



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
CENTRO TECNOLÓGICO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Henderson Gomes e Souza

**Programação Semanal e Mensal da Operação em Usinas Hidrelétricas Baseada em  
Programação Linear Inteira Mista**

Florianópolis  
2024

Henderson Gomes e Souza

**Programação Semanal e Mensal da Operação em Usinas Hidrelétricas Baseada em  
Programação Linear Inteira Mista**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Sistemas de Energia Elétrica.

Orientador: Prof. Erlon Cristian Finardi, D. Eng.

Florianópolis

2024

Gomes e Souza, Henderson

Programação Semanal e Mensal da Operação em Usinas Hidrelétricas Baseada em Programação Linear Inteira Mista / Henderson Gomes e Souza ; orientador, Erlon Cristian Finardi, 2024.

91 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Florianópolis, 2024.

Inclui referências.

1. Engenharia Elétrica. 2. Planejamento Semanal e Mensal da Operação; Programação Linear Inteira Mista; Função de Produção Hidrelétrica. I. Finardi, Erlon Cristian. II. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica. III. Título.

Henderson Gomes e Souza

**Programação Semanal e Mensal da Operação em Usinas Hidrelétricas Baseada em  
Programação Linear Inteira Mista**

O presente trabalho em nível de Mestrado foi avaliado e aprovado, em 24 de maio de 2024,  
pela banca examinadora composta pelos seguintes membros:

Prof. Ivo Chaves da Silva Junior, Dr.  
Instituição Universidade Federal de Juiz de Fora

Rafael Durbano Lobato, Dr.  
Instituição Câmara de Comercialização de Energia Elétrica

Certificamos que esta é a versão original e final do trabalho de conclusão que foi julgado  
adequado para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

---

Prof. Telles Brunelli Lazzarin, Dr.  
Coordenação do Programa de Pós-Graduação

---

Prof. Erlon Cristian Finardi, Dr.  
Orientador

Florianópolis, 2024.

## AGRADECIMENTOS

À minha família, por me apoiar durante toda a minha trajetória de vida. Em particular a minha mãe Tânia, irmã Carol, avós Cida, Isolina e Heleno.

À minha segunda família: Luana, Wesley, Lindalva e Jullyana. Por me acolher, ajudar e apoiar sempre. Em especial a senhorita Luana Martins pelo amor e apoio incondicional. Por tornar a vida prazerosa de ser vivida.

Agradeço, em especial, ao meu orientador prof. Erlon Cristian Finardi. Por acreditar em mim, pela oportunidade, pelo suporte, por me apoiar e me ajudar na minha formação como pesquisador durante todos esses anos.

Agradecimento especial ao meu amigo e coorientador informal Brunno Henrique Brito. Pela parceria, companheirismo e por sempre me ajudar e apoiar desde a graduação.

Aos meus professores do PPGEEL, em particular aos profs. Mauro, Diego, Moreto e Antonio Felipe. Aos servidores do PPGEEL: Marcelo, Wilson e Lis.

A UFSC e ao LabPlan. Pelo acolhimento, estrutura e fomento. Aos meus inúmeros amigos do LabPlan. Pela convivência, companheirismo, momentos de descontração, suporte, amizade e incentivo.

A Santo Antônio Energia. Pela problemática, pelo fornecimento de dados para desenvolvimento deste e outros trabalhos. E pelo suporte financeiro através do projeto Despacho Ótimo, o qual eu tive o prazer de participar.

A CAPES e ao CNPq, pelo fomento concedido para realização desse trabalho e aprimoramento da minha formação acadêmica.

“Nada no mundo acontece sem otimização, e não há dúvida de que todos os aspectos do mundo que têm uma base racional podem ser explicados por métodos de otimização”.

(Leonhard Euler, 1744).

## RESUMO

Na operação centralizada do Sistema Interligado Nacional (SIN), os problemas do Planejamento Semanal da Operação (PSO) e do Planejamento Mensal da Operação (PMO) das Usinas Hidrelétricas (UHEs) têm como objetivo principal analisar a disponibilidade de geração para a próxima semana e o próximo mês, respectivamente. No PSO, especialmente nos períodos de elevadas vazões afluentes, o interesse é evitar vertimentos turbináveis. Por sua vez, no PMO o objetivo é compatibilizar com o Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS) a solicitação da capacidade máxima de geração média da UHE ao longo do próximo mês. Matematicamente, os problemas são modelados por meio da Programação Não Linear Inteira-Mista (PNLIM) que demanda por simplificações de modelagem para se conseguir uma solução viável a um custo computacional razoável. Ao observar estratégias que têm conseguido boas relações entre precisão na representação do problema e tempos computacionais, dois aspectos têm chamado a atenção na literatura: (i) a evolução dos *solvers* de problemas de Programação Linear Inteira-Mista (PLIM); e (ii) o surgimento de técnicas que exploram as características da Função de Produção Hidrelétrica (FPH), para obtenção de uma linearização eficiente. Com relação ao segundo aspecto, primordialmente existem duas abordagens: aquelas que mantêm a representação das não convexidades da FPH por meio de restrições lineares inteira-mistas; e as que realizam a linearização através de uma aproximação côncava da função. A primeira abordagem traz um custo computacional elevado, mas consegue representar precisamente as não linearidades. A segunda, por outro lado, exige pouco tempo computacional, mas ao custo de perda na precisão da aproximação. Neste cenário são exploradas as duas abordagens de aproximação da FPH para solucionar os problemas de PSO e PMO: o Logarítmico Agregado de Combinação Convexa (LACC), usado como método não convexo, e o *Convex Hull* (CH), para aproximação côncava. Este trabalho analisa o emprego do LACC e do CH para um agente de geração hídrico a fio d'água com 50 unidades, em horizontes de planejamento variando de 10 dias a dois meses, todos com discretização diária. Os resultados apontam que o CH obtém a melhor relação entre precisão e esforço computacional, sendo particularmente mais eficiente quando a usina a fio d'água precisa elevar ou deplecionar o nível de montante em função dos requisitos demandados pela Agência Nacional de Águas e Saneamento Básico (ANA) para minimização dos impactos da operação do reservatório no meio ambiente.

**Palavras-chave:** Planejamento Semanal e Mensal da Operação; Programação Linear Inteira Mista; Função de Produção Hidrelétrica.

## ABSTRACT

In the centralized operation of the National Interconnected System (SIN), the problems of Weekly Operation Planning (WOP) and Monthly Operation Planning (MOP) of Hydroelectric Plants (HEPs) have as main objective to analyze the generation availability for the next week and the next month, respectively. In the WOP, especially during periods of high inflow flows, the interest is to avoid turbine spillage. In turn, in the PMO the objective is to make compatible with the Brazilian National Electric System Operator (ONS) the request for the maximum average generation capacity of the HEP over the next month. Mathematically, the problems are modeled using Mixed Integer Nonlinear Programming (MINLP) which requires modeling simplifications to achieve a viable solution at a reasonable computational cost. When observing strategies that have achieved good relationships between precision in problem representation and computational times, two aspects have drawn attention in the literature: (i) the evolution of solvers of Mixed Integer Linear Programming (MILP) problems; and (ii) the emergence of techniques that exploit the characteristics of the Hydro Production Function (HPF), to obtain efficient linearization. Regarding the second aspect, there are primarily two approaches: those that maintain the representation of the non-convexities of the HPF through mixed-integer linear restrictions; and those that perform linearization through a concave approximation of the function. The first approach involves a high computational cost, but can accurately represent nonlinearities. The second, on the other hand, requires little computational time, but at the cost of loss in approximation accuracy. In this scenario, two FPH approximation approaches are explored to solve the WOP and MOP problems: the Logarithm Aggregate of Convex Combination (LACC), used as a non-convex method, and the Convex Hull (CH), for concave approximation. This work analyzes the use of LACC and CH for a run-of-river hydro generation agent with 50 units, in planning horizons ranging from 10 days to two months, all with daily discretization. The results indicate that the CH obtains the best relationship between precision and computational effort, being particularly more efficient when the run-of-river plant needs to raise or deplete the upstream level depending on the requirements demanded by the National Water and Basic Sanitation Agency (ANA) to minimization of the impacts of the reservoir operation on the environment.

**Keywords:** Weekly and Monthly Operation Planning; Mixed Integer Linear Programming; Hydro Production Function.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Cadeias de modelos utilizados pelo ONS. ....	16
Figura 2 – Fluxograma do processo de penalização para a UHE Santo Antônio.....	17
Figura 3 – Ilustração dos componentes de uma UHE. ....	25
Figura 4 – Exemplo de uma Curva-Colina.....	31
Figura 5 – Aproximação LPP via CH de uma FPH univariada.....	38
Figura 6 – Aproximação LPP via LACC de uma FPH univariada.....	38
Figura 7 – Exemplo de funções cota de montante.....	40
Figura 8 – Exemplo de funções cota de jusante. ....	41
Figura 9 – Gráfico de uma função perda hidráulica parcial. ....	42
Figura 10 – Exemplo da geração do conjunto convexo da <i>plp</i> via algoritmo do CH.....	43
Figura 11 – Exemplo da linearização da <i>plp</i> via CH.....	44
Figura 12 – Exemplo de Funções <i>pha</i> . ....	44
Figura 13 – Exemplos das perdas <i>pma</i> e <i>pgg</i> . ....	46
Figura 14 – Exemplo de uma curva-colina com limites operativos de vazão. ....	49
Figura 15 – Visão Geral da UHESA. ....	57
Figura 16 – Evolução da afluência nos anos 2006, 2014, 2017 e 2018.....	58
Figura 17 – Afluências dos três cenários simulados.....	61
Figura 18 – Quantidade de UGs disponíveis e Status do ET (PSO-C1).....	62
Figura 19 – Evolução da vazão vertida (PSO-C1). ....	63
Figura 20 – Quantidade de UGs disponíveis e Status do ET (PSO-C2).....	63
Figura 21 – Evolução do Nível de Montante (PSO-C2).....	64
Figura 22 – Número de UGs despachadas (PSO-C2).....	65
Figura 23 – Quantidade de UGs disponíveis e Status do ET (PSO-C3).....	65
Figura 24 – Evolução do Nível de Montante (PSO-C3).....	66
Figura 25 – Número de UGs despachadas (PSO-C3).....	67
Figura 26 – Dados de vazão afluente por estágio. ....	68
Figura 27 – Dados de nível de montante e UGs disponíveis por estágio. ....	68
Figura 28 – Unidades Disponíveis e status do Extravasor de Troncos (PMO-C1). ....	71
Figura 29 – Afluência estimada (C1). ....	72
Figura 30 – Evolução do nível montante no horizonte de planejamento. ....	72
Figura 31 – Evolução do NUGD no horizonte de planejamento (PMO-C1). ....	73
Figura 32 – Gráfico da variação do nível de montante e afluência do ano 2021. ....	75

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Critérios de parada dos modelos computacionais.....	55
Tabela 2 – Discretização utilizada na linearização de cada função.....	56
Tabela 3 – Coeficientes das funções cota de montante e jusante. ....	58
Tabela 4 – Coeficientes das funções <i>stp</i> e <i>set</i> . ....	58
Tabela 5 – Coeficientes das perdas hidráulicas. ....	59
Tabela 6 – Parâmetros Operativos da UHESA.....	59
Tabela 7 – Coeficientes das funções dos limites de vazão turbinada.....	59
Tabela 8 – Dados de entrada: nível de montante do reservatório (m). ....	61
Tabela 9 – Comparação LACC x CH (PSO-C1).....	62
Tabela 10 – Comparação LACC x CH (PSO-C2).....	64
Tabela 11 – Comparação LACC x CH (PSO-C3).....	66
Tabela 12 – Cenário do 1º registro de vertimento (01/02/2021 a 10/02/2021). ....	69
Tabela 13 – Cenário com redução do vertimento (10/05/2021 a 19/05/2021).....	70
Tabela 14 – Dados de entrada do Cenário 1 (PMO-C1).....	71
Tabela 15 – Percentual da MLT e quantidade de estágios (PMO-C1).....	71
Tabela 16 – Comparação LACC x CH (PMO-C1).....	73
Tabela 17 – Vazão Turbinada pela UHESA (PMO-C1). ....	74
Tabela 18 – Geração da UHESA (PMO-C1). ....	74
Tabela 19 – Geração da UHESA em fevereiro (PMO-C2). ....	76
Tabela 20 – Geração da UHESA em março (PMO-C3).....	76
Tabela 21 – Geração da UHESA em abril (PMO-C4). ....	76
Tabela 22 – Geração da UHESA em maio (PMO-C5).....	77
Tabela 23 – Comparação do TE (LACC x CH). ....	77
Tabela 24 – Dados de entrada dos PMOs de 2021. ....	77
Tabela 25 – Análise comparativa dos PMOs de 2021.....	78
Tabela 26 – MLT em base diária da UHESA (1967-2019).....	93
Tabela 27 – Dados de entrada do Cenário 2 (C2).....	96
Tabela 28 – Unidades disponíveis e status do ET (C2).....	96
Tabela 29 – Dados de entrada do Cenário 3 (C3).....	98
Tabela 30 – UGs disponíveis e status do ET (C3).....	98
Tabela 31 – Dados de entrada do Cenário 4 (C4).....	100
Tabela 32 – UGs disponíveis e status do ET (C4).....	100

Tabela 33 – Dados de entrada do Cenário 5 (C5).....	101
Tabela 34 – UGs disponíveis e status do ET (C5).....	102

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CEPEL	Centro de Pesquisas de Energia Elétrica SA
CH	<i>Convex Hull</i>
FID	Fator de Disponibilidade
FNL	Função Não Linear
FOB	Função Objetivo
FPH	Função de Produção Hidrelétrica
IP	Indisponibilidade Programada
LACC	Logarítmico Agregado de Combinação Convexa
LPP	Lineares Por Partes
MRA	Mecanismo de Redução da Energia Assegurada
MLT	Média a Longo Termo
MW	<i>Megawatt</i>
NE	Número de Estágios de tempo
PMOE	Programa Mensal da Operação Eletroenergética
PNLIM	Programação Não Linear Inteira-Mista
PLIM	Programação Linear Inteira-Mista
PSO	Planejamento Semanal da Operação
PMO	Planejamento Mensal da Operação
ONS	Operador Nacional do Sistema Elétrico
SAE	Santo Antônio Energia
SIN	Sistema Interligado Nacional
TEIF	Taxa Equivalente de Indisponibilidade Forçada
TEIFa	Taxa Equivalente de Indisponibilidade Forçada Apurada
TEIP	Taxa Equivalente de Indisponibilidade Programada
TE	Tempo de Execução
UHE	Usina Hidrelétrica
UHESA	Usina Hidrelétrica de Santo Antônio
UG	Unidade Geradora

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>15</b>
1.1	PLANEJAMENTO SEMANAL E MENSAL DA OPERAÇÃO DE UMA USINA HIDRELÉTRICA .....	16
1.2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	18
1.3	MOTIVAÇÃO E PROPOSIÇÃO .....	21
1.4	OBJETIVOS .....	22
1.5	ESTRUTURA DO TRABALHO .....	23
<b>2</b>	<b>MODELAGEM E FORMULAÇÃO DOS PROBLEMAS.....</b>	<b>24</b>
2.1	MODELAGEM DE UHE COM CAPACIDADE DE ARMAZENAMENTO.....	24
<b>2.1.1</b>	<b>Reservatório .....</b>	<b>25</b>
2.1.1.1	<i>Conservação da massa d'água.....</i>	25
2.1.1.2	<i>Queda Bruta .....</i>	26
2.1.1.3	<i>Cota de Jusante .....</i>	26
2.1.1.4	<i>Limites Operativos do Reservatório .....</i>	27
2.1.1.5	<i>Queda Líquida .....</i>	27
2.1.1.6	<i>Perda Hidráulica Total .....</i>	28
<b>2.1.2</b>	<b>Unidade Geradora .....</b>	<b>29</b>
2.1.2.1	<i>Função de Produção Hidrelétrica.....</i>	29
2.1.2.2	<i>Rendimento Hidráulico da Turbina.....</i>	30
2.1.2.3	<i>Rendimento Mecânico no Eixo de Acoplamento e Global no Gerador .....</i>	30
2.1.2.4	<i>Limites de Vazão Turbinada.....</i>	31
2.1.2.5	<i>Limites de Potência do Gerador.....</i>	32
<b>2.1.3</b>	<b>Restrições Operativas Adicionais.....</b>	<b>32</b>
2.1.3.1	<i>Taxa de Variação de Nível do Reservatório.....</i>	32
2.1.3.2	<i>Vazão de Sistemas Auxiliares .....</i>	32
<b>2.1.4</b>	<b>Formulação dos Problemas do PSO e do PMO .....</b>	<b>34</b>
<b>2.1.5</b>	<b>Operação a Fio D'água.....</b>	<b>35</b>
<b>3</b>	<b>ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO.....</b>	<b>37</b>
3.1	MODELOS DE PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA-MISTA .....	37
<b>3.1.1</b>	<b>Modelo de Programação Linear Inteira Mista .....</b>	<b>39</b>
3.1.1.1	<i>Vazão dos Sistemas Extravasor de Troncos e Transposição de Peixes .....</i>	39
3.1.1.2	<i>Função Cota de Montante .....</i>	39

3.1.1.3	<i>Função Cota de Jusante</i> .....	40
3.1.1.4	<i>Perda Hidráulica Parcial</i> .....	42
3.1.1.5	<i>Perda Hidráulica por Pressão Atmosférica</i> .....	44
3.1.1.6	<i>Perda Mecânica de Acoplamento e Global no Gerador</i> .....	46
3.1.1.7	<i>Função de Produção Hidrelétrica</i> .....	47
	3.1.1.7.1 Linearização da Função de Produção via LACC .....	47
	3.1.1.7.2 Linearização da Função de Produção via CH .....	48
3.1.1.8	<i>Limites de Vazão Turbinada</i> .....	49
3.1.1.9	<i>Formulações Completas</i> .....	51
<b>3.1.2</b>	<b>Formulação Linear Inteira Mista em Operação a Fio D'água</b> .....	<b>52</b>
<b>4</b>	<b>RESULTADOS COMPUTACIONAIS</b> .....	<b>55</b>
4.1	USINA HIDRELÉTRICA SANTO ANTÔNIO .....	56
4.1.1	<b>Dados de Entrada</b> .....	<b>58</b>
4.2	SIMULAÇÕES DO PSO .....	60
4.2.1	<b>Cenário C1</b> .....	<b>61</b>
4.2.2	<b>Cenário C2</b> .....	<b>63</b>
4.2.3	<b>Cenário C3</b> .....	<b>65</b>
4.2.4	<b>Análise comparativa com o modelo da UHESA</b> .....	<b>67</b>
4.3	SIMULAÇÕES DO PMO .....	70
4.3.1	<b>Análise Comparativa do Cenário-Base entre o LACC e o CH</b> .....	<b>72</b>
	4.3.1.1.1 Resultados Globais .....	73
	4.3.1.1.2 Resultados por Estágio .....	73
	4.3.1.1.3 Resultados do PMO .....	74
4.3.2	<b>Cenários - Ano 2021</b> .....	<b>75</b>
4.3.3	<b>Análise comparativa com o modelo da UHESA</b> .....	<b>77</b>
<b>5</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	<b>80</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b> .....	<b>82</b>
	<b>APÊNDICE A – MÉTODOS DE APROXIMAÇÃO LINEARES POR PARTES</b> .....	<b>87</b>
	<b>APÊNDICE B – TABELAS DE DADOS</b> .....	<b>93</b>

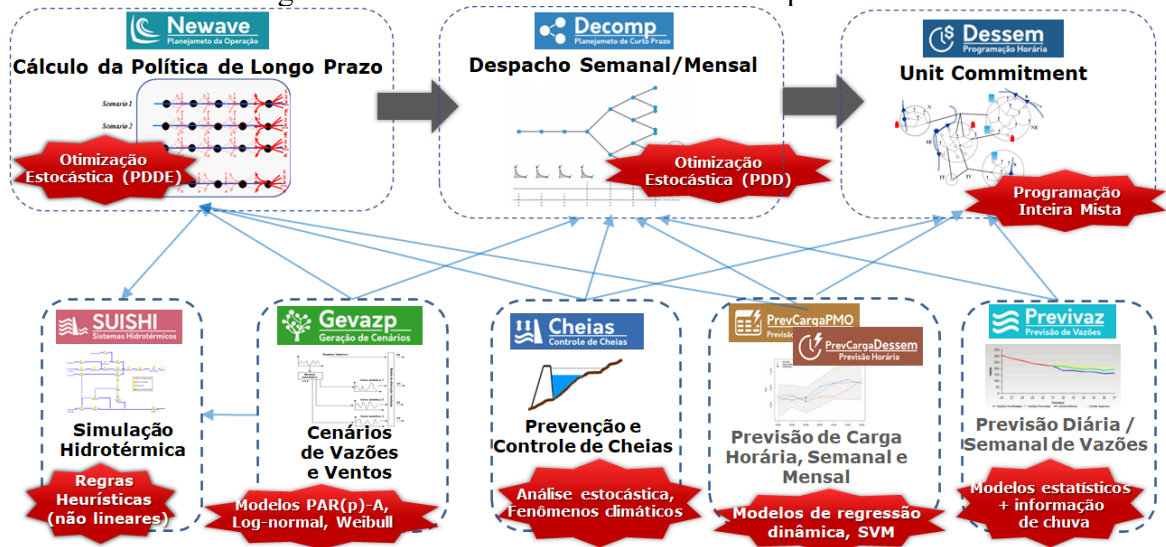
## 1 INTRODUÇÃO

O SIN apresenta dimensões continentais, taxas de crescimento do consumo de energia elevadas, grande participação de fontes renováveis, com predominância da hidroeletricidade, e participação crescente das chamadas novas renováveis, como a eólica e a solar. Adicionalmente, o SIN apresenta uma relevante diversidade hidrológica, temporal e espacial, permitindo a complementaridade energética entre as regiões (CEPEL, 2023). Essa relação complexa faz com que o problema do planejamento da operação eletroenergética seja resolvido por meio de três problemas com distintos horizontes de tempo, chamados de planejamento anual da operação energética, programação mensal da operação e programação diária da operação eletroenergética (CEPEL, 2023).

Para realizar o planejamento e a programação da operação do SIN, o ONS faz uso de um conjunto de programas computacionais desenvolvidos pelo Centro de Pesquisa de Energia Elétrica (CEPEL) (CEPEL, 2023). A cadeia central destes programas são modelos de otimização cujo objetivo é fornecer decisões para apoiar o ONS na elaboração do despacho e demais estudos do SIN. Devido à complexidade e dimensões do SIN, os modelos computacionais atacam diferentes etapas temporais. O modelo usado com maior horizonte é o NEWAVE, o qual obtém a política de operação ao longo de cinco anos com uma discretização mensal. Na sequência, tem-se o DECOMP com horizonte de dois meses e discretização semanal no primeiro mês e mensal no segundo mês. Por fim, o DESSEM possui horizonte e discretização variáveis de acordo com o dia da semana. Por exemplo, para a programação do sábado o DESSEM utiliza um horizonte de sete dias, discretizados em 48 estágios de 30 minutos no primeiro e blocos de horas sequenciais nos demais dias. Já para a elaboração da programação da sexta-feira, o horizonte é encurtado para os 48 estágios semi-horários.

A Figura 1 ilustra a cadeia de modelos computacionais desenvolvidas pelo CEPEL, com a respectiva integração entre eles. Ressalta-se que, para fins de elaboração da programação diária e formação do preço no mercado de curto prazo, o NEWAVE é executado mensalmente, o DECOMP semanalmente e o DESSEM diariamente.

Figura 1 – Cadeias de modelos utilizados pelo ONS.



Fonte: CEPEL (2023).

Observe na Figura 1 que os principais modelos fazem uso de ferramentas auxiliares, que são cruciais para resolução do problema. Note também, que além de terem horizontes diferentes, os principais modelos destacados utilizam técnicas matemáticas distintas em seu procedimento de solução.

Diante desse contexto, este trabalho tem interesse em duas atividades distintas. Na primeira, o ONS solicita informações de cada usina hidrelétrica (UHE) sobre a previsão da capacidade máxima de geração esperada para os próximos dois meses. Trata-se, portanto, de uma tarefa importante que subsidia o ONS nos estudos internos que visam estabelecer uma relação entre a afluência verificada e a geração máxima da UHE. Na outra atividade, por outro lado, o agente tem interesse em medir sua disponibilidade neste mesmo horizonte para evitar vertimentos turbináveis (que podem ser passíveis de penalização financeira), bem como programar a manutenção dos diferentes elementos de geração da usina. Em usinas com operação a fio d'água e com elevado número de UGs, foco deste trabalho, é comum usar dois problemas para auxiliar nas atividades supracitadas, os quais são detalhados a seguir.

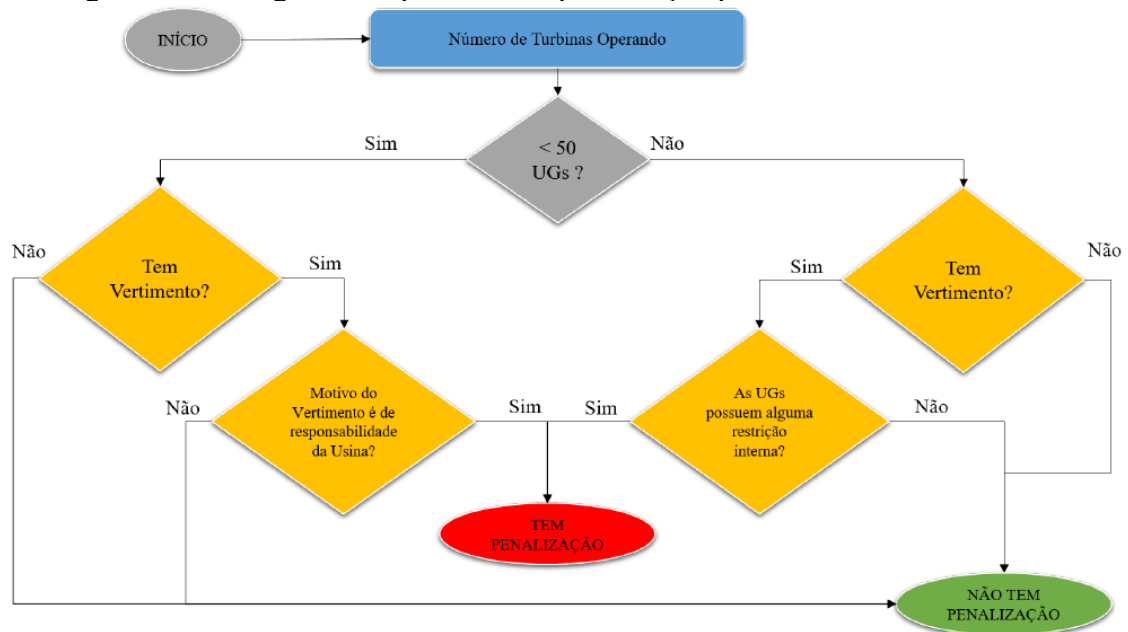
## 1.1 PLANEJAMENTO SEMANAL E MENSAL DA OPERAÇÃO DE UMA USINA HIDRELÉTRICA

Cada UHE do SIN está sujeita a penalidade financeira devido ao Mecanismo de Redução da Energia Assegurada (MRA), que avalia se esta cumpriu com os seus requisitos de disponibilidade de geração (BRASIL, 2022). Essa avaliação é feita pelo ONS através de uma comparação entre os valores esperados (via contrato de concessão) e verificados de interrupção



programada e forçada de suas UGs. A verificação das interrupções de UGs em uma usina são mensuradas por meio do chamado Fator de Disponibilidade (FID). O cálculo do FID depende da Taxa Equivalente de Indisponibilidade Programada (TEIP) e da Taxa Equivalente de Indisponibilidade Forçada Apurada (TEIFa). Essas taxas seguem os valores de referência, denominados de Taxa Equivalente de Indisponibilidade Forçada (TEIF) e da Indisponibilidade Programada (IP) (OLIVEIRA (2022)). Em alguns casos, como por exemplo na UHE Santo Antônio, os valores de referência (definidos no Edital do Leilão nº005/2007) da TEIF e da IP são, respectivamente, 0,5% e 0,0%. Isso significa que em 99,5% do tempo, dentro de um ano, não pode haver indisponibilidade de UGs. Por conta disso, a UHE Santo Antônio está particularmente interessada em evitar vertimentos em situações em que pelo menos uma de suas 50 UGs esteja indisponível. Na Figura 2 é possível observar os cenários em que a UHE é passível de penalização.

Figura 2 – Fluxograma do processo de penalização para a UHE Santo Antônio.



Fonte: Oliveira (2022).

A maneira usualmente utilizada pelos agentes é realizar uma análise semanal para verificar a situação apontada na figura anterior. Neste caso, é comum os agentes usarem de heurísticas e cálculos simplificados para estimar tanto geração quanto vertimentos turbináveis neste horizonte. Nesse sentido, este trabalho propõe o uso de um modelo de otimização baseado em programação linear inteira mista (PLIM) para o planejamento semanal da operação (PSO). Os detalhes matemáticos deste problema são detalhados mais adiante.

Por outro lado, em horizonte mais longo, a UHE precisa atender a uma demanda do ONS, que solicita que os agentes de geração forneçam previsão ou disponibilidade de geração de potência ativa para dois meses à frente. Essas informações constituem parte do conjunto de dados necessários para que o ONS estabeleça uma relação entre a afluência verificada e a geração máxima de cada UHE. Do mesmo modo que o PSO, os agentes hidrelétricos usualmente fazem uso de planilhas com representações simplificadas do problema e heurísticas para o processo de solução. Nesse sentido, este trabalho também propõe um modelo do PLIM para a elaboração do Planejamento Mensal da Operação (PMO) que, além de auxiliar nas tratativas com o ONS, também fornece estimativas do impacto do cronograma de manutenção das UGs e demais elementos da usina, neste horizonte mais estendido.

Os dois problemas, i.e., PSO e PMO, se diferenciam somente em relação ao tamanho do horizonte. No PMO, o período de planejamento é de dois meses e no PSO é de 7-10 dias. Ambos possuem discretização diária e periodicidade de execução semanal, embora os resultados do PMO sejam agregados em semanas, para o primeiro mês, e mensal para o segundo mês. Por ter de fornecer disponibilidade de potência ativa e, concomitantemente, minimizar a vazão vertida de forma a evitar eventuais penalizações financeiras (estipuladas em contrato), o PSO e o PMO se caracterizam como problemas que buscam maximizar a geração da UHE. Nesse contexto, entra a construção de um modelo de programação matemática para otimizar o processo de geração da UHE. A modelagem mais aderente a realidade (ou mais detalhada) caracteriza tanto o PSO quanto o PMO como problemas de Programação Não Linear Inteira-Mista (PNLIM), devido à natureza não linear, não-convexa e descontínua da FPH. Entretanto, devido à dificuldade em solucionar problemas do tipo PNLIM, estratégias que representem as funções não lineares em aproximações Lineares por Partes (LPP), transformando o problema de PNLIM em um problema de PLIM têm se mostrado mais eficientes computacionalmente (TAKTAK; D'AMBROSIO, 2016; KONG; SKJELBRED; FOSSO, 2020). A seguir, são contextualizadas as principais estratégias já exploradas na literatura para resolver problemas de planejamento e programação de usinas hidrelétricas de curto prazo, com foco na vertente utilizada nesse trabalho.

