

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO TECNOLÓGICO DE JOINVILLE
CURSO DE ENGENHARIA AEROESPACIAL

BRENO LOPES TUMELERO

AVALIAÇÃO PARAMÉTRICA DE DISPOSITIVOS DE PONTA DE ASA DO TIPO
ENDPLATE

Joinville
2023

BRENO LOPES TUMELERO

AVALIAÇÃO PARAMÉTRICA DE DISPOSITIVOS DE PONTA DE ASA DO TIPO
ENDPLATE

Trabalho apresentado como requisito para obtenção do título de bacharel em Engenharia Aeroespacial do Centro Tecnológico de Joinville da Universidade Federal de Santa Catarina.

Orientador: Dr. Filipe Dutra da Silva

Joinville
2023

BRENO LOPES TUMELERO

AVALIAÇÃO PARAMÉTRICA DE DISPOSITIVOS DE PONTA DE ASA DO TIPO
ENDPLATE

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado para obtenção do título de bacharel em Engenharia Aeroespacial, na Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico de Joinville.

Joinville (SC), 22 de junho de 2023.

Banca Examinadora:

Orientador: Dr. Filipe Dutra da Silva
Orientador(a)
Presidente

Prof. Dr. Juan Pablo de Lima Costa Salazar
Membro(a)
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Dr. Talita Sauter Possamai
Membro(a)
Universidade Federal de Santa Catarina

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a minha família por ter me dado apoio e suporte durante toda a trajetória até aqui, por todos os ensinamentos e conselhos durante os anos que me guiaram até o final do curso. A todos os meus amigos que estiveram comigo durante esse tempo, seja presencialmente ou à distância, que me tiraram risadas e momentos inesquecíveis nesses anos, em especial aos "Bixo Ruim", os melhores companheiros que qualquer um poderia querer. Sou grato também ao meu orientador, Prof. Filipe Dutra da Silva, pelos ensinamentos passados, e que eventualmente viriam a se tornar base para a realização desse trabalho, além de todo o incentivo no início das atividades com o OpenFOAM. Agradeço também ao Laboratório de Simulação Naval (LASIN) da UFSC/CTJ, pelo acesso concedido à workstation, utilizada em parte das simulações. Por fim, sou grato à equipe Nisus Aerodesign por me confirmar que esse era o caminho o qual eu queria seguir, pelo imenso aprendizado, experiências e pelas amizades que ali fiz.

"Once you have tasted flight, you will forever walk the earth with your eyes turned skyward, for there you have been, and there you will always long to return." - John H. Secondari.

RESUMO

A busca pelo aumento na eficiência aerodinâmica tem se tornado foco na indústria aeronáutica nas últimas décadas, tanto pelo aumento no alcance quanto pela redução de emissão de gases. Dentre as abordagens existentes, o uso de dispositivos de ponta de asa possibilita a redução do arrasto induzido à custa de um acréscimo no parasita segundo as condições de voo. Esse trabalho busca avaliar a utilização de dispositivos de ponta de asa do tipo endplate, quantificando o impacto do seu uso em cada uma das componentes de arrasto de uma asa. Para isso, foram realizadas simulações numéricas em OpenFOAM, cujo modelo de simulação passou por um processo de validação frente a valores experimentais, além de testes de sensibilidade ao tamanho do domínio, refino de malha e parâmetros de turbulência. A parcela do arrasto induzido foi computada através da análise do plano de Trefftz, calibrado em função de valores teóricos, enquanto as demais componentes puderam ser extraídas através da integração da pressão e esforço cisalhante. Resultados mostraram uma redução no fator de arrasto induzido K de até -13,35% e aumento da eficiência total de 9,63% na maior geometria simulada. Ademais, a redução e afastamento do vórtice da superfície gerou uma diminuição no arrasto parasita da asa de 26,68%, maior que o próprio acréscimo causado pela adição das endplates, em um ângulo de ataque de 10° .

Palavras-chave: Endplate. Arrasto induzido. CFD. Trefftz.

ABSTRACT

The seek for increased aerodynamic efficiency has been on the focus of aeronautical industry for the past few decades, not only due to the range increase, but also for reducing gas emissions. Among the existing methods, wingtip devices allows the reduction of the induced drag, at the cost of increasing the parasite drag according to the flight conditions. This work aims to evaluate the usage of endplate type wingtip devices, quantifying its impact on each of the wing drag components. To acheive this, numerical simulations using OpenFOAM were performed, which simulation model was validated by experimental data comparison, in addition to domain size, grid refinement and turbulence inlet parameters sensibility tests. The induced drag portion was computed through the Trefftz plane analysis, calibrated against theoretical values, while the other components could be extracted by surface pressure and shear stress integration. Results presented up to a 13.35% induced drag factor K reduction, and a total efficiency increase of 9.63% for the biggest simulated geometry. Moreover, the vortex reduction and clearance away from the surface reduced the wing parasite drag in 26,68%, more than the actual drag increase created by the endplates addition, at an angle of attack of 10° .

Keywords: Endplate. Induced drag. CFD. Trefftz.

LISTA DE FIGURAS

| | |
|--|----|
| Figura 1 – Variação das componentes de arrasto com a velocidade | 15 |
| Figura 2 – Representação do vórtice de ponta de asa | 18 |
| Figura 3 – Influência do downwash no ângulo de ataque efetivo da asa | 18 |
| Figura 4 – Cálculo do arrasto induzido baseado no LLT. | 20 |
| Figura 5 – Ilustração da camada limite sobre uma placa plana. | 21 |
| Figura 6 – Camada limite sobre um aerofólio. | 22 |
| Figura 7 – Diferentes conceitos de dispositivos de ponta de asa | 23 |
| Figura 8 – Aeronave ν -22 Peregrinus | 24 |
| Figura 9 – Volume de controle ao redor de uma asa finita | 25 |
| Figura 10 – Decomposição da velocidade em um termo médio e outro de flutuação | 27 |
| Figura 11 – Regiões da camada limite, seus perfis de velocidade e y^+ | 29 |
| Figura 12 – Meia asa utilizada como validação | 31 |
| Figura 13 – Configuração de teste no túnel de vento da UIUC | 32 |
| Figura 14 – Esquema do domínio computacional utilizado | 33 |
| Figura 15 – Problemas enfrentados de qualidade de malha | 34 |
| Figura 16 – Malha na superfície da asa e distribuição de elementos na aresta da corda | 35 |
| Figura 17 – Malha final no plano de simetria próximo à asa | 36 |
| Figura 18 – Contornos de pressão na raiz da asa e endplates modeladas | 40 |
| Figura 19 – Valores de CL para as malhas avaliadas no teste GCI | 45 |
| Figura 20 – Valores de CD para as malhas avaliadas no teste GCI | 45 |
| Figura 21 – Distribuição de y^+ na superfície da asa base, $K-\omega$ SST em $\alpha=10^\circ$ | 46 |
| Figura 22 – Valores de $CL \times \alpha$ numéricos e experimentais | 47 |
| Figura 23 – Valores de $CD \times \alpha$ numéricos e experimentais | 47 |
| Figura 24 – Curva de $CL \times \alpha$ para os valores recomendados e genéricos de l e μ_t/μ | 48 |
| Figura 25 – Curva de $CD \times \alpha$ para os valores recomendados e genéricos de l e μ_t/μ | 48 |
| Figura 26 – CD_i numérico/teórico em função da distância do plano | 49 |
| Figura 27 – Refino da malha na região do vórtice de ponta de asa | 50 |
| Figura 28 – Integração do plano de Trefftz no ParaView | 51 |
| Figura 29 – CD_i numérico/teórico em função da distância do plano (Refino no vórtice) | 51 |
| Figura 30 – CD_i numérico/teórico em função da distância (Refino no vórtice + $r=1,3$) | 52 |
| Figura 31 – CL por área lateral da endplate | 53 |

| | |
|--|----|
| Figura 32 – CD por área lateral da endplate | 53 |
| Figura 33 – Variação no fator de arrasto induzido por área lateral da endplate . . | 54 |
| Figura 34 – Ganho de eficiência por área lateral da endplate | 55 |
| Figura 35 – CD_i por área lateral da endplate | 55 |
| Figura 36 – CD_p por área lateral da endplate (LLT) | 56 |
| Figura 37 – CD_p por área lateral da endplate (Raymer) | 56 |
| Figura 38 – Distribuição de pressão na ponta da asa em cada conjunto asa+endplate | 57 |
| Figura 39 – Distribuição de CP no perfil da asa | 58 |
| Figura 40 – Contornos de velocidade na asa | 59 |
| Figura 41 – CD_f por área lateral da endplate | 60 |
| Figura 42 – Tensão cisalhante na direção do escoamento livre na asa | 60 |
| Figura 43 – CL por área lateral da endplate ($\alpha=0^\circ$) | 61 |
| Figura 44 – CD por área lateral da endplate ($\alpha=0^\circ$) | 61 |
| Figura 45 – CD_i por área lateral da endplate ($\alpha=0^\circ$) | 62 |
| Figura 46 – CD_p por área lateral da endplate (LLT, $\alpha=0^\circ$) | 62 |
| Figura 47 – CD_p por área lateral da endplate (Raymer, $\alpha=0^\circ$) | 63 |
| Figura 48 – CD_f por área lateral da endplate | 63 |

LISTA DE TABELAS

| | |
|--|----|
| Tabela 1 – Valores de I e μ_t/μ analisados nas simulações. | 38 |
| Tabela 2 – Condições de contorno aplicadas nas simulações. | 39 |
| Tabela 3 – Componentes de arrasto e seu método de cálculo. | 42 |
| Tabela 4 – Resultados do teste de sensibilidade ao domínio. | 43 |
| Tabela 5 – Malhas utilizadas para o teste GCI. | 44 |
| Tabela 6 – Resultados do teste GCI. | 44 |
| Tabela 7 – Dimensões das endplates modeladas. | 52 |

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

| | |
|------|---|
| CFD | Computer Fluid Dynamics |
| GCI | Grid Convergence Index |
| LLT | Lifting Line Theory |
| RANS | Reynolds Averaged Navier-Stokes |
| LES | Large Eddy Simulation |
| DNS | Direct Numerical Simulation |
| SST | Shear Stress Transport |
| UIUC | University of Illinois Urbana-Champaign |

LISTA DE SÍMBOLOS

| | |
|--------------------|---|
| q | Pressão dinâmica |
| S | Área de asa |
| K | Fator de arrasto induzido |
| CL | Coefficiente de sustentação |
| D | Força de arrasto total |
| D_i | Força de arrasto induzido |
| W | Peso total da aeronave |
| CD | Coefficiente de arrasto |
| CD_i | Coefficiente de arrasto induzido |
| CD_0 | Coefficiente de arrasto mínimo |
| $CD_{endplate}$ | Coefficiente de arrasto da endplate |
| $CD_{p(tot)}$ | Coefficiente de arrasto parasita total |
| CD_p | Coefficiente de arrasto parasita da asa |
| CD_f | Coefficiente de arrasto de pele |
| $CD_{f(endplate)}$ | Coefficiente de arrasto de pele da endplate |
| Re | Número de Reynolds |
| V | Velocidade de voo |
| ρ | Densidade do ar |
| ρ_∞ | Densidade do ar no escoamento livre |
| e | coeficiente de Oswald |
| AR | Alongamento da asa |
| u | Componente em X da velocidade |
| v | Componente em Y da velocidade |

| | |
|---------------|--|
| w | Componente em Z da velocidade |
| s | Entropia |
| s_∞ | Entropia no escoamento livre |
| M | Número de Mach |
| u_i | Vetor velocidade |
| x_i | Vetor posição |
| t | Tempo |
| τ_{ij} | Tensor tensão viscoso |
| μ | Viscosidade molecular |
| μ_t | Viscosidade turbulenta |
| s_{ij} | Tensor de taxa de deformação |
| U | Termo médio da velocidade |
| U_∞ | Velocidade do escoamento livre |
| u' | Termo de flutuação da velocidade |
| k | Energia cinética turbulenta |
| ω | Taxa de dissipação específica de energia cinética turbulenta |
| ϵ | Taxa de dissipação de energia cinética turbulenta |
| ν | Viscosidade cinemática |
| ν_T | Viscosidade cinemática turbulenta |
| $\tilde{\nu}$ | Viscosidade turbulenta modificada |
| τ_w | Tensão de cisalhamento na superfície |
| y^+ | Distância adimensional da parede |
| I | Intensidade turbulenta |
| C | Corda de referência da asa |
| r | Razão de refino de malha |
| h | Dimensão média dos elementos de malha |

| | |
|-------------------|---|
| p | Ordem aparente do método |
| ϕ | Variável de interesse |
| ϕ_{ext}^{ij} | Variável extrapolada a partir das malhas i e j |
| e_a^{ij} | Erro relativo entre as malhas i e j |
| e_{ext}^{ij} | Erro relativo extrapolado entre as malhas i e j |
| α | Ângulo de ataque |
| α_{eff} | Ângulo de ataque efetivo |
| p | Pressão |
| P_∞ | Pressão do escoamento livre |
| CP | Coeficiente de pressão |

SUMÁRIO

| | | |
|--------------|---|-----------|
| 1 | INTRODUÇÃO | 15 |
| 1.1 | Objetivos | 16 |
| 1.1.1 | Objetivos gerais | 16 |
| 1.1.2 | Objetivos específicos | 16 |
| 2 | FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA | 17 |
| 2.1 | Componentes de arrasto | 17 |
| 2.1.1 | Arrasto induzido | 17 |
| 2.1.2 | Arrasto parasita | 20 |
| 2.1.2.1 | Arrasto de fricção ou de pele | 20 |
| 2.1.2.2 | Arrasto de forma | 22 |
| 2.1.2.3 | Arrasto de interferência | 22 |
| 2.2 | Dispositivos de ponta de asa | 23 |
| 2.3 | Plano de Trefftz | 24 |
| 2.4 | Modelagem em CFD | 26 |
| 2.4.1 | Modelagem da turbulência | 27 |
| 2.4.2 | Modelos de fechamento da turbulência | 28 |
| 2.4.3 | Intensidade turbulenta | 30 |
| 3 | METODOLOGIA | 31 |
| 3.1 | Caso de validação | 31 |
| 3.2 | Modelo de simulação | 32 |
| 3.2.1 | Domínio computacional | 33 |
| 3.2.2 | Malha computacional | 33 |
| 3.2.3 | Solver CFD | 37 |
| 3.3 | Modelagem das endplates | 40 |
| 3.4 | Avaliação do Plano de Trefftz | 40 |
| 3.5 | Separação das componentes de arrasto | 41 |
| 4 | RESULTADOS | 43 |
| 4.1 | Tamanho do domínio | 43 |
| 4.2 | Refino de malha | 43 |
| 4.3 | Modelo de turbulência | 45 |
| 4.4 | Parâmetros de turbulência | 47 |
| 4.5 | Plano de Trefftz | 49 |
| 4.6 | Endplates | 52 |

| | | |
|----------|------------------------------|-----------|
| 5 | CONCLUSÕES | 64 |
| | REFERÊNCIAS | 66 |

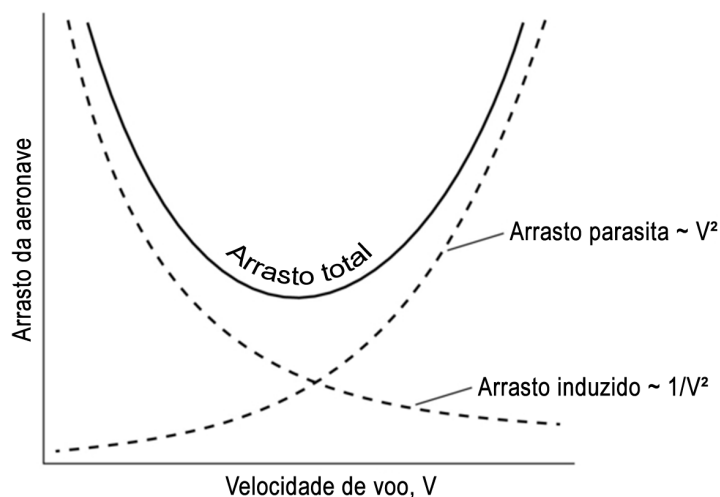
1 INTRODUÇÃO

Com o aumento do enfoque em eficiência na indústria aeronáutica, pesquisas relacionadas à redução do arrasto em aeronaves são de suma importância, tanto em etapas preliminares do desenvolvimento quanto para processos finais de otimização. O coeficiente total de arrasto em uma aeronave abrange a contribuição de diversas componentes, tais como o arrasto de pressão, de fricção, induzido, de onda, e contribuições de outras fontes, geralmente chamado de arrasto de miscelâneas (GUDMUNDSSON, 2014), onde cada uma é proveniente de fenômenos distintos, importantes para a análise de desempenho em voo. Segundo McCormick (1995), o arrasto em uma aeronave pode ser dividido em duas componentes principais: o induzido e o parasita, onde cada parcela tem seu maior impacto conforme a fase de voo.

A primeira componente é gerada pela diferença de pressão entre o extradorso e o intradorso da asa, o que causa uma tendência de o escoamento migrar da região de alta pressão para a de baixa, originando um vórtice na ponta da asa. Com isso, a direção do escoamento relativo é inclinada, fazendo com que surja uma componente da força de sustentação local que aponta contra o sentido de voo da aeronave, mais significativa em voos de alta sustentação e baixa velocidade (ANDERSON, 2010).

Já a segunda, agrupa todas as fontes de arrasto adicionais, como o de pressão e o de interferência. No entanto, em regimes subsônicos o arrasto de fricção ou de pele compõe quase a totalidade dessa parcela, e é ocasionado pela tensão de cisalhamento na superfície exposta da aeronave (RAYMER, 2018). Tal fenômeno é particularmente importante em voos de cruzeiro em alta velocidade, conforme a Figura 1.

Figura 1 – Variação das componentes de arrasto com a velocidade



Fonte: Adaptado de Massachusetts Institute of Technology (2006).

Nesse contexto, dentre os principais métodos para redução de arrasto utilizados atualmente, os dispositivos de ponta de asa destacam-se por reduzir efetivamente o arrasto induzido, sendo aplicável em uma variada gama de aeronaves. Contudo, caso seja incorretamente dimensionado, o uso desse tipo de dispositivo pode piorar a performance em voo de cruzeiro devido à maior área molhada, que por sua vez impacta diretamente no arrasto parasita (MAUGHMER, 2006).

De modo a permitir um balanço entre os efeitos mencionados, a separação das componentes de arrasto de uma asa é fundamental para a eficiência do projeto nas diferentes fases do voo. Considerando isso, diferentes geometrias de dispositivos de ponta de asa do tipo endplate, baseado no método proposto por Roberts (1966) foram modeladas, utilizando os contornos de pressão do perfil aerodinâmico como base, que podem ser obtidos via simulação numérica.

Ademais, como forma de viabilizar o dimensionamento ideal segundo as condições de voo da aeronave, buscou-se estimar a contribuição de cada parcela de arrasto através da avaliação do escoamento pelo plano de Trefftz (CUMMINGS; GILES; SHRINIVAS, 1996). Essa abordagem é baseada na equação integral da quantidade de movimento, dependendo apenas da densidade do ar e das componentes da velocidade, tomadas em um plano suficientemente distante da asa, perpendicular ao escoamento (MONSCH et al., 2007).

Para isso, foram realizadas simulações numéricas no software CFD (Computational Fluid Dynamics) de código aberto OpenFOAM, e visando garantir a confiabilidade do modelo de simulação, efetuou-se testes de sensibilidade ao tamanho do domínio e ao refino de malha, assim como a validação através de comparações com dados experimentais.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Objetivos gerais

Desenvolver um modelo numérico para avaliação de dispositivos de ponta de asa do tipo endplate.

1.1.2 Objetivos específicos

- Modelar a geometria da endplate para uma asa de AR 4 e aerofólio Wortmann FX 63-137;
- Validar o modelo de simulação numérica com base em dados experimentais, em um Reynolds de 100.000;
- Analisar o impacto da endplate nas componentes de arrasto;

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Para que um dispositivo de asa seja corretamente projetado e dimensionado, é fundamental compreender a problemática a respeito do arrasto em aeronaves comerciais, tanto de suas fontes quanto do peso de cada componente conforme a missão da aeronave.

Este capítulo trata de expor os principais conceitos e equacionamentos necessários para o desenvolvimento da metodologia.

2.1 COMPONENTES DE ARRASTO

A seguir, são descritas as características das principais componentes de arrasto presentes na asa utilizada neste trabalho.

2.1.1 Arrasto induzido

O princípio de geração de sustentação em uma asa é baseado na existência de uma região de baixa pressão no extradorso, e uma região de alta pressão no intradorso (ANDERSON, 2010). Entretanto, devido ao efeito das dimensões finitas da geometria, essa diferença de pressão faz com que o escoamento forme um vórtice na ponta da asa, como mostrado na Figura 2, onde c_r e c_t são as cordas na raiz e na ponta da asa, respectivamente.

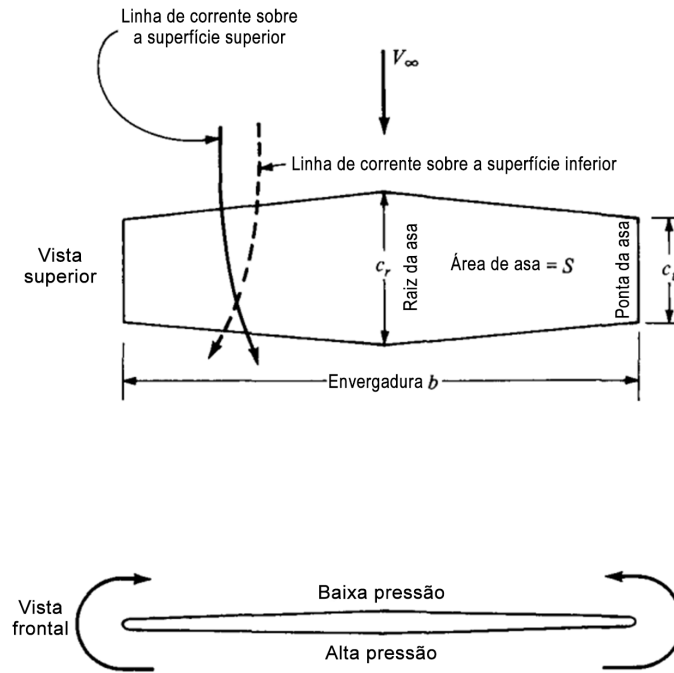
Com isso, a existência do vórtice cria uma componente de velocidade que aponta para baixo em relação ao escoamento livre, o downwash w (Figura 3), gerando um ângulo de ataque induzido α_i . Assim, o ângulo de ataque efetivo da asa α_{eff} , definido como o ângulo entre a asa e a direção resultante do escoamento local, é alterado. Essa variação faz com que a direção da força de sustentação também mude, uma vez que por definição essa é perpendicular ao vento relativo. Dessa forma, uma de suas componentes passa a apontar para trás, caracterizando o que se chama de arrasto induzido (D_i).

Já sobre o equacionamento, o arrasto induzido pode ser calculado conforme a Equação 1, onde q é a pressão dinâmica, S a área de asa da aeronave, CL o coeficiente de sustentação e K o fator de arrasto induzido, que será abordado adiante (RAYMER, 2018).

$$D_i = q S K CL^2 \quad (1)$$

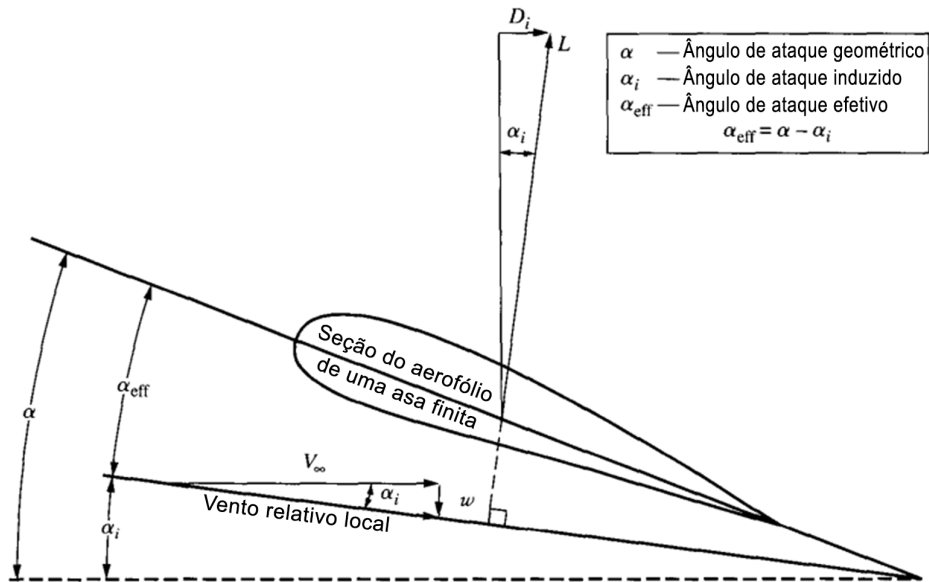
Por sua vez, a Equação 2 define a pressão dinâmica, onde ρ é a densidade do ar e V a velocidade de voo, relativa ao escoamento livre.

