

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA E ENGENHARIA DE MATERIAIS

Mateus da Silva Cardoso

ANÁLISE TERMOHIDRODINÂMICA PARA MANCAL RADIAL OPERANDO COM ÓLEOS NÃO-NEWTONIANOS

Florianópolis, maio de 2023

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA E ENGENHARIA DE MATERIAIS

Mateus da Silva Cardoso

ANÁLISE TERMOHIDRODINÂMICA PARA MANCAL RADIAL OPERANDO COM ÓLEOS NÃO-NEWTONIANOS

Dissertação de Mestrado apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Ciência e Engenharia de Materiais da Universidade Federal de Santa Catarina como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Ciência e Engenharia de Materiais.

Orientador: Prof. Cristiano Binder, Dr.

Co-orientador: Prof. Alvaro Toubes Prata, Ph.D.

Florianópolis, maio de 2023

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Cardoso, Mateus da Silva Análise termohidrodinâmica para mancal radial operando com óleos não-newtonianos / Mateus da Silva Cardoso ; orientador, Cristiano Binder, coorientador, Alvaro Toubes Prata, 2023. 119 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico, Programa de Pós-Graduação em Ciência e Engenharia de Materiais, Florianópolis, 2023.

Inclui referências.

1. Ciência e Engenharia de Materiais. 2. reologia. 3. lubrificação hidrodinâmica. 4. fluidos não newtonianos. 5. método volumes finitos. I. Binder, Cristiano. II. Prata, Alvaro Toubes. III. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Ciência e Engenharia de Materiais. IV. Título. Mateus da Silva Cardoso

Título: Análise termohidrodinâmica para mancal radial operando com óleos não-newtonianos

O presente trabalho em nível de mestrado foi avaliado e aprovado por banca examinadora composta pelos seguintes membros:

Prof. Cristiano Binder, Dr. Universidade Federal de Santa Catarina

Profa. Henara Lillian Costa, Dra. Universidade Federal do Rio Grande

Prof. João Batista Rodrigues Neto, Dr. Universidade Federal de Santa Catarina

Certificamos que esta é a **versão original e final** do trabalho de conclusão que foi julgado adequado para obtenção do título de mestre em Ciência e Engenharia de Materiais.

Coordenação do Programa de Pós-Graduação

Prof. Cristiano Binder, Dr. Orientador

Prof. Alvaro Toubes Prata, Ph.D. Co-orientador

Florianópolis, maio de 2023

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, por todo amor e apoio incondicional.

Ao professor Cristiano Binder pelas oportunidades concedidas e pela orientação no desenvolvimento deste trabalho.

Ao Prof. Alvaro Toubes Prata pela confiança, paciência, orientação e entusiasmo constante nas discussões sobre o trabalho.

Ao Dr. Diego Salvaro pela amizade, por dividir seu conhecimento e por toda ajuda nesse período.

Aos amigos do LabMat pela amizade e apoio.

Ao LabMat, Laboratório de Materiais da UFSC pela oportunidade de fazer parte de seu grupo de alunos e possibilitar a realização deste trabalho, oferecendo toda assistência e infraestrutura necessária.

À Universidade Federal de Santa Catarina e ao programa de pós-graduação PGMAT/UFSC, por oferecer oportunidades e desafios que auxiliaram na construção da minha formação pessoal e profissional. Em especial, ao Departamento de Engenharia Mecânica e a todos seus professores, pelo conhecimento e suporte oferecidos.

À CAPES pelo financiamento da pesquisa.

A todos aqueles que contribuíram, de maneira direta ou indireta, para a realização deste trabalho.

RESUMO

Nos últimos anos, a sustentabilidade tem sido um dos temas de grande preocupação no progresso tecnológico, e a redução do consumo de energia é um dos maiores desafios, sendo a indústria de refrigeração responsável por cerca de 20% da eletricidade utilizada em todo o mundo. A miniaturização, a redução de massa e o aumento da velocidade de rotação dos compressores submetem os óleos lubrificantes a taxas de cisalhamento cada vez mais altas. Por sua vez, nessas condições, muitos óleos podem apresentar comportamento não newtoniano. A capacidade de avaliar os efeitos não newtonianos pode ajudar na escolha e desenvolvimento de lubrificantes e mancais mais eficientes. Assim, a presente dissertação trata da simulação numérica de mancais radiais finitos operando com fluidos não newtonianos submetidos a carregamentos estáticos. Para esse fim, um modelo termohidrodinâmico foi proposto, no qual a equação de Reynolds modificada para fluidos que obedecem à lei de potência, juntamente com a equação de energia, são resolvidas usando o método de volume finito em um processo iterativo. O comportamento da viscosidade é modelado utilizando equação da lei de potência e os coeficientes empíricos são obtidos através do ajuste de curvas experimentais. O problema de fronteira livre associado à cavitação é resolvido utilizando coordenadas não ortogonais que se adaptam ao domínio de solução e a posição da fronteira de cavitação é calculada através da equação da conservação da massa. Quando comparada com resultados disponíveis na literatura a metodologia forneceu boa concordância. Também foi desenvolvido um algoritmo para otimização das propriedades reológicas de um fluido operando em mancal radial. O algoritmo busca para um dado carregamento quais são os parâmetros da lei de potência para que a força de atrito viscoso seja a menor possível. Os resultados obtidos mostram que, mesmo para pequenos desvios do comportamento newtoniano, variações significativas na capacidade de carga e na força de atrito podem ser observadas. Sob as mesmas condições operacionais, a capacidade de carga e a força de atrito são 67% e 64% mais baixas, respectivamente, para o mancal operando com um óleo alquilbenzeno do que com um óleo polioléster, enquanto o parâmetro de consistência em $T_o(m_o)$ é 90% menor.

Palavras-chave: reologia; lubrificação hidrodinâmica; fluidos não newtonianos; método volumes finitos; mancais radiais.

ABSTRACT

In recent years, sustainability has been one of the major concerns in technological progress, and energy consumption reduction is one of the greatest challenges, with the refrigeration industry being responsible for about 20% of the electricity used worldwide. The miniaturization, mass reduction, and increased rotational speed of compressors subject lubricating oils to increasingly high shear rates. Consequently, under these conditions, many oils can exhibit non-Newtonian behavior. The ability to assess non-Newtonian effects can assist in the selection and development of more efficient lubricants and bearings. Therefore, this dissertation focuses on the numerical simulation of finite journal bearings operating with non-Newtonian fluids under static loadings. To this end, a thermo-hydrodynamic model was proposed in which the modified Reynolds equation for power-law fluids, along with the energy equation, is solved using the finite volume method in an iterative process. The viscosity behavior is modeled using the power-law equation, and the empirical coefficients are obtained by fitting experimental curves. The free boundary problem associated with cavitation is solved using non-orthogonal coordinates that adapt to the solution domain, and the position of the cavitation boundary is calculated through the mass conservation equation. When compared with available literature results, the methodology provided good agreement. An algorithm was also developed for optimizing the rheological properties of a fluid operating in a journal bearing. The algorithm searches for the power-law parameters that minimize the viscous friction force for a given loading condition. The obtained results show that even for small deviations from Newtonian behavior, significant variations in load capacity and friction force can be observed. Under the same operating conditions, the load capacity and friction force are 67% and 64% lower, respectively, for the bearing operating with an alkylbenzene oil compared to a polyolester oil, while the consistency parameter at reference temperature (m_o) is 90% lower.

Keywords: rheology; hydrodynamic lubrication; non-Newtonian fluids; finite volume method; radial bearings.

LISTA DE FIGURAS

Figura 5.13 Comparação do coeficiente de fricção, $f(R/c) = Fa/\Delta$, com valores ob	tidos
por Jang e Chang (1987), para $n = 1.0$	75
Figura 5.14 Comparação do coeficiente de fricção, $f(R/c) = Fa/\Delta$, com valores ob	otidos
por Jang e Chang (1987), para $n = 1.2$	75
Figura 5.15 Comparação do Número de Sommerfeld (Δ) com valores obtidos por Ja	ang e
Chang (1987), para $n = 0.8$.	76
Figura 5.16 Comparação do Número de Sommerfeld (Δ) com valores obtidos por Ja	ang e
Chang (1987), para $n = 1.0$	76
Figura 5.17 Comparação do Número de Sommerfeld (Δ) com valores obtidos por Ja	ang e
Chang (1987), para $n = 1.2$.	77
Figura 6.1 Representação esquemática do mecanismo de compressão alternativo	79
Figura 6.2 Viscosidade dinâmica em função da taxa de cisalhamento para óleo AL	.Q 1.
	81
Figura 6.3 Viscosidade dinâmica em função da taxa de cisalhamento para óleo AL	LQ 2.
	81
Figura 6.4 Viscosidade dinâmica em função da taxa de cisalhamento para óleo AL	JQ 3.
	82
Figura 6.5 Viscosidade dinâmica em função da taxa de cisalhamento para óleo mir	neral.
	82
Figura 6.6 Viscosidade dinâmica em função da taxa de cisalhamento para óleo PC	DE 1.
	83
Figura 6.7 Viscosidade dinâmica em função da taxa de cisalhamento para óleo PC	DE 2.
	83
Figura 6.8: Viscosidade dinâmica em função da taxa de cisalhamento para o	óleo
polioléster, POE 1, na temperatura de 25°C. Em preto o caminho de ida do ensaio	e em
vermelho a volta. Indicado desestruturamento do fluido.	85
Figura 6.9 Parâmetro de consistência na temperatura $To = 25^{\circ}C$ (mo)	86
Figura 6.10 Índice de comportamento do fluido (n)	86
Figura 6.11 Índice de viscosidade-temperatura (β)	87
Figura 6.12 Densidade dos óleos nas temperaturas de 25, 50 e 75°C	88
Figura 6.13 Calor específico em função da temperatura.	89
Figura 6.14 Capacidade volumétrica de calor (ρcp) em função da temperatura	90

Figura 6.15 Distribuição de pressão e temperatura no filme de óleo para o mancal
operando com os óleos à base polioléster para $\varepsilon = 0.9$
Figura 6.16 Distribuição de pressão e temperatura no filme de óleo para o mancal
operando com os óleos à base de alquilbenzeno e mineral para $\varepsilon = 0.9$
Figura 6.17 Força hidrodinâmica em função da relação de excentricidade (ɛ) para o
mancal operando com os diferentes óleos
Figura 6.18 Força de atrito em função da relação de excentricidade (ϵ) para o mancal
operando com os diferentes óleos
Figura 6.19 Potência mecânica perdida por atrito em função da relação de
excentricidade (ε) para o mancal operando com os diferentes óleos
Figura 6.20 Diferença entre temperatura máxima $(Tmax)$ e de entrada (To) do óleo em
função da relação de excentricidade (ε) para o mancal operando com os diferentes óleos
Figura 6.21 Número de Sommerfeld (Δ) em função da relação de excentricidade (ϵ) para
o mancal operando com os diferentes óleos97
Figura 7.1 Fluxograma computacional da função objetivo
Figura 7.2 Aproximação linear da função força hidrodinâmica ($W(\varepsilon)$) para encontrar ε
para determinada carga de operação (<i>Wop</i>)104
Figura 7.3 Força de atrito para cargas de operação de 50, 80,150, 250, 375 e 500N para
o mancal operando com os óleos alquilbenzeno, mineral, polioléster e otimizado 108
Figura 7.4 Variação da espessura do filme fluido (h) e da taxa de cisalhamento (γ) em
função do ângulo no mancal (θ)
Figura 7.5 Variação da viscosidade (μ) e da pressão na linha de centro em função do
ângulo no mancal (θ) para um fluido dilatante e condição isotérmica

LISTA DE TABELAS

Tabela 5.1 Análise de convergência de malha. 73
Tabela 5.2 Comparação valores de número de Sommerfeld (Δ), ângulo de atuação (ψ) e
de cavitação (α) obtidos por Couto (2006) e usando o presente trabalho
Tabela 6.1 Características geométricas e de operação do mancal do excêntrico utilizadas
nas análises
Tabela 6.2 Capacidade volumétrica de calor média ($\rho \times cP$) [J/Kcm ³]90
Tabela 6.3 Coeficiente de atrito ($Ca = FaW$) multiplicado por 1000 ($Ca \times 1000$) 96
Tabela 6.4 Ângulo de cavitação (α) no centro do mancal em função da relação de
excentricidade (ε)
Tabela 6.5 Ângulo de atuação (ψ) em função da relação de excentricidade (ϵ)
Tabela 6.6 Vazão volumétrica [<i>lh</i>] de óleo pelas laterais do mancal em função da relação
de excentricidade (ɛ)
Tabela 7.1 Resultados otimização para $Wop = 83 e 492 N$
Tabela 7.2 Resultados otimização. 109
Tabela 7.3 Resultados otimização para $Wop = 375 e 500 N$, para $mo = 1.59 mPa.s$.
110

LISTA DE SÍMBOLOS E ABREVIATURAS

Alfabeto Grego

α	Ângulo de cavitação	
β	Índice de viscosidade-temperatura [°C ^{-1}] e coeficiente de expansão térmica na Eq. 5.80	
Ϋ́	Taxa de cisalhamento	[s ⁻¹]
δ	Parâmetro de amplitude adimensional e fator de subrelaxação a partir da Eq. 5.150	
δ_{ij}	Componentes do delta de Kronecke	
Δ	Número de Sommerfeld ou carga adimensional	
8	Relação de excentricidade	
η	Eixo circunferencial, após a transformação de variáveis	
θ	Eixo circunferencial do sistema de coordenadas	
λ	Segundo coeficiente de viscosidade (escalar)	
Λ	Parâmetro adimensional do filme	
μ	Viscosidade absoluta do fluido ou viscosidade dinâmica	[Pa.s]
≣ µ	Tensor viscosidade	
ρ	Densidade	$\left[\frac{g}{cm^3}\right]$
τ	Tensão de cisalhamento	[Pa]
Φ	Propriedade qualquer a ser calculada (T ou p) e função dissipação viscosa na Eq. 5.80 a 5.83	
ψ	Ângulo de atuação	

Alfabeto Latino

с	Folga radial	[m]
c _p	Calor específico a pressão constante	[J/gK]

Ca	Coeficiente de atrito	
D	Diâmetro do mancal	[m]
$\overline{\overline{D}}$	Tensor taxa de deformação	
е	Excentricidade	[m]
E	Erro	
E, W, N e	Pontos vizinhos a P, à direita, esquerda, acima e abaixo,	
S	respectivamente.	
f	Vetor força de campo por unidade de massa	
F	Força hidrodinâmica de sustentação do eixo	[N]
F _e	Força de atrito na superfície do eixo	[N]
Fa	Força de atrito	[N]
f(X)	Função objetivo	
h	Espessura do filme fluido	[m]
Ī	Tensor identidade	
Ι	Segundo invariante do tensor de taxa de deformação	
k	Condutividade térmica	$\left[\frac{W}{mK}\right]$
L	Comprimento do mancal	[m]
m _o	Parâmetro de consistência na temperatura T _O (temperatura de referência do óleo)	[Pa.s]
m	Parâmetro de consistência na temperatura, T, qualquer	[Pa.s]
ṁ _x e ṁ _y	Fluxo de massa na direção x e y, respectivamente	$\left[\frac{\text{kg}}{\text{s.}\text{m}^2}\right]$
'n	Fluxo de massa total	$\left[\frac{\text{kg}}{\text{s.}\text{m}^2}\right]$
î	Vetor unitário	
n	Índice de comportamento do fluido.	

Ν	Número de rotações por minuto	[rpm]
$\overline{\overline{P}}$	Tensor tensão viscoso	
p	Pressão de referência usada para expansão	[Pa]
р	Pressão	[Pa]
P _e	Potência mecânica requerida para vencer o atrito associado à rotação do eixo	[W]
Р	Ponto nodal associado a um volume elementar da malha computacional	
q	Vazão volumétrica por unidade de comprimento	$\left[\frac{m^3/_{\rm S}}{m}\right]$
Q_L	Vazão de lubrificante pelas laterais do mancal	$\left[\frac{l}{h}\right]$
r	Taxa de geração de calor por unidade de massa	
ř	Vetor posição	
R _{q,a} e R _{q,b}	R _q é a rugosidade RMS (Desvio Aritmético Quadrático) da superfície e "a" e "b" são as superfícies tribológicas	
R _m	Raio do mancal	[m]
R _e	Raio do eixo	[m]
S(t)	Superficie material que delimita v(t)	
S	Magnitude da velocidade na superfície na Eq.5.40 a 5.42	
ŝ	Direção do vetor velocidade	
Т	Temperatura	[°C]
To	Temperatura de referência do óleo	[°C]
t	Tempo	[s]
$\overrightarrow{t_n}$	Vetor tensão	
$\overline{\overline{T}}$	Tensor tensão de Cauchy	

$\overrightarrow{\nabla}\cdot\overline{\overline{T}}$	Divergente do tensor tensão de Cauchy	
T _e	Torque que a força de atrito exerce na superfície do eixo	[N. m]
ū	Vetor velocidade	
u e v	Velocidades nas direções x e y, respectivamente	[m/s]
U e V	Velocidades superficiais no mancal nas direções x e y, respectivamente	[m/s]
\overline{U} e \overline{V}	Velocidades médias nas direções θ e y, respectivamente	[m/s]
v(t)	Volume material qualquer	
W	Carga aplicada no eixo ou mancal	[N]
W ₁ e W ₂	Componentes da carga, ao longo e perpendicular à linha de centros, respectivamente	[N]
x, y e z	Sistema de coordenadas	
Х	Vetor variáveis de projeto	

<u>Abreviaturas</u>

EHL	Lubrificação elastohidrodinâmica (elashidrodinamic lubrication)
POE	Óleo à base de polioléster
ALQ	Óleo à base de alquilbenzeno
DSC	Calorimetria diferencial exploratória (Differential scanning calorimetry)
ASTM	American Society for Testing and Materials
RMS	Desvio Aritmético Quadrático (Root Mean Square)

SUMÁRIO

1	IN	TRO	DDUÇÃO	. 18
2	OI	BJE	ΓΙVOS	. 21
3	RF	EVIS	ÃO BIBLIOGRÁFICA	22
	3.1	LU	JBRIFICAÇÃO COM FILME FLUIDO	22
	3.2	RE	EOLOGIA	23
	3.3	PR	OJETO DE MANCAIS	27
4	ES	TRI	UTURA DO TRABALHO	32
5	FC)RM	IULAÇÃO DO PROBLEMA	35
	5.1	EQ	QUAÇÃO DE REYNOLDS	35
	5.	1.1	MODELO DE VISCOSIDADE	. 44
	5.	1.2	CONDIÇÕES DE CONTORNO	45
	5.	1.3	DETERMINAÇÃO DA FRONTEIRA DE CAVITAÇÃO	50
	5.2	EQ	QUAÇÃO DA ENERGIA	52
	5.	2.1	CONDIÇÕES DE CONTORNO	55
	5.3	PA	RÂMETROS DE OPERAÇÃO E DESEMPENHO	55
	5.	3.1	CARGA E ÂNGULO DE ATUAÇÃO	55
	5.	3.2	VAZÃO DE LUBRIFICANTE	. 57
	5.	3.3	ATRITO VISCOSO	58
	5.4	M	ÉTODO DOS VOLUMES FINITOS	59
	5.	4.1	EQUAÇÃO DE REYNOLDS	59
	5.	4.2	EQUAÇÃO DA ENERGIA	63
	5.	4.3	MÉTODO LINHA-POR-LINHA (MLPL)	66
	5.	4.4	ANÁLISE DE CONVERGÊNCIA DE MALHA	72
	5.5	VA	ALIDAÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO	73
6	AN	NÁL	ISE DO DESEMPENHO DE UM MANCAL RADIAL	. 78
	6.1	M	ANCAL RADIAL	78

	6.2	ÓLEOS	
	6.2	2.1 COMPORTAMENTO REOLÓGICO	80
	6.2	2.2 PROPRIEDADES TERMOFÍSICAS	
	6.3	PARÂMETROS DE DESEMPENHO	
7	OT	IMIZAÇÃO DA REOLOGIA DO ÓLEO	100
	7.1	FUNÇÃO OBJETIVO	100
	7.2	ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO	105
	7.3	PARÂMETROS ÓTIMOS	106
8	CO	NCLUSÕES	112
9	TR	ABALHOS FUTUROS	
R	EFER	RÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	115

1 INTRODUÇÃO

Nos últimos anos, a sustentabilidade tem sido um dos tópicos de maior preocupação do progresso tecnológico, sendo a redução do consumo de energia uns dos principais objetivos (BERMAN et al., 2015). Estima-se que os contatos tribológicos sejam responsáveis por aproximadamente 23% do consumo total de energia mundial, sendo 20% utilizado para superar o atrito e 3% usado para o corrigir falhas causadas pelo desgaste de peças. O controle do desgaste é crítico, pois pode resultar em falhas catastróficas que afetam a produtividade e o custo de produção. As perdas por atrito e desgaste têm um grande impacto no consumo de energia, o que gera um aumento considerável nos gastos e nas emissões de gases do efeito estufa, principalmente CO₂. Estimou-se em 2017 que as perdas devido ao atrito e ao desgaste poderiam ser reduzidas em 40% a longo prazo (~15 anos) se as novas tecnologias de superfície, materiais e lubrificação forem amplamente implementadas na indústria (HOLMBERG; ERDEMIR, 2017).

Existem diversas soluções para a redução do atrito e desgaste, dentre as quais a lubrificação fluida continua a ser a mais utilizada nos sistemas mecânicos. Já a lubrificação sólida pode ser aplicada em sistemas onde a lubrificação fluida não pode ser utilizada, como em temperaturas extremas, vácuo, na presença de radiação e pressões de contato muito elevadas, ou não é desejada, como na indústria alimentícia e médica (BHUSHAN, 2000). Pode-se também combinar a lubrificação sólida e fluida, onde ocorre um efeito sinérgico benéfico para o sistema. Esse benefício é observado principalmente em condições de lubrificação mista, onde ainda existe contato mecânico entre as asperidades das superfícies em deslizamento juntamente com a lubrificação hidrodinâmica promovida pelo óleo (DE OLIVEIRA et al., 2018).

Essas questões tornam-se mais relevantes com aumento da demanda por sistemas mecânicos mais eficientes e miniaturizados, nos quais são impostos contatos tribológicos mais severos. Isso aumenta a necessidade do desenvolvimento de materiais de alto desempenho que permitam a redução do atrito e desgaste de sistemas mecânicos (DE MELLO et al., 2011). Dentro desse universo os compressores herméticos de refrigeração, utilizados em sistemas de refrigeração doméstica e comercial, são um bom exemplo.

Os sistemas de refrigeração são indispensáveis à sociedade moderna e servem como indicador da qualidade de vida da população. No ano de 2019 foram vendidos

aproximadamente 200 milhões de refrigeradores no mundo todo (STATISTA, 2020). Mesmo apresentando um consumo individual relativamente baixo, tais equipamentos têm uma grande participação no consumo nacional, graças ao grande número de unidades em operação, conforme visualizado na Figura 1.1. Dessa forma, mesmo reduções de atrito e desgaste relativamente pequenas nos mancais podem gerar aumentos significativos de eficiência dos compressores e consequentemente de economia energética.



Figura 1.1 Participação dos eletrodomésticos mais importantes no consumo médio domiciliar no Brasil. Fonte: (ELETROBRAS, 2009)

Dentro da lubrificação com filme fluido os mancais radiais são os mais utilizados. Esses mancais devem ser capazes de estabilizar eixos submetidos a forças dinâmicas inesperadas, atuar em condições de operação diversas e suportar longas vidas de operação (FARIA, 2014). Em compressores herméticos de refrigeração os mancais são essenciais no processo de conversão de energia elétrica em energia térmica e são capazes de operar em condições severas, com grandes amplitudes térmicas e altas rotações. Essas altas velocidades de rotação (maiores que 3000 rpm) combinadas com folga radiais micrométricas (da ordem de algumas dezenas de micrometros) submetem os lubrificantes a taxas de cisalhamento elevadas, da ordem de $10^7 s^{-1}$.

O comportamento não newtoniano dos fluidos é frequentemente observado em processos de lubrificação e pode ser causado por condições de operação severas, uso de aditivos, lubrificantes contendo moléculas de cadeia longa e presença de impurezas e debris (SINGH; SINHA, 1981). A clássica equação de Reynolds, que descreve a distribuição de pressão no filme lubrificante, assume que o lubrificante é um fluido

newtoniano, portanto não pode ser usada quando o lubrificante exibe características não newtonianas (HAMROCK; SCHMID; JACOBSON, 2004).

As condições de operação dos mancais de compressor podem induzir comportamento não newtoniano nos óleos lubrificantes. Além disso, ensaios reológicos preliminares realizados em óleos utilizados em compressores herméticos de refrigeração indicam comportamento não newtoniano. Óleos à base de alquilbenzeno mostraram tendência de aumento da viscosidade com a taxa de cisalhamento, já óleos à base de polioléster apresentaram comportamento inverso, ou seja, pseudoplástico.

Ao longo dos anos de desenvolvimento os compressores evoluíram significativamente, Figura 1.2. A maior parte das otimizações, entretanto, envolveu alterações na geometria, materiais e funcionamento dos compressores. Há, entretanto, oportunidade para ganho de eficiência no estudo de novos fluidos lubrificantes para mancais de compressores.



Figura 1.2 Evolução da eficiência dos compressores Embraco. Fonte: EMBRACO – CORPORATE COMMUNICATION & SUSTAINABILITY (2016)

2 OBJETIVOS

Dessa forma, esse trabalho busca investigar os efeitos da utilização de diferentes óleos em um mancal radial de compressor de refrigerador doméstico, e busca-se também encontrar as propriedades ótimas de um óleo para reduzir as perdas geradas pelo atrito viscoso mantendo a capacidade de carga do mancal.

Este trabalho propõe-se, inicialmente, ao desenvolvimento de um algoritmo de cálculo capaz de avaliar os efeitos não newtonianos e térmicos de diferentes óleos para utilização em mancais radiais hidrodinâmicos. Adicionalmente, busca-se encontrar as propriedades reológicas ótimas de um óleo para reduzir as perdas geradas pelo atrito viscoso mantendo a capacidade de carga do mancal.

