

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO TECNOLÓGICO DE JOINVILLE
CURSO DE ENGENHARIA CIVIL DE INFRAESTRUTURA

NATACHA PAUL

ANÁLISE COMPARATIVA DE LAJES MACIÇAS EM RELAÇÃO AS CONDIÇÕES
DE CONTORNO E A FATORES QUE INFLUENCIAM NO DIMENSIONAMENTO

Joinville

2023

NATACHA PAUL

ANÁLISE COMPARATIVA DE LAJES MACIÇAS EM RELAÇÃO AS CONDIÇÕES
DE CONTORNO E A FATORES QUE INFLUENCIAM NO DIMENSIONAMENTO

Trabalho apresentado como requisito para
obtenção do título de bacharel em
Engenharia Civil de Infraestrutura, no
Centro Tecnológico de Joinville, da
Universidade Federal de Santa Catarina.

Orientador(a): Dra. Valéria Bennack

Joinville

2024

NATACHA PAUL

ANÁLISE COMPARATIVA DE LAJES MACIÇAS EM RELAÇÃO AS CONDIÇÕES
DE CONTORNO E A FATORES QUE INFLUENCIAM NO DIMENSIONAMENTO

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado para obtenção do título de bacharel em Engenharia Civil de Infraestrutura, no Centro Tecnológico de Joinville, da Universidade Federal de Santa Catarina.

Joinville (SC), 04 de Julho de 2024.

Banca Examinadora:

Dra. Valéria Bennack
Orientador(a)/Presidente

Dra. Anelize Borges Monteiro
Membro(a)
Universidade Federal de Santa Catarina

Eng. Maria Eduarda Paul
Membro(a)
Universidade Federal de Santa Catarina

Eu dedico este trabalho à minha querida mãe e às minhas amadas irmãs

AGRADECIMENTOS

Expresso minha profunda gratidão à minha família e ao meu namorado, cujo apoio e estímulo foram fundamentais para que eu continuasse na área. Sem eles, essa jornada não teria sido possível.

RESUMO

A correta dimensão de lajes maciças é de suma importância para assegurar a segurança, durabilidade, eficiência econômica, desempenho funcional e conformidade com as normas que tratam do dimensionamento de estruturas de concreto armado. Constituindo uma etapa essencial no âmbito do projeto estrutural em engenharia civil, este estudo se propõe a realizar o dimensionamento de lajes maciças em uma residência unifamiliar de pequeno porte. Foram estudadas variações nas condições de contorno, considerando duas diferentes espessuras de laje e geometrias, buscando identificar a combinação mais eficaz em termos de atendimento às normas e critérios de segurança. No que tange à segurança estrutural, é crucial compreender que o dimensionamento adequado de lajes desempenha um papel fundamental na proteção das edificações. Responsáveis por transmitir as cargas (peso próprio, cargas permanentes e cargas variáveis) para vigas, pilares e, subsequentemente, para as fundações, a correta dimensão assegura que a laje seja capaz de suportar essas cargas sem apresentar falhas ou colapsos. Em última instância, o objetivo é alcançar um dimensionamento otimizado na quantidade de aço mas que permita eficiência e economia na execução da obra. Para atingir esse fim, foi adotada a formulação de Marcus e realizadas manipulações matemáticas, empregando tabelas específicas do método, as quais variaram conforme o tipo de laje e a relação entre os vãos, sendo possível apresentar uma comparação na quantidade de aço para cada caso.

Palavras-chave: Lajes maciças. Dimensionamento. Variações de espessura e geometria.

ABSTRACT

The correct sizing of solid slabs is of utmost importance to ensure safety, durability, economic efficiency, functional performance, and compliance with standards regarding the design of reinforced concrete structures. As an essential step in the structural design process in civil engineering, this study aims to size solid slabs in a small single-family residence. Variations in boundary conditions were studied, considering two different slab thicknesses and geometries, seeking to identify the most effective combination in terms of meeting standards and safety criteria. Regarding structural safety, it is crucial to understand that proper slab sizing plays a fundamental role in the protection of buildings. Responsible for transferring loads (self-weight, permanent loads, and variable loads) to beams, columns, and subsequently to the ground, correct sizing ensures that the slab can support these loads without presenting failures or collapses. Ultimately, the goal is to achieve an optimized sizing in terms of the amount of steel while allowing efficiency and economy in the construction process. To achieve this, Marcus' formulation was adopted, and mathematical manipulations were performed, using specific tables of the method, which varied according to the type of slab and the span-to-span ratio, showing us a comparison of the amount of steel for each case.

Keywords: Solid slabs. Sizing. Amount of steel.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Representação de uma laje nervurada moldada no local	22
Figura 2 – Representação de uma laje maciça	24
Figura 3 – Classificação quanto a direção da armação.....	25
Figura 4 – Convenção dos tipos de apoios	30
Figura 5 – Viga de borda como apoio simples para a laje.....	31
Figura 6 – Lajes adjacentes com espessura muito diferentes.....	31
Figura 7 – Lajes parcialmente contínuas.....	32
Figura 8 – Lajes parcialmente contínuas.....	32
Figura 9 – Dimensões consideradas no cálculo de vão efetivo das lajes.....	33
Figura 10 – Altura útil d para armadura de flexão positiva em laje maciça.	35
Figura 11 – Roteiro de análises.....	41
Figura 12 – Planta baixa utilizada para o dimensionamento da laje.....	42
Figura 13 – Planta baixa utilizada para o dimensionamento da laje.....	43
Figura 14 – Planta baixa de uma residência utilizada para a hipótese 01.....	44
Figura 15 – Condição de contorno laje tipo 1 para hipótese 01	44
Figura 16 – Planta baixa de uma residência utilizada para a hipótese 02.....	45
Figura 17 – Condição de contorno para a hipótese 02.....	45
Figura 18 – Planta baixa de uma residência utilizada para a hipótese 03.....	46
Figura 19 – Condição de contorno para a hipótese 03.....	46
Figura 20 – Planta baixa de uma residência utilizada para a hipótese 04.....	47
Figura 21 – Condição de contorno para a hipótese 04.....	47
Figura 22– Planta baixa de uma residência utilizada para a hipótese 05.....	48
Figura 23– Condição de contorno para a hipótese 05.....	48
Figura 24 – Planta baixa de uma residência utilizada para a hipótese 01	50
Figura 25 – Condição de contorno para a hipótese 01.....	50
Figura 26 – Planta baixa de uma residência utilizada para a hipótese 02.....	51
Figura 27 – Condição de contorno para a hipótese 02.....	51
Figura 28 – Planta baixa de uma residência utilizada para a hipótese 03.....	52
Figura 29 – Condição de contorno para a hipótese 03.....	52
Figura 30 – Planta baixa de uma residência utilizada para a hipótese 04.....	53
Figura 31 – Condição de contorno para a hipótese 04.....	53

Figura 32 – Planta baixa de uma residência utilizada para a hipótese 05.....	54
Figura 33 – Condição de contorno para a hipótese 05.....	54

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Comparativo das áreas de armadura para Análise 01.....	59
Gráfico 2 - Comparativo das áreas de armadura para Análise 02.....	62
Gráfico 3 - Comparativo das áreas de armadura para Análise 03.....	65
Gráfico 4 - Comparativo das áreas de armadura para Análise 04.....	67

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Classe de Agressividade Ambiental	18
Tabela 2 – Correspondência entre classe de agressividade e qualidade do concreto.....	22
Tabela 3 – Correspondência entre classe de agressividade ambiental e cobrimento nominal para $\Delta c = 10$ mm.....	23
Tabela 4 – Valores característicos nominais das cargas variáveis.....	31
Tabela 5– Taxa mínima para cálculo da área mínima de armadura.....	42
Tabela 6 – Valores considerados para dimensionamento das lajes.....	47
Tabela 7 – Valores de cargas atuantes na laje.....	62
Tabela 8 – Momentos atuantes na laje.....	62
Tabela 9 – Área de armadura necessárias.....	62
Tabela 10 – Resumo de resultados da análise 01.....	63
Tabela 11 – Resumo de resultados da análise 02.....	66
Tabela 12 – Resumo de resultados da análise 03.....	67
Tabela 13 – Resumo de resultados da análise 04.....	69

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas

NBR – Norma Técnica Brasileira

ELU – Estado Limite Último

ELS – Estado Limite de Serviço

E_s – Módulo de Elasticidade do aço

CA-50 – Aço 500 MPa

MPa – Megapascal

f_{ck} – Resistência Característica do Concreto à compressão

f_{cd} – Resistência de Cálculo do concreto

f_{yd} – Resistência de Cálculo do aço

f_{yk} – Resistência Característica do aço à tração

$M_{máx}$ – Momento máximo

d - Altura útil

ρ_{min} – taxa mínima

$f_{ct,m}$ – resistência média à tração do concreto

$f_{ct,sp}$ – resistência do concreto à tração indireta

$f_{ct,f}$ – resistência do concreto à tração na flexão

f_{cm} – resistência média à compressão do concreto

f_{ckj} – resistência característica à compressão do concreto aos j dias

E_{ci} – módulo de elasticidade

α_E – depende do material

λ – relação entre os vãos

h – altura da laje

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	15
1.1. OBJETIVOS	16
1.1.1. Objetivo Geral	16
1.1.2. Objetivos Específicos	16
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	17
2.1. O CONCRETO ARMADO	17
2.2.1. Resistência à Compressão	18
2.2.1. Resistência à Tração	18
2.2.3. Modulo de Elasticidade	19
2.2.4. Durabilidade e vida útil	19
2.2.5. Classe de Agressividade	19
2.2.6. Cobrimento	21
2.3. LAJES	22
2.3.1. Lajes Nervuradas	22
2.3.2. Lajes Maciças	23
2.3.2.1. Classificação	24
2.4. FATORES QUE INFLUENCIAM NO DIMENSIONAMENTO DE LAJES.....	25
2.4.1. Ações	25
2.4.1.1. Permanentes	26
2.4.1.1.1 Peso próprio	26
2.4.1.1.2 Peso de Enchimento	26
2.4.1.1.3 Carregamento devido as paredes	27
2.4.1.2. Variáveis Diretas e Indiretas	28
2.4.2. Condições de Apoios	30
2.4.3. Vão Teórico e Livre das Lajes	33
2.4.4. Espessura mínima das lajes	34
2.4.5. Altura Útil	34
2.4.6. Momentos Atuantes	35
2.4.7. Cálculo das armaduras	37
3. METODOLOGIA.....	40
3.1. CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES	40
5. ANÁLISE DE DADOS E DISCUSSÕES.....	43
5.1. APRESENTAÇÃO DAS ANÁLISES DE CONDIÇÕES DE CONTORNO	43

5.1.1. Análise 01	43
5.1.2. Análise 02	49
5.1.3. Análise 03	49
5.1.4. Análise 04	55
5.2. ROTINA DE CÁLCULO	55
5.3. RESULTADOS E COMPARAÇÃO DE VALORES ENTRE ANÁLISES	58
5.3.1. Análise 1 – variação nas condições de contorno utilizando uma espessura de 15cm para o dimensionamento	58
5.3.2. Análise 2 – variação nas condições de contorno utilizando uma espessura de 10 cm para o dimensionamento	61
5.3.3. Análise 3	64
5.3.4. Análise 04	66
6. CONCLUSÃO.....	68
6.1 SUGESTÃO PARA TRABALHOS FUTUROS.....	70
REFERÊNCIAS	71
APÊNDICE A – ROTEIRO DE CÁLCULO	72
APÊNDICE B – TABELAS.....	129

1. INTRODUÇÃO

As lajes são um elemento estrutural de grande importância para engenharia civil, pois são responsáveis por garantir estabilidade e segurança da edificação. Lajes são elementos planos, em geral horizontais, com duas dimensões muito maiores que a terceira, sendo esta denominada espessura. A principal função das lajes é receber os carregamentos atuantes no andar, provenientes do uso da construção (pessoas, móveis e equipamentos), e transferi-los para os apoios (PINHEIRO et al, 2010).

Segundo a NBR 8681 (ABNT, 2003), na análise estrutural, é necessário também considerar a influência de todas as ações, permanentes, variáveis e excepcionais que possam produzir efeitos significativos para a segurança da estrutura. Isso deve ser feito levando em conta os possíveis estados limites últimos e os de serviço.

Dessa forma, compreendendo os parâmetros que influenciam no dimensionamento de uma laje, neste trabalho, foi verificadas as condições de contorno para cada tipo de laje. Posteriormente, através de planilhas, foi realizada uma análise comparativa para qual situação, ou seja, combinação das condições de contorno, seria a mais adequada em relação ao consumo de aço necessário.

Para essa variação das condições de contorno foi realizada uma investigação baseada no tipo de vínculo das lajes nas bordas, ações atuantes, momentos fletores, dimensionamento das armaduras e verificação das flechas. Para a obtenção dos momentos e demais parâmetros, foi utilizada a formulação de Marcus, juntamente com manipulações matemáticas. Além disso, foi utilizado o software de projeto AutoCAD Civil 3D para a preparação da planta arquitetônica, analisando a disposição das lajes maciças e posteriormente realizando o cálculo do dimensionamento manual.

1.1. OBJETIVOS

Para abordar a problemática relacionada a quantidade necessária de aço e verificar o quanto ela é influenciada pelas condições de contorno no dimensionamento estrutural de uma laje, foram propostos os seguintes objetivos.

1.1.1. Objetivo Geral

Analisar e comparar lajes maciças, com foco na variação das condições de contorno e verificar como a espessura de uma laje e geometria influenciam no dimensionamento da quantidade de armadura necessária.

1.1.2. Objetivos Específicos

- Validar diferentes condições de contorno para lajes maciças junto da modificação da espessura e geometria da laje estudada no dimensionamento;
- Realizar o dimensionamento para lajes maciças respeitando os critérios das normas NBR6118:2023, 6120:1980, NBR 14931:2004 e entre outras;
- Analisar as combinações favoráveis para obter um consumo reduzido de aço.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Um projeto estrutural tem a função e responsabilidade de proporcionar segurança e conforto aos indivíduos que nela habitam. Através de estudos e cálculos, faz-se o pré-dimensionamento das estruturas que sustentam os pilares, as vigas e as lajes. Neste capítulo, serão abordados os conceitos essenciais para a realização desse pré-dimensionamento, proporcionando uma compreensão aprofundada e clara dos princípios fundamentais que embasam o projeto estrutural.

2.1. O CONCRETO ARMADO

Segundo Rodrigues (2011), o fenômeno da aderência é essencial e deve existir obrigatoriamente entre o concreto e a armadura. Para a existência do concreto armado é imprescindível que o trabalho seja realizado de forma conjunta entre o aço e o concreto.

Concreto armado é o material composto formado pela associação do concreto com barras de aço, convenientemente colocadas em seu interior. Em virtude da baixa resistência à tração do concreto (cerca de 10% da resistência à compressão), as barras de aço cumprem a função de absorver os esforços de tração na estrutura. As barras de aço também servem para aumentar a capacidade de carga das peças comprimidas. (ARAÚJO, José Milton de. Curso de Concreto Armado. Rio Grande, 2003, p. 11)

Dessa forma, é necessário que os dois materiais, concreto e aço, trabalhem em conjunto, aproveitando as forças de aderência existentes entre suas superfícies. As barras de aço tracionadas só desempenham sua função quando são alongadas devido à deformação do concreto que as envolve, formando assim as armaduras passivas. É essa aderência entre os materiais que confere ao concreto armado o seu comportamento como um material estrutural (CARVALHO, 2014).

2.2. CARACTERÍSTICAS DO CONCRETO

De acordo com Carvalho (2014) o concreto apresenta desempenho estrutural limitado quando utilizado de forma isolada. Embora demonstre boa resistência à compressão, sua resistência à tração é consideravelmente mais baixa, correspondendo a aproximadamente 10% de sua resistência à compressão.

2.2.1. Resistência à Compressão

De acordo com Carvalho e Figueiredo Filho (2007) a resistência à compressão do concreto é determinada pelo ensaio de corpos de prova submetidos à compressão centrada. Para que se avalie essa resistência é preciso realizar vários ensaios de corpos de prova, pois estes são bastante dispersos, variando de acordo com a execução do traço do concreto em uma mesma construção e de uma obra para outra. Ou seja, de um mesmo traço de concreto pode-se obter valores distintos de resistência, pois são muitos fatores que influenciam.

2.2.1. Resistência à Tração

Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2023) a resistência à tração direta f_{ct} , pode ser considerada igual a $0,9 f_{ct,sp}$ ou $0,7 f_{ct,f}$, ou, na falta de ensaios para obtenção de $f_{ct,sp}$ e $f_{ct,f}$ pode ser avaliado o seu valor médio ou característico por meio das seguintes equações (1), (2) e (3):

$$f_{ctk,inf} = 0,7 \cdot f_{ct,m} \quad (1)$$

$$f_{ctk,sup} = 1,3 \cdot f_{ct,m} \quad (2)$$

- Para concretos com $f_{ck} \leq 50$ Mpa.

$$f_{ct,m} = 0,3 \cdot (f_{ck})^{\frac{2}{3}} \quad (3)$$

Onde:

- $f_{ct,m}$ e f_{ck} são expressos em megapascal;

- Sendo $f_{ckj} > 7$ MPa estas expressões podem também ser usadas para idades diferentes de 28 dias;

2.2.3. Modulo de Elasticidade

Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2023) quando não forem feitos ensaios e não existirem dados mais precisos sobre o concreto usado na idade de 28 dias, pode-se estimar o valor do módulo de elasticidade usando a expressão (4):

$$E_{ci} = \alpha_e 5600 \sqrt{f_{ck}} \quad (4)$$

Onde:

- E_{ci} e f_{ck} são dados em megapascal;

2.2.4. Durabilidade e vida útil

A NBR 6118 (ANBT, 2023) estabelece que a durabilidade consiste na capacidade de a estrutura resistir às influências ambientais previstas e definidas em conjunto pelo autor do projeto estrutural e o contratante, no início dos trabalhos de elaboração do projeto.

Por vida útil de projeto, entende-se o período de tempo durante o qual se mantêm as características das estruturas de concreto, desde que atendidos os requisitos de uso e manutenção prescritos pelo projetista e pelo construtor, visando também a execução dos reparos necessários decorrentes de danos acidentais.

2.2.5. Classe de Agressividade

Conforme a NBR 6118 (ANBT, 2023), a agressividade do meio ambiente está relacionada às ações físicas e químicas que atuam sobre as estruturas de concreto, independentemente das ações mecânicas, das variações volumétricas de origem térmica, da retração hidráulica e outras previstas no dimensionamento das estruturas de concreto.

A agressividade ambiental deve ser classificada de acordo com o apresentado na tabela 1 e pode ser avaliada, simplificada, segundo as condições de exposição da estrutura ou de suas partes.

Tabela 1 – Classe de Agressividade Ambiental

Classe de agressividade ambiental	Agressividade	Classificação geral do tipo de ambiente para efeito de projeto	Risco de deterioração da estrutura
I	Fraca	Rural Submersa	Insignificante
II	Moderada	Urbana ^{1, 2}	Pequeno
III	Forte	Marinha ¹ Industrial ^{1, 2}	Grande
IV	Muito forte	Industrial ^{1, 3} Respingos de maré	Elevado

¹ Pode-se admitir um microclima com uma classe de agressividade mais branda (um nível acima) para ambientes internos secos (salas, dormitórios, banheiros, cozinhas e áreas de serviço de apartamentos residenciais e conjuntos comerciais ou ambientes com concreto revestido com argamassa e pintura).

² Pode-se admitir uma classe de agressividade mais branda (um nível acima) em: obras em regiões de clima seco, com umidade relativa do ar menor ou igual a 65%, partes da estrutura protegidas de chuva em ambientes predominantemente secos, ou regiões onde chove raramente.

³ Ambientes quimicamente agressivos, tanques industriais, galvanoplastia, branqueamento em indústrias de celulose e papel, armazéns de fertilizantes, indústrias químicas.

Fonte: NBR 6118 ABNT (2023, p. 16) – adaptado.

A NBR 6118 (ABNT, 2023) também determina a relação água/cimento das estruturas de concreto de acordo com a sua respectiva classe de agressividade, como apresentado na Tabela 2.

Tabela 2 – Correspondência entre classe de agressividade e qualidade do concreto

Concreto	Tipo	Classe de agressividade			
		I	II	III	IV
Relação água/cimento em massa	CA	≤ 0,65	≤ 0,60	≤ 0,55	≤ 0,45
	CP	≤ 0,60	≤ 0,55	≤ 0,50	≤ 0,45
Classe de concreto (ABNT NBR 8953)	CA	≥ C20	≥ C25	≥ C30	≥ C40
	CP	≥ C25	≥ C30	≥ C35	≥ C40

1 O concreto empregado na execução das estruturas deve cumprir com os requisitos estabelecidos na ABNT NBR 12655.

2 CA corresponde a componentes e elementos estruturais de concreto armado.

3 CP corresponde a componentes e elementos estruturais de concreto protendido.

Fonte: NBR 6118 ABNT (2023, p. 18) – adaptado.

2.2.6. Cobrimento

Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2023) que ressalta a durabilidade das estruturas é altamente dependente das características do concreto e da espessura e qualidade do concreto do cobrimento da armadura.

Para garantir o cobrimento mínimo (c_{\min}), o projeto e a execução devem considerar o cobrimento nominal (c_{nom}), que é o cobrimento mínimo acrescido da tolerância de execução (Δc). Assim, as dimensões das armaduras e os espaçadores devem respeitar os cobrimentos nominais, estabelecidos na Tabela 5, para $\Delta c = 10$ mm. (NBR 6118 ABNT, 2014, p. 19).

Quando houver um adequado controle de qualidade e rígidos limites de tolerância da variabilidade das medidas durante a execução pode ser adotado o valor $\Delta c = 5$ mm. Permite-se, então, a redução dos cobrimentos nominais prescritos na tabela (3).

Tabela 3 – Correspondência entre classe de agressividade ambiental e cobrimento nominal para $\Delta c = 10$ mm

Tipo de estrutura	Componente ou elemento	Classe de agressividade ambiental			
		I	II	III	IV ³
		Cobrimento nominal mm			
Concreto armado	Laje ²	20	25	35	45
	Viga/Pilar	25	30	40	50
Concreto protendido ¹	Todos	30	35	45	55

¹ Cobrimento nominal da armadura passiva que envolve a bainha ou os fios, cabos e cordoalhas, sempre superior ao especificado para o elemento de concreto armado, devido aos riscos de corrosão fragilizante sob tensão.

² Para a face superior de lajes e vigas que serão revestidas com argamassa de contrapiso, com revestimentos finais secos tipo carpete e madeira, com argamassa de revestimento e acabamento tais como pisos de elevado desempenho, pisos cerâmicos,

pisos asfálticos e outros tantos, as exigências desta tabela podem ser substituídas por 7.4.7.5, respeitado um cobrimento nominal ≥ 15 mm.

³ Nas faces inferiores de lajes e vigas de reservatórios, estações de tratamento de água e esgoto, condutos de esgoto, canaletas de efluentes e outras obras em ambientes química e intensamente agressivos, a armadura deve ter cobrimento nominal ≥ 45 mm.

Fonte: NBR 6118 ABNT (2023, p. 19) – adaptado.

2.3. LAJES

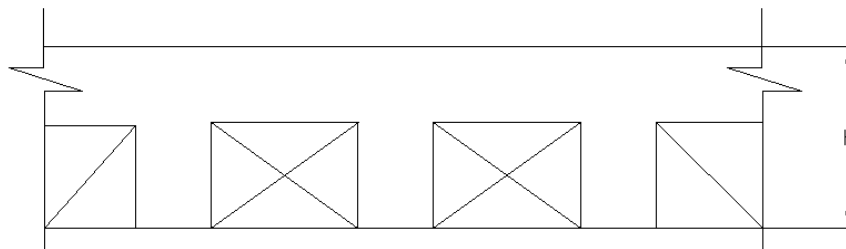
Segundo Bastos (2023), as lajes são classificadas como elementos de superfície, planos e bidimensionais, que são aquelas onde duas dimensões (comprimento e largura) são da mesma ordem de grandeza e muito maiores que a terceira dimensão, a espessura. As lajes são também chamadas placas.

Para Pinheiro (2007) essas placas que, além das cargas permanentes, recebem as ações de uso e as transmitem para os apoios, travam os pilares e distribuem as ações horizontais entre o elemento de contravento.

2.3.1. Lajes Nervuradas

Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2023), lajes nervuradas são "lajes moldadas no local ou com nervuras pré-moldadas, cuja zona de tração é constituída por nervuras entre as quais pode ser colocado material inerte", como representado pela Figura 1.

Figura 1 – Representação de uma laje nervurada moldada no local



Fonte: Autoria própria (2024).

Conforme a NBR 6118 (ABNT, 2023) para o projeto das lajes nervuradas devem ser obedecidas as seguintes condições:

- Para lajes com espaçamento entre eixos de nervuras menor ou igual a 65 cm, pode ser dispensada a verificação da flexão da mesa, e para verificação do cisalhamento da região das nervuras, permite-se a consideração dos critérios de laje;
- Para lajes com espaçamento entre eixos de nervuras entre 65 cm e 110 cm, exige-se a verificação da flexão da mesa e as nervuras devem ser verificadas ao cisalhamento como vigas. Permite-se essa verificação como lajes se o espaçamento entre eixos de nervuras for até 90 cm e a largura média das nervuras for maior que 12 cm;
- Para lajes nervuradas com espaçamento entre eixos de nervuras maior que 110 cm, a mesa deve ser projetada como laje maciça, apoiada na grelha de vigas, respeitando-se os seus limites mínimos de espessura;
- A espessura das nervuras não deve ser inferior a 5 cm;
- Nervuras com espessura menor que 8 cm não deve conter armadura de compressão;

2.3.2. Lajes Maciças

Quanto as lajes maciças, baseado na ABNT 6118:2023, tem-se o conceito estrutural que lajes ou placas são “elementos de superfície plana sujeitos principalmente a ações normais a seu plano. As placas de concreto são usualmente denominadas de lajes”.

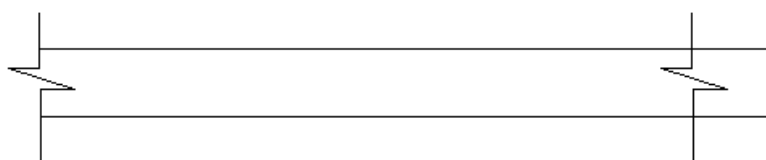
As lajes maciças são um tipo de laje de concreto armado em que toda a espessura da laje é preenchida por concreto, sem a presença de vazios ou vigotas sendo amplamente utilizadas na construção civil para cobrir e distribuir as cargas dos pavimentos de uma edificação. Além de distribuírem as cargas as lajes também possuem um importante papel no esquema resistente para ações horizontais, comportando-se como diafragmas rígidos ou chapas, compatibilizando o deslocamento dos pilares de cada piso (SILVA, 2005).

Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2023) as lajes podem ser analisadas admitindo-se as seguintes hipóteses:

- a) Manutenção da seção plana após a deformação, em faixas suficientemente estreitas;
- b) Representação dos elementos por seu plano médio;

De acordo com Hemerly e Adão (2010), lajes são elementos estruturais planos, com maiores dimensões em plano horizontal. São lajes os pisos e tetos dos prédios, assim como tampas e fundos de caixas d'água de concreto armado. Segue um exemplo de laje maciça na Figura 2.

Figura 2 – Representação de uma laje maciça



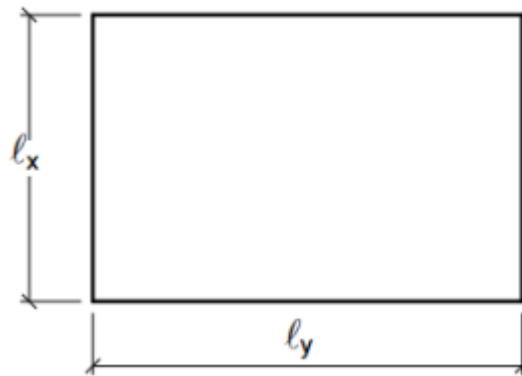
Fonte: Autoria própria (2024).

2.3.2.1. Classificação

Segundo Bastos (2023), as lajes maciças podem ser classificadas de acordo com diversos critérios, como a forma geométrica, os tipos de vínculos nos apoios, a direção da armadura principal, entre outros. As formas geométricas das lajes podem variar amplamente, porém, na prática, a forma retangular é a mais comum. Uma classificação muito importante das lajes maciças é baseada na direção ou direções da armadura principal. Existem dois casos principais: lajes armadas em uma direção e lajes armadas em duas direções.

De acordo com Pinheiro, Muzardo e Santos (2010), o valor de λ , é usual a seguinte classificação quanto a direção segundo a Figura 3:

Figura 3 – Classificação quanto a direção da armação



Fonte: autoria própria (2024).

Onde:

- l_x = lado menor;
- l_y = lado maior;

As lajes podem ser classificadas pela seguinte Equação (5):

$$\lambda = \frac{l_y}{l_x} \quad (5)$$

- $\lambda > 2$ laje é armada em uma direção;
- $\lambda \leq 2$ laje é armada em duas direção

2.4. FATORES QUE INFLUENCIAM NO DIMENSIONAMENTO DE LAJES

2.4.1. Ações

Conforme a NBR 6118 (ABNT, 2023), as ações a considerar se classificam, de acordo com a ABNT NBR 8681, em permanentes, variáveis e excepcionais. Para cada tipo de construção, as ações a se considerar devem respeitar as suas peculiaridades e as normas a elas aplicáveis.

2.4.1.1. Permanentes

Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2023), as ações permanentes são as que ocorrem com valores praticamente constantes durante toda a vida da construção. Também são consideradas como permanentes as ações que aumentam no tempo, tendendo a um valor limite constante.

Exemplos de ações permanentes seriam o peso próprio da estrutura e demais elementos construtivos, pesos de equipamentos fixos, empuxos devido ao peso próprio de terras e outros materiais granulosos quando forem admitidos como não removíveis, peso da água em piscinas e reservatórios que permanecem cheios durante a maior parte da vida da edificação.

2.4.1.1.1 Peso próprio

Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2023) o peso próprio é função da altura h e do peso específico do concreto armado. O peso próprio de laje com altura constante é uniformemente distribuído na área da laje, e para um metro quadrado de área pode ser calculado conforme a equação (6):

$$PP = \gamma_{\text{conc}} \times h \quad (6)$$

Onde

- γ_{conc} = o peso específico do concreto (25 kN/m^3);
- h = espessura da laje;

2.4.1.1.2 Peso de Enchimento

Segundo Bennack (2023) a utilização de enchimento é comum no caso de lajes em rebaixo ou com pisos elevados. O seu peso é calculado conforme a equação (7):

$$PP = \gamma_{enc} \times h_{enc} \quad (7)$$

Onde:

- γ_{enc} = peso próprio do enchimento;
- h_{enc} = espessura do enchimento.