## 1.2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Um dos maiores desafios na busca por uma solução precisa para problemas com as características do PSO e PMO está no nível de detalhe da FPH. Devido à particularidade dos problemas do PSO e PMO abordados nesse trabalho, existem poucos trabalhos na literatura

para serem analisados e comparados de forma direta. Portanto, a revisão a seguir ilustra majoritariamente problemas com características diferentes, mas que tem como desafio principal a inclusão precisa da FPH em problemas de planejamento e programação da operação.

No modelo DECOMP, utiliza-se uma representação agregada das FPHs das UGs, isto é, a representação de uma FPH equivalente para toda a UHE (DINIZ, MACEIRA, 2008; VON MUHLEN, 2019; SANTOS *et al.*, 2023). A grande vantagem do uso de uma unidade equivalente é a simplificação do problema, pois reduz a quantidade de variáveis e restrições, reduzindo significativamente o tempo computacional (DINIZ, MACEIRA, 2008). Em contrapartida, por ser uma modelagem menos detalhada, o modelo fica sujeito a inviabilidades, devido, por exemplo, às descontinuidades da FPH associada às faixas proibidas de operação. Neste cenário, a representação individualizada da FPH por UG é preferível (TAKIGAWA, 2006; TAKIGAWA, 2010; SCUZZIATO, 2011; BRITO, 2015; VON MUHLEN, 2019; SOUZA *et al.*, 2022; BRITO, 2023). Esse tipo de abordagem, em geral, é utilizada em problemas da programação diária da operação (FINARDI, 2003; TAKIGAWA, 2006; TAKIGAWA, 2010).

Para problemas de planejamento e programação da operação que utilizam modelagens detalhadas, considerando individualmente as FPHs, destacam-se três estratégias de solução: PNLIM (DIAZ, CONTRERAS *et al.*, 2011; BRITO, 2015; Seguin *et al.* 2016; SUTRADHAR *et al.*, 2016), PLIM (SILVA, 2012; BRITO, 2015; BRITO *et al.*, 2020a; BRITO, FINARDI, TAKIGAWA, 2020b; BRITO *et al.*, 2021a; BRITO *et al.*, 2021b; SOUZA *et al.*, 2022; BRITO, 2023), e métodos de decomposição (FINARDI, 2003; FINARDI, DASILVA, 2006; TAKIGAWA, 2006; TAKIGAWA, 2010, BRITO, 2015; SANTOS *et al.*, 2023). Nos últimos anos, devido ao bom desempenho de *solvers* comerciais, como Gurobi e CPLEX, estratégias baseadas em PLIM são mais atraentes do que PNLIM (TAKTAK; D'AMBROSIO, 2016; KONG; SKJELBRED; FOSSO, 2020). Nesse sentido, esse trabalho tem foco nesse tipo de abordagem.

Problemas de planejamento hidrelétrico de curto prazo modelados como PLIM necessitam aliar boa discretização das funções não lineares do problema (em especial, da FPH) e tempo computacional. Quanto maior a discretização da FPH, maior a demanda de tempo para a resolução do problema. Em contrapartida, quanto menor a discretização da FPH, mais pobre será a aderência do modelo à realidade, sendo maior a possibilidade de resultados inviáveis ou discrepantes da solução ótima.

A modelagem da FPH pode variar a depender da operação da UHE. Por exemplo, considerando uma UHE a fio d'água cuja vazão afluente total é considerada conhecida, o

problema se torna desacoplado no tempo e a FPH pode ser bem representada como uma função univariada<sup>1</sup>, isto é, dependente apenas da vazão turbinada por cada UG (BRITO *et al.*, 2020a; ABREU, 2022). No caso contrário, ou seja, considerando uma UHE com capacidade de armazenamento, o problema é acoplado no tempo e a FPH tem de ser pelo menos bivariada (BRITO *et al.*, 2020a), pois é preciso representar os efeitos da variação das cotas de montante e de jusante na produção de energia.

Quando há a necessidade de representar a FPH bivariada, uma maneira é representá-la por um conjunto de funções univariadas, dependentes somente da vazão turbinada associada a valores fixos de queda líquida, sendo a queda selecionada através do uso de variáveis binárias (TONG, ZHAI e GUAN, 2013). Pode-se também considerar a queda líquida definida por três funções separáveis: cota montante, jusante e perdas hidráulicas (FINARDI, 2003; TAKIGAWA, 2006; TAKIGAWA, 2010; SCUZZIATO, 2011; BRITO, 2015; ABREU, 2022; BRITO, 2023), impondo que a FPH seja uma função bivariada (função da queda líquida e da vazão turbinada). As principais vantagens dessa abordagem estão associadas à separabilidade da queda líquida, definida como função do volume, da vazão turbinada e do vertimento, sendo essa dependência separada em três funções: cota de montante, cota de jusante e perdas hidráulicas, respectivamente (FINARDI, 2003). Dessa forma, em uma representação via aproximação LPP, pode-se linearizar cada função separadamente. Alternativamente, Skjelbred, Kong e Fosso (2020) utilizam uma estratégia de atualização da queda bruta dinamicamente através de um método iterativo que soluciona um PLIM, a cada iteração, considerando a FPH univariada da vazão turbinada. Utilizando essa metodologia, Souza *et al.*, (2022) e Brito (2023) solucionam problemas de programação diária da operação de UHEs. Brito (2023) mostra que tal estratégia promove uma redução de até 99,9% do tempo computacional para um caso particular.

Em relação a métodos e técnicas utilizadas na linearização da FPH, ressalta-se que muitos trabalhos empregam uma aproximação LPP côncava (DINIZ E MACEIRA, 2008; FREDO, 2016; VON MUHLEN, 2019; SKJELBRED, KONG E FOSSO, 2020; ABREU, 2022). A vantagem deste tipo de representação é a não necessidade da inclusão de variáveis binárias na formulação. Isso contribui expressivamente na redução do tempo de execução de um PLIM. Por outro lado, como a FPH é, em geral, não-convexa, a desvantagem está na

---

<sup>1</sup> Conforme mostrado adiante, para que a função tenha essa característica é necessário que as perdas hidráulicas sejam exclusivamente dependentes da vazão turbinada em cada UG apenas. Embora possa parecer restritivo, esse é o caso mais comum encontrado na prática, desde que UGs em geral possuem condutos forçados individuais.

aproximação da região convexa, que a depender da não-convexidade da FPH, pode incorrer em erros significativos.

Existem ainda os modelos de aproximação LPP não convexos no contexto de funções não lineares uni e bivariadas (SILVA, 2012) e, em particular, da FPH (BRITO *et al.*, 2020a). A desvantagem desta abordagem é a inclusão de variáveis binárias para endereçamento dos polítopos (retas, planos ou triângulos) que representam a função não linear, que acaba onerando o tempo computacional. A vantagem é que a precisão na aproximação LPP pode ser melhorada acrescentando pontos originais da função não linear e não convexa. Nesse sentido, nota-se que quanto maior for a precisão exigida pelo problema, maior será a carga computacional (BRITO, 2023).

Analisando as vantagens e desvantagens de ambas as abordagens, estudos recentes têm explorado as regiões côncava e convexa da FPH separadamente utilizando métodos distintos de aproximação LPP (BRITO, 2021a; SOUZA *et al.*, 2022; BRITO, 2023). Particionando o domínio da FPH em regiões côncava(s) e convexa(s), pode-se usar métodos de aproximação LPP que demonstram maior eficiência em cada região (BRITO *et al.*, 2021a). Além disso, uma técnica que agrega as UGs sem alterar a característica de representação individual das mesmas, fazendo uso da simetria derivada das características idênticas das UGs, tem se mostrado eficiente na redução do tempo computacional (BRITO *et al.*, 2021a; Souza *et al.*, 2021).

Neste trabalho, os problemas do PSO e do PMO são modelados como um único problema de PLIM, cuja utilização se justifica pelos seguintes fatores:

- (i) A resolução do problema é somente para uma UHE, o que mantém a dimensionalidade do PLIM sob controle.
- (ii) A simplicidade metodológica de aplicação de um modelo único, o que facilita o uso e entendimento por parte dos agentes.
- (iii) Emprego de uma metodologia que perde precisão na aproximação LPP, mas fornece uma solução adequada, em termos de erro de linearização com uma redução do tempo computacional expressiva.

### 1.3 MOTIVAÇÃO E PROPOSIÇÃO

Analisando a problemática do PSO e do PMO, ressalta-se que algo em torno de 50% das UHEs do SIN operam a fio d'água, sendo que muitas dentre esse conjunto restante possuem uma capacidade de regularização muito pequena (ONS, 2023). Ainda, por mais que sejam consideradas UHEs a fio d'água, algumas usinas fio d'água como Santo Antônio, Jirau e Belo

Monte precisam alterar o nível do seu reservatório, devido a mudanças do regime de afluições ao longo do ano. Nesse contexto, a principal motivação deste trabalho é mostrar que é possível explorar essa pequena capacidade de regularização quando a UHE a fio d'água precisar deplecionar ou elevar o seu reservatório.

Com base na seção anterior, nota-se que o ideal é buscar por um compromisso entre o método de aproximação LPP e as características matemáticas das funções não lineares do problema, sem complicar o modelo demasiadamente. Analisando a aproximação côncava da FPH agregada via CH utilizada em Santos e Diniz (2010), bem como a aplicação do modelo de aproximação LPP CH a FPH univariada por UG em Brito *et al.* (2021a) e Souza *et al.* (2022), nota-se que esse modelo LPP pode ser usado para aproximar outras funções não lineares associadas ao modelo de otimização do PSO e do PMO. Essas funções são as perdas hidráulicas, limites de potência em função da queda, funções de cota de jusante, entre outras. Por outro lado, em termos de modelos de aproximações não convexas, Brito *et al.* (2020a) analisa sete modelos de aproximações LPP não convexas aplicados na FPH bivariada, em que se verifica que o Logarítmico Agregado de Combinação Convexa (LACC) é o modelo com melhor desempenho. Nesse sentido, este trabalho propõe o uso de dois modelos de aproximação LPP: o CH e o LACC. O CH é indicado para aproximação de funções côncavas e o LACC é indicado para aproximações de funções não-convexas.

#### 1.4 OBJETIVOS

O principal objetivo deste trabalho é apresentar modelos de PLIM detalhados para resolver os problemas do PSO e do PMO em UHEs e uma estratégia com foco na otimização do uso de pequenas capacidades de regularização em UHEs que operam a fio d'água. Para analisar o impacto no tempo computacional da resolução do problema, este trabalho realiza uma comparação das representações LPPs da FPH via CH e LACC. Como objetivos específicos, destaca-se:

- Representar detalhadamente o modelo matemático genérico para a solução dos problemas do PSO e do PMO em uma UHE.
- Propor o uso de aproximações LPPs que sejam compatíveis com as características de cada função não linear do problema.
- Comparar, em termos de valores de função objetivo, variáveis primais e tempo computacional, as aproximações LPPs da FPH através do CH e LACC.

- Apresentar um modelo de otimização para o caso de usinas a fio d'água que podem operar também com pequena capacidade de regularização.

Este é o primeiro trabalho que tem por intuito solucionar o problema do PSO e do PMO designado a um agente de geração hídrico de grande porte. Além disso, podem-se destacar as contribuições a seguir:

- A representação dos limites de vazão turbinada das UGs como funções não lineares por partes, o que promove maior aderência do modelo à realidade. Essa contribuição é um aperfeiçoamento do estudo realizado por Finardi e Scuzziato (2013).
- A modelagem de restrições específicas de UHEs a fio d'água, como por exemplo, a restrição da taxa de transição de nível por estágio de tempo.

## 1.5 ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho está organizado da seguinte maneira. No Capítulo 2 se apresenta a modelagem matemática detalhada dos problemas do PSO e do PMO de interesse deste trabalho. Na sequência, o Capítulo 3 apresenta as estratégias de solução propostas, que tem como base a análise das características matemáticas de cada função não linear, com o objetivo de encontrar a forma mais eficiente e precisa de representá-las. No Capítulo 4, os resultados detalhados das simulações de um cenário-base são discutidos de forma mais enfática. Por fim, o Capítulo 5 descreve as principais conclusões extraídas do trabalho, apresentando ainda sugestões para trabalhos futuros.

## 2 MODELAGEM E FORMULAÇÃO DOS PROBLEMAS

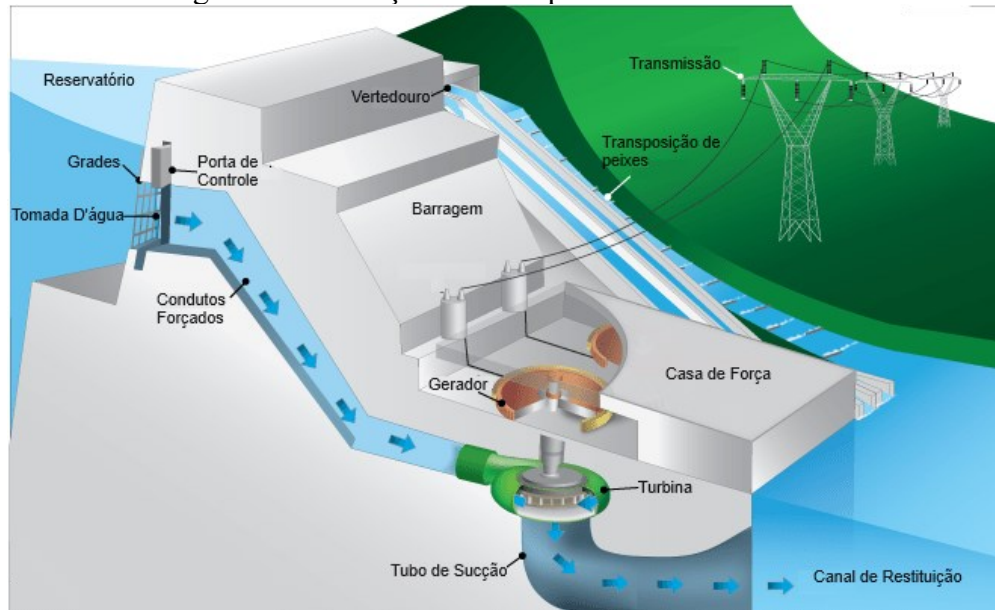
Este capítulo visa apresentar a modelagem matemática dos problemas do PSO e do PMO associados a uma UHE. Para isso, são modeladas as características operativas das UGs da usina, bem como as demais restrições operativas necessárias para se chegar aos problemas completos de otimização. Em termos de capacidade de regularização, uma UHE pode operar com capacidade de armazenamento, a fio d'água e reversível. Este trabalho se restringe às duas primeiras. Como o modelo matemático da operação a fio d'água é um caso particular da operação com capacidade de armazenamento, inicialmente esse capítulo apresentará a modelagem para a operação com capacidade de armazenamento. Na sequência, é apresentada a modelagem para a operação a fio d'água.

### 2.1 MODELAGEM DE UHE COM CAPACIDADE DE ARMAZENAMENTO

A composição de uma UHE é ilustrada na Figura 3. Note que se pode dividi-la em cinco componentes principais: barragem, tomada d'água, condutos forçados, casa de força e canal de restituição. A barragem de uma UHE tem a função de represar água no reservatório. A tomada d'água e os condutos canalizam a água até a casa de força, em um nível abaixo, onde localizam-se as UGs, sendo cada uma composta pelo conjunto turbina-gerador. Quando a água passa pela turbina de uma UG, a energia potencial gravitacional é convertida em energia mecânica. Por sua vez, o gerador, que está acoplado à turbina, converte a energia mecânica em energia elétrica. Por fim, o canal de restituição reconduz a água que passa pelas UGs e pelo vertedouro ao rio ou outro curso d'água.



Figura 3 – Ilustração dos componentes de uma UHE.



Fonte: Adaptado de *U.S Department of Energy* (2020)

As próximas seções apresentam a modelagem matemática de todo o processo de conversão de energia, desde o reservatório até a energia entregue nos terminais do gerador, em termos de variáveis de controle e de estado, no contexto dos modelos matemáticos associados aos problemas do PSO e do PMO.

### 2.1.1 Reservatório

Uma UHE de regularização pode armazenar energia na forma de energia potencial gravitacional, controlar o fluxo de água e regularizar o fornecimento de energia. A modelagem de uma UHE com essa característica operativa é descrita a seguir.

#### 2.1.1.1 Conservação da massa d'água

A modelagem da conservação da massa d'água, para uma UHE operando de maneira isolada, é dada pela Equação (1).

$$v_t - v_{t-1} + C \cdot o_t = C \cdot Y_t, \quad \forall t = 1, \dots, NE. \quad (1)$$

em que:

- $v_t$  volume armazenado do reservatório no final do estágio  $t$  ( $\text{hm}^3$ ).
- $C$  constante que transforma a vazão ( $\text{m}^3/\text{s}$ ) em volume ( $\text{hm}^3$ ) em um período equivalente ao utilizado na discretização do modelo.
- $o_t$  defluência na usina ao longo do estágio  $t$  ( $\text{m}^3/\text{s}$ ).

$Y_t$  vazão natural afluyente do reservatório ao longo do estágio  $t$  ( $m^3/s$ ).  
 NE é a quantidade de estágios de tempo usados no horizonte de estudo.

A defluência é definida conforme apresentado em (2).

$$o_t = \sum_{i=1}^{ND_t} w_{it} + s_t. \quad (2)$$

em que:

$ND_t$  quantidade de UGs disponíveis no estágio de tempo  $t$ .  
 $w_{it}$  vazão turbinada pela  $i$ -ésima UG durante o estágio de tempo  $t$  ( $m^3/s$ ).  
 $s_t$  vazão vertida no estágio de tempo  $t$  ( $m^3/s$ ).

### 2.1.1.2 Queda Bruta

A altura de queda bruta é definida pela diferença entre as cotas de montante e de jusante na usina.

No sistema brasileiro, a cota de montante é modelada por uma função polinomial de quarta ordem dependente do volume do reservatório, conforme apresentado em (3) (FINARDI, 2003).

$$fb_t = (A_0 + A_1 v_t + A_2 v_t^2 + A_3 v_t^3 + A_4 v_t^4). \quad (3)$$

em que:

$fb_t$  nível de montante no final do estágio de tempo  $t$  (m).  
 $A_k$   $k$ -ésimo coeficiente do polinômio que descreve a cota de montante.

A cota de montante entre os estágios  $t$  e  $t-1$  varia. Nesse caso, durante os estágios  $t$  e  $t-1$  tem-se valores intermediários entre  $fb_t$  e  $fb_{t-1}$ , que podem ser encontrados conforme a equação (4).

$$fbe_t = \frac{fb_t + fb_{t-1}}{2}. \quad (4)$$

em que:

$fbe_t$  é a cota de montante média durante o estágio de tempo  $t$  (m).

### 2.1.1.3 Cota de Jusante

A cota de jusante de uma UHE é o nível do rio após o canal de restituição (SCUZZIATO, 2011). No caso brasileiro é modelada como uma função polinomial de quarta ordem que varia com a defluência da UHE, conforme (5).

$$tr_t = (B_0 + B_1 o_t + B_2 o_t^2 + B_3 o_t^3 + B_4 o_t^4). \quad (5)$$

em que:

$tr_t$  cota de jusante da UHE no final do estágio de tempo  $t$  (m).

$B_k$   $k$ -ésimo coeficiente do polinômio que descreve a cota de jusante.

Matematicamente, a queda bruta no estágio  $t$ ,  $hb_t$ , é dada pela equação (6).

$$hb_t = fbe_t - tr_t. \quad (6)$$

em que:

$hb_t$  Queda bruta da UHE no estágio de tempo  $t$  (m).

#### 2.1.1.4 Limites Operativos do Reservatório

As restrições relacionadas com os limites operativos do reservatório são apresentadas nas equações (7), (8) e (9).

$$V^{\min} \leq v_t \leq V^{\max}. \quad (7)$$

$$FB^{\min} \leq fb_t \leq FB^{\max}. \quad (8)$$

$$0 \leq s_t \leq S^{\max}. \quad (9)$$

em que:

$V^{\min/\max}$  limite mínimo/máximo do reservatório (hm<sup>3</sup>).

$FB^{\min/\max}$  limite mínimo/máximo do nível de montante do reservatório (m).

$S^{\max}$  vazão vertida máxima da usina (m<sup>3</sup>/s).

#### 2.1.1.5 Queda Líquida

Nem toda energia potencial disponível na queda bruta é aproveitada pelos conjuntos turbina-gerador. Neste contexto, o que é efetivamente disponível para a geração é a queda líquida, a qual é definida pela diferença entre a queda bruta e as perdas hidráulicas, conforme (10).

$$h_{it} = hb_t - plt_{it}. \quad (10)$$

em que:

$h_{it}$  queda líquida da unidade  $i$  durante o estágio de tempo  $t$  (m).

$plt_{it}$  perda hidráulica total da  $i$ -ésima unidade no estágio de tempo  $t$  (m).

No próximo tópico, é apresentada a modelagem detalhada das perdas hidráulicas.

### 2.1.1.6 Perda Hidráulica Total

As perdas hidráulicas podem ser dívidas em perdas nas grades, no conduto forçado e no tubo de sucção da turbina. Além dessas, existe a perda pela diferença na pressão atmosférica entre o nível de montante e o nível de jusante. Essa definição é apresentada na equação (11).

$$plt_{it} = ple_{it} + plc_{it} + pls_{it} + pha_t. \quad (11)$$

em que:

$ple_{it}$  perda hidráulica nas grades de tomada d'água da UG  $i$  durante o estágio de tempo  $t$  (m).

$plc_{it}$  perda hidráulica no conduto da  $i$ -ésima UG no estágio de tempo  $t$  (m).

$pls_{it}$  perda hidráulica no tubo de sucção da turbina da  $i$ -ésima UG no estágio de tempo  $t$  (m).

$pha_t$  perda hidráulica por diferença de pressão atmosférica entre o nível de montante e de jusante (m).

Todas as perdas estão modeladas em Brito (2023). As perdas nas grades de tomada d'água, assim como no tubo de sucção da turbina, são estimadas por uma função quadrática da vazão turbinada, conforme equação (12).

$$ple_{it} + pls_{it} = D_{1i} w_{it}^2. \quad (12)$$

em que:

$D_{1i}$  coeficiente da UG  $i$  ( $s^2/m^5$ ).

As perdas no conduto forçado são modeladas conforme a equação de Hazen-Willians (SOUZA, 1983), sendo descritas conforme (13).

$$plc = D_{2i} w_{it}^{1,852}. \quad (13)$$

em que:

$D_{2i}$  coeficiente associado com as perdas no conduto forçado da unidade  $i$  ( $s^{1,852}/m^{4,556}$ ).

Definindo as perdas hidráulicas dependentes da vazão turbinada por UG como perda hidráulica parcial, tem-se a equação (14).

$$plp_{it} = D_{1i} w_{it}^2 + D_{2i} w_{it}^{1,852}. \quad (14)$$

em que:

$plp_{it}$  é a perda hidráulica parcial na  $i$ -ésima unidade durante o estágio de tempo  $t$  (m).

Para concluir, as perdas por diferença de pressão atmosférica são modeladas conforme equação (15) (CORDOVA, *et al.*, 2014).

$$pha_t = \frac{PH_1}{G} \left[ (1 - PH_2 tr_t)^{PH_3} - (1 - PH_2 fb_t)^{PH_3} \right]. \quad (15)$$

em que:

$PH_k$   $k$ -ésimo coeficiente da função perda por pressão atmosférica.

$G$  peso específico<sup>2</sup> da água associado a UHE (N/m<sup>3</sup>).

Ressalta-se que rigorosamente, deve-se considerar um valor médio entre dois estados da cota de montante e da cota de jusante. Entretanto, essa perda só se demonstra significativa em ordem de grandeza para usinas com altas quedas. Com isso, essa representação não surtirá efeito significativo nos resultados.

Dessa forma, a queda líquida pode ser reescrita conforme equação (16).

$$h_{it} = hb_t - plp_{it} - pha_t. \quad (16)$$

O próximo passo é a modelagem matemática de cada UG, que é composta pelo conjunto turbina-gerador e será descrita na próxima seção.

### 2.1.2 Unidade Geradora

A relação entre potência elétrica gerada, vazão turbinada e altura de queda líquida em uma UG caracteriza a FPH. A modelagem completa da FPH é apresentada a seguir.

#### 2.1.2.1 Função de Produção Hidrelétrica

A FPH, que determina a potência de saída nos terminais do gerador de uma dada UG, é dada por (17).

$$g_{it} = 10^{-6} G \cdot \eta_{it} \cdot w_{it} \cdot h_{it}. \quad (17)$$

em que:

$g_{it}$  potência ativa na  $i$ -ésima UG durante o estágio de tempo  $t$  (MW).

$\eta_{it}$  rendimento global na  $i$ -ésima UG durante o estágio de tempo  $t$ . Esse rendimento é dado pelo produto entre o rendimento hidráulico da turbina, o rendimento mecânico do acoplamento turbina-gerador e o rendimento global do gerador.

---

<sup>2</sup> Produto entre massa específica da água (kg/m<sup>3</sup>) e a aceleração da gravidade (m/s<sup>2</sup>), ambas medidas na localidade da UHE.

Nos próximos tópicos serão detalhadas as aproximações consideradas para cada função de rendimento descrito acima.

### 2.1.2.2 *Rendimento Hidráulico da Turbina*

O rendimento hidráulico da turbina é expresso por meio da sua curva-colina (FINARDI, 2003) que depende da vazão turbinada e da queda líquida da unidade. Dado que usualmente este parâmetro é apresentado por meio de uma tabela, neste trabalho a função rendimento hidráulico pode ser representada conforme equação (18) (BRITO *et al.*, 2020b).

$$\begin{aligned} \eta_{it} = & E_{0it} + E_{1it} w_{it} + E_{2it} h_{it} + E_{3it} w_{it} h_{it} + E_{4it} w_{it}^2 + E_{5it} h_{it}^2 + E_{6it} w_{it}^3 \\ & + E_{7it} h_{it}^3 + E_{8it} w_{it}^2 h_{it} + E_{9it} w_{it} h_{it}^2. \end{aligned} \quad (18)$$

em que:

$E_{kit}$   $k$ -ésimo coeficiente da função rendimento hidráulico da UG  $i$  durante o estágio de tempo  $t$ .

### 2.1.2.3 *Rendimento Mecânico no Eixo de Acoplamento e Global no Gerador*

A eficiência de acoplamento entre a turbina e o gerador está associada às perdas elétricas e mecânicas internas do gerador modeladas conforme Scuzziato (2011) e Finardi e Scuzziato (2013). As perdas mecânicas do acoplamento turbina-gerador são aproximadas por (19) e as perdas internas do gerador são representadas por (20).

$$pma_{it} = (F_{0i} + F_{1i} g_{it} + F_{2i} g_{it}^2). \quad (19)$$

$$pgg_{it} = G_{0i} e^{G_{1i} g_{it}}. \quad (20)$$

em que:

$F_{kit}$   $k$ -ésimo coeficiente da função perdas mecânicas de acoplamento da unidade  $i$  durante o estágio de tempo  $t$ .

$G_{ki}$   $k$ -ésimo coeficiente da função perda global no gerador da unidade  $i$ .

$pma_{it}$  perdas mecânicas de acoplamento da unidade  $i$  no estágio de tempo  $t$  (MW).

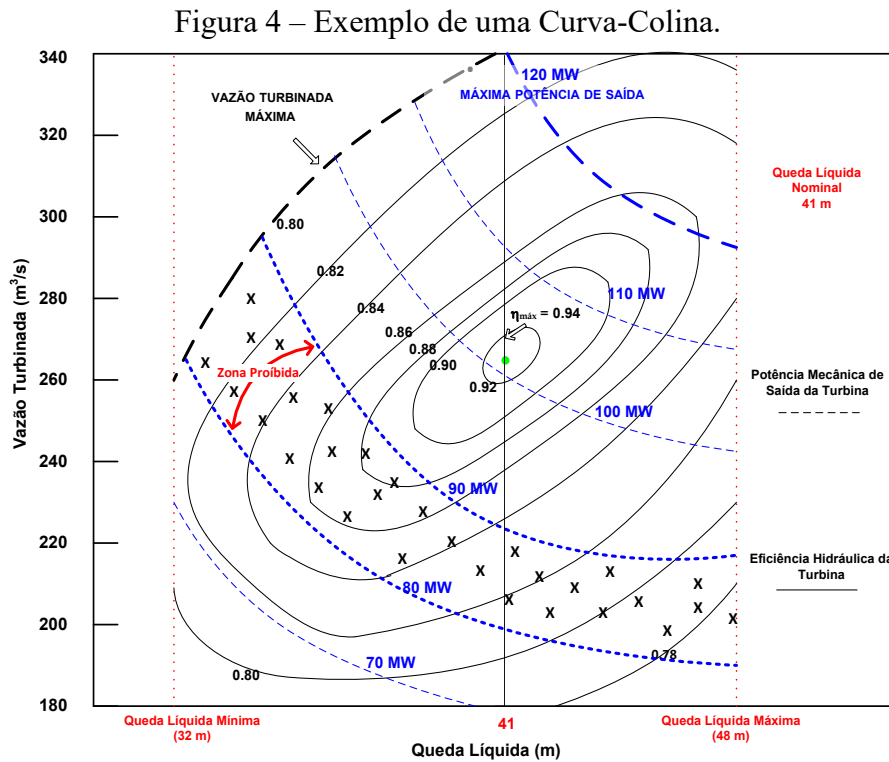
$pgg_{it}$  perdas globais no gerador associadas a  $i$ -ésima UG durante o estágio de tempo  $t$  (MW).

Em consequência dos detalhes de modelagem apresentados até aqui, a FPH de cada UG é reescrita conforme (21).

$$g_{it} = 10^{-6} G \cdot \eta_{it} \cdot w_{it} \cdot h_{it} - pma_{it} - pgg_{it}. \quad (21)$$

### 2.1.2.4 Limites de Vazão Turbinada

Os limites operativos de vazão turbinada de uma UG podem ser expressos como uma função da queda líquida (FINARDI E SCUZZIATO, 2013). Isso é visto ao analisar a curva-colina da Figura 4.



