



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
CENTRO TECNOLÓGICO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

Roberto Lima Guedes

**Estudo de confiabilidade estrutural de pontes treliçadas**

Florianópolis

2024

Roberto Lima Guedes

**Estudo de confiabilidade estrutural de pontes treliçadas**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Santa Catarina como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Estruturas.

Orientador: Prof. Wellison José de Santana Gomes, Dr.  
Coorientador: Prof. Henrique Machado Kroetz, Dr.

Florianópolis

2024

Lima Guedes, Roberto

Estudo de confiabilidade estrutural de pontes treliçadas / Roberto Lima Guedes ; orientador, Wellison José de Santana Gomes, coorientador, Henrique Machado Kroetz, 2024.

89 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Florianópolis, 2024.

Inclui referências.

1. Engenharia Civil. 2. Confiabilidade Estrutural. 3. Análise Não-Linear. 4. Pontes Treliçadas. 5. Flambagem. I. José de Santana Gomes, Wellison. II. Machado Kroetz, Henrique. III. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. IV. Título.

Roberto Lima Guedes

**Estudo de confiabilidade estrutural de pontes treliçadas.**

O presente trabalho em nível de Mestrado foi avaliado e aprovado, em 26 de Junho de 2024, pela banca examinadora composta pelos seguintes membros:

Prof. Leandro Fleck Fadel Miguel, Dr.

Instituição: Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. André Jacomel Torii, Dr.

Instituição: Universidade Federal da Integração Latino-Americana

Certificamos que esta é a versão original e final do trabalho de conclusão que foi julgado adequado para obtenção do título de Mestre em Estruturas.



Coordenação do Programa de Pós-Graduação



Prof. Wellison José de Santana Gomes, Dr.

Orientador

Florianópolis, 2024.

## AGRADECIMENTOS

Gostaria de expressar minha profunda gratidão ao meu orientador, Wellison José de Santana Gomes, e ao meu coorientador, Henrique Machado Kroetz, pelo incansável apoio, orientação e valiosas contribuições ao longo deste trabalho. Agradeço também aos professores Edson Rosa e Eduardo Fancello pelo fornecimento do modelo numérico da Ponte Hercílio Luz, que foi essencial para a realização deste estudo.

Meu sincero agradecimento ao pessoal da Secretaria de Estado de Infraestrutura e Mobilidade de Santa Catarina, pelo acesso aos projetos de reabilitação da ponte. Gostaria ainda de agradecer à CAPES pela contribuição da bolsa de mestrado, que foi crucial para a realização deste trabalho.

Aos meus colegas do CORE, Thiago Moreno e Gabriel Padilha, agradeço pela colaboração, troca de conhecimentos e apoio mútuo durante todo o desenvolvimento deste trabalho.

Aos meus amigos Tamile Kelm, Gabriel Wegener e Vitoria Coltri, sou grato pela amizade, incentivo e apoio durante esta jornada acadêmica.

Expresso também minha gratidão à minha família, cujo apoio incondicional e incentivo constante foram fundamentais em todas as etapas da minha vida e desta jornada acadêmica.

Um agradecimento especial a Elena e a Daria Gorgotz, cuja presença, carinho e afeto foram fontes de minha motivação. A sua companhia tornou esta jornada possível. Obrigado.

## RESUMO

Durante a primeira metade do século XX, projetos estruturais de pontes treliçadas foram realizados considerando o método das tensões admissíveis, portanto sem verificações quanto à confiabilidade estrutural relacionada aos diversos modos de falha deste tipo de estrutura. Neste contexto, métodos de confiabilidade podem ser empregados para quantificar adequadamente o impacto das incertezas na análise de segurança. O presente estudo tem como objetivo avaliar o índice de confiabilidade para a treliça principal de uma ponte desse tipo, considerando a perda de rigidez da estrutura associada à falha por flambagem, conforme capturada pelo modelo numérico. Para tanto, foi implementado um modelo mecânico-probabilístico de análise não linear, considerando os efeitos da não linearidade geométrica e atribuindo comportamento elastoplástico perfeito ao material. O cálculo da probabilidade de falha é realizado por meio da combinação da Krigagem Adaptativa, para definição do metamodelo em substituição à função de estado limite, com simulação de Monte Carlo. Foram definidas variáveis aleatórias para as espessuras dos perfis metálicos que compõem a treliça, para o módulo de elasticidade e para o limite de escoamento do material. Em relação à carga móvel, foram considerados dois cenários. O primeiro envolve a situação em que esta variável aleatória assume valores determinísticos definidos pela norma brasileira NBR-7188, correspondendo ao cálculo de uma probabilidade condicional à ocorrência destes valores. O segundo envolve a determinação do índice de confiabilidade considerando outros modelos probabilísticos encontrados na literatura. São levados em conta os cenários antes e após as intervenções realizadas no vão de acesso, as quais promoveram o reforço das diagonais da treliça bem como dos elementos que compõem o banzo inferior. Os resultados mostram que as intervenções são fundamentais para garantir a segurança da estrutura e que, após os reforços, os índices de confiabilidade resultam maiores do que os valores alvos estabelecidos em referências internacionais.

**Palavras-chave:** Confiabilidade Estrutural; Kriging; Análise Não-Linear; Treliça; Pontes; Flambagem.

## ABSTRACT

During the first half of the 20<sup>th</sup> century, structural designs of truss bridges were carried out using the allowable stress method, without considering structural reliability checks related to the various failure modes of this type of structure. In this context, reliability methods can be employed to adequately quantify the impact of uncertainties in safety analysis. The present study aims to evaluate the reliability index for the main truss of a bridge of this type, considering the loss of stiffness in the structure associated with buckling failure, as captured by the numerical model. For this purpose, a mechanical-probabilistic model of nonlinear analysis was implemented, considering the effects of geometric nonlinearity, and assigning perfect elastoplastic behavior to the material. The probability of failure is calculated by combining Adaptive Kriging, to define the metamodel as a replacement for the limit state function, with Monte Carlo simulation. Random variables were defined for the thicknesses of the metal profiles composing the truss, for the modulus of elasticity, and for the material's yield strength. Regarding the moving load, two scenarios were considered. The first involves the situation where this random variable takes deterministic values defined by the Brazilian standard NBR-7188, corresponding to the calculation of a probability conditional on the occurrence of these values. The second involves determining the reliability index considering other probabilistic models found in the literature. The scenarios before and after the interventions performed on the span, which reinforced the truss diagonals as well as the elements of the lower chord, were considered. The results show that the interventions are essential to ensure the safety of the structure and that, after the reinforcements, the reliability indices are higher than the target values established in international references.

**Keywords:** Structural Reliability; Kriging; Nonlinear Analysis; Trusses; Bridges; Buckling.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Localização do trecho de análise.....	26
Figura 2 – Estrutura do vão de acesso (imagem ilustrativa, seções reais não representadas) ..	27
Figura 3 – Seção transversal do tabuleiro.....	28
Figura 4 – Estrutura da treliça principal. ....	28
Figura 5 – Seções transversais dos elementos da treliça principal.....	29
Figura 6 – Detalhes consoles, guarda-corpos e placas do passeio.....	31
Figura 7 – Forças aplicadas aos nós da treliça (peso próprio).....	33
Figura 8 – Linha de influência de reação de apoio (seção transversal). ....	34
Figura 9 – Posicionamento transversal da carga móvel. ....	35
Figura 10 – Linhas de influência de reações (sentido longitudinal).....	36
Figura 11 – Carregamento $L_{carr}$ equivalente.....	39
Figura 12 – Linha de influência transversal (carga móvel).....	40
Figura 13 – Linhas de influência longitudinal (carga móvel) ....	41
Figura 14 – Configurações de carga móvel (modelo probabilístico) ....	42
Figura 15 – Distribuições de Probabilidade - Original vs. Gumbel: (a) $P_{75}$ e (b) $Q_{75}$ .....	44
Figura 16 – Modelo geométrico para a treliça principal. ....	46
Figura 17 – Gráfico de convergência: deslocamento vertical no nó 4 .....	47
Figura 18 – Elemento “Beam 188”.....	48
Figura 19 – Combinação dos primeiros modos de flambagem .....	50
Figura 20 – Propriedades do material vs. Modelo constitutivo idealizado .....	51
Figura 21 – Seções em função das variáveis aleatórias.....	53
Figura 22 – % Aplicação Carga Móvel vs. Posição Trem-Tipo/Passos de Carregamento .....	55
Figura 23 – Exemplo de diagrama força-deslocamento .....	55
Figura 24 – Geometria e modelo constitutivo para a treliça de von Mises .....	57
Figura 25 – Força vs. Deslocamento para a treliça não-linear de Von Mises .....	59
Figura 26 – Carga móvel determinística, $t= 1,5$ mm.....	63
Figura 27 – Carga móvel determinística + $\theta_{mod}$ , $t=1,5$ mm.....	63
Figura 28 – Carga móvel determinística, $t= 3,0$ mm.....	64
Figura 29 – Carga móvel determinística + $\theta_{mod}$ , $t= 3,0$ mm.....	64
Figura 30 – Carga móvel probabilística, $t= 0,0$ mm.....	65
Figura 31 – Carga móvel determinística + $\theta_{mod}$ , $t=0,0$ mm.....	65
Figura 32 – Carga móvel probabilística, $t= 1,5$ mm.....	66

Figura 33 – Carga móvel probabilística + $\theta_{mod}$ , $t= 1,5$ mm.....	66
Figura 34 – Probabilidades de Falha .....	69
Figura 35 – Índices de Confiabilidade.....	69
Figura 36 – Coeficiente de Variação ( $CV$ ) .....	70
Figura 37 – Número de chamadas da Função de Estado Limite .....	70

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>12</b>
1.1	OBJETIVOS .....	13
1.2	LIMITAÇÕES DO PROCEDIMENTO ADOTADO NO TRABALHO.....	14
<b>2</b>	<b>REFERENCIAL TEÓRICO .....</b>	<b>16</b>
2.1	CONCEITOS FUNDAMENTAIS .....	16
2.2	SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO .....	18
2.3	KRIGING ADAPTATIVO.....	19
2.4	ANÁLISE NÃO LINEAR DE ESTRUTURAS TRELIÇADAS.....	23
<b>3</b>	<b>DESCRIÇÃO DO OBJETO DE ESTUDO E DO CARREGAMENTO .....</b>	<b>26</b>
3.1	DESCRIÇÃO GERAL .....	26
3.2	DESCRIÇÃO DA TRELIÇA PRINCIPAL .....	28
3.3	CARACTERIZAÇÃO DO PESO PRÓPRIO .....	30
<b>3.3.1</b>	<b>Peso próprio dos elementos utilitários .....</b>	<b>30</b>
<b>3.3.2</b>	<b>Peso próprio dos elementos estruturais .....</b>	<b>31</b>
3.4	MODELO DE CARGA MÓVEL (DETERMINÍSTICA) .....	33
<b>3.4.1</b>	<b>Linha de influência (seção transversal) .....</b>	<b>33</b>
<b>3.4.2</b>	<b>Trem-tipo segundo a norma NBR 7188.....</b>	<b>34</b>
<b>3.4.3</b>	<b>Modelo de carregamento móvel (sentido longitudinal).....</b>	<b>36</b>
<b>3.4.4</b>	<b>Combinação normal de ações segundo a NBR 8681.....</b>	<b>37</b>
3.5	MODELO DE CARGA MÓVEL (PROBABILÍSTICA) .....	38
<b>3.5.1</b>	<b>Aspectos fundamentais.....</b>	<b>38</b>
<b>3.5.2</b>	<b>Determinação do trem-tipo e linhas de influência.....</b>	<b>40</b>
<b>3.5.3</b>	<b>Descrição das variáveis aleatórias do modelo de carga móvel .....</b>	<b>42</b>
<b>4</b>	<b>DESCRIÇÃO DO MODELO MECÂNICO-PROBABILÍSTICO .....</b>	<b>45</b>
4.1	GEOMETRIA, CONDIÇÕES DE CONTORNO E MALHA .....	45
4.2	DESCRIÇÃO DO ELEMENTO “BEAM188” .....	48
4.3	ANÁLISE DE AUTOVALOR E AUTOVETOR.....	49
4.4	VARIÁVEIS ALEATÓRIAS (MODELO MECÂNICO) .....	51
4.5	ETAPAS DE CARREGAMENTO .....	54
4.6	FUNÇÃO DE ESTADO LIMITE .....	55
4.7	VERIFICAÇÃO DA INTEGRAÇÃO ENTRE MÓDULOS DE ANÁLISE .....	57
<b>5</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES .....</b>	<b>61</b>

<b>6</b>	<b>CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....</b>	<b>72</b>
	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>74</b>
	<b>APÊNDICE A – MEMÓRIA DE CÁLCULO (PESO PRÓPRIO).....</b>	<b>78</b>
	<b>APÊNDICE B – GRÁFICOS DE CONVERGÊNCIA .....</b>	<b>79</b>
	<b>ANEXO A – GRADIS, LONGARINAS E TRANSVERSINAS AUXILIAR... </b>	<b>86</b>
	<b>ANEXO B – CONTRAVENTAMENTOS INFERIORES.....</b>	<b>87</b>
	<b>ANEXO C – CONTRAVENTAMENTOSSEÇÃO TRANSVERSAL .....</b>	<b>88</b>
	<b>ANEXO D – CONTRAVENTAMENTOSSEÇÃO SUPERIORES .....</b>	<b>89</b>

## 1 INTRODUÇÃO

A presença de incertezas na engenharia é inevitável; a disponibilidade de informação é frequentemente incompleta (ou insuficiente) e invariavelmente contém variabilidade (Ang; Tang, 2007). Além disso, projetos de engenharia baseiam-se em previsões ou estimativas de modelos idealizados, com algum grau de incerteza. Com o passar do tempo teorias matemáticas do comportamento material e estrutural evoluíram, fornecendo uma base mais racional para o projeto estrutural. Por sua vez, estas teorias forneceram a metodologia necessária na qual os métodos probabilísticos podem ser aplicados para quantificar a segurança e a confiabilidade estrutural (Nowak; Collins, 2000). Nesse aspecto, a segurança de estruturas, avaliada com base em probabilidades, tem recebido atenção crescente em investigações atuais (Lu; Liu; Noori, 2021). Ademais, destacam-se as incertezas nas ações estocásticas que atuam nas estruturas e nos efeitos das mesmas, como, por exemplo, cargas de tráfego, cargas de vento e efeitos de temperatura. As características aleatórias destas cargas e efeitos, que se referem à variabilidade destas ao longo do tempo e/ou espaço, dependem principalmente de características específicas do local (Lu; Noori, 2018).

A avaliação da segurança envolvendo incertezas tem um papel de destaque no caso das pontes, que são estruturas essenciais para a infraestrutura. Nos últimos anos, o rápido crescimento dos sistemas urbanos e a expansão das grandes cidades têm levado a aumento significativo no volume de tráfego e no correspondente peso dos veículos em pontes. No que se refere a pontes antigas, o projeto das mesmas pode não ter levado tais aumentos em conta, ou pelo menos não de maneira adequada, o que resulta em ameaças à segurança (Han *et al.*, 2015). A sobrecarga associada aos veículos é o principal fator humano que resulta no encurtamento da vida útil das pontes e pode até causar seu colapso (Deng; Wang; Yu, 2016). Além disso, uma das causas mais frequentes de falhas em pontes é atribuída a essas sobrecargas, além de a inundações e a fenômenos envolvendo “scour”, que corresponde a erosões na região de contato da estrutura com o solo (Wardhana; Hadipriono, 2003). A título de ilustração pode-se citar o colapso da ponte I-35W sobre o rio Mississipi, nos Estados Unidos, que subitamente colapsou e tem uma das causas atribuídas à sobrecarga de veículos (Salem; Helmy, 2014).

Dessa forma tem-se observado mais frequentemente o reforço de Obras de Arte Especiais (OAE) mais antigas, sobretudo em pontes históricas que ultrapassaram ou estão próximas de ultrapassar sua vida-útil, como é caso de várias pontes treliçadas construídas no início do século passado. Tem-se, por exemplo, o reforço realizado na Ponte sobre o rio Douro (Ponte Pinhão), no norte de Portugal, cujo incremento de seção transversal resulta em aumento

na capacidade de resistir a solicitações provenientes da carga móvel (Costa; Figueiras, 2013). No Brasil, pode-se citar o caso da ponte Imperial Dom Pedro II, localizada sobre o Rio Paraguaçu (Bahia), cuja estrutura de treliça, que serve tanto ao modal ferroviário quanto rodoviário, teve a maior parte de suas diagonais tracionadas trocadas por elementos de maior seção transversal (Ramos, 2020). Outro exemplo famoso consiste no viaduto do vão de acesso à Ponte Hercílio Luz (PHL), localizada em Florianópolis, estado brasileiro de Santa Catarina, cuja estrutura da treliça principal foi reforçada entre os anos de 2006 a 2009 (Hayashi, 2012).

Neste contexto, o presente trabalho foca na análise de confiabilidade estrutural de uma ponte metálica treliçada. Em comparação com as diversas verificações e hipóteses usuais associadas ao projeto deste tipo de estrutura, algumas limitações são impostas na análise, no intuito de simplificá-la, conforme especificado na última seção do presente capítulo. Entretanto, o exemplo abordado neste trabalho baseia-se em pontes reais, em particular nas situações para as quais, devido ao aumento do tráfego com o tempo, intervenções foram necessárias, no sentido de reforçar a estrutura para que ponte pudesse continuar sendo utilizada. Assim, o presente estudo tem o intuito de contribuir para a avaliação da segurança de pontes treliçadas em situações como as anteriormente citadas, considerando cenários de incertezas antes e pós intervenção, bem como aspectos relacionados à carga móvel.

## 1.1 OBJETIVOS

O objetivo principal deste trabalho é realizar análises de confiabilidade estrutural em uma treliça de ponte metálica, no que se refere a falhas associadas à perda de rigidez por flambagem inelástica das barras, considerando diferentes cenários de carga móvel e de reforço estrutural. Para isso, considera-se um estudo de caso baseado em um exemplo real de engenharia. Os objetivos específicos deste estudo são listados a seguir:

- a) Propor cenários de carregamento e de reforço pertinentes a verificações de segurança no contexto atual de pontes treliçadas;
- b) Caracterizar o modo de falha associado à perda de rigidez por flambagem local inelástica de barras;
- c) Integrar módulo de confiabilidade estrutural a um programa de análise em elementos finitos;
- d) Calibrar e validar a etapa de integração a partir de um exemplo disponível na literatura;

- e) Construir modelo mecânico-probabilístico de um problema real de engenharia;
- f) Calcular as probabilidades de falha e os índices de confiabilidade para os cenários propostos;
- g) Comparar, discutir resultados e sugerir futuras contribuições.

## 1.2 LIMITAÇÕES DO PROCEDIMENTO ADOTADO NO TRABALHO

As análises de confiabilidade estrutural envolvendo pontes metálicas podem demandar bastante tempo computacional, particularmente no que se refere, por exemplo, a elementos finitos que possuam muitos graus de liberdade (Trautner; Frangopol, 1990). No entanto, muitos projetistas adotam modelos mais simples, ao mesmo tempo tentando obter modelos que levem a resultados favoráveis à segurança, embora simplificações e conclusões resultantes devam ser realizadas com bastante cautela (Trautner, 1989). Dessa forma, o procedimento adotado neste estudo opta por algumas simplificações no modelo de elementos finitos, no intuito de viabilizar a análise de confiabilidade estrutural (do ponto de vista de custo computacional), as quais impõem limitações relacionadas a: comportamento das ligações entre as barras, análise de tensões ao longo da estrutura, aspectos relacionados à flambagem e distribuição do carregamento atuante.

Na prática as treliças são projetadas com base na premissa de que os elementos de barras estão sujeitos a tensões axiais de compressão ou de tração, apenas. Essa premissa é verdadeira quando não há carregamento transversal atuante ao longo do comprimento das barras e quando nenhum momento é aplicado ou transmitido a partir das juntas de ligação (Bresler; Lin; Scalzi, 1968). Entretanto os autores afirmam que tensões secundárias (não provenientes da ação direta dos esforços axiais na treliça) podem surgir nos membros a partir de algumas condições, como, por exemplo: momentos torcionais provenientes de componentes fora do plano da treliça, como é o caso das transversinas que compõem o tabuleiro; excentricidades reais nas conexões entre os elementos de barra; e, por fim, o deslocamento da treliça e o correspondente momento proveniente da rigidez à rotação nas juntas de ligação. Em muitos casos, em termos de projeto, as tensões secundárias provenientes de excentricidades entre as barras (nas conexões) e da torção atuante nas transversinas são desprezadas; o que para o presente estudo também é adotado, constituindo, portanto, uma limitação.

Ademais, a magnitude das tensões secundárias provenientes da distorção da treliça e da rigidez nas juntas de ligação variam consideravelmente, embora a sua significância não seja necessariamente comparável ao das tensões provenientes da ação direta dos esforços axiais nas

barras (Bresler; Lin; Scalzi, 1968). Estes autores enfatizam que essa magnitude depende do tipo de treliça adotada e que, caso ocorram, estariam presentes apenas em alguns membros da treliça, e apenas nas camadas mais externas da seção, não necessariamente levando ao colapso da estrutura (embora a ocorrência dessas tensões seja relevante para verificações de fadiga). Essa é, portanto, outra limitação, uma vez que as conexões nas juntas de ligações são consideradas rotuladas, por se tratar de uma treliça de barras esbeltas (Pfeil W.; Pfeil M., 2007). Esta hipótese provavelmente adotada na época do projeto estrutural do exemplo aqui estudado, e análises de confiabilidade envolvendo fadiga não fazem parte foco deste trabalho. Adicionalmente, por conta do tipo de rótula adotada, considera-se que não há continuidade entre os membros do banzo superior, bem como entre os membros do banzo inferior da treliça estudada.

O fato de as conexões serem consideradas rotuladas faz com que o modelo de elementos finitos não seja capaz de capturar o comportamento pós-flambagem, pois excentricidades transversais (provenientes dos momentos atuantes nas juntas de ligação) não são observadas e os elementos de barra são, inicialmente, considerados isentos de imperfeições geométricas. Assim opta-se pela realização de uma análise de autovalor e de autovetor (McGuire; Gallagher; Ziemian, 2015), a fim de atribuir excentricidades à geometria inicial a partir dos autovetores. Esse procedimento é capaz de imputar ao modelo a captura do comportamento pós-flambagem a nível dos componentes, embora a ocorrência de modos de flambagem globais da estrutura como um todo, ou de partes, sejam mais improváveis de acontecer (por conta do comportamento de rótula atribuído às conexões). Ainda no aspecto da flambagem global, assume-se que a treliça está contraventada na direção transversal devido à presença de transversinas nos nós, o que impede deslocamentos fora do plano principal. Ademais, com relação à distribuição de tensões ao longo da seção das barras, outras restrições associadas à flambagem podem ser pontuadas. Por se tratar de seções múltiplas, a entrada dos dados referentes às seções transversais no programa de elementos finitos é simplificada para que as propriedades geométricas, área e momento de inércia, sejam suficientes à realização das análises; não considerando, portanto, a ocorrência de flambagem localizada nas paredes dos perfis metálicos nem a ocorrência de flambagem por flexo-torção.

Por fim, adota-se o procedimento de linhas de influência (Pfeil, 1983) para a distribuição do carregamento móvel ao longo da estrutura. Embora essa abordagem seja considerada conservadora, a mesma é utilizada no intuito de reduzir o custo computacional da análise. Ressalta-se que, em problemas reais de engenharia, análises de confiabilidade estrutural comumente se tornam inviáveis computacionalmente.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

Este capítulo tem o intuito de apresentar de forma resumida a teoria necessária à realização do presente trabalho e baseia-se em Ang e Tang (2007); Melchers e Beck (2018); Beck (2019); McGuire, Gallagher e Ziemian (2015); Santner, Williams e Notz (2018); Echard, Gayton e Lemaire (2011); e Marelli, Schöbi e Sudret (2022). Não é objetivo deste capítulo esgotar os temas aqui apresentados, mas situar o leitor na teoria necessária à realização deste estudo. Recomenda-se a leitura das referências citadas para uma compreensão aprofundada do tema.

### 2.1 CONCEITOS FUNDAMENTAIS

Estruturas devem ser projetadas para atender (além de sua função inicial) a determinados requisitos como, por exemplo, segurança; os quais podem ser expressos por meio de funções de estados limites (FEL) (Beck, 2019). Pode-se definir matematicamente funções de estado limites por meio da Equação (1)

$$g(\mathbf{X})=g(X_1, X_2, \dots, X_n), \quad \mathbf{X} \in \mathbb{R}^n, \quad (1)$$

em que  $\mathbf{X}$  representa o vetor de variáveis aleatórias (funções reais que associam um número real a cada resultado possível de um experimento ou processo aleatório). Valores negativos para  $g(\mathbf{X})$  representam eventos de falha, enquanto que valores positivos representam eventos de sobrevivência.

É possível dividir o espaço amostral  $\Omega$ , conjunto formado por todas possíveis realizações de variáveis aleatórias, em domínios complementares. Esses domínios correspondem ao conjunto de pontos reais ( $\mathbf{x}$ ) para os quais  $g(\mathbf{X})$  assume valores negativos ou positivos, definidos nas Equações (2) e (3)

$$D_f = \{ \mathbf{x} \mid g(\mathbf{x}) < 0 \}, \quad (2)$$

$$D_s = \{ \mathbf{x} \mid g(\mathbf{x}) \geq 0 \}. \quad (3)$$

A expressão  $g(\mathbf{x})=0$  estabelece a fronteira entre o domínio de falha,  $D_f$ , e o domínio de sobrevivência,  $D_s$ , definindo assim uma superfície de estado-limite. A probabilidade de falha

( $P_f$ ) de uma estrutura pode, então, ser interpretada como uma medida de propensão à violação de estados limites (Beck, 2019), que consiste na probabilidade de acontecer o evento  $\{\mathbf{x} \in D_f\}$ . A mesma pode ser avaliada a partir de uma função conjunta de densidade de probabilidades,  $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$ , que consiste na distribuição de probabilidade para um conjunto de variáveis aleatórias, ao se realizar a integração sobre o domínio de falha  $D_f$ , conforme Equação (4)

$$P_f = \int_{D_f} f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = P[\{\mathbf{x} \in D_f\}] = P[\{g(\mathbf{X}) \leq 0\}]. \quad (4)$$

Alternativamente, o índice de confiabilidade  $\beta$  pode ser utilizado como uma medida de segurança da estrutura, definido na Equação (5)

$$\beta = -\Phi^{-1}(P_f), \quad (5)$$

em que  $\Phi^{-1}$  é a função inversa da distribuição normal padrão acumulada. O índice é uma medida associada ao nível de segurança da estrutura. Valores usuais variam entre 1,3 a 5,2; cujas probabilidades de falha associadas são de  $10^{-1}$  e  $10^{-7}$ , respectivamente (Cornell, 1969).

Ademais, Marelli, Schöbi e Sudret (2022) salientam que o domínio de integração definido em (4) é definido implicitamente em (2), fazendo com que uma estimativa direta da probabilidade de falha seja praticamente impossível. No entanto, essa limitação pode ser contornada por meio da introdução de uma função indicadora do domínio de falha, por meio da Equação (6)

$$I_{D_f}(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1 & \text{se } g(\mathbf{x}) \leq 0 \\ 0 & \text{se } g(\mathbf{x}) > 0 \end{cases}. \quad (6)$$

Essa função permite apresentar (4) na forma da Equação (7)

$$P_f = \int_{\Omega} I_{D_f}(\mathbf{x}) f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = E[I_{D_f}(\mathbf{x})], \quad (7)$$

em que  $E[.]$  é o operador valor esperado com relação à distribuição conjunta de probabilidades  $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$ . Isso reduz o cálculo da probabilidade de falha à estimativa do valor esperado de  $I_{D_f}(\mathbf{x})$ .

## 2.2 SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO

A Simulação de Monte Carlo (SMC) pode ser utilizada para estimar a probabilidade de falha dada pela Equação (4), por meio de amostragem probabilística dos modelos que definem as variáveis aleatórias. Dada uma amostra de tamanho  $N_a$  para um vetor de variáveis aleatórias  $\mathbf{X}$ , o estimador da probabilidade de falha é dado pela Equação (8)

$$\hat{P}_f = \frac{1}{N_a} \sum_{k=1}^{N_a} I_{Df}(\mathbf{x})^k = \frac{N_{falha}}{N_a}, \quad (8)$$

em que  $N_{falha}$  representa o número de pontos amostrais pertencentes ao domínio de falha  $g(\mathbf{x}) \leq 0$ , com  $k$  variando de um a  $N_a$ . Uma das vantagens do método consiste em fornecer uma estimativa de erro para a probabilidade de falha estimada.

Nesse aspecto, a função indicadora segue a construção de um experimento de Bernoulli. Portanto se  $N_a$  for grande o suficiente, a média da função indicadora segue uma distribuição normal de média igual a  $\hat{P}_f$  e variância ( $\hat{\sigma}_{IDf}^2$ ) expressa por  $\hat{P}_f(1 - \hat{P}_f)$ . De forma análoga a estimativa da probabilidade de falha possui distribuição normal de média  $\hat{P}_f$ , porém sua variância ( $\sigma_{Pf}^2$ ) é dada pela Equação (9)

$$\sigma_{Pf}^2 = \frac{\hat{\sigma}_{IDf}^2}{N_a} = \frac{\hat{P}_f(1 - \hat{P}_f)}{N_a}. \quad (9)$$

Ademais, uma medida usual para avaliar a convergência da estimativa da probabilidade de falha é fornecida pelo coeficiente de variação ( $CV$ ), obtido por meio da Equação (10)

$$CV = \frac{\hat{\sigma}_{Pf}}{\hat{P}_f} = \sqrt{\frac{1 - \hat{P}_f}{N_a \hat{P}_f}}. \quad (10)$$

Percebe-se pela expressão que o coeficiente de variação diminui à medida que  $\sqrt{N_a}$  aumenta. Por exemplo: para uma estimativa de probabilidade de falha da ordem de  $10^{-3}$  são necessárias cerca de  $N_a = 10^5$  simulações para que se obtenha 10% de coeficiente de variação, evidenciando

uma das desvantagens desse método, que é o grande número de simulações usualmente requerido. Por fim, a estimativa para o índice de confiabilidade ( $\beta_{SMC}$ ), associado à probabilidade de falha  $\hat{P}_f$ , também pode ser calculada via simulação de Monte Carlo, Equação (11)

$$\beta_{SMC} = -\Phi^{-1}(\hat{P}_f), \quad (11)$$

em que  $\Phi^{-1}$  indica a função inversa da distribuição normal cumulativa de probabilidades, conforme Equação (5).

### 2.3 KRIGING ADAPTATIVO

O Kriging, também conhecido como modelagem por processos gaussianos, é um método de interpolação estatística que utiliza processos gaussianos para interpolar uma ampla gama de funções complexas (Lataniotis *et al.*, 2022). Foi desenvolvido inicialmente como uma ferramenta de interpolação espacial em geoestatística por Krige (1951), e posteriormente formalizada por Matheron (1963). Em problemas de confiabilidade estrutural, o Kriging pode ser utilizado para substituir funções de estado limite  $g(\mathbf{x})$  por um modelo das respostas estruturais  $\hat{g}(\mathbf{x})$ , também conhecido como modelo de substituição ou metamodelo (Santner; Williams; Notz, 2018).

Metamodelos baseados em Kriging são capazes de prever, de maneira mais precisa, a resposta estrutural na vizinhança dos pontos de amostragem, também conhecidos como projeto de experimentos (DoE – “Design of Experiments”). Ao se avaliar o metamodelo  $\hat{g}(\mathbf{x})$  em um dos pontos do DoE a resposta obtida é igual ao valor proveniente do modelo original:  $\hat{g}(\mathbf{x}) = g(\mathbf{x})$ . Esses pontos, no entanto, não são opções ótimas para se estimar a probabilidade de falha. Então, de maneira a melhorar a precisão dos resultados na vizinhança da função de estado limite; Echard, Gayton e Lemaire (2011) apresentaram um algoritmo adaptativo para a adição de novos pontos ao DoE baseada na estimativa da função de estado limite atual, denominado de Kriging Adaptativo.