2.4.1.1.3 Carregamento devido as paredes

Segundo Bastos (2023), o modo de calcular a carga de parede sobre laje maciça depende do peso da parede e de se a laje é armada em uma ou em duas direções. Para determinar o peso da parede é necessário conhecer o tipo da unidade de alvenaria que compõe a parede (tijolo, bloco, etc.), o tipo e espessura do revestimento nas faces (argamassa, gesso, etc.), assim como a largura e altura da parede.

a) Paredes isoladas em laje armada em cruz – a carga pode ser disposta uniformemente distribuída e calculada através da seguinte equação (8):

$$q_{par} = \left(\frac{V_a \times \gamma_a}{l_x \times l_y} \right) \times 1,2 \quad (8)$$

Onde:

- V_a = volume da alvenaria;
- γ_a = peso específico da alvenaria;
- l_x e l_y = vãos teóricos da laje nas direções x e y;
- 1,2 = coeficiente majorador para efeitos desfavoráveis de concentração de esforços na região da parede.

b) Várias paredes dispostas em lajes armadas em cruz – a carga será considerada uniformemente distribuída, e calculada como equação (9):

$$q_{par} = \frac{V_a \times \gamma_a}{l_x \times l_y} \quad (9)$$

c) As ações das paredes segundo a maior dimensão em lajes armadas em uma só direção podem ser calculadas através da seguinte equação (10):

$$q_{par} = e_{par} \times \gamma_{par} \times h_{par} \quad (10)$$

- e_{par} = espessura da parede;
- γ_{par} = peso específico do material da parede;
- h_{par} = altura da parede (descontada a espessura da laje).

2.4.1.2. Variáveis Diretas e Indiretas

Segundo o item 6 da NBR 6120 (ABNT, 2019), as estruturas devem ser projetadas para suportar as cargas variáveis indicadas na Tabela 10 da norma. Áreas sujeitas a várias categorias de utilização devem ser calculadas para a categoria que produzir os efeitos mais desfavoráveis. Exceto onde especificado, os pavimentos devem ser projetados para as cargas uniformemente distribuídas e verificados para a atuação isolada das cargas concentradas, o que for mais desfavorável. Exceto onde especificado, as cargas concentradas indicadas são assumidas atuando uniformemente distribuídas em uma área de 75 cm × 75 cm e localizadas de modo a produzir os efeitos mais desfavoráveis.

De maneira geral, os valores das ações são verificados caso a caso, conforme as particularidades do projeto. As ações variáveis devem respeitar os valores característicos nominais mínimos [...], reduções estas que devem ser registradas nos documentos do projeto. As ações variáveis são classificadas, de modo geral, como ações variáveis normais. As ações variáveis especiais ocorrem em casos específicos. (NBR 6120 ABNT, 2019, item 6).

Portanto, a Tabela 10 da NBR 6120 (ABNT, 2019) deve ser consultada para a definição das cargas variáveis atuantes nas lajes dos pavimentos. As cargas variáveis especificadas pela norma para alguns casos estão apresentadas na Tabela (4).

Tabela 4 – Valores característicos nominais das cargas variáveis

	Local	Carga uniformemente distribuída (kN/m ²)
Balcões, sacadas, varandas e terraços i),j)	Residencial	2,5
	Comercial, corporativos e escritórios	3
	Com acesso público (hotéis, hospitais, escolas, teatros, etc.)	4
Edifícios residenciais	Dormitórios	1,5
	Sala, copa, cozinha	1,5
	Sanitários	1,5
	Despensa, área de serviço e lavanderia	2
	Quadras esportivas	5a)
	Salão de festas, salão de jogos	3a)
	Áreas de uso comum	3a)
	Academia	3a)
	Forros acessíveis apenas para manutenção e sem estoque de materiais	0,1a), r)
	Sótão	2a)
	Corredores dentro de unidades autônomas	1,5
	Corredores de uso comum	3
	Depósitos	3
	Áreas técnicas	
	Jardins	

a) “Redução de cargas variáveis não permitida.

i) Conforme o caso, deve-se prever cargas adicionais devido a mudanças futuras, por exemplo: fechamento com vidro, nivelamento do piso, mudança de uso etc.

j) Nas bordas de balcões, varandas, sacadas e terraços com guarda-corpo, prever carga variável de 2 kN/m, além do peso próprio do guarda-corpo. Considerar também forças horizontais variáveis conforme 6.3.

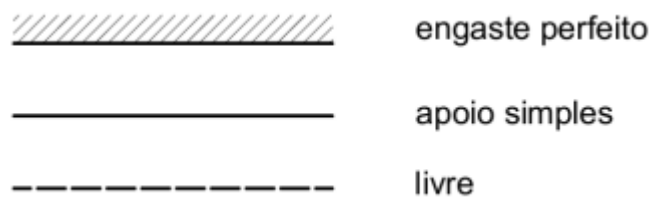
r) Para forros inacessíveis e sem possibilidade de estoque de materiais, não é necessário considerar cargas variáveis devido ao uso.”

Fonte: NBR 6120 ABNT (2019, p. 20) – adaptado.

2.4.2. Condições de Apoios

Segundo Bastos (2023) para o cálculo dos esforços solicitantes e das deformações nas lajes se torna necessário estabelecer os vínculos da laje com os apoios, sejam eles pontuais como os pilares ou lineares como as vigas de borda. Devido à complexidade do problema devem ser feitas algumas simplificações, de modo a possibilitar o cálculo manual. Os três tipos comuns de vínculo das lajes são o apoio simples, o engaste perfeito e o engaste elástico. Como as tabelas usuais para cálculo das lajes só admitem apoios simples, engaste perfeito e apoios pontuais, a vinculação nas bordas deve se resumir apenas a esses três tipos conforme a figura (4) e os exemplos a seguir.

Figura 4 – Convenção dos tipos de apoios

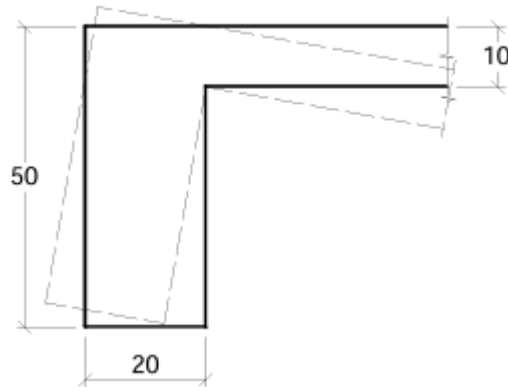


Fonte: Bastos (2005).

a) Borda simplesmente apoiada

O apoio simples surge nas bordas onde não existe ou não se admite a continuidade da laje com outras lajes vizinhas. O apoio pode ser uma parede de alvenaria ou uma viga de concreto. Um exemplo do funcionamento deste apoio segue na figura (5):

Figura 5 – Viga de borda como apoio simples para a laje.



Fonte: Bastos (2023).

b) Engaste perfeito

Bastos (2023) ainda assinala que o engaste perfeito ocorre no caso de lajes em balanço, como marquises e varandas, e também quando há continuidade entre duas lajes vizinhas. Quando duas lajes contínuas têm espessuras muito diferentes, pode ser mais adequado considerar a laje de menor espessura engastada na de maior espessura, enquanto a laje de maior espessura pode ser considerada apenas apoiada na borda comum às duas lajes, conforme mostrado na Figura (6).

Figura 6 – Lajes adjacentes com espessura muito diferentes.



Fonte: Bastos (2023).

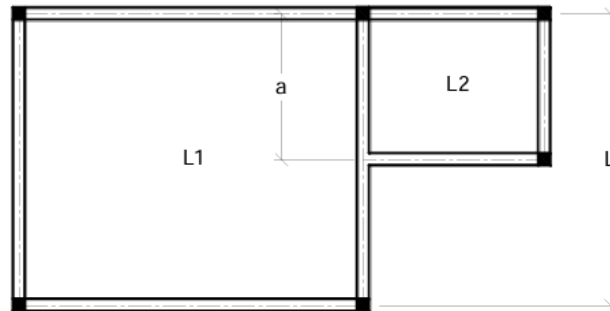
Segundo Bastos (2023) no caso onde as lajes não têm continuidade ao longo de toda a borda comum, o critério simplificado para se considerar a vinculação é o seguinte:

se $a \geq \frac{2}{3} L$ a laje L1 pode ser considerada com a borda engastada na laje L2;

se $a < \frac{2}{3} L$ a laje L1 fica com a borda simplesmente apoiada (apoio simples).

Em qualquer dos casos, a laje L2 tem a borda engastada na laje L1 conforme a figura (7).

Figura 7 – Lajes parcialmente contínuas

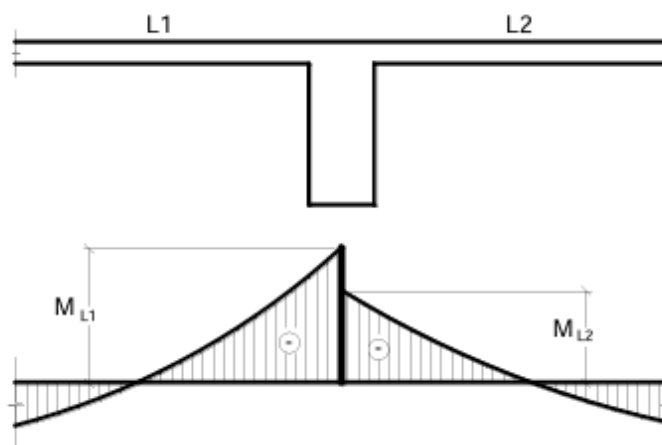


Fonte: Bastos (2023).

c) Engaste elástico

No caso de apoios intermediários de lajes contínuas surgem momentos fletores negativos devido à continuidade das lajes. A ponderação feita entre os diferentes valores dos momentos fletores que surgem nesses apoios conduz ao engastamento elástico (Figura 8). No entanto, para efeito de cálculo inicial dos momentos fletores M_{L1} e M_{L2} , as lajes que apresentam continuidade devem ser consideradas perfeitamente engastadas nos apoios intermediários.

Figura 8 – Lajes parcialmente contínuas



Fonte: Bastos (2023).

2.4.3. Vão Teórico e Livre das Lajes

Segundo o item 14.6.2.4 da NBR 6118 (ABNT, 2023), os vãos efetivos das lajes nas direções principais, considerando que os apoios são suficientemente rígidos na direção vertical, devem ser calculados pelas seguintes expressões (11), (12) e (13):

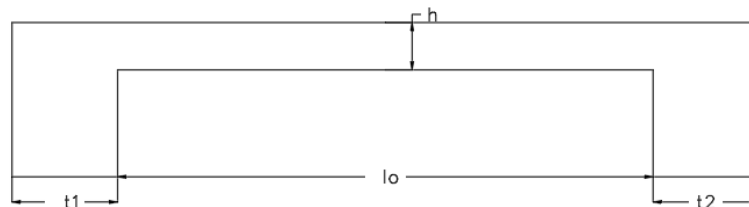
$$l_{ef} = l_o + a_1 + a_2 \quad (11)$$

$$a_1 \leq \begin{cases} \frac{t_1}{2} \\ 0,3h \end{cases} \quad (12)$$

$$a_2 \leq \begin{cases} \frac{t_2}{2} \\ 0,3h \end{cases} \quad (13)$$

As equações são exemplificadas conforme indicado na Figura (9).

Figura 9 – Dimensões consideradas no cálculo de vão efetivo das lajes.



Fonte: Autoria própria (2024).

Sendo:

- a) l_o = distância entre faces de dois apoios consecutivos;
- b) h = espessura da laje;
- c) t_1 = comprimento 1 de apoio paralelo ao vão da laje;
- d) t_2 = comprimento 2 de apoio paralelo ao vão da laje;
- e) a_1 e a_2 = relação entre o menor valor;
- f) l_{ef} = vão efetivo da laje;

2.4.4. Espessura mínima das lajes

A espessura mínima das lajes é um parâmetro definido para garantir a adequada capacidade de suporte e desempenho estrutural das lajes de concreto armado. Essa espessura mínima é estabelecida com base em critérios de segurança, durabilidade e conforto. Segundo a NBR 6118/2023 estabelece que a espessura mínima para as lajes maciças deve respeitar:

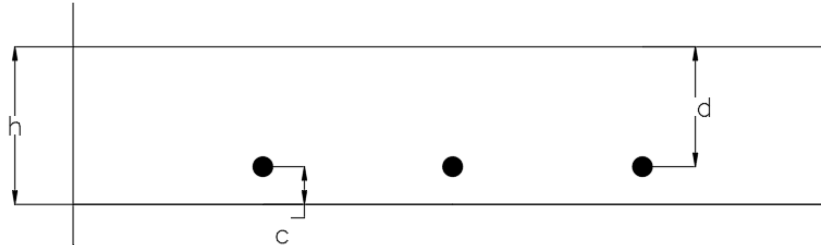
De acordo com o que estabelece a NBR 6118/2023, a espessura mínima das lajes maciças deve ser respeitada, considerando-se:

- a) 7 cm para cobertura não em balanço;
- b) 8 cm para lajes de piso não em balanço;
- c) 10 cm para lajes em balanço;
- d) 10 cm para lajes que suportem veículos de peso total menor ou igual a 30 kN;
- e) 12 cm para lajes que suportem veículos de peso total maior que 30 kN;
- f) 15 cm para lajes com protensão apoiada em vigas, $l/42$ para lajes de piso biapoiadas e $l/50$ para lajes de piso contínuas;
- g) 16 cm para lajes lisas e 14 cm para lajes-cogumelo, fora do capitel;

2.4.5. Altura Útil

Conforme Bastos (2023), para projetar uma laje é necessário conhecer de início à sua altura h . Existem diferentes procedimentos para estimativa da altura da laje, sendo um deles dependente da altura útil d , definida como a distância entre o centro de gravidade da armadura tracionada e a face comprimida da seção conforme apresentado na Figura (10).

Figura 10 – Altura útil d para armadura de flexão positiva em laje maciça.



Fonte: Autoria própria (2024).

Para os cálculos de dimensionamento a altura útil d deve ser conhecida, de modo que deve ser recalculada em função da altura h escolhida e manipulada pela equação (14) a seguir:

$$d = h - c - \phi/2 \quad (14)$$

Bastos (2023) aponta ainda que, conforme a NBR 6118 (ABNT, 2023), como não se conhece inicialmente o diâmetro ϕ da barra longitudinal, esse diâmetro deve ser estimado. No caso das lajes correntes o diâmetro varia comumente de 5 a 10 mm e para efeito de cálculo inicial pode-se estimar o diâmetro de 10 mm.

2.4.6. Momentos Atuantes

Segundo Bastos (2023), os esforços solicitantes e as deformações nas lajes armadas em duas direções podem ser determinados por diferentes teorias, sendo as mais importantes as seguintes:

- a) Teoria das Placas: desenvolvida com base na Teoria da Elasticidade, podem ser determinados os esforços solicitantes e as flechas em qualquer ponto da laje;
- b) Método das Linhas de Ruptura ou das Charneiras Plásticas;
- c) Métodos Numéricos, como dos Elementos Finitos, de Contorno, etc;

d) Processos aproximados.

Conforme Bastos (2023) exemplifica que a teoria da elasticidade considera o material como elástico linear (de acordo com a Lei de Hooke), homogêneo e isotrópico. Com base nela, a teoria das placas fornece a equação geral das placas. A solução dessa equação é uma tarefa muito complexa, o que motivou o surgimento de diversas tabelas, de diferentes origens e autores, com coeficientes que permitem o cálculo dos momentos fletores e das flechas para casos específicos de apoios e carregamentos. Há tabelas de autores como Czerny, Stiglat/Wippel, Bares, Szilard, entre outros. De modo geral, essas tabelas abrangem casos de lajes retangulares, triangulares, circulares, apoiadas em pilares, com bordas livres, etc., sob carregamento uniforme e triangular.

Botelho (2010) conclui que o método de Marcus é um método elástico misto, que fornece valores satisfatórios para os momentos em lajes armadas em cruz, atuando nos estados limites de serviço (ELS). O método prevê seis casos de cálculo, conforme os vínculos dos bordos da laje, sendo apoio simples ou engaste. Para lajes maciças, de acordo com a tabela de Marcus, os momentos positivos e negativos podem ser calculados pelas fórmulas (15), (16), (17) e (18) apresentadas a seguir:

$$M_x = \frac{q(l_x)^2}{m_x} \quad (15)$$

$$M_y = \frac{q(l_x)^2}{m_y} \quad (16)$$

$$X_x = \frac{q(l_x)^2}{n_x} \quad (17)$$

$$X_y = \frac{q(l_x)^2}{n_y} \quad (18)$$

Em que:

q = somatório das cargas atuantes sobre a laje (como peso próprio, peso de revestimento, peso de paredes etc.);

l_x = menor lado, considerando as condições de contorno;

M = momentos positivos;

x = momentos negativos;

n_y, n_x, m_y e m_x = coeficientes tabelados e correlacionados ao λ , apresentado nos anexos deste documento.

2.4.7. Cálculo das armaduras

O dimensionamento da armadura de flexão (superior e inferior) é feito de acordo com os critérios da NBR 6118:2023, considerando-se flexão normal simples para armadura positiva (inferior) e para armadura negativa (superior) e se levando em conta as combinações de carregamento do ELU.

Para tal dimensionamento, é necessário impor faixas de largura de 1 m (100 cm), ou seja, deve-se considerar $b_w = 100$ cm. Dessa forma, conforme Bastos (2023), pela fórmula (19), teremos:

$$K_m = \frac{b_w d^2}{M_d} \quad (19)$$

Onde:

b_w = Largura de 1 metro;

d = Altura útil da seção (m);

M_d = Momento de cálculo (kN.m/m).

Após obtido o coeficiente K_m foi consultado o apêndice B (anexo I) para encontrar o valor de K_a para sequência de cálculo da armadura, equação (20).

$$A_s = \frac{K_a M_d}{d} \quad (20)$$

Tem-se ainda o cálculo para a armadura mínima que deve ser atendida, para isso, é necessário realizar o cálculo de taxa mínima a ser utilizado.

Para melhorar o desempenho e a ductilidade à flexão, assim como controlar a fissuração, são necessários valores mínimos de armadura passiva [...]. Alternativamente, estes valores mínimos podem ser calculados com base no momento mínimo, conforme 17.3.5.2.1. Essa armadura deve ser constituída preferencialmente por barras com alta aderência ou por telas soldadas. (NBR 6118, 2023).

Tabela 5 – Taxa mínima para cálculo da área mínima de armadura.

fck (MPa)	20	25	30	35	40	45	50
ρ_{min}	0,15	0,15	0,173	0,201	0,23	0,259	0,288

Fonte: NBR 6118 ABNT (2023, p. 131) – adaptado.

Para cada situação, tem-se uma taxa mínima que deve ser seguida antes de serem direcionadas para cálculo da armadura mínima;

- Armadura negativa: $\rho_s \geq \rho_{min}$;
- Armadura positiva de lajes armadas nas duas direções: $\rho_s \geq 0,67 \rho_{min}$;
- Armadura positiva (principal) de lajes armadas em uma direção: $\rho_s \geq \rho_{min}$;
- Armadura positiva (secundária ou construtiva) de lajes armadas em uma direção:

$$\rho_s \geq \begin{cases} 20\%Asprin \\ 0,5\rho_{min} \\ 0,9cm^2/m \end{cases}$$

Por fim é possível calcular a área de armadura mínima, tem-se a equação (21):

$$As = \rho_s b_w h \quad (21)$$

Onde:

ρ_s = taxa de armadura;

b_w = Largura de 1 metro;

h = espessura da laje maciça.

Os espaçamentos entre barras dependem de alguns fatores como o diâmetro das barras e o tamanho da seção transversal da estrutura, portanto, não há um valor

único para o espaçamento que seja aplicável a todas as situações. De acordo com NBR 6118 (ABNT, 2023), o espaçamento entre barras deve obedecer:

- Para armadura principal positiva (maior momento positivo): $e \leq \begin{cases} 2h \\ 20 \text{ cm} \end{cases}$
- Para armadura secundária positiva (menor momento positivo): $e \leq 33 \text{ cm}$
- Para armadura negativa: $e \leq 25 \text{ cm}$

3. METODOLOGIA

Este trabalho teve como objetivo realizar uma análise comparativa dos efeitos causados pela variação das condições de contorno, bem como pela variação da espessura e da geometria de uma das lajes de uma edificação simples com sete cômodos, criada no Civil 3D. Foram realizadas quatro análises no total, cada uma verificando suas respectivas condições de contorno e os parâmetros que influenciam no dimensionamento da armadura.

3.1. CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES

Para o projeto estrutural da laje, foi adotada a classe de agressividade ambiental II, conforme especificado na Tabela 6.1 da norma NBR 6118 (ABNT, 2023), com um cobrimento nominal de 2,50 cm. O dimensionamento será realizado considerando uma resistência do concreto de 25 MPa, visto que a residência é unifamiliar e de pequeno porte, e estará sujeita aos seguintes carregamentos listados na Tabela 6:

Tabela 6 – Valores considerados para dimensionamento das lajes.

Dados de entrada		
Cobrimento	2,5*	cm
Aço	CA50	
γ_{concreto}	25***	kN/m ²
fck	25	MPa
b_w	100	cm
$P_{\text{revestimento}}$	1	kN/m ²
$P_{\text{sobrecarga}}$	6**	kN/m ²

*Cobrimento retirado da tabela 7.2 da NBR 6118 devido a classe de agressividade ambiental ser do tipo II (Moderada)

**A carga de sobrecarga será 6 devido a laje escolhida ter uso do tipo biblioteca sala com estante de livros, valor mínimo da norma

*** fck estipulado devido a residência ser de pequeno porte.

Fonte: Autoria própria (2023).

Para execução do projeto foi realizado uma série de análises das condições de contorno para uma laje maciça, designada como biblioteca e sala com estantes de livros. O objetivo era que essa laje alcançasse, sequencialmente, as condições de

contorno correspondentes aos tipos de lajes 1, 2, 3, 4 e 5. Essa verificação ocorreu de forma sucinta para as análises 01 e 02, com uma laje de geometria retangular, e para as análises 03 e 04, com uma laje de geometria próxima ao quadrado.

Com base nos parâmetros de entrada indicados na tabela 6 acima, as comparações foram conduzidas mediante a alteração dos parâmetros especificados na tabela de roteiro a seguir. Os resultados obtidos foram prontamente delineados, e serão posteriormente analisados de forma mais aprofundada seguindo conforme apresentado na Figura 11:

Figura 11 - Roteiro de análises

ANÁLISE 01 - AVALIAÇÃO DE UMA LAJE COM VARIAÇÃO NAS CONDIÇÕES DE CONTORNO, CONSIDERANDO UMA LAJE RETANGULAR COM ESPESSURA DE 15CM

HIPÓTESE 01		HIPÓTESE 02		HIPÓTESE 03		HIPÓTESE 04		HIPÓTESE 05	
Dimensão	2,0m X 4,0m	Dimensão	2,0m X 4,0m	Dimensão	2,0m X 4,0m	Dimensão	2,0m X 4,0m	Dimensão	2,0m X 4,0m
Fck=	25	Fck=	25	Fck=	25	Fck=	25	Fck=	25
h=	15	h=	15	h=	15	h=	15	h=	15
qt=	10,75	qt=	10,75	qt=	10,75	qt=	10,75	qt=	10,75
λ=	2,00	λ=	0,50	λ=	2,00	λ=	0,50	λ=	0,50
RESULTADOS:		RESULTADOS:		RESULTADOS:		RESULTADOS:		RESULTADOS:	
?		?		?		?		?	

ANÁLISE 02 - AVALIAÇÃO DE UMA LAJE COM VARIAÇÃO NAS CONDIÇÕES DE CONTORNO, CONSIDERANDO UMA LAJE RETANGULAR COM ESPESSURA DE 10CM

HIPÓTESE 01		HIPÓTESE 02		HIPÓTESE 03		HIPÓTESE 04		HIPÓTESE 05	
Dimensão	2,0m X 4,0m	Dimensão	2,0m X 4,0m	Dimensão	2,0m X 4,0m	Dimensão	2,0m X 4,0m	Dimensão	2,0m X 4,0m
Fck=	25	Fck=	25	Fck=	25	Fck=	25	Fck=	25
h=	10	h=	10	h=	10	h=	10	h=	10
qt=	9,50	qt=	9,50	qt=	9,50	qt=	9,50	qt=	9,50
λ=	2,00	λ=	0,50	λ=	2,00	λ=	0,50	λ=	0,50
RESULTADOS:		RESULTADOS:		RESULTADOS:		RESULTADOS:		RESULTADOS:	
?		?		?		?		?	

ANÁLISE 03 - AVALIAÇÃO DE UMA LAJE COM VARIAÇÃO NAS CONDIÇÕES DE CONTORNO, CONSIDERANDO UMA LAJE "QUADRADA" COM ESPESSURA DE 15CM

HIPÓTESE 01		HIPÓTESE 02		HIPÓTESE 03		HIPÓTESE 04		HIPÓTESE 05	
Dimensão	3,9mx4,0m	Dimensão	3,9mx4,0m	Dimensão	3,9mx4,0m	Dimensão	3,9mx4,0m	Dimensão	3,9mx4,0m
Fck=	25	Fck=	25	Fck=	25	Fck=	25	Fck=	25
h=	15	h=	15	h=	15	h=	15	h=	15
qt=	10,75	qt=	10,75	qt=	10,75	qt=	10,75	qt=	10,75
λ=	1,03	λ=	0,98	λ=	1,03	λ=	0,98	λ=	0,98
RESULTADOS:		RESULTADOS:		RESULTADOS:		RESULTADOS:		RESULTADOS:	
?		?		?		?		?	

ANÁLISE 04 - AVALIAÇÃO DE UMA LAJE COM VARIAÇÃO NAS CONDIÇÕES DE CONTORNO, CONSIDERANDO UMA LAJE "QUADRADA" COM ESPESSURA DE 10CM

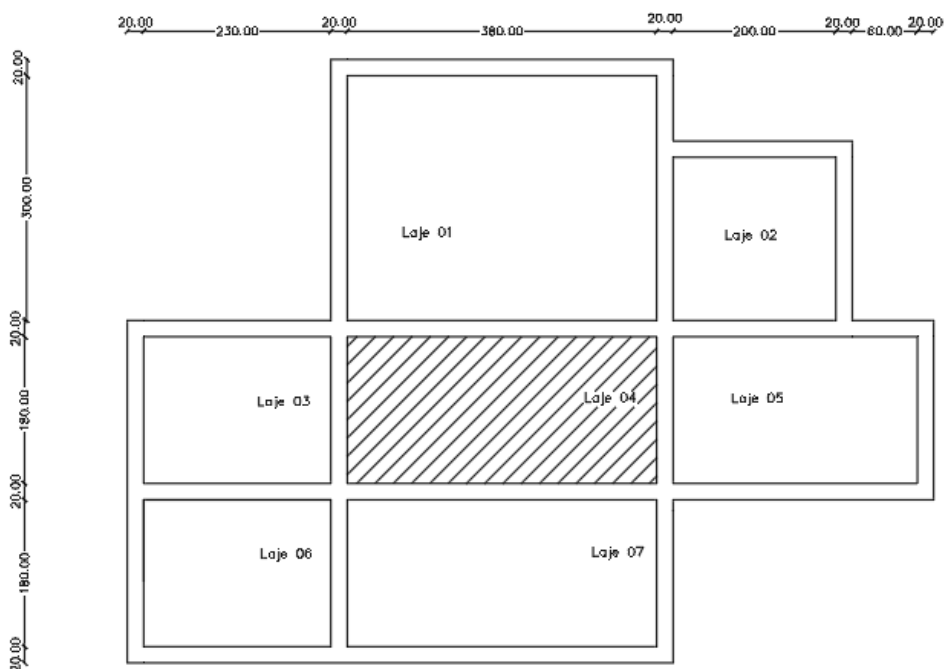
HIPÓTESE 01		HIPÓTESE 02		HIPÓTESE 03		HIPÓTESE 04		HIPÓTESE 05	
Dimensão	3,9mx4,0m	Dimensão	3,9mx4,0m	Dimensão	3,9mx4,0m	Dimensão	3,9mx4,0m	Dimensão	3,9mx4,0m
Fck=	25	Fck=	25	Fck=	25	Fck=	25	Fck=	25
h=	10	h=	10	h=	10	h=	10	h=	10
qt=	9,50	qt=	9,50	qt=	9,50	qt=	9,50	qt=	9,50
λ=	1,03	λ=	0,98	λ=	1,03	λ=	0,98	λ=	0,98
RESULTADOS:		RESULTADOS:		RESULTADOS:		RESULTADOS:		RESULTADOS:	
?		?		?		?		?	

Fonte: Autoria própria (2023).

Para ilustrar essas variações, a figura (12) representa uma residência simples com sete lajes maciças. Inicialmente, é apresentado um esboço da planta baixa da residência escolhida para estudo, sem cotas de nível, visando apenas visualizar a disposição inicial das lajes.

Para as análises 01 e 02, utilizou-se a mesma planta baixa, com a laje 04 destacada em hachura e de geometria retangular. O modelo obtido por meio da utilização do software é apresentado na Figura 12:

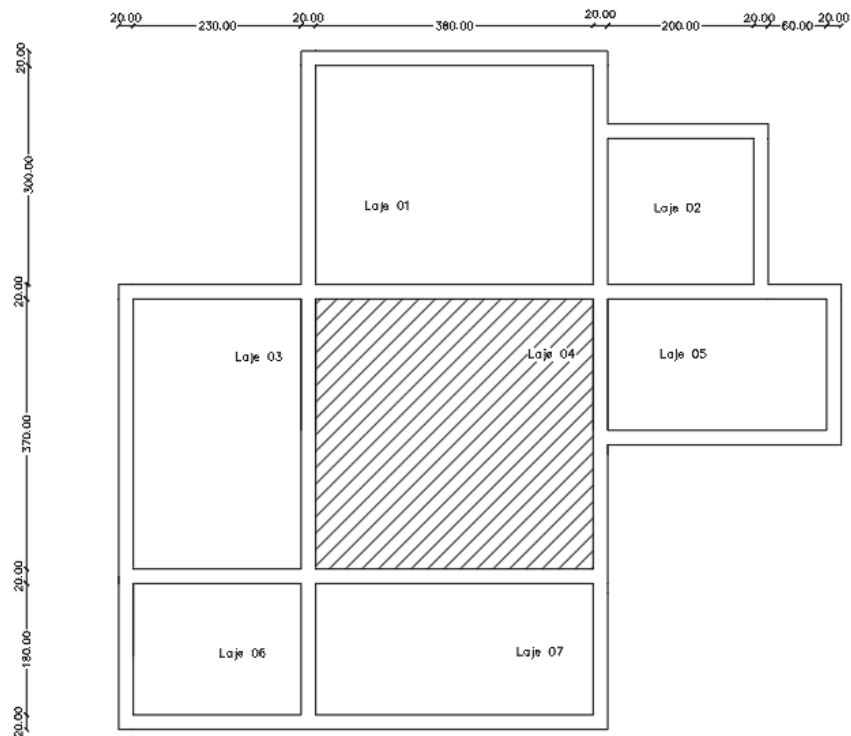
Figura 12 - Planta baixa utilizada para o dimensionamento da laje.



Fonte: Autoria própria (2023).

Já para as análises 03 e 04, será empregada a planta baixa da mesma residência unifamiliar. No entanto, a laje terá dimensões distintas, deixando de lado a geometria retangular para se aproximar mais de uma laje quadrada. Todas as medidas apresentadas estão em centímetros conforme apresentado na Figura 13.

Figura 13 – Planta baixa utilizada para o dimensionamento da laje



Fonte: Autoria própria (2023).

5. ANÁLISE DE DADOS E DISCUSSÕES

Foram conduzidas duas análises em relação a uma laje retangular, variando suas espessuras de 15 cm para 10 cm. Posteriormente, foram realizadas mais duas análises referentes a uma laje de dimensão quadrada, variando suas dimensões entre 15cm e 10cm. Foi então realizada uma comparação entre essas quatro análises, observando quais parâmetros têm maior impacto no dimensionamento da laje em relação à quantidade de aço necessária.

