

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO TECNOLÓGICO DE JOINVILLE
CURSO DE ENGENHARIA AEROESPACIAL

WIDMARK KAUÊ SILVA CARDOSO

INVESTIGAÇÃO DE ERROS NO CÁLCULO DIRETO DE RUÍDO DE UM MONOPOLO
ACÚSTICO EM MEIO AO ESCOAMENTO UNIFORME UTILIZANDO OPENFOAM

Joinville
2024

WIDMARK KAUÊ SILVA CARDOSO

INVESTIGAÇÃO DE ERROS NO CÁLCULO DIRETO DE RUÍDO DE UM MONOPOLO
ACÚSTICO EM MEIO AO ESCOAMENTO UNIFORME UTILIZANDO OPENFOAM

Trabalho apresentado como requisito para obtenção do título de bacharel em Engenharia Aeroespacial do Centro Tecnológico de Joinville da Universidade Federal de Santa Catarina.

Orientador: Dr. Filipe Dutra da Silva

Coorientador: Ph. D. Juan Pablo de Lima Costa Salazar

Joinville
2024

WIDMARK KAUÊ SILVA CARDOSO

INVESTIGAÇÃO DE ERROS NO CÁLCULO DIRETO DE RUÍDO DE UM MONOPOLO
ACÚSTICO EM MEIO AO ESCOAMENTO UNIFORME UTILIZANDO OPENFOAM

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado para obtenção do título de bacharel em Engenharia Aeroespacial, na Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico de Joinville.

Joinville (SC), 27 de junho de 2024.

Banca Examinadora:

Orientador: Dr. Filipe Dutra da Silva
Orientador(a)
Presidente

Prof. Dr. Diogo Nardelli Siebert
Membro(a)
Universidade Federal de Santa Catarina

Leandro Guilherme Crenite Simões
Membro(a)
Embraer S.A.

Dedico este trabalho aos meus pais, Widmark e Valdizia, que sob muito sol,
fizeram-me chegar aqui, na sombra.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a minha família que foi a minha base de apoio e incentivo durante minha trajetória e me permitiu chegar nesta conquista. Aos meus pais, Widmark e Valdizia, e minha irmã, Júlia, que estiveram ao meu lado em todos os momentos dessa caminhada e me permitiram sonhar cada vez mais alto, sem vocês eu não seria quem sou.

Agradeço extremamente a todos que pude cruzar o caminho e formar memórias durante todos esses anos em Joinville, cada interação contribuiu para a minha formação no âmbito acadêmico e pessoal. Em especial à minha namorada, Lorena, por todo apoio e suporte, você tem sido minha família nos últimos anos e acompanhou de perto a jornada que foi concluir esta etapa da minha vida.

Aos meus amigos mais próximos, Beatriz, Irisson, Zolet, Hans, Muralha (Luiz), Gabriel, Lara, Pedrão, Paola e Arthur, agradeço pelo acolhimento, por todas as conversas, risadas e experiências que passamos juntos, que vocês alcem voos cada vez mais altos e ultrapassem todas as barreiras que possam surgir.

Agradeço também aos amigos que criei na Kosmos Rocketry, PET e Nisus Aerodesing. Tenho muito orgulho do que as equipes se tornaram, continuem evoluindo constantemente e formando cada vez mais engenheiros e engenheiras.

À Embraer e a todos os meus colegas e amigos do time de Ruído e Vibração, obrigado por me proporcionarem uma experiência incrível com a indústria aeronáutica que sempre sonhei em trabalhar, espero poder reencontrá-los em breve. Em especial, André, Amanda, Márcio, Lucas, Kula, Tanaka, Hermann e Thiago, agradeço pelos conselhos, pela paciência e pelas reflexões.

Agradeço aos meus orientadores, Prof. Dr. Filipe Dutra e Prof. Dr. Juan Salazar, pela paciência e por toda dedicação nos últimos dois anos ao me orientar ao longo desta jornada, direcionando e apoiando durante a produção deste trabalho. Ao LabCC, agradeço por fornecer a infraestrutura necessária para a realização das simulações e pós-processamento deste trabalho. À banca examinadora, Leandro e Prof. Dr. Diogo, agradeço por todas as contribuições neste trabalho.

"Não se espante com a altura do voo. Quanto mais alto, mais longe do perigo. Quanto mais você se eleva, mais tempo há de reconhecer uma pane. É quando se está próximo do solo que se deve desconfiar."

Santos Dumont.

RESUMO

O ruído na indústria aeronáutica representa um desafio significativo, impactando negativamente a qualidade de vida dos moradores próximos aos aeroportos, o conforto dos passageiros durante as viagens e a saúde dos trabalhadores aeroportuários. Na literatura, estão sendo realizadas análises com o objetivo de reduzir esse problema por meio da identificação de fontes sonoras e propostas de estratégias de redução de ruído através de simulações numéricas. Nesse sentido, este trabalho apresenta uma investigação dos erros no cálculo direto de ruído de um monopolo acústico em meio ao escoamento uniforme por meio da Aeroacústica Computacional (CAA). Para isso, foram realizadas simulações numéricas utilizando o software OpenFOAM, visando analisar o desempenho de configurações de malha, refino e efeito da variação de esquemas numéricos clássicos em Fluidodinâmica Computacional (CFD). Os resultados comparativos entre as simulações e a solução analítica disponível na literatura permitiram inferir que é necessário uma discretização mínima de 32 pontos por comprimento de onda para manter o erro espacial abaixo de 4%. Além disso, os esquemas espaciais de segunda ordem representaram com boa concordância o campo de pressão, enquanto que os esquemas de primeira ordem dissiparam a onda. Por outro lado, em baixa discretização temporal os esquemas numéricos de segunda ordem apresentaram oscilações espúrias no campo de pressão, indicando ser uma boa prática possuir no mínimo 1000 passos de tempo por período.

Palavras-chave: Aeroacústica Computacional. Monopolo Acústico. OpenFOAM.

ABSTRACT

Noise in the aeronautical industry represents a significant challenge, negatively impacting the quality of life of residents near airports, passenger comfort during flights, and the health of airport workers. In the literature, analyses are being conducted with the goal of reducing this problem by identifying of sound sources and by proposing noise reduction strategies via numerical simulations. In this sense, this work presents an investigation of errors in the direct noise calculation of an acoustic monopole in uniform flow through Computational Aeroacoustics (CAA). For this purpose, numerical simulations were carried out using OpenFOAM software, aiming to analyze the performance of mesh configurations, refinement, and the effect of the application of different classic numerical schemes in Computational Fluid Dynamics (CFD). Comparative results between simulations and the analytical solution available in the literature allowed us to infer that a minimum discretization of 32 points per wavelength is necessary to keep spatial error below 4%. Furthermore, second-order spatial schemes represented the pressure field with good agreement, while first-order schemes dissipated the wave. On the other hand, at low temporal discretization, second-order numerical schemes showed spurious oscillations in the pressure field, indicating that it is good practice to have at least 1000 time steps per period

Keywords: Computational Aeroacoustics. Acoustic Monopole. OpenFOAM

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Comprimento de onda e amplitude de uma onda sonora	24
Figura 2 – Representação do valor eficaz de uma onda	25
Figura 3 – Fonte pontual em campo livre	26
Figura 4 – Efeito Doppler	27
Figura 5 – Esfera pulsante	28
Figura 6 – Malha unidimensional	35
Figura 7 – Erros de dispersão e dissipação	38
Figura 8 – Zona de absorção e amortecimento artificial	40
Figura 9 – Evolução dos erros por divisões por período e propagação de onda para diferentes esquemas temporais	41
Figura 10 – Erros associados a variação dos esquemas espaciais	41
Figura 11 – Evolução do erro em função do refino de malha	42
Figura 12 – Comparação da solução numérica dos monopolos com e sem escoamento com a solução analítica	42
Figura 13 – Padrão de diretividade do monopolo em escoamento uniforme para $f = 500 \text{ Hz}$ e $M = 0.1$	43
Figura 14 – Domínio utilizando uma fronteira cilíndrica na origem do domínio . .	46
Figura 15 – Domínio circular com zona útil quadrada	47
Figura 16 – Zona útil uniforme e zona de saída com aumento progressivo dos elementos	47
Figura 17 – Malha híbrida	49
Figura 18 – Elementos interceptados na zona útil da malha híbrida	50
Figura 19 – Janelas de análise de erros	53
Figura 20 – Tempo entre os picos de duas ondas senoidais	54
Figura 21 – Campo de pressão a $t = 4 \text{ s}$ para o malha quadrangular com 32 ppw (domínio 1)	56
Figura 22 – Campo de pressão a $t = 4 \text{ s}$ da malha quadrangular (domínio 1) para os refinamentos 8, 16, 32 e 64 PPW	57
Figura 23 – Evolução do erro espacial médio em função do PPW	58
Figura 24 – Comportamento temporal na <i>Probe 2</i> com $x = -3\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 1)	59
Figura 25 – Comportamento temporal na <i>Probe 3</i> com $x = -2,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 1)	59
Figura 26 – Comportamento temporal na <i>Probe 6</i> com $x = 2,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 1)	60

Figura 27 – Comportamento temporal na <i>Probe 7</i> com $x = 3\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 1)	60
Figura 28 – Erros de amplitude e de fase para malha quadrangular (domínio 1) .	61
Figura 29 – Comportamento temporal na <i>Probe 1</i> com $x = -4,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2)	62
Figura 30 – Comportamento temporal na <i>Probe 2</i> com $x = -3\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2)	62
Figura 31 – Comportamento temporal na <i>Probe 7</i> com $x = 3\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2)	63
Figura 32 – Comportamento temporal na <i>Probe 8</i> com $x = 4,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2)	63
Figura 33 – Campo de pressão a $t = 4 s$ da malha quadrangular (domínio 2) com variação de esquemas temporais com $n = 400$	64
Figura 34 – Campo de pressão a $t = 4 s$ da malha quadrangular (domínio 2) com variação de esquemas temporais com $n = 800$	65
Figura 35 – Campo de pressão a $t = 4 s$ da malha quadrangular (domínio 2) com variação de esquemas temporais com $n = 1000$	65
Figura 36 – Comportamento temporal na <i>Probe 1</i> com $x = -4,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 400$	67
Figura 37 – Comportamento temporal na <i>Probe 2</i> com $x = -3\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 400$	67
Figura 38 – Comportamento temporal na <i>Probe 7</i> com $x = 3\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 400$	68
Figura 39 – Comportamento temporal na <i>Probe 8</i> com $x = 4,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 400$	68
Figura 40 – Comportamento temporal na <i>Probe 1</i> com $x = -4,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 800$	69
Figura 41 – Comportamento temporal na <i>Probe 2</i> com $x = -3\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 800$	69
Figura 42 – Comportamento temporal na <i>Probe 7</i> com $x = 3\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 800$	70
Figura 43 – Comportamento temporal na <i>Probe 8</i> com $x = 4,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 800$	70
Figura 44 – Comparação dos erros de amplitude e fase para os vários esquemas temporais na malha quadrangular (domínio 2), $n = 800$	71
Figura 45 – Comportamento temporal na <i>Probe 1</i> com $x = -4,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 1000$	71
Figura 46 – Comportamento temporal na <i>Probe 2</i> com $x = -3\lambda_d$ para quadrangular (domínio 2), $n = 1000$	72

Figura 47 – Comportamento temporal na <i>Probe 7</i> com $x = 3\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 1000$	72
Figura 48 – Comportamento temporal na <i>Probe 8</i> com $x = 4,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 1000$	73
Figura 49 – Comparação dos erros de amplitude e fase para os vários esquemas temporais na malha quadrangular (domínio 2), $n = 1000$	73
Figura 50 – Campo de pressão a $t = 4 s$ para a malha quadrangular (domínio 2) com variação dos esquemas espaciais	74
Figura 51 – Campo de pressão a $t = 4 s$ para a malha híbrida com variação dos esquemas espaciais	75
Figura 52 – Comportamento temporal na <i>Probe 1</i> com $x = -4,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2) com 32 PPW	76
Figura 53 – Comportamento temporal na <i>Probe 2</i> com $x = -3\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2) com 32 PPW	77
Figura 54 – Comportamento temporal na <i>Probe 7</i> com $x = 3\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2) com 32 PPW	77
Figura 55 – Comportamento temporal na <i>Probe 8</i> com $x = 4,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2) com 32 PPW	78
Figura 56 – Comparação entre os erros de fase e de amplitude entre esquema espaciais para a malha quadrangular (domínio 2) com 32 PPW . . .	78
Figura 57 – Comportamento temporal na <i>Probe 1</i> com $x = -4,5\lambda_d$ para malha híbrida com 32 PPW	79
Figura 58 – Comportamento temporal na <i>Probe 2</i> com $x = -3\lambda_d$ para malha híbrida com 32 PPW	79
Figura 59 – Comportamento temporal na <i>Probe 7</i> com $x = 3\lambda_d$ para malha híbrida com 32 PPW	80
Figura 60 – Comportamento temporal na <i>Probe 8</i> com $x = 4,5\lambda_d$ para malha híbrida com 32 PPW	80
Figura 61 – Comparação entre os erros de fase e de amplitude entre esquema espaciais para a malha híbrida com 32 PPW	81
Figura 62 – Comportamento temporal na <i>Probe 2</i> com $x = -3\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 1)	87
Figura 63 – Comportamento temporal na <i>Probe 3</i> com $x = -2,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 1)	87
Figura 64 – Comportamento temporal na <i>Probe 4</i> com $x = -1,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 1)	88
Figura 65 – Comportamento temporal na <i>Probe 5</i> com $x = 1,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 1)	88

Figura 66 – Comportamento temporal na <i>Probe 6</i> com $x = 2,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 1)	89
Figura 67 – Comportamento temporal na <i>Probe 7</i> com $x = 3\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 1)	89
Figura 68 – Comportamento temporal na <i>Probe 1</i> com $x = -4,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2)	89
Figura 69 – Comportamento temporal na <i>Probe 2</i> com $x = -3\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2)	90
Figura 70 – Comportamento temporal na <i>Probe 3</i> com $x = -2,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2)	90
Figura 71 – Comportamento temporal na <i>Probe 4</i> com $x = -1,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2)	91
Figura 72 – Comportamento temporal na <i>Probe 5</i> com $x = 1,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2)	91
Figura 73 – Comportamento temporal na <i>Probe 6</i> com $x = 2,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2)	91
Figura 74 – Comportamento temporal na <i>Probe 7</i> com $x = 3\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2)	92
Figura 75 – Comportamento temporal na <i>Probe 8</i> com $x = 4,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2)	92
Figura 76 – Comportamento temporal na <i>Probe 1</i> com $x = -4,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 400$	93
Figura 77 – Comportamento temporal na <i>Probe 2</i> com $x = -3\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 400$	93
Figura 78 – Comportamento temporal na <i>Probe 3</i> com $x = -2,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 400$	93
Figura 79 – Comportamento temporal na <i>Probe 4</i> com $x = -1,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 400$	94
Figura 80 – Comportamento temporal na <i>Probe 5</i> com $x = 1,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 400$	94
Figura 81 – Comportamento temporal na <i>Probe 6</i> com $x = 2,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 400$	94
Figura 82 – Comportamento temporal na <i>Probe 7</i> com $x = 3\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 400$	95
Figura 83 – Comportamento temporal na <i>Probe 8</i> com $x = 4,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 400$	95
Figura 84 – Comportamento temporal na <i>Probe 1</i> com $x = -4,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 800$	95

Figura 85 – Comportamento temporal na <i>Probe 2</i> com $x = -3\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 800$	96
Figura 86 – Comportamento temporal na <i>Probe 2</i> com $x = -2,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 800$	96
Figura 87 – Comportamento temporal na <i>Probe 4</i> com $x = -1,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 800$	96
Figura 88 – Comportamento temporal na <i>Probe 5</i> com $x = 1,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 800$	97
Figura 89 – Comportamento temporal na <i>Probe 6</i> com $x = 2,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 800$	97
Figura 90 – Comportamento temporal na <i>Probe 7</i> com $x = 3\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 800$	97
Figura 91 – Comportamento temporal na <i>Probe 8</i> com $x = 4,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 800$	98
Figura 92 – Comportamento temporal na <i>Probe 1</i> com $x = -4,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 800$	98
Figura 93 – Comportamento temporal na <i>Probe 2</i> com $x = -3\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 1000$	99
Figura 94 – Comportamento temporal na <i>Probe 2</i> com $x = -2,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 1000$	99
Figura 95 – Comportamento temporal na <i>Probe 4</i> com $x = -1,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 1000$	99
Figura 96 – Comportamento temporal na <i>Probe 5</i> com $x = 1,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 1000$	100
Figura 97 – Comportamento temporal na <i>Probe 6</i> com $x = 2,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 1000$	100
Figura 98 – Comportamento temporal na <i>Probe 7</i> com $x = 3\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 1000$	100
Figura 99 – Comportamento temporal na <i>Probe 8</i> com $x = 4,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 1000$	101
Figura 100–Comportamento temporal na <i>Probe 1</i> com $x = -4,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2) com 32 PPW	101
Figura 101–Comportamento temporal na <i>Probe 2</i> com $x = -3\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2) com 32 PPW	102
Figura 102–Comportamento temporal na <i>Probe 3</i> com $x = -2,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2) com 32 PPW	102
Figura 103–Comportamento temporal na <i>Probe 4</i> com $x = -1,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2) com 32 PPW	102

Figura 104—Comportamento temporal na <i>Probe 5</i> com $x = 1,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2) com 32 PPW	103
Figura 105—Comportamento temporal na <i>Probe 6</i> com $x = 2,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2) com 32 PPW	103
Figura 106—Comportamento temporal na <i>Probe 7</i> com $x = 3\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2) com 32 PPW	103
Figura 107—Comportamento temporal na <i>Probe 8</i> com $x = 4,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2) com 32 PPW	104
Figura 108—Comportamento temporal na <i>Probe 1</i> com $x = -4,5\lambda_d$ para malha híbrida (domínio 2) com 32 PPW	104
Figura 109—Comportamento temporal na <i>Probe 2</i> com $x = -3\lambda_d$ para malha híbrida (domínio 2) com 32 PPW	105
Figura 110—Comportamento temporal na <i>Probe 3</i> com $x = -2,5\lambda_d$ para malha híbrida (domínio 2) com 32 PPW	105
Figura 111—Comportamento temporal na <i>Probe 4</i> com $x = -1,5\lambda_d$ para malha híbrida (domínio 2) com 32 PPW	105
Figura 112—Comportamento temporal na <i>Probe 5</i> com $x = 1,5\lambda_d$ para malha híbrida (domínio 2) com 32 PPW	106
Figura 113—Comportamento temporal na <i>Probe 6</i> com $x = 2,5\lambda_d$ para malha híbrida (domínio 2) com 32 PPW	106
Figura 114—Comportamento temporal na <i>Probe 7</i> com $x = 3\lambda_d$ para malha híbrida (domínio 2) com 32 PPW	106
Figura 115—Comportamento temporal na <i>Probe 8</i> com $x = 4,5\lambda_d$ para malha híbrida (domínio 2) com 32 PPW	107

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Parâmetros para solução numérica	45
Tabela 2 – Parâmetros para geração da malha em função do comprimento de onda	46
Tabela 3 – Taxa de crescimento dos elementos na zona de saída para diferentes níveis de discretização	48
Tabela 4 – Coordenadas das <i>probes</i> para medição da variação de pressão ao longo do tempo	55
Tabela 5 – Erro espacial médio por janelas para os refinamentos de malha 8, 16, 32 e 64 PPW	58
Tabela 6 – Erros de amplitude e de fase em função das posições para malha quadrangular (domínio 2)	62
Tabela 7 – Erro espacial médio por janelas para os esquemas temporais na malha uniforme (caso 2), $n = 800$	66
Tabela 8 – Erro espacial médio por janelas para os esquemas temporais na malha uniforme (caso 2), $n = 1000$	66
Tabela 9 – Erro espacial médio por janelas para os diferentes esquemas espaciais para malha quadrangular com 32 PPW (domínio 2)	75
Tabela 10 – Erro espacial médio por janelas para os diferentes esquemas espaciais para malha híbrida com 32 PPW	76

LISTA DE SIGLAS

ANAC Agência Nacional de Aviação Civil

CAA Computational Aeroacoustics

CFD Computational Fluid Dynamics

CTJ Centro Tecnológico de Joinville

ICAO International Civil Aviation Organization

LCC Laboratório de Computação Científica

PPW Points per Wavelength

UFSC Universidade Federal de Santa Catarina

LISTA DE SÍMBOLOS

t	Instante de tempo
t_{obs}	Instante de tempo de observação
Δt_{pico}	Diferença entre os picos das ondas numéricas e analítica
x	Coordenada referente ao eixo da abscissa do sistema cartesiano
x_{obs}	Posição espacial de observação
y	Coordenada referente ao eixo das ordenadas do sistema cartesiano
z	Coordenada referente ao eixo normal ao plano xy
r	Distância radial
κ	Número de onda
ω	Frequência angular
σ	Ângulo de fase
τ	Período
f	Frequência
f'	Frequência aparente
λ	Comprimento de onda
λ_d	Comprimento de onda a jusante (<i>downstream</i>)
λ_u	Comprimento de onda a montante (<i>upstream</i>)
λ'	Comprimento de onda aparente
c_0	Velocidade do som
v_f	Velocidade da fonte
u_0	Velocidade do escoamento livre
U_n	Velocidade de advecção
M	Número de Mach
p	Pressão

p'	Pressão Sonora
\hat{p}'_{rms}	Valor eficaz de pressão
T	Temperatura do fluido
ρ_0	Densidade do fluido
R	Constante específica do gás
γ	Razão de calores específicos
a	Raio da esfera pulsante
ϕ_m	Potencial de velocidade do monopolo
q	Termo fonte na equação da continuidade
\mathbf{F}	Forças de corpo na equação da quantidade de movimento linear
G	Função de Green de espaço livre
$H_m^{(n)}$	Função de Hankel de ordem m do n-ésimo tipo
δ	Delta de Dirac
\mathbf{S}	Termo fonte que representa o monopolo na equação da energia
\mathbf{S}_m	Termo fonte de quantidade de movimento
S_e	Termo fonte de energia
f	Pulso gaussiano
ϵ	Amplitude do pulso gaussiano
α	Decaimento do pulso gaussiano
ξ	Argumento da função de Hankel na derivada espacial da função de Green 2D
η	Argumento da exponencial na derivada espacial da função de Green 2D
ϕ	Propriedade de interesse
$\phi_{P,E,W}$	Propriedade de interesse no nó atual, a leste e a oeste respectivamente
Γ	Coeficiente de difusão da equação de transporte

S_ϕ	Fonte da equação de transporte
dV	Volume infinitesimal de integração
dA	Área infinitesimal de integração
$a_{P,E,W}$	Coefficientes da matriz a ser resolvida numericamente
b	Termo fonte para o caso de condução de calor transiente
θ	Coefficiente de ponderação entre os métodos explícitos e implícitos nos esquemas de discretização temporal
$\Psi_{P,N,f}$	Campo tensorial na célula atual, nas vizinhas e nas faces respectivamente
Φ_f	Fluxo volumétrico de fluido que atravessa uma face
ψ_f	Velocidade unilateral de propagação local
w_f	Coefficiente de peso do esquema <i>central-upwind</i>
ω_f	Fluxo volumétrico difusivo
β	Coefficiente de ponderação das contribuições de fluxo de cada direção
\hat{E}	Densidade de energia total
\hat{u}	Densidade de momento
$f_{+,-}$	Direções do escoamento para fora e para dentro, respectivamente, da célula proprietária da face
C	Coefficiente de ponderação para o esquema Crank-Nicolson
Co	Número de <i>Courant</i>
Δx	Divisão espacial em x na malha
Δs	Tamanho da célula da malha
Δt	Divisão do tempo da simulação
G_f	Fator de amplificação
ϵ_σ	Erro de dispersão
ϵ_d	Erro de dissipação

Re	Parte real
Im	Parte Imaginária
ν	Viscosidade artificial
w	Largura de Stencil
n	Número de divisões por período
N	Quantidade de elemento interceptados
r_{zu}	Dimensão característica da zona útil
r_{zi}	Raio da zona intermediária
r_{zs}	Raio da zona de saída
PPW	Pontos por comprimento de onda
e_{ase}	Erro espacial médio
e_{am}	Erro de amplitude
e_{ph}	Erro de fase

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	22
1.1	OBJETIVOS	23
1.1.1	Objetivo Geral	23
1.1.2	Objetivos Específicos	23
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	24
2.1	FUNDAMENTOS DE ACÚSTICA	24
2.1.1	Fonte pontual	26
2.1.2	Efeito Doppler	26
2.1.3	Monopolo acústico	27
2.1.4	Equação da onda não-homogênea e função de Green de espaço livre	28
2.1.5	Monopolo com escoamento	30
2.2	SIMULAÇÃO ACÚSTICA EM CFD NO OPENFOAM	31
2.2.1	Cálculo direto de ruído	32
2.2.2	Modelo numérico no OpenFOAM	32
2.2.3	Esquemas numéricos	34
2.2.4	Esquemas temporais	35
2.2.4.1	Instabilidade numérica	36
2.2.5	Esquemas espaciais	37
2.2.6	Características dos esquemas	37
2.2.7	Erros numéricos em aeroacústica	38
2.2.8	Reflexão numérica	39
2.2.9	Simulação do monopolo por cálculo direto	40
3	METODOLOGIA	44
3.1	Parâmetros da solução numérica	44
3.2	Propostas de Malhas	45
3.2.1	Malha Híbrida	48
3.3	Implementação da solução analítica	50
3.4	Sensibilidade aos esquemas de discretização espacial	51
3.5	Sensibilidade aos esquemas de discretização temporal	51
3.6	Efeitos de reflexão numérica	51
3.6.1	Condições de contorno não-refletivas	51
3.6.2	Zona de absorção por dissipação artificial	52
3.7	Análise de erros	53

4	ANÁLISE DE RESULTADOS	56
4.1	Varição da discretização do domínio da malha quadrangular	56
4.1.1	Comparação do comportamento espacial para malha quadrangular (domínio 1)	57
4.1.2	Comparação do comportamento temporal	58
4.2	Sensibilidade a variação dos esquemas temporais	63
4.2.1	Comparação do comportamento espacial	63
4.2.2	Comparação do comportamento temporal	66
4.3	Sensibilidade a variação dos esquemas espaciais	73
4.3.1	Comparação do comportamento espacial	74
4.3.2	Comparação do comportamento temporal	76
5	CONCLUSÕES	82
	REFERÊNCIAS	84
	APÊNDICE A	87

1 INTRODUÇÃO

O ruído na indústria aeronáutica representa um desafio para a qualidade de vida dos moradores do entorno dos aeroportos, para a conforto dos passageiros em viagens e para a saúde dos trabalhadores aeroportuários. A exposição contínua a níveis elevados de ruído estão relacionadas com deficiências cognitivas, como prejuízo à memória a longo prazo (HAINES et al., 2001) e à compreensão da leitura (CLARK et al., 2005).

Com o avanço tecnológico da indústria aeronáutica, as aeronaves modernas estão se tornando cada vez mais silenciosas, sendo em torno de 75% menos ruidosas em comparação às fabricadas há 50 anos (ICAO, 2010). Ao mesmo tempo, órgãos regulamentadores, como a Organização da Aviação Civil Internacional (ICAO) e a Agência Nacional de Aviação Civil (ANAC), têm estabelecido normas cada vez mais rígidas para a emissão de ruído em decorrência do aumento do tráfego de passageiros (ICAO, 2013). Diante desse contexto, o estudo de estratégias para mitigação de ruído de aeronaves por meio da aeroacústica torna-se fundamental.

As estratégias para redução de ruído envolvem, primeiramente, a identificação e análise das fontes sonoras, durante o processo de decolagem de uma aeronave, cerca de 75 % a 80 % do ruído é gerado pelo motor, enquanto o restante é atribuído a fenômenos aerodinâmicos (VASCONCELOS, 2009). O ruído causado por um motor turbofan moderno é composto pela contribuição de vários de seus componentes, cada um com um tipo diferente de ruído (MCLAUGHLIN, 2010). Máquinas rotativas como fan e a turbina emitem ruído com características tonais (MCLAUGHLIN, 2010), ou seja, picos em frequências bem específicas.

A fim de compreender os fenômenos de produção de som, é essencial prever a geração de ondas acústicas pelas fontes aerodinâmicas e, posteriormente, estudar sua propagação (AKHNOUKH, 2015). Embora os métodos experimentais possam ser empregados para investigar escoamentos com altos números de Reynolds, esses podem se tornar restritivos ou economicamente inviáveis (AKHNOUKH, 2015). Nesse contexto, o uso de métodos computacionais desperta interesse devido à sua flexibilidade e à ampla gama de possibilidades de análise de casos.

O campo da Aeroacústica Computacional (CAA) é responsável por capturar numericamente as grandezas acústicas provenientes das flutuações do escoamento (LEE et al., 2005). Essa abordagem numérica não apenas permite a redução de custos (AKHNOUKH, 2015), mas também pode servir como complemento ou análise preliminar a métodos experimentais (YOKOYAMA; TANIMOTO; IIDA, 2017). Apesar das vantagens, essa metodologia apresenta dificuldades na simulação do problema físico devido às diferenças de escala entre o escoamento e o campo sonoro em baixos números

de Mach (AKHNOUKH, 2015). Portanto, os esquemas de discretização comumente utilizados na Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD) podem apresentar erros inaceitáveis do ponto de vista da Aeroacústica (SILVA, 2022).

No que diz respeito ao CFD, a CAA é uma área relativamente recente (TAM, 2004) que tem avançado no desenvolvimento de esquemas numéricos adequados para sua aplicação. Dentre as várias abordagens possíveis, Silva (2022) estabelece uma metodologia para simulações em aeroacústica, especialmente para fontes elementares, que engloba os principais esquemas de interpolação temporal e espacial, além da divisão em intervalos de tempo e a utilização de malhas apropriadas. A metodologia proposta por Silva (2022) permite o estudo de fontes em meios não estacionários e, posteriormente, a incorporação de técnicas de redução de ruído, como o ressonador de Helmholtz.

Nessa perspectiva, deu-se continuidade à caracterização do monopolo acústico iniciado por Silva (2022), ampliando a análise para incluir a fonte em meios não estacionários. Com os resultados da pesquisa, pôde-se comparar a simulação numérica com a solução analítica, avaliando os erros de predição sonora da fonte, assim como a influência da variação de esquemas numéricos e do refino da malha computacional nesse processo.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Objetivo Geral

Calcular de forma direta o ruído de um monopolo acústico em meio ao escoamento uniforme utilizando OpenFOAM.

1.1.2 Objetivos Específicos

- a. Caracterizar o monopolo acústico em meio ao escoamento;
- b. Conhecer os efeitos da discretização e refino de malha na solução do monopolo em meio ao escoamento;
- c. Avaliar influência de diferentes esquemas numéricos na dispersão e dissipação de ondas sonoras em meio não estacionário.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo, apresentam-se os conceitos fundamentais de acústica que são relevantes para esta pesquisa, incluindo a modelagem matemática de fontes em meios não-estacionários. Além disso, são abordados os conceitos de cálculo direto de ruído, esquemas numéricos e os erros associados.

2.1 FUNDAMENTOS DE ACÚSTICA

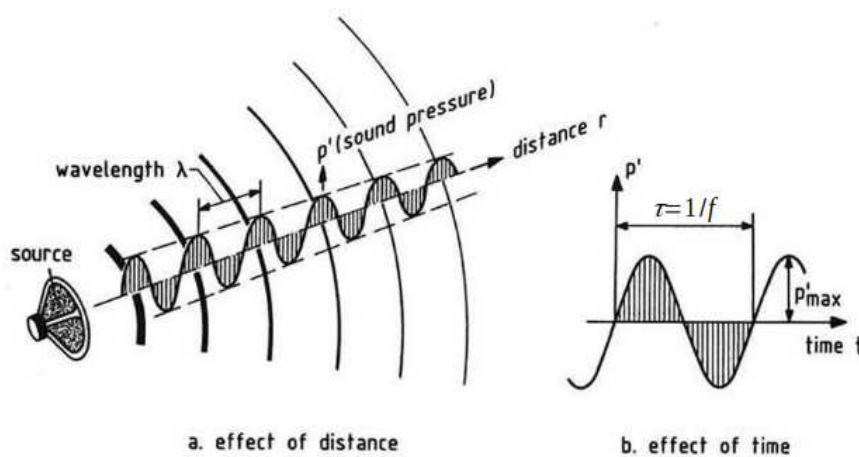
As ondas sonoras são caracterizadas pelas flutuações de pressão em um meio compressível (GERGES, 2000) e dependem de diferentes parâmetros que as descrevem. Dado a necessidade, os conceitos relevantes para esta pesquisa são definidos a seguir.

O comportamento temporal e espacial de uma onda plana se propagando no eixo x e no tempo t pode ser expressado por,

$$p'(x, t) = A \cos \left(\omega t \pm \frac{2\pi}{\lambda} x + \sigma \right), \quad (1)$$

onde σ é o ângulo de fase, ω a frequência angular, ou seja a taxa de mudança de fase, λ o comprimento de onda e A a amplitude de pressão acústica definido como o valor absoluto do deslocamento máximo a partir da posição de equilíbrio como mostra a Figura 1.

Figura 1 – Comprimento de onda e amplitude de uma onda sonora



Fonte: Adaptado de Ruijgrok (1993).

A frequência angular ω [rad/s] está relacionado com o período da onda τ [s], tempo necessário para uma oscilação completa, e com a frequência f [Hz], número de

oscilações por unidade de tempo, por meio da Equação 2,

$$\omega = \frac{2\pi}{\tau} = 2\pi f. \quad (2)$$

Já o comprimento de onda λ [m] (Figura 1) está relacionado com a frequência f por meio da Equação 3 e é definido como a distância perpendicular entre duas frentes de onda (RUIJGROK, 1993), ou seja a distância que a onda viaja em um período,

$$\lambda = c_0\tau = \frac{c_0}{f}, \quad (3)$$

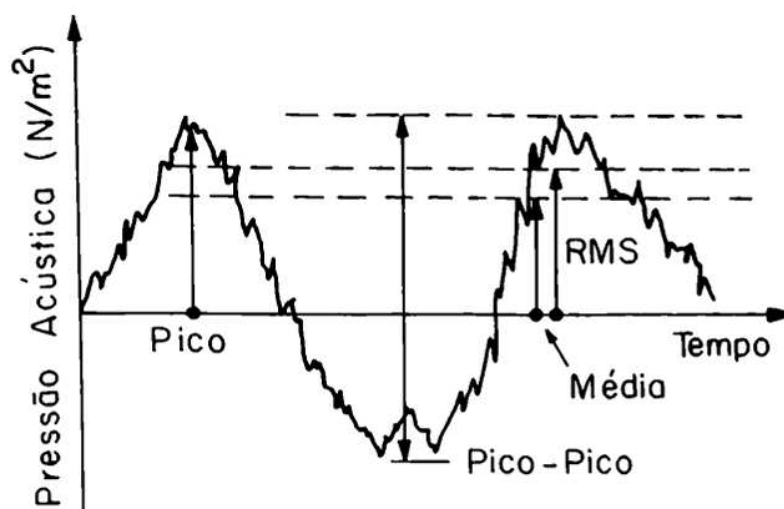
onde c_0 é a velocidade do som que, em gases ideais, pode ser calculada por meio da Equação 4, com γ sendo a razão de calores específicos do gás, R a constante específica do gás e T a temperatura em Kelvin do meio,

$$c_0 = \sqrt{\gamma RT}. \quad (4)$$

Um parâmetro importante para a análise de sinais complexos é o valor eficaz de pressão (*root mean square pressure*) apresentado na Equação 5 e ilustrado na Figura 2. Esta métrica é frequentemente utilizada para caracterizar uma onda sonora devido à sua relação com a intensidade acústica (SILVA, 2022) e é definida como a raiz quadrada da média dos valores de pressão acústica ao quadrado num intervalo correspondente de um período.

$$p'_{rms} = \sqrt{\frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} p'^2(x, t) dt} \quad (5)$$

Figura 2 – Representação do valor eficaz de uma onda



Fonte: Gerges (2000).

