) Huang (2018); d) Chien e Tsai (2018); e) Sampa e Schorr (2024).



Fonte: Autor (2024).

A Figura 39 ilustra a variação do erro percentual em função do ângulo de atrito interno (ϕ), do ângulo de inclinação do talude (β) e do número de estabilidade (N_s) para as cinco equações analisadas.

Os resultados revelam que a equação de Sah *et al.* (1994) apresentou 227 pontos (83,5% do total) com erros percentuais superiores a 10%. Na equação de Yang *et al.* (2004), 231 pontos (84,9% do total) ultrapassaram esse limite. Para a equação de Huang (2018), 158 pontos (43,4% do total) apresentaram erros acima de 10%, enquanto a equação de Chien e Tsai (2018) registrou apenas 4 pontos (2,45% do total) fora desse intervalo. Já a equação de Sampa e Schorr (2024) exibiu 43 pontos (9,43% do total) com erros percentuais superiores a 10%.

Com base nos dados analisados, conclui-se que o modelo baseado em redes neurais apresentou melhor correlação, em ordem decrescente, com as equações de Chien e Tsai (2018), Sampa e Schorr (2024), Huang (2018), Yang *et al.* (2004) e Sah *et al.* (1994).

É importante observar que, exceto pela equação de Chien e Tsai (2018), que apresentou um número reduzido de pontos fora do intervalo de $\pm 10\%$, os demais métodos apresentam pontos fora do intervalo de $\pm 10\%$ para praticamente todos os valores de ϕ , N_s e β . Além disso, nas análises envolvendo as equações de Huang (2018) e Sampa e Schorr (2024), verificou-se que os erros percentuais tendem a aumentar com a redução de ϕ , a diminuição de N_s ou o aumento de β .

Destaca-se que o mesmo comportamento do erro observado por Huang (2018) e Sampa e Schorr (2024) foi identificado na análise de desempenho do modelo, apresentada no tópico 4.2.2. Nesta análise, os maiores erros tendem a concentrar-se nos extremos dos parâmetros, especialmente para características que desfavorecem o fator de segurança (FS).

Em contrapartida, as equações de Yang *et al.* (2004) e Sah *et al.* (1994) apresentaram elevada dispersão e comportamento aleatório, dificultando a identificação de padrões de comportamento consistentes.

Figura 39 - Relação do erro com os parâmetros de ϕ , N_s e β para: a) Sah *et al.* (1994); b) Yang *et al.* (2004); c) Huang (2018); d) Chien e Tsai (2017); e) Sampa e Schorr.

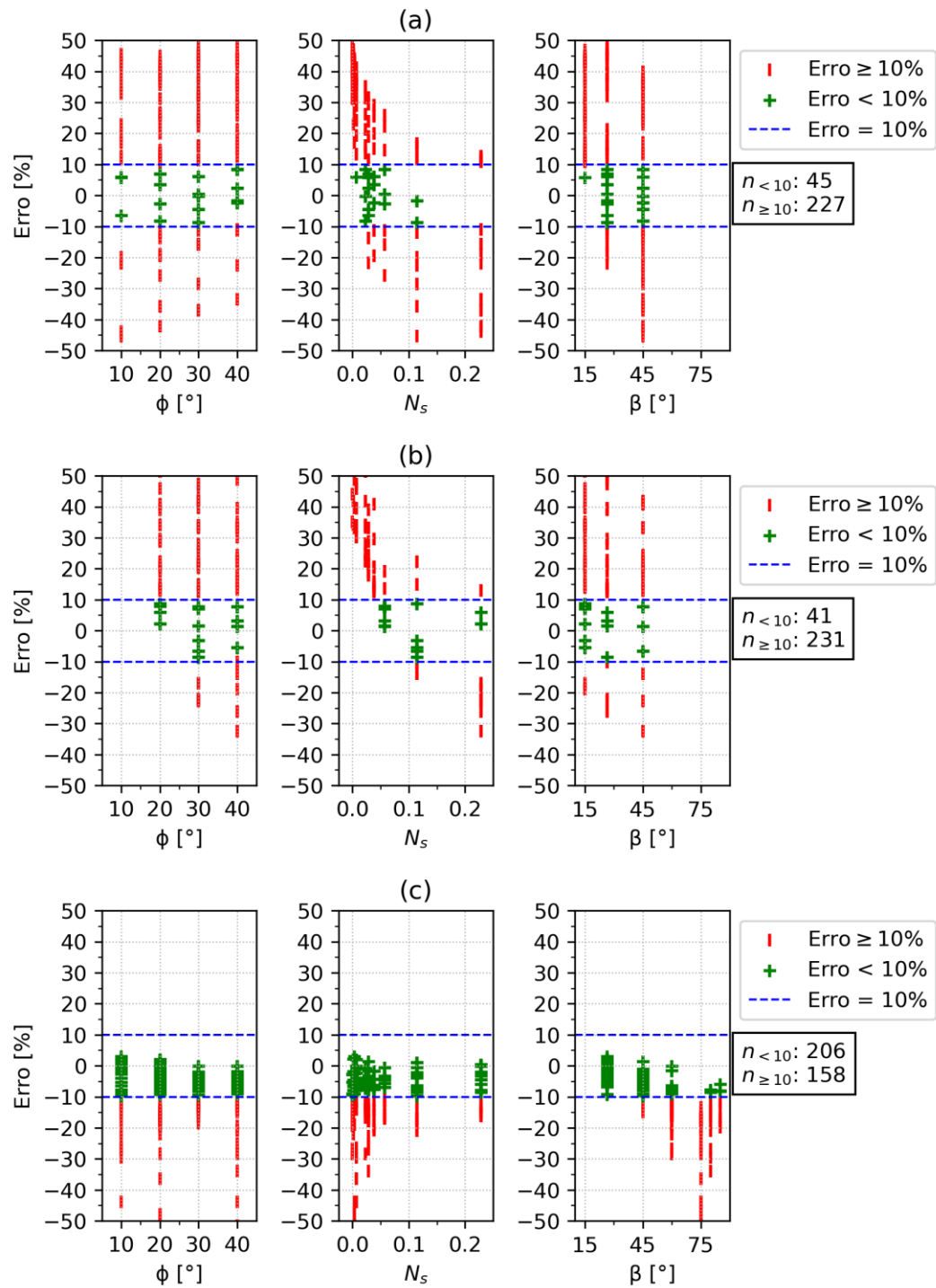
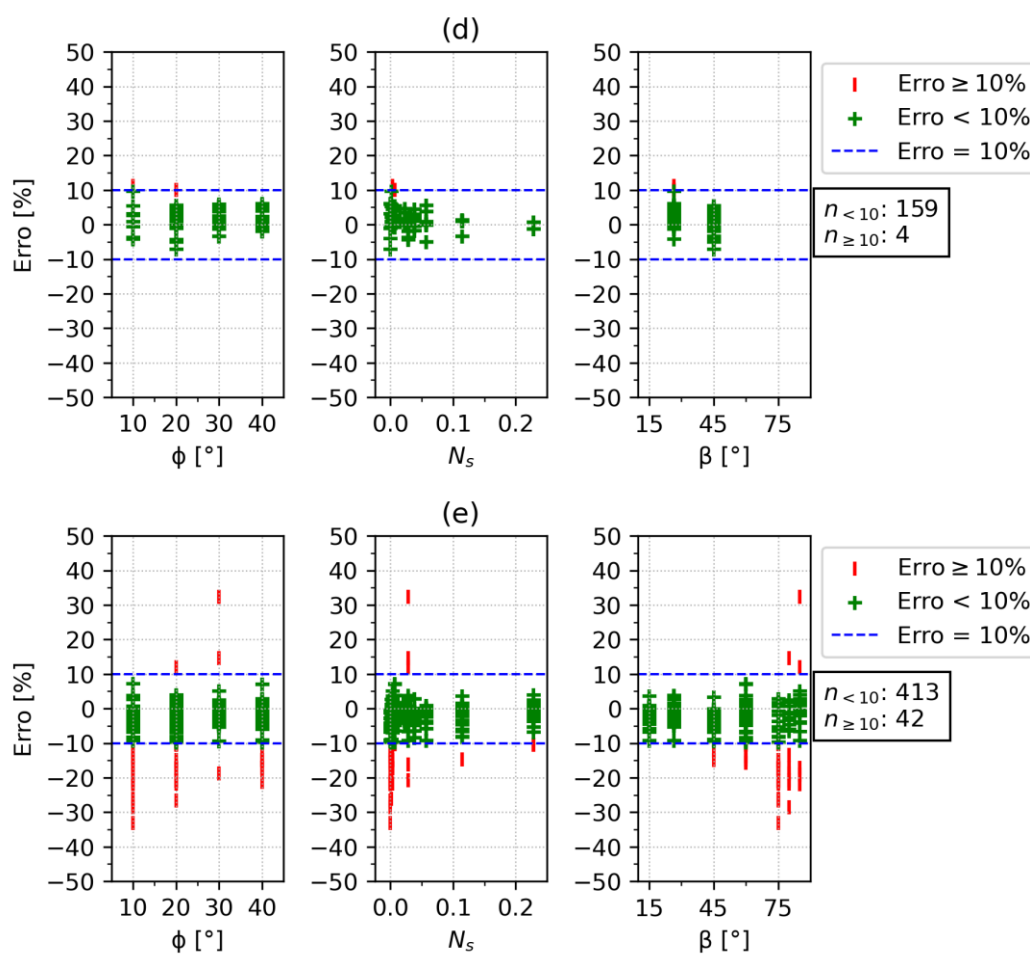


Figura 39 continua.

Continuação da Figura 39.



Fonte: Autor (2024).

A Figura 40 ilustra a variação do erro percentual em função da magnitude do fator de segurança, considerando exclusivamente as equações de Huang (2008), Sampa e Schorr (2024) e Chien e Tsai (2017), que apresentaram as melhores correlações com o modelo de redes neurais. A partir da figura, observa-se uma leve tendência de redução na dispersão do erro à medida que o fator de segurança aumenta.

Na Figura 40a (Huang, 2008), verifica-se que os erros percentuais superiores a 10% tendem a se concentrar na região com fator de segurança inferior a 2. Já na Figura 40c (Sampa e Schorr, 2024), esses erros se concentram na região com fator de segurança inferior a 0,55.

Os desvios absolutos exibem uma tendência de flutuação em torno de zero, o que indica uma boa correlação e baixa dispersão entre os valores de fator de segurança do modelo de redes neurais e os valores estimados pelas equações, especialmente quando o fator de segurança é superior a 1.

Por fim, os resultados apresentados na Figura 40 confirmam de forma clara a excelente correlação entre os resultados previstos pelo modelo de redes neurais e aqueles obtidos a partir das três equações de estabilidade analisadas.

Figura 40 - Relação do erro e desvio absoluto em relação ao fator de segurança previsto pelo modelo de redes neurais artificiais para: a) Huang (2018); b) Chien e Tsai (2017); c) Sampa e Schorr (2024).

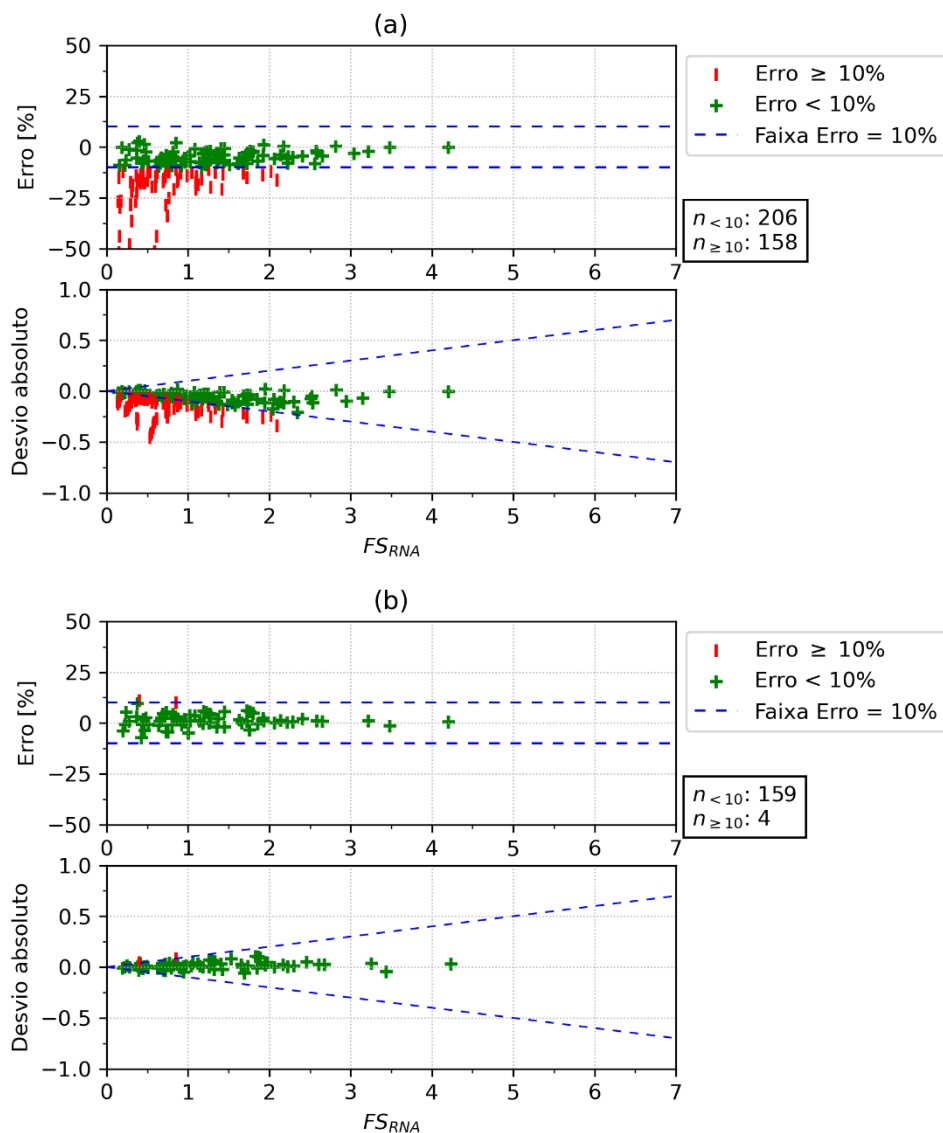
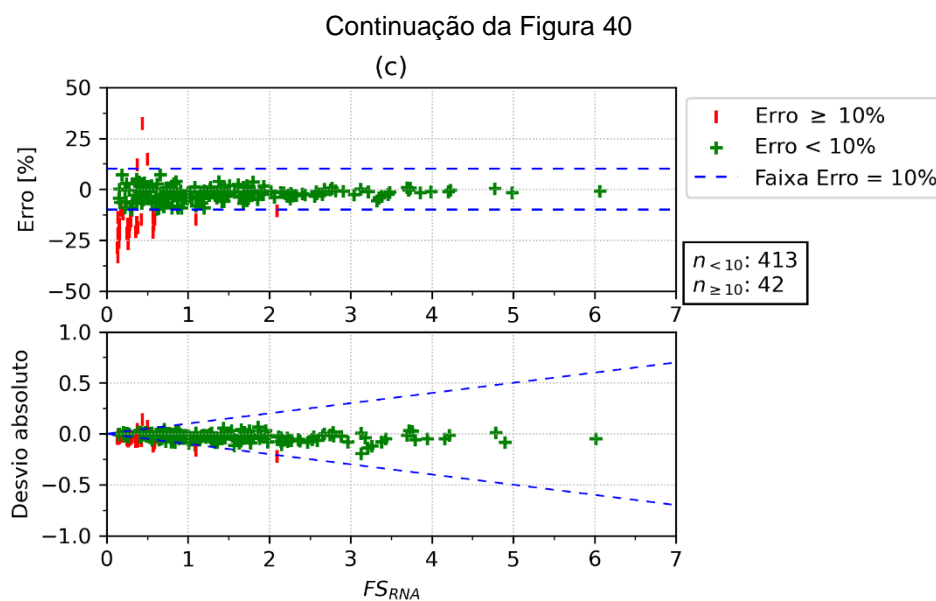