5.1. APRESENTAÇÃO DAS ANÁLISES DE CONDIÇÕES DE CONTORNO

5.1.1. Análise 01

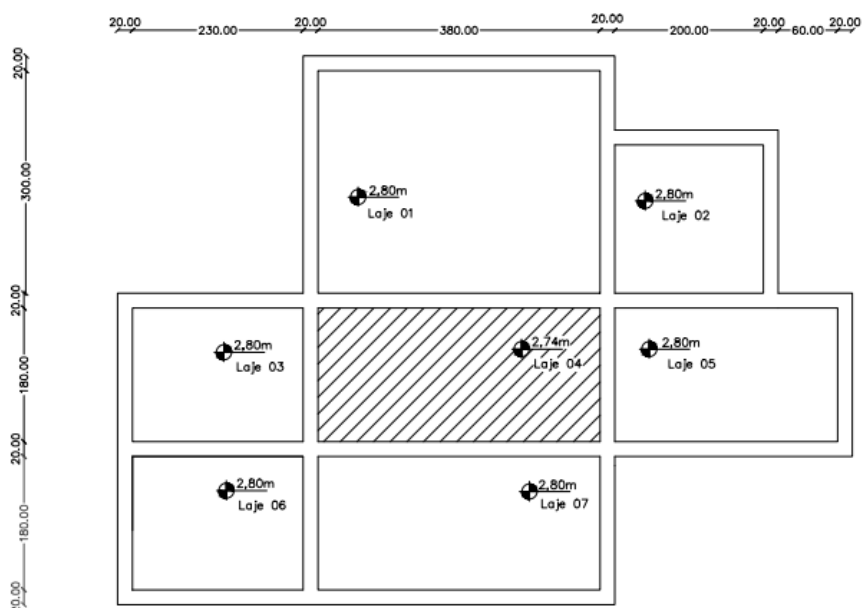
Na análise 01 foram investigadas cinco condições de contorno para a laje 04. As variações nas condições de contorno ocorrem devido às diferenças de nível entre as lajes, onde os vínculos são determinados pelas características e vãos das lajes

vizinhas. Quando uma laje está adjacente a outra com rebaixo, a continuidade da laje sem rebaixo é desconsiderada, adotando-se um apoio simples. Por outro lado, quando ambas as lajes estão na mesma cota de nível, considera-se uma continuidade (engaste) com a laje adjacente. Essas hipóteses são estabelecidas da seguinte forma:

Na Hipótese 01, a laje 04 não apresenta vinculação com as lajes vizinhas devido a ser a única com rebaixo de 6 cm. Desse modo, é tratada como um bordo simplesmente apoiado, uma abordagem que será aplicada de maneira consistente em todas as análises consideradas caso não exista nenhum rebaixo nas lajes adjacentes.

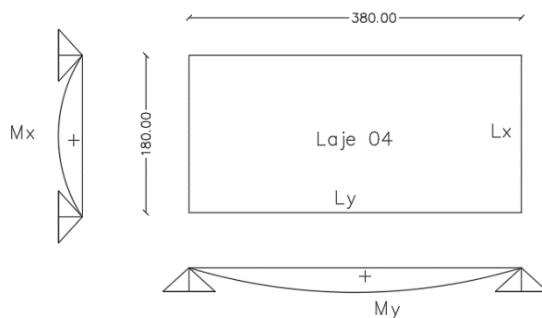
Na Figura 14 tem-se a planta baixa com as dimensões das lajes e as cotas de níveis determinantes para condição de contorno presentes na figura 15:

Figura 14 – Planta baixa de uma residência utilizada para a hipótese 01.



Fonte: Autoria própria (2023).

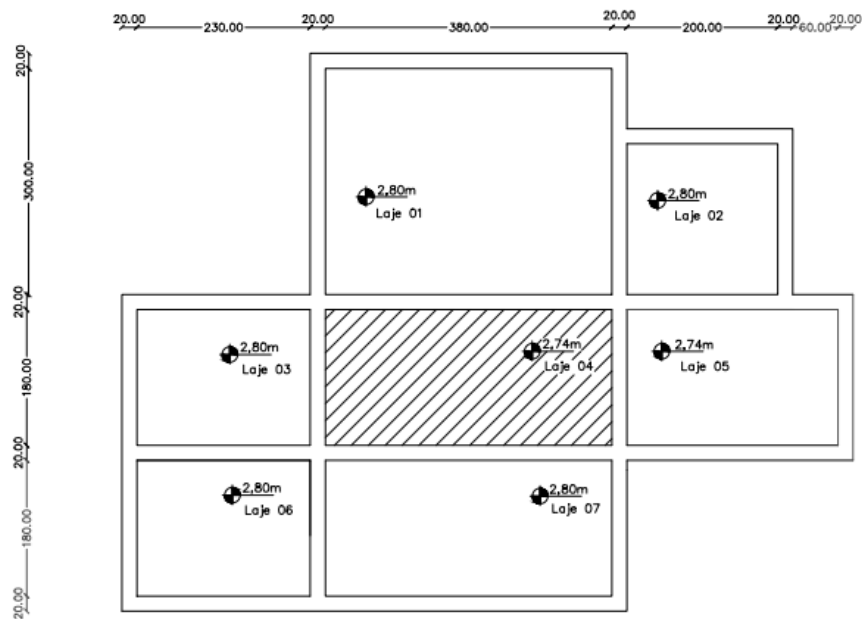
Figura 15 – Condição de contorno laje tipo 1 para hipótese 01



Fonte: Autoria própria (2023).

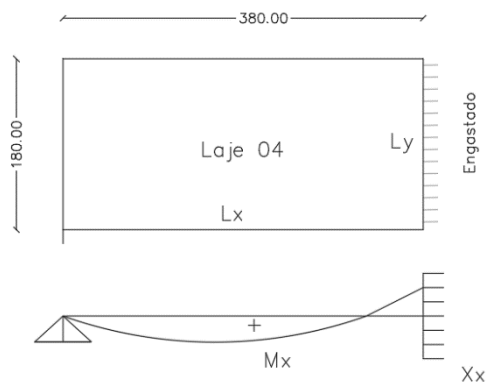
Na hipótese 02, devido às alterações nos níveis da laje, onde a laje 05 possui um rebaixo junto à laje 04 que está sendo analisada, ambas estão articuladas entre si, resultando em uma modificação nas condições de contorno para o tipo 02, conforme ilustrado nas Figuras (16) e (17).

Figura 16 – Planta baixa de uma residência utilizada para a hipótese 02



Fonte: Autoria própria (2023).

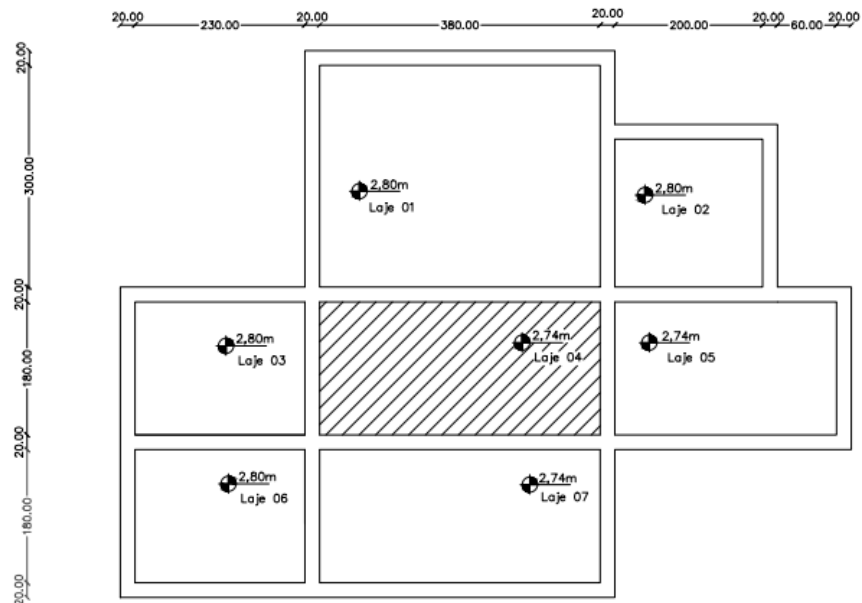
Figura 17 – Condição de contorno para a hipótese 02



Fonte: Autoria própria (2023).

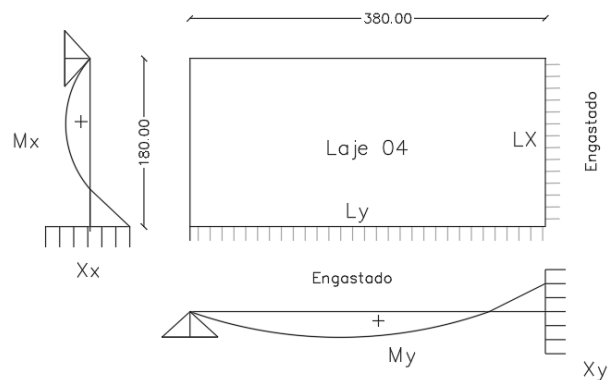
Na hipótese 03, as lajes 05 e 07 foram ajustadas para criar um rebaixo em conjunto com a laje 04. Como são lajes maciças, elas estão conectadas por meio de um engastamento, exibindo as condições de contorno do tipo 03, conforme ilustrado nas Figuras (18) e (19) abaixo.

Figura 18 – Planta baixa de uma residência utilizada para a hipótese 03



Fonte: Autoria própria (2023).

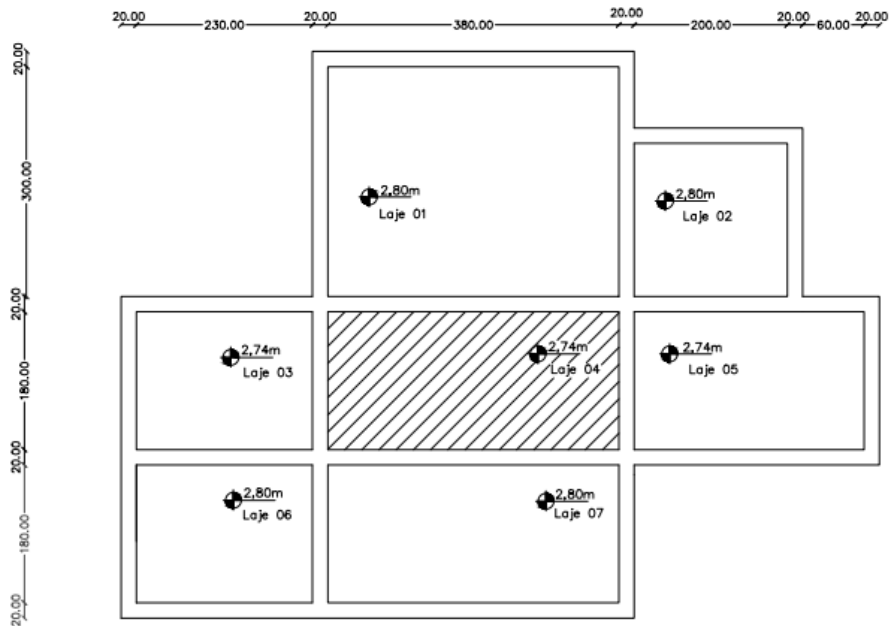
Figura 19 – Condição de contorno para a hipótese 03



Fonte: Autoria própria (2023).

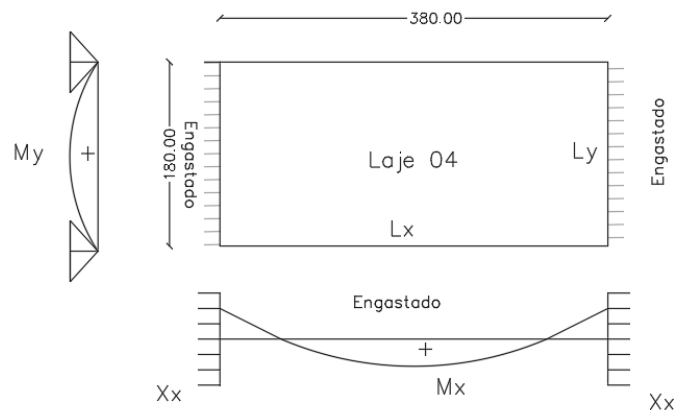
Na hipótese 04, a laje analisada hachurada está engastada às lajes 05 e 03 devido ao rebaixamento conjunto. Portanto, essas lajes encontram-se representadas abaixo, adotando uma condição de contorno do tipo 04, caracterizada pelo engastamento em dois bordos opostos conforme as Figuras (20) e (21).

Figura 20 – Planta baixa de uma residência utilizada para a hipótese 04.



Fonte: Autoria própria (2023).

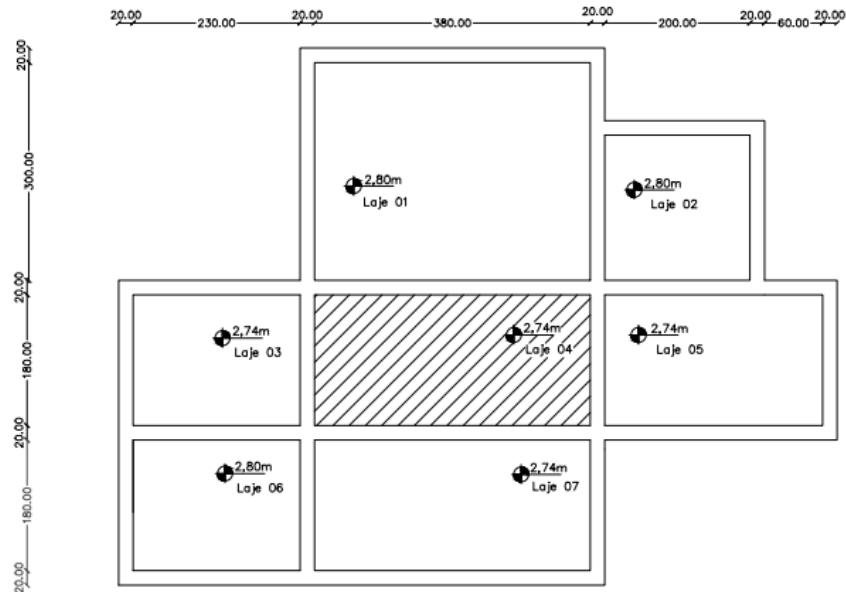
Figura 21– Condição de contorno para a hipótese 04



Fonte: Autoria própria (2023).

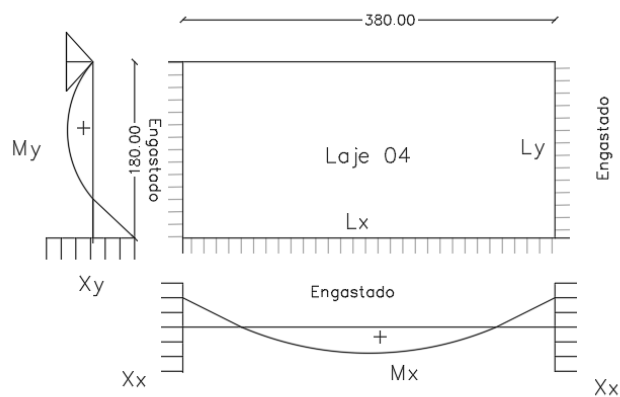
Na configuração de contorno, representada pela hipótese 05, a laje em análise está conectada às lajes 03, 05 e 07. Nessa disposição, três bordas estão engastadas em virtude dos rebaixos, evidenciando-se de maneira mais explícita por meio das Figuras (22) e (23) apresentadas abaixo.

Figura 22– Planta baixa de uma residência utilizada para a hipótese 05



Fonte: Autoria própria (2023).

Figura 23– Condição de contorno para a hipótese 05



Fonte: Autoria própria (2023).

5.1.2. Análise 02

Para a segunda análise, foi utilizada a mesma planta baixa com uma laje de geometria retangular, conforme discutido anteriormente e consideradas as mesmas condições de contorno apresentadas na Análise 01. Apesar de, aparentemente, as hipóteses seguirem de forma semelhante para essa análise, foi aplicada uma modificação na espessura da laje. Dessa maneira, o objetivo é avaliar as discrepâncias nos resultados da quantidade de aço necessária ao variar a espessura da laje, mantendo inalterada a geometria e os rebaixos. Essa abordagem permite uma análise mais aprofundada da influência da espessura da laje nos requisitos estruturais para o dimensionamento adequado.

Uma vez que as análises subsequentes compartilham as mesmas condições de contorno e planta baixa da análise 01, não será necessário reproduzir as figuras que apresentam essas informações novamente. Na análise 02, foram utilizadas as mesmas configurações da análise anterior, com a exceção da espessura da laje, que foi reduzida de 15 cm para 10 cm. Essa abordagem visa evitar a redundância visual, concentrando-se na variação específica da espessura da laje e destacando as implicações resultantes dessa modificação nas condições estruturais.

5.1.3. Análise 03

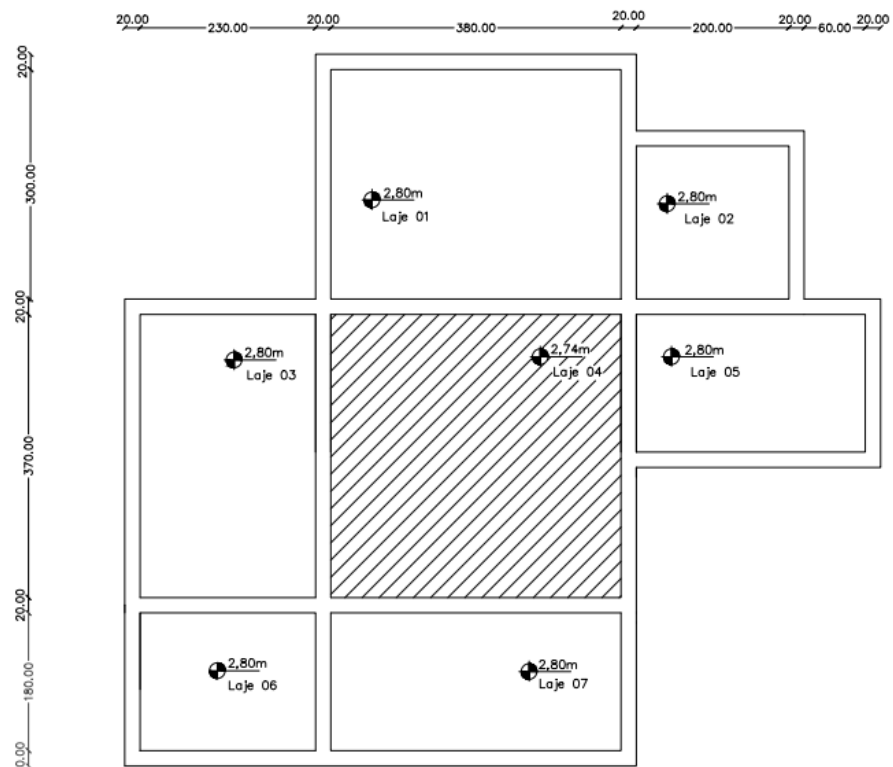
Na Análise 03, foram utilizados os parâmetros de entrada apresentados na Tabela 6, conforme detalhado anteriormente neste documento. Embora a planta baixa e a disposição das lajes permaneçam inalteradas, foi considerada uma modificação na dimensão da laje 04, que passou de uma geometria retangular para uma quadrada, com dimensões de 3,9 x 4,0 m. Essa alteração tem como objetivo examinar o impacto da geometria da laje na quantidade de aço necessária para o dimensionamento estrutural.

Na análise 03, a espessura da laje foi mantida em 15 cm inicialmente, reservando quaisquer alterações nesse aspecto para a análise 04. Portanto, as

condições de contorno aplicadas nesta seção estão diretamente relacionadas a uma espessura de 15 cm.

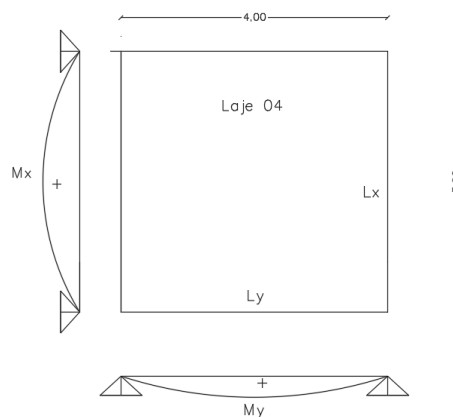
A seguir, para a hipótese 01, é apresentada a planta baixa da residência unifamiliar utilizada na análise, com suas dimensões em centímetros, juntamente com as condições de contorno avaliadas nas Figuras (24) e (25).

Figura 24– Planta baixa de uma residência utilizada para a hipótese 01



Fonte: Autoria própria (2023).

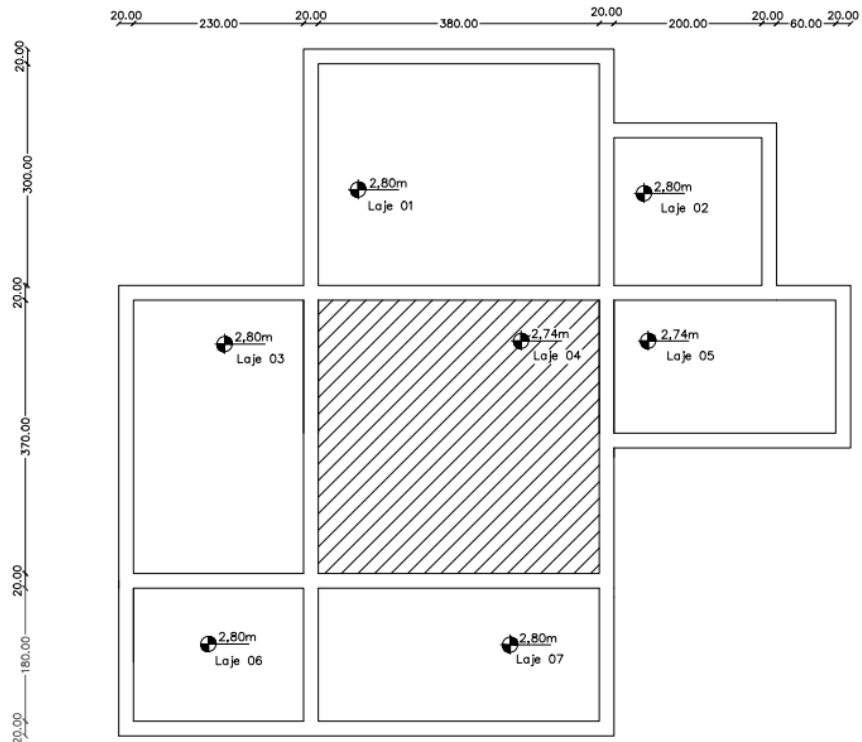
Figura 25 – Condição de contorno para a hipótese 01



Fonte: Autoria própria (2023).

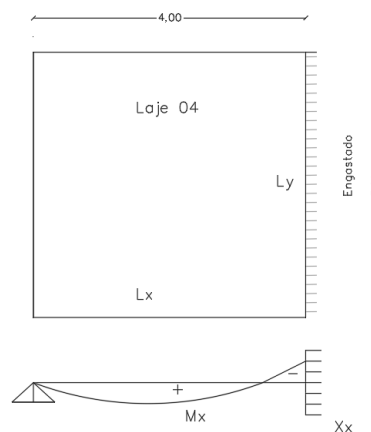
Para a hipótese 02, a laje analisada encontra-se engastada em apenas uma das bordas, resultado do rebaixo em conjunto com a laje adjacente 05. Assim, as condições de contorno se configuram da seguinte maneira conforme as Figuras (26) e (27):

Figura 26– Planta baixa de uma residência utilizada para a hipótese 02



Fonte: Autoria própria (2023).

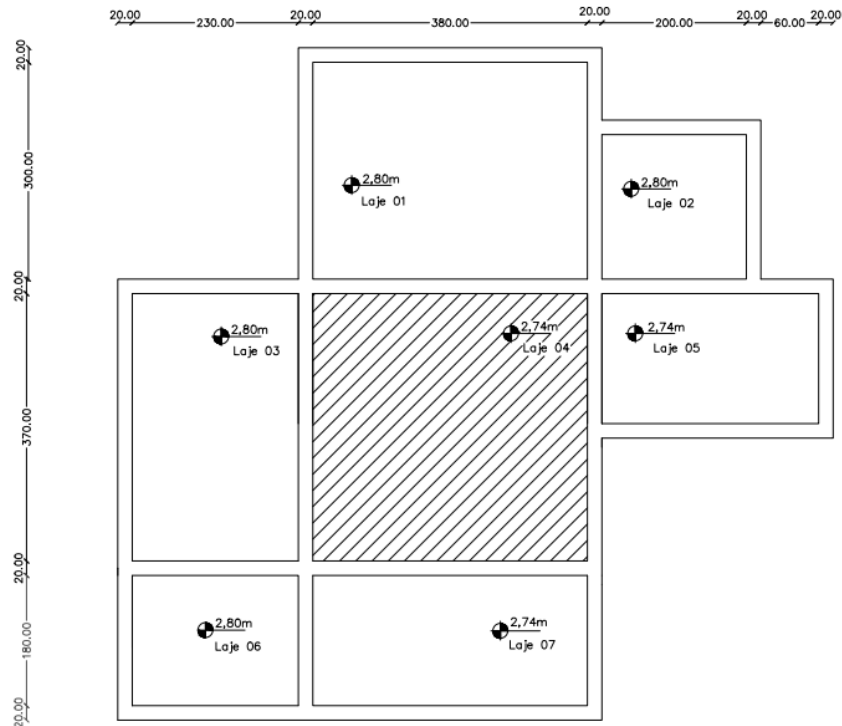
Figura 27 – Condição de contorno para a hipótese 02.



Fonte: Autoria própria (2023).

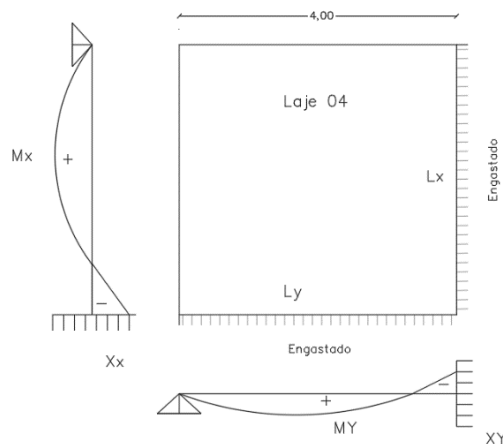
Na hipótese 03, a laje a ser analisada, denominada laje 04, encontra-se engastada nos bordos da laje 05 e 07. Portanto, as condições de contorno adotam o padrão da laje tipo 03, resultante dos rebaixos presentes nas três lajes em questão. Assim, considerando uma espessura de 15 cm e os parâmetros fornecidos na Tabela 8, as configurações para a análise da hipótese 03 são as seguintes conforme as Figuras (28) e (29):

Figura 28– Planta baixa de uma residência utilizada para a hipótese 03



Fonte: Autoria própria (2023).

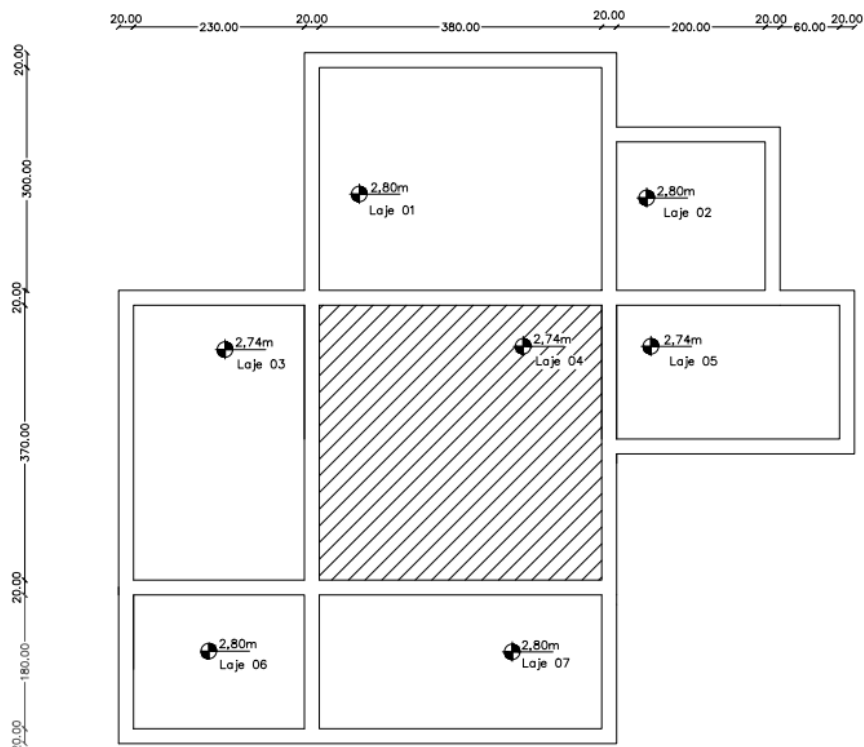
Figura 29– Condição de contorno para a hipótese 03



Fonte: Autoria própria (2023).

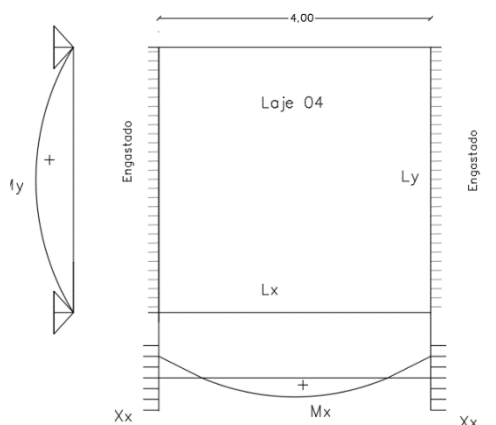
Na hipótese 04, referente às condições de contorno da laje tipo 04, a laje sob análise, identificada pelas hachuras, possui seus bordos opostos engastados com as lajes 03 e 05. Para que essa condição de contorno seja confirmada, é necessário que as lajes vinculadas estejam rebaixadas no mesmo nível, conforme ilustrado nas Figuras 30 e nas condições de contorno apresentadas na Figura 31.

Figura 30– Planta baixa de uma residência utilizada para a hipótese 04



Fonte: Autoria própria (2023).

