



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

Renata Krupczak

**Uma Descrição Híbrida do Plasma de Quarks e Glúons para Colisões Próton  
Chumbo**

Florianópolis, SC - Brasil  
2023

Renata Krupczak

**Uma Descrição Híbrida do Plasma de Quarks e Glúons para Colisões Próton  
Chumbo**

Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal de Santa Catarina como requisito para a obtenção do título de mestre em Física.

Orientador: Prof. Tiago José Nunes da Silva, Dr.

Florianópolis, SC - Brasil

2023

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,  
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Krupczak, Renata

Uma Descrição Híbrida do Plasma de Quarks e Glúons para  
Colisões Próton Chumbo / Renata Krupczak ; orientador,  
Tiago José Nunes da Silva, 2023.

109 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa  
Catarina, Centro de Ciências Físicas e Matemáticas,  
Programa de Pós-Graduação em Física, Florianópolis, 2023.

Inclui referências.

1. Física. 2. Plasma de quarks e glúons (QGP). 3.  
Hidrodinâmica. 4. Colisão próton chumbo. I. Nunes da Silva,  
Tiago José. II. Universidade Federal de Santa Catarina.  
Programa de Pós-Graduação em Física. III. Título.

Renata Krupczak

**Uma Descrição Híbrida do Plasma de Quarks e Glúons para Colisões Próton  
Chumbo**

O presente trabalho em nível de mestrado foi avaliado e aprovado por banca  
examinadora composta pelos seguintes membros:

Prof. Jun Takahashi, Dr.  
Universidade Estadual de Campinas

Profa. Débora Peres Menezes, Dra.  
Universidade Federal de Santa Catarina

Certificamos que esta é a **versão original e final** do trabalho de conclusão que foi  
julgado adequado para obtenção do título de mestre em Física.

---

Coordenação do Programa de  
Pós-Graduação

---

Prof. Tiago José Nunes da Silva, Dr.  
Orientador

Florianópolis, SC - Brasil, 2023.

Dedico este trabalho à minha mãe e irmã pela inspiração de vida e resiliência. E em memória ao meu querido pai, que sempre estará presente em nossos corações.

## **AGRADECIMENTOS**

Meus agradecimentos vão inicialmente à minha mãe e irmã, duas mulheres que sempre me inspiram e me apoiam em minhas escolhas. Obrigada por serem meu eterno ombro amigo.

Meus agradecimentos estendem-se ao contexto acadêmico, o qual foi construído com o auxílio de diversos professores. Em especial, gostaria de expressar minha gratidão ao Professor Tiago Nunes, meu orientador de mestrado, que desde o início sempre acreditou muito no meu potencial. A decisão de realizar meu mestrado sob a sua orientação foi uma das decisões mais acertadas que já tomei. Meu período de mestrado foi incrível em termos de aprendizados, e ele foi o principal responsável por isso. Agradeço por cada ideia, discussão de resultados e conversas que tivemos. Espero um dia alcançar o brilho e a inspiração que ele representa para mim, tanto no contexto acadêmico quanto no pessoal.

Além disso, agradeço ao Professor Fernando Gardim da Unifal e ao Professor Matthew Luzum da USP, ambos tiveram um papel significativo como coorientadores informais nas análises desta dissertação, contribuindo muito com discussões e ideias. Também expressei meu agradecimento ao Professor César Augusto Dartora da UFPR, que foi meu orientador de iniciação científica e responsável por me introduzir à QCD, área na qual encontro identificação e realização. Ao longo da minha graduação e mestrado, cursei diversas disciplinas com professores aos quais sou extremamente grata. Além do mais, expressei meus agradecimentos ao professor Jun Takahashi, à professora Débora Peres Menezes, ao professor Fernando Gardim e ao professor Donato Giorgio Torrieri por aceitarem o convite para participação na minha banca de mestrado.

Meus agradecimentos se estendem aos colegas da UFSC pela receptividade e ajuda com as disciplinas. Em especial, agradeço aos colegas da sala 217 do laboratório de física nuclear, que foram meus amigos e acompanharam de perto minha jornada ao longo do mestrado. Agradeço, em especial, ao Rafael, que me ajudou com todas as dúvidas que eu tinha, desde questões burocráticas até sendo um ombro amigo para ouvir quando minhas análises não estavam dando certo. Agradeço ao Leonardo, que concordou em assumir uma carga horária significativa de disciplinas comigo. Também agradeço ao meu grupo de pesquisa pelas reuniões e discussões, especialmente a Isabelle, por sempre ser minha parceira nos eventos científicos.

Além disso, gostaria de agradecer ao Thiago Siqueira, mestrando da USP, pelas incansáveis horas de discussão. Desde o início de nossos mestrados, percebemos que estávamos estudando assuntos semelhantes, mesmo que com abordagens diferentes, e estabelecemos uma reunião virtual semanal. Foram horas dedicadas nas quais aprendi muito. Por isso, sou muito grata por essa troca de conhecimentos, e espero

ter retribuído uma pequena parte do que você me ensinou. Gostaria de agradecer também ao Gabriel Soares, mestrando da Unicamp, que também realizou discussões comigo e me ensinou muitas coisas em nossa colaboração. Ambos foram além de colaboradores, tornando-se amigos que espero ter sempre ao meu lado. Agradeço também aos grandes amigos que fiz nos eventos científicos ao longo desses 2 anos. Obrigada pelo conhecimento e pelas discussões promovidas através de seus pôsteres e apresentações, além das conversas e ideias que sempre surgiram durante nossos encontros.

Por fim, agradeço à agência financiadora do meu mestrado, CAPES. Também agradeço ao programa de pós-graduação em Física da UFSC pela estrutura física concedida e pela ajuda burocrática. Expresso meu agradecimento ao INCT-FNA pela assistência financeira na minha participação em eventos.

*“Se a educação sozinha, não transforma a sociedade, sem ela tampouco a sociedade muda.”  
(PAULO FREIRE, 2000, p.67).*



## RESUMO

Este trabalho está inserido na área de Física Nuclear, com enfoque no plasma de quarks e glúons (QGP) e suas propriedades, utilizando modelos computacionais híbridos que simulam a colisão ultrarrelativística de íons pesados. Apesar da área possuir uma base teórica sólida e uma visão geral das propriedades do QGP, ainda existem lacunas a serem preenchidas e explicadas. Por exemplo, é questionável se o QGP pode ser produzido em sistemas colisionais menores, além disso, existe uma busca por uma equação de estado de primeiros princípios que descreva o QGP em densidades bariônicas não nulas. Sendo assim, o objetivo deste trabalho é avançar no entendimento dessa fase da matéria hadrônica por meio de diferentes análises, com foco em sistemas pequenos do tipo próton-chumbo (p-Pb). Todas as análises foram realizadas com base nos programas padrões que simulam a colisão ultrarrelativística de íons pesados. Dentre os resultados desta dissertação, destaca-se a verificação da produção de QGP em colisões p-Pb para eventos mais centrais. Além disso, constatou-se uma forte relação entre a definição dos coeficientes de transporte e a violação de causalidade em um regime não linear. Com isso, torna-se possível adquirir um bom conhecimento dos modelos híbridos e as habilidades necessárias para trabalhar em pesquisas atuais nesta área.

**Palavras-chave:** Plasma de quarks e glúons (QGP); colisão próton-chumbo; hidrodinâmica.

## ABSTRACT

This work is inserted in the area of Nuclear Physics, with a focus on quark-gluon plasma (QGP) and its properties, using hybrid computational models that simulate the ultra-relativistic collision of heavy ions. Although the area has a good solid theoretical base and a general view of the properties of QGP, there are still gaps to be filled and explained. For example, it is questionable whether QGP can be produced in smaller collisional systems, and there is also a search for a first principles equation of state that describes QGP at non-zero baryonic densities. Therefore, the objective of this work is to advance the understanding of this phase of hadronic matter through different analyses, with a focus on small systems of the proton-lead type (p-Pb). All analyses were performed based on standard programs that simulate the ultra-relativistic collision of heavy ions. Among the results of this dissertation, the verification of QGP production in p-Pb collisions for more central events stands out. In addition, a strong relationship was found between the definition of transport coefficients and the violation of causality in a non-linear regime. Thus, it is achievable a good understanding of hybrid models and the necessary skills to work on current research in this area.

**Keywords:** Quark-gluon plasma (QGP); proton-lead collision; hydrodynamics.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Tabela com as partículas elementares descritas pelo Modelo Padrão de Partículas. Imagem disponível em <a href="https://en.wikipedia.org/wiki/Standard_Model">https://en.wikipedia.org/wiki/Standard_Model</a> , acessada em maio de 2023. . . . .	19
Figura 2 – À esquerda dados experimentais do experimento de Rutherford que revelam a estrutura interna do átomo e, analogamente, à direita os dados de um espalhamento inelástico com um feixe de prótons de alta energia, demonstrando a estrutura interna do próton. Imagem retirada de [6]. . . . .	21
Figura 3 – Medidas da constante de acoplamento em função da energia. Note o comportamento assintoticamente livre dos quarks, em que $\alpha_s \rightarrow 0$ conforme $Q \rightarrow \infty$ . Imagem retirada de [18]. . . . .	23
Figura 4 – Esquema ilustrativo do diagrama de fases da QCD, que é um gráfico da temperatura em função da densidade bariônica líquida. O estudo em questão trata da transição de fases da matéria confinada de hádrons para a matéria desconfiada, chamada de QGP. Imagem retirada de [25]. . . . .	25
Figura 5 – Ilustração das etapas de uma colisão ultrarrelativística de íons pesados. Da esquerda para a direita: os átomos sofrem uma contração de Lorentz na direção de propagação e tornam-se duas panquecas. Em seguida, ocorre a colisão, e devido à alta energia e densidade, forma-se o plasma de quarks e glúons. Com a expansão do sistema, ocorre resfriamento e inicia-se a hadronização. Ao final do processo, restam somente partículas confinadas que decaem até se tornarem partículas mais estáveis, as quais são detectadas. Imagem retirada de [32]. . . . .	28
Figura 6 – Esquema ilustrando a presença do QGP em uma colisão de íons pesados. Na imagem (a), os dois íons colidem e formam o plasma em uma região assimétrica. A imagem (b) ilustra essa assimetria espacial, que, devido ao comportamento hidrodinâmico do QGP, é transformada em uma anisotropia de momento, imagem (c). Imagem retirada de [41]. . . . .	29
Figura 7 – Ilustração esquemática de uma colisão de íons pesados que relaciona as etapas físicas com as etapas da cadeia de simulação. Imagem adaptada da colaboração MADAI, Hannah Petersen and Jonah Bernhard. . . . .	31

Figura 8 – Esquema ilustrativo para interpretação geométrica da colisão. Sendo $R$ o raio do núcleo e $A$ o número de nucleons do íon. A região destacada é a área de sobreposição vista do plano transversal à direção de colisão. Imagem criada pela autora. . . . .	33
Figura 9 – Visão transversal de um detector para intuição da pseudorrapidez e sua relação com o range angular das medidas. Esse esquema é para o detector ATLAS, mas a mesma ideia é aplicada em outros detectores com diferentes ranges de pseudorrapidez. Imagem disponível em [46]. . . . .	34
Figura 10 – Harmônicos de excentricidade em função do parâmetro de impacto para uma colisão chumbo-chumbo a 2,76 TeV, calculados pelo IP-Glasma e pelo T <sub>R</sub> ENTo após ajuste de alguns de seus parâmetros, incluindo $p = 0 \pm 0,1$ . Imagem retirada de [32]. . . . .	35
Figura 11 – Visão de como o T <sub>R</sub> ENTo define os íons. Os nucleons com cores fortes são os participantes e os com cores claras são os expectadores. Imagem retirada de [54]. . . . .	36
Figura 12 – Distribuição de multiplicidade para colisões próton-próton, próton-chumbo e chumbo-chumbo para três diferentes valores do parâmetro $p$ . Os demais parâmetros foram ajustados para obter os melhores resultados e foram mantidos fixos nas três figuras. Os resultados do histograma foram obtidos a partir do modelo T <sub>R</sub> ENTo, com barras representando uma variação $k \pm 30\%$ , em comparação aos pontos experimentais do ALICE. Imagem retirada de [52]. . . . .	37
Figura 13 – Ilustração da evolução do acoplamento do QGP em relação ao tempo próprio. Naturalmente, o QGP evolui suavemente de um estado de baixo acoplamento para um estado de acoplamento mais alto. No entanto, em uma simulação, é proposta uma mudança brusca entre essas etapas, em que o free-streaming é executado com acoplamento nulo e a hidrodinâmica com acoplamento finito. Imagem retirada de [54]. . . . .	38
Figura 14 – Densidade de energia do QGP no plano transversal para diferentes tempos de free-streaming, em uma colisão chumbo-chumbo com centralidade 10% – 20% em energia de 2,76 TeV. Imagem retirada de [55]. . . . .	41
Figura 15 – Evolução da temperatura do QGP em três diferentes teorias hidrodinâmicas: a teoria do fluido perfeito ou ideal; a teoria de primeira ordem ou Navier-Stokes; e a teoria de segunda ordem ou Israel-Stewart. As condições iniciais para esse gráfico foram $T_0 = 500$ MeV e $\tau_0 = 0,13$ fm/c. Imagem retirada de [60]. . . . .	45

Figura 16 – Evolução espaço-temporal do número de Knudsen em uma colisão próton-chumbo com centralidade de 0-1% e energia de 5,02 TeV. Observa-se, nas isotermas do gráfico, que para temperaturas acima de 165 MeV o sistema é um fluido, pois $K < 1$ . Imagem retirada de [67]. . . . .	47
Figura 17 – Gráfico da pressão, densidade de energia e densidade de entropia normalizados em função da temperatura. As barras contínuas representam dados da QCD na rede com erro de 2%, enquanto as linhas representam os resultados para um gás de hádrons (HRG). Note que na região da transição de fases com $T_C = (154 \pm 9)$ MeV, ambas as descrições são válidas. Imagem retirada de [69]. . . . .	48
Figura 18 – Exemplo da evolução do QGP. A isoterma em vermelho representa a superfície de freeze-out para a temperatura de 150 MeV. Observe que este gráfico mostra apenas uma direção espacial e a hipersuperfície é considerada nas três dimensões espaciais, além da dimensão temporal. Imagem disponível em <a href="https://webhome.phy.duke.edu/~jp401/music_manual/hydro.html">https://webhome.phy.duke.edu/~jp401/music_manual/hydro.html</a> , acessada em maio de 2023. . . . .	50
Figura 19 – Esquema ilustrativo do experimento mental: um gás em equilíbrio termodinâmico conserva energia e entropia ao sofrer uma expansão livre. Imagem produzida pela autora. . . . .	58
Figura 20 – Momento transversal médio (em preto) e temperatura efetiva (em vermelho) simulados para Pb-Pb em 5,02 TeV com diferentes equações de estado: ideal, com viscosidade de cisalhamento, com viscosidade de expansão e a equação dura da QCD. Os círculos representam os dados experimentais do momento transversal retirados do experimento ALICE. A proporção entre $T_{\text{eff}}$ e $\langle p_t \rangle$ é 3,07. Imagem retirada de [83]. . . . .	59
Figura 21 – Volume efetivo como função da centralidade. As linhas em azul representam o volume efetivo calculado pela equação (53) descrita no texto. Os círculos representam os dados experimentais de multiplicidade por pseudorapidez, multiplicados por um fator de 0,41. A linha amarela é a proposta do volume geométrico com o melhor ajuste. Imagem retirada de [83]. . . . .	62
Figura 22 – Volume efetivo para eventos com centralidade entre 0–5% em termos da energia colisional. As curvas são aproximadamente constantes. Imagem retirada de [83]. . . . .	63

Figura 23 – Densidade de entropia e velocidade do som em função da temperatura. A faixa em rosa representa os limites calculados pela QCD na rede, enquanto o retângulo em preto representa o valor calculado a partir dos dados experimentais, ambos com a largura representando suas incertezas. Imagem retirada de [83]. . . . .	64
Figura 24 – Momento transversal médio e temperatura efetiva para eventos com centralidade de 0 – 5%. As linhas seguem a mesma lógica da figura 21, e os círculos representam os dados experimentais do ALICE. Os dados experimentais em duas energias diferentes possibilitam o cálculo da derivada, facilitando o cálculo da equação (70). Imagem retirada de [83]. . . . .	65
Figura 25 – Número de participantes em função da centralidade para dois sistemas distintos em uma estatística de 2000 eventos. Imagem criada pela autora. . . . .	67
Figura 26 – Gráfico do momento transversal médio e temperatura efetiva em função do número de partículas carregadas por pseudorapidez. Em azul, representam-se os dados experimentais do momento transversal coletados pelo experimento ALICE [96]. Em preto, são apresentados os resultados do momento transversal obtidos pelo modelo híbrido de simulações de íons pesados. Em vermelho, mostra-se a temperatura efetiva determinada pelas equações descritas no texto. No gráfico, são considerados os mesmos limites dos dados experimentais, utilizando partículas com $p_T > 0,15$ GeV e $ \eta  < 0,3$ . Imagem da autora. . . . .	68
Figura 27 – Volume efetivo em função da centralidade. Observa-se que o volume efetivo diminui proporcionalmente à multiplicidade, enquanto o volume geométrico inicial é basicamente constante em relação à centralidade. Imagem da autora. . . . .	70
Figura 28 – Densidade de entropia escalada por $T^3$ em função da temperatura. A banda amarela representa os resultados da QCD na rede [86], já a banda em azul e cinza os resultados dos cálculos descritos no texto. As incertezas são representadas pelas larguras das bandas. A parte em azul corresponde à área de concordância entre os resultados, que correspondem a eventos com centralidade de até 30%, ou seja, os eventos de maior multiplicidade. Imagem da autora. . . . .	71
Figura 29 – Fator de causalidade linear em função da temperatura, como definido na equação (78). Imagem criada pela autora. . . . .	75

Figura 30 – Fator linear de causalidade definido na equação (78) em função da temperatura para as diferentes análises bayesianas. Cada linha foi traçada com base nos melhores parâmetros resultantes das análises. Imagem produzida pela autora. . . . .	76
Figura 31 – Fator linear de causalidade em função da temperatura para o intervalo definido pela distribuição a priori das análises bayesianas. Imagem produzida pela autora. . . . .	77
Figura 32 – Imagens em diferentes momentos ao longo da evolução hidrodinâmica do QGP no plano transversal. Cada linha horizontal representa um modelo híbrido diferente, como descrito no texto. O sistema de cores representa as propriedades: azul (causal), roxo (indeterminado) e vermelho (acausal). Imagem retirada de [105]. . . . .	82
Figura 33 – Fração total de células para os diferentes cenários e suas três propriedades ao longo do tempo relativo da evolução hidrodinâmica. Imagem retirada de [105]. . . . .	84
Figura 34 – Análise de causalidade para um evento Pb-Pb bem central. A hidrodinâmica inicia em 0,37 fm/c e termina em 13,21 fm/c. A referência de cores é a mesma da figura 32: azul (causal), roxo (indeterminado) e vermelho (acausal). Imagem produzida pela autora. . . . .	86
Figura 35 – Porcentagem de células médias para eventos Pb-Pb entre 0 – 5% em função do tempo para cada propriedade. Imagem produzida pela autora. . . . .	86
Figura 36 – Evolução temporal do QGP no plano transversal, considerando a análise de causalidade, para um evento p-Pb central que inicia a hidrodinâmica em $\tau = 0,37$ fm/c e termina em $\tau = 4,47$ fm/c. Imagem produzida pela autora. . . . .	87
Figura 37 – Evolução temporal da porcentagem média de células para eventos p-Pb com centralidade 0 – 5% nas três diferentes propriedades: causalidade (azul), indeterminada (roxa) e acausalidade (vermelha). Imagem produzida pela autora. . . . .	88
Figura 38 – Porcentagem média de energia em função do tempo para eventos com centralidade 0 – 5%. À esquerda, dados para Pb-Pb, e à direita, para p-Pb. Os gráficos da segunda linha mostram um zoom na propriedade de acausalidade. Imagem produzida pela autora. . . . .	89
Figura 39 – Relação entre pressão e densidade de energia. Em roxo, é apresentada a relação que melhor descreve os dados da QCD na rede (dados em preto). Os dados em azul correspondem a um free-streaming com velocidade reduzida de 0,85 c. Imagem retirada de [109]. . . . .	91

Figura 40 – Porcentagem de energia acausal para Pb-Pb (à esquerda) e p-Pb (à direita). A redução da velocidade no free-streaming resulta em uma diminuição na acausalidade. Imagem produzida pela autora. . . . .	91
Figura 41 – Energia acausal média em função do tempo para diferentes durações do free-streaming para o sistema Pb-Pb. A melhor parametrização para a acausalidade é dada pelo valor padrão provindo da análise bayesiana. Imagem produzida pela autora. . . . .	92
Figura 42 – Porcentagem de energia acausal em função do tempo para Pb-Pb (em cima) e p-Pb (em baixo). A linha vermelha claro representa a análise completa, enquanto as outras linhas representam a análise com os respectivos termos "desligados". A acausalidade é zerada ao retirar o fator $-\zeta/\tau_{fl}$ . Imagem produzida pela autora. . . . .	94
Figura 43 – Porcentagem de energia acausal média para Pb-Pb (esquerda) e p-Pb (direita) para os diferentes valores do parâmetro $b_{fl}$ para os eventos dentro da centralidade 0 – 5%. Imagem produzida pela autora. . . . .	95
Figura 44 – Porcentagem de energia média causal (no topo) e indeterminada (abaixo) para Pb-Pb (esquerda) e p-Pb (direita) para os eventos de centralidade 0 – 5%. Imagem produzida pela autora. . . . .	96
Figura 45 – Multiplicidade final para ambos os sistemas com diferentes valores do parâmetro $b_{fl}$ . Dados experimentais retirados de [111] e [112]. Imagem produzida pela autora. . . . .	97
Figura 46 – Momento transversal médio para ambos os sistemas com os diferentes valores do parâmetro $b_{fl}$ . Dados experimentais retirados de [96]. Imagem produzida pela autora. . . . .	97



## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Informações das interações fundamentais. A intensidade das forças são valores aproximados tomando a interação entre duas partículas fundamentais em uma distância da ordem do raio atômico, $1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$ . No entanto esses valores não devem ser tidos literalmente. Tabela adaptada da referência [2]. . . . .	20
Tabela 2 – Tabela com os 15 parâmetros do modelo híbrido e seus respectivos valores máximos a posteriori (MAP), ou seja, os melhores valores encontrados por meio de análise bayesiana. Os valores foram extraídos da análise bayesiana realizada pela Universidade de Duke e apresentada em [54]. . . . .	55
Tabela 3 – Porcentagem de energia acausal ao longo da evolução hidrodinâmica para dois eventos com centralidade diferentes. Note que um evento com centralidade maior apresenta mais acausalidade quando comparado com outro evento de menor centralidade no mesmo instante de tempo. Tabela produzida pela autora. . . . .	89
Tabela 4 – Equações violadas para células indeterminadas e acausais para os dois sistemas estudados. . . . .	93

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>18</b>
1.1	CROMODINÂMICA QUÂNTICA	18
1.2	DIAGRAMA DE FASES DA QCD	23
1.3	COLISÃO ULTRARRELATIVÍSTICA DE ÍONS PESADOS	27
<b>2</b>	<b>IMPLEMENTAÇÃO NUMÉRICA</b>	<b>31</b>
2.1	CONDIÇÃO INICIAL	32
<b>2.1.1</b>	<b><math>T_{R\text{ENT}o}</math></b>	<b>35</b>
2.2	DINÂMICA DE PRÉ-EQUILÍBRIO	37
<b>2.2.1</b>	<b>Free-Streaming</b>	<b>39</b>
2.3	HIDRODINÂMICA	41
<b>2.3.1</b>	<b>MUSIC</b>	<b>46</b>
2.4	PARTICLIZAÇÃO	49
<b>2.4.1</b>	<b>Frzout</b>	<b>51</b>
2.5	TRANSPORTE DE BOLZTMANN	52
<b>2.5.1</b>	<b>UrQMD</b>	<b>53</b>
2.6	ANÁLISES BAYESIANAS	54
<b>3</b>	<b>A TERMODINÂMICA DO QGP</b>	<b>56</b>
3.1	SISTEMAS GRANDES	56
3.2	SISTEMAS PEQUENOS	66
<b>4</b>	<b>VIOLAÇÃO DE CAUSALIDADE EM COLISÕES DE ÍONS PESADOS</b>	<b>73</b>
4.1	CONDIÇÕES PARA A CAUSALIDADE	73
<b>4.1.1</b>	<b>Condição de causalidade linear</b>	<b>74</b>
<b>4.1.2</b>	<b>Condições de causalidade não lineares</b>	<b>77</b>
4.2	VERIFICAÇÃO DA VIOLAÇÃO DE CAUSALIDADE EM SIMULAÇÕES HIDRODINÂMICAS	81
<b>4.2.1</b>	<b>Violação de causalidade em sistemas pequenos</b>	<b>84</b>
4.3	DEPENDÊNCIA COM PARÂMETROS	90
<b>4.3.1</b>	<b>Parâmetros do free-streaming</b>	<b>90</b>
<b>4.3.2</b>	<b>Parametrizações do tempo de relaxação</b>	<b>92</b>
<b>5</b>	<b>CONCLUSÕES</b>	<b>99</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>102</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Este capítulo tem como objetivo percorrer alguns tópicos que formam a base para compreender e estudar nosso objeto de estudo, que é o plasma de quark e glúons ou QGP (do inglês quark gluon plasma). Para isso, inicia-se com a seção 1.1, na qual são desenvolvidas algumas características da Cromodinâmica Quântica ou QCD (do inglês Quantum Chromodynamics) [1], teoria responsável por descrever a interação nuclear forte que estrutura os quarks dentro de hádrons, como os prótons e nêutrons, que são partículas essenciais na constituição do átomo. Além disso, nessa seção são apresentadas duas importantes propriedades exclusivas da QCD e diretamente relacionadas ao QGP. Ligado a isso, a seção 1.2 procura explicar o diagrama de fases da matéria hadrônica, mostrando em quais situações o QGP é formado. Com isso, percebe-se que existem condições especiais que justificam o motivo pelo qual tal fase da matéria não é experimentada nas escalas usuais de energia do dia a dia. Na seção 1.3, o objetivo é explicar o atual mecanismo de produção do QGP via colisão ultrarrelativística de íons pesados e justificar como determinamos indiretamente a sua existência. Além disso, discute-se o comportamento físico do QGP que é descrito por uma hidrodinâmica viscosa relativística.

Dessa forma, esta introdução conceitual apresenta o objeto de pesquisa e a relevância do seu estudo na busca por respostas para grandes perguntas da Física moderna, como a busca pelo entendimento do início do universo.

Vale ressaltar que todas as teorias são desenvolvidas em um sistema de unidades naturais em que constantes físicas como  $\hbar$ ,  $c$  e  $k_B$  são igualadas a 1, de modo que as grandezas físicas são descritas em unidades de energia.

### 1.1 CROMODINÂMICA QUÂNTICA

A ciência sempre buscou classificar fenômenos naturais semelhantes em um mesmo grupo, explicados por uma única teoria. Vários cientistas ao longo da história tentaram formular teorias para uma descrição mais ampla e unificada. Nesse sentido, os atomistas gregos afirmavam a existência de uma partícula indivisível que serviria de base para a constituição de todas as coisas do universo, denominada átomo. Com o avanço da ciência, notou-se que os objetos usuais são todos constituídos de átomos, porém em diferentes tipos e com propriedades químicas específicas. Acima de tudo, percebeu-se que tais elementos fundamentais eram divisíveis em partículas menores, passando a descrição fundamental da matéria aos prótons, nêutrons e elétrons.

Nesse contexto, a Física de partículas elementares sempre buscou responder à pergunta dos atomistas gregos de entender o nível mais fundamental da matéria. Atualmente essa descrição mais fundamental é dada pelo Modelo Padrão de Partículas, apresentado na figura 1. O Modelo Padrão inclui 12 férmions, dos quais 6 são sabores

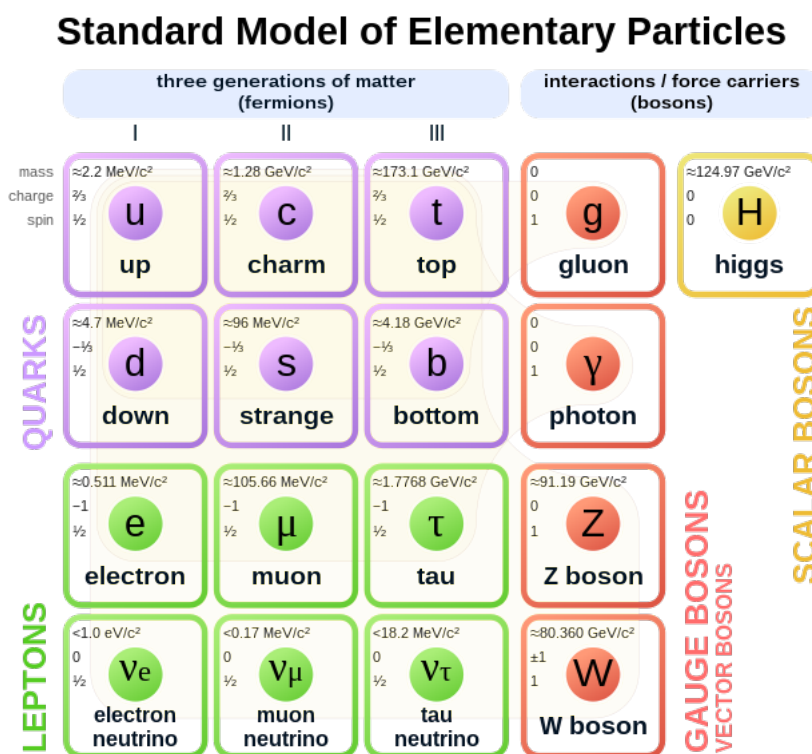


Figura 1 – Tabela com as partículas elementares descritas pelo Modelo Padrão de Partículas. Imagem disponível em [https://en.wikipedia.org/wiki/Standard\\_Model](https://en.wikipedia.org/wiki/Standard_Model), acessada em maio de 2023.

de quarks e 6 são léptons, e também possui 5 bósons de interações. As interações ditas fundamentais da natureza são de quatro tipos: a interação gravitacional, originada pela dinâmica de corpos massivos; a interação eletromagnética, gerada pela carga elétrica; a interação fraca, presente nos decaimentos atômicos; e a interação nuclear forte, que mantém os quarks unidos dentro de hádrons. Dentre elas, o Modelo Padrão ainda não é capaz de associar um bóson de interação para explicar a gravitação. Nesta dissertação, focaremos em estudar propriedades da matéria hadrônica, na qual a força de maior intensidade é a nuclear forte, conforme mostrado na tabela 1.

A interação nuclear forte foi inicialmente proposta para explicar a estabilidade do núcleo atômico, que é constituído por prótons e nêutrons e deveria ser eletricamente instável devido à repulsão entre as cargas positivas. Assim, a força forte foi proposta como uma interação entre prótons e nêutrons de maior intensidade em relação à essa repulsão eletromagnética. Além disso, a interação deveria ser limitada às dimensões nucleares, tendo em vista que não se conhecia nenhum fenômeno que dependesse dessa força no mundo macroscópico. Já se sabia que a massa das partículas mediadoras era a responsável por limitar as interações, então, nesse caso, a mediação ocorria através dos mésons pi ( $\pi$ ) e, assim, a interação se restringia às dimensões do núcleo. Esse primeiro modelo para a interação forte, chamado de modelo de Yukawa da troca de píons [3], considerava a existência de uma única partícula denominada nucleon, a

Interação	Intensidade	Mediador	Alcance
Nuclear forte	1	Glúon	$10^{-15}$ m
Eletromagnética	$10^{-3}$	Fóton	$\infty$
Nuclear fraca	$10^{-8}$	W e Z	$10^{-13}$ m
Gravitacional	$10^{-37}$	?	$\infty$

Tabela 1 – Informações das interações fundamentais. A intensidade das forças são valores aproximados tomando a interação entre duas partículas fundamentais em uma distância da ordem do raio atômico,  $1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$ . No entanto esses valores não devem ser tidos literalmente. Tabela adaptada da referência [2].

qual apresenta dois possíveis estados: prótons e nêutrons. Essa ideia de dois estados é conhecida como simetria de isospin [3]. No entanto, essa simetria não é considerada exata, já que, apesar de próximas, as massas dos prótons e nêutrons não são iguais. Assim, procurava-se alguma explicação mais elementar.

Em 1964, o modelo dos quarks [3], que descreve corretamente o espectro de diversas partículas recém-detectadas, foi proposto de maneira independente por Gell-Mann [4] e Zweig [5]. Com esse modelo, os prótons, nêutrons e várias outras partículas denominadas hádrons passaram a ser descritas por uma estrutura interna de quarks. A descoberta dessa estrutura interna foi feita de maneira muito similar à descoberta da estrutura interna do átomo. Em seu experimento, Rutherford bombardeou folhas finas de ouro com partículas  $\alpha$  e observou que a grande maioria das partículas apresentava um pequeno desvio angular, mostrando que o átomo possui uma grande área vazia. Mas o surpreendente foi que algumas poucas partículas eram ricocheteadas, indicando uma colisão com o que foi denominado núcleo atômico. Mais de 60 anos depois [6], realizou-se o espalhamento de alta energia próton-próton em que se mediu basicamente o mesmo resultado. Nesse caso, os quarks de cada partícula acabam interagindo e causando o espalhamento final. A comparação dos resultados pode ser visualizada na figura 2. Com essas descobertas, a interação entre quarks passou a descrever a força nuclear forte, a qual é mediada por um bóson de gauge denominado glúon. Assim, a interação entre prótons e nêutrons passou a ser denominada de força nuclear forte residual, já que não é uma interação fundamental mediada por glúons, mas sim uma consequência direta da interação de seus quarks internos que formam um méson pi e proporcionam uma interação que mantém o núcleo atômico estável.

Como mencionado anteriormente, o modelo dos quarks explicava um espectro diverso de partículas. No entanto, alguns hádrons pareciam violar o princípio de exclusão de Pauli, que afirma que dois férmions não podem ocupar o mesmo estado quântico simultaneamente. Um exemplo dessa violação seria a partícula  $\Delta^-$ , que é constituída por três quarks do sabor down e spin total  $3/2$ . Desta forma, seus três

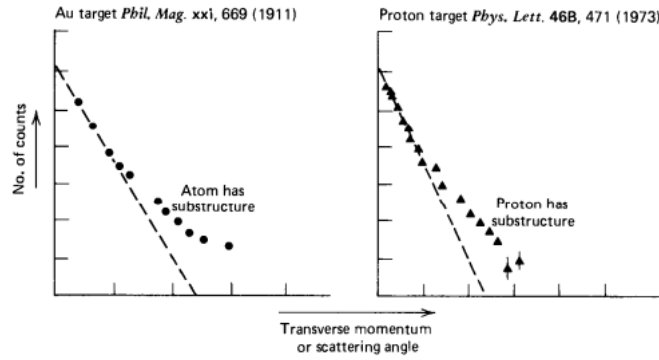


Figura 2 – À esquerda dados experimentais do experimento de Rutherford que revelam a estrutura interna do átomo e, analogamente, à direita os dados de um espalhamento inelástico com um feixe de prótons de alta energia, demonstrando a estrutura interna do próton. Imagem retirada de [6].

quarks estariam todos no mesmo estado quântico [1]. Para respeitar o princípio de Pauli, foi proposto um novo número quântico [7, 8] denominado carga de cor, o qual apresenta três diferentes estados: vermelho, verde e azul. Assim, cada quark constituinte do hádron  $\Delta^-$  estaria em um estado de cor diferente e, portanto, em um estado quântico distinto, respeitando o princípio de exclusão. Posteriormente, com o estudo desse grau de liberdade, notou-se que a carga de cor é o elemento gerador da interação nuclear forte, desempenhando um papel análogo ao da carga elétrica para a interação eletromagnética. Com isso, a carga de cor é responsável pela descrição de uma simetria exata da interação que é detalhada pelo grupo  $SU(3)$  [8].

Um caminho interessante para compreender as características da QCD é por meio de sua densidade de Lagrangiana [9], que expressa o termo cinético e de interação da teoria:

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}} = \bar{\psi}_i \left( i\gamma^\mu (D_\mu)_{ij} - m\delta_{ij} \right) \psi_j - \frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a G_a^{\mu\nu}, \quad (1)$$

sendo  $\psi_j$  o campo dos quarks,  $\gamma^\mu$  as matrizes de Dirac,  $D_\mu$  a derivada covariante de gauge dada por

$$(D_\mu)_{ij} = \partial_\mu \delta_{ij} - ig (T_a)_{ij} A_\mu^a, \quad (2)$$

onde  $g$  é a constante de acoplamento da teoria,  $T_a$  são os geradores do grupo  $SU(3)$  e  $A_\mu^a$  é o campo dos glúons. Além disso, o tensor de força do campo dos glúons é dado por:

$$G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + gf^{abc} A_\mu^b A_\nu^c, \quad (3)$$

com  $f^{abc}$  sendo a constante de estrutura fina. Os índices  $\mu$  e  $\nu$  são índices de Lorentz que variam de 0 a 3; os índices  $i$  e  $j$  são índices de cor, variando de 1 a 3; e os índices  $a$ ,  $b$  e  $c$  referem-se ao campo dos glúons, que variam de 1 a 8 [10].

Pode-se interpretar os termos matemáticos da equação (1). O primeiro termo é um termo de energia cinética dos quarks, seguido por um termo que acopla o campo dos glúons com o dos quarks, indicando uma interação entre essas partículas. O

segundo termo é o clássico termo de massa dos quarks. O terceiro termo apresenta expressões para a energia cinética dos glúons e inclui uma última expressão que acopla os campos dos glúons com eles mesmos, indicando uma interação glúon-glúon. Essa interação é possível porque os mediadores são portadores da carga de cor, que é a base da interação forte. Essa é a maior diferença entre a QCD e a QED (do inglês Quantum Electrodynamics), o que resulta em propriedades exclusivas da QCD.

As duas principais propriedades da QCD são: o confinamento [11] e a liberdade assintótica [12, 13, 14]. O confinamento é responsável por confinar os quarks em estados ligados de cor neutra. Os hádrons podem ser bárions/antibárions, estados de três quarks/antiquarks, sendo um de cada cor/anticor; ou mésons, estados de um quark e um antiquark, sendo um de uma cor e o outro com a respectiva anticor. Com isso, esses estados conseguem respeitar o princípio de exclusão de Pauli e somar sua carga de cor total para zero, ou seja, neutra [1]. Existem ainda estados exóticos que também respeitam a regra do confinamento, como os tetraquarks e os pentaquarks, estados de quatro e cinco quarks, respectivamente [15, 16]. Com isso, o confinamento justifica a ausência de medições com quarks livres na natureza e a inexistência de matéria com carga de cor no mundo macroscópico. Vale destacar que o confinamento é uma propriedade imposta para explicar o comportamento da natureza da interação forte, e em nenhum momento é descrita na lagrangiana da equação (1). Por essa razão, pouco se sabe sobre a teoria ou uma explicação matematicamente formal. Os atuais estudos fenomenológicos que procuram compreender o confinamento o associam a um potencial linear [2] de comportamento similar ao da força elástica em uma mola.