Figura 40 continua.

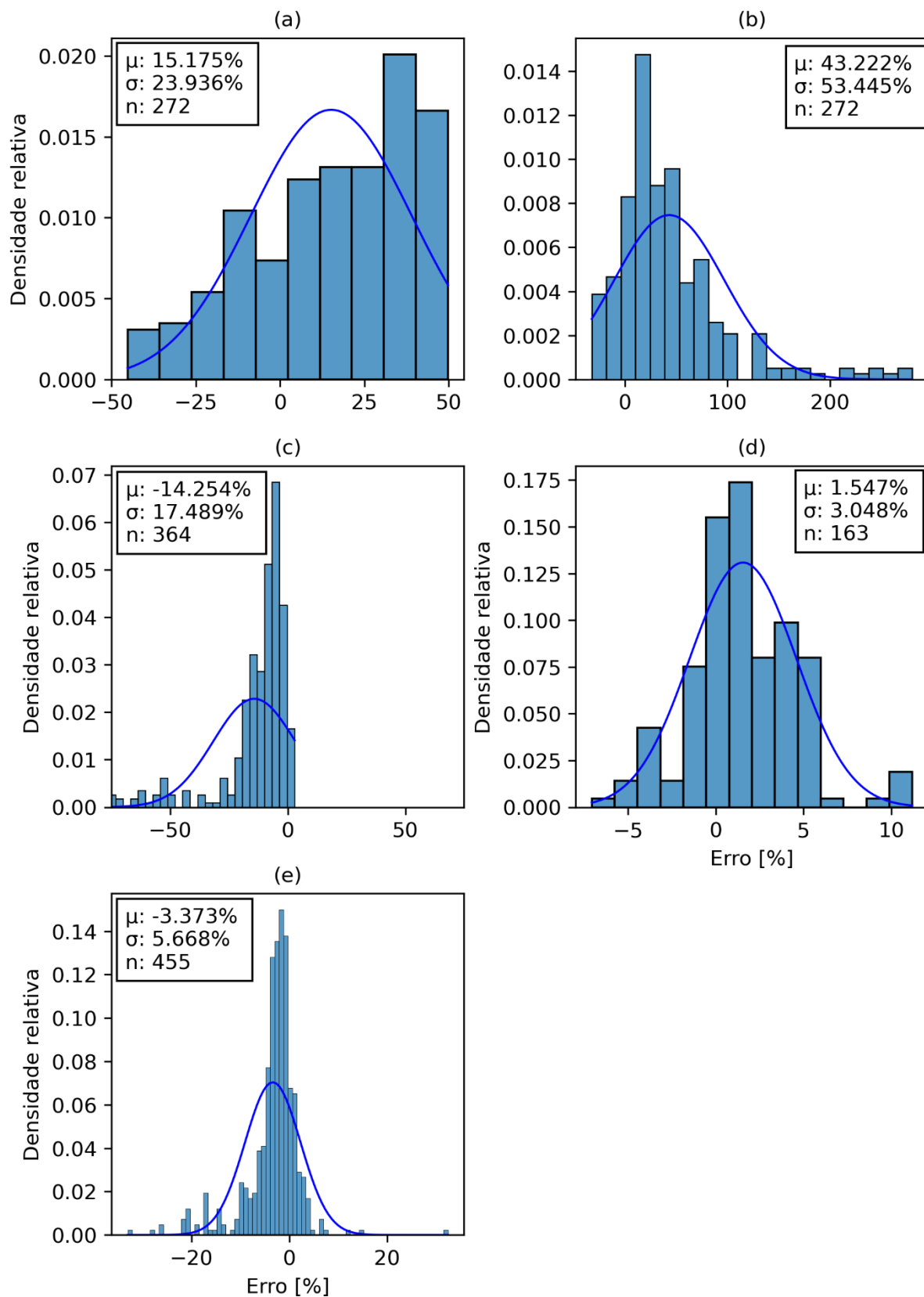


Fonte: Autor (2024).

Para analisar a distribuição dos erros percentuais, a Figura 41 apresenta a densidade relativa em função dos erros. De forma geral, a média e o desvio padrão do erro percentual foram: 15,175% e 23,936%, respectivamente, na comparação com a equação de Sah *et al.* (1994); 43,222% e 53,445% respectivamente, na comparação com a equação de Yang *et al.* (2004); -14,254% e 17,489%, respectivamente, na comparação com a equação de Huang. (2008); 1,547% e 17,489%, respectivamente, na comparação com a equação de Chien e Tsai. (2017); -3,374% e 5,668% respectivamente, na comparação com a equação de Sampa e Schorr (2004).

Um número significativo de dados utilizados para comparação permitiu a obtenção de uma curva mais suave e próxima de uma distribuição normal. Pode-se concluir que as estatísticas obtidas são satisfatórias, com baixos valores de erros nas comparações com as equações de Sampa e Schorr (2024) e Chien e Tsai (2017).

Figura 41 - Distribuição de densidade relativa do erro para os métodos de: a) Sah *et al.* (1994); b) Yang *et al.* (2004); c) Huang (2018) d) Chien e Tsai (2017); e) Sampa e Schorr (2024).



Fonte: Autor (2024)

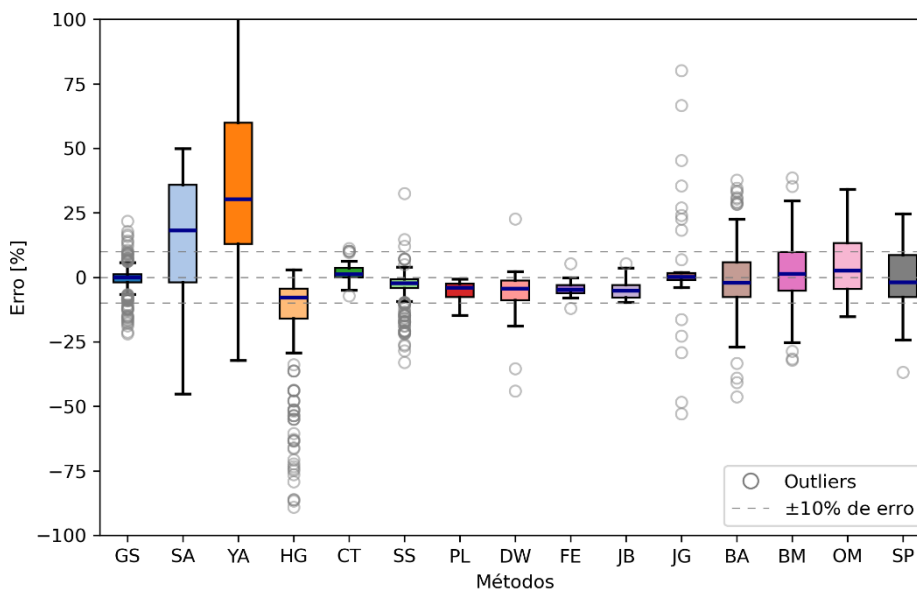
4.3.4 Compilação das comparações realizadas

A Figura 42 elucida as análises já realizadas, como também para os ábacos de Dawson e Spencer. Percebe-se como muitos métodos mantiveram um padrão de comportamento sem grande variabilidade, como do Slope w , Chien e Tsai (2017), Sampa e Schorr (2024), Plaxis, Fellenius (1927), Janbu (1968), Janbu Generalizado (1968).

Os métodos de ábaco de estabilidade mantiveram variações muito similares, com poucos *outliers*. Na seção 4.4 é realizada uma análise mais aprofundada, compreendendo os erros encontrados.

O modelo do presente estudo apresenta uma relação muito forte com os métodos consolidados no mercado. É evidenciada a afirmação na Figura 42, a qual os estudos demonstram resultados muito próximos do encontrado, ou com relativa simetria à linha de erro nulo.

Figura 42 - Boxplot dos erros em relação a métodos de equilíbrio limite, ábacos de estabilidade e equações de estabilidade.



Fonte: Autor (2024)

4.4 ANÁLISE CRÍTICA

Como discutido no item 4.3.2, muitas das incongruências identificadas em relação aos métodos baseados em ábacos foram associadas às diferentes considerações e modelos de referência adotados. Ampliando essa análise, observa-

se que a expressão proposta por Huang (2018) demonstrou alta compatibilidade com as predições obtidas por redes neurais artificiais, apresentando um coeficiente de correlação (r) de 0,995 e um erro absoluto médio (MAE) de 0,016. Cabe lembrar que a equação de estabilidade foi aplicada aos mesmos dados utilizados para o treinamento, validação e teste do modelo de redes neurais, os quais, como discutido item 4.3.3, alcançaram resultados promissores e demonstraram generalização adequada.

Entretanto, ao aplicar o modelo de redes neurais a dados provenientes dos ábacos de Barnes (1991), que incluem parâmetros fora do intervalo utilizado no treinamento do sistema, observou-se uma piora nas métricas de desempenho. Nesse caso, os valores de r foram de 0,978 e o MAE de 0,1343, ainda considerados satisfatórios. Além disso, Huang (2018) já havia comparado sua expressão aos resultados dos ábacos de Barnes (1991), obtendo congruência notável, com um r de 0,9974.

Outro método que apresentou excelente convergência com o modelo de inteligência artificial foi o desenvolvido por Sampa e Schorr (2024). Esse método foi selecionado para uma nova etapa de verificação, pois utiliza os mesmos intervalos de dados de taludes e o mesmo modelo de referência empregado no presente estudo.

Para investigar se os desvios mais acentuados são decorrentes de limitações na generalização do modelo de redes neurais ou das diferentes considerações e métodos de referência adotados, foram realizadas novas análises.

A primeira etapa consistiu em comparar os resultados da equação de Sampa e Schorr (2024) com aqueles obtidos pelo modelo proposto no presente estudo. Essa comparação foi realizada por meio da análise do comportamento da predição do fator de segurança em função do número de estabilidade (N_s), para diferentes ângulos de atrito interno (ϕ) e um ângulo de inclinação do talude (β) específico.

A Figura 43 reforça as observações anteriores, evidenciando uma excelente correlação, destacada pela sobreposição das curvas obtidas pelos resultados de Sampa e Schorr (2024) e pelas predições do modelo de redes neurais artificiais. Esse comportamento indica que, para os dados de treinamento, validação e teste, o modelo apresenta uma generalização satisfatória e um desempenho consistente.

Figura 43 – Comportamento dos métodos de Sampa e Schorr (2024) e o modelo de redes neurais artificiais, em relação ao fator de segurança, N_s , ϕ e β .

