

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
CENTRO TECNOLÓGICO DE JOINVILLE  
CURSO DE ENGENHARIA NAVAL

LÍVIA RAMPINELLI BOZZO

ANÁLISE EXPERIMENTAL DA APROXIMAÇÃO DO AMORTECIMENTO VISCOSO DE  
RAYLEIGH EM UMA ESTRUTURA TUBULAR EM CATENÁRIA SUBMETIDA A  
VIBRAÇÃO

Joinville  
2023

LÍVIA RAMPINELLI BOZZO

ANÁLISE EXPERIMENTAL DA APROXIMAÇÃO DO AMORTECIMENTO VISCOSO DE  
RAYLEIGH EM UMA ESTRUTURA TUBULAR EM CATENÁRIA SUBMETIDA A  
VIBRAÇÃO

Trabalho apresentado como requisito para  
obtenção do título de bacharel em Engenharia  
Naval do Centro Tecnológico de Joinville da  
Universidade Federal de Santa Catarina.

Orientador: Dr. André Luís Condino Fugarra.

Coorientador: Dr. Alexandre Mikowski.

Joinville  
2023

LÍVIA RAMPINELLI BOZZO

ANÁLISE EXPERIMENTAL DA APROXIMAÇÃO DO AMORTECIMENTO VISCOSO DE  
RAYLEIGH EM UMA ESTRUTURA TUBULAR EM CATENÁRIA SUBMETIDA A  
VIBRAÇÃO

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado para obtenção do título de bacharel em Engenharia Naval, na Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico de Joinville.

Joinville (SC), 30 de Junho de 2023.

**Banca Examinadora:**

---

Orientador: Dr. André Luís Condino Fugarra.  
Orientador(a)  
Presidente

---

Dr. Andrea Piga Carboni  
Membro(a)  
Universidade Federal de Santa Catarina

---

Dr. Marcos Alves Rabelo  
Membro(a)  
Universidade Federal de Santa Catarina

## AGRADECIMENTOS

Gostaria de dedicar e agradecer às seguintes pessoas:

Aos meus pais, por investirem na minha educação, proporcionarem uma boa base acadêmica, acreditarem nos meus sonhos e me apoiarem nos projetos e anseios imersos em tantos desafios. E também ao meu irmão, Breno, pela parceria e acolhimento.

Ao meu namorado, Luiz Appel, por todo o apoio emocional e acadêmico. Também pela ajuda direta na elaboração desse projeto, por todo amor e parceria compartilhados.

À minha grande amiga, Thais Gaino e ao Pipoca, por todos os momentos gastronômicos, de desabafo e de amparo durante o último ano. Vocês foram essenciais para minha saúde mental e para tornar meus dias estressantes muito mais leves.

Às minhas melhores amigas, Maria Clara e Ingrid de Andrade, por me ajudarem emocionalmente durante tantos anos, pelas conversas, conselhos e por todo o carinho dedicado à nossa relação.

Aos meus colegas da faculdade, Rafael Chiara, Karen Soares, Maria Laura, Regina Guido, Maria Helena, Isabella Wosniak, Acir Marconato, Monique Ellen, Laura Scarpatto e todos os integrantes do Laboratório de Acústica e Vibrações, dos quais presenciaram todo o processo de estruturação do trabalho e de minha formação acadêmica.

À presença, física ou não, e ao suporte de meus amigos e amigas de São Paulo, direta ou indiretamente, ao longo de todo o processo de formação da graduação e elaboração desse projeto, Caroline Farias, Leandro Budau, Arthur Budau, Juliana Zadra, Amanda Sampaio, Mariane Farias e Isabela Almeida.

À minha gata Ravena, à minha porquinha da Índia Margarete, ao meu cachorro Nino e aos meus amados animais de estimação dos quais não estão mais nesse plano, incluindo meus porquinhos da Índia: o Madalena, a Maria Quitéria, o Mafalda e a Marielle Franco, além do meu amado cachorro Lipe que me acompanhou desde o início do curso. Agradeço a todos, que mesmo de longe, em São Paulo, puderam compartilhar amor e carinho comigo.

Aos meus solícitos professores e professoras da Universidade Federal de Santa Catarina que me ajudaram tanto no desenvolvimento do projeto, quanto no auxílio e transmissão de conhecimento ao longo desses 5 anos, principalmente aos seguintes docentes: André Luis Condino Fajarra, Andrea Piga Carboni, Thiago Antônio Fiorentin, Alexandre Mikowski, Lucas Weihmann, Vanessa Aparecida Alves Lima e Viviane Lilian Soethe. Por último e não menos importante agradeço às forças maiores pela oportunidade de desenvolvimento e desafio em cada etapa da minha vida.

## RESUMO

O seguinte trabalho tem o intuito de verificar experimentalmente o Método de Amortecimento Viscoso de Rayleigh, fundamentado a partir da combinação linear de inércia e rigidez como parâmetro para definir o amortecimento de estruturas. Esse método é presente também em aplicativos de análise de elementos finitos como os que simulam o comportamento dinâmico de risers. Sabe-se ainda, que, estruturas como esta, normalmente instaladas em configuração de catenária livre, são submetidas à vibrações que induzem modos de vibrar com frequências que tendem facilmente a se aproximar das frequências naturais que caracterizam o sistema e portanto, facilitam a ocorrência de grandes amplitudes de movimento geradas pela presença de fenômenos como as Vibrações Induzidas por Vórtices (VIV). Nesse cenário, foi construído um modelo tubular composto de policloreto de vinila (PVC), em configuração semelhante à de uma catenária, com 9,5 metros de comprimento suspenso no ar à 6,5 metros de altura, com um ângulo de saída de topo de aproximadamente 7 graus, cujos parâmetros foram calculados analiticamente por meio de equações particulares a esse tipo de geometria. Como forma de análise, optou-se por utilizar como técnica principal um teste vibratório com um equipamento de excitação de frequências, auxiliado por um acelerômetro uniaxial e um aplicativo de aquisição de dados denominado LMS Pimento para tratar as informações obtidas, e filtrá-las através da Transformada de Fourier (FFT), com o objetivo de facilitar a compreensão dos dados. Além disso, foi desenvolvida uma verificação analítica para confrontar com os dados experimentais a posteriori. Por fim, cotejou-se as diferentes abordagens para caracterizar o amortecimento da estrutura e constatou-se que o método apresenta, curiosamente, uma aproximação razoável do amortecimento mediante algumas limitações e ressalvas.

**Palavras-chave:** Amortecimento Viscoso de Rayleigh. Modelo Aproximado de catenária. Experimento com Excitador de Frequências. Amortecimento Estrutural. Caracterização Modal. Comparação entre Métodos.

## ABSTRACT

The purpose of the following project is to experimentally verify the Viscous Damping Rayleigh Method which is based on the linear combination of stiffness and mass as a parameter to define the structures damping. Also, this method is used to simulate the dynamic behavior of risers in finite element analysis programs. It is still known that this kinds of structures, usually installed as a free-hanging catenary configuration, are submitted to disturbances that induces the vibration modes with frequencies that tend to easily approach the natural frequencies that characterizes the system and so, facilitates the occurrence of large amplitudes of movement generated by the presence of phenomena such as Vortex Induced Vibrations (VIV). In this scenery, it was made a tubular model composed by polyvinyl chloride (PVC), in a similar catenary configuration, with 9.5 meter-long launched at a height of 6.5 meters in the air and with an angle at the top end of approximately 7 degrees, these parameters were analytically calculated by some particulars equations to this type of geometry. As a form of analysis, it was decided to use as the main technique a vibration test with a frequency excitation equipment, aided by a uni axial accelerometer and a data acquisition application named as LMS Pimento to treat the information obtained, and filter them through the Fast Fourier Transform (FFT), in order to facilitate the understanding of the data. Furthermore, it was developed an analytical verification to compare with the experimental data. Finally, different approaches were compared to characterize the damping of the structure and it was found that the method curiously presents a reasonable approximation of damping despite some limitations and caveats.

**Keywords:** Rayleigh Viscous Damping. Catenary Approximation Model. Experiments with Frequency Exciter. Structural Damping. Modal Characterization. Comparison between Methods.

## LISTA DE FIGURAS

|   |    |
|---|----|
| Figura 1 – Configurações padrão de <i>Risers</i> . . . . .  | 17 |
| Figura 2 – Comparação entre diferentes configurações de lançamento. . . . .                                     | 18 |
| Figura 3 – Sistema de referência de uma catenária no caso plano. . . . .  | 20 |
| Figura 4 – Amplitude de oscilação considerando um grau de liberdade. . . . .                                    | 24 |
| Figura 5 – Relação entre razão de amortecimento e frequência. . . . .   | 26 |
| Figura 6 – Extensão do Amortecimento de Rayleigh. . . . .   | 28 |
| Figura 7 – União dos tubos de pvc. . . . .  | 31 |
| Figura 8 – Configuração do modelo elaborado. . . . .  | 32 |
| Figura 9 – Aparelho de excitação de frequências. . . . .  | 32 |
| Figura 10 – Aparelho de medição de sinais. . . . .  | 33 |
| Figura 11 – Transdutor incorporado ao shaker. . . . .   | 34 |
| Figura 12 – Aparelhos de medição experimental. . . . .  | 35 |
| Figura 13 – Aparelhos de fixação do modelo . . . . .  | 35 |
| Figura 14 – Marcação dos pontos de medição. . . . .   | 36 |
| Figura 15 – 5º modo de vibrar fora do plano da catenária. . . . .   | 39 |
| Figura 16 – FRF's sobrepostas fora do plano da catenária. . . . .   | 40 |
| Figura 17 – FRF's sobrepostas no plano da catenária. . . . .  | 40 |
| Figura 18 – Painel de Estabilização fora do plano da catenária. . . . .   | 41 |
| Figura 19 – Painel de Estabilização no plano da catenária. . . . .  | 42 |
| Figura 20 – Informações advindas do ensaio mecânico do ponto 13, excitando o<br>segundo modo de vibrar. . . . . | 44 |
| Figura 21 – Geometria da catenária obtida analiticamente. . . . .   | 45 |
| Figura 22 – Aplicação do método de um par de informações para diferentes<br>valores de amortecimento. . . . .   | 48 |
| Figura 23 – Aplicação do método de um par de informações com amortecimento<br>filtrado. . . . .                 | 49 |
| Figura 24 – Aplicação pura do método de dois pares combinados. . . . .  | 51 |
| Figura 25 – Aplicação do método de dois pares combinados com dados<br>experimentais. . . . .                    | 51 |
| Figura 26 – Aplicação do método de dois pares combinados parametrizado até o<br>décimo modo. . . . .            | 52 |
| Figura 27 – Aplicação do método de mais de dois pares combinados . . . . .                                      | 54 |
| Figura 28 – Aplicação do método de mais de dois pares combinados modificado                                     | 55 |
| Figura 29 – Comparação entre os métodos . . . . .   | 58 |
| Figura 30 – Situação Hipotética de ocorrência do VIV . . . . .  | 60 |

|   |    |
|---|----|
| Figura 31 – Método que melhor aproxima os dados experimentais. . . . .                                      | 63 |
| Figura 32 – 6º modo de vibrar no plano da catenária. . . . .  | 67 |
| Figura 33 – 7º modo de vibrar no plano da catenária. . . . .  | 67 |
| Figura 34 – 8º modo de vibrar no plano da catenária. . . . .  | 68 |
| Figura 35 – 9º modo de vibrar no plano da catenária. . . . .  | 68 |
| Figura 36 – 10º modo de vibrar no plano da catenária. . . . .   | 69 |
| Figura 37 – 11º modo de vibrar no plano da catenária. . . . .   | 69 |
| Figura 38 – 4º modo de vibrar fora do plano da catenária. . . . .   | 70 |
| Figura 39 – 5º modo de vibrar fora do plano da catenária. . . . .   | 70 |
| Figura 40 – 6º modo de vibrar fora do plano da catenária. . . . .   | 71 |
| Figura 41 – 7º modo de vibrar fora do plano da catenária. . . . .   | 71 |
| Figura 42 – 8º modo de vibrar fora do plano da catenária. . . . .   | 72 |
| Figura 43 – Provável 9º modo de vibrar fora do plano da catenária. . . . .                                  | 72 |
| Figura 44 – Provável 10º modo de vibrar fora do plano da catenária. . . . .                                 | 73 |
| Figura 45 – Ponto 8, análise no sentido transversal excitando o modo 1. . . . .                             | 74 |
| Figura 46 – Ponto 8, análise no sentido transversal excitando o modo 2. . . . .                             | 74 |
| Figura 47 – Ponto 8, análise no sentido transversal excitando o modo 3. . . . .                             | 75 |
| Figura 48 – Ponto 13, análise no sentido transversal excitando o modo 1. . . . .                            | 75 |
| Figura 49 – Ponto 13, análise no sentido transversal excitando o modo 2. . . . .                            | 76 |
| Figura 50 – Ponto 13, análise no sentido transversal excitando o modo 3. . . . .                            | 76 |
| Figura 51 – Ponto 20, análise no sentido transversal excitando o modo 1. . . . .                            | 77 |
| Figura 52 – Ponto 20, análise no sentido transversal excitando o modo 2. . . . .                            | 77 |
| Figura 53 – Ponto 20, análise no sentido transversal excitando o modo 3. . . . .                            | 78 |
| Figura 54 – Ponto 8, análise no sentido longitudinal excitando o modo 1. . . . .                            | 78 |
| Figura 55 – Ponto 8, análise no sentido longitudinal excitando o modo 2. . . . .                            | 79 |
| Figura 56 – Ponto 8, análise no sentido longitudinal excitando o modo 3. . . . .                            | 79 |
| Figura 57 – Ponto 13, análise no sentido longitudinal excitando o modo 1. . . . .                           | 80 |
| Figura 58 – Ponto 13, análise no sentido longitudinal excitando o modo 2. . . . .                           | 80 |
| Figura 59 – Ponto 13, análise no sentido longitudinal excitando o modo 3. . . . .                           | 81 |
| Figura 60 – Ponto 20, análise no sentido longitudinal excitando o modo 1. . . . .                           | 81 |
| Figura 61 – Ponto 20, análise no sentido longitudinal excitando o modo 2. . . . .                           | 82 |
| Figura 62 – Ponto 20, análise no sentido longitudinal excitando o modo 3. . . . .                           | 82 |
| Figura 63 – Aplicação do método de dois pares combinados parametrizado até o<br>quinto modo. . . . .        | 84 |
| Figura 64 – Aplicação do método de dois pares combinados parametrizado até o<br>décimo quinto modo. . . . . | 84 |

## LISTA DE TABELAS

|   |    |
|---|----|
| Tabela 1 – Propriedades analíticas aproximadas do modelo tubular. . . . .   | 30 |
| Tabela 2 – Resultados de frequências obtidos experimentalmente . . . . .  | 43 |
| Tabela 3 – Resultados de amortecimentos obtidos experimentalmente . . . . .   | 45 |
| Tabela 4 – Comparação entre dimensões . . . . .   | 46 |
| Tabela 5 – Ordenamento de frequências . . . . .   | 47 |
| Tabela 6 – Desvio relativo do Amortecimento pelo Método Simplificado. . . . .   | 50 |
| Tabela 7 – Desvio relativo do Amortecimento pelo Método Clássico. . . . .   | 53 |
| Tabela 8 – Desvio relativo do Amortecimento pelo Método com 3 coeficientes.   | 56 |
| Tabela 9 – Desvio relativo do Amortecimento pelo Método com 4 coeficientes.   | 57 |
| Tabela 10 – Desvio relativo do Amortecimento para cada método. . . . .  | 58 |
| Tabela 11 – Desvio médio relativo do Amortecimento considerando a ocorrência<br>do VIV até o décimo modo de vibrar. . . . .       | 61 |
| Tabela 12 – Desvio médio relativo do Amortecimento considerando a ocorrência<br>do VIV a partir do décimo modo de vibrar. . . . . | 61 |
| Tabela 13 – Desvio entre frequências . . . . .  | 83 |

## LISTA DE SÍMBOLOS

|               |   |
|---------------|---|
| $\omega_n$    | Frequência Natural                              |
| $k$           | Constante de Rigidez                            |
| $m$           | Constante de Inércia                            |
| $\ddot{x}(t)$ | Aceleração do Sistema                           |
| $x(t)$        | Deslocamento do Sistema                         |
| $c$           | Constante de Amortecimento                      |
| $\dot{x}(t)$  | Velocidade do Sistema                           |
| $C$           | Constante Arbitrária                            |
| $\xi$         | Fator de Amortecimento                          |
| $t$           | Tempo   |
| $\phi$        | Ângulo de Fase                                  |
| $c_c$         | Constante de Amortecimento Viscoso Crítico      |
| $\omega_d$    | Frequência de Vibração Amortecida               |
| $x_o$         | Deslocamento Inicial                            |
| $v_o$         | Velocidade Inicial                              |
| $y_c(x)$      | Coordenada Cartesiana da Catenária              |
| $q$           | Peso Imerso da Linha por Unidade de Comprimento |
| $x_c$         | Posição da Absissa da Catenária                 |
| $C_1, C_2$    | Constantes                                      |
| $T_0$         | Tração Estática Efetiva no TDP                  |
| $T_{0c}$      | Tração Estática Efetiva ao Longo da Catenária   |
| $s$           | Coordenada Curvilínea ao Longo da Linha         |
| $L_c$         | Comprimento Suspenso da Catenária               |

|            |                                      |
|------------|--------------------------------------|
| $\theta_c$ | Ângulo de Saída de Topo da Catenária |
| $\epsilon$ | Deformação                           |
| $l$        | Coordenada Curvilínea                |
| $E$        | Módulo de Elasticidade               |
| $A$        | Área da Seção Transversal            |
| $a_o, a_i$ | Constantes                           |
| $b_i$      | Constante                            |
| $N$        | Número de Amostras                   |
| $i$        | Parâmetro de Contagem                |
| $t_j$      | j-ésima Estação de Tempo             |
| $T$        | Período de Oscilação                 |
| $x_j$      | j-ésimo Deslocamento                 |
| $\Omega_n$ | Frequência Natural Analítica         |
| $m$        | Massa Total do Sistema               |
| $m_a$      | Massa Adicional do Sistema           |
| $U$        | Velocidade Dimensional do Fluido     |
| $V_R$      | Velocidade Adimensional Reduzida     |
| $D$        | Diâmetro do Tubo                     |
| $a_0, a_1$ | Coeficientes de Proporcionalidade    |
| $\xi_m$    | m-ésimo Amortecimento                |
| $\xi_n$    | n-ésimo Amortecimento                |
| $\omega_m$ | m-ésima Frequência Natural           |
| $\omega_n$ | n-ésima Frequência Natural           |
| $a_b, c_b$ | Coeficiente Arbitrário               |
| $\xi_o$    | o-ésima Frequência Natural           |
| $\xi_p$    | p-ésima Frequência Natural           |

|           |                   |
|-----------|-------------------|
| $D_r$     | Desvio Relativo   |
| $d_a$     | Dado Analítico    |
| $d_e$     | Dado Experimental |
| $D_{abs}$ | Desvio Absoluto   |

## SUMÁRIO

|              |   |           |
|--------------|---|-----------|
| <b>1</b>     | <b>INTRODUÇÃO</b>                                       | <b>13</b> |
| 1.1          | Objetivo  | 14        |
| <b>1.1.1</b> | <b>Objetivo Geral</b>                                   | <b>14</b> |
| <b>1.1.2</b> | <b>Objetivos Específicos</b>                            | <b>14</b> |
| <b>2</b>     | <b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b>                            | <b>15</b> |
| 2.1          | Vibrações Mecânicas                                     | 15        |
| 2.2          | Vibrações em Sistemas Contínuos                         | 16        |
| <b>2.2.1</b> | <b>Lançamento em catenária</b>                          | <b>17</b> |
| 2.3          | Caracterização Modal                                    | 21        |
| <b>2.3.1</b> | <b>Transformada de Fourier</b>                          | <b>22</b> |
| <b>2.3.2</b> | <b>Método de Wentzel–Kramers–Brillouin (WKB)</b>        | <b>22</b> |
| 2.4          | Vibrações Induzidas por Vórtices (VIV)                  | 23        |
| 2.5          | Método de Amortecimento Viscoso de Rayleigh             | 24        |
| <b>2.5.1</b> | <b>Método Simplificado do Amortecimento de Rayleigh</b> | <b>27</b> |
| <b>2.5.2</b> | <b>Extensão do Amortecimento de Rayleigh</b>            | <b>27</b> |
| <b>3</b>     | <b>METODOLOGIA</b>                                      | <b>30</b> |
| 3.1          | Modelo experimental                                     | 30        |
| 3.2          | Excitador de frequências                                | 32        |
| 3.3          | Ferramenta de captação e tratamento de dados            | 33        |
| 3.4          | Abordagem analítica                                     | 33        |
| 3.5          | Abordagem experimental                                  | 34        |
| 3.6          | Análise de Desvio                                       | 37        |
| <b>4</b>     | <b>RESULTADOS E DISCUSSÃO</b>                           | <b>38</b> |
| 4.1          | Análise modal   | 38        |
| 4.2          | Identificação de frequências naturais                   | 39        |
| 4.3          | Identificação do amortecimento estrutural               | 44        |
| 4.4          | Comparação entre Abordagens                             | 45        |
| 4.5          | Validação do Amortecimento Viscoso de Rayleigh          | 48        |
| <b>4.5.1</b> | <b>Aplicação do Método Simplificado</b>                 | <b>48</b> |
| <b>4.5.2</b> | <b>Aplicação do Método Clássico</b>                     | <b>50</b> |
| <b>4.5.3</b> | <b>Aplicação do Método de Extensão</b>                  | <b>53</b> |
| <b>4.5.4</b> | <b>Comparação Qualitativa entre Métodos</b>             | <b>57</b> |
| <b>4.5.5</b> | <b>Aplicação do modelo em uma situação hipotética</b>   | <b>59</b> |

|   |  |    |
|---|--|----|
| 5 | CONCLUSÕES . . . . .   | 62 |
|   | REFERÊNCIAS . . . . .  | 64 |
| A | APÊNDICE A - TABELA DE PONTOS PARA CONSTRUÇÃO DA GEOMETRIA NO APLICATIVO LMS PIMENTO NO PLANO DA CATENÁRIA . . . . .               | 66 |
|   | APÊNDICE A . . . . .   | 66 |
| B | APÊNDICE B - MODOS DE VIBRAR NO PLANO DA CATENÁRIA .   | 67 |
|   | APÊNDICE B . . . . .   | 67 |
| C | APÊNDICE C - MODOS DE VIBRAR FORA DO PLANO DA CATENÁRIA . . . . .  | 70 |
|   | APÊNDICE C . . . . .   | 70 |
| D | APÊNDICE D - COMPORTAMENTO DO SINAL DO ACELERÔMETRO E SUA RESPECTIVA APLICAÇÃO DA FRF PARA ANÁLISE DE BAIXAS FREQUÊNCIAS . . . . . | 74 |
|   | APÊNDICE D . . . . .   | 74 |
| E | APÊNDICE E - DESVIO ABSOLUTO E RELATIVO DAS FREQUÊNCIAS ANALÍTICAS E EXPERIMENTAIS . . . . .                                       | 83 |
|   | APÊNDICE E . . . . .   | 83 |
| F | APÊNDICE F - COMPORTAMENTO DO AMORTECIMENTO CLÁSSICO DE RAYLEIGH . . . . .   | 84 |
|   | APÊNDICE F . . . . .   | 84 |

## 1 INTRODUÇÃO

Segundo RABELO (2009), o Brasil é detentor de uma das maiores empresas de exploração e produção de petróleo do mundo, harmonizando alta tecnologia e exploração de hidrocarbonetos. Assim, com o decorrer dos anos, os meios de produção, para crescimento e competitividade com o mercado, carecem de tecnologias cada vez mais complexas e novas soluções de engenharia que possibilitem segurança e eficiência para acessar águas extremamente profundas (RABELO, 2009).

Por conseguinte, segundo PEREIRA (2015), *risers* são estruturas capazes de transportar petróleo ou gás por meio de um poço até uma unidade de processamento que geralmente é flutuante e denomina-se plataforma de petróleo. Sendo assim, essas linhas, normalmente devido ao peso próprio, acabam assumindo em sua configuração estática a geometria de uma catenária, que por sua vez, é influenciada por diversos fenômenos ambientais, esses gerados pela sua esbeltez como consequência da razão de comprimento e diâmetro muito alta (PEREIRA, 2015).

Dessa maneira, geralmente uma linha de produção pode ser afetada por dois principais agentes, são eles, a própria plataforma que por sua movimentação impõe deslocamentos no topo do *riser*, e ainda, as cargas hidrodinâmicas geradas pela correnteza marinha (PEREIRA, 2015). Considerando as informações apontadas anteriormente, a investigação e caracterização desses sistemas se torna indispensável à medida que se evidencia a importância ambiental, econômica e social envolvidas.

Sendo assim, é possível compreender que, dadas essas fontes de excitação, a estrutura sofre diversas alterações na configuração de seu equilíbrio estático, e ainda, ao examinar os carregamentos hidrodinâmicos e oscilatórios, são estimulados fenômenos, como a Vibração Induzida por Vórtices (VIV), que geram a diminuição da vida útil das linhas devido à fadiga e afetam a funcionalidade do sistema *Offshore* (PEREIRA, 2015). No seguinte trabalho, esses problemas estão indiretamente presentes, mas não serão aprofundados e tratados como foco principal.

Nesse cenário, é visível a importância do desenvolvimento e dimensionamento de linhas de produção *Offshore*, logo, interpretar os pormenores da estrutura é essencial. Seu amortecimento estrutural, por sua vez, é um parâmetro de grande influência para consideração de determinados fenômenos, além de intervir na robustez dos projetos, que segundo PESCE (1997), auxilia na caracterização dos esforços solicitantes e agnição de diferentes casos de operação.

Em vista disso, o trabalho a seguir explora a utilização do Amortecimento Viscoso de Rayleigh para, analítica e experimentalmente, compreender sua atuação e validade dadas certas condições de contorno, geometria e material. De modo que, as

informações em cotejo, sejam melhor interpretadas para permitir a compreensão do método, com suas limitações e ponderações.

## 1.1 OBJETIVO

Com o objetivo de verificar experimentalmente o Amortecimento Viscoso de Rayleigh em um tubo suspenso, propõe-se neste trabalho os seguintes objetivos.

### 1.1.1 Objetivo Geral

Caracterizar experimentalmente um tubo suspenso com geometria semelhante à de uma catenária quanto ao seu amortecimento e averiguar o comportamento do Método de Amortecimento Viscoso proposto por Rayleigh quanto às suas hipóteses.

### 1.1.2 Objetivos Específicos

Para atingir o objetivo geral, são elencados os seguintes objetivos específicos:

- Realizar uma contextualização e revisão bibliográfica capaz de fundamentar os argumentos descritos a posteriori, abordando conceitos relacionados a vibração, amortecimento estrutural, configuração de uma catenária, modos de vibrar, forma modal e Amortecimento Viscoso de Rayleigh.
- Realizar uma análise experimental que auxilie na verificação do método que utiliza a combinação linear de massa e rigidez para caracterizar uma estrutura em função de suas frequências naturais e seus respectivos amortecimentos.
- Confrontar e analisar os resultados obtidos analítica e experimentalmente para compreender o comportamento da estrutura tubular.
- Interpretar o Método de Amortecimento Viscoso de Rayleigh de acordo com diferentes abordagens e assimilar parâmetros de frequência e amortecimento quanto às suas influências e contribuições no entendimento da estrutura.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Esta seção consiste na abordagem de conceitos teóricos que fornecem a capacidade de fundamentar o estudo apresentado nesta pesquisa. Ela envolve conceitos de vibrações, amortecimento, procedimento experimental para elaboração do teste que caracteriza o comportamento da estrutura e também gerar a contextualização do projeto.

### 2.1 VIBRAÇÕES MECÂNICAS

As vibrações estão presentes em diversas atividades humanas e podem ser definidas como movimentos que ocorrem repetidamente dado determinado intervalo de tempo. Em geral, segundo RAO (2018) seu estudo aborda três elementos principais, são eles: inércia, rigidez e amortecimento, com funções de armazenamento de energia cinética, armazenamento de energia potencial e dissipação de energia, respectivamente. Além disso, para esses sistemas, pode-se definir seus graus de liberdade pela quantidade mínima de coordenadas independentes necessárias para descrevê-lo (RAO, 2018).

Dessa forma, de acordo com BLEVINS (1979), a energia cinética está associada à velocidade estrutural da massa e a potencial relaciona-se com as deformações elásticas em relação à estrutura de referência. Assim, a taxa de energia entre a cinética e a potencial é a própria frequência natural, que pode ser modelada pela equação 1 (BLEVINS, 1979). Se as condições estruturais forem lineares, por exemplo, a deformação será sempre proporcional a magnitude, distribuição e direção do carregamento, já no caso de massa constante, é possível observar que a frequência natural é independente da amplitude de vibração (BLEVINS, 1979).

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (1)$$

Neste contexto, como define Inman (2000), a vibração pode ser matematicamente modelada por meio da Segunda Lei de Newton e pela Segunda Lei de Euler e assim analisada por meio de cálculos de equações diferenciais para caracterizar o movimento do sistema, como demonstra a equação 2, na qual refere-se a um sistema de vibração livre.

Sendo assim,  $m$  corresponde a massa equivalente do sistema,  $k$  define a magnitude da rigidez,  $c$  a constante de amortecimento característica,  $x(t)$  equivale ao deslocamento ao longo da coordenada cartesiana  $x$  em função do tempo e  $\dot{x}(t)$  e  $\ddot{x}(t)$

as derivadas de primeira e segunda ordem que equivalem à velocidade e aceleração, respectivamente.

$$m \cdot \ddot{x}(t) + k \cdot x(t) + c \cdot \dot{x}(t) = 0 \quad (2)$$

Nesse sentido, o amortecimento pode ser caracterizado pelo grau de capacidade de absorção de energia que é gerado pelo sistema. Além disso, ele pode se originar das próprias características do material, por meio do fluido que o circunda ou ainda pela influência de juntas ou desgaste do material (amortecimento estrutural). Além disso, qualquer estrutura que possua um sistema composto de massa e rigidez apresentará um ou mais valores de frequência natural devido às variações cíclicas de energia cinética e potencial do sistema (BLEVINS, 1979).