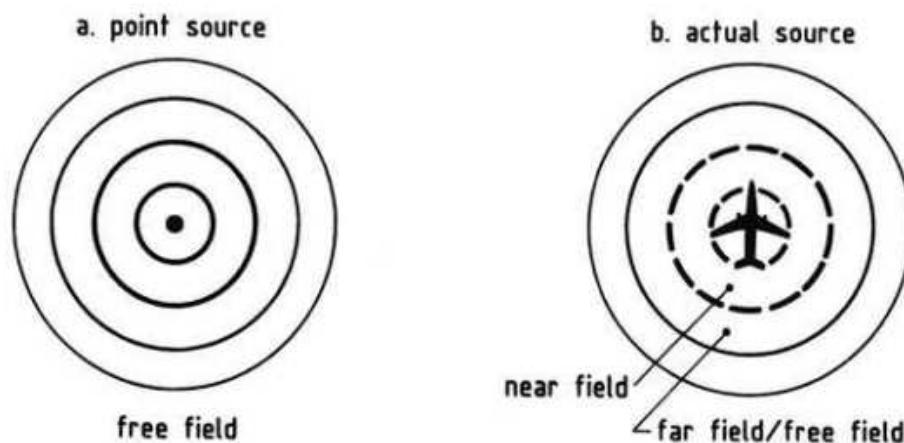
2.1.1 Fonte pontual

O som se caracteriza por flutuações de pressão em meio compressível, no entanto, nem todas as flutuações de pressão produzem a sensação de audição quanto atingem o ouvido humano (GERGES, 2000).

Como ilustrado na Figura 3, uma fonte pontual é definida como uma fonte geradora de som que se propaga esfericamente em todas as direções, o que ocorre em condições de campo livre (*free field*) (RUIJGROK, 1993), implicando num campo sonoro em que os efeitos de obstáculos são imperceptíveis no espaço de interesse.

Uma fonte real, também mostrada na Figura 3, consiste em duas partes: o campo próximo (*near-field*) onde a propagação de onda possui uma relação complexa com as características de radiação da fonte e o campo distante (*far-field*) onde a pressão sonora é inversamente proporcional a distância (RUIJGROK, 1993). Em geral, a condição de campo distante ocorre quando a distância é muito maior que as dimensões da fonte e também maior que o comprimento de onda do som gerado.

Figura 3 – Fonte pontual em campo livre



Fonte: Ruijgrok (1993).

2.1.2 Efeito Doppler

O efeito Doppler é a mudança da frequência percebida pelo observador conforme uma fonte sonora se movimenta (RUIJGROK, 1993). Se a fonte se move com uma velocidade v_f alinhada ao receptor e o observador está parado, o comprimento de onda aparente (λ') é dado pela Equação 6, onde o sinal de + indica que a fonte está se afastando do observador e o sinal – indica que a fonte está se aproximando,

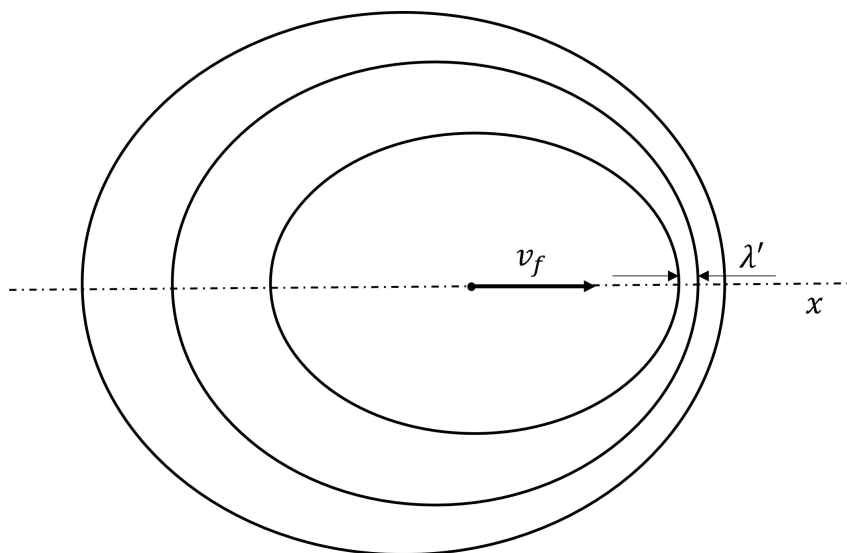
$$\lambda' = \frac{c_0 \pm v_f}{f}. \quad (6)$$

Dividindo a Equação 6 pela Equação 3, obtém-se a relação entre o comprimento de onda real e o comprimento aparente da fonte (Equação 7), que pode ser escrita também em termos do número de Mach (M), que surge da divisão da velocidade da fonte pela velocidade do som.

$$\frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{c_0 \pm v_f}{c_0} = 1 \pm M \quad (7)$$

É possível notar, então, que quando a fonte se afasta do observador há um aumento no comprimento de onda percebido, enquanto que a relação se inverte quando a fonte se aproxima, como mostra a Figura 4.

Figura 4 – Efeito Doppler



Fonte: Autor (2024).

Por outro lado, a relação entre frequências, disposta na Equação 8, indica que há uma diminuição na frequência percebida conforme a fonte se afasta e um aumento quando ela se aproxima, onde f é a frequência real da fonte e f' a frequência aparente percebida pelo observador.

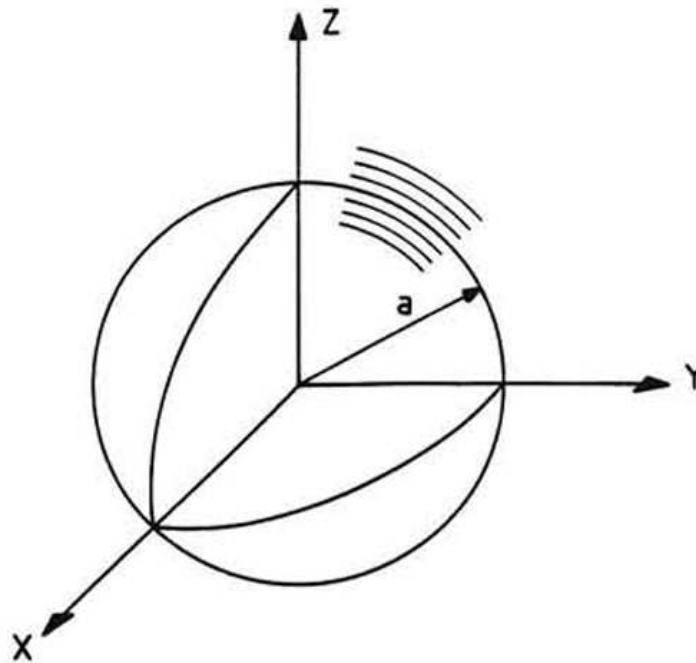
$$\frac{f'}{f} = \frac{c_0/\lambda'}{c_0/\lambda} = \frac{1}{1 \pm M} \quad (8)$$

2.1.3 Monopolo acústico

O monopolo acústico é uma fonte que irradia o som igualmente em todas as direções (RUSSELL, 2001). Ele pode ser visualizado como uma esfera pulsante de raio

a localizada na origem do sistema de coordenadas (RUIJGROK, 1993) como ilustrado na Figura 5. O campo sonoro é gerado pela pulsação harmônica na superfície do monopolo. Como exemplo pode-se citar o comportamento de auto-falantes em baixas frequências (RUSSELL, 2001).

Figura 5 – Esfera pulsante



Fonte: Ruijgrok (1993).

O campo acústico de uma fonte do tipo monopolo pode ser obtido por meio da acústica linear introduzindo as perturbações causadas pela pulsação da superfície da esfera pulsante nas condições de contorno da equação da onda homogênea para o potencial de velocidade (ϕ_m) e utilizando a relação da Equação 9 para obter a pressão sonora,

$$p'(r, t) = -\rho_0 \frac{\partial \phi_m}{\partial t}. \quad (9)$$

No entanto, uma maneira alternativa de caracterizar fontes sonoras é introduzi-las como termo fonte na equação da onda não-homogênea e utilizar a função de Green de espaço livre para calcular o campo acústico. A seção a seguir discute como isso é feito.

2.1.4 Equação da onda não-homogênea e função de Green de espaço livre

Assumindo um fluido ideal sem condutividade térmica, isentrópico e aplicando a hipótese de pequenas perturbações, a equação não-homogênea da onda (Equação

10) pode ser obtida considerando um termo fonte q na equação da continuidade e sem desprezar as forças de corpo \mathbf{F} na equação da quantidade de movimento linear,

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \nabla^2 p' = \rho_0 \frac{\partial q}{\partial t} - \nabla \cdot \mathbf{F}. \quad (10)$$

Na ausência de forças de corpo, é possível definir um potencial de velocidade que se relaciona com a pressão sonora como apresentado na Equação 9. Substituindo esta relação na equação da onda, pode-se chegar numa expressão que relaciona o potencial de velocidade com o termo fonte de injeção de massa (Equação 11). Note que na ausência de fontes sonoras ($q = 0$), o campo sonoro é produzido por perturbações iniciais ou nas condições de contorno (HIRSCHBERG; RIENSTRA, 2004) como ilustrado na seção 2.1.3,

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \phi_m}{\partial t^2} - \nabla^2 \phi_m = -q(\mathbf{x}, t). \quad (11)$$

A função de Green é a solução da equação da onda não-homogênea sujeita a uma fonte pontual impulsiva localizada no ponto \mathbf{y} e no tempo t_0 (HIRSCHBERG; RIENSTRA, 2004) como mostra a Equação 12, onde δ é a função Delta de Dirac aplicada no espaço e no tempo e \mathbf{x} são as coordenadas do observador no espaço. De acordo com Hirschberg e Rienstra (2004), usando o Teorema de Green é possível obter uma equação integral no qual estão incluídos os efeitos das fontes, condições de contornos e condições iniciais,

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 G}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 G}{\partial x_i \partial x_i} = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}) \delta(t - t_0). \quad (12)$$

A solução da equação acima em campo livre (Equação 13), conhecida como função de Green de espaço livre, representa um onda impulsiva esfericamente simétrica que se propaga a partir de um ponto \mathbf{y} e que a amplitude decai com o inverso da distância entre fonte e receptor (HIRSCHBERG; RIENSTRA, 2004),

$$G = \frac{1}{4\pi|\mathbf{x} - \mathbf{y}|} \delta \left(t - t_0 - \frac{|\mathbf{x} - \mathbf{y}|}{c_0} \right). \quad (13)$$

Desse modo, considerando uma fonte na equação da onda não-homogênea (Equação 10) como uma distribuição de fontes impulsivas no espaço livre, a solução do campo acústico é dado pela convolução (*) da fonte com a função de Green de espaço livre (Equação 14),

$$p'(\mathbf{x}, t) = \left(\rho_0 \frac{\partial q}{\partial t} - \nabla \cdot \mathbf{F} \right) * G. \quad (14)$$

2.1.5 Monopolo com escoamento

A solução analítica adotada neste trabalho fundamentou-se na solução proposta por Akhnoukh (2015), que simplifica o monopolo como um termo fonte apenas na equação da energia,

$$S_e = \sin(\omega t) \cdot f(x, y), \quad (15)$$

em que a função $f(x, y)$ (Equação 16) é um pulso gaussiano com amplitude ϵ e decaimento α .

$$f(x, y) = \epsilon e^{-\alpha(x^2+y^2)} \quad (16)$$

Para um escoamento uniforme na direção x com velocidade u_0 , ou, em termos adimensionais, com número de Mach ($M = u/c_0$), as equações de conservação da quantidade de movimento linear (Equação 17) e da energia (Equação 18) ficam:

$$\frac{D\mathbf{u}'}{Dt} + \frac{1}{\rho_0} \nabla p' = \frac{1}{\rho_0} \mathbf{S}_m, \quad (17)$$

$$\frac{Dp'}{Dt} + \gamma p_0 \nabla \cdot \mathbf{u}' = S_e, \quad (18)$$

onde o termo $\frac{D}{Dt}$ é a derivada material, \mathbf{S}_m é a fonte de quantidade de movimento, S_e a fonte de energia, \mathbf{u}' e p' a flutuação de velocidade e pressão, respectivamente, p_0 a pressão estática do meio, ρ_0 a densidade do meio e γ a razão de calores específicos do fluido.

Subtraindo γp_0 vezes o divergente da equação da quantidade de movimento da derivada material da equação da energia, é possível chegar na equação da onda convectiva (Equação 19),

$$\frac{D^2 p'}{Dt^2} - c_0^2 \nabla^2 p' = \frac{D S_e}{Dt} - c_0^2 \nabla \cdot \mathbf{S}_m. \quad (19)$$

Uma solução analítica para equação acima pode ser determinada utilizando a função de Green de espaço livre 2D, definida como,

$$G(x, y, t) = \frac{i}{4c_0^2 \sqrt{1-M^2}} H_0^{(1)} \left(\omega \frac{\sqrt{x^2 + (1-M^2)y^2}}{(1-M^2)c_0} \right) \exp \left(-i \frac{M}{1-M^2} kx - i\omega t \right), \quad (20)$$

onde x e y são as coordenadas espaciais do domínio, t a coordenada temporal, $H_0^{(1)}$ a função de Hankel de ordem zero de primeiro tipo e $i = \sqrt{-1}$. De modo que, a função acima é solução da equação da onda convectiva para uma fonte impulsiva, como mostra a Equação 21.

$$\frac{D^2 G}{Dt^2} - c_0^2 \nabla^2 G = \delta(x, y) e^{-i\omega t} \quad (21)$$

Assim, a solução exata para o monopolo, utilizando a mesma estratégia de considerar a o termo fonte como uma distribuição de fontes impulsivas, resulta do produto de convolução apresentado na Equação 22¹.

$$p'(x, y, t) = f(x, y) * \left(\frac{\partial G}{\partial t} + c_0 M \frac{\partial G}{\partial x} \right) \quad (22)$$

As derivadas parciais da função de Green na Equação 22 são apresentadas nas Equações 23 e 24:

$$\frac{\partial G}{\partial x} = \frac{\omega}{4c_0^3(1-M^2)^{3/2}} \left[MH_0^{(1)}(\xi) - i \frac{x}{\sqrt{x^2 + (1-M^2)y^2}} H_1^{(1)}(\xi) \right] \exp(\eta), \quad (23)$$

$$\frac{\partial G}{\partial t} = -i\omega G(x, y, t), \quad (24)$$

onde $H_1^{(1)}$ denota a função de Hankel de ordem 1 de primeiro tipo e os parâmetros ξ e η são dados pelas Equações 25 e 26.

$$\xi = \omega \frac{\sqrt{x^2 + (1-M^2)y^2}}{(1-M^2)c_0} \quad (25)$$

$$\eta = -i \frac{M}{1-M^2} kx - i\omega t \quad (26)$$

2.2 SIMULAÇÃO ACÚSTICA EM CFD NO OPENFOAM

O campo da Aeroacústica Computacional pode ser dividido em dois principais ramos: simulações diretas e métodos híbridos (AKHNOUKH, 2015). A simulação direta busca resolver completamente as equações governantes compressíveis tanto para o escoamento quanto para a propagação de onda (AKHNOUKH, 2015).

Naturalmente, esse procedimento torna-se custoso computacionalmente devido à necessidade de simular toda a extensão do domínio entre fonte e receptor mantendo níveis de refino de malha adequados, restringindo o estudo desse método apenas para geometrias simples, como evidenciado por Wagner, Hüttl e Sagaut (2007) e Akhnoukh (2015).

O método híbrido, por sua vez, resolve separadamente o escoamento e o campo acústico assumindo que existe somente um sentido de acoplamento. ou seja, o escoamento gera o som e altera sua propagação, mas as ondas sonoras não alteram o escoamento (AKHNOUKH, 2015). Nesse contexto, a geração e propagação de ruído são tratadas separadamente, em que num primeiro momento as perturbações

¹ Diferente da solução do Akhnoukh (2015), neste trabalho o termo da derivada espacial da função de Green foi multiplicado por c_0 para manter a consistência dimensional

aerodinâmicas em campo próximo são calculados por CFD e em seguida a propagação sonora até o campo distante é calculada por meio de analogias acústicas (WAGNER; HÜTTL; SAGAUT, 2007).

2.2.1 Cálculo direto de ruído

O método direto exige a resolução completa das equações compressíveis de Euler ou Navier-Stokes para o campo acústico e de escoamento até o ponto de observação do campo distante, o que demanda um custo computacional significativo. De acordo com Wagner, Hüttl e Sagaut (2007), embora não incorram em erros de modelagem ou aproximações no som, os métodos comuns de Dinâmica de Fluidos Computacional (CFD) frequentemente apresentam erros consideráveis de dissipação e dispersão.

Os esquemas numéricos utilizados em CFD foram desenvolvidos a partir da equação de transporte (Equação 27) para uma variável ϕ de interesse (SILVA, 2022) onde Γ é o coeficiente de difusão e S_ϕ é a fonte.

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \phi dV + \oint_A \rho \phi \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A} = \oint_A \Gamma_\phi \nabla \phi \cdot d\mathbf{A} + \int_V S_\phi dV \quad (27)$$

Devido a essas limitações já mencionadas do cálculo direto, essa metodologia é mais empregada em análises teóricas e para melhor entendimento acerca do escoamento (SILVA, 2022). Entretanto, mesmo quando se utilizam métodos híbridos, como analogias acústicas, é necessário garantir um cálculo acurado da propagação de onda até as superfícies de controle utilizadas.

2.2.2 Modelo numérico no OpenFOAM

O OpenFOAM (OPENCDF, 2020) é um software de código aberto escrito em C++ que permite modificações no seu código fonte para diferentes necessidades (CANTEROS; POLANSKY, 2024). Esse software utiliza o métodos volumes finitos centrado na célula para discretizar o domínio. A solução das equações governantes compressíveis podem ser obtidos por métodos baseados na pressão ou na densidade (CANTEROS; POLANSKY, 2024).

O *rhoCentralFoam* é um solver explícito baseado na densidade para escoamentos compressíveis de alta velocidade utilizando o esquema *central-upwind* (CANTEROS; POLANSKY, 2024). Desse modo, discretizando um campo tensorial Ψ de qualquer ordem por meio da interpolação dos seus valores no centros da células Ψ_P para as faces Ψ_f (GREENSHIELDS et al., 2010), tem-se que o termo convectivo fica como a Equação 28,

$$\int_S dS \cdot [\mathbf{u}\Psi] \approx \sum_f \Phi_f \Psi_f, \quad (28)$$

onde Φ_f é o fluxo volumétrico do fluido que atravessa uma face S com velocidade \mathbf{u} .

Utilizando o esquema de diferença central em conjunto com o *upwind*, pode-se escrever a propriedade na face por meio da Equação 29 utilizando um coeficiente de peso w_f e os valores do campo na vizinhança Ψ_N ,

$$\Psi_f = w_f \Psi_P + (1 - w_f) \Psi_N. \quad (29)$$

Para um fluido compressível, as propriedades são transportadas pelo fluido e pela propagação de ondas, em função disso, é necessário que a interpolação de fluxo seja estabilizada com base no transporte em qualquer direção (GREENSHIELDS et al., 2010). Desse modo, pode-se utilizar os esquemas de fluxo de segunda ordem semi-discreto KT (KURGANOV; TADMOR, 2000) e Kurganov, Noelle e Petrova (KNP) (KURGANOV; NOELLE; PETROVA, 2001).

O procedimento de interpolação é dividido em duas direções correspondentes ao escoamento para fora (f_+) e para dentro (f_-) da célula proprietária da face (GREENSHIELDS et al., 2010). A discretização fica como a Equação 30,

$$\sum_f \Phi_f \Psi_f = \sum_f [\beta \Phi_{f_+} \Psi_{f_+} + (1 - \beta) \Phi_{f_-} \Psi_{f_-} + \omega_f (\Psi_{f_-} - \Psi_{f_+})], \quad (30)$$

onde β é um coeficiente de ponderação das contribuições de cada direção que assume valor igual a 0.5 para o método KT. Para o método KNP, esse valor é calculado baseado nas velocidades unilaterais de propagação local, denotadas por ψ_f , através da Equação 31 (GREENSHIELDS et al., 2010),

$$\beta = \frac{\psi_{f_+}}{\psi_{f_+} + \psi_{f_-}}. \quad (31)$$

O fluxo volumétrico difusivo ω_f é calculado como $\beta \max(\psi_{f_+}, \psi_{f_-})$ para o método KT e $\beta(1 - \beta)(\psi_{f_+} + \psi_{f_-})$ para o método KNP.

Os termos de gradiente e laplaciano são calculados por interpolação linear, dividindo o procedimento em duas direções, conforme apresentado anteriormente (GREENSHIELDS et al., 2010). Para um fluido inviscido e ideal, o método resolve os campos baseados na densidade: ρ , densidade de momento $\hat{\mathbf{u}} = \rho \mathbf{u}$ e densidade de energia total $\hat{E} = \rho E$ (GREENSHIELDS et al., 2010). A temperatura é calculada por meio da subtração da energia cinética da energia total (Equação 32),

$$T = \frac{1}{c_v} \left(\frac{\hat{E}}{\rho} - \frac{|\mathbf{u}|^2}{2} \right). \quad (32)$$

onde c_v é o calor específico a volume constante.

Apenas os campos ρ , \hat{u} e T são interpolados para as faces nas direções f_+ e f_- . Os demais campos são calculados em função destes três, isto é, a pressão surge através da equação de estados (Equação 33) e densidade de energia da relação com a temperatura e a velocidade (Equação 34),

$$p_{f+} = \rho_{f+}RT_{f+}, \quad (33)$$

$$\hat{E}_{f+} = \rho_{f+}(c_v T_{f+} + 0,5|(\hat{u}_{f+}/\rho_{f+})|). \quad (34)$$

2.2.3 Esquemas numéricos

Parte do processo para a resolução de um problema via CFD reside na etapa de modelar adequadamente os fenômenos físicos de interesse, bem como na seleção dos métodos de solução adequados. De acordo com Versteeg e Malalasekera (2007), é crucial escolher esquemas de discretização e solução que alcancem um compromisso entre exatidão e desempenho computacional.

Os esquemas numéricos em CFD são obtidos por meio da discretização das equações governantes (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007), com isso surgem erros devido à precisão dos métodos de discretização das equações (JASAK, 1996). Diante disso, para atenuar os erros citados é necessário aumentar o refino, seja no tempo ou no espaço, ou aumentar a ordem da interpolação dos esquemas.

A ordem dos esquemas está relacionada ao grau de truncamento da aproximação feita na discretização realizada. Por exemplo, seja a malha unidimensional da Figura 6, para uma propriedade ϕ é possível relacionar os pontos na vizinhança P e E realizando uma expansão em série de Taylor em torno do ponto I (Equação 35).

$$\phi(x + \Delta x) = \phi(x) + \left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)_x \Delta x + \left(\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}\right)_x \frac{\Delta x^2}{2} + \dots \quad (35)$$

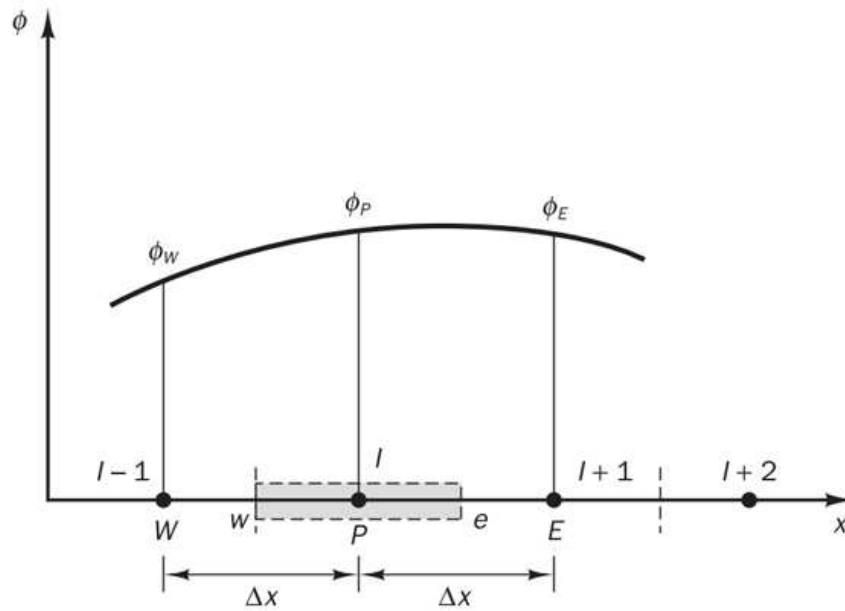
Rearranjando a equação e utilizando ϕ_P e ϕ_E para $\phi(x)$ e $\phi(x + \Delta x)$, respectivamente obtém-se a Equação 36.

$$\left(\frac{\partial\phi_E}{\partial x}\right)_P = \frac{\phi_E - \phi_P}{\Delta x} - \left(\frac{\partial^2\phi_E}{\partial x^2}\right)_P \frac{\Delta x}{2} + \dots = \frac{\phi_E - \phi_P}{\Delta x} + O(\Delta x) \quad (36)$$

O termo $O(\Delta x)$ indica a ordem do esquema e também o erro de truncamento na aproximação. Nos termos de mais alta ordem, ou seja, que possuem divisões por Δx^n , o valor de n fornece a taxa com que o erro tende a zero com o refino de malha (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007).

Um critério importante que os esquemas numéricos utilizados em CFD devem satisfazer é o critério de limitação (*boundedness*). Esta condição afirma que, na

Figura 6 – Malha unidimensional



Fonte: Versteeg e Malalasekera (2007).

ausência de fontes, os valores de uma propriedade num volume interno da malha deve estar limitado pelos seus valores limites (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007), ou seja, pelas condições de contorno ou pela física do problema.

2.2.4 Esquemas temporais

Os esquemas de interpolação temporal podem ser classificados em três categorias: explícitos, implícitos e a combinação entre os dois métodos anteriores (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007). Para exemplificar a diferença, considere novamente a malha unidimensional da Figura 6. Para um caso de condução de calor transiente, Versteeg e Malalasekera (2007) deduzem a Equação 37 que relaciona a temperatura num volume em função dos seus vizinhos.

$$a_P T_P = a_W [\theta T_W + (1-\theta) T_W^o] + a_E [\theta T_E + (1-\theta) T_E^o] + [a_P^o - (1-\theta)a_W - (1-\theta)a_E] T_P^o + b \quad (37)$$

Os termos a 's representam os coeficientes da matriz a ser resolvida numericamente, b o termo fonte e o sobrescrito o indica as propriedades no passo de tempo anterior. O termo θ indica quanto de informação do tempo anterior e do tempo atual serão utilizados para determinar a temperatura atual num determinado volume. Para $\theta = 0$, são utilizados apenas os valores da propriedade no passo de tempo anterior, resultando no chamado método explícito (Equação 38), já para $\theta = 1$, tem-se o método implícito que considera informações dos vizinhos no tempo atual além do seu próprio valor no tempo anterior como ilustrado na Equação 39 (VERSTEEG;

MALALASEKERA, 2007). Por fim, para $\theta = 1/2$, tem-se uma combinação dos métodos já citados, conhecido como Crank-Nicolson, levando em consideração informações dos vizinhos no passo de tempo anterior e atual.

$$a_P T_P = a_W T_W^o + a_E T_E^o + [a_P^o - a_W - a_E] T_P^o + b \quad (38)$$

$$a_P T_P = a_W T_W + a_E T_E + a_P^o T_P^o + b \quad (39)$$

O OpenFOAM dispõe da implementação de três esquemas de interpolação temporal: Euler implícito (Equação 40) de primeira ordem (OPENCFD, 2020),

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} \approx \frac{\phi - \phi^o}{\Delta t}, \quad (40)$$

backward implícito (Equação 41²) de segunda ordem, condicionalmente estável mas com limitação não garantida (OPENCFD, 2020),

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} \approx \frac{1}{\Delta t} \left(\frac{3}{2} \phi - 2\phi^o + \frac{1}{2} \phi^{oo} \right), \quad (41)$$

e Crank-Nicolson (Equação 42) (SENG; MONROY; MALENICA, 2017) também de segunda ordem e limitado,

$$\frac{\phi - \phi^o}{\Delta t} \approx \left[\frac{1}{1+C} \right] \frac{\partial \phi}{\partial t} + \left[\frac{C}{1+C} \right] \frac{\partial \phi^o}{\partial t}, \quad (42)$$

onde ϕ é uma propriedade de interesse e C é um coeficiente de ponderação que varia entre 0 e 1. Quando $C = 1$ a expressão recai no esquema original de Crank-Nicolson, por outro lado, quando $C = 0$ ela se converte no esquema Euler implícito. Um valor de $C = 0.9$ é um bom compromisso entre acurácia e robustez do método (OPENCFD, 2020).

2.2.4.1 Instabilidade numérica

A instabilidade numérica ligada ao número de Courant é um fenômeno comum em simulações na área de dinâmica de fluidos computacional (CFD). O número de Courant é uma medida adimensional que relaciona a velocidade do escoamento (u_0), o tamanho da célula da malha (Δs) e o intervalo de tempo da simulação (Δt) (JASAK, 1996). Ele é uma grandeza adimensional que representa a propagação de informação que atravessa os volumes da malha em um dado intervalo de tempo (LOVATTO, 2012). Para uma formulação compressível a velocidade do som influencia no transporte desse fluxo, como mostra a Equação 43.

$$C_o = \frac{(u_0 + c_0) \cdot \Delta t}{\Delta s} \quad (43)$$

² O sobrescrito ^{oo} indica o passo de tempo 2 iterações anteriores em relação ao passo de tempo atual

O número de *Courant* é utilizado para determinar a estabilidade e precisão das simulações numéricas. No caso de esquemas explícitos, nos quais a solução é atualizada com base nas condições atuais de maneira direta, quando o número de *Courant* é muito grande, as influências das células vizinhas se propagam rapidamente, causando uma resposta instável do sistema (JASAK, 1996). Em contrapartida, para cálculos transientes utilizando esquemas implícitos, a condição é relaxada, permitindo usar um passo de tempo maior, mas ainda podem exigir critérios mais precisos de acordo com os métodos numéricos utilizados, incluindo a ordem do esquema temporal (LOVATTO, 2012).

2.2.5 Esquemas espaciais

Os esquemas de discretização espacial desempenham um papel crucial na resolução numérica em problemas de dinâmica de fluidos. Neste contexto, os esquemas *Upwind*, *Van Leer*, *Limited Linear* e *Upwind* de segunda ordem são amplamente utilizados e cada um apresenta características distintas que afetam a precisão, estabilidade e eficiência computacional das simulações.

O esquema de primeira ordem *Upwind* baseia-se na direção do escoamento predominante para calcular as contribuições do escoamento nas interfaces das células (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007). O esquema *Van Leer* de segunda ordem combina características *Upwind* e centradas, utilizando um fator de escoamento limitado para evitar oscilações excessivas (MORAES, 2014).

O esquema *Upwind* segunda ordem também é uma modificação do esquema *Upwind* que busca um equilíbrio entre estabilidade e precisão. Ele utiliza interpolações lineares para calcular os fluxos, com uma ponderação baseada na direção do escoamento, garantindo uma boa resolução numérica sem dissipação excessiva (WARMING; BEAM, 1976).

Por fim, o esquema de segunda ordem *Limited Linear* utiliza uma abordagem de limitação para controlar oscilações numéricas indesejadas. Ele limita as taxas de variação das quantidades físicas ao redor das células, garantindo uma solução mais estável em presença de gradientes elevados (OPENCFD, 2024a).

2.2.6 Características dos esquemas

Guerrero (2019) inferiu, e Silva (2022) evidenciou, que esquemas de ordem inferior, como Euler (para discretização temporal) e *upwind* (para discretização espacial), são limitados e estáveis, porém difusivos. Já os esquemas de segunda ordem, como *backward* e Crank-Nicolson para discretização temporal ou os espaciais *vanLeer*, *linearUpwind* e *limitedLinear*, são mais acurados, porém podem resultar em oscilações.

Devido as diferente escalas presentes no domínio computacional dos casos de

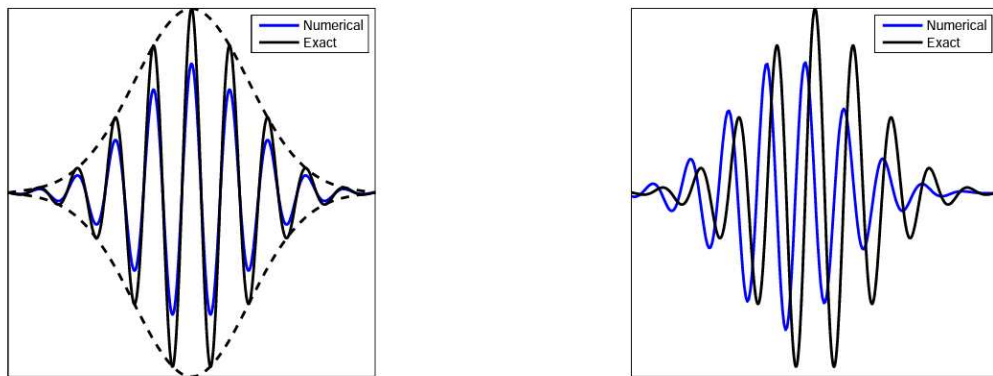
aeroacústica, Wagner, Hüttl e Sagaut (2007) comentam que a ordem dos esquemas não é tão crucial quanto seu comportamento dispersivo e dissipativo.

Em Aeroacústica, é vital minimizar esses erros, especialmente nos métodos diretos que lidam com uma gama mais ampla de escalas simultaneamente em todo o domínio. Além disso, é essencial ajustar os esquemas de discretização temporal e espacial para obter uma combinação ideal visando reduzir os erros (WAGNER; HÜTTL; SAGAUT, 2007).

2.2.7 Erros numéricos em aeroacústica

Existem dois tipos principais de erros associados as análises de propagação de onda: erros de dispersão e erros de dissipação (AKHNOUKH, 2015) ilustrados na Figura 7. Para quantificá-los, Akhnoukh (2015) define o fator de amplificação (Equação 44), que mede o quanto que a solução mudou num único passo de tempo,

Figura 7 – Erros de dispersão e dissipação



(a) Dissipation.

(b) Dispersion.

Fonte: Akhnoukh (2015).

$$Gf = \frac{u(x, t + \Delta t)}{u(x, t)}. \quad (44)$$

Assim, o erro de dissipação pode ser caracterizado pela razão entre as magnitudes dos fatores de amplificação da solução numérica e exata como mostra a Equação 45,

$$\epsilon_d = \frac{|Gf_{num}|}{|Gf_{exact}|}. \quad (45)$$

O erro de dispersão pode ser quantificado como a diferença de fase entre as soluções numérica e exata (Equação 46) onde a fase σ é calculada por meio da

Equação 47,

$$\epsilon_{\sigma} = \frac{\sigma_{num}}{\sigma_{exact}}, \quad (46)$$

$$\sigma = \tan^{-1} \left(\frac{\text{Im}\{Gf\}}{\text{Re}\{Gf\}} \right). \quad (47)$$

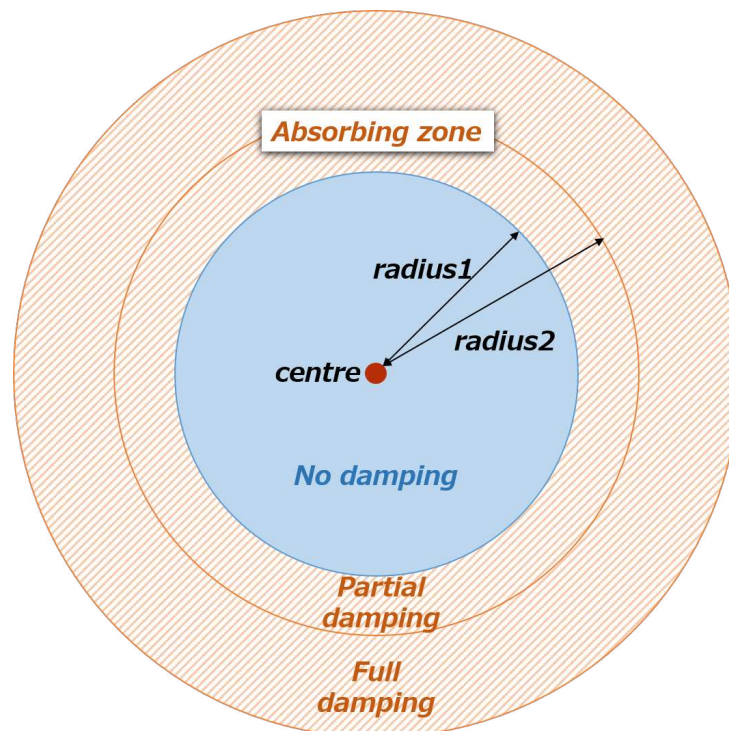
2.2.8 Reflexão numérica

Uma forma de evitar reflexões numéricas, segundo Wagner, Hüttl e Sagaut (2007), é cercar o domínio de interesse com zonas adicionais com o objetivo de atenuar as interações da onda com a fronteira da malha, evitando interferências indesejadas na solução. As zonas de absorção (Figura 8), como são nomeadas, se forem numericamente estáveis, não precisam possuir soluções com sentido físico e diminuem a influência do tratamento nas fronteiras (SILVA, 2022).

