



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO TECNOLÓGICO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

GUILHERME TRECO DOS SANTOS

**ANÁLISE DOS MÉTODOS DE ESTIMATIVA DE VIDA POR FADIGA EM JUNTAS
SOLDADAS DE TUBULAÇÕES**

Florianópolis
2023

Guilherme Treco dos Santos

**ANÁLISE DOS MÉTODOS DE ESTIMATIVA DE VIDA POR FADIGA EM JUNTAS
SOLDADAS DE TUBULAÇÕES**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação
em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de
Santa Catarina para a obtenção do Grau de Mestre em
Engenharia Mecânica.
Orientador: Prof. Arcanjo Lenzi, Ph.D.

Florianópolis

2023

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Santos, Guilherme Treco dos
Análise dos métodos de estimativa de vida por fadiga em
juntas soldadas de tubulações / Guilherme Treco dos Santos
; orientador, Arcanjo Lenzi, 2023.
132 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa
Catarina, Centro Tecnológico, Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Mecânica, Florianópolis, 2023.

Inclui referências.

1. Engenharia Mecânica. 2. Fadiga. 3. Vibrações mecânicas.
4. Juntas soldadas. 5. Tensão estrutural. I. Lenzi,
Arcanjo. II. Universidade Federal de Santa Catarina.
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. III. Título.

Guilherme Treco dos Santos

Análise dos métodos de estimativa de vida por fadiga em juntas soldadas de tubulações

O presente trabalho em nível de mestrado foi avaliado e aprovado por banca examinadora composta pelos seguintes membros:

Prof. Edison da Rosa, Dr. Eng.
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Thiago Antonio Fiorentin, Dr. Eng.
Universidade Federal de Santa Catarina

Certificamos que esta é a **versão original e final** do trabalho de conclusão que foi julgado adequado para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Prof. Henrique Simas, Dr. Eng.
Coordenação do Programa de Pós-Graduação

Prof. Arcanjo Lenzi, Ph.D.
Orientador

Florianópolis, 2023.

Dedico este trabalho aos meus pais.

AGRADECIMENTOS

A Deus por me guiar em todas as oportunidades oferecidas e por me dar força a superar as dificuldades encontradas.

Aos meus pais Marcia e Odair, por serem meus exemplos de vida, sempre me incentivando a seguir o caminho do estudo oferecendo todo apoio e suporte necessários.

À minha companheira de vida Amanda, que foi um dos principais motivos a me fazer encarar essa mudança e desafio, e por sempre estar ao meu lado em todos os momentos.

Ao meu irmão Gustavo, que esteve ao meu lado ao longo desses anos, em especial no momento em que morávamos juntos na época da graduação.

Ao meu orientador Arcanjo Lenzi, agradeço por todo o apoio e orientação ao longo do tempo desse mestrado. Além de ser um profissional de grande conhecimento, é um ser humano fantástico, sempre se preocupando com o bem estar de seus alunos.

Aos amigos que conheci durante essa jornada na UFSC, em especial ao Marcelo Martinelli pela parceria e histórias vividas na época de *roommate*. Ao Luiz Lenzi pelo suporte e apoio oferecido nesta reta final. Ao Jonas Bernardi além das várias histórias que levarei para a vida, por toda ajuda e conselhos que me fizeram enxergar uma luz no fim túnel.

Aos demais familiares e amigos que não foram citados aqui, mas que também fazem parte desta jornada, meu muito obrigado!

“Vencer sem correr riscos é triunfar sem glórias!” (Ayrton Senna)

RESUMO

A fadiga em juntas soldadas de tubulação na indústria de óleo e gás é um problema significativo e preocupante. Estas estruturas estão sujeitas a condições extremas de pressão, temperatura e corrosão, aliadas a vibrações aleatórias de equipamentos próximos como compressores e bombas. Diante desse cenário, a fadiga pode levar à falha prematura da junta, representando um risco à segurança e exigindo uma análise cuidadosa durante o projeto e a operação da tubulação. A estimativa de vida por fadiga devido a solicitações aleatórias requer análises probabilística e estatística, e depende do histórico de carregamento presente na estrutura, podendo ser conduzida de diferentes maneiras. Uma delas consiste na avaliação no domínio do tempo, que implica na contagem de ciclos em diferentes níveis de tensão obtidos a partir da análise de um sinal registrado ao longo do tempo (*Rainflow*). Outra abordagem ocorre no domínio da frequência, onde é empregado um método estatístico baseado na resposta dinâmica da estrutura, a partir da FRF (Função Resposta em Frequência), PSD (*Power Spectral Density*) e de parâmetros estatísticos PDF (*Probability density function*). Este trabalho realiza a análise de estimativa de vida para uma configuração típica do setor de óleo e gás. O espectro de tensões atuantes no pé da solda foi obtido por meio do método da tensão estrutural, ou tensão *hot spot*, via análise harmônica por MEF (Método dos Elementos Finitos). A partir do espectro de tensão é obtida a PSD, o que permite a obtenção das estimativas de vida tanto no domínio da frequência quanto no domínio do tempo por meio da inversão de domínio do sinal. Por fim, as principais diferenças são examinadas ao comparar os resultados obtidos em ambos os domínios.

Palavras-chave: Fadiga; Juntas soldadas; *Hot spot*; FRF; PSD; *Rainflow*.

ABSTRACT

Fatigue in welded pipe joints in the oil and gas industry is a significant and worrying problem. These structures are subject to extreme conditions of pressure, temperature and corrosion, combined with random vibrations from nearby equipment such as compressors and pumps. Against this backdrop, fatigue can lead to premature failure of the joint, posing a safety risk and requiring careful analysis during the design and operation of the pipe. Estimating fatigue life due to random stresses requires probabilistic and statistical analysis and depends on the structure's loading history. One of these is evaluation in the time domain, which involves counting cycles at different stress levels obtained from analysis of a signal recorded over time (Rainflow). Another approach is in the frequency domain, where a statistical method is used based on the dynamic response of the structure, using the statistical parameters FRF (Frequency Response Function), PSD (Power Spectral Density) and PDF (Probability Density Function). This work carries out a life estimation analysis for a typical configuration in the oil and gas sector. The stress spectrum acting on the base of the weld was obtained using the method of structural stresses, or hot spot stresses, through harmonic analysis of the FEM (Finite Element Method). The PSD is obtained from the stress spectrum, which makes it possible to obtain life estimates in both the frequency and time domains by inverting the signal domain. Finally, the main differences are examined by comparing the results obtained in both domains.

Keywords: Fatigue; Welded joints; Hot Spot; FRF; PSD; Rainflow.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Onda quadrada: (a) analítica e (b) aproximação de Fourier.....	26
Figura 2 – Sistema MMA de 1 GDL com excitação de força externa.	29
Figura 3 – Sistema MMA de 1 GDL com excitação pela base.	31
Figura 4 – Modelos dinâmicos de um foguete: a) Sistema real, b) Sistema Discreto e c) Sistema contínuo.	33
Figura 5 – Classificação dos processos determinísticos.....	35
Figura 6 – Classificação dos processos aleatórios.....	36
Figura 7 – Conjunto de amostras de um processo aleatório.	37
Figura 8 – Distribuição de probabilidades do lançamento de um dado.....	38
Figura 9 – Função de distribuição de probabilidade cumulativa do lançamento de um dado..	38
Figura 10 – Função de distribuição de probabilidade de uma variável contínua.	39
Figura 11 – Exemplo de função densidade de probabilidade.....	40
Figura 12 – Cálculo da função densidade de probabilidade para um processo aleatório.....	40
Figura 13 – Função densidade de probabilidade e uma distribuição Gaussiana.	43
Figura 14 – Função densidade de probabilidade e uma distribuição de Rayleigh.	44
Figura 15 – Função densidade de probabilidade de um processo estocástico.....	45
Figura 16 – Condições de estacionaridade: a) Não estacionário com relação a.....	48
Figura 17 – PSD bilateral e unilateral.	51
Figura 18 – Cálculo do momento da PSD.....	52
Figura 19 – Estágios de fadiga na estrutura do material.....	55
Figura 20 – Comparação de vida de fadiga entre amostras.	56
Figura 21 – Defeitos recorrentes em juntas soldadas.	58
Figura 22 – Nomenclatura de tensões para carregamento cíclico de amplitude constante.	59
Figura 23 – Curva S-N do modelo de Basquin.....	60
Figura 24 – Abordagem da teoria de Bendat em um sinal de banda larga.	63
Figura 25 – Passos para estimar a vida de fadiga no domínio do tempo.....	65
Figura 26 – Método <i>Rainflow</i> : (a) Sinal de tensão; (b) Contagem <i>Rainflow</i> ; (c) Resultado....	66
Figura 27 – Passos para estimar a vida de fadiga no domínio da frequência.	67
Figura 28 – Distribuição de tensões ao redor da solda.....	73
Figura 29 – Tensão de <i>hot spot</i> como somatório da tensão de membrana e de flexão.....	76
Figura 30 – Raio efetivo proposto para juntas soldadas.....	77

Figura 31 – Distribuição de tensão através da espessura da placa e ao longo da superfície próxima a solda.....	78
Figura 32 – Métodos de obtenção da tensão de <i>hot spot</i>	81
Figura 33 – Tipos de <i>hot spot</i>	82
Figura 34 – Pontos de referência dos tipos de malha e tipos de <i>hot spot</i>	83
Figura 35 – Pontos de extrapolação para tensão de <i>hot spot</i> em juntas tubulares.	85
Figura 36 – Conexão soldada em elementos sólidos.	87
Figura 37 – Conexão soldada em elementos de casca.	88
Figura 38 – Conexão soldada em elementos rígidos.	88
Figura 39 – Corpo de prova.	90
Figura 40 – Condições de contorno do experimento: a) Carga axial; b) Carga de flexão.....	90
Figura 41 – Modelos utilizados na análise numérica: a) Modelo de casca s/ cordão; b) Modelo de casca c/ cordão em casca; c) Modelo de casca c/ cordão rígido; d) Modelo sólido	91
Figura 42 – Extrapolação linear da tensão de <i>hot spot</i> para carregamento axial.	92
Figura 43 – Extrapolação linear da tensão de <i>hot spot</i> para carregamento de flexão.	93
Figura 44 – Extrapolação quadrática da tensão de <i>hot spot</i> para carregamento axial.	94
Figura 45 – Extrapolação quadrática da tensão de <i>hot spot</i> para carregamento de flexão.	94
Figura 46 – Critério de vibração para tubulações proposto pelo Guidelines do Energy Institute	97
Figura 47 – Fluxograma da metodologia proposta.	102
Figura 48 - Caso de estudo: <i>Vent</i> da linha de sucção do primeiro estágio.	104
Figura 49 - Representação esquemática dos pontos de medições.	105
Figura 50 - Critério de avaliação do espectro medido ponto P3.	106
Figura 51 - Critério de avaliação do espectro medido ponto P2.	106
Figura 52 – Formas modais da estrutura.	108
Figura 53 – Modelo geométrico tridimensional.	109
Figura 54 – Representação da região do cordão de solda.....	110
Figura 55 – Discretização da geometria.	111
Figura 56 – Representação esquemática das condições de contorno aplicadas.	112
Figura 57 – Funções de transferência da velocidade em relação ao deslocamento unitário. .	113
Figura 58 – Funções de transferência da tensão no ponto “a” da coroa pelo deslocamento U_x	114

Figura 59 – Funções de transferência da tensão no ponto “a” da coroa pelo deslocamento U_y	114
Figura 60 – Deslocamentos obtidos da base.....	115
Figura 61 – Tensor de tensão do ponto “a” da coroa.	116
Figura 62 – Espectro de tensão <i>hot spot</i> na sela.	117
Figura 63 – Espectro de tensão <i>hot spot</i> na coroa.	117
Figura 64 – Sinal de tensão <i>hot spot</i> da sela no domínio do tempo.	119
Figura 65 – Sinal de tensão <i>hot spot</i> da coroa no domínio do tempo.....	120
Figura 66 – Densidade espectral de energia da sela.	120
Figura 67 – Densidade espectral de energia da coroa.	121
Figura 68 – Curvas S-N utilizadas no cálculo da vida de fadiga.....	122

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Vantagens e desvantagens dos métodos de vida de fadiga.....	79
Tabela 2 – Tamanho de malha e extrapolação recomendada.	81
Tabela 3 – Modelos utilizados na análise numérica.	91
Tabela 4 – Tensão de <i>hot spot</i> obtidas e comparação com resultado experimental para carregamento axial.....	95
Tabela 5 – Tensão de <i>hot spot</i> obtidas e comparação com resultado experimental para carregamento de flexão.....	95
Tabela 6 – Comparação das medições com o critério da Energy Institute.....	107
Tabela 7 – Comparação das medições com o critério da Energy Institute.....	118
Tabela 8 – Estimativa da vida em fadiga.....	122
Tabela 9 – Erro relativo dos métodos espectrais em relação ao <i>Rainflow</i>	123
Tabela 10 – Erro relativo dos métodos espectrais em relação ao <i>Rainflow</i> para extrapolação de $K = 3$	124

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABS	<i>American Bureau of Shipping</i>
ANP	Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis
ANSI	<i>American National Standards Institute</i>
API	<i>American Petroleum Institute</i>
ASME	<i>American Society of Mechanical Engineers</i>
AWS	<i>American Welding Society</i>
BS	<i>British Standard</i>
DNV	<i>Det Norske Veritas</i>
FFT	<i>Fast Fourier Transform</i>
FRF	Função resposta em frequência
IFFT	<i>Inverse Fast Fourier Transform</i>
IIW	<i>International Institute of Welding</i>
MEF	Método dos elementos finitos
PDF	<i>Probability density function</i>
PS	<i>Power Spectrum</i>
PSD	<i>Power Spectral Density</i>
THS	Tensão <i>hot spot</i>
ZTA	Zona Termicamente Afetada

LISTA DE SÍMBOLOS

A	Razão de tensão alternada
A_{PSD}	Área da PSD
$a(K)$	Parâmetro de ajuste de Wirsching–Light
a_n	Coefficiente da série de Fourier
b	Expoente de resistência a fadiga ou expoente de Basquin
b_n	Coefficiente da série de Fourier
b^{TB}	Coefficiente de Tovo-Benasciutti
$b(K)$	Parâmetro de ajuste de Wirsching–Light
C	Coefficiente de resistência à fadiga
C_{xx}	Autocovariância
\tilde{C}_n	Coefficiente complexo da série de Fourier
c	Amortecimento
D	Dano
\bar{D}_{NB}	Intensidade do dano de <i>narrowband</i>
\bar{D}_{RC}	Intensidade do dano de <i>range count</i>
\bar{D}_{RFC}	Intensidade do dano de <i>Rainflow</i>
\bar{D}_{RFC}^{DK}	Intensidade do dano de Dirlik
\bar{D}_{RFC}^{TB}	Intensidade do dano de Tovo-Benasciutti
$E[\cdot]$	Operador de expectativa matemática
$E[0]$	Expectativa de zeros
$E[0^+]$	Expectativa de zeros com cruzamento positivo
$E[P]$	Expectativa de picos
$E[X]$	Valor esperado ou valor médio
$F(x)$	Função de distribuição de probabilidade
f	Frequência em Hertz
f_c	Frequência central
f_m	Frequência média esperada
f_0	Amplitude da excitação
$G_{1,2,3}$	Parâmetros de ajuste de Dirlik
$G_{xx}(\omega)$	Densidade espectral de potência unilateral
$\tilde{H}(\omega)$	Função resposta em frequência
J	Parâmetro de ajuste de Dirlik
K	Expoente de resistência a fadiga ou inclinação da curva
k	Rigidez
m	Massa
m_n	Enésimo momento da PSD
N_f	Número de ciclos até a falha
$p(x)$	Função densidade de probabilidade
$p(\sigma_a)$	Função densidade de probabilidade da amplitude de tensão
$p_{RFC}^{DK}(\sigma_a)$	Função densidade de probabilidade da amplitude de tensão de Dirlik
Q	Parâmetro de ajuste de Dirlik
R	Razão de tensão
R_{xx}	Autocorrelação
S_f	Limite de resistência à fadiga

S_u	Limite de resistência à tração
$S_{xx}(\omega)$	Densidade espectral de potência bilateral
T	Período
T_0	Período de observação
T^{XX}	Estimativa de vida obtida por método espectral
T^{RFC}	Estimativa de vida obtida no tempo pelo <i>Rainflow</i>
T_{err}^{XX}	Erro relativo da estimativa de vida
t	Tempo
X	Variável aleatória
X_0	Amplitude do movimento
\tilde{X}	Amplitude complexa da resposta
x	Deslocamento
\dot{x}	Velocidade
\ddot{x}	Aceleração
Y_0	Amplitude do deslocamento da base
Z	Amplitude de tensão normalizada de Dirlík
α_n	Parâmetros de banda de Tovo-Benasciutti
β	Banda generalizada de Ortiz-Chen
$\Gamma(\cdot)$	Função gama de Euler
γ	Fator de irregularidade
ε	Coefficiente de Wirsching-Light
η	Amortecimento estrutural
μ_X	Valor esperado ou valor médio
ρ_{BT}	Fator de correção de $\alpha_{0.75}$
ρ_{OC}	Fator de correção de Ortiz-Chen
ρ_{TB}	Fator de correção de Tovo-Benasciutti
ρ_{WL}	Fator de correção de Wirsching-Light
σ_a	Tensão alternada
σ_b	Tensão flexão
σ_{HS}	Tensão estrutural ou tensão de <i>hot spot</i>
σ_m	Tensão de membrana
σ_{max}	Tensão máxima
σ_{min}	Tensão mínima
σ_{med}	Tensão média
σ_n	Tensão nominal
σ_{nl}	Tensão de não linearidade
σ_X	Desvio padrão
σ_X^2	Variância
$\sigma_{\tilde{X}}^2$	Primeira derivada da variância
$\sigma_{\ddot{\tilde{X}}}^2$	Segunda derivada da variância
τ	Incremento de tempo
$\psi_{\tilde{X}}^2$	Valor quadrado médio
ω	Frequência em rad/s
ω^2	Autovalor das frequências naturais
$[c]$	Matriz de amortecimento
$[C]$	Matriz de amortecimento modal
$[\tilde{H}(\omega)]$	Matriz de função resposta em frequência
$[k]$	Matriz de rigidez
$[K]$	Matriz de rigidez modal

$[m]$	Matriz de massa
$[M]$	Matriz de massa modal
$[\Phi]$	Matriz modal
$\{q\}$	Vetor de coordenadas modais
$\{\phi\}$	Autovetor das formas modais

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	21
1.1	OBJETIVOS	23
1.1.1	Objetivo geral.....	23
1.1.2	Objetivos específicos.....	23
1.2	ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO	24
2	REVISÃO TEÓRICA	25
2.1	SISTEMAS VIBRATÓRIOS.....	25
2.1.1.1	<i>Série de Fourier.....</i>	25
2.1.2	Transformada de Fourier	27
2.1.3	Função Resposta Frequência FRF	28
2.1.3.1	<i>Sistema 1 Grau de Liberdade</i>	29
2.1.3.2	<i>Sistema Excitado pela base</i>	31
2.1.3.3	<i>Sistema de Múltiplos Graus de Liberdade</i>	32
2.2	VIBRAÇÕES ALEATÓRIAS	35
2.2.1	Variáveis aleatórias	37
2.2.1.1	<i>Função densidade de probabilidade FDP (Probability Density Function PDF) .</i>	39
2.2.1.2	<i>Momentos de uma variável aleatória</i>	41
2.2.1.3	<i>Correlação e Covariância</i>	42
2.2.1.4	<i>Funções densidade de probabilidade mais conhecidas</i>	43
2.2.2	Processo estocástico	44
2.2.2.1	<i>Autocorrelação e Autocovariância.....</i>	46
2.2.2.2	<i>Processo Estacionário.....</i>	48
2.2.2.3	<i>Processo Estacionário e Ergódico</i>	49
2.2.3	Densidade Espectral de Potência (Power Spectral Density PSD).....	50
2.3	FADIGA	54
2.3.1	Conceitos.....	54
2.3.2	Fadiga em uniões soldadas.....	55
2.3.2.1	<i>Tensões residuais.....</i>	57
2.3.2.2	<i>Defeitos da solda</i>	57
2.3.3	Vida sob tensão (Curva S-N)	58
2.3.4	Estimativa de vida de fadiga em solicitações aleatórias	61
2.3.4.1	<i>Teoria do Acúmulo de Dano.....</i>	64

2.3.4.2	<i>Dominio do tempo</i>	65
2.3.4.2.1	Método da contagem de ciclos <i>Rainflow</i>	66
2.3.4.3	<i>Dominio da frequência</i>	67
2.3.4.3.1	Método da Banda Estreita (<i>Narrowband</i>)	68
2.3.4.3.2	Método de Wirsching–Light.....	69
2.3.4.3.3	Método de Ortiz–Chen	70
2.3.4.3.4	Método de Tovo-Benasciutti	70
2.3.4.3.5	Método $\alpha 0.75$	71
2.3.4.3.6	Método de Dirlik	72
2.4	MÉTODOS DE AVALIAÇÃO DA TENSÃO PARA A VIDA DE FADIGA EM JUNTAS SOLDADAS	73
2.4.1	Método da Tensão Nominal (<i>Nominal Stress Approach</i>)	75
2.4.2	Método da Tensão Estrutural (<i>Structural or Hot Spot Stress Approach</i>)	75
2.4.3	Tensão Efetiva no Entalhe (<i>Notch Stress Approach</i>)	77
2.4.4	Comparação entre os métodos	78
2.5	APLICAÇÃO DO MÉTODO DA TENSÃO HOT SPOT NO MEF	80
2.5.1	Método da extrapolação da tensão superficial	82
2.5.1.1	<i>Extrapolação para estruturas de placas</i>	82
2.5.1.2	<i>Extrapolação para estruturas tubulares</i>	84
2.6	TÉCNICAS DE MODELAGEM DE SOLDAS	86
2.6.1	Solda modelada em elemento sólido	86
2.6.2	Solda modelada em elemento de casca	87
2.6.3	Solda modelada por elemento rígido	88
3	METODOLOGIA	89
3.1	ABORDAGEM DAS TÉCNICAS DE MODELAGEM DA SOLDA	89
3.2	ABORDAGEM DA VELOCIDADE VIBRACIONAL MÁXIMA PERMITIDA	96
3.3	ABORDAGEM PARA OBTENÇÃO DO ESPECTRO DE TENSÃO INDUZIDA POR VIBRAÇÃO	97
3.3.1	Análise Modal	97
3.3.2	Análise harmônica	98
3.3.3	Função de transferência utilizadas na extrapolação do tensor de tensões	98
3.4	ABORDAGEM PARA OBTENÇÃO DA VIDA DE FADIGA	100

4	ESTUDO DE CASO	103
4.1	CASO TÍPICO.....	103
4.2	DADOS DE MEDIÇÃO	104
4.3	CÁLCULO DE TENSÃO	108
4.3.1	Modelagem geométrica	108
4.3.2	Discretização da geometria e condição de contorno.....	110
4.3.3	Espectros de tensão.....	112
4.4	ESTIMATIVA DA VIDA DE FADIGA.....	119
5	CONCLUSÕES.....	125
5.1	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	126
	REFERÊNCIAS.....	128

1 INTRODUÇÃO

O setor de óleo e gás desempenha, ao longo dos últimos anos, uma significativa parte da economia brasileira. Atualmente, a indústria do petróleo e gás no Brasil responde por 13% do PIB nacional e 50% da oferta interna de energia (ANP, 2020). Através da descoberta de grandes reservas de petróleo na camada pré-sal, houve um grande investimento para a indústria petrolífera do país.

A indústria de óleo e gás é vital para o funcionamento de diversas áreas, como transporte e energia. Por isso, muitas instalações, como plataformas de perfuração, refinarias, oleodutos e terminais de armazenamento, operam ininterruptamente para garantir o fornecimento contínuo de petróleo, gás e seus subprodutos. Essa operação contínua aliada às condições extremas do processo de produção, podem contribuir significativamente para falha por fadiga em juntas soldadas de tubulações de óleo e gás.

A fadiga em juntas soldadas de tubulações é um problema significativo e recorrente. As tubulações desempenham um papel crucial no transporte de substâncias em ambientes desafiadores, sujeitos às condições extremas de pressão, temperatura e corrosão. As juntas soldadas são pontos vulneráveis nessas estruturas devido a diversos fatores, incluindo variações térmicas e tensões residuais provenientes do processo de soldagem (GURNEY, 2006). Esses desafios exigem estratégias de projeto, materiais e técnicas de inspeção avançadas para mitigar o impacto da fadiga e garantir a integridade e segurança das tubulações na indústria de óleo e gás.

A falha por fadiga já proporcionou acidentes catastróficos na engenharia, como em caldeiras e vasos de pressão. Assim, é imprescindível realizar o projeto de estimativa de vida por fadiga dos componentes. A determinação da vida por fadiga pode ser realizada por diversos métodos, desde mais simples como curvas S-N, até mais complexos como mecânica da fratura (STEPHENS et al., 2000).

Uma importante etapa para a estimativa de vida em juntas soldadas é obter as tensões atuantes no pé da solda. Na literatura encontram-se diferentes métodos avaliativos de tensões em juntas soldadas, podendo ser classificados como métodos de análise global e local (MACDONALD, 2011). Dentre os vários métodos propostos, existe um método de análise local que se destaca, utilizado em projeto de fadiga em vasos de pressão desde a década de 1960, sendo este denominado por método da tensão estrutural ou tensão de *hot spot* (AYGÜL, 2012). Com a implementação no método de elementos finitos (MEF) no cálculo de fadiga, o método

foi amplamente difundido, estando presente nas principais normas de soldagem e fadiga para estruturas tubulares.

As tubulações de óleo e gás, na prática estão sujeitas a vibrações aleatórias, podendo ser causadas por diferentes fatores. Um desses fatores é transmitido através da vibração em equipamentos próximos como compressores, bombas e motores. Estes equipamentos dissipam grande energia ao sistema devido ao fluxo dos fluidos transportados, assim, mesmo estando adequadamente isolados, a transmissão da vibração será inevitável. Em avaliações complexas como essa, o problema de fadiga envolve análises probabilísticas e estatísticas de variação dos parâmetros do processo.

A maneira convencional de lidar com a fadiga é por meio de análises no domínio do tempo, onde o histórico das tensões ao longo do tempo é usado para determinar a quantidade de ciclos e calcular o acúmulo de dano. Esse procedimento exige análises dinâmicas transiente usando o MEF, que demanda um grande poder de processamento computacional, tornando-as difíceis de serem aplicadas de forma prática.

Uma abordagem alternativa é mediante análises harmônicas no domínio da frequência, utilizando a resposta espectral da estrutura chamada de função resposta em frequência (FRF), apresentando uma grande economia computacional (MRŠNIK; SLAVIC; BOLTEŽAR, 2013). Os métodos espectrais de fadiga são analisados a partir da densidade espectral de potência (PSD), que descreve a quantidade de energia em diferentes faixas de frequência. Isso ajuda a estimar o dano potencial causado, na estrutura por cada componente de frequência.

Com o avanço das ferramentas computacionais, diversos métodos espectrais foram desenvolvidos, a fim de obter-se uma melhor correlação com dados experimentais e com o método no domínio do tempo (CALVENTE et al., 2022). Métodos como de Dirlik e Tovo-Benasciutti apresentam resultados similares em várias aplicações, sendo os métodos mais utilizados em processos gaussianos estacionários de banda larga (DIRLIK; BENASCIUTTI, 2021).

Diante do exposto, o presente trabalho busca estimar a vida por fadiga de juntas soldadas de tubulações, excitadas pela vibração de compressor em baixas frequências. Usando análise harmônica são obtidas as FRF, que associadas à medição em campo resultam no cálculo da tensão *hot spot* no pé da solda. A partir do espectro de tensão é obtida a PSD, assim, são obtidas as estimativas de vida no domínio da frequência, como também no domínio do tempo devido a inversão de domínio do sinal. Por fim são analisadas as principais diferenças, comparando os resultados obtidos pelos dois domínios.

1.1 OBJETIVOS

Nas seções abaixo estão descritos o objetivo geral e os objetivos específicos deste trabalho.

1.1.1 Objetivo geral

O objetivo deste trabalho é desenvolver uma metodologia de estimativa de vida por fadiga em juntas soldadas de tubulações, excitadas pela vibração do compressor em baixas frequências. A solicitação gerada é comumente associada como aleatória, assim, com a abordagem estatística do processo, são estimadas as vidas usando domínio na frequência e no tempo.

1.1.2 Objetivos específicos

Diante do objetivo geral, são apresentados os seguintes objetivos específicos:

- I. Avaliar as diferentes metodologias sobre tipos de elementos e representação da junta soldada propostos na literatura para a obtenção da tensão *hot spot*.
- II. Obter as funções de transferência da estrutura a partir da análise harmônica em baixa frequência considerando uma excitação genérica.
- III. Determinar o espectro de tensão *hot spot* no pé da solda, a partir da associação das funções de transferência obtidas na análise harmônica com a medição realizada em campo.
- IV. Analisar a estimativa de vida por diferentes métodos espectrais, via métodos estatísticos a partir da PSD de tensão *hot spot*, e com a inversão de domínio do sinal, também se estima a vida no domínio do tempo, realizando as comparações entre os métodos analisados.

1.2 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

O trabalho está organizado na forma de *Capítulos* da seguinte forma:

O *Capítulo 1* apresenta uma introdução do problema da estimativa de vida de juntas soldadas de tubulações do setor de óleo e gás, juntamente com os objetivos da metodologia proposta.

O *Capítulo 2* apresenta a revisão teórica, através dos principais conceitos e Equações fundamentais sobre sistemas vibratórios, processos estocásticos e estimativa da vida por fadiga. Serão também apresentados os métodos avaliativos de tensão em juntas soldadas, com enfoque no método da tensão *hot spot*. Para estimativa de vida por fadiga serão apresentados alguns dos principais métodos encontrados na literatura, através do domínio da frequência e do tempo.

O *Capítulo 3* apresenta a metodologia utilizada neste trabalho. Com a replicação de trabalho numérico-experimental da literatura, são determinados os parâmetros de tipo elemento e representação da junta soldada no modelo da tensão de hot spot. Também é apresentado o método de obtenção do espectro da tensão *hot spot*, a partir das funções de transferência obtidas via análise harmônica, associadas a medição em campo, para estimativa de vida por fadiga.

O *Capítulo 4* apresenta o estudo de caso de uma configuração típica do setor de óleo e gás. A partir da metodologia proposta são obtidos os espectros de tensões atuantes no pé da solda, assim, são estimadas a vida por fadiga utilizando os diferentes métodos propostos no domínio da frequência e do tempo. Os resultados obtidos são comparados, a fim de avaliar as diferenças dos métodos nos diferentes domínios.

O *Capítulo 5* resume os principais resultados obtidos nesta pesquisa. Também oferece recomendações para trabalhos futuros, com intuito de promover melhorias na metodologia proposta.

2 REVISÃO TEÓRICA

Neste capítulo, serão apresentados os principais conceitos e teorias que fundamentam o tema de pesquisa deste trabalho. Da revisão bibliográfica, retoma e revisa os princípios sobre sistemas vibratórios e vibrações aleatórias, por meio de conceitos de probabilidade, estatística e processo estocásticos. Também serão retomados os conceitos básicos de fadiga em juntas soldadas, apresentando os principais métodos de obtenção da tensão atuante no pé da solda. A partir das tensões, serão apresentados diferentes métodos de trabalhos encontrados para estimativa da vida em fadiga, através dos domínios do tempo e da frequência.

2.1 SISTEMAS VIBRATÓRIOS.

Sistemas vibratórios referem-se a conjuntos de componentes interativos que exibem movimentos oscilatórios ou vibracionais. Eles podem ser encontrados em uma variedade de contextos, desde máquinas industriais até dispositivos eletrônicos e estruturas complexas.

A análise dos movimentos vibratórios envolve o estudo de parâmetros como amplitude (a extensão máxima do movimento), frequência (número de ciclos completos por unidade de tempo) e fase (a posição relativa do movimento no ciclo). Em suma, os sistemas vibratórios desempenham um papel fundamental em muitas indústrias e campos, sendo essenciais para uma variedade de aplicações, a compreensão e controle desses sistemas são vitais para garantir o desempenho, segurança e eficiência ideais.

2.1.1.1 *Série de Fourier*

No estudo de sistemas vibratórios as funções periódicas são uma classe de funções muito importante. Uma função $x(t)$ é dita periódica com período T se:

$$x(t \pm nT) = x(t) \quad (1)$$

onde n é um número inteiro. Em outras palavras, a função repete-se a intervalos regulares de tempo T .

Sendo $x(t)$ uma função periódica e que repete seu valor no período de T , pode-se representar a mesma através de uma soma infinita de senos e cossenos, segundo a Equação (2) (WIRSCHING; PAEZ; ORTIZ, 1995).

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n \cos \left(\frac{2\pi n t}{T} \right) + b_n \sin \left(\frac{2\pi n t}{T} \right) \right] \quad (2)$$

onde t é o tempo, n o número de termos da aproximação e a_0 , a_n e b_n são os coeficientes constantes de Fourier dados pelas Equações (3), (4) e (5), respectivamente.

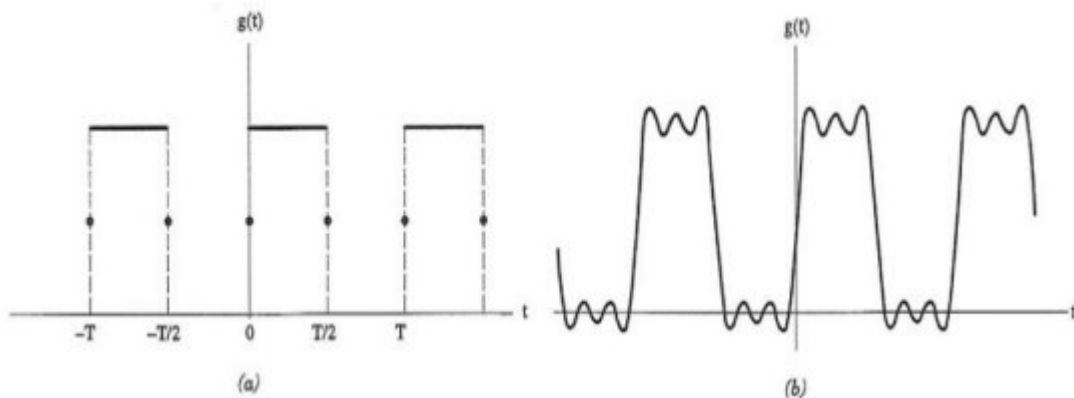
$$a_0 = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) dt \quad (3)$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \cos \left(\frac{2\pi n t}{T} \right) dt \quad (4)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \sin \left(\frac{2\pi n t}{T} \right) dt \quad (5)$$

Portanto, qualquer função periódica no domínio do tempo t tem uma representação equivalente no domínio da frequência $2\pi n/T$ dada pela série de Fourier. Na Figura 1 pode ser observada a série de Fourier aplicada a uma função de onda quadrada periódica.