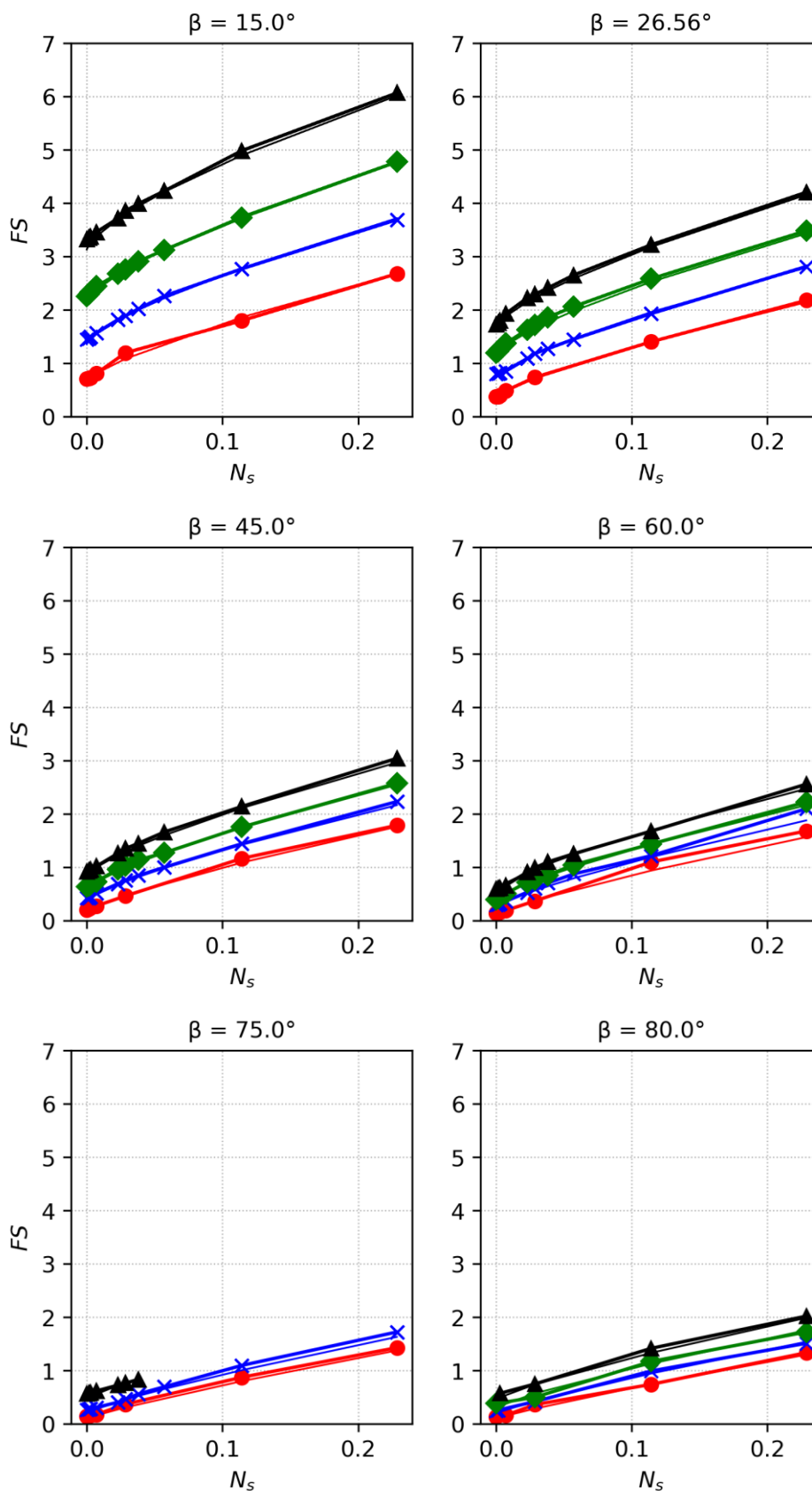
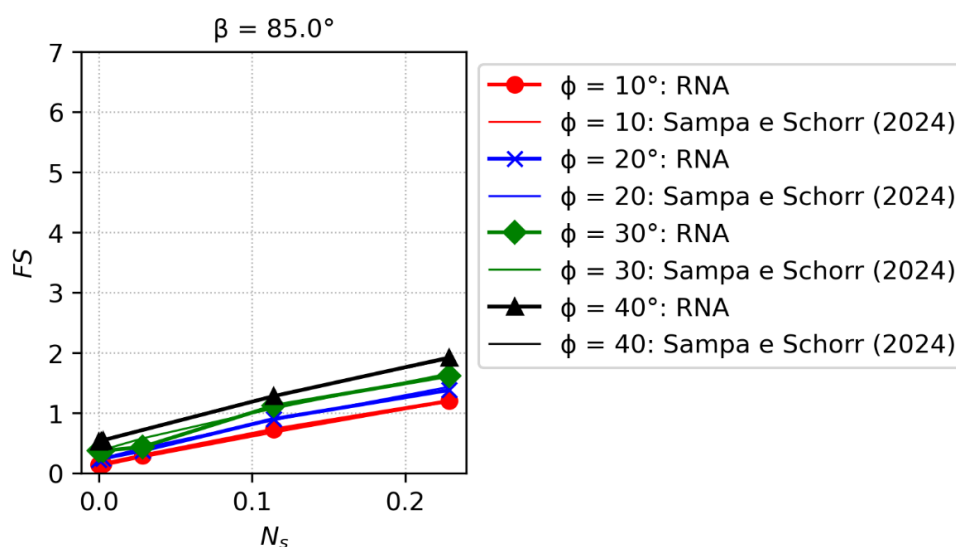


Figura 43 continua.

Continuação da Figura 43.



Fonte: Autor (2024)

Dada a excelente correlação observada, a equação de estabilidade de Sampa e Schorr (2024) configura-se como uma referência robusta para a verificação do comportamento em outros conjuntos de dados.

Para uma verificação mais abrangente, a Figura 44 compara as curvas de fator de segurança obtidas pela equação de Sampa e Schorr (2024) com aquelas provenientes dos ábacos de Barnes (1991), considerando diferentes valores de N_s , β e ϕ .

Observa-se claramente uma significativa sobreposição entre as curvas dos dois métodos, indicando alta correlação entre os métodos, e a excelente precisão de ambos na previsão dos fatores de segurança. Com base nisso, conclui-se que a equação proposta por Sampa e Schorr (2024) apresenta excelentes resultados, mesmo quando aplicada a dados fora do conjunto utilizado para o seu desenvolvimento.

É relevante destacar que os ábacos de Barnes (1991) foram elaborados com base no método de Bishop (1955), conhecido por prever fatores de segurança comparáveis aos obtidos por métodos mais rigorosos. Assim, independentemente do método de referência adotado, era esperado que os comportamentos das previsões fossem próximos. Isso se aplica especialmente às equações formuladas com base em métodos rigorosos, como é o caso da equação de Sampa e Schorr (2024), que se fundamenta no método de Morgenstern e Price.

Figura 44 - Comportamento dos métodos de Sampa e Schorr (2024) e o ábaco de Barnes (1991), em relação ao fator de segurança, N_s , ϕ e β .

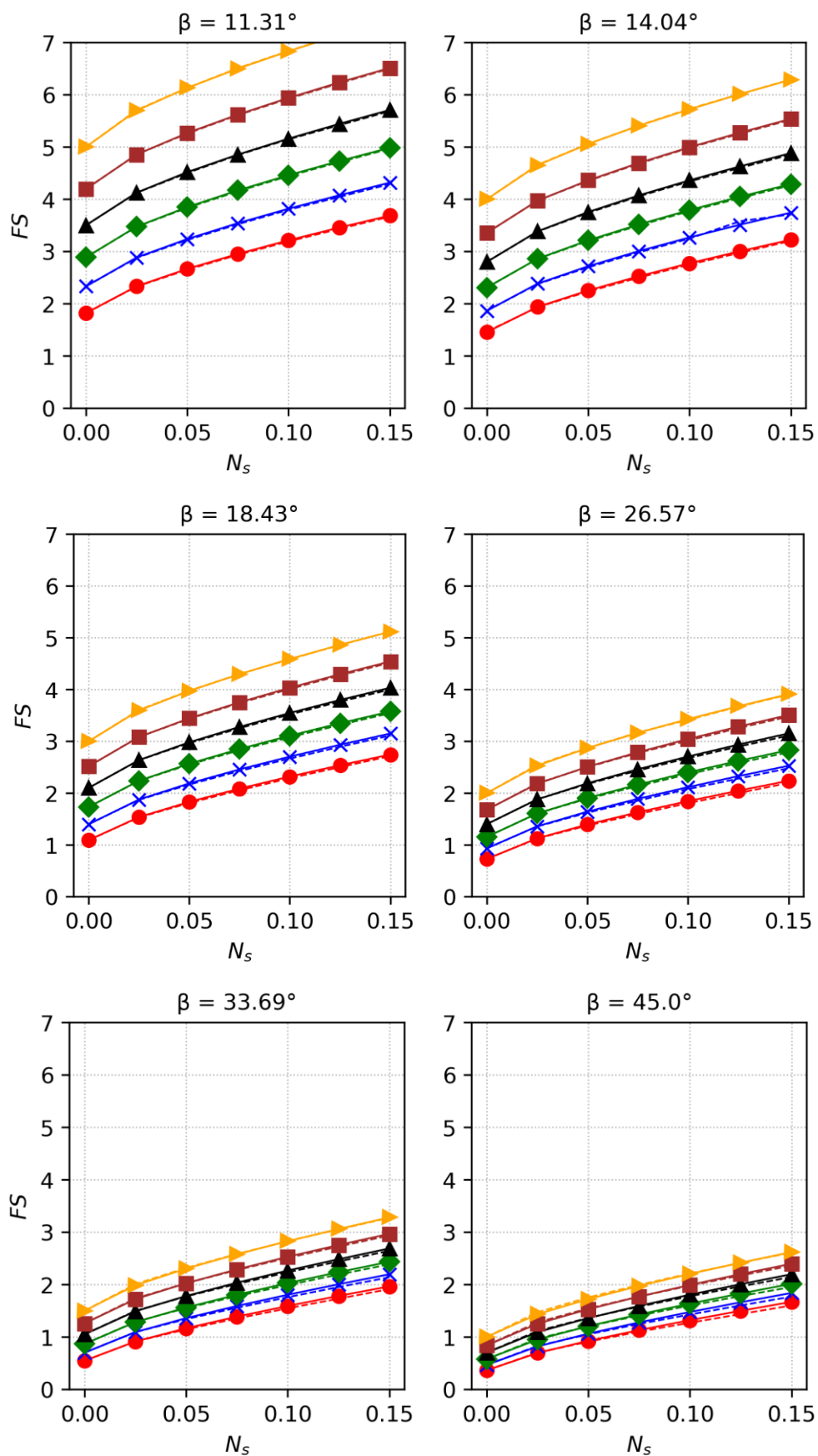
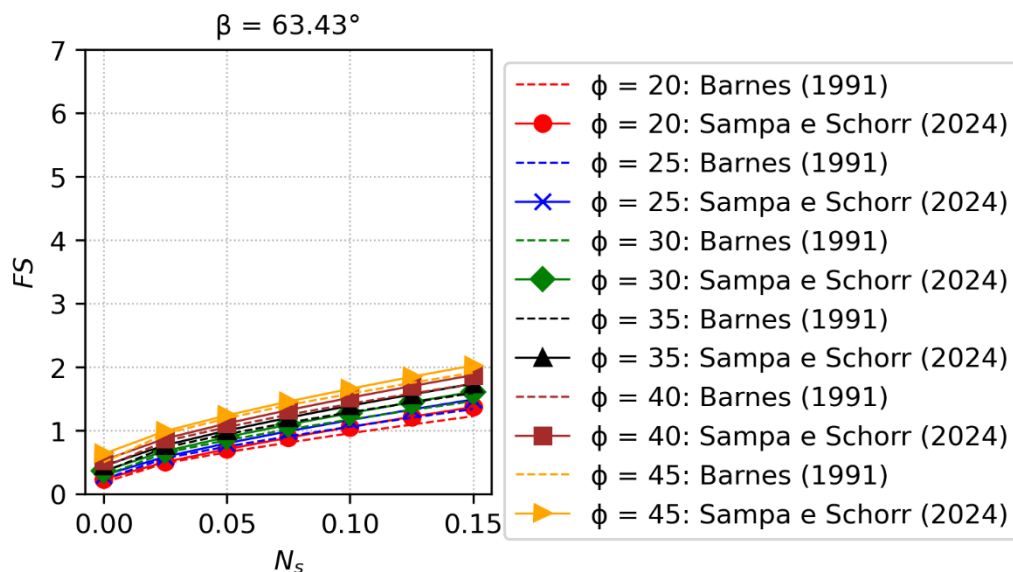


Figura 44 continua.

Continuação da Figura 44.



Fonte: Autor (2024)

Seguindo a mesma abordagem adotada para a análise da equação de Sampa e Schorr (2024), a próxima verificação consiste em comparar os valores de fator de segurança previstos pelo modelo de redes neurais artificiais com aqueles obtidos pelos ábacos de Barnes (1991), os quais contêm dados distintos daqueles utilizados no treinamento, validação e teste do modelo.

A Figura 45 apresenta a comparação das curvas de fator de segurança do modelo atual com as dos ábacos de Barnes (1991), considerando diferentes valores de número de estabilidade (N_s), ângulo de inclinação do talude (β) e ângulo de atrito interno (ϕ).

Para $\beta = 11,31^\circ$, observa-se que nenhuma das curvas geradas pelo modelo de redes neurais artificiais se aproxima satisfatoriamente dos resultados esperados. Já para $\beta = 14,04^\circ$, há uma convergência mais satisfatória, com exceção dos casos em que $\phi = 45^\circ$ e $\phi = 35^\circ$ quando $N_s = 0,15$.

É importante destacar que esses resultados são consistentes com os fatores de segurança elevados, cuja análise na Seção 4.3.2 indicou significativa incongruência para valores superiores a 4. Essa discrepância foi atribuída à escassez de dados com fatores de segurança elevados durante o treinamento do modelo.