Ademais, os sistemas podem apresentar diferentes configurações como vibração livre ou serem excitados por meio de funções harmônicas ou exponenciais. Assim, por meio da proposição de respostas, é possível prever quais os respectivos valores de deslocamento, velocidade e aceleração ao longo de um período. Sendo assim, segundo Inman (2000), ao considerar-se um sistema de vibração livre, a resposta do deslocamento, pode ser descrita pela equação 3.

$$x(t) = C \cdot e^{-\xi \omega_n \cdot t} \text{sen}(\omega_n \cdot t + \phi) \quad (3)$$

Por consequência, para calculá-la, é necessário definir os valores de ângulo de fase,  $\phi$ , frequência de amortecimento,  $w_d$ , fator de amortecimento,  $\xi$ , frequência natural,  $w_n$  e ainda definir condições iniciais para determinar a constante abitrária  $C$ . As equações dos parâmetros anteriormente mencionados, segundo RAO (2018), podem ser descritas por meio das seguintes equações:

$$c_c = 2 \cdot m \cdot \omega_n \quad , \quad \omega_d = \sqrt{1 - \xi^2} \cdot \omega_n \quad (4)$$

$$\xi = \frac{c}{c_c} \quad , \quad \phi = \text{tg}^{-1} \left( \frac{x_o \cdot w_d}{v_o + w_n \cdot \xi \cdot x_o} \right) \quad (5)$$

Dessa maneira, esse tópico será abordado no decorrer do trabalho considerando um sistema com movimentação em apenas um grau de liberdade para cada análise.

## 2.2 VIBRAÇÕES EM SISTEMAS CONTÍNUOS

Os sistemas abordados e analisados em engenharia, em sua maioria são contínuos e com infinitos graus de liberdade, demandam a utilização de equações diferenciais parciais. Sendo assim, esses sistemas são aproximados considerando

graus de liberdade finitos como forma de simplificação, na qual as soluções baseiam-se em sistemas de equações diferenciais ordinárias (RAO, 2018).

Ainda segundo RAO (2018), as equações de movimento de sistemas como este são, por conveniência, deduzidos a partir das equações de Lagrange. Além disso, quando um sistema possui  $n$  graus de liberdade, estão associados a ele  $n$  frequências naturais com suas respectivas formas modais.

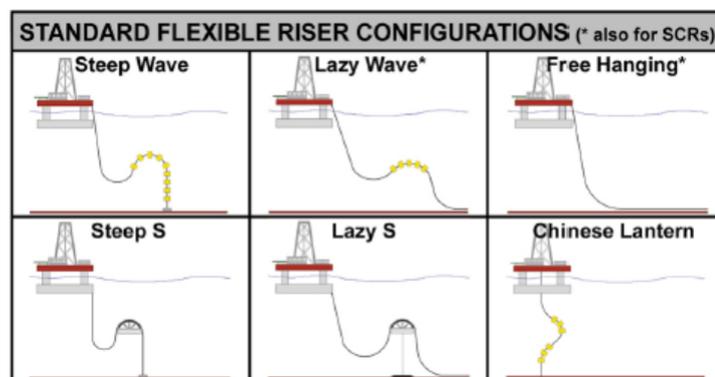
Dessa forma, de acordo com RAO (2018), um dos métodos para analisá-lo é substituindo a inércia distribuída do sistema para um número finito de massas concentradas ou corpos rígidos, os quais estão ligados a elementos de amortecimento e elasticidade. Logo, quanto maior o número de massas concentradas, maior a precisão do estudo.

Outro método empregado é denominado método do elemento finito, ele é baseado na aproximação de sistemas contínuos em um sistema com vários graus de liberdade, dessa forma, ele é modelado a partir da substituição da geometria do sistema discreto por um grande número de elementos menores, no qual uma solução simples embutida em cada elemento e atrelada aos princípios de compatibilidade são utilizados para elaborar a solução geral (RAO, 2018).

### 2.2.1 Lançamento em catenária

O lançamento de *risers* e umbilicais nos oceanos é alvo de diversas discussões e imprime certa versatilidade e complexidade, principalmente pelo avanço da tecnologia e aumento da capacidade produtiva para acessar águas cada vez mais profundas. Dito isso, o estudo de lançamentos mais eficientes se torna evidente para capacitação, melhoria de desempenho e contenção de danos, sejam eles ambientais, sociais ou econômicos. Dessa maneira, diferentes configurações de lançamento foram estudadas e instaladas para captação do petróleo, elas podem ser observadas pela Figura 1.

Figura 1 – Configurações padrão de *Risers*.



Fonte: Clausen e Souza (2003).

De acordo com Tada H. e Ishii (1992), considerando *risers* compostos por

tubos flexíveis, foram comparados seis instalações díspares como ilustra a Figura 2. Pode-se observar que, para cada configuração existem particularidades, sejam elas vantagens ou desvantagens as quais devem ser analisadas e a partir delas estruturar e definir a disposição mais adequada para satisfazer as necessidades inerentes ao seu funcionamento.

Figura 2 – Comparação entre diferentes configurações de lançamento.

**Avaliação: 1=excelente; 2=muito bom; 3=bom; 4=satisfatória; 5=limitada; 6=pobre**

|                                     | configuração                         |                |           |              |          |             |
|-------------------------------------|--------------------------------------|----------------|-----------|--------------|----------|-------------|
|                                     | "chinese lantern"                    | "free-hanging" | "steep S" | "steep wave" | "lazy S" | "lazy wave" |
|                                     | <b>Comportamento Estático</b>        |                |           |              |          |             |
| <i>em águas rasas</i>               | 5                                    | 5              | 3         | 3            | 2        | 1           |
| <i>em águas profundas</i>           | 5                                    | 1              | 1         | 1            | 1        | 1           |
|                                     | <b>Comportamento Dinâmico</b>        |                |           |              |          |             |
| <i>tempestade; águas rasas</i>      | 5                                    | 6              | 5         | 4            | 3        | 4           |
| <i>tempestade; águas profundas</i>  | 5                                    | 5              | 3         | 3            | 1        | 2           |
| <i>tempo calmo; águas rasas</i>     | 3                                    | 5              | 4         | 3            | 2        | 3           |
| <i>tempo calmo; águas profundas</i> | 5                                    | 3              | 3         | 2            | 1        | 1           |
|                                     | <b>Facilidade de instalação</b>      |                |           |              |          |             |
|                                     | 1                                    | 1              | 5         | 4            | 3        | 1           |
|                                     | <b>Adaptabilidade</b>                |                |           |              |          |             |
| <b>Congestionamento do fundo</b>    |                                      |                |           |              |          |             |
| <i>template</i>                     | 1                                    | 3              | 1         | 1            | 4        | 3           |
| <i>poços satélites</i>              | 4                                    | 1              | 4         | 4            | 1        | 1           |
| <b>Linhas Múltiplas</b>             | 5                                    | 1              | 1         | 5            | 1        | 5           |
|                                     | <b>Viabilidade econômica</b>         |                |           |              |          |             |
| <i>sistemas com linha única</i>     | 1                                    | 1              | 5         | 3            | 3        | 2           |
| <i>sistemas multi-linhas</i>        | 1                                    | 1              | 4         | 5            | 2        | 5           |
|                                     | <b>Número de sistemas instalados</b> |                |           |              |          |             |
|                                     | 0                                    | 11             | 2         | 0            | 2        | 1           |

Fonte: Tada H. e Ishii (1992).

Considerando as Figuras acima, é possível inferir que a configuração de catenária livre, ou *free-hanging*, possui, em termos econômicos, grande viabilidade e, além disso, é evidente que ela possui apenas dois pontos de alta curvatura os quais induzem a um elevado momento fletor. No entanto, ao considerar as outras configurações, esses pontos de inflexão aumentam, e portanto, maiores são as solicitações de esforços da linha.

Em contrapartida, quando analisa-se o comportamento dinâmico da estrutura de catenária, existem muitas limitações em relação ao comportamento do mar. Dessa forma, o estudo de sua vida útil e aprimoramento de sua instalação e funcionamento se torna interessante e objeto de interesse para a indústria *Offshore*.

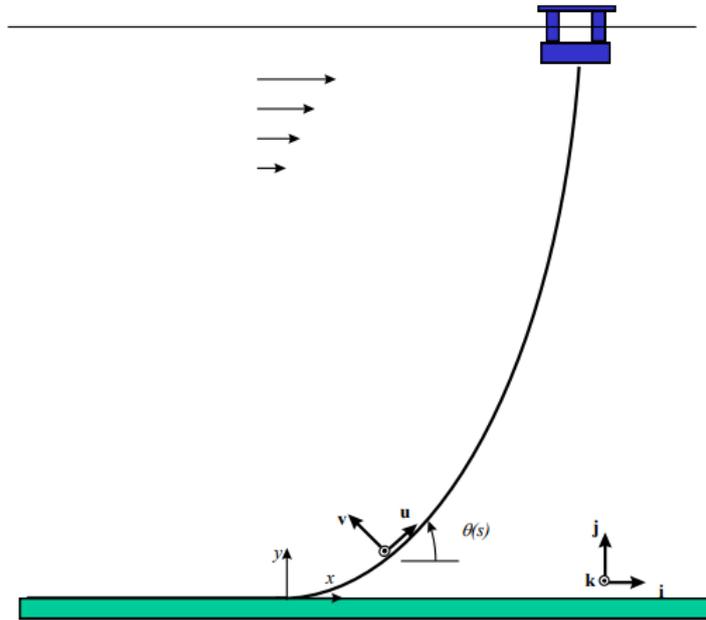
Nesse sentido, a análise da estrutura e de seus modos de falha é imprescindível para avaliar o desempenho ao longo de seu período de operação, logo, é necessário ponderar as influências internas e externas presentes. Nesse caso, a movimentação imposta pela plataforma na superfície, a incidência de ondas, a correnteza e até o escoamento do líquido interno na estrutura são condições que impõem vibração e portanto geram riscos à integridade do sistema quando submetidas a longo prazo (PESCE, 1997).

Com essa disposição, a fadiga é uma grande fonte de preocupações visto que essas interferências ocorrem indefinidamente, com magnitudes, direções e sentido variáveis e que ainda, podem ocorrer, e de fato ocorrem, de maneira combinada. De modo geral, o lançamento em catenária pode ser caracterizado em razão de sua geometria característica, e pode ser modelada matematicamente de acordo com Patel e Seyed (1995).

Para a caracterização e definição de todas as informações do sistema, foram desenvolvidas algumas equações e hipóteses simplificadoras para uma análise preliminar e idealizada no sentido de facilitar e permitir a elaboração dos cálculos. Assim, considera-se que conjunto é composto por materiais homogêneos, isotrópicos, contínuos, coesos e lineares, assim como rigidez perfeitamente distribuída ao longo da estrutura.

Por conseguinte, segundo PESCE (1997), supondo que o sistema está em equilíbrio estático, com configuração plana sob carregamento plano, a catenária pode ser representada pela Figura 6. Na qual é previamente definido um sistema de coordenadas por meio dos vetores unitários ( $\hat{i}$ ,  $\hat{j}$  e  $\hat{k}$ ), os quais servirão de referência para os cálculos que serão demonstrados adiante. Vale constar também, que são utilizadas as coordenadas cartesianas  $x$  e  $y$  para definição do plano da catenária, e ainda, os vetores  $u$  e  $v$  auxiliam no sentido de caracterizar a curvatura do sistema.

Figura 3 – Sistema de referência de uma catenária no caso plano.



Fonte: PESCE (1997).

Dessa maneira, segundo PESCE (1997), considerando que as forças hidrodinâmicas relacionadas à ação da correnteza sejam nulas, supondo ausência de carregamento hidrodinâmico e desconsiderando termos de rigidez flexional, a equação diferencial que rege a configuração de catenária, possui solução exata e pode ser dada, de acordo com Patel e Seyed (1995) pela equação 6.

$$y_c(x) = \frac{T_{0c}}{q} \cdot \cosh\left(\frac{q}{T_0} \cdot x_c + C_1\right) + C_2 \quad (6)$$

Na qual  $T_{0c}$  representa a tração estática efetiva no Ponto de Tangência de Fundo (TDP ou *Touch Down Point*) da catenária,  $q$  o elemento que indica o peso imerso da linha por unidade de comprimento,  $x_c$  corresponde a coordenada cartesiana de referência da catenária e  $C_1$  e  $C_2$  são as constantes de integração que podem ser definidas a partir das condições de contorno a serem estabelecidas.

Como o TDP adotado representa o ponto onde a coordenada em  $y$  é nula, utilizou-se a convenção na qual  $y_c = \frac{dy_c}{dx_c} = 0$  em  $x_c = 0$ , e então, de acordo com PESCE (1997), a equação 6 pode ser reformulada e definida pela equação 7.

$$y_c(x) = \frac{T_{0c}}{q} \cdot \cos^{-1}\left(\frac{q}{T_0} \cdot x_c\right) - 1 \quad (7)$$

Por outro lado, se a equação 7 for integrada em relação ao elemento  $s$ , que representa a coordenada curvilínea medida ao longo da linha, e considerar  $x_c(0) = y_c(0) = 0$ , então é possível determinar as equações paramétricas dessa configuração, como descreve as equações em 8 e 9 (PESCE, 1997).

$$x_c(s) = \frac{T_{0c}}{q} \cdot \text{sen}^{-1} \left( \frac{qs_c}{T_0} \right) \quad (8)$$

$$y_c(s) = \frac{T_{0c}}{q} \cdot \left( \left( 1 + \left( \frac{qs_c}{T_{0c}} \right)^2 \right)^{1/2} - 1 \right) \quad (9)$$

Além disso, é possível definir também o comprimento suspenso da estrutura tubular, que de acordo com PESCE (1997), pode ser demonstrada pela equação 10. No qual  $\theta_c$  representa o ângulo de saída de topo da catenária, em relação à vertical.

$$L_c = T_{0c} \cdot \text{tg}(\theta_c) \quad (10)$$

Considerando um caso de análise simples, de uma linha imersa no ar, na qual pode-se considerar a tração efetiva equivalente a tração solicitante do sistema, então as equações paramétricas citadas anteriormente podem ser adaptadas e dadas por Aranha, Martins e Pesce (1995), como as descritas abaixo.

$$x(l) = \epsilon_0 \cdot l + \frac{T_0}{q} \cdot \text{arcsenh} \left( \frac{q \cdot l}{T_0} \right) \quad (11)$$

$$y(l) = \frac{1}{2} \cdot \frac{q \cdot l}{T_0} \cdot \epsilon_0 \cdot l + \frac{T_0}{q} \cdot \left( \left( 1 + \left( \frac{q \cdot l}{T_0} \right)^2 \right)^{1/2} - 1 \right) \quad (12)$$

$$\epsilon_0 = \frac{T_0}{E \cdot A} \quad (13)$$

Com essas condições, segundo Patel e Seyed (1995), geralmente desconsidera-se o efeito da extensibilidade, pelo menos em relação a configuração de equilíbrio da elástica a ser definida. Assim, conforme a rigidez axial diminui, cresce a importância da extensibilidade (PESCE, 1997).

Nesse âmbito, sistemas lançados em catenária necessitam, para melhor entendimento de seu comportamento, de uma caracterização modal, na qual informações de frequência, forma modal e modos de vibrar são fundamentais. Assim, surge a necessidade de técnicas específicas para identificá-los, como por exemplo o Método de Wentzel–Kramers–Brillouin desenvolvido especialmente para esse tipo de configuração, ou ainda, a Análise de Fourier.

### 2.3 CARACTERIZAÇÃO MODAL

A caracterização modal da estrutura tubular a ser analisada será baseada em duas principais abordagens, das quais estão elucidadas nos subtópicos a seguir.

### 2.3.1 Transformada de Fourier

Segundo RAO (2018), a Transformada de Fourier (*Fast Fourier Transform* ou FFT) é um método capaz de receber funções no domínio do tempo e convertê-las para o domínio da frequência. Dessa forma, ela, além de ser utilizada como ferramenta que possibilita melhor compreensão do sinal de problemas envolvendo vibrações, também fornece uma estimativa para determinar seus respectivos parâmetros (INMAN, 2000).

Em contrapartida, a Análise de Fourier gera perda de informações do instante inicial do conjunto (FUJARRA, 2015). Mas, apesar disso, quando a preocupação foca na dinâmica geral do modelo, essa carência não afeta os dados adquiridos.

Sendo assim, considerando que  $N$  amostras foram coletadas de deslocamentos em função de valores discretos do tempo,  $\ddot{x}(t)$ , onde os dados obtidos são da forma  $[x_1(t_i), x_2(t_i), \dots]$ , então é possível elaborar a equação abaixo (RAO, 2018).

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{i=1}^{N/2} a_i \cdot \cos\left(\frac{2\pi \cdot i \cdot t_j}{T}\right) + b_i \cdot \text{sen}\left(\frac{2\pi \cdot i \cdot t_j}{T}\right) \quad (14)$$

Dos quais,  $j = 1, 2, \dots, N$ , e os coeficientes  $a_0$ ,  $a_i$  e  $b_i$  são dados por:

$$a_0 = \frac{1}{N} \cdot \sum_{j=1}^N x_j \quad , \quad a_i = \frac{1}{N} \cdot \sum_{j=1}^N x_j \cdot \cos\left(\frac{2\pi \cdot i \cdot t_j}{N}\right) \quad (15)$$

$$b_i = \frac{1}{N} \cdot \sum_{j=1}^N x_j \cdot \text{sen}\left(\frac{2\pi \cdot i \cdot t_j}{N}\right) \quad (16)$$

Dessa forma, Fugarra (2015) afirma que nos casos em que se deseja analisar sinais no domínio da frequência, apenas a amplitude de oscilação e a própria frequência são capazes de sintetizar e representar o comportamento do movimento harmônico. Porém para investigar o sinal em função do tempo, é necessário uma quantidade de coordenadas,  $x(t)$ , muito superior quando compara-se com os dados dependentes da frequência (FUJARRA, 2015).

### 2.3.2 Método de Wentzel–Kramers–Brillouin (WKB)

Esse método é utilizado para definir analiticamente as frequências naturais de *risers* em catenária, no qual considera-se uma corda inextensível tensionada e curvada para desenvolvimento das equações. Neste caso, sabe-se que a tensão é majoritariamente influenciada pela rigidez geométrica, a não ser que uma corrente significativamente grande esteja presente no sistema (PESCE et al., 1999).

Dessa forma, segundo Pesce et al. (1999), é possível calcular a tensão adimensional do tubo por meio das equações em 17. Na qual  $\alpha$  representa um termo em função da coordenada Lagrangiana  $s$ , que caracteriza a coordenada curvilínea do sistema, e  $L$  o comprimento do cabo suspenso.

$$F_c(\alpha) = \sqrt{1 + tg^2(\theta_c(\alpha))} \quad , \quad \alpha = \frac{s}{L} \quad (17)$$

Já no caso particular e simplificado de uma catenária pura, ou seja, sem presença de corrente, a tensão, de acordo com Pesce et al. (1999) é dada pelas equações abaixo.

$$F_c(\zeta) = \sqrt{1 + \zeta^2} \quad , \quad \zeta = tg(\theta(\alpha)) \quad (18)$$

Nesse sentido, para calcular efetivamente a frequência natural,  $\Omega_n$ , utiliza-se as equações em 19 (PESCE et al., 1999). Onde,  $m$  é massa total do tubo suspenso,  $n$  é o número do modo a ser calculado,  $m_a$  a massa adicional influenciada pela presença do fluido deslocado na estrutura e  $T_0$  a tração estática do modelo.

$$\Lambda_n \cong n \cdot \pi \cdot \left( \int_0^\mu \frac{d\zeta}{\sqrt{F(\zeta)}} \right)^{-1} \quad , \quad \Omega_n = \Lambda_n \cdot tg(\theta_L) \cdot \sqrt{\frac{T_0}{(m + m_a) \cdot L}} \quad (19)$$

## 2.4 VIBRAÇÕES INDUZIDAS POR VÓRTICES (VIV)

Segundo RAO (2018), vibrações forçadas podem ser identificadas por meio da vibração resultante de uma situação em que um sistema qualquer é submetido à uma força externa, muitas vezes repetitiva. Caso a frequência de vibração gerada por meio dessa oscilação forçada coincidir com a frequência natural da estrutura submetida a ela, o sistema entrará em ressonância, e portanto, as amplitudes de resposta serão maiores (RAO, 2018).

Dadas essas ressalvas, um exemplo desse tipo de vibração é a Vibração Induzida por Vórtices (VIV) a qual será discutida nesse tópico, no entanto, não será foco do trabalho e servirá apenas como contribuição para as análises posteriores.

As Vibrações Induzidas por Vórtices nas estruturas, são alvo de grande interesse no âmbito da engenharia, principalmente quando estão relacionadas com a dinâmica de interação fluido-estrutural, ela pode causar influência na dinâmica do riser que conduz o petróleo do leito marinho até a superfície (WILLIAMSON; R., 2004).

Dessa forma, segundo WILLIAMSON e R. (2004), conforme a velocidade do fluido ( $U$ ) que a estrutura está submetida aumenta, a condição de geração do fenômeno é obtida pela correspondência nos valores de frequência natural da estrutura ( $f_s$ ) e da frequência de formação de vórtice ( $f_v$ ) fazendo com que as pressões instáveis da esteira de vórtices induzam um movimento do sistema.

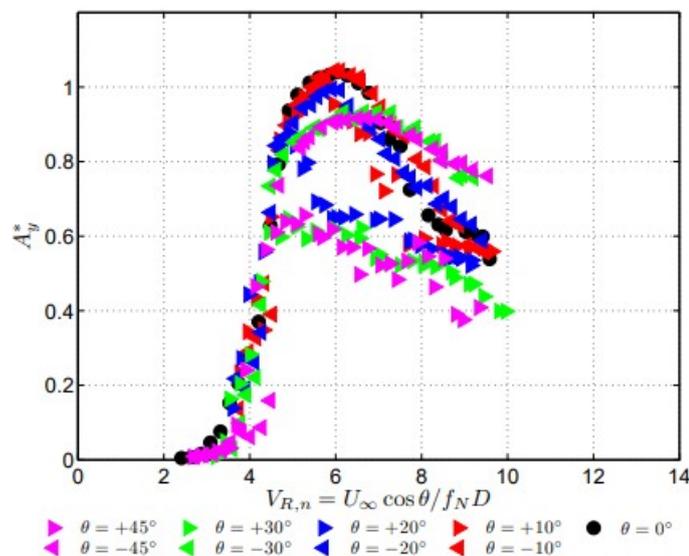
Assim, um grande problema do VIV, além da amplitude de resposta gerada entre a movimentação do corpo em análise e a imposta pelo vórtice, é a influência dos modos dinâmicos dos vórtices que conduzem a resposta do sistema (WILLIAMSON; R.,

2004). Dessa forma, considerando que o sistema possui uma resposta transversal em relação ao fluido, a Velocidade Reduzida ( $V_R$ ) pode ser definida pela seguinte equação (BLEVINS; S., 2009). Onde  $f_n$  corresponde à frequência natural da estrutura e  $D$  seu respectivo diâmetro.

$$V_R = \frac{U}{f_n \cdot D} \quad (20)$$

Além disso, segundo Franzini et al. (2012), os valores adimensionais de  $V_R$  que excitam a geração de vórtices, podem ser baseados no intervalo de 4 a 10, os quais representam o início e o final de ocorrência do fenômeno, em questões de amplitude de resposta geradas. A Figura 4 ilustra, a partir de dados experimentais, como a velocidade reduzida se comporta a partir de um modelo cilíndrico em contato com um fluxo controlado em diferentes ângulos de incidência.

Figura 4 – Amplitude de oscilação considerando um grau de liberdade.



Fonte: Franzini et al. (2012).

## 2.5 MÉTODO DE AMORTECIMENTO VISCOSO DE RAYLEIGH

O conceito de viscosidade é alvo de muita discussão a depender da área em que é aplicado. Para os profissionais atuantes na área naval, ela geralmente representa o meio em que o objeto está inserido, seja ele em relação à água ou ar, interpreta-se a viscosidade sempre relacionada ao fluido característico do sistema.

Já para estudiosos focados no campo de vibrações, esse termo muitas vezes simboliza o fator de dificuldade de deslocamento de um corpo, seja ele causado pela inserção de certa rugosidade ou adição de um produto capaz de interferir na dinâmica do sistema. Dessa forma, é necessário cautela para não gerar ambiguidade

no conteúdo de trabalho, vale constar que o termo será empregado de acordo com os conceitos definidos na área naval.

Segundo Clough e Penzien (2003), geralmente não há necessidade de representar o amortecimento viscoso de um sistema de múltiplos graus de liberdade pois ele pode ser facilmente caracterizado por meio de razões de amortecimento modal, dadas por  $\xi_n$ . Porém, para situações em que o sistema em análise está sob condição dinâmica, como em sistemas com respostas não lineares ou com amortecimento não proporcional, a resposta do sistema não pode ser obtida pela superposição de soluções modais (CLOUGH; PENZIEN, 2003).

Nessas ocasiões, de acordo com Clough e Penzien (2003), para determinar a matriz de amortecimento, utiliza-se uma ou mais matrizes proporcionais, na qual analisa-se o estado elástico inicial que antecede as deformações não lineares. Assim, assume-se que o amortecimento é constante durante toda a resposta, mesmo que ocorram mudanças de rigidez causadas pela perda de energia por histerese (CLOUGH; PENZIEN, 2003).

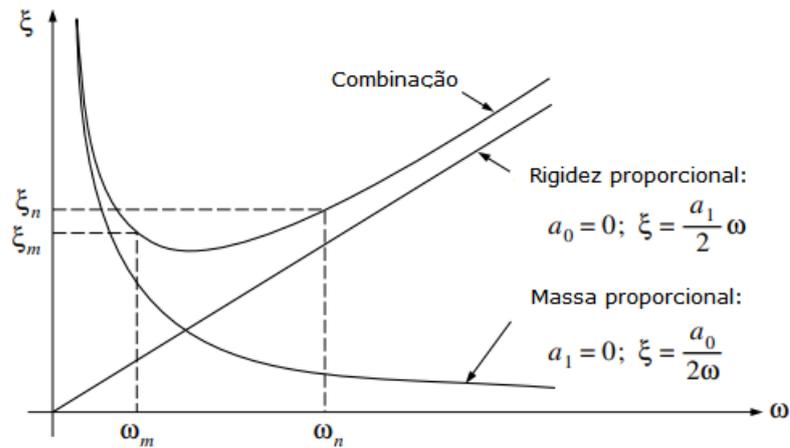
E ainda, em casos em que o amortecimento não é proporcional, a construção da matriz de amortecimento pode ser composta por elementos proporcionais adequados ao sistema. Assim, para satisfazer esses requisitos, segundo Clough e Penzien (2003), utiliza-se o Método de Amortecimento Viscoso de Rayleigh.

Nessa abordagem, admite-se a premissa de que a constante de amortecimento viscoso pode ser definida a partir da combinação proporcional de massa e rigidez, cada uma com uma constante característica a ser definida, como fornece a equação 21.

$$c = a_0 \cdot m + a_1 \cdot k \quad (21)$$

Na qual,  $a_0$  e  $a_1$  possuem unidades de medidas dadas por  $sec^{-1}$  e  $sec$ , respectivamente. Sendo assim, ao considerar essas constantes e avaliando soluções em função da faixa de amortecimento limitada por  $\xi_m$  e  $\xi_n$  e relacionando com suas respectivas frequências de excitação, é possível construir o gráfico dado pela Figura 5.

Figura 5 – Relação entre razão de amortecimento e frequência.



Fonte: Traduzido de Clough e Penzien (2003).

Dadas essas informações, considera-se que existam dois pares de dados, sejam eles dois de frequência e dois de amortecimento conectados respectivamente entre si, ou seja, para cada valor de frequência natural existe um amortecimento que caracteriza a estrutura. Sendo assim, é possível elaborar as duas equações que regem e configuram o sistema amortecido. Segundo Clough e Penzien (2003), elas podem ser descritas por meio de matrizes de amortecimento ou pelas equações contidas em 22.

$$\xi_m = \frac{1}{2} \left[ \frac{a_0}{\omega_m} + a_1 \omega_m \right] \quad , \quad \xi_n = \frac{1}{2} \left[ \frac{a_0}{\omega_n} + a_1 \omega_n \right] \quad (22)$$

As quais, ao isolar os coeficientes, são fornecidas as seguintes soluções:

$$a_0 = \frac{2\omega_m\omega_n}{\omega_n^2 + \omega_m^2} [\omega_n\xi_m - \omega_m\xi_n] \quad , \quad a_1 = \frac{2\omega_m\omega_n}{\omega_n^2 + \omega_m^2} \left[ -\frac{\xi_m}{\omega_n} + \frac{\xi_n}{\omega_m} \right] \quad (23)$$

Para aplicar o método propriamente dito, é recomendado que  $\omega_m$  seja a frequência fundamental do sistema de múltiplos graus de liberdade, e que,  $\omega_n$  corresponda à uma das frequências mais altas dos modos, a qual contribui significativamente com a resposta dinâmica. Assim, como ilustrado pela Figura 5, os modos relacionados no intervalo entre essas frequências têm variações de amortecimento baixas entre si (CLOUGH; PENZIEN, 2003).

Já para modos mais altos, com frequências acima da definida por  $\omega_n$ , as taxas de amortecimento crescem significativamente. E ainda, as respostas com frequências altas, são consideradas pouco relevantes devido suas altas taxas de amortecimento (CLOUGH; PENZIEN, 2003).

### 2.5.1 Método Simplificado do Amortecimento de Rayleigh

Considerando-se que, informações de variação de amortecimento em função de diferentes frequências raramente são disponíveis, assume-se que apenas um valor de amortecimento é aplicável para toda a estrutura, o que indica que  $\xi_m = \xi_n = \xi$  (CLOUGH; PENZIEN, 2003).

Nesse sentido, segundo Clough e Penzien (2003), a proporcionalidade dos fatores que relacionam os elementos de massa e rigidez pode ser descrita por meio das equações abaixo.

$$a_0 = \frac{2\xi}{\omega_m + \omega_n} \cdot \omega_m \cdot \omega_n, \quad a_1 = \frac{2\xi}{\omega_m + \omega_n} \quad (24)$$

Para essa análise, também é recomendado que a frequência  $\omega_m$  seja a fundamental do sistema de múltiplos graus de liberdade. E ainda, que  $\omega_n$  esteja relacionada à uma frequência de alta ordem capaz de excitar significativamente a resposta dinâmica do modelo (CLOUGH; PENZIEN, 2003). Sendo assim, é de se esperar que os resultados, apontados pelas respostas dos modos advindos de altas frequências, sejam efetivamente eliminados pelos altos valores de amortecimentos.