Figura 1 – Onda quadrada: (a) analítica e (b) aproximação de Fourier.



Fonte: adaptado de (WIRSCHING; PAEZ; ORTIZ, 1995).

A partir da fórmula de Euler, a série de Fourier pode ser reescrita em sua forma complexa, como expressa pela Equação (6).

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{C}_n e^{i2\pi nt/T} \quad (6)$$

onde C_n é um coeficiente complexo como representado na Equação (7).

$$\tilde{C}_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) e^{-i2\pi nt/T} dt \quad (7)$$

2.1.2 Transformada de Fourier

A ideia subjacente à Série de Fourier pode ser aplicada às funções que não têm um comportamento periódico, tornando possível representá-las usando uma combinação de senos e cossenos. De fato, pode-se considerar uma função não periódica como uma função periódica com um período extremamente longo, aproximando-se do infinito.

A transformada de Fourier é conceitualizada como o limite da série de Fourier de uma função que possui um período infinitamente longo. Isso é demonstrado na Equação (8), sendo $x(t)$ é representado como uma série de Fourier na forma complexa (WIRSCHING; PAEZ; ORTIZ, 1995).

$$x(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) e^{-i2\pi nt/T} dt \right) e^{i2\pi nt/T} \quad (8)$$

A frequência em radianos por segundo é representada por $\Delta\omega = 2\pi/T$, assim a Equação (8) é reescrita conforme Equação (9).

$$x(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(\frac{\Delta\omega}{2\pi} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) e^{-in\Delta\omega t} dt \right) e^{in\Delta\omega t} \quad (9)$$

Com T tendendo ao infinito, o incremento $\Delta\omega$ se torna infinitesimal e o somatório assume a forma da integral como na Equação (10).

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-i\omega t} dt \right) e^{i\omega t} d\omega \quad (10)$$

A partir da Equação (10) é possível obter o par de transformadas de Fourier, representadas pelas Equações (11) e (12).

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-i\omega t} dt \quad (11)$$

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega)e^{i\omega t} d\omega \quad (12)$$

A Equação (11) é a transformada de Fourier e a Equação (12) é a transformada inversa de Fourier. Computacionalmente o par de transformadas pode ser utilizado em softwares como o MATLAB, através das funções FFT (*Fast Fourier Transform*) e IFFT (*Inverse Fast Fourier Transform*).

2.1.3 Função Resposta Frequência FRF

A sigla FRF geralmente se refere à Função Resposta em Frequência. A Função Resposta em Frequência é uma representação matemática que descreve como um sistema responde a diferentes frequências de entrada. É amplamente utilizada em engenharia, especialmente em áreas como controle de sistemas, análise de vibrações e engenharia estrutural.

A FRF é uma função que relaciona a amplitude e a fase da resposta de um sistema a uma variação na frequência da entrada. É representada graficamente como a amplitude da resposta em função da frequência de entrada, bem como a fase da resposta em função da frequência.

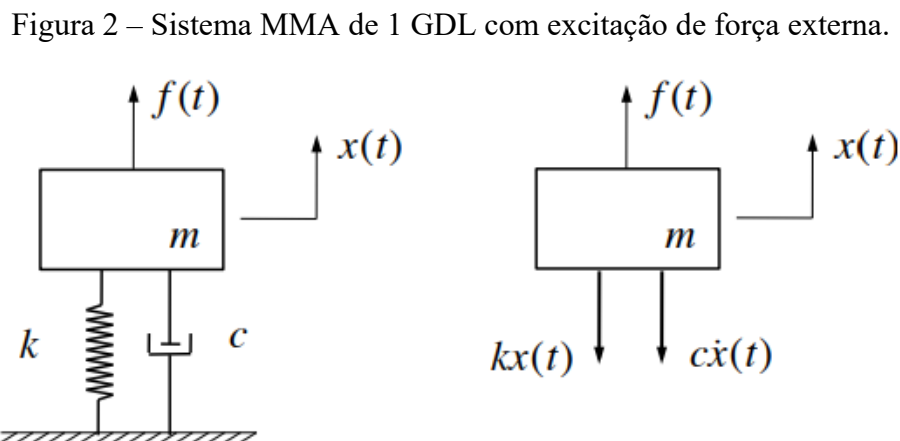
A análise da FRF é útil para entender como um sistema se comporta em diferentes frequências de excitação, identificando ressonâncias, frequências críticas e outras características importantes. Desempenha um papel fundamental no projeto de sistemas de

controle, na detecção de problemas em máquinas e estruturas, na otimização de desempenho e na análise de sistemas complexos.

Em resumo, a função resposta em frequência desempenha um papel essencial na análise, projeto e controle de sistemas vibratórios, permitindo uma compreensão detalhada de como esses sistemas se comportam em relação às diferentes frequências de excitação, o que é fundamental para otimizar o desempenho e a segurança de diversos tipos de sistemas.

2.1.3.1 Sistema 1 Grau de Liberdade

Um sistema massa, mola e amortecedor com 1 grau de liberdade (GDL), sujeito a uma excitação externa é ilustrado na Figura 2. Utilizando da Segunda Lei de Newton a Equação do movimento do sistema é expressa pela Equação (13) (MEIROVITCH, 2001; RAO, 2008).



Fonte: adaptado de (MEIROVITCH, 2001).

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f(t) \quad (13)$$

onde m é a massa, c é o amortecimento, k é a rigidez e $f(t)$ é a força excitadora.

Utilizando a definição complexa, com a força externa $f(t)$ sendo harmônica é definida pela Equação (14). Considerando que o sistema é linear, a resposta $x(t)$ também será harmônica e definida pela Equação (15).

$$f(t) = f_0 e^{i\omega t} \quad (14)$$

$$x(t) = X_0 e^{i(\omega t + \phi)} = \tilde{X} e^{i\omega t} \quad (15)$$

onde f_0 é a amplitude da excitação, X_0 é a amplitude do movimento e \tilde{X} é a amplitude complexa da resposta. Substituindo as Equações (14) e (15) na Equação (13), é obtida a Equação do movimento no domínio da frequência, como definida na Equação (16).

$$(-m\omega^2 + ic\omega + k)\tilde{X}e^{i\omega t} = f_0 e^{i\omega t} \quad (16)$$

A partir da Equação (16), obtêm-se a função resposta em frequência (FRF) $H(\omega)$. Admitindo uma força unitária, a FRF é descrita pela Equação (17).

$$\tilde{H}(\omega) = \frac{1}{(-m\omega^2 + ic\omega + k)} \quad (17)$$

Assim como $H(\omega)$, é possível determinar outros tipos de FRF. As principais FRF são listadas a seguir.

- Receptância

$$\tilde{H}(\omega) = \frac{\tilde{X}}{f_0} = \frac{\text{deslocamento}}{\text{força}} \quad (18)$$

- Mobilidade

$$\tilde{Y}(\omega) = \frac{\tilde{V}}{f_0} = \frac{\text{velocidade}}{\text{força}} \quad (19)$$

- Acelerância

$$\tilde{A}(\omega) = \frac{\tilde{a}}{f_0} = \frac{\text{aceleração}}{\text{força}} \quad (20)$$

Através da definição de FRF a resposta do sistema em frequência é representada pela Equação (21). Aplicando a transformada inversa de Fourier, pode-se determinar a solução no domínio do tempo, como definida pela Equação (22).

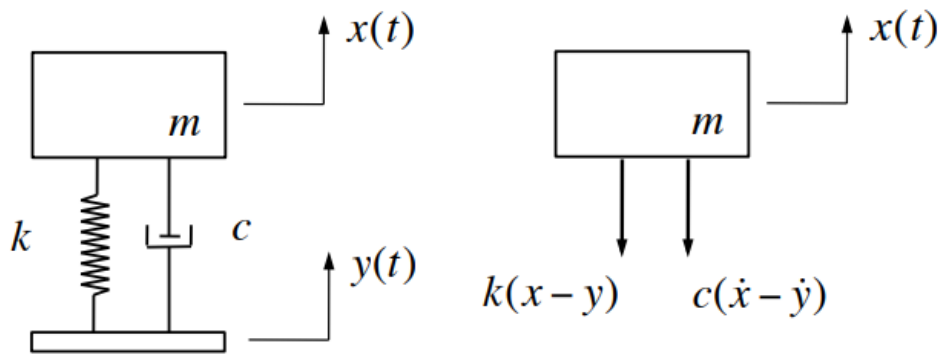
$$\tilde{X}(\omega) = \tilde{H}(\omega)\tilde{F}(\omega) \quad (21)$$

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{F}(\omega)\tilde{H}(\omega)e^{i\omega t}d\omega \quad (22)$$

2.1.3.2 Sistema Excitado pela base

Em muitos casos da engenharia, deseja-se minimizar a transmissão de vibrações da base para algum equipamento, como no caso da vibração induzida do tubo principal para as ramificações de tubulações. Este problema de forma simplificada é apresentado na Figura 3, e através da segunda lei de Newton a Equação do movimento do sistema é expressa pela Equação (23) (MEIROVITCH, 2001; RAO, 2008).

Figura 3 – Sistema MMA de 1 GDL com excitação pela base.



Fonte: adaptado de (MEIROVITCH, 2001).

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = c\dot{y} + ky \quad (23)$$

A solução do sistema é similar à utilizada para o caso de uma excitação externa com força harmônica. Sendo o movimento da base harmônico na forma complexa representado na Equação (24), a resposta descrita pela Equação (25) também será harmônica, considerando um sistema linear.

$$y(t) = Y_0 e^{i\omega t} \quad (24)$$

$$x(t) = \tilde{X} e^{i\omega t} \quad (25)$$

onde Y_0 é a amplitude do deslocamento da base, e \tilde{X} é a amplitude complexa da resposta. Substituindo as Equações (24) e (25) na Equação (23), tem-se que a amplitude complexa da resposta é dada como na Equação (26).

$$\tilde{X} = \frac{k + i\omega c}{k - m\omega^2 + i\omega c} Y_0 \quad (26)$$

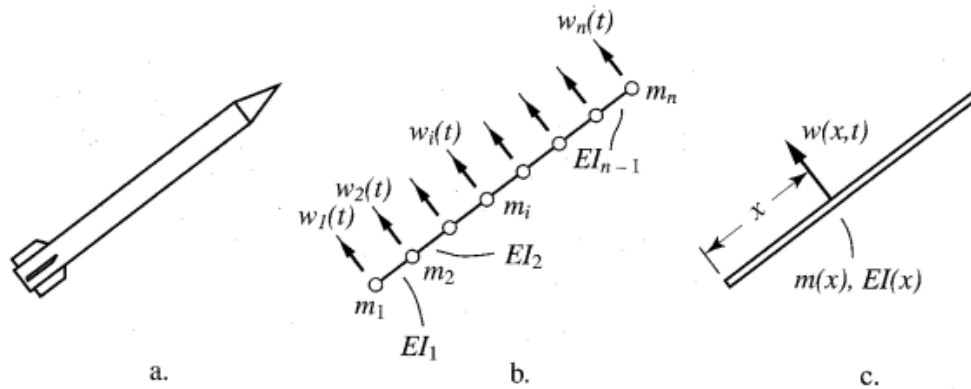
Assim como no caso da excitação harmônica, pode-se escrever a resposta do sistema com base em uma FRF, neste caso do tipo *deslocamento/deslocamento* $\tilde{G}(\omega)$ dada pela Equação (27).

$$\tilde{G}(\omega) = \frac{\tilde{X}}{Y_0} = \frac{k + i\omega c}{k - m\omega^2 + i\omega c} \quad (27)$$

2.1.3.3 Sistema de Múltiplos Graus de Liberdade

Um sistema contínuo pode ser representado em um modelo discreto, dividindo o componente em n sistemas formados por massa, mola e amortecedor. Assim para um sistema de n GDL, a Equação (13) que representa um sistema com 1 GDL pode ser escrita na forma matricial, dada pela Equação (28). Na Figura 4 é possível observar um sistema representado em modelo discreto e contínuo.

Figura 4 – Modelos dinâmicos de um foguete: a) Sistema real, b) Sistema Discreto e c) Sistema contínuo.



Fonte: adaptado de (MEIROVITCH, 2001).

$$[m]_{n \times n} \{\ddot{X}\}_{n \times 1} + [c]_{n \times n} \{\dot{X}\}_{n \times 1} + [k]_{n \times n} \{X\}_{n \times 1} = \{f\}_{n \times 1} \quad (28)$$

onde $[m]$ é a matriz de massa, $[c]$ é a matriz de amortecimento, $[k]$ é a matriz de rigidez e $\{f\}$ é o vetor da força de excitação. A Equação (28) consiste em um sistema de n Equações acopladas que é desafiador de resolver. Para enfrentar essa dificuldade, utiliza-se o método de superposição modal, que envolve uma mudança de coordenadas para desacoplar o conjunto de Equações do sistema.

Para aplicar o método de superposição modal, é necessário começar com a resolução modal do sistema, na qual os modos e frequências da estrutura são identificados. Isso é obtido formulando a Equação (28) sem levar em consideração os efeitos do amortecimento $[c]$ e da força externa $\{f\}$, como mostrado na Equação (29).

$$[m]\{\ddot{X}\} + [k]\{X\} = 0 \quad (29)$$

onde X é o movimento harmônico representado na Equação (30) e \ddot{X} sua segunda derivada, como expresso na Equação (31) e ϕ é a amplitude da resposta.

$$\{X\} = \{\phi\}e^{i\omega t} \quad (30)$$

$$\{\ddot{X}\} = -\omega^2\{\phi\}e^{i\omega t} \quad (31)$$

Assim, a vibração livre da Equação (29) pode ser reescrita como na Equação (32).

$$[-\omega^2[m] + [k]]\{\phi\} = 0 \quad (32)$$

A Equação (32) representa um autoproblema, sendo ω^2 o autovalor que equivale às frequências naturais do sistema e ϕ é o autovetor que representa as formas modais do sistema. Este problema é solucionado através do cálculo do determinante expresso na Equação (33).

$$|-\omega^2[m] + [k]| = 0 \quad (33)$$

A matriz modal Φ é definida como o conjunto de todos os modos conforme expresso na Equação (34).

$$[\Phi] = [\phi_1 \quad \phi_2 \quad \dots \quad \phi_n] \quad (34)$$

Voltando ao problema de vibração forçada amortecida da Equação (28), a resolução está condicionada a uma mudança de variável conforme a Equação (35).

$$\{X\} = [\Phi]\{q\} \quad (35)$$

onde $\{q\}$ é o vetor de coordenadas modais.

Substituindo a Equação (35) na Equação (28) e pré-multiplicando por $[\Phi]^T$, é determinada a Equação do movimento desacoplada conforme a Equação (36).

$$[\Phi]^T[m][\Phi]\{\ddot{q}\} + [\Phi]^T[c][\Phi]\{\dot{q}\} + [\Phi]^T[k][\Phi]\{q\} = [\Phi]^T\{f\} \quad (36)$$

Assim, definem-se as matrizes modais conforme as Equações (37), (38), (39) e (40).

$$[M] = [\Phi]^T[m][\Phi] \quad (37)$$

$$[C] = [\Phi]^T[c][\Phi] \quad (38)$$

$$[K] = [\Phi]^T [k] [\Phi] \quad (39)$$

$$\{F\} = [\Phi]^T \{f\} \quad (40)$$

onde $[M]$ é a matriz de massa modal, $[C]$ é a matriz de amortecimento modal, $[K]$ a matriz de rigidez modal e $\{F\}$ é o vetor de forças modais. A Equação do movimento pode ser reescrita na forma modal dada pela Equação (41).

$$[M]\{\ddot{q}\} + [C]\{\dot{q}\} + [K]\{q\} = \{F\} \quad (41)$$

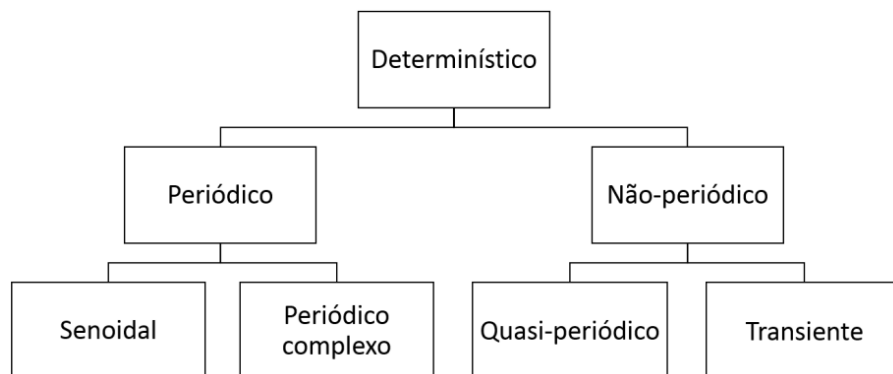
Assim, semelhante ao sistema de 1 GDL é possível determinar a matriz de função resposta em frequência $[\tilde{H}(\omega)]$ dada pela Equação (42).

$$[\tilde{H}(\omega)] = \frac{1}{-\omega^2[M] + i\omega[C] + [K]} \quad (42)$$

2.2 VIBRAÇÕES ALEATÓRIAS

É possível categorizar todos os processos físicos como sendo determinísticos ou não-determinísticos, de acordo com Bendat e Piersol (2010). Os processos determinísticos são aqueles que podem ser descritos por um conjunto de Equações matemáticas explícitas, como um sistema MMA visto anteriormente. Esses processos podem ser classificados conforme apresentado na Figura 5.

Figura 5 – Classificação dos processos determinísticos.

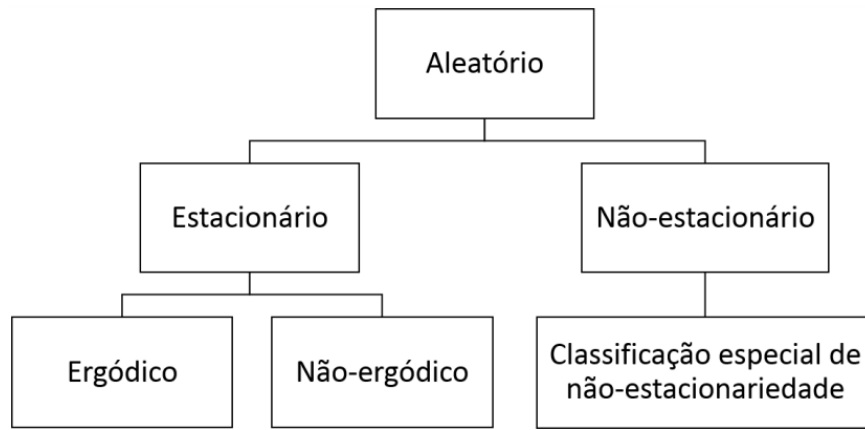


Fonte: adaptado de (BENDAT; PIERSOL, 2010).

Entretanto, existem sistemas mecânicos e físicos que não podem ser caracterizados como determinísticos. Um exemplo seria a pressão acústica em uma asa de um avião, ou ainda o movimento e a altura das ondas do mar revolto (BENDAT; PIERSOL 2010)

Esses processos exibem propriedades aleatórias e são melhor compreendidas em termos de probabilidade e médias estatísticas. Na Figura 6 é apresentada a classificação dos processos aleatórios.

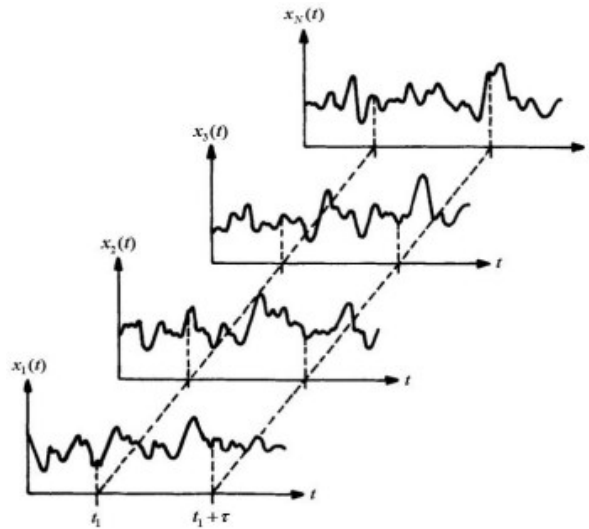
Figura 6 – Classificação dos processos aleatórios.



Fonte: adaptado de (BENDAT; PIERSOL, 2010).

As propriedades de um processo estocástico podem ser representadas a qualquer momento através do cálculo das médias das amostras que o compõem. Como ilustrado na Figura 7, a média do processo no instante t_1 é calculada somando-se os valores das amostras nesse instante e dividindo pelo número total de amostras (BENDAT; PIERSOL 2010).

Figura 7 – Conjunto de amostras de um processo aleatório.



Fonte: adaptado de (BENDAT; PIERSOL, 2010).

2.2.1 Variáveis aleatórias

Variáveis aleatórias podem ser divididas em duas categorias principais: variáveis aleatórias discretas e variáveis aleatórias contínuas. Elas diferem na natureza dos valores que podem assumir e na forma como são distribuídas.

As variáveis aleatórias discretas são aquelas que podem assumir um conjunto finito ou contável de valores distintos. Isso significa que os valores que uma variável aleatória discreta pode assumir são separados e podem ser contados individualmente. Um exemplo é o lançamento de um dado, pois os resultados possíveis são todos distintos e contáveis.

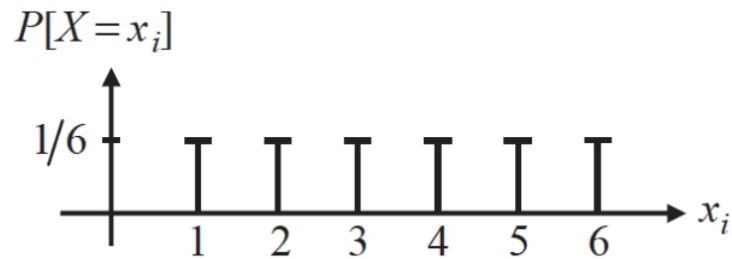
Para uma variável aleatória discreta X , a distribuição de probabilidades é definida pela Equação (43), e a variável X dever ser igual a x_i para cada x_i (SHIN; HAMMOND, 2008).

$$P[X = x_i] \text{ para } x_i = x_1, x_2, \dots \quad (43)$$

onde x_i são os possíveis valores que a variável aleatória pode assumir, e satisfaz a definição da Equação (44). A distribuição de probabilidades do lançamento de um dado é ilustrada na Figura 8.

$$\sum_i P[X = x_i] = 1 \quad (44)$$

Figura 8 – Distribuição de probabilidades do lançamento de um dado.

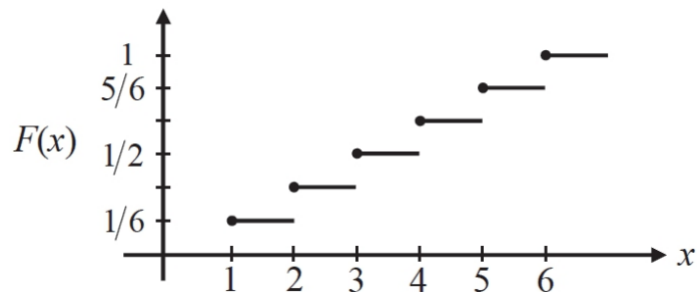


Fonte: adaptado de (SHIN; HAMMOND, 2008).

As variáveis aleatórias tem uma função de distribuição acumulativa. Esta é a probabilidade de uma variável aleatória X assumir um valor menor ou igual a x . A Equação (45) descreve a função de distribuição de probabilidades $F(x)$, e na Figura 9 é possível observar a $F(x)$ para o caso do lançamento de um dado.

$$F(x) = P(X \leq x) \quad (45)$$

Figura 9 – Função de distribuição de probabilidade cumulativa do lançamento de um dado.

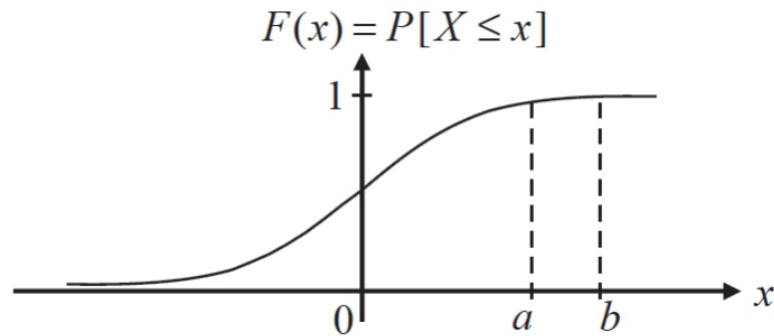


Fonte: adaptado de (SHIN; HAMMOND, 2008).

Já as variáveis aleatórias contínuas são aquelas que podem assumir um número infinito de valores dentro de um intervalo contínuo. Em outras palavras, os valores possíveis formam um conjunto não contável. Por exemplo o tempo de uma viagem pode assumir qualquer valor de um intervalo de tempo contínuo.

No caso de um processo contínuo, o espaço amostral é infinito e não numerável, com isso a probabilidade $P[X = x] = 0$. Assim para uma abordagem mais útil é analisar a probabilidade de X dentro de intervalos ao longo do eixo x , ou seja, $P[a \leq X \leq b]$. Nesse caso, a função de distribuição de probabilidades $F(x)$ passa a ser contínua, como ilustrado na Figura 10 (SHIN; HAMMOND, 2008).

Figura 10 – Função de distribuição de probabilidade de uma variável contínua.



Fonte: adaptado de (SHIN; HAMMOND, 2008).

2.2.1.1 Função densidade de probabilidade FDP (Probability Density Function PDF)

A função densidade de probabilidade FDP ou do inglês PDF (*Probability density function*) é um conceito fundamental na teoria de probabilidade e estatística, especialmente quando se trata de variáveis aleatórias contínuas. A função densidade de probabilidade é usada para descrever a probabilidade de uma variável aleatória contínua assumir valores dentro de um determinado intervalo. A PDF é definida por $p(x)$ dado pela Equação (46) (SHIN; HAMMOND, 2008).

$$p(x) = \frac{dF(x)}{dx} \quad (46)$$

E da Equação (46), segue que:

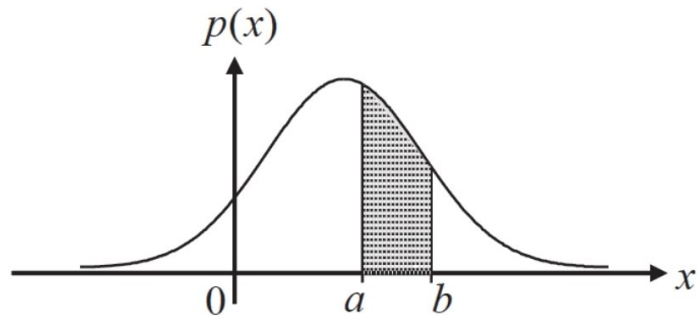
$$F(x) = \int_{-\infty}^x p(u) du \quad (47)$$

A função densidade de probabilidade possui as seguintes propriedades:

$$\left\{ \begin{array}{l} p(x) \geq 0 \\ \int_{-\infty}^{\infty} p(x) dx = 1 \\ P[a < X \leq b] = \int_a^b p(x) dx \end{array} \right. \quad (48)$$

Um exemplo de função densidade de probabilidade é ilustrada na Figura 11.

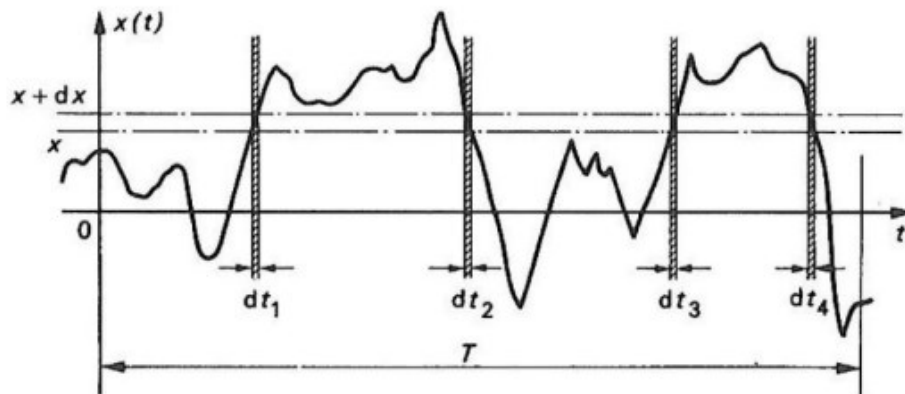
Figura 11 – Exemplo de função densidade de probabilidade.



Fonte: adaptado de (SHIN; HAMMOND, 2008).

De acordo com Newland (2005), a função densidade de probabilidade também pode ser obtida pelo histórico da variável aleatória X em função do tempo t . Supondo que as características estatísticas de $X(t)$ não mudam com o tempo, então pode-se usar esse histórico de tempo para calcular a função de densidade de probabilidade, como ilustrado na Figura 12.

Figura 12 – Cálculo da função densidade de probabilidade para um processo aleatório.



Fonte: adaptado de (NEWLAND, 2005).

Durante o tempo de intervalo T tem-se que $x \leq x(t) \leq x + dx$ por tempo total de $(dt_1 + dt_2 + dt_3 + dt_4)$. Assim, se T for suficientemente longo, a função densidade de probabilidade é dada pela Equação (49) (NEWLAND, 2005).

$$p(x)dx = \sum_{i=1}^n \frac{dt_i}{T} \quad (49)$$

2.2.1.2 Momentos de uma variável aleatória

Algumas propriedades da função densidade de probabilidade, podem ser descritas através do conceito de valor esperado $E[X]$. Através do operador de expectativa matemática $E[\cdot]$, o valor esperado é definido pela Equação (50).

$$E[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x p(x) dx \quad (50)$$

O valor esperado, ou valor médio, é chamado de valor teórico na média de uma variável aleatória, que geralmente é estimada como descrito pela Equação (51).

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (51)$$

onde $E[X] = \lim_{N \rightarrow \infty} \bar{x}$.

A função de densidade de probabilidade $p(x)$ contém a informação completa sobre as características de probabilidade da variável aleatória X , mas às vezes é útil resumir esta informação em alguns parâmetros numéricos os chamados momentos de uma variável aleatória. Através do conceito de valor esperado, são definidos os seguintes momentos de uma variável aleatória (SHIN; HAMMOND, 2008).

- Primeiro Momento (valor esperado ou valor médio):

$$\mu_x = E[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x p(x) dx \quad (52)$$

- Segundo Momento (valor quadrado médio):

$$\psi_x^2 = E[X^2] = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 p(x) dx \quad (53)$$

- Segundo Momento Central (variância):

$$\text{Var}(X) = \sigma_x^2 = E[(X - \mu_x)^2] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu_x)^2 p(x) dx \quad (54)$$

onde $\sigma_x = \sqrt{\text{Var}(x)}$ é chamado de desvio padrão, que é a raiz quadrada da média (rms) de uma variável com médio “zero”.

2.2.1.3 Correlação e Covariância

Admitindo um processo bivalente onde existem duas variáveis aleatórias X e Y , a função de densidade de probabilidade conjunta é dada pela Equação (55) (SHIN; HAMMOND, 2008).

$$p(x, y) = \frac{\partial^2 F(x, y)}{\partial x \partial y} \quad (55)$$

Utilizando os conceitos de momentos para um processo bivalente envolvendo duas variáveis aleatórias X e Y , o segundo momento é dado pela Equação (56).

$$E[XY] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} xyp(x, y) dx dy \quad (56)$$

onde $p(xy)$ é da função densidade de probabilidade conjunta, e $E[XY]$ é chamado de **correlação** entre X e Y . O segundo momento central é chamado de **covariância** de X e Y , denotado por $\text{Cov}(X, Y)$ e dado pela Equação (57).

$$\begin{aligned} \text{Cov}(X, Y) &= \sigma_{xy} = E[(X - \mu_x)(Y - \mu_y)] \\ \text{Cov}(X, Y) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu_x)(y - \mu_y)p(x, y) dx dy \end{aligned} \quad (57)$$

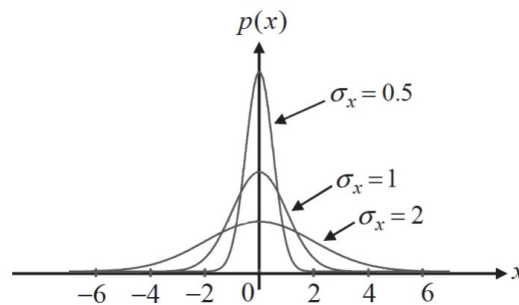
2.2.1.4 Funções densidade de probabilidade mais conhecidas

Existem funções densidade de probabilidade que são mais conhecidas e utilizadas em problemas da engenharia. A seguir são listadas algumas delas:

- Distribuição normal ou gaussiana

A distribuição normal é a mais importante, sendo que muitas das variáveis aleatórias seguem essa distribuição (SHIN; HAMMOND, 2008). Uma distribuição normal é representada pela Figura 13 e dada pela Equação (58).

Figura 13 – Função densidade de probabilidade e uma distribuição Gaussiana.



Fonte: adaptado de (SHIN; HAMMOND, 2008).

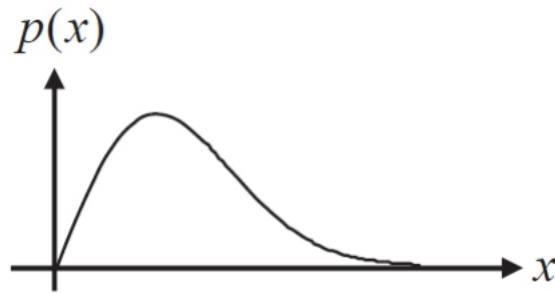
$$p(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu_x)^2}{2\sigma_x^2}} \quad (58)$$

onde μ_x é o valor médio, σ_x o desvio padrão e σ_x^2 é a variância.

- Distribuição de Rayleigh

A distribuição de Rayleigh é muito utilizada em análise de fadiga em métodos espectrais. Uma distribuição Rayleigh é representada pela Figura 14 e dada pela Equação (59).

Figura 14 – Função densidade de probabilidade e uma distribuição de Rayleigh.



