



UNIVERSIDADE DE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO SOCIOECONÔMICO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA
MESTRADO EM CIÊNCIAS ECONÔMICAS

LUCAS VOLTOLINI

INCLUSÃO DO FATOR ESG NA CONSTRUÇÃO DE CARTEIRAS POR
MÉDIA-VARIÂNCIA

FLORIANÓPOLIS – SANTA CATARINA

21 de junho de 2023

LUCAS VOLTOLINI

INCLUSÃO DO FATOR ESG NA CONSTRUÇÃO DE CARTEIRAS POR
MÉDIA-VARIÂNCIA

Dissertação apresentada para o Programa de Pós-Graduação em Economia pela Universidade Federal de Santa Catarina, como requisito para o seguimento do curso. Área de Concentração: Economia

Orientador: João Frois Caldeira

FLORIANÓPOLIS – SANTA CATARINA

21 de junho de 2023

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Voltolini, Lucas
INCLUSÃO DO FATOR ESG NA CONSTRUÇÃO DE CARTEIRAS POR
MÉDIA-VARIÂNCIA / Lucas Voltolini ; orientador, João Frois
Caldeira, 2023.
76 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa
Catarina, Centro Socioeconômico, Programa de Pós-Graduação em
Economia, Florianópolis, 2023.

Inclui referências.

1. Economia. 2. Finanças. 3. ESG. 4. Investimento com
fatores. 5. Média-Variância. I. Caldeira, João Frois. II.
Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós
Graduação em Economia. III. Título.

Lucas Voltolini

**INCLUSÃO DO FATOR ESG NA CONSTRUÇÃO DE CARTEIRAS POR
MÉDIA-VARIÂNCIA**

O presente trabalho em nível de doutorado foi avaliado e aprovado por banca examinadora composta pelos seguintes membros:

Prof. João Frois Caldeira , Dr.
Instituição Universidade Federal de Santa Catarina

Prof.(a) Pedro Luiz Paolino Chaim, Dr.
Instituição Universidade Federal de Santa Catarina

Prof.(a) Hudson da Silva Torrent, Dr.(a)
Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Certificamos que esta é a **versão original e final** do trabalho de conclusão que foi julgado adequado para obtenção do título de doutor em Economia.

Coordenação do Programa de Pós-Graduação

João Frois Caldeira Dr.
Orientador

Florianópolis, 2022.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, aos meus familiares, que tanto foram importantes para a construção da pessoa que sou hoje.

Ao meu orientador, João Frois Caldeira, pelo ano que trabalhamos no desenvolvimento deste trabalho.

Aos meus amigos que me acompanharam nessa jornada, por acreditarem em mim e sempre me ajudarem quando eu precisei, por todos os ensinamentos e incentivo que me deram durante esta etapa.

Agradeço à minha namorada, Tailize Scheffer, e ao Palmeiras, meu time do coração, que foram as principais razões de eu ter prosseguido com este trabalho, mesmo com todas as dificuldades que surgiram durante a pandemia.

Aos professores do programa de pós-Graduação em Ciências Econômicas da Universidade Federal de Santa Catarina, por todo o conhecimento que me passaram.

Aos professores Matheus Bortolan e Eliezer Batista, do departamento de Matemática da UFSC, que são as pessoas que mais me inspiraram durante a graduação e que certamente serão os professores com maior impacto na minha vida profissional.

Muito obrigado.

RESUMO

Este trabalho investiga o uso de um fator de ESG (Sigla para Environment, Social and Governance) para a composição de um investimento utilizando o problema de Média-Variância no mercado financeiro brasileiro. Para tal, é feita uma previsão do retorno do ativo a partir da observação passada de um conjunto de fatores para o investimento, incluindo-se ou não o fator ESG e a partir desta previsão é calculada uma carteira de média-variância. Para comparação, foram utilizados os retornos, desvio-padrão, índice Sharpe e razão retorno/risco para as carteiras construídas sob estas estratégias. Os resultados obtidos indicam que a adição do fator ESG traz ganhos no índice Sharpe e na razão retorno/desvio-padrão das carteiras na amostra.

Palavras-chave: Finanças, Média-variância, Investimento com fatores, Seleção de carteiras

ABSTRACT

This work investigates the use of an ESG factor (acronym for Environment, Social, and Governance) for the composition of an investment using the Mean-Variance problem in the Brazilian financial market. The study predicts asset returns based on past observations of a set of investment factors, including or excluding the ESG factor, and uses this prediction to calculate a Mean-Variance portfolio. To compare the results, returns, standard deviation, Sharpe ratio, and return-to-risk ratio were used for the portfolios constructed under these strategies. The results indicate that the addition of the ESG factor leads to gains in the Sharpe ratio and return-to-standard-deviation ratio of the portfolios in the sample.

Keywords: Finance, Mean-variance, Factor investing, Portfolio selection

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Trajetória das 384 carteiras com rebalanceamento diário a partir de R\$ 1,00 investido em 29 de abril de 2016	40
Figura 2 – Trajetória das 384 carteiras com rebalanceamento mensal e covariância com entradas mensais a partir de R\$ 1,00 investido em 29 de abril de 2016	42
Figura 3 – Trajetória das 384 carteiras com rebalanceamento mensal e covariância com entradas diárias a partir de R\$ 1,00 investido em 29 de abril de 2016	44
Figura 4 – Trajetória das 384 carteiras com rebalanceamento diário a partir de R\$ 1,00 investido em 29 de abril de 2016	46
Figura 5 – Trajetória das 384 carteiras com rebalanceamento mensal e covariância com entradas mensais a partir de R\$ 1,00 investido em 29 de abril de 2016	48
Figura 6 – Trajetória das 384 carteiras com rebalanceamento mensal e covariância com entradas diárias a partir de R\$ 1,00 investido em 29 de abril de 2016	49
Figura 7 – Trajetória das 384 carteiras com rebalanceamento diário a partir de R\$ 1,00 investido em 29 de abril de 2016	52
Figura 8 – Trajetória das 384 carteiras com rebalanceamento mensal e covariância com entradas mensais a partir de R\$ 1,00 investido em 29 de abril de 2016	54
Figura 9 – Trajetória das 384 carteiras com rebalanceamento mensal e covariância com entradas diárias a partir de R\$ 1,00 investido em 29 de abril de 2016	55
Figura 10 – Retornos ASAI3	71
Figura 11 – Retornos PCAR3	71
Figura 12 – Retornos ASAI3 pós-filtragem	72
Figura 13 – Retornos PCAR3 pós-filtragem	72

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Códigos dos índices utilizados no trabalho.	29
Tabela 2 – Tickers dos ativos utilizados nas carteiras.	30
Tabela 3 – Ticker dos ativos de r41	30
Tabela 4 – Ticker dos ativos de r21	31
Tabela 5 – Ticker dos ativos de r22	31
Tabela 6 – Códigos dos modelos de apreçamento.	32
Tabela 7 – Número de observações em cada ano.	38
Tabela 8 – Tabela de performance das carteiras calculadas sobre a seleção r21	40
Tabela 9 – Tabela de performance das carteiras rebalanceadas diaria- mente calculadas sobre a seleção r21	41
Tabela 10 – Avaliação da média dos Sharpes das carteiras que usam cri- tério ESG, da melhor abordagem que usa critério ESG e da abordagem que não usa este critério.	41
Tabela 11 – Tabela de performance das carteiras rebalanceadas mensal- mente e com matriz de covariância de entradas mensais, cal- culadas sobre a seleção r21	43
Tabela 12 – Avaliação da média dos Sharpes das carteiras que usam cri- tério ESG, da melhor abordagem que usa critério ESG e da abordagem que não usa este critério.	43
Tabela 13 – Tabela de performance das carteiras rebalanceadas mensal- mente e com matriz de covariância de entradas diárias, calcu- ladas sobre a seleção r21	44
Tabela 14 – Avaliação da média dos Sharpes das carteiras que usam cri- tério ESG, da melhor abordagem que usa critério ESG e da abordagem que não usa este critério.	45
Tabela 15 – Tabela de performance das carteiras calculadas sobre a seleção r22	46
Tabela 16 – Tabela de performance das carteiras rebalanceadas diaria- mente, calculadas sobre a seleção r22	47

Tabela 17 – Avaliação da média dos Sharpes das carteiras que usam critério ESG, da melhor abordagem que usa critério ESG e da abordagem que não usa este critério.	47
Tabela 18 – Tabela de performance das carteiras rebalanceadas mensalmente e com matriz de covariância de entradas mensais, calculadas sobre a seleção r22	48
Tabela 19 – Avaliação da média dos Sharpes das carteiras que usam critério ESG, da melhor abordagem que usa critério ESG e da abordagem que não usa este critério.	49
Tabela 20 – Tabela de performance das carteiras rebalanceadas mensalmente e com matriz de covariância de entradas diárias, calculadas sobre a seleção r22	50
Tabela 21 – Avaliação da média dos Sharpes das carteiras que usam critério ESG, da melhor abordagem que usa critério ESG e da abordagem que não usa este critério.	50
Tabela 22 – Tabela de performance das carteiras calculadas sobre a seleção r41	52
Tabela 23 – Tabela de performance das carteiras rebalanceadas mensalmente e com matriz de covariância de entradas diárias, calculadas sobre a seleção r41	53
Tabela 24 – Avaliação da média dos Sharpes das carteiras que usam critério ESG, da melhor abordagem que usa critério ESG e da abordagem que não usa este critério.	53
Tabela 25 – Tabela de performance das carteiras rebalanceadas mensalmente e com matriz de covariância de entradas mensais, calculadas sobre a seleção r41	54
Tabela 26 – Avaliação da média dos Sharpes das carteiras que usam critério ESG, da melhor abordagem que usa critério ESG e da abordagem que não usa este critério.	55
Tabela 27 – Tabela de performance das carteiras rebalanceadas mensalmente e com matriz de covariância de entradas diárias, calculadas sobre a seleção r41	56

Tabela 28 – Avaliação da média dos Sharpes das carteiras que usam critério ESG, da melhor abordagem que usa critério ESG e da abordagem que não usa este critério.	56
Tabela 29 – Dados estatísticos dos ativos	70
Tabela 30 – Dados estatísticos dos ativos pós-filtragem	73

SUMÁRIO

	Introdução	13
1	REVISÃO DE LITERATURA	16
1.1	EVOLUÇÃO DAS TEORIAS DE DIVERSIFICAÇÃO EM FINANÇAS	16
1.2	ABORDAGEM POR FATORES	18
1.2.1	No Brasil	19
1.3	FATOR ESG	20
2	METODOLOGIA	22
2.1	MODELOS DE APREÇAMENTO	25
2.2	DESCRIÇÃO DOS DADOS UTILIZADOS NO TRABALHO	27
2.2.1	Período de análise:	29
2.2.2	Escolha de ativos:	29
2.3	MODELOS DE PREVISÃO:	31
2.4	MATRIZ DE COVARIÂNCIA	33
2.4.1	Covariância amostral	33
2.4.2	Estimadores da matriz de covariância	34
2.5	FRONTEIRA EFICIENTE	35
2.6	AVALIAÇÃO DA PERFORMANCE DAS CARTEIRAS	36
2.7	VARIÂNCIA E DESVIO-PADRÃO	36
2.8	ÍNDICE SHARPE	37
3	APLICAÇÃO E RESULTADOS	39
3.1	COMPOSIÇÃO R21	39
3.2	COMPOSIÇÃO R22	45
3.3	COMPOSIÇÃO R41	50
4	CONSIDERAÇÕES FINAIS	57
	REFERÊNCIAS	60
	APÊNDICES	64
	APÊNDICE A – Processamento dos dados	65
A.1	MODELOS DE APREÇAMENTO	65
A.2	DADOS	68
A.3	FILTRAGEM	69
A.4	FERRAMENTAS COMPUTACIONAIS	73

A.5	CÓDIGO E COMPOSIÇÃO DE CARTEIRAS	74
-----	--	----

INTRODUÇÃO

Os mercados financeiros e de crédito têm sido objetos de estudo devido à sua dificuldade de previsão e baixa correlação com fenômenos previsíveis da realidade, características de um ambiente composto de um conjunto eficiente de investimentos por parte dos gestores de carteira como indicado em Fama (1970).

Do ponto de vista acadêmico, foi com o advento da Moderna Teoria de Portfólio de Markowitz (1952), que os agentes destes mercados têm dominado ferramentas robustas e relevantes para a tomada de decisões neste ambiente de incertezas. A partir da segunda metade do século passado, houve uma revolução nas análises sobre o comportamento dos mercados financeiros em todo o mundo, incluindo o estudo de ações individuais, sua história e correlação com fenômenos observáveis, o desenvolvimento de tecnologias de previsão de comportamento de ativos e a observação de fatores explicativos dos retornos no mercado financeiro.

Na tentativa de descrever muitos dos fenômenos que se observam nos mercados, principalmente após os anos 60 com os trabalhos de Sharpe (1964) e Lintner (1965), surgem diversas abordagens em modelagem para a formação de carteiras a partir de critérios de incerteza e de equilíbrio no mercado financeiro. O CAPM ¹, que é um modelo de apreçamento de ativos baseado na relação entre o retorno de uma carteira e a variação do retorno do mercado, surge nessa época e rapidamente se torna um dos modelos mais reconhecidos em finanças.

Já a partir dos anos 90, diversos outros fatores são descobertos e abrem o caminho para a construção de modelos de apreçamento baseados em fatores. A relevância dos fatores para a pesquisa em finanças tem se mostrado em diversos estudos que indicam a performance de empresas quando se leva em consideração o seu tamanho e rentabilidade, momento, robustez e agressividade, como se verifica nos trabalhos de Fama e French (1992), Carhart (1997) e Fama e French (2015), respectivamente. De acordo com estes artigos semanais de pesquisadores na área de finanças, tais fatores podem estar positivamente relacionadas a estratégias de seleção capazes de gerar retornos em excesso positivos para os investidores².

Mais recentemente, com o acontecimento da pandemia do novo Coronavírus e a

¹ Sigla para Capital Asset Pricing Model

² No Brasil, o NEFIN - Núcleo de Pesquisa em Finanças da USP calcula e divulga diariamente o retorno das carteiras que imitam fatores de risco para o mercado brasileiro.

reação por parte de governos e instituições financeiras à nova realidade econômica causada pela crise, alguns estudos observadores do mercado formularam conjecturas de que existem correlações nos retornos do mercado de crédito, que por si só são fenômenos indicativos de mercados ineficientes, comuns em tempos de crise, como indicado em Lyócsa e Molnár (2020) Cepoi (2020) e Azimli (2020).

A discussão trazida em Shanaev e Ghimire (2022) mostra a preocupação dos pesquisadores em finanças sobre a ideia de que fundos de Investimento Socialmente Responsável (SRI) teriam performado melhor do que fundos que não fazem parte desta categoria, em especial durante a pandemia do COVID-19. Os investimentos SRI, por sua vez, baseiam-se na seleção de ativos através do posicionamento das empresas principalmente em relação ao impacto ambiental da sua atividade econômica e capacidade de resolução de conflitos internos. Uma das metodologias para a avaliação de empresas que compõem estes fundos SRI é a adoção de ESG³, que é um conjunto de critérios usado para categorizar as empresas pela sua capacidade de organização ao abordar três tópicos:

1. *Environment* - Compromisso organizacional com a minimização de impactos ambientais;
2. *Social* - O fortalecimento de meios de resolução de conflitos sociais internos;
3. *Governance* - Adoção de métodos de combate à corrupção e fraude.

Porém, do ponto de vista dos testes realizados para a verificação dessa conjectura, notamos em Shanaev e Ghimire (2022) que em mercados mundiais existe uma relação de risco associada à adoção desses critérios por parte dessas empresas que apresentam rendimento em excesso positivo, o que levanta a discussão de que a adoção de práticas em conformidade com os critérios ESG pode ser consequência de variâncias nos retornos em vez de crescimento na rentabilidade dos ativos.

Ainda segundo Shanaev e Ghimire (2022), percebemos que acadêmicos vêm utilizando as avaliações de empresas a partir de critérios ESG para a construção de carteiras em mercados mundiais. Segundo Friede, Busch e Bassen (2015) e Shanaev e Ghimire (2022), porém, o argumento de que o investimento que segue um critério SRI é mais rentável é controverso: segundo Friede, Busch e Bassen (2015), que é um estudo baseado na revisão de mais de 2200 artigos científicos publicados desde a década de 70, a grande maioria dos trabalhos analisados mostra relação neutra ou positiva entre a performance financeira e

³ Abreviação para *Environment, Social and Governance*. No Brasil, por vezes encontramos referência para ESG na forma de critérios ASG, que é sigla para "Ambiental, Social e governança".

a avaliação de SRI das carteiras. O contraponto, porém, como mostrado em Shanaev e Ghimire (2022) e Naffa e Fain (2022), é o de que pode não existir retorno real se ajustamos o comportamento das carteiras pelo seu risco.

Dada a extensa literatura acerca do uso de fatores na composição de estratégia do investimento, a ascendente relevância dos fatores de risco ESG para a avaliação do investimento em mercados mundiais e o surgimento dos primeiros estudos sobre o estado dessa metodologia para o mercado de ações brasileiro, o objetivo deste trabalho é avaliar o poder explicativo do desempenho das empresas que compõem o investimento socialmente responsável no país na forma de um fator de risco para o investimento no mercado de bolsa de valores brasileiro.

Este trabalho utiliza modelos de fatores calculados para o mercado brasileiro para a previsão de retornos de ativos individuais, a partir de uma pré-seleção de carteiras da bolsa de valores do Brasil. Ao final, demonstramos os retornos obtidos pela abordagem de média-variância a partir da adoção de um fator ESG no investimento. A análise demonstra que o uso do fator ESG leva a ganhos de retornos na carteira que tem composição baseada na bolsa de valores do Brasil, mas é inconclusivo para as carteiras que têm composição baseadas no índice Brasil ESG.

O trabalho é organizado do seguinte modo: No primeiro capítulo (1), revisamos os principais marcos na história do desenvolvimento de modelos de fatores e da abordagem de média-variância para o rebalanceamento das carteiras. Na sequência (2), explicamos a abordagem e notações utilizadas para a obtenção dos achados expostos na conclusão (3).

1 REVISÃO DE LITERATURA

Seja p um agente no mercado financeiro e W_p um valor monetário que p deseja investir no mercado. Chamamos de Diversificação o fenômeno de dividir W_p em diferentes ativos de modo a “diversificar” o risco do investimento.

1.1 EVOLUÇÃO DAS TEORIAS DE DIVERSIFICAÇÃO EM FINANÇAS

A ideia de diversificação é antiga e, já é documentada como sugestão de investimento há cerca de 1500 anos. Segundo Duchin e Levy (2009), o Talmude, que é livro sagrado da fé judaica,

“a man should always place his money, one third in land, a third into merchandise, and keep a third in hand.”.