### 2.5.2 Extensão do Amortecimento de Rayleigh

Segundo Clough e Penzien (2003), o amortecimento de Rayleigh não necessariamente é aplicável apenas à combinação matricial de massa e rigidez, como demonstra a equação 21, pois ele pode ser modelado a partir de infinitas matrizes. Sendo assim, Clough e Penzien (2003) aborda que a matriz de amortecimento proporcional, utilizando qualquer combinação dessas matrizes, pode ser definida por:

$$c = m \cdot \sum_b [a_b \cdot (m^{-1} \cdot k)^b] \equiv \sum_b c_b \quad (25)$$

Na qual,  $a_b$  corresponde ao coeficiente que proporciona a combinação dos elementos de inércia e rigidez, e seu índice pode variar de  $-\infty < b < \infty$ , a depender da quantidade de termos que se deseja utilizar para caracterizar o sistema. Mas, na prática, o ideal é que a escolha de varredura desse parâmetro seja a mais próxima de zero possível.

Com essas definições, se a equação 25 for dividida pelo  $c_c$ , é cabível deduzir o valor do fator de amortecimento a partir da equação 26, na qual relaciona-se valores de amortecimento para uma ampla faixa de frequências.

$$\xi_n = \frac{1}{2 \cdot \omega_n} \cdot \sum_b [a_b \cdot \omega_n^{2b}] \quad (26)$$

Com a relação exibida acima, é possível definir que, ao considerar a expansão contendo quatro termos, o sistema a ser utilizado como referência pode ser dado pelas

seguintes equações. Das quais os subíndices correspondem aos diferentes modos de vibrar que caracterizam as informações de amortecimento e frequência natural.

$$\xi_m = \frac{1}{2} \cdot \left[ \frac{a_{-1}}{\omega_m^2} + \frac{a_0}{\omega_m} + a_1 \cdot \omega_m + a_2 \cdot \omega_m^3 \right] \quad (27)$$

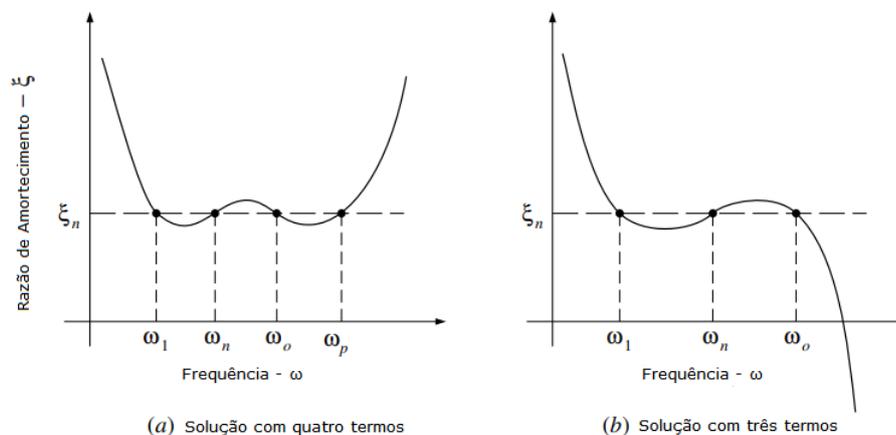
$$\xi_n = \frac{1}{2} \cdot \left[ \frac{a_{-1}}{\omega_n^2} + \frac{a_0}{\omega_n} + a_1 \cdot \omega_n + a_2 \cdot \omega_n^3 \right] \quad (28)$$

$$\xi_o = \frac{1}{2} \cdot \left[ \frac{a_{-1}}{\omega_o^2} + \frac{a_0}{\omega_o} + a_1 \cdot \omega_o + a_2 \cdot \omega_o^3 \right] \quad (29)$$

$$\xi_p = \frac{1}{2} \cdot \left[ \frac{a_{-1}}{\omega_p^2} + \frac{a_0}{\omega_p} + a_1 \cdot \omega_p + a_2 \cdot \omega_p^3 \right] \quad (30)$$

Além disso, é recomendado que os valores de  $\omega_n$  e  $\omega_o$  sejam igualmente espaçados ao longo da faixa de frequências naturais utilizada (CLOUGH; PENZIEN, 2003). Dessa forma, é possível descrever o amortecimento da estrutura, seja de acordo com a quantidade de termos que se deseja, ou a partir da disponibilidade dos dados do projeto. Assim, ele outorga também a construção do seguinte gráfico.

Figura 6 – Extensão do Amortecimento de Rayleigh.



Fonte: Traduzido de Clough e Penzien (2003).

Nele, verifica-se que, a depender da quantidade de termos utilizados para caracterização do amortecimento do sistema, a curva que descreve o comportamento da dissipação de energia em relação a diferentes frequências naturais se altera consideravelmente. Em vista disso, o caso da abordagem que utiliza apenas dois pares de informações, como exibe a Figura 5, também apresenta algumas divergências.

Ademais, no método que aborda apenas três termos de expansão para o cálculo do amortecimento, fica evidente que a partir da frequência  $\omega_o$ , o amortecimento decresce rapidamente e gera valores negativos. Segundo (CLOUGH; PENZIEN, 2003), isso ocorre devido a exclusão da frequência de mais alta ordem, e portanto, o método,

de forma geral, apresenta boa aproximação apenas no intervalo entre a menor e a maior frequência adotadas.

Por outro lado, o método que inclui quatro termos para discretização do amortecimento, a partir da frequência de mais alta ordem, cresce indefinidamente. De acordo com Clough e Penzien (2003), isso ocorre devido a exclusão de frequências maiores que  $\omega_p$  e assim, implica, para frequências com magnitudes maiores, em valores descartáveis para a análise de superposição.

### 3 METODOLOGIA

A metodologia desse trabalho é baseada no confronto de duas abordagens, são elas a analítica e a experimental, as quais funcionam como base para sustentar o entendimento de vibração e amortecimento estruturais, e ainda, proporcionar informações que capacitem a aplicação do método desejado.

#### 3.1 MODELO EXPERIMENTAL

Foi proposta a confecção de um modelo que utiliza um tubo composto de Policloreto de Vinila (PVC) com disposição geométrica semelhante à uma catenária. O material foi escolhido convenientemente para caracterização modal de seu sistema, identificação das frequências naturais e também, como consequência, definir seu respectivo amortecimento. Com essas informações, é possível a subsequente aplicação do Método de Amortecimento de Rayleigh.

Considerando essas informações e utilizando como embasamento teórico a tese de PESCE (1997), foi possível dimensionar os parâmetros geométricos do sistema, como já mencionado no tópico anterior. Dessa forma, as propriedades calculadas analiticamente do modelo podem ser vistas pela Tabela 1.

Tabela 1 – Propriedades analíticas aproximadas do modelo tubular.

| Parâmetro                 | Valor                | Unidade    |
|---------------------------|----------------------|------------|
| Massa                     | 2,020                | <i>kg</i>  |
| Comprimento suspenso      | 9,50                 | <i>m</i>   |
| Comprimento total         | 11,80                | <i>m</i>   |
| Diâmetro externo          | 0,025                | <i>m</i>   |
| Diâmetro interno          | 0,021                | <i>m</i>   |
| Área da seção transversal | $3,14 \cdot 10^{-4}$ | $m^2$      |
| Momento de Inércia        | $4,13 \cdot 10^{-9}$ | $m^4$      |
| Módulo de Elasticidade    | $2,41 \cdot 10^3$    | <i>MPa</i> |

Fonte: A autora (2023).

Para tal, foi necessário a elaboração de um suporte para sustentação do sistema. Ele foi feito utilizando uma seção composta de madeira, dois eixos de metal para facilitar o posicionamento do tubo, quatro porcas de metal e quatro mãos francesas para engastar a estrutura na parede. Dada essa situação, o duto de PVC foi encaixado no suporte para estabelecer um engaste e assim, além de restringir o movimento no momento de realização do ensaio, garantir o cumprimento do ângulo de saída de topo

que será abordado mais a diante.

Nesse sentido, vale ressaltar que, como só são vendidos tubos de pvc com no máximo seis metros de comprimento, foi necessário unir dois tubos por meio de um encaixe feito de uma parte do próprio PVC, assim, a união foi feita mecanicamente aplicando uma força de compressão entre duas extremidades para acoplá-las.

Esse processo de união dos tubos não foi feito com a própria luva do PVC em decorrência da elevada descontinuidade da estrutura e portanto, interferiria negativa e consideravelmente na coleta dos dados. Considerando essas informações, a emenda pode ser observada na Figura 7, ela foi testada de antemão para o caso de deslizamento interno e não observou-se nenhum tipo de deslocamento entre os tubos.

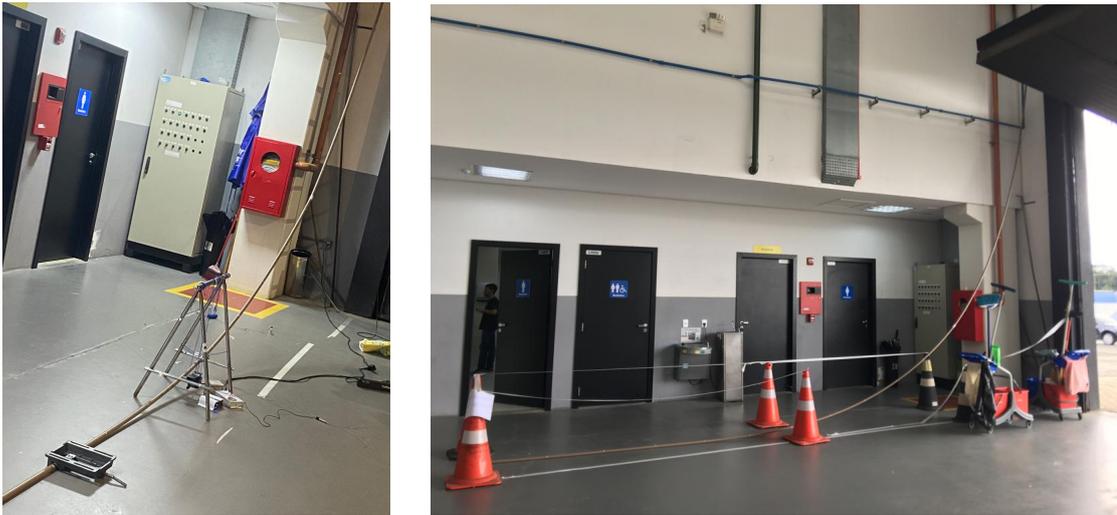
Figura 7 – União dos tubos de pvc.



Fonte: A autora (2023).

Dessa forma, a configuração do experimento pode ser vista a partir da primeira Figura em 8. Uma vez que a geometria do modelo foi posicionada, optou-se por não retirá-la do espaço e assim, ela foi perifericamente interditada para impedir possíveis perturbações no sistema, essa intervenção pode ser observada por meio da segunda imagem da seguinte Figura, a qual ilustra o plano da catenária.

Figura 8 – Configuração do modelo elaborado.



Fonte: A autora (2023).

Em relação às condições de contorno do sistema, além do suporte preso na parede, utilizou-se uma morsa para gerar contato entre a estrutura tubular e o chão, fixando o TDP e impedindo-a de movimentar-se.

### 3.2 EXCITADOR DE FREQUÊNCIAS

O equipamento utilizado para excitar as frequências é denominado excitador de frequências (ou shaker), que aproveita-se da vibração para simular comportamento desejado para o teste. Ele usualmente é empregado para sistemas de monitoramento de músicos, plataformas de palco, pistas de dança e simuladores de carro, por exemplo. Para esse trabalho, ele foi aplicado para excitar o sistema tubular na faixa de frequência desejada. O equipamento pode ser visualizado por meio da Figura 9.

Figura 9 – Aparelho de excitação de frequências.

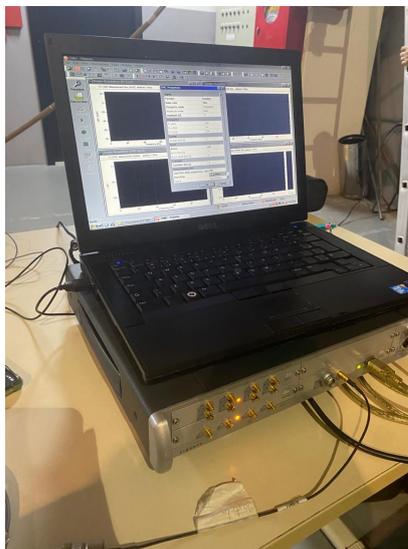


Fonte: A autora (2023).

### 3.3 FERRAMENTA DE CAPTAÇÃO E TRATAMENTO DE DADOS

O analisador de dados denominado LMS Pimento, é um sistema de aquisição de dados que possui 24 canais de alimentação, os quais podem absorver informações de acústica, aplicação de força, teste rotativo em máquinas e ainda, análise estrutural e modal de uma peça (LMS INTERNATIONAL, 2003). Além disso, ele possui um sistema portátil e fornece as informações em tempo real que podem ser analisadas posteriormente sem necessidade de internet. Seu aparelho pode ser observado na Figura 10, retirada de um dos momentos em que os testes ocorreram.

Figura 10 – Aparelho de medição de sinais.



Fonte: A autora (2023).

Sendo assim, ao estimular a estrutura por meio de um excitador com diferentes tipos de frequências, é possível analisar as respostas do sinal por meio de espectros, como as Funções Resposta em Frequência (FRF's), as funções de coerência e as de impulso. Com todos os dados coletados, é permitido a realização de uma análise modal completa ou, se desejado, observar apenas o comportamento da estrutura quanto às suas deformações (LMS INTERNATIONAL, 2003).

### 3.4 ABORDAGEM ANALÍTICA

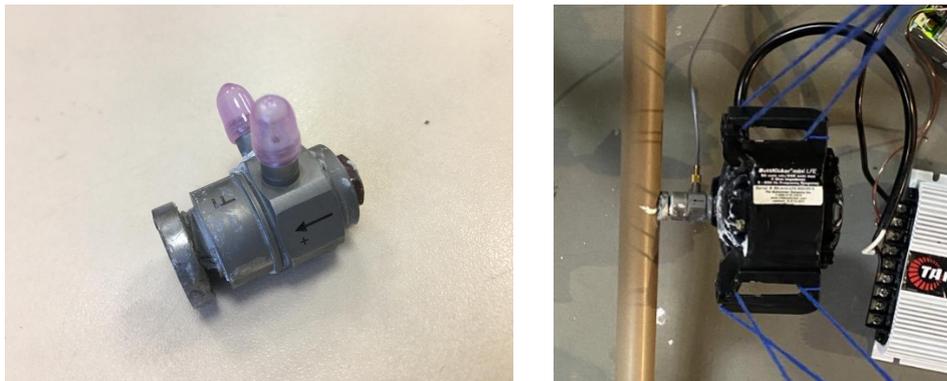
A abordagem analítica foi utilizada como base do trabalho e como uma forma de estimar preliminarmente os dados experimentais por meio da ferramenta de cálculos denominada Octave. Como etapa inicial de projeto, utilizou-se o método descrito por Aranha, Martins e Pesce (1995) para dimensionar e definir a configuração necessária para realização do experimento em questão. Dessa forma, foi possível também, com todas as informações dimensionais estipuladas, definir as frequências naturais do

sistema via Método WKB para os diferentes modos de vibração, os quais dependiam diretamente das informações calculadas oriundas da geometria e suas respectivas grandezas.

### 3.5 ABORDAGEM EXPERIMENTAL

O procedimento experimental foi feito após a execução de algumas adaptações físicas para que os resultados almejados fossem minimamente interferidos pelos aparatos externos de medição. Dessa forma, antes de iniciar os testes, foi necessário incorporar o excitador de frequências com o transdutor de força, como ilustra a Figura 11, pois o excitador não possui capacidade própria de transformar energia mecânica em um sinal elétrico para a posterior leitura no LMS Pimento, e dessa forma, acarretaria na falta de informações para compor a Função Resposta de Frequência do teste.

Figura 11 – Transdutor incorporado ao shaker.

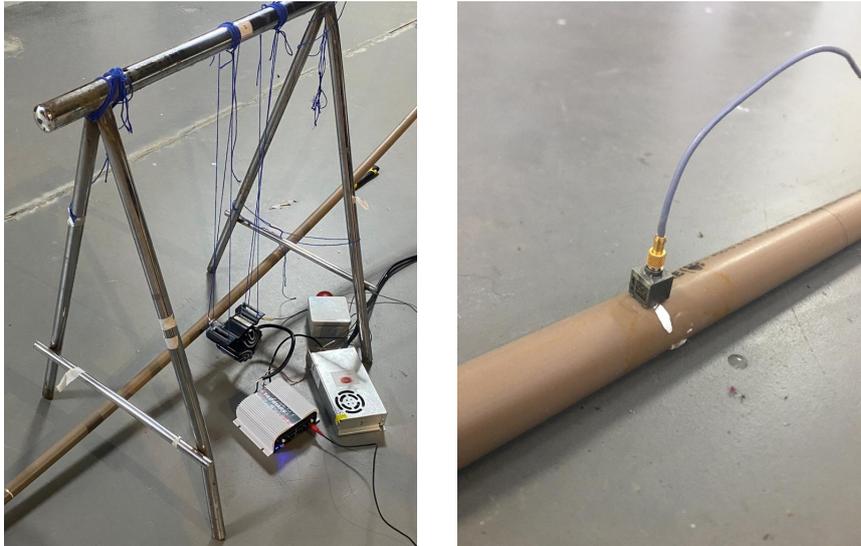


Fonte: A autora (2023).

Além disso, era imprescindível que a alocação do shaker com o transdutor no tubo fosse a mais branda possível, no sentido de que, ao colá-lo com uma supercola instantânea, tanto a inércia quanto a rigidez da estrutura tubular fossem idealmente inalteradas.

Dessa forma, colocou-se como suporte um cavalete com barbantes ajustáveis para adaptar a altura e elaborar a amarração mais conveniente possível. Além disso, o acelerômetro foi convenientemente posicionado em cada ponto de medição previamente definido. Essa alternativa pode ser visualizada por meio da seguinte Figura 13.

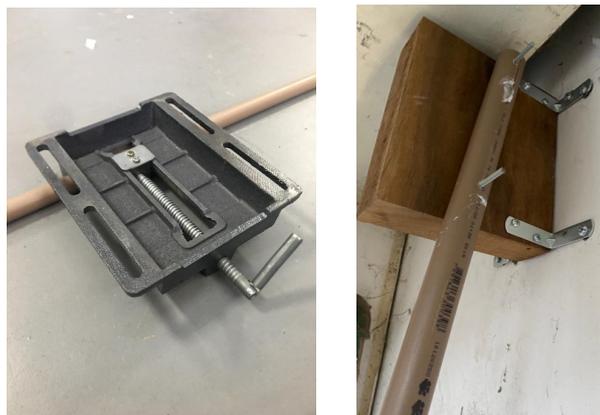
Figura 12 – Aparelhos de medição experimental.



Fonte: A autora (2023).

Por outro lado, os elementos importantes para definir a condição de contorno da estrutura foram: o suporte de madeira, disposto na parte superior da catenária, e uma morsa, devidamente localizada no TDP. Elas assumiram o papel de engastado-engastado da estrutura, de modo que, a única movimentação do modelo fosse, no cenário ideal, o próprio tubo de PVC, sem reflexo de movimentos relativos, como mencionado anteriormente. Essas estruturas podem ser vistas abaixo.

Figura 13 – Aparelhos de fixação do modelo



Fonte: A autora (2023).

Além disso, foi necessário subdividir o comprimento da estrutura em 21 pontos equidistantes de 0,5 metro, no qual cada ponto receberia uma marcação física, feita com corretivo, para indicar a discretização da estrutura e também os diferentes pontos de posicionamento do acelerômetro para executar cada uma das 21 aquisições, como ilustra a Figura 14. Essa divisão gerou pontos cartesianos, verticais e horizontais em relação ao plano da catenária, que podem ser observados no Apêndice A. Assim, vale

constatar que, a numeração deles foi feita a partir do ponto próximo ao ângulo de saída de topo e percorreu o tubo até o TDP.

Figura 14 – Marcação dos pontos de medição.



Fonte: A autora (2023).

Com todas as medidas ponderadas e executadas, foi cabível a execução do procedimento. Assim, configurou-se o aplicativo LMS Pimento, e definiu-se alguns parâmetros. Um deles foi a geração de ruído rosa para excitar frequências mais baixas, ou seja, abaixo de  $200 \text{ Hz}$ , possibilitando a identificação dos modos de vibrar de forma mais controlada. Essa decisão foi feita de acordo com a definição analítica das frequências dos primeiros modos de vibrar, os quais apresentaram valores de no máximo duas ordens de grandeza medidas em Hertz.

Além disso, utilizou-se 10 médias para cada aquisição obtida para diminuir o desvio e dar maior consistência aos dados, foi estipulado também um período de 10 segundos de aquisição para cada ponto percorrido pelo acelerômetro. Todos estes critérios foram escolhidos propositalmente para facilitar e melhorar a captação do sinal.

Assim, o procedimento foi feito excitando o shaker fixado no ponto 18 da estrutura, enquanto que o acelerômetro foi colocado, para cada medição, em um ponto específico para possibilitar a análise de vibração ao longo da estrutura. Sendo assim, após a realização de todos os testes, foi possível transferir os dados gerados em uma análise modal para correlacionar e observar diferentes frequências de excitação que provocam os respectivos modos de vibrar da estrutura, assim como a caracterização de seu amortecimento.

Ademais, outra técnica foi utilizada para definição de frequências abaixo de  $5 \text{ Hz}$ , uma vez que, elas não conseguiram ser excitadas e captadas pelos aparelhos citados anteriormente. Assim, optou-se pelo uso apenas do acelerômetro conectado com o aplicativo LMS Pimento e, a excitação previamente executada pelo shaker, foi alterada para excitação mecânica feita por meio de três formas.

A primeira, tem como objetivo principal a excitação do primeiro modo de vibrar da estrutura, logo, o estímulo foi feito afastando, a partir do repouso, o ponto que supostamente teria a maior amplitude do primeiro modo. Já o acelerômetro, foi posicionado nos pontos 8, 13 e 20, nos quais a aquisição foi individualmente executada para garantir a validade dos sinais, esse procedimento ocorreu três vezes em cada

ponto.

Em seguida, aplicou-se o mesmo processo porém com a intenção de excitar o segundo modo de vibrar do sistema, nesse sentido, dois pontos, previamente definidos, foram deslocados em direções opostas para instigar o comportamento desejado de duas semiondas na estrutura.

A terceira, foi executada de modo similar às anteriores, mas com três pontos de intervenção mecânica e com direções intercaladas. Por fim, foi possível a captação do sinal a partir das diferentes abordagens e assim, identificar as frequências naturais e os amortecimentos característicos.

### 3.6 ANÁLISE DE DESVIO

A análise de desvio é um método capaz de auxiliar no entendimento quantitativo de variação de valores advindos de diferentes abordagens. Dessa forma, ela foi feita baseada em duas vertentes. A primeira, aborda o desvio relativo, a qual pode ser definida a partir da equação contida em 31, e a segunda, composta pelo desvio absoluto, pode ser descrita por meio da equação contida em 32, de acordo com Justo et al. (2020).

$$D_r = |d_a - d_e| \quad (31)$$

$$D_{abs} = \frac{|d_a - d_e|}{d_e} \quad (32)$$

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

### 4.1 ANÁLISE MODAL

Partindo da premissa que, de acordo com KROMULSKI e Hojan (1996), os modos de vibrar de uma estrutura são as maneiras das quais o sistema tende a vibrar peculiarmente, ele pode ser discretizado por meio da forma de vibrar, sua correspondente frequência natural e o coeficiente de amortecimento. Dessa forma, quando ocorre uma excitação, a resposta do sistema pode ser identificada por meio da combinação de seus modos de vibrar e a partir de uma gama de frequências naturais que geram a superposição das formas modais (KROMULSKI; HOJAN, 1996).

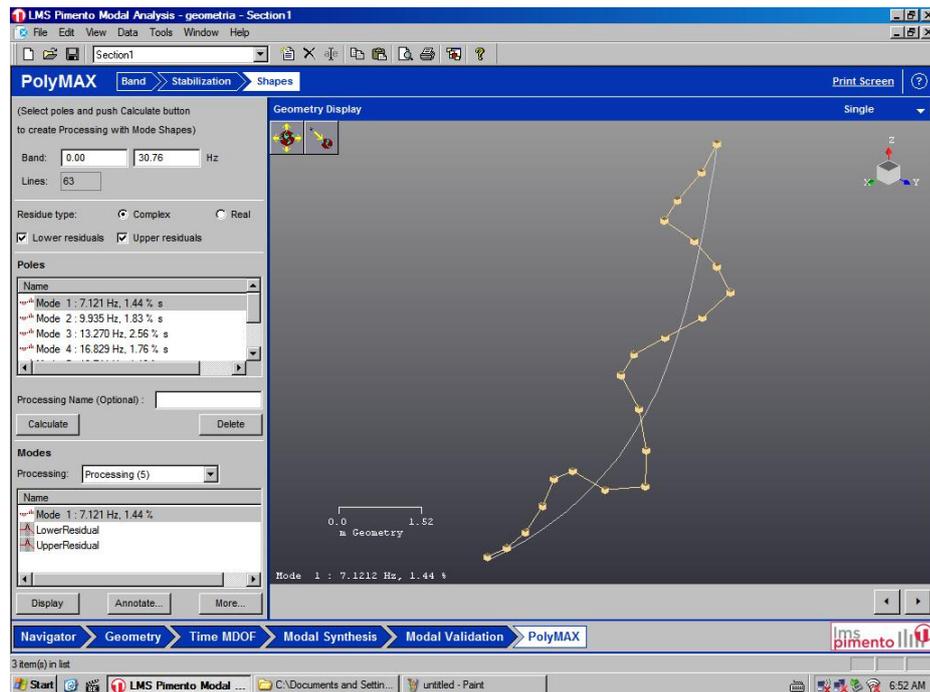
Nesse âmbito, a análise modal auxilia no sentido de identificar as frequências naturais que excitam os modos de vibrar e conseqüentemente compreender o comportamento vibratório da estrutura. Sendo assim, ela se torna essencial para evitar grandes oscilações induzidas por ressonância que, além de agregar grande amplitude de movimento, a longo prazo podem gerar desgaste da estrutura e induzi-la à fadiga.

Além disso, quando considera-se a necessidade da elaboração de uma análise modal, usualmente ocorre a detecção dos próprios modos de vibração da estrutura. Os modos se modificam de acordo com as propriedades intrínsecas do material ou das condições de contorno que ele está sujeito (FIORENTIN, 2007).

Para tal, os modos de vibrar foram identificados por meio da abordagem experimental, de acordo com as análises feitas pelo Pimento Modal Analysis, e analiticamente por meio de métodos aplicados em forma de rotina no aplicativo Octave. Nesse sentido, foi possível a obtenção de alguns modos de vibrar da estrutura no plano da catenária e fora dele. A Figura 15, ilustra o comportamento da estrutura quando excitada no sentido longitudinal, ou seja, no plano da catenária.

Nela, observa-se que, ao longo da catenária, existem quatro nós bem definidos ao redor dos pontos 5, 9, 12 e 15, e que, além disso, estão presentes cinco semiondas. Cada uma delas corresponde a um modo de vibrar da estrutura, isso significa que, ao excitar a estrutura com 7, 121 Hz, ela apresentará 5 picos de deslocamento com maior amplitude de resposta.

Figura 15 – 5º modo de vibrar fora do plano da catenária.



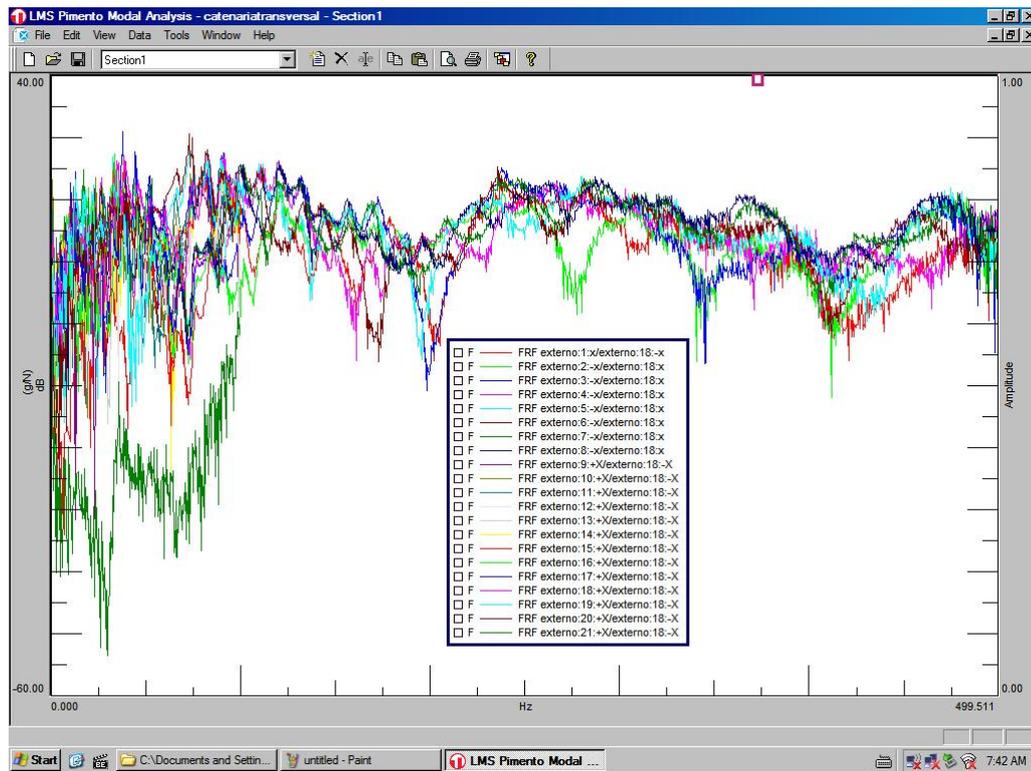
Fonte: A autora (2023).

Como complemento, os Apêndices B e C apresentam todos os modos coletados, tanto para excitação no sentido longitudinal quanto no transversal, dos quais foram feitas as análises modais e respectivas identificações de frequências e amortecimentos.