Figura 2 – Representação do vórtice de ponta de asa



Fonte: Adaptado de Anderson (2010, p. 352).

Figura 3 – Influência do downwash no ângulo de ataque efetivo da asa



Fonte: Adaptado de Anderson (2010, p. 354).

$$q = \frac{1}{2} \rho V^2 \quad (2)$$

Portanto, para uma mesma aeronave, com mesmo peso W em diferentes fases de voo, o arrasto induzido é mais expressivo em baixas velocidades, o que reduz a pressão dinâmica e faz com que o CL requerido para se manter no ar seja maior (Equação 3, adaptado de Rodrigues (2014)).

$$CL_{req} = \frac{W}{qS} \quad (3)$$

Por fim, o termo K , definido pela Equação 4, permite avaliar parâmetros que afetam no quanto um acréscimo no CL aumenta o arrasto da aeronave, onde AR é o alongamento, definido como a envergadura ao quadrado dividida pela área planiforme da asa, e e é o chamado fator de eficiência de Oswald ou simplesmente coeficiente de Oswald, relacionado com a distribuição de sustentação da asa (SOBESTER; FORRESTER, 2015). Dessa maneira, as principais formas de se reduzir o arrasto induzido são aumentar o alongamento, ou realizar modificações na geometria da asa de modo a aumentar o fator de eficiência de Oswald.

$$K = \frac{1}{\pi e AR} \quad (4)$$

Altos valores de AR são encontrados regularmente em planadores, pois o foco na eficiência justifica a grande envergadura. Contudo, em aviões comerciais essa solução nem sempre é viável por conta do volume útil necessário na asa ou pela compatibilidade com aeroportos. Logo, geralmente opta-se pelo aumento do Oswald. Métodos que permitem esse resultado incluem otimização da forma em planta da asa, utilização de torção geométrica/aerodinâmica e o uso de dispositivos de ponta de asa, esses últimos sendo capazes de gerar ganhos em torno de 3-6% (SOBESTER; FORRESTER, 2015).

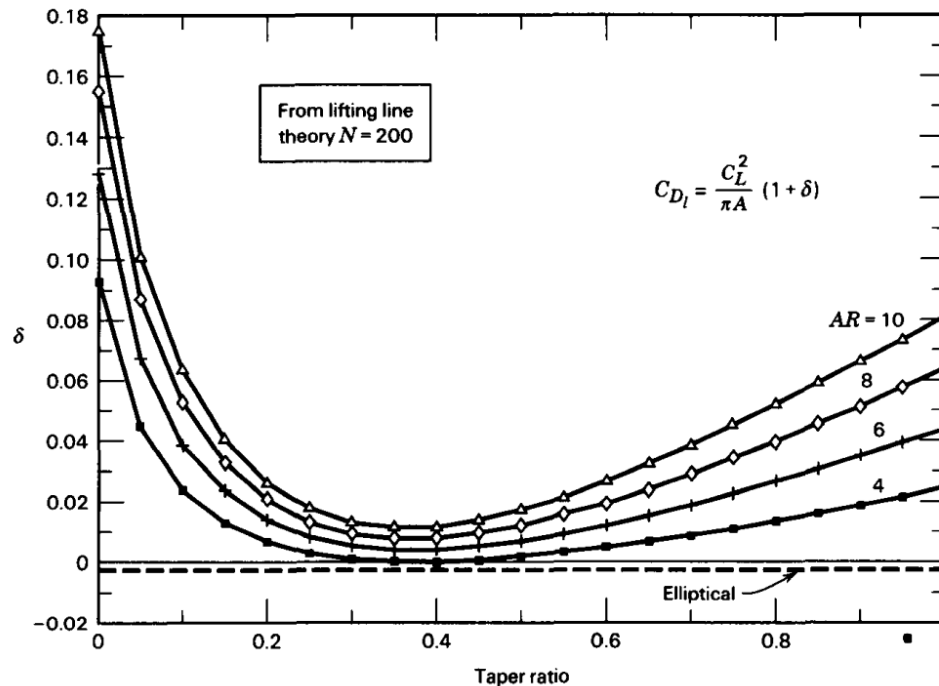
Neste trabalho, duas formas de se calcular o arrasto induzido de uma asa foram consideradas. A primeira delas, proposta por Raymer (2018), é mostrada nas Equações 5 a 6 e se trata de uma estimativa empírica baseada em dados reais de aeronaves de asa reta.

$$CD_i = \frac{CL^2}{\pi e AR} \quad (5)$$

$$e = 1,78(1 - 0,045AR^{0,68}) - 0,64 \quad (6)$$

Já a segunda, utiliza o equacionamento da teoria da linha sustentadora (LLT - Lifting Line Theory) para o cálculo do CD_i (MCCORMICK, 1995). Neste caso, o valor de Oswald foi resolvido numericamente ao substituir a asa por um sistema de vórtices ferradura. Com isso, o modelo da LLT foi aplicado a uma série de asas planas e sem enflechamento, onde $e = \frac{1}{1 + \delta}$. O valor da variável δ é obtido no gráfico mostrado na Figura 4, em que taper ratio representa a razão entre a corda na ponta e na raiz da asa.

Figura 4 – Cálculo do arrasto induzido baseado no LLT.



Fonte: McCormick (1995, p. 172)

2.1.2 Arrasto parasita

Fontes de arrasto que não estão diretamente relacionadas com a geração de sustentação são agrupadas na componente de arrasto parasita, compreendendo o arrasto total de uma aeronave menos o arrasto induzido (MCCORMICK, 1995).

Tipicamente, em voos subsônicos o arrasto de forma ou pressão, de fricção ou pele e de interferência representam as principais contribuições para o arrasto parasita, e representam um único valor, chamado de arrasto mínimo CD_0 . Esse valor por sua vez, é utilizado na modelagem quadrática de arrasto, na qual o coeficiente de arrasto total é representado por $CD = CD_0 + KCL^2$ (GUDMUNDSSON, 2014).

2.1.2.1 Arrasto de fricção ou de pele

A primeira das fontes mencionadas, chamada de arrasto de fricção ou arrasto de pele, é causada pelos esforços cisalhantes viscosos de um fluido ao escoar sobre uma superfície. Sua magnitude depende principalmente da própria viscosidade, da rugosidade da superfície e da área total em contato com o fluido (MCCORMICK, 1995; GUDMUNDSSON, 2014).

Esses esforços ocorrem devido à existência da camada limite, uma região fina que se forma ao longo de uma superfície submetida a um escoamento, onde as forças viscosas são significativas e dentro da qual o escoamento é rotacional (ÇENGEL;

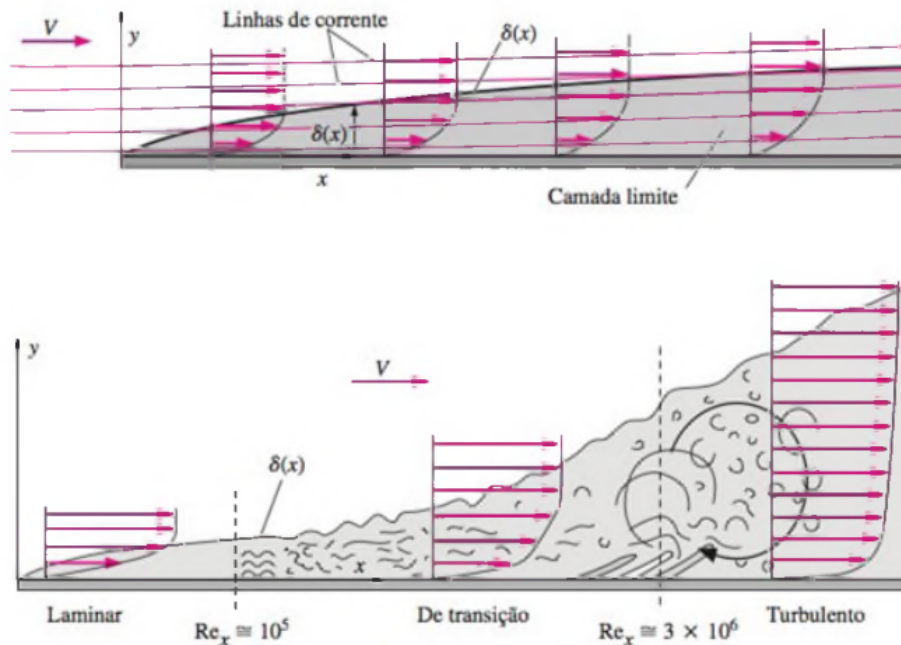
CIMBALA, 2012). Devido à condição de não-escorregamento nas paredes sólidas, as forças de atrito não são desprezíveis nessa região, desacelerando assim o ar e gerando o perfil de velocidade exemplificado na Figura 5 para uma placa plana (ÇENGEL; CIMBALA, 2012).

A análise do coeficiente de arrasto de fricção também é dependente da transição da camada limite, mostrada na Figura 5, dependente principalmente da curvatura da geometria e do número de Reynolds, definido na Equação 7. Nela, ρ_∞ e V são a densidade do ar e velocidade do escoamento livre, respectivamente, L o comprimento de referência da superfície e μ a viscosidade molecular.

$$Re = \frac{\rho_\infty V L}{\mu} \quad (7)$$

Dependendo do número de Reynolds, a partir de uma certa distância a partir do bordo de ataque, a camada limite laminar se torna turbulenta (GUDMUNDSSON, 2014). Ao se tornar turbulenta, a espessura da camada limite aumenta, e devido ao seu perfil de velocidade, uma maior parcela do escoamento é desacelerada, o que também é ilustrado na Figura 5, aumentando assim o arrasto gerado.

Figura 5 – Ilustração da camada limite sobre uma placa plana.



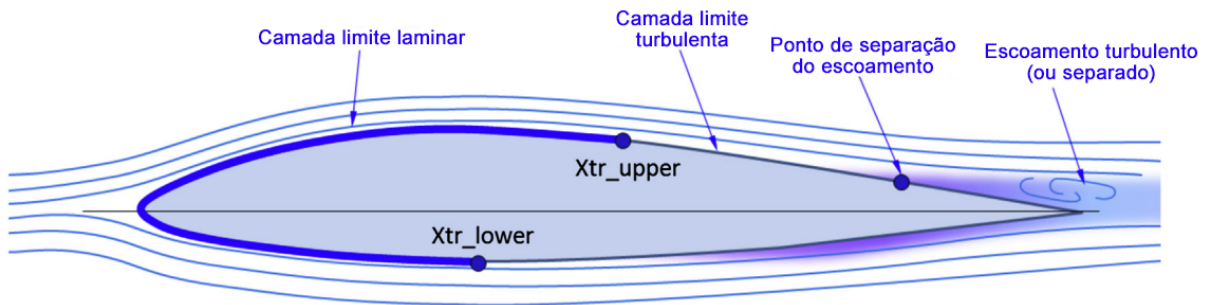
Fonte: Çengel e Cimbala (2012, p. 448)

2.1.2.2 Arrasto de forma

Já a segunda fonte, chamada de arrasto de forma ou arrasto de pressão, é resultante da distribuição de pressão do corpo submetido ao escoamento (MCCORMICK, 1995). De acordo com o físico alemão Ludwig Prandtl, esse fenômeno ocorre quando a camada limite faz com que o escoamento se separe em algum ponto na parte posterior do corpo, impedindo que os valores de pressão nessa região se igualem às da parte frontal, gerando uma força resultante devido à separação viscosa (RAYMER, 2018).

Entre outros fatores, a posição onde a separação ocorre depende principalmente da curvatura do objeto e do número de Reynolds, uma vez que o escoamento turbulento possui mais energia do que o laminar, e portanto, tende a atrasar essa separação (RAYMER, 2018). A Figura 6 ilustra esse fenômeno em um aerofólio 2D, desde a transição da camada limite de laminar para turbulenta, denotada pelos pontos X_{tr_upper} e X_{tr_lower} até o descolamento responsável pelo arrasto de forma.

Figura 6 – Camada limite sobre um aerofólio.



Fonte: Adaptado de Gudmundsson (2014, p. 676)

2.1.2.3 Arrasto de interferência

Por fim, quando duas formas se intersectam ou são colocadas em proximidade, suas distribuições de pressão e camadas limite podem interagir umas com as outras, resultando em um arrasto resultante maior que o somatório das duas formas separadamente. Esse aumento de arrasto é conhecido como arrasto de interferência (MCCORMICK, 1995).

Como exemplo, para duas formas unidas perpendicularmente, ao invés de a camada limite manter um formato em 90° na junção, do mesmo modo que as superfícies, ela tende a preencher a região, suavizando a curvatura e tornando-se mais espessa (RAYMER, 2018). Assim, a camada limite mais espessa gera mais arrasto, além de aumentar a probabilidade de separação e reversão do escoamento, fenômenos que aumentam ainda mais o arrasto total (RAYMER, 2018).

Outra fonte do arrasto de interferência é o efeito de supervelocidade, na qual o escoamento ao redor de um dado corpo, é acelerado devido aos gradientes de pressão. Uma maior velocidade gera um aumento na pressão dinâmica, o que também incrementa o arrasto de outros corpos que estejam imersos no mesmo escoamento, através de maiores esforços cisalhantes na superfície, por exemplo (RAYMER, 2018).

2.2 DISPOSITIVOS DE PONTA DE ASA

A utilização de dispositivos de ponta de asa em aeronaves pode tomar variadas formas de acordo com o tipo de aeronave. Exemplos das diferentes possibilidades atualmente em uso ou em fase de validação são mostrados na Figura 7. Além do efeito direto da redução do arrasto geral causada por dispositivos de ponta de asa corretamente projetados (aumento na eficiência em termos de consumo de combustível e do alcance), outros possíveis efeitos benéficos incluem maiores altitudes operacionais, menor velocidade de decolagem, e redução de ruído e emissões de carbono (COUNCIL, 2007).

Figura 7 – Diferentes conceitos de dispositivos de ponta de asa



Fonte: Guerrero, Maestro e Bottaro (2012, p. 68).

Entre as opções existentes atualmente, dispositivos do tipo endplate funcionam primariamente resistindo à tendência do ar de escoar pela ponta da asa, permitindo uma maior geração de sustentação na região próxima à ponta da asa (RAYMER, 2018). Ainda conforme Raymer (2018), o uso de endplates se torna limitado, pois além

de aumentarem a área molhada total, ocasionando um aumento no arrasto parasita (MCCORMICK, 1995), o efeito da adição da placa equivale a uma asa com acréscimo de envergadura em torno de apenas 80% da altura da própria endplate.

Todavia, em casos onde existe uma limitação estrita de envergadura, o uso desses dispositivos se mostra como uma saída simples para o aumento da eficiência da asa. Nesse sentido, são amplamente utilizados, por exemplo, em aeronaves de pequeno porte, na competição SAE Brasil Aerodesign (SAE BRASIL, 2011), exemplificado na Figura 8, ou mesmo em uso automobilístico, como as asas de um Fórmula 1.

Figura 8 – Aeronave ν -22 Peregrinus



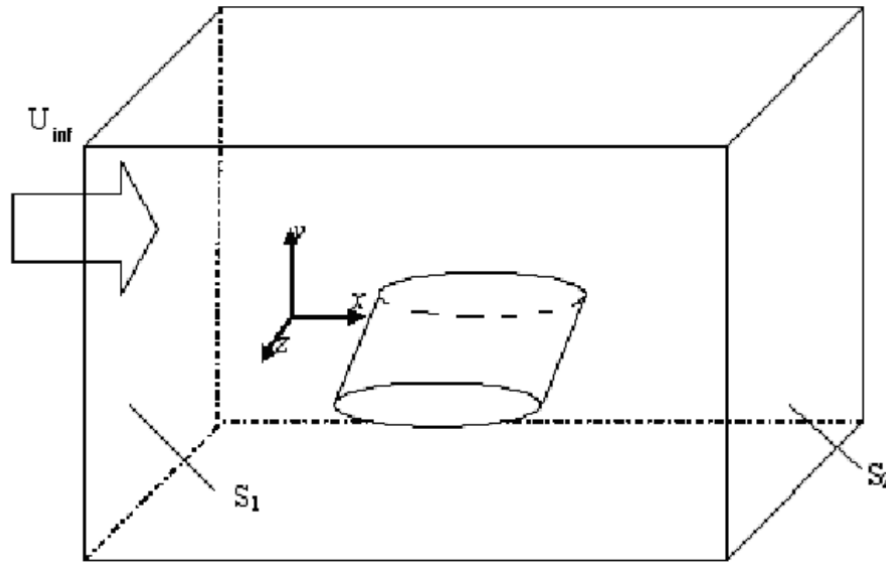
Fonte: Cortesia Nisus Aerodesign (2022).

2.3 PLANO DE TREFFTZ

Após elucidadas as principais componentes de arrasto geradas pela asa de uma aeronave, pode-se realizar a separação do arrasto induzido das demais componentes através do método de integração do escoamento, conhecido como análise do plano de Trefftz (CUMMINGS; GILES; SHRINIVAS, 1996), cuja formulação é baseada na equação integral da quantidade de movimento. Essa análise consiste em quantificar o arrasto induzido ao extrair dados de um plano de corte, situado a jusante da asa e perpendicular ao escoamento livre, assumindo que forças de corpo são desprezíveis, regime permanente e considerando apenas termos de menor ordem (MONSCH et al., 2007).

Desse modo, tomando um volume de controle como na Figura 9, o arrasto gerado pela asa pode ser obtido através da integração em S_2 , seguindo a Equação 8. Nela, U_∞ e P_∞ representam a velocidade em x e a pressão, ambas no escoamento livre, enquanto u e P são a velocidade em x e pressão locais no ponto de integração.

Figura 9 – Volume de controle ao redor de uma asa finita



Fonte: Monsch et al. (2007, p. 3).

$$D = \int \int_{S_2} [\rho_\infty u (U_\infty - u) + (P_\infty - P)] dydz \quad (8)$$

Assumindo pequenas perturbações nas propriedades do escoamento à jusante, e seguindo as substituições e simplificações apresentadas por Kusunose (1998), ao desprezar os termos de maior ordem é possível obter o arrasto induzido D_i e o parasita D_p através das Equações 9 e 10. Nesse caso, v e w são as componentes em y e z do escoamento local, R é a constante universal dos gases, s_∞ e s são a entropia no escoamento livre e no escoamento local respectivamente.

$$D_i = \int \int_{S_2} \left(\rho_\infty \frac{v^2 + w^2}{2} \right) dydz \quad (9)$$

$$D_p = \int \int_{S_2} \left[\frac{P_\infty}{R} (s - s_\infty) \right] dydz \quad (10)$$

No caso de escoamentos subsônicos e invíscidos, a integração do arrasto pelo plano de Trefftz é composta somente pela Equação 9, sendo capaz de fornecer valores ainda mais precisos que uma integração direta da pressão na superfície da asa (SCHMITT; DESTARAC, 1998). Para o caso viscoso, a integração da pressão na superfície da asa não pode ser utilizada para se obter diretamente o arrasto induzido, por conta da parcela do arrasto parasita.

Em soluções numéricas de CFD envolvendo escoamentos ao redor de superfícies sustentadoras, a energia cinética transversal decai a medida que se afasta da asa com uma taxa muito maior que na realidade (CUMMINGS; GILES; SHRINIVAS, 1996). Esse efeito é atribuído à dissipação artificial, cujo efeito pode ser expressivo em campo distante, uma vez que a malha computacional tende a ficar grosseira nessa região (BOURDIN, 2002).

Como forma de remediar essa dissipação, Vooren e Slooff (1994) utilizaram uma correção para near-field à análise clássica do plano de Trefftz, na qual um dos termos de maior negligenciados durante a dedução das equações é novamente incluído no equacionamento, resultando na Equação 11. M corresponde ao número de Mach do escoamento livre, e Δu à variação da componente em x da velocidade quanto comparada ao escoamento livre.

$$D_i = \frac{1}{2}\rho_\infty \int \int_{S_2} (v^2 + w^2) - (1 - M_\infty^2)\Delta u^2 dydz \quad (11)$$

2.4 MODELAGEM EM CFD

De modo a manter a confiabilidade dos resultados, faz-se necessário a correta modelagem computacional do escoamento turbulento. Um escoamento dito como laminar possui variação suave de suas propriedades no espaço e no tempo, tendo um comportamento previsível, no qual as camadas de fluido deslizam umas sobre as outras de maneira ordenada (FEYNMAN, 2003), (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2003).

Por outro lado, um escoamento totalmente turbulento apresenta um padrão espacial e temporal complexo, sem ordenação global, sendo imprevisível na prática por ter ciclos de flutuação não uniformes (FEYNMAN, 2003). Nele, a velocidade e demais propriedades do escoamento variam de maneira caótica e aleatória, gerando maior difusividade. Mesmo com condições de contorno nas fronteiras impostas de maneira fixa, o movimento do fluido apresenta características de regime transiente (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2003).

Visando simplificar os fenômenos complexos presentes em um escoamento turbulento, diferentes modelagens matemáticas foram desenvolvidas, onde o aumento na complexidade e acurácia do modelo também acarreta em um maior custo computacional. Logo, torna-se necessário avaliar quais fenômenos presentes no escoamento são significativos para a análise e quais delas são influenciadas ou ditadas pelo modelo de turbulência, para então definir o quão complexo o modelo a ser escolhido deve ser (WILCOX, 2006).

2.4.1 Modelagem da turbulência

Conforme a dedução apresentada por Wilcox (2006), a conservação da massa e a da quantidade de movimento linear para um regime incompressível com propriedades constantes são descritas pelas Equações 12 e 13, onde os vetores u_i e x_i representam velocidade e posição e t o tempo. Já τ_{ij} , o chamado tensor tensão viscoso, é definido como $\tau_{ij} = 2\mu s_{ij}$, em que μ é a viscosidade molecular do fluido e s_{ij} o tensor de taxa de deformação para um fluido newtoniano, mostrado na Equação 14.

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (12)$$

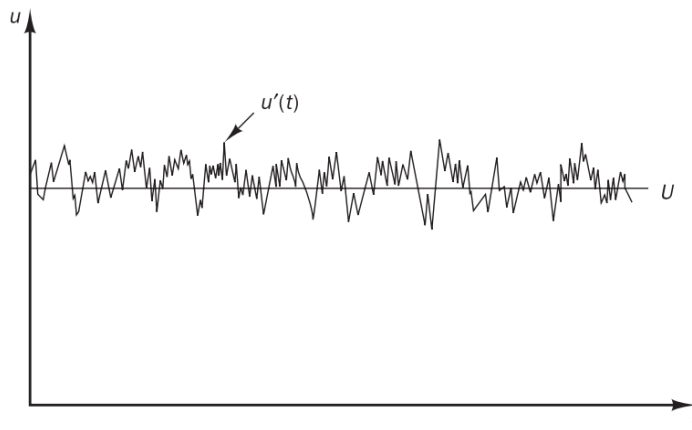
$$\rho \frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho(u_j u_i) \frac{\partial}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ji}}{\partial x_j} \quad (13)$$

$$s_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (14)$$

Em seguida, a velocidade u é decomposta em um termo médio U e um termo de flutuação u' , ilustrado na Figura 10 (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2003), e é tomada a média de Reynolds das Equações 12 e 13. Desse modo, o termo $u_j u_i$ é decomposto conforme a Equação 15, processo que pode ser melhor visualizado através da Figura 10.

$$\overline{u_j u_i} = U_j U_i + \overline{u'_j u'_i} \quad (15)$$

Figura 10 – Decomposição da velocidade em um termo médio e outro de flutuação



Fonte: Versteeg e Malalasekera (2003, p. 41).

Assim, reescrevendo a Equação 13 e tomando a média de Reynolds das demais variáveis, tem-se:

$$\rho \frac{\partial U_i}{\partial t} + \rho U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (2\mu S_{ji} - \rho \overline{u'_j u'_i}) \quad (16)$$

Ao se zerar o termo da derivada temporal da Equação 16 ($\rho \frac{\partial U_i}{\partial t}$) é obtida a chamada equação média de Reynolds (Reynolds-averaged Navier-Stokes - RANS), em que o termo $-\rho \overline{u'_j u'_i}$ é chamado de tensor tensão de Reynolds. Neste ponto encontra-se o principal problema relacionado à modelagem da turbulência, pois para se obter os valores médios das propriedades do escoamento turbulento em análise, é necessário antes uma forma de se modelar o valor de $\overline{u'_j u'_i}$ (WILCOX, 2006).

É importante mencionar que existem outras maneiras de se modelar a turbulência com maior precisão, a exemplo da Simulação de Grandes Escalas (Large Eddy Simulation - LES) ou Simulação Numérica Direta (Direct Numerical Simulation - DNS). Entretanto, devido ao seu custo computacional e requisitos de malha serem muito mais elevados, não foram considerados para a realização deste trabalho.