De maneira geral, um metamodelo de Kriging pode ser matematicamente definido por meio da Equação (12), (Santner; Williams; Notz, 2018)

$$g(\mathbf{x}) = \mathbf{f}^T(\mathbf{x}) \cdot \boldsymbol{\beta} + z(\mathbf{x}), \quad (12)$$

em que a primeira parcela da Equação (12),  $\mathbf{f}^T(\mathbf{x})\boldsymbol{\beta}$ , é a parcela determinística, ou média, do processo gaussiano, a qual é constituída por  $P$  funções arbitrárias  $\{f_j; j = 1, \dots, P\}$  e seus respectivos coeficientes  $\{\beta_j; j = 1, \dots, P\}$ , Lataniotis *et al.* (2022). Ainda, segundo os autores, esse termo também é conhecido como “trend-type” do processo gaussiano, que para o presente estudo é considerada linear, Equação (13)

$$\mathbf{f}^T \mathbf{f}(\mathbf{x}) = \beta_0 + \sum_{i=1}^n \beta_i x_i. \quad (13)$$

O segundo termo,  $z(\mathbf{x})$ , representa um processo gaussiano estacionário, que corrige  $\mathbf{f}^T(\mathbf{x}) \cdot \boldsymbol{\beta}$  por meio da interpolação do erro nos pontos amostrais (Forrester; Sóbester; Keane, 2008). O processo gaussiano,  $z(\mathbf{x})$ , possui média zero e covariâncias entre pontos de controles  $\mathbf{x}_i$  e  $\mathbf{x}_j$  definidas pela Equação (14)

$$COV(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \sigma^2 \mathbf{R}(\theta, \mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j), \quad (14)$$

em que  $\sigma^2$  (constante) equivale à variância do processo estocástico e  $\mathbf{R}$  é a função de correlação. Os valores de  $\boldsymbol{\beta}$  e  $\sigma^2$  do processo estocástico ( $\sigma_{\hat{g}}$ ) são obtidos por meio das Equações (15) e (16)

$$\boldsymbol{\beta} = (\mathbf{F}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{F})^{-1} \mathbf{F}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{G}, \quad (15)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{p} (\mathbf{G} - \mathbf{F} \boldsymbol{\beta})^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{G} - \mathbf{F} \boldsymbol{\beta}). \quad (16)$$

Nas expressões,  $\mathbf{F}$  representa uma matriz de regressão (cujos termos são formados por  $F_{ij} = f_j(\mathbf{x}^{(i)})$ , ( $i=1, \dots, N; j=0, \dots, P$ ) que varia de acordo com a “trend type” do Kriging;  $\mathbf{R}$  representa a matriz de correlação  $R_{ij} = R(\mathbf{x}^{(i)}, \mathbf{x}^{(j)}, \theta)$ ,  $i=1, \dots, N; p$  o número de pontos de controle e  $\mathbf{G}$  o vetor que armazena as realizações da função de estado limite nesses pontos. Diversas funções de correlação estão disponíveis na literatura. Aqui opta-se por utilizar a função de correlação Gaussiana, Equação (17)

$$\mathbf{R}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \exp \left[ - \sum_{k=1}^n \theta_k |\mathbf{x}_k^i - \mathbf{x}_k^j|^2 \right], \quad (17)$$

amplamente aplicada em problemas de confiabilidade estrutural. Essa função depende do número de variáveis aleatórias envolvidas ( $n$ ), das coordenadas de cada ponto de controle ( $x_k$ ) e dos parâmetros de correlação ( $\theta$ ), os quais são determinados aplicando o princípio de máxima verossimilhança, Equação (18) (Forrester; Sóbester; Keane, 2008)

$$\hat{\theta} = \arg \min \left\{ \frac{p \cdot \ln(\sigma^2) + \ln(\det \mathbf{R})}{2} \right\}. \quad (18)$$

Assim, para um ponto qualquer  $\mathbf{x}$ , o modelo de substituição  $\hat{g}(\mathbf{x})$  é definido como uma variável normalmente distribuída com média  $\mu_{\hat{g}}(\mathbf{x})$  e variância  $\sigma_{\hat{g}}^2(\mathbf{x})$ , respectivamente Equações (19) e (20)

$$\mu_{\hat{g}}(\mathbf{x}) = \mathbf{f}^T(\mathbf{x}) \hat{\boldsymbol{\beta}} + \mathbf{r}^T(\mathbf{x}) \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{g} - \mathbf{F} \hat{\boldsymbol{\beta}}), \quad (19)$$

$$\sigma_{\hat{g}}^2(\mathbf{x}) = \hat{\sigma}^2 (1 + \mathbf{u}^T(\mathbf{x}) (\mathbf{F}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{F})^{-1} \mathbf{u}(\mathbf{x}) - \mathbf{r}^T(\mathbf{x}) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{r}(\mathbf{x})), \quad (20)$$

em que:  $\mathbf{r}^T(\mathbf{x})$  indica a correlação entre as coordenadas do ponto  $\mathbf{x}$  e os demais pontos do DoE. Ademais  $\mathbf{u}(\mathbf{x})$  é dado pela Equação (21)

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \mathbf{F}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{r}(\mathbf{x}) - \boldsymbol{\beta}(\mathbf{x}), \quad (21)$$

e  $\mathbf{g}$  equivale ao valor real da função de estado limite avaliada em cada ponto de controle. Para que o meta-modelo tenha desempenho adequado, é necessário que a amostragem inicial dos pontos do DoE seja realizada cobrindo todo o espaço amostral.

Um dos métodos mais utilizados nesse processo de amostragem é a Técnica do Hipercubo Latino (LHC – “Latin Hypercube Sampling”), desenvolvida por McKay, Beckman e Conover (2000), a qual subdivide o domínio da variável aleatória em faixas, que são amostradas uma única vez, garantindo que todo o domínio seja coberto. Assim, uma amostra de tamanho  $n_a$  para  $n$  variáveis aleatórias pode ser representada através de uma matriz  $\mathbf{P}(n_a \times n)$ , gerada em conjunto com uma matriz de distribuição uniforme  $\mathbf{R}(n_a \times n)$ . Dessa forma o plano amostral ( $\mathbf{S}$ ) é obtido segundo a operação  $\mathbf{S} = (1/n) (\mathbf{P} - \mathbf{R})$ , onde cada elemento do plano amostral ( $s_{ij}$ ) é dado em função do inverso da distribuição cumulativa de probabilidades da variável  $j$ :  $x_{ij} = F_{x_j}^{-1}(s_{ij})$ , (Olsson; Sandberg; Dahlblom, 2003).

Outro aspecto da meta-modelagem utilizando Kriging diz respeito à função de aprendizado, aqui representa genericamente por  $U(\mathbf{x}_i)$ . Essa função é utilizada para selecionar dentre os pontos de uma amostra  $\mathcal{S}_{smc} = \{\mathbf{x}^1, \dots, \mathbf{x}^{N_{mc}}\}$ , gerada utilizando Simulação de Monte Carlo, um novo ponto de controle a ser inserido no DoE. Para cada ponto gerado ( $\mathbf{x}^i$ ) pertencente à amostra  $\mathcal{S}_{smc}$ , avalia-se a função de estado limite do meta-modelo  $\hat{g}(\mathbf{x}^i)$ . Uma variedade de funções de aprendizado está disponível na literatura, dentre as quais uma das mais utilizadas é apresentada em Echard, Gayton e Lemaire (2011), dada pela Equação (22)

$$U(\mathbf{x}_i) = \frac{|\mu_{\hat{g}}(\mathbf{x}_i)|}{\sigma_{\hat{g}}(\mathbf{x}_i)}, \quad (22)$$

em que:  $\mu_{\hat{g}}(\mathbf{x}_i)$  e  $\sigma_{\hat{g}}^2(\mathbf{x}_i)$  são as predições para a média e o desvio padrão de  $\hat{g}$ , respectivamente. Essa função está baseada no conceito de “missclassification”, que acontece quando o sinal da resposta obtida pelo meta-modelo,  $\hat{g}(\mathbf{x}_i)$ , não coincide com o obtido pela função de estado limite original,  $g(\mathbf{x}_i)$ . Assim a probabilidade de classificar o ponto de maneira errada é dada pela Equação (23)

$$P_m(\mathbf{x}^i) = \Phi[-U(\mathbf{x}^i)], \quad (23)$$

em que  $\Phi$  representa a distribuição cumulativa de probabilidade de uma variável gaussiana. O ponto de controle ( $\mathbf{x}^*$ ) a ser adicionado ao DoE, pertencente ao conjunto de amostragem  $\mathcal{S}_{smc}$ , é aquele que maximiza a probabilidade dada pela Equação (23), ou que minimiza a função de aprendizado, Equação (22).

O processo de aprendizado ativo é realizado até que o critério de parada (definido por  $\min U(\mathbf{x}_i) \geq 2$ ) seja alcançado. Esse critério corresponde ao caso no qual os pontos de controle são classificados na região de falha, ou não falha, com uma probabilidade de, no mínimo: 0,977. Porém tal critério de parada é considerado “conservador” e critérios alternativos podem ser aplicados (Echard; Gayton; Lemaire, 2011). A Equação (24) apresenta um exemplo de critério alternativo, expresso em função das probabilidades de falhas ( $\hat{P}_f^+$ ,  $\hat{P}_f^-$ ,  $\hat{P}_f^0$ ) associadas a um nível de confiança ( $1 - \alpha$ ), Equações (25) e (26)

$$\frac{\hat{P}_f^+ - \hat{P}_f^-}{\hat{P}_f^0} \leq \epsilon_{\hat{P}_f}, \quad (24)$$

$$\hat{P}_f^0 = P[\mu_{\hat{g}}(\mathbf{X}_i) \leq 0], \quad (25)$$

$$\hat{P}_f^\pm = P[\mu_{\hat{g}}(\mathbf{X}_i) \mp k\sigma_{\hat{g}}(\mathbf{x}_i) \leq 0], \quad (26)$$

em que:  $k = \Phi^{-1}(1 - \alpha/2)$  representa uma quantidade de desvios-padrão, tipicamente  $k = \Phi^{-1}(97,5\%) = 1,96$ . Dessa forma se considera que a função de aprendizado converge quando o limite  $\epsilon_{\hat{P}_f} = 10\%$  é alcançado (Marelli; Schöbi; Sudret, 2022).

Quando o coeficiente variação da probabilidade de falha estimada, dado pela Eq. (24), atingir valor menor do que o estabelecido, considera-se que o método convergiu. Caso isso não aconteça, deve-se aumentar o número de pontos da Simulação de Monte Carlo.

## 2.4 ANÁLISE NÃO LINEAR DE ESTRUTURAS TRELIÇADAS

A análise não linear física e geométrica de estruturas treliçadas aborda o comportamento dessas estruturas sob diferentes condições de carregamento e deformação. Na análise de não linearidade física, a resposta do material se altera à medida que as deformações são aplicadas para além do regime elástico-linear, resultando principalmente em alteração do módulo de elasticidade.

A não linearidade geométrica surge das diferenças entre a geometria inicial e a final da estrutura após a aplicação do carregamento e de seu impacto nas condições de equilíbrio. Dentre as possíveis fontes de não-linearidades, destacam-se a fissuração e a plastificação, que resultam em não-linearidade física. Ademais, elementos estruturais com grande esbeltez e/ou fora de prumo podem induzir à resposta não-linearidade geométrica (Nielsen; Martins, 2021).

Uma das principais preocupações no que se refere a estruturas treliçadas consiste na súbita deflexão que pode acontecer quando um ou mais elementos destas estruturas estão sujeitas à compressão devido ao fenômeno conhecido como flambagem (Yoo; Lee, 2011). A análise da flambagem em treliças requer uma consideração detalhada das propriedades dos materiais, das condições de contorno e das imperfeições iniciais.

Alguns autores abordam a flambagem considerando uma única restrição global de estabilidade, representada por uma carga crítica. Nesse método, cada elemento da estrutura é comumente rotulado em suas extremidades e subdividido em vários elementos finitos de pórtico. Madah e Amir (2017) bem como Varma, Sarkar e Mondal (2020) mostram que a carga crítica obtida por meio de análises elásticas de ordem superior inclui a consideração da flambagem após a aplicação de imperfeições geométricas na estrutura. Dessa forma, o modelo

é capaz de capturar a flambagem local e global, independentemente da quantidade de barras que constituam a estrutura.

Métodos numéricos, como o método dos elementos finitos, são frequentemente utilizados para prever os modos de flambagem e determinar as cargas críticas que podem causar instabilidade. Nesse contexto, McGuire, Gallagher e Ziemian (2015) explicam que, a depender do tipo de análise, dois tipos de cargas críticas podem ser determinados. A carga crítica elástica é determinada a partir de uma análise de autovalor e autovetor para a matriz de rigidez tangente da estrutura, levando em conta a não linearidade geométrica apenas.

A carga crítica inelástica considera na análise também a não-linearidade física. Os valores críticos obtidos via análise de autovalor e autovetor considerando regime elástico-linear em alguns casos tendem a ser substancialmente maiores do que aqueles obtidos via análise inelástica. No entanto este primeiro tipo de análise pode ser utilizado para adicionar imperfeições geométricas à estrutura e, então, por meio de incrementos de cargas, encontrar a carga crítica inelástica (Madenci; Guven, 2015). Em análises envolvendo elementos finitos, a solução numérica pode ser expressa em termos da Equação (27)

$$\mathbf{Ku} = \mathbf{f}, \quad (27)$$

em que  $\mathbf{f}$  indica o vetor de forças externas,  $\mathbf{K}$  representa a matriz de rigidez global e  $\mathbf{u}$  expressa o vetor de deslocamentos nodais da estrutura. A matriz  $\mathbf{K}$  é obtida via combinação das matrizes de rigidez individuais de cada elemento, expandidas para o sistema global da estrutura, as quais são expressas em termos das propriedades geométricas e dos materiais (McGuire; Gallagher; Ziemian, 2015).

No regime linear-elástico, a resposta nodal ( $\mathbf{u}$ ) é proporcional à aplicação do vetor de forças externas  $\mathbf{f}$ , de forma que é válido o princípio da superposição de efeitos. Isso se deve ao fato de  $\mathbf{K}$  permanecer constante ao longo de toda a análise. A solução da Equação (27) é dada, portanto, pela solução de um sistema linear de equações. Porém, em análises envolvendo não linearidades físicas e/ou geométricas, isso não é observado. Há, no entanto, a opção de resolver o sistema de equações não-lineares de maneira incremental-iterativa, de modo que a Equação (27) assume a forma da Equação (28)

$$d\mathbf{f} = \mathbf{K}_t d\mathbf{u}, \quad (28)$$

em que:  $df$  representa o incremento de forças nodais,  $K_t$  é a matriz de rigidez tangente e  $du$  indica o incremento da resposta nodal (McGuire; Gallagher; Ziemian, 2015). Ainda, segundo os autores, em análises envolvendo não-linearidades tanto física quanto geométrica, a matriz de rigidez tangente é composta por uma parcela linear-elástica ( $K_e$ ), uma parcela resultante da não linearidade do material ( $K_m$ ) e um parcela resultante dos efeitos de ordem superior ( $K_g$ ), conforme a Equação (29)

$$df = (K_e + K_g + K_m) du . \quad (29)$$

A análise de autovalor e autovetor é, então, realizada considerando a parcelas de rigidez  $\widehat{K}_g$  e  $K_e$ , conforme Equação (30)

$$\vec{0} = (K_e + \lambda \widehat{K}_g) du , \quad (30)$$

em que  $\widehat{K}_g$  indica a matriz de rigidez geométrica calculada para uma força de referência  $f_{ref}$ . A Equação (30) compõe infinitas soluções para autovalores ( $\lambda$ ) e seus autovetores associados ( $u$ ). Se  $f_{ref}$  for unitário, o menor valor, em módulo, obtido para  $\lambda$  indica a carga crítica elástica e  $u$  representa o 1º modo de flambagem. Ao se aplicar um percentual de perturbação ( $\alpha$ ), baseada nos primeiros modos de flambagens obtidos ( $u$ ), e alterando as constantes dos materiais em  $K_e$ , de modo a representar o comportamento não linear do material, é possível fazer com que o modelo numérico da estrutura treliçada seja capaz de capturar o flambagens relacionadas à carga crítica inelástica.

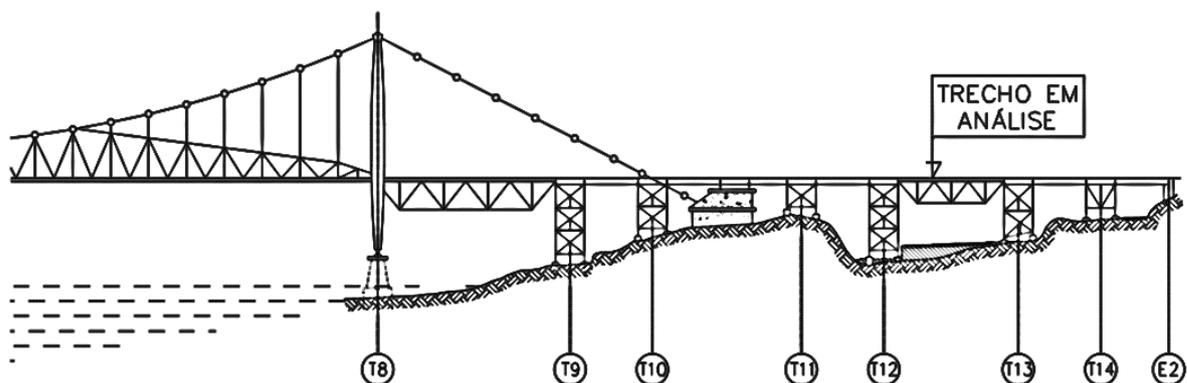
### 3 DESCRIÇÃO DO OBJETO DE ESTUDO E DO CARREGAMENTO

O presente capítulo tem o objetivo de descrever o objeto de estudo e apresentar a obtenção do carregamento para a treliça principal. Para isso o capítulo é subdividido em algumas seções, de maneira a facilitar a compreensão. Inicialmente é apresentada uma visão geral acerca do objeto de estudo, o que inclui: localização, dimensões gerais e descrição de componentes. Em seguida é caracterizada a treliça principal, objeto de interesse da análise numérico-probabilística. Por fim, apresenta-se o carregamento atuante, incluindo a determinação do peso próprio e os modelos de carga móvel, tanto determinístico quanto probabilístico.

#### 3.1 DESCRIÇÃO GERAL

O objeto de estudo é parte de um dos conjuntos de treliças que compõem o viaduto de acesso de uma ponte baseada na Ponte Hercílio Luz (PHL), ponte esta localizada em Florianópolis/SC. A treliça está presente tanto na parte insular da ponte, entre as torres “T12” e “T13”, como na parte continental, entre as torres “T5” e “T6”, conforme ilustrado na Figura 1. O trecho de análise se localiza na parte insular.

Figura 1 – Localização do trecho de análise

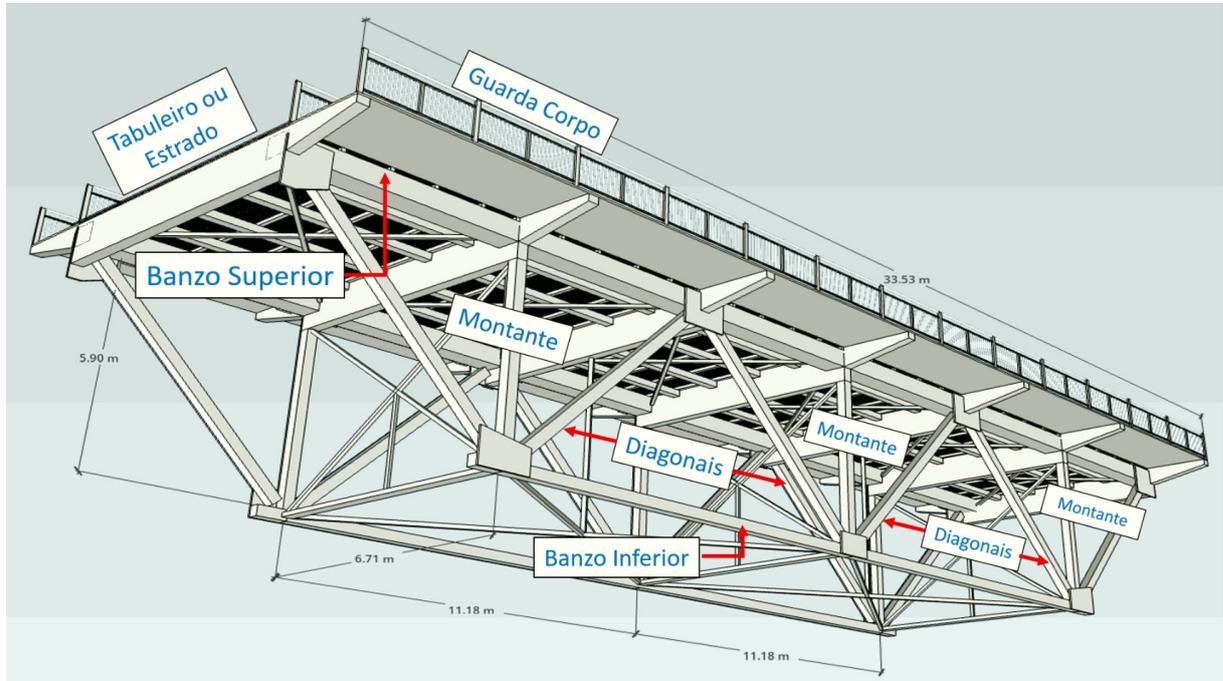


Fonte: adaptado de Secretaria de Estado da Infraestrutura e Mobilidade, SC (2024).

A estrutura é formada por duas treliças do tipo Warren com montantes (Pfeil, 1983) sobre um vão de 33,53 metros, posicionadas paralelamente ao sentido do tráfego e separadas por uma distância de 6,71 metros (medida de eixo a eixo). A altura entre os eixos do banzo superior e inferior é de aproximadamente 5,90 metros. A Figura 2 indica os elementos que

compõem o vão de acesso: montantes, diagonais, banzos superiores, banzos inferiores, tabuleiro e guarda-corpo.

Figura 2 – Estrutura do vão de acesso (imagem ilustrativa, seções reais não representadas)

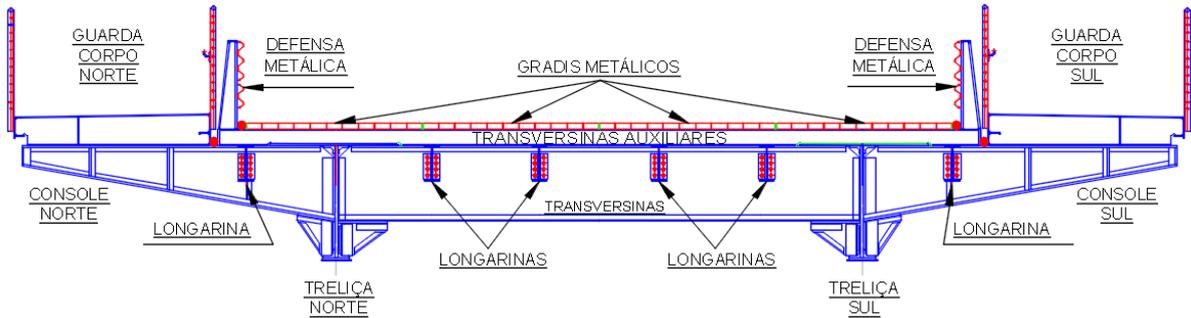


Fonte: adaptado de Secretaria de Estado da Infraestrutura e Mobilidade, SC (2024).

A parte que serve de apoio imediato aos elementos com função viária é definida como estrado ou tabuleiro (Pfeil, 1983). O estrado de pontes rodoviárias subdivide-se em elementos estruturais (como, por exemplo, laje e vigamento do tabuleiro) e elementos utilitários (passeios para pedestres, barreiras de proteção, guarda-corpos, etc.) A laje do tabuleiro é o elemento de suporte direto da pista de rolamento e, eventualmente, dos passeios. Já o vigamento do tabuleiro tem a função de suportar as cargas atuantes sobre o estrado, transferindo-as para o vigamento principal.

Para a treliça do vão de acesso em questão, o papel da laje do tabuleiro é desempenhado pelos gradis metálicos, enquanto que a função de vigamento do tabuleiro é realizada pelas transversinas auxiliares, pelas longarinas e pelas vigas transversais, conforme ilustrado na Figura 3. Não foi identificada na estrutura da ponte uma parte a ser denominada “vigamento principal”, o que existe é a presença de duas treliças principais responsáveis por dar suporte ao vão da ponte neste trecho.

Figura 3 – Seção transversal do tabuleiro

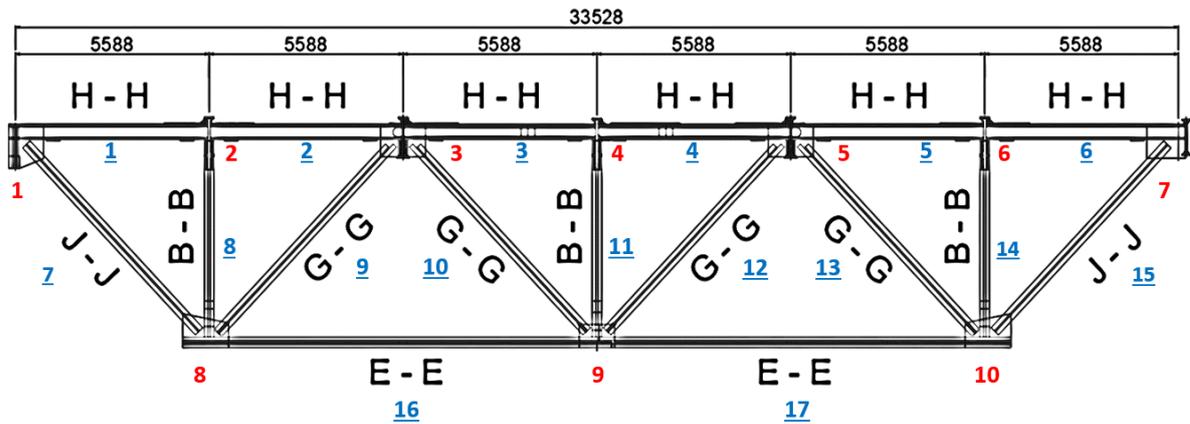


Fonte: adaptado de Secretaria de Estado da Infraestrutura e Mobilidade, SC (2024).

### 3.2 DESCRIÇÃO DA TRELIÇA PRINCIPAL

A Figura 4 apresenta a localização de cada tipo de seção transversal ao longo da treliça principal, a numeração de cada barra (em azul, sublinhado) bem como a de suas conexões (em vermelho). As seções são formadas pela combinação de perfis laminados de chapas, cantoneiras ou canaletas (definidas a partir do padrão norte americano), cuja união é promovida por meio de rebites.

Figura 4 – Estrutura da treliça principal.

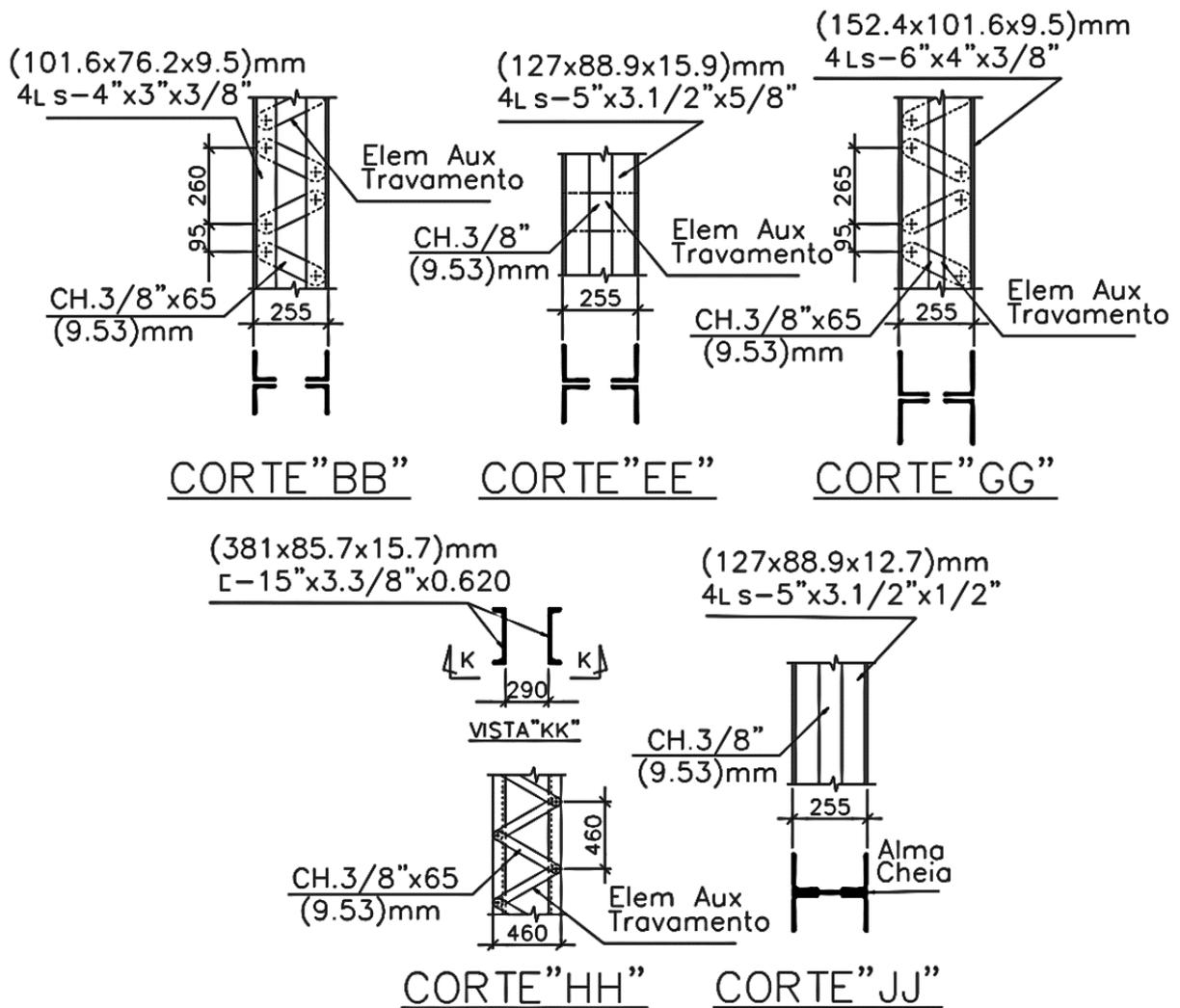


Fonte: adaptado de Secretaria de Estado da Infraestrutura e Mobilidade, SC (2024).

Observa-se também a presença de elementos auxiliares de travamento, que promovem a união dos perfis longitudinalmente. Dos tipos de seções que compõem as barras da treliça principal, apenas as seções do tipo “J-J” possuem alma cheia. Os detalhes acerca de cada seção podem ser conferidos também por meio da Figura 5, onde as dimensões são apresentadas tanto no sistema imperial de unidades como no sistema internacional.

Ademais, para efeito de cálculo das propriedades de interesse da seção transversal (área e momentos de inércia), assume-se que a região que efetivamente contribui com essas variáveis se restringe às áreas das cantoneiras ou canaletas atuando em conjunto na seção, portanto não são consideradas eventuais contribuições dos elementos auxiliares de travamento.

Figura 5 – Seções transversais dos elementos da treliça principal



Fonte: Adaptado de Secretaria de Estado da Infraestrutura e Mobilidade, SC (2024).

As seções apresentadas na Figura 5 são responsáveis por resistir aos esforços de tração ou de compressão resultantes do carregamento externo, que, para um modelo idealizado de treliça, é aplicado diretamente em seus nós. Esse carregamento chega aos nós da treliça principal por meio de vigas transversais, denominadas transversinas (ver a Figura 3). O carregamento age, portanto, diretamente sobre os gradis, que o transfere para as transversinas auxiliares, que, por sua vez, o faz para as longarinas, e daí para as vigas transversais. Por fim

as intensidades das forças aplicadas nos nós da treliça principal, considerando um modelo idealizado de treliça, equivalem às reações de apoio das transversinas.

### 3.3 CARACTERIZAÇÃO DO PESO PRÓPRIO

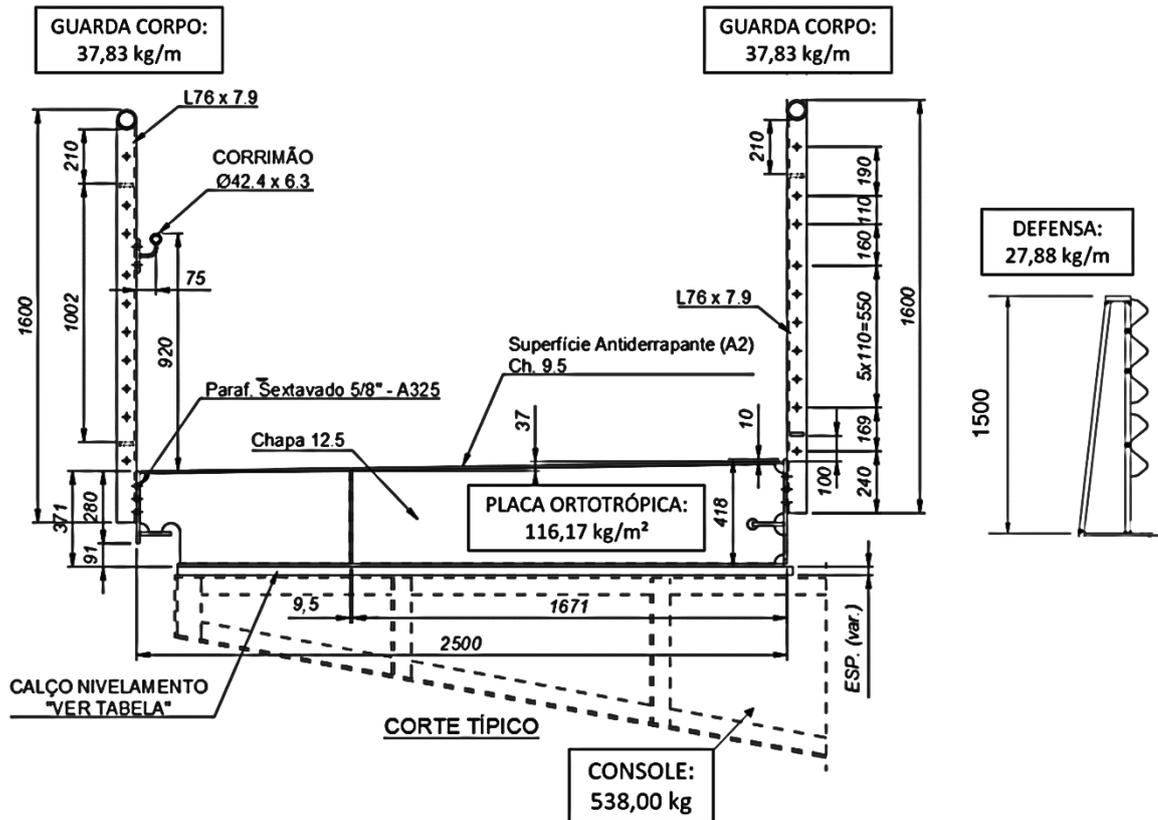
O modelo idealizado para a treliça do vão de acesso, que consiste em um modelo de treliça plana, necessita da determinação do carregamento proveniente do peso próprio dos elementos que compõem o estrado, os quais atuam sobre os nós da treliça principal. Caso a idealização do modelo numérico fosse realizada em três dimensões, uma vez definidas áreas e densidades dos materiais para os perfis que compõem o estrado (transversinas auxiliares, longarinas e vigas transversais), tal determinação poderia ser efetuada considerando a aceleração da gravidade atuando sobre a massa dos elementos discretizados. A presente seção tem como objetivo descrever a carga que incide nos nós, proveniente tanto do peso dos elementos estruturais (como contraventamentos, consoles, vigas do estrado, gradis) quanto dos elementos utilitários (como guarda-corpos, defensas metálicas, entre outros).