Fonte: adaptado de (SHIN; HAMMOND, 2008).

$$p(x) = \begin{cases} \frac{x}{c^2} e^{-\frac{x^2}{2c^2}}, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases} \quad (59)$$

Sendo que

$$\begin{cases} \mu_x = c \sqrt{\frac{\pi}{2}} \\ \sigma_x^2 = \frac{4 - \pi}{2} c^2 \end{cases} \quad (60)$$

- Função Gama

Embora exista uma distribuição de probabilidade denominada de Distribuição Gama, cabe destacar a função gama de Euler $\Gamma(\cdot)$ pois é utilizada em muitas teorias e distribuições para estimativa de vida em fadiga através de métodos espectrais (MRŠNIK; SLAVIC; BOLTEŽAR, 2013). A Equação (61) descreve a função gama.

$$\Gamma(a) = \int_0^{\infty} t^{a-1} e^{-t} dt \quad (61)$$

2.2.2 Processo estocástico

No capítulo anterior foram apresentados os conceitos e momentos de uma variável aleatória X no domínio das variáveis aleatórias em x_i , com $i = 1, 2, 3, \dots, n$. Considerando que,

na prática, estamos lidando apenas com uma porção limitada da população de variáveis aleatórias, ou seja, uma amostra.

Na prática é bem comum de se encontrar funções aleatórias dependentes do tempo $X(t)$, ou seja, tem-se uma variável aleatória para cada instante de tempo. Assim vem a definição de processo estocástico, sendo um conceito matemático que descreve a evolução de variáveis aleatórias ao longo do tempo ou em relação a outro parâmetro. Em essência, é um modelo matemático que representa a aleatoriedade e a incerteza em sistemas ou eventos.

São exemplos de processo estocástico o valor de uma ação no tempo, a vibração na asa de um avião durante voo, etc. A função $X(t)$ pode ser finita ou infinita, e sendo que a medição ou experimento que levou a função pode ser repetida, tem-se o conceito de conjunto representado por $\{X(t)\}$.

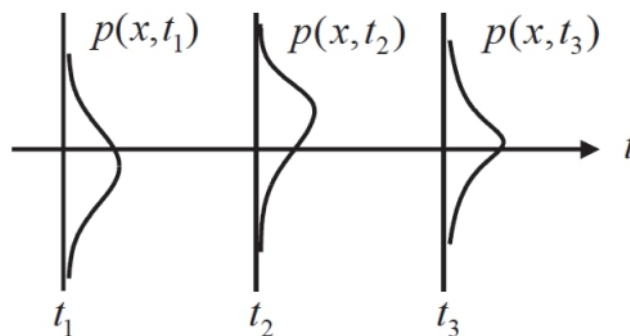
Sendo x um valor particular de $X(t)$, então a função de distribuição de probabilidade no tempo t é dado pela Equação (62) (SHIN; HAMMOND, 2008).

$$F(x, t) = P[X(t) \leq x] \quad (62)$$

Assim a função densidade de probabilidade é dada pela Equação (63). Na Figura 15, encontra-se um exemplo de funções densidade de probabilidade de um processo estocástico, com uma função de densidade de probabilidade para cada instante de tempo

$$p(x, t) = \frac{dF(x, t)}{dx} \quad (63)$$

Figura 15 – Função densidade de probabilidade de um processo estocástico.



Fonte: adaptado de (SHIN; HAMMOND, 2008).

O conceito visto na seção 2.2.1.2 pode ser usado similarmente para definir os momentos de um processo estocástico. A única diferença é que os momentos agora também estão em função do tempo. Assim, tem-se que

- Primeiro Momento (valor esperado ou valor médio):

$$\mu_x(t) = E[X(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} x p(x, t) dx \quad (64)$$

- Segundo Momento (valor quadrado médio):

$$\psi_x^2(t) = E[X^2(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 p(x, t) dx \quad (65)$$

- Segundo Momento Central (variância):

$$\text{Var}(X(t)) = \sigma_x^2(t) = E[(X(t) - \mu_x(t))^2] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu_x(t))^2 p(x, t) dx \quad (66)$$

Deve-se sempre destacar que o operador de expectativa matemática $E[\cdot]$ deve ser interpretado como uma média no conjunto. Assim tem-se que:

$$\mu_x(t) = E[X(t)] = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N X_n(t) \quad (67)$$

onde $X_n(t)$ é a n-ésima realização de $X(t)$.

2.2.2.1 Autocorrelação e Autocovariância

Similarmente ao visto na seção 2.2.1.3 em um processo bivalente de duas variáveis aleatórias, pode-se agora correlacionar um sinal medido no tempo t_1 com ele próprio em um tempo t_2 . Assim surge o conceito da **autocorrelação**, que descreve como um processo pode mudar à medida que o tempo evolui, ou como um processo se relaciona consigo mesmo em

momentos diferentes. Pode-se fazer isso definindo funções conjuntas de densidade de probabilidade (SHIN; HAMMOND, 2008).

As funções de distribuição e densidade de primeira ordem representam as características mais simples da função aleatória $X(t)$. Uma caracterização mais completa pode ser obtida considerando um par de variáveis aleatórias $X(t_1)$ e $X(t_2)$. A função de distribuição conjunta geralmente depende de t_1 e t_2 . A função de distribuição de segunda ordem, denotada por $F(x_1, x_2, t_1, t_2)$ é definida pela Equação (68) (ELISHAKOFF, 1999).

$$F(x_1, x_2; t_1, t_2) = P[X(t_1) \leq x_1 \cap X(t_2) \leq x_2] \quad (68)$$

A função densidade de probabilidade de segunda ordem da variável aleatória $X(t)$ é dada pela Equação (69).

$$p(x_1, x_2; t_1, t_2) = \frac{\partial^2 F(x_1, x_2; t_1, t_2)}{\partial x_1 \partial x_2} \quad (69)$$

O segundo momento conjunto das variáveis aleatórias $X(t_1)$ e $X(t_2)$ é chamado função de **autocorrelação** $R_{xx}(t_1, t_2)$, como definida na Equação (70).

$$R_{xx}(t_1, t_2) = E[X(t_1)X(t_2)] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x_1 x_2 p(x_1, x_2; t_1, t_2) dx_1 dx_2 \quad (70)$$

A covariância das variáveis aleatórias $X(t_1)$ e $X(t_2)$ é chamada função de **autocovariância** $C_{xx}(t_1, t_2)$, como definida na Equação (71). A função de autocovariância mede o 'grau de associação' do sinal no tempo t_1 consigo mesmo no tempo t_2 (SHIN; HAMMOND, 2008).

$$C_{xx}(t_1, t_2) = E\{[X(t_1) - \mu_x(t_1)][X(t_2) - \mu_x(t_2)]\} \\ C_{xx}(t_1, t_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [x_1 - \mu_x(t_1)][x_2 - \mu_x(t_2)] p(x_1, x_2; t_1, t_2) dx_1 dx_2 \quad (71)$$

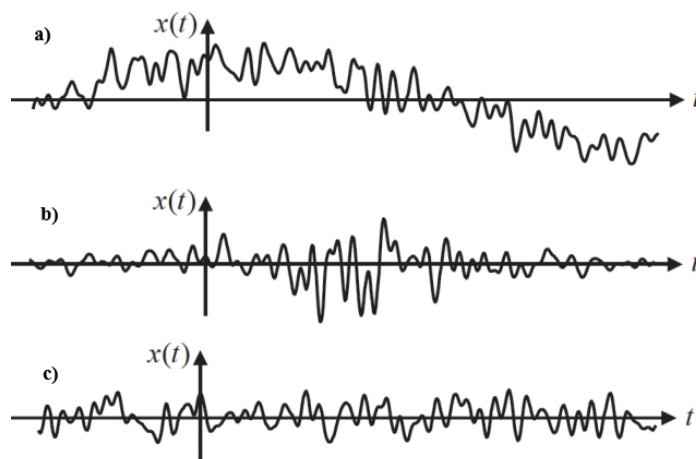
2.2.2.2 Processo Estacionário

Como visto, as propriedades de probabilidade de um sistema estocástico dependem do tempo, ou seja, variam com o tempo. Entretanto, o problema pode ser simplificado assumindo que essas propriedades estatísticas estão em um estado estacionário, sendo que não se alteram com a mudança no tempo. Um processo estocástico pode ser considerado estacionário respeitando as seguintes propriedades (SHIN; HAMMOND, 2008):

- $p(x, t) = p(x)$, assim $\mu_x(t) = \mu_x$ e $\sigma_x^2(t) = \sigma_x^2$, ou seja, a média e variância são constantes.
- $p(x_1, x_2; t_1, t_2) = p(x_1, x_2; \tau)$, onde $\tau = t_2 - t_1$, ou seja, a função depende apenas do intervalo de tempo e não depende explicitamente dos instantes de tempo específicos.

Seguindo as duas definições acima o processo estocástico é dito como fracamente estacionário. Para ser fortemente estacionário a condição b) também deve valer para funções de densidade de probabilidade conjuntas de qualquer ordem. Na Figura 16 são apresentados exemplos de processos não-estacionários e estacionários.

Figura 16 – Condições de estacionaridade: a) Não estacionário com relação a média; b) Não estacionário com relação a variância, c) Provavelmente estacionário.



Fonte: adaptado de (SHIN; HAMMOND, 2008).

Em geral, todos os processos práticos são não estacionários, portanto, a suposição de estacionariedade é apenas uma aproximação. Contudo, em muitas situações práticas, esta

suposição dá uma aproximação suficientemente próxima (SHIN; HAMMOND, 2008). O problema de decidir se um processo é estacionário ou não é muitas vezes difícil e geralmente depende de informações anteriores, embora observações e testes estatísticos em históricos de tempo possam ser úteis (PRIESTLEY, 1981; BENDAT; PIERSOL, 2010).

Para um processo estacionário, as funções de autocorrelação e autocovariância são dadas pelas Equações (72) e (73), respectivamente.

$$R_{xx}(\tau) = E[X(t)X(t + \tau)] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x_1 x_2 p(x_1, x_2) dx_1 dx_2 \quad (72)$$

$$C_{xx}(\tau) = E[(X(t) - \mu_x)(X(t + \tau) - \mu_x)] = R_{xx}(\tau) - \mu_x^2 \quad (73)$$

onde $x_1 = X(t)$ e $x_2 = X(t + \tau)$.

2.2.2.3 Processo Estacionário e Ergódico

Os parâmetros estáticos vistos anteriormente estão associados ao conceito de valor esperado, ou seja, baseados em médias de conjuntos. Entretanto, na prática a média no conjunto não é muito viável, sendo comum ter um número reduzidos de medições ou até mesmo uma única medição. Assim, a única maneira de se calcular a média é ao longo do tempo, sendo utilizada no lugar da média no conjunto (SHIN; HAMMOND, 2008).

Um processo é dito ergódico quando as médias no tempo são iguais às médias no conjunto. O termo ergódico deve ser relacionado ao parâmetro estatístico em análise, por exemplo um processo pode ser ergódico em relação à média, mas não ergódico em relação à variância. Um processo ergódico é necessariamente estacionário, mas um processo estacionário pode não ser ergódico. Para um processo ergódico os parâmetros estáticos são calculados da seguinte maneira:

$$\mu_x = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt \quad (74)$$

$$\psi_x^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt \quad (75)$$

$$\sigma_x^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T (x(t) - \mu_x)^2 dt \quad (76)$$

$$R_{xx} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t)x(t + \tau) dt \quad (77)$$

$$C_{xx} = R_{xx} - \mu_x^2 \quad (78)$$

Em um processo estocástico que seja simultaneamente estacionário e ergódico, é notável que sua distribuição estatística geralmente segue uma forma normal ou gaussiana, enquanto os picos de carga, bem como os picos de amplitude de tensão, tendem a adotar uma distribuição de Rayleigh (OSGOOD, 1982; NEWLAND, 2005).

2.2.3 Densidade Espectral de Potência (*Power Spectral Density PSD*)

PSD é uma sigla que se refere a "*Power Spectral Density*" em inglês, ou "Densidade Espectral de Potência" em português. A PSD é uma medida que descreve como a energia ou a potência de um sinal está distribuída em diferentes frequências. Em outras palavras, a PSD fornece informações sobre a contribuição de diferentes componentes de frequência para um sinal ou processo estocástico.

A PSD é uma medida fundamental para caracterizar sinais aleatórios e estacionários e desempenha um papel crucial na análise e no projeto de sistemas que envolvem sinais ou processos com características de frequência. De acordo com Bendat e Piersol (2010) a PSD representa a distribuição dos valores da variável aleatória em relação à densidade espectral das suas componentes de frequência, obtendo o valor médio quadrático.

Uma característica fundamental da PSD é sua conexão com a função de autocorrelação em processos estacionários, estabelecida por meio de uma transformada de Fourier. Realizando a transformada de Fourier da autocorrelação obtêm-se um PSD bilateral (*two-sided*) conforme Equação (79) (BENDAT; PIERSOL, 2010).

$$S_{xx}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (79)$$

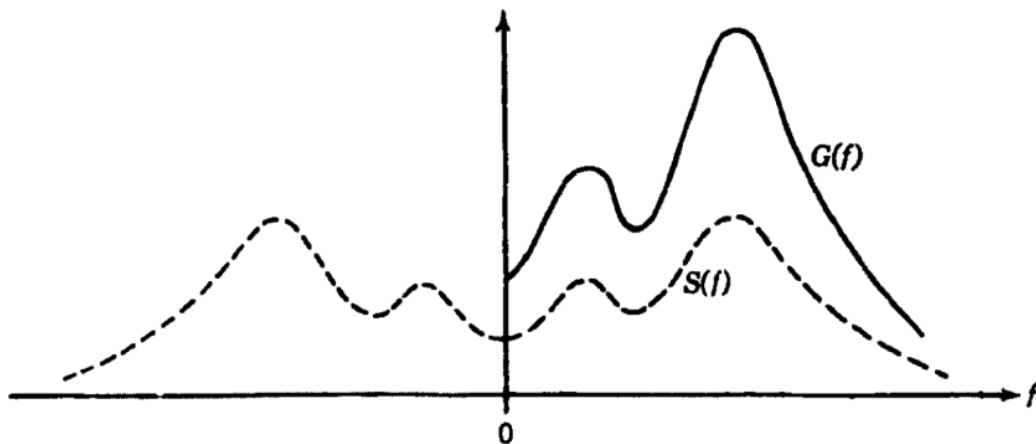
Pode-se alterar a variável da PSD de radianos por segundo para Hertz utilizando a relação de $\omega = 2\pi f$, assim como dado pela Equação (80).

$$S_{xx}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau) e^{-i2\pi f\tau} d\tau \quad (80)$$

A PSD é uma função positiva e simétrica para qualquer intervalo de frequência. Na prática a PSD deve ser multiplicada por 2 para obter a PSD unilateral (*one-sided*) conforme Equação (81). Na Figura 17 é apresentado a diferença entre a PSD bilateral e unilateral.

$$G_{xx}(f) = \begin{cases} 2S_{xx}(f) & f \geq 0 \\ 0 & f < 0 \end{cases} \quad (81)$$

Figura 17 – PSD bilateral e unilateral.



Fonte: adaptado de (BENDAT; PIERSOL, 2010).

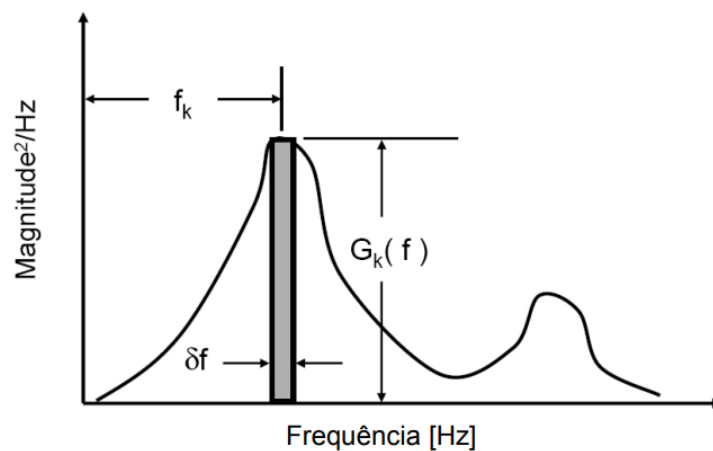
A função $G(f)$ reflete a quantidade de energia presente em uma faixa de frequência específica. Quando a densidade espectral é expressa em termos de médias quadráticas, a energia total é obtida somando-se as contribuições da densidade espectral para cada intervalo de frequência no espectro. Isso justifica a unidade de H^2/Hz ou H^2/ω , sendo H a unidade correspondente ao sinal medido.

Segundo Nieslony e Macha (2007) a partir da PSD podem ser extraídas propriedades relevantes para o cálculo da vida em fadiga através do domínio da frequência. Essas propriedades são derivadas dos chamados momentos da PSD m_n dado pela Equação (82).

$$m_n = \int_0^{\infty} f^n G(f) df = \sum_{k=1}^N f_k^n G_k(f) \delta f \quad (82)$$

onde n é o índice referente ao momento espectral. Na prática os momentos m_0 , m_1 , m_2 , m_3 , m_4 já são suficientes para o cálculo de fadiga espectral. A Figura 18 ilustra o cálculo do momento da área destacada, distante f_k da origem.

Figura 18 – Cálculo do momento da PSD.



Fonte: adaptado de (SOCIE, 2001).

O trabalho de Rice (1954) foi o primeiro que introduziu o conceito fundamental que permitiu o cálculo de danos em fadiga espectral com base na PSD. Ele desenvolveu relações que permitiam determinar o número de cruzamentos por zero e picos diretamente a partir da PSD, utilizando exclusivamente os momentos m_n .

A partir dos momentos da PSD é possível obter as seguintes propriedades:

- Variância

$$\sigma_X^2 = m_0 \quad (83)$$

- Primeira derivada da variância

$$\sigma_X^2 = m_2 \quad (84)$$

- Segunda derivada da variância

$$\sigma_X^2 = m_4 \quad (85)$$

- Área da PSD

$$A_{PSD} = m_0 \quad (86)$$

- Desvio padrão

$$\sigma = \sqrt{m_0} \quad (87)$$

- Frequência central

$$f_c = \frac{m_1}{m_0} \quad (88)$$

- Frequência média esperada

$$f_m = \frac{m_1}{m_0} \sqrt{\frac{m_2}{m_4}} \quad (89)$$

- Expectativa de zeros

$$E[0] = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} \quad (90)$$

- Expectativas de zeros com cruzamento positivo

$$E[0^+] = \sqrt{\frac{m_2}{m_0}} \quad (91)$$

- Expectativa de picos

$$E[P] = \sqrt{\frac{m_4}{m_2}} \quad (92)$$

- Fator de irregularidade

$$\gamma = \frac{E[0^+]}{E[P]} = \frac{m_2}{\sqrt{m_0 m_4}} \quad (93)$$

2.3 FADIGA

2.3.1 Conceitos

Por volta de 1829, Albert realizou os primeiros estudos sobre a falha de metais submetidos a carregamentos variável, conduzindo uma série de testes em correntes usadas na mineração. O termo "fadiga" foi introduzido pela primeira vez em 1839 por Poncelet. Durante o período de 1852 a 1869, Wöhler conduziu pesquisas sobre fadiga em vários componentes ferroviários e maquinaria, durante as quais ele desenvolveu a máquina de ensaio de flexão rotativa e formulou as primeiras curvas S-N (SURESH, 1998; CASTRO; MEGGIOLARO, 2009).

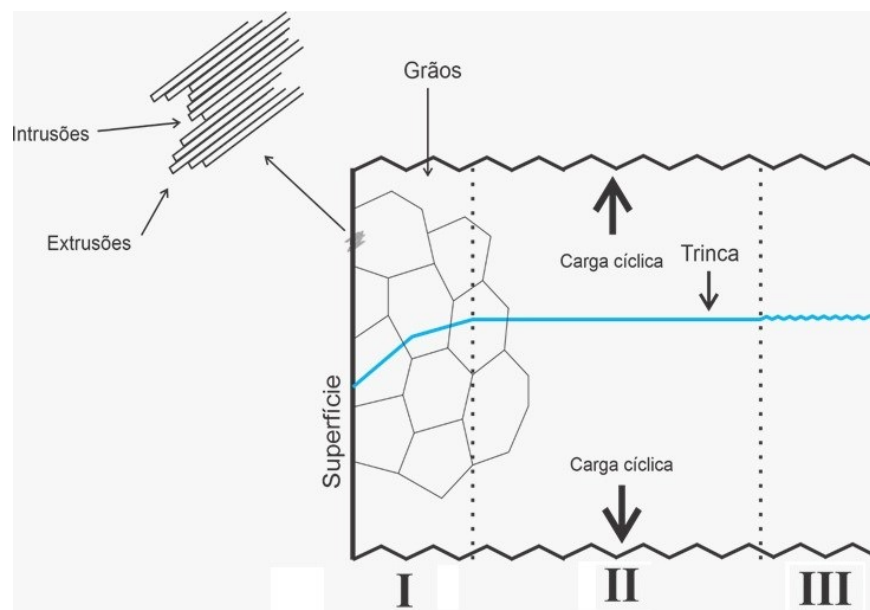
A ocorrência de falhas pelo fenômeno da fadiga é um recorrente desafio na área da engenharia. Estudos apontam que cerca de 50% a 90% das falhas em componentes e estruturas mecânicas, decorrem através do fenômeno da fadiga (STEPHENS et al., 2001). As falhas ocorrem em equipamentos em geral, como por exemplo, aeronaves, automóveis, pontes, tubulações, e diversas outros sujeitos a carregamento cíclico (DOWLING, 2012).

Na engenharia, diversos equipamentos e estruturas estão sujeitos a algum tipo de carregamento cíclico. Este tipo de carregamento pode ocasionar danos microscópicos à estrutura, que com o passar do tempo e acúmulo de ciclos, pode ocasionar um dano macroscópico. Este acúmulo de carregamento cíclicos provoca o fenômeno conhecido como fadiga, que pode levar à ruptura catastrófica da estrutura (BRANCO; FERNANDES; CASTRO, 1999).

A aplicação de carregamentos cíclicos no material, mesmo que em pequenas quantidades, podem provocar danos físicos ao material e que levam à fratura. Esse processo consecutivo de anomalia, seguido por eventuais fraturas, foi denominado de fadiga (SCHIJVE, 2008). A tensão que um material pode suportar ciclicamente é muito menor que a tensão que em condições estáticas, fazendo com que a fadiga pode ocorrer mesmo com carregamentos menores que o limite de escoamento do material (VAN VLACK, 1970). Em estruturas sob carregamento alternado, a tensão limite do material coincide com a tensão limite de fadiga.

De acordo com Schijve (2008), o fenômeno de fadiga compreende três estágios: iniciação, propagação e fratura. A vida total corresponde à soma desses três períodos. O estágio I compreende a formação da trinca através de intrusões nas bandas de deslizamento, ocasionado a nucleação da trinca, que evolui de maneira paralela nos planos atômicos de deslizamento. Quando a trinca começa se propagar no sentido perpendicular ao carregamento, tem início o estágio II. A falha acontece no estágio III, onde a trinca torna-se totalmente instável. Na Figura 19 é apresentada a formação dos três estágios da fadiga na estrutura do material.

Figura 19 – Estágios de fadiga na estrutura do material.



Fonte: adaptado de (SCHIJVE, 2008).

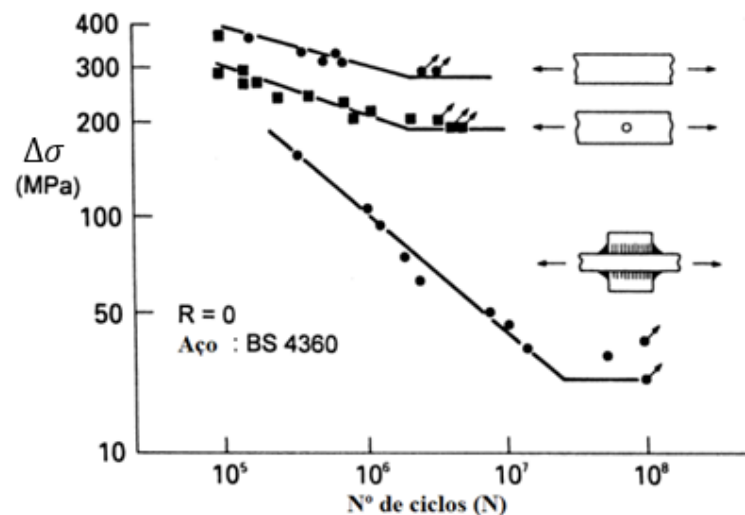
2.3.2 Fadiga em uniões soldadas

Em juntas soldadas a determinação da vida por fadiga se constitui de um grande desafio, pois o processo de soldagem propicia drásticas mudanças ao material, devido ao alto

aquecimento e resfriamento do mesmo. Essas mudanças se tornam regiões críticas à fadiga, devido às mudanças nas características físicas do material e concentradores de tensão, que resultam em heterogeneidade, porosidade e tensões residuais. Todos estes efeitos estão presentes na ZTA (Zona Termicamente Afetada), os quais facilitam a formação da trinca e consequentemente reduz a vida de fadiga (GURNEY, 2006).

O Processo de soldagem também é complexo, pois envolve muitas variáveis como gás de proteção, calor imposto, corrente de soldagem e demais parâmetros. Desse modo, por mais perfeito que seja o processo de soldagem utilizado, o filete de solda irá apresentar algumas imperfeições intrínsecas como falta de homogeneidade do material, poros, inclusões, além de imperfeições geométricas. Evidenciando estes efeitos Schivje (2008) propôs a comparação de curvas S-N entre três amostras do mesmo material, uma amostra lisa, outra com furo, e por último contendo reforço soldada, como ilustrada na Figura 20. Observa-se que a amostra soldada é desfavorável à fadiga, para qual a resistência de fadiga é menor comparada às demais amostras.

Figura 20 – Comparação de vida de fadiga entre amostras.



Fonte: adaptado de (SCHIJVE, 2008).

Conforme apontado por Schork (2018), a capacidade reduzida de resistir ao início e à propagação de trincas devido à fadiga é influenciada pela configuração do cordão de solda e pela presença de defeitos. O cordão de solda introduz uma irregularidade geométrica que, por sua vez, resulta em áreas com concentração de tensão. Segundo Branco et al. (1999), um problema muito comum em uniões soldadas é o desenvolvimento de tensões residuais que interferem na velocidade do crescimento da trinca.

2.3.2.1 Tensões residuais

As tensões residuais referem-se a uma distribuição de tensão, que está presente em uma estrutura, enquanto não houver carga externa aplicada. Em juntas soldadas, devido à ocorrência de grandes gradientes térmicos advindos do processo, ocorrem dilatações e contração térmicas do metal depositado e do metal base.

Segundo Sobczyk (2007), as tensões residuais presentes em juntas soldadas como consequência de processos de soldagem, são responsáveis por taxas de crescimentos de trincas por fadiga maiores ou menores que as correspondentes ao metal de base, de modo que quando um componente soldado que contém tensões residuais é solicitado verifica-se uma interação entre as tensões residuais presentes nas juntas soldadas com as tensões resultantes das cargas aplicadas.

2.3.2.2 Defeitos da solda

Como dito anteriormente, por mais perfeito que seja o processo de soldagem utilizado, em uma análise mais minuciosa serão encontrados defeitos intrínsecos provenientes do processo. Geralmente, os defeitos mais significativos estão relacionados às concentrações de tensão geométrica, como mudanças súbitas na seção. As características aceitáveis em termos de forma e dimensão de descontinuidades são frequentemente definidas em códigos de fabricação ou especificações relevantes para a construção de um componente específico, como o ANSI / AWS D1.1 (Código de Soldagem Estrutural - Aço) e o Código ASME de Caldeira e Vaso de Pressão. Os defeitos podem ser categorizados com base em sua forma, dimensão e natureza, o que leva à identificação de dois principais grupos (BERNARDI, 2022):

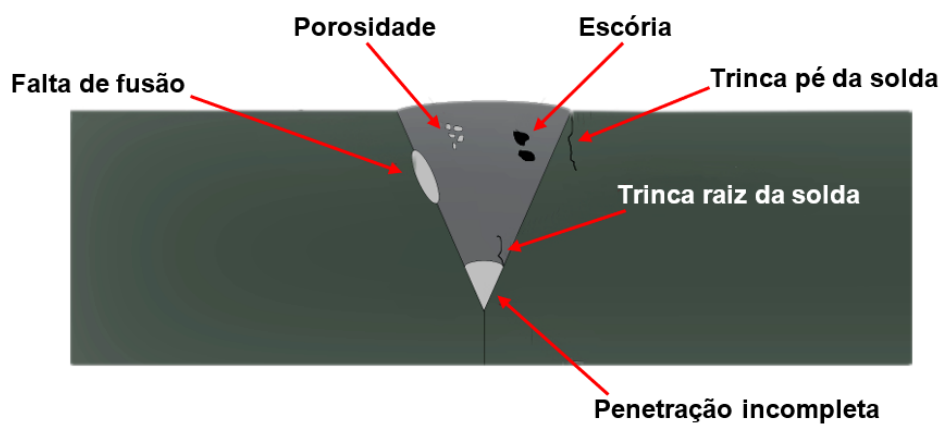
- Defeitos não planares
 - Porosidade;
 - Inclusões sólidas;

- Defeitos planares
 - Trincas;
 - Defeitos de forma (mordeduras, sulcos, concavidades na raiz);
 - Falta de fusão;

- Falta de penetração.

Conforme o tipo de imperfeição, esta pode surgir na região da fusão, na ZTA ou no metal base. Uma ampla gama de defeitos pode afetar a integridade de uma junta soldada. Na Figura 21 são apresentados os defeitos mais comuns no processo de soldagem, conforme definido pela American Welding Society (AWS, 2015).

Figura 21 – Defeitos recorrentes em juntas soldadas.



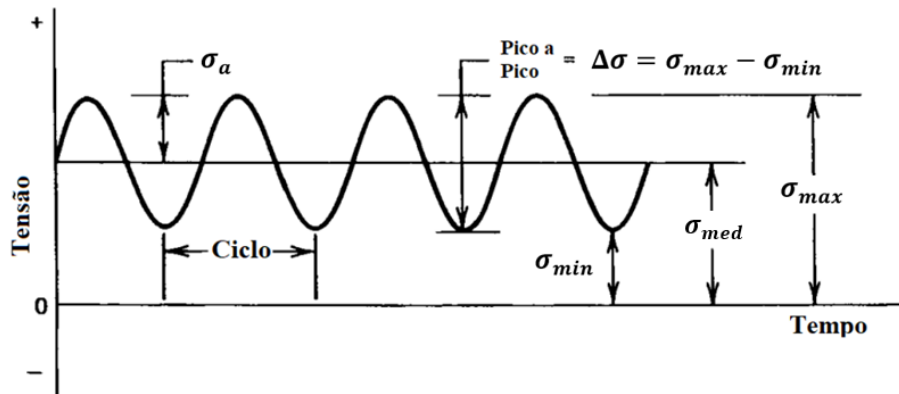
Fonte: Elaborado pelo autor.

2.3.3 Vida sob tensão (Curva S-N)

O modelo de tensão vida, também conhecido como modelo de Wöhler é o mais antigo e utilizado pela literatura, para a análise por fadiga. O modelo é considerado quando se espera que o sistema tenha uma vida superior a 10^3 ciclos e que as cargas envolvidas não ultrapassem o limite elástico do material. Dessa forma, não são consideradas deformações plásticas no modelo (BANNANTINE et al., 1990).

O método é baseado nas tensões atuantes do carregamento cíclico de amplitude constante, e tem como objetivo definir a tensão de resistência à fadiga ou tensão limite de fadiga. Na Figura 22 são apresentadas as tensões atuantes em um carregamento cíclico.

Figura 22 – Nomenclatura de tensões para carregamento cíclico de amplitude constante.



Fonte: adaptado de (STEPHENS et al., 2001).

Da Figura 22 observa-se que a tensão alternada (σ_a), média (σ_{med}), máxima (σ_{max}) e mínima (σ_{min}) possuem as seguintes relações:

$$\sigma_a = \frac{\Delta\sigma}{2} = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} \quad (94)$$

$$\sigma_{med} = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} \quad (95)$$

Outras nomenclaturas importantes na literatura são referentes à razão de tensão (R) e a razão de tensão alternada (A), que são definidas por:

$$R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} \quad (96)$$

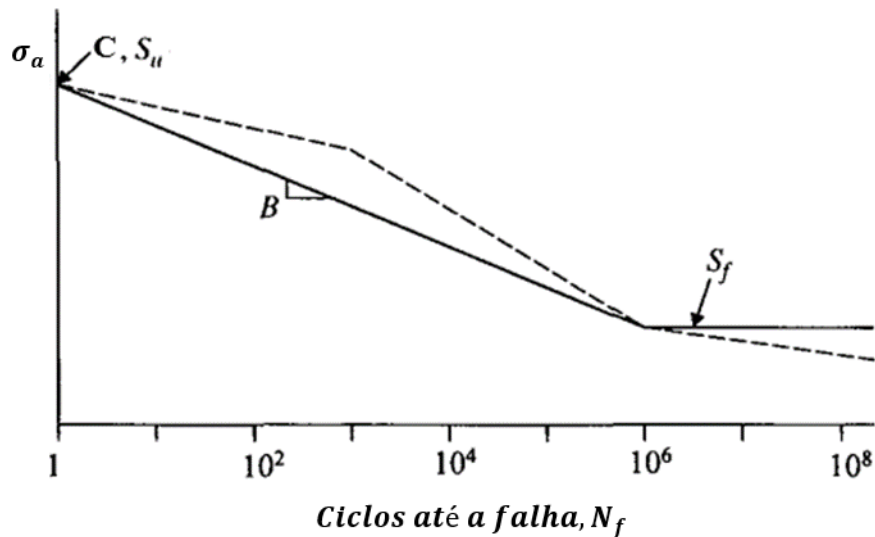
$$A = \frac{\sigma_a}{\sigma_{med}} \quad (97)$$

As duas condições mais comuns para se obter as propriedades de fadiga ocorrem em $R = -1$ e $R = 0$. A condição que $R = -1$ é chamada de totalmente invertida, desde que σ_{min} seja igual a σ_{max} . Já a segunda condição $R = 0$ é denominada de tensão pulsante (STEPHENS et al., 2001).

A partir de repetidos testes de tensão alternada constante em corpos de prova é determinada a curva de Wöhler, ou curva S-N, que fornecem a tensão alternada (σ_a) em função

da vida em número de ciclos até a falha (N_f). A representação da curva é realizada na escala log-log, ou pelo menos a vida em escala semi-log, conforme apresentado na Figura 23.

Figura 23 – Curva S-N do modelo de Basquin.



Fonte: adaptado de (STEPHENS et al., 2001).

Na Figura 23 S_u é o limite de resistência à tração, C é o coeficiente de resistência à fadiga, e S_f é o limite de resistência à fadiga e b é o expoente de resistência à fadiga. A linha contínua no gráfico se estende do valor de tensão para 1 ciclo até o valor correspondente a 10^6 ciclos e segue uma linha horizontal com o valor de S_f . A curva tracejada é uma representação mais precisa e inclui a representação de três curvas com inclinações distintas. A primeira curva abrange o intervalo de 1 a 10^3 ciclos, a segunda abrange de 10^3 a 10^6 ciclos, e a terceira inicia a partir de 10^6 ciclos.