## 4.2 IDENTIFICAÇÃO DE FREQUÊNCIAS NATURAIS

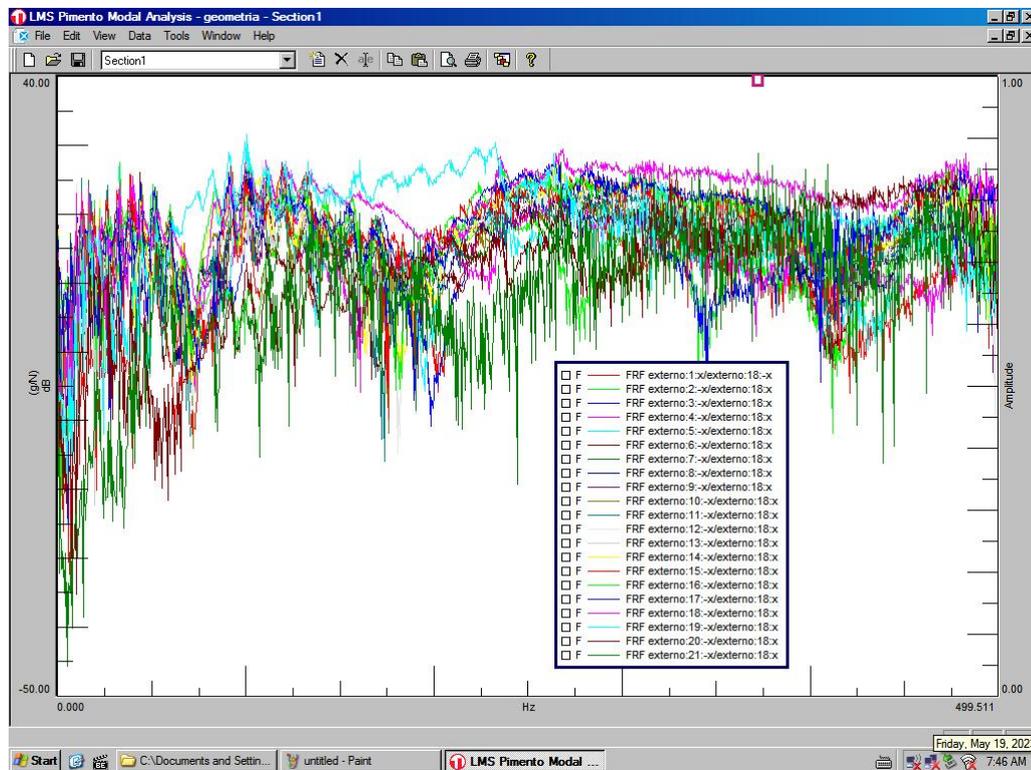
Após a apresentação de todo o procedimento de captação e tratamento de dados experimentais, com auxílio do aplicativo LMS Pimento, foi cabível a obtenção da sobreposição das FRF's referentes a cada ensaio executado. Elas no geral, quando agrupadas e sobrepostas, trazem pouca informação e são de difícil visualização em relação às possíveis frequências naturais da estrutura. O comportamento delas pode ser observado nas Figuras abaixo.

Figura 16 – FRF's sobrepostas fora do plano da catenária.



Fonte: A autora (2023).

Figura 17 – FRF's sobrepostas no plano da catenária.



Fonte: A autora (2023).

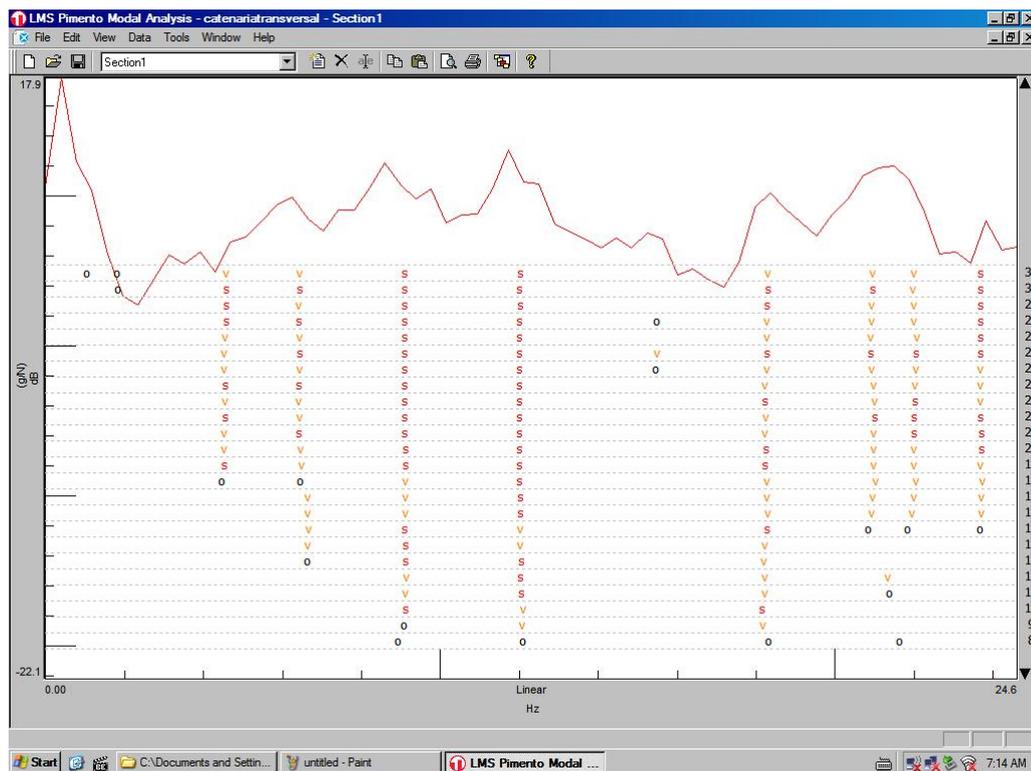
Considerando isso, após a assimilação entre elas, é feita uma soma de FRF's

na qual a visualização torna-se mais corente e permite uma percepção mais intuitiva e sucinta. Esse processo é feito a partir de uma rotina interna do aplicativo, a qual utiliza um método denominado *Polyreference* e concede também a identificação das formas modais (LMS INTERNATIONAL, 2003).

Assim, analisando o comportamento da estrutura em função da faixa de frequência que ela foi excitada, é possível obter o painel de estabilização, como mostram as Figuras 18 e 19. Neles, observa-se que, para cada pico de frequência, existe uma linha vertical descrita por meio de letras as quais indicam a qualidade da informação obtida.

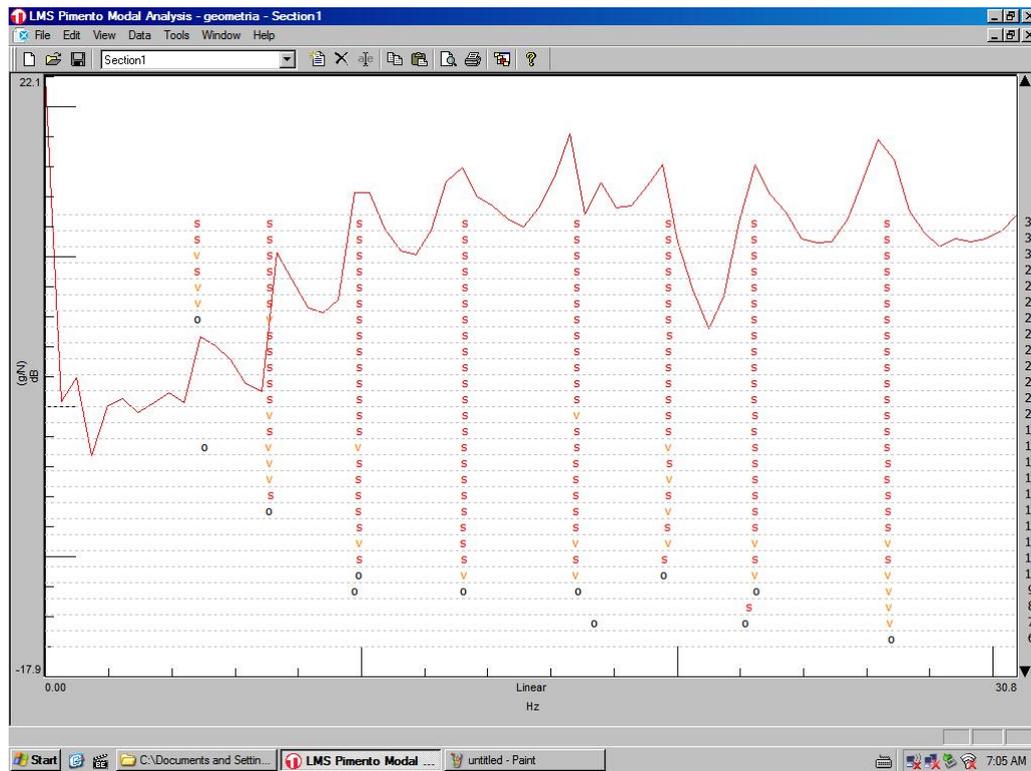
Os pontos que possuem a consoante "s", significam que o aplicativo foi capaz de estabilizar as informações retidas e que houve convergência dos dados de saída, como cálculo de frequências naturais para identificação dos modos de vibrar e amortecimento estrutural para cada uma.

Figura 18 – Painel de Estabilização fora do plano da catenária.



Fonte: A autora (2023).

Figura 19 – Painel de Estabilização no plano da catenária.



Fonte: A autora (2023).

Contudo, para a identificação de frequências abaixo de  $5 \text{ Hz}$ , as quais excitam os primeiros quatro modos de vibrar da estrutura, a análise experimental foi feita de outra forma. Nesse caso, foram obtidos os sinais de decaimento da estrutura via dados do acelerômetro, para em seguida aplicar a FFT e definir os picos de frequências que fossem candidatos à frequências naturais do sistema.

Com todos esses quesitos ponderados, construiu-se a Tabela 2. Na qual o termo  $f_t$  indica o valor das frequências obtidas através do ensaio ocorrido fora do plano da catenária, ou seja, em relação ao plano transversal do tubo, e o  $f_i$  corresponde às frequências adquiridas em relação ao plano da catenária, que é definido em função do comprimento do modelo.

Tabela 2 – Resultados de frequências obtidos experimentalmente

| Frequência | $f_t$ [Hz] | $f_l$ [Hz] |
|------------|------------|------------|
| 1º         | 0,533      | 1,233      |
| 2º         | 1,433      | 2,570      |
| 3º         | 2,700      | 3,800      |
| 4º         | 4,500      | 4,470      |
| 5º         | 6,427      | 7,121      |
| 6º         | 9,130      | 9,935      |
| 7º         | 12,054     | 13,270     |
| 8º         | 18,284     | 16,829     |
| 9º         | 20,922     | 19,741     |
| 10º        | 22,028     | 22,459     |

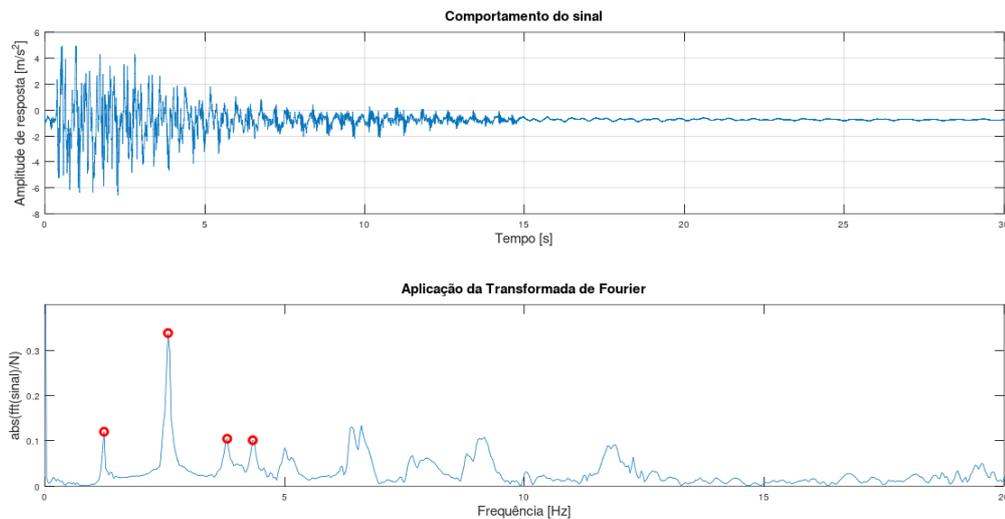
Fonte: A autora (2023).

Em relação aos dados experimentais coletados acima, muitos desafios foram encontrados tanto pela escala de trabalho e tipo de material quanto pelo procedimento exigido para obter as informações de interesse. Um deles, por exemplo, e provavelmente o principal, é lidar com estruturas muito amortecidas e com grande rigidez, pois para excitar as baixas frequências que geram os primeiros modos é necessário utilizar equipamentos sofisticados capazes de fornecer melhor precisão.

Com esse empecilho, foi necessário excitar o modo mecanicamente e medir o comportamento do tubo com auxílio do acelerômetro uniaxial juntamente com o LMS Pimento. Assim, obteve-se, aplicando as respectivas integrais, as informações de deslocamento que puderam ser relacionadas com as frequências de excitação.

Posteriormente foi aplicada a FFT e então foi possível a elaboração do decaimento para identificar, além das frequências que excitam os primeiros modos, o amortecimento estrutural do sistema, como demonstra a Figura a seguir. Caso haja curiosidade de observar o comportamento dos outros pontos e outros modos, os demais dados obtidos estão localizados no Apêndice E.

Figura 20 – Informações advindas do ensaio mecânico do ponto 13, excitando o segundo modo de vibrar.



Fonte: A autora (2023).

Considerando um panorama geral, no ensaio que utilizou o LMS Pimento observa-se que, a partir do décimo modo de vibrar, no qual as frequências estão mais altas e a amplitude de movimento cada vez menor, houve dificuldade na análise pela presença de sutilezas no deslocamento da estrutura. Sendo assim, a partir desse modo, não foi possível identificar com clareza as demais frequências naturais. Outro ponto a ressaltar é em relação às dimensões da estrutura e a dificuldade de acessá-la para executar os ensaios, exigindo a presença de no mínimo quatro pessoas para realizá-lo com agilidade.

#### 4.3 IDENTIFICAÇÃO DO AMORTECIMENTO ESTRUTURAL

Para a determinação do amortecimento de uma estrutura considerando vibrações com excitações em diferentes frequências, utilizou-se o aplicativo de aquisição de dados, no qual foi possível a visualização de FRF's, como abordado no tópico anterior. Nesse sentido, pelo mesmo procedimento já mencionado, foram identificados os amortecimentos analisando as formas modais da estrutura, como demonstra a Figura 15. Eles podem ser vistos no painel de dados localizado à esquerda dessa imagem.

Já de acordo com o diferente processo para alcançar frequências menores, por meio do sinal de decaimento fornecido pelo acelerômetro, foi possível definir os valores de amortecimento para os primeiros modos de vibrar. A Tabela 3 fornece as informações numéricas atreladas a cada um desses modos. Na qual,  $\xi_t$  e  $\xi_l$  são respectivamente os fatores de amortecimento no sentido transversal e longitudinal do tubo, os quais referenciam-se de acordo com o plano do modelo.

Tabela 3 – Resultados de amortecimentos obtidos experimentalmente

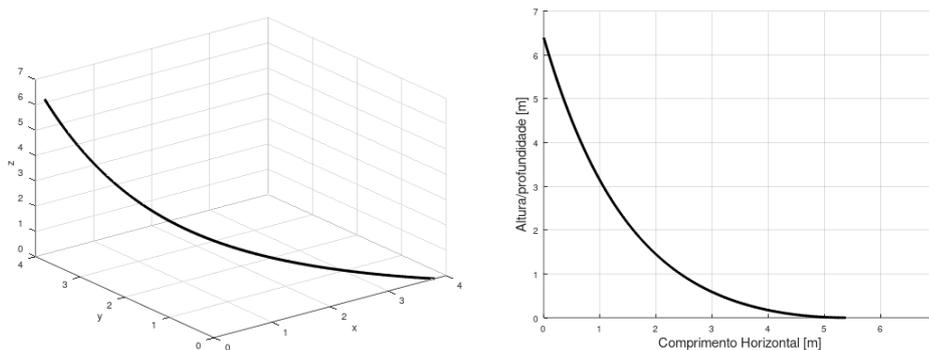
| Frequência | $\xi_t$ [%] | $\xi_l$ [%] |
|------------|-------------|-------------|
| 1º         | 4,79        | 4,38        |
| 2º         | 3,33        | 2,62        |
| 3º         | 2,76        | 1,92        |
| 4º         | 1,13        | 1,19        |
| 5º         | 2,23        | 1,44        |
| 6º         | 1,77        | 1,83        |
| 7º         | 1,97        | 2,56        |
| 8º         | 1,39        | 1,76        |
| 9º         | 0,91        | 1,19        |
| 10º        | 0,69        | 1,70        |

Fonte: A autora (2023).

#### 4.4 COMPARAÇÃO ENTRE ABORDAGENS

Em relação à modelagem simplificada do duto, após definir os parâmetros que compunham a geometria da catenária, definiu-se os valores de altura e comprimento vertical, assim como o ângulo de saída de topo analíticos, e assim a seguinte configuração foi obtida.

Figura 21 – Geometria da catenária obtida analiticamente.



Fonte: A autora (2023).

Em contrapartida, após a construção física do modelo, alguns parâmetros não foram atingidos exatamente como o esperado. Para a montagem do sistema, observou-se que, a altura e o ângulo de saída de topo, eram relativamente fáceis de se controlar, já o comprimento suspenso, que caracteriza a distância do TDP até o ponto vinculado ao suporte na parede, não era muito manipulável. A Tabela 4 expressa a comparação entre os dados obtidos analítica e experimentalmente.

Tabela 4 – Comparação entre dimensões

| Parâmetro               | Analítico | Experimental | Unidade      |
|-------------------------|-----------|--------------|--------------|
| Comprimento suspenso    | 9,0       | 9,5          | <i>m</i>     |
| Altura/Profundidade     | 6,5       | 6,5          | <i>m</i>     |
| Posição do TDP          | 5,5       | 6,5          | <i>m</i>     |
| Ângulo de saída de topo | 7,0       | 7,0          | <i>graus</i> |

Fonte: A autora (2023).

Nesse sentido, a intercorrência dos valores analíticos decorre das considerações feitas para a dedução do modelo, sejam elas, informações de massa provenientes da densidade padrão do material, rigidez da estrutura, na qual as propriedades são tidas como homogêneas ao longo de todo o seu comprimento, ou ainda, aproximações, truncamentos e arredondamentos utilizados no método analítico para executar os cálculos pela ferramenta numérica Octave.

Sendo assim, utilizar valores padronizados para estimar determinados parâmetros gera uma boa aproximação dos valores reais, mas no geral, não são totalmente fidedígnos ao sistema, e portanto, necessitam de algumas correções e ressalvas caso a tolerância ao desvio seja baixa.

Já em relação aos valores de frequência coletados, também ocorreram variações. Para definir as frequências naturais do sistema, aplicou-se o Método WKB que utiliza informações dimensionais, tanto da geometria em catenária quanto da própria estrutura tubular e também as relacionadas à composição do material. Por outro lado, a abordagem experimental trouxe as informações tratadas diretamente pelo aplicativo de análise utilizado. Assim, obteve-se os seguintes dados.

Tabela 5 – Ordenamento de frequências

| Frequência | Analítico | Experimental | Unidade   |
|------------|-----------|--------------|-----------|
| $f_1$      | 0,479     | 0,533        | <i>Hz</i> |
| $f_2$      | 1,436     | 1,233        | <i>Hz</i> |
| $f_3$      | 2,394     | 1,350        | <i>Hz</i> |
| $f_4$      | 3,351     | 2,480        | <i>Hz</i> |
| $f_5$      | 4,309     | 2,646        | <i>Hz</i> |
| $f_6$      | 5,266     | 4,470        | <i>Hz</i> |
| $f_7$      | 6,224     | 4,527        | <i>Hz</i> |
| $f_8$      | 7,181     | 6,427        | <i>Hz</i> |
| $f_9$      | 8,139     | 7,121        | <i>Hz</i> |
| $f_{10}$   | 9,096     | 9,130        | <i>Hz</i> |
| $f_{11}$   | 10,054    | 9,935        | <i>Hz</i> |
| $f_{12}$   | 11,011    | 12,05        | <i>Hz</i> |
| $f_{13}$   | 11,969    | 13,27        | <i>Hz</i> |
| $f_{14}$   | 12,926    | 16,83        | <i>Hz</i> |
| $f_{15}$   | 13,884    | 18,28        | <i>Hz</i> |
| $f_{16}$   | 14,841    | 19,74        | <i>Hz</i> |
| $f_{17}$   | 15,799    | 20,92        | <i>Hz</i> |
| $f_{18}$   | 16,756    | 22,03        | <i>Hz</i> |
| $f_{19}$   | 17,714    | 22,45        | <i>Hz</i> |
| $f_{20}$   | 18,671    | 26,65        | <i>Hz</i> |

Fonte: A autora (2023).

De acordo com esses valores, é possível determinar o desvio absoluto advindo de cada medida de frequência, e assim, quantificá-las. No Apêndice E é possível observar qualitativamente os dados.

Desse modo, é notável que conforme os modos aumentam, a variação entre experimental e analítico, no geral, também aumenta. Essa inconstância pode ser causada por diversos motivos, sejam eles aspectos limitantes do ensaio experimental ou, pela limitação do método analítico que preestabelece os valores a partir de algumas hipóteses simplificadoras.

Ademais, em relação à medição, os dados obtidos podem ter sido influenciados pela dissipação de energia oriunda dos pontos de engaste da estrutura que, por mais que fossem devidamente alocados e supostamente inarredáveis, é possível que tenha ocorrido alguma movimentação, mesmo que mínima.

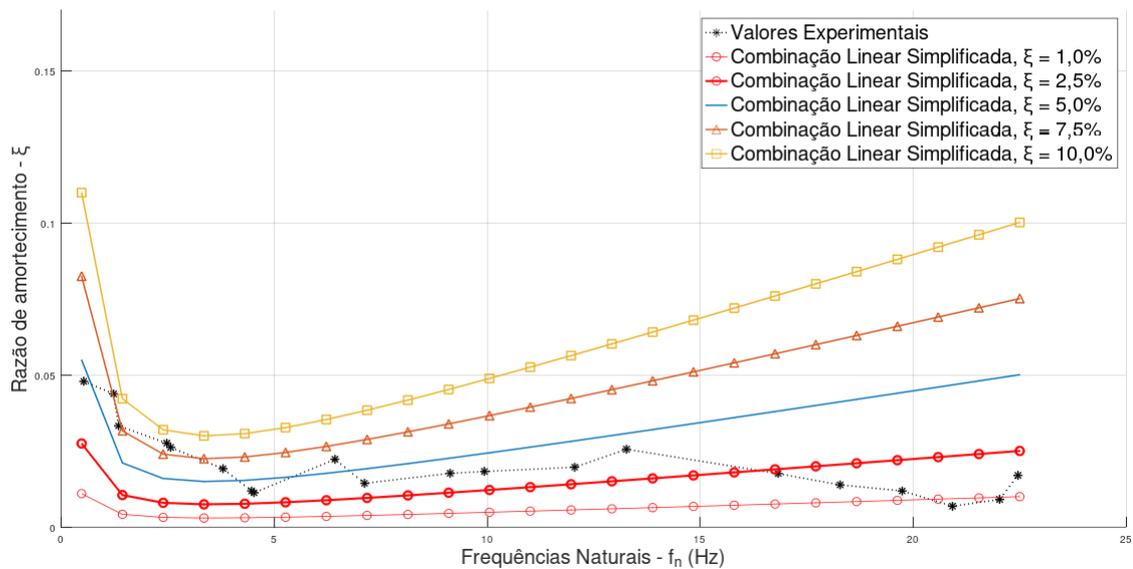
## 4.5 VALIDAÇÃO DO AMORTECIMENTO VISCOSO DE RAYLEIGH

Com o agrupamento de informações, analíticas e experimentais, foi plausível a utilização do Método de Amortecimento de Rayleigh a partir de diferentes abordagens. Assim, permitiu-se a viabilização de cada uma e posterior comparação qualitativa de acordo com os valores obtidos.

### 4.5.1 Aplicação do Método Simplificado

Sabendo-se que esse método utiliza apenas um par de informações, das quais duas frequências conferem um mesmo valor de amortecimento, empregou-se os dados de frequência relacionados ao primeiro e vigésimo modo e considerou-se para cada curva um valor de amortecimento correspondente, dessa forma, foi possível a elaboração do seguinte gráfico.

Figura 22 – Aplicação do método de um par de informações para diferentes valores de amortecimento.



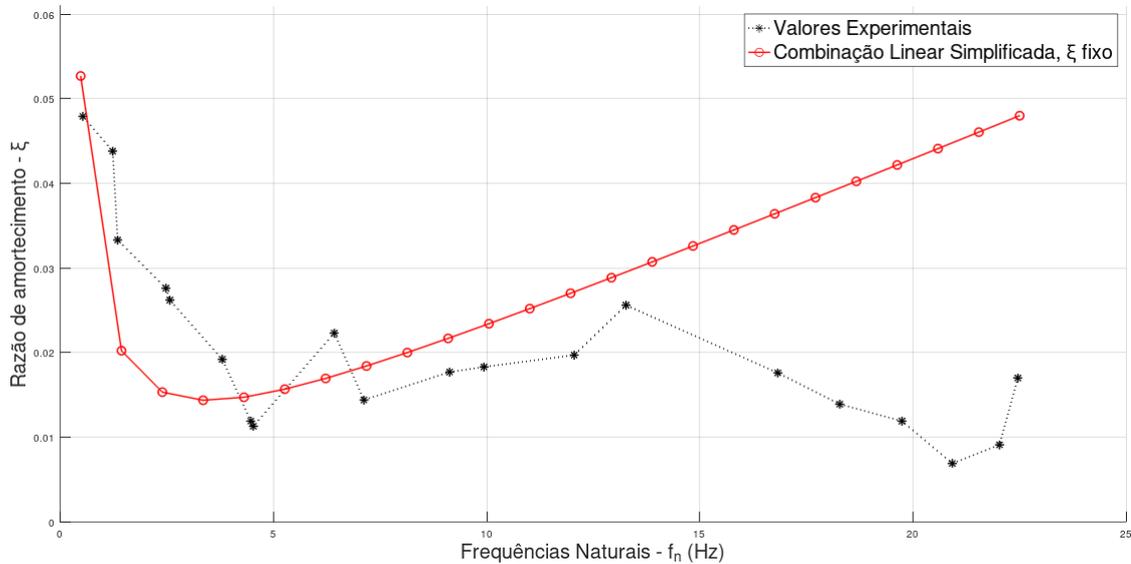
Fonte: A autora (2023).

Essa ilustração, permite o entendimento da vertente do método e da sensibilidade que ele apresenta. Nele, conforme o valor de amortecimento padrão aumenta, a curva aumenta sua inclinação e concavidade. E, em comparação com todos os valores experimentais, não foi um método capaz de demonstrar boa aproximação considerando valores de amortecimento abaixo de 2,5% ou acima de 5,0%.

Nesse sentido, observa-se que, as curvas contendo amortecimento entre 2,5% e 5,0% foram as que conseguiram maiores correspondências entre todos os valores experimentais, dos quais equivalem às frequências relacionadas aos seguintes modos de vibrar: 7, 8, 10, 11, 12 e 14. Assim, partindo do princípio que a frequência fundamental do sistema referente aos dados experimentais é conhecida e igual a 4,79

$Hz$  e utilizando-a como referência, é possível gerar a Figura 23.

Figura 23 – Aplicação do método de um par de informações com amortecimento filtrado.



Fonte: A autora (2023).

Dessa forma, de um ponto de vista geral, utilizar o amortecimento relacionado à frequência fundamental como parâmetro de entrada para esse método, é uma aproximação relativamente razoável para frequências de baixa ordem. No entanto, ao observar frequências de mais alta ordem, a partir da décima quinta, o método é pouco representativo.

E ainda, se o método for analisado qualitativamente, é possível, a partir da Tabela 6, estabelecer as diferenças de amortecimento entre o Método de Rayleigh Simplificado e os valores obtidos experimentalmente analisados sob os dados correspondentes às distintas frequências naturais.

Tabela 6 – Desvio relativo do Amortecimento pelo Método Simplificado.

| Ordem da frequência | Experimental | Método Simplificado | desvio [%] |
|---------------------|--------------|---------------------|------------|
| 1                   | 0,0479       | 0,0479              | 0,00       |
| 2                   | 0,0438       | 0,0227              | 48,22      |
| 3                   | 0,0333       | 0,0212              | 36,36      |
| 4                   | 0,0276       | 0,0151              | 45,13      |
| 5                   | 0,0262       | 0,0150              | 42,81      |
| 6                   | 0,0192       | 0,0144              | 24,85      |
| 7                   | 0,0119       | 0,0148              | 24,78      |
| 8                   | 0,0113       | 0,0149              | 31,85      |
| 9                   | 0,0223       | 0,0172              | 22,68      |
| 10                  | 0,0144       | 0,0183              | 27,17      |
| 11                  | 0,0177       | 0,0217              | 22,79      |
| 12                  | 0,0183       | 0,0232              | 26,73      |
| 13                  | 0,0197       | 0,0272              | 37,92      |
| 14                  | 0,0256       | 0,0295              | 15,30      |
| 15                  | 0,0176       | 0,0365              | 107,60     |
| 16                  | 0,0139       | 0,0395              | 183,83     |
| 17                  | 0,0119       | 0,0424              | 256,20     |
| 18                  | 0,0069       | 0,0448              | 548,96     |
| 19                  | 0,0091       | 0,0470              | 416,74     |
| 20                  | 0,0170       | 0,0479              | 181,76     |

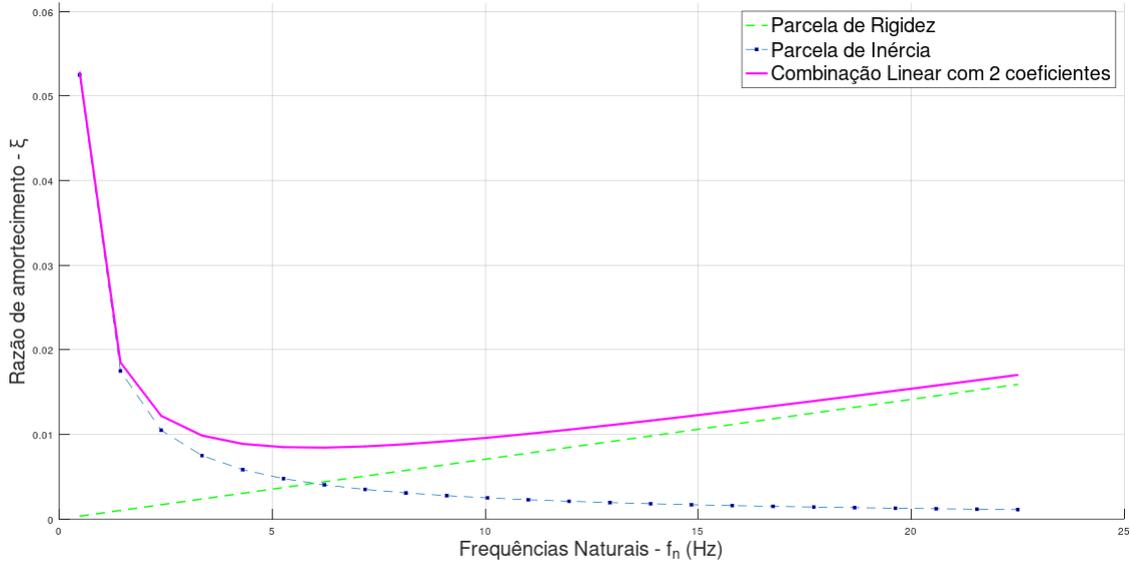
Fonte: A autora (2023).