#### 3.3.1 Peso próprio dos elementos utilitários

Os consoles são responsáveis por servir de suporte à estrutura de passeios dos pedestres bem como suporte aos guarda-corpos. Ocorrem junto às transversinas da treliça principal, em balanço. Assim assume-se, para efeitos de carregamento, que o peso da peça é aplicado integralmente ao nó da treliça, já que em cada um dos nós superiores verifica-se a presença de um console. A Figura 6 apresenta a geometria do console, denominado “20-3244A”, cuja massa é de 538 kg. As informações foram obtidas do documento “As Built” da obra de reabilitação.

No que se refere às placas ortotrópicas, que servem de apoio para a região dos passeios e da ciclovia, a partir da documentação é possível estimar um valor médio para seu peso próprio em função da área ocupada pela região do passeio entre dois consoles consecutivos. Assim a placa, denominada “PC1”, cuja massa é de 3.114,20 kg distribuídos em uma área de 24,68 m<sup>2</sup>, é tomada como referência para uma estimativa de peso por unidade de área (126,17 kg/m<sup>2</sup>). Portanto ao se multiplicar esse valor pela área ocupada pelo passeio entre dois consoles consecutivos (13,96 m<sup>2</sup>) tem-se uma estimativa para a força peso desse componente aplicada aos nós da treliça (1.761,33 kgf).

Figura 6 – Detalhes consoles, guarda-corpos e placas do passeio



Fonte: adaptado de Secretaria de Estado da Infraestrutura e Mobilidade, SC (2024).

Assim como no caso dos consoles, assume-se que o peso próprio é integralmente transferido para o nó da treliça principal. A mesma lógica se aplica aos guarda-corpos (“GC1”: 37,83 kg/m) e às defensas metálicas (27,88 kg/m), com a distinção de que suas estimativas de peso são feitas por unidade de comprimento. Portanto o peso proveniente do componente para o nó da treliça é de aproximadamente 423,51 kgf. Os pesos provenientes de corrimão, calços, parafusos e conexões são assumidos pequenos o suficiente para serem desprezados.

### 3.3.2 Peso próprio dos elementos estruturais

As estimativas de peso próprio para o vigaamento do estrado (mais especificamente: longarinas e transversinas auxiliares), bem como para o contraventamento no plano horizontal e transversal do vão, são realizadas a partir da caracterização dos perfis disponíveis no projeto de reabilitação da ponte. Em suas especificações as seções são perfis de abas largas ou perfis T (também de abas largas), e seguem a nomenclatura “W” ou “WT” (onde o “W” vem do inglês: “wide flange”) seguida de sua altura nominal, em milímetros, e sua massa por unidade de

comprimento em quilogramas por metro (Pfeil W.; Pfeil M., 2007). Por exemplo as longarinas internas às treliças principais recebem a denominação “W460x82”, que indica uma altura nominal de 460 milímetros e peso por unidade de comprimento equivalente a 82 kg/m. Ademais a estimativa para os gradis metálicos é feita a partir do componente denominado “GT1”, cuja massa é de 291,80 kg distribuída em uma área de 2,3 m<sup>2</sup>. Portanto sua massa por unidade de área equivale a 126,87 kg/m<sup>2</sup> (ver o Anexo A).

No que diz respeito aos elementos de contraventamento da seção transversal, o que inclui montantes e pendurais, trata-se de perfis WT125x16,36. Ademais, conectando o banzo inferior das treliças principais, logo abaixo das transversinas, tem-se o perfil WT180x36 (ver os Anexos B e C). Com relação ao contraventamento horizontal superior, posicionado no plano do estrado do tabuleiro, apresenta perfil *Ls – 3”x3.1/2”x3/8”*, o que indica uma cantoneira de abas desiguais de dimensões “76,2 mm x 88,9 mm x 9,53 mm” (ver o Anexo D).

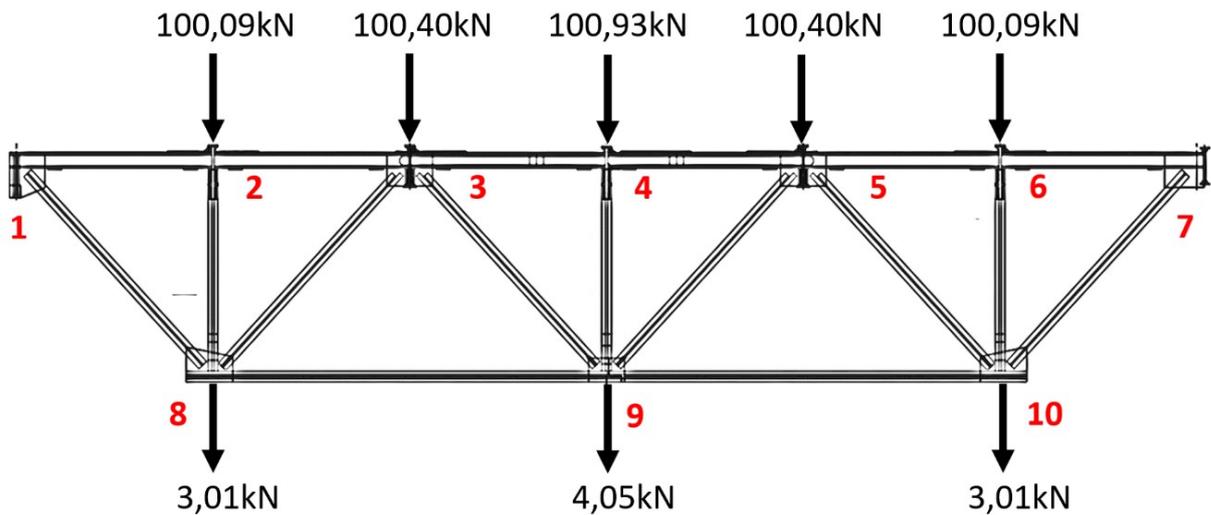
Por fim realiza-se uma estimativa de peso para a transversina principal ao se multiplicar a área da seção transversal (0,0188 m<sup>2</sup>), Anexo C, pela densidade do material (7.850 kg/m<sup>3</sup>), obtida de Liu *et al.* (2019). A Tabela 1 e a Figura 7 apresentam um resumo dos perfis e das forças aplicadas em cada nó da treliça, respectivamente. A tabela indica o perfil, o comprimento, sua massa e a força peso associada. Salienta-se que a força aplicada em cada nó depende da quantidade de perfis e da disposição que ocupam ao longo do tabuleiro. Portanto detalhes acerca de cada perfil, quantidade, dimensões e disposição podem ser conferidos por meio dos Anexos A, B, C e D. Por fim, o Apêndice A apresenta um quadro resumo, o qual indica os valores das forças atuantes junto aos nós da treliça principal devido ao peso próprio dos componentes, representados na Figura 7.

Tabela 1 – Propriedades dos perfis

Componente	Desenho	Perfil	(kg/m)	L(m)	M(kg)	Peso(N)
Long Int	Anexo A	W460X82	82,00	5,59	457,97	4492,69
Long Ext	Anexo A	W530X101	101,00	5,59	564,39	5536,65
Diag Cntrvtm Inf	Anexo C	WT125X16.36	16,35	13,03	213,04	2089,93
Banzo Inf Cntrv ST	Anexo B	WT180X36	36,00	6,71	241,56	2369,70
Diag Cntrvtm ST	Anexo B	WT125X16.36	16,36	8,42	137,75	1351,34
Montante ST	Anexo B	WT125X16.36	16,36	2,55	41,72	409,25
Pendural ST	Anexo B	WT125X16.36	16,36	5,10	83,44	818,51
Diag Cntrvtm Sup	Anexo D	L3"X3.1/2"X3/8"	11,78	8,73	102,78	1008,31
Transv Aux 1	Anexo A	W310X79,0	79,00	9,72	767,56	7529,80
Transv Aux 2	Anexo A	W200X31,3	31,30	9,72	304,11	2983,33

Fonte: elaborada pelo autor

Figura 7 – Forças aplicadas aos nós da treliça (peso próprio)



Fonte: elaborada pelo autor (2024).

### 3.4 MODELO DE CARGA MÓVEL (DETERMINÍSTICA)

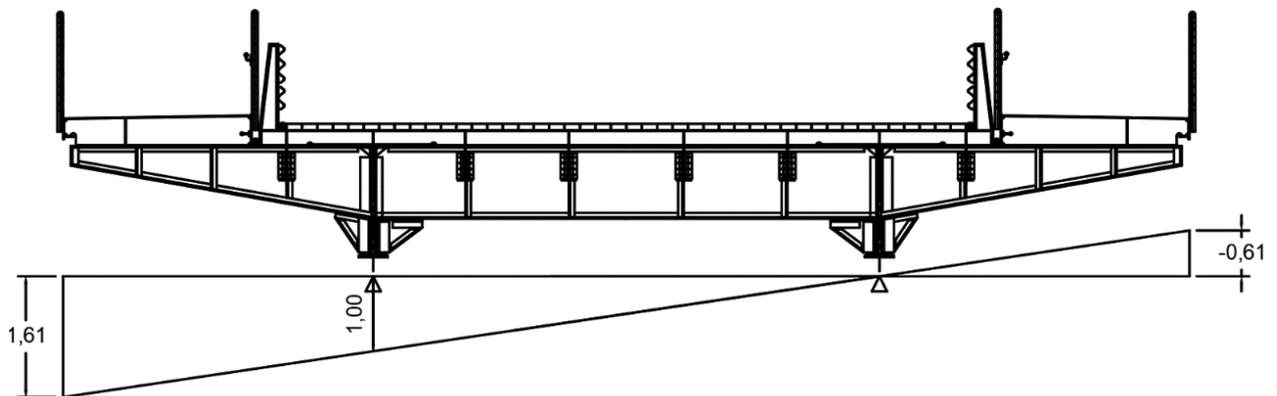
Esta seção descreve o procedimento para aplicação da carga móvel nos nós da treliça principal. Inclui a descrição das linhas de influência transversal e longitudinal, bem como o cálculo do trem-tipo definido a partir da NBR 7188 (ABNT, 2013).

#### 3.4.1 Linha de influência (seção transversal)

De acordo com Pfeil (1996), denomina-se linha de influência de uma solicitação em relação a uma seção “S”, uma linha cujas ordenadas fornecem os valores da solicitação para uma posição qualquer de carga unitária, que se desloca no sentido longitudinal ou transversal do tabuleiro. As linhas de influência podem ser utilizadas para o cálculo dos valores das solicitações e também para a escolha da posição mais desfavorável no estrado da ponte.

Para o vão de acesso, é de interesse encontrar as posições ao longo do estrado que gerem os maiores valores de carregamentos nos nós da treliça principal. Com base nisso, a escolha da linha de influência referente ao valor da reação em um dos apoios se justifica. A Figura 8 apresenta, portanto, a linha de influência da seção transversal. As regiões cujas ordenadas possuem valor negativo representam um alívio de carga para o apoio, o que não é de interesse no caso em questão.

Figura 8 – Linha de influência de reação de apoio (seção transversal)



Fonte: elaborada pelo autor (2024).

### 3.4.2 Trem-tipo segundo a norma NBR 7188

Após definida a linha de influência para a seção transversal, define-se uma configuração de carga móvel que pode ser utilizada na análise de esforços no sentido longitudinal. A essa configuração de carga móvel, que pode assumir qualquer posição no sentido longitudinal, é atribuída a denominação de “trem-tipo” (Pfeil, 1983). Os valores característicos que servem de base para o cálculo do trem-tipo são comumente obtidos de normas, para os quais podem estar associados dois tipos de carregamento.

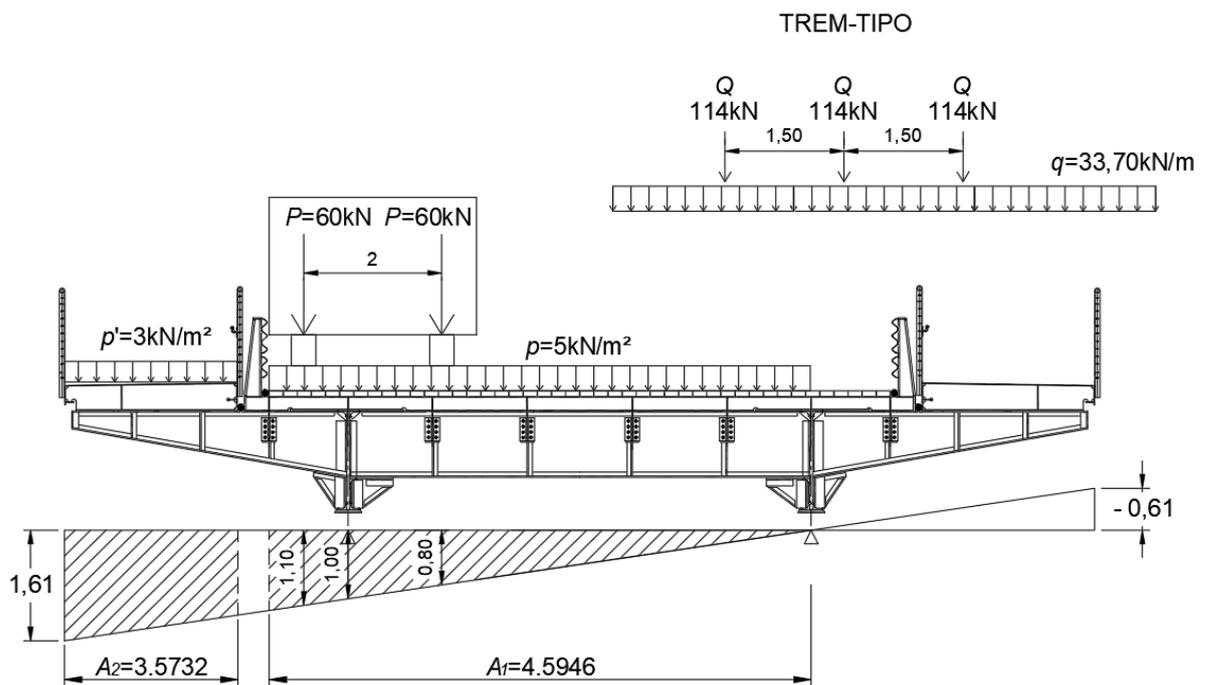
O primeiro tipo faz referência a um veículo principal, composto por um conjunto de eixos cujos pesos, distâncias e dimensões do veículo são pré-definidas. O segundo encontra-se associado a uma carga de multidão para veículos menores, comumente definida em função de uma força por unidade de área. Há também a possibilidade de se considerar uma carga de multidão para o tráfego de pedestres.

No Brasil, a norma que define os valores característicos para o cálculo do trem-tipo em pontes rodoviárias é a NBR 7188 (ABNT, 2013). Segundo a mesma, o veículo principal é do tipo “TB-450”, que consiste em um veículo com: seis rodas pesando setenta e cinco quilonewtons cada ( $P=75$  kN); três eixos afastados entre si de 1,50 metros; área ocupada ( $A$ ) de 18 metros quadrados (3 m x 6 m) e distância transversal entre pneus de 2 m. A carga de multidão ( $p$ ) é definida em  $5$  kN/m<sup>2</sup> e carregamento no passeio ( $p'$ ) equivale a  $3$  kN/m<sup>2</sup>. A carga distribuída não ocupa a área do veículo, entretanto, para simplificar os cálculos, adotou-se a mesma metodologia apresentada em Pfeil (1996), que consiste em assumir que a carga de multidão pode ocupar a área do veículo principal, abatendo de seu peso total o excesso de carga proveniente da área ocupada.

Assim, como a área ocupada ( $A$ ) equivale a dezoito metros quadrados, três metros de largura por seis metros de comprimento, o valor acrescido pela carga de multidão ( $p'$ ), de  $5 \text{ kN/m}^2$ , equivale a noventa quilonewtons ( $18 \text{ m}^2 \times 5 \text{ kN/m}^2 = 90 \text{ kN}$ ). Ao se dividir esse valor por seis, números de pneus considerados para o veículo “TB-450”, obtêm-se quinze quilonewtons de força a serem abatidos do veículo principal ( $90 \text{ kN} / 6 = 15 \text{ kN}$ ), resultando em uma carga de sessenta quilonewtons por pneu ( $P^* = 60 \text{ kN}$ ). A partir dessa nova configuração pode-se partir para a determinação do trem-tipo principal.

Para a isso, é necessário posicionar o carregamento na posição mais desfavorável transversalmente de maneira a se obter o maior esforço para a treliça. Isso é feito, conforme mencionado, a partir da linha de influência da seção transversal. A Figura 9 apresenta, portanto, a configuração de carregamento para o cálculo do trem-tipo, bem como seus respectivos valores.

Figura 9 – Posicionamento transversal da carga móvel.



Fonte: elaborada pelo autor (2024).

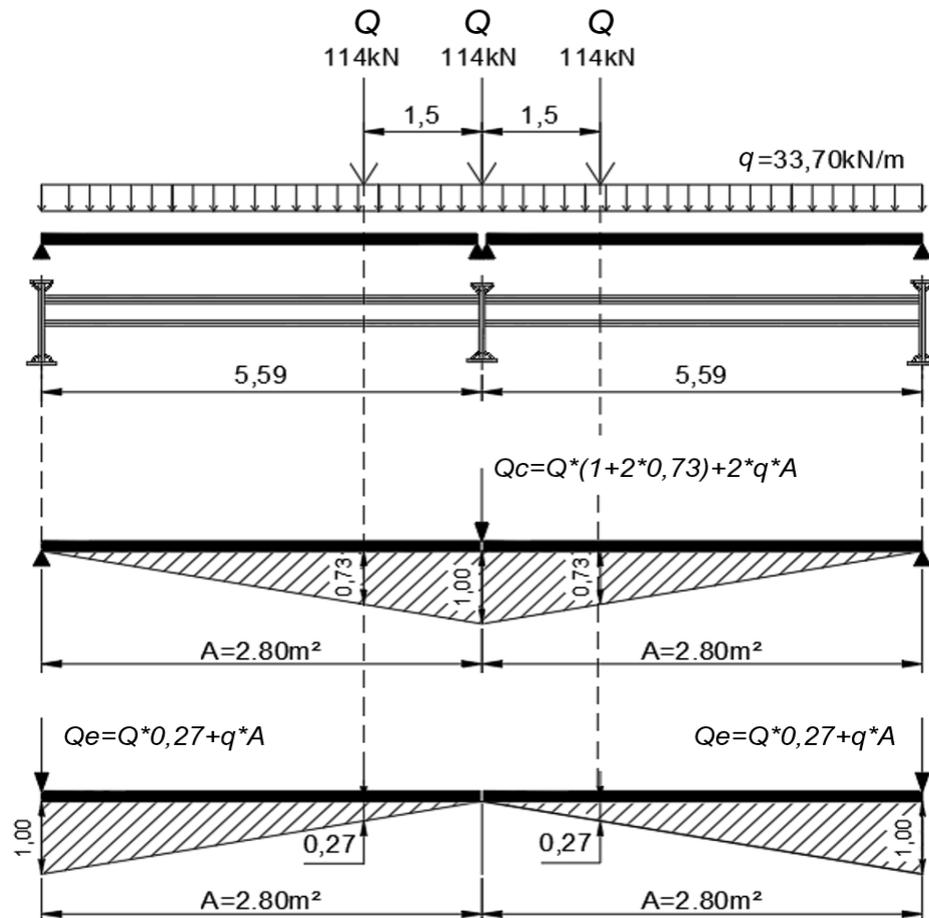
Ao se realizar a soma do produto de cada carga concentrada do eixo ( $P^* = 60 \text{ kN}$ ) pelas respectivas ordenadas da linha de influência ( $1,10$  e  $0,80$ ), tem-se o valor da carga concentrada para o trem-tipo longitudinal ( $Q = 114 \text{ kN}$ ). Ao repetir o procedimento para as cargas de multidão ( $p = 5 \text{ kN/m}^2$  e  $p' = 3 \text{ kN/m}^2$ ) obtêm-se o valor para a carga distribuída do trem-tipo ( $q = 33,70 \text{ kN/m}$ ), com a diferença de que o produto não é realizado entre as ordenadas

e a cargas concentradas, mas entre a carga de multidão e a área sob a linha de influência da região de interesse ( $A_1 = 4,59$  e  $A_2 = 3,57$ ).

### 3.4.3 Modelo de carregamento móvel (sentido longitudinal)

Para o cálculo do valor das forças aplicadas junto aos nós da treliça principal provenientes da carga móvel no sentido longitudinal faz-se uso novamente das linhas influência de reações de apoio, dessa vez para as longarinas. Considera-se que as longarinas estão simplesmente apoiadas nas transversinas principais. Dessa forma, as linhas de influências indicam que a pior posição para o trem-tipo consiste naquela em que o eixo central se encontra exatamente em cima de um dos nós da treliça. Além disso, o carregamento móvel é distribuído ao longo de dois vãos consecutivos, distribuindo-se em três transversinas consecutivas, conforme demonstra a Figura 10.

Figura 10 – Linhas de influência de reações (sentido longitudinal)



Fonte: elaborada pelo autor (2024).

$Q_c$  e  $Q_e$  indicam as cargas aplicadas junto ao nó central e de extremidades para a treliça, respectivamente. Portanto, no que se refere ao modelo numérico, assume-se que essas cargas se deslocam em conjunto, fazendo com que (durante a análise numérica) cinco configurações de carregamento sejam consideradas: uma para cada nó superior da treliça (com exceção dos apoios). Por fim, a NBR 7188 também determina a inclusão de um coeficiente de impacto vertical (*CIV*) para o dimensionamento de estruturas sujeitas a estados limites últimos. Dessa forma, seguindo as recomendações da norma, os parâmetros obtidos devem ainda ser multiplicados por um fator de 1,256.

#### 3.4.4 Combinação normal de ações segundo a NBR 8681

Uma vez estabelecido o modelo de carga móvel, é necessário determinar uma ação equivalente que represente o efeito combinado dessa e das demais ações atuando em conjunto na estrutura. No Brasil, tal combinação é definida pela NBR 8681 (ABNT, 2003), norma de ações e seguranças nas estruturas. Beck (2019) explica que o problema de combinação de ações é um problema de combinação (ou soma) de processos estocásticos e que eventual falha da estrutura ocorrerá certamente sob efeito de uma ação extrema. Por outro lado, somar todas as ações na estrutura seria bastante conservador. Ademais, o autor explica que:

O modelo de Turkstra, [...], é uma forma simplificada e intuitiva de resolver o problema de combinação de ações. De forma resumida, este modelo postula que a ação combinada extrema [...] será a pior combinação entre a distribuição de extremos de uma ação variável, considerada como principal na combinação, combinada com a soma da distribuição de ponto arbitrário das demais ações (ditas secundárias, neste contexto).

Nesse aspecto, a norma brasileira apresenta várias combinações de ações, sendo as ações categorizadas como principais ou secundárias. No caso de pontes, a ação principal refere-se à carga associada aos eixos, enquanto as ações secundárias se referem às demais cargas de multidão. No presente estudo, adota-se a combinação normal para a verificação do estado limite último. Segundo Pfeil W. e Pfeil M. (2007), as combinações normais incluem todas as ações decorrentes do uso previsto para a estrutura. Essa combinação é representada por meio da Equação (31)

$$F_d = \sum_{i=1}^m \gamma_{gi} F_{Gi,k} + \gamma_q \left[ F_{Q1,k} + \sum_{j=2}^n \psi_{0j} F_{Qj,k} \right], \quad (31)$$

em que:  $F_{G1,k}$  é o valor característico das ações permanentes;  $F_{Q1,k}$  é o valor característico da ação variável considerada como ação principal, e  $\psi_{0j}F_{Qj,k}$  é o valor reduzido de combinação de cada uma das ações variáveis. Os valores característicos das ações principais e secundárias são obtidos da NBR 7188 (ABNT, 2013). Para a treliça principal, os coeficientes  $\gamma_{gi}$ ,  $\gamma_q$  e  $\psi_{0j}$  correspondem aos seguintes valores:  $\gamma_{gi}=1,25$ , por se tratar de estruturas metálicas;  $\gamma_q=1,5$ , para o caso de ações variáveis em geral; e  $\psi_{0j}=0,7$  para o caso de pontes rodoviárias (ABNT, 2003).

### 3.5 MODELO DE CARGA MÓVEL (PROBABILÍSTICA)

O procedimento aplicado para se obter o valor das forças atuantes, segundo os parâmetros da norma brasileira, pode ser replicado para o cenário em que se considera o modelo de carga móvel probabilística. A presente seção tem o intuito de descrever, considerando esse cenário, o modelo de carregamento móvel com relação aos seus aspectos gerais e probabilísticos.

#### 3.5.1 Aspectos fundamentais

O modelo é obtido de Imai e Frangopol (2002), que apresentam um estudo de confiabilidade estrutural envolvendo pontes suspensas. O modelo está baseado nas diretrizes da HSBA (*Honshu Shikoku Bridge Authority*), órgão responsável por um conjunto de pontes que ligam duas importantes ilhas do Japão.

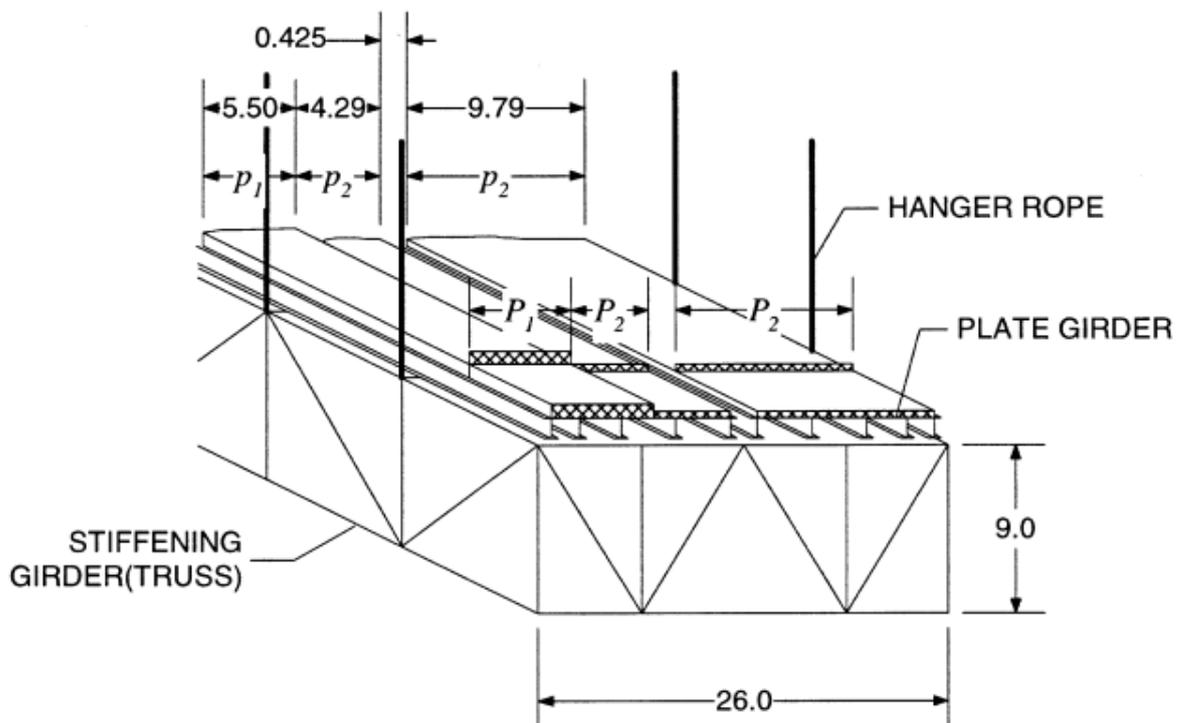
A escolha desse modelo se deve ao fato de que, em se tratando de análises de confiabilidade envolvendo pontes, as distribuições de probabilidades disponíveis na literatura geralmente fazem referência aos efeitos da carga móvel (momento fletor ou esforço cortante), ou seja, usualmente não são informados os parâmetros de distribuição de carga móvel que gerariam esses efeitos, mas as distribuições dos efeitos em si. Como o vão de acesso é formado por treliças, optou-se por utilizar um modelo que fornecesse distribuições de probabilidade diretamente associadas ao carregamento dos veículos. Ressalta-se que o tabuleiro da ponte, no trabalho citado, também é composto por um sistema de treliças do tipo Warren com montantes.

O modelo é idealizado considerando situações críticas de congestionamento para o vão principal de pontes suspensas. Considera-se, portanto, que as condições de congestionamento que porventura venham a ocorrer ao longo do vão suspenso se repitam para o vão de acesso.

O carregamento assume a presença de dois veículos (denominados “TT-43”) dispostos lado-a-lado ao longo da direção transversal. Devido à tarefa desafiadora de se posicionar os eixos na posição mais desfavorável, o carregamento é estimado por meio da combinação de uma carga transversal, expressa em termos de força por unidade de comprimento (N/m), com um carregamento uniformemente distribuído ao longo da área do tabuleiro (N/m<sup>2</sup>) (ver a Figura 11). Segundo os autores, esse carregamento recebe a denominação “tipo  $L_{carr}$  equivalente”.

Tanto a carga por unidade de comprimento quanto a carga por unidade de área possuem duas parcelas denominadas: "parcela principal" e "parcela subordinada". A distinção entre o que é “principal” e “subordinado” é definida através da largura de dois veículos “TT-43” (5,50 metros). Assim a parcela principal da carga por unidade de comprimento ( $P_1$ ) possui largura de 5,5 metros. Da largura remanescente do tabuleiro se define a parcela subordinada ( $P_2$ ). De maneira análoga são definidas as parcelas principais e subordinadas do carregamento por unidade de área. Logo, a parcela principal desta ( $p_1$ ) possui largura constante (5,50 metros) ao longo do vão. A parcela subordinada do carregamento por unidade de área ( $p_2$ ) é aplicada na região não ocupada por  $p_1$ . A Figura 11 ilustra a disposição do carregamento  $L_{carr}$  equivalente ao longo de um tabuleiro treliçado.

Figura 11 – Carregamento  $L_{carr}$  equivalente.



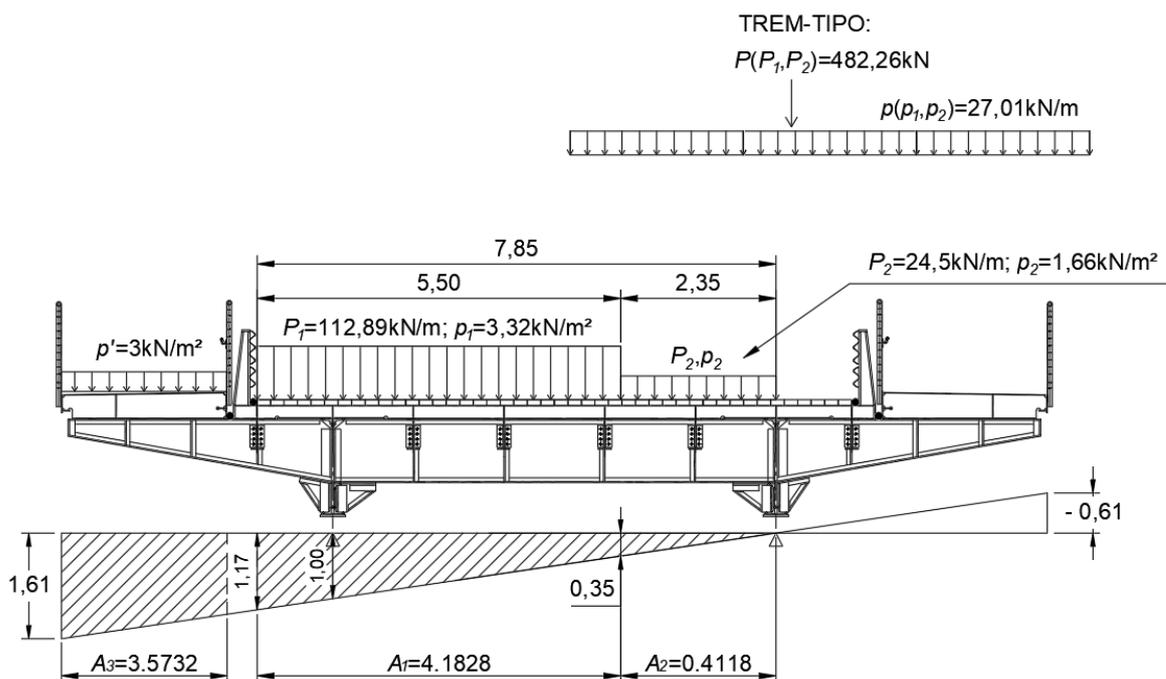
Fonte: Imai e Frangopol (2002).