Dentro das abordagens de absorção de ondas, Silva (2022) destaca duas estratégias: a zona de alongamento e o amortecimento artificial. A primeira consiste em esticar o domínio computacional e diminuir gradualmente o seu refino com o objetivo de atenuar a solução de forma puramente numérica (WAGNER; HÜTTL; SAGAUT, 2007), aproveitando do fato que a maioria dos esquemas numéricos não serem preparados para evitar dissipação em malhas grosseiras.

Na segunda, as equações governantes de parte do domínio, definido pelos raios r_1 e r_2 na Figura 8, são alteradas para imitar um mecanismo físico de dissipação segundo Wagner, Hüttl e Sagaut (2007). A intensidade da absorção cresce de forma gradual entre os raios limitantes e atinge seu valor máximo a partir do raio 2 (FUMIYA, 2019).

Figura 8 – Zona de absorção e amortecimento artificial



Fonte: Fumiya (2019).

Para as equações de Euler e Navier-Stokes, o termo de amortecimento artificial pode ser introduzido nas equações governantes como mostra a Equação 48,

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = L(\mathbf{v}) - \nu(\mathbf{v} - \mathbf{v}_0), \quad (48)$$

onde \mathbf{v} é um vetor solução, \mathbf{v}_0 é um campo médio de referência e $L(\mathbf{v})$ representa uma operação espacial das equações (FUMIYA, 2019). O termo de viscosidade artificial ν possui um valor positivo e sofre um incremento gradativo até atingir o seu valor máximo em r_2 . O valor máximo do amortecimento é definido pela Equação 49, com f sendo a frequência e w a largura de Stencil,

$$\nu_{max} = w \cdot f. \quad (49)$$

2.2.9 Simulação do monopolo por cálculo direto

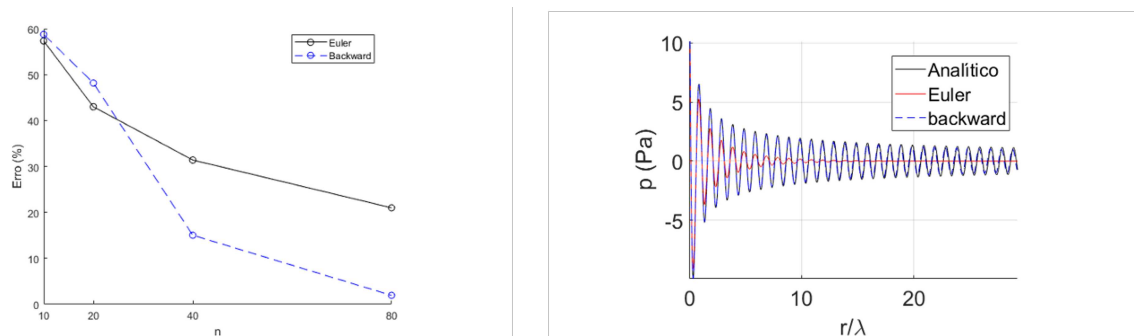
A simulação numérica de fenômenos acústicos é uma área crucial na compreensão do comportamento de fontes sonoras, sendo o monopolo uma delas. Esta seção se concentra na revisão bibliográfica de métodos e abordagens utilizados na simulação do monopolo por meio do cálculo direto, proporcionando conhecimentos valiosos sobre a caracterização e modelagem do ruído gerado por essa fonte elementar.

A simulação direta do monopolo, tem sido um ponto focal em pesquisas em acústica, oferecendo uma base fundamental para compreender o comportamento da

propagação de onda no domínio computacional de maneira satisfatória. Silva (2022), Akhnoikh (2015) e Stoker e Smith (1995) abordaram em suas pesquisas simulações dos casos clássicos do monopolo em meio estacionário e não estacionário.

Silva (2022) realizou simulações de cálculo direto de ruído do monopolo em meio estacionário no OpenFOAM com objetivos de avaliar os erros numéricos associados às variações de esquemas de discretização típicos de CFD, a utilização de condições de contorno e zonas de absorção como meios de mitigar reflexões numéricas e a influência do refino temporal e de malha em função dos parâmetros da fonte. A autora atingiu bons resultados com seu modelo de simulação, a Figura 9 apresenta a evolução dos erros para cada esquema temporal testado por refino temporal, ainda mostra a propagação de onda frente a solução analítica para um número de divisões por período (n) igual a 80.

Figura 9 – Evolução dos erros por divisões por período e propagação de onda para diferentes esquemas temporais



Fonte: Adaptado de Silva (2022).

Quanto à variação dos esquemas espaciais, a Figura 10 apresenta os erros obtidos por Silva (2022) para duas malhas diferentes. A autora pontua que não há grandes diferenças para os esquemas testados, mesmo para o esquema de primeira ordem *upwind* e levanta a hipótese de que isso pode estar associado ao alinhamento da malha com a direção de propagação de onda.

Figura 10 – Erros associados a variação dos esquemas espaciais

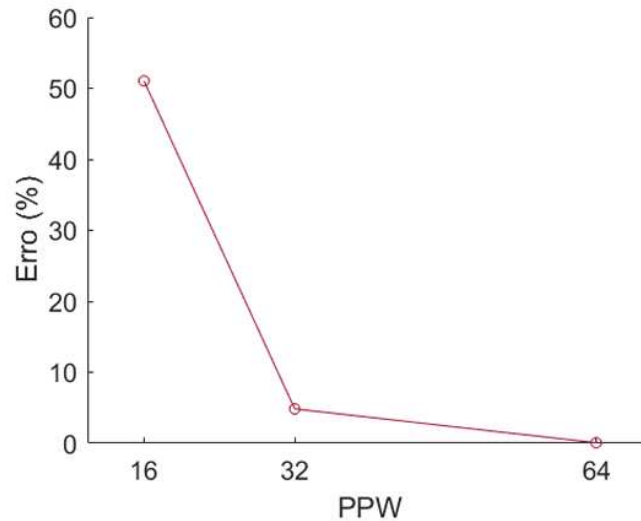
Esquema Numérico	Erros 16 PPW (%)	Erros 32 PPW (%)
limitedLinear	51,096	4,976
linearUpwind	50,882	5,003
upwind	51,092	4,994
vanLeer	51,097	4,840

Fonte: Silva (2022)

Por fim, a evolução dos erros associados ao refino de malha da autora é

apresentado na Figura 11. Silva (2022) conclui a sua pesquisa estabelecendo boas práticas para simulação do monopolo por cálculo direto de ruído com base nos testes realizados pela autora.

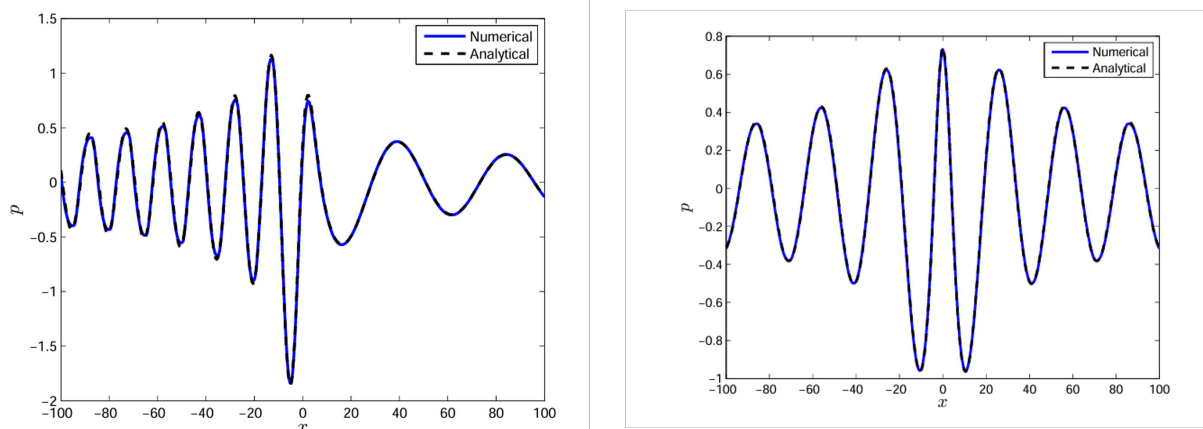
Figura 11 – Evolução do erro em função do refino de malha



Fonte: Silva (2022).

Akhnoukh (2015) também realizou simulações no OpenFOAM do monopolo em meio estacionário e incluiu a análise do monopolo em meio a escoamento uniforme para validar o solver *aacFoam*, um solver próprio para acústica, desenvolvido na pesquisa. Nas simulações dos monopolos, Akhnoukh (2015) utilizou uma malha de quadriláteros e uniforme. O autor atingiu bons resultados com os testes realizados, como pode ser visto na Figura 12.

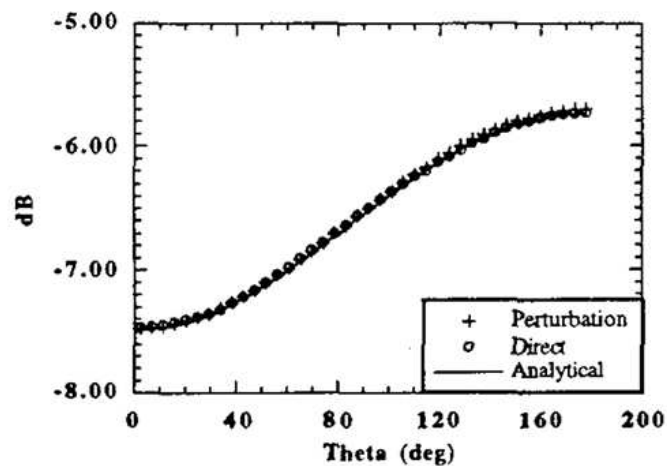
Figura 12 – Comparação da solução numérica dos monopolos com e sem escoamento com a solução analítica



Fonte: Adaptado de Akhnoukh (2015).

Stoker e Smith (1995) realizaram um estudo abrangente das características do cálculo direto do monopolo acústico, além de comparações com o método das perturbações utilizando o esquema Runge-Kutta de quarta ordem no tempo. Os autores analisaram a variação da constante de dissipação e a amplitude da onda para verificar se o método direto era capaz de perceber pequenas perturbações. Notou-se que o método direto falhou em propagar a onda em campo distantes para uma diminuição da constante de dissipação e também não foi capaz de representar a onda nos casos em que a amplitude decaiu sem aumentar a precisão do método. Stoker e Smith (1995) ainda realizaram testes com um escoamento uniforme para verificar se o padrão de diretividade era devidamente mantido, a Figura 13 mostra que os métodos numéricos conseguiram atingir bons resultados.

Figura 13 – Padrão de diretividade do monopolo em escoamento uniforme para $f = 500 \text{ Hz}$ e $M = 0.1$



Fonte: Stoker e Smith (1995)

3 METODOLOGIA

A correta identificação de fontes sonoras e análises dos ruídos gerados permitem que intervenções sejam realizadas a fim de reduzir os níveis que causam prejuízo (SILVA, 2022). Diante disso, a pesquisa consistiu na caracterização numérica do monopolo acústico em um meio não-estacionário em busca de estratégias adequadas para o cálculo direto de ruído.

Deu-se continuidade ao trabalho de Silva (2022), adicionando um escoamento uniforme no domínio computacional para validar o modelo de previsão dos efeitos das interações das flutuações de pressão com o campo de velocidade. A existência de uma solução analítica correspondente permitiu avaliar a acurácia dos resultados.

Todas as simulações foram feitas utilizando o OpenFOAM (OPENCFD, 2020), visto que é um software de código-aberto, por meio do Cluster do Laboratório de Computação Científica (LCC) do Centro Tecnológico de Joinville (CTJ) da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). As malhas utilizadas neste trabalho foram geradas utilizando o software GMSH (GEUZAINÉ; REMACLE, 2009), um programa computacional livre e compatível com o OpenFOAM.

Por fim, para pós-processamento dos dados das simulações utilizou-se o Paraview (SQUILLACOTE; AL., 2007) para visualização dos campos, o Python (PYTHON, 2019) para comparação dos resultados da simulação do monopolo acústico com a solução analítica, assim como análise dos erros das propriedades de interesse. Por meio disso, foi possível traçar as mudanças necessárias de esquemas e configurações de malha para atingir os objetivos específicos determinados nesse trabalho.

Nesta seção, serão apresentados os parâmetros essenciais para realizar as simulações de caracterização do monopolo acústico em meio não-estacionário, juntamente com as malhas utilizadas e as modificações subsequentes. Além disso, será abordada a metodologia empregada para calcular o erro entre a solução analítica e numérica, fornecendo uma avaliação da precisão da simulação.

3.1 PARÂMETROS DA SOLUÇÃO NUMÉRICA

Para realizar a análise numérica, foram definidos alguns parâmetros, sendo estes a frequência f , a temperatura T , a pressão estática do meio P_0 , o número de Mach M , a amplitude ϵ e, por fim, o decaimento do pulso α da Equação 16. Os seus respectivos valores estão apresentados na Tabela 1. A excitação senoidal no termo fonte da equação da energia foi inserida na simulação por meio do arquivo *fvOptions*.

Devido a presença do escoamento, o comprimento de onda sofre alterações devido ao efeito Doppler (AKHNOUKH, 2015). Diante disso, o cálculo do comprimento

Tabela 1 – Parâmetros para solução numérica

Parâmetro	Valor	Unidade
f	10	Hz
T	298,15	K
P_0	101,325	kPa
ϵ	$\gamma P_0 / (\gamma - 1)$	
γ	1,4 (ar)	–
M	0,2	–
α	$\ln(2)/9$	–

Fonte: Autor (2023).

de onda a montante (*Upstream*) e a jusante (*Downstream*) da fonte precisam ser modificados conforme as Equações 50 e 51, respectivamente, para manter a boa concordância dos resultados da simulação (AKHNOUKH, 2015).

$$\lambda_u = (1 - M) \frac{c_0}{f} \quad (50)$$

$$\lambda_d = (1 + M) \frac{c_0}{f} \quad (51)$$

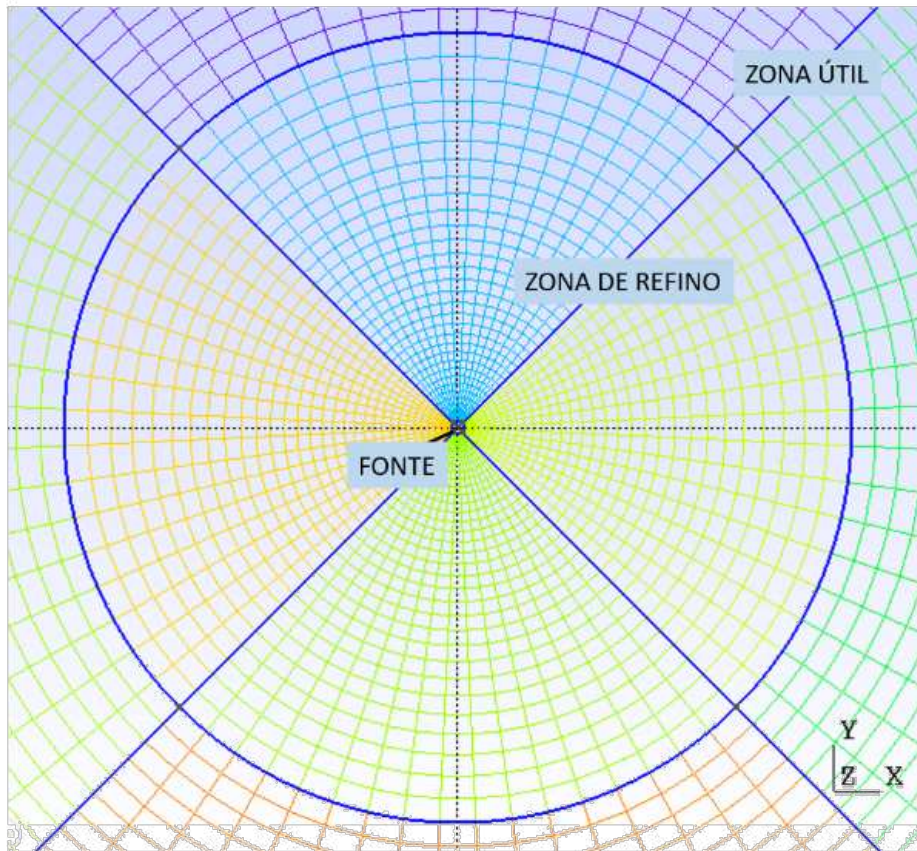
Para o caso padrão de simulação, assim como Silva (2022), optou-se pelos esquemas *backward* e *vanLeer* de discretização temporal e espacial, respectivamente. A divisão de tempo (Δt) foi calculada pela razão entre o período e o número de divisões por período (n), definido como $n = 4000$ (SILVA, 2022 apud EPIKHIN et al., 2015). O solver utilizado foi *myrhoCentralFoam* (SALAZAR, 2022), que consiste no solver *rhoCentralFoam* (OPENCFD, 2024b), já conhecido do OpenFOAM, com adição de um limitador de temperatura e um termo fonte na equação da energia no código fonte. Em seguida, as malhas foram geradas a partir dos valores de comprimento de onda calculados, utilizando o maior valor (λ_d) para dimensionar o domínio computacional e o menor valor (λ_u) para realizar a discretização da malha.

3.2 PROPOSTAS DE MALHAS

Tendo em vista que a modelagem da fonte neste trabalho não se baseia mais numa fronteira cilíndrica na origem do domínio com uma taxa de fluxo volumétrico de entrada prescrito como feito por Silva (2022) (Figura 14), não foi possível continuar com o mesmo procedimento de geração de malha mantendo os elementos regulares. Dito isso, optou-se por uma malha com domínio circular, mas com zona útil, região onde os resultados são avaliados, quadrangular (Figura 15).

Esta proposta surgiu como forma de aproveitar o refino da região quadrangular apenas na zona útil e adequar a zona de saída aplicando um alongamento nos

Figura 14 – Domínio utilizando uma fronteira cilíndrica na origem do domínio



Fonte: Silva (2022).

elementos para obter o efeito de dissipação numérica na onda e evitar reflexões na fronteira.

Para entender o efeito do tamanho da zona útil nos resultados, foram elaborados dois domínios variando as dimensões da região quadrangular conforme a Tabela 2, utilizando o maior comprimento de onda (a jusante da fonte) calculado pela Equação 51. Os valores característicos da zona útil (r_{zu}) e da zona de saída (r_{zs}) da Tabela 2 foram utilizados para definir a metade do lado do quadrado e o raio da região circular, respectivamente. Tratando-se de um caso bidimensional, o domínio na direção z possui dimensão unitária com somente uma camada de volumes.

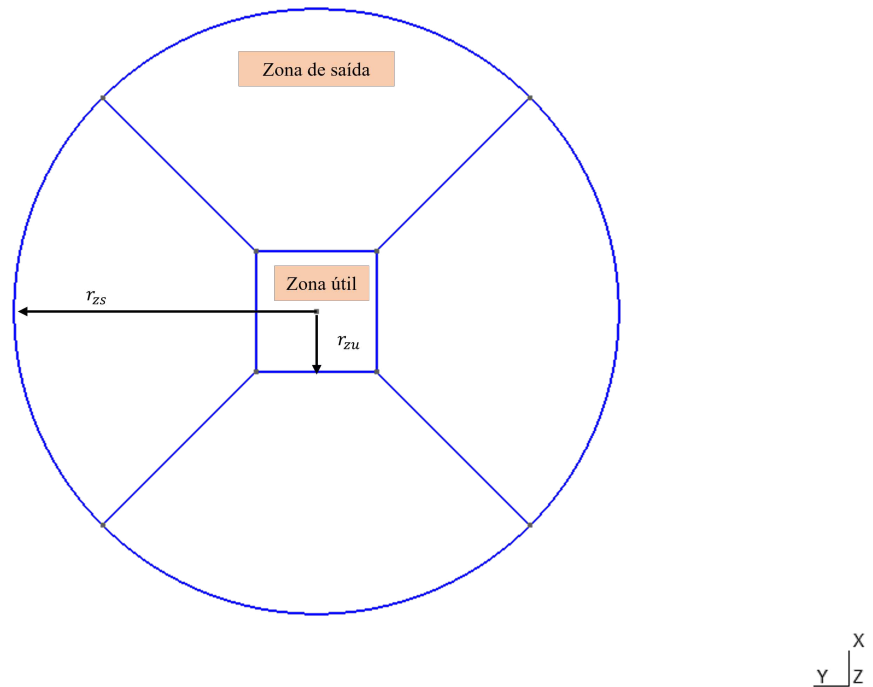
Tabela 2 – Parâmetros para geração da malha em função do comprimento de onda

Parâmetro	Domínio 1	Domínio 2
r_{zu}	$3\lambda_d$	$4,5\lambda_d$
r_{zs}	$15\lambda_d$	$15\lambda_d$

Fonte: Autor (2024).

Enquanto que na zona útil a malha é uniforme, na zona de saída foram aplicadas

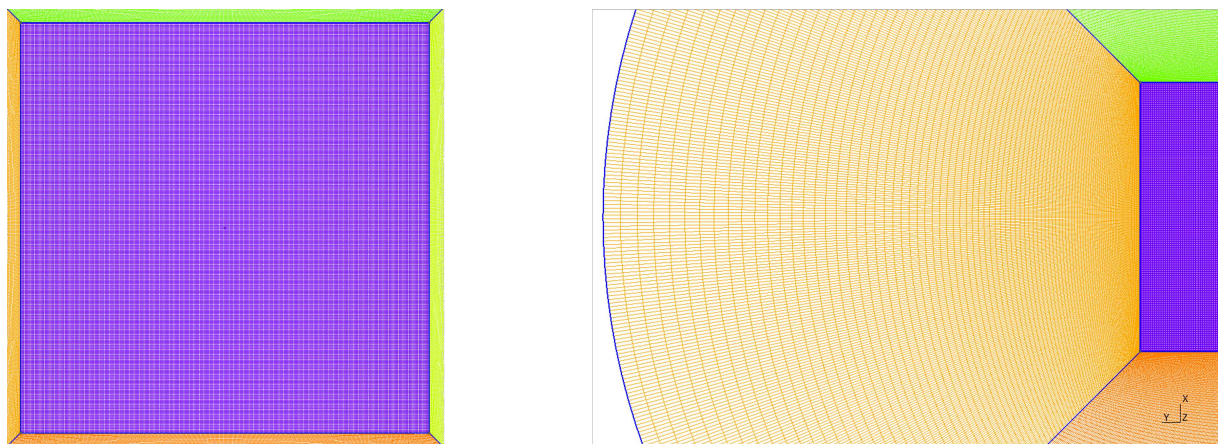
Figura 15 – Domínio circular com zona útil quadrada



Fonte: Autor (2024).

taxas de crescimento nos elementos de modo a extinguir a onda progressivamente e evitar reflexões na fronteira, como pode ser observado na Figura 16.

Figura 16 – Zona útil uniforme e zona de saída com aumento progressivo dos elementos



Fonte: Autor (2024).

A análise dos resultados foi realizada com variação na resolução, que consiste no refino descrito como número de elementos por comprimento de onda (PPW). Neste

estudo, adotou-se valores de 8, 16, 32 e 64 PPW, relativos ao menor comprimento de onda. As progressões utilizadas na zona de saída dos dois domínios, indicadas na Tabela 3, foram definidas de modo a evitar saltos de refino entre a zona útil e a zona de saída, que podem vir a gerar reflexões espúrias da onda sonora.

Tabela 3 – Taxa de crescimento dos elementos na zona de saída para diferentes níveis de discretização

Refino (PPW)	Valor
8	1,01
16	1,02
32	1,03
64	1,04

Fonte: Autor.

3.2.1 Malha Híbrida

Para avaliar o efeito do uso de malhas não estruturadas na propagação de onda, decidiu-se elaborar uma nova proposta de malha com a zona útil circular com elementos triangulares, zona intermediária com elementos quadriláteros e zona de saída com elementos triangulares (Figura 17). Os valores de raio da zona útil e da zona de saída obedecem a Tabela 2 para o domínio 2, enquanto que o raio da zona intermediária (r_{zi}) possui duas vezes o valor do raio da zona útil. A zona intermediária surgiu como uma forma de não realizar o crescimento dos elementos de maneira abrupta, assim evitando volumes finos nas extremidades da zona útil, além disso, a escolha do uso de elementos quadriláteros deu-se em função de garantir que o início da absorção da onda ocorra de maneira gradual.

Assim como na malha anterior, as zonas intermediárias e de saída possuem uma taxa de crescimento de 1,015. Por outro lado, a caracterização da malha via PPW não se dá de maneira direta via definição da quantidade de elementos na zona útil. Para contornar este problema, foi elaborado um script em Python utilizando a biblioteca GMSH para percorrer os elementos da zona útil e verificar quantos deles são interceptados numa determinada direção.

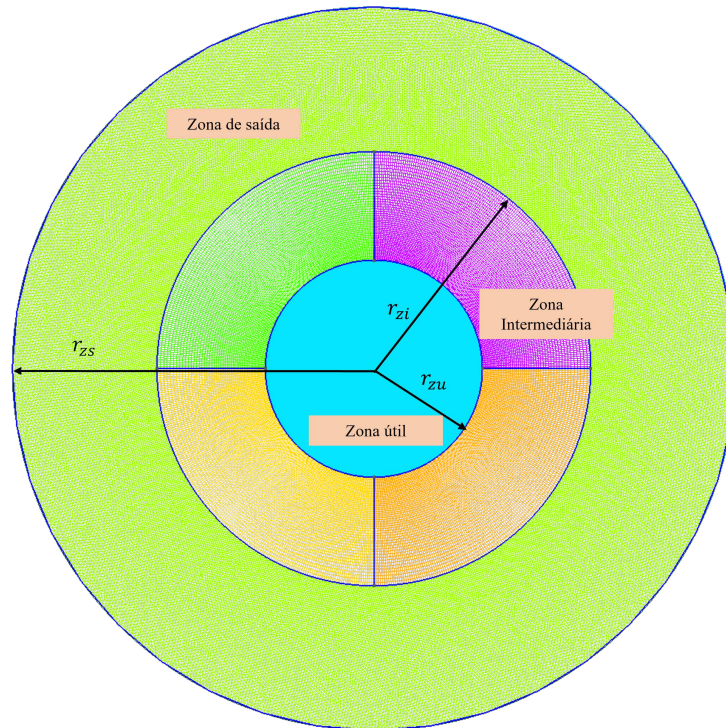
Para determinar o grau de refino utilizou-se a Equação 52,

$$PPW = \frac{\lambda_u N}{2r_{zu}}, \quad (52)$$

onde N é a quantidade de elementos interceptados. A fim de garantir um valor médio de discretização em toda a zona útil, foram traçadas retas na horizontal, vertical e nas diagonais como mostra a Figura 18¹.

¹ A quantidade de elementos real foi reduzida para não poluir a imagem.

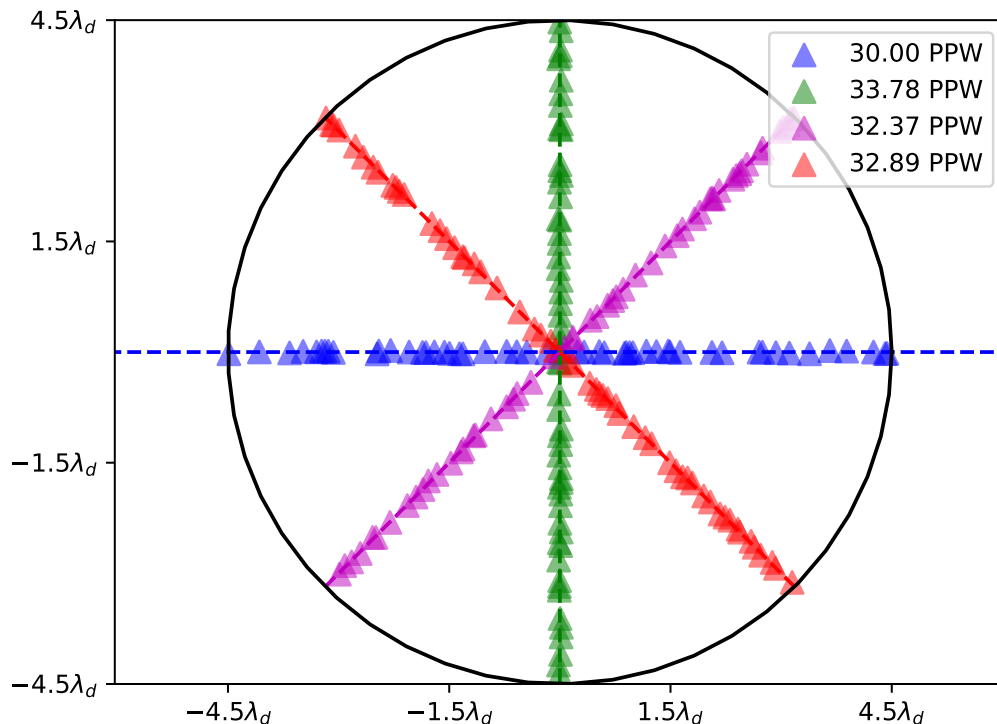
Figura 17 – Malha híbrida



Fonte: Autor (2023).

Esta configuração de malha foi gerada apenas na discretização de 32 PPW e, por ser um caso bidimensional, na direção z o domínio tem dimensão unitária.

Figura 18 – Elementos interceptados na zona útil da malha híbrida



Fonte: Autor (2023).

3.3 IMPLEMENTAÇÃO DA SOLUÇÃO ANALÍTICA

Para a solução analítica definiu-se um domínio quadrangular centrado na origem com lado igual aos valores da dimensão da zona útil apresentado na Tabela 2 da seção 3.2. A quantidade de pontos, na direção x e y , foi definida como 2 vezes a dimensão da zona útil mais 1. Os demais parâmetros da solução foram definidos conforme os valores da Tabela 1 da seção 3.1. A comparação com a solução numérica foi feita utilizando apenas a parte imaginária do resultado da convolução na Equação 22, devido a excitação pela função seno no termo fonte da energia.

A implementação da solução analítica (Equação 22) foi feita em Python utilizando os pacotes *sympy* e *scipy*. O pacote simbólico foi escolhido para contornar o problema de descontinuidade na origem na derivada espacial da função de Green na Equação 23. Para acelerar o procedimento de resolução, foi utilizado o módulo *lambdify* do *sympy* para transformar a expressão simbólica em uma função que utiliza os pacotes numéricos do *scipy*.

A origem foi resolvida utilizando a expressão simbólica, enquanto que o restante do domínio foi resolvido numericamente utilizando a estratégia citada anteriormente. A convolução foi realizada utilizando a função *fftconvolve* do pacote *signal* do *scipy*.

3.4 SENSIBILIDADE AOS ESQUEMAS DE DISCRETIZAÇÃO ESPACIAL

O efeito das mudanças dos esquemas numéricos é um tópico crucial na área da modelagem computacional. A escolha adequada do esquema numérico afeta diretamente a acurácia e a estabilidade dos resultados obtidos em simulações numéricas. Neste contexto, esta seção tem como objetivo investigar o impacto das mudanças nos esquemas numéricos na qualidade dos resultados.

Assim como no estudo realizado por Silva (2022), também foi analisado o impacto da alteração dos esquemas de discretização espacial na solução numérica. Para essa análise, adotaram-se os mesmos esquemas utilizados pela autora: *vanLeer* (caso padrão), *upwind*, *linearUpwind* e *limitedLinear*. A escolha desses esquemas é relevante, uma vez que são comumente empregados no OpenFOAM (GUERRERO, 2019). Os testes foram conduzidos na malha com 32 PPW dos domínios com zona útil quadrangular e circular a fim de entender o efeito da variação desses esquemas em malhas desalinhadas.

3.5 SENSIBILIDADE AOS ESQUEMAS DE DISCRETIZAÇÃO TEMPORAL

Neste estudo, foi adotada uma abordagem para analisar a influência dos esquemas numéricos de discretização temporal nos resultados. Para isso, foi utilizada uma malha com uma resolução de 32 PPW. Os esquemas de discretização temporal avaliados foram o *backward* (segunda ordem - caso padrão), *Euler* (primeira ordem), *CrankNicolson 0.9* (segunda ordem). Seguindo a metodologia de Silva (2022), com o objetivo de analisar os erros na propagação da onda e estabelecer boas práticas para cada esquema, o passo de tempo das simulações foi variado, considerando os seguintes números de divisões por período: $n = 400, 800$ e 1000 .

3.6 EFEITOS DE REFLEXÃO NUMÉRICA

A fim de evitar os efeitos de reflexão numérica da onda, adotaram-se duas abordagens numéricas disponíveis no OpenFoam: condições de contorno não-refletivas e a zona de absorção por dissipação artificial. Silva (2022) conduziu uma análise detalhada dos efeitos dessas estratégias na qualidade da solução numérica. Neste trabalho, a recomendação da autora de utilizar condições de contorno não-refletivas em conjunto com métodos de dissipação de onda foram seguidas em consonância com suas conclusões.

3.6.1 Condições de contorno não-refletivas

Há duas condições de contorno não-refletivas disponíveis no OpenFoam: *waveTransmissive* e *advective*. Ambas calculam a solução para a fronteira através

da Equação 53 (FUMIYA, 2019), onde $\mathbf{U}(x, t)$ é a velocidade de advecção (velocidade a qual uma propriedade é transportada pelo movimento de um fluido) e ϕ uma propriedade de interesse.

$$\frac{D\phi}{Dt} = \frac{\partial\phi}{\partial t} + \mathbf{U} \cdot \nabla\phi = 0 \quad (53)$$

Assume-se que a velocidade de advecção é perpendicular à fronteira. Assim a Equação 53 pode ser rescrita como a Equação 54, onde U_n é a componente perpendicular da velocidade de advecção e \mathbf{n} representa o vetor unitário na direção normal. Para a condição *advective*, a velocidade de advecção é a componente normal da velocidade (u_n) na fronteira, enquanto que para a condição de *waveTransmissive*, a componente normal da velocidade é somada com a velocidade do som (Equação 55).

$$\frac{D\phi}{Dt} \approx \frac{\partial\phi}{\partial t} + U_n \cdot \frac{\partial\phi}{\partial\mathbf{n}} = 0 \quad (54)$$

$$U_n = u_n + c_0 \quad (55)$$

Desse modo, foi escolhido a condição *waveTransmissive* para a pressão, temperatura e velocidade nas fronteiras do domínio basendo-se nos tutoriais de Epikhin et al. (2015). Assim como Silva (2022), as faces perpendiculares ao eixo z foram definidas como *empty*, visto que o modelo é bidimensional.

3.6.2 Zona de absorção por dissipação artificial

A zona de absorção no OpenFoam é implementada por meio da função *acousticsDampingSource* e age apenas sobre a equação de quantidade de movimento (FUMIYA, 2019). Essa é definida por dois raios que determinam a intensidade do amortecimento artificial (SILVA, 2022), de modo que a intensidade aumenta exponencialmente do raio 1 até o raio 2. A partir disso, a dissipação é máxima até o fim do domínio.

