UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

Laura Martins Rodrigues

Cavidade óptica triangular para análise de vórtices ópticos vetoriais

Florianópolis
2022

Laura Martins Rodrigues

Cavidade óptica triangular para análise de vórtices ópticos vetoriais

Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal de Santa Catarina como requisito para a obtenção do título de mestre em física.
Orientador: Renné Luiz Câmara Medeiros de Araújo

Florianópolis

2022

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Martins Rodrigues, Laura
Cavidade óptica triangular para análise de vórtices ópticos vetoriais / Laura Martins Rodrigues ; orientador, Renné Luiz Câmara Medeiros de Araújo, 2022.
93 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro de Ciências Físicas e Matemáticas, Programa de Pós-Graduação em Física, Florianópolis, 2022.

Inclui referências.

1. Física. 2. Óptica clássica. 3. Vórtex óptico vetorial. 4. Cavidade óptica. 5. Fase de Pancharatnam. I. Medeiros de Araújo, Renné Luiz Câmara. II. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Física. III. Título.

Laura Martins Rodrigues

Cavidade óptica triangular para análise de vórtices ópticos vetoriais

O presente trabalho em nível de mestrado foi avaliado e aprovado por banca examinadora composta pelos seguintes membros:

Prof. Marcelo Martinelli, Dr.
Universidade de São Paulo

Prof. Carlos Eduardo Souza, Dr.
Universidade Federal Fluminense

Certificamos que esta é a **versão original e final** do trabalho de conclusão que foi julgado adequado para obtenção do título de mestre em física.

ICP-Edu
Documento assinado digitalmente
Paulo Henrique Souto Ribeiro
Data: 20/01/2023 15:26:56-0300
CPF: ***.886.506-**
Verifique as assinaturas em https://v.ufsc.br

Coordenação do Programa de
Pós-Graduação

ICP-Edu
Documento assinado digitalmente
Renne Luiz Camara Medeiros de Araujo
Data: 16/01/2023 15:08:54-0300
CPF: ***.618.554-**
Verifique as assinaturas em https://v.ufsc.br

Prof. Renné Luiz Câmara
Medeiros de Araújo, Dr.
Orientador

Florianópolis, 2022.

AGRADECIMENTOS

Eu queria mandar um beijo para minha mãe, para o meu pai, para toda a minha família, e um especialmente para o SUS. Já que fiz o mestrado em um período completamente atípico, de pandemia global da Covid-19, quero começar com este agradecimento diferente: aos profissionais do SUS que pelejaram, às enfermeiras que me vacinaram e aos cientistas ao redor do mundo que desenvolveram uma tonelada de conhecimento nessa situação de urgência.

Agradeço à toda a minha família, minha irmã Virgínia e em especial minha mãe e meu pai, Doroti e Ilson. São dois loucos que me dão trabalho, mas que sempre me apoiaram e deram liberdade pra eu desenvolver minha própria doidera. Também ao meu namorido Tiago, que cuida de mim enquanto eu cuido dele e é meu parceiro no vício em adotar gatos.

Ao meu orientador, professor Renné, pela compreensão e paciência com minha saúde mental, que virou do avesso durante o *lockdown*. Por não se ofender quando, ao assistirmos um seminário de outra área, escutou um "nossa, era isso que eu deveria estar estudando". Pelo contrário, a resposta foi "massa né? vou te mandar o link de um curso que eu vi esses dias". Pra mim isso traduz o papel de um orientador.

Falando em saúde mental, agradeço ao meu psiquiatra. Hahahahahaha ai.

Aos colegas de laboratório e professores do grupo de pesquisa, em especial: Gustavo, pelas horas que gastou me ensinando e tirando milhões de dúvidas, Nara, melhor parceira de viagem e de restaurante e Daniel, pela companhia nos experimentos no lab.

Ao professor Martinelli, da USP, por nos emprestar alguns dos equipamentos utilizados nesta pesquisa, participar da banca e sugerir diversas correções que melhoraram a redação final deste trabalho. Também ao professor Carlos Eduardo Souza, da UFF, membro da banca.

Agradeço aos meus amigos, mesmo estando distantes, alguns por causa da pandemia, vários que foram morar longe, outros por motivos de "vida adulta ixtrovando". Vocês fizeram/fazem parte da minha construção como pessoa e, hm, na real não sei se isso é elogio ou xingamento. De qualquer forma, tô com saudade.

Por fim, agradeço aos meus nenéns felinos. Em especial à Bina, que lambeu meu nariz por 15 anos e foi embora em 2022. ;(

"Science is very important to me, but I also like to stress that you have to be well-rounded. One's love for science doesn't get rid of all the other areas. I truly feel someone interested in science is interested in understanding what's going on in the world. That means you have to find out about social science, art, and politics."
— Mae Carol Jemison

"Change is the essential process of all existence."
— Mr. Spock

RESUMO

A habilidade de estruturar a luz e usar seus diversos graus de liberdade, como a polarização, modo espacial, frequência e caminho, constitui-se em uma importante ferramenta para codificar e distribuir informação. Neste trabalho investigamos se uma cavidade triangular pode ser utilizada para analisar e discriminar vórtices ópticos vetoriais (VOVs). Em cavidades com um número ímpar de espelhos, em adição à fase de Gouy acumulada em cada volta, modos que apresentam antissimetria horizontal no modo espacial adquirem uma fase π adicional se comparados aos modos simétricos. O mesmo fenômeno ocorre com modos de polarização horizontal. Desta forma, decompor VOVs em uma combinação linear de modos de Hermite-Gauss com diferentes polarizações, nos permite analisar seu comportamento nas cavidades ópticas triangulares. Realizamos uma investigação experimental das características necessárias de uma cavidade para que o feixe VOV entre em ressonância, e possíveis soluções e correções a serem aplicadas. Identificamos que os principais obstáculos são o ângulo de incidência do feixe na entrada da cavidade e os diferentes coeficientes de reflexão dos espelhos para cada polarização. Algumas propostas de solução foram testadas, como o uso de um conjunto de placas de onda que fornecem fase geométrica de Berry-Pancharatnam às polarizações do feixe.

Palavras-chave: óptica clássica, vórtex óptico vetorial, cavidade óptica.

ABSTRACT

The ability to structure light and use several of its degrees of freedom, like polarization, spatial mode, frequency and path, is an important tool to encode and distribute information. In this work, we are investigating whether triangular cavities can be used to analyze and discriminate vector vortex beams (VVBs). In cavities with an odd number of mirrors, in addition to the Gouy phase accumulated in every round trip, modes that present horizontal antisymmetry acquire an extra π phase compared to those displaying horizontal symmetry. For polarization, a similar phenomenon occurs for horizontally polarized modes. Therefore, describing VVBs as linear combinations of Hermite-Gaussian modes with different polarizations allows us to analyze how VVBs behave in a triangular optical cavity. We carried out an experimental investigation of the necessary characteristics of a cavity for the resonance of the VVB, and possible solutions and corrections to be carried out. We identified our main obstacles: the beam's angle of incidence at the entrance of the cavity and the different reflection coefficients of the mirrors for each polarization. Some solution proposals were tested, like using a set of wave plates that provide Berry-Pancharatnam geometric phase to the beam polarizations.

Keywords: classical optics, vector vortex beam, optical cavity.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

FWHM	ingl. *Full width at half-maximum*, largura à meia altura
HG	Hermite-Gauss, Hermite-Gaussiano, Hermite-Gaussianos
LIGO	ingl. *Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory*
NIR	ingl. *Near-infrared*, infravermelho próximo
PZT	ingl. *Lead Zirconate Titanate*, titanato zirconato de chumbo, material com propriedades piezoelétricas
SLM	ingl. *Spatial Light Modulator*, modulador espacial de luz
TEM	ingl. *Transverse electromagnetic*, eletromagnético transversal
VHW	ingl. *Vortex half-wave retarders*, placa de meia onda de vórtex
VOV	Vórtice óptico vetorial

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Feixes ópticos vetoriais são feixes de luz coerente com polarização não-uniforme: a polarização do campo elétrico forma um campo vetorial, variando ponto a ponto conforme sua posição no plano transversal à direção de propagação. Diversos formatos de feixes vetoriais são possíveis (Figura 1). Em especial, os vórtices ópticos vetoriais (VOVs) possuem algumas características especiais: simetria cilíndrica do modo espacial, singularidade de fase e de polarização no eixo óptico do feixe (Figura 2). Os VOVs têm aparência e estrutura modal peculiares e são um tópico de interesse tanto na Óptica Clássica quanto em Óptica Quântica, principalmente na comunicação óptica, em que a luz estruturada e seus diversos graus de liberdade, como a polarização, modo espacial, frequência e caminho, constituem-se em uma importante ferramenta para codificar e distribuir informação.

Estuda-se a utilização desses feixes em importantes aplicações, com potenciais benefícios na comunicação óptica tanto em propagação livre quanto em guias de onda, transmitindo bits (feixes intensos) ou transmitindo q-bits (fótons únicos) [4–10]. Possuem aplicação na área de imageamento com resolução aumentada [11, 12], sensoriamento remoto óptico [13, 14] e espalhamento Raman [15]. Outras aplicações incluem processamento de materiais [16] e armadilhas e pinças ópticas [17]. Feixes vetoriais com polarização radial, em particular, apresentam propriedades especiais de focalização [18] que têm sido estudadas no contexto de imageamento em escala nanométrica [19, 20] e corte a laser [21].

Apesar destas potenciais aplicações, a própria estrutura modal dos VOVs poderia torná-los mais sensíveis a distorções causadas por turbulência atmosférica ou processos que envolvem espalhamento da luz. Além disso, as propriedades de polarização podem ser degradadas por birrefringência óptica dinâmica na interação com certos materiais, como pode ocorrer durante a propagação em fibras ópticas. Poder gerar, manipular e medir os VOVs e cada uma de suas componentes consiste em uma ferramenta que possibilita avaliar o impacto destes fatores externos sobre os feixes vetoriais. Neste trabalho, queremos

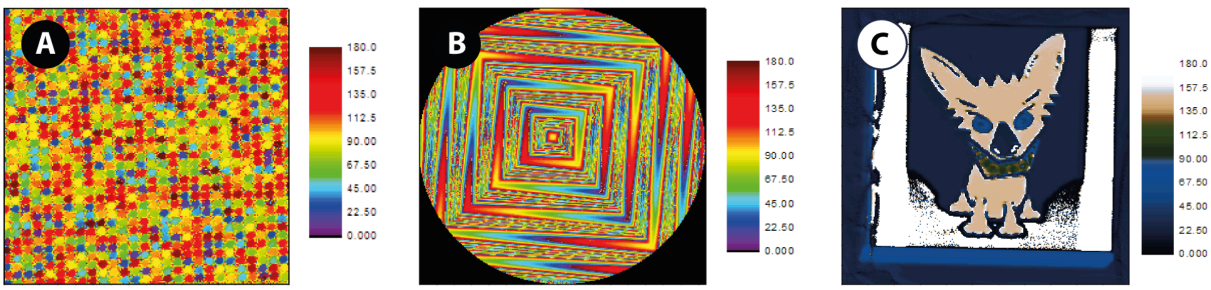


Figura 1 – Perfil transversal de polarização de alguns feixes vetoriais: (A) padrão aleatório, (B) espiral quadrada e (C) um cachorro! Fonte: [3].

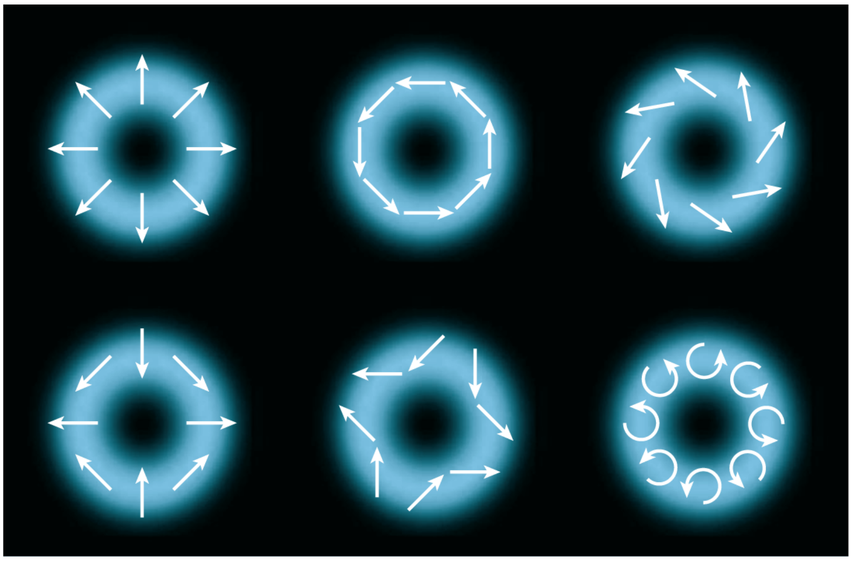


Figura 2 – Alguns exemplos de vórtices ópticos vetoriais.

explorar uma cavidade óptica triangular como instrumento de análise de feixes vetoriais.

Métodos de geração de feixes vetoriais vêm sendo desenvolvidos desde 1972, incluindo métodos passivos — como o uso de placas de onda, *q-plates* e fibras ópticas — e métodos ativos, que forçam a oscilação do laser em modos VOV, como o uso de componentes com birrefringência axial ou técnicas interferométricas dentro da cavidades do laser [20].

As cavidades ópticas (ou ressonadores ópticos), são estruturas já bastante conhecidas, fundamentais para o funcionamento de lasers e osciladores paramétricos ópticos (OPOs). Consistem em um arranjo de componentes ópticos que confinam a luz em um caminho fechado. Podem ser compostas de componentes monolíticos ou guias de onda, variando em tamanho desde microcavidades em chips semicondutores até distâncias de quilômetros, como as cavidades usadas no experimento de detecção de ondas gravitacionais do LIGO (*Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory*).

O modelo mais simples de ressonador óptico, formado por dois espelhos planos paralelos ente si, foi desenvolvido por C. Fabry e A. Pérot em 1899 para uso como interferômetro, sendo por isso conhecido hoje como interferômetro de Fabry–Pérot (Figura 3). Neste trabalho utilizamos uma cavidade triangular, composta de três espelhos, que possui algumas propriedades diferentes da cavidade linear de Fabry-Pérot, conforme veremos adiante.

No Capítulo 2 discutiremos os feixes paraxiais, em especial os feixes de Hermite-Gauss e os feixes VOVs, com foco em dois de seus graus de liberdade: modos espaciais e polarização. No Capítulo 3, estudaremos as cavidades ópticas, veremos as principais características das cavidades triangulares, suas condições de estabilidade e de ressonância

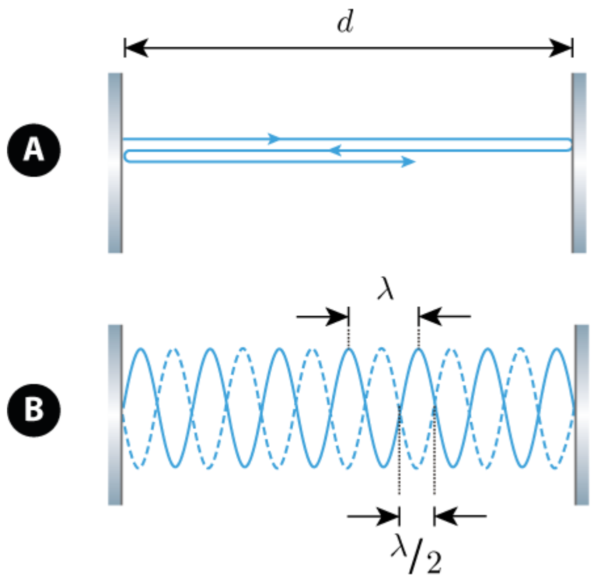


Figura 3 – Esquemáticos do interferômetro de Fabry-Pérot: (A) representando o feixe de luz como onda viajante e (B) como onda estacionária. Fonte: adaptado de [22]

com os feixes paraxiais, bem como suas diferenças com relação à cavidade linear.

A descrição das etapas do experimento e alguns resultados obtidos serão apresentados no Capítulo 4, incluindo um estudo sobre a fase geométrica de Berry-Pancharatnam, que nos proporciona uma ferramenta de correção de fase. Por fim, no Capítulo 5, discutiremos algumas implicações destes resultados e perspectivas futuras de melhorias e aprofundamento do experimento.

2 FEIXES PARAXIAIS

Para o entendimento dos fenômenos ópticos envolvidos neste trabalho, neste capítulo, trataremos dos modelos teóricos dos feixes ópticos gaussianos, Hermite-gaussianos e vetoriais (em especial os vórtices ópticos), incluindo algumas de propriedades e representações.

2.1 MODOS ESPACIAIS

Os modos espaciais de um feixe descrevem a distribuição de intensidade de seu perfil transversal. Diferentemente de uma onda plana ideal, em que a energia é uniforme por todo o espaço, feixes espacialmente confinados podem ter distribuições de intensidades variadas. As duas soluções mais simples da equação de onda, a onda plana e a esférica, são dois extremos em termos de confinamento angular: enquanto os vetores $\vec{k}$ da direção de propagação da onda plana são todos paralelos e a superfície de mesma fase (frente de onda) é um plano, os vetores da onda esférica divergem em todas as direções, e o raio de curvatura da sua frente de onda varia com a distância propagada.

2.1.1 Equação de onda e feixes paraxiais

A maioria dos lasers produzem feixes que são bem descritos como feixes gaussianos, isto é, feixes cujos perfis transversais são tais que a intensidade decresce a partir do eixo conforme uma função gaussiana. Estes feixes são também bastante convenientes para a descrição dos modos ressonantes numa cavidade óptica. A representação matemática destes feixes é bastante conhecida e o desenvolvimento realizado nesta seção tem por base os livros de Saleh e Teich [22], Zilio [23], Siegman [24] e Kogelnik e Li [25].

Convenciona-se descrever a onda eletromagnética a partir do campo elétrico, visto que o campo magnético pode ser obtido a partir dele, com $\vec{B} = c^{-1}\hat{k} \times \vec{E}$, onde $\vec{B}$ é o vetor indução magnética, $\vec{k}$ é o vetor de onda, $\vec{E}$ é o vetor campo elétrico e c é a velocidade da luz no vácuo. Partiremos da equação de onda do campo elétrico $\vec{E}(\vec{r}, t)$, função da posição $\vec{r} = (x, y, z)$ e do tempo t:

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\vec{E} = 0, \qquad (2.1.1)$$

onde $\nabla^2 = \partial_x^2 + \partial_y^2 + \partial_z^2$ é o operador Laplaciano e c é a velocidade da luz no vácuo. Podemos assumir o caso particular de uma onda monocromática de frequência angular ω, vetor unitário de polarização constante $\vec{\varepsilon}$, e, separando a variação espacial da temporal, temos uma possível solução complexa:

$$\vec{E}(\vec{r},t) = U(\vec{r})\exp(-i\omega t)\vec{\varepsilon} \tag{2.1.2}$$

O campo físico corresponde à parte real desta solução: $\mathrm{Re}\{\vec{E}(\vec{r},t)\} = 1/2\left[\vec{E}(\vec{r},t) + \vec{E}^*(\vec{r},t)\right]$. Importante lembrar que a equação de onda é linear, portanto a soma de soluções também constitui uma solução. Substituindo esta solução na equação de onda (Eq. 2.1.1), com $\omega/c = k$, onde k é a frequência espacial (número de onda), obtemos a equação de Helmholtz:

$$\left(\nabla^2 + k^2\right) U(\vec{r}) = 0. \tag{2.1.3}$$

São exemplos de soluções elementares da equação de Helmholtz a onda plana propagando no eixo z,

$$U(z) = A\exp(ikz), \quad \text{onde } A \text{ é uma constante complexa;} \tag{2.1.4}$$

e a "onda esférica"[3]:

$$U(\vec{r}) = \frac{A_0}{r}\exp(ikr), \quad \text{onde } A_0 \text{ é uma constante.} \tag{2.1.5}$$

Uma onda é dita paraxial se os vetores normais às frentes de onda fazem um ângulo muito pequeno com o eixo de propagação, ou seja, na escala do sistema de interesse divergem lentamente. Partindo de uma onda plana, modulamos seu envelope complexo A tornando-o uma função da posição que varia lentamente:

$$U(\vec{r}) = A(\vec{r})\exp(ikz). \tag{2.1.6}$$

Substituindo esta função na equação de Helmholtz (2.1.3), obtemos:

$$(\nabla_T^2 + \partial_z^2 + 2ik\partial_z)A(\vec{r}) = 0, \quad \text{onde } \nabla_T^2 = \partial_x^2 + \partial_y^2. \tag{2.1.7}$$

[3] Este resultado escalar da equação de Helmholtz representa de forma aproximada alguns feixes, sendo útil em algumas situações. Não existe, porém, uma onda eletromagnética de simetria esférica se propagando na direção radial. Se lembrarmos que $\vec{B} = c^{-1}\hat{k} \times \vec{E}$, em que o vetor $\hat{k}$ dá a direção de propagação da onda, teremos os vetores $\vec{B}$ e $\vec{E}$ tangentes à superfície esférica da frente de onda. No entanto, não existe campo vetorial tangente contínuo em uma esfera, conforme demonstrado por H. Poincaré em 1885, ao provar o "Teorema da bola cabeluda" [26, 27]. Temos ainda o "Teorema de Birkhoff", provado em 1984 por R. C. Pappas, que afirma que qualquer solução esfericamente simétrica das equações de Maxwell sem fonte são necessariamente estáticas [28].

Na aproximação paraxial, assumimos que dentro de um intervalo de distância da ordem do comprimento de onda ($\Delta z \approx \lambda = 2\pi/k$), a variação ΔA do envelope complexo é muito menor que ele próprio ($\Delta A \ll A$). Como $\Delta A \approx (\partial_z A)\Delta z \approx (\partial_z A)\lambda$, decorre que $\partial_z A \ll kA$ e $\partial_z^2 A \ll k\partial_z A$. Assim, desprezando o termo de segunda ordem em z, obtemos a equação paraxial de Helmholtz:

$$\boxed{(\nabla_T^2 + 2ik\partial_z)A(\vec{r}) = 0.} \tag{2.1.8}$$

Esta equação descreve a grande maioria dos feixes utilizados em laboratórios de óptica, correspondendo ao tipo de luz emitida pela maioria dos lasers [23].

2.1.2 Feixe gaussiano

A onda paraboloidal é um exemplo de solução que satisfaz a equação paraxial de Helmholtz, podendo ser obtida realizando uma aproximação da onda esférica (Figura 4). Tomando pontos próximos ao eixo z, porém suficientemente longe da origem, de forma que $\sqrt{x^2 + y^2} \ll z$ e denotando $\beta^2 = (x^2 + y^2)/z^2 \ll 1$, realizamos a seguinte expansão:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = z\sqrt{1 + \beta^2} \approx z\left(1 + \frac{\beta^2}{2}\right) = z + \frac{x^2 + y^2}{2z} \tag{2.1.9}$$

Substituindo esta aproximação na fase da onda esférica (Eq. 2.1.5), temos a aproximação de Fresnel da onda esférica:

$$U(\vec{r}) = \frac{A_0}{z}\exp(ikz)\exp\left(ik\,\frac{x^2 + y^2}{2z}\right). \tag{2.1.10}$$

Esta solução, entretanto, apresenta um campo cuja amplitude não diminui no plano transversal conforme nos afastamos do eixo, descrevendo apenas a variação de fase. Realizando uma troca de variáveis, $z \to q(z) = z - iz_0$, onde z_0 é uma distância cujo significado será discutindo na sequência, obtemos uma solução confinada em torno do eixo z, em que a amplitude no plano transversal ao eixo diminui conforme uma função Gaussiana:

$$U(\vec{r}) = \frac{A_0}{q(z)}\exp\big(ikq(z)\big)\exp\left(ik\,\frac{x^2 + y^2}{2q(z)}\right). \tag{2.1.11}$$

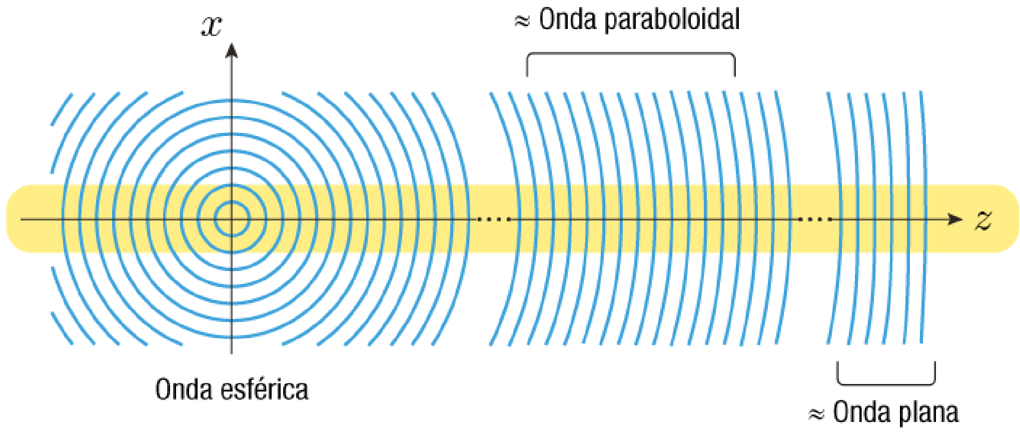


Figura 4 – Próximo ao eixo z, em uma distância suficientemente longe da origem, a onda esférica pode ser aproximada como uma onda paraboloidal. Pontos muito longe da origem se aproximam de uma onda plana. Fonte: adaptado de [22].

Reescrevendo a equação em função de grandezas mais convenientes, temos:

$$\boxed{U(\vec{r}) = a_0 \frac{w_0}{w(z)} \exp\left(-\frac{x^2+y^2}{w^2(z)}\right) \exp\left(ikz + ik\frac{x^2+y^2}{2R(z)} - i\varphi_G(z)\right),} \tag{2.1.12}$$

que é a equação do feixe gaussiano, onde:

$$w(z) = w_0\sqrt{1+\left(\frac{z}{z_0}\right)^2} \quad \text{é a largura do feixe}^4, \tag{2.1.13}$$

$$R(z) = z\left[1+\left(\frac{z_0}{z}\right)^2\right] \quad \text{é o raio de curvatura da frente de onda,} \tag{2.1.14}$$

$$\varphi_G(z) = \tan^{-1}\frac{z}{z_0} \quad \text{é a fase de Gouy,} \tag{2.1.15}$$

$$w_0 = \sqrt{\frac{\lambda z_0}{\pi}} \quad \text{é a cintura do feixe.} \tag{2.1.16}$$

O termo exponencial real está relacionado com o perfil transversal de intensidade do feixe. A intensidade do feixe é dada pelo módulo quadrado da amplitude complexa:

4 Meia largura a $1/e^2$ da intensidade máxima.

$$I(\vec{r}) = \left|U(\vec{r})\right|^2 = I_0 \frac{w_0}{w(z)} \exp\left(-\frac{2\,(x^2+y^2)}{w^2(z)}\right), \qquad \text{onde } I_0 = |A_0|^2. \tag{2.1.17}$$

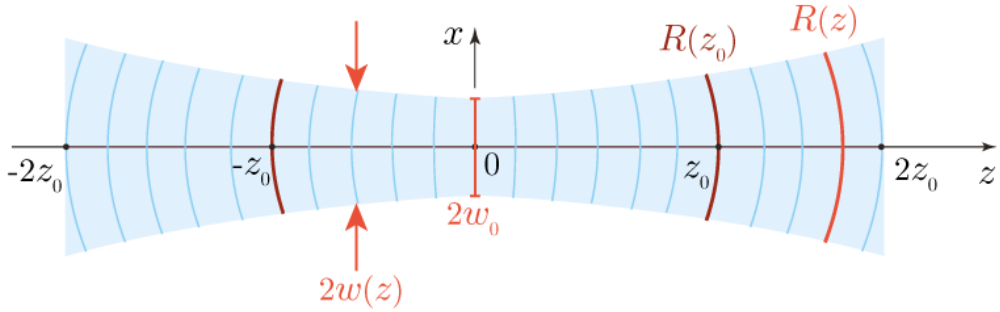


Figura 5 – Feixe gaussiano com destaque para algumas de suas grandezas características: cintura w_0, largura $w(z)$, raio de curvatura $R(z)$, e raio de curvatura mínimo em $R(\pm z_0)$. Fonte: adaptado de [22, 23].

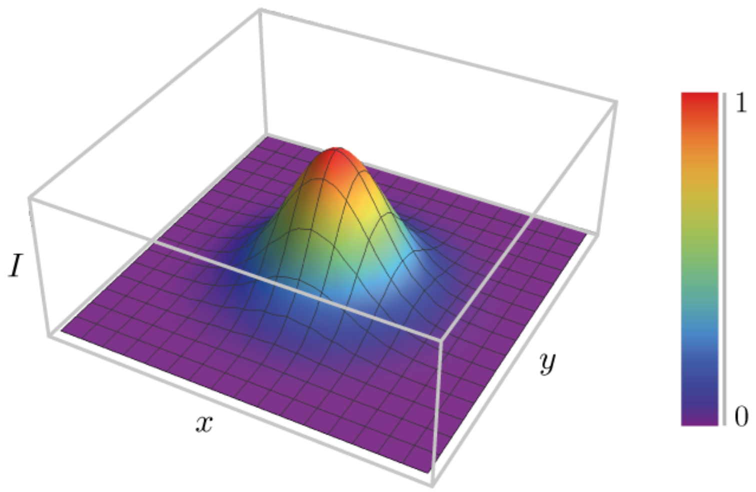


Figura 6 – Perfil transversal de intensidade de um feixe gaussiano em função de x e y.

A cintura w_0 é a largura do feixe no ponto focal, e o raio de curvatura atinge seu mínimo em $z = z_0$, com um valor de $2z_0$. O parâmetro z_0 é conhecido como comprimento de Rayleigh.

Analisando apenas a fase do feixe gaussiano, temos:

$$\exp\left(ikz + ik\,\frac{x^2+y^2}{2R(z)} - i\varphi_G(z)\right). \tag{2.1.18}$$

O primeiro termo é a fase de uma onda plana com propagação na direção z. O segundo termo está relacionado com a forma da frente de onda, ou seja, é o termo que "deforma" a frente de onda e torna ela aproximadamente paraboloidal.