De acordo com as diretrizes estabelecidas pela HSBA, os valores de  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $p_1$  e  $p_2$  são calculados com base em expressões definidas a partir do vão suspenso ( $L$ ). Nesse aspecto, o carregamento linear  $P_1$  pode ser classificado em dois tipos:  $P_1$  que se relaciona ao diagrama de esforço cortante ( $P_1 = 11.100 + 1,2L$ ) ou  $P_1$  que se relaciona ao diagrama de momento fletor ( $P_1 = 10.100 + 1,7L$ ), valores em “kgf/m”. Para o vão suspenso da ponte (339 metros), utilizou-se a expressão de  $P_1$  para o cortante, resultando em 112,89 kN/m. No que se refere a  $p_1$ , a expressão definida para tal é dada por “ $p_1 = 300[0,57+300/(200+L)]$ ”, valores expressos em kgf/m, que quando aplicada ao vão principal e convertida resulta em 3,32 kN/m<sup>2</sup>. Ademais  $p_2$  é definida como metade de  $p_1$  (1,66 kN/m<sup>2</sup>) e  $P_2$  é fixado em 24,5 kN/m<sup>2</sup>. No que se refere ao carregamento oriundo do tráfego de pedestres, adotou-se os valores definidos pela a norma brasileira (3 kN/m<sup>2</sup>).

### 3.5.2 Determinação do trem-tipo e linhas de influência.

Assim como foi feito para o carregamento oriundo do peso próprio, a determinação do trem-tipo para a carga móvel é realizada seguindo a mesma lógica. Logo uma vez definidos os parâmetros de  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $p_1$  e  $p_2$ , faz-se uso das linhas de influências de reações de apoio para posicioná-las ao longo da seção transversal, obtendo-se a Figura 12.

Figura 12 – Linha de influência transversal (carga móvel)

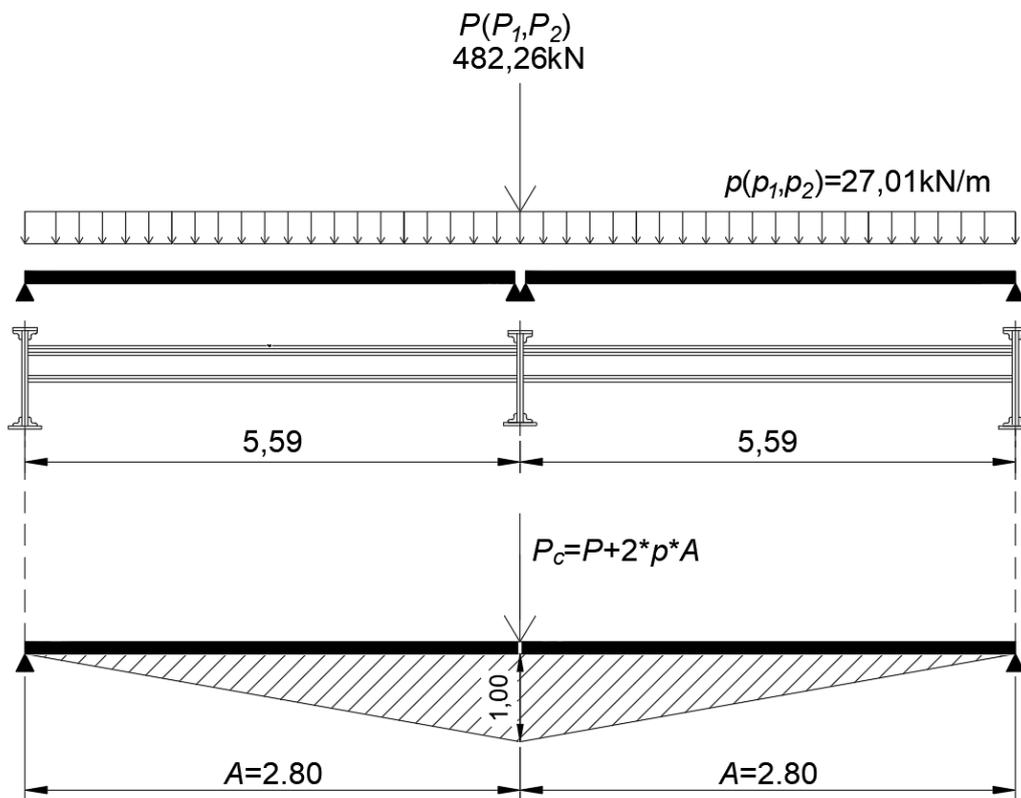


Fonte: elaborada pelo autor (2024).

O trem-tipo, porém, em vez de ser composto por três carregamentos concentrados, como é o caso da carga móvel oriunda da norma brasileira, é formado por apenas um valor de  $P$ , resultado das contribuições de  $P_1$  e  $P_2$  multiplicados pelas áreas  $A_1$  (4,1828 m<sup>2</sup>) e  $A_2$  (0,4118 m<sup>2</sup>), respectivamente. Da mesma forma o carregamento distribuído ao longo da direção longitudinal ( $p$ ) é fruto da contribuição de  $p_1$  e  $p_2$  multiplicadas pelas áreas sob as linhas de influência nas regiões em que atuam ( $A_1$  e  $A_2$ ). A carga de multidão no passeio  $p_3 = 3$  kN/m<sup>2</sup> e sua respectiva área sob a linha de influência  $A_3 = 3,5732$  m<sup>2</sup> também contribuem para o valor de  $p$ . Portanto os valores que definem o trem-tipo longitudinalmente são:  $P = 482,26$  kN e  $p = 1,66$  kN/m<sup>2</sup>.

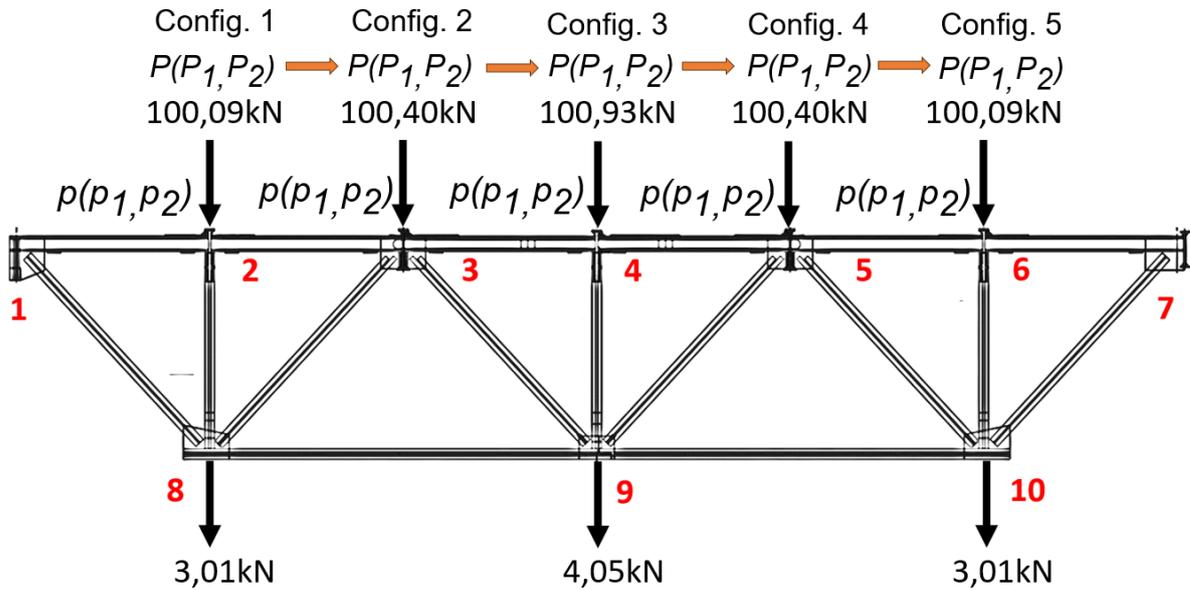
O valor de carregamento que atua junto aos nós da treliça principal está representado na Figura 13. Assume-se que as grandezas  $P$  e  $p$  são valores característicos, cuja probabilidade de ocorrência são “relativamente baixas”, a partir dos quais podem-se definir parâmetros de distribuição de extremos para a carga móvel. A Figura 14 mostra as configurações que a carga concentrada pode assumir.

Figura 13 – Linhas de influência longitudinal (carga móvel)



Fonte: elaborada pelo autor (2024).

Figura 14 – Configurações de carga móvel (modelo probabilístico)



Fonte: elaborada pelo autor (2024).

### 3.5.3 Descrição das variáveis aleatórias do modelo de carga móvel

O modelo de carregamento móvel delineado por Imai e Frangopol (2002) pressupõe que os resultados referentes à carga concentrada  $P(P_1, P_2)$  e à carga distribuída  $p(p_1, p_2)$  do trem-tipo representam valores característicos de uma distribuição normal. Esses valores, com uma probabilidade de não excedência de 99,9%, servem como base para a definição de parâmetros da distribuição de extremos para a carga móvel.

Segundo autores, as seguintes premissas são consideradas: a vida útil de serviço da ponte em questão é de 75 anos; o carregamento móvel foi concebido levando em conta situações de engarrafamento no vão principal; 730 congestionamentos ocorrem por ano, aproximadamente; e a probabilidade de ocorrer um carregamento maior do que o especificado, em uma ocorrência, é de 0,001. Baseado nessas premissas os parâmetros estatísticos são estimados considerando uma distribuição de extremos do tipo I (Gumbel) para máximos ( $Y_N$ ). Ressalta-se que a premissa de carregamento, baseada em situações de congestionamento ao longo do vão principal, se repete para o vão de acesso analisado.

Assume-se, portanto, que as variáveis aleatórias definidas a partir de  $P(P_1, P_2)$  e de  $p(p_1, p_2)$  seguem distribuições normais com média e desvio padrão desconhecidos a princípio. É possível estimar estes valores a partir da probabilidade de não excedência (99,9%) e assumindo que o coeficiente de variação é o mesmo adotado em Imai (1999, p. 265) - 0,30.

Logo é necessário definir o número  $N$ , que corresponde ao tamanho da amostra da distribuição de Gumbel, para o cálculo dos parâmetros da distribuição de extremos  $Y_N$ . Esse número é calculado em função da quantidade de congestionamentos esperados ao longo da vida útil do projeto. Adota-se para  $N$  os mesmo valores utilizados em Imai e Frangopol (2002), totalizando 54.750 congestionamentos ao longo de 75 anos, para as verificações envolvendo estados limites últimos. Os valores da média  $\mu_{Y_N}$  e da variância  $\sigma_{Y_N}$  para a distribuição de extremos  $Y_N$  são então calculadas em função das expressões (32) e (33)

$$\mu_{Y_N} = u_N + \frac{\gamma}{\alpha_N}, \quad (32)$$

$$\sigma_{Y_N}^2 = \frac{\pi^2}{6\alpha_N^2}, \quad (33)$$

em que  $\gamma = 0,577216$  equivale à constante de Euler,  $u_N$  indica o valor mais provável para  $Y_N$  e  $\alpha_N$  representa uma medida inversa de dispersão para os valores de  $Y_N$ . Além disso  $\alpha_N$  e  $u_N$  são calculadas em função do tamanho da amostra  $N$ , Equações (34) e (35)

$$u_N = \alpha_N - \frac{\ln(\ln(N)) + \ln(4\pi)}{2\alpha_N}, \quad (34)$$

$$\alpha_N = \sqrt{2\ln(N)}. \quad (35)$$

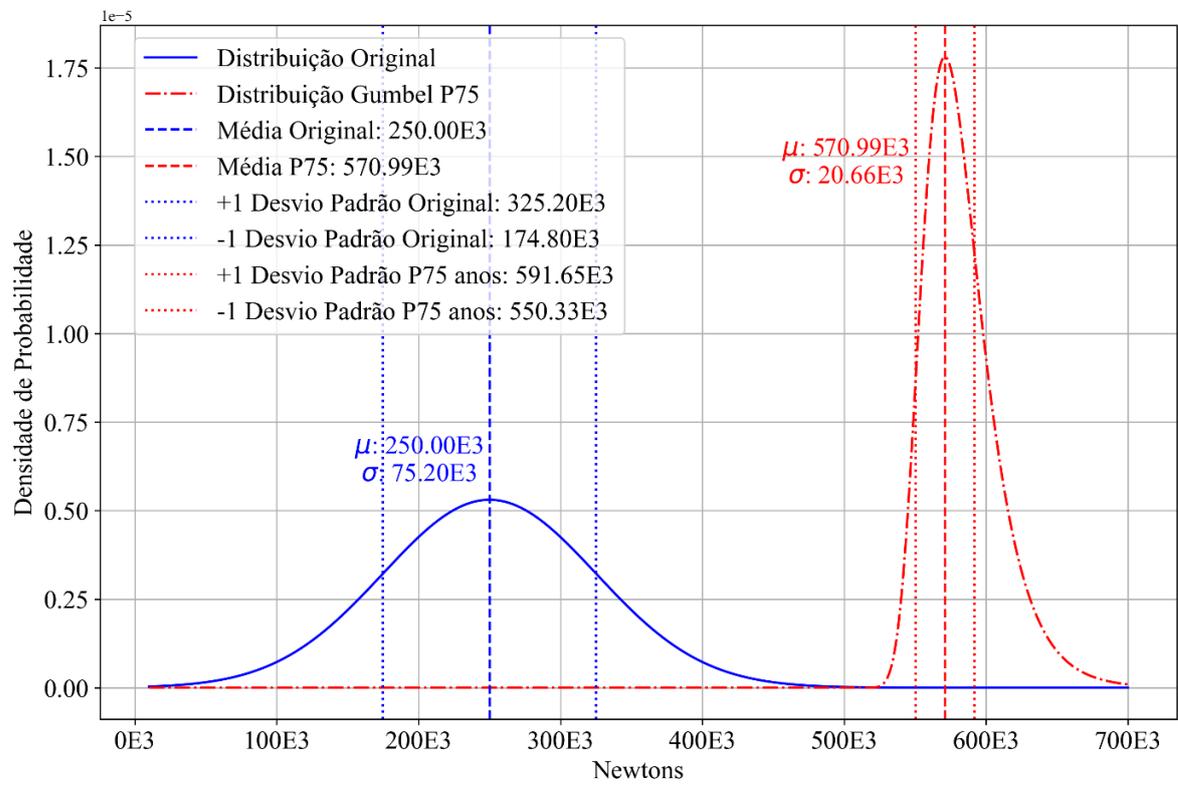
A Figura 15 apresenta, então, as médias e desvios-padrão para as distribuições originais (calculadas a partir dos valores característicos) e para as distribuições de extremos (extrapoladas para um período de retorno de 75 anos) calculadas a partir de  $P(P_1, P_2)$  e de  $p(p_1, p_2)$ . Ademais, para feitos de notação, denota-se  $P_{75}$  a variável aleatória que descreve a distribuição de extremos associada a  $P(P_1, P_2)$  e  $Q_{75}$  a variável aleatória que descreve a distribuição de extremos associada a  $p(p_1, p_2)$ , ambas consideradas para um período de retorno de 75 anos. Os parâmetros dessas distribuições encontram-se resumidos na Tabela 2

Tabela 2 – Variáveis de carregamento (distribuição de extremos, 75 anos)

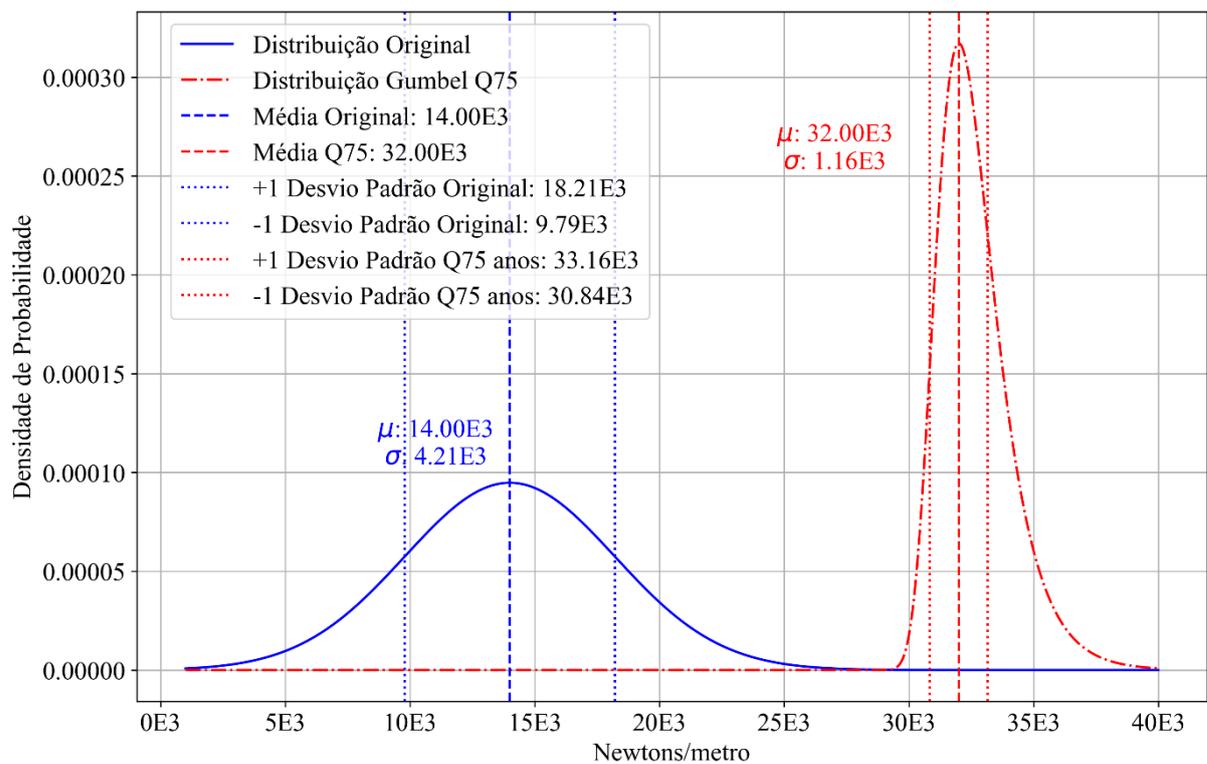
Variáveis Aleatórias	Distribuição	Unidades	$\mu$	$\sigma$
$P_{75}$	Gumbel	N	570,990E3	20,657E3
$Q_{75}$	Gumbel	N/m	31,973E3	1,156E3

Fonte: elaborada pelo autor

Figura 15 – Distribuições de Probabilidade - Original vs. Gumbel: (a)  $P_{75}$  e (b)  $Q_{75}$ .



(a)



(b)

Fonte: elaborada pelo autor.

## 4 DESCRIÇÃO DO MODELO MECÂNICO-PROBABILÍSTICO

Este capítulo fornece a base para a construção do modelo mecânico-probabilístico utilizado na análise de confiabilidade estrutural. Inclui a definição da geometria, das condições de contorno e da malha do modelo de elementos finitos, além da descrição do tipo de elemento utilizado. Também são apresentados aspectos relacionados à análise de confiabilidade, como as variáveis aleatórias consideradas no problema e a definição da função de estado limite. Por fim, descreve-se o procedimento de calibração e validação do algoritmo de integração, que une o módulo de confiabilidade estrutural ao *software* de elementos finitos e apresenta-se os cenários de análise propostos.

### 4.1 GEOMETRIA, CONDIÇÕES DE CONTORNO E MALHA

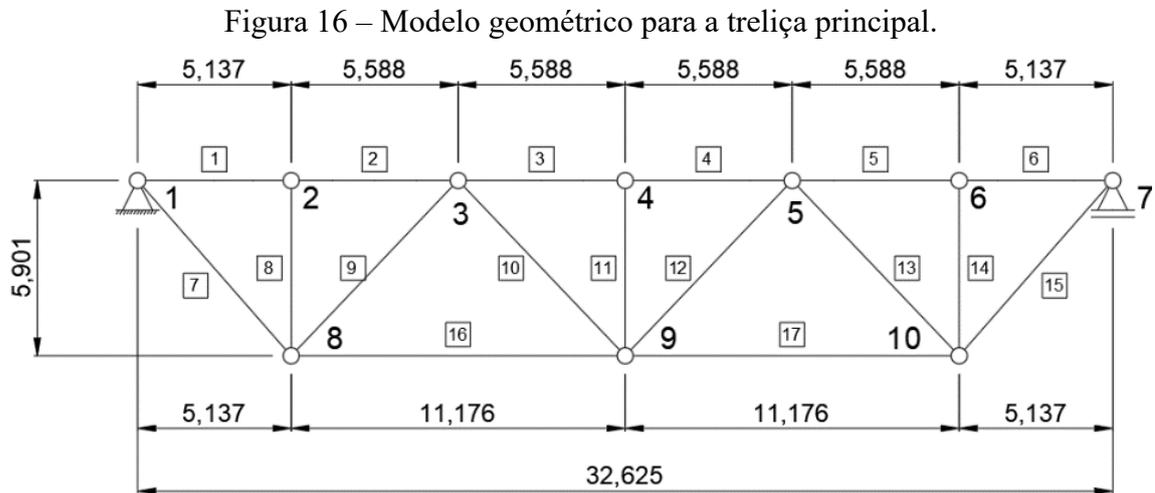
Quanto à geometria do modelo, os membros da treliça são representados por elementos finitos unidimensionais do tipo 'viga', cujos eixos passam pelo centro geométrico das seções transversais. As conexões entre os elementos ocorrem nos nós, onde se assume que as ligações são rotuladas. As condições de contorno são aplicadas nos nós e classificadas como naturais ou essenciais. As condições naturais correspondem aos carregamentos externos, enquanto as condições essenciais determinam os apoios que sustentam a estrutura.

Seguindo a numeração apresentada na Figura 16, com relação às condições de contorno essenciais, considera-se que as translações do nó "1" assumem valor nulo, o que caracteriza um apoio do 2º gênero. O nó "7" encontra-se restrito apenas na direção vertical, o que implica um apoio de 1º gênero. Para evitar problemas relacionados a “deslocamento de corpo rígido” durante a execução do programa, são impedidos os deslocamentos de todos os nós ao longo da direção perpendicular ao plano da treliça

As forças aplicadas junto aos nós, provenientes do peso dos outros componentes do estrado bem como do contraventamento, conforme apresentado na seção 3.3, permanecem constantes ao longo de toda a análise. Por outro lado, a carga móvel associada ao veículo principal, conforme descrito nas seções 3.4 e 3.5, é transferida gradualmente entre os nós do banzo superior (do nó 2 ao nó 6) de maneira sequencial. Ademais a aplicação do peso próprio das barras como condições de contorno naturais é realizada via densidade equivalente do material,  $7.850 \text{ kg/m}^3$  (Liu *et al.*, 2019).

Assume-se, portanto, um modelo plano de treliça, em que os valores significativos de carregamento externo, deslocamentos e deformações ocorrem dentro do plano da treliça. A

Figura 16 apresenta uma visão geral da geometria da treliça, incluindo a numeração dos nós e dos membros. Dividindo-se cada membro em 20 partes iguais, obtém-se a malha de elementos finitos, composta por 352 nós e 340 elementos do tipo “Beam188” (ANSYS, 2022a).



Fonte: elaborada pelo autor (2024).

Ademais, a Tabela 3 apresenta as propriedades das seções originais (áreas e momentos de inércia), antes da realização do reforço na estrutura (variáveis aleatórias centradas em seus valores nominais).

Tabela 3 – Propriedade das seções: geometria original

Nº da Barra	Área (m <sup>2</sup> )	Inércia (m <sup>4</sup> )	Nº da Barra	Área (m <sup>2</sup> )	Inércia (m <sup>4</sup> )
1	1,21E-02	2,49E-04	10	9,31E-03	4,96E-05
2	1,21E-02	2,49E-04	11	6,41E-03	1,55E-05
3	1,21E-02	2,49E-04	12	9,31E-03	4,96E-05
4	1,21E-02	2,49E-04	13	9,31E-03	4,96E-05
5	1,21E-02	2,49E-04	14	6,41E-03	1,55E-05
6	1,21E-02	2,49E-04	15	1,28E-02	3,93E-05
7	1,28E-02	3,93E-05	16	1,27E-02	4,93E-05
8	6,41E-03	1,55E-05	17	1,27E-02	4,93E-05
9	9,31E-03	4,96E-05			

Fonte: elaborada pelo autor

Por sua vez a Tabela 4 apresenta os mesmos parâmetros (número da barra, área, e momento de inércia), após a realização do reforço, o qual consiste no acréscimo de chapas

metálicas em ambos lados dos perfis metálicos. As diagonais e os montantes verticais recebem chapas metálicas de 12,5mm de espessura, enquanto que às barras que compõem o banzo inferior são adicionadas chapas de 9,5mm. Não há mudança nas seções transversais dos perfis que compõem o banzo superior.

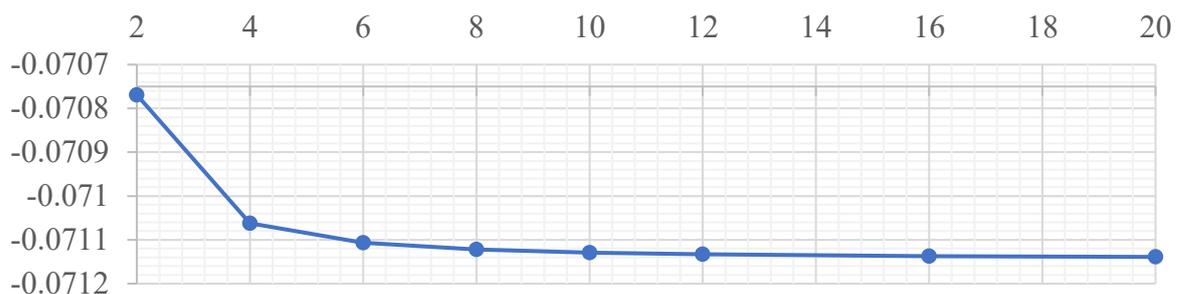
Tabela 4 – Propriedade das seções: após reforço

Nº da Barra	Área (m <sup>2</sup> )	Inércia (m <sup>4</sup> )	Nº da Barra	Área (m <sup>2</sup> )	Inércia (m <sup>4</sup> )
1	1,21E-02	2,49E-04	10	1,65E-02	1,14E-04
2	1,21E-02	2,49E-04	11	1,10E-02	3,55E-05
3	1,21E-02	2,49E-04	12	1,65E-02	1,14E-04
4	1,21E-02	2,49E-04	13	1,65E-02	1,14E-04
5	1,21E-02	2,49E-04	14	1,10E-02	3,55E-05
6	1,21E-02	2,49E-04	15	1,87E-02	7,73E-05
7	1,87E-02	7,73E-05	16	1,69E-02	7,81E-05
8	1,10E-02	3,55E-05	17	1,69E-02	7,81E-05
9	1,65E-02	1,14E-04			

Fonte: elaborada pelo autor

Por fim, a Figura 17 apresenta o gráfico de convergência para o deslocamento no nó 4 (carga móvel no centro do vão, combinação normal, variáveis aleatórias centradas em suas médias, sem reforço), à medida que a quantidade de elementos em cada barra aumenta (eixo horizontal). Observa-se a rápida convergência para uma baixa quantidade de elementos por barra, no entanto opta-se pela manutenção da quantidade de 20, por garantir boa representação dos modos de flambagem e não ser proibitivo, do ponto de vista computacional, para o problema estudado.

Figura 17 – Gráfico de convergência: deslocamento vertical no nó 4

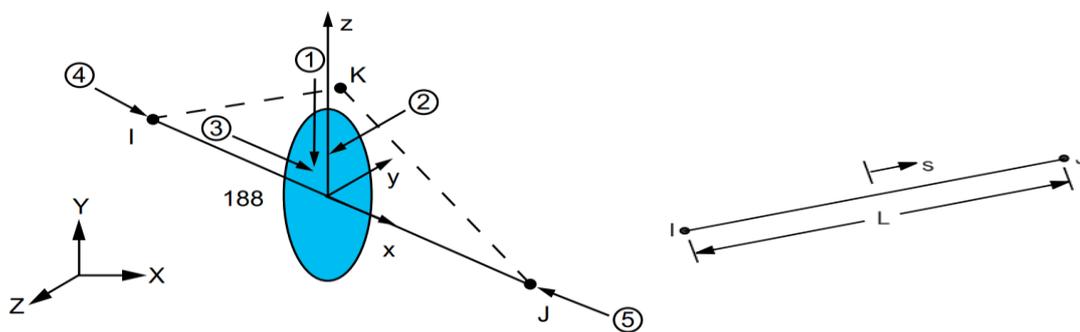


Fonte: elaborada pelo autor

## 4.2 DESCRIÇÃO DO ELEMENTO “BEAM188”

Conforme Ansys (2022a) a formulação do elemento Beam188 é baseada na teoria para vigas de Timoshenko (1921), a qual inclui efeitos de deformação devido ao cisalhamento transversal. Essa formulação também se baseia nas hipóteses que as seções transversais permanecem planas após a aplicação de carga e as deformações de cisalhamento transversais permanecem constantes ao longo da altura da seção.

Figura 18 – Elemento “Beam 188”



Fonte: Ansys (2022a).

A geometria do elemento, localização dos nós e sistema de coordenadas estão representados na Figura 18. O elemento é definido pelos nós  $I$  e  $J$  no sistema de coordenadas global. O nó  $K$ , por sua vez, é uma forma pré-estabelecida de definir a orientação para a seção transversal. A figura também apresenta o sistema de coordenadas local  $s$  do elemento, para o qual são definidas suas funções de forma.

O elemento "Beam188" é adequado para análises elásticas, análises não-lineares com grandes deslocamentos e/ou grandes deformações, além de análises que envolvam o comportamento não-linear do material. Quanto à sua formulação para abordar aspectos de análise não linear geométrica, é adotada para o elemento uma formulação generalizada, fundamentada no princípio dos trabalhos virtuais (Ansys, 2022b). Dentro dessa formulação os deslocamentos usualmente são tidos como variáveis primárias, e as demais são variáveis derivadas do deslocamento (por exemplo, deformações e tensões). Porém existem abordagens para essa formulação que consideram o coeficiente de Poisson também como variável primária. Na abordagem clássica a formulação é a mesma de McMeeking e Rice (1975) e a rigidez do elemento é dividida em duas partes: a parcela de rigidez associada à deformação do material e a parcela de rigidez devido à não-linearidade geométrica, sendo esta última denominada

“stress-stiffness”, (Ansys, 2022b). Ademais, no caso de haver também não-linearidade física, as leis constitutivas apenas refletem no incremento de tensão devido à deformação (Ansys, 2022b). Para os casos onde o comportamento do material é tido como elasto-plástico, a matriz de rigidez tangente do elemento é calculada conforme apresentado em Simo e Taylor (1985), de acordo com Ansys, (2022b).

Por padrão o elemento inclui termos de “stress-stiffness”, em análises que envolvem grandes deformações, permitindo avaliar situações de instabilidade, o que inclui a instabilidade por flambagem. Adicionalmente o elemento possui seis graus de liberdade por nó (três translacionais e três rotacionais). Dentre as opções disponíveis, optou-se por utilizar funções de forma do tipo cúbicas e três pontos de integração ao longo do comprimento do elemento, o que resulta em uma representação quadrática do diagrama de momento fletor. Além disso, o elemento possui quatro nós no total, dois dos quais são internos. No que se refere à seção transversal, optou-se pela inserção direta das propriedades da seção: áreas e momentos de inércia. Dessa forma, apenas respostas em termos de tensões e deformações generalizadas nas seções transversais estão disponíveis após o processamento.

Por fim, a escolha do elemento se deu por conta da necessidade de obter (por meio de uma análise de autovalor e de autovetor) os modos de flambagem da estrutura. Tal análise só é possível para os elementos que apresentem em sua formulação graus de liberdade associados à rotação, portanto elementos que possuem apenas graus de liberdade translacionais foram descartados. Levou-se em conta que elementos unidimensionais tipo "viga" são adequados para fornecer resultados que possam subsidiar a análise de confiabilidade dos modos de falha em questão.

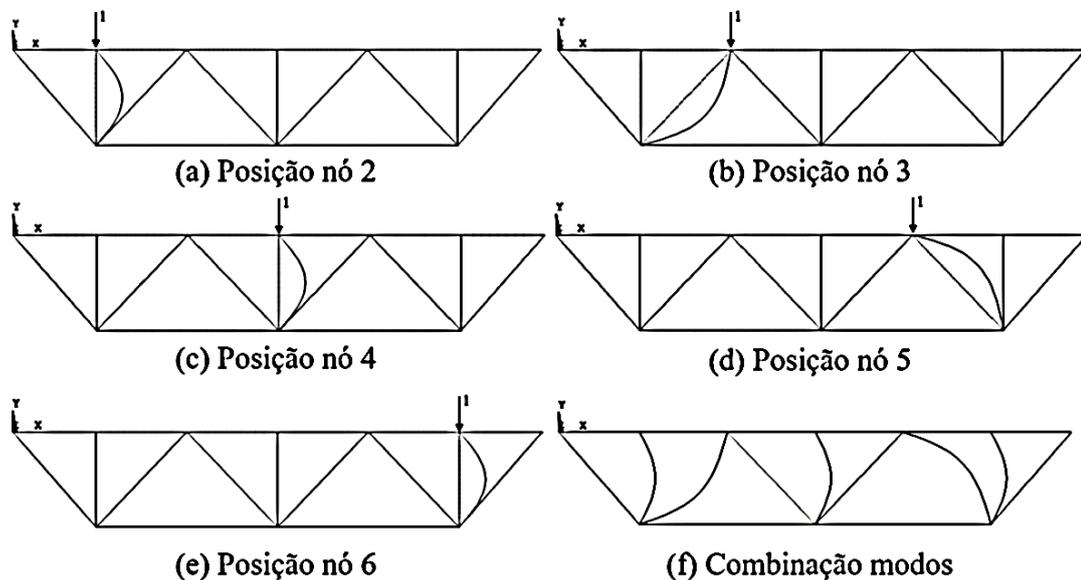
#### 4.3 ANÁLISE DE AUTOVALOR E AUTOVETOR

Outro aspecto relevante consiste na avaliação dos modos de flambagem para a treliça principal do vão de acesso. A análise de autovalor e autovetor resultam em valores não conservadores para a carga crítica de flambagem. Essa abordagem pode ser utilizada para adicionar imperfeições à geometria inicial, de maneira a capturar a carga crítica inelástica, conforme indicado em McGuire, Gallagher e Ziemian (2015).

