UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS
CENTRO DE CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA

Jeremias Stein Rodriguês

A Álgebra no ensino da Escola Complementar catarinense (1911-1935):

um estudo sobre a constituição de uma Álgebra *a ensinar*

Florianópolis
2023

Jeremias Stein Rodriguês

A Álgebra no ensino da Escola Complementar catarinense (1911-1935):
um estudo sobre a constituição de uma Álgebra *a ensinar*

Tese submetida ao Programa de Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina para a obtenção do título de Doutor em Educação Científica e Tecnológica.
Orientador: Prof. David Antonio da Costa, Dr.

Florianópolis
2023

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Rodriguês, Jeremias Stein
A Álgebra no ensino da Escola Complementar catarinense (1911-1935) : um estudo sobre a constituição de uma Álgebra a ensinar / Jeremias Stein Rodriguês ; orientador, David Antonio da Costa, 2023.
313 p.

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro de Ciências Físicas e Matemáticas, Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica, Florianópolis, 2023.

Inclui referências.

1. Educação Científica e Tecnológica. 2. Álgebra. 3. Escola Complementar. 4. Saberes a ensinar. 5. História da educação matemática. I. Costa, David Antonio da. II. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós Graduação em Educação Científica e Tecnológica. III. Título.

Jeremias Stein Rodriguês

A Álgebra no ensino da Escola Complementar catarinense (1911-1935):
um estudo sobre a constituição de uma Álgebra *a ensinar*

O presente trabalho em nível de doutorado foi avaliado e aprovado por banca examinadora composta pelos seguintes membros:

Profa. Luciane de Fátima Bertini, Dra.
Universidade Federal de São Paulo (UNIFESP)

Profa. Eliene Barbosa Lima, Dra.
Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS)

Profa. Ana Carolina Costa Pereira, Dra.
Universidade Estadual do Ceará (UECE)

Profa. Ana Maria Basei, Dra.
Universidade Federal da Fronteira Sul (UFFS)

Profa. Barbara Winiarski Diesel Novaes, Dra.
Universidade Tecnológica do Paraná (UTFPR)

Certificamos que esta é a **versão original e final** do trabalho de conclusão que foi julgado adequado para obtenção do título de doutor em Educação Científica e Tecnológica.

ICP-Edu
Documento assinado digitalmente
Mariana Brasil Ramos
Data: 07/03/2023 11:27:02-0300
CPF: ***.586.089-**
Verifique as assinaturas em https://v.ufsc.br

Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica

ICP-Edu
Documento assinado digitalmente
David Antonio da Costa
Data: 07/03/2023 12:11:18-0300
CPF: ***.765.398-**
Verifique as assinaturas em https://v.ufsc.br

Prof. Dr. David Antonio da Costa
Orientador(a)

Florianópolis, 06 de março de 2023.

Este trabalho é dedicado, principalmente, à minha mãe, que sempre me deu o apoio necessário para seguir em frente e lutar pelas possibilidades que me foram apresentadas.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, tenho de agradecer às minhas irmãs, Carla e Manoela, e minha mãe, Leofrida, pelo apoio constante e, em diversos momentos, acreditado em mim como eu não acreditava. Seria muito singelo dizer que sem o incentivo de vocês, eu não estaria finalizando esse percurso, pois talvez eu nem tivesse dado os primeiros passos dessa caminhada.

Em segundo lugar, mas não menos importante, ao meu companheiro Franklin, que nos momentos de maior ansiedade e nervosismo me acalmou e ajudou a seguir em frente, sempre com muito carinho e atenção. Desejo que eu possa retribuir tudo o que fazes por mim.

Gostaria também de agradecer aos meus amigos, por fazerem da minha vida mais colorida. Eles datam do ensino médio (Benjamin, Bruna, Doglas e Marina), da universidade (Ana, Anieli, Mayson e Yohana) ou mesmo do trabalho (Cris, Michelsch, Viviam e Marcelo). Além destes, a vida também proporcionou que outras diversas pessoas tornassem meus dias mais felizes, em especial meus amigos Cezar e Ju(liana), Everson e Ton, Cali e Rita.

Agradeço ainda aos meus colegas do GHEMAT-SC, companheiros de estudo da História da educação matemática e que, em diversos momentos, contribuíram profundamente em minha trajetória. Particularmente agradeço à Anieli, Cleber e Yohana.

Ao meu orientador, prof. David Antonio da Costa, sou agradecido por sempre me apoiar, incentivar e acreditar na minha capacidade. De modo semelhante, agradeço aos membros da banca, professoras Luciane de Fátima Bertini, Eliene Barbosa Lima, Ana Carolina Costa Pereira, Ana Maria Basei e Barbara Winiarski Diesel Novaes, por aceitarem avaliar esse trabalho e contribuir para que sua versão final fosse a melhor possível.

Para cada uma dessas pessoas, o meu muito obrigado! Vocês todos foram e sempre serão minha inspiração e o motivo de cada dia me dedicar ainda mais. Realmente espero poder retribuir todo o carinho que recebo de cada um e lhes desejo toda a felicidade que o mundo puder proporcionar, pois vocês merecem. Essa tese é também fruto de todos e é através de mim que vocês se fazem presentes nela.

De modo geral, agradeço ainda a todos os professores e instituições que contribuíram para minha trajetória, seja como estudante ou docente, o que acarretou na produção dessa tese.

Ao Instituto Federal de Santa Catarina (IFSC), instituição em que atuo como professor de Matemática, cabe meu agradecimento por possibilitar meu afastamento para a realização do doutorado entre 2018-2 e 2021-2. Aos meus colegas de área, especialmente ao meu grande amigo, professor Michelsch João da Silva, sou grato por assumir minhas aulas no período final do meu afastamento, o que possibilitou que eu concluísse a maior parte da minha pesquisa.

À Secretaria de Estado da Educação de Santa Catarina e ao UNIEDU-FUMDES o financiamento do projeto entre outubro de 2020 e dezembro de 2022.

“A minha consciência tem milhares de vozes, e cada voz traz-me milhares de histórias, e de cada história sou o vilão condenado” (William Shakespeare, “A Tragédia do Rei Ricardo III”). A história que aqui apresento “é uma história contada por um idiota, cheia de ruído e de furor e que nada significa” (William Shakespeare, “A tragédia de Macbeth”).

RESUMO

Ao lançarmos nosso olhar para o final do século XIX percebemos que o ensino de Álgebra ainda não havia se constituído na formação primária dos estudantes brasileiros. A partir da instauração da primeira república, entre 1890 e 1930, um movimento de nacionalização e alfabetização do povo brasileiro tem início, o que leva à criação dos Grupos Escolares e das Escolas Complementares em diversos estados. A última instituição surge para atender, também, a propósitos como: preencher uma lacuna entre o ensino primário e o ensino secundário/normal; formar, em alguns lugares do Brasil, professores para suprir a demanda de regiões interioranas. É a partir da instituição da Escola Complementar catarinense, em 1911, que observamos a formalização de uma Álgebra para o ensino primário do estado. Similarmente, são perceptíveis, no final do século XIX, movimentos visando à constituição de uma Álgebra para a escola elementar estadunidense, que anos depois circulam no Brasil. Assim, neste trabalho buscamos responder, no âmbito da História da educação matemática, a seguinte pergunta: que Álgebra *a ensinar* se constitui para o ensino complementar catarinense entre 1911 e 1935? Para isto, tomamos como objetivo analisar os processos de constituição dessa Álgebra a ensinar para a Escola Complementar catarinense, estabelecida no início do século XX, de modo a caracterizá-la. Além disso, os objetivos específicos da pesquisa tiveram como foco compreender as relações do movimento estadunidense e do brasileiro; compreender os aspectos do movimento nacional e sua possível implementação; e, apontar o propósito do ensino de Álgebra na escola complementar catarinense. Esta pesquisa historiográfica tem como base aspectos da história cultural. Ademais, são mobilizados referenciais acerca dos saberes *a ensinar* e *para ensinar*, com base no viés sócio-histórico de Hofstetter e Schneuwly (2017), com o intuito de caracterizar uma Álgebra *a ensinar* na Escola Complementar catarinense no recorte temporal da pesquisa. Para estudar o movimento a favor de uma Álgebra no ensino primário, utilizamos ainda literaturas que permitem compreender a circulação de ideias. Essas fontes, para estudar o movimento no âmbito estadunidense, se dividem em: os relatórios da Comissão dos dez e Comissão dos quinze. Quanto à perspectiva brasileira, as principais fontes utilizadas foram: legislações e normativas acerca da Escola Complementar catarinense; os artigos publicados na revista “A Escola Primaria” que discutem a necessidade de uma Álgebra para o ensino primário; livros didáticos indicados para o ensino de Álgebra e Aritmética na Escola Complementar catarinense. As análises permitiram constatar que a Álgebra que se institui com a Escola Complementar catarinense se debruçava sobre a generalização de processos e procedimentos da Aritmética, mas não se limitava às restrições da última. O ensino iria do simples para o complexo e objetivaria o desenvolvimento de operações algébricas e resolução de equações, via saberes algébricos, utilizando as letras como valores desconhecidos ou conhecidos. Os números negativos também figuram essa Álgebra, de modo que problemas até então considerados impossíveis, pela Aritmética, teriam solução determinada, uma vez que seria possível a contagem em dois sentidos.

Palavras-chave: Álgebra; Ensino complementar; Saberes a ensinar; História da educação matemática; Circulação de ideias.

ABSTRACT

The final years of the 19th century shows us that the teaching of Algebra was not stabilished in the primary education in Brazil. From the establishment of the first republic, between 1890 and 1930, a movement in favor of the nationalization and literacy of the people who lived in Brazil began, which led to the creation of School Groups and Complementary Schools in several states. The Complementary Schools were created to serve purposes such as: filling a gap between primary education and secondary/normal education; training, in some places in Brazil, teachers to meet the demand of cities far from the capitals. The institution of the Complementary School in Santa Catarina, in 1911, allows us to observe the formalization of an Algebra for primary education in the state. Similarly, we can note, at the end of the 19th century, movements aimed at the constitution of an Algebra for the American elementary school, which years later circulated in Brazil. Thus, in this work we seek to answer, within the scope of the History of mathematics education, the following question: what Algebra *to teach* is constituted for complementary teaching in Santa Catarina between 1911 and 1935? We aimed to analyze the constitution processes of this Algebra to be taught for the Complementary School of Santa Catarina, established in the beginning of the 20th century, in order to characterize it. In addition, the specific objectives of the research focused on understanding the relationships between the American and Brazilian movements, understanding the aspects of the national movement and its possible implementation, pointing out the purpose of teaching Algebra in complementary schools in Santa Catarina. This historiographic research is based on aspects of cultural history. In addition, references are mobilized about the knowledge *to teach* and *for teaching*, based on the socio-historical bias of Hofstetter and Schneuwly (2017), in order to characterize an Algebra *to be taught* in the Complementary School of Santa Catarina between 1911 and 1935. To study the movement in favor of Algebra in primary education, we also use literature that allows us to better understand the circulation of ideas. The sources used to study the movement in the US, are divided into: the reports of the Commitee of Ten and Commitee of Fifteen. As for the Brazilian perspective, the main sources used were: legislation and regulations about the Complementary School in Santa Catarina; the articles published in the magazine “A Escola Primaria” which discuss the need for an Algebra for primary education; didactic books pointed for the teaching of Algebra and Arithmetic in the Complementary School of Santa Catarina. The analyzes allowed us to verify that the Algebra that was established with the Complementary School of Santa Catarina focused on the generalization of processes and procedures of Arithmetic, but not limited to the restrictions of the latter. Teaching would go from the simple to the complex and would aim at developing algebraic operations and solving equations, via algebraic knowledge, using letters as unknown or known values. Negative numbers also figured in this Algebra, so that problems hitherto considered impossible by Arithmetic would have a definite solution, since counting in two ways would be possible.

Keywords: Algebra; Complementary education; Knowledge to teach; History of mathematics education; Circulation of ideas.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC – Base Nacional Comum Curricular

CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

GHEMAT – Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática

GHEMAT Brasil – Grupo Associado de Estudos e Pesquisas sobre História da Educação Matemática

GHEMAT-SC – Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática – Santa Catarina

Hem – História da educação matemática

IFSC – Instituto Federal de Santa Catarina

NEA – National Education Association (Associação Nacional de Educação)

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais

PPGECT – Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica

RCD – Repositório de Conteúdos Digitais

UFSC – Universidade Federal de Santa Catarina

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO: A TRAJETÓRIA DO PESQUISADOR

A trajetória de cada pessoa é única, independente de que “ramo” da vida se possa considerar. Assim, mesmo com as possíveis semelhanças entre diversos indivíduos, são as particularidades de cada um que permitem aos outros compreenderem o lugar que ocupamos. Deste modo, seria necessário apresentar, a quem quer que viesse se interessar por esta pesquisa, o caminho que tracei[1] e que permitiu me fazer “presente” neste singelo texto. Do mesmo modo, penso que é muito relevante ao leitor compreender os aspectos que aqui apresento, bem como o *lugar social* (CERTEAU, 2013) que ocupo, para que este possa, assim, perceber algumas das posições tomadas por mim no decorrer da sua leitura, seja em minha escrita ou nos direcionamentos adotados na pesquisa.

Filho de costureira e membro de uma família simples, principalmente até atingir a vida adulta, sempre fui estudante do ensino público. No ensino superior isto não seria diferente e, em 2008, ingressei no curso de Licenciatura em Matemática na Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), no qual me formei professor de Matemática no ano de 2012. Sempre gostei muito de ir à escola e, do meu ponto de vista, isso significava que gostava de estudar. Contudo, nunca precisei de muito esforço para obter êxito no decorrer da minha instrução básica, o meu interesse dentro da sala de aula pelo aprendizado sempre se mostrou suficiente para obter bons resultados. Isto, como se pode imaginar, não continuou sendo verdadeiro no ensino superior. Inicialmente tive muita dificuldade para me adaptar ao fato de que seria necessário que o estudo fosse para além da sala de aula.

Como muitos sonhadores recém-formados, na busca por um dia me tornar professor universitário, ingressei no mesmo ano no mestrado em Matemática, também pela UFSC. Com novas dificuldades encontradas no primeiro ano do mestrado, bem como a incerteza de que a pesquisa em Matemática seria o sonho anteriormente idealizado, decidi atuar como professor durante o segundo ano do curso de pós-graduação. Tive a oportunidade ímpar de atuar no Instituto Federal de Santa Catarina (IFSC), em São José, como professor substituto de Matemática por quase dois anos.

No primeiro ano de atuação, em 2013, no ensino médio e superior, percebi que muitas eram as lacunas encontradas na minha formação superior, principalmente vinculadas aos aspectos didático e pedagógicos do exercício da profissão docente. As dificuldades encontradas

---

[1] Aqui, na seção 1.1, opto por utilizar a primeira pessoa do singular por tratar da minha trajetória individual.

no mestrado na ciência e as novas perspectivas a partir do ensino me fizeram deixar o mestrado na busca por uma outra formação. Deste modo, ingressei, em 2014, no mestrado profissional em Matemática da UFSC na esperança de obter uma formação que viesse a complementar e sanar as inquietações advindas do trabalho como professor. Durante o primeiro ano do mestrado profissional assumi também a função de professor efetivo da Secretaria de Educação de Santa Catarina, o que, novamente, me proporcionou novas inquietações em relação ao ensino, principalmente ao contrastar o ensino público estadual e o ofertado pelo IFSC.

Ao fim de 2014 deixei meu cargo temporário como professor do IFSC, o que fiz com muito pesar no coração, afinal esta instituição havia me acolhido com muito carinho e me proporcionado a oportunidade de vivenciar os frutos do esforço por uma educação de qualidade. Afortunadamente, em 2015, ingressei como professor efetivo do IFSC, atuando na cidade de Araranguá, deixando então o cargo de professor estadual de Santa Catarina. Meu vínculo, de apenas um ano, não foi tão profundo como no IFSC, mas até hoje sinto falta de poder atuar na instrução de estudantes nos anos finais do ensino fundamental. Ainda, naquele ano, conclui o curso de mestrado profissional que, mesmo sendo de grande qualidade em relação às discussões do conhecimento matemático, não foi suficiente para dar o suporte necessário que buscava para lidar com as diversas indagações vinculadas à sala de aula.

No ano de 2017, após conseguir a transferência para o IFSC de Florianópolis, tive a oportunidade de participar dos encontros do Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática – Santa Catarina (GHEMAT-SC)[2]. Esta atividade me permitiu ter meu primeiro contato com o campo da Hem[3] e com as pesquisas que estavam sendo desenvolvidas pelo grupo. Foi a partir disso que percebi que a escola, bem como suas diversas particularidades, é resultado de construções sócio-históricas, ou seja, são características desenvolvidas através do tempo e das sociedades por onde permeiam. Tais características também valeriam para diversos dos problemas escolares que vivenciei.

Até aquele momento eu nunca havia me interessado pela História, o que não significa que não reconhecia sua relevância, mas meu interesse e facilidade para o estudo do conhecimento das ciências da natureza sempre foi muito maior. A participação no grupo de pesquisa me fez encarar esta área com outros olhos e, talvez por ironia do destino, em 2018,

---

[2] Disponível em: http://dgp.cnpq.br/dgp/espelhogrupo/263223. Acesso em: 20 maio 2020.
[3] Como apontado por Valente (2020, p. 2) em uma nota de rodapé, "Aqui utilizamos a expressão 'História da educação matemática – Hem' e não 'História da Educação Matemática' de modo a não ensejar dúvidas quanto às possibilidades de estudos da Hem. Elas não se restringem às pesquisas que tratam da história do campo da Educação Matemática, referem-se a toda e qualquer investigação que considere a matemática presente nos processos de ensino e de aprendizagem ao longo dos séculos".

ingressei no PPGECT da UFSC, em nível de doutorado, para desenvolver uma pesquisa na Hem. Hoje percebo que minha falta de interesse pela História se dava pela forma que eu a aprendia, não por seus conhecimentos. Isto ficou muito claro quando percebi que, ao desenvolver pesquisa em História, eu compreendia muito da História que antes eu acreditava não ter inclinação para aprender.

Assim, com um projeto para pesquisar como se constituía o ensino de Álgebra na instrução profissional da Escola Industrial de Florianópolis, instituição que veio a se tornar o que hoje é conhecido como IFSC, entre 1942 e 1965, é que meu doutorado teve início. Este projeto havia surgido como resultado de minha atuação na instituição, com seu ensino diferenciado principalmente por estar atrelado à formação profissional do seu estudante, e o contato com as pesquisas na Hem, principalmente as desenvolvidas acerca da Aritmética no ensino profissional da instituição, quando esta era denominada de Escola de Aprendizes Artífices[4] e Escola Industrial de Florianópolis[5].

Já no doutorado, a participação em eventos e o contato com as pesquisas desenvolvidas pelo Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática (GHEMAT)[6], grupo de pesquisa em âmbito nacional e vinculado ao Grupo Associado de Estudos e Pesquisas sobre História da Educação Matemática (GHEMAT Brasil)[7], mostraram que poucas eram as investigações acerca do ensino de Álgebra[8] sobre as perspectivas sócio históricas. Isto levou a um questionamento mais amplo do que o desenvolvido no projeto de doutorado e, que, até então, não havia se tentado discutir no âmbito acadêmico. Hoje é possível observar o ensino de conteúdos algébricos, como resolução de equações, nos últimos anos do ensino fundamental brasileiro[9], mas no final do século XIX e início do século XX o ensino de matemática, anterior ao ensino secundário, era, em geral, restrito aos conteúdos de Aritmética, sendo assim, como e por que se institui um ensino de Álgebra que, com o passar do tempo, se transforma e reestrutura levando ao modelo que pode ser observado nos dias de hoje?

---

[4] Pesquisa de mestrado desenvolvida por Cleber Schaefer Barbaresco (2019), sob o título "Saberes a ensinar aritmética na Escola de Aprendizes Artífices (1909-1937) lidos nos documentos normativos e livros didáticos".

[5] Pesquisa de doutorado, desenvolvida por Oscar da Silva Neto, com título "A caracterização de uma Aritmética Industrial para o ensino industrial e técnico brasileiro (1942-1968)" (SILVA NETO, 2021).

[6] Disponível em: http://dgp.cnpq.br/dgp/espelhogrupo/11665. Acesso em: 20 maio 2020.

[7] Disponível em: https://www.ghemat-brasil.com.br/. Acesso em: 28 agosto 2020.

[8] No período, apenas as pesquisas desenvolvidas por Ana Maria Basei, ao nível de doutorado, acerca do ensino de Álgebra na formação de professores (BASEI, 2020), e a pesquisa de Ivone Lemos da Rocha, ao nível de mestrado, acerca da relação da Álgebra com a resolução de problemas no início do século XX (ROCHA, 2019).

[9] É necessário ressaltar ao leitor que não buscamos aqui realizar um anacronismo. Estas são duas instituições diferentes e que, não necessariamente, uma é a evolução da outra. Contudo, observar no presente um objeto que pode ser resultado de uma construção passada é o que motivou esta pesquisa.

Desta forma, sob a orientação do professor David Antonio da Costa, optei por ampliar a pesquisa ao ensino geral, e não apenas sobre o ensino profissional, bem como focar no processo que leva à constituição de um ensino até então inexistente e que pode ser observado no meio escolar, do ensino fundamental, nos dias de hoje.

1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo buscamos apresentar os elementos iniciais que levaram ao desenvolvimento desta pesquisa, que está vinculada à temática da História da educação matemática (Hem) e foi desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica (PPGECT) da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), referente à linha de pesquisa Epistemologia e História da Ciência e da Matemática. Assim, iniciamos com o percurso que acompanhou o desenvolvimento desta tese de doutorado, seguido das perspectivas iniciais e um panorama da pesquisa. Em seguida, apresentamos o problema que se busca responder, os objetivos que se deseja cumprir e como a tese está estruturada.

1.1 O PERCURSO TRILHADO

O doutorado teve início no segundo semestre de 2018 e, até o fim do primeiro semestre de 2019, as atividades se voltavam principalmente à realização das disciplinas de doutorado. Foi somente após o segundo ano do doutorado, ou seja, do segundo semestre de 2019, que a pesquisa começou a ser desenvolvida com maior afinco. Isto pode ser observado, por exemplo, pela primeira publicação de resultado parcial desta pesquisa em periódico científico ter se efetivado nos últimos meses de 2019[10]. Durante todo o percurso, a participação no grupo de pesquisa GHEMAT-SC foi uma atividade constantemente desenvolvida, a partir de encontros semanais com o intuito de discutir referenciais teóricos e metodológicos utilizados pelo grupo, bem como, produções brasileiras da Hem. Igualmente, ao fim de cada semestre, eram apresentados os avanços de cada pesquisa, de modo que os outros membros pudessem contribuir, de algum modo, com o que já havia sido feito e sugerir desenvolvimentos futuros. Além desta, outras atividades frequentes ocorreram durante o doutorado, algumas obrigatórias pelo regimento do programa de pós-graduação, entre elas: a apresentação e presença em seminários do programa de pós-graduação; presença em defesas; participação em eventos.

Ao se configurar como uma pesquisa voltada à história do ensino, das instituições escolares e seus saberes, as fontes utilizadas, constituídas sumariamente de relatórios, documentos normativos, artigos e livros didáticos acerca do ensino de Álgebra para a escola primária/complementar no âmbito catarinense, qualificam-se como documentos entre os anos de 1911 e 1935, nosso recorte temporal[11], ou de períodos próximos. A transformação destas em

[10] Aqui, referimo-nos ao trabalho "A Comissão dos Quinze e os Primeiros Movimentos Acerca do Ensino da Álgebra na Escola Primária Brasileira", publicado na revista Acta Scientiae, v. 21, n. 6, 2019.

[11] Período em que existiu a Escola Complementar catarinense.

fontes para a investigação se dá pelo exercício do pesquisador em articular estas com os referenciais teóricos, que serão posteriormente discutidos, e com as questões que guiam o estudo. Assim, a investigação assume caráter de pesquisa documental, sendo que a busca pelas fontes ocorreu, majoritariamente, em arquivos e repositórios físicos e digitais. Tal aspecto se deu pelo fato de que esta investigação busca a articulação de uma história local, sobre a Álgebra no ensino primário catarinense e sua relação com movimentos semelhantes desenvolvidos em outros lugares, que chegam ao Brasil por meio de processos de circulação de ideias[12].

Em todo o percurso do doutorado, foram continuamente elaborados trabalhos para levar esta pesquisa, e seus resultados parciais, a eventos científicos de modo que estes pudessem ser confrontados constantemente com outros pesquisadores da Hem, principalmente no Brasil, de forma a buscar a validação desta pesquisa pelos pares. Nesse sentido, foram produzidos:

Quadro 1 – Trabalhos elaborados para a participação em eventos durante o doutorado[13].

Ano e semestre	Título	Evento
2018-2	Os rudimentos de matemática no ensino industrial de emergência brasileiro	IV Encontro Nacional de Pesquisas em História da Educação Matemática
2019-1	Saberes algébricos sob uma perspectiva aritmética: um olhar sobre estes saberes a ensinar nos livros de aritmética de Ruy de Lima e Silva e Antônio Trajano	XVII Seminário Temático Materiais Didáticos e História da Educação Matemática
2019-2	História da educação matemática como uma perspectiva de insubordinação criativa na formação de professores	2nd lnternational Conference on Creative lnsubordination in Mathematics Education
2019-2	A Álgebra no ensino primário em propostas estadunidenses	V Congreso Iberoamericano de História de la Educación Matemática
2020-1	A revista “a escola primaria” e as discussões acerca do ensino de Álgebra: as contribuições de Francisco Cabrita	XVIII Seminário Temático Os experts e a sistematização da matemática para o ensino e formação de professores
2020-2	Uma análise acerca do conteúdo de equidifferenças e proporções	V Encontro Nacional de Pesquisa em História da Educação Matemática
2021-1	Uma Álgebra a ensinar na Escola Complementar catarinense: perspectivas preliminares	XIX Seminário Temático Internacional - A pesquisa sobre o saber profissional do professor que ensina matemática: história e perspectivas atuais

Fonte: Elaboração nossa.

[12] A perspectiva teórica do processo de circulação e ideias foi realizada no segundo capítulo, na seção 2.4.
[13] Anterior ao período do doutorado, o trabalho “A MATEMÁTICA COMO SABER A ENSINAR E PARA ENSINAR NAS REESTRUTURAÇÕES ENSINO PROFISSIONAL DE FLORIANÓPOLIS (1909- 1965)”, produzido com base no projeto para a seleção do doutorado, foi submetido e avaliado no “XVI Seminário Temático”, realizado no primeiro semestre de 2018.

O primeiro trabalho foi produzido antes da mudança do projeto de pesquisa de doutorado, de forma que nele nos debruçamos sobre a proposta da instrução de “rudimentos de matemática” para o ensino industrial, com base em documentos e legislações que ditassem sobre o “ensino industrial de emergência”, que teria ocorrido entre 1943 e 1945, e sob as perspectivas teóricas dos saberes rudimentares (VALENTE, 2016).

Com a mudança do escopo da pesquisa para o ensino de Álgebra da escola primária, passamos então a investigar o que seria esta Álgebra e “onde” ela poderia ser observada. Isso levou à elaboração do segundo trabalho, no qual percebemos a presença de conteúdos que faziam uso de saberes algébricos, como incógnita e a resolução de equações, sem que fossem enunciados como tal, em livros de Aritmética no período da pesquisa. Assim, no trabalho detectamos a presença, ou não, do ensino de saberes algébricos na abordagem dos conteúdos de *equidifferença* e proporção nos livros de Aritmética de Ruy de Lima e Silva e Antônio Trajano. A discussão apresentada neste trabalho foi posteriormente ampliada e aprofundada, mostrando a relação destes conteúdos com a aprendizagem de progressões, de modo que se constituiu como o quarto artigo publicado no Quadro 2.

O terceiro trabalho não se limita ao ensino de Álgebra, foco dessa pesquisa, uma vez que buscamos apresentar como a Hem poderia se relacionar com os aspectos teóricos da insubordinação criativa na formação de professores de Matemática. Nele, a Hem é abordada como uma forma diferenciada para melhor formar o professor de Matemática para o exercício de sua função, para o conhecimento de sua profissão e da história desta, do mesmo modo que permite compreender a escola e suas nuances como uma construção sócio-histórica. Este trabalho também foi posteriormente publicado na forma de artigo, sendo o terceiro apresentado no Quadro 2.

O quarto trabalho é resultado, juntamente com o segundo artigo do próximo quadro, dos estudos realizados acerca das propostas realizadas nos Estados Unidos da América[14], do final do século XIX, sobre a inserção do ensino de Álgebra na instrução elementar[15] daquele país. Neste trabalho discutimos a circulação das ideias postas e que a Álgebra da instrução elementar não seria a mesma oferecida para o ensino secundário daquele país, mas uma Álgebra própria do ensino primário, com conteúdos propostos para os últimos anos escolares da escola

[14] Vamos nos referir aqui apenas a Estados Unidos ou ao âmbito estadunidense.

[15] Entende-se a escola elementar como os primeiros anos de ensino, no caso estadunidense, os primeiros oito anos de ensino no final do século XIX. Assim, o ensino elementar se caracteriza por ser o ensino que antecede o ensino secundário.

elementar, no qual se observou as equações do primeiro grau, regra de três, equações do segundo grau e o uso destes saberes algébricos para a resolução de problemas avançados de Aritmética. O sexto artigo, do Quadro 2, é também resultado das análises realizadas sobre um dos relatórios estadunidenses, mas nele tivemos como foco a formação de professores na História da educação e os saberes que se buscava objetivar das propostas realizadas pela Comissão dos quinze[16].

O quinto trabalho surge como resultado da pesquisa sobre o movimento estadunidense, em que os registros mostram que este chega ao Brasil por uma conferência realizada por Othello de Souza Reis, em 1918, e publicada no mesmo ano na revista “A Escola Primaria”. Isto nos fez perceber que este periódico já apresentava discussões favoráveis à presença do ensino de Álgebra na instrução primária, levando à busca por outros artigos sobre este tema, os quais têm seus conteúdos discutidos neste trabalho. Nesses artigos, o nome de Francisco Cabrita ganha destaque, o que levou a uma análise de suas contribuições para uma Álgebra no ensino primário. Este trabalho foi ampliado e posteriormente publicado na revista *Zetetiké*.

O trabalho seguinte teve como objetivo discutir os limites entre o ensino de Aritmética e de Álgebra em livros de Aritmética na escola primária brasileira. Para isso nos debruçamos sobre os conteúdos de *equidifferença* e proporções, nos quais se observam o uso de incógnitas e a resolução de equações sem que estas sejam enunciadas e por regras. Este trabalho, assim como outros, foi ampliado e um artigo sobre este tema foi publicado na revista História da Educação, no início de 2021.

Com a realização da qualificação, em dezembro de 2020, foi apontado que seria melhor para esta pesquisa se nos debruçássemos sobre uma instituição de ensino específica e, nela, estudar a história da constituição do ensino de Álgebra em Santa Catarina. A partir desse momento a Escola Complementar catarinense começa a ser o foco da pesquisa, o que nos leva a elaborar o sétimo trabalho listado, de modo a apresentar os primeiros esboços que puderam ser realizados sobre a história da instituição e sobre o ensino de Álgebra nesta, bem como uma breve perspectiva deste ensino ofertado no ensino complementar de outros estados.

Como foi apontado, a pesquisa e as produções parciais relacionadas a também geraram publicações em periódicos científicos, com resultados preliminares da pesquisa. Estas publicações são apresentadas no quadro a seguir.

---

[16] Comissão estadunidense do final do século XIX que estudou e propôs mudanças para o ensino elementar daquele país. O tema será abordado no Capítulo 4.

Quadro 2 – Trabalhos elaborados e publicados em periódicos durante o doutorado.

Ano e semestre	Título	Nome do periódico
2018-2	O método da indução nas ciências empíricas e na matemática vistos em livros didáticos[17]	Ensino & Multidisciplinaridade
2019-2	A Comissão dos Quinze e os Primeiros Movimentos Acerca do Ensino da Álgebra na Escola Primária Brasileira (The Committee of Fifteen and the First Movements about the Teaching of Algebra in the Brazilian Primary School)	ACTA SCIENTIAE
2020-1	História da Educação Matemática como uma Perspectiva de Insubordinação Criativa na Formação de Professores	RIPEM
2020-2	“A Escola Primaria”: Francisco Cabrita e a Álgebra para o ensino elementar	Zetetiké
2021-1	Equidifferença e proporção: qual a relação destes conteúdos com o ensino de Álgebra na instrução elementar do final do século XIX e início do século XX?	Revista História da Educação
2021-1	A formação de professores do ensino elementar segundo a Comissão dos quinze: forma escolar e os saberes para ensinar	Educar em Revista
2021-2	O Manual Pedagógico “Ver, Sentir, Descobrir a Aritmética”: o ensino de frações através das partes fracionárias[18]	HISTEMAT
2021-2	Um Estado do Conhecimento sobre a Álgebra no ensino elementar estadunidense	Cadernos Cedes
2021-2	O ensino brasileiro de Álgebra segundo a revista “A Escola Primaria” (1917-1928)	Linhas
2021-2	Os saberes para ensinar vinculados a uma álgebra no ensino elementar estadunidense: a revista Educational Review	Interfaces da Educação

Fonte: Elaboração nossa.

Em 2020 fomos acometidos pela pandemia da doença do coronavírus (COVID-19) e do isolamento que ocorreu em decorrência disto, o que veio a afetar o mundo, o comércio e a sociedade. Com esta pesquisa não poderia ter sido diferente. Contudo, o isolamento social estabelecido no período, que levou à suspensão das atividades acadêmicas presenciais nas instituições de ensino, permitiu que pudéssemos focar na elaboração da pesquisa, de suas análises e na escrita da tese. Ao mesmo tempo, o isolamento não permitiu a visita aos diversos arquivos, na busca por fontes documentais históricas, físicas. Tais atividades foram aos poucos retomadas no segundo semestre de 2021. Foi também durante o período de isolamento que, em meio à busca por diferentes abordagens do conhecimento algébrico, tivemos acesso ao livro de

[17] Este artigo é o único que é produção do doutorado e não se relaciona com a nossa pesquisa acerca do ensino de Álgebra na Hem. Ele é o resultado dos estudos realizados na disciplina de Fundamentos Epistemológicos da Educação Científica e Tecnológica.

[18] Este artigo não se relaciona com os temas da pesquisa de doutorado uma vez que não se debruça sobre o ensino de Álgebra. Sua elaboração ocorreu em parceria com Anieli Joana de Godoi e o orientador desta tese.

Peacock (1842), o que nos elucidou modos de olhar a relação entre a Álgebra e a Aritmética, não só como a primeira sendo uma generalização da segunda, mas, atribuindo maior profundidade a esta generalização, além das barreiras que podem ser impostas/superadas nesse processo. Tais perspectivas foram utilizadas de forma ampla nas análises realizadas neste trabalho, de forma a buscar caracterizar a Álgebra que se institui para o ensino primário no recorte temporal da pesquisa.

Por fim, gostaríamos de esclarecer que durante a elaboração desta tese foi preservada a ortografia original dos textos oficiais (como regulamentos, decretos, programas de ensino etc.) e das obras de outrora, de modo que citações diretas são escritas de forma que, a partir das perspectivas atuais, é possível apontar diversos erros. No entanto, optamos por esta escolha para oferecer ao leitor a possibilidade de se "aproximar" mais do passado que buscamos tornar presente nesta pesquisa. Assim, não faremos uso da norma vigente, que indica que erros de ortografia em citações devem ser indicados com "(sic)", quando a escrita estiver atrelada à grafia de um outro tempo.

1.2 OS PONTOS DE PARTIDA QUE JUSTIFICAM ESTA AVENTURA

> Aliado à vultosa e diversificada imigração, o crescente desenvolvimento econômico, desde fins da Guerra Civil, passou a demandar um novo tipo de trabalhador para a indústria, comércio e gerenciamento dos negócios. Quer por um quer por outro fator, dirigentes das instituições públicas e privadas acionaram políticas de organização e pacificação das massas urbanas que clamavam por atendimento. É nesse contexto que a escola e a universidade norte-americanas foram estruturalmente reformadas em seus objetivos, cursos, currículos e duração. Cada componente curricular foi revisto de sorte a contribuir para a fabricação de um "homem novo" (SANTOS, 2006, p. 4).

Em 1918, no Brasil, Othello de Souza Reis (1918a, 1918b) profere uma palestra sobre o ensino de Álgebra nos dois últimos anos da escola primária, com base nas perspectivas estadunidenses da Comissão dos quinze. Acerca disso, ao fim do século XIX, é possível observar a constituição de duas comissões estadunidenses que tinham como objetivo propor reformulações para o ensino elementar e secundário do país. A primeira comissão, intitulada "Comissão dos dez"[19], foi instituída em 1892, pela Associação Nacional de Educação (National Education Association – NEA) com o objetivo de estudar e propor mudanças para o ensino secundário estadunidense, sendo o relatório deste estudo entregue no ano de 1893 (NEA, 1894). Entre suas muitas conclusões, a Comissão dos dez aponta que, para se reformular o ensino secundário estadunidense, seria necessário que o ensino elementar do país (de oito anos na época) também fosse reformulado. Assim, a comissão apresenta um programa da escola

[19] Em inglês "Committee of ten". Recebeu esse nome por ser composta por dez membros.

elementar que dialogaria com suas propostas para o ensino secundário, no qual é possível observar a proposta do ensino de Álgebra nos dois últimos anos do programa, rubrica que até então pertencia, de forma homogênea, apenas ao ensino secundário.

A demanda levantada pela Comissão dos dez recebe apoiadores, como Francis Parker[20], e, em julho de 1893, uma nova comissão é formada para estudar e propor reformas para o ensino elementar estadunidense. Tal comissão, intitulada "Comissão dos quinze"[21], é também formada pela NEA e seu relatório é apresentado no início de 1895 (NEA, 1895). Neste relatório, assim como na proposta para o ensino elementar feita pela Comissão dos dez, é proposto a inserção do ensino de Álgebra no programa da escola elementar. É possível observar nesta Álgebra conteúdos como equações do primeiro e segundo graus, da mesma forma, como o uso destas para a resolução de problemas, nos dois últimos anos do ensino elementar. Entre as principais justificativas para este movimento de inserção do ensino de Álgebra no programa da escola elementar estadunidense podemos destacar a atualização do programa escolar, a busca por uniformização do ensino elementar e secundário no país, bem como os altos índices de desistência no ensino secundário estadunidense.

O que poderia ser dito então sobre o Brasil a esse respeito? Antes de mais nada, vale ressaltar que os anos iniciais de instrução pública brasileira (período que antecede o ensino secundário) constituem o que era denotado no âmbito estadunidense como "ensino elementar" e que, no Brasil, assume a nomenclatura de ensino primário, o qual, em alguns estados, era constituído por mais de um nível, como o elementar e o complementar[22]. É relevante deixar isto claro, uma vez que durante a primeira república[23] no Brasil - período em que esta pesquisa está inserida - este intervalo de ensino passa por diversas denominações e rupturas como: ensino primário; ensino primário elementar e complementar; ensino primário de 1º e 2º grau; etc. Além disso, este grau de ensino era gerenciado pelos estados federativos, sem contar com orientações normatizadas ao nível federal. Assim, deve-se entender que o ensino complementar abarca parte do ensino primário, ou a perspectiva de um ensino que seja pós-primário e que antecedem o secundário. De forma semelhante, foi chamado de "ensino secundário", ou "escola secundária"

---

[20] Norte-americano conhecido por ser autor das "Cartas de Parker", "Um dispositivo que trazia uma proposta moderna para o ensino da Aritmética nos anos iniciais de escolarização, a partir do ensino intuitivo, método que se contrapunha à tradicional memorização, repetição e abstração, práticas muito em voga desde a escola de primeiras letras, dos tempos imperiais" (PORTELA, 2014, p. 7).

[21] Em inglês "Committee of fifteen". Recebeu esse nome por ser composta por quinze membros.

[22] De forma geral, o ensino complementar pode ser compreendido como uma segunda parte da educação primária ou ainda como os últimos anos deste grau de ensino, principalmente no recorte temporal da pesquisa.

[23] Período entre 1889 e 1930.

(high school nos Estados Unidos), os anos posteriores a esta formação e que são anteriores ao ensino superior.

Desta forma, assim como uma pedra lançada nas águas do passado, nos dias de hoje ainda se percebem as ondas geradas por este movimento de inserção do ensino de Álgebra no programa do ensino complementar. Nesse sentido, nos últimos anos do atual currículo do ensino fundamental brasileiro podem ser observados conteúdos de Álgebra, algo que se assemelha às propostas apresentados pelas comissões estadunidenses. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (BRASIL, 1998), o ensino da Álgebra estaria vinculado ao desenvolvimento da capacidade de abstração e generalização do estudante.

Outro documento brasileiro, relativo à Matriz de Referência de Matemática na avaliação da Prova Brasil (BRASIL, 2009), dá ênfase para a Álgebra no ensino fundamental, em seus anos finais. Nele são apresentados descritores atrelados a "Números e Operações / Álgebra e Funções", no que se observam conteúdos até equações do 2º grau, inequações do 1º grau e "Identificar a relação entre as representações algébrica e geométrica de um sistema de equações do 1.º grau" (BRASIL, 2009, p. 153). Já a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2017) traz a inserção do pensamento algébrico desde os anos escolares, além de dar maior ênfase/destaque para a Álgebra no ensino fundamental ao apresentar, entre o 6º e 9º anos, "objetos do conhecimento" e "habilidades" referentes ao ensino de Álgebra até o conteúdo de funções. Isto nos mostra, principalmente, que a discussão acerca do ensino de Álgebra na instrução primária passa por diversas mudanças e que vem ocorrendo durante muitos anos.

Similarmente, Poffo (2010) destaca a relevância dada às perspectivas estadunidenses nos PCN, principalmente da obra "Princípios e normas para matemática escolar" (Principles and Standards for School Mathematics), produzidas pelo Conselho Nacional de Professores de Matemática (National Council of Teachers of Mathematics) em 2000, que aponta

> [...] a respeito do ensino de álgebra, o qual abrange as relações entre as quantidades, o uso de símbolos, a modelagem de fenômenos, bem co,mo o estudo matemático da mudança. A palavra álgebra não é comumente ouvida nas salas de aula do ensino fundamental, mas as investigações matemáticas e as conversas dos alunos nestas classes frequentemente incluem elementos do raciocínio algébrico. Neste documento, destaca-se ainda que o contexto da sala de aula oferece subsídios para o entendimento de conceitos matemáticos e oferece um fundamento importante para o estudo mais formal da álgebra (POFFO, 2010, p. 14).

Este movimento, que busca reforçar o ensino de Álgebra na escola primária na atualidade, através de fontes como os relatórios estadunidenses, permite observar um parelelo com a presente pesquisa de doutorado. O material das comissões norte-americanas, do final do século XIX, recebe foco em pesquisas desenvolvidas pelo GHEMAT, a partir de 2017, com trabalhos realizados por Valente (2017a) e Basei (2017).

Outra fonte relevante para o desenvolvimento dessa investigação são os livros didáticos de Aritmética. Neles, durante o período da pesquisa, ou seja, a 1ª república, pode ser observado o ensino de temas como *equidifferenças* e proporções que poderiam ser associados ao ensino de saberes algébricos, uma vez que em sua abordagem é possível observar o trabalho com incógnitas e os processos de resolução de equações. No entanto, muito mais relevante do que determinar se o ensino de tais conteúdos presentes no ensino de Aritmética pertencem ou não à Álgebra é, neste momento, buscar compreender o que será aqui considerado como Álgebra e quais são os saberes que fazem parte desta disciplina/área do conhecimento matemático. Iracema Torrents Pereira (1928a), em uma publicação na revista "A Escola Primaria", ajuda-nos a dar os primeiros passos nessa direção:

> Como restringir, pois, a um ramo tão abstracto da Mathematica, sua applicação ao desenvolvimento das mentalidades infantis?
> Torna-se necessario falsear o proprio destino da Arithmetica, introduzindo nella noções de natureza mais concreta e de applicação quotidiana immediata; e mais ainda: amparal-a com auxilios advindos dos outros ramos da Mathematica.
> A Algebra, em seu papel elementar de fornecedora de instrumentos simplificadores do calculo, será um dos esteios a que devemos apoiar nossa Arithmetica Primaria.
> [...] quando, em aula, lançarmos mão de um recurso algebrico para simplificar ou generalizar, não pronunciaremos a palavra *algebra*: ao alumno o que importa é a acquisição do conhecimento, não lhe interessando a procedencia do mesmo.
> A formula de juros, na sua simplicidade e generalidade, não constitue testemunho incontestavel de um emprestimo tomado á Algebra pela Arithmetica? (PEREIRA, 1928a, p. 220).

Algumas palavras utilizadas pela autora podem direcionar o que se busca determinar. A Álgebra talvez possa ser considerada como uma parte da Matemática em que se trata do conhecimento abstrato e de "instrumentos simplificadores de cálculo", que procuram "simplificar ou generalizar" os procedimentos desenvolvidos, sendo exemplo disso as fórmulas que nada mais são do que equações. Quanto a esta relação que se observa entre Aritmética e Álgebra, Miguel, Fiorentini e Miorim (1992) apontam, ao analisar livros do período, que

> [...] embora a Álgebra e a Aritmética tivessem a mesma abordagem, existia, entre elas, uma relação de complementaridade uma vez que a primeira, devido ao seu poder de generalização, era encarada como uma ferramenta mais potente que a segunda, pois ampliava as possibilidades desta última, especialmente no que se refere a resolução de problemas (MIGUEL; FIORENTINI; MIORIM, 1992, p. 42-43).

Nesse sentido, ainda na busca pela delimitação do que deveria ser considerado como Álgebra nesta pesquisa, voltamos-nos para dicionários que pudessem esclarecer o que se institucionalizava como Álgebra em algumas sociedades, uma vez que a Álgebra a ser ensinada estaria ligada à concepção do que era Álgebra na época. Consideramos que esse procedimento seria necessário uma vez que hoje, por exemplo, há uma associação entre ensino de Álgebra, do pensamento algébrico ou de propriedades algébricas. Buscamos por dicionários franceses, estadunidenses e na língua portuguesa, devido ao forte movimento de apropriações feitas desses países para o âmbito brasileiro, o que destaca a relevância desses países e suas ideias na época.

De partida nos debruçamos sobre alguns dicionários franceses, sendo o primeiro o *Dicionário Universal* (FURETIÈRE, 1690), no qual encontramos que a Álgebra é uma Aritmética dos "números figurados" e que difere da Aritmética, pois esta trata da "computação de números" enquanto aquela trata da "computação de símbolos e letras" e números. Uma segunda característica também é apresentada para a Álgebra, a de permitir a análise e resolução de questões, bem como de descobrir as "verdades gerais da Matemática". Como apontado por Pereira (1928a), o dicionário dá enfoque também a questões como generalidade e o uso de símbolos, elementos-chave das fórmulas matemáticas.

Já no *Grande Dicionário Universal do século XIX* (LAROUSSE, 1886), é possível observar características como "a ciência de leis dos números", algo semelhante ao apontado por Furetière (1690), ou que pode ser usada para indicar "algo difícil de se entender". O dicionário (LAROUSSE, 1886) apresenta três perspectivas sobre o termo: enciclopédica, a linguagem algébrica e a história da Álgebra. Inicia indicando que, enquanto a Aritmética seria a ciência dos fatos numéricos, apresentando como exemplo que o produto de 9 e 4 é 36, e que a Álgebra é a ciência das "leis dos números", por contemplar proposições que se podem ser aplicadas de forma geral a todos os números, por exemplo que o produto da soma de dois termos com a diferença destes é a diferença de seus quadrados. Nesse sentido, a Álgebra seria uma ciência que exprime, através de símbolos genéricos, os números sobre os quais ela busca relações. Assim, o desenvolvimento da Álgebra se dá na busca pela generalização do que se observa com números através de um "sistema de símbolos", no qual letras como x, y e z são utilizadas para representar "quantidades desconhecidos ou a determinar". A obra aborda o tema de forma mais completa, definindo e mostrando como se compreendem as operações na Álgebra, além de apresentar conceitos como *expressão* ("$abc + bd$" é uma expressão) e *frase* ("$abc + bd = ed - i$" é uma frase ou *expressão algébrica*), *monômio*, *polinômio* etc.

Cabe ainda destacar que *identidade literal*, como $(a - b) \times (a + b) = a^2 - b^2$, é definida como uma igualdade na qual não há a presença de incógnitas, e *equação* como uma igualdade em que existe ao menos uma incógnita. Destarte, a diferença de uma *identidade literal* e de uma *equação* é que a segunda não se verifica para certos valores atribuídos à incógnita (LAROUSSE, 1886). O valor da incógnita é então chamado de *raiz* (*racine*, em francês) *da equação,* ou *solução*. O dicionário apresenta ainda que "As equações formam uma das partes mais importantes da ciência dos números **[Álgebra]**" (LAROUSSE, 1886, p. 197, tradução e grifo nossos) e com isso indica que processos podem ser feitos em um lado da igualdade de uma equação, desde que também seja feito no outro, apresentando assim um exemplo em que temos $a = x + y$ e $b = x - y$.

Figura 1 – Resolução de um sistema de equações no dicionário Larousse (1886).

$$a = x + y$$
$$b = x - y$$

qui donnent successivement :

$$a + b = x + y + x - y$$
$$a + b = 2x$$
$$a - b = x + y - (x - y)$$
$$a - b = x + y - x + y$$
$$a - b = 2y$$
$$x = \frac{a + b}{2}$$
$$x = 1/2\,a + 1/2\,b$$
$$y = \frac{a - b}{2}$$
$$y = 1/2\,a - 1/2\,b.$$

Fonte: Larousse (1886, p. 197).

A obra de Larousse (1886) ainda indica que os resultados apresentados para x e y, no exemplo da Figura 1, permitem determinar uma regra, ou ainda, uma *identidade literal*:

> [...] tomam o nome de *fórmulas algébricas*, porque eles formulam na língua lacônica da álgebra e nos mostram, [...], as duas leis gerais seguintes: *a metade da soma mais a metade da diferença de dois números é igual ao maior desses números; a metade da soma menos a metade da diferença de dois números é igual ao menor desses números* (LAROUSSE, 1886, p. 197, tradução nossa e grifo do autor).

Por fim, o *Dicionário de Pedagogia e da Instrução Primária* define, entre as páginas 46 e 47 (BUISSON, 1887a) e entre as páginas 70 e 77 (BUISSON, 1887b), o que seria a "Algèbre". Segundo a obra (BUISSON, 1887a), quanto à legislação, a Álgebra fez parte do ensino obrigatório de escolas normais de diversos países, sendo presente em quase todas as escolas normais estadunidenses. Do mesmo modo, era uma disciplina obrigatória em escolas secundárias de países da Europa, assim como nas High schools inglesas e estadunidenses. Nas escolas primárias superiores e escolas complementares a Álgebra se constituía como facultativa. Na perspectiva de Buisson, na busca por uma solução geral a partir de procedimentos que possam ser aplicados em questões análogas,

> [...] as letras representam as quantidades conhecidas e desconhecidas a serem consideradas e, usando sinais de abreviação, já utilizados na maior parte em aritmética, escrevemos as relações que a declaração do problema estabelece entre essas grandezas; a álgebra fornece regras para deduzir dessas relações o valor do desconhecido (BUISSON, 1887b, p. 70, tradução nossa).

De forma parecida com o que o dicionário Larousse (1886) destaca, Buisson (1887b) também explicita exemplos de resolução de problemas da Álgebra, bem como diversas definições das operações e de termos usados na Álgebra. Buisson (1887b) lança grande destaque às operações algébricas, algo que recebe menor enfoque de Larousse (1886), apresentando inclusive a divisão de polinômios, algo que até então não fora abordado.

Figura 2 – Exemplo da divisão polinomial no dicionário Buisson (1887).

$$
\begin{array}{l|l}
a^2x^5 \quad - 5a^4x^3 + 19a^5x^2 - 2a^6x - 20a^7 & ax^3 - 2a^2x^2 + 3a^3x + 5a^4 \\
\underline{- a^2x^5 - 2a^3x^4 - 3a^4x^2 - 5a^5x^2} & \overline{ax^2 - 2a^3x - 4a^3} \\
2^{e}\ \text{div. part.} + 2a^3x^4 - 8a^4x^2 + 14a^5x^2 - 2a^6x - 20a^7 & \\
\underline{- 2a^3x^4 + 4a^4x^2 - 6a^5x^2 - 10a^6x} & \\
3^{e}\ \text{div. part......} - 4a^4x^2 + 8a^5x^2 - 12a^6x - 20a^7 & \\
\underline{+ 4a^4x^2 - 8a^5x^2 + 12a^6x + 20a^7} & \\
0 &
\end{array}
$$

Fonte: Buisson (1887b, p. 75).

No âmbito estadunidense, Ogilvie (1896) nos apresenta, no *Dicionário de Inglês de Estudantes*, a Álgebra como sendo o “ramo da matemática em que os sinais são empregados para denotar operações aritméticas e letras são utilizadas para representar números e quantidades; um tipo de aritmética universal” (p. 18, tradução nossa). Esta perspectiva da Álgebra como uma generalização da Aritmética não se observa, de maneira explícita, na *Enciclopédia dos Chambers: Um Dicionário do Conhecimento Universal* (CHAMBERS, CHAMBERS, 1901), que foi distribuído nos Estados Unidos, Inglaterra e Escócia. A obra traz uma discussão um pouco mais alongada sobre o que é a Álgebra, em que esta seria um ramo da matemática pura e o termo é “utilizado para denotar um método de calcular usando letras que são empregadas para representar números, e sinais que são empregados para representar suas relações” (p. 157, tradução nossa). A obra ainda aponta que as operações com letras seriam, na verdade, uma preparação para a Álgebra que seria dividida em dois ramos: o das equações, “envolvendo quantidades desconhecidas que possuem um valor determinado”; o da análise indeterminada, em que “as quantidades desconhecidas não possuem um valor fixado, mas dependem, até certo ponto, de hipóteses” (1901, p. 157, tradução nossa).

O Dicionário e Ciclopédia Centenário (WHITNEY, 1902) foi uma obra estadunidense que definiu a Álgebra como sendo uma “Matemática formal; a análise de equações; a habilidade de estabelecer relações por raciocínio, mais especificamente relações quantitativas, com a ajuda de uma notação compacta e amplamente sistematizada” (p. 138, tradução nossa). Ainda segue dizendo que em uma “Álgebra comum”, as relações seriam expressas por sinais (igualdade e as operações) ou pelo uso de incógnitas (como xy representa a multiplicação de x e y). As letras do fim do alfabeto (x, y e z) seriam usadas para valores desconhecidos/variáveis, enquanto letras como a, b e c para constantes ou quantidades conhecidas. Whitney (1902) ainda aponta que os problemas seriam resolvidos através da construção de equações e uso de regras, sendo apresentadas também números/quantidades negativas. Aqui temos o primeiro indício de que o ensino de Álgebra, no final do século XIX e início do século XX, poderia estar, de algum modo, atrelado à abordagem de números negativos.

Já o *Dicionnario da Lingua Portuguesa* (SILVA, 1890), que aponta ter circulado tanto no Brasil como em Portugal, traz a definição de Álgebra como "Parte das mathematicas que ensina a calcular, simplificando e generalisando as questões arithmeticas", fazendo uso de "letras do alfabeto, representando as tres ultimas, especialmente o *x*, as quantidades desconhecidas, ou incognitas. Tem ainda signaes particulares para se declararem as operações que se fazem, etc." (p. 133). Um viés semelhante é adotado no *Novo Dicionário da Língua Portuguesa*, de Figueiredo (1899), que circulou no final do século XIX, em Portugal, mas que seria destinado para todos que falassem português, perspectiva que levou o autor a buscar contato com a cultura brasileira e que resultou na inserção de mais de seis mil registros no dicionário. Quanto à Álgebra, este dicionário (FIGUEIREDO, 1899, p. 56) indica que esta seria a "sciência que generaliza as questões relativas aos números, e representa as grandezas por três espécies de signaes geraes", mas não deixa claro a quais sinais se referia. Uma noção bem semelhante, ainda em Portugal, é apresentada por Bastos (1912), no *Diccionario Etymologico, Prosodico e Orthographico da Lingua Portugueza*, em que a Álgebra é tida como a "sciencia do cálculo das grandezas, consideradas de um modo geral e representadas por lettras; tratado do cálculo algébrico; (fig.) noção vaga ou de sentido abstracto" (p. 63).

Ao lançar este olhar sobre os dicionários conseguimos perceber que responder às perguntas "o que era considerado como Álgebra?" e "quais seriam os conteúdos de uma Álgebra escolar?", no fim do século XIX, está intimamente ligado aos conceitos, saberes e aplicações de o que se denomina por *incógnita/valor desconhecido*, *polinômios, equações* e *operações com termos algébricos*. Surge ainda, no âmbito estadunidense, o vínculo da Álgebra com os números negativos, que na época não fazia parte do ensino de Aritmética. Muitos dos dicionários enfatizam, como no caso das obras em língua portuguesa, a Álgebra como generalização de processos e procedimentos da Aritmética e pela representação de números/grandezas por letras e símbolos. Nesse sentido, Miguel, Fiorentini e Miorim (1992) apontam que, a partir da leitura de livros e programas, do período republicano até aproximadamente metade da década de 1960,

> [...] os tópicos de Álgebra Elementar que eram objeto do ensino permaneceram praticamente inalterados: cálculo algébrico (compreendendo as operações com polinômios), razões e proporções, equações e inequações do 1º grau a uma incógnita,

> equações a várias incógnitas, sistemas de equações radicais (operações e propriedades), equações do 2º grau, o trinômio do 2º grau, equações redutíveis ao 2º grau, problemas do 2º grau e sistema de equações do 2º grau (MIGUEL; FIORENTINI; MIORIM, 1992, p. 42).

No entanto, é importante ressaltar que não temos como objetivo assumir, a princípio, que o ensino de Álgebra na escola primária, elemento de análise dessa pesquisa historiográfica, se constitui como uma abordagem que visa à generalização da aritmética e se dá sobre o ensino de equações. Nosso propósito ao olhar para os dicionários é apenas de buscar compreender o que se concebia como Álgebra nesses períodos. Como não partimos de uma concepção prévia de qual seria esta Álgebra e como se deu o seu ensino, consideramos como perspectiva inicial investigar a "inserção do ensino de álgebra na escola primária catarinense", no que se observou que, para isto, seria necessário que tal Álgebra, voltada ao ensino primário, já existisse. Contudo, sob a perspectiva dos saberes que são constituídos historicamente, esta Álgebra do ensino complementar ainda não teria se constituído, uma vez que: até este período a existente estaria atrelada às finalidades e vieses do ensino secundário ou superior; a Escola Complementar catarinense e a Álgebra ensinada nessa instituição são estruturadas paralelamente. Cabe destacar que esse posicionamento se embasa no referencial adotado nessa pesquisa (CHERVEL, 1990), de modo que a Álgebra voltada para o ensino complementar não é considerada a mesma de outros níveis de ensino, bem como, não é uma simples adaptação de tais saberes advindos da educação secundária ou superior. Assim, não sendo possível averiguar a sua "inserção" no ensino complementar, caberia apenas buscar observar sua constituição, movimento que perpassa a relação da cultura escolar com outras culturas daquela época, e, a partir disso, caracterizar esta Álgebra e suas particularidades em relação ao ensino complementar catarinense.

O contato com a Hem[24] e a participação nos diversos eventos ligados a esse campo destacam ainda que são poucas as pesquisas associadas ao ensino de Álgebra que abarcam o recorte temporal adotado. Nesse sentido, não existem pesquisas que busquem estudar como se deu a entrada do ensino de Álgebra na Escola Complementar catarinense, assim como quais apropriações de movimentos educacionais estrangeiros podem ser observadas nesse processo. Desse modo, a partir da hipótese de que **há uma álgebra que se constrói, historicamente, no âmbito do ensino complementar aos Grupos Escolares, em Santa Catarina, e que determina novos saberes para os primeiros anos escolares,** busca-se responder a seguinte

---

[24] Entendida aqui como o campo constituído pelas pesquisas historiográficas vinculadas aos diversos aspectos do ensino de matemática através dos tempos.

pergunta: **que Álgebra *a ensinar* se constitui para o ensino complementar catarinense entre 1911 e 1935?** Nossa tese, inicialmente, era de que tal ensino devia ter perpassado a abordagem de equações e seus saberes, vinculados ao processo de resolução de equações e problemas, visto que estas não eram ensinadas na Aritmética. O recorte temporal adotado se dá pela constituição das Escolas Complementares anexas em 1911, em Santa Catarina. Ao fim da primeira república, a criação do Instituto de Educação de Florianópolis, em 1935 (TORREZ, 2018), demarca o limite temporal de nossos estudos, uma vez que a Escola Complementar é transformada em Escola Normal Primária, levando a uma mudança no ensino primário e na formação de professores.

Relacionadas à nossa questão norteadora, estabelecem-se indagações secundárias que ajudaram a direcionar a pesquisa desenvolvida e sobre as quais se pretende buscar respostas:

a) Quais justificativas e propósitos levam à necessidade de inserção do ensino de Álgebra no programa do ensino complementar?
b) Que Álgebra seria ensinada? Ou seja, quais saberes *a ensinar* se constituem para o ensino complementar?
c) Quais características carrega esta Álgebra *a ensinar* para os primeiros anos escolares?

1.3 OS DESTINOS QUE BUSCAMOS

Apresentamos aqui os objetivos que buscamos alcançar com esta pesquisa e que, ao mesmo tempo, determinaram as direções tomadas no decorrer da investigação.

1.3.1 Objetivo Geral

O objetivo geral da pesquisa, diretamente relacionado à questão posta, é: **Analisar o processo de constituição de uma Álgebra *a ensinar* para a Escola Complementar em Santa Catarina, estabelecida entre 1911 e 1935, de modo a caracterizá-la.**

Para isso buscamos por fontes sócio-históricas que permitissem compreender “como” e “o quê” da Álgebra fez parte do ensino complementar catarinense, entre os anos de 1911 e 1935. A proposta da educação complementar no estado, realizada por Orestes Guimarães, em 1911, e que tomou por base a reforma realizada em São Paulo, no final do século XIX, instituiu uma Álgebra para o ensino primário. Alguns anos depois, o discurso de Othello Reis (1918a, 1918b) vem reforçar o movimento em favor da Álgebra no ensino primário e denota a inspiração nos movimentos estadunidenses do final do século XIX. Assim, nos debruçamos sobre discussões daquele país em que, dentre diversas propostas para o ensino elementar, foi possível observar a indicação da necessidade da Álgebra estar presente nesta instrução, não apenas para melhor preparar o estudante para a continuação de seus estudos, como também aprimorar o aprendizado de outros saberes da matemática no ensino primário. Esta discussão chega ao Brasil com a instituição dos Grupos Escolares e, com eles, das Escolas Complementares. Para entender a constituição dessa Álgebra, buscamos por programas de ensino, por legislações e pelos livros escolares utilizados nessas instituições, de modo a construir uma compreensão à proposta realizada e qual Álgebra era instituída a partir dela.

1.3.2 Objetivos Específicos

De modo geral, os objetivos específicos dialogam com os capítulos elaborados para a construção dessa tese, sendo eles:

- Analisar a produção existente acerca do ensino de Álgebra na Hem, nos primeiros anos escolares e na formação de professores;

Um capítulo foi elaborado, em uma revisão de literatura que considerou os trabalhos dos últimos 20 anos, não só com o intuito de averiguar a originalidade da pesquisa, mas também, de construir o plano de fundo sobre o qual esta estaria sendo desenvolvida. Para isso, um levantamento dos trabalhos acadêmicos, na forma de dissertações, teses e artigos, foi executado em diversos bancos de dados. A pesquisa foi realizada a partir de descritores como: *Escola Complementar; Curso Complementar; História da educação* e *Álgebra*; *Álgebra* e *ensino elementar* e *história*; assim como *Álgebra* e *ensino primário.* Após o levantamento, uma análise inicial foi realizada, a partir de elementos pré-textuais (título, resumo e/ou palavras-chave), de modo a selecionar os trabalhos que corroborassem para o cumprimento deste objetivo. Por fim, a leitura integral dos trabalhos foi efetuada, levando à construção de um texto, processo corroborado por obras que dialogam com o tema, de modo a apresentar as contribuições de diversos trabalhos e do histórico do ensino de Álgebra.

- **Estudar o movimento estadunidense de instituição do ensino de Álgebra no ensino elementar daquele país, entre o fim do século XIX e início do século XX, de modo a compreender, posteriormente, as possíveis apropriações deste no âmbito brasileiro, denotando, assim, perspectivas deste movimento de circulação de ideias**;

Como apontado anteriormente no texto, houve a constituição de duas comissões estadunidenses com o propósito de estudar e indicar mudanças para o seu ensino elementar e secundário. Até mesmo a comissão responsável pelo ensino secundário chega à conclusão de que seria importante para o país que o ensino de Álgebra fosse instituído na instrução elementar. Deste modo, analisamos os dois relatórios elaborados por essas comissões a fim de entender que Álgebra estava sendo proposta, bem como as demais relações desse ensino com o tema da pesquisa. A compreensão destes aspectos permite, nas etapas posteriores da pesquisa, buscar indícios de que as propostas elaboradas chegaram ao Brasil, além das apropriações feitas, percebendo, assim, as características da circulação das ideias estadunidenses.

- Compreender as características e propósitos da Álgebra instituída no âmbito do ensino complementar catarinense e dos saberes *a ensinar* que emanam das análises.

Buscamos compreender a Álgebra que se institui para o ensino complementar do estado e caracterizar os saberes estariam atrelados a essa educação. Para isso, as principais fontes utilizadas foram os programas de ensino, legislações e os livros escolares, uma vez que os discursos de cada um destes componentes, quando vão ao encontro uns dos outros, determinam-nos uma marcha para a instituição desta Álgebra e de seus saberes que deveriam ter sido adotados no âmbito catarinense. Ademais, estas fontes nos permitem perceber que sentido era atribuído a esta Álgebra no ensino complementar, uma vez que, provavelmente, tal estudo estaria vinculado a objetivos que fossem para além da aprendizagem de saberes algébricos.

1.4 O CÓRPUS DOCUMENTAL DESTA EXPEDIÇÃO

Para o desenvolvimento da pesquisa um conjunto de materiais foi elevado à posição de fonte documental. Para a análise realizada nesta pesquisa, com o intuito de responder ao problema levantado, foram tomados como fontes principais os seguintes materiais:

- Os relatórios estadunidenses que propõem a instituição de uma Álgebra no ensino primário. Sendo eles: o relatório da Comissão dos dez (NEA, 1894), que estudou e propôs reformulações para o ensino secundário estadunidense, sendo dois de seus apontamentos a necessidade de reformular o ensino elementar e a introdução da Álgebra nos dois últimos anos da instrução elementar; o relatório da Comissão dos quinze (NEA, 1895), que propõe reestruturações para o ensino elementar estadunidense, reforçando a proposta da comissão anterior para a inserção da Álgebra na instrução elementar;
- Os livros, artigos, teses e dissertações de outros autores acerca da história do ensino de Álgebra para o ensino primário e formação de professores;
- Quatro artigos da revista "A Escola Primaria", que discutem a Álgebra no ensino primário e na formação de professores. Este periódico trouxe para o Brasil as discussões estadunidenses acerca da Álgebra no ensino primário, a partir do artigo de Othello Reis;

- Livros de Aritmética (REIS; REIS, 1892, 1910; SÁ PEREIRA DE CASTRO, 1880, TRAJANO, 1935) para trazer a discussão da existência, ou não, de um ensino de Álgebra explícito na abordagem da Aritmética na formação primária, mesmo antes da instituição de um ensino formal de Álgebra, sendo as análises direcionadas aos conteúdos de *equidifferença* e proporção. Tais obras foram escolhidas por serem indicadas por Orestes Guimarães para a educação catarinense, seja como material didático ou para compor a biblioteca dos inspetores do estado;
- Programas e legislações que ditam sobre o ensino complementar brasileiro que nos ajudam a compreender quando e como a Álgebra se constitui na Escola Complementar em Santa Catarina e em outros estados;
- Livros de Álgebra vinculados ao ensino complementar no âmbito catarinense (CLAIRAUT, 1801; CUNHA, 1914; FIC, s.d.; RITT, 1872; TRAJANO, 1905).

1.5 A ORGANIZAÇÃO DO ITINERÁRIO

As discussões desenvolvidas com o intuito de responder às perguntas anteriormente enunciadas e os objetivos estabelecidos foram divididas aqui em cinco capítulos. Iniciamos com uma apresentação do autor, no título "APRESENTAÇÃO: A TRAJETÓRIA ". Seguindo para o capítulo 1, "INTRODUÇÃO", em que abordamos o caminho percorrido durante o desenvolvimento da pesquisa, as perspectivas iniciais da investigação, o *corpus* documental utilizado nas análises e os objetivos traçados. De forma geral, abordamos o panorama geral da pesquisa, seu problema e os objetivos a ela vinculados, com o intuito de familiarizar o leitor com estes aspectos, bem como conhecer nossas perspectivas e, assim, compreender a narrativa histórica pretendida.

No capítulo 2, denominado "OS CAMINHOS TEÓRICOS E METODOLÓGICOS QUE NOS GUIARAM", buscamos apresentar as perspectivas teóricas e metodológicas da pesquisa adotadas, bem como realizar um diálogo entre diversos autores e conceitos utilizados sempre que possível. Este capítulo tem como objetivo expor ao leitor as concepções adotadas que guiaram as análises e a escrita desta tese. Nele, abordamos os aspectos teóricos e metodológicos da pesquisa historiográfica; do âmbito escolar que permeia nossas análises, tendo como foco a cultura, forma e disciplina escolar; dos saberes, tema intimamente ligado à questão de pesquisa, e que aqui são caracterizados como saberes *a* e *para* ensinar, saberes rudimentares e elementares, além dos saberes objetivados; por fim, nos debruçamos sobre o conceito de circulação de ideias e as diversas características e processos relacionados a este.

No capítulo 3, denominado “O MAPA TRAÇADO POR OUTROS INVESTIGADORES”, é apresentado um levantamento de literatura das obras e publicações realizadas acerca dos Grupos Escolares, das Escolas Complementares e do ensino de Álgebra na Hem. Este processo teve como foco dois objetivos: compreender a história da implantação dos Grupos Escolares e das Escolas Complementares, bem como da proposta do ensino de Álgebra, na segunda instituição, em outros estados; constatar as contribuições dos diversos autores e caracterizar a produção existente acerca da história do ensino de Álgebra, principalmente no recorte temporal da pesquisa, para o ensino primário e na formação de professores. Para além disso, permitiu verificar que a pesquisa desenvolvida era inédita e compreender sua relevância social. Neste capítulo buscamos organizar a contribuição dos autores de forma cronológica, dividindo a discussão entre: o ensino primário e o normal.

No capítulo 4, denominado “UMA PROPOSTA DE ÁLGEBRA PARA O ENSINO ELEMENTAR ESTADUNIDENSE”, foram trazidas as análises acerca do movimento estadunidense, a partir de relatórios e outros documentos, que apontaram a necessidade de reformular o ensino elementar norte-americano e para a instituição do ensino de Álgebra neste nível de instrução. Buscamos analisar as ideias que circulavam no âmbito estadunidense no recorte temporal da pesquisa de forma a compreender “se, como, quando e qual” Álgebra fora proposta para o ensino elementar daquele país. Para isto analisamos os relatórios das comissões estadunidenses, de forma a (re)construir e compreender os discursos e ideias postas em circulação que permeavam este tema e que podiam, em outro momento da história, ter sido apropriadas para o âmbito brasileiro.

No capítulo 5, denominado “A CONSTITUIÇÃO DE UMA ÁLGEBRA PARA O ENSINO COMPLEMENTAR CATARINENSE”, inicialmente, buscamos confrontar o que fora observado nos capítulos anteriores com a análise de legislações e documentos normativos que ditavam o ensino de Álgebra na Escola Complementar catarinense. Em seguida, realizamos análises sobre algumas produções das revistas “A Escola Primaria” acerca da Álgebra para o ensino primário e para a formação de professores. Por fim, examinamos livros escolares de Aritmética e Álgebra que contribuíssem para compreender como se instituiu o ensino de Álgebra na instituição. Neste capítulo tivemos como objetivo perceber as ideias que circularam no âmbito brasileiro acerca da constituição de uma Álgebra para o ensino complementar, compreender as inspirações vindas do exterior, bem como analisar os conteúdos e propostas para a Álgebra nesta instituição.

Em AS CONCLUSÕES DESTA EMPREITADA, os principais resultados, observados a partir da pesquisa, são revisitados, principalmente no que se refere à constituição da Álgebra para o ensino complementar catarinense, do mesmo modo que se delineiam novas possibilidades de investigação acerca do tema.

2 OS CAMINHOS TEÓRICOS E METODOLÓGICOS QUE NOS GUIARAM

Neste capítulo buscamos apresentar e discutir a base teórica e metodológica em que esta pesquisa se sustentou. Para isso alguns referenciais são utilizados e, na medida do possível, uma relação entre autores e conceitos foi almejada.

A metodologia desta pesquisa assume caráter qualitativo, tomando a forma de uma pesquisa historiográfica, sendo assim necessária a capacidade de utilizar as fontes para a realização de análises e a integração destas no processo de investigação.

> Analisar os dados qualitativos significa 'trabalhar' todo o material obtido durante a pesquisa, ou seja, [...] as análises de documentos e as demais informações disponíveis. A tarefa de análise implica, num primeiro momento, a organização de todo material, dividindo-o em partes, relacionando essas partes e procurando identificar nele tendências e padrões relevantes. Num segundo momento essas tendências e padrões são reavaliados, buscando-se relações e inferências num nível de abstração mais elevado (LUDKE; ANDRÉ, 1986, p. 45).

No âmbito da história cultural, podemos destacar ainda que, em geral, vamos além da identificação de tendências e padrões, uma vez que as singularidades permitem determinar muito sobre os aspectos culturais da sociedade.

Além disso, utilizamos aspectos da análise documental (GIL, 2002) como instrumentalização para a investigação historiográfica acerca da inserção do ensino de Álgebra na Escola Complementar catarinense. Segundo Gil (2002, p. 45), a pesquisa documental "assemelha-se muito à pesquisa bibliográfica", sendo que a "diferença essencial entre ambas está na natureza das fontes" uma vez que a pesquisa documental "vale-se de materiais que não recebem ainda um tratamento analítico". Cabe dizer que, contudo, as fontes aqui utilizadas, por vezes, podem já ter passado por um processo de análise, como os relatórios de uma comissão ou livros didáticos, mas que a investigação propõe um novo olhar sobre estes documentos. Este olhar, evidentemente, é guiado pelas perspectivas e objetivos da pesquisa.