Os principais objetivos específicos são:

- Utilizar conjunto de métodos para análise termohidrodinâmica da lubrificação hidrodinâmica em mancais radiais estaticamente carregados operando com fluidos newtonianos e não newtonianos.
- Determinação dos parâmetros de operação e desempenho para um mancal operando com três óleos à base de alquilbenzeno, dois à base de polioléster e um óleo mineral.
- Utilizar um algoritmo de otimização para definir as propriedades reológicas ótimas que um óleo deve apresentar para reduzir as perdas geradas pelo atrito viscoso mantendo a capacidade de carga do mancal.

3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

3.1 LUBRIFICAÇÃO COM FILME FLUIDO

Quando duas superfícies estão em contato e movimento relativo, aparecem os dois fenômenos estudados pela tribologia: atrito e o desgaste. O desgaste é o fenômeno que ocorre quando uma superfície se move em relação à outra e resulta em dano para uma ou ambas as superfícies. Envolve progressiva perda de material e na maioria das vezes não é desejável. Em algumas aplicações específicas, no entanto, altas taxas de desgaste são necessárias, como por exemplo em processos de polimento e esmerilhamento. O atrito é a resistência encontrada em um corpo ao mover-se sobre outro corpo. Possui um papel crucial nos sistemas mecânicos e na natureza. Nos sistemas mecânicos, uma parcela significativa de energia é consumida pelo atrito; portanto entender e controlar o atrito é de fundamental importância. Em algumas situações baixo atrito é requerido como em juntas mecânica e em mancais. Em outros casos elevado atrito é desejado como em freios, garras, pneus e sola de sapato.

Uma alternativa para reduzir as perdas por atrito e desgaste e, com isso, aumentar a sustentabilidade, durabilidade e a confiabilidade dos sistemas, é a utilização de lubrificantes (sólidos ou fluidos) que reduzem ou até mesmo eliminam o contato direto entre as peças. A lubrificação fluida ocorre quando se forma uma película de lubrificante líquido que possui a finalidade de impedir o contato entre superficies tribológicas, podendo promover o suporte total ou parcial de uma carga sobre estas superficies. Nessas condições, o filme lubrificante será o responsável pela redução do atrito e do desgaste. Parâmetros como o aumento da força normal, redução na velocidade de deslizamento e a redução da viscosidade do fluido lubrificante, podem levar ao contato das duas superficies, provocando um alto coeficiente de atrito e elevado desgaste (HUTCHINGS; SHIPWAY, 2017).

Dependendo das características das superficies lubrificadas e da espessura do filme de lubrificante, podem ser identificados vários regimes de lubrificação distintos. Estes regimes de lubrificação por filme fluido são descritos pela curva de Stribeck (STRIBECK, 1902), conforme apresentado na Figura 3.1. Stribeck (1902) executou uma série de experiências com mancais radiais e mediu o coeficiente de atrito como uma função da carga, da velocidade, e da viscosidade. Posteriormente, Hersey (1914) realizou experiências semelhantes e criou um formato de apresentação gráfica, baseado no parâmetro, $\mu V/W$, onde μ é a viscosidade, V é a velocidade linear entre as superfícies e W é a carga (HERSEY, 1914). A representação gráfica de Stribeck / Hersey caracteriza os regimes de lubrificação apresentando o coeficiente de atrito como uma função de viscosidade (μ), velocidade (V), e carga (W).



Figura 3.1 Regimes de lubrificação por filme fluido – Curva de Stribeck Fonte: adaptado (YAZAWA; MINAMI; PRAKASH, 2014)

Altos valores do número de Hersey ocorrem para velocidades altas, viscosidades altas, e baixas cargas. Nesse caso, as superfícies apresentam-se completamente separadas por um espesso filme de lubrificante, e o sistema tribológico opera em regime de lubrificação hidrodinâmica. A lubrificação elastohidrodinâmica (EHL) é uma forma de lubrificação hidrodinâmica em que a deformação elástica das superfícies lubrificadas se torna significativa e está normalmente associada a superfícies não conformes. Nesta forma de lubrificação, as pressões geralmente são da ordem de GPa e a deformação elástica e os efeitos de pressão-viscosidade são igualmente importantes. Essas condições são dramaticamente diferentes das encontradas em regime hidrodinâmico. Sob cargas normalmente encontradas em elementos de máquinas não conformes, as deformações elásticas são várias ordens de magnitude maiores do que a espessura mínima do filme. Além disso, a viscosidade do lubrificante pode variar em até 10 ordens de magnitude. Nesse trabalho a ênfase será dada na lubrificação hidrodinâmica.

3.2 REOLOGIA

Pode-se classificar os fluidos de duas maneiras diferentes, seja de acordo com sua resposta à pressão aplicada externamente ou de acordo com os efeitos produzidos sob a

ação de uma tensão de cisalhamento. A primeira forma de classificação leva aos chamados fluidos 'compressíveis' e 'incompressíveis', dependendo se o volume de um elemento de fluido é ou não dependente de sua pressão. Enquanto a compressibilidade influencia as características de fluxo dos gases, os líquidos normalmente podem ser considerados incompressíveis e é sua resposta ao cisalhamento que é de maior importância (CHHABRA; RICHARDSON, 2008).

A reologia é o estudo da deformação e do escoamento da matéria. Este campo é dominado pela investigação sobre o comportamento do fluxo de fluidos complexos, como polímeros, alimentos, sistemas biológicos, pastas, suspensões, emulsões e outros compostos. As relações entre tensão e deformação para esses tipos de materiais diferem da lei da viscosidade de Newton, que descreve o comportamento de cisalhamento para líquidos simples (MORRISON, 2001).

Para um fluido Newtoniano incompressível em escoamento laminar, a tensão de cisalhamento resultante é igual ao produto da taxa de cisalhamento e a viscosidade do meio fluido, como mostra a Eq.(3.1).

$$\tau = \mu \dot{\gamma} \tag{3.1}$$

Onde a constante de proporcionalidade, μ , chamada de viscosidade newtoniana é, por definição, independente da taxa de cisalhamento ($\dot{\gamma}$) ou da tensão de cisalhamento (τ) e depende apenas do material, sua temperatura e pressão.

Os gráficos de tensão de cisalhamento (τ) contra taxa de cisalhamento ($\dot{\gamma}$) para um fluido são chamados de curva de escoamento ou reograma. Para um fluido newtoniano o reograma é, portanto, uma linha reta de inclinação, μ , passando pela origem. Dessa forma, uma única constante, μ , caracteriza completamente o comportamento do escoamento de um fluido newtoniano a uma temperatura e pressão fixas. Gases, líquidos orgânicos simples, soluções de sais inorgânicos de baixo peso molecular, metais fundidos e sais são todos fluidos newtonianos (CHHABRA; RICHARDSON, 2008). Na Figura 3.2 os dados

de tensão de cisalhamento-taxa de cisalhamento demonstram o comportamento de um fluido newtoniano.



Figura 3.2 Reograma típico de dois líquidos newtonianos (óleo de cozinha e xarope de milho)

Fonte: Adaptado de (CHHABRA; RICHARDSON, 2008)

Um fluido não newtoniano é aquele cuja curva tensão de cisalhamento versus taxa de cisalhamento não é linear ou não passa pela origem, ou seja, onde a viscosidade aparente não é constante a uma dada temperatura e pressão, mas depende das condições de escoamento, como geometria de escoamento, taxa de cisalhamento e até mesmo da história cinemática do fluido. Esses materiais podem ser divididos em três classes gerais (CHHABRA; RICHARDSON, 2008):

- fluidos para os quais a tensão de cisalhamento em qualquer ponto é função apenas do valor da taxa de cisalhamento naquele ponto e instante. Esses fluidos são conhecidos como independentes do tempo, puramente viscosos, inelásticos ou fluidos newtonianos generalizados;
- fluidos mais complexos para os quais a tensão de cisalhamento depende não só da taxa de cisalhamento, mas também, da duração do cisalhamento e de sua história cinemática. Esses são chamados de fluidos dependentes do tempo;
- substâncias que apresentam características tanto de fluidos ideais quanto de sólidos elásticos e apresentam recuperação elástica parcial após deformação. Esses são chamados de fluidos viscoelásticos.

Esse esquema de classificação não é absoluto, pois a maioria dos materiais reais geralmente exibe uma combinação de dois ou mais características não newtonianas. No entanto, em geral é possível identificar a característica não newtoniana dominante. Dentre essas 3 categorias o trabalho irá focar na primeira. Os fluidos da primeira categoria, que apresentam comportamento independente do tempo, podem ser divididos em outras 3 subcategorias (Figura 3.3):

- 1. Pseudoplástico (*"Shear-thinning"*): caracterizado por uma viscosidade aparente que diminui com o aumento da taxa de cisalhamento.
- 2. Dilatantes (*"Shear-thickening"*): Os fluidos dilatantes são semelhantes aos pseudoplásticos, pois não apresentam tensão de escoamento, mas sua viscosidade aparente aumenta com o aumento da taxa de cisalhamento.
- 3. Viscoplásticos: caracterizado pela existência de uma tensão de escoamento (τ_o) que deve ser excedido antes que o fluido se deforme ou flua. Por outro lado, tal material deforma-se elasticamente (ou flui em massa como um corpo rígido) quando a tensão aplicada externamente é menor que a tensão de escoamento. Uma vez que a magnitude da tensão externa tenha excedido o valor da tensão de escoamento, a curva de fluxo (reograma) pode ser linear ou não linear, mas não passam pela origem.



Figura 3.3 Tensão de cisalhamento e viscosidade vs taxa de cisalhamento Fonte: adaptado de (POLYMER PROPERTIES DATABASE, 2015)

Os lubrificantes não newtonianos são representados por uma variedade de modelos constitutivos, alguns dos quais consistem em relações puramente empíricas obtidas por ajuste de dados, enquanto outros são derivados a partir de uma base teórica (CHHABRA; RICHARDSON, 2008). O tipo mais simples de comportamento de fluxo não newtoniano ocorre quando a viscosidade é uma função exponencial do gradiente de velocidade de cisalhamento (lei de potência ou modelo de Ostwald-de Waele) (AZEEZ; BERTOLA, 2021). Justamente por sua simplicidade, esse modelo é um dos mais amplamente utilizados na aplicação de engenharia e adotado nesse trabalho.

3.3 PROJETO DE MANCAIS

Com o desenvolvimento de métodos mais precisos de fabricação durante a revolução industrial, a lubrificação hidrodinâmica passou a ser adotada com maior frequência. Consequentemente, também, passou a ser mais estudada. Os primeiros trabalhos nessa área foram desenvolvidos por Von Pauli (1849) que buscou determinar o coeficiente de atrito para avaliar as ligas metálicas usadas na fabricação dos mancais. Nesse mesmo período, Hirn (1854) utilizou a determinação do coeficiente de atrito para avaliar os óleos lubrificantes. Entretanto, foi Nikolai Petrov que em 1883 formulou a relação entre atrito e os parâmetros geométricos e operacionais de um mancal radial, identificando pela primeira vez que o atrito em mancais é de natureza viscosa. A relação proposta por ele ficou conhecida como Lei de Petrov e fornece, até hoje, resultados precisos para coeficiente de atrito de mancais radiais submetidos a pequenas cargas.

Em 1885, Beauchamp Tower, realizando ensaios em mancais, descobriu, acidentalmente, a existência de pressões hidrodinâmicas de valores consideráveis que

podiam gerar forças hidrodinâmicas capazes de separar as superfícies. Os resultados medidos por Tower foram usados para validar a teoria da lubrificação hidrodinâmica proposta por Osborne Reynolds. Reynolds formulou em 1886 o problema da lubrificação hidrodinâmica a partir da mecânica dos fluidos e obteve a equação fundamental da lubrificação com filme fluido, conhecida como equação de Reynolds (STACHOWIAK; BATCHELOR, 2006). Quase todo problema de lubrificação hidrodinâmica pode ser expresso matematicamente na forma da equação diferencial desenvolvida por Reynolds ou derivada dela.

Procedimentos analíticos baseados na forma simplificada da equação de Reynolds têm sido amplamente utilizados para prever o comportamento do rolamento nas etapas preliminares de projeto. A maioria das soluções analíticas para mancais radiais lubrificados a óleo são baseados no modelo de mancal longo infinito ou mancal curto (SAN ANDRES, 1989). Em aplicações práticas é possível utilizar a aproximação de mancais radiais curtos para relações de L/D < 1/4 e mancais radiais longos para L/D > 4, sem que grandes erros sejam cometidos. Para situações em que 1/4 < L/D < 4 o mancal é considerado finito e a solução da equação de Reynolds deve ser obtida numericamente.

O avanço dos métodos numéricos para resolver equações diferenciais permitiu que análises mais precisas fossem realizadas. Além de resolver a equação de Reynolds na sua forma bidimensional, os métodos numéricos podem incorporar as mais diversas características de forma e operação dos mancais (STACHOWIAK; BATCHELOR, 2006). Encontram-se na literatura diversos trabalhos, nos quais a equação de Reynolds é resolvida para fluidos não-Newtonianos ou que consideram a variação da viscosidade com a temperatura e/ou pressão e mancais com as mais diversas geometrias (MARTIN, 1983). Os primeiros trabalhos utilizando métodos numéricos para resolver a equação de Reynolds começaram no final da década de 50, sendo o trabalho de Raimondi e Boyd (1958) um dos pioneiros a utilizar o método de elementos finitos para analisar o desempenho de mancais radiais completos e parciais com relação comprimento por diâmetro unitária (L/D = 1). Desde então, diversos trabalhos foram feitos utilizando métodos numéricos computacionais para resolver os problemas de lubrificação com filme fluido.

McCallion et al. (1970) investigaram, utilizando métodos numéricos, o comportamento de um mancal de comprimento finito operando sob carregamento estático e incluindo efeitos térmicos. Três modelos térmicos foram considerados, isotérmico,

adiabático e termohidrodinâmico. No caso adiabático, um modelo simplificado foi avaliado, onde as equações de Reynolds e da energia são desacopladas. A solução adiabática desacoplada apresentou resultados bastante satisfatórios quando comparada com a solução numérica mais exata. No caso termohidrodinâmico, onde foi considerada a troca de calor entre o fluido e o mancal e eixo, os autores adotaram o desacoplamento das equações para facilitar o cálculo da solução. Para resolver as equações de Reynolds e da energia os autores utilizaram o método das diferenças finitas junto com procedimento iterativo usando Gauss-Seidel. McCallion et al. observaram, também, que o modelo termohidrodinâmico concorda bem com os resultados experimentais obtidos por Dowson et al. (1966), e que a geometria e materiais do mancal não influenciam significativamente os parâmetros de desempenho.

Prata e Ferreira (1990) propuseram um método para calcular a posição e forma da fronteira de cavitação em mancais finitos. Utilizando a condição de contorno de Reynolds, assume-se que pressão manométrica passa a ser zero após a fronteira de cavitação ($\theta = \pi + \alpha(y)$), sendo que as variáveis estão definidas na Figura 3.4. Porém, inicialmente não se sabe onde e qual a forma dessa fronteira, tem-se então um problema de condição de contorno livre. A metodologia proposta pelos autores consiste em realizar uma troca de variáveis de forma que o problema deixe de ser de fronteira livre ($\eta = \theta/[\pi + \alpha(y)]$, como mostrado na Figura 3.4. Após a substituição de variáveis os autores resolveram a equação de Reynolds pelo método dos volumes finitos com as equações algébricas sendo resolvidas iterativamente usando um método linha por linha, que é uma combinação do algoritmo da matriz tri-diagonal e o método de Gauss-Seidel. O valor de $\alpha(y)$ é obtido aplicando a equação da conservação da massa nos volumes adjacentes à fronteira de cavitação ($\eta = 1$) e atualizado a cada iteração.

(θ,y) ---- (η,Y)



Figura 3.4: Domínio de solução, em (a) o domínio físico e em (b) o domínio transformado. Fonte: Adaptado de (PRATA; FERREIRA, 1990).

Normalmente, em compressores herméticos de refrigeração de alta eficiência, os mancais operam com pequenas folgas (alguns micrometros) e óleos de baixa viscosidade, como ISO 2. Com folgas tão apertadas, as pressões no filme fluido são bastante elevadas (da ordem de centenas de MPa), combinadas com altas taxas de cisalhamento (da ordem de 10^6 a $10^8 s^{-1}$). Devido à alta pressão, a viscosidade do lubrificante aumenta significativamente, e a alta tensão de cisalhamento resultante da combinação do aumento da viscosidade e da taxa de deformação aplicada pode fazer com que o lubrificante se comporte de maneira altamente não newtoniana (SPIKES; ANGHEL; GLOVNEA, 2004). Bair and Winer (1993) desenvolveram um viscosímetro de alta pressão e alto cisalhamento, em seu trabalho avaliaram óleos lubrificantes com diferentes pesos moleculares. Dentro da faixa de peso molecular avaliada, encontram fluidos com diversos comportamentos, desde newtoniano a pseudoplástico. Feng e Ramesh (1993) também observaram comportamento semelhante em seus estudos. Além disso, estudos preliminares mostraram que alguns óleos lubrificantes típicos da indústria de refrigeração podem não se comportar como fluidos newtonianos. Os óleos à base de alquilbenzeno apresentaram uma tendência de aumento da viscosidade com a taxa de cisalhamento, enquanto os óleos à base de polioléster apresentaram comportamento oposto, ou seja, pseudoplástico (CANEVER, 2022; CANEVER et al., 2022).

A clássica equação de Reynolds, que descreve a distribuição de pressão no filme fluido, assume que o lubrificante é um fluido newtoniano e não pode ser aplicada quando o lubrificante exibe características não newtonianas (HAMROCK; SCHMID; JACOBSON, 2004). Várias alternativas com diferentes abordagens para as equações clássicas de Reynolds foram estudadas. Uma das abordagens mais utilizadas e simples foi proposta por Dien and Elrod (1983b) onde a viscosidade foi considerada como uma função exponencial do gradiente de velocidade de cisalhamento (lei de potência ou modelo de Ostwald-De Waele) e uma equação de Reynolds generalizada é obtida usando o método das perturbações regulares para expressar o campo de velocidades e pressões. A equação de Reynolds generalizada para mancais finitos 2D, proposta pelos autores, apresenta forte concordância com outros modelos e soluções exatas para fluidos exibindo comportamento quase newtoniano (ou seja, aqueles com expoentes de lei de potência

Grando et al. (2005) estudaram o efeito da dissolução do fluido refrigerante no óleo no desempenho dos mancais, usando uma abordagem homogênea de fluxo bifásico. Um mancal parcial com carga constante foi analisado e o lubrificante (gás + óleo) foi caracterizado por meio de correlações de solubilidade, densidade e viscosidade. O modelo considera a cavitação através da saída de gás refrigerante de uma mistura líquida sob condições de saturação, e nenhuma condição de contorno intermediária é necessária para resolver a equação de Reynolds. Comparando-se os resultados de uma mistura de óleo e refrigerante com os de óleo puro, observa-se uma redução considerável da capacidade de carga da mistura, consequência da redução da viscosidade devido à dissolução do refrigerante no óleo. O que leva a diferentes condições de trabalho sob a mesma carga aplicada, com excentricidades maiores para o caso da mistura.

A simulação de mancais de compressor foi estudada extensivamente. No entanto, a literatura existente sobre mancais de compressores herméticos alternativos carece de uma investigação mais aprofundada sobre os efeitos não newtonianos. A capacidade de avaliar os efeitos não newtonianos pode ajudar na escolha e desenvolvimento de lubrificantes mais eficientes, onde mesmo pequenos aumentos na eficiência podem representar uma economia significativa de energia.

4 ESTRUTURA DO TRABALHO

Conforme apresentado na seção de objetivos, esse trabalho busca investigar os efeitos da utilização de diferentes óleos em um mancal radial de compressor de refrigerador doméstico, e busca-se também encontrar as propriedades ótimas de um óleo para reduzir as perdas geradas pelo atrito viscoso mantendo a capacidade de carga do mancal. A partir desse objetivo macro define-se os objetivos específicos que devem ser completados a fim de concluir o trabalho, sendo eles:

- Utilizar conjunto de métodos para análise termohidrodinâmica da lubrificação hidrodinâmica em mancais radiais estaticamente carregados operando com fluidos newtonianos e não newtonianos.
- Determinação dos parâmetros de operação e desempenho para um mancal operando com três óleos à base de alquilbenzeno, dois à base de polioléster e um óleo mineral.
- Utilizar um algoritmo de otimização para definir as propriedades reológicas ótimas que um óleo deve apresentar para reduzir as perdas geradas pelo atrito viscoso mantendo a capacidade de carga do mancal.

Esses três objetivos definem a sequência e organização da dissertação, como podese observado na Figura 4.1. A primeira etapa consiste em determinar as equações que melhor representam o problema e resolvê-las. Para obtenção da distribuição de pressão e temperatura no filme de óleo a equação de Reynolds e a equação da energia para fluidos não-Newtonianos precisam ser derivadas e resolvidas. Partindo do modelamento do comportamento da viscosidade utilizando-se uma lei de potência, deriva-se a equação de Reynolds generalizada e a equação da energia. Define-se também os parâmetros de desempenho do mancal que serão analisados. Por fim apresenta-se a metodologia de solução adotada. As equações precisam ser resolvidas numericamente, para isso utilizouse o método dos volumes finitos e um algoritmo de cálculo foi implementado no software MATLAB®R2015a.

Na segunda etapa o modelo apresentado na seção anterior é aplicado para avaliar o desempenho do mancal do excêntrico operando com seis óleos diferentes. O modelo adotado necessita das características geométricas e de operação do mancal e das propriedades reológicas e termofísicas dos óleos para ser resolvido. Dessa forma, a justificativa da escolha do mancal e suas características são apresentadas nessa seção, bem como os procedimentos e resultados experimentais obtidos. Por fim, os parâmetros de desempenho do mancal operando com diferentes óleos são comparados.

Na última etapa, busca-se determinar as propriedades reológicas para que o mancal opere com a menor perda viscosa possível. Para isso o modelo desenvolvido na primeira etapa é utilizado para calcular a força de atrito e hidrodinâmica, e tem-se como objetivo da otimização a minimização do atrito para uma dada carga de operação do mancal. O software MATLAB®R2015a apresenta diversas ferramentas de otimização que foram utilizadas nessa etapa. Por fim, o desempenho do mancal operando com um óleo com as propriedades ótima é comparado com os óleos analisados na etapa anterior.

ANÁLISE TERMOHIDRODINÂMICA PARA MANCAL RADIAL OPERANDO COM ÓLEOS NÃO-NEWTONIANOS



5 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Nessa seção busca-se concluir o primeiro objetivo do trabalho, aplicar um conjunto de métodos para análise termohidrodinâmica da lubrificação hidrodinâmica em mancais radiais estaticamente carregados operando com fluidos newtonianos e não newtonianos. Para isso é necessário determinar as equações que melhor representam o problema e resolvê-las. Para obtenção da distribuição de pressão e temperatura no filme de óleo a equação de Reynolds e a equação da energia para fluidos não-Newtonianos precisam ser derivadas e resolvidas. Nas próximas subseções as derivações e procedimentos realizados são detalhadamente apresentados.

5.1 EQUAÇÃO DE REYNOLDS

Nesta seção, a derivação da equação de Reynolds modificada para mancais radiais usando fluidos que seguem a lei de potência é apresentada. A Figura 5.1 mostra a seção transversal de um eixo no interior de um mancal radial genérico, onde z é o eixo ao longo da espessura do filme, y é a coordenada na direção do comprimento, θ é a direção circunferencial.



Figura 5.1 Espessura do filme de lubrificante em um mancal radial

Para obter a equação de Reynolds é preciso antes derivar a equação de Navier-Stokes. Para isso parte-se do Primeiro Postulado de Euler, que diz: "A *taxa de variação da quantidade de movimento linear de um volume material* v(t) *é igual à resultante das forças que atuam em* v(t)". Este é o princípio da conservação da quantidade de movimento linear e o equivalente à segunda lei de Newton da mecânica dos corpos rígidos.

Na forma integral, o primeiro postulado de Euler se escreve:

$$\frac{d}{dt} \int_{v(t)} \rho \vec{u} \, d\tau = \int_{v(t)} \rho \vec{f} \, d\tau + \int_{S(t)} \vec{t_n} \, d\sigma \tag{5.1}$$

Onde v(t) é um volume material qualquer, S(t) é a superfície do volume material, t é o tempo, a velocidade \vec{u} é a quantidade de movimento por unidade de massa, e ρ é a densidade, $\rho \vec{u}$ é a quantidade de movimento por unidade de volume, $\vec{t_n}$ é denominado de vetor tensão e representa a força de superfície por unidade de área que atua na área infinitesimal $d\sigma$, \vec{f} é a força de campo por unidade de massa e $d\tau$ é o volume infinitesimal.

Fazendo uso do teorema de transporte de Reynolds e fazendo $\vec{t_n} = \hat{n} \cdot \overline{\bar{T}}$, a Eq.(5.2) fica na forma:

$$\int_{v(t)} \rho \frac{d\vec{u}}{dt} d\tau = \int_{v(t)} \rho \vec{f} \, d\tau + \int_{S(t)} \hat{n} \cdot \overline{\bar{T}} \, d\sigma$$
(5.2)

O tensor $\overline{\overline{T}}$ é denominado de tensor tensão de Cauchy e \hat{n} é o vetor unitário normal a superfície S(t). Fazendo uso do teorema da divergência pode-se escrever:

$$\int_{V(t)} (\rho \frac{d\vec{u}}{dt} - \rho \vec{f} - \vec{\nabla} \cdot \bar{\vec{T}}) d\tau = 0$$
(5.3)

Como v(t) é um volume arbitrário:

$$\rho \frac{d\vec{u}}{dt} = \rho \vec{f} + \vec{\nabla} \cdot \bar{\vec{T}}$$
(5.4)

Esta equação traduz o primeiro postulado de Euler que estabelece a conservação da quantidade de movimento linear para um fluido em movimento. A Eq.(5.4) é denominada de "Equação do Movimento", e foi obtida pela primeira vez por Cauchy em 1828. Ao escrever o tensor tensão em função do tensor taxa de deformação, a equação do movimento torna-se uma equação para a velocidade.