A propriedade da liberdade assintótica [12, 13, 14] está relacionada ao valor da constante de acoplamento da QCD, que apresenta forte variação dependendo da escala de energia. A constante de acoplamento de uma teoria está vinculada à intensidade da interação e, apesar de ser chamada de constante, seu valor é sempre dependente da energia. No entanto, no caso da QED, por exemplo, essa variação é muito pequena dentro da escala de energia em que se acessa a QED, de modo que ela é tomada como constante e igual a  $1/137$ . Por outro lado, a constante de acoplamento da QCD varia muito e não apresenta um valor fixo. Sua variação é mostrada na figura 3. Percebe-se que a intensidade da ligação entre os quarks para altas energias é mais fraca do que para baixas energias. Essa variação é uma consequência direta do fato de o glúon ser portador da carga de cor e conseguir interagir consigo mesmo, como descrito na lagrangiana da equação (1). O valor da constante de acoplamento é relevante para a aplicação de métodos perturbativos na teoria. No caso da QCD, a maior parte dos fenômenos ocorre em faixas de energia em que a constante de acoplamento é da ordem de 1, por isso não é possível aplicar a teoria perturbativa.

Para o limite não perturbativo, existe um método computacional denominado QCD na rede (em inglês, lattice QCD) [1], que tem como ideia principal a discretização

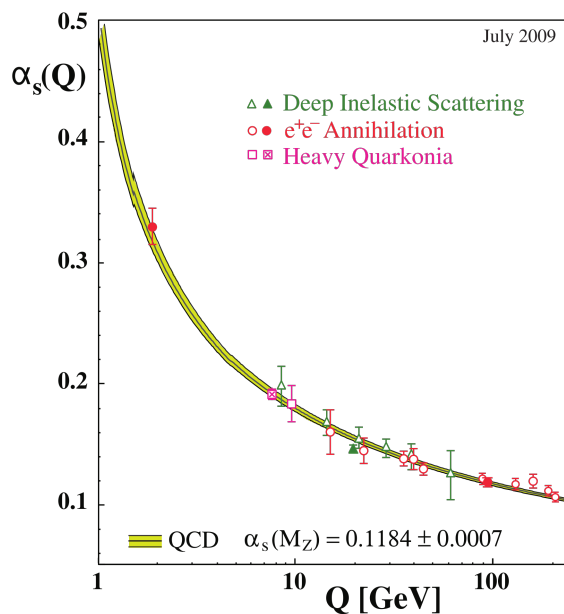


Figura 3 – Medidas da constante de acoplamento em função da energia. Note o comportamento assintoticamente livre dos quarks, em que  $\alpha_s \rightarrow 0$  conforme  $Q \rightarrow \infty$ . Imagem retirada de [18].

do espaço-tempo para solução numérica das integrais da QCD. Apesar do seu custo computacional, a QCD na rede é uma teoria de primeiros princípios que traz respostas para a região não perturbativa da teoria. No entanto, essa técnica numérica só consegue ser aplicada para potenciais químicos nulos ou muito pequenos, devido ao chamado problema do sinal da QCD [17]. A ideia básica deriva do fato de que qualquer relação termodinâmica é obtida a partir da função partição do sistema, que é calculada através de integrais de trajetória da ação do sistema [17]. As integrais de trajetória são resumidas em determinantes dos operadores provenientes da lagrangiana da teoria. No caso em que esses operadores não dependam do potencial químico, as relações se estabelecem de forma correta, mas se esse operador depender do potencial químico, então surge um sinal no determinante da parte fermiônica. Esse sinal faz com que a aplicação do Método de Monte Carlo não seja mais eficiente, levando a alguns resultados não físicos. Portanto, apesar dos bons resultados da QCD na rede, ela se restringe apenas a descrições com simetria entre matéria e antimatéria.

## 1.2 DIAGRAMA DE FASES DA QCD

De acordo com a Mecânica Estatística, uma fase é um estado da matéria que manifesta propriedades termodinâmicas uniformes [19]. Por exemplo, a água apresenta uma fase sólida e uma fase líquida que podem ser diferenciadas macroscopicamente. No entanto, vale ressaltar que o contraste entre as duas fases é ocasionado por mudanças na estrutura microscópica da matéria. Para descrever uma transição de fases, usamos o chamado parâmetro de ordem, que é uma grandeza que quantifica a orga-



nização microscópica do sistema. Esse parâmetro apresenta um valor não nulo em uma fase e um valor nulo em outra, e sua variação está associada a uma quebra de simetria. Além disso, uma transição de fases pode ser identificada por diferentes denominações. A transição é dita ser de primeira ordem se a derivada primeira da energia livre de Helmholtz apresentar uma descontinuidade. Já se a derivada da energia livre de segunda ordem, ou de ordem superior, apresentar uma descontinuidade ou divergência, a transição é dita ser de segunda ordem. Além dessas, existe a transição de fases chamada de crossover, que é suave e não apresenta essas descontinuidades [20]. As diferentes fases de um sistema físico são comumente exibidas através de um diagrama de fases, que é um gráfico com os parâmetros termodinâmicos relevantes para o processo em estudo e que ilustra em quais condições cada fase da matéria é encontrada.

O diagrama de fases da QCD analisa a matéria hadrônica e suas diferentes fases, que são criadas ao variar grandezas termodinâmicas como temperatura, densidade bariônica, pressão, entre outras. A figura 4 ilustra um diagrama de fases da QCD em termos da temperatura e densidade bariônica. Nas condições usuais a que estamos sujeitos, a matéria hadrônica se comporta como um estado ligado de quarks confinados. No entanto, a partir da figura 3, podemos suspeitar que em condições de energias altas teremos um acoplamento tão fraco que será capaz de desconfinar esses quarks. Tal ideia foi sugerida em 1975, logo após a proposição da propriedade de liberdade assintótica. O primeiro termo usado para essa matéria desconfinada foi “sopa de quarks” [21, 22], que depois passou a ser denominada [23] plasma de quarks e glúons (do inglês quark gluon plasma ou QGP). Portanto, a proposição dessa fase da matéria não foi tão surpreendente após os trabalhos sobre a liberdade assintótica. No entanto, o desafio experimental em detectar essa fase da matéria na natureza ou criá-la em laboratório estendeu-se por anos, sendo superado somente no início dos anos 2000 [24].

Com o estudo dessa fase desconfinada da matéria, percebeu-se que ela só pode ser produzida em condições extremas de energia. Atualmente consideram-se dois possíveis eventos naturais que podem ter gerado o QGP: o universo primordial [26] e o núcleo de objetos astrofísicos ultra-compactos, como as estrelas de nêutrons [27, 28]. Segundo o modelo cosmológico padrão, instantes após o Big Bang, o universo apresentava temperaturas extremas que permitiram a formação do QGP. No entanto, não conseguimos obter informações sobre esse possível QGP por meios experimentais, já que épocas anteriores à radiação cósmica de fundo não podem ser acessadas. No caso de estrelas de nêutrons, supõe-se que a alta densidade bariônica presente em seus núcleos poderia formar o QGP. No entanto, dados experimentais sobre o núcleo dessas estrelas ainda são um obstáculo para a pesquisa [27], já que são objetos com um raios pequenos e muito distantes da Terra.

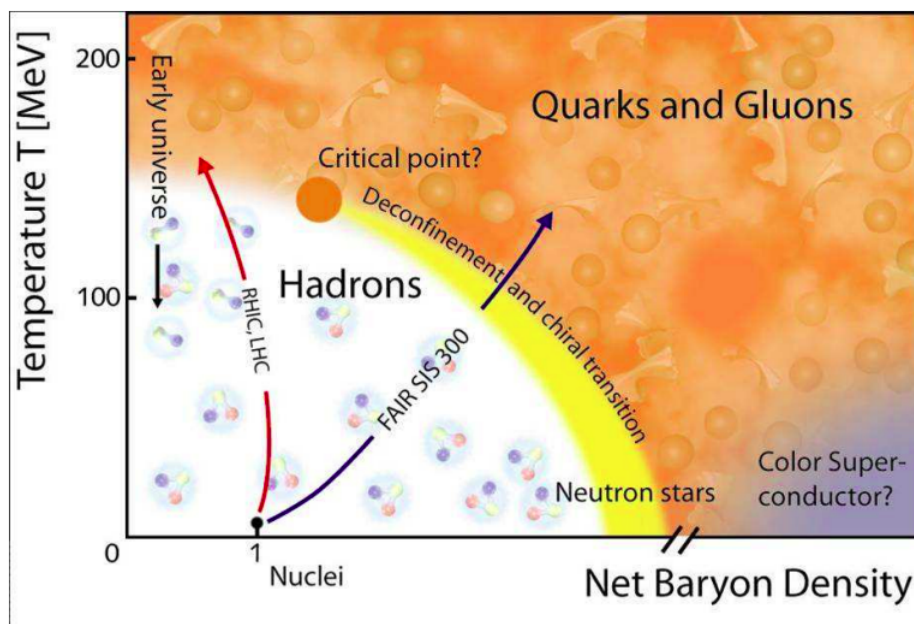


Figura 4 – Esquema ilustrativo do diagrama de fases da QCD, que é um gráfico da temperatura em função da densidade bariônica líquida. O estudo em questão trata da transição de fases da matéria confinada de hádrons para a matéria desconfinada, chamada de QGP. Imagem retirada de [25].

Dessa forma, embora exista na natureza, o QGP atualmente não pode ser acessado experimentalmente de maneira direta. Para estudá-lo, uma possível estratégia é recriar as condições extremas em laboratório por meio de colisões em aceleradores de partículas. Essas colisões envolvem íons pesados [29, 30], criando um ambiente denso de quarks e glúons submetidos a altas energias. Assim, o estudo dessa forma de matéria pode ser conduzido por meio do estudo fenomenológico das colisões, permitindo a confirmação ou refutação de modelos teóricos que buscam descrever essa fase da matéria.

O diagrama de fases da matéria hadrônica [31] na figura 4 é apresentado de forma qualitativa e muitas questões ainda estão em aberto, uma vez que as ferramentas atuais, como as colisões de íons pesados e a QCD na rede, não conseguem acessar todas as regiões do gráfico. Retomando à explicação mais detalhada da figura 4, é importante destacar que o eixo x é a densidade bariônica líquida, ou seja, o ponto de densidade bariônica nula representa um perfeito equilíbrio entre bárions e antibárions [32]. Já a região com densidade bariônica maior que zero representa a assimetria em que existem mais bárions do que antibárions, isso corresponde ao caso da matéria nuclear que compõe os átomos. Muitas vezes, a densidade bariônica é utilizada como sinônimo de potencial químico bariônico ( $\mu_B$ ), uma vez que  $\mu_B$  é proporcional à energia de Fermi  $\varepsilon_f$ , que, por sua vez, é proporcional ao momento de Fermi ao quadrado  $p_F^2$ . Este último, é proporcional à densidade bariônica elevada a  $2/3$ . Portanto, de forma geral,  $\mu_B \propto d^{2/3}$ . Essas expressões podem ser utilizadas de forma análoga para

descrever proporcionalidades como será utilizado ao longo dessa dissertação.

A região de potencial químico próximo de zero e altas temperaturas corresponde à região do universo primitivo, em que o universo estava em simetria de matéria e antimatéria. Nessa região, a transição de fases da matéria confinada para desconfinada é do tipo crossover. Esse resultado é obtido com auxílio da QCD na rede, que prevê [33, 20] uma temperatura de transição de 151 MeV para  $\mu_B = 0$ , o que corresponde a cerca de um milhão de vezes a temperatura do núcleo do sol, ou uma ordem de grandeza de  $10^{12}$  K [34].

Por outro lado, na região de baixas temperaturas e alto potencial químico, estamos nos referindo à região das estrelas de nêutrons, onde há uma concentração significativa de matéria bariônica. Nessa região, acredita-se que a transição de fases é do tipo primeira ordem [35].

Caso os cenários descritos acima sejam realizados na natureza, deve existir um ponto de encontro entre a linha de crossover e a de primeira ordem, que é denominado ponto crítico e que ainda não é conhecido, apesar dos esforços do programa Beam Energy Scan, do RHIC [36]. Além do RHIC, que já realiza colisões com potencial químico diferente de zero, quando o futuro experimento FAIR entrar em funcionamento, também contribuirá com mais informações sobre essa região, podendo assim promover o acesso experimental a esse ponto crítico. Com isso, novos resultados nessa região intermediária do diagrama de fases poderão ser obtidos.

Outro aspecto importante a ser observado no diagrama de fases apresentado na figura 4 é que a transição de fases da matéria hadrônica ocorre por meio de dois processos simultâneos. O primeiro deles se refere ao desconfinamento da matéria, que ocorre devido à baixa intensidade da constante de acoplamento da teoria, que foi discutido anteriormente. O segundo processo está relacionado ao restabelecimento da simetria quiral.

Para entendermos a questão da quiralidade, é preciso partir do ponto de que os quarks são férmions de spin  $1/2$  e podem ser classificados como possuindo helicidade de mão direita (índice  $R$ ) ou mão esquerda (índice  $L$ ), dependendo da direção de seu spin e da direção em que se propagam. Em geral, o estado fundamental ou de vácuo  $|0\rangle$  não contém partículas, e ao aplicarmos o operador de criação  $\bar{\psi}$  e de aniquilação de quarks  $\psi$ , obtemos o que é denominado como condensado quiral:

$$\langle \bar{\psi}\psi \rangle = \langle 0 | (\bar{\psi}_L \psi_R + \bar{\psi}_R \psi_L) | 0 \rangle \neq 0 . \quad (4)$$

Note que ao fazer  $\psi|0\rangle$  e  $\langle 0|\bar{\psi}$ , obtemos uma resposta nula, uma vez que o vácuo é um estado sem partículas. No entanto, como  $\langle \bar{\psi}\psi \rangle \simeq 250$  MeV [37], concluímos que o estado de vácuo da QCD possui pares  $q\bar{q}$ . Assim, como o condensado quiral não é nulo, diz-se que a simetria quiral é quebrada espontaneamente. Além da quebra espontânea temos a quebra explícita que ocorre ao considerar a massa dos quarks na lagrangiana. No caso do diagrama de fases da QCD, a matéria hadrônica em condições

usuais não apresenta simetria quiral com  $\langle \bar{\psi}\psi \rangle_{\text{Hadrons}} \neq 0$ . Ao passar para o estado de QGP em condições mais extremas a massa dos quarks é desconsiderada  $m_q \simeq 0$  e a simetria quiral é aproximadamente restaurada de modo que  $\langle \bar{\psi}\psi \rangle_{\text{QGP}} \rightarrow 0$ . Portanto,  $\langle \bar{\psi}\psi \rangle$  é o parâmetro de ordem da transição, já que diminui abruptamente na região da transição quiral.

Portanto, embora a transição quiral e a de desconfinamento sejam dois fenômenos com descrições físicas diferentes e sem um vínculo explícito, elas possuem a particularidade de ocorrerem simultaneamente, como ilustrado na figura 4.

Ainda existe uma última característica que pode ser analisada na figura 4. Em temperaturas baixas da ordem de dezenas de MeV e densidades bariônicas altas da ordem de centenas de MeV, supõe-se que possa existir outra fase da matéria hadrônica denominada supercondutor de cor. Tal teoria é estudada apenas do ponto de vista teórico, já que não conhecemos uma forma de acessar densidades tão altas. Os trabalhos a respeito dessa fase empregam métodos não perturbativos de acoplamento fraco e possuem propriedades similares aos supercondutores elétricos [31].

### 1.3 COLISÃO ULTRARRELATIVÍSTICA DE ÍONS PESADOS

Como mencionado na seção anterior, não é possível acessar o QGP na natureza com as atuais técnicas experimentais. Portanto, é útil produzir o QGP em laboratório para que essa matéria possa ser explorada. Isso é feito por meio de colisões ultrarrelativísticas de íons pesados, como chumbo-chumbo, ouro-ouro ou sistemas com menos partículas como próton-chumbo ou deutério-ouro ou hélio3-ouro [38]. Os principais colidores atualmente especializados nesses estudos [28] são: o RHIC (Relativistic Heavy Ion Collider) localizado no Laboratório Nacional de Brookhaven, em Nova York e o LHC no CERN localizado na fronteira entre a França e a Suíça, que conta com os detectores ALICE (A Large Ion Collider Experiment) e CMS (Compact Muon Solenoid) para esse estudo.

O plasma formado nessas colisões é um sistema muito pequeno, da ordem de  $\sim 10^{-14}$  m e efêmero, sobrevivendo por apenas  $\sim 10^{-23}$  s. Além disso, é considerado o fluido mais perfeito da natureza, apresentando uma viscosidade de  $\eta/s \simeq 0.08 - 0.20$ , menor que a viscosidade da água e do hélio fluido [39], os quais estão na ordem de 1. Devido a sua rápida existência, os estudos são sempre feitos indiretamente, ou seja, não é possível fazer medidas diretas do QGP, só medidas indiretas do espectro final de partículas podem ser obtidas. Para conseguir um estudo mais aprofundado sobre as propriedades e evolução desse QGP, são utilizadas simulações computacionais de colisões de íons pesados. Para isso, é necessária a construção de uma cadeia computacional que descreva a física de cada instante da colisão.

Antes da colisão, conhecemos os íons e a energia do feixe. Após a colisão, os resultados finais são as partículas produzidas e suas propriedades físicas, como

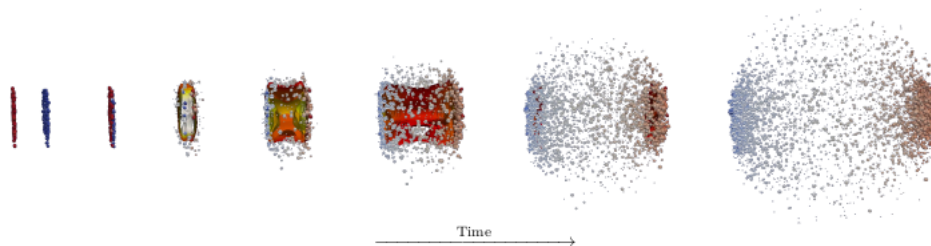


Figura 5 – Ilustração das etapas de uma colisão ultrarrelativística de íons pesados. Da esquerda para a direita: os átomos sofrem uma contração de Lorentz na direção de propagação e tornam-se duas panquecas. Em seguida, ocorre a colisão, e devido à alta energia e densidade, forma-se o plasma de quarks e glúons. Com a expansão do sistema, ocorre resfriamento e inicia-se a hadronização. Ao final do processo, restam somente partículas confinadas que decaem até se tornarem partículas mais estáveis, as quais são detectadas. Imagem retirada de [32].

energia e momento. O processo começa com o feixe de íons acelerados a velocidades próxima à da luz, o que provoca uma contração de Lorentz na direção do movimento. No caso do RHIC, o fator de Lorentz é de aproximadamente 100, e no LHC, é de 2500 [40]. Isso significa que, aproximando um átomo de chumbo a uma esfera, seu diâmetro é reduzido de 14 fm para cerca de 0,14 fm no RHIC e 0,0056 fm no LHC, ou seja, ocorre um achatamento drástico na direção de colisão. É comum, portanto, visualizarmos a colisão entre dois discos ou panquecas, como ilustrado na primeira etapa da figura 5.

Após a colisão, o plasma de quarks e glúons é criado, uma vez que a matéria atinge uma temperatura  $T > T_c \simeq 151$  MeV válida para o caso de potencial químico nulo. Em seguida, o QGP começa a expandir, o que leva a uma diminuição da temperatura e, conseqüentemente, a um processo de hadronização, no qual os quarks e glúons se confinam em hádrons. Esses hádrons formados continuam a se propagar e, com o tempo, começam a decair em partículas mais estáveis. Essas partículas se propagam até atingir os detectores. A partir dos dados coletados nos detectores, é possível calcular, dentro dos limites de aceitação do aparato experimental, a quantidade de cada espécie detectada (multiplicidade) e o momento/energia da partícula, além da direção angular de emissão [32].

Pode-se questionar como inferir a existência do QGP, já que não podemos detectá-lo diretamente. No entanto, existem diversas maneiras de identificar indiretamente a formação do plasma. Em geral, os íons não estão alinhados 100%, o que origina uma região de geometria elíptica na área de superposição dos núcleos, como mostrado na figura 6(a). Dessa forma, a formação inicial do plasma ocorre com uma assimetria espacial no plano transversal, como mostrado na figura 6(b). Considerando um comportamento coletivo para o plasma, haverá um gradiente de pressão maior [42] na direção do eixo  $x$  da figura, já que a pressão do vácuo é a mesma em todo o

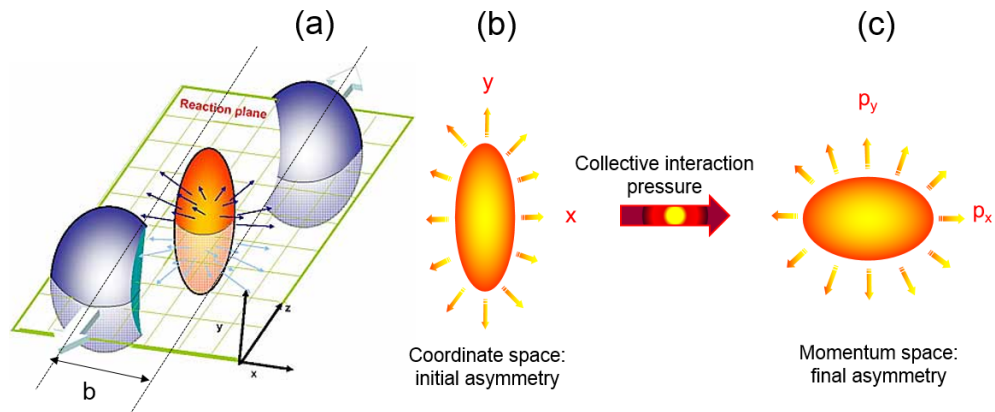


Figura 6 – Esquema ilustrando a presença do QGP em uma colisão de íons pesados. Na imagem (a), os dois íons colidem e formam o plasma em uma região assimétrica. A imagem (b) ilustra essa assimetria espacial, que, devido ao comportamento hidrodinâmico do QGP, é transformada em uma anisotropia de momento, imagem (c). Imagem retirada de [41].

contorno da região de plasma, e o eixo  $x$  apresenta uma menor distância do centro à borda do QGP. Assim, com um gradiente de pressão maior na direção  $x$ , mais fluido se propagará nessa região. Ao resfriar, mais partículas serão criadas nessa direção, gerando uma anisotropia de momento no estado final, que produzirá mais partículas em uma direção preferencial, como ilustrado na figura 6(c).

Caso não houvesse Plasma, teríamos um gás de hádrons fracamente interagente e a assimetria espacial seria desfeita logo após a colisão, já que suas moléculas caminhariam aleatoriamente [40]. Por outro lado, se considerarmos a existência do QGP, um fluido fortemente correlacionado, a anisotropia espacial é transformada em uma anisotropia de momento e mais partículas devem ser medidas em um certo ângulo. Como os detectores observam uma direção preferencial na medida das partículas produzidas, podemos inferir indiretamente a formação do plasma e seu comportamento coletivo.

Existe um conjunto de observáveis finais que também quantificam esse comportamento coletivo, os denominados coeficientes de fluxo. Esses coeficientes surgem da ideia de representar a distribuição azimutal de partículas finais em termos de uma série de Fourier [43]:

$$\frac{dN}{d\varphi} \propto 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} v_n \cos [n(\varphi - \Phi_n)] , \quad (5)$$

em que  $v_n$  são os coeficientes de fluxo dados por essa expressão:

$$v_n = \langle \cos [n(\varphi - \Phi_n)] \rangle , \quad (6)$$

Aqui  $\varphi$  é o ângulo de emissão final e  $\Phi_n$  é o ângulo do plano de eventos. A detecção experimental de  $v_2$  é um dos mais fortes sinais de comportamento coletivo em colisões de íons pesados [44].

Um método teórico para estudar o QGP em maiores detalhes é através da realização de simulações dessas colisões. As simulações são executadas, em seu atual estado-da-arte, por modelos híbridos, ou seja, compostos de várias etapas que apresentam os diferentes formalismos físicos e matemáticos necessários para a descrição do fenômeno. Tal descrição será dada no próximo capítulo.

## 2 IMPLEMENTAÇÃO NUMÉRICA

Com a base teórica do capítulo 1, foi possível desenvolver uma intuição básica sobre as propriedades da QCD e entender um pouco mais sobre as fases da matéria fortemente interagente. Nosso objetivo é estudar o QGP, que, como já mencionado, é produzido em colisões ultrarrelativísticas de íons pesados. No entanto, tais experimentos resultam em medidas indiretas, sendo necessário, portanto, acoplar esses estudos experimentais com um estudo teórico realizado por meio de simulações computacionais dessas colisões. Assim, é possível obter um caminho fenomenológico que busca unir o que é observado na natureza com uma teoria física que embasa e explica o fenômeno.

Nesse capítulo, voltamos nosso foco para os modelos computacionais híbridos que descrevem as diferentes etapas da simulação. A figura 5 do capítulo anterior apresentou uma ideia do que ocorre na natureza: a colisão dos dois núcleos, seguida da expansão do QGP e do processo de hadronização e decaimentos. Já a figura 7 deste capítulo relaciona as etapas de um modelo híbrido de simulação numérica com as fases físicas que ocorrem na colisão.

A primeira etapa está relacionada à colisão de dois discos relativísticos, expressa por uma configuração de condição inicial do sistema. Em seguida, com o QGP formado, é necessária a aplicação de uma dinâmica de pré-equilíbrio para que o QGP se aproxime de um estado de equilíbrio, permitindo a aplicação da simulação hidrodinâmica. Com a expansão do QGP, ocorre o resfriamento e a hadronização começa, de modo que passamos a ter uma fase de mistura entre os estados de QGP e de gás de hádrons, ainda descrita por um comportamento coletivo. Computacionalmente, ocorre a etapa de particlização, que converte os graus de liberdade do sistema contínuo em graus de liberdade de um sistema discreto. É importante ressaltar que a particlização não é física, mas sim computacional, já que na natureza não ocorre essa troca

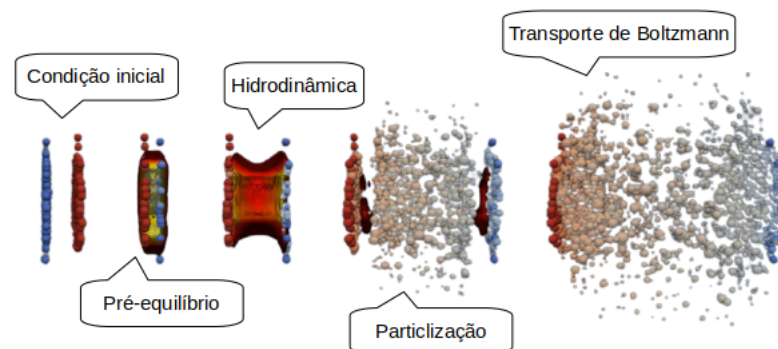


Figura 7 – Ilustração esquemática de uma colisão de íons pesados que relaciona as etapas físicas com as etapas da cadeia de simulação. Imagem adaptada da colaboração MADAI, Hannah Petersen and Jonah Bernhard.



abrupta de descrições. A última etapa é para a matéria hadrônica, em que ocorrem decaimentos e espalhamentos até que o sistema atinja partículas mais estáveis, que são detectadas nos detectores. Essa etapa é simulada através de modelos baseados na teoria de transporte de Boltzmann.

Esse capítulo é dedicado a compreender em maiores detalhes cada uma das etapas computacionais utilizadas na simulação de uma colisão relativística de íons pesados, que são os pontos ilustrados na figura 7. Deve-se notar que os modelos híbridos que descrevem essas colisões apresentam uma diversidade de teorias físicas que os embasam. Com isso, esse capítulo tem como objetivo explicar os conceitos físicos e matemáticos de cada modelo, e em seguida compreender as ideias básicas da parte computacional utilizada. Portanto, a descrição completa do modelo híbrido é apresentada.

## 2.1 CONDIÇÃO INICIAL

Fisicamente, a condição inicial está relacionada com a colisão entre dois núcleos, que, como mencionado anteriormente, apresentam uma forte contração de Lorentz no eixo de colisão (geralmente considerado como sendo o eixo  $z$  do sistema). A simulação de condições iniciais tem como objetivo produzir uma distribuição da densidade de energia ou densidade de entropia espacial que represente os instantes logo após a colisão e dê início à descrição do QGP.

Existem algumas grandezas relevantes para a descrição da etapa de condições iniciais que serão amplamente utilizadas ao longo da dissertação, e, portanto, iremos defini-las. O parâmetro de impacto  $b$  mede a distância entre os dois centros dos núcleos, como mostrado esquematicamente na figura 8. Apesar do parâmetro de impacto nos dar uma boa intuição geométrica de como ocorreu a colisão, ele não pode ser acessado experimentalmente, o que o torna uma quantidade não tão útil. Para transmitir essa mesma ideia geométrica da colisão, a comunidade científica da área utiliza a definição de centralidade da colisão, também ilustrada no esquema da figura 8. Note que eventos muito centrais são aqueles em que  $b$  é próximo de zero, e eventos mais periféricos apresentam um parâmetro de impacto maior. A centralidade é uma boa quantidade física por transmitir a mesma ideia do parâmetro de impacto e por conseguir ser inferida pelos físicos experimentais. Nos experimentos, a centralidade está diretamente relacionada com a quantidade de partículas finais. Assim, eventos com parâmetro de impacto pequeno, ditos centrais, produzem uma quantidade de partículas bem maior do que eventos periféricos, onde há menos energia. Para a determinação de um range de centralidade, é necessária uma estatística grande de dados experimentais, os quais são ordenados e definem um número necessário de partículas produzidas por range. Dessa forma, qualquer outro evento pode ser classificado, enquadrando-se em determinado range de centralidade. Vale destacar ainda que a

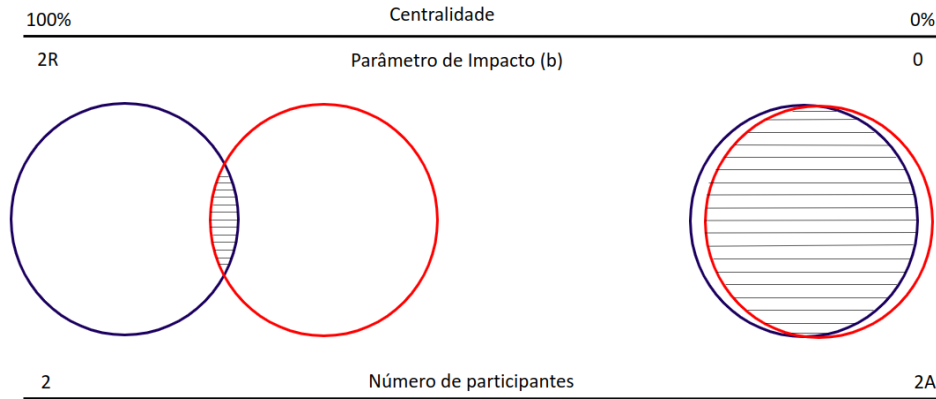


Figura 8 – Esquema ilustrativo para interpretação geométrica da colisão. Sendo  $R$  o raio do núcleo e  $A$  o número de nucleons do íon. A região destacada é a área de sobreposição vista do plano transversal à direção de colisão. Imagem criada pela autora.

multiplicidade final não é produzida apenas por essa ideia geométrica, mas também por um efeito secundário relacionado com as flutuação nas posições dos nucleons. Tal efeito é mais relevante em eventos nos quais as descrições geométricas não podem ser feitas [28] e, por esse motivo, é importante realizar simulações evento por evento [45].

Na modelagem de colisões, em cada colisão existem os nucleons que participam efetivamente da colisão, no geral eles estão próximos a região de superposição dos núcleos, sendo denominados de participantes  $N_{\text{part}}$ . Os nucleons que não participam da colisão são os denominados expectadores  $N_{\text{esp}}$ . O número de colisões é denotado por  $N_{\text{coll}}$  e o número de partículas carregadas finais produzidas é representado por  $N_{\text{ch}}$ , uma vez que os detectores são capazes de medir apenas partículas com carga [32]. Geralmente, o espectro final de partículas detectadas é expresso em termos de um intervalo de centralidade (descrita anteriormente) ou de pseudorapidez, que é definida como sendo a abertura angular do detector, conforme a equação:

$$\eta \equiv -\log[\tan(\theta/2)] = \frac{1}{2} \log \frac{|\vec{p}| + p_z}{|\vec{p}| - p_z}, \quad (7)$$

onde  $\theta$  é o ângulo polar da partícula em relação ao eixo do feixe. A intuição da pseudorapidez é apresentada na figura 9. Por esse motivo, é comum encontrar medidas de  $dN_{\text{ch}}/d\eta$  para representar o espectro final de partículas produzidas.

Ao final do capítulo 1, foi apresentada a figura 6b que ilustra a anisotropia espacial presente na condição inicial, a qual pode ser quantificada através dos harmônicos de excentricidade ( $\varepsilon_n$ ), definidos como:

$$\varepsilon_n e^{in\psi_n} = -\frac{\langle r^n e^{in\varphi} \rangle}{\langle r^n \rangle} = -\frac{\int dx dy r^{n+1} e^{in\varphi} s(x, y)}{\int dx dy r^{n+1} s(x, y)}, \quad (8)$$

onde  $\psi_n$  é o ângulo do plano participante, ou seja, o ângulo entre o sistema de coordenadas do QGP e do laboratório,  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$  é o raio do plano transversal,  $\varphi$  é o

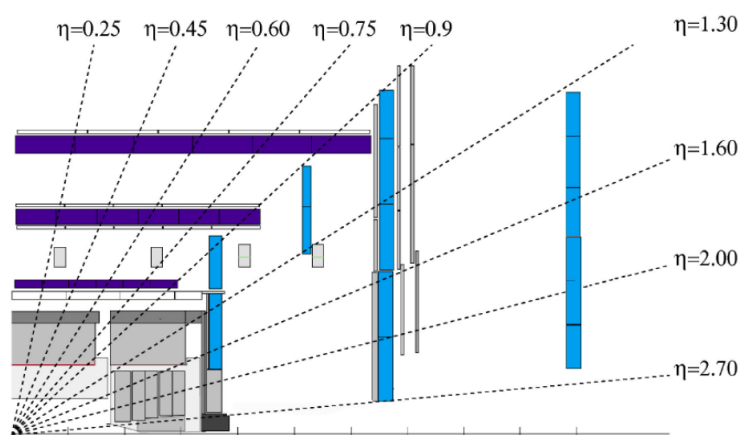


Figura 9 – Visão transversal de um detector para intuição da pseudorrapidez e sua relação com o range angular das medidas. Esse esquema é para o detector ATLAS, mas a mesma ideia é aplicada em outros detectores com diferentes ranges de pseudorrapidez. Imagem disponível em [46].

ângulo polar desse plano e  $s(x, y)$  é a densidade de entropia inicial. Os harmônicos mais utilizados são:  $\varepsilon_2$  que representa a excentricidade elíptica,  $\varepsilon_3$  a excentricidade triangular, além de  $\varepsilon_4$  e  $\varepsilon_5$  [47, 48].

Existem várias formulações diferentes para a equação (8). Uma opção é utilizar o perfil de densidade de energia em vez da densidade de entropia, já que ambas são obtidas na condição inicial. Outras propostas consideram o peso  $r^2$  em vez de  $r^n$  para os harmônicos de todas as ordens [48]. Independentemente dessas definições, todas buscam relacionar a ideia geométrica do perfil de densidade inicial com os harmônicos de diferentes ordens.

Note que, logo após a simulação de condições iniciais, já se pode obter tal grandeza. Os harmônicos de excentricidade carregam a informação geométrica da colisão e também a informação referente às flutuações nas distribuições dos nucleons [49]. Embora não sejam observáveis diretos nas colisões, eles carregam a informação de como ocorreu a colisão, o que será refletido na multiplicidade final medida ao término da colisão.

Existem duas classes de programas utilizados para a etapa de condição inicial: os modelos dinâmicos, que contam com uma descrição via teoria de campos efetiva para descrever o processo de colisão, e os modelos não dinâmicos, que não apresentam uma descrição física e geram os perfis de densidade via parametrização. Como exemplo de modelo dinâmico, temos o IP-Glasma [50]. Esse modelo cria, de modo geral, as condições iniciais utilizando a solução das equações de Yang-Mills clássicas com o gauge de Schwinger, que incorpora a condição de permanência no cone de luz. Já como exemplo de modelos não dinâmicos, temos o MC-Glauber (Monte Carlo do tipo Glauber) [51], MC-KLN (implementação de Monte Carlo de Kharzeev-Levin-Nardi) e o T<sub>R</sub>ENTo [52] (do inglês Reduced Thickness Event-by-event Nuclear Topology Mo-

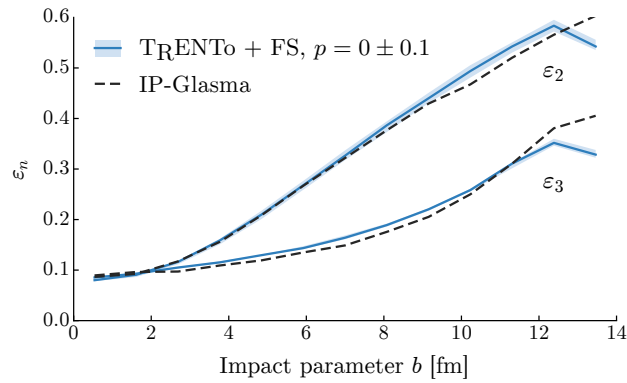


Figura 10 – Harmônicos de excentricidade em função do parâmetro de impacto para uma colisão chumbo-chumbo a 2,76 TeV, calculados pelo IP-Glasma e pelo T<sub>R</sub>ENTo após ajuste de alguns de seus parâmetros, incluindo  $p = 0 \pm 0,1$ . Imagem retirada de [32].

del). Esses modelos são baseados, de modo geral, em fórmulas paramétricas que são ajustadas para se obter maior proximidade com os resultados reais avaliados nos aceleradores.

Vale destacar que, embora os programas dinâmicos utilizem teorias físicas, eles apenas aplicam aproximações da QCD e apresentam limitações. Por outro lado, os programas paramétricos são ajustados de diversas formas e necessitam de um resultado final para comparação e validação. A figura 10 ilustra que o modelo paramétrico T<sub>R</sub>ENTo pode ser ajustado de forma a descrever os dados de um modelo dinâmico (IP-Glasma). Um grande benefício dos modelos paramétricos é que possuem um custo computacional menor, por não possuírem uma física complexa, o que permite que atinjam resultados válidos em uma gama maior de possibilidades, desde que bem modelados.

Sendo assim, nesse trabalho, focaremos a seguir na descrição do T<sub>R</sub>ENTo, programa paramétrico que será utilizado em nossa cadeia de análises nos próximos capítulos e que possui um código público de fácil acesso<sup>1</sup>.