Com essa abordagem, foi possível definir a porcentagem de desvio para cada ponto de interesse e assim elaborar um desvio relativo médio do método. Assim, computou-se um valor de desvio de aproximadamente 105%. Esse valor é, a princípio, espantoso, porém ao levar em consideração as informações em que o método é baseado, era de se esperar que a variação entre dados experimentais e analíticos fosse expressiva.

#### 4.5.2 Aplicação do Método Clássico

Ao aplicar as equações estipuladas pelo método composto de dois pares de informações, utilizando como valores principais de frequências e amortecimentos contidas nos limites inferiores e superiores, ou seja, os dados do primeiro e do vigésimo modo de vibrar da estrutura, foi possível a elaboração do seguinte gráfico.

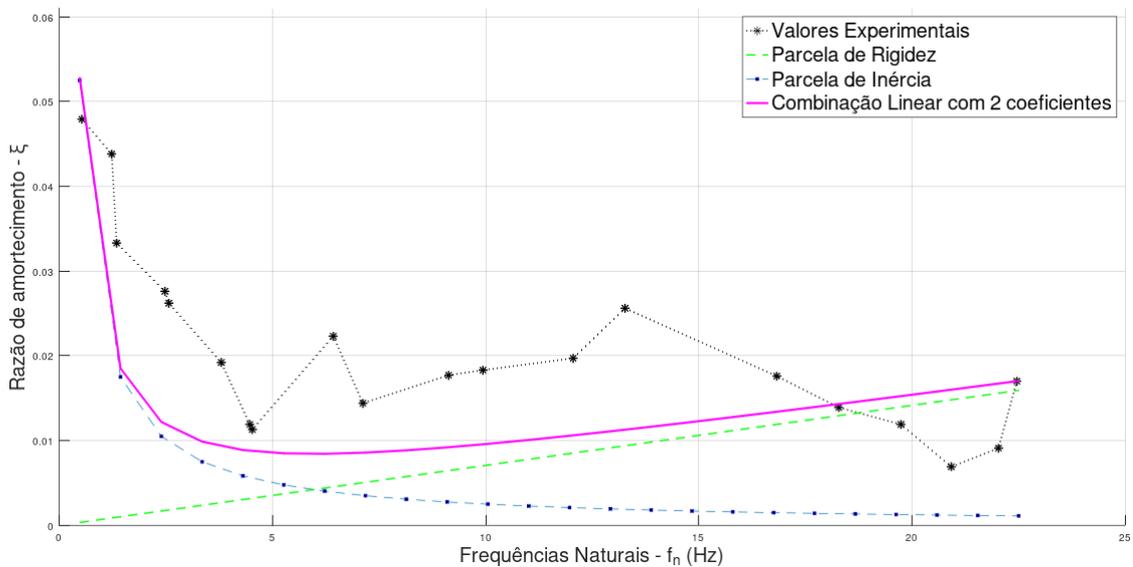
Figura 24 – Aplicação pura do método de dois pares combinados.



Fonte: A autora (2023)

No gráfico acima, observa-se que, em comparação com a Figura 5, o comportamento da curva que combina linearmente os elementos de massa e rigidez, é coerente. De modo que, quando coloca-se as informações obtidas experimentalmente, sem aplicação das funções, apenas com os valores brutos obtidos, tem-se o seguinte gráfico.

Figura 25 – Aplicação do método de dois pares combinados com dados experimentais.



Fonte: A autora (2023).

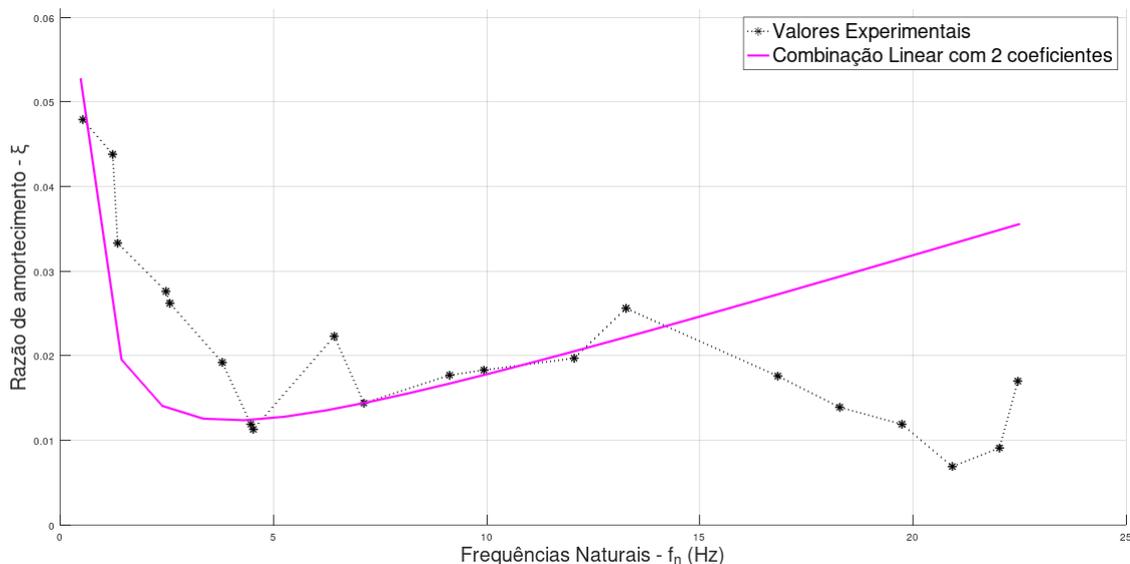
Observa-se que, ao gerar o gráfico comparando os dados obtidos experimentalmente e os advindos da aplicação do método, a ferramenta apresenta uma abordagem predominantemente conservadora em relação à adoção do amortecimento.

Sendo assim, do ponto de vista de um projetista de risers e umbilicais, de acordo com essa abordagem, o projeto consideraria menores valores de amortecimento e portanto, seria menos robusto, implicando em menores custos de produção, porém seria mais suscetível a efeitos de VIV e VIM (Vibrações Induzidas por Movimento ou *Vibration Induced Motion*) e assim, implicaria em maiores amplitudes de movimento e assim, maior possibilidade da estrutura fadigar ao longo do tempo.

Se, por exemplo, a faixa de frequências deixar de ser até o vigésimo e passar para o décimo modo, chega-se na Figura 26. É possível observar que, para essa faixa de frequências os valores acima de  $15\text{Hz}$  não são bem representados, de modo que, a aproximação do método deixa de ser conservadora e acaba considerando um amortecimento muito maior do que o real.

Já para frequências até  $15\text{ Hz}$ , nessa faixa de frequências, o método possui uma boa aproximação em relação ao dados do ensaio, da décima à décima quarta frequência, no entanto, para valores abaixo do décimo modo o método considera, no geral, menos amortecimento do que ele realmente apresenta.

Figura 26 – Aplicação do método de dois pares combinados parametrizado até o décimo modo.



Fonte: A autora (2023).

No Apêndice F, tem-se a abordagem do método com diferentes faixas de frequência aplicadas e suas respectivas consequências, de modo que, fica mais clara a influência da faixa de frequências adotada. E conclui-se que, a premissa abordada segundo Clough e Penzien (2003), é válida, ou seja, quanto mais ampla a faixa de frequência a ser utilizada, melhor a representação da estrutura e portanto, melhor a aproximação do método.

Dessa forma, analisando o caso em que a função varre toda a faixa de frequência, ou seja, até o vigésimo modo, foi cabível a elaboração da Tabela 7 para

assim definir de fato a variação relativa entre os dados.

Tabela 7 – Desvio relativo do Amortecimento pelo Método Clássico.

| Ordem da frequência | Experimental | Método Clássico | desvio [%] |
|---------------------|--------------|-----------------|------------|
| 1                   | 0,0479       | 0,0479          | 0,00       |
| 2                   | 0,0438       | 0,0213          | 51,37      |
| 3                   | 0,0333       | 0,0196          | 41,07      |
| 4                   | 0,0276       | 0,0119          | 56,93      |
| 5                   | 0,0262       | 0,0116          | 55,75      |
| 6                   | 0,0192       | 0,0093          | 51,57      |
| 7                   | 0,0119       | 0,0088          | 26,20      |
| 8                   | 0,0113       | 0,0088          | 22,55      |
| 9                   | 0,0223       | 0,0085          | 62,09      |
| 10                  | 0,0144       | 0,0086          | 40,53      |
| 11                  | 0,0177       | 0,0092          | 47,98      |
| 12                  | 0,0183       | 0,0096          | 47,79      |
| 13                  | 0,0197       | 0,0106          | 46,15      |
| 14                  | 0,0256       | 0,0113          | 55,95      |
| 15                  | 0,0176       | 0,0134          | 23,90      |
| 16                  | 0,0139       | 0,0143          | 2,90       |
| 17                  | 0,0119       | 0,0152          | 28,00      |
| 18                  | 0,0069       | 0,0160          | 131,81     |
| 19                  | 0,0091       | 0,0167          | 83,70      |
| 20                  | 0,0170       | 0,0170          | 0,00       |

Fonte: A autora (2023).

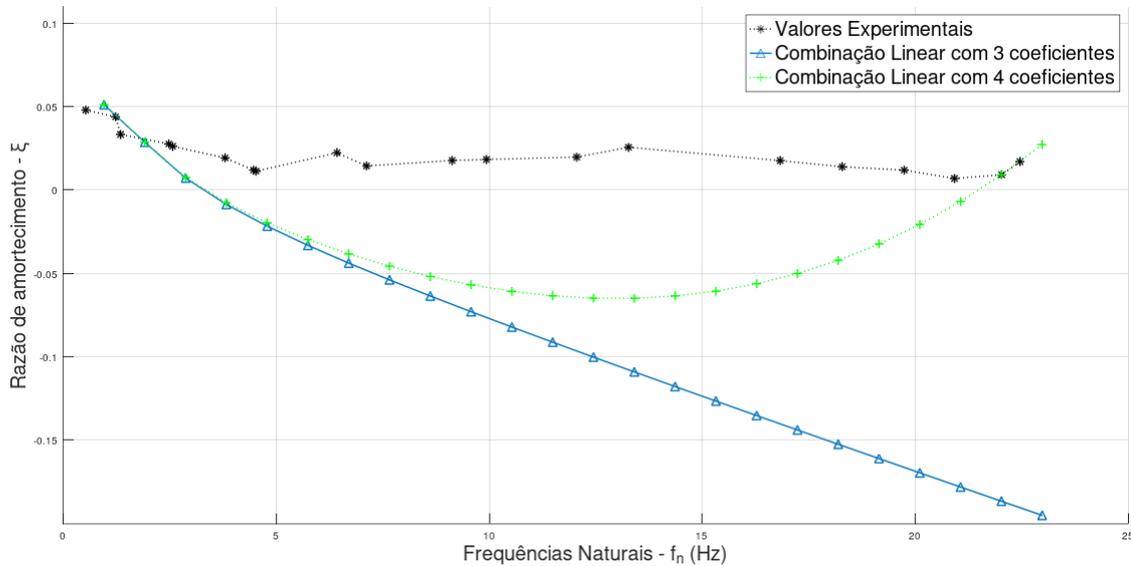
Com os valores acima, é possível definir um valor médio de desvio relativo para o método, nesse caso, ele possui uma variação por volta de 43,81%, o que indica que a parametrização da curva com dois pares de dados ainda não é suficiente para descrever fidedignamente o comportamento de amortecimento do sistema. Em contrapartida, ele possui um desvio médio relativo correspondente a menos da metade do valor calculado pelo método anterior.

#### 4.5.3 Aplicação do Método de Extensão

Para a utilização desse método, foram feitas duas abordagens. A primeira, desenvolve-se utilizando a caracterização do amortecimento por meio de três pares de informações e, a segunda, considera quatro pares como dados de entrada. Dessa forma, utilizando a faixa de frequência obtida experimentalmente, com os pares

definidos a partir dos limites inferior e superior, foi possível a laboração do seguinte gráfico.

Figura 27 – Aplicação do método de mais de dois pares combinados

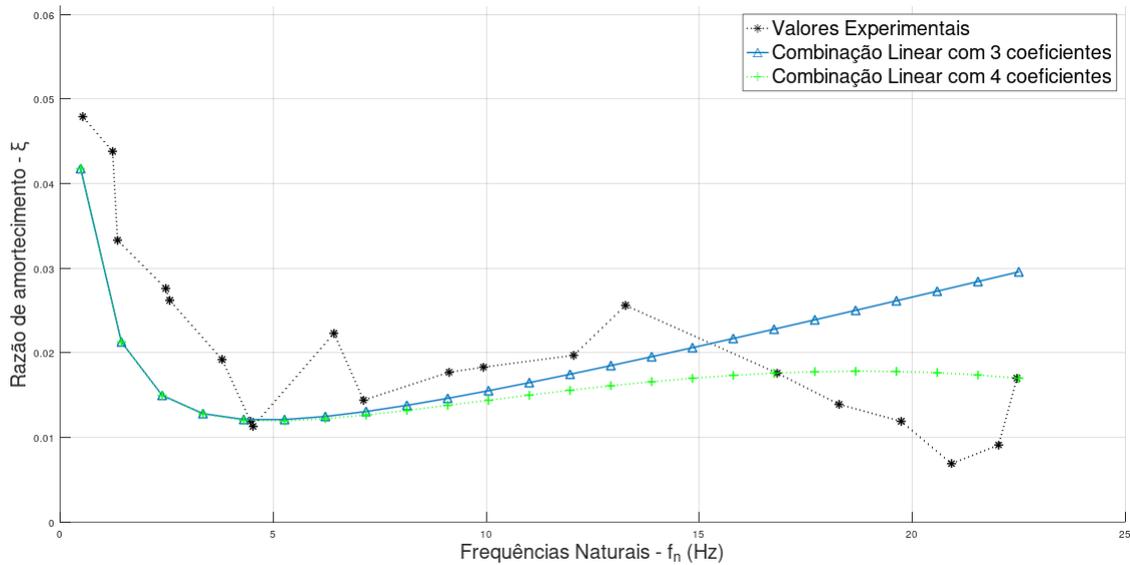


Fonte: A autora (2023).

Com a Figura 27, percebe-se que, considerando a faixa de frequência que usa os valores do primeiro, segundo, décimo nono e vigésimo modos de vibrar, o método apresenta uma peculiaridade. Analisando a equação em questão, é compreensível que a curva fará uma parametrização apenas com os valores limites de referência, e portanto, acabam gerando curvas incoerentes com a realidade.

Em contrapartida, se a faixa de frequência é alterada para primeira, sétima, décima quinta e vigésima frequência, o comportamento dos gráficos se altera e o resultado pode ser observado abaixo.

Figura 28 – Aplicação do método de mais de dois pares combinados modificado



Fonte: A autora (2023).

Dessa forma, fica claro que, a escolha dos pares de informações de referência é de grande influência em relação ao comportamento da curva. Assim, dependendo dos valores utilizados, o método se aproxima melhor ou pior em relação aos dados reais, os quais foram medidos experimentalmente.

Por consequência, o método é bem interessante para o caso em que as informações de frequência e amortecimento do modelo forem bem conhecidas, algo que, para projetos reais é pouco provável de acontecer. Sendo assim, com os dados devidamente coletados, foi possível calcular o desvio relativo referente a cada ponto de análise, Eles podem ser mostrados abaixo, para os dois métodos.

Tabela 8 – Desvio relativo do Amortecimento pelo Método com 3 coeficientes.

| Ordem da frequência | Experimental | Método com 3 coeficientes | desvio [%] |
|---------------------|--------------|---------------------------|------------|
| 1                   | 0,0479       | 0,0411                    | 14,18      |
| 2                   | 0,0438       | 0,0240                    | 42,25      |
| 3                   | 0,0333       | 0,0224                    | 32,82      |
| 4                   | 0,0276       | 0,0147                    | 46,84      |
| 5                   | 0,0262       | 0,0144                    | 45,08      |
| 6                   | 0,0192       | 0,0124                    | 35,58      |
| 7                   | 0,0119       | 0,0121                    | 1,52       |
| 8                   | 0,0113       | 0,0121                    | 6,83       |
| 9                   | 0,0223       | 0,0126                    | 43,58      |
| 10                  | 0,0144       | 0,0130                    | 9,62       |
| 11                  | 0,0177       | 0,0146                    | 17,25      |
| 12                  | 0,0183       | 0,0154                    | 15,84      |
| 13                  | 0,0197       | 0,0176                    | 10,90      |
| 14                  | 0,0256       | 0,0189                    | 26,33      |
| 15                  | 0,0176       | 0,0229                    | 29,94      |
| 16                  | 0,0139       | 0,0246                    | 76,70      |
| 17                  | 0,0119       | 0,0263                    | 120,80     |
| 18                  | 0,0069       | 0,0277                    | 301,10     |
| 19                  | 0,0091       | 0,0290                    | 218,64     |
| 20                  | 0,0170       | 0,0295                    | 73,60      |

Fonte: A autora (2023).

Tabela 9 – Desvio relativo do Amortecimento pelo Método com 4 coeficientes.

| Frequência | Experimental | Método com 4 coeficientes | desvio [%] |
|------------|--------------|---------------------------|------------|
| 1          | 0,0479       | 0,0411                    | 14,18      |
| 2          | 0,0438       | 0,0240                    | 42,26      |
| 3          | 0,0333       | 0,0224                    | 32,83      |
| 4          | 0,0276       | 0,0147                    | 46,90      |
| 5          | 0,0262       | 0,0144                    | 45,15      |
| 6          | 0,0192       | 0,0123                    | 35,90      |
| 7          | 0,0119       | 0,0120                    | 0,70       |
| 8          | 0,0113       | 0,0120                    | 5,93       |
| 9          | 0,0223       | 0,0123                    | 44,90      |
| 10         | 0,0144       | 0,0126                    | 12,39      |
| 11         | 0,0177       | 0,0138                    | 22,00      |
| 12         | 0,0183       | 0,0143                    | 21,76      |
| 13         | 0,0197       | 0,0156                    | 20,72      |
| 14         | 0,0256       | 0,0163                    | 36,41      |
| 15         | 0,0176       | 0,0176                    | 0,040      |
| 16         | 0,0139       | 0,0178                    | 28,14      |
| 17         | 0,0119       | 0,0178                    | 49,41      |
| 18         | 0,0069       | 0,0176                    | 154,55     |
| 19         | 0,0091       | 0,0172                    | 88,95      |
| 20         | 0,0170       | 0,0170                    | 0,00       |

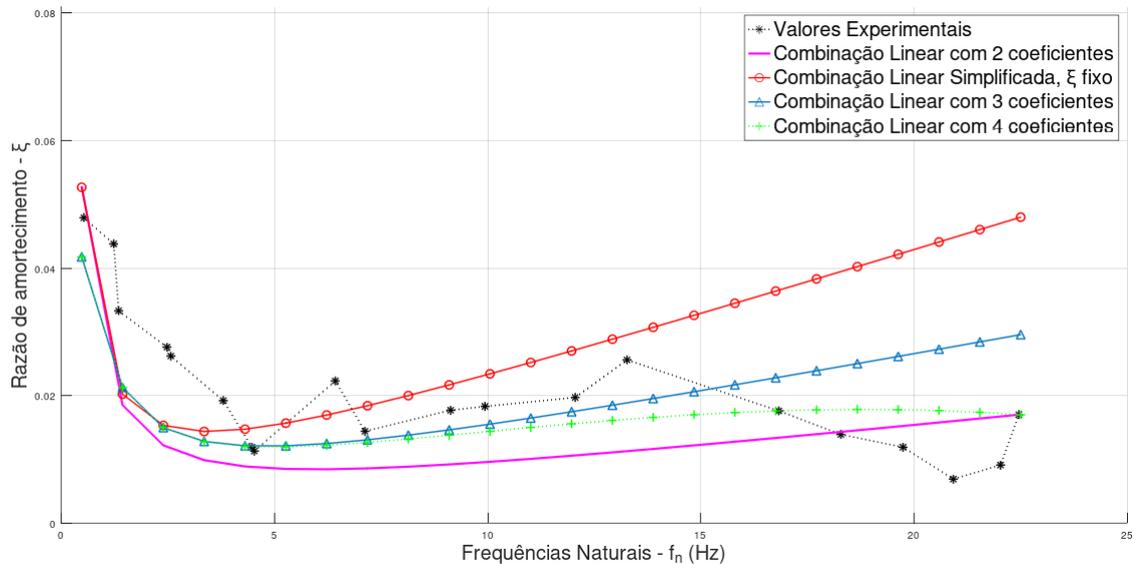
Fonte: A autora (2023).

A partir das tabelas acima, é plausível o cálculo do desvio relativo médio para cada um dos métodos. Para o que considera três coeficientes, o desvio foi de 54,81%, já que aborda quatro pares de informações, gerou um desvio de 35,31%. Vale ressaltar que, para a definição das variações, deliberou-se as combinações de pontos que melhor convergiam com os valores experimentais.

#### 4.5.4 Comparação Qualitativa entre Métodos

Considerando todos os métodos anteriores e suas respectivas perspectivas, elaborou-se a Figura 30 que sobrepõe todos os métodos utilizando a mesma faixa de frequência e, considerando para cada um, o comportamento que melhor se aproxima com os dados experimentais.

Figura 29 – Comparação entre os métodos



Fonte: A autora (2023).

Com esse gráfico, foi possível a elaboração da Tabela 10, na qual é exposto o valor do desvio médio relativo atrelado a cada método. Com ela, foi possível a identificação do método que apresenta menor incidência de desvio, que corresponde ao Método de Extensão do Amortecimento de Rayleigh composto de 4 termos expandidos.

Tabela 10 – Desvio relativo do Amortecimento para cada método.

| Método Adotado | Desvio médio dos pontos [%] |
|----------------|-----------------------------|
| Simplificado   | 105,08                      |
| Clássico       | 43,81                       |
| Com 3 Termos   | 54,94                       |
| Com 4 Termos   | 35,31                       |

Fonte: A autora (2023).

Com esse resultado interpreta-se que, o melhor método é aquele que apresenta maior número de termos para sua composição e o pior é o que apresenta apenas um par de informação. Nesse sentido, fica claro que quanto maior for a quantidade de informação retida do sistema, melhor sua aproximação, principalmente quando a quantidade de termos equivale a um número par. Isso pode ser observado a partir dos menores desvios atrelados aos métodos de dois e quatro termos.

Segundo Penny, Mourelle e Lopes (1999), os aplicativos que normalmente simulam o comportamento de *risers* em alto mar, têm como objetivos principais, além da definição dos respectivos esforços trativos nos pontos mais críticos da estrutura, os quais usualmente estão localizados no topo da linha conectada à plataforma, também necessitam compreender como ocorre a interação fluido-estrutural do sistema e ainda,

como os fenômenos regularmente ativos, como VIV, afetam sua integridade. Diante disso, o aplicativo fundamenta toda a análise utilizando apenas um valor estimado de amortecimento estrutural para cada aquisição de dados.

Nesse sentido, de acordo com toda a discussão feita anteriormente, a abordagem do aplicativo pode ser considerada análoga ao modo como o Método Simplificado de Amortecimento Viscoso de Rayleigh trata os dados. Sendo assim, considerando que o método, nesse caso particular, foi qualitativamente o que menos representou os dados experimentais, um alerta referente a esse parâmetro de projeto é dado. Logo, a definição de um valor de amortecimento se torna alvo de cautela, uma vez que, a depender da magnitude utilizada, o projeto será diretamente influenciado.

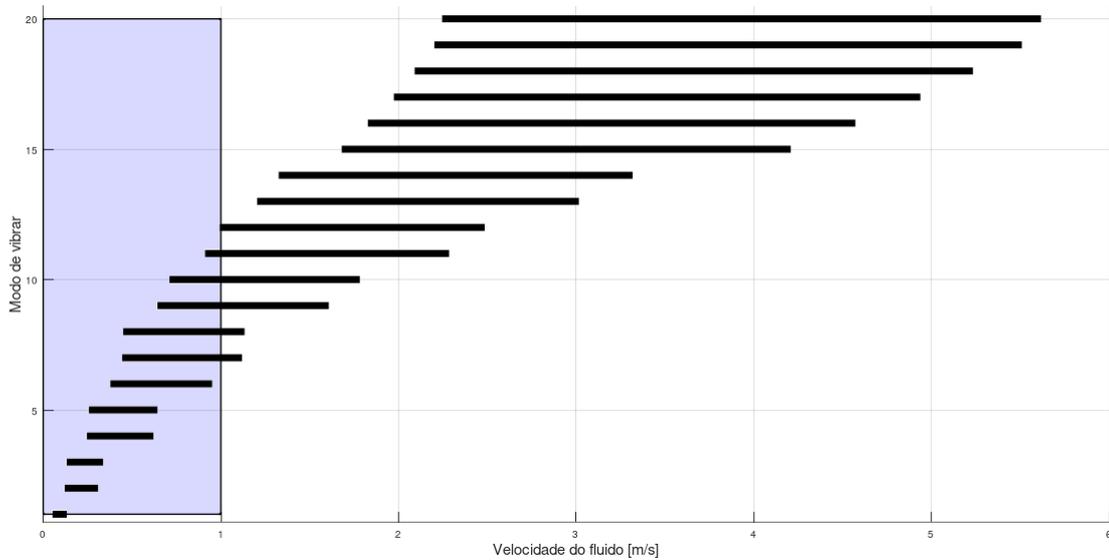
Dessa forma, de um ponto de vista de uma abordagem conservadora, que considera menos amortecimento do que a estrutura realmente apresenta, o projeto seria sujeito à maior viabilidade econômica no sentido de menor robustez, porém, seria mais suscetível à maiores amplitudes de resposta pela presença de Vibrações Induzidas por Vórtices e portanto, maior a probabilidade da estrutura sofrer com fadiga e futuramente fraturar. Por outro lado, ao superestimar o valor de amortecimento estrutural, o projeto além de apresentar maior robustez, seria mais caro e sofreria menos com a magnitude da amplitude de resposta de VIV.

Com todas essas ponderações é possível observar a sensibilidade que o aplicativo carrega intrinsecamente, de modo que, a escolha do valor de amortecimento de projeto interfere positiva ou negativamente, em diferentes aspectos, a depender da abordagem adotada.

#### **4.5.5 Aplicação do modelo em uma situação hipotética**

Propõe-se que o modelo aproximado que caracteriza uma catenária, desenvolvido nesse trabalho, seja inserido no mar e submetido à influência do fluido que o circunda. Dessa forma, para evitar o efeito de VIV, uma faixa de velocidades dimensionais foi traçada de acordo com a ordem dos modos, os quais intrinsecamente possuem valores de frequência bem definidos e já comentados anteriormente. Sendo assim, com o intuito de observar qual o intervalo de frequências, ou quais os modos, que o VIV seria passível de atuação, o gráfico a seguir foi construído.

Figura 30 – Situação Hipotética de ocorrência do VIV



Fonte: A autora (2023).

Cada faixa preta presente no gráfico acima representa a faixa de velocidade dimensional, calculada a partir do intervalo de velocidade reduzida adimensional de 4 a 10 para cada modo. Esses valores adimensionais indicam o início e o fim da ocorrência do VIV, como demonstra a Figura 4.

Examinando a Figura acima, o intervalo de velocidade de 0 a 1  $m/s$ , está destacado. Essa velocidade corresponde a uma faixa típica aproximada de correntes marítimas no Brasil (BILO et al., 2014). Sendo assim, na faixa entre a frequência fundamental que excita o primeiro modo de vibrar até a décima frequência que excita o décimo modo, o fenômeno ocorreria. Ou seja, excitando a estrutura entre  $0,1 < f_n < 9,13 \text{ Hz}$ , a linha seria vulnerável e apresentaria maiores amplitudes de resposta, implicando em fadiga a longo prazo.

Dadas essas considerações, a Tabela 12 foi laborada considerando apenas os modos de vibração que a estrutura estaria compelida ao efeito da formação de vórtices, de modo que, as diferentes abordagens do Método de Rayleigh fossem comparadas qualitativamente em relação à estimativa do amortecimento nessa faixa de ocorrência. Dessa forma, é possível identificar que os métodos que melhor aproximam o amortecimento são os que utilizam pelo menos três pares de informações para quantificá-lo.

Tabela 11 – Desvio médio relativo do Amortecimento considerando a ocorrência do VIV até o décimo modo de vibrar.

| Método Adotado | Desvio médio dos pontos [%] |
|----------------|-----------------------------|
| Simplificado   | 30,39                       |
| Clássico       | 40,41                       |
| Com 3 Termos   | 28,13                       |
| Com 4 Termos   | 28,41                       |

Fonte: A autora (2023).

No entanto, o Método Simplificado apresentou um aumento do desvio de pouco mais de 1% em relação aos melhores métodos, isso significa que, para ordens baixas de frequência, o método é razoável e a quantidade de informações inseridas, para essa situação em específico, não interfere significativamente nos valores estimados de amortecimento.

Além disso, é possível ainda identificar que, excetuando o Método Simplificado, os demais apresentam, para essa faixa de frequência, uma abordagem conservadora, e portanto, subestimam o valor de referência do amortecimento a ser adotado para análises de projeto, por exemplo.

Por outro lado, considerando um caso real *Offshore*, os modos de vibrar excitados usualmente são de alta ordem, sendo assim, ao considerar uma correnteza típica, a estrutura sofreria com o efeito aproximadamente a partir da frequência que excita o décimo modo. Ademais, sabendo-se que a análise do amortecimento será em uma faixa de frequência divergente da explorada anteriormente, construiu-se a seguinte Tabela.

Tabela 12 – Desvio médio relativo do Amortecimento considerando a ocorrência do VIV a partir do décimo modo de vibrar.

| Método Adotado | Desvio médio dos pontos [%] |
|----------------|-----------------------------|
| Simplificado   | 179,78                      |
| Clássico       | 46,82                       |
| Com 3 Termos   | 89,11                       |
| Com 4 Termos   | 42,20                       |

Fonte: A autora (2023).

Ao visualizar os valores acima, é possível reconhecer que, o método que melhor calibra o valor do amortecimento, nessa faixa, é o Método Extendido de Rayleigh o qual utiliza quatro pares de informações para parametrizar o comportamento do sistema, algo já constatado anteriormente ao considerar do primeiro ao vigésimo modo de vibrar. Isso significa que, dependendo da faixa de frequência a ser analisada, a abordagem do tipo do método pode ser satisfatória ou não.