A maneira como o tensor tensão viscoso, \overline{P} , relaciona-se com o tensor taxa de deformação, \overline{D} , depende dos elementos que constituem o fluido e por isto é denominada de equação (ou relação) constitutiva. A abordagem para o desenvolvimento da equação constitutiva é baseada na mecânica do contínuo e observações empíricas. Essa abordagem produz equações constitutivas não newtonianas bastante úteis, embora tenha-se algumas limitações, pois esse método não é baseado em informações sobre a estrutura molecular. Uma abordagem mais rigorosa seria investigar a estrutura química e física de um sistema
de interesse, modelar as interações das partículas usando as leis da física e derivar uma equação constitutiva desses primeiros princípios. O problema com o método de modelagem molecular é que as interações entre partículas são muito complexas em sistemas reológicos como polímeros, coloides, suspensões e outras misturas. Mesmo com métodos modernos, não é possível fazer cálculos reológicos complexos nem mesmo em sistemas relativamente simples, como soluções poliméricas ou polímeros fundidos (MORRISON; MORRISON, 2001).

Aqui inicialmente será tratado de uma classe mais geral de fluidos, aqueles ditos stokesianos, onde os fluidos newtonianos e newtonianos generalizados estão inseridos (PAPANASTASIOU; GEORGIOU; ALEXANDROU, 2000). Os fluidos stokesianos são aqueles que satisfazem as hipóteses de Stokes, que são:

- 1. O tensor tensão $\overline{\overline{T}}$ é funcão apenas do tensor taxa de deformação, $\overline{\overline{D}}$, ou seja, $\overline{\overline{T}} = \overline{\overline{T}}(\overline{\overline{D}});$
- 2. \overline{T} não depende explicitamente da posição \vec{r} , ou seja, o fluido é homogêneo;
- 3. Tensões normais não produzem cisalhamento, ou seja, o fluido é isotrópico e, portanto, não existem orientações preferenciais;
- 4. Quando $\overline{\overline{D}} = 0$ então $\overline{\overline{T}} = -p\overline{\overline{I}}$.

A expressão mais geral para uma dependência polinomial entre $\overline{\overline{T}}$ e $\overline{\overline{D}}$ é:

$$\bar{\bar{T}} = -p\bar{\bar{I}} + \beta\bar{\bar{D}} + \gamma\bar{\bar{D}}\cdot\bar{\bar{D}}$$
(5.5)

Onde β e γ são escalares e \overline{I} é o tensor identidade. Para fluidos compressíveis p é a pressão termodinâmica. Para fluidos incompressíveis a pressão termodinâmica não pode ser definida e p deve ser tratada como uma variável do escoamento, a exemplo da velocidade e aceleração. Considerando que a dependência de \overline{T} com \overline{D} é linear, pode-se o escrever a partir da Eq.(5.5).

$$\overline{\overline{T}} = -p\overline{\overline{I}} + \overline{\overline{\overline{\mu}}}: \overline{\overline{D}} \quad \to \quad T_{ij} = -p\delta_{ij} + \mu_{ijkp}D_{jp}$$
(5.6)

Onde $\overline{\overline{\mu}}$ é o tensor viscosidade e δ_{ij} são as componentes do delta de Kronecke. O tensor de quarta ordem, $\overline{\overline{\mu}}$, relaciona cada uma das nove componentes de $\overline{\overline{T}}$ com cada uma das nove componentes de $\overline{\overline{D}}$, requerendo, portanto, 81 escalares. Impondo isotropia, de acordo com a hipótese três de Stokes, e fazendo uso da expressão mais geral de um tensor isotrópico de quarta ordem, resulta:

$$\mu_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \eta \delta_{ik} \delta_{jl} + \gamma \delta_{il} \delta_{jk}$$

(5.7)

onde λ , $\eta \in \gamma$ são escalares.

Assim, as componentes do tensor tensão viscoso ficam:

$$P_{ij} = (\lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \eta \delta_{ik} \delta_{jl} + \gamma \delta_{il} \delta_{jk}) D_{kl} = \lambda \delta_{ij} D_{kk} + \eta D_{ij} + \gamma D_{ji}$$

= $\lambda \delta_{ij} D_{kk} + (\eta + \gamma) D_{ij}$ (5.8)

Fazendo $\mu = (\eta + \gamma)/2$,

$$P_{ij} = \lambda \delta_{ij} D_{kk} + 2\mu D_{ij} \tag{5.9}$$

A equação constitutiva para fluidos newtonianos fica:

$$\overline{\overline{T}} = -p\overline{\overline{I}} + \overline{\overline{P}} = -p\overline{\overline{I}} + \lambda (\overline{\nabla} \cdot \vec{u})\overline{\overline{I}} + 2\mu\overline{\overline{D}}$$
(5.10)

Na equação anterior o escalar λ é o segundo coeficiente de viscosidade e o escalar μ é a viscosidade absoluta do fluido (ou viscosidade dinâmica). Considerando o escoamento isocórico, o que é valido para lubrificação, $\vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0$ e:

$$\bar{\bar{T}} = -p\bar{\bar{I}} + 2\mu\bar{\bar{D}} \tag{5.11}$$

Substituindo a (5.11) na (5.4) obtém-se:

$$\rho \frac{d\vec{u}}{dt} = -\vec{\nabla} p + \vec{\nabla}(2\mu\overline{D}) + \rho \vec{f}$$
(5.12)

A Eq.(5.12) é a Equação de Navier-Stokes para escoamentos isocóricos (mesmo que μ não seja constante). Um fluido é dito ideal ou invíscido se sua viscosidade for zero; fluidos de viscosidade diferente de zero são chamados viscosos. Os fluidos viscosos que não obedecem à lei de Newton são conhecidos como fluidos não newtonianos. Estes são classificados em fluidos newtonianos generalizados e fluidos viscoelásticos. Os fluidos newtonianos generalizados são fluidos viscosos inelásticos que ainda seguem Eq.(5.11), mas a viscosidade em si é uma função da taxa de deformação do tensor \overline{D} ; mais precisamente, a viscosidade é uma função do segundo invariante de \overline{D} , $\mu = \mu(I)$ (PAPANASTASIOU; GEORGIOU; ALEXANDROU, 2000). Os fluidos que obedecem a lei da potência fazem parte do grupo dos fluidos newtonianos generalizados.

Na lubrificação com filme fluido o lubrificante está confinado em um espaço muito estreito que separa as superfícies em movimento relativo. Em aplicações típicas a espessura do filme, h(x, y), que preenche a folga entre as superfícies é da ordem de micrometros enquanto as duas outras dimensões, ao longo do comprimento e largura das superfícies, são da ordem de centímetros.

Como h é muito menor do que comprimento e largura, as seguintes aproximações podem ser feitas:

1. Escoamento laminar.

2. Forças de superfícies (pressão e forças viscosas) predominam e se equilibram.

3. Efeitos de aceleração do fluido podem ser desconsiderados.

4. A pressão não varia ao longo da espessura do filme.

Com estas simplificações a equação de Navier-Stokes, Eq.(5.12), em regime permanente para as orientações de x e y torna-se (HAMROCK; SCHMID; JACOBSON, 2004):

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial z} \right) \tag{5.13}$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial z} \right) \tag{5.14}$$

Dien e Elrod (1983) derivaram uma equação de Reynolds modificada para lubrificação em mancais radiais com fluidos não newtonianos seguindo a lei de potência, usando o método de perturbação regular para expressar o campo de velocidade e pressão. Eles usaram as equações de momento simplificadas, Eq.(5.13) e Eq.(5.14), que é aplicável para fluxo laminar desprezando a força inercial do fluido.

Em escoamentos newtonianos generalizados, que incluem o comportamento dilatante e pseudoplástico, a viscosidade é dependente apenas do segundo invariante do tensor de taxa de deformação (BERTOLA, 2020). Dessa forma:

$$\mu = \mu(I) \tag{5.15}$$

Onde o segundo invariante, I, é dado por:

$$I = \left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)^2 \tag{5.16}$$

No caso de um fluido newtoniano, as velocidades e suas derivados variam linearmente com o gradiente de pressão. Dien e Elrod (1983) supõem que para fluidos não newtonianos, as taxas de deformação dentro do fluido são geradas principalmente pela velocidade relativa das superfícies. Assim, essa abordagem se aplica, tanto, para escoamentos de fluidos não newtonianos governados pelos termos de Couette ("*Couette-dominated*"), quanto para fluidos newtonianos em escoamento do tipo Couette-Pouiseuille. O gradiente de pressão é expresso por:

$$\nabla p = \delta \nabla \bar{p} \tag{5.17}$$

Onde δ é um parâmetro de amplitude adimensional, e \bar{p} é a pressão de referência usada para expansão. Usando o método de perturbações regulares, as variáveis dependentes podem ser expandidas em termos de δ . A expansão deve ser precisa até a primeira ordem, dessa forma, os termos de velocidade podem ser expressos na forma:

$$\mathbf{u} = u_o + \delta u_1 \tag{5.18}$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_o + \delta \mathbf{v}_1 \tag{5.19}$$

onde $u_o e v_o$ são as velocidades de ordem zero nas direções x e y respectivamente, enquanto $u_1 e v_1$ são as velocidades de primeira ordem. Substituindo a Eq.(5.18) e (5.19) na Eq.(5.16), o segundo invariante pode ser reescrito como:

$$\mathbf{I} = I_o + \delta I_1 \tag{5.20}$$

Usando a expansão da série de Taylor até a primeira ordem, a viscosidade pode ser escrita como:

$$\mu = \mu(I_o + \delta I_1 + \dots) = \mu(I_o) + \delta \left(\frac{\partial \mu}{\partial I}\right)_{I=I_o} I_1 + \dots$$
(5.21)

Dessa forma:

$$\mu_o = \mu(I_o); \ \mu_1 = \left(\frac{\partial \mu}{\partial I}\right)_{I=I_o} I_1 \tag{5.22}$$

As equações diferenciais de ordem zero são encontradas substituindo os termos de ordem zero da Eq.(5.18) e (5.19) na Eq.(5.13) e (5.14), então:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_o \frac{\partial u_o}{\partial z} \right) = 0 \tag{5.23}$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_o \frac{\partial v_o}{\partial z} \right) = 0 \tag{5.24}$$

Integrando:

$$\left(\mu_o \frac{\partial u_o}{\partial z}\right) = A_1 \tag{5.25}$$

$$\left(\mu_o \frac{\partial v_o}{\partial z}\right) = B_1 \tag{5.26}$$

Elevando ao quadrado e somando as duas equações:

$$\mu_o^2 \left[\left(\frac{\partial u_o}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_o}{\partial z} \right)^2 \right] = \mu_o^2 I_o = A_1^2 + B_1^2$$
(5.27)

Como μ_o é dependente apenas de I_o , pode-se concluir da Eq.(5.27) que μ_o e I_o são constantes. Para encontrar as velocidades de ordem zero, a Eq.(5.25) e (5.26) são integradas e as seguintes condições de contorno para mancais radiais são aplicadas:

$$u(z=0) = 0; u(z=h) = U$$
 (5.28a)

$$v(z=0) = 0; v(z=h) = V$$
 (5.28b)

onde $U \in V$ são as velocidades superficiais nas direções $x \in y$, respectivamente. Então as velocidades de ordem zero são:

$$u_o = U \frac{z}{h} \tag{5.29}$$

$$v_o = V \frac{z}{h} \tag{5.30}$$

Para encontrar as velocidades de primeira ordem, substitui-se a viscosidade fornecida pela Eq.(5.21), e velocidades fornecidas pelas Eq.(5.18) e Eq.(5.19) na Eq.(5.13) e Eq.(5.14).

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_o \frac{\partial u_1}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_1 \frac{\partial u_o}{\partial z} \right) = \frac{\partial \bar{p}}{\partial x}$$
(5.31)

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_o \frac{\partial v_1}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_1 \frac{\partial v_o}{\partial z} \right) = \frac{\partial \bar{p}}{\partial y}$$
(5.32)

Substituindo u_o e v_o na Eq.(5.31)e Eq.(5.32) resulta em:

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial z^2} = \frac{1}{\mu_o} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} - \frac{U}{h} \left(\frac{U}{h} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \frac{V}{h} \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} \right) \frac{2 \frac{\partial \mu}{\partial I}}{\mu_o^2 \left(1 + \frac{\partial \ln \mu}{\partial \ln(I^{\frac{1}{2}})} \right)}$$
(5.33)

$$\frac{\partial^2 v_1}{\partial z^2} = \frac{1}{\mu_o} \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} - \frac{V}{h} \left(\frac{U}{h} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \frac{V}{h} \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} \right) \frac{2 \frac{\partial \mu}{\partial I}}{\mu_o^2 \left(1 + \frac{\partial \ln \mu}{\partial \ln(I^{\frac{1}{2}})} \right)}$$
(5.34)

Integrando a Eq.(5.33) e Eq.(5.34) duas vezes e aplicando as condições de contorno, obtém-se as velocidades de primeira ordem:

$$u_{1} = \frac{z(z-h)}{2} \frac{\partial^{2} u_{1}}{\partial z^{2}}$$
(5.35)

$$v_1 = \frac{z(z-h)}{2} \frac{\partial^2 v_1}{\partial z^2}$$
(5.36)

As velocidades são obtidas substituindo u_o, v_o, u_1, v_1 na Eq.(5.18) e Eq.(5.19). Para obter o fluxo de massa integra-se as velocidades ao longo da espessura do filme fluido (*h*).

$$\dot{m}_{x} = \int_{0}^{h} \rho \left(U \frac{z}{h} + \delta \frac{(z^{2} - zh)}{2} \frac{\partial^{2} u_{1}}{\partial z^{2}} \right) dz$$
(5.37)

$$\dot{m}_{y} = \int_{0}^{h} \rho \left(V \frac{z}{h} + \delta \frac{(z^{2} - zh)}{2} \frac{\partial^{2} v_{1}}{\partial z^{2}} \right) dz$$
(5.38)

Usando a Eq.(5.33) e (5.34) e somando o fluxo de massa nas duas direções obtémse o fluxo de massa total:

$$\dot{m} = \frac{\rho h}{2} (U+V) - \delta \left(\frac{\rho h^3}{12\mu_o}\right) \left[\left(\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} - \frac{U}{h} \left(\frac{U}{h} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \frac{V}{h} \frac{\partial \bar{p}}{\partial y}\right) \frac{2\frac{\partial \mu}{\partial I}}{\left(\mu_o + 2\frac{\partial \mu}{\partial I}I_o\right)} \right) + \left(\frac{\partial \bar{p}}{\partial y} - \frac{V}{h} \left(\frac{U}{h} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \frac{V}{h} \frac{\partial \bar{p}}{\partial y}\right) \frac{2\frac{\partial \mu}{\partial I}}{\left(\mu_o + 2\frac{\partial \mu}{\partial I}I_o\right)} \right) \right]$$
(5.39)

Usando a expressão vetorial seguinte:

$$S = U + V \tag{5.40}$$

$$\hat{s} = \frac{U+V}{\sqrt{U^2+V^2}}$$
(5.41)

Onde \hat{s} é a direção do vetor velocidade e S é a magnitude da velocidade da superfície, a Eq.(5.39) pode então ser simplificada:

$$\dot{m} = \frac{\rho Sh}{2} - \left(\frac{\rho h^3}{12\mu_o}\right) \left[\nabla p - \hat{s}(\hat{s}, \nabla p) \left(\frac{1}{1 + \frac{\partial \ln(l^{\frac{1}{2}})}{\partial \ln \mu}}\right)\right]$$
(5.42)

 $\mu_o \ e \frac{\partial \ln(l^{\frac{1}{2}})}{\partial \ln \mu}$ devem ser avaliados a partir da taxa de deformação de Couette local (DIEN; ELROD, 1983a). O termo $\frac{\partial \ln(l^{\frac{1}{2}})}{\partial \ln \mu}$ representa o inverso do coeficiente angular da curva de viscosidade em função da taxa de cisalhamento quando plotada em escala logarítmica. Para fluidos seguindo a lei da potência, esse termo pode ser calculado como:

$$\frac{\partial \ln\left(I^{\frac{1}{2}}\right)}{\partial \ln \mu} = \frac{1}{n-1}$$
(5.43)

Dessa forma, a derivada do fluxo de massa na direção x fica:

$$\frac{\partial \dot{m}}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho U h}{2} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h^3}{12\mu_o} \right) \frac{1}{n} \frac{\partial p}{\partial x}$$
(5.44)

E na direção y, considerando que V = 0, pois o mancal só se movimenta na direção circunferencial:

$$\frac{\partial \dot{m}}{\partial y} = -\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho h^3}{12\mu_o} \right) \frac{\partial p}{\partial y}$$
(5.45)

Da equação da continuidade para escoamento em regime permanente, o divergente do fluxo de massa deve ser igual a zero. Dessa forma, a equação modificada de Reynolds para fluidos que seguem a lei da potência fica:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\rho h^3}{12\mu_o} \frac{1}{n} \frac{\partial p}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\rho h^3}{12\mu_o} \frac{\partial p}{\partial y} \right] = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho U h}{2} \right)$$
(5.46)

Como μ_o é função de I_o e considerando que a velocidade na direção de y é zero:

$$\mu_o = m \left(\frac{U}{h}\right)^{n-1} \tag{5.47}$$

Substituindo a Eq.(5.47) na Eq.(5.46) e assumindo densidade constante:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{h^{2+n}}{nm} \frac{\partial p}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{h^{2+n}}{m} \frac{\partial p}{\partial y} \right] = 6U^n \frac{\partial h}{\partial x}$$
(5.48)

A Figura 5.1 exagera a espessura da folga radial e é possível visualizar a dependência de $h \operatorname{com} \theta$. Porém, em situações reais essa folga é da ordem de alguns micrometros enquanto o raio do mancal R_m é da ordem de centímetros, de forma que se pode considerar que o raio do mancal é aproximadamente igual ao raio do eixo, R_e . A espessura do filme fluido, h, pode ser expressa pela equação:

$$h = c(1 + \varepsilon \cos \theta) \tag{5.49}$$

Onde: *c* é a folga radial, e $\varepsilon = e/c$ é a relação de excentricidade e

$$\theta = 0 \rightarrow h = c + e \rightarrow folga máxima$$

 $\theta = \pi \rightarrow h = c - e \rightarrow folga mínima$

Para mancais radiais $0 \le \varepsilon \le 1$, e quando $\varepsilon = 1$ há contato entre as superfícies do eixo e do mancal.

Como mencionado anteriormente, em mancais radiais de uma maneira geral a folga radial é muito menor do que o raio do mancal o que permite ignorar os efeitos de curvatura e retificar o filme fluido, de forma que $dx = Rd\theta$ e a equação de Reynolds dada pela Eq.(5.48) fica:

$$\frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\frac{h^{2+n}}{nm} \frac{\partial p}{\partial \theta} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{h^{2+n}}{m} \frac{\partial p}{\partial y} \right] = \frac{6U^n}{R} \frac{\partial h}{\partial \theta}$$
(5.50)

A solução da Eq.(5.50) requer a definição de duas condições de contorno para θ , e duas para y, além dos parâmetros geométricos e operacionais.

5.1.1 MODELO DE VISCOSIDADE

Dentre os parâmetros necessários para solução de equação de Reynolds está a viscosidade. Para um fluido que obedece a lei de potência, a viscosidade aparente é função da taxa de cisalhamento e da temperatura (JANG; CHANG, 1987). Portanto, o parâmetro m que aparece na Eq.(5.47) deve representar a dependência da viscosidade com a temperatura, logo,

$$m = m_o e^{-\beta(T-T_o)} \tag{5.51}$$

$$\mu = m_o \left(\frac{U}{h}\right)^{n-1} \cdot e^{-\beta(T-T_o)} \tag{5.52}$$

onde m_o e *m* são os valores do parâmetro de consistência nas temperaturas T_o (temperatura de referência do óleo) e *T* qualquer, respectivamente. Esses parâmetros representam a viscosidade do fluido em baixas taxas de cisalhamento e são iguais à viscosidade para fluidos newtonianos. β representa o índice de viscosidade-temperatura (assumido ser constante) e *n* é o índice de comportamento do fluido. Todos os parâmetros são empíricos e obtidos através de ajuste de curva. O índice *n* indica se o fluido apresenta comportamento pseudoplástico (n < 1), Newtoniano (n = 1) ou dilatante (n > 1). Porém, devido às aproximações feitas na derivação da Eq.(5.50), a validade dos resultados se restringe a valores de *n* de aproximadamente 0.8 a 1.2 (JANG; CHANG, 1987). Uma vez que a maior parte dos lubrificantes não foge desse intervalo, essa aproximação é válida.

O modelo da lei de potência para $\mu(\dot{\gamma})$ é o modelo empírico mais conhecido e utilizado na engenharia, porque uma grande variedade de problemas de escoamento foi resolvida analiticamente para ele e permite uma boa estimativa do efeito não newtoniano (BIRD; ARMSTRONG; HASSAGER, 1987). O modelo da lei de potência implica que a viscosidade mudará indefinidamente para quaisquer valores da taxa de cisalhamento. Em outras palavras, no caso do fluido pseudoplástico (n < 1) a viscosidade tende a crescer ilimitadamente para $\dot{\gamma} \rightarrow 0$, e a zerar para $\dot{\gamma} \rightarrow \infty$; e o inverso ocorre para fluidos dilatantes (n > 1). Nestes limites, o modelo de lei de potência não descreve com precisão o comportamento de fluidos reais. Para as taxas de cisalhamento presentes nos mancais radiais estudados o modelo de lei de potência pode ser aplicado (AZEEZ; BERTOLA, 2021).

5.1.2 CONDIÇÕES DE CONTORNO

O domínio de solução para mancais finitos é ilustrado na Figura 5.2. Estão indicadas na figura as posições $\theta_i(y) \in \theta_f(y)$ onde ocorre o início e o fim do filme de óleo, respectivamente. A partir de $\theta_f(y)$ e antes de $\theta_i(y)$ o óleo escoa em estrias, conforme mostrado na Figura 5.2. A alimentação de óleo no mancal em geral ocorre na posição de máxima folga radial, ou seja, em $\theta = 0$. Com a movimentação do eixo o óleo é arrastado em direção à região convergente da folga. Como a área de passagem é reduzida

nesta região o óleo é expulso pelas laterais do mancal. Após a posição de folga mínima, que ocorre para $\theta = \pi$, a área de passagem disponível para o óleo passa a aumentar. Em decorrência do vazamento lateral de óleo que ocorreu na parte convergente não há óleo disponível para preencher toda a folga na região de geometria divergente e o óleo perde então a continuidade e passa a escoar em estrias. A posição circunferencial onde o filme de óleo perde a continuidade é comumente denominada de fronteira de cavitação ($\theta_f(y)$), embora o óleo não cavite.



Figura 5.2 Superfície planificada do mancal ilustrando o escoamento de óleo nas laterais e o domínio de solução para a integração da equação de Reynolds em mancais radiais finitos.

As condições de contorno em θ para a Eq.(5.50), são dadas por,

$$p = 0 \ em \ \theta = \theta_i$$

 $p = \frac{\partial p}{\partial \theta} = 0 \ em \ \theta = \theta_f$

Onde p é a pressão relativa, θ_f é a localização da fronteira de cavitação. Adotouse a condição de contorno de Reynolds por ser a mais realística. Além de não contemplar pressões negativas, satisfaz a conservação da massa ao término do filme de óleo. A posição θ_f , onde ocorre o término do filme de óleo, precisa ser determinada como parte da solução do problema. Esta é a posição onde o óleo perde a continuidade e passa a escoar em estrias, e que anteriormente foi denominada de fronteira de cavitação.