Um feixe que passa por um foco (como é o caso do feixe gaussiano) sofre um atraso de fase ao longo do eixo de propagação se comparado com uma onda plana de mesma frequência. Esta diferença na fase é chamada fase de Gouy[5], terceiro termo da Eq. (2.1.18). Apesar de ser um fenômeno com vasta observação experimental, a origem física da fase de Gouy ainda é tópico de discussão. Uma possível interpretação é de que esta fase se origina do confinamento espacial transversal do feixe que, em virtude do princípio da incerteza, introduz uma dispersão em seus momentos transversais e, portanto, uma mudança no valor esperado da constante de propagação axial [22, 29–31]. Conforme será visto adiante, em modos gaussianos de ordem superior este efeito é mais acentuado.

2.1.3 Feixes de Hermite-Gauss

O feixe gaussiano (Eq. 2.1.12) não é a única solução para a equação paraxial de Helmholtz (Eq. 2.1.8). Outras soluções são possíveis, que possuem a mesma frente de onda do feixe gaussiano, porém com distribuições transversais de intensidade diferentes, ou seja, há uma modulação do perfil de intensidade. Resolvendo a equação em coordenadas cilíndricas, obtemos os feixes de Laguerre-Gauss (que não serão tratados neste trabalho) e, em coordenadas cartesianas os feixes de Hermite-Gauss (HG):

$$\boxed{\begin{aligned} U_{m,n}(\vec{r}) = a_{m,n}\frac{w_0}{w(z)}H_m\left(\sqrt{2}\frac{x}{w(z)}\right)H_n\left(\sqrt{2}\frac{y}{w(z)}\right)\exp\left(-\frac{x^2+y^2}{w^2(z)}\right)\times \\ \times\exp\left(ikz + ik\,\frac{x^2+y^2}{2R(z)} - i\,(m+n+1)\,\varphi_G(z)\right) \end{aligned}} \tag{2.1.19}$$

onde H_j é o polinômio de Hermite de grau j, $a_{m,n}$ é uma constante e $N = m+n$ é a ordem do feixe HG. Denotaremos como HG_{mn} o modo espacial de Hermite-Gauss formado pelos polinômios de graus m e n. A Figura 7 ilustra alguns modos HG (as cores representam fases diferentes no feixe).

O feixe HG_{00} nada mais é do que o feixe gaussiano. Os termos $w(z)$, w_0, $R(z)$ e $\varphi_G(z)$ são os mesmos definidos nas Eqs. (2.1.13) a (2.1.16), porém a fase de Gouy agora

[5] Este fenômeno, descrito em 1890 por L. G. Gouy, não é estritamente eletromagnético e ocorre para qualquer onda que passe por um foco, como ondas acústicas, por exemplo.

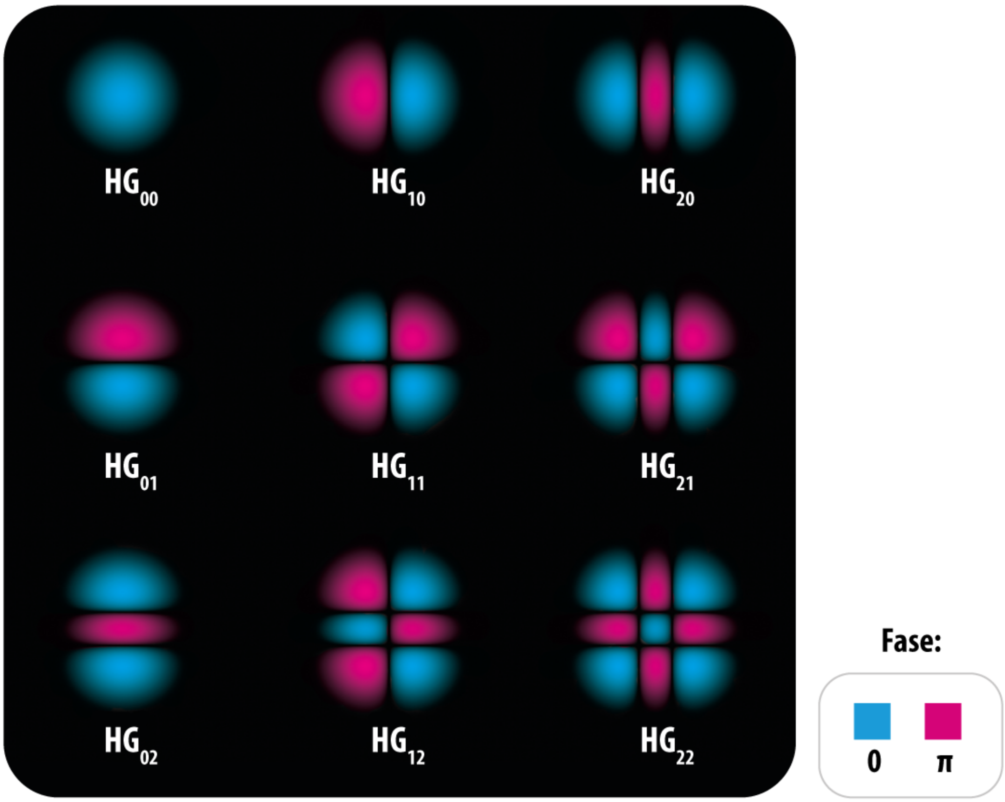


Figura 7 – Perfis transversais de intensidade e fase de modos HG de ordens baixas.

tem um fator multiplicativo de $N + 1$, ou seja, quanto maior a ordem do feixe, maior a fase de Gouy adquirida.

Os modos HG formam uma base ortogonal completa, o que nos permite decompor qualquer feixe paraxial como uma combinação linear de feixes HG.

2.2 POLARIZAÇÃO DA LUZ

Além dos perfis espaciais que acabamos de discutir, outro grau de liberdade necessário para a descrição de um feixe é a sua polarização. Esta seção se fundamenta nos materiais de Gerrard e Burch [1], Saleh e Teich [22], Fowles [32] e Peatross e Ware [33].

No caso de uma onda plana se propagando no eixo z, com os campos elétrico e magnético oscilando no plano xy, a polarização pode ser descrita por um vetor que pertence a este plano perpendicular à propagação. Isto é denominado como modo eletromagnético transversal (TEM), que é quando não há componente dos campos elétrico e magnético na direção de propagação. No caso de feixes paraxiais (como os feixes HG), próximo ao eixo de propagação podemos considerar que as ondas sejam aproximadamente TEM, com componentes axiais desprezíveis.

A equação vetorial para o campo elétrico de uma onda plana que se propaga na direção z, com polarização arbitrária, em meio isotrópico e de absorção desprezível é dada por:

$$\vec{E}(z,t) = \vec{A}\mathrm{e}^{i(kz-\omega t)} = (A_x\hat{x} + A_y\hat{y})\mathrm{e}^{i(kz-\omega t)} \tag{2.2.1}$$

onde $A_x = a_x\mathrm{e}^{i\varphi_x}$, $A_y = a_y\mathrm{e}^{i\varphi_y}$, com a_x, a_y, φ_x e φ_y constantes reais.

A relação entre A_x e A_y descreve a polarização do feixe. Tomando apenas a parte real da Equação (2.2.1), que corresponde à onda física, temos:

$$\begin{aligned}
\vec{\mathcal{E}}(z,t) &= \mathrm{Re}\{\vec{E}(z,t)\} \\
&= \mathrm{Re}\{(A_x\mathrm{e}^{i(kz-\omega t)}\}\hat{x} + \mathrm{Re}\{A_y\mathrm{e}^{i(kz-\omega t)}\}\hat{y} \\
&= \mathrm{Re}\{(a_x\mathrm{e}^{i\phi_x}\mathrm{e}^{i(kz-\omega t)}\}\hat{x} + \mathrm{Re}\{a_y\mathrm{e}^{i\phi_y}\mathrm{e}^{i(kz-\omega t)}\}\hat{y} \\
&= a_x\cos{(kz-\omega t+\varphi_x)}\hat{x} + a_y\cos{(kz-\omega t+\varphi_y)}\hat{y}
\end{aligned} \tag{2.2.2}$$

onde:

$$\begin{aligned}
\mathcal{E}_x &= a_x\cos{(kz-\omega t+\varphi_x)} \quad \mathrm{e} \\
\mathcal{E}_y &= a_y\cos{(kz-\omega t+\varphi_y)}
\end{aligned} \tag{2.2.3}$$

são as equações paramétricas de uma elipse.

Se, por exemplo, A_x e A_y forem reais, teremos uma polarização linear, e para $A_y = iA_x$ (o que significa uma diferença de fase $\varphi = \varphi_y - \varphi_x = \pi/2$ entre as componentes x e y), obteremos uma polarização circular (Figura 8A).

Para um valor fixo de z, o vetor campo elétrico rotaciona no plano xy e a ponta do vetor desenha esta elipse. Portanto, ao longo da propagação, a ponta do vetor do campo traça uma trajetória helicoidal (Figura 8B). Esta elipse de polarização é caracterizada pelos ângulos χ (elipticidade) e Ψ (orientação):

$$\sin 2\chi = \frac{2\Theta}{1+\Theta^2}\sin\varphi \tag{2.2.4}$$

$$\tan 2\Psi = \frac{2\Theta}{1-\Theta^2}\cos\varphi \tag{2.2.5}$$

onde $\Theta = \dfrac{a_y}{a_x}$ e $\varphi = \varphi_y - \varphi_x$.

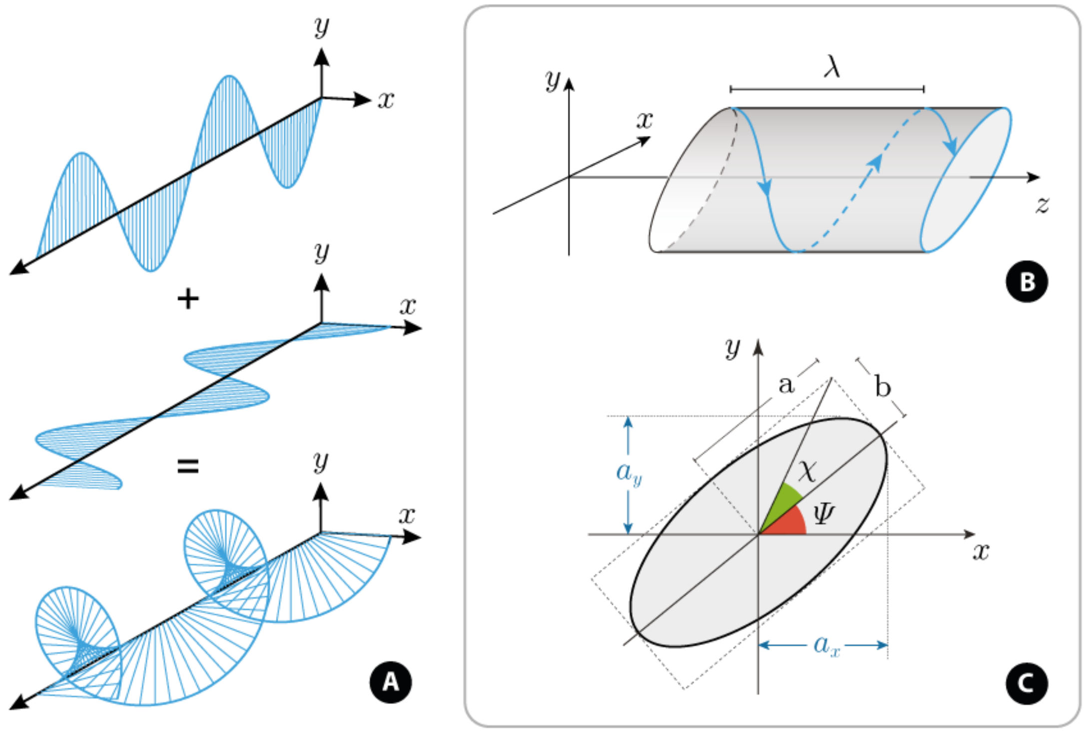


Figura 8 – (A) Superposição das polarizações lineares em x e y com defasagem de $\pi/2$ formando uma polarização circular. (B) Trajetória helicoidal traçada ao longo da propagação. Sua projeção no plano xy forma uma elipse. (C) Elipse de polarização arbitrária e suas grandezas características. Fonte: adaptado de [22, 33].

2.2.1 Esfera de Poincaré e parâmetros de Stokes

Com estes dois parâmetros da elipse, é possível construir a esfera de Poincaré, uma ferramenta geométrica que nos auxilia na representação dos estados de polarização (Figura 9). Nesta esfera de raio 1, um estado de polarização será representado por um ponto com coordenadas angulares $\theta = 90° - 2\chi$ e $\phi = 2\Psi$. Cada par de polarizações diametralmente opostas formam uma base ortonormal completa. Portanto, na base de $\hat{x}$ e $\hat{y}$, qualquer vetor unitário de polarização elíptica pode ser escrito como:

$$\vec{\varepsilon} = \cos\big(\theta/2\big)\hat{x} + \mathrm{e}^{i\phi}\sin\big(\theta/2\big)\hat{y} \tag{2.2.6}$$

Consideraremos que as direções x e y do sistema de coordenadas coincidem a horizontal e vertical do laboratório, respectivamente. Portanto, chamaremos as polarizações lineares nas direções x e y de polarização horizontal (H) e vertical (V) respectivamente.

Os parâmetros χ e ϕ são suficientes para descrever o estado de polarização do feixe, mas não carregam informação sobre a intensidade. O vetor de Stokes $\vec{s}$ é uma representação para a polarização que contempla esta informação: $\vec{s} = (s_0, s_1, s_2, s_3)$, em que os números reais s_i são os chamados parâmetros de Stokes. Enquanto s_0 é proporcional à intensidade

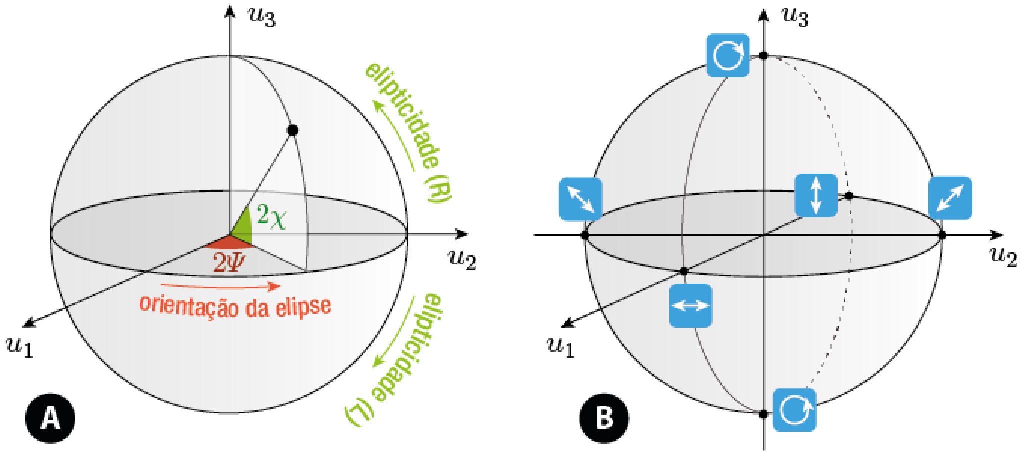


Figura 9 – (A) Coordenadas θ e ϕ da esfera são definidas a partir dos ângulos χ e Ψ da elipse de polarização. (B) Esfera de Poincaré com destaque para as polarizações mais comuns. As polarizações no equador da esfera ($\chi = 0$) possuem elipticidade igual a zero, ou seja, são polarizações lineares. Fonte: adaptado de [22].

do feixe, os outros três parâmetros são as coordenadas cartesianas do ponto na esfera de Poincaré multiplicados por s_0:

$$\begin{aligned} s_0 &= a_x^2 + a_y^2 \\ s_1 &= s_0\, u_1 = s_0 \cos(2\chi)\cos(2\Psi) \\ s_2 &= s_0\, u_2 = s_0 \cos(2\chi)\sin(2\Psi) \\ s_3 &= s_0\, u_3 = s_0 \sin(2\Psi), \end{aligned} \tag{2.2.7}$$

ou, em função do envelope complexo:

$$\begin{aligned} s_0 &= \left|A_x^2\right| + \left|A_y^2\right| \\ s_1 &= \left|A_x^2\right| - \left|A_y^2\right| \\ s_2 &= 2\,\mathrm{Re}\left\{A_x^* A_y\right\} \\ s_3 &= 2\,\mathrm{Im}\left\{A_x^* A_y\right\}. \end{aligned} \tag{2.2.8}$$

2.2.2 Matrizes de Jones

Uma notação conveniente para a representação e realização de operações envolvendo polarização é a utilizada no formalismo de Jones, que consiste em representar elementos ópticos lineares (filtros polarizadores, espelhos e placas de onda, por exemplo) como matrizes. Neste formalismo, podemos representar a amplitude complexa do campo elétrico como um vetor coluna:

$$\vec{A} = A_x\hat{x} + A_y\hat{y} = a_x \mathrm{e}^{i\varphi_x}\hat{x} + a_y \mathrm{e}^{i\varphi_y}\hat{y} = \begin{bmatrix} a_x \mathrm{e}^{i\varphi_x} \\ a_y \mathrm{e}^{i\varphi_y} \end{bmatrix}, \tag{2.2.9}$$

ou, normalizando:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{1}{|A|}\vec{A} = \frac{1}{|A|}\begin{bmatrix} a_x \mathrm{e}^{i\varphi_x} \\ a_y \mathrm{e}^{i\varphi_y} \end{bmatrix}, \tag{2.2.10}$$

onde $\vec{\varepsilon}$ é o vetor de polarização unitário, $|A| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$ é a amplitude do campo e os vetores da base são:

$$\hat{x} = |H\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \hat{y} = |V\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{2.2.11}$$

Neste caso utilizamos os vetores $|H\rangle$ e $|V\rangle$ como base[6]. Outras bases comuns são: diagonal $|D\rangle$ e antidiagonal $|A\rangle$; circular direita $|R\rangle$ e esquerda $|L\rangle$. Em conjunto, estas três bases formam os eixos da elipse de Poincaré da Figura 9B. A elipse de polarização, a esfera de Poincaré, o vetor de Stokes e o vetor de Jones são representações equivalentes para o vetor de polarização.

Superposições de feixes com polarizações diferentes são calculadas simplesmente adicionando os vetores de Jones. Por exemplo, somando dois feixes de amplitudes iguais, um de polarização circular direita e o outro circular esquerda, temos como resultado um feixe de polarização horizontal com o dobro das amplitudes individuais originais:

$$\begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} = 2\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

As matrizes 2×2 que representam elementos ópticos são construídas a partir da transformação que realizam nos vetores da base. Por exemplo, uma polarização que está

[6] Apesar do trabalho não tratar de estados quânticos da luz, como abuso de linguarem iremos usar a notação bra-ket para representar os vetores, já que o espaço dos estados de polarização é, matematicamente, um espaço de Hilbert de dimensão 2. Esta notação facilita bastante a escrita e leitura das contas com vetores e matrizes, produto interno etc. que aparecerão mais à frente.

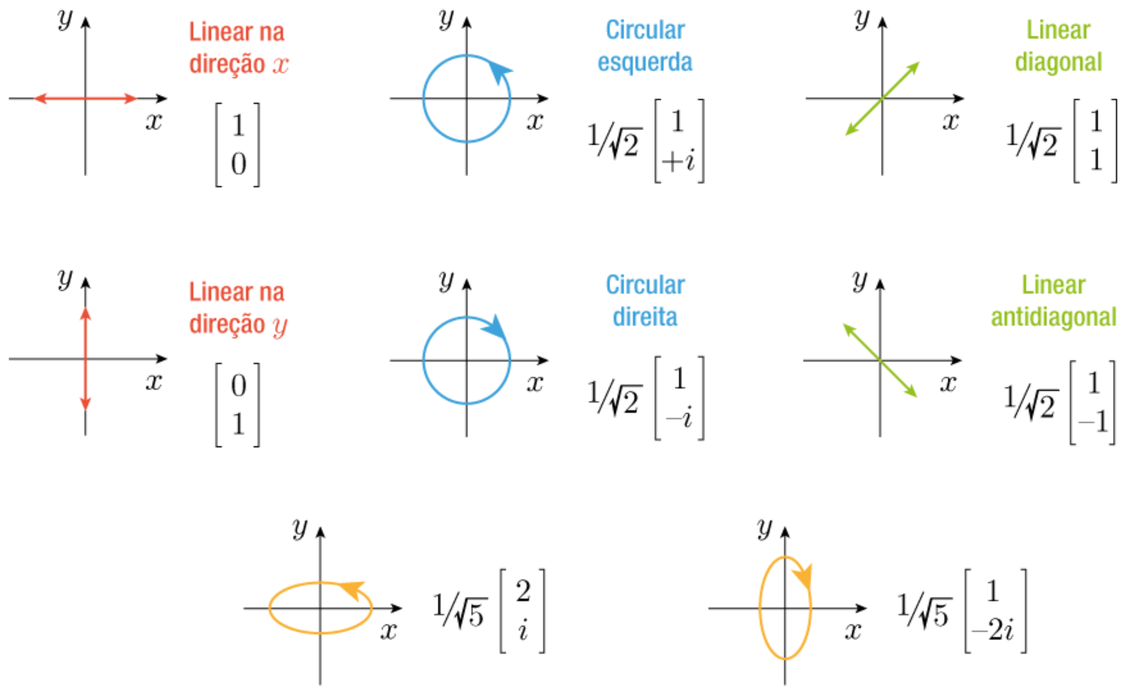


Figura 10 – Alguns exemplos de polarizações representadas por vetores de Jones unitários. Fonte: adaptado de [32].

alinhada ao eixo de transmissão de um polarizador linear ideal permanece inalterada, enquanto uma ortogonal ao eixo será totalmente absorvida: neste caso queremos uma matriz com base ortogonal e autovalores reais 1 e 0. Assim, na base H-V, a matriz que representa o polarizador linear com o eixo de transmissão alinhado na horizontal é:

$$P_H = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Seguindo esta mesma lógica, podemos construir as matrizes dos diversos elementos ópticos lineares que transformam a polarização. Podemos ver alguns exemplos de matrizes no Quadro 1.

Placas de onda[7] (ou retardadores de fase) são elementos construídos com materiais birrefringentes que aplicam uma diferença de fase entre duas polarizações ortogonais. Possuem dois eixos principais: o eixo rápido e o eixo lento (direções dos seus autovetores). Um feixe polarizado na direção do eixo rápido encontra um índice de refração menor e viaja mais rápido do que a luz polarizada na direção do eixo lento. Uma placa de onda

[7] As placas de onda mais comuns são a de um quarto de onda e a de meia onda, que aplicam, respectivamente, deslocamento de fase de $\pi/2$ e π entre os autovetores.

ideal (sem perdas) pode ser representada como:

$$\mathrm{WP}_{|1\rangle,|2\rangle,\varphi_1,\varphi_2} = \mathrm{e}^{-i\varphi_1} |1\rangle \langle 1| + \mathrm{e}^{-i\varphi_2} |2\rangle \langle 2| \tag{2.2.12}$$

onde $|1\rangle$ e $|2\rangle$ são seus autovetores e φ_1 e φ_2 as autofases. Quando aplicada à um vetor $|a\rangle = a_1 |1\rangle + a_2 |2\rangle$:

$$\mathrm{WP}_{|1\rangle,|2\rangle,\varphi_1,\varphi_2} |a\rangle = a_1 \mathrm{e}^{-i\varphi_1} |1\rangle + a_2 \mathrm{e}^{-i\varphi_2} |2\rangle \tag{2.2.13}$$

Polarizador linear com eixo de transmissão fazendo um ângulo θ com a horizontal	$\mathrm{P}_\theta = \begin{bmatrix} \cos^2\theta & \cos\theta\sin\theta \\ \cos\theta\sin\theta & \sin^2\theta \end{bmatrix}$
Placa de um quarto de onda com eixo rápido fazendo um ângulo θ com a horizontal	$\mathrm{QW}_\theta = \begin{bmatrix} \cos^2\theta - i\sin^2\theta & (1+i)\sin\theta\cos\theta \\ (1+i)\sin\theta\cos\theta & \sin^2\theta - i\cos^2\theta \end{bmatrix}$
Placa de meia onda com eixo rápido fazendo um ângulo θ com a horizontal	$\mathrm{HW}_\theta = \begin{bmatrix} \cos^2\theta - \sin^2\theta & 2\cos\theta\sin\theta \\ 2\cos\theta\sin\theta & \sin^2\theta - \cos^2\theta \end{bmatrix}$
Espelho transmitindo (coeficiente de transmissão de amplitude t)	$\mathrm{M}_t = \begin{bmatrix} t & 0 \\ 0 & t \end{bmatrix}$
Espelho refletindo (coeficiente de reflexão de amplitude r)	$\mathrm{M}_r = \begin{bmatrix} -r & 0 \\ 0 & r \end{bmatrix}$

Quadro 1 – Matrizes de Jones para alguns elementos ópticos. Fonte: adaptado de [1].

A sequência de elementos ópticos pelos quais um feixe polarizado passa deve ser respeitada quando estamos equacionando o resultado, visto que, em geral, a multiplicação de matrizes não é comutativa. Portanto, um feixe de polarização $|b\rangle$ que passa por uma sequência de elementos B_1, B_2 e B_3, nesta ordem, será escrito como:

$$|b_{\text{final}}\rangle = \mathrm{B}_3\,\mathrm{B}_2\,\mathrm{B}_1\ |b\rangle \tag{2.2.14}$$

2.3 FEIXES VETORIAIS

Até aqui tratamos do que chamamos feixes escalares, cuja polarização é homogênea, ou seja, não importa em qual polarização o feixe seja projetado, seu modo espacial não é alterado, a menos de um fator da amplitude (Figura 11). Já os feixes vetoriais possuem estrutura na polarização: o vetor polarização de um feixe vetorial que se propaga em z depende das coordenadas x e y. Por consequência, a projeção em diferentes polarizações resultará em diferentes perfis de intensidade.

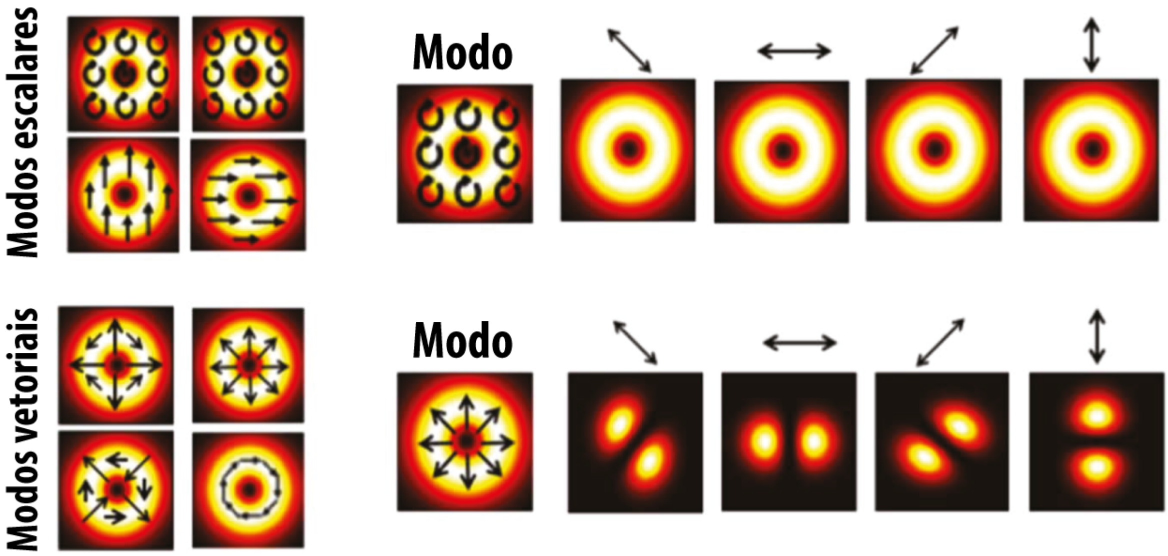


Figura 11 – Exemplo de feixes escalares e vetoriais, e o resultado das projeções em diferentes polarizações. Fonte: traduzido de [34].

Os feixes de Hermite-Gauss são solução da equação paraxial escalar de Helmholtz, onde consideramos uma polarização uniforme. Porém, se considerarmos uma polarização que não é constante, outras soluções são possíveis para a equação de onda (Eq. 2.1.1), por exemplo [35]:

$$\vec{E}(r,z) = A(r,z)\mathrm{e}^{i(kz-\omega t)}\vec{e}_\phi, \tag{2.3.1}$$

onde o vetor polarização $\vec{e}_\phi$ tem alinhamento azimutal e $A(r,z)$, considerando a aproximação paraxial, satisfaz a equação:

$$\left(\frac{1}{r}\partial_r(r\partial_r) - \frac{1}{r^2} + 2ik\partial_z\right) A(r,z) = 0. \tag{2.3.2}$$

A Equação (2.3.2) possui solução da forma:

$$A(r,z) = J_1\left(\frac{\beta r}{1+i\frac{z}{z_0}}\right)\exp\left(-i\frac{\beta^2\frac{z}{2k}}{1+i\frac{z}{z_o}}\right)A_{\text{Gauss}} \tag{2.3.3}$$

onde,

$$A_{\text{Gauss}} = a_0 \frac{\omega_0}{\omega(z)} \exp\left(\frac{-r^2}{\omega^2(z)}\right) \exp\left(ik\frac{r^2}{2R(z)} - i\varphi_G(z)\right) \tag{2.3.4}$$

é o envelope complexo do feixe gaussiano e J_1 é a função de Bessel de primeira espécie de ordem 1.