2.1 A PESQUISA HISTORIOGRÁFICA

Para Certeau (2013), "a operação histórica se refere à combinação de um *lugar* social, de *práticas* "cientifícas" e de uma *escrita*" (p. 47, grifos do autor). Devido a primeira dessas três características, o lugar social, que antes do primeiro capítulo desse texto houve a apresentação do autor, uma vez que é necessário compreender que a escrita, aqui na forma de uma tese de doutorado, é feita por um sujeito que nela se faz presente. Nesse sentido, Certeau (2013) continua dizendo que

> Toda pesquisa historiográfica se articula com um lugar de produção socioeconômico, político e cultural. [...] É em função desse lugar que se instauram os métodos, que se

> delineia uma topografia de interesses, que os documentos e as questões, que lhes serão propostas, se organizam (CERTEAU, 2013, p. 47).

O lugar que Certeau (2013) descreve poderia ser também concebido como uma "posição" ocupada, de forma que é um lugar social que proporciona certas delimitações para o desenvolvimento da pesquisa historiográfica. Segundo o autor, a instituição "se inscreve num complexo que lhe permite apenas um tipo de produção e lhe proíbe outros. Tal é a dupla função do lugar" (CERTEAU, 2013, p. 63). Assim, certas questões, posicionamentos ou práticas são ignorados, constituindo o que Certeau (2013) denomina de "não dito", ou seja, o lugar social delimita certas perspectivas da pesquisa histórica e, com isso, é constituído um corpo de elementos que são deixados de lado. Desta forma, "[...] o estudo histórico está muito mais ligado ao complexo de uma fabricação específica e coletiva do que ao estatuto de efeito de uma filosofia pessoal ou à ressurgência de uma 'realidade' passada. É o produto de um lugar" (CERTEAU, 2013, p. 57). Desse modo, esta pesquisa historiográfica é, também, a construção a partir de um coletivo caracterizado pelo Grupo de Pesquisa da História da Educação Matemática, de Santa Catarina (GHEMAT-SC).

Acerca das práticas, para Certeau (2013, p. 67), o historiador "Trabalha sobre um material para transformá-lo em história". A esse respeito, Bloch (2002, p. 70) indica que "todo conhecimento da humanidade, qualquer que seja, no tempo, seu ponto de aplicação, irá beber sempre nos testemunhos dos outros uma grande parte de sua substância", o que significa dizer que a produção de conhecimento se dá sobre o contato com fontes, o que não seria diferente na história. Nessa perspectiva, é a partir de práticas científicas que o pesquisador transforma as informações, levando-as de um algum âmbito cultural para torná-las história de forma que "o conhecimento de todos os fatos humanos no passado, da maior parte deles no presente, deve ser, [...] um conhecimento através de vestígios" (BLOCH, 2002, p. 73). Nesse sentido,

> Em história, tudo começa com o gesto de separar, de reunir, de transformar em "documentos" certos objetos distribuídos de outra maneira. [...] Na realidade, ela consiste em produzir tais documentos, pelo simples fato de recopiar, transcrever ou fotografar esses objetos mudando ao mesmo tempo o seu lugar e o seu estatuto. [...] Longe de aceitar os "dados" ele os constitui. O material é criado por ações combinadas, que o recortam no universo do uso, que vão procurá-lo também fora das fronteiras do uso (CERTEAU, 2013, p. 69).

Para Le Goff (1990), documentos resultam de uma sociedade que os constitui a partir de relações de forças de uma época, constituindo-se, posteriormente, como vestígios legados por uma cultura e das memórias coletivas registradas, que são produzidas em seu cotidiano. Com tais perspectivas, podemos considerar que

> O documento não é inócuo. É antes de mais nada o resultado de uma montagem, consciente ou inconsciente, da história, da época, da sociedade que o produziram, mas também das épocas sucessivas durante as quais continuou a viver, [...] continuou a ser

> manipulado, ainda que pelo silêncio. [...] O documento é monumento. Resulta do esforço das sociedades históricas para impor ao futuro – voluntária ou involuntariamente – determinada imagem de si próprias (LE GOFF, 1990, p. 472).

Contudo, isso não quer dizer que o pesquisador busca fazer com que estes documentos "falem", mas sim, significa "transformar alguma coisa, que tinha sua posição e seu papel, em alguma outra coisa que funciona diferentemente" (CERTEAU, 2013, p. 72). É este processo que, segundo Certeau (2013), faz com que o trabalho histórico se torne científico por meio da constituição dos dados e a transformação destes em fontes.

Sobre a constituição da narrativa histórica, Certeau (2013) apresenta que

> A representação [...] não é "histórica" senão quando articulada com um lugar social da operação científica e quando institucional e tecnicamente ligada a uma prática do desvio, com relação aos modelos culturais ou teóricos contemporâneos. Não existe relato histórico no qual não esteja explicitada a relação com um corpo social e com uma instituição de saber (p. 89).

A construção de uma história se dá, então, pelos processos de interação desses elementos, do lugar social que o pesquisador ocupa, da sua prática e da sua escrita. A transformação de vestígios do passado em uma representação deste passado ocorre pelas práticas do historiador, através do "processo de interrogação que se faz aos traços deixados pelo passado, que são conduzidos à posição de fontes de pesquisa", através das questões feitas pelo pesquisador, "com o fim da construção de fatos históricos, representados pelas respostas a elas" (VALENTE, 2007, p. 39). Valente (2007) parece ir pela mesma direção de Bloch (2001, p. 8), quando o segundo diz que "mesmo o mais claro e complacente dos documentos não fala senão quando se sabe interrogá-lo. É a pergunta que fazemos que determina a análise".

As indaçações postas pela pesquisa historiográfica, como aponta Nóvoa na nota de apresentação do livro de Goodson (1997), não buscam "descrever como se estruturava o conhecimento escolar no passado, mas antes compreender como é que uma determinada "construção social" foi trazida até ao presente influenciando as nossas práticas e concepções do ensino" (GOODSON, 1997, p. 10). Contudo, não é o objetivo aqui tomar a história do currículo como a perspectiva principal da pesquisa, mas a visão de Nóvoa permite compreender bem como esta pesquisa se constitui. Dessa forma, não se busca apenas uma descrição de como se deu o ensino de Álgebra, no final do século XIX e início do século XX, na instrução primária, ou da Álgebra que foi, em algum momento, instituída no ensino complementar.

Nesta pesquisa, tem-se como objetivo compreender o processo de constituição desta Álgebra para o ensino complementar, uma vez que conteúdos algébricos, atualmente, fazem parte do ensino fundamental brasileiro. Como aponta Chervel (1990, p. 190), a principal questão que deve ser feita é "Por que a escola ensina o que ensina?". Assim, a nota de Nóvoa, no prefácio de Goodson (1997), aponta que

> Uma história do currículo também não pode cair na armadilha de olhar para o processo de selecção e de organização do conhecimento escolar como um processo "natural" e "ínocente", através do qual académicos, cientistas e educadores "desínteressados" e "imparciais" determinariam, por dedução lógica e filosófica, aquilo que é mais conveniente ensinar às crianças e aos jovens. [...] é preciso sublinhar a dimensão social, uma vez que o currículo está concebido para ter efeito sobre as pessoas, produzindo processos de selecção, de inclusão/exclusão e de legitimação de certos grupos e ideias (GOODSON, 1997, p. 10)

Essa perspectiva de Nóvoa lança luz ao fato de que acontecimentos passados foram socialmente construídos e que cabe ao investigador tentar desvendar os interesses e tramas por trás do que os discursos e documentos buscam mostrar. Contudo, é impossível compreender todas as nuances ligadas a um "passado" que se busca entender e, de modo semelhante, mesmo que se conhecemos todas as nuances de um "passado", não poderíamos alcançá-lo ou compreendê-lo em sua totalidade. Como aponta Certeau (2013), as práticas e lugar social do investigador limitam até onde este pode ir ou que, por vezes, é de seu interesse desvendar.

Sob a perspectiva da história cultural, Chartier (2010), ao dizer que se pode "ouvir os mortos com os olhos", traz uma indicação de que podemos buscar conhecer o passado a partir dos vestígios (escritos, no caso do autor) deste, encontrados no presente. Segundo o autor, estes vestígios permitem que se produzam representações de algo que não se faz presente, mas em um passado já distante (CHARTIER, 1990). Assim, a história cultural, "tal como a entendemos, tem por principal objeto identificar o modo como em diferentes lugares e momentos uma determinada realidade social é construída, pensada, dada a ler" (CHARTIER, 1990, p. 17).

Tal história, por fim, se concretiza a partir da escrita do pesquisador. Essa escrita, segundo Certeau (2013), é o resultado da operação historiográfica e se constitui como uma narrativa histórica. De acordo com Burke (2016, p. 110), essa mesma escrita "produz conhecimento revelando as conexões e, por conseguinte, tornando a experiência compreensível". Vale ressaltar que Certeau (2013) indica a escrita como parte do processo da pesquisa historiográfica, ou da operação historiográfica, enquanto Burke (2016) aborda a escrita como etapa de uma história do conhecimento, no que busca fazer seu leitor compreender que narrativas históricas são os resultados de processos que envolvem a coleta, análise, disseminação e utilização de um conjunto de informações.

Neste sentido, Valente (2007) menciona que esta realidade histórica que se deseja estudar não existe sem o intermédio do historiador, uma vez que

> [...] a produção histórica não se define nem por seu objeto, nem por seus documentos, pelos traços deixados do passado no presente. Não existem fatos históricos por natureza. Eles são produzidos pelos historiadores a partir de seu trabalho com as

> fontes, com os documentos do passado, que se quer explicar a partir de respostas às questões previamente elaboradas (VALENTE, 2007, p. 32).

Desse modo, as pesquisas na Hem podem estabelecer narrativas acerca do ensino da Matemática, seus saberes e sobre a formação do professor. Em relação a essa história do ensino da Matemática, Valente também afirma que

> os estudos históricos culturais da educação matemática deveriam caracterizar-se pelas pesquisas que intentam saber como historicamente foram construídas representações sobre os processos de ensino e aprendizagem da Matemática e de que modo essas representações passaram a ter um significado nas práticas pedagógicas dos professores em seus mais diversos contextos e épocas (VALENTE, 2013, p. 37-38).

Mediante a perspectiva de Valente (2007, 2013) podemos dizer, então, que a produção histórica, acerca de eventos aos quais só se teve contato a partir de suas fontes, é realizada através de representações deste passado distante que emanam através dos documentos. Tais representações funcionam como "instrumento de um conhecimento mediato que faz ver um objeto ausente através da sua substituição por uma "imagem" capaz de o reconstituir em memória e de o figurar tal como ele é" (CHARTIER, 1990, p. 20). Para Chartier (1990), embora busquem uma universalidade, as representações refletem os interesses de quem as produzem. Assim, representações distintas estariam em constante concorrência na busca pela dominação (CHARTIER, 1990). O autor ainda aponta que é através das práticas que se concretizam as representações. O título da obra do autor diz muito nesse sentido, intitula-se "Entre práticas e representações" que se constitui a história cultural. Segundo Chartier (1990),

> As percepções do social não são de forma alguma discursos neutros: produzem estratégias e práticas (sociais, escolares, políticas) que tendem a impor uma autoridade à custa de outros, por elas menosprezados, a legitimar um projecto reformador ou a justificar, para os próprios indivíduos, as suas escolhas e condutas (p. 17).

Contudo, para a construção de uma narrativa acerca do ensino dos conteúdos matemáticos há mais documentos a se buscar do que apenas os livros didáticos, os cadernos ou as provas, que também se estabelecem fontes para a pesquisa histórica. Os elementos da cultura escolar[25], que podem ser analisados através dessas fontes ou de outras, dizem muito a respeito da história que se quer construir. Assim, a partir da perspectiva da cultura escolar uma gama de documentos podem se transformar em fontes de pesquisa no âmbito da História da educação ou, aqui, da História da educação matemática. As fontes não seriam somente os impressos e escritos de dentro da sala de aula, mas também os documentos normativos (leis, decretos, normas etc.), mensagens oficiais (de figuras políticas, da escola, da comunidade etc.), mas como

---

[25] Vamos discutir o conceito de cultura escolar na próxima seção.

aponta Chervel (1990, p. 190) “Não podemos, pois, nos basear unicamente nos textos oficiais para descobrir as finalidades do ensino”. Deste modo, jornais e outros materiais que possam “falar” algo sobre a escola ou, ainda, materiais da escola que tenham algo a “dizer” são também fontes para a pesquisa historiográfica. Sob estes aspectos da cultura escolar é possível melhor compreender como, em um dado momento histórico, se dava a instrução e a relação da escola com o cotidiano, ou mais especificamente, o ensino de Matemática no meio escolar.

2.2 A CULTURA, A FORMA E A DISCIPLINA ESCOLAR

A escola, mais precisamente aquela ligada ao ensino primário, é o centro da investigação historiográfica aqui desenvolvida. Esta instituição, como construção sócio-histórica, é influenciada pelo lugar em que está inserida, ao mesmo tempo que influencia a sociedade ao seu redor de diversas formas. Segundo Julia (2001), a escola, como outros ramos da sociedade, possui uma cultura própria, denominada cultura escolar, que se constitui como

> [...] um conjunto de normas que definem conhecimentos a ensinar e condutas a inculcar, e um conjunto de práticas que permitem a transmissão desses conhecimentos e a incorporação desses comportamentos; normas e práticas coordenadas a finalidades que podem variar segundo as épocas (JULIA, 2001, p. 10).

Valle (2014, p. 13) ainda indica que a cultura escolar seria um “instrumento de dominação ideológica”, destacando, assim, que esta é o resultado de uma construção social e que possui propósito para além das limitações da escola. Esta cultura “inculca nos indivíduos um conjunto de categorias de pensamento [...] e difunde uma cultura de classe fundada na primazia de certos valores” (VALLE, 2014, p. 64). Vale destacar que, segundo Julia (2001), a cultura escolar pode ser entendida como um objeto histórico, se observada por três eixos:

> [...] interessar-se pelas normas e pelas finalidades que regem a escola; avaliar o papel desempenhado pela profissionalização do trabalho do educador; interessar-se pela análise dos conteúdos ensinados e das práticas escolares (JULIA, 2001, p. 9).

Desta forma ao investigarmos a história da instituição de uma Álgebra para o ensino complementar devemos, necessariamente, perpassar o âmbito escolar e a cultura escolar da época. Choppin (2004) evidencia ainda que o livro didático seria um dispositivo que, de algum modo, altera a sociedade, estruturando o ensino e suas metodologias, de maneira que acaba participando de forma efetiva na constituição da cultura escolar. Contudo, devemos compreender que a cultura escolar é inerente a uma sociedade e, assim, se associa às necessidades advindas do exterior escolar, que, por sua vez, como aponta Chervel (1990), implicam na forma como se organizam as instituições de ensino. Isto faz com que cada documento, dentro de suas limitações, nos permita compreender as finalidades do ensino de um momento histórico, em um nível escolar ou em uma instituição.

Nesse sentido, a estruturação deste ensino, sua razão e aplicações são outros elementos da cultura escolar relevantes para a pesquisa aqui desenvolvida. Isto nos leva então ao que chamamos de forma escolar, conceito que

> [...] indica que a atividade de aprender se modifica com o surgimento de *lugares específicos* para aprendizagem como, por exemplo, a escola. Antes do surgimento desses lugares o jovem aprendia no "ver-fazer" e "ouvir-fazer", a partir do mimetismo, pautada em uma relação pessoal com a afetividade entre mestre e aluno (BARBARESCO; COSTA, 2019, p. 422, grifo dos autores).

De acordo com Vincent, Lahire e Thin (2001), falar de forma escolar é "pesquisar o que faz a unidade de uma configuração histórica particular, surgida em determinadas formações sociais, e certa época" (p. 9) e que a análise da emergência desta forma, do modo de socialização por ela concebidos e das resistências a este modo, é que permite caracterizar esta forma escolar. Desta maneira "a forma escolar desnaturaliza práticas escolares e as aproxima de uma configuração sócio-histórica associada a um projeto político e pedagógico" (BARBARESCO; COSTA, 2019, p. 422).

"Aprender a ler-escrever-contar supõe ao menos um tempo e um espaço específico, com frequência uma pessoa em quem se reconhece a capacidade de instruir e a quem se remunera, enfim, os instrumentos sem os quais a transmissão não poderia ter lugar" (HÉBRARD, 1990, p. 68). É nesse sentido que Barbaresco e Costa (2019), com base em Vincent, Lahire e Thin (2001, p. 422), apresentam que à "vista disso, surge uma nova relação entre mestre e aluno, denominada de *relação pedagógica*. Além disto, nos *lugares específicos*, nota-se a presença de um *tempo específico*, isto é, o tempo da aprendizagem e da formação". Esses três elementos da forma escolar são aqui de grande valor, uma vez que por mais que o ensino de Álgebra, no final do século XIX e início do século XX, fosse amplamente difundido na instrução secundária, o movimento para a instituição dos Grupos Escolares, e com isso o ensino complementar busca caracterizar um novo *lugar específico*, um *tempo específico* e, muito provavelmente, uma *relação pedagógica* distinta da encontrada na instrução secundária para este ensino. Poderíamos dizer então, que a forma escolar, a partir dessas nossas especificidades, é um dos elementos a determinar como se dá a institucionalização da Álgebra no ensino complementar. Os autores ainda adicionam que a relação pedagógica se organiza

> [...] em espaços (*lugar específico*) e tempos (*tempo específico*) que vão se estruturar em torno do projeto político e pedagógico [...] Por este motivo, a educação do jovem, na perspectiva da forma escolar passa a ser vista como um empreendimento de ordem pública (BARBARESCO; COSTA, 2019, p. 423, grifo dos autores).

Segundo Barbaresco e Costa (2019, p. 424) "a forma escolar também designa a relação que se estabelece com os objetos a serem apreendidos e o objetivo formativo geral" de modo que “a escolha dos saberes que devem ser transmitidos para gerações futuras não é deliberada, ela emana da relação entre objeto e objetivo”. Aqui, novamente, é possível ressaltar a razão, objetivo ou propósito, da instituição de um dado ensino. Contudo, vale lembrar que a “emergência da forma escolar não acontece sem dificuldades, conflitos e lutas” (VINCENT; LAHIRE; THIN, 2001, p. 10) uma vez que é o resultado de uma construção sócio-histórica. De acordo com Vincent, Lahire e Thin (2001), a forma escolar, tendo como plano de fundo uma cultura escolar, nos permite então “pensar a mudança”[26], o que nos ajuda a compreender os motivos que levam à institucionalização de uma Álgebra para a instrução primária, constituída, em algum momento, como uma disciplina escolar em tal nível de ensino. Chervel, ao abordar a relação da disciplina escolar com o sistema de ensino, indica que

> Se se pode atribuir um papel “estruturante” à função educativa da escola na história do ensino, é devido a uma propriedade das disciplinas escolares. O estudo dessas leva a pôr em evidência o caráter eminentemente criativo do sistema escolar e, portanto, a classificar no estatuto dos acessórios a imagem de uma escola encerrada na passividade, de uma escola receptáculo dos subprodutos culturais da sociedade. Porque são criações espontâneas e originais do sistema escolar é que as disciplinas merecem um interesse todo particular. E porque o sistema escolar é detentor de um poder criativo insuficientemente valorizado até aqui é que ele desempenha na sociedade um papel que não se percebeu que era duplo: de fato ele forma não somente os indivíduos, mas também uma cultura que vem por sua vez penetrar, moldar, modificar a cultura da sociedade global (CHERVEL,1990, p. 184).

Nesse sentido Chervel (1990) avança dizendo que “a particularidade das disciplinas escolares consiste em que elas misturam intimamente conteúdo cultural e formação do espírito” (p. 186), papel exercido durante a formação primária e secundária. Para o autor (CHERVEL, 1990), a história das disciplinas escolares tem como elemento central a história dos conteúdos, que visa não apenas à estrutura da disciplina, mas também aos resultados que produziu, suas finalidades ao ensino e a configuração que estas levaram à disciplina. A disciplina é, portanto, uma construção social em que os “grandes objetivos da sociedade [...] não deixam de determinar os conteúdos do ensino tanto quanto as grandes orientações estruturais” (CHERVEL, 1990, p. 187). Deste modo, “uma disciplina escolar comporta não somente práticas docentes na sala de aula, mas também as grandes finalidades que presidem sua constituição e o fenômeno da aculturação de massa que ela determina” (CHERVEL, 1990, p. 184) o que lhe permite, até certo ponto, alterar a cultura da sociedade.

Para Goodson (1997, p. 31) a disciplina escolar “como sistema e prática institucionalizada proporciona, assim, uma estrutura para a acção”, contudo esta “faz parte de

---

[26] Os autores destacam, contudo, que há “mudanças que não chegaram a interferir naquilo que definimos como forma escolar” (VINCENT; LAHIRE; THIN, 2001, p. 10).

uma estrutura mais ampla que incorpora e define os objectivos e possibilidades sociais do ensino”. Assim,

> Pode-se globalmente supor que a sociedade, a família, a religião experimentaram, em determinada época da história, a necessidade de delegar certas tarefas educacionais a uma instituição especializada, que a escola e o colégio devem sua origem a essa demanda, que as grandes finalidades educacionais que emanam da sociedade global não deixaram de evoluir com as épocas e os séculos, e que os comanditários sociais da escola conduzem permanentemente os principais objetivos da instrução e da educação aos quais ela se encontra submetida. **A identificação, a classificação e a organização desses objetivos ou dessas finalidades são uma das tarefas da história das disciplinas escolares** (CHERVEL, 1990, p. 187, grifo nosso).

A educação, segundo Chervel (1990), que é “dada e recebida nos estabelecimentos escolares é [...] um conjunto complexo que não se reduz aos ensinamentos explícitos e programados” (p. 188). Sob este ponto de vista, as finalidades escolares denotam também outros ensinos que fazem parte da educação, mas que não são explícitos, devendo a pesquisa sobre a história da disciplina escolar também se atentar a isto.

> As disciplinas escolares intervêm igualmente na história cultural da sociedade. Seu aspecto funcional é o de preparar a aculturação dos alunos em conformidade com certas finalidades: é isso que explica sua gênese e constitui sua razão social. Mas se se as consideram em si mesmas, tornam-se entidades culturais, como outras, que transpõem os muros da escola, penetram na sociedade [...] (CHERVEL, 1990, p. 220).

Para o autor, “a criação, assim como a transformação das disciplinas, tem um só fim: tornar possível o ensino [...] Nesse processo de elaboração disciplinar, ela tende a construir o ‘ensinável’” (CHERVEL, 1990, p. 199-200). É sob este processo de construção que esta pesquisa foi desenvolvida, de modo a compreender quais elementos da Álgebra se tornaram “ensináveis” na educação primária e que levaram à instituição de uma disciplina, ou rubrica, de Álgebra para este nível de ensino.

O autor aponta ainda quais são os principais elementos que constituem a disciplina, sendo eles: os conteúdos explícitos, que são conjuntos de saberes que permitem diferenciar a aprendizagem de ensinos não escolares; os exercícios, como forma de prática e aprendizagem, desde que permitam “a inventividade, a criatividade, a espontaneidade, ou o espírito de rigor nas deduções ou na aplicação das regras”, no que os exercícios “podem então se classificar em uma escala qualitativa; a história das disciplinas descobre uma tendência constante que elas apresentam a melhorar a posição de suas baterias de exercícios” (CHERVEL, 1990, p. 204); as práticas de estimulação, refletidas como saberes pedagógicos que levam o estudante “a se engajar espontaneamente nos exercícios nos quais ele poderá expressar sua personalidade” (CHERVEL, 1990, p. 205); os exames de avaliação, que “com suas restrições especificas, não deixa de introduzir graves alterações no curso normal da prática disciplinar [...]” (CHERVEL, 1990, p. 207), ou seja, quando os exames passam a moldar o ensino. Destarte, quando abordamos a análise de uma Álgebra para o ensino complementar, esses foram elementos que nos guiaram durante o exame das fontes.

Chervel (1990) não acredita que os saberes escolares sejam uma simples adaptação ou vulgarização do conhecimento científico para o ensino, através da aplicação de métodos pedagógicos. Para o autor a disciplina escolar é “criada pela própria escola, na escola e para a escola” (p. 181) e que a “pedagogia, longe de ser um lubrificante espalhado sobre o mecanismo, não é senão um elemento desse “mecanismo, aquele que transforma os ensinos em aprendizagens” (p. 182). Deste modo, a constituição de uma Álgebra para o ensino complementar a levaria a ter características próprias para o este nível de ensino. Isso não significa, contudo, que, no período estudado, não possamos estabelecer uma relação da Álgebra proposta para o ensino primário e a Álgebra já existente no ensino secundário, apenas que estas muito provavelmente se diferenciam, seja em conteúdo ou em propósito.

Além de destacar a relevância da produção de saberes próprios à escola, Chervel (1990) permite, ademais, compreender por que a pesquisa na história do ensino se faz necessária, pois uma vez que o saber escolar é considerado diferente do saber científico, estudar a história de uma ciência e a história do ensino de uma ciência tornam-se perspectivas completamente distintas. Assim, segundo Julia (2001),

> É de fato a história das disciplinas escolares, hoje em plena expansão, que procura preencher esta lacuna **[o funcionamento interno da escola]**. Ela tenta identificar, tanto através das práticas de ensino utilizadas na sala de aula como através dos grandes objetivos que presidiram a constituição das disciplinas, o núcleo duro que pode constituir uma história renovada da educação. Ela abre, em todo caso, para retomar uma metáfora aeronáutica, a “caixa preta” da escola, ao buscar compreender o que ocorre nesse espaço particular (JULIA, 2001, p. 12-13, grifo nosso).

2.3 OS SABERES *A ENSINAR* E A OBJETIVAÇÃO DE SABERES

Esta pesquisa historiográfica, que permeia os diversos aspectos sociais e escolares abordados na seção anterior, tem como foco a investigação de como se instituiu a Álgebra no ensino complementar. Para isso, é necessário que seja analisada a constituição dos saberes referentes a esta instrução, sendo estes os saberes compreendidos não apenas como os conteúdos explícitos da disciplina escolar. Os saberes, aqui, se referem a todos os ensinos que podem ser pretendidos com a instituição de uma Álgebra para o ensino complementar e, desse modo, constituem-se a partir de análises.

No que diz respeito a estes saberes, seguimos a perspectiva sócio-histórica de Hofstetter e Schneuwly (2017), ao afirmarem que às profissões do ensino e da formação estão relacionados a dois saberes:

> [...] nos parece possível definir dois tipos consecutivos de saberes referidos a essas profissões: os saberes *a ensinar*, ou seja, os saberes que são os objetos do seu trabalho; e os saberes *para ensinar*, em outros termos os saberes que são as ferramentas do seu trabalho (HOFSTETTER; SCHNEUWLY, 2017, p. 132, grifos dos autores).

Desta forma, os saberes *a ensinar* são os relacionados, por exemplo, com os conteúdos escolares ensinados em uma dada instituição, bem como saberes intrínsecos e não explicitados deste mesmo ensino, como saber organizar a resolução de um problema. Por outro lado, os saberes *para ensinar* são os que se referem ao exercício da função, como, por exemplo, os saberes matemáticos relacionados à formação do professor ou saberes relacionados à didática, à sala de aula etc. Para os autores, é importante identificar esses saberes por estarem ligados ao fato de que "toda instituição de formação e de ensino se define pelos saberes *a ensinar* que a especificam" (HOFSTETTER; SCHNEUWLY, 2017, p. 137). Assim, existe uma relação de constituição entre uma instituição e os saberes a ela associados, dessa forma, por exemplo, uma reforma institucional pode estar diretamente atrelada a uma reformulação ou constituição de novos saberes *a ensinar*. Nesta pesquisa, têm-se como foco os saberes *a ensinar* vinculados à constituição de uma Álgebra voltada ao ensino complementar catarinense.

Na perspectiva de Burke (2016), é pela articulação do pesquisador com os dados/informações, através dos processos de coleta, análise, disseminação e utilização de um conjunto de informações, que estes podem se transformar em conhecimento, ou, neste caso, em saber. Para o autor, a informação pode ser pensada

> [..] como algo cru, e no conhecimento[27] como algo cozido. Claro que a informação é apenas relativamente crua, na medida em que os chamados "dados" não são de maneira alguma "fornecidos" objetivamente, e sim considerados e processados por mentes humanas repletas de suposições e preconceitos. Contudo, essa informação é processada repetidas vezes porque é classificada, criticada, verificada, avaliada, comparada e sistematizada [...] (BURKE, 2016, p. 19).

Esta transformação da informação em saber, em uma perspectiva sócio-histórica, pode fazer com que o último venha a se constituir como parte de um programa curricular ou da instrução. Assim, de acordo com Hofstetter e Schneuwly (2017),

> A escolha dos saberes e a sua transformação em saberes a ensinar é o resultado de processos complexos que transformam fundamentalmente os saberes a fim de torna-los ensináveis. Esse processo pode até conduzir à criação de saberes próprios às instituições (2017, p. 133).

Nesse mesmo sentido, Bertini, Morais e Valente (2017) caracterizam também uma

---

[27] Vale destacar que conhecimento e saber(es) não são compreendidos aqui como sinônimos. Contudo, a tradução do termo "knowledge", do inglês, poderia ser adotada como conhecimento ou saber, de forma que os processos apresentados por Burke (2016) também podem ser utilizados para se compreender o processo de constituição de um saber, como apontado por Valente (2018) e adotado pelo GHEMAT.

matemática a ensinar e uma *matemática para ensinar*, no que Valente (2019b, p. 62-63) indica que a "primeira delas disposta para o ensino; a segunda, presente na formação profissional do futuro professor que ensinará matemática". Estes saberes seriam intrínsecos a matemática:

> [...] "matemática a ensinar" como um saber advindo do campo matemático, reunindo uma gama de conteúdos que devem ser aprendidos por aqueles que estão em processo de formação. E, neste caso, a depender do nível de ensino, tais conteúdos matemáticos, por exemplo aqueles da escola básica, têm caráter de um saber de cultura geral. Trata-se de uma matemática que deve participar da formação de todo cidadão escolarizado. De outra parte, admitimos a existência da "matemática para ensinar" correspondente a um saber específico, um saber do profissional da docência, uma ferramenta do ofício de ser professor (VALENTE, 2017b, p. 3)

No entanto, isso não significa que a Matemática escolar seja um constructo do "campo matemático". Poderíamos considerar, talvez, que as diversas matemáticas, da pesquisa, do ensino superior, bem como da educação básica, como construções próprias desses lugares e que todas advêm de um mesmo lugar, o "campo matemático". Assim, ao mesmo tempo em que são construções próprias de um local, seria possível ir de uma matemática a outra desde que sejam consideradas transposições que, em dada medida, levariam a ganhos e perdas nesse processo.

Ainda a respeito dos saberes *a ensinar* e *para ensinar*, Valente (2017a) apresenta que saberes podem ser caracterizados de duas maneiras, como elementos ou rudimentos. Nesse sentido, o autor afirma que

> Os elementos referem-se aos passos iniciais rumo ao saber avançado de uma dada disciplina. Tais passos são definidos a partir das necessidades do saber mais avançado. Não têm sentido por si só. [...] De outra parte, os rudimentos têm ligação a uma formação prática, útil, necessária e que dá sentido aos saberes ensinados nos seus primeiros passos; não têm caráter propedêutico. Não são definidos a partir de formas mais avançadas do saber (VALENTE, 2017a, p. 13).

Valente (2016, p. 42), ao referenciar o trabalho de Azevedo (1930)[28], busca tornar inteligível a ideia de saber rudimentar:

> No dizer do autor, iniciação corresponde ao acesso aos rudimentos. E tais rudimentos não é similar à ideia de elementos, das primeiras partes simples de um saber avançado, de um saber científico. [...] tais rudimentos não podem ser vistos como ciência. Rudimentos indicam as partes úteis para a vida prática, a vida de todos os dias.

Sob esta perspectiva o ensino com base nos elementos de um saber assume caráter propedêutico, ou seja, tais saberes se justificam na futura necessidade da abordagem de outros saberes, indicando que há a intenção de continuidade do processo de ensino de modo que estes elementos se configuram como um degrau no processo de ensino, permitindo o acesso a saberes mais avançados. Já os "saberes rudimentares" estariam relacionados à sua utilidade para a vida prática e para melhor condução desta, não tendo como objetivo uma continuação dos seus

[28] AZEVEDO, F. Programas das escolas do Distrito Federal. **Revista Escola Nova**, v. 1, n. 2-3, 1930.

estudos. Os rudimentos indicam que "forma-se o aluno que aproveita a parte útil e transferível do saber para a vida comum. Não se trata de iniciar o aluno no percurso da ciência, dando-lhes os elementos de cada saber avançado" (VALENTE, 2016, p. 43). Isso, contudo, não estabelece que "saberes rudimentares" não possam servir de degraus para se ter acesso a saberes superiores no percurso de uma ciência, mas que o seu ensino não estaria vinculado a este propósito.

Desse modo, saberes, ou a matemática, *a ensinar* e *para ensinar* poderiam também ser caracterizados em elementares ou rudimentares, indicando assim a que perspectiva de ensino estes estavam atrelados. Independente da forma como forem categorizados, como aponta Valente, estes ainda são compreendidos como saberes, que seriam "objetivados em matérias e/ou disciplinas. Tal objetivação sendo resultado de complexos processos de elaboração desses saberes e dinâmicas que articulam ensino e formação" (VALENTE, 2019b, p. 63).

Este processo, que Chervel (1990) aponta como "construir o ensinável", é o que compreendemos como parte da "objetivação de saberes"[29]. Uma vez que este envolve saberes, por sua vez, vincula-se às mudanças no ensino ou nas metodologias empregadas no ambiente escolar, como se pode observar em reestruturações do ensino. Sob esta perspectiva temos que tais saberes devem ter a "possibilidade de que sejam comunicáveis, transmissíveis, objetos e ferramentas a estarem presentes na formação de professores e também no ensino escolar" (VALENTE, 2019a, p. 9). Assim, para Valente (2019a, p. 10), estes "mostram-se como discursos sistematizados, prontos para serem mobilizados, com capacidade para circularem. São comunicáveis de modo a que se possa deles fazer uso e apropriação em diferentes contextos". De acordo com Valente (2019b) não há dificuldade na comunicação e utilização dos saberes objetivados, uma vez que

> Não são próprios de uma particularidade que apresente empecilhos para o seu consumo: não são subjetivos! Assim, os saberes mostram-se como discursos sistematizados, prontos para serem mobilizados, com capacidade para circularem. São comunicáveis de modo a que se possa deles fazer uso e apropriação em diferentes contextos (VALENTE, 2019b, p. 63).

Nesse sentido o processo de objetivação de saberes deve ser observado durante um longo período, uma vez que, segundo com Valente (2019ª),

> [...] situações de decantação, de estabilização, de consensos sobre determinados saberes que vão ganhando formas sistematizadas para se tornarem referência à formação de professores, em termos da constituição de matérias de ensino, de disciplinas escolares e científicas. Ter em conta processos de objetivação leva-nos a considerar saberes "ainda não objetivados", por exemplo, saberes da ação (p. 17).

---

[29] A objetivação do saber é o processo que leva à despersonalização de um saber, ou seja, à perda das subjetividades de um sujeito ou grupo específico atrelados ao saber.

Do ponto de vista de Bertini, Morais e Valente (2017), quanto ao movimento de objetivação de saberes:

> Quando todos passam a "dizer da mesma coisa" (há um estabelecimento de consensos, por meio de sua circulação e apropriação pelos diferentes atores, pesquisadores, professores, formadores, etc.) dá-se a objetivação, isto é, ocorre uma naturalização do "objeto". A legitimação da objetivação (por meio de publicações, cursos, seminários, congressos etc.) e a atuação direta da expertise profissional pode levar à institucionalização e normatização de novos saberes (p. 20).

Os saberes objetivados podem então ser "Entendidos como um conjunto de saberes que devem ser transmitidos e conquistaram um *status* social na/pela escrita" (BARBARESCO; COSTA, 2019, p. 424). Esta ideia está apoiada em Vincent, Lahire e Thin (2001), que apontam que os saberes objetivados são saberes formalizados, por meio de uma escrita e do *status* conquistado, e que fazem parte da instrução. Segundo os autores, a objetivação de um saber advém de um processo que perpassa a "classificação, divisão, articulação, estabelecimento de relações, comparações, hierarquização etc" (VINCENT, LAHIRE e THIN, 2001, p. 29).

> Com a constituição da *forma escolar*, passa-se a valorizar a transmissão dos saberes pela escrita e altera-se o estado incorporado do saber para um estado de objetivação, atribuindo ao saber uma existência autônoma em relação ao sujeito. [...] Esse trabalho de objetivação não se trata de um trabalho manual, mas é de natureza intelectual; portanto, interpretamos que a *forma escolar* impulsiona uma valorização do trabalho intelectual sobre o trabalho manual (BARBARESCO, 2019, p. 44, grifos do autor).

Assim, podemos entender que a disseminação escrita, como em livros ou mesmo quando observada em cadernos escolares, está intimamente relacionada com a objetivação de um saber. Os saberes objetivados e postos em circulação permitem a construção de representações destes e de sua utilização. Nessa perspectiva, a ideia de saber objetivado

> [...] remete a realidades com o estatuto de representações […] dando lugar a enunciados proposicionais e sendo objeto de uma valorização social sancionada por uma atividade de transmissão-comunicação. Elas, essas representações, têm consequentemente uma existência distinta daqueles que as enunciam ou daqueles que delas se apropriam. São conserváveis, acumuláveis, apropriáveis (BARBIER, 1996, p. 9 *apud* HOFSTETTER; SCHNEUWLY, 2017, p. 131).

Barbaresco (2019, p. 58) reforça dizendo que a objetivação de saberes "é um caminho que conduz para a sua institucionalização. Esse processo não é um caminho natural, ele decorre da ação de pessoas sobre todas as etapas". Como processo que leva à observação do movimento de objetivação, Bertini, Morais e Valente (2017, p. 21) indicam que poderia ser pelo ato de "inventariar documentos que poderão revelar o estabelecimento de determinados saberes numa dada época", uma vez que através "da leitura e análise atenta desses documentos pode-se capturar métodos, didáticas, orientações pedagógicas que podem ser lidas como integrantes do movimento de constituição de saberes para ensinar e saberes a ensinar". Nesse sentido,

> Das orientações, inicia-se um primeiro nível de objetivação desses saberes. E a partir desse primeiro nível, pode ser que outros níveis se sedimentem, e outras análises

> possam ser realizadas como forma de organizar as informações presentes nos manuais para que sejam analisadas e interpretadas, confluindo na sistematização a fim de captar elementos do saber profissional (MACIEL, 2019, p. 86).

Como dito anteriormente, isto implica compreender que os saberes escolares não são considerados, aqui, como meras adaptações de conteúdos acadêmicos, uma vez que são vistos como saberes próprios do ambiente escolar, produzidos, tendo em vista o seu ensino. De modo semelhante, poderíamos questionar se o processo de apropriação de conteúdos do ensino secundário na escola primária também não estaria sujeito à mesma análise, ou seja, o ensino de Álgebra que, ao fim do século XIX, já se encontrava presente e estabelecido no ensino secundário seria o mesmo ao qual se buscava constituir no programa do ensino complementar? Os relatórios das Comissões dos dez (NEA, 1894) e dos quinze (NEA, 1895), bem como a conferência de Reis (1918a, 1918b) propõem um ensino de Álgebra diferenciado, uma vez que a Álgebra para a escola primária tinha grande vínculo com a resolução de problemas complexos da Aritmética (BASEI, 2017; ROCHA, 2019; ROCHA; BERTINI, 2019; VALENTE, 2017a).

Por mais que os conteúdos observados no ensino de Álgebra da instrução primária estejam também presentes, de algum modo, na Álgebra do ensino secundário, as análises aqui feitas buscaram também determinar a produção de saberes próprios neste ensino. Desta forma, as aproximações e distanciamentos entre as propostas de inserção do ensino de Álgebra e sua efetivação no programa escolar também foram objetos analisados nesta pesquisa, ao que se determinou como objetivo compreender o processo de constituição dessa Álgebra *a ensinar* para o ensino complementar de Santa Catarina.

2.4 A CIRCULAÇÃO E APROPRIAÇÃO DE IDEIAS

Como dito anteriormente, a pesquisa historiográfica aqui desenvolvida permeia o âmbito escolar, com suas relações sociais, no intuito de investigar a institucionalização de uma Álgebra para o ensino primário catarinense. A efetivação de tal movimento, que perpassa a objetivação dos saberes de uma Álgebra para este nível de ensino, está também vinculada ao processo de circulação de ideias[30] ou, em alguns casos, modelos e propostas. A palavra "circulação" é composta pelo radical "circular" e o sufixo "ção", sendo o último um indicativo de uma ação. Assim, a palavra remete à ação de circular, ou ainda, ao ato de movimentar/colocar

---

[30] A circulação de ideias será aqui discutida sob a perspectiva sócio-histórica das ideias, modelos e propostas, que se relacionam com o ensino de algum modo. Desta forma, não é nosso objetivo discutir uma circulação de ideias da ciência, sem se relacionar com o meio escolar.

em movimento. Sob uma perspectiva inicial, podemos então compreender a circulação de ideias como um processo que leva a movimentação/mobilização de um conjunto de ideias. Com base nisso, buscamos abordar teoricamente os diferentes aspectos ligados a circulação de ideias, o que nos move a tentar responder à pergunta: que elementos nos ajudam a caracterizar a ocorrência da circulação de um conjunto de ideias em um dado momento da história? Para Chartier (1990),

> Sem a reduzir a uma história da difusão social das ideias, a história intelectual deve colocar como central a relação do texto com as leituras individuais ou colectivas que, de cada vez, o constroem (ou seja, o decompõem por uma recomposição) (p. 62).

Deste modo o movimento e a implementação da Álgebra no programa do ensino complementar, assim como dos saberes *a ensinar* ligados a esta instrução, tem uma forte relação com a perspectiva da circulação de ideias. Isto pode ser ressaltado pelo fato de que podem ser observadas, no Brasil e nos Estados Unidos, por exemplo, propostas para a implementação de saberes *a ensinar* da Álgebra nos últimos anos do programa da escola primária, na segunda década do século XX. Contudo, como poderíamos afirmar que a circulação dos ideais estadunidenses ocorreu em um outro local? Que elementos nos ajudam a caracterizar que o ideário estadunidense foi, possivelmente, importado para o Brasil? Ou ainda, é possível determinarmos que o movimento de inserção da Álgebra na Escola Complementar ocorreu em todo o Brasil sob as mesmas perspectivas? Nesse sentido, segundo Souza e Garnica (2016),

> Este tema pode facilmente vincular-se ao tema da importação de modelos, como o que se verifica facilmente quando consideramos, por exemplo, as discussões sobre os currículos nacionais que, no Brasil, ora tomam como parâmetro as indicações de um país, ora de outro. [...] Historicamente, do ponto de vista educacional, a importação de modelos parece mesmo caracterizar as práticas e políticas públicas nacionais: nosso ensino primário, por exemplo, foi criado segundo inspiração americana e nossos livros didáticos têm a indelével marca da produção francesa (p. 414).

Acreditamos que é necessário destacar que é possível encontrar um uso "coloquial" do termo circulação de ideias, em que, na maioria dos casos, este processo poderia ser equiparado à simples circulação de materiais físicos, como livros didáticos. Assim, "[...] as publicações estrangeiras, importadas ou traduzidas, que são destinadas à formação de educadores (obras de pedagogia geral, revistas pedagógicas etc.), são testemunhos da circulação de conteúdos de ensino e métodos pedagógicos" (CHOPPIN, 2004, p. 565). Deste modo, tomando a perspectiva de Choppin (2004, p. 566), não foi aqui compreendido como circulação de ideias e de capitais culturais, já que estes "se situam no coração da compreensão dos mecanismos que concorrem para a elaboração da identidade cultural".

Nesta pesquisa, assumimos a concepção de que a circulação destes materiais também faz parte da circulação de ideias, mas a última, como o nome indica, estaria ligada à circulação de objetos teóricos e, dessa forma, não é apenas pelo que é sensível ao tato que se desenvolve tal movimento. Deste modo, buscamos constituir aqui uma base teórica que permitisse melhor compreender como se dá este processo e quais são suas características. Contudo, não é simples determinar uma delimitação para o que é e como ocorre o movimento de circulação de ideias. Nessa perspectiva, Oliveira (2018) opta por não apresentar uma definição fechada do que considera como "circulação", uma vez que, ao fazer limitaria o conceito, desconsiderando as particularidades de casos distintos, de forma que o autor prefere apenas expor formas de caracterização do processo de circulação. Sem explicitar isto, Burke (2016) identifica diversas etapas que podem ser observadas no processo de "disseminação do conhecimento".

Deste modo, buscamos por elementos que possibilitassem construir uma estrutura para nos apoiar. Para isso alguns autores são essenciais nesta empreitada, sendo o primeiro deles é o já mencionado Peter Burke (2016), que ao abordar a disseminação do conhecimento, assume uma perspectiva em que quem, ou o que, "detém o conhecimento" o transmite para quem não o "possui", este último assumindo papel, a princípio, passivo neste processo. Sob um ponto de vista semelhante, no âmbito do ensino, Gert Schubring (2003) discute a transmissão do conhecimento matemático. Ao abordar que no passado a dificuldade na reprodução escrita de textos entrava no caminho da transmissão do conhecimento, Schubring (2003) indica que isto "exigia que os professores dependessem de outros métodos que não a leitura por parte dos alunos de documentos escritos" (p. 19). Desta forma, por meio da oralidade, a função do professor era de "responsabilizar-se pela fidelidade da transmissão dos textos e impedir que os estudantes introduzissem alterações ou erros" (SCHUBRING, 2003, p. 20).

Um terceiro autor, Roger Chartier (1990; 1991), propõe um movimento que denomina de "apropriação", abordando este pela perspectiva de quem atribui sentido/interpreta um conjunto de ideias disseminadas a partir dos escritos, ou seja, o processo em que alguém que não detém o conhecimento estabelece uma compreensão própria ao que está em circulação. Na perspectiva do autor é através das "representações, contraditórias e em confronto, pelas quais os indivíduos e os grupos dão sentido ao mundo que é o deles" (CHARTIER, 1991, p. 177), ou seja, são sobre estas representações que a apropriação é realizada. Assim, o processo de apropriação se dá sobre uma representação, uma significação construída, em determinado local ou por um grupo, posta em circulação. A apropriação das representações em movimento leva a interpretações locais que podem gerar novas representações do objeto em circulação. Nessa perspectiva, temos que:

> A apropriação, a nosso ver, visa uma história social dos usos e das interpretações, referidas a suas determinações fundamentais e inscritas nas práticas específicas que as produzem [...]. Assim, voltar a atenção para as condições e os processos que, muito concretamente, sustentam as operações de produção do sentido (na relação de leitura, mas em tantos outros também) é reconhecer, contra a antiga história intelectual, que nem as inteligências nem as idéias são desencarnadas, e, contra os pensamentos do universal, que as categorias dadas como invariantes, sejam elas filosóficas ou fenomenológicas, devem ser construídas na descontinuidade das trajetórias históricas (CHARTIER, 1991, p. 180).

Assim, uma obra "só adquire sentido através da diversidade de interpretações que constroem as suas significações" (CHARTIER, 1990, p. 59). Sob este ponto de vista, o sujeito que se apropria de algo assume uma posição ativa no processo de aquisição do que é disseminado, uma vez que, no processo de apropriação, uma "relação decifrável é portanto postulada entre o signo visível e o referente significado — o que não quer dizer, é claro, que é necessariamente decifrado tal qual deveria ser" (CHARTIER, 1991, p. 184). Segundo o autor,

> A noção de apropriação pode ser, desde logo, reformulada e colocada no centro de uma abordagem de história cultural que se prende com práticas diferenciadas com utilizações contrastadas [...], que põe em relevo a pluralidade dos modos de emprego e a diversidade das leituras (CHARTIER, 1990, p. 26).

Nesse mesmo sentido, Burke (2016, p. 113) parece concordar com Chartier (1990), ao apontar que no processo de disseminação do conhecimento "precisamos lembrar que o conhecimento recebido não é igual ao conhecimento emitido, por causa dos mal-entendidos [...] e das adaptações deliberadas ou traduções culturais". Assim, a circulação de ideias também busca "apreender como um grupo ou um homem «comum» se apropria, a sua maneira, que pode ser deformadora ou mutiladora, das ideias ou das crenças do seu tempo" (CHARTIER, 1990, p. 53). Desta forma,

> Ler, olhar ou escutar são, efectivamente, uma serie de atitudes intelectuais que — longe de submeterem o consumidor a toda-poderosa mensagem ideológica e/ou estética que supostamente o deve modelar — permitem na verdade a reapropriação, o desvio, a desconfiança ou resistência (CHARTIER, 1990, p. 59).

Burke (2016) ainda afirma que tais reinterpretações e traduções são o que dão sentido ao conhecimento que se está apropriando, ou seja, o que é perdido nesse percurso nos mostra quais elementos se tornaram, de algum modo, relevantes ou não, no processo de apropriação. De forma semelhante, Bourdieu (2002, p. VII) também discorre sobre o tema:

> Assim, o sentido e a função de uma obra estrangeira é determinado tanto ou mais pelo campo de chegada quanto pelo campo de origem. Em primeiro lugar porque o sentido e a função no campo de origem são muitas vezes completamente ignorados. E também porque a transferência de um campo nacional para um outro se faz por meio de uma série de operações sociais: uma operação de seleção (o que se traduz? O que se publica? Quem traduz? Quem publica?); uma operação de marcação (de um produto anteriormente "sem etiqueta") pela editora ([...] e anexando-a a seu próprio ponto de vista e, em todo caso, a uma problemática inscrita no campo de chegada e que só raramente realiza o trabalho de reconstrução do campo de origem, em primeiro lugar porque é muito difícil); uma operação de leitura, enfim, com os leitores aplicando à

> obra categorias de percepção e problemáticas que são produto de um campo de produção diferente.

Aqui é possível ressaltar que o papel assumido do sujeito de interesse da disseminação do conhecimento, na perspectiva de Burke (2016), não é passivo, uma vez que este também realiza uma apropriação, nos moldes de Chartier (1990), do que está sendo disseminado. Assim, os agentes da circulação, presentes no interior de redes intelectuais, políticas, culturais ou educacionais, não devem ser vistos como sujeitos necessariamente passivos no processo de circulação de ideias. Chamados de "agentes criativos" por Oliveira (2018), tais sujeitos contribuem ao que se circula, no que o autor exemplifica, que "notícias iam e vinham ganhando outras roupagens, ou melhor, novos versos que se entrecruzavam com velhas melodias" (p. 26).

Azevedo e Catani (2013) advogam que o conhecimento, mesmo como resultado de uma produção internacional, "está impregnado dos contextos dos pólos conveniados; ou seja, o texto (conhecimento produzido), ao circular, carrega consigo contextos e marcas históricas dos campos de criação intelectual (nacionais e global)" (p. 277). Assim, Bourdieu (2002) oferece outra perspectiva ao indicar que uma circulação de textos, em geral, desconsidera o contexto de elaboração da obra, fazendo com que estes sejam reinterpretados nos locais por onde circulam. Assim, na visão do autor, é comum que os novos sentidos sejam atribuídos a uma obra quando esta circula por um local distinto de sua origem, uma vez que este novo meio pode ter maior relevância, visto que a interpretação dada em seu local de produção pode ser ignorada.

> As trocas internacionais são submetidas a um determinado número de fatores estruturais que são geradores de mal-entendidos. Primeiro fator: o fato dos textos circularem sem seu contexto. [...] O fato dos textos circularem sem seu contexto, de não importarem junto consigo o campo de produção — para empregar meu próprio jargão — dos quais são o produto e dos receptores, eles próprios inseridos em um campo de produção diferente, reinterpretarem-nos em função da estrutura do campo de recepção é gerador de malentendidos colossais (BOURDIEU, 2002, p. VI).

Desta forma, pode-se entender que, até certo ponto, a perspectiva de Bourdieu (2002) vai ao encontro da concepção de apropriação de Chartier (1990), ou seja, a de que a circulação de ideias também tem como base o processo de dar sentido à apropriação.

Assim, baseados em Chartier (1990) e Burke (2016), entendemos que a apropriação e a disseminação são elementos que constituem uma circulação de ideias e estão ligados à existência de contrastes, ou seja, da existência do distinto. Tais contrastes são necessários uma vez que não há propósito na apropriação ou disseminação de ideias/modelos que já estão em utilização, assim, é essencial, e deve ser possível, a interpretação de um novo conjunto de ideias, ou saberes. Então, compreendemos a circulação de ideias como sendo caracterizada pela existência e ação de dois polos, um que dissemina um conjunto de ideias e outro que se apropria das ideias disseminadas, atribuindo-lhes sentido nesse processo e podendo, ou não, levar em consideração os aspectos e características próprias do local de onde estas são disseminadas.

Oliveira (2018) destaca também que para um conjunto de ideias, propostas ou mesmo um movimento, poder circular em um dado período histórico é necessário primeiro que exista o que se deseja circular. Tal existência não deve ser compreendida em seu sentido superficial, como a existência do movimento em si, mas sim, como uma compreensão mais abstrata em que a existência de algo a circular depende ainda de haver um público que busque se apropriar do que está em circulação, de modo que "não se fale aos ventos". Assim, segundo Oliveira (2018), a existência e a recepção seriam dois aspectos caracterizantes do processo de circulação de ideias. Podemos pensar que tais aspectos sob a ótica de uma dinâmica de mercado, da oferta e demanda, uma vez que não há sentido em ofertar algo que não exista ou do qual não há demanda de um público disposto a recepcioná-lo. Sob a mesma ótica, Chartier (1991) determina que

> Contra a representação, elaborada pela própria literatura, segundo a qual o texto existe em si, separado de toda materialidade, é preciso lembrar que **não há texto fora do suporte que lhe permite ser lido (ou ouvido) e que não há compreensão de um escrito, qualquer que seja, que não dependa das formas pelas quais atinge o leitor** (CHARTIER, 1991, p. 182, grifo nosso).

Deste modo, os polos anteriormente mencionados, o da disseminação e o da apropriação, devem necessariamente existir para que o processo de circulação de ideias possa ser concretizado. Nesse sentido,

> É preciso que os agentes envolvidos no processo de apropriação e circulação do ideário garantam, de algum modo, a continuidade dessa circulação – num primeiro momento por ação direta e, posteriormente e/ou em caso de necessidade, por atuação indireta que promova o ajuntamento de outros indivíduos atuantes (SOUZA, GARNICA, 2016, p. 425).

Assim, na perspectiva de Souza e Garnica (2016),

> A circulação de um ideário funciona como um mecanismo com várias fontes que alimentam seu movimento e que não trabalham, necessariamente, do mesmo modo, mas guardam, entre si, a defesa de certos princípios. Todas as partes do mecanismo devem ajudar no movimento do qual participam, de modo a não emperrar essa dinâmica de circulação (p. 426).

Para que a circulação de um conjunto de ideias se concretize, é necessário que os membros atuantes detenham conhecimento sobre o que se deseja disseminar, mas além disso "devem manter certa sintonia ao manifestar essas compreensões o que certamente está vinculado à existência e/ou à manutenção de princípios de ação teórica e prática" (SOUZA, GARNICA, 2016, p. 429). Caso contrário, desconectar-se das perspectivas existentes leva à criação de outros movimentos, o que, segundo Souza e Garnica (2016, p. 429), "é uma possibilidade no processo de circulação de ideias". Esta concretização, principalmente quando tendemos ao movimento de circulação de ideias acerca do currículo/programas e seus saberes, pode resultar no que Chervel (1990) chama de “vulgata”. Segundo o autor, uma vulgata estaria relacionada ao movimento em que

> [...] o ensino dispensado pelos professores é, grosso modo, idêntico, para a mesma disciplina e para o mesmo nível. Todos os manuais ou quase todos dizem então a mesma coisa, ou quase isso. Os conceitos ensinados, a terminologia adotada, a coleção de rubricas e capítulos, a organização do corpus de conhecimentos, mesmo os exemplos utilizados ou os tipos de exercícios praticados são idênticos, com variações aproximadas. São apenas essas variações, aliás, que podem justificar a publicação de novos manuais e; de qualquer modo, não apresentam mais do que desvios mínimos (CHERVEL, 1990, p. 203).

Sob esta perspectiva, a circulação de um ideário acerca do ensino e dos saberes pode levar, em um determinado momento histórico, à constituição de um ensino e de materiais didáticos nos quais se apresenta um mesmo discurso, uma mesma abordagem e um mesmo objetivo, nos dizeres do autor, “dizendo a mesma coisa”. A circulação de ideias então determina, neste caso, a constituição de uma vulgata para este período.

> Quando uma nova vulgata toma o lugar da precedente, um período de estabilidade se instala, que será apenas perturbado, também ele, pelas inevitáveis variações. Os períodos de estabilidade são separados pelos períodos "transitórios", ou de "crise", em que a doutrina ensinada é submetida a turbulências. O antigo sistema ainda continua lá, ao mesmo tempo em que o novo se instaura: períodos de maior diversidade, onde o antigo e o novo coabitam, em proporções variáveis. Mas pouco a pouco, um manual mais audacioso, ou mais sistemático, ou mais simples do que os outros, destaca-se do conjunto, fixa os "novos métodos", ganha gradualmente os setores mais recuados do território, e se impõe. É a ele que doravante se imita, é ao redor dele que se constitui a nova vulgata (CHERVEL, 1990, p. 204).

No que se refere aos mecanismos de circulação de um conjunto de ideias, a difusão neste processo ocorre pelos diversos “meios de comunicação disponíveis e acessíveis em cada época e em cada contexto” (OLIVEIRA, 2018, p. 16). Segundo Burke (2016) e Oliveira (2018), livros, revistas, notícias e até o homem[31] (pela sua fala, pela *performance* etc.) são meios para a circulação de ideias, uma vez que são capazes de fazer disseminar um conjunto de ideias que estes detêm ou que a eles é atrelado. Tais elementos ajudam a caracterizar a circulação das ideias, uma vez que esta “demanda uma efetiva publicização, ou seja, um movimento de tornar público aquilo que se pretende tornar reconhecível a – e reconhecido por – uma comunidade” (SOUZA; GARNICA, 2016, p. 436). Deste modo,

> [...] é razoável *indicar que os meios de comunicação, por caracterizarem os processos de difusão de mensagem, são elementos que injetam certo impacto na recepção e apropriação da mensagem propagada*[32] (OLIVEIRA, 2018, p. 28, grifos do autor).

[31] Nesse sentido, Schubring (2003, p. 32) ainda adiciona que no passado “transmissão oral ainda era necessária para manter o conhecimento vivo”, visto a dificuldade de produção dos meios escritos.

[32] Segundo o autor, a tradução é um exemplo, uma vez que nenhuma tradução consegue carregar tudo o que se deseja transmitir originalmente, causando um impacto diferente do que é proposto na sua forma original. Esta perspectiva, como já apresentado, também é sustentada por Bourdieu (2002), Burke (2016) e Chartier (1990).

No entanto, em certas comunidades um dado meio de comunicação prevalece em detrimento a outros, como na academia, em que os livros e revistas científicas são mais presentes na circulação do que o rádio, por exemplo. A circulação, contudo, não deve ser vista como um movimento linear, uma vez que se dá em diversos momentos, formas e locais, em que alguns desses podem ser perder na história. Desta forma os argumentos apontam na direção de que, como exemplo, pela publicação de livros didáticos que ditem sobre uma Álgebra para o ensino complementar, ou que foram utilizados nesse ramo da instrução, se faz circular um movimento que, em um dado período da história, ainda estava sendo estabelecido e que acompanha o processo de objetivação dos saberes referentes a este ensino.

De maneira semelhante, as revistas poderiam então ser "utilizadas como ferramenta estratégica da elite dirigente para atingir os professores, transmitindo-lhes informações técnicas de atuação profissional" (OLIVEIRA FILHO, 2015, p. 157). Assim, para Catani (1996), as revistas especializadas em educação possibilitam disseminar "os debates e polêmicas que incidem sobre aspectos dos saberes ou das práticas pedagógicas, tornam as mesmas uma instância privilegiada para a investigação dos modos de funcionamento do campo educacional" (p. 116), de modo que se constituem como

> [...] uma instância privilegiada para a apreensão dos modos de funcionamento do campo educacional enquanto fazem circular informações sobre o trabalho pedagógico e o aperfeiçoamento das práticas docentes, o ensino específico das disciplinas, a organização dos sistemas, as reivindicações da categoria do magistério e outros temas que emergem do espaço profissional (CATANI, 1996, p. 117).

Mas por que então se debruçar sobre o movimento de circulação de ideias neste trabalho? Como destacamos, neste trabalho se busca compreender o movimento de constituição da Álgebra *a ensinar* no ensino complementar brasileiro e, no caminhar da pesquisa, percebemos que um movimento muito semelhante acontecia nos Estados Unidos, no final do século XIX. Assim, a partir da conferência intitulada "Os dois ultimos annos de arithmetica, na escola primaria, segundo a Comissão dos quinze" (REIS, 1918a; REIS, 1918b) podemos notar que o movimento estadunidense chega ao Brasil, em alguma proporção, e que a circulação destas ideias também pode nos ajudar a compreender como o movimento cria raízes e se espalha pelo território brasileiro. Para isto, contudo, o processo de circulação

> [... depende do modo como as várias engrenagens se movem. O discurso de convencimento – e a divulgação, a publicização aí presente – é parte essencial desse mecanismo. Por meio do discurso e divulgação do ideário constitui-se um processo de alimentação e retroalimentação da circulação que dá vitalidade ao que circula, seja por meio de processos formativos – formais e informais – seja em projetos de pesquisa, grupos de estudos, eventos etc (SOUZA, GARNICA, 2016, p. 438).

No sentido das relações que podem ser estabelecidas com outros países, cabe questionar:

> Mudou a postura de pensar e escrever a historiografia face às novas necessidades de cunho tecnológico e de intensificação de transferências culturais entre diferentes países? Há especificamente nisso um processo de internacionalização de reformas escolares visando a construção de modelos não homogêneos, isto é, não centrados no próprio âmbito nacional? A resposta para todos esses questionamentos é sim (GUIMARÃES, 2018, p. 11).

Assim, a estruturação do ensino também se baseia em concepções que advêm do exterior e que chegam ao país através de um movimento de circulação de ideias. Isto ressalta a importância dos intercâmbios e aproximações entre Brasil e Estados Unidos, no que Souza (2016) apresenta que

> [...] o aprofundamento sobre o tema reveste-se de especial importância para os historiadores da educação no Brasil, uma vez que a referência educacional norte-americana foi amplamente difundida neste país na transição do século 19 para o século 20, justificando reformas educacionais nos Estados e servindo de argumento para a renovação pedagógica. Dessa maneira, o olhar para a educação norte-americana contribui para um melhor entendimento sobre a circulação e apropriação de modelos educacionais (p. 38-39).

Segundo Guimarães (2018), fazem parte do movimento de internacionalização do saber os discursos acerca da educação e da pedagogia. O termo "internacionalização" teria origem no direito internacional e estaria ligado aos limites de um estado em relação aos outros, o que nos permite aproximar a concepção de circulação de ideias desta internacionalização.

> O termo internacionalização – bem como a noção próxima, e mais recente, de "*globalização*" – serve cada vez mais para designar as tendências para a intensificação das relações de interações e de trocas a nível planetário, para a interpenetração dos domínios sociais de comunicação em escala mundial, e, por consequência, para a harmonização transnacional de estruturas e de modelos sociais (SCHRIEWER, 1997, *apud* GUIMARÃES, 2018, p. 15).

Tal internacionalização, ou circulação internacional de ideias, se estenderia também sobre subsistemas sociais vinculados à educação e formação. Segundo Schriewer (2004, *apud* GUIMARÃES, 2018, p. 16) existe "uma certa expertise internacional especializada na pesquisa, na administração e no desenvolvimento da educação". Seria graças a esta *expertise* que podemos observar uma grande representação, referente aos temas de educação, em congressos internacionais.

> As associações especializadas na pesquisa sobre a educação e sobre o desenvolvimento educativo constituem neste conjunto um segmento bem representativo, bem maior que a influência dos organismos científicos não governamentais [...]. São estas associações que [...] agem numa escala internacional e que têm uma participação decisiva na metodização e na racionalização, além continentes, a partir da estandardização e homogeneização transnacionais de seus diferentes domínios (GUIMARÃES, 2018, p. 16).

Assim, a atuação de associações teria grande relevância na internacionalização de movimentos ligados à educação, principalmente no que tange ao processo de reformas que buscam a homogeneização do ensino oferecido. Contudo, Guimarães (2018, p. 20, grifo do autor) ressalta que "fazer *história internacional* não significa necessariamente fazer comparação entres os países" uma vez que se trata mais de tecer conexões que vão além das fronteiras do estado, que são transformadas de acordo com certas tradições culturais deste. Nesse sentido, "o argumento internacional é invocado para tratar mais das dinâmicas de circulação de ideias, das trocas intelectuais, dos discursos e dos empréstimos entre e através das nações" (GUIMARÃES, 2018, p. 21).

A circulação internacional de ideias pedagógicas teria então começado com missões de estudo, uma vez que

> [...] essas viagens, feitas por pedagogos, professores e reformadores, serviram também para que estes aprendessem sobre os diferentes métodos, as diferentes práticas e as organizações escolares dos diferentes países, susceptíveis de esclarecer sobre suas próprias políticas educativas e de inscrevê-las no contexto de produção de saberes internacionais (GUIMARÃES, 2018, p. 23).

Outro movimento ligado à circulação internacional de ideias foram as exposições universais, que se constituíram como "grandes laboratórios exibicionistas de caráter pedagógico e imperialista" e que se tornaram "lugares de trocas, de confrontação de ideias e criação de modelos pedagógicos" (GUIMARÃES, 2018, p. 25). Seria somente no fim do século XIX que tais exposições teriam espaços para os diferentes graus de ensino. Apoiado em Matasci (2015), Guimarães (2018, p. 26) indica que as exposições permitiam "adquirir informações sobre a organização escolar dos países estrangeiros e, de examinar a evolução de tais sistemas considerados modernos".

> [...] a dimensão internacional não é somente uma esfera de pensamento e de ação que deve ser levada em conta para compreender as práticas e os pensamentos reformadores, mas ela confere igualmente um tipo de valor ajuntado aos atores da época. O saber sobre o estrangeiro não é um saber estéril, ele é constantemente mobilizado nos debates do final do século XIX (MATASCI, 2015, *apud* GUIMARÃES, 2018, p. 33).

Por fim, como Souza e Garnica (2016), acreditamos ser necessário lembrar que a sistemática da apropriação e circulação das ideias de um "movimento/teoria está sujeito ao *contexto* e às *circunstâncias*, que atuam ora como facilitadores, ora como limitadores" (p. 432). Tais fatores podem admitir carácter interno ou externo aos movimentos e que, de alguma maneira, "o ideário se vê sujeito para sustentar sua dinâmica de manutenção, ampliação e amplificação" (SOUZA, GARNICA, 2016, p. 432 grifos do autor). Deste modo,

> Se por um lado as divergências restringem a dinâmica da circulação, por outro, se bem enfrentadas, potencializam e seguem alimentando as discussões podendo, inclusive,

> expandir os meios pelos quais se dá a assimilação e marcha das ideias (SOUZA, GARNICA, 2016, p. 433).

Nesta perspectiva, Schubring (2003) exemplifica, no âmbito do ensino através da transmissão do conhecimento, dizendo que o próprio Estado pode ser um agente delimitador do processo de circulação de ideias:

> Uma outra razão fundamental para a escassez de livros texto escritos é que a maior parte da antiga transmissão do conhecimento era garantida pelas corporações de oficio a serviço da administração central do Estado. Para aumentar e salvaguardar o poder e a unidade dos primeiros Estados, o conhecimento e a arte de escrever eram mantidos secretos e inacessíveis à população em geral (p. 21).

Em síntese, compreendemos que o processo de circulação de ideias é complexo e que envolve diversas variáveis, como o Estado e outros países. Além disso, que só é possível deduzir a circulação de um conjunto de ideias a partir da análise de diversos veículos de disseminação e dos possíveis agentes envolvidos. Ademais, a relação entre estes vetores de propagação podem levar, no âmbito desta pesquisa, à instituição de uma Álgebra para o ensino complementar. Deste modo, objetivamos o estudo dos discursos estadunidenses desenvolvidos a favor deste ensino, apresentados pelas comissões daquele país, bem como na revista que publicou o relatório da Comissão dos quinze e em livros de Álgebra que seriam voltados ao ensino complementar. Posteriormente, uma segunda análise é desenvolvida no âmbito brasileiro, através das publicações da revista em que se encontra a conferência de Reis (1918a, 1918b) sobre a proposta estadunidense, de livros didáticos brasileiros de Aritmética e Álgebra, além de programas de ensino que apresentassem o ensino de Álgebra para a instrução complementar. Realizaremos a investigação de tais elementos com o propósito de caracterizar a circulação de um conjunto de ideias que tenha levado a institucionalização de uma Álgebra para o ensino primário.

2.5 A ARTICULAÇÃO DO REFERENCIAL ADOTADO NA PESQUISA

Aqui, buscamos apenas explicitar como se deu a articulação das perspectivas anteriormente apresentadas com o desenvolvimento desta pesquisa. Estes referenciais foram articulados de modo que fosse possível alcançar o objetivo da pesquisa, ou seja, compreender como se constitui uma Álgebra para o ensino primário catarinense, no início do século XX, e os saberes *a ensinar* a ela relacionados. Deste modo, o aporte da pesquisa historiográfica direcionou os procedimentos metodológicos, para coleta, análises e para a construção de uma narrativa histórica.

Assim, os aspectos ligados ao âmbito escolar, como forma escolar, cultura escolar e disciplina escolar, permitiram compreender as dinâmicas e processos envolvidos, de modo que as fontes para a pesquisa pudessem ser determinadas. Estes documentos, que se constituem como fontes através da pesquisa, foram analisados com o intuito de se perceber o estabelecimento de um conjunto de ideias postas em circulação advogando a necessidade do ensino de Álgebra na instrução complementar.

Com isso, as primeiras fontes analisadas ditam sobre o ensino estadunidense: os relatórios da Comissão dos dez e da Comissão dos quinze. Posteriormente, constituíram-se como fontes: quatro artigos da revista "A Escola Primaria" acerca da Álgebra no ensino primário e a formação de professores; programas da Escola Complementar que apresentassem propostas para o ensino de Álgebra; livros escolares de Aritmética, na busca por discutir a existência, ou não, de uma instrução de Álgebra segundo as perspectivas observadas nos dicionários na seção 1.2; livros escolares de Álgebra apontados para a Escola Complementar ou para a biblioteca dos inspetores catarinense. A análise destas fontes, realizadas respectivamente nos Capítulos 4 e 5, objetiva caracterizar o movimento de circulação de ideias, além de reconstruir uma proposta do ensino de Álgebra, de modo que pudéssemos observar as nuances entre as perspectivas estadunidenses e brasileiras. A escolha por um amplo conjunto de fontes foi intencional, uma vez que nos possibilita, em diversos segmentos da sociedade da época, buscar elementos que caracterizassem uma proposta de Álgebra para o ensino complementar de Santa Catarina.

A análise destas fontes foi realizada com base na teoria já explicitada (historiografia, aspectos do âmbito escolar e circulação de ideias), mas também se embasou nos saberes *a ensinar* e na forma que o ensino de Álgebra foi constituído no período da pesquisa. Com isso, buscamos compreender que Álgebra *a ensinar* se constitui para o ensino primário catarinense nas escolas complementares, de modo a categorizar esta Álgebra e o processo de objetivação de seus saberes, bem como os pormenores de sua instrução. As perspectivas da circulação de ideias auxiliam nesta construção e na busca por convergências, e divergências, dos discursos dos dois países, possibilitando verificar se uma circulação de ideias realmente tenha ocorrido.

3 O MAPA TRAÇADO POR OUTROS INVESTIGADORES

Este capítulo, como aponta Gil (2002, p. 162), é dedicado à "contextualização teórica do problema e a seu relacionamento com o que tem sido investigado a seu respeito", de modo a compreender "os pressupostos teóricos que dão fundamentação à pesquisa e as contribuições proporcionadas por investigações anteriores". De acordo com Certeau (2013, p. 47), "Cada resultado individual se inscreve numa rede cujos elementos dependem estritamente uns dos outros, e cuja combinação dinâmica forma a história num momento dado". Por mais que Certeau (2013) não estivesse abordando o uso da pesquisa bibliográfica para a constituição do texto histórico, seu posicionamento se encaixa com a perspectiva deste capítulo, uma vez que o levantamento bibliográfico nos permitiu estabelecer o que da história do ensino de Álgebra, no ensino primário e na formação de professores, principalmente o brasileiro, podia ser compreendido na narrativa de outros investigadores.

Deste modo realizamos uma revisão bibliográfica/de literatura, sobre teses, dissertações e artigos, publicadas nos últimos 20 anos, que contribuíssem para o delineamento das pesquisas existentes, bem como de seus resultados, acerca da Álgebra na H, no empenho de verificar as possíveis contribuições para a discussão da constituição do ensino de Álgebra no programa da escola primária brasileira. Tal levantamento foi realizado a partir de buscas nos principais bancos digitais, sendo eles: Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES)[33]; Portal de Periódicos da CAPES[34]; Repositório de Conteúdo Digital (RCD)[35] da Universidade Federal de Santa Catarina.

Com o intuito de realizar uma posterior análise dos trabalhos que dialoguem com esta pesquisa, foi realizada uma seleção dos resultados encontrados, principalmente pela observação do título, do resumo/introdução e das palavras-chave. Neste processo foram desconsiderados os trabalhos que não contribuíssem para a Hem e que não oferecessem elementos para a elaboração de uma história do ensino de Álgebra na Escola Complementar, a história dos Grupos Escolares ou sobre a formação de professores, no período estudado. As produções que permaneceram após esta análise inicial, que são apresentadas nos quadros a seguir, foram posteriormente analisadas e suas contribuições são apresentadas nas seções 3.1 e 3.2 que

[33] Disponível em: http://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#!/. Acesso em: 20 maio 2020.
[34] Disponível em: http://www.periodicos.capes.gov.br/. Acesso em: 20 maio 2020.
[35] Espaço virtual, gratuito, em que são alocadas fontes digitalizadas, como as do GHEMAT, na comunidade História da Educação Matemática. Segundo Hoffmann e Costa (2018, 2019), o repositório possibilita o acesso a fontes de pesquisa e superar limitações de fontes digitais que seriam armazenadas de outra forma. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/1769. Acesso em: 20 maio 2020.

trazem, respectivamente, a história do ensino primário, como nos Grupos Escolares/Escolas Complementares, e a história do ensino de Álgebra no ensino primário, complementar e na formação de professores.