2.4.2 Modelos de fechamento da turbulência

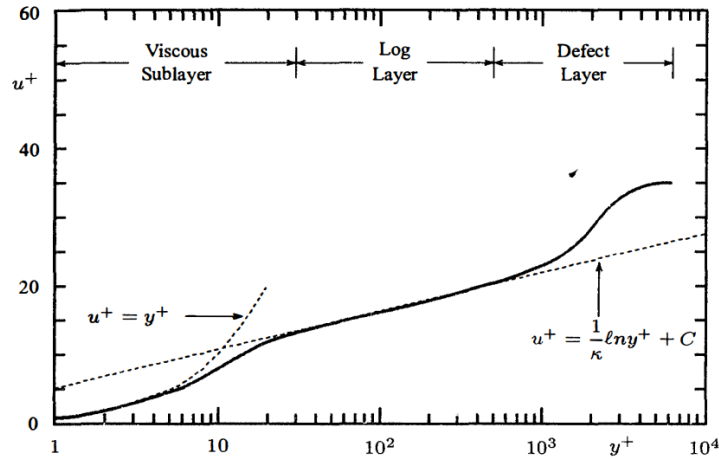
Nesse contexto, modelos de fechamento da turbulência utilizados nos equacionamentos RANS possuem atenção voltadas aos valores médios das propriedades do escoamento e dos efeitos da turbulência nesses valores. Para isso, diferentes abordagens surgem para modelar o tensor de Reynolds, evitando também a adição de seis variáveis adicionais, já que se trata de um tensor simétrico, reduzindo o custo computacional requerido (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2003; WILCOX, 2006).

Dentre os inúmeros modelos disponíveis, temos como exemplos o $k - \epsilon$ e o $k - \omega$, sendo ambos modelos de duas equações baseados na hipótese de Boussinesq, que corresponde a um alinhamento entre o tensor tensão viscoso e o tensor de Reynolds. Nela, a viscosidade turbulenta ν_T depende diretamente da energia cinética das flutuações presentes na turbulência k , e representa uma relação linear entre os tensores de tensão e deformação (MENTER, 1993; WILCOX, 2006; SCHMITT, 2007).

Ambos os modelos apresentam uma equação de transporte para k , contudo, o $k - \omega$ resolve outra equação para a taxa de dissipação específica da energia cinética turbulenta ω , ao passo que o $k - \epsilon$ possui sua segunda equação para a taxa de dissipação da energia cinética turbulenta ϵ (WILCOX, 1988; LUMLEY; YAGLOM, 2001).

Para compreender melhor as particularidades de cada modelo, é necessário entender algumas definições sobre as regiões da camada limite. A Figura 11 mostra o perfil de velocidade adimensional u^+ em diferentes regiões da camada limite turbulenta, para o caso da placa plana. Os valores adimensionais u^+ e y^+ são definidos nas Equações 18 a 17, em que y é a distância em relação à parede, U a velocidade média do escoamento, ν a viscosidade cinemática do fluido e τ_w a tensão de cisalhamento na superfície (WILCOX, 2006).

Figura 11 – Regiões da camada limite, seus perfis de velocidade e y^+



Fonte: Wilcox (2006, p. 17).

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (17)$$

$$u^+ = \frac{U}{u_\tau} \quad (18)$$

$$y^+ = \frac{u_\tau y}{\nu} \quad (19)$$

De acordo com Wilcox (2006), podemos caracterizar essas três regiões ilustradas anteriormente da maneira a seguir. A primeira delas, chamada de subcamada limite viscosa, compreende a região imediatamente após a parede até $y^+=5$ (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2003). Essa região possui um perfil de velocidade que varia aproximadamente de forma linear com a distância nas áreas mais próximas à superfície, e gradativamente se aproxima da lei da parede para maiores valores de y^+ .

A camada logarítmica compreende a porção da camada limite que se encontra suficientemente próxima da superfície, de modo que os termos inerciais podem ser desprezados, porém com distância suficiente para que as tensões viscosas são desprezíveis em comparação com as tensões de Reynolds, ambas já definidas anteriormente. Nessa região, a lei da parede é predominante para a obtenção do perfil de velocidade, uma relação empírica utilizada em escoamentos turbulentos, na qual u^+ na região próxima à parede varia de forma logarítmica com a distância em relação à superfície, conforme mostrado na Figura 11.

Versteeg e Malalasekera (2003) também definem a chamada buffer layer, uma região de transição entre a subcamada limite viscosa e a camada logarítmica, compreendendo uma faixa entre $5 < y^+ < 30$, onde esforços viscosos e turbulentos possuem magnitude similar. Por fim, a região mais externa (defect layer) é a porção

localizada entre a camada logarítmica e a borda exterior da camada limite, cujo perfil de velocidade também é aproximado por relações empíricas.

Dito isso, dentre os modelos de turbulência de duas equações, o $k - \omega$ se destaca para uso da subcamada limite viscosa até a região logarítmica, graças à sua estabilidade numérica e melhor previsibilidade em escoamentos com gradiente de pressão adverso. Em contraste, na porção externa da camada limite e no escoamento livre, o modelo $k - \epsilon$ é recomendado por não possuir a mesma sensibilidade aos valores de ω definidos nas condições de contorno (MENTER, 1993; WILCOX, 1988). A combinação dos dois modelos em suas regiões de melhor comportamento, aliada à implementação do transporte da tensão cisalhante turbulenta resulta no modelo chamado de $k - \omega$ SST (Shear Stress Transport). Este modelo apresenta melhor comportamento em prever a separação da camada limite em comparação com os dois modelos mencionados anteriormente (MENTER, 1993).

Outra opção para a modelagem da turbulência é o modelo de uma equação Spalart-Allmaras, o qual é baseado na variável de turbulência $\tilde{\nu}$, a qual permite o cálculo da viscosidade turbulenta nas 3 regiões da camada limite através de correlações empíricas desenvolvidas para corresponder a resultados experimentais (SPALART; ALLMARAS, 1994).

2.4.3 Intensidade turbulenta

Utilizado tanto para simulações em CFD quanto em túneis de vento, o conceito de intensidade turbulenta, denotado como I ou T' , caracteriza a intensidade das flutuações de velocidade geradas pela turbulência em relação à velocidade média do escoamento (WILCOX, 2006). A Equação 20 demonstra seu cálculo, onde u' , v' e w' são as flutuações de cada componente de velocidade do escoamento.

$$I = \sqrt{\frac{2k}{3U^2}} = \sqrt{\frac{\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}}{3U^2}} \quad (20)$$

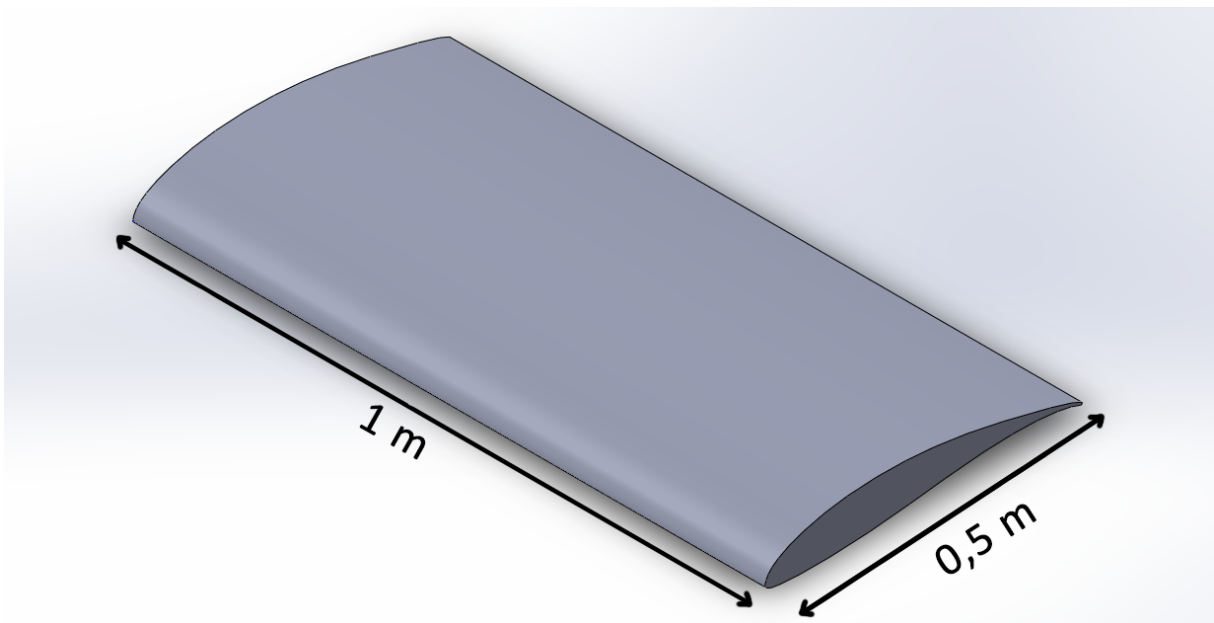
3 METODOLOGIA

Este capítulo trata de elucidar o processo de simulação e análises necessárias para a avaliação das endplates, incluindo a geometria utilizada no estudo, modelo de simulação e separação das componentes do arrasto.

3.1 CASO DE VALIDAÇÃO

De modo a permitir a validação dos resultados do modelo de simulação, optou-se por utilizar um caso com dados experimentais disponíveis. Dito isso, a geometria escolhida foi uma asa com $AR=4$, formada pelo aerofólio Wortmann FX 63-137 e ilustrada na Figura 12, operando em um número de Reynolds de 100.000.

Figura 12 – Meia asa utilizada como validação



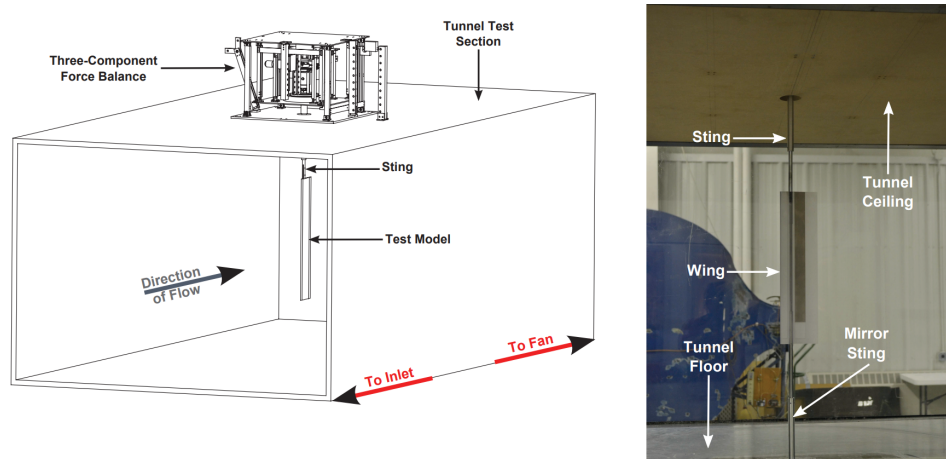
Fonte: Autor (2022).

O primeiro dos testes experimentais, feito por Bastedo e Mueller (1986), foi realizado em um túnel de vento localizado no Notre Dame Aerospace Laboratory, o qual possui uma seção de teste quadrada com 24 polegadas de lado e intensidade turbulenta menor que 0,1%. Nele, foi utilizado um modelo que contemplava meia asa, com 6 polegadas de corda e distância entre a ponta da asa e a parede do túnel de aproximadamente 9 polegadas.

Já o segundo experimento foi feito por Ananda, Sukumar e Selig (2012) no túnel de vento subsônico de baixa velocidade da UIUC (Universidade de Illinois em Urbana-Champaign), o qual possui uma seção de teste com 2,8 x 4 pés de seção

transversal e intensidade turbulenta novamente menor que 0,1%. Apesar de não terem sido fornecidas dimensões do modelo de teste, a Figura 13 mostra um distanciamento considerável das laterais da seção, e a barra espelhada mostrada (mirror sting) foi usada somente para testes de interferência, não estando presente no experimento final em que os dados foram avaliados.

Figura 13 – Configuração de teste no túnel de vento da UIUC



Fonte: Ananda, Sukumar e Selig (2012, p. 3-6).

Por fim, os testes realizados por Abtahi (1985) foram realizados no Virginia Tech Stability Wind Tunnel, um túnel de vento de médio porte localizado no Virginia Polytechnic Institute and State University, com seção de teste quadrada medindo 6 pés de lado, e capaz de alcançar uma intensidade turbulenta de 0,02%. A geometria testada era composta por uma asa completa, possuindo 20 polegadas de envergadura e 5 de corda.

Dessa forma, as curvas aerodinâmicas da asa base obtidas experimentalmente podem ser utilizadas para validar o modelo de simulação numérica, e conseqüentemente, que os resultados a partir da análise com endplates são confiáveis.

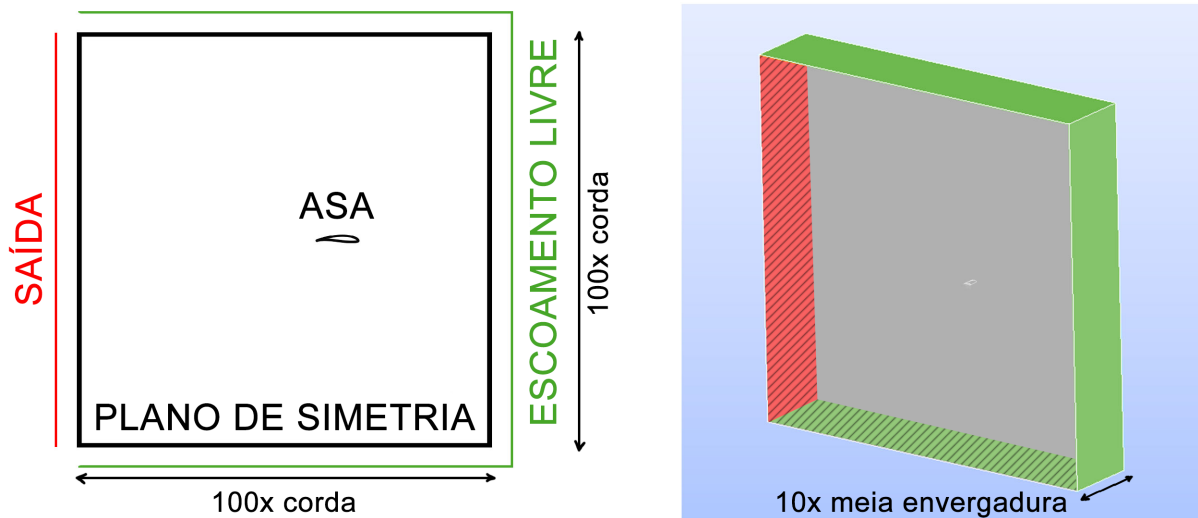
3.2 MODELO DE SIMULAÇÃO

Inicialmente, visando reduzir o número de elementos da malha computacional e agilizar as simulações, a asa modelada é composta somente pela metade esquerda, com um plano de simetria na raiz, possuindo 1 m de meia envergadura e 0,5 m de corda. Assim, para que a Equação 7 respeite o valor alvo de 100.000, utilizou-se uma velocidade do escoamento livre (V) de aproximadamente 3 m/s, com valores atmosféricos para a densidade ρ e viscosidade cinemática ν do ar de $1,225 \text{ kg/m}^3$ e $1,5 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ respectivamente.

3.2.1 Domínio computacional

Nas simulações, adotou-se um domínio computacional de formato hexaédrico, conforme ilustrado na Figura 14, em que as faces frontal, superior, inferior e oposta ao plano de simetria constituem o escoamento livre, permitindo entrada ou saída do fluido, e a face posterior somente saída. Nessa disposição, a asa foi posicionada no domínio em 1/3 do comprimento a partir da entrada do escoamento livre.

Figura 14 – Esquema do domínio computacional utilizado



Fonte: Autor(2023).

Para a definição das dimensões finais, testes de sensibilidade ao tamanho do domínio foram executados, onde a partir do domínio base, a variação dos coeficientes de acordo com a mudança de tamanho em cada direção pôde ser aferida. Por fim, o domínio escolhido possui altura e comprimento equivalente a 100 cordas, e largura de 10 vezes a semi envergadura da asa.

3.2.2 Malha computacional

A malha utilizada nas simulações foi gerada utilizando o software de código livre SALOME 9.7 (SALOME, 2021), que permite desde a modelagem geométrica até a geração da malha em si. A malha gerada é predominantemente composta por elementos tetraédricos, devido à praticidade de geração em geometrias mais elaboradas como as endplates.

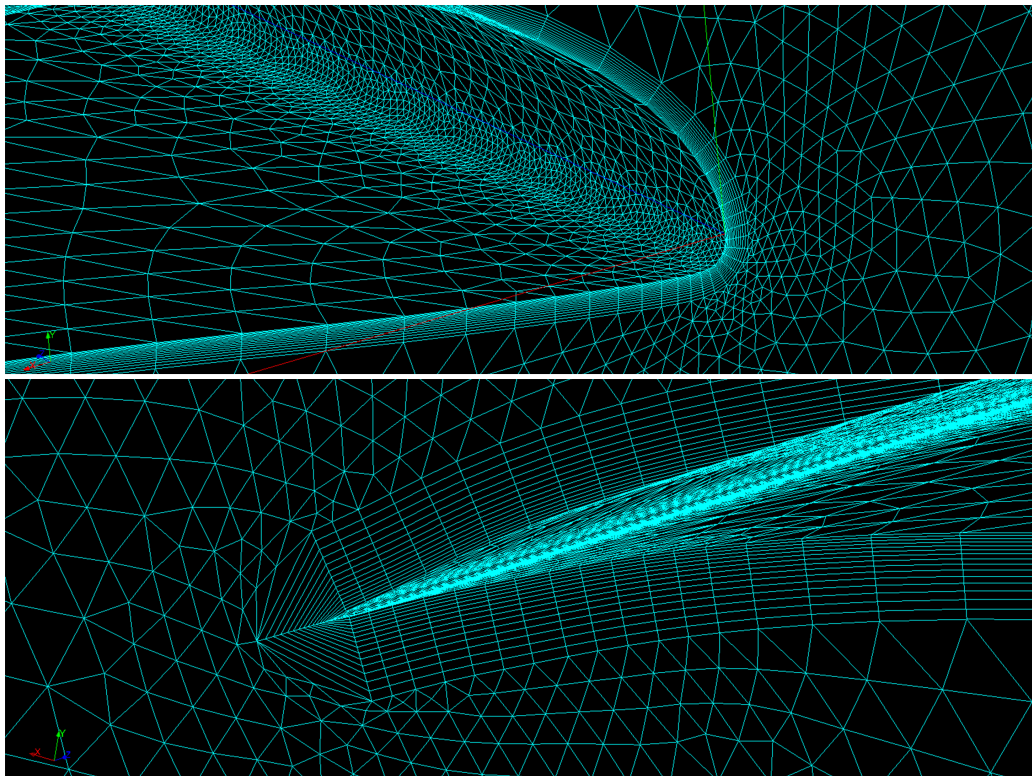
Ademais, camadas de elementos prismáticos foram adicionadas adjacentes à superfície da asa, visando discretizar a camada limite. Os parâmetros de geração das camadas prismáticas foram definidos de forma que o y^+ , equivalente ao centroide dos primeiros volumes adjacentes à parede, seja menor do que 1 e próximo a esse valor. Tal abordagem é necessária para resolver a subcamada limite viscosa, e apesar de aumentar o custo computacional requerido, por conta do maior refino aplicado

na região, apresenta melhores resultados na previsão de separação do escoamento quando comparada com a utilização de função parede (WILCOX, 2006).

Testes iniciais de malha no software demonstraram problemas que, além de causar erros durante o processo de geração, tornavam a malha computacionalmente pesada e de baixa qualidade. A problemática do número total de elementos ocorria devido à variação da curvatura do perfil, a qual necessitava de um refino maior nas regiões do bordo de ataque e de fuga, enquanto que na parte central, a superfície menos arqueada permitia elementos mais grosseiros. Todavia, para evitar uma transição demasiadamente abrupta no tamanho dos elementos na superfície, uma taxa de crescimento baixa teve de ser utilizada, ocasionando elementos refinados em áreas onde não seria necessário.

Além disso, a ponta no bordo de fuga da asa dificultava a geração dos elementos da camada prismática, que devido à variação repentina de direção ficavam excessivamente alongados. Desse modo, ao tentar executar a simulação, a má qualidade desses elementos e da transição entre a camada prismática e a malha externa, frequentemente acabava por resultar na divergência da simulação. Ambos os problemas são ilustrados na Figura 15, sendo possível visualizar o grande número de elementos no bordo de ataque (parte superior), e os elementos alongados no bordo de fuga (parte inferior).

Figura 15 – Problemas enfrentados de qualidade de malha

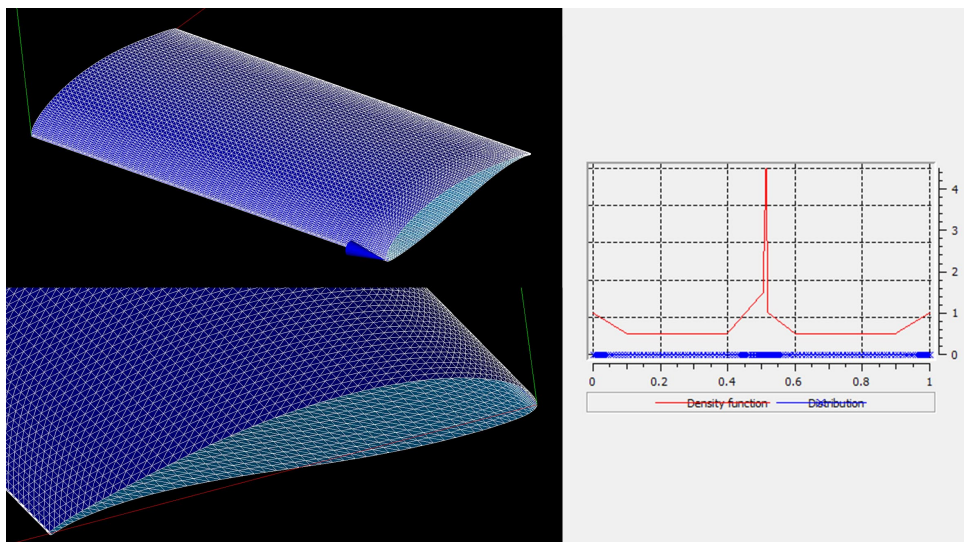


Fonte: Autor(2023).

Logo, para contornar a situação, foi elaborada uma forma de estruturar a malha na superfície da asa ao discretizar individualmente as arestas do bordo de fuga, ponta e raiz da asa, aplicando densidades de refino específicas em cada posição. Após a discretização das arestas, a superfície pode ser mapeada em quadriláteros, que são divididos em elementos triangulares antes da geração da malha volumétrica. Esse passo adicional de corte foi obrigatório, uma vez que os elementos imediatamente após a camada prismática seriam pirâmides ao transicionar para os volumes tetraédricos, tipo de elemento não suportado pelo formato .unv, utilizado na exportação da malha no SALOME.

Assim, a malha da superfície da asa pode ser vista na Figura 16. Do lado direito, é mostrada a densidade de refino aplicada na aresta da corda, que parte do bordo de fuga (0), percorre o formato do perfil, e retorna novamente ao bordo de fuga novamente (1), dessa vez pela parte inferior.

Figura 16 – Malha na superfície da asa e distribuição de elementos na aresta da corda



Fonte: Autor(2023).

Para a resolução dos problemas associados ao bordo de fuga, foi introduzido um arredondamento na geometria, o qual também foi discretizado para o mapeamento. Apesar de os elementos na superfície nessa região serem consideravelmente menores que os adjacentes, a medida em que a camada prismática se afasta da asa, os elementos aumentam de tamanho até se aproximarem em tamanho aos demais volumes vizinhos. Imagens da malha final, destacando o arredondamento no bordo de fuga, são mostradas na Figura 17, em que a malha na região interna do perfil corresponde à ponta da asa.