Para $\beta = 18,43^\circ$, verifica-se certa convergência dos valores, com pequenos desvios. Contudo, persistem erros consideráveis para $\phi = 45^\circ$, assim como para $\phi =$

35° e $\phi = 25^\circ$. Quando $\beta = 26,57^\circ$, a divergência permanece para $\phi = 35^\circ$ e para $\phi = 25^\circ$ com incremento de N_s .

No caso de $\beta = 33,69^\circ$, os desvios tornam-se menos acentuados; contudo, ainda há algumas discrepâncias para valores de ϕ entre 20° e 35° . Para $\beta = 45^\circ$, a curva de $\phi = 45^\circ$ apresenta novamente discrepância significativa, divergindo completamente dos valores de referência, enquanto pequenas incompatibilidades permanecem para $\phi = 25^\circ$.

Finalmente, para $\beta = 63,43^\circ$, há um retorno das contradições nos resultados, embora os desvios sejam pequenos para todos os valores de ϕ . A compatibilidade é relativamente satisfatória apenas para $\phi = 30^\circ$ e $\phi = 35^\circ$.

Figura 45 - Comportamento do ábaco de Barnes (1991) e da predição com o modelo de redes neurais artificiais (RNA), em relação ao fator de segurança, N_s , ϕ e β .

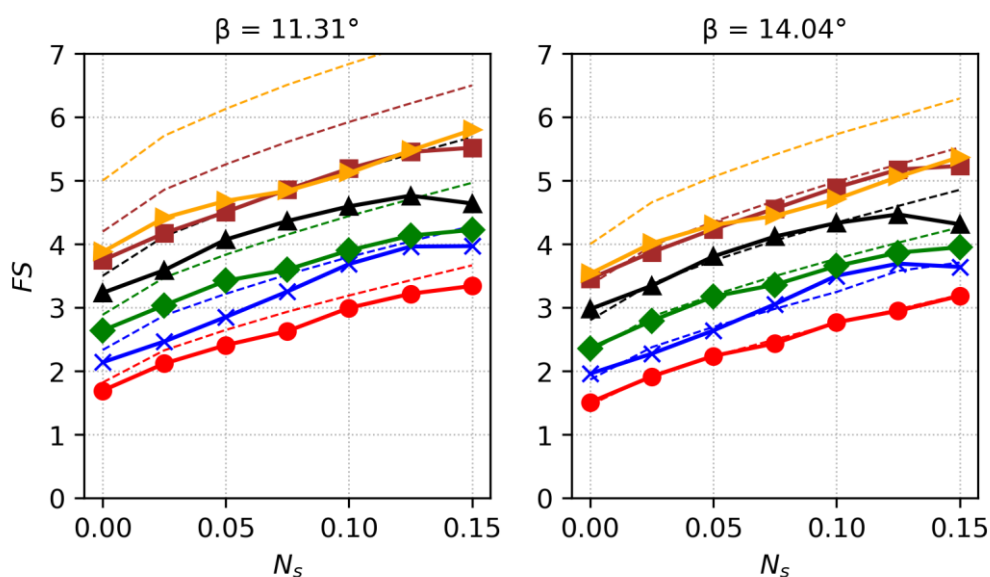
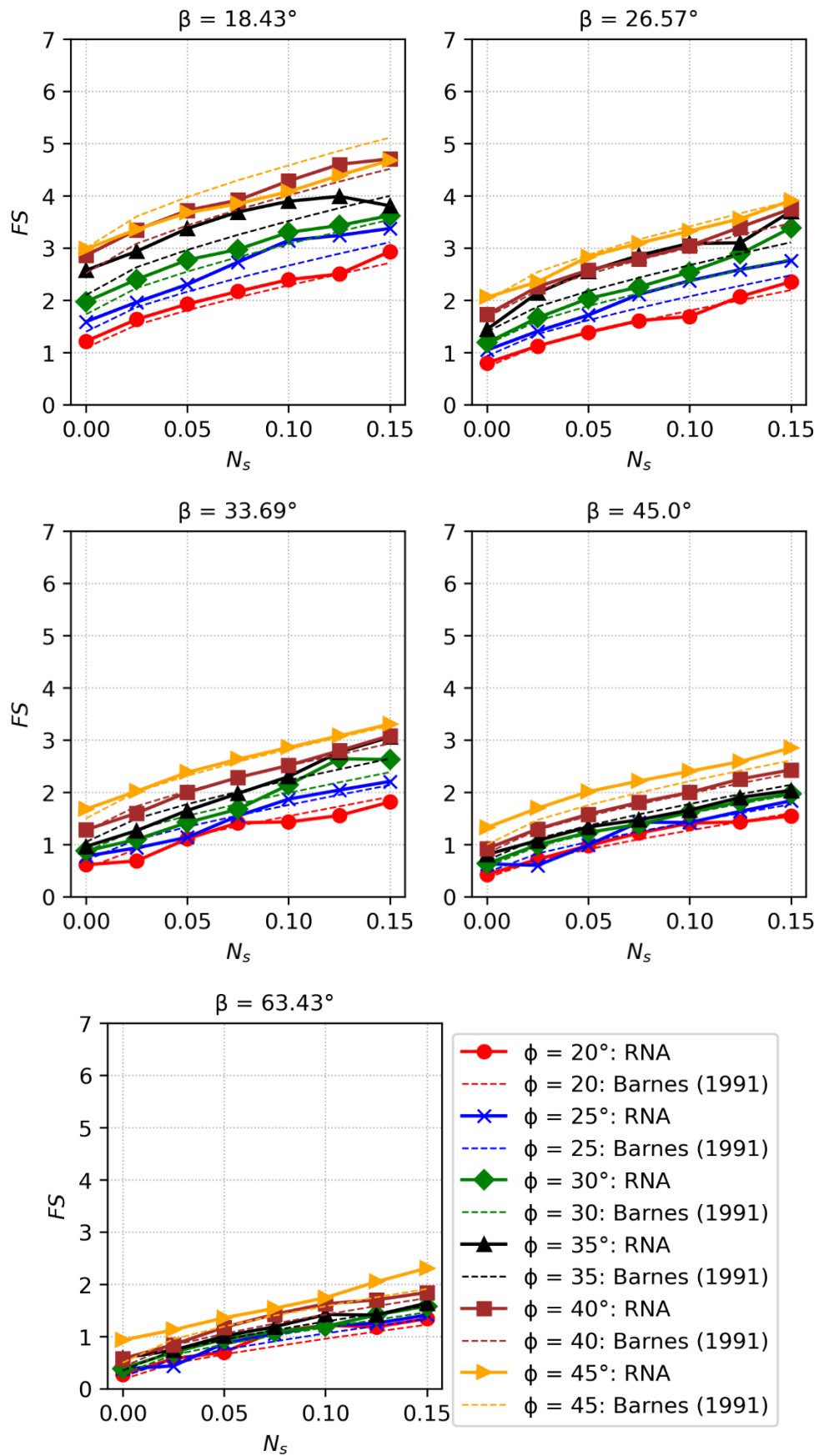


Figura 45 continua.

Continuação da Figura 45.



De forma geral, pode-se afirmar que as incongruências observadas são mais acentuadas em casos com valores extremos para o ângulo de inclinação do talude (β), combinados com elevados valores do ângulo de atrito (ϕ) e do número de estabilidade (N_s), os quais representam situações diferentes das condições estabelecidas durante o treinamento do modelo de rede neural.

Para previsões com fatores de segurança entre 1 e 4, os resultados do modelo apresentam uma boa correlação com os dados de Barnes (1991), com erros dentro da faixa de $\pm 10\%$. Contudo, para fatores de segurança inferiores a 1 ou superiores a 4, as correlações mostram maior dispersão, com erros que podem ultrapassar o intervalo de $\pm 10\%$.

Os padrões de comportamento observados indicam que o modelo de redes neurais fornece previsões precisas quando os valores dos parâmetros estão dentro da faixa utilizada no treinamento, validação e teste, ou seja, para fatores de segurança entre 1 e 4. Fora dessa faixa, observa-se dispersão e aumento dos erros, o que sugere que o grau de generalização do modelo não é suficientemente alto. Nesse contexto, torna-se pertinente considerar ajustes futuros no modelo, incluindo a expansão da faixa de dados para o treinamento, a fim de melhorar o grau de generalização do modelo.

5 CONCLUSÃO

O presente estudo desenvolveu um modelo de redes neurais artificiais para a predição do fator de segurança de taludes homogêneos e secos. Foram realizadas uma série de análises para avaliar a capacidade preditiva e o grau de generalização do modelo. Com base nos resultados obtidos e nas análises realizadas, podem-se estabelecer as seguintes conclusões:

- os objetivos propostos neste trabalho foram satisfatoriamente atendidos;
- o modelo de redes neurais artificiais apresentou previsões de estabilidade precisas dentro do conjunto de dados utilizados para treinamento, validação e teste. Foi observada uma generalização satisfatória, com uma correlação de 0,999 e erros menores que 10% para taludes estáveis;
- quando se utilizou as funções de ativação sigmoide, a limitação dos valores máximos e mínimos no escalonamento dos dados iniciais diminuiu o desempenho dos modelos quando comparado ao escalonamento sem essa limitação;
- a função de ativação ReLU apresentou melhor desempenho do que as funções sigmoides, considerando os critérios de tempo de treinamento e dispersão;
- o desempenho do modelo de redes neurais melhora com o aumento do número de camadas ocultas até quatro camadas. Após esse ponto, houve um aumento de erro;
- o erro dispersão diminuiu significativamente com o aumento do número de neurônios, estabilizando-se a partir de 57 unidades processadoras;
- o novo modelo de ábaco de estabilidade proposto é particularmente útil para análises rápidas, quando o objetivo é apenas verificar a condição de estabilidade, sem a necessidade de determinar a magnitude exata do fator de segurança;
- os resultados do modelo correlacionaram satisfatoriamente com os previstos pelos métodos de equilíbrio limite, com a maioria dos pontos apresentando erros inferiores a 10%. Observou-se um comportamento ligeiramente conservador desses métodos em relação ao modelo de redes neurais;

- quando comparado aos resultados dos ábacos de estabilidade, foi utilizado um intervalo de dados mais extenso, fora da faixa usada no treinamento. Boas correlações foram observadas quando se utilizaram dados similares aos usados no treinamento; no entanto, o modelo de redes neurais não conseguiu generalizar adequadamente para dados fora do intervalo de treinamento;
- os resultados das equações de estabilidade de Huang (2018), Chien e Tsai (2017) e Sampa e Schorr (2024) correlacionaram satisfatoriamente com as previsões das redes neurais artificiais, ratificando a precisão desses métodos dentro dos seus intervalos de utilização.

Por fim, destaca-se a notável capacidade das redes neurais em aprender as relações entre as variáveis e estabelecer padrões de comportamento para previsões mais generalistas. Contudo, é essencial ressaltar que, para garantir a generalização do modelo e permitir previsões fora do intervalo de treinamento, é necessário o uso de um volume substancial de dados.

5.1 SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS

Baseado nas discussões realizadas, sugere-se os seguintes tópicos para futuras pesquisas:

- desenvolver uma nova rede neural artificial, ampliando o intervalo de dados de treinamento. Dentro do conjunto de parâmetros do talude, regularizar a frequência deles e a adoção de mais valores dentro da faixa utilizada;
- adotar o auxílio de algoritmos genéticos para a escolha da arquitetura de redes neurais;
- ampliar a revisão bibliográfica de redes neurais artificiais, avaliando mais técnicas contemporâneas, a fim de aperfeiçoar o treinamento e a precisão do modelo;
- variar um maior número de parâmetros de redes neurais artificiais, visando ampliar a compreensão de cada técnica na precisão do modelo;

- treinar um modelo de redes neurais artificiais para previsão da superfície de ruptura crítica do talude;
- estudar a aplicabilidade das redes neurais artificiais na predição de taludes homogêneos e não homogêneos com presença de poropressão e cargas externas.

REFERÊNCIAS

- ABDALLA, Jamal A.; ATTOM, Mousa F.; HAWILEH, Rami. **Prediction of minimum factor of safety against slope failure in clayey soils using artificial neural network**. Environ Earth Sci 73, 5463–5477 (2014). doi.org/10.1007/s12665-014-3800
- ABRAMSON L. W.; LEE T. S.; SHARMA S.; BOYCE G. M. **Slope Stability and Stabilization Methods**. 2nd ed. John Wiley & Sons; 2002.
- ALEJANO, L.; FERRERO, A.M.; RAMÍREZ-OYANGUREN, P.; ÁLVAREZ FERNÁNDEZ, M.I. **Comparison of Limit-Equilibrium, Numerical and Physical Models of Wall Slope Stability**. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. 2011, 48, 16–26.
- AMÂNCIO, Luciana Barbosa; DANTAS NETO, Silvrano Adonias; ANJOS, Géron Jacques Miranda. **Modelo de Previsão de Recalques em Estacas Hélice Contínua Utilizando Redes Neurais Artificiais** in. COBRAMSEG 2014, Goiânia, 2014.
- AMÂNCIO, Luciana Barbosa. **Previsão de recalques em fundações profundas utilizando redes neurais artificiais do tipo perceptron**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2013.
- AMBRÓSIO, Paulo Eduardo. **Redes neurais artificiais ao diagnóstico diferencial de lesões intersticiais pulmonares**. Dissertação de mestrado (Ciências). Universidade de São Paulo, Ribeirão Preto, 2002.
- ARAÚJO, Carla Beatriz Costa. **Aplicação de redes neurais artificiais do tipo perceptron na estimativa de recalques em estacas**. Dissertação de mestrado (engenharia civil). Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2015.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 11682: **Estabilidade de encostas**. 2ª ed. Rio de Janeiro, 2009.
- AZEVEDO, Paulo Roberto Medeiros de. **Introdução à estatística**. 3ª ed, Natal, RN : EDUFRN, 2016.
- BAGINSKA, Marta; SROKOSZ, Piotr E. **The Optimal ANN Model for Predicting Bearing Capacity of Shallow Foundations trained on Scarce Data**. KSCE Journal of Civil Engineering, Geotechnical Engineering 23(1). p. 130-137. 2018.
- BAI, G.; HOU, Y.; WAN, B.; AN, N.; YAN, Y.; TANG, Z.; YAN, M.; ZHANG, Y.; SUN, D. **Performance Evaluation and Engineering Verification of Machine Learning Based Prediction Models for Slope Stability**. Appl. Sci. 2022, 12, 7890. 2022.
- BARROS, N. B. F. **Previsão de recalque e análise de confiabilidade de fundações em estacas hélice contínua**. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos, 2012.