A justificativa teórica para a diversificação, no entanto, é conhecida e pode ser deduzida a partir do cálculo da matriz de covariância: seja (r_i, σ_i^2) , $i = 1, 2, \dots, n$ um conjunto de n alternativas de investimento tais que r_i e σ_i^2 são, respectivamente, o retorno e o risco associado a i . Sejam $r, \sigma \in \mathbb{R}$ números reais. Considere que vale $r_i = r, \sigma_i^2 = \sigma^2, \forall i \in [1, 2, \dots, n]$. Considere também que $\rho_{i,j}$, chamado de coeficiente de correlação entre j e i , que é dado pela fórmula:

$$\rho_{i,j} = \frac{\text{Cov}(r_i, r_j)}{\sigma_i \sigma_j}.$$

Aqui, vamos assumir que $\rho_{i,j} = 0$ ¹, para $i, j \in [1, 2, \dots, n]$, tal que $i \neq j$. Seja $W = [w_1, w_2, \dots, w_n]$ o conjunto de pesos para investimento nos ativos (r_i, σ_i) , tal que:

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1$$

Suponha que a um investidor sejam apresentadas duas opções de investimento, W_1 e W_2 , tais que:

$$W_d = \left[\frac{1}{n}, \frac{1}{n}, \dots, \frac{1}{n} \right]$$

$$W_c = [1, 0, 0, \dots, 0]$$

¹ A diversificação vale para o caso em que $|\rho_{i,j}| < 1$, mas estamos olhando para $\rho_{i,j} = 0$ por razões de simplificação. Para o caso em que $n = 2$ e $\rho_{1,2} = -1$, é possível construir uma carteira de risco 0.

Pode-se notar que, para ambos os casos, o retorno esperado da carteira R_p será r , já que:

$$R_{p,d} = \sum_{i=1}^n w_i \cdot r = r \cdot \sum_{i=1}^n w_i = r$$

$$R_{p,c} = \sum_{i=1}^n w_i \cdot r = 1 \cdot r = r.$$

Porém, quando olhamos para o risco de ambos os investimentos, notamos que:

$$\sigma_{p,d}^2 = \sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_i^2 + 2 \cdot \sum_{i<j} w_i \cdot w_j \sigma_i \sigma_j \rho_{i,j} = \frac{1}{n} \cdot \left(\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \sigma_i^2 \right) = \frac{\sigma_i^2}{n}$$

$$\sigma_{p,c}^2 = \sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_i^2 + 2 \cdot \sum_{i<j} w_i \cdot w_j \sigma_i \sigma_j \rho_{i,j} = 1 \cdot \sigma_1^2$$

ou seja, quando observamos uma carteira diversificada e outra concentrada, entendemos que, para o mesmo nível de retorno r e retornos independentes dos ativos, é esperado que a carteira diversificada reduza os riscos do investimento. Em Bodie, Kane e Marcus (2014), encontramos mais argumentos em favor da afirmação que a diversificação reduz os riscos da carteira.

Ainda sobre o desenvolvimento do pensamento acadêmico acerca das finanças, é em 1952, que Markowitz (1952) apresenta a abordagem de “média-variância” para a avaliação das carteiras. O objetivo na teoria é avaliar que, se ao agente no mercado financeiro é apresentado um conjunto de opções de investimento e as observações passadas destas opções, sendo o agente um minimizador de risco e maximizador de retorno, este precisa, para decidir o conjunto de pesos que dará a composição ao seu investimento, resolver um problema de minimização, que pode se apresentar de duas formas:

- (i) Minimizar o risco para um nível mínimo de retorno;
- (ii) Maximizar o retorno para um certo nível de risco.

Assim, na incapacidade de prever o retorno futuro de um ativo, Markowitz (1952) propõe o uso da medida de variância² para a avaliação do risco³.

² E conseqüentemente da matriz de covariância entre os ativos que fazem a composição da carteira

³ Mais tarde, Markowitz propõe a alteração do problema de minimização para a redução do risco através da matriz de semi-covariância, que é uma abordagem para seleção de carteiras a partir de uma referência de rentabilidade, como comentado em Sharpe (1964)

1.2 ABORDAGEM POR FATORES

Com este novo paradigma iniciado com Markowitz (1952), surgiram diversos artigos que abordam o investimento a partir da decisão dos investidores em minimizar o seu risco a partir dos problemas de minimização de média-variância. Particularmente, Sharpe (1964) e Lintner (1965) apresentam abordagens de fatores para a diversificação, ou seja, demonstram que o mercado de ativos está sujeito a diferentes fatores de risco e que diferentes modelos de diversificação têm por objetivo explicar a exposição desses ativos aos riscos de mercado⁴.

Do trabalho de Sharpe (1964), desenvolve-se então o *CAPM* ou *Capital Asset Pricing Model*, cujo objetivo é explicar o retorno de um ativo em função dos retornos do mercado como um todo. A partir do *CAPM*, uma série de trabalhos passou a utilizar o modelo para a análise do risco de diversificação de carteiras, como visto em Milhomem e Dantas (2020), Kolm, Tütüncü e Fabozzi (2014) e Fama (1965).

Na década de 1990, existe um grande enriquecimento desta literatura com o advento do modelo de 3 fatores em Fama e French (1992), que é um modelo de precificação baseado no estudo dos autores que afirma a existência de mais fatores de risco relevantes para a composição dos preços dos ativos. São eles:

- (i) **SMB (*Small Minus Big*)**: é um fator que mede a diferença de rentabilidade entre empresas pequenas (*Small*) e empresas grandes (*Big*). Naturalmente, tende-se a pensar que empresas pequenas são mais rentáveis⁵ do que empresas grandes. O fator SMB de Fama e French é calculado pela diferença dessa rentabilidade entre as menores e maiores empresas, ou seja, é um fator de tamanho.
- (ii) **HML (*High Minus Low*)**: É um fator que mede a diferença de rentabilidade entre as empresas com altos índices *Book-to-Market*⁶ e empresas com menores índices “BtM”. No mercado financeiro, existe um entedimento de que as empresas com altos índices BtM tendem a ser “subvalorizadas”, ou seja, possuem um potencial de retorno no longo prazo não explorado.

A partir de Fama e French (1992) existe um grande crescimento na busca por fatores capazes de explicar os riscos do mercado e de diversificar estes riscos na composição da carteira. Outro trabalho bastante relevante na área de estudo dos fatores é Carhart (1997),

⁴ Chamados de risco sistemáticos.

⁵ Dão mais retorno.

⁶ também chamado de “Livro-a-Mercado”, chamado aqui de “BtM”.

que expande o trabalho de Fama e French e propõe o seu modelo de 4 fatores em que afirma a existência de um fator de momento ⁷ na composição dos preços dos ativos.

Por fim, outro relevante trabalho na área de fatores é Fama e French (2015) em que os autores afirmam a descoberta de 2 outros fatores em adição aos outros 2 utilizados no seu artigo de 1992. Estes são chamados de CMA ⁸ e RMW ⁹ que são relacionados à gestão da empresa.

Pela importância destas publicações e da relevância dos trabalhos publicados nestes artigos, pode-se perceber que os modelos de precificação são muito importantes para o trabalho em finanças na área de seleção e diversificação de carteiras. Desde então, a abordagem de fatores para a precificação de ativos tem sido extremamente estudadas em diversos outros trabalhos acadêmicos, como Shanaev e Ghimire (2022), Roy e Shijin (2018), Fama e French (2018) e Naffa e Fain (2022).

1.2.1 No Brasil

Os trabalhos citados até então utilizam dados e tiram conclusões acerca da realidade no universo das finanças se consideramos os mercados americanos e europeus. Apesar de a metodologia ser conhecida, trabalhos em fatores para o mercado brasileiro como Caldeira, Moura e Santos (2013), Tavares e Caldeira (2020), Chague (2006), Silva (2018b) e NEFIN (2023) são relativamente mais recentes.

No Brasil, o NEFIN - Núcleo de Estudo em Finanças da Universidade de São Paulo, que é uma organização de estudo de tópicos em finanças, realiza o cálculo diário de diversos fatores para o Mercado brasileiro e disponibiliza os dados no próprio site. Além destes, diversos outros fatores podem (e frequentemente são) utilizados para o apreçamento de ativos no mercado financeiro do país. Vale dizer que a proposição de novos fatores pode ser feita no meio acadêmico e que a avaliação dos seus resultados pode ser usada por um agente no mercado financeiro para a formação da sua estratégia de investimentos, como é o caso em Wong *et al.* (2021), Roy e Shijin (2018), e Silva (2018a).

Considerando-se a estratégia de média-variância para a escolha de pesos, um modelo de apreçamento por fatores pode ser expandido através da adição de novas variáveis

⁷ Persistência dos retornos dos ativos ao longo do tempo.

⁸ *Conservative minus Aggressive*, se refere à diferença de retorno entre carteiras de empresas consideradas “conservadoras” e carteiras consideradas “agressivas”.

⁹ *Robust minus Weak*, se refere à diferença entre carteiras de empresas consideradas “robustas” e carteiras de empresas “fracas”.

que podem explicar o comportamento dos ativos. Neste trabalho, utilizaremos os fatores de risco calculados pelo Nefin e o retorno da Ibovespa como fatores para este trabalho.

1.3 FATOR ESG

Preocupações com o efeito da atividade econômica no meio-ambiente são antigas e há muito preocupam os formuladores de política, população e investidores acerca do impacto ambiental causado pela expansão da atividade produtiva, como apontado em Pedersen, Fitzgibbons e Pomorski (2021). Da mesma forma, nota-se que a exposição de grandes empresas a questões de inclusão, qualidade de trabalho e governança leva os investidores a exercer diferentes estratégias de composição e rebalanceamento de carteiras. Em 2015, por exemplo, Friede, Busch e Bassen (2015) mostra que cerca de 60 trilhões de dólares estavam sob administração de fundos comprometidos com princípios de investimento responsável.

Dentro do SRI, o termo ESG (sigla para *Environmental, Social and Governance*) tem se destacado em relevância cada vez maior para o mercado financeiro. Na academia, Friede, Busch e Bassen (2015) mostra que desde os anos 70, cerca de 90% dos estudos em finanças sobre investimento SRI revela relação positiva ou neutra entre a performance financeira do investimento e a adoção de critérios comprometidos com SRI.

A exemplo dessa relação, diversos estudos na área de finanças, como Naffa e Fain (2022), Pedersen, Fitzgibbons e Pomorski (2021), Moraes (2023) e Shanaev e Ghimire (2022) sugerem que o gestor de SRI pode pensar o seu investimento a partir de uma perspectiva de minimização de risco ou de maximização do retorno, como imaginado por Markowitz (1952). A falta de consenso surge na avaliação dessas abordagens: como afirma Shanaev e Ghimire (2022), mesmo que as abordagens utilizando fatores de ESG tenham retorno positivo, vários trabalhos afirmam que a performance não é positiva quando ajustada pelo risco.

A crescente adesão por parte dos investidores às práticas de investimento sustentável, assim como o incentivo dado os pesquisadores a explorarem e aprofundarem seus estudos sobre o tema leva a pesquisa acadêmica a explorar novas barreiras geográficas, como feito em Wong *et al.* (2021), estratégias de investimento, como feito em Sverner, Minardi e Moraes (2022) e Engle *et al.* (2020) e paradigmas em finanças, como feito em Pástor, Stambaugh e Taylor (2021).

No Brasil, a adoção de critérios de ESG para a criação de estratégias de investimento

ainda é muito recente. Apesar de a bolsa brasileira ter criado no passado índices como o Critério de Sustentabilidade (ISEE, em 2005), acessível em Bolsa (2023b), os Índices de Governança Corporativa (IGC, IGCT, IGC-NM, desde pelo menos 2007), acessíveis em Bolsa (2023c) e o índice de emissão de carbono (ICO), disponível em Bolsa (2023a), a primeira divulgação de um índice voltado para o pilar social chegou no Brasil apenas em 2021, com o lançamento do ISE B3, que atualmente é o maior índice de ESG no Brasil, levando em consideração os três fatores para a avaliação das empresas.

A criação destes índices, no entanto, permite a sua utilização não apenas para que seja observado o comportamento das empresas que fazem parte de alguma abordagem em SRI, mas como fator explicativo do comportamento dos mercados em geral. Dada a abordagem de média-variância para a otimização de carteiras e os modelos de apreçamento por fatores, podemos utilizar estes índices para tentar explicar o comportamento dos ativos no mercado financeiro.

2 METODOLOGIA

Nesta pesquisa em finanças, o objetivo é estudar, produzir e testar as técnicas metodológicas capazes de apresentar retornos positivos para o agente inserido no mercado financeiro. Sabendo que as metodologias, por sua vez, são variadas e competem entre si, cada uma com sua diferente abordagem em relação aos dados e resultados, o pesquisador expõe aqui sua própria linha de pesquisa que define quais são os seus critérios de sucesso na pesquisa acadêmica.

O foco do trabalho foi direcionado para a construção e avaliação de carteiras de média-variância utilizando fatores para a previsão do retorno dos seus ativos.

No intuito de explicar a notação utilizada adiante, faremos um breve resumo sobre os termos utilizados neste trabalho e seu uso mais amplo na literatura de mercado financeiro.

Chamamos de investimento o comprometimento de recursos no presente na intenção de se recolher benefícios futuros deste comprometimento. Chamamos de ativo financeiro ou ativo, a representação em papel¹ destes comprometimentos. No contexto deste trabalho, quando dizemos que um ativo gera um rendimento positivo², estamos dizendo que a diferença entre o valor retirado após a venda do ativo e o valor depositado para a compra do ativo em um período anterior é positiva. Os agentes que negociam estes ativos são chamados de investidor³ ou gestor e têm a responsabilidade de definir uma carteira, que é uma seleção de ativos como visto em Bodie, Kane e Marcus (2014) e Ang (2014).

Considere $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ um conjunto com $n \in \mathbb{N}$ elementos. Dizemos que m é a média de x_1, x_2, \dots, x_n se vale:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{n} \quad (2.0.1)$$

Considere um investidor que possui, no momento t , um valor v_t destinado para o investimento no mercado financeiro. Sabe-se que, no momento t , o mercado financeiro possui um número n_t de ativos, dos quais o investidor escolhe $n \leq n_t$ para o investimento. Dizemos que $w_i, i = 1, 2, \dots, n$ são os pesos do investimento se w_i são números tais que:

¹ Ou em dados de computador, como ocorre nos dias de hoje.

² A conclusão é análoga para o rendimento negativo ou quando não há rendimento.

³ Mais tarde, no trabalho, a notação de "gestor" e "investidor" se confundem. Em Ambos representam agentes que tomam decisões de investimento, podendo ser pessoa física, empresa, gestor de fundo de investimentos, etc.

$$\sum_{i=1}^n (w_i) = 1 \quad (2.0.2)$$

em que $w_i \cdot v$ é o valor investido no ativo i . Nesse contexto, também dizemos que $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ é o vetor de pesos. Dizemos que uma carteira é rebalanceada se o conjunto de ativos que compõe a carteira muda e/ou se é tomada uma decisão para a mudança dos pesos da carteira.

Como o investidor é alguém que administra uma carteira através da escolha dos pesos de cada ativo em determinado momento, chamamos de estratégia a metodologia que um gestor usa para a definição de w . Além disso, entende-se que o gestor:

1. É tomador de preços;
2. É avesso ao risco⁴;
3. É amante do lucro⁵;
4. Terá incorporado na sua estratégia o seu comportamento em relação ao risco e retorno⁶.

Para avaliar o resultado de uma estratégia de investimentos, a partir da abordagem de média-variância, consideramos o seu comportamento em relação a risco e retorno. Para o cálculo do retorno, utilizamos o preço de fechamento ajustado pelo dividendo⁷. Chamamos $r_{i,t}$ de retorno do ativo i no período t , se vale:

$$r_{i,t} = -1 + \frac{p_{i,t}}{p_{i,t-1}} \quad (2.0.3)$$

em que $p_{i,t}$ e $p_{i,t-1}$ são os preços do ativo i nos períodos t e $t - 1$.

Para um ativo que existe ao longo do tempo, considere o período definido por t_1 e t_2 , tal que $t_2 > t_1$. Seja $r_{p,t_1,t_2} = [r_{t_1}, r_{t_1+1}, \dots, r_{t_2}]$ o vetor de retornos da carteira p entre t_1 e t_2 . Dizemos que o retorno acumulado de R_p no período é dado por:

⁴ Significa dizer que entre duas opções de investimento com expectativas iguais de retorno, mas com diferentes níveis de risco, o investidor sempre prefere a opção com menor risco.

⁵ Significa dizer que entre duas opções de investimento com mesmo nível de risco, o investidor sempre prefere aquela com maior retorno esperado.

⁶ Significa dizer que cada decisão tomada pelo investidor é uma solução do problema de média-variância.

⁷ Seja i um ativo financeiro negociado no mercado de capitais. Se i , ao final do dia, possui um preço final ao que foi negociado, chamamos este preço de preço de fechamento. Caso o ativo dê direito a quem o possui de uma transferência de valor pela sua posse, relativa ao lucro da empresa associada ao título, chamamos este valor de dividendo. No contexto deste trabalho, chamaremos de preço do ativo i no período t (ou $p_{i,t}$) a diferença entre o preço final negociado no período t e o valor repassado em dividendos pela empresa.

$$r_{c,p} = -1 + \prod_{i=t_1}^{t_2} (r_i + 1) \quad (2.0.4)$$

que representa o retorno obtido após t períodos.

Aqui, um ativo em especial merece atenção: dizemos que i é o ativo livre de risco⁸ quando se assume que este ativo não possui risco de não pagamento⁹. A atenção no ativo livre de risco vem do fato de que ele serve de referência para o investimento em ativos que possuem risco¹⁰. Nesse trabalho, chamamos de r_f as taxas de juros associadas ao ativo livre de risco. Formalmente, r_f é o *benchmark* para o desempenho de ativos de risco, ou seja, se p é um ativo de risco e r_p é o seu retorno, espera-se que $r_p > r_f$. À diferença entre r_p e r_f damos o nome de retorno em excesso.

Se desejamos calcular o retorno em excesso de um ativo i a partir do ativo livre de risco r_f , fazemos:

$$r_{adj,i} = r_i - r_f. \quad (2.0.5)$$

Ao longo do tempo, os retornos em excesso do ativo i são calculados a partir do retorno em excesso em cada período t , ou seja:

$$r_{adj,i} = -1 + \prod_{i=1}^t (r_{p,i} - r_f + 1) \quad (2.0.6)$$

Pela abordagem de média-variância, a solução do problema de otimização associado à escolha de carteiras se dá através da análise das expectativas de retorno e do risco associado aos ativos individualmente. Considere p uma carteira de investimentos e w o vetor de pesos associado a p no tempo t . O retorno da carteira p em t é dado por:

$$r_p = \sum_{i=1}^n r_i \cdot w_i \quad (2.0.7)$$

Se (r_1, r_2, \dots, r_n) é uma variável aleatória, chamamos de variância da carteira p o valor σ_p^2 tal que:

⁸ Conhecido por *Risk-Free Security*, código r_f .

⁹ Ou seja, se for um título emitido pelo governo, desde que seja de entendimento comum que o governo honra os seus compromissos, entende-se que o ativo livre de risco pagará o valor prometido no seu vencimento.

¹⁰ Pelo critério da aversão ao risco, o investidor só assumiria risco no investimento se este pagasse mais do que o ativo livre de risco.

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j, \quad (2.0.8)$$

em que $\rho_{i,j}$ é o fator de correlação entre i e j e σ_i, σ_j são os desvios-padrão dos ativos individuais.