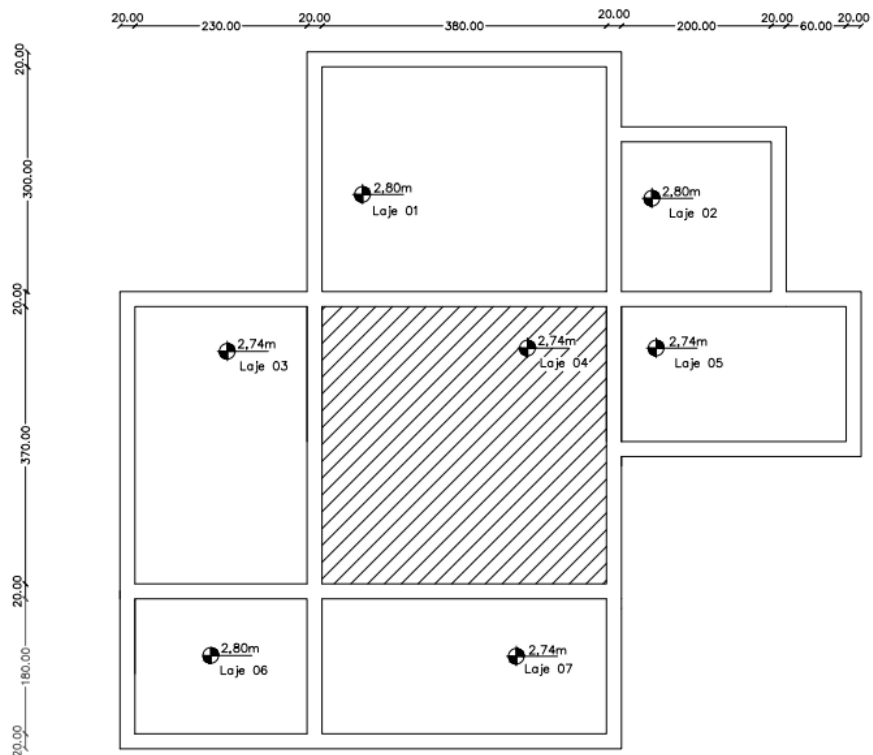
Figura 31– Condição de contorno para a hipótese 04



Fonte: Autoria própria (2023).

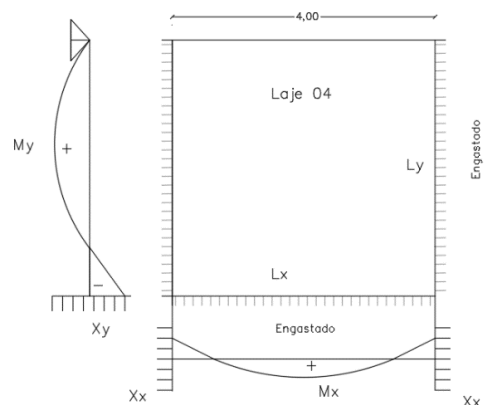
Na investigação da hipótese 05, destaca-se que a laje 04 possui três de seus bordos engastados, estabelecendo conexões sólidas com as lajes 03, 05 e 07, respectivamente. Para essa análise, adota-se uma espessura de laje de 15 cm. As configurações específicas das disposições das lajes são detalhadas a seguir, nas Figuras 32 e 33.

Figura 32–Planta baixa de uma residência utilizada para a hipótese 05



Fonte: Autoria própria (2023).

Figura 33– Condição de contorno para a hipótese 05



Fonte: Autoria própria (2023).

5.1.4. Análise 04

Na última análise realizada neste documento, foi realizada uma alteração na espessura da laje de 15 cm para 10 cm, mantendo as condições de contorno previamente já estudadas na análise 03 deste trabalho, ou seja, com as mesmas manipulações em relação aos rebaixos das lajes adjacentes. Além disso, foram mantidos os mesmos parâmetros de entrada e a geometria da laje 04, cujas dimensões permanecem como 3,9x4,0m, constituindo uma configuração estrutural de formato quadrado.

O objetivo principal desta última análise foi avaliar a discrepância ao manter-se a geometria e os parâmetros de entrada, apenas modificando a espessura da laje. O objetivo foi verificar a necessidade de um consumo de aço superior ao estabelecido na análise anterior ou se, nesse caso específico, seria viável reduzir a quantidade de aço necessária para o dimensionamento estrutural da laje.

Devido as condições de contorno serem a mesmas da análise 03 e mesma geometria não seria necessário demonstrar de forma repetida as figuras com as configurações das condições de contorno e predisposição das lajes com as cotas de nível, pois já foram apresentadas na análise anterior, utilizando assim as mesmas configurações para cálculo desta análise.

5.2. ROTINA DE CÁLCULO

Este item discorre sobre a metodologia de cálculo aplicada à Laje 04, abrangendo uma das variações da análise 01. Nesta instância, importante elucidar os cálculos referentes à hipótese 02, conforme ilustrado na figura 11 do roteiro das análises realizadas. Como parâmetros de entrada, foram considerados a resistência do concreto $f_{ck} = 25$ MPa, uma espessura de 15 cm e a geometria específica da laje, com dimensões de 2,0x4,0 m.

Para uma compreensão abrangente das demais variações em cada análise e das restantes hipóteses, recomenda-se a consulta detalhada no Apêndice A.

Após a disposição das lajes, que inclui as configurações dos rebaixos e o engastamento da laje 04 com a laje adjacente 05 e a definição da espessura da laje para 15 cm, procedeu-se ao cálculo da altura útil (d) conforme a equação (14), tanto

para a armadura principal quanto para a secundária. Os resultados indicaram uma altura útil principal de 12,0 cm e uma altura útil secundária de 11,0 cm.

Com base nos valores obtidos para a altura útil, determinou-se a relação entre o maior vão e o menor vão (λ) utilizando a equação (5), resultando em uma relação de $\lambda=2$. Dessa maneira, a laje assume a configuração de uma laje em cruz ou armada em duas direções, com condições de contorno caracterizadas por um único bordo engastado, sendo classificada como laje do tipo 2 pelo método de Marcus.

Para a determinação das cargas atuantes, tornou-se essencial calcular o peso próprio da laje, conforme a equação (6) anteriormente exposta. A obtenção do valor total das cargas atuantes na Laje 04 derivou da soma dos carregamentos correspondentes ao peso próprio da laje e demais carregamentos, como apresentado de maneira detalhada na tabela (7) a seguir:

Tabela 7 – Valores de cargas atuantes na laje.

Cargas		
$P_{\text{próprio}}$	3,75	kN/m ²
$P_{\text{revestimento}}$	1,00	kN/m ²
$P_{\text{sobrecarga}}$	6,00	kN/m ²
Carga total	10,75	kN/m ²

Fonte: Aatoria própria (2023).

Com base nessas informações, foi possível empregar fórmulas consagradas pelo método de Marcus, fundamentadas nas equações do método das grelhas, para determinar os esforços aos quais a presente laje está sujeita. Ao utilizar as equações (15), (16) e (17), juntamente com a tabela de Marcus para lajes do tipo 2, considerando uma relação entre os vãos de 2, foi possível os seguintes resultados para os momentos apresentados na tabela (8):

Tabela 8 – Momentos atuantes na laje.

Momentos Fletores Atuantes		
M_x	1,23	kN.m
M_{d_x}	1,72	kN.m
M_y	3,81	kN.m
M_{d_y}	5,34	kN.m
X_x	2,91	kN.m
$M_{d_{x_x}}$	4,07	kN.m

Fonte: Aatoria própria (2023).

Onde M_d são os momentos majorados por 1,40 e M_{dxx} é o momento negativo majorado.

Para obter a área de aço necessária para este dimensionamento estrutural, se fez necessária a utilização das equações (19), (20) e (21). Os resultados estão disponibilizados na Tabela 9.

Tabela 9 – Área de armadura necessária.

Armaduras		
kx	106,18	
Ka	0,023	
ky	392,27	
Ka	0,023	
Asx	0,36	cm ² /m
Asy	1,02	cm ² /m
Asxx	0,65	cm ² /m
Asmínx(+)	1,51	cm ² /m
Asmíny(+)	1,51	cm ² /m
Asmín(-)	2,25	cm ² /m

Fonte: Autoria própria (2023).

No processo de calcular os momentos fletores negativos para a laje 04, foi imperativo realizar uma análise mais minuciosa devido às disparidades nas condições de apoio das lajes adjacentes, nos vãos teóricos ou nos carregamentos. Essa divergência resultou em dois valores distintos para o momento negativo no apoio comum. Surge, assim, a necessidade de compatibilizar esses momentos.

Na verificação desses momentos negativos, a prática usual é adotar o maior valor entre a média dos dois momentos ou 80% do maior. Desse modo, é selecionado o valor mais elevado de momento, conforme esses critérios, e utilizado para o cálculo da armadura necessária, a fim de suportar o momento negativo imposto à laje em análise.

Para a comparação entre cada análise, foram elaboradas tabelas para investigar os resultados, destacando as principais diferenças em relação ao peso

próprio, momentos atuantes e área de aço para cada cenário. O capítulo a seguir apresenta os resultados obtidos e suas respectivas discussões.

5.3. RESULTADOS E COMPARAÇÃO DE VALORES ENTRE ANÁLISES

Com o objetivo de melhorar a visualização dos resultados, os quantitativos da área de aço para cada hipótese das condições de contorno estão apresentados nas tabelas a seguir.

5.3.1. Análise 1 – variação nas condições de contorno utilizando uma espessura de 15cm para o dimensionamento

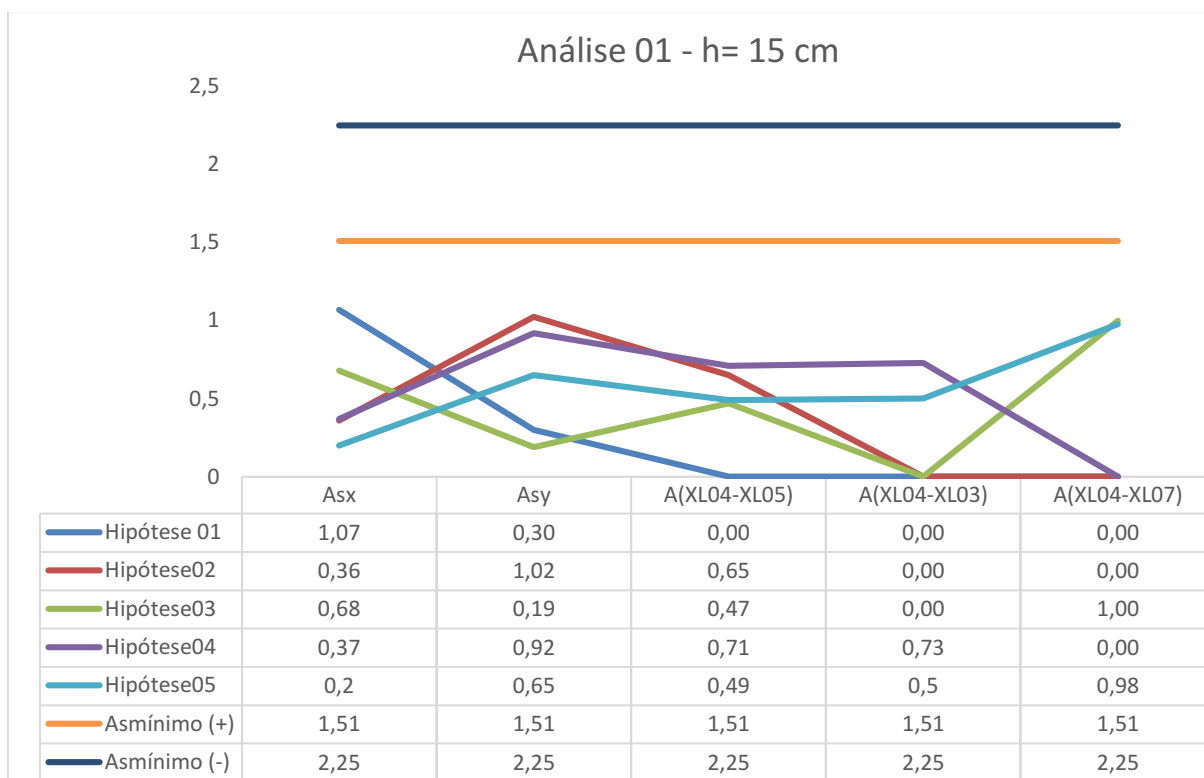
Tabela 10 – Resumo de resultados da análise 01.

HIPÓTESE 01		HIPÓTESE 02		HIPÓTESE 03		HIPÓTESE 04		HIPÓTESE 05	
Dimensão	(2,0x4,0) m	Dimensão	(2,0x4,0) m	Dimensão	(2,0x4,0) m	Dimensão	(2,0x4,0) m	Dimensão	(2,0x4,0) m
Fck=	25 MPa	Fck=	25 MPa	Fck=	25 MPa	Fck=	25 MPa	Fck=	25 MPa
h=	15cm	h=	15cm	h=	15cm	h=	15cm	h=	15cm
qt=	10,75KN/ m ²	qt=	10,75KN/ m ²	qt=	10,75KN/ m ²	qt=	10,75KN/ m ²	qt=	10,75KN/ m ²
λ=	2,00	λ=	0,50	λ=	2,00	λ=	0,50	λ=	0,50
RESULTADOS:									
Asx=	1,07 cm ² /m	Asx=	0,36 cm ² /m	Asx=	0,68 cm ² /m	Asx=	0,37 cm ² /m	Asx=	0,20 cm ² /m
Asy=	0,30 cm ² /m	Asy=	1,02 cm ² /m	Asy=	0,19 cm ² /m	Asy=	0,92 cm ² /m	Asy=	0,65 cm ² /m
-	-	As(L05- L04)=	0,65 cm ² /m	As(L05- L04)=	0,47 cm ² /m	As(L05- L04)=	0,71 cm ² /m	As(L05- L04)=	0,49 cm ² /m
-	-	-	-	As(L07- L04)=	1,00 cm ² /m	As(L03- L04)=	0,73 cm ² /m	As(L03- L04)=	0,50 cm ² /m
-	-	-	-	-	-	-	-	As(L07- L04)=	0,98 cm ² /m
Asmín(+)=	1,51	Asmín(+)=	1,51	Asmín(+)=	1,51	Asmín(+)=	1,51	Asmín(+)=	1,51
Asmín(-)=	2,25	Asmín(-)=	2,25	Asmín(-)=	2,25	Asmín(-)=	2,25	Asmín(-)=	2,25

Fonte: Autoria própria (2023).

Além da tabela de resultados para a Análise 01, foi elaborado um gráfico com a finalidade de comparar os resultados das quantidades de armaduras obtidas em cada condição de contorno. Segue o gráfico 01 para melhor visualização dos resultados.

Gráfico 1 - Comparativo das áreas de armadura para Análise 01.



Fonte: Autoria própria (2024).

Na análise 01, ao considerar uma laje retangular com dimensões de 2,0 m x 4,0 m, pode-se observar que as variações nas condições de contorno, decorrentes da relação entre o maior e o menor vão, bem como das cotas de nível das lajes, não exercem um impacto significativo nas áreas finais necessárias para a quantidade de aço destinada a suportar os momentos fletores aplicados. Seja pela ausência de engastamentos com as lajes adjacentes (hipótese 01) ou pela presença de engastamento em seus bordos, essas variações não têm um efeito expressivo nos momentos positivos encontrados comparados à área de armadura mínima obtida.

Em outras palavras, todos os momentos positivos resultam em uma demanda por armadura mínima positiva, o mesmo vale para as áreas de armaduras mínima negativa, conforme especificado pelas normas. Portanto, para os momentos positivos,

é necessário utilizar a área mínima de aço determinada em função da altura da laje, que, nessa situação específica, é de 15 cm.

A redução na área de aço necessária para momentos fletores positivos pode ser atribuída a diversos fatores. Primeiramente, a maior espessura da laje, em comparação com a análise 02, contribui para um aumento no valor da armadura mínima exigida. Além disso, a escolha da geometria da laje desempenha um papel significativo. Ao analisar as dimensões da laje em relação à tabela de Marcus e seu impacto na relação entre o maior e o menor vão, observa-se maiores coeficientes para o cálculo dos momentos fletores positivos ao longo das direções l_x e l_y (representados por m_x , m_y , n_x e n_y).

A expressiva magnitude desses coeficientes, obtidos por meio da tabela de Marcus, ocupa um espaço substancial no denominador das frações utilizadas no cálculo dos momentos. Isso resulta em valores menores em comparação com aqueles derivados de coeficientes menores tabelados. Em resumo, a escolha criteriosa da geometria da laje, juntamente com a análise precisa dos coeficientes da tabela de Marcus, influencia diretamente na otimização da distribuição da área de aço.

Ao analisar os momentos negativos aplicados à laje 04 em estudo, nota-se uma clara tendência relacionada ao aumento do número de engastes, à medida que as hipóteses variam de 01 a 05. A comparação entre a hipótese 01, sem engaste, e a hipótese 02, que incorpora engastes, evidencia o surgimento de momentos negativos com a presença desses apoios estruturais. Da mesma forma, ao se contrastar a hipótese 02 com a 03, observa-se um aumento na quantidade de engastes, demandando uma compatibilização mais expressiva dos momentos negativos para as lajes adjacentes à laje em análise. Essa tendência continua para as demais hipóteses que se seguem.

Em um segundo momento, é realizada a comparação dos momentos negativos compatibilizados entre a análise 01, considerando uma espessura de laje de 15cm, e a análise 02, que adota uma espessura de 10cm. Essa comparação visa fornecer as diferenças nos momentos negativos ao variar a espessura para valores inferiores.

5.3.2. Análise 2 – variação nas condições de contorno utilizando uma espessura de 10 cm para o dimensionamento

Com o intuito de proporcionar uma visualização mais clara da Análise 02, elaborou-se uma tabela resumida contendo os parâmetros de entrada cruciais para os cálculos. Essa tabela inclui a relação dos vãos para cada hipótese de condição de contorno investigada, juntamente com os resultados correspondentes, tais como a área de armadura necessária. Essa abordagem visa garantir um dimensionamento preciso da estrutura tanto para momentos positivos quanto para momentos negativos.

Tabela 11 – Resumo de resultados da análise 02.

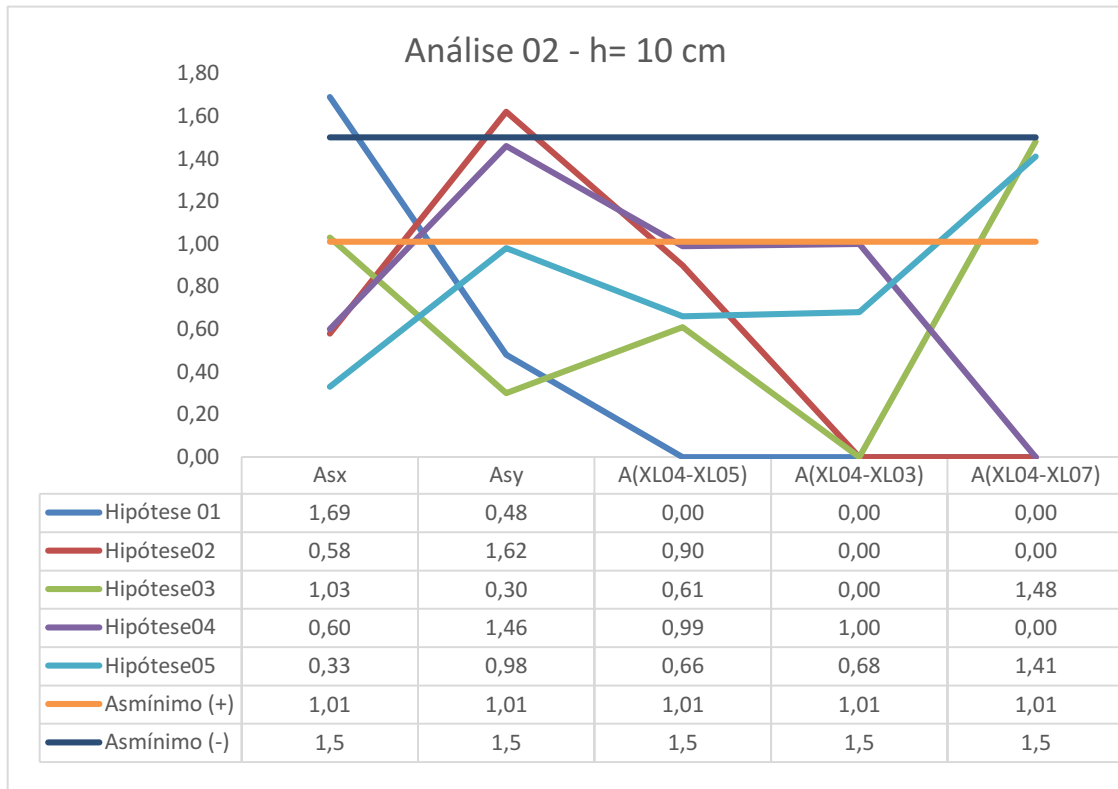
HIPÓTESE 01		HIPÓTESE 02		HIPÓTESE 03		HIPÓTESE 04		HIPÓTESE 05	
Dimensão	(2,0x4,0)m	Dimensão	(2,0x4,0)m	Dimensão	(2,0x4,0)m	Dimensão	(2,0x4,0)m	Dimensão	(2,0x4,0)m
Fck=	25 MPa	Fck=	25 MPa	Fck=	25 MPa	Fck=	25 MPa	Fck=	25 MPa
h=	10cm	h=	10cm	h=	10cm	h=	10cm	h=	10cm
qt=	9,50 KN/m ²	qt=	9,50 KN/m ²	qt=	9,50 KN/m ²	qt=	9,50 KN/m ²	qt=	9,50 KN/m ²
λ=	2,00	λ=	0,50	λ=	2,00	λ=	0,50	λ=	0,50
RESULTADOS:									
Asx=	1,69 cm ² /m	Asx=	0,58 cm ² /m	Asx=	1,03 cm ² /m	Asx=	0,60 cm ² /m	Asx=	0,33 cm ² /m
Asy=	0,48 cm ² /m	Asy=	1,62 cm ² /m	Asy=	0,30 cm ² /m	Asy=	1,46 cm ² /m	Asy=	0,98 cm ² /m
-	-	As(L05- L04)=	0,90 cm ² /m	As(L05- L04)=	0,61 cm ² /m	As(L05- L04)=	0,99 cm ² /m	As(L05- L04)=	0,66 cm ² /m
-	-	-	-	As(L07- L04)=	1,48 cm ² /m	As(L03- L04)=	1,00 cm ² /m	As(L03- L04)=	0,68 cm ² /m
-	-	-	-	-	-	-	-	As(L07- L04)=	1,41 cm ² /m
Asmin(+)=	1,01 cm ² /m	Asmin(+)=	1,01 cm ² /m	Asmin(+)=	1,01 cm ² /m	Asmin(+)=	1,01 cm ² /m	Asmin(+)=	1,01 cm ² /m
Asmin(-)=	1,5 cm ² /m	Asmin(-)=	1,5 cm ² /m	Asmin(-)=	1,5 cm ² /m	Asmin(-)=	1,5 cm ² /m	Asmin(-)=	1,5 cm ² /m

Fonte: Autoria própria (2023).

Além da tabela de resultados para a Análise 02, foi elaborado um gráfico com a finalidade de comparar os resultados das quantidades de armaduras obtidas em

cada condição de contorno. Esse Gráfico 02 permite uma visualização clara das diferenças e facilita a elaboração de uma análise detalhada, ajudando a identificar tendências e conclusões importantes com base nesse comparativo.

Gráfico 2 - Comparativo das áreas de armadura para Análise 02



Fonte: Autoria própria (2024).

Ao realizar a análise, é evidente que a alteração na espessura da laje gera uma significativa variação nos momentos calculados, demandando uma área de armadura maior para suportar os momentos principais em cada cenário hipotético. A redução na espessura da laje, além de influenciar diretamente os momentos, também impacta a altura útil da estrutura, um parâmetro crucial no cálculo da armadura de aço.

Com a diminuição da altura útil no denominador da fração utilizada nos cálculos da área de armadura, ocorre um aumento, ainda que marginal, nos valores necessários de aço para a estrutura. Esse fenômeno resulta em um consumo mais elevado, especialmente considerando que, em muitos casos, a armadura principal ultrapassa a área mínima exigida.

Quanto à área de armadura mínima, um cálculo diretamente vinculado à espessura da laje, observa-se que, devido à espessura reduzida na Análise 02 em

comparação com a já discutida Análise 01, a armadura mínima positiva é proporcionalmente menor. Nesse contexto, é relevante destacar que, para a Análise 02, a armadura principal na direção x excede a armadura mínima estabelecida pela norma, sendo ($A_{sx}=1,69 \text{ cm}^2/\text{m}$) para a Hipótese 01 e ($A_{sy}=1,62 \text{ cm}^2/\text{m}$) na direção para Hipótese 02. Essa observação se mantém consistente também na Hipótese 04, onde a área de armadura principal na direção y ($A_{sy}=1,46 \text{ cm}^2/\text{m}$) ultrapassa o valor mínimo prescrito pela equação de armadura mínima positiva.

Ao comparar os momentos negativos resultantes da Análise 01 com os da Análise 02, ambas sujeitas às mesmas condições de contorno e variando apenas a espessura da laje de 15 cm para 10 cm, observou-se que, em lajes mais esbeltas, ou seja, de menor espessura, há uma tendência de que esses momentos negativos exijam maior resistência à tração na parte superior da seção transversal em comparação com lajes de maior espessura. Em outras palavras, torna-se necessário adicionar mais aço para resistir a esses esforços de tração na parte superior do engastamento entre as lajes. No entanto, esses momentos negativos ainda não ultrapassam a área mínima de armadura negativa exigida de $A_{s\text{mín}(-)} = 1,5 \text{ cm}^2/\text{m}$.

5.3.3. Análise 3

Na execução da Análise 03, foram examinadas as áreas de armadura necessárias para suportar os momentos fletores positivos e negativos aplicados a uma laje com dimensões de 3,9x4,0m, próxima de uma configuração quadrada. A quantificação da quantidade de aço requerido é detalhadamente apresentada na Tabela 12, a qual oferece um resumo abrangente contendo parâmetros e resultados provenientes das manipulações das condições de contorno.

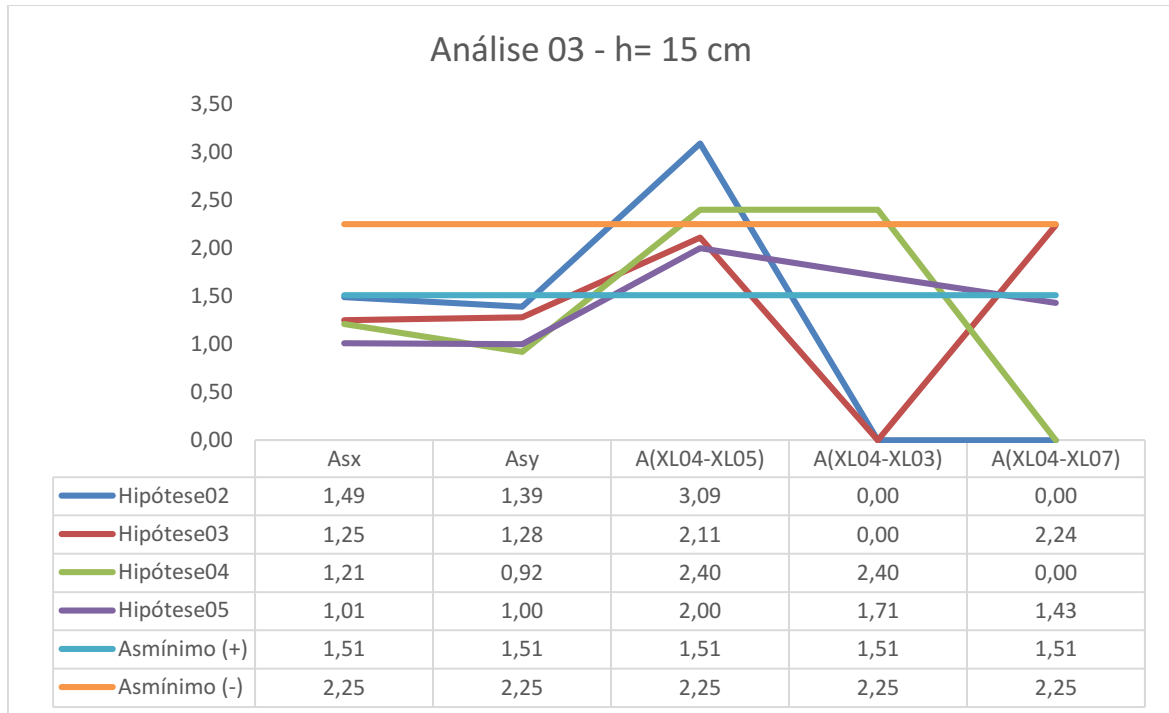
Tabela 12 – Resumo de resultados da análise 03

HIPÓTESE 01		HIPÓTESE 02		HIPÓTESE 03		HIPÓTESE 04		HIPÓTESE 05	
Dimensão	3,9mx4,0m	Dimensão	3,9mx4,0m	Dimensão	3,9mx4,0m	Dimensão	3,9mx4,0m	Dimensão	3,9mx4,0m
Fck=	25	Fck=	25	Fck=	25	Fck=	25	Fck=	25
h=	15	h=	15	h=	15	h=	15	h=	15
qt=	10,75	qt=	10,75	qt=	10,75	qt=	10,75	qt=	10,75
λ =	1,03	λ =	0,98	λ =	1,03	λ =	0,98	λ =	0,98
RESULTADOS:		RESULTADOS:		RESULTADOS:		RESULTADOS:		RESULTADOS:	
Ax=	1,69	Ax=	1,49	Ax=	1,25	Ax=	1,21	Ax=	1,01
Ay=	1,82	Ay=	1,39	Ay=	1,28	Ay=	0,92	Ay=	1,00
-	-	As(L05-L04)=	3,09	As(L05-L04)=	2,11	As(L05-L04)=	2,40	As(L05-L04)=	2,00
-	-	-	-	As(L07-L04)=	2,24	As(L03-L04)=	2,40	As(L03-L04)=	1,71
-	-	-	-	-	-	-	-	As(L07-L04)=	1,43
Asmin(+)=	1,51 cm ² /m	Asmin(+)=	1,51 cm ² /m	Asmin(+)=	1,51 cm ² /m	Asmin(+)=	1,51 cm ² /m	Asmin(+)=	1,51 cm ² /m
Asmin(-)=	2,25 cm ² /m	Asmin(-)=	2,25 cm ² /m	Asmin(-)=	2,25 cm ² /m	Asmin(-)=	2,25 cm ² /m	Asmin(-)=	2,25 cm ² /m

Fonte: Autoria própria (2023).

Além da tabela de resultados para a Análise 03, foi elaborado um gráfico com a finalidade de comparar os resultados das quantidades de armaduras obtidas em cada condição de contorno. Segue o gráfico 03 abaixo.

Gráfico 3 - Comparativo das áreas de armadura para Análise 03



Fonte: Autoria própria (2024).

Na análise 03, observa-se um aumento progressivo na quantidade de aço necessária para resistir aos esforços, em comparação com as análises 01 e 02, discutidas anteriormente neste trabalho. Essa tendência ascendente nos resultados é atribuída à geometria específica da laje, que, nesta análise, assemelha-se a uma configuração quadrada. Essa semelhança sugere que, nessas dimensões, a relação entre os vãos se aproxima de valores próximos a $\lambda=1$. Essa condição pode resultar, não universalmente, mas em certos casos, em uma redução nos coeficientes da tabela de Marcus para o cálculo dos momentos fletores. Essa redução, por sua vez, gera momentos relativamente maiores do que os observados nas análises anteriores.

Os momentos positivos, de modo geral, apresentam magnitudes superiores aos analisados anteriormente. Entretanto, é crucial ressaltar que, apesar desse aumento, estamos tratando de uma laje com espessura de 15 cm. Mesmo com os momentos calculados sendo mais expressivos, as armaduras resultantes, em algumas hipóteses, ainda se mantêm abaixo do exigido pelas normas. Para o caso específico em questão, a armadura mínima positiva requerida (Asmín) é de 1,51 cm²/m.

Observa-se, adicionalmente que, com a configuração desta laje, os momentos negativos também se intensificaram. Em outras palavras, uma laje com dimensões mais próximas de uma configuração quadrada torna-se mais suscetível a registrar momentos negativos mais expressivos quando associada a algum engaste em suas bordas. Isso significa que ela está mais propensa a receber esforços de tração significativos na parte superior do engaste entre as lajes analisadas. Essa constatação destaca a influência crucial da geometria da laje na distribuição dos momentos.