BARNES G. E. **A simplified version of the Bishop and Morgenstern slope stability charts.** *CanGeotechJ.* 1991; 28(4):630-637. doi:10.1139/t91-076

BERGSTRA, J.; TURIAN, J. P.; LAMBLIN, P.; BENGIO, Y. **Quadratic polynomials learn better image features.** TR 1337, DIRO, Université de Montréal, 2009.

BISHOP A. W. **The use of the slip circle in the stability analysis of slopes.** *Géotechnique.* 1955; 5(1):7-17.

BISHOP A. W.; MORGENSTERN N. R. **Stability coefficients for earth slopes.** *Géotechnique.* 1960;10(4):129-153.

BOUNDS, D.G.; LLOYD, P.J.; MATHEW, B.; WADDELL, G. **A multilayer perceptron network for the diagnosis of low back pain, Proc. of 2nd IEEE Annual Int'l Conf. on Neural Networks,** pp. 481-489, San Diego, NJ, USA, June 21-24, 1988.

BRAGA, A. P.; CARVALHO, A. C. P. L. F.; LUDERMIR, T. B. **Redes Neurais Artificiais – Teoria e Aplicações.** Rio de Janeiro: LTC, 2000.

BRANDÃO, Hugo Assis. **Utilização de técnicas estatísticas e de aprendizado de máquina para identificação de anomalias em dados de monitoramento de barragens de rejeito de mineração.** Dissertação de mestrado (Engenharia mineral). Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2023.

BUI, Xuan-Nam; MUAZU, Mohammed Abdullahi; NGUYEN, Hguyen. **Optimizing Levenberg–Marquardt backpropagation technique in predicting factor of safety of slopes after two-dimensional OptumG2 analysis.** *Engineering with Computers* 36, 941–952 (2020). doi.org/10.1007/s00366-019-00741-0

CHENG Y. M.; LANSIVAARA T.; WEI WB. **Two-dimensional slope stability analysis by limit equilibrium and strength reduction methods.** *Comput Geotech.* 2007; 34(3):137-150.

CHEN, W. F. **Limit analyses and soil plasticity.** Amsterdam: Elsevier. 1975.

CHIEN Y. C.; TSAI C. C. **Immediate estimation of yield acceleration for shallow and deep failures in slope-stability analyses.** *Int J Geomech.* 2017;17(7).

CHO, Sung Eun. **Probabilistic stability analyses of slopes using the ANN-based response surface.** Elsevier, *Computers and Geotechnics* 36, 2009. p. 787-797.

COGSWELL, Michael; AHMED, Faruk; GIRSHICK, Ross; ZITNICK, Larry; BATRA, Dhruv. **REDUCING OVERFITTING IN DEEP NETWORKS BY DECORRELATING REPRESENTATIONS.** ICRL 2016, San Juan, Puerto Rico.

CORREIA, R.M. **A limit equilibrium method of slope stability analysis.** In *Proceedings of the 5th International Symposium on Landslides, Lausanne, Switzerland, 10–15 July 1988.*

CNRH. Conselho Nacional de Recursos Hídricos - Resolução Nº 144, de 10 de julho de 2012. Diário Oficial da União, 2012. Disponível em:

https://www.snisb.gov.br/Entenda_Mais/legislacao-aplicada/resolucao-cnrh-144-2012.pdf#:~:text=Estabelece%20diretrizes%20para%20implementa%C3%A7%C3%A3o%20da%20Pol%C3%ADtica%20Nacional%20de,9.%20433%2C%20de%208%20de%20janeiro%20de%201997. Acesso em: 01 jul 2024.

CYBENKO, G. **Approximation by superpositions of a sigmoidal function.** Mathematics of Control, Signals, and Systems, vol. 2, pp. 303–314. 1989.

DANTAS NETO, S. A. **Avaliação das Propriedades dos Ligantes e das Misturas Asfálticas Modificadas com Borracha Granulada de Pneus Usados.** Tese de Doutorado, publicação G.TD – 024/04, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, 2004.

DAWSON E.M.; ROTH W.H.; DRESCHER A. **Slope stability analysis by strength reduction.** Géotechnique. 1999; 49(6):835-840. doi:10.1680/geot.1999.49.6.835

DUNCAN, J. M. State of the art: limit equilibrium and finite-element analysis of slopes. J Geotech Eng. 1996;122(7):577-596.

DUNCAN, J. M.; WRIGHT, S. G. **Soil Strength and Slope Stability.** New Jersey: John Wiley & Sons, 2005.

FARIA, Elisângela Lopes. **Redes neurais convolucionais e máquinas de aprendizado extremo aplicadas ao mercado financeiro brasileiro.** Dissertação de doutorado (Engenharia Civil). Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 2018.

FERREIRA, João Luiz Ferrás. **Análise de estabilidade de taludes pelos métodos de Janbu e Spencer.** Dissertação de mestrado (engenharia civil). Faculdade de engenharia da universidade do Porto. Porto, 2012.

FELLENIIUS, W. **Erdstatische Berechnungen mit Reibung und Kohäsion.** Ernst; 1927.

FOLLMANN, Albert Luiz. **Avaliação da aplicabilidade de redes neurais artificiais na previsão de deslocamentos em barragens de enrocamento de concreto.** Trabalho de conclusão de curso (engenharia civil). Universidade federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2021.

GABRIEL FILHO, Oscar. **Inteligência Artificial e Aprendizagem de Máquina: Aspectos teóricos e aplicações.** São Paulo: Blucher 2023.

GELISLI, Kenan; KAYA, Turkan; BABACAN, Ali Erden. **Assessing the factor of safety using an artificial neural network: case studies on landslides in Giresun, Turkey.** Environ Earth Sci 73, 8639–8646 (2015). doi.org/10.1007/s12665-015-4027-1.

GeoStudio. **Stability Modeling with GeoStudio.** GEO-SLOPE International; 2021.

GÉRON, Aurélien. **Mãos à Obra: Aprendizado de Máquina com Scikit-Learn, Keras & TensorFlow**. 2. ed. Rio de Janeiro, Alta Books. 2021.

GLOROT, Xavier; BENGIO, Yoshua. **Understanding the difficulty of training deep feedforward neural networks**. Proceedings of the Thirteenth International Conference on Artificial Intelligence and Statistics, PMLR 9:249-256, 2010.

GOODFELLOW, Ian; BENGIO, Yoshua; COURVILLE, Aeron. **Deep Learning**. MIT Press, 2016. Disponível em: <http://www.deeplearningbook.org>

GUTIÉRREZ, José Luis Carrasco. **Monitoramento da Instrumentação da Barragem de Corumbá-I por Redes Neurais e Modelos de Box & Jenkins**. Tese (Mestrado em engenharia civil). Universidade católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2003.

HAMMOURI N. A.; MALKAWI A. I. H.; YAMIN M. M. A. **Stability analysis of slopes using the finite element method and limiting equilibrium approach**. Bull Eng Geol Environ. 2008; 67:471-478. doi:10.1007/s10064-008-0156-z

HAYKIN, Simon. **Neural networks and learning machines**. 3. ed. Canada, Pearson education. 2001.

HECHT-NELSON, R. **Kolmogorov's mapping neural network existence theorem**. Proc. of 1st IEEE Annual Int'l Conf. on Neural Networks, pp. III.11-111.14, San Diego, NJ, USA, June 21-24. 1987.

HE, K.; ZHANG, X.; REN, S.; SUN, J.. **Delving Deep into Rectifiers: Surpassing Human-Level Performance on ImageNet Classification**. 2015 IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV), Santiago, Chile, 2015, pp. 1026-1034, doi: 10.1109/ICCV.2015.123.

HINTON, G. E.; SRIVASTAVA, N.; KRIZHEVSKY, A; SUTSKEVER, I.; SALAKHUTDINOV, R. R.. **Improving neural networks by preventing co-adaptation of feature detectors**. arXiv:1207.0580, 2012.

HORNIK K, Stinchcombe M, White H. **Multilayer feed forward networks are universal approximators**. Neural Network 1989;2:359–66.

HUANG W. **Stability of Unsaturated Soil Slopes Under Rainfall and Seismic Loading**. PhD thesis. Nanyang Technological University; 2018.

IOFFE, Sergey; SZEGEDY, Christian. **Batch normalization: Acceleration deep network training by reducing internal covariate shift**. arXiv:1502.03167. 2015.

JANBU, N. **Application of composite slip surface stability analysis**. European Conference on Stability of Earth Slopes, Stockholm, Sweden, 1954.

JANBU, N. **Slope Stability Computations in Embankment-Dam Engineering**. Hirschfeld RC, Poulos SJ, eds. Wiley, 1973.

KAINTHOLA, A; VERMA, D; THAREJA, R; SINGH, TN. **A review on numerical slope stability analysis**. Int J Eng Sci Technol (IJSETR). 2013;2(6):1315-1320.

KINGMA, Diederik P.; BA, Jimmy Lei. **Adam: A Method for Stochastic Optimization**. Proceedings of the Third International Conference on Learning Representations, San Diego, CA, May 7-9, 2015.

Kolbadi SMS, Yazdi JS, Ardebili MAH. An improved strength reduction-based slope stability analysis. Geosciences. 2019;9(55):1-11.

LAWRENCE, J. **Introduction to Neural Networks: Design, Theory, and Applications**. 6th ed. Nevada City, CA: California Scientific Software. 1994.

LAWRENCE, J.; FREDRICKSON, J. **BrainMaker User's Guide and Reference Manual**. 7th Ed. Nevada City, CA: California Scientific Software. 1988.

LIANG, H.; ZHANG, H. **Identification of slope stability based on the contrast of BP Neural Network and SVM**. Computer Science and Information Technology (ICCSIT), 3rd IEEE International Conference, Vol. 9, 347–350. 2010.

LIU, M.; He, Y.; WANG, J.; LEE, H.P.; LIANG, Y. **Hybrid intelligent algorithm and its application in geological hazard risk assessment**. Neurocomputing 2015, 149, 847-853. 2015. doi:10.1016/j.neucom.2014.07.050.

MAGALHÃES, Eduardo Nunes; FERREIRA, Gilmar Gonçalves; SOARES, Júlia Aparecida. **APLICAÇÃO DE REDES NEURAIS ARTIFICIAIS DO TIPO MULTI LAYER PERCEPTRONS (MLP) NA PROPOSIÇÃO DE UM NOVO MODELO PARA ESTUDO DE RESISTÊNCIA DE TALUDES**. São Paulo, UNESP, Geociências, v.41, p.347 – 358, 2022.

MAMAT, Rufaizal Che; RAMLI, Azuin; YAZID, Muhamad Razuhanafi; KASA, Anuar; RAZALI, Siti Fatin Mohd; BASTAM, Mukhlis Nahriri. **Slope Stability Prediction of Road Embankment using Artificial Neural Network Combined with Genetic Algorithm**. Jurnal Kejuruteraan 34(1) 2022, p.165 – 173. 2022. doi.org/10.17576/jkukm-2022-34(1)-16

MATOS Fernandes, M. **Mecânica dos solos**, Volume 2. FEUP Edições, Porto. 2006.

Mei D. P. **Structural health monitoring-based dynamic behavior evaluation of a long-span high-speed railway bridge**. Smart Struct Syst 20:197–205. 2017. <https://doi.org/10.12989/sss.2017.20.2.197>

MCCULLOCH, W.S.; PITTS, W. **A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity**. Bulletin of Mathematical Biophysics 5, 115–133 (1943). <https://doi.org/10.1007/BF02478259>

MICHALOWSKI R. L.; NADUKURU S. S. **Three-dimensional limit analysis of slopes with porepressure.** J Geotech Geoenviron Eng. 2013; 139(9):1604-1610.

MOLLAHASANI, Ali; ALAVI, Amir Hossein; GANDOMI, Amir Hossein; RASHED, Azadeh. **Nonlinear Neural-Based Modeling of Soil Cohesion Intercept.** KSCE Journal of Civil Engineering, Geotechnical Engineering 15(5). p. 831-840. 2011.

MORAIS, Emerson Cordeiro. **Reconhecimento de padrões e redes neurais artificiais em predição de estruturas secundárias de proteínas.** Tese de doutorado (Engenharia de sistemas e Computação). Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 2010.

MORGENSTERN N. R.; PRICE V. E. **The analysis of the stability of general slip surfaces.** Géotechnique. 1965;15(1):79-93.