Para este estudo, adotou-se a parametrização dos raios em função do maior comprimento de onda para delimitar a região de atuação da dissipação artificial. Os raios onde o amortecimento começa a agir foram definidos como $r_1 = 3,5\lambda_d$, $4,5\lambda_d$ e $4,5\lambda_d$ para os domínios 1, 2, com zona útil quadrangular, e 3, com zona útil circular (malha híbrida), respectivamente. O raio onde a intensidade atinge seu valor máximo foi definido como $r_2 = 11,5\lambda_d$ para todos os domínios.

Além disso, o campo de velocidade média (*UMean*) foi escolhido como o campo de referência para as equações. Um instante inicial de $0,004\text{ s}$ (*timeStart*) foi definido para que a função de absorção comece a agir, garantindo que já existam resultados para *UMean*, uma vez que ele é calculado durante a simulação. Adicionalmente, definiu-se a frequência como 10 Hz , que corresponde à frequência da onda que se deseja dissipar.

3.7 ANÁLISE DE ERROS

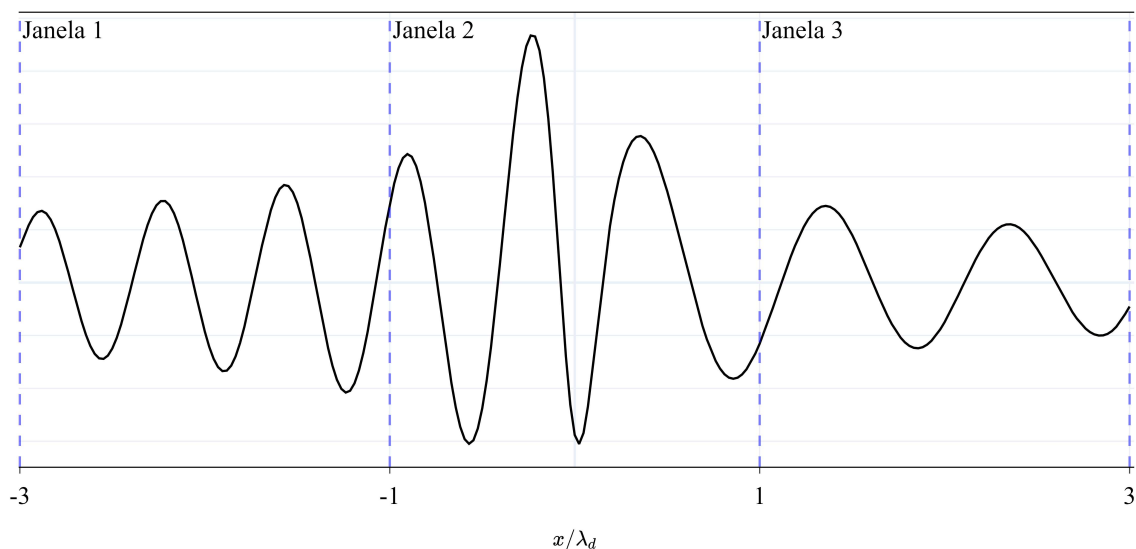
A fim de quantificar os erros da solução numérica em comparação com a solução analítica, seguiu-se a mesma metodologia de Silva (2022). Primeiramente, utilizou-se uma métrica de erro espacial médio definido pela Equação 56, onde p' é a flutuação de pressão, o subscrito a indica a solução analítica e o obs indica o instante observado.

$$e_{ase} = \frac{\int |p'(x, t_{obs}) - p'_a(x, t_{obs})|^2 dx}{\int p'_a(x, t_{obs})^2 dx} \quad (56)$$

Essa métrica é baseada no erro RMS, conforme definido por Lou e Jin (2006), utilizando integrais no espaço em vez do tempo. O tempo de observação foi fixado em $t_{obs} = 4 \text{ s}$ para todas as malhas, uma vez que esse é o tempo necessário para que a onda se propague além da zona útil e interaja com as fronteiras da zona de saída.

Neste trabalho, para avaliar o erro espacial médio, optou-se por realizar uma análise por janelas, conforme ilustrado na Figura 19. Levando em consideração que os comprimentos de onda se estreitam ou se ampliam dependendo da região do domínio, naturalmente a malha possuirá uma resolução maior em certas regiões em detrimento de outras. Ao adotar essa metodologia, é possível calcular individualmente a exatidão da solução numérica em cada região da malha em relação à solução analítica.

Figura 19 – Janelas de análise de erros



Fonte: Autor (2023).

Ainda, seguindo a metodologia de Silva (2022), utilizou-se a Equação 57 para quantificar o erro de amplitude,

$$e_{am} = \frac{|p'_{rms}(x_{obs}, t)^2 - p'_{rms,a}(x_{obs}, t)^2|}{p'_{rms,a}(x_{obs}, t)^2}, \quad (57)$$

onde a pressão RMS (p'_{rms}) é definida pela Equação 58, em que t_1 é o início do regime estacionário, t_2 é o tempo final da simulação e x_{obs} a posição de observação. Desse modo, foi computado o desvio das pressões RMS normalizado pela solução analítica (SILVA, 2022).

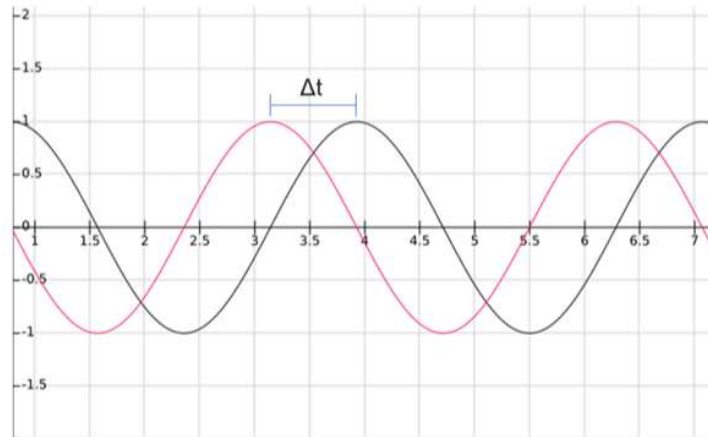
O início do regime estatisticamente estacionário foi definido como o momento em que os picos apresentam um desvio absoluto máximo de 10% em relação ao valor do último pico calculado. Para determinar isso, foi feita uma comparação entre o último pico obtido pela simulação numérica e todos os picos anteriores. Quando os desvios começaram a ser menores do que 10%, considerou-se que o regime estacionário havia começado.

$$p'_{rms}(x_{obs}) = \sqrt{\frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} p'^2(x_{obs}, t) dt} \quad (58)$$

Para computar o erro de fase utilizou-se a Equação 59, onde o Δt_{pico} utilizado para o cálculo do erro de fase é definido como a diferença dos tempos entre os picos das ondas numéricas e analítica (Figura 20).

$$e_{ph} = \omega \Delta t_{pico} \quad (59)$$

Figura 20 – Tempo entre os picos de duas ondas senoidais



Fonte: Silva (2022).

As posições de coleta de dados espaçadas ao longo do eixo x foram configuradas através da função probes. Como a onda não é simétrica em relação ao eixo y , neste trabalho os pontos de aquisição foram dispostas de modo que de ponta a ponta a zona útil fosse contemplada. Assim, foram utilizadas 8 pontos de medição

(*probes*) espaçadas como ilustrado na Tabela 4. Naturalmente, para as malhas que o raio da zona útil é igual $3\lambda_d$, as *probes* 1 e 8 foram desconsideradas.

Tabela 4 – Coordenadas das *probes* para medição da variação de pressão ao longo do tempo

<i>Probe</i>	Coordenada	<i>Probe</i>	Coordenada
1	$(-4,5, 0, 0)\lambda_d$	5	$(1,5, 0, 0)\lambda_d$
2	$(-3,0, 0, 0)\lambda_d$	6	$(2,5, 0, 0)\lambda_d$
3	$(-2,5, 0, 0)\lambda_d$	7	$(3,0, 0, 0)\lambda_d$
4	$(-1,5, 0, 0)\lambda_d$	8	$(4,5, 0, 0)\lambda_d$

Fonte: Autor (2022).

Manteve-se o método trapezoidal utilizado por Silva (2022) para realizar as integrações numéricas. Para minimizar os erros numéricos associados ao espaçamento entre as medições desse método e, a taxa de aquisição de dados, tanto no tempo quanto no espaço, foram mantidas as mesmas para todos os casos.

4 ANÁLISE DE RESULTADOS

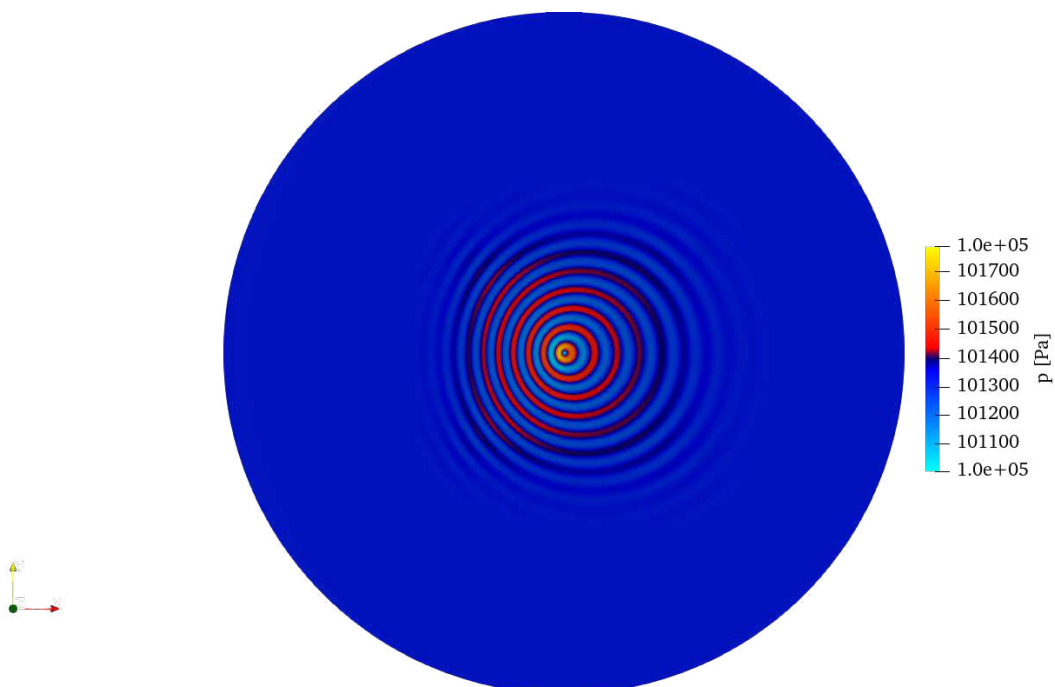
Neste capítulo serão apresentados os resultados obtidos com base no modelo numérico estabelecido na metodologia. Os tópicos estão organizadas pelo tipo de teste realizado, seguindo a disposição do capítulo anterior. As comparações entre o modelo numérico e a solução analítica foram quantificadas por meio das equações dispostas no capítulo 3 e apresentadas através de gráficos comparativos e tabelas com exposição de dados.

4.1 VARIACÃO DA DISCRETIZAÇÃO DO DOMÍNIO DA MALHA QUADRANGULAR

Para avaliar a sensibilidade dos resultados ao refino da malha quadrangular foi realizada uma variação na resolução da zona útil sendo utilizados 8, 16, 32 e 64 PPW. Esta seção apresenta os resultados obtidos para essa análise utilizando os esquemas do caso padrão.

A Figura 21 apresenta o campo de pressão para a malha quadrangular (domínio 1) com 32 PPW. Visualmente, a simetria do padrão de radiação foi respeitada assim como não há sinais de reflexões numéricas nas frentes de onda. Percebe-se também o decaimento gradual da amplitude da onda, indicando num primeiro momento que a zona de absorção atuou de forma satisfatória.

Figura 21 – Campo de pressão a $t = 4 \text{ s}$ para o malha quadrangular com 32 ppw (domínio 1)

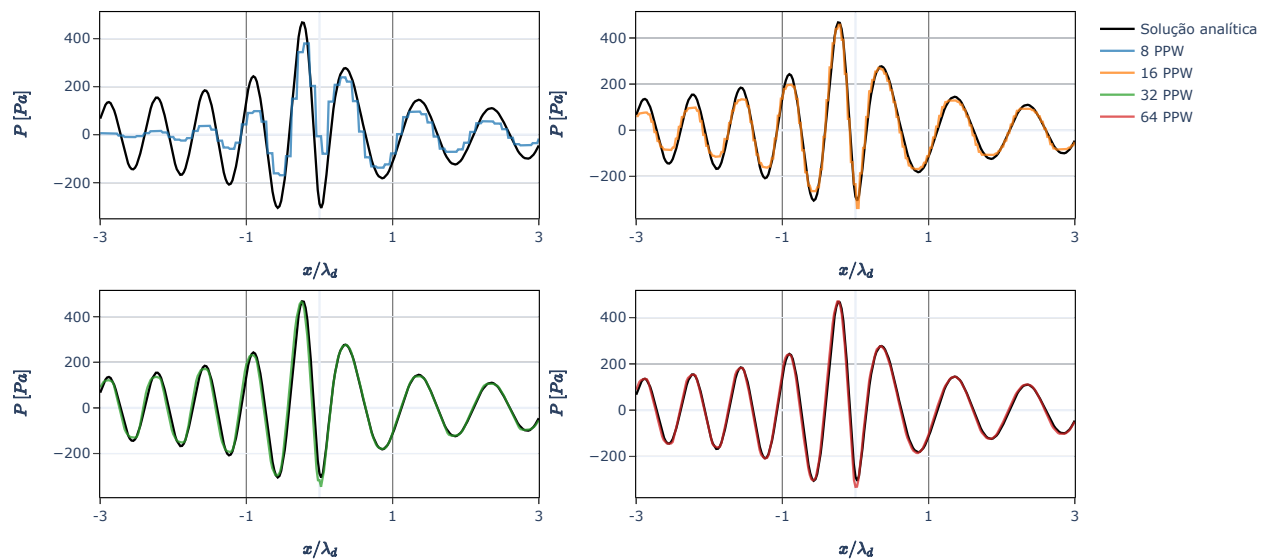


Fonte: Autor (2024).

4.1.1 Comparação do comportamento espacial para malha quadrangular (domínio 1)

Nos gráficos da Figura 22 é possível observar o efeito do refino de malha na propagação de onda, com a diminuição dos erros de dispersão e dissipação e a adequação gradual da solução numérica à solução analítica. Coerente com o trabalho de Silva (2022), nota-se que as malhas com 32 e 64 PPW apresentam resultados com muito boa concordância com os dados analíticos em todas as janelas, indicando uma boa prática manter uma discretização mínima de 32 PPW.

Figura 22 – Campo de pressão a $t = 4$ s da malha quadrangular (domínio 1) para os refinamentos 8, 16, 32 e 64 PPW



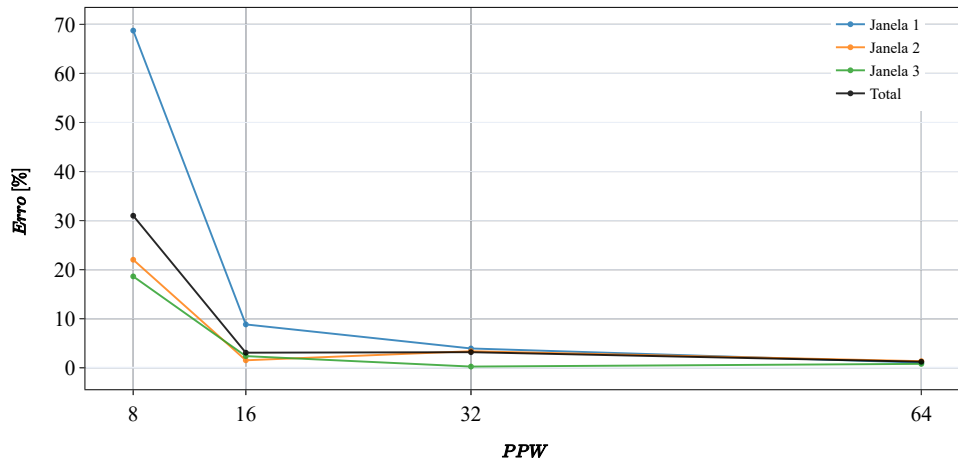
Fonte: Autor (2024).

Contudo, foi possível notar que a malha com 16 PPW conseguiu representar de maneira satisfatória as regiões da janela 2 e 3, tendo em vista que a jusante a resolução é maior que 16 PPW, como mostra a Tabela 5 e a Figura 23, com erros menores que a malha de 32 PPW quando comparados a segunda janela e erro espacial médio total (erro espacial médio descrito pela Equação 56 aplicado de ponta a ponta da zona útil).

Uma hipótese levantada para essa falta de monotonicidade na tendência dos erros da segunda janela surge ao observar novamente o gráfico para a malha de 32 PPW na Figura 22, onde percebe-se um leve erro de dispersão da solução numérica por não cobrir toda a curva da solução analítica, diferente do que ocorre na mesma região para a malha de 16 PPW.

Este mesmo fenômeno na tendência dos erros totais surge como consequência

Figura 23 – Evolução do erro espacial médio em função do PPW



Fonte: Autor (2024).

Tabela 5 – Erro espacial médio por janelas para os refinamentos de malha 8, 16, 32 e 64 PPW

Refino	Janela 1	Janela 2	Janela 3	Total
8PPW	68,74 %	22,02 %	18,62 %	30,99 %
16PPW	8,83 %	1,52 %	2,37 %	3,07 %
32PPW	3,93 %	3,37 %	0,24 %	3,17 %
64PPW	1,04 %	1,34 %	0,79 %	1,23 %

Fonte: Autor (2024).

da diferença dos erros na segunda janela de análise. Nota-se pela Tabela 5 que, apesar da malha com 16 PPW apresentar erros maiores nas janelas 1 e 3, o seu erro total foi menor do que o da malha com 32 PPW, indicando que a métrica definida pela Equação 56, quando utilizada em toda extensão do eixo x , tende a dar um peso maior para a região da janela 2.

Esse comportamento justifica a inclusão de janelas para a análise dos erros, tendo em vista que uma conclusão precipitada poderia ser tirada verificando apenas o erro total da curva para esta simulação.

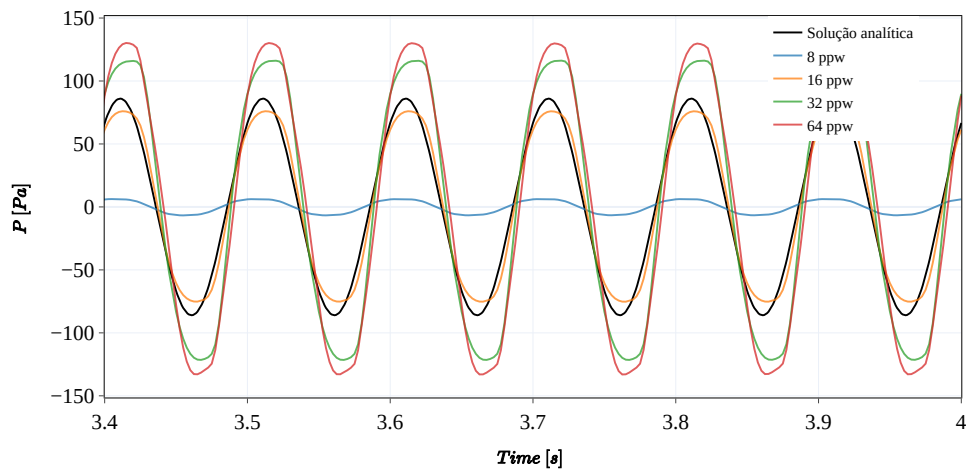
4.1.2 Comparação do comportamento temporal

O comportamento temporal da onda em função do incremento de refinamento na malha uniforme para o domínio 1 também foi avaliado. Ao total foram extraídos dados em 6 posições ao longo do domínio 1 e 8 para o domínio 2, no entanto, para fins de análises, foram selecionadas apenas 4 de cada. O restante das medições pode ser consultado no Apêndice A. Os erros de amplitude e de fase foram computados conforme as Equações 57 e 59.

Nota-se que há uma clara disparidade entre as soluções para as malhas com

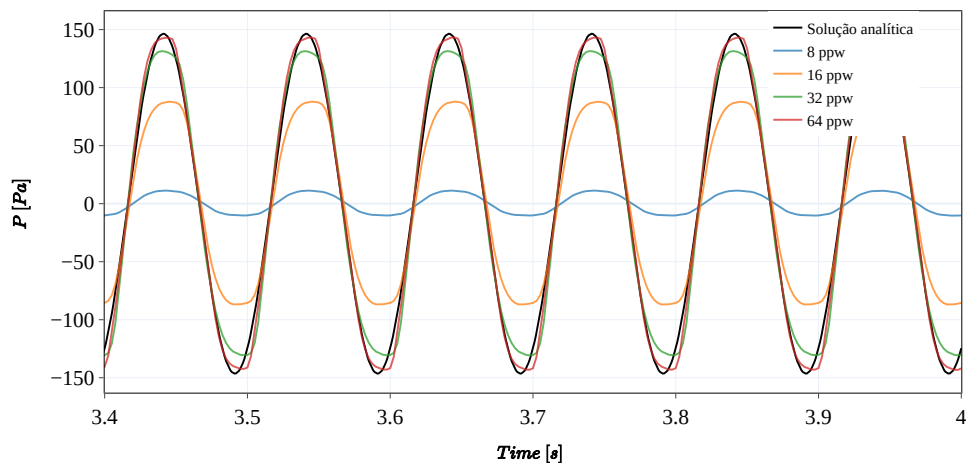
16 e 32 PPW em relação a solução analítica nas extremidades da zona útil (Figuras 24 e 27). Em contrapartida, conforme as posições de medição se aproximam da fonte, a tendência de acurácia decorrente do refino da malha segue o esperado, com as simulações gradualmente se ajustando a solução analítica, como pode ser observado nas Figuras 25 e 26.

Figura 24 – Comportamento temporal na *Probe 2* com $x = -3\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 1)



Fonte: Autor (2024).

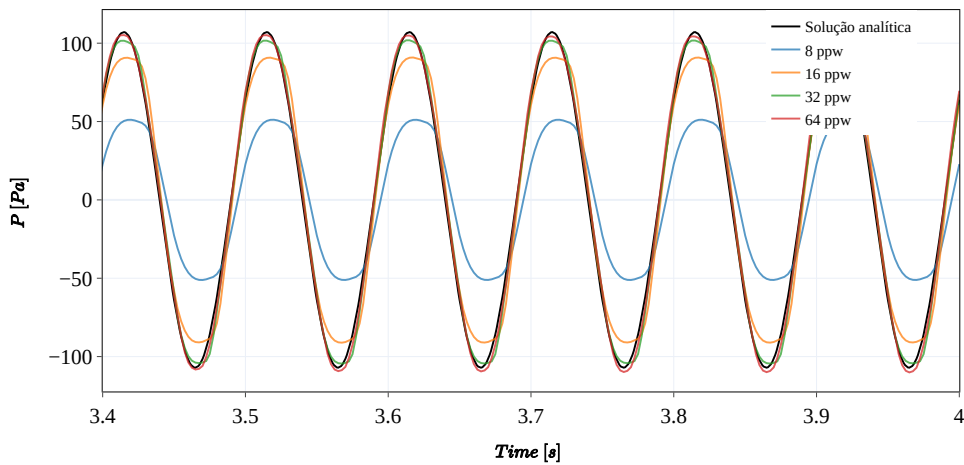
Figura 25 – Comportamento temporal na *Probe 3* com $x = -2,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 1)



Fonte: Autor (2024).

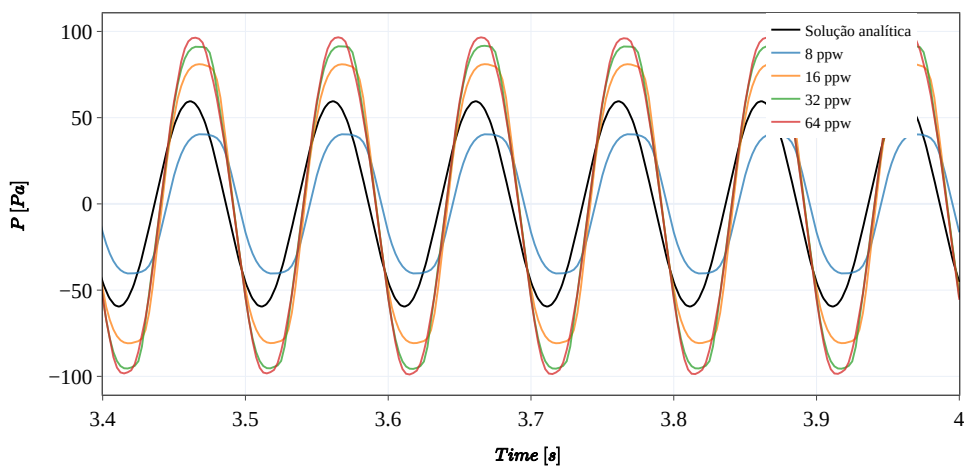
Os erros de amplitude e de fase da onda, apresentados na Figura 28, demonstraram que enquanto a influência da amplificação da onda ficou contida nas extremidades da zona útil, o efeito da dispersão da onda foi encontrado em posições

Figura 26 – Comportamento temporal na *Probe 6* com $x = 2,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 1)



Fonte: Autor (2024).

Figura 27 – Comportamento temporal na *Probe 7* com $x = 3\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 1)

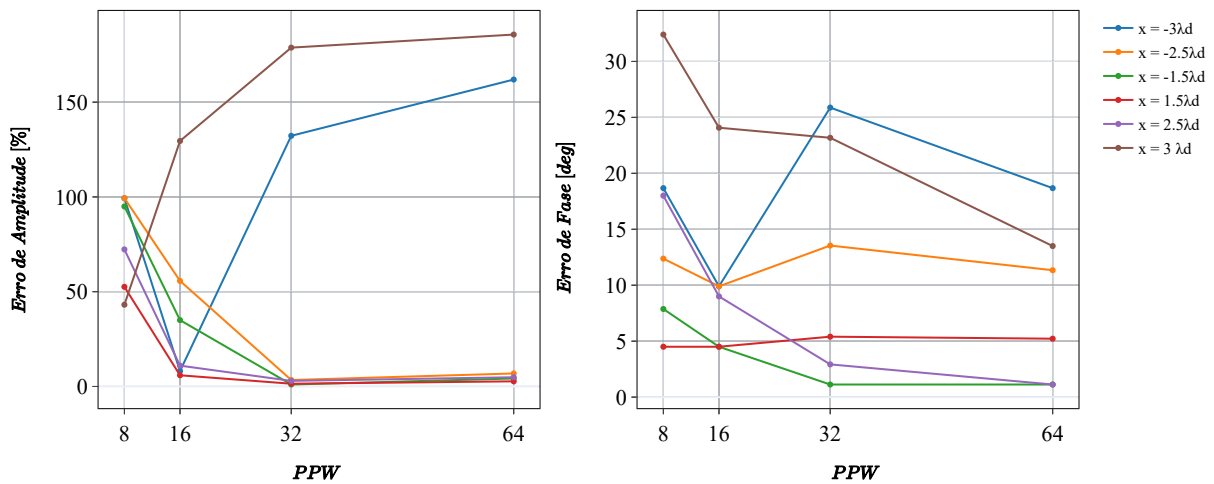


Fonte: Autor (2024).

mais próximas da fonte. Nesse sentido, apenas as posições $x = -1,5\lambda_d$, $1,5\lambda_d$ e $2,5\lambda_d$ alcançaram erros de fase satisfatórios, abaixo de 10 graus.

Nota-se também que em algumas posições há uma inversão da tendência dos erros em função do aumento de refino. Nas extremidades da zona útil, o efeito de amplificação aumenta conforme o aumento da discretização, fenômeno já observado nos gráficos de comparação temporal. Percebe-se também um incremento do erro de fase em posições mais próximas a fonte ao passar da malha de 16 para 32 PPW, justamente a região da janela 2 onde a malha de 16 PPW se sobressaiu em termos de acurácia.

Figura 28 – Erros de amplitude e de fase para malha quadrangular (domínio 1)



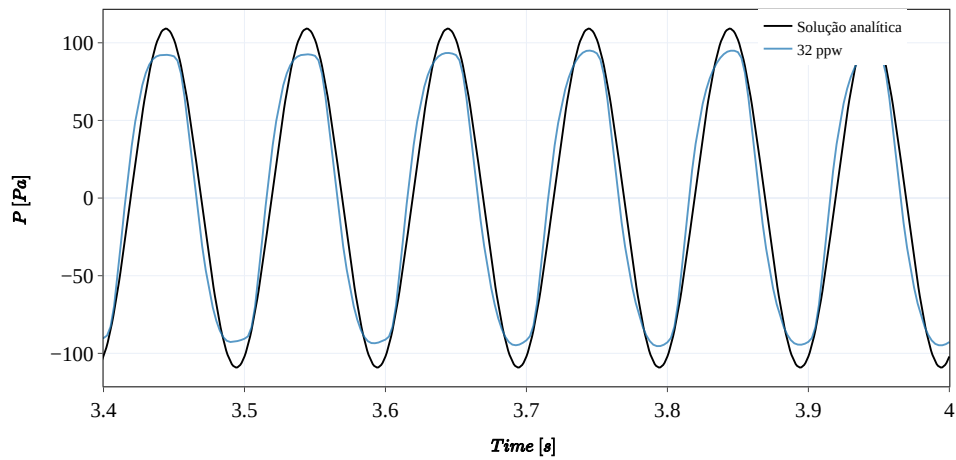
Fonte: Autor (2024).

No campo de pressão ilustrado na Figura 21, o comportamento não físico de amplificação e dispersão da onda, que é típico de reflexões numéricas, não é aparente. A hipótese levantada sugere que a região de transição de refino ou início da zona de absorção poderia estar gerando algum tipo de reflexão na onda. Mais análises são necessárias para compreender a causa desse fenômeno.

Como mencionado na Seção 3.2, para tentar contornar esse problema foi gerada uma nova malha (domínio 2) apenas na discretização de 32 PPW com zona útil de $r_{zu} = 4,5\lambda_d$ a fim de mitigar esses efeitos. O resultado pode ser visualizado nas Figuras 29, 30, 31 e 32.

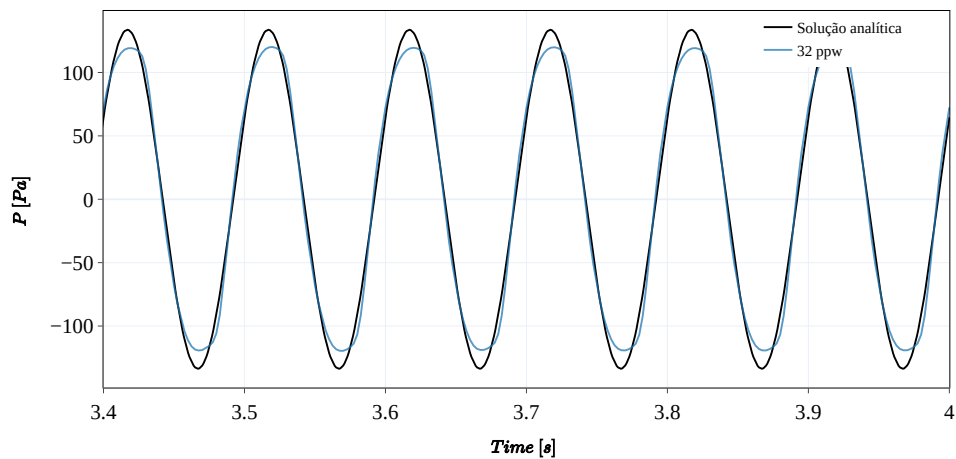
Pode-se observar em todos os gráficos que o comportamento de amplificação que existia no domínio 1 desapareceu, indicando ser uma boa prática realizar testes com o tamanho do domínio para evitar tais problemas. Além disso, a curva ganhou um caráter mais comportado não apenas em termos de amplitude, mas de fase também. Isso pode ser observado analisando os erros na Tabela 6, visto que houve uma queda brusca dos valores do erro de amplitude nas extremidades e uma queda geral no erro de fase se comparada com o gráfico da Figura 28. Ademais, nota-se que o modelo conseguiu representar na média, melhor a região a jusante da fonte.

Figura 29 – Comportamento temporal na *Probe 1* com $x = -4,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2)



Fonte: Autor (2024).

Figura 30 – Comportamento temporal na *Probe 2* com $x = -3\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2)



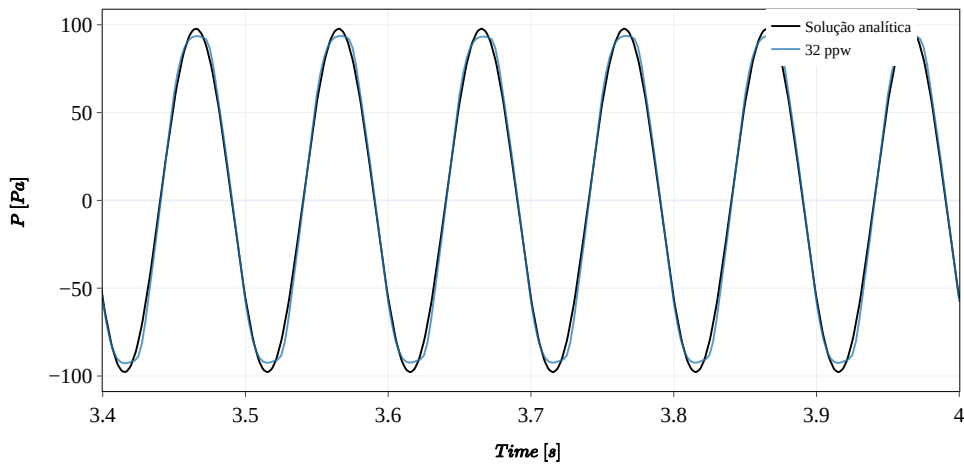
Fonte: Autor (2024).

Tabela 6 – Erros de amplitude e de fase em função das posições para malha quadrangular (domínio 2)

Posição	Error de Amplitude [%]	Erro de Fase [deg]
$-4,5\lambda_d$	10,34	8,46
$-3\lambda_d$	5,06	11,25
$-2,5\lambda_d$	3,03	6,93
$-1,5\lambda_d$	1,84	7,87
$1,5\lambda_d$	2,37	4,59
$2,5\lambda_d$	2,98	0
$3\lambda_d$	3,48	3,15
$4,5\lambda_d$	5,19	9,19

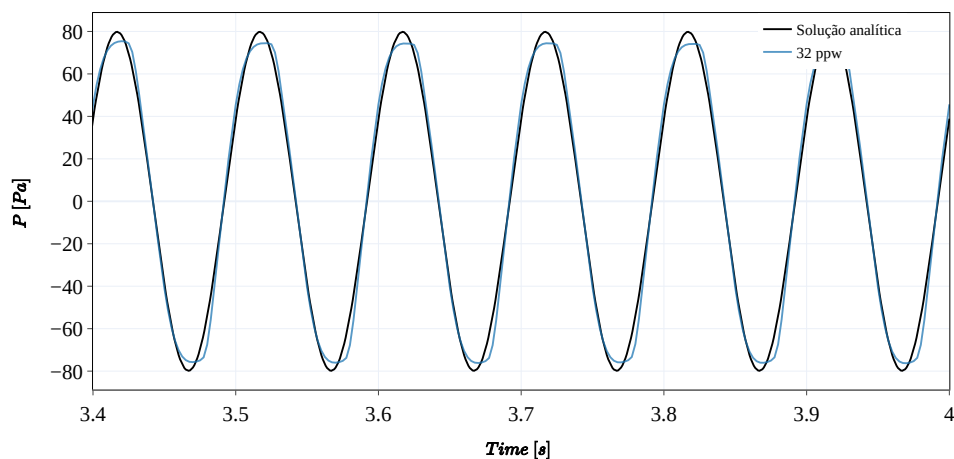
Fonte: Autor (2024).

Figura 31 – Comportamento temporal na *Probe 7* com $x = 3\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2)



Fonte: Autor (2024).

Figura 32 – Comportamento temporal na *Probe 8* com $x = 4,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2)



Fonte: Autor (2024).