Note que existe uma zona proibida de operação entre 80 e 90 MW. Em Scuzziato (2011), tais regiões são identificadas nas restrições de limite de potência do gerador. Na prática, as zonas operativas também são dadas por limites de vazões mínimas e máximas que dependem da queda. Embora não fique explícito na curva colina da Figura 4, em geral esses limites são funções não lineares, em que, nesta etapa do documento, podem ser representados de maneira genérica da seguinte maneira:

$$W_{it}^{\min}(h_{it}) \cdot u_{it} \leq w_{it} \leq W_{it}^{\max}(h_{it}) \cdot u_{it} . \quad (22)$$

em que:

$W_{it}^{\min}(h_{it})$  vazão mínima da  $i$ -ésima unidade durante o estágio  $t$  em função da queda líquida ( $m^3/s$ ).

$W_{it}^{\max}(h_{it})$  vazão máxima da  $i$ -ésima unidade durante o estágio  $t$  em função da queda líquida ( $m^3/s$ ).

$u_{it}$  variável binária que indica se a  $i$ -ésima unidade está ativa ou inativa no estágio de tempo  $t$ .

#### 2.1.2.5 Limites de Potência do Gerador

Em consequência de se ter considerado as zonas operativas na modelagem dos limites de vazão, os limites de potência do gerador são simplificados, bastando limitar por constantes a potência de cada UG conforme ilustra a equação (23).

$$G_i^{\min} u_{it} \leq g_{it} \leq G_i^{\max} u_{it}. \quad (23)$$

em que

$G_i^{\min}$  potência mínima da  $i$ -ésima unidade (MW).

$G_i^{\max}$  potência máxima da  $i$ -ésima unidade (MW).

### 2.1.3 Restrições Operativas Adicionais

#### 2.1.3.1 Taxa de Variação de Nível do Reservatório

Esse tipo de restrição visa fazer com que a usina respeite taxas máximas de deplecionamento e de elevação de montante. As equações (24) e (25) são modeladas de forma que os limites de variação do nível de montante entre dois estágios de tempo consecutivos sejam respeitados.

$$fb_t - fb_{t-1} \leq \delta U. \quad (24)$$

$$fb_{t-1} - fb_t \leq \delta D. \quad (25)$$

em que

$\delta U$  limite de elevação do reservatório entre dois estágios de tempo consecutivos (m).

$\delta D$  limite de deplecionamento do reservatório entre dois estágios de tempo consecutivos (m).

#### 2.1.3.2 Vazão de Sistemas Auxiliares

Geralmente, em UHEs existem dois tipos de sistemas auxiliares de vazão: sistema de transposição de peixes ( $stp$ ) e sistema de resfriamento das UGs ( $sru$ ). Casos mais específicos como o das usinas Jirau e Santo Antônio incluem ainda um sistema extravasor de troncos ( $set$ ). A vazão dos sistemas extravasor de troncos ( $set$ ) e de transposição de peixes ( $stp$ ) dependem



do nível de montante. Por sua vez, o sistema de resfriamento das UGs (*sru*) é constante para cada UG.

Utilizando técnicas de interpolação polinomial em dados medidos por UHEs relacionando a vazão do extravasor de troncos em função da variação do nível de montante, a vazão do *set* é descrita por uma função quadrática, conforme equação (26). Ressalta-se a inclusão de um parâmetro que indica se o extravasor de troncos está programado para operar (totalmente aberto) ou não (totalmente fechado).

$$set_t = ET_t \cdot (L_0 + L_1fb_t + L_2fb_t^2). \quad (26)$$

em que:

$ET_t$  status operativo do sistema extravasor de troncos, podendo ser ativo ( $ET = 1$ ) ou inativo ( $ET = 0$ ).

$L_n$   $n$ -ésimo coeficiente da função que define a vazão do sistema extravasor de troncos.

$set_t$  vazão do sistema extravasor de troncos no estágio de tempo  $t$  ( $m^3/s$ ).

Conforme destacado, a vazão do sistema de transposição de peixes também depende do nível a montante, sendo determinada de acordo com a equação (27).

$$stp_t = \left[ M_0 (fb_t - M_1)^{M_2} \right]. \quad (27)$$

em que:

$M_n$   $n$ -ésima constante da função que define a vazão do sistema de transposição de peixes.

$stp_t$  vazão do sistema de transposição de peixes decorrida no estágio  $t$  ( $m^3/s$ ).

O sistema de resfriamento das UGs demanda uma vazão média constante de VR  $m^3/s$  para cada máquina disponível. Portanto, a vazão do sistema de resfriamento para cada estágio de tempo  $t$  é determinada pelo produto entre a constante acima e a quantidade de UGs disponíveis no referido estágio, conforme destacado em (28).

$$SRU_t = VR \cdot ND_t. \quad (28)$$

em que:

$SRU_t$  vazão constante do sistema de resfriamento das unidades no estágio de tempo  $t$  ( $m^3/s$ ).

VR parâmetro vazão média constante por UG ( $m^3/s$ ).

Tendo em mente que a defluência representa toda a água defluída pela usina, a definição apresentada em (2) se torna uma vazão defluente parcial, pois não inclui a vazão dos

sistemas auxiliares. Dessa forma, a equação (2) que define a defluência precisa ser redefinida, conforme ilustrado pela equação (29).

$$o_t = \sum_{i=1}^{ND_t} w_{it} + s_t + set_t + stp_t + SRU_t. \quad (29)$$

### 2.1.4 Formulação dos Problemas do PSO e do PMO

A estrutura do modelo de otimização de ambos os problemas (PSO e PMO) é a mesma, mudando-se essencialmente o tamanho do horizonte. Logo, a formulação do modelo de PNLIM de interesse deste trabalho é dado por equações (30)-(48).

$$\text{maximize } \Phi_{NL1} = \sum_{t=1}^{NE} \sum_{i=1}^{ND_t} g_{it}. \quad (30)$$

$$\text{s.a: } v_t - v_{t-1} + C \cdot o_t = C \cdot Y_t. \quad (31)$$

$$set_t - ET_t (L_1 f b_t + L_2 f b_t^2) = ET_t \cdot L_0. \quad (32)$$

$$stp_t - \left[ M_0 (f b_t - M_1)^{M_2} \right] = 0. \quad (33)$$

$$o_t - \sum_{i=1}^{ND_t} w_{it} - s_t - set_t - stp_t = SRU_t. \quad (34)$$

$$f b_t - f b_{t-1} \leq \delta U. \quad (35)$$

$$f b_{t-1} - f b_t \leq \delta D. \quad (36)$$

$$f b_t - (A_1 v_t + A_2 v_t^2 + A_3 v_t^3 + A_4 v_t^4) = A_0. \quad (37)$$

$$tr_t - (B_1 o_t + B_2 o_t^2 + B_3 o_t^3 + B_4 o_t^4) = B_0. \quad (38)$$

$$plp_{it} - D_{1i} w_{it}^2 - D_{2i} w_{it}^{1,852} = 0. \quad (39)$$

$$pha_t - \frac{PH_1}{G} \left[ (1 - PH_2 tr_t)^{PH_3} - (1 - PH_2 f b_t)^{PH_3} \right] = 0. \quad (40)$$

$$fbe_t - \frac{f b_t + f b_{t-1}}{2} = 0. \quad (41)$$

$$h_{it} - fbe_t + tr_t + plp_{it} + pha_t = 0. \quad (42)$$

$$\eta_{it} - \left( E_{1it} w_{it} + E_{2it} h_{it} + E_{3it} w_{it} h_{it} + E_{4it} w_{it}^2 + E_{5it} h_{it}^2 + E_{6it} w_{it}^3 + E_{7it} h_{it}^3 + E_{8it} w_{it}^2 h_{it} + E_{9it} w_{it} h_{it}^2 \right) = E_{0it}. \quad (43)$$

$$g_{it} + F_{2i} g_{it}^2 + G_{0i} e^{G_{1i} g_{it}} - 10^{-6} G \cdot \eta_{it} \cdot w_{it} \cdot h_{it} = -F_{0i}. \quad (44)$$

$$W_{it}^{\min}(h_{it}) \cdot u_{it} \leq w_{it} \leq W_{it}^{\max}(h_{it}) \cdot u_{it} . \quad (45)$$

$$V^{\min} \leq v_t \leq V^{\max} , \text{FB}^{\min} \leq fb_t \leq \text{FB}^{\max} , 0 \leq s_t \leq S^{\max} . \quad (46)$$

$$G_i^{\min} u_{it} \leq g_{it} \leq G_i^{\max} u_{it} . \quad (47)$$

$$u_{it} \in \{0,1\} . \quad (48)$$

A função objetivo (30) busca maximizar a soma da potência gerada na UHE ao longo dos estágios de tempo. As restrições (31)-(34) referem-se às restrições de conservação da massa d'água e à representação dos componentes da defluência, enquanto a (35) e (36) limitam a taxa de variação da cota de montante. As restrições (37)-(42) estão associadas à modelagem da queda líquida. As restrições (43) e (44) modelam a eficiência e a FPH de cada UG. As restrições de (45) definem os limites de vazão turbinada das UGs. A equação (46) limita a capacidade de armazenamento do reservatório, a cota de montante e a capacidade de vertimento da usina, enquanto a (47) inclui a limitação de potência gerada pela UG. Finalmente, (48) representa as restrições de integralidade do problema. Conforme pode ser visto, a presença de diversas não linearidades e descontinuidades podem tornar a solução desse problema difícil com os solucionadores de PNLIM disponíveis atualmente.

### 2.1.5 Operação a Fio D'água

Na operação a fio d'água, o nível a montante é mantido constante. Em consequência, pode-se dividir o problema em subproblemas associados a um único estágio de tempo, pois a operação a fio d'água assegura que as decisões no estágio  $t+1$  independam das do estágio  $t$ . Com isso, várias funções que dependem da cota de montante podem ser simplificadas, o que gera o seguinte modelo de PNLIM referente a cada estágio de tempo  $t$ :

$$\max \Phi_{NL2} = \sum_{i=1}^{ND} g_i . \quad (49)$$

$$\text{s.a : } \sum_{i=1}^{ND} w_i + s = \text{YE} . \quad (50)$$

$$h_i + (D_{1i} w_i^2 + D_{2i} w_i^{1,852}) = \text{HP} . \quad (51)$$

$$\eta_i - (E_{1i} w_i + E_{2i} h_i + E_{3i} w_i h_i + E_{4i} w_i^2 + E_{5i} h_i^2 + E_{6i} w_i^3 + E_{7i} h_i^3 + E_{8i} w_i^2 h_i + E_{9i} w_i h_i^2) = E_{0i} . \quad (52)$$

$$(1+F_{1i}) g_i + F_{2i} g_i^2 + G_{0i} e^{G_{1i} g_{it}} - 10^{-6} G \cdot \eta_i \cdot w_i \cdot h_i = -F_{0i} . \quad (53)$$

$$W_i^{\min}(h_i) \cdot u_i \leq w_i \leq W_i^{\max}(h_i) \cdot u_i. \quad (54)$$

$$G_i^{\min} u_i \leq g_i \leq G_i^{\max} u_i. \quad (55)$$

$$0 \leq s \leq S^{\max}. \quad (56)$$

$$u_i \in \{0, 1\}. \quad (57)$$

É nítida a diferença em termos de quantidade de variáveis e restrições do problema modelado para uma UHE operando com capacidade de armazenamento para o problema de operação a fio d'água. No próximo capítulo é descrita a estratégia de solução proposta para encontrar uma solução para os dois modelos de PNLIM apresentados neste capítulo.

### 3 ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO

Este capítulo descreve a estratégia de solução utilizada neste trabalho para solução dos problemas de PSO/PMO, com foco em UHEs com operação a fio d'água, mas com alguma capacidade de regularização. Como a solução de um problema de PNLIM não é trivial (D'AMBROSIO; LODI, 2013), faz-se necessário o uso de técnicas matemáticas e softwares computacionais eficientes para que se obtenha uma boa relação solução do problema versus tempo computacional. A estratégia proposta nesse trabalho é baseada na linearização dos dois problemas apresentados no capítulo anterior. Para isso, serão realizadas as linearizações de todas as restrições não lineares usando o método de Linearização Por Partes (LPP) mais adequado para cada função. Dessa forma, torna-se factível o uso de solucionadores comerciais de PLIM, atualmente mais eficientes que os de PNLIM (KONG; SKJELBRED; FOSSO, 2020).

#### 3.1 MODELOS DE PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA-MISTA

Existem diversas formas de linearizar por partes funções não lineares (SILVA, 2012). Com base nos estudos de Brito *et al.* (2020a), Brito *et al.* (2021a) e Souza *et al.* (2022), este trabalho irá focar em dois métodos: (i) o Logarítmico Agregado de Combinação Convexa (LACC), que têm se destacado dentre as diversas possibilidades de aproximação não convexa de funções não lineares; e (ii) o *Convex Hull* (CH), que aproxima uma função não linear por uma envoltória superior. No Apêndice A apresenta-se a teoria necessária para uso destes dois métodos de aproximação LPP.

A Figura 5 ilustra os gráficos da aproximação LPP via CH de uma FPH univariada (linha tracejada verde) e da FPH não linear (linha contínua em azul). Note que o ponto de inflexão<sup>3</sup> da FPH, que nesse caso separa o trecho convexo (entre 0 e 180 m<sup>3</sup>/s) do trecho côncavo da aproximação LPP (entre 180 e 470 m<sup>3</sup>/s), é destacado por um marcador em vermelho próximo dos 180 m<sup>3</sup>/s. Os pontos utilizados para extrair a envoltória convexa do algoritmo CH totalizam 17 (contando com o ponto de inflexão) e são destacados através dos marcadores pretos. Observe que a aproximação côncava realizada pelo CH fornece um erro de aproximação na região convexa e na côncava.

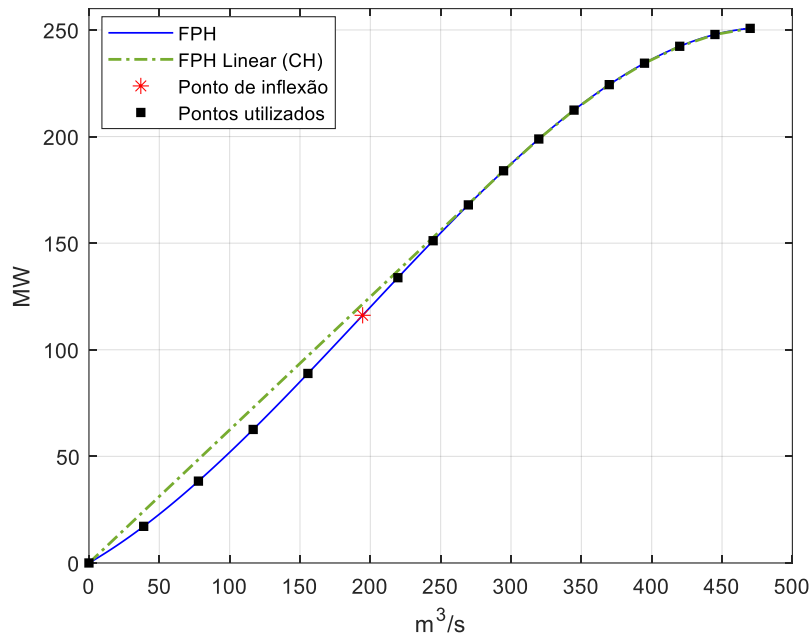
A Figura 6 ilustra o gráfico da mesma FPH univariada não linear, do mesmo ponto de inflexão e dos mesmos 17 pontos utilizados no gráfico da aproximação LPP via CH. A diferença

---

<sup>3</sup> Ponto sobre a curva no qual a derivada de segunda ordem da função se anula.

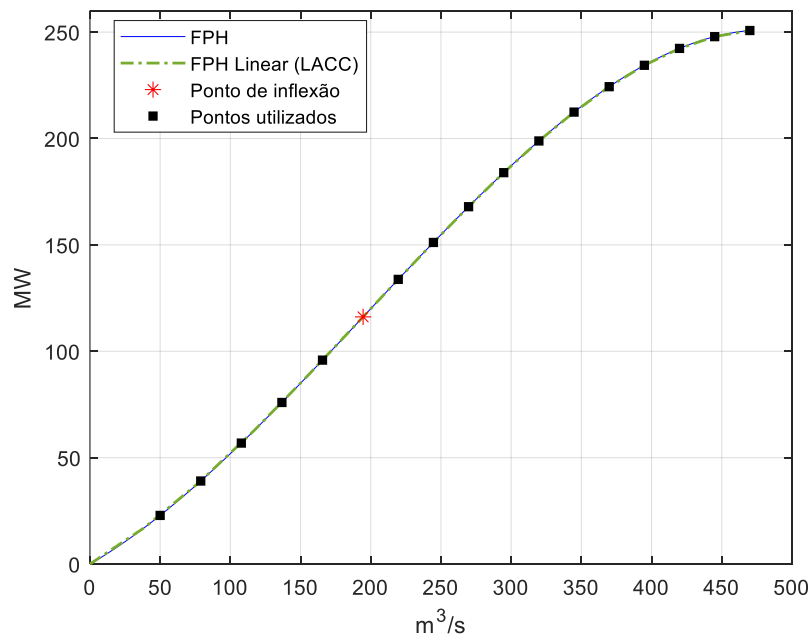
está no uso do método não convexo LACC utilizado para aproximar a FPH e destacado pela linha seccionada verde. Observe que com apenas 17 pontos o LACC se sobrepôs à FPH não linear, aderindo à sua não convexidade.

Figura 5 – Aproximação LPP via CH de uma FPH univariada.



Fonte: Autor.

Figura 6 – Aproximação LPP via LACC de uma FPH univariada.



Fonte: Autor.

A partir dos gráficos da Figura 5 e Figura 6 é possível perceber a diferença entre realizar uma aproximação não convexa via LACC e uma aproximação côncava via CH em uma função não linear e não convexa. Note que a aproximação via LACC traz mais precisão à linearização. No entanto, o LACC inclui variáveis binárias na formulação, o que pode comprometer o desempenho computacional. Nesse contexto, um dos intuitos deste trabalho é utilizar o LACC em funções que apresentem não convexidades mais acentuadas e o CH em funções (quase) côncavas/convexas. Especificamente para a FPH, este trabalho ainda apresenta uma comparação entre as abordagens côncava (CH) e não côncava (LACC).

### 3.1.1 Modelo de Programação Linear Inteira Mista

Nesta seção, são apresentadas as linearizações das funções não lineares do problema de PSO/PMO de acordo com (30)-(48). Observe que as não linearidades deste problema estão nas restrições (32), (33), (37), (38), (39), (40), (43), (44) e (45). É interessante notar que as restrições não lineares (excluindo a (45)) concentram sua não linearidade na FPH, descrita pela equação (44).

#### 3.1.1.1 Vazão dos Sistemas Extravasador de Troncos e Transposição de Peixes

Dado que as vazões associadas a estes dois sistemas costumam ser muito pequenas em relação à vazão total da UHE, neste trabalho ambos são aproximados por uma única reta para todo respectivo domínio, conforme equações (58) e (59).

$$set_t - ET_t \cdot (SET_0 + SET_1 f_b) = 0. \quad (58)$$

$$stp_t - (STP_0 + STP_1 f_b) = 0. \quad (59)$$

em que:

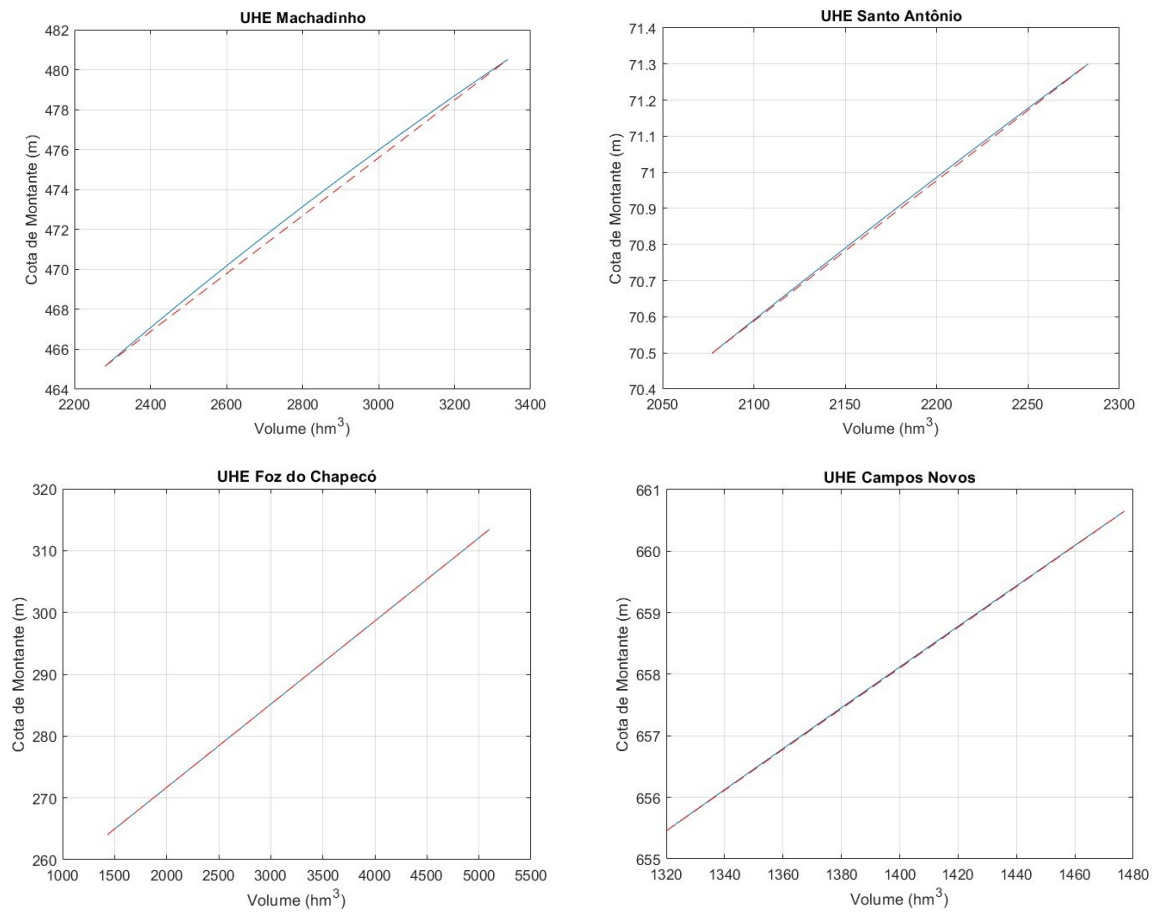
$SET_k$   $k$ -ésimo coeficiente da função linear que representa a vazão do extravasador de troncos.

$STP_k$   $k$ -ésimo coeficiente da função linear que representa a vazão do sistema de transposição de peixes.

#### 3.1.1.2 Função Cota de Montante

Na Figura 7 é possível observar o comportamento de funções cota de montante de quatro UHEs. Observe que as funções possuem um pequeno grau de não linearidade em comparação com a reta linear tracejada. Nesse sentido, este trabalho considera a linearização da função cota de montante por uma reta para todo o seu domínio, conforme (60).

Figura 7 – Exemplo de funções cota de montante.



Fonte: Autor.

$$fb_t - (FB_0 + FB_1 v_t) = 0. \quad (60)$$

em que:

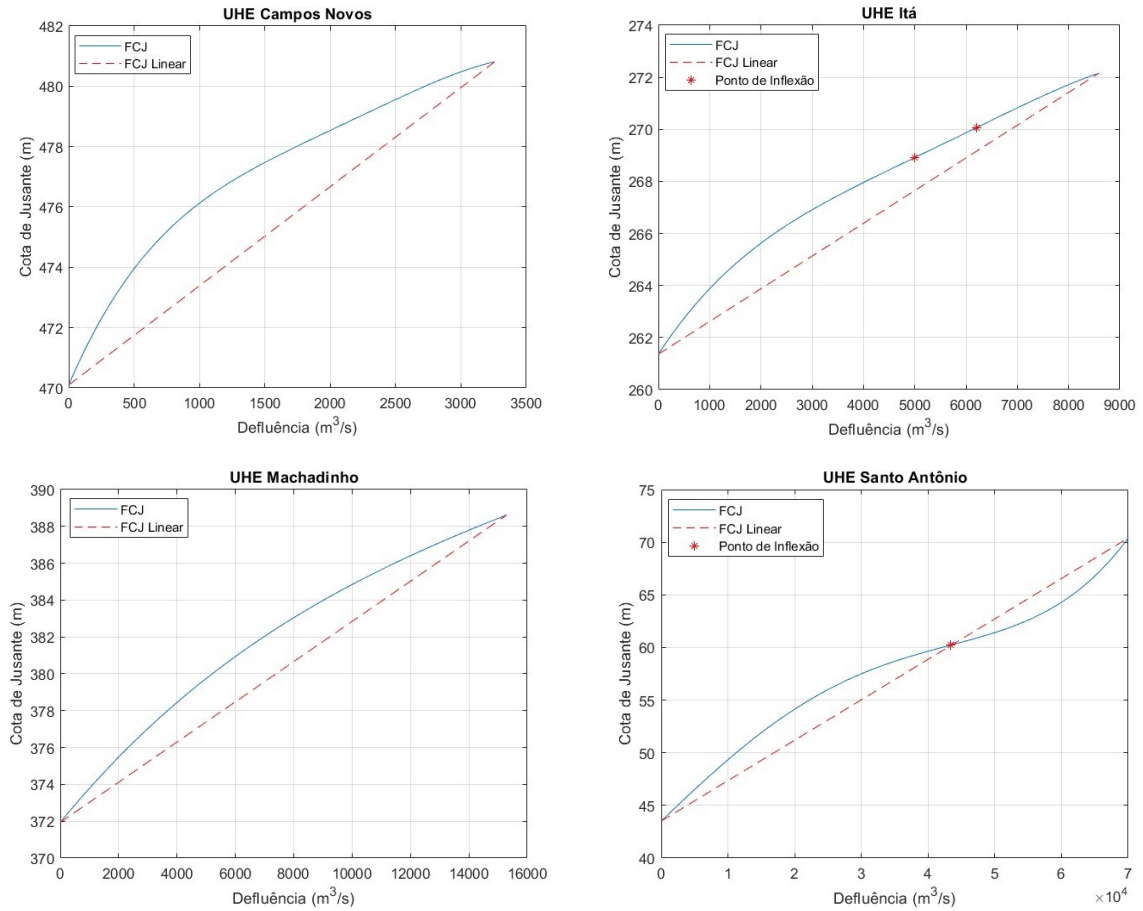
$FB_k$   $k$ -ésimo coeficiente que define a função linear que representa a cota de montante.

### 3.1.1.3 Função Cota de Jusante

A Figura 8 ilustra a variação do nível de jusante desde uma defluência nula até um valor próximo da máxima vazão defluente histórica para quatro UHEs. Traçando uma reta entre os dois pontos extremos do gráfico, nota-se que uma única aproximação linear fornece um erro significativo. Para uma função com essas características um método não convexo de aproximação LPP é mais adequado. Ressalta-se que os pontos de inflexão são destacados por marcadores pontuais vermelhos nas funções cota de jusante das UHEs de Itá e Santo Antônio.



Figura 8 – Exemplo de funções cota de jusante.



Fonte: Autor.

Nesse sentido, este trabalho considera o uso do método LACC para aproximar a função cota de jusante. As restrições (61)-(66) descrevem a linearização da cota de jusante via LACC.

$$o_t = \sum_{v=1}^{NV_{tr}} \alpha_{vt} O_v . \quad (61)$$

$$tr_t = \sum_{v=1}^{NV_{tr}} \alpha_{vt} TR_v . \quad (62)$$

$$\sum_{v=1}^{NV_{tr}} \alpha_{vt} = 1 . \quad (63)$$

$$\sum_{v \in J_{(tr, B, l)}^+} \alpha_{vt} \leq y_{o_{lt}}, \quad l \in L_{tr}(\mathcal{P}_{tr}^+). \quad (64)$$

$$\sum_{v \in J_{(tr, B, l)}^0} \alpha_{vt} \leq 1 - y_{o_{lt}}, \quad l \in L_{tr}(\mathcal{P}_{tr}^0). \quad (65)$$

$$\alpha_{vt} \geq 0, y_{o_{lt}} \in \{0, 1\}. \quad (66)$$

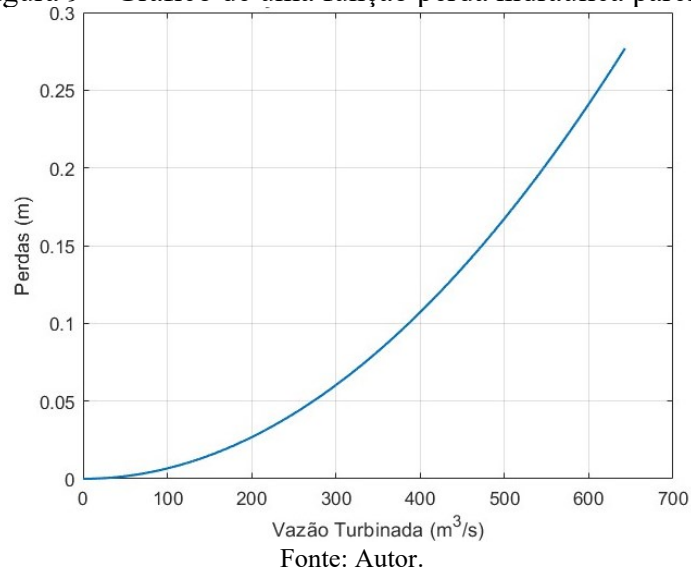
em que:

$NV_{tr}$	quantidade de vértices utilizados.
$\alpha_{vt}$	variável de peso associada ao $v$ -ésimo vértice e estágio de tempo $t$ .
$O_v$	vértice $v$ do subconjunto do domínio de $tr_t$ .
$TR_v$	vértice $v$ do subconjunto da imagem de $tr_t$ .
$J_{(tr,B,l)}^+$	conjunto que cria uma ramificação das variáveis de peso a partir da identificação de qual bit $l$ da variável independente $o_t$ associada a um segmento de reta $p_k \in \mathcal{P}_{tr}$ possui o bit 1 em tal posição $l$ .
$y_{olt}$	variável binária associada com a posição $l$ do código binário e estágio $t$ .
$L(\mathcal{P}_{tr})$	conjunto que indexa os bits associados ao código <i>gray</i> , que endereça cada politopo. Explicitamente: $L(\mathcal{P}_{tr}) = \{1, \dots, \log_2  \mathcal{P}_{tr} \}$ .
$\mathcal{P}_{tr}$	conjunto de todos os politopos da função cota de jusante.
$J_{(tr,B,l)}^0$	conjunto que cria uma ramificação das variáveis de peso a partir da identificação de qual bit $l$ da variável independente $o_t$ associada a um segmento de reta $p_k \in \mathcal{P}_{tr}$ possui o bit 0 em tal posição $l$ .