Esta solução corresponde a um feixe de Bessel-Gauss de polarização azimutal. De forma similar, podemos encontrar uma solução para o campo magnético que possui a mesma forma, cujo campo elétrico correspondente representa um feixe de polarização radial [36]. Podemos também escrever estes feixes vetoriais como uma superposição de feixes HG de polarizações ortogonais [20, 34, 37]:

$$\boxed{\begin{aligned} |\text{VOV}_{\text{radial}}\rangle &= |\text{HG}_{10}\rangle\,|H\rangle + |\text{HG}_{01}\rangle\,|V\rangle \\ |\text{VOV}_{\text{azimutal}}\rangle &= |\text{HG}_{01}\rangle\,|H\rangle - |\text{HG}_{10}\rangle\,|V\rangle \end{aligned}} \tag{2.3.5}$$

Estas soluções consistem em vórtices ópticos vetoriais (VOVs), feixes que possuem simetria cilíndrica[8] no perfil transversal de amplitude e singularidade de polarização e de fase no eixo óptico. Outros exemplos de decomposições são (Figura 12):

$$\begin{aligned} |\text{VOV}_{\text{híbrido}+}\rangle &= |\text{HG}_{10}\rangle\,|H\rangle - |\text{HG}_{01}\rangle\,|V\rangle \\ |\text{VOV}_{\text{híbrido}\times}\rangle &= |\text{HG}_{01}\rangle\,|H\rangle + |\text{HG}_{10}\rangle\,|V\rangle \end{aligned} \tag{2.3.6}$$

De forma similar ao que foi feito com os modos escalares, é possível estabelecer uma esfera de Poincaré de ordem superior para os modos vetoriais (Figura 13). Mas agora precisaremos de uma base de duas dimensões, que englobe o modo espacial e o vetorial [38]. Uma base possível (referente à esfera de Poincaré da Figura 13A) é:

$$\begin{aligned} |R^+\rangle &= {}^1\!/\!\sqrt{2}\,\big(|\text{HG}_{01}\rangle + i\,|\text{HG}_{10}\rangle\big)\,|R\rangle \quad \text{e} \\ |L^-\rangle &= {}^1\!/\!\sqrt{2}\,\big(|\text{HG}_{01}\rangle - i\,|\text{HG}_{10}\rangle\big)\,|L\rangle\,, \end{aligned} \tag{2.3.7}$$

A menos da amplitude espacial, um feixe genérico (pertencente ao conjunto de VOVs desta base) pode ser escrito como:

$$|\text{VOV}\rangle = \cos\!\big(\theta/2\big)\,|R^+\rangle + \mathrm{e}^{i\phi}\sin\!\big(\theta/2\big)\,|L^-\rangle\,, \tag{2.3.8}$$

[8] Os VOVs são chamados também de feixes vetoriais cilíndricos.

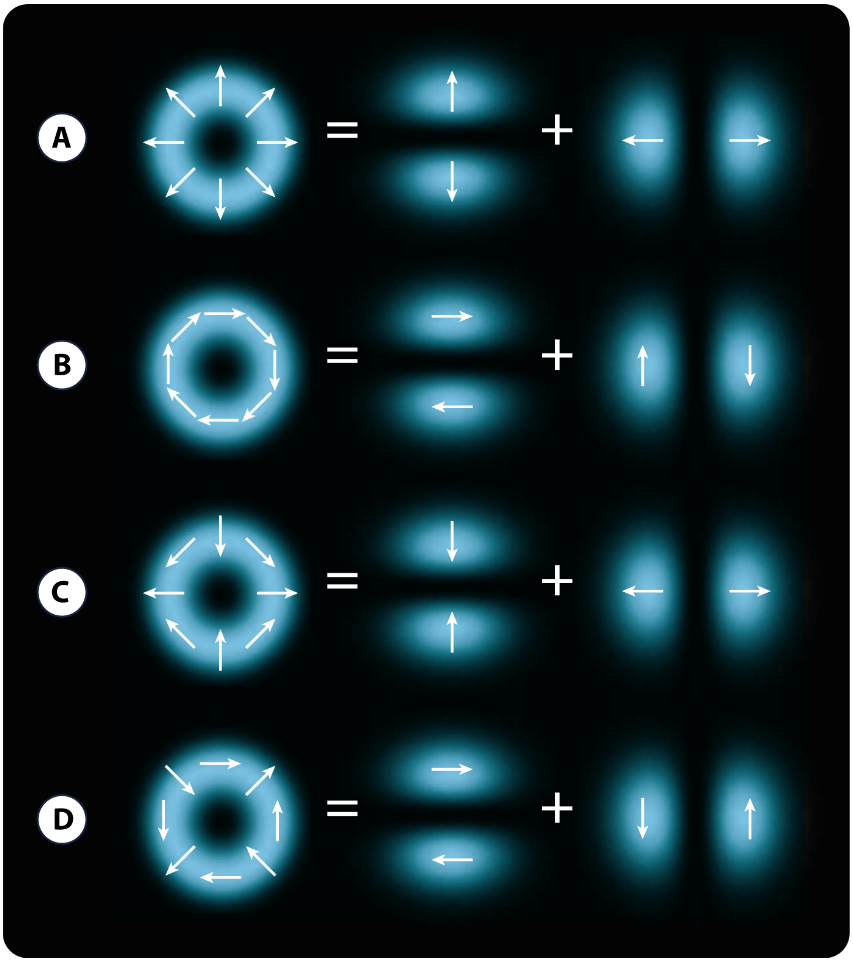


Figura 12 – Decomposição de alguns VOVs como superposições de modos Hermite-gaussianos ortogonais de polarizações lineares: (A) radial, (B) azimutal, (C) híbrido "cruz" e (D) híbrido "X". Fonte da figura: adaptado de [20].

com os seguintes parâmetros de Stokes:

$$\begin{aligned} s_0 &= \left|\langle R^+|\mathrm{VOV}\rangle\right|^2 + \left|\langle L^-|\mathrm{VOV}\rangle\right|^2 \\ s_1 &= \left|\langle R^+|\mathrm{VOV}\rangle\right|^2 - \left|\langle L^-|\mathrm{VOV}\rangle\right|^2 \\ s_2 &= 2\,\mathrm{Re}\left(\langle R^+|\mathrm{VOV}\rangle^* \langle L^-|\mathrm{VOV}\rangle\right) \\ s_3 &= 2\,\mathrm{Im}\left(\langle R^+|\mathrm{VOV}\rangle^* \langle L^-|\mathrm{VOV}\rangle\right). \end{aligned} \tag{2.3.9}$$

Diferentes conjuntos de VOVs podem ser obtidos a partir de diferentes bases. A Figura 13B mostra a esfera de Poincaré construída a partir de outra base:

$$\begin{aligned} |R^-\rangle &= {}^1\!/\!\sqrt{2}\left(|\mathrm{HG}_{01}\rangle - i\,|\mathrm{HG}_{10}\rangle\right)|R\rangle \quad \text{e} \\ |L^+\rangle &= {}^1\!/\!\sqrt{2}\left(|\mathrm{HG}_{01}\rangle + i\,|\mathrm{HG}_{10}\rangle\right)|L\rangle\,. \end{aligned} \tag{2.3.10}$$

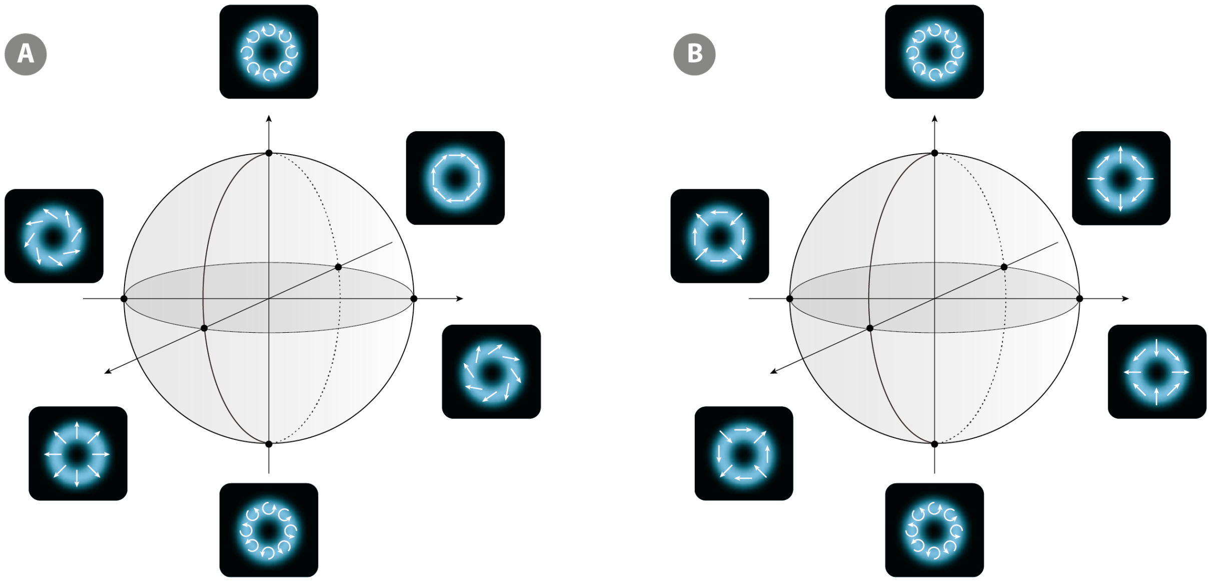


Figura 13 – Exemplos de esferas de Poincaré de ordem superior, utilizando dois conjuntos diferentes de feixes vetoriais como base: (A) base da Equação (2.3.7) e (B) base da Equação (2.3.10). Fonte da figura: adaptado de [34].

Diversas técnicas podem ser empregadas para gerar feixes vetoriais: moduladores espaciais de luz (SLMs), criação diretamente em laser, q-plates, metasuperfícies plasmônicas, placas de meia onda de vórtex etc [39]. Uma placa de meia onda de vórtex (VHW, do inglês *Vortex Half-Wave Retarder*), do tipo que utilizamos neste trabalho, consiste em um mosaico de placas de meia onda muito pequenas, com seus eixos rápidos variando continuamente a direção ao longo do plano na placa, como podemos ver no esquemático da Figura 14. Placas de diferentes ordens possuem padrões diferentes neste mosaico de eixos rápidos.

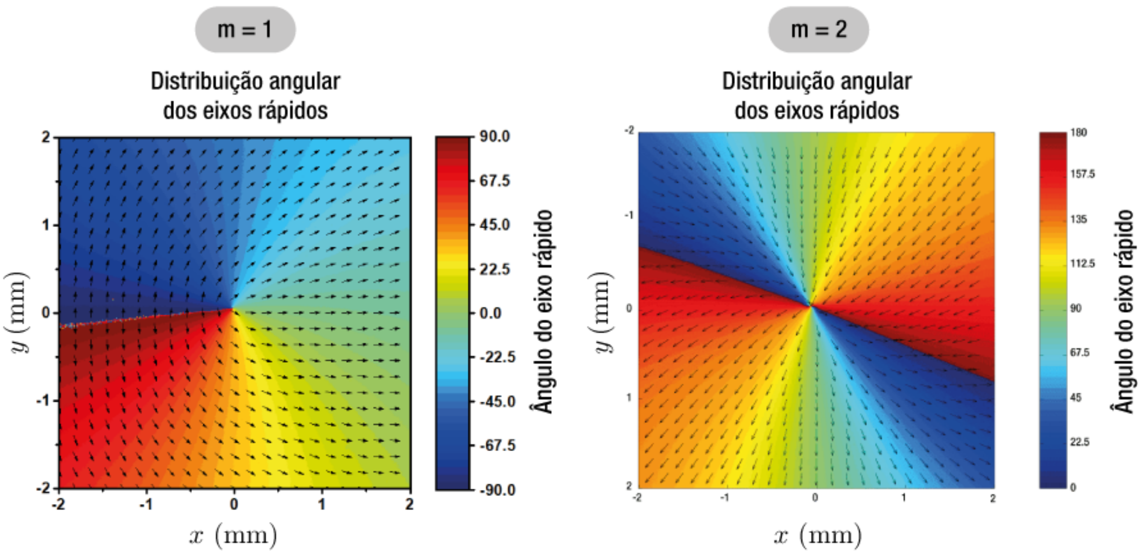


Figura 14 – Distribuição angular dos eixos rápidos das VHWs de ordem m = 1 e m = 2, fornecidas pela fabricante da placa de onda. Fonte: traduzido de [3].

A polarização do feixe incidente é girada ponto a ponto com diferentes ângulos, produzindo feixes de polarização não homogênea. Dependendo da polarização e modo espacial do feixe incidente e da ordem da placa de onda, diferentes feixes vetoriais são obtidos na saída. Podemos ver alguns exemplos na Figura 15.

Até aqui desenvolvemos matematicamente e estudamos as propriedades de feixes paraxiais, com foco em alguns tipos: gaussiano, de Hermite-Gauss e VOVs. No próximo capítulo estudaremos as cavidades ópticas, a interação com feixes paraxiais e como elas podem ser utilizadas como separadores de modos.

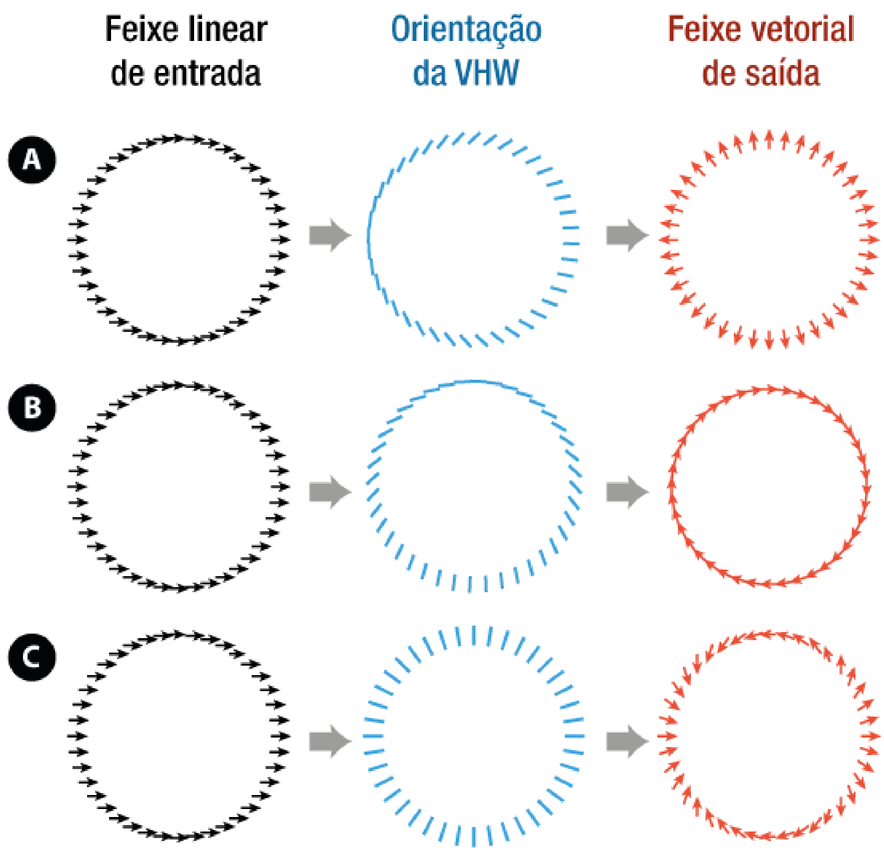


Figura 15 – Esquemático mostrando o efeito da VHW sobre um feixe incidente gaussiano de polarização linear horizontal: (A) e (B) placa de ordem m = 1 para duas orientações diferentes da placa, (C) placa de ordem m = 2. Fonte: adaptado de [3].

3 CAVIDADES ÓPTICAS

Cavidades ópticas (ou ressonadores ópticos) consistem em interferômetros compostos por um conjunto de espelhos de alto coeficiente de reflectância, que definem um caminho fechado para a luz. Quando a fase acumulada ao longo de uma volta é um múltiplo de 2π, temos ressonância entre luz e cavidade e a interferência construtiva maximiza a intensidade óptica transmitida pela cavidade. Longe da situação de ressonância, a luz será refletida pelo espelho de entrada [40].

Existem diversas configurações e tipos de cavidades (Figura 16): combinações de espelhos com distâncias da ordem desde centímetros até quilômetros (como é o caso das cavidades utilizadas no LIGO), interfaces de um cristal ou semicondutor com o ar, cavidades microscópicas formadas por microesferas e até mesmo cavidades integradas em chips. A cavidade de configuração mais simples é o interferômetro de Fabry-Perot, composto por dois espelhos planos paralelos. Neste trabalho, iremos tratar mais em detalhe a cavidade triangular, que é a utilizada em nossos experimentos.

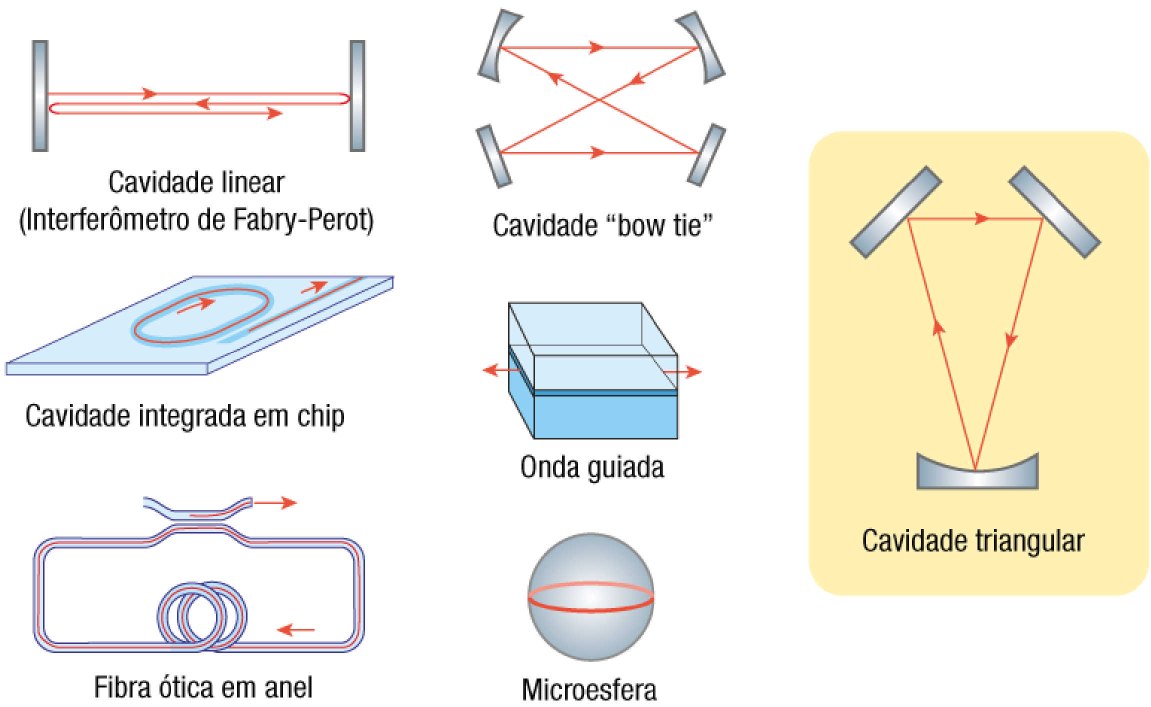


Figura 16 – Alguns tipos de cavidade, com destaque para a cavidade triangular. Fonte: adaptado de [22].

3.1 CONDIÇÕES DE RESSONÂNCIA E ESTABILIDADE

Em uma cavidade linear composta por dois espelhos planos paralelos, uma onda plana de comprimento de onda λ entrará em ressonância quando, na distância de uma volta completa[9], couberem n comprimentos de onda, ou seja, $2L = n\lambda$, onde n é um número inteiro positivo e L é a distância entre os espelhos.

Esta configuração de cavidade com espelhos planos, no entanto, não é geometricamente estável, posto que um laser real (descrito como um feixe gaussiano) irá divergir ao longo da propagação (Figura 17), efeito este que pode ser compensando fazendo o uso de pelo menos um espelho côncavo, fazendo com que a largura do feixe e seu raio de curvatura retornem aos mesmos valores após uma volta [40].

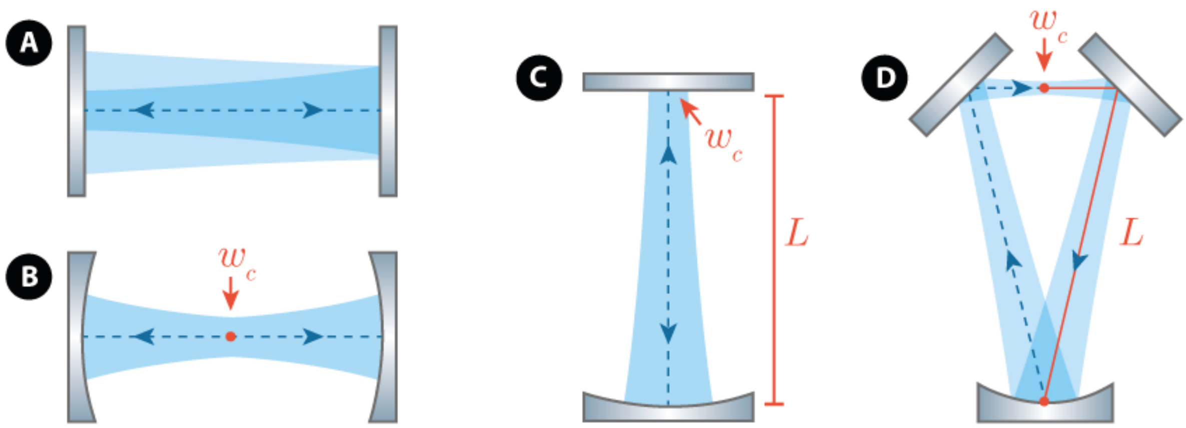


Figura 17 – Propagação de um feixe gaussiano ao longo de uma volta: (A) em cavidade linear plana, (B) cavidade linear côncava, (C) cavidade linear plano-côncava, (D) cavidade triangular. Nas cavidades lineares a luz percorre o caminho nos dois sentidos, enquanto na cavidade triangular a luz dá a volta sempre no mesmo sentido.

Em termos de estabilidade geométrica, a cavidade triangular é análoga à cavidade plano-côncava (Figura 17C e D). Para que ocorra o casamento de modo, ou seja, o modo espacial do feixe injetado corresponda ao modo ressonante da cavidade, é necessário que a cintura do feixe w_0 esteja no ponto de foco da cavidade (indicado na Figura 17 pelo ponto w_c) e que a curvatura da frente de onda do feixe, na posição do espelho côncavo, seja igual à curvatura do espelho. Retomando as equações (2.1.14) e (2.1.16), considerando que $z = 0$ é a posição do foco da cavidade e $z = L$ é a posição do espelho côncavo, temos que:

$$R(L) = L\left[1 + \left(\frac{z_0}{L}\right)^2\right] = r_C \quad \text{e} \quad z_0 = w_0^2\frac{\pi}{\lambda},$$

[9] Pode-se analisar os modos de ressonância de uma cavidade como ondas estacionárias ou viajantes. Trabalharemos com o conceito de ondas viajantes, que simplifica o entendimento da cavidade triangular.

onde λ é o comprimento de onda do feixe, L é o comprimento da cavidade óptica e r_C é o raio de curvatura do espelho côncavo. Portanto, para que ocorra o casamento de modo entre o feixe e a cavidade óptica, a cintura do feixe no ponto de foco da cavidade deve ser:

$$\boxed{w_0 = \sqrt[4]{\frac{\lambda^2}{\pi^2}\, L\,(r_C - L)},} \tag{3.1.1}$$

ou, em termos do comprimento de Rayleigh:

$$z_0 = \sqrt{L\,(r_C - L)}. \tag{3.1.2}$$

Isto implica que $L < r_C$, para que o comprimento de Rayleigh tenha um valor real. Se $L > r_C$, apenas uma fração do feixe ficará confinada na cavidade, havendo perdas por difração [41].

3.2 CAMPO REFLETIDO E TRANSMITIDO

A intensidade luminosa que será transmitida pela cavidade é resultado da interferência construtiva entre as ondas que ficam temporariamente confinadas. Podemos calcular os coeficientes de transmissão e reflexão da cavidade a partir dos coeficientes de transmissão e de reflexão de cada um dos seus espelhos constituintes.

Para um interferômetro de Fabry–Pérot[10] composto por dois espelhos planos de coeficientes de reflexão de intensidade R_a e R_b (que variam de 0 a 1), temos os seguintes valores de coeficiente de transmissão de intensidade (I_T) e de reflexão de intensidade (I_R) da cavidade, na situação de ressonância:

$$I_T = \frac{(1-R_a)(1-R_b)}{(1-\sqrt{R_a\,R_b})^2} \quad \text{e} \quad I_R = \frac{R_a + R_b - 2\sqrt{R_a\,R_b}}{(1-\sqrt{R_a\,R_b})^2} \tag{3.2.1}$$

Neste caso, um fenômeno contraintuitivo ocorre: quando os espelhos são idênticos, ou seja, $R_a = R_b = R$, não importa se o valor de seus coeficientes de reflectância são altos ou baixos, a cavidade transmitirá 100% da intensidade incidida sobre a cavidade:

$$I_T = \frac{(1-R_a)(1-R_b)}{(1-\sqrt{R_a\,R_b})^2} = \frac{(1-R)(1-R)}{(1-\sqrt{R\,R})^2} = 1$$

[10] O comportamento da cavidade linear é bastante conhecido e o desenvolvimento matemático destes resultados pode ser facilmente encontrados em Fowles [32], Hodgson e Weber [42] e Villar [43].

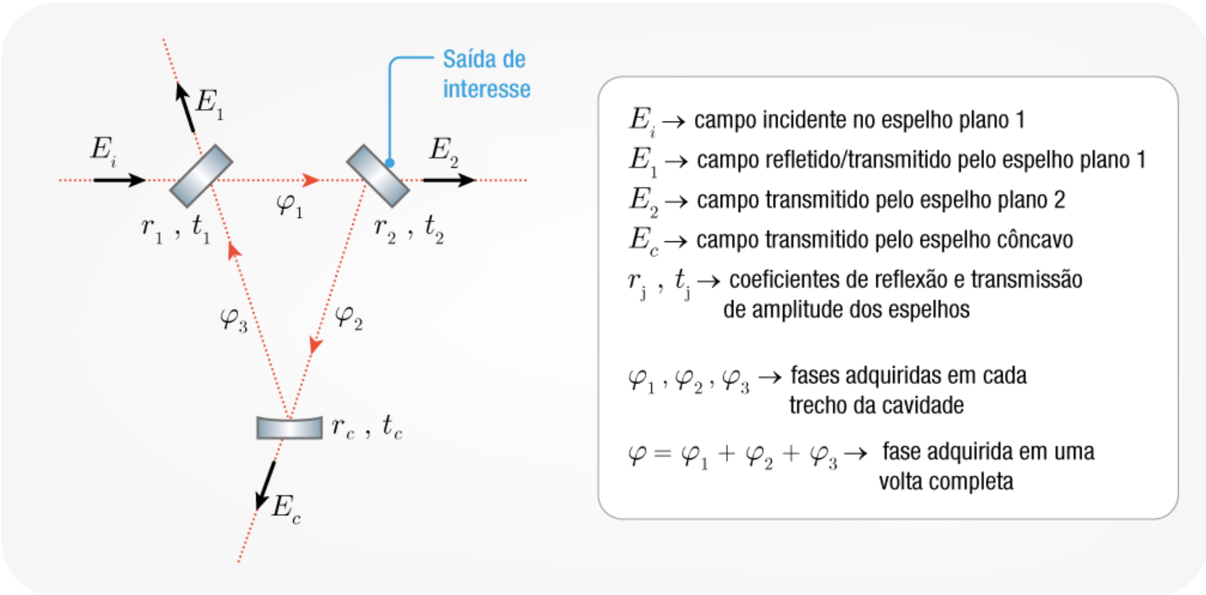


Figura 18 – Cavidade triangular composta por dois espelhos planos (espelhos 1 e 2, de coeficientes de reflexão e transmissão de amplitude r_1, t_1 e r_2, t_2 respectivamente) e um espelho côncavo (coeficientes r_c e t_c). O feixe incidente entra pelo espelho 1, e a saída de interesse, utilizada em nosso experimento, é pelo espelho 2.

No caso linear, consideramos que a cavidade possui uma entrada (o espelho onde o feixe é incidido), e uma saída (o outro espelho). A cavidade triangular não possui apenas uma saída: no caso da cavidade utilizada em nossos experimentos, as medidas são realizadas no feixe que é transmitido pelo espelho plano 2 (Figura 18), portanto esta será nossa saída de interesse. A seguir, iremos calcular os coeficientes de transmissão da cavidade em cada uma de suas saídas, o que nos dá uma estimativa de quanta intensidade teremos na saída de interesse e quanta intensidade será perdida nas outras.