Assim, definidas as medidas de risco e de retorno, o investidor de média-variância é alguém que define uma estratégia baseada na resolução de um dos seguintes problemas de minimização:

- (i) Minimizar o risco para um determinado nível de retorno esperado mínimo, ou seja, dado R_{min} que é o retorno mínimo esperado pelo investidor, encontrar a carteira de menor risco. Formalmente:

$$\min_w \sigma_p^2, \text{ s.a. } E(r_p) \geq r_{min} \quad (2.0.9)$$

- (ii) Maximizar o retorno para um determinado nível de risco máximo tolerado pelo investidor, ou seja, dado σ_{max}^2 , que é o nível máximo de risco, encontrar a carteira de maior retorno. Formalmente:

$$\min_w E(-r_p), \text{ s.a. } \sigma_p^2 \leq \sigma_{max}^2 \quad (2.0.10)$$

Ainda em conformidade com a moderna teoria de Carteiras introduzida em Markowitz (1952), dizemos que p é uma carteira eficiente se, para um investidor, p é solução de um problema de minimização de média-variância.

O conjunto das carteiras eficientes forma a chamada fronteira eficiente de investimentos, que é o conjunto de carteiras que oferecem o maior retorno esperado para um dado valor de risco ou menor risco para um dado retorno esperado.

2.1 MODELOS DE APREÇAMENTO

Para o cálculo da carteira de média-variância ótima para cada investidor, espera-se a introdução de duas variáveis: uma previsão para o retorno dos ativos que compõem a carteira e um valor para o risco dos ativos. Na tentativa de explicar o comportamento dos ativos, os trabalhos de Sharpe (1964) e Lintner (1965) foram seminais ao argumentar em favor de um modelo que estima a influência do risco sistemático¹¹ dos ativos, explicando o

¹¹ É o risco do mercado em geral. Por exemplo, se o conjunto dos ativos do mercado teve um retorno positivo durante um período t e o ativo i é altamente correlacionado com o retorno do mercado, espera-se que, no mesmo período, o ativo i tenha retorno positivo.

seu comportamento por uma variável de risco de mercado. A este modelo, damos o nome de CAPM¹². O modelo é descrito por:

$$r_i - r_f = \beta_1 \cdot (r_m - r_f) + \epsilon \quad (2.1.1)$$

em que r_m é o retorno esperado de mercado, β_1 é o valor a ser estimado pela regressão e ϵ é o termo de erro da regressão.

Ou seja, o modelo CAPM sugere que o retorno em excesso de um ativo pode ser calculado a partir da sua correlação com os retornos do mercado. Como propriedade do CAPM, observamos do modelo uma abordagem para a previsão dos retornos dos ativos, na forma:

$$E(r_i) = r_f + \beta_1 \cdot (r_m - r_f) \quad (2.1.2)$$

Com o tempo, porém, outros estudos abordaram a mesma problemática sobre o apreçamento de ativos no mercado financeiro e encontraram diversas limitações no modelo. Entre essas limitações, verificou-se que o CAPM poderia deixar de lado outros fatores de risco que poderiam explicar o retorno em excesso dos ativos no mercado. Como forma de revisão do modelo, Fama e French (1992), Carhart (1997) e Fama e French (2015) sugerem uma expansão do CAPM com 3e, 4 e 5 fatores, respectivamente, para explicar os retorno dos ativos¹³.

A partir daí podemos perceber que o mundo acadêmico já conhecia o processo de testar e incluir fatores para os modelos de precificação dos ativos no mercado financeiro e diversos autores começaram a publicar os seus próprios modelos de apreçamento baseados em fatores, a exemplo do que é feito em Shanaev e Ghimire (2022), Roy e Shijin (2018) e NEFIN (2023).

Ainda que os modelos foram desenvolvidos a partir de dados provenientes do mercado americano, principalmente, existem estudos como Wong *et al.* (2021) e Caldeira, Moura e Santos (2013) expandindo o uso de fatores em outros lugares do mundo, inclusive no Brasil. Para a pesquisa acadêmica no mercado brasileiro, existem institutos de pesquisa

¹² Sigla para *Capital Asset Pricing Model*.

¹³ Uma discussão mais aprofundada sobre a definição dos modelos é feita no apêndice deste trabalho.

que fazem o cálculo diário de diversos fatores para utilização em pesquisa acadêmica¹⁴ e estes serão utilizados para a formação de carteiras neste trabalho.

No contexto desta investigação, será feita uma pré-seleção de ativos para a composição de carteiras utilizadas no trabalho, como as ações da Bovespa¹⁵ e dos índices ESG do Brasil¹⁶. Após a pré-seleção, serão utilizadas as metodologias de apreçamento e de resolução de problemas de média-variância descritas nos capítulos seguintes.

2.2 DESCRIÇÃO DOS DADOS UTILIZADOS NO TRABALHO

A abordagem de média-variância é a solução de um problema de minimização para um dado valor esperado do ativo e índice de covariância entre os ativos financeiros que compõem as carteiras. O investidor que desenvolve uma estratégia partir dessa abordagem pode ter objetivos específicos, como maximizar o retorno ou minimizar o risco para um certo tempo no investimento. Apesar de o modelo de Markowitz receber críticas sobre a possibilidade prática da sua abordagem¹⁷, a análise neste trabalho será quantitativa e os índices utilizados nos modelos de previsão deste trabalho são os que seguem:

Nome	Código	OBS
Retorno de mercado	r_m	Calculado pelo Nefin NEFIN (2023). É o retorno calculado das ações no mercado em geral, disponibilizado diariamente.
Continuação na próxima página		

¹⁴ No Brasil, o NEFIN - Núcleo de Pesquisa em Finanças da USP NEFIN (2023) faz o cálculo dos fatores R_m , R_f , SMB , HML para o mercado brasileiro e disponibiliza o seu valor diário através do website da instituição. Em NEFIN (2022) e Carr e Wu (2006) encontramos, adicionalmente, o resultado diário de outros dois fatores, IML e WML, que respectivamente avaliam a diferença de retorno de portfólios de diferentes graus de iliquidez e de histórico de lucratividade.

¹⁵ O Índice BOVESPA (abreviado para IBOVESPA ou IBOV) é o principal índice da bolsa brasileira e representa os retornos da carteira teórica de mesmo nome de empresas brasileiras listadas na bolsa de Valores do Brasil. A cada quadrimestre a carteira é rebalanceada, com a nova composição revelada no início de janeiro, de maio e de setembro de cada ano, embora seja usual que nos meses precedentes ao rebalanceamento seja divulgado uma prévia de como se espera que a nova carteira seja composta.

¹⁶ Chamamos de Índice Brasil ESG o índice de uma carteira de mesmo nome composta de ativos de empresas brasileiras com pontuação ESG registrada na S&P DJI (Standard and Poor's Dow Jones indices), com algumas exceções para empresas em determinados ramos comerciais. A data de lançamento do índice é o dia 31 de agosto de 2020 e a sua composição é alterada anualmente.

¹⁷ Ver Jobson e Korkie (1981) e Michaud (1989).

Nome	Código	OBS
Retorno livre de risco	r_f	Calculado pelo Nefin NEFIN (2023). É o retorno do ativo livre de risco usado para calcular excesso de retorno.
Retorno da ação i	r_i	Disponibilizado pelo Economatica Economatica (2023). É o retorno da ação i (que vem a ser ações de mercado, cada uma sendo parte de uma seleção). Calculado diariamente.
"Small Minus Big"	SMB	Calculado pelo Nefin NEFIN (2023). É o retorno da diferença de performance de carteiras com ações de pequenas empresas e carteiras com ações de grandes empresas. Disponibilizado diariamente.
"High Minus Low"	HML	Calculado pelo Nefin NEFIN (2023). É o retorno da diferença de performance de carteiras com diferentes níveis de "Book-to-market", que é a diferença entre o valor contábil da empresa e a sua valoração no mercado.
"Illiquid minus liquid"	IML	Calculado pelo Nefin NEFIN (2023). É o retorno da diferença de performance de carteiras com ações considerando a sua liquidez. Disponibilizado diariamente.
"Winners Minus Losers"	WML	Calculado pelo Nefin NEFIN (2023). É o retorno da diferença de performance de carteiras com ações que tiveram bom desempenho no passado e ações que tiveram mau desempenho. Disponibilizado diariamente.
Continuação na próxima página		

Nome	Código	OBS
Retorno IBOVESPA	<i>Ibov</i>	Calculado pelo Yahoo Finanças PyPI (2023). É o retorno diário da carteira Bovespa. Disponibilizado diariamente.
Retorno ESG Brasil	<i>esg</i>	Calculado pela Dow Jones Indices (2023b). É o retorno da carteira ESG composta pelas empresas brasileiras que seguem os critérios sociais, de sustentabilidade, e governança para fazer parte do índice Indices (2023a).

Tabela 1 – Códigos dos índices utilizados no trabalho.

As próximas secções são destinadas a informar ao leitor a composição dos dados deste trabalho.

2.2.1 Período de análise:

A janela de observação dos ativos será o conjunto dos dias úteis no mercado brasileiro entre 1 de maio de 2014 e 31 de agosto de 2022. Caso o ativo não tenha existido em algum desses momentos, serão contados os dias a partir da existência de dados para tal ativo.¹⁸

2.2.2 Escolha de ativos:

Para o investimento, serão criadas três opções de carteiras disponíveis ao investidor. As carteiras serão identificadas pelo seu código **r21**, **r22** e **r41**. Cada composição está descrita, juntamente com os Tickers¹⁹ de cada ação, abaixo:

¹⁸ Dadas questões particulares de liquidez e do mercado brasileiro, alguns ativos não têm informações acerca da sua negociação para algumas datas, quando buscamos na base de dados do Economática. Por exemplo, após a varredura na base de dados, foram encontrados 5 dias em que um ativo não apresentou negociação. Apesar disso, todas as ações apresentam negócio em pelo menos $t - 1$ períodos, em que t é o tamanho da amostra do ativo.

¹⁹ Neste trabalho, “Risk_free” é o nome dado ao ativo livre de risco calculado pelo NEFIN (2023).

Tickers

ABEV3	AESB3	AMBP3	AMER3	ARZZ3	ASAI3	AZUL4
BBAS3	BBDC3	BBDC4	BBSE3	BCSA34	BEEF3	BPAC11
BRAP4	BRFS3	BRKM5	BRML3	CCRO3	CIEL3	CMIG4
CPFE3	CPLE6	CSAN3	CSNA3	CYRE3	DXCO3	ECOR3
EGIE3	ELET3	ELET6	EMBR3	ENBR3	FLRY3	GGBR4
GOAU4	GOLL4	HYPE3	ITSA4	ITUB4	JBSS3	KLBN11
KLBN4	LIGT3	LREN3	MDIA3	MGLU3	MOVI3	MRFG3
MRVE3	MYPK3	NEOE3	NTCO3	PCAR3	PETR3	PETR4
QUAL3	RADL3	RAIL3	RENT3	SANB11	SBSP3	SIMH3
SULA11	SUZB3	TIMS3	UGPA3	USIM5	VALE3	VBBR3
VIIA3	VIVT3	WEGE3	Risk_free			

Tabela 2 – Tickers dos ativos utilizados nas carteiras.

- (i) **R41:** é o composto das 41 ações que fizeram constantemente parte do Índice Bovespa da B3 (2023a) entre as datas especificadas acima e podem ser acessadas através Brasil (2014) e B3 (2023b). As ações são as que seguem:

Tickers

ABEV3	BBAS3	BBDC3	BBDC4	BBSE3	BRAP4	BRFS3
BRKM5	BRML3	CCRO3	CIEL3	CMIG4	CPFE3	CPLE6
CSAN3	CSNA3	CYRE3	ELET3	ELET6	EMBR3	ENBR3
GGBR4	GOAU4	GOLL4	HYPE3	ITSA4	ITUB4	JBSS3
KLBN11	LREN3	MRFG3	MRVE3	PETR3	PETR4	QUAL3
RENT3	SANB11	SBSP3	UGPA3	USIM5	VALE3	

Tabela 3 – Ticker dos ativos de r41

- (ii) **R21:** é o composto das 34 ações que fizeram parte do índice Brasil ESG 2021 de Global (2023) e a composição pode ser acessada através de Balcão (2022b). As ações são as que seguem:

Tickers

AESB3	AMER3	ASAI3	BCSA34	BEEF3	BPAC11
-------	-------	-------	--------	-------	--------

BRFS3	CCRO3	CIEL3	CMIG4	CPFE3	CPLE6
EGIE3	ELET6	ENBR3	FLRY3	ITSA4	ITUB4
KLBN4	LREN3	MDIA3	MOVI3	MRFG3	MRVE3
NEOE3	NTCO3	PCAR3	PETR3	PETR4	
SUZB3	TIMS3	VBBR3	VIVT3	WEGE3	

Tabela 4 – Ticker dos ativos de r21

R22. é o conposto das 46 ações que fizeram parte do índice Brasil ESG 2022 de Balcão (2022b):

Tickers							
AESB3	AMBP3	AMER3	ARZZ3	AZUL4	BBAS3	BBDC4	BCSA34
BEEF3	BPAC11	BRFS3	BRKM5	CCRO3	CIEL3	CMIG4	CPFE3
CPLE6	CSAN3	DXCO3	ECOR3	EGIE3	ENBR3	FLRY3	ITSA4
ITUB4	KLBN4	LIGT3	LREN3	MDIA3	MGLU3	MOVI3	MRVE3
MYPK3	NEOE3	NTCO3	PCAR3	RADL3	RAIL3	SIMH3	
SULA11	SUZB3	TIMS3	VBBR3	VIIA3	VIVT3	WEGE3	

Tabela 5 – Ticker dos ativos de r22

A razão para a escolha destas carteiras é de verificar como um fator ESG²⁰ afetaria separadamente cada uma das seleções.

2.3 MODELOS DE PREVISÃO:

Para que seja possível a solução do problema de minimização associado à escolha dos pesos na carteira, utilizaremos modelos de previsão para o retorno dos ativos listados acima baseados na abordagem de mínimos quadrados para uma função linear.

Assim, cada carteira construída neste trabalho possui o seu resultado relacionado à escolha de carteiras ótimas dadas uma matriz de covariância, um valor de aversão ao risco do investidor e uma previsão dos retornos dos ativos. Os modelos de previsão utilizados neste trabalho estão definidos abaixo:

²⁰ A construção do fator será discutida mais a frente no trabalho.

Nome	Código	Fórmula
CAPM	br1	$r_i - r_f = \beta_1 \cdot (r_m - r_f) + \epsilon$
Modelo de 3 fatores	br2	$r_i - r_f = \beta_1 \cdot (r_m - r_f) + \beta_2 \cdot (SMB) + \beta_3 \cdot (HML) + \epsilon$
Modelo de 5 fatores	br3	$r_i - r_f = \beta_1 \cdot (r_m - r_f) + \beta_2 \cdot (SMB) + \beta_3 \cdot (HML) + \beta_4 \cdot (IML) + \beta_5 \cdot (WML) + \epsilon$
ESG - CAPM	bn1	$r_i - r_f = \beta_1 \cdot (esg - r_f) + \epsilon$
ESG - Modelo de 3 fatores	bn2	$r_i - r_f = \beta_1 \cdot (esg - r_f) + \beta_2 \cdot (SMB) + \beta_3 \cdot (HML) + \epsilon$
ESG - Modelo de 5 fatores	bn3	$r_i - r_f = \beta_1 \cdot (esg - r_f) + \beta_2 \cdot (SMB) + \beta_3 \cdot (HML) + \beta_4 \cdot (IML) + \beta_5 \cdot (WML) + \epsilon$
CAPM + ESG	be1	$r_i - r_f = \beta_1 \cdot (r_m - r_f) + \beta_2 \cdot (esg - r_f) + \epsilon$
Modelo de 3 fatores + ESG	be2	$r_i - r_f = \beta_1 \cdot (r_m - r_f) + \beta_2 \cdot (SMB) + \beta_3 \cdot (HML) + \beta_4 \cdot (esg - r_f) + \epsilon$
Modelo de 5 fatores + ESG	be3	$r_i - r_f = \beta_1 \cdot (r_m - r_f) + \beta_2 \cdot (SMB) + \beta_3 \cdot (HML) + \beta_4 \cdot (IML) + \beta_5 \cdot (WML) + \beta_6 \cdot (esg - r_f) + \epsilon$
CAPM + ESG + IBOV	bi1	$r_i - r_f = \beta_1 \cdot (r_m - r_f) + \beta_2 \cdot (esg - r_f) + \beta_3 \cdot (ibov - r_f) + \epsilon$
Modelo de 3 fatores + ESG + IBOV	bi2	$r_i - r_f = \beta_1 \cdot (r_m - r_f) + \beta_2 \cdot (SMB) + \beta_3 \cdot (HML) + \beta_4 \cdot (esg - r_f) + \beta_5 \cdot (ibov - r_f) + \epsilon$
Modelo de 5 fatores + ESG + IBOV	bi3	$r_i - r_f = \beta_1 \cdot (r_m - r_f) + \beta_2 \cdot (SMB) + \beta_3 \cdot (HML) + \beta_4 \cdot (IML) + \beta_5 \cdot (WML) + \beta_6 \cdot (esg - r_f) + \beta_7 \cdot (ibov - r_f) + \epsilon$

Tabela 6 – Códigos dos modelos de apreçamento.

Observa-se que a regressão, como um modelo de previsão, calcula os coeficientes β_i , onde $i = 0, 1, \dots, n$, que são multiplicados pelos fatores obtidos no período (t) para explicar a variação de $r_i - r_f$ no período subsequente ($t + 1$).

Considerando um ativo específico r_i , o ativo livre de risco r_f , e um intervalo de tempo $[t_1, t_2]$, onde $t_1 < t_2$, os modelos estimam os coeficientes $\beta_t = [\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n]_t$ em relação aos fatores $f_t = [f_1, f_2, \dots, f_n]_t$. Os fatores são descritos no intervalo de tempo $[t_1, t_1 + 1, \dots, t_2 - 1]$, enquanto r_i é definido no intervalo $[t_1 + 1, t_1 + 2, \dots, t_2]$. A regressão é construída da seguinte maneira:

$$r_{i,t+1} - r_{f,t} = \beta_t \cdot f_t \quad (2.3.1)$$

Aqui, seja β^* a solução do problema de mínimos quadrados para o período $t_\beta = [t_1, t_2 - 1]$ e a observação dos fatores f_{t_2} . A previsão do retorno do ativo i para $t_2 + 1$ é dada por:

$$E(r_{i,t_2+1}) = \beta^{*\top} \cdot f_{t_2} + r_{f,t_2} \quad (2.3.2)$$

Essa formulação permite estimar o valor esperado $E(r_i)$ de $r_i - r_f$ com base nos coeficientes β e nos fatores f .

2.4 MATRIZ DE COVARIÂNCIA

A matriz de covariância²¹ é uma matriz que contém informações sobre a variância em pares dos ativos. O objetivo é informar tanto uma medida de risco para cada ativo, quanto uma medida de variação em conjunto dos retornos de ativos diferentes.

No geral, uma matriz de covariância é definida de forma:

$$Cov_{i,j} = \begin{cases} \sigma_i^2 & \text{se } i = j, \\ \sigma_{i,j} & \text{se } i \neq j. \end{cases}$$

em que σ_i^2 é a variância de i e $\sigma_{i,j}$ é a covariância entre os ativos i e j .

Para um dado conjunto de retornos organizados em painel²², seguindo a moderna teoria de carteiras Markowitz (1952), ainda precisamos de alguma abordagem para a atribuição de uma medida de risco para cada ativo em cada período.