4.2 SENSIBILIDADE A VARIAÇÃO DOS ESQUEMAS TEMPORAIS

Nesta seção buscou-se analisar a influência da variação dos esquemas de interpolação temporal. Foram analisados os esquemas de segunda ordem, *backward* (caso padrão) e *Crank-Nicolson*, com valor de coeficiente 0,9 e o esquema de primeira ordem, *Euler*, na malha uniforme (caso 2) com 32 PPW.

4.2.1 Comparação do comportamento espacial

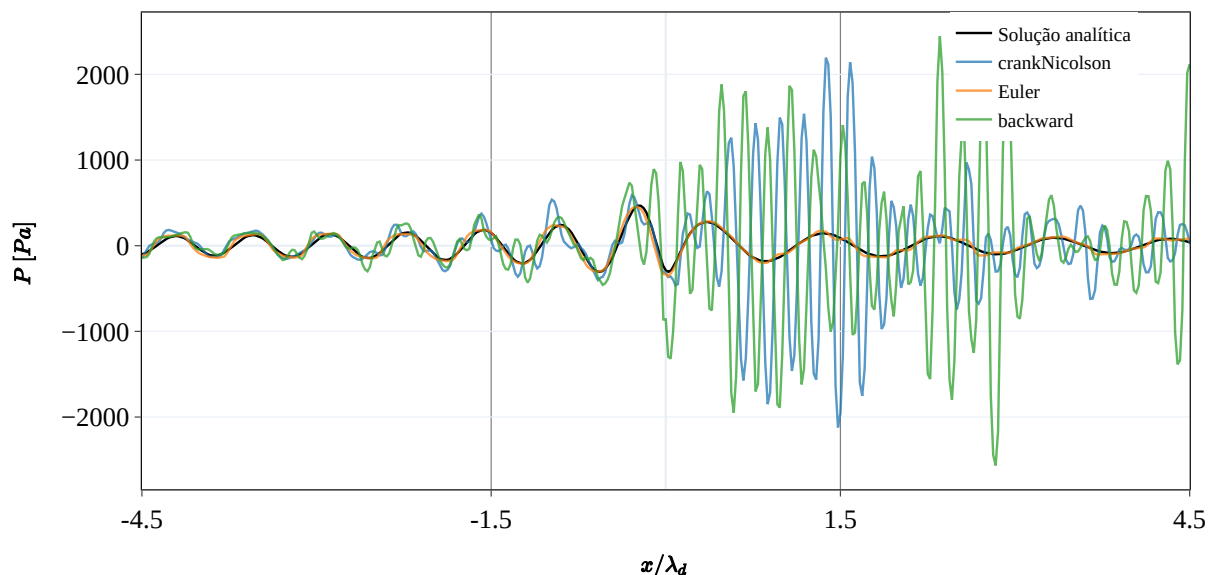
Para tanto, de modo a analisar a influência do passo de tempo nos resultados obtidos com cada esquema, foram avaliados os valores de divisões por período iguais a 400, 800 e 1000. Os resultados da comparação da propagação de onda entre cada

esquema e com a solução analítica são apresentadas nas Figuras 33 a 35.

Nota-se uma discrepância nos valores de divisões por período selecionados para essa pesquisa quando comparados ao estudo realizado por Silva (2022). Por conta do efeito Doppler, há um aumento da velocidade de propagação de onda a jusante da fonte, em contra partida o estreitamento do comprimento de onda a montante requer uma discretização maior da malha, ou seja Δs menor, para conseguir representar adequadamente a onda irradiada.

Nesse contexto, a diminuição de divisões por período para valores menores que 400 e, por consequência, um aumento do Δt , levou a instabilidade numérica que impediu a finalização das simulações.

Figura 33 – Campo de pressão a $t = 4\text{ s}$ da malha quadrangular (domínio 2) com variação de esquemas temporais com $n = 400$

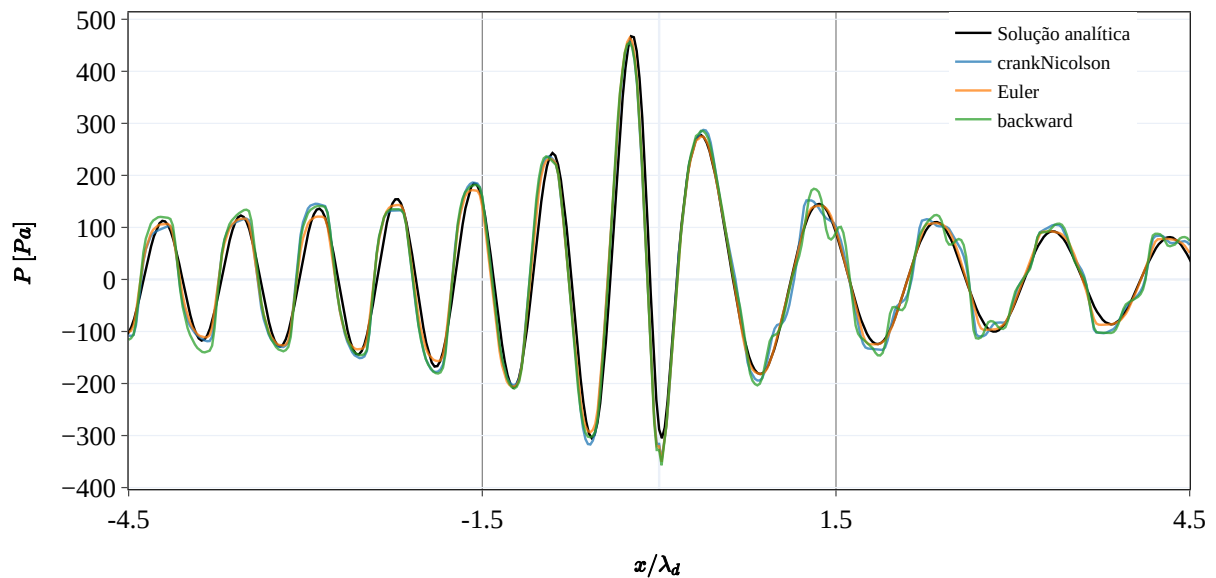


Fonte: Autor (2023).

Percebe-se uma clara adequação das soluções numéricas conforme o número de divisões por período é aumentado. No entanto, note que, para $n = 400$ os esquemas de segunda ordem apresentam oscilações espúrias na região a jusante da fonte, enquanto que o esquema de primeira ordem, apesar dos erros em baixa divisões por período, exibe um desempenho mais "comportado" devido a sua característica dissipativa.

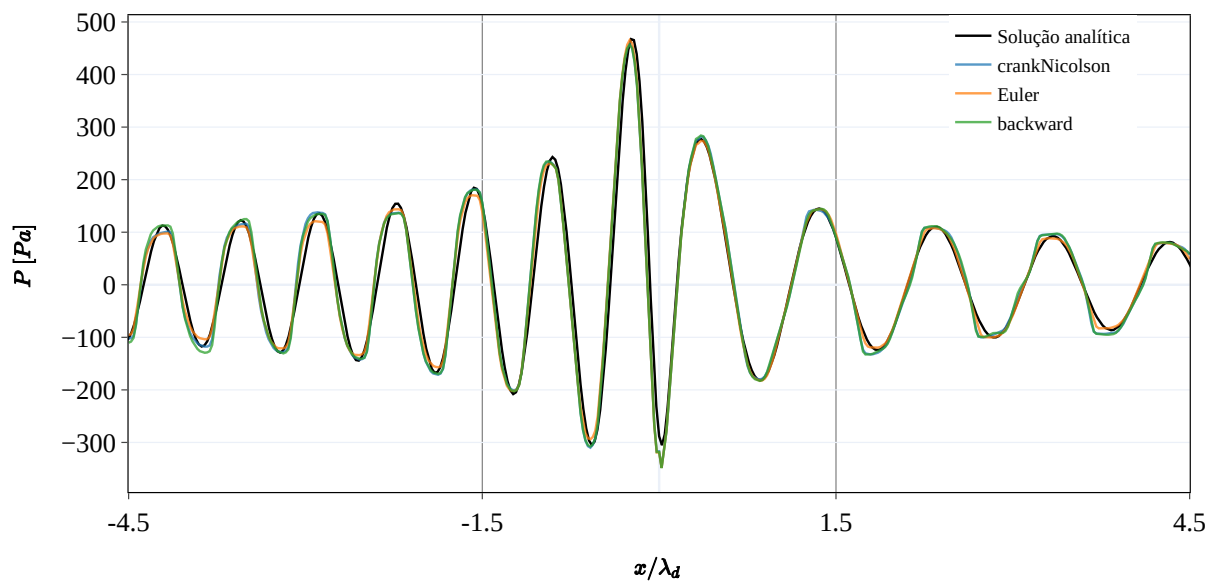
É perceptível que a maioria das oscilações estão concentradas na região onde ocorre o aumento da velocidade de propagação da informação da simulação, gerando um aumento significativo do *Courant* naquela região. Apesar da condição relaxada de *Courant* pelo uso de esquemas temporais implícitos (LOVATTO, 2012), por se tratar de um caso acústico em campo distante, os erros tendem a ser transportados ao longo do

Figura 34 – Campo de pressão a $t = 4$ s da malha quadrangular (domínio 2) com variação de esquemas temporais com $n = 800$



Fonte: Autor (2023).

Figura 35 – Campo de pressão a $t = 4$ s da malha quadrangular (domínio 2) com variação de esquemas temporais com $n = 1000$



Fonte: Autor (2023).

domínio (SILVA, 2022).

Jasak (1996) comenta que a principal deficiência do esquema *backward* surge por conta do seu comportamento extrapolativo no tempo, o que causa a deslimitação (*unboundedness*). Em consonância, na documentação do OpenFOAM, é comentado que o *boundedness* (limitação) deste método não é garantida (OPENCDF, 2020). Estas características do esquema *backward* justificam o caráter oscilatório das soluções nos

casos com menores divisões por período no tempo.

A fim de comparação com os casos com 4000 divisões por período, as Tabelas 7 e 8 resumem os erros por janela para n igual a 800 e 1000. Como esperado, o esquema Euler apresentou os menores erros RMS em todas as janelas, para n igual a 1000 os valores ficaram próximos ao atingidos pela malha com 32 PPW (domínio 1) com 4000 divisões por período. Percebe-se também que o esquema de Crank-Nicolson demonstrou possuir uma maior acurácia, mesmo que singela, do que o esquema backward. Através disso, é possível recomendar como boa prática uma discretização mínima de 1000 divisões por período e a utilização de esquemas de segunda ordem que possuam uma leve característica dissipativa, como é o caso do Crank-Nicolson com parâmetro 0.9.

Tabela 7 – Erro espacial médio por janelas para os esquemas temporais na malha uniforme (caso 2), $n = 800$

Esquema	Janela 1	Janela 2	Janela 3	Total
Euler	5,22 %	3,94 %	1,15 %	3,89 %
backward	9,64 %	4,67 %	9,82 %	6,1 %
Crank-Nicolson	8,3 %	4,45 %	6,45 %	5,36 %

Fonte: Autor (2024).

Tabela 8 – Erro espacial médio por janelas para os esquemas temporais na malha uniforme (caso 2), $n = 1000$

Esquema	Janela 1	Janela 2	Janela 3	Total
Euler	5,17 %	3,78 %	0,79 %	3,74 %
backward	6,98 %	3,97 %	3,44 %	4,46 %
Crank-Nicolson	6,89 %	3,93 %	3,06 %	4,39 %

Fonte: Autor (2024).

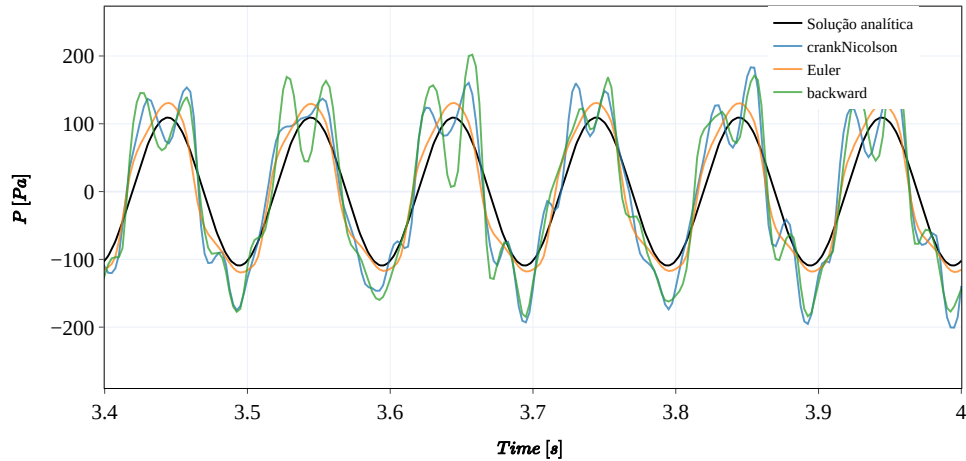
4.2.2 Comparação do comportamento temporal

Assim como na Seção 4.1.2, foram selecionadas apenas algumas *probes* para realizar as análises, o resultado para todas as *probes* estão no Apêndice A. Os erros de amplitude e de fase foram calculados utilizando as Equações 57 e 59.

Nota-se pelas Figuras 36, 37, 38 e 39 como a característica da onda em baixa discretização temporal muda conforme a posição de medição avança em direção a fonte para a posição a jusante. Condizente com o gráfico da Figura 33, têm-se oscilações menores na região a montante e oscilações maiores a jusante. Percebe-se também que a característica dispersiva do esquema de primeira ordem é mantido durante o

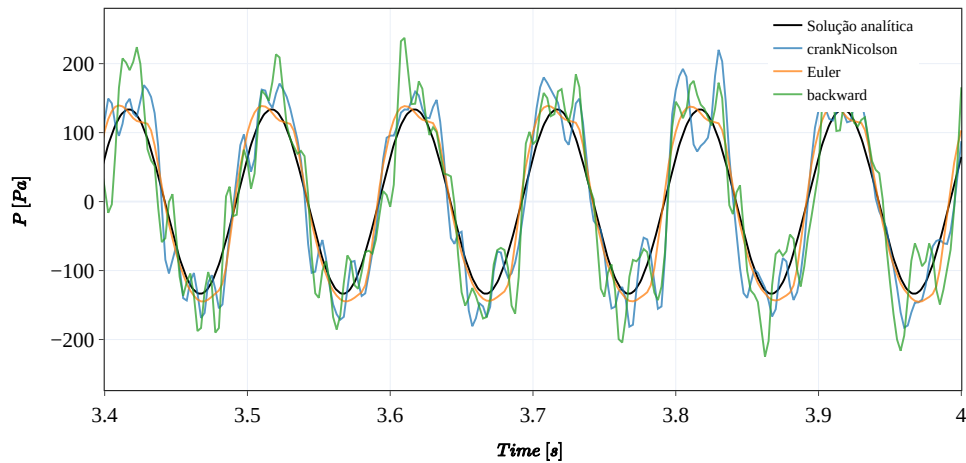
tempo de análise. Os erros para esses casos não foram calculados tendo em vista que a solução não apresenta significado físico.

Figura 36 – Comportamento temporal na *Probe 1* com $x = -4,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 400$



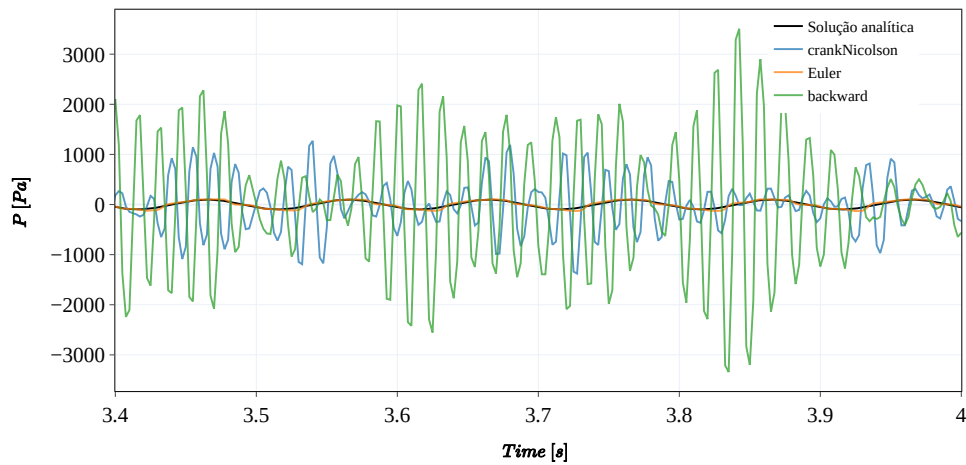
Fonte: Autor (2023).

Figura 37 – Comportamento temporal na *Probe 2* com $x = -3\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 400$



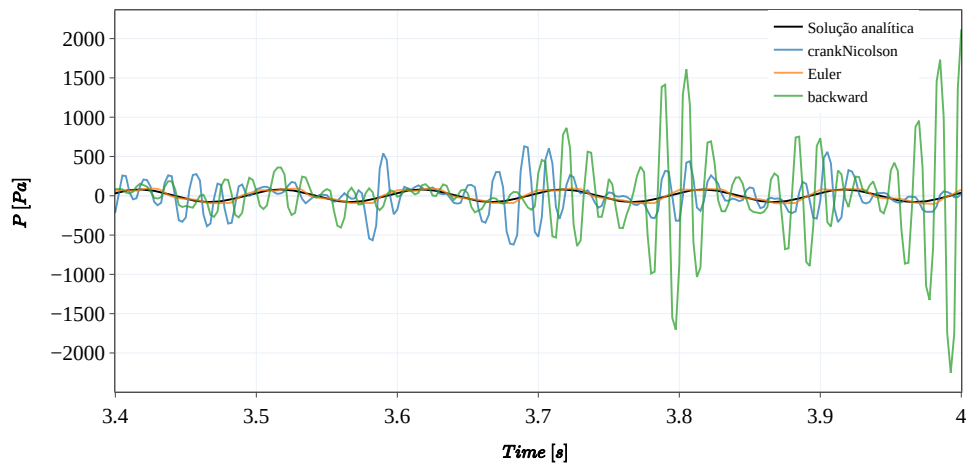
Fonte: Autor (2023).

Figura 38 – Comportamento temporal na *Probe 7* com $x = 3\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 400$



Fonte: Autor (2023).

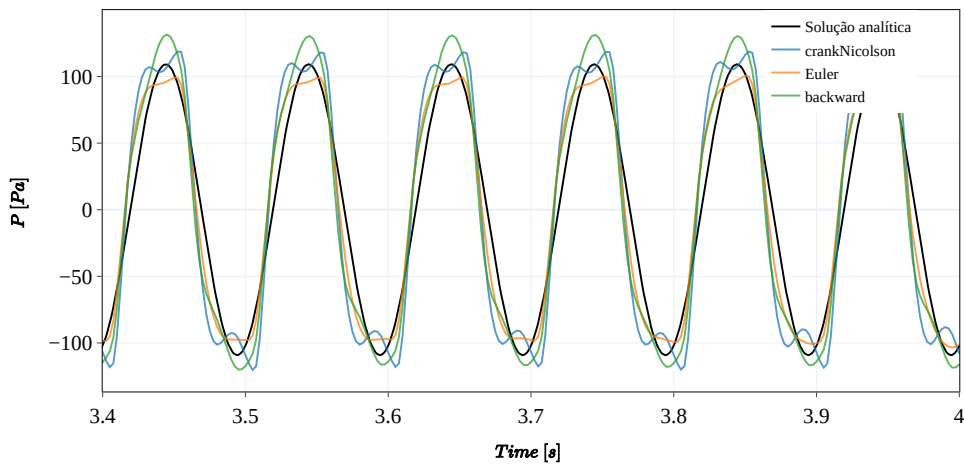
Figura 39 – Comportamento temporal na *Probe 8* com $x = 4,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 400$



Fonte: Autor (2023).

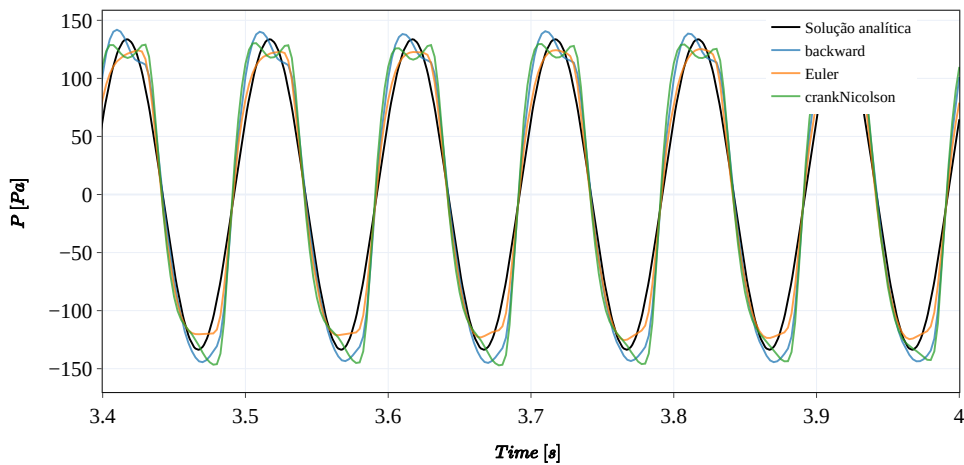
Para a discretização $n = 800$ a solução numérica apresenta um comportamento mais próximo da solução analítica como pode ser observado nas Figuras 40 a 43. No entanto, os esquemas de segunda ordem ainda apresentam dificuldade em acertar os picos da onda, contribuindo para um aumento do erro de amplitude e fase como pode ser observado na Figura 44.

Figura 40 – Comportamento temporal na *Probe 1* com $x = -4,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 800$



Fonte: Autor (2024).

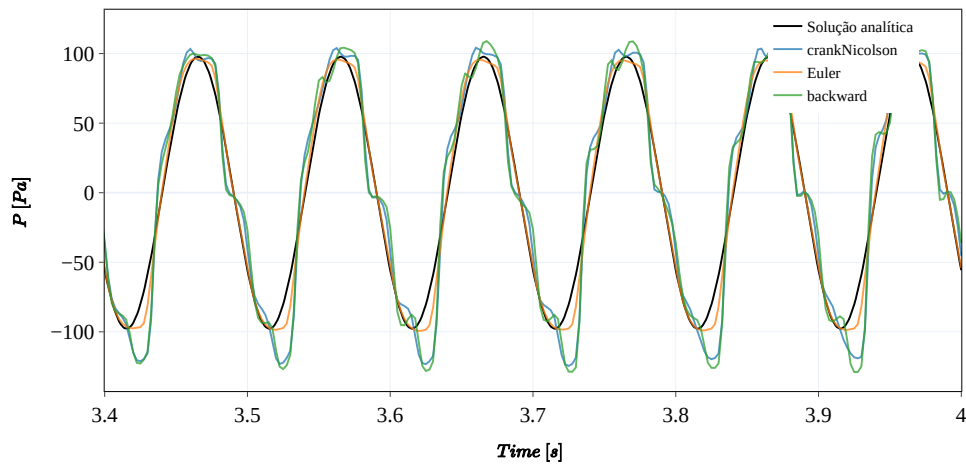
Figura 41 – Comportamento temporal na *Probe 2* com $x = -3\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 800$



Fonte: Autor (2024).

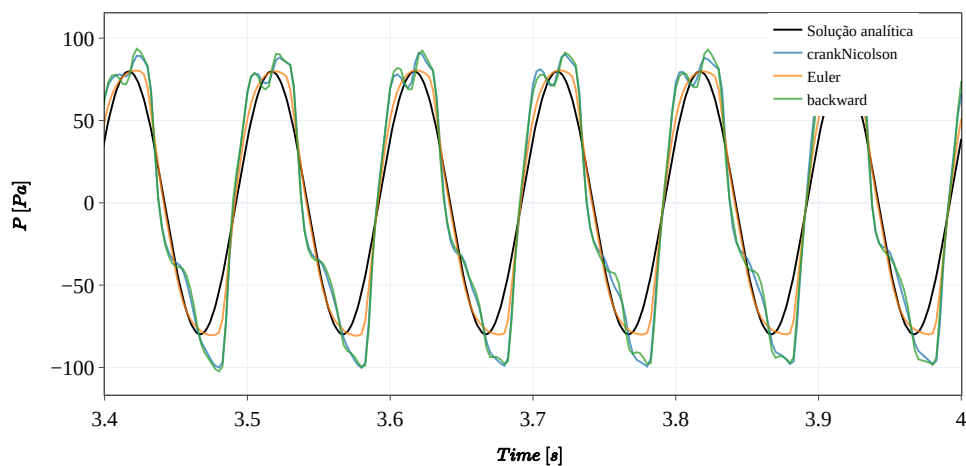
Na Figura 44, perceba que o esquema de Euler apresentou os menores erros de amplitude, como já era esperado, no entanto, todos os esquemas apresentaram erros significativos na fronteira da zona útil mesmo com dimensão $r_{zu} = 4,5\lambda_d$. Isso pode indicar que as oscilações nas fronteiras da zona útil podem estar interagindo com a região de transição entre as zonas.

Figura 42 – Comportamento temporal na *Probe 7* com $x = 3\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 800$



Fonte: Autor (2024).

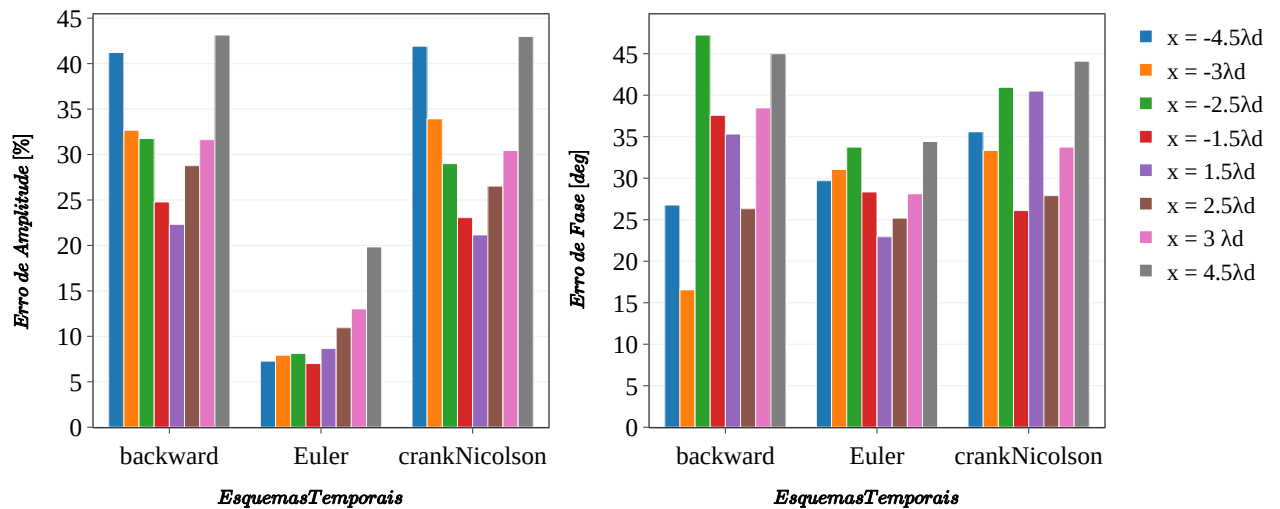
Figura 43 – Comportamento temporal na *Probe 8* com $x = 4,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 800$



Fonte: Autor (2024).

Por outro lado, o esquema de primeira ordem não se sobressaiu completamente em relação ao erro de fase. Em algumas posições mais próximas da fonte os esquemas de segunda ordem obtiveram resultados melhores.

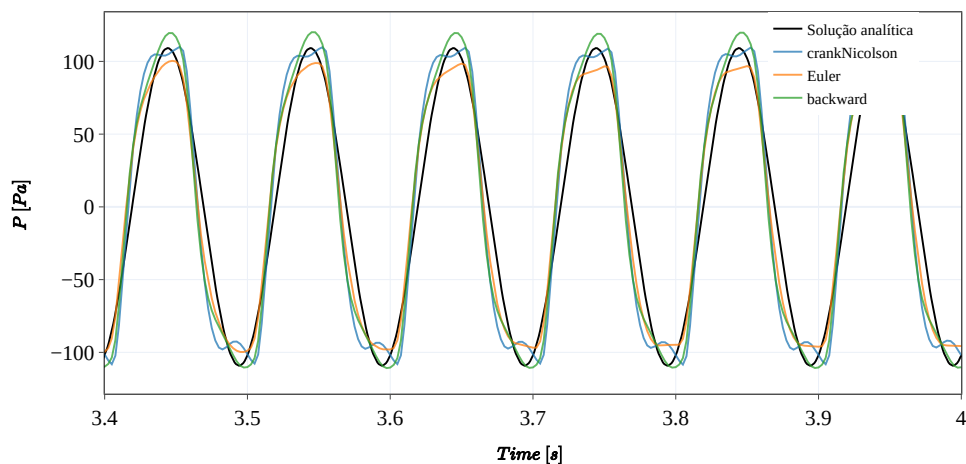
Figura 44 – Comparação dos erros de amplitude e fase para os vários esquemas temporais na malha quadrangular (domínio 2), $n = 800$



Fonte: Autor (2024).

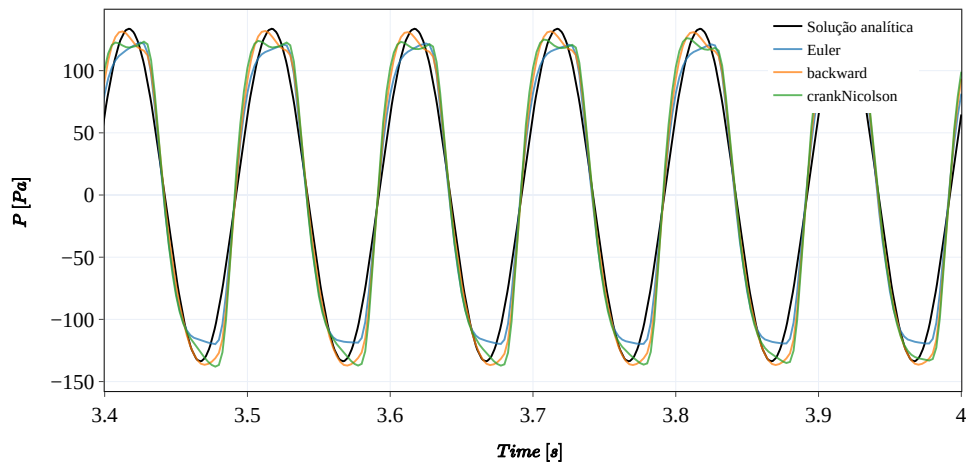
Já na discretização com $n = 1000$, o comportamento da onda apresentou uma boa concordância com a solução analítica como pode ser visto nas Figuras 45 a 48. O esquema de segunda ordem backward se ajustou bem a onda, em contra partida, o Crank-Nicolson continuou apresentando oscilações próximas aos picos como percebido em discretizações menores.

Figura 45 – Comportamento temporal na *Probe 1* com $x = -4,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 1000$



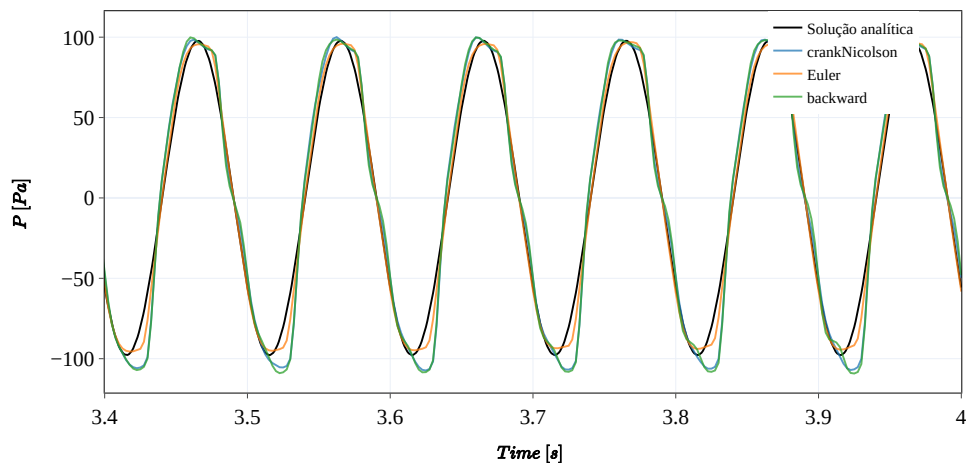
Fonte: Autor (2024).

Figura 46 – Comportamento temporal na *Probe 2* com $x = -3\lambda_d$ para quadrangular (domínio 2), $n = 1000$



Fonte: Autor (2024).

Figura 47 – Comportamento temporal na *Probe 7* com $x = 3\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 1000$

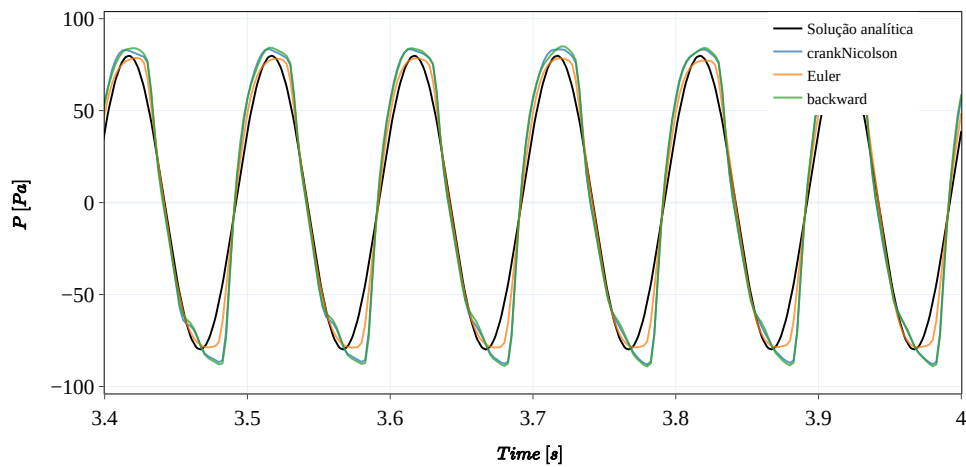


Fonte: Autor (202).

Novamente, conforme observado na Figura 49, o esquema Euler apresentou os menores erros de amplitude. Percebe-se que o erro de amplitude da primeira *probe* caiu significativamente, acredita-se que isso seja devido ao seu caráter dissipativo. Em contrapartida, os esquemas de segunda ordem continuam apresentando altos erros de amplitude nas extremidades da zona útil.

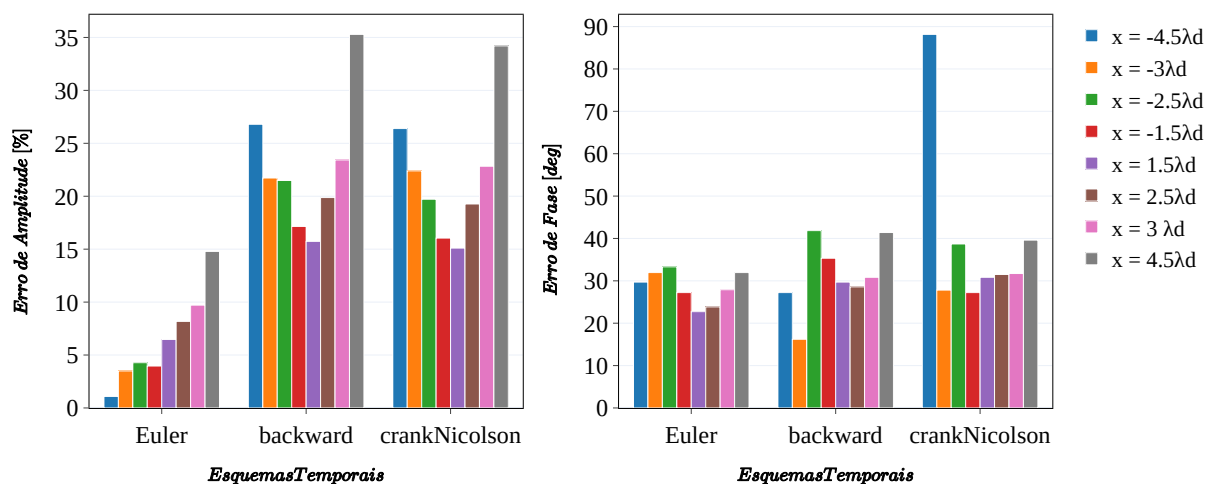
Em relação ao erro de fase, todos os esquemas se ajustaram à onda com um grau de acurácia semelhante. O esquema Crank-Nicolson apresenta um valor que se sobressai em relação aos demais. A hipótese levantada é que isso ocorra devido as oscilações próximas dos picos.