Uma forma muito utilizada para estabelecer matematicamente a relação da tensão com o número de ciclos até a fadiga é a relação de Basquin apresentada pela Equação (98):

$$S_{N_f} \text{ ou } \sigma_a = C(N_f)^b \quad (98)$$

onde b é o expoente de resistência a fadiga ou expoente de Basquin, e sempre negativo; S_{N_f} é a resistência da fadiga; N_f é o número de ciclos até a falha por fadiga e C é o coeficiente de resistência à fadiga que pode ser aproximado como sendo igual ao limite de ruptura obtido por

ensaio de tração. Valores usuais de b estão na faixa de $-0,20 \leq b \leq -0,05$ (STEPHENS et al., 2001).

O inverso do coeficiente de fadiga b é chamado de K e definido pela Equação (99).

$$K = -\frac{1}{b} \quad (99)$$

Aproveitando-se das propriedades da curva apresentada no formato log-log, também é possível representar a reta do diagrama de Wöhler pela simplificação expressa na Equação (100).

$$\sigma_a^K N_f = C \quad (100)$$

onde K é a inclinação da reta e C o coeficiente de resistência a fadiga (BENASCIUTTI; TOVO, 2005).

A relação de Basquin tem a limitação de ser válida apenas para o caso em que se tem tensão média nula, visando contornar essa limitação Morrow, em 1968, aperfeiçoou a relação de Basquin adicionando os efeitos da tensão média. Vide Equação (101).

$$S_{N_f} \text{ ou } \sigma_a = (C - \sigma_m)(N_f)^b \quad (101)$$

2.3.4 Estimativa de vida de fadiga em solicitações aleatórias

Como visto anteriormente, a curva S-N é uma importante ferramenta que faz a relação entre a tensão devido a um carregamento aplicado, em um componente mecânico, e o número de ciclos que o mesmo irá suportar até alcançar a fadiga. Essa relação até o momento só é válida para carregamentos com amplitude constante, que é um caso muito simples apropriado para a introdução de conceitos. Em aplicações reais é comum o carregamento variar ao longo do tempo podendo até ser randômico, trazendo assim maior complexidade na previsão da vida em serviço (ROSA, 2002; LEE et al., 2011; LALANNE, 2014).

A questão que se apresenta é como usar o diagrama S-N no projeto de um componente que deva resistir a uma condição de trabalho onde as cargas são de amplitude variável. Um

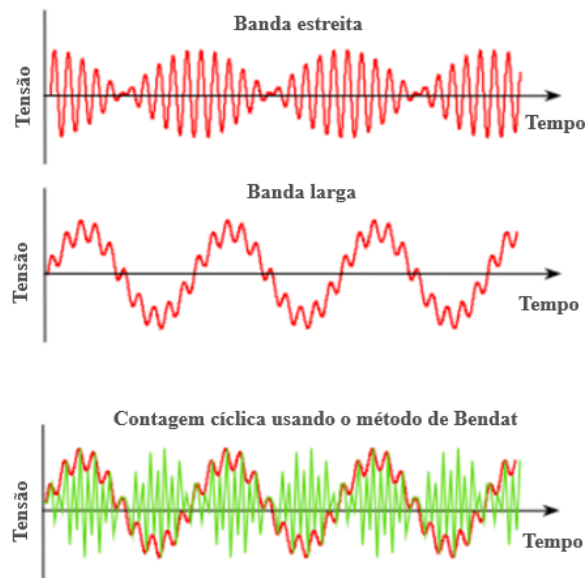
processo simples foi proposto por Palmgren (1924) e reapresentado por Miner (1945), ficando conhecido como a regra de Palmgren-Miner ou regra linear de acúmulo de dano.

Para avaliar a vida de fadiga de uma estrutura submetida a cargas complexas e viabilizar a aplicação da regra de Palmgren-Miner, foi criado um algoritmo por Matsuishi e Endo (1968), chamado método de contagem de ciclos *Rainflow*. Apesar da variedade de métodos de contagem de ciclos investigados, até o momento atual, o método *Rainflow* permanece o mais amplamente empregado.

Com o avanço das pesquisas da estimativa de vida por fadiga, foram introduzidos novos conceitos para calcular a probabilidade de que um nível específico de tensão ocorra e, conseqüentemente, avaliar o dano provocado pela fadiga a partir desse nível. Esses conceitos de fadiga espectral utilizam o registro da PSD de tensão para a estimativa da função de probabilidade, para então estimar o dano em fadiga.

O estudo realizado por Rice em 1954 introduziu conceitos que continuam a ser fundamentais na análise de fadiga no domínio da frequência, como as expectativas de picos, cruzamentos positivos e o fator de irregularidade dos momentos da PSD. A primeira abordagem para calcular a fadiga no domínio da frequência surgiu em 1964 com o trabalho de Bendat. Ele desenvolveu a solução de banda estreita (*narrowband*) estabelecendo que a função densidade de probabilidade dos picos tende a seguir a distribuição de Rayleigh quando se trata de um sinal de banda estreita. No entanto, essa metodologia se revela excessivamente conservadora ao lidar com carregamentos de banda larga (*wideband*), uma vez que assume que cada pico tem um vale de mesmo valor, o que não é válido quando a largura do sinal é maior (HALFPENNY, 1999). Essa limitação da teoria de Bendat ao ser aplicada a um sinal de banda larga é ilustrada na Figura 24.

Figura 24 – Abordagem da teoria de Bendat em um sinal de banda larga.



Fonte: adaptado de (HALFPENNY, 1999).

Durante a década de 1980, diversos pesquisadores, incluindo Wirsching e Light (1980), Chaudhury e Dover (1985), Ortiz e Chen (1987), empreenderam esforços para abordar a natureza conservadora da abordagem de Banda Estreita em contextos relacionados à indústria offshore. As Equações propostas por Chaudhury e Dover expressam-se em termos de tensões equivalentes, enquanto as Equações de Wirsching, Ortiz e Chen introduz em um fator multiplicador à abordagem de Banda Estreita. Essas soluções demonstram ser aplicáveis em uma ampla gama de desafios industriais (HALFPENNY, 1999; BISHOP; SHERRAT, 2000; ARIDURU, 2004).

Dirlik (1985) desenvolveu uma solução empírica de banda larga que se baseia em uma distribuição de ciclos de intervalo de tensão, combinando duas distribuições de Rayleigh e uma distribuição exponencial. Este método, baseado na abordagem empírica, oferece uma estimativa satisfatória da vida em situações de fadiga, utilizando a metodologia das técnicas de Monte Carlo. O método de Dirlik tem demonstrado ser eficaz ao ser aplicado a uma ampla variedade de problemas (MRŠNIK; SLAVIC; BOLTEŽAR, 2013; ZORMAN; SLAVIC; BOLTEŽAR, 2023)

Um estudo igualmente importante que emprega métodos para calcular a contagem de ciclos usando a PSD é a tese de Bishop (1988). Sua conclusão indicou que estruturas com um grande volume de dados de entrada e saída do sistema e múltiplas informações na FRF tendem a apresentar desempenho superior no domínio da frequência.

Rychlik (1993) estabeleceu uma relação na qual a estimativa de dano usando o método *Rainflow* possui um valor mínimo determinado pela estimativa do método de *range count* e um valor máximo estabelecido pela estimativa do método de *narrowband* quando o processo é gaussiano. Benasciutti e Tovo (2005) utilizando essa definição, desenvolveram uma solução aproximada na qual a estimativa de dano pelo método *Rainflow* é obtida como a combinação ponderada das estimativas de dano derivadas dos métodos de *range count* e de *narrowband*.

Nieslony et al., em 2012, exploraram o efeito da forma da PSD de tensão e do tipo de carregamento na estimativa da vida em fadiga de um corpo de prova tubular. Eles compararam resultados de testes experimentais com simulações de vários métodos espectrais, notando que tanto o método de Dirlik quanto o método de Tovo-Benasciutti forneceram resultados semelhantes. Dirlik e Benasciutti (2021) realizam um estudo sobre a perspectiva histórica dos métodos de Dirlik e Tovo-Benasciutti, onde ambos apresentam resultados similares e são os principais métodos para processos gaussiano estacionários de banda larga. Mršnik et al. (2013) e Zorman et al. (2023) avaliaram o desempenho de várias teorias em relação a várias características da PSD, considerando também a influência da inclinação da curva de fadiga. Em muitos dos testes, o método Tovo-Benasciutti e Dirlik apresentaram bons resultados. Em relação à inclinação da curva S-N, verificou-se que resultados menos satisfatórios ocorreram em curvas mais inclinadas.

Ao seguir, desse breve contexto histórico, serão apresentados os métodos para estimativa de vida em fadiga em solicitações aleatórias.

2.3.4.1 Teoria do Acúmulo de Dano

A Teoria de Palmgren-Miner é um conceito importante na engenharia de confiabilidade e na análise de fadiga de materiais. Essa teoria estabelece que a vida útil de um componente sujeito a ciclos repetidos de carregamento é determinada pela soma cumulativa de danos causados por esses ciclos.

Em outras palavras, a Teoria de Palmgren-Miner afirma que, se você tiver um material ou componente que é submetido a uma série de carregamentos cíclicos, a vida útil do componente é determinada pela soma dos inversos dos valores de resistência em cada ciclo de carregamento em relação ao número de ciclos que cada carregamento representa. A ideia central é que o acúmulo de danos ao longo do tempo é crítico para a falha de fadiga. A Equação (102) apresenta a formulação da regra.

$$\sum_{i=1}^k \frac{n_i}{N_i} = \frac{n_1}{N_1} + \frac{n_2}{N_2} + \dots = 1 \quad (102)$$

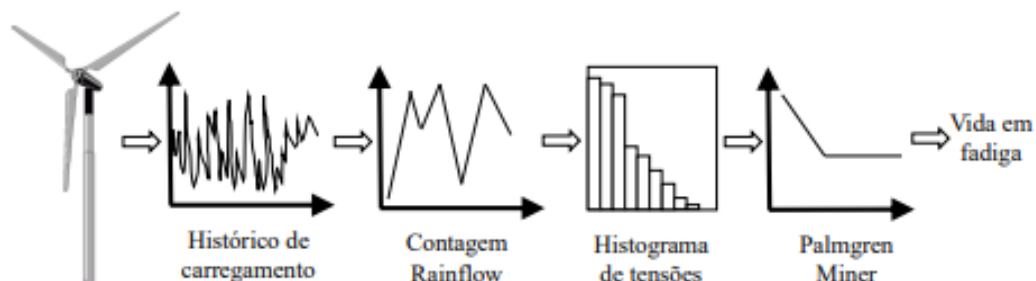
onde n_i é o número de ciclos para cada carregamento individual e N_i é o número de ciclos que causaria falha para esse carregamento individual. A regra de Miner implica que, se a soma cumulativa exceder 1, o componente falhará devido à fadiga

2.3.4.2 Dominio do tempo

O início de qualquer análise de previsão de vida de fadiga de um componente envolve a obtenção do registro de carregamento ao qual o componente está exposto. Se esse registro consistir em tensões de amplitude constante, a análise pode ser realizada diretamente por meio de uma curva S-N, como mencionado anteriormente nas seções anteriores.

Raramente, as condições de carga do mundo real consistem em amplitudes constantes. Quando o carregamento varia ao longo do tempo, utiliza-se o método de contagem de ciclos *Rainflow* para desmembrar esse carregamento em intervalos de tensão. O número de ciclos em cada intervalo é combinado com a amplitude da tensão nesses intervalos para criar um histograma das amplitudes de tensão. Os dados desse histograma podem então ser empregados juntamente com a regra de Palmgren-Miner para estimar a vida útil de fadiga da estrutura (STEPHENS et al. 2001; LEE et al., 2011; BISHOP et al., 1999; ARIDURU, 2004). Na Figura 25 é ilustrado o processo mencionado.

Figura 25 – Passos para estimar a vida de fadiga no domínio do tempo.

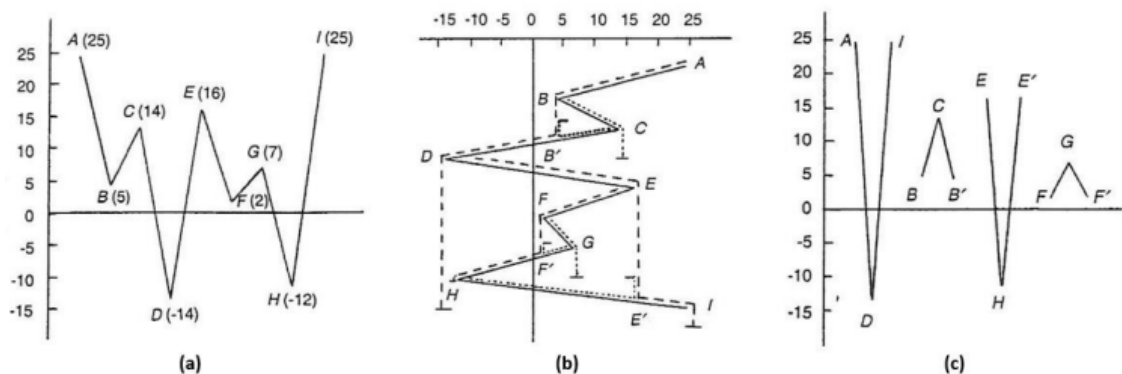


Fonte: adaptado de (ARIDURU, 2004).

2.3.4.2.1 Método da contagem de ciclos *Rainflow*

Proposto por Matsuishi e Endo (1968) é o melhor e mais popular método de contagem de ciclos (STEPHENS et al., 2001). Quando se lida com um registro de tensão ou deformação aleatório, representado de forma vertical, como mostrado na Figura 26b, o processo envolve traçar linhas que 'deslizam' horizontalmente através dos ciclos até o próximo ponto de inversão e repetir o processo. Isso é semelhante à maneira como as gotas de chuva caem no telhado de uma Pagoda, uma construção típica japonesa. Essa analogia dá origem ao termo *Rainflow*.

Figura 26 – Método *Rainflow*: (a) Sinal de tensão; (b) Contagem *Rainflow*; (c) Resultado.



Fonte: adaptado de (STEPHENS et al., 2001).

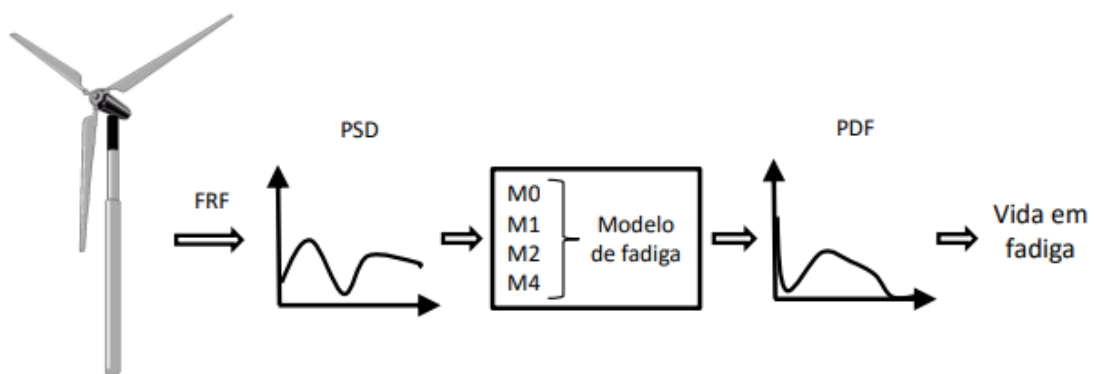
O método do *Rainflow* consiste nas seguintes regras (STEPHENS et al., 2001):

1. Reordenar o histórico de carregamento de modo que inicie com o maior pico ou com o menor vale;
2. Iniciando-se do maior pico, “descer” até a próxima reversão. Continuar até que a magnitude do próximo pico for igual ou superior àquele pico iniciado ou um outro ciclo *Rainflow* for encontrado;
3. Repetir o mesmo procedimento à próxima reversão até o final do processo;
4. Repetir o processo de contagem a todas as amplitudes de tensão que não foram ainda contabilizadas.

2.3.4.3 Dominio da frequência

A análise do método *Rainflow* para contagem de ciclos no domínio da frequência envolve a representação do carregamento por meio de uma PSD. Conforme explicado por Lee et al. (2011), a PSD representa a distribuição da energia do sinal em diferentes frequências no domínio do tempo. De acordo com Ariduru (2004), a estimativa da vida em fadiga por meio da análise no domínio da frequência segue uma série de etapas, conforme ilustrado na Figura 27.

Figura 27 – Passos para estimar a vida de fadiga no domínio da frequência.



Fonte: adaptado de (ARIDURU, 2004).

O primeiro passo envolve a obtenção da densidade espectral de energia do carregamento ao longo do tempo. A Transformada Rápida de Fourier (FFT) é uma técnica comumente empregada para calcular a PSD do carregamento no domínio do tempo. Em seguida, essa PSD é utilizada para calcular os quatro momentos da função densidade espectral de energia, que são empregados na obtenção da função densidade de probabilidade, também conhecida como distribuição de carga. Por fim, com base na PDF, a vida de fadiga do componente em análise é estimada (STEPHENS et al. 2001; LEE et al., 2011; BISHOP, 1999; ARIDURU, 2004).

Através de uma análise por método dos elementos finitos (MEF), a abordagem no domínio da frequência se torna mais vantajosa computacionalmente, pois necessita apenas de análise da FRF ao invés de uma análise dinâmica no domínio do tempo (MRŠNIK; SLAVIC; BOLTEŽAR, 2013). Os métodos espectrais não possuem ciclos definidos portando não podem utilizar a teoria de Palmgren-Miner diretamente, assim a distribuição de picos é dada pela Equação (103) (NIESLONY; MACHA, 2007).

$$n_i = n(\sigma_a) = E[P] \cdot T_o \cdot p(\sigma_a) \quad (103)$$

onde n_i é o número de picos com amplitude de tensão σ_a , $p(\sigma_a)$ é a PDF da amplitude de tensão. T_o é o tempo de observação e $E[P]$ é a expectativa de picos. Substituindo a Equação (103) na Equação (102) tem-se:

$$\sum_{i=1}^k \frac{n_i}{N_i} = \frac{E[P] \cdot T_o \cdot p(\sigma_a)}{N_i} \quad (104)$$

onde N_i é o número de ciclos até a falha para uma amplitude de tensão σ_a . Substituindo o somatório por uma notação integral, o dano causado por um período de tempo T_o é dado pela Equação (105).

$$D(T_o) = E[P] \cdot T_o \int_0^{\infty} \frac{p(\sigma_a)}{N_i(\sigma_a)} d\sigma_a \quad (105)$$

Utilizando a Equação (100) da simplificação da curva de Wöhler, o dano é dado pela Equação (106) (BENASCIUTTI; TOVO, 2005).

$$D(T_o) = \frac{E[P] \cdot T_o}{C} \int_0^{\infty} p(\sigma_a) \cdot \sigma_a^k d\sigma_a \quad (106)$$

O dano para a vida total T é $D(T) = 1$ e sendo a vida o inverso do dano, a Equação (107) representa a vida total T .

$$T = \frac{T_o}{D(T_o)} = \frac{C}{E[P] \int_0^{\infty} p(\sigma_a) \cdot \sigma_a^k d\sigma_a} \quad (107)$$

2.3.4.3.1 Método da Banda Estreita (*Narrowband*)

Para o caso de um processo de banda estreita a expectativa de pico $E[P]$ é igual à expectativa de zeros com cruzamento positivo $E[0^+]$. A PDF segue igual a uma distribuição de Rayleigh sendo a variância dada pelo momento espectral m_0 (NIESLONY; MACHA, 2007).

$$p(\sigma_a) = \frac{\sigma_a}{m_0} e^{\left(-\frac{\sigma_a^2}{2m_0}\right)} \quad (108)$$

Assim, substituindo a Equação (108) na Equação (106), obtêm-se o dano para um processo de banda estreita dado pela Equação (109).

$$D(T_o) = \frac{E[P]}{C} \cdot T_o \sqrt{2m_0}^K \Gamma\left(1 + \frac{K}{2}\right) \quad (109)$$

onde Γ é a função gama de Euler. Adotando um tempo de 1s é definida a intensidade do dano de *narrowband* \bar{D}_{NB} . A proposta de Bendat segue algumas limitações, como definir que a distribuição de picos segue uma distribuição de Rayleigh e que a curva S-N possui apenas uma inclinação para todas amplitudes de tensão.

Quando aplicado em um sinal de banda larga o dano tende a superestimar o valor que seria obtido pelo método do *Rainflow* (BENASCIUTTI; TOVO, 2005). Assim várias propostas surgiram a fim de corrigir o erro do cálculo para processos de banda larga, de forma geral dado pela Equação (110) (ZORMAN; SLAVIC; BOLTEŽAR, 2023).

$$\bar{D}_{RFC}^{método} = \rho_{método} \bar{D}_{NB} \quad (110)$$

onde $\bar{D}_{RFC}^{método}$ é a intensidade do dano do método em análise; $\rho_{método}$ é o fator de correção do método em análise; \bar{D}_{NB} é a intensidade do dano de *narrowband*. A seguir serão apresentados métodos para correção do dano de banda estreita para processo de banda larga.

2.3.4.3.2 Método de Wirsching–Light

Wirsching–Light (1980) adaptaram o método de banda estreita com um valor empiricamente determinado fator de correção baseado em extensas simulações de Monte Carlo:

$$\rho_{WL} = a(K) + [1 - a(K)](1 - \varepsilon)^{b(K)} \quad (111)$$

onde $\varepsilon = \sqrt{1 - \gamma^2}$ é um coeficiente em função do fator de irregularidade γ , $a(K)$ e $b(K)$ são parâmetros de ajuste em função da inclinação da curva S-N dado por:

$$\begin{aligned} a(K) &= 0.926 - 0.033K \\ b(K) &= 1.587K - 2.323 \end{aligned} \quad (112)$$

2.3.4.3.3 Método de Ortiz–Chen

O método espectral de Ortiz e Chen (1987) introduz a largura de banda espectral generalizada β para definir o fator de correção:

$$\rho_{OC} = \frac{\beta^K}{\alpha_2} \quad (113)$$

onde β depende da inclinação K da curva S-N, dado por:

$$\beta = \sqrt{\frac{m_2 m_{2/K}}{m_0 m_{2/K+2}}} \quad (114)$$

2.3.4.3.4 Método de Tovo-Benasciutti

Rychlik (1993) provou que para um processo Gaussiano, a estimativa de dano usando o método *Rainflow* \bar{D}_{RFC} possui um valor mínimo determinado pela estimativa do método de *range count* \bar{D}_{RC} e um valor máximo estabelecido pela estimativa do método de *narrowband* \bar{D}_{NB} , dado pela Equação (115).

$$\bar{D}_{RC} \leq \bar{D}_{RFC} \leq \bar{D}_{NB} \quad (115)$$

O método de *range count* \bar{D}_{RC} não possui uma expressão analítica. Uma aproximação foi proposta por Madsen et al. (1986).

$$\bar{D}_{RC} = \gamma^{K-1} \frac{E[P]}{C} \sqrt{2m_0}^K \Gamma\left(1 + \frac{K}{2}\right) = \gamma^{K-1} \bar{D}_{NB} \quad (116)$$

Tovo (2002) propôs a seguinte solução na forma de uma combinação linear entre os dois limites:

$$\bar{D}_{RFC}^{TB} = b\bar{D}_{NB} + (1 - b)\bar{D}_{RC} = [b + (1 - b)\gamma^{K-1}]\bar{D}_{NB} \quad (117)$$

Assim o fator de correção do método de Tovo-Benasciutti é dado pela Equação (118).

$$\rho_{TB} = b + (1 - b)\gamma^{K-1} \quad (118)$$

onde b é um coeficiente que depende dos parâmetros de banda da PSD. Tovo (2002) propôs a seguinte solução para b :

$$b^{TB_1} = \min \left\{ \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{1 - \alpha_1}, 1 \right\} \quad (119)$$

Após inúmeras soluções numéricas, Tovo e Benasciutti (2005) chegaram à seguinte solução analítica para o cálculo de b :

$$b^{TB_2} = \frac{(\alpha_1 - \alpha_2)[1.112(1 + \alpha_1\alpha_2 - (\alpha_1 + \alpha_2))e^{2.11\alpha_2} + (\alpha_1 - \alpha_2)]}{(\alpha_2 - 1)^2} \quad (120)$$

onde os parâmetros de banda α_1 e α_2 são definidos pela Equação (121), e para $n = 2$ tem-se que $\alpha_2 = \gamma$.

$$\alpha_n = \frac{m_n}{\sqrt{m_0 m_{2n}}} \quad (121)$$

2.3.4.3.5 Método $\alpha_{0.75}$

Conforme observado por Lutes et al. (1984) existe uma possível correlação do dano por fadiga do *Rainflow* em alguns parâmetros de largura de banda específicos. Numa base puramente empírica, Benasciutti e Tovo (2004) sugeriram uma formulação simples, mas eficaz

do fator de correção de banda estreita, dependente apenas do parâmetro de largura de banda $\alpha_{0.75}$ (ZORMAN; SLAVIC; BOLTEŽAR, 2023):

$$\rho_{BT} = \alpha_{0.75}^2 \quad (122)$$

2.3.4.3.6 Método de Dirlik

O método de Dirlik (1985) estabelece, por meio de uma abordagem empírica, que a distribuição das amplitudes de tensão, conforme determinada pelo método *Rainflow*, é uma combinação de uma distribuição exponencial e duas distribuições de Rayleigh. Essa aproximação é resultado de numerosas simulações de Monte Carlo realizadas para diversos históricos de tensão (NIESLONY; MACHA, 2007). Assim, a PDF de amplitude de tensão é dada por:

$$p_{RFC}^{DK}(\sigma_a) = \frac{1}{\sqrt{m_0}} \left(\frac{G_1}{Q} e^{-\frac{Z}{Q}} + \frac{G_2 Z}{R^2} e^{-\frac{Z^2}{2R^2}} + G_3 Z e^{-\frac{Z^2}{2}} \right) \quad (123)$$

onde Z é a amplitude normalizada:

$$Z = \frac{\sigma_a}{\sqrt{m_0}} \quad (124)$$

G_1, G_2, G_3, J, R e x_m são parâmetros de ajuste do modelo, e são dados por:

$$\begin{aligned} G_1 &= \frac{2(x_m - \gamma^2)}{1 + \gamma^2}, & G_2 &= \frac{1 - \gamma - G_1 + G_1^2}{1 - R}, \\ G_3 &= 1 - G_1 - G_2, & J &= \frac{\gamma - x_m - G_1^2}{1 - \gamma - G_1 + G_1^2}, \\ Q &= \frac{1.25(\gamma - G_3 - G_2 R)}{G_1}, & x_m &= \frac{m_1}{m_0} \sqrt{\frac{m_2}{m_4}}. \end{aligned} \quad (125)$$

Portanto, a solução fechada para o dano pela formulação de Dirlik é dada pela Equação (126).

$$\bar{D}_{RFC}^{DK} = \frac{E[P]}{C} \sqrt{m_0^K} \left[G_1 Q^K \Gamma(1+K) + (\sqrt{2})^K \Gamma\left(1 + \frac{K}{2}\right) (G_2 |R|^K + G_3) \right] \quad (126)$$

2.4 MÉTODOS DE AVALIAÇÃO DA TENSÃO PARA A VIDA DE FADIGA EM JUNTAS SOLDADAS

Em sistemas de tubulação, a região composta pela solda é muito complexa pois conta com um alto campo fator de concentração de tensões, além de apresentar geometria não perfeitamente simétrica. Esses parâmetros tornam a análise numérica em torno da região da solda um grande desafio pois a geometria deve ser reproduzida de maneira precisa para uma análise numérica. Estes fatores não permitem o total aproveitamento de métodos numéricos para determinar as tensões atuantes no cordão de solda (TAYLOR; BARRET; LUCANO, 2002).

A distribuição de tensões ao redor de uma junta soldada está apresentada na Figura 28. A tensão de membrana σ_m é igual à tensão média calculada e é constante através da espessura. A tensão de flexão σ_b é distribuída linearmente ao longo da espessura. Por fim, a tensão não linear σ_{nl} é a componente restante da tensão.

Figura 28 – Distribuição de tensões ao redor da solda.



Fonte: adaptado de (HOBBACHER 2016).

Através da teoria de vigas de Bernoulli e considerando uma distribuição linear de flexão, de acordo com Radaj (1990), as componentes da tensão podem ser obtidas analiticamente a partir da distribuição da tensão $\sigma(x)$ ao longo da espessura, de $x = 0$ até a superfície $x = t$ (vide Figura 28):

$$\sigma_m = \frac{1}{t} \int_{x=0}^{x=t} \sigma(x) dx \quad (127)$$

$$\sigma_b = \frac{6}{t^2} \int_{x=0}^{x=t} (\sigma(x) - \sigma_m) \left(\frac{t}{2} - x\right) dx \quad (128)$$

$$\sigma_{nl}(x) = \sigma(x) - \sigma_m - \left(1 - \frac{2x}{t}\right) \sigma_b \quad (129)$$

Na literatura são propostos diferentes métodos para a avaliação da vida por fadiga em uniões soldadas. De acordo com Macdonald (2011), estas técnicas estão classificadas em dois grupos:

- Método de análise global;
- Método de análise local.

O trabalho de Fricke (2003) apresenta de maneira condensada as principais metodologias utilizadas na predição da vida em fadiga em juntas soldadas. O método mais simples e comum, classificado como de análise global, é o método da tensão nominal (*nominal stress*). Já para análise local destacam-se o método da tensão estrutural (*structural* ou *hot spot stress*), o método da tensão efetiva no entalhe (*effective notch stress*) e o método da propagação de trincas.

Um ponto em comum entre os três primeiros métodos é que consideram a teoria linear elástica, podem ser analisados por métodos numéricos como elementos finitos, e são baseados nas curvas S-N para estimativa total da vida por fadiga. Já o método da propagação de trincas utiliza os princípios da mecânica da fratura linear elástica e abrange somente o crescimento da trinca. Pela ampla difusão das curvas S-N em softwares de elementos finitos como o ANSYS, o método da propagação de trincas não será abordado nesse trabalho. A seguir, um breve resumo sobre cada um dos métodos mencionados será realizado.

2.4.1 Método da Tensão Nominal (*Nominal Stress Approach*)

O método da tensão nominal é o mais simples e mais comum para estimar a vida por fadiga em estruturas metálicas. Este método está baseado na tensão média na seção transversal da estrutura analisada, considerando o comportamento global de uma viga linear elástica, de maneira geral. A tensão nominal é a tensão calculada na área da seção em análise, desconsiderando os efeitos locais de aumento de tensão da junta soldada, mas incluindo os efeitos de aumento de tensão da forma macro geométrica do componente na vizinhança da junta.

Em componentes simples a tensão nominal pode ser obtida através da teoria da mecânica estrutural baseada no comportamento linear elástico (de forma geral, $\sigma_n = F/A$). Se o método de elementos finitos for usado, a malha pode ser até simples e grosseira. Deve-se tomar cuidado para garantir que todos os efeitos de concentração de tensão do detalhe estrutural da junta soldada sejam excluídos ao calcular a tensão nominal.

Os efeitos de aumento de tensão local das soldas e das estruturas anexadas são desconsiderados nos cálculos de tensão nominal. Segundo Niemi (1995) e Hobbacher (2016), embora os efeitos de aumento de tensão local da junta soldada não sejam incluídos nos cálculos de tensão de fadiga, os efeitos das configurações geométricas ou irregularidades do componente principal devem ser incluídos. Essas configurações e irregularidades geométricas podem ser definidas como um furo recortado, uma descontinuidade na seção transversal ou uma dobra/curva em uma viga. Em outras palavras, modificações geométricas que geralmente têm um efeito considerável na distribuição de tensões em toda a seção transversal. Assim, através de classificações de fadigas ou curvas S-N, é possível determinar a vida por fadiga da estrutura analisada.

No caso de uma geometria mais complexa para a qual não é possível definir uma tensão nominal ou uma categoria de projeto não está disponível, o método de tensão nominal não é mais aplicável diretamente. Em vez disso, outro método de avaliação da vida em fadiga precisa ser usado. Portanto, para uma análise mais criteriosa deve-se utilizar outros métodos.

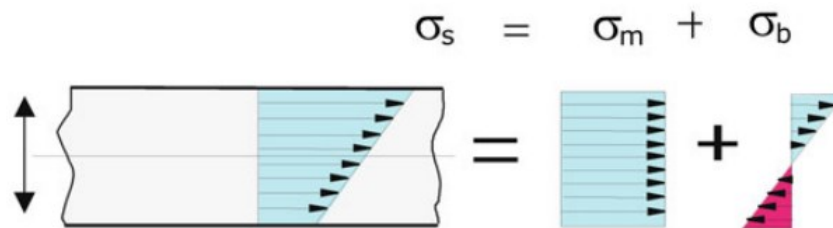
2.4.2 Método da Tensão Estrutural (*Structural or Hot Spot Stress Approach*)

O método da tensão estrutural (*structural or hot spot stress approach*) foi desenvolvido para avaliar a fadiga nos casos em que é difícil estimar a tensão nominal devido à complexidade

geométrica ou de carregamento. Este método é utilizado para o projeto de fadiga em vasos de pressão e conexões tubulares desde os anos 1960 (AYGÜL, 2012). Em estudos posteriores como (DONG, 2001; RADAJ; SONSINO; FRICKE 2006; e LOTSBERG; SIGURDSSON 2006), a aplicação do método para juntas soldadas foi realizado com sucesso.

A grande vantagem desse método é que os efeitos de aumento de tensão na estrutura da junta são levados em consideração no cálculo da fadiga, exceto os efeitos causados pela própria solda. Assim a parcela da tensão não linear σ_{nl} , causada pela solda no local do entalhe, não é considerada no cálculo da tensão estrutural, como ilustrado na Figura 29. Outra vantagem, que segue a afirmação acima, é que um número reduzido de curvas S-N é necessário para avaliar a vida em fadiga em juntas soldadas com esta abordagem.

Figura 29 – Tensão de *hot spot* como somatório da tensão de membrana e de flexão.



Fonte: adaptado de (NIEMI; FRICKE; MADDOX 2018).

Com a implementação do MEF no cálculo da fadiga, o método foi bastante difundido, estando presente nas principais normas de soldagem e fadiga para estruturas tubulares como IIW, DNV, BS e ABS. No entanto, o resultado do MEF é altamente sensível à malha, pois as tensões estruturais de *hot spot* geralmente estão em uma área de altos gradientes de tensões, ou mesmo relacionadas às singularidades de tensão. As tensões resultantes podem diferir substancialmente dependendo do tipo e do tamanho dos elementos, além do procedimento usado para extrair os seus valores. Por esta razão, um método avaliativo é necessário para obter um valor de tensão relevante e que possa ser relacionado com a resistência à fadiga do detalhe.