Iniciamos nosso levantamento nos bancos de dados em busca de pesquisas que se debruçassem sobre a história das Escolas Complementares[36]. Em todos os bancos foram utilizados os descritores: *Escola Complementar; Curso Complementar*. No banco de teses e dissertações da Capes foram encontrados, inicialmente, 30 trabalhos, dos quais conseguimos acesso a 25 destes e, após a análise inicial, apenas 7 trabalhos foram considerados, com base no que foi apontado anteriormente, e organizados no Quadro 3.

Quadro 3 – Teses e dissertações do portal Capes sobre a Escola Complementar.

Ano	Título	Autor	Programa/ Instituição
2005	Escola complementar de Campinas 1903-1911: Espaço, culturas e saberes escolares	Oscar Teixeira Junior	Mestrado em Educação / UNICAMP
2007	Literatura e educação na memória de uma cidade: um olhar sobre Thales Castanho de Andrade	Fernando Luiz Alexandre	Mestrado em Educação / USP
2011	ESCOLA COMPLEMENTAR E NORMAL DE PIRACICABA: formação, poder e civilidade (1897-1923)	Tony Honorato	Doutorado em Educação Escolar / UNESP
2015	ENTRE QUESTÕES LINDEIRAS E A SUPERAÇÃO DE FRONTEIRAS: a Escola Complementar em Porto União (SC) e União da Vitória (PR), 1928-1938 CURITIBA 2015	Marcia Marlene Stentzler	Doutorado em Educação / UFPR
2016	ORIENTAÇÕES PARA O ENSINO DE ARITMÉTICA NO CURSO COMPLEMENTAR JERÔNIMO COELHO EM LAGUNA - SANTA CATARINA (1911-1947)	Jacqueline Policarpo de Limas	Mestrado em Educação Científica e Tecnológica / UFSC
2018	A Escola Complementar de Itapetininga (1897-1911)	Andre Luiz Bertolai	Mestrado em Educação / Unicamp
2020	Processos e dinâmicas de institucionalização da Álgebra na formação de professores dos primeiros anos escolares, São Paulo (1880-1911)	Ana Maria Basei	Doutorado em Educação e Saúde na Infância e na Adolescência / UNIFESP

Fonte: Elaboração nossa.

Em seguida um levantamento foi realizado no banco de periódicos da Capes em busca de artigos sobre a história da Escola Complementar. Aqui, para filtrar os resultados, utilizamos

[36] A última pesquisa foi realizada em 08/06/2021.

o descritor *história* em conjunto com os outros descritos apresentados anteriormente. Disso resultou um grupo de 25 artigos, dos quais tivemos acesso a 24 deles e, a partir do processo de seleção, resultou em conjunto de 5 artigos que estão listados no Quadro 4.

Quadro 4 – Artigos Portal de Periódicos Capes sobre a Escola Complementar.

Ano	Título	Autor	Periódico / Editora
2013	Cultura escolar e cultura política: projeto de nacionalização e o jornal escolar A Criança Brasileira (Santa Catarina, 1942-1945)	Cristiani Bereta da Silva	História da Educação
2013	O estudo e sua materialidade: revista das alunas-mestras da escola complementar/normal de Porto Alegre/RS (1922-1931)	Andréa Silva de Fraga	História da Educação
2016	O ensino de Aritmética na formação do professor primário no Curso Complementar em Santa Catarina	Jacqueline Policarpo de Limas; David Antonio da Costa	REMATEC
2017	Constituição, agentes e usos de uma biblioteca de formação de professores (1897-1923)	Tony Honorato; Ana Clara Bortoleto Nery	RBHE
2020	A educação em São Paulo nos primórdios da República	Debora Maria Nogueira Corbage	ECCOM

Fonte: Elaboração nossa.

Esse primeiro levantamento termina com uma busca por trabalhos no RCD da UFSC, na comunidade destinada à História da educação matemática[37], nas coleções “ARTIGOS” e “TESES E DISSERTAÇÕES em História da Educação Matemática”[38], utilizando o descritor *Escola Complementar; Curso Complementar*. Na primeira coleção foram encontrados 5 novos artigos e na segunda outras 7 novas teses e dissertações. Somente 1 artigo, que apresentado no Quadro 5, e 3 teses e dissertações, organizados no Quadro 6, contribuem para o levantamento bibliográfico pretendido.

Quadro 5 – Artigos do RCD sobre a Escola Complementar.

Ano	Título	Autor	Periódico / Editora
2017	Primeira Conferência Estadual de Ensino Primário em Santa Catarina: trabalhos manuais nas escolas primárias	Yohana Taise Hoffmann; David Antonio da Costa	Revista de História da Educação Matemática

Fonte: Elaboração nossa.

---

[37] Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/1769. Acesso em: 20 maio 2020.
[38] Vale ressaltar que listamos apenas os novos resultados em relação aos obtidos nos portais da CAPES.

Quadro 6 – Teses e dissertações do RCD sobre a Escola Complementar.

Ano	Título	Autor	Programa/ Instituição
2013	A Matemática na formação do professor primário nos Institutos de Educação de São Paulo e Rio de Janeiro (1932-1938)	Denis Herbert de Almeida	Mestrado em Educação e Saúde na Infância e na Adolescência / UNIFESP
2014	As cartas de Parker na matemática da escola primária paranaense na primeira metade do século XX: circulação e apropriação de um dispositivo didático	Mariliza Simonete Portela	Doutorado em Educação / PUC - PR
2014	A escolarização da matemática no Grupo Escolar Lauro Müller (1950-1970)	Piersandra Simão dos Santos	Mestrado em Educação Científica e Tecnológica / UFSC

Fonte: Elaboração nossa.

Um segundo levantamento[39] foi realizado nos bancos de dados em busca de pesquisas que relacionassem o ensino de Álgebra e a Hem. Primeiro, no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES utilizamos os descritores: *História da educação* e *Álgebra*; *Álgebra* e *ensino elementar* e *história*; assim como *Álgebra* e *ensino primário*. Inicialmente foram encontrados 12 trabalhos, dos quais conseguimos acesso a 11 destes e, após a análise inicial, apenas 4 foram considerados, com base no que foi apontado anteriormente, e organizados no Quadro 7.

Quadro 7 – Teses e dissertações do portal Capes sobre a história do ensino de Álgebra.

Ano - Tipo	Título	Autor	Programa/ Instituição
2010 Dissertação	Elementos Históricos do Ensino da Álgebra no contexto do Mato Grosso: Uma análise feita nas práticas registradas no texto didático do Professor Firmo José Rodrigues (1920-1930)	Katia Guerchi Gonzales	Mestrado em Educação Matemática / UFMG
2016 Tese	Matemáticas elementares na escola normal de Natal: legislações, programas de ensino, materiais didáticos	Marcia Maria Alves de Assis	Doutorado em Educação / UFRN
2019 Dissertação	Álgebra para resolver problemas: as propostas de Otelo de Souza Reis e Tito Cardoso de Oliveira, década de 1910	Ivone Lemos da Rocha	Mestrado em Educação e Saúde na Infância e na Adolescência / UNIFESP
2019 Dissertação	A Constituição Da Rubrica Álgebra Em Território Capixaba (1843 – 1935)	Hairley Figueira Mesquita	Mestrado em Ensino na Educação Básica / UFES

Fonte: Elaboração nossa.

[39] Os trabalhos e artigos que já tinham sido apresentados nos quadros do primeiro levantamento não foram apresentados nos quadros desta segunda pesquisa. A última verificação destes resultados se deu em 08/06/2021.

Em uma busca no Portal de Periódicos da CAPES foram encontrados 60 resultados de artigos, utilizando como descritores os mesmos termos da pesquisa anterior. Após levar em consideração apenas os trabalhos que discutissem a história do ensino ou das instituições escolares, bem como discussões contundentes acerca da Álgebra, constatamos que apenas 2 novas publicações contribuem para esta pesquisa e, portanto, são apresentados no Quadro 8, a seguir.

Quadro 8 – Artigos do Portal de Periódicos da Capes sobre a história do ensino de Álgebra.

Ano	Título	Autores(as)	Periódico/Editora
2016	A Estátua Equestre de D. Pedro I e a Educação Matemática nas Escolas de Aprendizes Artífices no Início da República	Elmha Coelho Martins Moura	Bolema
2017	Educação infantil e políticas educacionais: do passado ao presente na busca do futuro	Elisangela Aparecida de Castro, Michele Aparecida de Sá, Pedro Luiz Teixeira de Camargo	Acta Scientiarum

Fonte: Elaboração nossa.

Uma última busca por trabalhos para este levantamento bibliográfico foi realizada no RCD da UFSC, na comunidade destinada à História da educação matemática, nas coleções "ARTIGOS" e "TESES E DISSERTAÇÕES em História da Educação Matemática", utilizando o descritor *Álgebra*. Na primeira coleção foram encontrados 20 artigos e na segunda outras 28 teses e dissertações. Somente 7 artigos, que foram organizados no Quadro 9, e 5 teses e dissertações, organizados no Quadro 10, contribuem para a constituição da história acerca do ensino de Álgebra, uma vez que muitos deles apenas citam o termo "álgebra", mas não têm como foco a discussão desta no âmbito da Hem.

Quadro 9 – Artigos do RCD sobre a história do ensino de Álgebra.

Ano	Título	Autores(as)	Periódico
2016	Matemáticas elementares na escola normal de Natal (1908 - 1970)	Márcia Maria Alves de Assis	HISTEMAT
2017	A Matemática para o Professor dos Primeiros Anos Escolares – a Álgebra Entre a Cultura Enciclopédica e a Formação Profissional	Wagner Rodrigues Valente	JIEEM

2018	Resolução de problemas pelas equações algébricas: a proposta de Tito Cardoso de Oliveira para o ensino das operações	Luciane de Fatima Bertini, Ivone Lemos da Rocha	HISTEMAT
2019	Os fins do ensino de matemática na proposta de José Ribeiro Escobar para o programa de aritmética e álgebra da escola normal de São Paulo, 1926	Jefferson dos Santos Ferreira	HISTEMAT
2019	A Álgebra na Formação de Professores na Escola Normal de São Paulo: os primeiros programas de Ensino dessa Disciplina	Ana Maria Basei, Wagner Rodrigues Valente	Acta Scientiae
2019	A introdução de conteúdos algébricos na formação de professores: tempos da escola normal de São Paulo, década de 1880	Ana Maria Basei, Wagner Rodrigues Valente	Cocar
2019	Álgebra no Ensino Primário Brasileiro: Sua Relação com os Problemas de Aritmética no Início do Século XX	Ivone Lemos da Rocha, Luciane de Fatima Bertini	HISTEMAT

Fonte: Elaboração nossa.

Quadro 10 – Teses e Dissertações do RCD sobre a história do ensino de Álgebra.

Ano - Tipo	**Título**	**Autor**	**Programa/ Instituição**
2006 Tese	Edward Lee Thorndike e a conformação de um novo padrão pedagógico para o ensino de matemática (Estados Unidos, primeiras décadas do século XX)	Ivanete Batista dos Santos	Doutorado em Educação: História, Política e Sociedade / PUC - SP
2010 Dissertação	Elementos históricos da Educação Matemática no Amazonas: livros didáticos para ensino primário no período de 1870 à 1910	Tarcísio Luiz Leão e Souza	Mestrado em Educação Matemática / UFMS
2013 Dissertação	Antônio Bandeira Trajano e o método intuitivo para o ensino de Arithmetica (1879-1954)	Marcus Aldenisson de Oliveira	Mestrado em Educação / Universidade Tiradentes
2015 Dissertação	Uma investigação acerca dos saberes matemáticos na formação de normalistas em Sergipe (1890-1930)	Valdecí Josefa de Jesus Santos	Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática / UFS
2018 Dissertação	Aritmética, Geometria e Álgebra nos Programas de Ensino das Escolas Normais no Brasil (1910-1945)	Bruno Fernando Muniz	Mestrado em Educação / Universidade do Vale do Sapucaí

Fonte: Elaboração nossa.

A seguir, apresentamos uma síntese histórica, construída a partir dos trabalhos encontrados no levantamento, acerca da história dos Grupos Escolares e das Escolas Complementares e, em seguida, o ensino de Álgebra na instrução primária, Escola Complementar e na Escola Normal. Cabe ressaltar ainda que nosso objetivo não é realizar um resumo de cada trabalho, mas sim, apresentar de que forma estes contribuem para compreender as histórias que circundam esta pesquisa. Além disso, também devemos destacar que a formação de professores, oferecida em escolas normais e complementares, também poderia ser considerada como parte do ensino primário ou secundário, a depender do período e instituição analisada, de modo que dividimos o tópico sobre a história do ensino de Álgebra em ensino primário e normal. A escolha por esta divisão se deu com o objetivo de melhor articular as discussões dos diversos autores e permitir ao leitor uma melhor compreensão da história que se constrói acerca do ensino de Álgebra através das publicações encontradas.

3.1 OS GRUPOS ESCOLARES E ESCOLAS COMPLEMENTARES[40]

Com a instituição da República no Brasil, no final do século XIX, diversas reestruturações eram necessárias e a educação não seria ignorada nesse processo. O sistema escolar até então era muito instável, criticado e não conseguia atender à demanda populacional, de modo que as escolas se encontravam "esparsas pelo Estado sem plano nem systema; cream-se e extinguem-se muitas vezes por caprichos e interesses individuaes, sem a menor atenção ás necessidades do ensino publico" (ESTADO DA PARAHYBA DO NORTE, 1892 *apud* PINHEIRO, 2002, p. 49).

Segundo Pinheiro (2002, p. 126) a implementação dos Grupos Escolares almejava o movimento de modernidade republicana, para promover a industrialização e um esforço para superar o atraso do país e do ensino provido pelas Escolas Isoladas, uma vez que, para além da "dificuldade em manter escolas isoladas de ensino primário" (GASPAR; BORGES, 2012, p. 165), os índices de analfabetismo destacavam que estas não cumpriam com seu propósito de maneira adequada. Assim,

> A Instrução Pública, nesse contexto, assumiu um papel fundamental, na medida em que era vista como transformadora da sociedade. Uma das principais ações no período foi a estruturação do ensino primário com a criação de grupos escolares e o estabelecimento de um programa de ensino: a escola graduada, surgida na Europa e nos Estados Unidos. Este novo modelo agregaria qualidades pedagógicas e econômicas, tais como uma melhor divisão do trabalho do professor e o aumento da oferta da instrução popular. Essa escola moderna passaria, portanto, a representar uma articulação entre a expectativa da renovação do ensino, o projeto político de disseminação da instrução popular e vantagens econômicas (CASTRO, 2008, p. 31).

[40] Para abordar a história dos Grupos Escolares e das Escolas Complementares, também foram articuladas algumas obras e fontes, como documentos normativos, que nos auxiliam a compreender a história e características dessas instituições escolares, de modo que lacunas não se sobressaíssem.

Desse modo, a organização e a estruturação da educação brasileira começam a ser questionadas, uma vez que iam contra os preceitos de modernidade e não permitiam o alcance desse *status* ao país devido aos altos índices de analfabetismo. Segundo Assis (2016a), esses anseios almejavam também a ampliação da educação para mais estudantes dos primeiros anos escolares. Bertolai (2018) destaca que alguns dilemas teriam sido norteadores sobre as perspectivas republicanas quanto à reestruturação da educação brasileira:

> O primeiro era a substituição do trabalho escravo pelo trabalho assalariado. Aqui a escola assumiria o papel de difundir a instrução e diminuir o estado de ignorância em que se encontrava a maior parte da população. Outro dilema eram as massas de imigrantes que chegavam ao Brasil. Isso desenvolveu a necessidade de garantir a unidade nacional. A escola respondia a essa necessidade por meio do ensino de uma única língua. Finalmente, o terceiro dilema era a necessidade da difusão da instrução elementar para a consolidação do novo regime. A Constituição de 1891 estabelecera o direito de voto somente aos alfabetizados. Assim, a instrução da população tornou-se uma necessidade para que a população fosse preparada para exercer a cidadania e participar da vida política do país (BERTOLAI, 2018, p. 51).

Tais dilemas acarretariam a não existência de um espírito republicano, o que coloca a educação no centro das discussões que visavam à modernização do país. Nesse processo ganham destaque o advento do método intuitivo[41] e a criação dos Grupos Escolares:

> As escolas isoladas passariam a ser agrupadas, a princípio nas capitais dos Estados e, em seguida, nas sedes dos municípios. Tal agrupamento foi iniciado no ensino primário público a partir de 1892, quando uma reforma no Estado paulista instaurava uma nova forma para o ensino primário – os grupos escolares. Durante a Primeira República, os demais Estados também estabeleceram grupos nas capitais e em seus diferentes municípios, embora houvesse a manutenção de outras escolas primárias - isoladas, rudimentares, multisseriadas [...] (AZEVEDO; STAMATTO, 2012, p. 26).

Nesse sentido, para Teive (2008, p. 71), "A idéia de progresso aliada à de civilização foi transformada na principal bandeira dos republicanos brasileiros, entendidas ambas como o alinhamento do país aos padrões e ao ritmo da economia europeia". Ademais, Teive e Dallabrida (2011, p. 17) reforçam que os Grupos Escolares tinham como modelo a "escola graduada em circulação no mundo ocidental desde a segunda metade do século XIX", de modo que esta forma escolar "consolidou-se como a escola da república por excelência, diferenciando-se das escolas isoladas e unidocentes, que predominavam no período imperial". A inspiração para a criação deste sistema escolar também se baseava, para além dos ideais europeus, em perspectivas norte-americanas, como observa Almeida (2013, p. 15):

> As reformas educacionais paulistas, em especial a que institui o modelo dos "grupos escolares", apropriam-se de materiais didáticos para a prática pedagógica do ensino de matemática pautados em autores estadunidenses. Essa situação é reforçada pela

[41] O método começa a ser implementado no âmbito brasileiro a partir de 1879 (TEIXEIRA JUNIOR, 2005), buscando romper com a metodologia da época, baseada na memorização. Segundo o autor, a presença do método também se alinhava à necessidade de "produzir" indivíduos mais ativos, que contribuiriam para o desenvolvimento e industrialização do país, o que ensejaria a modernização almejada pela República.

> presença de escolas presbiterianas, que há muito tempo já formam as elites paulistas e promovem a circulação de métodos, livros e materiais vindos dos Estados Unidos.

De modo simplificado, podemos dizer que os Grupos Escolares eram constituídos pela aglutinação de Escolas Isoladas em uma região ou a simples criação de um grupo devido à demanda populacional. No entanto, deve ficar claro que

> Os grupos escolares, mais do que uma reunião de escolas isoladas, representavam a sistematização de um ensino progressivo, um ensino seriado contendo salas de diversos graus, uma nova concepção e racionalidade escolar. A concentração de escolas isoladas e a divisão em classes era o ponto central para a criação dos grupos escolares (PORTELA, 2014, p. 56).

Com isso, o movimento de renovação da educação brasileira instaurado pela criação dos Grupos Escolares leva a uma estrutura escolar que reinventa a escola

> [...] e regulou tempos, espaços, conteúdos, materialidade, ritos, formalidades, normas, procedimentos e, fundamentalmente, instituiu o conhecimento seriado e graduado, ou seja, uma das alternativas de forma escolar que se caracterizou como ordenamento do ensino escolar primário. Afeita a um conjunto de elementos pedagógico-educacionais específicos, esse ensino teve como *locus* institucional o que foi denominado de grupo escolar (AZEVEDO; STAMATTO, 2012, p. 9-10).

Como mencionado anteriormente, a institucionalização dos Grupos Escolares no Brasil começou pelo estado de São Paulo, tendo início em 1891 e efetivação em 1893[42]. Nesse período o estado "aglutinava a prosperidade econômica e o controle político. Isso lhe forneceu os meios necessários para, entre 1890 e 1896, buscar implantar uma estrutura de ensino público que respondesse à necessidade de consolidar a construção de um Estado democrático" (BERTOLAI, 2018, p. 55). No que se refere à criação dos Grupos Escolares em Santa Catarina, o marco oficial[43] se refere ao ano de 1910[44], com implementação em 1911.

De acordo com Teive (2014a, p. 19), o "chamado 'Bandeirismo Paulista do Ensino' está diretamente relacionado à excelente repercussão que a reforma do sistema de ensino público do Estado de São Paulo, [...], teve em todo país".

> "Uma locomotiva puxando vinte vagões vazios", conforme se dizia na época, o Estado de São Paulo iria influenciar a política, a economia e a educação nacional, esta última considerada pelos "republicanos históricos" como o passaporte para o progresso e a modernização. Com efeito, a reforma do ensino paulista prometia, através da

---

[42] "[...] com a República instaurada, adviria a política educacional preocupada com a escola primaria graduada e seriada, através dos grupos escolares e das escolas-modelo, capitaneada, inicialmente, por São Paulo (1893), depois pelo Rio de Janeiro (1897) e Pará (1899), [...], e a seguir pelo Paraná e Maranhão (1903), por Minas Gerais (1906), Pelo Rio Grande do Norte e Espírito Santo (1908), pelo Mato Grosso e Piauí (1910); [...] em Santa Catarina (1911), Sergipe (1911), Bahia (1913), Território do Acre (1915), Paraíba (1916) e Goiás" (1918) (ARAÚJO; SOUZA, 2012, p. 24).

[43] De acordo com Gaspar da Silva (2006, p. 307), mesmo que as fontes apontem a criação dos Grupos Escolares em 1910, "um texto de 1904 já se referia a eles, sugerindo a intenção de criá-los desde os primeiros anos do século XX". A autora se refere à lei n. 636, de 12 de setembro de 1904.

[44] Lei n. 846, de 11 de outubro de 1910, efetivada pelo Decreto n. 585, de 19 de abril de 1911.

> implantação do grupo escolar, organizado segundo os pressupostos da pedagogia moderna, da escola graduada e do ideário republicano, civilizar através da alfabetização, da educação moral e cívica e do acesso a conhecimentos científicos básicos, assim como integrar o imigrante estrangeiro à nação, enfim nacionalizar, higienizar, ajustar o povo aos novos valores e aos novos costumes da sociedade moderna (TEIVE, 2014a, p. 20).

Assim, como precursor na reestruturação do ensino na República, São Paulo se torna uma imagem que os outros estados tomam como referência (CORBAGE, 2020; PINHEIRO, 2002; PORTELA, 2014; TEIVE; DALLABRIDA, 2011). Com isso,

> A experiência paulista passou a ser adotada como modelo para as outras unidades da Federação. Entretanto, o processo de implantação e expansão desse novo tipo de instituição escolar ocorreu de forma desigual e atendeu necessidades sociais e culturais condicionadas a particularidades políticas e econômicas e no nível de organização escolar existente em cada estado (PINHEIRO, 2002, p. 125).

Vale ressaltar ainda que “[...] a implementação de tais instituições se restringiu às zonas urbanas, então sujeitas a acelerado processo de crescimento populacional e, conseqüentemente, de urbanização” (PINHEIRO, 2002, p. 152). Deste modo, assim como observaremos em Santa Catarina, principalmente ao observar as Escolas Complementares, estas instituições só conseguem abraçar parte do território estadual. Isso se dá em decorrência de uma realidade que, aparentemente, era vivenciada em âmbito nacional e que, na citação a seguir, é representada pelo estado do Paraná através de Portela (2014, p. 65)

> Os investimentos na educação dependiam, quase na sua totalidade, de recursos do próprio Estado. Embora os suntuosos projetos arquitetônicos dos grupos escolares tivessem início em 1903, os recursos financeiros destinados às escolas primárias eram escassos e as dificuldades decorrentes de tal fator eram constantes. A necessidade de investimento nas escolas distantes dos centros mais populosos era questionada [...].

A respeito disso, segundo Pinheiro (2002, p. 123), na Paraíba houve dois períodos na história dos Grupos Escolares, “O primeiro, aqui considerado como um período de ‘passagem’, vai de 1916 a 1929 e caracteriza-se pela coexistência de dois modelos de organização escolar”, em que de um lado havia a presença do ensino das Escolas Isoladas e, do outro, escolas reunidas e Grupos Escolares. No segundo período os Grupos Escolares se tornariam predominantes no ensino. O primeiro momento também existiu em Santa Catarina, uma vez que as Escolas Complementares, anexas aos Grupos Escolares, tinham entre seus objetivos a formação de professores para Escolas Isoladas do estado, constatando a coexistência das duas instituições.

3.1.1 Educação como inculcadora de cultura e civilidade

O estabelecimento da República no Brasil leva a um forte posicionamento de que seriam necessárias mudanças para se concretizar a almejada modernidade no país. Assim,

> Dentre os arcaísmos, saltava aos olhos o atraso da instrução pública brasileira, seus programas e métodos bem como o alto índice de analfabetismo da população brasileira

> e a desnacionalização de grande parcela da população que, mesmo tendo nascido no Brasil, desconhecia a sua língua e a sua cultura, ambos considerados riscos à civilização e ao progresso pretendidos (TEIVE, 2008, p. 72).

Então, era importante que tais perspectivas fossem incorporadas no povo brasileiro e, em favor disso, a educação ganha destaque ao se tornar "questão nacional prioritária, sendo responsabilizada pela transformação do povo em nação, por torná-lo disciplinado e principalmente produtivo" (TEIVE, 2008, p. 72). Com isso, a escola "republicana deveria civilizar e moralizar as crianças, incutindo-lhes os valores éticos e estéticos da racionalidade capitalista, o *ethos* capitalista: amor ao trabalho, à pátria, submissão às leis, respeito a livre imprensa, à propriedade privada e à liberdade" (TEIVE, 2008, p. 96). Portanto,

> [...] cabia aos republicanos, como opositores da política imperial, realizações efetivas em resposta aos reclamos que apontavam na direção da superação dos problemas educacionais até então vivenciados: o alto índice de analfabetismo; a baixa frequência escolar; a falta de instalações adequadas à escolarização; a formação de professores; a falta de financiamento para a educação; entre outros (FARIA, 2012, p. 251).

Acreditava-se que a "educação seria o mais forte instrumento para a consolidação do regime republicano e para a construção do páis moderno, capaz de oferecer ao povo as condições de sua inserção no regime" (p. 127). Esta modernidade "forneceria ao povo o ideário da garantia de instrução, de paz, de liberdade, de ordem, de progresso, de moralização e de civilização, oportunizara também a 'regeneração' do povo perante o contexto educacional instalado naquele momento" (FERREIRA; CARVALHO, 2012, p. 127). "Ordem e Progresso" se torna a legenda do nascimento da República no Brasil e, com isso,

> costumes e práticas sociais deveriam ser não somente controladas, mas, sobretudo, transformadas. Nesse sentido, as cidades [...] se transformaram em palcos de reformas orientadas por preceitos higienistas. Em tal cenário, as instituições de ensino primário, também reformadas e materializadas nos grupos escolares, representaram a escola para a ordem e o progresso (AZEVEDO; STAMATTO, 2012, p. 13).

Isso faz com que a escola primária moderna se torne um modelo adotado em diversos países, o que faz com que "A generalização desse modelo foi rápida e sua universalização situa a escola elementar no centro dos processos de transformação social e cultural que atingiram todo o Ocidente nos séculos XIX e XX" (SOUZA, 1998, p. 22 *apud* PINHEIRO, 2002, p. 124). É então estabelecida a convicção de que a escola deveria ser o difusor dos "ideais nacionalistas e republicanos não se restringiu ao mero discurso político-ideológico. Essas idéias foram, pouco a pouco, materializando-se no interior da escola, no cotidiano da sala de aula" (PINHEIRO, 2002, p. 171). Com isso, segundo Pinheiro (2002, p. 147),

> [...] as escolas públicas passaram a ser utilizadas como veículo de propaganda política, também servindo para marcar o poder das oligarquias, cujos nomes seriam sempre lembrados, uma vez que os suntuosos prédios escolares, principalmente os dos grupos

> escolares, [..], marcaram a nova feição urbana em pleno processo de mudança e serviram, por conseguinte, para embelezar a cidade e dar-lhe um ar de modernidade.

Aliado ao movimento de transformação da população, as críticas ao sistema escolar brasileiro da época, em relação ao seu atraso quando se observava outros países, destaca que a educação, principalmente o ensino primário, deveria ser repensado para que fosse possível atender aos ideais de modernidade. Desse modo, "O projeto republicano colocou São Paulo no centro das discussões políticas do país. O estado [...] se tornou o eixo de reformas e reflexões políticas que serviram de modelo para outros estados da federação" (CORBAGE, 2020, p. 10).

De acordo com Hoffmann e Costa (2017), as reformas educacionais que ocorreram na primeira república buscaram atender às exigências de uma sociedade em urbanização e industrialização. Com base em Silva, Nopes e Vilela (2010), essa modernidade leva à mudanças na cultura e educação que dialogassem com as novas visões de mundo. Esse processo intensifica "a secularização do mundo com o gradativo deslocamento da educação para a esfera do Estado, e, o ensino deixa de ser monopólio da Igreja, isto é, o saber sai da jurisdição da Igreja" (SILVA; NOPES; VILELA, 2010, p. 52). É importante ressaltar que, até então, a educação era realizada

> [...] através de algumas escolas [...], normalmente, mantidas por professores, ou através da presença de preceptores, contratados pelas famílias mais abastadas e mais influentes da cidade. A maioria da população não tinha acesso aos serviços oferecidos pelas escolas, consideradas luxo ou privilégio para poucos (LIMA, 2012, p. 223).

A partir do momento em que se busca superar este paradigma, a educação, de acordo com Ferreira e Carvalho (2012) e Azevedo e Stamatto (2012), se torna instrumento para a consolidação do regime republicano e passa a ser enxergada como fundamental para a vida na sociedade, possibilitando que o cidadão conhecesse e fizesse uso de seus direitos fundamentais. Nesse sentido, "A implantação de um grupo representava também, para a elite local, a possibilidade de preservar a formação de um ambiente social voltado para os ideais republicanos de civilidade, de cidadania e de cortesia" (LIMA, 2012, p. 225-226). Isso reforça que se compreendia que seria necessário remodelar a ordem social, política e econômica, para que a instauração da República levasse ao progresso do país.

Como destacado, a reestruturação do ensino brasileiro leva à institucionalização dos Grupos Escolares, que surgem a partir da "necessidade de expandir a escola primária para erradicar o analfabetismo e construir o progresso na República" (ISOBE, 2012, p. 66). Isso é reforçado por Araújo e Souza (2012, p. 22) quando indicam que "Os grupos escolares, entre outros, teriam o papel de aniquilar a ignorância expressa pelos elevadíssimos índices de analfabetismo que a recém república herdara do regime imperial, que ultrapassava os 80% em 1890, e andava em torno de 65%, conforme estimativa, em 1930". Nesse sentido, Teixeira

Junior (2005, p. 29), apresenta a fala de Antonio Alves Aranha em uma formatura da Escola Complementar de Campinas, em 1906: “A Republica, porém, senhores, veio encontrar uma legião de analphabetos. A Republica só será uma realidade quando o analphabetismo tiver desapparecido, quando cada cidadão souber conhecer os seus direitos e os seus deveres”.

É importante ressaltar que o analfabetismo também estava ligado à colonização de diversas regiões brasileiras, de modo que, como ressalta Limas (2016), em muitas escolas o ensino era ministrado em idioma estrangeiro, o que afetava o número de falantes da língua portuguesa. Isso é reforçado em parte de um relatório catarinense (SANTA CATARINA, 1914a, p.) em que é indicada a necessidade da presença da língua alemã na formação do normalista, pois, em uma comparação referente à primeira década do século XX, as escolas que ministravam o ensino apenas em português tinham menos estudantes do que uma de Joinville, em que eram ensinadas a língua portuguesa e, a alemã. Visando um movimento republicano e a inculcação do patriotismo, muitos estados estipulam então que o ensino deveria ser ministrado em língua portuguesa e isso leva à demissão de muitos professores, o que aumenta a necessidade em formar profissionais para algumas regiões, principalmente interioranas.

Além disso, a educação precisava ser repensada de modo que fosse possível “produzir o cidadão patriota[45], prático, higiênico, útil a pátria, racional, respeitador das leis, ordeiro, obediente, disciplinado e confiante no progresso social e científico que o mundo do capital criara” (ARAÚJO; SOUZA, 2012, p. 22). Desse modo, a educação brasileira passaria a estar

> [...] preocupada não só com a tríade ler, escrever e contar, mas com uma formação moral, com o desenvolvimento físico e com o aperfeiçoamento intelectual. Em síntese, uma escola da República para a República, que pudesse contribuir para civilizar e para recriar os novos sujeitos do contexto social brasileiro, principalmente, na circunstância da escola primária e na forma dos conteúdos oferecidos em prol da elevação do ideário republicano (FERREIRA; CARVALHO, 2012, p. 124).

Assim, em meio a uma revolução industrial, a “implantação da modernização nas cidades tinha como um de seus pilares o ensino básico obrigatório e a alfabetização da massa, pois se fazia necessário sistematizar um espaço para ajustar os indivíduos à complexidade das tarefas e às exigências da sociedade industrial” (GASPAR; BORGES, 2012, p. 173). A educação, que normalmente já atua como instrumento de controle social, amplia esta

---

[45] Segundo Teive e Dallabrida (2011, p. 27-28), os “valores cívico-patrióticos” deveriam ser disseminados pelo ensino e, principalmente, “nas comemorações das datas nacionais, nos cantos dos hinos patrióticos e de canções emotivas, cujas letras deveriam se referir as ‘coisas do país’. O culto à pátria e seus desdobramentos – culto à bandeira, ao hino e aos heróis nacionais – ganharam destaque na cultura escolar dos grupos catarinenses, assim como as datas cívicas, que passaram a fazer parte do seu calendário”. Algumas destas ocasiões contavam também com a participação de autoridades, dos pais e da comunidade, de modo a disseminar as perspectivas republicanas na sociedade em que a escola estava inserida.

perspectiva, uma vez que o cidadão alfabetizado é mais útil para o estado e, em contrapartida, a "ascensão social [era] possibilitada ao cidadão alfabetizado durante a fase de modernização de um país" (GASPAR; BORGES, 2012, p. 173, grifo nosso). Com isso, na República, "a educação do povo estava relacionada também com a vivência adequada deste na cidade e, para tanto, deveria ir além da escola, em um processo de difusão de novas regras de comportamento e novos valores culturais" (AZEVEDO; STAMATTO, 2012, p. 24).

Nesse sentido, o ambiente escolar, "Silenciosamente, [..] ensinava normas e determinava comportamentos" (AZEVEDO; STAMATTO, 2012, p. 59). Isso também é destacado por Fraga (2013) ao apontar, em meio às análises de uma revista estudantil da Escola Complementar do Rio Grande do Sul, que o impresso veiculava "imagens sacras e de locais religiosos, que compõem a representação da moralidade e religião, enquanto os símbolos e alegorias da pátria representam a civilidade" (p. 77). Azevedo e Stamatto (2012, p. 85) reforçam dizendo que "o sucesso do ensino, que formaria homens de ação, de trabalho, verdadeiros cidadãos republicanos, promotores da ordem e do progresso", de modo que tais perspectivas também se estenderiam à sociedade, uma vez que os Grupos Escolares buscavam trazer a população para dentro da instituição em eventos e festas.

Segundo Silva (2013), esse movimento tem continuidade com a instalação do Estado Novo, uma vez que "à educação hipotecava-se a responsabilidade de civilizar, regenerar a raça, caminho indispensável ao progresso e à modernidade da nação" (p. 180). Desse modo a instituição dos Grupos Escolares no Brasil esteve ligada não só a ao progresso no ensino, mas à sociedade como um todo.

3.1.2 Instauração e estrutura dos Grupos Escolares

A educação primária brasileira, anterior ao estabelecimento dos Grupos Escolares, se dava principalmente, quando consideramos a proporção do número de escolas, em escolas/cadeiras isoladas. Tal perspectiva de ensino acontecia em "espaços improvisados das casas das famílias ou mesmo dos professores" (FARIA, 2012, p. 257). Dois aspectos dessa estrutura de ensino ganham destaque: a presença de um único professor (unidocente) e de estudantes de diversas idades em uma mesma sala de aula (ensino multisseriado/não graduado); a falta de acesso à educação para a grande maioria do povo, o que leva, também, aos baixos índices de alfabetização vivenciados na época.

Com a implantação da República e o desejo por mudar a educação brasileira, "Os grupos escolares tornaram-se emblema da escola republicana e deveriam substituir a escola isolada [...] que representava o atraso e que deveria, aos poucos, ser eliminada" (ISOBE, 2012,

p. 67). Isto levou a uma ampla “defesa da necessidade da construção de espaços próprios para as escolas [...] no Brasil por parte de políticos e educadores desde o final do século 19” (AZEVEDO; STAMATTO, 2012, p. 105). Com isso, como dito anteriormente, as escolas isoladas passaram a ser agrupadas, formando os Grupos Escolares, movimento que teve início em São Paulo em 1892.

A “defesa da necessidade da construção de espaços próprios para as escolas tornou-se constante no Brasil por parte de políticos e educadores desde o final do século 19” (AZEVEDO; STAMATTO, 2012, p. 105). Desse modo, o agrupamento dessas instituições significava, em relação ao aspecto físico, na constituição de um local próprio para que as turmas de um conjunto de escolas isoladas fossem alocadas. Com isso, configuram-se, mesmo que inicialmente, os primeiros aspectos de uma nova forma escolar, um *lugar específico* para o ensino primário, ou seja, os Grupos Escolares. Tais prédios, construídos ou alugados, deveriam buscar ressaltar a imponência e as perspectivas higienistas da época, de modo que os Grupos Escolares “foram impregnados por uma simbologia republicana e se tornaram a vitrine da educação no Brasil, constituindo-se como a base da organização escolar do País por todo o século 20” (AZEVEDO; STAMATTO, 2012, p. 27).

> Dentro do ideário republicano, as escolas exerciam papel central na intensão de tirar o país do atraso. Esse propósito deveria ser salientado por meio de prédios monumentais que, além disso, também tinham como função promover a concretude e as qualidades da ação governamental. A arquitetura deveria refletir os conceitos pedagógicos que eram ensinados no seu interior (BERTOLAI, 2018, p. 69).

Em meio às propostas para essa nova estruturação do ensino, observamos uma “organização arquitetônica, o uso de novos materiais didáticos, uma nova forma de compreender a educação no conjunto de relações sociais” (SANTOS; PEREIRA, 2012, p. 212). O ambiente escolar deveria refletir a visão republicana que se buscava para a sociedade, assim

> Uma sala “péssima e sem pintura” era a antítese da renovação pedagógica que deveria acontecer a partir da escola, em um ambiente para as aulas iluminado e limpo, que proporcionaria bem estar aos alunos e à professora. A escola deveria tornar-se um modelo do que deveria ser disseminado entre a comunidade, com higiene, controle do tempo, conteúdo e metodologia (STENTZLER, 2015, p. 94).

No Brasil, essa nova estrutura educacional representou não só o avanço a favor da modernidade, mas a busca do país em alcançar nações desenvolvidas (SANTOS; PEREIRA, 2012). Nesse sentido, Azevedo e Stamatto (2012) dizem que

> O modelo de escola materializado nos grupos escolares, pautado na seriação e orientado por critérios de homogeneidade dos alunos e dos processos pedagógicos, foi introduzido no Brasil com as chamadas escolas graduadas [...] no final do século 19, momento em que outros países também o faziam, a exemplo dos Estados Unidos, Inglaterra e Espanha (AZEVEDO; STAMATTO, 2012, p. 104).

Segundo Pinheiro (2002, p. 124) “A experiência de dotar a escola primária de graduações foi, a princípio, implementada nos anos de 1830, na França. Essa nova escola graduada podia ser denominada escola central, escola graduada ou grupo escolar”. O *Diccionario de las Ciencias de la Educación* (SOUZA, 1998, p. 32 *apud* TEIVE; DALLABRIDA, 2011, p. 18), indica que o ensino graduado se caracterizaria por:

> a) agrupamento dos alunos segundo critério nivelador que pelo geral é a idade cronológica para obter grupos homogêneos; b) professores designados para cada grau; c) equivalência entre um ano escolar do aluno e um ano de progresso instrutivo; d) determinação prévia dos conteúdos das diferentes matérias de cada grau; e) o aproveitamento do rendimento do aluno é determinado em função do nível estabelecido para o grupo e o nível em que se encontra; f) promoção rígida e inflexível dos alunos grau a grau.

Isso leva ao estabelecimento de “classificações, com o objetivo de tornar as ‘classes’ igualitárias e homogêneas, considerando-se a idade dos alunos e seu nível de domínio dos conteúdos” (PINHEIRO, 2002, p. 178). Assim, a instituição do ensino graduado, “com tempo e espaço racionalizados, possibilitando o controle do trabalho docente, inaugura uma nova cultura escolar” (AZEVEDO; STAMATTO, 2012, p. 105). Essa nova cultura diferia da existente, nas Escolas Isoladas, uma vez que a anterior “se misturava com a cultura do lar e a escola funcionava na casa dos alunos ou na residência dos professores” (AZEVEDO; STAMATTO, 2012, p. 105). Com isso,

> Nos grupos escolares implantava-se, portanto, uma cultura escolar vinculada ao que de mais moderno existia em termos de escolarização primaria. Trabalhava-se com uma nova metodologia; o cotidiano era estruturado em horários rígidos e contava com eventos diversificados como exames, eventos cívicos, cerimônias festivas, visitas; abria-se para a mulher como profissional da educação e buscava consolidar uma rede de fiscalização do ensino, inclusive com a presença de um novo profissional – o diretor (AZEVEDO; STAMATTO, 2012, p. 61).

Nesse sentido, os Grupos Escolares carregavam apropriações “do modelo de escola graduada norte-americana, tinha como características [...] o agrupamento de alunos pelo seu suposto nível de conhecimento, a racionalização do currículo e o controle do tempo, criação de programas de ensino, tudo isso agrupados em um mesmo edifício” (CORBAGE, 2020, p. 10). Além disso, documentos oficiais indicam que a instalação de uma Escola Complementar anexa a um Grupo Escolar levaria à adoção de um horário especial de funcionamento para as duas instituições no mesmo prédio (SANTA CATARINA, 1914a, p. 165) e que, mais especificamente, as aulas do ensino complementar ocorreriam depois das do Grupo Escolar e não teriam menos do que 40 minutos (SANTA CATARINA, 1919a, p.7). Desse modo, além de reforçar a presença de um *lugar específico*, já que cada graduação do ensino teria um espaço diferente de aprendizado, constitui-se também um *tempo específico* para essa nova forma escolar. Esse tempo, como é destacado, era determinado por diversos elementos: uma faixa etária para cada grau do ensino; uma faixa etária para o ensino complementar como um todo; o fato de ser necessário ter finalizado os estudos no Grupo Escolar para ingressar na Escola Complementar; da estruturação da aprendizagem em tempos específicos, ou seja, cada matéria/disciplina teria um dia, horário e tempo de duração que seria determinado e deveria ser seguido. Tais aspectos também ocasionaram com que a criação dos Grupos Escolares, nos diversos estados, ocorresse em "municípios com maior concentração de população, já que a própria organização dessas instituições objetivava racionalizar o trabalho docente, por meio da seriação, do horário rígido, da supervisão etc." (ARAÚJO; SOUZA, 2012, p. 28).

As perspectivas arquitetônicas e pedagógicas se unem a favor de formar o cidadão republicano, como discutimos anteriormente,

> Os espaços escolares refletem um conjunto de rituais acadêmicos, detentores de sentidos e de significados, transmitindo uma quantidade de estímulos, de conteúdos e de valores de um chamado currículo oculto, sendo fonte de experiência e de aprendizagem. A separação das salas de aulas por séries, por sexo ou por características dos alunos, bem como a disposição das carteiras de forma regular, reforçam a tendência moderna de controle dos tempos, dos movimentos e dos comportamentos sociais e individuais (LIMA, 2012, p. 236).

A modernização pedagógica que se pretendia, e que estava refletida nos Grupos Escolares, também era inspirada "nos moldes dos mais avançados processos administrativos e pedagógicos", o que fez com que esses locais "fossem considerados instituições modeladores" (ISOBE, 2012, p. 68), determinando assim uma "organização espacial com definições de setores e fluxos internos" (CASTRO, 2008, p. 31). As principais mudanças em relação ao corpo que passa a constituir a escola é a presença de um diretor, figura até então inexistente nas Escolas Isoladas, e de ao menos um professor para cada classe/série[46], bem como outros poucos funcionários para manutenção/funcionamento da instituição de ensino.

As mudanças, contudo, vão além do âmbito administrativo, uma vez que "As inovações desse modelo exigiram alterações no programa arquitetônico da escola, com a incorporação de diversos ambientes: várias salas de aula, atendendo cada uma a uma série, sala do diretor, biblioteca e pátio de recreação e de prática desportiva" (CASTRO, 2008, p. 31). Azevedo e Stamatto (2012) complementam, destacando a presença de oficinas, mobiliário escolar adequado, bem como a existência de uma sala de professores. A esse respeito, "A transformação de um espaço em sala de professores constrói um lugar próprio, credencia e cria

---

[46] Como será mencionado, em Santa Catarina a legislação do ensino complementar indica que os professores assumiriam disciplinas e não turmas, como foi o caso de São Paulo.

autoridade em seus usuários, ampliando-se assim a hierarquização existente no ambiente escolar" (AZEVEDO; STAMATTO, 2012, p. 59)

Em relação aos aspectos pedagógicos, Azevedo e Stamatto (2012, p. 31) ressaltam que as principais mudanças observadas são a "prática de ensino com base no método intuitivo, bem como o uso de novos materiais, [...] e existência de corpo docente qualificado". Nesse sentido,

> Os Ideários da Escola Nova deram impulso à criação de um número expressivo de Grupos Escolares, construídos especialmente nas capitais dos Estados brasileiros no início do século XX. Além disso, influenciou em imprimir novas propostas de ensino e elaboração de materiais didáticos, inclusive para a matemática elementar, sugerindo o uso de materiais concretos para o desenvolvimento da apreensão de conceitos matemáticos pelas crianças (ASSIS, 2016a, p. 56).

A implementação do método intuitivo seria uma das principais características pedagógicas da época, uma vez que educação ofertada

> [...] nessas novas instituições deveria obedecer ao princípio do que se considerava expressão da moderna pedagogia: o ensino intuitivo considerado o método adequado à realidade nacional, e que assegurava às classes populares os conhecimentos mínimos e necessários à vida moderna (ARAÚJO; SOUZA, 2012, p. 22).

Reconhecido como "forma de ensino apropriada para a escola popular" o método intuitivo se fazia "pela via da demonstração sensível, visível, palpável, de um modo amável, quase alegre, prático e preocupando-se em ensinar às crianças aquilo de que elas pudessem se servir" (GUIMARÃES; GATTI JÚNIOR, 2012, p. 99), de modo que "quando as experiências ocorressem, a aquisição do conhecimento estaria mediada pela própria curiosidade da criança" (ASSIS, 2016a, p. 70). Deste modo, como o nome pode levar a entender, o método se baseava no processo de construção do conhecimento por um "ímpeto espontâneo da inteligência em direção da verdade" (SCHELBAUER, 2003, p. 9 *apud* GUIMARÃES; GATTI JÚNIOR, 2012, p. 100). Não se embasaria na aplicação de procedimentos específicos, "mas na intenção e no hábito geral de fazer agir, de deixar agir o espírito da criança" (SCHELBAUER, 2003, p. 9 *apud* GUIMARÃES; GATTI JÚNIOR, 2012, p. 100). Tal perspectiva de ensino se pautava em uma "educação dos sentidos e pela experiência" (AZEVEDO; STAMATTO, 2012, p. 57).

> De acordo com a pedagogia dos processos intuitivos, a aprendizagem deveria ser feita mediante as coisas e a experimentação. As coisas seriam os objetos de conhecimentos dos alunos; o conhecimento humano seria fruto das percepções sobre os objetos, proporcionadas pelos sentidos, a partir das quais as ideias seriam desenvolvidas. Além desse pressuposto, para o benefício dos processos intuitivos, a experiência baseada nos sentidos deveria ser associada à recreação e ao prazer, estratégia para o desenvolvimento da criatividade dos alunos com o fito de levar à educação intelectual (AZEVEDO; STAMATTO, 2012, p. 57).

Visando uma modernização da educação e o combate aos altos índices de analfabetismo no país, "A formação docente coloca-se de extrema importância no cenário educacional da Primeira República [...] e, o professor, se transforma no grande responsável para irradiar o modelo pedagógico e a noção de cidadania e o ideal republicano" (CORBAGE, 2020, p. 14). Além disso, "a instituição dos grupos escolares, como expressão de moderna e de renovada organização da escola primária, pressupunha a remodelação do campo escolar e das práticas de ensino na sala de aula" (ISOBE, 2012, p. 71). Deste modo, diversos esforços foram realizados para que as novas perspectivas de ensino fossem disseminadas, como a instituição de "prêmios para os professores, promovendo viagens à capital para que pudesse conhecer as vantagens daqueles estabelecimentos modelares e ver a aplicação de novos métodos e de novos processos educativos" (ISOBE, 2012, p. 68). Isso também pode ser observado em Minas Gerais:

> Durante as férias centenas de professores deixaram as sedes de suas escolas e foram assistir à rigorosa execução do programa nos grupos escolares. Nos grupos escolares da capital foi notável o numero de professores que, vindo de todos os pontos do estado, acompanhavam com interesse e com proveito as aulas, regressando para suas escolas alentados pelos novos recursos que levaram para o desempenho de seus deveres (MINAS GERAIS, 1908, p, 19 *apud* ISOBE, 2012, p. 68).

Podemos dizer que essas ações visavam, em conjunto com a instituição de um sistema educacional graduado, à sistematização do ensino que levasse a melhores reflexos da aprendizagem e diminuição dos baixos índices no país. A esse favor, a instituição de exames foi outra ferramenta idealizada com o objetivo de um ensino republicano, a partir do que estes "passaram a ter regulamentação e rígida fiscalização oficial, constituindo-se mesmo uma das inovações pedagógicas implantadas nas escolas pelos republicanos" (AZEVEDO; STAMATTO, 2012, p. 80). A fiscalização também ganha espaço, e poder de controle, com a implementação dos grupos escolares, uma vez que o serviço de inspetoria e os exames visavam garantir um ensino de qualidade e o combate aos baixos índices de rendimento escolar. Tais perspectivas determinam formas de exercício de poder entre professor e estudante, bem como aquele aplicado sobre estes pelo estado. Em conjunto com as novas concepções metodológicas e pedagógicas do ensino intuitivo, determina-se uma nova *relação pedagógica*, ingrediente da nova forma escolar que se constitui com a criação dos Grupos Escolares.

Com isso, a implantação dos Grupos Escolares não representa apenas um movimento reformista do país na busca por alcançar padrões de modernidade. A criação dessa instituição escolar simboliza, também, a constituição de uma nova forma escolar, determinada por: um *lugar específico*, representado pela instituição dos Grupos Escolares, suas construções imponentes e próprias/apropriadas para o ensino e que, além disso, respeitavam os padrões higienistas da época; um *tempo específico* estabelecido por um ensino graduado que separava os estudantes por faixa etária, por um período de instrução em cada dia e por limitações de tempo para as lições escolares; uma *relação pedagógica* estabelecida entre professor e aluno, instaurada para se contrapor à metodologia das escolas isoladas, que era baseada nas concepções do método intuitivo e que teria sua efetivação "garantida" pelos exames e fiscalização escolar.

3.1.3 Os exames e inspeção atrelados à qualidade do ensino

> A ampliação do acesso à escola a um maior número de crianças era o objetivo dos grupos escolares. Contudo, tal finalidade encontraria barreiras. Um exemplo foi o alto índice de reprovação existente nos grupos escolares. [...] É possível que, naquele momento, o grande número de reprovações pudesse ser apresentado como sinônimo de rigidez e de alta qualidade do ensino; afinal, o grupo escolar não havia nascido como qualquer escola isolada, mas como estabelecimento-modelo de instrução primária. O alto grau de exigência poderia ser considerado como sinônimo de alta qualidade de ensino (AZEVEDO; STAMATTO, 2012, p. 81).

Os exames, constituídos como uma das ferramentas para o controle da qualidade do ensino, tinham como direcionamento "Orientar a preparação dos alunos para a vida prática, e não somente para os exames de admissão[47] ou outros cursos, constituía uma das finalidades do ensino no Grupo [...]" (YAZBECK, 2007, p. 31). No entanto, a aplicação de exames de forma independente em cada Grupo Escolar não garantiria uma uniformização do ensino e da formação almejada pela república, uma vez que as dificuldades financeiras dos estados, que já ocorria em relação ao estabelecimento dos edifícios escolares, "não era a única que comprometia a qualidade da instrução primária [...]. O despreparo dos professores e a precária fiscalização eram também responsáveis pela situação" (CASTRO, 2008, p. 32). Assim, se torna relevante a nomeação de inspetores para garantir que a disseminação do novo sistema de ensino buscasse ser homogênea. O serviço de inspetoria passaria a uniformizar todos os aspectos do ambiente escolar, por meio de uma série de instrumentos normativos que deveriam ser seguidos à risca (TEIVE, 2008; 2014a).

O processo de examinação e fiscalização visava também "individualizar o trabalho dos alunos e a racionalizá-lo para que, se tornando mais ágil, atendesse às rápidas mudanças do mundo moderno" (AZEVEDO; STAMATTO, 2012, p. 93). Nesse sentido, para Isobe (2012)

> [...] outra dimensão essencial no funcionamento dos serviços da inspetoria técnica: dar visibilidade aos reformadores sobre o modo como a mudança estava sendo realizada nos estabelecimentos de ensino, ou seja, relatar todos os fatos relacionados à vida escolar expondo as condições das escolas observadas pelos técnicos – mas também, e principalmente, a intervenção realizada pelos próprios inspetores na vida dos estabelecimentos: as providências, os encaminhamentos, as orientações dadas ao professorado e aos resultados conseguidos a partir de sua intervenção (p. 75).

---

[47] Os exames a que a autora se refere seriam exames de acesso à instituições que ofertassem ensino posterior aos Grupos Escolares.

Deste modo, com o objetivo de tentar alcançar uniformidade no ensino e de comportamentos, diversos estados nomearam responsáveis para realizar visitas de fiscalização, buscando também incorporar, no ensino, “silêncio, postura correta e ocupação constante com trabalhos exclusivos do programa de ensino” (AZEVEDO; STAMATTO, 2012, p. 93). Nesse sentido, por exemplo, as professoras do Grupo escolar de Juiz de Fora recebiam a indicação de que deveriam “[...] f) conservar os alunos sempre ocupados [...]” (YAZBECK, 2007, p. 34), reforçando a importância de controle aos estudantes.

Tais aspectos iam a favor de um país que almejava alavancar seu *status* de desenvolvimento e que estava passando por processos de industrialização. Reforçando que o serviço de inspeção não buscava o controle apenas sobre o estudante, observamos que

> O Estado estipularia os programas [...], os métodos a serem utilizados, os horários das disciplinas, os livros, os prazos e número de matrículas. Assim, o professor estaria submetido a uma nova dinâmica exigida pelo cumprimento de um programa pré-estabelecido e em um prazo pré-determinado (YAZBECK, 2007, p. 5).

Com isso, o serviço de inspeção assumia, igualmente, a função de controle do corpo administrativo e docente do ensino primário, visando sempre aos ideais republicanos, à qualidade do ensino e à formação do cidadão civilizado/patriota. Assim,

> Fica evidente o duplo movimento da atuação da inspetoria técnica do ensino: modelar as práticas escolares de modo que os mestres se tornem professores competentes e relatar as mudanças realizadas na prática escolar numa tríplice dimensão; os defeitos encontrados, as inciativas de modificação do ensino e os resultados conseguidos nesse propósito (ISOBE, 2012, p. 75).

Uma das formas de controle sobre os professores e do ensino é a instituição da figura do diretor, uma vez que nas Escolas Isoladas este profissional era “muito pouco fiscalizado pelo poder provincial” (DALLABRIDA, 2014, p. 107), de modo que no Grupo Escolar estrutura um sistema de fiscalização interna.

> O diretor contitui-se numa pela fundamental da nova engrenagem do grupo escolar, que representava a autoridade do governo na unidade escolar e geralmente trabalhava em consonância com as autoridades externas, como os inspetores, o diretor-geral da instrução pública e o governador do Estado (DALLABRIDA, 2014, p. 107).

Além disso, aulas eram realizadas por inspetores, diretores das escolas ou pelos próprios reformadores, como foi o caso de Santa Catarina. Esta atividade tinha o propósito de garantir que os professores tivessem conhecimento das novas perspectivas metodológicas/pedagógicas que deveriam ser utilizadas. Possivelmente essa prática era voltada aos professores já formados e atuantes no sistema escolar considerado falho. Isso fez com que os relatórios de inspeção também se voltassem aos materiais de ensino, apontando alguns livros didáticos/manuais pedagógicos “como os grandes ‘vilões’ dos processos intuitivos, pois seu uso favorecia os métodos mnemônicos e decorativos, severamente criticados pelos inspetores, mas profusamente usados pela maioria dos professores" (ISOBE, 2012, p. 86).

O método de ensino baseado na decoração era muito difundido até então, principalmente em Escolas Isoladas, e, portanto, deveria ser superado, dando lugar ao ensino baseado nos processos intuitivos. Com isso, a instituição de novos livros didáticos era também uma forma de moldar o ensino para atender às perspectivas almejadas, de modo que estados como Santa Catarina e São Paulo indicam obras a serem utilizadas na instrução primária.

3.1.4 A continuidade do ensino e a formação de professores

Os reformadores de alguns estados, após a criação dos primeiros Grupos Escolares, ressaltaram a lacuna existente na educação ofertada entre o ensino primário, ou primário elementar, e o secundário. Disso, com a implementação dos grupos é instituído um novo grau de instrução, o ensino complementar, que assume a perspectiva, como se observa em diversos estados, de uma ponte entre o ensino primário e o secundário/normal (CORBAGE, 2020) ao mesmo tempo em que as instituições responsáveis funcionavam anexas aos Grupos Escolares.

Em São Paulo, a instituição buscou "preencher a lacuna que existia entre o ensino primário elementar e os cursos secundários [...]" de modo que "era preciso que entre o ensino primário, imperfeito sob todos os pontos de vista, e o ensino secundário houvesse um grau intermediário [...]" (ANAIS DA 26ª SESSÃO ORDINÁRIA, 1893, *apud* CORBAGE, 2020, p. 14). Assim, no estado paulista as Escolas Complementares tinham como objetivo "ministrar o ensino das primeiras letras, mas formando um curso destinado a aperfeiçoar os conhecimentos elementares adquiridos nas escolas do ensino primário, pois a finalidade era preparar alunos para continuarem os estudos **[no ensino secundário]**" (SOUZA, 2010, p. 133). Algo semelhante ocorre no Rio Grande do Sul, com o decreto n. 1479, de maio de 1909, indicando que o ensino complementar tinha como objetivo "desenvolver o ensino elementar e preparar candidatos ao magisterio publico primario" (RIO GRANDE DO SUL, 1909, p. 1). Já no Mato Grosso, o decreto n. 68, de 20 de junho de 1896, indica que a Escola Complementar faria parte do ensino primário, assumindo caráter propedêutico, uma vez que sua conclusão garantia acesso ao Liceu Cuiabano (MATO GROSSO, 1896).

Nessa perspectiva, em diversos locais, a Escola Complementar buscou então comple(men)tar a formação que, até então, era oferecida no país. O estado de São Paulo assume o papel de precursor nas discussões acerca do ensino complementar no âmbito brasileiro e estipula, em 1892, que o acesso a este grau de ensino se daria através da conclusão do curso ofertado nos Grupos Escolares, denominado, no estado, de elementar. Deste modo, com base na legislação e em Teixeira Junior (2005), em São Paulo o candidato à Escola Complementar deveria ter em torno 12 e 13 anos e estar habilitado no curso elementar, ou seja, terminar o ensino proferido pelo Grupo Escolar. Estas perspectivas reforçam que não deveria haver uma lacuna na trajetória formativa do estudante, de modo a estabelecer um "percurso de formação, passando pela escola complementar anexa, até chegarem ao curso normal propriamente dito; potencializando, deste modo, a qualidade da formação oferecida nessas instituições" (TEIXEIRA JUNIOR, 2005, p. 24).

Corbage (2020) também destaca que para que fosse possível implementar a Escola Complementar através do estado de São Paulo, seria necessário propor uma instituição menos grandiosa do que se gostaria, uma vez que não haveria recurso público para que a escola fosse espalhada pelo estado. Com isso, a lei n. 169, de 07 de agosto de 1893, reduz o quadro de funcionários da instituição, justificando, assim, a presença de apenas oito professores no ensino complementar de São Paulo.

> A lei nº 34, de 3 de setembro de 1895, altera novamente a estrutura das escolas complementares. Esta lei dividia o curso em quatro anos e o curso seria confiado a quatro professores, um para cada ano. O corpo docente ficou constituído de oito professores, isto é, quatro professores e quatro professoras, considerando a separação entre alunas e alunos (CORBAGE, 2020, p. 16)

Esta organização destaca que o ensino complementar paulista mantinha uma estruturação em que um professor ensinava todas as matérias da turma sob sua responsabilidade, de modo que não havia, por exemplo, um professor apenas para o ensino de Álgebra. Isso é observado na Escola Complementar de Campinas, uma vez que, segundo Teixeira Junior (2005, p. 56), o professor(a) era responsável "todo o conteúdo das disciplinas previstas para o ano ou série na qual se achavam vinculados".

Para além da lacuna existente entre o ensino primário e secundário, a formação de professores, de acordo com Corbage (2020), se torna um segundo problema para São Paulo, uma vez que a educação carecia de docentes e a criação e instalação dos Grupos Escolares e das Escolas Complementares, através do estado, levaria a uma demanda ainda maior desses profissionais. Alexandre (2007, p. 37) destaca que um deputado, envolvido no movimento de reforma do ensino paulista, em 1892, teria apontado que a média de 30 professores formados anualmente pela Escola Normal "levaria mais de sessenta anos para atender as necessidades do Estado". Para além disso, Nóbrega (2005) destaca, a partir de dissertações sobre a História da educação em Santa Catarina, que muitos dos egressos das Escolas Normais não chegavam a atuar como professores, de modo que, para diversos membros da classe alta, o ensino normal se constituía apenas como um “ornamento da cultura”. Com isso, “A solução encontrada pelo governo para suprir a falta de professores foi converter as Escolas Complementares em institutos pedagógicos para a formação de professores” primários, de modo que essas instituições “passam a ser a solução mais barata para que a formação de professores atinja o interior do Estado de São Paulo” (CORBAGE, 2020, p. 15). Tal realidade também era vivenciada em outros estados brasileiros e, assim, o ensino complementar assume a perspectiva de formar, também, o estudante para exercer a função de professor, o que pode ser observado em diversas unidades federativas. Assim, de acordo com Corbage (2020, p. 18),

> Com o mesmo objetivo de preparar para a escola normal, o curso complementar foi introduzido, com dois anos de duração, no Ceará, quando da reforma ali realizada por Lourenço Filho (Decreto 474, de 2/1/1923); na Bahia, através da reforma realizada por Anísio Teixeira (Lei 1.846, de 14/8/1925); em Pernambuco, na reforma realizada por Carneiro Leão (Ato 1.239, de 27/12/1928 e Ato 238, de 8/2/1929); no Distrito Federal, na reforma realizada por Fernando de Azevedo (Decretos 3.281, de 23/1/1928, e 2.940, de 22/11/1928); em Minas Gerais, na reforma de Francisco de Campos e Mário Casassanta (Decreto 7.970-A, de 15/10/1927) [...]. Em Goiás, a primeira escola complementar como preparatória para a normal seria criada em 1929.

Em São Paulo, segundo Basei (2020), a lei n. 374, de 03 de setembro de 1895, institucionaliza que a função do ensino complementar implementado em 1892 passe a ser, para além de comple(men)tar a formação primária, a de formação de professores. A lei ainda indica que seria necessário que egressos dessa instituição realizassem um ano de prática em alguma escola-modelo[48] para terem as mesmas vantagens dos formados pelo curso normal, apontando, assim, uma quase equiparação do ensino complementar com este último. A autora ainda destaca que a lei desvirtua a finalidade desse ensino ao estruturar uma dupla formação de professores ao “[...] preparar professores para as escolas primárias: um, com caráter normalista, destinado especificamente a esse fim; e o outro, de caráter complementarista, com conteúdo exclusivamente cultural” (BASEI, 2020, p. 83). Havia, contudo, uma diferença entre os dois e que se observa em alguns estados: o fato de que o professor que atuava no ensino complementar ter, preferencialmente, o ensino normal completo (TEIXEIRA JUNIOR, 2005).

No Paraná temos uma perspectiva distinta para o ensino complementar, uma vez que “o alumno approvado no curso elementar, em exame final terá direito á matricula no primeiro anno da Escola Normal, ou no primeiro anno de qualquer escola complementar” (PARANÁ, 1909, p. 141). Com isso, a Escola Complementar paranaense assume um outro viés, constituindo-se como uma formação paralela ao ensino normal e não mais de preparação para este ou na busca para preencher uma lacuna no percurso formativo do estudante.

---

[48] A depender do período histórico, a prática poderia ser realizada em outras instituições, como os Grupos Escolares.

Alguns anos depois, um relatório apresentado pelo secretário de “Negocios do Interior, Justiça e lnstrucção Publica” do Paraná, ao fim de 1913, aponta a dificuldade em haver professores normalistas em escolas fora de Curitiba, uma vez que a maioria de seus estudantes era da cidade. Esse teria sido o motivo para a instituição das Escolas Complementares visando à formação de professores, aos moldes de São Paulo (PARANÁ, 1914). A opção pela criação de Escolas Complementares e não Escolas Normais segue, possivelmente, na mesma direção do estado paulista (TEIXEIRA JUNIOR, 2005; HONORATO, 2011), ou seja, a primeira instituição seria a maneira mais econômica de formar professores através do estado paranaense, sanando o problema da falta de professores fora da capital.

Como já citado, a formação de professores, oferecida pela Escola Complementar paulista, estaria vinculada à prática, e que esta não seria obrigatória (TEIXEIRA JUNIOR, 2005; HONORATO, 2011). Essa instituição se torna a possibilidade de formação de professores, mas não se caracterizaria, necessariamente, como uma instituição para a instrução desses profissionais. O decreto n. 400, de 06 de Novembro de 1896, que determinava o regimento das Escolas Complementares de São Paulo, estabelecia que esse ensino teria como objetivo “completar o ensino primario de modo a facilitar a formação de professores preliminares mediante a necessaria pratica didactica nas escholas modelo do Estado” (SÃO PAULO, 1896, p. 1). Todavia, o programa de ensino não previa a presença de estudos teóricos acerca da pedagogia/metodologia[49], o que distanciava tal perspectiva da formação ofertada pela Escola Normal e que veio a se tornar um problema apontado em relação à instrução profissional oferecida (TEIXEIRA JUNIOR, 2005; ALEXANDRE, 2007; HONORATO, 2011).

Esse se torna um dos principais pontos de críticas à formação de professores oferecida pelo ensino complementar, uma vez que ia contra o viés de formação de professores da época, que deveria se estabelecer sobre estudos acerca da pedagogia e psicologia. No entanto,

> Mesmo havendo várias justificativas e críticas acerca da Escola Complementar como formadora de professores, ela foi uma realidade. Realidade essa que chegou ao interior do Estado [São Paulo] e ali se estabeleceu como agente transformadora – [...] – de uma sociedade em processo de urbanização e que procurava, através da escolarização, uma colocação profissional (CORBAGE, 2020, p. 18).

---

[49] É somente com a transformação da instituição paulista em Escola Normal Primaria, em 1911, que se observa a constituição de um ensino de pedagogia nesse modelo de formação de professores (HONORATO, 2011). O mesmo se observa em Santa Catarina, em 1935. Todavia, a Escola Complementar do estado do Rio Grande do Sul já continha em seu programa o ensino de Pedagogia em 1909 e 1929 (RIO GRANDE DO SUL, 1909; 1929), estando ausente apenas em 1899 (RIO GRANDE DO SUL, 1899).

Contudo, devemos ressaltar que a formação de professores não descaracteriza a função do ensino complementar em preencher a lacuna existente entre a formação primária e o secundário/normal. De acordo com Teixeira Junior (2005), a busca pela Escola Normal se dava, em uma maioria de casos, pela possibilidade da continuação da instrução, algo que ganha destaque pela pequena quantidade de vagas nessas instituições de ensino, de modo que a Escola Complementar se tornava mais uma alternativa nesse sentido.

3.1.5 O caso de Santa Catarina

A inovação do ensino primário determinada pelos Grupos Escolares no estado de São Paulo, no início do período republicano, se espalhou pelo âmbito brasileiro no início do século XX (TEIVE; DALLABRIDA, 2011), de modo que

> Durante o Governo Vidal Ramos (1910-1914), realizou-se uma reestruturação significativa na instrução pública do Estado de Santa Catarina, chefiada pelo professor Orestes de Oliveira Guimarães[50]. Ela reformou a Escola Normal Catarinense, e as escolas isoladas, implantou as escolas reunidas, as complementares e os primeiros grupos escolares, além de redesenhar profundamente a Diretoria Geral da Instrução Pública. Devido à atuação incisiva do seu idealizador e executor, essa transformação na instrução pública é chamada, pela Historiografia da Educação Catarinense, de "Reforma Orestes Guimarães" (TEIVE; DALLABRIDA, 2011, p. 15).

De acordo com Teive e Dallabrida (2011), a reforma Orestes Guimarães teve início pela Escola Normal, já que esta era a única a formar professores(as) no estado. Acreditava-se que "a reforma da instrução pública catarinense deveria ter como base o investimento na formação dos/as professores/as primários sob um novo expediente: o método de ensino intuitivo, considerado o símbolo da modernidade pedagógica" (TEIVE, 2008, p. 73). Deste modo, visando à melhoria na educação local, a reestruturação do ensino deveria iniciar pela formação de "professores modernos e patrióticos" (TEIVE; DALLABRIDA, 2011, p. 15).

A reforma, com a contratação de Orestes Guimarães, teve como modelo o estado de São Paulo, segundo a qual

> [...] estimava-se que o emprego de métodos inovadores viesse solucionar problemas da educação catarinense. No referido plano de mudanças, a reforma preconizou tanto mudanças estruturais, de organização dos estabelecimentos de ensino, como também as práticas pedagógicas, ou seja, quanto aos métodos de ensino, materiais didáticos, tempos escolares e aspectos curriculares (LIMAS, 2016, p. 85).

[50] "Paulista de Taubaté, Orestes Guimarães nasceu em 27 de fevereiro de 1871. Ingressou na Escola Normal de São Paulo em 1887, aos dezesseis anos, concluindo-a no ano de 1889; fez parte, portanto, da primeira geração de normalistas republicanos, a qual, ao longo da Primeira República, alcançou grande prestígio e autoridade intelectual" (TEIVE, 2008, p. 75). Ele foi professor de Grupos Escolares paulistas e diretor, na mesma instituição, em regiões povoadas por imigrantes italianos. De acordo com Teive e Dallabrida (2011), foi o reconhecimento por sua atuação na região de Joinville, entre 1906 e 1909, lhe rendeu o convite para atuar na reforma do ensino público catarinense na segunda década do século XX. Durante sua atuação, o professor Orestes Guimarães teria ficado responsável por organizar e direcionar todos os aspectos da educação pública de Santa Catarina (TEIVE; DALLABRIDA, 2011).

A partir disso o movimento de reestruturação da educação catarinense também se debruçou sobre o ensino primário, levando à implantação dos primeiros Grupos Escolares

> No ano de 1911 foram criadas a legislação dessa forma escolar, como o regimento interno e os programas de ensino, a instituição oficial dessas escolas e foi inaugurado o primeiro grupo escolar em Joinville no dia 15 de novembro. No ano seguinte foram criados grupos escolares em Laguna e Florianópolis e, em 1913, em Lages, Florianópolis (segundo grupo escolar), Itajaí e Blumenau. Os primeiros grupos escolares foram implantados nas principais cidades catarinenses no início do século XX, passando a integrar bairros urbanos, que passavam por um processo de modernização impulsionado pelo avanço do capitalismo e pela consolidação do regime republicano (TEIVE; DALLABRIDA, 2011, p. 17).

O fato de Joinville ter o primeiro Grupo Escolar criado no estado de Santa Catarina não estaria atrelado ao acaso, uma vez que

> O pioneirismo de Joinville – cidade industrial – na implantação dos grupos escolares catarinenses deveu-se em boa medida pelo fato de que o professor Orestes Guimarães, que tomou a frente da reestruturação da educação catarinense na segunda década do século XX, havia liderado a reforma do Colégio Municipal de Joinville entre 1906 e 1909. Nesse período, [...] transformou a escola primária, organizada em classes separadas e assimétricas de 'alemães' e 'brasileiros', implantando a seriação de quatro anos, dividida por gêneros, nos moldes dos grupos escolares paulistas" (TEIVE; DALLABRIDA, 2011, p. 24).

Desse modo, no início da década de 1910, a escola de Joinville já atendia às diversas demandas do ensino que se pretendia nos Grupos Escolares, fazendo com que sua transformação no primeiro Grupo Escolar do estado fosse uma repercussão lógica.

Em Santa Catarina, assim como em outros estados, os Grupos Escolares ganham destaque por serem considerados sinônimos de modernidade e por ofertarem o que melhor havia de ensino na época, o que poderia ser constatado uma vez que membros da elite política/administrativa estadual terem passado por estas instituições (SANTOS, 2014). Santos (2014) também ressalta a forte presença do controle e da formação republicana dos estudantes na instituição, que era reforçada, por exemplo, por horários rígidos; pelo destaque aos bons e maus estudantes; ou ainda pela ênfase dada às perspectivas republicanas que se enalteciam no canto do hino e nas comemorações de dias festivos, que contavam com a participação da comunidade escolar e de autoridades. Tais características remontam o que observamos, anteriormente, acerca destas instituições, realçando que os Grupos Escolares catarinenses seguiram alinhados ao modelo nacional da educação republicana.

Em documento em que apresenta as características do seu governo, no quatriênio de 1910 até 1914, Vidal José de Oliveira Ramos (1914) aponta que buscou melhorar o reconhecimento da educação do estado. O então governador acreditava que a instrução pública catarinense vinha, do governo anterior, "enterreirado no âmbito estreito de velhos moldes e circunscripto á formula carunchada e gasta do ler, escrever e contar", contrastando "com as nitidas exigencias da democracia, que tem sua base e seus esteios na comprehensão, por parte do cidadão, dos seus primordiaes deveres e essenciaes direitos", além de não conseguir cumprir com seu objetivo, que seria o "desenvolvendo harmonicamente as faculdades physicas, intellectuaes e moraes" (RAMOS, 1914, p. 134-135). Nesse sentido,

> A opinião publica já se havia capacitado de que a instrucção primaria nesta unidade da Federação, ao envez de 'fazer do individuo um instrumento de felicidade para si proprio e para os outros', matava todas as iniciativas, mal haviam despontado, sacrificava todos os esforços, reduzindo a creança a um automato que opera sem saber porque e que funcciona sem saber como.
> [...] Esse facto bastava por si só a justificar a necessidade de uma radical reforma do nosso apparelho escolar, de modo a harmonizal-o com as exigencias crescentes da vida social contemporanea e com os incontroversos ensinamentos da pedagogia moderna (RAMOS, 1914, p. 135).