#### 3.1.1.4 Perda Hidráulica Parcial

A função que representa as perdas hidráulicas parciais é apresentada na Figura 9. Verificou-se que a sua derivada de segunda ordem é maior do que zero para todo o seu intervalo. Pode-se, portanto, afirmar que a mesma é uma função estritamente convexa. Dessa forma propõe-se utilizar o CH na sua aproximação LPP.

Figura 9 – Gráfico de uma função perda hidráulica parcial.



Nesse contexto, as equações (67) e (68) descrevem a representação da função de perdas hidráulicas parciais através de uma envoltória superior e outra inferior.

$$plp_{it} \geq DL_{0i}^r u_{it} + DL_{1i}^r w_{it} \quad \forall r = 1, \dots, R_i^{\text{inf}}. \quad (67)$$

$$plp_{it} \leq DL_{0i}^0 u_{it} + DL_{1i}^0 w_{it}. \quad (68)$$

em que:

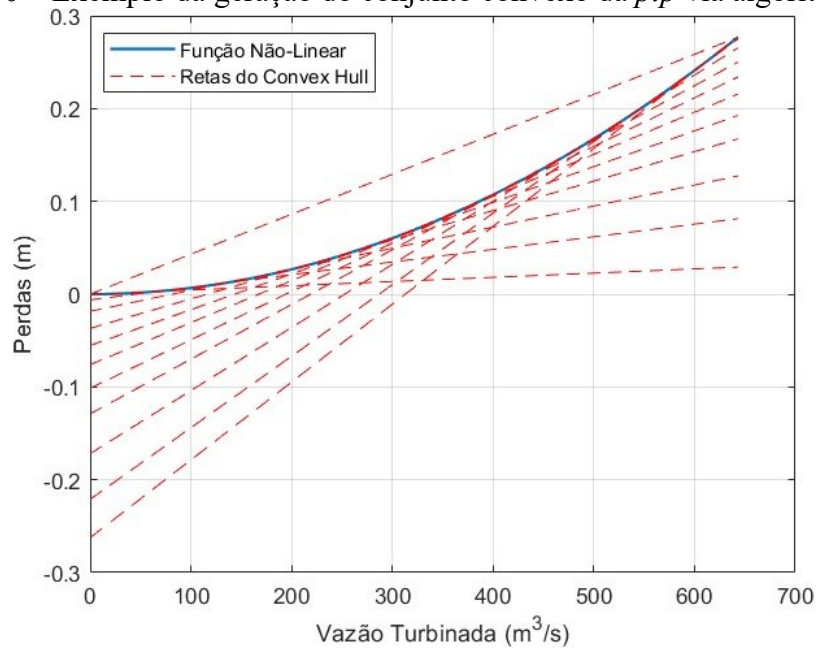
$DL_{ki}^r$  coeficiente  $k$  da  $r$ -ésima reta que limita a função  $plp_{it}$  da UG  $i$  inferiormente.

$R_i^{\text{inf}}$  conjunto das retas que constroem a envoltória inferior de  $plp_{it}$ .

$DL_{ki}^0$  coeficiente  $k$  da reta que limita a função não linear da UG  $i$  superiormente.

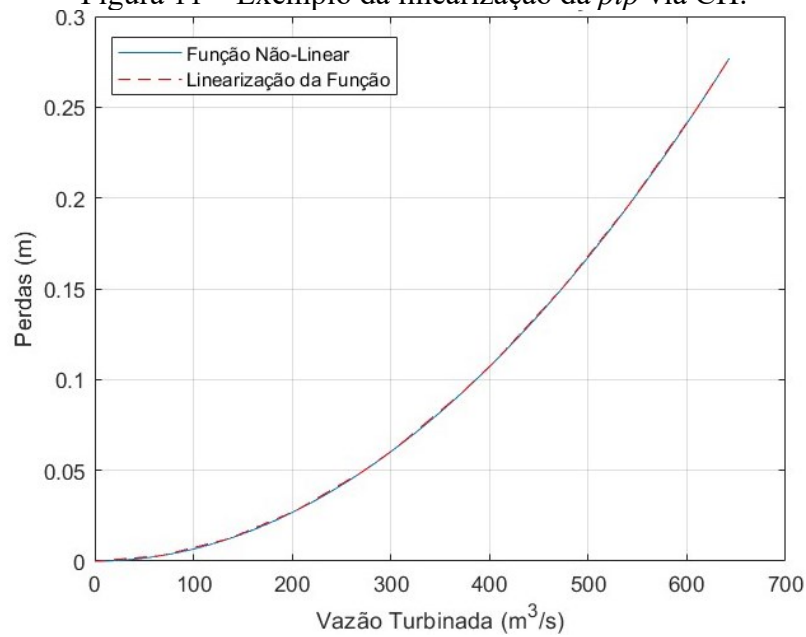
Na Figura 10, pode-se conferir uma ilustração da aproximação LPP via CH da perda hidráulica parcial a partir de 12 pontos da função original. Na Figura 11 é possível ver como o contorno gerado pelo CH se aproxima da função original.

Figura 10 – Exemplo da geração do conjunto convexo da  $plp$  via algoritmo do CH.



Fonte: Autor.

Figura 11 – Exemplo da linearização da  $plp$  via CH.

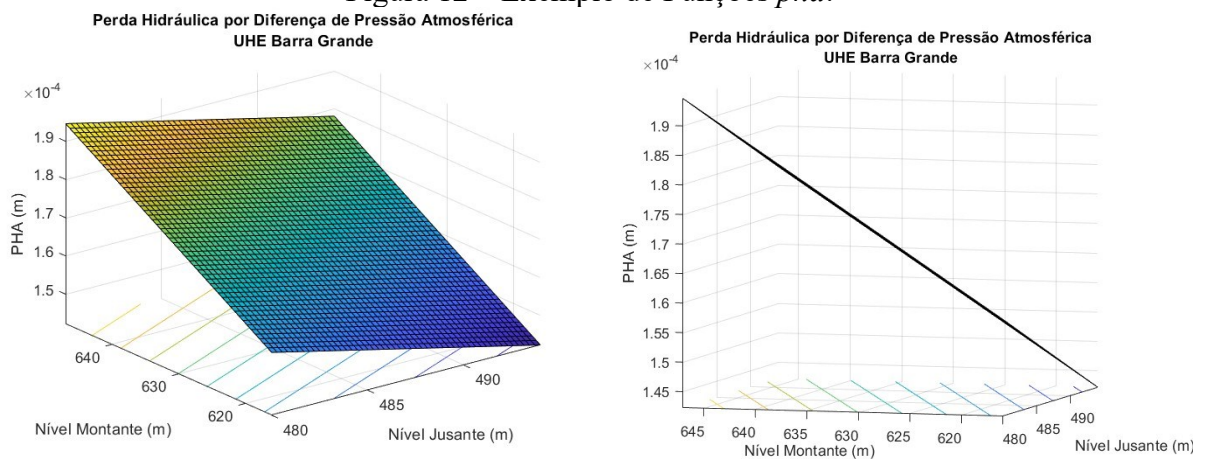


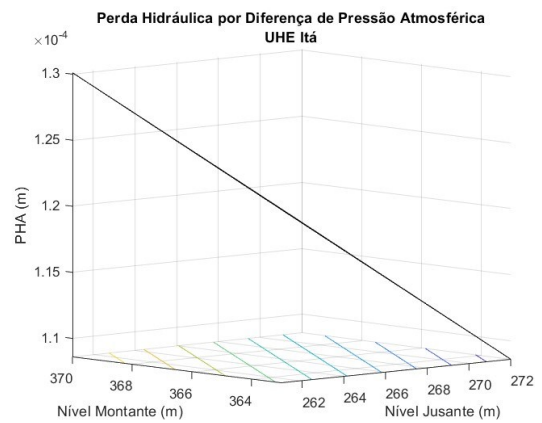
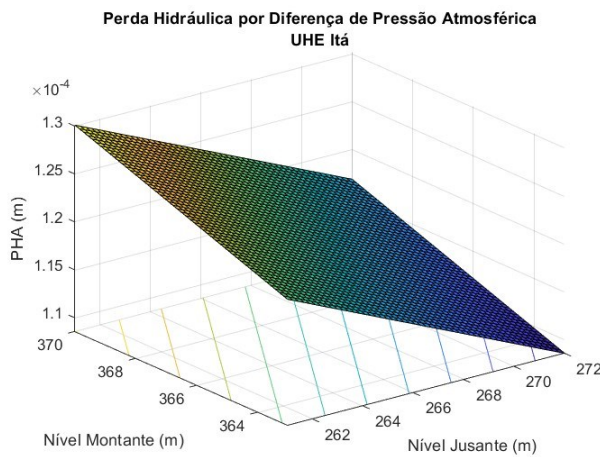
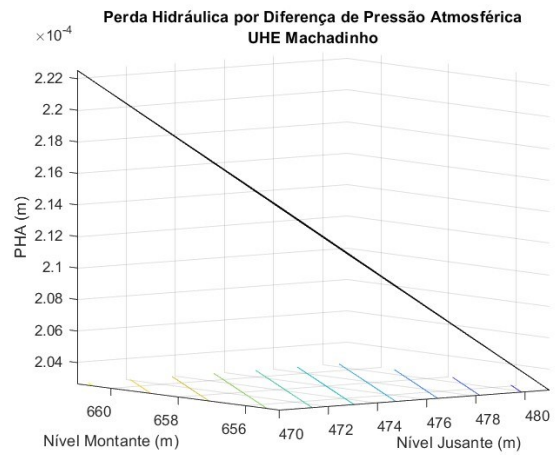
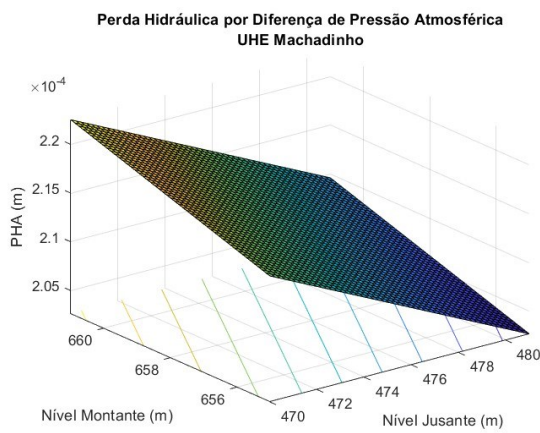
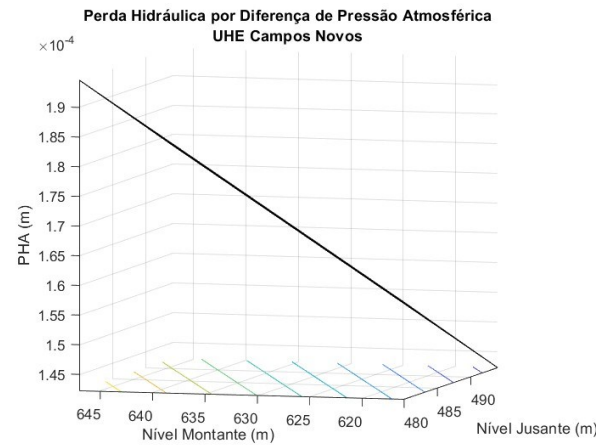
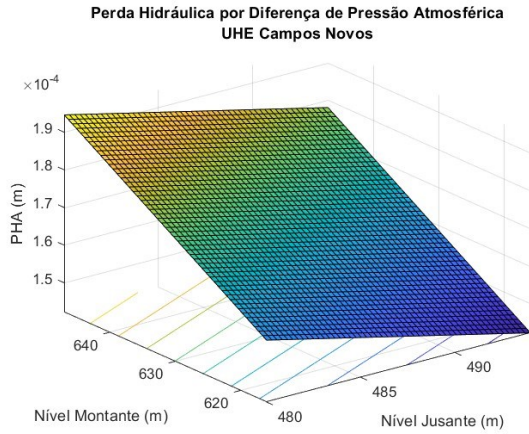
Fonte: Autor.

### 3.1.1.5 Perda Hidráulica por Pressão Atmosférica

A Figura 12 apresenta o gráfico da função de perda hidráulica por pressão atmosférica de quatro UHEs brasileiras. Observe que a ilustração fornece uma perspectiva tridimensional e outra que elucida a não linearidade das funções. Note que, em geral, essa função não linear pode ser representada adequadamente por um plano, conforme equação (69).

Figura 12 – Exemplo de Funções  $pha$ .





Fonte: Autor.

$$pha_t = PHA_0 + PHA_1 t r_t + PHA_2 f b_t . \tag{69}$$

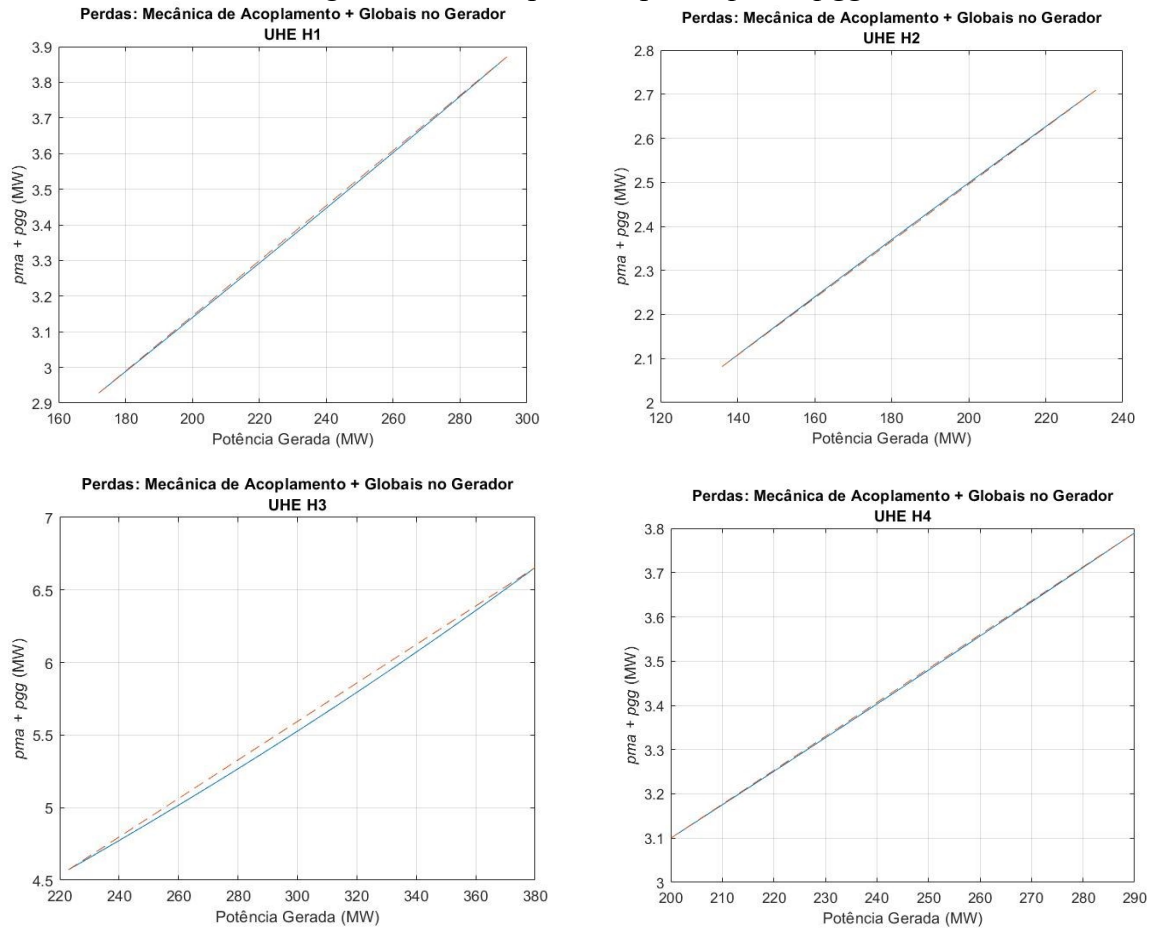
em que:

$PHA_k$   $k$ -ésimo coeficiente que define a perda hidráulica por diferença de pressão atmosférica associada ao estágio de tempo  $t$ .

### 3.1.1.6 Perda Mecânica de Acoplamento e Global no Gerador

Em Scuzziato (2011) são fornecidos os coeficientes das funções da perda mecânica de acoplamento entre a turbina e o gerador e a perda global no gerador de quatro UHEs. Utilizando os dados de Scuzziato (2011) das funções de  $pma$  e  $pgg$  dessas quatro UHEs, criou-se os gráficos da Figura 13. Note que essas funções têm comportamento quase linear. Nesse sentido, as perdas mecânica e global do gerador são aproximadas nesse trabalho conforme equação (70).

Figura 13 – Exemplos das perdas  $pma$  e  $pgg$ .



Fonte: autor.

$$pma_{it} + pgg_{it} = NN_{0i} + NN_{1i}g_{it} \quad (70)$$

em que:

$NN_{ki}$   $k$ -ésimo coeficiente que define a perda de eficiência equivalente associada ao conjunto turbina-gerador da  $i$ -ésima UG.

Considerando (70), pode-se reescrever a FPH de acordo com a dedução apresentada nas equações (71) e (72).

$$\begin{aligned} g_{it} - 10^{-6} G \cdot \eta_{it} \cdot w_{it} \cdot h_{it} + NN_{0i} + NN_{1i} g_{it} &= 0 \\ g_{it} (1 + NN_{1i}) - 10^{-6} G \cdot \eta_{it} \cdot w_{it} \cdot h_{it} + NN_{0i} &= 0 \end{aligned} \quad (71)$$

$$g_{it} - \frac{10^{-6} G}{(1 + NN_{1i})} \cdot \eta_{it} \cdot w_{it} \cdot h_{it} = -\frac{NN_{0i}}{(1 + NN_{1i})}. \quad (72)$$

### 3.1.1.7 Função de Produção Hidrelétrica

Nesse primeiro modelo, a FPH é uma função bivariada que engloba não linearidades e não convexidades. Dessa forma, o método de linearização que melhor representa essas características é o LACC. Entretanto, devido a busca pela melhor relação entre qualidade da solução e tempo computacional, propõe-se resolver e comparar os problemas utilizando na aproximação LPP da FPH tanto o LACC quanto o CH.

#### 3.1.1.7.1 Linearização da Função de Produção via LACC

A restrições que representam a aproximação LPP da FPH via LACC são dadas por (73)-(83).

$$w_{it} = \sum_{v=1}^{NV} \lambda_{vit} W_{vit}. \quad (73)$$

$$hhl_{it} = \sum_{v=1}^{NV} \lambda_{vit} HL_{vit}. \quad (74)$$

$$g_{it} = \sum_{v=1}^{NV} \lambda_{vit} G_{vit}. \quad (75)$$

$$\sum_{v=1}^{NV} \lambda_{vit} = u_{it}. \quad (76)$$

$$\sum_{v \in J^+(e,B,l)} \lambda_{vit} \leq x_{it}^{e,l}. \quad (77)$$

$$\sum_{v \in J^0(e,B,l)} \lambda_{vit} \leq 1 - x_{it}^{e,l}. \quad (78)$$

$$\sum_{v \in L_v} \lambda_{vit} \leq z_{it}. \quad (79)$$

$$\sum_{v \in R_v} \lambda_{vit} \leq 1 - z_{it}. \quad (80)$$

$$\lambda_{vit} \geq 0, u_{it}, x_{it}^{e,l}, z_{li} \in \{0, 1\}. \quad (81)$$

$$h_{it} \geq hhl_{it} + H^{\min} (1 - u_{it}). \quad (82)$$

$$h_{it} \leq hhl_{it} + H^{\max} (1 - u_{it}). \quad (83)$$

em que:

NV quantidade de vértices utilizados.

$\lambda_{vit}$  variável de peso do vértice  $v$  associada a UG  $i$  e estágio  $t$ .

$W_{vit}$  vértice  $v$  do subconjunto do domínio de  $g$  ou da primeira entrada do par ordenado.

$hhl_{it}$  variável auxiliar queda líquida da UG  $i$  no estágio de tempo  $t$  (m).

$HL_{vit}$  vértice  $v$  do subconjunto do domínio de  $g$  ou da segunda entrada do par ordenado.

$G_{vit}$  vértice  $v$  do subconjunto da imagem de  $g$ .

$x^{el}_{it}$  variável binária associada a  $e$ -ésima dimensão de  $g$  na posição  $l$  do código binário da UG  $i$  no estágio de tempo  $t$ .

$z_{it}$  variável binária associada a função não linear  $g$  da UG  $i$  no estágio  $t$ .

$H^{\min}$  constante que limita a queda líquida mínima, com  $H^{\min} = \min(HM_i^{\min} \forall i \in I)$  e  $HM_i^{\min}$  limite operativo inferior de queda líquida da  $i$ -ésima UG (m).

$H^{\max}$  constante que limita a queda líquida máxima, com  $H^{\max} = \max(HM_i^{\max} \forall i \in I)$  e  $HM_i^{\max}$  limite operativo superior de queda líquida da  $i$ -ésima UG (m).

Note que existe a necessidade da inclusão das restrições (82)-(83) para manter a viabilidade do problema<sup>4</sup>. Além disso, é adicionada uma variável binária na restrição (76) para indicar se a UG estará ativa ou inativa em um estágio de tempo.

### 3.1.1.7.2 Linearização da Função de Produção via CH

As equações (84)-(85) descrevem as envoltórias superior e inferior respectivamente, da FPH bivariada.

$$g_{it} \leq GG_{0pi} w_{it} + GG_{1pi} hhl_{it} + GG_{2pi} u_{it}, \quad p = \{1, \dots, P^{\sup}\}. \quad (84)$$

$$g_{it} \geq GG_{0pi} w_{it} + GG_{1pi} hhl_{it} + GG_{2pi} u_{it}, \quad p = \{1, \dots, P^{\inf}\}. \quad (85)$$

em que

$GG_{kpi}$   $k$ -ésimo coeficiente do plano  $p$  associado a  $i$ -ésima UG.

---

<sup>4</sup> Garantir que a queda líquida da UG  $i$  seja nula quando a UG estiver inativa e igual a queda líquida da restrição (16) quando a respectiva UG estiver ativa.

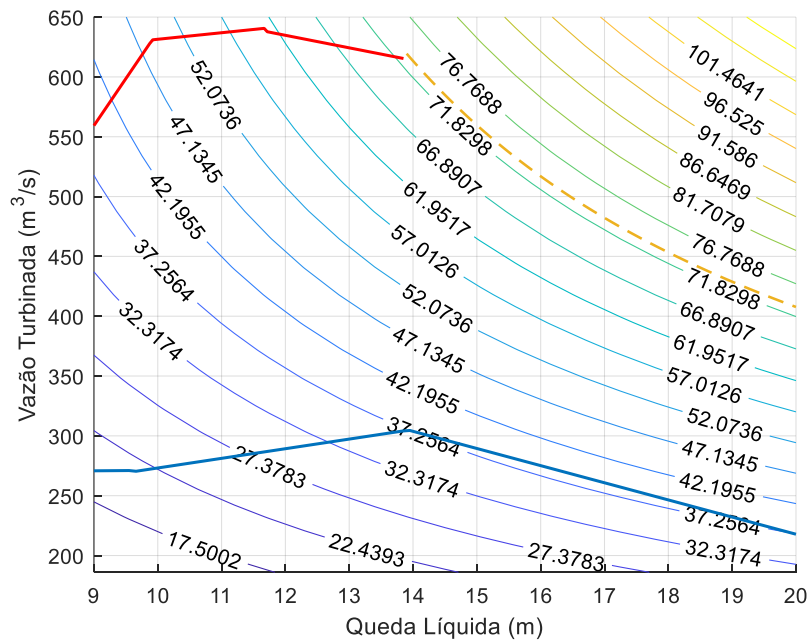


$P^{sup}$  quantidade de planos que limitam a função  $g_{it}$  superiormente.  
 $P^{inf}$  quantidade de planos que limitam a função  $g_{it}$  inferiormente.

3.1.1.8 Limites de Vazão Turbinada

Para ilustrar a linearização dos limites de vazão, considere inicialmente a Figura 14 em que é apresentada uma curva-colina. Essa figura ilustra o processo de linearização empregado. Embora sejam funções não lineares, os limites de vazão mínima e máxima são aproximados por funções lineares por partes (segmentos de reta em azul e vermelho). A linha tracejada em amarelo limita a vazão pela potência máxima de saída do gerador (aproximadamente 72 MW). Embora esse trecho esteja sem uma aproximação, este trabalho também usa segmentos de reta para incluir essa limitação da UG.

Figura 14 – Exemplo de uma curva-colina com limites operativos de vazão.



Fonte: Autor.

Matematicamente, a inclusão dos limites apresentados na figura acima é feita pelo conjunto de equações (86)-(91) abaixo. Note que são considerados que os limites são aproximados por  $J_i$  segmentos para a vazão mínima e  $K_i$  para os valores máximos de cada UG  $i$ .

$$\sum_{j=1}^{J_i} (H_{0ji} r_{jit} + H_{1ji} h l_{jit}) \leq w_{it} \leq \sum_{k=1}^{K_i} (I_{0ki} x_{kit} + I_{1ki} h u_{kit}). \tag{86}$$

$$\text{HL}_{ji}^{\min} r_{jit} \leq hl_{jit} \leq \text{HL}_{ji}^{\max} r_{jit}. \quad (87)$$

$$\sum_{j=1}^{J_i} r_{jit} - u_{it} = 0. \quad (88)$$

$$\text{HU}_{ki}^{\min} x_{kit} \leq hu_{kit} \leq \text{HU}_{ki}^{\max} x_{kit}. \quad (89)$$

$$\sum_{k=1}^{K_i} x_{kit} - u_{it} = 0. \quad (90)$$

$$u_{it}, x_{kit}, r_{jit} \in \{0, 1\}. \quad (91)$$

em que:

$H_{mji}$   $m$ -ésimo coeficiente do segmento de reta  $j$  usado para representar a vazão mínima da UG  $i$  entre os limites  $\text{HL}_{ji}^{\min}$  e  $\text{HL}_{ji}^{\max}$ .

$r_{jit}$  variável binária que define se o  $j$ -ésimo segmento de reta  $j$  usado para representar a vazão mínima da UG  $i$  no estágio  $t$  deve estar ativo ou não.

$hl_{jit}$  variável auxiliar para representar a queda líquida vinculada ao segmento de reta  $j$  usado para representar a vazão mínima da UG  $i$  no estágio  $t$ .

$H_{nki}$   $n$ -ésimo coeficiente do segmento de reta  $k$  usado para representar a vazão máxima da UG  $i$  entre os limites  $\text{HU}_{ki}^{\min}$  e  $\text{HU}_{ki}^{\max}$ .

$x_{kit}$  variável binária que define se o  $k$ -ésimo segmento de reta  $k$  usado para representar a vazão máxima da UG  $i$  no estágio  $t$  deve estar ativo ou não.

Além das equações acima, é necessário a inclusão de restrições para relacionar as variáveis auxiliares de queda com o valor real de queda líquida que é usado na FPH. Abaixo, tem-se as restrições que relacionam  $hl_{jit}$  e  $hu_{kit}$  com  $h_{it}$ .

$$h_{it} \geq \sum_{j=1}^{J_i} hl_{jit} + H^{\min} (1 - u_{it}). \quad (92)$$

$$h_{it} \leq \sum_{j=1}^{J_i} hl_{jit} + H^{\max} (1 - u_{it}). \quad (93)$$

$$h_{it} \geq \sum_{k=1}^{K_i} hu_{kit} + H^{\min} (1 - u_{it}). \quad (94)$$

$$h_{it} \leq \sum_{k=1}^{K_i} hu_{kit} + H^{\max} (1 - u_{it}). \quad (95)$$

Acima,  $H^{\min}$  e  $H^{\max}$  são constantes apropriadas para garantir a viabilidade do problema quando cada UG não está ativa.