### 2.1.1 T<sub>R</sub>ENTo

Antes da colisão, cada projétil é representado pela função espessura do participante, dada por

$$\tilde{T}_{A,B}(x, y) = \int dz \rho_{A,B}^{\text{part}}(x, y, z), \quad (9)$$

onde os índices  $A$  e  $B$  representam os dois íons diferentes, a integral é feita na direção de colisão ( $z$ ) e  $\rho_{A,B}^{\text{part}}$  é a densidade de matéria participante da colisão. A construção dessas espessuras segue dois postulados [52]:

<sup>1</sup> O acesso à documentação do programa pode ser feito através do link <http://qcd.phy.duke.edu/trento/>.

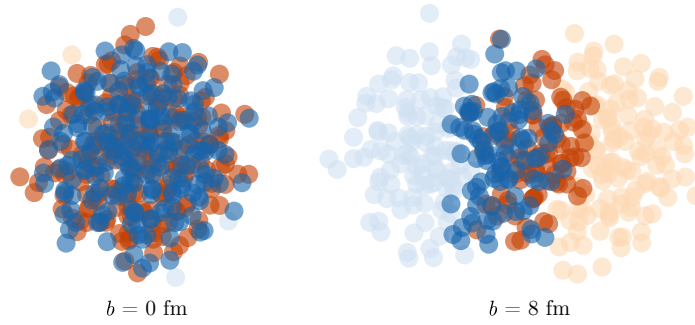


Figura 11 – Visão de como o T<sub>R</sub>ENTO define os íons. Os nucleons com cores fortes são os participantes e os com cores claras são os expectadores. Imagem retirada de [54].

1. A entropia é produzida pelo código somente se  $\tilde{T}_A$  e  $\tilde{T}_B$  se sobrepõe, ou seja, deve existir colisão entre os participantes do núcleo  $A$  e  $B$ .
2. Existe um campo escalar  $f(\tilde{T}_A, \tilde{T}_B)$ , que é responsável pela conversão da função de espessura em deposição de entropia para gerar os perfis iniciais.

Um fato físico importante sobre a produção de entropia é que  $N$  colisões binárias entre nucleons produzem a mesma quantidade de entropia que uma única colisão entre  $N$  nucleons [53]. Esse comportamento permite que usemos apenas as colisões binárias, cuja descrição é mais simples. O campo escalar que será usado é chamado de “espessura reduzida”  $\tilde{T}_R$ , que é definido como a função mais simples que envolve  $\tilde{T}_A$  e  $\tilde{T}_B$ :

$$f = T_R(\rho, \tilde{T}_A, \tilde{T}_B) \equiv \left( \frac{\tilde{T}_A^\rho + \tilde{T}_B^\rho}{2} \right)^{1/\rho}, \quad (10)$$

onde  $\rho$  é um parâmetro adimensional e contínuo (variando no intervalo de  $-\infty$  até  $+\infty$ ) que expressa como a entropia é depositada.

Define-se um intervalo de parâmetros de impacto  $b$ , dos quais o programa irá sortear um valor. Além disso, é necessário selecionar os íons que serão projétil e alvo, além da quantidade de constituintes que são alocados em cada posição do espaço  $(x_j, y_j, z_j)$ . Em seguida, o programa sorteará quais pares de nucleons irão interagir, ou seja, o programa definirá os participantes e os expectadores, formando um sistema como o da figura 11. Logo após, a espessura dos participantes do núcleo  $A$  será construída de acordo com a equação:

$$\tilde{T}_A = \sum_{i=1}^{N_{\text{part}}} \omega_i \int dz \rho_n(x - x_i, y - y_i, z - z_i), \quad (11)$$

sendo  $\rho_n$  a densidade do nucleon [32], que é geralmente uma distribuição dependente de um parâmetro  $W$ , e  $\omega_i$  um fator de peso que vem de uma distribuição gama parametrizada pelo parâmetro  $k$ , relacionado com as flutuações nas posições dos nucleons [49]. De maneira análoga,  $\tilde{T}_B$  também é construída. Com isso, a partir da equação (10),

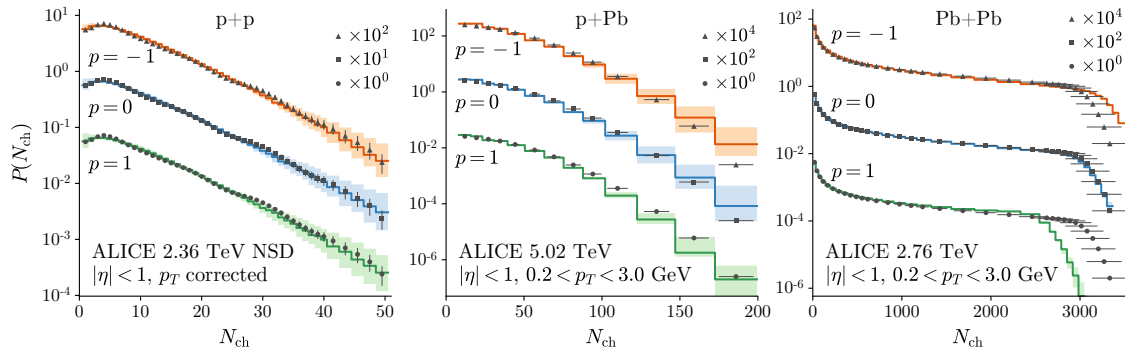


Figura 12 – Distribuição de multiplicidade para colisões próton-próton, próton-chumbo e chumbo-chumbo para três diferentes valores do parâmetro  $p$ . Os demais parâmetros foram ajustados para obter os melhores resultados e foram mantidos fixos nas três figuras. Os resultados do histograma foram obtidos a partir do modelo T<sub>R</sub>ENTo, com barras representando uma variação  $k \pm 30\%$ , em comparação aos pontos experimentais do ALICE. Imagem retirada de [52].

obtém-se a função espessura reduzida. A produção de entropia é dada pela integração da espessura reduzida, desconsiderando uma constante de normalização.

Como o programa apresenta diversos parâmetros, é necessário sempre analisar os melhores valores em cada caso. O ajuste dos parâmetros ideais é realizado comparando os resultados do programa com os dados experimentais. A melhor estimativa para esses parâmetros será discutida ao final desse capítulo, na seção 2.6.

Na figura 12, observa-se que o T<sub>R</sub>ENTo é capaz de reproduzir bem os dados finais de multiplicidade. Nesta etapa, é possível determinar os harmônicos de excentricidade por meio da espessura reduzida, utilizando a equação

$$\varepsilon_n e^{in\varphi} = -\frac{\int dx dy r^{n+1} e^{in\varphi} T_R}{\int dx dy r^{n+1} T_R}, \quad (12)$$

já que a função espessura reduzida é basicamente proporcional à densidade de entropia. Dos resultados presentes no artigo [52], nota-se que a diminuição do valor do parâmetro  $p$  acentua a forma elíptica da região de colisão e, conseqüentemente, aumenta os valores de  $\varepsilon_n$ .

O programa produz como saída o parâmetro de impacto e o número de participantes de cada evento, além das informações da espessura reduzida integrada e dos harmônicos de excentricidade. A partir desses dados, é possível formar os perfis de entropia e prosseguir para a próxima etapa computacional.

## 2.2 DINÂMICA DE PRÉ-EQUILÍBRIO

Após a colisão, o QGP recém-formado é um sistema fora do equilíbrio, devido à mudança brusca causada pela colisão. Portanto, a hidrodinâmica ainda não pode ser utilizada para descrever essa matéria, já que essa teoria assume a necessidade de um

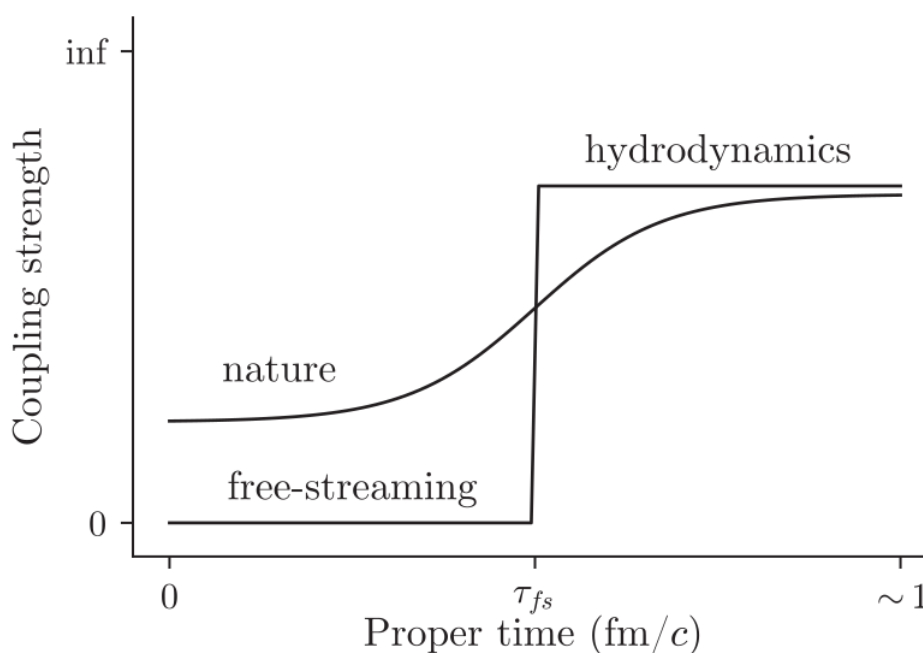


Figura 13 – Ilustração da evolução do acoplamento do QGP em relação ao tempo próprio. Naturalmente, o QGP evolui suavemente de um estado de baixo acoplamento para um estado de acoplamento mais alto. No entanto, em uma simulação, é proposta uma mudança brusca entre essas etapas, em que o free-streaming é executado com acoplamento nulo e a hidrodinâmica com acoplamento finito. Imagem retirada de [54].

estado em equilíbrio termodinâmico ou próximo disso. É necessário, portanto, aplicar a etapa de pré-equilíbrio, também chamada de pré-hidrodinâmica.

Nesse estágio, assume-se que o QGP se comporta como um fluido fracamente acoplado [55]. Ou seja, a interação de um elemento de matéria com outro é menos provável do que a própria expansão da matéria. Assim, ao expandir-se por um determinado instante de tempo, o plasma começa a se uniformizar e a interação entre suas células se torna mais provável do que a expansão, tornando-se um meio fortemente acoplado. Com isso, forma-se um estado mais homogêneo e próximo do equilíbrio termodinâmico. Esse fenômeno inicial de descrição do QGP é chamado de termalização [56].

A diferença entre o estado de não equilíbrio e o estado de equilíbrio do QGP não existe fisicamente. Na verdade, o QGP é criado e se uniformiza suavemente, conforme ilustrado na figura 13. No entanto, como não possuímos uma teoria matemática que descreva essa mudança de forma contínua no acoplamento, precisamos criar uma etapa de menor acoplamento por um intervalo de tempo  $\tau_{fs}$ . Por isso, é ideal aplicar uma dinâmica de pré-equilíbrio que faça o QGP se aproximar de um estado de equilíbrio, para que possa ser descrito por uma dinâmica de fluidos na próxima etapa.

É importante destacar que esta é uma das etapas que apresentam as maiores

incertezas na simulação de colisões de íons pesados. Como mostra a figura 13, a descrição do QGP em duas etapas separadas - pré-equilíbrio e hidrodinâmica - não é uma transição suave, mas é atualmente uma das melhores descrições que temos. Espera-se que novos modelos e teorias surjam nos próximos anos para diminuir essas incertezas e fornecer uma descrição mais precisa da realidade.

Existem dinâmicas de pré-equilíbrio que consideram uma teoria cinética efetiva em sua descrição, que é um dos modos operantes do KoMPoST [57]. Além desse, existem também o modo free-streaming, que será usado nessa dissertação, pois não apresenta uma física tão complexa, como será descrito na próxima subseção.

### 2.2.1 Free-Streaming

Agora passamos para a descrição da fase computacional, em que utilizaremos o método Free-streaming. Como o próprio nome sugere, a ideia é propagar o QGP livremente com um acoplamento nulo, conforme ilustrado na figura 13. O objetivo geral dessa etapa é computar uma pré-hidrodinâmica e construir o tensor energia-momento  $T^{\mu\nu}$ . Dessa forma, ao iniciar a fase hidrodinâmica, as grandezas já possuirão valores locais não nulos. Além disso, essa etapa torna a descrição física do QGP mais adequada, uma vez que aproxima o sistema de um estado de equilíbrio.

A descrição matemática do método free-streaming é realizada por meio da equação de Boltzmann, a qual é utilizada para descrever fenômenos de transporte em sistemas fora do equilíbrio termodinâmico. Como estamos considerando uma propagação livre que não envolve nenhum tipo de interação, os termos de colisão da equação de Boltzmann são ignorados [55]. A equação é expressa como:

$$p^\mu \partial_\mu f(x, p) = 0, \quad (13)$$

sendo  $f(\vec{x}, \vec{p}, t)$  a função distribuição usual, que representa o número de partículas em um determinado instante de tempo em um volume do espaço de fases. No caso de colisões de íons pesados, é utilizado o sistema de coordenadas Milne, em que  $f(x, p) = f(\mathbf{x}_\perp, \eta_s, \tau; \mathbf{p}_\perp, y)$  e

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_\perp &= (x, y), \\ \eta_s &= \frac{1}{2} \ln \left( \frac{t+z}{t-z} \right), \\ \tau &= \sqrt{t^2 - z^2}, \\ \mathbf{p}_\perp &= (p_x, p_y), \\ y &= \frac{1}{2} \ln \left( \frac{E + p_z}{E - p_z} \right), \end{aligned} \quad (14)$$

que correspondem, respectivamente, ao vetor posição transversal, à rapidez do espaço-tempo, ao tempo próprio longitudinal, ao vetor momento transversal e à rapidez [28].



Nesse sistema de coordenadas, a métrica é dada por  $g^{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1/\tau^2)$ . Além disso, nessa etapa, consideramos as partículas sem massa de modo que a igualdade  $E = |\mathbf{p}|$  é aplicável.

Portanto, o método free-streaming descreve uma propagação livre idealizada, sem interações e com partículas sem massa que se movem à velocidade da luz. O objetivo é obter uma solução da equação de Boltzmann com termo de colisão nulo. Ao final do processo, utiliza-se a função distribuição resultante para realizar a conversão no tensor energia-momento, como será desenvolvido a seguir.

Como primeiro passo, é necessário encontrar a solução da equação (13), que é uma função distribuição deslocada da distribuição inicial, mas com momento constante:

$$f(\mathbf{x}_\perp, \eta_s, \tau_{fs}; \mathbf{p}_\perp, y) = f\left(\mathbf{x}_\perp - (\tau_{fs} - \tau_0) \frac{\mathbf{p}_\perp}{p_\perp}, \eta_s, \tau_0; \mathbf{p}_\perp, y\right), \quad (15)$$

onde  $\tau_0$  é o tempo inicial do free-streaming e  $\tau_{fs}$  é o tempo final de duração da etapa de free-streaming. Essa solução é possível devido à hipótese de isotropia local no momento transverso.

Com essa solução, é possível construir o tensor energia-momento da hidrodinâmica por meio da integral:

$$T^{\mu\nu}(\mathbf{x}_\perp, \eta_s, \tau_{fs}) = \frac{g}{(2\pi)^2} \int \frac{d^3p}{E} p^\mu p^\nu f(\mathbf{x}_\perp, \eta_s, \tau_{fs}; \mathbf{p}_\perp, y), \quad (16)$$

onde  $g$  é a degenerescência. Para resolver essa integral, deve-se considerar a condição de invariância longitudinal. Assim,  $T^{\mu\nu}$  não apresentará dependência com o momento. Por fim, a equação (16) deve ser decomposta no formato hidrodinâmico:

$$T^{\mu\nu} = \varepsilon u^\mu u^\nu - (P + \Pi) \Delta^{\mu\nu} + \pi^{\mu\nu}, \quad (17)$$

onde  $\varepsilon$  é a densidade de energia,  $u^\mu$  é a velocidade de fluxo,  $P$  é a pressão,  $\Pi$  é a pressão viscosa de expansão,  $\Delta^{\mu\nu}$  é o operador projeção e  $\pi^{\mu\nu}$  é o tensor pressão de cisalhamento, os quais serão melhor explicados na seção de hidrodinâmica 2.3. Para essa decomposição nas componentes hidrodinâmicas você deve calcular as projeções abaixo:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= u_\mu u_\nu T^{\mu\nu} \\ P &= \frac{1}{3} \Delta_{\mu\nu} T^{\mu\nu} + \Pi \\ \pi^{\mu\nu} &= \Delta_{\alpha\beta}^{\mu\nu} T^{\alpha\beta}. \end{aligned} \quad (18)$$

Em outras palavras, possuindo a função distribuição final, é possível determinar o tensor energia-momento e sua decomposição no formato hidrodinâmico.

É importante destacar que o free-streaming é adequado apenas quando aplicado por um curto período de tempo, da ordem de 0,5 a 1 fm/c [56, 58]. Isso ocorre

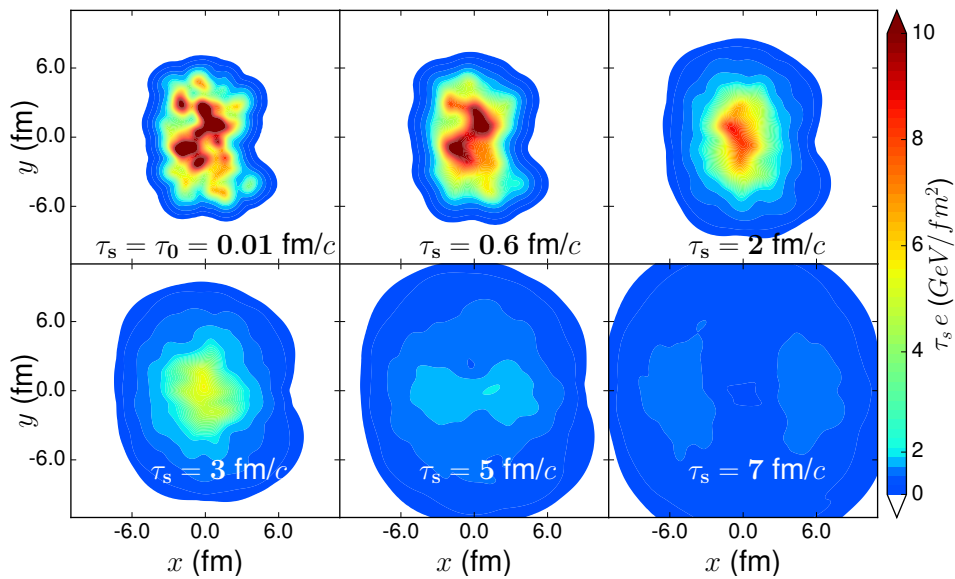


Figura 14 – Densidade de energia do QGP no plano transversal para diferentes tempos de free-streaming, em uma colisão chumbo-chumbo com centralidade 10% – 20% em energia de 2,76 TeV. Imagem retirada de [55].

porque, ao considerar uma expansão livre, o fluido começa a se uniformizar, o que resulta na perda das anisotropias espaciais do QGP. Essas anisotropias são importantes por influenciarem diretamente os observáveis finais e as propriedades do QGP. A figura 14 ilustra a evolução do QGP para diferentes tempos de free-streaming, sendo possível observar que, em  $\tau_{fs} \sim 0,6$  fm/c, é suficiente para aproximar o QGP do estado de equilíbrio, sem destruir completamente as anisotropias que são responsáveis por suas propriedades finais. O tempo de free-streaming é um parâmetro determinado por análises bayesianas, que serão explicadas na seção futura 2.6.

### 2.3 HIDRODINÂMICA

Como mencionado na seção 1.3 e exemplificado pela figura 6, o QGP apresenta um comportamento coletivo [41], que deve ser descrito por uma hidrodinâmica relativística e viscosa. Embora possua uma viscosidade baixa e seja considerado o fluido mais perfeito da natureza, a viscosidade deste sistema deve ser levada em consideração, pois tem consequências nos observáveis finais. Nesta seção, abordaremos a descrição hidrodinâmica relativística de um fluido ideal e, em seguida, o estudo de um fluido viscoso relativístico [59], que descreve a dinâmica física do QGP.

Um fluido ideal relativístico [59] em equilíbrio termodinâmico não apresenta dissipações de energia e tem temperatura  $T(x^\mu)$ , potencial químico  $\mu(x^\mu)$  e vetor velocidade  $\vec{u}(x^\mu)$  bem definidos em cada ponto do espaço-tempo. Para um fluido ideal no referencial de repouso (referencial do próprio elemento de fluido), o tensor energia-momento ideal ( $T_0^{\mu\nu}$ ) é diagonal, com elementos relacionados à densidade de energia

$\varepsilon$  e à pressão  $p$  do fluido, conforme a equação abaixo:

$$T_0^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} \varepsilon & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p \end{pmatrix}. \quad (19)$$

Também no referencial de repouso, os quadrivetores ideais número de partículas  $N_0^\mu$  e entropia  $S_0^\mu$  são representados de forma simples pelas seguintes expressões:

$$N_0^\mu = \begin{pmatrix} n \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad S_0^\mu = \begin{pmatrix} s \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (20)$$

Ambos elementos  $n$  e  $s$  representam a densidade de partículas e a densidade de entropia, respectivamente. Usando uma notação compacta:

$$\begin{aligned} N_0^\mu &= n u^\mu, \\ S_0^\mu &= s u^\mu, \\ T_0^{\mu\nu} &= \varepsilon u^\mu u^\nu - \Delta^{\mu\nu} p, \end{aligned} \quad (21)$$

sendo o operador projetor  $\Delta^{\mu\nu} = g^{\mu\nu} - u^\mu u^\nu$ , com  $g^{\mu\nu}$  sendo a métrica euclidiana do espaço-tempo e o quadrivetor velocidade<sup>2</sup>

$$u^\mu = \begin{pmatrix} \gamma \\ \vec{u} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{1 + |\vec{u}|^2} \\ \vec{u} \end{pmatrix}. \quad (22)$$

As equações de movimento da teoria são obtidas através da conservação do número de partículas ( $\partial_\mu N_0^\mu = 0$ ) e da energia e momento ( $\partial_\mu T_0^{\mu\nu} = 0$ ). Desenvolvendo essas equações usando a notação simplificada  $\theta = \partial_\mu u^\mu$  e  $\frac{d}{d\tau} = u^\mu \partial_\mu$  e aplicando a técnica de contração com  $u^\mu$  e  $\Delta_\alpha^\mu$ , temos:

$$\partial_\mu N_0^\mu = \frac{dn}{d\tau} + n\theta = 0. \quad (23)$$

$$\begin{aligned} u_\mu \partial_\nu T_0^{\mu\nu} &= \frac{d\varepsilon}{d\tau} + (\varepsilon + p)\theta = 0, \\ \Delta_\alpha^\mu \partial_\beta T_0^{\alpha\beta} &= (\varepsilon + p) \frac{du^\mu}{d\tau} - \nabla^\mu p = 0. \end{aligned} \quad (24)$$

São 5 equações para descrever a dinâmica de um fluido ideal. Os graus de liberdades são dados por  $\varepsilon$ ,  $p$ ,  $n$  e  $u^\mu$ , resultando em 6 variáveis desconhecidas. Portanto, para fechar o sistema, precisamos da equação de estado do fluido  $p = p(n, \varepsilon)$

<sup>2</sup> O quadrivetor velocidade apresenta apenas três graus de liberdade, pois sempre deve satisfazer  $u_\mu u^\mu = 1$ .

[59]. Note que a equação de estado é sempre necessária e é a única que envolve as propriedades específicas do meio, já que as leis de conservação são genéricas e valem para qualquer sistema.

É interessante notar que ao considerar a conservação do número de partículas e do tensor energia-momento, naturalmente obtemos a conservação de entropia. Da primeira lei da Termodinâmica, reescrita na forma covariante, vemos essa conservação explícita:

$$\partial_\mu S_0^\mu = \beta_\nu \partial_\mu T^{\mu\nu} - \alpha \partial_\mu N_0^\mu = 0, \quad (25)$$

em que  $\beta_\nu = u_\nu/T$  e  $\alpha = \mu/T$ .

Por outro lado, um fluido viscoso [59] é aquele que exhibe dissipações ocasionadas pela viscosidade. A ideia conceitual para descrever a hidrodinâmica viscosa relativística é similar a dos passos desenvolvidos para a dinâmica do sistema ideal, com o acréscimo das dissipações, as quais são essenciais principalmente nos primeiros instantes da evolução do QGP, em que os gradientes de temperatura, velocidade e pressão são maiores [60]. Assim, impomos a mesma equação básica de movimento gerada pela conservação do número de partículas ( $\partial_\mu N^\mu = 0$ ) e conservação do tensor energia-momento ( $\partial_\mu T^{\mu\nu} = 0$ ). Todavia, a mudança neste caso está nos tensores que não são mais diagonais e têm o acréscimo das correntes dissipativas. Nesta dissertação, adotamos a estrutura de Landau ( $u_\mu T^{\mu\nu} = \varepsilon u^\nu$ ), que é uma condição que implica em uma difusão de energia nula e facilita as contas. Assim os tensores não ideais são escritos como

$$\begin{aligned} N^\mu &= n u^\mu + n^\mu, \\ T^{\mu\nu} &= \varepsilon u^\mu u^\nu - \Delta^{\mu\nu} (p_0 + \Pi) + \pi^{\mu\nu}. \end{aligned} \quad (26)$$

Nessas expressões,  $n$  é a densidade de partículas,  $\varepsilon$  é a densidade de energia,  $u^\mu$  é a velocidade de fluxo,  $p_0$  é a pressão termodinâmica,  $n^\mu$  a dissipação de partículas,  $\Pi$  é a pressão de expansão e  $\pi^{\mu\nu}$  é o tensor de tensão de cisalhamento. A equação de Landau é fundamental no desenvolvimento da teoria hidrodinâmica, pois relaciona a energia e a velocidade do fluido.

Nesse caso não ideal, são necessárias outras equações para fechar o sistema. Essas equações adicionais devem possuir as descrições das três dissipações  $n^\mu$ ,  $\Pi$  e  $\pi^{\mu\nu}$ . A forma mais simples de determinar essas equações é em termos da entropia. Note, da equação da entropia para o fluido ideal (equação (25)), que temos  $\partial_\mu T_0^{\mu\nu} \neq 0$  e  $\partial_\mu N_0^\mu \neq 0$  o que significa que a entropia total deve variar. A equação desenvolvida para esta variação fica:

$$\partial_\mu S^\mu = -n^\mu \nabla_\mu \alpha_0 - \beta_0 \Pi \theta + \beta_0 \pi^{\mu\nu} \sigma_{\mu\nu} \equiv Q. \quad (27)$$

Com a definição da variável  $Q$  e tendo em vista a segunda lei da Termodinâmica, que estabelece que a variação de entropia de um sistema isolado deve ser maior ou igual

a zero, concluímos que  $Q \geq 0$ . Isso impõe restrições às variáveis de dissipação  $\Pi$ ,  $n^\mu$  e  $\pi^{\mu\nu}$  [59].

$$\begin{aligned}\Pi &= -\zeta\theta, \\ n^\mu &= \kappa\nabla^\mu\alpha_0, \\ \pi^{\mu\nu} &= 2\eta\sigma^{\mu\nu}.\end{aligned}\tag{28}$$

Nesses termos, os coeficientes  $\zeta$ ,  $\kappa$  e  $\eta$  correspondem, respectivamente, à viscosidade de expansão, à difusão de partículas e à viscosidade de cisalhamento. Após essa definição linear nos coeficientes de dissipação, coloca-se todas essas informações nas equações (26) e as equações de movimento passam a ser:

$$\begin{aligned}\frac{d\varepsilon}{d\tau} &= -(\varepsilon + p_0 - \zeta\theta)\theta + 2\eta\sigma_{\alpha\beta}\sigma^{\alpha\beta}, \\ (\varepsilon + p_0 - \zeta\theta)\frac{du^\mu}{d\tau} &= \nabla^\mu p_0 - \nabla^\mu(\zeta\theta) - 2\Delta_\alpha^\mu\partial_\beta(\eta\sigma^{\alpha\beta}), \\ \frac{dn}{d\tau} &= -n\theta - \partial_\mu(\kappa\nabla^\mu\alpha_0).\end{aligned}\tag{29}$$

Essas são as equações de Navier-Stokes no regime relativístico. No entanto, essa teoria não é adequada para descrever um fluido relativístico, pois é acausal [60, 61]. A fonte da acausalidade está ligada à linearidade nas equações (28).

O problema de equações acausais não se restringe à hidrodinâmica, sendo encontrado em diversas áreas da física. Um exemplo é a equação de difusão de calor, dada por

$$\partial_t A = D\nabla^2 A,\tag{30}$$

que apresenta uma acausalidade. Para corrigir esse problema, é possível adicionar uma derivada de segunda ordem [59, 62], transformando a equação parabólica em hiperbólica:

$$\tau_R\partial_t^2 A + \partial_t A = D\nabla^2 A,\tag{31}$$

onde  $\tau_R$  é o tempo de relaxação, um coeficiente de proporcionalidade que pode ser ajustado em conjunto com o coeficiente de difusão  $D$  para que a equação exiba comportamento causal<sup>3</sup>. Essa correção foi feita por Maxwell e Cattaneo [63] e já foi aplicada com sucesso em outras áreas da física [59, 62].

De maneira similar, para corrigir a teoria hidrodinâmica relativística de Navier-Stokes, adicionamos o tempo de relaxação e a derivada de primeira ordem das correntes de dissipação. Com isso, surgem termos não lineares que são corrigidos com a expansão em termos de  $\beta_0$ ,  $\alpha_0$  e  $u^\mu$ . Essas equações causais foram deduzidas por

<sup>3</sup> A velocidade de propagação máxima de um sinal é dada por  $v_{max} = \sqrt{D/\tau_R}$ , em unidades de  $c$  e é dessa forma que o tempo de relaxação controla o valor limite da velocidade.

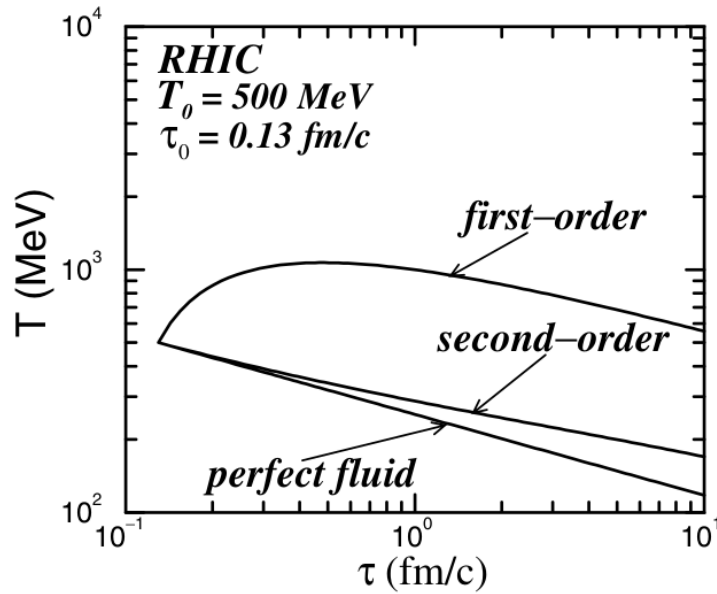


Figura 15 – Evolução da temperatura do QGP em três diferentes teorias hidrodinâmicas: a teoria do fluido perfeito ou ideal; a teoria de primeira ordem ou Navier-Stokes; e a teoria de segunda ordem ou Israel-Stewart. As condições iniciais para esse gráfico foram  $T_0 = 500$  MeV e  $\tau_0 = 0,13$  fm/c. Imagem retirada de [60].

Israel e Stewart em 1979 [64] e levam o seu nome:

$$\begin{aligned}
 \tau_{\Pi} \dot{\Pi} + \Pi &= -\zeta \theta - \ell_{\Pi n} \nabla \cdot n - \tau_{\Pi n} n \cdot F - \delta_{\Pi \Pi} \Pi \theta - \lambda_{\Pi n} n \cdot I + \lambda_{\Pi \pi} \pi^{\mu\nu} \sigma_{\mu\nu} , \\
 \tau_{n\dot{n}}^{(\mu)} + n^\mu &= \kappa_n I^\mu - n_\nu \omega^{\nu\mu} - \delta_{nn} n^\mu \theta - \ell_{n\Gamma} \nabla^\mu \Pi + \ell_{n\pi} \Delta^{\mu\nu} \nabla_\lambda \pi_\nu^\lambda \\
 &\quad + \tau_{n\Gamma} \Gamma F^\mu - \tau_{n\pi} \pi^{\mu\nu} F_\nu - \lambda_{nn} n_\nu \sigma^{\mu\nu} + \lambda_{n\Gamma} \Gamma I^\mu - \lambda_{n\pi} \pi^{\mu\nu} I_\nu , \\
 \tau_{\pi\dot{\pi}}^{(\mu\nu)} + \pi^{\mu\nu} &= 2\eta \sigma^{\mu\nu} + 2\pi_\lambda^{(\mu} \omega^{\nu)\lambda} - \delta_{\pi\pi} \pi^{\mu\nu} \theta - \tau_{\pi\pi} \pi^{\lambda(\mu} \sigma_\lambda^{\nu)} + \lambda_{\pi\Gamma} \Gamma \sigma^{\mu\nu} \\
 &\quad - \tau_{\pi n} n^{(\mu} F^{\nu)} + \ell_{\pi n} \nabla^{(\mu} n^{\nu)} + \lambda_{\pi n} n^{(\mu} I^{\nu)} .
 \end{aligned} \tag{32}$$

Os novos coeficientes [59] que apareceram não possuem uma interpretação física direta e serão identificados na próxima seção, em que faremos a aplicação dessa teoria na aproximação de 14-momentos.

A figura 15 apresenta uma comparação da evolução da temperatura do QGP entre a teoria de um fluido ideal, a teoria de primeira ordem, denominada de teoria de Navier-Stokes, e a teoria de segunda ordem, ou teoria de Israel-Stewart. Observa-se que a teoria de Navier-Stokes, inicialmente, prevê um aumento na temperatura, o que não é fisicamente coerente, pois o sistema está em expansão e deve possuir uma temperatura cada vez menor [60].

Portanto, a hidrodinâmica descreve um fluido em equilíbrio termodinâmico, ou próximo a ele, no espaço-tempo. A extensão na equação de Navier-Stokes para o regime relativístico, proposta por Landau, apresenta um problema relacionado com a causalidade. Com isso, a teoria de Israel-Stewart corrige essa questão por meio da

inserção dos tempos de relaxação ( $\tau_\Pi$ ,  $\tau_\Pi$  e  $\tau_\pi$  das equações (32)) e novos coeficientes de transporte de segunda ordem. Dessa forma, é possível descrever bem o QGP por meio das equações de Israel-Stewart.

Para justificar o comportamento hidrodinâmico do QGP, podemos usar o número de Knudsen, um parâmetro que indica se um sistema apresenta ou não esse tipo de comportamento. Esse número é definido como a razão entre a escala de comprimento/tempo microscópica e macroscópica relevantes para a descrição do problema:

$$K = \frac{l_{\text{micro}}}{L_{\text{macro}}} . \quad (33)$$

Quando  $K < 0,5$ , o comportamento do sistema é de fluido, enquanto na região entre 0,5 e 1 ocorre uma transição com um comportamento não tão evidente e, para  $K > 1$ , o sistema apresenta um comportamento individual de partículas [65].

No caso do QGP, a escala microscópica relevante é proporcional ao tempo de relaxação da viscosidade de cisalhamento  $l_{\text{micro}} \sim \tau_\pi$  [65]. Já a escala macroscópica deve ser estimada a partir do gradiente das variáveis macroscópicas. Assim, podemos definir o número de Knudsen como  $K^i = \tau_\pi / L_{\text{macro}}^i$ , onde  $i$  representa as diferentes variáveis macroscópicas, como por exemplo densidade de energia. Embora o número de Knudsen dependa de diversos fatores, é possível observar na figura 16 que acima da temperatura de transição, o QGP apresenta sempre comportamento de fluido já que  $K < 0,5$ .

Com a teoria da hidrodinâmica desenvolvida, iremos para o próximo capítulo que descreve o programa MUSIC responsável pela parte hidrodinâmica na nossa cadeia computacional. Além do MUSIC, existe o iEBE-VISHNU [66], que é um programa similar com o objetivo de resolver as mesmas equações de movimento.

### 2.3.1 MUSIC

A parte computacional responsável pela descrição hidrodinâmica é feita pelo código MUSIC<sup>4</sup>, que executa a evolução espaço-temporal do tensor energia-momento. A etapa hidrodinâmica inicia no tempo  $\tau_{fs}$  com o tensor energia-momento provindo da evolução de free-streaming e passa a descrever esse tensor através de um comportamento coletivo e viscoso. O programa inclui as equações de movimento para a viscosidade de cisalhamento e para a viscosidade de expansão, dadas por:

$$\tau_\pi \dot{\pi}^{\langle \mu \nu \rangle} + \pi^{\mu \nu} = 2\eta \sigma^{\mu \nu} + 2\tau_\pi \pi_\alpha^{\langle \mu} \omega^{\nu \rangle \alpha} - \delta_{\pi\pi} \pi^{\mu \nu} \theta + \varphi_7 \pi_\alpha^{\langle \mu} \pi^{\nu \rangle \alpha} - \tau_\pi \pi_\alpha^{\langle \mu} \sigma^{\nu \rangle \alpha} + \lambda_\pi \Pi \Pi \sigma^{\mu \nu} + \varphi_6 \Pi \pi^{\mu \nu} , \quad (34)$$

$$\tau_\Pi \dot{\Pi} + \Pi = -\zeta \theta - \delta_{\Pi\Pi} \Pi \theta + \varphi_1 \Pi^2 + \lambda_{\Pi\pi} \pi^{\mu \nu} \sigma_{\mu \nu} + \varphi_3 \pi^{\mu \nu} \pi_{\mu \nu} . \quad (35)$$

Essas equações provém do formalismo DNMR [68], que é uma teoria do tipo Israel-Stewart que conta com 11 coeficientes que caracterizam as propriedades do QGP.

<sup>4</sup> O manual do MUSIC pode ser acessado em [https://webhome.phy.duke.edu/~jp401/music\\_manual/hydro.html](https://webhome.phy.duke.edu/~jp401/music_manual/hydro.html).