Vidal Ramos ainda aponta que, entre 1907 e 1910, uma média de apenas três estudantes "terminavam o curso"[51], o que evidenciaria um "analphabetismo pungente em que se anniquilavam as gerações de amanhã" (RAMOS, 1914, p. 136). O analfabetismo vivenciado no estado nesse período, também se daria, em parte, aos mesmos fatos que ocorreram em Joinville no período em que Orestes Guimarães atuou na cidade. O alto índice de imigrantes e filhos de imigrantes no estado catarinense aumentava o número de cidadãos que não falavam a língua portuguesa. Isso iria na contramão de um país que buscava estabelecer no povo ideias republicanas, de civilidade e cultura brasileiras. Orestes Guimarães, que já havia reformado a educação de Joinville na busca por confrontar este problema, torna-se então a figura que deveria empenhar o mesmo movimento em todo o estado de Santa Catarina.

Tais perspectivas levaram Vidal Ramos, assim que assumiu o governo de Santa Catarina, a solicitar ao estado de São Paulo,

> [...] o Estado que é a melhor escola dos grandes emprehendimentos e das maiores transformações que a civilização tem operado em terras brazileiras, a vinda do professor Orestes Guimarães, para me auxiliar na obra democratica da reorganização do ensino primario catharinense (RAMOS, 1914, p. 136).

Este seria o primeiro indício de que o estado catarinense buscou, até certo ponto, se espelhar em São Paulo, de modo a se apropriar não só de suas perspectivas, mas também, em seu corpo de professores republicanos. Nesse sentido, Teive e Dallabrida (2011) e Teive (2014a) apontam que houve, no início do século XX, um movimento de indicação de professores egressos da Escola Normal de São Paulo, com experiência docente/de gestão em Grupos Escolares paulistas, para atuar em reformas da educação primária de outros estados.

---

[51] O governador não indica a qual curso se refere.

> A implantação dos Grupos Escolares em Santa Catarina acontecia com a indicação de professores formados, homens entendidos em administração escolar e dispondo de orientação pedagógica. E, ainda precisavam ter muita energia e iniciativa para cumprirem as suas missões, que eram efetivadas de dois modos: por meio de viagens de estudos ao Estado de São Paulo de educadores e ou políticos (LIMAS, 2016, p. 66).

Este foi o caso de Santa Catarina, que não só contratou o paulista Orestes Guimarães para reformar o ensino do estado, como também, por indicação de Orestes, nomeou como diretores de alguns dos primeiros grupos escolares no estado, instalados entre 1911 e 1913, normalistas formados em São Paulo[52] (TEIVE, 2014b), o que denota a relevância paulista para o estado de Santa Catarina. Um destes diretores foi João dos Santos Areão, no Grupo Escolar Jerônimo Coelho, em Laguna. O professor Areão, em um documento em que registra sua trajetória na educação, aponta que havia uma tese "defendida pela pedagogia moderna de que o professor deveria aprender a ensinar na prática, através da observação do trabalho desenvolvido por experientes e bons professores" (TEIVE, 2014a, p. 37). Essa perspectiva ressalta, mais uma vez, ideias semelhantes às estabelecidas em São Paulo, em que a aprendizagem de saberes pedagógicos na Escola Complementar se daria pela prática, bem como pode indicar que este viés tenha sido implementado no âmbito catarinense, haja vista que o professor Areão foi um dos primeiros diretores de Grupos Escolares no estado.

> A formação de professores era considerada por ele [João dos Santos Areão], por Orestes Guimarães e pelos chamados pedagogistas modernos como uma questão eminentemente didática e, tal como o aprendizado de um ofício, o aprendiz de professor/a deveria aprender através da imitação de bons modelos. Ele próprio, na função de diretor, tal como seus colegas paulistas [...], deveriam, além das questões administrativas, demonstrar aos seus professores, através de aulas-modelo, a prática do método de ensino intuitivo e das lições de coisas, carros-chefe da pedagogia moderna que Orestes pretendia disseminar em Santa Catarina (TEIVE, 2014a, p. 37).

De modo semelhante, a inspiração dos programas de ensino dos Grupos Escolares catarinenses no modelo paulista é um fator destacado por Santos (2014)[53]. Assim, a disseminação do ideário paulista e a sua devida apropriação, condicionada às realidades locais, é realizada por professores daquele estado

> [...] que atuaram como reformadores de sistemas estaduais de ensino, levaram para diferentes estados as novas ideias pedagógicas, bem como planos para a construção dos grupos escolares, folhetos com modelos de mobílias, laboratórios e museus

---

[52] Os paulistas eram: Arlindo Lopes Chagas; Antonio Reimão Hellsmeister; Bráulio Soares Ferraz; Henrique Gaspar Midon; Pedro Nolasco Vieira; Pssidônio Salles; Gustavo Dia Assumpção (TEIVE, 2014b).

[53] Cabe ressaltar que os programas dos Grupos Escolares catarinenses, segundo Santos (2014), não apresentam o ensino de Álgebra nos primeiros anos escolares. Contudo, em parte dos programas se observa o ensino de razões e proporções e regra de três. Estes conteúdos, como veremos mais adiante, fizeram parte do ensino de Álgebra na Escola Complementar de alguns estados.

> escolares, catálogos de livros a serem adotados e, sobretudo, prospectos com toda a sorte de materiais didáticos (TEIVE; DALLABRIDA, 2011, p. 22).

Assim como no resto do país, é observado em Santa Catarina o viés republicano de que as instituições de ensino primário deveriam adotar arquitetura grandiosa. O Grupo Escolar Lauro Muller, segundo criado no estado de Santa Catarina e primeiro na cidade de Florianópolis, ressalta a perspectiva a partir de uma construção de arquitetura moderna e que carregaria uma imagem da modernidade catarinense (SILVA, 2013). O grupo possuía móveis modernos e utensílios escolares, de modo que “Por essas e outras razões postula-se que esse Grupo talvez seja uma das instituições escolares fundadas no início do século 20, no Estado, que mais representa a força política instaurada para a divulgação de um ideal de escola, de povo brasileiro e de nação” (SILVA, 2013, p. 180).

As reformas pretendidas pelo governo de Vidal Ramos têm início com a lei n. 846, de 11 de outubro de 1910, que reforma o ensino público no estado. A lei aponta que o ensino ocorreria nos estabelecimentos: Escolas ambulantes; Escolas isoladas; Grupos escolares; Escola Normal, não indicando a presença das Escolas Complementares. Contudo, como essas últimas viriam a ser anexas aos Grupos Escolares, podem não ter sido consideradas, propriamente dizendo, como estabelecimentos de ensino. A lei ainda autoriza a reorganização do ensino público “de accordo com os modernos processos pedagogicos” (SANTA CATARINA, 1910, p. 6) e manda “construir nesta capital, e onde for mais conveniente, edifícios para grupos escolares” (SANTA CATARINA, 1910, p. 7). Entretanto, esse foi apenas o pontapé inicial da reestruturação da instrução pública catarinense do início do século XX:

> Organizado e meditado, em todos os seus múltiplos e complexos aspectos, o plano de reorganização a ser executado, pesadas as condições financeiras do Estado, cuja renda diminuta levanta obstaculos de toda ordem, foram sendo successivamente baixados diversos decretos que alteram profundamente o ensino publico, desenredando o do emmaranhado cipoal em que o haviam mettido velhos e condemnados canones de desusada pedagogia (RAMOS, 1914, p. 136).

O fator financeiro, que levou São Paulo a abandonar ideais mais grandiosos para a instrução pública, também foi determinante em Santa Catarina. Nesse sentido, a instituição dos Grupos Escolares em Santa Catarina leva, em 1911, à criação das Escolas Complementares no estado, através do decreto n. 604, de 11 de julho de 1911, que seriam anexas a Grupos Escolares existentes[54]. Com base no decreto (SANTA CATARINA, 1911a), em Ramos (1914), Limas (2016) e Limas e Costa (2016), a perspectiva catarinense em adotar estas escolas estaria atrelada a alguns fatores: formação de professores para que se cumprisse a reforma na instrução pública,

[54] É importante ressaltar que, contudo, nem todo Grupo Escolar possuiu uma Escola Complementar anexa.

decretada pela lei n. 846, de 11 de outubro de 1910; diminuir as dificuldades na transição do estudante do Grupo Escolar para a Escola Normal, desenvolvendo um ensino intermediário; ofertar uma formação de professores descentralizada, para que estes atuassem no interior do estado[55]. Nesse sentido o decreto 604, de 11 de julho de 1911, que aprova o regulamento do ensino complementar, estabelece em seu primeiro artigo que "As escolas complementares são estabelecimentos destinados a facilitar a habilitação de candidatos ao professorado e, bem assim, a desenvolver o ensino dos alunos que tenham terminado o curso dos grupos escolares" (SANTA CATARINA, 1911a, p. 5). Em parte de um relatório do estado, Orestes Guimarães aponta ainda que essas escolas não se constituiriam como estabelecimentos de ensino profissional e que "O escopo fundamental é completar o ensino preliminar iniciado nos grupos escolares, de modo a elevar o nivel do ensino publico pelo interior do estado" (SANTA CATARINA, 1914a, p. 165), mas que também visariam à formação de professores tão necessários para o ensino primário do estado.

De modo semelhante ao estado paulista, Santa Catarina também adota a formação de professores no modelo das Escolas Complementares devido às restrições econômicas. Nesse sentido, as "pesadas condições financeiras do Estado", como destacou Vidal Ramos (1914), e o fato de que as matérias da Escola Complementar serem ministradas por quatro professores, incluindo o diretor (RAMOS, 1914; SANTA CATARINA, 1911a), ressaltam uma perspectiva semelhante à de São Paulo, de uma instituição que talvez tivesse um corpo de funcionários "enxugado", de modo que a formação de professores exigisse menos do erário estadual, facilitando sua disseminação pelo estado.

Com isso o novo sistema de educação introduz dois caminhos de formação

> [...] o curso complementar, espécie de primário superior, propedêutico à escola normal, de duração, conteúdo e regime de ensino interiores ao secundário, e este último, de caráter elitizante, objeto de procura dos que se destinavam ao ensino superior. A criação do curso complementar estabelecia um elo [...] entre a escola primária e a normal e o ingresso na última passava a exigir maiores requisitos de formação (TANURI, 2000, p. 70).

Assim, a implementação da Escola Complementar no âmbito catarinense se dá pela percepção de uma lacuna entre o ensino primário e o ensino normal/secundário, além da dificuldade em formar professores para a região central e oeste do estado catarinense, uma vez

---

[55] A formação descentralizada também iria a favor de questões econômicas do povo, uma vez que as famílias de regiões afastadas da capital tinham dificuldade em enviar e manter seus filhos na capital catarinense para realizar o curso normal. Como veremos em seguida, a conclusão do ensino complementar garantia acesso ao terceiro ano da Escola Normal, o que tornaria mais fácil a conclusão do curso normal pelos complementaristas.

que a Escola Normal existia na capital litorânea. Vidal Ramos (1914) reforça isso ao dizer que essas instituições não eram "propriamente estabelecimento de ensino profissional. O seu escópo é completar o ensino iniciado nos grupos" (p. 154). Orestes Guimarães teria dito que

> As Escolas Complementares, com a disciplina interna semelhante a dos grupos escolares, têm por fim desenvolver gradativamente o ensino dado naqueles estabelecimentos.
> É um complemento indispensavel para o levantamento da instrucção popular, e sua diffusão e localização pelos diversos centros do interior do Estado é uma obra de meritória (RAMOS, 1914, p. 154)

A respeito dessas escolas e da lacuna na instrução pública, entre primário e secundário, Orestes Guimarães também havia dito, segundo Vidal Ramos (1912, p. 46), que

> Geralmente, aos doze ou treze annos, as crianças terminam o curso dos grupos, donde saem, sem que possam desenvolver ou mesmo firmar os conhecimentos recebidos. Então é occasião de se matricularem nas Escolas Complementares, cujo curso, de tres annos, se compõe das materias dos dois primeiros annos da Escola Normal[56].

Desse modo, podemos perceber que esta proposta de ensino visava a uma formação de três anos posterior à ofertada no Grupo Escolar e que o egresso tivesse acesso simplificado ao ensino normal. É importante ressaltar que a Escola Normal, com a Reforma de Orestes Guimarães, passaria a ofertar "uma cultura científica elementar relacionada ao domínio de conhecimentos das ciências e das suas aplicações diretamente utilitárias" (TEIVE; DALLABRIDA, 2011, p. 16). Como parte do programa da Escola Normal iria compor o ensino complementar, podemos supor, inicialmente, que esse último também carregaria aspectos de um ensino baseado na "cultura científica elementar" e em "aplicações utilitárias".

Ainda devemos observar que o estudante somente teria direito à matrícula no 1º ano das escolas complementares caso exibisse "certificado de habilitação final nos grupos escolares. Na falta desse certificado, a matrícula ficará dependente de um exame de habilitação" (LIMAS; COSTA, 2016, p. 66). O decreto n. 604 ainda aponta que o egresso teria acesso ao 3º ano do ensino normal e, na falta de normalistas, que este poderia ser nomeado para Grupo Escolar ou Escolas Isoladas. Essas perspectivas se confirmam ao observar notícias, de 1913, 1916, 1918 e 1923[57], e, além disso, uma notícia de 1917[58] mostra que a conclusão do 1º ano da Escola Complementar permitiria o ingresso no 1º ano da Escola Normal, sem a necessidade de exame admissional. Do mesmo modo, diversas notícias permitem afirmar que o ensino complementar se dava, no estado de Santa Catarina, em três anos.

[56] "Em 10 de junho do ano de 1892, por meio do decreto n° 155, é criada a Escola Normal Catarinense [...]. Da data em que foi fundada [...] até o ano de 1919, o curso era realizado em três anos, mas, com o Decreto n. 1.205 (1919), passou a formar normalistas em quatro anos" (SILVA; RODRIGUES; 2017, p. 361).
[57] Publicadas, respectivamente, pelo "Commercio de Joinville", "O Estado", "O Dia" e "Tubaronense".
[58] Publicada pelo jornal "O Dia", de Florianópolis, nos ofícios apresentados nos "actos do Poder Executivo".

Um outro decreto, n. 1.448, de 23 de fevereiro de 1921, determina ainda que os estudantes que realizavam o ensino regularmente, seja no Grupo Escolar ou na Escola Complementar, teriam direito a se matricular na Escola Complementar ou na Escola Normal, respectivamente (SANTA CATARINA, 1921). Isso reforça a perspectiva de que esses três graus do ensino seriam considerados como os degraus da instrução na época.

Para além do ensino graduado, a criação das Escolas Complementares, por meio do decreto n. 604, catarinense, também abarca a instituição de um *tempo específico*, a partir de diversos elementos: as aulas ocorreriam em todos os dias úteis entre 01 de março e 31 de dezembro; os dias de aula ocorreriam entre 13h30 e 17h30; cada aula deveria ocorrer entre 30 e 40 minutos (SANTA CATARINA, 1911a, p. 8). Segundo o regulamento de 1919 (SANTA CATARINA, 1919), o prazo das aulas fica estabelecido entre 15 de fevereiro e 15 de dezembro, indicando um número de aulas semelhante ao estipulado em 1911. O documento ainda aponta que a duração das aulas não poderia ser menor que 40 minutos, o que indica três possibilidades não excludentes: ou o período escolar teria sido ampliado; as aulas deveriam ser ministradas em conjunto, como duas aulas de Álgebra em um único dia; o número de matérias teria diminuído, o que não ocorreu, pois o programa de 1919, ao retirar e adicionar matérias, acaba tendo uma a mais que o documento anterior.

A partir disso, Escolas Complementares foram instaladas no estado catarinense aos poucos, de modo que podemos observar a primeira, no Collegio do Sagrado Coração de Jesus (equiparado[59]), sendo estabelecida em 1912 e, as últimas, em 1936, devido à transformação da instituição em Escola Normal Primária. O primeiro curso do ensino complementar, oferecido pelo estado, teve início em Laguna, em 1913 (LIMAS, 2016, p. 31), levando à formação de um conjunto de 29 Escolas Complementares catarinenses, em nosso recorte temporal.

Quadro 11 – Funcionamento das Escolas Complementares catarinenses até 1936.

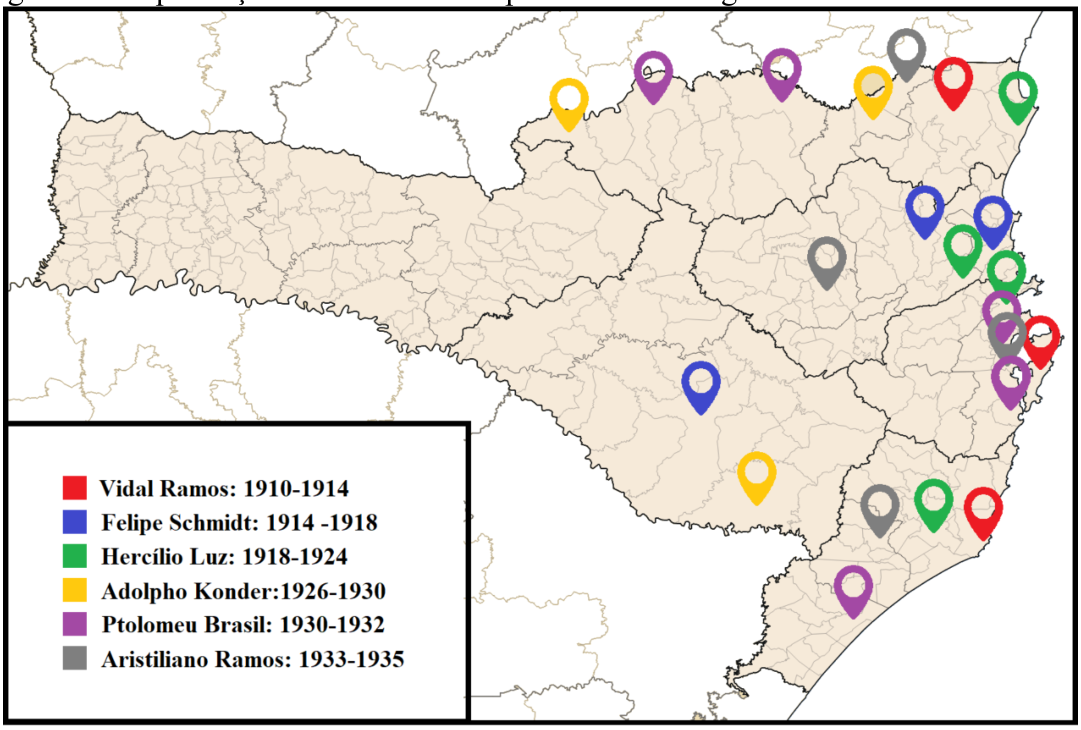
A partir do ano	Anexa ao Grupo Escolar	Cidade
1912	Collegio do Sagrado Coração de Jesus (equiparado)	Florianópolis
1913	Conselheiro Mafra	Joinville
1913	Jeronymo/Jeronimo Coelho	Laguna
1914	Vidal Ramos	Lages
1915	Victor Meirelles	Itajaí
1917	Luiz Delfino	Blumenau
1918	Lauro Muller	Florianópolis

[59] Isto garantia que as instituições pudessem ofertar o ensino complementar reconhecido pelo estado.

1920	Felippe Schmidt	São Francisco do Sul
1921	Cruz e Souza	Tijucas
1922	Hercílio Luz	Tubarão
1923	Feliciano Pires	Brusque
1928	Professor Balduíno Cardoso	Porto União
1928	Professor Orestes Guimarães	São Bento do Sul
1928	Collegio Santa Rosa (equiparado)	Lages
1929	Professor Manoel Cruz	São Joaquim
1929	Grupo Escolar Arquidiocesano São José	Florianópolis
1929	Collegio Santos Anjos (equiparado)	Porto União
1931	Professor José Brasilicio	Biguaçu
1932	Professor David Amaral	Araranguá
1932	Professora Ana Cidade	Canoinhas,
1932	Professor Luís/Luiz Neves	Mafra
1932	Professor Venceslau/Wenceslau Bueno	Palhoça
1933	Paulo Zimmermann	Rio do Sul
1934	Silveira de Souza	Florianópolis
1934	Professor Tiburcio de Freitas	Urussanga
1934	Lebon Regis	Campo Alegre
1934	Colegio Santa Familia	Blumenau
193-	Francisco Tolentino	São José
1936	José Boiteux	Florianópolis[60]

Fonte: Elaboração nossa.

Figura 3 – Implantação das Escolas Complementares nos governos de Santa Catarina[61].



Fonte: Elaborada pelo autor.

[60] Na época, a escola ficava no distrito de "João Pessôa", que fazia parte do município de São José.
[61] Registramos apenas a cor do primeiro período para as cidades que possuíram mais de uma Escola Complementar.

É possível observar, pela Figura 3, que a presença de Escolas Complementares se dá em maior parte no litoral catarinense e no centro do estado, em cidades como Lages, Porto União e São Joaquim, o que denota que o extremo oeste do estado não foi contemplado com estas instituições neste período. Ao lançarmos nosso olhar para a mensagem do governador Nereu Ramos para a assembleia legislativa do estado (SANTA CATARINA, 1936), percebemos que não há Grupos Escolares na região do extremo oeste catarinense, o que reforça a falta de Escolas Complementares nessa região. Contudo, o mesmo documento aponta que havia diversas escolas isoladas em cidades dessa região, como Chapecó e Concordia. Isso ressalta que um dos propósitos da instituição acaba não sendo totalmente cumprido, uma vez que o extremo oeste do estado não conseguiria formar seus próprios professores para as Escolas Isoladas.

O Regulamento das Escolas Complementares do Estado de Santa Catarina (SANTA CATARINA, 1911a) aponta que o programa da instituição constaria com as mesmas matérias do ensino normal, menos a de psicologia. Contudo, ao contrário de São Paulo, o Regulamento (SANTA CATARINA, 1911a) denota que as matérias do programa seriam distribuídas entre os professores de acordo com suas aptidões. Isso permitiria que um professor fosse alocado para o ensino, por exemplo, de Aritmética, Geometria e Álgebra. Além disso, o corpo docente das Escolas Complementares seria formado por normalistas, sendo os complementaristas indicados para atuar em Grupos Escolares ou Escolas Isoladas.

A abordagem de saberes pedagógicos na Escola Complementar catarinense também segue o modelo paulista. Em sua criação, observamos apenas a indicação de que "o ensino deverá ser encaminhado de modo que, juntamente com a acquisição dos conhecimentos, os alunos assimilem o methodo que mais tarde deverão empregar, quando professores" (SANTA CATARINA, 1911a, p. 13). De modo semelhante, o "Parecer sobre a adoção de obras didáticas" (GUIMARÃES, 1911) não indica o uso de obras relacionadas à metodologia e pedagogia no ensino complementar. O programa de 1919 (SANTA CATARINA. 1919) e o decreto n. 1.702, de 12 de janeiro de 1924, e o programa de 1928 (SANTA CATARINA, 1928a) não trazem indícios de que houvesse qualquer abordagem de saberes da docência no ensino complementar. O decreto n. 2.186 (SANTA CATARINA, 1928b), de 21 de julho de 1928, que indica as obras adotadas nos diversos ramos do ensino catarinense, reforça que no último programa não havia, na listagem, livros voltados ao ensino de saberes atrelados à Didática, Pedagogia ou Psicologia.

De acordo com Limas (2016), a estrutura do ensino complementar catarinense, que teve como precursor Orestes Guimarães, que veio a falecer em 30 de dezembro de 1931, foi mantida até 1935. Nesse ano, o governo de Nereu Ramos inicia uma nova reforma:

> Luiz Bezerra da Trindade, Diretor da Instrução Pública do Estado de Santa Catarina, realiza reforma no ensino deste Estado, mediante o Decreto 713, de 08 de janeiro daquele ano. De acordo com essa reforma – que ficou conhecida como Reforma Trindade[62] [...] as Escolas Normais Catarinenses são transformadas em Institutos de Educação, tendo por objetivo [...] 'a formação de técnicos para o magistério em suas diferentes modalidades'. Cabe salientar que se percebem, nessa reforma, influências daquela empreendida por Lourenço Filho em 1931, na Escola Normal de São Paulo, quando a então Escola Normal [...] foi transformada em Instituto Pedagógico. É possível ainda identificar [...] alguns traços semelhantes da reforma realizada no Rio de Janeiro por Fernando de Azevedo em 1928 (SILVA, 2005, p. 40).

A reforma Trindade substituiu a Escola Complementar pela Escola Normal Primaria[63], que iria compor, em conjunto com Escola Normal Secundária e Superior Vocacional, o Instituto de Educação de Florianópolis. A esse respeito, Silva (2005, p. 41) aponta que a Escola Normal Primaria tinha duração de três anos e era voltada para a formação de professores para a zona rural; a Escola Normal Secundária também tinha extensão de três anos e propunha um "sólido preparo aos que pretendiam dedicar-se ao magistério"; por fim a formação, na Escola Normal Superior Vocacional, durava dois anos e "Destinava-se ao preparo exclusivo de professores para diversas modalidades de ensino". A reforma de 1935 teve como intuito

> [...] reorganizar o ensino no Estado de acordo com as discussões operacionalizadas em âmbito nacional. A partir dela, criava-se o Departamento de Educação, subordinado à Secretaria dos Negócios, Interior e Justiça, e operava-se a transformação das Escolas Normais em Institutos de Educação, introduzindo nos seus currículos as chamadas 'Ciências Fontes da Educação' (Sociologia, Psicologia, Biologia, Filosofia e História) (MARASSI, 2014, p. 127-128).

Segundo Teive (2014b), ao ocupar o cargo de diretor do Departamento de educação, Luiz Trindade desenvolveu a reforma, com o auxílio de João dos Santos Areão e Elpídio Barbosa, sendo esta inspirada na reestruturação desenvolvida por Fernando de Azevedo no Distrito Federal, em 1928. É somente com esta transformação em Escola Normal Primaria que a antiga Escola Complementar apresenta uma matéria voltada para ao ensino, intitulada "Noções de Pedagogia e Psicologia", ofertada no terceiro ano da nova instituição (SANTA CATARINA, 1935). Silva (2005, p. 42) também reforça a perspectiva de que a reforma almejava "uma formação docente baseada nos pressupostos científicos que dariam base aos

---

[62] No ano de 1935 "ocorreu uma nova reorganização educacional no Estado, denominada Reforma Trindade, em que o professor [...] Trindade, chefe da Diretoria de Instrução Pública, procurou reformular o sistema administrativo de ensino, apoiando-se nas reformas operadas no Distrito Federal" (LIMAS, 2016, p. 68).

[63] Segundo a mensagem do governador Nereu Ramos, apresentada á Assembleia Legislativa de Santa Catarina, em 16 de julho de 1936, os três anos do curso compreendiam o programa dos dois primeiros anos do Colégio Pedro II. Diponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/133270. Acesso em 03 jul. 2021.

professores para justificarem suas práticas”, ressaltando, assim, que isso não foi completamente alcançado com a instituição dos Grupos Escolares e a disseminação do método intuitivo no estado. Além disso, essa reforma realça ainda que o movimento de nacionalização, em meio à instituição da República, não foi completamente alcançado, uma vez que novas iniciativas foram propostas buscando esse mesmo objetivo (MARASSI, 2014; UNGLAUB, 2014).

Como esta pesquisa teve como foco uma investigação acerca do ensino de Álgebra na Escola Complementar catarinense, fica estebelecido o ano de 1935 como marco final para o recorte temporal adotado, uma vez que essas instituições são substituídas após esse período.

3.2 UM POUCO SOBRE A HISTÓRIA DO ENSINO DE ÁLGEBRA

Como mencionado anteriormente, dividimos a abordagem deste tema em duas frentes, o ensino primário e o ensino normal, de modo que seja mais fácil enaltecer as contribuições dos diversos autores para esta história do ensino de Álgebra nestes níveis da educação.

3.2.1 O ensino primário

Há indícios de uma instrução primária com a presença da Álgebra já no período colonial (1500 – 1822), uma vez que, segundo Almeida (1989, p. 30, *apud* CASTRO, SÁ e CAMARGO, 2017, p. 156), “[...] a instrução primária dada ao povo, [...], ficou muito abaixo do que se pode imaginar. Os estudos somente poderiam ser seguidos nos seminários episcopais [...], onde se ensinavam aritmética, álgebra, geometria, latim e grego, retórica e um pouco de filosofia”. Contudo, é difícil dizer como este ensino, denominado de primário, ou como esta Álgebra se relacionaria com as concepções do período da pesquisa, uma vez que a matéria, aparentemente, deixa de fazer parte da escola primária, em boa parte do período imperial (1822-1889). Neste último, a “Matemática no ensino primário, [...], resumia-se ao ensino das quatro operações de Aritmética, das frações, dos decimais e proporções, das noções mais gerais de Geometria” (MESQUITA, 2019, p. 31). Com base no trabalho Eduardo Vianna Gaudio[64], Mesquita (2019) também apresenta que a escola primária da época tinha como foco ensinar a ler e escrever, fazendo com que a instrução matemática não passasse de saberes aritméticos básicos, apontando, assim, que o ensino deveria ser baseado na tríade ler-escrever-contar.

Na década de 1870, o “ensino primário estava então dividido em duas partes: elementar e intermediária. Cada uma dessas partes estava estruturada em quatro anos de estudos,

[64] Tese de doutorado, de 2010, de Eduardo Vianna Gaudio, intitulada “A Reforma Coutto Ferraz e um ensino primário de Matemática na província do Espirito Santo durante o Período Imperial: Uma história a partir de leituras indiciarias”.

perfazendo um ensino primário com o total de oito anos" (SOUZA, 2010, p. 86) no Amazonas. Contudo, o programa do ensino elementar e intermediário amazonense de 1872 não mencionava o ensino de Álgebra. De modo semelhante, Oliveira (2013) apresenta que o ensino primário no município da corte, Rio de Janeiro, estaria dividido em ensino primário de 1º grau e 2º grau. Assim, "Para o desenvolvimento dos alunos, no que se refere à educação, o ensino foi programado e dividido por disciplinas que deveriam ser proporcionadas aos alunos de acordo com o grau de escolaridade" (OLIVEIRA, 2013, p. 90).

O autor ainda indica que "A formação da criança seria completada com o ensino das escolas de 2º grau, que buscariam continuar desenvolvendo a instrução dos jovens a partir das disciplinas ensinadas no 1º grau" (OLIVEIRA, 2013, p. 91), no que observa que as escolas primárias de 2º grau aparentemente assumem a função de formação complementar em relação às de 1º grau. Além disso, é notada a presença da disciplina "Princípios elementares de álgebra e geometria" (OLIVEIRA, 2013, p. 91). De acordo com Gonzales (2010), ainda em 1879, a Reforma Leôncio de Carvalho já apresentava a rubrica "Princípios elementares de Álgebra e Geometria" (p. 73) no ensino primário de 2º grau. Contudo, como destaca a autora, o mesmo não era seguido no Mato Grosso, sendo que o ensino era restrito a Aritmética até proporções (GONZALES, 2010, p. 74). Isto ressalta, principalmente neste período, que a presença do ensino de Álgebra para a instrução primária, em documentos normativos, não pode nos levar a entender que o mesmo tenha sido adotado para o nível escolar.

Nesse sentido, Basei (2020) ressalta que o percurso para a instituição do ensino de Álgebra na instrução primária paulista é conturbado, uma vez que as propostas para a inclusão da rubrica não seguiam adiante, de forma que, somente em 1887, uma proposta divide o ensino primário em três graus, com a Álgebra no 2º e 3º graus, sendo estudada, respectivamente, até equações do 1º e 2º graus. Tal estruturação é criticada no estado, uma vez que o ensino obrigaria o professor a ministrar matérias que não pertenciam ao ensino normal, como a Álgebra, que só entra para a formação dos professores em 1890. Valente (2017a) e Basei (2020) ao referenciarem a obra *Algebra Elementar*, de Antonio Trajano, apresentam uma fala do autor indicando a presença dos ideais estrangeiros, principalmente o estadunidense, quanto ao ensino de Álgebra na instrução primária da época: "foi incluída como parte do ensino obrigatório nas escolas primárias, onde agora os meninos e meninas aprendem a converter facilmente os dados de um problema em uma equação algébrica" (TRAJANO, 1905). Isso, segundo Trajano (1905), ao se referir à proposta de 1887, levou São Paulo a "fazer uma reforma completa na instrução pública, introduzindo entre outros melhoramentos o ensino obrigatório de Álgebra nas escolas primárias". Basei (2020, p. 85) indica que para o professor Trajano, da Escola Americana[65],

> [...] a inclusão da álgebra no primário está associada a uma demanda interna da matemática escolar, e não a estudos propedêuticos ao ensino superior, uma vez que a álgebra seria uma ferramenta que o aluno poderia mobilizar para resolver problemas aritméticos com enunciados complexos, presentes na matemática escolar.

No período do império ainda é apontado, por Mesquita (2019), que a rubrica Álgebra se distancia da instrução primária capixaba e que o ensino de Matemática se "restringiu as Noções Gerais da Geometria Prática, que, por sua vez, não fora destinado para o público feminino e, também, a Teoria e Prática da Aritmética até Proporções, que se limitou até as quatro operações para o sexo feminino". Ao mencionar o trabalho de Fabiane Mondini[66], Mesquita (2019, p. 31) nos diz que, no século XIX,

> [...] a Álgebra passou a ter uma linguagem própria, sendo considerada a arte de representar os símbolos. Constatou que com a Reforma Benjamin Constant, em 1890, o ensino primário atingiu as Noções de Álgebra, compreendendo o estudo das quatro primeiras operações e a resolução de equações de 1º grau com uma ou mais incógnitas.

O estado do Espírito Santo, em 1892, através do decreto n. 2, de 04 de junho de 1892, institui que o ensino primário, para meninos de sete a doze anos, apresenta noções de Álgebra em sua estruturação, o que vai ao encontro da Reforma de Benjamin Constant (MESQUITA, 2019). Contudo, dois pontos devem ser ressaltados aqui. O primeiro, que a Reforma de Benjamin Constant, dividia o ensino primário em escolas primárias de 1º e 2º graus, e o segundo, que o ensino de Álgebra se daria nas escolas de 2º grau (BRASIL, 1890). Além disso, cabe lembrar, como aponta Gonzales (2010), que o processo de adoção de tais prescritivas pode ter sido lento, ocorrido apenas em parte das instituições escolares ou, em casos mais extremos, não ter se concretizado. O trabalho de Mesquita (2019) nos ajuda a reforçar tal argumento, uma vez que a Álgebra, existente no decreto de 1892, não se faz mais presente nas instruções normativas do ensino primário capixaba em 1908, 1921 e 1924.

É também, em 1892, que o estado de São Paulo realiza uma grande reforma na instrução, a partir da lei n. 88, de 08 de setembro daquele ano. Segundo Basei (2020, p. 80), essa lei

> [...] estabeleceu a organização sistemática de todo o aparelho escolar: ensino primário dividido em dois cursos – o preliminar, obrigatório para crianças de 7 a 12 anos, e o complementar, destinado aos alunos habilitados nas matérias do curso preliminar –,

---

[65] Instituição paulista que se espelhava nas perspectivas pedagógicas dos Estados Unidos da América, o que ajudava no processo de circulação destes pelo estado e no âmbito brasileiro.

[66] A tese de doutorado de Fabiane Mondini, de 2013, intitulada "A presença da Álgebra na legislação escolar brasileira", não surge no levantamento realizado, uma vez que a autora não faz uso dos referenciais da história.

> além de criar "ginásios", estabelecimentos de ensino secundário inexistentes no estado até então. Para preparar os docentes que atuariam nas escolas do ensino primário, a mesma lei estabeleceu a criação de quatro escolas normais primárias[67], incluindo a já existente na capital; bem como um curso superior, anexo à Escola Normal de São Paulo para formar os professores das escolas normais e dos ginásios.

O ensino primário passa a durar oitos anos, quatro para o elementar e quatro para o complementar. Além disso, no último se observa, como discutiremos na seção seguinte, "Aritmética elementar e elementos de álgebra até equações do 2º grau inclusive" (BASEI, 2020, p. 81). Para muitos estados essas perspectivas se tornam uma imagem para se espelhar.

No início do século XX, o movimento de inserção da Álgebra no ensino primário brasileiro continua sendo possível de observar em livros didáticos da época (VALENTE, 2017a). Um exemplo é a obra *Álgebra – Primeiros Passos – ou introdução ao estudo desta ciência, destinada aos alunos de aritmética, para a solução de problemas*, de Othello de Souza Reis, publicado em 1919. Em seu livro, Reis (1919) traz as discussões estadunidenses promovidas pela Comissão dos quinze em seu prefácio, sendo o texto referente à sua conferência, realizada na Biblioteca Nacional, intitulada "Os dois ultimos annos de arithmetica, na escola primaria, segundo a Comissão dos quinze", que foi posteriormente publicada na revista "A Escola Primaria" (REIS, 1918a; REIS, 1918b). Valente (2017a, p. 11) reforça a questão de que a presença da Álgebra no ensino primário "refere-se às dificuldades de resolução de problemas aritméticos nas classes adiantadas", de modo que, para Valente (2017a, p. 11),

> [...] as discussões sobre o ensino de Álgebra no curso primário seguem o curso das necessidades desse nível de ensino. Não se atêm a satisfazer pedidos de matemáticos, ou da ciência de referência. Avalia-se que o cotidiano escolar, na marcha do ensino de Aritmética para os anos finais do primário depara-se com problemas "difíceis" [...]. O tratamento algébrico em muito poderá simplificar a sua resolução. Não se trata de um curso de Álgebra estrito senso. Não se pretende a inclusão de um ramo matemático novo para ser inserido na formação de normalistas e no ensino primário.

De acordo com Valente (2017a), Reis (1919) busca a introdução a uma generalização algébrica, sendo que o último capítulo da obra apresenta a discussão de problemas com duas incógnitas, não adentrando no conteúdo de equações do 2º grau, uma vez que na obra, elementar e introdutória, "Não nos pareceu também oportuno tratar, [...], dos problemas e das equações do 2o. grau. Será, todavia, fácil aos professores elevar até aí seu ensino, desde que seja preciso" (REIS, 1919, p. 136). Corroborando as ideias de Reis (1919), de acordo com Valente (1917a), a obra de Tito Cardoso de Oliveira, intitulada *Aritmética Complementar – para os cursos primário complementar, normal e comercial*, apresenta um capítulo sobre "Emprego da letra X

---

[67] Posteriormente é observado que as Escolas Normais Primarias não seriam suficientes para formar a quantidade de professores exidiga pela modernização da República, de modo que as Escolas Complementares assumem também o papel de formar professores para o estado paulista.

nos problemas aritméticos", sem, "entretanto, fazer-se um estudo direto de Álgebra" (OLIVEIRA, 1919), o que reforça a circulação das ideias disseminadas por Othello Reis.

Bertini e Rocha (2018), a partir do que é levantado por Valente (2017a), se propõem a explorar a utilização de soluções algébricas no ensino primário com a obra *Arithmetica Complementar*, de Tito Cardoso de Oliveira (1919). Oliveira (1919) se diz

> [...] apologista do methodo que manda incluir no estudo da Aritmética primaria algumas noções necessarias para a resolução de pequenos problemas, pelas equações algebricas, sem, entretanto, fazer-se um estudo directo de Algebra, resolvemos adaptar á nossa "Aritmética Complementar" este vantajoso methodo, que embora não se lhe queira reconhecer as muitas vantagens que trará ao ensino, não se lhe poderá negar o grande serviço que prestará ás creanças, desenvolvendo-lhes a inteligência e acostumando-as a raciocinar com methodo (OLIVEIRA, 1919, p. 2).

Segundo as autoras (BERTINI; ROCHA, 2018), isso destaca o método de abordagem que Oliveira (1919) optou por adotar em sua obra, ou seja, do uso de conhecimentos algébricos na resolução de problemas de Aritmética. Bertini e Rocha (2018) mostram ainda a abordagem de saberes vinculados ao uso da letra x em problemas aritméticos, operações com a incógnita e regras, ligadas à ideia de operações inversas na resolução de equações, utilizadas na resolução dos problemas de Oliveira (1919). Assim, a Álgebra estaria mais atrelada ao ensino de "operações fundamentais", como as operações inversas, uma vez que não se observaria o "uso da álgebra para facilitar a resolução de problemas difíceis, pelo contrário, a álgebra é utilizada na resolução de problemas com duas quantidades conhecidas e uma desconhecida" (BERTINI; ROCHA, 2018, p. 51). Ainda segundo as autoras, Tito de Oliveira propõe

> [...] não anunciar aos alunos que estariam fazendo um estudo de álgebra, mas apenas promovendo que as crianças pudessem fazer uso da letra x como uma quantidade desconhecida, para resolver os cálculos a partir de regras aprendidas. Como "sinal" de uma quantidade desconhecida, a letra x pode ser utilizada para resolver problemas (BERTINI; ROCHA, 2018, p. 51).

O trabalho de Bertini e Rocha (2018) é resultado da pesquisa de mestrado de Rocha (2019), na qual se tem como foco o uso da Álgebra em problemas de Aritmética no ensino primário, principalmente na década de 1910, período em que a autora aponta a entrada do método algébrico para facilitar a resolução de problemas da Aritmética. Com o intuito de observar os saberes profissionais do professor, Rocha (2019) busca analisar as propostas apresentadas por Othello Reis e Tito Cardoso de Oliveira em seus livros didáticos, *Álgebra – Primeiros Passos* e *Arithmetica Complementar*, respectivamente, buscando caracterizar uma *Álgebra para ensinar* a resolver problemas de aritmética uma vez que estas seriam "obras que contemplam saberes que envolveram o uso de álgebra para o ensino primário" (ROCHA, 2019, p. 41). Rocha (2019) aponta, a partir da análise do artigo de Cabrita (2017a), a presença de um raciocínio algébrico na resolução de problemas, mas "Não qualquer raciocínio, mas aquele próprio da álgebra, de conceitos algébricos; aquele que estaria próximo de uma *álgebra para ensinar* a resolver problemas aritméticos" (ROCHA, 2019, p. 64, grifo da autora).

Em um segundo artigo, Rocha e Bertini (2019) abordam a relevância estadunidense, vinculada à Comissão dos quinze, para a inserção da Álgebra no ensino primário brasileiro, na década de 1910, tendo como foco principal a presença da mesma nos problemas de Aritmética. As autoras apontam, segundo Valente (2017a), as obras *Álgebra – primeiros passos* (REIS, 1919) e *Arithmetica Complementar* (OLIVEIRA, 1919) como "exemplos de propostas para a entrada da álgebra no curso primário brasileiro elaboradas a partir da referência do Relatório do Comitê dos Quinze" (ROCHA; BERTINI, 2019, p. 120).

A abordagem do ensino de Álgebra seguiria a vaga pedagógica presente, a do ensino intuitivo, ou seja, que fizesse uso de situações relacionadas ao cotidiano dos alunos e "pela experimentação de objetos e materiais de acordo com os conteúdos a serem ensinados" (ROCHA; BERTINI, 2019, p. 120). Quanto à abordagem do ensino de Álgebra, ou do método algébrico, como apontam Rocha e Bertini (2019), os livros de Reis (1919) e Oliveira (1919) teriam vieses distintos, uma vez que o primeiro opta pelo uso dos saberes algébricos na resolução de problemas complexos (enigmas, charadas ou, como denominado pela Comissão dos quinze (HARRIS et al., 1895), *conundrums*) sem a apresentação de uma gama de definições e regras; já o segundo autor parte de propriedades, regras, exemplos e exercícios para só então se debruçar sobre problemas, que ainda não seriam os problemas complexos de Reis (1919). Estes seriam abordados posteriormente. Assim,

> [...] os autores, concordam em apresentar ao professor que ensina matemática que importa conhecer a álgebra, como um saber profissional, e construir gradativamente, em ritmos diferentes, um cálculo que teria seu ponto de partida o cálculo mental, para ir "grafando" o cálculo algébrico, gradativamente. A aritmética assim, continuaria a ser ensinada, porém utilizaria da álgebra, em seus rudimentos como uma ferramenta que poderia auxiliar nas resoluções (ROCHA; BERTINI, 2019, p. 124-125).

Oliveira (2013) também evidencia outras características ligadas à história de Trajano, como suas obras de Álgebra e Aritmética e sua relevância para o ensino primário.

Por fim, ainda que Moura (2016) busque retratar o período histórico entre 1909 e 1926, a autora destaca que, após 1926, a partir de um documento de consolidação que buscava trazer unidade para a instrução ofertada nas Escolas de Aprendizes Artífices[68], o ensino primário dessa instituição era composto por quatro anos iniciais e, caso o estudante concluísse esta etapa e

[68] As Escolas da Aprendizes Artífices, segundo Barbaresco (2019), foram criadas pelo Decreto n. 7.566, de 23 de setembro de 1909 e remontam à política de instituição do ensino profissionalizante no Brasil, gratuito e mantido pelo país. Neste período, a instituição se caracterizava apenas pela oferta de instrução elementar.

buscasse se especializar, mais dois anos complementares. Nos dois últimos anos, é ressaltada pela autora a presença de disciplinas como "Noções de Álgebra" e "Álgebra e trigonometria elementar" no programa da instituição. Contudo, é difícil apontar uma equivalência entre o ensino complementar da Escola de Aprendizes Artífices e das Escolas Complementares, uma vez que a primeira era voltada para a formação profissional, não tinha ligações com os Grupos Escolares e o ingresso do estudante se dava, no mínimo, aos 10 anos de idade.

Em síntese, podemos dizer que o movimento para a instituição da Álgebra no ensino primário ganha força ao fim do século XIX, mas que, antes de 1890, já havia indícios da tentativa de introduzir a Álgebra nos programas da escola primária brasileira, no que foi possível observar que documentos normativos com este apontamento podem não ter sido seguidos à risca pelas instituições de ensino. Os últimos anos do século XIX ainda marcam os movimentos das comissões estadunidenses que apontam para a introdução do ensino de Álgebra na instrução elementar, atrelado também à resolução de problemas da Aritmética. A entrada no século XX marca, não só a perspectiva da inspiração nos Estados Unidos quanto ao movimento da Álgebra para o ensino primário brasileiro, mas sobretudo, de um ensino que estivesse atrelado ao pensamento algébrico. Este, por sua vez, estaria fortemente relacionado ao ensino de Aritmética, uma vez que os saberes algébricos seriam aplicados na busca pela solução de problemas, dos mais simples aos mais complexos, bem como na resolução de equações.

3.2.1.1 A Escola Complementar

A lei n. 88, de 08 de setembro de 1892, do estado de São Paulo, já apresentava em seu texto a divisão do ensino primário em elementar e complementar, bem como a presença do ensino de Álgebra, até equações do 2º grau, na Escola Complementar (CORBAGE, 2020; BASEI, 2020). A lei n. 169, de 07 de agosto de 1893, ainda trazia a Álgebra na organização do ensino complementar, sob na cadeira "aritmética, álgebra e escrituração mercantil". Segundo Basei (2020, p. 86), a finalidade do ensino de Álgebra, decorrente das ideias da década de 1880, estaria atrelada a "problemas aritméticos com enunciados sofisticados e que podiam ser resolvidos facilmente com o uso de noções algébricas" e como uma "ferramenta para auxiliar o estudo de novas disciplinas incluídas no currículo escolar [...] como física, química, entre outros, e a álgebra cumpre o papel de determinar as leis que regem os fenômenos da natureza".

O decreto n. 397, de 09 de outubro de 1896, estabelece que a Álgebra seria ensinada no 2º ano, de um curso de quatro anos, e que sua abordagem abrangeria "até equações do 2.° grau, inclusive". Um segundo decreto indica um ensino de quatro anos com a presença da

Álgebra no 2º ano, “até equações de 2.º grau inclusive escripturação mercantil” (SÃO PAULO, 1896, p. 2). De acordo com Basei (2020), o programa de Álgebra nesse período era:

> Noções Gerais. Redução dos termos semelhantes. Adição e subtração algébrica. Multiplicação algébrica e leis essenciais. Divisão algébrica e leis essenciais. Frações. Redução ao mesmo denominador. Máximo divisor comum e operações sobre frações. Equações-Equações do 1.º grau a uma incógnita. Problemas. Solução negativa. Teoria das quantidades negativas. Problema dos Correios. Problemas indeterminados. Quadrados e raiz quadrada das quantidades algébricas. Equações do 2.º grau a uma incógnita. Equação biquadradas (BASEI, 2020, p. 117).

Ao estudar a constituição da biblioteca escolar em São Paulo, Honorato e Nery (2017) apresentam que o diretor da Escola Complementar de Piracicaba teria solicitado, em 1897, uma extensa lista de livros para a biblioteca da instituição, dentre eles obras de Aritmética, Álgebra e Geometria. Entre os livros de Álgebra, o documento apresenta as obras de Cristiano Ottoni[69], de Clairaut e de Lacroix. Os autores apontam que a variedade de livros permitiria supor que havia “certa preocupação do diretor em atender, com o mínimo necessário, os conteúdos ofertados na instituição” (HONORATO; NERY, 2017, p. 180), o que denota a instituição estaria indo ao encontro das propostas da época no que se refere à oferta do ensino de Álgebra.

No Rio Grande do Sul, o decreto n. 239, de 05 de junho de 1899, aponta que o programa da Escola Complementar para o ensino de Álgebra ocorreria em três classes (ao invés de referenciar anos, ou seja, 1º ano, 2º ano etc), em que seriam abordadas, respectivamente:

> Noções preliminares. Valores numericos. Reducção de termos semelhantes. Operações algebricas: addição, subtracção, multiplicação, divisão, potenciação, extracção das raizes do 2º e 3º grau. Fracções algebricas. Reducção ao mesmo denominador: menor multiplo commum; reducção a expressão mais simples; maximo commum divisor (RIO GRANDE DO SUL, 1899, p. 278).
> Theoria das equações do 1º grau a uma incognita. Equações e problemas do 1º grau a uma incognita. Theoria das equações do 1º grau a duas e mais incognitas. Equações e problemas. Diversos methodos de eliminação: combinação, substituição, comparação e de Bezout. Resolução de um systema de equações pelas formulas. Discussão das equações e problemas do 1º grau (RIO GRANDE DO SUL, 1899, p. 282).
> Analyse indeterminada do 1º grau. Problemas indeterminados e sua discussão. Theoria elementar das equações do 2º grau. Formulas para a sua solução. Equações e problemas do 2º grau. Equações bi-quadradas, reciprocas e binomias. (RIO GRANDE DO SUL, 1899, p. 286).

Já no Paraná, em 1909, a Escola Complementar apresentava o ensino de Álgebra a partir de “Noções fundamentaes, resolução das equações do l.º gráos seguida da theoria das proporções e suas applicações ás regras de tres, juros e companhia” (PARANÁ, 1909, p. 141)

Basei (2020) aponta que o livro *Os Elementos de Álgebra*, João Carlos da Silva Borges e Carlos Alberto Gomes Cardim, professores da Escola Complementar anexa à Escola Normal

[69] As obras de Ottoni, segundo Basei (2020), seriam traduções dos manuais de Louis Pierre Marie Bourdon, também indicado para o ensino complementar paulista, no início do século XX.

da capital paulista, teria sido lançado em 1903 e, ao menos, até 1914, fora adotado no ensino complementar e normal do estado. A autora ainda indica que, em 1904, uma comissão realiza a revisão das obras utilizadas na Escola Complementar de São Paulo, recomendando para o ensino de Álgebra os livros: Álgebra, de Clairaut; Álgebra, de Trajano; Álgebra, de Cunha; Álgebra, de Bourdon; Álgebra, de Guilmin; Álgebra, de Avila; para exercícios: Ritt ou FIC[70] (BASEI, 2020, p. 138). De acordo com Teixeira Junior (2005, p. 184), um conjunto de obras teriam sido "adquiridas com a verba do Expediente da Escola Complementar de Campinas, até o ano de 1906", figurando entre elas o livro "A higher álgebra" de Wentmorth.

O decreto n. 1479, de maio de 1909, do Rio Grande do Sul, apresenta que a "Mathematica" seria composta por "arithmetica, estudo completo; algebra até equações do 2º gráo inclusive; geometria a tres dimensoes" (RIO GRANDE DO SUL, 1909, p. 2). Em 1916, o estado publica o decreto n 2.224, de 29 de novembro, seguindo esses princípios e apontando que o ensino ocorreria em quatro anos, com a "Mathematica" presente em todos os anos e composta pela Aritmética, Álgebra e Geometria (RIO GRANDE DO SUL, 1916), contudo não é explicitado se a Álgebra seria ensinada nos quatro anos ou em algum ano específico.

O relatório paranaense (PARANÁ, 1914) não aponta informações específicas sobre o ensino de Álgebra na Escola Complementar, deixando a entender que esta era estudada no 2º ano, até equações do 1º grau, uma vez que existia um vínculo entre o ensino normal e o complementar. Stentzler (2015, p. 115) indica que, em 1932, a Álgebra estava presente no 3º ano da Escola Complementar paranaense, não dando maiores informações acerca deste ensino.

A segunda década do século XX traz consigo o decreto n. 2.025, de 29 de março de 1911, que converte as Escolas Complementares paulistas em Escolas Normais Primarias[71], regulamentando o ensino de Álgebra no 2º ano de um curso de 4 anos de instrução (ALMEIDA, 2013; BASEI, 2020; TEIXEIRA JUNIOR, 2005). De acordo com Basei (2020), há indícios de que o programa de Álgebra da Escola Complementar paulista não ter sofrido alterações até o ano de 1911. Alguns anos depois, a lei n. 1.579, de dezembro de 1917, constitui cursos complementares que seriam anexos às Escolas Normais, tendo duração de dois anos e voltados a completar o curso primário, preparando os egressos para o ingresso no 1º ano da Escola Normal e, no qual, a Álgebra seria ensinada no 2º ano. No ano seguinte, o decreto n. 2.944, de

---

[70] A editora do livro geralmente é descrita como F.I.C, mas optamos por escrever FIC.

[71] Teixeira Junior (2005) nos aponta que a instituição das Escolas Complementares em São Paulo, que objetivava a formação de professores para atender à demanda da educação republicana, leva a uma "enchente" de profissionais e gera insatisfação, principalmente pela equiparação que o estado concedeu com os normalistas, acarretando nesta mudança na instituição. Como dito anteriormente, em Santa Catarina isso ocorre em 1935.

08 de agosto de 1918, aponta as mesmas perspectivas para o ensino complementar e, para além disso, indica que o ensino de Álgebra seguiria o programa:

> Ponto 1.º Notação mathematica: algarismos e letras; Notação literal; Significação e emprego das palavras Monomio e Polynomio. Ponto 2.º Significação das expressões: termo positivo, termo negativo, benefficiente, factor literal, expoente, termos semelhantes. Emprego dessas expressões em sentenças completas. Ponto 3.º Addição, symbolo; Addição de expressões algebricas, monomias e polynomias; uso do parenthesis, mostrando que a suppressão deste signal, quando elle é precedido do signal menos, altera os signaes dos termos nelle encerrados. Ponto 4.º Subtração, symbolo; Subtração de expressões algebricas monomias e polynomias. Uso do parenthesis, mostrando que a suppressão deste signal, quando elle é precedido do signal - menos, altera os signaes dos termos nelle encerrados. Ponto 5.º Multiplicação, symbolos usados: o signal X; o parenthesis; a simples união das letras nas expressões literaes; expoente, quando os factores são iguaes. Multiplicações de expressões literaes polynomicas: a) por numeros e b) por factores literais. Uso do expoente; Subtração das expressões literaes por valores numericos e avaliação della; Uso do parenthesis na multiplicação. Ponto 6.º Divisão algebrica, symbolos usados. Divisão de expressões literaes com expoentes por uma letra unica; divisão de expressões literaes com coefficiente e expoente; Avaliação dos expoentes literaes. Ponto 7.º Igualdade, identidade, equação; Exemplo de equação simples com incognita. Transposição. Reducção. Avaliação X. Verificação. Ponto 8.º Problemas faceis: pôr em equação. Ponto 9.º Reducção de fracções literaes á sua expressão mais simples. Ponto 10.º Addição de fracções algebricas. Ponto 11.º Subtração de fracções algebricas. Ponto 12.º Multiplicação: 1.º de uma fracção por inteiro: a) multiplicando o numerador; b) dividindo o denominador; 2.º de fracção por outra. Ponto 13.º Divisão de fracções algebricas; de fracção por inteiro: a) dividindo o numerador; b) multiplicando o denominador; 2.º de fracção por fracção. Ponto 14.º Fracção em equação; Achar o valor de X (SÃO PAULO, 1918, annexo 4, p. 7).

O Regulamento do Ensino Normal do estado do Rio Grande do Sul (1929) indica que este ramo de ensino também seria ofertado em Escolas Complementares, quebrando o vínculo desta instituição com o ensino primário, como ocorria até então. O regulamento (RIO GRANDE DO SUL, 1929) indica que o ensino da Escola Normal seria constituído pelos cursos: complementar, de três anos, que seria vinculado às Escolas Complementares; normal/perfeiçoamento, de dois anos; entre outros. O curso complementar teria em seu programa a "Arithmetica, Algebra e Geometria com desenho linear", de modo que a Aritmética ocorreria no 1º ano, Aritmética, Álgebra e Geometria nos 2º e 3º anos.

No Maranhão, em 1934, o programa do Curso Complementar apresenta a Álgebra em seu ensino. Seriam abordados: no 1º ano, "Noções. Expressões e termos algebricos. Problemas graduados simples. Maneiras de representar operações"; já no 2º ano, "Adição, subtração, multiplicação e divisão de monomios e polinomios em casos simples. Usos de parentesis na adição, subtração e multiplicação. Problemas simples" (MARANHÃO, 1934, p. 91-92). Por mais que as equações não sejam explicitadas, estas poderiam fazer parte do ensino, uma vez que este perpassava as operações com termos algébricos e seu uso em problemas.

Um programa da Escola Complementar do Pará, de 1903, apresenta que o curso teria dois anos, não havendo indícios do ensino de Álgebra e que este se constituísse como uma formação de professores (FORTALEZA, 2017, p. 105). Mesmo com a mudança do programa duas vezes, uma em 1910 e outra em 1929, isto não teria se alterado.

Quadro 12 – A Álgebra nas Escolas Complementares em alguns outros estados brasileiros.

Ano e Local	Ano escolar	Informações suplementares
1892 – São Paulo	Álgebra no 2º ano	"elementos de algebra até equações do 2º grau Inclusive"
1896 – São Paulo	Álgebra no 2º ano	"Noções Gerais. Redução dos termos semelhantes. Adição e subtração algébrica. Multiplicação algébrica e leis essenciais. Divisão algébrica e leis essenciais. Frações. Redução ao mesmo denominador. Máximo divisor comum e operações sobre frações. Equações-Equações do 1.º grau a uma incógnita. Problemas. **Solução negativa**. **Teoria das quantidades negativas**. Problema dos Correios. Problemas indeterminados. Quadrados e raiz quadrada das quantidades algébricas. Equações do 2.º grau a uma incógnita. Equação biquadradas"
1896 – Mato Grosso		Não há indícios da Álgebra no ensino complementar
1899 – Rio Grande do Sul	Álgebra nas três classes	Até equações do 2º grau e biquadradas
1903 - Pará		Não há indícios da Álgebra no ensino complementar
1904 – São Paulo	??	São recomendados os livros de Álgebra de: Clairaut; Trajano; Cunha; Bourdon; Guilmin; Avila; para exercícios: Ritt ou FIC.
1909 – Rio Grande do Sul	??	Até equações do 2º grau
1909 – Paraná	??	"Noções fundamentaes, resolução das equações do l.º gráos seguida da theoria das proporções e suas applicações ás regras de tres, juros e companhia"
1910 - Pará		Não há indícios da Álgebra no ensino complementar
1914 – Paraná	Álgebra no 2º ano??	Relacionado com o ensino normal: Até equações do 1º grau??
1916 – Rio Grande do Sul	??	Até equações do 2º grau
1918 – São Paulo	Álgebra no 2º ano	Extenso programa da então Escola Normal Primaria não envolve mais as equações do 2º grau e vai até equações com frações algébricas
1929 – Rio Grande do Sul	Álgebra nos 2º e 3º anos	??
1929 - Pará		Não há indícios da Álgebra no ensino complementar
1932 – Paraná	Álgebra no 3º ano	
1934 - Maranhão	Álgebra nos 1º e 2º anos	Abordagem de conteúdos envolvendo expressões, polinômios e a aplicação desses em problemas, o que leva a supor a abordagem de equações

Fonte: Elaboração nossa.

Estas informações permitem compreender os primeiros elementos acerca do ensino de Álgebra na Escola Complementar no âmbito brasileiro. A Álgebra do ensino complementar, de modo geral, se debruçaria sobre o ensino de equações, podendo ser abordada até o conteúdo de equações do 2º grau. No estado do Paraná, vincula-se à Álgebra, também, a abordagem de proporções, que comumente fazia parte do ensino de Aritmética (RODRIGUÊS; COSTA, 2021a). Em São Paulo, o ensino de números negativos também marcava presença na abordagem dos conteúdos de Álgebra. O tempo de formação na Escola Complementar se daria entre dois e quatro anos, sendo a Álgebra abordada, com maior predominância, após o 1º ano de ensino.

3.2.2 O ensino normal

Por mais que falar da Escola Normal pareça fugir ao nosso objetivo de dissertar acerca da história da Escola Complementar, a seção 3.1 ressalta a forte relação entre o ensino das duas instituições através da formação de professores, bem como a reformulação do ensino complementar em Escola Normal Primaria em Santa Catarina e São Paulo. Assim, trouxemos aqui as discussões acerca do ensino de Álgebra na formação de normalistas nas escolas[72] que, em dados momentos, foi nomeada Escola Normal ou Escola Normal Secundária.

Acerca da presença da Álgebra no ensino normal, a Escola Normal do Amazonas, criada em 1881, tinha um curso de três anos em que não havia a presença da rubrica Álgebra, apenas *Matemáticas elementares* (SOUZA, 2010, p. 95). Em uma listagem de professores da escola, no ano de 1889, Souza (2010) apresenta apenas, no que se refere à matemática, um professor para "Aritmética e Geometria". Nesse sentido, Mesquita (2019, p. 32), ao mencionar as contribuições do trabalho de Ana Pezzin[73], indica que na formação de professores, no Espírito Santo, "ora se fazia presente as rubricas Aritmética, Álgebra ou Geometria ora não", destacando que o currículo privilegiava a Aritmética. Nessa mesma direção, observamos na seção 3.2.1 que uma reforma paulista de 1887 ressaltou a intenção de se constituir uma Álgebra no ensino primário, sendo criticada por não haver tal ensino na Escola Normal.

De acordo com Mesquita (2019), em 1886, o Colégio do Espírito Santo é transformado em Escola Normal, na qual o ensino de Álgebra ocorria até equações do 2º grau. O decreto n. 2, de 04 de junho de 1892, estabeleceu a grade curricular das Escolas Normais do estado, em que

---

[72] Optamos por estruturar o texto seguindo uma ordem cronológica, em detrimento de apresentar as discussões de cada estado separadamente. Isso permite perceber as mudanças e permanências do ensino de Álgebra nessa instituição através do tempo. Ao fim da seção, trazemos um quadro em que sintetizamos essas informações.

[73] Dissertação de mestrado de Ana Cláudia Pezzin, de 2015, intitulada "A Educação Pública Primária Espirito-Santense: vestígios da matemática na formação de professores no período de 1892 a 1960".

> [...] as cadeiras que iriam compor o Curso Normal se diferenciam para os gêneros femininos e masculinos, assim como a duração do curso, sendo cinco anos para o gênero masculino e quatro anos para o gênero feminino. A cadeira de Matemáticas Fundamentais compreendia o estudo da Aritmética, Álgebra, Geometria, Noções Gerais de Mecânica Terrestre e Celeste e estava ofertada para o sexo masculino separadamente: No segundo ano, Aritmética e Álgebra; no terceiro ano, Geometria [...]; e no quinto ano, Matemáticas (MESQUITA, 2019, p. 76).

Em relação a São Paulo, Valente (2017a) enaltece que, até fim do século XIX, era privilegiada uma formação de professores na Escola Normal com base na Aritmética e Geometria, mas que neste período a Álgebra é integrada a esta instrução. Nesse sentido,

> os primeiros currículos se limitavam ao plano de estudos das escolas primárias, no caso da matemática, às quatro operações e às proporções. [...] Quando o modelo de formação de professores via escolas normais passa a consolidar-se, ocorre uma sofisticação do currículo de formação do magistério, aproximando-o do curso secundário (BASEI; VALENTE, 2019b, p. 96).

De acordo com Valente (2017a), em 1887 a Escola Americana, instituição paulista tomada como referência para as reformas naquele estado, já apresentava o ensino de Álgebra na formação do professor primário, processo que utilizava as obras "Elias Loomis, *Elements of Algebra* e de Edward Olney, descrito como *Olney's algebra*" (p. 9, grifos do autor), sendo posteriormente, em 1888, adotado o livro *Algebra Elementar*, de Antonio Trajano.

Na busca por apresentar as finalidades que "justificaram a introdução de conteúdos algébricos na formação de professores primários", na década de 1880, no estado de São Paulo, Basei e Valente (2019a, p. 119), bem como Basei (2020), apontam que as disciplinas de Aritmética e Geometria, sob a tutela de Godofredo José Furtado[74], até 1888, já apresentavam a abordagens de saberes algébricos em seus desenvolvimentos como um ensino teórico e com demonstrações algébricas. Nesse sentido, Basei e Valente (2019a, p. 125)

> a Aritmética do normalista é a vigente no ensino secundário, que utiliza a nomenclatura algébrica para generalização da Aritmética. Assim, mesmo não constando no currículo da Escola Normal, a Álgebra, por meio de conteúdos algébricos, está presente nas aulas do professor Furtado. Sua finalidade se relaciona com a concepção de Aritmética que deve ministrar aos futuros professores: uma Aritmética teórica, que faz uso algébrico para abordar as propriedades dos números. Pode-se dizer então que, nas aulas do professor Furtado, os conteúdos algébricos estão presentes na formação do normalista como ferramenta para o ensino da Aritmética.

Entre os anos de 1888 e 1889 foi o professor Constante Affonso Coelho[75] que assumiu as aulas anteriormente ministradas por Furtado. Coelho apresenta novos programas para suas

---

[74] Segundo Basei e Valente (2019a), o professor era "positivista convicto e defensor das referências indicadas por Augusto Comte para o ensino das matemáticas" (p. 124), sendo que este "teve contato com o Positivismo durante sua formação na Escola Central da Corte" (p. 134), onde se formou em Engenharia.

[75] Engenheiro civil, atuou como engenheiro da província do Paraná e diretor de obras públicas de São Paulo. Foi professor de Geografia e História no Instituto Paranaense. Informações retiradas respectivamente de:

aulas, no ano de 1889, sendo que na Geometria poderia ser observado que o ensino “será precedido por lições de Álgebra até equações do 1º e 2º graus, a uma incógnita. Seriam lições de Álgebra dadas como pré-requisitos para se estudar Geometria” (BASEI; VALENTE, 2019a, p. 126) e tais conhecimentos serviriam para auxiliar e abreviar as demonstrações geométricas a serem desenvolvidas. Em suas conclusões os autores apontam que

> A presença dos conteúdos algébricos nos ensinos de Aritmética e Geometria é indicativo de que tais rubricas faziam parte da formação dos futuros professores primários sob uma concepção de formação dada no ensino secundário, propedêutico. Os ensinos dessas disciplinas, na década de 1880, mostra-se distante das necessidades postas para a formação de professores que terão a sua lida profissional voltada aos ensinos para crianças do curso primário. Fazer uso de conteúdos algébricos na Aritmética e na Geometria aponta para aulas teóricas, abstratas, sem compromisso com a formação profissional do professor (BASEI; VALENTE, 2019a, p. 130).

Com isso, é somente em 1890, pouco após a Proclamação da República, que a Escola Normal de São Paulo é reformada por um decreto que marca “o início da reforma republicana da instrução pública no estado de São Paulo” (BASEI, 2020, p. 75). Ele inclui a Álgebra na formação dos seus professores, no segundo ano, junto ao ensino de escrituração mercantil (BASEI; VALENTE, 2019b; BASEI, 2020; TEIXEIRA JUNIOR, 2005), contudo, “documentos referentes às aulas de Geometria e Aritmética ministradas na década anterior indicam que, [...], conteúdos algébricos já faziam parte da formação dos normalistas antes mesmo da reforma de 1890” (BASEI; VALENTE, 2019a, p. 122). Basei (2020) aponta que a obra *Elementos de Álgebra*, de Cristiano Ottoni, provavelmente era o livro utilizado, já que esta teria sido adotada como referência em uma ata da instituição. Os pontos dos exames, que podem servir de indício sobre o ensino, eram, de acordo com Basei (2020, p. 93),

> 1. Álgebra - Seu objetivo. 2. Adição, Subtração e Multiplicação. 3. Divisão e propriedades. 4. Equações a uma incógnita e problemas. 5. Equações a 2 ou mais incógnitas e problemas. 6. Fórmulas gerais. 7. Problema dos Correios[76] e considerações sobre quantidades negativas. Os 3 primeiros para prova escrita.

Um aumento na carga horária da disciplina, em 1891, teria permitido a entrada dos conteúdos de “teoria elementar do máximo divisor comum, equações do 2.º grau, extração da raiz quadrada e cálculo dos radicais” (BASEI, 2020, p. 97) nos exames da instituição. No ano seguinte, os exames abordariam

> 1. Multiplicação algébrica e leis. 2. Divisão algébrica e propriedades notáveis. 3. Equações e problemas a uma e duas incógnitas. 4. Equações do 2.º grau. 5. Extração da raiz quadrada das quantidades algébricas. 6. Problemas indeterminados. 7. Problema dos correios. Para a prova escrita e para a oral (BASEI, 2020, p. 97).

---

http://memoria.bn.br/DocReader/416398/10617, http://memoria.bn.br/DocReader/364568_07/23226, http://memoria.bn.br/DocReader/823627/482. Acesso em: 20 maio 2020.

[76] É uma aplicação “[...]sistemas de equações do 1.º grau. Envolve o deslocamento de dois correios na mesma direção e sentidos contrários, cujo objetivo é determinar o ponto de encontro dos dois” (BASEI, 2020, p. 98).

Destacamos, aqui, a supressão do objetivo da Álgebra, operações como soma e subtração e quantidades negativas. Quanto aos dois primeiros, poderíamos considerar como sendo contemplados na abordagem de equações, uma vez que ao procurar pela incógnita de um problema são utilizadas diversas operações e pode-se observar o propósito do ensino. Contudo, o ensino de quantidades negativas poderia não ser realizado em meio ao de equações, o que nos leva a refletir que este conteúdo possa ter sido removido do programa de ensino.

Buscando analisar como eram organizados os saberes matemáticos vinculados à Álgebra, Aritmética, Geometria e Desenho, em um curso normal do Sergipe, no período de 1890 a 1930, Santos (2015) apresenta legislações nas quais é possível observar prescrições do ensino de Álgebra na formação normalista sergipana, a partir de leis, decretos e um programa de ensino. Nesse sentido, a Álgebra se faz presente já em 1890, indicada como “noções de álgebra até as equações do primeiro grao” (SANTOS, 2015, p. 40). A autora também observa a presença desta em outros períodos: com a rubrica Álgebra, em 1900, 1911, 1917, 1923 e 1924; como “Noções de Álgebra” em 1916 e 1931. Além disso, no decorrer dos anos, o ensino normal teve sua duração variando entre 3 e 5 anos (SANTOS, 2015).

Já em São Paulo, alguns anos depois Basei e Valente (2019b) nos permitem compreender melhor como se estrutura o ensino do estado, que passou por reestruturações nos primeiros anos da década de 1890 e, como vimos anteriormente, tornar-se-ia exemplo para os diversos estados se inspirarem na busca pela modernização. Segundo os autores, o primeiro programa de Álgebra da Escola Normal é de 1894, no qual “A cadeira de Aritmética e Álgebra estava localizada no primeiro ano do curso e distribuída da seguinte forma: na primeira parte do ano letivo (1ª série) lecionava-se apenas Aritmética; e, na segunda parte (2ª série), Álgebra e continuação de Aritmética” (BASEI; VALENTE, 2019b, p. 98).

Figura 4 – Conteúdos do ensino de Álgebra no programa de 1894.

1.ª PARTE.

1. Noções geraes. Reducção dos termos semelhantes.
2. Addição e subtracção algebrica.
3. Multiplicação algebrica, emprego dos signaes e formulas.
4. Divisão algebrica, emprego dos signaes e formulas.
5. Theoria das fracções algebricas. Reducção ao mesmo denominador.
6. Theoria do maximo commum divisor.
7. Operações sobre as fracções algebricas.
8. Noções sobre as equações e suas classificações.
9. Equações e problemas de 1.º grau a uma incognita.
10. Theoria elementar da eliminação. Diversos methodos de eliminação.
11. Equações e problemas do 1.º grau a duas e mais incognitas.
12. Formulas geraes para a resolução de um systema qualquer de equações de 1.º grau.
13. Solução negativa. Theoria das quantidades negativas.
14. Discussão das equações e problemas do primeiro grau.
15. Problema dos correios. Sua discussão.
16. Problemas indeterminados.

2.ª PARTE.

17. Quadrado e raiz quadrada das quantidades algebricas.
18. Equações do segundo grau a uma incognita.
19. Equações irracionaes.
20. Equações simultaneas do segundo grau.

Fonte: Basei e Valente (2019b, p. 99).

Segundo Basei (2020), esse programa faria parte do relatório de Gabriel Prestes para a Escola Normal paulista, em 1894. Nele é possível observar a sinalização de temas que não eram destacados nos exames, como operações elementares e quantidades negativas. Também é incorporado o ensino de equações irracionais e equações simultâneas (sistemas de equações). Basei (2020) aponta que o manual didático adotado ainda seria *Elementos de Álgebra* de Ottoni e que o programa cobriria, principalmente, os quatro primeiros capítulos da obra. Neste período, Joaquim José de Azevedo Soares era o responsável pela cadeira de Aritmética e Álgebra na Escola Normal de São Paulo.

> Comparando o programa de ensino e a Álgebra de Ottoni, verifica-se que o curso ministrado pelo professor Azevedo Soares contemplava a parte da obra de Ottoni restrita às equações de 1º e 2º grau. Especificamente na segunda parte do programa, observam-se dois aspectos que sugerem o uso de outra referência para o programa além do compêndio de Ottoni: títulos diferentes indicam os sistemas de equações de 2º grau – no programa consta Equações simultâneas de 2º grau e no livro Equações e problemas do 2º grau a duas ou mais incógnitas; o tópico Equações irracionais foi o único escolhido em um conjunto de temas elencados no apêndice do livro (BASEI; VALENTE, 2019b, p. 100).