5.3.4. Análise 04

Na análise final, cujo propósito é avaliar o impacto da espessura e da geometria no dimensionamento de uma laje, bem como analisar as condições de contorno e a quantidade de aço necessária, optou-se por uma espessura de 10 cm. As dimensões da laje permaneceram inalteradas em relação à análise anterior. A seguir, segue um resumo, tabela (13), dos resultados e dos parâmetros utilizados para esta análise.

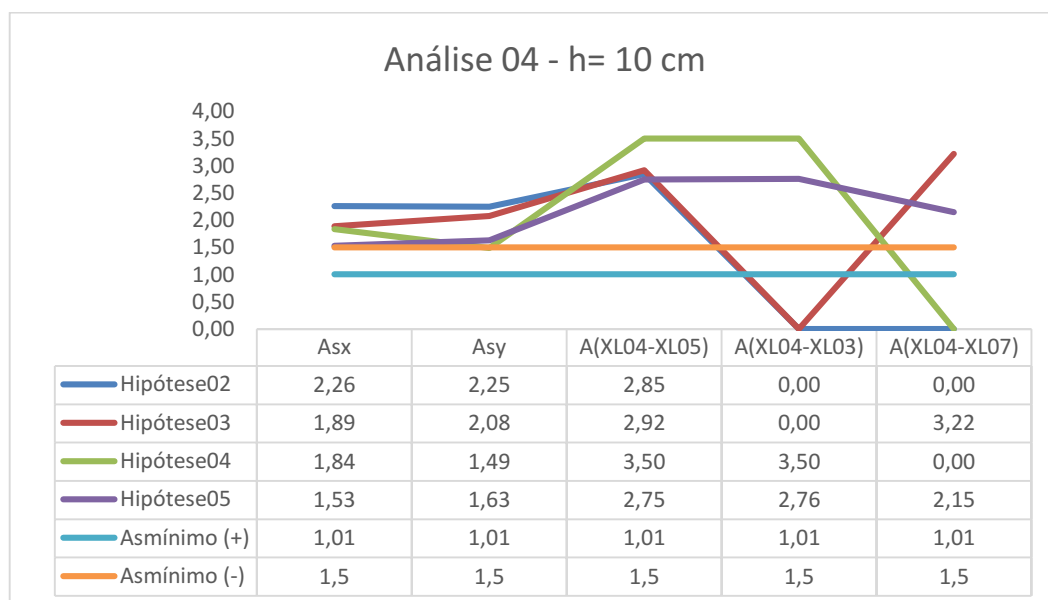
Tabela 13 – Resumo de resultados da análise 04

HIPÓTESE 01		HIPÓTESE 02		HIPÓTESE 03		HIPÓTESE 04		HIPÓTESE 05	
Dimensão	3,9x4,0m	Dimensão	3,9x4,0m	Dimensão	3,9x4,0m	Dimensão	3,9x4,0m	Dimensão	3,9x4,0m
Fck=	25MPa	Fck=	25MPa	Fck=	25MPa	Fck=	25MPa	Fck=	25MPa
h=	10cm	h=	10cm	h=	10cm	h=	10cm	h=	10cm
qt=	9,50	qt=	9,50	qt=	9,50	qt=	9,50	qt=	9,50
λ =	1,03	λ =	0,98	λ =	1,03	λ =	0,98	λ =	0,98
RESULTADOS:									
Asx=	2,67 cm ² /m	Asx=	2,26 cm ² /m	Asx=	1,89 cm ² /m	Asx=	1,84 cm ² /m	Asx=	1,53 cm ² /m
Asy=	3,08 cm ² /m	Asy=	2,25 cm ² /m	Asy=	2,08 cm ² /m	Asy=	1,49 cm ² /m	Asy=	1,63 cm ² /m
-	-	As(L05- L04)=	2,85 cm ² /m	As(L05- L04)=	2,92 cm ² /m	As(L05- L04)=	3,50 cm ² /m	As(L05- L04)=	2,76 cm ² /m
-	-	-	-	As(L07- L04)=	3,22 cm ² /m	As(L03- L04)=	3,50 cm ² /m	As(L03- L04)=	2,76 cm ² /m
-	-	-	-	-	-	-	-	As(L07- L04)=	2,15 cm ² /m
Asmin(+)=	1,01 cm ² /m	Asmin(+)=	1,01 cm ² /m	Asmin(+)=	1,01 cm ² /m	Asmin(+)=	1,01 cm ² /m	Asmin(+)=	1,01 cm ² /m
Asmin(-)=	1,50 cm ² /m	Asmin(-)=	1,50 cm ² /m	Asmin(-)=	1,50 cm ² /m	Asmin(-)=	1,50 cm ² /m	Asmin(-)=	1,50 cm ² /m

Fonte: Autoria própria (2023).

Além da tabela de resultados para a Análise 04, foi elaborado um Gráfico 04 abaixo.

Gráfico 4 - Comparativo das áreas de armadura para Análise 04.



Fonte: Autoria própria (2023).

Na análise 04, é evidente que os momentos negativos obtidos em todas as hipóteses das condições de contorno ultrapassam o valor exigido para a armadura mínima. Isso indica que esta laje está sujeita a uma demanda estrutural mais elevada em comparação com as lajes estudadas nas análises anteriores. Tal aumento na exigência estrutural é atribuído à espessura menor e à geometria específica escolhida para a laje 04.

Notavelmente, observa-se um expressivo incremento nos esforços que geram tração na parte inferior da laje, tornando imprescindível a presença de armadura positiva suficiente para resistir a esses momentos fletores. Além disso, a necessidade de armadura negativa se torna evidente para suprir as demandas dos momentos negativos solicitantes. Esse panorama ressalta a influência crítica da espessura da laje e da geometria selecionada nos esforços estruturais.

6. CONCLUSÃO

Este estudo se aprofundou nas análises das condições de contorno e nos parâmetros que influenciam significativamente o dimensionamento de lajes maciças. Não apenas foram identificados os parâmetros com maior impacto, mas também foi observada a necessidade de uma atenção especial a determinadas condições de contorno, além de se avaliar a relevância dos engastamentos entre lajes adjacentes nessas condições.

Uma das investigações centrais abordou os efeitos da redução da espessura de lajes maciças no comportamento estrutural, especialmente no que se refere à quantidade de aço necessária para suportar os esforços aplicados. Verificou-se também as implicações dessa alteração na carga total demandada pela estrutura, reconhecendo a importância de encontrar um equilíbrio entre resistência e eficiência do material.

Outro aspecto crítico abordado é a influência da mudança na geometria das lajes, sendo verificado o comportamento: um com geometria próxima à retangular, utilizado nas análises 01 e 02, e outro com geometria próxima à quadrada, aplicado nas análises 03 e 04. Essa diferenciação permite uma análise comparativa mais abrangente, considerando as nuances específicas associadas a cada tipo de geometria e suas implicações no desempenho estrutural.

Assim, com base nessas análises, pode-se concluir que a principal preocupação, em relação à quantidade de aço necessária, está associada à análise 04. Nessa análise, foi adotada uma espessura de laje de 10 cm, o que resulta em um aumento nas áreas de aço necessárias à medida que diminui-se essa espessura. Isso ocorre devido à redução das alturas úteis principal e secundária, elevando, conseqüentemente, as áreas de armadura nas direções x e y.

Além desse fator, na análise 04, uma laje com geometria próxima à quadrada foi utilizada, o que também exerce um impacto significativo. Ao aproximarmos os vãos da laje, a relação entre eles se aproxima de $\lambda = 1,0$. Essa relação de vãos implica em valores de coeficientes na tabela de Marcus menores, resultando em momentos fletores positivos e negativos mais elevados. Isso, por sua vez, demanda maiores quantidades de aço para a armadura da laje.

Conseqüentemente, é possível observar que a combinação que mais demanda aço para o dimensionamento de uma laje é aquela que apresenta menor espessura e geometria próxima à "quadrada". Essa tendência persiste em todas as condições de contorno analisadas na análise 04. Assim, mesmo com a adição de engastes ou com a laje simplesmente apoiada, essa combinação continua sendo a mais desafiadora para o dimensionamento neste estudo.

Essa conclusão ressalta que, ao analisar essa problemática, é possível concluir que, para o dimensionamento das lajes maciças, é preferível utilizar uma laje de geometria retangular em vez de quadrada, bem como uma laje menos esbelta. Dessa forma, elas exigirão uma menor quantidade de área de armadura para resistir aos momentos impostos à laje.

A importância desse estudo para a engenharia civil reside na validação da geometria e espessura ideais de uma laje, avaliando as condições de contorno, com o objetivo de otimizar o uso de aço sem comprometer a resistência estrutural. Ao identificar as combinações mais eficientes, este estudo contribui para projetos mais econômicos, garantindo a segurança e a funcionalidade das estruturas.

6.1 SUGESTÃO PARA TRABALHOS FUTUROS

Para futuras pesquisas recomenda-se:

- Análise do dimensionamento de lajes maciças com a modificação da resistência do concreto;
- Comparação entre os métodos lineares e não-lineares para dimensionamento de lajes;

REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**. Projeto de estrutura de concreto. 4. ed. Rio de Janeiro: ABNT, 2023.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 14861**. Laje pré-fabricada: painel alveolar de concreto protendido: requisitos. Rio de Janeiro: ABNT, 2002.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6120**. Ações para cálculo de estruturas de edificações. Rio de Janeiro: ABNT, 2019.

GUESSI, D.E. **Análise de lajes maciças em concreto armado com plastificação**. 2017. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2017.

BASTOS, P.S. **Lajes de concreto armado**. 2021. Apostila (Departamento de Engenharia Civil) Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, São Paulo, 2021.

BASTOS, P.S. **Lajes de concreto armado**. 2023. Apostila (Departamento de Engenharia Civil) Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, São Paulo, 2023.

BOTELHO, M.H. **Concreto armado: eu te amo**. São Paulo: Ed. Edgar Blucher, 2010.

HEMERLY, A.C; ADÃO, F.X. **Concreto armado: novo milênio: cálculo prático e econômico**. Rio de Janeiro: Ed. Interciência, 2010.

CARVALHO, R.C.; FILHO J.R.F. **Cálculo e detalhamento de estruturas Usuais de Concreto Armado segundo NBR 6118:2014**. 4° ed. São Carlos: Ed. Edufscar, 2014.

COELHO. R. A. **Concreto armado na prática**. São Luiz: UEMA, 2008.

APÊNDICE A – ROTEIRO DE CÁLCULO

1. ROTEIRO DE CALCULO – ANÁLISE 1

1.1. Espessura $h = 15 \text{ cm}$ e Geometria $2,0 \times 4,0 \text{ m}^2$

1.1.1. Dados de Entrada Hipótese 01

Dados de entrada		Unidades
Espessura da Laje	15	cm
Fck	25	MPa
Pesp. concreto	25	kn/m ³
Tipo de laje	laje tipo 1	
Cargas		
(Psc) Biblioteca sala estante c/ livros, valor min	6	KN/m ²
Peso próprio	3,75	KN/m ²
Prevestimento	1	KN/m ²
λ (ly/lx)	2,00	
lx	2	m
ly	4	m
mx	10,8	
my	42,3	
nx	0	
ny	0	
bw	1	m
Φ	10	mm
c	2,5	cm
dprinc	12	cm
dsec	11	cm

1.1.1.1 Cargas Atuantes

$$C_{total} = P_{prevestimento} + P_{sobrecarga} + P_{próprio}$$

$$= 1,00 + 6,00 + 3,75 = 10,75 \text{ kN/m}^2$$

1.1.1.2 Momentos Atuantes

$$M_x = \frac{qlx^2}{m} = \frac{10,75 \cdot (2,0)^2}{10,8} = 3,98 \text{ kN}$$

$$Mdx = 3,98 \cdot 1,40 = 5,57 \text{ kN}$$

$$M_y = \frac{qlx^2}{m} = \frac{10,75 \cdot (2,0)^2}{42,3} = 1,02 \text{ kN}$$

$$Mdy = 1,02 \cdot 1,40 = 1,43 \text{ kN}$$

1.1.1.3 Armaduras

$$K_{mx} = \frac{bw \cdot (d)^2}{Md} = \frac{1 \cdot (12)^2}{5,57} = 25,83$$

$$K_{ax} = 0,023$$

$$K_{my} = \frac{bw \cdot (d)^2}{Md} = \frac{1 \cdot (11)^2}{1,43} = 85,02$$

$$K_{ay} = 0,023$$

$$A_{sx} = \frac{K_a M_d}{d} = \frac{0,023 \cdot 5,57}{0,12} = 1,07 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow \text{principal}$$

$$A_{sy} = \frac{K_a M_d}{d} = \frac{0,023 \cdot 1,43}{0,11} = 0,30 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow \text{secundária}$$

1.1.2. Dados de Entrada Hipótese 02

Dados de entrada		Unidades
Espessura da Laje	15	cm
Fck	25	MPa
Pesp. concreto	25	kn/m ³
Tipo de laje	laje tipo 2	
Cargas		
(Psc) Biblioteca sala estante c/ livros, valor min	6	KN/m ²
Peso próprio	3,75	KN/m ²
Prevestimento	1	KN/m ²
λ (ly/lx)	0,5	
lx	4	m
ly	2	m
mx	140	
my	45,1	
nx	59,2	
ny	0	
bw	1	m
Φ	10	mm
c	2,5	cm
dprinc	12	cm
dsec	11	cm

1.1.2.1 Cargas Atuantes

$$C_{total} = P_{prevestimento} + P_{sobrecarga} + P_{próprio}$$

$$= 1,00 + 6,00 + 3,75 = 10,75 \text{ kN/m}^2$$

1.1.2.2 Momentos Atuantes

$$M_x = \frac{qlx^2}{m} = \frac{10,75 * (4,0)^2}{140} = 1,23 \text{ kN}$$

$$M_{dx} = 1,23 * 1,40 = 1,72 \text{ kN}$$

$$M_y = \frac{qlx^2}{m} = \frac{10,75 * (4,0)^2}{45,1} = 3,81 \text{ kN}$$

$$Mdy = 3,81 * 1,40 = 5,33 \text{ kN}$$

$$XxL04 = \frac{qlx^2}{n} = \frac{10,75 * (4,0)^2}{59,2} = 2,91 \text{ kN}$$

1.1.2.3 Compatibilização dos momentos

LAJE 05 - tipo 2			
LX	3	mx	
LY	2	my	
λ (ly/lx)	0,67	nx	23,9
LAJE 05 - edícios residenciais			1,5
ver			1
pp			3,75
qt			6,25

$$XxL05 = \frac{qlx^2}{n} = \frac{6,25 * (3,0)^2}{23,9} = 2,35 \text{ kN}$$

$$Xx = \begin{cases} \frac{XxL04 + XxL05}{2} = \frac{2,91 + 2,35}{2} = 2,63 \\ 0,8 * 4,10 = 2,32 \end{cases}$$

$$Xx(L04 \rightarrow L05) = 2,63 \text{ kN}$$

1.1.2.4 Armaduras

$$Kmx = \frac{bw * (d)^2}{Md} = \frac{1 * (11)^2}{1,72} = 70,35$$

$$Kax = 0,023$$

$$Kmy = \frac{bw * (d)^2}{Md} = \frac{1 * (12)^2}{5,33} = 26,97$$

$$Kay = 0,023$$

$$K_{mXx} = \frac{b_w \cdot (d)^2}{M_{dxx}} = \frac{1 \cdot (13)^2}{1,4 \cdot 2,63} = 45,9$$

$$K_{aXx} = 0,023$$

$$A_{sx} = \frac{K_a M_d}{d} = \frac{0,023 \cdot 1,72}{0,11} = 0,36 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow \text{secundária}$$

$$A_{sy} = \frac{K_a M_d}{d} = \frac{0,023 \cdot 5,33}{0,12} = 1,02 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow \text{principal}$$

$$A_{sXx}(L04-L05) = \frac{K_a M_d}{d} = \frac{0,023 \cdot 3,68}{0,13} = 0,65 \text{ cm}^2/\text{m}$$

1.1.3. Dados de Entrada Hipótese 03

Dados de entrada		Unidades
Espessura da Laje	15	cm
Fck	25	MPa
Pesp. concreto	25	kn/m ³
Tipo de laje	laje tipo 3	
Cargas		
(Psc) Biblioteca sala estante c/ livros, valor min	6	KN/m ²
Peso próprio	3,75	KN/m ²
Prevestimento	1	KN/m ²
λ (ly/lx)	2	
lx	2	m
ly	4	m
mx	17	
my	67,9	
nx	8,5	
ny	33,9	
bw	1	m
Φ	10	mm
c	2,5	cm
dprinc	12	cm
dsec	11	cm

1.1.3.1 Cargas Atuantes

$$C_{total} = P_{prevestimento} + P_{sobrecarga} + P_{próprio}$$

$$=1,00+6,00+3,75=10,75 \text{ kN/m}^2$$

1.1.3.2 Momentos Atuantes

$$M_x = \frac{qlx^2}{m} = \frac{10,75 \cdot (2,0)^2}{17} = 2,53 \text{ kN}$$

$$Mdx = 2,53 \cdot 1,40 = 3,54 \text{ kN} \rightarrow \text{principal}$$

$$M_y = \frac{qlx^2}{m} = \frac{10,75 \cdot (2,0)^2}{67,9} = 0,63 \text{ kN}$$

$$Mdy = 0,63 \cdot 1,40 = 0,88 \text{ kN} \rightarrow \text{secundária}$$

$$X_{xL04} = \frac{qlx^2}{n} = \frac{10,75 \cdot (2,0)^2}{8,5} = 5,06 \text{ kN}$$

$$X_{yL04} = \frac{qlx^2}{n} = \frac{10,75 \cdot (2,0)^2}{33,9} = 1,27 \text{ kN}$$

1.1.2.3 Compatibilização dos momentos

LAJE 05 - tipo 2			
LX	3	mx	
LY	2	my	
λ (ly/lx)	0,67	nx	23,9
LAJE 05 - edícios residenciais			1,5
ver			1
pp			3,75
qt			6,25

$$X_{xL05} = \frac{qlx^2}{n} = \frac{6,25 \cdot (3,0)^2}{23,9} = 2,35 \text{ kN}$$

$$X_x = \begin{cases} \frac{X_{yL04} + X_{xL05}}{2} = \frac{1,27 + 2,35}{2} = 1,81 \\ 0,8 \cdot 2,35 = 1,88 \end{cases}$$

$$X_{yL04} \rightarrow X_{xL05} = 1,88 \text{ kN}$$

Laje 07 - tipo 2			
LX	2	mx	
LY	4	my	
λ (ly/lx)	2,00	nx	8,2
LAJE 07 - edícios residenciais			1,5
ver			1
pp			3,75
qt			6,25
XxL07			2,35

$$X_{xL07} = \frac{qlx^2}{n} = \frac{6,25 * (3,0)^2}{23,9} = 2,35 \text{ kN}$$

$$X_{x(L07 - L04)} = \begin{cases} \frac{X_{xL07} + X_{xL04}}{2} = \frac{3,05 + 5,06}{2} = 4,05 \\ 0,8 * 5,06 = 4,05 \end{cases}$$

$$X_{x(L07 \rightarrow L04)} = 4,05$$

1.1.3.3 Armaduras

$$K_{mx} = \frac{bw * (d)^2}{Md} = \frac{1 * (11)^2}{1,72} = 70,35$$

$$K_{ax} = 0,023$$

$$K_{my} = \frac{bw * (d)^2}{Md} = \frac{1 * (12)^2}{5,33} = 26,97$$

$$K_{ay} = 0,023$$

$$K_{m(X_{yL04} - X_{xL05})} = \frac{bw * (d)^2}{Md} = \frac{1 * (13)^2}{1,88 * 1,4} = 64,1$$

$$K_{ax} = 0,023$$

$$K_m(X_{xL04}-X_{xL07}) = \frac{bw \cdot (d)^2}{Md} = \frac{1 \cdot (13)^2}{4,05 \cdot 1,4} = 29,8$$

$$K_{ax} = 0,023$$

$$A_{sx} = \frac{K_a M_d}{d} = \frac{0,023 \cdot 3,54}{0,12} = 0,68 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow \text{principal}$$

$$A_{sy} = \frac{K_a M_d}{d} = \frac{0,023 \cdot 0,88}{0,11} = 0,19 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow \text{secundária}$$

$$A_s(X_{yL04}-X_{xL05}) = \frac{K_a M_d}{d} = \frac{0,023 \cdot 2,63}{0,13} = 0,47 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_s(X_{xL04}-X_{xL07}) = \frac{K_a M_d}{d} = \frac{0,023 \cdot 5,67}{0,13} = 1,00 \text{ cm}^2/\text{m}$$

1.1.4. Dados de Entrada Hipótese 04

Dados de entrada		Unidades
Espessura da Laje	15	cm
Fck	25	MPa
Pesp. concreto	25	kn/m ³
Tipo de laje	laje tipo 4	
Cargas		
(Psc) Biblioteca sala estante c/ livros, valor min	6	KN/m ²
Peso próprio	3,75	KN/m ²
Prevestimento	1	KN/m ²
λ (ly/lx)	0,5	
lx	4	m
ly	2	m
mx	136,1	
my	49,9	
nx	50,4	
ny	0	
bw	1	m
Φ	10	mm
c	2,5	cm
dprinc	12	cm
dsec	11	cm

1.1.4.1 Cargas Atuantes

$$C_{total} = P_{vestimento} + P_{sobrecarga} + P_{próprio}$$

$$= 1,00 + 6,00 + 3,75 = 10,75 \text{ kN/m}^2$$

1.1.4.2 Momentos Atuantes

$$M_x = \frac{qlx^2}{m} = \frac{10,75 * (4,0)^2}{136,1} = 1,26 \text{ kN} \rightarrow \text{secundário}$$

$$M_{dx} = 1,26 * 1,40 = 1,76 \text{ kN}$$

$$M_y = \frac{qlx^2}{m} = \frac{10,75 * (4,0)^2}{49,9} = 3,45 \text{ kN} \rightarrow \text{principal}$$

$$M_{dy} = 3,45 * 1,40 = 4,83 \text{ kN}$$

$$X_{xL04} = \frac{qlx^2}{n} = \frac{10,75 * (4,0)^2}{50,4} = 3,41 \text{ kN}$$

1.1.4.3 Compatibilização dos momentos

LAJE 05 - tipo 2			
LX	3	mx	
LY	2	my	
λ (ly/lx)	0,67	nx	23,9
LAJE 05 - edícios residenciais			1,5
ver			1
pp			3,75
qt			6,25

$$X_{xL05} = \frac{qlx^2}{n} = \frac{6,25 * (3,0)^2}{23,9} = 2,35 \text{ kN}$$

$$X_x = \begin{cases} \frac{X_{xL04} + X_{xL05}}{2} = \frac{3,41 + 2,35}{2} = 2,88 \\ 0,8 * 3,41 = 2,73 \end{cases}$$

$$XxL04 \rightarrow XxL05 = 2,88kN$$

Laje 03 - tipo 2			
LX	2,5	mx	
LY	2	my	
λ (ly/lx)	0,80	nx	15,8
LAJE 05 - edícios residenciais			1,5
ver			1
pp			3,75
qt			6,25
XxL03			2,47

$$XxL03 = \frac{qlx^2}{n} = \frac{6,25 * (2,5)^2}{15,8} = 2,47 \text{ kN}$$

$$Xx(L03 - L04) = \begin{cases} \frac{XxL03 + XxL04}{2} = \frac{2,47 + 3,41}{2} = 2,94 \\ 0,8 * 3,41 = 2,73 \end{cases}$$

$$Xx(L03 \rightarrow L04) = 2,94 \text{ kN}$$

1.1.4.3 Armaduras

$$K_{mx} = \frac{bw * (d)^2}{Md} = \frac{1 * (11)^2}{1,76} = 68,39$$

$$K_{ax} = 0,023$$

$$K_{my} = \frac{bw * (d)^2}{Md} = \frac{1 * (12)^2}{4,83} = 29,84$$

$$K_{ay} = 0,023$$

$$K_{mXx}(L04-L05) = \frac{bw * (d)^2}{Md} = \frac{1 * (13)^2}{2,88 * 1,4} = 41,9$$

$$K_{ax} = 0,023$$

$$K_m(XxL03-XxL04) = \frac{b_w \cdot (d)^2}{M_d} = \frac{1 \cdot (13)^2}{2,94 \cdot 1,4} = 41,00$$

$$K_{ax} = 0,023$$

$$A_{sx} = \frac{K_a M_d}{d} = \frac{0,023 \cdot 1,76}{0,11} = 0,37 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow \text{secundária}$$

$$A_{sy} = \frac{K_a M_d}{d} = \frac{0,023 \cdot 4,83}{0,12} = 0,92 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow \text{principal}$$

$$A_{sXx}(L04-L05) = \frac{K_a M_d}{d} = \frac{0,023 \cdot 4,03}{0,13} = 0,71 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_s(XxL04-XxL03) = \frac{K_a M_d}{d} = \frac{0,023 \cdot 4,12}{0,13} = 0,73 \text{ cm}^2/\text{m}$$

1.1.5. Dados de Entrada Hipótese 05

Dados de entrada		Unidades
Espessura da Laje	15	cm
Fck	25	MPa
Pesp. concreto	25	kn/m ³
Tipo de laje	laje tipo 5	
Cargas		
(Psc) Biblioteca sala estante c/ livros, valor min	6	KN/m ²
Peso próprio	3,75	KN/m ²
Prevestimento	1	KN/m ²
λ (ly/lx)	0,5	
lx	4	m
ly	2	m
mx	248,4	
my	71,5	
nx	108,1	
ny	35,6	
bw	1	m
Φ	10	mm
c	2,5	cm
dprinc	12	cm
dsec	11	cm

1.1.4.1 Cargas Atuantes

$$C_{total} = P_{vestimento} + P_{sobrecarga} + P_{próprio}$$

$$= 1,00 + 6,00 + 3,75 = 10,75 \text{ kN/m}^2$$

1.1.4.2 Momentos Atuantes

$$M_x = \frac{qlx^2}{m} = \frac{10,75 * (4,0)^2}{248,4} = 0,69 \text{ kN}$$

$$M_{dx} = 0,69 * 1,40 = 0,97 \text{ kN}$$

$$M_y = \frac{qlx^2}{m} = \frac{10,75 * (4,0)^2}{71,5} = 2,41 \text{ kN}$$

$$M_{dy} = 2,41 * 1,40 = 3,37 \text{ kN}$$

$$X_{xL04} = \frac{qlx^2}{n} = \frac{10,75 * (4,0)^2}{108,1} = 1,59 \text{ kN}$$

$$X_{yL04} = \frac{qlx^2}{n} = \frac{10,75 * (4,0)^2}{35,6} = 4,83 \text{ kN}$$

1.1.4.3 Compatibilização dos momentos

LAJE 05 - tipo 2		
LX	3	mx
LY	2	my
λ (ly/lx)	0,67	nx
		23,9
LAJE 05 - edícios residenciais		1,5
ver		1
pp		3,75
qt		6,25
XxL05		2,35

$$X_{xL05} = \frac{qlx^2}{n} = \frac{6,25 \cdot (3,0)^2}{23,9} = 2,35 \text{ kN}$$

$$X_x = \begin{cases} \frac{X_{xL04} + X_{xL05}}{2} = \frac{1,59 + 2,35}{2} = 1,97 \\ 0,8 \cdot 2,35 = 1,88 \end{cases}$$

$$X_{xL04} \rightarrow X_{xL05} = 1,97 \text{ kN}$$

Laje 03 - tipo 2			
LX	2,5	mx	
LY	2	my	
λ (ly/lx)	0,80	nx	15,8
LAJE 05 - edícios residenciais			1,5
ver			1
pp			3,75
qt			6,25
X _{xL03}			2,47

$$X_{xL03} = \frac{qlx^2}{n} = \frac{6,25 \cdot (2,5)^2}{15,8} = 2,47 \text{ kN}$$

$$X_x(L03 - L04) = \begin{cases} \frac{X_{xL03} + X_{xL04}}{2} = \frac{2,47 + 1,59}{2} = 2,03 \\ 0,8 \cdot 2,47 = 1,98 \end{cases}$$

$$X_x(L03 \rightarrow L04) = 2,03$$

Laje 07 - tipo 2			
LX	2	mx	
LY	4	my	
λ (ly/lx)	2,00	nx	8,2
LAJE 05 - edícios residenciais			1,5
ver			1
pp			3,75
qt			6,25
X _{xL07}			3,05

$$X_{xL07} = \frac{qlx^2}{n} = \frac{6,25 \cdot (2,0)^2}{8,2} = 3,05 \text{ kN}$$

$$X_x(L07 - L04) = \begin{cases} \frac{X_xL07 + X_xL04}{2} = \frac{3,05 + 1,59}{2} = 3,94 \\ 0,8 * 3,05 = 3,87 \end{cases}$$

1.1.4.3 Armaduras

$$K_{mx} = \frac{bw * (d)^2}{Md} = \frac{1 * (11)^2}{0,97} = 124,82$$

$$K_{ax} = 0,023$$

$$K_{my} = \frac{bw * (d)^2}{Md} = \frac{1 * (12)^2}{3,37} = 42,76$$

$$K_{ay} = 0,023$$

$$K_{mX_x(L04-L05)} = \frac{bw * (d)^2}{Md} = \frac{1 * (13)^2}{1,97 * 1,4} = 61,2$$

$$K_{ax} = 0,023$$

$$K_{m(X_xL03-X_xL04)} = \frac{bw * (d)^2}{Md} = \frac{1 * (13)^2}{2,03 * 1,4} = 59,4$$

$$K_{ax} = 0,023$$

$$K_{m(X_xL07-X_xL04)} = \frac{bw * (d)^2}{Md} = \frac{1 * (13)^2}{3,94 * 1,4} = 30,6$$

$$K_{ax} = 0,023$$

$$A_{sx} = \frac{K_a M_d}{d} = \frac{0,023 * 0,97}{0,11} = 0,20 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow \text{secundária}$$

$$A_{sy} = \frac{K_a M d}{d} = \frac{0,023 * 3,37}{0,12} = 0,65 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow \text{principal}$$

$$A_{sXx(L04-L05)} = \frac{K_a M d}{d} = \frac{0,023 * (1,4 * 1,97)}{0,13} = 0,49 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{s(XxL04-XxL03)} = \frac{K_a M d}{d} = \frac{0,023 * 1,4 * 2,03}{0,13} = 0,50 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{s(XxL04-XxL07)} = \frac{K_a M d}{d} = \frac{0,023 * 1,4 * 3,94}{0,13} = 0,98 \text{ cm}^2/\text{m}$$

2. ROTEIRO DE CALCULO – ANÁLISE 2

2.1. Espessura $h = 10 \text{ cm}$ e Geometria $2,0 \times 4,0 \text{ m}^2$

2.1.1. Dados de Entrada Hipótese 01

Dados de entrada		Unidades
Espessura da Laje	10	cm
Fck	25	MPa
Pesp. concreto	25	kn/m ³
Tipo de laje	laje tipo 1	
Cargas		
(Psc) Biblioteca sala estante c/ livros, valor min	6	KN/m ²
Peso próprio	2,5	KN/m ²
Prevestimento	1	KN/m ²
λ (ly/lx)	2,00	
lx	2	m
ly	4	m
mx	10,8	
my	42,3	
nx	0	
ny	0	
bw	1	m
Φ	10	mm
c	2,5	cm
dprinc	7	cm
dsec	6	cm