Podemos escrever os campos E_1, E_2 e E_c em função do campo incidente E_i , dos coeficientes de reflexão e transmissão de amplitude r e t de cada um dos espelhos e das fases adquiridas ao longo do trajeto na cavidade (Figura 18). Na situação estacionária e desprezando as perdas espúrias, somaremos a contribuição do feixe que entra na cavidade com os feixes que estão propagando dentro da cavidade e percorreram n voltas:

$$\begin{aligned} E_2 &= E_i t_1 t_2 e^{i\varphi_1} + E_i t_1 r_2 r_c r_1 t_2 e^{i(\varphi_1+\varphi)} + E_i t_1 (r_2 r_c r_1)^2 t_2 e^{i(\varphi_1+2\varphi)} + E_i t_1 (r_2 r_c r_1)^3 t_2 e^{i(\varphi_1+3\varphi)} + ... \\ &= E_i t_1 t_2 e^{i\varphi_1}(1 + r_2 r_c r_1 e^{i\varphi} + (r_2 r_c r_1 e^{i\varphi})^2 + (r_2 r_c r_1 e^{i\varphi})^3 + ...) \\ &= E_i t_1 t_2 e^{i\varphi_1} \sum_{n=0}^{\infty} (r_1 r_2 r_c e^{i\varphi})^n \end{aligned} \tag{3.2.2}$$

Como os coeficientes de reflexão e transmissão de espelhos são sempre iguais ou menores a 1, com $r^2 + t^2 = 1$, temos:

$$\begin{aligned} E_2 &= E_i t_1 t_2 e^{i\varphi_1} \sum_{n=0}^{\infty} x^n \quad \text{com} \quad |x| = \left| r_1 r_2 r_c e^{i\varphi} \right| < 1 \\ &= E_i t_1 t_2 e^{i\varphi_1} \frac{1}{1-x} = \frac{E_i t_1 t_2 e^{i\varphi_1}}{1 - r_1 r_2 r_c e^{i\varphi}} \end{aligned} \tag{3.2.3}$$

De forma análoga, encontraremos as seguintes expressões para E_1 e E_c:

$$E_c = \frac{E_i t_1 r_2 t_c e^{i(\varphi_1+\varphi_2)}}{1 - r_1 r_2 r_c e^{i\varphi}} \tag{3.2.4}$$

$$E_1 = -r_1 E_i + \frac{E_i t_1^2 r_2 r_c e^{i\varphi}}{1 - r_1 r_2 r_c e^{i\varphi}} \tag{3.2.5}$$

Os coeficientes de transmissão de intensidade da cavidade, por cada espelho, são dados pelo quadrado do módulo dos campos das Eqs. 3.2.3, 3.2.4 e 3.2.5 com relação ao campo de entrada E_i. Ainda, substituiremos os coeficientes de reflexão/transmissão de amplitude r e t dos espelhos, pelos seus coeficientes de reflexão/transmissão de intensidade $R = r^2$ e $T = t^2$, com $R + T = 1$:

$$I_2 = \left| \frac{E_2}{E_i} \right|^2 = \left| \frac{t_1 t_2 e^{i\varphi_1}}{1 - r_1 r_2 r_c e^{i\varphi}} \right|^2 = \frac{(1-R_1)(1-R_2)}{1 - 2\cos\varphi\sqrt{R_1 R_2 R_c} + R_1 R_2 R_c} \tag{3.2.6}$$

Analogamente:

$$I_c = \frac{(1-R_1)R_2(1-R_c)}{1 - 2\cos\varphi\sqrt{R_1 R_2 R_c} + R_1 R_2 R_c} \tag{3.2.7}$$

$$I_1 = \frac{R_1 - 2\cos\varphi\sqrt{R_1 R_2 R_c} + R_1 R_2 R_c}{1 - 2\cos\varphi\sqrt{R_1 R_2 R_c} + R_1 R_2 R_c} \tag{3.2.8}$$

O $\cos\varphi$ se relaciona com a condição de ressonância: quando o trajeto dentro da cavidade for tal que à cada volta o feixe ganha uma fase múltipla de 2π, teremos máxima transmissão de intensidade pela cavidade ($\cos\varphi = 1$):

$$\boxed{I_{2,\text{ressonância}} = \frac{(1-R_1)(1-R_2)}{1 - 2\sqrt{R_1 R_2 R_c} + R_1 R_2 R_c} = \frac{(1-R_1)(1-R_2)}{(1-\sqrt{R_1 R_2 R_c})^2}} \tag{3.2.9}$$

Substituindo os coeficientes de reflexão por alguns valores de exemplo, que podem ser encontrados em espelhos dielétricos de alta reflectância comerciais, podemos verificar a influência que o coeficiente de cada espelho exerce na transmissão da cavidade. Na Figura 19, temos a intensidade $I_{2,\text{ressonância}}$ em função do coeficiente de reflexão R_c do espelho côncavo, na situação em que os espelhos planos são perfeitamente idênticos e possuem coeficientes de reflexão $R_1 = R_2 = R = 0,950$ (curva azul), $0,990$ (verde), $0,995$ (laranja) e $0,999$ (vermelha). Nota-se que a transmissão da cavidade cai rapidamente quando os espelhos planos são muitos bons e o espelho côncavo tem coeficiente $R_c < R$: para $R_c = 0,950$ a intensidade transmitida cai para $1,44\%$ da intensidade de entrada quando $R = 0,999$, e cai para $8,13\%$ quando $R = 0,990$.

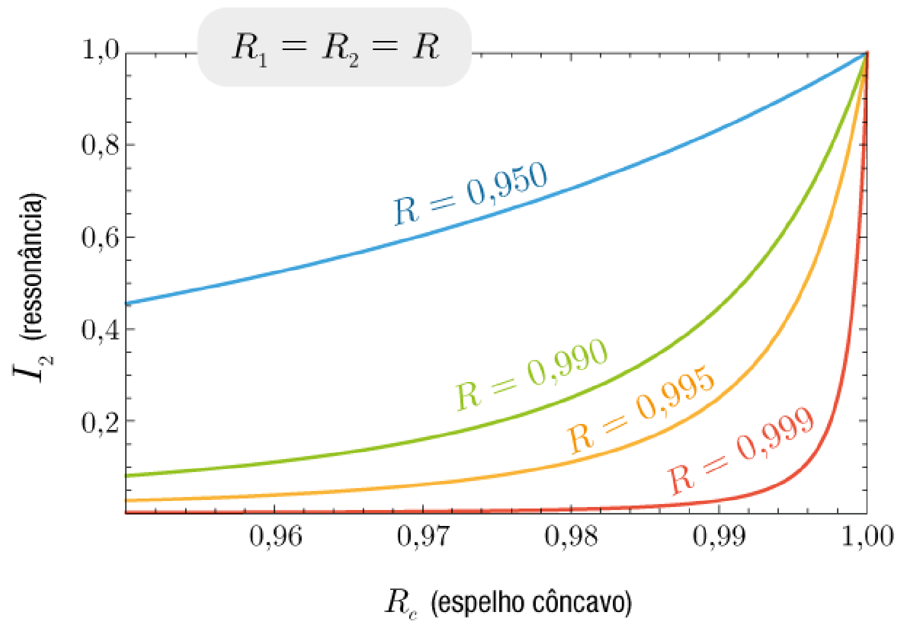


Figura 19 – Coeficiente de transmissão da cavidade na saída pelo espelho 2, em função da reflectância R_c do espelho côncavo, para quatro valores de $R_1 = R_2 = R$ dos espelhos planos.

Já na Figura 20 temos a situação em que os dois espelhos planos são diferentes e o coeficiente do espelho côncavo é $R_c = 0,999$. Fixando o valor de um dos espelhos planos em $R_1 = 0,990$ (curva azul), $0,995$ (laranja) e $0,999$ (verde), vemos que a intensidade $I_{2,\text{ressonância}}$ cai quanto maior for a diferença de reflectância entre os espelhos planos, atingindo máxima transmissão quando os espelhos são idênticos, com queda acentuada na região em que se aproximam da reflectância do espelho côncavo. A influência desta diferença, no entanto, é menos importante do que a qualidade do espelho côncavo: para $R_2 = 0,950$ a intensidade transmitida cai para $7,23\%$ da intensidade de entrada quando $R_1 = 0,999$ e para $53,1\%$ quando $R_1 = 0,990$.

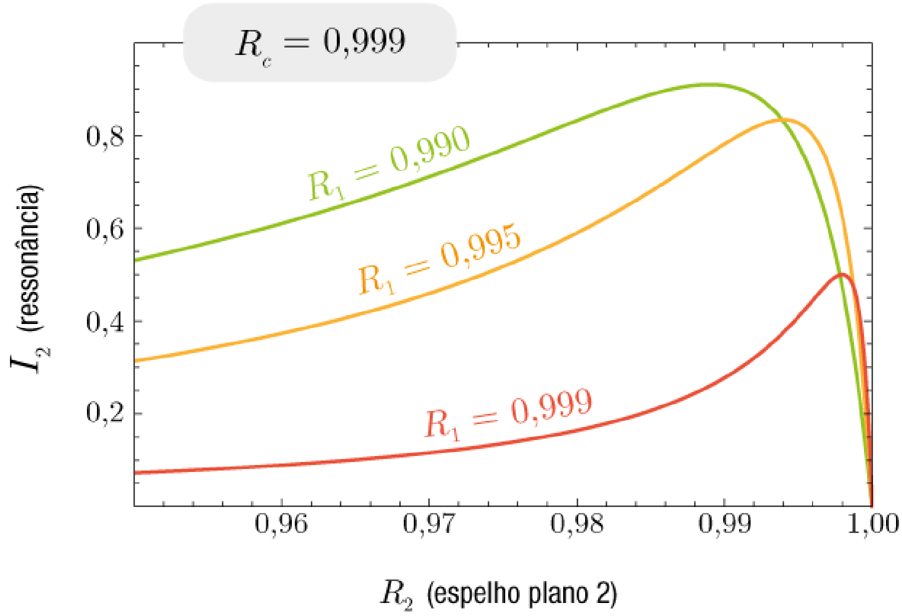


Figura 20 – Coeficiente de transmissão da cavidade na saída pelo espelho 2, em função da reflectância R_2 do espelho plano 2, para quatro valores de R_1 do espelho plano 1. Os valores de R_1 e R_2 são intercambiáveis, visto que a equação para $I_{2,\text{ressonância}}$ (Eq. 3.2.9) é simétrica para estas variáveis.

É interessante notar que, para valores de R_2 muito altos (após os pontos de máximo na Figura 20), a queda acentuada na transmissão da cavidade se dá pela aproximação ao valor de R_c do espelho côncavo, e não pela diferença entre os espelhos planos. Portanto, em termos práticos, *desde que ambos os espelhos planos possuam reflectâncias suficientemente inferiores à do espelho côncavo, uma pequena diferença entre eles não compromete de forma significativa a transmissão da cavidade pelo espelho de interesse.*

3.3 INTERVALO ESPECTRAL LIVRE E FINESSE

Se lembrarmos da condição básica de ressonância do feixe na cavidade, $2L = n\lambda$ e que $\lambda = c/\nu$, temos:

$$2L = n\lambda = n\frac{c}{\nu} \implies \nu_n = \frac{nc}{2L}, \tag{3.3.1}$$

ou seja, para um mesmo comprimento de cavidade, feixes de diferentes frequências ν_n entram em ressonância com a cavidade. Ao intervalo entre duas frequências ν_n e ν_{n+1}, damos o nome de intervalo espectral livre:

$$\Delta\nu = \nu_{n+1} - \nu_n = \frac{c}{2L}. \tag{3.3.2}$$

Estes picos de ressonância possuem uma certa largura (Figura 21). A largura à meia altura (FWHM, do inglês *full width at half-maximum*) de um pico de ressonância, é chamada de largura de banda da cavidade, $\delta\nu$.

Uma outra característica importante da cavidade óptica é a sua finesse, que é a medida de quão estreito são os picos de ressonância em relação ao intervalo espectral livre. A finesse é definida como o intervalo espectral livre dividido pela largura de banda da cavidade:

$$\mathcal{F} \equiv \frac{\Delta\nu}{\delta\nu}. \tag{3.3.3}$$

No caso do nosso experimento, temos um feixe de comprimento de onda fixo e cavidade de comprimento variável, então podemos reescrever esta relação como:

$$\boxed{L_n = \frac{nc}{2\nu} = \frac{n\lambda}{2}, \quad \text{com} \;\; \Delta L = \frac{c}{2\nu} = \frac{\lambda}{2}.} \tag{3.3.4}$$

Desta forma, se realizarmos uma varredura, variando o comprimento da cavidade, observaremos vários picos de transmissão (que chamaremos de picos de ressonância) para um mesmo feixe em intervalos regulares ΔL do comprimento da cavidade (que chamaremos de intervalo entre picos), e a finesse pode ser medida como:

$$\boxed{\mathcal{F} \equiv \frac{\Delta L}{\delta L},} \tag{3.3.5}$$

onde δL é a FWHM do pico em termos de comprimento da cavidade.

A finesse pode ainda ser aproximada em função dos coeficientes de reflexão dos espelhos, o que é uma boa forma de estimar qual será a finesse da cavidade a partir dos espelhos que serão utilizados em sua montagem. Rearranjando a Equação (3.2.6):

$$I_2(\varphi) = \frac{I_{2,\text{ressonância}}}{B^2 \sin^2\varphi} \quad \text{onde} \;\; B^2 = \frac{4\sqrt{R_1 R_2 R_c}}{(1-\sqrt{R_1 R_2 R_c})^2}. \tag{3.3.6}$$

Podemos encontrar os valores de φ para os quais I_2 está à meia altura:

$$I_2(\varphi) = \frac{I_{2,\text{ressonância}}}{B^2 \sin^2\varphi} = \frac{I_{2,\text{ressonância}}}{2}\;, \tag{3.3.7}$$

portanto:

$$\varphi_{\pm} = 2\arcsin\left(1/\pm B\right) \quad \text{e} \quad \delta\varphi = 2\arcsin\left(1/B\right). \tag{3.3.8}$$

Teremos assim a seguinte relação para a finesse:

$$\mathcal{F} = \frac{\text{Período de } I_{2,\text{ressonância}}}{\delta\varphi} = \frac{\pi}{2\arcsin\left(\dfrac{1-\xi^{1/2}}{2\xi^{1/4}}\right)} \quad \text{onde } \xi = R_1 R_2 R_c\,, \tag{3.3.9}$$

que, no regime de baixas perdas (espelhos de altas reflectâncias, $1-\xi \ll 1$), pode ser aproximada para:

$$\boxed{\mathcal{F} \approx \frac{2\pi}{1-\xi}.} \tag{3.3.10}$$

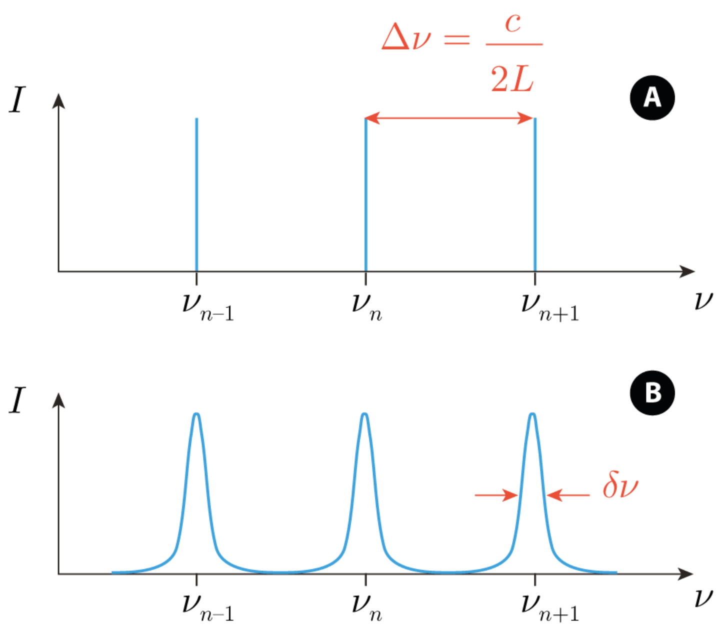


Figura 21 – Intensidade transmitida por uma cavidade em função da frequência, com destaque para o intervalo espectral livre e a largura de banda de uma cavidade. (A) Cavidade ideal sem perdas, com $\mathcal{F} \to \infty$. (B) Cavidade com perdas. Fonte: adaptado de [22].

3.4 MODOS ESPACIAIS DE ORDEM SUPERIOR NA CAVIDADE

Conforme vimos anteriormente, feixes HG de ordens superiores adquirem fases diferentes do feixe gaussiano, em virtude do fator multiplicativo na fase de Gouy (Equação (2.1.19)). Portanto, devem entrar em ressonância em cavidades de comprimentos diferentes[11]. Neste caso, é mais interessante pensar na condição de ressonância em termos da fase:

[11] Visto que trabalhamos com um laser de comprimento de onda fixo e cavidade de comprimento variável, realizaremos o tratamento matemático considerando esta situação. Mas no caso de uma cavidade de comprimento fixo, o comprimento de onda teria que ser ajustado para observar a ressonância de modos HG superiores.

queremos que, ao dar uma volta completa na cavidade, o feixe retorne ao ponto inicial com a mesma fase, ou seja, $\varphi = 2\pi p$, onde p é um número inteiro positivo.

A fase do feixe HG_{mn} após uma volta completa na cavidade é dada por:

$$\varphi(2L) = 2Lk - (m+n+1)\,\varphi_G(2L) = \frac{4\pi L}{\lambda} - (m+n+1)\,\arctan\left(\frac{2L}{z_0}\right). \tag{3.4.1}$$

Igualando à $2\pi p$ para cumprir a condição de ressonância, obtemos:

$$L_{mn} = \frac{\lambda}{4\pi}\left[2\pi p + (m+n+1)\,\arctan\left(\frac{2L}{z_0}\right)\right]. \tag{3.4.2}$$

Assim, a diferença Δ, entre o comprimento L_{mn} da cavidade ressonante com um modo HG_{mn} e o comprimento L_{00} da cavidade ressonante com o modo gaussiano é de:

$$\begin{aligned}\Delta &= L_{mn} - L_{00}\\ &= \frac{\lambda}{4\pi}\left[2\pi p' + (m+n+1)\,\arctan\left(\frac{2(L_{00}+\Delta)}{z_0}\right) - \arctan\left(\frac{2L_{00}}{z_0}\right)\right].\end{aligned} \tag{3.4.3}$$

No caso de cavidades macroscópicas, Δ é da ordem do comprimento de onda, enquanto o comprimento L da cavidade é da ordem de centímetros. Isto nos permite realizar a aproximação [44]:

$$\arctan\left(\frac{2(L_{00}+\Delta)}{z_0}\right) \approx \arctan\left(\frac{2L_{00}}{z_0}\right), \tag{3.4.4}$$

resultando em:

$$\Delta \approx \frac{\lambda}{4\pi}\left[2\pi p' + (m+n)\,\arctan\left(\frac{2L_{00}}{z_0}\right)\right]. \tag{3.4.5}$$

Esta distância Δ é a diferença de tamanho da cavidade, com relação ao modo gaussiano fundamental (HG_{00}), para o qual feixes hermite-gaussianos de ordem superior HG_{mn} entram em ressonância. Desta forma, uma cavidade de tamanho variável pode ser utilizada para identificar e separar modos HG de diferentes ordens $N = m + n$, de um feixe composto por uma superposição de modos, ainda que todos eles possuam mesma frequência e mesma cintura [40].

Existe ainda uma outra fase a ser considerada, devido às reflexões nos espelhos. A reflexão em cada espelho realiza uma inversão na orientação do eixo paralelo ao plano de propagação do feixe (eixo x), adicionando uma fase de π à polarização horizontal, mas não há efeito sobre a polarização vertical, que é perpendicular ao plano de propagação [45],

[46]. Este efeito também ocorre em modos espaciais de paridade ímpar, como os feixes HG cujos polinômios de Hermite são funções ímpares (Figura 22). Em cavidades com um número par de espelhos, esta fase não precisa ser levada em conta, já que o resultado final será múltiplo de 2π, porém em cavidades com um número ímpar de espelhos, como é o caso da triangular, o efeito é relevante.

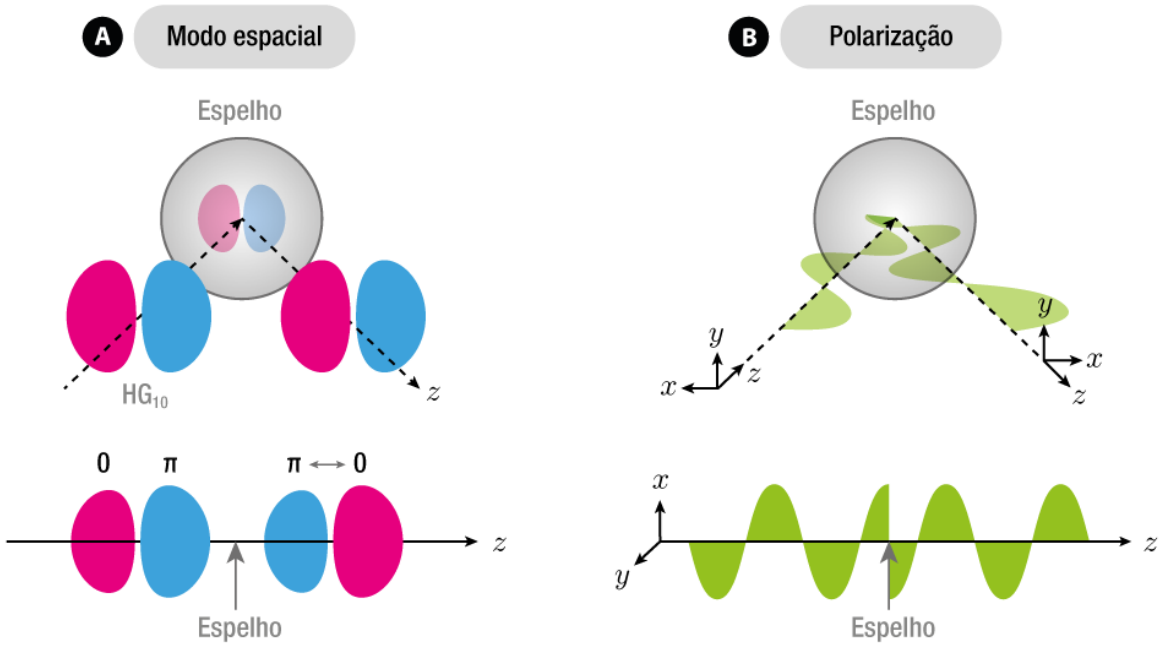


Figura 22 – Efeito da inversão da orientação do eixo x em modo espacial de ordem ímpar, e na polarização horizontal (paralela ao plano de propagação) de um feixe.

Esta fase adicional recebida pelos modos HG com m ímpar, permitirá que a cavidade triangular discrimine modos de mesma polarização e mesma ordem N que possuam diferente paridade. Conforme evidenciado na Equação (3.4.5), modos HG de mesma ordem $N = m + n$, por exemplo, os modos HG_{01} e HG_{10}, adquirem a mesma fase de Gouy, e portanto entrariam em ressonância para o mesmo comprimento de cavidade. Isto ocorre em cavidades lineares, mas a fase adicional de π acrescentada pela reflexão tripla separará estes picos (Figura 23).

3.5 VANTAGENS E DESVANTAGENS DA CAVIDADE TRIANGULAR

A cavidade triangular possui duas vantagens com relação à cavidade linear: a capacidade de separar modos de mesma ordem, que acabamos de descrever, e, enquanto o feixe refletido pela cavidade linear pode refazer o caminho de volta à fonte emissora, necessitando de isolamento óptico, o mesmo não ocorre na cavidade triangular, que desvia o feixe refletido para outra direção.

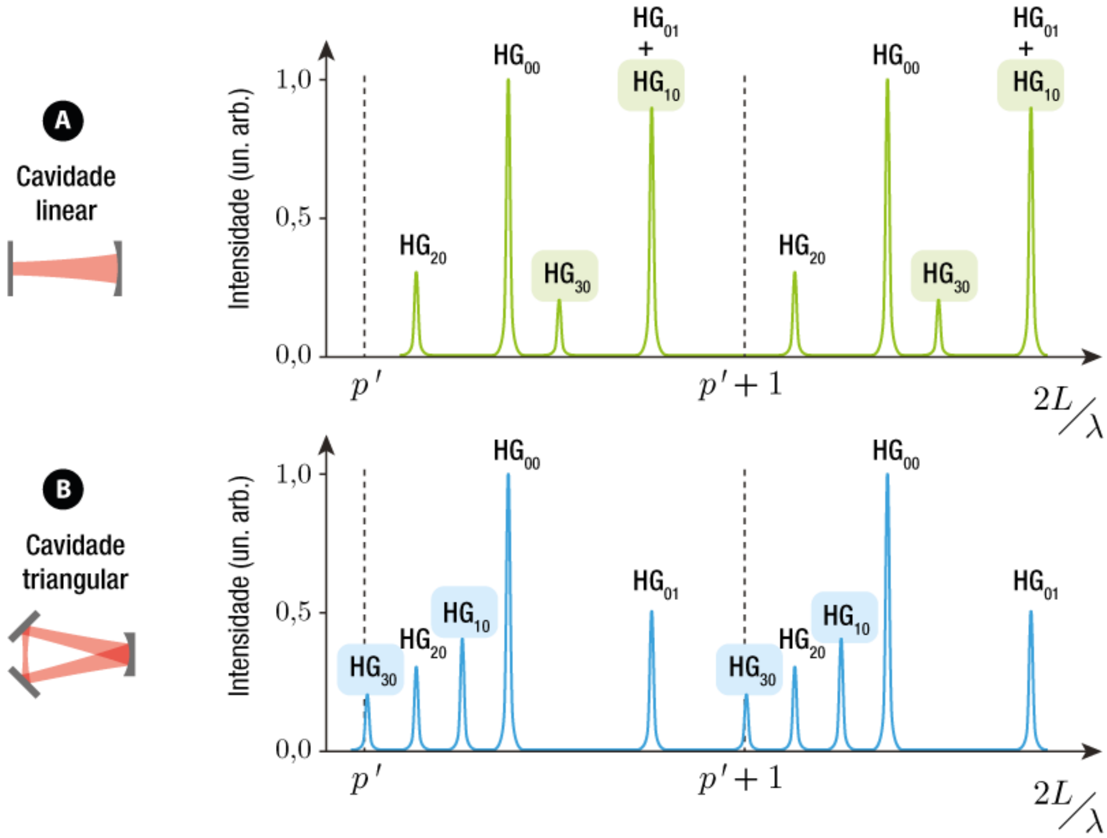


Figura 23 – Picos de ressonância de uma superposição de feixes HG_{00}, HG_{01}, HG_{10}, HG_{20} e HG_{30} (em proporção 10:5:4:3:2), comprimento de onda λ, ao realizar uma varredura no comprimento de cavidade de comprimento total $2L$. Comparação entre: (A) cavidade linear e (B) cavidade triangular. Os modos pares entram em ressonância para os mesmos comprimentos de cavidade, enquanto os ímpares sofrem um deslocamento devido à reflexão adicional na cavidade triangular. Fonte: adaptado de [40].

Por outro lado, na cavidade triangular temos uma incidência fora da normal da superfície dos espelhos, acarretando em uma diferença de fase adicional entre a polarização horizontal e vertical de um feixe. Esta diferença de fase depende das características do espelho e afetam apenas a polarização, não tendo relação com a ordem do feixe. Espelhos dielétricos, mais comumente utilizados em cavidades, são constituídos de camadas intercaladas de filmes finos, de diferentes índices de refração [2, 47]. As reflexões fora da normal entre estas camadas acarretam em diferentes fases acumuladas pelas componentes paralela e perpendicular do campo elétrico (mais detalhes podem ser vistos em [48] e [32]). Esta característica pode tanto ser propositalmente explorada como acarretar em dificuldades, conforme o experimento realizado.

3.6 VÓRTICES ÓPTICOS VETORIAIS NA CAVIDADE ÓPTICA

Vimos na Seção 3.4 como feixes HG entram em ressonância na cavidade, e como o número ímpar de espelhos afeta a fase de modos espaciais de paridade ímpar e modos de polarização horizontal. Discutiremos agora o que acontece com feixes vetoriais na cavidade triangular. Podemos iniciar a análise verificando o que ocorre com os feixes radial e azimutal após uma reflexão:

$$\begin{aligned}
\text{Reflexão}\,(|\text{VOV}_{\text{radial}}\rangle) &= \text{Reflexão}\,(|\text{HG}_{10}\rangle\,|H\rangle) + \text{Reflexão}\,(|\text{HG}_{01}\rangle\,|V\rangle) \\
&= (\text{e}^{i\pi}\,|\text{HG}_{10}\rangle)(\text{e}^{i\pi}\,|H\rangle) + |\text{HG}_{01}\rangle\,|V\rangle \\
&= \text{e}^{i2\pi}\,|\text{HG}_{10}\rangle\,|H\rangle + |\text{HG}_{01}\rangle\,|V\rangle \\
&= |\text{VOV}_{\text{radial}}\rangle
\end{aligned} \tag{3.6.1}$$

$$\begin{aligned}
\text{Reflexão}\,(|\text{VOV}_{\text{azimutal}}\rangle) &= \text{Reflexão}\,(|\text{HG}_{01}\rangle\,|H\rangle) - \text{Reflexão}\,(|\text{HG}_{10}\rangle\,|V\rangle) \\
&= |\text{HG}_{01}\rangle\,(\text{e}^{i\pi}\,|H\rangle) - (\text{e}^{i\pi}\,|\text{HG}_{10}\rangle)\,|V\rangle \\
&= \text{e}^{i\pi}(|\text{HG}_{01}\rangle\,|H\rangle - |\text{HG}_{10}\rangle\,|V\rangle) \\
&= \text{e}^{i\pi}\,|\text{VOV}_{\text{azimutal}}\rangle
\end{aligned} \tag{3.6.2}$$

O VOV radial (cujas componentes são pares) é refletido como um feixe de paridade par e não recebe fase adicional, enquanto o VOV azimutal (cujas componentes são ímpares) é refletido como um feixe de paridade ímpar, adquirindo uma fase π (Figura 24A). Este comportamento se repete no caso dos VOVs híbrido "cruz" e híbrido "X" (a decomposição destes pode ser revista na Figura 12 do capítulo anterior):

$$\begin{aligned}
\text{Reflexão}\,(|\text{VOV}_{\text{híbrido}+}\rangle) &= \text{Reflexão}\,(|\text{HG}_{10}\rangle\,|H\rangle) - \text{Reflexão}\,(|\text{HG}_{01}\rangle\,|V\rangle) \\
&= \text{e}^{i2\pi}\,|\text{HG}_{10}\rangle\,|H\rangle - |\text{HG}_{01}\rangle\,|V\rangle \\
&= |\text{VOV}_{\text{híbrido}+}\rangle
\end{aligned} \tag{3.6.3}$$

$$\begin{aligned}
\text{Reflexão}\,(|\text{VOV}_{\text{híbrido}\times}\rangle) &= \text{Reflexão}\,(|\text{HG}_{01}\rangle\,|H\rangle) + \text{Reflexão}\,((|\text{HG}_{10}\rangle\,|V\rangle) \\
&= \text{e}^{i\pi}(|\text{HG}_{01}\rangle\,|H\rangle + |\text{HG}_{10}\rangle\,|V\rangle) \\
&= \text{e}^{i\pi}\,|\text{VOV}_{\text{híbrido}\times}\rangle
\end{aligned} \tag{3.6.4}$$

Estes quatro feixes acumulam a mesma fase de Gouy ao longo da propagação, já que são decompostos em modos HG de mesma ordem $N = m + n = 1$. Exceto pela fase adquirida nas reflexões, as demais características dos feixes (comprimento de onda, cintura e raio de curvatura da frente de onda) podem ser idênticas, visto que estas características não são condicionais ao tipo de VOV. É possível então agrupá-los pela paridade do campo vetorial da polarização do feixe, com cada conjunto entrando em ressonância para um certo tamanho de cavidade.