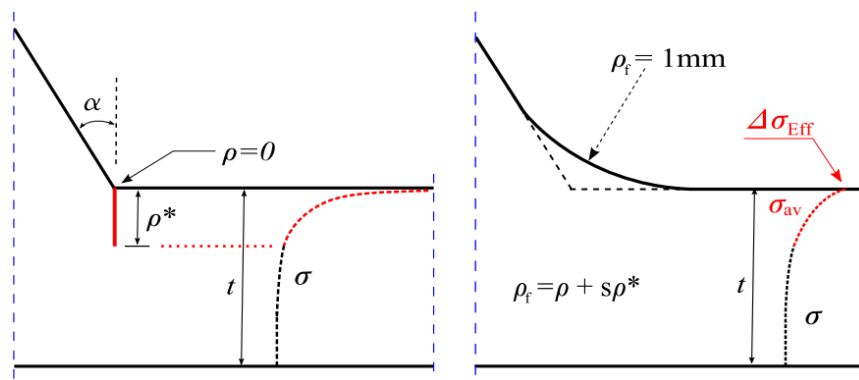
Diferentes métodos de obtenção da tensão de *hot spot* são encontrados na literatura. O mais utilizado é baseado na extrapolação linear ou quadrática da tensão máxima principal na superfície até o pé da solda. A vantagem desse método é que pode ser utilizado tanto em modelos numéricos, quanto em modelos experimentais. Por ser amplamente utilizado, este trabalho detalhará o método do *hot spot* em um capítulo dedicado.

2.4.3 Tensão Efetiva no Entalhe (*Notch Stress Approach*)

Um “entalhe” é proveniente de descontinuidades geométricas como furos, defeitos e juntas soldadas. A tensão efetiva de entalhe é a tensão total na raiz da solda, nela está incluída a variação geométrica da forma da solda, bem como do comportamento não linear do material na raiz do entalhe.

A tensão efetiva do entalhe é fundamentada na máxima tensão elástica calculada no ponto crítico, no caso o pé da solda. Este método foi proposto por Radaj (1990) que levou em conta a tensão média na teoria do micro suporte de acordo com regra de Neuber, onde o contorno real da solda é substituído por um raio efetivo de $\rho = 1$ mm, para espessuras maiores ou iguais a 5 mm. Este raio de referência, como ilustra a Figura 30, é calculado assumindo as condições de pior caso para juntas soldadas ($\rho = 0$).

Figura 30 – Raio efetivo proposto para juntas soldadas.



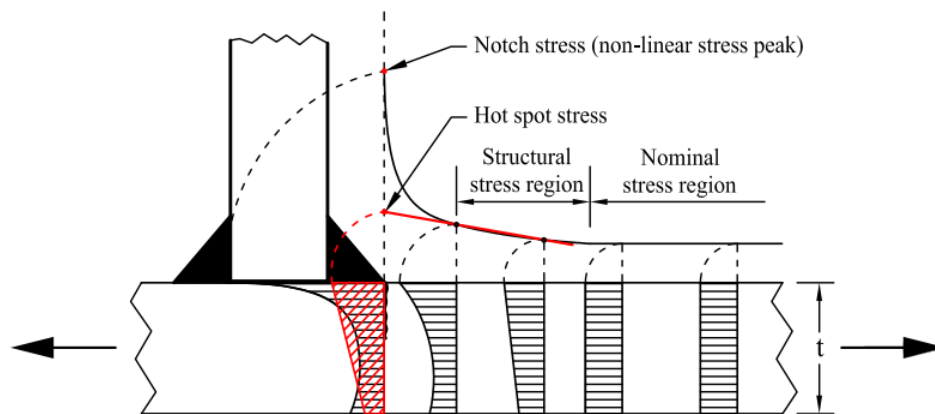
Fonte: adaptado de (AYGÜL, 2012).

Ao usar o método da tensão efetiva de entalhe para análise de fadiga de juntas soldadas em MEF é preciso ter a geometria bem detalhada e com bom refino de malha em torno da solda, permitindo capturar com qualidade a tensão máxima no ponto de concentração de tensão. Esta geometria detalhada e discretizada com precisão suficiente pode ser obtida, geralmente, por modelos de elementos sólidos 3D. Porém, este nível de detalhamento e refinamento acabam deixando o modelo mais custoso computacionalmente. A abordagem da tensão efetiva de entalhe está incluída nas recomendações do IIW como um método alternativo de avaliação da vida em fadiga com modelagem de elementos finitos e utilização da curva S-N.

2.4.4 Comparação entre os métodos

De forma comparativa, na Figura 31 é apresentada a distribuição de tensões ao redor de uma junta soldada.

Figura 31 – Distribuição de tensão através da espessura da placa e ao longo da superfície próxima a solda.



Fonte: adaptado de (AYGÜL, 2012).

Nos resumos anteriores foram apresentadas as principais vantagens e desvantagens de cada um dos métodos avaliativos para vida de fadiga em juntas soldadas. De maneira geral, as principais características dos métodos estão resumidas na Tabela 1.

Tabela 1 – Vantagens e desvantagens dos métodos de vida de fadiga

Vantagens	Desvantagens
Método da tensão nominal	
Cálculos simples Bem definido e conhecido Mais comum e amplamente utilizado Dados experimentais disponíveis Fórmula paramétrica disponível Classes de fadiga disponíveis em códigos de projeto Adequado para raiz de solda e ponta de trinca	Dependência de categoria de detalhes de fadiga Limitação para desalinhamento e alterações macro geométricas Menos precisão em estruturas complexas Efeito de espessura não incluído
Método da tensão de <i>hot spot</i>	
Menos curvas S-N necessárias O uso da análise de tensão existente Precisão aceitável Menos esforço de modelagem Efeito geométrico macro incluído Utilizado para estruturas tubulares há muitos anos, bem conhecido	Dependente do tamanho do elemento Dependente do arranjo do elemento Determinação da tensão de diferentes procedimentos Efeito de espessura não incluído Limitada a trincas na ponta da solda
Método da tensão efetiva de entalhe	
Efeito de espessura incluído nos cálculos Não é afetado pela direção da tensão Adequado para raízes de solda e ponta de trinca Uma única curva S-N	Aplicável apenas com MEF Dependente da densidade da malha Dependente do tamanho do raio Esforço para modelagem – demorado Modelos maiores

Fonte: adaptado de (AYGÜL, 2012).

Diante do exposto, o método considerado adequado para o estudo da vida de fadiga em juntas soldadas para este trabalho é o da tensão de *hot spot*. A escolha do método se deve à grande aplicabilidade em tubulações ao longo dos anos, além de ser mais preciso que o da tensão nominal, e menos detalhado e custoso computacionalmente que o método da tensão efetiva de entalhe. Nos próximos capítulos o método será mais detalhado com a aplicabilidade em MEF.

2.5 APLICAÇÃO DO MÉTODO DA TENSÃO HOT SPOT NO MEF

Conforme anteriormente destacado, o método da tensão de *hot spot* vem sendo muito utilizado em modelos numéricos, principalmente em elementos finitos. O método também já é utilizado há anos em projeto de vida por fadiga em vasos de pressão e conexões tubulares. Com isso, as principais organizações internacionais de soldagem, fadiga e vasos de pressão citam o método em suas normas e guia práticos. Assim, nesse capítulo será apresentada a revisão do cálculo da tensão de *hot spot* de acordo com as principais normas.

O IIW (*International Institute of Welding*) é o Instituto Internacional de Soldagem, reconhecido como a maior rede mundial de tecnologias de solda e uniões. A Coleção de Livros do IIW é de autoria de especialistas de 59 países que participam do trabalho das 23 unidades técnicas do IIW. Nesta revisão serão utilizadas as obras de Hobbacher (2016), Niemi et. al (2018), Zhao e Packer (2000). Também fazem parte dessa revisão as normas DNV-RP-C203 (2020), BS 7608 (2014) e ABS-GUIDE FOR FATIGUE ASSESSMENT OF OFFSHORE STRUCTURES (2020).

Na análise da tensão de *hot spot* utilizando o MEF os elementos devem ser capazes modelar a tensão de flexão. Assim, para estruturas complexas, existem duas possibilidades: elementos de casca e elementos sólidos. Os elementos de casca de 8 nós e os elementos sólidos de 20 nós apresentam boa precisão nos resultados da tensão de *hot spot*. Vale lembrar que o objetivo é ignorar as tensões não lineares, portanto, elementos sólidos de 20 nós com integração reduzida de 2 pontos na direção da espessura já são suficientes.

Em relação à malha, ela deve ser refinada o suficiente a fim de obter a tensão no pé da solda através da extrapolação da tensão na superfície. Na Tabela 2 estão apresentados os tamanhos dos elementos de acordo com o tipo de extrapolação do método.

Na literatura técnica, diferentes formas de processamento para obter a tensão de *hot spot* são encontradas. Porém existem 3 métodos principais, ilustrados na Figura 32, e que são obtidos através seguintes processos:

- Utilizando a distribuição de tensão linearizada através da espessura (Figura 32a,b);
- Utilizando uma tensão em um único ponto fora da área de influência do pico de tensão não linear (Figura 32c);
- Utilizando a distribuição de tensão extrapolada na superfície (Figura 32c).

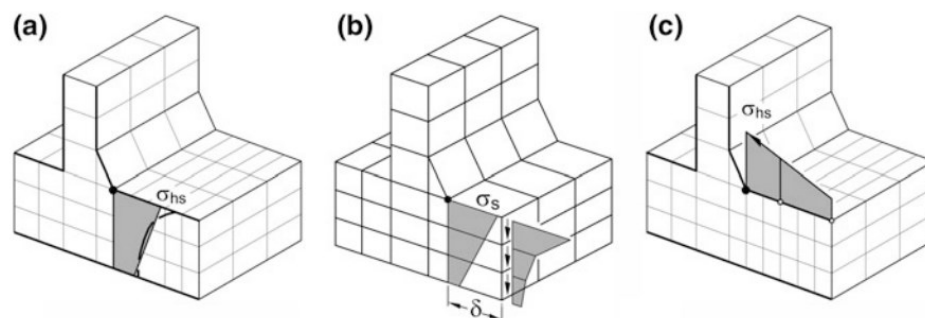
Tabela 2 – Tamanho de malha e extrapolação recomendada.

Tipo do modelo e ponta da solda		Modelos relativamente grosseiros		Modelos relativamente refinados	
		Tipo a	Tipo b	Tipo a	Tipo b
Tamanho do elemento	Casca	$t \times t$ $\max t \times w/2^a$	10 x 10 mm	$\leq 0,4 t \times t$ ou $\leq 0,5 t \times w/2$	$\leq 4 \times 4$ mm
	Sólido	$t \times t$ $\max t \times w$	10 x 10 mm	$\leq 0,4 t \times t$ ou $\leq 0,4 t \times w/2$	$\leq 4 \times 4$ mm
Pontos de extrapolação	Casca	0.5 t e 1.5 t pontos médios ^b	5 e 15 mm pontos médios	0.4 t e 1.0 t pontos nodais	4, 8 e 12 mm pontos nodais
	Sólido	0.5 e 1.5 t centro de superfície	5 e 15 mm centro de superfície	0.4 t e 1.0 t pontos nodais	4, 8 e 12 mm pontos nodais

^aw = espessura de fixação longitudinal +2 comprimentos de perna de solda

^bcentro da superfície em soldas transversais, se a solda abaixo da placa não for modelada

Fonte: adaptado de (HOBBACHER, 2016).

Figura 32 – Métodos de obtenção da tensão de *hot spot*.

Fonte: adaptado de (NIEMI; FRICKE; MADDOX 2018).

O primeiro método, que utiliza a distribuição de tensão linearizada na espessura, foi proposto no trabalho de Dong (2001), e sua grande vantagem é que a tensão não é sensível em relação ao tamanho da malha. O segundo método visa simplificar a análise da tensão de *hot spot* utilizando uma região da superfície fora da área da concentração de tensão da solda. No trabalho de Haibach (1986), foi proposto utilizar a tensão na superfície da placa a 2 mm de distanciamento pé da solda. Já Xiao e Yamada (2004) propuseram calcular a tensão a 1 mm de profundidade abaixo do pé da solda. Por fim, o terceiro método de extrapolação da tensão na superfície é o mais difundido na literatura, e sua vantagem é que pode ser utilizado tanto em modelos numéricos como em experimentais.

2.5.1 Método da extrapolação da tensão superficial

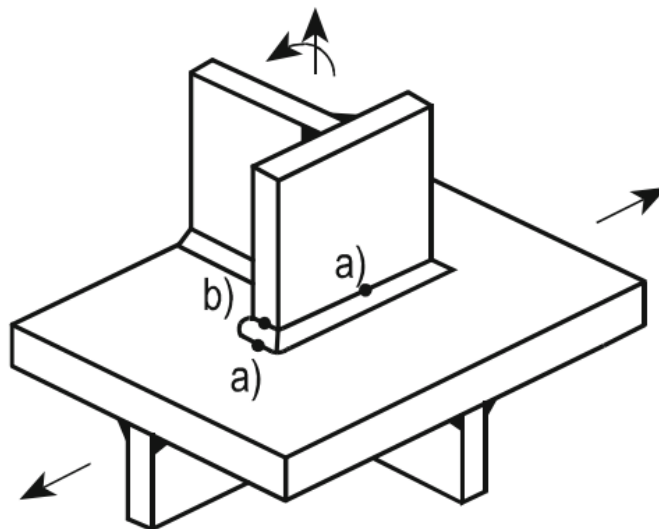
O método da extrapolação da tensão superficial, por ser o mais citado na literatura, será o abordado nesse momento. Uma breve revisão será apresentada a seguir, dividida em dois grupos:

- Estruturas de placas,
- Estruturas tubulares.

2.5.1.1 Extrapolação para estruturas de placas

Em estruturas do tipo placa, a tensão de *hot spot* é definida de acordo com sua localização em relação ao pé da solda. Como ilustrado na Figura 33, a tensão do *hot spot* do tipo *a* está localizada na superfície da placa, já a tensão do tipo *b* está localizada na borda da placa.

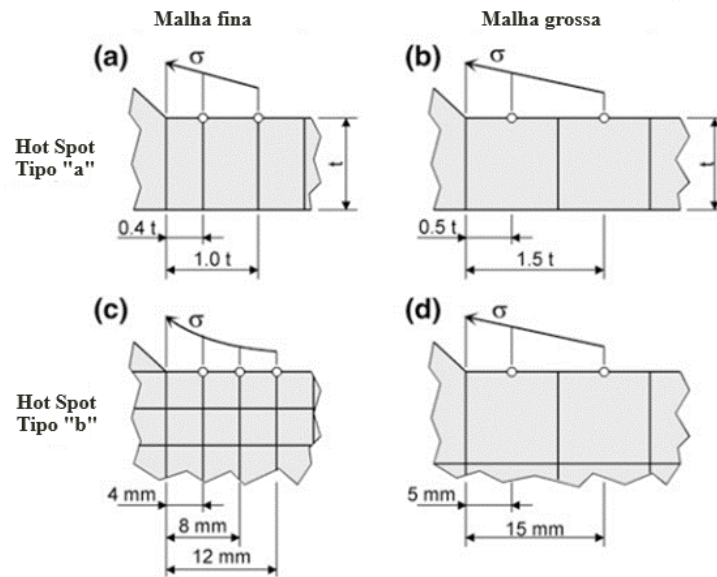
Figura 33 – Tipos de *hot spot*.



Fonte: adaptado de (HOBBACHER 2016).

A extrapolação da tensão superficial deve começar a partir de uma região onde os efeitos da tensão não linear já são nulos sendo, assim, essa região recomendada altamente sensível ao refinamento da malha. As normas da IIW recomendam valores mínimos da distância de extrapolação de acordo com o refinamento da malha do modelo, como ilustrado na Figura 34.

Figura 34 – Pontos de referência dos tipos de malha e tipos de *hot spot*.



Fonte: adaptado de (NIEMI; FRICKE; MADDOX 2018).

Definidos os pontos de referência para a extrapolação, é possível realizar o cálculo da tensão estrutural para cada tipo de *hot spot*, como apresentado a seguir.

- *Hot spot* tipo “a”

Para malhas mais refinadas é definida uma extrapolação linear em função das distâncias de $0,4t$ e $1,0t$, sendo t a espessura da placa:

$$\sigma_{hs} = 1,67\sigma_{0,4t} - 0,67\sigma_{1,0t} \quad (130)$$

Também em malhas mais refinadas a tensão pode ser obtida utilizando uma extrapolação quadrática dos pontos $0,4t$, $0,9t$ e $1,4t$:

$$\sigma_{hs} = 2,52\sigma_{0,4t} - 2,24\sigma_{0,9t} + 0,72\sigma_{1,4t} \quad (131)$$

Já para malhas mais grosseiras, a tensão de *hot spot* é obtida utilizando a extrapolação linear dos pontos $0,5t$ e $1,5t$:

$$\sigma_{hs} = 1,5\sigma_{0,5t} - 0,5\sigma_{1,5t} \quad (132)$$

- *Hot spot* tipo “b”

Em malhas refinadas, com o tamanho de elemento não superior a 4 mm, a tensão de *hot spot* pode ser obtida através de uma extrapolação quadrática com as distâncias de 4, 8 e 12 mm em relação ao pé da solda:

$$\sigma_{hs} = 3\sigma_{4\text{ mm}} - 3\sigma_{8\text{ mm}} + \sigma_{12\text{ mm}} \quad (133)$$

Em malhas mais grosseiras, com o tamanho de elemento de 10 mm, a extrapolação é feita no ponto médio dos dois primeiros elementos:

$$\sigma_{hs} = 1,5\sigma_{5\text{ mm}} - 0,5\sigma_{15\text{ mm}} \quad (134)$$

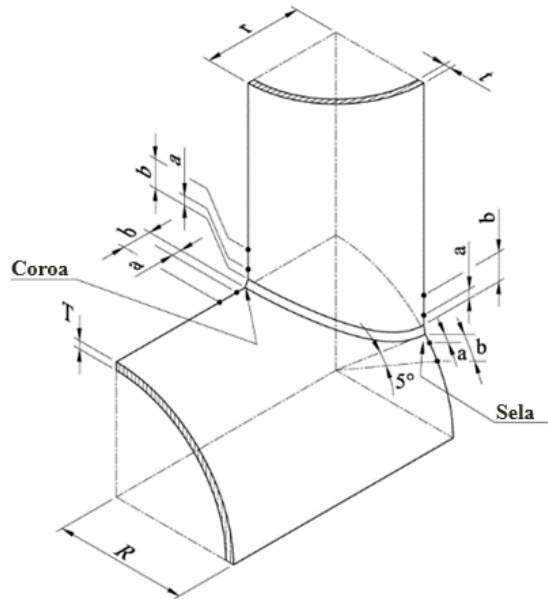
2.5.1.2 Extrapolação para estruturas tubulares

A aplicação da tensão de *hot spot* em tubulações já é utilizada há muitos anos e, portanto, vários trabalhos são encontrados na literatura técnica. Para alguns casos mais gerais como juntas em T, Y e K existem Equações paramétricas para a obtenção do fator de concentração de tensões em juntas tubulares. O trabalho de Efthymiou (1988) propõe fórmulas paramétricas para o cálculo do fator de concentração de tensões nas principais juntas tubulares, que até hoje possuem uma boa precisão sendo citadas por normas como a API RP 2A-WSD (2014) e DNV-RP-C203 (2020). Sendo K_t o fator de concentração de tensões da junta tubular, a tensão de *hot spot* pode ser obtida pela relação com a tensão nominal σ_{nom} :

$$K_t = \frac{\sigma_{hs}}{\sigma_{nom}} \quad (134)$$

Uma outra forma de obter a tensão de *hot spot* é através da tensão máxima principal extrapolada na superfície. As normas DNV-RP-C203 (2020) e BS 7608 (2014) propõem a extrapolação através dos pontos ilustrados na Figura 35.

Figura 35 – Pontos de extrapolação para tensão de *hot spot* em juntas tubulares.



Fonte: adaptado de (DNV-RP-C203, 2020).

Segundo a nomenclatura das normas a tubulação principal é definido de *chord* e tubulação de ramificação de *brace*. Para a extrapolação da tensão ao longo da superfície do tubo de ramificação na direção normal ao pé da solda, tem-se:

$$\begin{aligned} a &= 0,2\sqrt{rt} \\ b &= 0,65\sqrt{rt} \end{aligned} \quad (135)$$

Para extrapolação da tensão ao longo do tubo principal na posição da coroa (*crown*), tem-se:

$$\begin{aligned} a &= 0,2\sqrt{rt} \\ b &= 0,4\sqrt[4]{rtRT} \end{aligned} \quad (136)$$

Na extrapolação ao longo do tubo principal na posição da sela (*saddle*), tem-se:

$$\begin{aligned} a &= 0,2\sqrt{rt} \\ b &= \frac{\pi R}{36} \end{aligned} \quad (137)$$

2.6 TÉCNICAS DE MODELAGEM DE SOLDAS

Conforme abordado anteriormente, dada a ampla utilização de modelos numéricos para o estudo da vida por fadiga em uniões soldadas, o método da tensão de *hot spot* está cada vez mais difundido e presente na literatura. Embora os efeitos das tensões não lineares estejam excluídos do método, os efeitos geométricos são importantes para a devida análise da concentração de tensão no pé da solda. Assim, é muito importante representar adequadamente a geometria da solda no modelo numérico, e algumas técnicas para isso vêm sendo utilizadas ao longo dos anos.

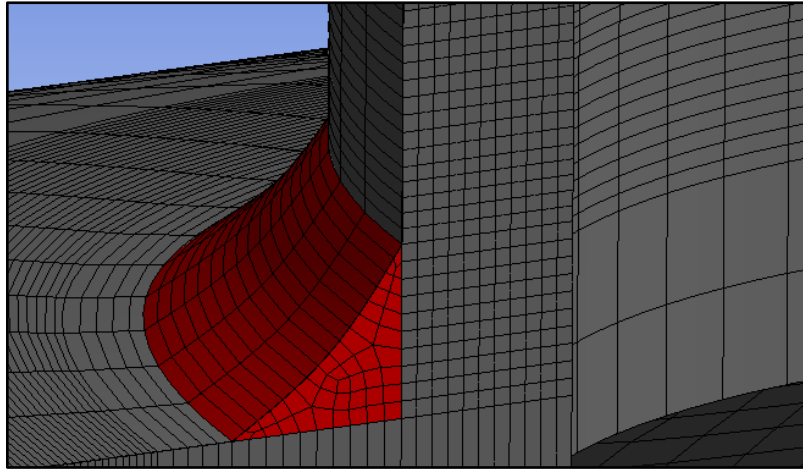
O método da tensão de *hot spot* em modelos numéricos pode ser realizado tanto em modelos sólidos quanto em modelos de placa/casca (*shell*). De acordo com as recomendações da IIW de Hobbacher (2016), para o modelo sólido o elemento isoparamétrico de 20 nós é recomendável. Já para os modelos em casca, o elemento shell de 8 nós é o recomendado (apesar de que é preferível a utilização de elementos sólidos).

A geometria e a rigidez das soldas podem ser facilmente modeladas utilizando elementos sólidos, enquanto nos modelos de elementos de casca a modelagem das soldas requer algum esforço de adaptação. Em modelos com elementos de casca, o valor da tensão nas regiões soldadas pode depender fortemente da técnica de modelagem da solda. Recentemente, várias técnicas de modelagem de solda foram desenvolvidas para diminuir o esforço de trabalho de modelagem, e também para aumentar a precisão da representação da rigidez das soldas.

2.6.1 Solda modelada em elemento sólido

A técnica de modelagem em elementos sólidos é a mais simples de implementar, apresentando excelentes resultados. Devido a conformidade dos elementos sólidos, a geometria e a rigidez da junta soldada apresentam uma boa representação com esta técnica. Com isso, basta apenas uma geometria bem detalhada para que os efeitos esperados sejam obtidos na tensão de *hot spot*. Na Figura 36 é apresentado um exemplo de conexão soldada de tubulação utilizando o elemento sólido.

Figura 36 – Conexão soldada em elementos sólidos.



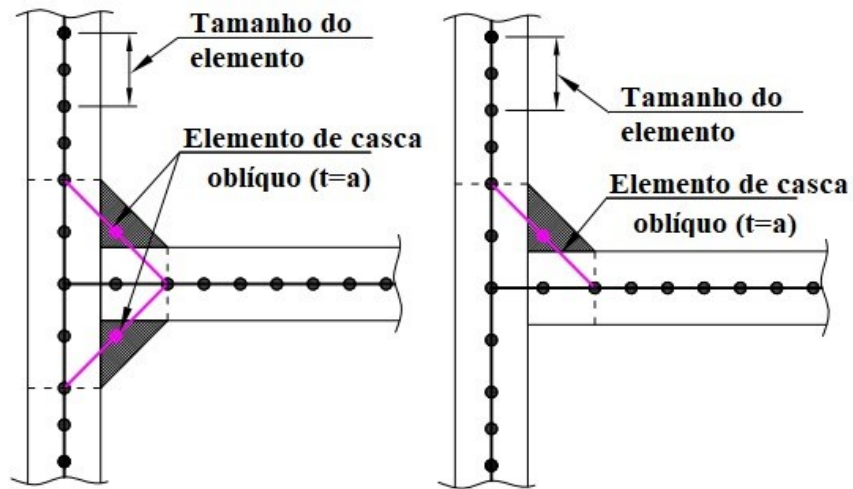
Fonte: Elaborado pelo autor.

2.6.2 Solda modelada em elemento de casca

O método da tensão de *hot spot* em elementos finitos também pode ser aplicado utilizando elementos de casca (*shell*). A vantagem desse elemento em relação ao sólido é o menor custo computacional. Assim, para longos trechos de tubulação, por exemplo, a análise é realizada em menor tempo.

No entanto, a desvantagem do método é que a região da solda exige um maior trabalho de concepção. Além disso, a tensão de *hot spot* será diferente para cada técnica/adaptação escolhida para a representação da união soldada. O trabalho de Niemi (1995), de maneira simplificada, propõe utilizar o próprio elemento *shell* na direção oblíqua para representar a união soldada, como ilustrado na Figura 37.

Figura 37 – Conexão soldada em elementos de casca.

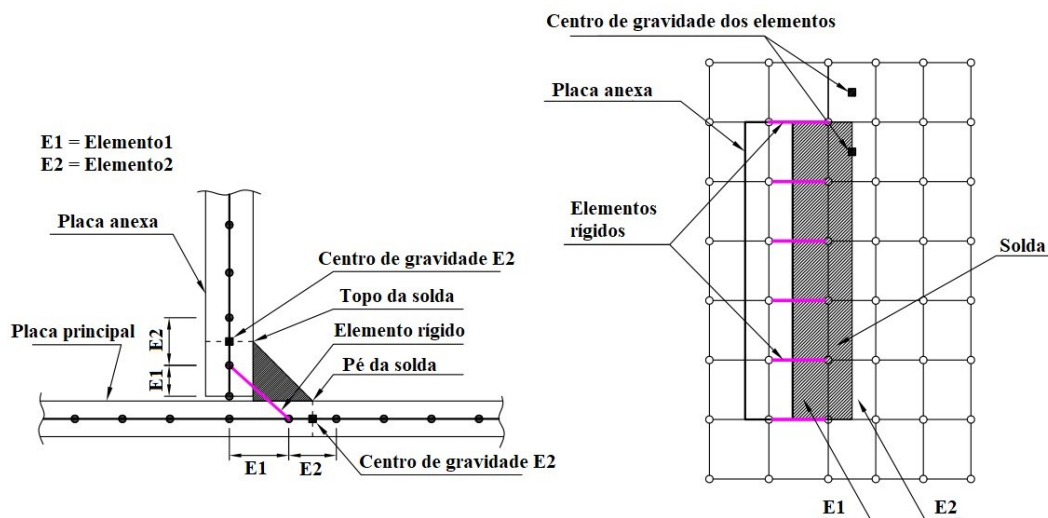


Fonte: adaptado de (AYGÜL, 2012).

2.6.3 Solda modelada por elemento rígido

Utilizando também a simulação MEF em elementos de casca, o trabalho de Fayard (1997) sugeriu a utilização de elementos rígidos para representar a junta soldada, como ilustrado na Figura 38. O objetivo de desenvolver esta técnica foi calcular a tensão de *hot spot* no pé da solda. De acordo com o procedimento, a tensão no pé de solda pode ser lida diretamente no centro de gravidade dos elementos.

Figura 38 – Conexão soldada em elementos rígidos.



Fonte: adaptado de (AYGÜL, 2012).

3 METODOLOGIA

Neste capítulo, será demonstrado um conjunto de métodos que foram utilizados para obtenção da vida de fadiga induzida por vibração. Primeiramente, a abordagem para o cálculo de tensão *hot spot* será detalhada, com o objetivo de comparar os resultados obtidos aplicando-se as diferentes técnicas de modelagem da junta soldada. Em seguida, será discutido sobre a forma de obtenção do espectro de tensão induzida por vibração. Isso envolve a análise das amplitudes e frequências das vibrações a que um componente está exposto, permitindo a avaliação dos níveis de tensão gerados por essas vibrações ao longo da frequência. Por fim, será discutida a abordagem utilizada para a obtenção da vida de fadiga dos componentes, a partir do espectro de tensão obtido. A combinação dessas abordagens metodológicas propiciou uma base sólida para a avaliação da integridade estrutural dos componentes sujeitos a cargas variáveis.

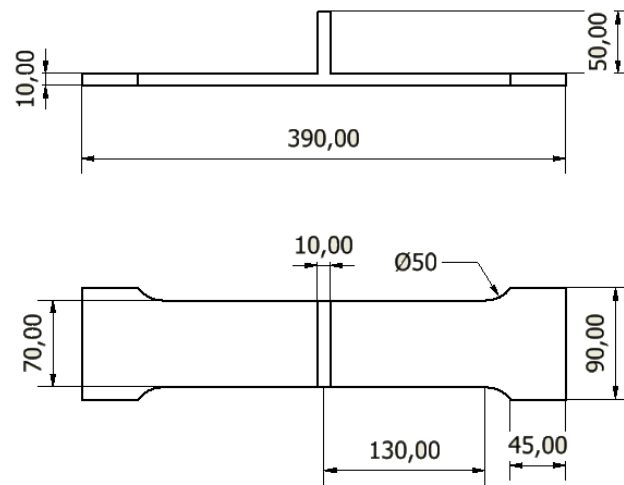
3.1 ABORDAGEM DAS TÉCNICAS DE MODELAGEM DA SOLDA

Neste item, será demonstrada a aplicação do método de tensão *hot spot* em diferentes técnicas de modelagem da solda. Através de análises de verificação criteriosa, foi possível identificar os parâmetros ideais a serem selecionados no método dos elementos finitos, a fim de obter resultados coerentes no cálculo de tensão em juntas soldadas.

Para o estudo sobre a aplicação do método *hot spot*, foi replicada a pesquisa conduzida por Lee et al.(2010). Os pesquisadores apresentaram os resultados das tensões obtidas por meio de simulações numéricas e testes experimentais realizados em dois corpos de prova sujeitos a cargas axiais e de flexão. Essas medições foram efetuadas em dois corpos de prova distintos para cada conjunto de cargas aplicadas, possibilitando uma análise minuciosa das tensões em diversas condições.

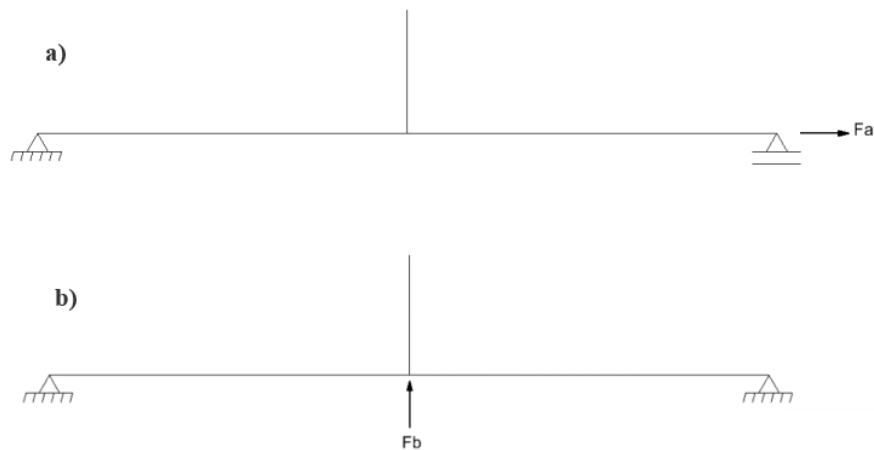
Na Figura 39 é apresentada esquematicamente a geometria do corpo de prova empregado por Lee et al. (2010). As condições de contorno utilizadas na análise numérica são idênticas às do estudo de referência e são representadas pela Figura 40.

Figura 39 – Corpo de prova.



Fonte: adaptado de (LEE et al., 2010).

Figura 40 – Condições de contorno do experimento: a) Carga axial; b) Carga de flexão.



Fonte: adaptado de (LEE et al., 2010).

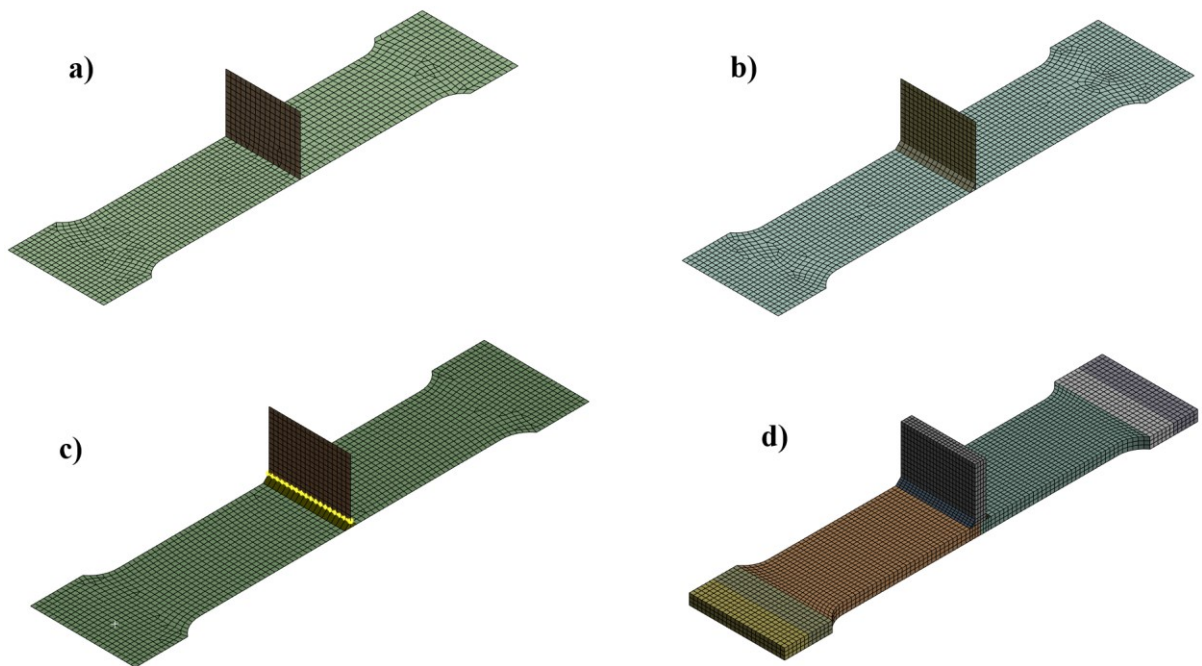
As análises numéricas foram realizadas com os seguintes modelos: casca sem a representação do cordão de solda, casca com representação do cordão de solda em elemento de casca, casca com representação do cordão de solda conectada como corpo rígido e sólido com representação do cordão de solda em elemento sólido. Foram empregados diferentes tamanhos de elementos, classificados de acordo com a norma IIW de Hobbacher (2016) em malha fina e grossa, com o objetivo de compreender o comportamento de cada modelo no cálculo de tensões. As configurações analisadas são apresentadas na Tabela 3 e na Figura 41.