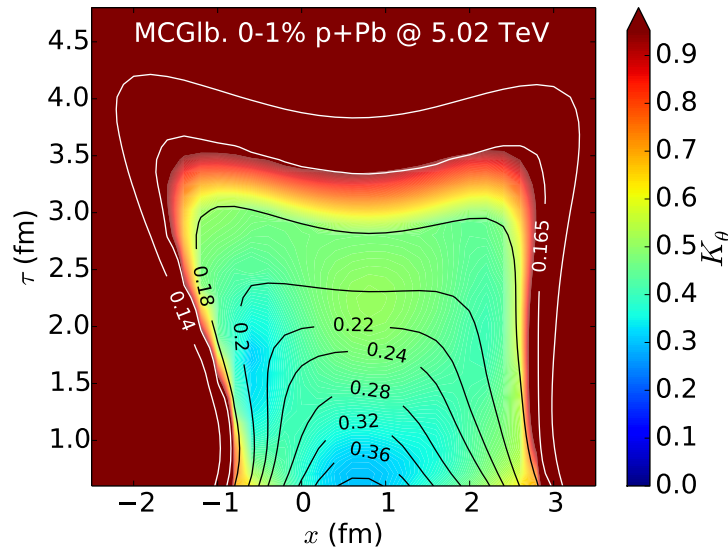


Figura 16 – Evolução espaço-temporal do número de Knudsen em uma colisão próton-chumbo com centralidade de 0-1% e energia de 5,02 TeV. Observa-se, nas isotermas do gráfico, que para temperaturas acima de 165 MeV o sistema é um fluido, pois  $K < 1$ . Imagem retirada de [67].

Esses coeficientes são determinados no MUSIC utilizando a aproximação de 14-momentos [59, 68]. Com essa aproximação, conhecendo os coeficientes de primeira ordem, é possível determinar os outros por meio das relações abaixo:

$$\begin{aligned}
 \tau_{\pi} &= \frac{5\eta}{(\varepsilon + P)}, \\
 \delta_{\pi\pi} &= \frac{4}{3}\tau_{\pi}, \\
 \varphi_7 &= \frac{9}{70P}, \\
 \tau_{\pi\pi} &= \frac{10}{7}\tau_{\pi}, \\
 \lambda_{\pi\pi} &= \frac{6}{5}, \\
 \tau_{\Pi} &= \frac{\zeta}{14,55 \left(\frac{1}{3} - c_s^2\right)^2 (\varepsilon + P)}, \\
 \delta_{\Pi\Pi} &= \frac{2}{3}\tau_{\Pi}, \\
 \lambda_{\Pi\Pi} &= \frac{8}{5} \left(\frac{1}{3} - c_s^2\right) \tau_{\Pi}.
 \end{aligned} \tag{36}$$

Os outros coeficientes são nulos  $\varphi_1 = \varphi_3 = \varphi_6 = 0$ . Esses coeficientes são determinados como funções dos coeficientes de primeira ordem: a viscosidade de cisalhamento  $\eta$ , a viscosidade de expansão  $\zeta$ , além das propriedades como a densidade de energia  $\varepsilon$ , a pressão  $P$  e a velocidade do som  $c_s$ .

Como mencionado anteriormente, para fechar o sistema das equações de mo-



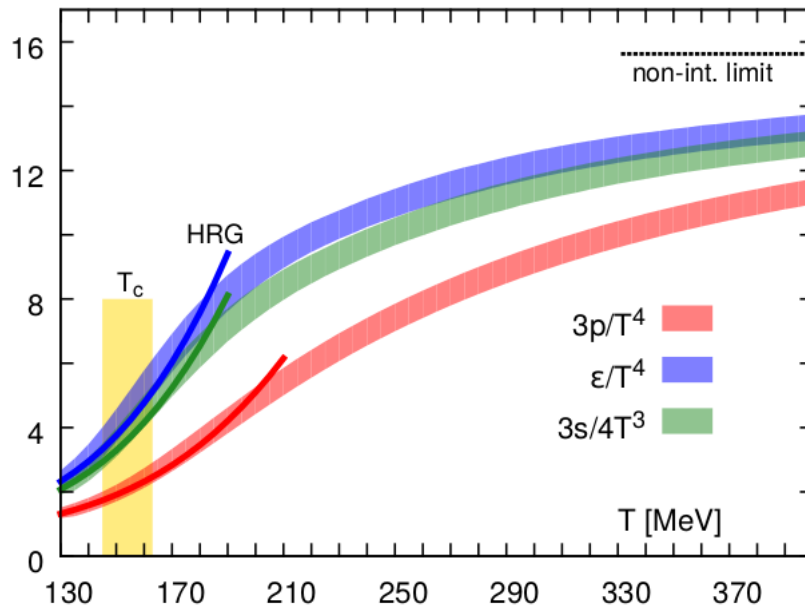


Figura 17 – Gráfico da pressão, densidade de energia e densidade de entropia normalizados em função da temperatura. As barras contínuas representam dados da QCD na rede com erro de 2%, enquanto as linhas representam os resultados para um gás de hádrons (HRG). Note que na região da transição de fases com  $T_c = (154 \pm 9)$  MeV, ambas as descrições são válidas. Imagem retirada de [69].

vimento, é necessário fornecer uma equação de estado  $P = P(\varepsilon)$ . No caso do QGP, essa equação pode ser obtida através da QCD na rede [69] ou por meio de outros métodos, como a holografia [70]. O MUSIC possui um conjunto de equações de estado que podem ser acessadas por meio da configuração inicial. Nas análises desta dissertação, utilizaremos sempre a equação da colaboração HotQCD [69], que representa a equação de estado mais recente da QCD na rede.

No entanto, é importante ressaltar que isso não é suficiente, pois a hidrodinâmica é executada até que todo o sistema hadronize. Considerando que, os quarks se confinam a uma temperatura de 154 MeV, o MUSIC executará a hidrodinâmica até 151 MeV, garantindo que todas as células do sistema tenham passado por essa transição. Portanto, para descrever o gás de hádrons quente resultante, é necessária outra equação de estado para finalizar essa etapa. O MUSIC utiliza uma equação de estado que combina a equação da QCD na rede com a do gás de hádrons HRG (do inglês hadron resonance gas). Ambas as equações são válidas para descrever a região em que existe matéria nas duas fases, conforme mostrado na figura 17.

Assim, a hidrodinâmica é finalizada ao fornecer o tensor energia-momento para o gás quente de hádrons. Em seguida, o gás, que estava sendo descrito coletivamente, passará a ser descrito de forma discreta. Para realizar essa mudança de descrições, é

necessária a etapa de particlização, que será explicada na próxima seção.

## 2.4 PARTICLIZAÇÃO

Nesta seção, descreveremos a etapa de particlização, que é uma etapa computacional e não física. Fisicamente, temos a hadronização, que é a transição de fases do QGP para hádrons confinados que ocorre no final da etapa hidrodinâmica e é codificada na equação de estado. Esse fenômeno, como já mencionado, ocorre quando a temperatura crítica da transição é atingida. É importante notar que a hadronização ocorre em instantes de tempo diferentes para cada célula do fluido.

A particlização é uma etapa computacional relacionada à conversão dos graus de liberdade contínuos da hidrodinâmica em graus discretos da teoria cinética. Após uma certa temperatura (151 MeV), o sistema deve ser descrito pelo seu comportamento cinético e discreto. Portanto, a particlização realiza a transição das grandezas da teoria hidrodinâmica para a teoria de transporte, utilizando para isso o formalismo de Cooper-Frye [71].

A teoria de Cooper-Frye descreve que, na superfície de troca ou de freeze-out químico, as partículas são emitidas com uma distribuição de momento dada pela fórmula de Cooper-Frye:

$$E \frac{dN}{d^3p} = \frac{g}{(2\pi)^3} \int_{\sigma} f(p) p^\mu d^3\sigma_\mu . \quad (37)$$

Essa equação basicamente resulta na probabilidade de uma certa partícula ser emitida de uma célula de fluido com um momento específico. Na equação,  $g$  representa os graus de degenerescência,  $p^\mu$  é o momento e  $f(p)$  é a função de distribuição que, em equilíbrio, é a distribuição de Maxwell-Juttner [72]. A integral é realizada em toda a hipersuperfície de freeze-out e o lado esquerdo da igualdade representa o espectro médio. Nos modelos computacionais, a integral contínua é substituída por uma soma sobre todos os pequenos elementos de volume da hipersuperfície.

A hipersuperfície de freeze-out é uma isoterma no espaço-tempo, como ilustrada na figura 18 para as dimensões  $x$  e  $\tau$ . Essa hipersuperfície contém o ponto no espaço-tempo em que as células finais da hidrodinâmica se encontram todas na mesma temperatura, conhecida como temperatura de freeze-out ou temperatura de troca. É nessa isoterma que ocorre a transição dos graus de liberdade de células para partículas.

Como a particlização é responsável pela transição da hidrodinâmica para a teoria cinética, é necessário que ambas as teorias concordem na descrição do tensor energia-momento no momento da transição. Na hidrodinâmica viscosa relativística, a forma padrão, já citada na equação (17), é dada por:

$$T^{\mu\nu} = \varepsilon u^\mu u^\nu - (P + \Pi)\Delta^{\mu\nu} + \pi^{\mu\nu} . \quad (38)$$

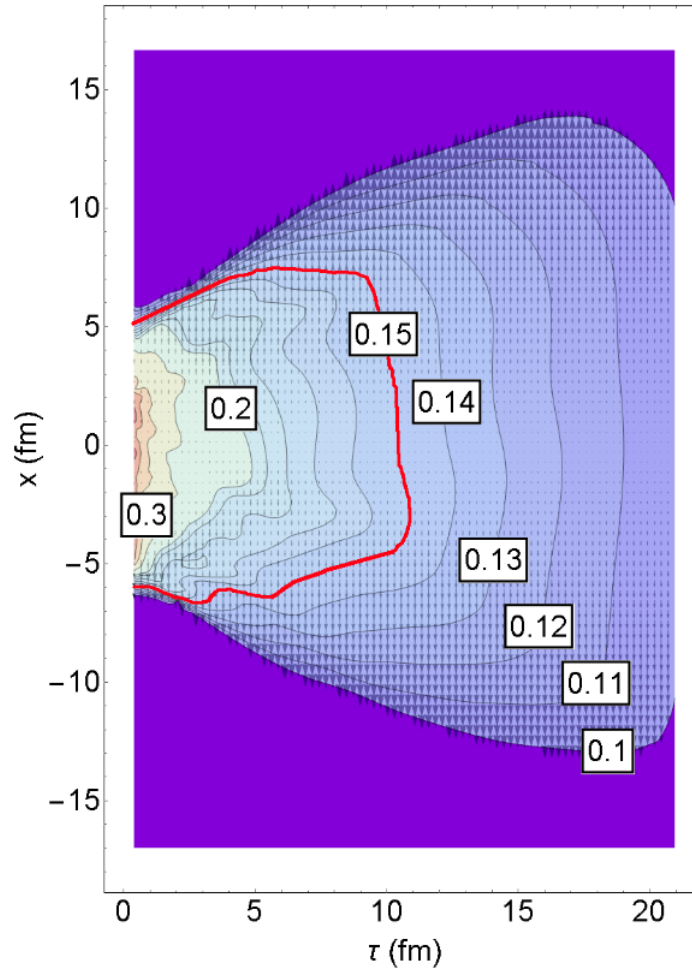


Figura 18 – Exemplo da evolução do QGP. A isoterma em vermelho representa a superfície de freeze-out para a temperatura de 150 MeV. Observe que este gráfico mostra apenas uma direção espacial e a hipersuperfície é considerada nas três dimensões espaciais, além da dimensão temporal. Imagem disponível em [https://webhome.phy.duke.edu/~jp401/music\\_manual/hydro.html](https://webhome.phy.duke.edu/~jp401/music_manual/hydro.html), acessada em maio de 2023.

Na descrição pós-particlização, a forma do tensor energia-momento é dada por:

$$T^{\mu\nu} = \sum_{\text{tipos}} g \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{p^\mu p^\nu}{E} f(p), \quad (39)$$

onde o somatório é feito sobre todos os tipos ou espécies de hádrons presentes no gás.

Para que haja concordância entre as duas descrições na superfície de transição, existem duas estratégias que têm sido mais comumente utilizadas. Uma delas é propor a modificação da função distribuição. Na hidrodinâmica viscosa, essa função é alterada adicionando uma pequena correção à distribuição de equilíbrio [66]. Dessa forma, temos:

$$f = f_0 + \delta f, \quad (40)$$

sendo que a correção é calculada através das viscosidades [32]:

$$\delta f = f_0 (1 \pm f_0) \frac{\tau}{ET} \left[ \frac{1}{2\eta} p^i p^j \pi_{ij} + \frac{1}{\zeta} \left( \frac{p^2}{3} - c_s^2 E^2 \right) \Pi \right]. \quad (41)$$

A outra forma de se obter concordância entre as descrições é alterar o momento:

$$p_i \rightarrow p'_i = p_i + \sum_j \lambda_{ij} p_j, \quad \lambda_{ij} = (\lambda_{\text{shear}})_{ij} + \lambda_{\text{bulk}} \delta_{ij}. \quad (42)$$

Dessa forma, o momento é alterado com base na matriz  $\lambda_{ij}$ , a qual depende das viscosidades e é escolhida para que as equações (38) e (39) concordem [32].

Portanto, a particlização é realizada com base na fórmula de Cooper-Frye, descrita na equação (37). Assim como as outras etapas da cadeia, existem diversos programas que descrevem essa etapa e, geralmente, são bastante semelhantes, uma vez que executam a aplicação da equação (37). Os principais modelos são: o iSS [66], o iS-3D [73] e o Frzout [32]. Este último faz parte da nossa cadeia computacional de simulações.

### 2.4.1 Frzout

O Frzout<sup>5</sup> é baseado em três passos básicos. Inicialmente, ele lê a hipersuperfície a partir das informações de saída do MUSIC. Os dados, como coordenadas espaço-tempo, velocidade e viscosidades ( $\pi^{\mu\nu}$  e  $\Pi$ ), se apresentam localmente para cada elemento de volume da hipersuperfície de freeze-out químico, que foi ilustrada na figura 18. Em seguida, é lida uma lista de hádrons selecionados que podem ser gerados na hipersuperfície. É importante ressaltar que essa lista de espécies hadrônicas deve ser a mesma utilizada durante a etapa de transporte, que será descrita na seção 2.5. Com esses dois elementos, é possível percorrer toda a hipersuperfície. Em cada elemento de volume, sorteiam-se as espécies de hádrons e seus respectivos momentos a partir das distribuições de probabilidades calculadas utilizando a fórmula de Cooper-Frye. Essa maneira de ler a hipersuperfície e realizar os sorteios é denominada na área como “samplear a hipersuperfície” [32]. Com isso, ocorre a conversão dos graus contínuos do fluido para os graus discretos dos hádrons, que agora passam a ser descritos como partículas individuais com seus respectivos momentos e posições. A descrição passa a ter um caráter da teoria cinética.

Para determinar o número médio de partículas emitidas por um determinado elemento de volume  $\Delta\sigma$ , é possível aplicar a fórmula de Cooper-Frye, com algumas adaptações, resultando em:

$$\langle dN \rangle = w(p) V \frac{d^3 p'}{(2\pi)^3} g f(p'), \quad (43)$$

<sup>5</sup> O manual do programa pode ser acessado em <http://qcd.phy.duke.edu/frzout/>.

onde  $p'$  é o momento no referencial de repouso,  $V$  é o volume,  $g$  é o grau de degenerescência,  $w(p)$  é a probabilidade de uma partícula ser emitida que é calculada através de:

$$w(p) = \frac{1}{V} \frac{p \cdot \Delta\sigma}{p \cdot u} . \quad (44)$$

Dessa forma, a fórmula de Cooper-Frye controla a conversão de partículas localmente.

Portanto, a particlização realizada pelo Frzout pode ser considerada como uma conversão da descrição hidrodinâmica para a teoria cinética. Seu input consiste na hipersuperfície de células do fluido e seu output é um espectro de partículas com momentos específicos. Em seguida, a evolução desse gás de hádrons será descrita pela teoria de transporte de Boltzmann, a qual será apresentada na próxima seção.

## 2.5 TRANSPORTE DE BOLZTMANN

Após a particlização, o gás de hádrons passa a apresentar um comportamento cinético, em que sua evolução temporal é ditada pela equação de Boltzmann. No entanto, diferente da etapa de free-streaming em que a evolução era livre de interações, nessa etapa as interações são relevantes, de modo que a equação de Boltzmann é dada por:

$$p^\mu \partial_\mu f_i(x, p) + m_i F^\alpha \partial_\alpha^p f_i(x, p) = C_{\text{coll}}^i , \quad (45)$$

onde  $C_{\text{coll}}^i$  representa o termo de colisões,  $f_i$  é a função distribuição de uma partícula da espécie  $i$  e  $F^\alpha$  é a força experimentada pela partícula, que no caso das colisões de altas energias pode ser considerada nula. Assim, o objetivo da etapa de transporte de Boltzmann é fazer a evolução temporal desse gás de hádrons, considerando suas possíveis colisões e decaimentos até que os hádrons finais alcancem os detectores do colisor.

O termo de colisão é a parte mais complexa de se escrever. Ele deve envolver tanto colisões elásticas, que envolvem simples trocas de momento entre as partículas, quanto colisões inelásticas, que representam decaimentos para partículas mais estáveis.

As vantagens em se usar um modelo microscópico para essa etapa final da colisão de íons pesados são que sua teoria é bem formulada e entendida, além de não ser necessário assumir nenhum estado de equilíbrio termodinâmico ou especificações de coeficientes de transporte, como as viscosidade da hidrodinâmica.

Assim como em outras etapas da cadeia, existem diversos programas que realizam a descrição dessa etapa, como o Smash (Simulating Many Accelerated Strongly interacting Hadrons) [74] e o UrQMD (Ultra-relativistic Quantum Molecular Dynamics) [66]. Nesta dissertação, o UrQMD é o programa escolhido para a descrição da etapa de transporte de Boltzmann e será discutido na próxima subseção.

### 2.5.1 UrQMD

O UrQMD<sup>6</sup> é responsável por resolver a equação de Boltzmann para todos os hádrons do gás [75, 32]. Para isso, ele considera termos de colisão binária, que são mais simples em relação às colisões de muitos corpos e apresentam uma maior contribuição em relação às colisões com mais partículas. Tal simplificação é considerada válida, uma vez que o sistema não apresenta mais uma alta densidade. Além disso, o programa considera decaimentos do tipo  $2 \rightarrow N$  corpos para hádrons instáveis. O programa conta com uma variedade de hádrons (53 bárions, 24 mésons, além de suas antipartículas) [66], que devem ser as mesmas espécies inseridas na etapa anterior de particlização.

Para determinar se ocorre uma colisão, utiliza-se o critério da distância entre as partículas, que deve ser menor que um valor pré-determinado dado por

$$d \leq d_0 = \sqrt{\frac{\sigma_{\text{tot}}}{\pi}}. \quad (46)$$

A seção de choque  $\sigma_{\text{tot}}$  entre as duas partículas é um valor conhecido do programa, que depende da espécie dos hádrons e da energia envolvida. O UrQMD possui, tabeladas, as seções de choque padrão que já foram medidas experimentalmente, são elas: bárion-bárion, méson-bárion, méson-méson e antibárion-bárion. As seções de choque que são desconhecidas são calculadas com o método do modelo de quarks aditivo (do inglês additive quark model ou AQM) [76], que apresenta uma extensão baseada em modelos efetivos para processos do tipo méson-nucleon e fóton-nucleon.

Ao final desse processo, é gerado um arquivo que contém as informações cinemáticas de cada partícula, tais como o tipo de partícula, a energia, o momento e o ângulo final de emissão. Com essas informações, é possível obter qualquer observável final, sendo de grande relevância, por exemplo, a multiplicidade  $dN/d\eta$ , o momento transversal médio  $\langle p_T \rangle$  e os fluxos anisotrópicos  $v_n$ . Tais observáveis são calculados com auxílio de códigos específicos de análises. Vale destacar que, para que os observáveis finais sejam adequadamente comparados a resultados experimentais, deve-se determiná-los levando em conta os cortes experimentais, como a centralidade, o intervalo de pseudorapidez e de momento transversal.

No entanto, para gerar essas informações, é necessária uma grande produção de partículas, já que uma estatística maior permite diminuir as incertezas finais. Para produzir esse grande número de partículas, é comum na área de simulações de colisões de íons pesados realizar o chamado “oversampling”. Esse processo refere-se à realização da etapa particlização mais transporte de Boltzmann diversas vezes para uma única etapa hidrodinâmica. A fase hidrodinâmica é realizada somente uma vez por evento por ser determinística e apresentar um custo computacional grande. Já as

<sup>6</sup> O programa pode ser encontrado em <https://github.com/jbernhard/urqmd-afterburner>.

duas últimas etapas são rápidas e não são determinísticas, ou seja, são baseadas em probabilidades de produção de partículas. Ao realizar vários “samples”, produz-se um número grande de partículas finais que geram uma estatística de maior precisão para os dados finais.

Com isso, todo o modelo híbrido teve sua teoria explicada e todos os programas que constituem a nossa cadeia computacional foram apresentados em uma visão geral. A próxima seção é responsável em conectar as ideias e descrever a situação em relação aos diversos parâmetros do modelo.

## 2.6 ANÁLISES BAYESIANAS

Após desenvolver todo o modelo híbrido, que foi descrito até agora, percebe-se a existência de vários parâmetros nos diferentes modelos. Esses parâmetros precisam ser ajustados para que o modelo híbrido possa descrever com precisão os dados experimentais. Recentemente, esse ajuste tem sido feito através de uma abordagem bayesiana e esta seção tem como objetivo explicar brevemente o conceito por trás dessa teoria.

A ideia geral é obter os melhores parâmetros para a cadeia de simulação de colisão de íons pesados [32]. Para isso, começa-se verificando a quantidade de parâmetros e qual é o nosso conhecimento prévio sobre eles, o que constitui a chamada distribuição a priori  $P(\vec{x})$ . Em seguida, insere-se a verossimilhança (likelihood)  $P(\vec{y}|\vec{x})$ , que determina uma probabilidade condicional para quantificar a qualidade do valor do parâmetro em relação à sua respectiva descrição do dado experimental final. Com essas informações, aplica-se o teorema de Bayes, que produz a distribuição a posteriori  $P(\vec{x}|\vec{y})$ , contendo os melhores parâmetros:

$$P(\vec{x}|\vec{y}) \propto P(\vec{y}|\vec{x})P(\vec{x}) . \quad (47)$$

Portanto, a partir dos dados experimentais, utiliza-se o modelo para encontrar o conjunto de parâmetros que melhor descreve o sistema [54, 77]. No entanto, realizar o cálculo com diferentes parâmetros pode demandar um alto custo computacional. Por essa razão, treina-se um emulador capaz de prever os resultados sem a necessidade de cálculo explícito, bastando para isso alguns exemplos de entrada.

No caso desta dissertação, nosso modelo híbrido é composto por T<sub>R</sub>ENTO, free-streaming, MUSIC, frzout e UrQMD, totalizando 15 parâmetros que estão listados na tabela 2. Utilizaremos os resultados da análise bayesiana produzida pelo grupo da Universidade de Duke [54] para colisões com energia de 5.02 TeV válida simultaneamente para os sistemas chumbo-chumbo (Pb-Pb) e próton-chumbo (p-Pb). A parametrização hidrodinâmica das viscosidades é dada pelas equações:

$$(\eta/s)(T) = (\eta/s)_{\min} + (\eta/s)_{\text{slope}} \cdot (T - T_c) \left( \frac{T}{T_c} \right)^{(\eta/s)_{\text{crv}}} , \quad (48)$$

Etapa	Parâmetro	Nome	MAP
<b>Condição Inicial</b>	Norm	Normalização	20 GeV
	$\rho$	Espessura reduzida	0
	$k$	Flutuação	0,19
	$n_c$	Número de constituintes	6
	$r_{cp}$	Largura do nucleon	0,81 fm
	$w_c$	Largura do constituinte	0,43 fm
	$d_{min}$	Distância mínima	0,81 fm
<b>Pré-equilíbrio</b>	$\tau_{fs}$	Tempo de free-streaming	0,37 fm/c
<b>Hidrodinâmica</b>	$(\eta/s)_{min}$	Equação (48)	0,11
	$(\eta/s)_{slope}$		1,6 GeV <sup>-1</sup>
	$(\eta/s)_{crv}$		-0,29
	$(\zeta/s)_{max}$	Equação (49)	0,032
	$(\zeta/s)_{width}$		0,024 GeV
	$(\zeta/s)_{peak}$		0,175 GeV
	$T_{width}$		Temperatura de troca

Tabela 2 – Tabela com os 15 parâmetros do modelo híbrido e seus respectivos valores máximos a posteriori (MAP), ou seja, os melhores valores encontrados por meio de análise bayesiana. Os valores foram extraídos da análise bayesiana realizada pela Universidade de Duke e apresentada em [54].

$$(\zeta/s)(T) = \frac{(\zeta/s)_{max}}{1 + \left( \frac{T - (\zeta/s)_{peak}}{(\zeta/s)_{width}} \right)^2} . \quad (49)$$

Vale destacar que iremos realizar simulações de p-Pb e a única análise bayesiana disponível para esse sistema é a análise de Duke. Além disso, os programas utilizados no nosso modelo híbrido são os mesmos usados nessa análise, com exceção da hidrodinâmica em que eles utilizam o VISH2 + 1 [32], mas que resolve as mesmas equações de movimento que o MUSIC. Dessa forma, nenhum programa ou parâmetro foi escolhido arbitrariamente.

Com o modelo híbrido definido, sua teoria explicada e os melhores parâmetros encontrados (tabela 2), podemos executar a simulação de colisão de íons pesados para descrever o QGP formado e realizar as análises específicas desejadas. Nesta dissertação, apresentaremos dois estudos, que serão descritos em detalhes nos próximos capítulos.



### 3 A TERMODINÂMICA DO QGP

Esse capítulo tem como objetivo compreender as propriedades termodinâmicas do QGP. Ele está dividido em dois subtópicos. A primeira subseção 3.1, destina-se a explicar conceitos e métodos já existentes na área, que relacionam as variáveis termodinâmicas do QGP com os observáveis finais de uma colisão. Nesta subseção, o foco está nos sistemas grandes formados pela colisão chumbo-chumbo (Pb-Pb). A subseção 3.2, concentra-se no desenvolvimento de um estudo termodinâmico inédito, no qual são aplicados os métodos descritos anteriormente, porém com ênfase em sistemas pequenos formados pela colisão próton-chumbo (p-Pb). O estudo desses sistemas menores é de grande relevância para a área, que ainda busca mais evidências sobre a formação do QGP nessas colisões. Dessa forma, o capítulo revisa os principais trabalhos já realizados nesse contexto e apresenta um novo estudo que utiliza as técnicas conhecidas para a análise do QGP em sistemas menores.

Referente ao desenvolvimento desta dissertação, este capítulo tem como objetivo efetuar simulações com a cadeia híbrida computacional e utilizar seus resultados finais em análises subsequentes. O propósito é compreender como executar a cadeia computacional completa, descrita no capítulo 2, e extrair informações físicas do QGP por meio dos resultados finais da simulação.

#### 3.1 SISTEMAS GRANDES

Devido à sua curta existência, o QGP não pode ser detectado diretamente. Portanto, suas propriedades devem ser inferidas com base nos observáveis de estado final medidos nas colisões, como já discutido anteriormente. Nessa seção, apresentaremos exemplos de como fazer essas inferências utilizando os resultados das simulações de colisões de íons pesados. O foco será descrever as propriedades termodinâmicas do QGP em colisões Pb-Pb.

No contexto das propriedades do QGP, o artigo [78] faz um compilado de diferentes questões termodinâmicas fundamentais que precisam ser estudadas. Dentre elas: qual é a temperatura da matéria do QGP produzida em colisões de íons pesados? Qual é o número de graus de liberdade termodinâmicos do sistema? É necessária uma investigação mais aprofundada sobre a transição de fases e a possível existência de um ponto crítico, além de outros questionamentos pertinentes nessa área. Para responder a essas questões, é necessário estabelecer uma forma de relacionar os dados experimentais com as grandezas físicas termodinâmicas de interesse.

De forma geral, os estudos termodinâmicos do QGP empregam modelos de quasi partículas, que podem ser ajustados para descrições analíticas mais simples. Um exemplo é o trabalho [79], que utiliza diferentes modelos de quasi partículas para investigar propriedades como a viscosidade de cisalhamento. A ideia básica consiste

em considerar um QGP não interagente em equilíbrio térmico, em que a densidade de energia e a pressão são descritas em termos das distribuições de Fermi-Dirac ou Bose-Einstein, permitindo a construção da densidade de entropia do sistema. Nesse contexto, a interação pode ser introduzida por meio de uma dependência na temperatura. O trabalho [79] considera que os graus de liberdade apresentam essa dependência com a temperatura

$$g(T) = a_0 - \frac{a_1}{e^{a_2(T-a_3)} + a_4}, \quad (50)$$

em que  $a_\mu$  com  $\mu = 0, 1, 2, 3, 4$  são parâmetros ajustados. Assim, a uma temperatura de  $T = 200$  MeV, a degenerescência é da ordem de 26, o que corresponde a um estado desconfinado. Já para  $T = 120$  MeV, a degenerescência é da ordem de 7, indicando um estado confinado. Esse resultado está em acordo com o diagrama de fases esperado da QCD, em que um aumento na temperatura reflete-se em um aumento nos graus de liberdade e, conseqüente, no desconfinamento dos quarks.

No contexto termodinâmico, poucos avanços foram feitos em modelos que não adotam a abordagem de quasi partículas. Em 1982, o artigo [80] foi um dos primeiros a estabelecer a existência de uma relação entre o momento transversal médio e a temperatura, que é uma grandeza fundamental para o estudo do diagrama de fases. Essa relação foi posteriormente reforçada no trabalho [81]. Essas conexões foram associadas a um contexto hidrodinâmico no trabalho [82], no qual é utilizada uma equação de estado modificada do bag model que descreve uma transição de fases contínua. Nesse artigo, foi determinada uma relação entre o momento transversal médio e a energia por partícula produzida ( $\langle |p_x| \rangle = \frac{1}{2} \frac{E}{N}$ ). Esses trabalhos exemplificam a ideia de uma ciência contínua e progressiva, uma vez que serviram de inspiração para os métodos mais modernos que serão abordados a seguir.

Com essa introdução à temática, nesta etapa daremos maior destaque à metodologia mais moderna apresentada no trabalho [83], que estabeleceu uma conexão entre grandezas termodinâmicas e dados experimentais. Essa abordagem é aplicada em sistemas colisionais grandes do tipo Pb-Pb, e será estendida para colisões p-Pb na próxima subseção.

Inicia-se a compreensão dessa análise com um experimento mental ilustrado na figura 19, em que um gás em equilíbrio termodinâmico dentro de uma bexiga está contido em um outro recipiente com vácuo. Ao romper a bexiga, o gás sofre uma expansão livre que conserva energia e entropia, desde que o gás final também esteja em equilíbrio termodinâmico. A conservação de energia é representada pela primeira lei da termodinâmica:

$$\Delta U = Q - W. \quad (51)$$

Na expansão livre do gás contra o vácuo, não há realização de trabalho nem troca de calor. Portanto, a variação de energia interna é nula, e, assim, não há variação na temperatura do sistema entre o estado inicial e final. Ressalta-se que, embora

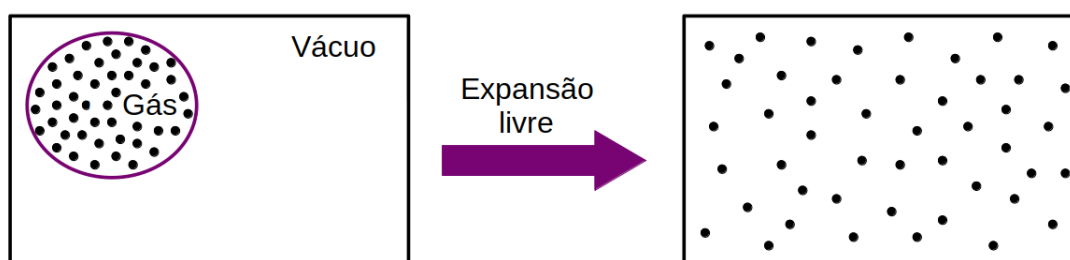


Figura 19 – Esquema ilustrativo do experimento mental: um gás em equilíbrio termodinâmico conserva energia e entropia ao sofrer uma expansão livre. Imagem produzida pela autora.

a temperatura inicial e final sejam iguais, o processo não é considerado isotérmico, pois só se tem conhecimento dos estados inicial e final, sem informações sobre uma temperatura ou estado intermediário. Por outro lado, a conservação de entropia ocorre porque o sistema está em equilíbrio termodinâmico, o qual é definido como o estado de máxima entropia do sistema, tanto antes quanto após a expansão livre. Nesse experimento mental, é possível determinar a densidade de energia e entropia inicial com base na medição do estado final e aplicação das leis de conservação.

Algo muito semelhante a esse experimento será considerado com o QGP produzido em colisões de íons pesados. No entanto, nem todas as partículas resultantes da colisão podem ser medidas, devido as limitações dos detectores que não abrangem todo o intervalo angular, como mostrado na figura 9. Portanto, não seria possível aplicar as leis de conservação nessa situação, já que a energia final seria menor do que a inicial. Para lidar com a medição da energia total em um determinado momento e tornar válida a aplicação das leis de conservação, utiliza-se a hipersuperfície de freeze-out como o estado final do nosso esquema mental. Ela contém todas as partículas que atingiram a temperatura de transição, como ilustrado na figura 18 do capítulo anterior. Assim, nessa situação, a energia e entropia total são dadas por:

$$E = \int_{\text{f.o.}} T^{0\mu} d\sigma_{\mu} = \varepsilon(T_{\text{eff}}) V_{\text{eff}} , \quad (52)$$

$$S = \int_{\text{f.o.}} sU^{\mu} d\sigma_{\mu} = s(T_{\text{eff}}) V_{\text{eff}} . \quad (53)$$

A definição de uma temperatura e volume efetivos refere-se a um estado de repouso do fluido que apresenta a mesma energia e entropia que o sistema na hipersuperfície de freeze-out. Observe que o QGP possui uma temperatura local que evolui de forma diferente em cada célula, de modo que a temperatura efetiva não representa um valor global em algum instante de tempo, mas sim uma temperatura representativa do sistema em repouso. Essa temperatura pode ser considerada como uma temperatura média de toda a evolução, fornecendo informações gerais sobre o QGP. A primeira intuição sobre essa temperatura é que ela seja menor que a temperatura inicial, já que o sistema expande e só tende a diminuir sua temperatura ao longo da evolução. Além

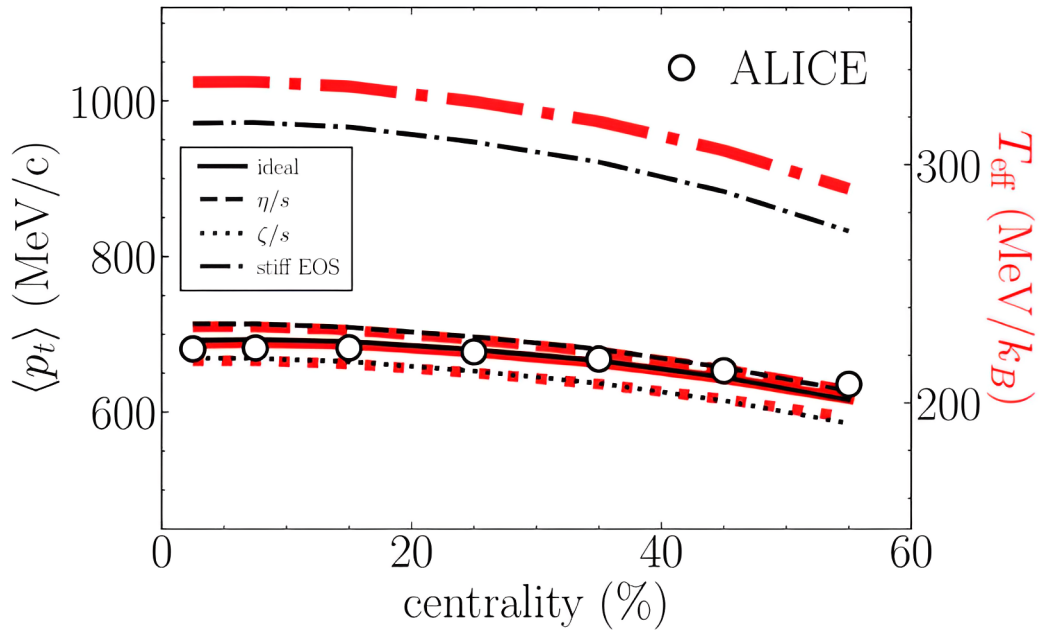


Figura 20 – Momento transversal médio (em preto) e temperatura efetiva (em vermelho) simulados para Pb-Pb em 5,02 TeV com diferentes equações de estado: ideal, com viscosidade de cisalhamento, com viscosidade de expansão e a equação dura da QCD. Os círculos representam os dados experimentais do momento transversal retirados do experimento ALICE. A proporção entre  $T_{\text{eff}}$  e  $\langle p_t \rangle$  é 3,07. Imagem retirada de [83].

disso, a temperatura efetiva deve ser maior que a temperatura de freeze-out, porque o fluido em repouso armazena só energia térmica, diferente do sistema no freeze-out que tem energia térmica e cinética dos hádrons.

Tomando a razão  $E/S$  com as equações (52) e (53), elimina-se a variável de volume efetivo:

$$\frac{E}{S} = \frac{\varepsilon(T_{\text{eff}})}{s(T_{\text{eff}})} = \frac{\int_{\text{f.o.}} T^{0\mu} d\sigma_\mu}{\int_{\text{f.o.}} su^\mu d\sigma_\mu}. \quad (54)$$

As integrais do lado direito são calculadas a partir das simulações de íons pesados, enquanto que o lado esquerdo pode ser substituído pela equação de estado usada na hidrodinâmica. Dessa forma, obtém-se uma equação que depende apenas de uma variável: a temperatura efetiva, que pode ser resolvida numericamente e está mostrada nas linhas vermelhas da figura 20 para diferentes equações de estado.

Vale destacar que esse estudo não utilizou uma cadeia híbrida de simulação semelhante à descrita no capítulo anterior. O estudo construiu, para uma colisão Pb-Pb em 5,02 TeV, uma condição inicial com deposição de entropia proporcional às funções espessura  $\sqrt{T_A T_B}$ . Essa condição inicial é diretamente inserida na hidrodinâmica, sem uma etapa de pré-equilíbrio, embora a hidrodinâmica tenha sido iniciada em  $\tau_0 = 0,6$  fm/c. A hidrodinâmica foi executada no modo ideal, sem dissipações, e também com as respectivas viscosidades de cisalhamento e de expansão em separado. É importante

notar que não foi realizada uma hidrodinâmica que considerasse ambas as dissipações simultaneamente. O objetivo dessas simulações com as viscosidades separadas foi observar o efeito que cada dissipação causa nas propriedades termodinâmicas do QGP. Além disso, também foi simulada uma hidrodinâmica com uma equação de estado denominada “dura” (stiff equation), dada por:

$$\varepsilon = 3P + C, \quad (55)$$

em que  $C$  é uma constante ajustada para  $P$  e  $\varepsilon$  se adequem com a equação de ressonância do gás de hádrons na hipersuperfície de freeze-out. Em relação as viscosidades, a de cisalhamento foi fixada em  $\eta/s = 0,2$  e a viscosidade de expansão foi parametrizada com:

$$(\zeta/s)(T) = \begin{cases} C_1 + \lambda_1 \exp[(x-1)/\sigma_1] + \lambda_2 \exp[(x-1)/\sigma_2] & T < 0,179 \\ A_0 + A_1 x + A_2 x^2 & 0,179 \leq T \leq 0,189 \\ C_2 + \lambda_3 \exp[-(x-1)/\sigma_3] + \lambda_4 \exp[-(x-1)/\sigma_4] & T > 0,189 \end{cases} \quad (56)$$

em que  $x = T/0,18$  com a temperatura dada em GeV e todos os coeficientes são valores numéricos que podem ser consultados em [84]. A temperatura de particlização do modelo foi de  $T = 156,5$  MeV. Na fase hadrônica foram considerados decaimentos, mas ignorados espalhamentos.