2.1.1.1 Cargas Atuantes

$$C_{total} = P_{vestimento} + P_{sobrecarga} + P_{próprio}$$

$$= 1,00 + 6,00 + 2,5 = 9,50 \text{ kN/m}^2$$

2.1.1.2. Momentos Atuantes

$$M_x = \frac{qlx^2}{m} = \frac{9,50 * (2,0)^2}{10,8} = 3,52 \text{ kN}$$

$$M_{dx} = 3,52 * 1,40 = 4,93 \text{ kN} \rightarrow \text{principal}$$

$$M_y = \frac{qlx^2}{m} = \frac{9,50 * (2,0)^2}{42,3} = 0,90 \text{ kN}$$

$$M_{dy} = 0,90 * 1,40 = 1,26 \text{ kN} \rightarrow \text{secundário}$$

2.1.1.3 Armaduras

$$K_{mx} = \frac{bw * (d)^2}{M_{dx}} = \frac{1 * (7)^2}{4,93} = 9,95$$

$$K_{ax} = 0,024$$

$$K_{my} = \frac{bw * (d)^2}{M_{dy}} = \frac{1 * (6)^2}{1,26} = 28,62$$

$$K_{ay} = 0,023$$

$$A_{sx} = \frac{K_a M_d}{d} = \frac{0,024 * 4,93}{0,07} = 1,69 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow \text{principal}$$

$$A_{sy} = \frac{K a M d}{d} = \frac{0,023 * 1,26}{0,06} = 0,48 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow \text{secundária}$$

2.1.2. Dados de Entrada Hipótese 02

Dados de entrada		Unidades
Espessura da Laje	10	cm
Fck	25	MPa
Pesp. concreto	25	kn/m ³
Tipo de laje	laje tipo 2	
Cargas		
(Psc) Biblioteca sala estante c/ livros, valor min	6	KN/m ²
Peso próprio	2,5	KN/m ²
Prevestimento	1	KN/m ²
λ (ly/lx)	0,5	
lx	4	m
ly	2	m
mx	140	
my	45,1	
nx	59,2	
ny	0	
bw	1	m
Φ	10	mm
c	2,5	cm
dprinc	7	cm
dsec	6	cm

2.1.2.1 Cargas Atuantes

$$C_{total} = P_{prevestimento} + P_{sobrecarga} + P_{próprio}$$

$$= 1,00 + 6,00 + 2,5 = 9,50 \text{ kN/m}^2$$

2.1.2.2 Momentos Atuantes

$$M_x = \frac{q l x^2}{m} = \frac{9,50 * (4,0)^2}{140} = 1,09 \text{ kN} \rightarrow \text{secundário}$$

$$M_y = \frac{qlx^2}{m} = \frac{9,50*(4,0)^2}{45,1} = 3,37 \text{ kN} \rightarrow \text{principal}$$

$$X_{xL04} = \frac{qlx^2}{n} = \frac{9,50*(4,0)^2}{59,2} = 2,57 \text{ kN}$$

2.1.2.3 Compatibilização dos momentos

LAJE 05 - tipo 2			
LX	3	mx	
LY	2	my	
λ (ly/lx)	0,67	nx	23,9
LAJE 05 - edícios residenciais			1,5
prev			1
pp			2,5
qt			5,0
XxL05			1,88

$$X_{xL05} = \frac{qlx^2}{n} = \frac{5,0*(3,0)^2}{23,9} = 1,88 \text{ kN}$$

$$X_x = \begin{cases} \frac{X_{xL04} + X_{xL05}}{2} = \frac{2,57 + 1,88}{2} = 2,23 \\ 0,8 * 1,88 = 2,05 \end{cases}$$

$$X_x(L04 \rightarrow L05) = 2,23 \text{ kN}$$

2.1.2.4 Armaduras

$$K_{mx} = \frac{bw*(d)^2}{Md} = \frac{1*(6)^2}{1,4*1,09} = 23,68$$

$$K_{ax} = 0,023$$

$$K_{my} = \frac{bw*(d)^2}{Md} = \frac{1*(7)^2}{1,4*3,37} = 10,38$$

$$K_{ay} = 0,024$$

$$K_{mXx} = \frac{b_w \cdot (d)^2}{M_{dxx}} = \frac{1 \cdot (8)^2}{1,4 \cdot 2,23} = 20,5$$

$$K_{aXx} = 0,023$$

$$A_{sx} = \frac{K_a M_d}{d} = \frac{0,023 \cdot 1,4 \cdot 1,09}{0,11} = 0,58 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow \text{secundária}$$

$$A_{sy} = \frac{K_a M_d}{d} = \frac{0,024 \cdot 5,33}{0,12} = 1,62 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow \text{principal}$$

$$A_{sXx(L04-L05)} = \frac{K_a M_d}{d} = \frac{0,023 \cdot 1,4 \cdot 2,23}{0,08} = 0,90 \text{ cm}^2/\text{m}$$

2.1.3. Dados de Entrada Hipótese 03

Dados de entrada		Unidades
Espessura da Laje	10	cm
Fck	25	MPa
Pesp. concreto	25	kn/m ³
Tipo de laje	laje tipo 3	
Cargas		
(Psc) Biblioteca sala estante c/ livros, valor min	6	KN/m ²
Peso próprio	2,5	KN/m ²
Prevestimento	1	KN/m ²
λ (ly/lx)	2	
lx	2	m
ly	4	m
mx	17	
my	67,9	
nx	8,5	
ny	33,9	
b _w	1	m
Φ	10	mm
c	2,5	cm
d _{princ}	7	cm
d _{sec}	6	cm

2.1.3.1 Cargas Atuantes

$$C_{total} = P_{vestimento} + P_{sobrecarga} + P_{próprio}$$

$$1,00 + 6,00 + 2,5 = 9,50 \text{ kN/m}^2$$

2.1.3.2 Momentos Atuantes

$$M_x = \frac{qlx^2}{m} = \frac{9,50 * (2,0)^2}{17} = 2,24 \text{ kN} \rightarrow \text{principal}$$

$$M_y = \frac{qlx^2}{m} = \frac{9,50 * (2,0)^2}{67,9} = 0,56 \text{ kN} \rightarrow \text{secundária}$$

$$X_{xL04} = \frac{qlx^2}{n} = \frac{9,50 * (2,0)^2}{8,6} = 4,42 \text{ kN}$$

$$X_{yL04} = \frac{qlx^2}{n} = \frac{9,50 * (2,0)^2}{33,9} = 1,12 \text{ kN}$$

2.1.2.3 Compatibilização dos momentos

LAJE 05 - tipo 2			
LX	3	mx	
LY	2	my	
$\lambda (I_y/I_x)$	0,67	nx	23,9
LAJE 05 - edícios residenciais			1,5
ver			1
pp			2,5
qt			5,0

$$X_{xL05} = \frac{qlx^2}{n} = \frac{5,0 * (3,0)^2}{23,9} = 1,88 \text{ kN}$$

$$X_x = \begin{cases} \frac{X_{yL04} + X_{xL05}}{2} = \frac{1,12 + 1,88}{2} = 1,50 \\ 0,8 * 1,88 = 1,51 \end{cases}$$

$$XyL04 \rightarrow XxL05 = 1,51kN$$

Laje 07 - tipo 2			
LX	2	mx	
LY	4	my	
λ (ly/lx)	2,00	nx	8,2
LAJE 07 - edícios residenciais			1,5
ver			1
pp			2,5
qt			5
XxL07			2,44

$$XxL07 = \frac{qlx^2}{n} = \frac{5,00 \cdot (2,0)^2}{8,2} = 2,44 \text{ kN}$$

$$Xx(L07 \rightarrow L04) = \begin{cases} \frac{XxL07 + XxL04}{2} = \frac{2,44 + 4,42}{2} = 3,43 \\ 0,8 * 4,42 = 3,53 \end{cases}$$

$$Xx(L07 \rightarrow L04) = 3,53$$

2.1.3.3 Armaduras

$$Kmx = \frac{bw \cdot (d)^2}{Md} = \frac{1 \cdot (7)^2}{1,4 \cdot 2,24} = 15,66$$

$$Kax = 0,023$$

$$Kmy = \frac{bw \cdot (d)^2}{Md} = \frac{1 \cdot (6)^2}{1,4 \cdot 0,56} = 45,95$$

$$Kay = 0,023$$

$$K_{mXx}(L04-L05) = \frac{bw \cdot (d)^2}{Md} = \frac{1 \cdot (8)^2}{1,51 \cdot 1,4} = 30,3$$

$$K_{ax} = 0,023$$

$$K_{m(XyL04-XxL07)} = \frac{bw \cdot (d)^2}{Md} = \frac{1 \cdot (8)^2}{3,53 \cdot 1,4} = 12,9$$

$$K_{ax} = 0,024$$

$$A_{sx} = \frac{K_a M_d}{d} = \frac{0,023 \cdot 1,4 \cdot 2,24}{0,07} = 1,03 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow \text{principal}$$

$$A_{sy} = \frac{K_a M_d}{d} = \frac{0,023 \cdot 1,4 \cdot 0,56}{0,06} = 0,30 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow \text{secundária}$$

$$A_{sXx}(L04-L05) = \frac{K_a M_d}{d} = \frac{0,023 \cdot 1,4 \cdot 1,51}{0,08} = 0,61 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{sXx}(L04-L07) = \frac{K_a M_d}{d} = \frac{0,024 \cdot 1,4 \cdot 3,53}{0,08} = 1,48 \text{ cm}^2/\text{m}$$

2.1.4. Dados de Entrada Hipótese 04

Dados de entrada		Unidades
Espessura da Laje	10	cm
Fck	25	MPa
Pesp. concreto	25	kn/m ³
Tipo de laje	laje tipo 4	
Cargas		
(Psc) Biblioteca sala estante c/ livros, valor min	6	KN/m ²
Peso próprio	2,5	KN/m ²
Prevestimento	1	KN/m ²
λ (ly/lx)	0,5	
lx	4	m
ly	2	m
mx	136,1	
my	49,9	
nx	50,4	
ny	0	
bw	1	m
Φ	10	mm
c	2,5	cm
dprinc	7	cm
dsec	6	cm

2.1.4.1 Cargas Atuantes

$$C_{total} = P_{vestimento} + P_{sobrecarga} + P_{próprio}$$

$$= 1,00 + 6,00 + 2,5 = 9,50 \text{ kN/m}^2,$$

2.1.4.2 Momentos Atuantes

$$M_x = \frac{qlx^2}{m} = \frac{9,50 * (4,0)^2}{136,1} = 1,12 \text{ kN}$$

$$M_{dx} = 1,12 * 1,40 = 1,56 \text{ kN} \rightarrow \text{secundária}$$

$$M_y = \frac{qlx^2}{m} = \frac{9,50 * (4,0)^2}{49,9} = 3,05 \text{ kN}$$

$$M_{dy} = 3,05 * 1,40 = 4,26 \text{ kN} \rightarrow \text{principal}$$

$$X_{xL04} = \frac{qlx^2}{n} = \frac{9,50 * (4,0)^2}{50,4} = 3,02 \text{ kN}$$

2.1.4.3 Compatibilização dos momentos

LAJE 05 - tipo 2			
LX	3	mx	
LY	2	my	
λ (ly/lx)	0,67	nx	23,9
LAJE 05 - edícios residenciais			1,5
ver			1
pp			2,5
qt			5,0

$$X_{xL05} = \frac{qlx^2}{n} = \frac{5,0 * (3,0)^2}{23,9} = 1,88 \text{ kN}$$

$$X_x = \begin{cases} \frac{X_{xL04} + X_{xL05}}{2} = \frac{3,02 + 1,88}{2} = 2,45 \\ 0,8 * 3,02 = 2,41 \end{cases}$$

$$X_{xL04} \rightarrow X_{xL05} = 2,45 \text{ kN}$$

Laje 03 - tipo 2			
LX	2,5	mx	
LY	2	my	
λ (ly/lx)	0,80	nx	15,8
LAJE 05 - edícios residenciais			1,5
ver			1
pp			2,5
qt			5,0
XxL03			1,98

$$X_{xL03} = \frac{qlx^2}{n} = \frac{5,0 * (2,5)^2}{15,8} = 1,98 \text{ kN}$$

$$X_x(L03 - L04) = \begin{cases} \frac{X_{xL03} + X_{xL04}}{2} = \frac{1,98 + 3,02}{2} = 2,50 \\ 0,8 * 3,02 = 2,41 \end{cases}$$

$$X_x(L03 \rightarrow L04) = 2,50$$

2.1.4.4 Armaduras

$$K_{mx} = \frac{bw * (d)^2}{Md} = \frac{1 * (6)^2}{1,4 * 1,12} = 23,02$$

$$K_{ax} = 0,023$$

$$K_{my} = \frac{bw * (d)^2}{Md} = \frac{1 * (7)^2}{1,4 * 3,05} = 11,49$$

$$K_{ay} = 0,024$$

$$K_{mX_x(L04-L05)} = \frac{bw * (d)^2}{Md} = \frac{1 * (8)^2}{2,45 * 1,4} = 18,7$$

$$K_{axx}=0,023$$

$$K_m(X_{xL03}-X_{xL04}) = \frac{bw \cdot (d)^2}{Md} = \frac{1 \cdot (8)^2}{2,50 \cdot 1,4} = 18,3$$

$$K_{axx}=0,023$$

$$A_{sx} = \frac{K_a M_d}{d} = \frac{0,023 \cdot 1,4 \cdot 1,12}{0,06} = 0,60 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow \text{secundária}$$

$$A_{sy} = \frac{K_a M_d}{d} = \frac{0,024 \cdot 1,4 \cdot 3,05}{0,07} = 1,46 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow \text{principal}$$

$$A_{sXx}(L04-L05) = \frac{K_a M_d}{d} = \frac{0,023 \cdot 1,4 \cdot 2,45}{0,08} = 0,99 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_s(X_{xL04}-X_{xL03}) = \frac{K_a M_d}{d} = \frac{0,023 \cdot 1,4 \cdot 2,50}{0,08} = 1,0 \text{ cm}^2/\text{m}$$

2.1.5. Dados de Entrada Hipótese 05

Dados de entrada		Unidades
Espessura da Laje	10	cm
Fck	25	MPa
Pesp. concreto	25	kn/m ³
Tipo de laje	laje tipo 5	
Cargas		
(Psc) Biblioteca sala estante c/ livros, valor min	6	KN/m ²
Peso próprio	2,5	KN/m ²
Prevestimento	1	KN/m ²
λ (ly/lx)	0,5	
lx	4	m
ly	2	m
mx	248,4	
my	71,5	
nx	108,1	
ny	35,6	
bw	1	m
Φ	10	mm
c	2,5	cm
dprinc	7	cm
dsec	6	cm

2.1.4.1 Cargas Atuantes

$$C_{total} = P_{vestimento} + P_{sobrecarga} + P_{próprio}$$

$$= 1,00 + 6,00 + 2,5 = 9,50 \text{ kN/m}^2$$

2.1.4.2 Momentos Atuantes

$$M_x = \frac{qlx^2}{m} = \frac{9,50 * (4,0)^2}{248,4} = 0,61 \text{ kN} \rightarrow \text{secundário}$$

$$M_y = \frac{qlx^2}{m} = \frac{9,50 * (4,0)^2}{71,5} = 2,13 \text{ kN} \rightarrow \text{principal}$$

$$X_{xL04} = \frac{qlx^2}{n} = \frac{9,50 * (4,0)^2}{108,1} = 1,41 \text{ kN}$$

$$X_{yL04} = \frac{qlx^2}{n} = \frac{9,50 * (4,0)^2}{35,6} = 4,27 \text{ kN}$$

2.1.4.3 Compatibilização dos momentos

LAJE 05 - tipo 2			
LX	3	mx	
LY	2	my	
λ (ly/lx)	0,67	nx	23,9
LAJE 05 - edícios residenciais			1,5
ver			1
pp			2,5
qt			5,0
XxL05			1,88

$$X_{xL05} = \frac{qlx^2}{n} = \frac{5,0 \cdot (3,0)^2}{23,9} = 1,88 \text{ kN}$$

$$X_x = \begin{cases} \frac{X_{xL04} + X_{xL05}}{2} = \frac{1,41 + 1,88}{2} = 1,64 \\ 0,8 \cdot 1,88 = 1,12 \end{cases}$$

$$X_{xL04} \rightarrow X_{xL05} = 1,64 \text{ kN}$$

Laje 03 - tipo 2			
LX	2,5	mx	
LY	2	my	
λ (ly/lx)	0,80	nx	15,8
LAJE 05 - edícios residenciais			1,5
ver			1
pp			2,5
qt			5,0
XxL03			1,98

$$X_{xL03} = \frac{qlx^2}{n} = \frac{5,0 \cdot (2,5)^2}{15,8} = 1,98 \text{ kN}$$

$$X_x(L03 - L04) = \begin{cases} \frac{X_{xL03} + X_{xL04}}{2} = \frac{1,98 + 1,41}{2} = 1,69 \\ 0,8 \cdot 1,98 = 1,58 \end{cases}$$

$$X_x(L03 \rightarrow L04) = 1,69 \text{ kN}$$

Laje 07 - tipo 2			
LX	2	mx	
LY	4	my	
λ (ly/lx)	2,00	nx	8,2
LAJE 05 - edícios residenciais			1,5
ver			1
pp			2,5
qt			5,0
XxL07			2,44

$$X_{xL07} = \frac{qlx^2}{n} = \frac{5,0 \cdot (2,0)^2}{8,2} = 2,44 \text{ kN}$$

$$(X_{xL07} - X_{yL04}) = \begin{cases} \frac{X_{xL07} + X_{yL04}}{2} = \frac{2,44 + 4,27}{2} = 3,35 \\ 0,8 * 4,27 = 3,42 \end{cases}$$

$$X_{xL07} \rightarrow X_{yL04} = 3,42 \text{ kN}$$

2.1.4.3 Armaduras

$$K_{mx} = \frac{bw * (d)^2}{Md} = \frac{1 * (6)^2}{1,4 * 0,61} = 42,02$$

$$K_{ax} = 0,023$$

$$K_{my} = \frac{bw * (d)^2}{Md} = \frac{1 * (07)^2}{1,4 * 2,13} = 14,46$$

$$K_{ay} = 0,023$$

$$K_{mXx(L04-L05)} = \frac{bw * (d)^2}{Md} = \frac{1 * (8)^2}{1,64 * 1,4} = 27,8$$

$$K_{ax} = 0,023$$

$$K_{m(XxL03-XxL04)} = \frac{bw * (d)^2}{Md} = \frac{1 * (8)^2}{1,69 * 1,4} = 27,0$$

$$K_{ax} = 0,023$$

$$K_{m(XxL07-XyL04)} = \frac{bw * (d)^2}{Md} = \frac{1 * (8)^2}{3,42 * 1,4} = 13,6$$

$$K_{ax} = 0,024$$

$$A_{sx} = \frac{K_a M_d}{d} = \frac{0,023 * 1,4 * 0,61}{0,06} = 0,33 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow \text{secundária}$$

$$A_{sy} = \frac{K_a M_d}{d} = \frac{0,023 * 1,4 * 2,13}{0,07} = 0,98 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow \text{principal}$$

$$A_{sXx}(L04-L05) = \frac{K a M d}{d} = \frac{0,023 * (1,4 * 1,64)}{0,08} = 0,66 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{s(XxL04-XxL03)} = \frac{K a M d}{d} = \frac{0,023 * 1,4 * 1,69}{0,08} = 0,68 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{s(XyL04-XxL07)} = \frac{K a M d}{d} = \frac{0,024 * 1,4 * 3,42}{0,08} = 1,41 \text{ cm}^2/\text{m}$$

3. ROTEIRO DE CALCULO – ANÁLISE 3

3.1. Espessura $h = 15 \text{ cm}$ e Geometria $3,9 \times 4,0 \text{ m}^2$

3.1.1. Dados de Entrada Hipótese 01

Dados de entrada		Unidades
Espessura da Laje	15	cm
Fck	25	MPa
Pesp. concreto	25	kn/m ³
Tipo de laje	laje tipo 1	
Cargas		
(Psc) Biblioteca sala estante c/ livros, valor min	6	KN/m ²
Peso próprio	3,75	KN/m ²
Prevestimento	1	KN/m ²
λ (ly/lx)	1,03	
lx	3,9	m
ly	4	m
mx	26	
my	27,4	
nx	0	
ny	0	
bw	1	m
Φ	10	mm
c	2,5	cm
dprinc	12	cm
dsec	11	cm

3.1.1.1 Cargas Atuantes

$$C_{total} = P_{vestimento} + P_{sobrecarga} + P_{próprio}$$

$$= 1,00 + 6,00 + 3,75 = 10,75 \text{ kN/m}^2$$

3.1.1.2 Momentos Atuantes

$$M_x = \frac{qlx^2}{m} = \frac{10,75 * (3,9)^2}{26} = 6,29 \text{ kN}$$

$$M_{dx} = 6,30 * 1,40 = 8,80 \text{ kN} \rightarrow \text{principal}$$

$$M_y = \frac{qlx^2}{m} = \frac{10,75 * (3,9)^2}{27,4} = 5,97 \text{ kN}$$

$$M_{dy} = 5,97 * 1,40 = 8,35 \text{ kN} \rightarrow \text{secundário}$$

3.1.1.3 Armaduras

$$K_{mx} = \frac{bw * (d)^2}{M_{dx}} = \frac{1 * (12)^2}{8,80} = 16,36$$

$$K_{ax} = 0,023$$

$$K_{my} = \frac{bw * (d)^2}{M_{dy}} = \frac{1 * (11)^2}{8,35} = 14,48$$

$$K_{ay} = 0,024$$

$$A_{sx} = \frac{K_a M_d}{d} = \frac{0,023 * 8,80}{0,12} = 1,69 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow \text{principal}$$

$$A_{sy} = \frac{K_a M_d}{d} = \frac{0,024 * 8,35}{0,11} = 1,82 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow \text{secundária}$$

3.1.2. Dados de Entrada Hipótese 02

Dados de entrada		Unidades
Espessura da Laje	15	cm
Fck	25	MPa
Pesp. concreto	25	kn/m³
Tipo de laje	laje tipo 1	
Cargas		
(Psc) Biblioteca sala		
estante c/ livros, valor min	6	KN/m²
Peso próprio	3,75	KN/m²
Prevestimento	1	KN/m²
λ (ly/lx)	0,98	
lx	4	m
ly	3,9	m
mx	31	
my	36,3	
nx	11,5	
ny	-	
bw	1	m
Φ	10	mm
c	2,5	cm
dprinc	12	cm
dsec	11	cm

3.1.2.1 Cargas Atuantes

$$C_{total} = P_{prevestimento} + P_{sobrecarga} + P_{próprio}$$

$$= 1,00 + 6,00 + 3,75 = 10,75 \text{ kN/m}^2$$

3.1.2.2. Momentos Atuantes

$$M_x = \frac{q l x^2}{m} = \frac{10,75 * (4,0)^2}{31} = 5,55 \text{ kN}$$

$$Mdx = 5,55 * 1,40 = 7,77 \text{ kN} \rightarrow \text{principal}$$

$$My = \frac{qlx^2}{m} = \frac{10,75 * (4,0)^2}{36,3} = 4,74 \text{ kN}$$

$$Mdy = 4,74 * 1,40 = 6,63 \text{ kN} \rightarrow \text{secundário}$$

$$XxL04 = \frac{qlx^2}{n} = \frac{10,75 * (4,0)^2}{11,5} = 14,96 \text{ kN}$$

3.1.2.3 Compatibilização dos momentos

LAJE 05 - tipo 2		
LX	3	mx
LY	3,9	my
λ (ly/lx)	1,3	nx
LAJE 05 - edícios residenciais		1,5
ver		1
pp		3,75
qt		6,25
XxL05		6,18

$$XxL05 = \frac{qlx^2}{n} = \frac{6,25 * (3,0)^2}{9,1} = 6,18 \text{ kN}$$

$$Xx = \begin{cases} \frac{XxL04 + XxL05}{2} = \frac{14,96 + 6,18}{2} = 10,57 \\ 0,8 * 14,96 = 11,97 \end{cases}$$

$$XxL04 \rightarrow XxL05 = 11,97 \text{ KN}$$

3.1.2.4 Armaduras

$$Kmx = \frac{bw * (d)^2}{Md} = \frac{1 * (12)^2}{1,4 * 5,55} = 570,69$$

$$Kax = 0,023$$

$$K_{my} = \frac{bw \cdot (d)^2}{Md} = \frac{1 \cdot (11)^2}{1,4 \cdot 4,74} = 409,52$$

$$K_{ay} = 0,023$$

$$K_{mXx}(L04-L05) = \frac{bw \cdot (d)^2}{Md} = \frac{1 \cdot (13)^2}{14,96 \cdot 1,4} = 10,1$$

$$K_{ax} = 0,024$$

$$A_{sx} = \frac{K_a M d}{d} = \frac{0,023 \cdot 1,4 \cdot 5,55}{0,12} = 1,49 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow \text{principal}$$

$$A_{sy} = \frac{K_a M d}{d} = \frac{0,023 \cdot 1,4 \cdot 4,74}{0,11} = 1,39 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow \text{secundária}$$

$$A_{sXx}(L04-L05) = \frac{K_a M d}{d} = \frac{0,024 \cdot (1,4 \cdot 11,97)}{0,13} = 3,09 \text{ cm}^2/\text{m}$$

3.1.3. Dados de Entrada Hipótese 03

Dados de entrada		Unidades
Espessura da Laje	15	cm
Fck	25	MPa
Pesp. concreto	25	kn/m ³
Tipo de laje	laje tipo 3	
Cargas		
(Psc) Biblioteca sala estante c/ livros, valor min	6	KN/m ²
Peso próprio	3,75	KN/m ²
Prevestimento	1	KN/m ²
λ (ly/lx)	1,03	
lx	3,9	m
ly	4	m
mx	35,1	
my	37,3	
nx	15,1	
ny	16,1	
bw	1	m
Φ	10	mm
c	2,5	cm
dprinc	12	cm
dsec	11	cm

3.1.3.1 Cargas Atuantes

$$C_{total} = P_{vestimento} + P_{sobrecarga} + P_{próprio}$$

$$1,00 + 6,00 + 3,75 = 10,75 \text{ kN/m}^2$$

3.1.3.2 Momentos Atuantes

$$M_x = \frac{qlx^2}{m} = \frac{10,75 * (3,9)^2}{35,1} = 4,66 \text{ kN} \rightarrow \text{principal}$$

$$M_y = \frac{qlx^2}{m} = \frac{10,75 * (3,9)^2}{37,3} = 4,38 \text{ kN} \rightarrow \text{secundária}$$

$$X_{xL04} = \frac{qlx^2}{n} = \frac{10,75 * (3,9)^2}{15,1} = 10,83 \text{ kN}$$

$$X_{yL04} = \frac{qlx^2}{n} = \frac{10,75 * (3,9)^2}{16,1} = 10,16 \text{ kN}$$

3.1.3.3 Compatibilização dos momentos

LAJE 05 - tipo 2			
LX	3	mx	
LY	3,9	my	
λ (ly/lx)	1,3	nx	9,1
LAJE 05 - edifícios residenciais			1,5
ver			1
pp			3,75
qt			6,25

$$X_{xL05} = \frac{qlx^2}{n} = \frac{6,25 * (3,0)^2}{9,1} = 6,18 \text{ kN}$$

$$X_x = \begin{cases} \frac{X_{yL04} + X_{xL05}}{2} = \frac{10,16 + 6,18}{2} = 8,17 \\ 0,8 * 10,16 = 8,12 \end{cases}$$

$$XyL04 \rightarrow XxL05 = 8,17 \text{ KN}$$

Laje 07 - tipo 2			
LX	2	mx	
LY	4	my	
λ (ly/lx)	2,00	nx	8,2
LAJE 07 - edícios residenciais			1,5
ver			1
pp			3,75
qt			6,25

$$XxL07 = \frac{qlx^2}{n} = \frac{6,25 \cdot (2,0)^2}{8,2} = 3,05 \text{ kN}$$

$$Xx(L07 \rightarrow L04) = \begin{cases} \frac{XxL07 + XxL04}{2} = \frac{3,05 + 10,83}{2} = 6,94 \\ 0,8 * 10,83 = 8,66 \end{cases}$$

$$Xx(L07 \rightarrow L04) = 8,66 \text{ KN}$$

3.1.3.4 Armaduras

$$Kmx = \frac{bw \cdot (d)^2}{Md} = \frac{1 \cdot (12)^2}{1,4 \cdot 4,66} = 402,61$$

$$Kax = 0,023$$

$$Kmy = \frac{bw \cdot (d)^2}{Md} = \frac{1 \cdot (11)^2}{1,4 \cdot 4,38} = 450,88$$

$$Kay = 0,023$$

$$Km (XyL04 - XxL05) = \frac{bw \cdot (d)^2}{Md} = \frac{1 \cdot (13)^2}{8,17 \cdot 1,4} = 14,8$$

$$Kax = 0,024$$

$$K_m(\text{XXL04-XxL07}) = \frac{bw \cdot (d)^2}{Md} = \frac{1 \cdot (13)^2}{8,66 \cdot 1,4} = 13,9$$

$$K_{ax} = 0,024$$

$$A_{sx} = \frac{K_a M d}{d} = \frac{0,023 \cdot 1,4 \cdot 4,66}{0,12} = 1,25 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow \text{principal}$$

$$A_{sy} = \frac{K_a M d}{d} = \frac{0,023 \cdot 1,4 \cdot 4,38}{0,11} = 1,28 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow \text{secundária}$$

$$A_{sXx}(\text{L04-L05}) = \frac{K_a M d}{d} = \frac{0,024 \cdot 1,4 \cdot 18,17}{0,13} = 2,11 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{sXx}(\text{L04-L07}) = \frac{K_a M d}{d} = \frac{0,024 \cdot 1,4 \cdot 8,66}{0,13} = 2,24 \text{ cm}^2/\text{m}$$

3.1.4. Dados de Entrada Hipótese 04

Dados de entrada		Unidades
Espessura da Laje	15	cm
Fck	25	MPa
Pesp. concreto	25	kn/m ³
Tipo de laje	laje tipo 4	
Cargas		
(Psc) Biblioteca sala estante c/ livros, valor min	6	KN/m ²
Peso próprio	3,75	KN/m ²
Prevestimento	1	KN/m ²
λ (ly/lx)	0,98	
lx	4	m
ly	3,9	m
mx	38,1	
my	54,6	
nx	14,8	
ny	-	
bw	1	m
Φ	10	mm
c	2,5	cm
dprinc	12	cm
dsec	11	cm

3.1.4.1 Cargas Atuantes

$$C_{total} = P_{vestimento} + P_{sobrecarga} + P_{próprio}$$

$$= 1,00 + 6,00 + 3,75 = 10,75 \text{ kN/m}^2$$

3.1.4.2 Momentos Atuantes

$$M_x = \frac{qlx^2}{m} = \frac{10,75 \cdot (4,0)^2}{38,1} = 4,51 \text{ kN}$$

$$M_{dx} = 4,51 \cdot 1,40 = 6,31 \text{ kN} \rightarrow \text{principal}$$

$$M_y = \frac{qlx^2}{m} = \frac{10,75 \cdot (4,0)^2}{54,6} = 3,15 \text{ kN}$$

$$M_{dy} = 3,15 \cdot 1,40 = 4,41 \text{ kN} \rightarrow \text{secundária}$$

$$X_{xL04} = \frac{qlx^2}{n} = \frac{10,75 \cdot (4,0)^2}{14,8} = 11,62 \text{ kN}$$