Tabela 3 – Modelos utilizados na análise numérica.

Modelo	Descrição	Elemento
1	Modelo casca sem representação do cordão	Quadrático 8 nós- 4 mm
2	Modelo casca sem representação do cordão	Quadrático 8 nós- 10 mm
3	Modelo casca com representação do cordão em casca	Quadrático 8 nós- 4 mm
4	Modelo casca com representação do cordão em casca	Quadrático 8 nós- 10 mm
5	Modelo casca com representação do cordão rígido	Quadrático 8 nós- 4 mm
6	Modelo casca com representação do cordão rígido	Quadrático 8 nós- 10 mm
7	Modelo sólido	Hexaédrico 20 nós – 4 mm
8	Modelo sólido	Hexaédrico 20 nós – 10 mm

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 41 – Modelos utilizados na análise numérica: a) Modelo de casca s/ cordão; b) Modelo de casca c/ cordão em casca; c) Modelo de casca c/ cordão rígido; d) Modelo sólido

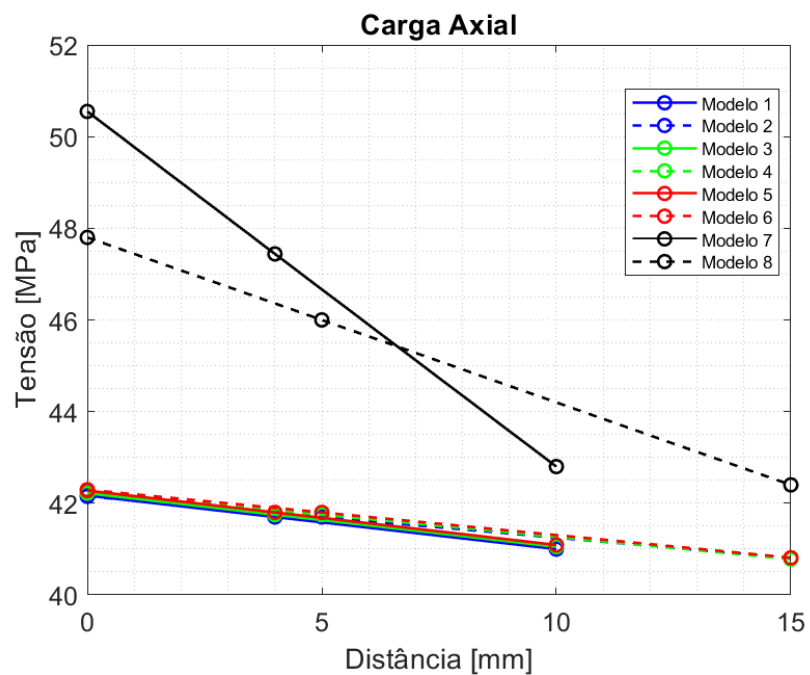


Fonte: Elaborado pelo autor.

Os corpos de prova são feitos de aço carbono, de uso naval, com tensão de escoamento de 235 MPa. Os carregamentos utilizados nos testes de carga axial e de flexão são de 29,4 KN e 6,86 KN, respectivamente.

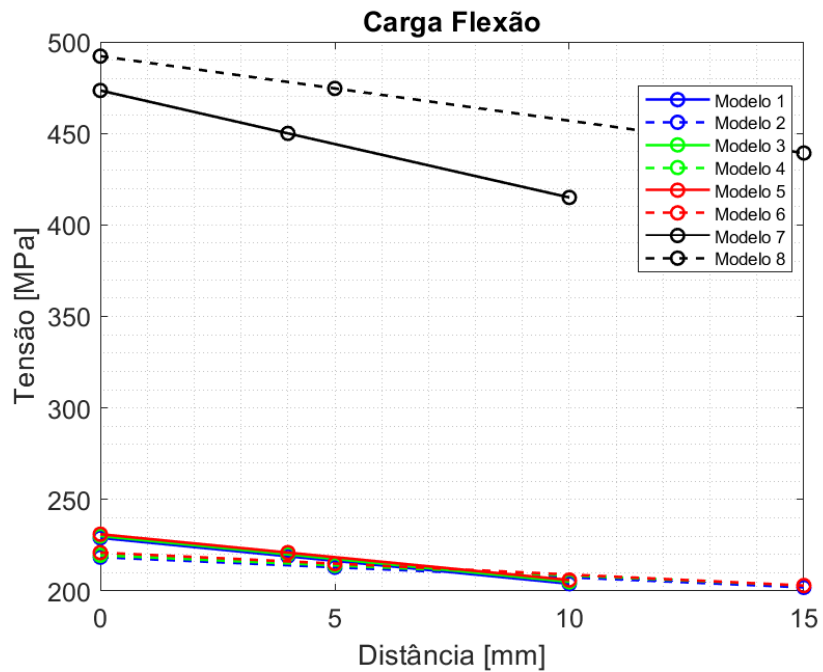
As Figuras 42 e 43 ilustram as tensões de *hot spot* extrapoladas linearmente, conforme a norma IIW de Hobbacher (2016), para os casos de carregamento axial e à flexão, respectivamente.

Figura 42 – Extrapolação linear da tensão de *hot spot* para carregamento axial.



Fonte: Elaborado pelo autor.

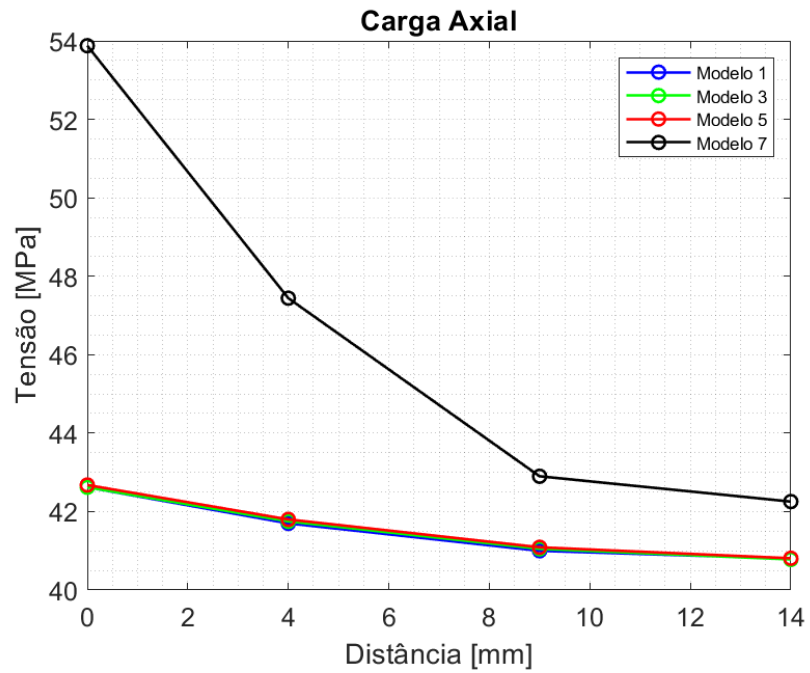
Figura 43 – Extrapolação linear da tensão de *hot spot* para carregamento de flexão.



Fonte: Elaborado pelo autor.

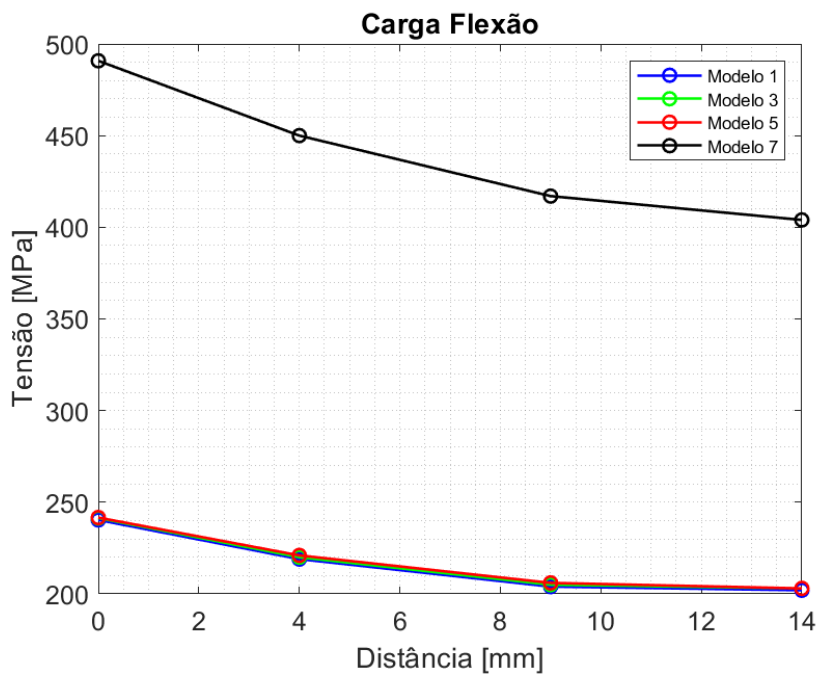
Ainda, seguindo as recomendações da norma IIW de Hobbacher (2016), para malhas mais refinadas de *hot spot* tipo *a*, como do caso analisado, também recomenda-se utilizar extrapolação quadrática. As Figuras 44 e 45 ilustram as extrapolações quadráticas para os modelos de malha fina, para carregamento axial e de flexão, respectivamente.

Figura 44 – Extrapolação quadrática da tensão de *hot spot* para carregamento axial.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 45 – Extrapolação quadrática da tensão de *hot spot* para carregamento de flexão.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A seguir, nas Tabelas 4 e 5 são apresentados os resultados obtidos na extrapolação da tensão de *hot spot*, para carregamento axial e de flexão, respectivamente. Também é calculado o erro em relação à tensão obtida experimentalmente do estudo analisado.

Tabela 4 – Tensão de *hot spot* obtidas e comparação com resultado experimental para carregamento axial.

Modelo	Tensão Extrapolada (MPa)		Tensão Experimental (MPa)	Erro Experimental/MEF	
	Linear	Quadrática		Linear	Quadrática
1	42,169	42,620	52,34	19%	19%
2	42,150	X	52,34	19%	X
3	42,219	42,620	52,34	19%	19%
4	42,235	X	52,34	19%	X
5	42,276	42,678	52,34	19%	18%
6	42,295	X	52,34	19%	X
7	50,549	53,876	52,34	3%	3%
8	47,800	X	52,34	9%	X

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 5 – Tensão de *hot spot* obtidas e comparação com resultado experimental para carregamento de flexão.

Modelo	Tensão Extrapolada (MPa)		Tensão Experimental (MPa)	Erro Experimental/MEF	
	Linear	Quadrática		Linear	Quadrática
1	229,050	240,360	410,55	44%	41%
2	221,000	X	410,55	46%	X
3	230,050	241,360	410,55	44%	41%
4	219,500	X	410,55	47%	X
5	231,500	241,640	410,55	44%	41%
6	221,000	X	410,55	46%	X
7	473,450	490,800	410,55	15%	20%
8	492,199	X	410,55	20%	X

Fonte: Elaborado pelo autor.

Comparando as análises dos diferentes modelos, observou-se que o modelo sólido apresentou o melhor desempenho, com diferenças de 3% e 15% nos casos de carga axial e flexão, respectivamente. Os modelos de casca, por outro lado, propiciaram resultados com maiores erros no cálculo da tensão, especialmente no caso relacionado à flexão. Os resultados

obtidos na análise numérica são compatíveis aos encontrados no modelo numérico do trabalho replicado.

Um ponto crucial a ser mencionado é o tamanho dos elementos utilizados. Nas análises realizadas, seguiu-se o tamanho recomendado pela norma IIW de Hobbacher (2016) para malha fina e malha grossa. No entanto, é sempre aconselhável realizar uma análise de convergência de malha para diferentes tamanhos de elementos.

Com base nos resultados obtidos, optou-se pelo uso do modelo sólido hexaédrico com 20 nós para conduzir o estudo de caso que será detalhado no Capítulo 4.

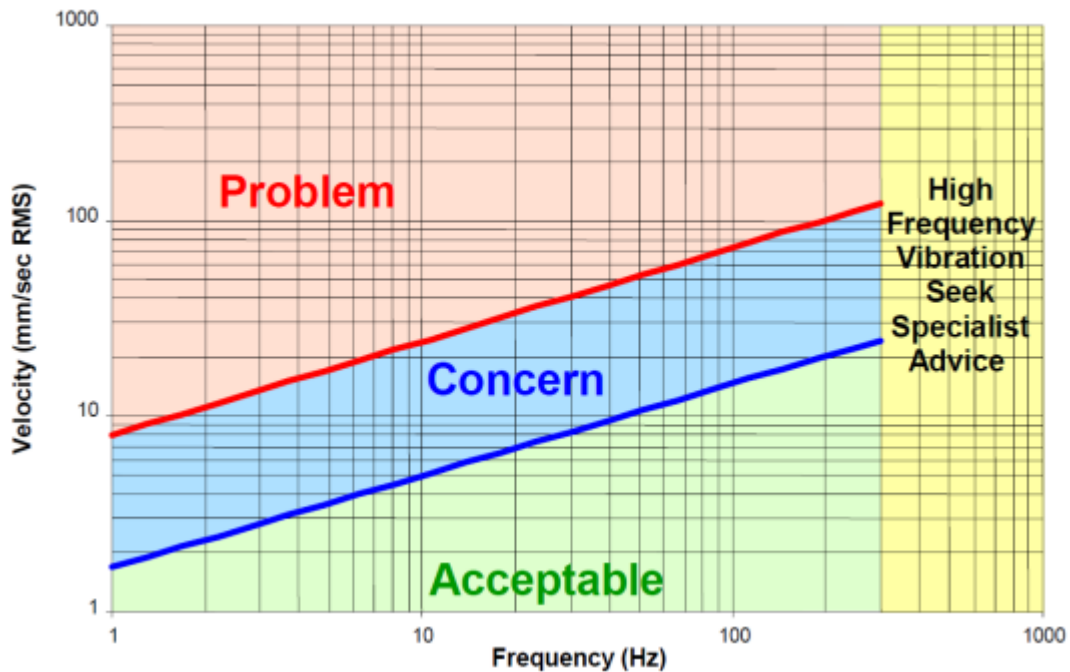
3.2 ABORDAGEM DA VELOCIDADE VIBRACIONAL MÁXIMA PERMITIDA

A avaliação da integridade estrutural, por meio da determinação da velocidade vibracional máxima permitida, é uma prática amplamente aceita na indústria de petróleo e gás. Isso visa prevenir falhas por fadiga em casos típicos encontrados nas tubulações.

Neste estudo, os dados de medição foram analisados com base no critério desenvolvido pelo Energy Institute (*Guidelines for the Avoidance of Vibration Induced Fatigue Failure in Process Pipework*, 2008). Este critério tem como objetivo oferecer diretrizes para mitigar o risco de falhas decorrentes da fadiga induzida por vibrações em sistemas de tubulações de processos.

O critério de avaliação para vibrações é apresentado de maneira gráfica na Figura 46. No gráfico, o eixo vertical representa o valor global da velocidade da raiz quadrada média (RMS) das vibrações, ao passo que o eixo horizontal reflete a frequência de pico ou a frequência dominante do sinal de vibração. É importante destacar que esse critério se restringe às baixas frequências ($f \leq 300$ Hz). Como resultado dessa limitação, podem ser identificadas três zonas distintas (Aceitável, Preocupação e Problema) de acordo com as duas linhas limites estabelecidos.

Figura 46 – Critério de vibração para tubulações proposto pelo Guidelines do Energy Institute.



Fonte: Adaptado de (ENERGY INSTITUTE, 2008).

3.3 ABORDAGEM PARA OBTENÇÃO DO ESPECTRO DE TENSÃO INDUZIDA POR VIBRAÇÃO

Neste item, serão demonstrados os métodos a fim de se determinar o espectro de tensão induzida pela vibração do compressor na tubulação. O espectro de tensão na região de interesse, ou seja, no pé da solda será determinado pelo método de extrapolação da tensão máxima principal, pelas distâncias propostas pela DNV-RP-C203 (2020). O modelo numérico será produzido no software comercial ANSYS, dado por sua ampla utilização e aceitação industrial e acadêmica.

3.3.1 Análise Modal

A análise modal é comumente usada para examinar a dinâmica de uma estrutura linear elástica, pois fornece informações sobre como o modelo reagirá às diversas cargas dinâmicas. O propósito principal dessa etapa é identificar os modos de vibrar e suas frequências naturais em uma junta tubular soldada, excitada pela vibração do compressor.

Este estudo está limitado às baixas frequências, sendo considerados os primeiros modos até 300 Hz. Estes primeiros modos geralmente estão associados ao movimento de flexão do tubo de ramificação em relação à tubulação principal. Assim, o interesse do estudo serão os pontos na região da sela e coroa da solda na tubulação principal.

3.3.2 Análise harmônica

A função de resposta em frequência parte do pressuposto de que o modelo numérico é submetido a uma excitação harmônica genérica. Assim, a FRF via MEF é obtida através da análise harmônica em softwares comerciais como o ANSYS.

Na análise harmônica são inseridas excitações genéricas podendo ser na forma de forças, momentos, deslocamentos, etc. Para representar o movimento que a ramificação está submetida à tubulação principal, optou-se por representar a excitação na forma de deslocamentos pela base. Assim, são descritos deslocamentos unitários nas direções obtidas das medições realizadas na geometria, afim de simular o movimento real da estrutura.

A análise harmônica foi realizada através do método direto (*full*), que exige a inversão da matriz de rigidez dinâmica para cada frequência de interesse. Para que o modelo não seja de alto custo computacional, a análise harmônica também foi realizada para vibração de baixa frequência, seguindo as diretrizes do Energy Institute (2008) até a frequência de 300 Hz.

3.3.3 Função de transferência utilizadas na extrapolação do tensor de tensões

As medições de vibração foram realizadas com a utilização de dois acelerômetros, com o propósito de obter medições diferenciais entre a região do topo da ramificação e a região da base da tubulação principal. Na análise harmônica, são aplicados deslocamentos unitários na base para cada eixo que foi realizado nas medições, restringindo os demais graus de liberdade. Assim, é realizada uma análise harmônica com deslocamento unitário para cada eixo da medição.

Da análise harmônica são coletadas as funções de transferência dos pontos de interesse. Nos pontos de medição, são obtidas as matrizes de funções de transferência de velocidades devido a cada deslocamento unitário. Já nos pontos de extrapolação de *hot spot*, são obtidas as matrizes de funções de transferência do tensor de tensão devido a cada deslocamento unitário.

Após a obtenção das matrizes de transferência da análise harmônica realizada no ANSYS, é realizado o pós processamento em programação no MATLAB. Nesse pós processamento são calculados os deslocamentos necessários, para que as matrizes de funções de transferência de velocidades obtidas nos pontos de medição retornem os valores das respectivas velocidades obtidas na medição. Partindo dos princípios da FRF, a Equação (138) descreve o processo.

$$\{\dot{X}(f)\} = [H_V(f)]\{U(f)\} \quad (138)$$

onde $\{\dot{X}(f)\}$ é o vetor das velocidades adquiridas nas medições; $[H_V(f)]$ é a matriz de funções de transferência de velocidades devido aos deslocamentos unitários provenientes da análise harmônica; $\{U(f)\}$ é o vetor de deslocamentos. A partir do equacionamento, são determinados os deslocamentos provenientes das velocidades medidas.

Admitindo que medições sejam realizadas nas direções x e y , a Equação (138) pode ser reescrita de forma explícita, como dada pela Equação (139).

$$\begin{Bmatrix} \dot{X}_x(f) \\ \dot{X}_y(f) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{V_x U_x}(f) & H_{V_x U_y}(f) \\ H_{V_y U_x}(f) & H_{V_y U_y}(f) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_x(f) \\ U_y(f) \end{Bmatrix} \quad (139)$$

A partir da determinação dos deslocamentos, são determinadas as matrizes do tensor de tensão de cada ponto de extrapolação de *hot spot*. Assim, de forma genérica, a Equação (140) descreve a obtenção da matriz do tensor de tensão para cada ponto de extrapolação, multiplicando as matrizes de funções de transferência do tensor de tensão devido a cada deslocamento unitário pelo deslocamento obtido.

$$[\tilde{T}] = \begin{bmatrix} \sigma_{xx}(f) & \tau_{xy}(f) & \tau_{xz}(f) \\ \tau_{yx}(f) & \sigma_{yy}(f) & \tau_{yz}(f) \\ \tau_{zx}(f) & \tau_{zy}(f) & \sigma_{zz}(f) \end{bmatrix} \quad (140)$$

$$[\tilde{T}] = \begin{bmatrix} \sigma_{xxx}(f) & \tau_{xyx}(f) & \tau_{xzx}(f) \\ \tau_{yxx}(f) & \sigma_{yyx}(f) & \tau_{yzx}(f) \\ \tau_{zxx}(f) & \tau_{zyx}(f) & \sigma_{zzx}(f) \end{bmatrix} \{U_x(f)\} + \begin{bmatrix} \sigma_{xxy}(f) & \tau_{xyy}(f) & \tau_{xzy}(f) \\ \tau_{yyx}(f) & \sigma_{yyy}(f) & \tau_{yzy}(f) \\ \tau_{zxy}(f) & \tau_{zyy}(f) & \sigma_{zzy}(f) \end{bmatrix} \{U_y(f)\}$$

Obtidas as matrizes do tensor de tensão $[\tilde{T}]$ cada ponto de extrapolação, são realizadas as extrapolações lineares conforme a norma DNV-RP-C203 (2020). Com isso, são obtidos os tensores de tensão de *hot spot* dos pontos de análise local.

A obtenção da tensão máxima principal nos pontos de *hot spot*, é realizada através de um autoproblema dado pela Equação (141). Assim, os autovalores σ_p representam as tensões principais e os autovetores $\{\tilde{n}\}$ suas respectivas direções principais.

$$([\tilde{T}] - \sigma_p [\tilde{I}])\{\tilde{n}\} = 0 \quad (141)$$

onde $[\tilde{I}]$ é a matriz identidade. Com a determinação das tensões principais e suas respectivas direções, é finalmente encontrado o espectro da tensão máxima principal de *hot spot* dos pontos de análise local. Esse espectro de tensão contém informações amplitude e fase, sendo, portanto, denominado de tensão complexa, com uma parte real e uma parte imaginária.

Por se tratar de uma análise dinâmica, para a melhor representação da amplitude e fase do espectro de tensão *hot spot*, foi utilizada a metodologia da extrapolação do tensor de tensão. Embora o ANSYS já possua a ferramenta de determinar a tensão máxima principal do ponto em análise, essas duas abordagens geram diferentes valores nos espectros finais de tensão. Sendo esse primordial no cálculo da estimativa de vida por fadiga, as estimativas também serão diferentes.

3.4 ABORDAGEM PARA OBTENÇÃO DA VIDA DE FADIGA

Para a estimativa de vida por fadiga, é necessário obter a PSD a partir do espectro de tensão *hot spot* obtidos. Para isso deve-se calcular a potência de cada frequência (*Power Spectrum*), elevando a amplitude de cada componente de frequência ao quadrado.

$$PS = |\sigma_{HS}(f)|^2 \quad (142)$$

onde $\sigma_{HS}(f)$ é a amplitude da componente de tensão *hot spot* da frequência. A PSD é a potência de cada frequência calculada, sendo normalizada utilizando o filtro de 1 Hz centrado na frequência de interesse.

$$PSD = \frac{PS}{\Delta f} \quad (143)$$

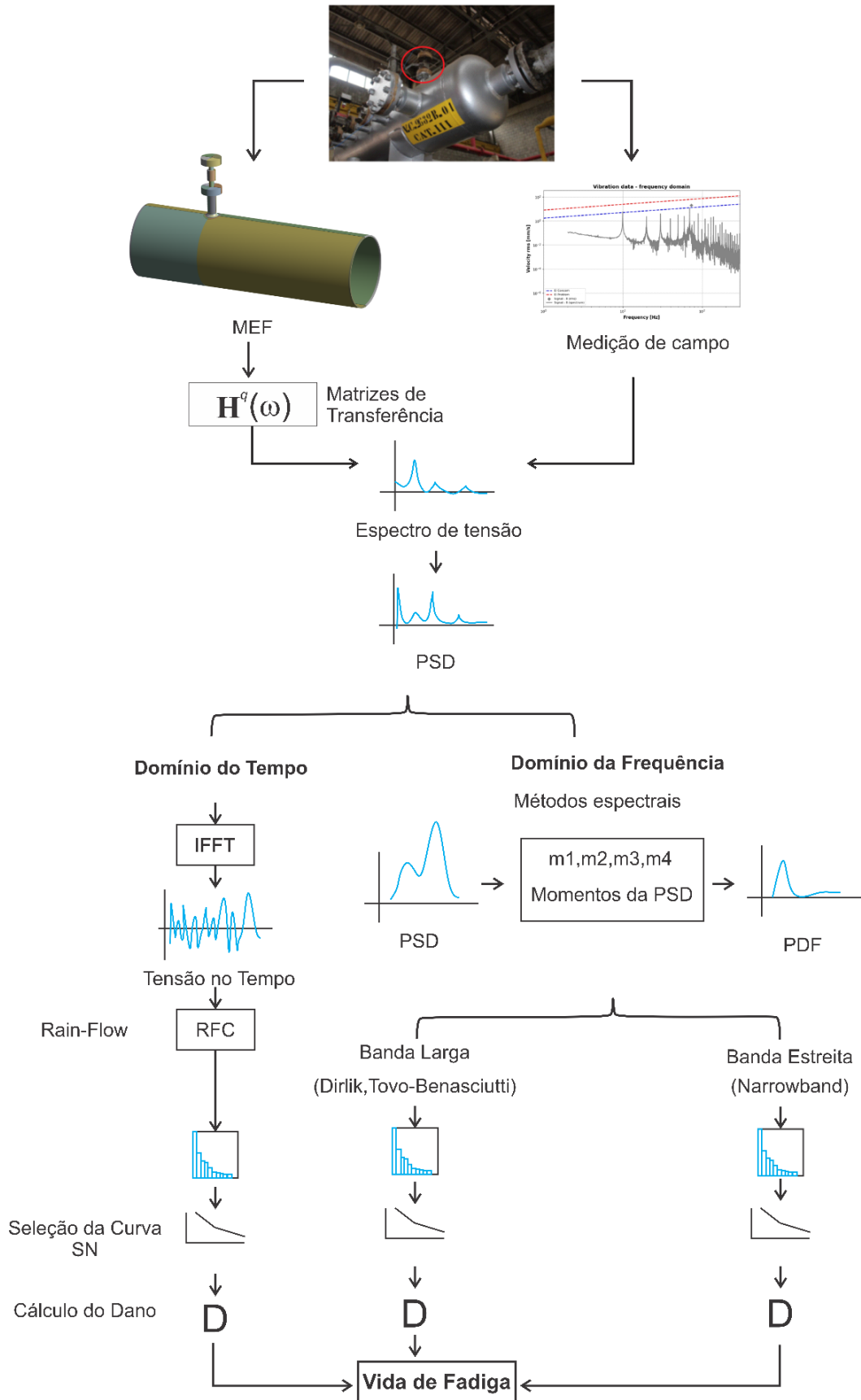
Assim, obtida a PSD é possível calcular a vida por fadiga por diferentes métodos como já descritos na revisão teórica. Estes métodos estão divididos em dois grupos, sendo domínio do tempo e da frequência.

Para obter a vida por fadiga no domínio do tempo, é realizado a IFFT da PSD e admitindo um processo estacionário gaussiano, é aplicado um ângulo de fase aleatório, afim de se obter a amplitude da tensão *hot spot* no domínio do tempo. Utilizando a tensão em função do tempo é realizada a contagem de ciclos pelo método do *Rainflow*, desmembrando o carregamento em intervalos de tensões. Através do histograma das amplitudes de tensão, é calculado o acúmulo de dano para a curva S-N escolhida, de acordo com a regra de Palmgren-Miner. A vida de fadiga é dada pelo inverso da estimativa do dano que considera falha por fadiga, ou seja, $E[D] = 1$.

Para obter a vida por fadiga no domínio da frequência, a partir da PSD são calculados os quatro momentos espectrais, que são parâmetros quantitativos e essenciais na análise. Esses momentos são empregados na obtenção da PDF da amplitude de tensão, e com base na PDF é determinado o dano de acordo com o método realizado. O dano e a respectiva estimativa de vida, serão determinados através do método de banda estreita (*narrowband*) e de banda larga (Wirsching–Light, Ortiz–Chen, Tovo-Benasciutti 1 e 2, $\alpha_{0,75}$ e Dirlik).

Na Figura 47, é ilustrado de forma resumida o fluxograma da metodologia proposta para o cálculo da estimativa de vida.

Figura 47 – Fluxograma da metodologia proposta.



Fonte: Elaborado pelo autor.

4 ESTUDO DE CASO

Este capítulo concentra-se em um problema real de avaliação de estimativa de vida de fadiga em um componente estrutural do setor de óleo e gás. Para abordar essa questão, empregou-se a metodologia descrita, que engloba os dados de medição de vibração, o cálculo de tensões por meio do método de elementos finitos e a avaliação da vida de fadiga por meio de diversos métodos distintos.

4.1 CASO TÍPICO

Falhas por fadiga causadas por vibrações intensas são um problema recorrente em tubulações de pequeno diâmetro, especialmente aquelas que são retas, finitas e conectadas a tubulações maiores, onde há um componente com massa considerável. Essas configurações tendem a apresentar amplitudes de vibração mais elevadas devido aos modos naturais de vibração do sistema. Essas configurações são comuns em setores como petróleo e gás e envolvem equipamentos como medidores de pressão, medidores de vazão, drenos e suspiros. As maiores tensões resultantes nesses trechos geralmente são encontradas nas juntas soldadas.

Um caso de avaliação de vibração elevada em uma configuração típica do setor de óleo e gás foi avaliado. O contexto da análise envolveu um dispositivo de ventilação (*vent*) situado no vaso de sucção do primeiro estágio de um compressor alternativo. Esse dispositivo de ventilação está conectado diretamente à garrafa do compressor, que desempenha o papel de amortecer as pulsações no sistema. Na Figura 48 está representada a configuração na planta de produção.

No que diz respeito às características geométricas, a garrafa tem um diâmetro nominal de 18 polegadas, enquanto o *vent* tem um diâmetro nominal de 1 polegada, ambos classe 300. Em relação ao material, a tubulação é confeccionada em aço carbono e sua finalidade é o transporte de hidrogênio, suportando uma pressão máxima de 22 kgf/cm² e uma temperatura de trabalho de 80°C.

Figura 48 - Caso de estudo: *Vent* da linha de sucção do primeiro estágio.

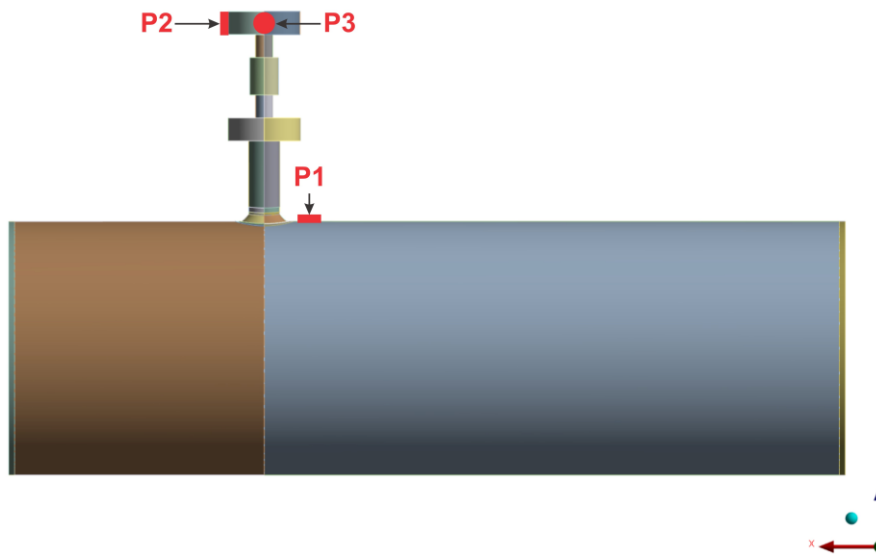


Fonte: Elaborado pelo autor.

4.2 DADOS DE MEDIÇÃO

As medições de vibração disponibilizadas foram realizadas com a utilização de dois acelerômetros, com o propósito de obter medições diferenciais entre a região do topo (*vent*) e a região da base (*main pipe*). Assim, um acelerômetro triaxial foi posicionado no *main pipe*, próximo à área do cordão de solda, enquanto um acelerômetro uniaxial foi fixado no *vent*, no flange superior da válvula. Duas medições foram realizadas em direções distintas com o acelerômetro uniaxial, com o objetivo de capturar as velocidades de vibração nas direções dos dois primeiros modos de vibração da estrutura. Na Figura 49 contém uma representação esquemática dos locais onde as medições foram realizadas, com P1 indicando o ponto de medição do acelerômetro triaxial, e P2 e P3 representando os pontos de medição do acelerômetro uniaxial.

Figura 49 - Representação esquemática dos pontos de medições.