Como a equação de Reynolds, Eq.(5.50), a ser resolvida não possui solução analítica, utiliza-se uma metodologia numérica de solução baseada no método dos

volumes finitos e no uso de malhas não-ortogonais adaptadas à fronteira de cavitação. O uso de malhas adaptadas à fronteira de cavitação visa a transformação de um domínio de solução de fronteira livre em um domínio fixo (PRATA; FERREIRA, 1990). Como não se conhece $\theta_i(y) \in \theta_f(y)$, faz-se a seguinte transformação de coordenadas:

$$\eta = \frac{\theta - \theta_i(y)}{\theta_f(y) - \theta_i(y)}, \qquad 0 \le \eta \le 1$$
(5.53)

A localização precisa do início do filme de óleo não afeta a determinação do campo de pressão. Desta forma, é adequado fazer $\theta_i(y) = 0$ e $\theta_f(y) = \pi + \alpha(y)$, e a Eq.(5.53) fica:

$$\eta = \frac{\theta}{\pi + \alpha(y)} \tag{5.54}$$

É necessário fazer a transformação das coordenadas (θ, y) para as coordenadas (η, y) . Para facilitar a transformação modifica-se a Eq.(5.50):

$$\frac{\partial}{\partial\theta} \left[\Gamma_1 \frac{\partial p}{\partial\theta} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\Gamma_2 \frac{\partial p}{\partial y} \right] = \Gamma_3$$
(5.55)

Onde:

$$\Gamma_{1}(\theta) = \frac{1}{R^{2}} \frac{h^{2+n}}{mn}$$
$$\Gamma_{2}(\theta) = \frac{h^{2+n}}{m}$$
$$\Gamma_{3}(\theta) = \frac{6U^{n}}{R} \frac{\partial h}{\partial \theta}$$

Usando a regra da cadeia obtém-se:

$$\frac{\partial p(\theta, y)}{\partial \theta}\Big|_{y} = \frac{\partial p(\eta, y)}{\partial \eta}\Big|_{y}\frac{\partial \eta}{\partial \theta}\Big|_{y} + \frac{\partial p(\eta, y)}{\partial y}\Big|_{\eta}\frac{\partial y}{\partial \theta}\Big|_{y}$$
(5.56)

$$\frac{\partial p(\theta, y)}{\partial y}\Big|_{\theta} = \frac{\partial p(\eta, y)}{\partial \eta}\Big|_{y}\frac{\partial \eta}{\partial y}\Big|_{\theta} + \frac{\partial p(\eta, y)}{\partial y}\Big|_{\eta}\frac{\partial y}{\partial y}\Big|_{\theta} = 1$$
(5.57)

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left[\Gamma_1(\theta) \frac{\partial p(\theta, y)}{\partial \theta} \right] \bigg|_y = \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\Gamma_1(\theta) \frac{\partial p(\eta, y)}{\partial \eta} \bigg|_y \frac{\partial \eta}{\partial \theta} \bigg|_y \right] \bigg|_y$$
(5.58)

47

$$= \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\Gamma_{1}(\theta) \frac{\partial p(\eta, y)}{\partial \eta} \Big|_{y} \frac{\partial \eta}{\partial \theta} \Big|_{y} \right] \Big|_{y} \frac{\partial \eta}{\partial \theta} \Big|_{y} + \frac{\partial}{\partial y} \left[\Gamma_{1}(\theta) \frac{\partial p(\eta, y)}{\partial \eta} \Big|_{y} \frac{\partial \eta}{\partial \theta} \Big|_{y} \right] \Big|_{\eta} \frac{\partial y}{\partial \theta} \Big|_{y}^{*}$$

$$= \frac{\partial}{\partial y} \left[\Gamma_{2}(\theta) \frac{\partial p(\theta, y)}{\partial y} \right] \Big|_{\theta} = \frac{\partial}{\partial y} \left[\Gamma_{2}(\theta) \frac{\partial p(\eta, y)}{\partial \eta} \Big|_{y} \frac{\partial \eta}{\partial y} \Big|_{\theta} + \Gamma_{2}(\theta) \frac{\partial p(\eta, y)}{\partial y} \Big|_{\eta} \Big|_{\theta}$$

$$= \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\Gamma_{2}(\theta) \frac{\partial p(\eta, y)}{\partial \eta} \Big|_{y} \frac{\partial \eta}{\partial y} \Big|_{\theta} + \Gamma_{2}(\theta) \frac{\partial p(\eta, y)}{\partial y} \Big|_{\eta} \Big|_{y} \frac{\partial \eta}{\partial y} \Big|_{\theta}$$

$$+ \frac{\partial}{\partial y} \left[\Gamma_{2}(\theta) \frac{\partial p(\eta, y)}{\partial \eta} \Big|_{y} \frac{\partial \eta}{\partial y} \Big|_{\theta} + \Gamma_{2}(\theta) \frac{\partial p(\eta, y)}{\partial y} \Big|_{\eta} \Big|_{\eta} \frac{\partial y}{\partial y} \Big|_{\theta}$$

$$(5.59)$$

Mas, da Eq.(5.54):

$$\left. \frac{\partial \eta}{\partial \theta} \right|_{y} = \frac{1}{\pi + \alpha(y)} \tag{5.60}$$

$$\left. \frac{\partial \eta}{\partial y} \right|_{\theta} = \frac{\partial \eta}{\partial \alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial y} = -\frac{\eta}{\pi + \alpha(y)} \frac{\partial \alpha}{\partial y}$$
(5.61)

Substituindo a Eq.(5.60) na Eq.(5.58):

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left[\Gamma_{1}(\theta) \frac{\partial p(\theta, y)}{\partial \theta} \right] \bigg|_{y} = \frac{1}{\pi + \alpha(y)} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\frac{\Gamma_{1}(\eta)}{\pi + \alpha(y)} \frac{\partial p(\eta, y)}{\partial \eta} \bigg|_{y} \right] \bigg|_{y}$$
(5.62)

Substituindo a Eq.(5.60) e (5.61) na Eq.(5.59):

$$\frac{\partial}{\partial y} \left[\Gamma_{2}(\theta) \frac{\partial p(\theta, y)}{\partial y} \right]_{\theta} = -\frac{\eta}{\pi + \alpha(y)} \frac{\partial \alpha}{\partial y} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[-\frac{\eta}{\pi + \alpha(y)} \frac{\partial \alpha}{\partial y} \Gamma_{2}(\eta) \frac{\partial p(\eta, y)}{\partial \eta} \right]_{y} + \Gamma_{2}(\eta) \frac{\partial p(\eta, y)}{\partial y} \Big|_{\eta} \right]_{y} + \frac{\partial}{\partial y} \left[-\frac{\eta}{\pi + \alpha(y)} \frac{\partial \alpha}{\partial y} \Gamma_{2}(\eta) \frac{\partial p(\eta, y)}{\partial \eta} \Big|_{y} + \Gamma_{2}(\eta) \frac{\partial p(\eta, y)}{\partial y} \Big|_{\eta} \right]_{\eta} \qquad (5.63)$$

$$= \frac{\eta}{\pi + \alpha(y)} \frac{\partial \alpha}{\partial y} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\frac{\eta}{\pi + \alpha(y)} \frac{\partial \alpha}{\partial y} \Gamma_{2}(\eta) \frac{\partial p(\eta, y)}{\partial \eta} \Big|_{y} \right]_{\eta} - \frac{\eta}{\pi + \alpha(y)} \frac{\partial \alpha}{\partial y} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\Gamma_{2}(\eta) \frac{\partial p(\eta, y)}{\partial y} \Big|_{\eta} \right]_{y} - \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\eta}{\pi + \alpha(y)} \frac{\partial \alpha}{\partial y} \Gamma_{2}(\eta) \frac{\partial p(\eta, y)}{\partial \eta} \Big|_{y} \Big|_{\eta} + \frac{\partial}{\partial y} \left[\Gamma_{2}(\eta) \frac{\partial p(\eta, y)}{\partial y} \Big|_{\eta} \right]_{\eta} = \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\eta}{\pi + \alpha(y)} \frac{\partial \alpha}{\partial y} \Gamma_{2}(\eta) \frac{\partial p(\eta, y)}{\partial \eta} \Big|_{y} \right]_{\eta} + \frac{\partial}{\partial y} \left[\Gamma_{2}(\eta) \frac{\partial p(\eta, y)}{\partial y} \Big|_{\eta} \right]_{\eta} = \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\eta}{\pi + \alpha(y)} \frac{\partial \alpha}{\partial y} \Gamma_{2}(\eta) \frac{\partial p(\eta, y)}{\partial \eta} \Big|_{y} \right]_{\eta} = \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\eta}{\pi + \alpha(y)} \frac{\partial \alpha}{\partial y} \Gamma_{2}(\eta) \frac{\partial p(\eta, y)}{\partial \eta} \Big|_{y} \right]_{\eta} + \frac{\partial}{\partial y} \left[\Gamma_{2}(\eta) \frac{\partial p(\eta, y)}{\partial y} \Big|_{\eta} \right]_{\eta} = \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\eta}{\pi + \alpha(y)} \frac{\partial \alpha}{\partial y} \Gamma_{2}(\eta) \frac{\partial p(\eta, y)}{\partial \eta} \Big|_{y} \right]_{\eta} = \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\eta}{\pi + \alpha(y)} \frac{\partial \alpha}{\partial y} \Gamma_{2}(\eta) \frac{\partial p(\eta, y)}{\partial \eta} \Big|_{y} \right]_{\eta} = \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\eta}{\pi + \alpha(y)} \frac{\partial \alpha}{\partial y} \Gamma_{2}(\eta) \frac{\partial p(\eta, y)}{\partial \eta} \Big|_{y} \right]_{\eta} = \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\eta}{\pi + \alpha(y)} \frac{\partial \alpha}{\partial y} \Gamma_{2}(\eta) \frac{\partial p(\eta, y)}{\partial \eta} \Big|_{y} \right]_{\eta} = \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\eta}{\pi + \alpha(y)} \frac{\partial \alpha}{\partial y} \Gamma_{2}(\eta) \frac{\partial p(\eta, y)}{\partial \eta} \Big|_{y} \right]_{\eta} = \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\eta}{\pi + \alpha(y)} \frac{\partial \alpha}{\partial y} \Gamma_{2}(\eta) \frac{\partial p(\eta, y)}{\partial \eta} \Big|_{y} \right]_{\eta} = \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\eta}{\pi + \alpha(y)} \frac{\partial \alpha}{\partial y} \Gamma_{2}(\eta) \frac{\partial p(\eta, y)}{\partial \eta} \Big|_{y} \right]_{\eta} = \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\eta}{\pi + \alpha(y)} \frac{\partial \alpha}{\partial y} \Gamma_{2}(\eta) \frac{\partial p(\eta, y)}{\partial \eta} \Big|_{y} \right]_{\eta} = \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\eta}{\pi + \alpha(y)} \frac{\partial \alpha}{\partial y} \Gamma_{2}(\eta) \frac{\partial p(\eta, y)}{\partial \eta} \Big|_{y} \right]_{\eta} = \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\eta}{\pi + \alpha(y)} \frac{\partial \alpha}{\partial y} \Gamma_{2}(\eta) \frac{\partial \alpha}{\partial \eta} \Big|_{y} \right]_{\eta} = \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\eta}{\pi + \alpha(y)} \frac{\partial \alpha}{\partial y} \Gamma_{2}(\eta) \frac{\partial \alpha}{\partial \eta} \Big]_{\eta} = \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\eta}{\pi + \alpha(y)} \frac{\partial \alpha}{\partial y} \Gamma_{2}(\eta) \frac{\partial \alpha}{\partial \eta} \Big]_{\eta} = \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\eta}{\pi + \alpha(y)} \frac{\partial \alpha}{\partial y} \Gamma_{2}(\eta) \frac{\partial \alpha}{$$

Substituindo a Eq.(5.62) e (5.63) na Eq.(5.55), a equação de Reynolds para as variáveis $\eta \in y$, fica:

$$\frac{1}{\pi + \alpha(y)} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\frac{\Gamma_{1}(\eta)}{\pi + \alpha(y)} \frac{\partial p(\eta, y)}{\partial \eta} \right] + \frac{\eta}{\pi + \alpha(y)} \frac{\partial \alpha}{\partial y} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\frac{\eta}{\pi + \alpha(y)} \frac{\partial \alpha}{\partial y} \Gamma_{2}(\eta) \frac{\partial p(\eta, y)}{\partial \eta} \right] - \frac{\eta}{\pi + \alpha(y)} \frac{\partial \alpha}{\partial y} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\Gamma_{2}(\eta) \frac{\partial p(\eta, y)}{\partial y} \right] - \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\eta}{\pi + \alpha(y)} \frac{\partial \alpha}{\partial y} \Gamma_{2}(\eta) \frac{\partial p(\eta, y)}{\partial \eta} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\Gamma_{2}(\eta) \frac{\partial p(\eta, y)}{\partial y} \right] = \Gamma_{3}$$
(5.64)

Onde:

$$h = c(1 + \varepsilon \cos[(\pi + \alpha)\eta])$$
$$\Gamma_1(\eta) = \frac{1}{R^2} \frac{h^{2+n}}{nm}$$
$$\Gamma_2(\eta) = \frac{h^{2+n}}{m}$$
$$\Gamma_3(\eta) = \frac{6U^n}{R(\pi + \alpha)} \frac{\partial h}{\partial \eta}$$

A convergência da Eq.(5.64), considerando a variação de α com y é difícil de ser obtida. Vasconcellos e Prata (1995) mostraram que a variação de α com y não é grande, e não compromete a precisão dos resultados de forma que se optou por ignorar a variação. Dessa forma, a Eq.(5.64) fica:

$$\frac{1}{[\pi + \alpha(y)]^2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\Gamma_1(\eta) \frac{\partial p(\eta, y)}{\partial \eta} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\Gamma_2(\eta) \frac{\partial p(\eta, y)}{\partial y} \right] = \Gamma_3(\eta)$$
(5.65)

As condições de contorno em η ficam:

$$p = 0 \ em \ \eta = 0$$

 $p = \frac{\partial p}{\partial \eta} = 0 \ em \ \eta = 1$

As condições de contorno em y são:

$$p = 0 \ em \ y = L/2$$
$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \ em \ y = 0$$

Para as condições de contorno na coordenada y, considera-se que o eixo e o mancal estão alinhados, assim pode se assumir simetria em relação ao eixo y e apenas metade do domínio de solução precisa ser resolvido.

Tem-se definida a equação que governa o fenômeno de lubrificação hidrodinâmica em mancais radiais estaticamente carregados para fluidos que seguem a lei da potência e as suas condições de contorno. Pode-se então resolver a Eq.(5.65) através de métodos numéricos, neste caso o método de volumes finitos. A metodologia numérica utilizada será apresentada em seções posteriores. Antes, porém, é necessário fazer a determinação da fronteira de cavitação.

5.1.3 DETERMINAÇÃO DA FRONTEIRA DE CAVITAÇÃO

Com o domínio de solução, a equação a ser integrada e as condições de contorno que governam o escoamento definidos, deve-se avaliar o ângulo de cavitação para que a transformação do sistema de coordenadas possa ser revertida. A localização da fronteira de cavitação em mancais pode ser obtida pelo balanço de massa nos volumes adjacentes à fronteira de cavitação (PRATA; FERREIRA, 1990).



Figura 5.3 Volume de controle adjacente à fronteira de cavitação.

Considerando um volume de controle típico adjacente à fronteira de cavitação ($\eta = 1$), mostrado na Figura 5.3. Pode-se realizar um balanço de massa no volume e se obtém:

$$q_{\eta_{|_W}} \cdot \Delta y + q_{\mathcal{Y}_{|_S}} \cdot R(\pi + \alpha_P) \Delta \eta = q_{\eta_{|_e}} \cdot \Delta y + q_{\mathcal{Y}_{|_n}} \cdot R(\pi + \alpha_P) \Delta \eta$$
(5.66)

Onde α_P é o valor de α no centro do volume e os termos q_η e q_y são as vazões volumétricas nas faces perpendiculares às direções η e y, respectivamente, dadas por:

$$q_{\eta} = \int_{0}^{h} u \, dz = -\frac{h^{3}}{12\mu R(\pi + \alpha_{P})} \frac{1}{n} \frac{\partial p}{\partial \eta} + \frac{Uh}{2} \quad \left[\frac{m^{3}/s}{m}\right]$$
(5.67)

$$q_{y} = \int_{0}^{h} v \, dz = -\frac{h^{3}}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \quad \left[\frac{m^{3}/s}{m}\right]$$
(5.68)

Onde $\mu = m_o \left(\frac{U}{h}\right)^{n-1} \cdot e^{-\beta(T-T_o)} = m \left(\frac{U}{h}\right)^{n-1}$, então:

$$q_{\eta} = \int_{0}^{h} u \, dz = -\frac{h^{n+2}}{12mU^{n-1}R(\pi+\alpha_{P})} \frac{1}{n} \frac{\partial p}{\partial \eta} + \frac{Uh}{2} \quad \left[\frac{m^{3}/_{S}}{m}\right]$$
(5.69)

$$q_{y} = \int_{0}^{h} v \, dz = -\frac{h^{n+2}}{12mU^{n-1}} \frac{\partial p}{\partial y} \quad \left[\frac{m^{3}/s}{m}\right]$$
(5.70)

Assim:

$$q_{\eta_{|e}} = -\frac{h_e^{n+2}}{12m_P U^{n-1}R(\pi+\alpha_P)} \frac{1}{n} \frac{\partial p}{\partial \eta}\Big|_e + \frac{Uh_e}{2}$$
(5.71)

51

$$q_{\eta_{|_{W}}} = -\frac{h_{W}^{n+2}}{12m_{W}U^{n-1}R(\pi+\alpha_{P})} \frac{1}{n} \frac{\partial p}{\partial \eta}\Big|_{W} + \frac{Uh_{W}}{2}$$
(5.72)

$$q_{y|_n} = -\frac{h_P^{n+2}}{12m_P U^{n-1}} \frac{\partial p}{\partial y}\Big|_n \tag{5.73}$$

$$q_{y|_{s}} = -\frac{h_{P}^{n+2}}{12m_{s}U^{n-1}}\frac{\partial p}{\partial y}\Big|_{s}$$

$$(5.74)$$

Da condição de contorno de Reynolds na fronteira de cavitação, $\frac{\partial p}{\partial \eta}\Big|_e = 0$, pois $\eta_e = 1$, então:

$$q_{\eta_{|e}} = \frac{\mathrm{Uh}_{\mathrm{e}}}{2} \tag{5.75}$$

e

$$q_{\eta_{|_{W}}} \cdot \Delta y + q_{y_{|_{S}}} \cdot R(\pi + \alpha_{P}) \Delta \eta = \frac{\mathrm{Uh}_{\mathrm{e}}}{2} \cdot \Delta y + q_{y_{|_{n}}} \cdot R(\pi + \alpha_{P}) \Delta \eta$$
(5.76)

O valor de α_P aparece em todos os quatro termos da Eq.(5.76) e não é possível isolá-lo de forma a obter uma equação explicita. No entanto, apenas no termo de $q_{\eta|_e}$ o valor de α_P aparece sem estar somado a π . Por isso e considerando que o processo de solução é iterativo, o valor de α_P é isolado somente no termo $q_{\eta|_e}$. Assim, a Eq.(5.76) fica:

$$h_{e} = \frac{2}{U} \left\{ q_{\eta_{|_{W}}} + R(\pi + \alpha_{P}) \frac{\Delta \eta}{\Delta y} \left[q_{y_{|_{S}}} - q_{y_{|_{n}}} \right] \right\}$$
(5.77)

e

$$h_e = c[1 + \varepsilon \cos(\pi + \alpha_P)] = c[1 - \varepsilon \cos \alpha_P]$$
(5.78)

Substituindo a Eq.(5.78) na (5.77), após alguma manipulação, obtém-se:

$$\alpha_P = \cos^{-1}\left[\frac{1}{\varepsilon} - \frac{2}{c\varepsilon U}\left\{q_{\eta|_W} + R(\pi + \alpha_P)\frac{\Delta\eta}{\Delta y}\left[q_{y|_S} - q_{y|_R}\right]\right\}\right]$$
(5.79)

A Eq.(5.79) corrige α_P localmente para cada volume elementar adjacente à fronteira de cavitação, com exceção dos pontos nas fronteiras.

5.2 EQUAÇÃO DA ENERGIA

Para que duas superficies deslizem entre si na presença de um fluido lubrificante, potência mecânica é requerida para vencer o atrito viscoso. Tal potência é dissipada na forma de calor o que leva ao aumento de temperatura do filme lubrificante e a uma distribuição de temperatura não uniforme ao longo do mancal. O aumento da temperatura reduz a viscosidade do fluido, logo, é necessário incluir a dependência da viscosidade com a temperatura ao longo do escoamento.

Para determinar a temperatura do lubrificante utiliza-se a equação da energia:

$$\rho c_p \frac{dT}{dt} = \vec{\nabla} \cdot \left(k \vec{\nabla} T \right) + \beta T \frac{dp}{dt} + \rho r + \mu \Phi$$
(5.80)

Onde c_p é calor específico a pressão constante, T é a temperatura, k é a condutividade térmica, β , aqui, é o coeficiente de expansão térmica, r é a taxa de geração de calor por unidade de massa, Φ é a função dissipação viscosa dada por $\Phi = 2[tr(\overline{D} \cdot \overline{D}) - \frac{1}{3}tr^2\overline{D}].$

O termo $\beta T \frac{dp}{dt}$ tem magnitude bem menor que o termo $\rho c_p \frac{dT}{dt}$ e em geral pode ser ignorado. A derivada material de T pode ser substituída por $\frac{dT}{dt} = \frac{\partial T}{\partial t} + \vec{u} \cdot \vec{\nabla}T$. Considerando regime permanente e que não há geração de calor a Eq.(5.80) fica:

$$\rho c_p(\vec{u} \cdot \vec{\nabla} T) = \vec{\nabla} \cdot \left(k \vec{\nabla} T \right) + \mu \Phi \tag{5.81}$$

A Eq.(5.81) é a equação da energia térmica para c_p , uma vez que se obtém uma maior precisão quando se assume a pressão constante, do que quando se assume volume constante.

Utilizou-se o modelo adiabático para mancais, que considera que todo o calor gerado por atrito viscoso é transportado pelo óleo através de processos convectivos. Uma vez que a maior parcela de calor é transportada pelo óleo lubrificante, este modelo fornece resultados bastante satisfatórios quando comparado com modelos mais complexos que consideram a transferência de calor também para o eixo e mancal (BONCOMPAIN; FILLON; FRENE, 1986; MCCALLION; YOUSIF; LLOYD, 1970). Assim, a Eq.(5.81) fica:

$$\rho c_p(\vec{u} \cdot \vec{\nabla} T) = \mu \Phi \tag{5.82}$$

Como as variações de velocidade ao longo da espessura do filme lubrificantes (orientação *z*) são as mais acentuadas, aproxima-se a dissipação viscosa como:

$$\Phi = \left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)^2 \tag{5.83}$$

Substituindo a Eq.(5.83) na (5.82) obtém-se:

$$\rho c_p \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \mu \left[\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right]$$
(5.84)

Fazendo $\partial x = R \partial \theta$ a Eq.(5.84) fica:

$$\rho c_p \left(u \frac{\partial T}{R \partial \theta} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \mu \left[\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right]$$
(5.85)

A Eq.(5.85) é tridimensional uma vez que *T* é função de θ , *y* e *z*. Considerando que a espessura do filme de lubrificante é da ordem de micrometros e que desta forma pode-se ignorar as variações de *T* ao longo de *z*, é conveniente integrar a equação em *z*. Considerando, também, que ρ e c_p são constantes e que μ é a viscosidade média ao longo da espessura do filme dada pela Eq.(5.52), então:

$$\rho c_p \left(\frac{\partial T}{R \partial \theta} \int_0^h u \, dz + \frac{\partial T}{\partial y} \int_0^h v \, dz \right) = \mu \left[\int_0^h \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 dz + \int_0^h \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 dz \right]$$
(5.86)

As expressões para u e v são:

$$u = \frac{1}{2\mu R} \frac{1}{n} \frac{\partial p}{\partial \theta} (z^2 - zh) + \frac{Uz}{h}$$
(5.87)

$$v = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial y} (z^2 - zh)$$
(5.88)

Dessa forma:

$$\overline{U} = \frac{1}{h} \int_0^h u \, dz = -\frac{h^2}{12\mu R} \frac{1}{n} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \frac{U}{2}$$
(5.89)

$$\bar{V} = \frac{1}{h} \int_0^h v \, dz = -\frac{h^2}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \tag{5.90}$$

$$\int_{0}^{h} \left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^{2} dz = \frac{h^{3}}{12\mu^{2}R^{2}} \frac{1}{n^{2}} \left(\frac{\partial p}{\partial \theta}\right)^{2} + \frac{U^{2}}{h}$$
(5.91)

$$\int_{0}^{h} \left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)^{2} dz = \frac{h^{3}}{12\mu^{2}} \left(\frac{\partial p}{\partial y}\right)^{2}$$
(5.92)

Substituindo a Eq.(5.89), (5.90), (5.91) e (5.92) na Eq.(5.86):

$$\rho c_p \left(\frac{\partial T}{R \partial \theta} \overline{U} + \frac{\partial T}{\partial y} \overline{V} \right) = \mu \left[\frac{h^2}{12\mu^2} \left(\frac{1}{R^2 n^2} \left(\frac{\partial p}{\partial \theta} \right)^2 + \left(\frac{\partial p}{\partial y} \right)^2 \right) + \frac{U^2}{h^2} \right]$$
(5.93)

Assumindo escoamento de Couette dominante, não há necessidade de incluir a parcela relativa ao gradiente de pressão na avaliação da dissipação viscosa. Segundo Prata

e Seixlack (1993) essa aproximação não resulta em diferenças significativas na distribuição de temperatura no mancal. Dessa forma, a primeira parcela do lado direito da Eq.(5.93) pode ser ignorada e a equação a ser resolvida é:

$$\frac{\bar{U}}{R}\frac{\partial T}{\partial \theta} + \bar{V}\frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\mu}{\rho c_p} \left(\frac{U^2}{h^2}\right)$$
(5.94)

Para óleos lubrificantes o aumento da temperatura causa a diminuição de ρ e o aumento de c_p de maneira que em faixas de temperatura de algumas poucas dezenas de graus celsius o produto ρc_p pode ser assumido constante (PRATA, 2021).

5.2.1 CONDIÇÕES DE CONTORNO

As condições de contorno associadas a Eq.(5.94) são:

$$T = T_o \ em \ \theta = 0$$
$$\frac{dT}{d\theta} = 0 \ em \ \theta = \theta_f$$
$$\frac{\partial T}{\partial y} = 0 \ em \ y = 0 \ e \ y = L/2$$

Onde T_o é a temperatura do óleo entrando no mancal, θ_f é o ângulo onde ocorre a cavitação, e é calculado seguindo a metodologia apresentada na seção 5.1.3. O cálculo da distribuição sempre é feito com a última posição obtida da fronteira de cavitação. Dessa forma, não é necessário fazer a transformação de variável de θ para η .

5.3 PARÂMETROS DE OPERAÇÃO E DESEMPENHO

O desempenho de um mancai radial é avaliado a partir do conhecimento de várias características operacionais, tais como carga e ângulo de atuação, espessura mínima do filme de lubrificante, potência dissipada por atrito no mancal e vazão de lubrificante requerida. Tais características são decorrentes dos parâmetros geométricos e de funcionamento do mancal, de forma que a correta manipulação destes parâmetros permite o dimensionamento de um mancal que supra, de forma eficiente, exigências tais como baixas perdas mecânicas ou/e elevada capacidade de carga (MANKE, 1991).