3.1.4.3 Compatibilização dos momentos

LAJE 05 - tipo 2			
LX	3	mx	
LY	3,9	my	
λ (ly/lx)	1,3	nx	9,1
LAJE 05 - edícios residenciais			1,5
ver			1
pp			3,75
qt			6,25

$$X_{xL05} = \frac{qlx^2}{n} = \frac{6,25 \cdot (3,0)^2}{9,1} = 6,18 \text{ kN}$$

$$Xx = \begin{cases} \frac{XxL04 + XxL05}{2} = \frac{11,62 + 6,18}{2} = 8,90 \\ 0,8 * 11,62 = 9,30 \end{cases}$$

$$XxL04 \rightarrow XxL05 = 9,30 \text{ kN}$$

Laje 03 - tipo 2			
LX	2,5	mx	
LY	3,9	my	
λ (ly/lx)	1,56	nx	8,6
LAJE 05 - edícios residenciais			1,5
ver			1
pp			3,75
qt			6,25

$$XxL03 = \frac{qlx^2}{n} = \frac{6,25 * (2,5)^2}{8,6} = 4,54 \text{ kN}$$

$$Xx(L03 - L04) = \begin{cases} \frac{XxL03 + XxL04}{2} = \frac{4,54 + 11,62}{2} = 8,08 \\ 0,8 * 11,62 = 9,30 \end{cases}$$

$$Xx(L03 \rightarrow L04) = 9,30 \text{ KN}$$

3.1.4.4 Armaduras

$$Kmx = \frac{bw * (d)^2}{Md} = \frac{1 * (12)^2}{1,4 * 4,51} = 464,34$$

$$Kax = 0,023$$

$$Kmy = \frac{bw * (d)^2}{Md} = \frac{1 * (11)^2}{1,4 * 3,15} = 272,27$$

$$Kay = 0,023$$

$$KmXx(L04-L05) = \frac{bw * (d)^2}{Md} = \frac{1 * (13)^2}{9,30 * 1,4} = 13,0$$

$$K_{axx}=0,024$$

$$K_m(XxL03-XxL04)=\frac{bw*(d)^2}{Md}=\frac{1*(13)^2}{9,30*1,4}=13,00$$

$$K_{axx}=0,024$$

$$A_{sx}=\frac{K_a M d}{d}=\frac{0,023*1,4*4,51}{0,12}=1,21 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow \text{principal}$$

$$A_{sy}=\frac{K_a M d}{d}=\frac{0,023*1,4*3,15}{0,11}=0,92 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow \text{secundária}$$

$$A_{sXx}(L04-L05)=\frac{K_a M d}{d}=\frac{0,024*1,4*9,30}{0,13}=2,40 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_s(XxL04-XxL03)=\frac{K_a M d}{d}=\frac{0,024*1,4*9,30}{0,13}=2,40 \text{ cm}^2/\text{m}$$

3.1.5. Dados de Entrada Hipótese 05

Dados de entrada		Unidades
Espessura da Laje	15	cm
Fck	25	MPa
Pesp. concreto	25	kn/m ³
Tipo de laje	laje tipo 5	
Cargas		
(Psc) Biblioteca sala estante c/ livros, valor min	6	KN/m ²
Peso próprio	3,75	KN/m ²
Prevestimento	1	KN/m ²
λ (ly/lx)	0,98	
lx	4	m
ly	3,9	m
mx	45,6	
my	50,1	
nx	18,5	
ny	23,8	
bw	1	m
Φ	10	mm
c	2,5	cm
dprinc	12	cm
dsec	11	cm

3.1.4.1 Cargas Atuantes

$$C_{total} = P_{vestimento} + P_{sobrecarga} + P_{próprio}$$

$$= 1,00 + 6,00 + 3,75 = 10,75 \text{ kN/m}^2$$

3.1.4.2 Momentos Atuantes

$$M_x = \frac{qlx^2}{m} = \frac{10,75 * (4,0)^2}{45,6} = 3,77 \text{ kN} \rightarrow \text{secundário}$$

$$M_y = \frac{qlx^2}{m} = \frac{10,75 * (4,0)^2}{50,1} = 3,43 \text{ kN} \rightarrow \text{principal}$$

$$X_{xL04} = \frac{qlx^2}{n} = \frac{10,75 * (4,0)^2}{18,5} = 9,30 \text{ kN}$$

$$X_{yL04} = \frac{qlx^2}{n} = \frac{10,75 * (4,0)^2}{23,8} = 7,23 \text{ kN}$$

3.1.4.3 Compatibilização dos momentos

LAJE 05 - tipo 2		
LX	3	mx
LY	3,9	my
λ (ly/lx)	1,3	nx
LAJE 05 - edícios residenciais		1,5
ver		1
pp		3,75
qt		6,25
XxL05		6,18

$$X_{xL05} = \frac{qlx^2}{n} = \frac{6,25 \cdot (3,0)^2}{9,1} = 6,18 \text{ kN}$$

$$X_x = \begin{cases} \frac{X_{xL04} + X_{xL05}}{2} = \frac{9,30 + 6,18}{2} = 7,74 \\ 0,8 \cdot 9,30 = 7,44 \end{cases}$$

$$X_{xL04} \rightarrow X_{xL05} = 7,74 \text{ kN}$$

Laje 03 - tipo 2			
LX	2,5	mx	
LY	3,9	my	
λ (ly/lx)	1,56	nx	8,6
LAJE 05 - edícios residenciais			1,5
ver			1
pp			3,75
qt			6,25
XxL03			4,54

$$X_{xL03} = \frac{qlx^2}{n} = \frac{6,25 \cdot (2,5)^2}{8,6} = 4,54 \text{ kN}$$

$$X_x(L03 - L04) = \begin{cases} \frac{X_{xL03} + X_{xL04}}{2} = \frac{4,54 + 9,30}{2} = 6,92 \\ 0,8 \cdot 9,30 = 7,44 \end{cases}$$

$$X_x(L03 \rightarrow L04) = 7,44 \text{ kN}$$

Laje 07 - tipo 2			
LX	2	mx	
LY	4	my	
λ (ly/lx)	2,00	nx	8,2
LAJE 05 - edícios residenciais			1,5
ver			1
pp			3,75
qt			6,25
XxL07			3,05

$$X_{xL07} = \frac{qlx^2}{n} = \frac{6,25 \cdot (2,0)^2}{8,2} = 3,05 \text{ kN}$$

$$(X_{xL07} - X_{yL04}) = \begin{cases} \frac{X_{xL07} + X_{yL04}}{2} = \frac{3,05 + 7,23}{2} = 5,14 \\ 0,8 * 7,23 = 5,78 \end{cases}$$

$$X_{xL07} \rightarrow X_{yL04} = 5,78 \text{ kN}$$

3.1.4.3 Armaduras

$$K_{mx} = \frac{bw * (d)^2}{Md} = \frac{1 * (12)^2}{1,4 * 3,77} = 387,97$$

$$K_{ax} = 0,023$$

$$K_{my} = \frac{bw * (d)^2}{Md} = \frac{1 * (11)^2}{1,4 * 3,43} = 296,72$$

$$K_{ay} = 0,023$$

$$K_{mXx(L04-L05)} = \frac{bw * (d)^2}{Md} = \frac{1 * (13)^2}{7,74 * 1,4} = 15,6$$

$$K_{ax} = 0,024$$

$$K_{m(XxL03-XxL04)} = \frac{bw * (d)^2}{Md} = \frac{1 * (13)^2}{7,44 * 1,4} = 17,4$$

$$K_{ax} = 0,023$$

$$K_{m(XxL07-XyL04)} = \frac{bw * (d)^2}{Md} = \frac{1 * (13)^2}{5,78 * 1,4} = 20,9$$

$$K_{ax} = 0,023$$

$$A_{sx} = \frac{K_a M_d}{d} = \frac{0,023 * 1,4 * 3,77}{0,12} = 1,01 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow \text{principal}$$

$$A_{sy} = \frac{K_a M_d}{d} = \frac{0,023 * 1,4 * 3,43}{0,11} = 1,00 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow \text{secundária}$$

$$A_{sXx}(L04-L05) = \frac{K a M d}{d} = \frac{0,024 * (1,4 * 7,74)}{0,13} = 2,00 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{s(XxL04-XxL03)} = \frac{K a M d}{d} = \frac{0,023 * 1,4 * 7,44}{0,13} = 1,71 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{s(XyL04-XxL07)} = \frac{K a M d}{d} = \frac{0,023 * 1,4 * 5,78}{0,13} = 1,43 \text{ cm}^2/\text{m}$$

4. ROTEIRO DE CALCULO – ANÁLISE 4

4.1. Espessura $h = 10 \text{ cm}$ e Geometria $3,9 \times 4,0 \text{ m}^2$

4.1.1. Dados de Entrada Hipótese 01

Dados de entrada		Unidades
Espessura da Laje	10	cm
Fck	25	MPa
Pesp. concreto	25	kn/m³
Tipo de laje	laje tipo 1	
Cargas		
(Psc) Biblioteca sala		
estante c/ livros, valor min	6	KN/m²
Peso próprio	2,5	KN/m²
Prevestimento	1	KN/m²
λ (ly/lx)	1,03	
lx	3,9	m
ly	4	m
mx	26	
my	27,4	
nx	0	
ny	0	
bw	1	m
Φ	10	mm
c	2,5	cm
dprinc	7	cm
dsec	6	cm

4.1.1.1 Cargas Atuantes

$$C_{total} = \text{Prevestimento} + P_{sobrecarga} + P_{próprio}$$

$$=1,00+6,00+2,5 =9,50 \text{ kN/m}^2$$

4.1.1.2. Momentos Atuantes

$$M_x = \frac{qlx^2}{m} = \frac{9,50*(3,9)^2}{26} = 5,56 \text{ kN}$$

$$M_{dx} = 5,56 * 1,40 = 7,78 \text{ kN} \rightarrow \text{principal}$$

$$M_y = \frac{qlx^2}{m} = \frac{9,50*(3,9)^2}{27,4} = 5,27 \text{ kN}$$

$$M_{dy} = 5,27 * 1,40 = 7,38 \text{ kN} \rightarrow \text{secundário}$$

4.1.1.3 Armaduras

$$K_{mx} = \frac{bw*(d)^2}{M_{dx}} = \frac{1*(7)^2}{7,78} = 6,30$$

$$K_{ax} = 0,024$$

$$K_{my} = \frac{bw*(d)^2}{M_{dy}} = \frac{1*(6)^2}{7,38} = 4,88$$

$$K_{ay} = 0,025$$

$$A_{sx} = \frac{K_a M_d}{d} = \frac{0,024*7,78}{0,07} = 2,67 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow \text{principal}$$

$$A_{sy} = \frac{K_a M_d}{d} = \frac{0,025*7,38}{0,06} = 3,08 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow \text{secundária}$$

4.1.2. Dados de Entrada Hipótese 02

Dados de entrada		Unidades
Espessura da Laje	10	cm
Fck	25	MPa
Pesp. concreto	25	kn/m ³
Tipo de laje	laje tipo 2	
Cargas		
(Psc) Biblioteca sala estante c/ livros, valor min	6	KN/m ²
Peso próprio	2,5	KN/m ²
Prevestimento	1	KN/m ²
λ (ly/lx)	0,98	
lx	4	m
ly	3,9	m
mx	31	
my	36,3	
nx	11,5	
ny	0	
bw	1	m
Φ	10	mm
c	2,5	cm
dprinc	7	cm
dsec	6	cm

2.1.2.1 Cargas Atuantes

$$C_{total} = P_{prevestimento} + P_{sobrecarga} + P_{próprio}$$

$$= 1,00 + 6,00 + 2,5 = 9,50 \text{ kN/m}^2$$

2.1.2.2 Momentos Atuantes

$$M_x = \frac{qlx^2}{m} = \frac{9,50 * (4,0)^2}{31} = 4,90 \text{ kN} \rightarrow \text{principal}$$

$$M_y = \frac{qlx^2}{m} = \frac{9,50 * (4,0)^2}{36,3} = 4,19 \text{ kN} \rightarrow \text{secundária}$$

$$X_{xL04} = \frac{qlx^2}{n} = \frac{9,50 \cdot (4,0)^2}{11,5} = 13,22 \text{ kN}$$

2.1.2.3 Compatibilização dos momentos

LAJE 05 - tipo 2			
LX	3	mx	
LY	3,9	my	
λ (ly/lx)	1,3	nx	9,1
LAJE 05 - edícios residenciais			1,5
ver			1
pp			2,5
qt			5,0
XxL05			4,95

$$X_{xL05} = \frac{qlx^2}{n} = \frac{5,0 \cdot (3,0)^2}{9,1} = 4,95 \text{ kN}$$

$$X_x = \begin{cases} \frac{X_{xL04} + X_{xL05}}{2} = \frac{13,22 + 4,95}{2} = 9,08 \\ 0,8 * 13,22 = 10,57 \end{cases}$$

$$X_x(L04 \rightarrow L05) = 10,57 \text{ kN}$$

2.1.2.4 Armaduras

$$K_{mx} = \frac{bw \cdot (d)^2}{Md} = \frac{1 \cdot (7)^2}{1,4 \cdot 4,9} = 171,61$$

$$K_{ax} = 0,023$$

$$K_{my} = \frac{bw \cdot (d)^2}{Md} = \frac{1 \cdot (6)^2}{1,4 \cdot 4,19} = 107,67$$

$$K_{ay} = 0,023$$

$$K_{mXx} = \frac{b_w \cdot (d)^2}{M_{dxx}} = \frac{1 \cdot (8)^2}{1,4 \cdot 10,57} = 4,3$$

$$K_{aXx} = 0,025$$

$$A_{sx} = \frac{K_a M_d}{d} = \frac{0,023 \cdot 1,4 \cdot 4,90}{0,07} = 2,26 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow \text{principal}$$

$$A_{sy} = \frac{K_a M_d}{d} = \frac{0,023 \cdot 4,19}{0,06} = 2,25 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow \text{secundária}$$

$$A_{sXx}(L04-L05) = \frac{K_a M_d}{d} = \frac{0,025 \cdot 1,4 \cdot 10,57}{0,08} = 2,85 \text{ cm}^2/\text{m}$$

4.1.3. Dados de Entrada Hipótese 03

Dados de entrada		Unidades
Espessura da Laje	10	cm
Fck	25	MPa
Pesp. concreto	25	kn/m ³
Tipo de laje	laje tipo 3	
Cargas		
(Psc) Biblioteca sala estante c/ livros, valor min	6	KN/m ²
Peso próprio	2,5	KN/m ²
Prevestimento	1	KN/m ²
λ (ly/lx)	1,03	
lx	3,9	m
ly	4	m
mx	35,1	
my	37,3	
nx	15,1	
ny	16,1	
b _w	1	m
Φ	10	mm
c	2,5	cm
d _{princ}	7	cm
d _{sec}	6	cm

2.1.3.1 Cargas Atuantes

$$C_{total} = P_{vestimento} + P_{sobrecarga} + P_{próprio}$$

$$1,00 + 6,00 + 2,5 = 9,50 \text{ kN/m}^2$$

2.1.3.2 Momentos Atuantes

$$M_x = \frac{qlx^2}{m} = \frac{9,50 * (3,9)^2}{35,1} = 4,12 \text{ kN} \rightarrow \text{principal}$$

$$M_y = \frac{qlx^2}{m} = \frac{9,50 * (3,9)^2}{37,3} = 3,87 \text{ kN} \rightarrow \text{secundária}$$

$$X_{xL04} = \frac{qlx^2}{n} = \frac{9,50 * (3,9)^2}{15,1} = 9,57 \text{ kN}$$

$$X_{yL04} = \frac{qlx^2}{n} = \frac{9,50 * (3,9)^2}{16,1} = 8,97 \text{ kN}$$

2.1.2.3 Compatibilização dos momentos

LAJE 05 - tipo 2			
LX	3	mx	
LY	3,9	my	
λ (ly/lx)	1,3	nx	9,1
LAJE 05 - edícios residenciais			1,5
ver			1
pp			2,5
qt			5

$$X_{xL05} = \frac{qlx^2}{n} = \frac{5,0 * (3,0)^2}{9,1} = 4,95 \text{ kN}$$

$$X_x = \begin{cases} \frac{X_{yL04} + X_{xL05}}{2} = \frac{8,97 + 4,95}{2} = 6,96 \\ 0,8 * 8,97 = 7,18 \end{cases}$$

$$X_{yL04} \rightarrow X_{xL05} = 7,18 \text{ kN}$$

Laje 07 - tipo 2			
LX	2	mx	
LY	4	my	
λ (ly/lx)	2,00	nx	8,2
LAJE 07 - edícios residenciais			1,5
ver			1
pp			2,5
qt			5
XxL07			2,44

$$XxL07 = \frac{qlx^2}{n} = \frac{5,00 \cdot (2,0)^2}{8,2} = 2,44 \text{ kN}$$

$$Xx(L07 \rightarrow L04) = \begin{cases} \frac{XxL07 + XxL04}{2} = \frac{2,44 + 9,57}{2} = 6,00 \\ 0,8 * 9,57 = 7,66 \end{cases}$$

$$Xx(L07 \rightarrow L04) = 7,66 \text{ KN}$$

2.1.3.3 Armaduras

$$Kmx = \frac{bw \cdot (d)^2}{Md} = \frac{1 \cdot (7)^2}{1,4 \cdot 4,12} = 105,86$$

$$Kax = 0,023$$

$$Kmy = \frac{bw \cdot (d)^2}{Md} = \frac{1 \cdot (6)^2}{1,4 \cdot 3,87} = 135,59$$

$$Kay = 0,023$$

$$KmXx(L04-L05) = \frac{bw \cdot (d)^2}{Md} = \frac{1 \cdot (8)^2}{7,18 \cdot 1,4} = 6,4$$

$$Kax = 0,024$$

$$Km(XyL04-XxL07) = \frac{bw \cdot (d)^2}{Md} = \frac{1 \cdot (8)^2}{7,66 \cdot 1,4} = 6,0$$

$$Kax = 0,024$$

$$A_{sx} = \frac{K_a M_d}{d} = \frac{0,023 * 1,4 * 4,12}{0,07} = 1,89 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow \text{principal}$$

$$A_{sy} = \frac{K_a M_d}{d} = \frac{0,023 * 1,4 * 3,87}{0,06} = 2,08 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow \text{secundária}$$

$$A_{sXx(L04-L05)} = \frac{K_a M_d}{d} = \frac{0,024 * 1,4 * 7,18}{0,08} = 2,92 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{sXx(L04-L07)} = \frac{K_a M_d}{d} = \frac{0,024 * 1,4 * 7,66}{0,08} = 3,22 \text{ cm}^2/\text{m}$$

4.1.4. Dados de Entrada Hipótese 04

Dados de entrada		Unidades
Espessura da Laje	10	cm
Fck	25	MPa
Pesp. concreto	25	kn/m ³
Tipo de laje	laje tipo 4	
Cargas		
(Psc) Biblioteca sala estante c/ livros, valor min	6	KN/m ²
Peso próprio	2,5	KN/m ²
Prevestimento	1	KN/m ²
λ (ly/lx)	0,98	
lx	4	m
ly	3,9	m
mx	38,1	
my	54,6	
nx	14,6	
ny	0	
bw	1	m
Φ	10	mm
c	2,5	cm
dprinc	7	cm
dsec	6	cm

2.1.4.1 Cargas Atuantes

$$C_{total} = P_{vestimento} + P_{sobrecarga} + P_{próprio}$$

$$= 1,00 + 6,00 + 2,5 = 9,50 \text{ kN/m}^2$$

2.1.4.2 Momentos Atuantes

$$M_x = \frac{qlx^2}{m} = \frac{9,50 * (4,0)^2}{38,1} = 3,99 \text{ kN}$$

$$M_y = \frac{qlx^2}{m} = \frac{9,50 * (4,0)^2}{54,6} = 2,78 \text{ kN}$$

$$X_{xL04} = \frac{qlx^2}{n} = \frac{9,50 * (4,0)^2}{14,6} = 10,41 \text{ kN}$$

2.1.4.3 Compatibilização dos momentos

LAJE 05 - tipo 2			
LX	3	mx	
LY	3,9	my	
$\lambda (ly/lx)$	1,3	nx	9,1
LAJE 05 - edícios residenciais			1,5
ver			1
pp			2,5
qt			5,0

$$X_{xL05} = \frac{qlx^2}{n} = \frac{5,0 * (3,0)^2}{9,1} = 4,95 \text{ kN}$$

$$Xx = \begin{cases} \frac{XxL04 + XxL05}{2} = \frac{10,41 + 4,95}{2} = 7,68 \\ 0,8 * 10,41 = 8,33 \end{cases}$$

$$XxL04 \rightarrow XxL05 = 8,33 \text{ kN}$$

Laje 03 - tipo 2			
LX	2,5	mx	
LY	3,9	my	
λ (ly/lx)	1,56	nx	8,6
LAJE 05 - edícios residenciais			1,5
ver			1
pp			2,5
qt			5,0
XxL03			3,63

$$XxL03 = \frac{qlx^2}{n} = \frac{5,0 * (2,5)^2}{8,6} = 3,63 \text{ kN}$$

$$Xx(L03 - L04) = \begin{cases} \frac{XxL03 + XxL04}{2} = \frac{3,63 + 10,41}{2} = 7,02 \\ 0,8 * 10,41 = 8,33 \end{cases}$$

$$Xx(L03 \rightarrow L04) = 8,33 \text{ KN}$$

2.1.4.4 Armaduras

$$Kmx = \frac{bw * (d)^2}{Md} = \frac{1 * (7)^2}{1,4 * 3,99} = 139,63$$

$$Kax = 0,023$$

$$Kmy = \frac{bw * (d)^2}{Md} = \frac{1 * (6)^2}{1,4 * 2,78} = 71,59$$

$$Kay = 0,023$$

$$KmXx(L04-L05) = \frac{bw * (d)^2}{Md} = \frac{1 * (8)^2}{8,33 * 1,4} = 5,5$$

$$K_{axx}=0,024$$

$$K_m(XxL03-XxL04)=\frac{bw*(d)^2}{Md}=\frac{1*(8)^2}{8,33*1,4}=5,5$$

$$K_{axx}=0,024$$

$$A_{sx}=\frac{K_a M d}{d}=\frac{0,023*1,4*3,99}{0,07}=1,84 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow \text{principal}$$

$$A_{sy}=\frac{K_a M d}{d}=\frac{0,023*1,4*2,78}{0,06}=1,49 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow \text{secundária}$$

$$A_{sXx}(L04-L05)=\frac{K_a M d}{d}=\frac{0,024*1,4*8,33}{0,08}=3,50 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{s(XxL04-XxL03)}=\frac{K_a M d}{d}=\frac{0,024*1,4*8,30}{0,08}=3,50 \text{ cm}^2/\text{m}$$

2.1.5. Dados de Entrada Hipótese 05

Dados de entrada		Unidades
Espessura da Laje	10	cm
Fck	25	MPa
Pesp. concreto	25	kn/m ³
Tipo de laje	laje tipo 5	
Cargas		
(Psc) Biblioteca sala estante c/ livros, valor min	6	KN/m ²
Peso próprio	2,5	KN/m ²
Prevestimento	1	KN/m ²
λ (ly/lx)	0,98	
lx	4	m
ly	3,9	m
mx	45,6	
my	50,1	
nx	18,5	
ny	23,8	
bw	1	m
Φ	10	mm
c	2,5	cm
dprinc	7	cm
dsec	6	cm

2.1.4.1 Cargas Atuantes

$$C_{total} = P_{vestimento} + P_{sobrecarga} + P_{próprio}$$

$$= 1,00 + 6,00 + 2,5 = 9,50 \text{ kN/m}^2$$

2.1.4.2 Momentos Atuantes

$$M_x = \frac{qlx^2}{m} = \frac{9,50 * (4,0)^2}{45,6} = 3,33 \text{ kN} \rightarrow \text{principal}$$

$$M_y = \frac{qlx^2}{m} = \frac{9,50 * (4,0)^2}{50,1} = 3,03 \text{ kN} \rightarrow \text{secundária}$$

$$X_{xL04} = \frac{qlx^2}{n} = \frac{9,50 * (4,0)^2}{18,5} = 8,22 \text{ kN}$$

$$X_{yL04} = \frac{qlx^2}{n} = \frac{9,50 * (4,0)^2}{23,8} = 6,39 \text{ kN}$$

2.1.4.3 Compatibilização dos momentos

LAJE 05 - tipo 2			
LX	3	mx	
LY	3,9	my	
λ (ly/lx)	1,30	nx	9,1
LAJE 05 - edícios residenciais			1,5
ver			1
pp			2,5
qt			5,0
XxL05			4,95

$$X_{xL05} = \frac{qlx^2}{n} = \frac{5,0 * (3,0)^2}{9,1} = 4,95 \text{ kN}$$

$$Xx = \begin{cases} \frac{XxL04 + XxL05}{2} = \frac{8,22 + 4,95}{2} = 6,58 \\ 0,8 * 8,22 = 6,57 \end{cases}$$

$$XxL04 \rightarrow XxL05 = 6,58 \text{ kN}$$

Laje 03 - tipo 2			
LX	2,5	mx	
LY	3,9	my	
λ (ly/lx)	0,80	nx	8,6
LAJE 05 - edícios residenciais			1,5
ver			1
pp			2,5
qt			5,0
XxL03			3,63

$$XxL03 = \frac{qlx^2}{n} = \frac{5,0 * (2,5)^2}{8,6} = 3,63 \text{ kN}$$

$$Xx(L03 - L04) = \begin{cases} \frac{XxL03 + XxL04}{2} = \frac{3,63 + 8,22}{2} = 5,92 \\ 0,8 * 8,22 = 6,57 \end{cases}$$

$$Xx(L03 \rightarrow L04) = 6,57 \text{ kN}$$

Laje 07 - tipo 2			
LX	2	mx	
LY	4	my	
λ (ly/lx)	2,00	nx	8,2
LAJE 05 - edícios residenciais			1,5
ver			1
pp			2,5
qt			5,0
XxL07			2,44

$$XxL07 = \frac{qlx^2}{n} = \frac{5,0 * (2,0)^2}{8,2} = 2,44 \text{ kN}$$

$$(XxL07 - XyL04) = \begin{cases} \frac{XxL07 + XyL04}{2} = \frac{2,44 + 6,39}{2} = 4,41 \\ 0,8 * 6,39 = 5,11 \end{cases}$$

$$XxL07 \rightarrow XyL04 = 5,11 \text{ kN}$$

2.1.4.3 Armaduras

$$K_{mx} = \frac{bw*(d)^2}{Md} = \frac{1*(7)^2}{1,4*3,33} = 116,67$$

$$K_{ax} = 0,023$$

$$K_{my} = \frac{bw*(d)^2}{Md} = \frac{1*(06)^2}{1,4*3,03} = 78,02$$

$$K_{ay} = 0,023$$

$$K_{mXx}(L04-L05) = \frac{bw*(d)^2}{Md} = \frac{1*(8)^2}{6,57*1,4} = 6,9$$

$$K_{ax} = 0,024$$

$$K_{m(XxL03-XxL04)} = \frac{bw*(d)^2}{Md} = \frac{1*(8)^2}{6,57*1,4} = 7,00$$

$$K_{ax} = 0,024$$

$$K_{m(XxL07-XyL04)} = \frac{bw*(d)^2}{Md} = \frac{1*(8)^2}{5,11*1,4} = 8,9$$

$$K_{ax} = 0,024$$

$$A_{sx} = \frac{K_a M d}{d} = \frac{0,023*1,4*3,33}{0,07} = 1,53 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow \text{secundária}$$

$$A_{sy} = \frac{K_a M d}{d} = \frac{0,023*1,4*3,03}{0,06} = 1,63 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow \text{principal}$$

$$A_{sXx}(L04-L05) = \frac{K a M d}{d} = \frac{0,024 * (1,4 * 6,58)}{0,08} = 2,76 \text{ cm}^2/m$$

$$A_{s(XxL04-XxL03)} = \frac{K a M d}{d} = \frac{0,024 * 1,4 * 6,57}{0,08} = 2,76 \text{ cm}^2/m$$

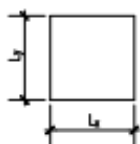
$$A_{s(XyL04-XxL07)} = \frac{K a M d}{d} = \frac{0,024 * 1,4 * 5,11}{0,08} = 2,15 \text{ cm}^2/m$$