Figura 48 – Comportamento temporal na *Probe 8* com $x = 4,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 1000$



Fonte: Autor (2024).

Figura 49 – Comparação dos erros de amplitude e fase para os vários esquemas temporais na malha quadrangular (domínio 2), $n = 1000$



Fonte: Autor (2024).

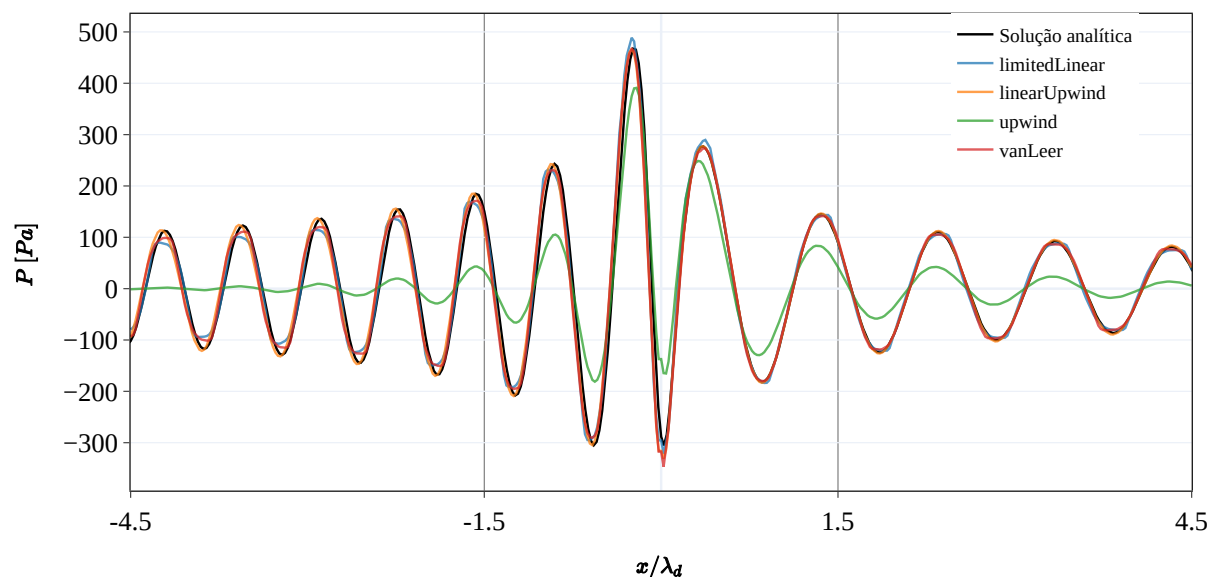
4.3 SENSIBILIDADE A VARIAÇÃO DOS ESQUEMAS ESPACIAIS

Nos casos apresentados anteriormente, utilizou-se os esquemas de discretização espacial de 2º ordem *vanLeer*. Nesta seção buscou-se entender a influência da variação desses esquemas na solução numérica, bem como o efeito deles em malhas desalinhadas. Para isso foram utilizados os esquemas de segunda ordem *limitedLinear* e *linearUpwind*, além do esquema de primeira ordem *upwind*, nas malhas quadrangular (domínio 2) e híbrida com 32 PPW, todas com $n = 4000$, configurados por meio da opção *interpolationSchemes* do arquivo *fvSchemes*.

4.3.1 Comparação do comportamento espacial

Percebe-se pelos gráficos das Figuras 50 e 51, o claro efeito de atenuação da onda em todas as janelas de análise do esquema *upwind*. Em consonância com Guerrero (2019), este efeito é evidência das características dissipativas de esquemas de primeira ordem. Por outro lado, os esquemas de segunda ordem obtiveram resultados com boa concordância com a solução analítica.

Figura 50 – Campo de pressão a $t = 4\text{ s}$ para a malha quadrangular (domínio 2) com variação dos esquemas espaciais



Fonte: Autor (2023).

A fim de obter uma análise quantitativa, os erros por janelas, apresentados nas Tabelas 9 e 10, foram calculados por meio da Equação 56. Como esperado, os erros para o esquema de primeira ordem nas duas malhas são inaceitáveis diante de sua magnitude. Dentre os esquemas de segunda ordem, percebe-se um melhor desempenho do esquema *linearUpwind* na malha híbrida e *limitedLinear* na malha quadrangular em relação aos demais, indicando que o desalinhamento da malha favoreceu um esquema em detrimento do outro. Nas Figuras 50 e 51 também pode-se notar em alguns pontos uma subestimação e superestimação dos picos pelo esquema *vanLeer*.

Diferente do trabalho de Silva (2022), onde esquemas apresentaram apenas uma pequena influência nos resultados, neste trabalho a escolha correta do esquema de interpolação espacial interfere diretamente na qualidade dos resultados.

Além disso, Silva (2022) levanta a hipótese de que a malha alinhada com a propagação da onda mitigou os efeitos da variação dos esquemas espaciais em seu

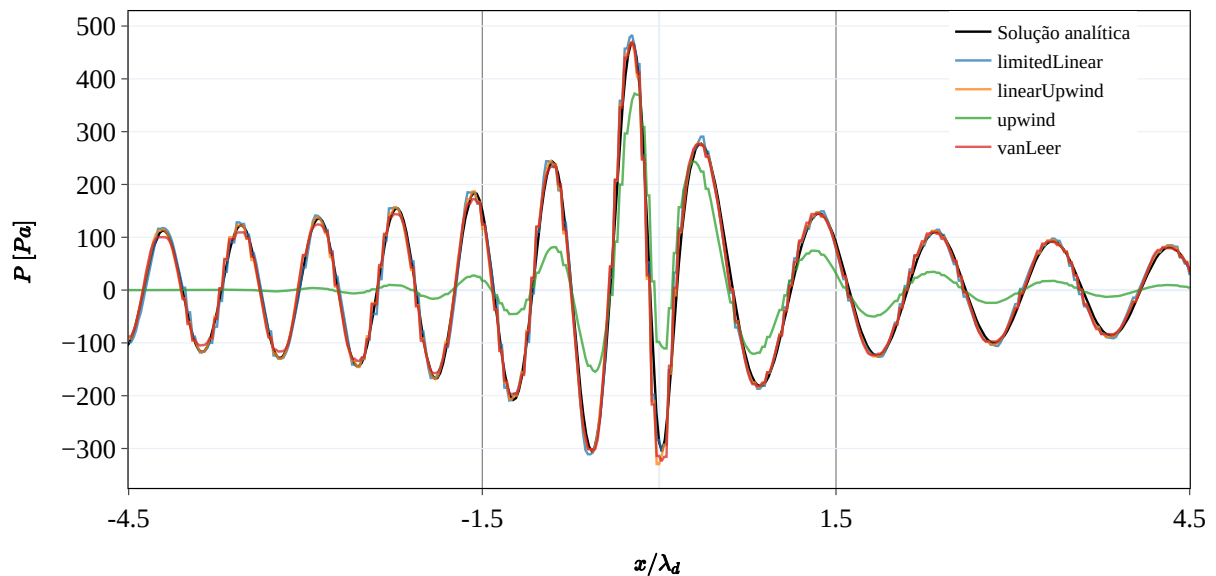
Tabela 9 – Erro espacial médio por janelas para os diferentes esquemas espaciais para malha quadrangular com 32 PPW (domínio 2)

Esquemas numéricos	Janela 1	Janela 2	Janela 3	Total
<i>upwind</i>	80,35 %	13,91 %	45,96 %	29,71 %
<i>limitedLinear</i>	2,89 %	2,92 %	0,77 %	2,7 %
<i>linearUpwind</i>	5,49 %	3,59 %	0,75 %	3,36 %
<i>vanLeer</i>	4,27 %	3,52 %	0,39 %	3,34 %

Fonte: Autor (2024).

trabalho e realiza um estudo utilizando malhas não estruturadas. Como visto na Figura 51 e quantificado na Tabela 51, o padrão de comportamento dos esquemas entre as duas malhas permaneceu o mesmo, no entanto, notou-se um melhor desempenho dos esquemas de segunda ordem na malha híbrida em relação a malha quadrangular, levantando a hipótese da malha híbrida estar mais alinhada com o padrão radial da fonte devido a sua zona útil circular.

Figura 51 – Campo de pressão a $t = 4 s$ para a malha híbrida com variação dos esquemas espaciais



Fonte: Autor (2023).

Tabela 10 – Erro espacial médio por janelas para os diferentes esquemas espaciais para malha híbrida com 32 PPW

Esquemas numéricos	Janela 1	Janela 2	Janela 3	Total
<i>upwind</i>	89,36 %	22,54 %	55,34 %	38,52 %
<i>limitedLinear</i>	1,40 %	1,53 %	1,89 %	1,54 %
<i>linearUpwind</i>	1,13 %	1,56 %	0,95 %	1,42 %
<i>vanLeer</i>	1,20 %	1,58 %	1,16 %	1,47 %

Fonte: Autor (2024).

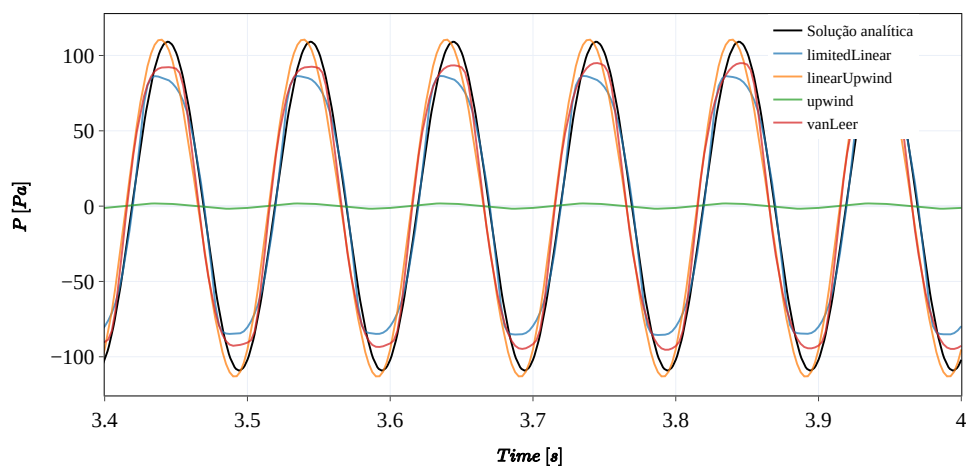
4.3.2 Comparação do comportamento temporal

Novamente, para cada malha foram selecionadas apenas 4 posições para realizar as análises, as demais encontram-se no Apêndice A. Nota-se primeiramente, pelas Figuras 52 a 55, que o esquema *upwind* não foi capaz de representar a onda em nenhuma das posições, com valores de amplitude muito abaixo da solução analítica.

O esquema *linearUpwind* de segunda ordem apresentou resultados com muito boa concordância com a solução analítica. Em contrapartida, na extremidade a esquerda da zona útil ($x = -4,5\lambda_d$) notou-se uma defasagem entre a onda numérica e analítica, indicando uma possível má relação desse esquema com a região de transição das zonas.

Por outro lado, o esquema *vanLeer* apresentou com menor intensidade essa defasagem. Ao longo das *probes* os demais esquemas de segunda ordem subestimaram os picos da onda, em especial o esquema *limitedLinear*, que apresentou leves deformidades nas cristas.

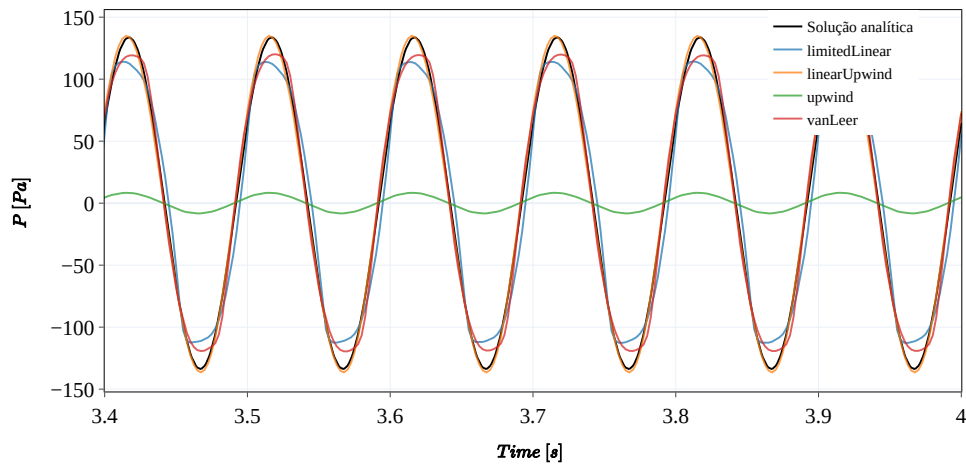
Figura 52 – Comportamento temporal na *Probe 1* com $x = -4,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2) com 32 PPW



Fonte: Autor (2024).

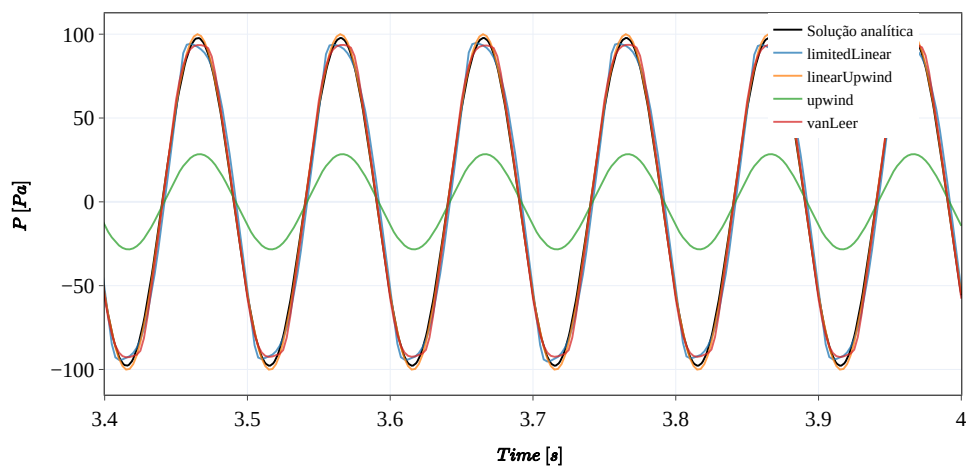
Esses efeitos podem ser bem observados nos gráficos de erros de amplitude

Figura 53 – Comportamento temporal na *Probe 2* com $x = -3\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2) com 32 PPW



Fonte: Autor (2024).

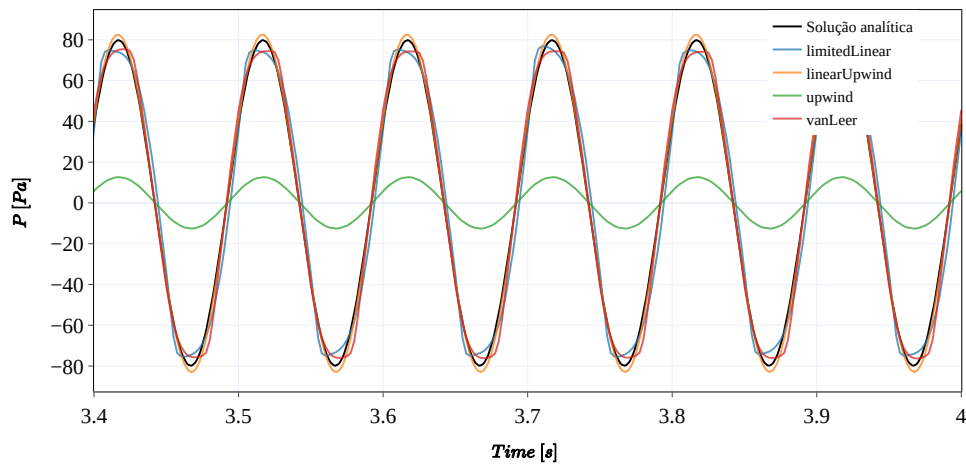
Figura 54 – Comportamento temporal na *Probe 7* com $x = 3\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2) com 32 PPW



Fonte: Autor (2024).

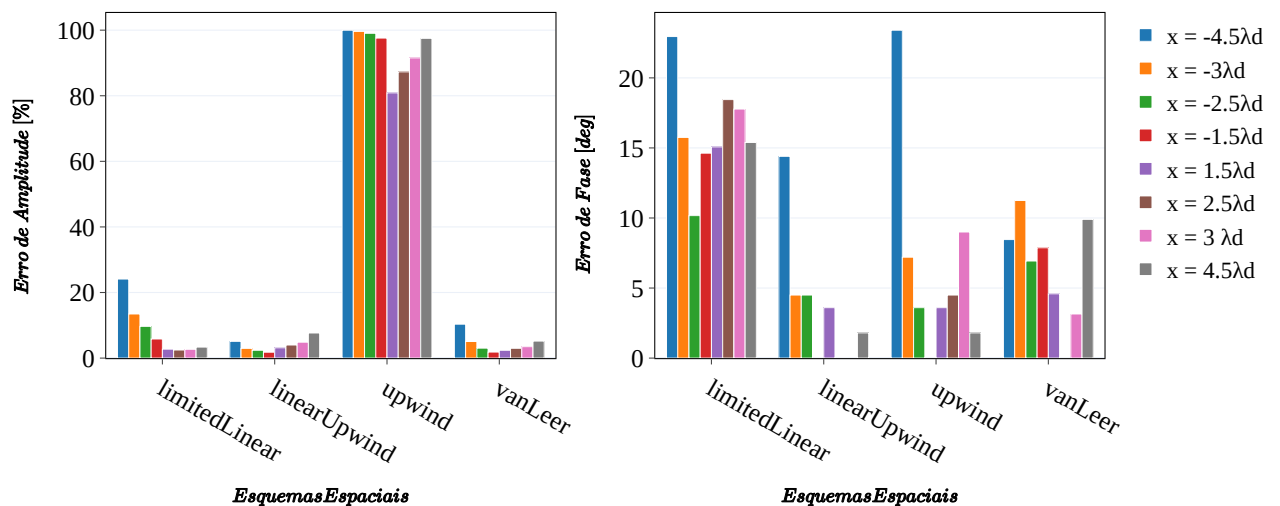
e de fase na Figura 56, onde o esquema *linearUpwind* se adequou melhor a solução analítica em relação aos outros esquemas. É possível perceber também o alto erro de fase na extremidade esquerda, para todos os esquemas, indicando ser necessário um melhor tratamento desta região.

Figura 55 – Comportamento temporal na *Probe 8* com $x = 4,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2) com 32 PPW



Fonte: Autor (2024).

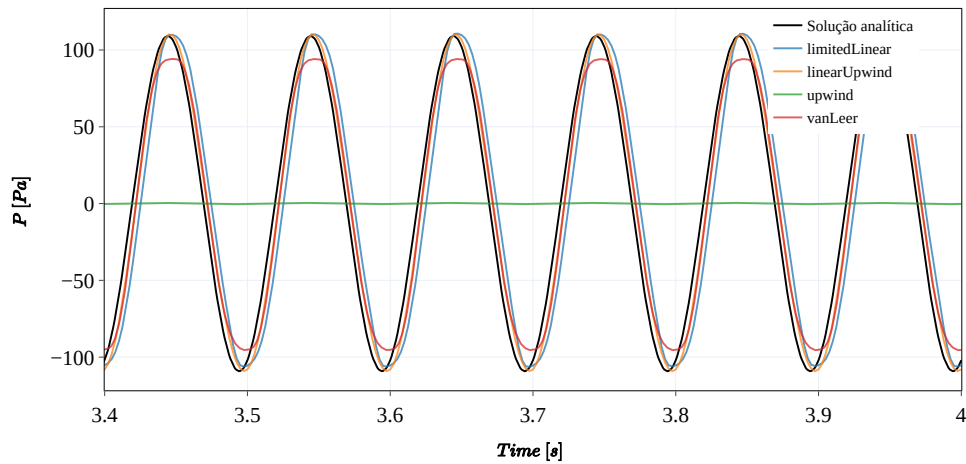
Figura 56 – Comparação entre os erros de fase e de amplitude entre esquema espaciais para a malha quadrangular (domínio 2) com 32 PPW



Fonte: Autor (2024).

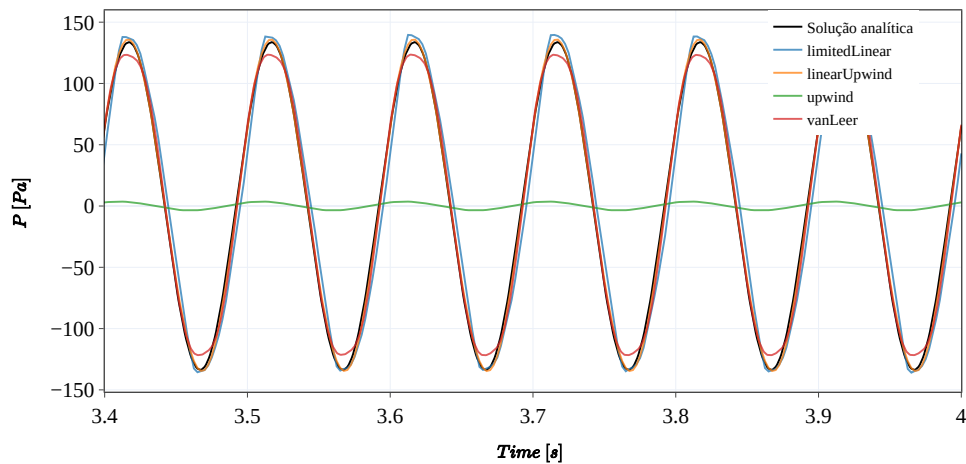
Para a malha híbrida, Figuras 57 a 60, o padrão de comportamento dos esquemas se mantém, com os esquemas de segunda ordem apresentando os resultados com melhores concordância com a solução analítica e o esquema de primeira ordem com uma dissipação excessiva da onda.

Figura 57 – Comportamento temporal na *Probe 1* com $x = -4,5\lambda_d$ para malha híbrida com 32 PPW



Fonte: Autor (2024).

Figura 58 – Comportamento temporal na *Probe 2* com $x = -3\lambda_d$ para malha híbrida com 32 PPW



Fonte: Autor (2024).

No entanto, nesta malha percebe-se que há uma diminuição considerável do erro de fase nas extremidades da zona útil para os esquemas de segunda ordem, evidenciado na Figura 61.

Além disso, notou-se que os esquemas *limitedLinear* e *vanLeer* apresentaram uma melhor acurácia em relação a malha quadrangular, com diminuição do erro de amplitude ao longo de todas as *probes* para o *limitedLinear* e na região a jusante da fonte para o *vanLeer*, como mostra o gráficos de erros da Figura 61.

Desse modo, entende-se que a zona útil circular demonstrou uma acurácia maior na representação do campo de pressão da fonte quando combinados com esquemas de interpolação espaciais de segunda ordem, em especial o *linearUpwind*.

Figura 59 – Comportamento temporal na *Probe 7* com $x = 3\lambda_d$ para malha híbrida com 32 PPW

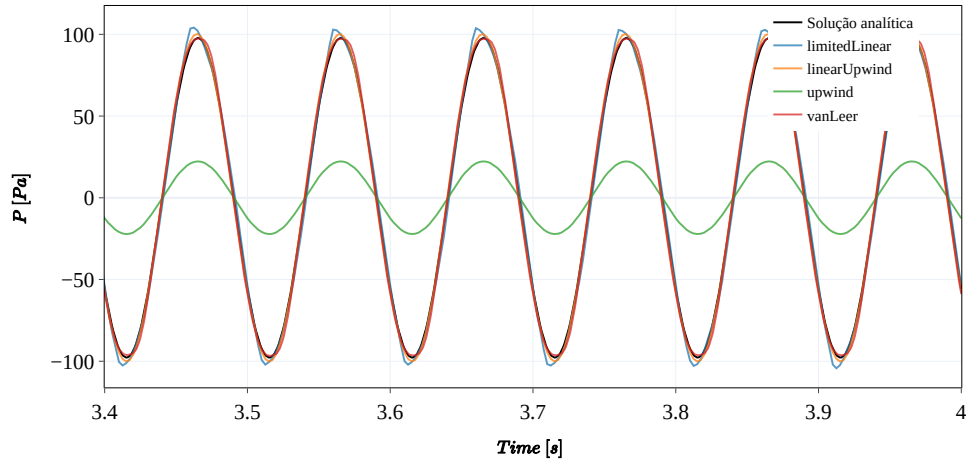


Figura 60 – Comportamento temporal na *Probe 8* com $x = 4,5\lambda_d$ para malha híbrida com 32 PPW

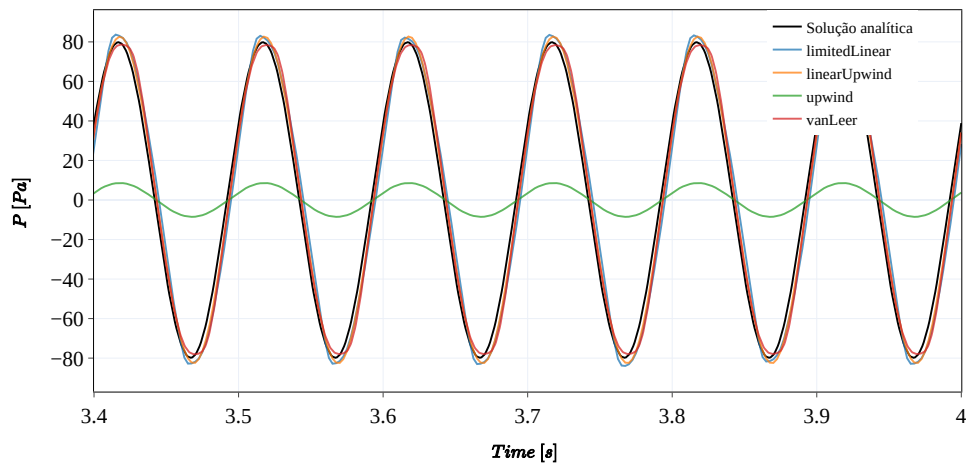
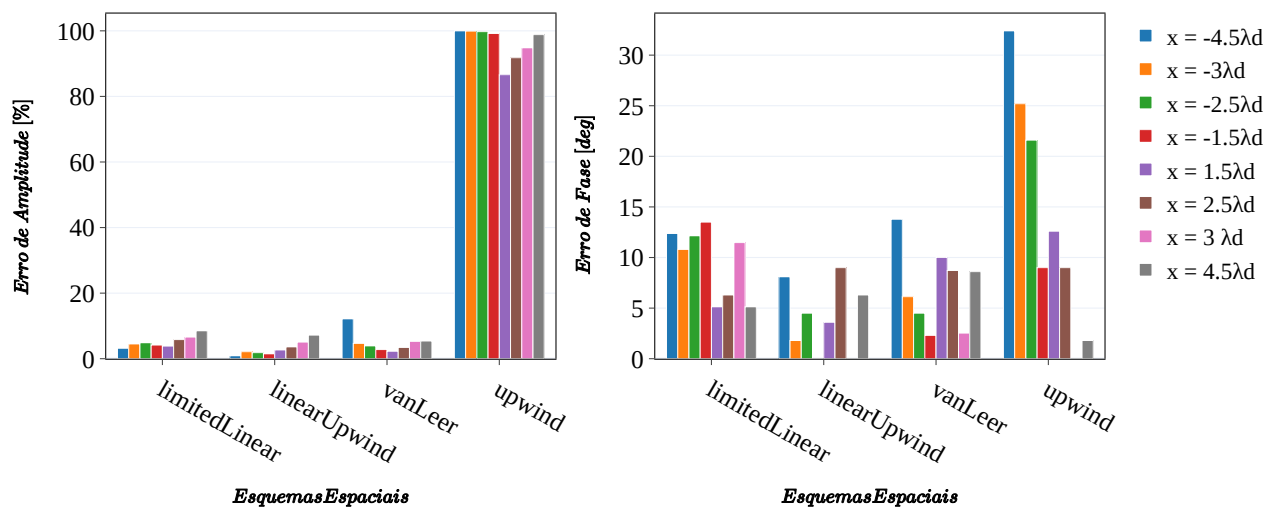


Figura 61 – Comparação entre os erros de fase e de amplitude entre esquema espaciais para a malha híbrida com 32 PPW



Fonte: Autor (2024).

5 CONCLUSÕES

Ao longo deste trabalho foi avaliada a acurácia de um modelo de simulação em OpenFOAM para o cálculo direto do ruído gerado por um monopolo acústico em meio ao escoamento. A partir dos parâmetros de definição do monopolo, foi possível gerar as malhas no GMSH, bem como definir um grau de refino com base no comprimento de onda.

A avaliação do refino foi feita comparando a solução do campo de pressão da onda no espaço e no tempo para cada malha. Apesar de se tratar de um caso simples, notou-se que malhas mais grosseiras, abaixo de 16 PPW, não foram capazes de representar o fenômeno adotado devido a quantidade de erros de amplitude e de fase apresentados.

Notou-se também, durante a avaliação do comportamento temporal da onda, a presença de reflexão numérica nas extremidades da zona útil devido a região de transição para zona de saída e a proximidade com a fonte. Um aumento da dimensão da zona de interesse permitiu melhor acurácia nos resultados e eliminou esse fenômeno das simulações.

Foram testados os esquemas numéricos Euler, backward e Crank-Nicolson variando a discretização temporais em 400, 800 e 1000 passos de tempo por período. Observou-se que, diferente do trabalho de Silva (2022) com o monopolo em meio estacionário, a inclusão do escoamento médio estabeleceu de forma mais rigorosa uma discretização mínima no tempo para garantir a estabilidade numérica mesmo com a condição de *Courant* relaxada pela utilização de esquemas implícitos. Percebeu-se que para baixas discretizações temporais, os esquemas de segunda ordem apresentaram oscilações espúrias, enquanto que o esquema de primeira ordem representou bem a propagação de onda devido ao seu caráter dissipativo. É possível que diminuindo o parâmetro de ponderação do esquema Crank-Nicolson, ou seja, aumentando sua característica dissipativa, esse esquema venha a apresentar bons resultados.

Diferente do trabalho de (SILVA, 2022), os esquemas numéricos de discretização espaciais testados (*vanLeer*, *upwind*, *linearUpwind* e *limitedLinear*) demonstraram diferenças significativas em seus resultados. Com os esquemas de primeira ordem (*upwind*) atenuando completamente a onda e os esquemas de segunda ordem (*vanLeer*, *limitedLinear* e *linearUpwind*) representando de maneira satisfatória o campo de pressão, mesmo com os erros de fase e amplitude notados nas extremidades da útil. Dentre esses esquemas, o *limitedLinear* apresentou maior acurácia.

A fim de entender o comportamento da solução em malhas desalinhas com o escoamento, foi elaborado uma malha híbrida com a zona útil não estruturada. Os erros de fases e de amplitude para os esquemas de segunda ordem caíram nesse segundo

teste em relação a malha quadrangular, indicando que uma zona útil circular e não estruturada em conjunto com esquemas de segunda ordem de interpolação espacial apresentou melhor acurácia em representar o campo de pressão do monopolo.

Para trabalhos futuros pode-se indicar o estudo da influência da variação do parâmetro de ponderação do esquema Crank-Nicolson na propagação de onda. Adotar funções de absorção que ajam sobre outras equações regentes e não apenas a equação da quantidade de movimento. Avaliar a performance da malha não estruturada na variação dos esquemas temporais e em outros refinamentos. Além da incorporação de técnicas de redução de ruído, como o ressonador de Helmholtz.

Em síntese, o modelo proposto apresentou resultados com boa concordância com a solução analítica do monopolo bidimensional acústico em meio ao escoamento, permitindo realizar diversas análises de sensibilidade e de configurações de malha e suas respectivas influências na solução do software.

REFERÊNCIAS

- AKHNOUKH, J. T. **Linear aeroacoustic solver in OpenFOAM**. 2015. Master of Science Thesis in Aerospace Engineering — Faculty of Aerospace Engineering, Delft University of Technology, Delft, 2015.
- CANTEROS, M. L.; POLANSKÝ, J. Review and comparison of two openfoam® solvers: rhocentralfoam and sonicfoam. In: EDP SCIENCES. **EPJ Web of Conferences**. [S.l.], 2024. v. 299, p. 01005.
- CLARK, C. et al. Exposure-effect relations between aircraft and road traffic noise exposure at school and reading comprehension. **American Journal of Epidemiology**, v. 163, n. 1, p. 27–37, 2005.
- EPIKHIN, A. et al. Development of a dynamic library for computational aeroacoustics applications using the openfoam open-source package. **Procedia Computer Science**, Elsevier, v. 66, p. 150–157, 2015.
- FUMIYA. **fvOptions Acoustic Damping Source**. 2019. <https://caefn.com/openfoam/fvoptions-acousticdampingsource>. Acesso em 14 jun. 2023.
- FUMIYA. **Non-Reflecting Boundary Conditions in OpenFOAM**. 2019. <https://caefn.com/openfoam/bc-advective-wavetransmissive>. Acesso em 14 jun. 2023.
- GERGES, S. N. Y. **Ruído: fundamentos e controle**. Florianópolis: Universidade Federal de Santa Catarina. Departamento de Engenharia Mecânica. Laboratório de Acústica e Vibrações, 2000.
- GEUZAINÉ, C.; REMACLE, J.-F. Gmsh: A 3-d finite element mesh generator with built-in pre-and post-processing facilities. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, Wiley Online Library, v. 79, n. 11, p. 1309–1331, 2009.
- GREENSHIELDS, C. J. et al. Implementation of semi-discrete, non-staggered central schemes in a colocated, polyhedral, finite volume framework, for high-speed viscous flows. **International journal for numerical methods in fluids**, Wiley Online Library, v. 63, n. 1, p. 1–21, 2010.
- GUERRERO, J. **Crash introduction to the FVM and numerical playground**. 2019. https://wiki.openfoam.com/Theory_by_Joel_Guerrero. Acesso em: 14 jun. 2023.
- HAINES, M. M. et al. Noise, hearing loss, and aging: a longitudinal study of a 70-year-old population. **Journal of the American Academy of Audiology**, v. 12, n. 5, p. 265–272, 2001.
- HIRSCHBERG, A.; RIENSTRA, S. W. **An Introduction to Aeroacoustics**. [S.l.: s.n.], 2004. v. 31.
- INTERNATIONAL CIVIL AVIATION ORGANIZATION. **ICAO Environmental Report 2010**. Québec, Canada, 2010.
- INTERNATIONAL CIVIL AVIATION ORGANIZATION. **ICAO Environmental Report 2013**. Québec, Canada, 2013.