5.3.1 CARGA E ÂNGULO DE ATUAÇÃO

Tendo o campo de pressão ao longo da folga radial, pode-se obter a força hidrodinâmica de sustentação do eixo, *F*, que equilibra a carga aplicada, *W*. A Figura 5.4 mostra tanto o campo de pressão ao longo da folga que resultará na força *F*, como a carga

aplicada no eixo, W. Também são apresentadas as componentes da carga, ao longo e perpendicular à linha de centros (reta imaginaria que conecta o centro do mancal e do eixo), W_1 e W_2 , respectivamente (PRATA, 2021).



Figura 5.4 Forças em um mancal radial: a) Força de sustentação hidrodinâmica; b) Carga aplicada no eixo. Fonte: Retirado de (PRATA, 2021)

O ângulo de atuação, ψ , mostrado na Figura 5.4 (b), fornece a posição da carga em relação à linha de centros. Esse ângulo também pode ser interpretado como o ângulo no qual a carga deve ser rotacionada, no sentido da movimentação do eixo, para chegar à linha de centros.

A componente da força hidrodinâmica ao longo da linha de centros que irá equilibrar a componente da carga correspondente, é dada por:

$$W_{1} = F_{1} = 2 \int_{0}^{L/2} \int_{0}^{\theta_{f}} p(\theta, y) \cos(\pi - \theta) R d\theta dy$$

$$= -2 \int_{0}^{L/2} \int_{0}^{\theta_{f}} p(\theta, y) \cos\theta R d\theta dy$$
(5.95)

Para componente da força hidrodinâmica perpendicular a linha de centros:

$$W_{2} = F_{2} = 2 \int_{0}^{L/2} \int_{0}^{\theta_{f}} p(\theta, y) \operatorname{sen}(\pi - \theta) R d\theta \, dy$$

= $2 \int_{0}^{L/2} \int_{0}^{\theta_{f}} p(\theta, y) \operatorname{sen}\theta R d\theta \, dy$ (5.96)

Com W_1 e W_2 definidos é possível obter a carga resultante e o ângulo de atuação:

$$W = \sqrt{W_1^2 + W_2^2} \tag{5.97}$$

$$\psi = \tan^{-1}(W_2/W_1) \tag{5.98}$$

O ângulo de atuação identifica a posição de folga máxima e folga mínima em relação à carga. A identificação da folga máxima permite localizar a posição mais adequada para o posicionamento do orifício ou da ranhura de alimentação de lubrificante.

Na maior parte dos trabalhos a carga é apresentada em termos adimensionais através do Número de Sommerfeld, que é:

$$\Delta = \frac{(W/L)c^2}{\mu U R^2}$$
(5.99)

A Eq.(5.99) leva em consideração que a viscosidade, μ , é constante, porém para o modelo adotado nesse trabalho a viscosidade é função tanto da temperatura, quanto da taxa de cisalhamento, assim, ela vai variar na direção de θ e de y. Dessa forma, adota-se uma expressão um pouco diferente para o número de Sommerfeld:

$$\Delta = \frac{(W/L)c^2}{m_o UR^2} \tag{5.100}$$

Onde m_o é a viscosidade para T_o e taxa de cisalhamento igual a zero, $\dot{\gamma} = 0$. Para situação em que n = 1, ou seja, fluido newtoniano e temperatura constante (isotérmica), a viscosidade será igual em todo o domínio de solução e $m_o = \mu$.

5.3.2 VAZÃO DE LUBRIFICANTE

A determinação da vazão lateral de óleo em um mancai radial é importante para garantir um suprimento de óleo suficiente para o funcionamento do mancal. A lubrificação insuficiente pode levar a danos causados por contato metálico entre as superfícies além de aumento das temperaturas de operação. A vazão de lubrificante pelas laterais do mancal pode ser determinada a partir da integração do campo de velocidades sobre a área lateral:

$$Q_{\rm L} = 2 \int_{0}^{\theta_f} \int_{0}^{h} v dz R d\theta = -2 \int_{0}^{\theta_f} \frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \Big|_{\frac{L}{2}} R d\theta$$

$$= -2 \int_{0}^{\theta_f} \frac{h^{n+2}}{12mU^{n-1}} \frac{\partial p}{\partial y} \Big|_{\frac{L}{2}} R d\theta$$
(5.101)

5.3.3 ATRITO VISCOSO

Considerando a velocidade do lubrificante ao longo da orientação circunferencial que pode ser escrita como:

$$u(\theta, y, z) = \frac{1}{2\mu R} \frac{1}{n} \frac{\partial p}{\partial \theta} (z^2 - zh) + \frac{Uz}{h}$$
(5.102)

O perfil de velocidade mostrado na Figura 5.5 é apenas uma representação esquemática da distribuição de velocidades na folga radial entre o eixo e o mancal para uma dada posição. Em z = 0 a velocidade do lubrificante é igual à velocidade circunferencial do eixo, U, e em z = h, na superfície do mancal, a velocidade é zero.



Figura 5.5 Perfil de velocidade na folga radial entre as superfícies do eixo e do mancal. Fonte: adaptado de (PRATA, 2021)

Assim a tensão de cisalhamento que o óleo exerce na superfície do eixo será:

$$\tau_e = \tau_{z\theta}|_{z=h} = \mu \frac{\partial u}{\partial z}\Big|_{z=h} = \frac{h}{2R} \frac{1}{n} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \frac{\mu U}{h}$$
(5.103)

A força de atrito na superfície do eixo é calculada por:

$$F_{e} = 2 \int_{0}^{L/2} \int_{0}^{2\pi} \tau_{e} R d\theta dy = 2 \int_{0}^{L/2} \int_{0}^{2\pi} \left(\frac{h}{2R} \frac{1}{n} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \frac{\mu U}{h}\right) R d\theta dy$$

$$= 2 \int_{0}^{L/2} \int_{0}^{2\pi} \left(\frac{h}{2R} \frac{1}{n} \frac{\partial p}{\partial \theta} + m \left(\frac{U}{h}\right)^{n}\right) R d\theta dy$$
(5.104)

O torque que o óleo exerce na superfície do eixo é dado por:

$$T_e = F_e \cdot R \tag{5.105}$$

E a potência mecânica requerida para vencer o atrito associado rotação do eixo é:

$$P_e = F_e \cdot U \tag{5.106}$$

O coeficiente de atrito será:

$$C_a = F_e/W \tag{5.107}$$

Após a obtenção das distribuições de pressão e temperatura todas as derivadas e integrais necessárias para obtenção dos parâmetros de operação apresentados nessa seção, serão resolvidas numericamente.

5.4 MÉTODO DOS VOLUMES FINITOS

A equação de Reynolds na sua forma bidimensional, Eq.(5.65), é uma equação diferencial parcial não homogênea com coeficientes variáveis. A complexidade desta equação, por si só, não permite a obtenção de uma solução analítica. Adicionalmente, a necessidade do uso de uma equação particular para a determinação da fronteira de cavitação e outra para obtenção da distribuição de temperatura aumenta ainda mais a complexidade do problema, devido às não-linearidades associadas a estas equações.

Desta forma, torna-se necessário o uso de uma metodologia numérica capaz de fornecer uma solução aproximada da equação de Reynolds e da energia. A metodologia numérica adotada neste trabalho, é baseada no método dos volumes finitos (PATANKAR, 1980). A discretização do domínio de solução origina um sistema de equações algébricas que serão resolvidas através de um processo iterativo (MANKE, 1991).

5.4.1 EQUAÇÃO DE REYNOLDS

No método de volumes finitos o primeiro passo é discretizar o domínio de integração em um número finito de pequenos volumes que não se sobrepõem. A cada volume elementar atribui-se um ponto nodal que se situa a meia distância das faces dos volumes elementares, tanto na horizontal como na vertical, como mostrado na Figura 5.6.

Também são adicionados pontos nodais de fronteira onde não há volumes elementares associados.

•	•	•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	•	•	•	• •
•	•	•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	•	•	•	•
••	•	•	•	•	•	•	•	•

└─ ponto nodal de fronteira

Figura 5.6 Ilustração da discretização do domínio de integração.

A Eq.(5.65) é então integrada ao longo de cada um destes volumes de controle, obtendo-se, para cada ponto discreto do domínio, uma equação algébrica. Para realizar a integração considera-se um volume elementar típico da malha computacional, como representado na Figura 5.7. A figura mostra o ponto nodal associado a este volume, *P*, e seus quatro vizinhos à direita, esquerda, acima e abaixo, *E*, *W*, *N* e *S*, respectivamente. Indicado na figura também estão as dimensões do volume, $\Delta \eta \in \Delta y$, e as distâncias do ponto nodal aos seus quatro vizinhos, $(\delta \eta)_w$, $(\delta \eta)_e$, $(\delta y)_s$ e $(\delta y)_n$.



Figura 5.7 Volume elementar típico para integração numérica da equação de Reynolds, indicando o ponto nodal e seus quatro vizinhos.

A integração da Eq.(5.65) ao longo das coordenadas η e *y* no volume elementar fica:

$$\int_{s}^{n} \int_{w}^{e} \frac{1}{[\pi + \alpha(y)]^{2}} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\Gamma_{1}(\eta) \frac{\partial p(\eta, y)}{\partial \eta} \right] d\eta dy + \int_{s}^{n} \int_{w}^{e} \frac{\partial}{\partial y} \left[\Gamma_{2}(\eta) \frac{\partial p(\eta, y)}{\partial y} \right] d\eta dy = \int_{s}^{n} \int_{w}^{e} \Gamma_{3}(\eta) d\eta dy$$
(5.108)

Considerando as grandezas $\alpha(y)$, $\Gamma_2(\eta) \in \Gamma_3(\eta)$ constantes ao longo do volume elementar e calculadas com os respectivos valores das coordenadas no ponto nodal, *P*. Após a integração em y tem-se:

$$\frac{\Delta y}{(\pi + \alpha_P)^2} \int_w^e \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\Gamma_1 \frac{\partial p}{\partial \eta} \right) d\eta + \Gamma_{2_P} \int_w^e \left(\frac{\partial p}{\partial y} \Big|_n - \frac{\partial p}{\partial y} \Big|_s \right) d\eta = S$$
(5.109)

Onde o índice $P \text{ em } \alpha_P \text{ e } \Gamma_{2_P}$ indica que tais grandezas devem ser avaliadas no ponto nodal P e:

$$S = \int_{s}^{n} \int_{w}^{e} \Gamma_{3} d\eta dy = \Gamma_{3P} \Delta y \Delta \eta$$
(5.110)

Integrando agora em η :

$$\frac{\Delta y}{(\pi + \alpha_P)^2} \left(\Gamma_{1_e} \frac{\partial p}{\partial \eta} \Big|_e - \Gamma_{1_w} \frac{\partial p}{\partial \eta} \Big|_w \right) + \Gamma_{2_P} \Delta \eta \left(\frac{\partial p}{\partial y} \Big|_n - \frac{\partial p}{\partial y} \Big|_s \right) = S$$
(5.111)

Onde os índices $e e w \text{ em } \Gamma_{1e} e \Gamma_{1w}$ indicam que tais grandezas devem ser avaliadas nas faces leste e oeste do volume, respectivamente. Voltando na Eq.(5.110), *S* é:

$$S = \Gamma_{3P} \Delta y \Delta \eta = \frac{6U^n}{R(\pi + \alpha_P)} \frac{\partial h}{\partial \eta} \Big|_P \Delta y \Delta \eta = -\frac{6U^n c\varepsilon}{R} \sin[(\pi + \alpha_P)\eta_P] \Delta y \Delta \eta \qquad (5.112)$$

Na integração em y assume-se que as derivadas $\frac{\partial p}{\partial y}\Big|_n e \frac{\partial p}{\partial y}\Big|_s$ não variam ao longo das faces norte e sul do volume, respectivamente. Igualmente, $\frac{\partial p}{\partial \eta}\Big|_w e \frac{\partial p}{\partial \eta}\Big|_e$ foram consideradas constantes, na integração em η , ao longo das faces leste e oeste, respectivamente.

Assumindo-se que a pressão se comporta como função linear em trechos (*"piecewise linear function"*), as derivadas nas faces do volume são calculadas através das seguintes aproximações lineares:

a)
$$\frac{\partial p}{\partial \eta}\Big|_{e} = \frac{p_E - p_P}{(\delta \eta)_e}$$
 b) $\frac{\partial p}{\partial \eta}\Big|_{w} = \frac{p_P - p_W}{(\delta \eta)_w}$ (5.113)a,b

a)
$$\left. \frac{\partial p}{\partial y} \right|_n = \frac{p_N - p_P}{(\delta y)_n}$$
 b) $\left. \frac{\partial p}{\partial y} \right|_s = \frac{p_P - p_S}{(\delta y)_s}$ (5.114)a,b

Substituindo as expressões anteriores na Eq.(5.111):

$$\frac{\Delta y}{(\pi + \alpha_P)^2} \left(\Gamma_{1_e} \frac{p_E - p_P}{(\delta \eta)_e} - \Gamma_{1_w} \frac{p_P - p_W}{(\delta \eta)_w} \right) + \Gamma_{2_P} \Delta \eta \left(\frac{p_N - p_P}{(\delta y)_n} - \frac{p_P - p_S}{(\delta y)_s} \right) = S$$
(5.115)

Fazendo:

a)
$$A = \frac{\Delta y}{(\pi + \alpha_P)^2}$$
 b) , $B = \Gamma_{2_P} \Delta \eta$ (5.116)a,b

Substituindo na Eq.(5.115):

$$A\left(\Gamma_{1e}\frac{p_E - p_P}{(\delta\eta)_e} - \Gamma_{1w}\frac{p_P - p_W}{(\delta\eta)_w}\right) + B\left(\frac{p_N - p_P}{(\delta y)_n} - \frac{p_P - p_S}{(\delta y)_s}\right) = S$$
(5.117)

Rearranjando os termos resulta em:

$$a_P p_P = a_E p_E + a_W p_W + a_N p_N + a_S p_S + S$$
(5.118)

Onde:

a)
$$a_E = \frac{\Gamma_{1_e}}{(\pi + \alpha_P)^2} \frac{\Delta y}{(\delta \eta)_e}$$
 b) $a_W = \frac{\Gamma_{1_W}}{(\pi + \alpha_P)^2} \frac{\Delta y}{(\delta \eta)_W}$ (5.119)a,b

a)
$$a_N = \Gamma_{2_P} \frac{\Delta \eta}{(\delta y)_n}$$
 b) $a_S = \Gamma_{2_P} \frac{\Delta \eta}{(\delta y)_S}$ (5.120)a,b

$$S = +\frac{6U^{n}c\varepsilon}{R}\sin[(\pi + \alpha_{P})\eta_{P}]\Delta y\Delta\eta \qquad (5.121)$$

a)
$$\Gamma_{1_e} = \frac{1}{R^2} \frac{h_e^{2+n}}{nm_e}$$
 b) $\Gamma_{1_w} = \frac{1}{R^2} \frac{h_w^{2+n}}{nm_w}$ c) $\Gamma_{2_P} = \frac{h_P^{2+n}}{m_P}$ (5.122)a,b,c

Na discretização adotou-se um esquema "Upwind" de primeira ordem. Esse esquema, é baseado no fato que as propriedades convectadas nas faces dos volumes são

obtidas no ponto nodal que está a montante, relativo à direção do escoamento (PATANKAR, 1980). Assumindo que o escoamento no mancal é dominado pelo termo de Couette, consequentemente considera-se que o escoamento sempre ocorre no sentido de $\theta = 0$ para $\theta = \theta_f$. Então m_e e m_w , serão obtidos no ponto nodal P e no ponto a oeste dele (ponto W), respectivamente. Dessa forma:

a)
$$\Gamma_{1_e} = \frac{1}{R^2} \frac{h_e^{2+n}}{nm_P}$$
 b) $\Gamma_{1_W} = \frac{1}{R^2} \frac{h_W^{2+n}}{nm_W}$ (5.123)

A expressão algébrica dada pela Eq.(5.118) relaciona o valor da pressão no ponto nodal *P* com as pressões dos quatro pontos nodais vizinhos. Para cada ponto nodal associado aos volumes obtém-se uma equação algébrica. O sistema de equações pode então ser resolvido e o campo de pressão determinado para cada ponto nodal. Os valores de pressão para os pontos nodais de fronteira são obtidos a partir das condições de contorno (PRATA, 2021). A metodologia para resolver o sistema de equações será detalhado em outra seção.

5.4.2 EQUAÇÃO DA ENERGIA

Para resolver a equação da energia, Eq.(5.94), também se utilizou o método de volumes finitos. Porém, as coordenadas aqui são θ e y, pois a distribuição de temperatura será obtida utilizando a fronteira de cavitação calculada na iteração anterior. Voltando à equação da energia:

$$\frac{\overline{U}}{R}\frac{\partial T}{\partial \theta} + \overline{V}\frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\mu}{\rho c_p} \left(\frac{U^2}{h^2}\right)$$
(5.124)

Onde $\overline{U} \in \overline{V}$ são velocidades médias. Pode-se considerar que as variações de $\overline{U} \in \overline{V}$ com $\theta \in y$, respectivamente, são pequenas dentro de um volume elementar de forma que:

$$\frac{1}{R}\frac{\partial(\bar{U}T)}{\partial\theta} + \frac{\partial(\bar{V}T)}{\partial y} = \frac{\mu}{\rho c_p} \left(\frac{U}{h}\right)^2$$
(5.125)

Onde
$$\mu = m_o \left(\frac{U}{h}\right)^{n-1} \cdot e^{-\beta(T-T_o)} = m \left(\frac{U}{h}\right)^{n-1}$$
. Dessa forma:

$$\overline{U} = \frac{1}{h} \int_0^h u \, dz = -\frac{h^{n+1}}{12mU^{n-1}R} \frac{1}{n} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \frac{U}{2}$$
(5.126)

$$\bar{V} = \frac{1}{h} \int_{0}^{h} v \, dz = -\frac{h^{n+1}}{12mU^{n-1}} \frac{\partial p}{\partial y}$$
(5.127)

e

$$\frac{1}{R}\frac{\partial(\bar{U}T)}{\partial\theta} + \frac{\partial(\bar{V}T)}{\partial y} = \frac{m}{\rho c_p} \left(\frac{U}{h}\right)^{n+1}$$
(5.128)

A integração da Eq.(5.128) ao longo das coordenadas θ e y no volume elementar fica:

$$\frac{1}{R}\int_{s}^{n}\int_{w}^{e}\frac{\partial(\overline{U}T)}{\partial\theta}d\theta dy + \int_{s}^{n}\int_{w}^{e}\frac{\partial(\overline{V}T)}{\partial y}d\theta dy = \int_{s}^{n}\int_{w}^{e}\frac{m}{\rho c_{p}}\left(\frac{U}{h}\right)^{n+1}d\theta dy$$
(5.129)

Considerando que a grandeza $\frac{m}{\rho c_p} \left(\frac{U}{h}\right)^{n+1}$ é constante ao longo do volume elementar e calculada com os respectivos valores das coordenadas no ponto nodal, *P*. Após a integração em *y* obtém-se:

$$\frac{\Delta y}{R} \int_{w}^{e} \frac{\partial (\bar{U}T)}{\partial \theta} d\theta + \int_{w}^{e} [(\bar{V}T)_{n} - (\bar{V}T)_{s}] d\theta = S_{T}$$
(5.130)

Integrando, agora, em θ :

$$[(\overline{U}T)_e - (\overline{U}T)_w]\frac{\Delta y}{R} + [(\overline{V}T)_n - (\overline{V}T)_s]\Delta\theta = S_T$$
(5.131)

Onde:

$$S_T = \int_s^n \int_w^e \frac{m}{\rho c_p} \left(\frac{U}{h}\right)^{n+1} d\theta dy = \left[\frac{m_P}{\rho c_p} \left(\frac{U}{h_P}\right)^{n+1}\right] \Delta y \Delta \theta$$
(5.132)

Na integração em y assume-se que os termos $(\overline{V}T)_n e (\overline{V}T)_s$ não variam ao longo das faces norte e sul do volume, respectivamente. Igualmente, $(\overline{U}T)_e e (\overline{U}T)_w$ foram consideradas constantes, na integração em θ ao longo das faces leste e oeste, respectivamente.

Na discretização adotou-se um esquema "*upwind*" de primeira ordem. Então T_e e T_w , serão obtidos no ponto nodal P e no ponto a oeste dele (ponto W), respectivamente. Da mesma forma, T_n e T_s , serão obtidos no ponto nodal P e no ponto sul dele (ponto S), respectivamente. Assim:

$$[\overline{U}_e T_P - \overline{U}_w T_W] \frac{\Delta y}{R} + [\overline{V}_n T_P - \overline{V}_s T_s] \Delta \theta = S_T$$
(5.133)

$$T_P\left(\overline{U}_e \frac{\Delta y}{R} + \overline{V}_n \Delta \theta\right) - T_W \overline{U}_w \frac{\Delta y}{R} - T_S \overline{V}_S \Delta \theta = S_T$$

Rearranjando os termos:

$$a_{T_P}T_P = a_{T_W}T_W + a_{T_S}T_S + S_T (5.134)$$

Onde:

a)
$$a_{T_W} = \overline{U}_w \frac{\Delta y}{R}$$
 b) $a_{T_S} = \overline{V}_s \Delta \theta$ (5.135)a,b

$$a_{T_P} = a_{T_E} + a_{T_N} = \overline{U}_e \frac{\Delta y}{R} + \overline{V}_n \Delta \theta$$
(5.136)

$$S_T = \left[\frac{m_P}{\rho c_p} \left(\frac{U}{h_P}\right)^{n+1}\right] \Delta y \Delta \theta \tag{5.137}$$

A Eq.(5.133) considera que o escoamento ocorre de θ_i para θ_f , e de y = 0 para y = L/2. Porém, devido a distribuição de pressão no mancal o escoamento pode mudar de sentido. Aqui, o esquema "*upwind*" foi escrito em uma única expressão, usando funções para encontrar os valores máximos:

$$a_{T_P}T_P = a_{T_E}T_E + a_{T_W}T_W + a_{T_N}T_N + a_{T_S}T_S + S_T$$
(5.138)

Onde:

$$a_{T_E} = \max(-\overline{U}_e; 0) \cdot \frac{\Delta y}{R} \qquad \qquad a_{T_W} = \max(\overline{U}_w; 0) \cdot \frac{\Delta y}{R} \qquad (5.139)a,b$$

$$a_{T_N} = \max(-\overline{V}_n; 0) \cdot \Delta\theta$$
 $a_{T_S} = \max(\overline{V}_s; 0) \cdot \Delta\theta$ (5.140)a,b

$$a_{T_P} = a_{T_E} + a_{T_W} + a_{T_N} + a_{T_S}$$
(5.141)

$$S_T = \left[\frac{m_P}{\rho c_p} \left(\frac{U}{h_P}\right)^{n+1}\right] \Delta y \Delta \theta \tag{5.142}$$

e

$$\overline{U}_e = -\frac{h_e^{n+1}}{12Rm_P U^{n-1}} \frac{1}{n} \frac{\partial p}{\partial \theta} \Big|_e + \frac{U}{2} \qquad \overline{U}_w = -\frac{h_w^{n+1}}{12Rm_W U^{n-1}} \frac{1}{n} \frac{\partial p}{\partial \theta} \Big|_w + \frac{U}{2} \qquad (5.143)a,b$$

$$\bar{V}_n = -\frac{h_P^{n+1}}{12m_P U^{n-1}} \frac{\partial p}{\partial y}\Big|_n \qquad \qquad \bar{V}_s = -\frac{h_P^{n+1}}{12m_S U^{n-1}} \frac{\partial p}{\partial y}\Big|_s \qquad (5.144)a,b$$

Onde as derivadas de *p* nas faces do volume (*e*, *w*, *n* e *s*) são:

a)
$$\frac{\partial p}{\partial \theta}\Big|_{e} = \frac{p_E - p_P}{(\delta \theta)_e}$$
 b) $\frac{\partial p}{\partial \theta}\Big|_{w} = \frac{p_P - p_W}{(\delta \theta)_w}$ (5.145)a,b

a)
$$\left. \frac{\partial p}{\partial y} \right|_n = \frac{p_N - p_P}{(\delta y)_n}$$
 b) $\left. \frac{\partial p}{\partial y} \right|_s = \frac{p_P - p_S}{(\delta y)_s}$ (5.146)a,b

Da mesma forma que a expressão algébrica dada pela Eq.(5.118) relaciona o valor da pressão no ponto nodal *P* com as pressões dos quatro pontos nodais vizinhos, a Eq.(5.138) relaciona o valor da temperatura no ponto nodal *P* com as temperaturas dos quatro pontos nodais vizinhos. Para cada ponto nodal associado aos volumes obtém-se uma equação algébrica. O sistema de equações pode então ser resolvido e o campo de temperatura determinado para cada ponto nodal. Os valores de temperatura para os pontos nodais de fronteira são obtidos a partir das condições de contorno (PRATA, 2021). A metodologia para resolver o sistema de equações será detalhado a seguir.

5.4.3 MÉTODO LINHA-POR-LINHA (MLPL)

Após a discretização da equação de Reynolds e da energia para mancais radiais finitos tem-se dois sistemas, cada um formado por N equações algébricas com N incógnitas, onde N é o número de pontos nodais. Esses sistemas podem ser representados na forma matricial:

$$[A][\Phi] = [B] \tag{5.147}$$

Onde Φ é a propriedade a ser calculada, p ou T, [A] é a matriz dos coeficientes e [B] é o termo independente. Para a determinação do campo de Φ pode-se usar um método direto como:

$$[\Phi] = [A]^{-1}[B] \tag{5.148}$$

Porém, a determinação da fronteira de cavitação requer a utilização de uma metodologia iterativa. Além disso, o cálculo do campo de temperatura depende do campo de pressão, dessa forma, justifica-se a utilização de um método iterativo para a resolução das equações algébrica. Optou-se, então, pela utilização do método linha-por-linha (MLPL). A essência desse método caracteriza-se pelo uso do algoritmo *TDMA (Tri-Diagonal Matrix Algorithm)*, que é aplicado a cada bloco (linha ou coluna) individualmente. A cada iteração realiza-se quatro varreduras, em sentidos alternados, no domínio de solução, de forma a transportar, as informações contidas nas fronteiras do domínio (MANKE, 1991).