Como a obra de Ottoni também fora utilizada no Colégio Pedro II, Basei e Valente (2019b) decidem, então, analisar programas do colégio para confrontá-los com os da Escola

Normal, em que se observou, em 1892, que o estudo de Álgebra "iniciava na cadeira de Aritmética e continuava na de Álgebra. Quanto ao tópico *Equações irracionais*, constante na formação dos professores, verificou-se que também fazia parte do curso secundário, dentro do estudo das *Equações irredutíveis ao 2º grau*" (p. 101, grifo dos autores). Já em 1893, a cadeira de Álgebra elementar iniciava no segundo ano, do Colégio Pedro II, mas, em ambos os programas é possível observar o ensino de conteúdos envolvendo equações do 1º e 2º graus. O programa da Escola Normal não apresentava estudo de funções, binômio de Newton e equações exponenciais, demonstrando que a formação normal seria mais restrita que a ofertada no secundário. No entanto, no programa do Colégio Pedro II, "o estudo das equações de 2º grau era restrito a uma incógnita, enquanto na Escola Normal estudava-se equações de 2º grau com mais de uma incógnita" (BASEI; VALENTE, 2019b, p. 102). A abordagem de números negativos e dos problemas do correio são outros elementos que são destacados apenas no programa do ensino normal. Em 1895, institui-se o programa, a seguir, para a Escola Normal paulista:

Figura 5 – Programa de Aritmética e Álgebra da Escola Normal paulista de 1895.

Agosto	De 1 a 10	*Aritmética:* Proporção. – Propriedade fundamental e suas consequências. – Propriedades gerais e seus corolários. – Exercícios sobre equidiferença. Álgebra*:* Noções preliminares. – Adição. – Subtração. – Multiplicação. –Casos notáveis de multiplicação.
	De 12 a 31	*Aritmética:* –Teoria das progressões – Progressão por diferença. – Propriedades e fórmulas. – Progressão por quociente. – Propriedades e fórmulas. –Teoria dos logaritmos. –Propriedades gerais dos logaritmos. – Sistema de Briggs. –Tábuas de Callet. – Dado um número inteiro ou fracionário, achar o seu logaritmo. –Dado um logaritmo, achar o número correspondente. *Álgebra:* – Casos notáveis de divisibilidade. – Operações sobre as frações algébricas. – Máximo comum divisor. – Das equações em geral. – Classificação das equações. – Equações do primeiro grau a uma incógnita. – Problemas do primeiro grau a uma incógnita.
Setembro	De 2 a 14	*Aritmética:* – Regra de três simples e composta. – Problemas. –Regra de desconto racional e comercial. –Problemas. –Regra de conjunto. *Álgebra:* Teoria elementar da eliminação. –Métodos de eliminação: adição e subtração, substituição, comparação e método de Bézout. – Princípios relativos às equações simultâneas. –Sistemas de equações simultâneas.
	De 16 a 30	*Aritmética:* –Regra de companhia simples e composta. –Regra de anuidade. –Regra de falsa posição. –Problemas. *Álgebra*: –Soluções negativas. –Teoria das quantidades negativas. –Interpretação geral. –Princípio de Descartes. –Discussão das equações e problemas do primeiro grau a uma e duas incógnitas.
Outubro	De 1 a 8	*Aritmética*: –Recordação: Teoria dos logaritmos. –Regra de três. –Regra de juros simples e composta. –Regra de companhia. *Álgebra*: –Problema dos correios. –Soluções positivas. – Soluções negativas. –Soluções infinitas. –Soluções indeterminadas. –Discussão dos problemas indeterminados.
	De 10 a 31	Aritmética: –Recordação: –Divisibilidade dos números. –Teoria do máximo divisor comum. –Teoria dos números primos. –Frações ordinárias. – Frações continuas. Álgebra: –Formação do quadrado e extração da raiz das quantidades algébricas. –Radicais do segundo grau. –Cálculo dos radicais do segundo grau. – Equações e problemas do segundo grau.

Fonte: Basei e Valente (2019b, p. 103).

Basei e Valente (2019b) e Basei (2020) destacam, ainda, que o tópico "Princípio de Descartes" não fazia parte do programa anterior, de 1894, do livro de Álgebra de Ottoni ou do programa do Colégio Pedro II, o que sugeriria que o professor responsável, na época Joaquim José de Azevedo Soares[77], utilizava também outras referências para suas aulas.

[77] Joaquim Soares "nasceu em 1852, na cidade de Maricá, interior da província do Rio de Janeiro, e realizou seus estudou no Colégio Pedro II. Iniciou a carreira docente no Colégio Köpke, em Petrópolis e, no ano de 1881, fundou, em Amparo – cidade do interior de São Paulo –, o Colégio Azevedo Soares. Nesse colégio, instituição de instrução primária e secundária, Azevedo Soares exerceu o cargo de diretor e ministrou aulas de Aritmética, Álgebra e Geometria. Ingressou no corpo docente da Escola Normal de São Paulo em 1889, após prestar concurso para a cadeira de Aritmética e Geometria. Aprovado, tomou posse em maio de 1889 e permaneceu como professor da escola até 1921" (DIAS, 2002, p. 208 *apud* BASEI; VALENTE, 2019b, p. 98)

Continuando em nosso percurso temporal, em 1896, os baixos índices e resultados do ensino primário levam, segundo indicado por Assis (2016a), à criação da primeira escola profissional normal do Rio Grande do Norte, em Natal, mesmo ano em que teria sido apontada a necessidade de criação de uma escola modelo, anexa ao Colégio Athene. Aqui, a autora (ASSIS, 2016a) aponta que, na época, os resultados inferiores do ensino primário eram atrelados à má formação dos professores. Contudo, as atividades do ensino normal se encerram ainda no final do século XIX, devido aos seus baixos números, no que Assis (2016a, p. 37) ressalta que "no final do século XIX o curso Normal formou apenas oito professores". Somente em 1908 que a estruturação da Escola Normal do estado do Rio Grande do Norte ganha força, de modo que permanece ininterrupto até 1970. A "reforma do ensino mudou a estrutura do curso normal, pois o curso profissional criado em 1896 era oferecido em três anos, e passou a funcionar com duração de quatro anos" (ASSIS, 2016a, p. 50), no que a autora também apresenta a melhoria do ensino primário da época como consequência desta. Assim,

> [...] no início do século XX, o investimento no Ensino Normal e a institucionalização da Escola primária pública, se fizeram necessários como ideário do governo republicano, conforme ressaltado nos discursos dos Presidentes da Província do RN, principalmente no início do século até os anos de 1930 (ASSIS, 2016a, p. 55).

Naquele tempo, segundo Assis (2016a, p. 71, grifo da autora), "*Aritmética e Álgebra* de Antônio Trajano" era o texto didático elaborado ao fim do século XIX que servia de base "para o Ensino Normal e o Ensino Primário naquela nova fase da Instrução Pública do estado do Rio Grande do Norte". A autora também indica a obra "*Elementos de Álgebra*", de J. Borges e G. Cardim, como parte do material comprado para São Paulo e Rio de Janeiro.

Já no Pará, a obra *Algebra Elementar* (TRAJANO, 1905), de Antonio Trajano, também foi adotada no programa do ensino normal em 1905. O programa, segundo Rocha (2019, p. 38), ia das noções preliminares, abordando a diferença entre o cálculo algébrico e o aritmético, até a discussão de fórmulas para a resolução de equações do 1º grau. A autora também ressalta que, sob a perspectiva de Trajano (1905, p. 1), um problema seria "uma questão que requer uma ou mais quantidades desconhecidas que se obtém por meio de quantidades conhecidas".

De acordo com Mesquita (2019), em 1908 o ensino de Álgebra deixa de fazer parte da Escola Normal do Espírito Santo por um momento, retornando inicialmente como uma cadeira em conjunto com a Aritmética e posteriormente, nesse mesmo ano, como duas rubricas separadas. Segundo Assis (2016b), entre os diversos problemas e a ruptura no ensino normal, entre o final do século XIX e o ano de 1908,

> [...] novas políticas faziam parte de um movimento nacional de modernização dos estados por meio da atualização da educação e reformadores da educação brasileira do início do século XX, que, caminhava em busca da formação de uma cultura pedagógica nacional, na relação teórica e prática, na formação do professor e profissionalização da educação (ASSIS, 2016b, p. 62).

Em meio a isso, a autora apresenta que, no ensino normal do início do século XX, a obra *Aritmética e Álgebra,* de Antônio Trajano, seria o “material didático base para o Ensino Normal e o Ensino Primário naquela nova fase da Instrução Pública do estado do Rio Grande do Norte” (ASSIS, 2016b, p. 66). Segundo a autora, também fazia parte dos materiais didáticos da escola a obra voltada ao ensino de Álgebra “*Elementos de Álgebra*”, de J. Borges e G. Cardim (ASSIS, 2016b).

Nesse sentido, o decreto n. 114, de 08 de julho de 1908 destaca os saberes algébricos exigidos para a formação de professores no estado:

Quadro 13 – Saberes algébricos para o ensino normal do Espírito Santo de 1908.

Rubrica	**Álgebra**
Conteúdos	Noções Gerais. Redução dos termos semelhantes.
	Adição e subtração.
	Multiplicação, emprego dos sinais e fórmulas.
	Divisão, emprego dos sinais e fórmulas.
	Teorias das frações. Redução ao mesmo denominador.
	Teoria do máximo divisor comum.
	Operações sobre frações algébricas.
	Classificação das equações.
	Teoria da eliminação. Diversos métodos da eliminação.
	Equações simultâneas do primeiro grau.
	Princípios em que se funda a resolução das equações simultâneas.
	Equações e problemas do primeiro grau a duas e mais incógnitas.
	Soluções positivas, negativas, infinitas e indeterminadas.
	Teorias das quantidades negativas.
	Problemas dos correios.
	Radicais do 2º grau.
	Quadrado e raiz quadrada.
	Cálculo dos radicais do 2º grau.
	Equações do 2º grau a uma incógnita.
	Equações simultâneas do 2º grau.
	Sistemas de equações do 2º grau.
	Propriedades gerais das equações do 2º grau. Máxima e mínima.

Fonte: Elaborado a partir de Mesquita (2019, p. 79-80).

O programa, como podemos notar, é muito semelhante ao estabelecido em São Paulo no final do século XIX, o que ressalta a perspectiva de o estado paulista servir de modelo para a instrução em outros locais. Além disso, pela primeira vez é apresentada a abordagem de soluções infinitas e indeterminadas. Em 1930, o ensino de Álgebra ainda estava presente através de “Noções de Álgebra e Geometria” (MESQUITA, 2019, p. 83) na formação de professores da Escola Normal do estado.

Mesquita (2019) analisa, em seu trabalho, a segunda edição do livro *Elementos de Algebra* de Borges e Cardim, de 1903, utilizado na escola capixaba. Este processo leva à percepção de que o programa da Escola Normal de 1908, que é idêntico ao de 1917[78], se aproxima muito dos tópicos abordados na obra. Segundo a autora (MESQUITA, 2019, p. 91), Borges e Cardim consideram, de modo geral, a Álgebra como aquela que apresenta as soluções para os problemas numéricos e que suas soluções são gerais por utilizarem letras para valores arbitrários. Mesquita (2019) ainda aponta que a obra faz uso de linguagem clara e de fácil acesso, além de partir do simples ao complexo, ou, sob a ótica de Valente (2016, 2017a), adotando a perspectiva dos elementos da Álgebra. A autora também denota que a abordagem se aproxima ao ensino de Aritmética, como no caso da multiplicação algébrica, de modo que “os autores se aproximavam da Aritmética com a finalidade de auxiliar no aprendizado dos saberes algébricos” (MESQUITA, 2019, p. 93).

Para a resolução de problemas envolvendo equações do 1º grau, Borges e Cardim (1903, p. 48, *apud* MESQUITA, 2019, p. 94) apresentam dois princípios essenciais: “Uma equação não se altera quando se somma a ambos os seus membros ou se subtrae delles a mesma quantidade”; “A equação não se altera quando se passa qualquer termo de um membro para outro, contanto que se lhe troque o signal”. Assim, os autores da obra partiam “do enunciado, fragmentavam-no em partes para, seguidamente, concluírem o resultado final. Na sequência, abrangeram o mesmo problema de modo generalizado” (MESQUITA, 2019, p. 95), processo que, segundo a autora, denotaria a caracterização de um saber *para ensinar* resolver um problema, principalmente quando se observa que Borges e Cardim geralmente enunciavam uma regra a partir da generalização observada no problema.

Em 1910, no decreto n. 214 de 26 de janeiro, no estado do Rio Grande do Norte, Assis (2016a) e Muniz (2018) apontam a presença da cadeira “Arithmetica, Algebra e Geometria

[78] Segundo Muniz (2018, p. 69), o programa abordava as “noções gerais; adição e subtração; emprego dos sinais e fórmulas; redução dos termos semelhantes; multiplicação; divisão e emprego dos sinais e fórmulas; teoria das frações; teoria do máximo divisor comum; redução ao mesmo denominador; classificação das equações; operações com frações algébricas; diversos processos da alimentação. Além desses, em Álgebra, as equações simultâneas do primeiro grau e resolução das equações simultâneas; problemas do primeiro grau e equações com duas ou mais incógnitas; teoria das quantidades negativas; quadrado e raiz quadrada; equações do segundo grau e propriedades gerais; sistemas de equações do segundo grau; máxima e mínima; exercícios e problemas”.

concreta" no ensino normal. As cadeiras "eram distribuídas em quatro anos letivos, nos quais apareciam no 1º ano Arithmetica, Álgebra e Desenho, no 2º ano Álgebra e Desenho, no 3º ano Geometria Concreta e no 4º ano não eram oferecidas as cadeiras da área da Matemática" (ASSIS, 2016a, p. 51). Já entre 1911 e 1916, o ensino da Escola Normal de Natal seguia a organização:

> a aritmética no 1º ano detinha uma carga horária semanal maior, ou seja, de 3 horas semanais, em seguida português, francês e geografia com 2 horas, cada uma e álgebra, desenho e trabalhos manuais com 1 hora cada uma.
> Já no segundo ano, a prioridade se dá na disciplina de pedagogia com 3 aulas semanais, em seguida tinha português e francês com 2 aulas semanais cada uma. Em seguida tinha inglês, geografia, física, química, álgebra e desenho com apenas uma aula semanal cada uma (ASSIS, 2016a, p. 77).

No Piauí, em 1911, "houve a ampliação do curso Normal para quatro anos com inserção de novas cadeiras, quando houve preocupação metodológica com introdução da cadeira de Metodologia na segunda, terceira e quarta séries" (MUNIZ, 2018, p. 58). Segundo o autor, a Álgebra se configurava apenas na 2ª série, na disciplina *Aritmética e Álgebra*. Mesmo alterado em 1922, o programa da Escola Normal, em relação ao ensino de Álgebra na instituição, ainda se manteria em um molde muito similar ao ofertar a disciplina de *Aritmética e Noções de Álgebra* na 2ª série. Sobre a disciplina, Muniz (2018), mencionando o trabalho de Soares e Ferro (2006)[79], indica que nesta deveriam ser abordados "cálculos e resolução de problemas nas aulas práticas" (p. 59), não evidenciando conteúdos específicos do programa.

Ainda em 1911, em São Paulo, "as Escolas Normais passaram para a denominação 'Escolas Normais Secundárias', e as Escolas Complementares para 'Escolas Normais Primárias', por meio do decreto n. 2.025, de 29 de março de 1911" sendo que o ensino de Álgebra se fazia presente no segundo ano de formação dos futuros professores (MUNIZ, 2018, p. 60). Nesse mesmo período, a instrução catarinense era reformada e a Escola Normal (SANTA CATARINA, 1911b) apresenta a Álgebra no segundo ano de ensino, abrangendo

> 1 – Signaes de quantidade, operação e relação. Expressões algebricas. 2 – Termos semelhantes e sua reducção. 3 – Monomios, binômios e polynomios. Grão. Polynomios ordenados completos e incompletos. 4 – Emprego dos signaes algebricos como meio de simplificação e das letras como meio de generalização. 5 – Estudo elementar das quatro operações. 6 – Equações simultâneas. Methodos de eliminação. 7 – Problemas (SANTA CATARINA, 1911b, p. 26).

Como é possível observar, Santa Catarina não aponta indícios do ensino de equações do 2º grau, o que leva a supor que o ensino de sistemas estivesse atrelado às equações do 1º

[79] SOARES, N. P. L; FERRO, M. A. B. Escola Normal no Piauí: visão história de uma instituição escolar. VII Seminário Nacional de Estudos e Pesquisas: História, Sociedade e Educação no Brasil. **Anais...** UNICAMP, Campinas-SP, 2006.

grau. Do mesmo modo, outros temas como problemas dos correios e quantidades negativas também não figuram na formação de professores. Como o programa de Álgebra da Escola Complementar deveria seguir o mesmo da Escola Normal e, na primeira, era utilizado o livro de Antonio Trajano, podemos supor que a obra também pode ter sido usada na segunda instituição. Em 1919, o ensino de Álgebra ainda está presente na instituição, mas não há indicações dos conteúdos adotados.

Muniz (2018, p. 62) também aponta que, em 1912, no Pará, era previsto a oferta da disciplina *Aritmética, Geometria e Álgebra*, aparentemente como uma única disciplina, no currículo da Escola Normal. No que se refere ao ensino da Álgebra na instituição do Pará, o autor (MUNIZ, 2018, p. 63) nos diz que "dever-se-ia caminhar com os alunos até as equações do segundo grau". De acordo com o Muniz (2018), no que tange ao ensino das matemáticas, nada teria mudado com a reforma da escola paraense no ano de 1924, em que se consideraram

> [...] as disciplinas Aritmética, Álgebra e Geometria mais que teorias úteis em si mesmas, disciplinas as quais os alunos compreendessem como aplicá-las em situações da vida e ainda um meio de desenvolver a faculdade do raciocínio. O lado prático poderia ser desenvolvido por meio de numerosos exercícios de aplicação e escolha de problemas da vida dos alunos (MUNIZ, 2018, p. 63).

No ensino normal do Rio de Janeiro, a rubrica Álgebra se fazia presente nos programas entre 1910 e 1915. Segundo Rocha (2019, p. 37) "Contava com aulas semanais, sempre no segundo ano de um curso de quatro anos. É somente em 1915 que se encontra alguma relação da rubrica álgebra com os problemas; até então, estes não apareciam como um saber a ser ensinado na formação dos professores primários" e que, em 1915, o programa recomendaria um ensino prático até equações e problemas do 1º grau a uma ou duas incógnitas. O programa apresentava o ensino em 60 lições, no que a autora destaca, entre elas,

> 14ª a 18ª Lições – Estudo dos seis typos de problemas[80] indicados ao compendio, para ser dada a noção de equação. Resolução prévia de alguns deles pelo simples raciocínio para mostrar a utilidade da linguagem algébrica, e como esta facilita de algum modo (sorte) a resolução arithmetica dos problemas, orientando a marcha do raciocínio (QUEIROZ, 1899, p. 48, *apud* ROCHA, 2019, p. 38).

Em 1916, o Rio de Janeiro teria em seu programa o ensino de *Noções de Álgebra* e as mudanças, determinadas pelo decreto n. 1.063, 25 de março de 1916, apontavam que, no ensino de matemática, "programas deveriam ser elaborados de acordo com o ensino primário em um ensino auxiliado por modos práticos e elementares" (MUNIZ, 2018, p. 65), denotando assim uma possível presença de saberes algébricos no ensino primário.

---

[80] De acordo com Rocha (2019, p. 38), "Os seis problemas aritméticos nesse compêndio envolvem enunciados com interpretações das relações de proporções como dobro, triplo ou divisões".

Tendo em mãos os programas sergipanos, Santos (2015) discute o ensino normal de Álgebra naquele estado, referentes aos anos de 1917, 1919, 1921 e 1925. No programa de 1917 (MUNIZ, 2018; SANTOS, 2015), a Álgebra seria ensinada no 3º ano do ensino normal sergipano, adotando a obra *Arithmetica e Álgebra* de Antonio Trajano, sendo seus conteúdos:

> Objectos da álgebra. Definições preliminares. Signaes empregados. Symbolos algébricos. Terminologia algébrica. Symbolo das potencias. Valor numérico de uma expressão algébrica. Adição e subtracção Multiplicação e divisão, casos notáveis. Divisibilidade. Decomposição de quantidades algébricas. Maximo divisor comum e mínimo múltiplo comum Fracções algébricas. Reducções de fracções a expressões mais simples. Transformação de uma quantidade mixta em fracção e vice-versa. Redução de fracções ao mesmo denominador e ao mínimo denominador comum. Addição e subtracção de fracções algébricas. Multiplicação e divisão. Equações do 1º grao. Inteirar os termos de uma equação e transposição destes termos. Reducção de termos semelhantes. Problemas que se resolvem por uma equação de 1º grao a uma incógnita. Methodo de resolução de problemas, 1º por o problema em uma equação; 2º resolver a equação. Equações simultaneas a duas incógnitas. Processos de eliminação. Problemas a exercícios diarios sobre a materia estudada. Methodologia especial do ensino de Arithmetica na aula primaria (SANTOS, 2015, p. 70-71).

O programa de 1919 voltado para o 3º ano é muito semelhante ao de 1917, usando a mesma obra de referência, diferenciando apenas por não apontar o estudo de “Problemas a exercícios diarios sobre a materia estudada. Methodologia especial do ensino de Arithmetica na aula primaria” e por modificar a nomenclatura de alguns tópicos. A autora ainda destaca que, nos programas de 1917 e 1919, a resolução de problemas pelo uso de equações do 1º grau teria sua metodologia já apresentada, “o problema era posto em uma equação para, em seguida, ser resolvido” (SANTOS, 2015, p. 72).

> A reforma promovida pela Lei n° 175, de 8/12/1920, veio unificar as escolas normais, por meio da elevação das escolas normais primárias ao nível das escolas normais secundárias elevando, assim, o padrão de ensino nos cursos de formação de professores, o que traduzia uma preocupação de tornar a Escola Normal uma instituição de caráter profissionalizante, que pudesse dar aos normalistas uma formação técnico-pedagógica em um ensino renovado (MUNIZ, 2018, p. 35).

Para o ano de 1921, Santos (2015) não consegue indicar a qual ano do curso normal sergipano o ensino de Álgebra estaria vinculado, mas indica que a obra de Trajano ainda seria utilizada. O programa também se torna mais sucinto:

> 1º Objectos da Álgebra. Symbolos algébricos. Coeficiente expoente. Signal radical. Indice da raiz. Monomios e Polynomios. 2º Addição e subtracção. 3º Multiplicação. 4º Divisão. 5º Decomposição de quantidades algébricas: monômios e polynomios. 6º Igualdade, identidade e equações. 7º Transformações das equações. 8º Equações a duas incógnitas. Methodo da eliminação pela redução ao mesmo coeficiente. 9º Eliminação por comparação. 10º Eliminação por substituição. Exercícios e problemas sobre cada licção (SANTOS, 2015, p. 70).

No programa de 1925, já não são apresentados o ano em que se deu o ensino de Álgebra e nem o livro de referência para esta instrução. O programa, em relação ao anterior, volta a se tornar mais completo:

> 1º Preliminares. Álgebra. Symbolos algébricos. Quantidade conhecida e desconhecida. Theorema. Signaes algébricos. Quantidades positivas e negativas. 2º Factores. Exercicio sobre symbolos algébricos. Coeficiente numeral. Potências. Expoente. Raiz. Signal radical. Indice. Symbolo das potências. 3º Expressão algébrica. Monomios e Polynomios. Termo. Dimensão dos termos. Polynomio homogêneo. Quantidades semelhantes e dessemelhantes. Recíproca. 4º Addição e subtracção de quantidades algébricas. Casos destas duas operações. Applicação dos parênteses. 5º Multiplicação e Divisão. Signaes. Casos destas operações. Divisão por cancelamento. Ordenar um polynomio. 6º Theoremas da multiplicação. Divisor de um numero. Factor. Numeros primos e múltiplos. Caracteres da divisibilidade. 7º Decomposição de quantidades algébricas: monômios e polynomios. Quantidade prima e composta. Factores primos e compostos. 8º Maximo divisor commum e mínimo multiplo comum. Fracção algébrica. Termos da fracção. Quantidades inteiras e mixtas. 9º Reducção de factores á expressão mais simples. Transformação de fracções algébricas em quantidades inteiras ou mixtas e vice-versa. 10º Reducção de fracções a um denominador comum e ao mínimo múltiplo comum. Addição e subtracção de fracção algébricas. 11º Multiplicação e divisão de fracções. Igualdade, identidade, equação. Equações numeraes e literais. Sua resolução. 12º Transformações das equações: inteiras, transpor os termos, reduzir os termos semelhantes, determinar o valor da incógnita. 13º Equações simultâneas com duas incógnitas. Methodo de eliminação pela redução ao mesmo coeficiente. 14º Methodo eliminação por comparação. 15º Methodo eliminação por substituição (SANTOS, 2015, p. 70-71).

Adentrando a terceira década do século XX, Santos (2015) destaca ainda que, nos programas de 1921 e 1925, os métodos utilizados para resolver equações com duas incógnitas, o que podemos inferir como sistemas lineares com duas incógnitas e duas equações, seriam o "método de eliminação pela redução ao mesmo coeficiente, o método de eliminação por comparação e o método de eliminação por substituição" (p. 72). Cabe ressaltar, acerca dos programas do Sergipe, que o ensino de equações do 2º grau e quantidades negativas não são mencionados. Há menção à abordagem de problemas, mas não é ressaltada a presença de aplicações específicas como o problema dos correios.

De modo semelhante, Portela (2014) enaltece a presença da Álgebra na Escola Normal paranaense, em 1923, segundo a rubrica "Arithmética e Algebra" (p. 125) no primeiro ano da instituição e fazendo parte do exame final desse ano letivo. Segundo a autora, na matéria o ensino deveria ser reduzido "às noções indispensáveis: as quatro primeiras operações aritméticas e seu caráter algébrico; as equações de primeiro grau; as proporções seguidas do restante das doutrinas aritméticas" (PORTELA, 2014, p. 125).

Em Santa Catarina, em 1924 o ensino de Álgebra ainda se fazia presente na Escola Normal. Já em 1928, o decreto n. 2.218[81], de 24 de outubro, apresenta que o ensino normal

[81] No âmbito catarinense, segundo Hoffmann e Costa (2017, p. 12), a criação dos decretos n. 2.176 e n. 2.218, de 22 de junho e 24 de outubro do ano de 1928, respectivamente, "aconteceram após medidas que foram debatidas na *Primeira Conferência Estadual de Ensino Primário em Santa Catarina,* que ocorreu do dia 29 de julho a 10 de agosto de 1927, tendo como sede o Salão Nobre da Escola Normal Catarinense em Florianópolis".

ofertava a cadeira de *Aritmética, Álgebra e Geometria*, que não constava como uma única disciplina, sendo a Álgebra abordada no segundo ano, com quatro aulas semanais (MUNIZ, 2018). O ensino era dividido em tópicos, sendo eles

> 1 – Definição. Differença entre a algebra e a arithmetica. 2 – Quantidades negativas. Termos semelhantes e sua reducção. Coefficiente, expoente, expressão algebrica, formula. Termo. Monomio, binomio, trinomio, polynomio. 3 – Valor numerico de uma expressão algébrica. 4 - Operações algébricas: addição, subtracção, multiplicação, divisão, potenciação, radiciação. 5 – Formulas principaes $(a+b)^2$, $(a-b)^2$, $(a+b)\times(a-b)$, $(a+b)^3$, $(a-b)^3$. 6 – Fracções algébricas: estudo pratico, com expressões, sem dificuldades notáveis. 7 – Estudo mais desenvolvido e systematizado das equações do primeiro grau a uma e mais incognitas (SANTA CATARINA, 1928c, p. 14-15).

Em contrapartida ao programa da década passada e, parcialmente, em relação ao ensino do Sergipe e Paraná, conseguimos observar que Santa Catarina passa a adotar o ensino de quantidades negativas e explicita que o ensino de equações ocorreria apenas sobre equações do 1º grau. Ainda sobre o decreto 2.218, Muniz (2018) apresenta que

> No fim da parte desse programa dedicado à Álgebra, uma nota traz sugestões de como o professor poderia conduzir o ensino mostrando que as lições deveriam ser relacionadas à prática. Dessa forma, o professor desde as primeiras lições deveria explicar, por meio de resolução de problemas, as equações simples e suas soluções. [...] o professor deveria dar explicações teóricas, de acordo com a necessidade colocada pelos problemas. Dessa maneira, o ensino não seria cansativo para o aluno, de modo que poderia ver na Álgebra uma ciência que o auxiliaria na resolução do que somente era possível com a Aritmética. O que se pode observar é que essa indicação para a resolução de problemas vem ao encontro das propostas reformistas da Escola Nova (MUNIZ, 2018, p. 77-78).

Em 1929, no Rio de Janeiro, o programa da Escola Normal para o primeiro ano trazia para a Álgebra: “Uso das letras na solução das questões simples de aritmética. Noções de álgebra; princípios relativos às igualdades – Por em equação problemas a uma incógnita; resolução de equação do 1º grau a uma incógnita”; “Por em equação e resolver problemas simples a uma e duas incógnitas – Subtração de uma soma e de uma diferença”; “Multiplicação algébrica, multiplicação de um número por uma soma ou diferença. Por em equação e resolver problemas a uma e duas incógnitas”; “Por em equação problemas simples do 1º grau a uma e duas incógnitas e resolver as equações” (DASSIE, 2008, p. 67, *apud* MUNIZ, 2018, p. 66-67). Para o segundo ano: “Resolução de equações a uma e duas incógnitas”; “Resolução de equações a uma e duas incógnitas”; “Resolução de equações do 1º grau a uma e duas Incógnitas”; “Progressões aritméticas e geométricas”; “Logaritmos decimais” (DASSIE, 2008, p. 68, *apud* MUNIZ, 2018, p. 67). Apenas o segundo ano do ensino normal traz novas perspectivas, em relação ao que foi observado até então, com a presença de progressões e logaritmos. No entanto, tais conteúdos não fogem ao ensino da instituição, uma vez que o tema "proporções" era ensinado em Aritmética e este conteúdo seria a base para se abordar progressões e logaritmos na época (RODRIGUÊS; COSTA, 2021a).

De acordo com Assis (2016b), conteúdos da Álgebra teriam sido inseridos, em Natal, no ensino de Aritmética em um programa de 1922, uma vez que a primeira não se constituía como rubrica no ensino, mas anteriormente, a matéria de Álgebra já se fazia presente nos programas. Em 1933, o ensino de Matemática já estaria distribuído entre Aritmética, Álgebra e Geometria. No que se refere ao ensino de Álgebra, a autora apresenta:

> Expressão – termo geral, expressão quanto ao mesmo termo, redução de termos semelhantes e achar o valor numérico de uma expressão; Adição e subtração; Multiplicação; Divisão; Divisão de um polinômio por outro (achar cociente e resto); Potenciação, raiz quadrada; Equação a duas incógnitas por comparação e pela redução ao mesmo coeficiente; Equação a duas incógnitas por substituição e pela redução ao mesmo coeficiente; Equação a três incógnitas por comparação; Equação a três incógnitas por substituição; Equação a três incógnitas pela redução ao mesmo coeficiente (ASSIS, 2016b, p. 68).

Ferreira (2019) constatou, a partir da análise do artigo "*Bases para o programa de aritmética e álgebra da Escola Normal da Capital em 1926*", de José Ribeiro Escobar, a presença de saberes do ensino e da profissão do professor nas finalidades, apontados por Escobar, da Escola Normal de São Paulo. O autor apresenta a perspectiva de José Escobar acerca do ensino de Álgebra, em que este aponta que tal instrução deveria começar "pelas equações, além disso os problemas precisariam ser resolvidos analiticamente" (FERREIRA, 2019, p. 44). Nesse sentido, "Discutir as equações, examinar os problemas, analisar as operações para cada um tirar sua regra pessoal; decifrar os erros de teoremas e problemas sofísticos, é entrepresa que aguça as faculdades críticas" (ESCOBAR, 1927, p. 7, *apud* FERREIRA, 2019, p. 44) de forma que a formação de professores primários na Escola Normal, segundo a proposta do professor Escobar, "precisa estar acompanhada de noções de psicologia, lógica, filosofia e pedagogia" (FERREIRA, 2019, p. 45).

Em uma análise de um conjunto de provas do segundo ano da Escola Normal do município de Alegre, datadas de 1935, quando a escola do Espírito Santo já estaria equiparada ao Colégio Pedro II, Mesquita (2019) observa que são abordados, por exemplo, operações e grau de expressões algébricas, redução de termos semelhantes, regras de sinais de números inteiros e simbologia matemática. No que se refere à Aritmética, constatou-se o uso de expressão numérica e as operações elementares matemáticas. A autora (MESQUITA 2019) ainda destaca, a partir do diário de classe da disciplina de Matemática do segundo ano de 1935 (p. 119-120), que

> Em relação aos saberes algébricos a ensinar ensinados, o documento nos mostra a presença: da redução de termos semelhantes; do grau de polinômios; das operações com polinômios; da ordenação de polinômios e da determinação do valor numérico de uma expressão algébrica (p. 120).

Buscando resumir as discussões aqui desenvolvidas, segundo Valente (2017a), a formação de professores denota a presença de “rudimentos algébricos” que se justificavam em um maior domínio da Aritmética, o que poderia explicar, por vezes, a maior presença desta nessa instrução. Valente (2017a) também destaca em seu texto a importância de Trajano e de que, em sua obra, o mesmo aponta a entrada do ensino de Álgebra na escola primária de São Paulo. Nesse sentido, as mudanças na formação de professores

> [...] faz surgirem “aritméticas complementares” e estas aritméticas representam graus mais avançados desse conteúdo matemático na forma de problemas mais complexos que necessitam da Álgebra para reposicioná-los em nível primário dos estudos. Esse momento da história da educação matemática não implica em novas disciplinas para a formação dos professores primários, mesmo que a rubrica “Álgebra” surja nos programas oficiais. Indica a inclusão de rudimentos algébricos para auxílio à Aritmética. É desse modo que deve ser interpretada a alusão às restrições para o ensino algébrico: “até equações do 2º grau”; ou, por vezes ainda, “até equações do 1º grau” (VALENTE, 2017a, p. 12-13).

Desse modo, Valente (2017a, p. 13) aponta ainda que “A inclusão da Álgebra está presente em seus rudimentos, [...]. Não são os elementos de Álgebra. São os seus rudimentos”. Isto significa dizer que o ensino desta Álgebra não se justificava na sua continuidade, como uma ciência, mas nele mesmo, ou seja, o ensino de Álgebra na formação de professores visava, como aponta Valente (2017a), auxiliar a abordagem de saberes da Aritmética, bem como o possível ensino destes conhecimentos algébricos para os estudantes da instrução primária.

Com isso, “a inclusão da Álgebra na formação do professorado [...] pode ser um saber para ensinar resolver problemas que seria executada quando o professor estivesse no seu oficio de educador” (MESQUITA, 2019, p. 84). Assim, segundo Bertini e Rocha (2018), Tito Cardoso de Oliveira (1919) buscava orientar os professores do ensino primário a utilizar uma Álgebra não enunciada, na qual uma quantidade desconhecida é representada pela letra x, mas que também define problemas e auxilia em sua resolução. Nesse sentido, as autoras acreditam que

> No processo de constituição do saber profissional do professor que ensina matemática interessa investigar como os problemas participam das propostas para a formação e para o ensino e, neste universo, investigar que papel têm as propostas de utilização de soluções algébricas no ensino primário (BERTINI; ROCHA, 2018, p. 45).

A seguir, no Quadro 14, buscamos resumir o que foi possível observar acerca do ensino de Álgebra na formação de professores no âmbito brasileiro a partir dos trabalhos analisados anteriormente.

Quadro 14 – O ensino explícito de Álgebra na formação de professores no Brasil.

Local	Período / Rubrica, Conteúdo ou Distribuição / Obra adotada
Espírito Santo	Em 1886 se institui a Escola Normal, com a Álgebra até equações do 2º grau. Em 1892, a Álgebra permanece no programa. Em 1908, o ensino abrangia quantidades negativas, problemas dos correios e finalizava com equações e sistemas de equações do 2º grau, utilizando como material os livros *Aritmética e Álgebra,* de Antônio Trajano, e *Elementos de Algebra*, de J. Borges e G. Cardim. O mesmo programa é observado em 1917. Na década de 1930, o ensino ia até operações com polinômios e expressões algébricas.
Pará	Em 1905, a obra *Algebra Elementar* de Antonio Trajano era utilizada, sendo que o programa avançava até equações do 1º grau. Em 1912 é observado que o programa passa a abordar até equações do 2º grau e não foram constatadas mudanças em 1924.
Paraná	Em 1923 é observado o ensino de Álgebra até equações de 1º grau e proporções.
Piauí	O ensino de Álgebra aparece em 1911 e também estava presente em 1922.
Rio de Janeiro	Na segunda década do século XX é observado o ensino de Álgebra até equações do 1º grau a uma ou duas incógnitas. Em 1929 eram abordados sistemas lineares, progressões e logaritmos. Em parte do período a obra *Elementos de Álgebra* de J. Borges e G. Cardim foi utilizada.
Rio Grande do Norte	Na segunda década do século XX se institui o ensino de Álgebra e se observa o uso da obra *Aritmética e Álgebra,* de Antônio Trajano, e obra *Elementos de Álgebra,* de J. Borges e G. Cardim. Em 1922, a Álgebra não se constituía como rubrica, mas seus estavam presentes no ensino de Aritmética. Em 1933, já havia um ensino exclusivo de Álgebra, indo até sistemas com 3 incógnitas.
Santa Catarina	Em 1911, o programa da instituição finalizava com a resolução de problemas e de sistemas de equações, possivelmente do 1º grau. O livro utilizado era, provavelmente, o de Antonio Trajano. Em 1919 e 1924, o ensino de Álgebra ainda se faz presente na instituição. Em 1928, a Álgebra permanecia no ensino, em um programa que ia até ensino de equações e sistema de equações do 1º grau, além de abordar quantidades negativas.
São Paulo	Em 1888 e 1889, observa-se, em uma escola, o ensino de conteúdos algébricos em meio ao ensino de Aritmética e o ensino de Álgebra até equações do 2º grau, respectivamente. Em 1890, a Álgebra é incluída no programa do ensino normal, sendo que seus exames abordavam até equações do 2º grau, quantidades negativas e problemas dos correios. A obra utilizada seria o *Elementos de Álgebra*, de Cristiano Benedito Ottoni. Em 1894, o programa, ainda fazendo uso da obra de Ottoni, também traz a abordagem de sistemas lineares e não-lineares, deixando de aparecer no programa de 1895. A Álgebra permanece com a transformação em Escola Normal Secundária, em 1911. Em parte do período a obra *Elementos de Álgebra* de J. Borges e G. Cardim foi utilizada.
Sergipe	O programa de 1890 aponta o ensino de Álgebra até equações do 1º grau. A rubrica também aparece em 1900, 1911, 1916, 1917, 1923, 1924 e 1931. Na segunda década do século XX, o ensino iria até equações do 1º grau a uma ou duas incógnitas, utilizando a obra *Arithmetica e Álgebra* de Antonio Trajano. Na terceira década o programa seria muito semelhante ao já aplicado.

Fonte: Elaborado a partir do levantamento realizado.

Conseguimos observar, a partir do ensino normal em diversos estados, que a Álgebra na formação de professores se constituía como um ensino de equações e sistemas de equações, abarcando as do 1º ou 2º graus a depender do local, bem como o ensino de números negativos e aplicações como os problemas dos correios. Cabe ressaltar ainda que o ensino de saberes relacionados a funções não esteve atrelado à Escola Normal, segundo o levantamento, apenas sendo observado no ensino secundário do Colégio Pedro II. Quanto às obras utilizadas no ensino, ganham destaque os livros de Trajano, de Ottoni e de Borges e Cardim.

Devemos compreender ainda que a presença da Álgebra na formação dos professores para o ensino primário, principalmente a partir da entrada no século XX, como é possível observar no quadro anterior, evidencia a necessidade deste profissional deter este conhecimento para o exercício da docência. Isto, é claro, não indica diretamente que uma Álgebra deveria ser ensinada na instrução primária, de um dado período ou local, mas ressalta a possibilidade da instituição desse ensino na instrução primária, uma vez que não poderia realizar a crítica observada em São Paulo, em 1887, em que havia sido proposto o ensino de Álgebra no primário sem que essa se observasse na formação de professores do estado. Assim, observaremos, nas análises desenvolvidas adiante, nesse trabalho, a presença de saberes da Álgebra nos primeiros anos escolares do estado de Santa Catarina.

O levantamento e a análise desenvolvidos nessa seção e na anterior permitem admitir que mesmo com as oscilações observadas, durante a primeira República, almejar o ensino de Álgebra significava uma abordagem explícita de conteúdos relacionados a equações e expressões algébricas. Isso quer dizer que o ensino implícito de propriedades algébricas ou o uso de incógnitas em fórmulas para resolver problemas, sem que fossem aplicados processos de resolução de uma equação, não poderiam ser considerados nesse período como "ensino de Álgebra", uma vez que, se fosse este o caso, a institucionalização do ensino de Álgebra se limitaria a tal abordagem.

Por fim, podemos perceber que a partir desta revisão de literatura, que são poucas as pesquisas/produções no campo da História da educação matemática que permeiam a constituição de uma Álgebra *a ensinar*, principalmente no que se refere ao recorte temporal adotado e à instrução complementar. Por fim, é necessário relembrar que o levantamento de trabalhos que contribuam para esta pesquisa é uma atividade contínua, na qual buscamos garantir que novos trabalhos, que viessem a surgir no decorrer desta pesquisa, contribuíssem para as discussões aqui apresentadas.

4 UMA PROPOSTA DE ÁLGEBRA PARA O ENSINO ELEMENTAR ESTADUNIDENSE

Neste capítulo, buscamos investigar o movimento a favor da institucionalização do ensino de Álgebra para a instrução elementar estadunidense. Para isto, foram analisados os relatórios elaborados a partir de estudos realizados por comissões, com o intuito de reformar o ensino secundário e elementar daquele país, em que é apontada que seria necessária a presença da Álgebra neste nível escolar. A análise destas fontes tem como objetivo a compreensão de um discurso, com suas nuances, posto em circulação no âmbito dos Estados Unidos, bem como a compreensão da proposta daquele país para uma Álgebra na instrução elementar.

O movimento estadunidense que propôs um ensino de Álgebra homogêneo para a instrução elementar foi mencionado anteriormente. Tal perspectiva tem início com propostas reformistas no final do século XIX, levando a estudos desenvolvidos por grupos vinculados à Associação Nacional de Educação. A presença desses estudos americanos no âmbito brasileiro se dá, principalmente, pela conferência realizada por Reis (1918a, 1918b). Assim, neste capítulo buscamos analisar as propostas desenvolvidas pela Comissão dos dez (NEA, 1894) e pela Comissão dos quinze (DRAPER et al.,1895; HARRIS et al., 1895; TARBELL et al., 1895), de modo que tomamos a perspectiva de Santos (2006), em que

> Assume-se aqui que é necessário conhecer modelos pedagógicos ou escolares adotados em outros países; quando se tem como foco o ensino no Brasil, o conhecimento dos modelos estrangeiros é indispensável, não para se tecer comparações ou para se verificar "influências" ou, ainda, para se aferir as condições de realização de determinados modelos. O que importa é a identificação da singularidade do caso brasileiro seja pelas apropriações que aqui se fizeram de modelos estrangeiros (SANTOS, 2006, p. 8).

Antes de 1893, o ensino secundário nos Estados Unidos da América sofria com uma dicotomia entre um ensino que se baseava na busca de uma formação para a vida do estudante, assim como o preparar para o ensino superior[82] (MONROE; HERRIOTT, 1928).

> apenas 3% dos nossos estudantes do ensino secundário ingressam em nosso ensino superior. Disto segue, desta forma, que a melhor possibilidade para nosso ensino secundário, em particular nossas "high schools", seria fazer com que enviássemos para o mundo os 97% dos estudantes, que não ingressam no ensino superior, com todo o aparato para a cidadania (MACKENZIE, 1894, p. 149, tradução nossa).

A busca em cumprir ambos os objetivos levava a baixos índices de entrada no ensino superior e a um grande índice de desistência no ensino secundário, realçando, assim, a

[82] Denotaremos por ensino superior o ensino ofertado após o ensino secundário. Na época, tal sistema era ofertado por "colleges" (faculdades) e "universities" (universidades), por exemplo.

ineficiência e a necessidade de uma reestruturação do ensino na época. De modo que a escola secundária, dentre suas diversas nomenclaturas[83], era vista como sob a ótica de que:

> Um cidadão apoia a escola secundária porque ela é uma "formação preparatória" para o ensino superior; outro, porque ela prepara para o comércio; outro, porque ela é uma escola onde crianças podem adquirir familiaridade com os elementos das ciências naturais de uma maneira experimental; e outro ainda, acredita nela porque ela treina para o trabalho braçal. O resultado é que se tornou difícil definir as funções da escola secundária (BECHDOLT, 1890 *apud* MONROE; HERRIOTT, 1928, p. 17, tradução nossa).

Aqui percebemos que não havia homogeneidade quanto à finalidade do ensino, como levanta Chervel (1990). No entanto, essa dificuldade em definir a função do ensino secundário deveria ser sanada, uma vez que a escola secundária podia oferecer estes diversos aspectos formativos, mas, ainda assim, deveria se justificar nela mesma. Desta forma, o seu ensino deveria ser finalizado ao ciclo estipulado pelo ensino secundário, garantindo uma formação característica do ensino secundário.

> A escola secundária dos Estados Unidos, tomada como um todo, não existe com o propósito de preparar garotos e garotas para faculdades. Apenas uma porcentagem insignificante dos graduandos dessas escolas vão para a faculdade ou escolas científicas. Sua maior função é de preparar para as obrigações da vida que uma pequena proporção das crianças no país – uma proporção pequena em número, mas muito importante para o bem-estar da nação – que se mostram capazes de tirar proveito de uma educação prolongada até o décimo oitavo ano, e os quais os pais conseguem lhes apoiar enquanto permanecem tanto tempo na escola (NEA, 1894, p. 51, tradução nossa).

O entendimento de como se constituía a formação, por volta de 1890, era de que o estudante deveria ter conhecimentos (fatos memorizados), a habilidade de traduzir frases do Latim, a capacidade de demonstrar um teorema em geometria, habilidades comerciais/contábeis ou em serviços manuais (MONROE; HERRIOTT, 1928). Desta forma, o ensino secundário na época era dado por uma ampla gama de disciplinas[84], que se constituíam em campos do conhecimento, na busca por ofertar um ensino que fosse capaz de garantir uma melhor formação para o estudante. Diversas disciplinas de um campo de conhecimento acabavam sendo ofertadas na forma de "cursos rápidos", fazendo com que apenas 35% deles, em um levantamento feito

[83] O sistema escolar da época não possuía uma forma e nomenclatura única, assim, as escolas secundárias possuíam nomes como "high school", "academy" e "grammar school" (vamos optar por chamar apenas de escola secundária). Da mesma forma, as escolas secundárias podiam oferecer mais de uma modalidade de curso, apresentando currículos distintos dentro de uma mesma instituição, ou entre instituições. Segundo dados exibidos por Monroe e Herriott (1928) de um levantamento com escolas secundárias de trinta e cinco cidades, foram constatados vinte diferentes cursos de ensino secundário. O chefe da Comissão dos dez, Charles Eliot, questionava se era possível encurtar os currículos do ensino secundário, diminuindo o número de disciplinas abordadas durante tal ensino, e ao mesmo tempo tornados mais ricos, ao oferecer disciplinas por mais tempo e de maneira mais aprofundada.

[84] Campos como a Matemática ou as Ciências eram constituídas de diversos temas, matérias ou disciplinas (*subjects*), como Álgebra, Geometria ou Aritmética para a matemática. Adotaremos aqui o termo "disciplina" quando nos referirmos ao ensino secundário e matéria para o ensino elementar.

com trinta escolas secundárias, fossem ofertados por mais de um ano (MONROE; HERRIOTT, 1928, p. 22). Ainda neste levantamento, apresentado por Monroe e Herriott (1928), a única disciplina abordada em todas as trinta escolas secundárias era a de Álgebra.

A falta de um padrão de ensino secundário, seja nos currículos ou nos diferentes cursos ofertados, levaram a muitas críticas, vindas tanto da população comum quanto de professores, referentes ao ensino secundário no país, sendo este sistema de ensino considerado insatisfatório (MONROE; HERRIOTT, 1928, p. 25). Uma grande crítica aos objetivos do ensino secundário era "relacionada à falta de preparação para a vida e para a cidadania. Frequentemente era constatado que a escola secundária era muito mais uma escola preparatória" (MONROE; HERRIOTT, 1928, p. 26, tradução nossa).

Muita pressão era imposta, por diversos setores da sociedade, sobre a necessidade de uma reforma no sistema de ensino, visto o avanço decorrente da industrialização e da urbanização das cidades. De acordo com Schwartzberg (1988, p. 44, tradução nossa), durante o período de 1880 e 1920 os Estados Unido passaram de uma "economia regional descentralizada, de pequenas oficinas e fazendas, para uma rede urbana de corporações industrializadas". Deste modo, o ensino das velhas ocupações precisava ser deixado de lado, o que gerou uma maior cobrança para o ensino das novas funções na sociedade.

Isto leva, no final do século XIX, à constituição de comissões estadunidense que deveriam estudar e propor mudanças ao ensino. Aqui, interessam-nos duas, as já mencionadas Comissão dos dez e Comissão dos quinze, responsáveis, respectivamente, pelo ensino secundário e elementar daquele país. Nesse sentido, Chervel (1990), ao falar da disciplina escolar e da busca por solução aos problemas vinculados a esta, indica que

> O século XIX acelerará esses processos multiplicando os corpos de inspetores e os organismos de formação de mestres, conferências pedagógicas, cursos normais, escolas normais, e desenvolvendo num grau jamais alcançado todas as formas de literatura pedagógica (CHERVEL, 1990, p. 197).

De acordo com Hart (1892) as principais figuras vinculadas ao processo de reestruturação do ensino seriam os superintendentes escolares que, geralmente, conseguiam colocar em prática reformas, imediatamente ou gradualmente. Os próximos, em nível de relevância, seriam aqueles que dedicaram suas vidas à educação, como diretores e reitores. Estes personagens teriam maior contato com a educação americana e a possibilidade de compará-las com o formato estrangeiro. Os professores seriam os últimos na lista de relevância, uma vez que carregam grande responsabilidade, mas sem poder apontar suas preferências. Segundo Hart (1892, p. 255, tradução nossa), os professores assumiam uma turma atrás da outra, levando-as em uma “direção que eles geralmente não aprovam”. Desta forma, estas figuras seriam as principais no movimento de melhoria do ensino elementar. A reforma da escola graduada teve como objetivo fornecer uma educação melhor, de modo a dar oportunidade tanto para o estudante que ingressasse no ensino secundário quanto para aquele que não o fizesse.

Sob a perspectiva dos autores (CHERVEL, 1990; HART, 1892) é que compreendemos que as pessoas ligadas à educação, pela vivência dos problemas concretos da sala de aula, seriam os principais vetores para lidar com os problemas vivenciados pela escola. Assim, os membros destas duas comissões são reitores, diretores e membros de órgãos fiscalizadores da educação estadunidense, como o comissário de educação e superintendentes escolares.

Antes de darmos início às nossas análises, também é importante apresentar ao leitor como se dava, de uma forma muito geral, a distribuição do ensino estadunidense, uma vez que constantemente faremos menção a este.

Quadro 15 – Organização escolar estadunidense no recorte temporal[85].

Nível de Ensino	Ensino Elementar (Elementary School)		Ensino Secundário (Secondary School)
Nomenclatura	Escola primária (Primary School)	Escola Graduada (Grammar School) ou Escola de ensino fundamental (Junior highschool)	Ensino Médio (Highschool)
Intervalo de tempo	4 Anos	4 Anos	4 Anos

Fonte: Elaboração nossa.

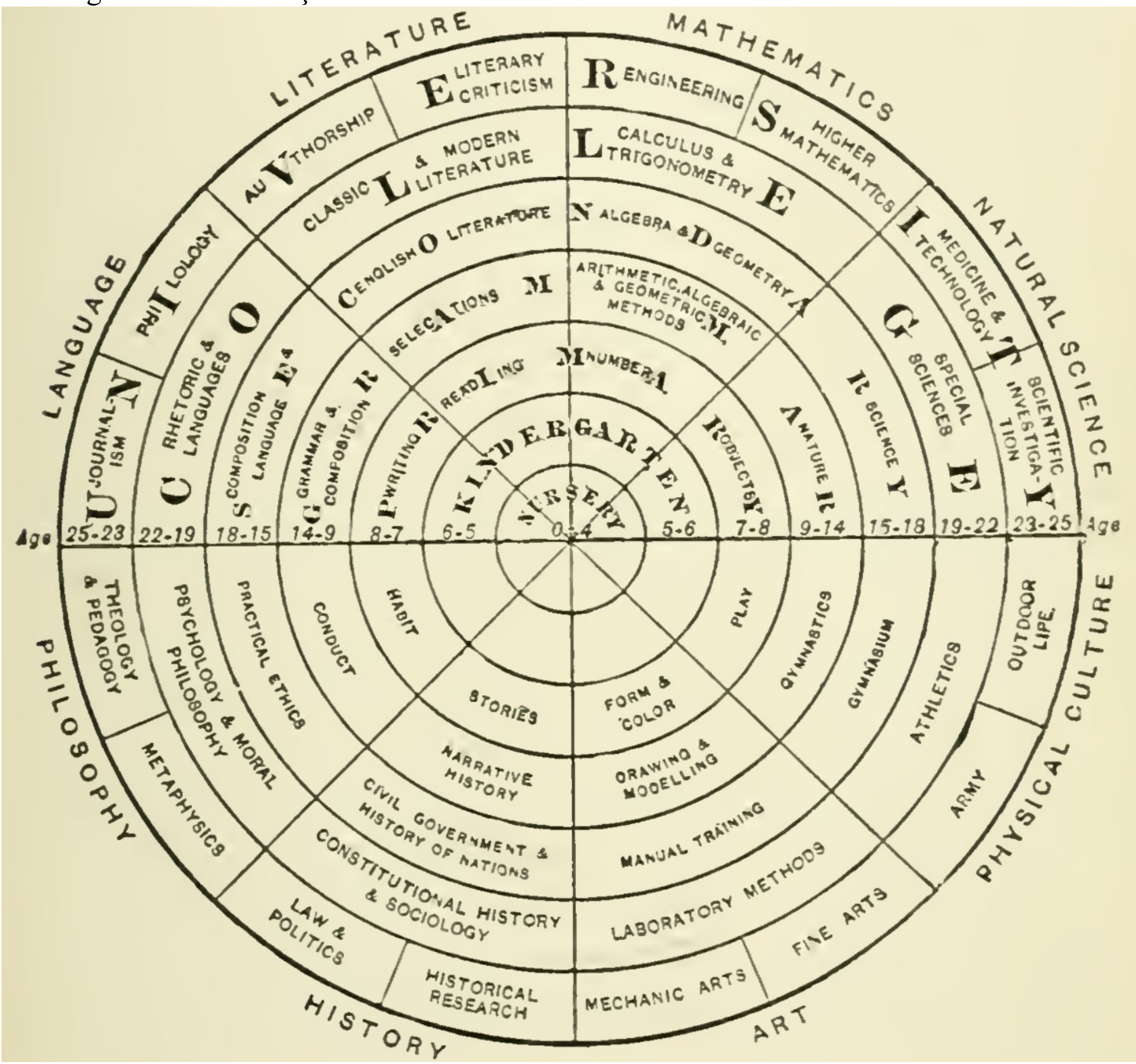
Cabe destacar, contudo, o que o próprio movimento daquele país nos evidencia: o ensino elementar e secundário não eram homogêneos. Caso assim fosse, talvez não houvesse necessidade de desprender tanto esforço e todo o recurso humano alocado nestes estudos.

[85] De acordo com Kyriakou (2014, p. 11, tradução e grifo nossos), “escola elementar e secundária são duas categorias principais de instrução. O termo Escola elementar é frequentemente empregado para descrever instituições do jardim de infância, entre cinco e seis anos de idade, até a oitava série, idades entre doze e treze anos, apesar de que algumas vezes escola primária seja usado no lugar de escola elementar. Escolas primárias e graduadas remetem ao mesmo grupo que as escolas elementares, com a escola primária atendendo crianças com idade entre cinco e nove anos, correspondendo ao intervalo da primeira série até a quarta série. Escolas graduadas engloba estudantes com idades entre dez e quatorze anos, que correspondem ao intervalo entre a quinta série e oitava série (CREMIN, 1980). A expressão Escola média também pode ser utilizada para descrever o intervalo das séries seis à nona, com alguma variação. Escola secundária ou escola superior **[high school, ensino médio]** remete à nona série até a décima segunda série, com idades entre treze e dezoito anos. Apesar de que alguns locais, cidades e estados possam classificar com alguma diferença, esta seria a definição geral adotada neste estudo”.

Assim, com o quadro anterior desejamos apenas que o leitor tenha alguma base para compreender o sistema de ensino estadunidense.

De forma semelhante, Hyde (1892) apresenta a distribuição das áreas de ensino nos diversos níveis escolares da escola estadunidense:

Figura 6 – Distribuição das áreas de ensino nos níveis escolares dos Estados Unidos.



Fonte: Hyde (1892, p. 211).

Na Figura 6 deve ser compreendido que cada disco representa um nível de instrução, começando pelo berçário (nursery - ao centro), passando pelo jardim de infância (kindergarten), pelo primário (primary), pela escola graduada (grammar), pelo secundário (secondary), pela faculdade (college) e, então, a universidade (university). Para o ensino elementar, formado pela escola primária e graduada, Hyde (1892) indica, como é possível observar na linha que divide horizontalmente os discos, a faixa etária de 7 a 14 anos, ou seja, um ensino de oito anos, já para o secundário, temos a faixa etária de 15 a 18 anos, ou seja, 4 anos. Podemos notar ainda a presença de "métodos aritméticos, algébricos e geométricos" no disco que corresponde a escola graduada, mas que Álgebra e Geometria se configuram apenas como áreas de ensino na escola secundária. Tais métodos algébricos podem ser compreendidos como os procedimentos comuns ao campo da Álgebra aplicados na Aritmética, como propriedades algébricas, bem como o ensino de conteúdos como *equidifferença*, proporção ou regra de três.

4.1 A COMISSÃO DOS DEZ

Em uma reportagem do "O Observador Econômico e Financeiro"[86], é apresentada a perspectiva estadunidense do final do século XIX:

> Ao atingir a última década do século XIX, os Estados Unidos possuem um sistema escolar mais prolongado: oito anos de escola primária, quatro de secundária [...]. Não obstante, nasce um movimento de descontentamento contra os resultados da educação ministrada pela escola elementar de oito anos, continuada pelo "High School" de quatro. [...] porque sobretudo, como consequência da sua agitação de idéias e problemas, se operou tôda uma nova orientação na política escolar. Verifica-se que a escola elementar de seis a quatorze anos ou de sete a quinze anos retinha adolescentes de treze, quatorze e quinze anos em estudos e métodos inadequados aos interêsses naturais da idade. Por outro lado é preciso levar em consideração as condições físicas, fisiológicas, emocionais, mentais e sociais dos jovens (NOVA ORIENTAÇÃO NA POLÍTICA ESCOLAR, 1944, p. 82).

O movimento de descontentamento citado acima culmina em discussões realizadas na Associação Nacional de Educação (*National Education Association* - NEA) dos Estados Unidos, no início da década de 1890:

> Será lembrado por aqueles que estavam nos encontros do Conselho Nacional de Educação em 1891 e 1892, que "uniformidade" era a palavra proeminente nas discussões da reforma da educação secundária, e que um ponto de destaque era um padrão uniforme para a admissão na faculdade. É bom relembrar este fato na evolução da comissão dos dez (TAYLOR, 1894, p. 193, tradução nossa).

A insatisfação com o ensino e a busca por uniformidade levam, em julho de 1892, à constituição da Comissão dos dez pela NEA, com o objetivo de estudar e indicar possíveis mudanças no sistema de ensino secundário nos Estados Unidos. Tal comissão foi formada por dez membros que organizariam conferências para a discussão da reestruturação do ensino secundário, segundo as áreas do conhecimento presentes nos currículos. Tal trabalho foi realizado em um curto período de tempo, uma vez que o relatório da comissão fora apresentado

---

[86] O periódico, do Rio de Janeiro, fez esta publicação em 1944, na qual se observa o título "NOVA ORIENTAÇÃO NA POLÍTICA ESCOLAR".

em 1893[87] e publicado em 1894. Nesse sentido, o próprio relatório aponta que "Se a comissão não tivesse sido limitada em tempo, com certeza discussões mais completas teriam resultado na modificação de algumas afirmações feitas no relatório" (NEA, 1894, p. 56, tradução nossa).

A equipe com dez membros foi constituída como se observa:

Quadro 16 – Membros da Comissão dos dez.

Nome	Atuação	Local
Charles William Eliot (presidente da comissão)	Reitor da universidade de Harvard	Massachusetts
William Torrey Harris	Comissário de educação do país	Washington
James Burrill Angell	Reitor da universidade de Michigan	Michigan
John Tetlow	Diretor da Escola Secundária de Gatoras de Boston	Massachusetts
James Monroe Taylor	Reitor da faculdade Vassar	Nova Iorque
Oscar David Robinson	Diretor da Escola Secundária de Albany	Nova Iorque
James Hutchins Baker	Reitor da universidade do Colorado	Colorado
Richard Henry Jesse	Reitor da universidade do Missouri	Missouri
James Cameron Mackenzie	Diretor da escola Lawrenceville	Nova Jersey
Henry Churchill King	Professor da faculdade de Oberlin	Ohio

Fonte: Elaborado a partir de NEA (1894, p. 4) e Schwartzberg (1988, p. 29).

.

A comissão então contatou duzentas escolas secundárias, de forma que estas respondessem a uma pesquisa para averiguar quais disciplinas eram ensinadas e por quantas horas durante a semana. Destas apenas quarenta escolas emitiram resposta. Com base nos dados obtidos, foram formadas nove subcomissões em novembro de 1892, para as áreas de Latim; Grego; Matemática[88]; Inglês; Outras línguas modernas; Ciências Físicas; História Natural (Biologia, Botânica, Zoologia, Fisiologia); História, Governo e Economias Políticas; Geografia (Geografia Física, Geologia e Meteorologia) (SCHWARTZBERG, 1988, p. 30). Tais subcomissões realizariam conferências para discutir e apontar indicações de cada campo do conhecimento. Cada subcomissão fora constituída por dez membros, formando ao fim uma equipe com quarenta e sete membros do ensino superior, quarenta e dois do ensino secundário

[87] No Brasil, uma tradução foi publicada pela "Revista Pedagogica", sendo a primeira parte publicada no n. 48, tomo 9, p. 292-330, 1896. Disponível em: http://memoria.bn.br/DocReader/341010/2807. Acesso em: 30 julho 2020. Não se teve acesso à segunda parte, provavelmente presente no número seguinte da revista.

[88] A subcomissão de Matemática foi formada pelo professor William E. Byerly, da universidade de Harvard; professor Florian Cajori, da faculdade do Colorado; Arthur H. Cutler, diretor da escola privada de garotos de Nova York; professor Henry B. Fine, da faculdade de Nova Jersey; W. A. Greeson, diretor da escola secundária de Grand Rapids; Andrew Ingraham, da escola pública de Swain; professor Slmon Newcomb, da universidade de Johns Hopkins; professor George D. Olds, da faculdade de Amherst; James L. Patterson, da escola de Lawrencevllle; professor T. H. Safford, da faculdade de Williams.

e um oficial do governo. Segundo o relatório da comissão (NEA, 1894), as conferências realizadas pelas subcomissões ocorreram em três dias e, ao fim destas, cada subcomissão conseguiu chegar a uma opinião unitária do grupo.

> A comissão dos dez solicitou que as conferências fizessem seus relatórios e recomendações o mais específico possível. Este pedido foi em grande parte atendido; mas, muito naturalmente, os relatórios e recomendações são mais específicos a respeito da seleção de assuntos em cada disciplina, dos melhores métodos de instrução, e das aplicações desejáveis ou instrumentos, do que a respeito da alocação de tempo de cada disciplina (NEA, 1894, p. 13, tradução nossa).

Após as discussões desenvolvidas isoladamente por cada conferência, estas iriam se reunir ao fim de dezembro de 1892. Para melhor nortear o trabalho que seria desenvolvido pelas subcomissões durante as conferências, onze questões foram formuladas, sendo elas:

> 1. Em um percurso escolar entendido aproximadamente entre os seis anos e os dezoito anos de idade - um percurso que inclui o ensino elementar e o secundário – em qual idade deveria ser introduzido o estudo da disciplina da Conferência? 2. Após introduzido, quantas horas semanais e quantos anos deveriam ser dedicados à disciplina? 3. Quantas horas por semana e quantos anos deveriam ser dedicadas à disciplina durante os últimos quatro do ensino, isto é, durante o ensino secundário? 4. Quais assuntos, ou partes, da disciplina poderiam ser razoavelmente abordadas durante todo o curso (ensino elementar e secundário)? 5. Quais assuntos, ou partes, da disciplina poderiam ser melhor abordadas nos últimos quatro anos (ensino secundário)? 6. De que forma e a qual extensão deveria a disciplina entrar para os requerimentos de admissão do ensino superior? 7. As disciplinas deveriam ser abordadas de maneira diferenciada para estudantes que iriam ingressar no ensino superior, para os que iriam para escolas científicas, e para aqueles que, supostamente, não iriam para nenhuma? 8. Em qual momento esta diferenciação deveria começar se fosse recomendada? 9. Poderia ser apresentada uma descrição de um melhor método para ensinar esta disciplina através do curso escolar? 10. Poderia ser apresentada uma descrição da melhor maneira de testar as conquistas nestas disciplinas nos exames de admissão do ensino superior? 11. Para os casos em que o ensino superior permitir a separação do exame de admissão em um teste preliminar e um final, separados por ao menos um ano, o melhor intervalo de tempo entre estes dois exames pode ser definido? (NEA, 1894, p. 6-7, tradução nossa).

Tais questões poderiam ser aglutinadas em tópicos: (1) Quando uma dada disciplina deveria começar a ser ensinada, quantas horas semanais e quantos anos deveriam ser dedicados a ela no ensino? (2) Quanto deste campo do conhecimento poderia ser abordado de maneira razoável no período levantado? (3) De que forma e sob qual profundidade esta disciplina deveria fazer parte do exame de admissão do ensino superior? (4) O ensino desta disciplina deveria ser diferenciado a partir das perspectivas futuras dos estudantes? Quando tal diferenciação deveria ter início? (5) Existe um melhor método de ensino ou de avaliação para esta disciplina? (6) Supondo um exame de admissão, para o ensino superior, em dois estágios, qual seria o melhor intervalo de tempo entre as duas partes do exame? Conseguimos observar estes tópicos na leitura do relatório da Comissão dos dez.

De acordo com Schwartzberg (1988, p. 32 e 53), o relatório da Comissão dos dez foi elaborado por Eliot e Tetlow e entregue em 1893[89], sendo publicado pelo Bureau de Educação, em Washington, o qual imprimiu trinta mil cópias e as distribuiu pelo país. Devido à demanda pública, em 1894, a Associação Nacional de Educação firmou um acordo com a American Book Company para uma nova impressão do relatório, agora contendo um sumário e que seria vendido pelo seu valor nominal. Nele também são apresentados os relatórios das conferências realizadas por cada área do conhecimento, em dezembro de 1892. A grande demanda pelo relatório elaborado, bem como sua tradução feita pela "Revista Pedagogica" em 1896 ou a presença da discussão no âmbito brasileiro, em 1944, no "O Observador Econômico e Financeiro", mostram a amplitude, seja espacial ou temporal, de sua circulação física.

Muitas foram as posições em relação ao relatório da comissão. Alguns educadores apresentavam posicionamentos mais favoráveis, em revistas como *The American Journal of Education* e *Education Review*, outros nem tão favoráveis, em revistas como *Education* e *The Journal of Education* (SCHWARTZBERG, 1988). No entanto, a proposta do documento, assim como a posição de seus membros, era de que o relatório serviria como base para as escolas secundárias. Nesse sentido, não se esperavam resultados imediatos, uma vez que

> Nenhum resultado educacional apropriado pode ser obtido sem que se reconheça o elemento do tempo como essencial e sem lembrar que a mente imatura do estudante escolar precisa de mais tempo para assimilar o conteúdo que lhe é necessário, na perspectiva do seu professor. A comissão insistiu no princípio que qualquer disciplina que é introduzida no currículo deve ser ensinada de maneira suficiente, e por um período de tempo suficiente, para garantir para o estudante o aproveitamento apropriado, e a menos que estas condições possam ser cumpridas é mais do que inútil o ensinar (TAYLOR, 1894, p. 194, tradução nossa).

Assim, a comissão defendia o aumento da carga horária semanal para o desenvolvimento das atividades no ensino secundário. Segundo Taylor (1894, p. 195), o sistema escolar com quinze horas semanais tornava o processo de ensino muito pesado para os estudantes, uma vez que muito deveria ser feito em um período curto de tempo. Neste sentido, de acordo com a comissão, pensar um currículo com vinte horas semanais deveria ser o ponto de partida. A discussão acerca do tempo destinado à aprendizagem se torna muito relevante, uma vez que nas conferências realizadas, segundo Schwartzberg (1988, p. 33, tradução nossa), "A maioria dos membros da comissão acreditava que suas áreas deveriam ser introduzidas aos estudantes mais cedo, com a ampliação dos assuntos mais à frente no percurso escolar".

[89] O último encontro da Comissão dos dez ocorreu entre 8 e 11 de novembro de 1893.

Foi de concordância unânime de que os estudantes que ingressariam no ensino superior não deveriam receber uma educação diferenciada, no que “A comissão se declarou contra a prática comum Americana de ensinar a mesma disciplina diferentemente para aqueles que propõe diferentes objetivos para si mesmos após o período escolar” (TAYLOR, 1894, p. 194, tradução nossa). Este posicionamento se dava pelo fato de que a escola secundária não tinha como função preparar os estudantes para continuar sua educação, uma vez que a maioria deles não ingressaria no ensino superior. A função da escola seria de preparar este sujeito para a vida e à sociedade. No entanto, a comissão defendia a posição de que qualquer estudante que houvesse frequentado uma escola secundária, aos moldes propostos pela comissão, deveria ser elegível para ingressar no ensino superior. Tal posicionamento visava a uma melhor articulação entre o ensino secundário e o ensino superior (SCHWARTZBERG, 1988). Assim,

> Tanto para aqueles que não pretendem seguir adiante na sua educação, e para aqueles que escolhem uma linha de desenvolvimento, é desejado que um curso seja planejado de forma a conter o essencial de uma boa educação – linguagem, história, matemática, ciências naturais. O ganho para a juventude com o conhecimento dos elementos destas diferentes linhas de interesse, antes de sua decisão ser tomada, não pode ser superestimado (TAYLOR, 1894, p. 195, tradução nossa).

Segundo Schwartzberg (1988, p. 35, tradução nossa), a comissão “havia admitido que não seria possível que todas as suas recomendações fossem aplicadas em todas as escolas dos Estados Unidos”, haja vista, por exemplo, que uma das preocupações apresentadas pela comissão seria a escassez de professores qualificados para levar adiante as recomendações apresentadas. Deste modo, fora indicado também que os professores deveriam participar de formações, o que poderia fazer uso das “universidades, dos superintendentes e professores mestres” (SCHWARTZBERG, 1988, p. 35), propiciando mais uma oportunidade de relação entre os dois sistemas de ensino. Diferentemente da Comissão dos quinze, que elabora uma discussão específica e aprofundada em um relatório acerca da formação de professores (TARBELL et al., 1895), a Comissão dos dez realiza apenas apontamentos sobre o tema.

Ainda assim o trabalho apresentado pela comissão fora de grande relevância, como destaca Dexter (1906, p. 254), ao dizer que o relatório da comissão havia sido, por alguns anos após sua publicação, algo essencial em qualquer discussão que envolvesse o ensino secundário. Dexter (1906), em um estudo sobre as repercussões do trabalho da comissão, dez anos depois da publicação do relatório, indica que tal documento não afetou diretamente, e de forma expressiva, o currículo do ensino secundário. No entanto, o trabalho da comissão chamou atenção para problemas curriculares, tornando os envolvidos na educação conscientes desses problemas. Ainda assim, diversas indicações apresentadas pela comissão mostram evolução no período da análise, o que, segundo Dexter, pode indicar que algumas das recomendações da comissão foram seguidas, ou esta conseguiu profetizar mudanças na educação. O que não significa, como apontado anteriormente, que neste trabalho não houvesse discordâncias ao texto elaborado. Dentre as críticas apresentadas ao trabalho da comissão dos dez, temos, por exemplo,

> A ênfase colocada em línguas estrangeiras, incluindo o Latim clássico; a elevação da importância dada às ciências naturais pela comissão dos dez; a preponderância de educadores universitários do nordeste (dos Estados Unidos) que participavam de várias subcomissões; a falta espaço para a educação física, belas artes, negócios e disciplinas profissionais (SCHWARTZBERG, 1988, p. 54, tradução nossa).

4.1.1 Alguns aspectos do ensino proposto pela Comissão dos dez

O relatório da Comissão dos dez (NEA, 1894) indica, dentre o que já foi apontado, que a comissão se posiciona a favor de que algumas disciplinas reservadas para o ensino secundário, como álgebra, geometria, ciências naturais e línguas estrangeiras, deveriam ser ensinadas mais cedo no ensino elementar. Uma alternativa seria o ensino secundário começar dois anos antes, criando um programa com seis anos no ensino elementar e seis anos no ensino secundário. Na visão da comissão (NEA, 1894, p. 45, tradução nossa), "na presente organização, disciplinas elementares e metodologias elementares são, no julgamento da comissão, mantidas em uso por tempo demais". Esta última ideia não seguiu adiante como observamos na história.

> Para os membros do Committee of Ten, a necessidade na secondary school era melhorar o tratamento dado aos temas oferecidos e não aumentar o número de temas para atender a diferentes necessidades. O entendimento era que a melhoria da instrução poderia ser mais bem efetivada se a atenção fosse centrada em uns poucos temas fundamentais (SANTOS, 2006, p. 62).

Com isso, a Comissão dos dez propõe como deveria ser o ensino elementar que serviria como base para suas propostas elaboradas para o ensino secundário. Apresentamos a seguir o resumo do programa para a instrução elementar exposto pelo relatório da Comissão dos dez. Nela, o ensino elementar é dividido em 8 anos e conta com a presença do ensino de: Latim; Grego; Inglês; Línguas modernas; Matemática; Física, Química e Astronomia; História Natural; História; Geografia. Além disso, a tabela também apresenta a distribuição da quantidade de períodos (5p, por exemplo, significa "5 períodos") que deveriam ser dedicados ao ensino das rubricas a cada semana. A Comissão dos dez considera que um período deveria ter tempo determinado entre 40 e 45 minutos.