NANEHKARAN, Yaser Ahangari; PUSATLI, Tolga; CHENGYONG, Junde; CEMILOGLU, Ahmed; AZARAFZA, Mohammad; DERAKHSHANI, **Reza.** **Application of Machine Learning Techniques for the Estimation of the Safety Factor in Slope Stability Analysis.** Water 2022, 14, 3743. doi.org/10.3390/w14223743.

NEJAD FP, MARK BJ. **Load-settlement behavior modeling of single piles using artificial neural networks and CPT data.** Elsevier, Computers and Geotechnics 89, 2017. p. 9-21.

NEJAD FP, MARK BJ, KAKHI M, MCCABE BA. **Prediction of pile settlement using artificial neural networks based on standard penetration test data.** Elsevier, Computers and Geotechnics 36, 2009. p. 1125-1133.

NHU, Viet-Ha; HOANG, Nhat-Duc; NGUYEN, Hieu; NGO, Phuong Thao Thi; BUI, Tinh Thanh; HOA, Pham Viet; SAMUI, Pijush; BUI, Dieu Tien. **Effectiveness assessment of Keras based deep learning with different robust optimization algorithms for shallow landslide susceptibility mapping at tropical area.** Elsevier, Catena, volume 188, 2020.

O'CONNOR, M. J.; MITCHELL, R. J.. **An extension of the Bishop and Morgenstern slope stability charts.** Can Geotech J. 1977;14(1);144-151.

PARK, Hyun Il; LEE, Seung Rae. **Evaluation of the compression index of soils using an artificial neural network.** Elsevier, Computers and Geotechnics 38, 2011. p. 472-481.

PARK, Hyun Il; **Study for application of artificial neural networks in geotechnical problems.** In: HUI, C.L.P. Artificial neural networks application. Rijeka: Intech, 2011.

PHAM, Tuan Anh; TRAN, Van Quan; VU, Huong-Lan Thi; LY, Hai-Bang. **Design deep neural network architecture using a genetic algorithm for estimation of pile bearing capacity.** PloS ONE 15(12): e0243030, (2020). <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0243030>.

QI, C.; TANG, X. **Slope stability prediction using integrated metaheuristic and machine learning approaches: A comparative study**. *Comput. Ind. Eng.* 2018, 118, 112–122. 2018.

QUESADA, Beatriz. **Conheça os 10 prédios mais altos do Brasil – sete deles estão na mesma cidade**. Exame. Disponível em: <https://exame.com/mercado-imobiliario/conheca-os-10-predios-mais-altos-do-brasil-sete-deles-estao-na-mesma-cidade/>. Acesso em jun. 2024.

RAY, Arunava; KUMAR, Vikash.; KUMMAR, Amit; RAI, Rajesh; KHANDELWAL, Manoj; SINGH, T. N. . **Stability prediction of Himalayan residual soil slope using artificial neural network**. *Nat Hazards* 103, 3523–3540 (2020).
<https://doi.org/10.1007/s11069-020-04141-2>

ROYER, Júlio César. **Metodologia para a definição de alertas dinâmicos para subpressão em fundações de barragens de concreto: O caso da barragem principal de Itaipú**. Tese de pós-graduação (Métodos numéricos em engenharia). Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2016.

RUKHAIYAR, S; ALAM, M. N.; SAMADHIYA, N. K.. **A PSO-ANN hybrid model for predicting factor of safety of slope**, *International Journal of Geotechnical Engineering*, 2017 10.1080/19386362.2017.1305652

SACHPAZIS, Costas. **Artificial intelligence and machine learning techniques in the real world of geotechnical engineering practice and projects**. Disponível em: <https://www.linkedin.com/pulse/artificial-intelligence-machine-learning-techniques-real-sachpazis/>. Acesso em jun. 2024.

SAH N.K.; SHEOREY P. R.; UPADHYAYA L. N. **Maximum likelihood estimation of slope stability**. *Int J Rock Mech Min Sci.* 1994;31(1):47-53.

SAMPA N. C.; SCHORR J. **A novel stability equation for the estimation of the factor of safety for homogeneous dry finite slopes**. *Int J Numer Anal Methods Geomech.* 2024;1-20. <https://doi.org/10.1002/nag.3744>

SANTURKAR, Shibani; TSIPRAS, Dimitris; ILAS, Andrew; MADRY, Aleksander. **How does batch normalization help optimization?**. 32Nd Conference on Neural Information Processing Systems (NeurIPS 2018), Montreal, Canada.

Serviço Geológico do Brasil (SGB). Dashboard – Risco geológico. Disponível em: <https://geoportal.sgb.gov.br/portal/apps/dashboards/c338199dee3a4d4bb0e43738b424a298>. Acesso em jun. 2024.

Serviço Nacional de Informação sobre Segurança de Barragem (SNISB). Consulta de barragens. Disponível em: <https://www.snisb.gov.br/portal-snisb/consultar-barragem>. Acesso em jun. 2024.

SHAHIN, M. A.; MAIER H. R.; JAKSA M. B. **Artificial neural network applications in geotechnical engineering**. *Australian Geomechanics Journal*, 2001 36(1):49–62.

SHAHIN, M. A.; MAIER H. R.; JAKSA M. B. **Predicting settlement of shallow foundations using neural networks**. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, v. 128, n. 9, p.785-793, 2002.

SHAHIN, M.A., **Load–settlement modeling of axially loaded steel driven piles using CPT-based recurrent neural networks**. Soils and Foundations (2014), <http://dx.doi.org/10.1016/j.sandf.2014.04.015>

SHEPHARD, R.J. **Envelhecimento, atividade física e saúde**. São Paulo: Phorte, 2003.

SIEGEL, R.A. (1975). **Computer Analysis of General Slope Stability Problems**. Publication FHWA/IN/JHRP-75/08. Joint Highway Research Project, Indiana Department of Transportation and Purdue University, West Lafayette, Indiana.

SILVA, Ivan Nunes; SPATTI, Danilo Hernane; FLAUZINO, Rogério Andrade. **Redes Neurais artificiais para engenharias e ciências aplicadas: Fundamentos teóricos e aspectos práticos**. 4. ed. São Paulo: Artliber, 2016.

SILVA, João Paulo Moreira. **O métodos de equilíbrio limite e dos elementos finitos na análise de estabilidade de taludes**. Dissertação de mestrado, Engenharia civil, FEUP. 2011.

SINHA; S.K.; WANG, M.C. **Artificial Neural Network Prediction Models for Soil Compaction and Permeability**. Geotech Geol Eng 26, 47-64 (2008). <https://doi.org/10.1007/s10706-007-9146-3>

SMITH, L. N. **A disciplined approach to neural network hyper-parameters: Part 1 – learning rate, batch size, momentum, and weight decay**. USNaval Research Laboratory Technical Report 5510-026 (2018).

SPENCER E. **A method of analysis of the stability of embankments assuming parallel inter-slice forces**. Géotechnique. 1967; 17:11-26. doi:10.1680/geot.1967.17.1.11

TAYFUR, Gokmen et al. (2005). **Case study: finite element method and artificial neural network models for flow through Jeziorsko earthfill dam in Poland**. Journal of hydraulic engineering 131, 2005, p.431-440.

TAYLOR, D.W. **Stability of earth slopes**. J Bost Soc Civ Eng. 1937; 24:197-246.

VARNES, D. J. **Slope movement types and processes**. In: SCHUSTER & KRIZEK (eds.). Landslides: analysis and control. Transportation Research Board Special Report 176, National Academy of Sciences, Washington DC, 1978.

VESIC AS. **Design of pile foundations. National cooperative highway research program, synthesis of practice** No. 42. Washington, DC: Transportation Research Board; 1977

WANG, Hong; MOAYEDI, Hossein; FOONG, Loke Kok. **Genetic algorithm hybridized with multilayer perceptron to have an economical slope stability design.** *Engineering with Computers* 37, 3067–3078 (2021).
<https://doi.org/10.1007/s00366-020-00957-5>

WILSON, A. C.; ROELOFS, R.; STERN, M.; SREBRO, N.; RECHT, B. **The marginal value of adaptative gradient methods in machine learning.** 31st Conference on Neural Information Processing Systems (NIPS 2017), Long Beach, CA, USA.

WIKLUND, J.; SHEPHERD, D. **Knowledge-Based Resources, Entrepreneurial Orientation, and the Performance of Small and Medium-Sized Businesses.** *Strategic Management Journal*, 24, 1307-1314. (2003)
<https://doi.org/10.1002/smj.360>

WU S.; XIONG L.; ZHANG S. **Strength reduction method for slope stability analysis based on a dual factoring strategy.** *Int J Geomech.* 2018;18(10):1-14.
doi:10.1061/(ASCE)GM.1943-5622.0001249

XIAO, Liming; ZHANG, Yonghong; PENG, Gongzhuang. **Landslide Susceptibility Assessment Using Integrated Deep Learning Algorithm along the China-Nepal Highway.** *Sensors.* 2018; 18(12):4435. <https://doi.org/10.3390/s18124436>

XU, Bing; WANG, Naiyan; CHEN, Tianqi; LI, Mu. **Empirical evaluation of rectified activations in convolutional network.** arXiv:1505.00853. 2015.

YANG X.; YANG G.; YU T. **Comparison of strength reduction method for slope stability analysis based on Abaqus FEM and FLAC FDM.** *Appl MechMater.* 2004;170-173:918-922. doi:10.4028/www.scientific.net/AMM.170-173.918

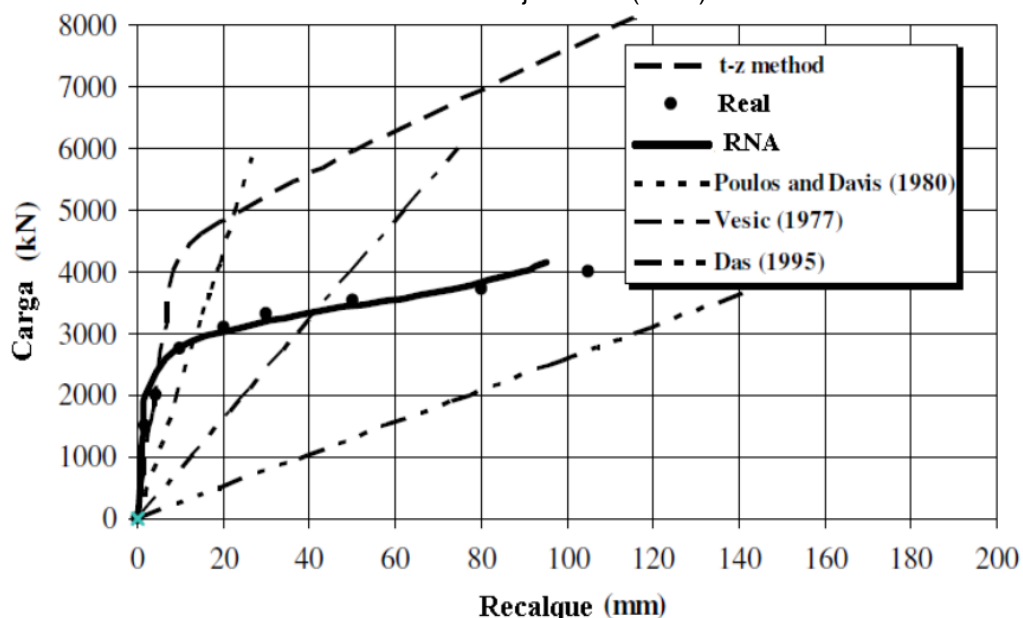
ZIENKIEWICZ, OC; HUMPHESON C; LEWIS RW. **Associated and non-associated visco-plasticity and plasticity in soil mechanics.** *Géotechnique.* 1975;25(4):671-689. doi:10.1680/geot.1975.25.4.671

APÊNDICE A – ESTUDOS DA APLICABILIDADE DE REDES NEURAIS ARTIFICIAIS EM PROBLEMAS DE GEOTECNIA

Nejad *et al.* (2009) aplicou redes neurais artificiais para predição de recalques em estacas profundas. O estudo testou diversas arquiteturas, variando valores de camadas ocultas, número de neurônios, taxa de aprendizado e fator *momentum*, alcançando resultados ótimos com uma rede de 4 camadas escondidas, obtendo correlação de 0,972 para os dados de validação. Importante frisar que modelos com um estrato oculto, apresentou correlações mais baixas, com valores menores que 0,8, o qual não apresentou uma representação adequada da realidade.

Em Nejad *et al.* (2009) foi feita uma comparação com outros métodos, como de Poulos e Davis (1980), Vesic (1977) e Das (1995), utilizando o conjunto de dados de uma estaca, a qual estava fora dos conjuntos de treinamento. Foi apresentado um gráfico da relação de carga e recalque, comparando os resultados de cada método e o valor medido em campo, como verificado na Figura 46.

Figura 46 - Relação de cargas aplicadas com o recalque das estacas dos métodos tradicionais e de Nejad *et al.* (2009).



Fonte: Nejad *et al.* (2009).

Seguindo uma arquitetura de rede neural muito similar a Nejad *et al.* (2009), foi desenvolvido em Nejad *et al.* (2017), um modelo para predição de recalques em estacas novamente, entretanto utilizando-se dados de resistência do solo obtidos a

partir do ensaio CPT. Neste trabalho, encontrou-se um modelo ótimo com duas camadas ocultas, com 8 neurônios, alcançando um resultado muito robusto, com uma correlação de 0,948 e RMSE de 4,43 mm, quando utilizados os dados de teste.