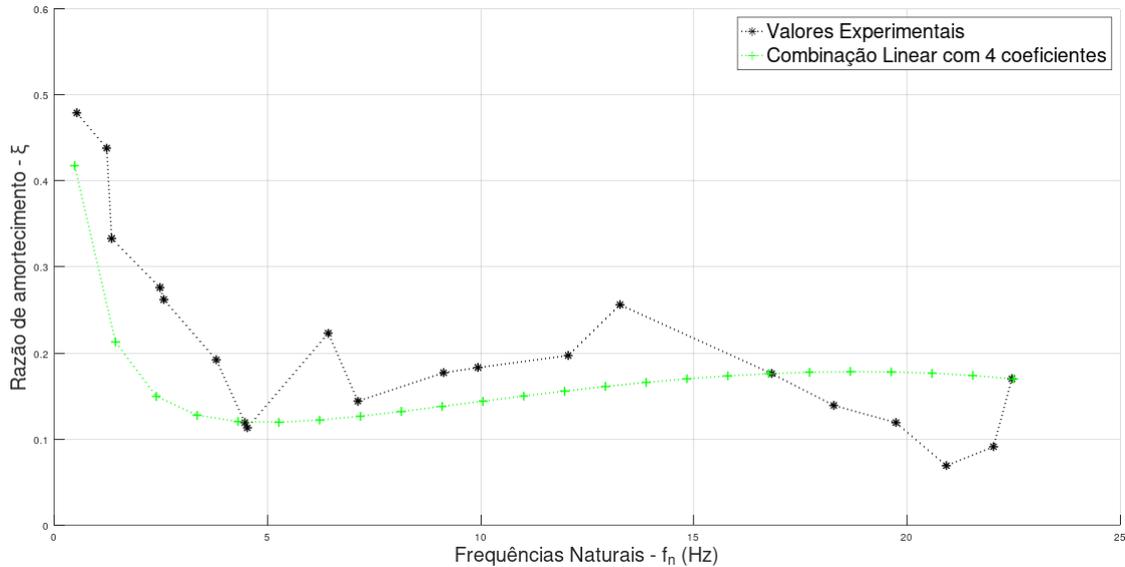
## 5 CONCLUSÕES

O seguinte trabalho aborda um estudo experimental-analítico que possibilita a compreensão do Método de Amortecimento de Rayleigh em diferentes vertentes, utilizando mais ou menos parâmetros para caracterizar o amortecimento que combina proporcionalmente a inércia e a rigidez no modelo tubular em configuração de catenária composto de PVC. Dessa maneira, foi possível, a partir dos dados medidos experimentalmente, comprovar, para essa situação, o método que melhor representa, em termos de amortecimento, os dados medidos.

Sendo assim, observou-se que, o método que parametriza a curva, utilizando toda a faixa de frequência adquirida experimentalmente, com quatro pares de informações, sendo cada par composto de uma frequência natural atrelada a um amortecimento característico, é o que apresenta menor erro médio relativo e correspondente a 35%. Ao quantificar o erro do mesmo, é de senso comum considerá-lo inápto ou até pouco confiável, porém, levando em consideração que os dados apresentam valores em uma baixa ordem de grandeza, percebe-se que a variação entre os valores é razoavelmente aceitável.

Utilizando esse método, considera-se, exceto do décimo quinto modo de vibrar até o décimo nono, menos amortecimento do que a estrutura realmente tem, como demonstra a Figura 31. Esse resultado corresponde a adoção de uma abordagem mais conservadora e portanto, ao utilizar esses dados como parâmetro de projeto, aumentam as chances do sistema ser atingido pelo efeito de VIV com maiores amplitudes de resposta quando submetido à dinâmica fluido-estrutural e assim, desencadeiam maiores probabilidades de fadiga.

Figura 31 – Método que melhor aproxima os dados experimentais.



Fonte: A autora (2023).

No entanto, na faixa do décimo quinto ao décimo nono modo de vibrar, o método apresenta valores de amortecimento acima dos dados experimentais. Isso conota uma abordagem que superamortece a estrutura, gerando considerações, num âmbito de análise real, de maior robustez no projeto estrutural implicando em maiores investimentos, porém, em relação à efeitos de VIV, seria uma estrutura com menores amplitudes de resposta, podendo diminuir a possibilidade de ocorrência da fadiga.

Já em relação à aplicabilidade do método, considerando a utilização de aplicativos de simulação numérica de risers e umbilicais, sabe-se que normalmente as informações referentes a esses projetos são difíceis e escassas, o que implica em menores dados de entrada para caracterização da estrutura. Assim, é necessário muita cautela ao utilizar apenas um valor de amortecimento como referência para determinação de esforços da estrutura, de modo que, dependendo da escolha, o projeto pode ser sub ou superdimensionado em relação à necessidade real de amortecimento.

Por fim, as sugestões para trabalhos futuros são: utilizar outro material para elaboração dos testes experimentais para aplicar os métodos novamente e comparar com os dados obtidos nesse trabalho, além disso, estabelecer configurações mais robustas no sentido de diminuir a rigidez flexional e aumentar a rigidez geométrica para melhor aproximar o modelo de uma catenária real, alterar também as condições de contorno envolvidas, também variar o tamanho do modelo para escalas maiores ou menores a título de comparação, ou ainda, simular numericamente o comportamento da estrutura para validar os dados.

## REFERÊNCIAS

- ARANHA, J. A. P.; MARTINS, C. A.; PESCE, C. P. **Dynamic Bending Moment at the touch down point on a steel catenary riser**. [S.l.], 1995.
- BILO, T. C. et al. Methods for estimating the velocities of the brazil current in the pre-salt reservoir area off southeast brazil (23 s–26 s). **Ocean Dynamics**, Agosto 2014.
- BLEVINS, R. D. **Formulas for Natural Frequency and Mode Shape**. United Kingdom: Van Nostrand Reinhold Company: Inc, 1979.
- BLEVINS, R. D.; S., C. C. Experimental investigation of vortex-induced vibration in one and two dimensions with variable mass, damping, and reynolds number. **Journal of Fluids Engineering**, v. 131, Outubro 2009.
- CLAUSEN, T.; SOUZA, R. **DEEPWATER EP: Dynamic risers key component for deepwater drilling, floating production**. 2003. Acesso em 10 junho de 2003. Disponível em: <https://www.offshore-mag.com/deepwater/article/16759046/deepwater-ep-dynamic-risers-key-component-for-deepwater-drilling-floating-production>.
- CLOUGH, R. W.; PENZIEN, J. **Dynamics of structures**. 3. ed. Berkley, Califórnia: Computers Structures, Inc., 2003.
- FIORENTIN, T. A. **Estudo de geração de ruído em reatores de núcleo de ar**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis-SC, Outubro 2007.
- FRANZINI, G. R. et al. Experimental investigation into vortex-induced vibrations of yawed cylinders with one and two degrees-of-freedom. **FIV Dublin Irland**, 2012.
- FUJARRA, A. L. **Vibrações Lineares**. Joinville: [s.n.], 2015.
- INMAN, D. J. **Engineering Vibration**. 4. ed. New Jersey: Pearson Education: Inc., 2000.
- JUSTO, D. A. R. et al. **Cálculo Numérico: Um livro colaborativo versão python**. Rio Grande do Sul: [s.n.], 2020.
- KROMULSKI, J.; HOJAN, E. Application of two experimental modal analysis methods for the determination of operational deflection shapes. **Journal of Sound and Vibration**, v. 196, n. 4, p. 429–438, Outubro 1996.
- LMS INTERNATIONAL. **The Multichannel Analyzer with Portable Power**. [S.l.], 2003.
- PATEL, M. H.; SEYED, F. B. Review of flexible riser modeling ang analysis techniques. **Engineering Structures**, v. 17, n. 4, p. 293–304, Maio 1995.
- PENNY, F. G.; MOURELLE, M. M.; LOPES, T. A. P. **Avaliação Numérico-Experimental de um Riser Flexível**. 138 p. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1999.

PEREIRA, F. R. **Investigação das vibrações induzidas pela emissão de vórtices em modelos reduzidos de risers lançados em catenária**. Tese para obtenção do título de Doutor em Ciências (Doutorado na área de engenharia Naval e Oceânica) — Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo, 2015.

PESCE, C. P. **Mecânica de cabos e tubos submersos lançados em catenária: uma abordagem analítica e experimental**. Tese (Livre Docente) — Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo, 1997.

PESCE, C. P. et al. Analytical and closed form solutions for deep water riser-like eigenvalue problem. **ISOPE'99**, v. 2, p. 1–25, Maio 1999.

RABELO, M. A. **Estudo experimental do comportamento estrutural de barras curvas**. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-graduação em Engenharia — Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo, 2009.

RAO, S. S. **Mechanical Vibrations**. 6. ed. Miami: Pearson Education: Inc, 2018.

TADA H., M. Y. F. T.; ISHII, K. Design technology for a flexible risers system. **Furukawa Review Archive**, n. 10, p. 471–79, 1992.

WILLIAMSON, C. H. K.; R., G. Vortex induced vibration. **Annu. Rev. Fluid Mech**, v. 36, p. 413–455, 2004.

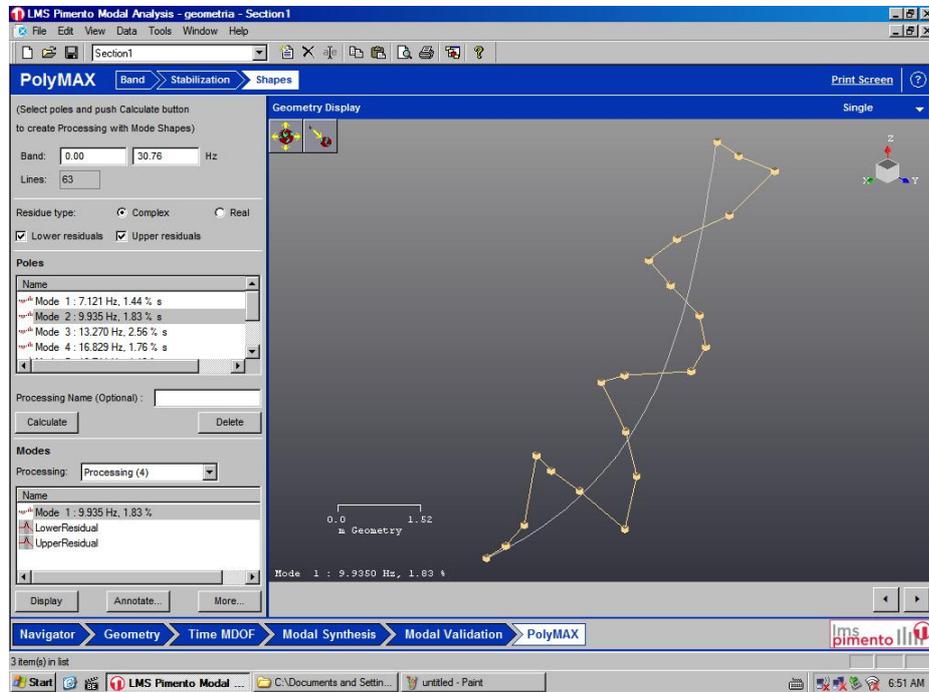
**A APÊNDICE A - TABELA DE PONTOS PARA CONSTRUÇÃO DA GEOMETRIA  
NO APLICATIVO LMS PIMENTO NO PLANO DA CATENÁRIA**

| Pontos | Eixo x | Eixo y | Unidade  |
|--------|--------|--------|----------|
| 1      | 0,50   | 6,50   | <i>m</i> |
| 2      | 0,58   | 6,02   | <i>m</i> |
| 3      | 0,70   | 5,56   | <i>m</i> |
| 4      | 0,80   | 5,02   | <i>m</i> |
| 5      | 0,92   | 4,58   | <i>m</i> |
| 6      | 1,05   | 4,12   | <i>m</i> |
| 7      | 1,19   | 3,67   | <i>m</i> |
| 8      | 1,36   | 3,18   | <i>m</i> |
| 9      | 1,58   | 2,72   | <i>m</i> |
| 10     | 1,80   | 2,28   | <i>m</i> |
| 11     | 2,06   | 1,84   | <i>m</i> |
| 12     | 2,37   | 1,48   | <i>m</i> |
| 13     | 2,74   | 1,11   | <i>m</i> |
| 14     | 3,08   | 0,82   | <i>m</i> |
| 15     | 3,57   | 0,56   | <i>m</i> |
| 16     | 4,03   | 0,35   | <i>m</i> |
| 17     | 4,50   | 0,20   | <i>m</i> |
| 18     | 5,00   | 0,10   | <i>m</i> |
| 19     | 5,50   | 0,03   | <i>m</i> |
| 20     | 6,00   | 0,01   | <i>m</i> |
| 21     | 6,50   | 0,00   | <i>m</i> |

Fonte: A autora (2021).

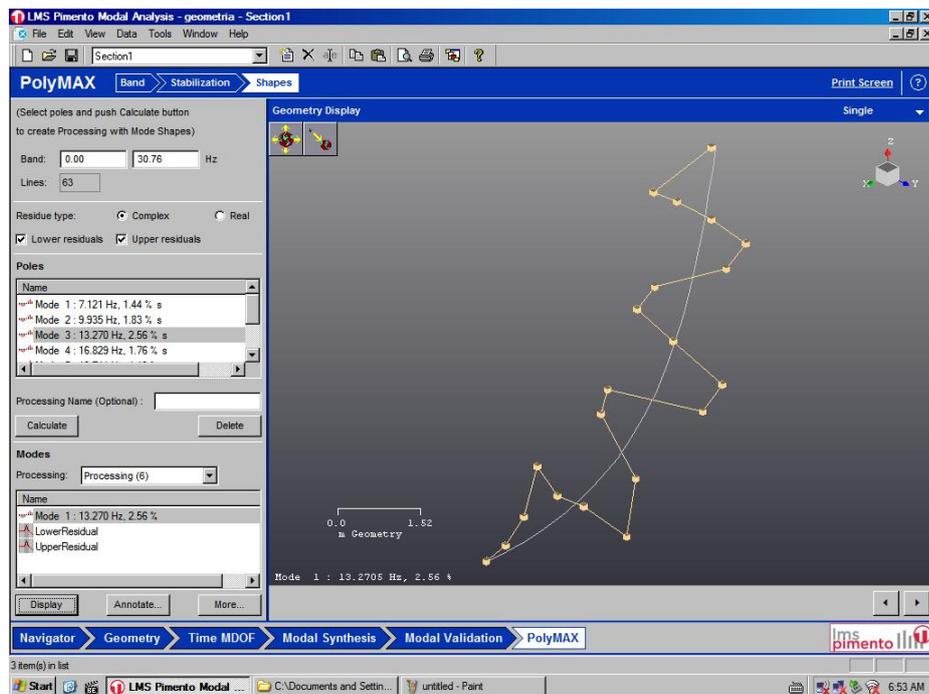
## B APÊNDICE B - MODOS DE VIBRAR NO PLANO DA CATENÁRIA

Figura 32 – 6º modo de vibrar no plano da catenária.



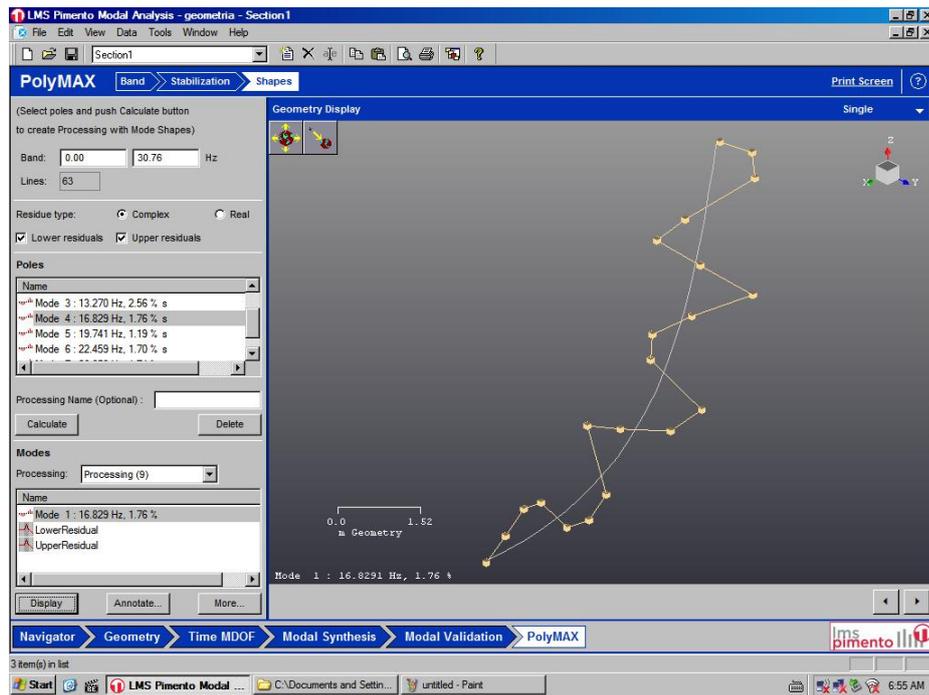
Fonte: A autora, 2023.

Figura 33 – 7º modo de vibrar no plano da catenária.



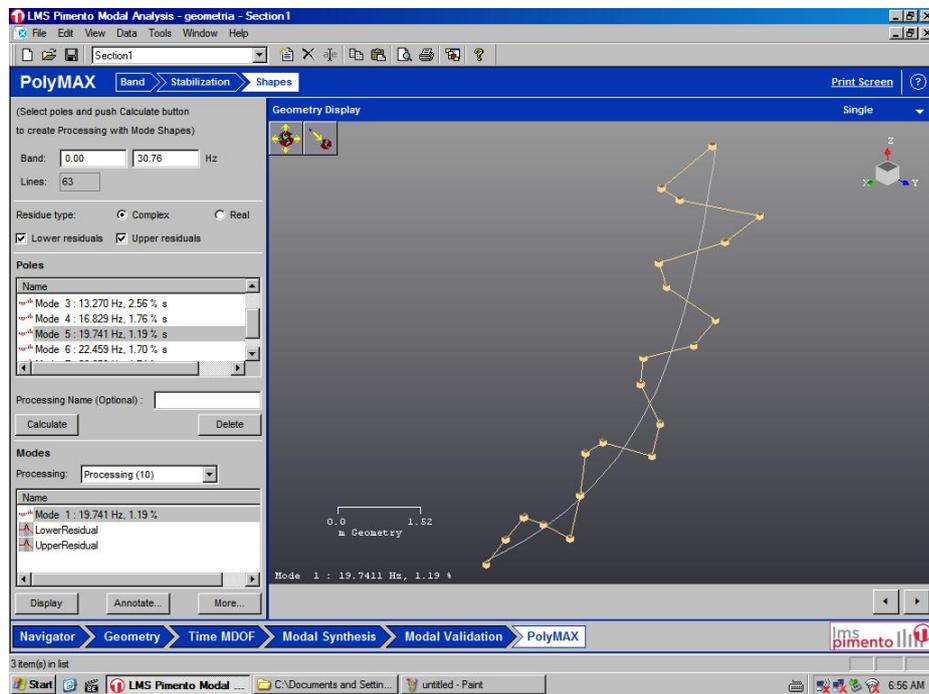
Fonte: A autora, 2023.

Figura 34 – 8º modo de vibrar no plano da catenária.



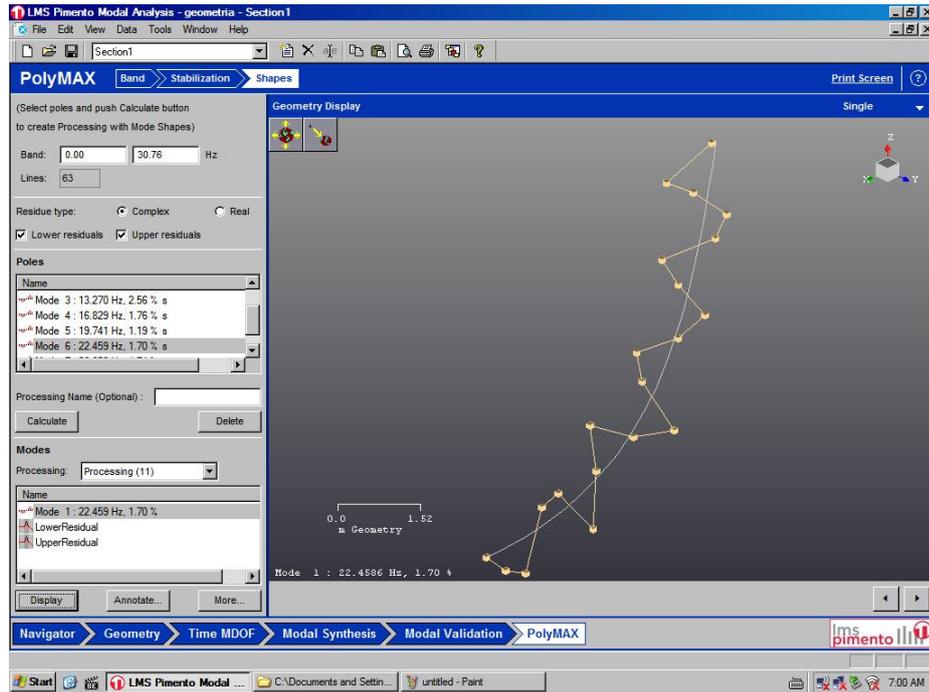
Fonte: A autora, 2023.

Figura 35 – 9º modo de vibrar no plano da catenária.



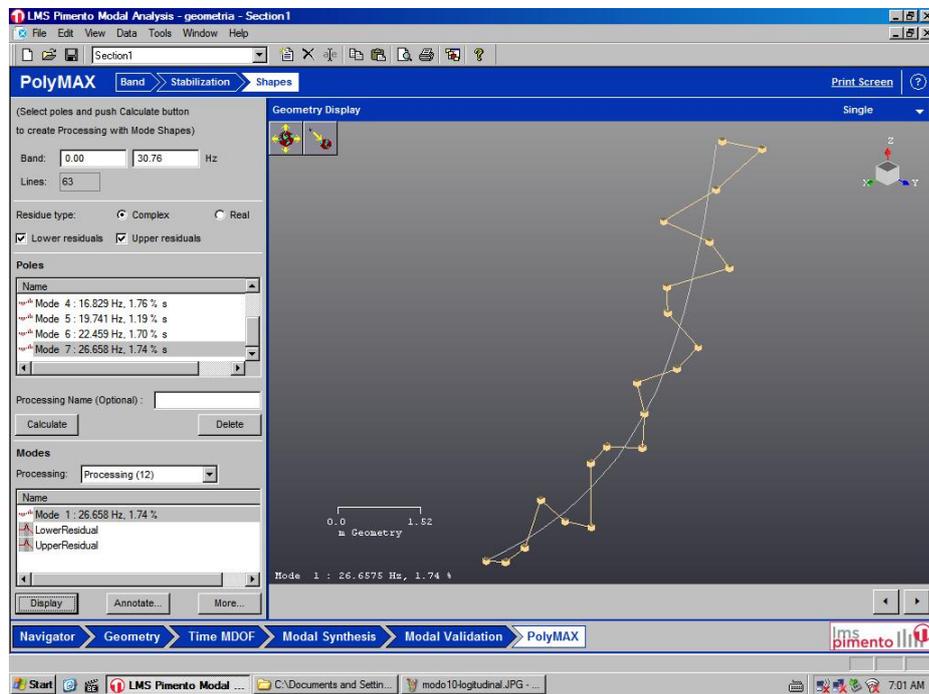
Fonte: A autora, 2023.

Figura 36 – 10<sup>o</sup> modo de vibrar no plano da catenária.



Fonte: A autora, 2023.

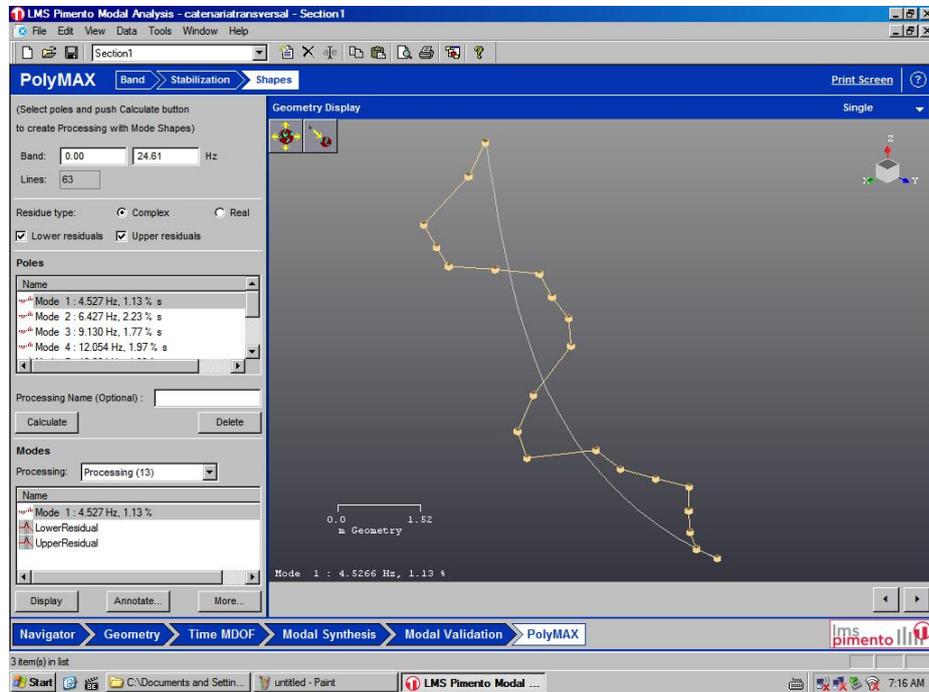
Figura 37 – 11<sup>o</sup> modo de vibrar no plano da catenária.



Fonte: A autora, 2023.

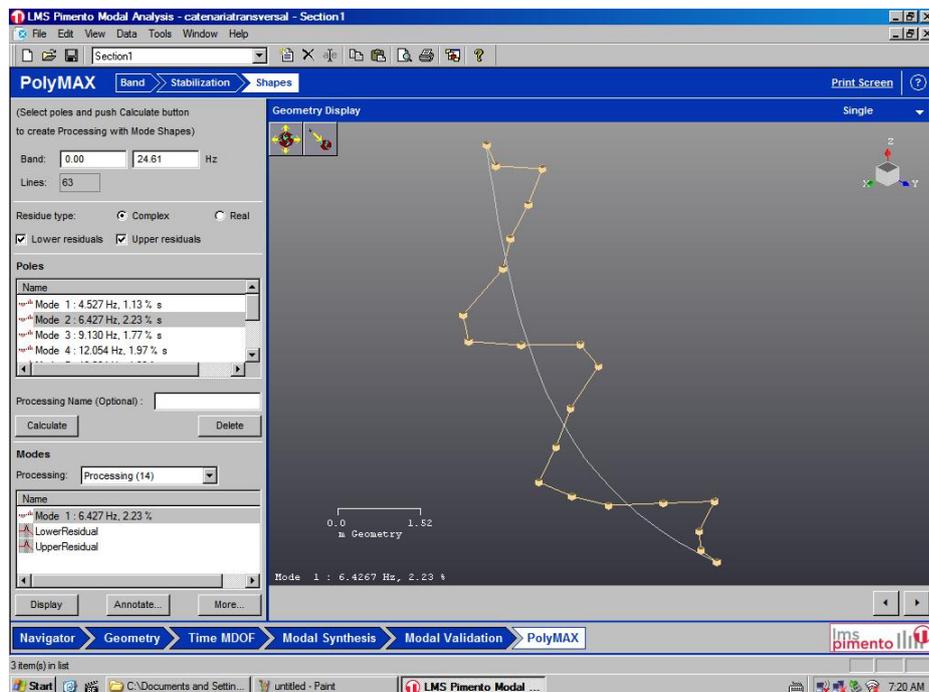
## C APÊNDICE C - MODOS DE VIBRAR FORA DO PLANO DA CATENÁRIA

Figura 38 – 4º modo de vibrar fora do plano da catenária.



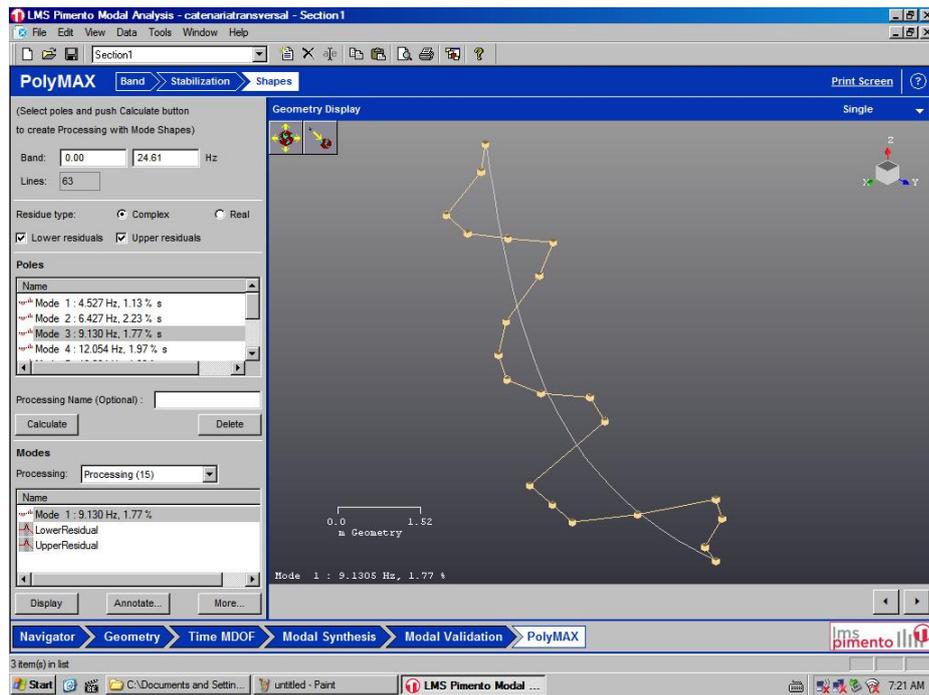
Fonte: A autora, 2023.

Figura 39 – 5º modo de vibrar fora do plano da catenária.