- JASAK, H. **Error analysis and estimation for the finite volume method with applications to fluid flows**. 1996. Tese (Doutorado) — Imperial College London (University of London), 1996.
- KURGANOV, A.; NOELLE, S.; PETROVA, G. Semidiscrete central-upwind schemes for hyperbolic conservation laws and hamilton–jacobi equations. **SIAM Journal on Scientific Computing**, SIAM, v. 23, n. 3, p. 707–740, 2001.
- KURGANOV, A.; TADMOR, E. New high-resolution central schemes for nonlinear conservation laws and convection–diffusion equations. **Journal of computational physics**, Elsevier, v. 160, n. 1, p. 241–282, 2000.
- LEE, D.-J. et al. Computational aeroacoustics (caa): flow-acoustic feedback problems. **Journal of Computational Acoustics**, v. 5, n. 2, p. 177–191, 2005.
- LOU, Z.; JIN, J.-M. A novel dual-field time-domain finite element domain-decomposition method for computational electromagnetics. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, IEEE, v. 54, n. 6, p. 1850–1862, 2006.
- LOVATTO, M. L. **Número de Courant, CFL e Condição CFL**. 2012. <https://uxcfid.com/2012/11/16/numero-de-courant-cfl-e-condicao-cfl/>. Acessado em: 12 abr. 2024.
- MCLAUGHLIN, P. **A contribution to the jet noise installation problem**. 2010. PhD Thesis in degree of Doctor of Philosophy — University of Southampton, 2010.
- MORAES, G. d. **Estudo comparativo entre métodos Runge-Kutta explícito, implícito e IMEX com preservação da estabilidade numérica não linear**. 2014. Dissertação (Mestrado) — INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA, Rio de Janeiro, Brasil, 2014.
- OPENCDFD. **OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox – User Guide, version v2112**. 2020. <https://www.openfoam.com/documentation/guides/v2112/doc/>. Acesso em: 23 jun. 2023.
- OPENCDFD. **OpenFOAM User Guide: Numerical Schemes**. 2024. <https://www.openfoam.com/documentation/user-guide/6-solving/6.2-numerical-schemes>. Acesso: 27 jun. 2024.
- OPENCDFD. **rhoCentralFoam - OpenFOAM Documentation**. 2024. <https://www.openfoam.com/documentation/guides/latest/doc/guide-applications-solvers-compressible-rhoCentralFoam.html>. Acesso: 27 jun. 2024.
- PYTHON. 2019. <https://www.python.org/>. Acesso em: 23 jun. 2023.
- RUIJGROK, G. J. **Elements of Aviation Acoustics**. [S.l.]: Delft University Press, 1993.
- RUSSELL, D. A. **Sound Fields Radiated by Simple Sources**. 2001. <https://www.acs.psu.edu/drussell/demos/rad2/mdq.html>. Acesso em: 14 nov. 2023.
- SALAZAR, J. P. L. C. **RhoCentralFoamPlusFvOptions**. 2022. <https://github.com/croquemadame/myrhoCentralFoam/tree/main>. Acesso em: 23 jun. 2023.

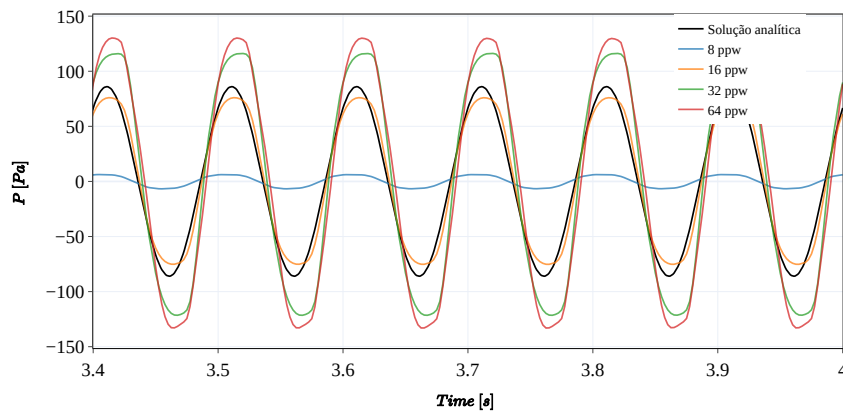
- SENG, S.; MONROY, C.; MALENICA, S. On the use of euler and crank-nicolson time-stepping schemes for seakeeping simulations in openfoam. In: **MARINE VII: proceedings of the VII international conference on computational methods in marine engineering**. [S.l.]: CIMNE, 2017. p. 905–920.
- SILVA, S. N. M. **Avaliação de erros no cálculo direto de ruído em OpenFOAM utilizando caso clássico em aeroacústica**. 2022. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Aeroespacial) — Centro Tecnológico de Joinville, Universidade Federal de Santa Catarina, Joinville, 2022.
- SQUILLACOTE, A. H.; AL. et. **The ParaView Guide**. Clifton Park, NY: Kitware, 2007. v. 366.
- STOKER, R. W.; SMITH, M. J. An evaluation of finite volume direct simulation and perturbation methods in caa applications. **Journal of Computational Acoustics**, World Scientific, v. 3, n. 04, p. 281–295, 1995.
- TAM, C. K. W. Computational aeroacoustics: An overview of computational challenges and applications. **International Journal of Computational Fluid Dynamics**, Taylor & Francis, v. 18, n. 6, p. 547–567, aug. 2004.
- VASCONCELOS, Y. Aeronaves mais silenciosas. **Revista Pesquisa Fapesp**, n. 155, p. 81–83, 2009.
- VERSTEEG, H. K.; MALALASEKERA, W. **An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method**. 2nd. ed. London: Pearson Education, 2007.
- WAGNER, C.; HÜTTL, T.; SAGAUT, P. **Large-eddy simulation for acoustics**. [S.l.]: Cambridge University Press, 2007. v. 20.
- WARMING, R. F.; BEAM, R. M. Upwind second-order difference schemes and applications in aerodynamic flows. **AIAA Journal**, v. 14, n. 9, p. 1241–1249, 1976.
- YOKOYAMA, H.; TANIMOTO, I.; IIDA, A. Experimental tests and aeroacoustic simulations of the control of cavity tone by plasma actuators. **Applied Sciences**, Multidisciplinary Digital Publishing Institute, v. 7, n. 8, p. 790, 2017.

APÊNDICE A - GRÁFICOS COM COMPORTAMENTO TEMPORAL DA ONDA

Como visto nos Capítulos 3 e 4, 6 *probes* foram utilizadas para realizar a aquisição ao longo do domínio 1 e 8 ao longo do domínio 2 e da malha híbrida, no entanto apenas algumas posições foram apresentadas ao longo do texto. Neste Apêndice estão apresentadas os comportamentos temporais para todas as posições de medição.

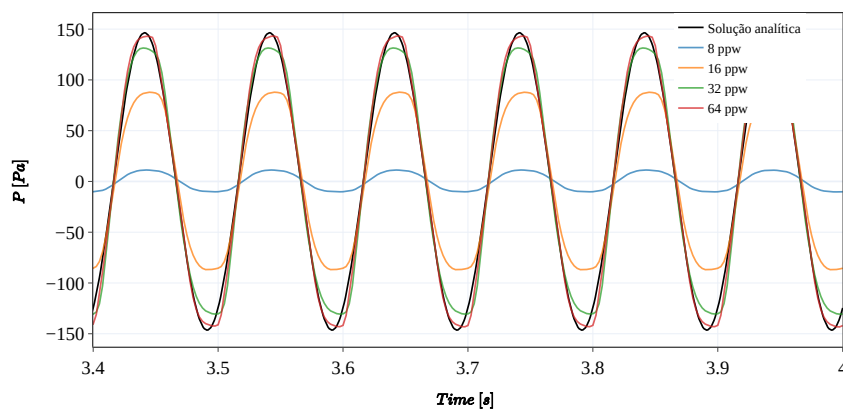
A.1 - VARIAÇÃO DA DISCRETIZAÇÃO DO DOMÍNIO

Figura 62 – Comportamento temporal na *Probe 2* com $x = -3\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 1)



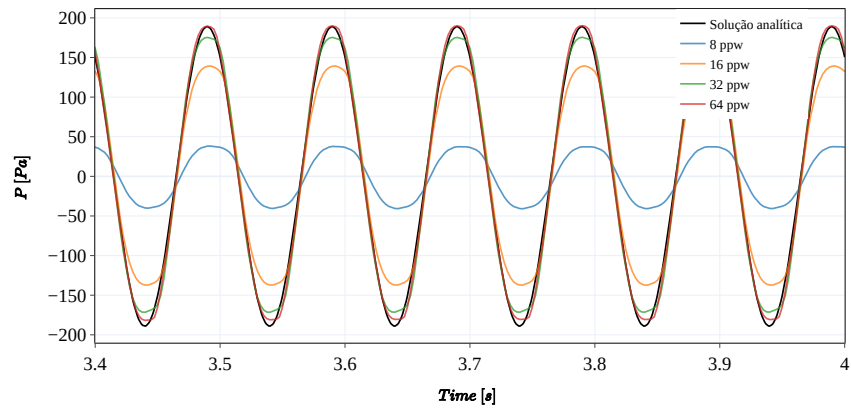
Fonte: Autor (2024).

Figura 63 – Comportamento temporal na *Probe 3* com $x = -2,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 1)



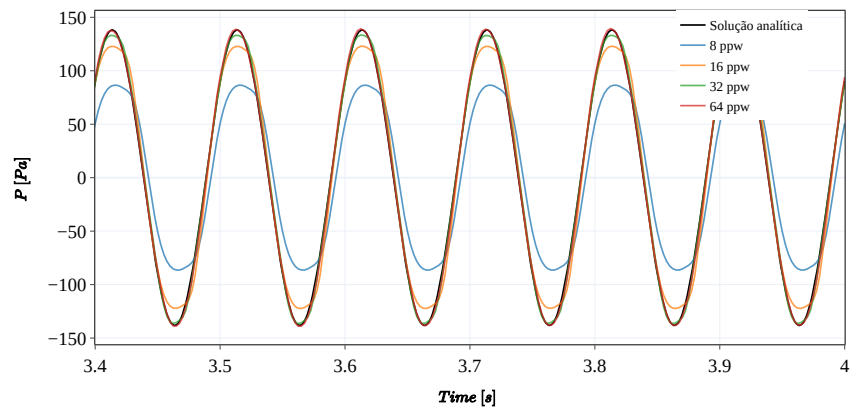
Fonte: Autor (2024).

Figura 64 – Comportamento temporal na *Probe 4* com $x = -1,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 1)



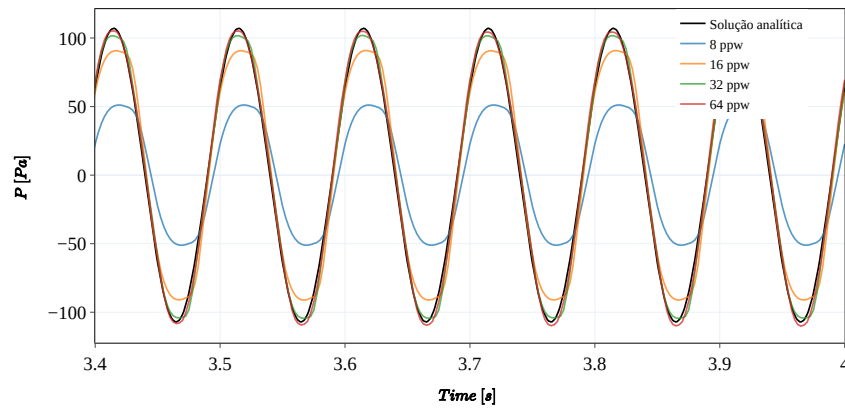
Fonte: Autor (2024).

Figura 65 – Comportamento temporal na *Probe 5* com $x = 1,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 1)



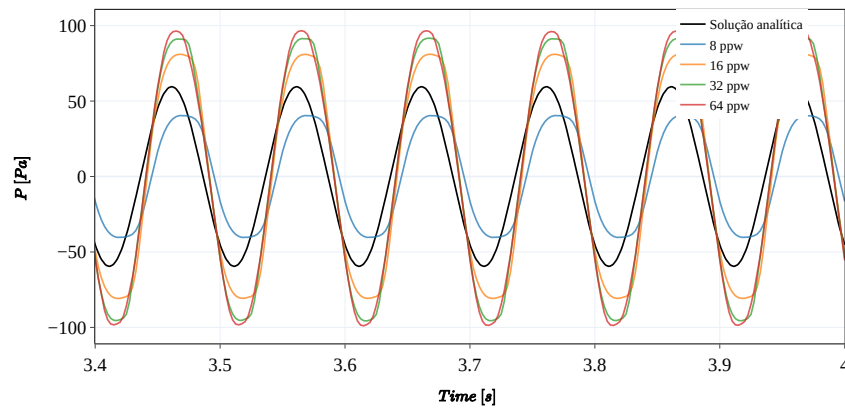
Fonte: Autor (2024).

Figura 66 – Comportamento temporal na *Probe 6* com $x = 2,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 1)



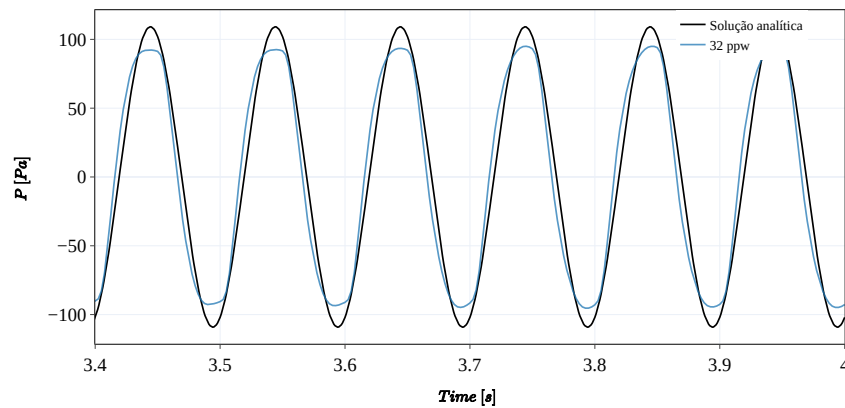
Fonte: Autor (2024).

Figura 67 – Comportamento temporal na *Probe 7* com $x = 3\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 1)



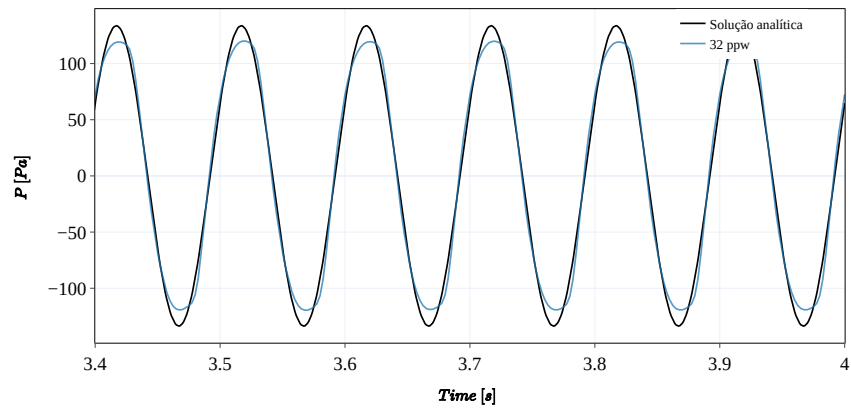
Fonte: Autor (2024).

Figura 68 – Comportamento temporal na *Probe 1* com $x = -4,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2)



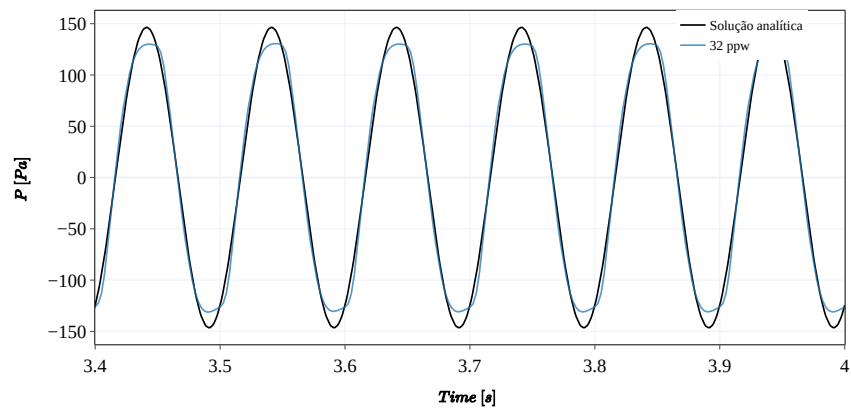
Fonte: Autor (2024).

Figura 69 – Comportamento temporal na *Probe 2* com $x = -3\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2)



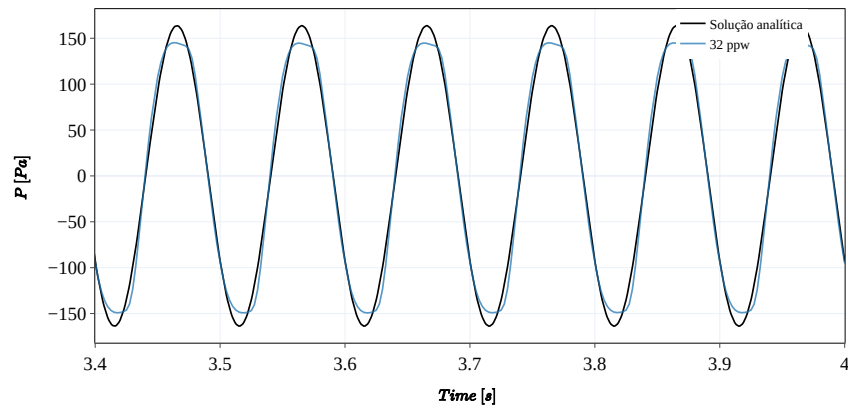
Fonte: Autor (2024).

Figura 70 – Comportamento temporal na *Probe 3* com $x = -2,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2)



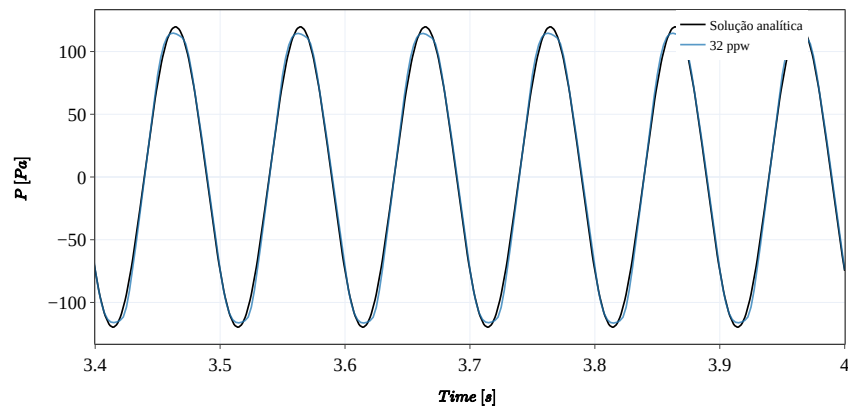
Fonte: Autor (2024).

Figura 71 – Comportamento temporal na *Probe 4* com $x = -1,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2)



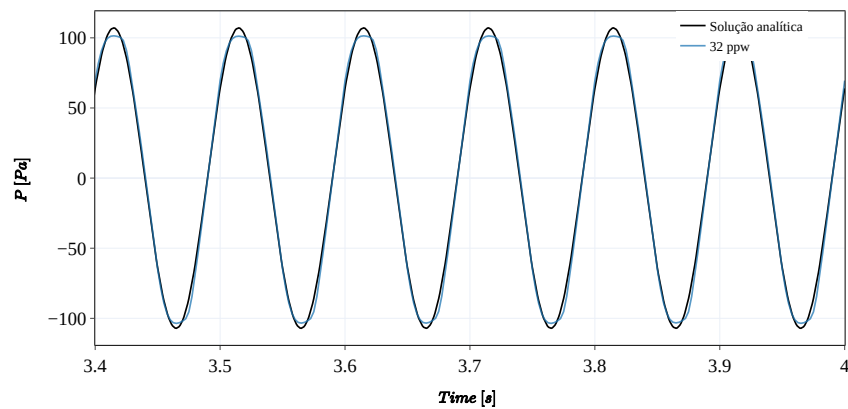
Fonte: Autor (2024).

Figura 72 – Comportamento temporal na *Probe 5* com $x = 1,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2)



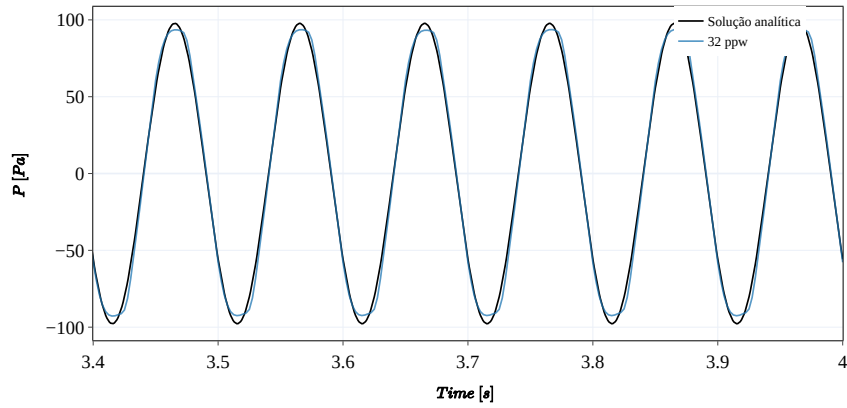
Fonte: Autor (2024).

Figura 73 – Comportamento temporal na *Probe 6* com $x = 2,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2)



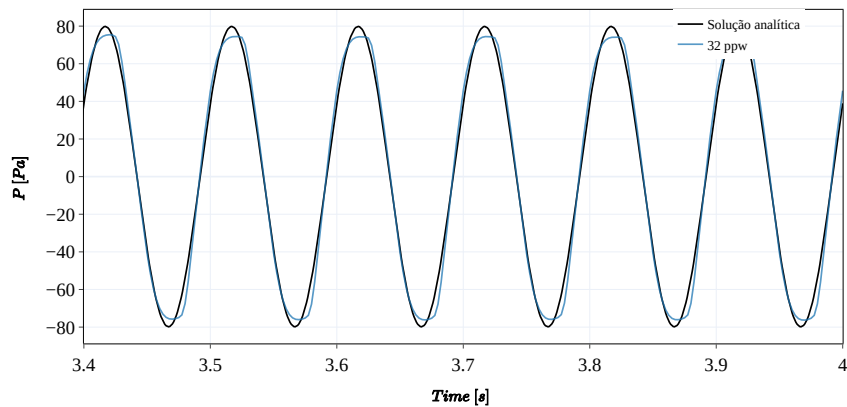
Fonte: Autor (2024).

Figura 74 – Comportamento temporal na *Probe 7* com $x = 3\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2)



Fonte: Autor (2024).

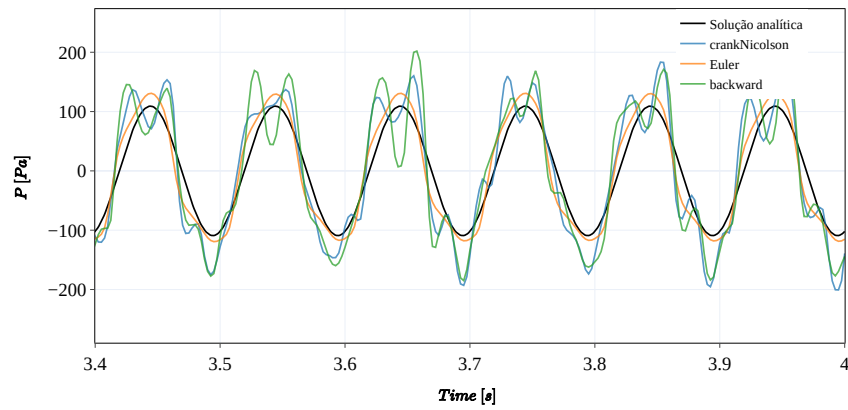
Figura 75 – Comportamento temporal na *Probe 8* com $x = 4,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2)



Fonte: Autor (2024).

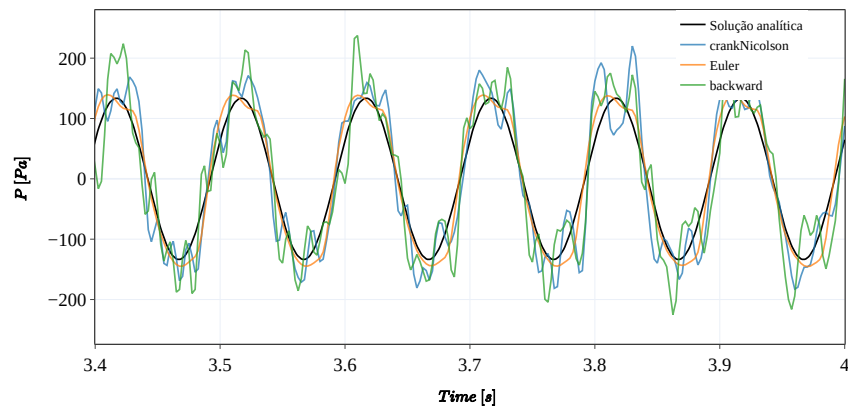
A.2 - VARIACÃO DOS ESQUEMAS TEMPORAIS

Figura 76 – Comportamento temporal na *Probe 1* com $x = -4,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 400$



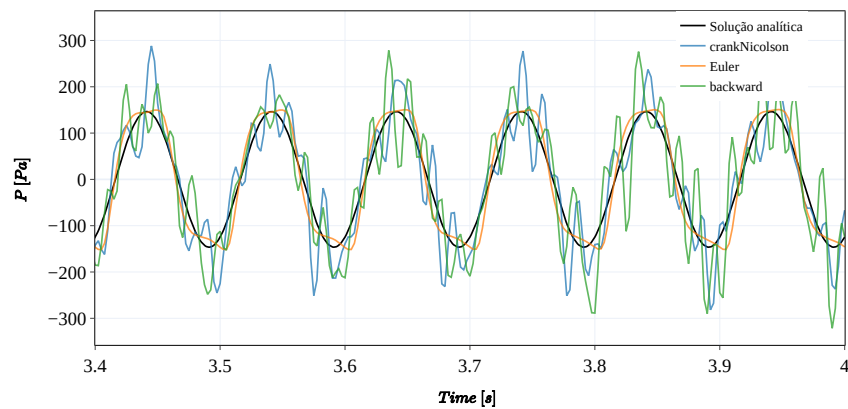
Fonte: Autor (2024).

Figura 77 – Comportamento temporal na *Probe 2* com $x = -3\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 400$



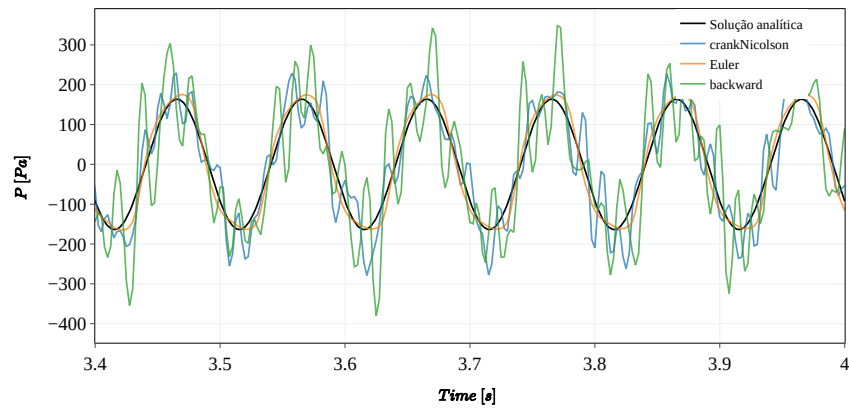
Fonte: Autor (2024).

Figura 78 – Comportamento temporal na *Probe 3* com $x = -2,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 400$



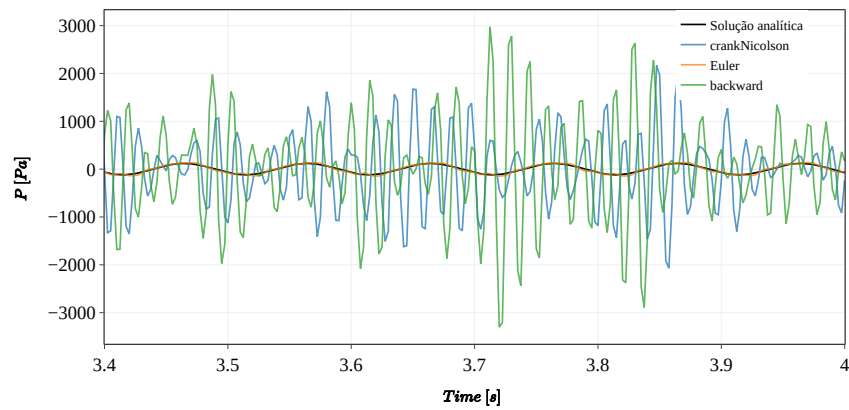
Fonte: Autor (2024).

Figura 79 – Comportamento temporal na *Probe 4* com $x = -1,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 400$



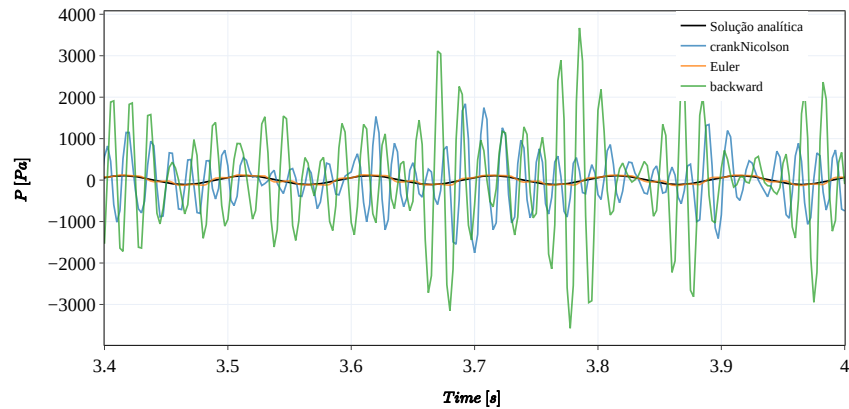
Fonte: Autor (2023).

Figura 80 – Comportamento temporal na *Probe 5* com $x = 1,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 400$



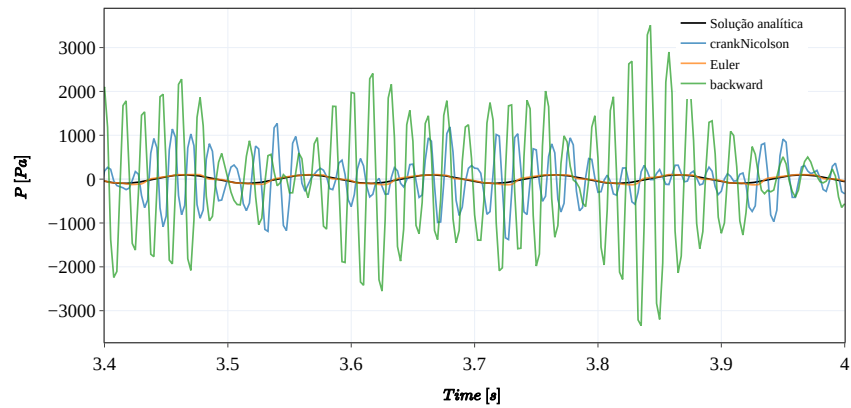
Fonte: Autor (2024).

Figura 81 – Comportamento temporal na *Probe 6* com $x = 2,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 400$



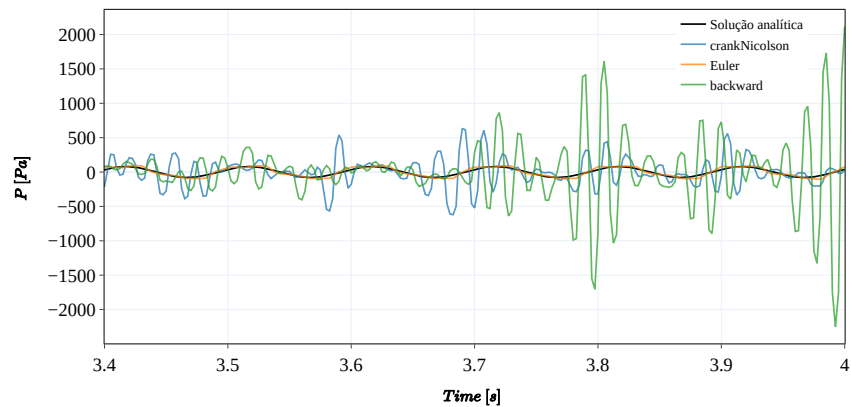
Fonte: Autor (2024).

Figura 82 – Comportamento temporal na *Probe 7* com $x = 3\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 400$



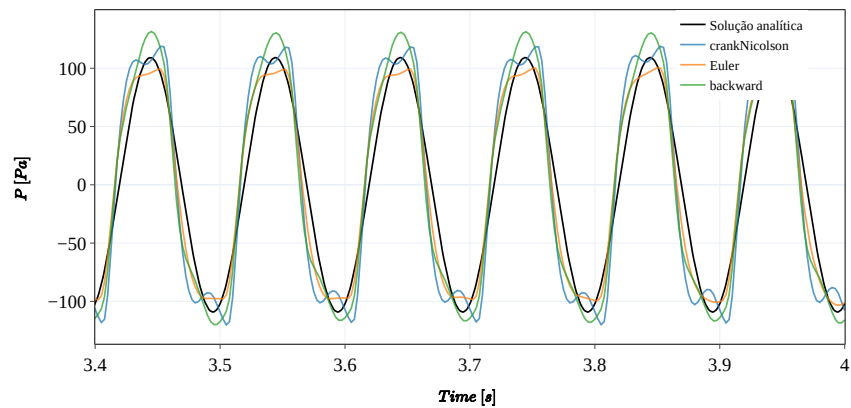
Fonte: Autor (2024).

Figura 83 – Comportamento temporal na *Probe 8* com $x = 4,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 400$



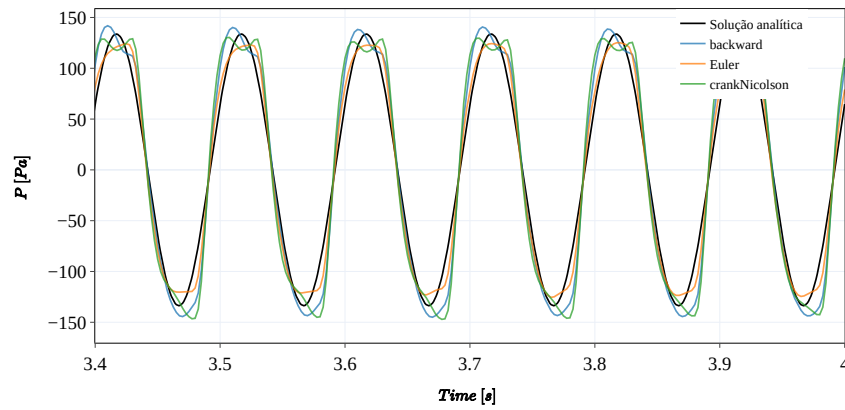
Fonte: Autor (2024).

Figura 84 – Comportamento temporal na *Probe 1* com $x = -4,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 800$



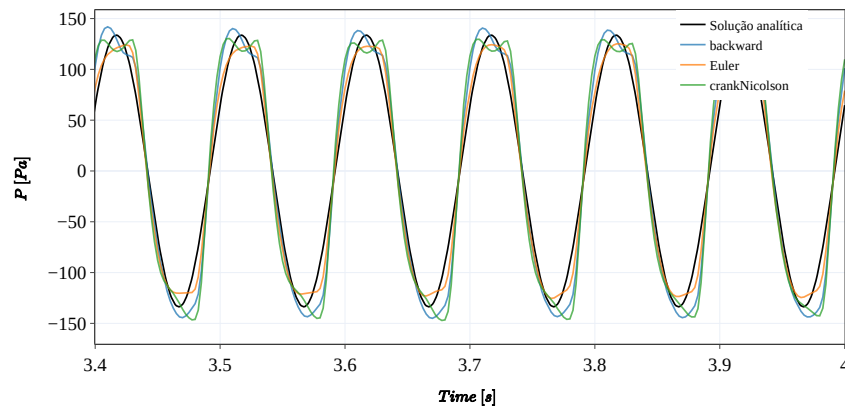
Fonte: Autor (2024).

Figura 85 – Comportamento temporal na *Probe 2* com $x = -3\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 800$



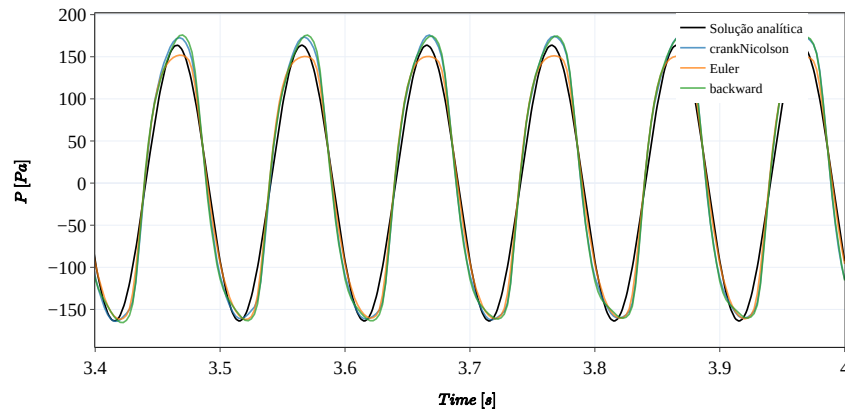
Fonte: Autor (2024).