Neste trabalho, utilizaremos duas destas abordagens: a primeira, é a matriz de covariância amostral, que é um estimador não enviesado para a matriz de covariância dos ativos. O segundo é a abordagem pelo método de encolhimento²³ de Ledoit-Wolf. Essa abordagem é descrita em detalhes em Ledoit e Wolf (2004a).

2.4.1 Covariância amostral

A matriz de covariância amostral é uma abordagem para a estimação da covariância entre os retornos. Seu cálculo e uso são conhecidos e a abordagem apresenta a vantagem de ser não-enviesada. A matriz é formalmente definida por:

$$S = [s_{r_i, r_j}] \quad (2.4.1)$$

onde

$$s_{r_i, r_j} = \frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^n (r_{i,t} - \bar{r}_i)(r_{j,t} - \bar{r}_j) \quad (2.4.2)$$

²¹ Conhecida na literatura por Matriz de variância-Covariância

²² A cada ativo i temos um vetor de retornos até o período em questão

²³ *Shrinkage*, em inglês. Trata-se de uma combinação linear entre duas matrizes, uma chamada de “estimador estruturado da matriz de covariância” e outra que é a matriz de covariância amostral.

tal que $r_{i,t}$ é o retorno do ativo i no período t , n é o número total de observações até a data e \bar{r}_i é a média das observações de $r_{i,t}$.

2.4.2 Estimadores da matriz de covariância

Ao longo dos anos, surgiram críticas à teoria de otimização de carteiras proposta por Markowitz, destacando problemas na formação da matriz de covariância e na viabilidade prática de um gestor de investimentos operar sob as condições estabelecidas por Markowitz, conforme mencionado por Jobson e Korkie (1981) e Michaud (1989). Para tratar da medida de risco no problema de minimização de média-variância, a abordagem de Ledoit-Wolf para o estimador de matriz de covariância, descrita em Ledoit e Wolf (2004b) e Ledoit e Wolf (2004a), se toma uma estimação da medida de risco a partir da tradicional matriz de covariância amostral.

Apesar de não-enviesada, a matriz de covariância amostral pode ser altamente sensível a valores discrepantes, em especial para uma matriz calculada sobre um grande número de diferentes ações, como demonstrado em Jobson e Korkie (1980), o que pode não ser desejável na pesquisa acadêmica. Nesse contexto, o problema de minimização em média-variância proposta em Markowitz (1952) está sujeito aos erros na construção da matriz de covariância, quando os seus valores não são bem-condicionados, como mostrado em Jobson e Korkie (1980) e Michaud (1989).

Em vista desses problemas, a abordagem de Ledoit-Wolf oferece uma solução através de uma matriz objetivo, que combina a covariância amostral com os estimadores de Ledoit-Wolf²⁴, resultando em uma matriz de covariância ajustada.

Para este trabalho, estamos usando objetivo de "variância constante", o que significa dizer que para um conjunto de dados p , definimos o estimador estruturado J_p tal que, para $J = J_p$, temos:

$$J_{i,j} = \begin{cases} \hat{v} & \text{if } i = j, \\ 0 & \text{if } i \neq j. \end{cases}$$

em que \hat{v} é a média das variâncias dos dados. Assim, para encontrar a matriz de covariância de Ledoit-Wolf Σ , fazemos:

²⁴ Os estimadores são chamados de Estimadores estruturados e a matriz resultante é chamada de Objetivo.

$$\Sigma = (1 - \gamma)\Sigma_s + \gamma J_p \quad (2.4.3)$$

em que Σ é a Matriz de covariância que desejamos obter, Σ_s é a matriz de covariância amostral e $\gamma \in [0, 1]$ é o peso de J_p em Σ .

2.5 FRONTEIRA EFICIENTE

Dada uma medida de risco e uma previsão para os retornos dos ativos, já podemos calcular a fronteira eficiente em média-variância para a formação das carteiras. Considere um investidor tomador de preços e que tem o conhecimento dos retornos dos ativos desde o período inicial de observação destas carteiras²⁵. Considere também que ele toma a decisão de investir no período $t + 1$ a partir da sua observação de todos os dados até o período t . Considere a fronteira eficiente criada a partir das expectativas de retorno e da matriz de covariância utilizada²⁶. Considere que o investidor tem o conhecimento da fronteira eficiente e deve escolher, a cada período, a combinação de ativos onde investir. Para definir os pesos, iremos incorporar uma função de utilidade na escolha dos pesos do investidor.

Como se sabe, o objetivo do investidor é maximizar os retornos, enquanto minimiza o risco. Para tanto, considere o seguinte problema de minimização:

$$\min_w - w^T \cdot E(r) + \frac{\lambda}{2} w^T \Sigma w \quad (2.5.1)$$

em que:

- (i) $E(r) = [E(r_1), E(r_2), \dots, E(r_n)]$ o vetor de retornos esperados para cada ativo i na seleção;
- (ii) w é o vetor de pesos a ser alocado em cada ativo;
- (iii) Σ é a matriz de covariância dos retornos dos ativos;
- (iv) λ é a constante de aversão ao risco do gestor.

Considere também que o problema está sujeito a:

- (i) $\langle w, 1 \rangle = 1$;
- (ii) Se $w = [w_1, w_2, \dots, w_n]$, $w_i \geq 0, \forall i \in [1, 2, \dots, n] \subset \mathbb{N}$.

²⁵ 01 de maio de 2014.

²⁶ Que pode ser composta de todas as observações existentes ou de apenas o último ano de observações

Para este problema, o gestor está propenso a escolher diferentes combinações de ativos, a partir da sua preferência em λ . Para o cálculo das carteiras, estamos supondo 8 diferentes investidores, cada um com o seu parâmetro de aversão ao risco λ . São eles:

$$par = [0.1, 0.5, 0.7, 1, 1.5, 3, 5, 10]. \quad (2.5.2)$$

Cada um dos investidores pode rebalancear a sua carteira em frequência diária ou mensal. Seguindo os modelos, cada rebalanceamento é a solução de um problema de minimização de média-variância e os dados para a matriz de covariância e o valor esperado dos ativos são calculados utilizando-se os dados disponíveis até o dia anterior ao rebalanceamento.

2.6 AVALIAÇÃO DA PERFORMANCE DAS CARTEIRAS

Após o cálculo das carteiras para cada investidor, foram obtidas 3456 carteiras, sendo:

- (i) 576 carteiras com rebalanceamento diário e matriz de covariância amostral;
- (ii) 576 carteiras com rebalanceamento diário e matriz de covariância de Ledoit-Wolf;
- (iii) 576 carteiras com rebalanceamento mensal e matriz de covariância amostral calculada com observações diárias dos retornos;
- (iv) 576 carteiras com rebalanceamento mensal e matriz de covariância de Ledoit-Wolf calculada com observações diárias dos retornos;
- (v) 576 carteiras com rebalanceamento mensal e matriz de covariância amostral calculada com observações mensais dos retornos;
- (vi) 576 carteiras com rebalanceamento mensal e matriz de covariância de Ledoit-Wolf calculada com observações mensais dos retornos.

Para a avaliação das carteiras, serão consideradas três métricas de performance: o retorno médio anualizado das carteiras, o seu risco e o índice Sharpe.

2.7 VARIÂNCIA E DESVIO-PADRÃO

Considere um conjunto de dados em série temporal $X_w = [x_{w,1}, x_{w,2}, \dots, x_{w,t}]$, $t \in \mathbb{N}$. Neste trabalho, para avaliar o risco de uma carteira, observaremos a sua dispersão em razão da medida de variância dos seus dados. Seja \bar{x} a média de X_w . Dizemos que σ^2 é a

variância de X_w se vale:

$$\sigma^2 = \frac{1}{t} \sum_{i=1}^t (X_{w,i} - \bar{x}_w)^2 \quad (2.7.1)$$

Para X_w , dizemos que o seu desvio-padrão σ é dado por:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} \quad (2.7.2)$$

Segue que $\sigma^2 = (\sigma)^2$, o que facilita a notação.

2.8 ÍNDICE SHARPE

Seja R_p o vetor de retornos de uma carteira. Seja $r_f = [r_{f,1}, \dots, r_{f,t}]$ o vetor de retornos do ativo livre de risco. Chamamos de Excesso de retorno da carteira p o vetor $r_{p,adj}$ tal que:

$$r_{p,adj} = r_p - r_f \quad (2.8.1)$$

Agora, seja $\sigma_{p,adj}$ o desvio-padrão desta carteira. Dizemos que o índice Sharpe de $r_{p,adj}$ é o número s tal que:

$$s = \frac{r_{p,adj}}{\sigma_{p,adj}} \quad (2.8.2)$$

ou seja, neste caso, s é a quantidade de retorno obtida pela variação do risco de um ativo ou, em outras palavras, é o retorno obtido por unidade de risco do ativo p .

Neste trabalho, utilizaremos o método de cálculo do Sharpe para o formato anualizado. Seja s_y o índice Sharpe do ativo p para o ano y . Vale que:

$$s_y = \frac{r_{p,adj,y}}{\sigma_{p,adj,y} \cdot \sqrt{b_y}} \quad (2.8.3)$$

em que $R_{p,adj,y}$ e $\sigma_{p,adj,y}$ são, respectivamente, o retorno e o desvio-padrão do ativo no ano y e b_y é a quantidade de observações²⁷ para o ano y . Como estamos calculando carteiras entre os anos 2014 e 2022, estes são os valores de b_y entre 02 de maio de 2014 e 31 de agosto de 2022 para as carteiras calculadas em base diária:

²⁷ Quando consideramos base mensal, fazemos o cálculo de meses por ano.

Ano	Número de dias	$b_y^{\frac{1}{2}}$
2015	165	12.845233
2016	248	15.779734
2017	246	15.684387
2018	245	15.652476
2019	248	15.748016
2020	248	15.779734
2021	247	15.716234
2022	168	12.961481

Tabela 7 – Número de observações em cada ano.

3 APLICAÇÃO E RESULTADOS

Utilizadas as 3 diferentes composições de carteira definidas em 2.2.2, foram geradas 1152 carteiras para cada composição. De cada grupo de 1152 carteiras, temos 384 geradas a partir do rebalanceamento diário e matriz de covariância de entradas diárias, 384 geradas a partir do rebalanceamento mensal e matriz de covariância de entradas mensais e 384 geradas a partir do rebalanceamento mensal e matriz de covariância de entradas diárias, para um total de 3456 carteiras.

3.1 COMPOSIÇÃO R21

Nesta secção, avaliaremos as carteiras com a composição do índice Brasil ESG de 2021, com investimento entre maio de 2016 e agosto de 2022.

A tabela abaixo mostra os índices de performance de cada grupo de 48 carteiras, quando comparadas com o ativo livre de risco.

			Sharpe	Retorno	Desvio-padrão
Frequência	Covariância	Modelo			
M_M	amo	be	0.498	0.127	0.077
D	naive	naive	0.469	0.097	0.014
M	naive	naive	0.373	0.070	0.057
M_M	amo	br	0.359	0.084	0.071
		bi	0.349	0.097	0.084
		bn	0.334	0.079	0.072
	led	bn	0.187	0.005	0.007
		br	0.187	0.005	0.007
		be	0.187	0.005	0.007
		bi	0.187	0.005	0.007
D	amo	br	0.067	0.002	0.002
M_D	led	br	0.000	0.000	0.000
		be	0.000	0.000	0.000
		bi	0.000	0.000	0.000

Continuação na próxima página

Frequência	Covariância	Modelo	Sharpe	Retorno	Desvio-padrão
		bn	0.000	0.000	0.000
D	led	br	0.000	0.000	0.000
		be	0.000	0.000	0.000
		bi	0.000	0.000	0.000
		bn	0.000	0.000	0.000
D	amo	be	-0.114	-0.004	0.003
M_D	amo	be	-0.184	-0.007	0.012
D	amo	bn	-0.268	-0.008	0.002
		bi	-0.282	-0.010	0.002
		br	-0.356	-0.014	0.012
		bi	-0.368	-0.018	0.015
M_D	amo	bn	-0.982	-0.033	0.010

Tabela 8 – Tabela de performance das carteiras calculadas sobre a seleção r21

Para o caso da frequência diária, a figura abaixo apresenta as trajetórias das 384 carteiras de rebalanceamento diário individualmente, bem como a organização dessas em 8 diferentes grupos separados por modelo de previsão e abordagem na matriz de covariância.

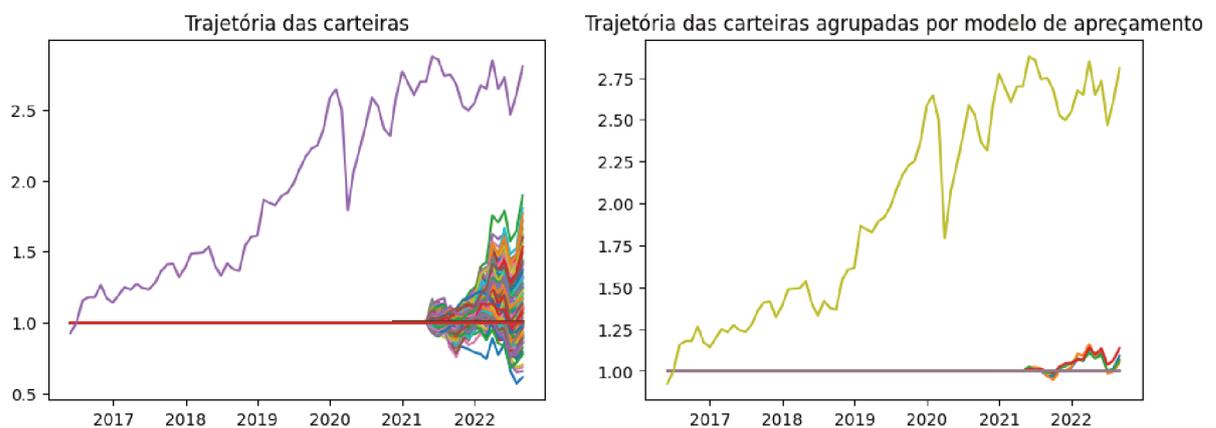


Figura 1 – Trajetória das 384 carteiras com rebalanceamento diário a partir de R\$ 1,00 investido em 29 de abril de 2016

A tabela de performance das carteiras com rebalanceamento diário pode ser verificada abaixo:

		Sharpe	Retorno	Desvio-padrão
Covariância	Modelo			
naive	naive	0.469	0.097	0.014
amo	br	0.067	0.002	0.002
led	br	0.000	0.000	0.000
	be	0.000	0.000	0.000
	bi	0.000	0.000	0.000
	bn	0.000	0.000	0.000
amo	be	-0.114	-0.004	0.003
	bn	-0.268	-0.008	0.002
	bi	-0.282	-0.010	0.002

Tabela 9 – Tabela de performance das carteiras rebalanceadas diariamente calculadas sobre a seleção r21

Para as carteiras de covariância amostral, a comparação do desempenho é mostrada abaixo:

	Sharpe	Vantagem em relação à estratégia não-ESG
be	-.114	-.181
be-bi-bn (Média)	-.221	-.288
br	.067	0

Tabela 10 – Avaliação da média dos Sharpes das carteiras que usam critério ESG, da melhor abordagem que usa critério ESG e da abordagem que não usa este critério.

Por se tratar de uma sequência de dados que inclui ações à medida que o investimento vai ocorrendo, podemos perceber uma dificuldade na estimação da matriz de covariância, o que faz com que o problema de otimização descrito na metodologia selecione, boa parte das vezes, investir um valor muito próximo do total, todos os dias, no ativo livre de risco.

Para o tratamento deste problema, calculamos os dados em forma mensal e geramos as carteiras resultantes do problema de minimização com dados mensais.

As Figuras abaixo apresentam as trajetórias das 384 carteiras de rebalanceamento mensal e matriz de covariância de entradas mensal.

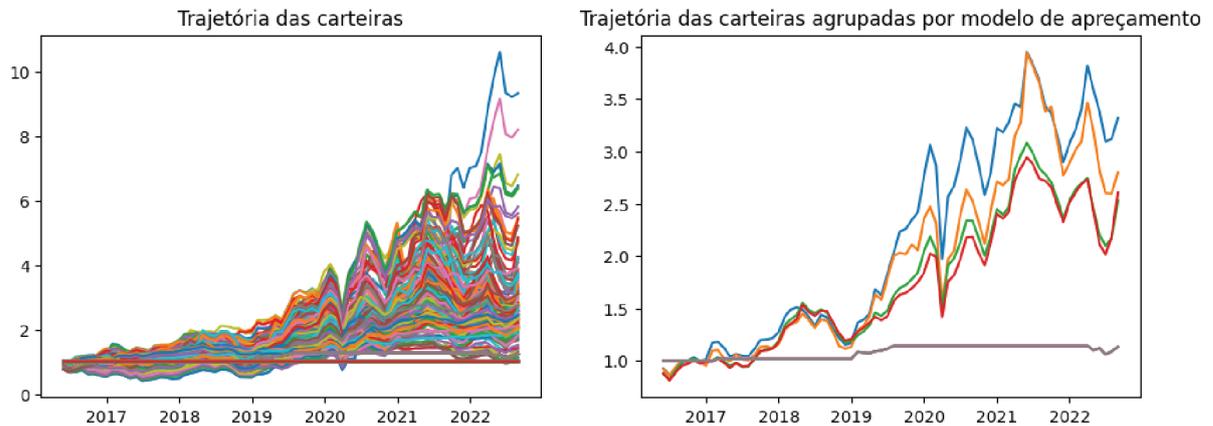


Figura 2 – Trajetória das 384 carteiras com rebalanceamento mensal e covariância com entradas mensais a partir de R\$ 1,00 investido em 29 de abril de 2016

Abaixo segue a matriz de performance:

		Sharpe	Retorno	Desvio-padrão	
Covariância	Modelo				
	amo	be	0.498	0.127	0.077
		br	0.359	0.084	0.071
		bi	0.349	0.097	0.084
	bn	0.334	0.079	0.072	
led	bn	0.187	0.005	0.007	
	br	0.187	0.005	0.007	
	be	0.187	0.005	0.007	
	bi	0.187	0.005	0.007	

Continuação na próxima página

	Sharpe	Retorno	Desvio-padrão
Covariância	Modelo		
Tabela 11 – Tabela de performance das carteiras rebalancadas mensalmente e com matriz de covariância de entradas mensais, calculadas sobre a seleção r21			

No caso do problema de minimização com dados mensais e matriz de covariância com entradas mensais, encontramos problemas de otimização mais bem condicionados e que satisfazem todas as condições para o encontro da sua solução. No caso da estimação de matriz de covariância por Ledoit-Wolf, encontramos a mesma solução do problema de minimização para diferentes aversões ao risco e diferentes metodologias de estimação do retorno dos ativos. No caso de matriz de covariância amostral, tivemos maior variação de soluções para o problema de minimização de média-variância e a abordagem de previsão dos retornos dos ativos vencedora no período foi a de inclusão do fator ESG juntamente com o fator de mercado. Na média, os índices Sharpe dos grupos de carteiras divididas por abordagem de apreçamento que utilizam o fator ESG é maior do que o Sharpe das carteiras que não utilizam este fator, como visto abaixo:

	Sharpe	Vantagem em relação à estratégia não-ESG
be	.498	.139
be-bi-bn (Média)	.394	.035
br	.359	0

Tabela 12 – Avaliação da média dos Sharpes das carteiras que usam critério ESG, da melhor abordagem que usa critério ESG e da abordagem que não usa este critério.