Através do algoritmo *TDMA (Tri-Diagonal Matrix Algorithm)* é possível resolver uma equação na forma:

$$a_i \Phi_i = b_i \Phi_{i+1} + c_i \Phi_{i-1} + d_i \tag{5.149}$$

No entanto, as equações algébricas que precisam ser resolvidas são da forma:

$$\frac{a_P}{\delta}\phi_P = a_N\phi_N + a_S\phi_S + a_E\phi_E + a_W\phi_W + S + \frac{(1-\delta)}{\delta}a_P\phi_P^*$$
(5.150)

Onde o Φ_P^* é o valor de Φ_P da iteração anterior e δ é o fator de subrelaxamento. Devido as não-linearidades e acoplamento pressão temperatura inerentes ao problema, é necessário utilizar fatores de relaxação para evitar o surgimento de oscilações e instabilidades numéricas. Para que a Eq.(5.150) possa ser resolvida através do método *TDMA*, deve-se escrevê-la para um ponto nodal arbitrário e adequá-la ao formato da Eq.(5.149), fazendo:

$$a_i \Phi_i = b_i \Phi_{i+1} + c_i \Phi_{i-1} + d_i \tag{5.151}$$

a)
$$a_i \Phi_i = \frac{a_P}{\delta} \Phi_P$$
 b) $b_i \Phi_{i+1} = a_N \Phi_N$ c) $c_i \Phi_{i-1} = a_S \Phi_S$ (5.152)a,b,c

$$d_i = a_E \Phi_E + a_W \Phi_W + S + \frac{(1-\delta)}{\delta} a_P \Phi_P^*$$
(5.153)

Nesse caso os termos para $\Phi_E e \Phi_W$ foram incorporados no termo fonte e o *TDMA* pode ser aplicado ao longo da orientação vertical, para uma dada fileira específica de pontos nodais, como mostrado na Figura 5.8. Os valores de $\Phi_E e \Phi_W$ são aqueles obtidos de uma iteração passada. Após a solução desta fileira os valores de Φ são atualizados trazendo as informações das fronteiras acima e abaixo do domínio de solução para os pontos nodais interiores. A seguir pode-se passar para uma próxima fileira vertical voltando a aplicar o *TDMA*. Esse processo é repetido até que todo domínio de solução seja varrido (PRATA, 2021).



Figura 5.8 Fileira vertical de pontos nodais para aplicação do *TDMA* com os termos a direita e a esquerda incorporados ao termo fonte. Fonte: retirado de (PRATA, 2021)

Em vez de se incorporar os vizinhos da direita e da esquerda no termo fonte, como na Eq.(5.153), pode-se incorporar os termos acima e abaixo do ponto nodal no termo fonte fazendo:

$$a_i \Phi_i = b_i \Phi_{i+1} + c_i \Phi_{i-1} + d_i \tag{5.154}$$

a)
$$a_i \Phi_i = \frac{a_P}{\delta} \Phi_P$$
 b) $b_i \Phi_{i+1} = a_E \Phi_E$ c) $c_i \Phi_{i-1} = a_W \Phi_W$ (5.155)a,b,c
 $d_i = a_N \Phi_N + a_S \Phi_S + S + \frac{(1-\delta)}{\delta} a_P \Phi_P^*$ (5.156)

Neste caso o *TDMA* pode ser aplicado ao longo da orientação horizontal, para uma linha específica. Tendo resolvido uma linha pode-se passar a outra linha e assim sucessivamente varrendo o domínio de solução. Desse modo, as informações das fronteiras da esquerda e da direita do domínio de solução são "trazidas" para os pontos nodais interiores. O algoritmo de solução do método linha-por-linha irá funcionar da seguinte maneira:

1. Arbitra-se um campo de Φ , por exemplo, $\Phi = 0$, para todos os pontos nodais no interior do domínio.

2. Corrige-se iterativamente o campo de Φ varrendo-se linha-por-linha todo o domínio computacional até que o campo de Φ não mais varie. Para cada iteração aplicase *TDMA* e as linhas são visitadas da seguinte forma:

> Varre-se as fileiras verticais da esquerda para a direita cobrindo todo o domínio computacional.

- Varre-se as fileiras verticais da direita para a esquerda cobrindo todo o domínio computacional.
- 3. Varre-se as fileiras horizontais de baixo para cima cobrindo todo o domínio computacional.
- 4. Varre-se as fileiras horizontais de cima para baixo cobrindo todo o domínio computacional.

A cada fileira de pontos nodais varrida, horizontal ou vertical, antes da aplicação do *TDMA*, os coeficientes das equações algébricas para cada ponto nodal devem ser atualizados com os valores mais recentes de Φ . Essa metodologia é utilizada para resolver tanto a equação de Reynolds quanto a equação da energia, entretanto ainda é necessário determinar a fronteira de cavitação.

5.4.3.1 FRONTEIRA DE CAVITAÇÃO

Observa-se na Eq.(5.118), a necessidade de conhecer a posição da fronteira de cavitação, $\alpha(y)$, para determinar o campo de pressão. Da mesma forma, a determinação da fronteira de cavitação é função do campo de pressão, o que torna o problema nãolinear. A equação para a determinação da fronteira de cavitação, Eq.(5.79), é apresentada novamente a seguir:

$$\alpha_P = \cos^{-1}\left[\frac{1}{\varepsilon} - \frac{2}{c\varepsilon U}\left\{q_{\eta|_W} + R(\pi + \alpha_P)\frac{\Delta\eta}{\Delta y}\left[q_{y|_S} - q_{y|_n}\right]\right\}\right]$$
(5.157)

Onde:

$$q_{\eta_{|_{W}}} = -\frac{h_{w}^{n+2}}{12m_{W}U^{n-1}R(\pi + \alpha_{P})} \frac{1}{n} \frac{\partial p}{\partial \eta}\Big|_{w} + \frac{Uh_{w}}{2}$$
(5.158)

$$q_{y|_n} = -\frac{h_P^{n+2}}{12m_P U^{n-1}} \frac{\partial p}{\partial y}\Big|_n \tag{5.159}$$

$$q_{y|_{s}} = -\frac{h_{P}^{n+2}}{12m_{s}U^{n-1}}\frac{\partial p}{\partial y}\Big|_{s}$$

$$(5.160)$$

Como foi definido anteriormente as derivadas nas faces do volume são dadas pelas Eqs.(5.113)a,b e (5.114)a,b. A Eq.(5.157) calcula α_P localmente para cada volume elementar adjacente à fronteira de cavitação. Os valores de α_P que aparecem no lado direito da equação, tanto explicitamente como embutido nas vazões, são aqueles disponíveis da iteração anterior. Para os pontos localizados nas fronteiras y = 0 e y = L/2 tratamento é diferenciado. Para a fronteira y = 0, ponto 1, considerando a simetria

em y, o valor de α será igual ao do ponto seguinte e para y = L/2, α será obtido a partir de uma extrapolação linear dos valores de α dos dois volumes anteriores, como apresentado na Figura 5.9:



Figura 5.9 Perfil α ao longo da fronteira de cavitação.

Assim,

a)
$$\alpha_1 = \alpha_2$$

b) $\alpha_N = \alpha_{N-1} - \frac{(\delta y)_{N-1}}{(\delta y)_{N-2}} (\alpha_{N-2} - \alpha_{N-1})$
(5.161)a,b

Para obtenção de α também foi adotado um fator de subrelaxação, assim:

$$\alpha_P = (1 - \delta_\alpha)\alpha_P^* + \delta_\alpha \alpha_P \tag{5.162}$$

Onde α_P^* é o valor de α_P obtido na iteração anterior.

5.4.3.2 ALGORITMO DE SOLUÇÃO

Agora pode-se detalhar o algoritmo numérico para a determinação do campo de pressão e temperatura em mancais radiais finitos utilizando lubrificantes que obedecem a lei da potência e considerando hipótese adiabática para equação da energia, e incluindo a determinação da fronteira de cavitação:

- 1. Arbitra-se um campo de pressão e de temperatura, por exemplo, p = 0 e $T = T_o$, e valores para α , por exemplo, $\alpha = 0$.
- Resolve-se o sistema de equações algébricas associado a equação da energia pelo método linha-por-linha, com quatro varreduras do *TDMA*, e determinase a distribuição de temperatura.
- 3. Atualiza-se a viscosidade com os novos valores de temperatura.

- Resolve-se o sistema de equações algébricas associado a equação de Reynolds pelo método linha-por-linha, com quatro varreduras do *TDMA*, e determinase um novo campo de pressão.
- 5. Com o novo campo de pressão, resolve-se o sistema de equações algébricas associado a equação da energia pelo método linha-por-linha, com quatro varreduras do *TDMA*, e determina-se a nova distribuição de temperatura.
- 6. Atualiza-se a viscosidade com os novos valores de temperatura.
- 7. Com os novos valores de $p \in T$ visita-se cada volume de controle adjacente à fronteira de cavitação e atualiza-se α .
- Retorna-se ao passo 2 até atingir a convergência, fazendo uso de subrelaxação tanto para *p* e *T* como para α.

Considera-se que a convergência foi alcançada quando:

$$E_p, E_\alpha, E_T < 0.01\%$$

Onde:

a)
$$E_p = \frac{|p-p^*|}{p_{max}}$$
 b) $E_\alpha = \frac{|\alpha - \alpha^*|}{\alpha|_{y=0}}$ c) $E_T = \frac{|T-T^*|}{T_{max}}$ (5.163)

E p^* , α^* e T^* são os valores de p, α e T obtidos na iteração anterior. Essa condição deve ser atendida para todos os pontos nodais do domínio para que se considere que a convergência foi atendida.

Esse algoritmo foi implementado usando o software *MATLAB*®*R2015a* e um fluxograma das etapas de cálculo pode ser visto na Figura 5.10.



Figura 5.10 Fluxograma computacional do acoplamento das equações de Reynolds, da energia e da fronteira de cavitação.

5.4.4 ANÁLISE DE CONVERGÊNCIA DE MALHA

Como em toda a solução numérica, a malha utilizada influi fortemente na precisão dos resultados. Esta influência pode ser observada na Tabela 5.1, onde combinações diferentes de pontos nas direções circunferencial e axial produzem alterações nos resultados. Os resultados apresentados nesta tabela referem-se ao Número de Sommerfeld (Δ) com cálculo considerando um fluido newtoniano, condição isotérmica e razão de excentricidade igual a 0.9. Percebe-se que uma malha formada por 92 nós na direção circunferencial e 42 nós na direção axial, resulta em uma alteração menor que 0.1 % em relação ao valor de Δ obtido com a malha anterior. À vista disso, adotou-se essa malha como padrão para os demais cálculos.
L/D	2.0		1	1.0		0.5	
Malha (η x y)	Δ	Erro [%]	Δ	Erro [%]	Δ	Erro [%]	
(30x8)	22.10		17.02		10.25		
(30x21)	21.82	-1.27%	16.80	-1.30%	10.12	-1.33%	
(40x21)	21.87	0.24%	16.84	0.21%	10.13	0.12%	
(60x16)	21.95	0.35%	16.89	0.31%	10.16	0.27%	
(60x42)	21.87	-0.33%	16.85	-0.26%	10.13	-0.23%	
(92x42)	21.89	0.06%	16.85	0.05%	10.14	0.05%	

Tabela 5.1 Análise de convergência de malha.

5.5 VALIDAÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO

Para validar o algoritmo para cálculo da fronteira de cavitação os resultados foram comparados com os valores obtidos por Couto (2006) para um mancal com L/D = 1 e podem ser vistos na Tabela 5.2. A maior diferença entre a referência e o presente trabalho foi de 1.5% para o valor de α com relação de excentricidade de 0.8. Já o erro para número de Sommerfeld não passou de 0.5% para nenhum caso.

de cavitação (u) oblidos por couto (2000) e usando o presente trabamo.								
Couto (2006)				Presente trabalho				
3	Δ	ψ [° C]	α [° C]	Δ	ψ[°C]	α [° C]		
0.2	0.51	74.00	33.94	0.50	73.92	33.82		
0.3	0.82	68.41	32.14	0.82	68.33	31.98		
0.4	1.22	62.72	30.12	1.22	62.65	29.92		
0.5	1.78	56.87	27.82	1.77	56.78	27.59		
0.6	2.63	50.72	25.16	2.62	50.61	24.90		
0.7	4.08	44.07	21.99	4.07	43.92	21.72		
0.8	7.11	36.49	18.08	7.11	36.27	17.81		

Tabela 5.2 Comparação valores de número de Sommerfeld (Δ), ângulo de atuação (ψ) e de cavitação (α) obtidos por Couto (2006) e usando o presente trabalho.

Utilizou-se um modelo muito similar ao proposto por Jang e Chang (1987). Onde os autores resolveram a equação de Reynolds adaptada proposta por Dien e Elrod (1983), e a equação energia para condição adiabática usando o método das diferenças finitas. Para validar os modelos utilizados, comparara-se os resultados obtidos para temperatura (Figura 5.11), coeficiente de atrito (Figura 5.12, Figura 5.13 e Figura 5.14) e carga

adimensional (Figura 5.15, Figura 5.16 e Figura 5.17) com aqueles apresentados por Jang e Chang (1987).



Figura 5.11 Comparação da temperatura máxima adimensional, $\overline{T} = \beta(T - T_o)$, com valores obtidos por Jang e Chang (1987), para n = 0.8, 1.0 e 1.2.



Figura 5.12 Comparação do coeficiente de fricção, $f(R/c) = \overline{F}_a/\Delta$, com valores obtidos por Jang e Chang (1987), para n = 0.8.



Figura 5.13 Comparação do coeficiente de fricção, $f(R/c) = \overline{F}_a/\Delta$, com valores obtidos por Jang e Chang (1987), para n = 1.0.



Figura 5.14 Comparação do coeficiente de fricção, $f(R/c) = \overline{F}_a/\Delta$, com valores obtidos por Jang e Chang (1987), para n = 1.2.



Figura 5.15 Comparação do Número de Sommerfeld (Δ) com valores obtidos por Jang e Chang (1987), para n = 0.8.



Figura 5.16 Comparação do Número de Sommerfeld (Δ) com valores obtidos por Jang e Chang (1987), para n = 1.0.



Figura 5.17 Comparação do Número de Sommerfeld (Δ) com valores obtidos por Jang e Chang (1987), para n = 1.2.

Percebe-se que tanto a comparação com os resultados obtidos por Couto (2006) quanto por Jang e Chang (1987) apresentou excelentes resultados, com diferenças sempre menores que 2%. Essas pequenas discrepâncias podem ser justificadas por diferenças nas metodologias utilizadas e/ou refinamento de malha. Assim, mostra-se que o algoritmo de solução utilizado é adequado para resolver o problema proposto.

6 ANÁLISE DO DESEMPENHO DE UM MANCAL RADIAL

Nessa seção busca-se concluir o segundo objetivo do trabalho, determinar os parâmetros de operação e desempenho para um mancal operando com três óleos à base de alquilbenzeno, dois à base de polioléster e um óleo mineral. Para tanto o modelo apresentado na seção anterior é aplicado. O modelo adotado necessita das características geométricas e de operação do mancal, e das propriedades reológicas e termofísicas do óleo para ser resolvido. A escolha do mancal analisado, os procedimentos experimentais e resultados obtidos são detalhadamente apresentados nas próximas subseções:

6.1 MANCAL RADIAL

Para realizar as simulações utilizando o algoritmo de solução apresentada nas seções anteriores é necessário definir a geometria do mancal. O algoritmo desenvolvido pode ser empregado em qualquer mancal radial, porém como a motivação do trabalho é a utilização de óleos em compressores herméticos de refrigeração, todas as análises serão feitas usando a geometria e condições típicas de operação de um mancal do excêntrico.

Os principais elementos que compõem um compressor hermético, alternativo e para refrigeração podem ser vistos na Figura 6.1. Nestes compressores, o movimento rotativo gerado pelo motor elétrico é transformado em deslocamento linear de um pistão. Para isso emprega-se uma biela conforme mostrado na Figura 6.1. Nestes mecanismos normalmente são empregados mancais de deslizamento para separação das superfícies móveis. O baixo custo, a confiabilidade e o baixo nível de ruído são fatores determinantes para a escolha destes mancais (COUTO, 2006). Os parâmetros referentes ao mancal podem ser vistos na Tabela 6.1.



Figura 6.1 Representação esquemática do mecanismo de compressão alternativo. Fonte: retirado de Chieh (2007)

utilizadas nas análises.						
Raio	R = 7.50 mm					
Folga radial	$c = 12.50 \ \mu m$					
Comprimento	L = 10.63 mm					
Velocidade de rotação	N = 3000 rpm					

Tabela 6.1 Características geométricas e de operação do mancal do excêntrico utilizadas nas análises.

6.2 ÓLEOS

A escolha dos óleos estudados se baseou na possibilidade de aplicação nos mancais de compressores para refrigeração doméstica e nos estudos desenvolvidos no Laboratório de Materiais. Foram analisados seis óleos diferentes, sendo três deles alquilbenzenos com diferentes viscosidades, um óleo mineral e dois poliolésters. Os valores de densidade e viscosidade foram medidos no trabalho de Martins (2022) e para

mais detalhes do procedimento e preparação das amostras esse trabalho pode ser consultado.

6.2.1 COMPORTAMENTO REOLÓGICO

Para determinação das curvas de viscosidade dos óleos, ensaios de reometria foram realizados usando um reômetro rotacional (*Haake MARS II, Thermo Fisher Scientific Inc.*), na configuração de placas paralelas. Utilizou-se placas de aço inoxidável com diâmetro de 60 mm e espaçamento de 200 μ m entre elas. O experimento mediu a curva a viscosidade dos óleos nas temperaturas de 25, 50 e 75 °C. Um banho termostático acoplado ao reômetro promove o aquecimento e controle da temperatura na região de ensaio.

O volume de amostra utilizado depende da distância entre placas e é determinado pelo software do equipamento, no caso de 200 μm o volume utilizado é 580 μl para cada ensaio. A taxa de cisalhamento máxima é limitada pela rotação máxima da placa superior do tribômetro e pela distância entre placas. Para o tribômetro utilizado e distância entre placas de 200 μm , a taxa de cisalhamento máxima é de 20000 s^{-1} . Os ensaios foram repetidos três vezes para diferentes amostras do mesmo óleo e uma média dos três foi obtida.

As Figura 6.2 a Figura 6.7 ilustram os resultados obtidos através de três ensaios reológicos, para a viscosidade dinâmica em função da taxa de cisalhamento nas temperaturas de 25, 50 e 75°C para os seis lubrificantes estudados. Um fluido é considerado newtoniano quando sua viscosidade permanece constante com a taxa de cisalhamento e quando a relação entre a taxa de cisalhamento e a tensão de cisalhamento é linear (CHHABRA; RICHARDSON, 2008). Como pode ser observado nas Figura 6.1 a Figura 6.7 os óleos à base de alquilbenzeno e mineral apresentam tendência de aumento da viscosidade com a taxa de cisalhamento. Destacando-se o alquilbenzeno ALQ 1 que apresentou um aumento de cerca de 28% na viscosidade para taxa de cisalhamento de 20000 s^{-1} na temperatura de 75°C.



Figura 6.2 Viscosidade dinâmica em função da taxa de cisalhamento para óleo ALQ 1.



Figura 6.3 Viscosidade dinâmica em função da taxa de cisalhamento para óleo ALQ 2.



Figura 6.4 Viscosidade dinâmica em função da taxa de cisalhamento para óleo ALQ 3.



Figura 6.5 Viscosidade dinâmica em função da taxa de cisalhamento para óleo mineral.



Figura 6.6 Viscosidade dinâmica em função da taxa de cisalhamento para óleo POE 1.



Figura 6.7 Viscosidade dinâmica em função da taxa de cisalhamento para óleo POE 2.

Percebe-se que as curvas de ajustes adotadas não apresentam bom ajustes em baixas temperaturas, especialmente para os óleos à base de polioléster. Porém, para temperaturas mais altas que 25°C os ajustes se aproximam significativamente das curvas experimentais. Uma vez que, nos compressores a temperatura do óleo geralmente é maior que 40°C, as curvas ajustadas passam a ser adequadas.

Os poliolésters apresentam uma mudança significativa da inclinação da curva viscosidade a partir de taxas de cisalhamento próximas de 15000 s^{-1} para temperatura de 25°C e 17000 s^{-1} para temperatura de 50°C. Devido às limitações do reômetro disponível não foi possível realizar testes em taxas maiores que 20000 s^{-1} . Portanto, não é possível dizer se a redução da viscosidade manterá a tendência de queda ou quando estabilizará em um novo platô.

Testes foram feitos onde a volta do ensaio também foi monitorada. Na Figura 6.8 observa-se que na volta (20000 $s^{-1} \rightarrow 0 s^{-1}$) a viscosidade não segue o mesmo comportamento de ida, apresentando valores mais baixos de viscosidade. Essa histerese indica que o fluido apresenta comportamento tixotrópico. Uma limitação do laço de histerese como ferramenta de caracterização é que a taxa de cisalhamento e o tempo são acoplados neste experimento. Isso torna o teste menos adequado para separar o efeito desses dois parâmetros. A histerese também não é exclusiva dos materiais tixotrópicos, também ocorre no caso de fenômenos irreversíveis e em fluidos viscoelásticos (MEWIS; WAGNER, 2009). Mais detalhes desse comportamento fogem ao escopo desse trabalho, por isso optou-se por considerar somente o comportamento da viscosidade na ida do ensaio para as simulações.



Figura 6.8: Viscosidade dinâmica em função da taxa de cisalhamento para o óleo polioléster, POE 1, na temperatura de 25°C. Em preto o caminho de ida do ensaio e em vermelho a volta. Indicado desestruturamento do fluido.

Como esperado, o aumento da temperatura leva a uma diminuição significativa da viscosidade. Em contraste com a transferência de momento por moléculas que se movem relativamente livres, que é responsável pelas propriedades viscosas de um gás comum, a viscosidade de um líquido pode ser considerada como resultante do "atritar" contínuo de moléculas que estão próximas. A uma temperatura mais alta, espera-se que o movimento térmico mais vigoroso das moléculas torne esse "atrito mútuo" menos eficaz, uma vez que as moléculas estão mais afastadas umas das outras (WRIGHT, 1977). Esse mesmo comportamento pode explicar por que não se observa comportamento tixotrópico nos ensaios realizados a 75°C. Acredita-se que como as moléculas dos óleos já estão mais afastadas e livres, o efeito da taxa de cisalhamento na organização e emaranhamento das moléculas passa a ser desprezível.

As Figura 6.2 a Figura 6.7 apresentam também as curvas de ajuste usando a lei da potência. Os parâmetros m_o , $n \ e \ \beta$, obtidos com essas curvas e utilizados nas simulações, são apresentados na Figura 6.9, Figura 6.10 e Figura 6.11, respectivamente. A Figura 6.9 apresenta os valores do parâmetro de consistência na temperatura de referência ($T_o = 25^{\circ}C$). Esse valor está relacionado ao grau de viscosidade ISO VG do óleo. Quanto maior o grau de viscosidade maior o valor do parâmetro de consistência.



Figura 6.9 Parâmetro de consistência na temperatura $T_o = 25^{\circ}C (m_o)$.

A Figura 6.10, que apresenta o índice de comportamento do fluido, corrobora o que foi observado anteriormente. Os óleos à base de alquilbenzeno e mineral apresentam tendência de aumento da viscosidade com a taxa de cisalhamento e por isso apresentam valores de n > 1. Pode-se dizer que esses óleos apresentam comportamento dilatante.



Figura 6.10 Índice de comportamento do fluido (n).

Na Eq.(5.52), lei da potência, o efeito da temperatura na viscosidade é representado pelo índice de viscosidade-temperatura (β). Analisando o gráfico da Figura 6.11 o óleo que apresenta o menor valor de β é o alquilbenzeno ALQ 2, ou seja, a diminuição da viscosidade causada por uma mesma variação de temperatura será menor nesse óleo.



6.2.2 **PROPRIEDADES TERMOFÍSICAS**

Para solução da equação da energia são necessários os valores da densidade e do calor específico dos óleos. O calor específico foi medido utilizando técnica de calorimetria diferencial exploratória (DSC-Cp) seguindo a norma ASTM E 1269 realizada pelo laboratório *Euro Zanetti Análises Térmicas Ltda*. A densidade dos óleos foi medida nas temperaturas de 25, 50 e 75 °*C*. Para isso utilizou-se uma chapa de aquecimento e agitação e um banho com água. O óleo é mantido na temperatura de interesse por 5 *min* para garantir o equilíbrio térmico. Usando uma pipeta de precisão uma amostra de 5 *ml* é retirada e pesada. Com a massa e volume a densidade é calculada. Esse procedimento é repetido três vezes para cada óleo, obtendo-se a média. Os valores da densidade medidos nas temperaturas de 25, 50 e 75°C são apresentados na Figura 6.12.



Figura 6.12 Densidade dos óleos nas temperaturas de 25, 50 e 75°C.

À medida que a temperatura aumenta, o movimento térmico aumenta e as moléculas ficam mais afastadas umas das outras (WRIGHT, 1977), dessa forma, ocupam um espaço maior e a densidade é reduzida. Já o calor específico apresenta comportamento inverso. A energia associada às moléculas pode ser armazenada de vários modos. À medida que a temperatura aumenta novos modos podem apresentar maior ou menor contribuição. Para temperaturas maiores a contribuição do modo de vibração passa a ser mais significativa levando ao aumento da energia, calor, necessário para gerar um aumento de temperatura. O aumento do calor específico é mais significativo em substâncias formadas por moléculas poliatômicas, uma vez que essas apresentam maior número de modos de vibração (SONNTAG; BORGNAKKE; VAN WYLEN, 2003). Na Figura 6.13 são apresentados os valores do calor específico medido a pressão constante dentro de uma faixa de temperatura de 25 a 80°C.



Figura 6.13 Calor específico em função da temperatura.