Com esse modelo, é possível determinar numericamente as integrais do lado direito da equação (54) ao final da etapa hidrodinâmica. Além disso, ao final da simulação, calcula-se o momento transversal médio ( $\langle p_T \rangle$ ), representado pelas linhas em preto da figura 20. Observa-se que os dados experimentais coletados pelo ALICE podem ser descritos pelo modelo, exceto quando é utilizada a equação de estado dura. Note que a equação de estado ideal seria  $\varepsilon = 3P$ , de modo que a constante  $C$  na equação (55), se for muito grande, não descreve adequadamente o QGP que é um fluido quase ideal. O motivo de utilizar uma equação de estado que não descreve o QGP foi que o foco dessa seção do artigo não era realizar comparações com dados experimentais, mas sim demonstrar conclusões mais amplas do modelo, como será discutido adiante.

O resultado importante da figura 20 é que a comparação dos gráficos de momento transversal e temperatura efetiva deixa clara a existência de uma proporcionalidade entre seus eixos. Essa constante de proporcionalidade foi dada por  $\langle p_t \rangle = 3,07 T_{\text{eff}}$  para a equação de estado ideal ou para os casos com viscosidades isoladas, e de  $\langle p_t \rangle = 2,9 T_{\text{eff}}$  para a equação dura da QCD.

Vale questionar se esses coeficientes de proporcionalidade encontrados são coerentes com a teoria clássica de um gás ideal. Considere, então, um ensemble grã-canônico, ou seja, um sistema com uma temperatura  $T$  e um potencial químico  $\mu$  fixos. Para esse sistema considere a estatística clássica de Maxwell-Boltzmann, mas descrita

em um limite contínuo [85]. Dessa forma, a densidade de partículas, a densidade de energia e a pressão são, respectivamente, dadas por:

$$n = \int \frac{d^3p}{(2\pi\hbar)^3} \exp\left[\frac{-E_p + \mu}{T}\right] \quad (57)$$

$$\varepsilon = \int \frac{d^3p}{(2\pi\hbar)^3} E_p \exp\left[\frac{-E_p + \mu}{T}\right] \quad (58)$$

$$P = \int \frac{d^3p}{(2\pi\hbar)^3} p_x v_x \exp\left[\frac{-E_p + \mu}{T}\right]. \quad (59)$$

Em que a energia  $E_p = \sqrt{p^2 + m^2} = p$  para sistema com partículas de massa nula. Da equação de Gibbs-Duhén  $dP = sdT + nd\mu$ , determinamos:

$$n = \left(\frac{\partial P}{\partial \mu}\right)_T \longrightarrow n = \frac{P}{T} \longrightarrow P = nT. \quad (60)$$

Por outro lado, a pressão da equação (59) pode ser desenvolvida, considerando a equação de Hamilton  $v_x = \partial E_p / \partial p_x$  [85], como:

$$P = \int \frac{d^3p}{(2\pi\hbar)^3} \frac{\vec{p}}{3} \cdot \left(-T \vec{\nabla}_p \left[\exp\frac{-E_p + \mu}{T}\right]\right)$$

$$P = \frac{1}{3} \int \frac{d^3p}{(2\pi\hbar)^3} p \exp\frac{-E_p + \mu}{T} = \frac{1}{3} \int \frac{d^3p}{(2\pi\hbar)^3} E_p \exp\frac{-E_p + \mu}{T},$$

portanto

$$P = \frac{\varepsilon}{3}. \quad (61)$$

Assim, das equações (60) e (61) temos uma relação direta entre energia e temperatura

$$P = nT = \frac{\varepsilon}{3} \longrightarrow \frac{\varepsilon}{n} = \frac{E}{N} = 3T. \quad (62)$$

No caso de colisões de íons pesados, estamos no limite ultrarrelativístico, no qual a massa das partículas é muito menor que o momento. Isso significa que a energia, nesse caso, é aproximadamente igual ao momento transversal, ou seja,  $E \simeq p_t$ . Assim, a partir da equação (62), podemos estabelecer uma conexão entre o momento transversal, que é um observável final do detector, e a temperatura macroscópica do QGP da seguinte forma:

$$p_t \simeq 3T. \quad (63)$$

Portanto, os resultados de proporcionalidade encontrados através da figura 20 estão de acordo com o esperado pela teoria clássica de um gás ideal sem massa.

Um fato observável na figura 20 é que tanto o momento quanto a temperatura efetiva são, em boa medida, independentes da centralidade da colisão. Além disso, nota-se que a equação dura da QCD, apesar de apresentar momentos significativamente maiores do que os dados experimentais, como mencionado anteriormente, ainda mantém constante de proporcionalidade entre as grandezas da ordem de 3.

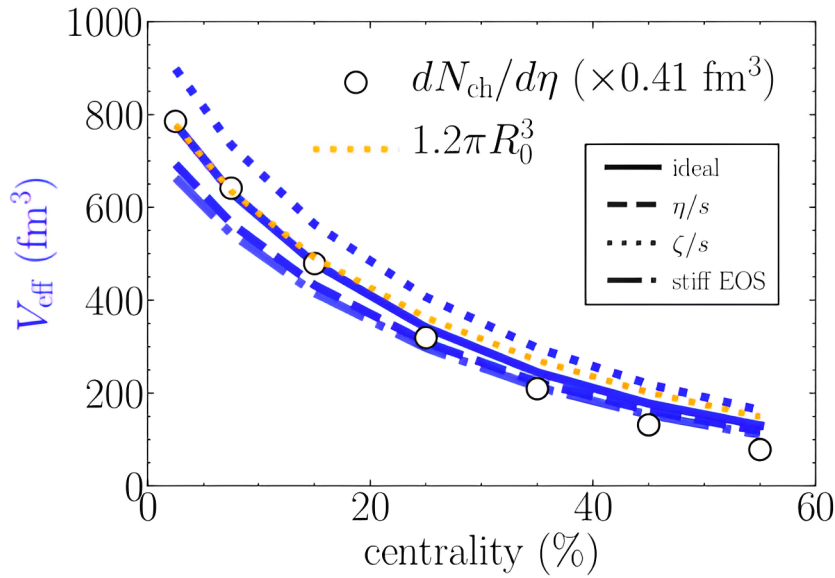


Figura 21 – Volume efetivo como função da centralidade. As linhas em azul representam o volume efetivo calculado pela equação (53) descrita no texto. Os círculos representam os dados experimentais de multiplicidade por pseudorapidez, multiplicados por um fator de 0,41. A linha amarela é a proposta do volume geométrico com o melhor ajuste. Imagem retirada de [83].

Após determinar a temperatura efetiva, é possível retornar à equação (52) ou (53) e resolver numericamente uma delas para obter o volume efetivo. Os resultados são apresentados pelas linhas azuis da figura 21. Além disso, podemos determinar um volume inicial utilizando uma abordagem geométrica, associando-o a um raio definido com base na densidade de entropia:

$$(R_0)^2 \equiv \frac{2 \int_r |r|^2 s(\tau_0; r) d^3 r}{\int_r s(\tau_0; r) d^3 r}. \quad (64)$$

Nessa equação, a integração é realizada no plano transversal, em que  $s(\tau_0; r)$  representa o perfil de densidade de entropia no tempo  $\tau_0$ , quando a hidrodinâmica é iniciada. O fator 2 garante que no caso de um perfil de densidade uniforme, o lado direito resulte em  $R_0^2$ . A partir dessa definição, podemos inferir que o volume é proporcional a  $(R_0)^3$  por razões dimensionais. A curva amarela na figura 21 representa o volume geométrico inicial, pensado como um cilindro, com o melhor ajuste para o coeficiente de proporcionalidade. Observa-se que esse volume efetivo é reduzido na mesma proporção que a multiplicidade ao variar a centralidade da colisão.

A figura 22 mostra a relação entre o volume efetivo e a grandeza  $dN_{\text{ch}}/d\eta/A$ , que representa a multiplicidade das partículas carregadas no intervalo de pseudorapidez  $|\eta| < 0,5$ . Essa multiplicidade é escalada em termos do número de massa do núcleo  $A$ . Portanto, o resultado encontrado independe do tipo de núcleo que colide, seja Pb-Pb, Au-Au ou Cu-Cu [83]. Essa grandeza é referida como energia colisional, embora não represente a energia do centro de massa do feixe, mas sim uma grandeza proporcional

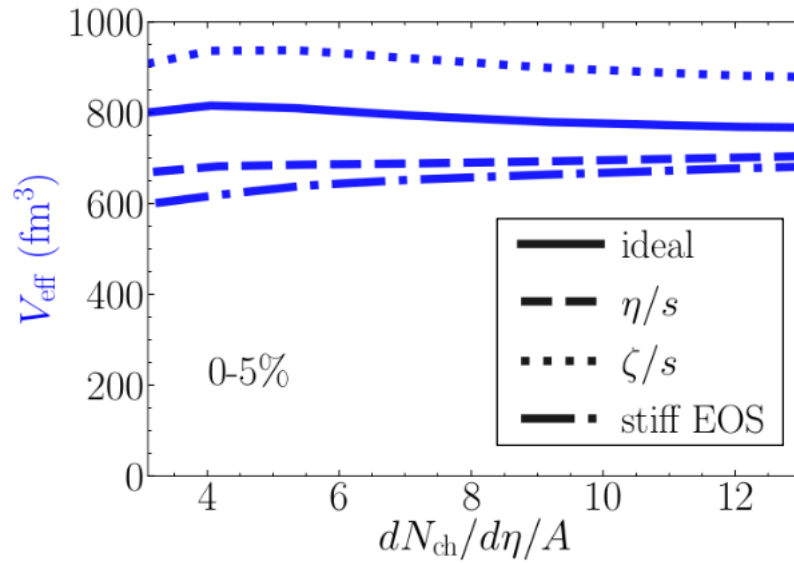


Figura 22 – Volume efetivo para eventos com centralidade entre 0 – 5% em termos da energia colisional. As curvas são aproximadamente constantes. Imagem retirada de [83].

à energia de colisão por nucleon. A conclusão tomada da figura 22 é que, apesar do volume efetivo variar com a centralidade ele é independente da energia colisional.

Outra discussão que pode ser feita nesse contexto é em relação ao desconfinamento. Utilizando o resultado anterior:  $\langle p_t \rangle = 3,07 T_{\text{eff}}$ , para  $\langle p_t \rangle = 681$  MeV, a temperatura efetiva do QGP é da ordem de  $T_{\text{eff}} = 222$  MeV, o que, de acordo com o diagrama de fases da QCD, estaria na região de desconfinamento. Além disso, sabe-se que a densidade de partículas para um gás sem massa que segue a estatística de Boltzmann [85] é dada por:

$$n = \frac{gT^3}{\pi^2}, \quad (65)$$

em que  $g$  representa os graus de liberdade do QGP. Por outro lado, a densidade de partículas pode ser obtida através da equação abaixo em que se utilizam as informações experimentais para a solução:

$$n = \frac{1,5(dN_{\text{ch}}/d\eta)}{V_{\text{eff}}} = 1,5 \frac{2000}{780} \simeq 4, \quad (66)$$

sendo o fator 1,5 necessário para estimar a multiplicidade final total do experimento e não apenas a multiplicidade final de partículas carregadas, as quais representam, em geral, 2/3 do total de partículas do sistema. Retornando à equação (65), determina-se uma estimativa aproximada para os graus de liberdade do sistema:

$$g = \frac{n\pi^2}{T^3} (\hbar c)^3 \simeq \frac{4\pi^2}{222^3} (197)^3 \sim 30. \quad (67)$$

Usualmente, em estados confinados, os graus de liberdade contabilizam somente sabor, spin e cor, o que nos dá graus de liberdade da ordem de  $2N_f$  com  $N_f$  sendo o



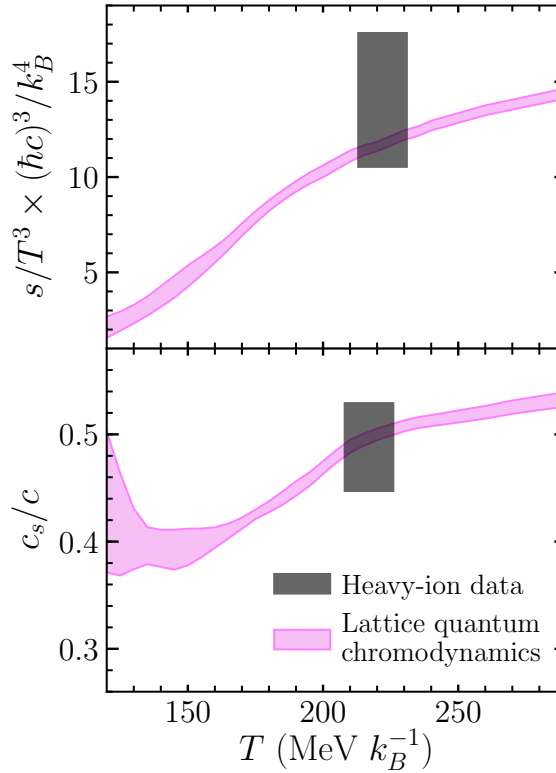


Figura 23 – Densidade de entropia e velocidade do som em função da temperatura. A faixa em rosa representa os limites calculados pela QCD na rede, enquanto o retângulo em preto representa o valor calculado a partir dos dados experimentais, ambos com a largura representando suas incertezas. Imagem retirada de [83].

número de sabores. Como o valor desse grau de liberdade é maior que o esperado, seriam necessários 15 sabores para o total de graus de liberdade, indica-se que ocorreu o desconfinamento da carga cor, que passou agora a contribuir com mais graus de liberdade para o sistema  $2N_f N_c$ . Ou seja, em um estado confinado só existe uma opção para os graus de cor que somem a carga cor branca, já em um estado desconfinado, cada partícula pode ter 3 diferentes estados de cor, o que faz com que nossos graus de liberdade aumentem muito. Com isso, temos mais um indício de que o QGP é produzido em colisões Pb-Pb.

Além dessas análises, é possível determinar outra grandeza termodinâmica relevante, que é a densidade de entropia, utilizando para isso os observáveis finais. Temos a seguinte expressão:

$$s(T_{\text{eff}}) = \frac{1}{V_{\text{eff}}} \frac{S}{N_{\text{ch}}} \frac{dN_{\text{ch}}}{dy}, \quad (68)$$

em que  $S/N_{\text{ch}} = 6,7 \pm 0,8$  e  $dN/dy \simeq 1,15 dN/d\eta$ , obtidos experimentalmente. Com esses dados, podemos determinar a densidade de entropia da matéria formada na colisão, representada pelo retângulo escuro da figura 23, que está em concordância com a densidade de entropia da QCD na rede [86].

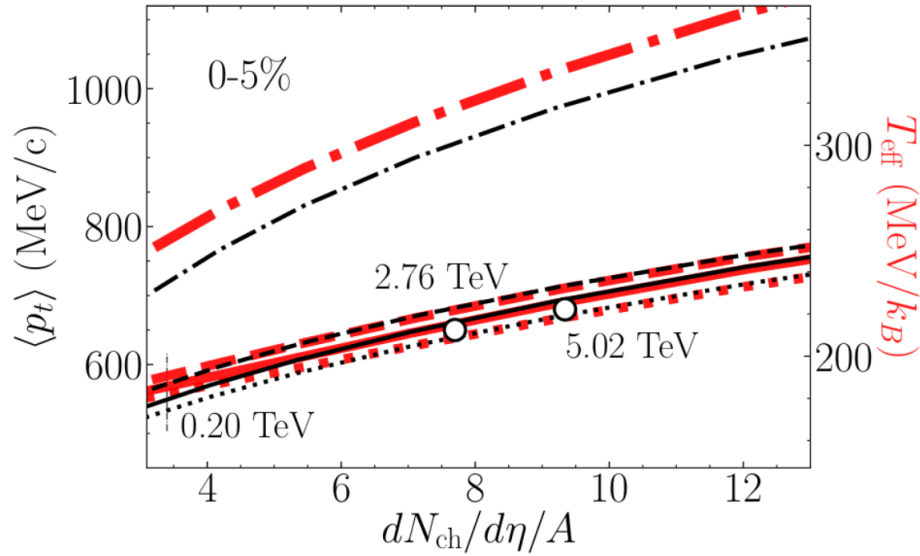


Figura 24 – Momento transversal médio e temperatura efetiva para eventos com centralidade de 0 – 5%. As linhas seguem a mesma lógica da figura 21, e os círculos representam os dados experimentais do ALICE. Os dados experimentais em duas energias diferentes possibilitam o cálculo da derivada, facilitando o cálculo da equação (70). Imagem retirada de [83].

Além disso, a velocidade do som é definida como  $c_s^2 \equiv \frac{dP}{d\varepsilon}$  e pode ser expressa por meio da relação de Gibbs-Duhem ( $dP = sdT + nd\mu$ ) e da relação de Euler ( $ds = \beta d\varepsilon + \alpha dn$ ), em que toma-se a condição de potencial químico nulo:

$$c_s^2(T_{\text{eff}}) = \frac{sdT}{Tds}. \quad (69)$$

Para desenvolver essa expressão, utilizamos o fato de que a densidade de entropia é proporcional à multiplicidade, ou seja, escrevemos:  $ds(T_{\text{eff}})/s = dN_{\text{ch}}/N_{\text{ch}}$ , sendo essa uma expressão que independe da constante de proporcionalidade. Da mesma forma, existe uma proporcionalidade entre momento transversal médio e temperatura efetiva, ou seja,  $dT_{\text{eff}}/T_{\text{eff}} = d\langle p_t \rangle/\langle p_t \rangle$ . Portanto,

$$c_s^2(T_{\text{eff}}) = \frac{N_{\text{ch}}}{dN_{\text{ch}}} \frac{d\langle p_t \rangle}{\langle p_t \rangle} = \frac{d(\ln \langle p_t \rangle)}{d(\ln dN_{\text{ch}}/d\eta)}, \quad (70)$$

que é uma análise totalmente baseada em valores obtidos experimentalmente. A derivada dos dados é calculada a partir de dados obtidos de colisões efetuadas em duas energias de centro de massa diferentes, 2,76 e 5,02 TeV, como ilustrado na figura 24. Os resultados para a velocidade do som estão apresentados na figura 23. Novamente, os resultados calculados para o meio produzido em colisões Pb-Pb estão em acordo com as previsões da QCD na rede.

Portanto, todos esses resultados corroboram a ideia da produção de um estado desconfinado da matéria hadrônica, evidenciado por um comportamento contínuo que está em concordância com os dados experimentais e da rede [86]. Além disso, eles

demonstram uma clara conexão entre os observáveis finais e as grandezas termodinâmicas do QGP.

Assim, com toda essa base teórica de uma possível estratégia para estudar as propriedades termodinâmicas do QGP formado em colisões de sistemas grandes, avançamos para a próxima seção, na qual essa teoria é aplicada, de maneira inédita, em colisões p-Pb.

### 3.2 SISTEMAS PEQUENOS

Nesta seção, o objetivo é aplicar as ideias de análises termodinâmicas descritas anteriormente, porém para sistemas colisionais menores. Como amplamente afirmado ao longo desta dissertação, as colisões entre núcleos pesados são capazes de produzir as condições extremas necessárias para a formação do QGP. Essa fase da matéria criada em colisões de íons pesados evolui através de uma descrição hidrodinâmica, a qual descreve correlações de longo alcance e os coeficientes de fluxo do sistema.

Atualmente, a proposta de um comportamento coletivo para o QGP produzido por sistemas grandes N-N (núcleo-núcleo) é amplamente aceita pela comunidade científica [87]. No entanto, colisões de sistemas menores, como p-N, d-N, He<sup>3</sup>-N (próton-núcleo, deutério-núcleo, hélio-núcleo) ou mesmo p-p (próton-próton), ainda são temas de discussão em relação a essa descrição coletiva. Não é óbvio se esses sistemas menores são capazes de produzir as condições necessárias para a transição de fases da QCD. Por exemplo, no caso de colisões Pb-Pb, o sistema apresenta um total de 414 nucleons que podem participar da colisão. Já no caso em que se troca um núcleo de chumbo por um próton, esse número se reduz para 208 nucleons. No entanto, observe que além da redução no número total de nucleons, a maior redução ocorre no número de participantes, pois em Pb-Pb temos 207 nucleons podendo interagir com outros 207 nucleons, enquanto no caso de p-Pb, um nucleon não poderá interagir com os outros 207 nucleons, resultando em uma redução significativa no número de participantes desse sistema, como ilustrado na figura 25. Isso justifica porque colisões p-Pb são denominadas no grupo de sistemas colisionais pequenos.

Estudos sobre a colisão desses sistemas menores têm revelado a existência de correlação entre a geometria inicial e o estado final [88]. Dessa forma, a emissão das partículas finais em eventos de alta multiplicidade está fortemente ligada às anisotropias de fluxo, o que faz com que a elipticidade  $v_2$  e triangularidade  $v_3$  apresentem um valor não nulo e um comportamento similar aos sistemas grandes. Medir esses coeficientes de fluxo através da correlação entre partículas é uma das maiores evidências de um comportamento coletivo [89]. Isso proporciona evidências da formação de um QGP com propriedades hidrodinâmicas, principalmente em eventos mais centrais [90, 91, 92, 93, 94].

Apesar desses dados descreverem um sistema muito semelhante à colisão

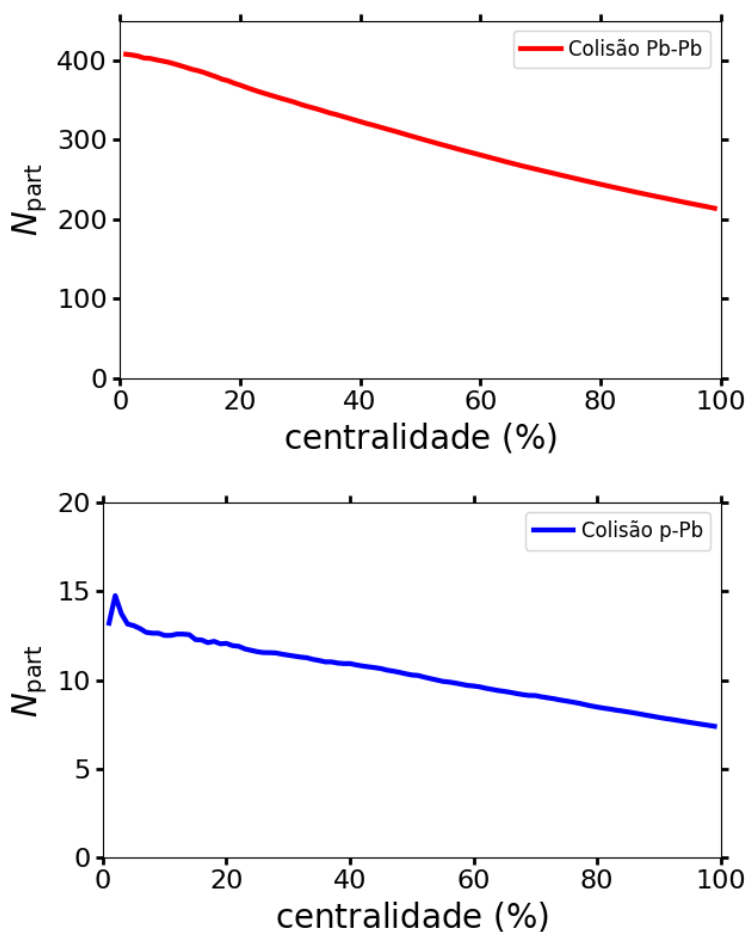


Figura 25 – Número de participantes em função da centralidade para dois sistemas distintos em uma estatística de 2000 eventos. Imagem criada pela autora.

N-N, existem também indícios que apontam em outra direção. Um exemplo disso são os dados gerados com jatos. O chamado jet quenching [95] ocorre quando um jato atravessa o QGP formado e ocorre uma interação com o meio que é observada indiretamente pela redução do momento final das partículas. No caso de sistemas menores, essa redução é mais sutil e pouco observada em eventos mais periféricos. Portanto, devido a essas observações, a comunidade científica não chegou a um consenso quanto à capacidade dos sistemas menores em produzir o QGP da mesma forma que as colisões de sistemas maiores.

Com o objetivo de compreender melhor a matéria produzida em colisões de sistemas menores, realizamos uma análise termodinâmica semelhante à discutida na seção anterior, mas desta vez aplicada à colisão p-Pb. Nesta análise, executamos uma simulação híbrida da colisão p-Pb, considerando um comportamento hidrodinâmico. Os resultados obtidos foram comparados com dados experimentais, a fim de determinar se a matéria formada nessas colisões está em concordância com a teoria e com os resultados de Pb-Pb mencionados na referência [83].

Para este estudo, utilizamos a mesma abordagem apresentada na seção ante-

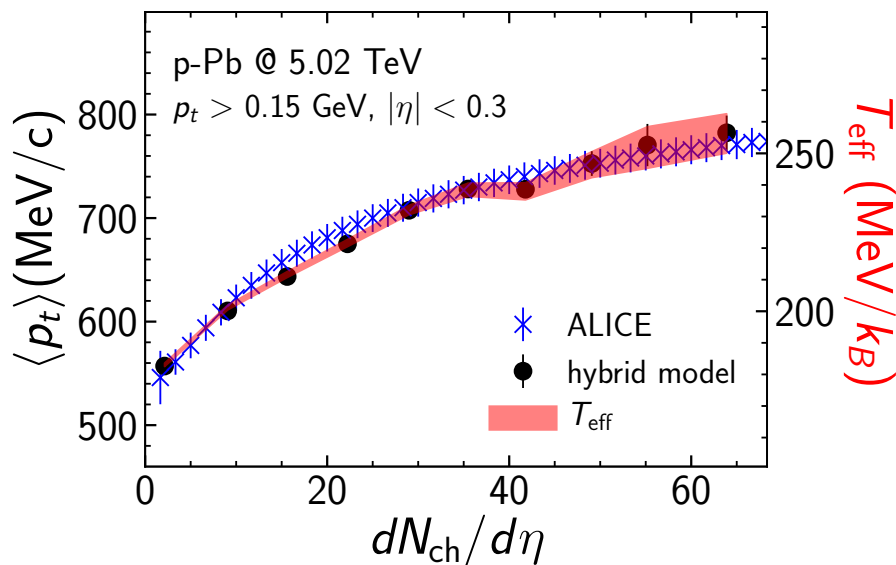


Figura 26 – Gráfico do momento transverso médio e temperatura efetiva em função do número de partículas carregadas por pseudorapidez. Em azul, representam-se os dados experimentais do momento transverso coletados pelo experimento ALICE [96]. Em preto, são apresentados os resultados do momento transverso obtidos pelo modelo híbrido de simulações de íons pesados. Em vermelho, mostra-se a temperatura efetiva determinada pelas equações descritas no texto. No gráfico, são considerados os mesmos limites dos dados experimentais, utilizando partículas com  $p_T > 0,15$  GeV e  $|\eta| < 0,3$ . Imagem da autora.

rior, bem como os dados experimentais do experimento ALICE [96] e os resultados numéricos obtidos por meio da cadeia computacional descrita no capítulo 2. A simulação da colisão p-Pb em energias de 5,02 TeV, foi realizada utilizando os parâmetros a posteriori resultantes da análise bayesiana [54] descrita na última seção do capítulo 2. Além disso a simulação foi feita considerando o minimum-bias, ou seja, o parâmetro de impacto varia livremente. A cadeia de simulação abrange a interconexão entre os modelos T<sub>R</sub>ENTo, free-streaming, MUSIC, frzout e UrMDQ. Na hidrodinâmica, utilizamos a equação de estado da colaboração HotQCD [97], combinada com a equação de ressonância do gás de hádrons (HRG) para o intervalo de temperaturas mais baixas.

Novamente, a energia e a entropia total do sistema são definidas a partir da integral sobre a hipersuperfície de freeze-out, como mostrado nas equações (52) e (53). Além disso, o volume efetivo é eliminado ao dividir ambas as equações. Dessa forma, obtemos uma única relação em termos da temperatura efetiva, que pode ser avaliada numericamente e representada no gráfico da figura 26. Na mesma figura, são plotados os valores do momento transverso médio por número de partículas carregadas, que são os resultados finais da nossa simulação. Observa-se que os momentos calculados pelo modelo híbrido de simulação de colisão descrevem bem os dados experimentais coletados pelo experimento ALICE.

A relação de proporcionalidade obtida a partir da figura 26 é  $\langle p_t \rangle = 3,05 T_{\text{eff}}$ , o que está em concordância com o resultado encontrado em sistemas grandes e com o resultado da equação (63) para a teoria do gás ideal. Portanto, mesmo considerando um sistema colisional contendo um menor número de nucleons participantes e, apesar de todas as diferenças entre as cadeias numéricas utilizadas, a matéria produzida ainda respeita a relação de proporção entre temperatura e momento transversal médio. É importante ressaltar que o gráfico da figura 26 foi construído considerando os cortes cinemáticos dos dados experimentais ( $p_t > 0,15 \text{ GeV}$  e  $|\eta| < 0,3$ ), de modo que todos os dados estejam em condições iguais para comparação. No entanto, devido à excelente concordância observada entre o momento transversal experimental e o do modelo híbrido, é possível estabelecer uma relação entre  $p_t$  e  $T_{\text{eff}}$  para todas as partículas, sem considerar os cortes cinemáticos. Nessa situação, a proporção encontrada é de  $p_t = 2,97 T_{\text{eff}}$ , o que também está em conformidade com a teoria.

A determinação do volume efetivo seguiu o mesmo raciocínio descrito na seção anterior. Inicialmente, utilizando os resultados da temperatura efetiva, determinamos numericamente o volume efetivo por meio da equação (52) ou (53). Nesse caso, propusemos um volume geométrico inicial proporcional ao raio elevado ao cubo, conforme definido na equação (64). Os resultados são apresentados na figura 27. Observa-se que o volume efetivo e a multiplicidade diminuem na mesma proporção com o aumento da centralidade, o que também ocorre nas colisões Pb-Pb. No entanto, o volume geométrico inicial permanece praticamente constante em relação à centralidade, diferentemente do volume nas colisões Pb-Pb, que diminui com a centralidade. Portanto, na colisão p-Pb, o volume inicial do QGP é mais dependente do estado do próton do que da região de sobreposição em si. Além disso, a constância do volume inicial indica que eventos p-Pb mais centrais apresentam uma densidade inicial de entropia maior e, conseqüentemente, um momento transversal maior. Isso justifica o crescimento de  $\langle p_t \rangle$  em função da multiplicidade, conforme ilustrado na figura 26.

Por outro lado, a densidade de entropia da matéria criada em colisão p-Pb segue a descrição apresentada na seção anterior:

$$s(T_{\text{eff}}) = \frac{1}{V_{\text{eff}}} \frac{S}{N_{\text{ch}}} \frac{dN_{\text{ch}}}{dy}, \quad (71)$$

no entanto, como já mencionado,  $dN_{\text{ch}}/dy$  não é uma medida direta. No caso de colisões Pb-Pb, conhecemos a relação  $dN_{\text{ch}}/dy \simeq 1,15 dN_{\text{ch}}/d\eta$ . No entanto, para colisões p-Pb, essa relação não é conhecida. Portanto, utilizaremos a relação conhecida para colisões p-p em eventos de alta multiplicidade,  $dN_{\text{ch}}/dy \simeq 1,19 dN_{\text{ch}}/d\eta$  [98]. Dessa forma, a expressão para a densidade de entropia escalada pela temperatura se torna:

$$\frac{s(T_{\text{eff}})}{T_{\text{eff}}^3} = \frac{1,19}{V_{\text{eff}}} \frac{S}{N_{\text{ch}}} \frac{dN_{\text{ch}}}{d\eta} \frac{3,05^3}{\langle p_T \rangle^3}, \quad (72)$$

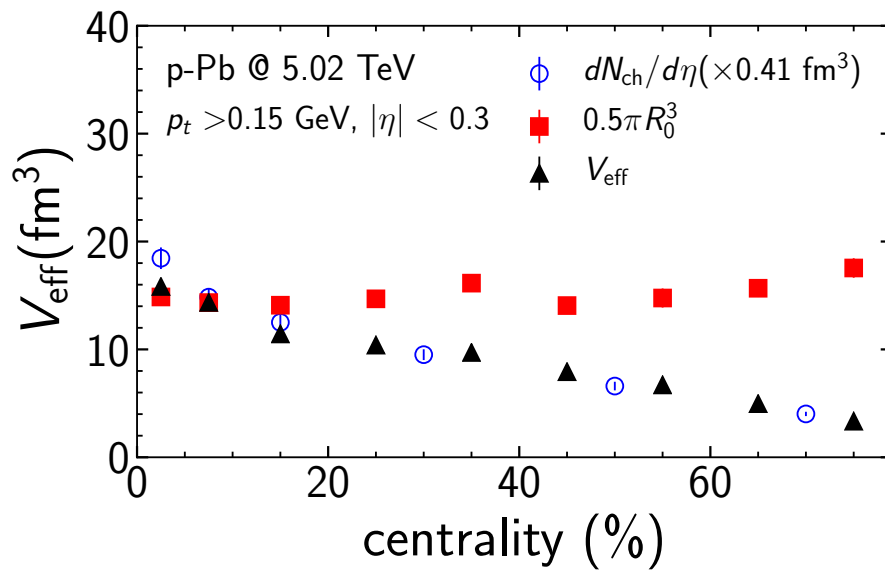


Figura 27 – Volume efetivo em função da centralidade. Observa-se que o volume efetivo diminui proporcionalmente à multiplicidade, enquanto o volume geométrico inicial é basicamente constante em relação à centralidade. Imagem da autora.

essa expressão é obtida apenas com base em valores experimentais. A grandeza  $S/N_{\text{ch}}$  ainda não foi determinada para colisões p-Pb. Utilizaremos os resultados do artigo [98], que indicam  $S/N_{\text{ch}} = 6,3 \pm 0,8$  válido para colisões p-p de mais alta multiplicidade, que é o cenário de melhor ajuste para colisões p-Pb. A figura 28 apresenta os resultados obtidos com a substituição dos valores experimentais, além de mostrar os resultados da QCD na rede para possíveis comparações. A figura 28 demonstra que a matéria produzida em colisões p-Pb apresenta o mesmo comportamento da matéria descrita pela QCD na rede para eventos que apresentam cerca de 30% da maior multiplicidade. Isso é uma evidência de que o QGP é produzido em colisões p-Pb nos eventos mais centrais. Além disso, a figura 28 indica que eventos mais periféricos não seriam capazes de gerar as condições necessárias para a produção de um QGP com comportamento hidrodinâmico.

Na seção anterior, foi discutida a busca pela equação que descreve a velocidade do som em função da temperatura no caso Pb-Pb. No entanto, essa análise não pode ser realizada no cenário p-Pb devido à necessidade de dados experimentais em diferentes energias. A equação (70) contém uma derivada que requer pelo menos duas energias diferentes, conforme ilustrado na figura 24. Atualmente, os dados de momento transversal médio por centralidade para colisões p-Pb só estão disponíveis para energias de  $\sqrt{s} = 5,02 \text{ TeV}$ , o que justifica a não realização dessa análise. Recentemente, a colaboração ALICE publicou [99] dados experimentais preliminares para colisões p-Pb em energias de 8,16 TeV. No entanto, esses dados ainda não são públicos e não fornecem o momento médio por centralidade. Portanto, em um futuro próximo, esse

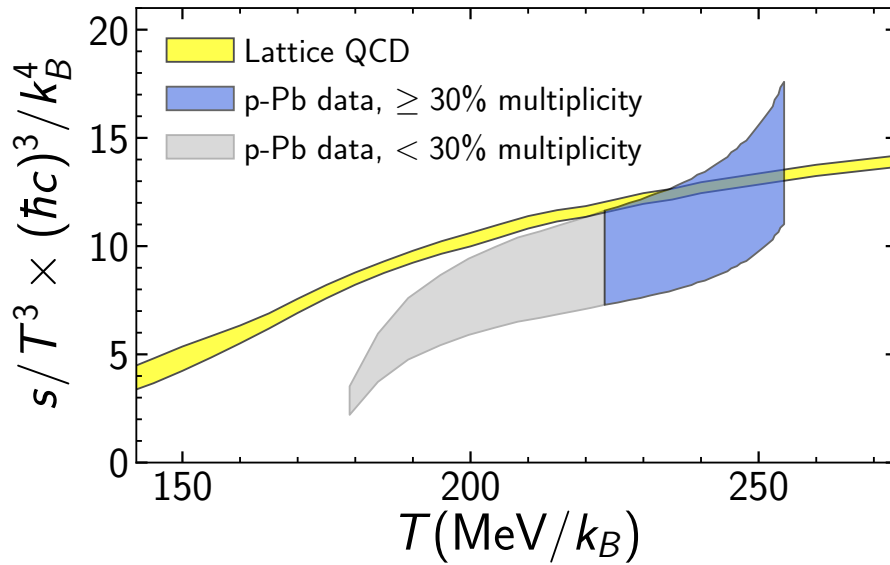


Figura 28 – Densidade de entropia escalada por  $T^3$  em função da temperatura. A banda amarela representa os resultados da QCD na rede [86], já a banda em azul e cinza os resultados dos cálculos descritos no texto. As incertezas são representadas pelas larguras das bandas. A parte em azul corresponde à área de concordância entre os resultados, que correspondem a eventos com centralidade de até 30%, ou seja, os eventos de maior multiplicidade. Imagem da autora.

cálculo poderá ser feito, uma vez que os dados experimentais sejam publicados.

Em relação aos graus de liberdade, a densidade de partículas é calculada usando a equação (66). No caso Pb-Pb, a temperatura efetiva é aproximadamente constante em relação à centralidade, enquanto no caso p-Pb há uma variação significativa. A partir da figura 26, observa-se que a temperatura efetiva está no intervalo  $179 < T_{\text{eff}} < 257$  MeV. No entanto, conforme ilustrado na figura 28, apenas os eventos com maior centralidade devem obedecer a uma descrição hidrodinâmica. Portanto, considerando  $T_{\text{eff}} > 220$  MeV e o correspondente volume efetivo  $V_{\text{eff}} > 10,9 \text{ fm}^3$  obtido na figura 27, juntamente com  $dN_{\text{ch}}/d\eta > 20$  [100], podemos determinar o seguinte:

$$n = \frac{1,5dN_{\text{ch}}/d\eta}{V_{\text{eff}}} \implies n > 2,7\text{fm}^3, \quad (73)$$

o que resulta em graus de liberdade

$$g = \frac{n\pi^2}{T_{\text{eff}}^3} (\hbar c)^3 \implies g > 19. \quad (74)$$

Essa é mais uma evidência da ocorrência de desconfinamento para o subconjunto de eventos com maior multiplicidade.