### 3.1.1.9 Formulações Completas

Nesta seção, são apresentadas as formulações para resolver os problemas do PSO e do PMO via PLIM, linearizando a FPH bivariada através do LACC e do CH. A formulação completa do PLIM empregando o LACC na FPH é apresentada em (96)-(119).

$$\max \Phi_{L1} = \sum_{t=1}^{NE} \sum_{i=1}^{ND_t} g_{it}. \quad (96)$$

$$\text{s.a: } v_t - v_{t-1} + C \cdot o_t = C \cdot Y_t. \quad (97)$$

$$\text{set}_t - ET_t \cdot SET_1 f b_t = ET_t \cdot SET_0. \quad (98)$$

$$\text{stp}_t - STP_1 f b_t = STP_0. \quad (99)$$

$$o_t - \sum_{i=1}^{ND_t} w_{it} - s_t - \text{set}_t - \text{stp}_t = SRU_t. \quad (100)$$

$$f b_t - f b_{t-1} \leq \delta U. \quad (101)$$

$$f b_{t-1} - f b_t \leq \delta D. \quad (102)$$

$$f b_t - FB_1 v_t = FB_0. \quad (103)$$

$$o_t - \sum_{v=1}^{NV_r} \alpha_{vt} O_v = 0. \quad (104)$$

$$tr_t - \sum_{v=1}^{NV_r} \alpha_{vt} TR_v = 0. \quad (105)$$

$$\sum_{v=1}^{NV_r} \alpha_{vt} = 1. \quad (106)$$

$$\sum_{v \in J_{(tr,B,t)}^+} \alpha_{vt} \leq y o_{lt}. \quad (107)$$

$$\sum_{v \in J_{(tr,B,t)}^0} \alpha_{vt} \leq 1 - y o_{lt}. \quad (108)$$

$$plp_{it} \geq DL_{0i}^r u_{it} + DL_{1i}^r w_{it}. \quad (109)$$

$$plp_{it} \leq DL_{0i}^0 u_{it} + DL_{1i}^0 w_{it}. \quad (110)$$

$$pha_t - (PHA_1 tr_t + PHA_2 f b_t) = PHA_0. \quad (111)$$

$$fbe_t - \frac{f b_t + f b_{t-1}}{2} = 0. \quad (112)$$

$$h_{it} - fbe_t + tr_t + plp_{it} + pha_t = 0. \quad (113)$$

$$(73)-(83). \tag{114}$$

$$(86)-(95). \tag{115}$$

$$V^{\min} \leq v_t \leq V^{\max}, FB^{\min} \leq fb_t \leq FB^{\max}, 0 \leq s_t \leq S^{\max}. \tag{116}$$

$$G_i^{\min} u_{it} \leq g_{it} \leq G_i^{\max} u_{it}. \tag{117}$$

$$yO_{it}, u_{it}, x_{it}^{e,l}, z_{it}, x_{kit}, r_{ijt} \in \{0,1\}. \tag{118}$$

$$\lambda_{vit}, \alpha_{vt} \geq 0. \tag{119}$$

Por outro lado, a formulação do PLIM usando o CH na FPH é dado pelas equações (120)-(124).

$$\max \Phi_{L2} = \sum_{t=1}^{NE} \sum_{i=1}^{ND_t} g_{it}. \tag{120}$$

$$(82)-(85). \tag{121}$$

$$(97)-(113), (115)-(117). \tag{122}$$

$$yO_{it}, u_{it}, x_{kit}, r_{ijt} \in \{0,1\}. \tag{123}$$

$$\alpha_{vt} \geq 0. \tag{124}$$

### 3.1.2 Formulação Linear Inteira Mista em Operação a Fio D'água

Na formulação da operação a fio d'água tem-se três funções não lineares univariadas: queda líquida (51), rendimento hidráulico (52) e a FPH (53). As funções (52) e (53) não são convexas. Como a queda líquida e o rendimento hidráulico podem ser incorporados na FPH, só existe a necessidade de linearizar a FPH univariada dada pela equação (125).

$$g_{it} - \frac{10^{-6} G}{(1 + NN_{1i})} \cdot \begin{bmatrix} E_{0i} + E_{1i} w_i + E_{2i} (HP - D_{1i} w_i^2 + D_{2i} w_i^{1,852}) \\ + E_{3i} w_i (HP - D_{1i} w_i^2 + D_{2i} w_i^{1,852}) + E_{4i} w_i^2 \\ + E_{5i} (HP - D_{1i} w_i^2 + D_{2i} w_i^{1,852})^2 + E_{6i} w_i^3 \\ + E_{7i} (HP - D_{1i} w_i^2 + D_{2i} w_i^{1,852})^3 \\ + E_{8i} w_i^2 (HP - D_{1i} w_i^2 + D_{2i} w_i^{1,852}) \\ + E_{9i} w_i (HP - D_{1i} w_i^2 + D_{2i} w_i^{1,852})^2 \end{bmatrix} \cdot w_{it} = - \frac{NN_{0i}}{(1 + NN_{1i})} \tag{125}$$

Seguindo a ideia da seção referente a operação da UHE com capacidade de armazenamento, propõe-se duas formulações de PLIM: uma utilizando o LACC univariado e a outra utilizando o CH univariado como método de linearização da FPH. Ressalta-se que, nesse caso, como a queda líquida é uma função univariada de  $w_i$ , então pode-se determinar a vazão máxima/mínima de uma UG calculando a raiz das respectivas funções univariadas (BRITO, 2023). As equações (126)-(137) representam a formulação completa dos problemas do PSO e PMO via PLIM com a aproximação LPP das FPHs via LACC.

$$\max \Phi_{L3} = \sum_{i=1}^{ND} g_i . \quad (126)$$

$$\text{s.a:} \quad \sum_{i=1}^{ND} w_i + s = YE . \quad (127)$$

$$w_i = \sum_{v=1}^{NV} \lambda_{vi} W_{vi} . \quad (128)$$

$$g_i = \sum_{v=1}^{NV} \lambda_{vi} G_{vi} . \quad (129)$$

$$\sum_{v=1}^{NV} \lambda_{vi} = u_i . \quad (130)$$

$$\sum_{v \in J_{(g,B,I)}^+} \lambda_{vi} \leq y_l . \quad (131)$$

$$\sum_{v \in J_{(g,B,I)}^0} \lambda_{vi} \leq 1 - y_l . \quad (132)$$

$$W_i^{\min} u_i \leq w_i \leq W_i^{\max} u_i . \quad (133)$$

$$G_i^{\min} u_i \leq g_i \leq G_i^{\max} u_i . \quad (134)$$

$$0 \leq s \leq S^{\max} . \quad (135)$$

$$\lambda_{vi} \geq 0 . \quad (136)$$

$$y_l, u_i \in \{0, 1\} . \quad (137)$$

em que:

$W_i^{\min/\max}$  parâmetro limite inferior/superior da vazão turbinada ( $m^3/s$ ).

Enquanto isso, as equações (138)-(145) correspondem ao problema de PLIM com a aproximação LPP das FPHs via CH.

$$\max \Phi_{L4} = \sum_{i=1}^{ND} g_i . \quad (138)$$

$$\text{s.a: } \sum_{i=1}^{\text{ND}} w_i + s = \text{YE}. \quad (139)$$

$$g_i \leq \text{GG}_{0pi} w_i + \text{GG}_{1pi} u_i. \quad (140)$$

$$g_i \geq \text{GG}_{0pi} w_i + \text{GG}_{1pi} u_i. \quad (141)$$

$$W_i^{\min} u_i \leq w_i \leq W_i^{\max} u_i. \quad (142)$$

$$G_i^{\min} u_i \leq g_i \leq G_i^{\max} u_i. \quad (143)$$

$$0 \leq s \leq S^{\max}. \quad (144)$$

$$u_i \in \{0, 1\}. \quad (145)$$

#### 4 RESULTADOS COMPUTACIONAIS

Este capítulo apresenta os principais resultados de simulações que consideram a estratégia proposta nesse trabalho para otimizar a operação da UHE Santo Antônio (UHESA). O problema do PSO da UHESA tem horizonte de 10 dias com discretização diária. Já o problema do PMO tem horizonte entre 60 e 80 dias<sup>5</sup>, também com discretização diária. Todas as simulações foram executadas em um computador com a seguinte configuração:

- Processador 11th Gen Intel(R) Core (TM) i5-1135G7 @ 2.40GHz 2.42 GHz;
- 8 GB (utilizável: 7,79 GB) de memória ram;
- Sistema operacional *Windows 11 single Language* na versão 22H2.

Os códigos foram desenvolvidos na linguagem Python em sua versão 3.9.13, através da IDE Spyder, da distribuição de linguagens de programação Anaconda. O *solver* utilizado para a solução dos PLIMs foi o Gurobi, na sua versão 11.0.1, sendo executado através de uma licença acadêmica em nome do autor. São dois os critérios de parada: *gap* do problema de programação inteira ou tempo máximo de execução. Os *gaps* de otimalidade e o tempo máximo de execução dos PLIMs foram definidos conforme Tabela 1.

Tabela 1 – Critérios de parada dos modelos computacionais.

Modelo para Operação a Fio d'água		Modelo para Operação com Capacidade de Armazenamento	
Gap (%)	Tempo máx (seg)	Gap (%)	Tempo máx. (s)
0,01	30	0,5	3.600

Os *gaps* de otimalidade foram definidos de forma empírica, visando aliar qualidade da solução e tempo computacional. Note que a depender de quanto tempo a UHE tenha disponível para solucionar o problema, cada tempo máximo pode ser estendido, assim como os *gaps* podem ser reduzidos. A seguir, inicialmente são apresentadas as características da UHESA, bem como os dados das funções não lineares que a descrevem. Posteriormente, é resolvido o problema de PSO para três cenários com diferentes tipos de operação: a fio d'água, elevando o reservatório e deplecionando o reservatório. Por fim, o resultado do PMO de outros quatro cenários são solucionados e avaliados.

Para determinar a quantidade de pontos a ser utilizada na discretização equidistante na LPP de cada função não-linear, seguiu-se os critérios apresentados em Brito (2023) ou Abreu (2022). Na Tabela 2 é apresentada a discretização utilizada para a aproximação LPP de cada

<sup>5</sup> Essa variação se deve a duração das semanas operativas, que tem início no sábado e fim na sexta.

função univariada ou bivariada. Perceba que a aproximação de cada FPH univariada é realizada a partir de 33 pontos equidistantemente distribuídos no eixo de vazão turbinada (W). Para a FPH bivariada são utilizados cinco valores de queda líquida (HL) e nove valores de vazão turbinada para aproximar cada FPH de cada grupo de UGs. Por fim, a função cota de jusante é aproximada por 33 pontos equidistantes no eixo de vazão defluente (O) e para a perda hidráulica são utilizados 5 pontos de vazão turbinada.

Tabela 2 – Discretização utilizada na linearização de cada função.

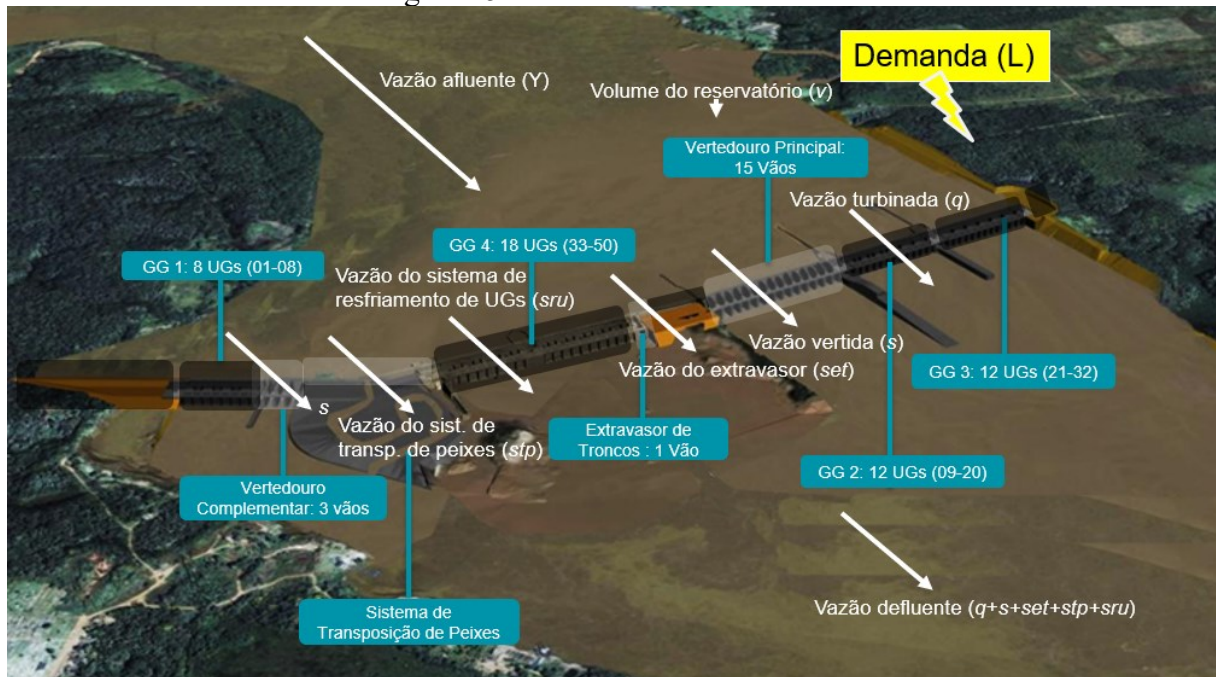
<b>Função</b>	<b>Método de aproximação LPP</b>	<b>Discretização (N° de pontos)</b>
<b>FPH univariada</b>	CH	33W
	LACC	
<b>FPH bivariada</b>	CH	9Wx5HL
	LACC	
<b>Cota de Jusante</b>	LACC	33O
<b>Perda hidráulica Parcial</b>	CH	5W

#### 4.1 USINA HIDRELÉTRICA SANTO ANTÔNIO

A UHE Santo Antônio está situada no Rio Madeira, na cidade de Porto Velho, capital do estado de Rondônia. A usina possui 50 UGs e uma capacidade máxima de geração de 3568 MW (SANTO ANTÔNIO ENERGIA, 2023). Em termos das características construtivas das UGs, todas possuem turbinas do tipo bulbo, sendo 24 unidades com 4-pás e potência nominal de 73,29 MW e 26 unidades com 5-pás e potência nominal de 69,59 MW. A Figura 15 visa ilustrar a dimensão e as particularidades construtivas da UHESA.



Figura 15 – Visão Geral da UHESA.

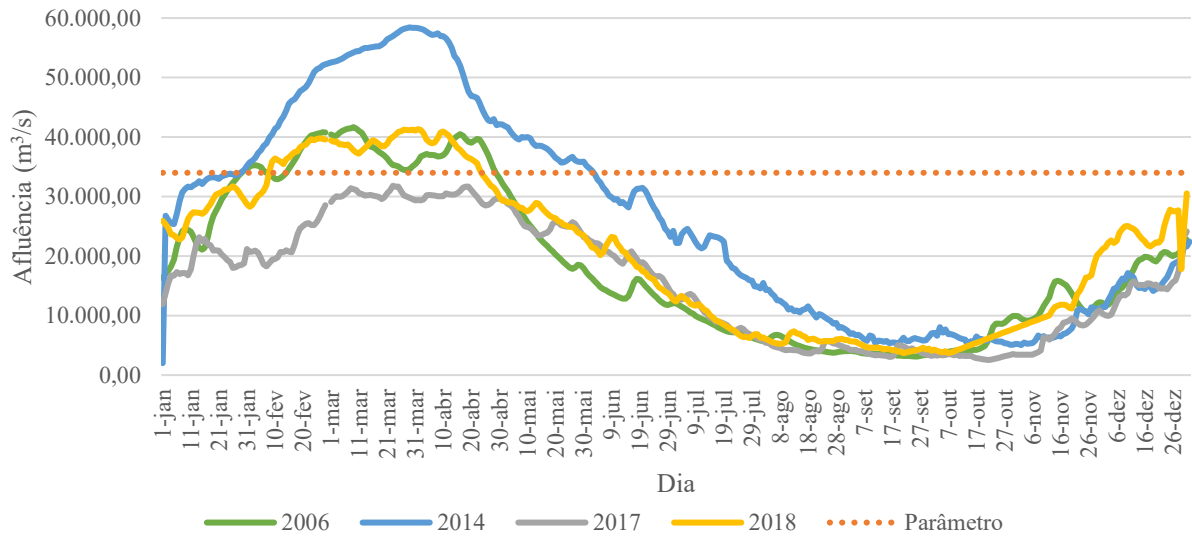


Fonte: Autor.

Na Figura 15 verifica-se que a UHESA é composta por quatro Grupos Geradores (GGs), nos quais as UGs estão distribuídas. Tem-se também dois vertedouros com 18 comportas e três sistemas auxiliares de vazão: Sistema de Transposição de Peixes (*stp*), Sistema de Resfriamento das UGs (*sru*) e Sistema Extravasador de Troncos (*set*).

Devido a restrições ambientais, a operação da UHESA é sazonal. Nesse sentido sua operação é regulamentada de modo que a sua operação seja majoritariamente a fio d'água, entre os níveis de montante 70,5 e 71,3 metros. Periodicamente é necessário que a UHESA eleve ou deprecione o seu reservatório. O critério é definido em conjunto com o ONS. Como exemplo, assumo que a UHESA precisa elevar, de 70,5 para 71,3 metros, ou deprecionar, de 71,3 para 70,5 metros, o reservatório. O deprecionamento do reservatório, de 71,3 m para 70,5 m, deve ocorrer quando a vazão afluente for maior ou igual a 34.000 m<sup>3</sup>/s. Já a elevação do nível de 70,5 m para 71,3 m ocorre a partir do momento em que a vazão afluente for menor ou igual aos mesmos 34.000 m<sup>3</sup>/s. A Figura 16 apresenta a evolução da vazão afluente medida nos anos 2006, 2014, 2017 e 2018. Observe que a vazão afluente ultrapassa 34.000 m<sup>3</sup>/s nos anos de 2006, 2014 e 2018. O mesmo não ocorre no ano de 2017. O gráfico de 2006 mostra uma característica peculiar: o período de transição pode ocorrer algumas vezes ao ano. Observe que a transição de cotas em 2006 deve ocorrer quatro vezes segundo esse critério, ou seja, em todos esses períodos a usina poderia operar com capacidade de regularização, elevando ou deprecionando seu reservatório entre as cotas de 70,5 m e 71,3 m.

Figura 16 – Evolução da afluência nos anos 2006, 2014, 2017 e 2018.



#### 4.1.1 Dados de Entrada

Neste tópico são apresentados os coeficientes das funções não lineares da UHESA e dos limites operativos do reservatório, bem como parâmetros de grandezas locais. Os coeficientes da função rendimento hidráulico de cada tipo de UGs, 4 e 5 pás, são omitidos por razões de confidencialidade.

Na Tabela 3 são apresentados os coeficientes associados a função cota de montante e a função cota de jusante. A Tabela 4 contém os coeficientes associados a modelagem da vazão dos sistemas de transposição de peixes e extravasor de troncos. Na Tabela 5 estão os coeficientes das perdas hidráulicas parcial e atmosférica, enquanto na Tabela 6 são apresentados os parâmetros específicos da localização da UHESA e de construção do seu reservatório. Por último, na Tabela 7 estão os dados limites de vazão turbinada de cada grupo de unidades da usina.

Tabela 3 – Coeficientes das funções cota de montante e jusante.

<b>A<sub>0</sub></b>	<b>A<sub>1</sub></b>	<b>A<sub>2</sub></b>	<b>A<sub>3</sub></b>	<b>A<sub>4</sub></b>
$5,471656 \cdot 10^1$	$2,040813 \cdot 10^{-2}$	$-1,384152 \cdot 10^{-5}$	$5,245723 \cdot 10^{-9}$	$-7,466877 \cdot 10^{-13}$
<b>B<sub>0</sub></b>	<b>B<sub>1</sub></b>	<b>B<sub>2</sub></b>	<b>B<sub>3</sub></b>	<b>B<sub>4</sub></b>
$4,351867 \cdot 10^1$	$6,047506 \cdot 10^{-4}$	$-2,155032 \cdot 10^{-10}$	$-2,253769 \cdot 10^{-13}$	$2,620096 \cdot 10^{-18}$

Tabela 4 – Coeficientes das funções *stp* e *set*.

<b>L<sub>0</sub></b>	<b>L<sub>1</sub></b>	<b>L<sub>2</sub></b>	<b>M<sub>0</sub></b>	<b>M<sub>1</sub></b>	<b>M<sub>2</sub></b>
22.050,2422	-748,31	6,2694	9,5908	67,9	1,2798

Tabela 5 – Coeficientes das perdas hidráulicas.

$D_{1i}$	$D_{2i}$	PHA <sub>1</sub>	PHA <sub>2</sub>	PHA <sub>3</sub>
$6,684588 \cdot 10^{-7}$	$3,5121 \cdot 10^{-9}$	101,325	$2,2558 \cdot 10^{-5}$	5,255

Tabela 6 – Parâmetros Operativos da UHESA.

Densidade da água (kg/m <sup>3</sup> )	Gravidade (m/s <sup>2</sup> )	V <sup>min</sup> (hm <sup>3</sup> )	V <sup>max</sup> (hm <sup>3</sup> )	S <sup>max</sup> (m <sup>3</sup> /s)
996,235	9,79833	2.077	2.283	84.000
$\delta U$ (m/dia)	$\delta D$ (m/dia)	FB <sup>min</sup> (m)	FB <sup>max</sup> (m)	-
0,12		70,5	71,3	-

Tabela 7 – Coeficientes das funções dos limites de vazão turbinada

UG	HL <sup>min/max</sup> (m)	H <sub>0</sub>	H <sub>1</sub>	H <sub>2</sub>
4-pás	9,00 / 9,62	267,2902	0,3899	-
	9,62 / 13,90	192,6605	8,0514	-
	13,90 / 22,20	504,4029	-14,3255	-
5-pás	9,00 / 26,00	163,8130	0,3950	-
UG	HU <sup>min/max</sup> (m)	I <sub>0</sub>	I <sub>1</sub>	I <sub>2</sub>
4-pás	9,00 / 9,90	-147,0098	78,4802	-
	9,90 / 11,68	576,7674	5,4686	-
	11,68 / 13,70	760,4734	-10,4752	-
	13,70/13,90	945,0860	-23,9958	-
	13,90 / 22,20	1686,3697	-109,1938	2,2639
5-pás	9,00 / 13,90	630,4647	-41,5769	2,7951
	13,90 / 26,00	1515,0098	-87,2494	1,5973

## 4.2 SIMULAÇÕES DO PSO

Com o objetivo de maximizar a geração da usina e minimizar vertimentos turbináveis, o PSO busca determinar, a partir das estimativas de afluência para os próximos dias, o nível de jusante, a queda bruta, a vazão turbinada, a vazão vertida e a potência associada a cada unidade geradora (e conseqüentemente na usina). Ademais, esses resultados são usados para programar uma mudança no cronograma de manutenções da usina, evitando vertimentos turbináveis e, conseqüentemente, penalidades financeiras associadas.

Para simulação do PSO, é considerado um horizonte de 10 dias, em que são utilizados dados de previsões determinísticas de afluência da UHESA. Os dados de referência são a quantidade de UGs disponíveis e o status do extravasor de troncos para cada dia do horizonte de planejamento.

Foram simulados três cenários: a UHESA operando a fio d'água, a UHESA operando com capacidade de regularização em um cenário de elevação do reservatório, e a UHESA operando com capacidade de regularização em um cenário de deplecionamento do reservatório. Nesse sentido, as formulações de PLIM com aproximações de FPHs bivariadas são utilizadas nos cenários em que a usina opera com capacidade de regularização, enquanto na operação a fio d'água utiliza-se os problemas de PLIM com aproximações de FPHs univariadas. Note que nas operações de transição do reservatório é necessário que o operador indique o nível de montante no último estágio de tempo. Nesse sentido, os modelos para operação com capacidade de regularização têm de acrescentar a restrição (146).

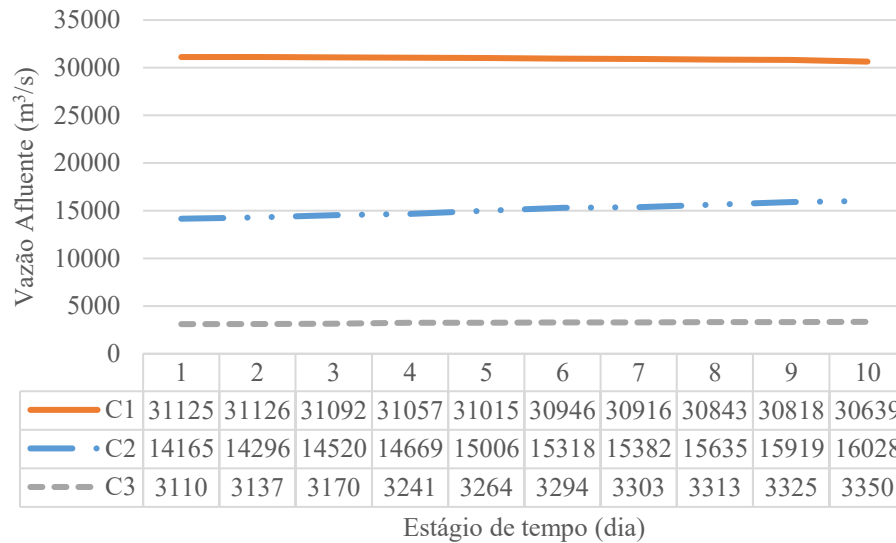
$$fb_{t=NE} = FB. \quad (146)$$

em que:

FB nível de montante no estágio NE (m).

A Figura 17 apresenta os cenários de afluência fornecidos pela UHESA para simulação do PSO. O cenário C1 é a de operação a fio d'água, o C2 é o de elevação do reservatório e o C3 é o de deplecionamento. Observe que existe uma variabilidade hidrológica de grande magnitude entre os três cenários.

Figura 17 – Afluências dos três cenários simulados.



A Tabela 8 apresenta os níveis do reservatório inicial e final dos três cenários do PSO simulados. Os três cenários e os seus respectivos resultados são apresentados separadamente nas próximas sessões. Destaca-se que a base para comparação entre as aproximações LPPs via LACC e CH é em cima da diferença percentual de duas métricas: Função Objetivo<sup>6</sup> (FOB) e Tempo de Execução<sup>7</sup> (TE). Ademais, será incluída a trajetória do nível de montante, do vertimento e do Número de UGs Despachadas (NUGD) em cada estágio de tempo quando for necessário.

Tabela 8 – Dados de entrada: nível de montante do reservatório (m).

Cenário	NM inicial	NM final
C1	70,50	70,50
C2	70,50	71,30
C3	70,80	70,50

#### 4.2.1 Cenário C1

Na Figura 18 estão os dados de entrada do cenário C1. A Tabela 9 expressa a comparação em termos das métricas destacadas entre o modelo via LACC e via CH. Note que estão disponíveis 21 UGs de 4 pás e 26 de 5 pás e que o extravasor de troncos permanece ativo durante o horizonte de planejamento.

<sup>6</sup> Ressalta-se que a FOB considerada é referente a todo horizonte de planejamento. Dessa forma, no modelo de operação a fio d'água são somadas as FOBs de todos os PLIMs, sendo um para cada estágio de tempo.

<sup>7</sup> Termo usado para se referir: a soma do tempo computacional de cada PLIM do modelo de operação a fio d'água ou ao tempo total para solução do modelo com capacidade de armazenamento.

Figura 18 – Quantidade de UGs disponíveis e Status do ET (PSO-C1).

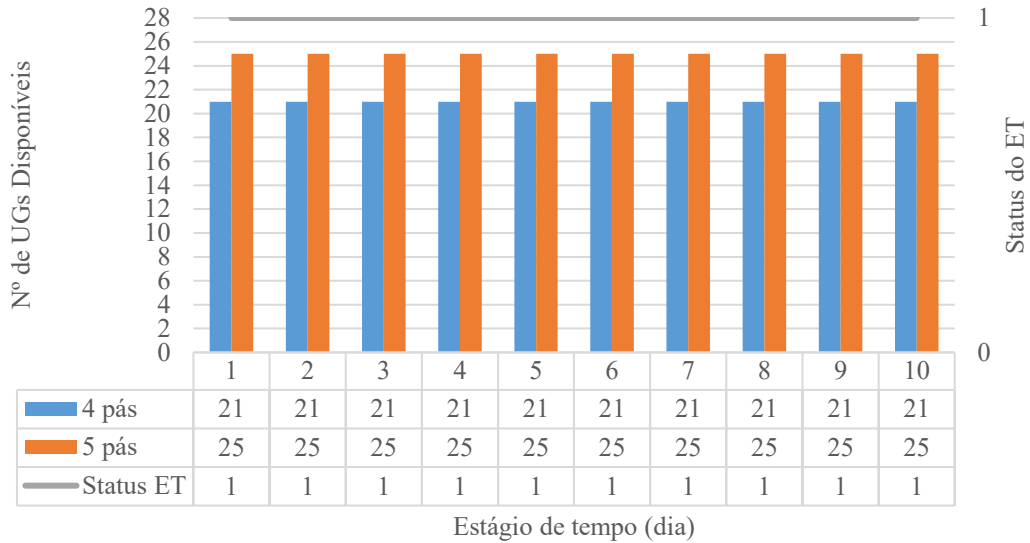


Tabela 9 – Comparação LACC x CH (PSO-C1).

Método	FOB (MW)	Dif (%)	TE (s)	Dif (%)
LACC	29.255,09	-	3,77	-
CH	29.255,09	0,00	4,36	15,65

Observe que a diferença entre as métricas utilizadas na comparação não é significativa, concluindo que ambos os modelos fornecem as mesmas decisões. Ressalta-se que como a operação é a fio d'água no cenário C1, o nível de montante não varia. A evolução do NUGD é constante e igual a 47 UGs durante cada estágio de tempo para cada um dos modelos.

A Figura 19 ilustra a variação do vertimento em cada estágio de tempo. Note que os dois modelos utilizados forneceram soluções idênticas para esse cenário de operação a fio d'água desacoplado no tempo com FPH univariada.



A Tabela 10 expressa a comparação entre o LACC e o CH em termos das duas métricas apresentadas.

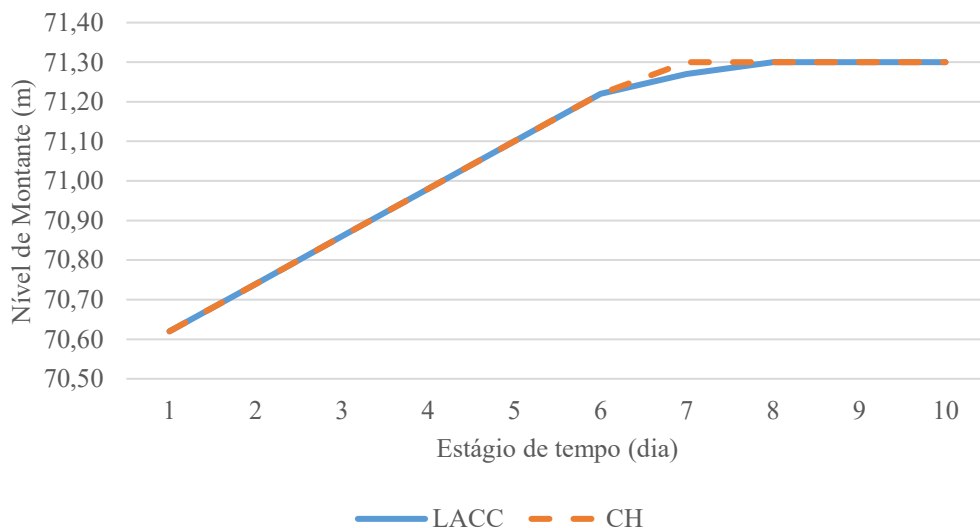
Tabela 10 – Comparação LACC x CH (PSO-C2).

Método	FOB (MW)	Dif (%)	TE (s)	Dif (%)
LACC	25.004,94	-	2.464,68	-
CH	25.084,73	0,32	786,84	-68,08

Nota-se na Tabela 10 que em termos de FOB, a solução fornecida pelo CH é um pouco maior que a do LACC, o que é de se esperar quando se compara uma aproximação côncava (que superestima a função) com uma não-convexa. Observa-se também que o tempo computacional demandado pelo CH foi significativamente menor que o do LACC. O que também condiz com o fato da aproximação LPP via LACC precisar de variáveis binárias enquanto o CH se isenta disso.

A Figura 21 apresenta a evolução do nível de montante da UHESA para o cenário C2 de elevação para os modelos com aproximação LPP via CH e LACC. Neste cenário a decisão para o vertimento é nula, por isso o mesmo é omitido.

Figura 21 – Evolução do Nível de Montante (PSO-C2).



Na Figura 21 percebe-se que as trajetórias de transição do nível do reservatório dos modelos via LACC e CH tendem a ser aproximadamente idênticas, excluindo o estágio sete. A Figura 22 ilustra a evolução da quantidade de unidades despachadas ao longo do horizonte de planejamento. Perceba que as aproximações via LACC e CH levam a soluções distintas em apenas uma UG em três estágios de tempo (1, 7 e 8).





A Tabela 11 destaca as métricas utilizadas para comparar o desempenho dos modelos via LACC e CH no cenário C3. Ressalta-se que o critério de parada utilizado foi o de limite de tempo, então apresenta-se somente a diferença referente a FOB.