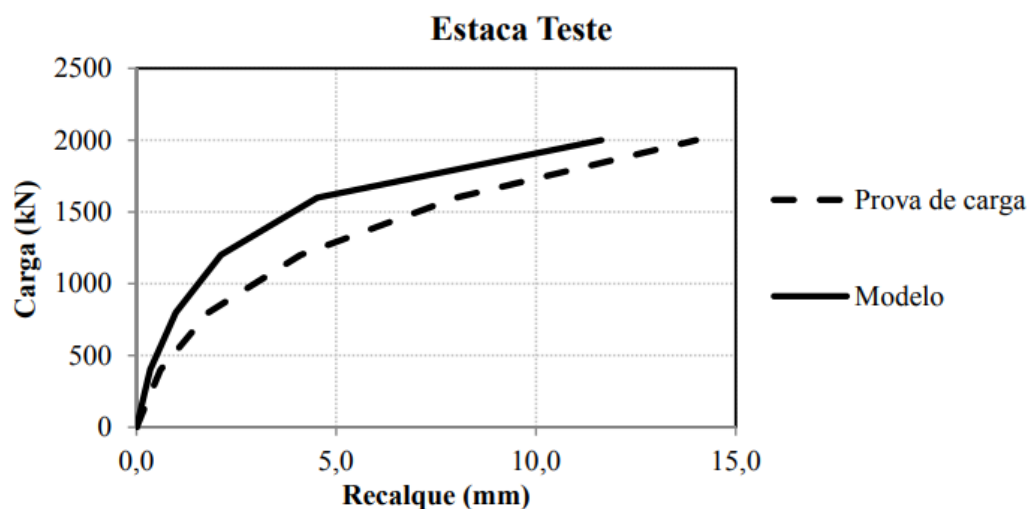
Nejad *et al.* (2009; 2017) constituem uma linha de pesquisa muito interessante, com a utilização de estratégias para eficiência da rede neural, além da avaliação de diversas arquiteturas. O trabalho evidencia que ainda falta pesquisas a fim de otimizar a escolha de arquiteturas neurais, não havendo métodos claros para isso. Isto está explícito no fato de encontrarem modelos diferentes para problemas similares. Evidencia-se que redes neurais artificiais são uma boa alternativa de método em predição de recalque, inclusive conseguindo mapear o comportamento típico de um ensaio de carregamento em uma estaca, sendo mais preciso em relação a métodos simplificados existentes, conforme verificado na Figura 46.

Em Araújo (2015), é frisado a importância que a rede neural consiga interpretar e prever com precisão o comportamento real da relação de carga e recalque, a qual à medida que o recalque aumenta, há uma diminuição da rigidez do sistema solo e estaca. O estudo atenta-se à seleção de dados sem ruído, aferindo se são congruentes com a realidade, a fim do modelo de *machine learning* não incorpore comportamentos errôneos.

Além da análise qualitativa dos dados, Araújo (2015) repercute algumas divergências dos resultados do modelo de redes neurais com a realidade, algo alertado também em Ambrósio (2002). Assim, mesmo com a adoção de sistemas precisos de inteligência artificial, não a exclusão da necessidade de um profissional, para interpretação dos resultados e seleção de parâmetros do solo.

Araújo (2015) chega como arquitetura ideal de seu modelo, novamente uma estrutura com 4 camadas ocultas, assim como foi alcançado por Nejad *et al.* (2009). Para validação, foi utilizada uma estaca teste, que não está no conjunto de dados para treinamento e nem validação, sendo retirada em Barros (2012 *apud* Araújo 2015). O resultado foi um comportamento semelhante das curvas de carga pelo recalque, mostrando que o modelo desenvolvido é capaz de prever o comportamento de forma satisfatória, como exposto na Figura 47.

Figura 47 - Teste da predição de recalque em estaca fora do conjunto de treinamento e validação, retirada de Barro (2012).



Fonte: Araújo (2015).

Em Araújo (2015) foram comparados os resultados à Silveira (2014) e Amâncio (2013), os quais utilizaram as mesmas estacas para desenvolvimento de redes neurais, através da representação em gráfico da relação carga pelo recalque. A análise qualitativa, mostra que os resultados obtidos em Araújo (2015) foram mais próximos do comportamento real da estaca quando submetido ao ensaio de carregamento. Entretanto ainda foi notado alguns comportamentos divergentes. O estudo e seus resultados podem ser aprofundados em Araújo (2015).

Grande parte dos trabalhos mencionados utiliza a abordagem de tentativa e erro para escolha dos modelos de rede neural ótimo (Nejad *et al.* 2009; 2017; Araújo 2015). Pham *et al.* (2020) diverge disto, propondo o uso de algoritmo genético (GA) para escolha do modelo com melhor desempenho para predição de capacidade de carga do solo. Pham *et al.* (2020) utiliza a técnica em dois momentos. O primeiro para seleção dos parâmetros de entrada do modelo, selecionando as variáveis mais importantes, visando a diminuição da complexidade do modelo, diminuindo o custo computacional e aumentando a precisão, já que parâmetros que não influenciassem na predição final poderiam atrapalhar a convergência da rede.

No segundo momento, Pham *et al.* (2020) utilizou o algoritmo para selecionar os componentes da arquitetura, de forma que operasse com maior eficiência, selecionando o otimizador de Quase-Newton, função de ativação logística, duas camadas ocultas com 33 e 80 neurônios em cada. O modelo operou com menor tempo

de treinamento, apresentando as métricas mais congruentes em relação às demais redes selecionadas para comparação.

Além da abordagem diferente para definição do modelo ótimo de redes neurais, é importante frisar algumas divergências encontradas com outros pensamentos. O primeiro consiste na utilização do otimizador Quasi-Newton, o qual foi selecionado pelo algoritmo genético. Saliendo que o Adam também foi disponibilizado para iterações, há a contrariedade a Kingma *et al.* (2015), como discutido na seção 2.2.11.3. Outro ponto é quanto a seleção da função de ativação logística, em relação a tangente hiperbólica e ReLU, ponto também contrariado no item 2.2.11.3, por Goodfellow *et al.* (2016) e Géron (2021).

Na área de predição de recalque em fundações rasas, um trabalho interessante é o Shahin *et al.* (2002), cujo o desenvolvimento ocorreu por meio do uso de redes neurais artificiais, comparando os resultados aos métodos tradicionais de predição. O autor justifica seu trabalho falando sobre a dificuldade da obtenção de amostras de solo e de não haver total compreensão dos fatores que influenciam a magnitude de recalque. Diante disto, as redes neurais se tornam uma ferramenta interessante, a fim de possibilidade de realizar previsões consistentes de recalque, quando não há conhecimento total do fenômeno ou quando faltam recursos de dados ou caso haja restrição para consegui-los.

Shahin *et al.* (2002) adotou somente uma camada oculta, a qual a variação da quantidade de neurônios não resultou em grande diferença entre a assertividade dos modelos, sendo o número ótimo de 5 neurônios na camada oculta. Como resultado, encontrou-se uma correlação de 0,819, com raiz da média quadrática do erro de 11,04 mm e do erro médio absoluto de 8,78 mm na etapa de validação.

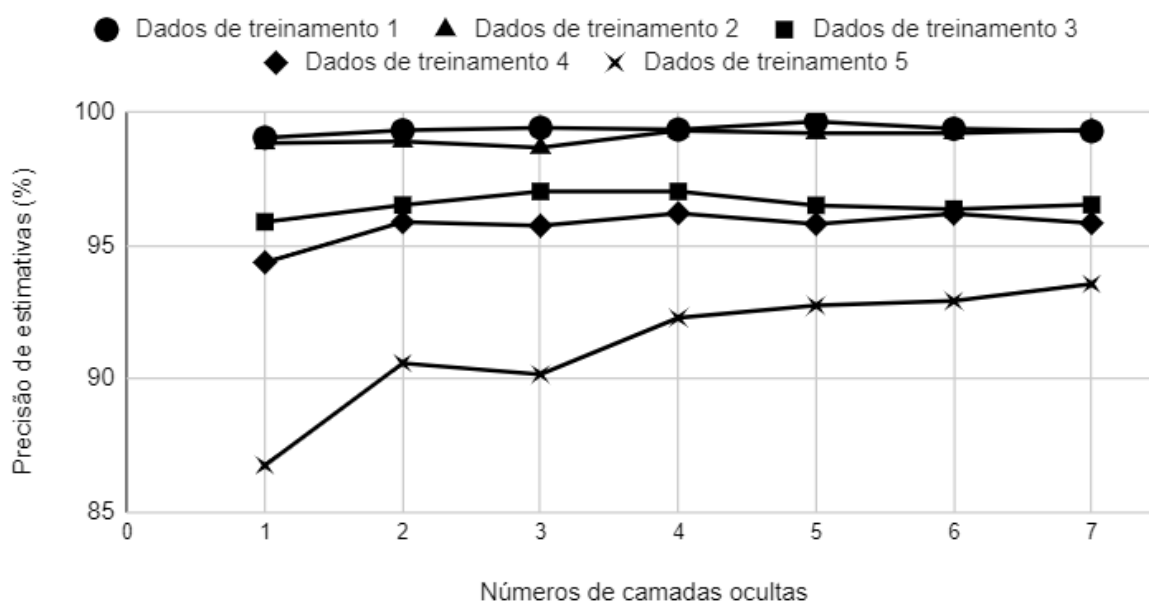
Bagińska *et al.* (2018) desenvolveu uma análise interessante acerca do uso de redes neurais profundas em fundações rasas. Para o desenvolvimento de uma rede neural artificial com uma generalização do problema satisfatória, é fundamental uma larga quantidade de dados disponíveis, conforme Cogswell *et al.* (2016), quanto menor o banco de dados usados para treinamento, maior a diferença entre a precisão alcançada entre dados de treinamento e de testes, caracterizando-se pelo *overfitting*. Conforme Bagińska *et al.* (2018), outros trabalhos obtiveram resultados satisfatórios com um vasto conjunto de dados, obter uma fonte grande de dados de ensaios de carregamento reais, podem não se tornar viáveis financeiramente. O foco do trabalho

foi no desenvolvimento de uma rede neural para predição de recalques em fundações rasas, utilizando um pequeno banco de dados.

Bagińska *et al.* (2018) testou diferentes arquiteturas de rede neural, com diferentes números de neurônios e redes com até 7 camadas ocultas. Na abordagem também são computados diferentes resultados variando a quantidade de dados de treinamento disponibilizados, a fim de comparar a exatidão dos modelos.

Como resultado obteve-se que com uma grande quantidade de dados, os modelos com diferentes quantidades de camadas ocultas, obtiveram métricas semelhantes. Com a diminuição dos dados disponíveis para o treinamento, o erro foi ampliado em todas as redes, com as arquiteturas mais profundas resultando em métricas de erro melhores. Na Figura 48, está disposto a relação da precisão dos modelos, de acordo com o número de camadas ocultas e a quantidade de dados de treinamento disponibilizados para desenvolvimento, sendo o primeiro conjunto de dados de treinamento com maior quantidade de dados e o quinto com o menor número disponível.

Figura 48 - Precisão do modelo em relação ao número de camadas ocultas e com a diminuição do conjunto de dados de treinamento.



Fonte: Adaptado de Bagińska *et al.* (2018).

Bagińska *et al.* (2018) também verificou a mudança de número de neurônios e diferentes combinações de camadas ocultas, não impactando bruscamente os resultados. A rede com melhor desempenho foi com cinco camadas ocultas e 120

neurônios. Bagińska *et al.* (2018) conclui que as redes neurais artificiais profundas apresentam melhor desempenho, resultando em bons resultados, mesmo considerando poucos dados para treinamento e sugere que o desempenho do modelo recebe maior influência do número de camadas do que o de neurônios.

A rede neural artificial vem surgindo como uma possível alternativa para previsão do comportamento da barragem, monitoramento e a identificação de possíveis anomalias. Segundo Tayfur (2005), é de extrema importância a instrumentação e previsão do comportamento da barragem quanto à percolação em sua estrutura, que caso excessiva pode ameaçar a estabilidade da barragem. Muitas barragens utilizam parâmetros estáticos como alerta nos instrumentos, que somente são confrontados manualmente se algum desses dados atingem um valor máximo pré-determinado. Entretanto, segundo Royer (2016), esses métodos apresentam pouca precisão.

Em Tayfur (2005), foi desenvolvido um modelo numérico e outro de redes neurais artificiais para predição do escoamento de água sobre a zona saturada de uma barragem de aterro com face de concreto, em Jeziorsko na Polônia. São desenvolvidos a partir de dados reais de nível do reservatório superior, inferior e piezômetros. O modelo de redes neurais alcançou um desempenho similar ao método de elementos finitos, sendo que em um dos casos aplicados, obteve resultados melhores.

Segundo Tayfur (2005), o modelo numérico necessita de uma gama de dados atualizados para apresentar resultados satisfatórios, conseguindo prever com assertividade as variações espaciais e temporais das variáveis. As redes neurais artificiais são modelos simples, apresentando habilidade de reconhecer padrões entre as variáveis, mesmo não provido de dados suficientes. Entretanto, essa técnica não revela qualquer relação explícita entre os dados, não permitindo compreender o problema físico. Outro limite do modelo neural, está a apresentação de dados temporais, enquanto modelo numéricos conseguem apresentar uma predição espacial (Tayfur 2005).