Quadro 17 – O programa do ensino elementar segundo as demandas das conferências.

	1º ano	**2 º ano**	**3 º ano**	**4 º ano**	**5º ano**	**6 º ano**	**7 º ano**	**8 º ano**
Latim					O ensino deveria começar mais cedo no ensino elementar			
Grego							O ensino deveria começar mais cedo	
Inglês	Estudantes deveriam reproduzir e inventar histórias, descrever objetos		Começa a leitura suplementar (continua por todos os anos) Começa composição – escrever narrativas e descrições – exercícios orais e de escrita em formulários e sentenças				Deste período em diante não usar leitores	Gramática, 3p
Línguas modernas					Eletiva: Alemão ou Francês, 5p	Eletiva: Alemão ou Francês, 4p	Eletiva: Alemão ou Francês, 3p (pelo menos)	Eletiva: Alemão ou Francês, 3p (pelo menos)
Matemática	Aritmética durante os primeiros oito anos, com expressões algébricas, símbolos e equações simples – não é recomendado um número específico de horas							
					Geometria concreta – 1p			
Física, Química e Astronomia	Estudo de fenômenos naturais, 5p, através dos oito anos do ensino por meio de experimentos, incluindo medições físicas e as recomendações das conferências específicas							
História Natural	Através dos oito anos, 2p, e não menos do que 30 minutos de cada dedicado para plantas e animais; o ensino deve ser correlacionado com línguas, desenho, literatura e geografia							
História					Biografia e Mitologia, 3p		História Americana e elementos do governo civil, 3p	História grega e romana, 3p
Geografia	Tempo alocado nos primeiros oito anos igual aquele dado à quantidade de trabalho. A disciplina – a terra, seu meio ambiente e habitantes, incluindo os elementos de astronomia, meteorologia, zoologia, botânica, história, comércio, raças, religiões e governos							
								Geografia física

Fonte: Elaborado com base em (NEA, 1894, p. 34).

De posse dos relatórios individuais elaborados por cada conferência, a Comissão dos dez estabelece uma proposta inicial de como poderia ser feita distribuição das disciplinas de ensino em um programa do ensino secundário em quatro anos. O ensino ainda é distribuído em períodos semanais, durando entre 40-45 minutos. A figura, a seguir, apresenta a proposta inicial elaborada pela comissão.

Figura 7 – Previsão da distribuição das disciplinas semanais durante os quatro anos do ensino secundário, segundo a recomendação da Comissão dos dez.

1st Secondary School Year.

Latin		5 p.
English Literature,	3 p.	5 p.
" Composition,	2 p.	
German or French		4 p.
Algebra		5 p.
History		3 p.
		22 p.

2nd Secondary School Year.

Latin		5 p.
Greek		5 p.
English Literature,	3 p.	5 p.
" Composition,	2 p.	
German		4 p.
French		4 p.
Algebra,*	$2\frac{1}{2}$ p.	5 p.
Geometry,	$2\frac{1}{2}$ p.	
Astronomy (12 weeks)		5 p.
Botany or Zoölogy		5 p.
History		3 p.
		$37\frac{1}{2}$ p.

*Option of book-keeping and commercial arithmetic.

3rd Secondary School Year.

Latin		5 p.
Greek		4 p.
English Literature,	3 p.	5 p.
" Composition,	1 p.	
Rhetoric,	1 p.	
German		4 p.
French		4 p.
Algebra*		$2\frac{1}{2}$ p.
Geometry		$2\frac{1}{2}$ p.
Chemistry		5 p.
History		3 p.
		35 p.

* Option of book-keeping and commercial arithmetic.

4th Secondary School Year.

Latin		5 p.
Greek		4 p.
English Literature,	3 p.	5 p.
" Composition,	1 p.	
" Grammar,	1 p.	
German		4 p.
French		4 p.
Trigonometry,	2 p. $\frac{1}{2}$ yr.	2 p.
Higher Algebra,	2 p. $\frac{1}{2}$ yr.	
Physics		5 p.
Anatomy, Physiology, and Hygiene, $\frac{1}{2}$ yr.		5 p.
History		3 p.
Geol. or Physiography,	3 p. $\frac{1}{2}$ yr.	3 p.
Meteorology,	3 p. $\frac{1}{2}$ yr.	
		$37\frac{1}{2}$ p.

Fonte: Relatório da Comissão dos dez (NEA, 1894, p. 37).

No entanto, a posição dos membros da comissão era a de que a divisão de períodos para as diversas disciplinas fosse mais homogênea durante o ano letivo, ou seja, a distribuição deveria ser homogênea em cada ano e não quando se observava o ensino secundário como um todo[90]. Isto levou à elaboração de um segundo programa, no qual podemos observar tal distribuição que se pretendia mais homogênea.

Figura 8 – Distribuição das disciplinas semanais de forma mais homogênea durante os quatro anos do ensino secundário.

1st Secondary School Year.

Latin	5 p.
English Literature, 2p. / " Composition, 2 p.	4 p.
German [or French]	5 p.
Algebra	4 p.
History of Italy, Spain, and France	3 p.
Applied Geography (European political — continental and oceanic flora and fauna)	4 p.
	25 p.

2nd Secondary School Year.

Latin	4 p.
Greek	5 p.
English Literature, 2 p. / " Composition, 2 p.	4 p.
German, continued	4 p.
French, begun	5 p.
Algebra,* 2 p. / Geometry, 2 p.	4 p.
Botany or Zoölogy	4 p.
English History to 1688	3 p.
	33 p.

* Option of book-keeping and commercial arithmetic.

3rd Secondary School Year.

Latin	4 p.
Greek	4 p.
English Literature, 2 p. / " Composition, 1 p. / Rhetoric, 1 p.	4 p.
German	4 p.
French	4 p.
Algebra,* 2 p. / Geometry, 2 p.	4 p.
Physics	4 p.
History, English and American	3 p.
Astronomy, 3 p. 1st ½ yr. / Meteorology, 3 p. 2nd ½ yr.	3 p.
	34 p.

* Option of book-keeping and commercial arithmetic.

4th Secondary School Year.

Latin	4 p.
Greek	4 p.
English Literature, 2 p. / " Composition, 1 p. / " Grammar, 1 p.	4 p.
German	4 p.
French	4 p.
Trigonometry, / Higher Algebra,	2 p.
Chemistry	4 p.
History (intensive) and Civil Government	3 p.
Geology or Physiography, 4 p. 1st ½ yr. / Anatomy, Physiology, and Hygiene, 4 p. 2nd ½ yr.	4 p.
	33 p.

Fonte: Relatório da Comissão dos dez (NEA, 1894, p. 41).

90 Ou seja, em um mesmo ano os temas deveriam ter uma divisão proporcional de períodos por semana, mas que temas como Latim e Química não precisavam ser abordados por igual período de tempo, visto que o primeiro é abordado nos quatro anos e o segundo apenas no terceiro ano.

Em relação a este último programa proposto (Figura 8), o relatório da Comissão dos dez indica que ele permite flexibilidade e variedade em três aspectos, sendo eles:

> Primeiro, não é necessário que cada escola deveria ensinar todas as disciplinas, ou qualquer conjunto particular de disciplinas, apresentado no programa. Segundo, não é necessário que cada estudante tenha, em cada local e a todo momento, o mesmo número de períodos de instrução por semana. Em uma escola os estudantes podem ter dezesseis períodos por semana, em outra, vinte; ou em alguns anos do programa os estudantes podem ter mais períodos por semana que nos outros anos. [...] Terceiro, não é necessário que toda escola secundária deva começar sua instrução ao nível apresentado como ponto inicial da instrução secundária [...]. Se em alguma comunidade a escola secundária não tenha como base uma escola elementar [...], ela apenas terá que começar sua instrução mais abaixo na tabela [...]. A sequência de estudos recomendada pelas conferências ainda serviria como um guia; mas a demarcação entre a escola elementar e a escola secundária ocorreria nesta comunidade em um ponto mais baixo (NEA, 1894, p. 43-44, tradução nossa).

Deste ponto de vista, a comissão acreditava que as propostas apresentadas por ela deveriam ser vistas como “um padrão ao qual as escolas secundárias deveriam tender; e não como um padrão a que elas devam se adaptar de imediato” (NEA, 1894, p. 44). Assim, a comissão apresenta quatro modelos de programas que poderiam ser utilizados por escolas secundárias que ofertassem um ensino em quatro anos. Tais programas seguem a visão e as recomendações das conferências, ou seja,

> tratam cada disciplina de maneira idêntica para todos os estudantes, com pequenas exceções; propiciam tempo suficiente para cada disciplina conseguir suprir o treino mental que lhe é específico; buscam homogeneidade de disciplinas distintas, no aspecto da alocação de tempo; eliminam todos os cursos rápidos; tornam a instrução suficientemente contínua em cada uma das principais linhas, a saber, línguas, ciências, história e matemática (NEA, 1894, p. 44-45, tradução nossa).

Com isto, a comissão elabora quatro programas, com base nas estruturas já propostas e nos relatórios das conferências, nos quais buscam deixar o momento de escolha entre algum modelo de curso para o terceiro ano. Tal posicionamento leva em consideração a crença de que “O mais sábio professor, ou os pais mais observadores, dificilmente conseguem prever com confiança a aptidão de um estudante para uma disciplina que ele nunca teve contato” (NEA, 1894, p. 47). Assim,

> na medida em que muitos garotos e garotas que começam o curso da escola secundária não permanecem na escola por mais de dois anos, a comissão achou importante selecionar o que deveria ser estudado nos dois primeiros anos de forma que disciplina da linguística, matemática e ciências deveriam ser todas adequadamente representadas (MACKENZIE, 1894, p. 154, tradução nossa).

Quadro 18 – Quatro programas do ensino secundário propostos pela Comissão dos dez.

Ano	**Clássico:** Três línguas estrangeiras (uma moderna)	**Latim – Científico:** Duas línguas estrangeiras (uma moderna)	**Línguas Modernas:** Duas línguas estrangeiras (ambas modernas)	**Inglês:** Uma língua estrangeira (antiga ou moderna)
1º	Latim..........................5p Inglês..........................4p Álgebra.......................4p História.......................4p Geografia física...........3p	Latim..........................5p Inglês..........................4p Álgebra.......................4p História.......................4p Geografia fis...............3p	Início do Francês [ou Alemão]......................5p Inglês..........................4p Álgebra.......................4p História.......................4p Geografia fis...............3p	Latim, Alemão ou Francês........................5p Inglês..........................4p Álgebra.......................4p História.......................4p Geografia física...........3p
2º	Latim..........................5p Inglês..........................2p Início do Alemão [ou Francês]......................4p Geometria...................3p Física..........................3p História.......................3p	Latim..........................5p Inglês..........................2p Início do Alemão [ou Francês]......................4p Geometria...................3p Física..........................3p Botânica ou Zoologia..3p	Francês [ou Alemão]...4p Inglês..........................2p Início do Alemão [ou Francês]......................5p Geometria...................3p Física..........................3p Botânica ou Zoologia..3p	Latim, Alemão ou Francês........................4p Inglês..........................4p Geometria...................3p Física..........................3p História.......................3p Botânica ou Zoologia...3p
3º	Latim..........................4p Grego..........................5p Inglês..........................3p Alemão [ou Francês]...3p Matemática {Álgebra 2 Geomet. 2}.................4p	Latim..........................4p Inglês..........................3p Alemão [ou Francês]...4p Matemática {Álgebra 2 Geomet. 2}.................4p Astronomia 1/2 ano & Meteorologia 1/2 ano...3p História.......................2p	Francês [ou Alemão]...4p Inglês..........................3p Alemão [ou Francês]...4p Matemática {Álgebra 2 Geomet. 2}.................4p Astronomia 1/2 ano & Meteorologia 1/2 ano...3p História.......................2p	Latim, Alemão ou Francês........................4p Inglês{Cláss. 3 Adic. 2}..........5p Matemática {Álgebra 2 Geomet. 2}.................4p Astronomia 1/2 ano & Meteorologia 1/2.........3p História {LatimCient. 2 Adicional 2}..........4p
4º	Latim..........................4p Grego..........................5p Inglês..........................2p Alemão [ou Francês]...3p Química.......................3p Trigonom. & Álgebra avanç. ou História}.........3p	Latim..........................4p Inglês{Cláss. 2 Adicion. 2}.......4p Alemão [ou Francês]...3p Química.......................3p Trigonom. & Álgebra avanç. ou História}..........3p Geologia ou Fisiografia 1/2 ano e Anatomia, Fisiologia, Higiene 1/2 ano}......3p	Francês [ou Alemão]...3p Inglês{Cláss. 2 Adicion. 2}.......4p Alemão [ou Francês]...4p Química.......................3p Trigonom. & Álgebra avanç. ou História}..........3p Geologia ou Fisiografia 1/2 ano e Anatomia, Fisiologia, Higiene 1/2 ano}......3p	Latim, Alemão ou Francês........................4p Inglês{Cláss. 2 Adicion. 2}.......4p Química.......................3p Trigonometria & Álgebra avançada......................3p História.......................3p Geologia ou Fisiografia 1/2 ano e Anatomia, Fisiologia, Higiene 1/2 ano}......3p

Fonte: Elaborado com base em (NEA, 1894, p. 46-47).

Com isso, "Os dois primeiros anos de qualquer um desses quatro programas apresentados acima irão ser, no julgamento da comissão, altamente proveitosos, por eles mesmos, para crianças que não têm capacidade de seguir adiante" (NEA, 1894, p. 48, tradução nossa). A comissão ainda aponta que a omissão de disciplinas como música e desenho não foi feita com a intenção de indicar que esses não deveriam receber atenção por parte do sistema escolar. A comissão acreditava que a implementação dessas disciplinas deveria ficar a cargo das autoridades locais da comunidade escolar, de forma a decidir como outras disciplinas, além das apresentadas pela comissão, deveriam ser introduzidas no modelo proposto.

Os quatro programas propostos pela Comissão dos dez poderiam também estabelecer uma melhor relação entre o ensino secundário e o ensino superior, uma vez que a comissão acreditava que “a conclusão satisfatória de qualquer um dos cursos de quatro anos estruturados anteriormente deveriam admitir para os referidos cursos em faculdades e escolas científicas” (NEA, 1894, p. 53, tradução nossa), ou seja, a conclusão de um ensino secundário como o proposto pela comissão seria uma passagem de entrada para um curso superior relacionado.

> A opinião de Charles W. Eliot era que todos os alunos deveriam ser preparados para a vida, com uma única diferença: alguns poderiam continuar a preparação, enquanto outros poderiam passar, logo depois da high school, a dedicar-se a atividades da vida – comércio e indústria (SANTOS, 2006, p. 53).

Outra indicação da comissão, segundo o relatório (NEA, 1894, p. 50), seria da implementação de aulas aos sábados pela manhã, para atividades de laboratório nas disciplinas científicas, uma vez que tais atividades demandariam maior intervalo de tempo do que uma aula expositiva, propondo um período mínimo de uma hora e meia para tal. Ainda nesse sentido, além do período matutino de ensino, uma tarde deveria ser utilizada para atividades fora da sala de aula, em disciplinas como Geografia, Botânica, Zoologia ou Geologia. O relatório ainda ressalta que tais atividades seriam consideradas regulares para os professores responsáveis.

4.1.2 A Matemática na perspectiva da Comissão dos dez

De acordo com o relatório da Comissão dos dez, a subcomissão de Matemática se posicionava a favor de que, para o ensino elementar, “uma mudança radical no ensino de aritmética era necessária” (NEA, 1894, p. 105, tradução nossa). Assim, a comissão recomenda que “o curso de aritmética nas escolas elementares deveria ser resumido, e recomenda apenas uma moderada quantidade de tempo para álgebra e geometria” (NEA, 1894, p. 14, tradução nossa). Neste sentido, a subcomissão esclarece dizendo que o ensino de Aritmética deveria ser

> [...] de uma vez resumido e enriquecido; resumido por omitir totalmente aqueles assuntos que confundem e esgotam o estudante sem que conceder qualquer disciplina mental valiosa, e enriquecido por um maior número de exercícios no simples cálculo, e na resolução de problemas concretos (NEA, 1894, p. 23, tradução nossa).

Referente aos assuntos que deveriam ser abreviados ou totalmente omitidos, estão proporção composta (regra de três composta), raiz cúbica e medições abstratas. Alguns desses assuntos, segundo a subcomissão, “podem ser ensinados por métodos algébricos com tal facilidade que não há razão clara para sua permanência no curso de aritmética" (NEA, 1894, p. 107, tradução nossa), de modo que tais temas fossem abordados na matéria de Álgebra.

O sistema métrico deveria ser ensinado em aplicações com medições reais a serem executadas pelos estudantes e os instrumentos de medida, assim como os pesos, vistos e manuseados pelos estudantes. A maior parte da aritmética comercial e porcentagens deveria ser reduzida ao que é necessário para a vida, de forma que, para boa parte dos estudantes, os assuntos de aritmética comercial não têm valor prático, uma vez que "eles são muito novos e inexperientes para entender os princípios nos quais o comércio é conduzido" (NEA, 1894, p. 107, tradução nossa). Além disso, a comissão defendia que quando estes estudantes fossem ter contato com o mercado, eles encontrariam toda Aritmética para eles imprescindível na aritmética comercial básica, ou seja, juros, desconto e porcentagem. Assim,

> O método de ensino deveria ser inteiramente objetivo, e de forma a incentivar o exercício da atividade mental do estudante. Os livros-texto deveriam ser subordinados ao professor. As ilustrações e problemas deveriam, tanto quanto possível, ser apresentados a partir de objetos familiares; e o estudante deveria ser encorajado a conceber tantos quantos ele conseguir. Tanto quanto possível, regras deveriam ser derivadas indutivamente, ao invés de serem declaradas dogmaticamente. Nesse sistema as regras virão ao fim, e não no começo (NEA, 1894, p. 105, tradução nossa).

Os avanços sugeridos para o ensino de Aritmética, feitos pela subcomissão de Matemática, podem ser resumidos em duas perspectivas: tornar o ensino mais concreto; prestar mais atenção à facilidade e exatidão no trabalho. Isso ressalta que o professor, de acordo com a comissão, deveria estar totalmente preparado para operar de forma correta e rápida com as quatro operações básicas com números, frações e números decimais. Além disso, "O sistema concreto não deveria se restringir a princípios, mas ser estendido para aplicações práticas em medidas e na física" (NEA, 1894, p. 24, tradução nossa). Nessa lógica, as operações

> [...] não deveriam ser realizadas apenas de forma simbólica usando números, mas de forma prática, ao agrupar linhas, dividindo-as em partes e combinando as partes de maneira a ilustrar as regras fundamentais da multiplicação e divisão de frações. Um estudante pode aprender a dividir uma linha em partes mais facilmente do que ele consegue dominar definições; e quando isso é feito, ele tem uma concepção de frações que não consegue obter de outra forma (NEA, 1894, p. 109, tradução nossa).

No entanto, nas escolas elementares não deveria haver apenas o ensino de Aritmética, mas também dos "elementos de álgebra, e geometria concreta em conexão com o desenho" (NEA, 1894, p. 15, tradução nossa). Isto se dava pelo fato de que "o professor do ensino secundário não observa, nos estudantes recém-saídos do ensino elementar, a base dos conceitos da matemática elementar fora da aritmética; não há relação com a linguagem algébrica" (NEA, 1894, p. 15, tradução nossa). Assim, uma finalidade do ensino de Álgebra para a instrução elementar é a continuidade da formação do jovem e sua preparação para a instrução secundária.

Deste modo, a subcomissão propõe um curso de Aritmética que "começa aos seis anos de idade e finaliza com treze anos", mas que "a comissão não se sente competente em determinar quantas horas semanais deveriam ser destinadas a isso (ensino de aritmética), e, portanto, deixa essa questão para professores e outras autoridades" (NEA, 1984, p. 105, tradução nossa). A Álgebra da instrução elementar deveria começar com a idade de quatorze anos, mas, em relação ao ensino de aritmética, "os estudantes deveriam ser familiarizados mais cedo com expressões algébricas e seus símbolos, incluindo o método de resolução de equações simples" (NEA, 1894, p. 23, tradução nossa). Assim, os estudantes encontrariam no ensino de Aritmética a linguagem e o pensamento algébrico. Já o professor poderia obter benefício ao "introduzir equações simples no estudo de proporções, dos mais difíceis problemas em análise, e de porcentagem e suas aplicações" (NEA, 1894, p. 111, tradução nossa).

Sobre o ensino de Álgebra, a subcomissão apresentou em seu relatório que deveria ser dada maior atenção às operações nesta matéria, de forma que os estudantes deveriam desenvolver a mesma habilidade e precisão em operar com incógnitas que possuíssem para as operações envolvendo números. De maneira semelhante, os estudantes também teriam que ser capazes de resolver equações com qualquer letra que esta contenha (NEA, 1894). Assim, precisariam ser resolvidos problemas como "se uma pedra pesa p libras e outra pesa q libras, qual o peso das duas juntas?" e "se a jardas de tecido custam b dólares, quanto custará c jardas?" (NEA, 1894, p. 111, tradução nossa) na medida em que se evitasse a introdução de números negativos. Estes aspectos ressaltam uma perspectiva de que a Álgebra para o ensino elementar assumia caráter de generalização dos processos e operações já conhecidos na Aritmética. Para além disso, o cuidado da comissão em apontar que números negativos deveriam ser evitados remonta ao fato de que esta advém de uma generalização da Aritmética e que, as perspectivas adotadas nesse processo, não transpõe as barreiras preexistentes.

Em relação à Álgebra do ensino secundário, a comissão defendia que

> o tempo destinado para esse estudo na escola secundária deveria ser em torno do equivalente a cinco horas por semana durante o primeiro ano, e uma média de duas horas e meia por semana durante os próximos dois anos. Isto permite um grande intervalo de tempo para um domínio minucioso de álgebra até equações quadráticas e equações com forma quadrática. O curso deveria incluir radiciação, mas eliminar progressões, séries, e logaritmos, apesar de que uma familiaridade com a tabela de logaritmos seja desejável (NEA, 1894, p. 111, tradução nossa).

Além disso, "Radiciação e expoentes fracionários e negativos precisam de mais atenção do que têm normalmente recebido. Uma ênfase especial deveria ser colocada sobre a natureza fundamental de uma equação" (NEA, 1894, p. 112, tradução nossa).

Exercícios orais foram recomendados no ensino de Álgebra, assim como aqueles chamados de “aritmética mental” (NEA, 1894), uma vez que tais exercícios auxiliariam a aprendizagem. É importante destacar que o relatório da comissão não deixa claro se esta abordagem também deveria ser feita no ensino elementar. Por fim, a subcomissão propôs que o professor de matemática deveria ser mais atento quanto à clareza do seu discurso, como também, um raciocínio claro e rigoroso. Assim, logo que “o estudante tiver adquirido a arte de realizar demonstrações rigorosas, o seu trabalho deve deixar de ser apenas receptivo. Ele deveria começar a conceber construções e demonstrações por ele mesmo” (NEA, 1894, p. 25, tradução nossa). Aqui, a rigorosidade que a instrução da Álgebra deveria assumir, bem como a abordagem de expoentes fracionários e negativos e da compreensão da “natureza da equação”, evidenciam uma perspectiva mais ampla, teórica e generalizada, sem apontar delimitações de outros campos.

Cabe ressaltar ainda que a proposta da comissão para a Álgebra no ensino elementar toma, aparentemente, duas perspectivas: associada a uma maior facilidade para se abordar certos temas e problemas pertencentes à Aritmética; a compreensão de saberes elementares da Álgebra, como o uso de incógnitas e operações com estas, bem como a resolução de equações. Logo, o ensino de Álgebra parece ter enfoque, em um momento, em uma abordagem de saberes rudimentares, justificados na aprendizagem desta Álgebra e do seu uso/aplicação em tópicos/questões complexas da Aritmética. Em um segundo momento, parece assumir caráter preparatório para uma Álgebra mais complexa e generalizada do ensino secundário, centrada no conhecimento algébrico que seria melhor desenvolvido posteriormente, tomando assim a forma saberes elementares, que preveem a continuidade do estudo. Além disso, conseguimos notar apenas a concepção de que: o ensino de Álgebra na instrução elementar estaria fortemente associado à resolução de problemas e equações; as incógnitas deveriam ser relacionadas com objetos reais e as operações com incógnitas abstratas, sem determinar um valor desconhecido.

Deste modo, as propostas da comissão acerca do ensino da matemática são:

Quadro 19 – As exigências da conferência de matemática.

<table>
<tr><th colspan="2">Ensino Elementar</th><th colspan="4">Ensino Secundário</th></tr>
<tr><td>1º ano ao 4º ano</td><td>5º ano ao 8º ano</td><td>9º ano</td><td>10º ano</td><td>11º ano</td><td>12º ano</td></tr>
<tr><td colspan="2">Aritmética durante os primeiros oito anos, com expressões algébricas, símbolos e equações simples – não é recomendado um número específico de horas</td><td rowspan="2">Álgebra 5p</td><td colspan="2">Álgebra ou Contabilidade e Aritmética Comercial 2p e meio</td><td rowspan="2">Trigonometria e Álgebra avançada para candidatos de escolas científicas</td></tr>
<tr><td></td><td>Geometria concreta 1p</td><td colspan="2">Geometria 2p e meio</td></tr>
</table>

Fonte: Elaborado com base no relatório da comissão (NEA, 1894).

É importante apresentar que dez anos após a divulgação do relatório da Comissão dos dez, Dexter (1906) foi buscar quais consequências poderiam ser ligadas ao estudo da comissão. O autor observou que não poderia se dizer que as mudanças que ocorreram no ensino se deram pelo trabalho da comissão, mas o autor observou que, em relação à disciplina de Álgebra, a porcentagem de escolas que ofereciam a disciplina por um período de dois anos, como posto pela comissão, havia dobrado e que o tempo dedicado ao seu ensino havia aumento em 33%. No entanto, cabe ressaltar que, de acordo com Santos (2006), mesmo em 1910, o relatório da Comissão dos dez ainda era apontado como marco dos estudos acerca do ensino de matemática.

4.2 A COMISSÃO DOS QUINZE

Com o trabalho que estava sendo realizado pela Comissão dos dez foi levantada uma segunda demanda para a reforma do sistema de ensino dos Estados Unidos, na qual se indicava que para se reformar o ensino secundário seria também necessário reestruturar o ensino elementar naquele país. Nesse sentido, em um encontro entre o Departamento de Superintendência e a NEA, que ocorreu no início de julho de 1893, Francis Weyland Parker[91] propõe a organização de uma comissão para estudar o ensino elementar no país. “Parker esperava que a Comissão dos quinze revisasse o currículo elementar como a Comissão dos dez estava revisando o currículo do ensino secundário” (BUTTON, 1965, p. 253, tradução nossa).

Após “uma moção de William H. Maxwell, outras cinco pessoas, do comitê de nomeações, foram adicionadas à comissão criada” (RODRIGUÊS; COSTA, 2019, p. 160), de modo que foi então formada uma comissão com quinze membros, que deveriam apresentar uma proposta de reformulação do ensino elementar. Contudo, Parker não veio a fazer parte da comissão, assumindo como presidente William H. Maxwell. A comissão ficou composta por:

Quadro 20 – Membros da Comissão dos quinze.

Nome	Atuação	Local
William Henry Maxwell	Superintendente escolar no Brooklyn	Nova Iorque
William Torrey Harris	Comissário de educação daquele país	Washington
Horace Sumer Tarbell	Superintendente escolar	Rhode Island
Edward Brooks	Superintendente escolar	Pensilvânia
Thomas Meinhard Balliet	Superintendente escolar	Massachussetts
Newton Charles Dougherty	Superintendente escolar	Illinois
Oscar Henry Cooper	Superintendente escolar	Texas
Charles B. Gilbert	Superintendente escolar	Minnesota

[91] Como mencionado anteriormente, autor das “cartas de Parker”.

James Mickelborough Greenwood	Superintendente escolar	Missouri
Lewis Henry Jones	Superintendente escolar	Ohio
William Bramwell Powell	Superintendente escolar	Washington
Edwin Pliny Seaver	Superintendente escolar	Massachussetts
Albert Grannis Lane	Superintendente escolar	Illinois
Andrew Sloan Draper	Presidente da Universidade Estadual de Illinois	Illinois
Addison Brown Poland	Superintendente estadual da Instrução Pública	Nova Jersey

Fonte: Elaborado a partir de NEA (1895).

O primeiro encontro da comissão ocorreu em Richmond, Virgínia, em 1894. Nessa reunião, a comissão decidiu por submeter questionários para "todas as pessoas ao longo do país de quem as opiniões possam ser consideradas de valor" (BUTTON, 1965, p. 258, tradução nossa). Algumas questões são apresentadas por Button,

> A sequência de tópicos deveria ser determinada pelo desenvolvimento lógico da matéria? Ou pela capacidade da criança para apreender diretamente novas ideias? Ou, a qualquer extensão, o avanço ser manifestado pela raça? Qual deveria ser o propósito em tentar uma correlação próxima de estudos? Para prevenir duplicação, eliminar desnecessidades, salvar tempo e esforço? Desenvolver a capacidade de apreensão direta da mente? Desenvolver caráter – um propósito puramente ético? É possível, sobre qualquer base, correlacionar ou unificar todos os estudos da escola elementar? (NEA, 1895, *apud* BUTTON, 1965, p. 258-259, tradução nossa).

Uma segunda reunião da comissão ocorreu em Nova Jersey, no meio do ano de 1894. Em seguida, em dezembro de 1894, a comissão se reuniu novamente, por quatro dias, em Washington, para discutir os relatórios das conferências realizadas para as questões expostas.

> As questões teriam relação com os temas que deveriam fazer parte da investigação da comissão: correlação de estudos, formação de professores e organização dos sistemas escolares. Os questionários foram preparados com 17 questões para a correlação de estudos, 18 questões para a formação de professores e 19 questões para a organização dos sistemas escolares. Contudo, não foram encontrados dados que indiquem quantas pessoas responderam tais questões (RODRIGUÊS; COSTA, 2019, p. 160).

Os três grupos das questões apresentadas determinaram a elaboração de três relatórios, cada um guiado por um dos temas apresentados (RODRIGUÊS; COSTA, 2019), sendo os relatórios expostos ao Departamento de Superintendência em uma reunião realizada em Cleveland, em fevereiro do ano seguinte. Para a publicação do relatório sem os fundos necessários para isso, a comissão "desejando divulgar o relatório para o público imediatamente" (NEA, 1895, p. 237, tradução dos autores) decide:

> *Fica resolvido*: Que os relatórios das três subcomissões sejam [...] publicados na Educational Review em março de 1895; Desde que os editores da "Review" aceitem fornecer para cada membro da Comissão dos quinze, e também para cada pessoa indicada para discutir o relatório, na reunião de Cleveland, uma cópia impressa do relatório; e imediatamente depois da reunião, enviar para cada jornal educacional que

> desejar uma cópia[92], com o pedido que este seja publicado da forma mais completa possível (NEA, 1895, p. 237, tradução nossa e grifo do autor).

Cada relatório seria elaborado por cinco membros da comissão: Correlação de estudos, por Harris (presidente), Greenwood, Gilbert, Jones e Maxwell; Formação de professores[93], por Tarbell (presidente), Brooks, Balliet, Dougherty e Cooper; Organização dos sistemas escolares das cidades, por Draper (presidente), Seaver, Lane, Poland e Powell.

Em 12 de setembro de 1918, no Brasil, Othello de Souza Reis viria a proferir uma conferência, ministrada no salão da biblioteca nacional, acerca da Comissão dos quinze e a Álgebra presente na aritmética do ensino elementar. No mês seguinte a primeira parte de sua conferência foi publicada na revista "A Escola Primaria" e a segunda parte na edição referente aos meses de novembro e dezembro[94]. Sobre a Comissão dos quinze, Reis inicia dizendo que:

> Não será, de certo, necessario dizer-vos que o Relatório da Comissão dos Quinze, a proposito da educação primaria, é o grande compendio, a biblia da pedagogia moderna americana. Neste pequeno livro azul, nesta brochura de duzentas paginas, cuja traducção e divulgação deveria emprehender a Directoria de Instrucção Publica, estão admiravelmente condensados todos os principios directores, todas as normas adeantadas do ensino elementar dos Estados Unidos.
> Os quinze, que para esta empreza foram designados, são quinze autoridades acatadissimas e reputadas, que não desdenharam de se dirigir ainda a outros competentes experimentados (REIS, 1918a, p. 11).

4.2.1 Correlação de estudos segundo a Comissão dos quinze

> Sua comissão tem a opinião de que psicologia ... pode manter apenas um lugar subordinado nas questões relacionadas à correlação de estudos. Às áreas a serem estudadas, e a extensão a que serão estudadas, será determinado principalmente pelas demandas da civilização. Essas prescreverão o que é mais útil para fazer com que o indivíduo desempenhe suas funções nas várias instituições – família, sociedade civil, o estado e a igreja (NEA, 1895, *apud* BUTTON, 1965, p. 259, tradução nossa).

Segundo a NEA (1895), as questões enviadas para as pessoas das quais a "opinião interessava" e que, com as suas respostas, serviriam de base para a elaboração do relatório acerca da correlação de estudos foram:

---

[92] Segundo Rodriguês e Costa (2019, p. 161), os termos foram aceitos "e uma cópia foi enviada respectivamente para outras editoras como solicitado, no que foram encontradas publicações do relatório da comissão por três outras editoras: American Book Company, New England Publishing Company e Public-School Publishing Company. Da mesma forma, cada membro do Departamento de Superintendência que tivesse demonstrado interesse também receberia uma cópia impressa do relatório. Desse modo, pode-se perceber que a [...] a disseminação das propostas e do material elaborado pela Comissão dos quinze se deu de forma ampla".

[93] Neste relatório foram discutidas propostas para a formação de professores, principalmente quanto à sua formação na "Arte de Ensinar" e na "Ciência de Ensinar". Deste modo, a subcomissão não se debruça sobre conteúdos específicos dos ramos do ensino elementar, fazendo com que discussões acerca da instrução dos estudantes ou a formação de professores na Álgebra não sejam observadas (RODRIGUÊS, COSTA, 2021b).

[94] Como resultado, no ano seguinte, Reis publica o livro "ALGEBRA – PRIMEIROS PASSOS", no qual apresenta sua conferência no prefácio e indica que "É este livrinho a realização prática daquillo que constituiu o objecto de minha conferencia, realizada na Bibliotheca Nacional" (REIS, 1919).

> 1. Deveria o curso elementar durar oito anos e o secundário quatro anos, como é atualmente? Ou, deveria o curso elementar durar seis anos e o secundário seis anos? 2. Cada um dos estudos da escola elementar – linguagem [...], matemática (aritmética, álgebra, geometria plana), geografia, história, ciência natural [...], caligrafia, desenho, etc., tem valor pedagógico distinto? Se for o caso, qual é? 3. Outras matérias além das enumeradas na segunda questão, como treino manual [...], cultura física, física, música, fisiologia [...], latim, ou linguagens modernas, deveriam ser ensinadas no curso da escola elementar? Se sim, por quê? 4. A sequência de tópicos deveria ser determinada pelo desenvolvimento lógico da matéria, ou pela capacidade da criança em aprender novas ideias? Ou, em qualquer medida, os passos evolutivos manifestados pelo curso? Se for o caso, pela evolução do curso ao qual a criança pertence, ou ao curso da humanidade? 5. Qual deveria ser o propósito de tentar uma correlação aproximada de estudos? a) Para prevenir duplicação e eliminar conteúdos não essenciais, salvando tempo e esforço? b) Para desenvolver o poder de aprendizagem da mente? c) Para desenvolver caráter – um propósito puramente ético? 6. É possível, de qualquer forma, correlacionar ou unificar todos os estudos da escola elementar? 7. Se não, eles podem ser divididos em dois ou mais grupos, sendo aqueles de cada grupo correlacionados? 8. Existe alguma forma de correlacionar os resultados de trabalho em todos os grupos? 9. Qual deveria ser o intervalo de tempo dos períodos de aula em cada ano do curso da escola elementar? Quais considerações deveriam determinar tal intervalo? 10. Em qual ano do curso cada uma das matérias mencionadas nas questões 2 e 3 deveriam ser introduzidas, se assim fossem? 11. Ao se elaborar um programa, o tempo deveria ser indicado para cada matéria, ou apenas para os grupos de matérias sugeridas na questão 7? 12. Por quantas horas por semana e por quantos anos deveriam ser dedicados para cada matéria, ou grupo de matérias? 13. Quais tópicos poderiam ser abordados em cada matéria, ou em cada grupo de matérias? 14. Alguma matéria, ou grupo de matérias, deveria ser tratada diferenciadamente para estudantes que deixam a escola com doze, treze ou quatorze anos? E para aqueles estão indo para o ensino secundário? 15. Alguma descrição pode ser dada do melhor método para ensinar cada matéria, ou grupo de matérias, ao longo do curso escolar? 16. Quais considerações deveriam determinar o ponto em que a especialização do trabalho de professores deveria começar? 17. Em qual princípio a promoção de estudantes de série em série deveria ser determinada? Quem deveria fazer tal determinação? NEA (1895, p. 233-234, tradução nossa).

O relatório da subcomissão de correlação de estudos[95] inicia apresentando o que o grupo entende por “correlação de estudos”. Para isso, são apresentadas quatro características que estariam associadas à caracterização da correlação de estudos: ordem lógica dos tópicos e áreas; conjunto simétrico[96] de estudos no mundo da aprendizagem humana; simetria psicológica – toda a mente; correlação do curso do estudante com o mundo em que vive.

A primeira característica, a ordem lógica, segundo Harris et al. (1895), se refere a uma sequência própria para o estudo, de forma que as diversas áreas do conhecimento se

---

[95] Mais adiante no relatório, entendemos que por correlação a comissão não estaria se referindo a uma relação interdisciplinar forçosa. “Eles usam, por exemplo, Robinson Crusoe, de De Foe, para um exercício de leitura, e conectam com isso lições de geografia e aritmética. Foi apontado por críticos desse método que sempre há o perigo de encobrir as características literárias da leitura sob acessórios da matemática e ciências naturais” (HARRIS et al., 1895, p. 274, tradução nossa). Na visão da comissão, tal metodologia “distrai a atenção” do aluno, assim como as matérias não podem depender do desenvolvimento de uma outra área para se desenvolver, sendo esta uma correlação superficial, devendo seu uso ser ocasional (HARRIS et al., p. 274) segundo alguns membros, uma vez que os conteúdos seriam forçados a uma abordagem em conjunto.

[96] Simétrico, aqui, estaria relacionado com “harmonia”, referindo-se ao direito à representação de cada área.

desenvolvam de forma adequada para a criança, fazendo com que cada avanço ocorra no momento correto para auxiliar no avanço naquela área de ensino ou em outras.

Já em relação à segunda característica, a comissão estaria se referindo ao

> Ajuste das áreas de estudo de forma que todo o curso, em qualquer momento, represente todas as grandes divisões do aprendizado humano, tanto quanto possível ao nível de maturidade em que o estudante se encontra, e que cada grupo de estudos seja representado por alguma de suas áreas, melhores adaptadas para época em questão (HARRIS et al., p. 230, tradução nossa).

Assim a subcomissão (HARRIS et al., 1895) apresenta que existe uma equivalência de estudos, em maior ou menor grau, e que cada grupo de estudos e que cada área do conhecimento deveria ser representada, não excluindo a representação apropriada de algum grupo. Nesse sentido, a simetria psicológica estaria relacionada com a seleção e organização das áreas do conhecimento, considerado psicologicamente, buscando o melhor exercício da mente, de forma a melhor desenvolver as diversas faculdades mentais dos estudantes.

Por último, a correlação dos estudos com o mundo, na qual, conforme Harris et al. (1895), a seleção e organização, de forma ordenada, dos objetos de estudo deveria dar à criança o discernimento do mundo. Todas as considerações seriam subordinadas ao fato de que

> é essa necessidade de civilização, na qual a criança nasce, como determinadora não apenas do que ele deve estudar na escola, mas quais hábitos e costumes ele deve ser ensinado na família antes da idade escolar chegar; assim como ele deve adquirir uma habilidosa familiaridade com uma série precisa de comércios, profissões ou vocações, nos anos após a escola (HARRIS et al., p. 231, tradução nossa).

O relatório segue apresentando o que é determinado de “valor educacional” das diversas áreas (linguagem, aritmética, geografia etc.). Segundo Harris et al. (1895, p. 242), os estudos de matemática estariam lado a lado com linguagem, fazendo com que a matemática ficasse em segundo lugar em termos de importância em relação a todas as áreas. A matemática então seria representada pela Aritmética, que era estudada no ensino elementar por um período entre seis e oito anos. A comissão entendia que a relação da Aritmética

> [...] com o campo da matemática foi estabelecida (por Comte, Howison, e outros) como o passo final no processo de cálculo em que resultados são declarados numericamente. Existem áreas que desenvolvem ou obtêm funções quantitativas: digamos, geometria para formas espaciais, e mecânica para movimento e repouso e as forças os produzindo. Outras áreas transformam essas funções quantitativas em formas que podem ser calculadas em números reais: ou seja, álgebra em sua forma comum ou inferior; e na sua forma superior, como o cálculo diferencial e integral, e o cálculo de variações. Aritmética avalia ou encontra o valor numérico para as funções assim deduzidas ou transformadas (HARRIS et al., p. 242, tradução nossa).

Dessa forma, o valor educacional da Aritmética seria indicado tanto por seu lado psicológico, quanto por seu uso prático na relação do homem com o mundo, uma vez que, por exemplo, “É a primeira ferramenta de pensamento que o homem inventa no trabalho de se emancipar da servidão às forças externas” (HARRIS et al., p. 242, tradução nossa). De acordo com o relatório, com o domínio sobre os números o estudante “aprende a dividir e conquistar”, “torna possível todas as outras ciências da natureza que dependam na medição exata e no registro exato de um fenômeno” (HARRIS et al., p. 242), assim como outros aspectos, todos definidos com precisão por meio dos números. Aqui seu valor educacional seria pontuado, uma vez que ela seria indispensável para as outras ciências da natureza. Do mesmo modo, aspectos psicológicos estariam atrelados à sua importância, dado que o processo de contagem estaria ligado a uma perspectiva quantitativa, mas também qualitativa, já que, para realizar o processo de contagem, o sujeito deve deixar de lado aspectos qualitativos dos objetos, pois distinções não poderiam ser consideradas no processo de contagem.

> Como a contagem é a operação fundamental da aritmética, e todas as outras operações aritméticas são simples instrumentos de velocidade pelo uso de resultados memorizados ao invés de passar pelo trabalho detalhado novamente a cada vez, a dica é oferecida ao professor nas primeiras lições de aritmética. [...] Ele **[a criança]** constrói gradualmente suas tabelas de adição, subtração e multiplicação, fixando-as em sua memória. Então, dá o próximo passo, ou seja, a apreensão da fração. Esta é uma proporção expressa por dois números e, portanto, um pensamento muito mais complexo do que ele encontrou ao lidar com os números simples. Ao pensar em cinco sextos, pensa primeiro em cinco e depois em seis, e mantendo esses dois em mente pensa o resultado do primeiro modificado pelo segundo. Aqui estão três etapas em vez de uma, e o resultado não é um número simples, mas uma inferência que repousa sobre uma operação não executada. Essa análise psicológica mostra a razão do embaraço da criança ao ingressar no estudo das frações e das demais operações que implicam proporção (HARRIS et al., p. 243, tradução nossa, grifo nosso).

Segundo a subcomissão (HARRIS et al., p. 244), a teoria de raízes e potências seria o terceiro passo na numeração. A aritmética usada no ensino elementar consistia de dois tipos de exemplos, aqueles em que há uma aplicação direta de números simples, frações e potências, e aqueles que envolvem operações para alcançar soluções numéricas através de dados indiretos e, consequentemente, envolvendo mais ou menos a transformação da função. Existiria assim uma dificuldade nesse processo, não no desenvolvimento aritmético da questão, mas na transformação da função, uma vez que ele pertenceria à Álgebra. Assim, a comissão sustenta que

> a aritmética pura e simples deveria ser abreviada e álgebra elementar introduzida depois das operações numéricas nas potências, frações, e números simples tenha sido dominados, junto com suas aplicações para tabelas de pesos e medidas e para porcentagem e juros (HARRIS et al., p. 245, tradução nossa).

O ensino, de forma geral, deveria ser concentrado nas áreas de literatura, gramática, aritmética, geografia e história. Segundo o relatório, outras áreas também poderiam buscar espaço no curso do ensino elementar, como as ciências naturais, desenho etc., cada uma com o objetivo de desenvolver no estudante características distintas. Seria também papel da escola elementar a instrução de moral e boas maneiras.

Deste modo, a comissão prescreve a alocação de vinte e cinto horas semanais para o ensino elementar, sendo essas horas divididas entre aulas e horas de estudo. De acordo com Harris et al. (1895, p. 277), a comissão não chegou a um acordo quanto à diferenciação do ensino para estudantes que não fossem dar continuidade aos estudos no ensino secundário, uma vez que estudar Álgebra ou Latim poderiam não ser estudos necessários para estes. Em contrapartida, seria melhor a oferta de uma formação única para todos no âmbito estadunidense, haja vista a busca por homogeneização deste, além de que a comissão entendia que esta educação serviria igualmente como uma introdução do estudante na "arte de aprender". A comissão então propõe o seguinte programa que apresentamos no Quadro 21, a seguir.

Quadro 21 – Programa proposto pela Comissão dos quinze.

	1º ano	2 º ano	3 º ano	4 º ano	5º ano	6 º ano	7 º ano	8 º ano
Leitura	10 lições ps*		5 lições ps					
Escrita	10 lições ps		5 lições ps		3 lições ps			
Ortografia				5 lições ps com livro didático				
Gramática do Inglês	Orais, com lições de composição					5 lições ps com livro didático		
Latim								5 lições
Aritmética	Orais, 60 minutos ps		5 lições ps com livro didático					
Álgebra							5 lições ps	
Geografia	Orais, 60 minutos ps		5 lições ps com livro didático				3lições ps	
Ciências Nat. + Higiene	60 minutos ps							
História dos EUA							5 lições ps	
Constituição dos EUA								5 lições ps
História Geral	Orais, 60 minutos ps							
Cultura Física	60 minutos ps							
Música vocal	60 minutos ps, divididos em 4 lições							
Desenho	60 minutos ps							
Treinamento manual ou costura + culinária							Meio dia cada	
Lições diárias	20+7	20+7	20+5	24+5	27+5	27+5	23+6	23+6
Total de horas em sala	12	12	11+2/3	13	16+1/4	16+1/4	17+1/2	17+1/2
Tempo de cada aula	15 min	15 min	20 min	20 min	25 min	25 min	30 min	30 min

Fonte: Elaborado a partir de HARRIS et al. (1895, p. 284). A notação ps significa "por semana". O termo "orais" se refere a aulas exclusivamente ministradas pelo professor.

Indo contra um dos apontamentos levantados pela Comissão dos dez, a Comissão dos quinze indica acreditar que o ensino elementar não deveria ser reduzido dos seus oito anos, mas propuseram inserir no programa Álgebra e Latim, o que, conforme Harris et al. (1895, p. 285), tornaria apropriada a transição da instrução elementar para o ensino secundário.

Ao fim do relatório da subcomissão, alguns membros destacaram suas opiniões sobre alguns pontos. Greenwood (HARRIS et al., 1895, p. 291), por exemplo, acreditava que o ensino de aritmética apresenta os seguintes passos: desenvolver o tema até que esse esteja claro para todos; exercícios necessários para corrigir processos; conectar o tema com tudo que foi visto anteriormente; as suas aplicações; habilidade do estudante em resumir de forma clara e concisa o que aprendeu. Greenwood também colocou que o programa de aritmética poderia ser encurtado e reorganizado, retirando dele tópicos avançados da aritmética financeira, de modo que os conteúdos de juros e porcentagens deveriam ser abordados em vinte páginas, e fazendo com que um tema leve ao seguinte de maneira natural. Em relação à Álgebra, Greenwood indicou que o estudante deve estudar de maneira séria, buscando relações do novo conteúdo com o que já aprendeu em Aritmética.

Gilbert ainda apontou que o termo "por semana" poderia ser omitido ou indicado que a carga horária de uma dada matéria seria equivalente à dada carga horária semanal, indicando que tais matérias poderiam ser ensinadas de forma condensada. Ainda segundo Gilbert, Geometria[97] teria melhor proveito no ensino elementar do que Álgebra, ainda mais que tal estudo permitiria conexões com treinamento manual e desenho. Em relação ao professor do ensino elementar, para Gilbert até o oitavo ano deveriam as turmas possuir apenas um professor.

Por fim, Maxwell indica que o estudo de números não deveria ser omitido do primeiro ano da escola elementar, assim como a prática nas operações da Aritmética não deveriam ser omitidas do sétimo e oitavo anos. Em sua opinião, o tempo escolar fora dividido em muitos períodos no programa, de modo que não iria haver repouso para mente e espaço para reflexão.

Para Gilbert, outras formas de correlação poderiam ser abordadas, além do que o que havia sido citado no relatório, como a correlação por conteúdo e forma[98]. Já na visão de Jones, algumas omissões não deveriam ter sido feitas. Para ele, correlações poderiam ser feitas entre todas as áreas do conhecimento, desde que fossem selecionados temas, de diferentes áreas, relacionados e que se ajudassem mutuamente na aquisição do conhecimento. Nesse sentido, "O primeiro efeito incidental do relatório de Harris sobre "correlação" foi uma série de reclamações

---

[97] A geometria construtiva e a proposições mais simples da geometria demonstrativa.

[98] Por conteúdo ele entende "aquilo que é apropriado para que a mente da criança se estenda, e pela forma os meios ou modos de expressão pelos quais os pensamentos são comunicados" (HARRIS et al., 1895, p. 294, tradução nossa).

que são preservadas nos procedimentos da NEA” (BUTTON, 1965, p. 260, tradução nossa). Parker ainda disse que o relatório foi

> [...] como a peça de Hamlet, com Hamlet deixado de fora; ou, como eu poderia melhor dizer, com Hamlet expulso ... aceitarei este relatório respeitosamente; Vou levá-lo para casa e estudá-lo com devoção; mas eu proponho que uma comissão dos quinze seja designada para revisá-lo (NEA, 1895, p. 344, tradução nossa).

De acordo com NEA (1895), o relatório também recebeu outras críticas, indicando que a comissão não teria proposto uma solução para o problema que fora indicada a tentar resolver. Pelo contrário, defendia o atual *status quo* e, assim, o relatório apontaria para retrocessos e não avanços nesse tema. De acordo com Button (1965, p. 260), Harris publicou o livro “As Bases Psicológicas da Educação”, em 1898, que viria a se encaixar na filosofia proposta por Harris. Ainda na visão de Button (1965), o propósito dessas ações fora cumprido, uma vez que o currículo do ensino elementar teria permanecido sem mudanças pela próxima década, aproximadamente. Contudo,

> Isso não é dizer que o “estabelecimento” **[a comissão]** era composta por oportunistas. As circunstâncias e o espírito da época trouxe para lugares de destaque indivíduos com inclinação conservadora que agiam e pensavam e falavam em manter o temperamento conservador da época, e com credibilidade (BUTTON, 1965, p. 261-262, tradução e grifo nossos).

4.2.2 A Álgebra do ensino elementar segundo a Comissão dos quinze

A Aritmética do ensino elementar, segundo a Comissão dos quinze, seria constituída

> [...] de dois tipos de exemplos, (1) aqueles em que há uma aplicação direta de números simples, frações e potências, e (2) aqueles que envolvem operações para alcançar soluções numéricas através de enunciados indiretos. No segundo tipo de exemplo, segundo a subcomissão, existiria uma dificuldade atrelada a esse processo, não no desenvolvimento aritmético [...], mas na transformação dos dados, uma vez que este processo pertenceria ao campo da álgebra (RODRIGUÊS; COSTA, 2019, p. 162).

Tal Álgebra não seria como a Álgebra do ensino secundário, rigorosa, conforme Harris et al. (1895, p. 248). Esta Álgebra do ensino elementar deveria utilizar letras para representar quantidades desconhecidas e manter a forma numérica das conhecidas, fazendo o contrário, apenas quando se buscar mostrar uma forma geral ou uma regra. Corroborando com isso, Reis apresentou na sua conferência, em 1918, no Brasil, que não teria:

> [...] duvida se se deve ou não, se se pode ou não introduzir na escola primaria o estudo rudimentarissimo da algebra, sufficiente para a solução de certos problemas. Concedo que não devamos chegar logo ás equações do 2º grão, mas as do 1º podem ser sem difficuldade, apresentadas (REIS, 1918a, p. 12).

Do mesmo modo que se observou no relatório da Comissão dos dez, aqui podemos notar uma abordagem do simbolismo algébrico como como quantidades desconhecidas que se busca estabelecer o valor e e que se aproxima do uso, eventual, de letras para generalizar números na formulação de regras. Contudo, diferente da comissão anterior, não há elementos que mostrem a relação da incógnita com objetos reais.

De forma mais específica a subcomissão apresenta que:

> No sétimo ano do curso elementar deveriam ser ensinadas equações do primeiro grau e a solução de problemas aritméticos que caem sobre proporção ou a assim chamada "regra de três", junto com outros problemas contendo condições complicadas – aqueles no comércio, por exemplo. No oitavo ano, equações do segundo grau poderiam ser aprendidas, e outros problemas de aritmética superior resolvidos de maneira mais satisfatória do que por métodos numéricos. É alegado que esta introdução mais cedo da álgebra, com o uso econômico de letras para quantidades conhecidas, asseguraria um maior progresso matemático do que é obtido atualmente por parte de todos os estudantes, e que permitiria que muitos entrassem no ensino secundário e educação superior, que agora são mantidos pela alegação de falta de preparação em aritmética, sendo a real dificuldade, em muitos casos, a falta de habilidade para resolver problemas algébricos por um método inferior (HARRIS et al., 1895, p. 248, p. 245-246, tradução nossa).

Contudo, nos comentários ao fim do relatório, Maxwell indica que, em sua concepção, as equações do 2º grau deveriam ser deixadas para o ensino secundário, apontando assim que não havia unanimidade entre a comissão acerca de quais conteúdos deveriam compor a Álgebra da instrução elementar. Aqui, não podemos afirmar a perspectiva adotada para o ensino e compreensão das incógnitas, uma vez que a proposta de abordagem dessas equações não é explicitada. Além disso, bem como indicam Valente (2017a), Basei (2017), Rocha (2019) Rocha e Bertini (2019), esta Álgebra assumiria a perspectiva de auxiliar na resolução de problemas mais avançados e complexos da aritmética, chamados de *conundrums*[99] por Parker. Assim, a comissão procurava

> [...] primeiro, ajudar os estudantes na escola elementar a resolver, por um método superior, os problemas mais difíceis que agora têm lugar na aritmética avançada; e em segundo lugar, preparar o estudante para o minucioso curso de álgebra pura na escola secundária (HARRIS et al., 1895, p. 248, tradução dos autores).

Assim, ao mesmo tempo ela se evidenciaria como uma introdução do pensamento algébrico, ou ainda, do método algébrico para a resolução de problemas complexos, este ensino caracterizaria uma preparação para a Álgebra do ensino secundário, tendo um caráter propedêutico. Logo, como também foi observado na proposta da Comissão dos dez, a proposta do ensino de saberes algébricos elaborada pela Comissão dos quinze, ora assume o ponto de vista de saberes rudimentares, ao visar à resolução de seus próprios problemas e dos *conundrums*, ora toma o sentido de saberes elementares, uma vez que serviria como preparação para a Álgebra do ensino secundário. Emerge disso, sob a concepção de Chervel (1990), que a finalidade do ensino estaria atrelada ao ensino elementar e ao secundário: no primeiro, quando

---

[99] O termo pode ser traduzido como charada ou adivinha, mas aqui se refere a problemas com enunciados complexos que tornam sua resolução difícil.

busca facilitar a resolução de problemas da Aritmética, a função deste ensino evidencia um ensino melhor e mais fácil para o estudante; no segundo, assume o papel de um ensino introdutório, que busca preparar o estudante para a continuidade da sua instrução. Destarte, poderíamos dizer que esta Álgebra talvez viesse preencher parte de uma lacuna existente entre o ensino elementar e o ensino secundário, garantindo melhor formação para o estudante, mesmo que este não continuasse seus estudos.

Os saberes *a ensinar* referentes a esta Álgebra teriam como cerne a resolução e equações do 1º e 2º graus, bem como a aplicação destas na resolução de problemas da Aritmética. Cabe ressaltar que não há elementos no relatório que nos permitam apontar se esta Álgebra é limitada por barreiras impostas pela Aritmética ou não. No entanto, sua forte ligação com a Aritmética pelos *conundrums* e a perspectiva de um ensino introdução para a Álgebra secundarista, leva-nos a pensar que esta Álgebra carregaria consigo os limites da Aritmética.

Ainda no que tange à abordagem dos problemas complexos de Aritmética, de acordo com Reis (1918a, p. 11) "os pedagogos censuram a difficuldade e a confusão de que se revestem os raciocinios necessarios para se resolverem os problemas de arithmetica das classes adeantadas". Segundo o professor, as diversas dificuldades nos problemas fazem com que o estudante, mesmo depois de muito esforço, não consiga proveito mental da atividade, que, por vezes, se parece com uma charada e que sua solução "se assemelha a um disparatado jogo de palavras sem sentido connexo" (REIS, 1918a, p. 11). O autor ilustra apresentando um exemplo:

> "Se á metade do numero de dias decorridos do anno, juntarmos 1/3 dos que ainda restam, obteremos o numero de dias decorridos. Em que dia do anno estamos?"
> [...]
> "Representemos por 2/2 o numero de dias decorridos **[no ano]**. Se juntando uma quantidade á metade dos dias decorridos, obtemos o numero dos mesmo dias decorridos, é claro que juntámos a outra metade. Mas como, pelo problema, juntámos 1/3 dos dias que restam, concluimos que 1/3 dos dias que restam representa 1/2 dos dias decorridos, portanto 3/3 dos que restam representam $(1/2) \times 3 = 3/2$ dos dias decorridos.
> Se juntarmos 2/2, numero dos dias decorridos, a 3/2, numero dos dias que restam, teremos o anno inteiro, representado por $(2/2) + (3/2) = 5/2$ dos dias decorridos. Dahi, 5/2 dos dias decorridos representam 365 dias, 1/2 representa 5 vezes menos, etc. etc." (REIS, 1918a, p. 11-12, grifo nosso).

Reis segue dizendo que mesmo escrito o raciocínio para o problema pode ser complexo e que poderiam ser dados outros exemplos colhidos de cadernos escolares. A partir disso, o autor defende, com base em algumas fontes, entre elas o relatório da Comissão dos quinze, que

> É para evitar essa acrobacia de palavras e esse trabalho excessivo do cerebro, que a pedagogia moderna entende que se deve trazer para a escola primaria o methodo algebrico.
> [...] A verdade é que, se consideramos como meio de desenvolvimento, ou de treinamento cerebral, esses raciocinios são exercicios estafantes, e se a considerarmos

> sob o ponto de vista das meras aplicações praticas, são meios excessivamente morosos e difficeis (REIS, 1918a, p. 12).

Em relação ao ensino de matemática, é proposto pela comissão que deveriam ser dadas duas aulas de Aritmética por dia, uma voltada para uma aritmética mental e outra escrita, de forma que o estudante tenha o dobro de tempo do que em outras áreas, por dois anos. Após esse período, o estudante não deveria ter duas aulas por dia nessa matéria. Contudo, deveria se ter o cuidado não se fazer uso de métodos iniciais por muito tempo, uma vez que é muito difícil aprender um método mais generalizado se um método inicial já fora incorporado pela mente do estudante.

> Essa comissão acredita que, com os métodos corretos e um uso sábio do tempo na preparação das lições de aritmética, dentro e fora da escola, cinco anos são suficientes para o estudo da mera aritmética – os cinco anos começando com o segundo ano escolar e terminando com o fim do sexto ano escolar; e que o sétimo e oitavo anos deveriam ser deixados para o método algébrico para lidar com esses problemas que envolvem dificuldades na transformação de informações quantitativas indiretas em numéricas ou em dados quantitativos diretos (HARRIS et al., 1895, p. 247, tradução nossa)

Conforme Reis (1918a, p. 12), haveria também alguns obstáculos a serem vencidos, uma vez que existia uma indisposição entre estudante e a Álgebra, assim como o hábito dos professores de a verem como uma disciplina do ensino secundário. Ainda segundo o professor, o método algébrico, dentro do que propõe a Comissão dos quinze, poderia ser ensinado ao estudante, uma vez que a ele ensinam coisas muito mais difíceis.

5 A CONSTITUIÇÃO DE UMA ÁLGEBRA PARA O ENSINO COMPLEMENTAR CATARINENSE

Neste capítulo, com o intuito de analisar as discussões acerca da Álgebra no ensino primário catarinense, buscamos, de forma semelhante ao que foi desenvolvido no capítulo anterior, nos debruçar sobre os diversos meios de circulação acessíveis a este estudo historiográfico. Contudo, como não se "[...] pode examinar minuciosamente **[todo]** o conjunto da produção editorial, **[devemos então]** determinar um corpus suficientemente representativo de seus diferentes aspectos" (CHERVEL, 1990, p. 203, grifo nosso). Deste modo, apresentamos aqui a investigação sobre diversos discursos, no recorte temporal adotado, que tenham se direcionado para a Álgebra na escola primária/complementar. Para isso, neste capítulo foram analisados: as fontes documentais acerca da organização do ensino de Álgebra na Escola Complementar de Santa Catarina; artigos da revista brasileira "A Escola Primaria", em que se observa a conferência de Othello S. Reis acerca da proposta estadunidense de uma Álgebra para o ensino primário; e, livros didáticos voltados ao ensino primário catarinense. A visita e análise dessas fontes visaram compreender como se estruturou a Álgebra da Escola Complementar e, posteriormente, caracterizar os saberes atrelados a este novo projeto da educação do estado.

5.1 A ÁLGEBRA NAS PRESCRIÇÕES DO ENSINO COMPLEMENTAR CATARINENSE

O Regulamento das Escolas Complementares de Santa Catarina (SANTA CATARINA, 1911a), indica que, nos primeiros anos da década de 1910, o ensino destas instituições ocorreria em três anos, sendo que Aritmética estaria presente nos três anos, Álgebra no 2º ano e Geometria Plana no 3º ano. Nesse sentido, o "Parecer sobre a adoção de obras didáticas" de Orestes Guimarães (1911) aponta que, para o ensino complementar, a obra utilizada seria Álgebra de Trajano[100]. Este parecer traz ainda obras de Álgebra que deveriam constituir uma biblioteca dos inspetores escolares, sendo elas: Álgebra de Clairaut; Álgebra de Trajano; Álgebra de Cunha; Álgebra, de Avila; para exercícios: Ritt ou FIC. Vale ressaltar que essas obras são indicadas também em São Paulo, em 1904, por uma comissão que buscava revisar os manuais utilizados no ensino complementar do estado (BASEI, 2020). Isso se constitui como um primeiro indício de que Orestes Guimarães se apropria de perspectivas paulistas e as traz para o âmbito catarinense na constituição do ensino complementar.

---

[100] Não há indicação do ano ou edição da obra utilizada.

> Foram realizadas mudanças significativas na formação de professores e na organização do ensino público estadual catarinense, idealizadas por Orestes Guimarães, nomeado Inspetor Geral do Ensino Público de Santa Catarina pelo Governador Vidal Ramos, segundo Decreto n. 597, de 08 de junho de 1911, com o objetivo de seguir o modelo de ensino do Estado de São Paulo (LIMAS, 2016, p. 66).

Vale destacar que a atuação de Orestes Guimarães, como Inspetor Geral do Ensino catarinense[101], ocorreu até o ano de 1918 e, assim, as reestruturações posteriores podem não seguir mais as perspectivas do professor e, talvez, do estado de São Paulo.

Como apresentado anteriormente, na seção 3.2.2, a Álgebra do ensino normal catarinense também seria abordada no 2º ano naquela época (SANTA CATARINA, 1911b). O programa da Escola Normal foi publicado em 1911, enquanto o das Escolas Complementares (SANTA CATARINA, 1918, p. 11) é aprovado em 1912, apresentados no quadro a seguir.

Quadro 22 – A Álgebra do ensino complementar e normal introduzidos pelas propostas de Orestes Guimarães.

Álgebra do 2º ano da Escola Complementar 1912	**Álgebra do 2º ano da Escola Normal 1911**
1º Signaes de quantidade, operações e relações. Expressões algebricas. 2º Termos semelhantes e suas reducções. Monomio, binomio e polynomio. Gráos. 3º Polynomios ordenados completos e incompletos. 4º Emprego dos signaes algebricos como meio de simplificação e das letras como meio de generalização. 5º Estudo das quatro operações. 6º Recordação. Equações simultaneas. Methodos de eliminação. Problemas variados.	1 - Signaes de quantidade, operação e relação. Expressões algebricas. 2 - Termos semelhantes e sua reducção. 3 - Monomios, binômios e polynomios. Grão. Polynomios ordenados completos e incompletos. 4 - Emprego dos signaes algebricos como meio de simplificação e das letras como meio de generalização. 5 - Estudo elementar das quatro operações. 6 - Equações simultâneas. Methodos de eliminação. 7 - Problemas.

Fonte: Elaborado a partir de Santa Catarina (1911b; 1918).

Podemos notar que, claramente, o que diferencia os programas são apenas detalhes de escrita e numeração dos itens, tendo eles o mesmo conteúdo. Isso vai a favor da proposta catarinense de que os alunos que finalizassem a Escola Complementar pudessem ingressar diretamente no 3º ano da Escola Normal, ou seja, havendo aí uma equivalência na proposta da Álgebra das duas instituições. Ademais, devemos destacar que nesse programa inicial a Álgebra

[101] Contudo, o professor se torna "Inspetor Federal das Escolas Subvencionadas", tendo como objetivo a nacionalização do ensino primário catarinense que ainda carregava aspectos étnicos dos imigrantes em escolas teuto-brasileiras (TEIVE; DALLABRIDA, 2011, p. 28). Após a morte de Orestes Guimarães em 1931, este cargo foi ocupado por João dos Santos Areão, normalista paulistano que assumiu a direção do Grupo Escolar de Laguna, por indicação de Orestes Guimarães na criação dos Grupos Escolares catarinenses (TEIVE, 2014a).

da Escola Complementar perpassaria, dentre os saberes algébricos, equações e sistemas lineares, sem haver menção aos números negativos ou às frações, como ocorre em São Paulo, ou ainda perspectivas mais atuais como a relação da equação com a ideia da balança em equilíbrio. Em relação às frações, o mesmo documento aponta que estas estariam presentes no ensino de Aritmética. Por fim, no item 4, do programa da Escola Complementar catarinense, é explicitado que o ensino de Álgebra também assumiria o viés de generalização e de simplificação, como poderia ser esperado.

O documento (SANTA CATARINA, 1918) ainda mantém a prescrição de Guimarães (1911), de modo que a obra utilizada na instituição seria a "Algebra – Trajano". Podemos supor, inicialmente, que tais instruções foram reforçadas, uma vez que sob Orestes Guimarães

> [...] a Inspetoria passou a normatizar cada detalhe do cotidiano das escolas públicas catarinenses, por meio de uma série de documentos, regulamentos, pareceres e programas, os quais deveriam ser seguidos à risca. A partir de então, a instituição escolar passou a ser fortemente mediatizada pelas regras e normas propostas pela Inspetoria/Inspetor, as quais deveriam assegurar a interiorização/exteriorização pelos/as professores/as do conteúdo da reforma. O próprio reformador/inspetor gostava de inspecionar as escolas [...], feitas de surpresa (TEIVE, 2008, p. 102).

Em um relatório de 1914, Orestes Guimarães indica que teria acompanhado os exames das escolas da capital catarinense antes de ser realizada a reforma no ensino. Nisso teria sido possível constatar que havia um problema em relação aos métodos de ensino, uma vez que "o ensino, em geral, era pura decoração de compendios" e que isso faria com que estivesse "inteiramente condemnado" (SANTA CATARINA, 1914a, p. 116). Além disso, "a arithmetica era reduzida ao conhecimento das quatro operações, sem a applicação de problemas adequados" (SANTA CATARINA, 1914a, p. 116). Esses elementos, somados a outros, seriam mais que suficientes para justificar a reforma, segundo Orestes Guimarães, o que aponta que a reestruturação buscaria um ensino que não fosse baseado nesses métodos.

As inspeções[102] também se atentariam ao programa de ensino, que deveria ser seguido à risca (SANTA CATARINA, 1914b). Para isso, as normativas indicavam que os inspetores deveriam "praticar durante dois meses no grupo escolar modelo da capital, acompanhando a sua organização, método e processos de ensino" (TEIVE, 2008, p. 104). Isso reforça a perspectiva de que não havia outros documentos, para além do programa, que estabeleciam uma estruturação, organização e planejamento do ensino. Isso teria continuado até a metade do

[102] Outros cargos, de inspetor escolar e chefe escolar, foram criados. "O Inspetor Escolar era o responsável, em nível regional, pelas questões administrativas e pedagógicas das escolas, e o Chefe Escolar era o seu auxiliar na fiscalização das questões administrativas das escolas isoladas" e estes deveriam "ser diplomados pelas escolas superiores, ginásios ou escolas normais do país" (TEIVE, 2008, p. 103).

século XX, como é possível observar na entrevista da professora Isabel Lins, do Grupo Escolar Lauro Muller, que aponta que "não existia um planejamento anual e mensal das aulas. Quando entrei [...], tinha um programa de ensino oficial para seguirmos, mas planejamento não. Tínhamos que dar conta do programa de ensino [...]" (SANTOS, 2014, p. 71).

A confirmação de que o ensino de Álgebra se concretizou na Escola Complementar catarinense pode ser verificada a partir de algumas outras fontes. Em Joinville, no ano de 1914, conseguimos averiguar a presença da Álgebra nos exames do 2º ano da instituição, bem como por um destaque dado à disponibilidade de livros de Álgebra, para a utilização e estudo pelos seus estudantes. Os exames da Escola Complementar de Joinville ressaltam também os conteúdos avaliados: "signaes algebricos, termos algebricos, seus elementos, signaes de operação e de oposição, potencia das quantidades e raizes, expressões algebricas, equação do 1º grao, suas partes e regras de transposição de termos; problemas"[103] (GAZETA DO COMMERCIO, 1914, p. 1). No entanto, não podemos compreender os conteúdos do exame como equivalentes a um programa de ensino, uma vez que a instituição poderia não avaliar determinados conteúdos no exame, já que este ocorreu no início de Agosto. Ainda assim, o exame corrobora com o programa de 1912, indicando um ensino de Álgebra que abrangesse até, pelo menos, equações do 1º grau e sistemas de equações.

Uma notícia[104] de 1915 reforça que a Álgebra seria ministrada no 2º ano da Escola Complementar de Joinville, mas, para além disso, indica que estas aulas ocorreriam em três dias na semana. Como a notícia destaca que as aulas ocorreriam entre 14h30 e 17h20, com cinco ou seis disciplinas no período, podemos considerar que aulas teriam duração média de 30 minutos. Em 1916, também é apontado que os egressos da Escola Complementar de Joinville estariam indo a Florianópolis para realizar o último ano da Escola Normal, o que confirma que este ensino daria acesso ao último ano da Escola Normal da capital.

No que tange à Escola Complementar de Laguna, uma notícia de 1916[105] constata a presença do ensino de Álgebra na instituição. Já em 1918, uma segunda notícia[106] não permite observar a presença da Álgebra nos exames da escola dessa cidade. Isto, contudo, não é suficiente para podermos afirmar que o ensino de Álgebra já teria deixado de ocorrer na instituição, uma vez que isto iria contra as normativas vigentes e pelo fato de que a Escola Complementar em Florianópolis[107] apontar a Álgebra em seus exames no mesmo ano.

---

[103] Disponível em: http://memoria.bn.br/DocReader/305766/254. Acesso em: 09 abril 2021.
[104] Disponível em: http://memoria.bn.br/DocReader/305766/437. Acesso em: 09 abril 2021.
[105] Disponível em: http://memoria.bn.br/DocReader/098027_01/1408. Acesso em: 09 abril 2021.
[106] Disponível em: http://memoria.bn.br/DocReader/885690/174. Acesso em: 09 abril 2021.
[107] Disponível em: http://memoria.bn.br/DocReader/217549/20658. Acesso em: 09 abril 2021.

Alguns anos depois, uma mensagem do vice-governador Hercilio Pedro da Luz, apresentada ao congresso representativo do estado, em 22 de julho de 1919, aponta que uma reforma no curso da Escola Normal levou a uma modificação no regimento das Escolas Complementares (LUZ, 1919), destacando que ainda havia forte relação entre o ensino das duas instituições. Com o ensino normal passando a ter quatro anos, o complementarista que ingressasse na Escola Normal teria de realizar dois anos na instituição. O programa do ensino normal, aprovado pelo decreto n. 1.205, de 19 de fevereiro de 1919, indica que o ensino de Álgebra ocorreria apenas no 3º ano da instituição (SANTA CATARINA, 1919b). Em consonância com o que é apontado por Hercilio Luz, o decreto n. 1.204, de 19 de fevereiro de 1919, que aprova o regulamento da Escola Complementar, não apresenta mais o ensino de Álgebra no programa de três anos da instituição (SANTA CATARINA, 1919a).

Esses dois indícios ressaltam que o ensino de Álgebra pode ter durado apenas alguns anos na Escola Complementar do estado. Nesse sentido, Teive e Dallabrida (2011) destacam que, com a saída de Orestes Guimarães do rumo da educação catarinense, em 1918, é nomeado o professor Henrique da Silva Fontes como Diretor da Instrução Pública, que permanece no cargo até 1926. O professor Fontes teria realizado diversas mudanças nas estruturas dos Grupos Escolares, como o ensino da doutrina católica nas instituições públicas, a instituição do Grupo Escolar Diocesano São José[108] e a substituição de obras adotadas por Orestes Guimarães[109].

Cinco anos depois, em 1924, o decreto n. 1.702 (SANTA CATARINA, 1924a), de 12 de Janeiro daquele ano, aponta a Álgebra como parte do programa da Escola Complementar, além de reforçar que a conclusão do ensino complementar garantiria acesso ao primeiro ano da Escola Normal sem a prestação de exames.

> O curso normal passou de quatro para tres anos; mas essa diminuição de curriculo é apenas apparente, pois de facto, foi alterado o nivel do ensino normal, devido a exigir-se maior preparo para admissão ao curso [...]. Assim é que os complementaristas que, até aqui, eram admitidos no terceiro anno do curso normal, passaram agora a matricular-se no primeiro anno do mesmo curso. Houve, pois, de facto, augmento de um anno no estudo dos normalistas (SANTA CATARINA, 1924b, p. 23).