Uma última discussão que pode ser inferida dessas análises está relacionada às análises bayesianas executadas em sistemas menores. A análise bayesiana que



utilizamos para o sistema p-Pb apresenta uma incerteza maior do que para sistemas grandes nos observáveis finais [54]. Tal fato pode estar associado aos resultados encontrados nesta dissertação. Como observado, a matéria produzida em colisões p-Pb apresenta uma descrição hidrodinâmica apenas para eventos mais centrais. Portanto, seria mais coerente realizar análises bayesianas que considerem esses resultados e não incluam eventos muito periféricos para análises em sistemas menores, levando em conta apenas o fluido e excluindo outros termos que não fazem parte dessa descrição. Dessa forma pode ser possível obter melhores resultados para análises de sistemas menores.

A principal conclusão desse capítulo é que as análises das propriedades termodinâmicas da matéria produzida em colisões p-Pb fornecem fortes indícios da existência de QGP em colisões de maior multiplicidade em sistemas menores.

## 4 VIOLAÇÃO DE CAUSALIDADE EM COLISÕES DE ÍONS PESADOS

Este capítulo tem como objetivo discutir a questão da causalidade no contexto da teoria e simulação da etapa hidrodinâmica do QGP. Para isso, serão apresentadas três seções. A primeira seção abordará a questão da causalidade do ponto de vista da teoria hidrodinâmica. A segunda seção consistirá em análises sobre o que se sabe acerca da violação de causalidade no regime não linear nos modelos híbridos, incluindo análises inéditas relacionadas a essa questão. Por fim, a terceira e última seção terá como foco o estudo de parâmetros relevantes para a descrição desse fenômeno.

Assim, inicia-se o capítulo discutindo o que é uma teoria causal e sua importância para a Física. Para isso, é feita uma perspectiva histórica das descrições hidrodinâmicas, desde as antigas até as atuais teorias relativísticas viscosas e causais. Em seguida, é apresentada a distinção entre a condição linear e não linear da causalidade, utilizadas para analisar os sinais de acausalidade no contexto das simulações hidrodinâmicas. Prossegue-se com uma análise dos resultados dessas simulações, buscando compreender as causas da acausalidade nas simulações de íons pesados e identificar possíveis avanços nas futuras descrições híbridas a serem desenvolvidas.

Em relação ao contexto geral da dissertação e à produção de pesquisa científica, este capítulo propõe o desenvolvimento de uma análise que vá além dos trabalhos já publicados, ou seja, uma ampliação da fronteira atual do assunto. Além disso, no presente capítulo, aprofunda-se no estudo das funções internas do modelo computacional hidrodinâmico utilizado, o MUSIC. Portanto, trata-se de uma parte essencial para o desenvolvimento da pesquisa, com foco na simulação coletiva, que representa a parte temporalmente mais longa da colisão.

### 4.1 CONDIÇÕES PARA A CAUSALIDADE

Na mecânica clássica, a causalidade está associada à separação temporal entre causa e efeito, de modo que a causa sempre precede o efeito. Em outras palavras, ao definir a causa, o efeito ocorre em um momento posterior, ou seja,  $t_{\text{efeito}} > t_{\text{causa}}$ . Com o advento da teoria da relatividade, espaço e tempo passaram a ser compreendidos de forma integrada, e uma teoria causal passou a ser aquela em que o efeito não apenas ocorre no futuro da causa, mas também dentro de uma região definida do espaço-tempo, chamada cone de luz. Isso implica que o efeito está limitado a uma região mais restrita do espaço-tempo, em conformidade com um dos postulados fundamentais [101] da Física: a velocidade máxima de propagação de um objeto ou informação é a velocidade da luz no vácuo,  $c$ . Uma teoria é considerada causal quando respeita essa condição.

### 4.1.1 Condição de causalidade linear

Para estudar a causalidade em teorias hidrodinâmicas, introduzimos uma perturbação no fluido e determinamos sua velocidade de propagação [63], que deve ser menor ou igual a  $c$  para que o postulado seja respeitado. Ao percorrer as teorias hidrodinâmicas descritas no capítulo 2, iniciamos com uma teoria hidrodinâmica ideal. As perturbações são aplicadas à densidade de energia  $\varepsilon = \varepsilon_0 + \delta\varepsilon$  e à quadrivelocidade  $u^\mu = u_0^\mu + \delta u^\mu$ . Em seguida, as equações de movimento são escritas para essas perturbações e resolvidas no espaço de Fourier. A solução dessas equações para as perturbações no espaço de Fourier deve incluir uma relação entre a frequência  $\omega$  e o número de onda  $k$ . Assim, a velocidade de propagação da perturbação é determinada pela velocidade de grupo, dada por

$$v_g = \left| \frac{d\omega}{dk} \right|. \quad (75)$$

No caso de um fluido ideal, essa relação é linear ( $\omega^2 = c_s^2 k^2$ ), de modo que a velocidade de propagação é determinada pelo coeficiente de proporcionalidade  $c_s$ , que é a velocidade do som no meio. Portanto, na teoria da hidrodinâmica ideal, a causalidade é respeitada.

No entanto, como mencionado nos capítulos anteriores, o QGP deve ser descrito por uma hidrodinâmica viscosa relativística. A primeira teoria proposta por Navier-Stokes é estudada da mesma forma, com perturbações na densidade de energia, quadrivelocidade e nas variáveis dissipativas [63]. A equação de conservação do tensor energia-momento é resolvida no espaço de Fourier, resultando em duas relações entre  $\omega$  e  $k$ :

$$\begin{aligned} \omega^2 &= c_s^2 k^2 - i\omega\gamma_s k^2 \\ i\omega &= \gamma_\eta k^2, \end{aligned} \quad (76)$$

com  $\gamma_s \equiv \frac{\eta}{\varepsilon_0 + P_0}$  e  $\gamma_\eta \equiv \frac{4\eta}{3(\varepsilon_0 + P_0)} + \frac{\zeta}{\varepsilon_0 + P_0}$  definidas em termos das viscosidades [63]. No limite de  $k$  muito pequeno, a primeira expressão se reduz a uma relação linear e a velocidade de propagação da perturbação é limitada e novamente dada por  $c_s$ . Portanto, nesse limite, a teoria de Navier-Stokes é causal e comporta-se adequadamente, sendo aplicável a condições não relativísticas. Por essa razão, a teoria de Navier-Stokes é usada para descrever problemas de engenharia com fluidos comuns, já que descreve os efeitos dissipativos de fluidos do dia a dia.

No entanto, fora desse limite para  $k$  grande, a relação de proporcionalidade dominante é  $\omega \propto k^2$ , o que resulta em uma velocidade de grupo proporcional a  $k$  e que não é limitada a nenhum valor, uma vez que escolhemos  $k$  tão grande quanto possível ( $v_g \rightarrow \infty$ ). Por esse motivo, a teoria de Navier-Stokes é considerada acausal no limite relativístico e não é apropriada para descrever o QGP. Além da acausalidade, a teoria

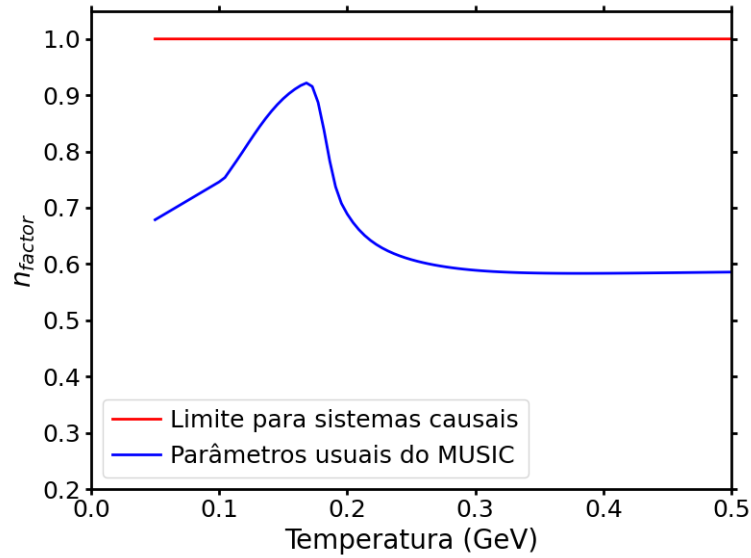


Figura 29 – Fator de causalidade linear em função da temperatura, como definido na equação (78). Imagem criada pela autora.

apresenta uma instabilidade [59] na sua forma original, mas ambos os problemas são corrigidos pela introdução de tempos de relaxação.

A solução desse problema foi discutida no capítulo 2 e refere-se à inclusão dos tempos de relaxação para obter a teoria de Israel-Stewart. Se aplicarmos a mesma ideia das perturbações a esta teoria [102], no limite  $k \rightarrow \infty$  obtemos a velocidade máxima, que é dada por:

$$v_{\max} = \sqrt{c_s^2 + \frac{4}{3} \frac{\eta}{(\varepsilon + P)\tau_\pi} + \frac{\zeta}{(\varepsilon + P)\tau_\Pi}} \leq 1, \quad (77)$$

que deve ser menor ou igual que  $c = 1$ . Isso impõe a chamada condição de causalidade linear. Assim, a teoria de Israel-Stewart é causal e estável, mas apresenta a restrição dos coeficientes de acordo com a equação (77).

Sendo assim, ao longo da história, as teorias hidrodinâmicas enfrentaram violações de causalidade. No entanto, atualmente, as teorias derivadas de Israel-Stewart respeitam a causalidade no regime linear, desde que a equação (77) seja respeitada. Por esse motivo, essas teorias constituem uma base sólida para descrever fluidos reais em diversos limites, sendo consideradas bem estabelecidas.

Nossa primeira análise está relacionada à verificação da condição de causalidade linear. Para isso, utilizamos as definições dos coeficientes de transporte do MUSIC, conforme apresentados na equação (36). Dessa forma, a equação (77) é expressa apenas em termos da velocidade do som, resultando em:

$$n_{\text{factor}} = c_s^2(T) + \frac{4}{15} + 15 \left( \frac{1}{3} - c_s^2(T) \right)^2 \leq 1, \quad (78)$$

em que a raiz quadrada que aparece na velocidade máxima é eliminada pelo argumento de que o termo dentro da raiz deve estar no intervalo de zero à um. Para

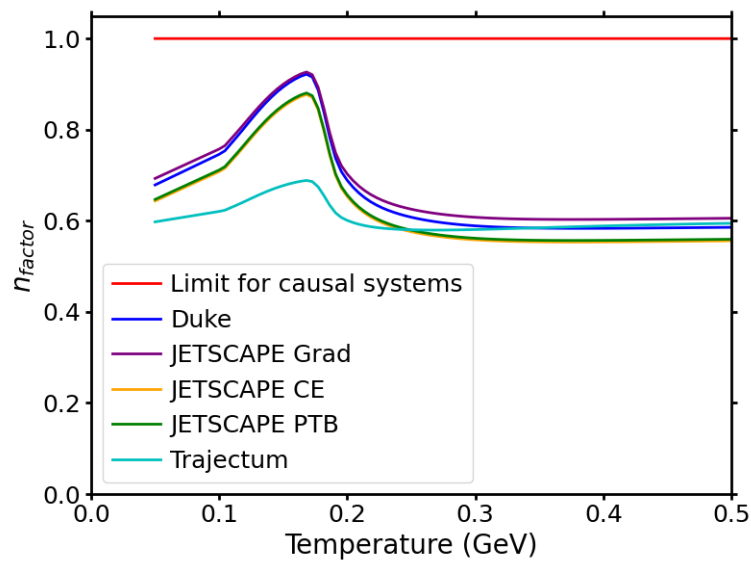


Figura 30 – Fator linear de causalidade definido na equação (78) em função da temperatura para as diferentes análises bayesianas. Cada linha foi traçada com base nos melhores parâmetros resultantes das análises. Imagem produzida pela autora.

visualizar esse fator de causalidade, utilizamos a equação de estado da QCD na rede [69] para a velocidade do som em termos da temperatura. Assim, obtivemos a figura 29, que demonstra que essa condição de causalidade é sempre respeitada no caso geral dos coeficientes do MUSIC.

No contexto das análises bayesianas, existe uma discussão bastante relevante que deve ser feita em relação ao fenômeno da violação de causalidade linear. Atualmente, as análises bayesianas mais populares são: Duke [54], JETSCAPE [77] e Trajectum [103]. Todas essas análises respeitam a causalidade no limite linear para seus parâmetros ótimos finais, conforme mostra a figura 30. No entanto, ao examinarmos essa situação mais profundamente, notamos que as distribuições a priori dessas análises bayesianas violam a causalidade já no limite linear, como evidenciado na figura 31. Para produzir esses gráficos, nós apenas nos baseamos no intervalos de variação dos tempos de relaxação que estão presentes na equação (77). Note que a análise de Duke não aparece na figura 31 pelo simples fato de que essa análise bayesiana não considera variações nos parâmetros de definição dos tempos de relaxação. É importante perceber que, embora os resultados finais sejam causais, as distribuições iniciais, que refletem um conhecimento prévio dos parâmetros do modelo, violam a causalidade. Portanto, deveríamos utilizar o conhecimento sobre a violação de causalidade nessas distribuições iniciais para reduzir sua faixa de variação.

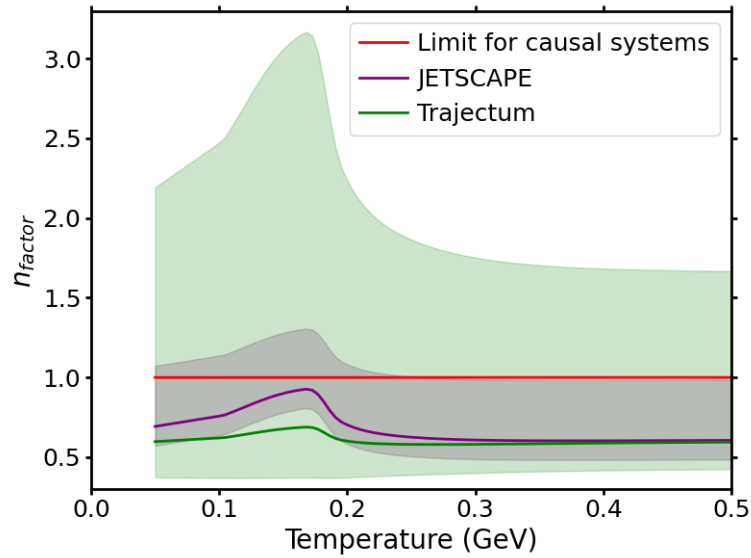


Figura 31 – Fator linear de causalidade em função da temperatura para o intervalo definido pela distribuição a priori das análises bayesianas. Imagem produzida pela autora.

#### 4.1.2 Condições de causalidade não lineares

Com esta introdução sobre a causalidade em teorias hidrodinâmicas, passamos à discussão do recente artigo [104], que foi o primeiro a deduzir as condições de causalidade com termos não lineares. Essas condições são deduzidas para teorias do tipo Israel-Stewart, que descrevem fluidos que não estão necessariamente em estado de equilíbrio, resultando em termos não lineares nas equações de  $\pi^{\mu\nu}$  e  $\Pi$ . Além disso, todo esse formalismo considera as viscosidades de cisalhamento e expansão, tornando-o aplicável ao caso da descrição do QGP.

No caso dos resultados deste artigo [104], a condição de causalidade não será dada apenas por uma inequação. A proposta aqui se torna mais complexa com a inclusão de diferentes coeficientes de transporte de segunda ordem, o que aumenta o número de desigualdades a serem consideradas, como será explicado.

Para resolver o problema da acausalidade na teoria de Navier-Stokes, são introduzidas correntes dissipativas ( $\pi^{\mu\nu}$  e  $\Pi$ ) que obedecem equações de relaxação não lineares, como as equações (34) e (35). Quando lidamos com fluidos distantes do equilíbrio, as correntes dissipativas apresentam uma contribuição significativa, que pode ser da mesma ordem de magnitude que a pressão local de equilíbrio. Nesses casos, suas descrições são necessariamente não lineares.

O tensor energia-momento usual é denotado por  $T^{\mu\nu} = \varepsilon u^\mu u^\nu + (P + \Pi)\Delta^{\mu\nu} + \pi^{\mu\nu}$ , e suas equações de movimento já projetadas em  $u^\alpha$  e  $\Delta_\alpha^\beta$  são as seguintes:

$$\begin{aligned} u^\alpha \nabla_\alpha \varepsilon + (\varepsilon + P + \Pi) \nabla_\alpha u^\alpha + \pi_\mu^\alpha \nabla_\alpha u^\mu &= 0 \\ (\varepsilon + P + \Pi) u^\beta \nabla_\beta u_\alpha + c_s^2 \Delta_\alpha^\beta \nabla_\beta \varepsilon + \Delta_\alpha^\beta \nabla_\beta \Pi + \Delta_\alpha^\beta \nabla_\mu \pi_\beta^\mu &= 0. \end{aligned} \quad (79)$$

As equações dissipativas seguem o formalismo DNMR (Denicol-Niemi-Molnar-Rischke) [68], conforme mostrado abaixo:

$$\begin{aligned} \tau_{\Pi} u^{\mu} \nabla_{\mu} \Pi + \Pi &= -\zeta \nabla_{\mu} u^{\mu} - \delta_{\Pi\Pi} \Pi \nabla_{\mu} u^{\mu} - \lambda_{\Pi\pi} \pi^{\mu\nu} \sigma_{\mu\nu} \\ \tau_{\pi} \Delta_{\alpha\beta}^{\mu\nu} u^{\lambda} \nabla_{\lambda} \pi^{\alpha\beta} + \pi^{\mu\nu} &= -2\eta \sigma^{\mu\nu} - \delta_{\pi\pi} \pi^{\mu\nu} \nabla_{\alpha} u^{\alpha} - \tau_{\pi\pi} \pi_{\alpha}^{(\mu} \sigma^{\nu)\alpha} - \lambda_{\pi\Pi} \Pi \sigma^{\mu\nu} . \end{aligned} \quad (80)$$

Nessas equações, os coeficientes são  $\eta$ ,  $\zeta$ ,  $\tau_{\pi}$ ,  $\tau_{\Pi}$ ,  $\delta_{\Pi\Pi}$ ,  $\lambda_{\Pi\pi}$ ,  $\delta_{\pi\pi}$ ,  $\tau_{\pi\pi}$  e  $\lambda_{\pi\Pi}$ ; que são dependentes das variáveis dinâmicas  $\varepsilon$ ,  $u_{\mu}$ ,  $\pi_{\mu\nu}$  e  $\Pi$ .

De maneira geral, propõe-se realizar linearizações em torno do estado de equilíbrio, o que resulta em  $\eta$ ,  $\zeta$ ,  $\tau_{\pi}$  e  $\tau_{\Pi}$  como os únicos coeficientes de transporte não nulos. Portanto, a condição linear de causalidade da equação (77) engloba apenas esses coeficientes. A ideia agora é expandir essa fórmula para uma descrição que inclua todos os coeficientes de transporte de segunda ordem, permitindo observar o efeito desses outros coeficientes.

Para obter as condições de causalidade não lineares, descreveremos as ideias básicas da dedução que é encontrada no artigo [104]. Escrevemos as equações (79) e (80) na forma:

$$A^{\alpha} \nabla_{\alpha} \Psi = F(\Psi) , \quad (81)$$

em que  $A^{\alpha}$  é uma matriz  $22 \times 22$ , o vetor  $\Psi = (\varepsilon; u^{\mu}; \Pi; \pi^{0\nu}; \pi^{1\nu}; \pi^{2\nu}; \pi^{3\nu})^T$ , e  $F(\Psi)$  é uma função de  $\Psi$  que não contém as derivadas das variáveis em  $\Psi$ . A partir dessa equação que pode ser pensada como uma equação de autovalor autovetor, obtemos a equação característica:

$$\det(A^{\alpha} \xi_{\alpha}) = 0 . \quad (82)$$

Para que o sistema seja causal, qualquer  $\xi_{\alpha}$  deve satisfazer duas condições:

1. Ser solução real (representando a condição de um sistema hiperbólico).
2. Ser do tipo luz ou espaço (representando a condição da inexistência de informações superluminais).

A base teórica para a dedução consiste nas duas condições mencionadas, mas também se faz necessário introduzir a notação de algumas variáveis que desempenham um papel fundamental nessa discussão. Os autovalores da matriz cisalhamento  $\Lambda_{\mu}$  são expressos da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \pi_{\nu}^{\mu} u^{\nu} = \Lambda_0 u^{\mu} &= 0 \\ \pi_{\nu}^{\mu} e_j^{\nu} = \Lambda_j e_j^{\mu} , \end{aligned} \quad (83)$$

nesse contexto, apenas o autovalor zero apresenta uma interpretação relevante, relacionada com a ortogonalidade entre  $\pi_{\nu}^{\mu}$  e  $u^{\nu}$ . No entanto, de acordo com a condição hidrodinâmica de que o traço da matriz  $\pi^{\mu\nu}$  é nulo, podemos estabelecer a seguinte condição:

$$\Lambda_1 + \Lambda_2 + \Lambda_3 = 0 . \quad (84)$$

Dessa forma, definimos  $\Lambda_1 \leq 0$  e  $\Lambda_3 \geq 0$ . Além disso, devemos considerar três pré-condições físicas para o sistema:

1.  $\tau_\pi$  e  $\tau_\Pi > 0$  e  $\eta, \zeta, \tau_{\pi\pi}, \delta_{\Pi\Pi}, \lambda_{\Pi\pi}, \delta_{\pi\pi}, \lambda_{\pi\Pi}$  e  $c_s^2 \geq 0$ ;
2.  $\varepsilon > 0, P \geq 0$  e  $\varepsilon + P + \Pi > 0$ ;
3.  $\varepsilon + P + \Pi + \Lambda_a > 0$  com  $a = 1, 2, 3$ .

Assim, são deduzidas as desigualdades classificadas em dois setores [104].

Primeiro, as condições necessárias de causalidade:

$$(2\eta + \lambda_{\pi\Pi\Pi}) - \frac{1}{2}\tau_{\pi\pi} |\Lambda_1| \geq 0, \quad (85)$$

$$\varepsilon + P + \Pi - \frac{1}{2\tau_\pi} (2\eta + \lambda_{\pi\Pi\Pi}) - \frac{\tau_{\pi\pi}}{4\tau_\pi} \Lambda_3 \geq 0, \quad (86)$$

$$\frac{1}{2\tau_\pi} (2\eta + \lambda_{\pi\Pi\Pi}) + \frac{\tau_{\pi\pi}}{4\tau_\pi} (\Lambda_a + \Lambda_d) \geq 0, \quad a \neq d, \quad (87)$$

$$\varepsilon + P + \Pi + \Lambda_a - \frac{1}{2\tau_\pi} (2\eta + \lambda_{\pi\Pi\Pi}) - \frac{\tau_{\pi\pi}}{4\tau_\pi} (\Lambda_d + \Lambda_a) \geq 0, \quad a \neq d \quad (88)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\tau_\pi} (2\eta + \lambda_{\pi\Pi\Pi}) + \frac{\tau_{\pi\pi}}{2\tau_\pi} \Lambda_d + \frac{1}{6\tau_\pi} [2\eta + \lambda_{\pi\Pi\Pi} + (6\delta_{\pi\pi} - \tau_{\pi\pi}) \Lambda_d] \\ + \frac{\zeta + \delta_{\Pi\Pi\Pi} + \lambda_{\Pi\pi} \Lambda_d}{\tau_\Pi} + (\varepsilon + P + \Pi + \Lambda_d) c_s^2 \geq 0, \end{aligned} \quad (89)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon + P + \Pi + \Lambda_d - \frac{1}{2\tau_\pi} (2\eta + \lambda_{\pi\Pi\Pi}) - \frac{\tau_{\pi\pi}}{2\tau_\pi} \Lambda_d - \frac{1}{6\tau_\pi} [2\eta + \lambda_{\pi\Pi\Pi} + (6\delta_{\pi\pi} - \tau_{\pi\pi}) \Lambda_d] \\ - \frac{\zeta + \delta_{\Pi\Pi\Pi} + \lambda_{\Pi\pi} \Lambda_d}{\tau_\Pi} - (\varepsilon + P + \Pi + \Lambda_d) c_s^2 \geq 0. \end{aligned} \quad (90)$$

Em seguida, as condições suficientes de causalidade:

$$(\varepsilon + P + \Pi - |\Lambda_1|) - \frac{1}{2\tau_\pi} (2\eta + \lambda_{\pi\Pi\Pi}) - \frac{\tau_{\pi\pi}}{2\tau_\pi} \Lambda_3 \geq 0, \quad (91)$$

$$(2\eta + \lambda_{\pi\Pi\Pi}) - \tau_{\pi\pi} |\Lambda_1| > 0, \quad (92)$$

$$\tau_{\pi\pi} \leq 6\delta_{\pi\pi}, \quad (93)$$

$$\frac{\lambda_{\Pi\pi}}{\tau_\Pi} + c_s^2 - \frac{\tau_{\pi\pi}}{12\tau_\pi} \geq 0, \quad (94)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{3\tau_\pi} [4\eta + 2\lambda_{\pi\Pi\Pi} + (3\delta_{\pi\pi} + \tau_{\pi\pi}) \Lambda_3] + \frac{\zeta + \delta_{\Pi\Pi\Pi} + \lambda_{\Pi\pi} \Lambda_3}{\tau_\Pi} + |\Lambda_1| + \Lambda_3 c_s^2 \\ + \frac{12\delta_{\pi\pi} - \tau_{\pi\pi}}{12\tau_\pi} \left( \frac{\lambda_{\Pi\pi}}{\tau_\Pi} + c_s^2 - \frac{\tau_{\pi\pi}}{12\tau_\pi} \right) (\Lambda_3 + |\Lambda_1|)^2 \\ + \frac{\varepsilon + P + \Pi - |\Lambda_1| - \frac{1}{2\tau_\pi} (2\eta + \lambda_{\pi\Pi\Pi}) - \frac{\tau_{\pi\pi}}{2\tau_\pi} \Lambda_3}{\varepsilon + P + \Pi - |\Lambda_1| - \frac{1}{2\tau_\pi} (2\eta + \lambda_{\pi\Pi\Pi}) - \frac{\tau_{\pi\pi}}{2\tau_\pi} \Lambda_3} \leq (\varepsilon + P + \Pi) (1 - c_s^2), \end{aligned} \quad (95)$$

$$\frac{1}{6\tau_\pi} [2\eta + \lambda_{\pi\Pi\Pi} + (\tau_{\pi\pi} - 6\delta_{\pi\pi}) |\Lambda_1|] + \frac{\zeta + \delta_{\Pi\Pi\Pi} - \lambda_{\Pi\pi} |\Lambda_1|}{\tau_\Pi} + (\varepsilon + P + \Pi - |\Lambda_1|) c_s^2 \geq 0, \quad (96)$$



$$1 \geq \frac{\frac{12\delta_{\pi\pi} - \tau_{\pi\pi}}{12\tau_{\pi}} \left( \frac{\lambda_{\pi\pi}}{\tau_{\pi}} + c_s^2 - \frac{\tau_{\pi\pi}}{12\tau_{\pi}} \right) (\Lambda_3 + |\Lambda_1|)^2}{\left[ \frac{1}{2\tau_{\pi}} (2\eta + \lambda_{\pi\pi}\Pi) - \frac{\tau_{\pi\pi}}{2\tau_{\pi}} |\Lambda_1| \right]^2}, \quad (97)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3\tau_{\pi}} [4\eta + 2\lambda_{\pi\pi}\Pi - (3\delta_{\pi\pi} + \tau_{\pi\pi}) |\Lambda_1|] + \frac{\zeta + \delta_{\pi\pi}\Pi - \lambda_{\pi\pi} |\Lambda_1|}{\tau_{\pi}} + (\varepsilon + P + \Pi - |\Lambda_1|) c_s^2 \\ & \geq \frac{(\varepsilon + P + \Pi + \Lambda_2)(\varepsilon + P + \Pi + \Lambda_3)}{3(\varepsilon + P + \Pi - |\Lambda_1|)} \times \left\{ 1 + \frac{2 \left[ \frac{1}{2\tau_{\pi}} (2\eta + \lambda_{\pi\pi}\Pi) + \frac{\tau_{\pi\pi}}{2\tau_{\pi}} \Lambda_3 \right]}{\varepsilon + P + \Pi - |\Lambda_1|} \right\}. \end{aligned} \quad (98)$$

Todos os coeficientes de transporte de segunda ordem são bem definidos em termos dos coeficientes de primeira ordem, como foi mostrado no conjunto de equações (36). Através dessas desigualdades deduzidas com cuidado em [104], determinam-se alguns casos:

1. Satisfaz as condições necessárias e suficientes: afirmamos que o sistema é causal.
2. Não satisfaz as equações necessárias e, conseqüentemente, viola alguma das suficientes: afirmamos que o sistema é acausal.
3. Não satisfaz alguma das desigualdades suficientes, mas satisfaz as necessárias: não se pode afirmar se o sistema é causal ou acausal. Chamaremos de sistema indeterminado.
4. Não satisfaz alguma das desigualdades necessárias, mas satisfaz as suficientes: esse caso não deve existir, levando em conta as deduções do material complementar do artigo [104].

Assim, obtemos mais relações do que no caso linear e temos um caso em que não temos certeza da propriedade do sistema. Para o futuro, espera-se encontrar alguma dedução para essas condições de causalidade que unam as condições necessárias e suficientes, eliminando a propriedade indeterminada.

Podemos fazer o passo inverso e linearizar as equações em torno do equilíbrio, então  $\tau_{\pi\pi}$ ,  $\delta_{\pi\pi}$ ,  $\lambda_{\pi\pi}$ ,  $\delta_{\pi\pi}$  e  $\lambda_{\pi\pi}$  são nulos. A pré-condição 1 se torna  $\tau_{\pi} > 0$  e  $\tau_{\pi} > 0$ ;  $\eta$ ,  $\zeta$ ,  $c_s^2 \geq 0$  e as pré-condições 2 e 3 se resumem à  $\varepsilon > 0$ ,  $P \geq 0$  e  $\varepsilon + P > 0$ . As condições de causalidade não triviais são:

$$\begin{aligned} & \varepsilon + P > 0 \\ & \varepsilon + P - \frac{\eta}{\tau_{\pi}} \geq 0 \\ & \frac{1}{\varepsilon + P} \left( \frac{4\eta}{3\tau_{\pi}} + \frac{\zeta}{\tau_{\pi}} \right) \leq 1 - c_s^2, \end{aligned} \quad (99)$$

em que a última relação retrata a condição linear da equação (77).

Assim, com as condições necessárias e suficientes presentes nas equações (85)-(98) e as classificações descritas, é possível analisar o comportamento do QGP

formado em colisões de íons pesados. A próxima seção abordará essa aplicação e discussão.

## 4.2 VERIFICAÇÃO DA VIOLAÇÃO DE CAUSALIDADE EM SIMULAÇÕES HIDRODINÂMICAS

Nesta seção, propõe-se analisar a aplicação das condições de causalidade não lineares, seguindo a abordagem apresentada no artigo [105]. O referido artigo é o primeiro da área a demonstrar que os diversos modelos híbridos utilizados atualmente exibem uma violação de causalidade. Em seguida, realiza-se um estudo inédito da extensão dessa análise sobre a violação da causalidade para sistemas pequenos.

O objetivo do trabalho [105] foi aplicar as equações (85)-(98) a diferentes modelos híbridos. O artigo aborda quatro cenários distintos de simulação. No primeiro cenário, utiliza-se o T<sub>R</sub>ENTO como condição inicial, o free-streaming para a propagação de pré-equilíbrio e o iEBE-VISHNU para a etapa hidrodinâmica. No segundo cenário, a condição inicial é dada pelo IP-Glasma, sem uma etapa de pré-equilíbrio, e a hidrodinâmica é realizada pelo MUSIC. No terceiro cenário, a condição inicial é gerada pelo IP-Glasma, a etapa de pré-equilíbrio é realizada pelo KØMPØST (FS) no modo free-streaming, e a hidrodinâmica é executada pelo MUSIC. No quarto cenário, também é utilizado o IP-Glasma, e na etapa de pré-equilíbrio o KØMPØST (EKT), porém neste caso com uma dinâmica de teoria cinética efetiva, e a fase hidrodinâmica é realizada pelo MUSIC [105].

Observe que todos os modelos híbridos considerados aqui executam a etapa de colisão e expansão do QGP, descrita pela dinâmica de fluidos. As análises de causalidade são realizadas apenas na etapa hidrodinâmica, onde estão presentes os coeficientes de transporte, sendo assim, essas análises são feitas exclusivamente para as células de fluido. Além disso, não é necessário executar etapas adicionais após a hidrodinâmica, uma vez que essas etapas não descrevem o fluido e não afetam a etapa anterior. Outro aspecto importante a ser observado é o uso de diferentes modelos e abordagens híbridas.

Os quatro cenários descritos podem ser classificados em dois grupos: as condições iniciais geradas pelo T<sub>R</sub>ENTO e pelo IP-Glasma. No caso T<sub>R</sub>ENTO, simula-se um sistema Pb-Pb com energia de 2,76 TeV. A parametrização das viscosidades ( $\eta/s(T)$  e  $\zeta/s(T)$ ) em relação à temperatura é mencionada no artigo [39]. O critério utilizado para encerrar a hidrodinâmica é atingir a densidade de freeze-out de  $\varepsilon_{f_0} = 0,265 \text{ GeV/fm}^3$ . Já no caso IP-Glasma, simula-se a colisão Pb-Pb do mesmo evento para todos os cenários, também com energias de 2,76 TeV. Para a viscosidade de cisalhamento, utiliza-se o valor constante de  $\eta/s = 0,12$ , enquanto a parametrização da viscosidade de expansão em relação à temperatura é descrita em [106]. A hidrodinâmica é finalizada nessas situações quando a densidade de freeze-out atinge  $\varepsilon_{f_0} = 0,18 \text{ GeV/fm}^3$ .

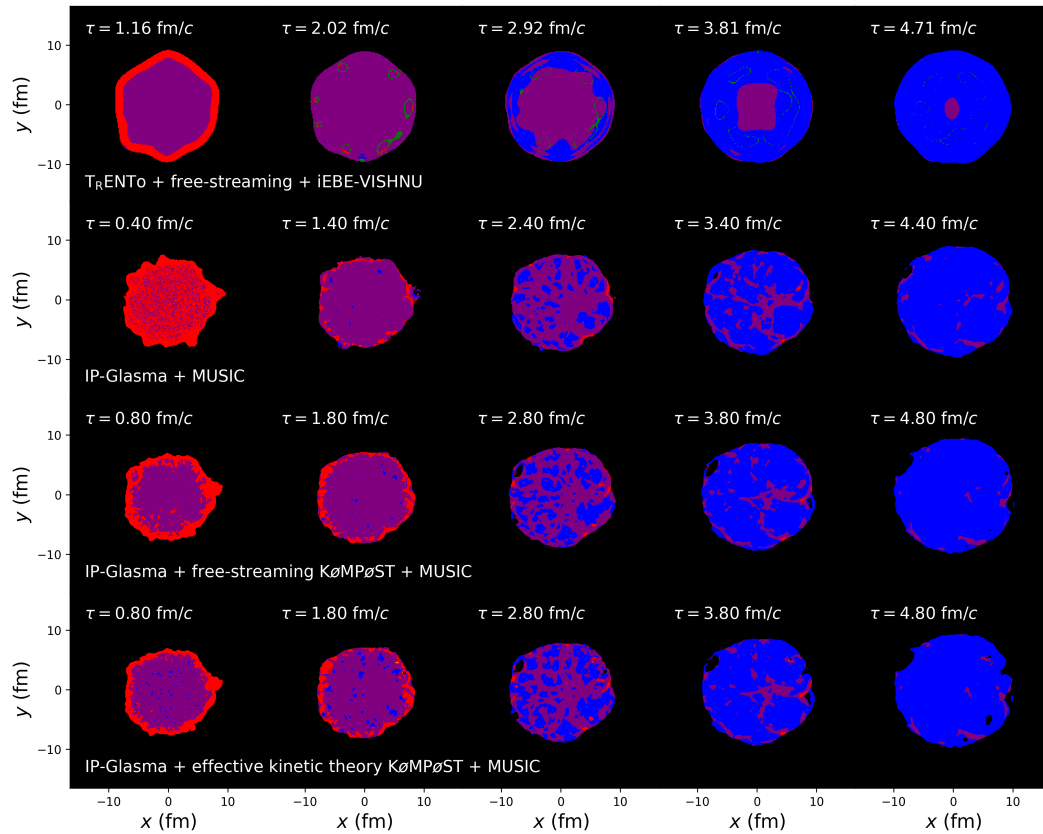


Figura 32 – Imagens em diferentes momentos ao longo da evolução hidrodinâmica do QGP no plano transversal. Cada linha horizontal representa um modelo híbrido diferente, como descrito no texto. O sistema de cores representa as propriedades: azul (causal), roxo (indeterminado) e vermelho (acausal). Imagem retirada de [105].

Todos os modelos consideram a pressão proveniente da QCD na rede.

Perceba que, apesar dos modelos serem similares, o principal obstáculo para as comparações é o uso de parâmetros diferentes. Um dos principais parâmetros a ser considerado é o tempo. Note que cada cenário inicializa a hidrodinâmica em momentos distintos. No caso  $T_{\text{R}}\text{ENTo}$ , a inicialização ocorre em 1,16 fm/c, enquanto no caso IP-Glasma, sem dinâmica de pré-equilíbrio, a hidrodinâmica é iniciada em 0,4 fm/c. Nos dois últimos cenários, a pré-hidrodinâmica é executada no intervalo de 0,1 a 0,8 fm/c. Isso significa que os sistemas terão evoluções diferentes, mas é necessário fazer comparações considerando sempre o tempo relativo, já que as hidrodinâmicas iniciam em  $\tau_{\text{hidro}}$  diferentes. Neste artigo o tempo relativo é denotado como  $\Delta\tau/\Delta\tau_{\text{max}}$ , em que  $\Delta\tau = \tau - \tau_{\text{hidro}}$ .

Em cada instante de tempo, são coletados os coeficientes de transporte localmente, ou seja, o QGP como um todo é dividido em um grid que contém pequenos elementos de volumes com suas propriedades. Então essas propriedades são aplicadas nas desigualdades (85)-(98). Seguindo as definições apresentadas na seção anterior, classifica-se localmente o elemento de fluido como causal, indeterminado

ou acausal. A figura 32 ilustra essa classificação, em que as células causais são representadas em azul, as células indeterminadas em roxo e as células acausais em vermelho.

A figura 32 demonstra a existência de uma violação de causalidade, representada pelos pontos coloridos em vermelho. Essa violação, que não deveria existir, está presente nos diferentes cenários, o que indica que o problema não se restringe a um modelo computacional ou a uma cadeia híbrida específica, mas sim a algum erro de abordagem na descrição do QGP. Como discutido no início deste capítulo, a causalidade é necessária para descrições físicas, o que torna esse um problema teórico de grande interesse na área.