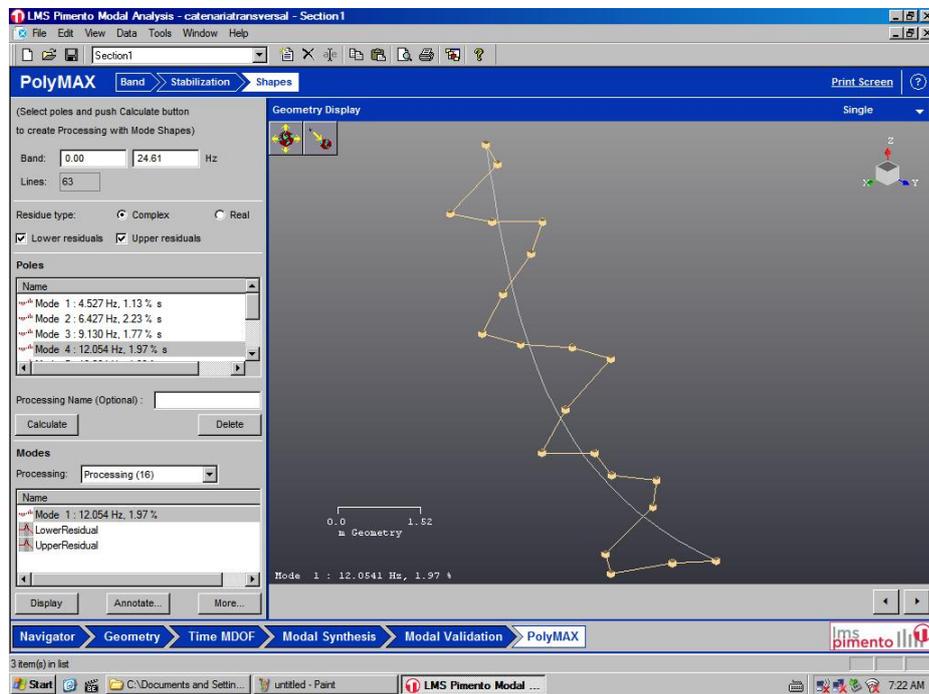
Fonte: A autora, 2023.

Figura 40 – 6º modo de vibrar fora do plano da catenária.



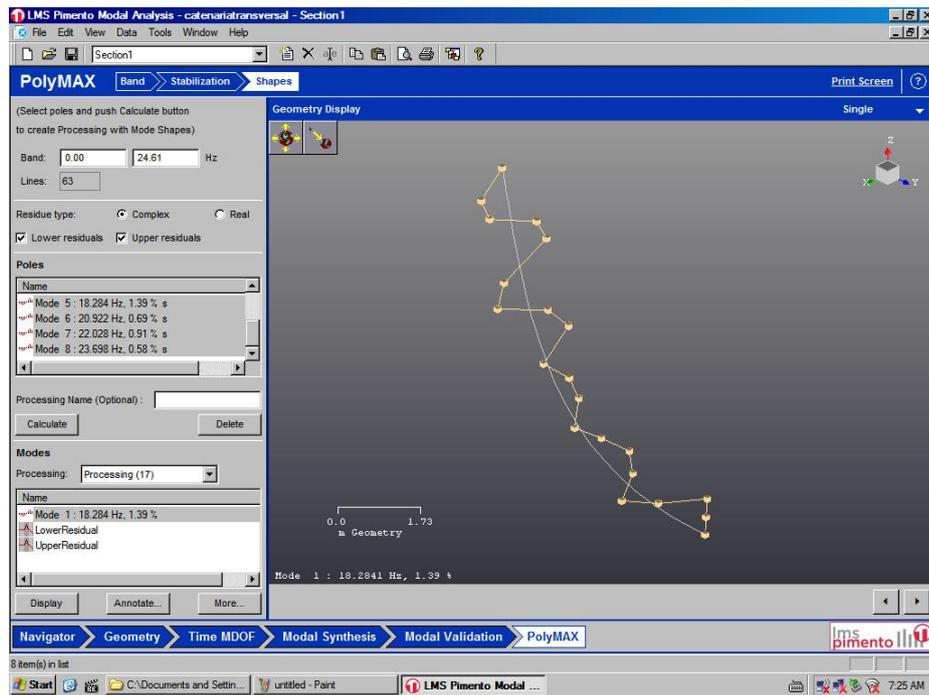
Fonte: A autora, 2023.

Figura 41 – 7º modo de vibrar fora do plano da catenária.



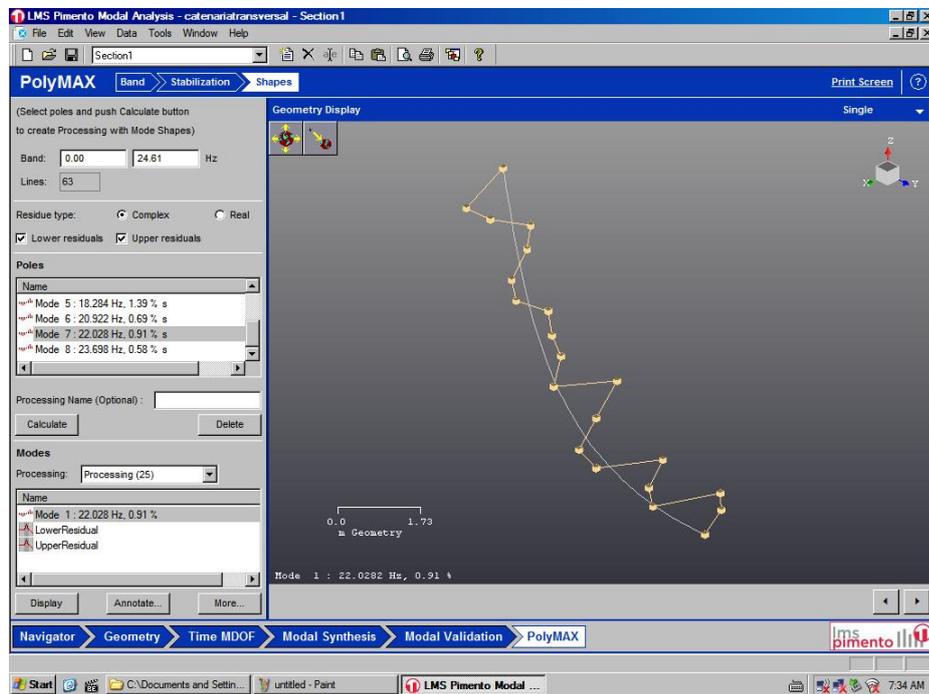
Fonte: A autora, 2023.

Figura 42 – 8º modo de vibrar fora do plano da catenária.



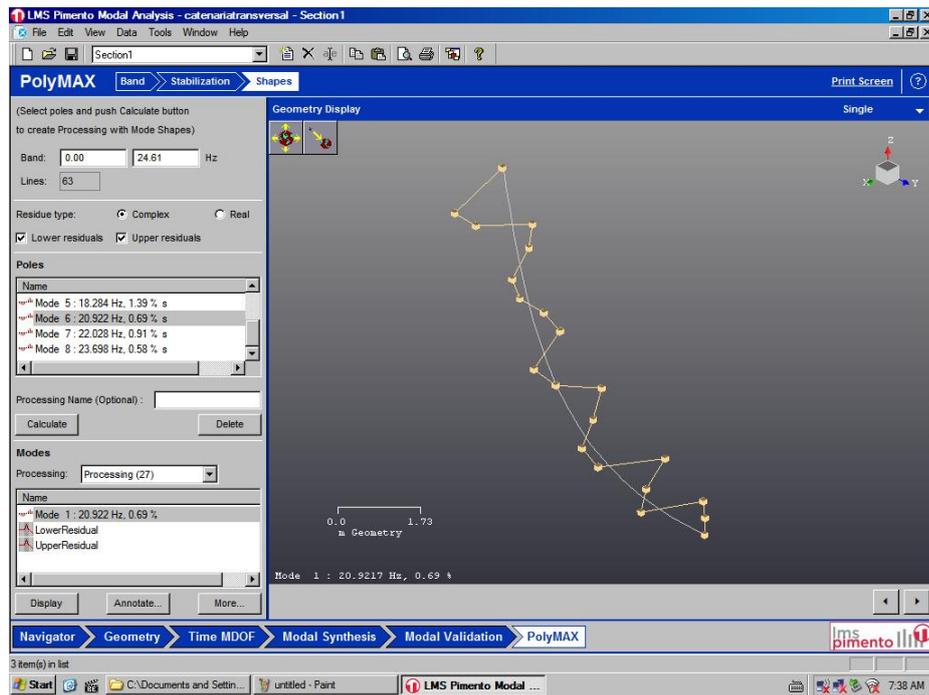
Fonte: A autora, 2023.

Figura 43 – Provável 9º modo de vibrar fora do plano da catenária.



Fonte: A autora, 2023.

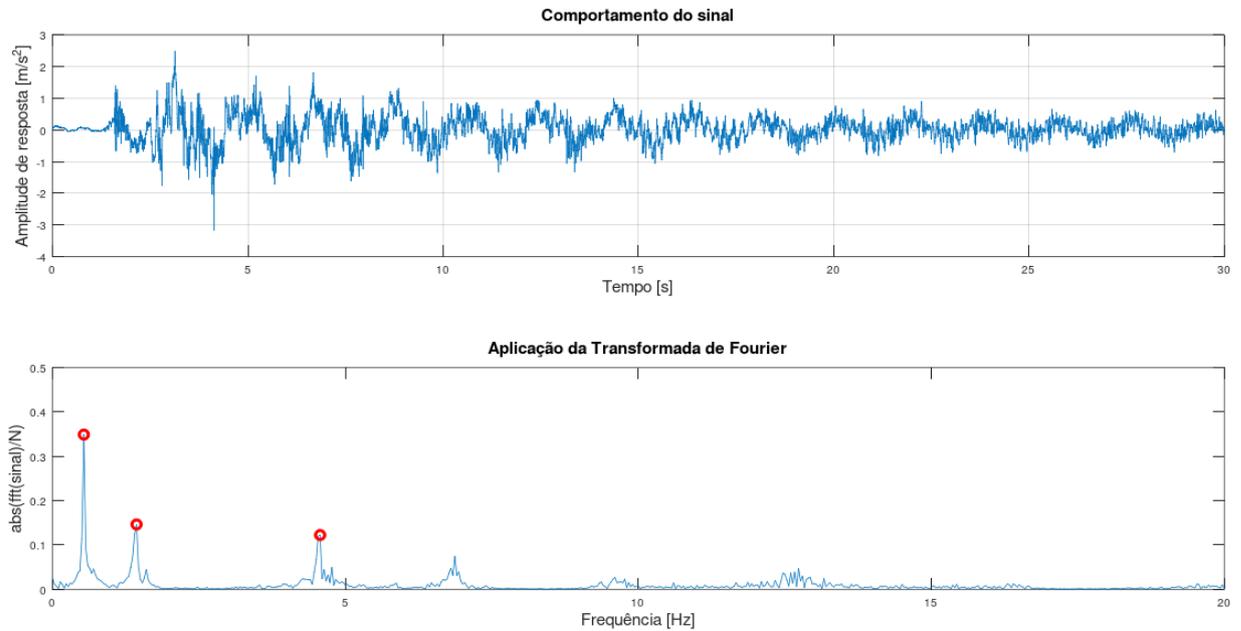
Figura 44 – Provável 10º modo de vibrar fora do plano da catenária.



Fonte: A autora, 2023.

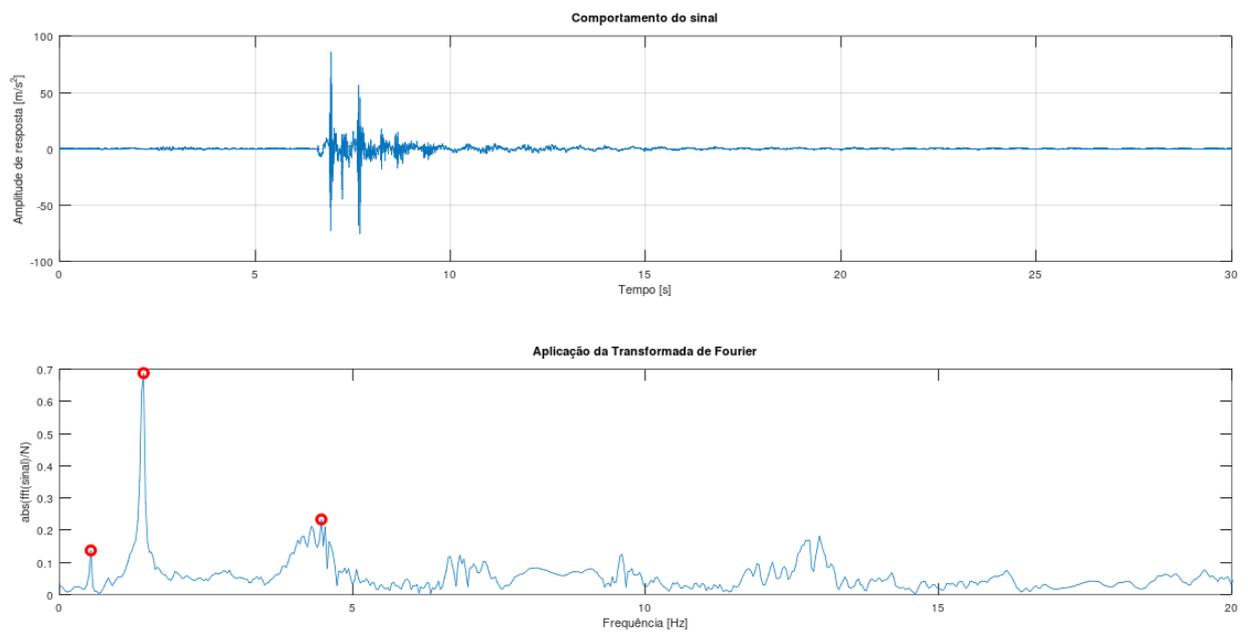
## D APÊNDICE D - COMPORTAMENTO DO SINAL DO ACELERÔMETRO E SUA RESPECTIVA APLICAÇÃO DA FRF PARA ANÁLISE DE BAIXAS FREQUÊNCIAS

Figura 45 – Ponto 8, análise no sentido transversal excitando o modo 1.



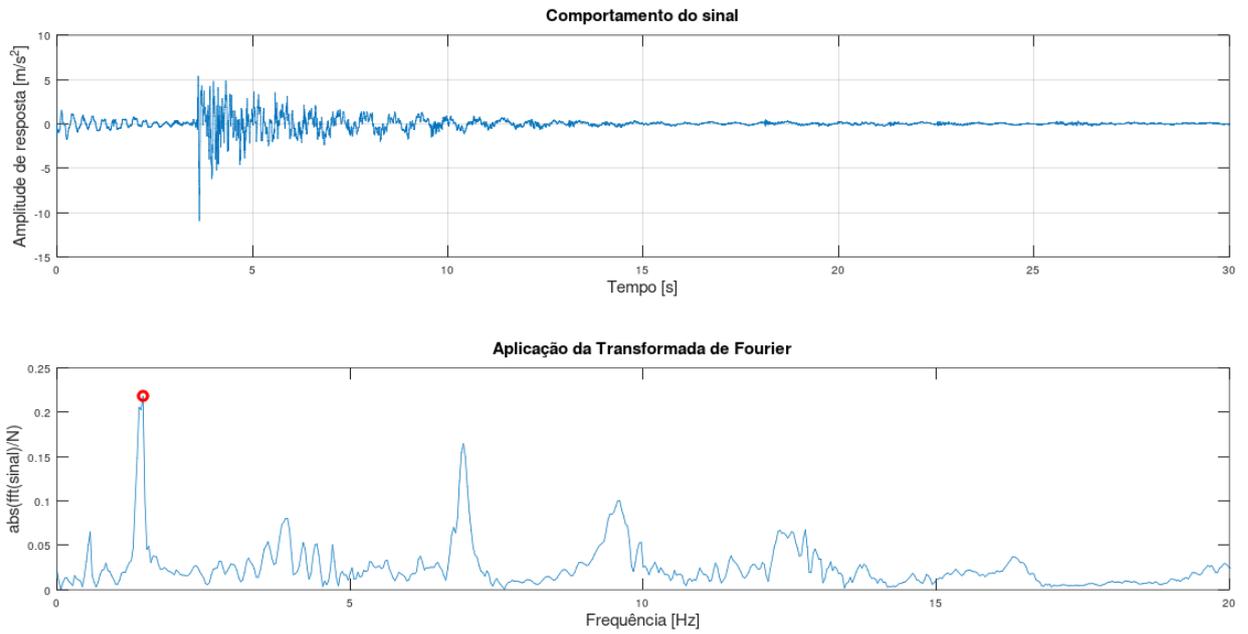
Fonte: A autora, 2023.

Figura 46 – Ponto 8, análise no sentido transversal excitando o modo 2.



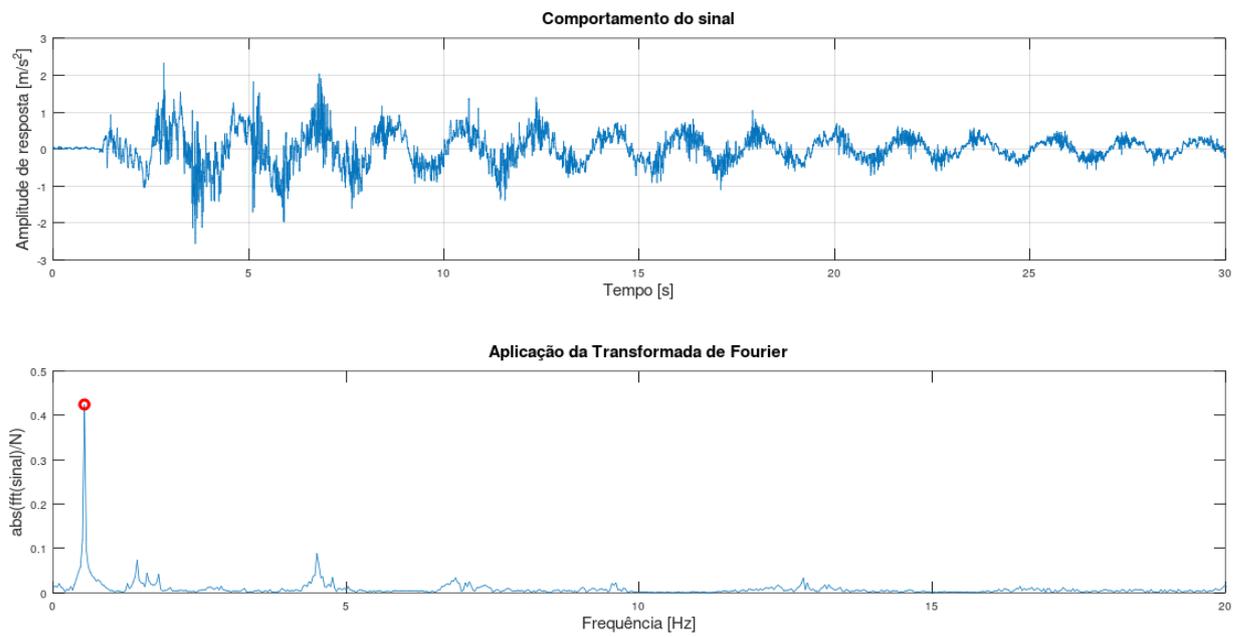
Fonte: A autora, 2023.

Figura 47 – Ponto 8, análise no sentido transversal excitando o modo 3.



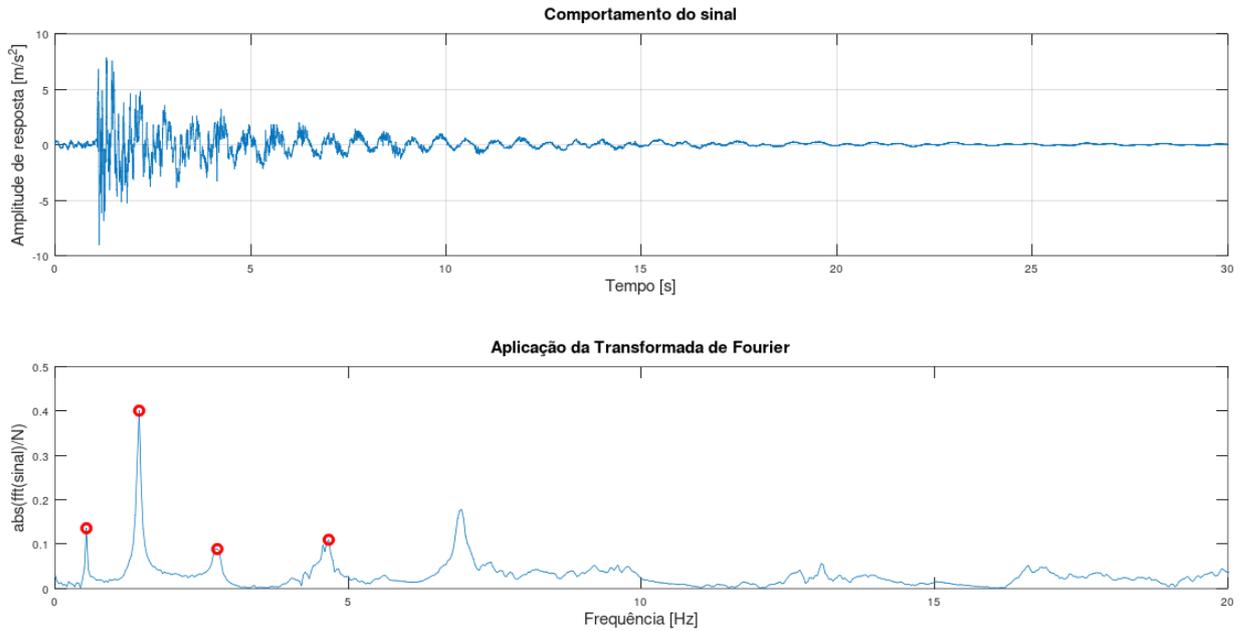
Fonte: A autora, 2023.

Figura 48 – Ponto 13, análise no sentido transversal excitando o modo 1.



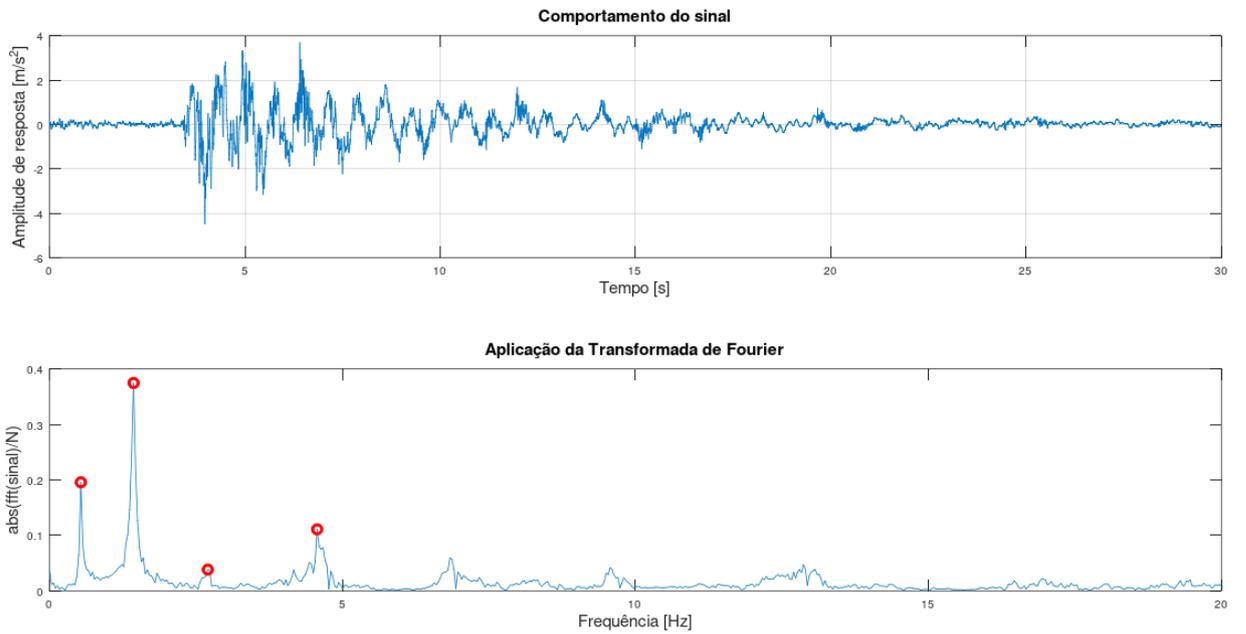
Fonte: A autora, 2023.

Figura 49 – Ponto 13, análise no sentido transversal excitando o modo 2.



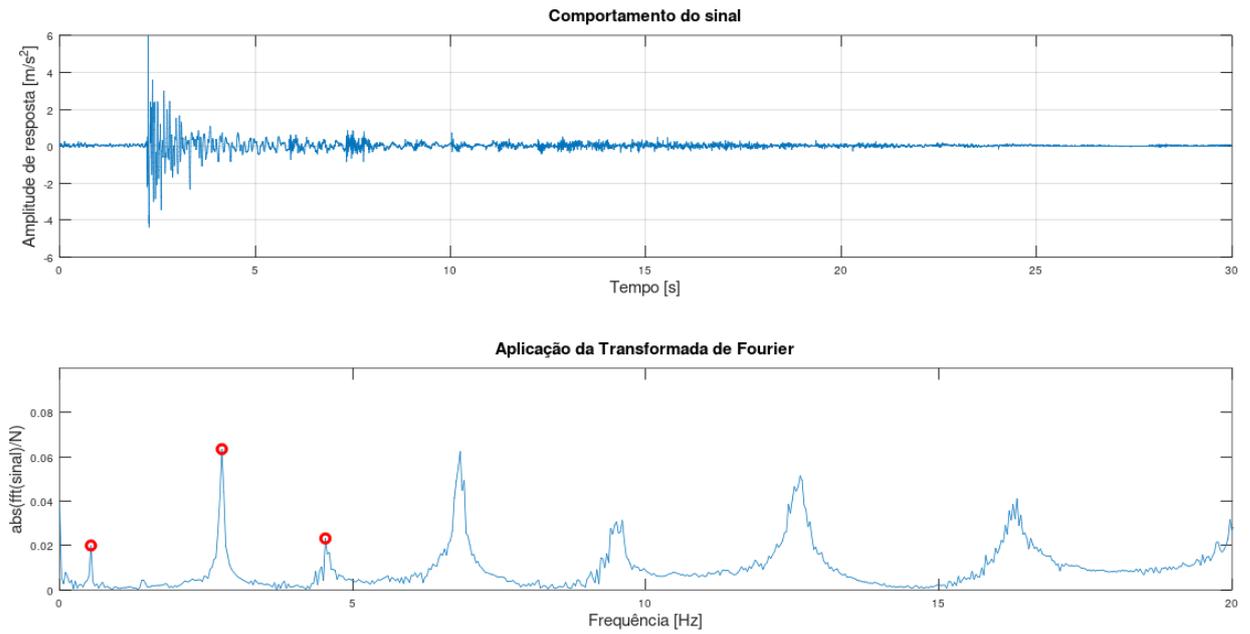
Fonte: A autora, 2023.

Figura 50 – Ponto 13, análise no sentido transversal excitando o modo 3.



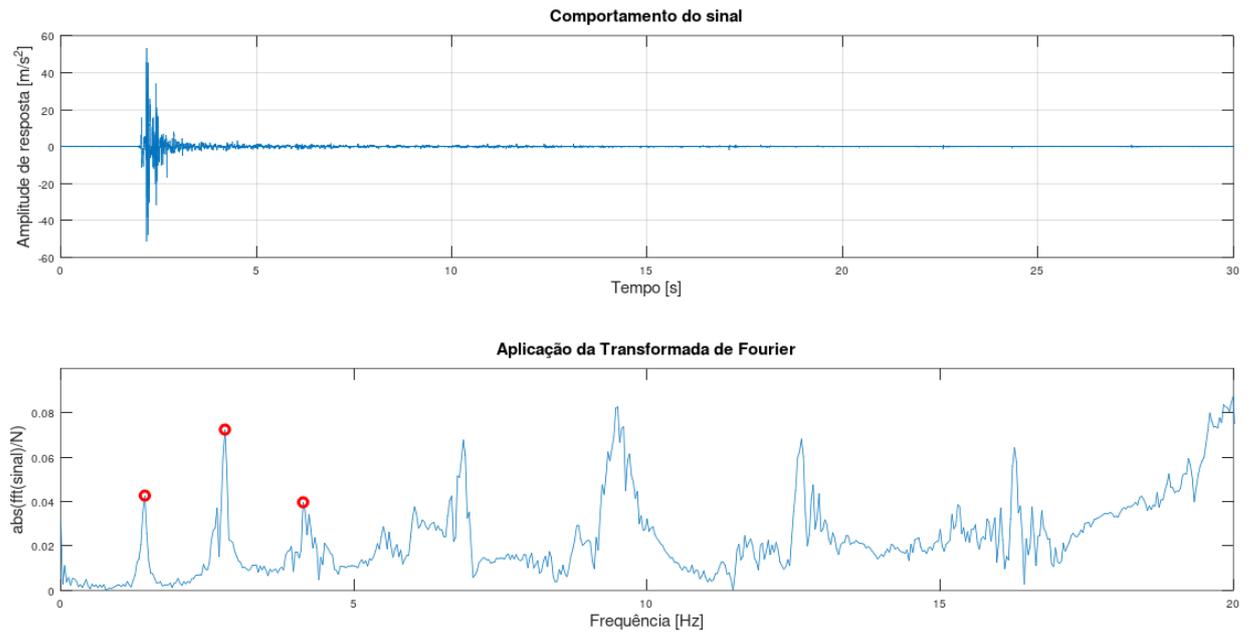
Fonte: A autora, 2023.

Figura 51 – Ponto 20, análise no sentido transversal excitando o modo 1.