O documento também destaca que a idade mínima para o ingresso no ensino normal seria de 15 anos, reforçando a perspectiva de que os estudos na Escola Complementar teriam início aos 12 ou 13 anos de idade. Isso realça a perspectiva de que o ensino complementar seria

---

[108] Teive e Dallabrida (2011, p. 29) indicam que era “uma instituição híbrida, pois o seu prédio pertencia à Cúria Diocesana e o seu diretor era um padre”, enquanto seus professores eram pagos pelo governo estadual.
[109] Contudo, os autores (TEIVE; DALLABRIDA, 2011) não deixam claro se estas mudanças também ocorrem na Escola Complementar ou, especificamente, em obras de Aritmética, Álgebra e Geometria.

uma alternativa para o estudante que terminasse sua trajetória no Grupo Escolar e não tivesse idade para ingressar na Escola Normal. Ainda é possível perceber, a partir do decreto, que o ensino complementar deixa de se caracterizar como parte do programa da Escola Normal, como vinha ocorrendo até então, uma vez que o ingresso do complementarista na Escola Normal passa a ser no primeiro ano. No mesmo ano do decreto, a presença da Álgebra pode ser confirmada nos exames do 2º e 3º anos da Escola Complementar de Tubarão[110]. O mesmo é observado em 1926, no curso complementar da Escola São José[111], anexa ao Grupo Escolar Arquidiocesano, em Florianópolis. Além disso, um livro com os resultados das sabatinas da Escola Complementar anexa ao Grupo Escolar Jerônimo Coelho, em Laguna, permite observar o mesmo entre 1914 e 1926 (SANTA CATARINA, 1927). Estes fatos levantam a hipótese de que o ensino de Álgebra pode ter continuado, ao menos em alguns locais, ou que este teve um hiato a partir de 1919, além de que sua abordagem teria passado a ocorrer nos dois últimos anos.

O programa de 1928 (SANTA CATARINA, 1928a) traz apenas o ensino de Aritmética e Geometria na instituição, não havendo menção ao ensino de Álgebra. Isto se dá, aparentemente, como resultado do decreto n. 2.035, de 02 de março de 1927, que revoga o decreto de 1924 e volta a adotar as perspectivas impostas pelo programa de 1919, estabelecido pelo decreto n. 1.204 (SANTA CATARINA, 1927; 1919a). Indo ao encontro desse programa, os exames da Escola Complementar de São Francisco do Sul daquele ano já não mostram os resultados de estudantes em Álgebra[112]. O programa, do mesmo ano, para a Escola Normal (SANTA CATARINA, 1928c) organiza o ensino de modo que a Álgebra figure no 2º ano de ensino da instituição, e o decreto n. 2.222, de 24 de Novembro de 1928, indica que os estudantes egressos do ensino complementar passariam a ter direito a se matricular no 2º ano da Escola Normal, corroborando com o fato de que, nesse período, apenas Escola Normal possuía o ensino de uma Álgebra (SANTA CATARINA, 1928d). Deste modo, os últimos anos da década de 1920 reforçam a possível extinção do ensino da Álgebra que fora proposto para a Escola Complementar na sua implementação. O decreto n. 130, de 12 de junho de 1931, que faz algumas alterações para os programas de 1928, não apresenta indícios de que a Álgebra tenha voltado ao ensino da Escola Complementar.

Para além disso, o programa da Escola Normal de 1928 (SANTA CATARINA, 1928c) traz no ensino de Álgebra a abordagem de quantidades negativas, o que permite questionar se esse tópico teria feito parte desse ensino em reformas anteriores, visto que nesses anos os

---

[110] Disponível em: http://memoria.bn.br/DocReader/894567/62. Acesso em: 09 abril 2021.
[111] Disponível em: http://memoria.bn.br/DocReader/711497x/21887. Acesso em: 09 abril 2021
[112] Disponível em: http://memoria.bn.br/DocReader/886920/3. Acesso em: 09 abril 2021.

programas apresentavam o ensino de Álgebra. Contudo, a falta de fontes que descrevessem os conteúdos que seriam abordados não nos permite afirmar nada nesse sentido. Desse modo, apenas podemos supor que a abordagem de números negativos pode, ou não, ter feito parte do ensino ministrado nas Escolas Complementares de Santa Catarina nesse período, visto que, em certos momentos, as duas instituições têm parte do seu ensino equivalente e que a escola catarinense tomou São Paulo como referência.

O programa da Escola Complementar de 1934 (SANTA CATARINA, 1934) não trouxe mudanças em relação ao ensino de Álgebra na instituição e, em 1935, uma nova reestruturação do ensino é vivenciada em Santa Catarina. Conhecida como Reforma Trindade e determinada pelo decreto n. 713, de 05 de janeiro daquele ano, o novo modelo de educação cria os Institutos de Educação e transforma as Escolas Complementares em “Escolas Normais Primarias”[113]. Um livro de diplomas do ensino complementar/normal primário emitidos pelo Grupo Escolar Jerônimo Coelho (SANTA CATARINA, 1940) permite observar que a Álgebra não fez parte da formação dos estudantes entre 1931 e 1934, mas que volta aos diplomas a partir de 1935.

Segundo o decreto n. 713, a Escola Normal Primária ainda objetivaria a formação de professores para zonas rurais em um curso de três anos e seria anexa aos Grupos Escolares. No 1º ano de ensino seguiria o que já era abordado no 1º ano das Escolas Complementares e o 2º e 3º anos adotariam o programa da 1ª e 2ª séries do Colégio Pedro II[114], ao indicar “1º ano Pedro II” e “2º ano Pedro II”, mas não apresenta os conteúdos.

Com base em Vechia e Lorenz (1998, p. 293), o programa de 1929, do Colégio Pedro II, apresenta, nos cinco anos do curso fundamental, as rubricas: “1º ano: mathematica; 2º ano: arithmetica; 3º ano: algebra; 4º ano: geometria e trigonometria”. O ensino de Álgebra se fazia presente no 1º e 3º anos, sendo que no primeiro observamos os temas: representação algébrica de números; monômios lineares; operações com números positivos e negativos; exemplos de equações do 1º grau com uma incógnita, sem mais do que três termos; exercícios de “expressão de um enunciado por meio de symbolos algebricos”; multiplicação de polinômios e a explicação gráfica da operação; explicação gráfica do quadrado de um binômio; MMC e MDC de números e polinômios; equações fracionárias simples e problemas que levam a estas. Cabe ressaltar que

---

113 O mesmo movimento ocorreu em São Paulo em 1911 (BASEI, 2020; ALMEIDA, 2013).

114 Em 1837 o “Seminário de São Joaquim” é transformado no “Colégio Pedro II”, voltado para a instrução secundária e um marco para o ensino do país, uma vez que se tornou um “modelo institucional para todo o país e tudo o que acontecia dentro dele tinha uma repercussão nacional, com isso se compreende o porquê de a modernização do ensino da Matemática teve seu início em suas dependências” (METZ, 2008, p. 25).

no 3º ano se faz presente o ensino de números negativos, de modo que podemos inferir que esse conteúdo estava atrelado à Álgebra e não à Aritmética. Ainda no 3º ano, observamos também a abordagem de sistemas, equações do 2º grau, progressões, logaritmos, equações exponenciais e o estudo do plano cartesiano e da representação gráfica das funções do 1º e 2º graus.

Gussi (2011) apresenta que, em 1930, o Colégio Pedro II mantinha uma estrutura similar ao ano anterior, com um ensino de Matemática dividido no curso fundamental em: 1º ano: mathematica; 2º ano: mathematica; 3º ano: algebra; 4º ano: geometria e trigonometria. Os conteúdos de Álgebra do primeiro ano, com base em Gussi (2011, p. 114), eram:

> [...] Valor numérico de monômios e polinômios lineares; [...] Adição de dois ou mais polinômios lineares; Equação do 1ºgrau. Resolução prática; [...] Multiplicação de um polinômio por um monômio e por um polinômio exemplificado graficamente; [...] Noções sobre eixos coordenados. Traçados de gráficos e diagramas.

Já no 2º ano, deveria haver maior ênfase à noção de funções e na Álgebra figurava:

> [...] Equações lineares literais; [...] Problemas simples de equações do 1ºgrau a uma incógnita; Sistemas de equações lineares. Resolução de um sistema do 1ºgrau com duas incógnitas pelos métodos de substituição, de comparação e de soma; Representação gráfica da função linear com uma variável. Resolução gráfica de duas equações lineares com duas incógnitas; [...] Divisão de um monômio por outro ou de um polinômio por um monômio; Divisão de polinômio; regra prática; Frações algébricas. Simplificação. Operações (GUSSI, 2011, p. 114-115).

Isso ressalta que conteúdos do 3º ano do programa de 1929, como sistemas lineares e noções sobre funções, passariam a fazer parte do 2º ano do programa de 1930. Gussi (2011) ainda indica que a Álgebra no programa de 1931, no que se refere às 1ª e 2ª séries, seguiria a proposta do programa de 1930. No entanto, na 2ª série era explicitada a abordagem da noção de função de uma variável independente e a representação gráfica, bem como o estudo das funções $y = ax$ e $y = a/x$. Os programas de 1929 e 1930 apontam como referência as obras: Exercícios de Álgebra de Henrique Costa, Euclides Roxo e Otávio de Castro, e Exercícios de Álgebra, de Cecil Thiré.

Além disso, neste período vigorava o ensino secundário, resultante da reforma Fracisco Campos, que ocorreu em 1931. Contudo, segundo Dassie (2008, p. 137), os programas dessa reforma “para os dois primeiros anos do curso secundário diferem muito pouco dos programas que estavam sendo implantados no Colégio Pedro II. A única diferença encontra-se na seleção dos conteúdos de geometria intuitiva para o primeiro ano”. O programa ao qual o autor se refere é estruturado pelo decreto n. 18.564, de 15 de Janeiro de 1929, que une a Aritmética, Álgebra e Geometria em “Mathematica”, presente em quatro anos de um curso secundário de seis anos. No quadro a seguir é possível observar o programa do ensino secundário a partir de 1931.

Quadro 23 – A Álgebra na 1ª e 2ª séries do secundário na reforma Francisco Campos.

	Matéria - Número de aulas semanais	Conteúdos
1º ano	Álgebra - 2	Símbolos algébricos; fórmulas; noção de expoente; Números relativos ou qualificados. Operações. Explicação objetiva das regras dos sinais; Cálculo do valor numérico de monômios e polinômios. Redução de termos semelhantes; adição e subtração; Multiplicação de monômios e polinômios, em casos simples. Explicação objetiva pela consideração de áreas; Potências de monômios. Quadrado de um binômio; Primeira noção de equação com uma incógnita; resolução de problemas numéricos simples.
2º ano	Aritmética e Álgebra - 3	Noção de função de uma variável independente. Representação gráfica; Estudo das funções y = ax e y = a/x; exemplos; Proporções e suas principais propriedades; Resolução de problemas sobre grandezas proporcionais. Porcentagens, juros, desconto (comercial), divisão proporcional, câmbio; Equações do 1º grau com uma incógnita. Problemas. Interpretação das soluções negativas; Sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas. Problemas; Representação gráfica da função linear de uma variável. Resolução gráfica de um sistema de duas equações com duas incógnitas; Divisão algébrica. Expoente zero. Expoente negativo; Decomposição em fatores; Frações algébricas. Simplificações.

Fonte: Elaborado a partir de Dassie (2008, p. 247), Limas (2016, p. 116) e Vechia e Lorenz (1998).

É possível perceber que a Álgebra retorna ao ensino da "Escola Complementar", como Escola Normal Primária, trazendo perspectivas anteriores, com uma abordagem até sistemas de equações e sem indícios da presença de equações do 2º grau, além de novos conteúdos, como o ensino da noção de função/representação gráfica. Ao mesmo tempo, o ensino traz a interpretação de soluções negativas, o que reforça a perspectiva de que tal tema pode ter sido abordado anteriormente no ensino complementar, como apontamos em referência ao programa do ensino normal de 1928 (SANTA CATARINA, 1928c). Vale lembrar que o destaque aos números negativos foi observado nos primeiros anos da Escola Complementar de São Paulo e que a abordagem de funções não se constatou na instituição catarinense até então.

Para além do que já foi apontado, de acordo com o decreto-lei n. 244, de 08 de dezembro de 1938, as Escolas Normais Primárias nada mais eram do que cursos complementares aos Grupos Escolares, de modo que a normativa estabelece uma nova remodelação do ensino catarinense, transformando estas instituições em Cursos Complementares, no qual observamos um programa reduzido para dois anos. O decreto-lei ainda aponta que tal mudança foi considerada, uma vez que as Escolas Normais Primárias não conseguiam cumprir apropriadamente com seu objetivo, a formação de professores para o ensino primário, pelo fato que seus estudantes, entre 10 e 12 anos, ainda seriam imaturos para os conhecimentos necessários para o exercício da docência. Contudo, de modo semelhante à Reforma Trindade, o Curso Complementar teria seus dois anos equivalentes ao 1º e 2º anos Ginásio Pedro II[115].

Em 1939, o decreto n. 715, de 03 de março, expede regulamento para o Curso Complementar e nele se percebe, no primeiro e segundo anos, o ensino de Álgebra dentro da Matemática. No primeiro ano temos a mesma ementa do Colégio Pedro II de 1935, apresentada no Quadro 23. Já no segundo ano, um programa diferente é observado

> a) Estudo mais completo, teórico e prático, das quatro operações. b) Divisibilidade de um polinômio inteiro em X por um binômio de forma x-a. Aplicações. c) Fatoração algébrica, seus casos mais simples. d) Máximo divisor comum e mínimo múltiplo comum, - estudo elementar. e) Frações algébricas. f) Revisão da matéria dada nos 1º e 2º anos. Equações numéricas e literais do 1º grau a uma e a duas incógnitas (SANTA CATARINA, 1939, p. 3).

O novo modelo de ensino

> [...] sinaliza um novo significado pedagógico e simbólico para a escolarização. A Escola Complementar e a Escola Normal Primária tinham como meta a formação profissional e de professores para as áreas rurais, o então Curso Complementar objetivava intensificar e ampliar a cultura primária (física e cultural/musical nacionalista) do egresso do Grupo Escolar e os dois anos de curso passavam a corresponder aos dois primeiros anos ginasiais (STENTZLER, 2015, p.118).

Desse modo, o Curso Complementar deixa de formar professores. Mesmo que o egresso, tendo acesso ao 2º ano do curso fundamental do Instituto de Educação, a crítica apresentada à profissionalização docente, que era proporcionada aos estudantes da Escola Complementar, reforça a perspectiva de que o curso passou a objetivar unicamente a complementação do ensino primário no estado de Santa Catarina, desvinculando-se do viés anterior.

No quadro a seguir apresentamos, de forma sucinta, os primeiros indícios acerca do ensino de Álgebra na Escola Complementar catarinense.

Quadro 24 – A Álgebra nas Escolas Complementares catarinenses até 1935.

Ano - Local	**Ano escolar**	**Informações suplementares**
1911	Não é especificado	Obra utilizada: Álgebra de Trajano
1912	2º ano	Programa das Escolas Complementares
1914 - Joinville	2º ano	
1915 - Joinville	2º ano	
1916 - Laguna		Presença da Álgebra, sem indicação do ano escolar
1918, em Laguna		Não há indícios da Álgebra nos exames
1918 - Florianópolis	2º ano	Obra utilizada: Álgebra de Trajano

[115] O documento se refere à instituição, Colégio Pedro II, como “ginásio”, por isso mantivemos essa escrita.

1919		A Álgebra não consta mais no programa da Escola Complementar
1921 - Florianópolis	3º ano	Presença da Álgebra nos exames do colégio Coração de Jesus
1924		Decreto estadual que aponta a obrigatoriedade da Álgebra no ensino complementar
1924 - Tubarão	2º e 3º anos	Presença da Álgebra nos exames da escola
1924 - 1926 - Laguna	2º e 3º anos	Presença da Álgebra nos exames da escola
1926 - Florianópolis	2º e 3º anos	Presença da Álgebra nos exames da escola
1928		Programa das Escolas Complementares. Não há indícios da Álgebra no programa da escola
1931		Decreto n. 130 não altera a situação do ensino de Álgebra na instituição
1931 - 1934 - Laguna		Os diplomas emitidos pela Escola Complementar de Laguna não apontam a Álgebra na formação
1934		Programa não apresenta a Álgebra no ensino das Escolas Complementares
1935	2º e 3º anos	Decreto transforma as Escolas Complementares em Escolas Normais Primarias. Álgebra equivalente aos dois primeiros anos do Colégio Pedro II
1935	Álgebra	Os diplomas emitidos pela Escola Normal Primaria de Laguna apontam a Álgebra na formação, mas não indicam o ano

Fonte: Elaboração nossa.

De modo geral, foi possível constatar que, entre a criação das Escolas Complementares em Santa Catarina e o ano de 1935, a Álgebra fez parte do ensino complementar do estado em alguns momentos, em outros não. Não há indícios que apontem que essa Álgebra adentrasse o ensino de equações do 2º grau, como em outros estados. Contudo, a transformação da instituição em Escola Normal Primaria leva a um programa com a presença de números negativos, o que até então não era destacado nos programas encontrados e que, junto de outros indícios, pode indicar que este conteúdo tenha feito parte da Álgebra na instituição anteriormente.

A partir das perspectivas de Chervel (1990), em que conteúdos, exercícios, práticas e exames são elementos constituintes da disciplina, observamos que na maior parte deste período a disciplina era abordada no 2º ano da instituição e, aparentemente, estaria limitada aos estudos de Álgebra até equações do 1º grau e sistemas de equações e assumiria o viés de uma Álgebra para generalização e simplificação. Com a transformação da instituição em 1935 e sua adoção dos programas do ensino secundário, as quantidades/soluções negativas parecem surgir no ensino de Álgebra, o que pode ser um indício de que tal conteúdo já fazia parte da Álgebra do ensino complementar, mas que não era explicitado. Como em alguns outros estados, o ensino complementar assume um viés de comple(men)tar a formação primária ofertada e, na mesma medida, formar professores para os Grupos Escolares e Escolas Isoladas. A respeito dos conteúdos abordados na Álgebra, é possível observar que instituições de alguns estados vão além do proposto, nos primeiros anos da escola catarinense, uma vez que verificamos serem estudadas em Álgebra: a teoria de proporções e suas aplicações, que no âmbito catarinense estava atrelada à Aritmética e não à Álgebra; as soluções negativas e as quantidades negativas, que depois não são mais explicitadas nos programas paulistas; e, as equações do 2º grau.

Após este período, uma Álgebra um pouco diferente se instaura no ensino primário catarinense. Espelhada no Colégio Pedro II, referência para muitas instituições do país na época, esta Álgebra tinha como objetivo o ensino de conteúdos até sistemas de equações lineares, ainda deixando de lado o ensino de equações do 2º grau. Um primeiro elemento que, aparenta ser inédito no ensino complementar de Santa Catarina é a abordagem de números negativos, além do ensino da noção de função e da representação gráfica de equações/sistemas de equações. Além disso, como o programa da Escola Normal Primária passa a se basear ao do Colégio Pedro II, também podemos supor que as obras adotadas para o ensino de Álgebra fossem as mesmas.

5.2 A ÁLGEBRA NA REVISTA "A ESCOLA PRIMARIA"

Como indicado anteriormente, as revistas pedagógicas podem ser vistas como agentes de circulação de ideias que tinham grande alcance, uma vez que permitiam o acesso ao seu conteúdo para leitores que se encontravam distantes dos autores do impresso. Esta situação é muito bem esboçada pelo artigo do professor Othello de Souza Reis (1918a, 1918b), intitulado “Os dois ultimos annos de arithmetica, na escola primaria, segundo a Commissão dos Quinze”, que discorre sobre as propostas estadunidenses a favor de uma Álgebra para o ensino primário, no final do século XIX. Originalmente, a publicação foi uma conferência realizada pelo autor na Biblioteca Nacional, no Rio de Janeiro, em setembro de 1918. A menos que algum jornal emitisse uma nota sobre o ocorrido, poucos teriam acesso às palavras proferidas por Othello Reis em sua conferência, no entanto sua fala foi posteriormente publicada na revista “A Escola Primaria” e, em seguida, no prefácio de seu livro “Algebra – primeiros passos”, em 1919. Assim, tanto a publicação na forma de artigo, quanto a publicação no início de seu livro, compõem parte de um movimento que buscava dar acesso a diversos professores ou agentes da educação brasileira às palavras e contribuições de Othello Reis. Extravasando as barreiras de nossa pesquisa, podemos afirmar que hoje não seria possível analisar todo o discurso do professor caso estes impressos não tivessem posto em circulação as ideias apresentadas.

A presença de uma discussão acerca da constituição de um ensino de Álgebra para o ensino primário e afirmações de Reis (1918a) sobre a existência de tal discussão em outros textos da revista nos levou a questionar quais discursos o periódico disseminava acerca do tema no âmbito brasileiro. Para isso, um levantamento foi realizado na Hemeroteca Digital[116], na qual foi possível encontrar as publicações de números da revista "A Escola Primaria" entre 1916 e 1938. Ao pesquisar por "algebra"[117] no periódico, encontramos 50 menções ao termo nas edições da revista, entre os anos de 1916 e 1937.

Como objetivo, estávamos à procura, de alguma maneira, das discussões acerca da Álgebra ou o ensino de Álgebra na formação primária e, quem sabe, na formação de professores, visto que este também era o foco da Escola Complementar. Após uma inspeção inicial, na qual observamos o contexto em que o termo "algebra" era utilizado, foi possível constatar que apenas 5 publicações abordavam a Álgebra de modo alinhado ao nosso objetivo. As publicações se organizam em 4 artigos, visto que um deles possui continuação em edições posteriores da revista, como pode ser observado no quadro a seguir.

Quadro 25 – Publicações consideradas a partir do levantamento[118].

Autor	Título	Ano da publicação	Edição da revista
Othello de Souza Reis	Os problemas resolvidos por equações	1917	Anno 1, n. 9
Francisco Cabrita	A algebra do normalista	1917	Anno 1, n. 10
Francisco Cabrita	A algebra no ensino primario	1917	Anno 1, n. 12
Othello de Souza Reis	Os dois ultimos annos de arithmetica, na escola primaria, segundo a Commissão dos Quinze	1918	Anno 3, n. 1 Anno 3, n. 2 e 3 (continuação)

Fonte: Elaboração nossa.

Primeiramente devemos perceber que todos os artigos são da segunda década do século XX, período em que a Escola Complementar catarinense estava sendo implementada no estado, sob o comando de Orestes Guimarães. Além disso, é clara a contribuição de Francisco Cabrita[119] e de Othello Reis para o debate acerca da instituição de uma Álgebra para o ensino primário. Além disso, a relevância de publicar discussões sobre o tema ressalta que esse processo ainda não teria se sedimentado amplamente pelo país.

[116] Disponível em: http://bndigital.bn.gov.br/hemeroteca-digital/. Acesso em: 27 maio 2020.
[117] O mesmo resultado é obtido ao pesquisar por "álgebra". Semelhantemente, a busca, utilizando o termo "algebrico", retorna em alguns dos artigos que já tinham sido observados.
[118] Uma gama maior de artigos foi analisada em Rodriguês, Godoi e Costa (2021).
[119] Um trabalho foi publicado (RODRIGUÊS; COSTA, 2020) discutindo apenas as contribuições de Cabrita para o tema da Álgebra no ensino primário.

Também é importante destacar que a revista era inicialmente editorada pela "Francisco Alves & C." e apontava endereços no Rio de Janeiro, São Paulo e Belo Horizonte, mas, posteriormente, a única informação apresentada é que a redação da revista se fazia no Rio de Janeiro. Em quase metade das edições é apresentada, na capa do periódico, a indicação de que este estaria sob a direção dos inspetores escolares do Distrito Federal (o Rio de Janeiro, neste período). No entanto, não encontramos indícios, seja na revista ou em notícias em jornais catarinenses, de que o periódico tenha circulado no âmbito catarinense. Quanto aos autores dos trabalhos levantados, temos que Francisco Cabrita[120] era engenheiro e foi nomeado, no final do século XIX, como diretor da instrução pública no Rio de Janeiro, permanecendo no posto até 1909. Cabrita também foi professor da Escola Polytechnica e professor de geometria na Escola Normal, no Rio de Janeiro, bem como diretor do Gymnasio Nacional. Nesse sentido,

> Cabrita foi professor e autor de livros didáticos. Exerceu diversos cargos na administração pública republicana. Em 1890, foi nomeado por Benjamin Constant diretor da Escola Normal do Distrito Federal, da qual era até então professor de geografia. Foi diretor do Colégio Pedro II, então Ginásio Nacional, de 1898 a 1903, em substituição a José Veríssimo. [...] Colaborou em diversas revistas, prefaciou livros e publicou diversos estudos sobre geografia e geometria (ASSIS, 2011, p. 551).

Já Othello de Souza Reis foi estudante do Gymnasio Nacional e depois professor e vice-diretor do Colégio Pedro II, além de professor da Escola Normal[121]. Othello Reis também foi autor de livros didáticos como "Algebra – primeiros passos", mencionado anteriormente.

Traremos, a seguir, as discussões apresentadas nos artigos encontrados. Optamos pela apresentação das perspectivas de cada autor, de modo que buscamos ressaltar o discurso apresentado por cada um, para melhor caracterizar o que é posto em circulação a partir de sua produção textual. De forma a (re)construir e compreender o desenrolar desta história, também decidimos pela apresentação das contribuições dos autores que surgem em uma ordem cronológica. Ressaltamos ainda que mesmo não havendo indícios de que as propostas desses autores tenham chegado ao estado de Santa Catarina, a análise destas fontes permite compreender aproximações e distanciamentos com a proposta catarinense.

---

[120] Francisco Carlos da Silva Cabrita nasceu em 1857, no Rio de Janeiro, e faleceu em 1923. Cabrita também foi secretário do Imperial Lyceo de Artes.

[121] Informações obtidas, respectivamente, a partir de: http://memoria.bn.br/DocReader/886173/693; http://memoria.bn.br/DocReader/226688/15993; http://memoria.bn.br/DocReader/107670_01/10344; http://memoria.bn.br/DocReader/090972_06/2315; http://memoria.bn.br/DocReader/800643/35832; http://memoria.bn.br/DocReader/100439_04/11387; http://memoria.bn.br/DocReader/348970_01/7997; http://memoria.bn.br/DocReader/178691_04/2722; http://memoria.bn.br/DocReader/178691_04/878; http://memoria.bn.br/DocReader/093718_01/2887; http://memoria.bn.br/DocReader/030015_02/15732; http://memoria.bn.br/DocReader/168319_02/15587; http://memoria.bn.br/DocReader/313394/88073; http://memoria.bn.br/DocReader/029033_07/17663; http://memoria.bn.br/DocReader/313394/88073. Acesso em: 20 maio 2020.

5.2.1 Os discursos presentes na revista “A Escola Primaria”

- **Othello de Souza Reis**

No primeiro artigo o autor indica “a enorme vantagem que se colheria com a introducção das equações do primeiro grau na solução dos problemas dados na escola primaria, principalmente nas classes complementares” (REIS, 1917, p. 268).

> O raciocinio generalizado é indiscutivelmente mais facil e mais seguro do que o parlicular, que ordinariamente se emprega para os problemas.
> O essencial de algebra para resolver uma equação do primeiro grau é tão facil que em menos de uma hora qualquer alumno de classe media e capaz, póde se assenhorear do processo (REIS, 1917, p. 269).

Podemos ressaltar dois aspectos da fala do autor: o primeiro, que Reis relaciona a Álgebra à ampliação do raciocínio, reforçando a compreensão, mesmo nesta época, da Álgebra como generalização da Aritmética; em segundo lugar, que este ensino estaria atrelado à resolução de equações, aqui focando nas equações do 1º grau.

No entanto, o autor aponta que tal posição teria sido recebida com “objecções e protesto”, mesmo que sua fala não tivesse como propósito levar a Álgebra, como um todo, para o ensino primário. O autor segue dizendo que encontrou na obra de John Walsh pensamento semelhante ao seu. Walsh (1911) apresenta em seu livro um apêndice intitulado “Equational Arithmetic”, em que o autor aponta o crescente movimento a favor da introdução de equações nos últimos anos do curso de aritmética do ensino primário, destacando que este ensino não deveria ser iniciado por definições, mesmo de incógnitas, mas com a resolução de questões como “2 + □ = 4” ou “5 × ? = 30”, de modo a substituir “as muitas aplicações inúteis de porcentagem e alguns tópicos obsoletos” (WALSH, 1911, p. 349-350, tradução nossa).

Nesse sentido, Walsh apresenta em seu livro que, em relação a resolução de problemas aritméticos com o uso de métodos algébricos, que os estudantes aprendiam

> [...] a resolver certos tipos [de questões] sem entender o método utilizado, apenas sabendo que ele obtém a resposta. O fato de um método geral ser aplicável em uma grande variedade, lança luz sobre o seu trabalho anterior, o que é uma revelação para muitos estudantes (WALSH, 1911, p. 156, adição e tradução nossas).

Assim, de acordo com Reis (1917, p. 268-269), não se trataria de ensinar a “Álgebra”,

> Esta disciplina conta com a antipathia da parte dos estudantes e mestres. [...] Se fosse ensinado bem praticamente o meio de resolver problemas por equação, de sorte que o discipulo percebesse a grande vantagem do ensino algebrico, não haveria as antipathias injustificaveis que ora se notam.

Acerca dos saberes algébricos, Reis aponta que o estudante poderia escrever $12x$ do mesmo modo que escreve “12 penas” ou “12 objetos”. Deste modo o autor evidencia como se somariam esses termos, indicando que se houvesse $12x$ e $7x$ (como 12 penas e 7 penas), o estudante poderia apontar quantos objetos x existem, realizando a soma $12x + 7x = 19x$. "Insista-se bem que a é um objecto, b é outro [...]. Por ahi é que começa a coufusão do espirito no aprendizado da algebra" (REIS, 1917, p. 269). Segundo o autor, essa relação da incógnita com o objeto real permitiria ao estudante compreender as operações algébricas. Por exemplo,

> Começar-se-á por estabelecer a possibilidade do raciocinio sobre letras. Dê-se, para que o ensino se faça intuitivamente, uma collecção de objectos diversos, taes como chaves, pennas, cartões, figuras, paus de giz, pedrinhas, grãos de milho, feijão, arroz, etc.
> - Á proporção que formos retirando do monte chaves, pennas, e os outros objectos, iremos tomando nota no quadro negro. Comecemos.
> Sáe uma chave; escreve-se chave; sáe depois mais uma penna, escreve-se ao lado o signal + e a palavra penna e assim por deante. Terminada a arrumação teremos, por exemplo: Chave + penna + penna + penna + giz + pedra + feijão + milho + feijão + feijão + milho + giz + chave + giz + milho + penna + pedra + pedra + pedra + chave + chave
> Podemos, contar agora: uma chave mais outra chave, mais outra, mais outra, são quatro chaves e escrevemos então: 4 chaves + 4 pennas + 3 bastões de giz + 4 pedras + 2 grãos de feijão + 2 grãos de milho
> - Para não ficar tão longo, vamos abreviar, pondo um c em vez de chave, um p em vez de penna; um g em vez de giz; em vez de pedra não poremos p, que significa penna, mas uma outra letra qualquer, d por exemplo; em vez de feijão, f; em logar de milho, m. Teremos então: 4c + 4p + 3g + 4d + 2f + 2m (REIS, 1917, p. 269).

Aqui o autor nos permite compreender que a introdução às operações utilizando termos algébricos estaria associada à sua relação com objetos reais, partindo do concreto para o abstrato como dita a pedagogia intuitiva, vinculando também as generalizações dos procedimentos aritméticos. É importante destacar que isso afastaria a visão da letra como representante de um objeto abstrato, como é o caso de se observar uma fórmula sem contextualização. Além disso, devemos destacar que a letra está estritamente relacionada com o objeto real e não com a quantidade de um dado objeto ou de uma medida real. Para exemplificar isso vamos considerar o exemplo em que 12 penas são relacionadas com o termo $12p$, ou $12x$. Aqui, a letra usada remete ao objeto, de modo que o processo de compreensão das operações com as letras seja simplificado, uma vez que somar $12p$ com $3p$ seria o mesmo que fazer 12 penas mais 3 penas. Na segunda perspectiva, em que a letra está relacionada a uma quantidade de um objeto, ou uma medida, poderíamos considerar o exemplo em que há um número desconhecido de penas e que isso será representado por x penas. Nesse caso, a letra é utilizada apenas para representar a quantidade de objetos, o que não vai na mesma direção das ideias de Reis (1917).

O autor segue com a proposta de um ensino gradual, no qual a resolução de equações como $x + 3 = 7$ e $3x = 6$ poderia ser discutida em sequência por meio da tentativa e erro, ou pelo raciocínio "um número que somado a 3 resulta em 7" ou "um número que multiplicado por 3 tem resultado 6". Nesse sentido, o autor indica que "basta ensinar que, para transpôr, isto é, para passar o 7 para o segundo membro, é sufficiente apagal-o no primeiro, e escrevel-o no segundo com signal trocado" (REIS, 1917, p. 269). Reis (1917) nos mostra então que a abordagem passaria a estabelecer a letra como um valor desconhecido, que estaria vinculado ao processo de resolução de problemas. O autor também evidencia o uso de operações inversas para a resolução de equações, não só na citação apresentada neste parágrafo, mas também quando faz uso do mínimo múltiplo comum para eliminar o uso de denominadores.

Após o ensino de equações, o autor indica que o professor deveria ensinar "o modo pelo qual se procede com systemas de 2 equações a 2 incognitas" (REIS, 1917, p. 269), para o qual poderia se utilizar o método de substituição na resolução. Por fim, os estudantes deveriam aprender a "pôr o problema em equação", o que os auxiliaria a lidar com equações.

> Desde que [...] pratiquem assiduamente nos problemas correntes de arithmetica, não tardarão a se convencer das vantagens que offerece a solução dos mesmos por este processo. Não se arrecearão mais do nome de algebra, [...], e não comprehenderão mais, como eu não entendo, porque havemos de quebrar a cabeça a encadeiar raciocínios obsoletos, subtis e complicados, quando é mais intelligente e mais expedito pôr o problema em equação e resolver esta (REIS, 1917, p. 270).

O autor então finaliza seu artigo citando as palavras de Bourlet[122]

> Muitas soluções da arithmetica são longas, pouco claras, sobrecarregadas de periphrases e por isso mesmo fatigantes para serem acompanhadas; outras, ao contrario, são de apparencia simples, mas repousam sobre observações em que não se pensa sempre. Ha frequentemente vantagem em se empregarem letras para representar numeros desconhecidos e signaes para indicar as operações a effectuar sobre os numeros dados e os desconhecidos. As soluções apresentam então um aspecto algebrico, são rapidas e claras (REIS, 1917, p. 271).

No segundo trabalho do autor, que repercute a discussão estadunidense, é abordado o ensino de saberes da Álgebra nos dois últimos anos da instrução primária. Reis (1918a) discorre sobre uma Álgebra que seria apropriada para este nível escolar, sua utilização e a necessidade de tais saberes, baseando suas palavras em diversos autores, entre eles Francisco Cabrita, os franceses Bourlet e Leyssenne, e os estadunidenses Walsh e Wentworth. Ele desejava "evidenciar como, sem nenhum preparo anterior, a não ser o conhecimento das quatro operações" (REIS, 1918a, p. 12) os estudantes poderiam resolver equações.

Reis (1918a, p. 14) aponta que qualquer estudante "das primeiras classes", ou seja, dos primeiros anos do ensino primário, conseguiria resolver expressões como "$3+? = 7$" ou "$5 \times ? = 30$", uma vez que seriam conhecidas a partir das cartas de Parker. Indo ao encontro das perspectivas de Walsh (1911, p. 350), Reis (1918a) defende que as equações não mudam ao se

[122] Aparentemente o autor se refere a Charles Émile Ernest Bourlet, conhecido como Carlo Bourlet, matemático francês e autor de livros que nasceu em Estrasburgo, em 1866, e morreu em 1913.

substituir “?” por “x”, gerando as equações “$3 + x = 7$” e “$5x = 30$”, por exemplo. Do mesmo modo, resolver uma expressão na primeira forma não seria diferente do processo desenvolvido em sua equação. Nesse sentido, Walsh (1911) indica que a resolução de problemas aritméticos com o uso de métodos algébricos era ensinada sem que o estudante compreendesse o método.

Assim, Reis (1918a) diz que não tinha dúvida da possibilidade de “introduzir na escola primaria o estudo rudimentaríssimo da algebra, sufficiente para a solução de certos problemas. Concedo que não devamos chegar logo ás equações do 2° gráo, mas as do 1° podem ser, sem difficuldade” (p. 12). Os problemas a que o autor se refere são questões de Aritmética em que a resolução exige um raciocínio extenso e cansativo, chamados de problemas complexos, charadas ou *conundrums*. Reis (1918a) segue nos dizendo que a descrição do raciocínio para a resolução destes problemas poderia ser difícil, sendo exemplos de cadernos escolares:

> Um negociante comprou um rebanho de carneiros a tres preços diversos. Pagou 1/3 do rebanho á razão de 21 francos a cabeça; 2/5 á razão de 19 francos e o resto á razão de 15 francos. Revendeu todo o rebanho por 1.674 francos, ganhando 1/5 do preço de compra. De quantos carneiros se compunha o rebanho? (REIS, 1918b, p. 41).

De acordo com Reis (1918a, p. 12), devido à complexidade da resolução desse tipo de problema a partir de processos que se baseiam apenas saberes aritméticos, é que “a pedagogia moderna entende que se deve trazer para a escola primaria o methodo algebrico”, uma vez que buscava “evitar essa acrobacia de palavras e esse trabalho excessivo do cérebro”. Reis (1918b) apresenta, então, o processo de resolução do problema a partir da Álgebra.

Figura 9 – Equação obtida através do problema apresentado por Reis.

Facil nos será agora saber quanto pagou, ao todo o negociante:

$$7\,x + \frac{38x}{5} + 4\,x$$

Diz-nos o problema que o lucro foi de $\frac{1}{5}$ do preço de compra, ou

$$\frac{1}{5}\left(7x + \frac{38x}{5} + 4x\right)$$

O negociante vendeu todo o rebanho por 1.674 francos, portanto

$$7x + \frac{38x}{5} + 4x + \frac{1}{5}\left(7x + \frac{38x}{5} + 4x\right) = 1.674$$

Fonte: Reis (1918b, p. 41).

A resolução, que poderia não ser considerada simples, não teria o mesmo nível de dificuldade ou exigiria o mesmo esforço que as resoluções baseadas na Aritmética. Nesse sentido, o autor apresenta que a proposta da comissão[123] para um ensino de Álgebra nos dois últimos anos da instrução primária estaria baseada no fato de que não haveria como justificar

> [...] aquelles que, achando a arithmetica uma valiosa gymnastica mental, abusam della, convertendo-a em instrumento de supplicio. A verdade é que, se a consideramos como meio de desenvolvimento, ou de treinamento cerebral, esses raciocinios são exercicios estafantes, e se a considerarmos sob o ponto de vista das meras applicações praticas, são meios excessivamente morosos e difficeis (REIS, 1918a, p. 12).

Com isso, os discursos se direcionavam para um apoio que

> [...] o ensino de aritmética por meio dos problemas aritméticos, nessas salas mais adiantadas, seria facilitado com seu método. Não qualquer problema, mas aqueles que se assemelham a charadas e, ainda, que envolvam as operações fundamentais; estas deveriam ser apresentadas logo após seu ensino (ROCHA, 2019, p. 65).

Ao analisar esta produção de Reis (1918a, 1918b), Rocha (2019, p. 68) aponta que "o método algébrico deveria tornar clara a relação entre a quantidade conhecida e desconhecida nos problemas aritméticos com enunciados que teriam muitas informações (as charadas ou os enigmas)". No entanto, primeiro seria necessário superar o obstáculo que se caracterizava pela perspectiva de que a Álgebra estaria desligada do ensino primário. Nisso, o autor assinala que "não ha propriamente - a algebra, mas o methodo algebrico, que podeis ensinar, porque ensinaes coisas infinitamente mais difficeis" (REIS, 1918a, p. 12). Isso evidencia que esse ensino não se concretizaria como aquele da Álgebra do ensino secundário, bem como sua ligação à resolução de problemas complexos de Aritmética, levantando novos indícios de que esta abordagem estabelece uma Álgebra própria do ensino primário.

O autor continua dizendo que "Sim podeis ensinar a algebra, desde que não ultrapasseis os limites marcados pelo relatorio dos Quinze e por quantos pedagogos trataram do assumpto" (REIS, 1918a, p. 12). Reis também menciona a proposta da Comissão dos dez, e a tradução do seu relatório na "Revista Pedagogica", em que "os alumnos devem ser familiarizados desde mais cedo com as expressões e os symbolos algebricos, e com os methodos de resolver equações simples" (REIS, 1918a, p. 12). Tais elementos evidenciam não só que a materialidade do trabalho das comissões circulou pelo Brasil, mas que seus apontamentos quanto à Álgebra na instrução primária podem ter se constituído como bússolas para o Brasil.

Inicialmente, a respeito do conhecimento algébrico, o autor aponta que

> A primeira coisa a fazer é familiarizar o alumno com o emprego das letras para a representação das quantidades [...]. Na algebra elementarissima da escola primaria não lidamos, habitualmente, em cada problema, senão com uma letra por meio da qual

[123] Como visto anteriormente, a Comissão dos Quinze propôs uma Álgebra para os dois últimos anos do ensino elementar estadunidense (de oito anos). Essa Álgebra iria finalizar antes do conteúdo de equações do 2º grau, visaria à compreensão do uso de letras e sua aplicação para facilitar a solução de problemas da Aritmética.

> representamos a quantidade desconhecida, o numero que satisfaz ás condições do problema (REIS, 1918a, p. 12).

O autor continua dizendo que

> Para ensinar intuitivamente ao alumno o modo de lidar com este symbolo x, façamol-o representar por x um objecto cujo nome desconheça, e em seguida contar numerosos desses objectos. Elle contará: um objecto, dois objectos, tres ... quinze objectos, ou coisas. ou emfim: um x, dois x, tres x ... quinze x (REIS, 1918a, p.12).

Deste modo, podemos notar que o autor retoma a discussão como havia realizado em seu artigo anterior (REIS, 1917), no qual apresenta que, na escola primária, a Álgebra estaria atrelada ao objetivo de determinar valores desconhecidos e que não seria complexo compreender as operações básicas, como soma e subtração, envolvendo a incógnita a partir desta relação com quantidades de objetos. Tal abordagem, a partir do ponto de vista de Reis (1918a), tornaria simples a compreensão de operações envolvendo letras.

> Estamos assim, pouco a pouco, penetrando na algebra. Não será um passo muito grande imaginarmos que uma pessoa possue 10 objectos da especie x, adquire mais 6, dá 3, compra mais 8, perde 5, o que assim se representa:
>
> $$10x + 6x - 3x + 8x - 5x$$
>
> Qualquer alumno, até de classe elementar, sabe procurar com quanto objectos, afinal fica a pessoa, sommando aquillo que possue e que adquire, sommando aquillo de que se desfalca, e avaliando a differença (REIS, 1918a, p. 13).

Figura 10 – Resolução que seria feita pela criança, segundo Reis.

$$\begin{array}{rl} 10\ x \\ 6\ x \\ 8\ x \\ \hline 24\ x \end{array} \qquad \begin{array}{rl} 3\ x \\ 5\ x \\ \hline 8\ x \end{array}$$

$$24\ x - 8\ x = 16\ x$$

Fonte: Reis (1918a, p. 13).

Quanto às outras operações, é importante destacar o que apresenta sobre a divisão:

Figura 11 – Divisões envolvendo incógnita no artigo de Reis.

Da divisão, é ocioso tratar, pois está implicita na propria multiplicação. Assim como de 64 maçãs, distribuidas por 16 caixas, cabem 4 maçãs a cada caixa, assim

$$64\ x \div 16 = 4\ x$$

E assim como de 64 maçãs, distribuidas em grupos de 4 maçãs, formamos 16 grupos, assim

$$64\ x \div 4\ x = 16$$

Fonte: Reis (1918a, p. 13).

Como podemos observar, o autor busca abordar dois casos da divisão com a incógnita: no primeiro, a divisão de um termo com a incógnita por um número; no segundo, a divisão envolvendo termos com incógnita. Nos dois casos o autor tenta evidenciar, por meio da associação da incógnita com o objeto, a presença desta, ou não, no resultado da divisão. Reis (1918a) ressalta, mais uma vez, a perspectiva de associar as letras com objetos reais para o ensino das operações com termos algébricos. Vale ressaltar que o autor utiliza apenas do contexto para apontar quando o termo x permanece ou deixa de fazer parte da expressão, embasando-se totalmente na ideia do processo de divisão.

Ainda sobre as operações, Reis apresenta então quatro exemplos, feitos por Wentworth, para indicar o conhecimento adquirido pelo estudante em aritmética e que seria utilizado de maneira idêntica na Álgebra.

Quadro 26 – Os quatro exemplos de Wentworth.

Exemplo	**Expressão associada**
Se um homem tem 10 dollars, depois recebe 3 dollars, e ainda depois mais 2 dollars, tanto lhe faz juntar 3 dollars aos 10 que possuia e depois 2 aos 13, como reunir os 3 com os 2 e juntar a somma aos 10.	$10 + (3 + 2)$ $= 10 + 3 + 2$
Um homem tem 10 dollars e recebe mais 3; destes 3, porém, paga immediatamente 2. Tanto lhe faz juntar os 3 aos 10 e da somma retirar 2, como dos 3 retirar 2 e juntar o que sobrar.	$10 + (3 - 2)$ $= 10 + 3 - 2$
Um homem tem 10 dollars, e duas dívidas, sendo uma de 3 dollars e outra de 2. Tanto lhe faz tirar dos 10 dollars os 3 dollars da primeira divida, e do que restar tirar novamente 2, como sommar as duas dividas e tirar logo a somma.	$10 - (3 + 2)$ $= 10 - 3 - 2$
Um homem tem 10 dollars em 2 notas de 5 dollars, e precisa fazer um pagamento de 3 dollars. Toma uma das notas de 5 dollars, que dá ao eredor, recebendo de troco 2 dollars. De quanto foi o pagamento? De $5 - 2$ Com quanto fiou o homem? Com $10 - (5 - 2)$, isto é, com a differença entre o que possuia e o que pagou. Mas o que se deu realmente, foi que dos 10 dollars, o homem tirou 5 e ao resto juntou os 2 que recebeu de troco.	$10 - (5 - 2)$ $= 10 - 5 + 2$

Fonte: Elaborado a partir de Reis (1918a, p. 13).

Sendo assim, de acordo com Reis (1918a, p. 13-14), os estudantes induziriam, com base nos exemplos de Wentworth, como proceder com expressões como “$4 + (x - 1)$” ou “$x - (2x + 1)$”. Na medida em que estes fossem se familiarizando com tais expressões, poderiam resolver expressões mais complexas, como “$7x - (10 - 2x - 5)$”, que seriam reduzidas aos casos que já teriam visto. De forma parecida, a multiplicação de um número por uma expressão poderia ser associada ao conhecimento aritmético, uma vez que “$4 \times (5 + 3) = (4 \times 5) +$

(4×3)" tem o mesmo desenvolvimento que "$4 \times (x + 1)$", ou ainda "$4(x + 1)$". Cabe salientar que o autor apresenta, mas não resolve, expressões como "$x - (2x + 1)$", o que não nos permite inferir, até esta parte do texto, se a proposta desse ensino de Álgebra se limitaria às restrições da Aritmética ou se abrangeria a abordagem de quantidades negativas.

O autor segue dizendo que seria necessário fazer com que o estudante compreendesse o que é uma equação. Para isso, o professor traz a ideia da balança, que os estudantes saberiam para que serve e como operá-la.

> Supponhamos collocados na concha da esquerda 3 daquelles objectos a que chamámos x. Há, pois, no prato, $3x$. O peso desses tres objectos é, ainda imaginado, 200 grammas. Se collocarmos na concha do lado direito pesos equivalentes a 200 grammas, o travessão da balança ficará em equilibrio, e esse equilibrio será representado pela expressão $3x = 200$
> Podemos agora dizer ao alumno, sem definição formal, que esta expressão de equilibrio é uma equação, que a parte á esquerda é o primeiro membro, e a da direita o segundo (REIS, 1918a, p. 14).

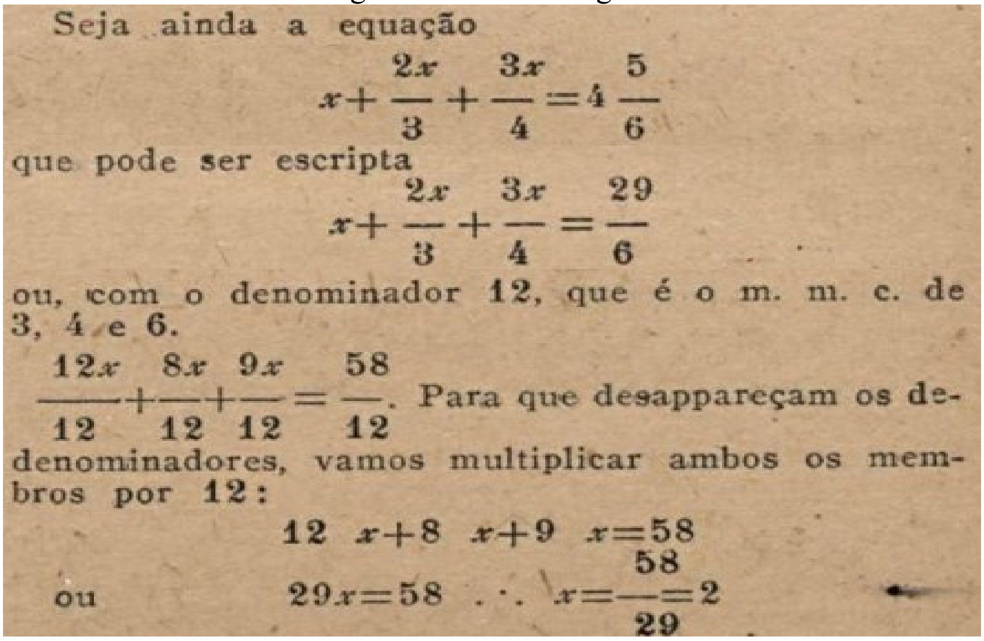
Para o autor, se fosse colocado/retirado um peso de 50g de um lado da balança, o equilíbrio se perderia. Para se corrigir o desequilíbrio o estudante compreenderia ser necessário colocar/retirar um peso de 50g no outro lado da balança, a partir do que novamente se estabeleceria o equilíbrio, representado pela equação $3x \pm 50 = 200 \pm 50$. Aqui, observamos novamente a associação das letras com objetos reais, para compreender a ideia de equação, e, em seguida, como incógnita para determinar valor desconhecido do peso do objeto. Para além disso, é a primeira referência que atrela a ideia de equação com a balança.

> Admittidos estes principios, um ligeiro raciocinio mostrará que se podem multiplicar e se podem dividir ambos os membros da equação pela mesma quantidade.
> Estes quatro principios que acabam de ser enunciados são sufficientes para a resolução das operações. Façamol-os comprehender, não os demonstremos porém como fazem os compendios communs de algebra! (REIS, 1918a, p. 14).

Tais princípios, como destaca Reis (1918a), seriam utilizados para resolver equações e permitiriam "estabelecer que podemos passar um termo de um membro para outro, e o modo pelo qual o faremos" (p. 15). O autor deixa claro o uso de saberes algébricos para a resolução de equações, seja na perspectiva da balança, que estabelece uma percepção real do significado de igualdade presente na ideia de equação, ou ainda no uso e ensino de operações inversas para o estudante determinar o valor da incógnita.

Reis (1918a) mostra, então, o uso das operações para determinar o valor de uma incógnita de uma equação. Nesse processo, o autor não enaltece mais a relação com o real, de modo que as letras deixam de estar associadas a objetos, uma vez que, aparentemente, as operações já teriam sido compreendidas pelos estudantes. Assim, a simbologia passa a ser vista sob o aspecto abstrato e se objetiva encontrar o valor que se procura. Na figura a seguir é possível observar que o autor ressalta os processos vinculados às operações inversas.

Figura 12 – Exemplo de Reis da aplicação das operações para a resolução de uma equação do 1º grau com uma incógnita.



Seja ainda a equação

$$x+\frac{2x}{3}+\frac{3x}{4}=4\frac{5}{6}$$

que pode ser escripta

$$x+\frac{2x}{3}+\frac{3x}{4}=\frac{29}{6}$$

ou, com o denominador 12, que é o m. m. c. de 3, 4 e 6.

$$\frac{12x}{12}+\frac{8x}{12}+\frac{9x}{12}=\frac{58}{12}.$$ Para que desappareçam os denominadores, vamos multiplicar ambos os membros por 12:

$$12\ x+8\ x+9\ x=58$$

ou $$29x=58\ \therefore\ x=\frac{58}{29}=2$$

Fonte: Reis (1918a, p. 14).

Na segunda parte de sua conferência, Reis (1918b) inicia dizendo que “Todas as equações devem ser obtidas no correr da solução de problemas, e não dadas como exercicios meramente abstractos” (p. 41). Isto estaria atrelado à ideia de “Pôr o problema em equação”, no que o autor indica que “Regra para pôr o problema em equação? Nenhuma. Bastarão alguns problemas” (REIS, 1918b, p. 41). Aqui o autor reforça que o estudo de equações estaria intimamente ligado à resolução de problemas de Aritmética.

Na sequência, Reis apresenta que “Só depois de regularmente familiarizados os alumnos com o methodo algebrico, é que lhes deveremos dar, como faz Wentworth, a noção, que é imprescindível, dos numeros negativos” (REIS, 1918b, p. 41). Assim,

> Todo alumno do 5° anno sabe, e se não sabe pode aprender, o que é uma conta corrente em uma casa commercial. Podeis fazer varios exercicios a proposito, figurando creditos e debitos, e calculando os saldos.
> Se meu credito é, por exemplo, 10 e o meu debito 2, o saldo é $10-2=8$
> Á proporção que meu debito augmenta, o saldo vae diminuindo
>
> $$10-4=6$$
> $$10-5=5$$
> $$10-7=3$$
> $$10-8=2$$
> $$10-9=1$$
> $$10-10=0$$

> Meu debito pode, porém, ainda augmentar, o que só depende da confiança de meu banqueiro. Poderemos então continuar a escrever
>
> $$10 - 12$$
> $$10 - 15$$
> $$10 - 20, \text{etc.}$$
>
> mas desde que meu debito ultrapasse meu credito, eu começo a dever. O negociante, que até então, nas suas notas, escrevia, a meu respeito,
>
> Saldo a seu favor 6, 5, 3, 2, 1
>
> passará a escrever
>
> Saldo a meu favor, ou a nosso favor, 2, 5, 10, etc.
>
> A algebra representa essa differença de sentido pelo signal negativo. Para elle, meu saldo existe sempre, mas é: $6, 5, 4, 3, 2, 1, 0, -1, -2\,; -3\,; -4\,; -5\,; -6\,; -7$; etc.
>
> O signal menos não é, pois, mais, em algebra, apenas um signal de subtracção, mas de mudança de sentido. Fareis com vossos discipulos, exercícios a proposito de numeros negativos, originados das contas-correntes, da marcha, a partir de um ponto, para a direita ou para a esquerda, da ascensão ou descida da columna de mercurio, no thermometro, além e aquém do zero, etc (REIS, 1918b, p. 42).

O autor ainda aponta que, de modo semelhante, os professores deveriam permanecer apenas nos aspectos de contagem e não desenvolver as regras de sinais. Essa abordagem talvez tenha se dado pela construção concreta dos números negativos, o que geraria contradições entre as ideias concretas e as regras de sinais.

Com isso, Reis (1918b), de maneira explícita e objetiva, relaciona o ensino de Álgebra e a abordagem de números negativos. O autor nos evidencia que a Álgebra que está propondo para o ensino primário, baseada nos movimentos estadunidenses e em diversos autores, deveria extrapolar as barreiras implicitamente impostas pela Aritmética, ou seja, deveria perpassar processos, problemas e soluções com a presença de números negativos. Este é um forte indício de que esta Álgebra buscaria extrapolar as barreiras da Aritmética. Ainda assim, vale ressaltar que o autor não apresenta exemplos de equações, ou sistemas de equações, com soluções negativas, apenas de operações como podemos observar na figura a seguir.

Figura 13 – Exemplos de Reis envolvendo números negativos.

$4-7=$	$5-x-3\,x=$
$4+2-5=$	$12-14\,x-17\,x=$
$14-5-9+1=$	etc.,

Fonte: Reis (1918b, p. 42).

O autor continua sua conferência apresentando que equações com duas incógnitas também seriam necessárias para resolução de problemas. Segundo ele, seriam necessárias duas equações para resolver o que ele define como “systema”. Para a resolução não deveriam ser utilizados diversos métodos, apenas um, o da “eliminação de uma das incognitas pela reducção ao mesmo coefficiente” (REIS, 1918b, p. 42). Para isso, o professor faria uso novamente do princípio de equilíbrio da balança, subtraindo os lados equivalentes (membro a membro) de uma equação na outra. A partir disso, poderiam ser ensinados aos estudantes sistemas com três equações e incógnitas, quatro equações e incógnitas e assim por diante.

Figura 14 – Exemplo de solução de um sistema, agora pela soma.

$$3\,x - y = 1$$
$$2\,y - x = 8$$

vem, multiplicada a segunda equação por 3:

$$3\,x - y = 1$$
$$6\,y - 3\,x = 24$$

Ahi só obteremos a eliminação da incognita x por meio da somma, porque juntando $3\,x$ com $-3\,x$ teremos *zero*.

Sommando, pois,

$$5\,y = 25 \quad .:. \quad y = 5$$

Fonte: Elaborada pelo autor a partir de Reis (1918b, p. 42-43).

Reis finaliza sua conferência chamando a atenção para alguns fatos:

> Ahi tendes, Snrs. Professores, o sufficiente para a resolução de quase todos os problemas difficeis, ou cuja solução é penosa de explicar em palavras. Não hesito em crêr que achaes, assim, perfeitamente simplificada a tarefa do ensino preliminar, ou introductorio, desta sciencia, tão injustamente tida por difficil (REIS, 1918b, p. 43).

O autor continua dizendo que

> Não sei, nem quero saber, se se trata de algebra, ou de arithmetica, ou de outra coisa. Sei que é necessario e que se pode ensinar.
> Aqui, para aquelles que me conhecem, devo parecer contradictorio, pois entendo, e sempre o disse, que precisamos de reduzir muito os programmas do ensino primario. Mas a algebra que eu entendo util e possivel não é uma disciplina a mais, e sim um methodo melhor, mais facil e mais seguro, para se resolverem as questões do curso de arithmetica (REIS, 1918b, p. 43).

Contudo, isso não significaria que a Álgebra não poderia se constituir como uma nova disciplina no ensino primário, mas que para isso seria necessário que esta tomasse parte do tempo dedicado em outros estudos. Nesse sentido, ao surgir como um “método melhor”, a Álgebra talvez estivesse sendo proposta em substituição para uma parte do ensino de Aritmética, principalmente aquela vinculada aos problemas complexos da disciplina. Todavia, Reis (1918b) ressalta que assim como a Álgebra pode ser útil para resolver problemas complexos, há casos simples em que não se faz necessário o uso de tais saberes para resolver um problema aritmético, uma vez que estaríamos usando uma ferramenta muito poderosa desnecessariamente. Caberia ao professor determinar a melhor forma para se resolver um dado problema. O autor ainda defende que todo estudante poderia aprender o método algébrico, uma vez que este não lhe exigiria nenhuma habilidade especial.

Devemos ressaltar que, após a leitura integral do primeiro artigo de Reis (1917), todos os problemas e exemplos apresentados que envolvessem equações trazem soluções positivas. Além disso, em relação ao seu conteúdo, esta Álgebra deveria perpassar as equações do 1º grau e sistemas de duas equações e duas incógnitas. Já no segundo trabalho a Álgebra proposta pelo autor ainda compreende o ensino dos conteúdos de equações do 1º grau e sistemas, não chegando a abordar equações do 2º grau. Contudo, durante seu discurso o autor expõe a compreensão do conceito de equação pela balança e os números negativos, algo que não se fez presente em seu primeiro artigo (REIS, 1917).

Quanto ao uso da incógnita nas duas publicações, esta assume duas abordagens: inicialmente está atrelada à relação de contagem de um objeto real para facilitar a compreensão do estudante quanto às operações algébricas, indo do concreto para o abstrato, generalizando procedimentos aritméticos, bem como de procedimentos envolvendo operações inversas e a noção de equivalência em uma equação; aos poucos o autor passa a relacioná-la com a ideia de valor desconhecido, na busca por determiná-lo em meio à resolução de um problema que surgiria na Aritmética. Quanto aos saberes, a forte relação com a solução de problemas aritméticos e a falta de associação com a continuidade do estudo de saberes mais avançados da Álgebra, leva-nos a compreender este ensino como uma dualidade: saberes que assumem a perspectiva de rudimentos, pois que seriam aplicados no próprio ensino primário, na resolução de problemas complexos da Aritmética; conteúdos que poderiam melhorar a compreensão do estudante e ensinar métodos mais simples para a resolução de problemas, que serviria de base para estudos no ensino secundário, assumindo o viés de saberes elementares.

- **Francisco Cabrita**

Em seu primeiro trabalho, "A algebra do normalista", Cabrita inicia seu texto apresentando um programa que "julgava ser suficiente para um curso de algebra na referida escola **[normal]**" (CABRITA, 1917a, p. 299, grifo dos autores). O programa teria sido solicitado pelo então diretor da escola, visando uma reforma curricular. Segundo o autor, sua indicação para o curso de Álgebra foi:

> 1º Anno: – Estudo de uma série bem graduada de problemas, por meio da linguagem algébrica, que conduzem á noção de equação (do 1º grau a uma só incógnita) e ás transformações necessárias á essa resolução. Resolução prévia de algum desses problemas pelo simples raciocínio e só com os recursos da Arithmetica, para mostrar a utilidade da linguagem algébrica e como esta facilita a resolução dos problemas,

> orientando muitas vezes a marcha do raciocínio e encaminhando o processo arithmetico de resolução.
> 2º Anno: – Continuação do estudo da série de problemas iniciado no 1º anno e extensão do methodo algébrico aos problemas a mais de uma incógnita, que conduz á noção de systema de equações e aos methodos de eliminação por adicção ou subtracção, por substituição e por comparação, com a resolução prévia de alguns desses problemas por simples raciocínio (CABRITA, 1917a, p. 299).

Semelhante ao que havia sido apresentado por Reis (1917), podemos notar que a Álgebra para o futuro professor do ensino primário deveria também perpassar os conteúdos de equações do 1º grau e sistemas de equações, além de estar vinculada aos problemas de Aritmética. Abordada a partir de problemas que levam à construção de seus saberes, a Álgebra deveria ser utilizada para problematizar o uso de processos e das soluções encontradas.

Na Figura 15, podemos notar que Cabrita (1917a) faz uso de termos incógnitos negativos no processo de resolução da equação. Contudo, o fato do autor não apresentar o raciocínio de passagem de uma equação para a outra e não evidenciar o ensino de números negativos, no artigo ou em sua proposta de programa, poderia significar que ele encarava isto como algo trivial para o ensino normal, ou mesmo um processo para evitar números negativos.

Figura 15 – Indícios de números negativos na abordagem de Álgebra para os normalistas.

$$-\frac{2}{11}x + 600 = 380$$

ou

$$\frac{2}{11}x = 600 - 380 \ldots \quad (a)$$

Fonte: Cabrita (1917a, p. 299).

Segundo o autor, com o programa "terão os normalistas o preparo necessario e sufficiente para pôr em prática, [...] o que pensa John Walsh sobre a resolução de problemas na escola primária" (CABRITA, 1917a, p. 299). O pensamento de Walsh (1911) ao qual o professor se refere, como já foi abordado, diz respeito à resolução algébrica de problemas que seriam comumente resolvidos através de procedimentos aritméticos.

A Álgebra do programa de Cabrita aparenta refletir o posicionamento de Walsh, ao mesmo tempo em que vai além das propostas do autor, uma vez que na proposta ao futuro professor seriam ensinados saberes mais aprofundados do que Walsh evidencia para os estudantes do ensino primário. Ademais, a abordagem de Cabrita (1917a) enaltece a perspectiva de que o ensino de Álgebra estaria intimamente relacionado aos problemas de Aritmética e à resolução de equações, tendo como foco a determinação de um valor desconhecido.

Em seu segundo artigo, "A algebra no ensino primario", o autor retoma o movimento de "introducção de equações no curso de Arithmetica" (CABRITA, 1917b, p. 360), mencionando o livro de Walsh. Cabrita (1917b) aponta que tal discussão já é antiga, trazendo também a contribuição de alguns autores franceses para o tema, como Bourlet e Leyssenne, entre outros. Segundo Cabrita (1917b), os autores franceses indicam existir receios e oposições em relação à Álgebra, uma vez que esta era vista como complexa, o que poderia ser reputado como incoerente, sendo que a Aritmética, por vezes, utiliza de raciocínios mais abstratos e difíceis, que Reis (1917, 1918a, 1918b) e Cabrita (1917b) consideram desnecessários na prática, devido sua complexidade. De acordo com o autor, a oposição quanto ao uso da Álgebra não se sustentaria, principalmente quando "a applicação da Algebra sustaria immediatamente toda a difficuldade" (LEYSSENNE, 1901, p. 507, *apud* CABRITA, 1917b, p. 360). Cabrita (1917b, p. 360) ainda ressalta que Leyssenne seria "um dos que muito preconizam o estudo elementar das equações e seu emprego nos problemas que costumam ser estudados nas escolas primarias".

Deste modo, Cabrita nos apresenta que o ensino de Álgebra não deveria ser temido, uma vez que uma de suas finalidades é de facilitar a resolução de diversos problemas em Aritmética e, deste modo, a própria aprendizagem do estudante. O autor também destaca que a sua proposição não é inédita, uma vez que o movimento já estava ocorrendo pelo mundo. Cabrita (1917b) então finaliza seu artigo relembrando que a Álgebra "que se pretende inculcar ao professor primario", apontada pelos autores franceses supracitados, tem como objetivo o estudo elementar de equações, de forma que estes saberes servissem de subsídio para o ensino de Aritmética. Nesta perspectiva, o estudo de Álgebra seria independente do "conhecimento de monomios, binomios, trinomios polynomios e do calculo correlativo", bem como "As theorias de addição, subtracção, multiplicação e divisão de expressões algebricas podem e devem ser dispensadas ou pelo menos adiadas para o curso secundário" (CABRITA, 1917b, p. 361). Assim, podemos perceber que, mais uma vez, temos a constituição de uma Álgebra que assume um papel de saber rudimentar, haja vista sua aplicação na resolução de problemas e o distanciamento dos saberes "mais avançados" da Álgebra. Além disso, cabe ressaltar que existe um distanciamento entre as propostas de Cabrita (1917b) e Reis (1918a, 1918b) de uma Álgebra para o ensino primário, uma vez que o segundo autor, como vimos, propõe o ensino de algumas operações com termos algébricos. De modo semelhante, esta Álgebra assumiria um viés próprio do ensino primário, pois aparenta estar intimamente vinculada com a Aritmética.

Conseguimos notar, no primeiro trabalho do autor, que a Álgebra do normalista também perpassaria os temas apontados por Reis (1917, 1918a, 1918b), ou seja, as equações do 1º grau e sistemas de equações. Não há elementos que apontem a abordagem de números negativos, por exemplo, mas a presença de “quantidades algébricas negativas” e a perspectiva de uma Álgebra secundarista, levam-nos a supor que esta transpõe as barreiras da Aritmética.

Em seu segundo texto, direcionado ao ensino primário, também notamos uma Álgebra voltada ao ensino de equações, não sendo possível apontar a presença, ou não, de sistemas lineares. O distanciamento deste ensino aos saberes avançados da Álgebra, e sua aplicação na resolução de problemas, apontam para uma abordagem de saberes rudimentares. Esta Álgebra, com base nos dois artigos, estaria atrelada ao uso das letras como representantes de valores a serem determinados, uma vez que estaria relacionada à resolução de problemas e equações.

5.2.2 Uma síntese dos discursos acerca da Álgebra na “A Escola Primaria”

Em 1917, percebemos, a partir do texto de Reis (1917), os primeiros discursos a favor de uma Álgebra para o ensino primário, em que, ao que tudo indica, seriam abordados conteúdos até equações do 1º grau e sistemas com duas equações e duas incógnitas. Cabrita (1917b), com base em Leyssenne, aponta a modernização do ensino pela introdução e uso de equações na resolução de problemas na escola primária.

Inicialmente, indo ao encontro do que determinou a comissão estadunidense, Reis (1918a, p. 12) indica que a inserção da Álgebra no ensino primário deveria ter início pela familiarização do estudante com o emprego de letras para representar quantidades desconhecidas e que viria a satisfazer as condições de um dado problema. Nesse sentido, deduzimos que, segundo Reis (1918a, 1918b), no que se refere às operações, o ensino deveria se abster aos aspectos iniciais, relacionar as letras com objetos reais e abranger operações simples com equações do 1º grau, como foi apresentado por Walsh (1911). Leyssenne, autor citado por Cabrita (1917b) e Reis (1918a), seria mais um defensor do uso dos princípios elementares de Álgebra para a resolução de problemas em aritmética.

> Não ignoramos [...] que a introdução dos processos da Algebra no ensino primario desperta receios e encontra opposições; mas, nós não poderiamos de modo algum participar desses receios e associar-nos a semelhantes opposições. É incontrestavel que em um grande numero de questões, em que a intelligencia das crianças segue penosamente racicocinios [sic] longos e embaraçosos, a applicação da Algebra sustaria immediatamente toda a difficuldade. Si se consultam os membros das commissões de exames e os mais experimentados mestres, elles confessam sem hesitação que, em presença de um problema qualquer de Arithmetica a corrigir ou a verificar, a tendencia natural é resolvê-lo primeiro pela Algebra. A solução arithmetica lhes é mesmo muitas vezes indicada pela solução algebrica, e não raro é

> ser a primeira a reproducção exacta da segunda, exceptuados os signaes e a simplicidade da linguagem (LEYSSENNE, 1901, *apud* CABRITA, 1917b, p. 360).

Reis (1918a) explicita que a Álgebra do ensino primário não deveria se debruçar sobre equações do 2º grau, ao menos tão logo esta fosse estabelecida, e que a abordagem de sistemas deveria ser com mais de duas equações e incógnitas. Em contrapartida, Walsh assinala que o ensino de equações na escola primária poderia ser finalizado com uma breve apresentação de equações quadráticas. O autor (WALSH, 1911, p. 361, tradução nossa) diz que "as autoridades ainda são lentas em admitir a conveniência de ir além das soluções lineares de estruturas com dois números desconhecidos" provavelmente por acreditar que equações de grau maior estão fora da capacidade de estudantes do ensino primário.

Também foi a partir da conferência do autor (REIS, 1918a), que conseguimos notar o único momento em que é utilizada a relação da ideia de equação com a balança, indicando que isto não se configuraria nos saberes *a ensinar* que permeiam os processos de resolução de equações e operações inversas da época. Essa perspectiva vai contra o que Walsh (1911) nos apresenta em seu livro, quando afirma não ser necessário o uso da ideia da balança para que se compreenda e aceite o processo da operação nos dois lados da igualdade. Para o autor, uma explicação de que o termo realizaria a operação inversa do outro lado da igualdade seria matematicamente clara. Nesse sentido, Cabrita (1917a, p. 299, grifo nosso) indica que

> Esta **[álgebra]** tem, entretanto, sobre aquella **[a aritmética]** a vantagem, e grande, de investigar, auxiliando-se das imagens fornecidas pela linguagem graphica que lhe é peculiar, emquanto que a Arithmetica investiga, infiando juizos, formulando raciocinios, sem outro auxilio que não a linguagem commum.

Quanto à Álgebra na formação de professores, no início do século XX, Cabrita (1917a) reforça o que foi dito por Reis (1917), uma vez que o ensino iria até equações do 1º grau e sistemas lineares. A esse favor, segundo Rocha e Bertini (2019, p. 126), a proposta de Reis (1918a, 1918b) aponta no sentido de instrumentalizar o professor, de modo que

> a álgebra é apresentada ao professor, em seus rudimentos, como uma ferramenta para esse ensino, assim, identifica-se uma álgebra para ensinar a resolver problemas aritmética do tipo charada. Uma álgebra para ensinar que ganha espaço na formação de professores por meio da proposição da rubrica "método algébrico".

A forte ligação do raciocínio algébrico com a resolução de problemas pelo uso de equações (REIS, 1917; 1918a; 1918b) denota também o entendimento do uso da simbologia atrelada à ideia de determinar valores, ou seja, uma Álgebra para determinar valores desconhecidos e, deste modo, os saberes *a ensinar* relacionados. Na relação das letras com objetos, Reis (1917, 1918a) busca introduzir seu uso e a simplificação das operações com termos algébricos, a partir de generalizações dos modelos aritméticos. Também é importante destacar que Reis (1918a) indica, por meio da balança, como deveria ser ensinado a ideia de equivalência determinada pela igualdade da equação, no que se observa o uso da letra ainda associado a objetos e na busca por determinar o valor do peso deste. Após este momento, as expressões e equações algébricas deixam de estar necessariamente relacionadas com os objetos e assumindo uma perspectiva mais abstrata (REIS, 1917). Ainda sobre os conceitos envolvendo equações, Walsh (1911, p. 353), autor citado por Cabrita e Reis, é o único a apontar o teste da solução ao substituir o valor obtido pelo processo de resolução da equação, indicando que a solução seria correta caso fosse obtido o mesmo valor nos dois lados da igualdade.

Segundo Walsh (1911), após o ensino de equações, o estudante não deveria ser exigido de as utilizar na solução de um problema, mas escolhendo o método que preferir (algébrico ou aritmético). Além disso, o estudante mais habilidoso deveria ser encorajado a omitir passos nas suas soluções, demonstrando melhor seu conhecimento. O autor apresenta um exemplo, com o enunciado “A e B recebem juntos \$700, B possui \$40 a mais do que o dobro de A. Qual é a parte de cada um?” (WALSH, 1911, p. 357, tradução nossa).

Quadro 27 – Exemplo de solução de Walsh.