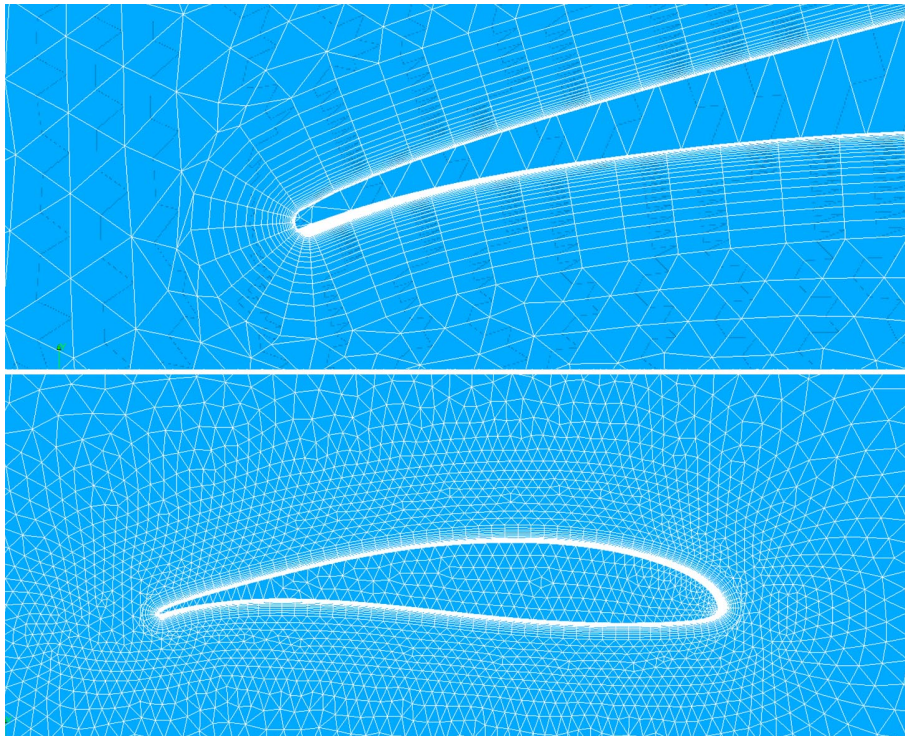
Uma vez definida uma estrutura básica para a malha, um teste de sensibilidade ao refino foi realizado, utilizando como base o método Grid Convergence Index (GCI), cujo equacionamento a seguir é descrito por Roache (1997) e Celik et al. (2008). Tal

método estima o quão próximo um resultado obtido por uma malha está de atingir um valor assintótico ao incrementar seu refino. Para utilizá-lo, define-se a razão de refino r entre duas malhas, cujo valor mínimo recomendado é 1,3. A razão é definida pela Equação 21, onde h é a dimensão média dos elementos, calculada na Equação 22, em que N é o número total de elementos, e X_i o volume de cada um deles.

$$r = \frac{h_{coarse}}{h_{fine}} \quad (21)$$

$$h = \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i \right]^{1/3} \quad (22)$$

Figura 17 – Malha final no plano de simetria próximo à asa



Fonte: Autor(2023).

Após definir uma malha intermediária (2), a partir da razão de refino definida foram geradas mais duas malhas: uma mais refinada (1) e outra mais grosseira (3). Com isso, os coeficientes de sustentação CL e de arrasto CD foram tomados como variáveis de interesse na análise (ϕ). Em seguida, utilizando a diferença entre o valor de cada variável de interesse, ou seja, $\epsilon_{12} = \phi_1 - \phi_2$, a ordem aparente do método p pode ser calculada seguindo a Equação 23.

$$p = \frac{1}{\ln(r)} \ln |\epsilon_{12}/\epsilon_{23}| \quad (23)$$

Então, após o cálculo acima, os valores extrapolados da malha mais refinada, o erro relativo e o erro relativo extrapolado podem ser obtidos através das Equações 24 a 26.

$$\phi_{ext}^{23} = \frac{(r_{23})^p \phi_3 - \phi_2}{(r_{23})^p - 1} \quad (24)$$

$$e_a^{23} = \frac{\phi_3 - \phi_2}{\phi_3} \quad (25)$$

$$e_{ext}^{23} = \frac{\phi_{ext}^{23} - \phi_3}{\phi_{ext}^{23}} \quad (26)$$

Por fim, o índice GCI, que indica o quão próximos os resultados de determinada malha estão de atingir um ponto onde um aumento no refino não afetará mais os valores obtidos, é calculado para cada combinação de malha utilizando um fator de segurança de 1,25 (Equação 27), resultando em uma confiabilidade de 95%, (WILCOX, 2006).

$$GCI = \frac{1.25e_a}{(r^p) - 1} \quad (27)$$

3.2.3 Solver CFD

Para a obtenção dos dados aerodinâmicos, foi utilizado o software CFD de código aberto OpenFOAM (OPENFOAM, 2017), onde foram realizadas simulações do tipo Reynolds-Averaged Navier-Stokes. Vantagens da utilização de simulações RANS incluem a ampla variedade de modelos de turbulência disponível, e a possibilidade de ter dados em regime permanente com um custo computacional reduzido, já que não é necessária a simulação de diversos passos de tempo.

Logo, dois modelos de turbulência foram avaliados para uso nas análises posteriores: o k - ω SST e o Spalart Allmaras, já descritos anteriormente. Em ambos os casos, os parâmetros de turbulência (energia cinética turbulenta k , taxa de dissipação específica da energia cinética turbulenta ω e viscosidade turbulenta modificada $\tilde{\nu}$) nas condições de contorno foram definidos com base nos valores recomendados por Spalart e Rumsey (2007) para uso na análise aerodinâmica de asas. O equacionamento para obtenção desses valores é mostrado nas Equações 28 a 30, onde U_∞ é a velocidade do escoamento livre e c o comprimento de corda da asa.

$$k = 1 \times 10^{-6} U_\infty^2 \quad (28)$$

$$\omega = \frac{5U_\infty}{c} \quad (29)$$

$$\frac{\tilde{\nu}}{\nu} = 3 \quad (30)$$

Além disso, uma comparação entre os valores recomendados e valores genéricos, frequentemente encontrados como padrão em softwares CFD comerciais, foi realizada visando aferir possíveis influências e desvios nos valores causados por um modelo de simulação não definido corretamente. Nesse contexto, as Equações 31 e 32 permitem o cálculo da intensidade turbulenta I e da razão de viscosidade turbulenta μ_t/μ resultantes (Università di Genova, 2021).

Os valores testados são mostrados na Tabela 1, e em especial a intensidade turbulenta pode ser utilizada para comparação direta com os casos experimentais, cujos valores se mostraram muito próximos dos recomendados para o modelo numérico. Assim, a principal motivação para se comparar tais valores é avaliar como os parâmetros de turbulência podem afetar os valores de CD e CL_{max} obtidos nas simulações.

$$I = \frac{\sqrt{\frac{2}{3}k}}{U_\infty} \quad (31)$$

$$\frac{\mu_t}{\mu} = \frac{k}{\nu\omega} \quad (32)$$

Tabela 1 – Valores de I e μ_t/μ analisados nas simulações.

| | I | μ_t/μ |
|--------------|----------|-------------|
| Genéricos | 1% | 5 |
| Recomendados | 0,08165% | 0,02 |

Fonte: Autor(2023).

Uma vez definidos os modelos para a simulação, faz-se necessário a correta configuração das condições de contorno para cada variável utilizada. Para isso, foram utilizadas as condições propostas por Lindblad (2014) para simulações de asas em baixos Reynolds, necessitando somente o ajuste dos valores para a adequação às condições simuladas.

A Tabela 2 lista as condições de contorno aplicadas¹ nas variáveis de ambos os modelos de turbulência avaliados, bem como os valores de cada uma delas onde for aplicável. Para variar o ângulo de ataque α , o escoamento foi inclinado ao se decompor suas componentes em X e Y.

O uso de condições de contorno do tipo freestream permitiram que as fronteiras do domínio funcionassem como entrada ou saída de escoamento, de acordo com as condições locais do escoamento em cada elemento. Essa abordagem é útil pois torna possível variar o α inclinando o escoamento ao invés da asa, o que necessitaria gerar a malha novamente. Por sua vez, a condição de zeroGradient define o valor da região como igual à do campo interno adjacente, fixedValue permite a definição de um valor

¹ De acordo com a nomenclatura utilizada no OpenFOAM

Tabela 2 – Condições de contorno aplicadas nas simulações.

| Variável | Região | Condição | Valor |
|---------------|------------|--------------------------|---------------------------------------|
| p | freestream | freestreamPressure | 0 |
| | outlet | fixedValue | 0 |
| | asa | zeroGradient | |
| U | freestream | freestreamVelocity | $(U \cos(\alpha), U \sin(\alpha), 0)$ |
| | outlet | zeroGradient | |
| | wing | noSlip | |
| k | freestream | freestream | 9,0e-6 |
| | outlet | zero gradient | |
| | wing | fixedValue | 1e-12 |
| ω | freestream | freestream | 30 |
| | outlet | zero gradient | |
| | wing | omegaWallFunction | |
| ν_t | freestream | calculated | |
| | outlet | calculated | |
| | wing | nutUSpaldingWallFunction | |
| $\tilde{\nu}$ | freestream | freestream | 4,5e-05 |
| | outlet | zeroGradient | |
| | wing | fixedValue | 1e-15 |

Fonte: Autor(2023).

específico no contorno, e noSlip corresponde à condição de não escorregamento na superfície (OPENFOAM, 2017).

Lindblad (2014) recomenda o uso de função parede na superfície da asa para ω , pois seu valor tende a infinito conforme a distância da parede se aproxima de 0, não podendo ser definido diretamente. Assim, o valor precisa ser especificado no centroide do primeiro elemento através da função parede, o que também foi feito com ν_t . Para k e $\tilde{\nu}$ na superfície da asa, foram atribuídos valores de ordem de grandeza muito pequena, porém diferente de 0, escolha é recomendada por Lindblad (2014).

Sobre os esquemas de interpolação para os termos de gradiente, optou-se pelo multi-directional cell-limited com valor de 0,5 para a velocidade, e o cell-limited com valor 1 para as variáveis de turbulência. Já para o divergente, foi aplicado o esquema limited linear em variáveis de turbulência, e o upwind linear para a velocidade, por apresentar convergência e estabilidade ligeiramente melhores. Ambos são esquemas de segunda ordem, escolha feita buscando reduzir a difusão numérica (WAREY; HAN; KAUSHIK, 2021).

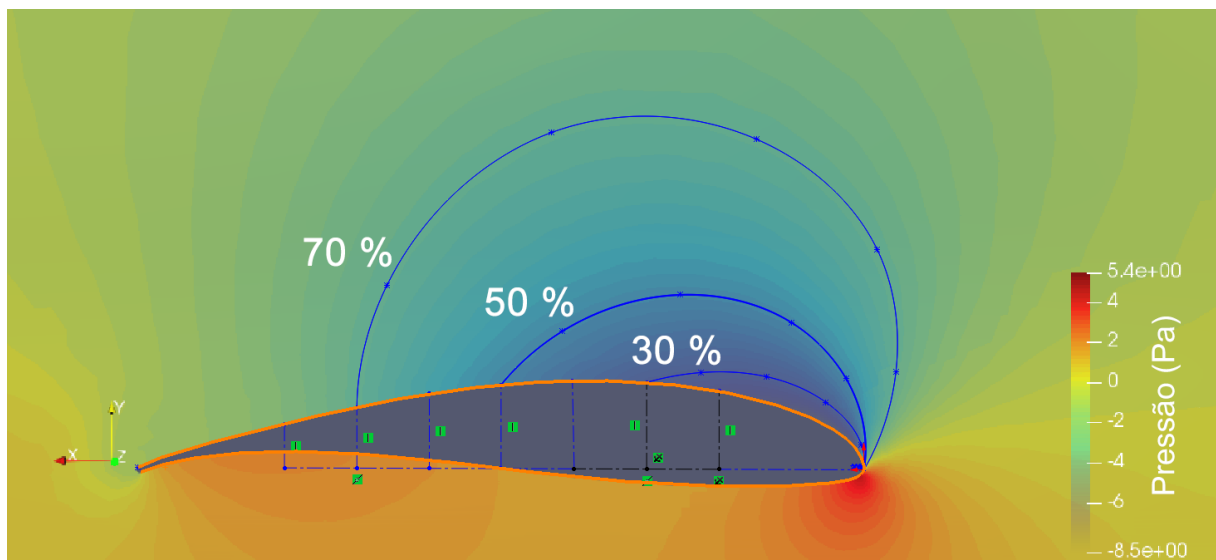
Tanto os esquemas quanto os valores adotados foram definidos ao se realizar testes nas simulações. Por fim, o solver escolhido para a resolução do acoplamento pressão-velocidade em regime permanente foi o SIMPLE.

3.3 MODELAGEM DAS ENDPLATES

Visando definir o formato das endplates, foi utilizada a metodologia proposta por Roberts (1966) de modo a maximizar o efeito no arrasto induzido com um mínimo de arrasto parasita. Nela, os contornos de pressão em torno do perfil da asa são tomados como base para as placas, permitindo selecionar as regiões com maior gradiente de pressão. Ao adotar diferentes contornos isobáricos, é possível definir diferentes endplates de forma paramétrica, seja em área, comprimento em porcentagem da corda ou mesmo por valor de pressão manométrica.

Para esse estudo, a asa 3D foi simulada em um $\alpha = 10^\circ$, valor onde o CL da asa é aproximadamente igual a 80% do CL máximo da asa em questão. Dos resultados, foram extraídos os contornos de pressão na raiz (Figura 18) e 3 diferentes geometrias foram geradas, com comprimento de 30, 50 e 70% da corda total, nomenclatura que denominará as endplates neste trabalho. Essa escolha de α apresenta uma condição com um arrasto induzido considerável, porém evitando o princípio de estol, e por conseguinte, um possível descolamento da camada limite que poderia dificultar a análise das parcelas de arrasto.

Figura 18 – Contornos de pressão na raiz da asa e endplates modeladas



Fonte: Autor (2023).

Com isso, novas simulações foram realizadas com as asas equipadas com endplate, de modo a avaliar a variação de cada componente de arrasto, de acordo com tamanho de cada geometria de placa modelada.

3.4 AVALIAÇÃO DO PLANO DE TREFFTZ

Uma vez realizadas as simulações numéricas, o arrasto induzido de cada asa pôde ser computado através do software ParaView, integrado ao OpenFOAM. Para

isso, inicialmente é criada uma variável adicional que consiste nos integrandos das Equações 9 e 11 utilizando a opção Calculator.

Em seguida, é adicionado o plano de corte com a opção Slice, definindo a origem a diferentes distâncias à jusante da asa e com a normal na direção do escoamento livre, com o intuito de aferir o impacto da distância do plano no valor de arrasto induzido obtido. Por fim, a variável criada é integrada na superfície do plano.

Devido à dependência das componentes v e w da velocidade apresentadas pelas equações do plano de Trefftz, avaliou-se a adição de um refino de malha na região onde o vórtice de ponta de asa é formado. Este teste buscou verificar qual o impacto no fenômeno de dissipação artificial do vórtice de ponta de asa, causado pela redução no refino da malha nessa região, conforme será visto mais adiante.

Por conta da adição desse novo refino na malha, uma análise adicional de sensibilidade foi executada, novamente com um fator de refino de 1,3, porém com foco na variação dos valores de CD_i obtidos nos planos em diferentes distâncias após a asa. Tal avaliação possuiu o intuito de verificar como o acréscimo do refino na região do vórtice alterava o arrasto induzido obtido, permitindo balancear o custo computacional com a melhora nos resultados da simulação.

3.5 SEPARAÇÃO DAS COMPONENTES DE ARRASTO

Após as simulações serem concluídas, a avaliação de cada componente de arrasto das geometrias de endplate foi realizada. Para isso, inicialmente os valores numéricos de CD_i , obtidos para a asa sem endplate, foram comparados com os dois métodos analíticos apresentados na seção 2.1.1, para cada distância avaliada de posicionamento do plano após o bordo de fuga da asa. Dessa maneira, foi possível calibrar os resultados numéricos frente aos valores esperados através de uma razão R , calculada para cada condição de simulação, conforme a Equação 33.

$$CD_i = R.CD_{i(nerico)} \quad (33)$$

Assim, o valor de arrasto induzido extraído das asas com endplate são divididos por essa razão, de modo a corrigir o erro numérico e estimar um coeficiente de arrasto real baseado nas duas abordagens analíticas. A Tabela 3 lista as componentes de arrasto avaliadas e a forma com que cada uma pôde ser obtida.

Tabela 3 – Componentes de arrasto e seu método de cálculo.

| Componente | Método |
|--|--------------------------------------|
| Arrasto total CD | Integração das forças na superfície |
| Arrasto induzido CD_i | Plano de Trefftz + correção (R) |
| Arrasto da endplate $CD_{endplate}$ | Integração das forças na superfície |
| Arrasto parasita total $CD_{p(tot)}$ | $CD - CD_i$ |
| Arrasto parasita da asa CD_p | $CD - CD_i - CD_{endplate}$ |
| Arrasto de pele da asa CD_f | Integração de τ_w na superfície |
| Arrasto de pele da endplate $CD_{f(endplate)}$ | Integração de τ_w na superfície |

Fonte: Autor(2023).

4 RESULTADOS

Nesse capítulo, os resultados obtidos pelo modelo numérico são apresentados e então discutidos. Primeiramente, tratou-se da validação do modelo de simulação, por meio da comparação com dados experimentais, para então a avaliação das endplates e de suas componentes de arrasto ser iniciada.

4.1 TAMANHO DO DOMÍNIO

Para aferir a adequabilidade do tamanho do domínio computacional base, duas simulações adicionais foram realizadas: uma reduzindo as dimensões de altura e comprimento do domínio pela metade (1), e outra duplicando a largura (2). Ambas foram feitas utilizando o modelo $k-\omega$ SST, com os valores recomendados de turbulência (Tabela 1), em um $\alpha=10^\circ$, com todos os parâmetros de refino de malha sendo mantidos iguais. A Tabela 4 apresenta os valores obtidos em cada simulação, bem como o número total de elementos de cada malha.

Tabela 4 – Resultados do teste de sensibilidade ao domínio.

| Domínio | N° de elementos | CL | CD | Varição CL | Varição CD |
|---------|-----------------|---------|----------|------------|------------|
| Base | 1.356.347 | 1,12485 | 0,134182 | - | - |
| 1 | 1.354.546 | 1,12444 | 0,134464 | 0,0364% | 0,2102% |
| 2 | 1.377.671 | 1,12651 | 0,134366 | 0,1476% | 0,1371% |

Fonte: Autor(2023).

Como as variações máximas no CL e CD foram de somente 0,1476% e 0,2102% respectivamente, e a diferença no tempo de simulação entre essas diferentes malhas não foi significativa, não houve necessidade de mais alterações no tamanho do domínio utilizado. Logo, os valores anteriormente definidos de 10 m de largura (10 vezes a semi envergadura), e 50 m de altura e comprimento (100 vezes a corda) foram mantidos.

4.2 REFINO DE MALHA

Abaixo, constam os resultados do teste GCI para o refino de malha, no qual a razão de refino de 1,3 foi aplicada uniformemente em todas as regiões. O número total de elementos na malha intermediária, e nas duas malhas adicionais utilizadas no teste (grosseira e refinada) são mostrados na Tabela 5. Desse modo, o teste é então executado, tendo como variáveis de interesse o CL e o CD , de acordo com a Tabela 6.

Os valores mostram que os coeficientes da malha intermediária estão satisfatoriamente próximos tanto da malha refinada quanto da solução extrapolada,

com um erro máximo de cerca de 1% para o CD , mesmo com o número de elementos sendo mais que dobrado. Além disso, é possível notar que $GCI_{23} < GCI_{12}$, indicando uma redução na influência do refino de malha nos resultados obtidos na simulação, o que também pode ser visto nas Figuras 19 e 20. Sendo assim, refinar ainda mais a malha intermediária não se mostrou uma escolha vantajosa, por conta do baixo valor de GCI e do grande aumento no custo computacional. Ademais, o refino da região do vórtice, necessário para as avaliações do plano de Trefftz, aumentará ainda mais o número de elementos da malha.

Tabela 5 – Malhas utilizadas para o teste GCI.

| Malha | Nº de elementos | Denominação | CL | CD |
|---------------|-----------------|-------------|---------|---------|
| Grosseira | 603.058 | 1 | 1,13191 | 0,13832 |
| Intermediária | 1.356.347 | 2 | 1,12485 | 0,13418 |
| Refinada | 3.084.173 | 3 | 1,12211 | 0,13311 |

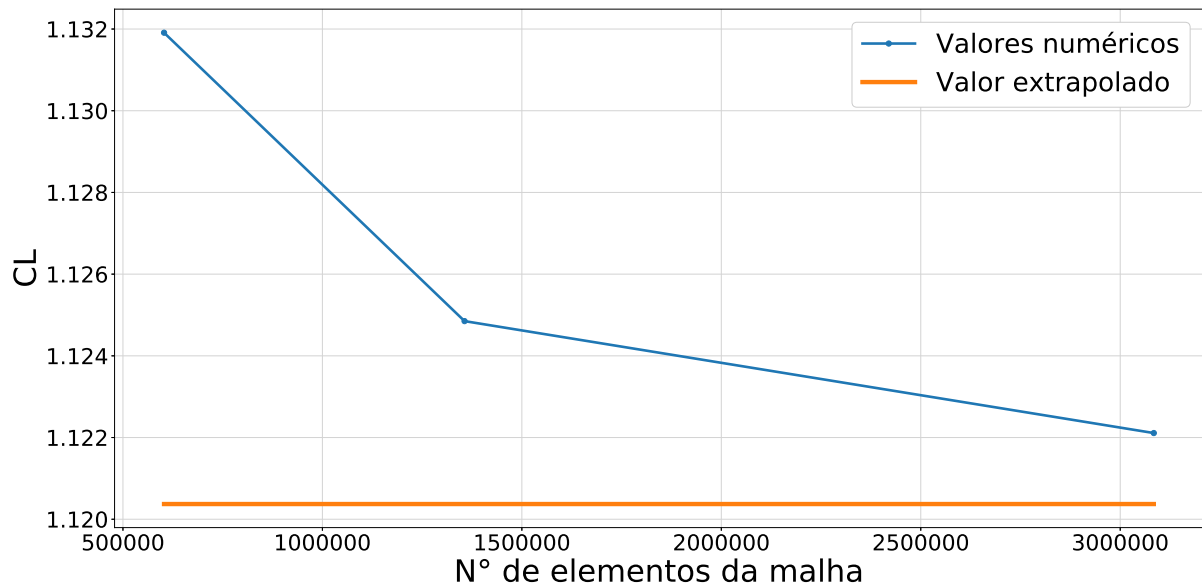
Fonte: Autor(2023).

Tabela 6 – Resultados do teste GCI.

| Variável | Significado | Valor |
|------------------------|---|---------|
| $\epsilon_{12} (CL)$ | Diferença para o CL | 0,00706 |
| $\epsilon_{23} (CL)$ | Diferença para o CL | 0,00274 |
| $\epsilon_{12} (CD)$ | Diferença para o CD | 0,00414 |
| $\epsilon_{23} (CD)$ | Diferença para o CD | 0,00107 |
| $p (CL)$ | Ordem aparente para o CL | 3.60753 |
| $p (CD)$ | Ordem aparente para o CD | 5.15433 |
| $\phi_{ext}^{23} (CL)$ | CL extrapolado | 1,12037 |
| $\phi_{ext}^{23} (CD)$ | CD extrapolado | 0,13274 |
| $e_a^{12} (CL)$ | Erro relativo aproximado CL | 0,6276% |
| $e_a^{12} (CD)$ | Erro relativo aproximado CD | 3,0831% |
| $e_a^{23} (CL)$ | Erro relativo aproximado CL | 0,2442% |
| $e_a^{23} (CD)$ | Erro relativo aproximado CD | 0,8038% |
| $e_{ext}^{23} (CL)$ | Erro relativo extrapolado CL | 0,1551% |
| $e_{ext}^{23} (CD)$ | Erro relativo extrapolado CD | 0,2812% |
| $e_{ext2}^{23} (CL)$ | Erro relativo extrapolado a partir da malha base CL | 0,3997% |
| $e_{ext2}^{23} (CD)$ | Erro relativo extrapolado a partir da malha base CD | 1,0873% |
| $GCI_{12} (CL)$ | GCI entre as malhas 1 e 2 CL | 0,4976% |
| $GCI_{12} (CD)$ | GCI entre as malhas 1 e 2 CD | 1,3445% |
| $GCI_{23} (CL)$ | GCI entre as malhas 2 e 3 CL | 0,1936% |
| $GCI_{23} (CD)$ | GCI entre as malhas 2 e 3 CD | 0,3505% |
| $GCI_{2ext} (CL)$ | GCI entre a malha 2 e o resultado extrapolado CL | 0,3169% |
| $GCI_{2ext} (CD)$ | GCI entre a malha 2 e o resultado extrapolado CD | 0,4742% |

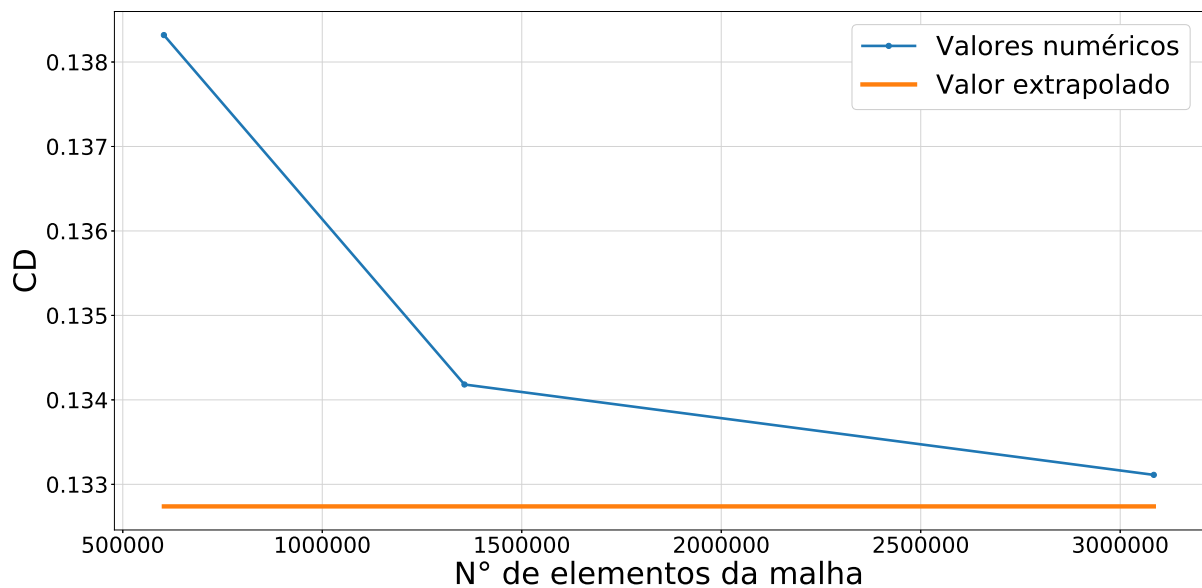
Fonte: Autor(2023).