Como observado, para óleos lubrificantes o aumento da temperatura causa a diminuição de ρ e o aumento de c_p . Na equação da energia, Eq.(5.94), aparece o termo ρc_p (capacidade volumétrica de calor), a variação desse termo em função da temperatura é mostrada na Figura 6.14. Percebe-se que a variação da capacidade de calor volumétrica é pequena, sugerindo que possa ser tratada como constante dentro da faixa de temperatura estudada. Essa simplificação diminui a complexidade do modelo para equação da energia e acelera a convergência. Dessa forma, nas simulações foram adotados os valores médios do produto ρc_p , mostrados na Tabela 6.2.



Figura 6.14 Capacidade volumétrica de calor (ρc_p) em função da temperatura.

Tabela 6.2 Capacidade volumétrica de calor média ($\rho \times c_P$) [J/Kcm ³].							
ALQ 1	ALQ 2	ALQ 3	MINERAL	POE 1	POE 2		
1.71	1.71	1.71	1.79	1.90	1.91		

Percebe-se que os valores da capacidade volumétrica de calor são iguais ou muito similares para óleos de uma mesma família, indicando que o fator que mais influência essa propriedade deve ser a composição química. Esse comportamento também foi observado por Winer and Cheng (1980 apud HAMROCK; SCHMID; JACOBSON, 2004).

6.3 PARÂMETROS DE DESEMPENHO

A Figura 6.16 e a Figura 6.15 apresentam a distribuição de pressão e temperatura no filme de óleo para o mancal operando com os seis óleos estudados. A partir dessas distribuições todos os parâmetros de desempenho do mancal foram obtidos por meio de integração e derivação numérica. Como já era esperado, os óleos de maior viscosidade apresentam os maiores valores de pressão e temperatura. Observa-se também que com o aumento da viscosidade dos óleos a distribuição de pressão e temperatura se desloca para ângulos menores. Enquanto para óleos de menor viscosidade o aumento de pressão e temperatura fica concentrado à região de menor espessura do filme. Diferente da distribuição de pressão que apresenta variação significativa ao longo do comprimento do mancal, a distribuição de temperatura é quase constante ao longo da direção axial do mancal, eixo y. Isso ocorre devido às hipóteses adotadas na resolução da equação da energia para mancal finito, onde adotou-se condição adiabática e considera-se somente a influência da derivada da velocidade em relação à espessura do filme na dissipação viscosa. Todas essas hipóteses representam bem a física do problema, pois a maior parte do calor gerado é carregada pelo lubrificante e a parcela da derivada, $\frac{\partial u}{\partial z}$, é em geral muito maior que as demais parcelas da dissipação viscosa (PRATA; SEIXLACK, 1993).



Figura 6.15 Distribuição de pressão e temperatura no filme de óleo para o mancal operando com os óleos à base polioléster para $\varepsilon = 0.9$.



Figura 6.16 Distribuição de pressão e temperatura no filme de óleo para o mancal operando com os óleos à base de alquilbenzeno e mineral para $\varepsilon = 0.9$.

Os gráficos da Figura 6.17 a Figura 6.20 apresentam os valores de força hidrodinâmica, força de atrito, potência mecânica perdida por atrito, variação de temperatura do óleo e Número de Sommerfeld (Δ), respectivamente, em função da relação de excentricidade para o mancal operando com os seis óleos estudados. Nas Tabela 6.4 a Tabela 6.6 são apresentados os valores de coeficiente de atrito (C_a), ângulo de cavitação (α), de atuação (ψ) e vazão volumétrica de óleo pelas laterais do mancal.



Figura 6.17 Força hidrodinâmica em função da relação de excentricidade (ε) para o mancal operando com os diferentes óleos.



Figura 6.18 Força de atrito em função da relação de excentricidade (ε) para o mancal operando com os diferentes óleos.

Quanto maior a viscosidade maior a força hidrodinâmica (Figura 6.17), temperatura do óleo (Figura 6.20), força de atrito viscoso (Figura 6.18) e consequentemente a potência perdida por atrito (Figura 6.19). Porém, mesmo óleos com parâmetro de consistência (m_0) muito similares apresentam comportamento e propriedades distintas. Comparando-se o óleo mineral e POE 1, percebe-se que a força hidrodinâmica (Figura 6.17) gerada no mancal operando com o óleo mineral é maior. Por exemplo, para $\varepsilon = 0.8$, $W_{mineral} = 383.66 \text{ N} > W_{POE 1} = 266.86 \text{ N}$. Uma vez que os valores de consistência na temperatura $T_o = 25^{\circ}C(m_o)$ dos dois lubrificantes são praticamente iguais $(m_{o_{mineral}} = 0.01268 \ Pa.s \cong m_{o_{POE_1}} = 0.01269 \ Pa.s)$ а diferença da força hidrodinâmica resultante pode ser explicada por dois fatores. O primeiro e mais significativo é a diferença de comportamento em relação à taxa de cisalhamento que esses dois lubrificantes apresentam. O óleo mineral tem um comportamento dilatante ($n_{\text{mineral}} = 1.024$), enquanto o POE 1 apresenta comportamento Newtoniano ($n_{POE 1} = 1$). Além disso, o polioléster apresenta índice temperatura-viscosidade óleo (β) maior que mineral 0 $(\beta_{POE 1} \ 0.041^{\circ}C^{-1} > \beta_{mineral} = 0.035^{\circ}C^{-1}),$ logo uma mesma variação de temperatura leva a uma maior redução da viscosidade e consequentemente da força hidrodinâmica gerada. Apesar da temperatura máxima do filme de óleo ser maior para o mancal operando com óleo mineral que com POE 1, Figura 6.20, a capacidade de carga é maior quando operando com o óleo mineral.



Figura 6.19 Potência mecânica perdida por atrito em função da relação de excentricidade (ε) para o mancal operando com os diferentes óleos.



Figura 6.20 Diferença entre temperatura máxima (T_{max}) e de entrada (T_o) do óleo em função da relação de excentricidade (ε) para o mancal operando com os diferentes óleos.

Esses efeitos refletem-se, também, no valor do coeficiente de atrito, como podese observar na Tabela 6.3, onde o mancal operando com óleo mineral apresenta menores coeficientes que operando com POE 1. Indicando que o aumento da viscosidade causado pelo efeito dilatante leva a um amento proporcionalmente maior da força hidrodinâmica do que da força de atrito. Comportamento muito semelhante se observa com os lubrificantes AQL 3 e POE 2. O polioléster apresenta valor de consistência maior que o alquilbenzeno ($m_{o_{POE_2}} = 0.0292 \ Pa.s > m_{o_{AQL_3}} = 0.0278 \ Pa.s$). Porém, este apresenta comportamento dilatante ($n_{AQL_3} = 1.018$), enquanto o outro apresenta comportamento levemente pseudoplástico ($n_{POE_2} = 0.997$). Consequentemente, o mancal operando com o óleo AQL 3 gera maior força hidrodinâmica e menor coeficiente de atrito do que aquele operando com POE 2.

3	ALQ 1	ALQ 2	ALQ 3	MINERAL	POE 1	POE 2
0.1	73.44	73.32	66.52	70.20	71.39	68.36
0.2	34.34	34.30	31.02	32.78	33.39	31.93
0.3	20.90	21.01	18.94	20.03	20.45	19.52
0.4	13.93	13.93	12.50	13.24	13.55	12.91
0.5	9.60	9.65	8.57	9.08	9.33	8.87
0.6	6.62	6.65	5.91	6.26	6.45	6.13
0.7	4.44	4.46	3.95	4.15	4.29	4.09
0.8	2.77	2.78	2.52	2.59	2.69	2.59
0.9	1.45	1.45	1.44	1.40	1.44	1.45

Tabela 6.3 Coeficiente de atrito ($C_a = F_a/W$) multiplicado por 1000 ($C_a \times 1000$)

Grando et al. (2005) estudaram a lubrificação com uma mistura de óleo e gás refrigerante como lubrificante em um mancal parcial carregado estaticamente. Observase que, nas mesmas condições de operação, a capacidade de carga e a força de atrito são 22% maiores se for utilizado óleo puro como lubrificante. Isso se deve simplesmente à maior viscosidade do óleo em comparação com a mistura. Como a mistura de óleo e refrigerante foi considerada fluido newtoniano e não foram avaliados os efeitos térmicos, a redução da capacidade de carga e da força de atrito é diretamente proporcional à redução da viscosidade. Esta proporcionalidade não é verdadeira para o presente trabalho, onde são considerados efeitos térmicos e não newtonianos. Por exemplo, quando o desempenho do mancal operando com POE 2 é comparado com ALQ 2. Nas mesmas condições de operação, a capacidade de carga e a força de atrito são 67% e 64%, respectivamente, menores para o ALQ 2. No entanto, o parâmetro de consistência em $T_o (m_o)$ é 90% menor.

Os óleos ALQ 3/POE 2, e mineral/POE 1, apresentam valores de parâmetro de consistência (m_o), Figura 6.9, e número de Sommerfeld muito próximos, Figura 6.21. O número de Sommerfeld, obtido através da Eq.(5.100), é calculado utilizando o valor do parâmetro de consistência em T_o (m_o) e justamente por isso é esperado que esses óleos apresentem valores similares. Já o parâmetro de consistência do óleo ALQ 2 é quase 2 vezes maior que do ALQ 1, porém apresentaram comportamento muito similar em relação ao número de Sommerfeld, como pode ser observado na Figura 6.21. Esse comportamento pode ser explicado pelo efeito dilatante mais significativo que o AQL 1 apresenta ($n_{AQL 1}$) = 1.05 > $n_{AQL 2}$ = 1.037).



Figura 6.21 Número de Sommerfeld (Δ) em função da relação de excentricidade (ϵ) para o mancal operando com os diferentes óleos.

Analisando a Figura 6.20 percebe-se que mesmo óleos de mesma classe apresentaram variações significativas na temperatura máxima do óleo. Para $\varepsilon = 0.8$, por exemplo, $T_{maxmineral} = 66.56 \text{ °C} > T_{maxPOE 1} = 58.72 \text{ °C}$. Quanto maior a capacidade volumétrica de calor (densidade x calor específico) menores serão as temperaturas que ocorrem na folga do mancal. Observando a Tabela 6.2 e a Figura 6.20 observa-se que os óleos com os maiores valores de capacidade volumétrica de calor apresentaram as menores temperaturas. No entanto, essas temperaturas mais baixas e consequente menor redução de viscosidade não foram suficientes para gerar capacidades de carga maiores do que o mancal operando com óleo com comportamento dilatante. Esses resultados diferem parcialmente dos obtidos por Nicoletti (2014), onde foram investigados os efeitos da adição de nanopartículas de Si, SiO2, Al, Al2O3, Cu e CuO a um óleo ISO VG68 (fluido base). Análises termohidrodinâmicas de um mancal foram realizadas e observou-se que a capacidade de carga pode ser aumentada em até 10%, não apenas pela maior viscosidade, mas também pela maior capacidade volumétrica de calor do lubrificante com nanopartículas. No entanto, possíveis efeitos não newtonianos não foram considerados. Os efeitos da capacidade volumétrica de calor sobre a temperatura máxima do óleo apresentam o mesmo comportamento observado por Nicoletti (2014). Embora, aqui, o efeito do aumento da viscosidade com a taxa de cisalhamento sobre capacidade de carga do mancal supera o efeito de temperatura.

Os resultados de ângulo de cavitação (Tabela 6.4), ângulo de atuação (Tabela 6.5) e vazão (Tabela 6.6), variam pouco para o mancal operando com diferentes fluidos, isso indica que esses parâmetros são menos influenciados pela viscosidade do fluido, sendo fortemente dependentes da geometria e parâmetros de operação do mancal.

excentreladde (c).						
3	ALQ 1	ALQ 2	ALQ 3	MINERAL	POE 1	POE 2
0.1	26.02	26.30	26.42	26.29	26.33	26.53
0.2	25.17	25.44	25.62	25.45	25.47	25.71
0.3	24.21	24.42	24.67	24.46	24.45	24.72
0.4	23.10	23.36	23.74	23.46	23.42	23.74
0.5	21.80	22.02	22.59	22.23	22.15	22.54
0.6	20.23	20.46	21.22	20.74	20.61	21.09
0.7	18.27	18.51	19.64	19.00	18.80	19.43
0.8	15.67	15.95	17.53	16.72	16.41	17.22
0.9	11.98	12.32	14.33	13.50	13.09	13.99

Tabela 6.4 Ângulo de cavitação (α) no centro do mancal em função da relação de excentricidade (ϵ).

Tabela 6.5 Ângulo de atuação (ψ) em função da relação de excentricidade (ϵ).

3	ALQ 1	ALQ 2	ALQ 3	MINERAL	POE 1	POE 2
0.1	81.07	81.14	83.29	82.01	81.76	82.71
0.2	74.79	74.90	77.19	75.84	75.65	76.64
0.3	68.49	68.58	71.04	69.61	69.47	70.52
0.4	62.12	62.31	65.00	63.45	63.34	64.48
0.5	55.66	55.81	58.86	57.17	57.07	58.33
0.6	49.02	49.21	52.59	50.70	50.58	52.00
0.7	42.06	42.29	46.37	44.19	44.01	45.68
0.8	34.54	34.77	39.74	37.17	36.86	38.90
0.9	25.59	26.10	32.75	29.65	29.05	31.68

Tabela 6.6 Vazão volumétrica [l/h] de óleo pelas laterais do mancal em função da relação de excentricidade (ϵ).

3	ALQ 1	ALQ 2	ALQ 3	MINERAL	POE 1	POE 2
0.1	0.10	0.09	0.09	0.09	0.09	0.09
0.2	0.20	0.20	0.19	0.20	0.20	0.19
0.3	0.31	0.30	0.30	0.30	0.30	0.30
0.4	0.42	0.42	0.42	0.42	0.42	0.42
0.5	0.55	0.54	0.54	0.54	0.54	0.54
0.6	0.67	0.67	0.67	0.67	0.66	0.66
0.7	0.81	0.80	0.81	0.81	0.80	0.81
0.8	0.95	0.93	0.94	0.94	0.93	0.93
0.9	1.04	1.04	1.07	1.05	1.04	1.06

Os resultados mostram que mesmo pequenos desvios do comportamento newtoniano, como os apresentados pelos óleos investigados, resultam em mudanças significativas do comportamento do mancal. Além disso, percebe-se que relação entre força hidrodinâmica e atrito, e viscosidade deixa de ser diretamente proporcional quando os efeitos não newtonianos e de temperatura são considerados. Assim, deve haver uma curva de viscosidade que possa melhorar o desempenho do mancal sem que a capacidade de carga seja comprometida. Portanto, a próxima seção busca através de um processo de otimização encontrar a curva ideal de viscosidade para uma determinada condição operação.

7 OTIMIZAÇÃO DA REOLOGIA DO ÓLEO

Se um elemento de máquina for adequadamente projetado e lubrificado, as superfícies são completamente separadas por um filme de lubrificante. Testes de resistência de rolamentos de esferas, por exemplo, realizados por Tallian (1967) demonstraram que quando o filme lubrificante é espesso o suficiente para separar os corpos em contato, a vida de fadiga do rolamento é grandemente estendida. Por outro lado, quando o filme não é espesso o suficiente para fornecer separação total entre as asperezas na zona de contato, a vida útil do rolamento é adversamente afetada pelo alto cisalhamento resultante do contato direto metal-metal. Deste modo, o projeto do mancal e escolha do lubrificante devem ser feitos buscando garantir que se opere no regime hidrodinâmico de lubrificação.

No regime hidrodinâmico o atrito deixa de ser causado pelo contado das superfícies e passa a ser causado pelo cisalhamento do fluido. Porém, mesmo operando dentro desse regime, diferentes valores de atrito podem ser obtidos dependendo do comportamento da viscosidade em relação a pressão, temperatura e taxa de cisalhamento. Nesse trabalho considera-se apenas o efeito da temperatura e da taxa de cisalhamento na viscosidade dos lubrificantes.

A taxa de cisalhamento varia ao longo da circunferência do mancal sendo mínima na região de maior espessura do filme e máxima na região de menor espessura. A temperatura do filme varia ao longo da circunferência e comprimento do mancal. Dessa forma, mesmo fluidos que apresentem viscosidade igual para baixas taxas de cisalhamento e mesma temperatura de referência, podem apresentar valores de força de atrito viscoso diferentes. Considerando o mancal apresentado na Tabela 6.1, buscou-se, por meio de um processo de otimização, os parâmetros m_o , $n e \beta$ da lei de potência, Eq.(5.52), capaz de atender ao requisito de carga de operação em regime hidrodinâmico com o menor atrito possível.

7.1 FUNÇÃO OBJETIVO

Existem diferentes métodos de otimização, porém todos seguem uma premissa básica da otimização (AROR, 2011). Busca-se encontrar $X = \{x_1, x_2, ..., x_m\}$, que minimize f(X), sujeito a restrições. O vetor X é o vetor com as m variáveis de projeto que caracterizam o sistema a ser otimizado, essas são os parâmetros que podem ser modificados a fim de buscar a melhor solução possível do problema. A função objetivo, f(X), direciona o processo de otimização, é nessa função que são avaliados os valores a serem minimizados ou maximizados. Já as restrições caracterizam as condições a serem respeitadas, essas podem ser devido limitações de segurança, qualidade ou quaisquer outras condições limitantes do problema a ser otimizado (ASSIS, 2021).

Nesse trabalho as variáveis de projeto são os parâmetros m_o , $n e \beta$ da lei de potência, logo, $X = \{m_o, n, \beta\}$. Limita-se o domínio de busca na otimização determinando os limites de cada variável. Os valores limites foram definidos de acordo com os resultados encontrados nos ensaios realizados nos seis óleos estudados de forma que:

Limite inferior = $\{0.001; 0.8; 0.01\}$ Limite superior = $\{0.03; 1.2; 0.06\}$

O objetivo da otimização é reduzir a força de atrito gerada pelo mancal, portanto, a função objetivo deve apresentar como resultado o valor da força de atrito para uma carga de operação do mancal. O modelo e algoritmo desenvolvido nas seções anteriores obtém os valores de força de atrito e hidrodinâmica para um dado valor de relação de excentricidade. Esse método é bastante útil para obter as curvas de operação do mancal, porém em geral busca-se o conjunto mancal e óleo capaz de sustentar uma dada carga. Na operação do mancal quando a carga é aplicada o sistema busca a relação de excentricidade para que a força hidrodinâmica seja igual a carga aplicada. Se o sistema (mancal + óleo) não for capaz de sustentar a carga ocorre o contato das superfícies.

A função objetivo segue o fluxograma da Figura 7.1. Dado os parâmetros de operação do mancal, as variáveis de projeto (propriedades do óleo) e a carga de operação, a função busca o valor da relação de excentricidade e calcula a força de atrito nessa condição. Para encontrar ε faz-se uma aproximação linear da derivada da função força hidrodinâmica $W(\varepsilon)$, como mostrado na Figura 7.2. O algoritmo numérico para a função objetivo funciona assim:

- 1. Arbitra-se um valor de ε_o , por exemplo $\varepsilon_o = 0.8$.
- 2. Calcula-se a derivada numérica, $W'(\varepsilon_o)$.
- 3. Usando a derivada estima-se ε para a carga de operação dada.
- 4. Retorna-se ao passo 2 até atingir a convergência.

Considera-se que a convergência foi alcançada quando:

Onde:

$$Erro = \frac{|\varepsilon - \varepsilon_o|}{\varepsilon} \tag{7.1}$$

Após a convergência a força de atrito para ε é calculada. Tanto a força de atrito como a hidrodinâmica são obtidas utilizando a rotina de cálculo apresentada na Figura 5.10, sem o cálculo da fronteira de cavitação. Para facilitar a convergência e acelerar o processo de simulação, optou-se por utilizar a condição de meio Sommerfeld para fronteira de cavitação, ou seja, para $\theta \ge \pi$ a pressão é zero.

A derivada numérica, $W'(\varepsilon)$ é calculada por:

$$W'(\varepsilon) = \frac{W(\varepsilon + \Delta \varepsilon) - W(\varepsilon)}{\Delta \varepsilon}$$
(7.2)

Onde W é a força hidrodinâmica calculada e $\Delta \varepsilon$ é uma pequena variação da relação de excentricidade, definida como $\varepsilon * 10^{-2}$. Fazendo uma aproximação linear de $W(\varepsilon)$, Figura 7.2, estima-se ε , fazendo:

$$\varepsilon = \varepsilon_o + \frac{W_{op} - W(\varepsilon_o)}{W'(\varepsilon_o)}$$
(7.3)



Figura 7.1 Fluxograma computacional da função objetivo.



Figura 7.2 Aproximação linear da função força hidrodinâmica ($W(\varepsilon)$) para encontrar ε para determinada carga de operação (W_{op}).

Se a relação de excentricidade for maior que 0.9 considera-se que há contato entre as superfícies, esse valor foi definido usando o parâmetro de filme. Hamrock et al. (2004) apresenta um parâmetro de filme que descreve a faixa de valores para os quatro regimes de lubrificação. A relação entre o parâmetro adimensional do filme (Λ) e a espessura mínima do filme (h_{min}) é:

$$\Lambda = \frac{h_{min}}{\sqrt[2]{R_{q,a}^2 + R_{q,b}^2}}$$
(7.4)

Onde R_q é o parâmetro RMS (Desvio Aritmético Quadrático) da superfície e "a" e "b" são as superfícies tribológicas. No caso estudado a superfície interna do mancal e externa do eixo. O parâmetro do filme pode ser usado para definir em que regime de lubrificação o mancal está operando. A faixa de A para cada regime é:

- 1. Lubrificação hidrodinâmica $\rightarrow 5 \ < \ \Lambda \ < \ 100$
- 2. Lubrificação elastohidrodinâmica $\rightarrow 3 < \Lambda < 10$
- 3. Lubrificação parcial $\rightarrow 1 < \Lambda < 5$
- 4. Lubrificação limite $\rightarrow \Lambda < 1$

Esses valores são estimativas aproximadas e dificilmente se observa uma transição clara de um regime para outro. O processo de amaciamento pode interferir significativamente nesse parâmetro, uma vez que os picos das asperidades são achatados e esse efeito não é bem capturado pelo parâmetro R_q de rugosidade. Mesmo sabendo das limitações do parâmetro de filme ele é uma ferramenta bastante útil no projeto de mancais.

Dessa forma, Λ é utilizado para definir quando o mancal simulado deixa de operar no regime hidrodinâmico e o modelo proposto deixa de ser aplicável. Definindo-se o valor mínimo de Λ , sabendo a rugosidade das superfícies e que a espessura mínima do filme é função apenas da folga radial e da relação de excentricidade é possível definir o valor da relação de excentricidade máxima. Assim,

$$\varepsilon_{max} = 1 - \frac{\Lambda^2 \sqrt{2} R_q}{c} \tag{7.5}$$

Onde ε_{max} é relação de excentricidade máxima e c é a folga radial. Considerouse que tanto a superfície interna do mancal quanto a externa do eixo do mancal apresentam rugosidade R_q de aproximadamente 0.18 μm . Definindo-se $\Lambda = 5$, chega-se à relação de excentricidade limite de 0.9. Se na função objetivo um valor de ε maior que 0.9 for necessário para obter a força de carregamento de operação, considera-se que há contado e o coeficiente de atrito passa a ser o coeficiente a seco e força de é atrito, $F_a = C_{a_{seco}} W_{op}$. Como o coeficiente de atrito a seco é algumas ordens de grandeza maior que o coeficiente de atrito hidrodinâmico, sempre que houver contato a força de atrito será mais alta. Se $\varepsilon < 0.9$ a força de atrito hidrodinâmica é calculada.

7.2 ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO

Como o objetivo do trabalho não é o desenvolvimento do algoritmo de otimização, buscou-se as ferramentas de optimização disponíveis no software *MATLAB®R2015a*. A rotina desenvolvida para obtenção de distribuição de pressão e temperatura no mancal é iterativa e é relativamente custosa computacionalmente. A função objetivo utiliza a rotina apresentada na Figura 5.10 para encontrar a distribuição de pressão e temperatura e com isso calcular a força hidrodinâmica e de atrito. Adota-se, também, um processo iterativo para encontrar a relação de excentricidade para uma dada carga de operação. Assim, métodos de otimização que não necessitem de muitas avaliações da função objetivo para encontrar o mínimo são mais indicados. Porém, esses métodos em geral avaliam poucas *basins* de atração e encontram mínimos locais. Em testes iniciais observou-se que a função objetivo deve apresentar vários mínimos locais, uma vez que os resultados da otimização eram significativamente afetados pelo ponto de início da busca. Dessa forma, mesmo sendo computacionalmente mais custoso, optou-se pela escolha de um método que avalie múltiplas *basins* de atração e com maior chance de encontrar um mínimo global.

Dentro dos algoritmos disponíveis na biblioteca do software MATLAB®R2015a, dois deles atendem aos requisitos, são eles os algoritmos "GlobalSearch" e "MultiStart". Ambos os algoritmos apresentam funcionamento parecidos, iniciam um solver local (como "fmincon") a partir de vários pontos iniciais. Os algoritmos usam vários pontos iniciais para amostrar várias *basins* de atração e apresentam como resultado uma lista dos resultados encontrados, do menor valor da função objetivo (melhor resultado) para o maior valor (pior resultado). A principal diferença entre os dois está na forma como os pontos de início são definidos e avaliados. O "MultiStart" usa pontos uniformemente distribuídos dentro dos limites determinados ou pontos iniciais fornecidos pelo usuário e avalia todos esses pontos. O "GlobalSearch" analisa os pontos iniciais e rejeita aqueles pontos que provavelmente não melhorarão o melhor mínimo local encontrado até agora. Pelo processo ser dependente dos resultados encontrados anteriormente esse método não pode rodar com processamento paralelo. Nenhum dos dois métodos garantem que o menor valor encontrado é o mínimo global, porém como vários pontos são avaliados a chance de encontrar o mínimo global é maior que outros métodos (THE MATHWORKS, [s.d.]).