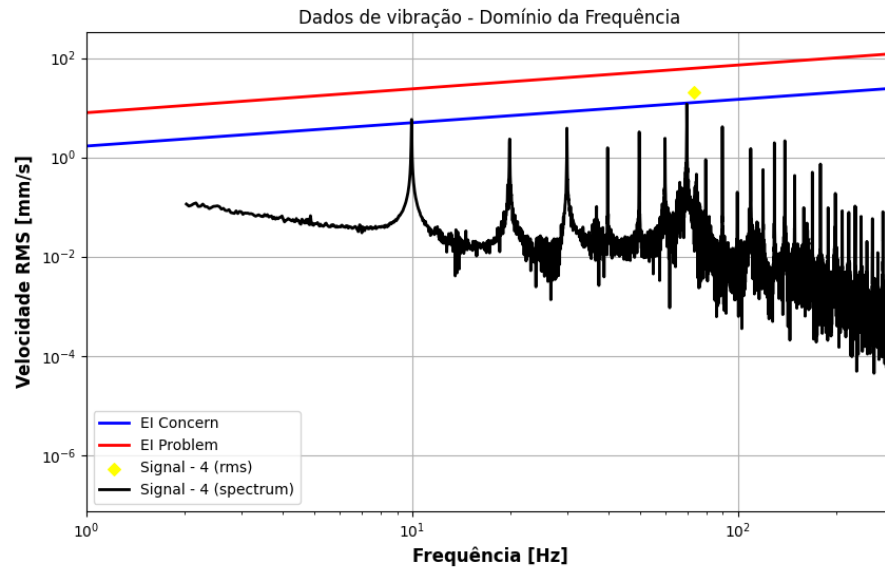


Fonte: Elaborado pelo autor.

As medições de vibração foram efetuadas no domínio do tempo [s], com as amplitudes expressas em aceleração [g], e uma taxa de amostragem de 8500 Hz. Para realizar uma comparação dos dados medidos com o critério de aceitação do Energy Institute (2008), tornou-se necessário converter os resultados de medição de cada ponto em um espectro de velocidade RMS [mm/s] em função da frequência [Hz]. Isso possibilitou o cálculo do valor global da velocidade RMS [mm/s].

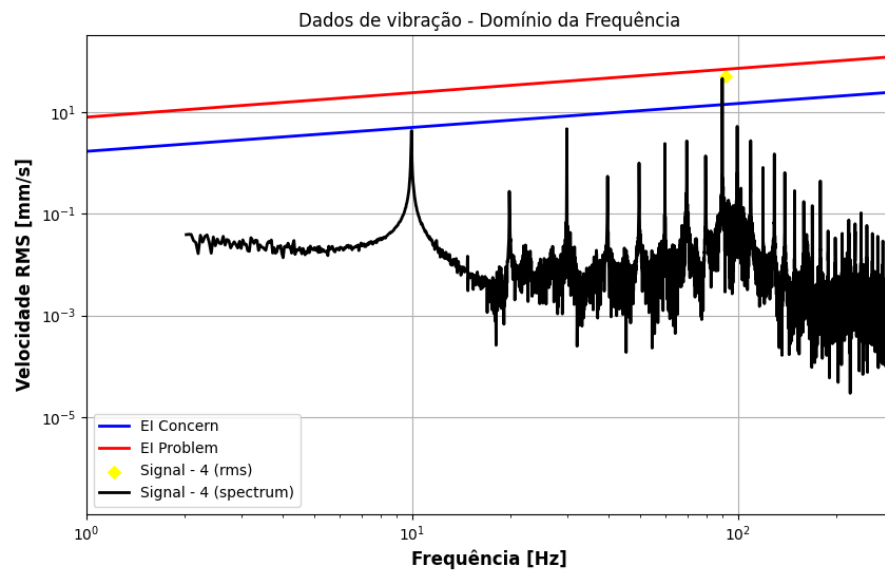
Na Figura 50 é ilustrado o espectro de medição no ponto P3, onde a velocidade RMS atingiu 20,01 mm/s (na direção do eixo Y), sendo classificada como uma situação preocupante. Enquanto na Figura 51, referente ao ponto P2, a velocidade RMS foi de 49,92 mm/s (na direção do eixo X), posicionando-se, de acordo com o critério, na categoria preocupante.

Figura 50 - Critério de avaliação do espectro medido ponto P3.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 51 - Critério de avaliação do espectro medido ponto P2.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A Tabela 6 resume a comparação das medições com o critério da Energy Institute (2008).

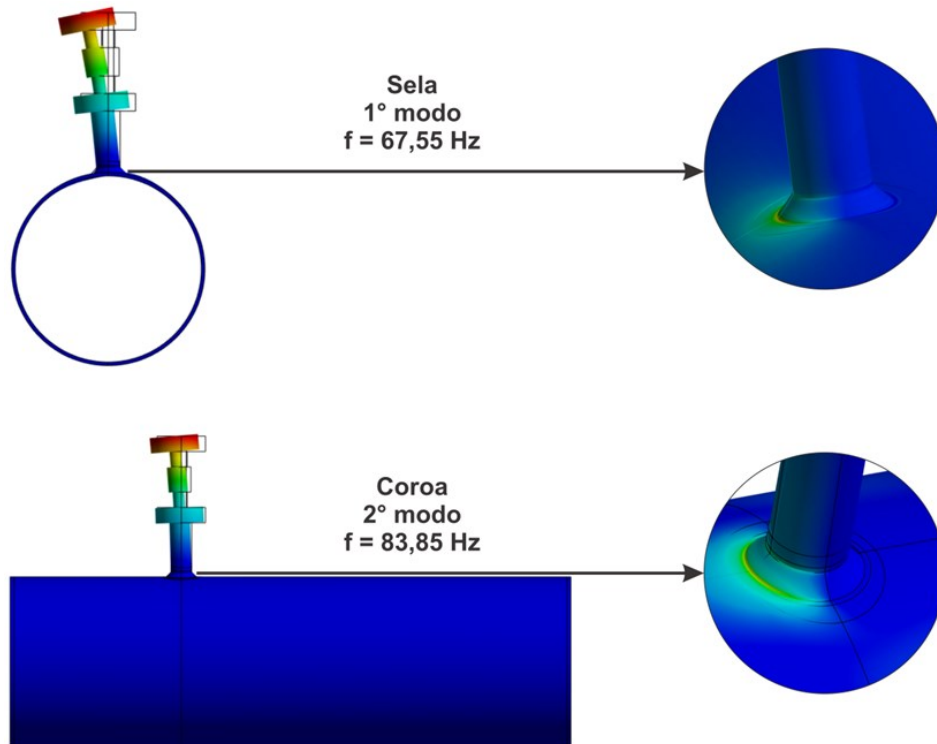
Tabela 6 – Comparação das medições com o critério da Energy Institute.

	f_e [Hz]	v_{medida} [mm/s]	$v_{preocupante}$ [mm/s]	$v_{problema}$ [mm/s]
P2 (Eixo x)	73,46	20,01	11,42	62,06
P3 (Eixo y)	91,49	49,92	12,62	68,95

Fonte: Elaborado pelo autor.

Os espectros exibem características de excitação originadas pelo compressor alternativo, com harmônicas espaçadas a cada 10 Hz. No ponto P3, um pico de vibração que corresponde ao primeiro modo de vibração do sistema é observado em 68 Hz. Enquanto no ponto P2, esse pico de ressonância característico do segundo modo de vibração ocorre em 85 Hz. Os valores de ressonância referentes aos primeiro e segundo modos foram confirmados por meio de uma análise modal da estrutura, realizada utilizando o método de elementos finitos. Esses resultados podem ser visualizados na Figura 52, sendo que o movimento do primeiro modo ocorre ao longo do eixo y (região da sela) e o segundo modo ocorre ao longo do eixo x (região da coroa).

Figura 52 – Formas modais da estrutura.



Fonte: Elaborado pelo autor.

4.3 CÁLCULO DE TENSÃO

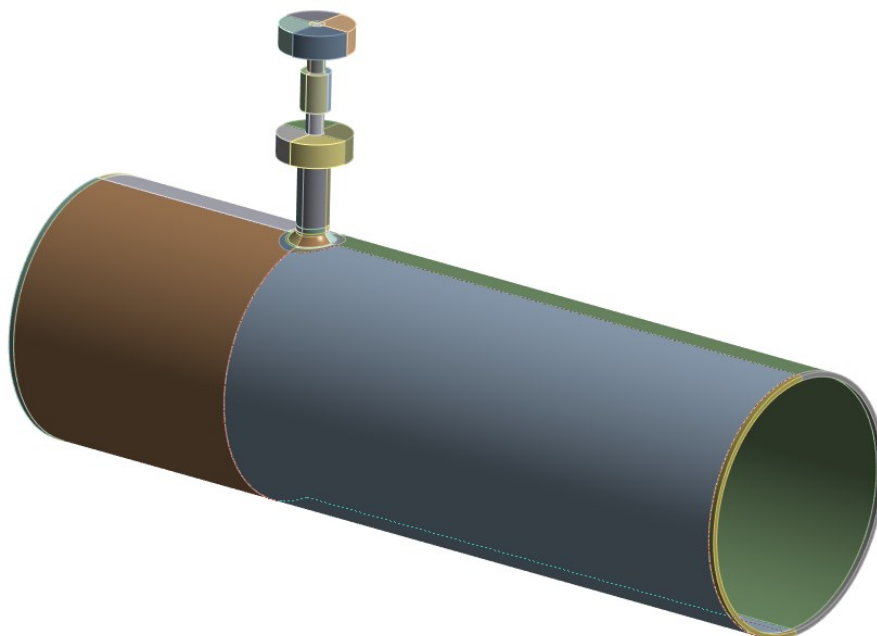
Uma análise mais criteriosa envolvendo o cálculo de tensão na região da solda torna-se necessária, uma vez que ao comparar os níveis de velocidade medidos com as diretrizes do critério, identificou-se a possibilidade de falhas resultantes da fadiga induzida por vibração. O cálculo de tensão seguiu a metodologia descrita na seção 3.3, onde a tensão atuante no pé da solda é obtida por meio de uma análise harmônica (método direto). Neste caso, adotou-se um fator de amortecimento estrutural (η) de 2%, comumente utilizado para estruturas metálicas.

4.3.1 Modelagem geométrica

A garrafa do compressor possui um diâmetro externo de 441 mm, espessura de 7,94 mm e comprimento total de 2285 mm, enquanto o *vent* possui um diâmetro externo de 33,4 mm, espessura de 4,55 mm e comprimento total de 224,5 mm. Durante a criação do modelo tridimensional para o estudo, foram realizadas algumas simplificações em relação à configuração real. No entanto, é importante destacar que essas simplificações não exercem

influência significativa nos resultados dos campos de tensão. Na Figura 53 está ilustrado o modelo simplificado desenvolvido para o caso de estudo.

Figura 53 – Modelo geométrico tridimensional.

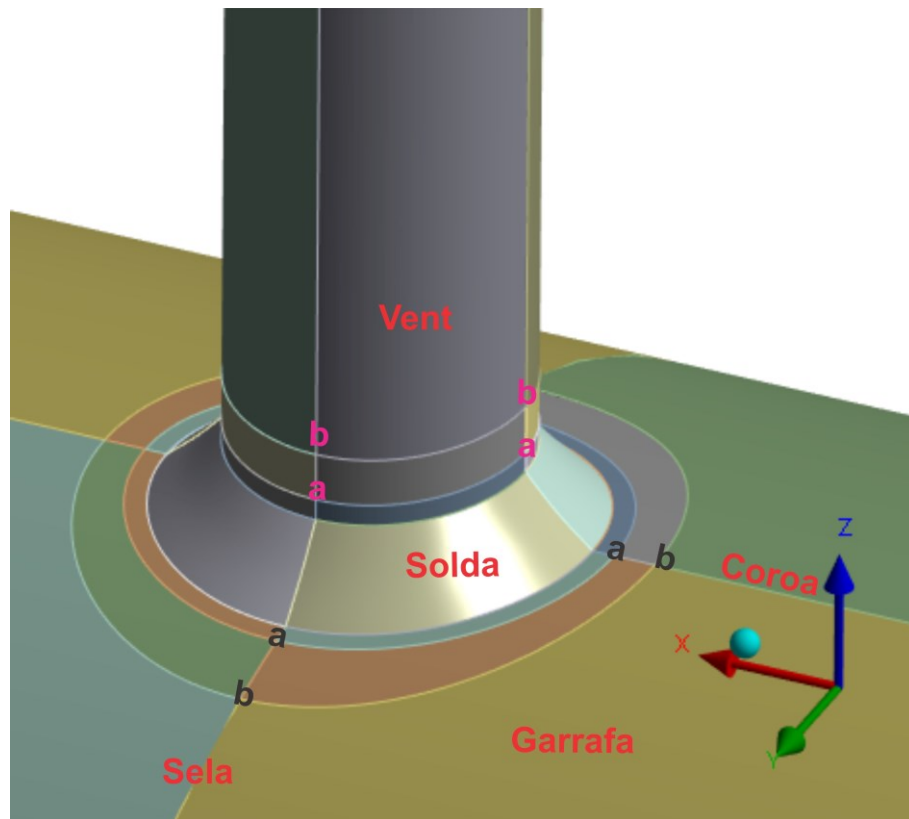


Fonte: Elaborado pelo autor.

Na área de interseção dos dois tubos, o cordão foi representado diretamente na junção entre a garrafa e o *vent*. A modelagem desta região foi executada conforme as diretrizes de projeto, com as dimensões das pernas do cordão de 12 mm e um ângulo de 45 graus. Na Figura 54 está representada a modelagem do cordão de solda.

O cálculo de tensão para tal região foi realizado por meio da metodologia da tensão hot spot, conforme abordado no capítulo anterior. Nesse estudo, utilizou-se as recomendações da norma DNVGL-RP-C203 (2020), a qual especifica os pontos de referência empregados na extrapolação linear para obter a tensão hot spot em juntas tubulares. A localização desses pontos é demonstrada na Figura 54.

Figura 54 – Representação da região do cordão de solda.



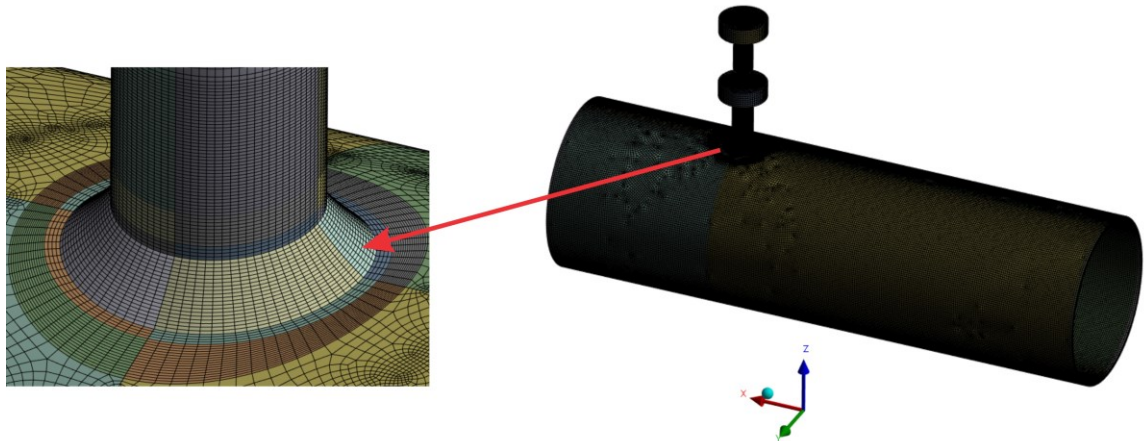
Fonte: Elaborado pelo autor.

4.3.2 Discretização da geometria e condição de contorno

A discretização da geometria foi realizada com o uso de elementos tridimensionais quadráticos, do tipo Hex20 (hexaédricos de 20 nós). As razões para a escolha desse elemento já foram abordadas no capítulo anterior.

Na região da solda, foi aplicado um refinamento de malha de acordo com as recomendações da norma DNVGL-RP-C203 (2020), para malha fina, onde o tamanho do elemento deve ser menor que a espessura no ponto analisado. Assim, utilizou-se um tamanho de elemento global de 5 mm e um refino na região dos pontos de extrapolação com tamanho de elemento de 1 mm. Na geração da malha foi utilizado um total de $3,7 \times 10^5$ elementos resultando em $1,76 \times 10^6$ nós. A malha utilizada e a região de refino podem ser visualizadas na Figura 55.

Figura 55 – Discretização da geometria.



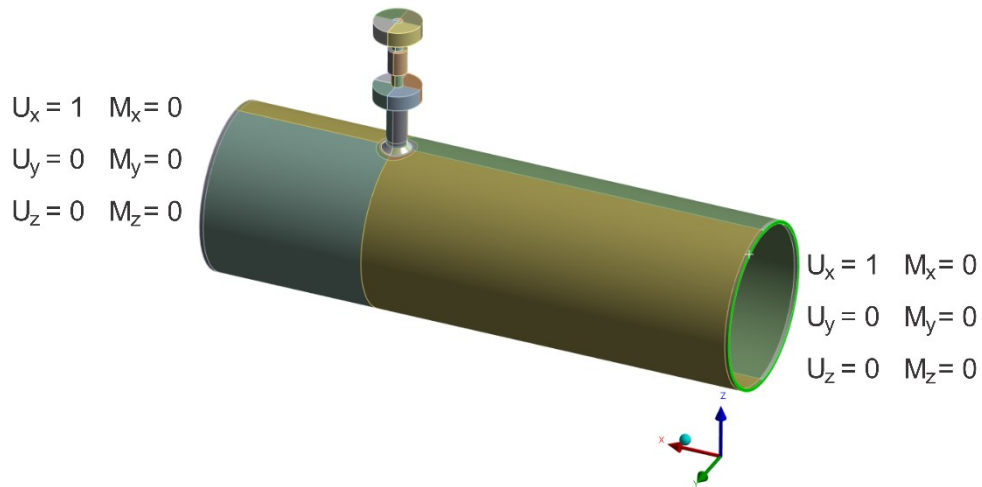
Fonte: Elaborado pelo autor.

Após a criação da geometria discretizada, as condições de contorno foram incorporadas ao modelo. Estas são parte fundamental da análise de elementos finitos, uma vez que definem como um modelo responde às condições do mundo real. Elas são cruciais para garantir a precisão e a relevância dos resultados da análise em relação ao comportamento do sistema.

Neste estudo, aplicaram-se as condições de contorno às faces nas extremidades da garrafa. Em tal região, uma excitação na forma de deslocamento genérico foi inserida a um grau de liberdade específico, enquanto os demais permaneceram restritos. Devido aos dados de medições de velocidades coletados em duas direções distintas, foi necessário aplicar uma excitação de deslocamento genérico nos graus de liberdade X e Y na face da garrafa, a fim de corresponder às direções de medição realizadas em campo.

As análises realizadas em cada direção resultaram em uma matriz de função de transferência, utilizada para o cálculo do tensor de tensão *hot spot* no pé da solda, sob a influência dessa excitação específica. Este procedimento já foi detalhadamente descrito no capítulo anterior. Na Figura 56 é apresentada uma representação esquemática das condições de contorno aplicadas quando um deslocamento genérico foi imposto no eixo X.

Figura 56 – Representação esquemática das condições de contorno aplicadas.



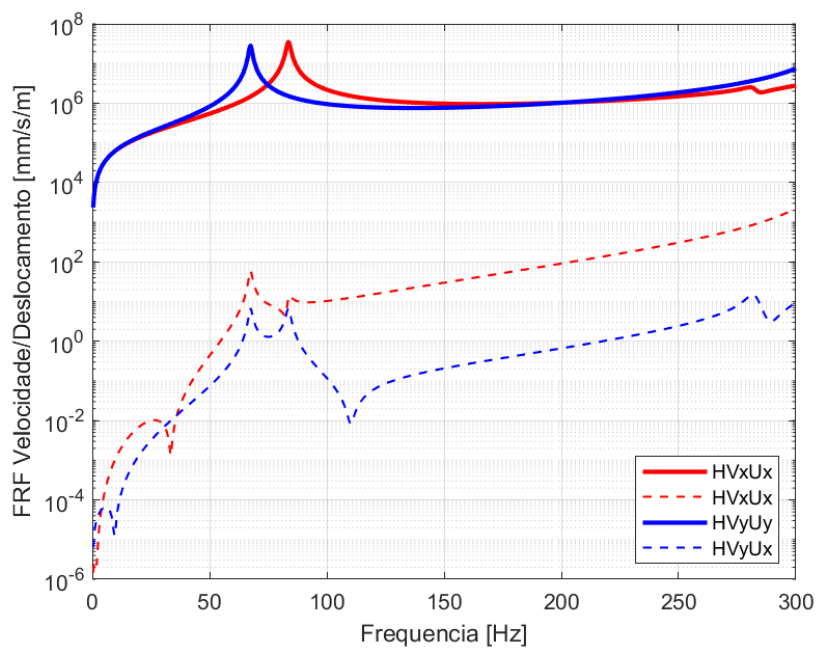
Fonte: Elaborado pelo autor.

4.3.3 Espectros de tensão

A análise harmônica numérica direta da estrutura foi conduzida com o intuito de compreender a resposta da região no pé da solda em termos de tensão, correlacionada às medições de campo das velocidades. Para a análise harmônica, uma faixa de frequência foi considerada, abrangendo o intervalo de 0 a 300 Hz, com incrementos de frequência igualmente espaçados de 0,375 Hz. Essa faixa foi escolhida pois abrange os dois primeiros modos de vibração da estrutura, conforme já demonstrado.

No cálculo do espectro de tensão, os resultados dos elementos finitos forneceram as funções de transferência de velocidade para os pontos de medição no *vent*. Na Figura 57 estão ilustradas as funções de transferência de velocidade em relação aos deslocamentos unitários propostos.

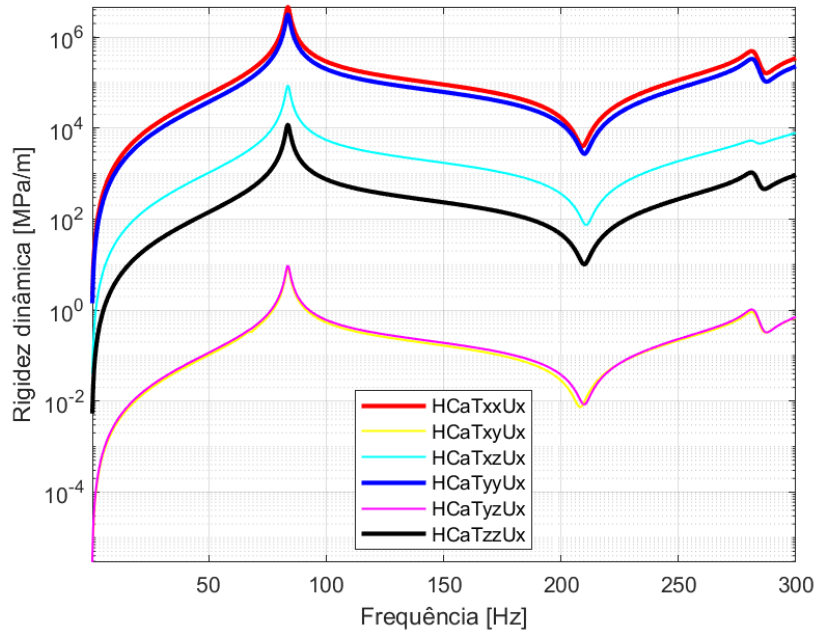
Figura 57 – Funções de transferência da velocidade em relação ao deslocamento unitário.



Fonte: Elaborado pelo autor.

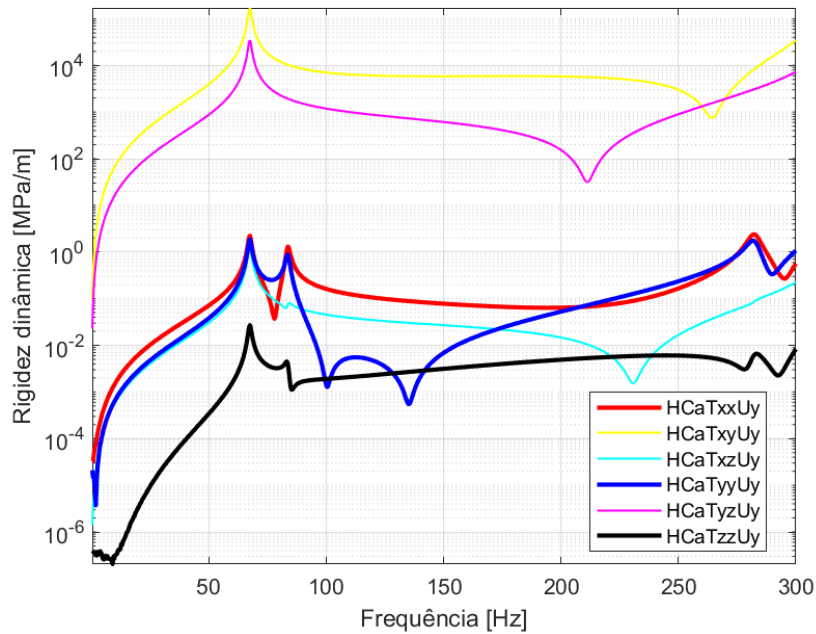
Também foram obtidas as funções de transferência para o tensor de tensão nos pontos “a” e “b” da sela e da coroa localizados na garrafa, uma vez que essa é a região onde a máxima tensão é observada. Os elementos superiores da matriz de função de transferência do tensor de tensão para o ponto “a” da coroa, excitadas pelos deslocamentos unitários U_x e U_y , são ilustrados nas Figuras 58 e 59, respectivamente.

Figura 58 – Funções de transferência da tensão no ponto “a” da coroa pelo deslocamento U_x .



Fonte: Elaborado pelo autor.

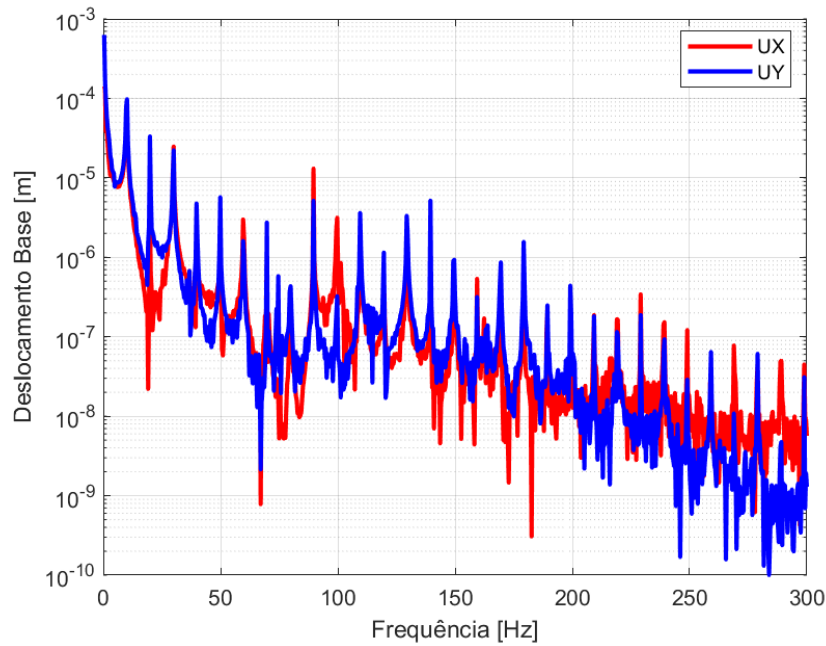
Figura 59 – Funções de transferência da tensão no ponto “a” da coroa pelo deslocamento U_y .



Fonte: Elaborado pelo autor.

A partir da relação da função de transferência com a velocidade adquirida na medição, são determinados os deslocamentos necessários na base. Na Figura 60 estão apresentados os deslocamentos propostos na base, para a representação das velocidades obtidas nas medições.

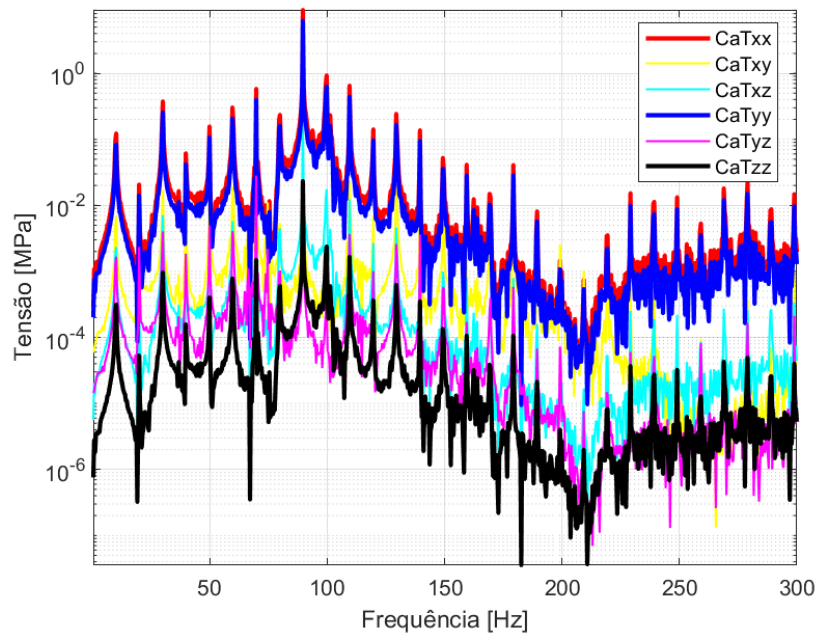
Figura 60 – Deslocamentos obtidos da base.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A partir das matrizes de funções de transferência do tensor de tensão e dos deslocamentos propostos na base, foram obtidos os tensores de tensão de cada ponto de extrapolação. De maneira ilustrativa, a Figura 61 ilustra os elementos superiores da matriz do tensor de tensão do ponto “a” da coroa.

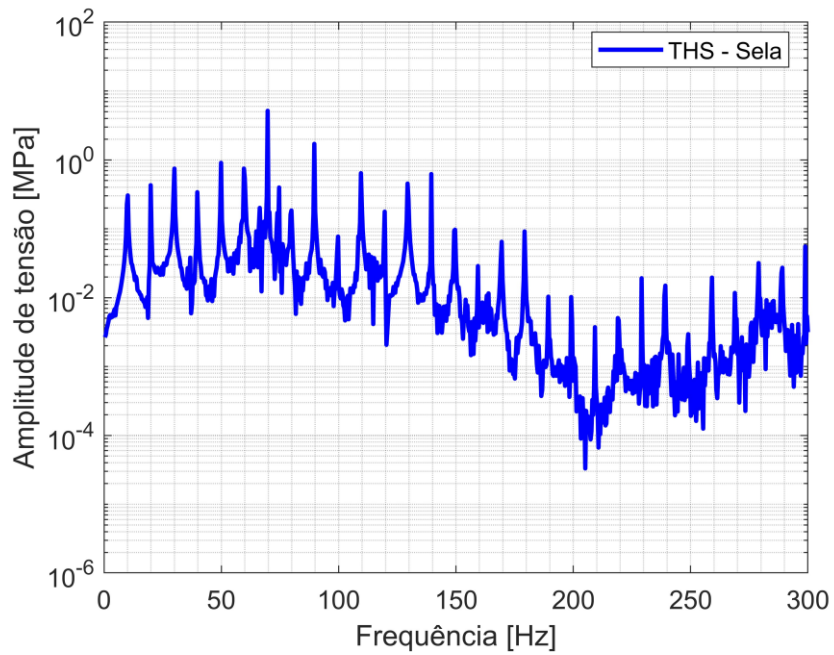
Figura 61 – Tensor de tensão do ponto “a” da coroa.



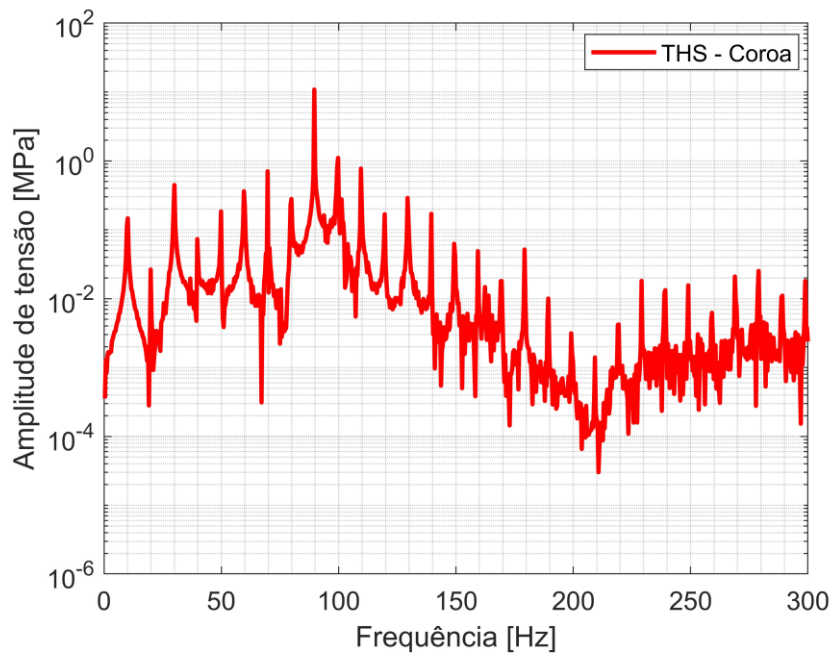
Fonte: Elaborado pelo autor.

Em cada um dos pontos de extrapolação o tensor de tensão foi extraído e, em seguida, uma extrapolação linear do tensor foi realizada para obter, finalmente, um tensor de tensão *hot spot* para a sela e a coroa. No cálculo da estimativa da vida de fadiga, a tensão máxima principal foi utilizada, a qual foi obtida a partir dos autovalores do tensor de tensão *hot spot*.

Nas Figuras 62 e 63 são apresentados os espectros de tensão *hot spot* obtidos, correspondendo à sela e à coroa, respectivamente. Na sela, a tensão RMS é de 4,16 MPa, enquanto na coroa, atinge 7,86 MPa. Essas diferenças podem ser atribuídas às características dinâmicas da estrutura, com a maior rigidez sendo observada na direção da coroa.

Figura 62 – Espectro de tensão *hot spot* na sela.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 63 – Espectro de tensão *hot spot* na coroa.

Fonte: Elaborado pelo autor.

A Tabela 7 apresenta algumas das principais propriedades estatísticas dos espectros de tensão.

Tabela 7 – Comparação das medições com o critério da Energy Institute.

Sinal	THS - Sela	THS - Coroa
Tensão RMS [MPa]	4,16	7,86
Assimetria	-0,014	0,0017
$E[0^+]$ [Hz]	73,05	89,80
$E[P]$ [Hz]	82,72	90,26
Fator de irregularidade	0,883	0,995
Largura de banda	0,469	0,104

Fonte: Elaborado pelo autor.

Com base nas propriedades estatísticas dos espectros, foi observado que o sinal da THS-Coroa exibe características de um sinal do tipo banda estreita. Isso implica que a maior parte da energia do sinal está concentrada em torno de uma frequência central específica, com as componentes de frequência fora dessa faixa sendo relativamente insignificantes. O valor de assimetria para esse caso sugere que a distribuição é quase simétrica, assemelhando-se a uma distribuição normal.