APÊNDICE B – TABELAS

1. ANEXO I – TABELA DE DIMENSIONAMENTO PARA SEÇÃO RETANGULAR

Ky	Kx	Kz	Km									Ka		
			fck50	fck45	fck40	fck35	fck30	fck 25	fck 20	fck15	CA25	CA50	CA60	
0,010	0,013	0,995	33,107	36,785	41,383	47,295	55,178	66,213	82,767	110,356	0,046	0,023	0,019	
0,020	0,025	0,990	16,637	18,486	20,796	23,767	27,728	33,274	41,592	55,457	0,046	0,023	0,019	
0,030	0,038	0,985	11,148	12,386	13,935	15,925	18,579	22,295	27,869	37,159	0,047	0,023	0,019	
0,040	0,050	0,980	8,403	9,337	10,504	12,005	14,006	16,807	21,008	28,011	0,047	0,023	0,020	
0,050	0,063	0,975	6,757	7,508	8,446	9,653	11,262	13,514	16,893	22,524	0,047	0,024	0,020	
0,060	0,075	0,970	5,660	6,289	7,075	8,086	9,433	11,320	14,150	18,867	0,047	0,024	0,020	
0,070	0,088	0,965	4,877	5,418	6,096	6,967	8,128	9,753	12,191	16,255	0,048	0,024	0,020	
0,080	0,100	0,960	4,289	4,766	5,362	6,127	7,149	8,578	10,723	14,297	0,048	0,024	0,020	
0,090	0,113	0,955	3,833	4,258	4,791	5,475	6,388	7,665	9,581	12,775	0,048	0,024	0,020	
0,100	0,125	0,950	3,467	3,853	4,334	4,954	5,779	6,935	8,669	11,558	0,048	0,024	0,020	
0,110	0,138	0,945	3,169	3,521	3,961	4,527	5,282	6,338	7,922	10,563	0,049	0,024	0,020	
0,120	0,150	0,940	2,920	3,245	3,650	4,172	4,867	5,841	7,301	9,734	0,049	0,024	0,020	
0,130	0,163	0,935	2,710	3,011	3,388	3,872	4,517	5,420	6,775	9,034	0,049	0,025	0,020	
0,140	0,175	0,930	2,530	2,811	3,163	3,614	4,217	5,060	6,325	8,433	0,049	0,025	0,021	
0,150	0,188	0,925	2,374	2,638	2,968	3,392	3,957	4,748	5,935	7,914	0,050	0,025	0,021	
0,160	0,200	0,920	2,238	2,487	2,797	3,197	3,730	4,476	5,595	7,460	0,050	0,025	0,021	
0,170	0,213	0,915	2,118	2,353	2,647	3,025	3,530	4,235	5,294	7,059	0,050	0,025	0,021	
0,180	0,225	0,910	2,011	2,235	2,514	2,873	3,352	4,022	5,028	6,704	0,051	0,025	0,021	
0,190	0,238	0,905	1,916	2,129	2,395	2,737	3,193	3,831	4,789	6,386	0,051	0,025	0,021	
0,200	0,250	0,900	1,830	2,033	2,288	2,614	3,050	3,660	4,575	6,100	0,051	0,026	0,021	
0,210	0,263	0,895	1,753	1,947	2,191	2,504	2,921	3,505	4,382	5,842	0,051	0,026	0,021	
0,220	0,275	0,890	1,682	1,869	2,103	2,403	2,804	3,365	4,206	5,608	0,052	0,026	0,022	
0,230	0,288	0,885	1,618	1,798	2,023	2,312	2,697	3,237	4,046	5,394	0,052	0,026	0,022	
0,240	0,300	0,880	1,560	1,733	1,950	2,228	2,600	3,119	3,899	5,199	0,052	0,026	0,022	
0,250	0,313	0,875	1,506	1,673	1,882	2,151	2,510	3,012	3,765	5,020	0,053	0,026	0,022	
0,260	0,325	0,870	1,456	1,618	1,820	2,080	2,427	2,913	3,641	4,854	0,053	0,026	0,022	
0,270	0,338	0,865	1,410	1,567	1,763	2,015	2,351	2,821	3,526	4,702	0,053	0,027	0,022	
0,280	0,350	0,860	1,368	1,520	1,710	1,954	2,280	2,736	3,420	4,560	0,053	0,027	0,022	
0,290	0,363	0,855	1,329	1,476	1,661	1,898	2,214	2,657	3,321	4,428	0,054	0,027	0,022	
0,300	0,375	0,850	1,292	1,435	1,615	1,845	2,153	2,584	3,230	4,306	0,054	0,027	0,023	
0,310	0,388	0,845	1,258	1,397	1,572	1,796	2,096	2,515	3,144	4,192	0,054	0,027	0,023	
0,320	0,400	0,840	1,225	1,362	1,532	1,751	2,042	2,451	3,064	4,085	0,055	0,027	0,023	
0,330	0,413	0,835	1,195	1,328	1,494	1,708	1,992	2,391	2,989	3,985	0,055	0,028	0,023	
0,340	0,425	0,830	1,167	1,297	1,459	1,668	1,945	2,335	2,918	3,891	0,055	0,028	0,023	
0,350	0,438	0,825	1,141	1,268	1,426	1,630	1,901	2,282	2,852	3,803	0,056	0,028	0,023	
0,360	0,450	0,820	1,116	1,240	1,395	1,594	1,860	2,232	2,790	3,720	0,056	0,028	0,023	
0,370	0,463	0,815	1,092	1,214	1,365	1,561	1,821	2,185	2,731	3,641	0,056	0,028	0,024	
0,380	0,475	0,810	1,070	1,189	1,338	1,529	1,784	2,140	2,676	3,567	0,057	0,028	0,024	
0,390	0,488	0,805	1,049	1,166	1,312	1,499	1,749	2,098	2,623	3,497	0,057	0,029	0,024	
0,400	0,500	0,800	1,029	1,144	1,287	1,471	1,716	2,059	2,574	3,431	0,058	0,029	0,024	
0,410	0,513	0,795	1,011	1,123	1,263	1,444	1,684	2,021	2,527	3,369	0,058	0,029	0,024	
0,420	0,525	0,790	0,993	1,103	1,241	1,418	1,655	1,986	2,482	3,309	0,058	0,029	0,024	
0,430	0,538	0,785	0,976	1,084	1,220	1,394	1,626	1,952	2,440	3,253	0,059	0,029	0,024	
0,440	0,550	0,780	0,960	1,066	1,200	1,371	1,600	1,920	2,400	3,199	0,059	0,029	0,025	
0,450	0,563	0,775	0,945	1,049	1,181	1,349	1,574	1,889	2,361	3,148	0,059	0,030	0,025	
0,460	0,575	0,770	0,930	1,033	1,163	1,329	1,550	1,860	2,325	3,100	0,060	0,030	0,025	
0,470	0,588	0,765	0,916	1,018	1,145	1,309	1,527	1,832	2,290	3,054	0,060	0,030	0,025	
0,480	0,600	0,760	0,903	1,003	1,129	1,290	1,505	1,806	2,257	3,010	0,061	0,030		
0,490	0,613	0,755	0,890	0,989	1,113	1,272	1,484	1,781	2,226	2,968	0,061	0,030		
0,500	0,625	0,750	0,878	0,976	1,098	1,255	1,464	1,757	2,196	2,928	0,061	0,031		
0,510	0,638	0,745	0,867	0,963	1,084	1,239	1,445	1,734	2,167	2,890	0,062			

ANEXO II – TABELAS DE MARCUS PARA O CÁLCULO DE MOMENTOS PARA LAJES ARMADAS EM CRUZ

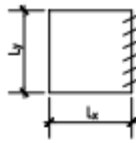


LAJE TIPO 1

$$M_x = \frac{q \ell^2}{m_x} \quad M_y = \frac{q \ell^2}{m_y} \quad q_x = k_x q \quad q_y = q - q_x$$

$\lambda = \frac{\ell_y}{\ell_x}$	m_x	m_y	k_x	$\lambda = \frac{\ell_y}{\ell_x}$	m_x	m_y	k_x
1,00	27,4	27,4	0,500	1,50	13,9	31,3	0,838
1,01	27,0	27,4	0,509	1,51	13,8	31,4	0,838
1,02	26,5	27,4	0,519	1,52	13,7	31,6	0,842
1,03	26,0	27,4	0,528	1,53	13,6	31,8	0,845
1,04	25,6	27,5	0,538	1,54	13,5	31,9	0,848
1,05	25,1	27,5	0,547	1,55	13,4	32,1	0,851
1,06	24,6	27,5	0,556	1,56	13,3	32,3	0,855
1,07	24,2	27,5	0,566	1,57	13,2	32,4	0,858
1,08	23,7	27,5	0,575	1,58	13,1	32,6	0,861
1,09	23,2	27,6	0,585	1,59	13,0	32,8	0,865
1,10	22,8	27,6	0,594	1,60	12,9	33,0	0,868
1,11	22,4	27,6	0,602	1,61	12,8	33,2	0,870
1,12	22,1	27,7	0,610	1,61	12,7	33,4	0,873
1,13	21,8	27,7	0,618	1,63	12,6	33,6	0,875
1,14	21,4	27,8	0,626	1,64	12,5	33,8	0,878
1,15	21,1	27,8	0,634	1,65	12,4	34,0	0,880
1,16	20,8	27,8	0,643	1,6	12,4	34,2	0,883
1,17	20,4	27,9	0,651	1,67	12,3	34,4	0,885
1,18	20,1	27,9	0,659	1,68	12,2	34,6	0,888
1,19	19,8	27,9	0,667	1,69	12,1	34,8	0,890
1,20	19,4	28,0	0,675	1,70	12,0	35,0	0,893
1,21	19,2	28,1	0,682	1,71	12,0	35,2	0,895
1,22	19,0	28,2	0,688	1,72	11,8	35,5	0,897
1,23	18,7	28,3	0,695	1,73	11,8	35,7	0,899
1,24	18,5	28,4	0,701	1,74	11,7	35,9	0,901
1,25	18,2	28,4	0,708	1,75	11,7	36,2	0,903
1,26	18,0	28,5	0,715	1,76	11,6	36,4	0,905
1,27	17,7	28,6	0,721	1,77	11,5	36,7	0,907
1,28	17,5	28,7	0,728	1,78	11,5	36,9	0,909
1,29	17,2	28,8	0,734	1,79	11,4	37,1	0,911
1,30	17,0	28,8	0,741	1,80	11,4	37,4	0,913
1,31	16,8	28,9	0,746	1,81	11,4	37,6	0,915
1,32	16,7	29,0	0,752	1,82	11,3	37,8	0,916
1,34	16,3	29,2	0,762	1,84	11,2	38,3	0,919
1,35	16,1	29,3	0,767	1,85	11,2	38,5	0,921
1,36	16,0	29,5	0,773	1,86	11,1	38,8	0,923
1,37	15,8	29,76	0,778	1,87	11,1	39,0	0,924
1,38	15,6	29,7	0,783	1,88	11,0	39,2	0,926
1,39	15,4	29,8	0,789	1,89	11,0	39,5	0,927
1,40	15,2	29,9	0,794	1,90	11,0	39,7	0,929
1,41	15,1	30,0	0,798	1,91	10,9	40,0	0,930
1,42	14,9	30,2	0,802	1,92	10,9	40,2	0,932
1,43	14,8	30,3	0,806	1,93	10,8	40,5	0,933
1,4	14,7	30,5	0,810	1,94	10,8	40,8	0,934
1,45	14,5	30,6	0,814	1,95	10,8	40,0	0,935
1,46	14,4	30,7	0,819	1,96	10,7	41,3	0,936

LAJE TIPO 2



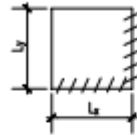
$$M_x = \frac{q \ell_x^2}{m_x}$$

$$M_y = \frac{q \ell_x^2}{m_x} \quad q_x = k_x q \quad q_y = q - q$$

$$X_x = \frac{q \ell_x^2}{n_x}$$

$\lambda = \frac{\ell_y}{\ell_x}$	m_x	m_y	n_x	k_x	$\lambda = \frac{\ell_y}{\ell_x}$	m_x	m_y	n_x	k_x
0,50	140,0	45,1	59,2	0,135	1,00	29,9	36,7	11,2	0,714
0,51	134,2	44,3	55,2	0,145	1,02	29,1	37,2	11,0	0,728
0,52	127,5	43,4	51,6	0,155	1,04	28,3	37,7	10,8	0,742
0,53	120,8	42,6	28,2	0,16	1,06	27,5	38,2	10,6	0,756
0,54	114,1	41,8	45,5	0,176	1,08	26,7	38,7	10,4	0,770
0,55	107,4	40,9	43,0	0,186	1,10	26,0	39,3	10,2	0,785
0,56	103,0	40,4	40,4	0,198	1,12	25,5	39,9	10,1	0,796
0,57	98,5	39,8	38,1	0,210	1,14	25,0	40,5	9,9	0,806
0,58	94,1	39,3	36,2	0,221	1,16	24,4	41,2	9,8	0,817
0,59	89,7	38,7	34,5	0,232	1,18	23,8	41,8	9,6	0,827
0,60	85,3	38,1	32,7	0,245	1,20	23,4	42,6	9,5	0,838
0,61	82,3	37,7	31,1	0,257	1,22	23,0	43,3	9,4	0,846
0,62	79,4	37,3	29,6	0,270	1,24	22,6	44,1	9,3	0,853
0,63	76,4	36,9	28,3	0,283	1,26	22,2	44,9	9,3	0,861
0,64	73,5	36,5	27,1	0,296	1,28	21,8	45,7	9,2	0,869
0,65	70,6	36,1	25,9	0,309	1,30	21,4	46,6	9,1	0,877
0,66	63,3	35,9	24,8	0,322	1,32	21,1	47,6	9,1	0,883
0,67	6,0	35,7	23,9	0,335	1,34	20,8	48,5	9,0	0,889
0,68	63,8	35,5	23,0	0,348	1,36	20,5	49,5	8,9	0,895
0,69	61,6	35,3	22,1	0,362	1,38	20,2	50,4	8,9	0,901
0,70	59,3	35,1	21,3	0,375	1,40	20,0	51,2	8,8	0,906
0,71	57,6	34,9	20,6	0,38	1,42	19,6	52,2	8,8	0,910
0,72	56,0	34,9	20,0	0,401	1,46	19,4	53,2	8,8	0,914
0,73	54,3	34,7	19,3	0,415	1,44	19,6	54,2	8,7	0,918
0,74	52,6	34,6	18,7	0,428	1,48	19,2	55,2	8,7	0,922
0,75	50,9	34,5	18,1	0,442	1,50	19,0	56,3	8,6	0,926
0,76	49,7	34,5	17,6	0,455	1,52	18,8	57,2	8,6	0,929
0,77	48,4	34,5	17,1	0,468	1,54	18,7	58,3	8,6	0,932
0,78	47,2	34,4	16,6	0,481	1,56	18,6	59,4	8,6	0,935
0,79	45,9	34,4	16,2	0,494	1,58	18,5	60,6	8,5	0,938
0,80	44,6	34,3	15,8	0,506	1,60	18,3	61,9	8,5	0,943
0,81	43,6	34,3	15,4	0,518	1,62	18,2	63,1	8,5	0,945
0,82	42,6	34,4	15,1	0,530	1,64	18,0	64,3	8,4	0,947
0,83	41,7	34,4	14,8	0,542	1,6	17,8	65,6	8,4	0,949
0,84	40,7	34,5	14,4	0,554	1,68	17,7	66,9	8,4	0,952
0,85	39,7	34,5	14,1	0,566	1,70	17,6	68,1	8,4	0,954
0,86	38,9	34,6	13,9	0,577	1,72	17,5	69,3	8,4	0,956
0,87	38,1	34,7	13,6	0,588	1,74	17,4	70,5	8,4	0,958
0,88	37,3	34,8	13,4	0,599	1,76	17,3	71,7	8,3	0,959
0,89	36,5	34,8	13,1	0,610	1,78	17,2	72,8	8,3	0,961
0,90	35,7	35,0	12,9	0,621	1,80	17,0	74,0	8,3	0,963
0,91	35,1	35,1	12,7	0,631	1,82	16,9	75,5	8,3	0,964
0,92	34,5	35,3	12,5	0,641	1,84	16,8	77,0	8,3	0,966
0,93	33,9	35,5	12,3	0,651	1,86	16,8	78,5	8,3	0,967
0,94	33,3	35,5	12,1	0,661	1,88	16,7	80,1	8,2	0,968
0,95	32,7	35,8	11,9	0,671	1,90	16,6	81,7	8,2	0,970
0,96	32,2	36,0	11,8	0,680	1,92	16,6	83,2	8,2	0,971
0,97	31,6	36,2	11,6	0,68	1,94	16,6	84,7	8,2	0,972
0,98	31,0	36,3	11,5	0,697	1,96	16,5	86,2	8,2	0,973
0,99	30,4	36,5	11,3	0,706	1,98	16,5	87,7	8,2	0,974
1,00	29,9	36,7	11,2	0,714	2,00	16,5	89,2	8,2	0,976

LAJE TIPO 3

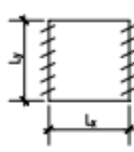


$$M_x = \frac{q \ell_x^2}{m_x} \quad M_y = \frac{q \ell_x^2}{m_y} \quad q_x = k_x q \quad q_y = q - q_x$$

$$v_x = \frac{q \ell_x^2}{n_x} \quad X_y = \frac{q \ell_x^2}{n_y}$$

$\lambda = \frac{\ell_y}{\ell_x}$	m_x	m_y	n_x	n_y	k_x	$\lambda = \frac{\ell_y}{\ell_x}$	m_x	m_y	n_x	n_y	k_x
1,00	37,1	37,1	16,1	16,1	0,500	1,50q	20,6	46,4	9,6	21,6	0,835
1,01	36,5	37,2	15,7	15,7	0,509	1,51	20,5	46,8	9,5	21,8	0,838
1,02	35,9	37,2	15,4	16,0	0,519	1,52	20,4	47,1	9,5	22,0	0,842
1,03	35,1	37,3	15,1	16,1	0,528	1,53	20,3	47,5	9,4	22,2	0,845
1,04	34,7	37,3	14,9	16,1	0,538	1,54	20,2	47,8	9,4	22,4	0,848
1,05	34,1	37,4	14,6	16,1	0,547	1,55	20,0	48,2	9,4	22,6	0,851
1,06	33,5	37,4	14,4	16,2	0,556	1,56	19,9	48,5	9,3	22,8	0,855
1,07	32,9	37,5	14,1	16,2	0,566	1,57	19,8	48,9	9,3	23,0	0,858
1,08	32,3	37,5	13,9	16,2	0,575	1,58	19,7	49,2	9,2	23,2	0,861
1,09	31,7	37,6	13,7	16,3	0,585	1,59	19,7	49,2	9,2	23,2	0,865
1,10	31,1	37,6	13,3	16,3	0,602	1,61	19,4	50,3	9,2	23,9	0,870
1,12	30,2	37,8	13,1	16,4	0,610	1,62	19,3	50,7	9,1	24,1	0,873
1,13	29,8	38,0	12,9	16,5	0,618	1,63	19,2	51,0	9,1	24,3	0,875
1,14	29,4	38,1	12,8	16,6	0,626	1,64	19,1	51,4	9,1	24,5	0,878
1,15	29,0	38,2	12,6	16,7	0,634	1,65	19,0	51,8	9,1	24,8	0,880
1,16	28,6	38,4	12,4	16,7	0,643	1,6	19,0	52,2	9,0	25,0	0,883
1,17	28,2	38,5	12,3	16,8	0,651	1,67	18,9	52,6	9,0	25,2	0,885
1,18	27,8	38,6	12,2	16,9	0,659	1,68	18,8	53,0	9,0	25,4	0,88
1,19	27,4	38,8	12,0	17,0	0,667	1,69	18,7	53,4	9,0	25,6	0,890
1,20	27,0	38,9	11,9	17,1	0,675	1,70	18,6	53,8	8,9	25,9	0,893
1,21	26,7	39,1	11,8	17,2	0,682	1,71	18,5	54,2	8,9	26,1	0,985
1,22	26,4	39,3	11,6	17,3	0,688	1,72	18,4	54,7	8,9	26,4	0,897
1,23	26,1	39,5	11,5	17,4	0,695	1,73	18,4	55,1	8,9	26,6	0,899
1,24	25,9	39,7	11,4	17,6	0,701	1,74	18,3	56,6	8,9	26,9	0,901
1,25	25,7	39,9	11,3	17,7	0,708	1,75	18,2	56,0	8,8	27,1	0,903
1,26	25,4	40,0	11,2	17,8	0,715	1,76	18,2	56,5	8,8	27,4	0,905
1,27	25,1	40,2	11,1	17,9	0,721	1,77	18,1	56,9	8,8	27,6	0,907
1,28	24,8	40,4	11,0	18,0	0,728	1,78	18,0	57,4	8,8	27,9	0,909
1,29	24,5	40,6	10,9	18,1	0,734	1,79	18,0	57,8	8,8	28,1	0,911
1,30	24,2	40,8	10,8	18,3	0,741	1,80	17,9	58,2	8,8	28,4	0,913
1,31	24,0	41,0	10,7	18,4	0,746	1,81	17,8	58,7	8,8	28,6	0,915
1,32	23,0	41,3	10,6	18,6	0,752	1,82	17,8	59,2	8,7	28,9	0,916
1,33	23,6	41,5	10,6	18,7	0,757	1,83	17,7	59,6	8,7	29,2	0,918
1,34	23,4	41,8	10,5	18,9	0,762	1,84	17,7	60,1	8,7	29,5	0,919
1,35	23,2	42,0	10,4	19,0	0,767	1,85	17,6	60,6	8,7	29,7	0,921
1,36	23,0	42,3	10,4	19,2	0,773	1,86	17,6	61,0	8,7	30,0	0,923
1,37	22,8	42,5	10,3	19,3	0,778	1,87	17,5	61,5	8,7	30,3	0,924
1,38	22,6	42,8	10,2	19,5	0,893	1,88	17,5	62,0	8,6	30,6	0,926
1,39	22,3	43,0	10,1	19,6	0,789	1,80	17,4	62,4	8,6	30,9	0,927
1,40	22,1	43,3	10,1	19,8	0,794	1,90	17,4	62,9	8,6	31,2	0,929
1,41	22,0	43,6	10,0	19,9	0,790	1,91	17,3	63,4	8,6	31,4	0,930
1,42	21,9	43,9	10,0	20,1	0,802	1,92	17,3	63,9	8,6	31,7	0,932
1,43	21,7	44,2	9,9	20,3	0,806	1,93	17,3	64,4	8,6	32,0	0,933
1,44	21,5	4,5	9,9	20,5	0,810	1,94	17,2	64,9	8,6	32,2	0,934
1,45	21,4	4,8	9,8	20,6	0,814	1,95	17,2	65,4	8,6	32,5	0,935
1,46	21,2	45,1	9,8	20,8	0,819	1,96	17,1	65,9	8,5	32,8	0,936
1,47	21,1	45,7	9,7	21,0	0,823	1,97	17,1	66,4	8,5	33,0	0,937
1,48	20,9	45,7	9,7	21,2	0,827	1,98	17,0	66,9	8,5	33,3	0,939

LAJE TIPO 4



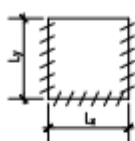
$$v_x = \frac{q \ell_x^2}{m_x}$$

$$v_x = \frac{q \ell_x^2}{n_x}$$

$$M_y = \frac{q \ell_x^2}{m_y} \quad q_x = k_x q \quad q_y = q - q_x$$

$\lambda = \frac{\ell_y}{\ell_x}$	m_x	m_y	n_x	k_x	$\lambda = \frac{\ell_y}{\ell_x}$	m_x	m_y	n_x	k_x
0,50	136,1	49,9	50,4	0,238	1,00	37,5	55,7	14,4	0,833
0,51	130,4	49,3	47,4	0,253	1,02	36,8	57,0	14,2	0,843
0,52	124,6	49,6	44,7	0,268	1,04	36,2	58,3	14,1	0,852
0,53	118,9	49,0	42,4	0,293	1,06	35,5	59,6	14,0	0,861
0,54	113,1	47,3	40,3	0,299	1,08	34,8	60,9	13,8	0,871
0,55	107,4	46,6	39,2	0,314	1,10	34,2	62,2	13,6	0,880
0,56	103,4	46,3	38,4	0,330	1,12	33,7	63,9	13,5	0,86
0,57	99,5	45,9	34,8	0,345	1,14	33,2	65,6	13,5	0,892
0,58	95,5	45,6	33,2	0,361	1,16	32,8	67,2	13,4	0,899
0,59	91,6	45,2	31,8	0,377	1,18	32,3	68,9	13,3	0,906
0,60	87,6	44,8	30,5	0,393	1,20	31,9	70,6	13,2	0,912
0,61	84,8	44,6	29,4	0,409	1,22	31,6	72,4	13,1	0,916
0,62	82,0	44,5	28,2	0,425	1,24	31,3	74,3	13,0	0,921
0,63	79,3	44,3	27,3q	0,440	1,26	31,0	76,0	13,0	0,926
0,64	76,6	44,2	26,3	0,456	1,28	30,7	77,8	12,9	0,930
0,65	73,8	44,0	25,4	0,472	1,30	30,3	79,7	12,9	0,935
0,66	71,8	44,0	24,7	0,487	1,32	30,1	81,7	12,8	0,938
0,67	69,8	44,0	23,9	0,502	1,34	29,9	83,7	12,8	0,941
0,68	67,7	44,1	23,2	0,517	1,36	29,7	85,7	12,7	0,944
0,69	65,7	44,1	22,6	0,532	1,38	29,5	87,7	12,6	0,947
0,70	63,7	4,1	22,0	0,546	1,40	29,2	89,7	12,6	0,950
0,71	62,2	4,3	21,4	0,560	1,42	29,1	91,9	12,6	0,952
0,72	60,7	4,4	21,0	0,573	1,44	28,9	94,1	12,6	0,954
0,73	59,2	44,6	20,4	0,587	1,46	28,7	96,3	12,5	0,957
0,74	57,7	44,7	20,0	0,600	1,48	28,5	98,5	12,5	0,959
0,75	56,2	44,9	19,6	0,613	1,50	28,3	100,7	12,5	0,962
0,76	55,0	5,1	19,2	0,625	1,52	28,1	103,1	12,5	0,964
0,77	53,8	45,4	18,9	0,636	1,54	28,0	105,5	12,4	0,96
0,78	52,6	45,6	18,5	0,646	1,56	27,9	107,9	12,4	0,967
0,79	51,5	45,9	18,2	0,659	1,58	27,7	110,3	12,4	0,969
0,80	50,4	46,2	17,9	0,671	1,60	27,6	112,6	12,4	0,970
0,81	49,5	46,5	17,6	0,681	1,62	27,5	115,2	12,4	0,972
0,82	48,6	46,9	17,3	0,692	1,64	27,4	117,8	12,3	0,973
0,83	47,8	47,2	17,1	0,702	1,6	27,3	120,4	12,3	0,975
0,84	46,9	47,6	16,8	0,713	1,68	27,2	122,9	12,3	0,976
0,85	46,0	48,0	16,6	0,723	1,70	27,1	125,4	12,3	0,977
0,86	45,3	48,4	16,4	0,731	1,72	27,0	128,1	12,3	0,978
0,87	4,6	48,9	16,2	0,740	1,74	27,0	130,8	12,2	0,979
0,88	43,9	49,3	16,0	0,748	1,76	26,9	133,5	12,3	0,980
0,89	43,2	49,9	15,9	0,757	1,78	26,0	136,3	12,3	0,980
0,90	42,5	50,2	15,7	0,766	1,80	26,7	139,1	12,2	0,981
0,91	42,0	50,7	15,5	0,773	1,82	26,6	143,0	12,2	0,982
0,92	41,4	51,2	15,4	0,780	1,84	26,5	145,9	12,2	0,983
0,93	440,9	51,7	15,2	0,788	1,86	26,5	148,8	12,2	0,983
0,94	40,3	52,2	15,1	0,795	1,88	26,4	151,7	12,2	0,984
0,95	39,7	52,8	14,9	0,803	1,90	26,4	153,6	12,2	0,985
0,96	39,2	53,3	14,3	0,809	1,92	26,3	156,7	12,2	0,986

LAJE TIPO 5



$$M_x = \frac{q \ell_x^2}{m_x} \quad M_y = \frac{q \ell_x^2}{m_y} \quad q_x = k_x q \quad q_y = q - q_x$$

$$X_x = \frac{q \ell_x^2}{n_x} \quad X_y = \frac{q \ell_x^2}{n_y}$$

$\lambda = \frac{\ell_y}{\ell_x}$	m_x	m_y	n_x	n_y	k_x	$\lambda = \frac{\ell_y}{\ell_x}$	m_x	m_y	n_x	n_y	k_x
0,50	246,4	71,5	108,1	35,6	0,111	1,00	44,2	50,6	18,0	24,0	0,667
0,51	234,5	69,8	100,8	34,7	0,119	1,02	43,1	51,3	17,6	24,3	0,693
0,52	222,6	68,1	94,4	33,8	0,127	1,04	42,0	52,0	17,2	24,7	0,699
0,53	210,7	66,4	85,2	32,9	0,136	1,06	40,9	52,7	16,8	25,1	0,741
0,54	193,8	64,7	82,7	32,1	0,145	1,08	39,9	53,4	16,4	25,5	0,730
0,55	187,0	63,0	77,3	31,2	0,155	1,10	38,9	54,0	16,1	25,9	0,745
0,56	177,3	61,8	72,6	30,6	0,165	1,12	38,1	54,9	15,9	26,4	0,757
0,57	167,6	60,6	68,5	29,9	0,175	1,14	36,4	55,8	15,6	26,9	0,770
0,58	157,9	59,4	64,8	29,2	0,185	1,16	36,7	56,7	15,4	27,4	0,782
0,59	148,2	58,2	61,5	28,6	0,195	1,18	36,0	57,6	15,1	28,0	0,794
0,60	138,6	57,1	58,2	28,0	0,206	1,20	35,3	58,5	14,9	28,6	0,806
0,61	132,9	56,4	55,3	27,5	0,217	1,22	34,8	59,7	14,7	29,2	0,815
0,62	127,2	55,8	52,3	27,0	0,229	1,24	34,3	60,8	14,5	29,8	0,824
0,63	121,5	55,1	49,9	26,5	0,240	1,26	33,8	61,9	14,4	30,4	0,833
0,64	115,9	54,3	47,6	26,1	0,252	1,28	33,3	63,1	14,1	31,1	0,842
0,65	110,3	53,5	45,6	25,7	0,263	1,30	32,8	64,3	14,1	31,8	0,851
0,66	106,3	52,9	43,6	25,3	0,275	1,32	32,4	65,4	14,0	32,5	0,858
0,67	102,3	52,4	41,7	25,0	0,287	1,34	32,0	66,7	13,9	33,2	0,865
0,68	98,4	52,0	40,0	24,7	0,300	1,36	31,6	68,0	13,8	34,0	0,872
0,69	94,5	51,4	38,5	24,4	0,312	1,38	31,3	69,3	13,7	34,7	0,879
0,70	90,6	50,9	37,0	24,1	0,324	1,40	31,0	70,5	13,6	35,5	0,885
0,71	87,8	50,6	35,7	23,0	0,336	1,42	30,7	71,9	13,5	36,3	0,890
0,72	85,0	50,2	34,4	23,7	0,349	1,4	30,4	73,3	13,4	37,1	0,895
0,73	82,2	49,9	33,2	23,5	0,361	1,46	30,1	74,8	13,3	37,9	0,900
0,74	79,4	49,5	32,0	23,3	0,375	1,48	29,0	76,2	13,3	38,7	0,905
0,75	76,6	49,2	30,9	23,2	0,388	1,50	29,7	77,7	13,2	39,5	0,910
0,76	74,5	49,1	30,0	23,1	0,400	1,52	29,5	79,3	13,1	40,4	0,914
0,77	72,4	48,9	29,0	23,0	0,413	1,54	29,3	80,9	13,1	41,3	0,918
0,78	70,3	48,8	28,2	22,9	0,425	1,56	29,1	82,5	13,0	42,2	0,921
0,79	68,2	48,6	27,4	22,8	0,438	1,58	28,9	84,1	13,0	43,1	0,925
0,80	66,2	48,4	26,7	22,7	0,450	1,60	28,7	85,7	12,9	4,0	0,929
0,81	64,6	48,4	26,0	22,6	0,462	1,62	28,5	87,4	12,9	44,9	0,932
0,82	63,0	48,3	25,2	22,6	0,474	1,64	28,3	89,1	12,8	47,8	0,935
0,83	61,5	48,3	24,7	22,6	0,486	1,66	28,2	90,8	12,8	46,7	0,938
0,84	60,0	48,2	24,6	22,6	0,498	1,68	28,1	92,5	12,8	47,6	0,940
0,85	58,5	48,2	23,5	22,6	0,511	1,70	28,0	94,3	12,7	48,5	0,943
0,86	57,3	48,3	23,0	22,7	0,522	1,72	27,8	96,5	12,7	49,5	0,945
0,87	56,1	48,3	22,5	22,7	0,534	1,74	27,7	98,1	12,7	50,5	0,947
0,88	54,9	48,4	22,0	22,8	0,545	1,76	27,6	100,0	12,7	51,5	0,949
0,89	53,7	48,4	21,6	22,8	0,597	1,78	27,5	101,9	12,6	52,6	0,952
0,90	52,5	48,5	21,1	22,8	0,568	1,80	27,4	103,7	12,6	53,7	0,954
0,91	51,5	48,7	20,7	22,9	0,578	1,82	27,3	105,0	12,5	54,9	0,956
0,92	50,6	48,9	20,4	23,0	0,589	1,84	27,2	107,7	12,5	56,1	0,958
0,93	49,7	49,0	20,2	23,1	0,599	1,86	27,1	109,7	12,5	57,3	0,960
0,94	48,8	49,2	19,7	23,2	0,611	1,88	27,0	111,7	12,5	58,5	0,961
0,95	47,9	49,4	19,4	23,3	0,620	1,90	26,9	113,7	12,5	59,8	0,963