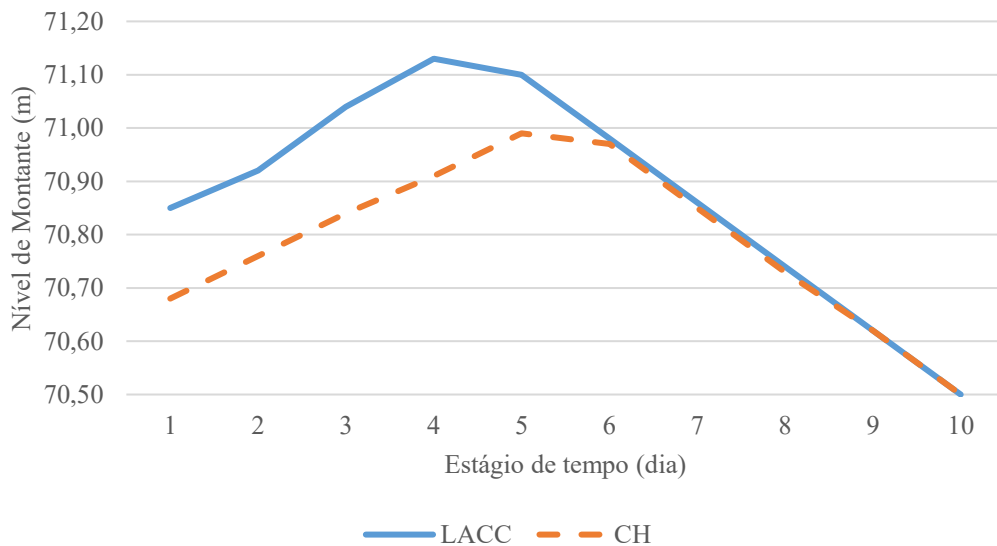
Tabela 11 – Comparação LACC x CH (PSO-C3).

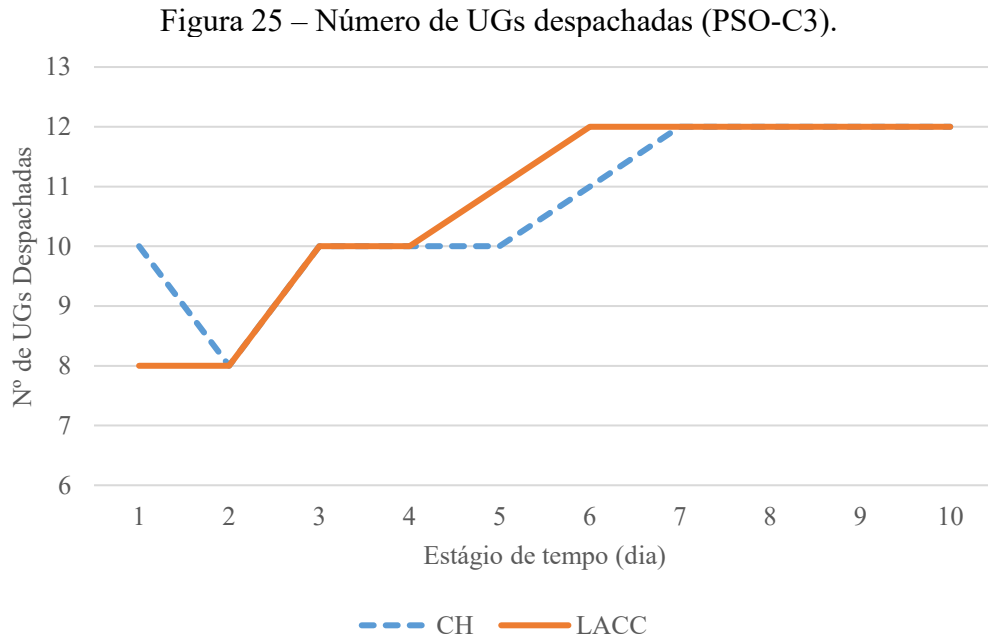
Método	FOB (MW)	Dif (%)
LACC	7.331,14	-
CH	7.405,49	1,01

Salienta-se que o *gap* do modelo via LACC foi de 0,86% e do modelo via CH foi de 0,51%. A única diferença observada entre os modelos em termos das métricas analisadas é em relação a FOB, cuja qual pode ser atribuída a dificuldade de solucionar o problema elucidada pelo *gap* fornecido pelo *solver*.

A Figura 24 e a Figura 25 apresentam a evolução do nível de montante e do NUGD por estágio de tempo para os modelos via LACC e CH. Ressalta-se que a omissão dos dados de vertimento se deve ao mesmo ser nulo em todos os estágios.

Figura 24 – Evolução do Nível de Montante (PSO-C3).





Partindo de um nível inicial de 70,80 metros, observe na Figura 24 que os gráficos de cada aproximação LPP da FPH discordam em relação ao nível dos primeiros estágios de tempo, se igualando a partir do sexto. Em relação à Figura 25, nota-se que o despacho de UGs é diferente para alguns estágios de tempo. Entretanto, essa diferença se compensa quando analisada em todo o horizonte, fornecendo um valor idêntico para ambos os modelos.

#### 4.2.4 Análise comparativa com o modelo da UHESA

Para comparação com o método convencional utilizado pela UHESA para obter os resultados referentes ao PSO, propõe-se o uso do modelo para operação a fio d'água. Nesse sentido, esta seção tem por intuito apresentar os principais resultados desse modelo proposto aplicado em dois cenários de PSO e comparar a decisão de vertimento por estágio com a solução da UHESA referente às simulações realizadas através do software Excel. Como o objetivo do PSO é evitar vertimentos turbináveis, os dois cenários correspondem à períodos críticos em termos de vertimento.

Em planilhas do Excel, a UHESA estima a vazão máxima possível de cada grupo de UGs. Adicionando a informação de disponibilidade, tem-se então a capacidade máxima de turbinamento da usina. Esse valor é comparado com o cenário estimado de afluência, que toma uma porcentagem da Média a Longo Termo (MLT) para cada dia do PSO. Caso esse valor de afluência superar a capacidade máxima de turbinamento da usina, o valor excedente é considerado como potencial vertimento para o respectivo dia. Em cima desse excedente,

analisa-se quantas UGs de cada grupo estão indisponíveis, de modo que a transforma o vertimento em turbinamento.

A Figura 26 e a Figura 27 apresentam os dados de entrada referentes a vazão afluyente, ao nível de montante e a quantidade de UGs disponíveis dos dois cenários simulados. Ressalta-se que o nível de montante é mantido constante e igual a 70,5 metros para os dois cenários em todos os estágios de tempo.

Figura 26 – Dados de vazão afluyente por estágio.

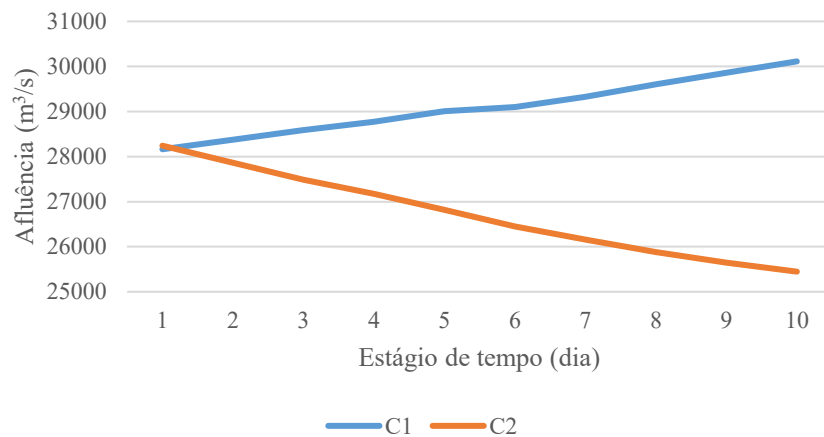
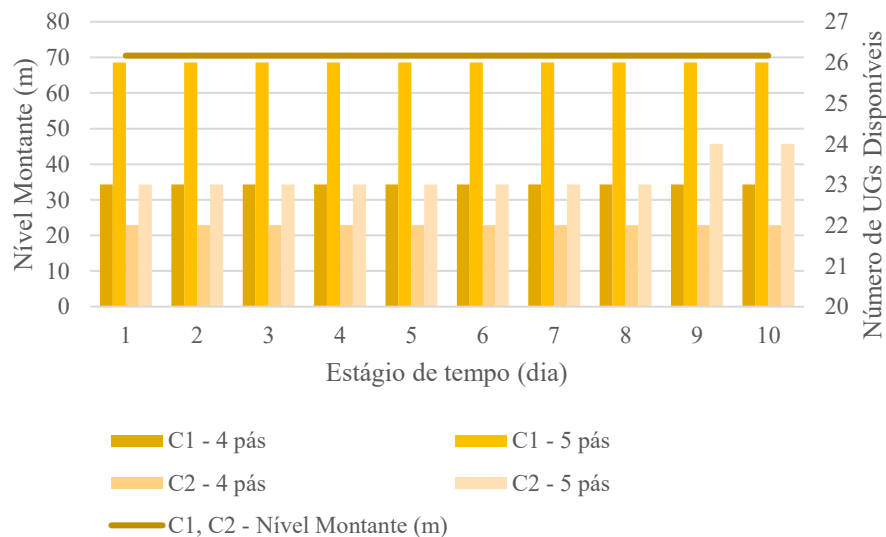


Figura 27 – Dados de nível de montante e UGs disponíveis por estágio.



A Tabela 12 e a Tabela 13 apresentam os principais resultados do modelo proposto, e uma comparação com os resultados de estimativa de vertimento determinado através do método atualmente utilizado pela UHSA. O primeiro cenário representa o primeiro registro de vertimento (com base nos cenários simulados, ou seja, não são dados do histórico da operação) da UHESA em 2021. O segundo cenário representa o final da época de cheia, em que o potencial

de vertimento é reduzido. Na Tabela 12 e Tabela 13, ressalta-se que a vazão expressa para cada grupo de UGs em cada estágio de tempo é uma média da decisão de cada grupo.

Tabela 12 – Cenário do 1º registro de vertimento (01/02/2021 a 10/02/2021).

Principais Resultados do Modelo Proposto								Comparação		
NUGD		Vazão T. (m <sup>3</sup> /s)			Potência (MW)			S (m <sup>3</sup> /s)		Dif (%)
4P	5P	UHE	4P	5P	UHE	4P	5P	PROP	SAE	
23	26	28125,3	567,61	579,63	3294,7	67,23	67,25	0,0	0	-
23	26	28338,4	578,80	577,93	3301,0	68,04	66,77	0,0	28	-
23	26	28550,4	589,72	576,42	3308,1	68,84	66,34	0,0	267	-
23	26	28731,5	599,04	575,14	3313,8	69,50	65,97	0,0	472	-
23	26	28970,6	611,32	573,47	3320,9	70,34	65,50	0,0	742	-
23	26	29062,6	616,03	572,84	3323,4	70,65	65,32	0,0	847	-
23	26	29154,4	621,78	571,29	3317,0	70,88	64,88	135,6	1100	711
23	26	29120,3	622,40	569,43	3296,0	70,56	64,35	446,0	1416	217
23	26	29089,5	622,96	567,75	3276,8	70,27	63,87	730,4	1707	134
23	26	28966,1	625,31	560,92	3198,3	69,05	61,93	1108,6	2134	93

Dos resultados da UHESA na Tabela 12, destaca-se que o modelo proposto fornece informações pertinentes para a operação da usina nos próximos 10 dias, expressos pelas variáveis primais. Além disso, note que o modelo da UHESA indica que para os cenários do segundo ao décimo estágio está previsto vertimento. Em contrapartida, o modelo proposto aponta vertimento somente do sétimo ao décimo estágio. Analisando a diferença percentual entre os valores de vertimento fornecidos por cada modelo, nota-se que a previsão do modelo proposto fornece um indicativo significativamente menor que o modelo da UHESA. Ressalta-se que esse resultado faz toda a diferença quando se analisa quantas UGs são necessárias (caso exista uma indisponível que possa facilmente se tornar disponível) para turbinar o recurso hídrico com potencial para ser vertido. Por exemplo, observe que no cenário nove o modelo proposto indica que uma UG de 4-pás seria suficiente para turbinar o vertimento esperado (ênfatiza-se que a vazão turbinada expressa na Tabela 12 não é a máxima de cada UG). Enquanto o modelo da UHESA estima que pelo menos três UGs são necessárias para suprir tal demanda.

Na Tabela 13, nota-se que a diferença na comparação feita entre os dois modelos em termos de vertimento é significativa, como o apresentado na Tabela 12. E que o mesmo argumento em relação a evitar vertimentos turbináveis pode ser aplicado.

Ainda, ressalta-se que a decisão de vazão turbinada por cada UG não é igual ao seu limite de vazão máxima. Nesse sentido, note que a modelagem do PSO como um problema de otimização fornece uma decisão que é contraintuitiva, pois o ponto operativo que fornece maior

potência em uma dada queda não é necessariamente o que considera a máxima vazão turbinada por cada UG.

Tabela 13 – Cenário com redução do vertimento (10/05/2021 a 19/05/2021).

Principais Resultados do Modelo Proposto								Comparação		
NUGD		Vazão T. (m <sup>3</sup> /s)			Potência (MW)			S (m <sup>3</sup> /s)		Dif (%)
4P	5P	UHE	4P	5P	UHE	4P	5P	PROP	SAE	
22	23	2.6993,1	621,75	578,90	3.133,9	72,36	67,04	1.211,0	2.157	78
22	23	2.7022,2	618,64	583,13	3.172,5	72,86	68,24	804,2	1.716	113
22	23	2.7174,7	616,71	591,61	3.208,3	73,08	69,59	273,4	1.305	377
22	23	2.6952,1	611,86	586,57	3.213,0	73,29	69,59	182,6	931	410
22	23	2.6634,7	604,15	580,15	3.213,0	73,29	69,59	148,2	706	376
22	23	2.6298,0	596,08	573,23	3.213,0	73,29	69,59	114,2	647	467
22	23	2.6037,3	589,94	567,77	3.213,0	73,29	69,59	85,9	596	594
22	23	2.5788,0	584,14	562,48	3.213,0	73,29	69,59	56,6	542	858
22	24	2.5608,0	555,29	557,98	3.224,4	70,65	69,59	0,0	0	-
22	24	2.5409,6	550,37	554,23	3.221,4	70,51	69,59	0,0	0	-

#### 4.3 SIMULAÇÕES DO PMO

O PMO fornece os insumos solicitados pelo ONS sobre disponibilidade de geração de potência ativa em um horizonte de dois meses. Para isso, são usadas as informações do nível do reservatório, da previsão de afluência e do cronograma de manutenções. Ressalta-se que devido à incerteza hidrológica atribuída neste problema pelo comprimento do seu horizonte, o modelo de operação a fio d'água será utilizado para simulação de cada PMO. A previsão de afluência é feita por meio de séries históricas, determinísticas.

Nesse contexto, o cenário-base C1 irá considerar o PMO do mês de janeiro de 2021. Para executar o PMO, inicialmente o operador deve fornecer os dados de entrada:

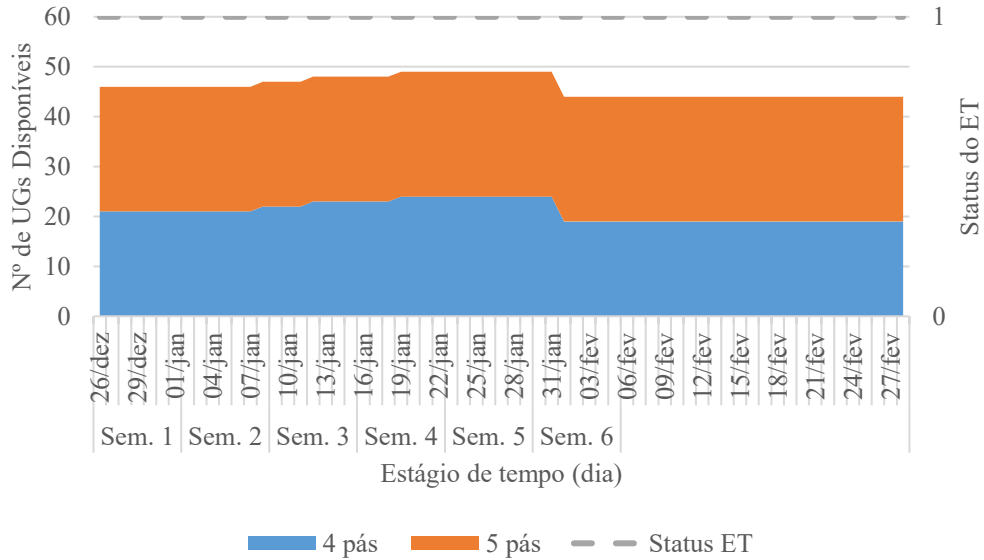
- O dia de referência, a vazão afluente medida nesse dia e o nível de montante do estágio zero, isto é, do dia anterior ao dia inicial do planejamento;
- Dados referentes a transição de nível de montante inicial, nível de montante final e o estágio de tempo no qual se deseja que a transição se inicie;
- Indicar a quantidade de UGs disponíveis e o status do extravasor de troncos para cada dia do horizonte de planejamento.

Na Tabela 14 são apresentados os dados relativos ao cenário de afluência, o nível de montante no instante zero (NM0) e a transição de nível: o nível de montante inicial, o final e o estágio de tempo associado. Na Figura 28 está o conjunto de dados associado a cada estágio de tempo do horizonte de planejamento: número de UGs disponíveis de cada tipo de UG e o status do sistema extravasor de troncos.

Tabela 14 – Dados de entrada do Cenário 1 (PMO-C1).

Mês de Referência	Dia de Referência	Vazão Afluente (m <sup>3</sup> /s)	NM0 (m)
Janeiro	20/12/2020	13.120,00	71,00
	<b>NM inicial (m)</b>	<b>NM final (m)</b>	<b>Estágio</b>
	71,00	70,60	01/fev

Figura 28 – Unidades Disponíveis e status do Extravasador de Troncos (PMO-C1).



Observe que o início do primeiro mês depende de quando o primeiro dia do mês começa de acordo com o dia inicial padrão das semanas operativas do ONS. Note também que o primeiro mês é discretizado em seis semanas, enquanto o segundo mês é considerado integralmente. Isso se deve a demanda dos dados de saída do PMO, que tomam médias semanais do primeiro mês e mensal do segundo mês.

Para geração dos cenários de afluência, será usado o critério atual da UHESA, cuja árvore de cenários é determinística. No PMO, a UHESA toma a vazão afluente medida em um dia de referência, para gerar a previsão de afluência do horizonte de planejamento com base no percentual desse dia em relação à Média a Longo Termo (MLT) desse respectivo dia.

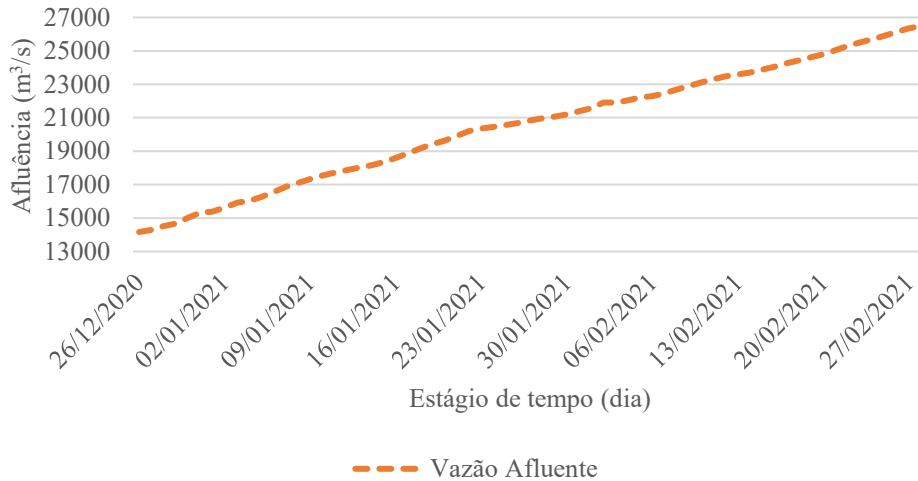
A Tabela 15 apresenta o percentual da MLT do dia de referência definido pelo operador e o tamanho do horizonte de planejamento em dias. Para exemplificar a geração dos cenários de afluência do cenário-base C1, criou-se a Figura 29 utilizando o percentual calculado, em cima dos dados da MLT contidos na Tabela 26 do Apêndice B.

Tabela 15 – Percentual da MLT e quantidade de estágios (PMO-C1).

Percentual da MLT (%)	Quantidade de estágios de tempo
77,80	65

A Figura 29 ilustra o cenário de afluências estimado para o PMO do mês de janeiro de 2021. O foco deste trabalho é a resolução do PSO/PMO, por isso o método de geração de cenários será mantido o usual da SAE.

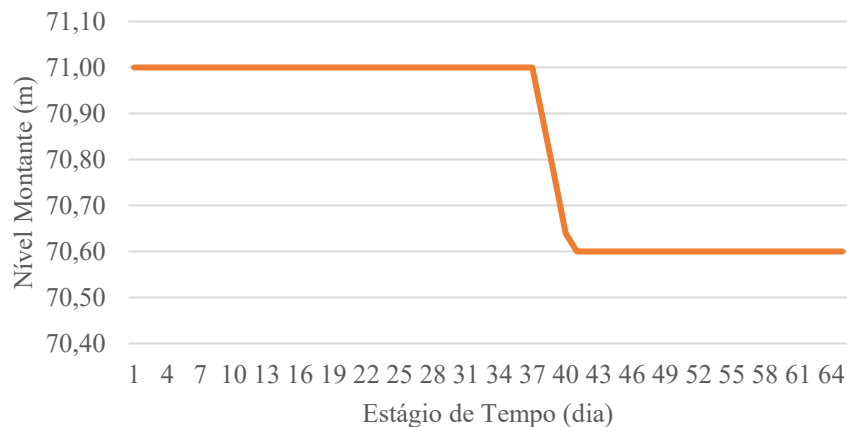
Figura 29 – Afluência estimada (C1).



#### 4.3.1 Análise Comparativa do Cenário-Base entre o LACC e o CH

Neste tópico são comparadas as soluções das formulações propostas na forma de PLIMs que descrevem a operação a fio d'água com a FPH univariada através das aproximações LPPs via LACC e via CH. O método de transição do nível de montante será considerado o que descreve a política operativa convencional da UHESA, definida em um processo pré-operativo com base na taxa máxima de elevação ou depleção. Seguindo esse critério, a Figura 30 ilustra a evolução da função cota de montante durante todo o horizonte de planejamento para o cenário-base.

Figura 30 – Evolução do nível montante no horizonte de planejamento.





#### 4.3.1.1.1 Resultados Globais

As métricas utilizadas são a diferença percentual em termos da Função Objetivo (FOB) e do Tempo de Execução (TE), referentes a todo horizonte de planejamento. Ressalta-se que foram solucionados 65 PLIMs, um para cada estágio de tempo. A Tabela 16 ilustra e compara as métricas definidas para os modelos em que a FPH é aproximada via LACC e via CH.

Tabela 16 – Comparação LACC x CH (PMO-C1).

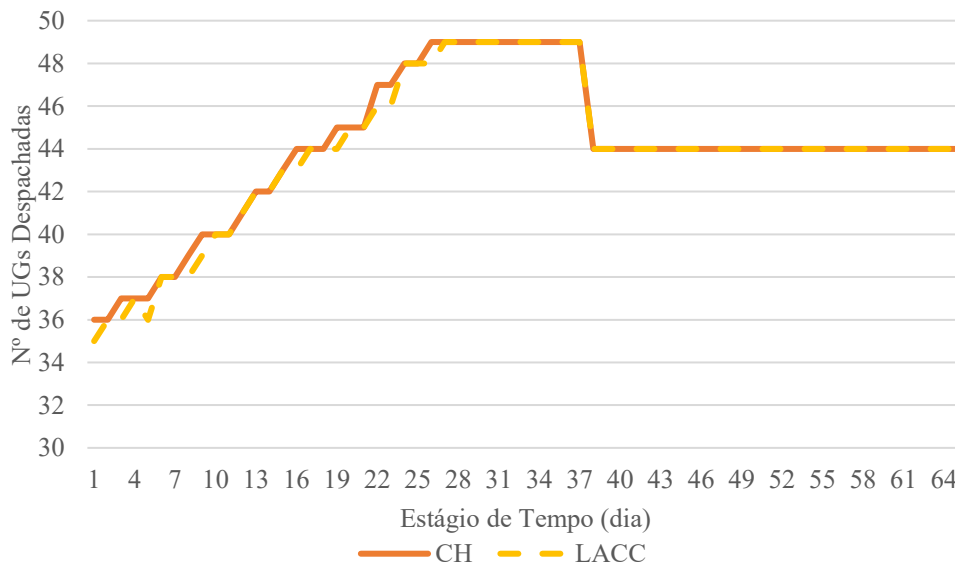
Método	FOB (MW)	TE (s)
LACC	187.020,09	22,99
CH	187.025,29	20,99
Dif (%)	-0,003	8,699

Analisando a Tabela 16, nota-se que a diferença entre o LACC e o CH é irrisória em termos da FOB e TE. Nesse sentido, como o modelo via LACC tem tempo computacional semelhante ao via CH, é mais atraente utilizá-lo LACC para resolução do PMO.

#### 4.3.1.1.2 Resultados por Estágio

Esse tópico visa apresentar e analisar a evolução das UGs despachadas durante todo o horizonte de planejamento e durante o período de deplecionamento do reservatório. Na Figura 31 apresenta-se a evolução do NUGD para a LPP via LACC e via CH no horizonte de planejamento. No período de deplecionamento ambos os modelos despacharam 44 UGs.

Figura 31 – Evolução do NUGD no horizonte de planejamento (PMO-C1).



Observe na Figura 31 que o modelo via CH despachou uma quantidade de UGs maior do que o modelo via LACC até aproximadamente o 28º estágio de tempo. Posteriormente, a quantidade despachada se manteve idêntica entre os modelos até o final do horizonte.

Ressalta-se que a decisão de vertimento para o cenário-base C1 para os dois modelos de PLIM propostos foi nula em todos os estágios de tempo.

#### 4.3.1.1.3 Resultados do PMO

O PMO demanda que a UHESA envie estimativas médias de potência para o horizonte de dois meses: sendo o primeiro mês dividido em seis semanas e, o segundo mês considerado integralmente. O insumo é de um valor médio para cada discretização citada, ou seja, deve-se enviar projeções de potência gerada pela UHE tomando média dos dias das seis primeiras semanas e mensal para os dias do segundo mês.

A Tabela 17 apresenta os resultados médios de vazão obtidos. Toma-se como parâmetro o modelo de PLIM via LACC, de forma que o resultado do modelo via CH é apresentado como desvio percentual em relação ao mesmo. A Figura 10 apresenta as médias de vazão turbinada pela UHESA e a Tabela 18 apresenta as médias de potência gerada pela UHESA para o cenário analisado.

Tabela 17 – Vazão Turbinada pela UHESA (PMO-C1).

Disc	LACC (m <sup>3</sup> /s)	CH (%)
Sem. 1	14.195,47	0,00
Sem. 2	15.768,39	0,00
Sem. 3	17.280,81	0,00
Sem. 4	18.831,00	0,00
Sem. 5	20.134,48	0,00
Sem. 6	21.379,73	0,00
Mês 1	23.450,70	0,00

Tabela 18 – Geração da UHESA (PMO-C1).

Disc	LACC (MW)	CH (%)
Sem. 1	2.451,10	0,00
Sem. 2	2.614,52	0,00
Sem. 3	2.756,12	0,00
Sem. 4	2.884,77	0,00
Sem. 5	2.981,72	0,00
Sem. 6	2.999,32	0,01
Mês 1	3.041,65	0,01

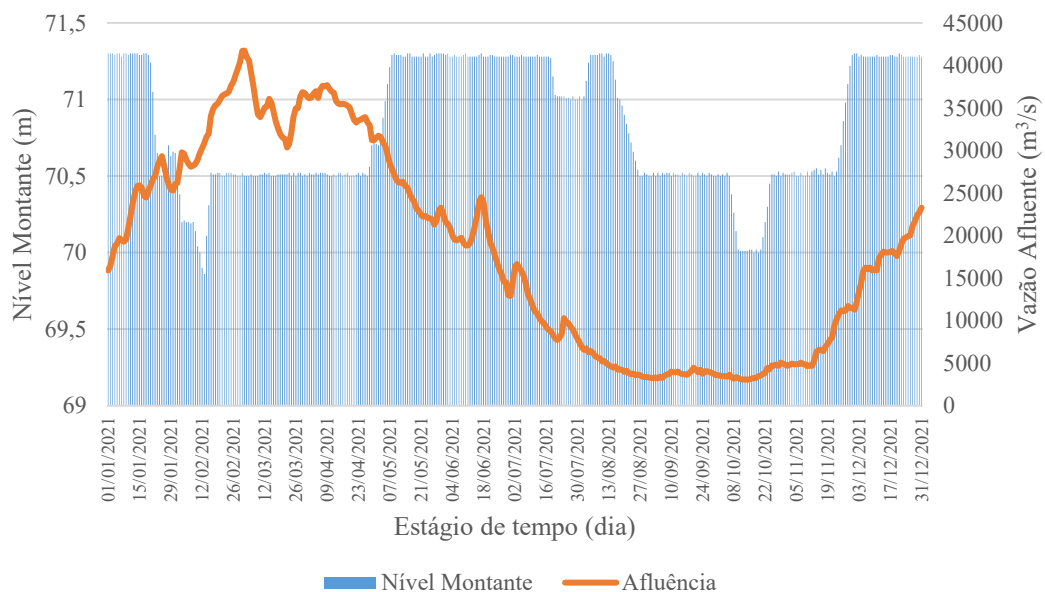
Note, na Tabela 17 e na Tabela 18, que os dois modelos operativos propostos promovem um resultado de geração médio da UHESA aproximadamente idêntico. Em resumo pode-se concluir que nesse cenário-base o LACC e o CH forneceram resultados aproximadamente iguais, o que pode mudar acentuadamente a depender da não-convexidade da FPH.

Para validar a estratégia proposta, na próxima seção serão apresentados resultados de outros cenários.

### 4.3.2 Cenários - Ano 2021

Os outros cenários operativos escolhidos para resolução do PMO serão os meses de fevereiro a maio do ano de 2021. O gráfico da Figura 32 ilustra a variação do nível de montante e da vazão afluente durante o respectivo ano. Note que a UHESA altera o nível do seu reservatório de forma regular. Porém, além de não resolver o PMO de forma otimizada, não faz uso de uma metodologia de operação que otimize esse processo de transição de nível.

Figura 32 – Gráfico da variação do nível de montante e afluência do ano 2021.



Fonte: ANA (2024).

Os dados de entrada dos cenários de fevereiro a maio são apresentados nas tabelas incluídas no Apêndice B, tendo início na Tabela 27 e fim na Tabela 34. Os resultados do PMO para os cenários de fevereiro e março são apresentados na Tabela 19 e na Tabela 20, respectivamente.

Tabela 19 – Geração da UHESA em fevereiro (PMO-C2).