As imperfeições iniciais são, então, calculadas a partir da aplicação de um fator de redução “ $\alpha$ ” sobre os deslocamentos resultantes da análise de autovetores. Juliani (2023) indica que, apesar do valor da carga crítica inelástica não tender a se alterar em função do fator de redução “ $\alpha$ ”, os deslocamentos após a flambagem podem ser influenciados. Dessa forma,

adotou-se o valor recomendado pela autora, que é de 0,10% para “ $\alpha$ ”. Logo, no que se refere à treliça principal do vão de acesso, os deslocamentos aplicados à geometria inicial no início da análise, para o intuito de captura do comportamento de flambagem inelástica, são resultantes da combinação de diferentes modos de flambagem (autovetores) obtidos a partir da aplicação de uma carga vertical unitária por vez nos nós superiores da estrutura (nós dois a seis). Após a combinação desses modos de flambagem, é aplicado o fator de redução. A Figura 19 apresenta o resultado da combinação para os primeiros modos de flambagem para cada posição de carga unitária.

Figura 19 – Combinação dos primeiros modos de flambagem



Fonte: elaborada pelo autor.

Observa-se, portanto, que nem todas as barras estão propensas à flambagem inelástica para as situações consideradas. O método utilizado para a determinação dos autovalores e autovetores é denominado “Block Lanczos”, descrito em Rajakumar e Rogers (1991). Os primeiros modos de flambagem obtidos pelo método estão associados aos menores autovalores positivos, destacados em **negrito** na Tabela 5. Os dados presentes na tabela foram obtidos assumindo valores determinísticos centrados nas médias (situação sem reforço), porém essa análise se repete para cada conjunto de realizações das variáveis aleatórias durante o processo de solução do problema de confiabilidade estrutural. A título de comparação também são apresentados os valores para a carga crítica de Euler dos perfis que compõem os montantes verticais, formatados em **negrito e itálico**.

Tabela 5 – Autovalores para os dez diferentes modos de flambagem

$P_{crit}/Nó$	2	3	4	5	6
1	-1296091,03	-1389305,97	-835262,08	-1389589,34	-1296282,41
2	-1121966,68	-1276905,71	-835235,50	-1276904,08	-1122211,44
3	<b>880042,65</b>	-627092,98	<b>886327,92</b>	-627123,16	<b>880049,76</b>
4	2522148,20	<b>1584265,25</b>	1333082,57	<b>1584204,86</b>	2522554,94
5	2522149,79	2011914,95	1333082,57	2011979,11	2522556,54
6	2522150,08	2011915,24	1333082,94	2011979,40	2522556,83
7	2522150,14	2011915,28	1333082,94	2011979,44	2522556,89
8	2522151,30	2011915,52	1333082,98	2011979,68	2522558,05
9	2522151,32	2011915,54	1333082,98	2011979,70	2522558,07
10	2522151,47	2011915,78	1333083,31	2011979,94	2522558,22
$P_{crit\_Euler}$	<b>857601,64</b>	-	<b>857601,64</b>	-	<b>857601,64</b>
$P_{crit}/P_{crit\_Euler}$	<b>1,026</b>	-	<b>1,033</b>	-	<b>1,026</b>

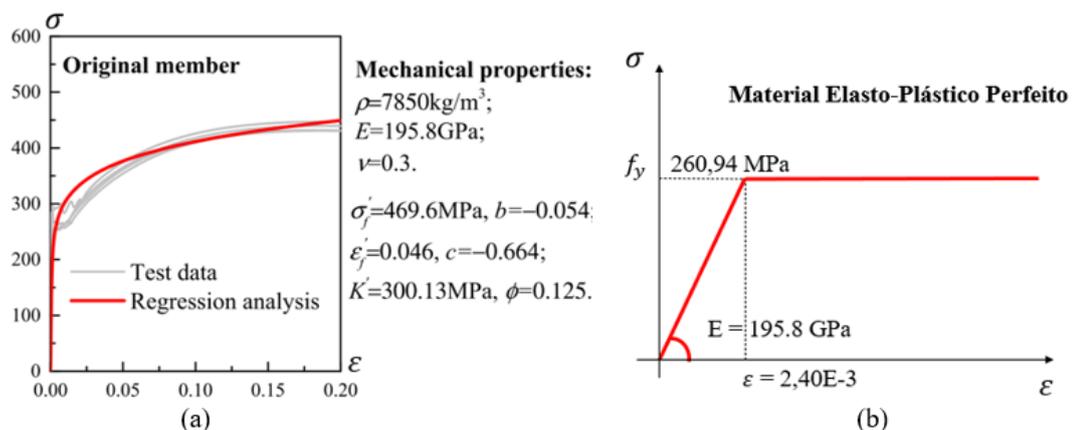
Fonte: elaborada pelo autor.

#### 4.4 VARIÁVEIS ALEATÓRIAS (MODELO MECÂNICO)

As variáveis aleatórias permitem incorporar ao modelo mecânico incertezas inerentes às propriedades dos materiais, bem como às propriedades geométricas das seções, proporcionando uma avaliação mais realista do comportamento estrutural. Além disso, é possível lidar com erros de modelo e outras fontes de incertezas. No contexto deste estudo, assume-se que o material segue um comportamento elasto-plástico perfeito, definido a partir de parâmetros como o módulo de elasticidade, o coeficiente de Poisson e a tensão de escoamento.

A Figura 20 ilustra as propriedades mecânicas e o comportamento elasto-plástico perfeito do modelo constitutivo.

Figura 20 – Propriedades do material vs. Modelo constitutivo idealizado



Fonte: (a) Liu, Z. *et al.* (2019). (b) Elaborado pelo autor.

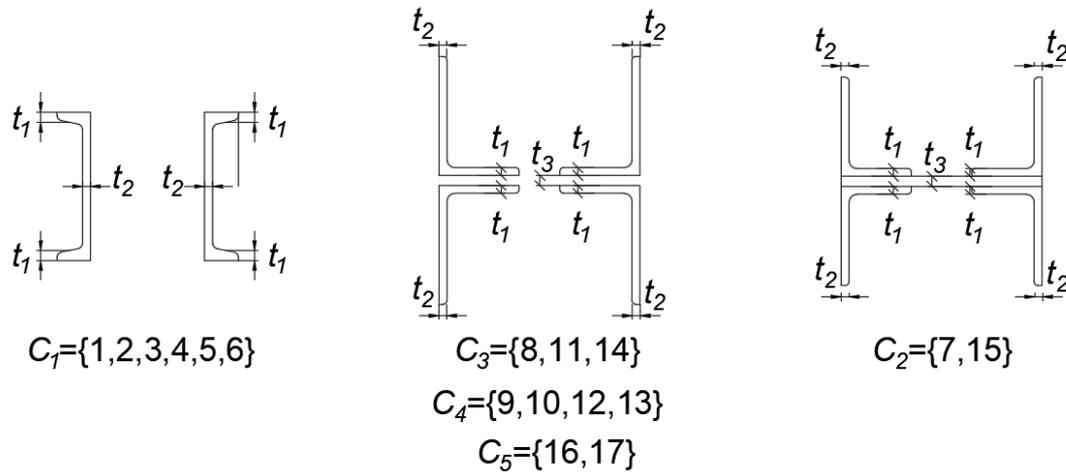
A figura apresenta tanto a relação tensão-deformação obtida a partir de dados experimentais e análise de regressão (Liu *et al.*, 2019), quanto o gráfico característico do comportamento elasto-plástico perfeito, com destaque para as fases elástica e plástica, e as propriedades específicas do material, como densidade, módulo de elasticidade, coeficiente de Poisson e tensão de escoamento.

Para o modelo constitutivo, duas variáveis aleatórias são consideradas: a tensão de escoamento e o módulo de elasticidade. O valor da média para a tensão de escoamento é definida em 260,94 MPa, conforme ensaios obtidos por Liu, Z. *et al.* (2019). Ademais, Melchers e Beck (2018) apresentam valores de coeficientes de variação para diversos tipos de aços fabricados antes de 1957. Para o caso do aço "ASTM A7", cujas propriedades são semelhantes às encontradas por Liu, Z. *et al.* (2019), define-se um coeficiente de variação para a tensão de escoamento de 0,087, valor este adotado no presente trabalho. A referência também sugere que a distribuição lognormal se ajusta bem aos dados experimentais (Melchers e Beck, 2018). Quanto ao módulo de elasticidade ( $E$ ), estudos mais recentes indicam uma distribuição normal e um coeficiente de variação de 0,076 (Melchers e Beck, 2018).

Em relação às seções transversais formadas por perfis metálicos, Melchers e Beck (2018) afirmam que a maior parte da variabilidade das seções advém da espessura dos perfis. Devido à forte correlação entre a área da seção transversal e o respectivo momento de inércia, optou-se por considerar essas grandezas como funções das espessuras dos perfis ( $t_1, t_2, t_3$ ), ilustradas na

Figura 21. Essas espessuras foram idealizadas com médias centradas em seus valores nominais, com distribuição normal de probabilidades e com coeficiente de variação de 0,02. No entanto com o intuito de evitar problemas relacionados à alta dimensionalidade, optou-se por considerar a geometria das seções, cujas dimensões nominais de projeto são idênticas, como sendo função das mesmas variáveis aleatórias de espessura. Logo os conjuntos  $C_1=\{1,2,3,4,5,6\}$ ;  $C_2=\{7,15\}$ ;  $C_3=\{8,11,14\}$ ;  $C_4=\{9,10,12,13\}$  e  $C_5=\{16,17\}$  indicam a numeração das barras que possuem a “mesma” seção e são funções das mesmas variáveis aleatórias. Há, portanto, correlação perfeita e positiva entre as propriedades das seções de mesmo tipo. Por fim, pode-se assumir que a notação “ $t_{ic}$ ” indica uma variável aleatória de espessura, onde “ $c$ ” identifica o conjunto ao qual a variável pertence, e “ $i$ ” a sua posição na seção, conforme ilustrado na Figura 21. Por fim, as informações acerca das variáveis aleatórias associadas ao modelo mecânico encontram-se resumidas na Tabela 6 (antes e após o reforço da estrutura).

Figura 21 – Seções em função das variáveis aleatórias



Fonte: elaborada pelo autor.

Tabela 6 – Variáveis aleatórias do modelo mecânico

Variáveis Aleatórias	Distribuição	Unidades	$\mu$	$\mu_{Reforço}$	$CV$
$E$	Normal	Pa	195,80E9	195,80E9	0,076
$f_y$	Log-Normal	Pa	232,94E6	232,94E6	0,087
$t_{11}$	Normal	m	0,015875	0,015875	0,02
$t_{21}$	Normal	m	0,009525	0,009525	0,02
$t_{12}$	Normal	m	0,012700	0,012700	0,02
$t_{22}$	Normal	m	0,012700	0,025200	0,02
$t_{32}$	Normal	m	0,009525	0,009525	0,02
$t_{13}$	Normal	m	0,009525	0,009525	0,02
$t_{23}$	Normal	m	0,009525	0,022025	0,02
$t_{33}$	Normal	m	0,009525	0,009525	0,02
$t_{14}$	Normal	m	0,009525	0,009525	0,02
$t_{24}$	Normal	m	0,009525	0,022025	0,02
$t_{34}$	Normal	m	0,009525	0,009525	0,02
$t_{15}$	Normal	m	0,015875	0,015875	0,02
$t_{25}$	Normal	m	0,015875	0,025375	0,02
$t_{35}$	Normal	m	0,009525	0,009525	0,02

Fonte: elaborada pelo autor

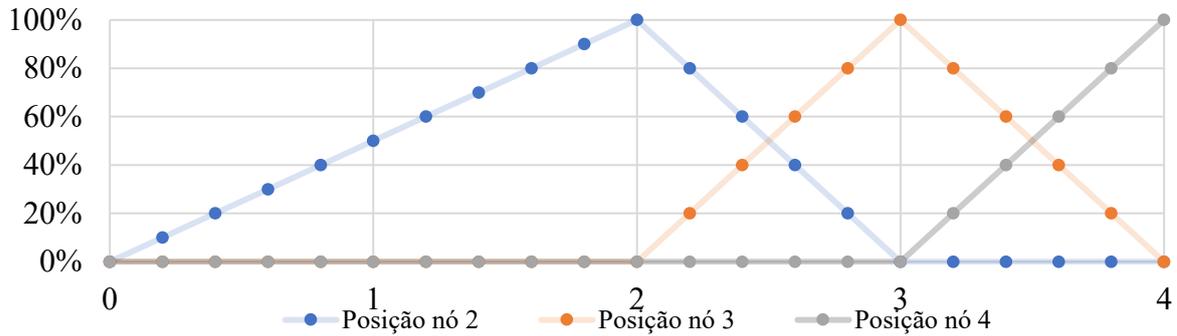
#### 4.5 ETAPAS DE CARREGAMENTO

O procedimento de análise estrutural envolve o deslocamento da carga móvel ao longo do vão da treliça com o intuito de simular a passagem do veículo principal sobre a ponte. Para isso, considerou-se uma força atuante que varia ao longo da análise. A análise considerada é dita estática, pois não leva em conta a mobilização de grandezas inerciais. Imai e Frangopol (2002) afirmam que é necessário considerar uma carga de impacto associada ao carregamento móvel para o dimensionamento das placas do estrado, mas tal consideração não é significativa para o dimensionamento dos demais elementos, o que inclui a treliça principal do tabuleiro. Com base nessa afirmação, e também por motivos de simplificação, optou-se por não considerar os efeitos dinâmicos na estrutura.

Assim, considerados os diferentes cenários de carregamento, os padrões representados pela Figura 10 (NBR: 7188) e pela Figura 13 (carga móvel probabilística) repetem-se ao longo dos nós superiores da treliça, variando-se a posição do eixo central do trem-tipo nesses nós. O deslocamento do trem-tipo ao longo da treliça principal ocorre considerando-se quatro passos de carga. Cada passo indica a posição da carga concentrada referente aos modelos de carregamento indicados pela Figura 10 e pela Figura 14. Dessa forma, ao final do segundo passo de carga, por exemplo, tem-se que 100% do padrão de carga (para o cenário considerado) está aplicado no nó “2”. De maneira similar, ao final do quarto passo de carga, 100% da carga referente ao trem-tipo está aplicado considerando seu eixo central na posição 4. Ressalta-se que o primeiro passo de carga é exceção a essa lógica, pois corresponde a 50% do valor da carga total aplicada ao nó dois. Enfatiza-se que a parcela de carregamento que se “movimenta” ao longo dos nós da treliça principal é a parcela proveniente do carregamento concentrado apenas. A parcela oriunda do carregamento distribuído do trem-tipo permanece constante ao longo de toda a análise.

Para evitar problemas de convergência, o incremento de força é gradualmente aplicado a uma taxa constante, de forma que, nos dois primeiros passos, 100% da força do trem-tipo é aplicada (“em rampa”) na posição “2”. No intervalo entre o passo dois e o passo três, por exemplo, o carregamento vai gradualmente sendo transferido da posição 2 para a posição 3. Ademais, cada passo de carga é subdividido em cem subpassos, nos quais 1% da carga concentrada é transferida de uma posição para outra. Com exceção do primeiro passo, essa lógica é aplicada até o fim da análise. A Figura 22 apresenta um gráfico indicando a variação da parcela de carregamento ao longo dos passos de análise.

Figura 22 – % Aplicação Carga Móvel vs. Posição Trem-Tipo/Passos de Carregamento

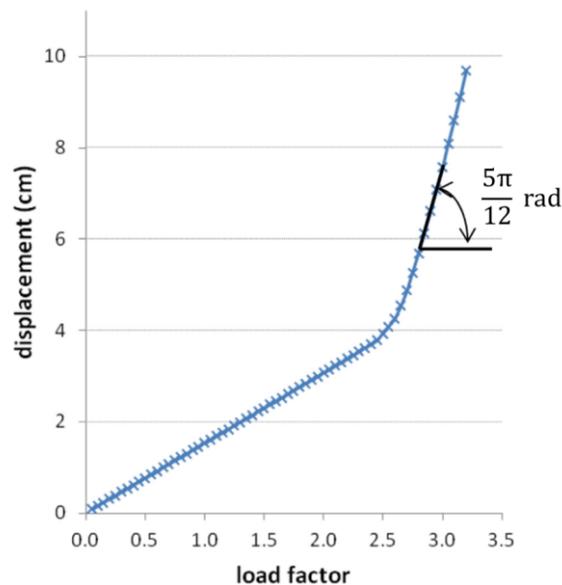


Fonte: elaborada pelo autor.

#### 4.6 FUNÇÃO DE ESTADO LIMITE

Dado que o modelo numérico inclui aspectos de uma análise não linear física e geométrica, observa-se que (após análises preliminares), ao atingir a carga inelástica de flambagem, a treliça do vão de acesso começa a perder rigidez gradativamente, mas pode manter o equilíbrio global da estrutura, sem mudanças bruscas de configuração (*snap-through*). Assim, com o incremento de carga, membros da treliça sujeitos à compressão podem perder estabilidade localmente, mas continuar a contribuir com a resistência da estrutura como um todo. Por esse motivo opta-se por adotar um critério de falha baseado na resposta do diagrama força-deslocamento (ver Figura 23), conforme apresentado em Gomes e Beck (2013).

Figura 23 – Exemplo de diagrama força-deslocamento



Fonte: adaptado de Gomes e Beck (2013).

Dessa forma, a função de estado limite pode ser descrita em termos do ângulo da curva do diagrama, Equação (36)

$$g_k(\mathbf{x}) = \frac{5\pi}{12} - \max \left[ \text{atan} \left( \frac{\Delta d_i}{\Delta F} \right) \right], \quad (36)$$

em que  $\Delta d_i$  é o incremento do deslocamento vertical no nó  $i$  (banzo superior da treliça) resultado de um acréscimo  $\Delta F$  (1% para o presente estudo) no valor da carga móvel. Para cada realização do vetor de variáveis aleatórias  $\mathbf{X}$ , a expressão  $\Delta d_i/\Delta F$  é avaliada três vezes ao longo da execução do algoritmo, uma para cada posição crítica da carga móvel (nós 2, 3 e 4), conforme descrito em 4.5.

O ângulo de resposta do diagrama pode então ser entendido como uma medida de rigidez da estrutura, de modo que: para baixos fatores de carga, a estrutura se encontra no regime linear-elástico e não há grandes alterações no valor do ângulo de resposta. Porém, para valores maiores (considerando o comportamento dúctil do material), é esperado que haja mudança, na medida em que a estrutura entra no regime não-linear. Nesse aspecto, considera-se que a falha ocorre quando o limite de  $5\pi/12$  radianos, o mesmo adotado por Gomes e Beck (2013), é atingido para qualquer posição da carga móvel.

Outro aspecto relevante diz respeito à proporção entre as escalas verticais e horizontais do diagrama. Por um lado, se a escala de deslocamentos for muito grande, em comparação à escala de aplicação do incremento de força, os ângulos de resposta atribuem à estrutura pouca ou nenhuma rigidez. Por outro lado, se a escala de deslocamentos for bem pequena em relação ao fator de carga, o comportamento rígido é atribuído à estrutura. É necessário, portanto, uma análise prévia e bastante criteriosa na escolha dos fatores de escala que venham representar, de maneira adequada, os ângulos de resposta do diagrama. Logo, no presente estudo, opta-se pelos seguintes fatores de escala: 100 para a resposta dos deslocamentos (geralmente obtida em metros); e 0,00002 para o incremento de força (cujos parâmetros são dados em newtons).

Por se tratar de um modelo numérico simplificado, com limitações descritas na Seção 1.2, opta-se por adicionar uma variável de erro de modelo à função de estado limite. Essa adição tem o objetivo de introduzir incertezas relacionadas à representação do comportamento estrutural em modelos simplificados (Beck, 2019). Dessa forma, define-se uma função de estado limite adicional, na qual as análises de confiabilidade também são realizadas e comparadas, conforme Equação (37)

$$g_k(\mathbf{x}) = \frac{5\pi}{12} \theta_{mod} - \max \left[ \text{atan} \left( \frac{\Delta d_i}{\Delta F} \right) \right], \quad (37)$$

em que  $\theta_{mod}$  representa uma variável de erro de modelo associada a variáveis aleatórias de resistência em estruturas metálicas, conforme apresentado por Sorensen (2004). Os parâmetros dessa variável podem ser encontrados na Tabela 7:

Tabela 7 – Parâmetros variável de erro de modelo

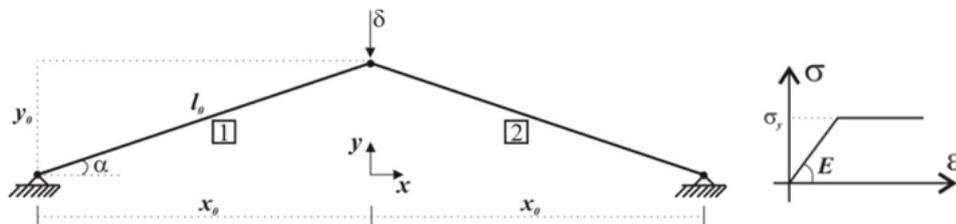
V.A.	Distribuição	$\mu$	CV	Referência
$\theta_{mod}$	Normal	1,00	0,03	Sorensen (2004)

Fonte: elaborada pelo autor.

#### 4.7 VERIFICAÇÃO DA INTEGRAÇÃO ENTRE MÓDULOS DE ANÁLISE

O presente trabalho propõe a integração de um módulo de confiabilidade, desenvolvido em ambiente MATLAB por Marelli e Sudret (2014) – UQLab – ao software de análise estrutural ANSYS. Dentre as opções disponíveis na aplicação, o método AKMCS (“Adaptive Kriging Monte Carlo Simulation”) é selecionado. Assim, um exemplo proveniente da literatura (Felipe *et al.*, 2021) é utilizado como referência para a calibração e verificação da integração entre os módulos. O exemplo consiste em um caso particular da treliça de Von Mises, a qual foi idealizada considerando um comportamento elasto-plástico perfeito para o material. A Figura 24 ilustra a geometria da treliça, bem como o modelo constitutivo.

Figura 24 – Geometria e modelo constitutivo para a treliça de von Mises



Fonte: Felipe *et al.* (2021)

A estrutura é simétrica e está sujeita a um deslocamento ( $\delta$ ) prescrito vertical para baixo no nó central. Sua largura e altura são definidas por  $2x_0$  e  $y_0$ , respectivamente. A Tabela

8 apresenta as variáveis aleatórias, suas distribuições de probabilidade e seus parâmetros descritivos.

Tabela 8 – Parâmetros para variáveis aleatórias da treliça de von Mises

Variável	Média	C.V.	Distribuição	Referência
$E$	$1,00E$	0,03	Log-normal	Melchers e Beck (2018)
$\sigma_y$	$1,00\sigma_y$	0,07	Log-normal	Melchers e Beck (2018)
$A_0$	$1,01A_0$	0,04	Normal	JCSS (2001)
$R$	$1,00R$	0,02	Normal	JCSS (2001)
$X_0$	$1,00X_0$	0,02	Normal	JCSS (2001)
$Y_0$	$1,00Y_0$	0,02	Normal	JCSS (2001)

Fonte: Felipe et al. (2021)

Os valores nominais para os parâmetros são os seguintes: os membros são compostos por uma seção tubular com raio  $r = 5$  cm e área da seção transversal  $A_0 = 78,5\text{cm}^2$ ; o módulo de elasticidade ( $E$ ) equivale a  $20.500$  kN/cm<sup>2</sup>; a resistência ao escoamento do material, para a análise plástica, é de  $\sigma_y = 10$  kN/cm<sup>2</sup> e a deformação máxima ao escoamento é de  $\varepsilon_y = 4,878 \cdot 10^{-4}$ . Os parâmetros geométricos são  $x_0 = 200$  cm e  $y_0 = 10$  cm. Ademais, o vetor de variáveis aleatórias ( $\mathbf{X}$ ) é dado por  $\mathbf{X} = \{E, \sigma_y, A_0, R, X_0, Y_0\}$ .

Adota-se um limite para a força aplicada ao nó central que a treliça é capaz de resistir antes da ocorrência do *snap-through* em regime plástico -  $F_{lim,p}(\mathbf{X})$  - e compara-se com o carregamento referente a um deslocamento prescrito ( $\delta$ ),  $F_{an}(\mathbf{X}, \delta)$  ou  $F_{num}(\mathbf{X}, \delta)$ . Tem-se assim as funções de estado limite definidas nas Equações (38) e (39). A Equação (40) mostra a expressão analítica para a força aplicada (associada a um deslocamento prescrito  $\delta$ ) no regime não-linear elástico.

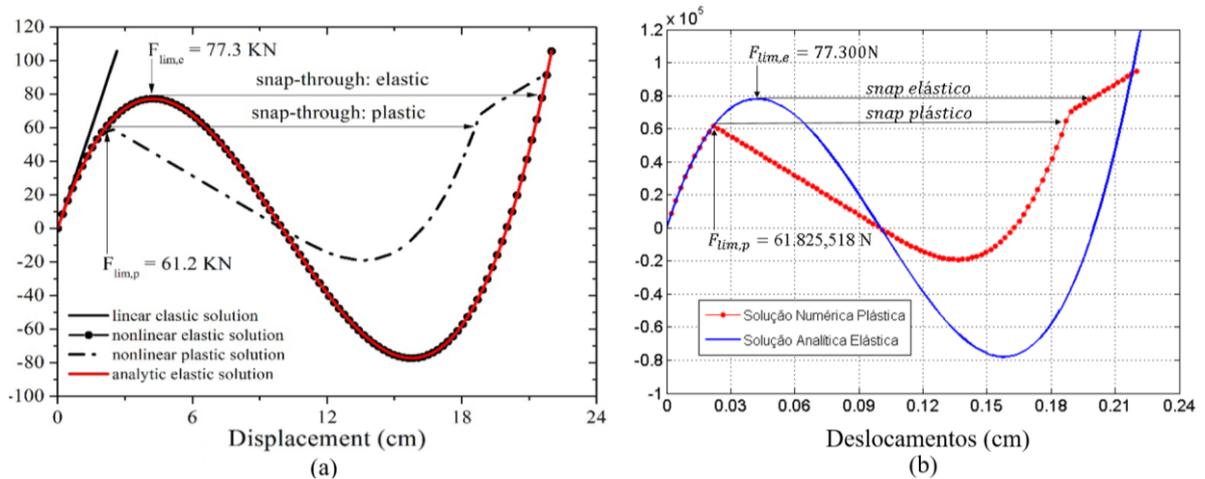
$$g_1(\mathbf{X}, \delta, F_{lim,p}) = F_{lim,p}(\mathbf{X}) - F_{an}(\mathbf{X}, \delta), \quad (38)$$

$$g_2(\mathbf{X}, \delta, F_{lim,p}) = F_{lim,p}(\mathbf{X}) - F_{num}(\mathbf{X}, \delta), \quad (39)$$

$$F_{an}(\mathbf{X}, \delta) = 2EA_0 \left\{ 1 - \frac{\cos \left[ \arctan \left( \frac{Y_0}{X_0} \right) \right]}{\cos \left[ \arctan \left( \frac{Y_0 - \delta}{X_0} \right) \right]} \right\} \text{sen} \left[ \arctan \left( \frac{Y_0 - \delta}{X_0} \right) \right]. \quad (40)$$

A Figura 25 ilustra o comportamento estrutural obtido por Felipe *et al.* (2021) e pelo modelo em elementos finitos considerado neste trabalho, que consiste em discretizar as barras de treliça, rotuladas em suas extremidades, em vinte elementos finitos do tipo “Beam188”.

Figura 25 – Força vs. Deslocamento para a treliça não-linear de Von Mises



Fonte: (a) Felipe et al. (2021), (b) Elaborada pelo autor.

Os gráficos mostram que a solução numérica ( $F_{num}$ ) está em boa concordância com a solução analítica ( $F_{an}$ ) para valores iniciais de  $\delta$ . Avalia-se o limite de força para o qual a treliça se torna instável no regime plástico  $F_{lim,p} = 61,83 \text{ kN}$  (ANSYS) e  $F_{lim,p} = 61,2 \text{ kN}$  (Felipe *et al.*, 2021). Ambos os limites são funções do vetor de variáveis aleatórias ( $\mathbf{X}$ ), portanto também são considerados como tal. Observa-se que o limite de plasticidade encontrado apresenta uma diferença de 1,02% entre os modelos. Logo, para os propósitos deste trabalho, considera-se que o modelo mecânico apresentado neste capítulo está apto a representar a treliça principal do vão de acesso.

Assim o método AKMCS é aplicado para a solução do problema de confiabilidade envolvendo a função de estado limite dada pela Equação (39). Os resultados são confrontados com os obtidos por Felipe *et al.* (2021) para a função de estado limite definida na Equação (38), que utilizam os métodos de simulação de Monte Carlo com amostragem por importância, ISMCS, (em negrito) e o método de confiabilidade de primeira ordem (FORM) para avaliar a probabilidade de falha (ver a Tabela 9). Ao se comparar os valores obtidos para probabilidade de falha, observa-se boa concordância de resultados entre os diferentes métodos.

Tabela 9 – Probabilidades de falha: solução analítica × numérica

$\delta$ (m)	FORM	ISMCS $CV=0.005$	AKMCS $P_f$	AKMCS $CV$	Diferença (%)
0,0099	1,02E-05	<b>1,01E-05</b>	9,30E-6	0,1037	-7,92%
0,0100	1,21E-05	<b>1,21E-05</b>	1,10E-5	0,1048	-9,09%
0,0105	4,82E-05	<b>4,73E-05</b>	4,62E-5	0,1010	-2,27%
0,0112	2,52E-04	<b>2,47E-04</b>	2,32E-4	0,1031	-7,89%
0,0140	1,86E-02	<b>1,83E-02</b>	1,89E-2	0,0486	3,08%
0,0170	1,69E-01	<b>1,68E-01</b>	1,64E-1	0,0153	-2,71%
				Média ( $\mu$ )	-4,47%

Fonte: elaborada pelo autor

## 5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

O presente capítulo apresenta resultados obtidos na avaliação de segurança estrutural para um caso real de ponte treliçada, conforme descrito na seção 3, focando em diferentes cenários (reforço não realizado, cenários intermediários e reforço real implementado) frente aos modelos de carregamento móvel propostos. As verificações são realizadas para situações de falha relacionadas à perda de rigidez por flambagem na estrutura. Alternativamente a variável de erro de modelo ( $\theta_{mod}$ ), associada ao “limite de resistência” da estrutura por perda de rigidez, é adicionada à função de estado limite, de modo a possibilitar com que o problema possa ser avaliado com, e sem, esse tipo de incerteza.

Os cenários são então analisados para diferentes espessuras  $t$  de chapas de reforço (adicionadas em ambos os lados dos perfis metálicos), variando de zero milímetros (reforço não realizado) e recebendo gradativamente incrementos de 1,5 mm até alcançar a espessura final de 12,5 mm (nos montantes e diagonais) e de 9,5 mm (no banzo inferior), ou até que seja possível a convergência do modelo probabilístico. Os cenários são assim calculados considerando duas situações distintas de carregamento móvel: uma probabilística (Imai; Frangopol, 2002) e outra determinística, fruto da combinação normal de ações, prevista na NBR 8681 (ABNT, 2003), a partir de valores característicos definidos na NBR 7188 (ABNT, 2013).

No que se refere às análises de confiabilidade estrutural envolvendo os critérios de carregamento definidos pela NBR 7188 e pela NBR 8681, assume-se que as probabilidades de falha calculadas, para os diferentes cenários de reforço, estão condicionadas à ocorrência de um carregamento que possui probabilidade relativamente baixa de acontecer. A título de ilustração; Lyra, Beck e Stucchi (2020) explicam que os valores característicos do trem-tipo TB-450, definidos na NBR 7188, possuem probabilidades de serem ultrapassados entre 25% e 35% em um período de 50 anos. Se fixada em 30%, essa probabilidade corresponderia a um período de retorno equivalente a 140 anos; que, se convertida para uma probabilidade de falha anual, equivaleria a uma probabilidade 0,7% (1/140) de ser ultrapassada neste período.