Figura 19 – Valores de CL para as malhas avaliadas no teste GCI



Fonte: Autor(2023).

Figura 20 – Valores de CD para as malhas avaliadas no teste GCI



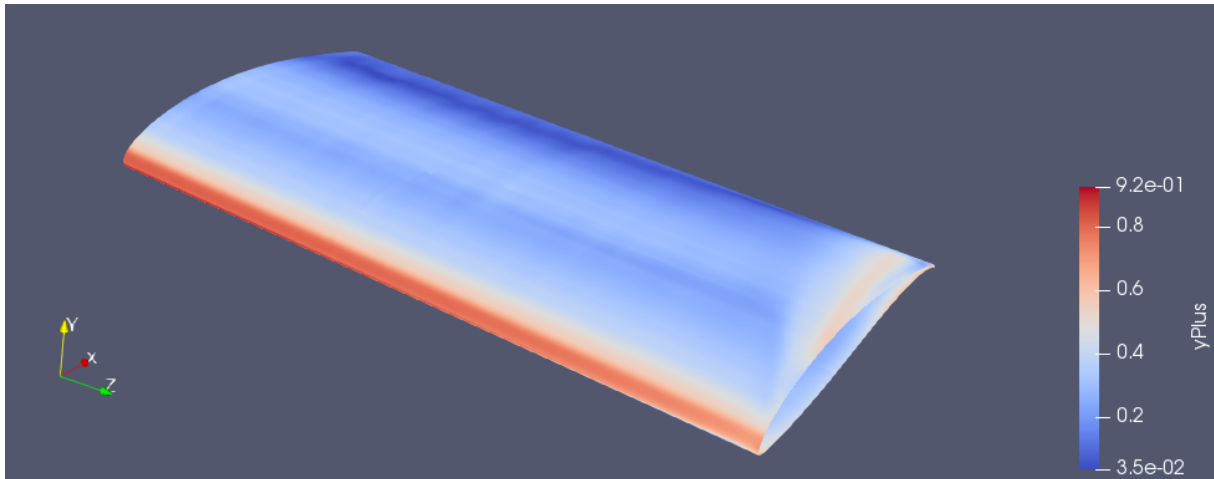
Fonte: Autor(2023).

4.3 MODELO DE TURBULÊNCIA

Para a comparação entre os dois modelos de turbulência avaliados, simulações da asa foram realizadas iniciando em $\alpha=0^\circ$ até a detecção do estol, fenômeno definido como a condição em que o escoamento descola do extradorso da asa e sua sustentação cai consideravelmente (CORDA, 2017). Em todas as simulações, tanto nos testes de domínio e de refino, quanto nas comparações dos modelos de fechamento de turbulência e avaliação das endplates, o valor do y^+ foi mantido menor e próximo a 1

na superfície da asa, conforme exemplificado na Figura 21. Com isso, os valores de CL e CD em diversos valores de α foram comparados com os resultados experimentais descritos anteriormente.

Figura 21 – Distribuição de y^+ na superfície da asa base, $k-\omega$ SST em $\alpha=10^\circ$



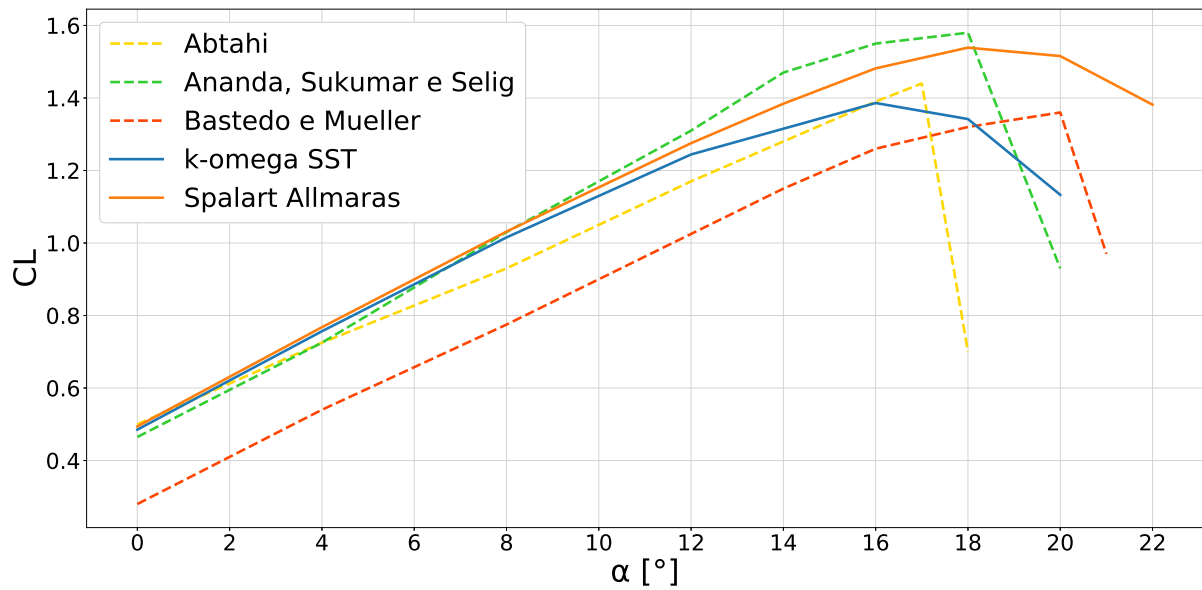
Fonte: Autor(2023).

A Figura 22 mostra que os valores de CL obtidos pelo $k-\omega$ SST se mostraram consideravelmente próximos aos testes de Bastedo e Mueller (1986) e Abtahi (1985), em especial quanto ao CL_{max} . Em contrapartida, o modelo Spalart Allmaras mostrou comportamento próximo ao experimento feito por Ananda, Sukumar e Selig (2012), apesar de este fornecer valores mais elevados que as demais referências.

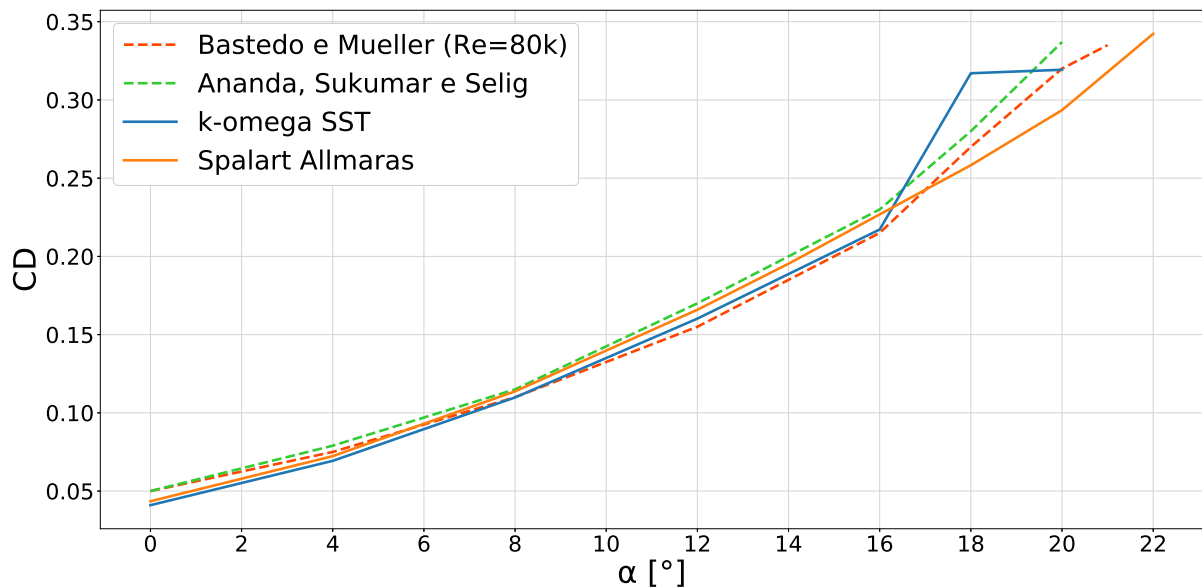
É possível notar que os valores experimentais não são muito similares entre si, dificultando assim a comparação com os resultados numéricos. Essa diferença pode estar relacionada com as diferenças na qualidade do modelo da asa construída, dimensões da seção de teste e parâmetros do túnel de vento.

Quanto ao coeficiente de arrasto, a única referência disponível no mesmo valor de Reynolds (ANANDA; SUKUMAR; SELIG, 2012) se mostrou muito próxima de ambos os modelos de turbulência (Figura 23), com a principal diferença sendo no comportamento do estol. No caso do $k-\omega$ SST, houve um salto no CD durante o estol, enquanto o Spalart Allmaras mostrou comportamento contrário, tendo valores de CD menores que o experimental por subestimar o descolamento.

Frente aos resultados obtidos, ambos os modelos poderiam ser escolhidos para a avaliação das endplates, pois as simulações não seriam feitas em um α próximo ao de estol. Contudo, optou-se pelo $k-\omega$ SST devido à maior capacidade de detecção de uma eventual separação da camada limite, característica que pode ser útil para a avaliação do arrasto de interferência das endplates, além de possuir os valores das variáveis da turbulência melhor especificados por Spalart e Rumsey (2007) para as condições de contorno.

Figura 22 – Valores de CL x α numéricos e experimentais

Fonte: Autor(2023).

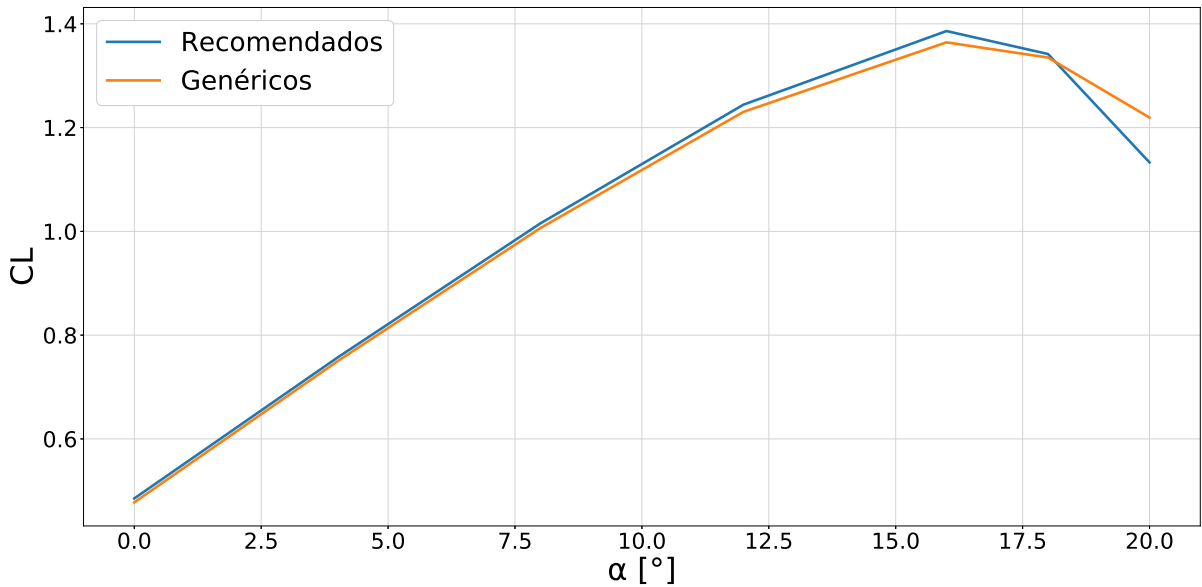
Figura 23 – Valores de CD x α numéricos e experimentais

Fonte: Autor(2023).

4.4 PARÂMETROS DE TURBULÊNCIA

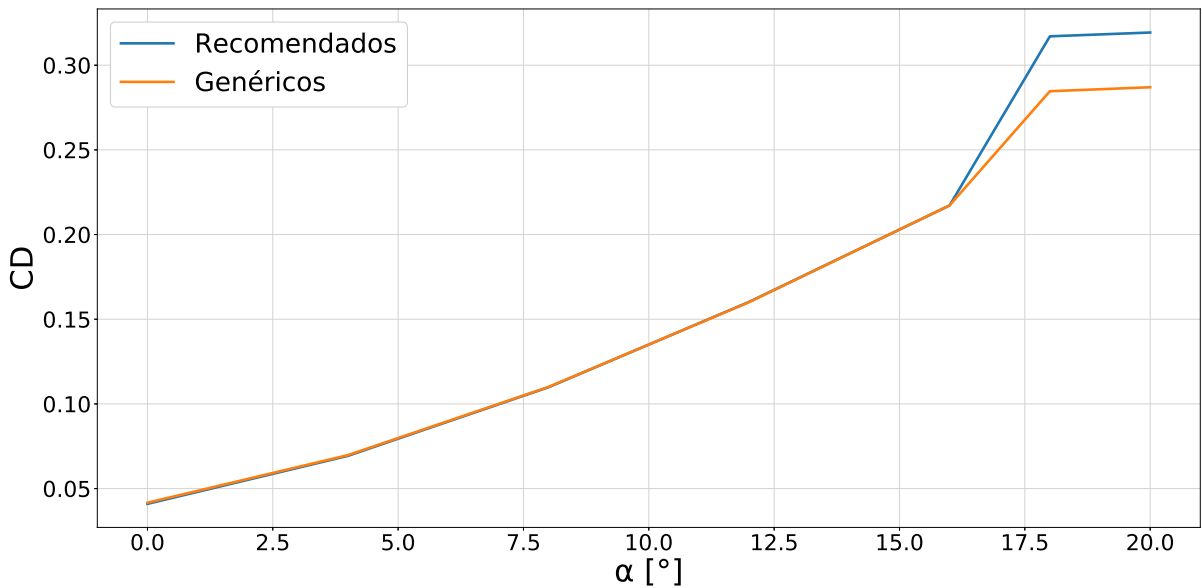
O último teste realizado buscou aferir o impacto de valores de k e ω quantificados inadequadamente nas condições de contorno na entrada. As Figuras 24 e 25 comparam os resultados das simulações com o $k-\omega$ SST obtidos com valores de l e μ_t/μ previamente definidos na Tabela 1, em termos de coeficientes de sustentação e arrasto.

Figura 24 – Curva de CL x α para os valores recomendados e genéricos de I e μ_t/μ



Fonte: Autor(2023).

Figura 25 – Curva de CD x α para os valores recomendados e genéricos de I e μ_t/μ



Fonte: Autor(2023).

Com isso, foi possível notar que a principal influência dos parâmetros variados foi no comportamento do estol. Os valores recomendados resultam em uma intensidade turbulenta menor, gerando um CL_{max} ligeiramente maior, porém com estol mais abrupto. Por outro lado, os valores genéricos, com uma maior intensidade turbulenta, apresentaram um comportamento de estol mais suave, característica de escoamentos com maior nível de turbulência. Ademais, o efeito no CD segue a mesma linha, em que os parâmetros recomendados e com menores níveis de turbulência acarretam um

descolamento mais severo, o que por sua vez aumenta o arrasto gerado. Verifica-se em resumo que parâmetros de turbulência estimados erroneamente impactam de forma direta na previsão do estol.

4.5 PLANO DE TREFFTZ

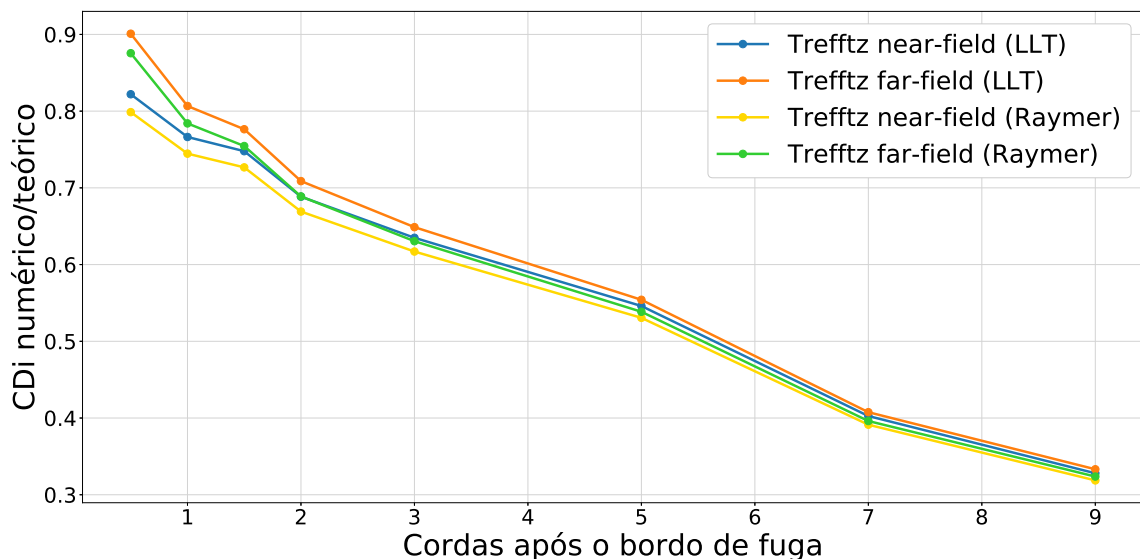
Para que o coeficiente de arrasto induzido de cada geometria de endplate simulada seja o mais fidedigno possível, realizou-se uma análise de sensibilidade quanto à distância do plano de Trefftz em relação à asa, bem como a influência de refinamentos locais de malha para melhorar os resultados.

Busca-se encontrar uma proximidade, entre plano e asa, a partir da qual não ocorra variação significativa no cálculo do plano de Trefftz. É importante ressaltar que quanto maior for a distância entre plano e asa, mais grosseira a malha local tende a ficar, aumentando assim a dissipação numérica sofrida pelo vórtice até chegar ao plano. Esse efeito seria minimizado caso fosse aplicado um refinamento constante em toda a esteira, contudo, isso aumentaria muito o custo computacional das simulações.

Por outro lado, posicionar o plano muito próximo a asa viola as hipóteses da formulação original. Neste sentido, espera-se que a correção de campo próximo (near-field) elimine tal efeito.

A Figura 26 mostra a razão entre CD_i numérico e o CD_i teórico, obtido pelas duas metodologias analíticas já elucidadas (LLT e Raymer, para uma asa de $AR=4$), em função da distância do plano a partir do bordo de fuga da asa. Resultados foram obtidos tanto com a formulação tradicional do plano de Trefftz (far-field) quanto com a de near-field.

Figura 26 – CD_i numérico/teórico em função da distância do plano



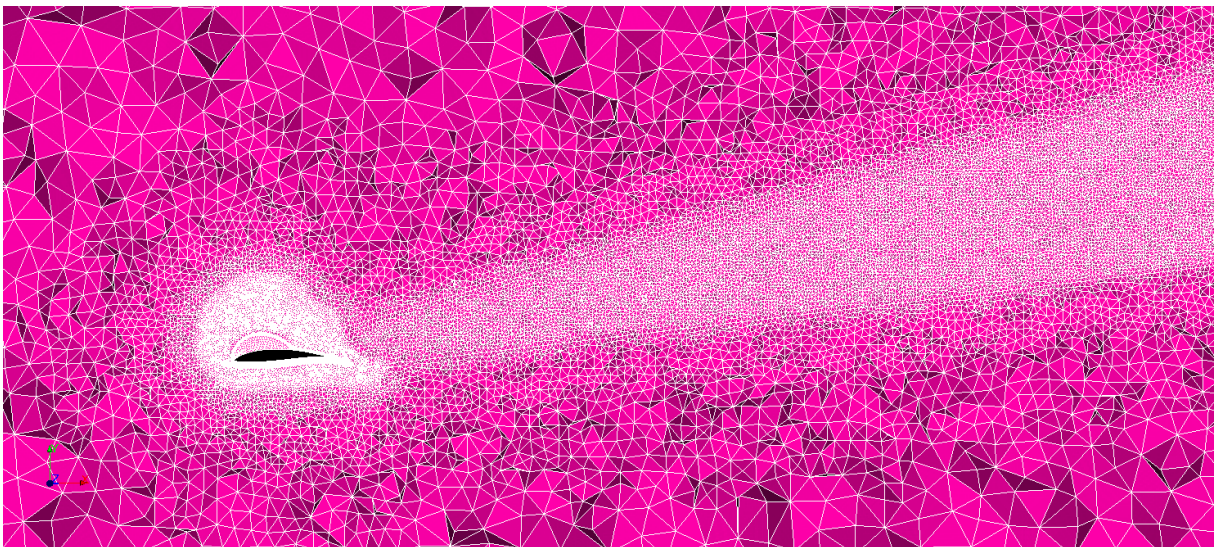
Fonte: Autor(2023).

Percebe-se que a malha adotada nas simulações anteriores não se mostrou adequada para a integração do plano, visto que o CD_i cai muito rapidamente à medida que o plano é afastado da asa. Além disso, não foi possível notar uma tendência de assíntota ou de estabilização do valor ao se aproximar da asa, complicando a definição da distância ideal para posicionamento do plano.

Como equações de ambas as abordagens dependem principalmente das componentes v e w da velocidade, notou-se que o resultado local da Equação 11 do plano de Trefftz possui maior módulo na região onde o vórtice de ponta de asa é formado (Figura 28). Logo, visando minimizar o problema exposto, foi avaliado incrementar o refino de malha na região do vórtice, mostrado na Figura 27.

A adição do refino melhorou significativamente o problema de dissipação artificial, como pode ser visto na Figura 29. Além da queda do CD_i com o aumento da distância do plano ser menos expressiva, a inclinação da curva começa a se reduzir nas regiões mais próximas à asa.

Figura 27 – Refino da malha na região do vórtice de ponta de asa

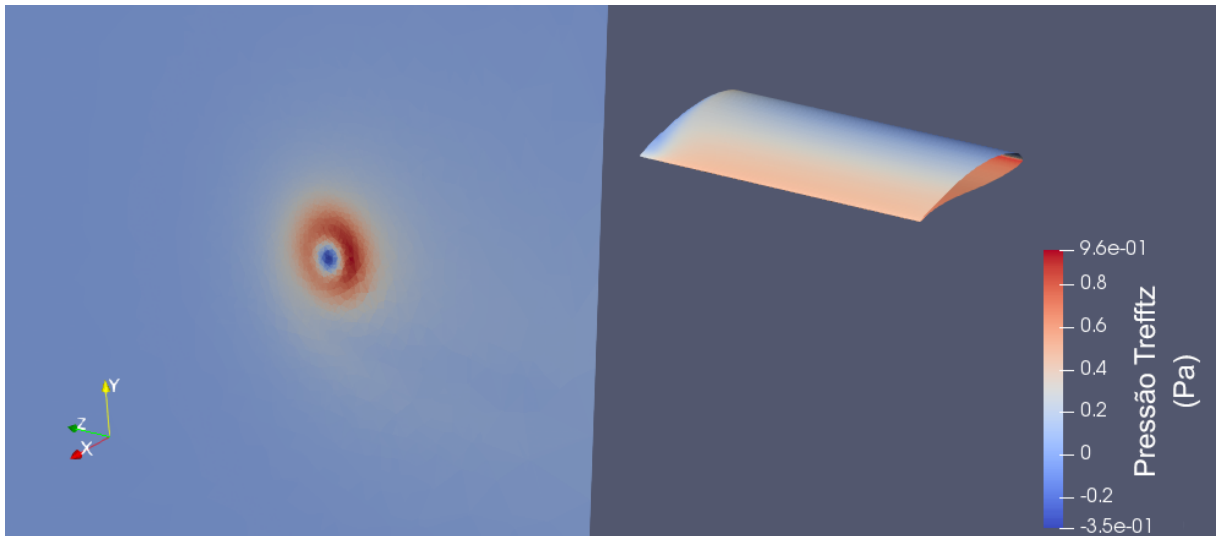


Fonte: Autor (2023).