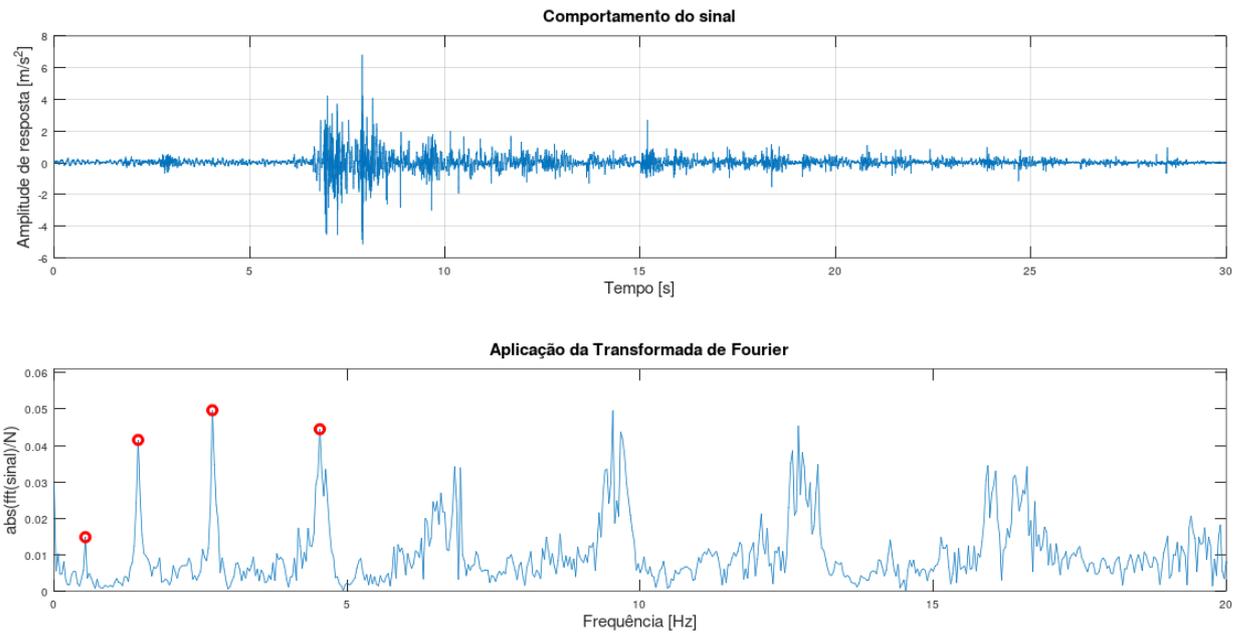
Fonte: A autora, 2023.

Figura 52 – Ponto 20, análise no sentido transversal excitando o modo 2.



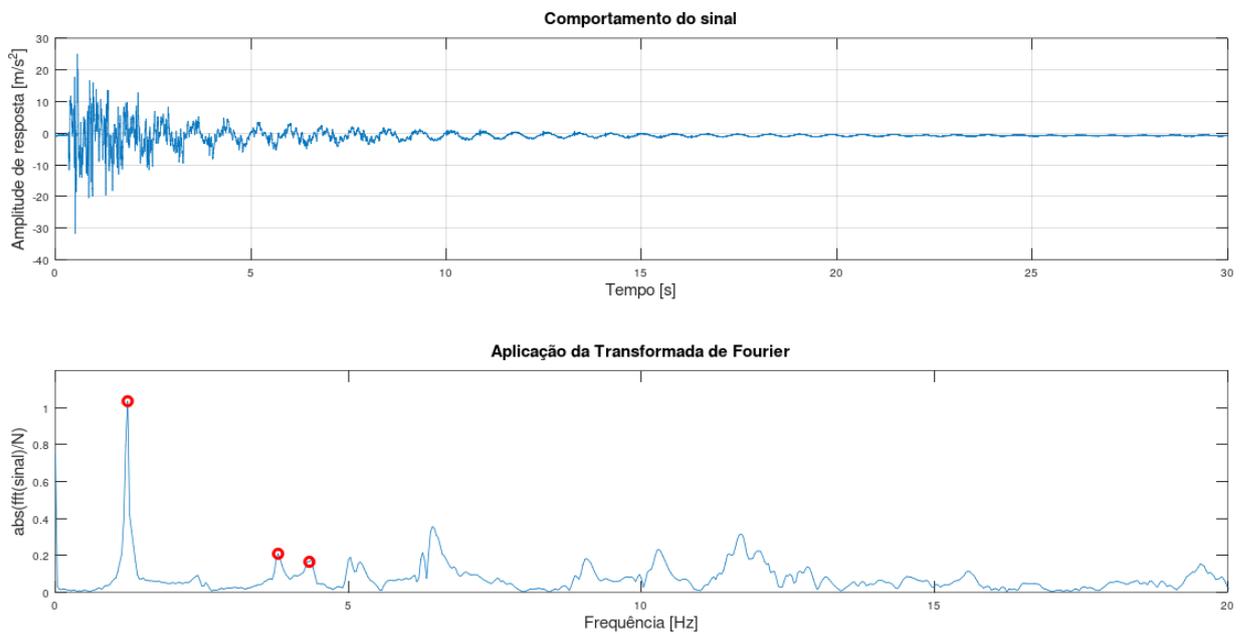
Fonte: A autora, 2023.

Figura 53 – Ponto 20, análise no sentido transversal excitando o modo 3.



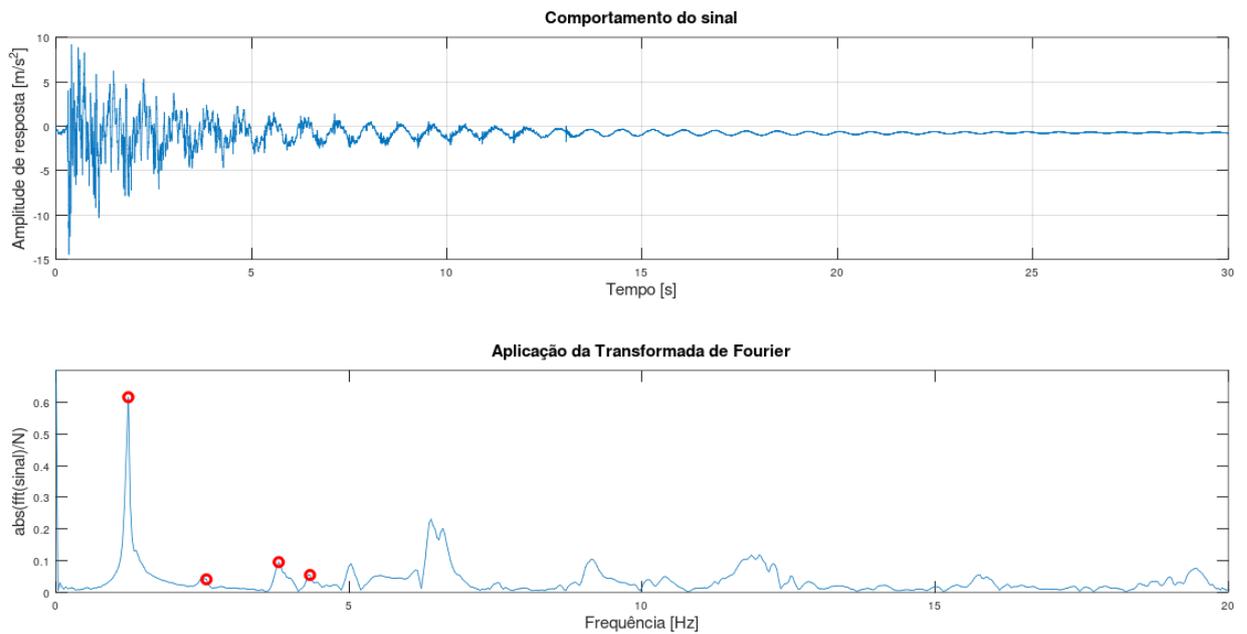
Fonte: A autora, 2023.

Figura 54 – Ponto 8, análise no sentido longitudinal excitando o modo 1.



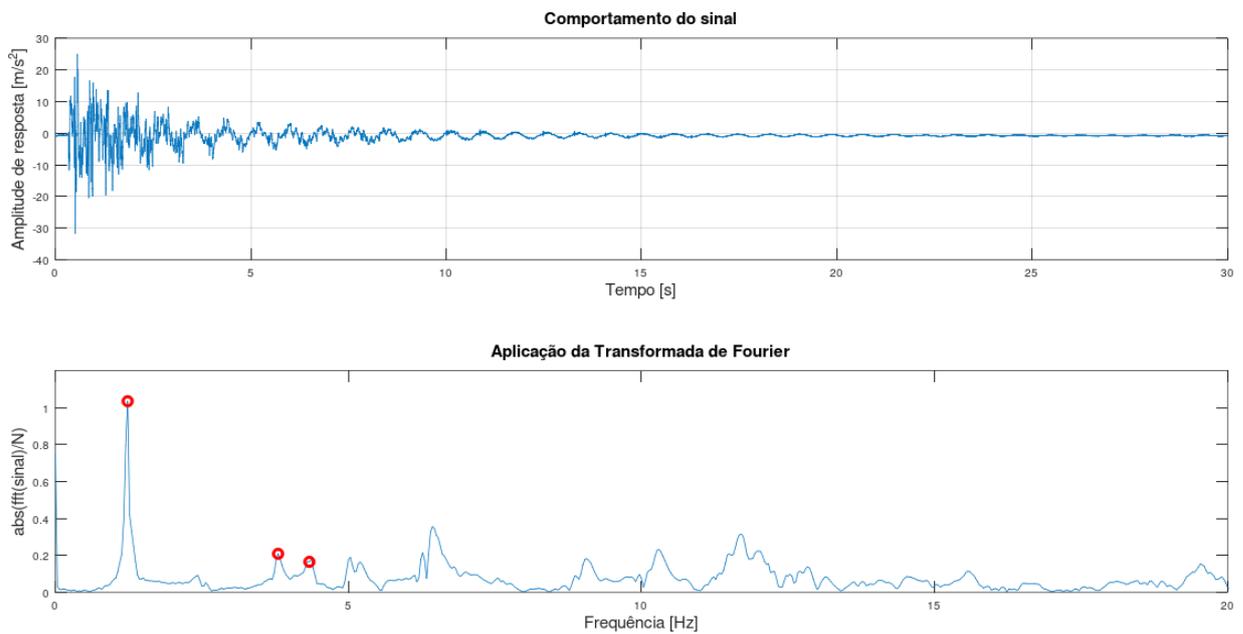
Fonte: A autora, 2023.

Figura 55 – Ponto 8, análise no sentido longitudinal excitando o modo 2.



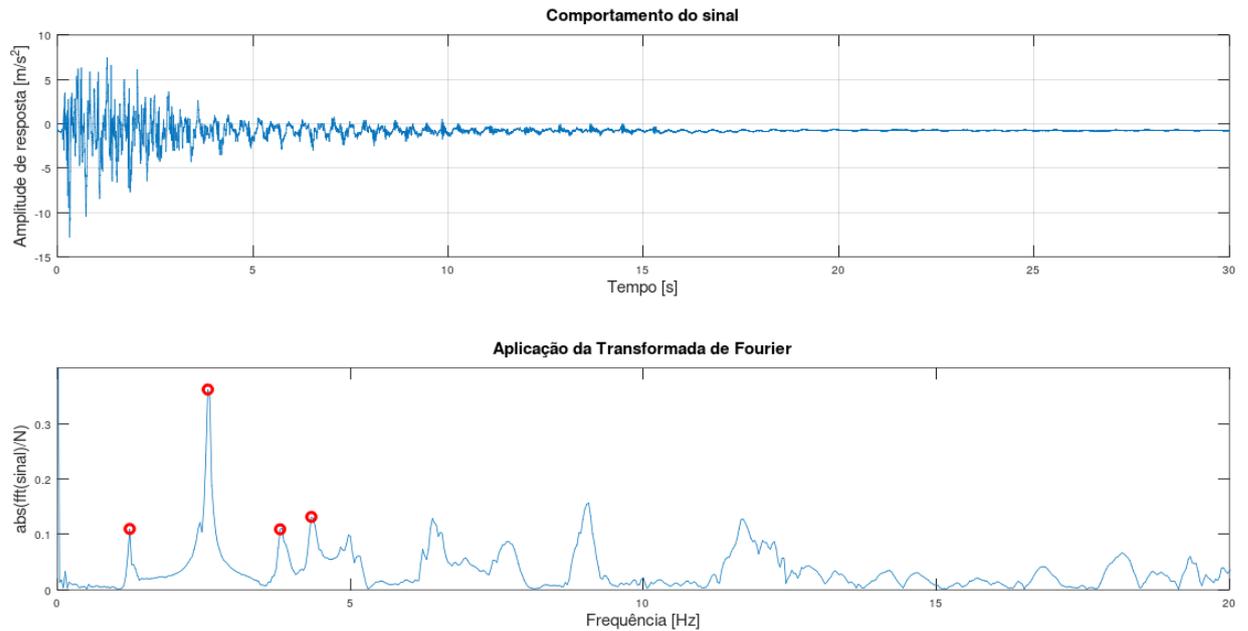
Fonte: A autora, 2023.

Figura 56 – Ponto 8, análise no sentido longitudinal excitando o modo 3.



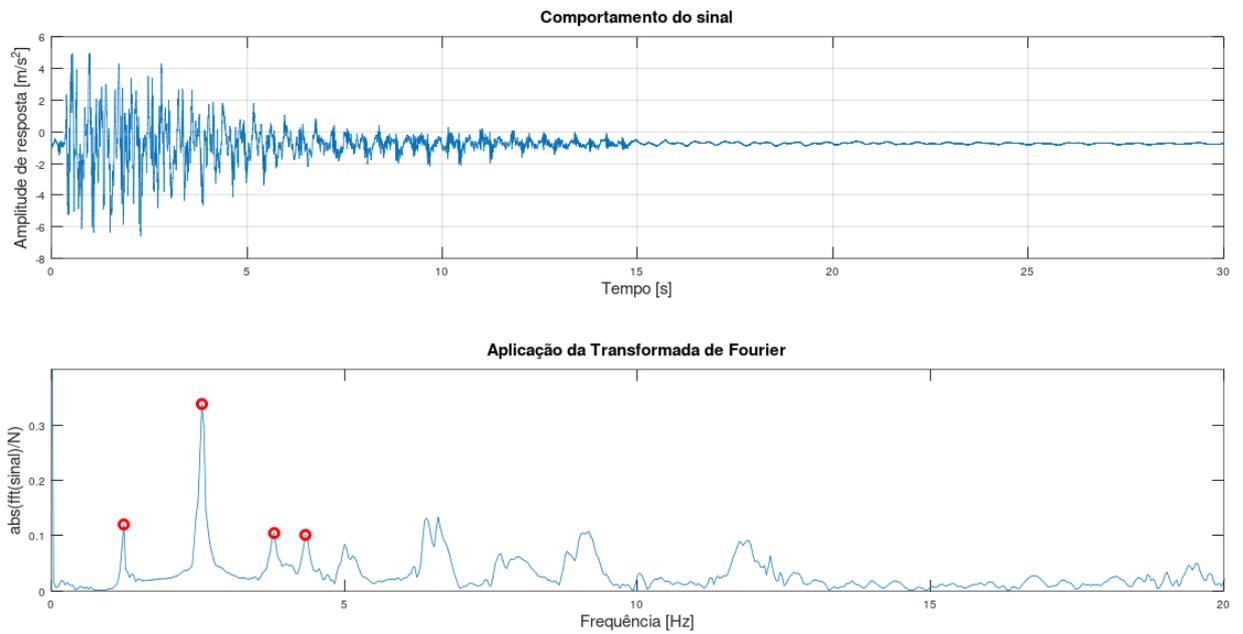
Fonte: A autora, 2023.

Figura 57 – Ponto 13, análise no sentido longitudinal excitando o modo 1.



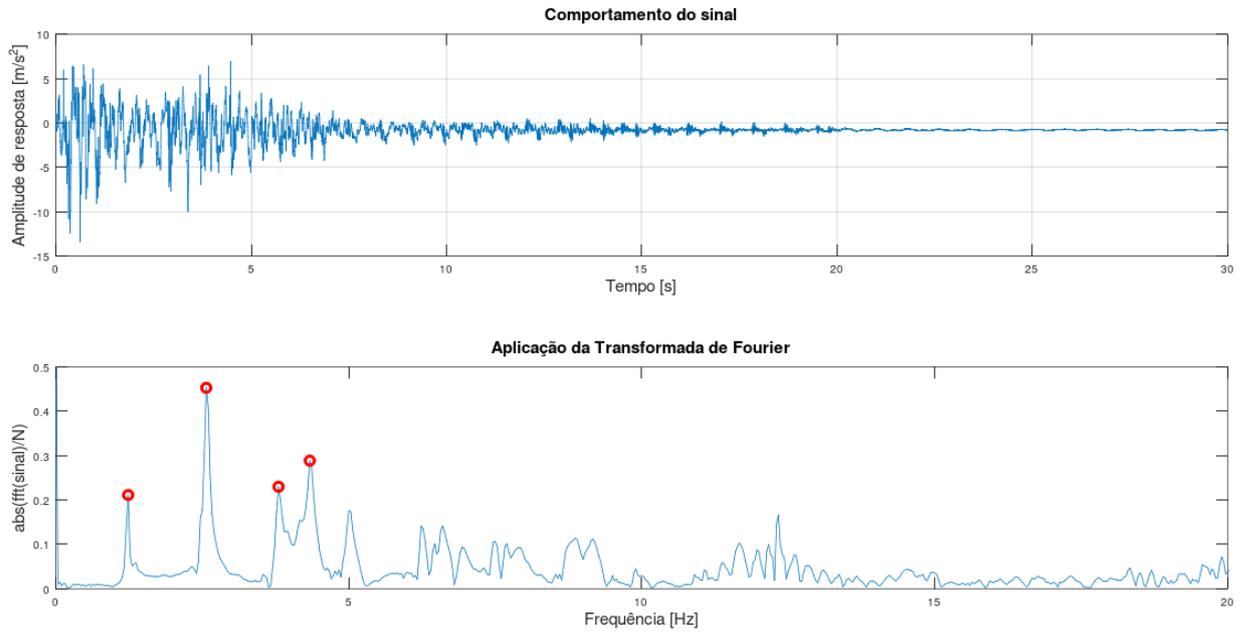
Fonte: A autora, 2023.

Figura 58 – Ponto 13, análise no sentido longitudinal excitando o modo 2.



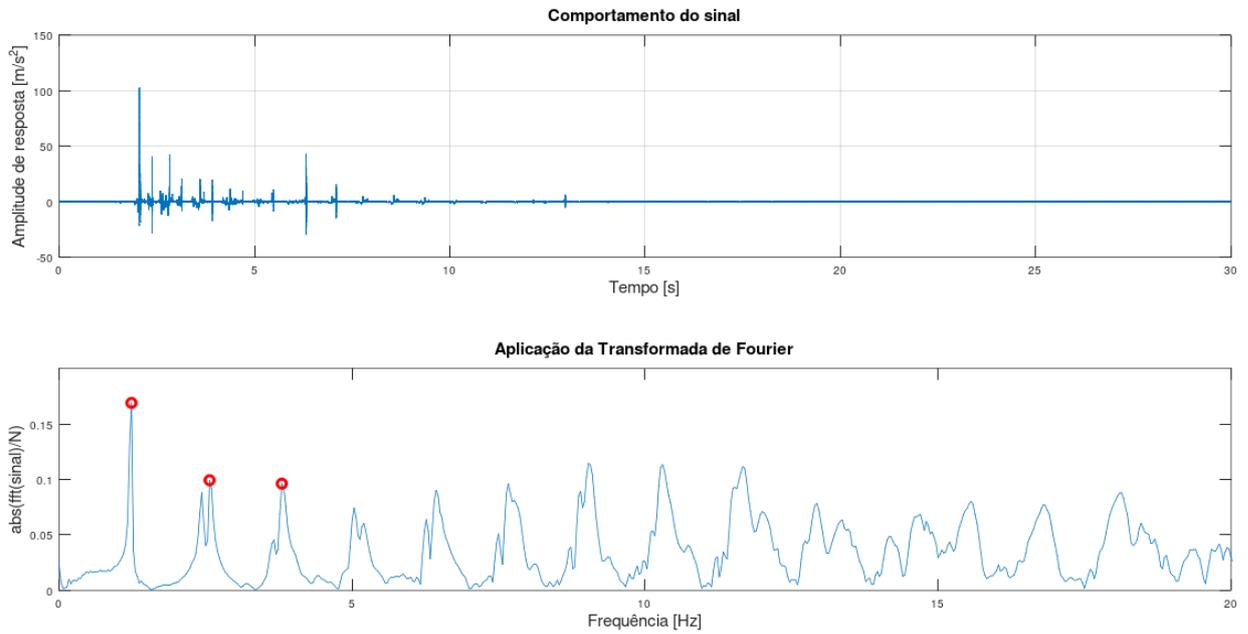
Fonte: A autora, 2023.

Figura 59 – Ponto 13, análise no sentido longitudinal excitando o modo 3.



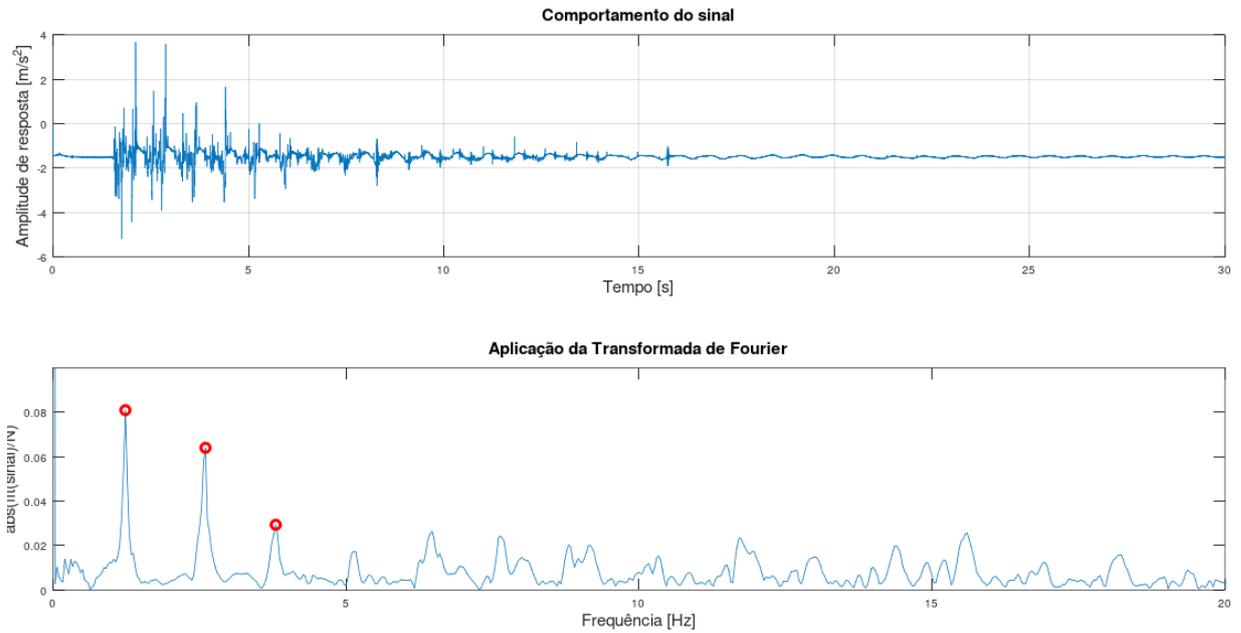
Fonte: A autora, 2023.

Figura 60 – Ponto 20, análise no sentido longitudinal excitando o modo 1.



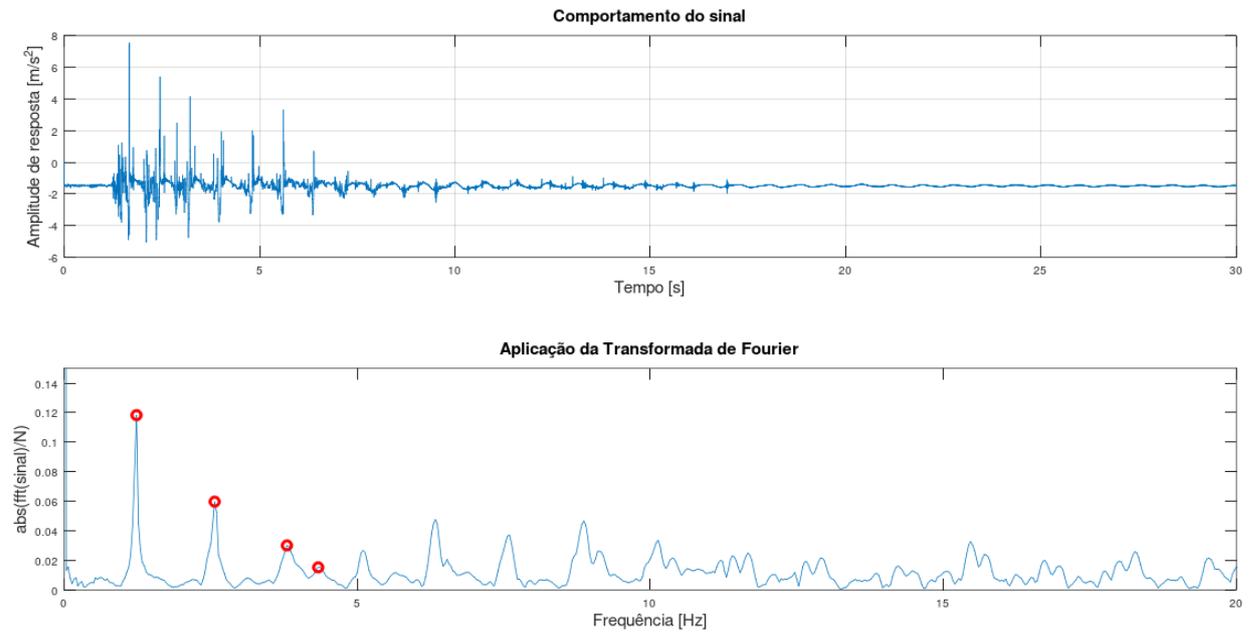
Fonte: A autora, 2023.

Figura 61 – Ponto 20, análise no sentido longitudinal excitando o modo 2.



Fonte: A autora, 2023.

Figura 62 – Ponto 20, análise no sentido longitudinal excitando o modo 3.



Fonte: A autora, 2023.

## E APÊNDICE E - DESVIO ABSOLUTO E RELATIVO DAS FREQUÊNCIAS ANALÍTICAS E EXPERIMENTAIS

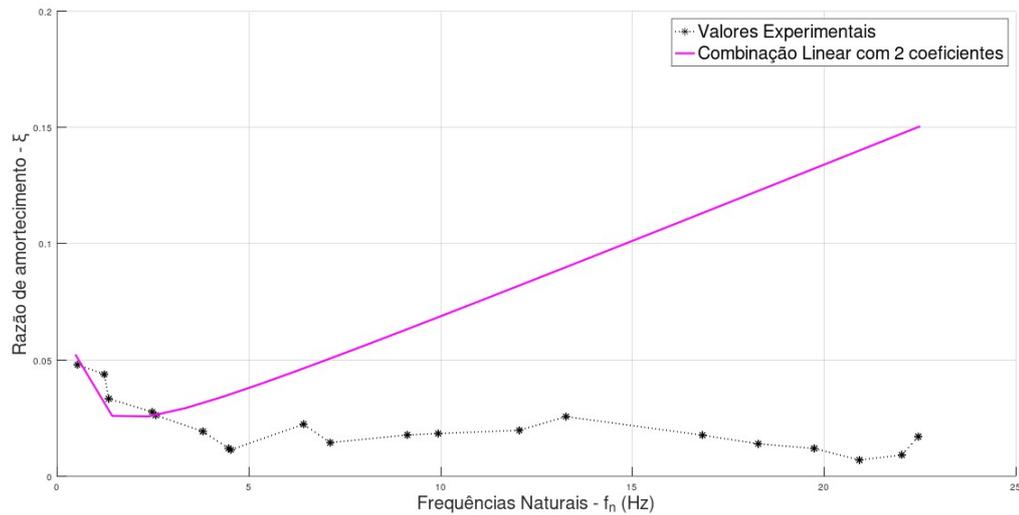
Tabela 13 – Desvio entre frequências

| Frequência | Desvio Absoluto | Desvio Relativo [%] |
|------------|-----------------|---------------------|
| $f_1$      | 0,05            | 9,67                |
| $f_2$      | 0,21            | 16,76               |
| $f_3$      | 1,05            | 77,89               |
| $f_4$      | 0,87            | 35,13               |
| $f_5$      | 1,74            | 67,87               |
| $f_6$      | 1,47            | 38,58               |
| $f_7$      | 1,75            | 39,23               |
| $f_8$      | 2,65            | 58,63               |
| $f_9$      | 1,71            | 26,63               |
| $f_{10}$   | 1,98            | 27,74               |
| $f_{11}$   | 8,12            | 88,99               |
| $f_{12}$   | 1,08            | 10,83               |
| $f_{13}$   | 0,09            | 0,71                |
| $f_{14}$   | 0,34            | 2,59                |
| $f_{15}$   | 2,95            | 17,50               |
| $f_{16}$   | 3,44            | 18,83               |
| $f_{17}$   | 3,94            | 19,97               |
| $f_{18}$   | 4,17            | 19,91               |
| $f_{19}$   | 4,31            | 19,58               |
| $f_{20}$   | 3,79            | 16,87               |

Fonte: A autora (2023).

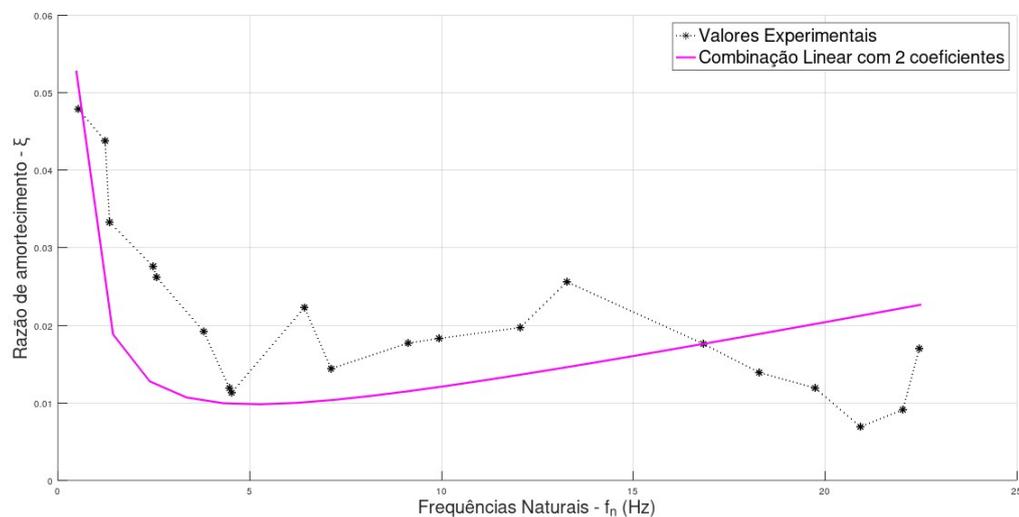
## F APÊNDICE F - COMPORTAMENTO DO AMORTECIMENTO CLÁSSICO DE RAYLEIGH

Figura 63 – Aplicação do método de dois pares combinados parametrizado até o quinto modo.



Fonte: A autora, 2023.

Figura 64 – Aplicação do método de dois pares combinados parametrizado até o décimo quinto modo.



Fonte: A autora, 2023.