Assim os resultados dos cenários envolvendo carga móvel determinísticas são, na realidade, probabilidades de falha condicionais à ocorrência de um carregamento específico, cujos valores são definidos em 3.4. Logo a probabilidade de falha equivale ao produto do resultado da análise (considerando carga móvel determinística) pela probabilidade de ocorrer o carregamento definido na referida seção, atribuindo valores ainda menores do que os obtidos pelo procedimento adotado. Entretanto, não é intuito deste estudo adentrar em detalhes relacionados à probabilidade de acontecer o carregamento determinístico. Assim assume-se que

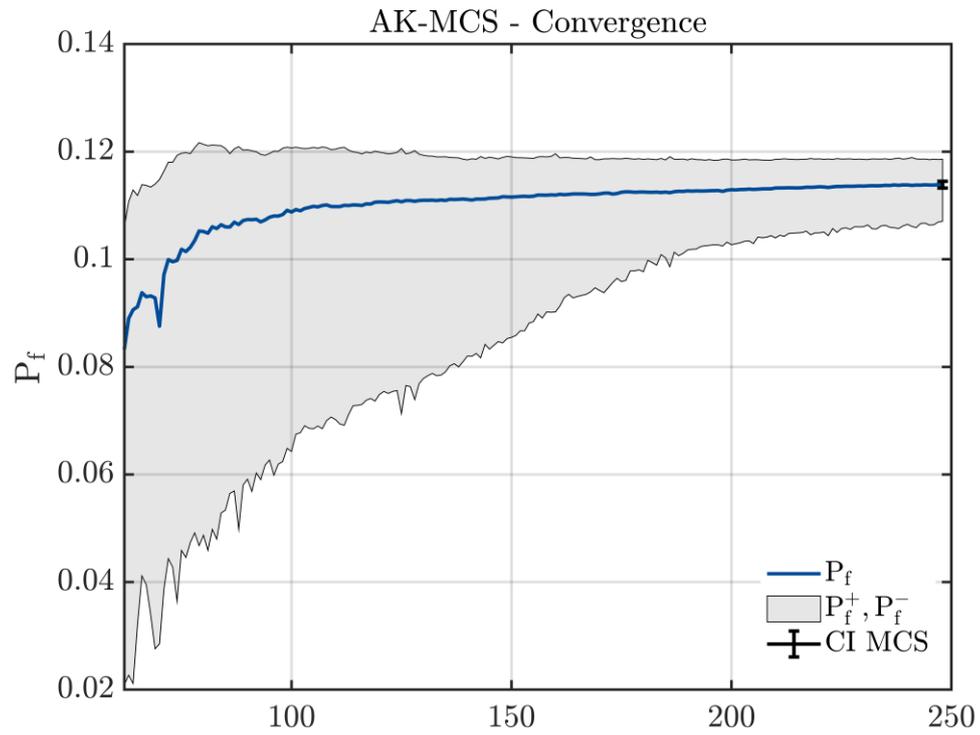
as probabilidades de falha apresentadas neste capítulo, para esse tipo de carregamento, têm como premissa a ocorrência do carregamento descrito.

No que diz respeito à convergência do modelo probabilístico, optou-se por limitar o número de pontos para a simulação de Monte Carlo em  $10^6$ . Esse aspecto é fundamental, haja visto que a convergência do modelo probabilístico encontra problemas devido a limitação de memória (para valores de amostragem superior), fazendo com que a análise de confiabilidade seja interrompida de forma abrupta. Em alguns casos, quando a probabilidade de falha é relativamente alta (acima de  $10^{-2}$ ) opta-se por limitar o número de pontos da Simulação de Monte Carlo em  $10^5$ , no intuito de acelerar a convergência, verificando se o coeficiente de variação ( $CV$ ) para a probabilidade de falha apresenta valores aceitáveis.

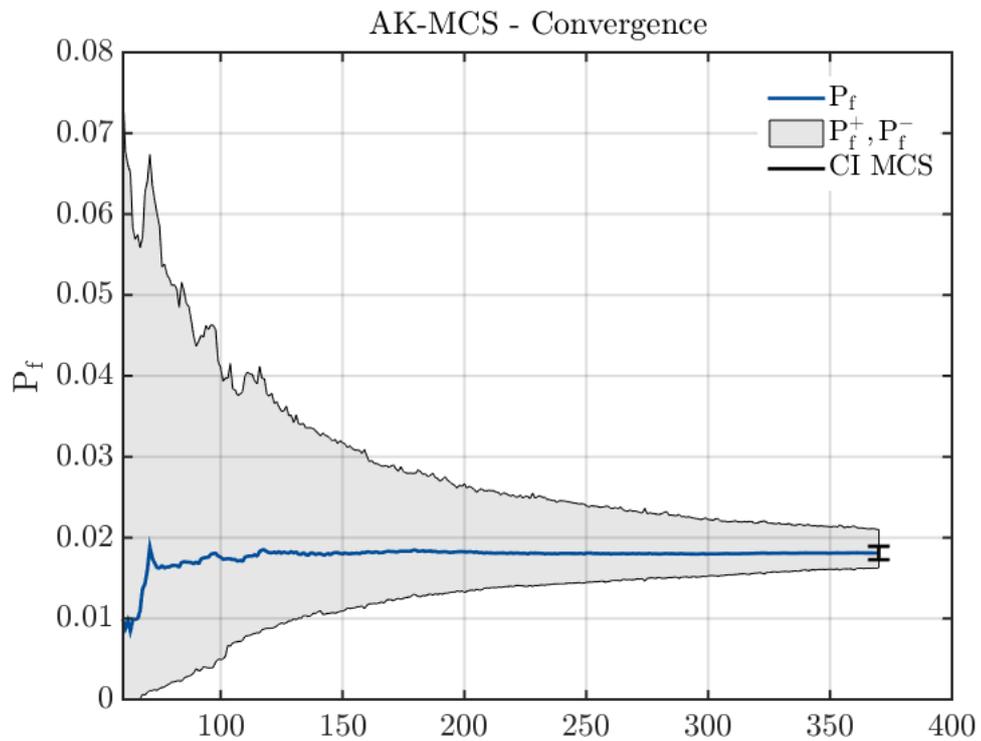
Nesse aspecto, consideram-se aceitáveis valores de  $CV$  próximos (ou abaixo) de 5%, para probabilidades na ordem de até  $10^{-3}$ . Para resultados da ordem de  $10^{-4}$  consideram-se aceitáveis valores de  $CV$  próximos, ou abaixo, de 10%. Para probabilidade nas faixas de  $10^{-5}$  ou de  $10^{-6}$  são constatados problemas de convergência ou de custo computacional proibitivo (da ordem de dias para sua convergência), fazendo com que o coeficiente de variação apresentasse, quando convergia, valores relativamente altos (entre 0,13 e 0,50). Embora tais diferenças sejam substanciais (em comparação aos casos anteriores), para o intuito desse trabalho esses valores são considerados aceitáveis, haja visto a escala da ordem de grandeza das probabilidades de falha a eles associadas ( $10^{-5}$  e  $10^{-6}$ ).

Além disso, com relação ao design de experimento inicial (DoE), estabelece-se que a seleção de sessenta pontos de controle, utilizando o Hipercubo Latino (LHC), é suficiente. Anteriormente o número fixado era de 120 pontos, quantidade essa mantida para as situações nas quais  $t=0$  mm, sem variável de erro de modelo ( $\theta_{mod}$ ). A mudança ocorre por conta da constatação de que: metade da quantidade de pontos (60) é suficiente para garantir a convergência, permitindo acelerá-la. O número de pontos adicionados ao DoE (até que se alcance a convergência) também é apresentado, de modo a fornecer uma medida da quantidade de vezes que a função de estado limite foi chamada durante a solução do problema. Esse valor pode ser entendido como uma medida do “custo computacional” realizado, ou como uma medida da rapidez com a qual o método converge para as diferentes situações.

Alguns gráficos de convergência podem ser conferidos da Figura 26 à Figura 33 (demais disponíveis no Apêndice B), os quais apresentam os critérios de convergência para a função de aprendizado baseados nas estimativas das probabilidades de falha ( $\hat{P}_f^+$ ,  $\hat{P}_f^-$ ,  $\hat{P}_f^0$ ) dadas pelas Equações (25) e (26). É possível observar a variação de  $\hat{P}_f^+$ ,  $\hat{P}_f^-$  e  $\hat{P}_f^0$  ao longo das iterações.

Figura 26 – Carga móvel determinística,  $t=1,5$  mm

Fonte: elaborada pelo autor

Figura 27 – Carga móvel determinística +  $\theta_{mod}$ ,  $t=1,5$  mm

Fonte: elaborada pelo autor

Figura 28 – Carga móvel determinística,  $t= 3,0$  mm

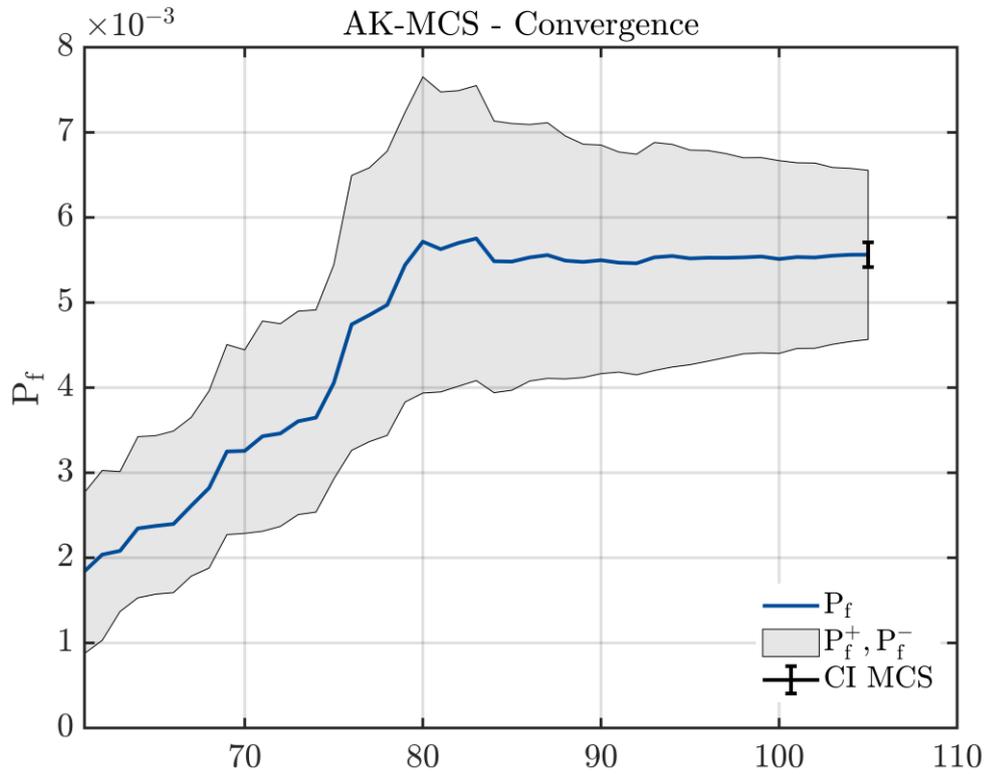


Figura 29 – Carga móvel determinística +  $\theta_{mod}$ ,  $t= 3,0$  mm

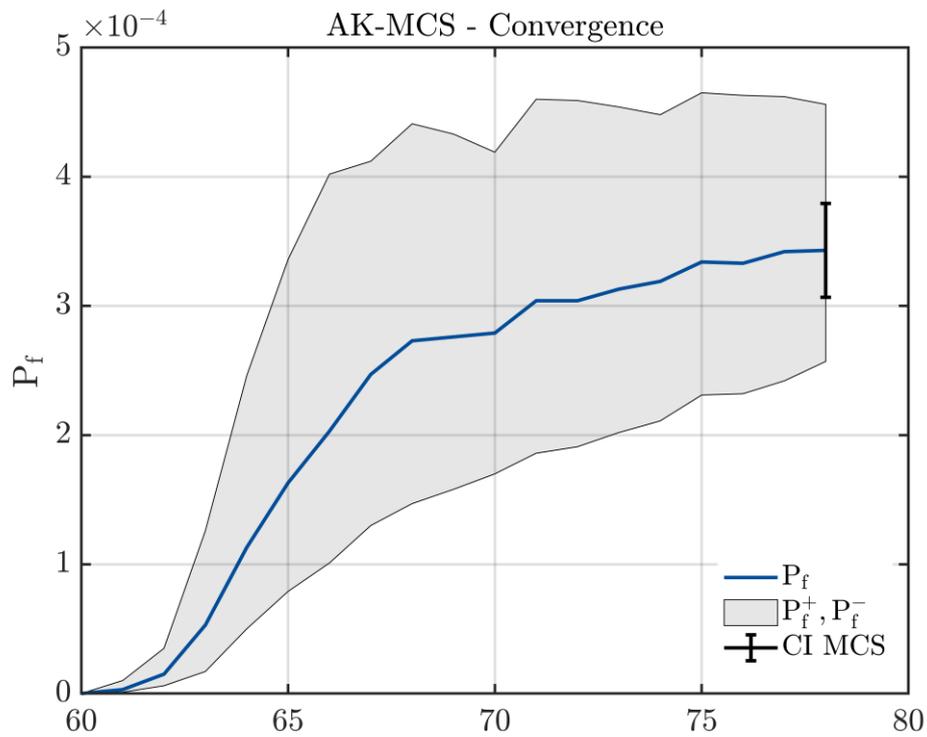


Figura 30 – Carga móvel probabilística,  $t=0,0$  mm.

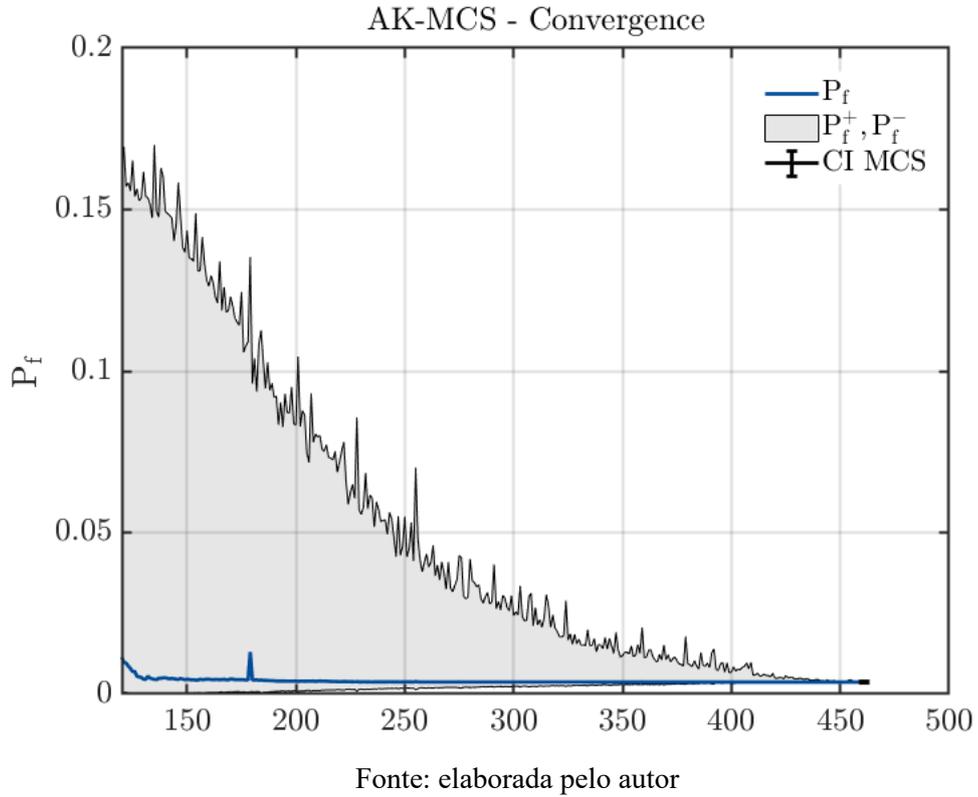


Figura 31 – Carga móvel determinística +  $\theta_{mod}$ ,  $t=0,0$  mm

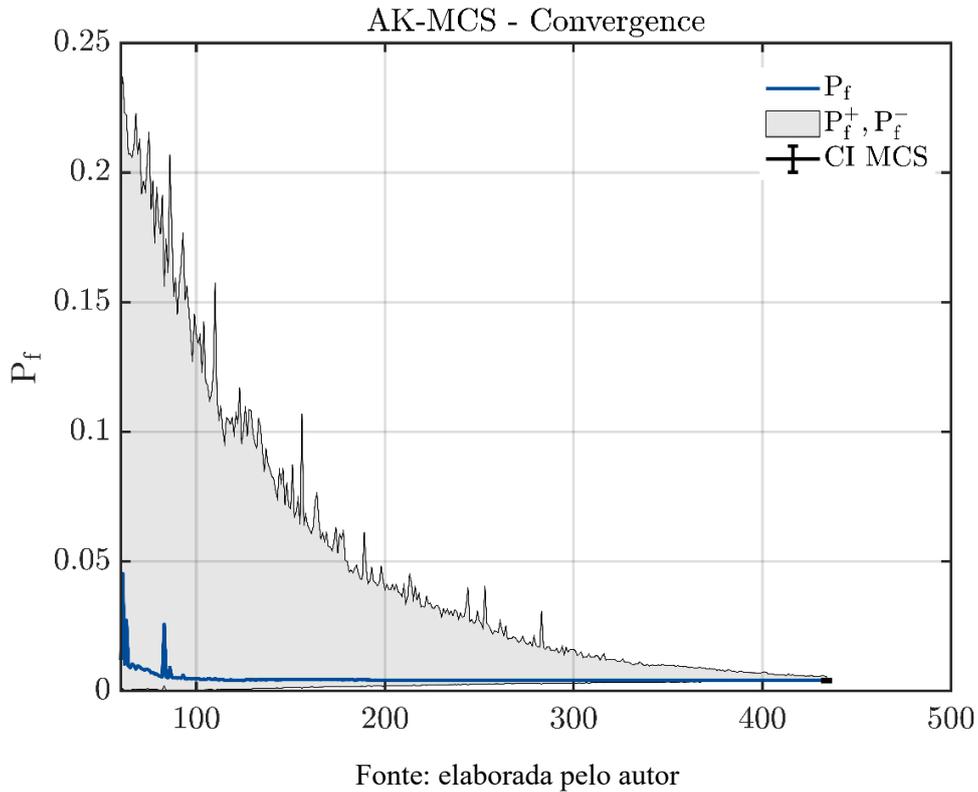
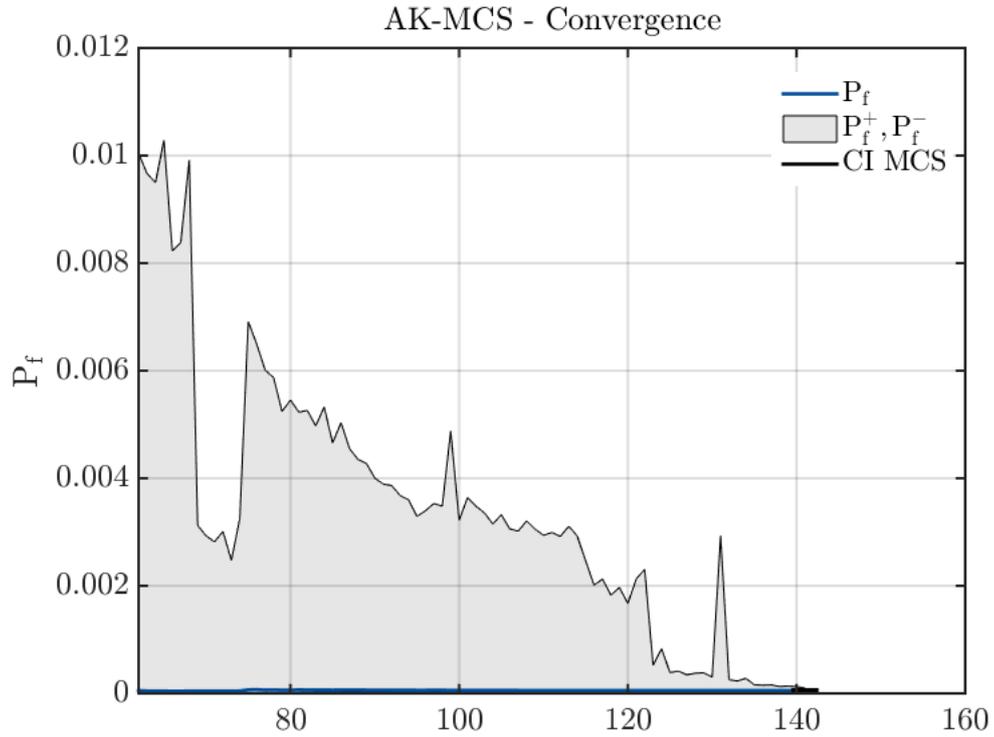
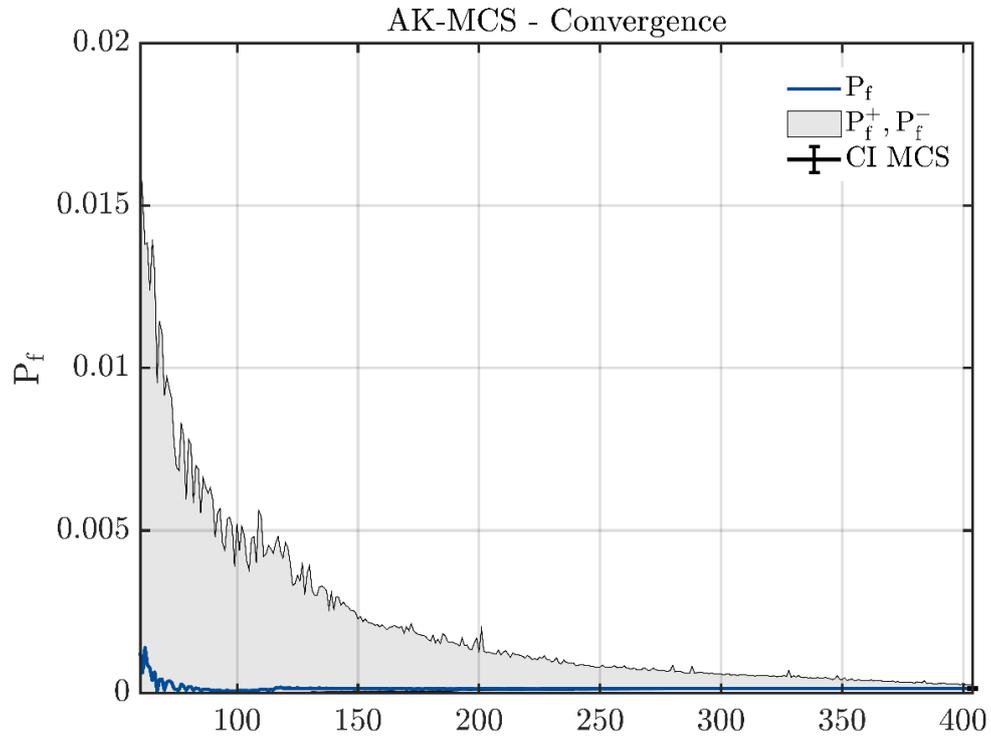


Figura 32 – Carga móvel probabilística,  $t=1,5\text{mm}$ 

Fonte: elaborada pelo autor

Figura 33 – Carga móvel probabilística +  $\theta_{mod}$ ,  $t=1,5\text{ mm}$ 

Fonte: elaborada pelo autor

A linha central representa o valor central da probabilidade de falha ( $\hat{P}_f^0$ ), enquanto que as fronteiras da área em cinza definem os limites superiores e inferiores para  $\hat{P}_f^+$  e para  $\hat{P}_f^-$ , respectivamente. O gráfico de convergência tem início a partir da quantidade definida no design de experimento inicial, sessenta ou cento e vinte pontos, a depender do caso, e segue até que o limite definido pela Equação (24),  $\epsilon_{\hat{P}_f} = 10\%$ , seja alcançado. O gráfico mostra ao longo do eixo horizontal a quantidade de pontos utilizados durante o processo iterativo, cuja diferença para o DoE equivale ao número de pontos adicionados ( $N_{add}$ ) ao metamodelo. Uma vez atingida a convergência, ou seja, definido o modelo de substituição para a função de estado limite, o algoritmo estima a probabilidade de falha por Simulação de Monte Carlo e plota no gráfico o respectivo intervalo de confiança (equivalente a 5%).

Os valores das probabilidades de falha ( $\hat{P}_f$ ), obtidas por SMC, e seus respectivos índices de confiabilidade ( $\beta_{SMC}$ ) podem ser conferidos da Tabela 10 à Tabela 13. Os resultados são apresentados de acordo com o tipo de carregamento (se determinístico ou probabilístico) bem como a inclusão, ou não, da variável de erro de modelo ( $\theta_{mod}$ ) à função de estado limite.

Tabela 10 – Carga móvel determinística

$t$ (mm)	DoE.	$N_a$	$\hat{P}_f$	$\beta_{SMC}$	$CV$	$N_{add}$
0.0	120	1.00E+05	6.857E-01	-0.0484	0.0020	63
1.5	60	1.00E+06	1.139E-01	1.2062	0.0028	186
3.0	60	1.00E+06	5.600E-03	2.5387	0.0134	44
4.5	60	1.00E+06	1.350E-04	3.6425	0.0861	26

Fonte: elaborada pelo autor

Tabela 11 – Carga móvel determinística +  $\theta_{mod}$

$t$ (mm)	DoE	$N_a$	$\hat{P}_f$	$\beta_{SMC}$	$CV$	$N_{add}$
0.0	60	1.00E+05	2.546E-01	0.6600	0.0054	563
1.5	60	1.00E+05	1.810E-02	2.0947	0.0233	310
3.0	60	1.00E+06	3.430E-04	3.3951	0.0540	14
4.5	60	1.00E+06	1.400E-05	4.1892	0.2673	7
6.0	60	1.00E+06	4.000E-06	4.4652	0.5000	11

Fonte: elaborada pelo autor

Tabela 12 – Carga móvel probabilística

$t$ (mm)	DoE	$N_a$	$\widehat{P}_f$	$\beta_{SMC}$	$CV$	$N_{add}$
0.0	120	1.00E+06	3.700E-03	2.6774	0.0510	341
1.5	60	1.00E+06	5.200E-05	3.8811	0.1387	79

Fonte: elaborada pelo autor

Tabela 13 – Carga móvel probabilística +  $\theta_{mod}$ 

$t$ (mm)	DoE	$N_a$	$\widehat{P}_f$	$\beta_{SMC}$	$CV$	$N_{add}$
0.0	60	1.00E+05	4.130E-03	2.6413	0.0491	374
1.5	60	1.00E+06	1.340E-04	3.6444	0.0864	344
3.0	60	1.00E+06	7.000E-06	4.3439	0.3780	6

Fonte: elaborada pelo autor

As linhas de cada tabela apresentam os resultados da análise de confiabilidade estrutural para cada cenário de reforço. A primeira coluna apresenta o valor da espessura da chapa, que varia de zero (situação sem reforço) e recebe incrementos de 1,5 mm até que a espessura final seja atingida. Entretanto observa-se que para nenhum tipo de carregamento, bem como para situações envolvendo (ou não)  $\theta_{mod}$ , o modelo probabilístico chegou a convergir em tempo hábil para  $t$  equivalente ao reforço real aplicado à estrutura (9,5 mm no banzo inferior e 12,5 mm nos demais membros, exceto banzo superior – 0,0 mm). Assim são observados custos computacionais proibitivos para espessuras superiores a 6,0 mm, nos casos de carga móvel determinística, e para espessuras superiores a 3,0 mm, nos casos de carga móvel probabilística.

Ademais os valores referentes às probabilidades de falha e seus respectivos índices de confiabilidade, para cada situação representadas nas tabelas, são plotados na Figura 34 e na Figura 35, respectivamente. Para ambas figuras, o eixo horizontal representa o valor da espessura  $t$  (mm) da chapa de reforço. O eixo vertical, na Figura 34, apresenta os valores das probabilidades de falha ( $\widehat{P}_f$ ) em escala logarítmica, devido às diferenças na ordem de grandeza dos resultados apresentados, o que não se observa no eixo vertical da Figura 35, o qual mostra os valores para  $\beta_{SMC}$ . A linha contínua indica os resultados obtidos para os casos envolvendo carga móvel determinística, apenas, enquanto que a linha traceja-pontilhada adiciona a variável de erro de modelo a esse tipo de carregamento. Os casos envolvendo apenas carga móvel probabilística é indicado pela linha tracejada, e a linha pontilhada adiciona-lhe a variável de erro de modelo. De forma análoga, os gráficos para o Coeficiente de Variação bem como para

o número de chamadas da Função de Estado Limite podem ser conferidos através da Figura 36 e da Figura 37, respectivamente.