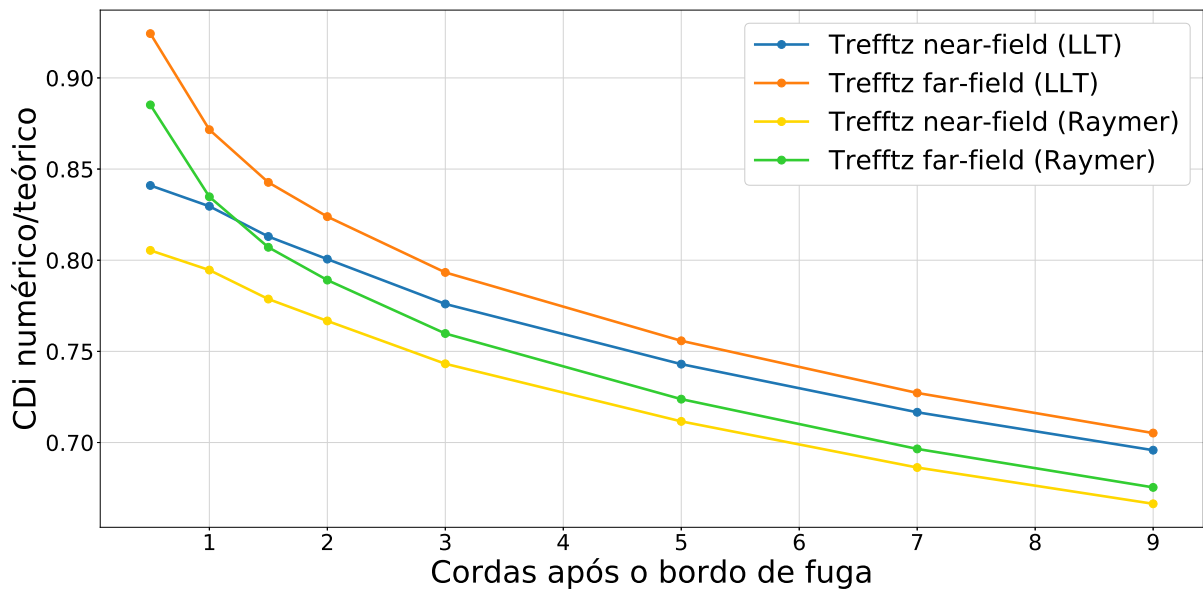
Por fim, a geração de uma nova malha a partir da anterior com o refino no vórtice, porém com a razão de 1,3 utilizada nos testes GCI, aplicado em todo o domínio com exceção da superfície da asa. Esta análise permitiu verificar quanto um acréscimo no refino do vórtice e da região ao redor da asa impacta na dissipação artificial da simulação. Os dados apresentados na Figura 30 demonstram uma ligeira melhora nesse aspecto, além de ser possível identificar uma breve estabilização nos primeiros pontos à jusante.

Devido ao número de elementos da malha saltar de 1.356.347 para 6.786.147 da malha intermediária utilizada no caso de validação, até a malha com maior discretização no vórtice e mais refinada, mesmo sem as endplates, não foi considerado

Figura 28 – Integração do plano de Trefftz no ParaView



Fonte: Autor (2023).

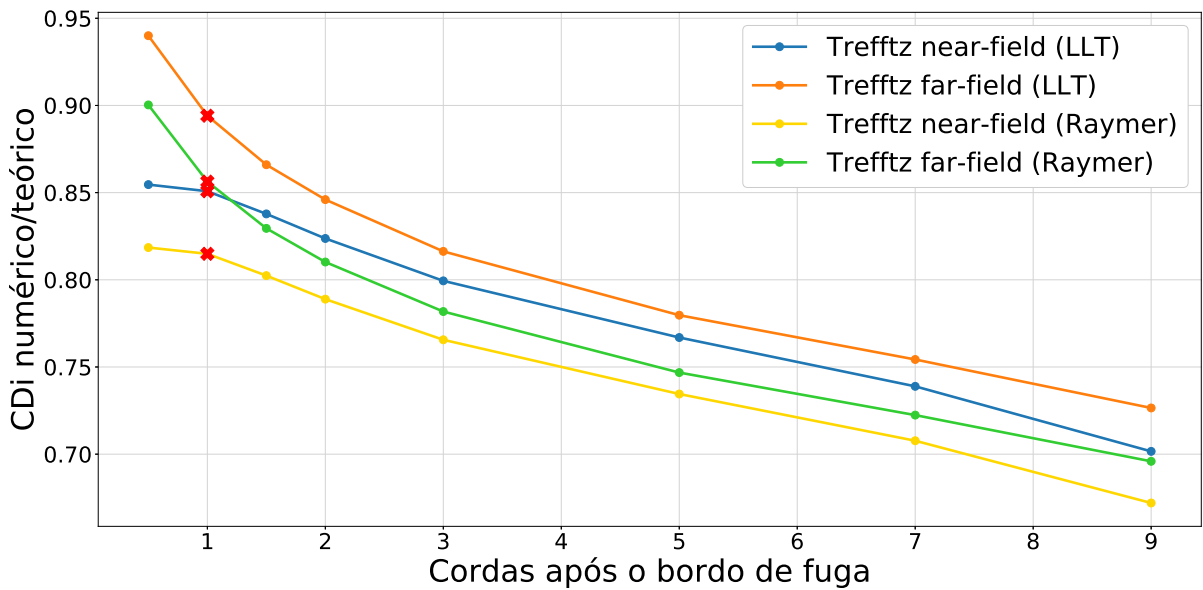
Figura 29 – CD_i numérico/teórico em função da distância do plano (Refino no vórtice)

Fonte: Autor(2023).

umentar ainda mais o refino. Visto que a diferença entre os resultados das Figuras 29 e 30 não é negligenciável (cerca de 2%), porém também não tão significativa, adotou-se a opção com o maior refino no vórtice e no entorno da asa como definitiva para a avaliação das endplates.

Sobre o posicionamento ideal do plano, apesar do resultado com a distância de 0,5 cordas a partir do bordo de fuga estar cerca de 0,4% mais próximo dos valores teóricos de ambas as metodologias, optou-se por utilizar a distância de uma corda para evitar uma possível influência da esteira da asa durante a correção do equacionamento do plano de Trefftz. Tal posição forneceu uma razão $R_{CD_i} = CD_{i(nerico)}/CD_{i(terico)}$ de

Figura 30 – CDi numérico/teórico em função da distância (Refino no vórtice + $r=1,3$)



Fonte: Autor(2023).

0,8508 para o LLT e de 0,8149 para o Raymer, valores que serão utilizados para o cálculo do arrasto induzido nas asas com endplates, e são marcados em vermelho na Figura 30.

4.6 ENDPLATES

A seguir, são apresentados os resultados das simulações considerando as 3 geometrias de placas simuladas (Tabela 7), constituídas das 3 placas baseadas nos contornos de pressão, mais uma “endplate de área 0” que segue somente o formato do perfil. Esta geometria adicional permite a análise paramétrica das geometrias em função da área lateral, a partir de um tamanho mínimo, constituído somente da espessura adicional no formato do perfil.

Nas análises, a área lateral das geometrias é considerada como o acréscimo da área lateral projetada do conjunto asa+endplate quando vista lateralmente. Todas elas possuem espessura de 2 mm, e foram testadas em um α de 10° .

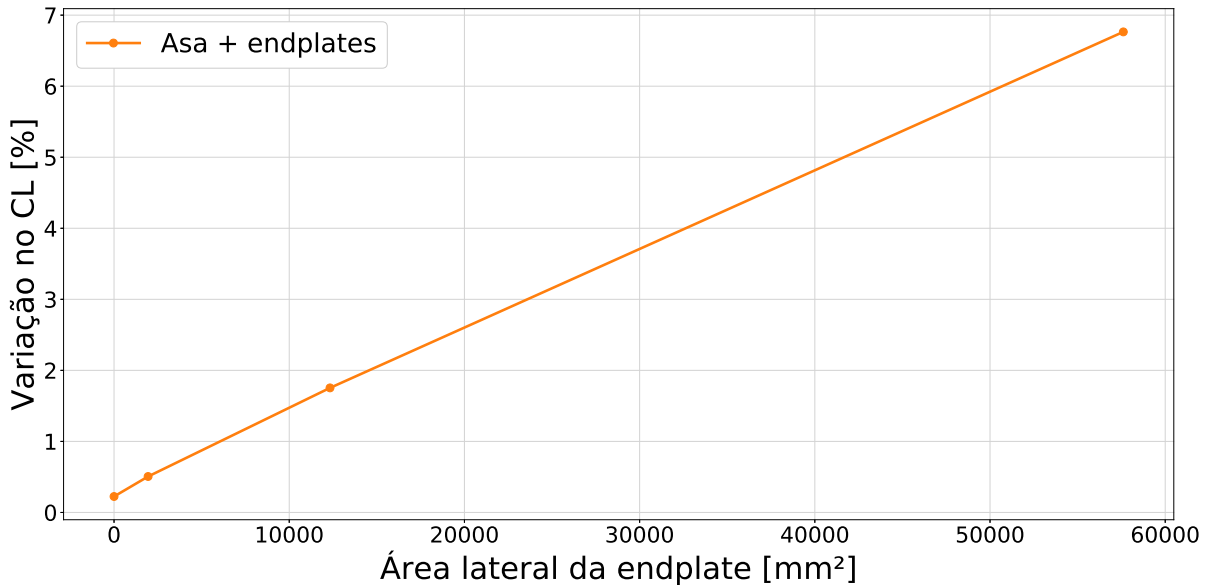
Tabela 7 – Dimensões das endplates modeladas.

| Endplate | Comprimento [% da corda] | Área lateral adicional [mm^2] |
|----------|--------------------------|--|
| 1 | 30 | 1944.27 |
| 2 | 50 | 12327.14 |
| 3 | 70 | 57608.75 |

Fonte: Autor(2023).

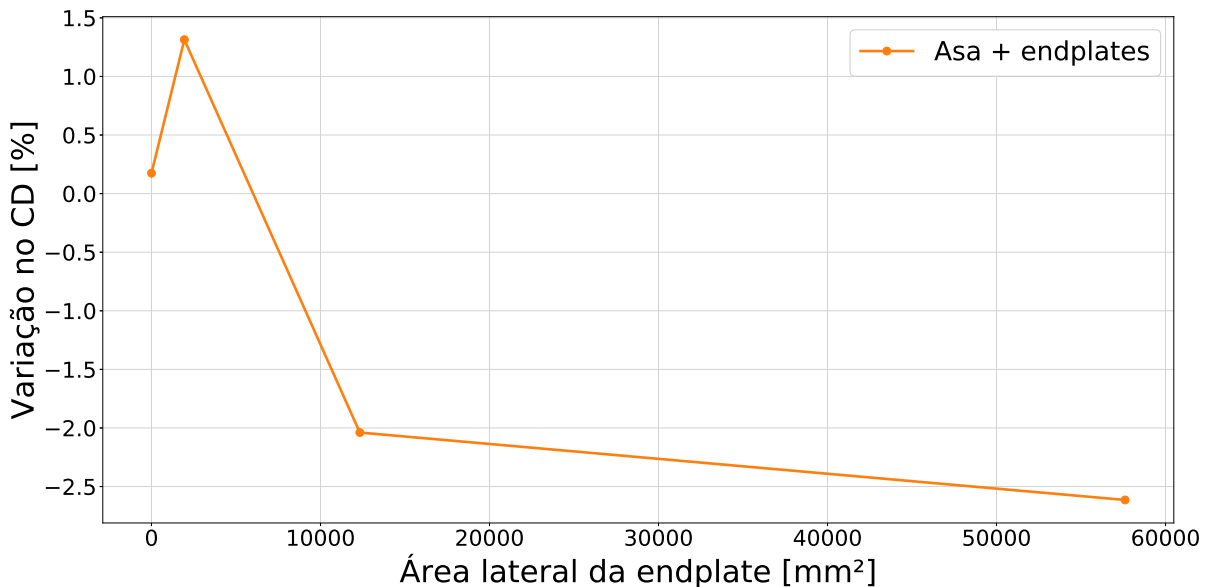
A Figura 31 mostra uma variação praticamente linear do acréscimo de CL com o aumento da área da endplate, enquanto o CD (Figura 32) passa primeiramente por um aumento, seguido por uma brusca redução. O incremento inicial no CD pode estar atribuído às parcelas do arrasto parasita da endplate (interferência + fricção + pressão), aliadas ao fato de a primeira geometria ser muito pequena para bloquear efetivamente os vórtices de ponta de asa nessa condição.

Figura 31 – CL por área lateral da endplate



Fonte: Autor(2023).

Figura 32 – CD por área lateral da endplate



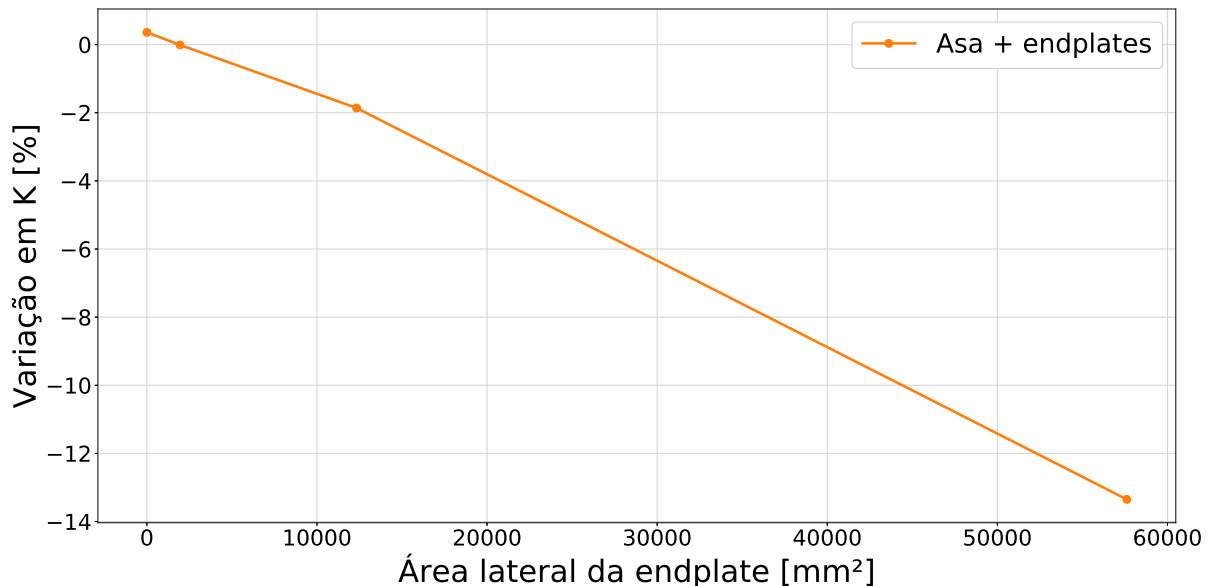
Fonte: Autor(2023).

A segunda endplate já possui tamanho suficiente para reduzir com efetividade o coeficiente de arrasto. Na terceira e maior geometria, o valor de CD é o menor dentre

as endplates. Entretanto, nota-se que a variação de CD entre a terceira e segunda endplate é menor do que a variação entre a segunda e a primeira.

Pode-se também quantificar a eficiência da asa somente referente à geração de arrasto induzido através do fator de arrasto induzido K . Neste quesito, a terceira geometria (70% da corda) forneceu o maior ganho, chegando a 13,35%, como pode ser visto na Figura 33.

Figura 33 – Variação no fator de arrasto induzido por área lateral da endplate



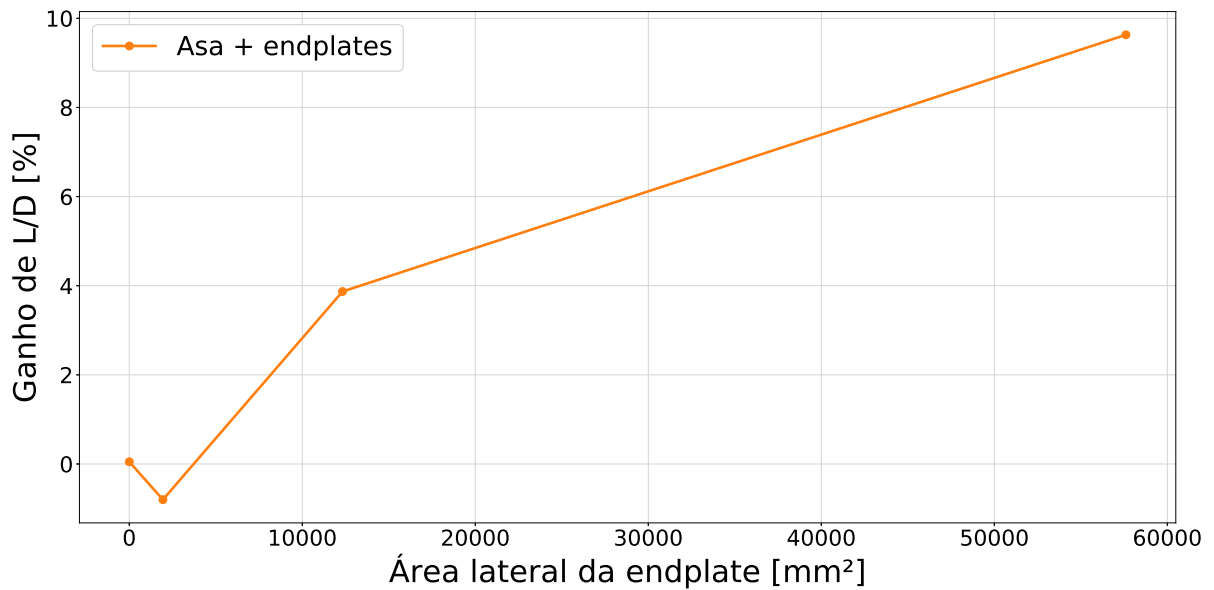
Fonte: Autor(2023).

Em relação à eficiência da asa, a Figura 34 mostra os ganhos percentuais de L/D em relação à asa base. Observa-se uma queda no L/D com a primeira endplate, um aumento considerável com a segunda, e novamente um ligeiro acréscimo com a terceira, chegando a 9,63%. Esses ganhos podem ser comparados à previsão feita por Sobester e Forrester (2015), que estimaram valores entre 3 e 6%, indicando resultados condizentes para as geometrias 2 e 3.

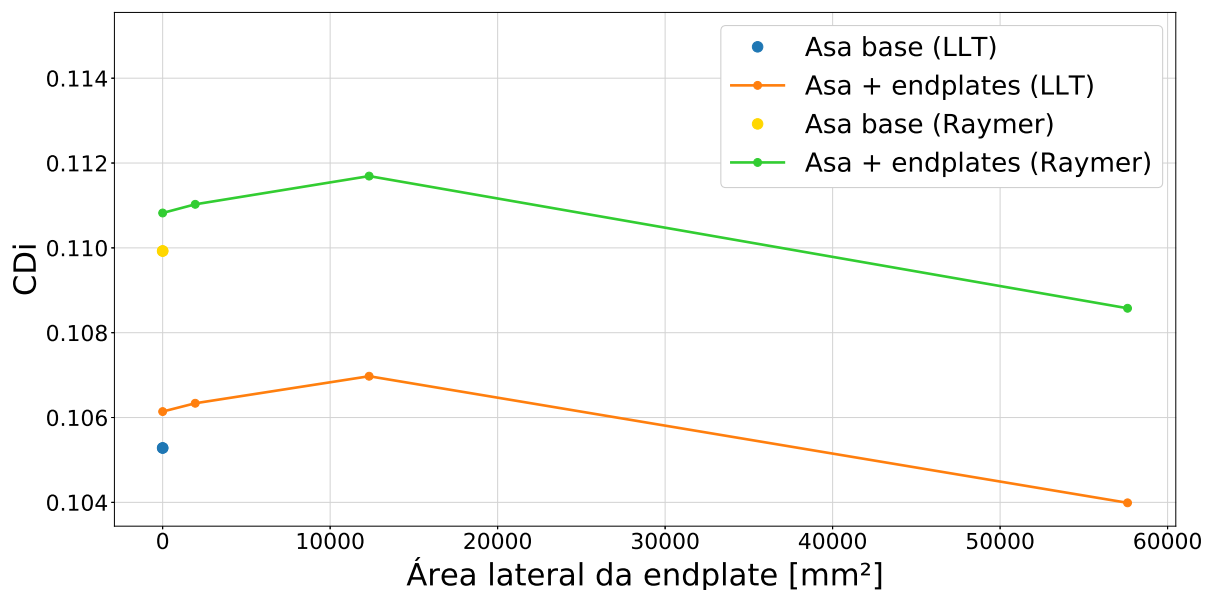
Por sua vez, o arrasto induzido ilustrado na Figura 35, obtido através da integração do plano de Trefftz, juntamente com a correção R obtida anteriormente de 0,8508 para o LLT (MCCORMICK, 1995) e de 0,8149 para o Raymer (2018), demonstra um aumento no valor de CD_i em relação à asa base para todas as endplates com exceção da terceira. No entanto, como as variações são pequenas, é normal haver um acréscimo no arrasto induzido mesmo em geometrias maiores, desde o K diminua, pois o aumento no CL com a adição das placas acaba por aumentar o CD_i ligeiramente mais do que a redução proporcionada pela diminuição do K .

Outro fator que influencia nos resultados de CD_i obtidos é o possível erro gerado pela correção R da distância do plano de Trefftz, uma vez que esse valor é diretamente proporcional ao do coeficiente de arrasto induzido.

Figura 34 – Ganho de eficiência por área lateral da endplate



Fonte: Autor(2023).

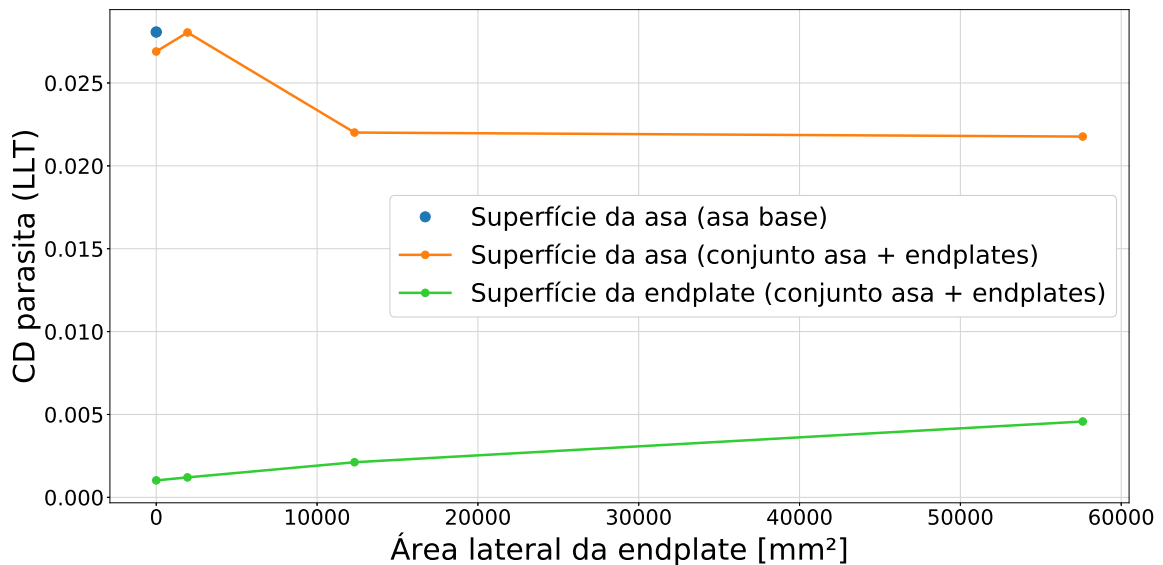
Figura 35 – CD_i por área lateral da endplate

Fonte: Autor(2023).

Sobre o arrasto parasita, durante as análises foi possível separar o arrasto gerado somente pela endplate, por integração direta na superfície, da componente da asa. Desse modo, foi possível a visualização do efeito que a adição das endplates causa no arrasto parasita da asa, ou mesmo o acréscimo no CD total que ocorre unicamente por sua adição, conforme as Figuras 36 e 37. São apresentados valores de CD_p ao se subtrair o arrasto induzido obtido pelas duas abordagens avaliadas (LLT e Raymer).