Observando em maior detalhe, constata-se uma grande quantidade de células que violam a causalidade nos diferentes modelos. Em geral, essa violação ocorre principalmente entre 0 – 2 fm/c e parece diminuir ao longo da evolução hidrodinâmica. À medida que o processo avança, a causalidade passa a predominar nos diferentes sistemas.

No cenário T<sub>R</sub>ENTo, a violação parece ser mais suave e concentrada na fronteira do QGP. Ao contrário dos cenários com o IP-Glasma, onde células acausais se misturam às indeterminadas, apesar de também estarem em maior número nas bordas.

Algo perceptível na imagem 32 é que o segundo cenário não apresenta a dinâmica de pré-equilíbrio. Ele exhibe mais acausalidade do que os demais, destacando, então, o efeito da etapa de pré-equilíbrio na teoria causal. Esse é um dos motivos pelos quais não foram feitas alterações apenas na etapa hidrodinâmica, pois sabe-se que a construção das etapas anteriores afeta a condição inicial da hidrodinâmica, o que, por sua vez, impacta essa análise de causalidade.

Após essa análise qualitativa de um evento nos diferentes modelos, a figura 33 mostra a fração total de células com cada propriedade. Com base nessas quantidades, é possível observar a clara conversão de células acausais e indeterminadas em células causais. Após aproximadamente  $\Delta\tau/\Delta\tau_{\max} \simeq 0,4$  fm/c, todos os modelos resultam em um sistema 100% causal. Além disso, nota-se que cerca de 75% das células iniciais violam a causalidade no cenário sem pré-equilíbrio, enquanto no cenário que inclui o free-streaming, essa porcentagem cai para 33%.

O grande problema relacionado à acausalidade é que ela permeia o sistema, tornando impossível “desligar” esse fenômeno para compreender suas alterações em isolamento. Portanto, não é possível determinar se a acausalidade afeta, de alguma forma, os observáveis finais. Levando em consideração essas questões, o artigo [105] discute a determinação das anisotropias elípticas espaciais  $\varepsilon_{2,x}$  e no espaço de momentos  $\varepsilon_{2,p}$ . No entanto, nenhuma conclusão pode ser inferida; os autores apenas destacam que as anisotropias espaciais são estabelecidas no início da colisão e po-

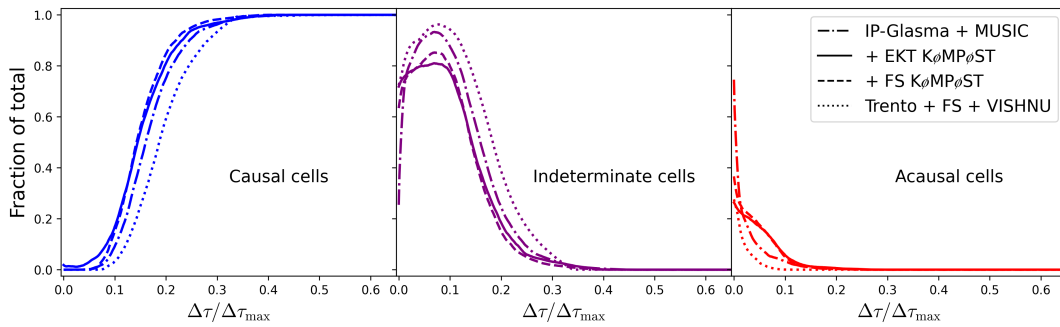


Figura 33 – Fração total de células para os diferentes cenários e suas três propriedades ao longo do tempo relativo da evolução hidrodinâmica. Imagem retirada de [105].

dem estar sendo afetadas pela acausalidade, a qual é dominante nessa etapa da colisão.

Assim, o principal resultado do artigo [105] é ilustrar a violação da causalidade pelos diferentes modelos híbridos. Além disso, uma conclusão sólida é que a condição de pré-equilíbrio melhora as frações de acausalidade do sistema.

Na mesma época, o trabalho [107] discutiu a questão da acausalidade para diferentes parametrizações existentes. Nessa abordagem, o número de Reynolds do sistema é limitado às regiões que respeitam a causalidade. O estudo analisa sistema Au-Au e p-Au a 220 GeV, e as conclusões são semelhantes: a violação de causalidade existe e deve estar relacionada à dinâmica dos coeficientes de transportes da teoria, além de estar vinculada com as parametrizações usadas. Esse artigo também buscou discutir a questão dos observáveis finais, mas novamente as análises não são fortemente conclusivas devido a impossibilidade de separar o fenômeno do sistema. Apesar disso, tanto o trabalho [105] quanto o [107] argumentam a respeito de uma possível mudança nesses observáveis, ainda que mínima.

#### 4.2.1 Violação de causalidade em sistemas pequenos

Com base nos resultados e conclusões até o momento, iniciamos a descrição do nosso trabalho, que aborda a questão da violação de causalidade em sistemas pequenos. Nessa abordagem, dado que já temos conhecimento da existência de violação em diferentes modelos, nosso objetivo agora é analisar e compreender esse fenômeno. Portanto, iremos focar nossa análise em um modelo híbrido específico, conforme descrito no capítulo 2. Para isso, utilizaremos o T<sub>R</sub>ENTo, o free-streaming e o MUSIC.

Dessa forma, com o modelo definido, iremos comparar as colisões Pb-Pb e p-Pb em energias de 5,02 TeV. Vale ressaltar que a análise bayesiana [54] emprega os mesmos parâmetros ótimos para ambos os sistemas. A única diferença será nos núcleos que colidem, o que facilitará comparações.

Para executar essa análise, são realizadas as modificações necessárias no MUSIC. Como as equações (85)-(98) exigem todos os coeficientes de transporte, é necessário modificar as configurações internas do programa para salvar cada coeficiente em cada ponto do espaço em cada instante de tempo. Isso resulta em uma quantidade significativa de dados para um único evento, que precisa ser replicada em mais eventos para obter uma melhor estatística. Esses coeficientes são então enviados para um segundo programa responsável por classificar as propriedades de cada célula.

O sistema Pb-Pb, simulado em uma caixa 28 fm, tem uma discretização de  $280 \times 280$ . Por outro lado, o sistema p-Pb, que é consideravelmente menor, como discutido no capítulo 3, é simulado em uma caixa de 12 fm. No entanto, optamos por utilizar um grid de espessura  $600 \times 600$  para obtermos resultados mais precisos, uma vez que é um sistema novo para esta análise. Outro argumento que justifica um espaçamento mais refinado para o sistema menor é que sua hidrodinâmica é executada de forma mais rápida, o que nos permite armazenar mais dados locais.

Após a conclusão das três primeiras etapas do modelo híbrido, avançamos para o programa de causalidade. A ideia inicial é distinguir quais células são QGP e quais são hádrons confinados ou mesmo vácuo. Para isso, utilizamos a temperatura de freeze-out  $T = 151$  MeV como parâmetro de corte. Em seguida, verificamos se as pré-condições definidas na subseção 4.1.2 são atendidas e, posteriormente, realizamos a verificação das desigualdades (85)-(98).

É importante ressaltar que todos os resultados apresentados pelos estudos anteriores são considerados como informações de input para esta análise, com a expectativa de obtermos melhores resultados para a acausalidade. Portanto, nossa primeira investigação consiste em comparar a escala da nossa análise com a do trabalho [105]. Os resultados obtidos para Pb-Pb são apresentados na figura 34. Conforme esperado, nosso modelo também revela a presença predominante de acausalidade na fronteira do sistema, que, com a evolução hidrodinâmica, acaba se transformando em causalidade.

A figura 35 apresenta a fração média de células<sup>1</sup> para diversos eventos na centralidade de 0 – 5%. Observa-se que, no início da hidrodinâmica, a porcentagem é de aproximadamente 20%, o que está de acordo com os resultados do artigo [105], que, com dinâmica de pré-equilíbrio são da ordem de 30%. Essas comparações têm o objetivo apenas de verificar a aplicação dos nossos programas, uma vez que os modelos e as energias de colisão que trabalhamos e as do artigo [105] são diferentes. Portanto, buscamos apenas grandezas da mesma ordem para fins de comparação.

Outro ponto importante a ser discutido é que realizamos a média com diferentes eventos dentro de uma faixa de centralidade. Isso é necessário para que possamos

<sup>1</sup> As linhas nesse tipo de gráfico ao longo da dissertação servem apenas para guiar os olhos. Apenas os pontos representam os instantes temporais em que se foi realizada as análises

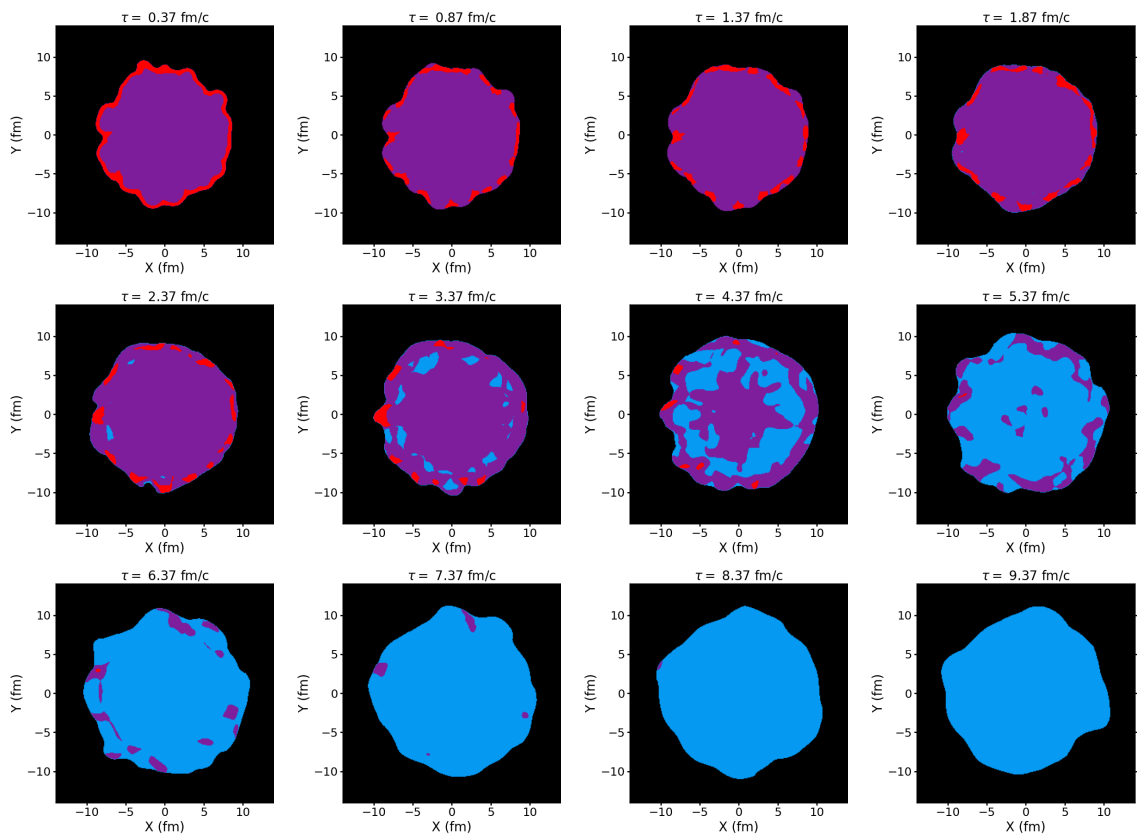


Figura 34 – Análise de causalidade para um evento Pb-Pb bem central. A hidrodinâmica inicia em 0,37 fm/c e termina em 13,21 fm/c. A referência de cores é a mesma da figura 32: azul (causal), roxo (indeterminado) e vermelho (acausal). Imagem produzida pela autora.

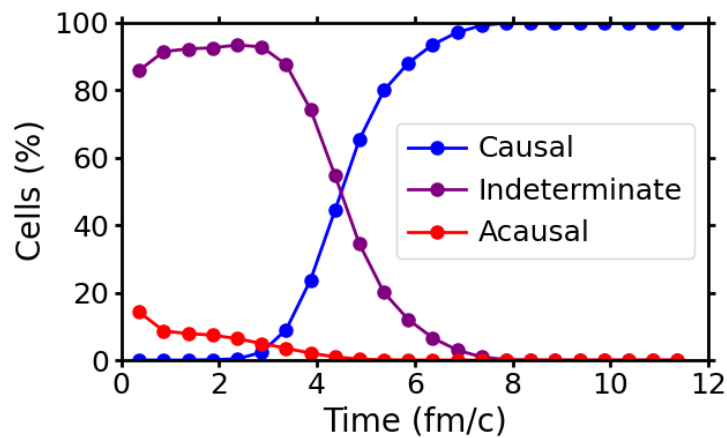


Figura 35 – Porcentagem de células médias para eventos Pb-Pb entre 0 – 5% em função do tempo para cada propriedade. Imagem produzida pela autora.





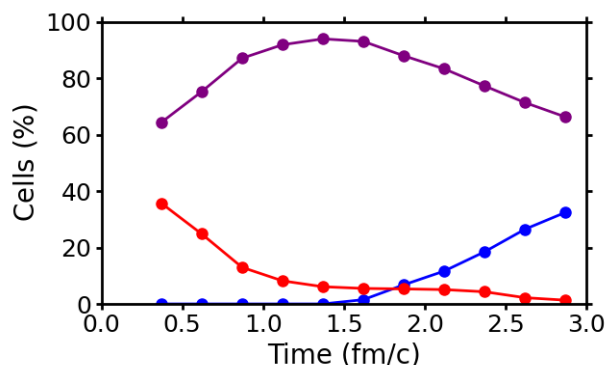


Figura 37 – Evolução temporal da porcentagem média de células para eventos p-Pb com centralidade 0 – 5% nas três diferentes propriedades: causalidade (azul), indeterminada (roxa) e acausalidade (vermelha). Imagem produzida pela autora.

resultado é surpreendente quando comparado ao primeiro artigo que abordou esse tema [105]. Nessa artigo, a acausalidade chegou a representar até 75% do volume total do sistema, evidenciando que algo estava seriamente equivocado na formulação da modelagem híbrida do QGP. Com nossos resultados, ainda temos a presença do problema de acausalidade, que requer uma solução. No entanto, a direção para essa solução muda, pois a acausalidade parece estar mais relacionada a algum detalhe menor na cadeia híbrida do que a uma descrição errônea dos modelos.

É importante destacar que tanto nos casos de Pb-Pb quanto de p-Pb, ocorre um pico de energia acausal logo após o início da hidrodinâmica. Isso significa que, embora a evolução temporal reduza a quantidade de células acausais, elas parecem carregar um conteúdo energético maior. Esse fato pode ser explicado pela expansão do sistema, que redistribui o conteúdo energético a cada instante de evolução.

Além das análises mencionadas, também foram realizados testes em eventos fora da faixa de centralidade estudada, e observou-se uma forte correlação entre a quantificação da acausalidade e a centralidade. Eventos mais periféricos apresentaram maior nível de acausalidade em comparação com eventos mais centrais. A tabela 3 mostra os resultados de acausalidade para dois eventos com centralidades diferentes. O aumento de acausalidade com o aumento da centralidade segue a mesma lógica para os dois sistemas Pb-Pb e p-Pb. Isso justifica a escolha de manter uma centralidade fixa, uma vez que, devido a essa dependência, temos menos variações e podemos tirar conclusões mais facilmente para entender o fenômeno e talvez estender essas ideias para uma faixa mais ampla de validade.

Com isso, finalizamos esta seção, na qual apresentamos a visão atual da aplicação de condições de causalidade, demonstrando que os diferentes modelos enfrentam um problema de acausalidade. Além disso, mostramos os resultados desse problema em sistemas menores, utilizando uma abordagem diferenciada em termos da energia.

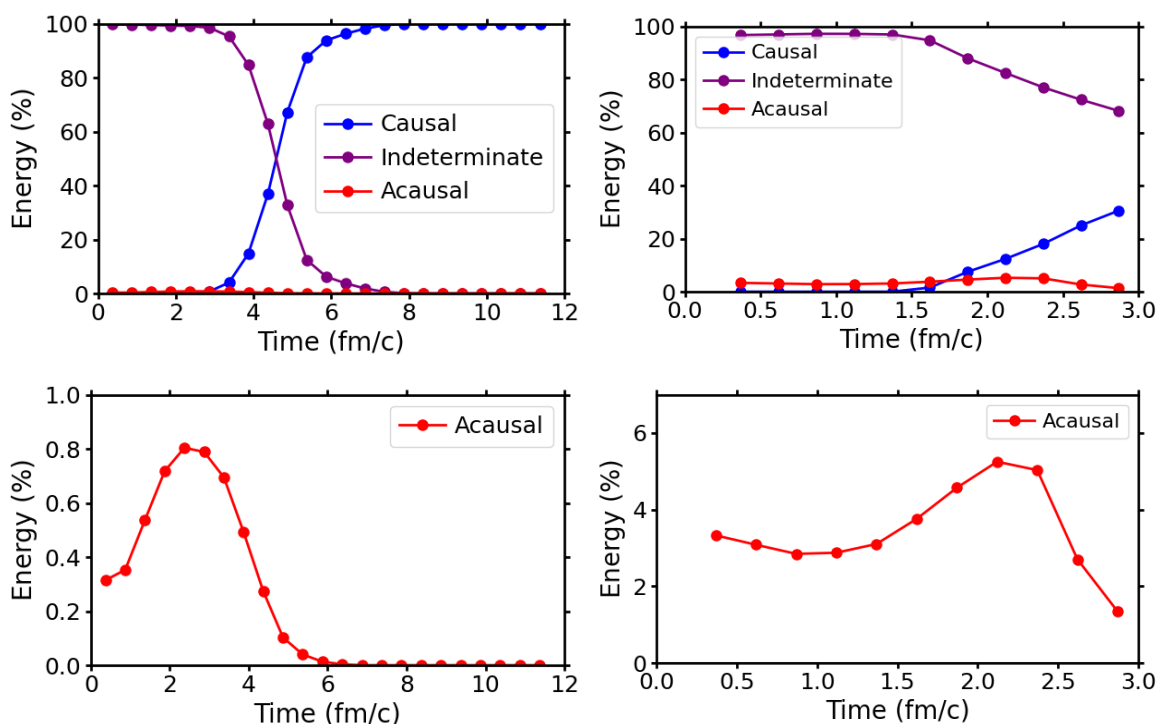


Figura 38 – Porcentagem média de energia em função do tempo para eventos com centralidade 0 – 5%. À esquerda, dados para Pb-Pb, e à direita, para p-Pb. Os gráficos da segunda linha mostram um zoom na propriedade de acausalidade. Imagem produzida pela autora.

<b>Pb-Pb</b>	$\tau = 0,37$ fm/c	$\tau = 1,37$ fm/c	$\tau = 2,37$ fm/c	$\tau = 4,37$ fm/c	$\tau = 5,37$ fm/c
0 – 5%	0,28%	0,51%	0,82%	0,37%	0,03%
10 – 20%	0,39%	0,67%	1,03%	0,91%	0,78%
<b>p-Pb</b>	$\tau = 0,37$ fm/c	$\tau = 1,87$ fm/c	$\tau = 2,37$ fm/c	$\tau = 3,37$ fm/c	
0 – 5%	1,71%	1,79%	0,57%	0%	
10 – 20%	7,24%	18,78%	7,49%	0%	

Tabela 3 – Porcentagem de energia acausal ao longo da evolução hidrodinâmica para dois eventos com centralidade diferentes. Note que um evento com centralidade maior apresenta mais acausalidade quando comparado com outro evento de menor centralidade no mesmo instante de tempo. Tabela produzida pela autora.

Na próxima seção, daremos continuidade a essa análise comparativa entre os sistemas Pb-Pb e p-Pb, porém, com o objetivo de compreender melhor o fenômeno da acausalidade e, de alguma forma, estabelecer um guia para a solução.

### 4.3 DEPENDÊNCIA COM PARÂMETROS

Esta seção tem como objetivo estudar o fenômeno da acausalidade em maior detalhe. Para isso, continuaremos utilizando os sistemas Pb-Pb e p-Pb em energias de 5,02 TeV e com centralidade de 0 – 5%. Iniciaremos com a subseção 4.3.1, analisando possíveis mudanças nos parâmetros da etapa de pré-equilíbrio, uma vez que essa fase é responsável por criar os coeficientes de transporte utilizados como entrada para a hidrodinâmica. A subseção 4.3.2 tem como propósito a compreensão mais aprofundada das equações violadas, permitindo um melhor entendimento dos coeficientes não lineares ou lineares que desempenham um papel mais relevante. É importante destacar que esta seção apresenta ideias inéditas que representam uma continuação do que já foi discutido.

#### 4.3.1 Parâmetros do free-streaming

Ao longo desta dissertação, discutiu-se a importância da etapa de pré-equilíbrio para a inicialização adequada da hidrodinâmica. No entanto, existe um grande problema na formulação do modelo de free-streaming utilizado. Os modelos usuais de free-streaming assumem uma propagação livre do meio, à velocidade da luz no vácuo, resultando numa evolução conforme [108]. Por outro lado, a hidrodinâmica, que se baseia na equação de estado da QCD na rede, é uma teoria não conforme. Essa transição instantânea não deveria ocorrer, e a violação de causalidade poderia estar associada à imprecisão dessa descrição. Em outras palavras, embora o free-streaming funcione bem em sua proposta de termalizar o fluido, ele apresenta problemas estruturais na conexão com outras etapas do modelo híbrido.

É por essa razão que iremos analisar os parâmetros do free-streaming para verificar se a questão da conformalidade é relevante ou não para a acausalidade do sistema. Nesta seção, serão analisados os dois possíveis parâmetros que podem ser modificados no free-streaming: a velocidade e sua duração temporal.

A ideia de modificar a velocidade de expansão do QGP no free-streaming seria a maneira mais simples de quebrar a conformalidade. De acordo com os artigos [109, 103], que analisam o free-streaming com diferentes velocidades, a propagação em torno de 85% da velocidade da luz é um bom parâmetro que se ajusta à equação de estado da QCD na rede e aos observáveis finais. Esse resultado, que será utilizado em nossas análises, é apresentado na figura 39. É importante destacar que essa é uma das abordagens para garantir uma descrição mais uniforme do sistema, pois, até

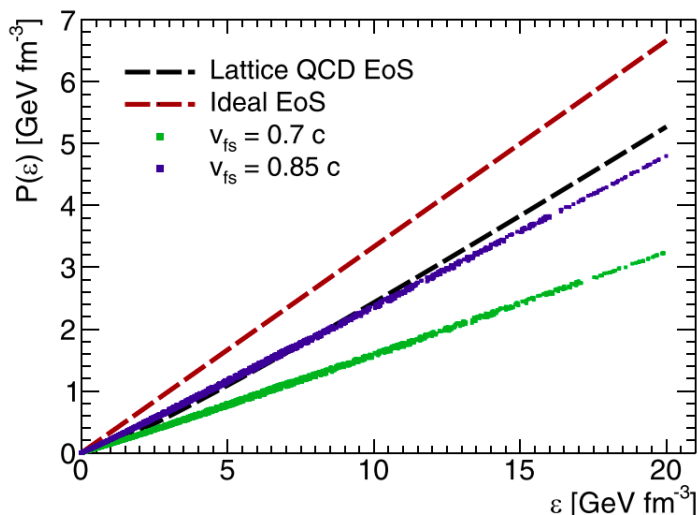


Figura 39 – Relação entre pressão e densidade de energia. Em roxo, é apresentada a relação que melhor descreve os dados da QCD na rede (dados em preto). Os dados em azul correspondem a um free-streaming com velocidade reduzida de 0,85 c. Imagem retirada de [109].

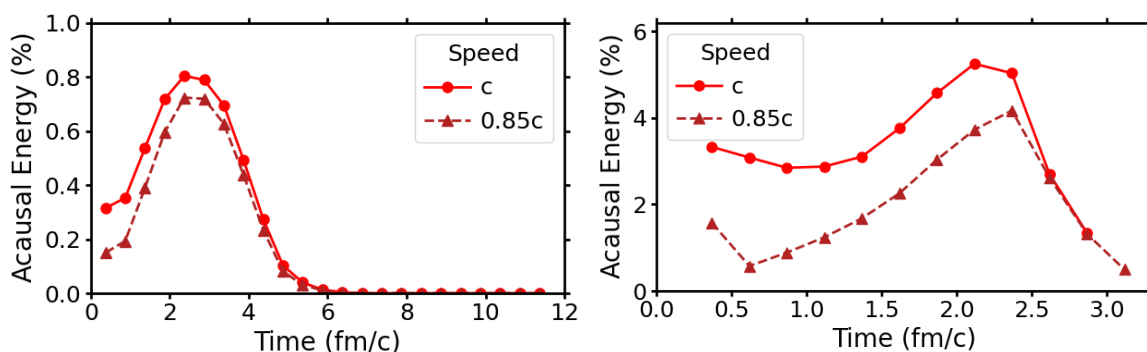


Figura 40 – Porcentagem de energia acausal para Pb-Pb (à esquerda) e p-Pb (à direita). A redução da velocidade no free-streaming resulta em uma diminuição na acausalidade. Imagem produzida pela autora.

o momento, não existe nenhum modelo de pré-equilíbrio que seja naturalmente não conforme.

Com base nesse resultado, toda a cadeia de simulações é novamente executada para a velocidade de 0,85 c. Os resultados para ambos os sistemas são apresentados na figura 40. A energia acausal diminui significativamente em comparação com o valor anterior, o que indica uma correlação entre esses dois problemas na área. No entanto, nenhuma mudança é perceptível na energia causal, de modo que a energia indeterminada aumenta. No artigo [109], que abordou essa velocidade ideal de 0,85 c, discute-se como essa velocidade reduzida elimina um excesso virtual na pressão de expansão do sistema  $\mathcal{M}$ . Em outras palavras, ao alterar a velocidade, afetamos diretamente os coeficientes de transporte, especialmente a pressão de expansão.

Além da velocidade, também podemos considerar a possibilidade de modificar

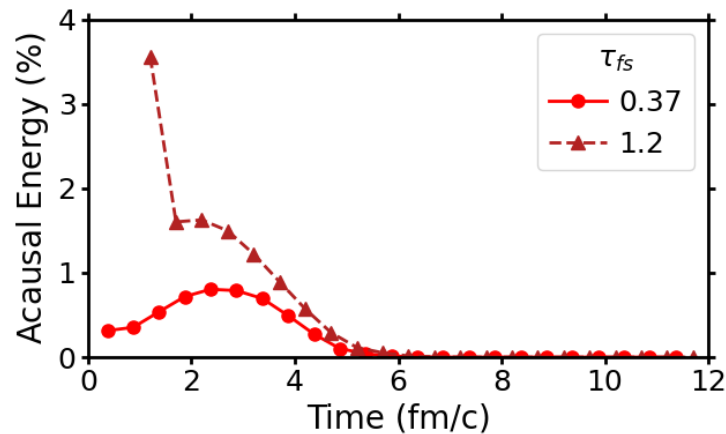


Figura 41 – Energia acausal média em função do tempo para diferentes durações do free-streaming para o sistema Pb-Pb. A melhor parametrização para a acausalidade é dada pelo valor padrão provindo da análise bayesiana. Imagem produzida pela autora.

o tempo de duração do free-streaming. Esse é um dos parâmetros extraídos na análise bayesiana que estamos utilizando como referência, tendo um valor máximo a posteriori de  $\tau = 0,37$  fm/c. No entanto, é importante ressaltar que essa análise bayesiana [54] não leva em conta questões de causalidade, o que significa que um tempo diferente pode, de fato, afetar diretamente esse fenômeno.

Em seguida, a cadeia é simulada novamente com um tempo de free-streaming maior. Vale destacar que a modificação do tempo de free-streaming afeta diretamente a normalização dessa etapa, que deve ser ajustada para descrever os observáveis finais adequadamente. Portanto, testamos apenas para um tempo maior ( $\tau = 1,2$  fm/c) cuja constante de normalização foi determinada no artigo [109]. Os resultados dessa modificação são apresentados na figura 41. Observa-se que aumentar o tempo não melhora a questão da acausalidade. No entanto, um tempo maior torna o sistema mais uniforme. Isso sugere que o problema da causalidade não está relacionado com as diferenças nos coeficientes de transporte entre as células vizinhas, mas sim com a dinâmica individual de cada célula. Além disso, esse teste não foi realizado para o sistema p-Pb, pois não faz sentido executar um free-streaming tão longo para um sistema com um curto tempo de vida, como discutido anteriormente na figura 14.

#### 4.3.2 Parametrizações do tempo de relaxação

Através da subseção anterior, percebeu-se a importância da inicialização dos coeficientes de transporte para a análise de causalidade. Levando isso em consideração, iniciamos o estudo dos coeficientes e suas relações, conforme descritas nas equações (85)-(98). Dessa forma, começamos a investigar quais inequações da análise são violadas quando há violação de causalidade numa determinada célula. Para isso,

Sistema	Células indeterminadas	Células acausais
Pb-Pb	eq. (92), (95), (97), (98)	eq. (92), (95), (97), (98), (90)
p-Pb	eq. (92), (95), (97), (98)	eq. (92), (95), (97), (98), (90)

Tabela 4 – Equações violadas para células indeterminadas e acausais para os dois sistemas estudados.

dentro da análise de causalidade, foi solicitado que cada célula de fluido produzisse como resultado uma das três propriedades, juntamente com as equações que eram violadas. Com base nisso, foi criada a tabela 4, que registra todas as inequações que são desrespeitadas em algum momento. Há um padrão claro que parece ser seguido. No geral, a equação (92) ocorre em menor frequência e é respeitada na maioria dos eventos. Por outro lado, a equação (95) é violada na maioria dos eventos e ao longo da maior parte da evolução.

O aspecto mais interessante é que, dentre as equações necessárias, apenas uma é violada. Em outras palavras, observe que se as células atualmente classificadas como acausais satisfizessem a equação (90), elas apenas violariam uma das condições suficientes e se tornariam células indeterminadas.

Portanto, vamos direcionar nossa atenção para a inequação (90):

$$\varepsilon + P + \Pi + \Lambda_d - \frac{1}{2\tau_\pi} (2\eta + \lambda_{\pi\Pi}) - \frac{\tau_{\pi\pi}}{2\tau_\pi} \Lambda_d - \frac{1}{6\tau_\pi} [2\eta + \lambda_{\pi\Pi} + (6\delta_{\pi\pi} - \tau_{\pi\pi}) \Lambda_d] - \frac{\zeta + \delta_{\Pi\Pi} + \lambda_{\Pi\pi} \Lambda_d}{\tau_\Pi} - (\varepsilon + P + \Pi + \Lambda_d) c_s^2 \geq 0.$$

É crucial analisar essa desigualdade e seus coeficientes. A primeira observação importante sobre essa inequação é que, ao tomarmos o limite linear ( $\Lambda_j, \lambda_{\pi\Pi}, \tau_{\pi\pi}, \delta_{\pi\pi}, \tau_{\pi\pi}, \delta_{\Pi\Pi}, \lambda_{\Pi\pi} \rightarrow 0$ ), obtemos novamente a condição de causalidade linear, conforme expressa na equação (77).

Para estudar essa equação, adotamos uma abordagem de “desligar” cada termo da equação e observar o impacto na violação ou não dessa desigualdade. Em outras palavras, a simulação híbrida foi rodada normalmente, mas ao realizar a análise remove-se à mão o termo  $-\Lambda_j c_s^2$  somente dessa igualdade, por exemplo. Em seguida, estimamos a porcentagem de acausalidade. Embora essa abordagem não apresente um objetivo claro do ponto de vista físico e matemático, ela nos permite compreender o impacto de cada coeficiente na inequação. A figura 42 mostra a porcentagem de energia acausal para os termos que, quando desligados, contribuiriam para a redução da acausalidade. Em geral, os termos relacionados aos tempos de relaxação  $\tau_\pi$  e  $\tau_\Pi$ , e à velocidade do som  $c_s^2$  são os que mais afetam a acausalidade. No entanto, o fator que parece ser o mais interessante é  $\zeta/\tau_\Pi$ , pois reduz a acausalidade a zero ao longo de toda a evolução.

Com isso, dedicamos nosso estudo ao termo  $\zeta/\tau_\Pi$ , que parece estar relacionado ao problema da acausalidade. No entanto, como mencionado anteriormente, esse

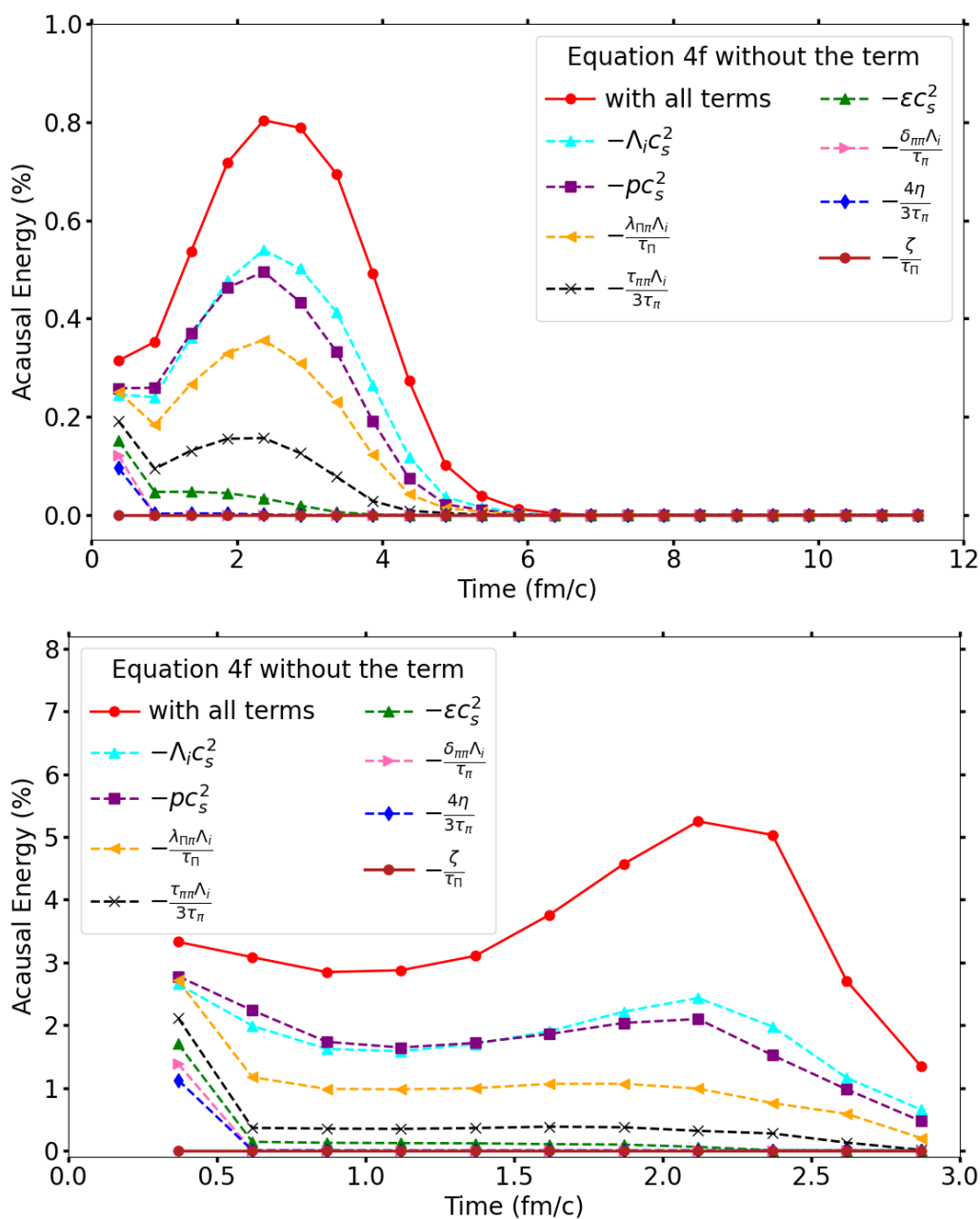


Figura 42 – Porcentagem de energia acausal em função do tempo para Pb-Pb (em cima) e p-Pb (em baixo). A linha vermelha claro representa a análise completa, enquanto as outras linhas representam a análise com os respectivos termos "desligados". A acausalidade é zerada ao retirar o fator  $-\zeta/\tau_{\Pi}$ . Imagem produzida pela autora.

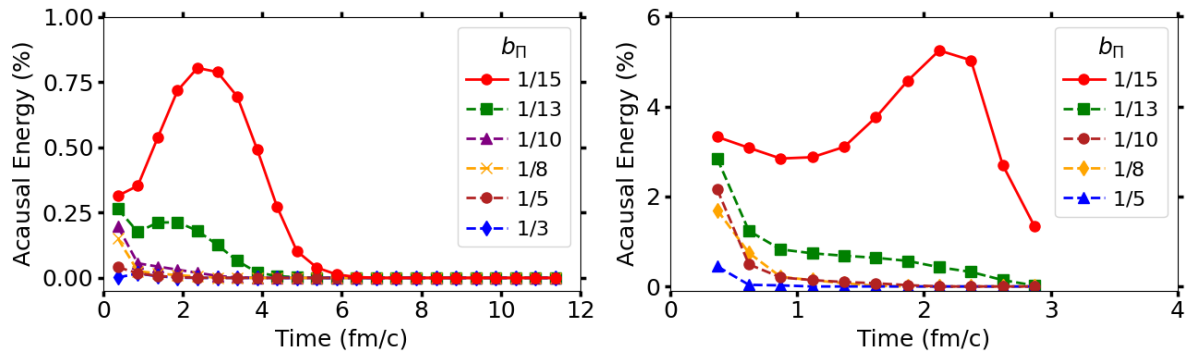


Figura 43 – Porcentagem de energia acausal média para Pb-Pb (esquerda) e p-Pb (direita) para os diferentes valores do parâmetro  $b_{\pi}$  para os eventos dentro da centralidade 0 – 5%. Imagem produzida pela autora.

método não possui justificativa física ou matemática para ser anulado, o que nos leva a buscar uma explicação para a anulação desse termo. Uma primeira suposição seria considerar a viscosidade de expansão como nula, ou seja,  $\zeta = 0$ . No entanto, ao fazer isso, o tempo de relaxação correspondente também se tornaria zero, pois há uma dependência linear entre essas grandezas (equação (36)). Em outras palavras, ao anular a viscosidade de expansão, estaríamos anulando o respectivo tempo de relaxação e introduzindo uma divergência no termo  $\zeta/\tau_{\pi}$ , o que não é uma solução viável.

Outra opção é tornar o tempo de relaxação suficientemente grande, de forma que o termo  $\zeta/\tau_{\pi}$  se aproxime de zero. A definição do tempo de relaxação de expansão é a seguinte:

$$\tau_{\pi} = b_{\pi} \frac{\zeta}{(\epsilon + p)(1/3 + c_s^2)^2}, \quad (100)$$

em que por padrão, utilizamos  $b_{\pi} = 1/15$ . No entanto, esse coeficiente de proporcionalidade é ajustado pela teoria cinética através de um toy model [110]. Portanto, propomos alterar esse parâmetro, que não possui uma interpretação física direta e nem um valor fixo bem determinado pela teoria.