<b>Disc.</b>	<b>LACC (MW)</b>	<b>CH (%)</b>
Sem. 1	2.980,38	0,00
Sem. 2	2.727,06	0,00
Sem. 3	2.610,62	0,00
Sem. 4	2.486,59	0,00
Sem. 5	2.489,65	0,00
Sem. 6	2.452,41	0,00
Mês 1	2.431,38	0,00

Tabela 20 – Geração da UHESA em março (PMO-C3).

<b>Disc.</b>	<b>LACC (MW)</b>	<b>CH (%)</b>
Sem. 1	2.369,19	0,00
Sem. 2	2.346,36	0,00
Sem. 3	2.314,96	0,00
Sem. 4	2.285,14	0,00
Sem. 5	2.302,98	0,00
Sem. 6	2.394,26	0,00
Mês 1	2.528,67	0,00

No que tange aos resultados dos cenários C2 e C3 dos problemas de PLIM propostos, pode-se afirmar que o CH forneceu um resultado de geração média aproximadamente idêntico ao do LACC.

Os resultados referentes aos cenários dos meses de abril e maio são apresentados na Tabela 21 e na Tabela 22, respectivamente.

Observe nas tabelas referentes ao mês de abril que o modelo via CH também forneceu resultados iguais ao do modelo via LACC. Essa igualdade de resultados entre os modelos LPP via LACC e via CH implica que a não-convexidade da FPH univariada de ambos os grupos de UGs para esses cenários simulados é desprezível, o que implica que tanto o CH como o LACC podem ser utilizados.

Tabela 21 – Geração da UHESA em abril (PMO-C4).

<b>Disc</b>	<b>LACC (MW)</b>	<b>CH (%)</b>
Sem. 1	2.934,54	0,00
Sem. 2	3.042,94	0,00
Sem. 3	3.138,89	0,00
Sem. 4	3.222,39	0,00
Sem. 5	3.203,38	0,00
Sem. 6	3.149,43	0,00
Mês 1	3.025,70	0,00

Tabela 22 – Geração da UHESA em maio (PMO-C5).

Disc	LACC (MW)	CH (%)
Sem. 1	2.921,22	0,00
Sem. 2	3.110,50	0,00
Sem. 3	3.121,38	0,00
Sem. 4	3.071,74	0,00
Sem. 5	3.027,17	0,00
Sem. 6	3.034,76	0,00
Mês 1	2.868,11	0,00

A Tabela 23 apresenta a comparação em termos do tempo de execução entre os modelos via LACC e CH para os meses de fevereiro, março, abril e maio.

Tabela 23 – Comparação do TE (LACC x CH).

Método	TE (s)			
	Fevereiro	Março	Abril	Maio
LACC	19,58	30,85	27,05	20,24
CH	27,98	29,84	31,33	28,73
Dif. (%)	43	-3	16	42

Analisando a A Tabela 23 apresenta a comparação em termos do tempo de execução entre os modelos via LACC e CH para os meses de fevereiro, março, abril e maio.

Tabela 23, nota-se que o TE nas simulações via LACC e CH se mostraram próximos. O LACC se demonstra como método de melhor custo-benefício em termos de qualidade de solução e tempo computacional dentre as formulações propostas para solução do PMO via modelo de operação a fio d'água.

#### 4.3.3 Análise comparativa com o modelo da UHESA

Para comparação com o método utilizado pela UHESA para solução do PMO, é proposto o modelo de operação a fio d'água. Para isso, foram simulados os PMOs de janeiro a novembro de 2021. Os dados de entrada são apresentados na Tabela 24.

Tabela 24 – Dados de entrada dos PMOs de 2021.

Mês	Dia de referência	Afluência (m <sup>3</sup> /s)	NM (m)	UGs disponíveis	
				4 Pás	5 Pás
Janeiro	20/12/2020	13.120	71,0	21 - até 07/01	25 - até 31/01
				22 - até 11/01	
				23 - até 18/01	
				24 - até 31/01	

<b>Fevereiro</b>	24/01/2021	28.089	70,6	19 - até 28/02	25 - até 28/02
<b>Março</b>	21/02/2021	36.093	70,5	21 - até 31/03	26
<b>Abril</b>	21/03/2021	31.036	70,5	24	24 - até 05/04 25 - até 30/04
<b>Mai</b>	25/04/2021	33.805	70,5	23	24
<b>Junho</b>	23/05/2021	22.331	71,3	23	25
<b>Julho</b>	20/06/2021	20.495	71,3	23	25
<b>Agosto</b>	25/07/2021	9.877	71,0	0	24 - até 14/08
				0	25 - até 31/08
<b>Setembro</b>	22/08/2021	3.872	70,8	0	25
<b>Outubro</b>	19/09/2021	4.079	70,5	0	24 até 15/10
				0	25 até 31/10
<b>Novembro</b>	24/10/2021	4.264	70,3	0	25
<b>Dezembro</b>	21/11/2021	8.044	70,5	24	25

Os resultados e a comparação dos PMOs de janeiro a novembro de 2021 são apresentados na Tabela 25. Perceba que os valores de geração obtidos pelo modelo proposto apresentaram diferenças que variaram de 0,05% a 7,05% em relação aos valores obtidos pela UHESA.

Tabela 25 – Análise comparativa dos PMOs de 2021.

<b>PMO</b>	<b>Modelo</b>	<b>Sem. 1</b>	<b>Sem. 2</b>	<b>Sem. 3</b>	<b>Sem. 4</b>	<b>Sem. 5</b>	<b>Sem. 6</b>	<b>Mês 1</b>
<b>Jan</b>	PROP	2.439,6	2.594,6	2.729,1	2.851,4	2.943,4	2.936,9	2.981,4
	UHESA	2.455,6	2.611,2	2.746,5	2.869,9	2.964,1	2.960,5	3.023,7
	<b>DIF</b>	<b>-0,65%</b>	<b>-0,64%</b>	<b>-0,64%</b>	<b>-0,65%</b>	<b>-0,70%</b>	<b>-0,80%</b>	<b>-1,42%</b>
<b>Fev</b>	PROP	2.816,2	2.559,5	2.422,8	2.259,0	2.202,7	2.151,0	2.116,5
	UHESA	2.852,8	2.569,8	2.432,5	2.274,2	2.215,8	2.163,2	2.119,1
	<b>DIF</b>	<b>-1,30%</b>	<b>-0,41%</b>	<b>-0,40%</b>	<b>-0,67%</b>	<b>-0,59%</b>	<b>-0,57%</b>	<b>-0,12%</b>
<b>Mar</b>	PROP	2.054,4	1.970,1	1.926,2	1.899,1	1.912,4	1.986,7	2.181,2
	UHESA	2.058,4	1.970,3	1.920,3	1.889,0	1.902,2	1.977,3	2.182,3
	<b>DIF</b>	<b>-0,19%</b>	<b>-0,01%</b>	<b>+0,31%</b>	<b>+0,53%</b>	<b>+0,53%</b>	<b>+0,48%</b>	<b>-0,05%</b>
<b>Abr</b>	PROP	2.759,2	2.866,3	2.968,0	3.079,3	3.083,6	3.037,1	2.912,2
	UHESA	2.769,8	2.877,2	2.986,4	3.122,2	3.138,5	3.088,0	2.944,9
	<b>DIF</b>	<b>-0,39%</b>	<b>-0,38%</b>	<b>-0,62%</b>	<b>-1,39%</b>	<b>-1,78%</b>	<b>-1,68%</b>	<b>-1,12%</b>
<b>Mai</b>	PROP	2.748,5	2.977,4	3.054,5	3.008,6	3.026,1	3.019,8	2.860,1
	UHESA	2.758,5	3.006,0	3.108,8	3.056,2	3.081,1	3.043,8	2.886,3
	<b>DIF</b>	<b>-0,36%</b>	<b>-0,96%</b>	<b>-1,78%</b>	<b>-1,58%</b>	<b>-1,82%</b>	<b>-0,80%</b>	<b>-0,92%</b>
<b>Jun</b>	PROP	2.876,3	2.847,5	2.702,6	2.556,2	2.380,5	2.208,0	1.966,5
	UHESA	2.923,4	2.866,1	2.721,0	2.573,9	2.395,3	2.220,2	1.979,6
	<b>DIF</b>	<b>-1,64%</b>	<b>-0,65%</b>	<b>-0,68%</b>	<b>-0,69%</b>	<b>-0,62%</b>	<b>-0,55%</b>	<b>-0,67%</b>
<b>Jul</b>	PROP	2.774,6	2.599,2	2.415,8	2.242,4	2.051,0	1.696,9	1.533,4
	UHESA	2.793,2	2.617,4	2.431,2	2.254,8	2.063,9	1.816,6	1.575,3
	<b>DIF</b>	<b>-0,67%</b>	<b>-0,70%</b>	<b>-0,63%</b>	<b>-0,55%</b>	<b>-0,63%</b>	<b>-7,05%</b>	<b>-2,74%</b>
<b>Ago</b>	PROP	1.610,2	1.468,9	1.340,0	1.241,4	1.178,6	1.104,5	1.070,1
	UHESA	1.623,5	1.481,7	1.351,4	1.253,5	1.175,6	1.115,1	1.077,6
	<b>DIF</b>	<b>-0,83%</b>	<b>-0,87%</b>	<b>-0,85%</b>	<b>-0,97%</b>	<b>+0,25%</b>	<b>-0,95%</b>	<b>-0,70%</b>
<b>Set</b>	PROP	797,2	740,2	692,6	691,1	731,9	726,3	830,7

	UHESA	792,6	752,2	704,4	702,6	719,8	736,7	835,5
	<b>DIF</b>	<b>+0,58%</b>	<b>-1,62%</b>	<b>-1,70%</b>	<b>-1,66%</b>	<b>+1,66%</b>	<b>-1,44%</b>	<b>-0,58%</b>
<b>Out</b>	PROP	941,0	941,0	1.006,0	1.088,2	1.197,1	1.288,6	1.545,9
	UHESA	929,6	950,7	1.016,0	1.098,2	1.207,6	1.285,8	1.558,2
	<b>DIF</b>	<b>+1,21%</b>	<b>-1,02%</b>	<b>-0,99%</b>	<b>-0,92%</b>	<b>-0,88%</b>	<b>+0,22%</b>	<b>-0,80%</b>
<b>Nov</b>	PROP	1.035,7	1.171,3	1.290,0	1.398,1	1.503,2	1.684,0	1.864,5
	UHESA	1.030,5	1.180,9	1.299,4	1.407,1	1.524,5	1.693,5	1.877,6
	<b>DIF</b>	<b>+0,50%</b>	<b>-0,82%</b>	<b>-0,73%</b>	<b>-0,65%</b>	<b>-1,42%</b>	<b>-0,56%</b>	<b>-0,71%</b>

Na maioria das simulações, o modelo proposto apresentou valores inferiores de geração. Entretanto, ressalta-se que o modelo proposto possui maior aderência a realidade, além de solucionar o problema de planejamento utilizando métodos de otimização, o que implica em maior eficiência em termos do objetivo buscado.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho propõe a análise de modelos de PLIM para solução dos problemas de PSO e PMO de UHEs brasileiras operando a fio d'água ou com capacidade de regularização. Em particular, tem interesse em mostrar que se pode aproveitar pequenas capacidades de regularização, como no caso de UHEs que operam a fio d'água na maior parte do tempo. Além disso, este trabalho compara o uso de dois métodos de aproximação LPP para a FPH: um de aproximação côncava e um de aproximação não-convexa.

As principais conclusões com base no estudo de caso da UHESA são:

- Quando a operação é a fio d'água, os resultados considerando aproximações LPPs da FPH via LACC e CH são muito próximas. Nesse tipo de operação, ambos os modelos são resolvidos rapidamente devido ao desacoplamento no tempo. Logo, o LACC, que realiza uma aproximação não convexa da função, é preferível.
- Na operação com capacidade de armazenamento, os tempos computacionais aumentam significativamente devido a representação bivariada da FPH e a necessidade de acoplamento do problema no tempo. Nessa operação, os resultados que consideram diferentes aproximações já não são tão próximos. Os tempos computacionais aumentam consideravelmente e são maiores quando a aproximação LPP é via LACC.
- Ainda em relação ao uso da aproximação LPP via LACC ou CH, o impacto na geração média não é significativo a ponto de se afirmar que as não-convexidades da FPH estão promovendo divergência entre os modelos. Entretanto, é necessário simular cenários complementares aos utilizados, pois a variação hidrológica do rio madeira é significativa. Dessa forma, o uso da LPP via CH deve ser a escolhida para solucionar o PSO, pois demanda menor tempo computacional e o modelo LACC deve ser escolhido para solucionar o PMO.

Como sugestões para trabalhos futuros, propõe-se:

- Comparar a FOB dos modelos de PNLIM considerando os resultados dos PLIMs. Verificar qual a diferença entre a FOB dos modelos aproximados via PLIMs em relação aos PNLIM.



- Aplicar metodologia para particionamento da FPH, usando aproximações LPP que melhor aproximem a função em cada partição (SOUZA *et al.*, 2022; BRITO, 2023).
- Aplicar técnicas de simetria em UGs idênticas (BRITO *et al.*, 2021).
- Abordar o problema através do método iterativo de atualização da queda bruta (SOUZA *et al.*, 2022; BRITO, 2023), considerando a solução de PLIMs univariados.

## REFERÊNCIAS

ABREU, David Lucas dos Santos. **Aproximações Lineares por Partes da Função de Produção Hidrelétrica para Aplicação em Problemas de Planejamento da Operação Energética**. 2022. 109 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Elétrica, Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2022.

Agência Nacional de Águas e Saneamento Básico (ANA). **SAR - Sistema de Acompanhamento de Reservatórios**: dados de operação dos reservatórios sin. Dados de operação dos reservatórios SIN. 2024. Disponível em: <https://www.ana.gov.br/sar0/MedicaoSin>. Acesso em: 08 jan. 2024.

BARBER, C. Bradford; DOBKIN, David P.; HUHDANPAA, Hannu. The quickhull algorithm for convex hulls. **Acm Transactions On Mathematical Software**, [S.L.], v. 22, n. 4, p. 469-483, dez. 1996. Association for Computing Machinery (ACM). <http://dx.doi.org/10.1145/235815.235821>.

BRASIL. **Resolução Normativa Aneel N° 1.033, De 26 de Julho de 2022**. Agência Nacional de Energia Elétrica, 2014. Consolida os atos regulatórios relativos ao Programa de Incentivo às Fontes Alternativas de Energia Elétrica – PROINFA; ao padrão de qualidade do serviço de geração de energia elétrica; à participação de empreendimento hidrelétrico não despachado centralizadamente no Mecanismo de Realocação de Energia – MRE; e à apuração de indisponibilidade de unidade geradora ou de empreendimento de importação de energia elétrica conectados ao Sistema Interligado Nacional – SIN e critérios de apuração e de verificação de lastro. Disponível em: <http://www2.aneel.gov.br/cedoc/ren2014614.pdf> (Revogada); <ren20221033.pdf> ([aneel.gov.br](http://www.aneel.gov.br)) (Vigente).

BRITO, Brunno Henrique. **ANÁLISE COMPARATIVA DE DIFERENTES METODOLOGIAS PARA A SOLUÇÃO DO PROBLEMA DE COMISSIONAMENTO DE UNIDADES DE USINAS HIDRELÉTRICAS ACOPLADAS EM CASCATA**. 2015. 109 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Elétrica, Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2015.

BRITO, Brunno H. *et al.* Domain Partition of the Hydro Production Function for Solving Efficiently the Short-Term Generation Scheduling Problem. **IEEE Access**, [S.L.], v. 9, p. 152780-152791, 2021a. Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE). <http://dx.doi.org/10.1109/access.2021.3125897>.

BRITO, Brunno Henrique. **Estratégia Baseada em Particionamento e Simetria para Resolver o Problema da Programação da Operação de Usinas Hidrelétricas**. 2023. 139 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia Elétrica, Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2023.

BRITO, B.H. *et al.* Mixed-integer nonseparable piecewise linear models for the hydropower production function in the Unit Commitment problem. **Electric Power Systems Research**, [S.L.], v. 182, p. 106234, maio 2020a. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.epsr.2020.106234>.

BRITO, Brunno H.; FINARDI, Erlon C.; TAKIGAWA, Fabrício Y.K.. Unit-commitment via logarithmic aggregated convex combination in multi-unit hydro plants. **Electric Power**

**Systems Research**, [S.L.], v. 189, p. 106784, dez. 2020b. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.epr.2020.106784>.

BRITO, Brunno Henrique *et al.* Real-Time Optimal Load Dispatch Recommendation System for the Santo Antônio Hydroelectric Power Plant. **Journal Of Control, Automation And Electrical Systems**, [S.L.], v. 33, n. 1, p. 268-281, 16 out. 2021b. Springer Science and Business Media LLC. <http://dx.doi.org/10.1007/s40313-021-00834-6>.

CEPEL. **Modelos de Otimização Energética do CEPEL**. 2023. Disponível em: [https://see.cepel.br/manual/libs/latest/modelos\\_otimizacao\\_energetica/modelos\\_otimizacao\\_energetica.html](https://see.cepel.br/manual/libs/latest/modelos_otimizacao_energetica/modelos_otimizacao_energetica.html). Acesso em: 11 mar. 2024.

CORDOVA, M. M.; FINARDI, E. C.; RIBAS, F. A. C.; MATOS, V. L.; SCUZZIATO, M. R. Performance evaluation and energy production optimization in the real-time operation of hydropower plants. **Electric Power Systems Research**, 2014. 116: 201-207, <https://doi.org/10.1016/j.epr.2014.06.012>.

D'AMBROSIO, Claudia; LODI, Andrea. Mixed integer nonlinear programming tools: an updated practical overview. **Annals Of Operations Research**, [S.L.], v. 204, n. 1, p. 301-320, 12 jan. 2013. Springer Science and Business Media LLC. <https://doi.org/10.1007/s10479-012-1272-5>.

DIAZ, F. Javier; CONTRERAS, Javier; MUNOZ, José Ignacio; POZO, David. Optimal Scheduling of a Price-Taker Cascaded Reservoir System in a Pool-Based Electricity Market. **IEEE Transactions On Power Systems**, [S.L.], v. 26, n. 2, p. 604-615, maio 2011. Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE). <http://dx.doi.org/10.1109/tpwrs.2010.2063042>.

DINIZ, A. L.; ESTEVES, P. P. I.; SAGASTIZÁBAL, C. A. A mathematical model for the efficiency curves of hydroelectric units. 2007 **IEEE Power Engineering Society General Meeting, PES**. Anais..., 2007.

DINIZ, A.L.; MACEIRA, M.e.P.. A Four-Dimensional Model of Hydro Generation for the Short-Term Hydrothermal Dispatch Problem Considering Head and Spillage Effects. **IEEE Transactions On Power Systems**, [S.L.], v. 23, n. 3, p. 1298-1308, ago. 2008. Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE). <http://dx.doi.org/10.1109/tpwrs.2008.922253>.

FINARDI, Erlon Cristian. **ALOCAÇÃO DE UNIDADES GERADORAS HIDRELÉTRICAS EM SISTEMAS HIDROTÉRMICOS UTILIZANDO RELAXAÇÃO LAGRANGEANA E PROGRAMAÇÃO QUADRÁTICA SEQUENCIAL**. 2003. 216 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia Elétrica, Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2003.

FINARDI, E. **Notas de Aula da Disciplina de Planejamento Energético e Regulação de Sistemas de Energia Elétrica**. Florianópolis: UFSC, 2018.

FINARDI, E.C.; DASILVA, E.L.. Solving the Hydro Unit Commitment Problem via Dual Decomposition and Sequential Quadratic Programming. **IEEE Transactions On Power**

**Systems**, [S.L.], v. 21, n. 2, p. 835-844, maio 2006. Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE). <http://dx.doi.org/10.1109/tpwrs.2006.873121>.

FINARDI, E. C.; SCUZZIATO, M. R. Hydro unit commitment and loading problem for day-ahead operation planning problem. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, 2013. 44: 7-16, <https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2012.07.023>.

Francisco José Arteiro de Oliveira (org.) O planejamento da operação energética no sistema: conceitos, modelagem matemática, previsão de geração e carga / Francisco José Arteiro de Oliveira . — São Paulo : Artliber, 2020. 402 p. : il., color.

FREDO, Guilherme Luiz Minetto. **ANÁLISE DE DIFERENTES REPRESENTAÇÕES DA FUNÇÃO DE PRODUÇÃO HIDRELÉTRICA NO PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO ENERGÉTICA DE MÉDIO PRAZO**. 2016. 158 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Elétrica, Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2016. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/168252/339993.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em: 13 dez. 2023.

KONG, Jiehong; SKJELBRED, Hans Ivar; FOSSO, Olav Bjarte. An overview on formulations and optimization methods for the unit-based short-term hydro scheduling problem. **Electric Power Systems Research**, [S.L.], v. 178, p. 106027, jan. 2020. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.epsr.2019.106027>.

ONS. **MAPA DOS QUANTITATIVOS DE MARGENS PARA OS LEILÕES DE ENERGIA**: mapas para download. MAPAS PARA DOWNLOAD. 2023. Disponível em: <https://www.ons.org.br/paginas/sobre-o-sin/mapas>. Acesso em: 01 maio 2024.

OLIVEIRA, Patrícia de Sousa. **Otimização da Agenda de Manutenção das Turbinas de uma Usina Hidrelétrica**. 2021. Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção, do Departamento de Engenharia Industrial da PUC-Rio. Disponível em: <https://www.maxwell.vrac.puc-rio.br/52477/52477.PDF>. Acesso em: 17 abr. 2022.

SANTO ANTÔNIO ENERGIA (Porto Velho). **Usina em Números**. Disponível em: <https://santoantonioenergia.com.br/usina-em-numeros/>. Acesso em: 30 nov. 2023.

SANTOS, Kenny Vinente dos; COLONETTI, Bruno; FINARDI, Erlon Cristian; ZAVALA, Victor M.. Accelerated dual dynamic integer programming applied to short-term power generation scheduling. **International Journal Of Electrical Power & Energy Systems**, [S.L.], v. 145, p. 108689, fev. 2023. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijepes.2022.108689>.

SANTOS, T.N. A.L. Diniz, A comparison of static and dynamic models for hydro production in generation scheduling problems, in: IEEE PES General Meeting, Minnesota, USA, 2010, pp. 1–5, <https://doi.org/10.1109/PES.2010.5589895>.

SANTOS, T.N.; DINIZ, A.L.; SABOIA, C.H.; CABRAL, R.N.; CERQUEIRA, L.F.. Hourly pricing and day-ahead dispatch setting in Brazil: the dessem model. **Electric Power Systems**

**Research**, [S.L.], v. 189, p. 106709, dez. 2020. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.epsr.2020.106709>.

SEGUIN, Sara *et al.* Self-Scheduling Short-Term Unit Commitment and Loading Problem. **IEEE Transactions On Power Systems**, [S.L.], v. 31, n. 1, p. 133-142, jan. 2016. Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE). <http://dx.doi.org/10.1109/tpwrs.2014.2383911>.

SCUZZIATO, Murilo Reolon. **PROPOSTA DE UM MODELO PARA ALOCAÇÃO ÓTIMA DE UNIDADES HIDRELÉTRICAS PARA USINAS EM CASCATA**. 2011. 111 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Elétrica, Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2011.

SKJELBRED, H I; KONG, J. A comparison of linear interpolation and spline interpolation for turbine efficiency curves in short-term hydropower scheduling problems. **Iop Conference Series: Earth and Environmental Science**, [S.L.], v. 240, p. 042011, 27 mar. 2019. IOP Publishing. <http://dx.doi.org/10.1088/1755-1315/240/4/042011>.

SOUZA, H.G., B.H. Brito, E.C. Finardi, e F.Y.K. Takigawa. Partitioning approach based on convex hull and multiple choice for solving hydro unit-commitment problems. **Electric Power Systems Research**, [S.L.], v. 211, p. 108285, out. 2022. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.epsr.2022.108285>.

SOUZA, Z. Centrais Hidro e Termelétricas. São Paulo: Editora Blucher, 1983.

SUTRADHAR, Suman *et al.* MINLP for Hydro-Thermal Unit Commitment problem using BONMIN solver. **2016 Ieee 1St International Conference On Power Electronics, Intelligent Control And Energy Systems (Icpeices)**, [S.L.], p. 1-6, jul. 2016. IEEE. <http://dx.doi.org/10.1109/icpeices.2016.7853419>.

TAKIGAWA, Fabrício Yutaka Kuwabata. **ANÁLISE COMPARATIVA DE DIFERENTES ESTRATÉGIAS DE DECOMPOSIÇÃO DO PROBLEMA DA PROGRAMAÇÃO DIÁRIA DA OPERAÇÃO DE SISTEMAS HIDROTÉRMICOS COM BASE NA RELAXAÇÃO LAGRANGEANA**. 2006. 155 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Elétrica, Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2006.

TAKIGAWA, Fabrício Yutaka Kuwabata. **DESENVOLVIMENTO DE UM MODELO COMPUTACIONAL PARA O PROBLEMA DA PROGRAMAÇÃO DIÁRIA DA OPERAÇÃO DE SISTEMAS HIDROTÉRMICOS**. 2010. 212 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia Elétrica, Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2010.

Taktak, R., D'Ambrosio, C. An overview on mathematical programming approaches for the deterministic unit commitment problem in hydro valleys. **Energy Syst** **8**, 57–79 (2017). <https://doi.org/10.1007/s12667-015-0189-x>.

THE SCIPY PROJECT. **SciPy v1.12.0 Manual**: scipy.spatial.convexhull. scipy.spatial.ConvexHull. 2024. Disponível em:

<https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.spatial.ConvexHull.html>. Acesso em: 15 jan. 2024.

TONG, B.; ZHAI, Q. Z.; GUAN, X. H. An MILP based formulation for short-term hydro generation scheduling with analysis of the linearization effects on solution feasibility. **IEEE Transactions on Power Systems**, 2013. 28: 3588-3599, <https://doi.org/10.1109/tpwrs.2013.2274286>.

U.S. Department of Energy. **Types of Hydropower Plants**. 2020. Disponível em: <https://www.energy.gov/eere/water/types-hydropower-plants>. Acesso em: 22 nov. 2023.

VIELMA, Juan Pablo; AHMED, Shabbir; NEMHAUSER, George. Mixed-Integer Models for Nonseparable Piecewise-Linear Optimization: unifying framework and extensions. **Operations Research**, [S.L.], v. 58, n. 2, p. 303-315, abr. 2010. Institute for Operations Research and the Management Sciences (INFORMS). <http://dx.doi.org/10.1287/opre.1090.0721>.

VON MUHLEN, Gilseu. **Impacto da Modelagem da Função de Produção Hidrelétrica no Problema da Programação Diária da Operação Eletroenergética**. 2019. 105 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Elétrica, Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2019.

X. Li, T. Li, J. Wei, G. Wang and W. W. .-G. Yeh, "Hydro Unit Commitment via Mixed Integer Linear Programming: A Case Study of the Three Gorges Project, China," in **IEEE Transactions on Power Systems**, vol. 29, no. 3, pp. 1232-1241, May 2014, doi: 10.1109/TPWRS.2013.2288933.

## APÊNDICE A – MÉTODOS DE APROXIMAÇÃO LINEARES POR PARTES

Neste apêndice apresenta-se o embasamento teórico necessário para aplicação dos métodos de aproximação LPP utilizados.

### A.1 LOGARÍTMICO AGREGADO DE COMBINAÇÃO CONVEXA (LACC)

O modelo LACC é utilizado prioritariamente nas aproximações LPPs de funções não lineares e não convexas. Esse método é denotado como não-paramétrico, devido ao mesmo utilizar interpolações lineares ou extrapolações de valores em um conjunto de vértices (tuplas) (VIELMA; AHMED; NEMHAUSER, 2010). Chama-se logarítmico devido ao endereçamento de cada polítopo, que é feito associando o mesmo a um código binário de dimensão  $\log_2 |\mathcal{P}|$ . Já o termo agregado se deve a consideração de que o vértice do polítopo  $p_k \in \mathcal{P}$  compartilha  $n$  vértices (sendo  $n$  a dimensão de cada polítopo) com o polítopo  $p_{k+1} \in \mathcal{P}$ . A denotação combinação convexa significa uma mediação dos pontos entre dois vértices, o que dá forma a um polítopo.

Em relação ao modelo LACC, recomenda-se Silva (2012) e Vielma, Ahmed e Nemhauser (2010) para uma explicação formal e bem exemplificada. Além de Brito *et al.* (2020) que exemplifica a aplicação na FPH e, Brito (2023) que aborda uma aplicação univariada do modelo LACC no âmbito do problema de programação diária da operação hidrelétrica.

#### A.1.2 APROXIMAÇÃO DE UMA FUNÇÃO UNIVARIADA VIA LACC

Na aproximação de uma função não linear univariada via LACC, a combinação convexa do conjunto de pares ordenados  $(x, f(x))$  é realizada por meio das equações (147)-(149).

$$x = \sum_{v=1}^{NV} \lambda_v X_v. \quad (147)$$

$$f = \sum_{v=1}^{NV} \lambda_v F_v. \quad (148)$$

$$\lambda_v \geq 0 \quad \forall v \in NV. \quad (149)$$

em que

- $x$  variável da representação linear por partes do domínio da função.
- $v$   $v$ -ésimo par ordenado, denotado como vértice  $v$ .

- NV quantidade de vértices ou pares ordenados considerados.  
 $\lambda_v$  variável de peso do vértice  $v$ .  
 $X_v$  vértice  $v$  do conjunto domínio de  $f$  ou da primeira entrada do par ordenado.  
 $f$  variável da representação linear por partes da imagem da função.  
 $F_v$  vértice  $v$  do conjunto imagem de  $f$  ou da segunda entrada do par ordenado.

Para forçar que somente um segmento de reta esteja ativo e, nesse sentido, ocorra o endereçamento de um segmento de reta em função das condições de contorno do problema, as restrições (150)-(153) precisam ser acrescentadas.

$$\sum_{v=1}^{NV} \lambda_v = 1. \quad (150)$$

$$\sum_{v \in J_{(x,B,l)}^+} \lambda_v \leq y_l \quad \forall l \in L(\mathcal{P}). \quad (151)$$

$$\sum_{v \in J_{(x,B,l)}^0} \lambda_v \leq 1 - y_l, \quad l \in L(\mathcal{P}). \quad (152)$$

$$y_l \in \{0, 1\}. \quad (153)$$

em que

- $J_{(x,B,l)}^+$  conjunto que cria uma ramificação das variáveis de peso a partir da identificação de qual bit  $l$  da variável independente  $x$  associada a um segmento de reta  $p_k \in \mathcal{P}$  possui o bit 1 em tal posição  $l$ .  
 $y_l$  variável binária associada com a posição  $l$  do código binário.  
 $l$   $l$ -ésima posição do código binário que endereça cada politopo.  
 $\mathcal{P}$  conjunto de todos os polítopos ou segmentos de reta.  
 $L(\mathcal{P})$  conjunto que indexa os bits associados ao código *gray*, que endereça cada politopo. Explicitamente:  $L(\mathcal{P}) = \{1, \dots, \log_2 |\mathcal{P}|\}$ .  
 $J_{(x,B,l)}^0$  conjunto que cria uma ramificação das variáveis de peso a partir da identificação de qual bit  $l$  da variável independente  $x$  associada a um segmento de reta  $p_k \in \mathcal{P}$  possui o bit 0 em tal posição  $l$ .