Figura 34 – Probabilidades de Falha

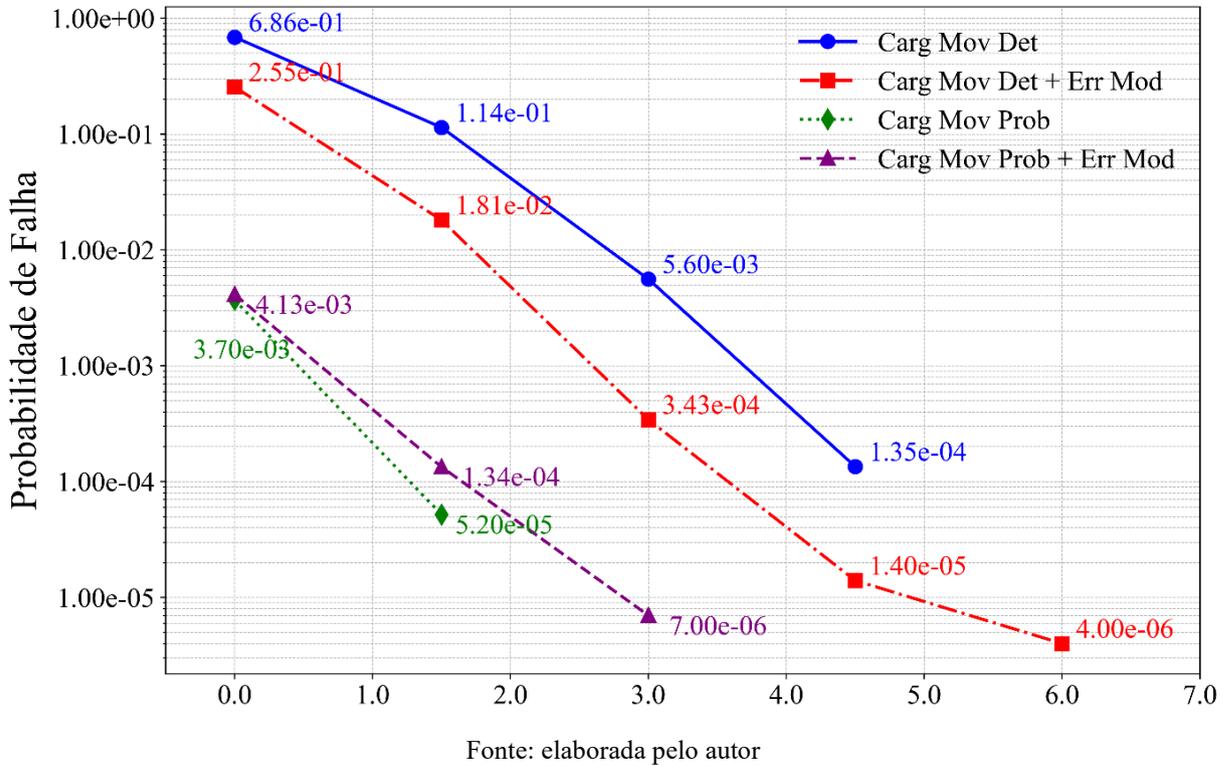


Figura 35 – Índices de Confiabilidade

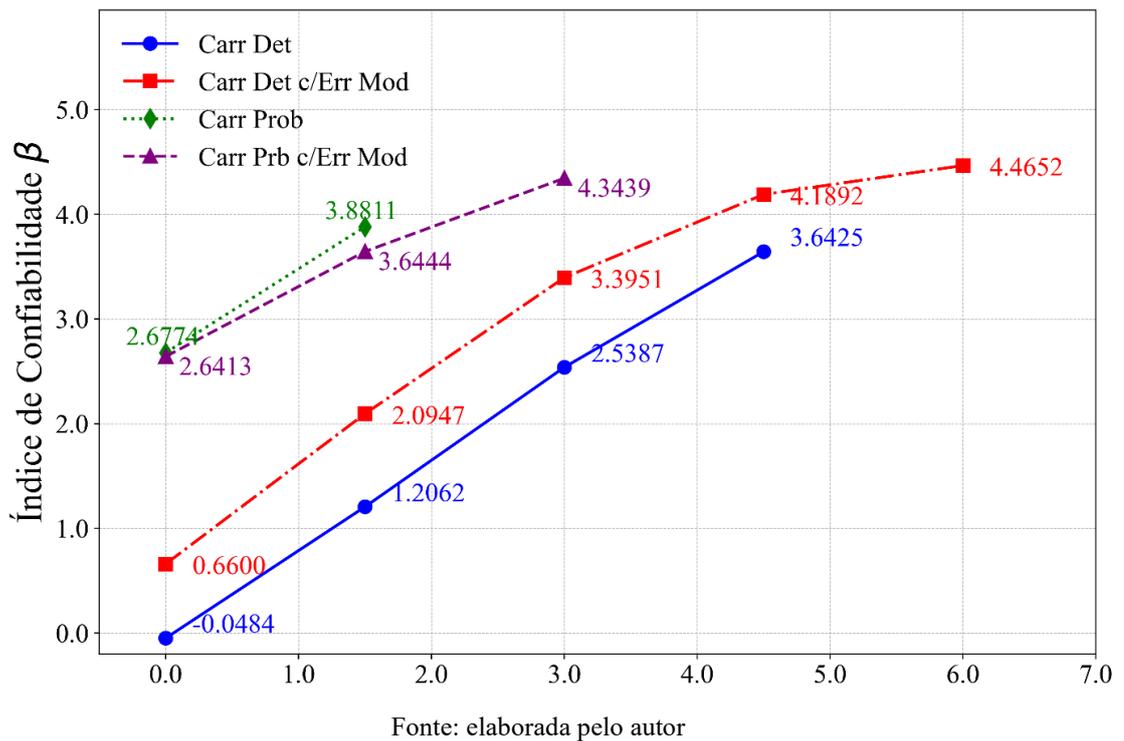
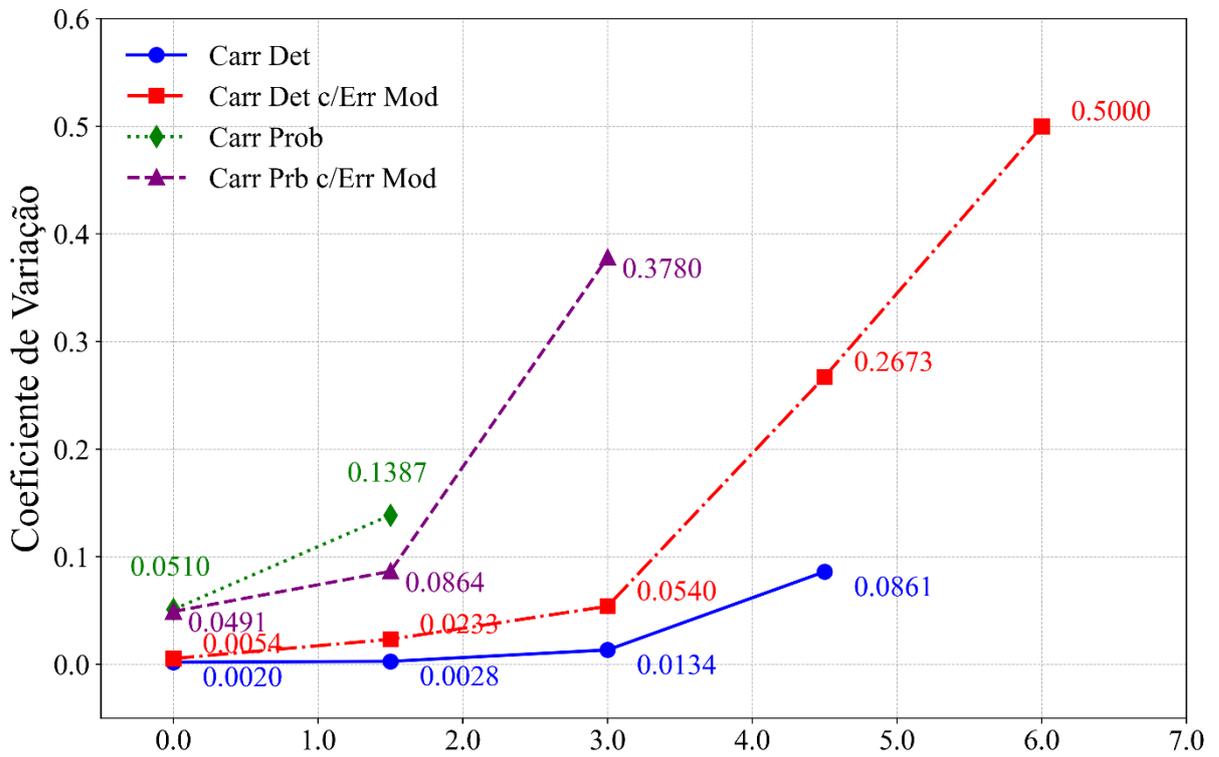
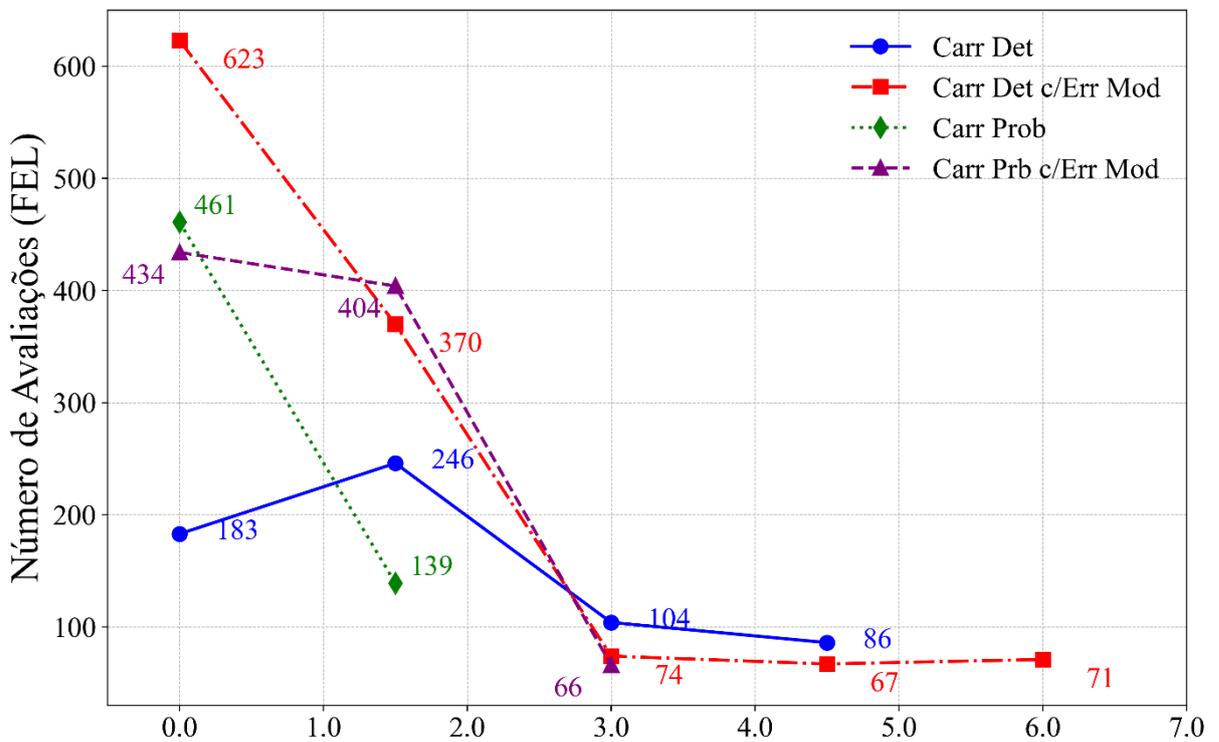


Figura 36 – Coeficiente de Variação (CV)



Fonte: elaborada pelo autor

Figura 37 – Número de chamadas da Função de Estado Limite



Fonte: elaborada pelo autor

Os índices de confiabilidade (Figura 35), bem como as probabilidades de falha associadas (Figura 34), constataam uma tendência geral esperada de acréscimo na segurança da estrutura à medida que o valor de  $t$  aumenta. Os decréscimos nas probabilidades de falha se expressam de forma significativamente acentuadas a cada novo cenário de reforço avaliado, nos quais os incrementos de 1,5 mm de espessura são implementados, de sorte que: probabilidades da ordem de  $1E-6$  são rapidamente alcançadas, antes mesmo de  $t$  atingir a espessura real de reforço aplicado à treliça estudada. Para tal ordem de grandeza, ou menor, observam-se dificuldades de convergência nos metamodelos que utilizam Kriging Adaptativo, bem como custo computacional proibitivos: seja por limitações de memória (32 Gigabytes disponíveis), seja por tempo de processamento julgados demasiadamente longos (superior a 36 horas para um processador Core i9 7920-X, 2.90 GHz). A inclusão da variável de erro de modelo ( $\theta_{mod}$ ) representou um decréscimo nos índices de confiabilidade para todos os cenários avaliados que envolvem carga móvel determinística. No entanto, a tendência contrária pode ser observada para os casos de carregamento móvel probabilístico, embora as diferenças nos índices de confiabilidade não sejam tão acentuadas quanto os observados para os casos de carga móvel determinística. Verifica-se também que a inclusão de  $\theta_{mod}$  para o cenário em que não há reforço (carregamento probabilístico) foi o que apresentou a menor diferença entre valores de  $\beta_{SMC}$ . Ademais, observa-se uma tendência relativamente linear nos índices de confiabilidade para valores iniciais de espessura. Ainda no aspecto da segurança, destacam-se os valores elevados de  $\hat{P}_f$  associados aos valores iniciais de  $t$ . Porém, conforme anteriormente explicado, a carga móvel determinística está condicionada à ocorrência de um carregamento com baixa probabilidade de acontecer. Para as situações que envolvem carga móvel probabilística (e valores iniciais de  $t$  as probabilidades de falha ainda resultam relativamente altas ( $10^{-3}$ ).

No que diz respeito aos valores de  $CV$  associados a  $\hat{P}_f$ , verifica-se uma tendência geral de aumento significativo à medida que o valor de  $t$  aumenta, a qual se acentua a partir de probabilidades abaixo de  $10^{-4}$ , aparentemente seguindo tendências de crescimento exponencial (ver Figura 36). No que se refere ao número de avaliações da FEL, observa-se uma propensão de redução com o incremento na espessura, indicando haver ganho de desempenho do metamodelo à medida que  $\hat{P}_f$  diminui (ver Figura 37). A partir de certo valor de  $t$ , o número de avaliações parece cair a um patamar próximo do DoE inicial. Por fim a inclusão de  $\theta_{mod}$  resultou em aumentos significativos do número de avaliações para os casos de carga móvel determinística e valores iniciais de  $t$ , porém essa diferença não se mantém a partir de certa espessura, invertendo-se, mas não apresentando diferenças tão acentuadas quanto antes.

## 6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

O presente estudo buscou contribuir em aspectos relacionados à avaliação de segurança para vãos treliçados de pontes metálicas em situações com e sem reforço estrutural, considerando a situação atual de carregamento móvel e que muitas pontes existentes foram construídas antes da primeira metade do século XX. Nesse sentido um caso real de ponte em treliça (tipo Warren) foi selecionado como base para a realização das análises de confiabilidade estrutural, no intuito de verificar os cenários antes e após as intervenções. Cenários hipotéticos de reforço intermediário também foram avaliados.

Assim as probabilidades foram calculadas com base nos modos de falha associados à perda de rigidez por flambagem inelástica, verificada a partir dos deslocamentos dos nós superiores da treliça, tomando como referência o trabalho de Gomes e Beck (2013). Foram considerados dois tipos de carregamento: um determinístico, baseado nas disposições normativas nacionais, NBR 7188 (ABNT, 2013) e NBR 8681 (ABNT, 2003); e outro probabilístico, conforme apresentado em Imai e Frangopol (2002). Tendo em vista o uso de modelos numéricos simplificados, buscou-se adicionar variáveis de erro de modelo de modo a considerar as incertezas associadas. Uma vez que há carência de informações no que diz respeito a erros de modelos numéricos de pontes treliçadas, foram empregados erros de modelo relacionados a resistências de estruturas metálicas (para casos gerais) conforme apresentado em Sorensen (2004).

Para o modo de falha avaliado, constatou-se forte influência das espessuras das chapas nos valores das probabilidades de falha. Por um lado, nos cenários sem reforço e para ambas as situações de carregamento, as probabilidades resultaram elevadas, acima dos valores alvo indicados na literatura. Por outro, incrementos nos valores das espessuras levaram a acréscimos substanciais nos índices de confiabilidade. Considerando o nível de reforço aplicado à estrutura real que serviu de base para o estudo de caso aqui apresentado, os resultados indicam que a estrutura atende o valor alvo de  $\beta = 3,7$ . Este valor é apresentado pelo “Joint Committee on Structural Safety” (Joint Committee on Structural Safety, 2001) para situações que envolvem estados limites últimos, alto custo relativo das medidas de segurança e elevadas consequências em caso de falha.

Os aumentos nos índices de confiabilidade devem-se ao fato que o incremento nas espessuras dos perfis compostos resulta em aumentos substanciais em área e, principalmente, em momento de inércia das seções transversais. Essas grandezas possuem impacto significativo na carga crítica de flambagem que o perfil é capaz de suportar, o que explica as reduções nas

probabilidades de falha. Ademais ressalta-se que, para todos os casos avaliados, considerou-se correlação perfeita entre as espessuras das barras que possuam mesma seção transversal.

A inclusão da variável de erro de modelo levou a maiores probabilidades de falha no caso de carregamento móvel determinístico para os cenários iniciais de reforço, conforme esperado. Porém, houve uma pequena tendência contrária nos casos que envolveram carga móvel probabilística. Tais discrepâncias indicam serem necessários mais estudos no que se refere ao erro de modelo. Por outro lado, notou-se que o erro de modelo colaborou para que houvesse convergência da metamodelagem por Kriging Adaptativo em um maior número de cenários, embora o número total de avaliações da FEL também tenha aumentado de maneira significativa.

Por fim, algumas sugestões podem ser enumeradas no sentido de dar continuidade ao trabalho iniciado:

- a) Realizar estudos que explorem a contribuição dos modos de flambagem globais na falha estrutural de treliças, levando em conta tanto o comportamento das juntas de ligação quanto o efeito do contraventamento transversal;
- b) Investigar a ocorrência de flambagem localizada nas paredes dos perfis metálicos e flambagem por flexo-torção em análises de confiabilidade estrutural, aprofundando a compreensão dos modos de falha específicos;
- c) Avaliar a confiabilidade estrutural de pontes treliçadas considerando a possibilidade de falha por fadiga;
- d) Desenvolver e investigar a viabilidade de modelos numéricos em elementos finitos tridimensionais mais detalhados para representar a resposta estrutural, abordando as complexidades associadas a elementos finitos com muitos graus de liberdade;
- e) Realizar estudos experimentais em treliças metálicas para validar e calibrar os modelos numéricos, garantindo maior precisão e acurácia nas previsões de comportamento estrutural.

## REFERÊNCIAS

- ANG, A. H.-S.; TANG, W. H. **Probability concepts in engineering: emphasis on applications in civil & environmental engineering**. 2. ed. Nova York: Wiley, 2007.
- ANSYS, Inc. **Element Reference 2022 R1**. Estados Unidos: [s. n.], 2022a.
- ANSYS, Inc. **Theory Reference 2022 R1**. Estados Unidos: [s. n.], 2022b.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7188**: Ações devido ao tráfego de veículos rodoviários e de pedestres em pontes, viadutos e passarelas. Rio de Janeiro: ABNT, 2013.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8681**: Ações e segurança nas estruturas - procedimento. Rio de Janeiro: ABNT, 2003.
- BECK, A. T. **Confiabilidade e segurança das estruturas**. São Paulo: Elsevier, 2019.
- BRESLER, B.; LIN, T. Y.; SCALZI, J. B. **Design of Steel Structures**. 2. ed. Estados Unidos; Japão; Austrália: Jhon Wiley and Sons, 1968.
- CORNELL, C. A. A Probability-Based Structural Code. **ACI Journal Proceedings**, [s. l.], v. 66, n. 12, 1969. Disponível em: <https://www.concrete.org/publications>. Acesso em: 9 jun. 2024.
- COSTA, B. J. A.; FIGUEIRAS, J. A. Rehabilitation and condition assessment of a centenary steel truss bridge. **Journal of Constructional Steel Research**, [s. l.], v. 89, p. 185–197, 2013.
- DENG, L.; WANG, W.; YU, Y. An active learning reliability method combining Kriging and Monte Carlo Simulation. **Journal of Performance of Constructed Facilities**, [s. l.], v. 30, n. 2, p. 04015005, 2016.
- ECHARD, B.; GAYTON, N.; LEMAIRE, M. AK-MCS: An active learning reliability method combining Kriging and Monte Carlo Simulation. **Structural Safety**, [s. l.], p. 145–154, 2011.
- FELIPE, T. R. C. *et al.* Reliability analysis of truss structures considering complete failure paths and using the FLHB model. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, Brasil, v. 14, n. 4, p. e14402, 2021.
- FORRESTER, A. I. J.; SÓBESTER, A.; KEANE, A. J. **Engineering design via surrogate modelling: a practical guide**. Chichester, West Sussex, Inglaterra; Hoboken, NJ: J. Wiley, 2008.
- GOMES, W. J. D. S.; BECK, A. T. Global structural optimization considering expected consequences of failure and using ANN surrogates. **Computers & Structures**, [s. l.], v. 126, p. 56–68, 2013.
- HAN, W. *et al.* Characteristics and Dynamic Impact of Overloaded Extra Heavy Trucks on Typical Highway Bridges. **Journal of Bridge Engineering**, [s. l.], v. 20, n. 2, p. 05014011, 2015.

HAYASHI, F. A. Y. **Ponte Hercílio Luz: caracterização do projeto, construção, intervenções e estado atual de conservação.** 2012. 233 f. Dissertação (Mestrado em Arquitetura e Urbanismo) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2012.

IMAI, K. **Reliability analysis of geometrically nonlinear structures with application to suspension bridges.** 1999. 365 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - University of Colorado, Ann Arbor, Estados Unidos, 1999.

IMAI, K.; FRANGOPOL, D. M. System reliability of suspension bridges. **Structural Safety**, [s. l.], v. 24, n. 2–4, p. 219–259, 2002.

JOINT COMMITTEE ON STRUCTURAL SAFETY. **Probabilistic Model Code.** [S. l.: s. n.], 2001. Disponível em: <https://www.jcss-lc.org/jcss-probabilistic-model-code/>. Acesso em: 12 jun. 2024.

JULIANI, M. A. **Efeito das hipóteses de modelagem na otimização de treliças utilizando metamodelo de Kriging.** 2023. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil, Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2023.

KRIGE, D. G. **A statistical approach to some mine valuation and allied problems on the Witwatersrand.** 1951. Tese (Doutorado em Geologia) - University of the Witwatersrand, África do Sul, 1951.

LATANIOTIS, C. *et al.* **UQLab user manual – Kriging (Gaussian process modeling).** Suíça: ETH Zurich, 2022.

LIU, Z. *et al.* Global-local fatigue assessment of an ancient riveted metallic bridge based on submodelling of the critical detail. **Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures**, [s. l.], v. 42, n. 2, p. 546–560, 2019.

LU, N.; LIU, Y.; NOORI, M. (org.). **Reliability and safety of cable-supported bridges.** 1. ed. Boca Raton: CRC Press, 2021. (Resilience and sustainability).

LU, N.; NOORI, M. **Multi-scale reliability and serviceability assessment of in-service long-span bridges.** Nova York: Momentum Press Engineering, 2018.

LYRA, P. H. C. D.; BECK, A. T.; STUCCHI, F. R. Reliability analysis of a prestressed bridge beam designed in serviceability limit state as recommended by NBR 6118 and 7188. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, Brasil, v. 13, n. 2, p. 380–397, 2020.

MADAH, H.; AMIR, O. Truss optimization with buckling considerations using geometrically nonlinear beam modeling. **Computers & Structures**, [s. l.], v. 192, p. 233–247, 2017.

MADENCI, E.; GUVEN, I. **The Finite Element Method and Applications in Engineering Using ANSYS.** 2. ed. Nova York, NY: Springer, 2015.

MARELLI, S.; SCHÖBI, R.; SUDRET, B. **UQLab user manual – Structural reliability (Rare event estimation).** Suíça: ETH Zurich, 2022.

MARELLI, S.; SUDRET, B. **UQLab: A Framework for Uncertainty Quantification in Matlab. Vulnerability, Uncertainty, and Risk.** Liverpool, UK: American Society of Civil Engineers,

2014. p. 2554–2563. Disponível em: <http://ascelibrary.org/doi/10.1061/9780784413609.257>. Acesso em: 14 maio 2024.

MATHERON, G. Principles of geostatistics. **Economic Geology**, [s. l.], v. 58, n. 8, p. 1246–1266, 1963.

MCGUIRE, W.; GALLAGHER, R. H.; ZIEMIAN, R. D. **Matrix structural analysis**. 2. ed. Middletown, DE: Wiley, 2015.

MCKAY, M. D.; BECKMAN, R. J.; CONOVER, W. J. A Comparison of Three Methods for Selecting Values of Input Variables in the Analysis of Output From a Computer Code. **Technometrics**, [s. l.], v. 42, n. 1, p. 55–61, 2000.

MCMEEKING, R. M.; RICE, J. R. Finite-element formulations for problems of large elastic-plastic deformation. **International Journal of Solids and Structures**, [s. l.], v. 11, n. 5, p. 601–616, 1975.

MELCHERS, R. E.; BECK, A. T. **Structural reliability analysis and prediction**. 3. ed. Hoboken, NJ: Wiley, 2018.

NIELSEN, C. V.; MARTINS, P. A. F. Finite element simulation: A user's perspective. *In*: **METAL FORMING**. [S. l.]: Elsevier, 2021. p. 109–180. Disponível em: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/B978032385255500011X>. Acesso em: 10 jun. 2024.

NOWAK, A. S.; COLLINS, K. R. **Reliability of structures**. Boston, Mass.: McGraw-Hill, 2000. (McGraw-Hill higher education).

OLSSON, A.; SANDBERG, G.; DAHLBLOM, O. On Latin hypercube sampling for structural reliability analysis. **Structural Safety**, [s. l.], v. 25, n. 1, p. 47–68, 2003.

PFEIL, W. **Pontes - Curso Básico**. Rio de Janeiro: Campus Ltda, 1983.

PFEIL, W.; PFEIL, M. **Estrutura De Aço: Dimensionamento Prático**. Rio de Janeiro: Ltc-Livros Tecnicos E Cientificos Editora Lda, 2007.

RAJAKUMAR, C.; ROGERS, C. R. The Lanczos algorithm applied to unsymmetric generalized eigenvalue problem. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, [s. l.], v. 32, n. 5, p. 1009–1026, 1991.

RAMOS, F. S. **Modelagem computacional do reforço estrutural em obra de arte especial: Ponte Imperial Dom Pedro II**. 2020. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2020. Disponível em: <https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/3/3144/tde-04062021-165105/>. Acesso em: 22 jul. 2024.

SALEM, H. M.; HELMY, H. M. Numerical investigation of collapse of the Minnesota I-35W bridge. **Engineering Structures**, [s. l.], v. 59, p. 635–645, 2014.

SANTNER, T. J.; WILLIAMS, B. J.; NOTZ, W. I. **The Design and Analysis of Computer Experiments**. Nova York, NY: Springer New York, 2018. (Springer Series in Statistics). Disponível em: <http://link.springer.com/10.1007/978-1-4939-8847-1>. Acesso em: 10 jun. 2024.

SIMO, J. C.; TAYLOR, R. L. Consistent Tangent Operators for Rate-Independent Elastoplasticity. **Computer Methods In Applied Mechanics And Engineering**, North Holan, p. 18, 1985.

SORENSEN, J. D. **Notes in Structural Reliability Theory And Risk Analysis**. Aalborg: [s. n.], 2004.

TIMOSHENKO, S. P. On the correction for shear of the differential equation for transverse vibrations of prismatic bars. **The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science**, [s. l.], v. 41, n. 245, p. 744–746, 1921.

TRAUTNER, J. J. **Computer modeling and reliability evaluation of truss bridges**. 1989. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Colorado University, Boulder, 1989.

TRAUTNER, J. J.; FRANGOPOL, D. M. Computer modeling and reliability evaluation of steel through truss bridges. **Structural Safety**, [s. l.], v. 7, n. 2–4, p. 255–267, 1990.

VARMA, T. V.; SARKAR, S.; MONDAL, G. Buckling Restrained Sizing and Shape Optimization of Truss Structures. **Journal of Structural Engineering**, [s. l.], v. 146, n. 5, p. 04020048, 2020.

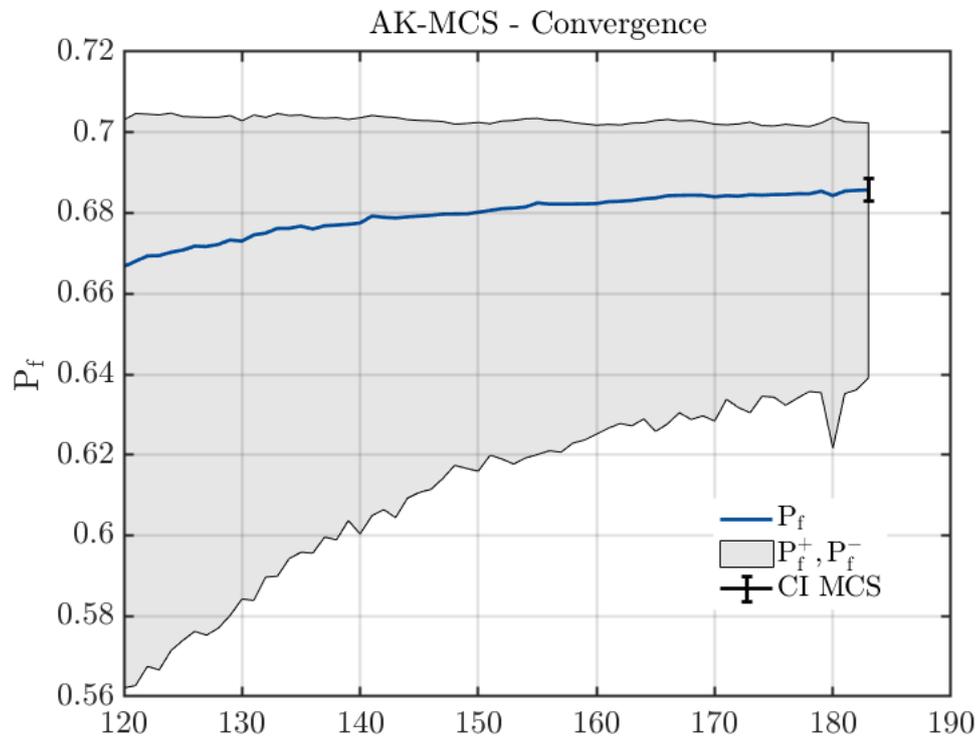
WARDHANA, K.; HADIPRIONO, F. C. Analysis of Recent Bridge Failures in the United States. **Journal of Performance of Constructed Facilities**, [s. l.], v. 17, n. 3, p. 144–150, 2003.

YOO, C. H.; LEE, S. C. **Stability of structures: principles and applications**. Amsterdam; Boston: Butterworth-Heinemann, 2011.



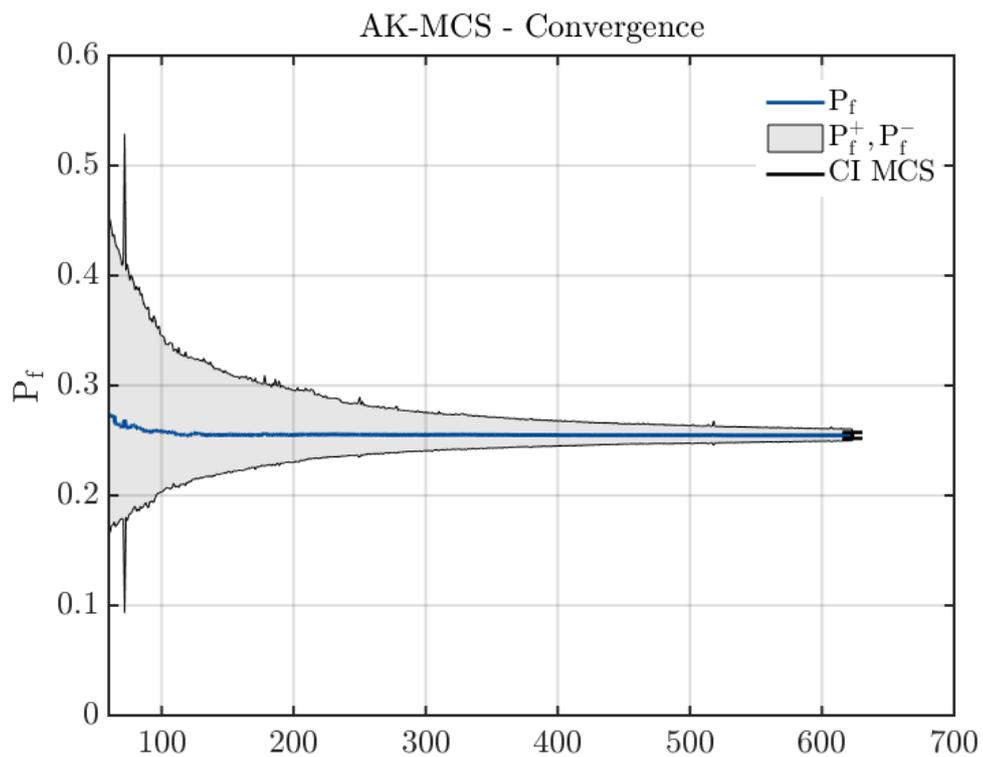
## APÊNDICE B – GRÁFICOS DE CONVERGÊNCIA

(a) – Carga móvel determinística,  $t=0,0$  mm.

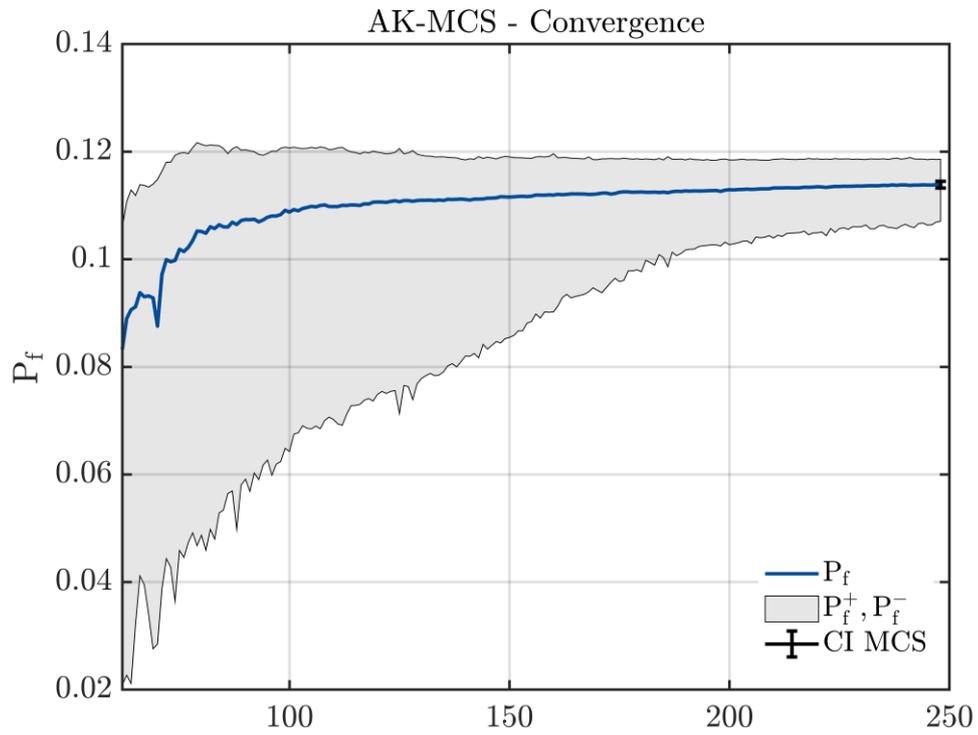
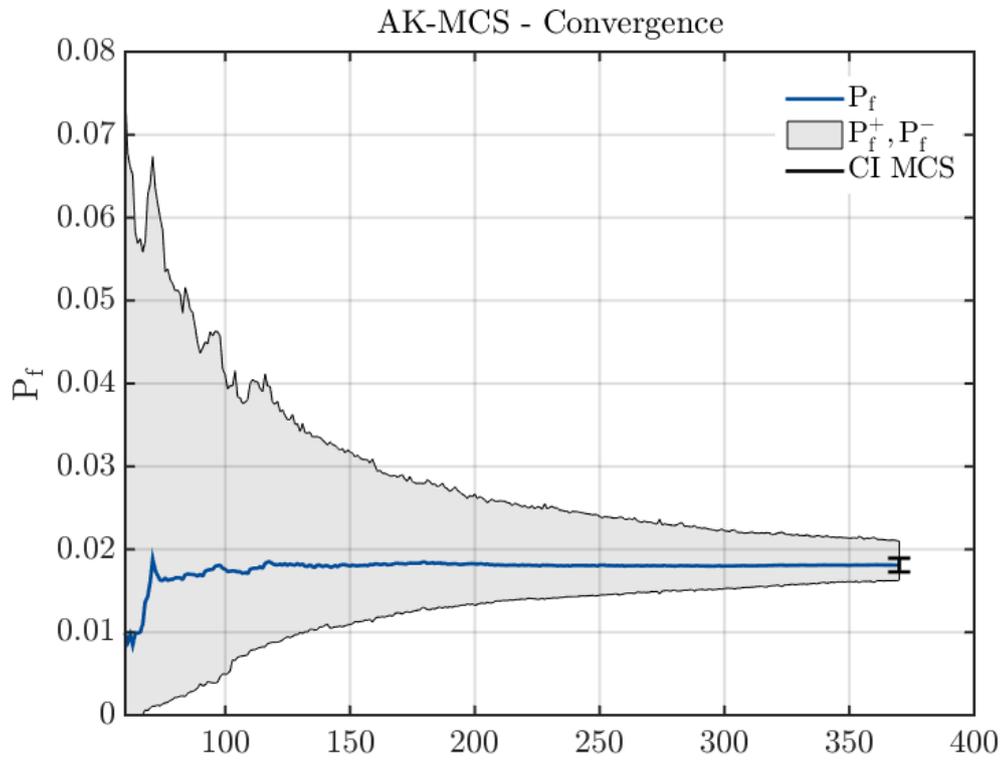