No caso da THS-Sela, o sinal exibe um comportamento de banda larga, indicando que a largura de banda do sinal é consideravelmente maior em relação à sua frequência central. Isso implica que a energia do sinal se distribui por uma ampla faixa de frequências em torno do seu valor central. O valor de assimetria para este sinal é negativo, sugerindo que a cauda esquerda da distribuição é mais extensa do que a cauda direita. Em outras palavras, a maioria dos valores está concentrada à direita da média, enquanto a cauda esquerda contém menos valores, especialmente os extremamente baixos. Isso resulta em uma inclinação da distribuição para a esquerda.

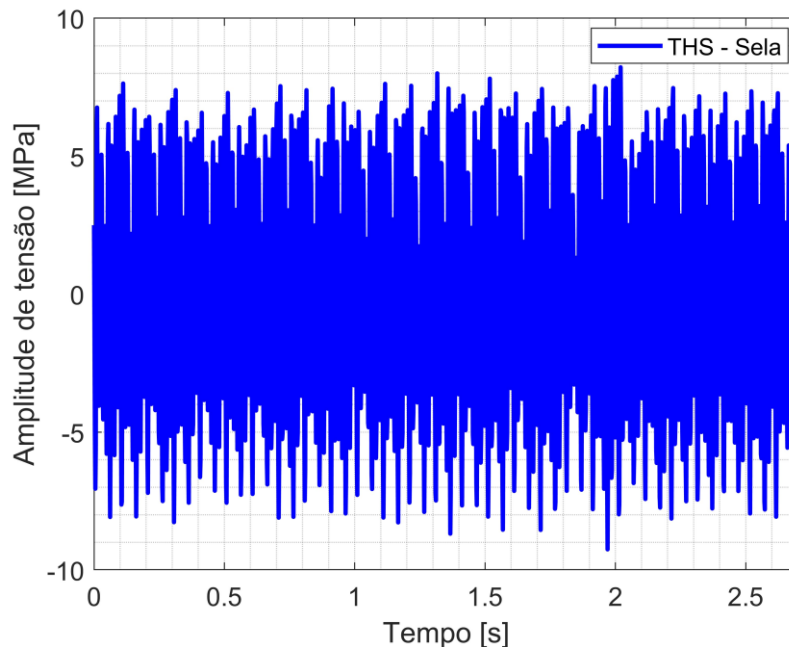
Cabe ressaltar que, as propriedades estatísticas de um espectro de tensão desempenham um papel fundamental na análise de fadiga, pois proporcionam uma compreensão da distribuição das tensões e, conseqüentemente, contribuem para uma previsão precisa da vida útil da estrutura sujeita a carregamentos cíclicos. Na seção seguinte, apresentam-se os resultados das estimativas de vida de fadiga para os espectros obtidos.

4.4 ESTIMATIVA DA VIDA DE FADIGA

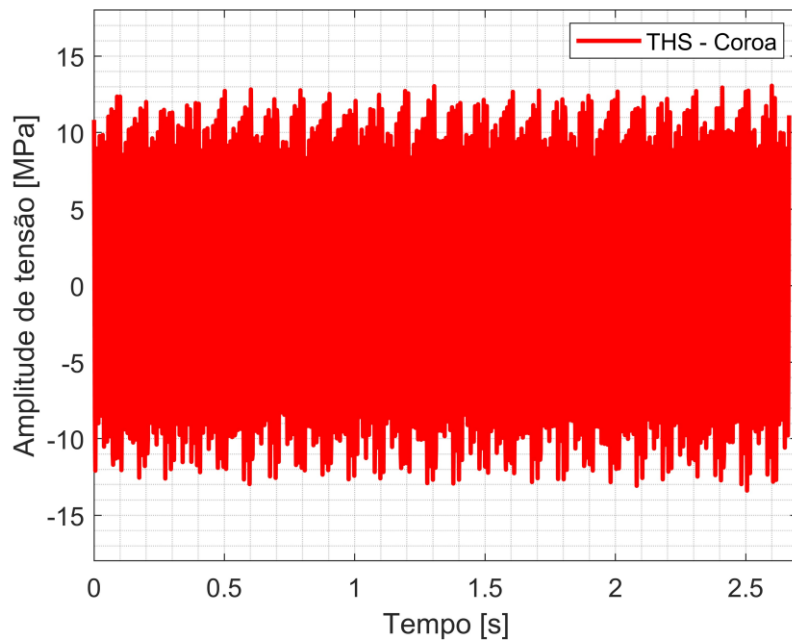
A avaliação da vida de fadiga para os espectros de tensão gerados foi conduzida através de diversos métodos, abrangendo tanto a análise dos sinais de tensão no domínio do tempo quanto no domínio da frequência. Tais avaliações, em condições de solicitação aleatória requer a consideração de critérios de acúmulo de dano devido aos ciclos da tensão aleatória. Para as estimativas a seguir, optou-se por utilizar o critério de Palmgren-Miner, que incorpora um critério de dano, ou seja, considera falha por fadiga quando a fração acumulada de dano atinge o valor de $E[D] = 1$.

A abordagem para estimar a vida útil por meio da contagem de ciclos *Rainflow* e a posterior aplicação do critério de acúmulo de dano de Palmgren-Miner incluiu a análise de um sinal de tensão no domínio do tempo. Por outro lado, ao calcular a vida de fadiga usando métodos espectrais, foi necessário converter os espectros resultantes em PSD. As representações dos sinais de tensão no domínio do tempo para as regiões de sela e coroa, juntamente com suas respectivas PSD, são mostradas nas Figuras 64, 65, 66 e 67.

Figura 64 – Sinal de tensão *hot spot* da sela no domínio do tempo.

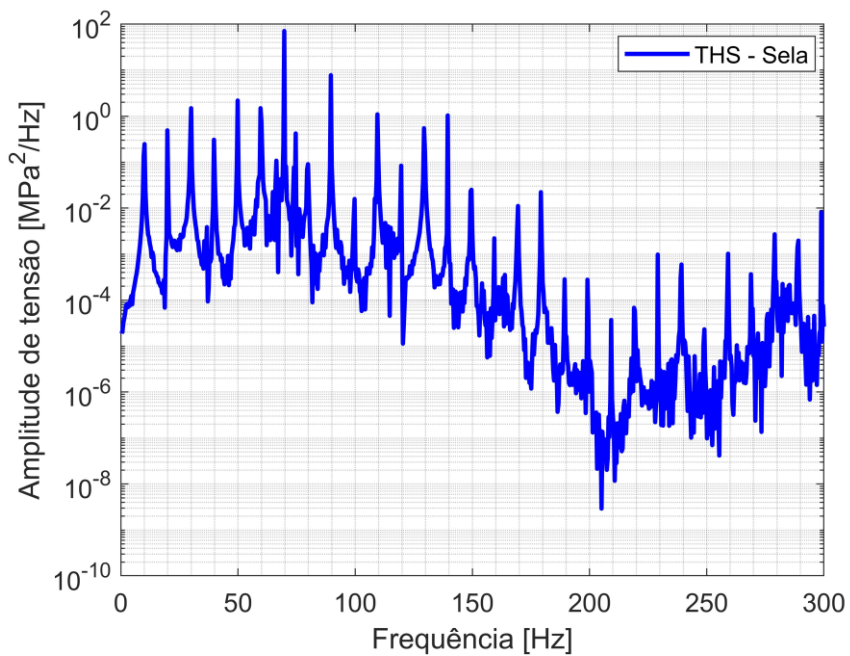


Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 65 – Sinal de tensão *hot spot* da coroa no domínio do tempo.

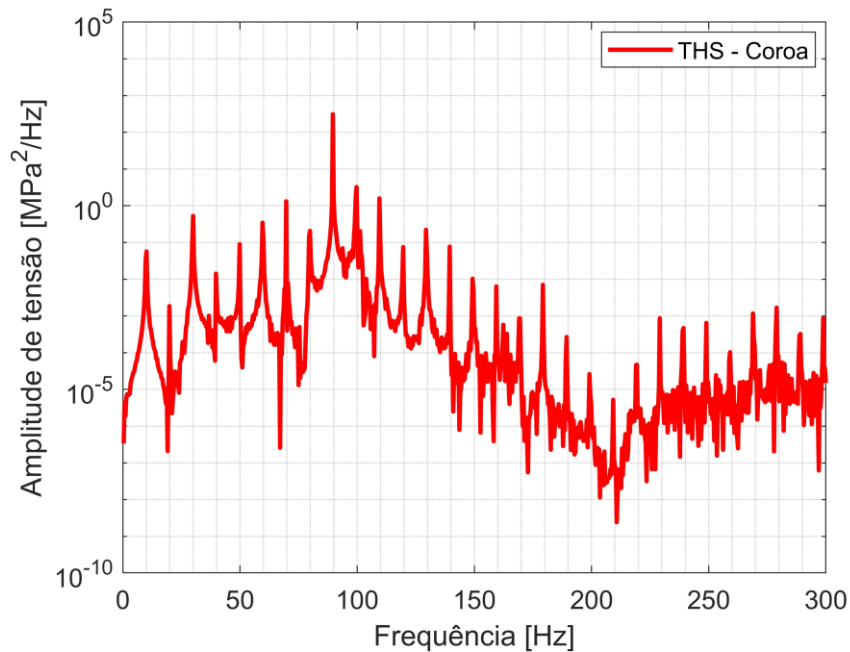
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 66 – Densidade espectral de energia da sela.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 67 – Densidade espectral de energia da coroa.

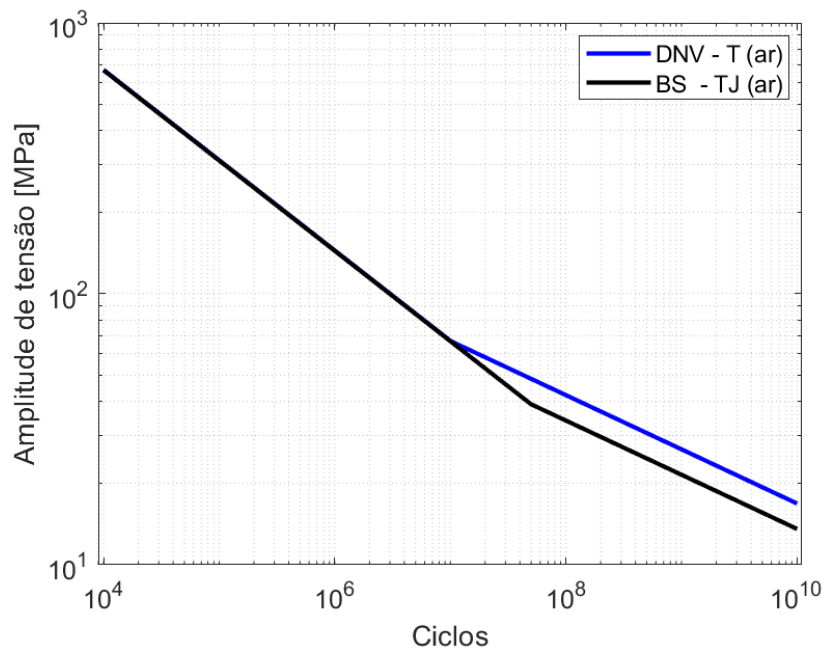


Fonte: Elaborado pelo autor.

Para as análises, foram adotadas as curvas de fadiga "T" da norma DNVGL-RP-C203 (2020) e "TJ" da norma BS 7608 (2014), as quais são indicadas para juntas tubulares. A escolha das curvas se deve ao fato de que ambas as normas utilizam a mesma formulação da extrapolação da tensão de *hot spot*, com isso as curvas estão adaptadas as tensões obtidas no estudo. Na Figura 68 estão ilustradas as curvas S-N, sendo que ambas as curvas foram obtidas no ambiente ar.

Como os métodos espectrais utilizam apenas uma inclinação (*slope*) da curva S-N para o cálculo das estimativas de vida, foi utilizada a segunda inclinação afim de obter a fadiga para altos ciclos, recomendada para cargas de amplitude variável ou aleatória. Na Tabela 8 estão registradas as estimativas de vidas que foram calculadas utilizando os modelos apresentados na metodologia proposta.

Figura 68 – Curvas S-N utilizadas no cálculo da vida de fadiga



Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 8 – Estimativa da vida em fadiga.

MÉTODO	ESTIMATIVA DA VIDA			
	DNV		BS	
	Sela [horas]	Coroa [horas]	Sela [horas]	Coroa [horas]
RAINFLOW	1,213E+05	3,964E+03	4,119E+04	1,346E+03
NARROWBAND	6,811E+04	2,312E+03	2,312E+04	7,851E+02
WIRSCHING-LIGHT	8,870E+04	2,589E+03	3,011E+04	8,791E+02
ORTIZ-CHEN	6,655E+04	2,313E+03	2,259E+04	7,853E+02
TOVO-BENASCIUTTI 1	6,811E+04	2,312E+03	2,312E+04	7,851E+02
TOVO-BENASCIUTTI 2	7,489E+04	2,334E+03	2,543E+04	7,923E+02
ALPHA 0.75	7,001E+04	2,316E+03	2,377E+04	7,864E+02
DIRLIK	7,037E+04	2,324E+03	2,389E+04	7,892E+02

Fonte: Elaborado pelo autor.

A partir dos resultados, é possível observar que a escolha da curva S-N possui muita influência no cálculo da vida por fadiga. Mesmo que as curvas possuem o mesmo expoente de resistência a fadiga ($K = 5$) para a segunda inclinação, a curva da BS 7608 (2014) possui um coeficiente de resistência a fadiga (C) menor comparado a curva da DNVGL-RP-C203 (2020),

pois sua segunda inclinação está situada em 5×10^7 ciclos. Em termos quantitativos, a diferença da vida obtida pela BS 7608 (2014) é cerca de 3 vezes menor comparada a vida da DNVGL-RP-C203 (2020).

Em relação às diferenças obtidas pelos métodos, os resultados podem ser melhores representados utilizando o erro relativo (T_{err}^{XX}). O erro é calculado comparando os resultados obtidos da estimativa de vida pelos métodos no domínio da frequência, ao obtido no domínio do tempo pelo método do *Rainflow*, como proposto por Zorman et al. (2023).

$$T_{err}^{XX} = \frac{T^{XX} - T^{RFC}}{T^{RFC}} \quad (144)$$

onde T^{XX} é a estimativa de vida obtida por cada método espectral; T^{RFC} é a estimativa de vida obtida no domínio do tempo pelo *Rainflow*, e adotado como referência. Na Tabela 9, estão os resultados do erro relativo comparando os métodos.

Tabela 9 – Erro relativo dos métodos espectrais em relação ao *Rainflow*.

Método	Erro relativo ao <i>Rainflow</i>			
	DNV		BS	
	Sela	Coroa	Sela	Coroa
Narrowband	43,9%	41,7%	43,9%	41,7%
Wirsching-Light	26,9%	34,7%	26,9%	34,7%
Ortiz-Chen	45,1%	41,7%	45,1%	41,7%
Tovo-Benasciutti 1	43,9%	41,7%	43,9%	41,7%
Tovo-Benasciutti 2	38,3%	41,1%	38,3%	41,1%
Alpha 0.75	42,3%	41,6%	42,3%	41,6%
Dirlik	42,0%	41,4%	42,0%	41,4%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Observa-se que para o espectro de tensão obtido, o método que mais se aproximou em relação ao *Rainflow* foi o de Wirsching-Light, seguido pelos métodos de Tovo-Benasciutti 2 e Dirlik, respectivamente. Em relação à escolha da curva o erro relativo não apresenta mudanças, concluindo a forte influência em relação ao expoente de resistência a fadiga (K), pois como dito anteriormente ambas as curvas possuem o mesmo valor.

Nos trabalhos de Mršnik et al. (2013) e Zorman et al. (2023), é avaliada a grande influência do expoente de resistência a fadiga em relação ao nível de precisão dos métodos

espectrais em relação ao *Rainflow*. Assim, de maneira puramente didática, pois isto não é realizado na prática, foi extrapolada a primeira inclinação das curvas ($K = 3$ e que são praticamente idênticas), para a região de alto ciclos, afim de verificar a influência do K na precisão dos métodos. Na Tabela 10, estão os resultados do erro relativo comparando os métodos para a extrapolação da primeira inclinação das curvas.

Tabela 10 – Erro relativo dos métodos espectrais em relação ao *Rainflow* para extrapolação de $K = 3$.

MÉTODO	Erro relativo ao <i>Rainflow</i> DNV/BS	
	Sela	Coroa
NARROWBAND	16,0%	15,2%
WIRSCHING-LIGHT	2,7%	11,7%
ORTIZ-CHEN	17,8%	15,2%
TOVO-BENASCIUTTI 1	16,0%	15,2%
TOVO-BENASCIUTTI 2	11,5%	14,8%
ALPHA 0.75	13,6%	15,0%
DIRLIK	13,5%	14,9%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Através dos resultados, assim como visto na literatura, observa-se a grande influência do expoente de resistência a fadiga em relação ao nível de precisão dos métodos espectrais em relação ao *Rainflow*. Em regras gerais quanto maior o expoente K , maior será o erro da vida obtida pelos métodos do domínio da frequência em relação ao método no domínio do tempo.

Em ambas as hipóteses analisadas, o método de Wirsching-Light foi o que apresentou o menor erro em relação aos demais métodos espectrais. Seu desenvolvimento foi focado para a indústria offshore, possuindo o fator de correção do *narrowband* através de um coeficiente em função do fator de irregularidade, e de parâmetros de ajuste do expoente de resistência à fadiga, realizando assim um ajuste em relação à inclinação da curva S-N. Os dois outros modelos de melhores resultados foram o de Tovo-Benasciutti 2 e Dirlik, respectivamente. Esses modelos como já ditos anteriormente estão amplamente difundidos na literatura, pois se adaptam bem aos vários processos de banda larga.

5 CONCLUSÕES

O presente trabalho apresentou o desenvolvimento de uma metodologia para estimativa de vida por fadiga em juntas soldadas de tubulações típicas do setor de óleo e gás, através de métodos no domínio da frequência e do tempo. Os resultados foram comparados a fim de observar a assertividade dos métodos espectrais em relação ao método da contagem de ciclos pelo *Rainflow* no domínio do tempo.

A metodologia iniciou-se com a comparação das diferenças dos resultados obtidos, aplicando-se as diferentes técnicas propostas na literatura para modelagem da junta soldada. Para isso foi replicado o trabalho realizado por Lee et al. (2010), modelando o corpo de prova analisado por meio de elementos de casca e sólido. O elemento sólido hexaédrico de 20 nós mostrou-se superior em relação ao elemento de casca de 8 nós, principalmente em carregamentos por flexão. Diante do exposto foi escolhido o elemento sólido para o modelo numérico do estudo de caso. Outra justificativa que reafirma a escolha é que para estruturas tubulares, por não terem a malha totalmente simétricas a modelagem da solda em elementos de casca e rígidos se torna mais complexa, uma vez que elementos sólidos precisam apenas de uma geometria bem detalhada.

Seguindo a metodologia proposta foi apresentada a abordagem da velocidade vibracional máxima permitida, que por sua simplificação é amplamente utilizada no setor de óleo e gás. Foi utilizado o critério proposto pelo Energy Institute (2008), e propõem três zonas distintas (Aceitável, Preocupação e Problema) de acordo com as duas linhas limites estabelecidos. Continuando a metodologia, foi descrita a abordagem a fim de se determinar o espectro de tensão na região do filete se solda, induzida pela vibração do compressor, sendo este utilizado para estimar a vida por fadiga da estrutura.

A metodologia proposta foi aplicada no estudo de caso de uma configuração típica do setor de óleo e gás, sendo um dispositivo de ventilação situado no vaso de sucção do primeiro estágio de um compressor alternativo. O estudo foi baseado em vibrações de baixa frequência até 300 Hz, onde as tensões máximas dos dois primeiros modos estão situadas na região da sela e coroa do *main pipe*, respectivamente. Da análise harmônica foram retiradas as funções de transferência, que em conjunto com a medição de campo foram determinados os espectros da tensão *hot spot* nas regiões da sela e coroa do *main pipe*.

Através dos espectros de tensão *hot spot*, foram obtidas as PSD de tensões atuantes na região da sela e coroa do *main pipe*. A partir da PSD, realizou-se o cálculo da estimativa de

vida por fadiga por diferentes métodos propostos no domínio da frequência e do tempo. A partir dos resultados obtidos, observou-se a importância da curva S-N utilizada no processo. Foram utilizadas duas curvas propostas que utilizam a mesma formulação da obtenção da tensão *hot spot*, sendo a curva de fadiga "T" da norma DNVGL-RP-C203 (2020) e "TJ" da norma BS 7608 (2014), as quais indicadas para juntas tubulares. Ambas curvas apresentam o mesmo expoente de resistência (K), porém a BS 7608 (2014) possui o coeficiente de resistência a fadiga (C) menor, assim a estimativa de vida obtida foi de aproximadamente 3 vezes menor a vida da DNVGLRP-C203 (2020).

Por fim, foram comparados os resultados obtidos por cada método espectral em relação ao obtido no domínio do tempo pelo *Rainflow*, por meio do erro relativo. Assim como visto nos trabalhos da literatura, observou-se a influência da inclinação da curva em relação ao erro relativo obtido. Em regras gerais quando maior o expoente K , maior será o erro da vida obtida pelos métodos do domínio da frequência em relação ao método no domínio do tempo.

Para o espectro analisado, o método de Wirsching-Light apresentou o menor erro em relação aos demais métodos espectrais, seguido pelos métodos de Tovo-Benasciutti 2 e Dirlik, respectivamente. Entretanto, vale ressaltar que cada espectro possui características únicas, com isso, a afirmação que um determinado método seja superior para todo e qualquer caso não pode ser tido como verdade absoluta.

5.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Os aprendizados e resultados obtidos durante este estudo possibilitam a proposição de projetos que sigam esta mesma linha de pesquisa, os quais serão apresentadas como sugestões para futuros trabalhos.

Foi visto que a escolha da curva S-N possui uma importância significativa nos resultados de estimativa de vida obtidos. Na literatura existem diferentes metodologias para obter a tensão *hot spot*, um deles é através da tensão linearizada na espessura proposto por Dong (2001). Este método também é proposto na obtenção de uma curva de fadiga “mestre” que abrangeria todos os tipos de juntas, assim analisar os resultados de dispersão da escolha de diferentes curvas, seria interessante abordar essa metodologia.

Um dos principais gargalos dos métodos espectrais analisados, é a consideração de apenas uma inclinação da curva S-N, enquanto que o método do *Rainflow* pode ser aplicado facilmente por toda a extensão da curva. Entretanto, a região para solicitação de amplitude

variável está localizada na região de altos ciclos, geralmente na segunda ou terceira inclinação da curva, assim a região de baixo ciclos não é levada em consideração. Diante do exposto uma segunda sugestão seria de realizar o estudo da aplicação da PDF utilizadas nos métodos, para todas as inclinações da curva, a fim de analisar se o erro relativo dos métodos espectrais será diminuído em relação ao *Rainflow*.

Por fim, para uma análise mais criteriosa é importante associar a medição vibratória com medição de extensometria, com o intuito de avaliar se as tensões obtidas na análise harmônica correspondem ao encontrado na prática.

REFERÊNCIAS

ABS. **Guide for fatigue assessment of offshore structures**, 2020.

AMERICAN PETROLEUM INSTITUTE (API). **API RP 2A-WSD - Recommended Practice for Planning, Designing and Constructing Fixed Offshore Platforms**. Working Stress Design, 2014.

ANP. **Especial ANP 20 anos**. Disponível em: <<https://www.gov.br/anp/pt-br/aceso-a-informacao/institucional/especial-anp-20-anos>>. Acesso em: 28 out. 2023.

ARIDURU, S. **Fatigue Life Calculation by Rainflow Cycle Counting Method**. Tese submetida à: The Graduate School of Natural and Applied Sciences of Middle East Technical University, 2004.

ASME BOILER & PRESSURE VESSEL CODE. **Nondestructive Examination Section v**. An International Code, p. 262, 2019.

AWS. **Structural Welding Code — Steel**. 23 ed. 2015

AYGÜL, M. **Fatigue Analysis of Welded Structures Using the Finite Element Method**. Chalmers University of Technology, 2012.

BANNANTINE, J.; COMER, J. J.; HANDROCK, J. **Fundamentals of Metal Fatigue Analysis**. Prentice Hall, 1990.

BENASCIUTTI D., TOVO R. **Rainflow Cycle Distribution and Fatigue Damage in Gaussian Random Loadings**. Technical Report, University of Ferrara, Department of Engineering, 2004.

BENASCIUTTI, D.; TOVO, R. **Spectral Methods for Lifetime Prediction under Wide-Band Stationary Random Processes**. International Journal of Fatigue, v. 27, p. 867-877, 2005.

BENDAT, J. S. **Probability Functions for Random Responses: Prediction of Peaks, Fatigue Damage, and Catastrophic Failures**. NASA report on contract NAS-5-4590, National Aeronautics and Space Administration, Washington, DC, 1964.

BENDAT, J. S.; PIERSOL, A. G., **Random Data: Analysis and Measurement Procedures**. John Wiley & Sons, New Jersey, 2010.

BERNARDI, J. **Implementação de uma metodologia numérica para a análise de fadiga em juntas soldadas**. Universidade Federal de Santa Catarina, 2022.

Bishop, N. W. M.; Sherratt, F. **Finite Element Based Fatigue Calculations**. The International Association for the Engineering Analysis Community, Farnham, United Kingdom, 2000.

BISHOP, N.W.M. **The Use of Frequency Domain Parameters to Predict Structural Fatigue**. Ph.D. Thesis, University of Warwick, Coventry, England, 1988.

BISHOP, N; WAY, L; FRIMLEY; CASERO, A. **Vibration Fatigue Analysis in The Finite Element Environment**. Paper of the XVI Encuentro del Grupo Español de Fractura, Spain, 1999.

BRANCO, C. M.; FERNANDES, A. A.; CASTRO, P. M. S. T. **Fadiga de Estruturas Soldadas**. Fundação Calouste Gulbenkian, 1999.

BS 7608. **Guide to fatigue design and assessment of steel products**, 2014.

CALVENTE, M. M. et al. **A comparative review of time- and frequency-domain methods for fatigue damage assessment**. International journal of fatigue, v. 163, n. 107069, 2022.

CASTRO, J. T. P.; MEGGIOLARO, M. A., **Fadiga: Técnicas e Práticas de Dimensionamento Estrutural sob Cargas Reais de Serviço**. Lexington, 2009.

DIRLIK, T. **Application of Computers in Fatigue Analysis**. Ph.D. Thesis, University of Warwick, Coventry, England, 1985.

DIRLIK, T.; BENASCIUTTI, D. **Dirlik and Tovo-Benasciutti spectral methods in vibration fatigue: A review with a historical perspective**. MDPI - Metals, v. 11, n. 9, p. 1333, 2021.

DNVGL. **DNVGL-RP-C203: Recommended practice - Fatigue design of offshore steel structures**. 1–216, 2020.

DONG, P. **A Structural Stress Definition and Numerical Implementation for Fatigue Analysis of Welded Joints**. International Journal of Fatigue, Elsevier, pag 685-876, 2001.

DOWLING, N. E. **Mechanical Behavior of Materials**. 4^a ed. Pearson Education Limited, 2012.

EFTHYMIOU, M. **Development of SCF Formulae and Generalized Influence Functions for use in Fatigue Analysis**. Recent Developments in Tubular Joint Technology, London, UK, 1988.

ELISHAKOFF, I. **Probabilistic Theory of Structures**. 2nd edition, Dover Publications, New York, 1999.

Engineering. 2nd edition, John Wiley & Sons, 2001.

FRENDAHL M., RYCHLIK I. **Rainflow analysis: Markov method**. International Journal of Fatigue, Vol. 15, pp. 265-272, 1993.

FRICKE, W. **Fatigue Analysis of welded joints: state of development**. Marine Structures 16, Elsevier. pag 185-200, 2003.

GURNEY, T. **Cumulative damage of welded joints**. Woodhead Publishing, 2006.

HAIBACH, E.: **Die Schwingfestigkeit von Schweissverbindungen aus der Sicht einer örtlichen Beanspruchungsmessung (The fatigue strength of welded joints considered on the basis of a local stress measurement)**. LBF-Bericht FB-77. Fraunhofer-Inst. für Betriebsfestigkeit, Darmstadt, 1986.

HALFPENNY, A. **A Frequency Domain Approach for Lifetime Estimation from Finite Element Analysis**. International Conference on Damage Assessment of Structures, Dublin, Ireland, 1999.

HOBACHER, A. **Recommendation for fatigue Design of Welded Joints and Components**. The International Institute of Welding, IIW-1823-07 ex. XIII2151r4-07/XV-1254r4-07, 2016.

LALANNE, C. **Mechanical Vibration and Shock Analysis**. Third edition, John Wiley & Sons. 2014.

LEE, J.-M. et al. **Comparison of hot spot stress evaluation methods for welded structures**. International journal of naval architecture and ocean engineering, v. 2, n. 4, p. 200–210, 2010.

LEE, Y.; BARKEY, M. E.; KANG, H. **Metal fatigue analysis handbook : practical problem solving techniques for computer-aided engineering**. Elsevier Inc., 2011.

LOTSBERG, I., SIGURDSSON, G., **Hot Spot Stress S-N Curve for Fatigue Analysis of Plated Structures**, Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering, Vol. 128 pp. 330-336, 2006.

LUTES L.D., CORAZAO M., HU S.-I.J., ZIMMERMAN J. **Stochastic fatigue damage accumulation**. Journal Structure Engineering, Vol 110 (11), pp. 2585-2601, .1984.

MACDONALD, K. A. **Fracture and Fatigue of Welded**. Woodhead Publishing, 2011.

MADSEN H. O., KRENK S., LIND N. C. **Methods of structural safety**. Englewood Cliffs: Prentice-Hall; 1986.

MATSUISHI M.; ENDO, T. **Fatigue of Metals Subject to Varying Stress**, Japan Society of Mechanical Engineers, Fukuota, 1968.

MEIROVITCH, L. **Fundamentals of Vibrations**. McGraw-Hill, New York, 2001.

MINER, M. A., **Cumulative Damage in Fatigue**, Journal Applied Mechanical, 1945.

MRŠNIK, M.; SLAVIC, J.; BOLTEŽAR, M. **Frequency-Domain Methods for a Vibration Fatigue-Life Estimation – Application to Real Data**. International Journal of Fatigue, v. 47, p. 8-17, 2013.

NEWLAND, D. E. **An introduction to Random Vibrations, spectral and wavelet analysis**. 3rd edition, Dover Publications, New York, 2005.

- NIEMI, E. **Stress Determination for Fatigue Analysis of Welded Components**. Abington Publishing, 1995.
- NIEMI, E., FRICKE, W., MADDIX, S. J. **Structural Hot-Spot Stress Approach to Fatigue Analysis of Welded Components Designer's Guide**, The International Institute of Welding, 2018.
- NIESLONY, A.; MACHA, E. **Spectral Method in Multiaxial Random Fatigue**. Springer, 2007.
- NIESLONY, A.; RUZICKA, M.; PAPUGA, J.; HODR, A.; BALDA, M.; SVOBODA, J., **Fatigue Life Prediction for Broad-Band Multiaxial Loading with Various PSD Curve Shapes**. International Journal of Fatigue, v. 44, p. 74-88, 2012.
- ORTIZ, K.; CHEN, N. K. **Fatigue Damage Prediction for Stationary Wideband Random Stresses**. Proceedings of the 5th International Conference on Applications of Statistics and Probability in Soil and Structural Engineering, p. 309-316, Vancouver, 1987.
- PALMGREN, A. **Die Lebensdauer von Kugellagern**, Z. Vereines Deutscher Ingenieure, 68, 1924.
- PRIESTLEY, M. B., **Spectral Analysis and Time Series**. Academic Press, 1981.
- RADAJ, D. **Design and Analysis of Fatigue-Resistant Welded Structures**. Cambridge: Abington Publishers, 1990.
- RADAJ, D.; SONSINO, C. M.; FRICKE, W. **Fatigue assessment of welded joints by local approaches**. Woodhead Publishing Limited and CRC Press LLC, 2. ed. 2006.
- RAO, S. **Vibrações Mecânicas**. Pearson Prentice Hall, São Paulo, 2008.
- RICE, S. O. **Mathematical Analysis of Random Noise, Selected papers on noise and stochastic processes**. Dover Publications, New York, 1954.
- ROSA, E. **Análise de resistência mecânica**. Universidade Federal de Santa Catarina, 2002.
- SCHIJVE, J. **Fatigue of Structures and Materials**. 2^a ed. Springer, 2008.
- SCHORK, B. et al. **The effect of the local and global weld geometry as well as material defects on crack initiation and fatigue strength**. Engineering Fracture Mechanics, v. 198, p. 103–122, 2018.
- SHIN, K.; HAMMOND, J. K. **Fundamentals of signal processing for sound and vibration engineers**. John Wiley & Sons, Chichester, 2008.
- SOBCZYK, K.; TRĘBICKI, J.; MOVCHAN, A. B. **Characterization of random microstructural stresses and fracture estimation**. European Journal of Mechanics - A/Solids, 26(4), pag 573– 591, 2007.
- SOCIE, D. F. **Frequency Based Fatigue**. University of Illinois at Urbana Champaign, Class Presentation, 2001.

STEPHENS, R. I.; FATEMI, A.; STEPHENS, R. R.; FUCHS, H. O. **Metal fatigue in SURESH, S. *Fatigue of Materials***. 2nd edition, Cambridge University Press, New York 1998.

TAYLOR, D.; BARRET, N.; LUCANO, G. **Some New Methods For Predicting Fatigue in Welded Joints**. *International Journal of Fatigue*, Elsevier, pag 509-518, 2001.

TOVO R. **Cycle distribution and fatigue damage under broad-band random loading**. *International Journal of Fatigue*; Vol 24, p. 1137–1147, 2002.

VAN VLACK, L. H. **Princípios de Ciências dos Materiais**. Edgard Blucher, 1970.

WIRSCHING, P. H.; LIGHT, M. C. **Fatigue Under Wide Band Random Stress**. *Journal of the Structural Division, ASCE*, Vol. 106(7), p. 1593-1607, 1980.

WIRSCHING, P. H.; PAEZ, T. L.; ORTIZ, K., **Randon Vibrations: Theory and Practice**. Dover Publications, New York, 1995.

XIAO, Z.G., YAMADA, K. **A method of determining geometric stress for fatigue strength evaluation of steel welded joints**. *International Journal of Fatigue* 26, Elsevier, pag 1277–1293 2004.

ZHAO, X. L., PACKER, J. A. **Fatigue Design Procedure for Welded Hollow Sections Joints**, The International Institute of Welding, IIW XIII-IS04-99, 2000.

ZORMAN, A.; SLAVIČ, J.; BOLTEŽAR, M. **Vibration fatigue by spectral methods—A review with open-source support**. *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 160, 2023.