Podemos ainda analisar o que deve ocorrer com um VOV formado pela combinação linear destes VOVs. Por exemplo, um VOV espiral, formado pela combinação linear dos VOVs radial e um azimutal (Figura 24B), reflete da seguinte forma:

$$\begin{aligned} |\mathrm{VOV}_{\mathrm{espiral}}\rangle &= |\mathrm{VOV}_{\mathrm{radial}}\rangle + |\mathrm{VOV}_{\mathrm{azimutal}}\rangle \\ &= |\mathrm{HG}_{10}\rangle\,|H\rangle + |\mathrm{HG}_{01}\rangle\,|V\rangle + |\mathrm{HG}_{01}\rangle\,|H\rangle - |\mathrm{HG}_{10}\rangle\,|V\rangle \end{aligned} \tag{3.6.5}$$

$$\begin{aligned} \text{Reflexão}\left(|\mathrm{VOV}_{\mathrm{espiral}}\rangle\right) &= \text{Reflexão}\left(|\mathrm{HG}_{10}\rangle\,|H\rangle\right) + \text{Reflexão}\left(|\mathrm{HG}_{01}\rangle\,|V\rangle\right) \\ &\quad + \text{Reflexão}\left(|\mathrm{HG}_{01}\rangle\,|H\rangle\right) - \text{Reflexão}\left(|\mathrm{HG}_{10}\rangle\,|V\rangle\right) \\ &= e^{i2\pi}\,|\mathrm{HG}_{10}\rangle\,|H\rangle + |\mathrm{HG}_{01}\rangle\,|V\rangle + e^{i\pi}\,|\mathrm{HG}_{01}\rangle\,|H\rangle - e^{i\pi}\,|\mathrm{HG}_{10}\rangle\,|V\rangle \\ &= \big(|\mathrm{HG}_{10}\rangle\,|H\rangle + |\mathrm{HG}_{01}\rangle\,|V\rangle\big) + e^{i\pi}\,\big(|\mathrm{HG}_{01}\rangle\,|H\rangle - |\mathrm{HG}_{10}\rangle\,|V\rangle\big) \\ &= |\mathrm{VOV}_{\mathrm{radial}}\rangle + \mathrm{e}^{i\pi}\,|\mathrm{VOV}_{\mathrm{azimutal}}\rangle \end{aligned} \tag{3.6.6}$$

A reflexão adiciona fases diferentes às componentes, conforme a paridade. Assim, um VOV formado por componentes de mesma paridade deve entrar em ressonância com a cavidade triangular, ou seja, todas as componentes entram em ressonância no mesmo comprimento de cavidade (como é o caso dos VOVs radial, azimutal, híbrido "cruz" e híbrido "X"). Por outro lado, um VOV cujas componentes possuem paridades diferentes, deve ter suas componentes separadas, visto que as componentes entram em ressonância para dois comprimentos diferentes de cavidade (como é o caso do VOV espiral).

Portanto, conforme a paridade dos VOVs e de suas componentes, uma cavidade de comprimento ajustável, ou mesmo um conjunto de cavidades em cascata [44], poderia ser utilizadas para separar uma mistura de feixes vetoriais (Figura 25).

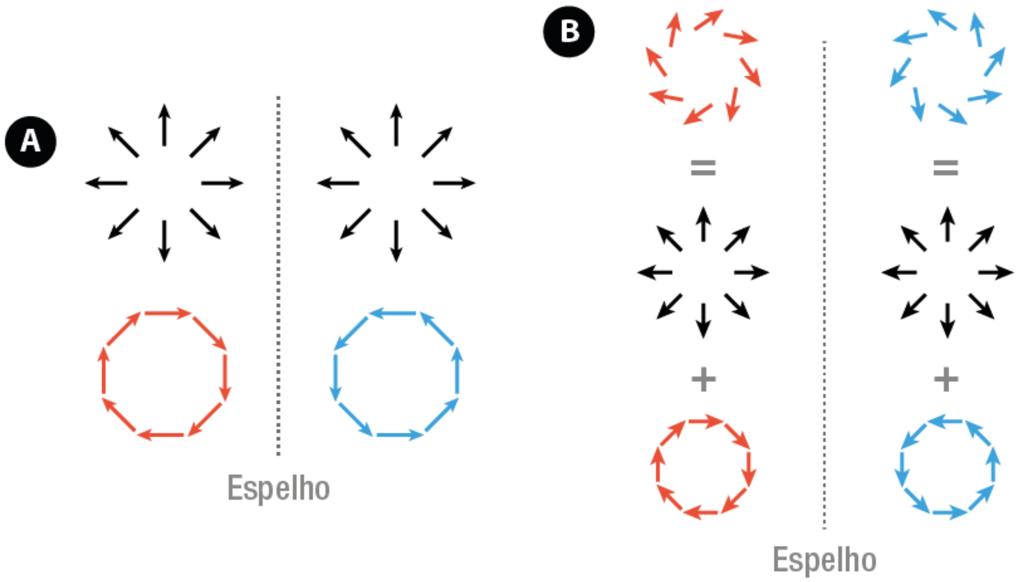


Figura 24 – Efeito da reflexão: (A) nos VOVs radial e azimutal, individualmente e (B) no VOV espiral.

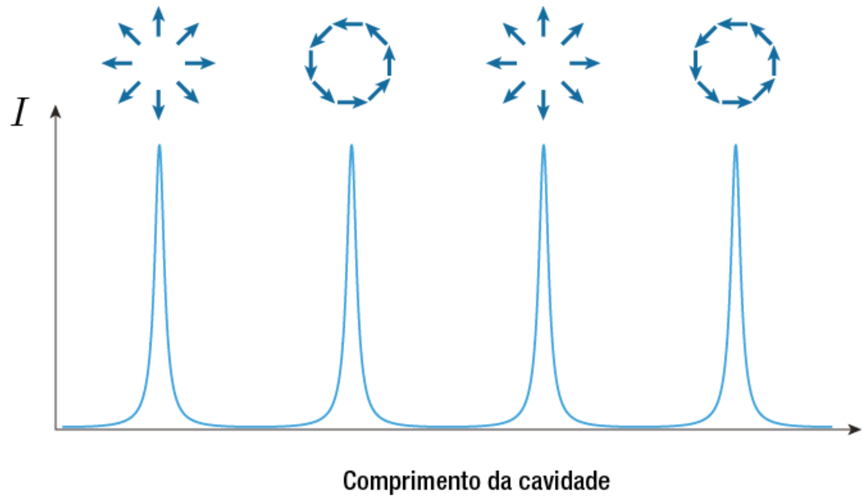


Figura 25 – Representação de picos de intensidade relativos aos VOVs radial e azimutal, incididos simultaneamente em uma cavidade de comprimento variável.

Este é o comportamento que esperamos observar ao incidir VOVs em uma cavidade óptica triangular. Com o objetivo de verificar se de fato VOVs entram em ressonância com uma cavidade triangular e se a cavidade pode ser utilizada para separar alguns grupos de VOVs, realizamos o trabalho experimental que será descrito no próximo capítulo.

4 EXPERIMENTO E RESULTADOS

Neste capítulo, descreveremos a proposta experimental realizada e suas etapas. Iniciaremos com a descrição da montagem experimental e a caracterização da cavidade, onde identificamos alguns desafios e condições necessárias para a obtenção de ressonância de feixes VOVs com a cavidade óptica. Em seguida, um estudo sobre a fase geométrica de Pancharatnam, recurso que foi estudado como ferramenta de compensação de fase. Por fim, mostraremos alguns testes realizados após alterações na cavidade.

4.1 DESCRIÇÃO DA MONTAGEM

A Figura 26 mostra uma esquematização da montagem utilizada para a caracterização da cavidade e testes preliminares. Realizada sobre mesa óptica, a montagem consiste em um laser de diodo de $\lambda = 780\,\mathrm{nm}$ acoplado a uma cavidade estendida[12] (laser gerado possui polarização vertical), cujo feixe passa por um filtro espacial composto de um *pinhole* e duas lentes (L1 e L2 de distâncias focais 10 e 30 cm respectivamente) e é direcionado para um modulador espacial de luz (SLM).

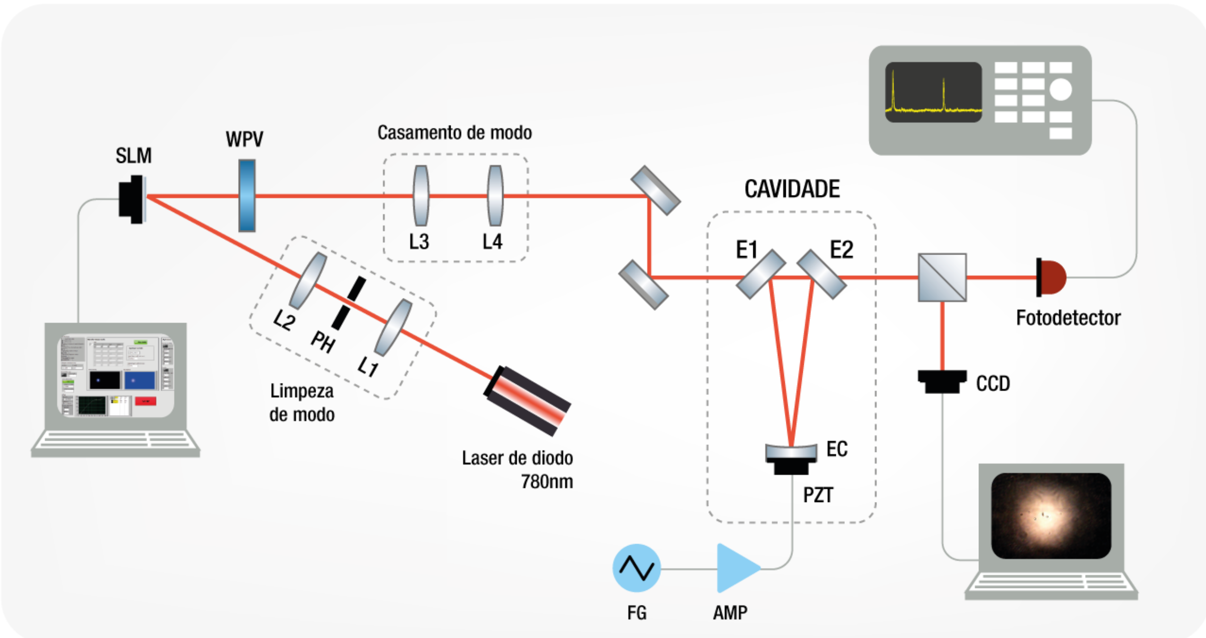


Figura 26 – Montagem experimental, ver o texto para maiores explicações.

[12] O laser (diodo Sanyo DL7140-201S) e seus controladores de corrente e de temperatura foram gentilmente cedidos pelo Professor Dr. Marcelo Martinelli do Laboratório de Manipulação Coerente de Átomos e Luz (USP/SP). Conforme informado, possui largura de linha menor que 1 MHz, medido via absorção saturada em rubídio.

O SLM[13], um dispositivo eletrônico que possui uma tela de cristal líquido pixelada sobre um espelho, realiza a modulação de feixes através de máscaras geradas em um computador. O controle do SLM é realizado com um programa desenvolvido em LabVIEW que permite a modulação espacial dos feixes em modos HG. Conforme a tensão aplicada em cada pixel, este adquire um certo índice de refração, acarretando em uma fase adquirida pelo feixe ao ser refletido pelo SLM.

Após esta modulação, posicionamos uma lâmina de onda de vórtice (WPV) de $m = 1$ que converte o feixe gaussiano em feixe VOV radial. *Esta lâmina não é utilizada na primeira parte das medidas que serão apresentadas.*

O casamento de modo é realizado pelas lentes L3 e L4 (distâncias focais 30 e 15 cm) e o feixe é então encaminhado para a cavidade óptica. A cavidade consiste em dois espelhos planos (E1 e E2) e um espelho côncavo de raio de curvatura 200 mm, de revestimento dielétrico de alta reflectância[14] para comprimentos de onda na faixa do infravermelho próximo (750 a 1100 nm). O espelho côncavo (EC) está montado sobre uma pastilha de material piezoelétrico (PZT)[15], que por sua vez está submetida a uma tensão oscilante triangular de frequência 10 Hz.

O efeito piezoelétrico consiste na interação linear entre quantidades mecânicas e elétricas. Um material piezoelétrico, ao sofrer deformação devido a uma carga mecânica tem sua polarização elétrica alterada, sendo possível medir tensão ou carga elétrica com o uso de eletrodos. Da mesma forma, ao aplicar tensão elétrica no material, produz-se deformação mecânica (efeito piezoelétrico inverso) [49]. Controlando a tensão aplicada ao PZT da cavidade com o uso do gerador de função e de um amplificador de tensão (*driver*), podemos variar linearmente o comprimento da cavidade em um intervalo de alguns micrômetros, realizando assim uma varredura e observar os picos de transmissão de diversos modos do feixe.

O feixe sai da cavidade pelo espelho E2 e um divisor de feixes 50/50 desvia metade da intensidade para uma câmera, permitindo a visualização do perfil transversal do feixe. Um fotodetector recebe o restante do feixe e, via efeito fotoelétrico, converte a intensidade luminosa do feixe em sinal elétrico que é enviado ao osciloscópio, onde analisamos os picos de ressonância ao longo da varredura do comprimento da cavidade (Figura 27).

---

[13] SLM de alta resolução da fabricante Meadowlark Optics, modelo P1920-600-900.

[14] Espelhos com revestimento NIR E03 da fabricante Thorlabs.

[15] Modelo PA44LEW, fabricante Thorlabs.

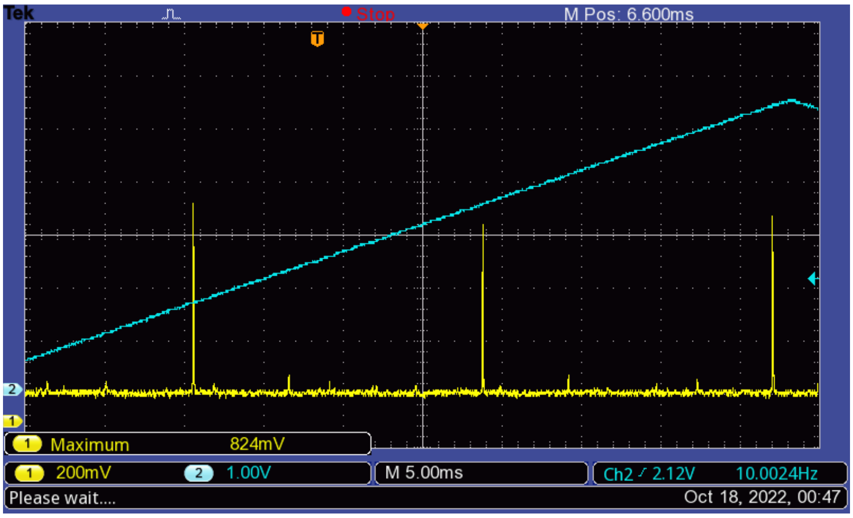


Figura 27 – Captura de tela do osciloscópio. O sinal azul monitora a tensão aplicada ao PZT, que neste caso mostra o intervalo relativo a uma subida da rampa da onda triangular, enquanto o sinal em amarelo mostra a intensidade transmitida pela cavidade de um feixe HG_{00} de polarização vertical.

4.2 CARACTERÍSTICAS DA CAVIDADE

A cavidade possui um semiperímetro L de 155 mm, comprimento este que é menor do que o raio de curvatura r_C do espelho côncavo (200 mm), respeitando condição de estabilidade geométrica. Para o comprimento de onda do laser utilizado, a cintura do feixe que satisfaz o casamento de modo é:

$$w_0 = \sqrt[4]{\frac{\lambda^2}{\pi^2}(r_C\, L - L^2)} \approx 144\,\mu\text{m}$$

Conforme pode ser visto na Figura 27, a varredura no comprimento da cavidade proporcionada pelo PZT é de quase três intervalos entre picos. Utilizando as Equações (3.3.2) e (3.3.4) podemos estimar um intervalo espectral livre em torno de 1 GHz e um intervalo entre picos da ordem de 390 nm e, portanto, uma variação do tamanho da cavidade da ordem de 1,17 μm (com tensão máxima aplicada ao PZT de 64 V).

Os coeficientes de reflexão dos espelhos utilizados nesta etapa do experimento (película de alta reflexão código E03 da fabricante Thorlabs) constam no Quadro 2. Os valores referentes ao ângulo de incidência de 45° se aplicam aos espelhos planos, enquanto 6° de ângulo de incidência se aplicam ao espelho côncavo. Com os valores fornecidos, é possível fazer uma estimativa da finesse e coeficiente de transmissão da cavidade. Utilizando a Equação (3.3.9), chegamos nos valores de finesse:

$$\mathcal{F}_V \approx 580 \quad \text{e} \quad \mathcal{F}_H \approx 330$$

para as polarizações vertical e horizontal, e, com a Equação (3.2.9), calculamos os coeficientes de transmissão de intensidade no espelho 2, na situação de ressonância:

$$I_{H,2,\text{ressonância}} \approx 0,54 \rightarrow 54\% \quad \text{e} \quad I_{V,2,\text{ressonância}} \approx 0,33 \rightarrow 33\%,$$

resultando em uma relação entre a intensidade dos picos de ressonância $I_H = 1,64\, I_V$.

Polarização	Ângulo de incidência	Coeficiente de reflexão (%)
horizontal	6°	99,49
horizontal	45°	99,31
vertical	6°	99,54
vertical	45°	99,69

Quadro 2 – Coeficientes de reflexão fornecidos pela fabricante dos espelhos, da película NIR de alta reflectividade para comprimento de onda de 780 nm. Fonte: obtido da planilha de dados fornecida pela fabricante [2].

Com o valor do intervalo espectral livre e valores estimados de finesse, podemos fazer um cálculo aproximado da largura de banda da cavidade. Utilizando a Equação (3.3.3), chegamos nos valores de 1,67 e 2,93 MHz para as polarizações vertical e horizontal, valores estes que são maiores do que a largura de linha do laser (de 1 MHz).

Com o interesse de caracterizar a cavidade, nesta etapa todas as medidas foram realizadas com polarizações lineares em modos escalares, ou seja, sem a placa de onda de vórtex. O feixe produzido pelo laser possui polarização vertical, portanto foi utilizada uma placa de meia onda na entrada na cavidade, permitindo variar a polarização linear do feixe para qualquer ângulo de inclinação. A finesse experimental da cavidade foi obtida utilizando a relação da Equação (3.3.5). Diversas medidas foram realizadas e, utilizando o programa OriginPro para ajustar os dados e obter a largura dos picos e distância entre eles, encontramos uma média de $\mathcal{F}_V \approx 454$ (desvio padrão da média $= 30$) e $\mathcal{F}_H \approx 210$ (desvio padrão da média $= 13$).

Conforme pode ser verificado na Figura 28, os coeficientes de transmissão ficaram em torno de 0,17% para a polarização vertical, e 18% para a polarização vertical, resultando em uma relação da ordem de $I_H = 100\, I_V$ entre os tamanhos dos picos de ressonância.

Esta diferença entre as intensidades constituiu um obstáculo para a observação da ressonância de feixes vetoriais em virtude da enorme diferença de escala. Observamos que, ao incidir um feixe diagonal na cavidade (que possui aproximadamente a mesma intensidade de luz em cada uma das componentes de polarização, relação que é similar nos VOVs), os picos da componente vertical são "engolidos" pelo ruído da medida da

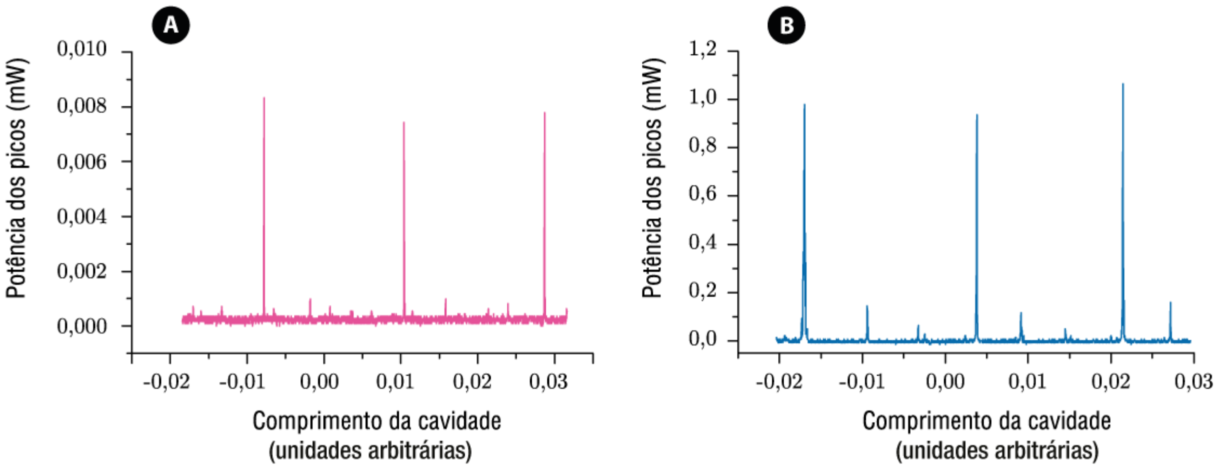


Figura 28 – Picos de intensidade medidos no osciloscópio da polarização (A) vertical e (B) e horizontal, para laser com temperatura controlada (32°C) e mesma potência incidente na cavidade (10,4 mW). Estes valores de intensidade correspondem a aproximadamente 50% da intensidade transmitida, visto que o divisor de feixes desvia parte da intensidade para a câmera.

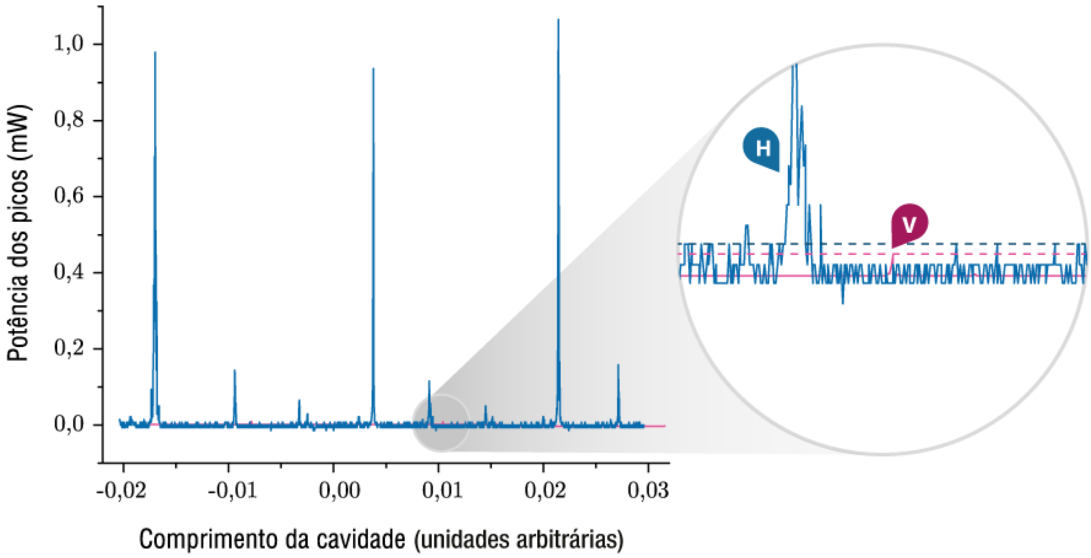


Figura 29 – As mesmas medidas da Figura 28, sobrepostas na mesma escala. Detalhe ampliado evidenciando que o pico da polarização vertical fica escondido no ruído da polarização horizontal. Em uma medida simultânea (como um feixe diagonal ou vetorial) não é possível identificar os picos da polarização vertical.

componente horizontal, inviabilizando a visualização simultânea de ambas polarizações (Figura 29). Quando são realizadas medidas para uma mesma polarização, porém, a cavidade se mostra eficiente em identificar diferentes modos espaciais, como evidenciado na Figura 30, inclusive separando modos de mesma ordem e paridade diferente, conforme discutido na Subseção 3.4.

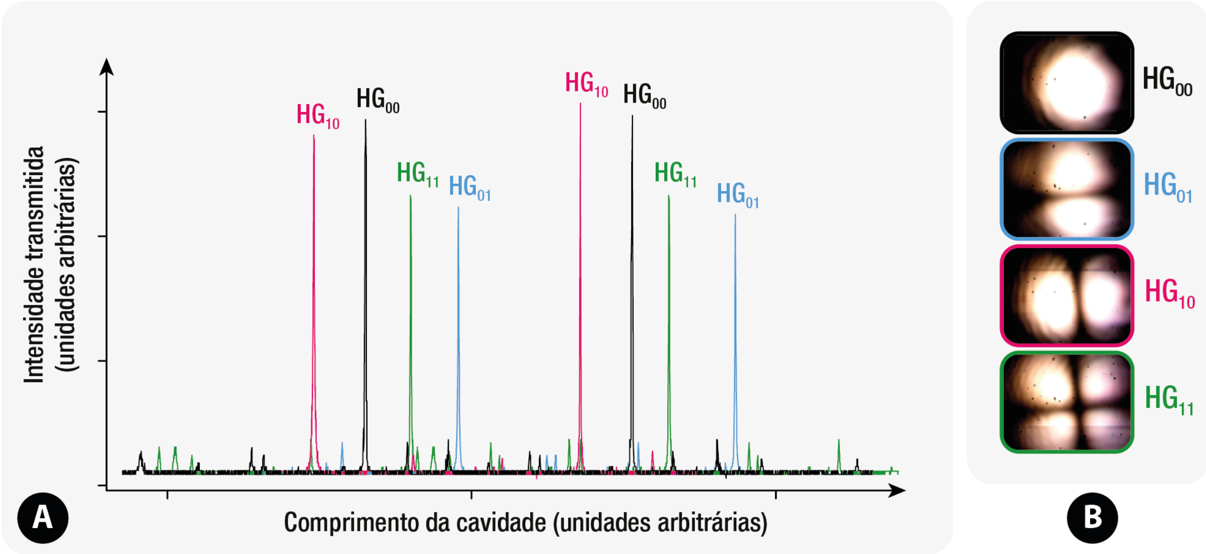


Figura 30 – Alguns modos HG na cavidade, mostrando: (A) separação entre os picos de diferentes modos (medidas foram obtidas separadamente e superpostas a partir de referência) e (B) imagens capturadas na câmera dos respectivos feixes.

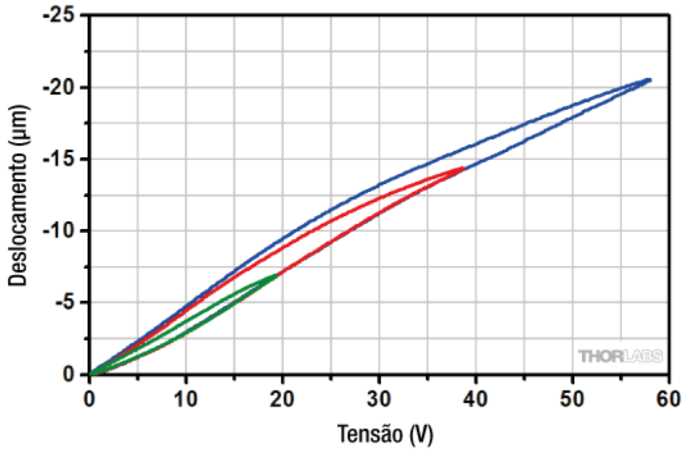


Figura 31 – Gráfico fornecido pela fabricante mostrando a histerese do PZT para três condições diferentes. Fonte: traduzido de [50].

Outro fator importante para a leitura das medidas é a existência de não-linearidade no PZT (Figura 31). O PZT apresenta histerese, e seu comportamento depende de muitas variáveis, como a tensão aplicada, velocidade de varredura, temperatura, características do sistema em que está montado, carga etc [49, 50]. Esta histerese foi perceptível nas medidas experimentais: as distâncias entre os picos de ressonância de um mesmo modo, que deveriam ser iguais, variam conforme a posição relativa à rampa de tensão aplicada ao PZT (Figura 32A). Esta diferença na distância entre os picos é sistemática, ou seja, não ocorre apenas por curtos períodos de tempo, logo não podem ser explicadas por instabilidades mecânicas ou do laser. Ocorre em todas as medidas, e varia conforme a posição relativa entre os picos e a rampa de tensão do PZT.

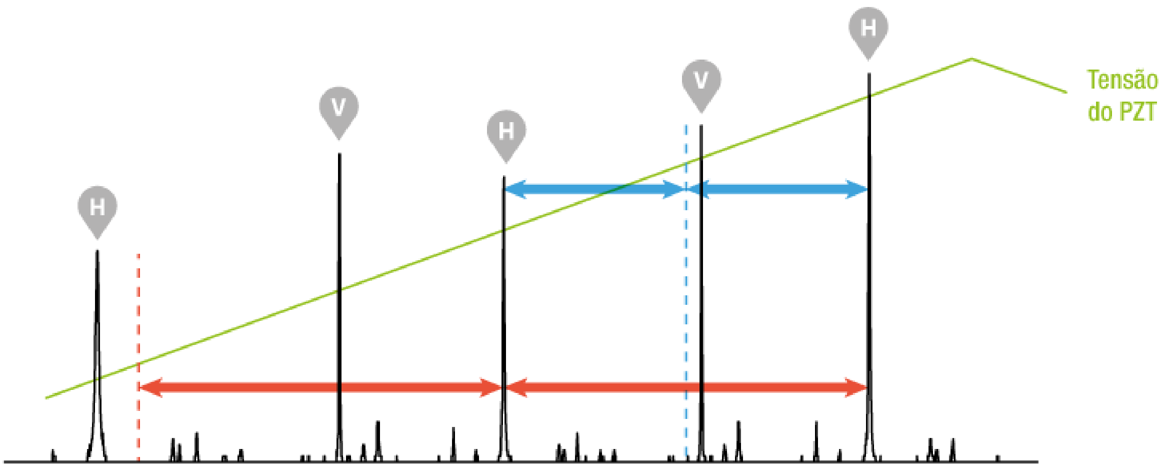


Figura 32 – Medida de um feixe de polarização "diagonal"[16]. Setas de mesma cor possuem o mesmo comprimento. Em vermelho, evidência do efeito da não-linearidade do PZT: o intervalo entre dois picos consecutivos de polarização H no início da rampa de tensão (à esquerda) é maior do que o intervalo do final da rampa (à direita). Em azul, a distância dos picos H até a metade do intervalo, onde se esperaria ver o pico V na situação de comportamento linear do PZT e na ausência de fase relativa ao ângulo de incidência na cavidade.