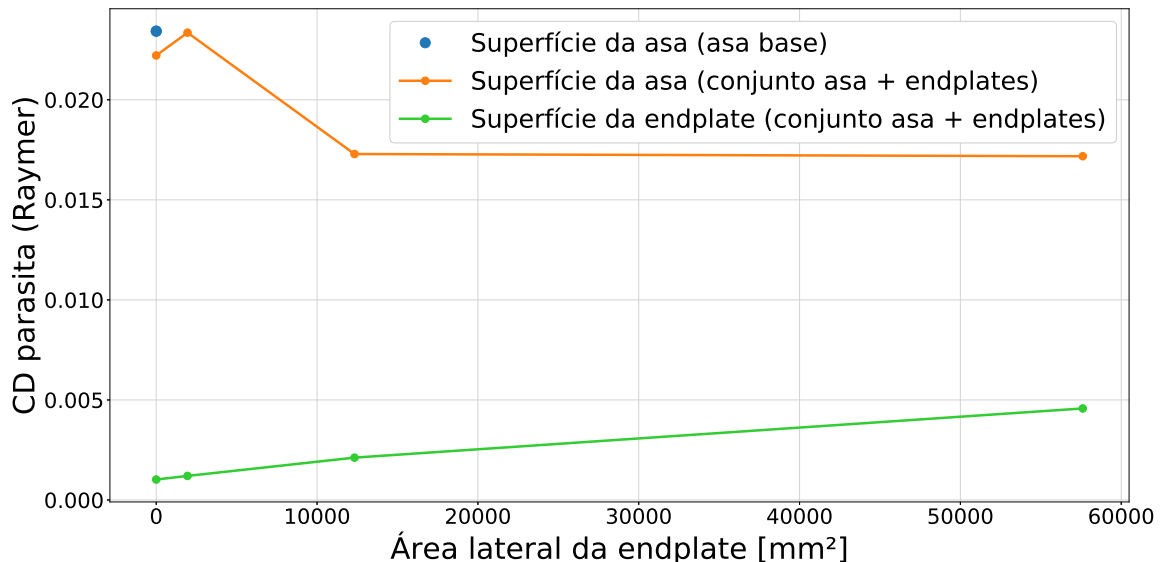
Notou-se uma variação praticamente linear da parcela da endplate, o que já era esperado, uma vez que ocorre o aumento da área molhada, impactando o arrasto de pele, e da área frontal das geometrias, que impacta no arrasto de pressão. Contudo, foi observado uma redução significativa do CD_p da asa com a adição das placas 2 e 3, o que não era esperado a princípio.

Figura 36 – CD_p por área lateral da endplate (LLT)



Fonte: Autor(2023).

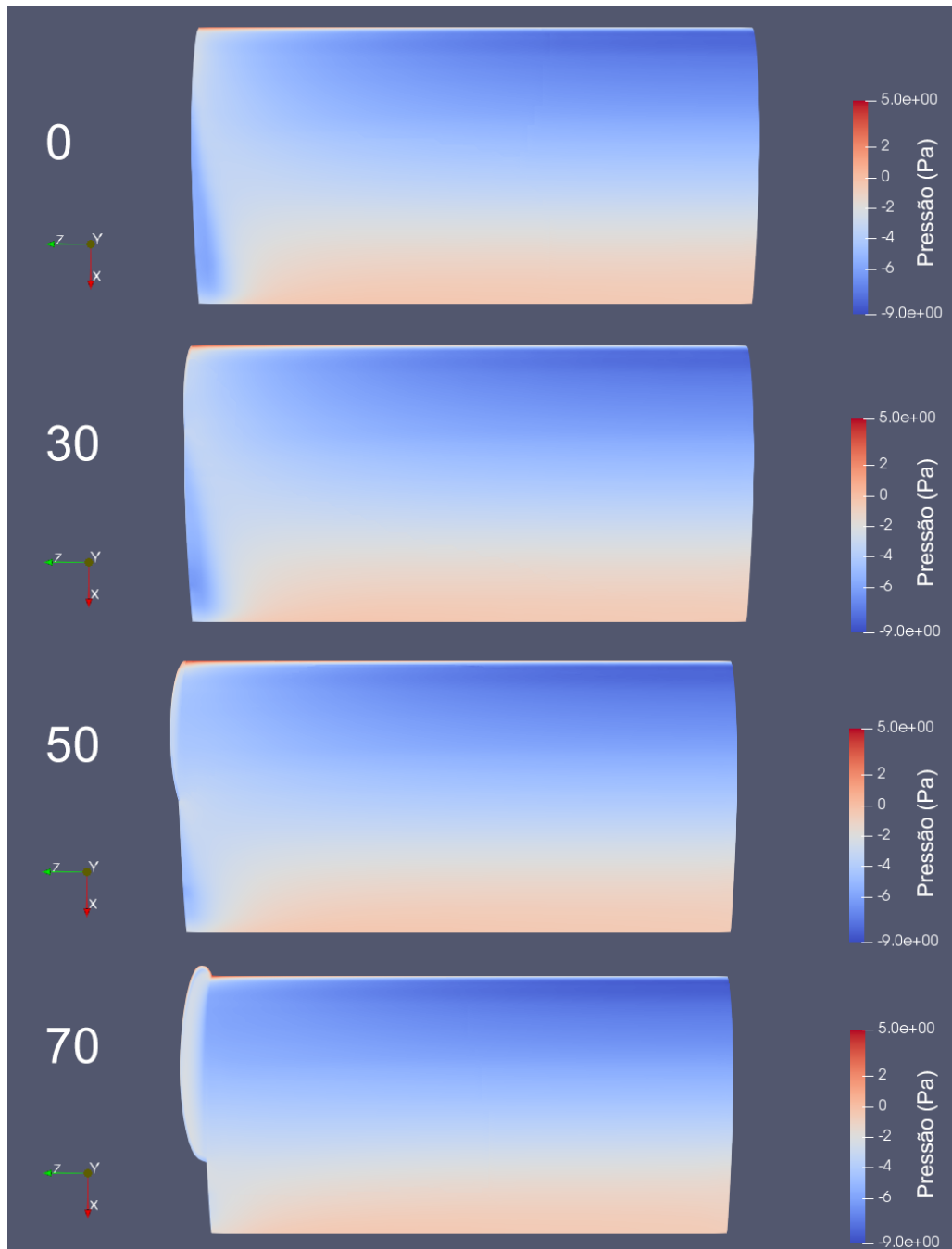
Figura 37 – CD_p por área lateral da endplate (Raymer)



Fonte: Autor(2023).

Ao investigar a causa dessa redução, percebeu-se a existência de uma região de baixa pressão no extradorso onde o vórtice de ponta de asa se formava. A adição das endplates maiores diminuiu significativamente essa região, ao reduzir e afastar o vórtice da superfície da asa, o que pode ser visto na Figura 38.

Figura 38 – Distribuição de pressão na ponta da asa em cada conjunto asa+endplate



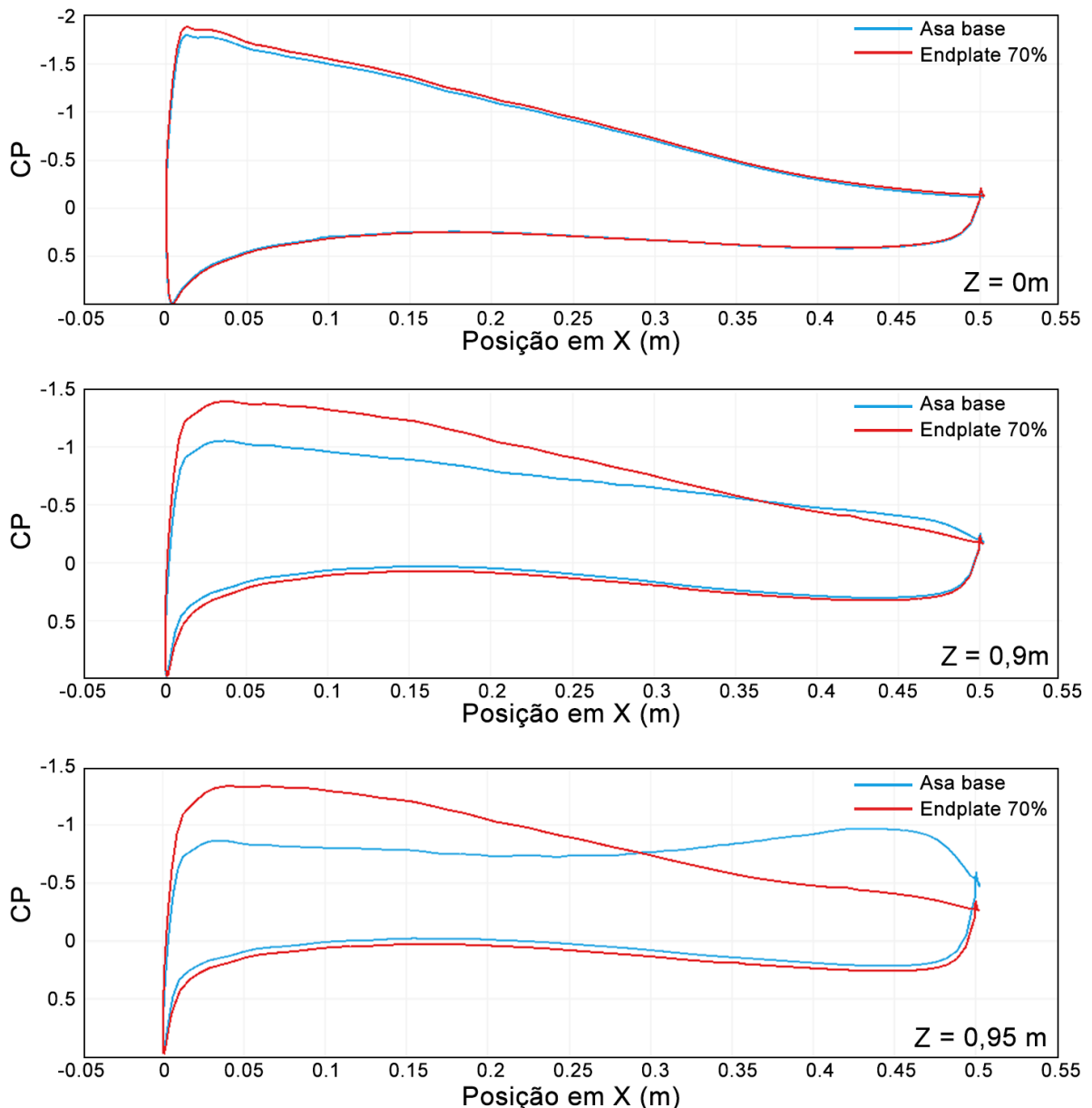
Fonte: Autor(2023).

Esse efeito pode ser visualizado mais detalhadamente na Figura 39, onde é plotada a distribuição do coeficiente de pressão (Equação 34) ao longo da corda. Na posição de 0,9 m no sentido da envergadura o efeito é quase imperceptível, correspondendo apenas a uma leve saliência na distribuição de CP do extradorso, onde a pressão é negativa, entre 0,4 e 0,5 m. A diferença mais visível entre as asas é o CP mais negativo no começo da corda, já que por conta da endplate o vórtice é reduzido e a distribuição de pressão se assemelha mais à da raiz.

Todavia, na posição de 0,95 m o efeito é bem mais significativo, se estendendo desde 0,25 m até o final da corda, contribuindo para o arraso de pressão, uma vez que a superfície do extradorso em maiores valores de α possui boa parte de sua normal na direção do escoamento livre.

$$CP = \frac{p}{\frac{1}{2}\rho V^2} \quad (34)$$

Figura 39 – Distribuição de CP no perfil da asa

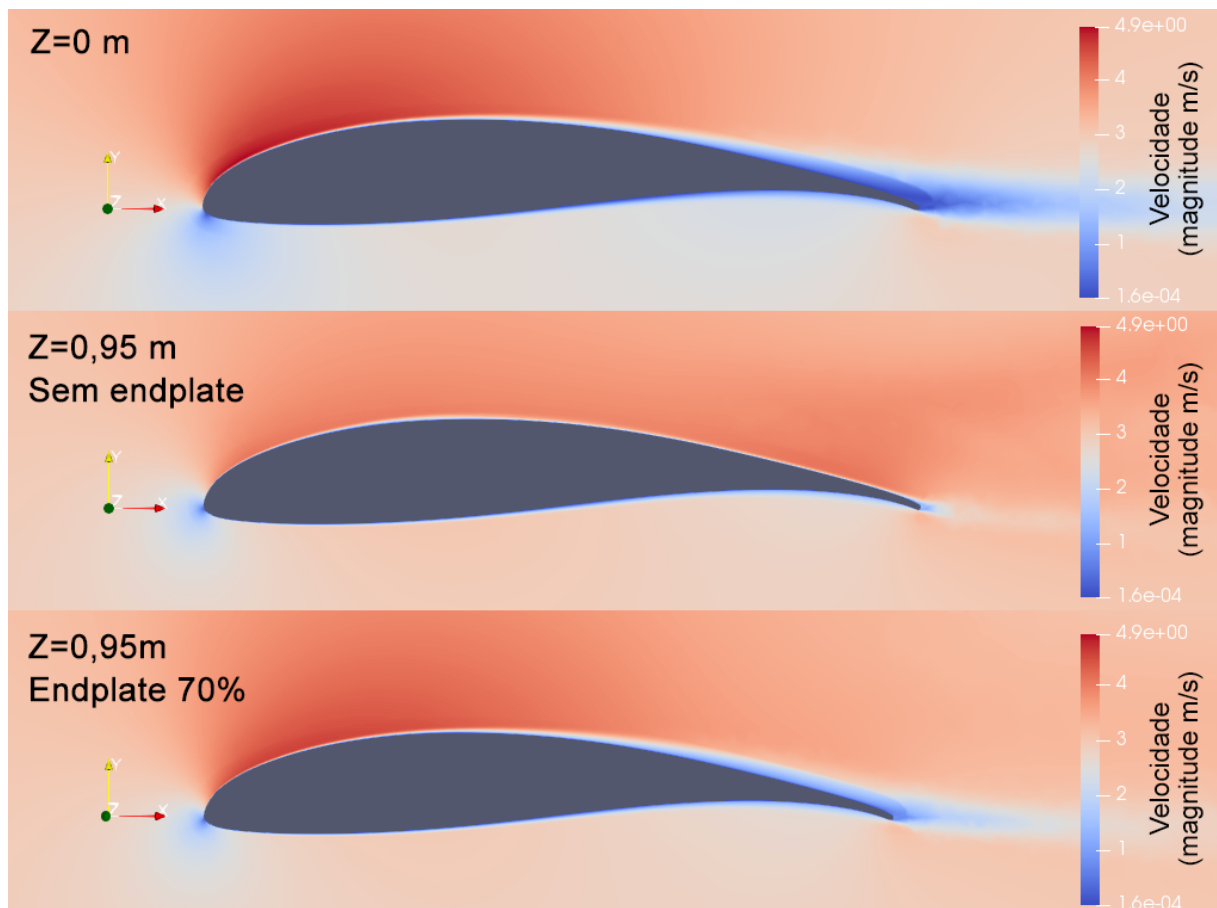


Fonte: Autor(2023).

Outro fenômeno presente nessa região foi o aumento do arrasto de pele causado pelo vórtice, onde a maior magnitude da velocidade ali existente gerou um aumento nas tensões cisalhantes na parede da asa. A Figura 40 permite visualizar a maior magnitude da velocidade, presente na área do extradorso, próxima ao bordo

de fuga, da asa base quando comparada com a endplate de 70% da corda. Assim, a adição das endplates minimizou esse efeito, reduzindo ligeiramente o arrasto de pele somente da asa. Entretanto, é importante destacar que a redução nessa parcela do CD causada pelas endplates não é maior que o próprio acréscimo causado por elas, conforme a Figura 41.

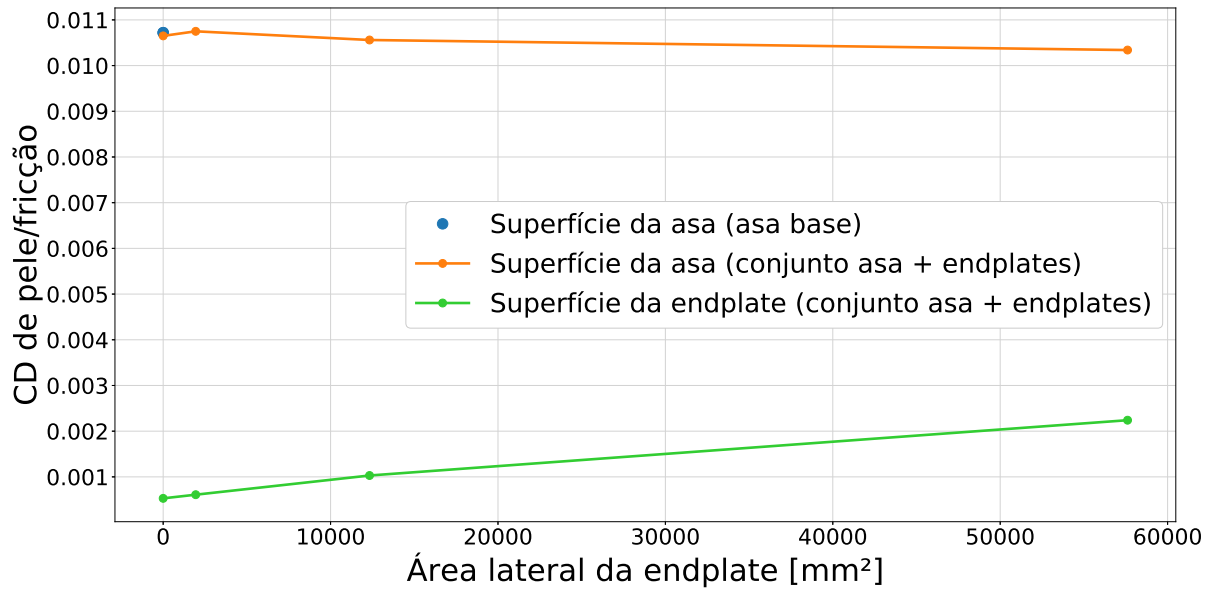
Figura 40 – Contornos de velocidade na asa



Fonte: Autor(2023).

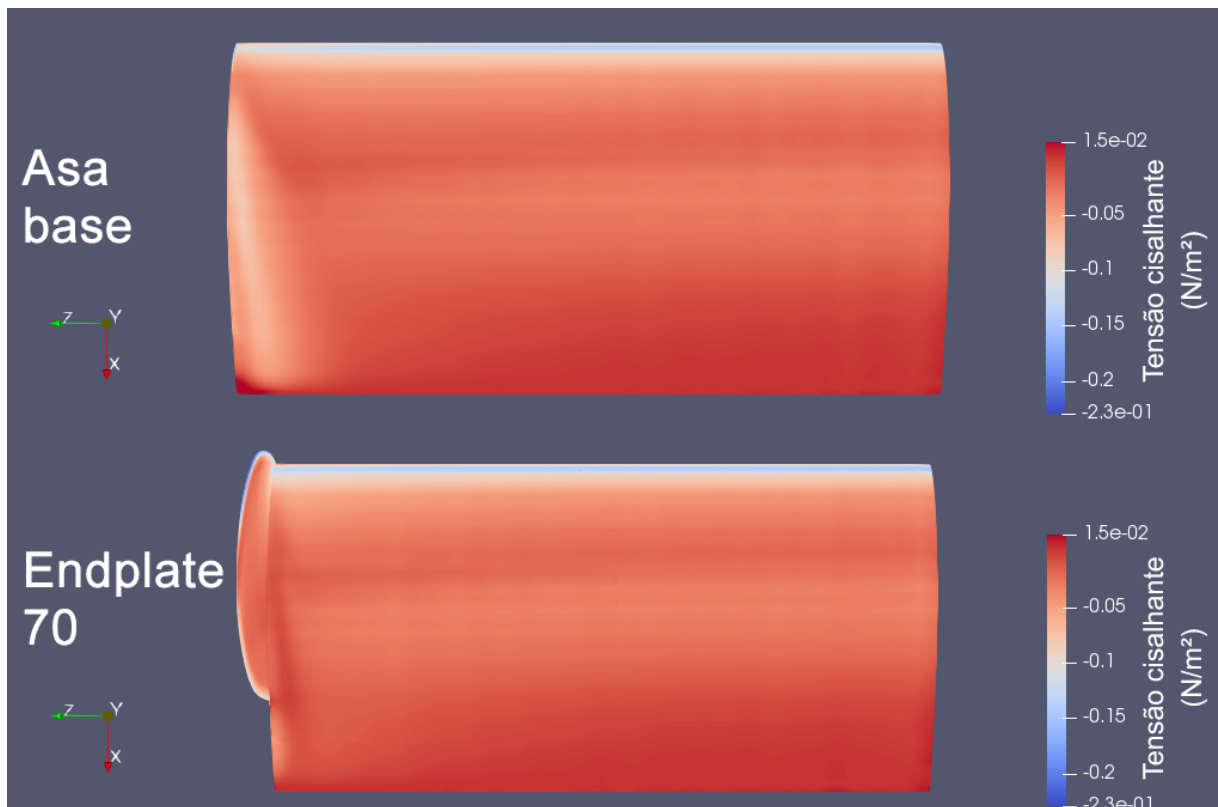
A visualização da influência do vórtice nas tensões cisalhantes pode ser feita de forma semelhante à da pressão. A Figura 42 mostra a componente desses esforços na direção do escoamento livre, ou seja, a que gera de fato o arrasto de pele, sendo possível notar maiores valores de tensão cisalhante na área onde o vórtice se forma.

Por fim, todas simulações e curvas exibidas na análise dos resultados das endplates foram realizadas novamente em um $\alpha=0^\circ$, de modo a avaliar o efeito das placas em uma condição de cruzeiro, onde o arrasto induzido não é tão expressivo. A razão R ($CD_{i(nerico)}/CD_{i(teorico)}$) no plano de Trefftz teve de ser recalculada para a distância de uma corda após o bordo de fuga, fornecendo um valor de 0,8531 para o LLT e 0,8171 para o Raymer.

Figura 41 – CD_f por área lateral da endplate

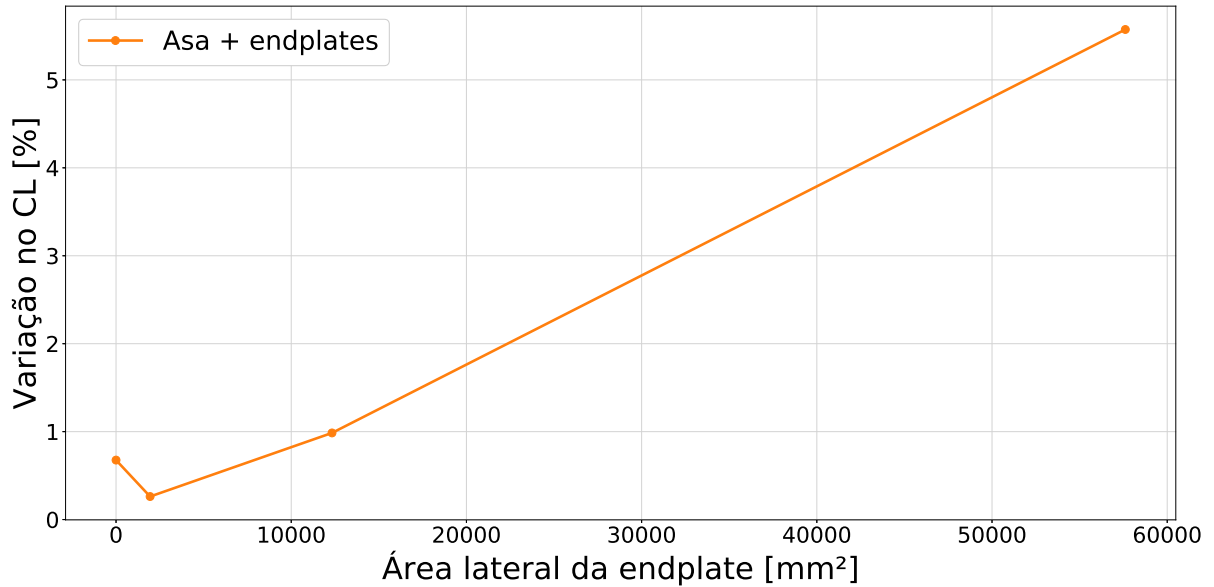
Fonte: Autor(2023).