Como os dois métodos são muito parecidos optou-se pelo "*MultiStart*", pois ele pode rodar com processamento paralelo, reduzindo o tempo necessário para obtenção dos resultados. O *solver* local escolhido foi o "*fmincon*", que é um método que utiliza o gradiente da função objetivo para encontrar o mínimo. O número de pontos a ser avaliados foi definido em 20. Todos os demais parâmetros da ferramenta foram mantidos iguais aos predefinidos pelo *software*.

7.3 PARÂMETROS ÓTIMOS

Alguns testes de otimização foram feitos onde permitiu-se que o otimizador variasse todos os parâmetros da lei de potência (m_o , $n e \beta$) para carga de operação de 83 e 492 N. Onde essas cargas são iguais as forças hidrodinâmicas geradas no mancal operando com o óleo ALQ 1 e ALQ 3, respectivamente. Os resultados encontrados são mostrados na Tabela 7.1.

		zaçao pai	$a W_{op} - 03$	e 492 N.
$W_{op}[N]$	m _o [mPa.s]	n	$\boldsymbol{\beta}[^{\circ}\boldsymbol{\mathcal{C}}^{-1}]$	$F_a[N]$
83	1.00	1.059	0.0599	0.129
492	1.90	1.171	0.0571	0.647

Tabela 7.1 Resultados otimização para $W_{on} = 83 e 492 N$.

Analisando a Tabela 7.1 percebe-se que há uma tendência de β convergir para o seu limite superior ($\beta = 0.06 \,^{\circ}C^{-1}$). Portanto, optou-se por mantê-lo fixo e variar somente os parâmetros $m_o \ e \ n$. O valor de β escolhido foi de $0.034 \,^{\circ}C^{-1}$, que é a média dos valores dos índices de viscosidade-temperatura dos seis óleos estudados na seção anterior. Além disso, o valor de m_o convergiu para 1.00 mPa. s para carga de operação de 83 N, porém esse valor é bastante baixo. O óleo ALQ 1 já apresenta viscosidade extremamente baixa ($m_o = 1.595 \ mPa. s$) e o valor encontrado é ainda mais baixo. Dessa forma, alterou-se o valor do limite inferior de m_o para 1.59 mPa. s.

No modelo adotado o comportamento reológico do óleo é expresso pelos parâmetros m_o , $n \ e \ \beta$. Porém, para resolução da equação da energia, também é preciso definir o valor da capacidade volumétrica de calor. Como observado Tabela 6.2, os valores do produto $\rho \times C_P$ não variam significativamente de um óleo para outro (variação máxima de 12%). Dessa forma, optou-se por definir o valor $\rho \times C_P$ como a média dos valores mostrados na Tabela 6.2, logo, $\rho \times C_P = 1.79 \ J/Kcm^3$.

Obteve-se os valores de força de atrito para diferentes cargas de operação $(50, 80, 150, 250, 375 \ e \ 500N)$ para os seis óleos analisados e otimizados para cada carga, esses resultados estão plotados no gráfico da Figura 7.3. Os resultados da otimização indicam os valores de m_o e n que um óleo deveria apresentar para que para uma dada carga de operação a força de atrito viscoso seja a menor possível. Portanto, quando no texto aparecer óleo otimização. Na Figura 7.3 os resultados para ALQ 1, ALQ 2 e POE 1 só são apresentados até os valores de carga de operação de 150, 250, e 375 N, respectivamente. Isso ocorre porque o mancal operando com esses óleos não consegue gerar força hidrodinâmica maior que esses valores.



Figura 7.3 Força de atrito para cargas de operação de 50, 80,150, 250, 375 e 500*N* para o mancal operando com os óleos alquilbenzeno, mineral, polioléster e otimizado.

A Tabela 7.2 apresenta os valores de m_o , n, ε para os resultados plotados na Figura 7.3. Percebe-se que os valores de ε tendem ao valor máximo permitido, $\varepsilon = 0.9$, para todos os casos, pois como pode ser observado na Tabela 6.6 quanto maior for a relação de excentricidade menor será o coeficiente de atrito viscoso. As forças hidrodinâmica e de atrito aumentam com o aumento da relação de excentricidade, porém para ε altos o ganho de força hidrodinâmica é muito maior do que o aumento da força de atrito. Limitouse a relação de excentricidade à $\varepsilon < 0.9$, como visto na Seção 7.1, pois para valores maiores começa a ocorrer contato das asperidades das superfícies levando ao aumento do atrito.

A Tabela 7.2 apresenta, também, a redução da força de atrito na forma de porcentagem que pode ser obtida com os parâmetros reológicos otimizados. Percebe-se que para todas as condições estudas há significativa redução da força de atrito. Para os óleos e cargas de operação analisados o mancal sempre está trabalhando subutilizado, ou seja, sempre opera com relações de excentricidade menores que 0.9. Porém, parece haver uma faixa de carga de operação onde os óleos reais se aproximam dos resultados otimizados. A maior redução ocorre para uma carga de operação de 50 N, onde um mancal operando com o fluido otimizado apresenta uma força de atrito 58% menor que para um
mesmo mancal operando com o óleo ALQ 1. Porém, à medida que a carga é aumentada a redução se torna menor, atingindo o menor valor para 150 N e óleo ALQ 1. Nessa condição o mancal trabalha com relação de excentricidade próxima a 0.9, assim o coeficiente de atrito é menor.

W _{op}	$m_o[mPa.s]$	n	3	\overline{F}_a	Redução de F _a	Referência	
500	5.47	1.06	0.8984	0.735	-24%	MINERAL	
375	1.98	1.10	0.8984	0.533	-25%	POE 1	
250	1.58	1.08	0.8984	0.368	-21%	ALQ 2	
150	1.59	1.04	0.8983	0.235	-17%	ALQ 1	
80	1.60	0.99	0.8977	0.136	-43%	ALQ 1	
50	1.60	0.96	0.8969	0.089	-58%	ALQ 1	

Tabela 7.2 Resultados otimização.

Como visto na Seção 7.2 não é possível garantir que os valores encontrados na otimização são mínimos globais, logo os valores de m_o e n encontrados podem não representar a condição mais otimizada. Porém, parece haver uma tendência de comportamento que levaria ao menor atrito. Para cargas de operação de 50 e 80 N, n é menor que um, ou seja, o fluido, se real, apresentaria comportamento pseudoplástico. Indicando que o mancal operando com fluido newtoniano, com valor de $m_o = 1.60 \ mPa. \ s$, deve trabalhar com relação de excentricidade menor que 0.9 e consequentemente irá apresentar maior força de atrito. Já para as cargas de 150 e 250N o oposto ocorre, o valor de $m_o = 1.59 \ mPa. \ s$ não é suficiente para que surja no mancal uma força hidrodinâmica maior ou igual as cargas, logo é necessário que haja um efeito dilatante do fluido (n > 1). Nesses casos a situação que apresentou menor força de atrito é aquela com o menor valor de m_o com n variando para diminuir ou aumentar a viscosidade aparente.

Para as cargas de operação de 375 e 500 N a tendência observada para as cargas menores não parece se manter. Como observado anteriormente não há garantia que os valores encontrados são mínimos globais. Para verificar se os valores encontrados realmente representam a situação ótima, fixou-se o valor de m_o no valor do limite inferior (1.59 mPa.s) variando n. Os resultados encontrados são apresentados na Tabela 7.3. Percebe-se que fixando $m_o = 1.59 mPa.s$ e variando n obtém-se valores de atrito ainda menores que aqueles mostrados na Tabela 7.2. Pode-se concluir que os mínimos encontrados anteriormente são apenas mínimos locais e a tendência observada para as menores cargas se mantem.

Tabela 7.3 Resultados otimização para $W_{op} = 375 \ e \ 500 \ N$, para $m_o = 1.59 \ mPa.s$.

$W_{op}\left[N ight]$	n	$F_a[N]$
375	1.116	0.518
500	1.143	0.6703

Esse resultado é incialmente contraintuitivo, uma vez que esperasse que um fluido pseudoplástico, apresente menores forças de atrito devido a sua de menor viscosidade. Porém, no modelo adotado toda a superfície do eixo do mancal está envolta no fluido, logo toda superfície contribui para a força de atrito. Porém, a região de menor espessura de filme do mancal é responsável pela maior parte da força hidrodinâmica gerada, uma vez que as pressões são maiores (Figura 7.5). Quando um fluido possui comportamento dilatante (n > 1) a viscosidade aumenta com o aumento da taxa e cisalhamento. Como pode ser observado na Figura 7.4, quanto menor a espessura do filme maior é a taxa de cisalhamento. Portanto, nessas regiões a viscosidade aparente será maior e é justamente essas regiões que mais contribuem para força hidrodinâmica. Já nas regiões de maior espessura ocorre o oposto. Como a viscosidade aparente é menor, a força de atrito gerada nessas regiões também será menor. Viscosidades menores levam a pressões e consequentemente forças hidrodinâmicas menores, porém o efeito na força de sustentação será menos significativo, uma vez que a pressão cai bruscamente com aumento da espessura do filme como pode ser visto na Figura 7.5. Logo, é possível aumentar a força hidrodinâmica sem que haja aumento da força de atrito de mesma magnitude.



Figura 7.4 Variação da espessura do filme fluido (*h*) e da taxa de cisalhamento ($\dot{\gamma}$) em função do ângulo no mancal (θ).



Figura 7.5 Variação da viscosidade (μ) e da pressão na linha de centro em função do ângulo no mancal (θ) para um fluido dilatante e condição isotérmica.

Através da otimização dos parâmetros reológicos encontra-se a curva de viscosidade ideal de um óleo para que o mancal opere com a menor perda de potência, ou seja, tenha maior eficiência. Dessa forma, sabendo a capacidade de carga requerida do mancal e conhecendo a curva de viscosidade de vários óleos pode-se escolher aquele com o comportamento mais próximo do ideal. Além disso, a otimização pode auxiliar no desenvolvimento de novos óleos e aditivos, que podem ser "projetados" para que o lubrificante apresente o comportamento reológico ideal.

8 CONCLUSÕES

Nesse trabalho um modelo termohidrodinâmico para mancais radiais operando com fluidos não newtonianos foi proposto e resolvido por método dos volumes finitos. Para modelar o comportamento reológico dos óleos adotou-se a lei dê potência. Para obtenção da distribuição de pressão e temperatura a equação de Reynolds modificada foi resolvida em conjunto com a equação da energia com condição adiabática. Além disso, a posição da fronteira de cavitação foi calculada através da equação da conservação da massa.

O modelo proposto foi utilizado para calcular os parâmetros de operação e desempenho de um mancal de compressor de refrigeração operando com óleos mineral, à base de alquilbenzeno e polioléster. As propriedades reológicas e termofísicas foram obtidas experimentalmente e serviram como entradas do modelo. Entretanto, devido às limitações de equipamento, a viscosidade só foi medida até taxa de cisalhamento de $20000 \ s^{-1}$. Esse valor está abaixo da faixa de operação do mancal, assim os cálculos foram feitos extrapolando os resultados obtidos.

Também foi desenvolvido um algoritmo para otimização das propriedades reológicos de um fluido operando em mancal radial. O algoritmo busca para um dado carregamento quais são os parâmetros da lei de potência para que a força de atrito viscoso seja a menor possível. Para isso, utilizou-se o modelo termohidrodinâmico desenvolvido para determinar as forças geradas pelo mancal e um algoritmo de busca global para determinar o ponto de mínimo.

A partir dos resultados apresentados e discutidos com base na literatura, destacase as seguintes conclusões:

- Os óleos alquilbenzeno e mineral apresentaram comportamento dilatante (n > 1), enquanto os polioléster apresentaram tanto comportamento Newtoniano (n = 1) quanto pseudoplástico (n < 1).
- O polioléster apresentou capacidade volumétrica de calor 12% e 6% maior que o alquilbenzeno e o óleo mineral, respectivamente. A temperatura máxima no mancal é 8% menor operando com POE 2 do que com ALQ 3, e 15% menor com POE 1 do que com o óleo mineral.
- Pode-se esperar que devido à maior temperatura e consequente menor viscosidade, o mancal operando com óleo mineral tenha uma capacidade de

carga menor. Porém, como o óleo mineral apresenta leve comportamento dilatante, observa-se o contrário, a capacidade de carga do mancal operando com óleo mineral é 30% maior que com polioléster, para as mesmas condições de operação. Indicando que o efeito do comportamento não newtoniano na viscosidade aparente pode ser mais significativo do que os efeitos térmicos. Esse efeito tende a ser mais significativo para mancais que operam em altas taxas de cisalhamento, como os encontrados em compressores para refrigeração.

- Mesmo pequenos desvios do comportamento newtoniano, como aqueles apresentados pelos óleos analisados, podem alterar significativamente o desempenho do mancal. Quando os efeitos térmicos e não newtonianos são ignorados, a capacidade de carga do mancal e a força de atrito são diretamente proporcionais à viscosidade do fluido. No entanto, no presente trabalho, onde são analisados esses efeitos, isso não ocorre. Nas mesmas condições de operação, a capacidade de carga e a força de atrito são 67% e 64%, respectivamente, menores para o mancal operando com ALQ 2 do que com POE 2, mas o parâmetro de consistência em $T_o(m_o)$ é 90% mais baixo.
- Da otimização, observa-se uma tendência dos valores do índice viscosidadetemperatura, β, convergirem para o valor máximo possível. Já os valores de consistência na temperatura T_o, m_o, tendem para o menor valor possível. O índice de comportamento do fluido, n, pode ser maior ou menor que um, dependendo da carga de operação.

9 TRABALHOS FUTUROS

Deve-se destacar que o modelo apresentado, apesar de permitir a análise de uma variedade de fluidos que os modelos clássicos de Reynolds não permitem, ainda é um modelo com ampla margem para aprimoramento. Dessa forma, sugerem-se alguns tópicos para trabalhos futuros:

- Adicionar ao modelo a consideração de características especiais mais frequentes em mancais reais, como ranhuras axiais e circunferenciais, canais de alimentação de óleo e mancais elípticos.
- Adicionar os efeitos:
 - Da inércia do fluido.
 - Elastohidrodinâmicos, onde consideram-se as deformações elásticas das superfícies e os efeitos da pressão sobre a viscosidade.
 - De carregamentos dinâmicos.
 - Da condução de calor entre o fluido lubrificante e as superfícies do mancal e eixo.
- Avaliar a reologia dos óleos em condições mais próximas da aplicação em compressores, ou seja, taxas de cisalhamento, temperatura e pressões maiores.
- Avaliar como as propriedades reológicas e termofísicas do fluido podem ser alteradas. Por exemplo, com adição de nanopartículas, aditivos ou mistura entre fluidos. As nanopartículas vêm se mostrando como uma alternativa mais sustentável em relação aos aditivos tradicionais, que podem ser tóxicos e prejudiciais ao meio ambiente. Além de atuarem modificando as propriedades térmicas e reológicas dos lubrificantes, as nanopartículas podem atuar como lubrificantes sólidos. Quando a lubrificação hidrodinâmica falha e há contato entre as superfícies, essas partículas atuam como lubrificante sólido, reduzindo atrito e desgaste.

• Propor métodos para otimização das propriedades do fluido lubrificante utilizado em compressores de refrigeração que considere os efeitos no desempenho do compressor como um todo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AROR, J. S. Introduction to Optimum Design. 3. ed. [s.l.] Academic Press, 2011.

ASSIS, G. C. DE O. Metodologia baseada em metamodelos para a otimização global de problemas black-box com restrições computacionalmente onerosas. Florianópolis: UFSC, 2021.

AZEEZ, S.; BERTOLA, V. Lubrication of journal bearings by shear thinning lubricants using different constitutive models. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology**, v. 235, n. 6, p. 1203–1210, 1 jun. 2021.

BAIR, S.; WINER, W. O. A new high-pressure, high-shear stress viscometer and results for lubricants. **Tribology Transactions**, v. 36, n. 4, p. 721–725, 1993.

BERMAN, D. et al. Macroscale superlubricity enabled by graphene nanoscroll formation. **Science**, v. 348, n. 6239, p. 1118–1122, 5 jun. 2015.

BHUSHAN, B. Modern Tribology Handbook. Boca Raton, Florida: CRC Press LLC, 2000.

BIRD, R. B.; ARMSTRONG, R. C.; HASSAGER, O. Dynamics of polymeric liquids.2. ed. New York, NY: John Wiley & Sons, 1987. v. 1

BONCOMPAIN, R.; FILLON, M.; FRENE, J. Analysis of Thermal Effects in Hydrodynamic Bearings. Journal of Tribology, v. 108, n. 2, p. 219–224, 1 abr. 1986.

SONNTAG, R. E.; BORGNAKKE, C.; VAN WYLEN, G. J. Fundamentals of Thermodynamics. 6. ed. [s.l.] Wiley, 2003.

FARIA, M. T. C. On the hydrodynamic long journal bearing theory. (S. I. Ao et al., Eds.)Proceedings of the World Congress on Engineering. Anais...London: 2 jul. 2014.
Disponível em: https://www.iaeng.org/publication/WCE2014/WCE2014_pp1447-1452.pdf>. Acesso em: 12 dez. 2022

CANEVER, S. Alumina-based nanolubricants: stability and rheological behavior at high shear rates. Master's dissertation—Florianópolis, SC: Universidade Federal de Santa Catarina, 2022.

CANEVER, S. B. et al. Alumina-based nano-oils: rheological behavior at high shear rates. Anais do XX B-MRS Meeting. Anais...Foz do Iguaçu: 2022.

CHHABRA, R. P.; RICHARDSON, J. F. Non-Newtonian Fluid Behaviour. Non-Newtonian Flow and Applied Rheology, p. 1–55, 1 jan. 2008.

CHIEH, H. Modelagem e análise computacional da lubrificação do conjunto eixo,biela e pistão em compressores alternativos. Dissertação (Mestrado)—Florianópolis,SC: Universidade Federal de Santa Catarina, 2007.

COUTO, P. R. C. Análise de mancais radiais hidrodinâmicos com aplicação em compressores herméticos de refrigeração. Tese (Doutorado)—Florianópolis, SC: Universidade Federal de Santa Catarina, 2006.

DE MELLO, J. D. B. et al. Effect of precursor content and sintering temperature on the scuffing resistance of sintered self lubricating steel. **Wear**, v. 271, n. 9–10, p. 1862–1867, 29 jul. 2011.

DE OLIVEIRA, M. M. et al. Solid lubrication in fluid film lubrication. Lubrication Science, v. 30, n. 3, p. 102–115, 1 abr. 2018.

DIEN, I. K.; ELROD, H. G. A Generalized Steady-State Reynolds Equation for Non-Newtonian Fluids, With Application to Journal Bearings. **Journal of Tribology**, v. 105, n. 3, p. 385–390, 1983a.

DIEN, I. K.; ELROD, H. G. A Generalized Steady-State Reynolds Equation for Non-Newtonian Fluids, With Application to Journal Bearings. Journal of Lubrication Technology, v. 105, n. 3, p. 385–390, 1 jul. 1983b.

DOWSON, D. et al. Paper 3: An Experimental Investigation of the Thermal Equilibrium of Steadily Loaded Journal Bearings. http://dx.doi.org/10.1243/PIME_CONF_1966_181_034_02, v. 181, n. 2, p. 70–80, 1 jun. 1966.

ELETROBRAS. Pesquisa de posse de equipamentos e hábitos de uso, ano base 2005: classe Residencial Relatório Brasil - Sumário Executivo. Rio de Janeiro: ELETROBRAS; PROCEL, 2009.

EMBRACO – CORPORATE COMMUNICATION & SUSTAINABILITY. SUSTAINABILITY REPORT. Joinville: [s.n.]. . Acesso em: 10 set. 2022.

FENG, R.; RAMESH, K. T. The Rheology of Lubricants at High Shear Rates. Journal of Tribology, v. 115, n. 4, p. 640–647, 1 out. 1993.

GRANDO, F. P.; PRIEST, M.; PRATA, A. T. Lubrication in Refrigeration Systems: Performance of Journal Bearings Lubricated with Oil and Refrigerant Mixtures. **Tribology and Interface Engineering Series**, v. 48, p. 481–491, 1 jan. 2005.

HAMROCK, B. J.; SCHMID, S. R.; JACOBSON, B. O. Fundamentals of Fluid Film Lubrication. 2. ed. New York, NY: MARCEL DEKKER, 2004.

HERSEY, M. D. The laws of lubrication of horizontal journal bearings. J. Wash. Acad. Sci., v. 4, p. 542–552, 1914.

HOLMBERG, K.; ERDEMIR, A. Influence of tribology on global energy consumption, costs and emissions. **Friction**, v. 5, n. 3, p. 263–284, 2017.

HUTCHINGS, I.; SHIPWAY, P. Tribology: Friction and wear of engineering materials. 2. ed. Oxford, United Kingdom: Elsevier Science, 2017.

JANG, J. Y.; CHANG, C. C. Adiabatic solutions for a misaligned journal bearing with non-Newtonian lubricants. **Tribology International**, v. 20, n. 5, p. 267–275, 1987.

MANKE, A. L. Uma metodologia de cálculo para a simulação de mancais radiais submetidos a carregamento dinâmico. Dissertação (Mestrado)—Florianópolis: Universidade Federal de Santa Catarina, 1991.

MARTIN, F. A. Developments in engine bearing design. **Tribology International**, v. 16, n. 3, p. 147–164, 1 jun. 1983.

MARTINS, M. M. Caracterização Reológica de Óleos Lubrificantes Utilizados na Indústria de Refrigeração. Trabalho de conclusão de curso—Florianópolis: Universidade Federal de Santa Catarina, 15 set. 2022.

MCCALLION, H.; YOUSIF, F.; LLOYD, T. The Analysis of Thermal Effects in a Full Journal Bearing. Journal of Lubrication Technology, v. 92, n. 4, p. 578–587, 1 out. 1970.

MEWIS, J.; WAGNER, N. J. Thixotropy. Advances in Colloid and Interface Science, v. 147–148, n. C, p. 214–227, 1 mar. 2009.

MORRISON, F. A. Understanding Rheology. New York, NY: Oxford University Press, 2001.

NICOLETTI, R. The importance of the heat capacity of lubricants with nanoparticles in the static behavior of journal bearings. **Journal of Tribology**, v. 136, n. 4, 1 out. 2014.

PAPANASTASIOU, T. C.; GEORGIOU, G. C.; ALEXANDROU, A. N. Viscous Fluid Flow. Boca Raton, FL: Taylor & Francis Group, 2000.

PATANKAR, S. V. Numerical heat transfer and fluid flow. London, England: Hemisphere Publishing, 1980.

POLYMER PROPERTIES DATABASE. Flow Properties of Polymers. Disponível em: https://polymerdatabase.com/polymer-physics/Viscosity2.html. Acesso em: 5 mar. 2021.

PRATA, A. T. **Tribologia**. [Notas de aula da disciplina de Teoria da Lubrificação, lecionada na UFSC, POSMEC]—Florianópolis: Universidade Federal de Santa Catarina, 2021.

PRATA, A. T.; FERREIRA, R. T. S. The accuracy of short bearing theory in presence of cavitation. **Journal of Tribology**, v. 112, n. 4, p. 650–654, 1 out. 1990.

PRATA, A. T.; SEIXLACK, A. L. Análise dos efeitos térmicos em mancais radiais considerando a transferência de calor entre mancal e o filme de óleo [Analysis of thermal effects in radial bearings considering the heat transfer between bearing and oil film]. Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica. Anais...Brasília: 1993.

RAIMONDI, A. A.; BOYD, J. A Solution for the Finite Journal Bearing and its Application to Analysis and Design: I. http://dx.doi.org/10.1080/05698195808972328, v. 1, n. 1, p. 159–174, 1958.

SAN ANDRES, L. A. Approximate Design of Statically Loaded Cylindrical Journal Bearings. Journal of Tribology, v. 111, n. 2, p. 390–393, 1 abr. 1989.

SINGH, C.; SINHA, P. Non-newtonian squeeze films in journal bearings. **Wear**, v. 70, n. 3, p. 311–319, 15 ago. 1981.

SPIKES, H. A.; ANGHEL, V.; GLOVNEA, R. Measurement of the rheology of lubricant films within elastohydrodynamic contacts. **Tribology Letters**, v. 17, n. 3, p. 593–605, out. 2004.

STACHOWIAK, G.; BATCHELOR, A. Engineering Tribology. 4. ed. Oxford, United Kingdom: Butterworth-Heinemann, 2006.

STATISTA. **Refrigerator unit sales worldwide from 2012 to 2025**. Disponível em: https://www.statista.com/statistics/1124245/refrigerator-unit-sales-worldwide/. Acesso em: 20 nov. 2021.

STRIBECK, R. Characteristics of plain and roller bearings. Zeit, v. 46, 1902.

TALLIAN, T. E. On Competing Failure Modes in Rolling Contact. http://dx.doi.org/10.1080/05698196708972201, v. 10, n. 4, p. 418–439, 1967.

THE MATHWORKS. **How GlobalSearch and MultiStart Work**. Disponível em: https://ch.mathworks.com/help/gads/how-globalsearch-and-multistart-work.html. Acesso em: 22 nov. 2022.

VASCONCELLOS, J. F.; PRATA, A. T. Determinação da fronteira de cavitação em mancais radiais finitos [Determination of the cavitation boundary in finite radial bearings]. Congresso Ibero Americano de Engenharia Mecanica. Anais...Belo Horizonte: 1995.

WINER, W. O.; CHENG, H. S. Film Thickness, Contact Stress and Surface Temperatures. Em: Wear Control Handbook. [s.l.] ASME, 1980. p. 81–141.

WRIGHT, P. G. The variation of viscosity with temperature. **Physics Education**, v. 12, n. 5, p. 323, 1 jul. 1977.

YAZAWA, S.; MINAMI, I.; PRAKASH, B. Reducing Friction and Wear of Tribological Systems through Hybrid Tribofilm Consisting of Coating and Lubricants. **Lubricants**, v. 2, n. 2, p. 90–112, 23 jun. 2014.