Por fim, temos as trajetórias das carteiras de rebalanceamento mensal e matriz de covariância de entradas diárias, assim como a sua avaliação de performance:

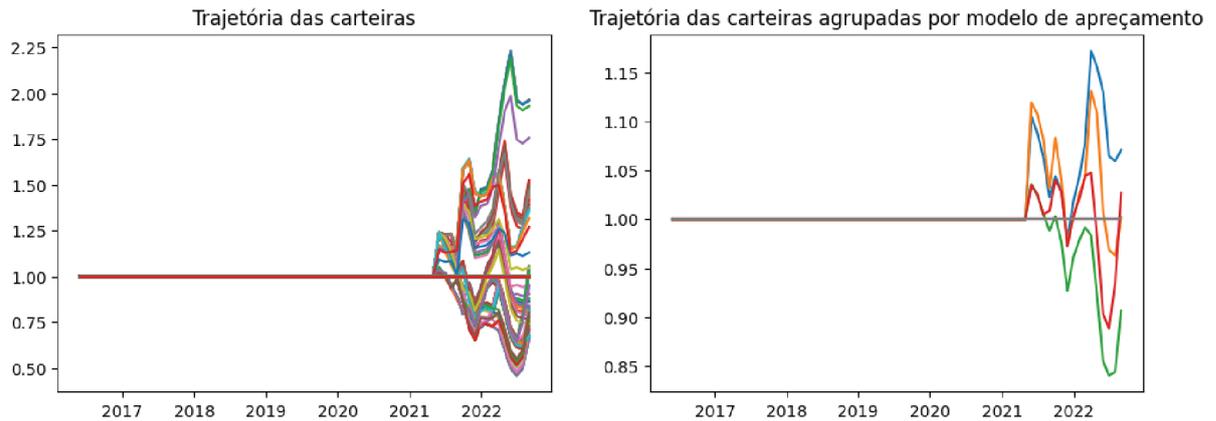


Figura 3 – Trajetória das 384 carteiras com rebalanceamento mensal e covariância com entradas diárias a partir de R\$ 1,00 investido em 29 de abril de 2016

		Sharpe	Retorno	Desvio-padrão
Covariância	Modelo			
led	br	0.000	0.000	0.000
	be	0.000	0.000	0.000
	bi	0.000	0.000	0.000
	bn	0.000	0.000	0.000
amo	be	-0.184	-0.007	0.012
	br	-0.356	-0.014	0.012
	bi	-0.368	-0.018	0.015
	bn	-0.982	-0.033	0.010

Tabela 13 – Tabela de performance das carteiras rebalaneceadas mensalmente e com matriz de covariância de entradas diárias, calculadas sobre a seleção r21

A avaliação das abordagens fica abaixo:

	Sharpe	Vantagem em relação à estratégia não-ESG
be	-.184	.172

Continued on next page

	Sharpe	Vantagem em relação à estratégia não-ESG
be-bi-bn (Média)	-.510	-.154
br	-.356	0

Tabela 14 – Avaliação da média dos Sharpes das carteiras que usam critério ESG, da melhor abordagem que usa critério ESG e da abordagem que não usa este critério.

3.2 COMPOSIÇÃO R22

Nesta secção, avaliaremos as carteiras com a composição do índice Brasil ESG de 2022, com investimento entre maio de 2016 e agosto de 2022.

Frequência	Covariância	Modelo	Sharpe	Retorno	Desvio-padrão
D	naive	naive	0.444	0.098	0.015
M_M	amo	bi	0.429	0.143	0.101
M	naive	naive	0.355	0.073	0.062
M_M	amo	be	0.302	0.085	0.085
		bn	0.228	0.061	0.081
		br	0.225	0.063	0.086
M_D	amo	bi	0.104	0.008	0.024
		be	0.000	0.000	0.000
		br	0.000	0.000	0.000
		bn	0.000	0.000	0.000
D	led	bi	0.000	0.000	0.000
		br	0.000	0.000	0.000
		be	0.000	0.000	0.000
		bn	0.000	0.000	0.000
		br	-0.298	-0.016	0.016

Continuação na próxima página

Frequência	Covariância	Modelo	Sharpe	Retorno	Desvio-padrão
M_M	led	br	-0.311	-0.012	0.012
		bn	-0.311	-0.012	0.012
		bi	-0.311	-0.012	0.012
		be	-0.311	-0.012	0.012
D	amo	be	-0.406	-0.027	0.004
M_D	amo	be	-0.495	-0.030	0.018
D	amo	bi	-0.497	-0.031	0.004
M_D	amo	bn	-0.554	-0.027	0.015
D	amo	br	-0.796	-0.046	0.004
		bn	-0.903	-0.054	0.004

Tabela 15 – Tabela de performance das carteiras calculadas sobre a seleção r22

Abaixo temos os gráficos dos trajetos das carteiras no período:

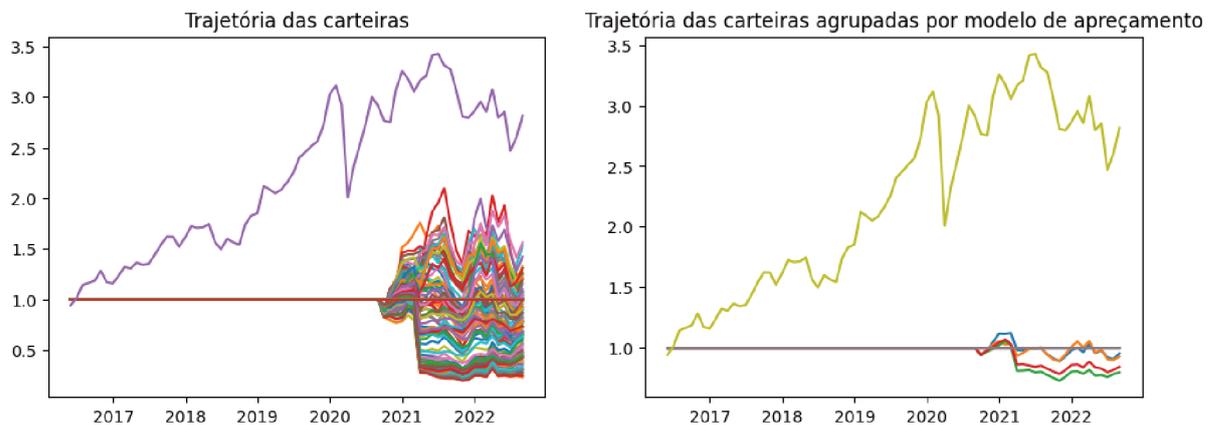


Figura 4 – Trajetória das 384 carteiras com rebalanceamento diário a partir de R\$ 1,00 investido em 29 de abril de 2016

Eliminando-se os períodos em que o ativo livre de risco recebeu 100% de investimento, temos a seguinte tabela de performance para as carteiras:

		Sharpe	Retorno	Desvio-padrão
Covariância	Modelo			
naive	naive	0.444	0.098	0.015
led	bi	0.000	0.000	0.000
	br	0.000	0.000	0.000
	be	0.000	0.000	0.000
	bn	0.000	0.000	0.000
amo	be	-0.406	-0.027	0.004
	bi	-0.497	-0.031	0.004
	br	-0.796	-0.046	0.004
	bn	-0.903	-0.054	0.004

Tabela 16 – Tabela de performance das carteiras rebalanceadas diariamente, calculadas sobre a seleção r22

Abaixo segue a trajetória dos agrupamentos de carteiras com a composição r22 de entradas mensais dos retornos e entradas mensais nas matrizes de covariância:

Para as carteiras de entradas mensais e matriz de covariância de entradas mensais, temos as seguintes performances:

	Sharpe	Vantagem em relação à estratégia não-ESG
be	-.406	.39
be-bi-bn (Média)	-.602	.194
br	-.796	0

Tabela 17 – Avaliação da média dos Sharpes das carteiras que usam critério ESG, da melhor abordagem que usa critério ESG e da abordagem que não usa este critério.

No caso das carteiras rebalanceadas mensalmente com entradas mensais na matriz de covariância, encontramos grupos de carteiras que se diferem do investimento concentrado no ativo livre de risco desde o começo. O gráfico abaixo mostra a trajetória das carteiras desde maio de 2016.

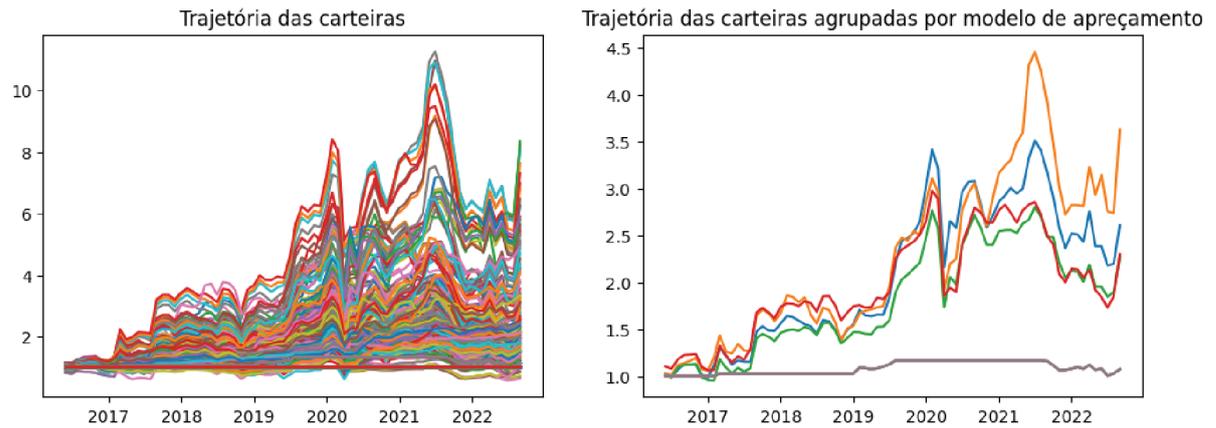


Figura 5 – Trajetória das 384 carteiras com rebalanceamento mensal e covariância com entradas mensais a partir de R\$ 1,00 investido em 29 de abril de 2016

E a tabela comparativa de performance das metodologias:

		Sharpe	Retorno	Desvio-padrão
Covariância	Modelo			
amo	bi	0.429	0.143	0.101
	be	0.302	0.085	0.085
	bn	0.228	0.061	0.081
	br	0.225	0.063	0.086
led	br	-0.311	-0.012	0.012
	bn	-0.311	-0.012	0.012
	bi	-0.311	-0.012	0.012
	be	-0.311	-0.012	0.012

Tabela 18 – Tabela de performance das carteiras rebalanceadas mensalmente e com matriz de covariância de entradas mensais, calculadas sobre a seleção r22

Como o desempenho das carteiras geradas através da matriz de covariância de Ledoit-Wolf é similar, a comparação feita com as carteiras de matriz de covariância amostral é a que segue abaixo:

	Sharpe	Vantagem em relação à estratégia não-ESG
bi	.429	.204
be-bi-bn (Média)	.320	.095
br	.225	0

Tabela 19 – Avaliação da média dos Sharpes das carteiras que usam critério ESG, da melhor abordagem que usa critério ESG e da abordagem que não usa este critério.

No caso do investimento mensal e matriz de covariância com entradas diárias, o gráfico abaixo mostra o comportamento destas carteiras:

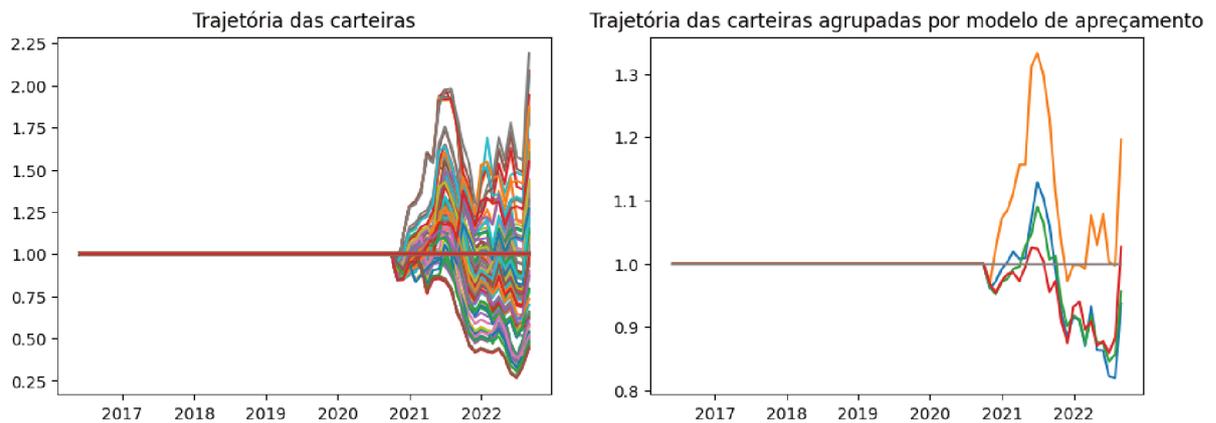


Figura 6 – Trajetória das 384 carteiras com rebalanceamento mensal e covariância com entradas diárias a partir de R\$ 1,00 investido em 29 de abril de 2016

A performance pode ser medida abaixo em termos do Índice Sharpe para o investimento.

Covariância	Modelo	Sharpe	Retorno	Desvio-padrão
amo	bi	0.104	0.008	0.024
led	be	0.000	0.000	0.000

Continuação na próxima página

		Sharpe	Retorno	Desvio-padrão
Covariância	Modelo			
	br	0.000	0.000	0.000
	bn	0.000	0.000	0.000
	bi	0.000	0.000	0.000
amo	br	-0.298	-0.016	0.016
	be	-0.495	-0.030	0.018
	bn	-0.554	-0.027	0.015

Tabela 20 – Tabela de performance das carteiras rebalancadas mensalmente e com matriz de covariância de entradas diárias, calculadas sobre a seleção r22

Para compararmos a estratégia ESG da estratégia que não usa este fator, comparamos o índice Sharpe dos agrupamentos de carteiras abaixo:

	Sharpe	Vantagem em relação à estratégia não-ESG
be	.104	.402
be-bi-bn (Média)	-.315	-.017
br	-.298	0

Tabela 21 – Avaliação da média dos Sharpes das carteiras que usam critério ESG, da melhor abordagem que usa critério ESG e da abordagem que não usa este critério.

3.3 COMPOSIÇÃO R41

A composição R41 é a única selecionada para este trabalho que não leva necessariamente o fator ESG na sua criação. Na geração destas carteiras, observamos retorno maior a partir da solução do problema de minimização utilizando os modelos de predição com e sem o fator ESG. A comparação da performance de cada agrupamento de carteiras é visto abaixo:

Nesta secção, avaliaremos as carteiras com a composição constante do IBOVESPA, com investimento entre maio de 2016 e agosto de 2022.

			Sharpe	Retorno	Desvio-padrão
Frequência	Covariância	Modelo			
	amo	bn	1.073	0.420	0.026
		be	0.994	0.416	0.028
		br	0.947	0.372	0.026
		bi	0.817	0.341	0.028
D	naive	naive	0.467	0.112	0.016
naive	naive	naive	0.444	0.106	0.073
M_M	led	be	0.441	0.104	0.072
		bn	0.441	0.104	0.072
		br	0.441	0.104	0.072
		bi	0.441	0.104	0.072
	amo	bi	0.294	0.105	0.108
M_D	amo	be	0.286	0.124	0.131
		bi	0.252	0.120	0.144
M_M	amo	be	0.246	0.076	0.093
M_D	amo	br	0.204	0.081	0.121
M_M	amo	bn	0.190	0.054	0.086
		br	0.119	0.032	0.082
M_D	amo	bn	0.096	0.040	0.126
	led	br	0.000	0.000	0.000
		bn	0.000	0.000	0.000
		be	0.000	0.000	0.000
		bi	0.000	0.000	0.000
D	led	bi	0.000	0.000	0.000
		be	0.000	0.000	0.000
		bn	0.000	0.000	0.000
		br	0.000	0.000	0.000

Continuação na próxima página

	Sharpe	Retorno	Desvio-padrão
Frequência			
Covariância			
Modelo			

Tabela 22 – Tabela de performance das carteiras calculadas sobre a seleção r41

As carteiras de r41 apresentaram, quando comparadas com os as carteiras formadas a partir de outra composição.

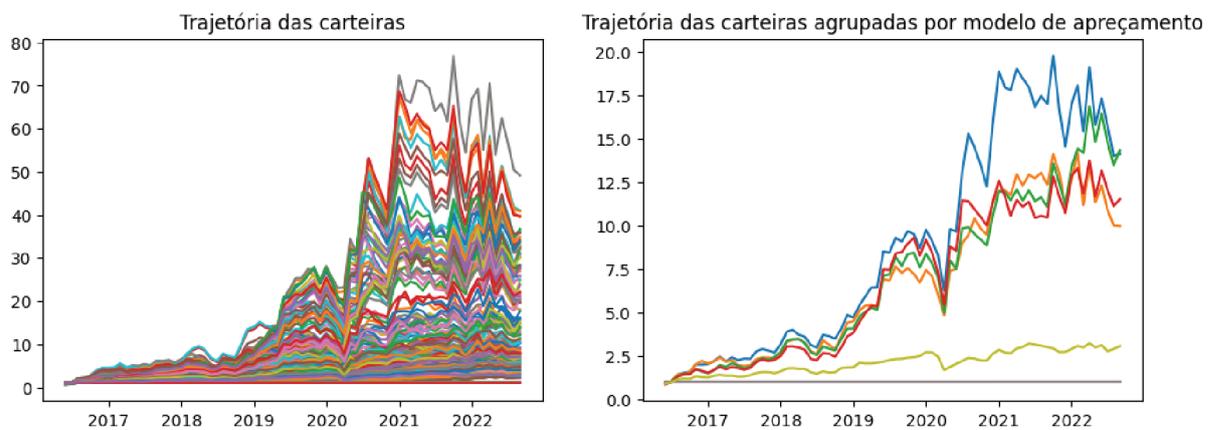


Figura 7 – Trajetória das 384 carteiras com rebalanceamento diário a partir de R\$ 1,00 investido em 29 de abril de 2016

Abaixo segue o gráfico da trajetória das carteiras de rebalanceamento diário e composição r41:

		Sharpe	Retorno	Desvio-padrão
Covariância	Modelo			
amo	bn	1.073	0.420	0.026
	be	0.994	0.416	0.028
	br	0.947	0.372	0.026
	bi	0.817	0.341	0.028
naive	naive	0.467	0.112	0.016
led	bi	0.000	0.000	0.000
	be	0.000	0.000	0.000

Continuação na próxima página

	Sharpe	Retorno	Desvio-padrão
Covariância			
Modelo			
bn	0.000	0.000	0.000
br	0.000	0.000	0.000

Tabela 23 – Tabela de performance das carteiras rebalancadas mensalmente e com matriz de covariância de entradas diárias, calculadas sobre a seleção r41

No caso das carteiras de covariância amostral, obtemos a diferença de desempenho da inclusão da estratégia ESG no apreçamento dos ativos abaixo:

	Sharpe	Vantagem em relação à estratégia não-ESG
bn	1.073	.126
be-bi-bn (Média)	.961	.014
br	.947	0

Tabela 24 – Avaliação da média dos Sharpes das carteiras que usam critério ESG, da melhor abordagem que usa critério ESG e da abordagem que não usa este critério.