### A.1.3 APROXIMAÇÃO DE UMA FUNÇÃO BIVARIADA VIA LACC

Para aproximar uma função bivariada via LACC, inicialmente realiza-se a combinação convexa do conjunto de triplas  $(x, y, f(x, y))$  por meio das equações (154)-(158).



$$x = \sum_{v=1}^{NV} \lambda_v X_v. \quad (154)$$

$$y = \sum_{v=1}^{NV} \lambda_v Y_v. \quad (155)$$

$$f = \sum_{v=1}^{NV} \lambda_v F_v. \quad (156)$$

$$\sum_{v=1}^{NV} \lambda_v = 1. \quad (157)$$

$$\lambda_v \geq 0 \quad \forall v \in NV. \quad (158)$$

em que

$x$  variável da representação linear por partes do domínio  $x$  da função não linear.

$v$   $v$ -ésima tripla, denotada como vértice  $v$ .

$NV$  quantidade de vértices ou triplas ordenadas consideradas.

$\lambda_v$  variável de peso do vértice  $v$ .

$X_v$  vértice  $v$  do conjunto domínio  $x$  de  $f$  ou da primeira entrada da tripla ordenada.

$y$  variável da representação por partes da variável independente  $y$  da função não linear.

$Y_v$  vértice  $v$  do conjunto domínio  $y$  de  $f$  ou da segunda entrada da tripla ordenada.

$f$  variável da representação linear por partes da imagem da função não linear.

$F_v$  vértice  $v$  do conjunto imagem de  $f$  ou da terceira entrada da tripla ordenada.

Na sequência, o método é dividido em duas fases de ramificação com o propósito de identificar cada politopo triangular da representação linear. A primeira fase da ramificação consiste em usar uma disjunção de conjuntos para limitar a combinação convexa dos vértices do domínio a um hiper-cubo (SILVA, 2012). As equações (159)-(161) modelam a primeira fase de ramificação do LACC.

$$\sum_{v \in J_{(e,l)}^+} \lambda_v \leq u_{el} \quad \forall e \in \mathcal{E}^d, l \in L(\mathcal{P}). \quad (159)$$

$$\sum_{v \in J_{(e,l)}^0} \lambda_v \leq 1 - u_{el} \quad \forall e \in \mathcal{E}^d, l \in L(\mathcal{P}). \quad (160)$$

$$u_{el} \in \{0,1\} \quad \forall e \in \mathcal{E}^d, l \in L(\mathcal{P}). \quad (161)$$

em que

- conjunto que cria uma ramificação das variáveis de peso a partir da identificação de qual bit  $l$  da variável independente  $e$  associada ao quadrado  $p_k \in \mathcal{P}$  possui o bit 1 em tal posição  $l$ .
- $J_{(e;B,l)}^+$
- $u_{el}$  variável binária associada a  $e$ -ésima dimensão de  $f$  na posição  $l$  do código binário.
- $l$   $l$ -ésima posição do código binário que endereça cada politopo.
- $e$   $e$ -ésima variável independente da função não linear.
- $\mathcal{E}^d$  conjunto com todas as variáveis independentes da função não linear, onde, o índice  $d$  indica quantas variáveis a função depende.
- $d$  quantidade de dimensões ou variáveis independentes da função não linear.
- $J_{(e;B,l)}^0$  conjunto que cria uma ramificação das variáveis de peso a partir da identificação de qual bit  $l$  da variável independente  $e$  associada ao quadrado  $p_k \in \mathcal{P}$  possui o bit 0 em tal posição  $l$ .

A segunda fase seleciona um simplex (triângulo) dentro do hipercubo (quadrado) inibindo alguns vértices ainda habilitados depois da primeira fase da ramificação (SILVA, 2012). As equações (162)-(164) garantem a condicionalidade da segunda fase.

$$\sum_{v \in \mathcal{Q}_v} \lambda_v \leq z. \quad (162)$$

$$\sum_{v \in \mathcal{R}_v} \lambda_v \leq 1 - z. \quad (163)$$

$$z \in \{0, 1\}. \quad (164)$$

em que

- seja  $v_k = (x_m, y_n)$  o  $k$ -ésimo vértice. Considerando somente as entradas das variáveis independentes, temos que  $\mathcal{Q}_{v_k}$  é o conjunto dos vértices em que o índice  $m$  é par e o índice  $n$  é ímpar.
- $z$  variável binária associada a função não linear.
- $\mathcal{R}_{v_k}$   $\mathcal{R}_{v_k}$  é o conjunto dos vértices em que o índice  $m$  é ímpar e o índice  $n$  é par.

Ressalta-se que a segunda ramificação depende da indexação das variáveis independentes dos vértices e que, a variável binária garante a seleção de apenas um triângulo.

## A.2 CONVEX HULL (CH)

O *Convex Hull* (CH) de um conjunto finito de pontos é o menor conjunto convexo que contém esses pontos (BARBER; DOBKIN; HUHDANPAA, 1996). Esse método é utilizado

para realizar uma aproximação a LPP de uma função não linear convexa ou côncava. Essa aproximação é vantajosa, pois forma uma envoltória superior e/ou inferior em torno da função sem a necessidade de inclusão de novas variáveis binárias no problema (SANTOS E DINIZ, 2010).

Para obter o CH de uma função não linear, utiliza-se o algoritmo da função *scipy.spatial.ConvexHull* disponível na linguagem python (THE SCIPY PROJECT, 2024).

### A.2.1 APROXIMAÇÃO DE UMA FUNÇÃO UNIVARIADA VIA CH

Para aproximar uma função não linear, utiliza-se um conjunto de pares ordenados  $(x, f(x))$ . Ao condicionarmos que  $f$  seja menor ou igual a todas as equações, cria-se uma envoltória que aproxima a função superiormente conforme equações (165) e (166).

$$f \leq N_{0r}x + N_{1r} \quad \forall r \in R^{\text{sup}} \quad (165)$$

$$x \in \mathbb{R} \quad (166)$$

em que

$f$  variável que representa a função não linear.

$N_{kr}$   $k$ -ésimo coeficiente que define a reta  $r$  da envoltória.

$r$   $r$ -ésima reta do conjunto de retas que formam a envoltória.

$x$  variável independente da função  $f$ .

$R^{\text{sup}}$  conjunto com as retas que limitam a função não-linear superiormente.

Em uma aproximação inferior utiliza-se as retas de forma que a função não-linear seja maior ou igual que as lineares em todos os pontos utilizados. A aproximação inferior é dada pelas equações (167) e (168).

$$f \geq N_{0r}x + N_{1r} \quad \forall r \in R^{\text{inf}} \quad (167)$$

$$x \in \mathbb{R} \quad (168)$$

em que

$R^{\text{inf}}$  conjunto das retas que limitam a função não linear inferiormente.

### A.2.2 APROXIMAÇÃO DE UMA FUNÇÃO BIVARIADA VIA CH

No caso bivariado, tem-se um conjunto de triplas da forma  $(x, y, f(x, y))$  onde, gera-se planos que fazem uma envoltória superior/inferior aos pontos considerados na aproximação LPP. Posteriormente verifica-se quais planos satisfazem a condição de serem menores ou iguais

a função não linear em todos os pontos utilizados, aproximando assim superiormente (e/ou inferiormente) a função. As equações (169) e (170) representam a envoltória superior e as equações (170) e (171) a envoltória inferior.

$$f \leq O_{0p}x + O_{1p}y + O_{2p} \quad \forall p \in P^{\text{sup}} \quad (169)$$

$$x, y \in \mathbb{R} \quad (170)$$

$$f \geq O_{0p}x + O_{1p}y + O_{2p} \quad \forall p \in P^{\text{inf}} \quad (171)$$

em que

$f$  variável que representa a função não linear.

$O_{kp}$   $k$ -ésimo coeficiente do plano  $p$  associado a função não-linear  $f$ .

$x$  variável que representa a variável independente  $x$ .

$y$  variável que representa o domínio  $y$  de  $f$ .

$p$  plano  $p$  que limita a função não linear superiormente ou inferiormente.

$P^{\text{sup}}$  conjunto que contém os planos que limitam a função bivariada superiormente.

$P^{\text{inf}}$  conjunto que contém os planos que limitam a função  $f$  inferiormente.

## APÊNCICE B – TABELAS DE DADOS

Tabelas com dados utilizados na seção de resultados. A primeira diz respeito a média histórica de afluências da UHESA medidas de 1967 a 2019. As outras tabelas apresentam os dados de entrada dos outros cenários do ano de 2021 simulados, cuja análise de resultados consta na seção 4.3.2.

Tabela 26 – MLT em base diária da UHESA (1967-2019).

<b>Data</b>	<b>MLT (m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>Data</b>	<b>MLT (m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>Data</b>	<b>MLT (m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>Data</b>	<b>MLT (m<sup>3</sup>/s)</b>
01/jan	19770,79	10/abr	35852,07	19/jul	10958,90	27/out	7039,36
02/jan	20096,05	11/abr	35705,29	20/jul	10768,83	28/out	7187,17
03/jan	20461,28	12/abr	35563,02	21/jul	10536,09	29/out	7257,15
04/jan	20601,95	13/abr	35329,74	22/jul	10320,07	30/out	7274,00
05/jan	20905,86	14/abr	35044,18	23/jul	10064,68	31/out	7169,66
06/jan	21260,50	15/abr	34785,70	24/jul	9917,30	01/nov	7210,53
07/jan	21688,49	16/abr	34578,60	25/jul	9788,95	02/nov	7386,11
08/jan	21988,06	17/abr	34356,04	26/jul	9624,25	03/nov	7563,33
09/jan	22271,55	18/abr	34167,21	27/jul	9415,00	04/nov	7736,46
10/jan	22545,33	19/abr	33806,72	28/jul	9214,39	05/nov	7854,30
11/jan	22761,03	20/abr	33537,27	29/jul	9015,18	06/nov	7998,62
12/jan	22967,50	21/abr	33457,41	30/jul	8847,18	07/nov	8303,97
13/jan	23150,80	22/abr	33192,51	31/jul	8685,67	08/nov	8542,15
14/jan	23340,73	23/abr	32927,24	01/ago	8506,63	09/nov	8881,30
15/jan	23574,45	24/abr	32700,52	02/ago	8307,42	10/nov	9105,43
16/jan	23908,81	25/abr	32482,43	03/ago	8100,77	11/nov	9336,81
17/jan	24257,86	26/abr	32226,76	04/ago	7931,34	12/nov	9481,27
18/jan	24635,08	27/abr	31960,55	05/ago	7766,27	13/nov	9581,16
19/jan	24951,35	28/abr	31652,96	06/ago	7685,38	14/nov	9650,32
20/jan	25239,75	29/abr	31399,63	07/ago	7587,06	15/nov	9694,00
21/jan	25610,11	30/abr	31128,19	08/ago	7441,91	16/nov	9818,36
22/jan	25957,05	01/mai	30825,79	09/ago	7337,90	17/nov	10018,00
23/jan	26155,30	02/mai	30552,13	10/ago	7243,63	18/nov	10201,93
24/jan	26288,03	03/mai	30250,67	11/ago	7229,99	19/nov	10326,58

25/jan	26448,61	04/mai	30029,51	12/ago	7081,54	20/nov	10516,74
26/jan	26584,24	05/mai	29776,22	13/ago	6942,24	21/nov	10708,44
27/jan	26772,10	06/mai	29470,57	14/ago	6805,46	22/nov	10835,96
28/jan	26951,75	07/mai	29161,06	15/ago	6700,86	23/nov	10919,27
29/jan	27088,26	08/mai	28808,44	16/ago	6573,94	24/nov	11010,85
30/jan	27251,52	09/mai	28413,89	17/ago	6458,40	25/nov	11151,59
31/jan	27484,97	10/mai	27979,84	18/ago	6344,01	26/nov	11344,21
01/fev	27718,84	11/mai	27553,18	19/ago	6296,41	27/nov	11498,31
02/fev	28167,07	12/mai	27146,81	20/ago	6243,88	28/nov	11650,02
03/fev	28152,67	13/mai	26800,78	21/ago	6189,65	29/nov	11816,89
04/fev	28343,02	14/mai	26454,85	22/ago	6097,10	30/nov	11980,28
05/fev	28557,02	15/mai	26358,91	23/ago	5975,38	01/dez	12206,26
06/fev	28655,62	16/mai	25793,59	24/ago	5876,88	02/dez	12459,47
07/fev	28878,80	17/mai	25503,56	25/ago	5809,66	03/dez	12691,32
08/fev	29179,46	18/mai	25482,68	26/ago	5740,77	04/dez	12929,18
09/fev	29447,09	19/mai	25279,16	27/ago	5736,20	05/dez	13173,75
10/fev	29701,14	20/mai	24996,37	28/ago	5705,19	06/dez	13520,54
11/fev	29967,01	21/mai	24724,49	29/ago	5631,16	07/dez	13804,03
12/fev	30174,06	22/mai	24432,68	30/ago	5561,65	08/dez	13920,29
13/fev	30328,52	23/mai	24164,79	31/ago	5496,15	09/dez	14207,02
14/fev	30474,17	24/mai	23951,04	01/set	5446,22	10/dez	14491,72
15/fev	30694,13	25/mai	23750,93	02/set	5368,08	11/dez	14723,46
16/fev	30909,95	26/mai	23502,00	03/set	5326,67	12/dez	14841,16
17/fev	31184,59	27/mai	23237,64	04/set	5319,39	13/dez	14961,90
18/fev	31411,14	28/mai	22947,24	05/set	5267,99	14/dez	15168,05
19/fev	31647,67	29/mai	22680,40	06/set	5257,76	15/dez	15380,09
20/fev	31883,48	30/mai	22490,92	07/set	5181,53	16/dez	15723,20
21/fev	32202,33	31/mai	22280,72	08/set	5170,69	17/dez	16087,98
22/fev	32516,97	01/jun	21996,79	09/set	5132,85	18/dez	16385,37
23/fev	32789,14	02/jun	21701,54	10/set	5065,47	19/dez	16635,69
24/fev	33025,69	03/jun	21391,89	11/set	4994,89	20/dez	16863,79
25/fev	33306,54	04/jun	21194,26	12/set	4932,13	21/dez	17233,01
26/fev	33593,96	05/jun	20978,77	13/set	4877,61	22/dez	17566,33

27/fev	33866,79	06/jun	20732,06	14/set	4817,93	23/dez	17849,82
28/fev	34050,61	07/jun	20440,14	15/set	4746,56	24/dez	17969,25
29/fev	32582,61	08/jun	20188,81	16/set	4707,73	25/dez	18117,71
01/mar	34195,61	09/jun	19928,94	17/set	4693,03	26/dez	18207,29
02/mar	34396,76	10/jun	19683,40	18/set	4697,30	27/dez	18375,43
03/mar	34559,36	11/jun	19406,07	19/set	4770,20	28/dez	18663,38
04/mar	34709,42	12/jun	19205,15	20/set	4787,07	29/dez	18854,86
05/mar	34853,91	13/jun	18847,56	21/set	4757,39	30/dez	19288,44
06/mar	35026,83	14/jun	18586,16	22/set	4794,23	31/dez	19689,57
07/mar	35145,37	15/jun	18360,46	23/set	4867,12		
08/mar	35239,20	16/jun	18152,10	24/set	4978,26		
09/mar	35365,65	17/jun	17915,11	25/set	5030,08		
10/mar	35527,34	18/jun	17683,98	26/set	5044,22		
11/mar	35627,48	19/jun	17455,64	27/set	5005,40		
12/mar	35676,88	20/jun	17262,52	28/set	4918,68		
13/mar	35648,59	21/jun	17076,55	29/set	4908,32		
14/mar	35658,07	22/jun	16802,18	30/set	4897,19		
15/mar	35754,12	23/jun	16522,28	01/out	4939,25		
16/mar	35892,28	24/jun	16252,68	02/out	4991,76		
17/mar	36009,74	25/jun	16003,74	03/out	5103,00		
18/mar	36109,16	26/jun	15749,19	04/out	5139,39		
19/mar	36132,36	27/jun	15488,32	05/out	5187,00		
20/mar	36198,41	28/jun	15243,73	06/out	5201,30		
21/mar	36317,12	29/jun	15013,88	07/out	5216,32		
22/mar	36334,65	30/jun	14784,79	08/out	5235,55		
23/mar	36360,62	01/jul	14456,58	09/out	5274,42		
24/mar	36446,46	02/jul	14242,61	10/out	5345,34		
25/mar	36521,76	03/jul	14044,91	11/out	5479,67		
26/mar	36510,18	04/jul	13816,41	12/out	5618,09		
27/mar	36508,12	05/jul	13618,06	13/out	5726,26		
28/mar	36517,76	06/jul	13359,76	14/out	5769,54		
29/mar	36397,04	07/jul	13187,21	15/out	5805,69		
30/mar	36396,39	08/jul	13029,79	16/out	5902,41		

31/mar	36409,28	09/jul	12816,50	17/out	5963,52
01/abr	36420,89	10/jul	12634,53	18/out	6045,60
02/abr	36422,32	11/jul	12382,74	19/out	6089,86
03/abr	36382,59	12/jul	12171,43	20/out	6160,96
04/abr	36341,77	13/jul	12007,73	21/out	6283,31
05/abr	36292,76	14/jul	11798,59	22/out	6359,82
06/abr	36212,37	15/jul	11391,71	23/out	6464,27
07/abr	36177,16	16/jul	11210,64	24/out	6510,16
08/abr	36091,84	17/jul	11101,34	25/out	6662,84
09/abr	36061,99	18/jul	10985,67	26/out	6848,75

Tabela 27 – Dados de entrada do Cenário 2 (C2).

Mês de Referência	Dia de Referência	Vazão Afluente (m <sup>3</sup> /s)	NM0 (m)
Fevereiro	24/01/2021	28089,00	71,00
	NM inicial (m)	NM final (m)	Estágio
	71,00	70,60	01/fev
	70,60	70,50	01/mar

Tabela 28 – Unidades disponíveis e status do ET (C2).

Semana	Dia da Semana	Data	UGs disponíveis		Status ET
			4 pás	5 pás	
1	sábado	30/jan	24	25	1
	domingo	31/jan	24	25	1
	segunda-feira	01/fev	19	25	1
	terça-feira	02/fev	19	25	1
	quarta-feira	03/fev	19	25	1
	quinta-feira	04/fev	19	25	1
	sexta-feira	05/fev	19	25	1
2	sábado	06/fev	19	25	1
	domingo	07/fev	19	25	1
	segunda-feira	08/fev	19	25	1
	terça-feira	09/fev	19	25	1
	quarta-feira	10/fev	19	25	1
	quinta-feira	11/fev	19	25	1
	sexta-feira	12/fev	19	25	1
3	sábado	13/fev	19	25	1
	domingo	14/fev	19	25	1



	segunda-feira	15/fev	19	25	1
	terça-feira	16/fev	19	25	1
	quarta-feira	17/fev	19	25	1
	quinta-feira	18/fev	19	25	1
	sexta-feira	19/fev	19	25	1
4	sábado	20/fev	19	25	1
	domingo	21/fev	19	25	1
	segunda-feira	22/fev	19	25	1
	terça-feira	23/fev	19	25	1
	quarta-feira	24/fev	19	25	1
	quinta-feira	25/fev	19	25	1
	sexta-feira	26/fev	19	25	1
5	sábado	27/fev	19	25	1
	domingo	28/fev	19	25	1
	segunda-feira	01/mar	21	26	1
	terça-feira	02/mar	21	26	1
	quarta-feira	03/mar	21	26	1
	quinta-feira	04/mar	21	26	1
	sexta-feira	05/mar	21	26	1
6	sábado	06/mar	21	26	1
	domingo	07/mar	21	26	1
	segunda-feira	08/mar	21	26	1
	terça-feira	09/mar	21	26	1
	quarta-feira	10/mar	21	26	1
	quinta-feira	11/mar	21	26	1
	sexta-feira	12/mar	21	26	1
	sábado	13/mar	21	26	1
	domingo	14/mar	21	26	1
	segunda-feira	15/mar	21	26	1
	terça-feira	16/mar	21	26	1
	quarta-feira	17/mar	21	26	1
	quinta-feira	18/mar	21	26	1
	sexta-feira	19/mar	21	26	1
	sábado	20/mar	21	26	1
domingo	21/mar	21	26	1	
segunda-feira	22/mar	21	26	1	
terça-feira	23/mar	21	26	1	
quarta-feira	24/mar	21	26	1	
quinta-feira	25/mar	21	26	1	

sexta-feira	26/mar	21	26	1
sábado	27/mar	21	26	1
domingo	28/mar	21	26	1
segunda-feira	29/mar	21	26	1
terça-feira	30/mar	21	26	1
quarta-feira	31/mar	21	26	1

Tabela 29 – Dados de entrada do Cenário 3 (C3).

Mês de Referência	Dia de Referência	Vazão Afluente (m <sup>3</sup> /s)	NM0 (m)
Março	21/02/2021	36093,00	70,60
	<b>NM inicial (m)</b>	<b>NM final (m)</b>	<b>Estágio</b>
	70,60	70,50	01/mar

Tabela 30 – UGs disponíveis e status do ET (C3).

Semana	Dia da Semana	Data	UGs disponíveis		Status ET
			4 pás	5 pás	
1	sábado	27/fev	19	25	1
	domingo	28/fev	19	25	1
	segunda-feira	01/mar	21	26	1
	terça-feira	02/mar	21	26	1
	quarta-feira	03/mar	21	26	1
	quinta-feira	04/mar	21	26	1
	sexta-feira	05/mar	21	26	1
2	sábado	06/mar	21	26	1
	domingo	07/mar	21	26	1
	segunda-feira	08/mar	21	26	1
	terça-feira	09/mar	21	26	1
	quarta-feira	10/mar	21	26	1
	quinta-feira	11/mar	21	26	1
	sexta-feira	12/mar	21	26	1
3	sábado	13/mar	21	26	1
	domingo	14/mar	21	26	1
	segunda-feira	15/mar	21	26	1
	terça-feira	16/mar	21	26	1
	quarta-feira	17/mar	21	26	1
	quinta-feira	18/mar	21	26	1
	sexta-feira	19/mar	21	26	1
4	sábado	20/mar	21	26	1
	domingo	21/mar	21	26	1

	segunda-feira	22/mar	21	26	1
	terça-feira	23/mar	21	26	1
	quarta-feira	24/mar	21	26	1
	quinta-feira	25/mar	21	26	1
	sexta-feira	26/mar	21	26	1
5	sábado	27/mar	21	26	1
	domingo	28/mar	21	26	1
	segunda-feira	29/mar	21	26	1
	terça-feira	30/mar	21	26	1
	quarta-feira	31/mar	21	26	1
	quinta-feira	01/abr	24	24	1
	sexta-feira	02/abr	24	24	1
6	sábado	03/abr	24	24	1
	domingo	04/abr	24	24	1
	segunda-feira	05/abr	24	24	1
	terça-feira	06/abr	24	25	1
	quarta-feira	07/abr	24	25	1
	quinta-feira	08/abr	24	25	1
	sexta-feira	09/abr	24	25	1
	sábado	10/abr	24	25	1
	domingo	11/abr	24	25	1
	segunda-feira	12/abr	24	25	1
	terça-feira	13/abr	24	25	1
	quarta-feira	14/abr	24	25	1
	quinta-feira	15/abr	24	25	1
	sexta-feira	16/abr	24	25	1
	sábado	17/abr	24	25	1
	domingo	18/abr	24	25	1
	segunda-feira	19/abr	24	25	1
	terça-feira	20/abr	24	25	1
	quarta-feira	21/abr	24	25	1
	quinta-feira	22/abr	24	25	1
	sexta-feira	23/abr	24	25	1
	sábado	24/abr	24	25	1
	domingo	25/abr	24	25	1
	segunda-feira	26/abr	24	25	1
	terça-feira	27/abr	24	25	1
	quarta-feira	28/abr	24	25	1
	quinta-feira	29/abr	24	25	1

sexta-feira	30/abr	24	25	1
-------------	--------	----	----	---

Tabela 31 – Dados de entrada do Cenário 4 (C4).

Mês de Referência	Dia de Referência	Vazão Afluente (m <sup>3</sup> /s)	NM0 (m)
Abril	21/03/2021	31036,00	70,50
	<b>NM inicial (m)</b>	<b>NM final (m)</b>	<b>Estágio</b>
	-	-	-

Tabela 32 – UGs disponíveis e status do ET (C4).

Semana	Dia da Semana	Data	UGs disponíveis		Status ET
			4 pás	5 pás	
1	sábado	27/fev	21	26	0
	domingo	28/fev	21	26	0
	segunda-feira	01/mar	21	26	0
	terça-feira	02/mar	21	26	0
	quarta-feira	03/mar	21	26	0
	quinta-feira	04/mar	24	24	0
	sexta-feira	05/mar	24	24	0
2	sábado	06/mar	24	24	0
	domingo	07/mar	24	24	0
	segunda-feira	08/mar	24	24	0
	terça-feira	09/mar	24	25	0
	quarta-feira	10/mar	24	25	0
	quinta-feira	11/mar	24	25	0
	sexta-feira	12/mar	24	25	0
3	sábado	13/mar	24	25	0
	domingo	14/mar	24	25	0
	segunda-feira	15/mar	24	25	0
	terça-feira	16/mar	24	25	0
	quarta-feira	17/mar	24	25	0
	quinta-feira	18/mar	24	25	0
	sexta-feira	19/mar	24	25	0
4	sábado	20/mar	24	25	0
	domingo	21/mar	24	25	0
	segunda-feira	22/mar	24	25	0
	terça-feira	23/mar	24	25	0
	quarta-feira	24/mar	24	25	0
	quinta-feira	25/mar	24	25	0
	sexta-feira	26/mar	24	25	0

5	sábado	27/mar	24	25	0
	domingo	28/mar	24	25	0
	segunda-feira	29/mar	24	25	0
	terça-feira	30/mar	24	25	0
	quarta-feira	31/mar	24	25	0
	quinta-feira	01/abr	24	25	0
	sexta-feira	02/abr	24	25	0
6	sábado	03/abr	23	24	0
	domingo	04/abr	23	24	0
	segunda-feira	05/abr	23	24	0
	terça-feira	06/abr	23	24	0
	quarta-feira	07/abr	23	24	0
	quinta-feira	08/abr	23	24	0
	sexta-feira	09/abr	23	24	0
	sábado	10/abr	23	24	0
	domingo	11/abr	23	24	0
	segunda-feira	12/abr	23	24	0
	terça-feira	13/abr	23	24	0
	quarta-feira	14/abr	23	24	0
	quinta-feira	15/abr	23	24	0
	sexta-feira	16/abr	23	24	0
	sábado	17/abr	23	24	0
	domingo	18/abr	23	24	0
	segunda-feira	19/abr	23	24	0
	terça-feira	20/abr	23	24	0
	quarta-feira	21/abr	23	24	0
	quinta-feira	22/abr	23	24	0
	sexta-feira	23/abr	23	24	0
	sábado	24/abr	23	24	0
	domingo	25/abr	23	24	0
	segunda-feira	26/abr	23	24	0
	terça-feira	27/abr	23	24	0
	quarta-feira	28/abr	23	24	0
	quinta-feira	29/abr	23	24	0
	sexta-feira	30/abr	23	24	0

Tabela 33 – Dados de entrada do Cenário 5 (C5).

Mês de Referência	Dia de Referência	Vazão Afluente (m <sup>3</sup> /s)	NM0 (m)
Maio	25/04/2021	33805,00	70,50

	<b>NM inicial (m)</b>	<b>NM final (m)</b>	<b>Estágio</b>
	70,50	71,30	01/jun

Tabela 34 – UGs disponíveis e status do ET (C5).

Semana	Dia da Semana	Data	UGs disponíveis		Status ET
			4 pás	5 pás	
1	sábado	01/mai	23	24	1
	domingo	02/mai	23	24	1
	segunda-feira	03/mai	23	24	1
	terça-feira	04/mai	23	24	1
	quarta-feira	05/mai	23	24	1
	quinta-feira	06/mai	23	24	1
	sexta-feira	07/mai	23	24	1
2	sábado	08/mai	23	24	1
	domingo	09/mai	23	24	1
	segunda-feira	10/mai	23	24	1
	terça-feira	11/mai	23	24	1
	quarta-feira	12/mai	23	24	1
	quinta-feira	13/mai	23	24	1
	sexta-feira	14/mai	23	24	1
3	sábado	15/mai	23	24	1
	domingo	16/mai	23	24	1
	segunda-feira	17/mai	23	24	1
	terça-feira	18/mai	23	24	1
	quarta-feira	19/mai	23	24	1
	quinta-feira	20/mai	23	24	1
	sexta-feira	21/mai	23	24	1
4	sábado	22/mai	23	24	1
	domingo	23/mai	23	24	1
	segunda-feira	24/mai	23	24	1
	terça-feira	25/mai	23	24	1
	quarta-feira	26/mai	23	24	1
	quinta-feira	27/mai	23	24	1
	sexta-feira	28/mai	23	24	1
5	sábado	29/mai	23	24	1
	domingo	30/mai	23	24	1
	segunda-feira	31/mai	23	24	1
	terça-feira	01/jun	23	25	1
	quarta-feira	02/jun	23	25	1

	quinta-feira	03/jun	23	25	1
	sexta-feira	04/jun	23	25	1
6	sábado	05/jun	23	25	1
	domingo	06/jun	23	25	1
	segunda-feira	07/jun	23	25	1
	terça-feira	08/jun	23	25	1
	quarta-feira	09/jun	23	25	1
	quinta-feira	10/jun	23	25	1
	sexta-feira	11/jun	23	25	1
	sábado	12/jun	23	25	1
	domingo	13/jun	23	25	1
	segunda-feira	14/jun	23	25	1
	terça-feira	15/jun	23	25	1
	quarta-feira	16/jun	23	25	1
	quinta-feira	17/jun	23	25	1
	sexta-feira	18/jun	23	25	1
	sábado	19/jun	23	25	1
	domingo	20/jun	23	25	1
	segunda-feira	21/jun	23	25	1
	terça-feira	22/jun	23	25	1
	quarta-feira	23/jun	23	25	1
	quinta-feira	24/jun	23	25	1
	sexta-feira	25/jun	23	25	1
	sábado	26/jun	23	25	1
	domingo	27/jun	23	25	1
	segunda-feira	28/jun	23	25	1
	terça-feira	29/jun	23	25	1
	quarta-feira	30/jun	23	25	1