Figura 86 – Comportamento temporal na *Probe 2* com $x = -2,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 800$



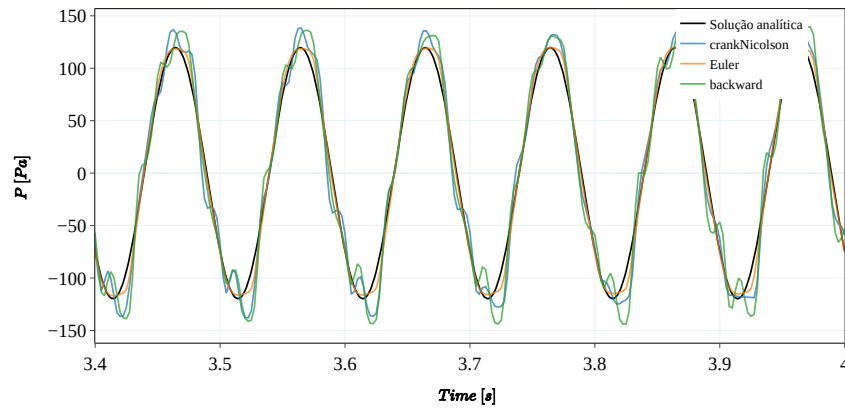
Fonte: Autor (2024).

Figura 87 – Comportamento temporal na *Probe 4* com $x = -1,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 800$



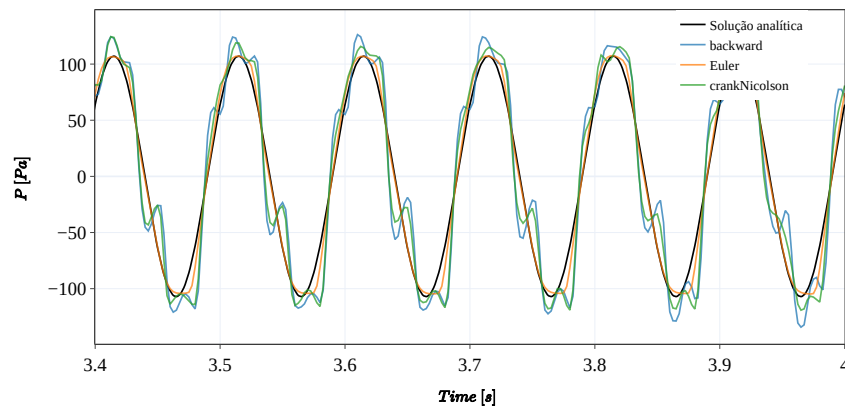
Fonte: Autor (2024).

Figura 88 – Comportamento temporal na *Probe 5* com $x = 1,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 800$



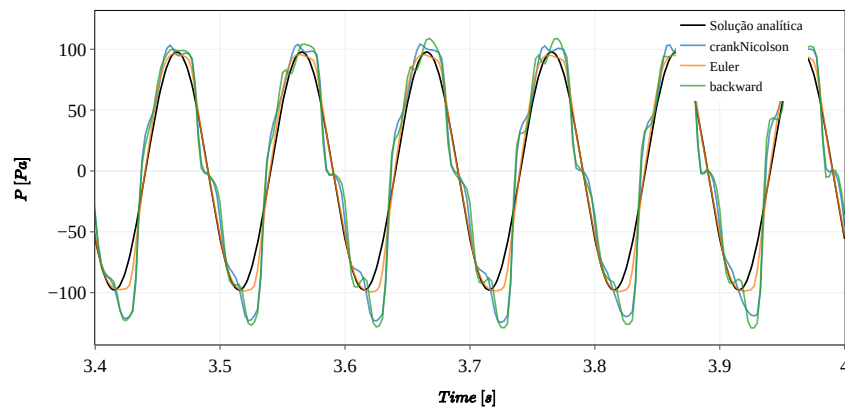
Fonte: Autor (2024).

Figura 89 – Comportamento temporal na *Probe 6* com $x = 2,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 800$



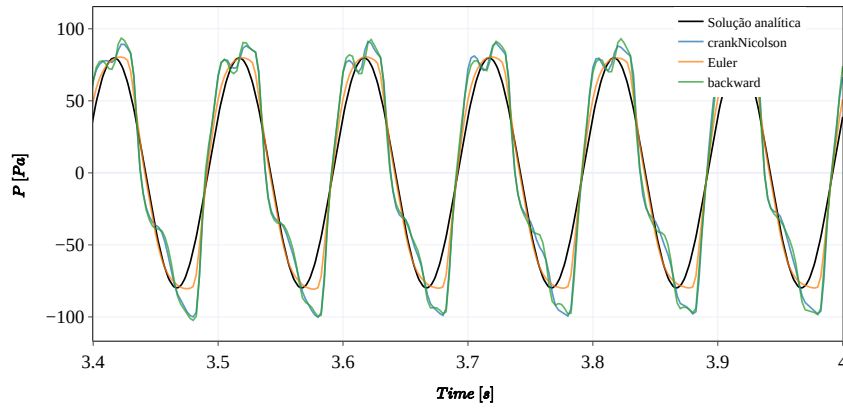
Fonte: Autor (2023).

Figura 90 – Comportamento temporal na *Probe 7* com $x = 3\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 800$



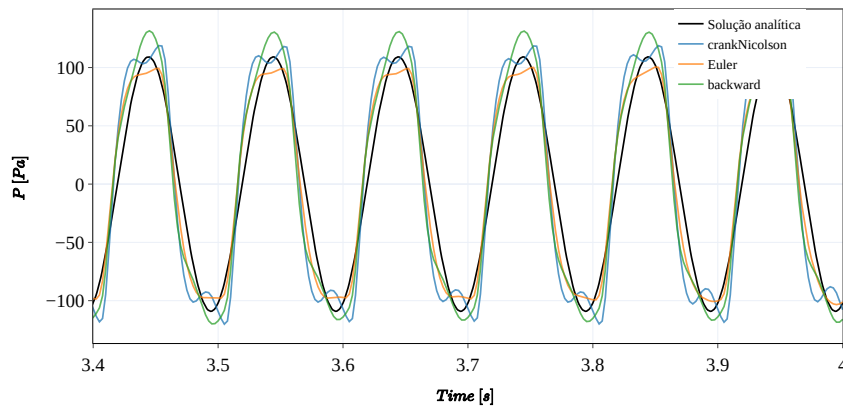
Fonte: Autor (2024).

Figura 91 – Comportamento temporal na *Probe 8* com $x = 4,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 800$



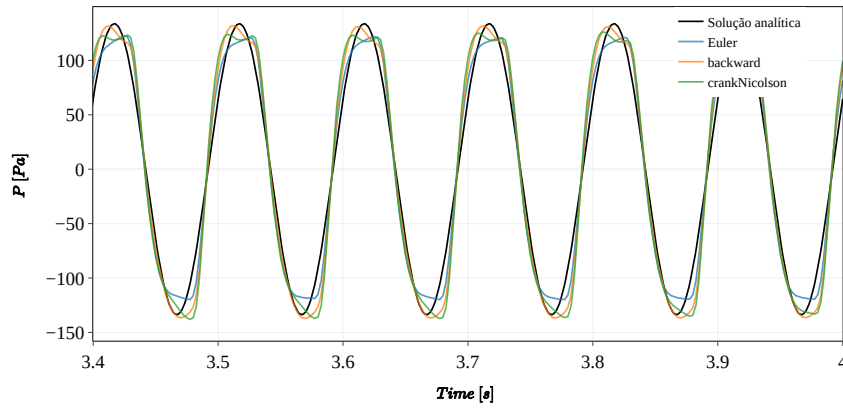
Fonte: Autor (2024).

Figura 92 – Comportamento temporal na *Probe 1* com $x = -4,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 800$



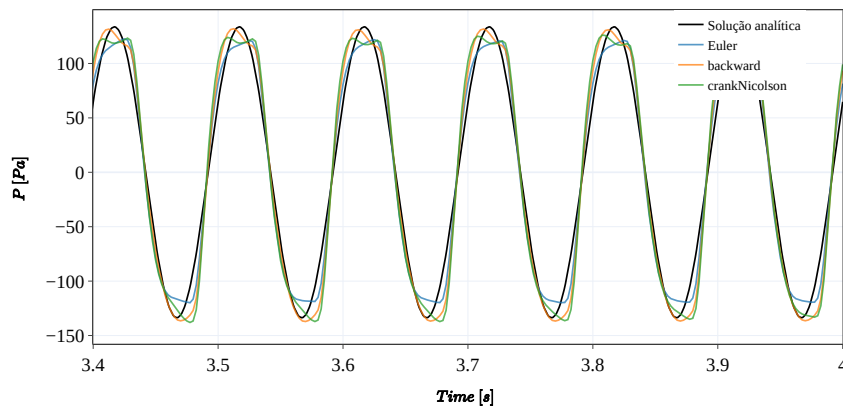
Fonte: Autor (2024).

Figura 93 – Comportamento temporal na *Probe 2* com $x = -3\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 1000$



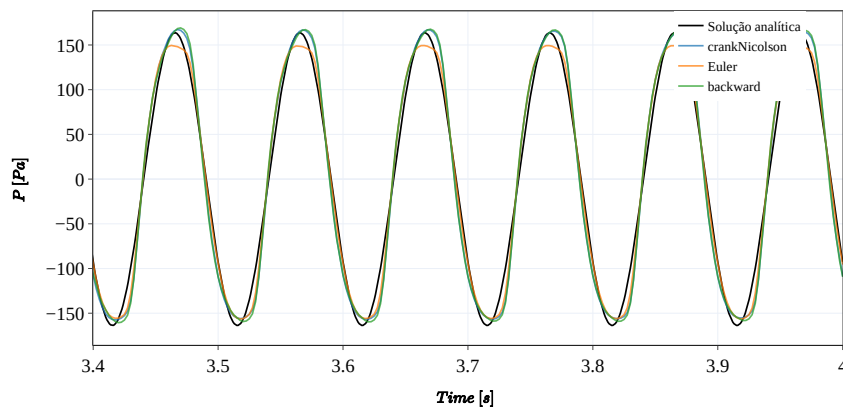
Fonte: Autor (2024).

Figura 94 – Comportamento temporal na *Probe 2* com $x = -2,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 1000$



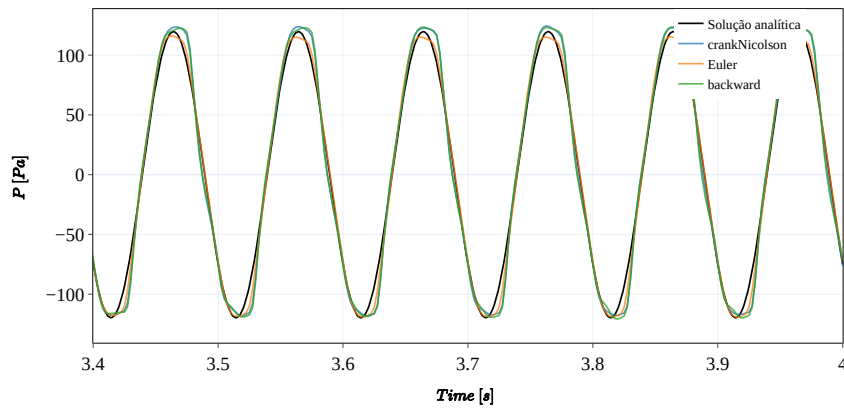
Fonte: Autor (2024).

Figura 95 – Comportamento temporal na *Probe 4* com $x = -1,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 1000$



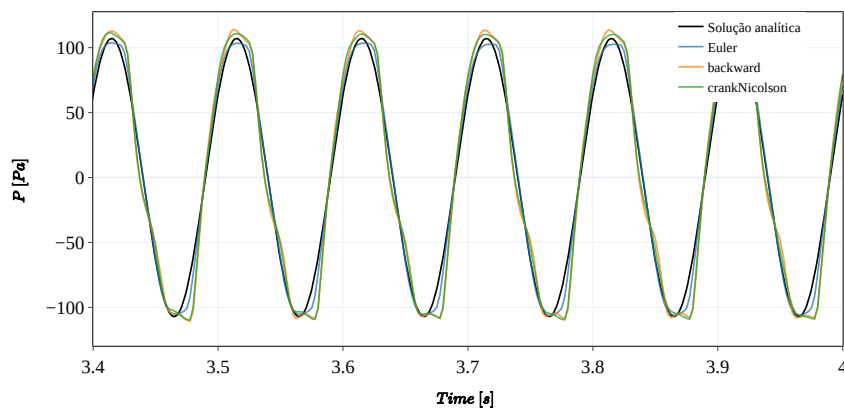
Fonte: Autor (2024).

Figura 96 – Comportamento temporal na *Probe 5* com $x = 1,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 1000$



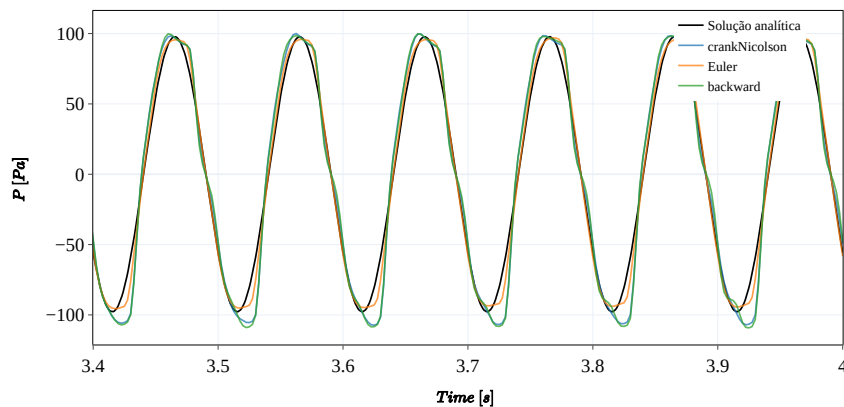
Fonte: Autor (2024).

Figura 97 – Comportamento temporal na *Probe 6* com $x = 2,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 1000$



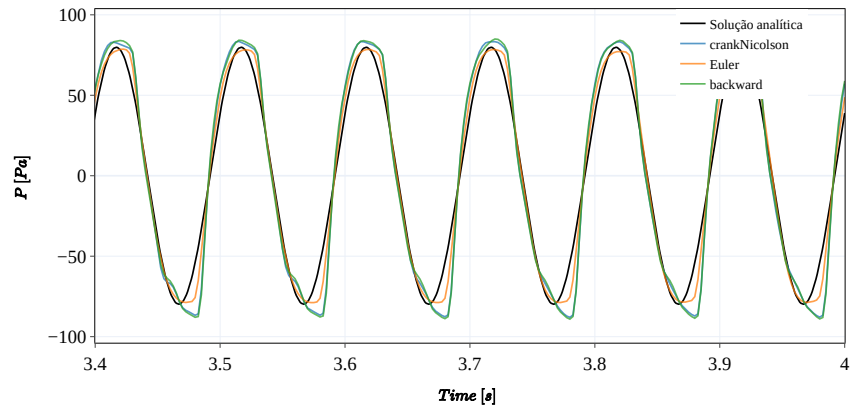
Fonte: Autor (2023).

Figura 98 – Comportamento temporal na *Probe 7* com $x = 3\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 1000$



Fonte: Autor (2024).

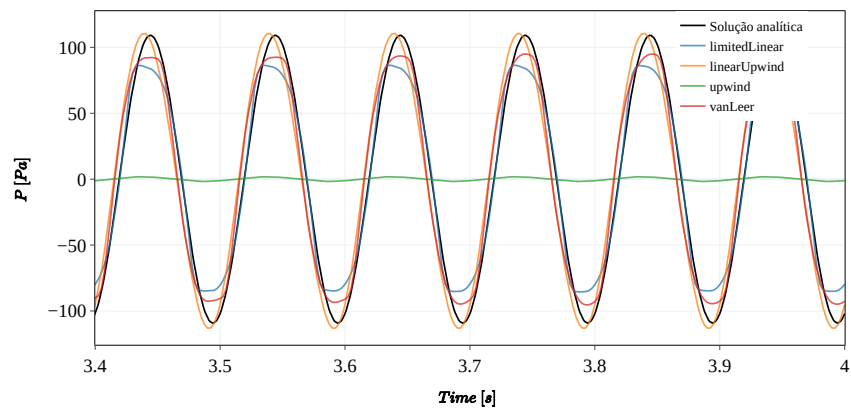
Figura 99 – Comportamento temporal na *Probe 8* com $x = 4,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2), $n = 1000$



Fonte: Autor (2024).

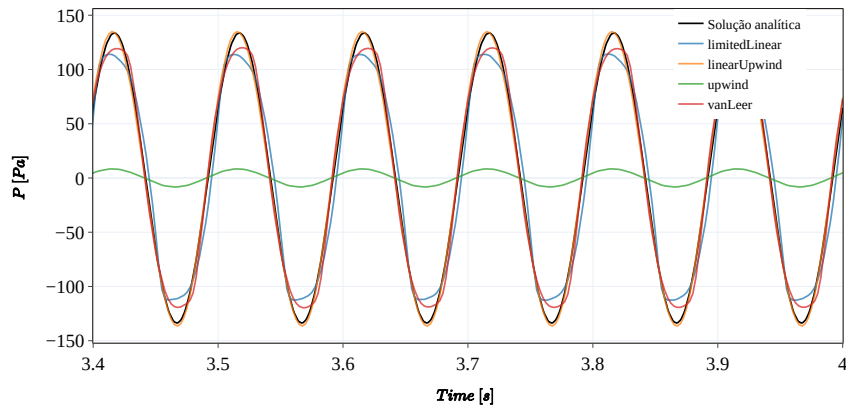
A.3 - VARIAÇÃO DOS ESQUEMAS ESPACIAIS

Figura 100 – Comportamento temporal na *Probe 1* com $x = -4,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2) com 32 PPW



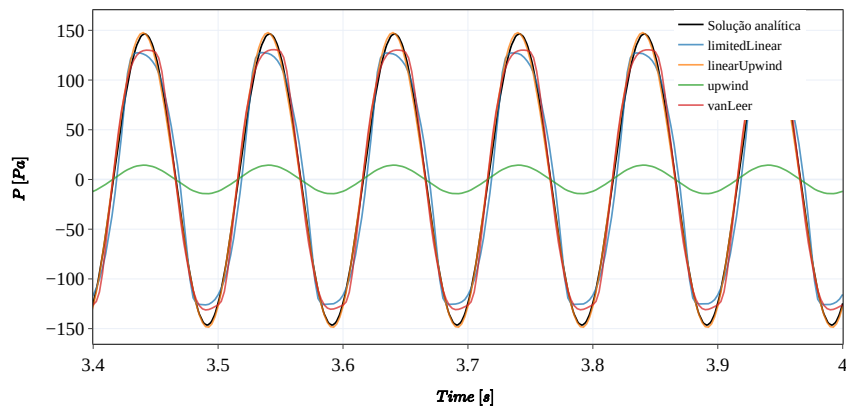
Fonte: Autor (2024).

Figura 101 – Comportamento temporal na *Probe 2* com $x = -3\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2) com 32 PPW



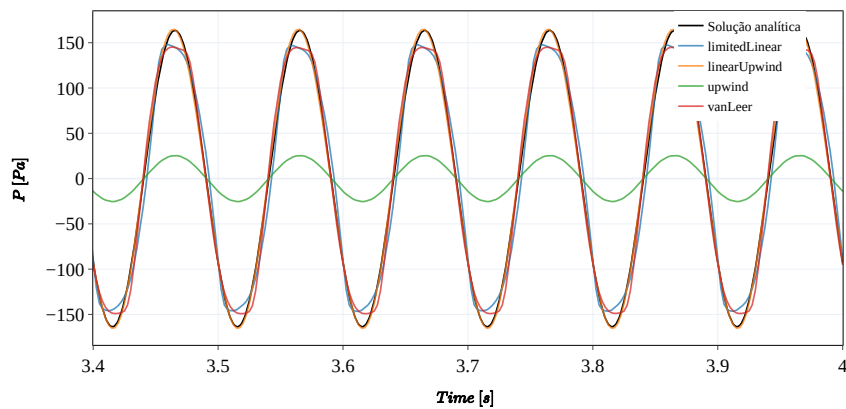
Fonte: Autor (2024).

Figura 102 – Comportamento temporal na *Probe 3* com $x = -2,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2) com 32 PPW



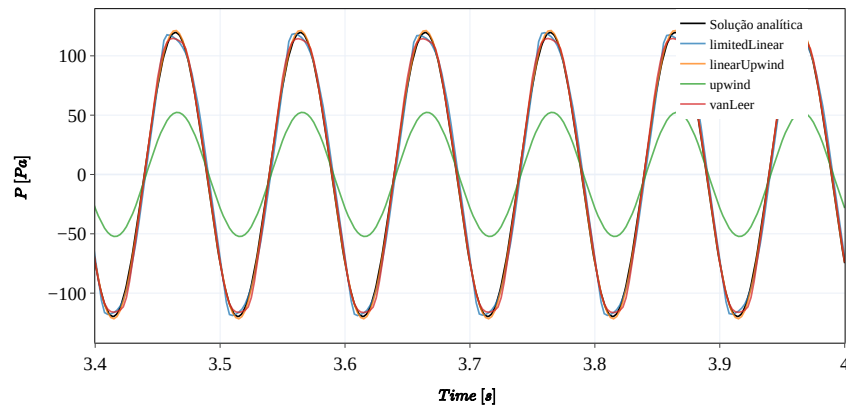
Fonte: Autor (2024).

Figura 103 – Comportamento temporal na *Probe 4* com $x = -1,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2) com 32 PPW



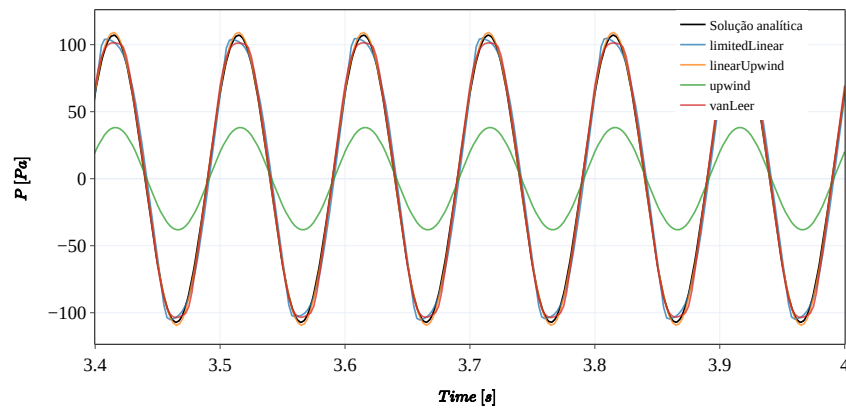
Fonte: Autor (2024).

Figura 104 – Comportamento temporal na *Probe 5* com $x = 1,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2) com 32 PPW



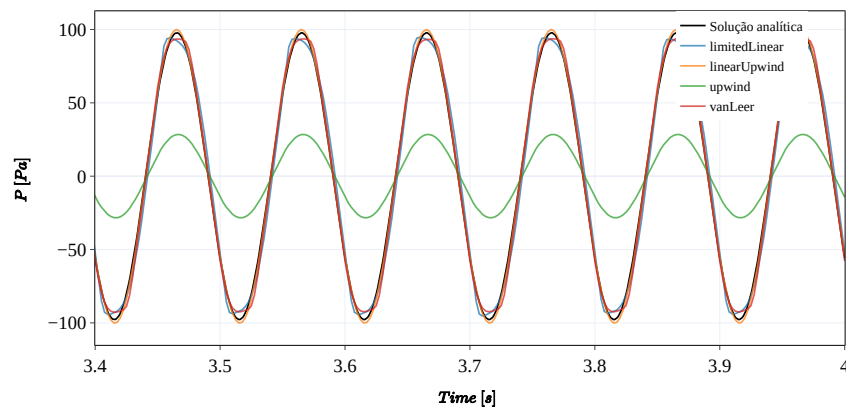
Fonte: Autor (2024).

Figura 105 – Comportamento temporal na *Probe 6* com $x = 2,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2) com 32 PPW



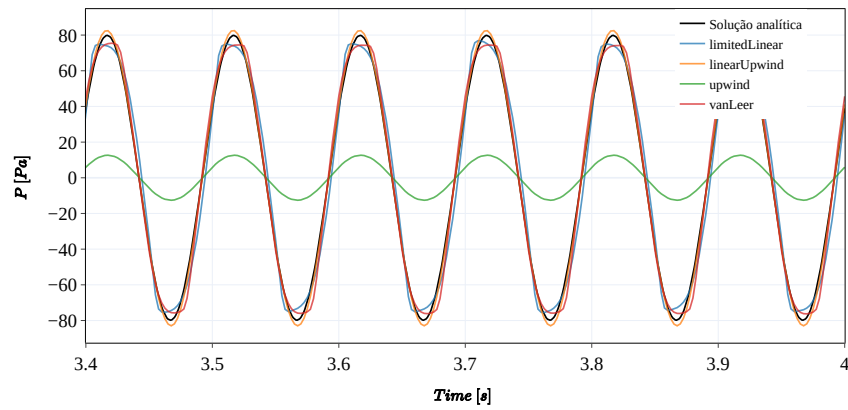
Fonte: Autor (2024).

Figura 106 – Comportamento temporal na *Probe 7* com $x = 3\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2) com 32 PPW



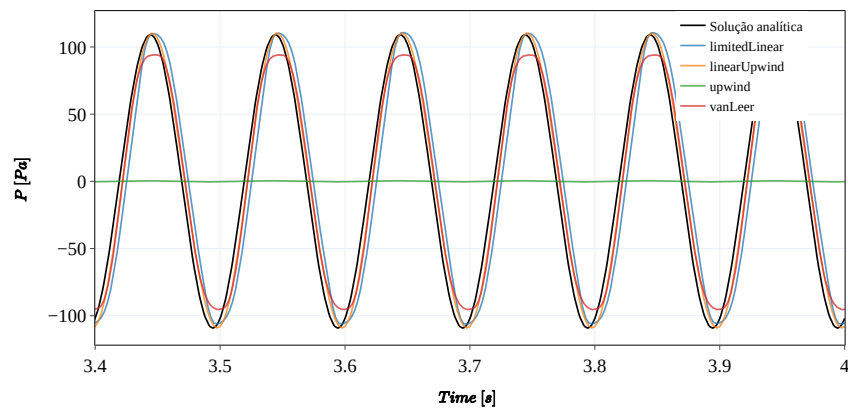
Fonte: Autor (2024).

Figura 107 – Comportamento temporal na *Probe 8* com $x = 4,5\lambda_d$ para malha quadrangular (domínio 2) com 32 PPW



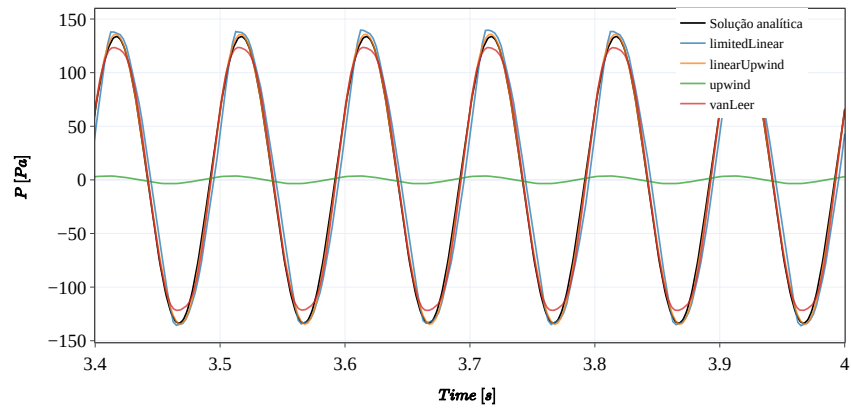
Fonte: Autor (2024).

Figura 108 – Comportamento temporal na *Probe 1* com $x = -4,5\lambda_d$ para malha híbrida (domínio 2) com 32 PPW



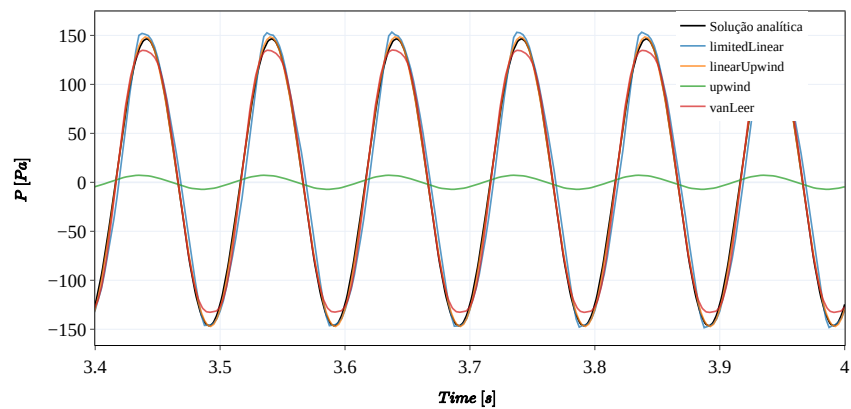
Fonte: Autor (2024).

Figura 109 – Comportamento temporal na *Probe 2* com $x = -3\lambda_d$ para malha híbrida (domínio 2) com 32 PPW



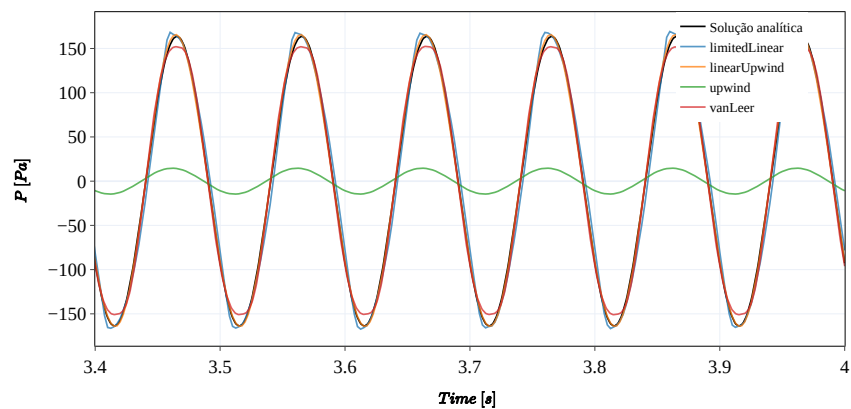
Fonte: Autor (2024).

Figura 110 – Comportamento temporal na *Probe 3* com $x = -2,5\lambda_d$ para malha híbrida (domínio 2) com 32 PPW



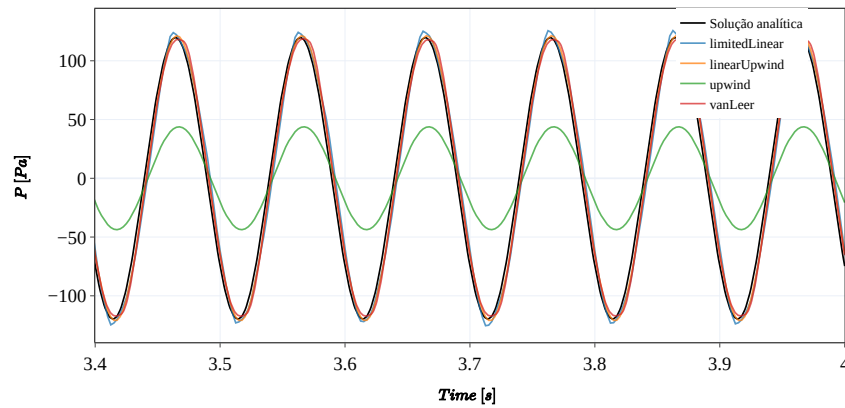
Fonte: Autor (2024).

Figura 111 – Comportamento temporal na *Probe 4* com $x = -1,5\lambda_d$ para malha híbrida (domínio 2) com 32 PPW



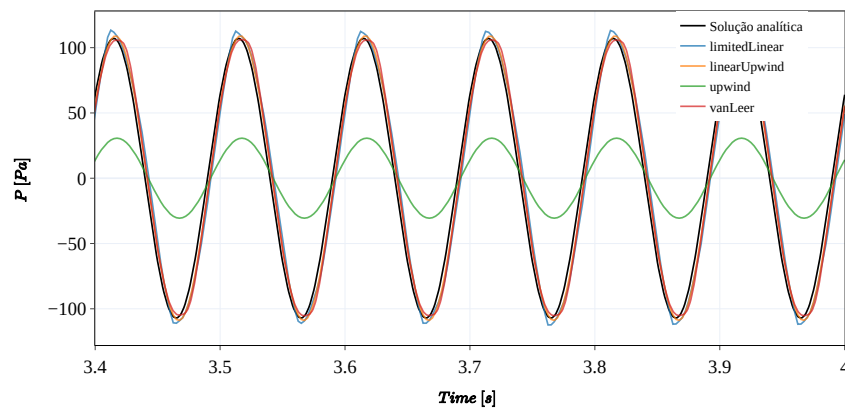
Fonte: Autor (2024).

Figura 112 – Comportamento temporal na *Probe 5* com $x = 1,5\lambda_d$ para malha híbrida (domínio 2) com 32 PPW



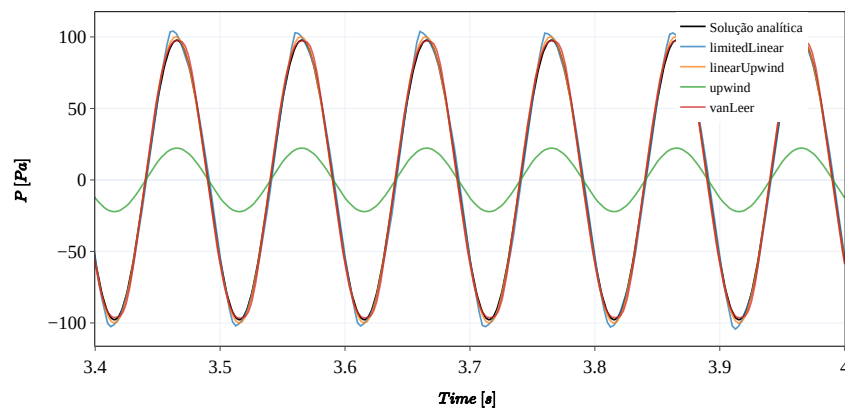
Fonte: Autor (2024).

Figura 113 – Comportamento temporal na *Probe 6* com $x = 2,5\lambda_d$ para malha híbrida (domínio 2) com 32 PPW



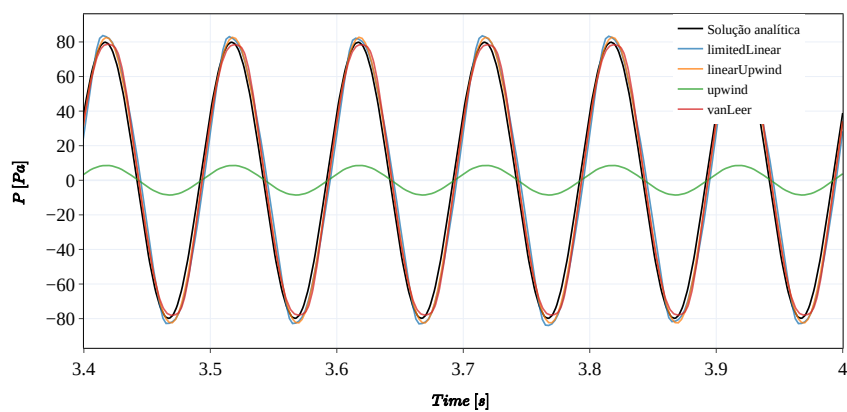
Fonte: Autor (2024).

Figura 114 – Comportamento temporal na *Probe 7* com $x = 3\lambda_d$ para malha híbrida (domínio 2) com 32 PPW



Fonte: Autor (2024).

Figura 115 – Comportamento temporal na *Probe 8* com $x = 4,5\lambda_d$ para malha híbrida (domínio 2) com 32 PPW



Fonte: Autor (2024).