Para o rebalanceamento mensal, o gráfico abaixo mostra a trajetória das carteiras com a composição r21 e matriz de covariância de entradas mensais:

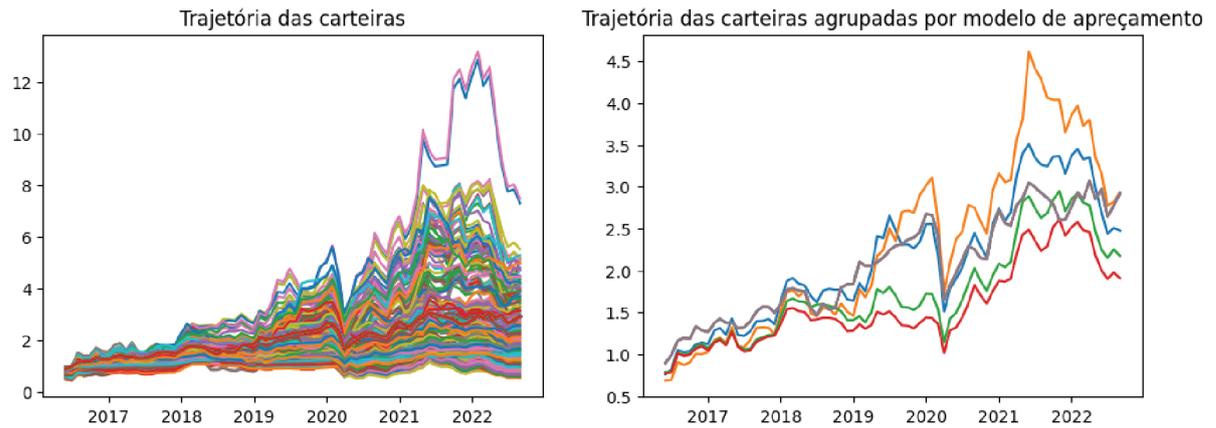


Figura 8 – Trajetória das 384 carteiras com rebalanceamento mensal e covariância com entradas mensais a partir de R\$ 1,00 investido em 29 de abril de 2016

O desempenho destes agrupamentos de carteiras é mostrado abaixo:

		Sharpe	Retorno	Desvio-padrão
Covariância	Modelo			
led	be	0.441	0.104	0.072
	bn	0.441	0.104	0.072
	br	0.441	0.104	0.072
	bi	0.441	0.104	0.072
amo	bi	0.294	0.105	0.108
	be	0.246	0.076	0.093
	bn	0.190	0.054	0.086
	br	0.119	0.032	0.082

Tabela 25 – Tabela de performance das carteiras rebalanceadas mensalmente e com matriz de covariância de entradas mensais, calculadas sobre a seleção r41

Por fim, temos a comparação das carteiras resultantes dos modelos de previsão utilizando fatores:

	Sharpe	Vantagem em relação à estratégia não-ESG
bi	.294	.175
be-bi-bn (Média)	.243	.124
br	.119	0

Tabela 26 – Avaliação da média dos Sharpes das carteiras que usam critério ESG, da melhor abordagem que usa critério ESG e da abordagem que não usa este critério.

Para o caso das carteiras de rebalanceamento mensal, abaixo temos a sua análise de trajetória, desempenho e comparação entre as carteiras que incluíram ou não um fator ESG na sua construção.

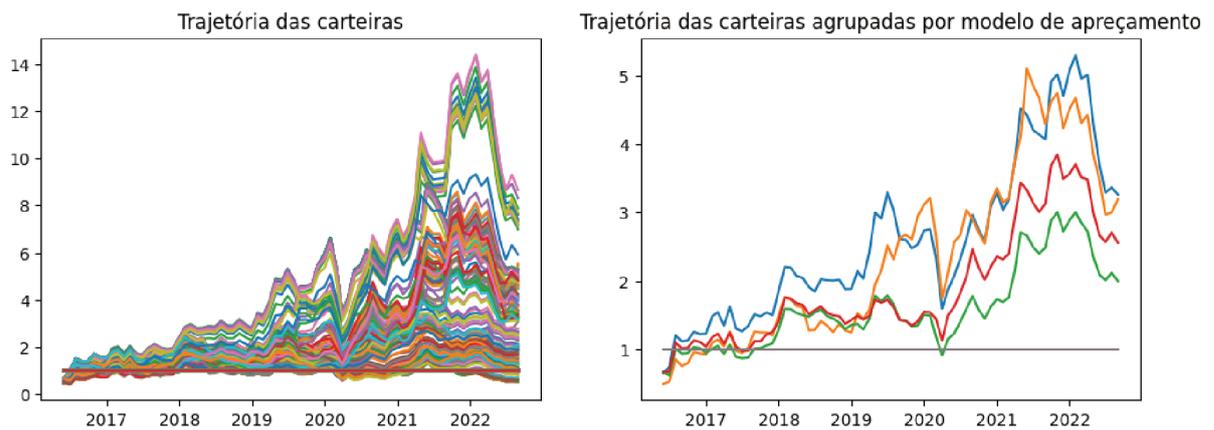


Figura 9 – Trajetória das 384 carteiras com rebalanceamento mensal e covariância com entradas diárias a partir de R\$ 1,00 investido em 29 de abril de 2016

A performance de cada agrupamento de carteira pode ser vista abaixo:

		Sharpe	Retorno	Desvio-padrão
Covariância	Modelo			
amo	be	0.286	0.124	0.131
	bi	0.252	0.120	0.144

Continuação na próxima página

		Sharpe	Retorno	Desvio-padrão
Covariância	Modelo			
	br	0.204	0.081	0.121
	bn	0.096	0.040	0.126
led	br	0.000	0.000	0.000
	bn	0.000	0.000	0.000
	be	0.000	0.000	0.000
	bi	0.000	0.000	0.000

Tabela 27 – Tabela de performance das carteiras rebalancadas mensalmente e com matriz de covariância de entradas diárias, calculadas sobre a seleção r41

Por fim, temos a avaliação das estratégias de inclusão de fator ESG no modelo de previsão dos retornos dos ativos.

	Sharpe	Vantagem em relação à estratégia não-ESG
be	.286	.082
be-bi-bn (Média)	.211	.007
br	.204	0

Tabela 28 – Avaliação da média dos Sharpes das carteiras que usam critério ESG, da melhor abordagem que usa critério ESG e da abordagem que não usa este critério.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com a descoberta da abordagem de Média-Variância, existem inúmeras estratégias para a descrição de um investimento em mercado financeiro. Com a publicação e ampla utilização de modelos de fatores em média-variância, o investidor pode se identificar com milhares de paradigmas para a composição de estratégia para o seu investimento.

A abordagem quantitativa de Markowitz não está protegida contra críticas e, na avaliação de trabalhos como Jobson e Korkie (1981) e Jobson e Korkie (1980), encontramos paradigmas importantíssimos sobre a praticidade de uma abordagem puramente quantitativa para a realização do investimento. Neste trabalho, o investimento é gerado de maneira quantitativa e seguindo as definições apresentadas na metodologia.

Ao testar o fator ESG na construção de carteiras, foi utilizado o modelo de previsão por quadrados-mínimos com um período de atraso entre os fatores e os retornos dos ativos. Ao fim do trabalho, os modelos que incluíram o índice Brasil ESG como fator foram separados dos modelos que não incluíram este fator e o seu resultado foi apresentado em função do índice Sharpe, que neste trabalho foi utilizado como principal métrica de desempenho.

Para a seleção de carteiras, escolhemos ativos que fizeram parte e são sobreviventes do Índice Bovespa, Índice Brasil ESG 2021 e Índice Brasil ESG 2022. Após uma filtragem de casos particulares para dois ativos, aplicamos 12 diferentes modelos de apreçamento para a previsão dos retornos dos ativos, que serão entradas no nosso problema de minimização de Markowitz. Para cada diferente modelo de apreçamento, supomos 8 investidores com diferentes níveis de aversão ao risco constante e duas suposições para a matriz de covariância: a escolha entre uma matriz de covariância com janela de observação móvel ou em expansão.

Neste trabalho, foram produzidas 3456 carteiras, sendo 1152 carteiras produzidas a partir de cada uma das três composições mencionadas acima. Dentro dessas composições, as 1152 carteiras estão divididas de tal modo:

- (i) 192 de rebalanceamento diário por matriz de covariância amostral;
- (ii) 192 de rebalanceamento diário por matriz de covariância Ledoit-Wolf;
- (iii) 192 de rebalanceamento mensal por matriz de covariância amostral com entradas mensais;
- (iv) 192 de rebalanceamento mensal por matriz de covariância Ledoit-Wolf com entradas mensais;

mensais;

- (v) 192 de rebalanceamento mensal por matriz de covariância amostral e entradas diárias;
- (vi) 192 de rebalanceamento mensal por matriz de covariância Ledoit-Wolf e entradas diárias;

Para a avaliação de cada estratégia, as carteiras foram agrupadas em grupos de 48 a partir de similaridades no modelo de previsão, composição de carteira, frequência dos dados e matriz de covariância. Além disso, foram feitas 9 comparações do índice Sharpe para as carteiras divididas por frequência dos dados e composição. Após a análise da comparação, encontramos que:

- (i) O modelo de apreçamento que inclui fator de mercado e do índice Brasil ESG (be) foi o mais bem avaliado em 6 das 9 comparações.
- (ii) Em 7 das 9 comparações, a diferença entre o Sharpe do modelo mais bem avaliado e o modelo que não usa fator ESG foi maior do que 0.1. Em 2 das 9 comparações, o índice Sharpe do modelo que não utiliza o fator ESG foi menor do que a média do índice Sharpe da totalidade dos outros modelos e essa diferença foi maior do que 0.1
- (iii) Em 5 das 9 comparações, o Sharpe do modelo que não utiliza o índice ESG como fator foi inferior à média dos Sharpes dos modelos que utilizam o índice.
- (iv) Na composição r41, em todas as comparações, o modelo que não utiliza fator ESG não foi o principal modelo e não superou a média dos índices Sharpe dos outros modelos.
- (v) Em 5 das 6 composições baseadas no índice Brasil ESG, o modelo de previsão que inclui o fator ESG e o fator de mercado (be) foi o melhor avaliado para a criação das carteiras. Em 4 das 6 comparações, o modelo be foi melhor posicionado do que o modelo que não inclui o fator ESG (br).
- (vi) Em todas as comparações, a matriz de Ledoit-Wolf gerou, para diferentes modelos de apreçamento, diferença no índice Sharpe menor do que 10^{-4} .
- (vii) Em todas as comparações entre carteiras resultantes de entradas mensais e matriz de covariância com entradas diárias, o problema de otimização passou a ter solução em alguma das carteiras a partir de uma data superior ao dia inicial do investimento (maio de 2016).

A análise destes conjuntos de carteiras nos mostrou que a abordagem com matriz de covariância amostral acaba sendo muito sensível a valores extremos e a decisão dos pesos por média-variância também é sensível a estas variações. Neste trabalho, as abordagens

por matriz de covariância amostral apresentam medida de risco muito maior do que as carteiras construídas usando-se Ledoit-Wolf. Os retornos obtidos com as estratégias de covariância amostral, porém, se mostraram muito maiores do que os retornos obtidos por Ledoit-Wolf.

Em relação ao fator ESG, à exceção do investimento diário para a composição r21, para cada comparação de grupos de carteiras foi encontrado ao menos um modelo de previsão que inclui o fator ESG e que é melhor do que o modelo que não inclui este fator. A diferença em termos do índice Sharpe entre as carteiras construídas com cada modelo de previsão foi maior do que 10^{-1} em pelo menos 7 destas 8 comparações.

O procedimento de escolha de carteiras por solução do problema de minimização de média-variância mostra que é possível obter retornos positivos com o modelo de mínimos quadrados com um período de atraso entre os retornos dos ativos e os fatores utilizando-se o índice Brasil ESG como fator de risco sistemático, desde que as carteiras sejam produzidas a partir da matriz de covariância amostral. Em relação ao uso de fatores ESG para a construção de carteira, a abordagem de previsão utilizando o índice Brasil ESG como fator para a previsão dos retornos dos ativos apresentou ganhos em relação à abordagem que não utilizou este fator para cada agrupamento de carteiras.

REFERÊNCIAS

- ANG, A. **Asset Portfolio Management**. [S.l.]: Oxford University Press, 2014.
- AZIMLI, A. The impact of covid-19 on the degree of dependence and structure of risk-return relationship: A quantile regression approach. **Finance Research Letters**, Elsevier Ltd, v. 36, 10 2020. ISSN 15446123.
- B3. **Carteira Ibovespa e demais índices - B3**. 2023. Disponível em: <https://www.b3.com.br/pt_br/noticias/carteira-ibovespa-e-demais-indices.htm>.
- B3. **Notícias - B3**. 2023. Disponível em: <https://www.b3.com.br/pt_br/noticias/>.
- BALCÃO, B. S. B. B. **B3 – Metodologia do Ibovespa**. 2022. Disponível em: <<https://www.b3.com.br/data/files/1C/56/F7/D5/96E615107623A41592D828A8/IBOV-Metodologia-pt-br.pdf>>.
- BALCÃO, B. S. B. B. **Índice de Sustentabilidade Empresarial (ISE) – B3 – Composição da Carteira**. 2022. Disponível em: <https://www.b3.com.br/pt_br/market-data-e-indices/indices/indices-de-sustentabilidade/indice-de-sustentabilidade-empresarial-ise-b3-composicao-da-carteira.htm>.
- BODIE, Z.; KANE, A.; MARCUS, A. J. **Investments**. [S.l.]: McGraw Hill Education, 2014.
- BOLSA, B. B. S. B. **Índice Carbono Eficiente (ICO2 B3)**. 2023. Disponível em: <https://www.b3.com.br/pt_br/market-data-e-indices/indices/indices-de-sustentabilidade/indice-carbono-eficiente-ico2-b3.htm>.
- BOLSA, B. B. S. B. **Índice de Sustentabilidade Empresarial (ISE B3)**. 2023. Disponível em: <https://www.b3.com.br/pt_br/market-data-e-indices/indices/indices-de-sustentabilidade/indice-de-sustentabilidade-empresarial-ise-b3.htm>.
- BOLSA, B. B. S. B. **Índice GPTW B3**. 2023. Disponível em: <https://www.b3.com.br/pt_br/market-data-e-indices/indices/indices-de-sustentabilidade/indice-gptw-b3-igptw-b3.htm>.
- BRASIL, A. **IBOVESPA - Cotação de Hoje, Gráficos e Tendências de Mercado**. 2014. Disponível em: <<https://br.advfn.com/indice/ibovespa/2014/05/02>>.
- CALDEIRA, J. F.; MOURA, G. V.; SANTOS, A. A. P. Seleção de carteiras utilizando o modelo fama-french-carhart. **Revista Brasileira de Economia**, v. 67, p. 45–65, 3 2013. ISSN 0034-7140.
- CARHART, M. M. On persistence in mutual fund performance. **The Journal of Finance**, v. 52, p. 57, 2 1997. ISSN 00221082.
- CARR, P.; WU, L. A tale of two indices. **The Journal of Derivatives**, v. 13, p. 13–29, 2 2006. ISSN 1074-1240.
- CEPOI, C.-O. Asymmetric dependence between stock market returns and news during covid-19 financial turmoil. **Finance Research Letters**, Elsevier Ltd, v. 36, p. 101658, 10 2020. ISSN 15446123. Disponível em: <<https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1544612320305912>>.

CHAGUE, F. D. **The CAPM and Fama-French Models in Brazil: A Comparative Study**. 2006. Disponível em: <https://bibliotecadigital.fgv.br/dspace/bitstream/handle/10438/1786/1_166943.pdf?sequence=1&isAllowed=y>.

DUCHIN, R.; LEVY, H. Markowitz versus the talmudic portfolio diversification strategies. **The Journal of Portfolio Management**, v. 35, p. 71–74, 1 2009. ISSN 0095-4918.

ECONOMATICA. **Economática**. 2023. Disponível em: <<https://economica.com/>>.

ENGLE, R. F.; GIGLIO, S.; KELLY, B.; LEE, H.; STROEBEL, J. Hedging climate change news. **The Review of Financial Studies**, v. 33, p. 1184–1216, 3 2020. ISSN 0893-9454.

FAMA, E. F. The behavior of stock-market prices. **The Journal of Business**, v. 38, p. 34–105, 1965.

FAMA, E. F. Efficient capital markets: A review of theory and empirical work. **The Journal of Finance**, v. 25, p. 383, 2 1970. ISSN 00221082.

FAMA, E. F.; FRENCH, K. R. The cross-section of expected stock returns. **The Journal of Finance**, v. 47, p. 427–465, 6 1992. ISSN 00221082.

FAMA, E. F.; FRENCH, K. R. A five-factor asset pricing model. **Journal of Financial Economics**, North-Holland, v. 116, p. 1–22, 2 2015. ISSN 0304-405X.

FAMA, E. F.; FRENCH, K. R. Choosing factors. **Journal of Financial Economics**, North-Holland, v. 128, p. 234–252, 2 2018. ISSN 0304-405X.

FRIEDE, G.; BUSCH, T.; BASSEN, A. Esg and financial performance: aggregated evidence from more than 2000 empirical studies. **Journal of Sustainable Finance & Investment**, v. 5, p. 210–233, 10 2015. ISSN 2043-0795.

GLOBAL, S. **S&P/B3 Brazil ESG Index**. 2023. Disponível em: <<https://www.spglobal.com/spdji/pt/indices/esg/sp-b3-brazil-esg-index/#overview>>.

INDICES, S. D. J. **Metodologia dos Índices S&P/B3**. 2023. Disponível em: <<https://www.spglobal.com/spdji/pt/documents/methodologies/methodology-sp-b3-indices-portuguese.pdf>>.

INDICES, S. D. J. **S&P/B3 Brazil ESG Index**. 2023. Disponível em: <<https://www.spglobal.com/spdji/pt/indices/esg/sp-b3-brazil-esg-index/>>.

INVESTIDOR, G. do. **Pão de Açúcar (PCAR3) – Análise Completa e Atualizada**. 2022. Disponível em: <<https://guiadoinvestidor.com.br/pao-de-acucar-pcar3-assai-asai3/>>.

JOBSON, J. D.; KORKIE, B. Estimation for markowitz efficient portfolios. **Journal of the American Statistical Association**, v. 75, p. 544, 9 1980. ISSN 01621459.

JOBSON, J. D.; KORKIE, R. M. Putting markowitz theory to work. **The Journal of Portfolio Management**, v. 7, p. 70–74, 7 1981. ISSN 0095-4918.

KOLM, P. N.; TütüNCü, R.; FABOZZI, F. J. 60 years of portfolio optimization: Practical challenges and current trends. **European Journal of Operational Research**, v. 234, p. 356–371, 4 2014. ISSN 03772217.

LEDOIT, O.; WOLF, M. Honey, i shrunk the sample covariance matrix. **The Journal of Portfolio Management**, v. 30, p. 110–119, 7 2004. ISSN 0095-4918.

LEDOIT, O.; WOLF, M. A well-conditioned estimator for large-dimensional covariance matrices. **Journal of Multivariate Analysis**, v. 88, p. 365–411, 2 2004. ISSN 0047259X.