Esta histerese afeta também a caracterização do efeito da incidência fora da normal no espelho de entrada da cavidade. Se considerarmos apenas a fase π adicionada pelo número ímpar de espelhos da cavidade, ao enviarmos um feixe diagonal, esperaríamos que um pico de polarização vertical ficasse posicionado exatamente no meio do caminho entre dois picos horizontais consecutivos. Um desvio desta posição central seria efeito do ângulo de incidência. Porém um desvio aparente pode surgir devido ao comportamento não-linear do PZT, tornando difícil mensurar qual parcela é devida à fase.

Os valores de finesse, transmissão da cavidade e posição dos picos mensurados experimentalmente foram bastante diferentes dos valores estimados, principalmente para o coeficiente de transmissão da polarização V. Alguns fatores influenciam nesta discrepância:

- Variação nos valores do coeficiente de reflectância dos espelhos. Existe grande variabilidade no valor de reflectância conforme o lote dos espelhos, conforme pode ser observado na planilha de variância fornecida pelo fabricante (Anexo A). Isto tem grande impacto no coeficiente de transmissão da cavidade triangular, conforme vimos na Subseção 3.2, caso a reflectância do espelho côncavo seja inferior ao informado.

[16] Na realidade o feixe de entrada é quase vertical. Devido à diferença no coeficiente de transmissão das polarizações, para termos picos verticais e horizontais com aproximadamente a mesma intensidade na saída, é necessário que o feixe de entrada tenha uma componente de polarização horizontal bastante reduzida.

- Não-linearidade do PZT. A medida do intervalo entre picos e da FWHM de cada pico são afetados pela histerese, afetando diretamente a medida de finesse, que apresentou grande desvio padrão.

- Instabilidade mecânica da cavidade e de frequência do laser. Estas instabilidades, ainda que em menor grau que os fatores anteriores, também impactam a medida de finesse e transmissão da cavidade. Ruídos mecânicos deixam os picos serrilhados e inclinados, dificultando a medida da FWHM.

Em decorrência da grande diferença de transmissão de intensidade das polarizações, não foi possível testar diretamente a ressonância do feixe VOV. As medidas foram realizadas da seguinte forma:

1. com o uso de um polarizador na saída da cavidade com o eixo rápido alinhado à vertical e em seguida à horizontal, os dados de cada polarização foram obtidos em suas respectivas escalas de intensidade;

2. foi realizada uma medida "intermediária", com o polarizador levemente inclinado com relação ao eixo vertical, de forma a registrar as posições dos picos de ambas as polarizações[17], visto que, no intervalo de tempo cada medida, instabilidades poderiam deslocar os picos, resultando em uma sobreposição equivocada dos dados;

3. os dados de ambas polarizações foram plotados em gráficos que foram sobrepostos, com escalas da intensidade ajustadas de forma a equiparar a ordem de grandeza dos picos, e a posição relativa entre os gráficos foi corrigida com base na medida intermediária.

Verificamos que ocorre uma pequena separação entre as componentes H e V do VOV radial (Figura 33), o que suspeitamos ocorra pelo ângulo de incidência do feixe na entrada da cavidade, que acaba por adicionar uma fase indesejada entre as polarizações.

[17] Esta medida "intermediária" serve apenas como referência, visto que o polarizador inclinado realiza uma projeção do feixe como um todo, que perde o caráter vetorial. Além disto é uma medida que contém bastante ruído, visto que o ruído da polarização horizontal acaba ficando da mesma ordem de grandeza dos picos da polarização vertical. A identificação de quais são os picos corretos é feita inclinando gradualmente o polarizador.

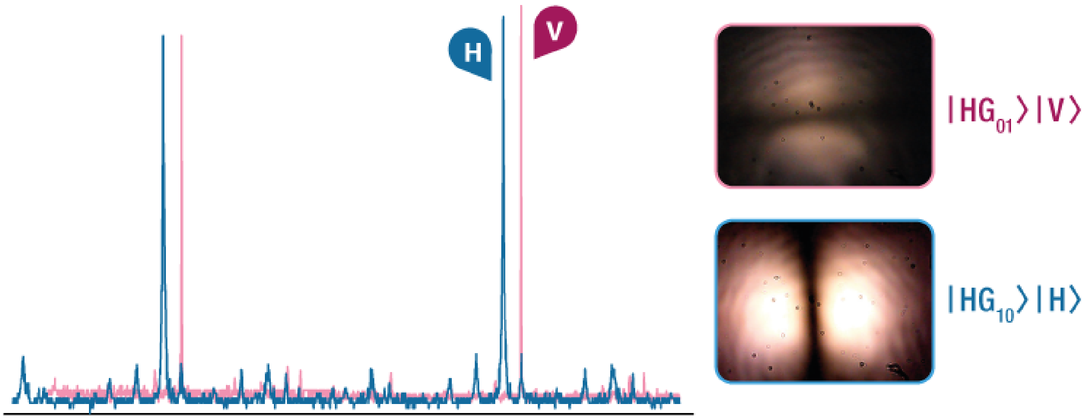


Figura 33 – Picos das componentes de polarização vertical (rosa) e horizontal (azul) do VOV radial na cavidade, com a posição corrigida por referência. Ao lado, imagens destas projeções capturadas pela câmera.

4.3 FASE DE PANCHARATNAM-BERRY

Como forma de corrigir os deslocamentos indesejados de fase causados pelo ângulo de incidência do feixe na entrada da cavidade, realizamos um estudo sobre fases geométricas. Em termos matemáticos, fases geométricas são holonomias. Tomando como exemplo um vetor tangente à superfície de uma esfera, a holonomia se constitui na falha em preservar a informação da direção do vetor, pelo seu transporte paralelo ao longo de um circuito fechado, devido à curvatura da superfície (Figura 34).

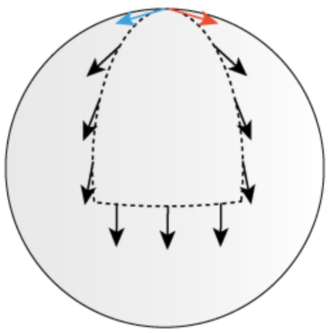


Figura 34 – Transporte paralelo de um vetor tangente à superfície de uma esfera.

A fase geométrica, generalizada por M. Berry em 1984, aparece em diversos campos da física, inclusive na mecânica quântica. Quando os parâmetros de um sistema quântico são variados lentamente ao longo de um caminho fechado (um ciclo adiabático), a fase do estado pode não retornar ao valor original [51]. Na óptica, este fenômeno foi observado por S. Pancharatnam em 1956, que verificou que um feixe levado ao longo de um ciclo fechado no espaço das polarizações, ou seja, que faz um caminho fechado na esfera de Poincaré, adquire uma fase geométrica ao longo do percurso igual à metade do ângulo sólido do caminho fechado na esfera (Figura 35).

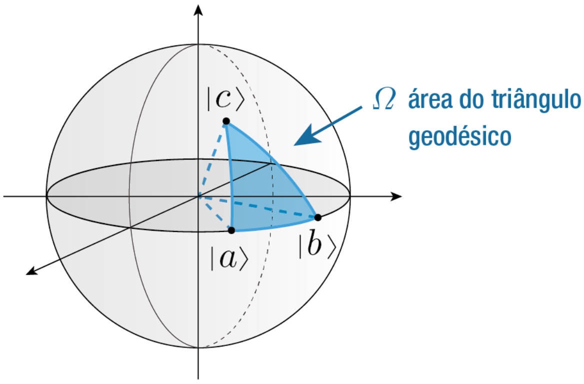


Figura 35 – Ângulo sólido Ω delimitado por triângulo geodésico (caminho fechado percorrido na esfera de Poincaré por um feixe).

Pancharatnam estabeleceu um critério para considerar que dois feixes em estados diferentes de polarização estão em fase, chamado conexão de Pancharatnam. A diferença de fase φ entre feixes de diferentes polarizações é a fase que, quando aplicada a um dos feixes, maximiza a intensidade da superposição deles. Esta definição implica que a fase φ entre dois feixes $|a\rangle$ e $|b\rangle$ é:

$$\varphi = \arg \langle a|b\rangle \, , \tag{4.3.1}$$

e eles estarão em fase quando $\langle a|b\rangle$ for real e positivo. Esta relação não é transitiva: se $|a\rangle$ está em fase com $|b\rangle$, que por sua vez está em fase com $|c\rangle$, isto não implica que $|c\rangle$ esteja em fase com $|a\rangle$ [52].

Seja um feixe $|a\rangle$, projetado em dois estados intermediários $|b\rangle$ e $|c\rangle$ e depois de volta ao estado de polarização inicial. O estado $|a'\rangle$ resultante pode ser expressado como:

$$|a'\rangle = \langle a|c\rangle \langle c|b\rangle \langle b|a\rangle |a\rangle \, , \tag{4.3.2}$$

$|a\rangle$ e $|a'\rangle$ diferem em amplitude e por uma fase geométrica, cujo valor é dado por:

$$\varphi_P = \arg(\langle a|c\rangle \langle c|b\rangle \langle b|a\rangle). \tag{4.3.3}$$

Foi demonstrado por Pancharatnam que

$$|\varphi_P| = \frac{\Omega}{2}, \tag{4.3.4}$$

onde Ω é o ângulo sólido do triângulo geodésico formado pelos estados $|a\rangle$, $|b\rangle$ e $|c\rangle$ na esfera de Poincaré (Figura 35) [53, 54]. É possível, portanto, com o uso de um conjunto de placas de onda, alterar a fase de um feixe sem alterar seu modo espacial ou de polarização, ferramenta que pode ser usada para corrigir fases indesejadas. Se incidirmos um feixe linear de polarização horizontal ou vertical em uma sequência de três placas de onda — um quarto de onda (eixo rápido a 45° com relação ao eixo x), meia onda (ângulo variável) e novamente um quarto de onda (eixo rápido a 45° com relação ao eixo x), nesta ordem (ver Figura 36) — teremos como resultado um feixe $\mathrm{e}^{\varphi_P} |a\rangle$, onde φ_P depende do ângulo ϕ da placa de meia onda. Podemos visualizar um exemplo do efeito desta sequência de placas de onda na Figura 37.

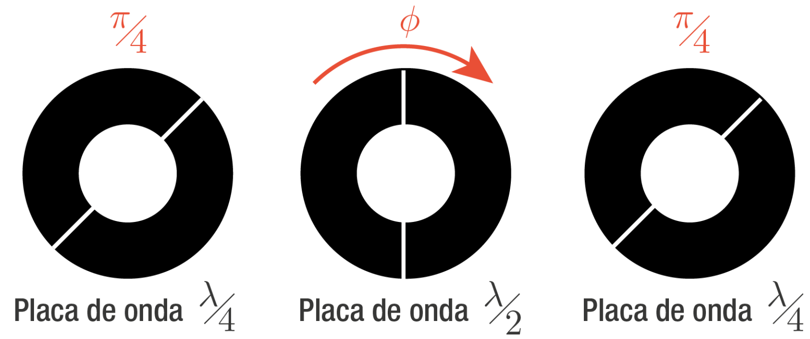


Figura 36 – Sequência e ângulos das placas de onda utilizadas para adicionar fase geométrica à feixe de polarização linear H ou V.

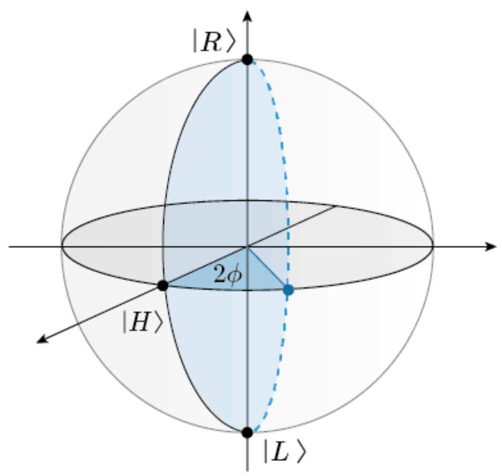


Figura 37 – Efeito, na esfera de Poincaré, da sequência de placas de onda sobre um feixe de polarização horizontal. A menos da fase, o caminho percorrido pela polarização é $|H\rangle \to |L\rangle \to |R\rangle \to |H\rangle$. A fase geométrica adquirida é igual à metade do ângulo sólido da área destacada em azul[18].

[18] Esta área, uma luna esférica, é definida pelos dois grandes círculos que se encontram nos polos da esfera e estão separados pelo ângulo 2ϕ, em que ϕ é o ângulo da placa de meia onda [53–55].

Em representação de matrizes de Jones (conforme o Quadro 1), este conjunto de placas de onda é escrito da forma:

$$
\begin{aligned}
\mathrm{QW}_{45^\circ} \cdot \mathrm{HW}_{\phi} \cdot \mathrm{QW}_{45^\circ} &= \begin{bmatrix} \frac{1-i}{2} & \frac{1+i}{2} \\ \frac{1+i}{2} & \frac{1-i}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos^2\phi - \sin^2\phi & 2\cos\phi\sin\phi \\ 2\cos\phi\sin\phi & \sin^2\phi - \cos^2\phi \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1-i}{2} & \frac{1+i}{2} \\ \frac{1+i}{2} & \frac{1-i}{2} \end{bmatrix} . \\
&= \begin{bmatrix} \mathrm{e}^{i(2\phi - \frac{\pi}{2})} & 0 \\ 0 & \mathrm{e}^{i(\frac{\pi}{2} - 2\phi)} \end{bmatrix},
\end{aligned}
\tag{4.3.5}
$$

Portanto:

$$
\varphi_{PH} = \arg\left(\langle H | \begin{bmatrix} \mathrm{e}^{i(2\phi - \frac{\pi}{2})} & 0 \\ 0 & \mathrm{e}^{i(\frac{\pi}{2} - 2\phi)} \end{bmatrix} | H \rangle \right) = 2\phi - \frac{\pi}{2}, \tag{4.3.6}
$$

$$
\varphi_{PV} = \arg\left(\langle V | \begin{bmatrix} \mathrm{e}^{i(2\phi - \frac{\pi}{2})} & 0 \\ 0 & \mathrm{e}^{i(\frac{\pi}{2} - 2\phi)} \end{bmatrix} | V \rangle \right) = \frac{\pi}{2} - 2\phi, \tag{4.3.7}
$$

onde φ_{PH} é a fase de Pancharatnam adquirida pela polarização horizontal e φ_{PV} é a fase de Pancharatnam adquirida pela polarização vertical.

Analisando a matriz da Equação (4.3.5) é fácil observar que, ao final do conjunto, os modos de polarização vertical e horizontal não sofrerão alteração na amplitude. Na Figura 38, vemos o comportamento da fase adquirida e intensidade do feixe em função do ângulo da placa de meia onda.

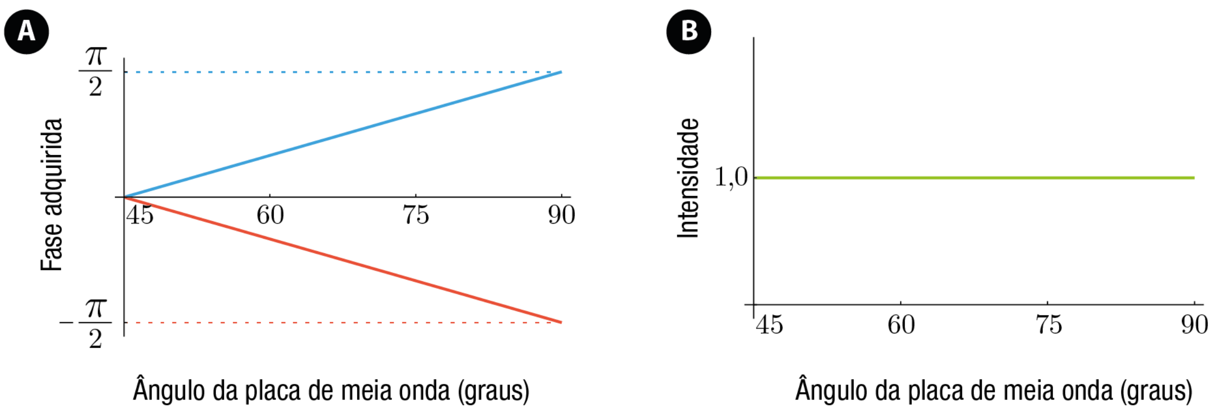


Figura 38 – (A) Em azul, cálculo da fase adquirida pela polarização horizontal e, em vermelho, pela polarização vertical. (B) Ambas polarizações mantém a intensidade constante.

Experimentalmente pode ser difícil posicionar as placas de onda nos ângulos exatos. Uma cavidade ideal têm o plano de propagação perfeitamente horizontal com relação à mesa de experimentos. Porém, na prática, este plano pode ter certa inclinação, podendo gerar imprecisão no posicionamento das placas de onda. Podemos observar, nas Figuras 39 e 40, o efeito decorrente do desvio de uma ou das duas placas de um quarto de onda, sobre a fase e a intensidade de um feixe.

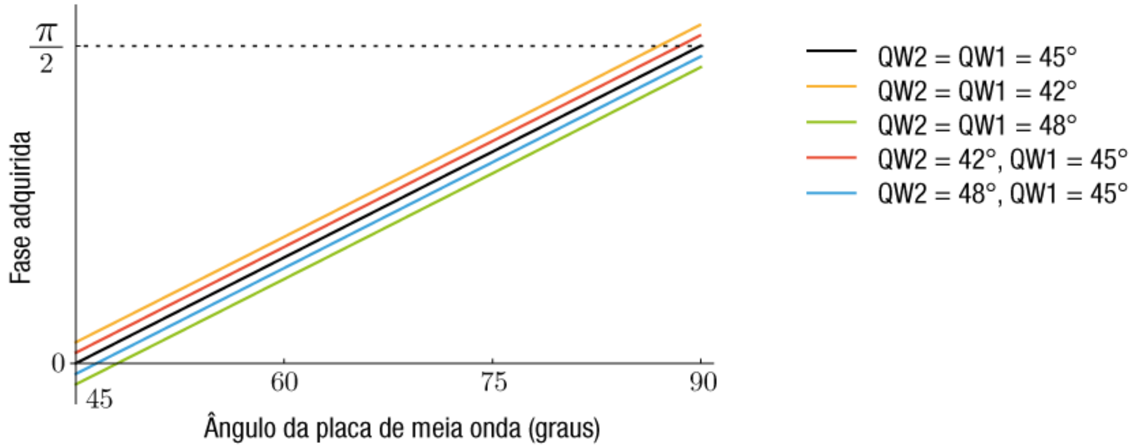


Figura 39 – Gráfico do efeito esperado sobre a fase de um feixe de polarização horizontal, em decorrência de erros no ângulo das placas de um quarto de onda. O comportamento linear se mantém com mesma inclinação, porém a função é deslocada.

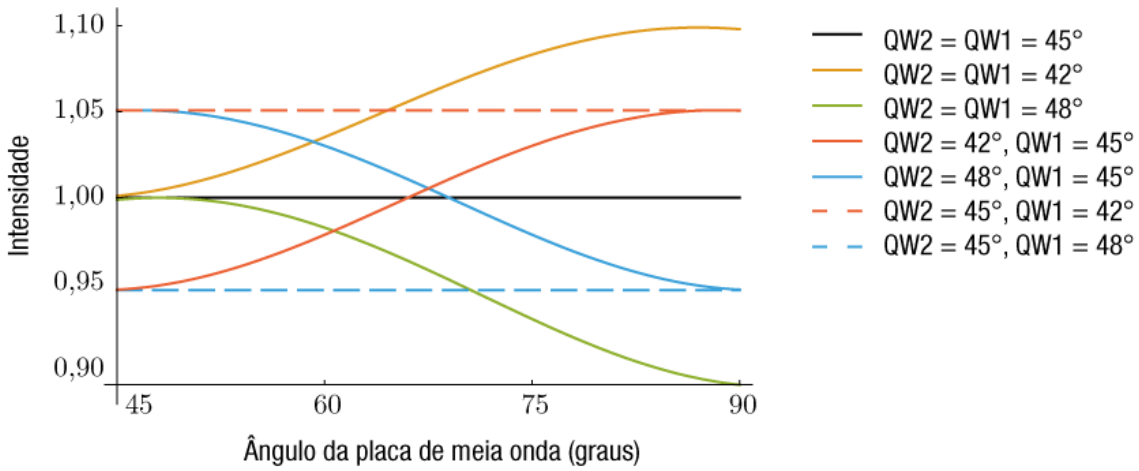


Figura 40 – Gráfico do efeito esperado sobre a intensidade da componente horizontal de um feixe de polarização diagonal, em decorrência de erros no ângulo das placas de um quarto de onda, ocorrendo transferência de energia entre as componentes.

O erro no ângulo das placas de um quarto de onda implica que, ao longo do trajeto, a conversão do feixe horizontal (ou vertical) para circular não é perfeita. Ao invés de circular, a polarização do feixe torna-se elíptica. Ao final, o feixe que originalmente era horizontal (ou vertical) acaba adquirindo uma componente da polarização ortogonal, tendo parte da energia transferida para a outra polarização.

4.4 COMPENSAÇÃO DE FASE

Para realizar experimentalmente esta compensação de fase, foi inserido dentro da cavidade, um "sanduíche" composto de duas placas de um quarto de onda com uma de meia onda no meio. As lâminas ficam sobre um suporte plástico, desenhado e impresso com dimensões compatíveis com as da cavidade. A peça não fica afixada na cavidade, permitindo a operação da cavidade "vazia" ou com o conjunto de lâminas. As medidas dos ângulos das placas de onda foram realizadas indiretamente: uma escala milimetrada foi afixada ao longo do perímetro das placas de onda (Figura 41), permitindo a medida do arco do perímetro, e este valor foi então convertido em graus.

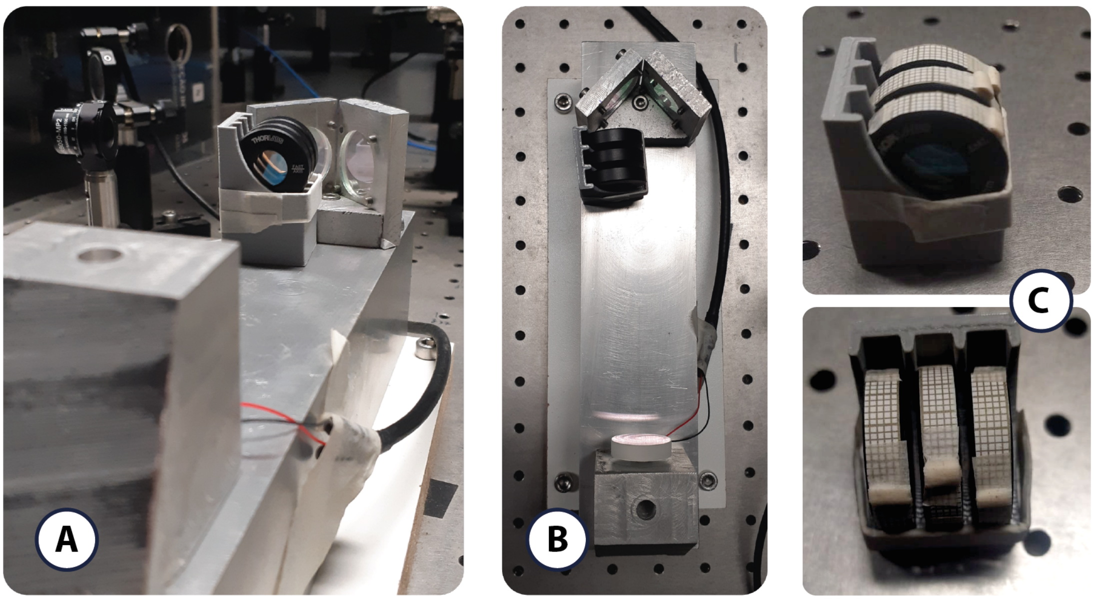


Figura 41 – (A) Vista frontal da cavidade, evidenciando o suporte do conjunto de lâminas. (B) Vista superior mostrando o posicionamento das lâminas dentro da cavidade. (C) Fotos das placas no suporte, com destaque para a escala milimetrada afixada nas placas para a realização das medidas do ângulos. Após o alinhamento das três placas em 45°, o ângulo da placa do meio, durante o giro, foi medido em relação às outras duas placas.

Realizamos testes incidindo na cavidade um feixe com polarização linear inclinada, com picos verticais e horizontais de mesma ordem de grandeza. A placa de meia onda, inicialmente alinhada a 45°, foi girada em incrementos de 0,5 mm até chegar em 90°. O comportamento linear verificado foi compatível com o esperado. Na Figura 42 podemos ver a média dos dados obtidos, com suas respectivas barras de erro propagado e a linearização. O eixo vertical do gráfico apresenta a distância relativa entre um pico de polarização H com relação ao pico de polarização V à sua esquerda, normalizado pela distância entre dois picos V consecutivos: se o pico H estiver posicionado exatamente no meio do intervalo, sua posição relativa é 0,5. Como forma de minimizar a influência da não-linearidade do PZT, houve o cuidado de realizar medidas com os picos mais próximos ao final da rampa de tensão. A Figura 43 ilustra este deslocamento relativo da posição dos picos.

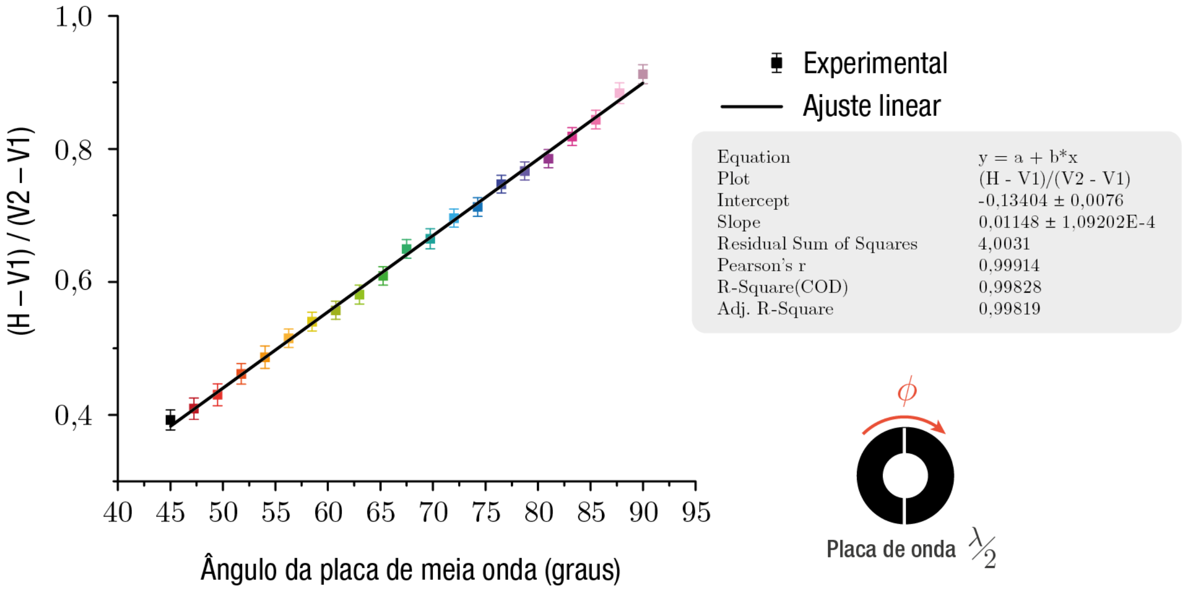


Figura 42 – Posição relativa dos picos de ressonância das polarizações, em função do ângulo da placa de meia onda.

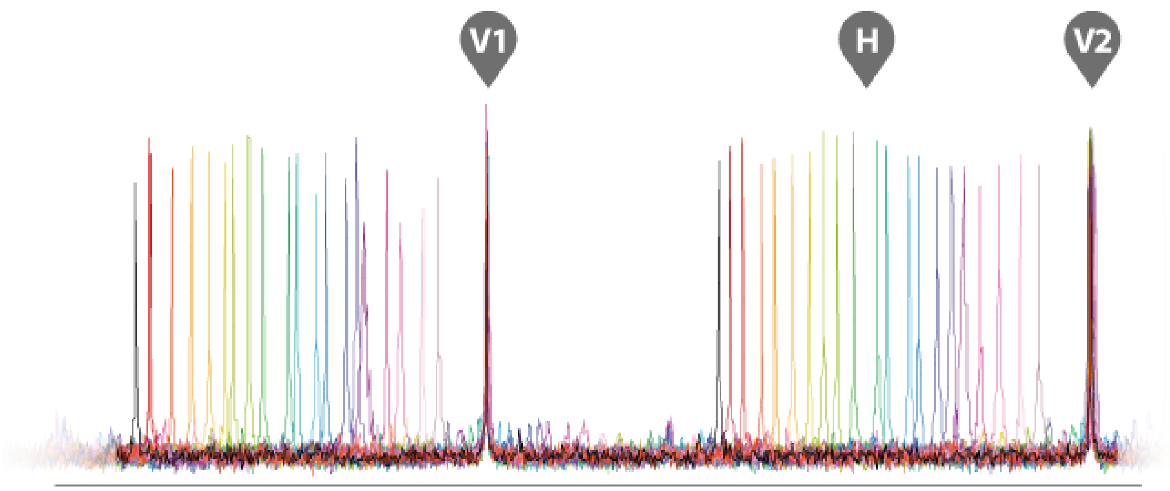


Figura 43 – Sobreposição de medidas realizada para cada ângulo da placa de meia onda, mostrando o deslocamento progressivo do pico da polarização horizontal. Ambos os picos se movem, em incrementos iguais mas em direções opostas, portanto, para facilitar a visualização, as medidas foram alinhadas tendo os picos verticais como referência. A nomenclatura dos picos e cores utilizadas correspondem às da Figura 42.