É necessário aumentar  $b_{\pi}$  para obter um  $\tau_{\pi}$  maior e, assim, tentar reduzir o termo problemático. Em seguida, toda a cadeia é simulada novamente, levando em consideração a alteração desse parâmetro durante a evolução hidrodinâmica do MUSIC. Além disso, a modificação em  $b_{\pi}$  também é realizada na análise de causalidade. Após isso, calcula-se a porcentagem de energia acausal e, conforme esperado, quanto maior esse parâmetro, menor é a acausalidade do sistema. Esses resultados podem ser visualizados para os dois sistemas, Pb-Pb e p-Pb, na figura 43. Percebe-se que a porcentagem de energia acausal é reduzida drasticamente somente com a alteração desse parâmetro  $b_{\pi}$ . No entanto, ao aumentar esse parâmetro, aumentamos o tempo de relaxação, que é responsável pela dinâmica de relaxação do sistema. Com um tempo muito longo, o sistema se torna extremamente lento para responder aos estímulo-



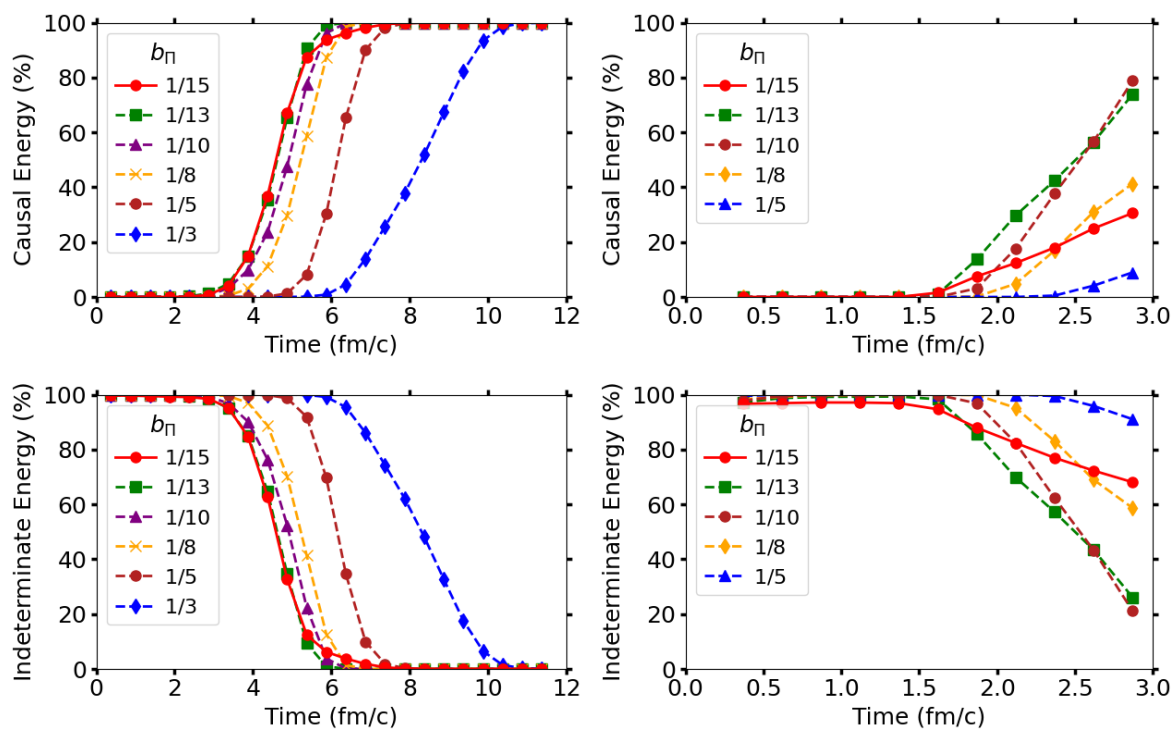


Figura 44 – Porcentagem de energia média causal (no topo) e indeterminada (abaixo) para Pb-Pb (esquerda) e p-Pb (direita) para os eventos de centralidade 0 – 5%. Imagem produzida pela autora.

los, o que começa a afetar a velocidade da conversão para células causais, conforme mostrado na figura 44. Para Pb-Pb com  $b_{\Pi} = 1/3$  no tempo final da hidrodinâmica apenas 97% do sistema é causal e no sistema p-Pb com o parâmetro  $b_{\Pi} = 1/5$  a conversão para causalidade nem se inicia por conta do curto tempo de evolução que o sistema tem para responder. Então, mesmo após toda a execução completa da hidrodinâmica, o sistema não consegue atingir 100% de causalidade.

Dessa forma, compreendemos que o parâmetro  $b_{\Pi}$  tem uma influência direta na acausalidade, porém não deve ser aumentado de forma indiscriminada. Para obter uma precisão maior em relação ao seu valor adequado, é recomendado realizar uma análise bayesiana que o considere como um parâmetro a ser determinado.

Além disso, testamos se a alteração de  $b_{\Pi}$  afeta os observáveis finais. A figura 45 ilustra a multiplicidade e a figura 46 o momento transversal médio de ambos os sistemas. Para criar essas figuras, executamos o modelo híbrido completo até a etapa de decaimentos hadrônicos e utilizamos a interface do root para plotarmos os dados em comparação com os valores experimentais. Observa-se que, dentro da faixa de centralidade analisada, que é de 0 – 5%, não há nenhuma modificação perceptível nas variáveis. O trabalho [77] demonstra que uma pequena mudança pode ocorrer no coeficiente de fluxo  $v_2$  em faixas de centralidade mais altas, da ordem de 50%. Como, todos esses fenômenos que estudamos aqui são dependentes da centralidade, seria mais apropriado para determinar o valor ótimo de  $b_{\Pi}$ , realizar uma análise bayesiana

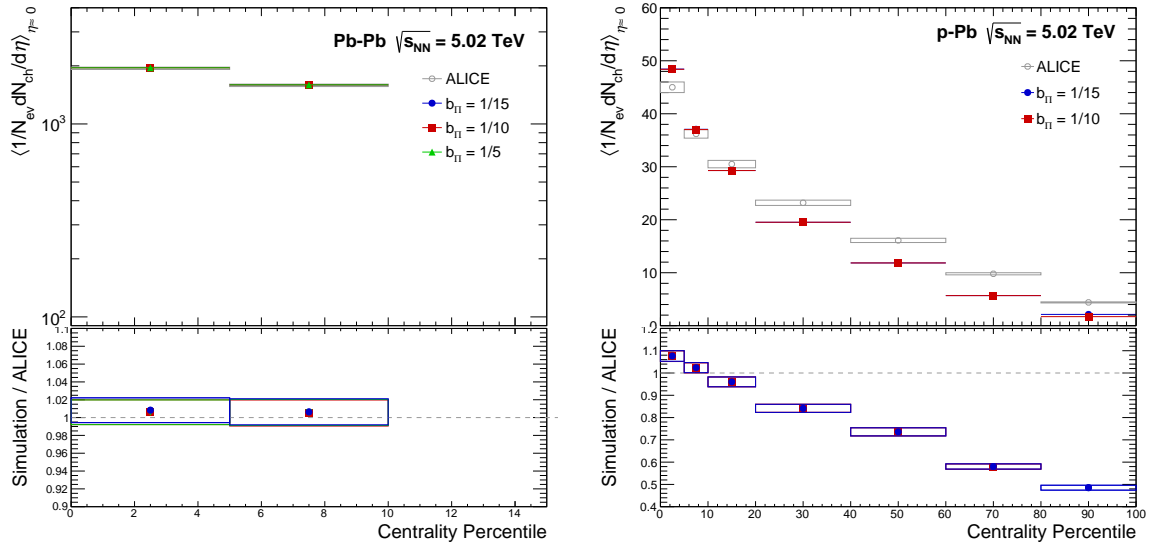


Figura 45 – Multiplicidade final para ambos os sistemas com diferentes valores do parâmetro  $b_T$ . Dados experimentais retirados de [111] e [112]. Imagem produzida pela autora.

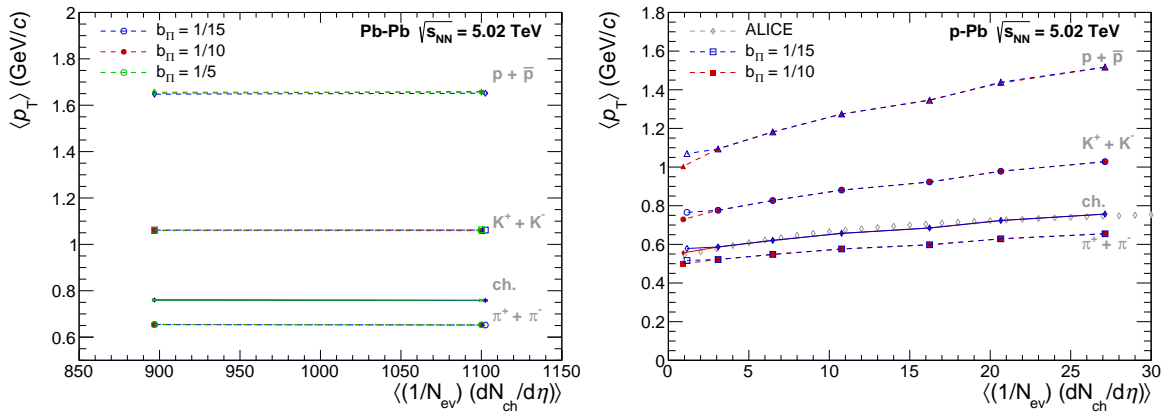


Figura 46 – Momento transversal médio para ambos os sistemas com os diferentes valores do parâmetro  $b_T$ . Dados experimentais retirados de [96]. Imagem produzida pela autora.

que teste parâmetros adequados para toda as faixas de centralidade, juntamente com medidas finais precisas.

Na subseção 4.1.1, foi mostrado que análises bayesianas violam a condição de causalidade já no limite linear para as distribuições a priori. Dessa forma, as informações de causalidade deveriam ser utilizadas como um conhecimento prévio para restringir as distribuições a priori. Com essa modificação inicial da análise bayesiana, poderiam ocorrer alterações nos parâmetros finais. Além disso, considerar a quantificação de energia acausal e buscar minimizá-la poderia ajudar a resolver esse problema, enquanto não se encontra uma solução definitiva. Ao considerar essa perspectiva da causalidade, muitos outros estudos poderiam ser alterados, como, por exemplo, melhorar a concordância entre observáveis calculados por meio de modelos híbridos e dados experimentais, especialmente em sistemas pequenos.

Com isso, encerramos esse capítulo, em que foi apresentado o problema da violação de causalidade em simulações híbridas de colisões de íons pesados. Além disso, discutimos alguns pontos relacionados a essa violação. Nossos resultados da quantificação da acausalidade em termos de energia mostram que o problema pode ter uma solução possivelmente mais simples. Ao estudar os parâmetros, notamos uma importância significativa em repensar a etapa de pré-equilíbrio, que, ao ser executada com uma velocidade menor, conseguiu reduzir o fenômeno de violação. Outro parâmetro que se mostrou importante é o tempo de relaxação do sistema. Também discutimos a importância de futuros trabalhos com análises bayesianas que considerem a violação de causalidade em seus estudos.

## 5 CONCLUSÕES

Este capítulo tem como objetivo consolidar as conclusões finais desta dissertação e de todo o trabalho realizado. O foco principal foi o estudo das propriedades do QGP produzido em colisões de íons pesados. Foram realizadas duas análises distintas, com o objetivos principal de estudar e implementar um modelo híbrido para colisões de íons pesados, que conseguiu descrever o QGP produzido em colisões do tipo Pb-Pb e p-Pb em energias de 5,02 TeV.

O capítulo 1 apresentou uma introdução inicial da área, descrevendo algumas características da QCD, como a liberdade assintótica e o confinamento. Em seguida, foi introduzida a fase de QGP como um estado da matéria hadrônica existente em condições extremas de temperatura ou densidade bariônica. Discutiu-se a impossibilidade de estudar o QGP diretamente na natureza, tornando-se necessária a sua produção em laboratório. Para isso, os colisores de íons pesados foram mencionados como os únicos capazes de criar as condições extremas que possibilitam o desconfinamento da matéria hadrônica. Por fim, foi apresentada a ideia de estudar essas colisões por meio de simulações computacionais.

O capítulo 2 explicou como descrever a colisão com o uso de simulações, as quais envolvem diferentes modelos que, juntos, formam a chamada descrição híbrida. Foram apresentadas as teorias físicas por trás de cada modelo e seu funcionamento básico em termos computacionais. Nesse capítulo, desenvolvemos o modelo híbrido que foi utilizado nas duas análises desta dissertação. É importante destacar que cada etapa da simulação envolve uma diversidade de modelos, dos quais optamos por utilizar os mesmos modelos da análise bayesiana que aplicamos. Como a única análise Bayesiana que inclui sistemas pequenos em sua análise é a feita pelo grupo de Duke, utilizamos os parâmetros com máxima probabilidade a posteriori obtidos nesse estudo. Portanto, a escolha que compõe nossa cadeia híbrida foi mais orientada pelo tipo de análises que nos propusemos a realizar.

Os capítulos 3 e 4 aplicaram o modelo híbrido no estudo de duas análises distintas. Ambas as análises foram fundamentadas em artigos prévios, o que demandou, em primeiro lugar, a verificação e o profundo entendimento do conhecimento existente sobre o assunto, a fim de prosseguir e conduzir a pesquisa. Essa abordagem lógica de pesquisa serviu como uma base para adquirir o conhecimento sobre como realizar pesquisas nessa área.

O capítulo 3 concentrou seus estudos em uma análise termodinâmica das propriedades do QGP em sistemas pequenos. Foi encontrada uma conexão entre um observável final ( $\langle p_t \rangle$ ) e uma propriedade termodinâmica denominada temperatura efetiva do sistema. Além disso, o resultado principal foi que a matéria produzida na colisão p-Pb apresenta um comportamento coletivo, pelo menos para os eventos mais centrais

(até 30%). Dessa forma, o trabalho forneceu mais uma evidência de que o QGP pode ser produzido em eventos de maior multiplicidade para colisões de sistemas pequenos.

O capítulo 4 concentrou-se principalmente na etapa hidrodinâmica, com um estudo sobre a violação de causalidade. Esse capítulo apresentou desafios, uma vez que abordou problemas em aberto e com conhecimento prévio limitado, devido à natureza recente do assunto na área. Em vez de fornecer soluções definitivas, o capítulo levantou questionamentos e possíveis direções de pesquisa. Além disso, do ponto de vista computacional, foi necessário ter um entendimento mais amplo do que simplesmente executar a sequência de modelos dentro da cadeia. Um resultado importante foi a quantificação da acausalidade em termos da energia, o que demonstrou que o problema nos modelos híbridos não é tão grave quanto discutido em um artigo anterior [105]. Além disso, ao estudar as condições de causalidade, foi observada a importância da formação dos coeficientes de transporte, uma vez que a acausalidade ocorre principalmente nos primeiros instantes da hidrodinâmica. Nesse sentido, uma menor velocidade de propagação no free-streaming mostrou-se capaz de reduzir o fenômeno de acausalidade. Além disso, foi possível eliminar o fenômeno da acausalidade simplesmente removendo o parâmetro  $\zeta/\tau_{\Pi}$ . Assim, foi sugerida a modificação de um parâmetro adimensional  $b_{\Pi}$ , que teve um efeito direto na acausalidade.

Ainda no capítulo 4, discutiu-se como as condições de causalidade se aplicam nos atuais estudos bayesianos. A violação da causalidade já no regime linear, no caso das distribuições a priori, pode nos fornecer insights sobre como melhorar as descrições híbridas atuais.

A dissertação abordou uma variedade de referências bibliográficas fundamentais, bem como artigos recentes que exploram a fronteira do conhecimento atual. Com base nessas referências, foi possível realizar estudos que levaram a novas conclusões e geraram motivação para trabalhos futuros. Além disso, do ponto de vista técnico, a dissertação permitiu o desenvolvimento de habilidades essenciais para a formação inicial de um pesquisador.

Em relação às perspectivas futuras, existem várias áreas que podem ser exploradas com base nos estudos realizados. No campo da termodinâmica, é possível complementar o trabalho considerando aspectos como o cálculo da velocidade do som, para o qual são necessários dados experimentais adicionais. Além disso, a mesma análise pode ser estendida para sistemas p-p, embora atualmente não exista uma análise bayesiana com parâmetros que descrevam esse sistema. No entanto, poderia ser desenvolvido um estudo aproximado para esse sistema.

No contexto de análises bayesianas, os nossos resultados indicam a formação do QGP apenas para eventos mais centrais. Portanto, análises bayesianas futuras em sistemas menores poderiam ser realizadas utilizando uma filtragem por centralidade, considerando apenas os eventos em que a matéria se comporta como fluido. Com isso,

as distribuições a posteriori tenderiam a diminuir as incertezas dos observáveis finais produzidos pelos modelos híbridos.

Existem algumas perspectivas futuras em relação ao estudo da causalidade. Seria possível desenvolver uma análise bayesiana que leve em consideração a porcentagem de energia acausal para estimar os parâmetros a posteriori, buscando assim restaurar completamente a causalidade do sistema. Além disso, seria interessante investigar de forma mais detalhada os coeficientes de transporte e suas propriedades, bem como deduzir condições não lineares de causalidade que unifiquem as equações necessárias e suficientes, resultando em uma determinação clara entre causalidade ou acausalidade.

Além disso, é possível avançar as análises desta dissertação e considerar um estudo para compreender por que a acausalidade ocorre essencialmente na borda do QGP. Poderia ser incluída uma investigação sobre a correlação entre células vizinhas para tornar a descrição mais realista e obter uma melhor compreensão da evolução desse fenômeno.

## REFERÊNCIAS

- [1] W. Greiner, S. Schramm e E. Stein. *Quantum chromodynamics*. Springer Science & Business Media, 2007.
- [2] M. Thomson. *Modern particle physics*. Cambridge University Press, 2013.
- [3] D. Griffiths. *Introduction to elementary particles*. John Wiley & Sons, 2020.
- [4] M. Gell-Mann. “A schematic model of baryons and mesons”. *Phys. Letters* 8 1964.
- [5] G. Zweig. *An SU(3) model for strong interaction symmetry and its breaking. Part II*. Rel. técn. European Organization for Nuclear Research, Geneva, 1964.
- [6] F. Halzen e A. D. Martin. *Quark & Leptons: An Introductory Course In Modern Particle Physics*. John Wiley & Sons, 2008.
- [7] O. W. Greenberg. “Spin and unitary-spin independence in a paraquark model of baryons and mesons”. *Physical Review Letters* 13.20 1964, p. 598.
- [8] M.-Y. Han e Y. Nambu. “Three-triplet model with double SU(3) symmetry”. *Physical Review* 139.4B 1965, B1006.
- [9] S. Sarkar, H. Satz e B. Sinha. *The physics of the quark-gluon plasma: introductory lectures*. Vol. 785. Springer, 2009.
- [10] H. Fritzsch, M. Gell-Mann e H. Leutwyler. “Advantages of the color octet gluon picture”. *Physics Letters B* 47.4 1973, pp. 365–368.
- [11] K. G. Wilson. “Confinement of quarks”. *Physical review D* 10.8 1974, p. 2445.
- [12] D. J. Gross e F. Wilczek. “Ultraviolet behavior of non-abelian gauge theories”. *Physical Review Letters* 30.26 1973, p. 1343.
- [13] H. D. Politzer. “Reliable perturbative results for strong interactions?” *Physical Review Letters* 30.26 1973, p. 1346.
- [14] D. J. Gross e F. Wilczek. “Asymptotically free gauge theories. I”. *Physical Review D* 8.10 1973, p. 3633.
- [15] C.-K. Chow. “From tetraquarks to hexaquarks: A systematic study of heavy exotics in the large  $N_c$  limit”. *Physical Review D* 51.11 1995, p. 6327.
- [16] R. Aaij et al. “Observation of  $J/\psi$  Resonances Consistent with Pentaquark States in  $\Lambda_b^0 \rightarrow J/\psi K^- p$  Decays”. *Physical review letters* 115.7 2015, p. 072001.
- [17] C. Ratti e R. Bellwied. “The Deconfinement Transition of QCD: Theory Meets Experiment”. *Lecture notes in physics* 981 2021.
- [18] S. Bethke. “The 2009 world average of  $\alpha_s$ ”. *The European Physical Journal C* 64.4 2009, pp. 689–703.

- [19] H. Nishimori e G. Ortiz. *Elements of phase transitions and critical phenomena*. Oup Oxford, 2010.
- [20] Y. Aoki, G. Endrődi, Z. Fodor, S. D. Katz e K. K. Szabó. “The order of the quantum chromodynamics transition predicted by the standard model of particle physics”. *Nature* 443.7112 2006, pp. 675–678.
- [21] J. C. Collins e M. J. Perry. “Superdense matter: neutrons or asymptotically free quarks?” *Physical Review Letters* 34.21 1975, p. 1353.
- [22] N. Cabibbo e G. Parisi. “Exponential hadronic spectrum and quark liberation”. *Physics Letters B* 59.1 1975, pp. 67–69.
- [23] O. Kalashnikov e V. Klimov. “Phase transition in the quark-gluon plasma”. *Physics Letters B* 88.3-4 1979, pp. 328–330.
- [24] U. Heinz e M. Jacob. “Evidence for a new state of matter: An assessment of the results from the CERN lead beam programme”. *arXiv preprint nucl-th/0002042* 2000.
- [25] G. Aarts. “Introductory lectures on lattice QCD at nonzero baryon number”. *Journal of Physics: Conference Series*. Vol. 706. 2. IOP Publishing. 2016, p. 022004.
- [26] D. J. Schwarz. “The first second of the universe”. *Annalen der Physik* 515.4 2003, pp. 220–270.
- [27] E. Annala, T. Gorda, A. Kurkela, J. Nättilä e A. Vuorinen. “Evidence for quark-matter cores in massive neutron stars”. *Nature Physics* 16.9 2020, pp. 907–910.
- [28] A. K. Chaudhuri. *A short course on relativistic heavy ion collisions*. IOP Publishing, 2014.
- [29] “Report of the workshop on GeV/nucleon collisions of heavy ions: how and why, November 29–December 1, 1974, Bear Mountain, New York” jan. de 1974.
- [30] L. McLERRAN e N. Samios. *T.D. Lee: Relativistic heavy ion collisions and the Riken Brookhaven Center*. 2006.
- [31] J. B. Kogut e M. A. Stephanov. *The phases of quantum chromodynamics: From confinement to extreme environments*. Vol. 21. Cambridge University Press, 2003.
- [32] J. E. Bernhard. “Bayesian parameter estimation for relativistic heavy-ion collisions”. Tese de dout. Department of Physics, Duke University, 2018.
- [33] Y. Aoki, S. Borsanyi, S. Dürr, Z. Fodor, S. D. Katz, S. Krieg e K. Szabo. “The QCD transition temperature: results with physical masses in the continuum limit II”. *Journal of High Energy Physics* 2009.06 2009, p. 088.



- [34] T. D. Committee e N. N. S. Advisory. “The Frontiers of Nuclear Science, A Long Range Plan”. *arXiv preprint arXiv:0809.3137* 2008.
- [35] Y. Makeenko. *Methods of contemporary gauge theory*. Cambridge University Press, 2002.
- [36] Z. Sweger. “Recent Results and Future Prospects from the STAR Beam Energy Scan Program”. *arXiv preprint arXiv:2305.07139* 2023.
- [37] S. Hands. “The phase diagram of QCD”. *Contemporary Physics* 42.4 2001, pp. 209–225.
- [38] “Creation of quark–gluon plasma droplets with three distinct geometries”. *Nature Physics* 15.3 2019, pp. 214–220.
- [39] J. E. Bernhard, J. S. Moreland e S. A. Bass. “Bayesian estimation of the specific shear and bulk viscosity of quark-gluon plasma”. *Nature Physics* 15.11 2019, pp. 1113–1117.
- [40] W. Busza, K. Rajagopal e W. Van Der Schee. “Heavy ion collisions: the big picture and the big questions”. *Annual Review of Nuclear and Particle Science* 68 2018, pp. 339–376.
- [41] R. Nouicer. “New state of nuclear matter: Nearly perfect fluid of quarks and gluons in heavy-ion collisions at RHIC energies”. *The European Physical Journal Plus* 131.3 2016, pp. 1–26.
- [42] Y. Miake. “Azimuthal Anisotropy and the QGP”. *AIP Conference Proceedings*. Vol. 865. 1. American Institute of Physics. 2006, pp. 293–299.
- [43] S. Voloshin e Y. Zhang. “Flow study in relativistic nuclear collisions by Fourier expansion of azimuthal particle distributions”. *Zeitschrift für Physik C Particles and Fields* 70 1996, pp. 665–671.
- [44] U. Heinz e P. Kolb. “Early thermalization at RHIC”. *Nuclear Physics A* 702.1 2002. International Symposium on Statistical QCD, pp. 269–280. ISSN: 0375-9474.
- [45] K. Werner, I. Karpenko, T. Pierog, M. Bleicher e K. Mikhailov. “Event-by-event simulation of the three-dimensional hydrodynamic evolution from flux tube initial conditions in ultrarelativistic heavy ion collisions”. *Physical Review C* 82.4 2010, p. 044904.
- [46] T. Michael. “Determination of muon reconstruction efficiencies in the ATLAS detector using a tag & probe approach in  $Z \rightarrow \mu\mu$  events”. Tese de dout. TU, Dresden (main), 2011.
- [47] J. Noronha-Hostler, F. Gardim, M. Luzum e F. Grassi. “Viscous Effects on the Mapping of the Initial to Final State in Heavy Ion Collisions”. *Bulletin of the American Physical Society* 60 2015.

- [48] Z. Qiu e U. Heinz. “Event-by-event shape and flow fluctuations of relativistic heavy-ion collision fireballs”. *Physical Review C* 84.2 2011, p. 024911.
- [49] G. Giacalone, B. Schenke e C. Shen. “Constraining the nucleon size with relativistic nuclear collisions”. *Physical Review Letters* 128.4 2022, p. 042301.
- [50] B. Schenke, P. Tribedy e R. Venugopalan. “Fluctuating Glasma initial conditions and flow in heavy ion collisions”. *Physical Review Letters* 108.25 2012, p. 252301.
- [51] M. L. Miller, K. Reygers, S. J. Sanders e P. Steinberg. “Glauber modeling in high-energy nuclear collisions”. *Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.* 57 2007, pp. 205–243.
- [52] J. S. Moreland, J. E. Bernhard e S. A. Bass. “Alternative ansatz to wounded nucleon and binary collision scaling in high-energy nuclear collisions”. *Physical Review C* 92.1 2015, p. 011901.
- [53] L. Adamczyk et al. “Azimuthal anisotropy in U+ U and Au+ Au collisions at RHIC”. *Physical review letters* 115.22 2015, p. 222301.
- [54] J. S. Moreland, J. E. Bernhard e S. A. Bass. “Bayesian calibration of a hybrid nuclear collision model using p-Pb and Pb-Pb data at energies available at the CERN Large Hadron Collider”. *Physical Review C* 101.2 2020, p. 024911.
- [55] J. Liu, C. Shen e U. Heinz. “Pre-equilibrium evolution effects on heavy-ion collision observables”. *Physical Review C* 91.6 2015, p. 064906.
- [56] P. Arnold, J. Lenaghan, G. D. Moore e L. G. Yaffe. “Apparent thermalization due to plasma instabilities in the quark-gluon plasma”. *Physical review letters* 94.7 2005, p. 072302.
- [57] A. Kurkela, A. Mazeliauskas, J.-F. Paquet, S. Schlichting e D. Teaney. “Effective kinetic description of event-by-event pre-equilibrium dynamics in high-energy heavy-ion collisions”. *Physical Review C* 99.3 2019, p. 034910.
- [58] W. Broniowski, W. Florkowski, M. Chojnacki e A. Kisiel. “Free-streaming approximation in early dynamics of relativistic heavy-ion collisions”. *Physical Review C* 80.3 2009, p. 034902.
- [59] G. S. Denicol. “Microscopic foundations of relativistic dissipative fluid dynamics”. Tese de dout. 2012.
- [60] A. Muronga. “Second-order dissipative fluid dynamics for ultrarelativistic nuclear collisions”. *Physical review letters* 88.6 2002, p. 062302.
- [61] R. Baier, P. Romatschke e U. A. Wiedemann. “Dissipative hydrodynamics and heavy-ion collisions”. *Physical Review C* 73.6 2006, p. 064903.

- [62] M. Ostoja-Starzewski. “A derivation of the Maxwell–Cattaneo equation from the free energy and dissipation potentials”. *International journal of engineering science* 47.7-8 2009, pp. 807–810.
- [63] P. Romatschke e U. Romatschke. “Relativistic fluid dynamics in and out of equilibrium: and applications to relativistic nuclear collisions” 2019.
- [64] W. Israel e J. M. Stewart. “Transient relativistic thermodynamics and kinetic theory”. *Annals of Physics* 118.2 1979, pp. 341–372.
- [65] H. Niemi e G. Denicol. “How large is the Knudsen number reached in fluid dynamical simulations of ultrarelativistic heavy ion collisions?” *arXiv preprint arXiv:1404.7327* 2014.
- [66] C. Shen, Z. Qiu, H. Song, J. Bernhard, S. Bass e U. Heinz. “The iEBE-VISHNU code package for relativistic heavy-ion collisions”. *Computer Physics Communications* 199 2016, pp. 61–85.
- [67] C. Shen, J.-F. Paquet, G. S. Denicol, S. Jeon e C. Gale. “Thermal photon radiation in high multiplicity p+Pb collisions at the Large Hadron Collider”. *Physical Review Letters* 116.7 2016, p. 072301.
- [68] G. Denicol, H. Niemi, E. Molnar e D. Rischke. “Derivation of transient relativistic fluid dynamics from the Boltzmann equation”. *Physical Review D* 85.11 2012, p. 114047.
- [69] A. Bazavov et al. “Equation of state in (2+1)-flavor QCD”. *Physical Review D* 90.9 2014, p. 094503.
- [70] J. Grefa, J. Noronha, J. Noronha-Hostler, I. Portillo, C. Ratti e R. Rougemont. “Hot and dense quark-gluon plasma thermodynamics from holographic black holes”. *Physical Review D* 104.3 2021, p. 034002.
- [71] F. Cooper e G. Frye. “Single-particle distribution in the hydrodynamic and statistical thermodynamic models of multiparticle production”. *Physical Review D* 10.1 1974, p. 186.
- [72] M. McNelis, D. Everett e U. Heinz. “Particlization in fluid dynamical simulations of heavy-ion collisions: The iS3D module”. *Computer Physics Communications* 258 2021, p. 107604.
- [73] M. McNelis, D. Everett e U. Heinz. “Particlization in fluid dynamical simulations of heavy-ion collisions: The iS3D module”. *Computer Physics Communications* 258 2021, p. 107604.
- [74] J. Weil et al. “Particle production and equilibrium properties within a new hadron transport approach for heavy-ion collisions”. *Physical Review C* 94.5 2016, p. 054905.

- [75] M. Bleicher et al. “Relativistic hadron-hadron collisions in the ultra-relativistic quantum molecular dynamics model”. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics* 25.9 1999, p. 1859.
- [76] D. H. Perkins. *Introduction to high energy physics*. CAMBRIDGE university press, 2000.
- [77] D. Everett et al. “Multisystem Bayesian constraints on the transport coefficients of QCD matter”. *Physical Review C* 103.5 2021, p. 054904.
- [78] W. Busza, K. Rajagopal e W. Van Der Schee. “Heavy ion collisions: the big picture and the big questions”. *Annual Review of Nuclear and Particle Science* 68 2018, pp. 339–376.
- [79] S. Satapathy, S. Paul, A. Anand, R. Kumar e S. Ghosh. “From non-interacting to interacting picture of thermodynamics and transport coefficients for quark gluon plasma”. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics* 47.4 2020, p. 045201.
- [80] L. Van Hove. “Multiplicity dependence of  $p_t$  spectrum as a possible signal for a phase transition in hadronic collisions”. *Physics Letters B* 118.1-3 1982, pp. 138–140.
- [81] R. Campanini e G. Ferri. “Experimental equation of state in  $pp$  and  $p\bar{p}$  collisions and phase transition to quark-gluon plasma”. *Physics Letters B* 703.3 2011, pp. 237–245.
- [82] J.-P. Blaizot e J.-Y. Ollitrault. “Equation of state and hydrodynamics of quark-gluon plasmas”. *Physics Letters B* 191.1-2 1987, pp. 21–26.
- [83] F. G. Gardim, G. Giacalone, M. Luzum e J.-Y. Ollitrault. “Thermodynamics of hot strong-interaction matter from ultrarelativistic nuclear collisions”. *Nature Physics* 16.6 2020, pp. 615–619.
- [84] J. E. Bernhard, J. S. Moreland, S. A. Bass, J. Liu e U. Heinz. “Applying Bayesian parameter estimation to relativistic heavy-ion collisions: simultaneous characterization of the initial state and quark-gluon plasma medium”. *Physical Review C* 94.2 2016, p. 024907.
- [85] J.-Y. Ollitrault. “Relativistic hydrodynamics for heavy-ion collisions”. *European Journal of Physics* 29.2 2008, p. 275.
- [86] S. Borsányi, Z. Fodor, C. Hoelbling, S. D. Katz, S. Krieg e K. K. Szabo. “Full result for the QCD equation of state with 2+1 flavors”. *Physics Letters B* 730 2014, pp. 99–104.
- [87] U. Heinz e R. Snellings. “Collective flow and viscosity in relativistic heavy-ion collisions”. *Annual Review of Nuclear and Particle Science* 63 2013, pp. 123–151.

- [88] S. Lim e J. Nagle. “Exploring origins for correlations between flow harmonics and transverse momentum in small collision systems”. *Physical Review C* 103.6 2021, p. 064906.
- [89] G. Aad et al. “Measurement with the ATLAS detector of multi-particle azimuthal correlations in p+Pb collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$  TeV”. *Physics Letters B* 725.1-3 2013, pp. 60–78.
- [90] P. Božek. “Collective flow in p-Pb and d-Pb collisions at TeV energies”. *Physical Review C* 85.1 2012, p. 014911.
- [91] B. Schenke, C. Shen e P. Tribedy. “Hybrid Color Glass Condensate and hydrodynamic description of the Relativistic Heavy Ion Collider small system scan”. *Physics Letters B* 803 2020, p. 135322.
- [92] B. Abelev et al. “Long-range angular correlations of  $\pi$ , K and p in p-Pb collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$  TeV”. *Physics Letters B* 726.1-3 2013, pp. 164–177.
- [93] S. Chatrchyan et al. “Observation of long-range, near-side angular correlations in pPb collisions at the LHC”. *Physics Letters B* 718.3 2013, pp. 795–814.
- [94] S. Huang, S. collaboration et al. “Long-range collectivity in small collision systems with two- and four-particle correlations at STAR”. *Nuclear Physics A* 982 2019, pp. 475–478.
- [95] V. Khachatryan et al. “Charged-particle nuclear modification factors in PbPb and pPb collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$  TeV”. *Journal of High Energy Physics* 2017.4 2017, pp. 1–45.
- [96] B. Abelev et al. “Multiplicity dependence of the average transverse momentum in pp, p-Pb, and Pb-Pb collisions at the LHC”. *Physics Letters B* 727.4-5 2013, pp. 371–380.
- [97] A. Bazavov et al. “Chiral crossover in QCD at zero and non-zero chemical potentials”. *Physics Letters B* 795 2019, pp. 15–21.
- [98] P. Hanus, K. Reygers e A. Mazeliauskas. “Entropy production in pp and Pb-Pb collisions at energies available at the CERN Large Hadron Collider”. *Physical Review C* 100.6 2019, p. 064903.
- [99] A. Collaboration et al. “Multiplicity dependence of charged-particle production in pp, p-Pb, Xe-Xe and Pb-Pb collisions at the LHC”. *arXiv preprint arXiv:2211.15326* 2022.
- [100] A. Collaboration et al. “Multiplicity and transverse momentum evolution of charge-dependent correlations in pp, p-Pb, and Pb-Pb collisions at the LHC”. *The European Physical Journal C* 76 2016, pp. 1–24.

- [101] A. Einstein. “Sobre a eletrodinâmica dos corpos em movimento”. LORENTZ, HA, EINSTEIN, A. E MINKOWSKI, H. *O principio da relatividade*. Lisboa: Calouste Gulbekian 1983.
- [102] P. Romatschke. “New developments in relativistic viscous hydrodynamics”. *International Journal of Modern Physics E* 19.01 2010, pp. 1–53.
- [103] G. Nijs, W. Van Der Schee, U. Gürsoy e R. Snellings. “Bayesian analysis of heavy ion collisions with the heavy ion computational framework Trajectum”. *Physical Review C* 103.5 2021, p. 054909.
- [104] F. S. Bemfica, M. M. Disconzi, V. Hoang, J. Noronha e M. Radosz. “Nonlinear constraints on relativistic fluids far from equilibrium”. *Physical review letters* 126.22 2021, p. 222301.
- [105] C. Plumberg, D. Almaalol, T. Dore, J. Noronha e J. Noronha-Hostler. “Causality violations in realistic simulations of heavy-ion collisions”. *Physical Review C* 105.6 2022, p. L061901.
- [106] B. Schenke, C. Shen e P. Tribedy. “Running the gamut of high energy nuclear collisions”. *Physical Review C* 102.4 2020, p. 044905.
- [107] C. Chiu e C. Shen. “Exploring theoretical uncertainties in the hydrodynamic description of relativistic heavy-ion collisions”. *Physical Review C* 103.6 2021, p. 064901.
- [108] T. N. da Silva, D. Chinellato, G. Denicol, M. Hippert, M. Luzum, J. Noronha, W. Serenone, J. Takahashi, E. Collaboration et al. “Prehydrodynamic evolution and its signatures in final-state heavy-ion observables”. *Physical Review C* 103.5 2021, p. 054906.
- [109] T. N. da Silva, D. D. Chinellato, A. V. Giannini, M. N. Ferreira, G. S. Denicol, M. Hippert, M. Luzum, J. Noronha e J. Takahashi. “Pre-hydrodynamic evolution in large and small systems”. *Physical Review C* 107.4 2022, p. 044901.
- [110] G. Denicol, S. Jeon e C. Gale. “Transport coefficients of bulk viscous pressure in the 14-moment approximation”. *Physical Review C* 90.2 2014, p. 024912.
- [111] J. Adam et al. “Centrality Dependence of the Charged-Particle Multiplicity Density at Midrapidity in Pb-Pb Collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$  TeV”. *Physical review letters* 116.22 2016, p. 222302.
- [112] B. Abelev et al. “Multiplicity dependence of pion, kaon, proton and lambda production in p–Pb collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$  TeV”. *Physics Letters B* 728 2014, pp. 25–38.