LINTNER, J. The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets. **The Review of Economics and Statistics**, v. 47, p. 13, 2 1965. ISSN 00346535.

LYÓCSA Štefan; MOLNÁR, P. Stock market oscillations during the corona crash: The role of fear and uncertainty. **Finance Research Letters**, Elsevier Ltd, v. 36, 10 2020. ISSN 15446123.

MARKOWITZ, H. Portfolio selection*. **The Journal of Finance**, v. 7, p. 77–91, 1952. Disponível em: <<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/j.1540-6261.1952.tb01525.x>>.

MICHAUD, R. O. The markowitz optimization enigma: Is 'optimized' optimal? **Financial Analysts Journal**, CFA Institute, v. 45, p. 31–42, 1989. ISSN 0015198X. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/4479185>>.

MILHOMEM, D. A.; DANTAS, M. J. P. Analysis of new approaches used in portfolio optimization: a systematic literature review. **Production**, v. 30, 2020. ISSN 1980-5411.

MORAES, C. S. . A. M. . F. T. The impact of esg momentum in stock prices. 2023.

NAFFA, H.; FAIN, M. A factor approach to the performance of esg leaders and laggards. **Finance Research Letters**, v. 44, p. 102073, 1 2022. ISSN 15446123.

NEFIN. **NEFIN Methodology**. 2022. Disponível em: <http://nefin.com.br/resources/NEFIN_methodology.pdf>.

NEFIN. **NEFIN - Núcleo de Estudos Financeiros**. 2023. Disponível em: <<http://nefin.com.br/>>.

PEDERSEN, L. H.; FITZGIBBONS, S.; POMORSKI, L. Responsible investing: The esg-efficient frontier. **Journal of Financial Economics**, v. 142, p. 572–597, 11 2021. ISSN 0304405X.

PYPI. **yfinance**. 2023. Disponível em: <<https://pypi.org/project/yfinance/>>.

PÁSTOR Ľuboš; STAMBAUGH, R. F.; TAYLOR, L. A. Sustainable investing in equilibrium. **Journal of Financial Economics**, v. 142, p. 550–571, 11 2021. ISSN 0304405X.

ROY, R.; SHIJIN, S. A six-factor asset pricing model. **Borsa Istanbul Review**, v. 18, p. 205–217, 9 2018. ISSN 22148450.

SHANAEV, S.; GHIMIRE, B. When esg meets aaa: The effect of esg rating changes on stock returns. **Finance Research Letters**, Elsevier, v. 46, p. 102302, 5 2022. ISSN 1544-6123.

SHARPE, W. F. Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk*. **The Journal of Finance**, v. 19, p. 425–442, 9 1964. ISSN 00221082.

SILVA, L. T. B. 'Introducing additional factors for the brazilian market in the fama-french factor asset pricing model'. 2018. Disponível em: <https://bibliotecadigital.fgv.br/dspace/bitstream/handle/10438/27937/DISSERTA\C3\%87\C3\%83O_MPE_LEONARDO\%20TADEU\%20BIONDO\%20SILVA.pdf?sequence=5&isAllowed=y>.

SILVA, L. T. B. 'Modelo de cinco fatores fama silva o french: teste no mercado brasileiro'. 2018. Disponível em: <https://bibliotecadigital.fgv.br/dspace/bitstream/handle/10438/27937/DISSERTA\C3\%87\C3\%83O_MPE_LEONARDO\%20TADEU\%20BIONDO\%20SILVA.pdf?sequence=5&isAllowed=y>.

SVERNER, C.; MINARDI, A.; MORAES, F. T. **The impact of ESG momentum in stockprices**. 2022. Disponível em: <<https://bibliotecadigital.fgv.br/ojs/index.php/rbfin/article/view/85688/83736>>.

TAVARES, R.; CALDEIRA, J. Seleção de carteiras: Escolha entre modelos baseada em persistência de performance. **Brazilian Review of Finance**, v. 18, p. 91, 12 2020.

VOLTOLINI, L. **Drive Pesos das carteiras**. 2023. Disponível em: <https://drive.google.com/drive/folders1-2L5A8gQkLTihO4jUfXqW40llRylBivD?usp=drive_link>.

VOLTOLINI, L. **Repositório Ferramentas de séries temporais**. 2023. Disponível em: <https://github.com/lvoltolini/Finance_file>.

WONG, W. C.; BATTEN, J. A.; AHMAD, A. H.; MOHAMED-ARSHAD, S. B.; NORDIN, S.; ADZIS, A. A. Does esg certification add firm value? **Finance Research Letters**, Elsevier, v. 39, p. 101593, 3 2021. ISSN 1544-6123.

APÊNDICES

APÊNDICE A – Processamento dos dados

A.1 MODELOS DE APREÇAMENTO

Para o cálculo da carteira de média-variância ótima para cada investidor, espera-se a introdução de duas variáveis: uma previsão para o retorno dos ativos que compõem a carteira e um valor para o risco dos ativos. Na tentativa de explicar o comportamento dos ativos, os trabalhos de Sharpe (1964) e Lintner (1965) foram seminais ao argumentar em favor de um modelo que estima a influência do risco sistemático¹ dos ativos, explicando o seu comportamento por uma variável de risco de mercado. A este modelo, damos o nome de CAPM². O modelo é descrito por:

$$r_i - r_f = \beta_1 \cdot (r_m - r_f) + \epsilon \quad (\text{A.1.1})$$

em que:

- r_i é o retorno esperado do ativo;
- r_m é o retorno esperado de mercado;
- r_f é o retorno do ativo livre de risco;
- β_1 é o valor a ser estimado pela regressão;
- ϵ é o termo de erro da regressão.

Ou seja, o modelo CAPM sugere que o retorno em excesso de um ativo pode ser calculado a partir da sua correlação com os retornos do mercado. Como propriedade do CAPM, observamos do modelo uma abordagem para a previsão dos retornos dos ativos, na forma:

$$E(r_i) = r_f + \beta_1 \cdot (r_m - r_f) \quad (\text{A.1.2})$$

Com o tempo, porém, outros estudos abordaram a mesma problemática sobre o apreçamento de ativos no mercado financeiro e encontraram diversas limitações no modelo. Entre essas limitações, verificou-se que o CAPM poderia deixar de lado outros fatores de risco que poderiam explicar o retorno em excesso dos ativos no mercado. Como forma de

¹ É o risco do mercado em geral. Por exemplo, se o conjunto dos ativos do mercado teve um retorno positivo durante um período t e o ativo i é altamente correlacionado com o retorno do mercado, espera-se que, no mesmo período, o ativo i tenha retorno positivo.

² Sigla para *Capital Asset Pricing Model*.

revisão do modelo, Fama e French (1992) sugerem uma expansão do CAPM para incluir dois novos fatores para explicar o retorno dos ativos, sendo um de tamanho da empresa e outro de valor vs crescimento.

O modelo de Fama e French de 3 fatores foi publicado em 1992 e é formalmente descrito da seguinte forma:

$$r_i - r_f = \beta_1 \cdot (r_m - r_f) + \beta_2 \cdot (SMB) + \beta_3 \cdot (HML) + \epsilon \quad (\text{A.1.3})$$

em que:

- r_i é o retorno esperado da carteira;
- r_m é o retorno esperado de mercado;
- r_f é o retorno do ativo livre de risco;
- SMB é o prêmio pelo tamanho das empresas no mercado;
- HML é o prêmio pela razão entre o preço da ação no mercado e o seu valor contábil;
- $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ são valores a serem estimados pela regressão;
- ϵ é o termo de erro da regressão.

Do trabalho dos dois autores, foi possível mostrar que estes dois fatores tinham relevância para a precificação dos ativos. Assim, o modelo de 3 fatores de Fama e French oferecem uma vantagem em relação ao CAPM quando os dados para o cálculo dos fatores estão disponíveis.

Ainda nos anos 90, Mark Carhart apresentou a sua expansão do modelo de Fama e French para incorporar ao modelo um fator de momento³. Publicado em 1997, o modelo de Carhart inclui todos os fatores do modelo de 3 fatores de Fama e French e é formalmente apresentado do seguinte modo Carhart (1997):

$$r_i - r_f = \beta_1 \cdot (r_m - r_f) + \beta_2 \cdot (SMB) + \beta_3 \cdot (HML) + \beta_4 \cdot (MM) + \epsilon \quad (\text{A.1.4})$$

em que:

- R_i é o retorno esperado da carteira;
- R_m é o retorno esperado de mercado;
- R_f é o retorno do ativo livre de risco;

³ Momento aqui significa a persistência de retornos ao longo do tempo, ou seja, a observação de que, se o ativo apresenta retornos no passado, continuará apresentando no presente.

- *SMB* é o prêmio pelo tamanho das empresas no mercado;
- *HML* é o prêmio pela razão entre o preço da ação no mercado e o seu valor contábil;
- *MM* é a diferença da média de retorno das empresas com maior retorno no passado e das empresas com menor retorno no passado.
- $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$ são valores a serem estimados pela regressão;
- ϵ é o termo de erro da regressão

A partir daí podemos perceber que o mundo acadêmico já conhecia o processo de testar e incluir fatores para os modelos de precificação dos ativos no mercado financeiro e diversos autores começaram a publicar os seus próprios modelos de apreçamento baseados em fatores Shanaev e Ghimire (2022) Roy e Shijin (2018) NEFIN (2023).

Em 2015, Fama e French ainda publicam um novo trabalho argumentando pela inclusão de mais fatores no seu modelo inicial Fama e French (2015). O resultado é o modelo que segue:

$$r_i - r_f = \beta_1 \cdot (r_m - r_f) + \beta_2 \cdot (SMB) + \beta_3 \cdot (HML) + \beta_4 \cdot (RMW) + \beta_5 \cdot (CMA) + \epsilon \quad (\text{A.1.5})$$

em que:

- R_i é o retorno esperado da carteira;
- R_m é o retorno esperado de mercado;
- R_f é o retorno do ativo livre de risco;
- *SMB* é o prêmio pelo tamanho das empresas no mercado;
- *HML* é o prêmio pela razão entre o preço da ação no mercado e o seu valor contábil;
- *RMW* é o prêmio pela diferença de rentabilidade das melhores e piores empresas;
- *CMA* é o prêmio pela diferença de retornos para empresas consideradas conservadoras e agressivas.
- $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5$ são valores a serem estimados pela regressão;
- ϵ é o termo de erro da regressão

Ainda que os modelos foram desenvolvidos a partir de dados provenientes do mercado americano, principalmente, existem estudos expandindo o uso de fatores em outros lugares do mundo, inclusive no Brasil Wong *et al.* (2021) Caldeira, Moura e Santos (2013). Para a pesquisa acadêmica no mercado brasileiro, existem institutos de pesquisa que fazem o cálculo diário de diversos fatores para utilização em pesquisa acadêmica⁴ e estes serão utilizados para a formação de carteiras neste trabalho.

⁴ No Brasil, o NEFIN - Núcleo de Pesquisa em Finanças da USP NEFIN (2023) faz o cálculo dos fatores

A.2 DADOS

Considere os problemas de minimização relatados anteriormente. Considere uma função f tal que:

$$f: ([-1, 1]^n, \mathbb{R}^n, \mathbb{R}^{n \times n}, \mathbb{R}) \rightarrow [-1, 1]^n \quad (w, e(r), \Sigma, \lambda) \mapsto w^* \quad (\text{A.2.1})$$

em que w^* é a solução de um problema de minimização que utiliza as variáveis $w, e(r), \Sigma$ e λ . Chamamos as variáveis $w, e(r), \Sigma$ e λ de *inputs* ou entradas do problema de minimização relativo a f .

Para o cálculo dos pesos ótimos para cada problema de minimização, as entradas são obtidas através do acesso de dados disponíveis em Economatica (2023), Indices (2023b) e PyPI (2023), as regressões descritas em 2.3 e as matrizes de covariância obtidas em 2.4. Considere uma base de dados em painel de diversos ativos. Neste trabalho, é considerado “dia” o “dia útil” para o mercado financeiro, ou seja, o dia em que existem operações de compra e venda de ações no mercado financeiro brasileiro. Chamamos de “mês” e “ano” o conjunto de dias úteis em um mês e em um ano, respectivamente. Dizemos que um dado possui “base diária”, “base mensal”, “base quadrimestral” e “base anual” caso possua observações separadas em dias úteis, meses, quadrimestres e anos, respectivamente.

Para os dados de retornos e de preços de ativos de risco utilizados neste trabalho, cada ativo teve o seu retorno extraído através do portal Economática, disponível em Economatica (2023), que é uma plataforma de dados financeiros disponibilizada a alunos da UFSC através do VPN da universidade. Os dados históricos têm frequência diária e foram obtidos entre 30 de abril de 2014 e 01 de setembro de 2022, a menos que o portal Economática não possua a informação para o retorno do ativo no referido dia⁵.

Para os dados de retornos e de preços dos fatores utilizados nesta investigação, cada fator teve o seu retorno extraído através do site NEFIN (2023), na opção “Risk Factors” da aba “Data”, que disponibiliza diariamente o retorno de cada fator em base diária.

Para os dados de retornos e de preços dos índices utilizados neste trabalho, cada índice teve o seu retorno extraído através da fonte que segue:

R_m, R_f, SMB, HML para o mercado brasileiro e disponibiliza o seu valor diário através do website da instituição NEFIN (2023). Adicionalmente, o Nefin também disponibiliza o resultado diário de outros dois fatores, IML e WML, que respectivamente avaliam a diferença de retorno de portfólios de diferentes graus de iliquidez e de histórico de lucratividade NEFIN (2023) NEFIN (2022) Carr e Wu (2006).

⁵ Neste caso, a tabela possui um dado em branco.

- (i) **Índice Brasil ESG:** é o índice do retorno da carteira de ativos, classificados pela sua pontuação na avaliação "ESG" utilizada pela Dow Jones Indices (2023b). A metodologia é explicada no site Indices (2023a). Os dados são de base diária e a base de dados possui a evolução dos retornos a partir de 31 de agosto de 2020⁶.
- (ii) **IBOVESPA:** é o índice do retorno da carteira de ativos que compõe a carteira BOVESPA, que são empresas negociadas em bolsa de valores que cumprem requisitos de tamanho e de liquidez e que representa o mercado brasileiro. A metodologia pode ser acessada no site Balcão (2022a). Os dados são de base diária e a base de dados possui a evolução dos retornos desde 30 de abril de 2014. Foi obtida através do pacote Python yfinance, API que faz o download da base de dados do Yahoo Finanças PyPI (2023).
- (iii) **IPCA:** é o índice usado para a divulgação dos dados de inflação pelo governo brasileiro. Os dados são de base mensal, obtidos através do pacote Python python-bcb, que é uma API que faz o download dos dados do sistema de séries temporais do Banco Central (SGS). Os dados são de base mensal e foram obtidos para todos os meses a partir de maio de 2014.

A.3 FILTRAGEM

Considere a tabela dos dados estatísticos sobre os retornos de algumas ações:

index	Kurtosis	Skewness	Mean	Max	Min	index	Kurtosis	Skewness	Mean	Max	Min
AESB3	18.396	0.983	0.000	0.236	-0.132	BBDC4	5.592	0.189	0.001	0.169	-0.143
AMER3	3.770	0.642	0.001	0.274	-0.170	BBAS3	6.874	-0.083	0.001	0.171	-0.212
ASAI3	371.373	19.175	0.011	3.857	-0.057	BRKM5	18.383	0.956	0.001	0.318	-0.245
BCSA34	4.326	0.223	0.000	0.172	-0.124	CSAN3	4.183	-0.120	0.001	0.143	-0.184
BRFS3	8.282	-0.055	-0.000	0.163	-0.197	DXCO3	6.242	-0.056	0.001	0.187	-0.229
BPAC11	15.441	0.132	0.002	0.279	-0.269	ECOR3	5.584	0.098	0.000	0.217	-0.186
CCRO3	8.603	0.426	0.000	0.222	-0.179	MYPK3	6.881	0.184	0.000	0.236	-0.216
CMIG4	6.431	-0.211	0.001	0.178	-0.211	LIGT3	9.717	0.302	0.000	0.293	-0.244
CIEL3	8.891	0.873	-0.000	0.235	-0.212	MGLU3	9.559	1.050	0.002	0.373	-0.211
CPLE6	4.190	-0.103	0.001	0.171	-0.155	RADL3	2.225	0.009	0.001	0.092	-0.128
CPFE3	7.853	-0.555	0.001	0.090	-0.170	RAIL3	11.030	0.270	0.001	0.221	-0.169
ELET6	9.357	0.691	0.001	0.321	-0.193	SIMH3	10.059	-0.295	0.001	0.236	-0.291
ENBR3	5.916	0.204	0.001	0.156	-0.128	SULA11	10.515	0.636	0.001	0.252	-0.176

Continuação na próxima página

⁶ Para retornos anteriores a esta data, considera-se a metodologia de forma retroativa, calculada desde 30 de abril de 2014.

index	Kurtosis	Skewness	Mean	Max	Min	index	Kurtosis	Skewness	Mean	Max	Min
EGIE3	3.583	0.085	0.001	0.099	-0.096	VIIA3	5.022	-0.083	0.001	0.231	-0.315
FLRY3	5.389	0.035	0.001	0.161	-0.153	ABEV3	7.923	-0.204	0.000	0.099	-0.158
NTCO3	7.811	-0.083	0.000	0.172	-0.242	BBSE3	3.348	-0.001	0.001	0.109	-0.102
ITSA4	2.840	-0.009	0.001	0.103	-0.109	BRML3	7.293	-0.226	0.000	0.154	-0.239
ITUB4	2.874	0.133	0.001	0.111	-0.120	BBDC3	5.359	0.167	0.001	0.163	-0.143
KLBN4	4.632	0.140	0.001	0.129	-0.134	BRAP4	4.914	-0.008	0.001	0.183	-0.245
LREN3	6.906	-0.043	0.001	0.150	-0.211	CYRE3	8.664	-0.337	0.001	0.181	-0.247
MDIA3	13.588	0.606	0.000	0.244	-0.193	ELET3	21.141	1.481	0.002	0.493	-0.210
MRFG3	9.031	0.224	0.001	0.252	-0.239	EMBR3	11.198	0.184	0.000	0.225	-0.264
BEEF3	6.012	0.112	0.001	0.182	-0.186	GGBR4	3.045	0.063	0.001	0.175	-0.180
MOVI3	6.461	-0.331	0.001	0.170	-0.216	GOAU4	4.664	-0.063	0.000	0.206	-0.213
MRVE3	5.575	0.015	0.001	0.161	-0.202	GOLL4	14.595	1.139	0.001	0.503	-0.363
NEOE3	10.331	-0.532	0.000	0.119	-0.184	HYPE3	12.310	0.591	0.001	0.211	-0.152
PCAR3	278.753	11.786	0.002	1.391	-0.658	JBSS3	13.087	0.373	0.001	0.246	-0.313
PETR3	8.355	-0.384	0.001	0.228	-0.297	KLBN11	5.492	-0.016	0.001	0.126	-0.147
PETR4	8.073	-0.410	0.001	0.222	-0.297	RENT3	11.447	0.321	0.001	0.268	-0.234
SUZB3	6.136	0.527	0.001	0.218	-0.161	QUAL3	18.396	0.148	0.000	0.366	-0.294
VIVT3	5.288	0.277	0.000	0.123	-0.124	SBSP3	5.859	0.003	0.001	0.175	-0.178
TIMS3	4.793	0.159	0.000	0.153	-0.148	SANB11	3.988	0.187	0.001	0.143	-0.135
VBBR3	5.539	0.257	0.001	0.167	-0.153	CSNA3	3.731	0.317	0.001	0.208	-0.253
WEGE3	8.177	-0.201	0.001	0.139	-0.206	UGPA3	13.048	0.037	0.000	0.234	-0.214
AMBP3	4.372	0.753	0.001	0.184	-0.110	USIM5	6.623	0.692	0.001	0.351	-0.212
ARZZ3	4.528	0.067	0.001	0.166	-0.167	VALE3	6.277	0.078	0.001	0.214	-0.245
AZUL4	16.920	-0.571	0.001	0.299	-0.369						

Tabela 29 – Dados estatísticos dos ativos

Note que as ações PCAR3 e ASAI3 possuem valores máximos e mínimos muito extremos. No caso particular destas duas ações, podemos observar o seu comportamento para verificar a razão da existência destes dados:

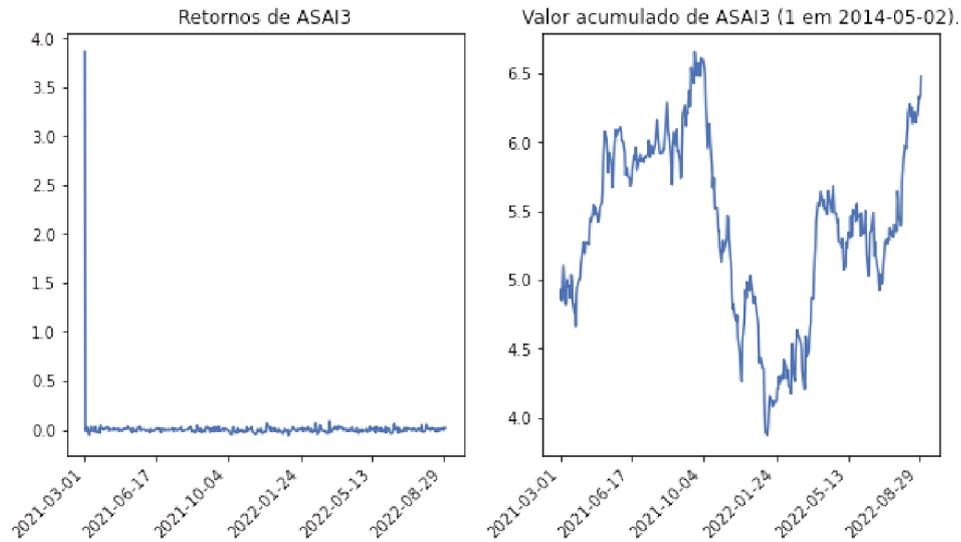


Figura 10 – Exibição dos retornos e do valor acumulado da ação 'ASAI3'.