4.5 FEIXE VOV RADIAL NA CAVIDADE

Numa tentativa de obter intensidades semelhantes para as componentes de polarização na saída da cavidade, substituímos os **espelhos planos** da cavidade por outros com coeficientes de reflexão inferiores, película reflexiva código 115306 da fabricante Layertec, cuja ficha técnica pode ser vista no Anexo A. Com valores de reflectância informados pela fabricante de $0,95$ para a polarização vertical e $0,77$ para a horizontal, novas estimativas de finesse e transmissão da cavidade foram feitas:

- Finesses estimadas: $F_V \approx 62$ e $\mathcal{F}_H \approx 16$.
- Intensidades estimadas na ressonância: $I_{V,2} \approx 0,917 \rightarrow 92\%$ e $I_{H,2} \approx 0,983 \rightarrow 98\%$.

Os valores obtidos através de medições foram:

- Finesses medidas: $F_V \approx 44$ e $\mathcal{F}_H \approx 10$.
- Intensidades medidas na ressonância: $I_{V,2} \approx 0,70 \rightarrow 70\%$ e $I_{H,2} \approx 0,81 \rightarrow 81\%$.

Apesar da diferença entre os valores estimados e medidos, como foi garantido que a reflectância dos espelhos planos fossem inferiores à do espelho côncavo, foi obtida grande transmissão pela cavidade para ambas as polarizações permitindo a visualização dos picos de ambas polarizações na mesma escala de medida (Figura 44).

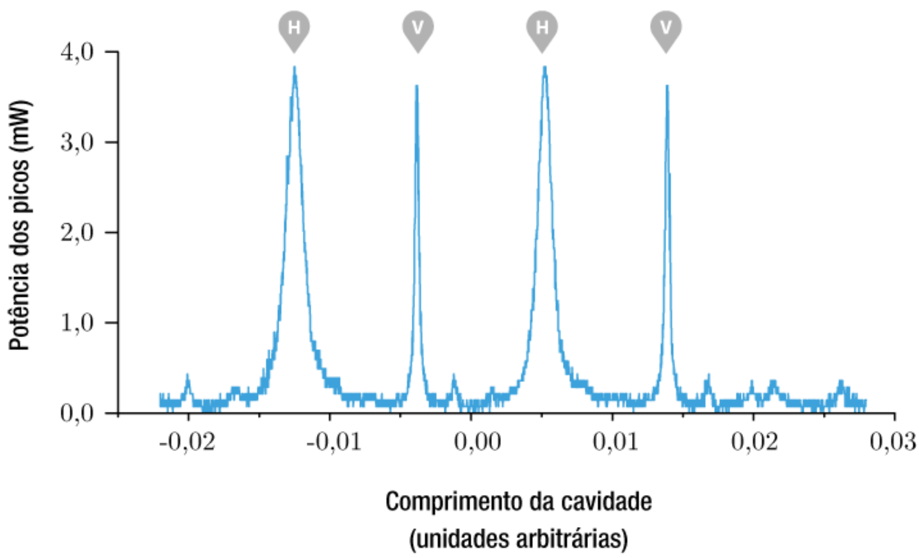


Figura 44 – Picos de intensidade de um feixe linear aproximadamente diagonal. As componentes horizontal e vertical possuem intensidades similares, e podem ser visualizadas em uma medida simultânea.

A título de comparação com o conjunto anterior de espelhos, realizamos algumas medidas sem compensação de fase. O efeito da incidência fora do ângulo normal, que adiciona uma fase indesejada entre as polarizações ainda ocorre, como pode ser visto na Figura 45, em que os dados foram ajustados com o uso do analisador de picos do programa OriginPro. No entanto o efeito é menos pronunciado do que com o conjunto de espelhos anterior, como podemos ver comparando as medidas na Figura 46.

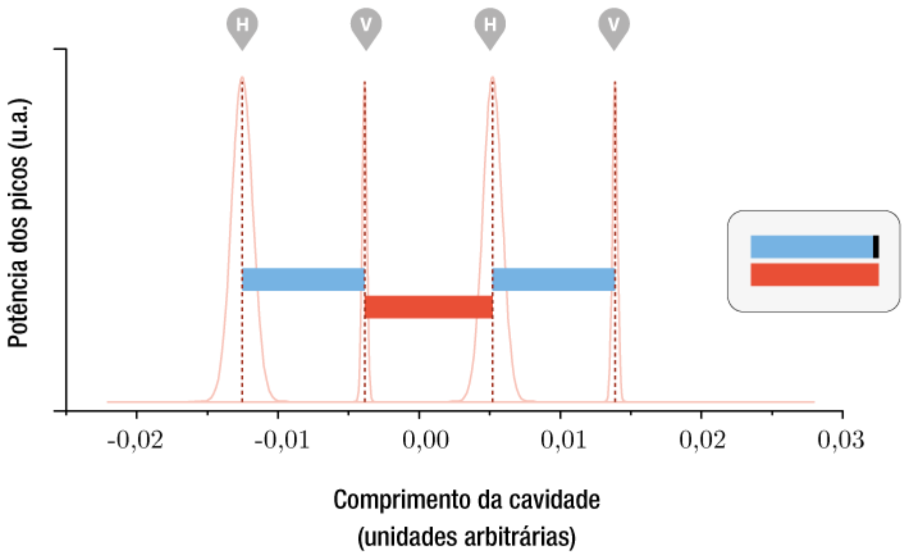


Figura 45 – As distâncias assinaladas em azul possuem o mesmo comprimento, e são iguais a aproximadamente 95% da distância em vermelho.

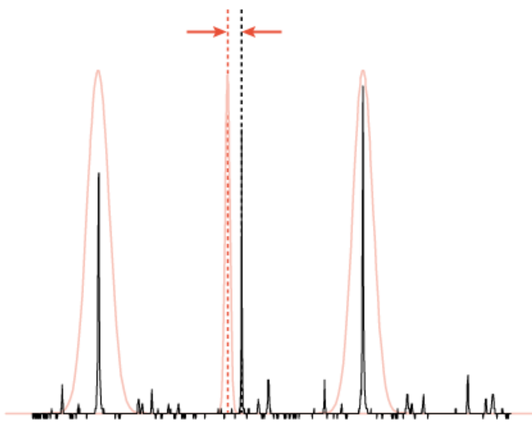


Figura 46 – Diferença de deslocamento de fase ocasionado por cada conjunto de espelhos planos. Em preto, temos a curva obtida utilizando os espelhos planos de alta reflexão da Thorlabs, e em vermelho, as novas medidas com os espelhos planos de coeficiente de reflexão inferior, da Layertec.

Incidindo o VOV radial na cavidade com esta nova configuração de espelhos, foi possível notar que a ressonância ocorre, porém de forma imperfeita: os picos ficam distorcidos em virtude da pequena diferença de fase entre as polarizações H e V (Figura 47A-B). Devido à baixa finesse da polarização H, não é possível identificar de forma exata a separação dos picos no osciloscópio, porém usando de forma dinâmica um filtro polarizador, girando o ângulo do filtro e observando os picos H e V crescendo ou diminuindo, a separação é perceptível. Inserindo o conjunto de três placas de onda dentro da cavidade para realizar a correção da fase, foi possível corrigir a posição de ressonância das componentes, para efetivamente alcançar a ressonância do feixe VOV radial na cavidade óptica (Figura 47C-D).

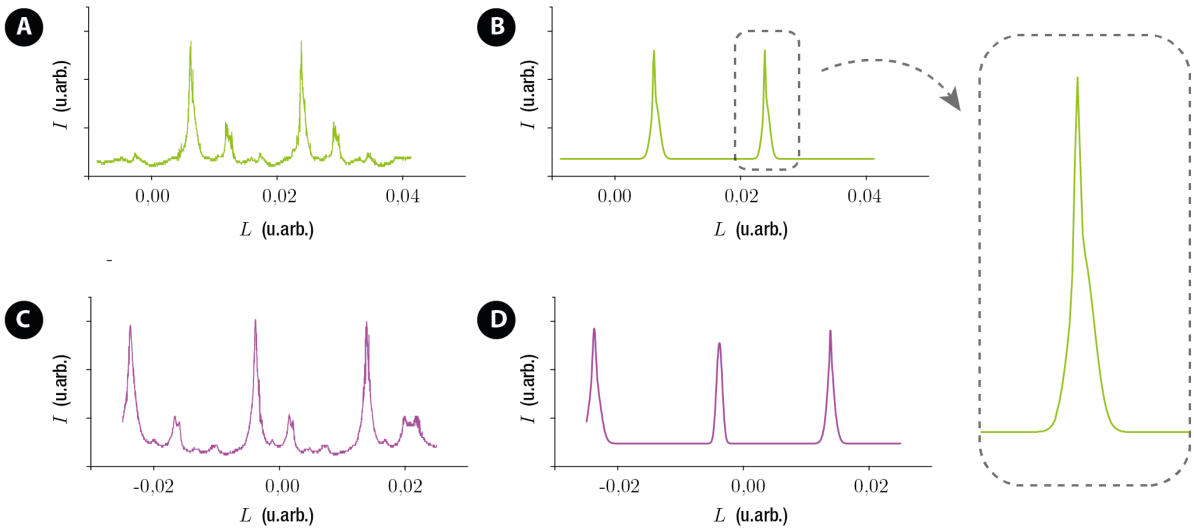


Figura 47 – (A) Picos do VOV radial na cavidade, **sem compensação de fase**. Os picos ruidosos de intensidade baixa são modos vetoriais secundários gerados pela lâmina de onda de vórtice e podem ser desconsiderados na análise; os dados foram ajustados no programa OriginPro, com o uso de um analisador de picos, e podem ser observados em (B). Em (C) temos os picos do VOV radial na cavidade **com compensação de fase** e, no gráfico (D) dos dados ajustados, é fácil ver que a ressonância do feixe radial foi obtida de forma satisfatória.

Utilizando o programa OriginPro para aplicar um filtro Savitzky–Golay nos dados e encontrar "picos escondidos", no caso sem compensação de fase, foi possível identificar os picos das componentes H e V (Figura 48A). O mesmo não ocorre quando há compensação de fase. Mesmo forçando a ferramenta de análise a encontrar mais de um pico, o resultado é um somatório de curvas alinhadas no mesmo ponto, o que não possui significado físico (Figura 48B).

Com base no que é observado dinamicamente no osciloscópio durante o experimento e nos dados apresentados nos gráficos das Figuras 47 e 48, fica claro que é possível obter a ressonância de feixes do tipo VOV em uma cavidade óptica triangular, utilizando uma ferramenta de compensação de fase para corrigir a fase adicionada pelos espelhos que compõem a cavidade.

Reforçando este resultado, imagens do perfil transversal de intensidade do feixe VOV radial e de suas componentes (Figura 49) foram capturadas pela câmera locali-

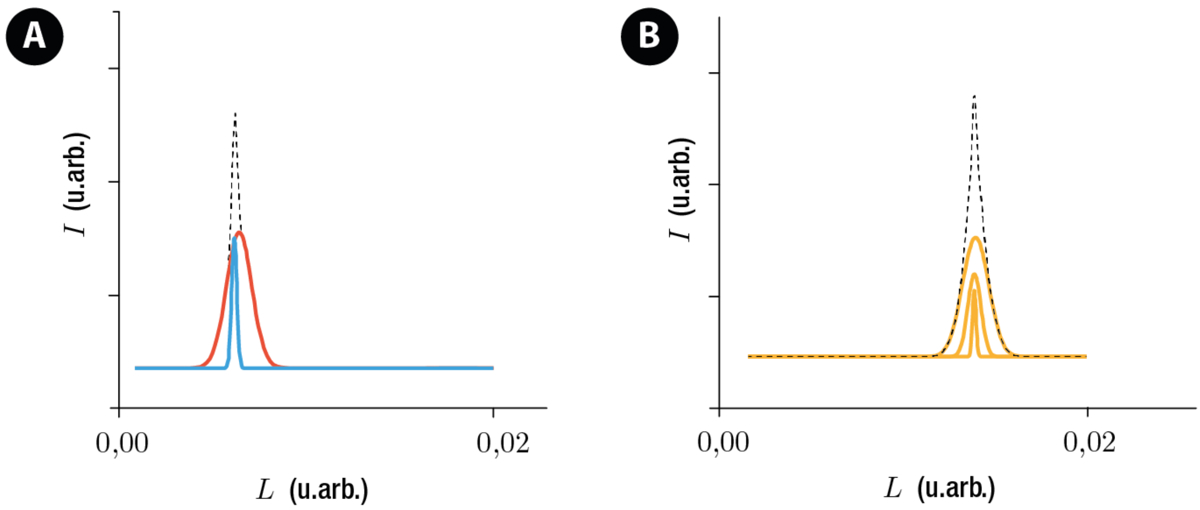


Figura 48 – Aplicação do filtro Savitzky–Golay nos dados obtidos. (A) No caso sem compensação de fase, o feixe é decomposto em suas componentes: o pico mais largo (de menor finesse) é relativo à polarização H (em vermelho), e o mais fino (de maior finesse), à polarização V (azul). Em pontilhado, temos a soma das componentes. (B) Caso da medida realizada com compensação de fase.

zada após a cavidade, com o PZT desligado (ou seja, com o comprimento da cavidade momentaneamente fixo).

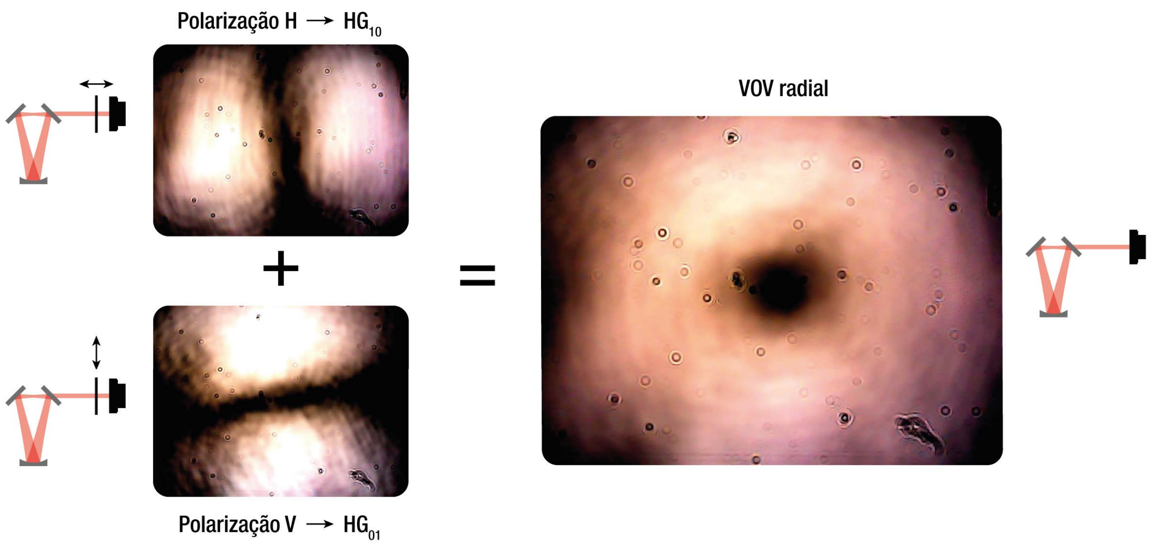


Figura 49 – Imagens obtidas na câmera posicionada após a cavidade. As componentes foram projetadas com o uso de um filtro polarizador posicionado em frente à câmera.

5 CONCLUSÃO E PERSPECTIVAS

Neste trabalho demonstramos teoricamente que alguns VOVs entram em ressonância com a cavidade triangular, enquanto outros devem ser decompostos, conforme a paridade de suas componentes.

Com os testes realizados, observamos que os espelhos da cavidade, para o uso com feixes vetoriais, precisam ser selecionados de forma mais cuidadosa quando comparado a cavidades utilizadas com feixes escalares. A diferença de fase entre as polarizações H e V, em decorrência do ângulo de incidência do feixe na cavidade, não afeta de forma relevante feixes escalares de polarização linear. Um feixe linear qualquer sempre pode ter sua polarização rotacionada, antes de adentrar a cavidade, de forma a ficar paralela ou perpendicular ao plano de incidência dos espelhos da cavidade. Assim, a fase adicionada pelo ângulo de incidência no espelho de entrada será igual para todos os modos HG, não trazendo prejuízo no uso da cavidade para separar ou identificar modos espaciais. O mesmo ocorre para a diferença na transmissão de intensidade da cavidade para cada polarização. Porém, estes fatores tornam-se relevantes para feixes circulares, elípticos e VOVs.

Se, por um lado, os espelhos de coeficiente de reflexão mais baixo apresentam menores disparidades entre as componentes de polarização, por outro, afetam a capacidade de filtragem da cavidade, já que diminuem sua finesse.

Conforme discutido em nosso trabalho, o desvio da fase entre as polarizações pode ser compensado com o uso das placas de onda internas à cavidade, que adiciona uma fase de Berry-Pancharatnam simétrica nas componentes. Observamos experimentalmente que o comportamento do conjunto de placas de onda é linear e acompanha o que é esperado teoricamente.

Demostramos assim que, com o uso desta ferramenta de compensação de fase, é possível obter a ressonância de VOVs com a cavidade triangular, e obtivemos com sucesso a ressonância de um VOV radial. No entanto, encontramos bastante dificuldade de realizar o posicionando angular das placas de onda com exatidão. Isto pode ser aprimorado com o desenvolvimento de um suporte mais refinado.

Devido à questões técnicas e do contexto da pandemia de Covid-19 (que implicou no fechamento temporário da Universidade), não cumprimos todos os objetivos planejados inicialmente. Porém identificamos os principais obstáculos e parâmetros que devem ser observados para a alcançá-los. Isto se configura em grande avanço para os futuros trabalhos no laboratório e para a continuidade desta pesquisa.

Temos como perspectivas obter ressonância dos outros VOVs (além do radial) com a cavidade triangular, verificar a decomposição de VOVs conforme a paridade de suas componentes, estudar VOVs de ordens superiores e, assim, aprofundar o uso da cavidade triangular como ferramenta de análise de feixes vetoriais.

Algumas melhorias no experimento podem ser realizadas. Com um maior controle dos coeficientes de reflexão dos espelhos, seria possível diminuir a diferença de transmissão de intensidade das polarizações sem prejuízo para a finesse da cavidade, que, conforme discutido, depende da quantidade de perdas pelos espelhos (Equação 3.3.9). Isto porém pode demandar custos altos para produção ou compra de espelhos customizados. Outra questão que pode ser aprimorada no experimento é a compensação da não-linearidade do PZT. É possível adaptar o controle do PZT de forma a compensar e reduzir a influência da histerese nas medidas. É necessário caracterizar o componente, aplicar métodos de modelagem e utilizar atuadores com compensação [49].

REFERÊNCIAS

[1] A. Gerrard e J. M. Burch. *Introduction to matrix methods in optics*. New York: Dover Publications, 1994.

[2] Thorlabs. *Optical Coatings*. Disponível em: `https://www.thorlabs.com/newgrouppage9.cfm?objectgroup_id=5840` (acesso em 14/11/2022).

[3] Thorlabs. *Zero-Order Vortex Half-Wave Retarders*. Disponível em: `https://www.thorlabs.com/newgrouppage9.cfm?objectgroup_id=9098` (acesso em 11/11/2022).

[4] M. Koyama, T. Hirose, M. Okida, K. Miyamoto e T. Omatsu. "Nanosecond vortex laser pulses with millijoule pulse energies from a Yb-doped double-clad fiber power amplifier". Em: *Optics Express* 19.15 2011, p. 14420–14425. ISSN: 1094-4087. DOI: `10.1364/OE.19.014420`.

[5] M. Krenn, J. Handsteiner, M. Fink, R. Fickler, R. Ursin, M. Malik e A. Zeilinger. "Twisted light transmission over 143 km". Em: *Proceedings of the National Academy of Sciences* 113.48 2016, p. 13648–13653. DOI: `10.1073/pnas.1612023113`.

[6] J. Liu *et al.* "Direct fiber vector eigenmode multiplexing transmission seeded by integrated optical vortex emitters". Em: *Light: Science & Applications* 7.3 2018, p. 17148–17148. ISSN: 2047-7538. DOI: `10.1038/lsa.2017.148`.

[7] S. Ramachandran e P. Kristensen. "Optical vortices in fiber". Em: *Nanophotonics* 2.5-6 2013, p. 455–474. ISSN: 2192-8614. DOI: `10.1515/nanoph-2013-0047`.

[8] H. Rubinsztein-Dunlop *et al.* "Roadmap on structured light". Em: *Journal of Optics* 19.1 2016, p. 013001. ISSN: 2040-8986. DOI: `10.1088/2040-8978/19/1/013001`.

[9] J. Wang *et al.* "Terabit free-space data transmission employing orbital angular momentum multiplexing". Em: *Nature Photonics* 6.7 2012, p. 488–496. ISSN: 1749-4893. DOI: `10.1038/nphoton.2012.138`.

[10] A. M. Yao e M. J. Padgett. "Orbital angular momentum: origins, behavior and applications". Em: *Advances in Optics and Photonics* 3.2 2011, p. 161–204. ISSN: 1943-8206. DOI: `10.1364/AOP.3.000161`.

[11] D. P. Biss, K. S. Youngworth e T. G. Brown. "Dark-field imaging with cylindrical-vector beams". Em: *Applied Optics* 45.3 2006, p. 470–479. ISSN: 2155-3165. DOI: `10.1364/AO.45.000470`.

[12] M. Yoshida, Y. Kozawa e S. Sato. "Subtraction imaging by the combination of higher-order vector beams for enhanced spatial resolution". Em: *Optics Letters* 44.4 2019, p. 883–886. ISSN: 1539-4794. DOI: 10.1364/OL.44.000883.

[13] V. D'Ambrosio *et al.* "Photonic polarization gears for ultra-sensitive angular measurements". Em: *Nature Communications* 4.1 2013, p. 2432. ISSN: 2041-1723. DOI: 10.1038/ncomms3432.

[14] F. Töppel, A. Aiello, C. Marquardt, E. Giacobino e G. Leuchs. "Classical entanglement in polarization metrology". Em: *New Journal of Physics* 16.7 2014, p. 073019. ISSN: 1367-2630. DOI: 10.1088/1367-2630/16/7/073019.

[15] S. Müllner, F. Büscher, A. Möller e P. Lemmens. "Discrimination of Chiral and Helical Contributions to Raman Scattering of Liquid Crystals Using Vortex Beams". Em: *Physical Review Letters* 129.20 2022, p. 207801. DOI: 10.1103/PhysRevLett.129.207801.

[16] K. Toyoda, F. Takahashi, S. Takizawa, Y. Tokizane, K. Miyamoto, R. Morita e T. Omatsu. "Transfer of Light Helicity to Nanostructures". Em: *Physical Review Letters* 110.14 2013, p. 143603. DOI: 10.1103/PhysRevLett.110.143603.

[17] M. Padgett e R. Bowman. "Tweezers with a twist". Em: *Nature Photonics* 5.6 2011, p. 343–348. ISSN: 1749-4893. DOI: 10.1038/nphoton.2011.81.

[18] K. Huang, P. Shi, G. W. Cao, K. Li, X. B. Zhang e Y. P. Li. "Vector-vortex Bessel–Gauss beams and their tightly focusing properties". Em: *Optics Letters* 36.6 2011, p. 888–890. ISSN: 1539-4794. DOI: 10.1364/OL.36.000888.

[19] R. Chen, K. Agarwal, C. J. R. Sheppard e X. Chen. "Imaging using cylindrical vector beams in a high-numerical-aperture microscopy system". Em: *Optics Letters* 38.16 2013, p. 3111–3114. ISSN: 1539-4794. DOI: 10.1364/OL.38.003111.

[20] Q. Zhan. "Cylindrical vector beams: from mathematical concepts to applications". Em: *Advances in Optics and Photonics* 1.1 2009, p. 1–57. ISSN: 1943-8206. DOI: 10.1364/AOP.1.000001.

[21] V. G. Niziev e A. V. Nesterov. "Influence of beam polarization on laser cutting efficiency". Em: *Journal of Physics D: Applied Physics* 32.13 1999, p. 1455. ISSN: 0022-3727. DOI: 10.1088/0022-3727/32/13/304.

[22] B. E. A. Saleh e M. C. Teich. *Fundamentals of photonics*. Third. Wiley series in pure and applied optics. New Jersey: Wiley, 2019.

[23] S. C. Zilio. *Óptica moderna: fundamentos e aplicações*. São Paulo: Instituto de Física de São Carlos, USP, 2009. Disponível em: `https://www.livrosabertos.sibi.usp.br/portaldelivrosUSP/catalog/view/96/80/396` (acesso em 24/10/2022).

[24] A. E. Siegman. *Lasers*. California: University Science Books, 1987.

[25] H. Kogelnik e T. Li. "Laser beams and resonators". Em: *Proceedings of the IEEE* 54.10 1966, p. 1312–1329. ISSN: 1558-2256. DOI: `10.1109/PROC.1966.5119`.

[26] E. Bormashenko. "Obstructions imposed by the Poincaré–Brouwer ("hairy ball") theorem on the propagation of electromagnetic waves". Em: *Journal of Electromagnetic Waves and Applications* 30.8 2016, p. 1049–1053. ISSN: 0920-5071. DOI: `10.1080/09205071.2016.1169226`.

[27] P. Renteln. *Manifolds, tensors and forms: an introductions for mathematicians and physicists*. Cambridge: Cambridge University Press, 2014.

[28] R. C. Pappas. "Proof of "Birkhoff's theorem" in electrodynamics". Em: *American Journal of Physics* 52.3 1984, p. 255–256. ISSN: 0002-9505. DOI: `10.1119/1.13934`.

[29] S. Feng e H. G. Winful. "Physical origin of the Gouy phase shift". Em: *Optics Letters* 26.8 2001, p. 485–487. ISSN: 1539-4794. DOI: `10.1364/OL.26.000485`.

[30] T. Lee, Y. Cheong, H. W. Baac e L. J. Guo. "Origin of Gouy Phase Shift Identified by Laser-Generated Focused Ultrasound". Em: *ACS Photonics* 7.11 2020, p. 3236–3245. DOI: `10.1021/acsphotonics.0c01313`.

[31] R. Photonics. *Encyclopedia*. Disponível em: `https://www.rp-photonics.com/encyclopedia.html` (acesso em 01/11/2022).

[32] G. R. Fowles. *Introduction to modern optics*. Second. New York: Dover Publications, 1989.

[33] J. Peatross e M. Ware. *Physics of light and optics*. Utah: Brigham Young University, 2022. Disponível em: `https://optics.byu.edu/docs/opticsbook.pdf` (acesso em 24/10/2022).

[34] C. Rosales-Guzmán, B. Ndagano e A. Forbes. "A review of complex vector light fields and their applications". Em: *Journal of Optics* 20.12 2018, p. 123001. ISSN: 2040-8986. DOI: `10.1088/2040-8986/aaeb7d`.

[35] R. H. Jordan e D. G. Hall. "Free-space azimuthal paraxial wave equation: the azimuthal Bessel–Gauss beam solution". Em: *Optics Letters* 19.7 1994, p. 427–429. ISSN: 1539-4794. DOI: `10.1364/OL.19.000427`.

[36] D. G. Hall. "Vector-beam solutions of Maxwell's wave equation". Em: *Optics Letters* 21.1 1996, p. 9–11. ISSN: 1539-4794. DOI: 10.1364/OL.21.000009.

[37] S. Chen, X. Zhou, Y. Liu, X. Ling, H. Luo e S. Wen. "Generation of arbitrary cylindrical vector beams on the higher order Poincaré sphere". Em: *Optics Letters* 39.18 2014, p. 5274–5276. ISSN: 1539-4794. DOI: 10.1364/OL.39.005274.

[38] A. de Oliveira, N. Rubiano da Silva, R. Medeiros de Araújo, P. Souto Ribeiro e S. Walborn. "Quantum Optical Description of Phase Conjugation of Vector Vortex Beams in Stimulated Parametric Down-Conversion". Em: *Physical Review Applied* 14.2 2020, p. 024048. DOI: 10.1103/PhysRevApplied.14.024048.

[39] Y. Tang, W. Perrie, J. Schille, U. Loeschner, Q. Li, D. Liu, S. P. Edwardson, A. Forbes e G. Dearden. "High-quality vector vortex arrays by holographic and geometric phase control". Em: *Journal of Physics D: Applied Physics* 53.46 2020, p. 465101. ISSN: 0022-3727. DOI: 10.1088/1361-6463/ab9d9b.

[40] G. H. dos Santos, D. C. Salles, M. G. Damaceno, B. T. Menezes, C. Corso, M. Martinelli, P. H. S. Ribeiro e R. M. de Araújo. "Decomposing Spatial mode Superpositions with a Triangular Optical Cavity". Em: *Physical Review Applied* 16.3 2021, p. 034008. DOI: 10.1103/PhysRevApplied.16.034008.

[41] N. Barré, M. Romanelli, M. Lebental e M. Brunel. "Waves and rays in plano-concave laser cavities: I. Geometric modes in the paraxial approximation". Em: *European Journal of Physics* 38.3 2017, p. 034010. ISSN: 0143-0807. DOI: 10.1088/1361-6404/aa6461.

[42] N. Hodgson e H. Weber. *Laser resonators and beam propagation: fundamentals, advanced concepts and applications*. Second. Springer series in optical sciences 108. New York: Springer, 2005.

[43] A. d. S. Villar. "Estudo de Emaranhamento no oscilador paramétrico ótico não-degenerado acima do limiar". Dissertação (Mestrado em Ciências). São Paulo: Instituto de Física, Universidade de São Paulo, 2004. Disponível em: https://teses.usp.br/teses/disponiveis/43/43134/tde-05062007-140157/publico/mestradoasvillar.pdf (acesso em 19/07/2022).

[44] S. Wei, S. K. Earl, J. Lin, S. S. Kou e X.-C. Yuan. "Active sorting of orbital angular momentum states of light with a cascaded tunable resonator". Em: *Light: Science & Applications* 9.1 2020, p. 10. ISSN: 2047-7538. DOI: 10.1038/s41377-020-0243-x.