Figura 42 – Tensão cisalhante na direção do escoamento livre na asa

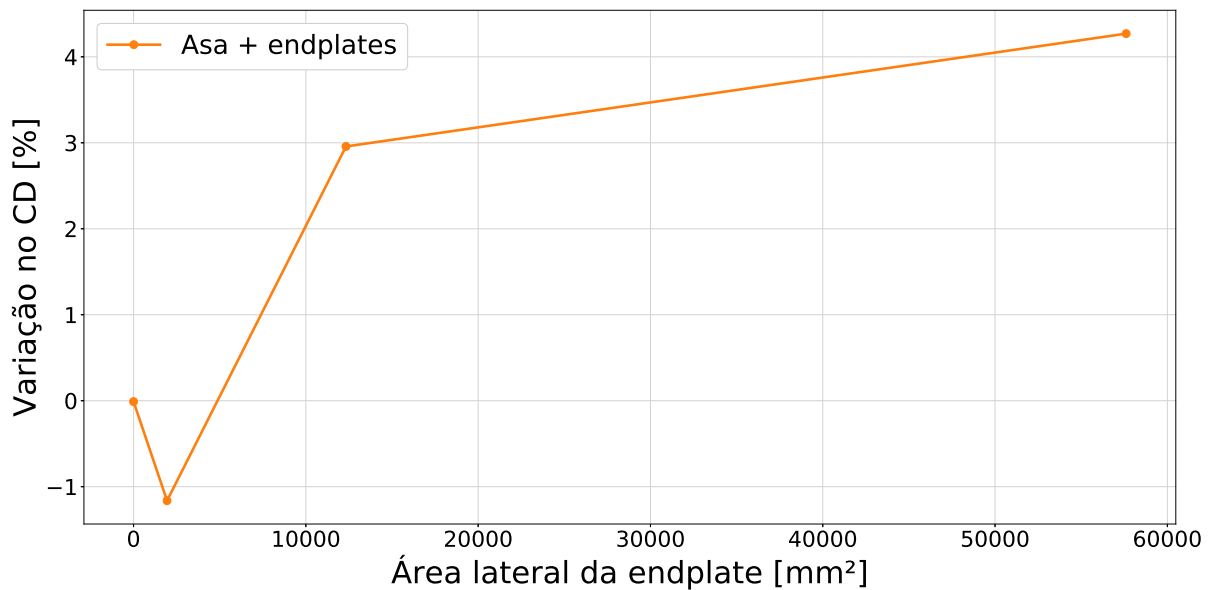


Fonte: Autor(2023).

As Figuras 43 e 44 permitem observar uma mudança no comportamento do CD , que com exceção da endplate de 30% da corda, a qual também causou uma ligeira queda no CL , todas geraram um aumento no arrasto total.

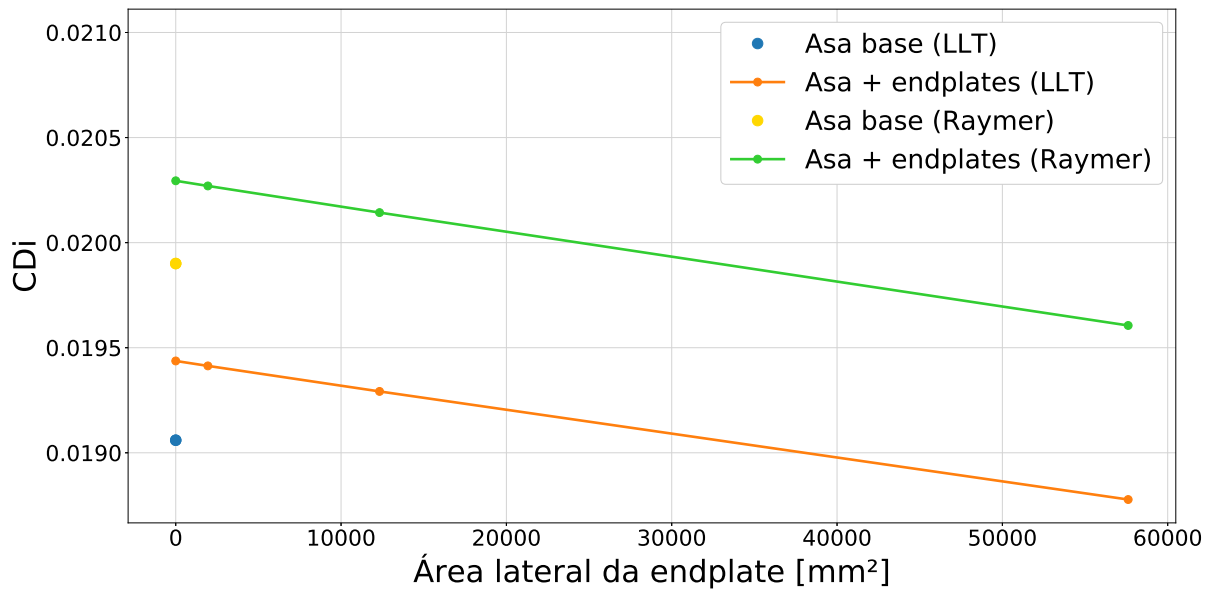
Figura 43 – CL por área lateral da endplate ($\alpha=0^\circ$)

Fonte: Autor(2023).

Figura 44 – CD por área lateral da endplate ($\alpha=0^\circ$)

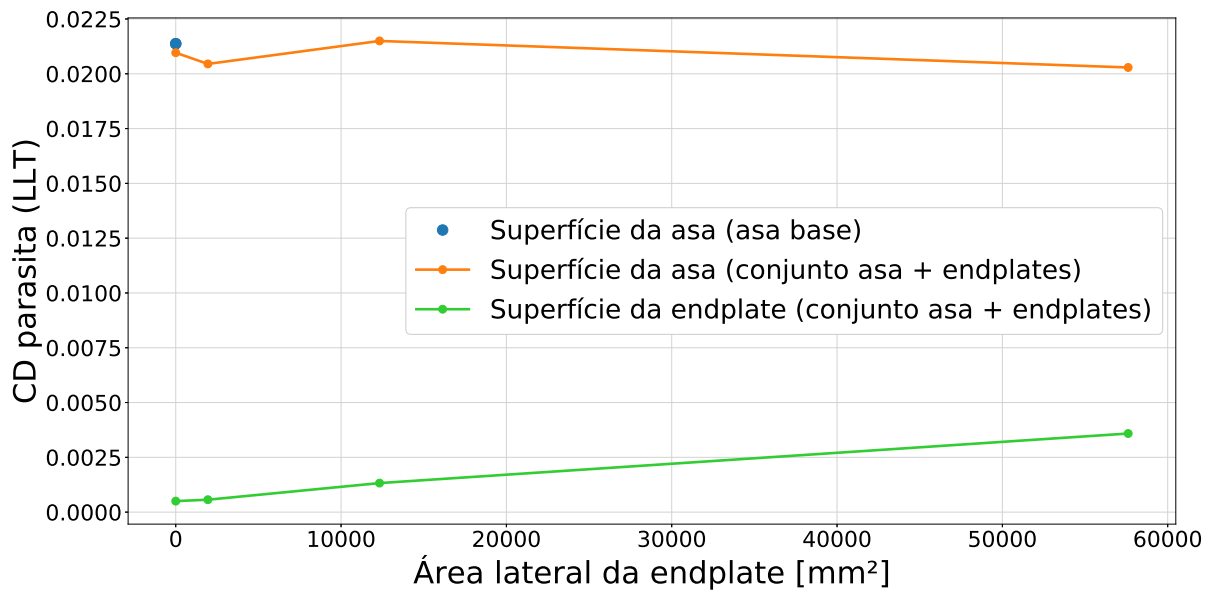
Fonte: Autor(2023).

Em seguida, apesar de a variação no K ser semelhante à obtida para $\alpha=10^\circ$, a eficiência da asa apresentou comportamento bem distinto. Além de a maior diferença em comparação com a asa base ser de apenas 1,44%, obtida com a menor endplate, a geometria com 50% da corda ocasionou uma queda na eficiência de quase 2%. Tal fato pode ser atribuído ao menor impacto das endplates na redução do arrasto induzido, conforme a Figura 45, uma vez que a geometria não segue os contornos de pressão nesse α , e também pela menor contribuição do CD_i no arrasto total.

Figura 45 – CD_i por área lateral da endplate ($\alpha=0^\circ$)

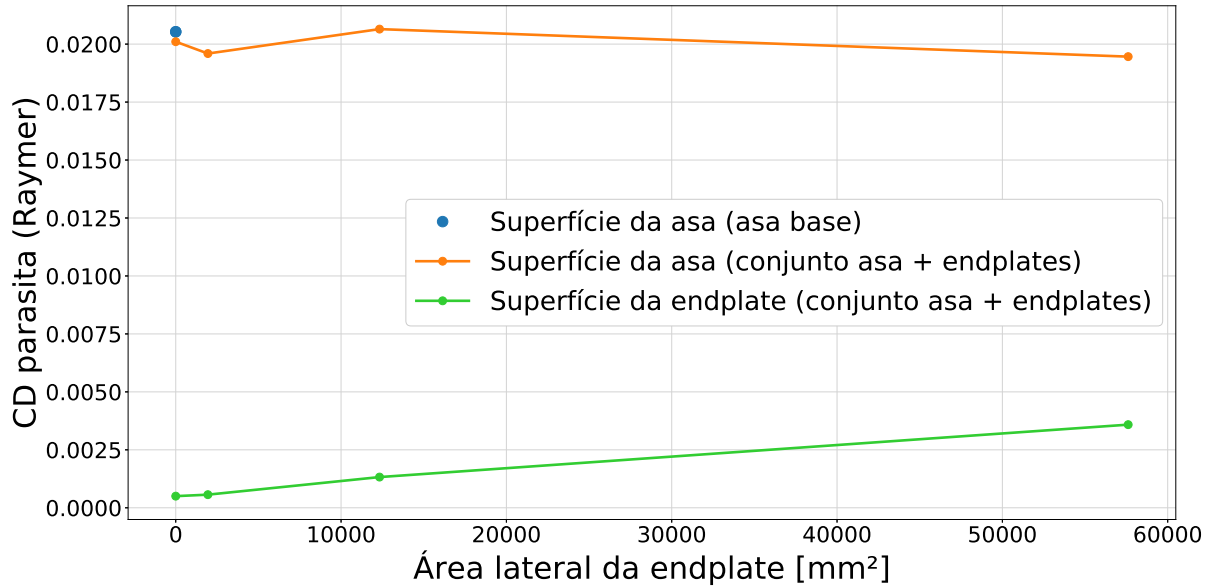
Fonte: Autor(2023).

Além disso, como o vórtice de ponta de asa é menos intenso nessas condições, o efeito de redução no arrasto parasita da asa também é bem menos significativo, não compensando o acréscimo de CD causado pela adição da endplate (Figuras 46 e 47). O mesmo efeito é visto no arrasto de pele, que manteve-se praticamente constante na asa, e é mostrado na Figura 48.

Figura 46 – CD_p por área lateral da endplate (LLT, $\alpha=0^\circ$)

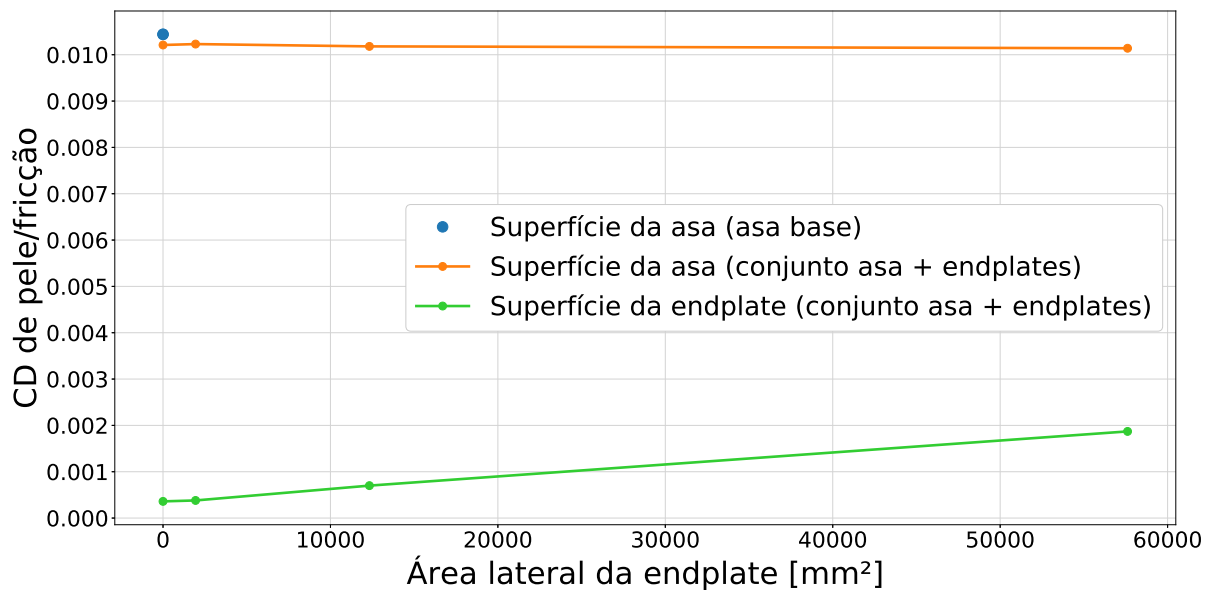
Fonte: Autor(2023).

Figura 47 – CD_p por área lateral da endplate (Raymer, $\alpha=0^\circ$)



Fonte: Autor(2023).

Figura 48 – CD_f por área lateral da endplate



Fonte: Autor(2023).

5 CONCLUSÕES

No presente trabalho foi desenvolvido um modelo de simulação em CFD para a avaliação aerodinâmica de asas de aeronaves. Os parâmetros de malha, turbulência e dimensões de domínio foram definidos visando um balanço entre acurácia dos resultados e custo computacional. Com isso, realizou-se um estudo de endplates modeladas de forma paramétrica, baseadas nos contornos de pressão do perfil da asa, de modo a averiguar a variação dos coeficientes de sustentação e arrasto conforme o tamanho da geometria. O modelo também permitiu a separação das componentes de arrasto da asa em arrasto induzido, parasita total e de fricção, sendo útil para avaliar o impacto da adição das endplates em diferentes condições de voo.

Análises iniciais focadas na validação do modelo forneceram variações máximas nos coeficientes menores que 0,15% nos testes de tamanho do domínio. Já no teste GCI, para a definição do refino da malha, a diferença entre os valores obtidos na malha utilizada e os valores extrapolados fornecidos pelo método, foram de 0,4% e 1,08% para o CL e CD respectivamente.

A avaliação do modelo de fechamento da turbulência, feita ao comparar os valores dos coeficientes de sustentação e arrasto em diversos valores de α , demonstrou bom comportamento de ambos os modelos avaliados. Contudo, foi optado pelo $k-\omega$ SST frente ao Spalart Allmaras devido à sua melhor previsão do estol.

Os resultados obtidos pelo plano de Trefftz para a malha intermediária mostraram uma forte influência da dissipação artificial. Para minimizar tal problema, fez-se necessário a implementação de um refino na região do vórtice, além do aumento do refino na região próxima à asa. Estas modificações melhoraram significativamente os resultados do plano de Trefftz, e conseqüentemente da acurácia das análises com as endplates. Mesmo com essas modificações, o plano foi posicionado em uma distância de uma corda após o bordo de fuga, por conta da estabilização do CD_i ao utilizar a correção de near-field.

Simulações realizadas primeiramente em $\alpha=10^\circ$ demonstraram um acréscimo praticamente linear do CL com o aumento da área lateral da endplate, ao passo que houve uma queda mais considerável no CD da placa com comprimento de 30% da corda para a de 50%. Já a variação entre a de 50% e de 70% foi menos significativa. O mesmo comportamento foi observado no aumento da eficiência dos conjuntos asa+endplate, com a terceira geometria gerando um ganho de 9,63%.

Apesar de todos os conjuntos apresentarem uma redução no fator de arrasto induzido K , somente o CD_i da terceira endplate esteve abaixo do da asa base. O arrasto parasita por sua vez, mesmo com a adição das endplates causando um aumento

dessa componente, foi reduzido ao minimizar os efeitos do vórtice de ponta de asa na superfície. Notou-se a existência de uma região de baixa pressão e altas velocidades onde o vórtice se formava, o que aumentava o arrasto gerado naquela área. Esses efeitos foram reduzidos em até 26,68% com a maior endplate, justificando a maior eficiência do conjunto.

Entretanto, as simulações em $\alpha=0^\circ$ demonstraram comportamentos diferentes em alguns dos parâmetros avaliados nas asas. A redução do arrasto parasita da asa foi bem menos significativa, e não ultrapassou o acréscimo de arrasto gerado pela endplate. Além disso, a eficiência aerodinâmica foi maior para a asa equipada com a endplate de 30% da corda, com um ganho de somente 1,44%.

A diferença entre os valores obtidos em $\alpha 10^\circ$ e 0° mostram a melhor performance das endplates em condições com maior CL , onde o arrasto induzido é maior. Já para menores coeficientes de sustentação, onde o coeficiente de sustentação é menor, os ganhos foram muito menores, tornando a utilização desses dispositivos menos atrativa.

Para resultados mais acurados do efeito da adição das endplates, recomenda-se a avaliação das geometrias em outros valores de Reynolds, o que altera principalmente o arrasto de pele, e abrange também mais condições de voo ou dimensões de corda da asa. Ademais, um estudo a respeito de diferentes possibilidades de refino visando melhorar o problema de dissipação artificial, ainda presente no modelo, é recomendado para melhorar a confiabilidade dos valores de arrasto induzido, e fica como sugestão para trabalhos futuros. É importante mencionar que a adição de mais áreas de refino pode aumentar consideravelmente o custo computacional, fator que foi limitante nas simulações deste trabalho.

Por fim, a utilização de modelos de transição para o fechamento da turbulência também é recomendado, uma vez que podem fornecer dados mais fiéis à realidade em relação ao arrasto e previsão da separação. Também, o aumento no CL_{max} da asa mencionado por Council (2007) não foi estudado, o que pode ser outro tópico para trabalhos futuros, pois reduz a velocidade de estol, podendo ser útil em situações de pouso ou decolagem.

REFERÊNCIAS

- ABTAHI, A. A. **Aspect ratio effects on wings at low Reynolds number**. PhD Thesis in Aerospace and Ocean Engineering, Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, Virginia, 1985.
- ANANDA, G.; SUKUMAR, P.; SELIG, M. Low-to-moderate aspect ratio wings tested at low reynolds numbers. *In: Proceedings of the 30TH AIAA APPLIED AERODYNAMICS CONFERENCE*, New Orleans, 2012.
- ANDERSON, J. **Fundamentals of aerodynamics**. New York: McGraw-Hill Education, 2010.
- BASTEDO, W. G.; MUELLER, T. J. Spanwise variation of laminar separation bubbles on wings at low reynolds number. **Journal of Aircraft**, v. 23, n. 9, p. 687–694, 1986.
- BOURDIN, P. Numerical predictions of wing-tip effects on lift-induced drag. *In: Proceedings of the 23RD CONGRESS OF ICAS*, Toronto, 2002.
- CELIK, I. et al. Procedure of estimation and reporting of uncertainty due to discretization in cfd applications. **Journal of Fluids Engineering**, v. 130, n. 7, p. 078001–1–4, 2008.
- ÇENGEL, Y.; CIMBALA, J. **Mecânica dos fluidos: fundamentos e aplicações**. São Paulo: AMGH Editora, 2012.
- CORDA, S. **Introduction to aerospace engineering with a flight test perspective**. United Kingdom: John Wiley & Sons, 2017.
- COUNCIL, N. R. **Assessment of wingtip modifications to increase the fuel efficiency of air force aircraft**. Washington, DC: The National Academies Press, 2007.
- CUMMINGS, R.; GILES, M.; SHRINIVAS, G. Analysis of the elements of drag in three-dimensional viscous and inviscid flows. *In: Proceedings of the 14TH AIAA APPLIED AERODYNAMICS CONFERENCE*, New Orleans, 1996.
- FEYNMAN, R. **Turbulent flows: general properties**. United States of America: University of California Los Angeles, 2003.
- GUDMUNDSSON, S. **General aviation aircraft design: Applied methods and procedures**. United States of America: Butterworth-Heinemann, 2014.
- GUERRERO, J.; MAESTRO, D.; BOTTARO, A. Biomimetic spiroid winglets for lift and drag control. **Comptes Rendus Mecanique**, v. 340, p. 67–80, feb. 2012.
- KUSUNOSE, K. Drag prediction based on a wake-integral method. *In: Proceedings of the 16TH AIAA APPLIED AERODYNAMICS CONFERENCE*, Albuquerque, 1998.
- LINDBLAD, D. **Implementation and run-time mesh refinement for the $k - \omega$ SST DES turbulence model when applied to airfoils**. 2014. Disponível em: https://www.tfd.chalmers.se/hani/kurser/OS_CFD_2013/DanielLindblad/k-Omega-SST-DES-Report.pdf. Acesso em: 17 nov. 2022.

LUMLEY, J.; YAGLOM, A. A century of turbulence. **Flow, Turbulence and Combustion**, v. 66, p. 241–286, may 2001.

MASSACHUSETTS INSTITUTE OF TECHNOLOGY.

13.1 Vehicle drag. 2006. Disponível em:

<https://web.mit.edu/16.unified/www/FALL/thermodynamics/notes/node96.html>.

Acesso em: 24 jun. 2022.

MAUGHMER, M. D. The design of winglets for low-speed aircraft. **Technical Soaring**, v. 30, n. 3, p. 61–73, 2006.

MCCORMICK, B. W. **Aerodynamics aeronautics and flight mechanics**. 2. ed. United States: John Wiley & Sons, 1995.

MENTER, F. R. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. **Aiaa Journal**, v. 32, p. 1598–1605, aug. 1993.

MONSCH, S. et al. Computation of induced drag for 3d wing with volume integral (trefftz plane) technique. *In: Proceedings of the 45TH AIAA AEROSPACE SCIENCES MEETING AND EXHIBIT*, Reno, 2007.

OPENFOAM. **OpenFOAM**: user guide: openfoam: open source cfd : documentation. 2017. Disponível em: <https://www.openfoam.com/documentation/guides/latest/doc/index.html>. Acesso em: 24 jun. 2022.

RAYMER, D. P. **Aircraft design**: a conceptual approach. 6. ed. United States of America: American Institute of Aeronautics and Astronautics Inc., 2018.

ROACHE, P. J. Quantification of uncertainty in computational fluid dynamics. **Annual Review of Fluid Mechanics**, v. 29, n. 1, p. 123–160, 1997.

ROBERTS, S. C. **U. S. Army aviation maieriel laboratories technical report 65-79**: an investigation of end plates to reduce the drag of planar wings. United States of America: Mississippi State University, 1966.

RODRIGUES, L. E. M. J. **Fundamentos da engenharia aeronáutica com aplicações ao projeto sae-aerodesign**: aerodinâmica e desempenho. São Paulo: Instituto Federal de São Paulo, 2014.

SAE BRASIL. **SAE Brasil aerodesign**: sae Brasil. 2011. Disponível em: <https://saebrasil.org.br/programas-estudantis/aero-design-sae-brasil/>. Acesso em: 09 abr. 2023.

SALOME. **User's documentation**: salome version 9.10 documentation. 2021. Disponível em: <https://docs.salome-platform.org/latest/main/gui.html>. Acesso em: 24 jun. 2022.

SCHMITT, F. G. About boussinesq's turbulent viscosity hypothesis: historical remarks and a direct evaluation of its validity. **Comptes Rendus Mécanique**, v. 335, n. 9-10, p. 617–627, 2007.

SCHMITT, V.; DESTARAC, D. Recent progress in drag prediction and reduction for civil transport aircraft at onera. *In: Proceedings of the 36TH AIAA AEROSPACE SCIENCES MEETING AND EXHIBIT*, Reno, 1998.

SOBESTER, A.; FORRESTER, A. **Aircraft aerodynamic design: geometry and optimization**. United Kingdom: John Wiley & Sons, 2015.

SPALART, P.; RUMSEY, C. Effective inflow conditions for turbulence models in aerodynamic calculations. **Aiaa Journal**, v. 45, p. 2544–2553, oct. 2007.

SPALART, P. R.; ALLMARAS, S. R. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows. **Recherche Aerospaciale**, v. 26, p. 5–21, jan. 1994.

Università di Genova. **Turbulence and CFD models: theory and applications** - dicca. 2021. Disponível em: http://www3.dicca.unige.it/guerrero/turbulence2020/slides/6closure_models_RANS_part3.pdf. Acesso em: 29 jul. 2022.

VERSTEEG, H. K.; MALALASEKERA, W. **An introduction to computational fluid dynamics: the finite volume method**. 2. ed. Harlow: Pearson Education Limited, 2003.

VOOREN, J. Van der; SLOOFF, J. **CFD-based drag prediction: State-of-the-art, theory, prospects**. Netherlands: Royal Netherlands Aerospace Centre, 1994.

WAREY, A.; HAN, T.; KAUSHIK, S. **Investigation of Numerical Diffusion in Aerodynamic Flow Simulations with Physics Informed Neural Networks**. 2021.

WILCOX, D. C. Reassessment of the scale-determining equation for advanced turbulence models. **Aiaa Journal**, v. 26, p. 1299–1310, nov. 1988.

WILCOX, D. C. **Turbulence modelling for cfd**. 3. ed. La Cañada: DCW Industries, 2006.