Conclui-se que as redes neurais é uma excelente ferramenta para predição de comportamentos de barragens, principalmente quando houver acesso restrito às informações e quando não houver compreensão completa do comportamento físico e a influência de cada parâmetro. Tayfur (2005) sugere que as redes neurais são uma

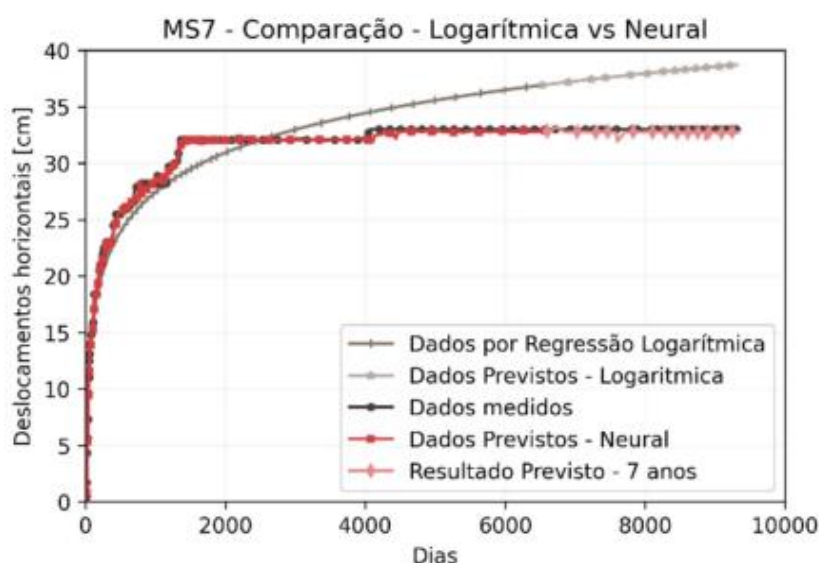
possível ferramenta para detectar anomalias no comportamento de barragens, a fim de permitir imediata ação preventiva.

Como exemplo das sugestões de Tayfur (2005), a respeito da aplicabilidade de redes neurais artificiais a fim de identificar anomalias na barragem, em Brandão (2023), foi utilizada outra técnica de inteligência artificial para aplicação em uma barragem de rejeitos. O trabalho foi baseado no modelo *k-nearest neighbors* (KNN), com objetivo de prever a leitura de instrumentos piezométricos da barragem, relacionada ao nível de água dos reservatórios, comparando-os a leituras da instrumentação instalada, identificando anomalias dos níveis medidos, usando o método *Local Outlier Factor* (LOF). Neste estudo não foi desenvolvido redes neurais artificiais, mas demonstra uma possível aplicabilidade de outra técnica de inteligência artificial na área de segurança de barragens.

Em Follmann (2021) foi analisado a aplicabilidade de redes neurais artificiais na predição de deslocamento em duas barragens de enrocamento com face de concreto, a partir de dados disponíveis de instrumentação. Através de tentativa e erro, foi obtido uma rede neural com duas camadas ocultas. Dentre os resultados, percebe-se a convergência com algumas bibliografias recentes, selecionando a função de ativação linear e otimizador Adam.

Em Follmann (2021), ainda foi comparado resultados de regressão e dos dados obtidos pelas redes neurais. A conclusão é que ambos se adaptam bem ao comportamento, sendo o modelo neural obtendo melhor aproximação, principalmente quando na série temporal há variações bruscas. Na Figura 49, é demonstrado um exemplo do comportamento medido em campo, a predição da rede neural e de regressão logarítmica para deslocamento horizontal de um dos instrumentos da barragem.

Figura 49 - Comparação da medição em campo de deslocamento horizontal medido por instrumento da barragem e as previsões do modelo de redes neurais artificiais e de regressão logarítmica.



Fonte: Follmann (2021).

Condições meteorológicas extremas podem desencadear deslizamentos e catástrofes, os quais provocam danos econômicos e perda de vida. Muitas infraestruturas passam por zonas de risco, os quais precisam de previsibilidade para prevenção e mitigação. Segundo Xiao *et al.* (2018), anteriormente utilizavam-se métodos visuais ou tradicionais, os quais demandavam tempo e carecia de exatidão, muitas vezes dependiam da experiência dos peritos. Com o desenvolvimento da visão computacional, ampliou a possibilidade de monitoramento da superfície de deslizamentos e detecção de riscos (Liu *et al.* 2015 *apud* Xiao *et al.* 2018). Dentro deste contexto, Xiao *et al.* (2018) e Nhu *et al.* (2020) desenvolveram modelos de inteligência artificial detecção da suscetibilidade de deslizamentos, a partir de dados do GIS.

Nhu *et al.* (2020) teve o objetivo de desenvolver um mapa identificando a suscetibilidade de deslizamentos na região norte do Vietnã. Foi escolhida redes neurais profundas para o desenvolvimento. A abordagem difere um pouco dos estudos abordados, consistindo em um modelo de classificação de imagem, ou seja, a partir de informações dados de imagem, é indicada a suscetibilidade ao deslizamento, através do mapa. Para este problema, os tratamentos dos dados são feitos em software GIS. Os pontos usados para treinamento e validação consistiram

em 1865 pixels de ocorrências de deslizamentos e mais alguns que não resultaram em deslizamentos foram adicionados ao conjunto.

No desenvolvimento, Nhu *et al.* (2020) produziu diferentes modelos de treinamento, com algumas técnicas identificadas na seção 2.2.11, como gradiente descendente em mini lote, RMSProp e Adam. Como resultado, a rede neural profunda com melhor desempenho foi um sistema com três camadas escondidas, composto cada uma com 128 neurônios, onde o treino com melhor eficiência foi com o otimizador Adam.

Outro trabalho interessante foi desenvolvido em Xiao *et al.* (2018), em uma rodovia importante entre a China e o Nepal, na região do Himalaia. Havia um grande desafio de manutenção da segurança na região, atingido por fortes variações hidrotérmicas e sismos, por decorrência disto, deslizamentos. Foi decidido a avaliação de quatro diferentes técnicas de *machine learning*, dentre elas a rede neural treinada com retropropagação, identificada no trabalho como (BPNN). Para desenvolvimento dos modelos foram extraídos dados de 3800 pontos de monitoramento. O modelo obtinha como valor de saída a classificação do ponto estável até muito alta suscetibilidade, podendo assumir até 6 categorias.

Segundo Xiao *et al.* (2018), uma rede neural com arquitetura *feedforward* é composto somente por uma camada escondida, além das camadas de entrada e saída, sendo que caso seja adicionado mais camadas ocultas, seria caracterizado por uma rede neural profunda. Diante da definição, foi testado uma rede neural artificial com somente uma camada oculta, obtendo assertividade de 62%, sendo o terceiro modelo com melhor aproximação. O modelo que apresentou melhor resultado com precisão de 81,2%, foi o *Long Short Term memory* (LSTM), baseado nas redes neurais recorrentes.

Muitas obras de engenharia requerem intervenções no solo, envolvendo o desenvolvimento de projetos, os quais necessitam de uma caracterização geotécnica, a fim de tomar as melhores práticas e prever estruturas mais econômicas. Muitos destes parâmetros do solo requerem ensaios em campo ou laboratório, demandando recursos e tempo (Mollahasani 2011; Sinha 2008). Pelo fato exposto, há um interesse no desenvolvimento de métodos estatísticos para estimativas precisas de propriedades a partir de outras características do solo.

Há também a disponibilidade de correlações, as quais consideram somente um parâmetro como dependência para estimativa, mesmo que dependa de inúmeras

variáveis ou os métodos numéricos disponíveis foram desenvolvidos com base limitada de solos, não permitindo o uso em todas as ocasiões (Mollahasani 2011). Dentro deste contexto Mollahasani (2011) e (Sinha 2008) desenvolvem modelos de redes neurais artificiais para predição de alguns parâmetros do solo.

Mollahasani (2011) desenvolveu um modelo neural para predição da coesão a partir de dados obtidos pelo ensaio triaxial, tendo como dados de entrada a granulação fina, teor de grãos grosseiros, granulometria para 30% passante, coeficiente de uniformidade (C_u), limite de liquidez (LL), teor de umidade (W) e densidade seca do solo (γ_d). A fim de comparação, desenvolveu-se também uma análise de regressão pelo método de multivariáveis ao quadrado (NLSR). Mollahasani (2011) conclui que o modelo de redes neurais foi preciso, superior inclusive à análise estatística avaliada, sem necessitar de cálculos sofisticados.

Sinha (2008) focou na predição de parâmetros do solo de densidade seca máxima, umidade ótima e permeabilidade. Dentre os parâmetros utilizados como entrada do modelo de predição foram grau de compactação, granulometria média (D_{50}), dimensão efetiva do grão (D_{10}), limite de plasticidade (LP), limite de liquidez (LL), coeficiente de uniformidade, módulo de finura e densidade da fase sólida. Também para comparação aos métodos adotados no mercado, foi desenvolvida uma equação de correlação estatística, a partir de uma análise linear das relações dos parâmetros. Como resultado, ambos métodos alcançaram correlação alta, com maior precisão do modelo de *machine learning*. Sinha (2008) conclui que o modelo neural alcançou resultados satisfatórios, sendo uma ferramenta potencial para predição de parâmetros do solo, além de permitir fácil atualização dos dados do modelo.

APÊNDICE B – TABELA COM RESULTADOS COMPARATIVOS DA ANÁLISE PARAMÉTRICA DE REDES NEURAIS ARTIFICIAIS

Tabela 2 - Variação da função de ativação do modelo, realizada 3 vezes para cada combinação.

Função de ativação	MAE	MSE	Tempo de treinamento [s]
	0,0258	0,0014	44,02
Linear retificada (ReLU)	0,0298	0,0023	35,43
	0,0311	0,0025	32,46
	0,4672	0,5404	47,65
Logística (Logi)	0,4631	0,538	43,06
	0,4573	0,517	44,68
	0,0415	0,0028	29,36
Tangente hiperbólica (Tanh)	0,0418	0,0031	26,44
	0,0414	0,0031	26,66

Fonte: Autor (2024).

Tabela 3 - Resultado da variação do número de camadas ocultas, realizada três vezes para cada combinação.

Camadas ocultas	MAE	MSE	Tempo de treinamento [s]
1	0,0631	0,0075	42,63
	0,0646	0,0079	41,24
	0,0719	0,0096	35,79
	0,0337	0,0022	25,24
2	0,0360	0,0024	20,50
	0,0277	0,0017	43,29
	0,0607	0,0075	15,09
3	0,0301	0,0018	31,17
	0,0275	0,0016	44,44
	0,0298	0,0023	35,43
4	0,0258	0,0014	44,02
	0,0311	0,0025	32,46
	0,0374	0,0027	30,44
5	0,0330	0,0027	24,87
	0,0315	0,0028	22,27
	0,0318	0,0022	34,28
6	0,0311	0,0023	32,60
	0,0335	0,0026	38,43

Fonte: Autor (2024).

Tabela 4 - Resultados da variação do número total de neurônios do modelo, feito três vezes para cada combinação..

Número de neurônios	MAE	MSE	Tempo de treinamento [s]
19	0,1508	0,0454	35,94
	0,0690	0,0087	49,76
	0,1146	0,0232	50,54
	0,0351	0,0032	50,20
57	0,0342	0,0022	41,82
	0,0384	0,0033	29,22
	0,0298	0,0023	35,43
95	0,0258	0,0014	44,02
	0,0311	0,0025	32,46
	0,0336	0,0021	25,84
114	0,0321	0,0025	22,77
	0,0339	0,0026	28,37
	0,0344	0,0024	31,68
152	0,0389	0,0028	19,55
	0,0273	0,0021	30,92
	0,0330	0,0025	20,20
190	0,0311	0,0024	20,20
	0,0375	0,0029	17,17

APÊNDICE C – MÉTRICAS DAS RELAÇÕES DAS PREDIÇÕES DOS MÉTODOS DE EQUILÍBRIO LIMITE, ÁBACOS DE ESTABILIDADE, EQUAÇÕES DE ESTABILIDADE EM RELAÇÃO AO MODELO DO PRESENTE ESTUDO

Tabela 5 - Compilação das métricas de predição dos métodos em relação ao modelo do presente estudo.

Método	a	r	n	σ [%]	μ [%]	Desvio máximo absoluto	MAE	MSE
Slope _w	1	0,999	455	5,07	0,74	0,19	0,0258	0,0014
Sah (1994)	1,15	0,941	272	23,94	15,18	1,50	0,4684	0,3599
Yang (2012)	1,125	0,828	272	53,45	43,22	4,89	0,6129	0,6857
Huang (2018)	0,942	0,995	364	17,49	-14,25	0,02	0,0991	0,016
Chien e Tsai (2017)	1,011	0,999	163	3,05	1,55	0,11	0,0299	0,0015
Sampa e Schorr (2024)	0,983	0,999	455	5,67	-3,37	0,14	0,0393	0,0026
Plaxis	0,964	0,999	38	3,31	-5,08	-0,02	0,1063	0,0144
Dawson (1999)	-	-	21	13,52	-6,82	0,19	0,1296	0,0542
Fellenius (1927)	0,948	0,999	44	2,70	-4,48	0,09	0,1171	0,0218
Janbu (1968)	0,935	0,998	44	3,38	-5,01	0,09	0,1422	0,036
Janbu Generalizado (1968)	0,986	0,936	38	24,71	3,88	1,02	0,2385	0,1787
Barnes (1991)	1,046	0,978	294	12,04	-0,87	1,72	0,2307	0,1343
Bishop e Morgenstern (1960)	1,05	0,975	312	11,49	1,97	1,04	0,2114	0,0801
Oconnor e Mitchell (1977)	1,06	0,938	180	11,50	4,48	1,22	0,3187	0,1867
Spencer (1967)	-	-	20	14,53	-1,67	0,20	0,1242	0,0321

Fonte: Autor (2024)