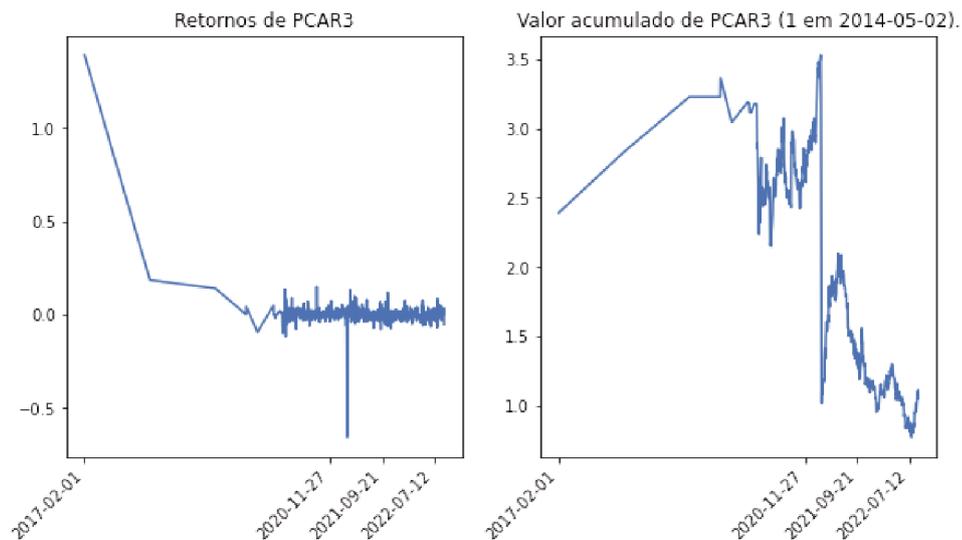


Figura 11 – Exibição dos retornos e do valor acumulado da ação 'PCAR3'.

Pesquisando a fundo, descobre-se que o comportamento errático nas duas ações tem causa comum: ambas as empresas faziam parte do mesmo grupo de ações e, a partir de março de 2020, houve uma fissão que resultou em dois nomes de ações diferentes, como reportado em Investidor (2022). Para evitar que estes problemas gerem erro na estimação dos dados, serão aplicados dois cortes na amostra: primeiro, cortaremos todas as observações da ação PCAR3 anteriores ao dia 27 de março de 2020. Depois, faremos o mesmo para as observações da ação ASAI3 anteriores ao dia 01 de março de 2020.

Após a o processo de filtragem dos dados, o gráfico das ações e a tabela de dados

estatísticos sobre o conjunto das ações são os que seguem abaixo:

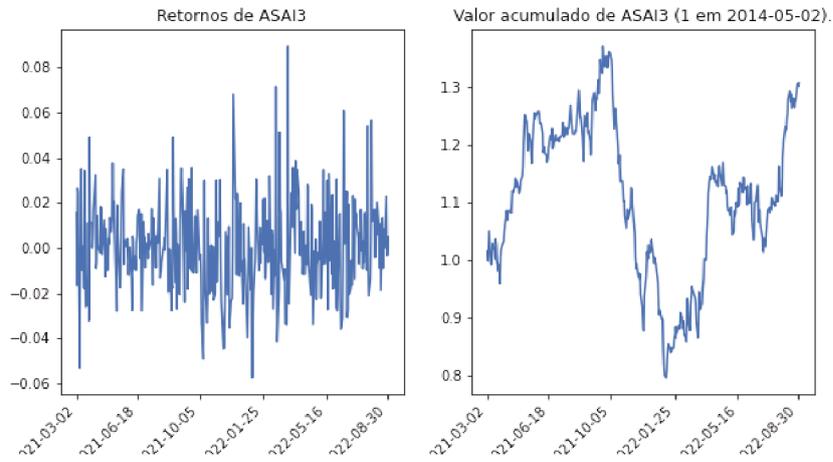


Figura 12 – Exibição dos retornos e do valor acumulado da ação 'ASAI3'.

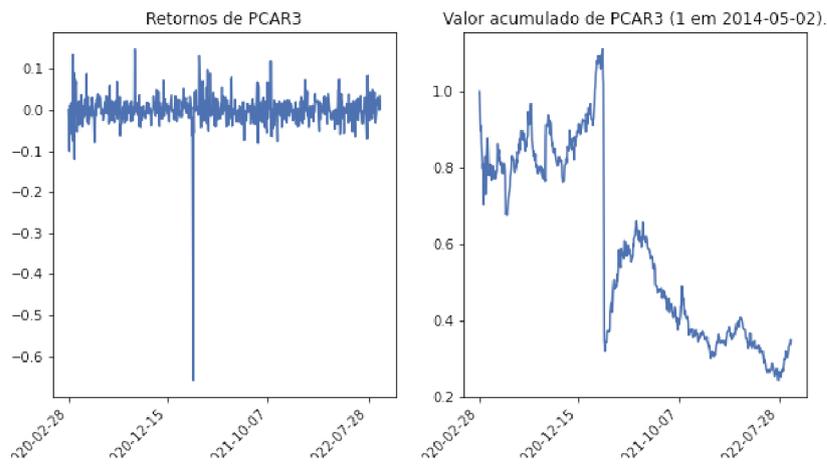


Figura 13 – Exibição dos retornos e do valor acumulado da ação 'PCAR3'.

index	Kurtosis	Skewness	Mean	Max	Min	index	Kurtosis	Skewness	Mean	Max	Min
AESB3	18.384	0.983	0.000	0.236	-0.132	BBDC4	5.589	0.189	0.001	0.169	-0.143
AMER3	3.767	0.641	0.001	0.274	-0.170	BBAS3	6.872	-0.082	0.001	0.171	-0.212
ASAI3	1.442	0.493	0.001	0.089	-0.057	BRKM5	18.373	0.956	0.001	0.318	-0.245
BCSA34	4.315	0.223	0.000	0.172	-0.124	CSAN3	4.183	-0.121	0.001	0.143	-0.184
BRFS3	8.276	-0.055	-0.000	0.163	-0.197	DXCO3	6.245	-0.056	0.001	0.187	-0.229
BPAC11	15.430	0.133	0.002	0.279	-0.269	ECOR3	5.580	0.099	0.000	0.217	-0.186
CCRO3	8.597	0.426	0.000	0.222	-0.179	MYPK3	6.876	0.184	0.000	0.236	-0.216
CMIG4	6.427	-0.211	0.001	0.178	-0.211	LIGT3	9.712	0.303	0.000	0.293	-0.244
CIEL3	8.886	0.873	-0.000	0.235	-0.212	MGLU3	9.557	1.051	0.002	0.373	-0.211

Continuação na próxima página

index	Kurtosis	Skewness	Mean	Max	Min	index	Kurtosis	Skewness	Mean	Max	Min
CPLE6	4.190	-0.102	0.001	0.171	-0.155	RADL3	2.228	0.010	0.001	0.092	-0.128
CPFE3	7.857	-0.554	0.001	0.090	-0.170	RAIL3	11.021	0.271	0.001	0.221	-0.169
ELET6	9.352	0.691	0.001	0.321	-0.193	SIMH3	10.062	-0.295	0.001	0.236	-0.291
ENBR3	5.915	0.205	0.001	0.156	-0.128	SULA11	10.512	0.637	0.001	0.252	-0.176
EGIE3	3.581	0.086	0.001	0.099	-0.096	VIIA3	5.017	-0.083	0.001	0.231	-0.315
FLRY3	5.396	0.035	0.001	0.161	-0.153	ABEV3	7.921	-0.203	0.000	0.099	-0.158
NTCO3	7.806	-0.083	0.000	0.172	-0.242	BBSE3	3.349	-0.000	0.001	0.109	-0.102
ITSA4	2.838	-0.009	0.001	0.103	-0.109	BRML3	7.293	-0.225	0.000	0.154	-0.239
ITUB4	2.874	0.134	0.001	0.111	-0.120	BBDC3	5.355	0.167	0.001	0.163	-0.143
KLBN4	4.632	0.139	0.001	0.129	-0.134	BRAP4	4.913	-0.009	0.001	0.183	-0.245
LREN3	6.901	-0.043	0.001	0.150	-0.211	CYRE3	8.707	-0.341	0.001	0.181	-0.247
MDIA3	13.585	0.605	0.000	0.244	-0.193	ELET3	21.134	1.481	0.002	0.493	-0.210
MRF3	9.026	0.224	0.001	0.252	-0.239	EMBR3	11.201	0.184	0.000	0.225	-0.264
BEEF3	6.012	0.111	0.001	0.182	-0.186	GGBR4	3.042	0.063	0.001	0.175	-0.180
MOVI3	6.459	-0.330	0.001	0.170	-0.216	GOAU4	4.660	-0.063	0.001	0.206	-0.213
MRVE3	5.607	0.008	0.001	0.161	-0.202	GOLL4	14.589	1.139	0.001	0.503	-0.363
NEOE3	10.319	-0.533	0.000	0.119	-0.184	HYPE3	12.310	0.592	0.001	0.211	-0.152
PCAR3	119.921	-6.982	-0.001	0.148	-0.658	JBSS3	13.085	0.372	0.001	0.246	-0.313
PETR3	8.352	-0.383	0.001	0.228	-0.297	KLBN11	5.492	-0.017	0.001	0.126	-0.147
PETR4	8.070	-0.409	0.001	0.222	-0.297	RENT3	11.455	0.322	0.001	0.268	-0.234
SUZB3	6.129	0.526	0.001	0.218	-0.161	QUAL3	18.389	0.148	0.000	0.366	-0.294
VIVT3	5.286	0.277	0.000	0.123	-0.124	SBSP3	5.855	0.003	0.001	0.175	-0.178
TIMS3	4.790	0.158	0.000	0.153	-0.148	SANB11	3.984	0.187	0.001	0.143	-0.135
VBBR3	5.535	0.258	0.001	0.167	-0.153	CSNA3	3.729	0.317	0.001	0.208	-0.253
WEGE3	8.171	-0.201	0.001	0.139	-0.206	UGPA3	13.042	0.037	0.000	0.234	-0.214
AMBP3	4.359	0.753	0.001	0.184	-0.110	USIM5	6.621	0.693	0.001	0.351	-0.212
ARZZ3	4.527	0.068	0.001	0.166	-0.167	VALE3	6.274	0.077	0.001	0.214	-0.245
AZUL4	16.906	-0.570	0.001	0.299	-0.369						

Tabela 30 – Dados estatísticos dos ativos pós-filtragem

A.4 FERRAMENTAS COMPUTACIONAIS

A partir da declaração das ferramentas utilizadas, o autor usou a linguagem de programação Python para a construção de cada uma das carteiras com os dados mencionados. Para o processamento dos dados, foram utilizados dois computadores de uso pessoal do autor e o computador disponível pela UFSC através do Desktop Virtual.

O código do programa para a geração dos dados pode ser acessado através do repositório no GitHub do autor, disponível em Voltolini (2023b). O drive que contém os arquivos em formato parquet, incluindo os pesos das carteiras, pode ser encontrado em Voltolini (2023a).

A.5 CÓDIGO E COMPOSIÇÃO DE CARTEIRAS

Considere a seguinte tabela com o resultado do índice Sharpe anualizado para o excesso de retorno das seguintes carteiras:

	<i>mov_amo_r21_d_bn1_07</i>	<i>exp_amo_r41_d_be3_15</i>	<i>mov_led_r22_d_bi2_01</i>
2015	-0.666951	-0.591002	0.123070
2016	0.791509	2.343329	2.575942
2017	2.411142	1.461752	0.068556
2018	0.488174	0.172623	1.055649
2019	0.527847	2.082065	4.973228
2020	0.137720	-0.075559	-0.324974
2021	-0.886096	-0.031898	0.062165
2022	0.092710	-0.142935	-0.374682

Dizemos que *mov_amo_r21_d_bn1_07*, *exp_amo_r41_d_be3_15* e *mov_led_r22_d_bi2_01* são carteiras definidas da seguinte forma:

$$mov_amo_r21_d_bn1_07$$

mov: significa que a matriz de covariância utilizada para o cálculo dos pesos utiliza base de dados em janela móvel de observação, ou seja, que a matriz é calculada observando-se a covariância entre os dados no último ano.

amo: significa que a matriz de covariância utilizada para o cálculo dos pesos é a amostral.

r21: significa que o investimento foi feito utilizando-se as ações da composição *r21*, que são as ações da carteira do índice ESG do Brasil para o ano 2021, adicionando-se o ativo livre de risco r_f calculado pelo Nefin.

d: significa que o rebalanceamento da carteira é feito diariamente.

bn1: significa que a regressão utilizada para a estimação do retorno esperado do ativo para o próximo período é a regressão de código *bn1*. Consulte a tabela de regressões 2.3, na coluna "Code".

07: significa que o λ utilizado para o cálculo dos pesos é $\lambda = 0.7$.

O mesmo vale para as próximas carteiras:

mov_led_r22_d_bi2_01

mov: significa que a matriz de covariância utilizada para o cálculo dos pesos utiliza base de dados em janela móvel de observação, ou seja, que a matriz é calculada observando-se a covariância entre os dados no último ano.

led: significa que a matriz de covariância utilizada para o cálculo dos pesos é definida pelo estimador de Ledoit-Wolf, supondo-se variância constante entre os dados..

r22: significa que o investimento foi feito utilizando-se as ações da composição *r22*, que são as ações da carteira do índice ESG do Brasil para o ano 2022, adicionando-se o ativo livre de risco r_f calculado pelo Nefin.

d: significa que o rebalanceamento da carteira é feito diariamente.

bi2: significa que a regressão utilizada para a estimação do retorno esperado do ativo para o próximo período é a regressão de código *bi2*. Consulte a tabela de regressões 2.3, na coluna "Código".

07: significa que o λ utilizado para o cálculo dos pesos é $\lambda = 0.1$.

exp_amo_r41_d_be3_15

exp: significa que a matriz de covariância utilizada para o cálculo dos pesos utiliza base de dados em janela em expansão de observação, ou seja, que a matriz é calculada observando-se a covariância entre os dados a partir de maio de 2014.

amo: significa que a matriz de covariância utilizada para o cálculo dos pesos é a amostral.

r41: significa que o investimento foi feito utilizando-se as ações da composição *r41*, que são as ações que fizeram parte do índice BOVESPA entre maio de 2014 e agosto de 2022, adicionando-se o ativo livre de risco r_f calculado pelo Nefin.

d: significa que o rebalanceamento da carteira é feito diariamente.

be3: significa que a regressão utilizada para a estimação do retorno esperado do ativo para o próximo período é a regressão de código *be3*. Consulte a tabela de regressões 2.3, na coluna "Código".

07: significa que o λ utilizado para o cálculo dos pesos é $\lambda = 1.5$.

No total, as carteiras são calculadas observando-se os seguintes parâmetros:

Janela: Expansão ou móvel;

Tipo de covariância: Por Covariância amostral ou pela abordagem de Ledoit-Wolf definida anteriormente 2.4.2.

Composição: **r21**, **r22** ou **r41**, sendo as ações do índice ESG 2021, do índice ESG2022 ou das ações da carteira do índice Bovespa entre 2014 e 2022, respectivamente. Além disso, as composições incluem o ativo livre de risco calculado pelo *nefin*.

Periodicidade: *d* ou *m*, representando, respectivamente, observações diárias e mensais.

Regressão: Por código, podendo ser: *be1*, *be2*, *be3*, *bi1*, *bi2*, *bi3*, *br1*, *br2*, *br3*, *bn1*, *bn2* e *bn3*. A consultar na tabela de regressões 2.3.

Aversão ao risco: Por valor, podendo ser: 01, 05, 07, 10, 15, 30, 50, 100. Dividindo-se a aversão ao risco por 10, obtem-se λ , que é utilizado no problema de minimização para a obtenção dos pesos ótimos para o investidor. Por exemplo, se 01 é a aversão ao risco declarada no nome da carteira, $\lambda = 0.1$.

No total, para o uso da base diária na composição de carteira, foram geradas 1152 carteiras de média-variância, atendendo a cada um desses critérios. Além destas, foram geradas também mais 4 carteiras chamadas de *naive*, que dividem, diariamente, os pesos entre todos os ativos das carteiras igualmente. São elas:

Naive₂₁: a carteira *naive* dos ativos do índice Brasil ESG de 2021;

Naive₂₂: a carteira *naive* dos ativos do índice Brasil ESG de 2022;

Naive₄₁: a carteira *naive* dos ativos do índice Bovespa entre 2014 e 2022;

Naive_{total}: a carteira *naive* de todos os ativos das carteiras anteriores.