[45] H. Sasada e M. Okamoto. “Transverse-mode beam splitter of a light beam and its application to quantum cryptography”. Em: *Physical Review A* 68.1 2003, p. 012323. DOI: 10.1103/PhysRevA.68.012323.

[46] G. H. dos Santos. “Feixes de luz modulados espacialmente e analisados por uma cavidade ótica”. Dissertação (Mestrado em Física). Florianópolis: Universidade Federal de Santa Catarina, 2020. Disponível em: https://tede.ufsc.br/teses/PFSC0378-D.pdf (acesso em 24/10/2022).

[47] L. Djevahirdjian, G. Méjean e D. Romanini. “Gouy phase shift measurement in a high-finesse cavity by optical feedback frequency locking”. Em: *Measurement Science and Technology* 31.3 2020, p. 035013. DOI: 10.1088/1361-6501/ab501b.

[48] E. Hecht. *Optics*. Fifth. Pearson Education, 2017.

[49] S. J. Rupitsch. *Piezoelectric sensors and actuators: fundamentals and applications*. Topics in mining, metallurgy and materials engineering. Erlangen: Springer, 2019.

[50] Thorlabs. *Piezoelectric Tutorial*. Disponível em: https://www.thorlabs.com/newgrouppage9.cfm?objectgroup_id=5030 (acesso em 14/11/2022).

[51] E. Cohen, H. Larocque, F. Bouchard, F. Nejadsattari, Y. Gefen e E. Karimi. “Geometric phase from Aharonov–Bohm to Pancharatnam–Berry and beyond”. Em: *Nature Reviews Physics* 1.7 2019, p. 437–449. ISSN: 2522-5820. DOI: 10.1038/s42254-019-0071-1.

[52] D. Chruściński e A. Jamiołkowski. *Geometric phases in classical and quantum mechanics*. Progress in mathematical physics 36. New York: Springer Science+Business Media, 2004.

[53] S. Pancharatnam. “Generalized theory of interference and its applications - Part I: Coherent pencils”. Em: *Proceedings of the Indian Academy of Sciences - Section A* 44.5 1956, p. 247–262. ISSN: 0370-0089. DOI: 10.1007/BF03046050.

[54] S. Pancharatnam. “Generalized theory of interference and its applications - Part II: Partially coherent pencils”. Em: *Proceedings of the Indian Academy of Sciences - Section A* 44.6 1956, p. 398–417. ISSN: 0370-0089. DOI: 10.1007/BF03046095.

[55] W. J. M’Clelland e T. Preston. *A treatise on spherical trigonometry, with applications to sperical geometry and numerous examples*. London: Macmillan, 1890. Disponível em: https://archive.org/details/treatiseonspheri00mcleuoft (acesso em 04/06/2022).

[56] K. Arai. *On the accumulated round-trip Gouy phase shift for a general optical cavity.* Technical note LIGO-T1300189-v1. LIGO Scientific Collaboration, 2013.

[57] J. Courtial. “Wave plates and the Pancharatnam phase”. Em: *Optics Communications* 171.4 1999, p. 179–183. ISSN: 0030-4018. DOI: 10.1016/S0030-4018(99)00473-3.

[58] A. G. de Oliveira, M. F. Z. Arruda, W. C. Soares, S. P. Walborn, R. M. Gomes, R. Medeiros de Araújo e P. H. Souto Ribeiro. “Real-time phase conjugation of vector vortex beams”. Em: *ACS Photonics* 7.1 2020, p. 249–255. DOI: 10.1021/acsphotonics.9b01524.

[59] E. J. Galvez. *Gaussian beams (course notes).* New York: Department of Physics and Astronomy, Colgate University, 2014. Disponível em: https://www.colgate.edu/media/5371/download?attachment (acesso em 15/10/2022).

[60] G. Grynberg, A. Aspect e C. Fabre. *Introduction to quantum optics.* First. Cambridge: Cambridge University Press, 2010.

[61] J. C. Gutiérrez-Vega. “Pancharatnam–Berry phase of optical systems”. Em: *Optics Letters* 36.7 2011, p. 1143–1145. ISSN: 1539-4794. DOI: 10.1364/OL.36.001143.

[62] A. G. de Oliveira. “Interação de vórtices ópticos escalares e vetoriais na conversão paramétrica descendente estimulada”. Tese (Doutorado em Física). Florianópolis: Universidade Federal de Santa Catarina, 2022. Disponível em: https://tede.ufsc.br/teses/PFSC0416-T.pdf (acesso em 24/10/2022).

[63] V. Sharma, S. C. Kumar, A. Aadhi, H. Ye, G. K. Samanta e M. Ebrahim-Zadeh. “Tunable vector-vortex beam optical parametric oscillator”. Em: *Scientific Reports* 9.1 2019, p. 9578. ISSN: 2045-2322. DOI: 10.1038/s41598-019-46016-y.

ANEXO A – INFORMAÇÕES TÉCNICAS SOBRE OS ESPELHOS

Tabela de variância do coeficiente de reflexão dos espelhos BB1-E03, fabricante Thorlabs (ângulo de incidência de 6°):

THORLABS
www.thorlabs.com

Product Raw Data
Variation in -E03 Coating Over 22 Runs at 8° AOI
Item # E03

DISCLAIMER: The data presented here are typical. Slight variations in performance data will occur from lot to lot. Please contact Technical Support with any questions regarding the use or reliability of this data.

This data may be used in publications. However, please cite Thorlabs as the source.

Variation in -E03 Coating Over 22 Runs at 8° AOI

Reflectance (%)

Wavelength (nm)	Run 1	Run 2	Run 3	Run 4	Run 5	Run 6	Run 7	Run 8	Run 9	Run 10	Run 11
1100	99,23534	99,42302	99,80246	99,61988	99,41771	99,26872	99,39819	99,52035	99,31628	99,32312	99,39635
1090	99,38154	99,53475	99,76816	99,62656	99,47767	99,31151	99,31897	99,49883	99,3277	99,30324	99,42779
1080	99,42495	99,52561	99,69133	99,66659	99,51368	99,39854	99,35486	99,4405	99,42591	99,28349	99,48531
1070	99,40255	99,51061	99,70125	99,64183	99,52542	99,45409	99,43347	99,49112	99,43757	99,33796	99,51612
1060	99,37089	99,51156	99,76202	99,59803	99,48079	99,44439	99,40101	99,50383	99,42765	99,40397	99,54972
1050	99,38051	99,4914	99,8119	99,51732	99,42955	99,4215	99,40883	99,48139	99,4052	99,42625	99,50038
1040	99,35103	99,41056	99,81095	99,5296	99,37147	99,38259	99,41386	99,48646	99,35075	99,39402	99,51548
1030	99,27594	99,36383	99,81451	99,60942	99,29376	99,31289	99,40692	99,42997	99,25141	99,39167	99,49215
1020	99,21329	99,36265	99,80922	99,65675	99,34846	99,20555	99,31593	99,44556	99,22853	99,36734	99,39966
1010	99,20522	99,48123	99,74204	99,63628	99,4026	99,22182	99,28536	99,37772	99,32153	99,22743	99,36891
1000	99,28318	99,46888	99,62797	99,64573	99,41646	99,32098	99,32223	99,34689	99,3801	99,23103	99,4137
990	99,33832	99,49336	99,65372	99,64174	99,4188	99,33637	99,34901	99,40598	99,3791	99,30676	99,44257
980	99,36007	99,49152	99,72669	99,62944	99,42305	99,3418	99,39663	99,46835	99,36322	99,31986	99,50273
970	99,35997	99,48933	99,79589	99,61184	99,42997	99,33857	99,34422	99,48984	99,32354	99,3223	99,46468
960	99,3462	99,44182	99,77388	99,45725	99,41266	99,34184	99,36673	99,51399	99,32779	99,32273	99,50222
950	99,29907	99,33034	99,80047	99,33475	99,38513	99,37153	99,41494	99,45184	99,3059	99,31539	99,47151
940	99,21655	99,18837	99,79074	99,55784	99,22061	99,31999	99,34182	99,42936	99,22107	99,28666	99,42387
930	99,04389	99,38026	99,76917	99,63514	99,09587	99,22201	99,24971	99,37624	99,02465	99,23069	99,24404
920	99,19227	99,49144	99,67677	99,64204	99,31658	99,02366	99,1051	99,16473	99,05694	99,09109	99,29422
910	99,35475	99,50732	99,4542	99,63972	99,39917	99,21709	99,22497	99,30487	99,35812	99,11453	99,433
900	99,34714	99,51706	99,63628	99,66088	99,42096	99,31489	99,31508	99,43315	99,36969	99,22212	99,39734
890	99,33622	99,50622	99,76547	99,61696	99,40981	99,35054	99,29204	99,45557	99,38288	99,29194	99,49111
880	99,78801	99,90201	99,40482	99,6399	99,79638	99,91913	99,3564	99,92656	99,65235	99,97636	99,96286
870	99,79504	99,93187	99,68137	99,63937	99,81923	99,9766	99,50401	99,93156	99,86311	99,8285	99,41825
860	99,75234	99,901	99,74039	99,63928	99,7762	99,94141	99,62101	99,93168	99,87107	99,85887	99,50366
850	99,73672	99,47387	99,85197	99,63388	99,73901	99,52236	99,52563	99,94716	99,56839	99,38486	99,24148
840	99,73529	99,52832	99,82617	99,6381	99,74195	99,57159	99,56047	99,91384	99,77613	99,25537	99,13369
830	99,73813	99,59173	99,77542	99,63766	99,78677	99,61315	99,61831	99,92156	99,77997	99,72856	99,13708
820	99,70213	99,62345	99,79425	99,63723	99,74891	99,62793	99,6138	99,90705	99,78284	99,81676	99,41335
810	99,70107	99,6399	99,76244	99,63672	99,71764	99,66422	99,66527	99,88833	99,73085	99,86083	99,4322
800	99,66635	99,65104	99,82199	99,63743	99,69756	99,69386	99,69386	99,8831	99,67719	99,73735	98,93871
790	99,63851	99,66395	99,74625	99,84187	99,67037	99,66655	99,62262	99,85456	99,67133	99,72996	99,41361
780	99,58721	99,6776	99,71874	99,77472	99,59821	99,71188	99,5776	99,86068	99,6058	99,78432	99,49488
770	99,6257	99,69369	99,67731	99,71389	99,63638	99,71613	99,50366	99,82722	99,55981	99,78866	99,48308
760	99,61156	99,66724	99,70584	99,6676	99,66036	99,70347	99,45398	99,84183	99,51811	99,812	99,43348
750	99,50369	99,63899	99,66956	99,53271	99,55303	99,67994	99,4616	99,79369	99,42406	99,79496	99,39725

Wavelength (nm)	Run 12	Run 13	Run 14	Run 15	Run 16	Run 17	Run 18	Run 19	Run 20	Run 21	Run 22
1100	99,46875	99,46242	99,26425	99,2488	99,43772	99,50378	99,59376	99,59176	99,53785	99,10915	99,32632
1090	99,46786	99,4975	99,23149	99,43666	99,39368	99,58269	99,66951	99,4626	99,44289	99,05383	99,30712
1080	99,51454	99,55464	99,29834	99,53459	99,48707	99,65775	99,72081	99,53385	99,47851	99,21516	99,43324
1070	99,57547	99,56912	99,38179	99,55504	99,56372	99,62278	99,70074	99,59803	99,48454	99,2188	99,46972
1060	99,51697	99,5431	99,34818	99,56098	99,52999	99,65746	99,74135	99,59998	99,57268	99,21761	99,47408
1050	99,47895	99,63662	99,37794	99,52951	99,51848	99,61629	99,65421	99,55905	99,55288	99,2679	99,45428
1040	99,46054	99,59279	99,33706	99,50377	99,51487	99,58525	99,56173	99,61436	99,53162	99,25856	99,46216
1030	99,38986	99,54733	99,28502	99,48536	99,4524	99,50303	99,56998	99,55544	99,50514	99,19651	99,37919
1020	99,37697	99,46728	99,22627	99,37002	99,36009	99,46238	99,62975	99,57377	99,46452	99,10365	99,28217
1010	99,43345	99,4891	99,19612	99,40913	99,3527	99,51309	99,68282	99,49839	99,37083	99,15656	99,29803
1000	99,4606	99,52567	99,29558	99,46446	99,40909	99,59136	99,72775	99,41483	99,34152	99,16488	99,36522
990	99,45741	99,57887	99,30432	99,5136	99,4078	99,58613	99,66597	99,46669	99,45785	99,21309	99,42131
980	99,46984	99,61514	99,31129	99,55294	99,46328	99,60294	99,66848	99,48499	99,48805	99,22621	99,40821
970	99,45225	99,60151	99,31719	99,56249	99,4746	99,62112	99,61918	99,54607	99,48712	99,19025	99,37191
960	99,41339	99,55735	99,28657	99,54229	99,49145	99,61941	99,30728	99,56562	99,55029	99,2036	99,36307
950	99,34625	99,53883	99,25594	99,48459	99,46989	99,51998	99,31284	99,54351	99,49417	99,19239	99,41921
940	99,22285	99,47605	99,12748	99,42866	99,35549	99,31217	99,65116	99,51203	99,44974	99,12819	99,34151
930	99,37325	99,35716	99,04359	99,1962	99,15055	99,31129	99,65814	99,49021	99,35815	98,97639	99,14867
920	99,41185	99,39908	99,14155	99,25262	99,26942	99,51423	99,66429	99,34979	99,22038	99,02909	99,10068
910	99,44203	99,53883	99,23403	99,45815	99,43654	99,555	99,67251	99,21512	99,3812	99,15172	99,34235
900	99,44254	99,54193	99,26958	99,47128	99,44278	99,52939	99,63592	99,44469	99,48125	99,18356	99,40393
890	99,40898	99,53573	99,25529	99,50722	99,43646	99,49771	99,69255	99,5232	99,49741	99,13833	99,4244
880	99,10373	99,77746	98,91351	98,97577	98,72576	99,683	99,29456	99,43522	99,68037	99,48572	99,82754
870	99,36284	99,42189	99,54212	99,51135	99,4092	99,65218	99,75611	99,37716	99,73765	99,50573	99,50034
860	99,41924	99,46621	99,36524	99,2653	99,34894	99,561	99,65774	99,68519	99,70624	99,49032	99,53398
850	99,14164	99,35974	99,22156	99,56021	99,17708	99,26324	99,63476	99,65632	99,69833	99,16473	99,60364
840	99,08681	99,29534	99,1834	99,83504	99,04398	99,22077	99,71715	99,59226	99,64975	99,06671	99,55682
830	99,06255	99,2672	99,17878	99,57557	99,11308	99,51859	99,6605	99,35377	99,59593	99,4582	99,516
820	99,32286	99,22426	99,16298	98,93567	99,35808	99,56385	99,67455	99,25119	99,57938	99,51913	99,53226
810	99,38489	99,26217	99,1278	99,05137	99,34477	99,68964	99,60606	99,59159	99,65882	99,66194	99,48597
800	98,8498	99,0907	99,10191	99,18055	98,83825	99,5906	99,62495	99,69685	99,59494	99,49825	99,73772
790	99,36276	99,13606	99,03969	99,06534	99,33807	99,48096	99,52936	99,59238	99,56428	99,3806	99,69111
780	99,42624	99,03556	98,98857	99,40447	99,40003	99,59875	99,52008	99,61793	99,55351	99,5193	99,66418
770	99,39369	99,01568	99,00368	99,52218	99,38954	99,51172	99,57581	99,63258	99,58273	99,53992	99,57666
760	99,38099	99,25476	99,05042	99,95767	99,36489	99,55297	99,57992	99,63538	99,52627	99,55367	99,39037
750	99,33504	99,66389	98,94457	99,75412	99,39855	99,48885	99,45024	99,55333	99,39052	99,475	99,39084

Tabela de variância do coeficiente de reflexão dos espelhos BB1-E03, fabricante Thorlabs (ângulo de incidência de 45°):

THORLABS
www.thorlabs.com

Product Raw Data
Variation in -E03 Coating Over 22 Runs at 45° AOI
Item # E03

DISCLAIMER: The data presented here are typical. Slight variations in performance data will occur from lot to lot. Please contact Technical Support with any questions regarding the use or reliability of this data.

This data may be used in publications. However, please cite Thorlabs as the source.

Variation in -E03 Coating Over 22 Runs at 45° AOI

	Reflectance (%)																					
Wavelength (nm)	Run 1	Run 2	Run 3	Run 4	Run 5	Run 6	Run 7	Run 8	Run 9	Run 10	Run 11	Run 12	Run 13	Run 14	Run 15	Run 16	Run 17	Run 18	Run 19	Run 20	Run 21	Run 22
1100	99,13335	99,3792	99,38287	99,3619	99,06957	99,18806	99,2726	99,31091	99,32072	99,30003	99,33617	99,30273	99,49357	99,16593	99,48607	99,28572	99,44071	99,38526	99,39011	99,60101	99,13754	99,45577
1090	99,11535	99,36658	99,49687	99,35693	99,1464	99,07991	99,28872	99,35774	99,31323	99,47227	99,26501	99,2864	99,37573	99,1817	99,40545	99,32133	99,40107	99,42174	99,47599	99,67856	99,1173	99,39422
1080	99,07366	99,40433	99,50171	99,44706	99,30593	99,10824	99,28231	99,36178	99,34688	99,49119	99,24291	99,39735	99,27505	99,19728	99,15235	99,25696	99,4334	99,43501	99,42534	99,65795	99,0669	99,40465
1070	99,15048	99,52419	99,42529	99,49774	99,39762	99,21653	99,27265	99,31904	99,5396	99,46716	99,3127	99,47543	99,49788	99,2767	99,23767	99,35849	99,62592	99,51751	99,41346	99,63012	99,18256	99,32049
1060	99,20081	99,49516	99,44066	99,42942	99,2917	99,30114	99,35775	99,26243	99,6346	99,45062	99,45744	99,45666	99,5266	99,38969	99,53564	99,39369	99,6576	99,60826	99,48748	99,71152	99,33407	99,37297
1050	99,16338	99,36234	99,44771	99,33283	99,15724	99,26341	99,43446	99,38096	99,57999	99,51998	99,40034	99,28889	99,49999	99,44967	99,55249	99,48831	99,64366	99,49156	99,59062	99,70239	99,32021	99,51273
1040	99,10633	99,26298	99,55079	99,41538	99,25162	99,11801	99,47389	99,46586	99,49314	99,54813	99,33317	99,40349	99,4673	99,38815	99,35582	99,45771	99,50454	99,39637	99,61253	99,78782	99,18883	99,5073
1030	99,10343	99,37631	99,52419	99,49106	99,33025	99,13364	99,35677	99,41841	99,44203	99,50403	99,28721	99,49152	99,47306	99,23247	99,26193	99,31535	99,49988	99,47847	99,51837	99,70809	99,15394	99,29941
1020	99,12712	99,46869	99,41109	99,52727	99,35827	99,25399	99,34866	99,2928	99,54559	99,40051	99,36751	99,45164	99,51179	99,23285	99,46397	99,35075	99,60618	99,52969	99,41587	99,58584	99,31645	99,36432
1010	99,15256	99,44206	99,32703	99,41818	99,30646	99,28793	99,36153	99,32207	99,62272	99,43935	99,36286	99,4676	99,59163	99,36935	99,59679	99,38372	99,64173	99,59309	99,50988	99,64517	99,43707	99,44231
1000	99,09225	99,43197	99,44861	99,3636	99,27666	99,23863	99,4774	99,40957	99,53684	99,49427	99,39104	99,43746	99,53081	99,38274	99,58048	99,47935	99,552	99,54297	99,58686	99,70994	99,41106	99,51807
990	99,07721	99,41635	99,53409	99,36032	99,28148	99,24632	99,4359	99,42516	99,44908	99,52713	99,31096	99,44773	99,4718	99,34291	99,50636	99,43092	99,4869	99,40094	99,57775	99,75427	99,33158	99,46631
980	99,12806	99,46267	99,50446	99,42653	99,28701	99,20488	99,38919	99,37208	99,5097	99,52542	99,35071	99,46836	99,55142	99,28594	99,61382	99,36531	99,51068	99,40653	99,54585	99,6906	99,33252	99,40573
970	99,17777	99,40717	99,49748	99,52272	99,25766	99,27121	99,38025	99,34913	99,55007	99,4966	99,42967	99,42843	99,59852	99,3335	99,69053	99,40749	99,53826	99,52281	99,54921	99,7092	99,40611	99,46942
960	99,13023	99,46277	99,52828	99,51633	99,30874	99,23496	99,40397	99,39183	99,48266	99,52952	99,39349	99,4368	99,54354	99,38061	99,62042	99,41076	99,55021	99,59783	99,62602	99,76208	99,38876	99,47465
950	99,1528	99,49033	99,52126	99,45704	99,31807	99,22567	99,37673	99,40002	99,52524	99,49211	99,41143	99,46192	99,56799	99,38478	99,63546	99,42036	99,60847	99,59019	99,61493	99,72746	99,35329	99,46089
940	99,15948	99,45059	99,51162	99,40408	99,2748	99,27216	99,41923	99,3745	99,52757	99,45562	99,43954	99,45359	99,56837	99,40402	99,68993	99,46142	99,62394	99,51366	99,51543	99,69886	99,46399	99,5746
930	99,11579	99,39486	99,49872	99,46053	99,19581	99,24732	99,47306	99,39486	99,48805	99,51744	99,41599	99,3653	99,55962	99,37142	99,63762	99,41637	99,50234	99,50204	99,54873	99,70343	99,39346	99,49385
920	99,11875	99,40695	99,56324	99,51887	99,14738	99,20465	99,40848	99,37665	99,43438	99,54938	99,33489	99,30794	99,48064	99,26468	99,55944	99,36972	99,4857	99,55414	99,56129	99,68977	99,31794	99,44593
910	99,09133	99,45306	99,49858	99,49679	99,09545	99,13884	99,33441	99,32152	99,47288	99,54232	99,27762	99,36781	99,44211	99,30817	99,53712	99,31383	99,528	99,45827	99,51956	99,58545	99,30871	99,36639
900	99,09568	99,35613	99,41806	99,36686	99,23335	99,06131	99,36027	99,29002	99,51113	99,53308	99,27591	99,39995	99,42625	99,34869	99,56716	99,44	99,60476	99,37856	99,4565	99,50443	99,30069	99,44191
890	99,09844	99,26191	99,33563	99,46732	99,24866	99,15693	99,44229	99,2776	99,52415	99,55877	99,36011	99,37495	99,55228	99,33755	99,62059	99,52381	99,52135	99,56312	99,46612	99,49561	99,37349	99,46564
880	99,11682	99,64244	99,45388	99,58903	99,13707	99,64954	99,54159	99,51003	99,3443	99,50124	99,74549	99,56218	99,56957	98,97792	98,97198	98,67437	99,61128	99,88692	99,91463	99,00075	99,74584	99,56167
870	99,4055	99,64533	99,42654	99,42962	99,41239	99,68608	99,79502	99,3876	99,76396	99,45556	99,73112	99,56373	99,59305	99,52011	99,81886	99,88521	99,50324	99,90801	99,85899	99,76798	99,40951	99,50845
860	99,43551	99,56257	99,40853	99,62183	99,4392	99,60619	99,72505	99,70976	99,72073	99,20194	99,70784	99,5583	99,56545	99,30985	99,77088	99,86559	99,59542	99,83328	99,83361	99,79961	99,3735	99,34494
850	99,20976	99,23102	99,40614	99,52695	99,21402	99,27149	99,72493	99,70799	99,70584	99,67773	99,71544	99,19488	99,63228	98,80047	99,64449	99,44698	99,44709	99,86576	99,53503	99,35335	99,29989	99,20438
840	99,09293	99,18731	99,42377	99,54186	99,09499	99,23672	99,72892	99,63483	99,70777	99,48945	99,71344	99,14929	99,59935	99,14752	99,69252	99,49828	99,48406	99,90329	99,76063	99,20536	99,27708	99,10976
830	99,10281	99,52653	99,41624	99,53007	99,12233	99,57096	99,69749	99,36436	99,68236	99,37445	99,6805	99,50958	99,56896	99,1538	99,77093	99,51651	99,52556	99,88133	99,74733	99,67494	99,19892	99,08299
820	99,34777	99,62196	99,41367	99,55518	99,3776	99,65249	99,68647	99,34242	99,64968	99,53536	99,6341	99,58922	99,59252	99,17932	99,69312	99,62507	99,59863	99,83463	99,69697	99,76523	99,1607	99,06365
810	99,39702	99,69721	99,41496	99,4913	99,44161	99,74065	99,67003	99,64797	99,68067	99,3462	99,67237	99,66577	99,57795	99,13612	99,68775	99,6399	99,62023	99,81253	99,68445	99,81242	99,17031	99,0564
800	98,86276	99,62117	99,41716	99,60358	98,87207	99,62401	99,64295	99,73347	99,6192	99,59941	99,64089	99,5438	99,77858	99,30555	99,65198	99,62999	99,60037	99,79784	99,59117	99,70837	99,00476	99,01672
790	99,371	99,48979	99,86659	99,68802	99,38437	99,53119	99,60313	99,6883	99,58237	99,59958	99,63267	99,41398	99,7744	99,31567	99,58606	99,62889	99,58456	99,79849	99,58954	99,63144	99,07857	99,03617
780	99,43778	99,61191	99,88727	99,70051	99,48681	99,62154	99,57429	99,69318	99,57857	99,60729	99,52505	99,58835	99,69843	99,26192	99,59426	99,61708	99,51975	99,81351	99,51107	99,74157	98,95619	98,9609
770	99,40819	99,61014	99,85745	99,64078	99,45456	99,61101	99,61084	99,71037	99,62314	99,61348	99,605	99,59172	99,60329	99,2994	99,6311	99,62972	99,40661	99,75399	99,55051	99,69743	99,01417	98,9266
760	99,40632	99,58611	99,84587	99,63037	99,41174	99,58934	99,59639	99,70694	99,55568	99,59851	99,58989	99,56797	99,47252	99,26014	99,62342	99,66693	99,37974	99,81195	99,48921	99,75265	99,16935	98,97615
750	99,38372	99,5409	99,77897	99,66093	99,39894	99,55171	99,49161	99,6497	99,48473	99,59445	99,47584	99,49675	99,42565	99,23592	99,52868	99,60963	99,39787	99,72871	99,40425	99,76533	99,60188	98,91225

Ficha técnica dos espelhos Coating 115306 da fabricante Layertec:

Coating 115306

PRs(45°,750-850nm)=95±1%, |GDD|<20fs²

fig. 1 reflection PR-region 45°

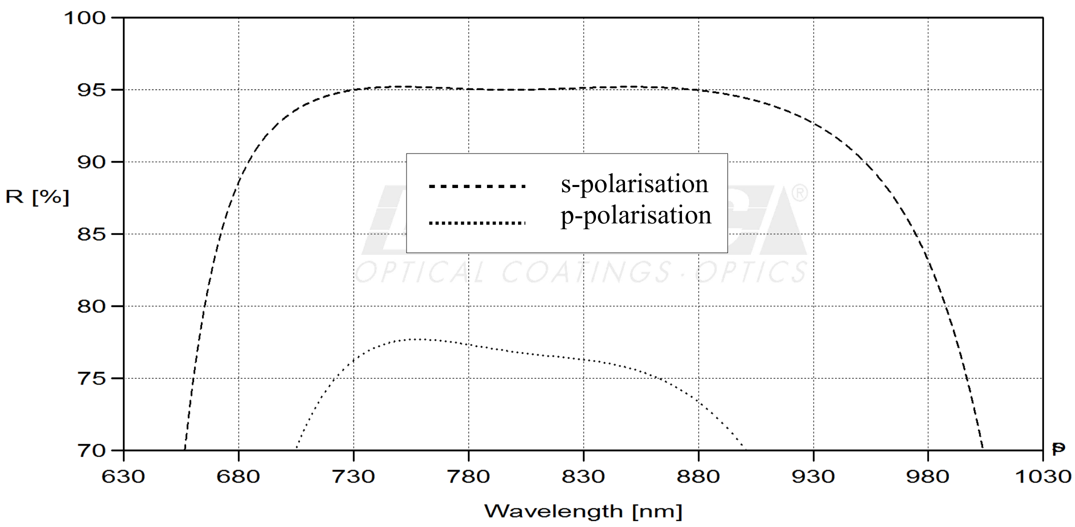
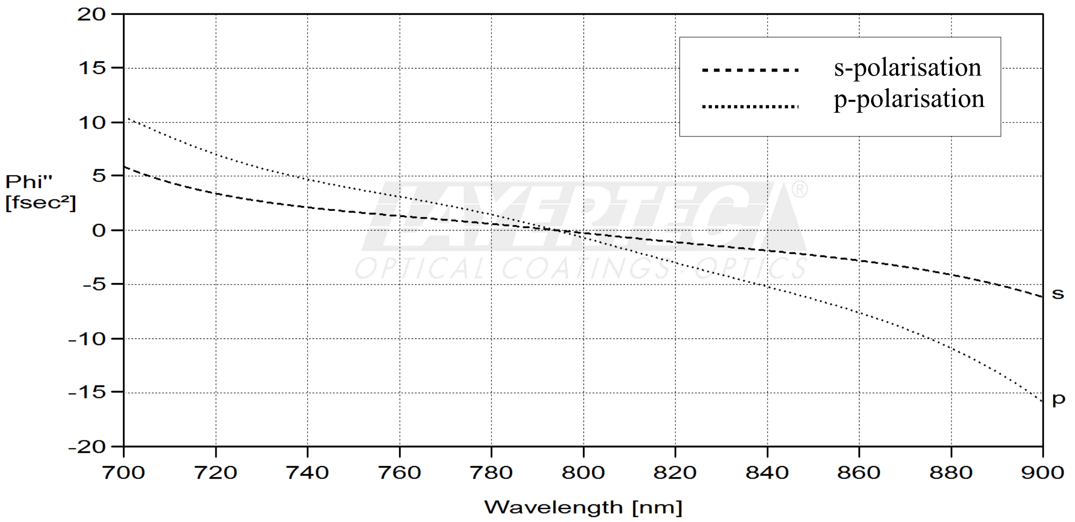


fig. 2 calculated GDD(R,45°)



 non binding principle curve