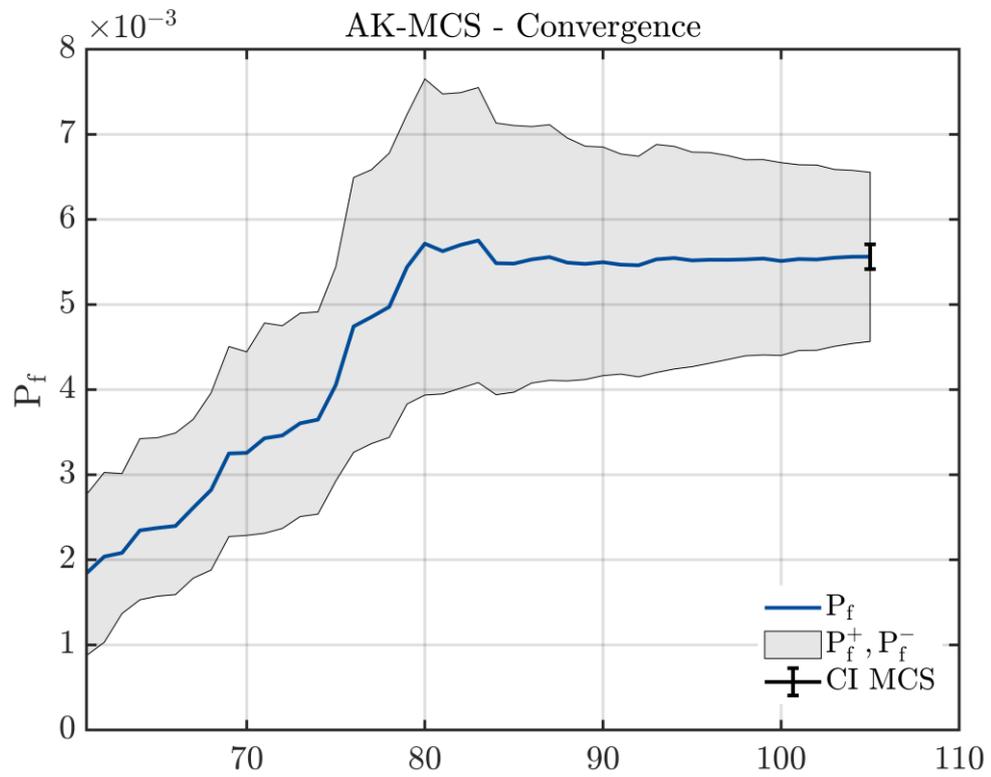
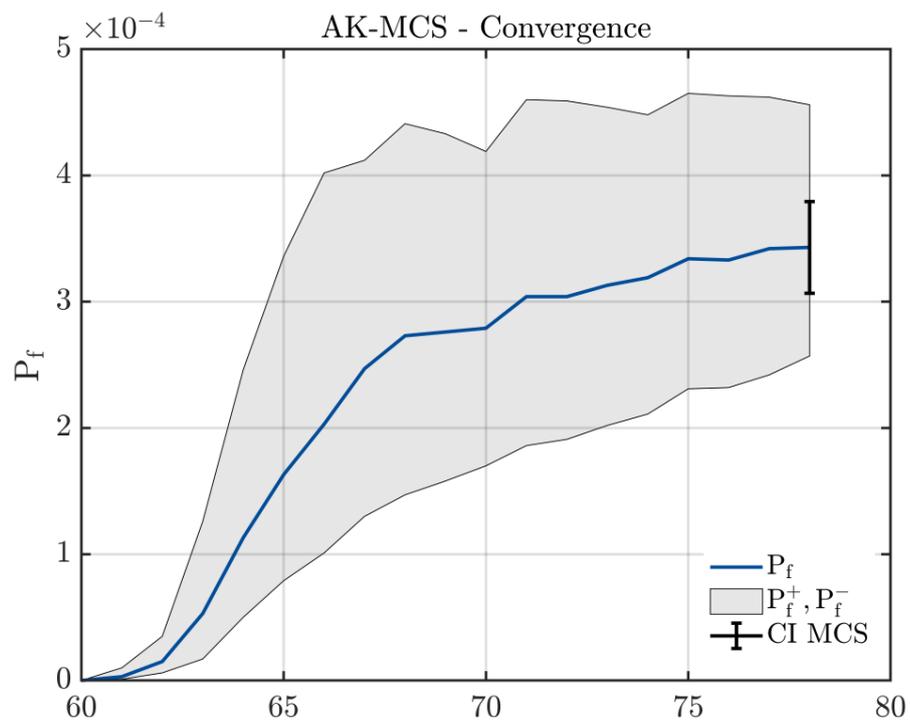
Fonte: elaborada pelo autor

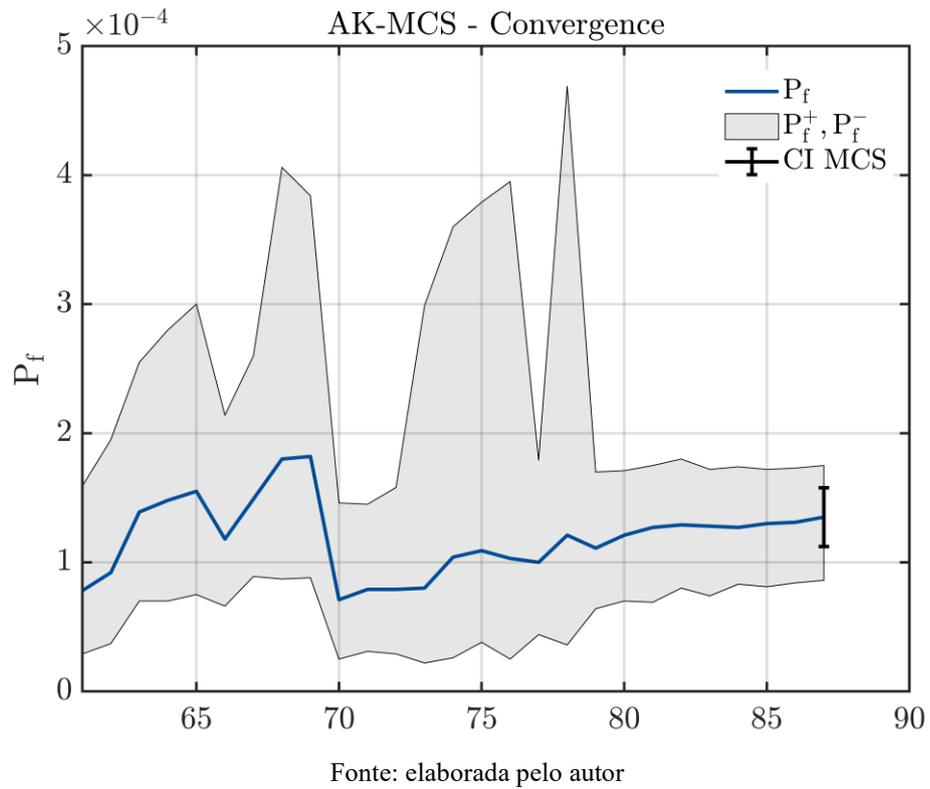
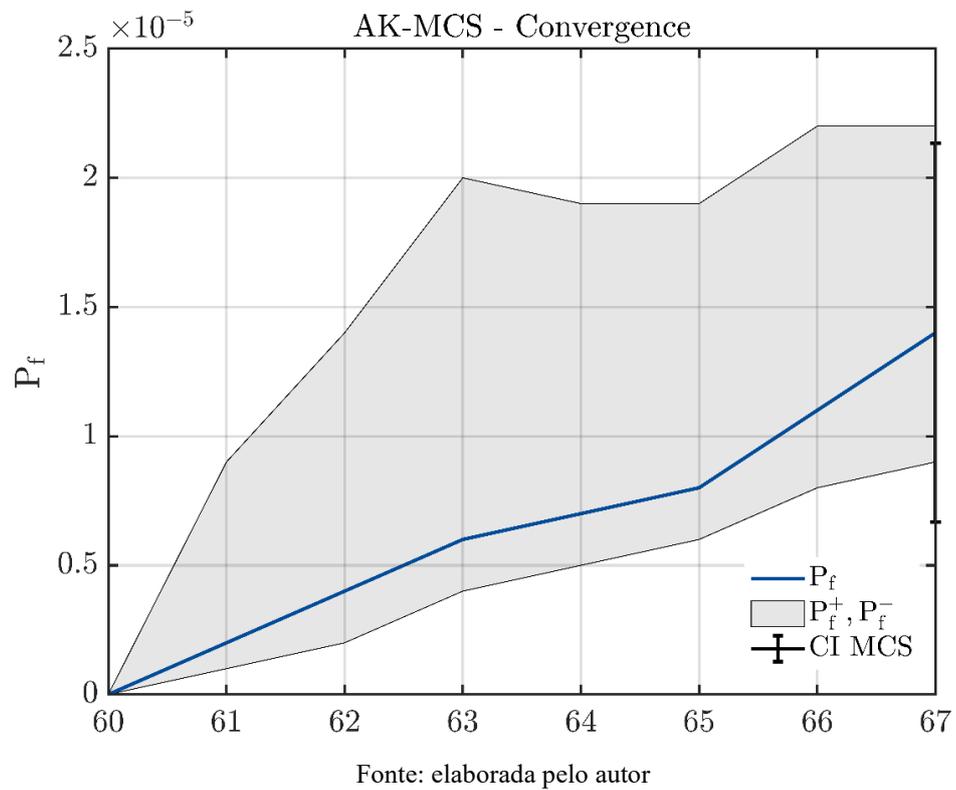
(b) – Carga móvel determinística +  $\theta_{mod}$ ,  $t=0,0$  mm

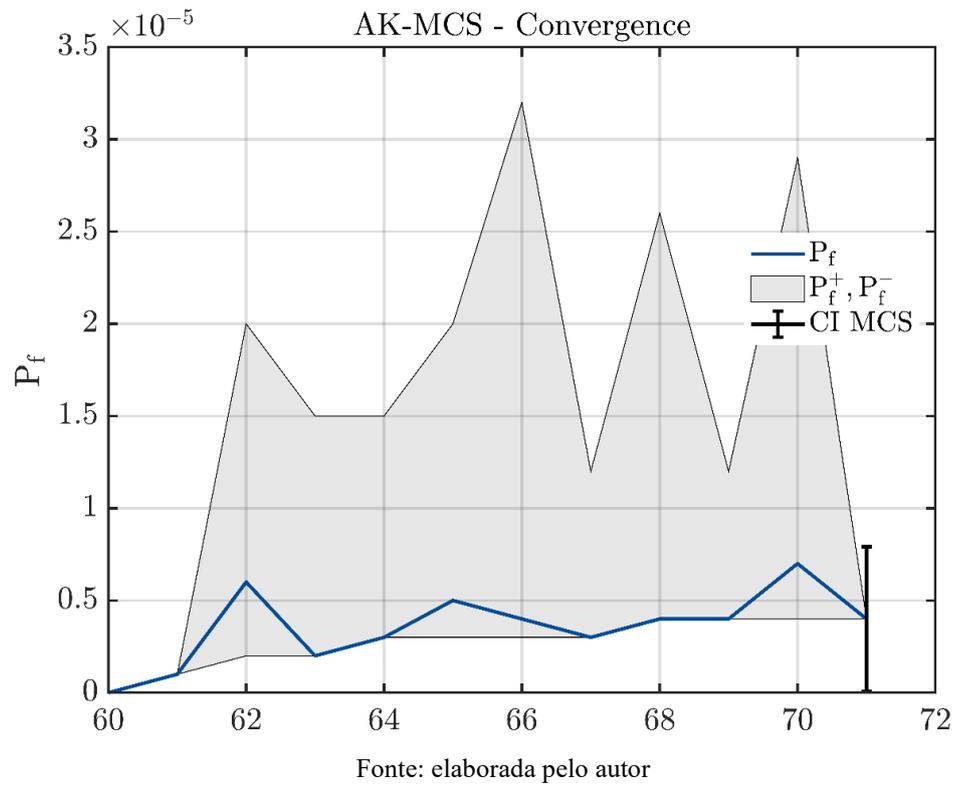
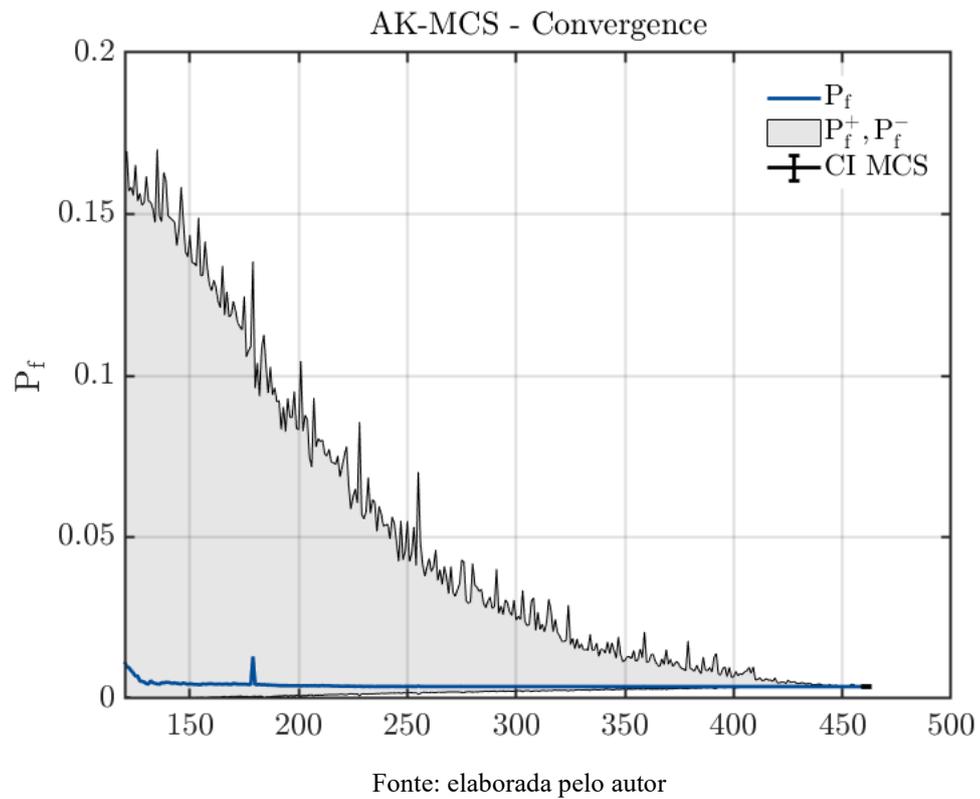


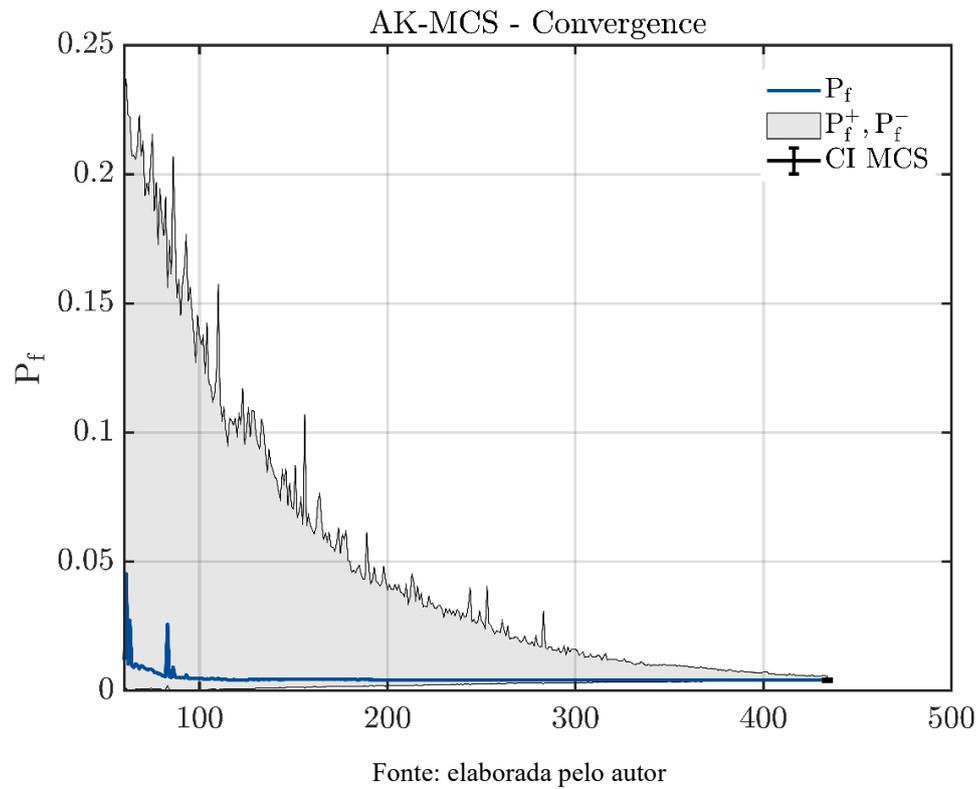
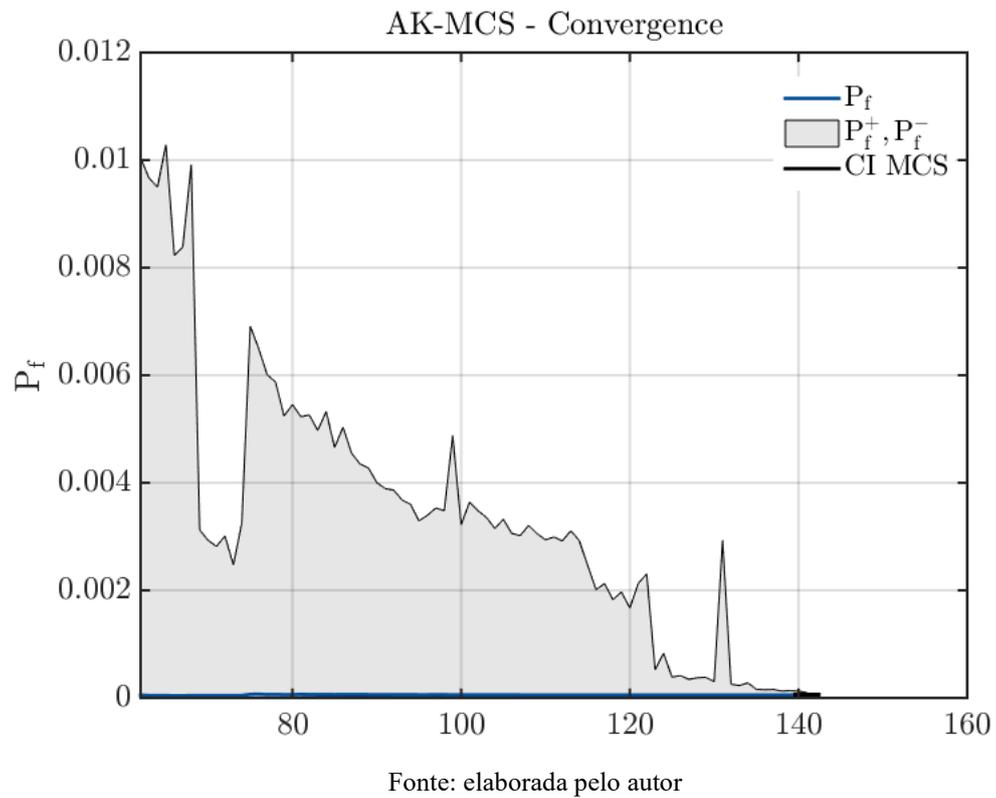
Fonte: elaborada pelo autor

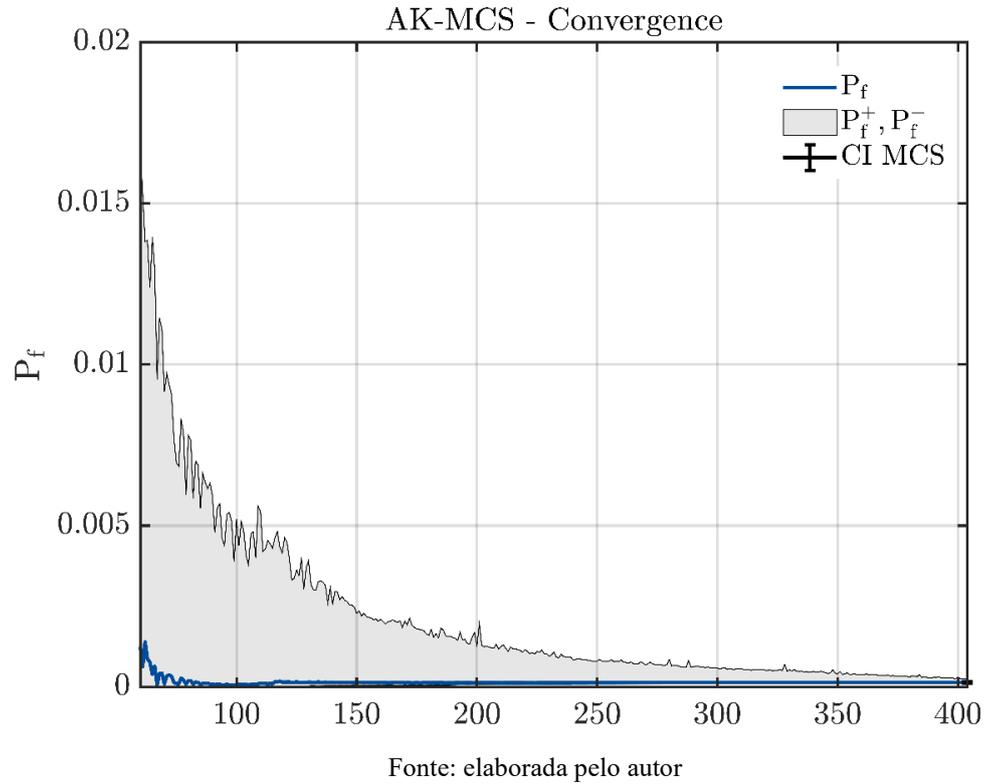
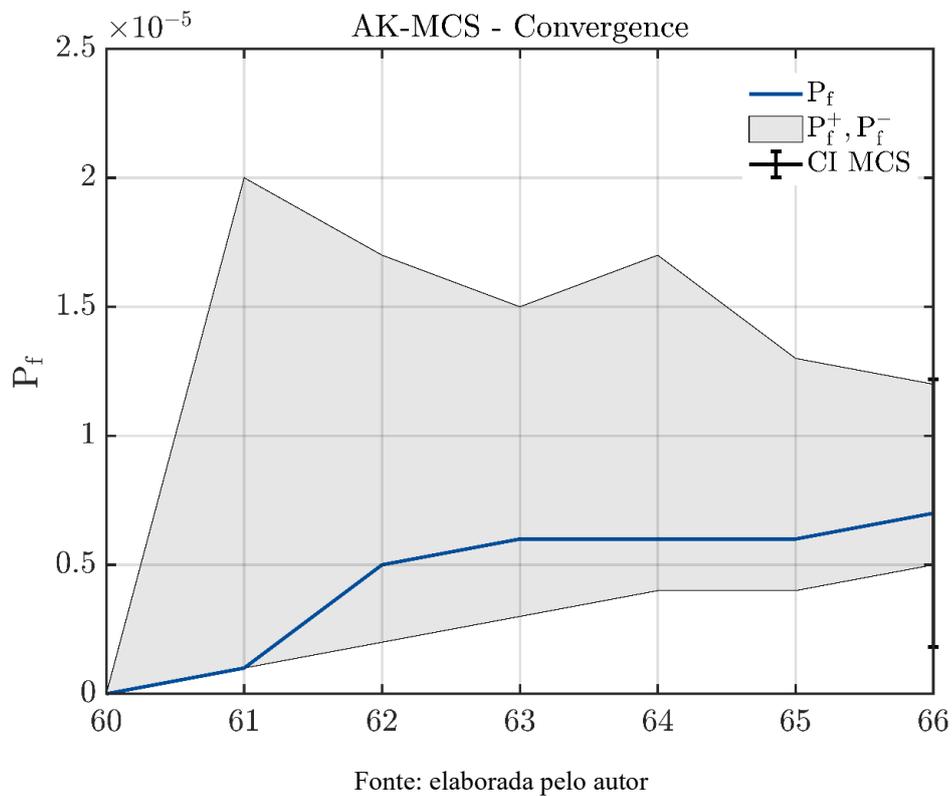
(c) – Carga móvel determinística,  $t=1,5$  mm(d) – Carga móvel determinística +  $\theta_{mod}$ ,  $t=1,5$  mm

(f) – Carga móvel determinística,  $t=3,0$  mm(g) – Carga móvel determinística +  $\theta_{mod}$ ,  $t=3,0$  mm

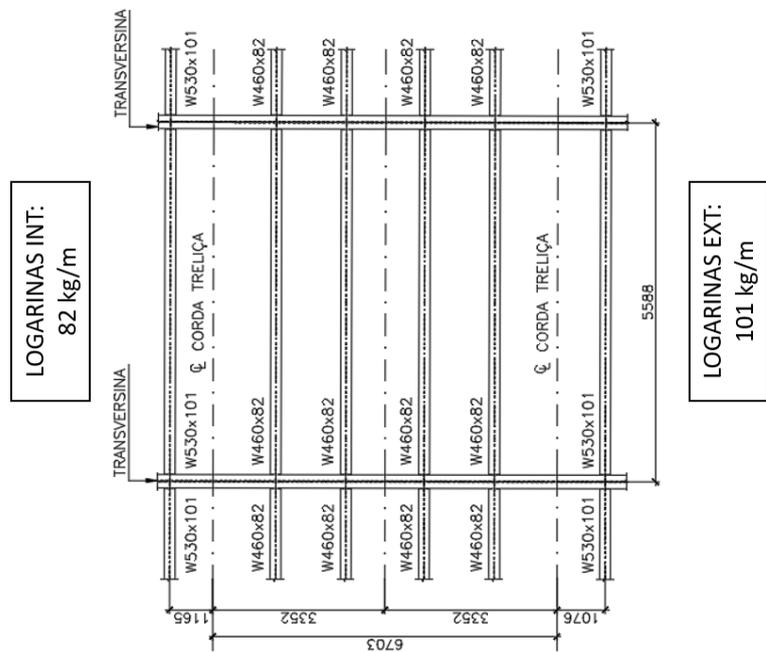
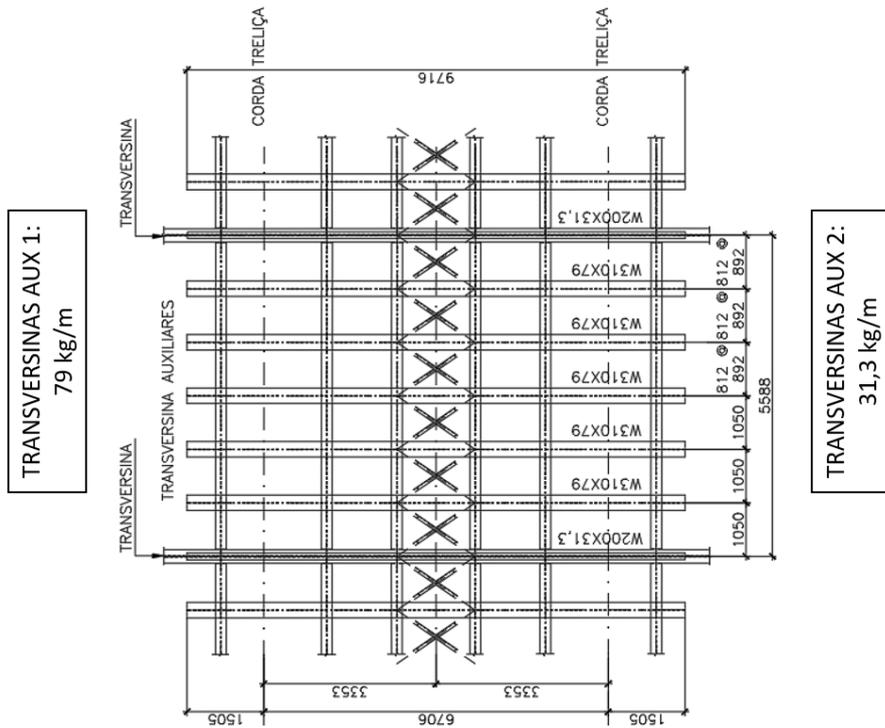
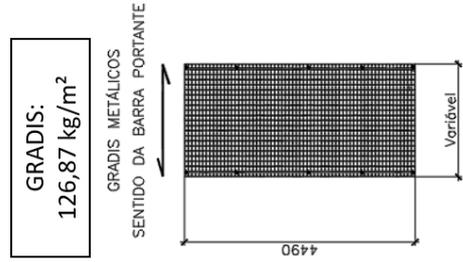
(h) – Carga móvel determinística,  $t=4,5$  mm(i) – Carga móvel determinística +  $\theta_{mod}$ ,  $t=4,5$  mm

(m) – Carga móvel determinística +  $\theta_{mod}$ ,  $t=6,0$  mm(j) – Carga móvel probabilística,  $t=0,0$  mm.

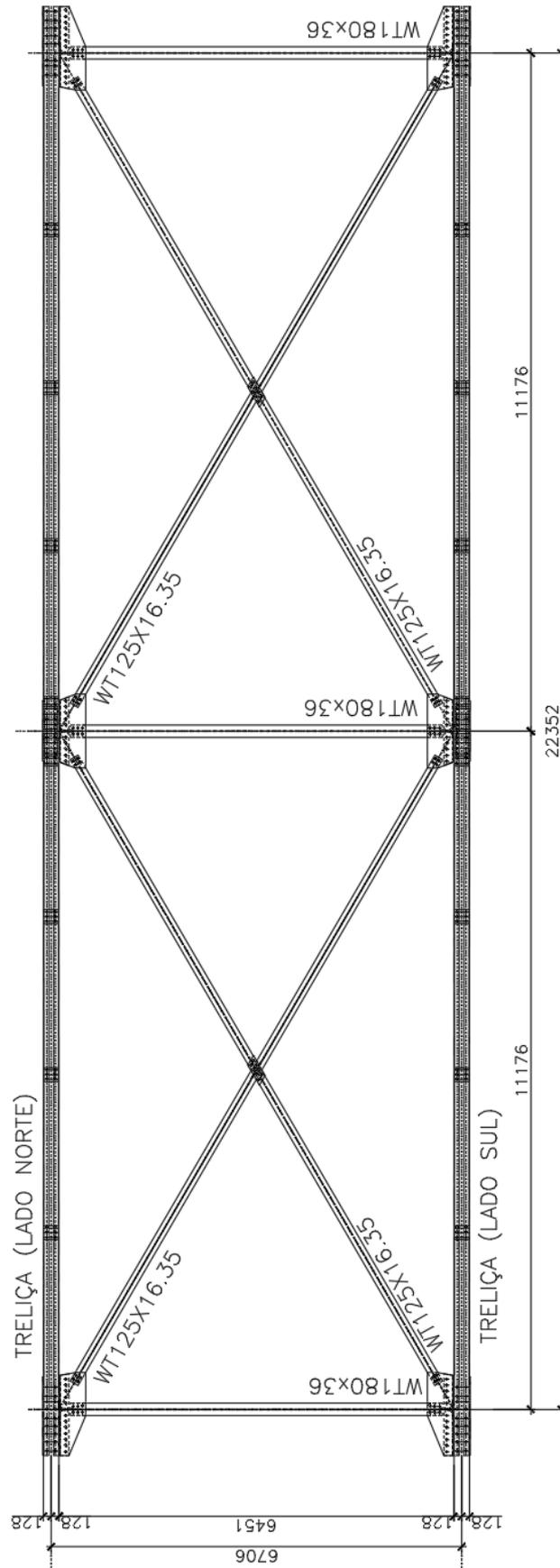
(k) – Carga móvel probabilística +  $\theta_{mod}$ ,  $t=0,0$  mm(l) – Carga móvel probabilística,  $t=1,5$ mm

(n) – Carga móvel probabilística +  $\theta_{mod}$ ,  $t= 1,5$  mm(o) – Carga móvel probabilística +  $\theta_{mod}$ ,  $t= 3,0$  mm

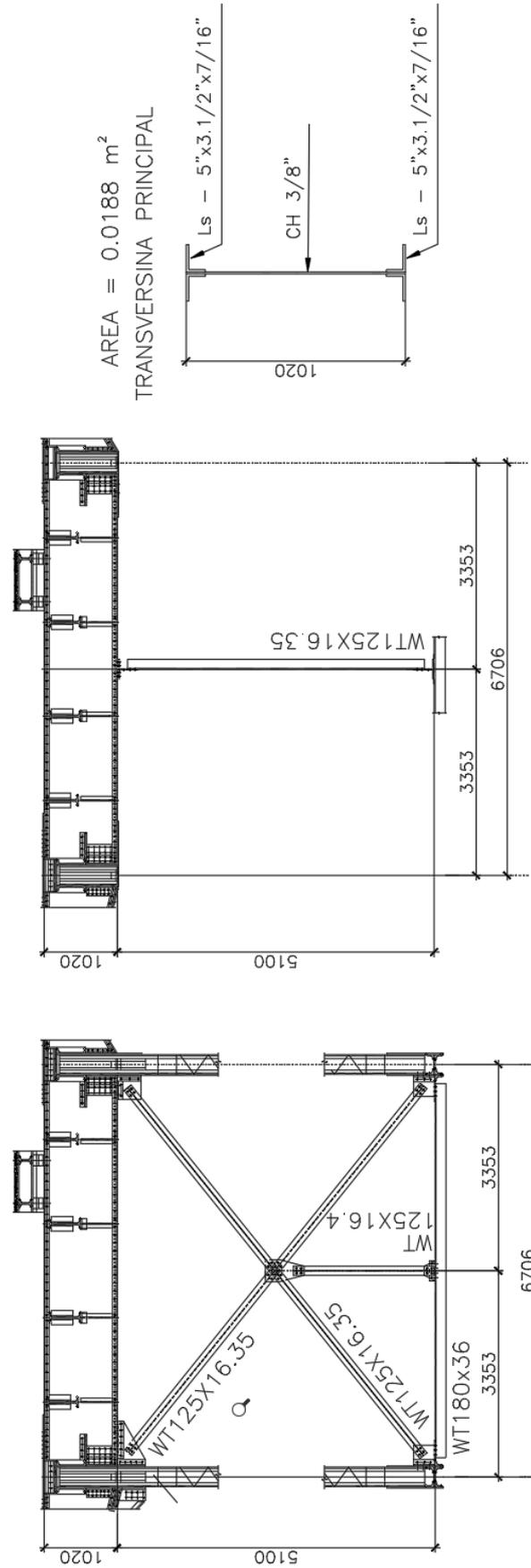
ANEXO A – GRADIS, LONGARINAS E TRANSVERSINAS AUXILIAR



## ANEXO B – CONTRAVENTAMENTOS INFERIORES



ANEXO C – CONTRAVENTAMENTOSSEÇÃO TRANSVERSAL



### ANEXO D – CONTRAVENTAMENTOS SEÇÃO SUPERIORES