Solução modelo	**Solução do estudante**
Seja $x =$ o número de dólares que A possui. Então $2x + 40 =$ número de dólares que B possui. E $3x + 40 =$ o número de dólares que ambos detêm. Pelo enunciado temos, $3x + 40 = 700$. “Transpondo”, $3x = 700 - 40$. “Combinando”, $3x = 660$. Dividindo por 3, $x = 220$. ⋮	$x =$ o que A possui $2x + 40 =$ o que B possui $3x + 40 = 700$ $3x = 660$ $\left.\begin{array}{r} x = 220 \\ 2x + 40 = 480 \end{array}\right\} \begin{array}{l} A \\ B \end{array}$ parte de A \$220 parte de B \$480 Teste: $\overline{\$700}$

Fonte: Elaborado a partir de Walsh (1911, p. 357).

A solução modelo, apresentada por Walsh, seria aquela presente nos livros didáticos, que tem como objetivo abordar o método. Já a segunda, a do estudante, pareceria incompleta, mas contém todas as informações importantes, desde que não estivesse errada, e não seria cansativa. Além disso, o autor ressalta que o estudante deveria verificar sua resposta.

Em relação aos saberes, Reis (1917, 1918a, 1918b) e Cabrita (1917b) apontam uma Álgebra a partir de um viés de saberes rudimentares, uma vez que no ensino primário estes conteúdos não buscariam a aprendizagem de saberes avançados, mas sim, a resolução de problemas da Aritmética que, sem o uso da Álgebra, teriam soluções complexas. Cabrita (1917a), ao indicar a relação de sua proposta com as perspectivas de Walsh (1911), também aponta o uso da Álgebra para a resolução de problemas, o que nos permite compreender uma abordagem rudimentar dos saberes relacionados a este ensino, no qual o autor também relaciona às letras valores a serem determinados. Conseguimos observar algo muito semelhante na conferência de Reis (1918a; 1918b), em que, mais uma vez, a proposta de uma Álgebra para a escola primária se voltaria à resolução de problemas complexos da Aritmética.

No texto de Reis (1917), não conseguimos observar elementos que caracterizem a transposição das barreiras postas pela Aritmética. Indo além do que realiza o autor, Cabrita (1917a) apresenta processos que permeiam termos incógnitos negativos na Álgebra do normalista, mas também não aborda questões com resultados negativos, o que evidencia nesta Álgebra uma tentativa, mesmo que singela, de superar os limites impostos pela Aritmética. Contrariamente, em seu segundo artigo, Cabrita (1917b) ressalta o vínculo da Álgebra com a resolução de problemas da Aritmética, reforçando uma proximidade de sua proposta com uma Álgebra que se submeteria aos limites da Aritmética. Já para Reis (1918a) o primeiro indício a favor de uma Álgebra que busca se distanciar da Aritmética é a presença de uma questão com resultado negativo. Posteriormente, o autor (REIS, 1918b) mostra, de maneira explícita em sua conferência, que a Álgebra do ensino primário deveria transcender os limites da Aritmética, apresentando, após elementos iniciais, os números negativos. Assim, na perspectiva de Reis, o sinal de menos, na álgebra, passaria a denotar mais do que apenas a subtração, "mas de mudança de sentido" (REIS, 1918b, p. 42), o que ressalta a ideia da contagem em duas direções.

Os autores também ressaltam o movimento internacional acerca da inserção do ensino de Álgebra na escola primária. Percebemos isto a partir da menção a Walsh e seu capítulo sobre a "aritmética equacional"; das perspectivas de Leyssenne, que também traz um capítulo em seu livro sobre os princípios elementares da Álgebra e sua aplicação na Aritmética; bem como, a presença e relevância do trabalho elaborado pelas comissões estadunidenses no âmbito brasileiro. Reis (1918a) aborda também os exemplos de Wentworth acerca das operações com números e parênteses, com o intuito de posterior extensão para expressões com letras. A partir das apropriações dos referenciais estrangeiros, os textos analisados da revista "A Escola Primaria" também permitem que circule o movimento para a institucionalização de um ensino de Álgebra para o ensino primário, sendo que esta não seria a mesma do ensino secundário, tendo entre suas finalidades, complementar a formação já oferecida. Por fim, prevendo o que poderia ocorrer no ensino primário acerca da Álgebra, Reis aponta que fossem estudadas

> as vantagens da introducção do methodo algebrico em vossas escolas e os methodos para fazel-a, porque podemos prevêr com segurança que amanhã ou depois esse methodo será recommendado, ou até imposto, pelas autoridades do ensino, que hão de condemnar ao abandono os processos obsoletos de estafa cerebral por meio da mathematica (REIS, 1918b, p. 43).

5.3 A ÁLGEBRA PARA O ENSINO COMPLEMENTAR CATARINENSE SOB A PERSPECTIVA DE LIVROS ESCOLARES

Nesta seção apresentaremos a análise de livros didáticos que nos ajudam a compreender como se constituiu o ensino de uma Álgebra para a Escola Complementar catarinense, de modo a caracterizar tal ensino e possíveis saberes atrelados a ele. Nesse sentido, segundo Chervel (1990), a questão principal a ser feita no âmbito dos estudos históricos, acerca das disciplinas escolares, é: "Por que a escola ensina o que ensina?" (p. 190). O autor (CHERVEL, 1990) ainda aponta que "a tarefa primeira do historiador das disciplinas escolares é estudar os conteúdos explícitos do ensino disciplinar" (p. 203), fazendo com que fosse necessário trazer para a análise mais do que apenas os documentos oficiais. A este respeito Schubring (2005) indica que é através dos manuais e dos professores ser possível estabelecer a realidade do ensino, sendo que as "pesquisas da educação matemática têm mostrado que a realidade de dia-a-dia do ensino é determinada decisivamente pelos manuais" (p. 9). Os livros didáticos, do final do século XIX e do início do século XX, são tomados a partir destas perspectivas de forma que assumem o papel de fontes privilegiadas para a pesquisa.

Para as análises desenvolvidas, compreendemos que os livros didáticos, com base em Choppin (2004, p. 553), "exercem quatro funções essenciais, que podem variar consideravelmente segundo o ambiente sociocultural, a época, as disciplinas, os níveis de ensino, os métodos e as formas de utilização". Tais funções, segundo o autor, são: a função referencial, em que o livro didático reflete o programa de ensino, de forma integral ou como uma interpretação, que "constitui o suporte privilegiado dos conteúdos educativos, o depositário dos conhecimentos, técnicas ou habilidades que um grupo social acredita que seja necessário transmitir às novas gerações" (CHOPPIN, 2004, p. 553); a função instrumental, o livro didático faz uso de certas práticas de aprendizagem; a função ideológica e cultural, em que se busca a aculturação ou doutrinação do estudante da cultura e valores da sociedade; a função documental: o livro didático fornece meios para desenvolver a criticidade do estudante. As duas primeiras funções, talvez as mais relevantes para esta pesquisa, nos apontam que o livro didático reflete a estruturação do ensino de uma dada disciplina escolar em uma determinada época, as práticas de aprendizagem e propósitos vinculados a esse ensino. Com isso, direcionar nosso olhar para os livros didáticos parece ser um caminho para conseguir determinar uma estruturação, bem como as diversas perspectivas e nuances de um ensino de uma Álgebra para a instrução complementar de Santa Catarina.

É importante destacar que "enxergamos o livro didático não como um produto de uso isolado no meio de centros escolares, mas como um objeto cultural que pertenceu a uma sociedade em uma determinada época e que nos oferece subsídios para construirmos uma narrativa histórica" (OLIVEIRA, 2013, p. 27). Além disso, o ensino de Matemática está historicamente ligado ao uso de compêndios e "desenvolvimento de seu ensino no país" (VALENTE, 2008, p. 141).

Chervel ainda nos permite observar o livro didático sob outro ponto de vista, o de caracterizar o ensino formal e o diferenciar dos ensinos não escolares:

> Dos diversos componentes de uma disciplina escolar, o primeiro na ordem cronológica, senão na ordem de importância, é a exposição pelo professor ou pelo manual de um conteúdo de conhecimentos. É esse componente que chama prioritariamente a atenção, pois é ele que a distingue de todas as modalidades não escolares de aprendizagem, as da família ou da sociedade (CHERVEL, 1990, p. 207).

Segundo Chervel (1990), a disciplina escolar não se constitui apenas a partir da abordagem de um conteúdo, mas tem também em seu "núcleo" (p. 205) os exercícios. Para além de fazer parte no processo de aprendizagem, os exercícios apontam tendências adotadas na história da disciplina escolar (CHERVEL, 1990), tornando-se relevante em nossas análises.

Aqui, dividimos a análise dos livros didáticos em duas partes: na primeira, na seção 5.3.1, trazemos cinco livros didáticos de Aritmética para a análise da abordagem do conteúdo de *equidifferença* e proporção, com o intuito de observar um possível ensino de Álgebra que já ocorresse na instrução primária de Santa Catarina; na segunda, na seção 5.3.2, analisamos os livros didáticos vinculados ao ensino complementar catarinense, visando em compreender a Álgebra proposta para a Escola Complementar do estado.

Quadro 28 – Livros de Aritmética analisados[124] acerca da abordagem de saberes algébricos.

Autor	Título	Ano da publicação	Indicação do nível de ensino
Antonio Bandeira Trajano	Arithmetica Progressiva (curso superior)	1935	Não há indicação explicita de instituição ou grau de ensino. No entanto, deixa a entender que a obra serviria tanto para estudantes como para professores
Aarão Reis e Lucano Reis	Curso Elementar de Matemática – Teórico, prático e aplicado	1910	Não há indicação explicita de instituição ou grau de ensino.

[124] Outros livros também são listados em Guimarães (1911), seja para biblioteca dos inspetores ou das escolas, sendo eles: Arithmetica escolar de Ramon Roca Dordal; Calculo mental, da Basilicus; Calculo Arithmetica, de Alfredo Soares; Soluções e respostas de Arithmetica e Systema Metrico, de U. Auvert. Tivemos acesso a obra de Dordal, mas esta não abordava *equidifferença* e proporção. Um último livro também foi indicado, para exercícios, intitulado "Cours Supérieur", de U. Auvert, mas também não foi possível ter acesso a esta obra.

Aarão Reis e Lucano Reis	Curso Elementar de Mathematica: Arithmetica	1892	Não há indicação explicita de instituição ou grau de ensino. No entanto, deixa a entender que a obra serviria principalmente graus avançados do ensino, como secundário, normal ou cursos de engenharia, assim como para professores
Eduardo de Sá Pereira de Castro	Explicador de Arithmetica	1880	Voltado para estudantes de academias militares, instituto comercial e profissionais

Fonte: Elaboração nossa.

As obras acima listadas foram escolhidas por estarem relacionadas no parecer sobre obras didáticas elaborado por Orestes Guimarães (1911) para a Escola Complementar/Grupo Escolar catarinense. As análises tiveram como foco a abordagem adotada para apresentação do conteúdo, a utilização e evidência dada as operações algébricas, a constituição dos métodos/fórmulas para a determinação de valores desconhecidos em uma proporção e o uso destas na resolução de exemplos/atividades.

Outras obras foram utilizadas por possibilitarem contrapontos que visaram complementar as análises: *Arithmetica Elementar* do professor Antonio Monteiro de Souza (1910), voltada para as escolas primarias e ao primeiro ano do curso normal do Amazonas, também foi adotada pelos Conselhos Superiores de Instrução Pública dos estados do Distrito Federal, Pará e Pernambuco[125]; *Arithmetica Pratica e Formulario* de Ruy de Lima e Silva (1923), que, como apresentado por Barbaresco (2019), foi utilizada no ensino primário profissional da Escola de Aprendizes Artífices de Santa Catarina. Esta última também se fez presente no ensino da marinha e nas escolas do Distrito Federal (Rio de Janeiro), Minas Gerais, São Paulo e Pernambuco[126]; o livro *Elementos de arithmetica*, de L.L. (1916), indicada ao "ensino normal e gymnasios", formando o professor para o ensino primário.

Para além destes livros didáticos, trouxemos para a articulação e construção desta análise o livro *Elements of Algebra* (EULER, 1828). A produção de Euler vem contribuir como obra de referência para a Matemática. Nesse viés, mesmo que a obra de Euler (1828) não fosse direcionada para ensino primário ou secundário, sua presença como fonte de análise é corroborada pela visão de que os saberes *a ensinar* (HOFSTETTER; SCHNEUWLY, 2017),

[125] Informação apresentada no periódico "Fon Fon: Semanario Alegre, Politico, Critico e Espusiante". Disponível em: http://memoria.bn.br/DocReader/259063/6639. Acesso em: 20 maio 2020.
[126] Informação retirada da revista "A Escola Primaria". Disponível em: http://memoria.bn.br/DocReader/097497/2609. Acesso em: 20 maio 2020.

bem como a *matemática a ensinar* (BERTINI; MORAIS; VALENTE, 2017), estão relacionados com os saberes da ciência de referência, de modo que ela permitiu a análise deste conteúdo e sua relação com outros saberes.

A discussão realizada teve como objetivo averiguar se o ensino de uma Álgebra já poderia ser caracterizado na Aritmética da instrução primária, antes mesmo da constituição de uma rubrica de Álgebra para o ensino primário. Para isso tomamos como base a perspectiva de o que seria considerado como (ensino de) Álgebra na época, apresentada através dos dicionários na seção 1.2. Cabe ressaltar ainda que buscamos evitar um anacronismo em relação às atuais concepções de ensino acerca da Álgebra, ou de saberes algébricos. Assim, abordagens implícitas de saberes/conteúdos algébricos, como "Compreender a ideia de igualdade para escrever diferentes sentenças de adições ou de subtrações de dois números naturais que resultem na mesma soma ou diferença" (BRASIL, 2017), não foram consideradas como suficientes para estabelecer um ensino de Álgebra, uma vez que esta não era a concepção da época.

O segundo grupo de livros analisados foram apontadas para o ensino de Álgebra da Escola Complementar catarinense ou para a biblioteca dos inspetores, como observamos nas seções 3.2.1 e 5.1, havendo ainda indícios de seu uso/indicação para a instituição em São Paulo.

Quadro 29 – Livros de Álgebra relacionados com o ensino complementar dos estados de Santa Catarina e São Paulo.

	Santa Catarina	São Paulo
Alexis Claude Clairaut	X	X
Antonio Bandeira Trajano	X	
Augusto José da Cunha	X	X
Charles Marie Adrien de Guilmin		X
Cristiano Benedito Ottoni		X
FIC	X	X
George Albert Wentworth		X
Georges Ritt	X	X
José Joaquim de Avila	X	X
João Carlos da Silva Borges e Carlos Alberto Gomes Cardim		X
Louis Pierre Marie Bourdon		X
Sylvestre-François Lacroix		X

Fonte: Elaboração nossa[127].

[127] Há indícios da circulação das obras de Cunha, Lacroix, Ritt e Trajano em solo catarinense através de jornais da época. O jornal "O Estado", em 1925, veicula alguns anúncios para a venda da obra de Álgebra de Cunha. Já o "Jornal do Commercio", em 1889, os livros de Lacroix e Ritt teriam sido enviados ao "Lyceu de Artes e Officios" para a composição de sua biblioteca. Por fim, há diversos anúncios de venda do livro de Trajano no jornal "Gazeta do commercio" no ano de 1918. As notícias podem ser observadas, respectivamente, em: http://memoria.bn.br/DocReader/098027_02/16987; http://hemeroteca.ciasc.sc.gov.br/Jornal%20do%20Comercio/1889/JDC1889192.pdf;

Assim, listamos, no quadro a seguir, as fontes que efetivamente foram utilizadas em Santa Catarina e a que tivemos acesso para o desenvolvimento das análises aqui pretendidas.

Quadro 30 – Livros voltados ao ensino de Álgebra que foram analisados.

Autor	Título	Ano da publicação	Indicação, na obra, do nível de ensino
Alexis Claude Clairaut	Élémens D'Algèbre (Elementos de Álgebra)	1801	Não há indicação
Antonio Bandeira Trajano	Algebra Elementar	1905	Seria apropriado para o ensino primário
Augusto José da Cunha	Elementos de Algebra	1914	Redigido conforme o programa dos Lyceus
FIC	Elementos de Algebra com numerosos exercicios	s.d.	Para a instrução secundária
Georges Ritt	Problèmes D'Algèbre et exercices calcul algébrique (Problemas de Álgebra e exercícios de cálculo algébrico)	1872	Para a instrução superior

Fonte: Elaboração nossa.

É importante relembrar que apenas o livro de Trajano (1905, 1935) foi incado como obra didática para o ensino complementar catarinense, enquanto as outras foram apontadas para a composição de uma biblioteca dos inspetores da educação do estado. Como dito anteriormente, na seção 3.2.2, a obra de Trajano (1905) também foi utilizada em outros locais e graus de ensino, como é o caso da Escola Normal em outros estados.

Para as análises, tomamos como foco os conteúdos explicitados nos programas para o ensino complementar na subseção 3.2.1.1 e 5.1, partindo das noções preliminares, passando pelas operações algébricas e a abordagem de números negativos, finalizando em temas que envolvem equações e sistemas de equações de 1º e 2º graus. Nesse percurso foi dado enfoque igualmente para os exemplos e suas resoluções, os procedimentos adotados e as atividades propostas. As perspectivas observadas foram confrontadas com o que fora constatado nas propostas estadunidenses e nos discursos veiculados pela revista "A Escola Primaria", de modo a lançarmos nosso olhar também para: a associação da ideia da balança em equilíbrio com a equação; o uso e a compreensão dada para as letras; a visão de que a Álgebra teria como finalidade, ou não, a solução de problemas complexos da Aritmética.

---

http://hemeroteca.ciasc.sc.gov.br/Jornal%20do%20Comercio/1889/JDC1889175.pdf; http://memoria.bn.br/DocReader/305766/1316. Acesso em: 26 outubro 2021.

5.3.1 O ensino de temas como *equidifferença* e proporção nos livros de Aritmética

Antes mesmo de a Álgebra se configurar como matéria no programa da Escola Complementar catarinense, é possível constatar a presença de elementos desse campo, como a ideia de incógnita ou de determinar "um valor desconhecido", em livros de Aritmética, do final do século XIX e início do século XX. No entanto, a presença de tais elementos não necessariamente caracteriza um ensino de Álgebra, intencional ou não, sob as perspectivas da época. Dito isso, uma vez que buscamos compreender a instituição de uma Álgebra para o ensino primário, em Santa Catarina, é relevante que essa discussão fosse realizada.

Os indícios de elementos da Álgebra a que nos referimos podem ser observados, por exemplo, no estudo de razões e proporções em diversos livros de Aritmética do recorte temporal. Mais especificamente, ao se debruçar sobre proporções, os autores utilizam do conteúdo para determinar um valor desconhecido que tornaria a proporção verdadeira. Este conteúdo, e seus métodos, seriam posteriormente empregados para o uso da "regra de três".

Para uma melhor compreensão do que será discutido nessa seção, é importante ressaltar que a razão entre duas quantidades é uma constante estabelecida a partir de uma relação entre elas, que em geral se dá pela soma/diferença ou pela multiplicação/quociente. Por exemplo, se tomarmos os números 15 e 3, podemos exemplificar que a razão por diferença dos dois é $15 - 3 = 12$ e que a razão por quociente dos números pode ser representada como $15 \div 3 = 5$. Segundo Peacock (1842, p. 154, tradução nossa), é importante lembrar que a razão é utilizada "para expressar a relação que existe entre duas quantidades do mesmo tipo [...]: falamos, então, da razão de dois números, duas forças, dois períodos de tempo, e qualquer outra quantidade concreta do mesmo tipo". Já uma proporção seria a igualdade de duas razões.

Disso, podemos compreender o que, em nosso recorte temporal, eram denominadas proporções aritméticas e geométricas. De acordo com Euler (1828, p. 129), pode ser dito que:

> Quando duas razões aritméticas, [...], são iguais, esta igualdade é chamada de proporção aritmética.
> Portanto, quando $a - b = d$, e $p - q = d$, de modo que a diferença dos números p e q é a mesma que dos números a e b, dizemos que estes quatro números formam uma proporção aritmética; para a qual então escrevemos $a - b = p - q$, expressando claramente que a diferença entre a e b é igual a diferença entre p e q.

De modo semelhante, sobre as proporções geométricas, o autor nos diz que

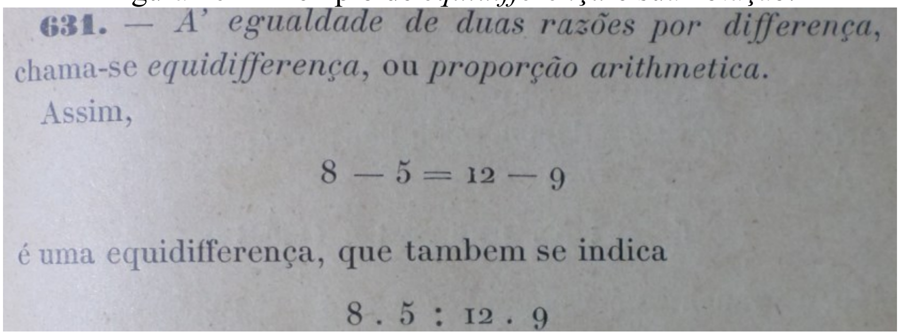
> Duas relações geométricas são iguais quando suas razões são iguais; e esta igualdade de duas relações é chamada de proporção geométrica. Portanto, por exemplo, escrevemos $a{:}b = c{:}d$, ou $a{:}b :: c{:}d$[128], para indicar que a relação $a{:}b$ é igual a relação $c{:}d$ (EULER, 1828, p. 152).

---

[128] Notação da época para proporções geométricas. A notação para proporções aritméticas, vista em livros como Sá Pereira de Castro (1880) e Reis e Reis (1892, 1910), na qual se $a - b = c - d$, então, escreve-se $a.b{:}c.d$.

Em geral os autores utilizavam o termo “proporção” sem designar se eram “aritmética” ou “geométrica”, sendo que tais conteúdos observados em livros de Aritmética sob títulos como “Proporções” (TRAJANO, 1935), “Razões e proporções” (REIS; REIS, 1892; 1910) ou ainda “Theoria das *equidifferenças* e proporções” (SÁ PEREIRA DE CASTRO, 1880). Como vimos, as razões podem ser por diferença ou por quociente e se duas razões por diferença forem iguais, elas estavam em “*equidifferença* ou em proporção arithmetica” (SÁ PEREIRA DE CASTRO, 1880, p. 12); se as razões forem por quociente haveria uma proporção ou proporção geométrica.

Figura 16 – Exemplo de *equidifferença* e sua notação.



631. — *A' egualdade de duas razões por differença*, chama-se *equidifferença*, ou *proporção arithmetica*.

Assim,

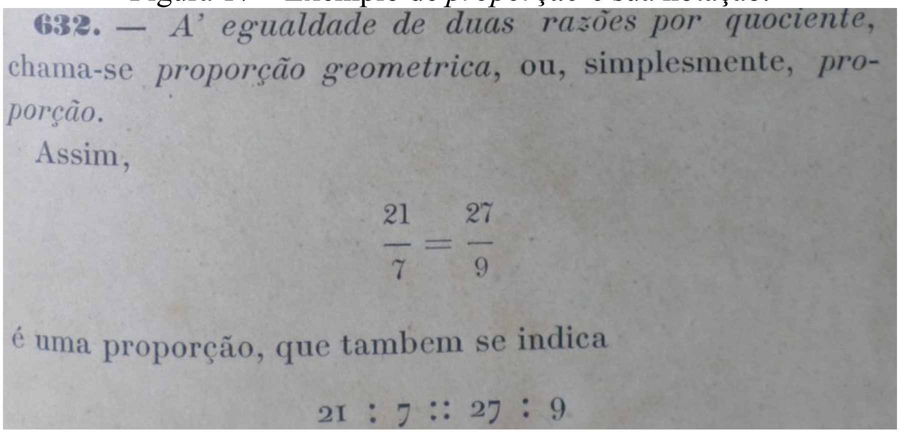
$$8 - 5 = 12 - 9$$

é uma equidifferença, que tambem se indica

$$8 \,.\, 5 : 12 \,.\, 9$$

Fonte: Reis e Reis (1892, p. 573).

Figura 17 – Exemplo de *proporção* e sua notação.



632. — *A' egualdade de duas razões por quociente*, chama-se *proporção geometrica*, ou, simplesmente, *proporção*.

Assim,

$$\frac{21}{7} = \frac{27}{9}$$

é uma proporção, que tambem se indica

$$21 : 7 :: 27 : 9$$

Fonte: Reis e Reis (1892, p. 573).

Podemos constatar o mesmo no livro de Trajano (1935), ao se referir apenas à proporção quando trata de proporções geométricas. Assim, conseguimos observar que no Brasil os termos *equidifferença* e proporção[129] foram, em geral, utilizados para denotar proporções aritméticas e geométricas, respectivamente.

[129] Neste texto, optou-se por utilizar o termo “proporção” para delimitar a separação entre equidifferença e proporção, e o termo “proporções” para designar o conjunto desses conteúdos.

Logo em seguida, os livros de Aritmética nomeiam os termos de uma proporção como extremos e meios, de modo que fosse mais fácil enunciar as propriedades que poderiam ser aplicadas no estudo de proporções.

Figura 18 – Nomenclatura empregada aos termos de uma proporção.

Fonte: Rodriguês e Costa (2021a, p. 15).

Além disso, os autores também se referem a “termos são de mesma espécie”, o que seria indicar que são ambos “meios” ou “extremos” de uma proporção. Analogamente, se um termo é de uma espécie, os “outros” termos seriam os da espécie à qual ele não pertence, por exemplo, se um termo é um “meio” então os “outros” termos são os “extremos” da proporção.

A partir disso, os autores destacam aplicações destes conceitos, entre elas a determinação de um, ou mais, termo(s) desconhecido(s) para que a proporção seja verificada. Unanimemente, as primeiras propriedades apresentadas pelos autores, também chamadas por alguns de princípio fundamental, é de que: na *equidifferença*, a soma dos meios é igual a soma dos extremos; na proporção, o produto dos meios é igual ao produto dos extremos. Podemos então traduzir estas regras do seguinte modo: dadas a *equidifferença* $a.b :: c.d$ e a proporção $e: f :: g: h$ temos que $b + c = a + d$ e que $f \times g = e \times h$. Desta propriedade deriva-se o fato de que seria possível estabelecer o valor de um termo “incognito” (SÁ PEREIRA DE CASTRO, 1880, REIS; REIS; 1892, 1910) ou um termo “desconhecido” (REIS; REIS, 1892, 1910; TRAJANO, 1935). Trajano (1935) é o único que apresenta que “O termo desconhecido é representado na proporção pela lettra x, e chama-se a incognita da proporção” (1935, p. 150).

No entanto, a presença da simbologia algébrica, segundo Poffo (2010), não garantiria que a abordagem de *equidifferenças* e proporções fossem conteúdos da Álgebra ou apresentassem saberes que fariam parte da Álgebra. Esta também seria a perspectiva que tomamos como base quando nos debruçamos sobre os dicionários da época, na seção 1.2, que apontam que a Álgebra não envolvia apenas o uso da incógnita ou de seus símbolos, ela “exigia”, também, a abordagem de operações com tais termos, bem como a resolução de equações. O uso de incógnitas e a presença de procedimentos algébricos, juntos, poderiam servir como indícios para o fato de que o ensino de *equidifferenças* e proporções estariam vinculados à Álgebra.

Isto denota, no recorte temporal, a possibilidade de os saberes referentes ao ensino de proporção serem associados à Álgebra ou à Aritmética, uma vez que conseguimos observar a veiculação de livros nas duas áreas com a desses conteúdos, bem como sua utilização em regra de três, na abordagem de progressões[130] e, consequentemente, logaritmo[131]. Buscamos então, compreender a finalidade deste ensino na instrução primária e a possibilidade disto se constituir como um ensino de Álgebra. Para isso, os livros apresentados no Quadro 28 foram analisados.

5.3.1.1 A análise das abordagens acerca de *equidifferença* e proporção

Como já constatamos, expressões como "termo desconhecido" ou "incógnita" podem ser observadas em meio aos conteúdos de *equidifferença* e proporção, em livros de Aritmética do ensino primário, do final do século XIX e início do século XX. Isto denota a relevância de lançarmos nosso olhar para estas abordagens, haja vista que a determinação de uma incógnita geralmente pode ser associada ao processo de resolução de equações e, assim, constituir-se como um ensino de Álgebra. Para além disso, a relação do ensino de proporções com a educação secundária, da época, também ganha destaque ao notarmos a presença de sua abordagem no livro *Elementos de Álgebra* de Euler (1828) e a relação destes conteúdos com o de progressões que, aparentemente, não faziam parte do ensino primário. Isto ressalta a importância de compreender relações entre as propostas, ou não, em um ensino de Álgebra ou de saberes algébricos.

Como dito anteriormente, o procedimento para determinar valores desconhecidos em proporções perpassaria os princípios fundamentais postos pelos autores. Trajano (1935) apresenta, a partir desta regra, o procedimento para a resolução da proporção $9:3 :: 18:x$ dizendo que "A incógnita [...] é um dos extremos; ora para achar um dos extremos, temos de multiplicar os meios 3 e 18, e dividir o produto pelo outro extremo, que é 9, e teremos então o valor de x, que é 6" (p. 150). O autor utiliza, de modo implícito, a ideia de operações inversas, uma vez que a igualdade dos produtos resultaria na equação $3 \times 18 = 9 \times x$ e, a partir disso,

[130] O conteúdo de progressões, bem como logaritmos, podem ser observados atualmente no currículo e nos livros didáticos do primeiro ano do ensino médio brasileiro. Em contrapartida os temas "Proporções Aritméticas" ou "Proporções Geométricas" não fazem mais parte do ensino escolar do país, de forma explícita, como podemos averiguar em documentos normativos como PCN (BRASIL, 1997) ou a BNCC (BRASIL, 2018).

[131] A análise elaborada também poderia ser realizada sobre os conteúdos de regra de três, por exemplo. Contudo, como *equidifferenças* e proporções eram utilizadas para a resolução de problemas envolvendo regra de três em livros de Aritmética, entendemos que caberia realizar uma análise sobre os primeiros.

indica que o extremo desconhecido será o resultado da divisão da multiplicação pelo outro extremo, ou seja, $\frac{3\times18}{9}=x$. O processo, generalizado, é apresentado por Reis e Reis (1910):

Figura 19 – Resolução de uma proporção com um termo desconhecido.

na proporção

$$a : b :: x : d,$$

tem-se :

$$x = \frac{ad}{b};$$

e, sendo

$$ax = bc,$$

na proporção

$$a : b :: c : x,$$

tem-se :

$$x = \frac{bc}{a};$$

Fonte: Reis e Reis (1910, p. 498).

Um procedimento idêntico é observado no livro de Sá Pereira de Castro (1880). No entanto, os autores utilizam deste raciocínio apenas para justificar uma regra que seguiria como consequência para a resolução de uma *equidifferença* ou proporção, quando há ao menos um termo desconhecido. Na *equidifferença*: "O extremo incónito de uma equidiferença é egual á soma dos meios menos o extremo conhecido; e o meio incónito de uma equidiferença é egual á soma dos extremos menos o meio conhecido" (REIS; REIS, 1910, p. 493). Na proporção: "O extremo incónito de uma proporção é egual ao produto dos meios dividido pelo extremo conhecido"; "o meio incónito de uma proporção é egual ao produto dos extremos dividido pelo meio conhecido" (REIS; REIS, 1910, p. 498). A imagem a seguir mostra um exemplo de resolução dos autores de uma proporção por meio da regra.

Figura 20 – Exemplo da determinação de um termo desconhecido em uma proporção.

Assim, pois, se tivermos a proporção numerica $4:5::6:x$, ou a proporção $6:12::x:30$, tirando o valor de x na 1ª, resulta

$$x = \frac{6\times5}{4} = \frac{30}{4} = 7\frac{2}{4} = 7\frac{1}{2}$$

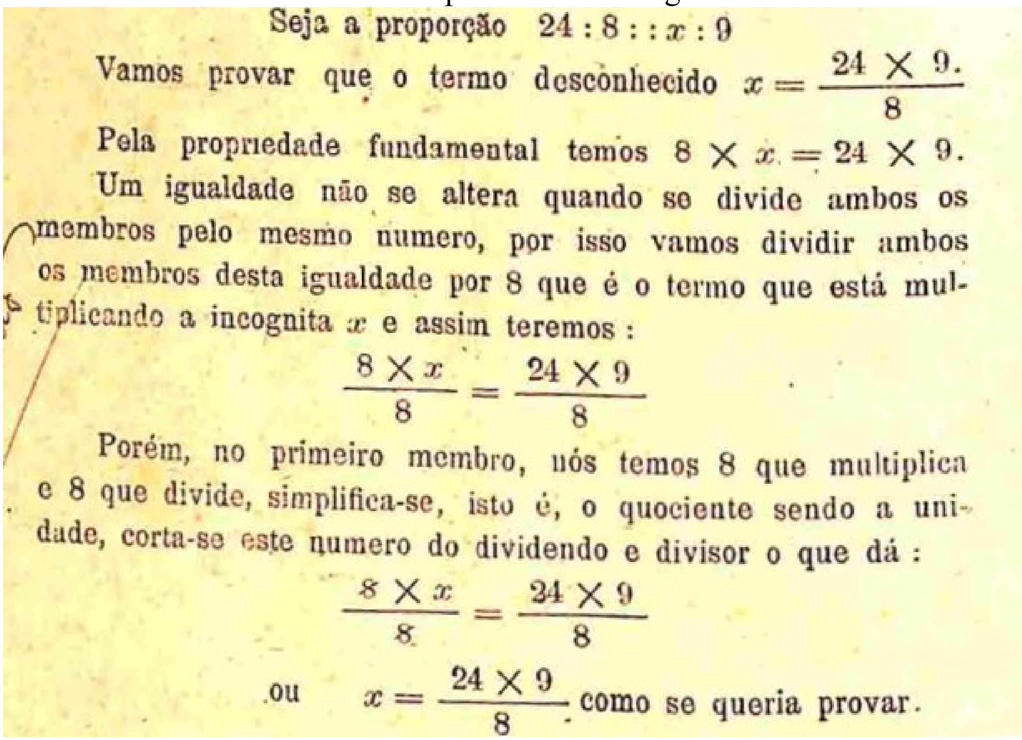
e na 2ª

$$x = \frac{6\times30}{12} = \frac{180}{12} = 15$$

Fonte: Sá Pereira de Castro (1880, p. 181).

Estes indícios enaltecem o fato de que, por mais que a Álgebra e os saberes algébricos façam parte da construção de regras/fórmulas da abordagem de proporção, a utilização desses princípios na resolução de progressões não remonta aos procedimentos algébricos, como as operações inversas na resolução de uma equação, uma vez que se limita ao cálculo de operações aritméticas. Isso pode ser observado em uma obra que não faz parte dos livros indicados para o ensino catarinense. A título de exemplo, Souza (1910) opta explicitamente por uma abordagem em que explicita o uso de saberes algébricos em sua tentativa de provar a regra enunciada. O mesmo pode ser observado quando o autor se debruça sobre as propriedades de proporções:

Figura 21 – Exemplo da determinação de um termo desconhecido em uma proporção na qual se destacam os procedimentos algébricos.



Seja a proporção $24 : 8 :: x : 9$

Vamos provar que o termo desconhecido $x = \frac{24 \times 9}{8}$.

Pela propriedade fundamental temos $8 \times x = 24 \times 9$.

Um igualdade não se altera quando se divide ambos os membros pelo mesmo numero, por isso vamos dividir ambos os membros desta igualdade por 8 que é o termo que está multiplicando a incognita x e assim teremos:

$$\frac{8 \times x}{8} = \frac{24 \times 9}{8}$$

Porém, no primeiro membro, nós temos 8 que multiplica e 8 que divide, simplifica-se, isto é, o quociente sendo a unidade, corta-se este numero do dividendo e divisor o que dá:

$$\frac{\cancel{8} \times x}{\cancel{8}} = \frac{24 \times 9}{8}$$

ou $x = \frac{24 \times 9}{8}$. como se queria provar.

Fonte: Souza (1910, p. 152).

A perspectiva de que a abordagem de tais conteúdos não enaltece o ensino de uma Álgebra é reforçada, ao observarmos o livro de Trajano (1935), que não enuncia ou justifica a construção da regra para a determinação de um termo desconhecido na proporção através de saberes algébricos. Assim, ainda que o processo de resolução de uma *equidifferença* como $12 . 4 : 15 . x$, que seria equivalente à expressão $12 - 4 = 15 - x$, pudesse perpassar procedimentos de determinação da solução de uma equação do 1º grau, a utilização da regra apresentada pelos autores leva à solução através de operações previamente determinadas, $x = 4 + 15 - 12 = 7$. Tal abordagem contorna a necessidade de se denotar a equação do 1º grau em que fosse preciso utilizar saberes como operações inversas na resolução da questão. Isto ganha destaque quando observarmos que os autores não definem ou utilizam, no ensino de proporções, o termo equação. Esses fatos evidenciam que mesmo com abordagens que apresentassem saberes algébricos no desenvolvimento dos conteúdos, as resoluções de exemplos e exercícios exigiriam apenas o cálculo de somas, subtrações, multiplicações e divisões, o que nos remete a uma tendência estritamente aritmética para este ensino.

Visando na possibilidade de resolver uma gama maior de problemas, ou tornar esse processo mais simples, os autores apresentam também outras regras que derivam dos princípios fundamentais para a determinação de um valor desconhecido. Nesse sentido, Sá Pereira de Castro (1880, p. 179) aponta que

> Quando a equidifferença tem os meios iguaes, chama-se equidifferença continua; e o meio incógnito [...] é igual á *semi-soma dos extremos*; porque sendo $a.x :: x.b$ a equidifferença continua, em virtude da propriedade fundamental, $x + x = a + b$, ou $2x = a + b$; dividindo-se ambos os membros desta igualdade por 2, vem: $x = \frac{a+b}{2}$.

Nenhum dos autores apresenta exemplos utilizando esta regra, de modo que lançamos nosso olhar para o livro de Silva (1923), utilizado no ensino profissional catarinense.

Figura 22 – Determinação de um termo desconhecido em uma *equidifferença* contínua.

Exemplos.— $12.x:x.4;\quad x = \frac{12+4}{2} = 8;$ 8 é a media arithmetica de 12 e 4.

Fonte: Silva (1923, p. 40).

Novamente, podemos observar que na aplicação de regras o autor não realiza a resolução via equação do 1º grau, que necessariamente permearia o uso da operação inversa de dividir ambos os lados da igualdade por 2, de modo que isso não é explicitado ao leitor.

Uma situação semelhante ocorre no ensino de proporção, quando os autores apresentam uma proporção contínua, ou seja, $a: x :: x: b$, e indicam que a solução seria:

Figura 23 – Determinação de um termo desconhecido em uma proporção contínua.

647. — Sendo *continua* a proporção, isto é,

$$a : x :: x : b,$$

tem-se que

$$ab = x^2,$$

d'onde

$$x = \sqrt{ab};$$

Fonte: Reis e Reis (1910, p. 498).

Esta propriedade ressalta a possibilidade de se resolver um tipo de equação do 2º grau. No entanto, os autores apresentam exemplos em que esta é utilizada de forma direta, sem mencionar a equação do 2º grau ou enunciar o uso da operação inversa de extrair a raiz quadrada de ambos os lados da igualdade. De modo distinto, Sá Pereira de Castro (1880, p. 182) escreve que "sendo $a: x :: x: b$ a proporção continua, em virtude da propriedade fundamental, $x \times x = ab$, ou $x^2 = ab$; d'onde extrahindo a raiz quadrada a ambos os membros desta igualdade, resulta: $x = \sqrt{ab}$". Silva (1923), bem como outros autores, apresenta exemplo de seu uso direto: $x: 4 :: 9: x$ e que a sua solução seria $x = \sqrt{4 \times 9} = \sqrt{36} = 6$. Os autores utilizam propriedades algébricas sem que estas sejam explicitadas, como o cálculo da raiz quadrada. Souza (1910), autor de apoio que antes mostramos, mantém aproximação adotada anteriormente, em que enuncia a regra e desenvolve um exemplo em que resolve e, em seguida, explica as etapas que o processo implicitamente perpassa.

Figura 24 – Determinação de um termo desconhecido repetido em uma proporção explicitando os procedimentos algébricos.

EXEMPLO

$$16 : x :: x : 4$$

$$c = \sqrt{16 \times 4}$$

$$x = \sqrt{64}$$

$$x = 8$$

Isto porque pela propriedade fundamental: $x \times x = 16 \times 4$

Porém $x \times x = x^2$, logo.

$$x^2 = 16 \times 4$$

Extrahindo a raiz quadrada de ambos os membros da igualdade, o que não altera o seu valor, vem

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{16 \times 4}$$

mas $\sqrt{x^2} = x$ logo

$x = \sqrt{16 \times 4}$ como se queria provar.

Fonte: Souza (1910, p. 153-154).

A abordagem de Souza (1910) mescla a utilização de perspectivas aritméticas e algébricas, em que primeiro é apresentada a resolução prática e, em seguida, o desenvolvimento que leva à regra, destacando os saberes vinculados ao processo, evidenciando-nos uma perspectiva que se aproximaria mais da Álgebra. Nesse sentido, a obra de Trajano (1935) reforça, mais uma vez, que o ensino de proporções na Escola Complementar se distanciaria de uma abordagem que visasse uma introdução à Álgebra. O autor, não apresenta outras regras além da propriedade fundamental utilizada, fazendo com que os seus exemplos e exercícios envolvam apenas um termo desconhecido e, implicitamente, equações do 1º grau. Isso evidencia que o enfoque no ensino de proporções teria como objetivo apenas a possibilidade de resolver regras de três, via fórmulas, e não a apreensão de saberes ligados à Álgebra e equações.

Ainda acerca das regras no ensino de proporções, a necessidade de apresentar uma gama extensa destas também ressalta o distanciamento de uma abordagem em relação à Álgebra. Isto se dá pelo fato de que a perspectiva adotada no estudo de proporções não permite o manuseio de questões de um modo geral, sendo indispensável a apresentação de novas propriedades para que uma gama maior de problemas pudessem ser resolvidos. Sob o viés da Álgebra na época, uma abordagem generalizada seria adotada, de modo que seria possível determinar o valor desconhecido em toda *equidifferença* ou proporção.

Quanto aos exemplos e exercícios, Reis e Reis (1892, 1910) e Sá Pereira de Castro (1880) trazem poucos exemplos em meio à abordagem dos conteúdos, dando mais espaço para a abordagem de regras e algumas demonstrações, no caso do segundo autor. Este pode ter sido um dos motivos das obras figurarem na biblioteca dos inspetores, mas não terem composto a biblioteca escolar e nem serem utilizadas como material didático. Já a obra de Trajano (1935) traz apenas exemplos numéricos no que se refere à determinação de um valor desconhecido, sendo x o único símbolo utilizado. Nos exemplos, o autor redige um texto para a solução, nesta, alguns saberes algébricos são utilizados de maneira implícita, e ao lado, o processo prático é apresentado, em que podemos notar o uso direto das regras enunciadas. Trajano (1935) também é o único a trazer exercícios ao fim da abordagem do conteúdo, sendo que estes utilizam termos na forma de fração, fração mista e números decimais.

Por fim, a obra de L.L. (1916) oferece um outro contraponto. Ela utiliza exercícios, que são apresentados ao final de todo o conteúdo, em que se objetiva escrever a *equidifferença* ou a proporção, a partir de uma forma secundária; uso de propriedades para transformar razões e eliminar frações; proporções em que se solicita a determinação do valor e duas ou três incógnitas, o que estaria relacionando o conteúdo com a resolução de sistemas de equações.

Figura 25 – Exercícios que observados apenas no livro de L.L. (1916).

21) Resolver a proporção $x : y :: 16 : 22$, sendo $x + y = \frac{3}{4}$.

22) Resolver a proporção $\frac{2}{3} : x :: \frac{4}{9} : y$, sendo $x - y = 2{,}4$.

23) Dadas as proporções infra, determinar o valor de z:

$$12 : 14 :: 30 : x$$
$$8 : 6 :: x : y$$
$$64 : 118 :: y : z.$$

Fonte: L.L. (1916, p. 95).

Essa abordagem se aproximaria de uma perspectiva de ensino de uma Álgebra, mas sua presença em um único livro, que é voltado para a formação de professores e o ensino secundário, nos leva a considerar este como um caso excepcional, de modo que não seria suficiente para justificar que seu estudo na escola primária constituiria um ensino de Álgebra.

Como foi dito, outros conteúdos que também poderiam ser atrelados ao ensino de Álgebra, por utilizarem letras/incógnitas, são observados em livros de Aritmética. Este é o caso da regra de três, que Trajano (1935) apresenta a solução através de um método muito semelhante ao utilizado na resolução de proporções. Peacock (1842) nos ajuda a advogar a favor deste posicionamento, ao indicar que as grandezas proporcionais de uma regra de três poderiam ser reduzidas a uma proporção, no que o autor apresenta diversos exemplos. Com isso, mais uma vez, observamos que a determinação de um valor desconhecido, mesmo em problemas de regra de três, estaria ligada à utilização de fórmulas/regras e não ao uso de saberes algébricos.

Figura 26 – Exemplo de regra de três simples.

Solução. Para formarmos a proporção, temos tres quantidades conhecidas e uma desconhecida representada por *x*, e cujo valor queremos achar. 4 kilos e 6 kilos são quantidades conhecidas e principaes, e formam a primeira razão; e 2$000 e *x* são quantidades relativas das primeiras e formam a segunda razão. Este problema é da **regra de tres directa,** porque augmentando o numero de kilos, augmentará necessariamente o importe delles; e diminuindo o numero de kilos, diminuirá tambem o seu importe.

Processo

4 kilos } 2$000 }
6 kilos } *x* }

(1º) (2º) (3º) (4º)

4 : 6 : : 2$000 : *x*

$$x = \frac{6 \times 2\$000}{4} = 3\$$$

Fonte: Trajano (1935, p. 152).

A abordagem adotada se mostra apropriada para a disciplina Aritmética, em que saberes algébricos são empregados de forma não enunciada sob uma perspectiva da Aritmética, para a solução implícita de equações pelo uso de fórmulas/regras, de modo que generalizações são limitadas e mais fórmulas/regras são necessárias.

Outro aspecto que deve se evidenciar, a partir das obras, é a desconsideração da solução negativa para a abordagem de *equidifferenças* e proporções. No caso da proporção contínua, podemos apontar isso quando os autores assumem que $\sqrt{x^2} = x$, e desprezam a possibilidade de que $\sqrt{x^2} = -x$, o que possibilitaria a presença de soluções negativas. Isto ressalta que os autores não buscavam considerar problemas em que a solução era negativa, de modo que, mesmo se este ensino visasse a abordagem de parte da Álgebra, estaria limitado às perspectivas aritméticas. O mesmo vale para os exemplos apresentados e os exercícios propostos, já que nenhum deles considera casos em que o número desconhecido seja negativo.

Assim, olhar para os livros nos permitiu observar a presença de saberes algébricos em certas abordagens do conteúdo de *equidifferança* e proporção. Buscando determinar o valor de uma incógnita, os autores apresentam resoluções que perpassam conteúdos como equações do 1º e 2º graus. No entanto, isso não é observado/explicitado na discussão do assunto ou na aplicação prática para descobrir um valor desconhecido, sendo o último voltado para a aplicação de fórmulas e das quatro operações restrita a números na resolução de problemas. Ao serem confrontados com a proposta de criação da Escola Complementar, composta por um ensino de Álgebra, esses elementos ressaltam que, mesmo com o ensino destes conteúdos na Aritmética, foi necessário propor a instituição de um ensino de Álgebra para a instrução primária. Isso indica que a abordagem destes conteúdos não seria suficiente para ensinar os saberes algébricos considerados necessários na época. Advogando neste sentido, tomamos a seguinte perspectiva:

> Outra grande vantagem da notação algebrica é a de podermos descobrir, com seu emprego, principios, que nos seria difficil e mesmo impossível descobrir por meio de algarismos.
> Não devemos entender, porém, que a algebra consiste unicamente no emprego das letras, assim como a arithmetica não consiste no emprego dos algarismos. A arithmetica calcula os valores e a algebra as funcções, quer essas relações sejam representadas por números, quer por letras (PEREZ Y MARIN, 1909, p. 20 *apud* BORTOLI, 2016, p. 46).

Deste modo, acreditamos que a abordagem de tais conteúdos não poderia ser considerada como ensino de Álgebra, ou uma introdução a esta, no início do século XX, uma vez que se constitui como uma Aritmética que usa de símbolos/incógnitas, mas não necessariamente tem como objetivo o ensino de procedimentos algébricos ou de equações, como vimos na seção 3.2. Tal perspectiva é reforçada ao lembramos que a obra de Aritmética de Trajano (1935) não faz referência à utilização da Álgebra, seja na apresentação do conteúdo ou na resolução e exemplos, sendo o único manual indicado para a sala de aula da Escola Complementar, visto que as outras obras compuseram apenas a biblioteca dos inspetores catarinenses.

Como vimos, na seção 1.2, no final do século XIX e início do século XX, a Álgebra escolar estaria atrelada ao pensamento algébrico e aos elementos desta ciência, o que reforça nosso posicionamento. Mais uma vez, isto ganha destaque quando notamos que a resolução de problemas que determinam equações, do 1º e 2º graus, se dava pelo uso de regras/fórmulas e não por meio de procedimentos/métodos de resolução de equações; os exemplos e exercícios, em todas as obras, não apresentam como resolver equações que trouxessem casos para além da incógnita x (por exemplo, uma *equidifferença* do tipo $7x.2 :: 1.5$). Ainda assim, os saberes abordados no ensino de *equidifferença* e proporção poderiam ser encarados como elementares, uma vez que visavam a sua continuidade, seja em aplicações como a regra de três, ou no estudo de progressões ou logaritmos, na instrução secundária.

"Nesse sentido, é possível concluir que mesmo que no ensino de proporções exista a possibilidade da abordagem de saberes algébricos, sendo o professor, talvez, o principal responsável pelo nível de explicitação desses saberes aos estudantes" (RODRIGUÊS; COSTA, 2021a, p. 24), isto ainda não se constituiria um ensino de uma Álgebra na educação primária. Deste modo, a presença de uma introdução à Álgebra seria necessária, de modo a melhor formar o estudante e o preparar para a educação secundária. Inclusive, seria possível dizer que os problemas envolvendo a determinação do valor de incógnitas nos conteúdos de proporção não estabelecem a resolução de equações, uma vez que, em geral, a resolução através das regras leva a uma igualdade em que se manipula aritmeticamente apenas de um lado. O estudo de *equidifferença* e proporção assumiria uma "perspectiva mais próxima da Aritmética do que da Álgebra, voltada à praticidade do uso de fórmulas na determinação de valores desconhecidos" (RODRIGUÊS; COSTA, 2021a, p. 24-25) via aplicação de operações aritméticas, de modo que a finalidade do ensino destes conteúdos (CHERVEL, 1990) estaria voltada a futura discussão e resolução de problemas de regra de três.

Acreditamos, então, que a discussão de *equidifferença* e proporção, bem como a perspectiva da Aritmética ao tratar de problemas como $3 + ? = 8$, e a sua relação com o ensino de Álgebra estaria atrelado à abordagem utilizada.

5.3.2 A Álgebra nos livros escolares indicados para o ensino complementar

Como os livros de Aritmética não nos permitem compreender a constituição de um ensino de Álgebra para a escola primária, devemos lançar nosso olhar para as obras de Álgebra. Assim, a partir desse momento, iremos analisar os livros de Álgebra que permearam o ensino complementar catarinense e foram apresentados no Quadro 30, ou seja: Clairaut (1801); Cunha (1914); FIC (s.d.); Ritt (1872); e Trajano (1905). É importante lembrar, mais uma vez, que o livro de Trajano (1905) foi indicado como obra didática para o ensino complementar catarinense, enquanto os outros compuseram a biblioteca dos inspetores do estado, sendo FIC (s.d.) e Ritt (1872) apontados como referências para exercícios.

Optamos por realizar uma análise individual de cada obra e organizá-la na seguinte ordem: primeiro os livros indicados para a biblioteca dos inspetores; por último o livro indicado para o ensino. Esta opção não só favorece uma discussão que começa a partir dos materiais secundários para o principal, segundo a proposta de Orestes Guimarães, como também nos permite organizar a análise em ordem alfabética do sobrenome dos autores/nome da editora. Ademais, analisamos a abordagem dos conteúdos até equações do 2º grau e sistemas de equações, uma vez que foi observado que o ensino de Álgebra, nas Escolas Complementares de Santa Catarina e de outros estados, não ia além desses temas.

Vale ressaltar ainda que, mesmo que os livros da biblioteca dos inspetores possam parecer não ter grande relevância para a análise pretendida, isso não é verdade. A atuação da inspetoria tinha como foco a qualidade do ensino e a efetivação da proposta realizada, o que levou à realização de aulas-modelo por estes profissionais, bem como por Orestes Guimarães e sua mulher, Cacilda Guimarães, através do estado catarinense (SOUZA, 2016; MARTINS, DA SILVA, 2012). Assim, mesmo que não possamos afirmar se as obras da biblioteca dos inspetores tenham circulado nas Escolas Complementares, devemos nos ater ao fato de que estes devem ter se apropriado desse material, com base nas perspectivas de Chartier (1990, 1991). Isso significa que as abordagens e organização do ensino apresentado no material didático podem ter afetado, de alguma maneira, o desenvolvimento das aulas modelo e a fiscalização para a devida implantação do ensino pretendido.

- **A obra de Alexis Claude Clairaut: *Élémens D'Algèbre* (*Elementos de Álgebra*)**

Devemos relembrar, antes de qualquer outra coisa, que os documentos encontrados não descrevem qual obra de Clairaut foi indicada para o ensino complementar. Isso nos levou a uma busca por um compêndio de Álgebra que indicasse estar voltado para uma Álgebra elementar, que foi o caso da obra *Élemens D'Algèbre*, primeiro tomo, de 1801, publicado pela

"Chez EMERY" em Paris. Segundo a edição de novembro de 1939, do: "Diretrizes: Politica, Economia, Cultura"[132], do Rio de Janeiro, Clairaut publicou, em 1741, o seu *Elementos de Geometria* e em 1746 o *Elementos de Álgebra*, indicando que a versão, à qual tivemos acesso, é uma edição que passou por revisões. Além disso, o "Jornal do Commercio"[133], de 13 de janeiro de 1898, também do Rio de Janeiro, aponta que os elementos de Clairaut estariam no prelo, sendo produzido pela livaria "F. Briguiet & C." e traduzido pelo "capitão X. de Villeroy"[134]. Ferdinand Briguiet foi o assistente francês de Baptiste Louis Garnier. No ano da morte do último, em 1893, Briguiet adquiriu uma livraria e a especializou na importação de publicações científicas, "especialmente franceses, alemães e ingleses" (HALLEWELL, 2012, p. 277). Isso nos permite deduzir que mesmo tendo sido produzida muito tempo antes, a tradução da obra[135] iniciou sua circulação pelo Brasil entre o final do século XIX e início do século XX, período em que são instituídas as primeiras Escolas Complementares na maior parte do país.

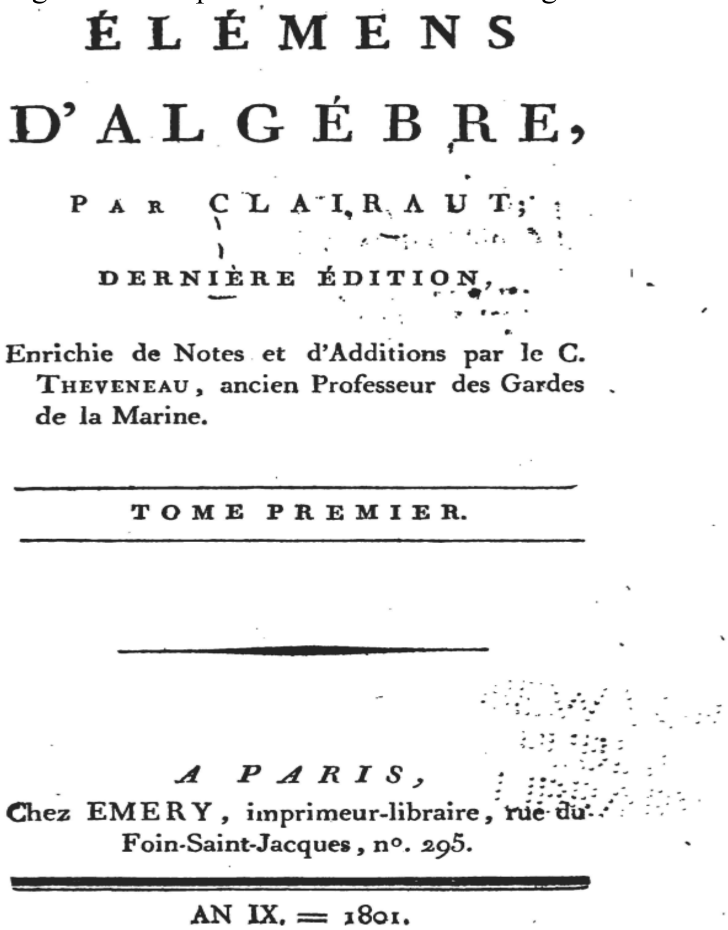
A busca por notícias acerca das publicações do autor revela que há poucas menções à sua Álgebra, no início do século XX, sendo seu reconhecimento observado principalmente pelo seu manual de Geometria. A respeito desse último, encontramos diversas menções em jornais brasileiros, destacando assim sua circulação pelo país. Inclusive, há menções de que Francisco Cabrita afirma basear sua obra "Elementos de Geometria" na produção de Clairaut[136].

Voltando ao compêndio de Álgebra de Clairaut, observamos na capa que o livro passou pela contribuição de outro autor, C. Theveneau, que trouxe notas e adições para o texto. Isso deve ter ocorrido uma vez que Clairaut morreu, ainda no século XVIII, fazendo com que a obra só pudesse ser corrigida e ampliada pela editora e por outros autores.

---

[132] Disponível em: http://memoria.bn.br/DocReader/163880/1491. Acesso em: 28 jan. 2022.
[133] Disponível em: http://memoria.bn.br/DocReader/364568_08/27210. Acesso em: 28 jan. 2022.
[134] Provavelmente se refere ao capitão Augusto Ximeno de Villeroy, que viveu entre 1862 e 1942.
[135] Não tivemos acesso à tradução, por isso nossa análise se deu sobre o texto original em Francês.
[136] Disponível em: http://memoria.bn.br/DocReader/341010/199 e http://memoria.bn.br/DocReader/364568_08/2560. Acesso em: 28 jan. 2022.

Figura 27 – Capa do livro “Élemens D’Algèbre”.



ÉLÉMENS

D'ALGÉBRE,

PAR CLAIRAUT;

DERNIÈRE ÉDITION,

Enrichie de Notes et d'Additions par le C. THEVENEAU, ancien Professeur des Gardes de la Marine.

TOME PREMIER.

A PARIS,

Chez EMERY, imprimeur-libraire, rue du Foin-Saint-Jacques, n°. 295.

AN IX. = 1801.

Fonte: Elaborada a partir de Clairaut (1801).

Adentrando o conteúdo da obra, observamos no prefácio que o autor indica que o texto foi estruturado de modo semelhante ao seu tomo de Geometria, ou seja, tentando apresentar o conhecimento algébrico em uma ordem em que esse poderia ter sido desenvolvido na história. Dentre as muitas informações apresentadas, Clairaut (1801) esclarece ainda que nada é apresentado na forma de teorema, mas sim, pela descoberta na prática com problemas, de como o ensino de conteúdos da Álgebra se dá na busca pela solução dos problemas. A favor dessa perspectiva, o autor não apresenta uma noção de o que seria a Álgebra. Além disso, o autor diz que busca ir do simples para o complexo, de modo que sempre inicia com problemas numéricos.

Clairaut (1801) expõe também que o livro se estrutura em cinco partes, sendo apresentada uma breve descrição do que é abordado em cada uma: o método algébrico de expressar problemas por equações e a resolução de equações do 1º grau; resolução de equações do 2º grau; alguns princípios gerais para equações de todos os graus, com o método de fatorar essas equações em produtos de equações do primeiro e segundo grau; resolução de equações com grau qualquer, com uso de operações como raízes e expoentes fracionários; resolução de equações do 3º e 4º graus. É possível observar que os conteúdos apresentados vão além das propostas do ensino complementar, de modo que isso possa ter sido um dos motivos da obra ser indicada apenas para a biblioteca dos inspetores de Santa Catarina. Por esse mesma razão as nossas análise só serão desenvolvidas sobre as partes um e dois do livro.

O autor dá início à primeira parte, em que se debruça sobre os conceitos iniciais da Álgebra e da resolução de equações do 1º grau, a partir de um problema que seria semelhante aos propostos pelos primeiros algebristas: "dividir uma soma, por exemplo, de 890 para três pessoas, de modo que a primeira receba 180 a mais que a segunda, e a segunda 115 a mais que a terceira" (CLAIRAUT, 1801, p. 2, tradução nossa). Ele então resolve a questão sem usar conhecimentos algébricos explícitos, apenas fazendo: a quantidade da terceira pessoa mais 115 resulta no montante da segunda, esse valor somado a 180 tem como resultado o valor que deve receber a primeira e a soma dos três deve ser 890, ou seja, o triplo da quantidade da terceira pessoa mais 410 é 890. Aqui, mesmo que não seja enunciado, a estrutura do conhecimento algébrico já é utilizada, no que o autor ressalta que para simplificar e desenvolver a Álgebra, uma linguagem é então desenvolvida. Isso reforça que diferente da Aritmética, a Álgebra não traz a simbologia algébrica para o uso de fórmulas, mas para simplificar o raciocínio algébrico.

Clairaut (1801) então desenvolve a mesma questão, mas trazendo os elementos da Álgebra: determinar que o valor da terceira pessoa será pela letra x, sem lhe atribuir o nome incógnita ou "termo desconhecido"; que o símbolo $+$ irá representar a soma e, com isso, a segunda pessoa ganha $x + 115$ e a terceira $x + 115 + 180$. Por fim, o autor indica que a soma das três parcelas será então $3x + 115 + 115 + 180$ e que essa soma deve ser igual à 890, de modo que indica que isso pode ser expresso por $3x + 410 = 890$. Clairaut (1801) explica que o sinal "=" exprime a igualdade entre as duas quantidades que são separadas por ele e, no canto da página, caracteriza que a igualdade de duas quantidades é uma equação e que, na resolução desta, busca-se o valor do que agora é chamado de incógnita.

É possível perceber que o autor "traduz" a solução feita anteriormente utilizando a língua escrita para a simbologia algébrica. Nesse processo ganha destaque o fato de que são realizadas operações algébricas sem antes serem definidas ou explicadas, ou seja, quando o autor determina que a soma de x, $x + 115$ e $x + 115 + 180$ leva a um termo em que há "$3x$", não há explicação prévia para o leitor sobre como se operar com letras, não trazendo a associação com objetos reais como faz Othello Reis. O mesmo é observado quando adentramos na resolução da equação, uma vez que o autor não define, explica ou apresenta regras para usar operações inversas. Nesse processo apenas é indicado que como somar 410 a $3x$ resulta em 890, então $3x$ será 890 menos 410 e que se escreve $3x = 890 - 410$. Clairaut (1801) usa o mesmo raciocínio para continuar a resolução, indicando que se $3x$ é igual a 480, então x deve ser igual a um terço de 480, ou seja, 160. A resolução é concluída indicando ser possível determinar as outras quantidades uma vez que se sabe a menor parte, mas isto não é apresentado ao leitor. Proposital ou não, isso remete à ideia de que resolver o problema é determinar o valor da incógnita, o que nem sempre é suficiente para a solução do problema, mas que nos aponta para a construção de uma Álgebra voltada para determinação de um valor desconhecido.

É importante destacar que o processo de resolução deste problema na linguagem algébrica é feito em duas páginas, uma vez que a obra é construída de maneira a apresentar e estruturar o seu conteúdo na forma de um diálogo constante entre o autor e o leitor. As "definições" surgem em meio às resoluções, ou em pequenas notas laterais. No entanto, tal opção metodológica leva à ausência de explicações diversas, como a operação de soma envolvendo letras. Além disso, ao fim destas primeiras páginas é possível notar que o autor faz jus ao que indica em seu prefácio, tentando apresentar uma proposta de ensino de Álgebra sem trazer definições complexas ou explicações precisas/generalizadas, baseando a construção do conhecimento em um viés mais voltado à lógica do pensamento matemático. Contudo, essa escolha leva a longas explicações, sendo este um dos motivos da obra possuir 398 páginas.

O autor segue resolvendo mais alguns exemplos de modo semelhante e, depois disso, retoma momentos em que usa das operações inversas para resolver as equações para reforçar que, quando um termo com o sinal "$+$" quando passa para o outro lado da igualdade, o sinal se torna "$-$" e que, um termo com sinal "$-$" se torna "$+$", quando passa de um lado da igualdade para o outro. Somente depois disso que o autor enuncia um princípio em que diz que "os termos que podemos passar de um lado da igualdade para o outro devem ter seus sinais mudados" (CLAIRAUT, 1801, p. 14, tradução nossa). De modo semelhante, Clairaut (1801, p. 16, tradução nossa) diz que "podemos remover o multiplicador da incógnita em um dos membros da equação e torná-lo divisor do outro membro" e "podemos remover o divisor de uma incógnita em um membro da equação e fazê-lo multiplicar o outro membro". Em seguida o autor indica que essas regras permitiriam resolver todas as equações do 1º grau, além de explicitar mais algumas propriedades, como a que mostra que para remover todos os divisores de uma equação, bastaria multiplicar os termos pelo resultado da multiplicação dos divisores.

Na busca por generalizar um exemplo, Clairaut (1801, p. 30) apresenta, em consonância com a visão da época, que, na Álgebra, as primeiras letras do alfabeto são usadas para quantidades conhecidas em expressões literais e as últimas letras para quantidades desconhecidas. O autor também reforça a notação da multiplicação sem o uso de sinais. Nesse processo ele generaliza uma fórmula para solução de problemas e as aplica, posteriormente, para valores específicos. Aqui o autor atrela a Álgebra à ideia de equação, para a construção de fórmulas e à generalização.

Aproveitando a abordagem de equações literais, Clairaut (1801, p. 44), enfim, ressalta como devem ser as operações de soma e subtração com termos algébricos. Por mais que pareça estranho, visto que o autor já utilizou estas operações nos exemplos desenvolvidos, é explicitado o caso de que somar $6ab - 2ac - 3ad$ e $3ab + ac - 2ad + bf$ deverá resultar em $9ab - ac - 5ad + bf$, sem que qualquer explicação seja dada ou que se estabeleça qualquer relação das operações com objetos reais, como observado na proposta de Reis (1918a). Clairaut (1801, p. 44-45, tradução nossa) também destaca que "talvez surpreenda a princípio que uma adição possa levar a um valor negativo" e então mostra como o resultado pode ser negativo ao determinar valores para letras em expressões literais. Novamente o processo não é explicado, Clairaut (1801) apenas apresenta que $12 - 24 + 10 = -2$ e indica que como uma das partes é negativa e maior que as outras, o resultado será negativo. Há também a presença de números negativos nas soluções de equações/sistemas lineares. Por um momento poderíamos supor que o autor considerasse que este era um saber prévio e por isso não tenha esmiuçado a operação/explicação, mas, no entanto, ao indicar que um resultado negativo possa surpreender o leitor, traz indícios de que os números negativos são discutidos pela primeira vez na Álgebra.

Ainda nas operações entre termos algébricos, Clairaut (1801, p. 67) aborda a regra de sinais para a multiplicação dizendo que, no caso de haver um sinal negativo no multiplicando, ele altera o sinal do multiplicador. Na divisão o autor (CLAIRAUT, 1801, p. 70) indica que é dado o sinal positivo, caso ambos os termos da divisão tenham o mesmo sinal; e o sinal negativo, caso tenham sinais diferentes. Contudo, é somente na página 86, após falar da divisão entre -400 e -10 e entre 300 e -10, que o autor apresenta essas mesmas regras para números, como podemos observar na figura a seguir.

Figura 28 – Regra de sinais.

Théorêmes gé- éraux concer- ant les signes es quotiens ou es produits.

On aura bientôt après regardé comme des principes généraux que
le + divisé par le + donnoit le +,
le + divisé par le — donnoit le —,
le — divisé par le + donnoit le —,
le — divisé par le — donnoit le +,
et de même pour la multiplication.

Fonte: Elaborada a partir de Clairaut (1801, p. 86).

O autor reforça, através da prova real, que a solução satisfaz a equação e explica que, no que se refere ao problema original, quando a incógnita assumir valor negativo, “a quantidade que expressava deveria ser tomada em sentido contrário àquele em que havia sido usada” (CLAIRAUT, 1801, p. 90, tradução nossa), considerando as condições iniciais. Isso denota que o autor contorna o problema das soluções negativas em sua Álgebra, algo que não era um consenso na época, de modo que sua Álgebra ultrapassa os limites da Aritmética.

Na abordagem de sistemas de equações do 1º grau (CLAIRAUT, 1801, p. 74) o autor opta por apresentar sistemas de duas equações literais e duas incógnitas, utilizando apenas o método da substituição para determinar a solução. Em geral são apresentados novos exemplos com casos particulares em que é estipulado os valores das letras presentes no exemplo anterior. Mais adiante na obra, Clairaut (1801, p. 115-120) apresenta o caso com três incógnitas e três equações, seguindo o mesmo padrão visto para o caso anterior.

Na segunda parte do livro, em que adentra nas equações do 2º grau, Clairaut (1801) mantém a estrutura da obra e não apresenta uma fórmula para resolver essas equações, mas sim, desenvolve o método de solução a partir da equação geral $x^2 + px = q$, completando quadrados. De todo o processo, ganha destaque o desenvolvimento de uma fórmula que considera apenas uma raiz[137] e, nos exemplos, apresenta as duas soluções da equação.

Figura 29 – Resolução de uma equação do 2º grau.

l'équation $xx + 8x = 9$, en ajoutant des deux côtés 16, quarré de la moitié de 8, on a $xx + 8x + 16 = 9 + 16 = 25$. Et prenant ensuite la racine des deux côtés, on a $x + 4 = \pm 5$, c'est-à-dire, $x = -4 \pm 5$, ou $x = -9$ et $x = 1$, et ces deux valeurs résolvent également l'équation $xx + 8x = 9$.

Fonte: Elaborada a partir de Clairaut (1801, p. 138).

Cabe destacar que o autor foca em uma abordagem a partir de equações literais, em que não há números, de modo que, aparentemente, sua obra se afasta de uma introdução da Álgebra, segundo os vieses observados para o ensino complementar e as perspectivas de Othello Reis. Além disso, não é feito o uso de imagens, mesmo em problemas da geometria, aspecto vinculado às perspectivas e condições para elaboração dos impressos da época.

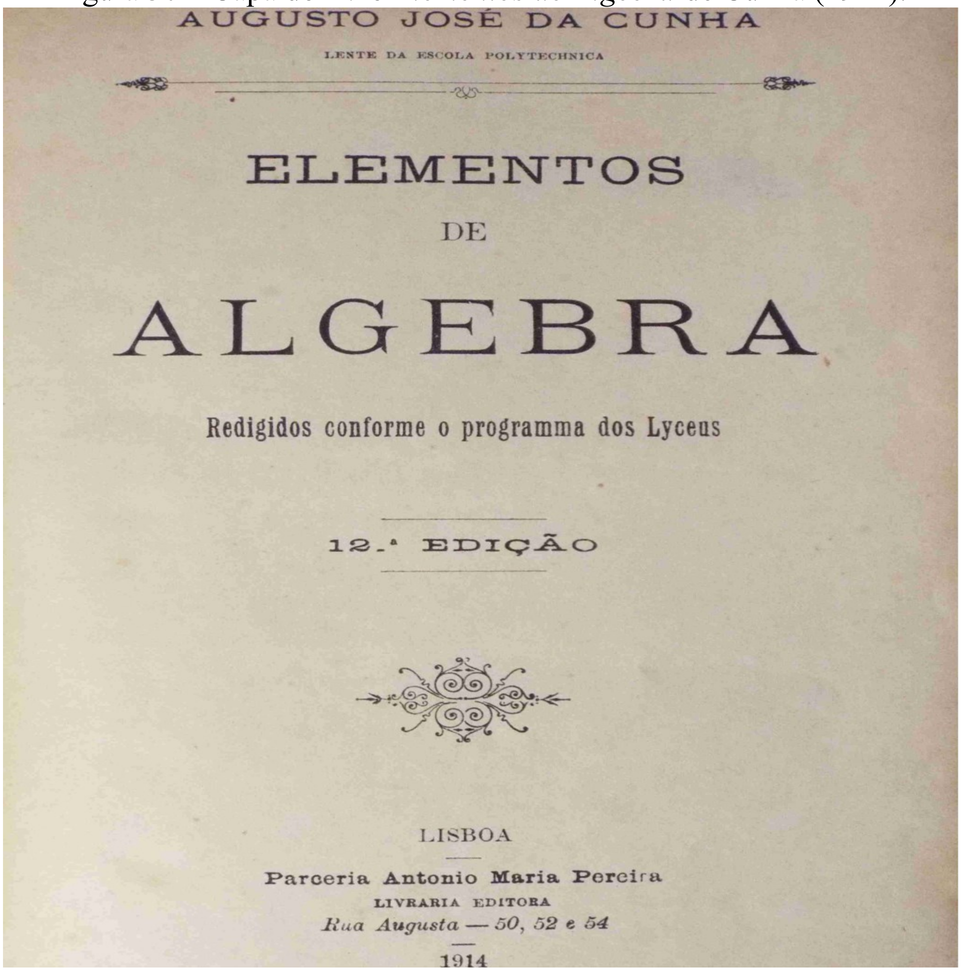
[137] A fórmula obtida é $x = -\frac{1}{2}p + \sqrt{q + \frac{1}{4}p^2}$, desconsiderando o caso em que o sinal da raiz é negativo.

As proporções também surgem em soluções para problemas, contudo, o autor associa a resolução da proporção com um, ou mais, termo incógnito à Aritmética, dizendo que são regras conhecidas. Na abordagem, contudo, elas são utilizadas para determinar equações e a solução destas perpassa os métodos do autor. As resoluções são diretas, sem que a equação do primeiro grau seja apresentada e as regras utilizadas, o que denota a diferença na resolução de Clairaut (1801) para as equações e para as proporções. Isso reforça nossa perspectiva de que a abordagem de proporções na Aritmética não se constituía como um ensino de Álgebra.

- **A obra de Augusto José da Cunha: *Elementos de Algebra***

Mesmo tendo circulado em solo brasileiro, a 12ª edição, a que tivemos acesso, indica que o livro tenha sido produzido pela "Typographia da parceria Antonio Maria Pereira" em Lisboa, Portugal, no ano de 1914. As informações apresentam o autor como lente da Escola Polytechnica e ressaltam que a obra teria sido redigida "conforme o programma dos Lyceus".

Figura 30 – Capa do livro *Elementos de Algebra* de Cunha (1914).



Fonte: Elaborada a partir de Cunha (1914).

A existência de homônimos[138] torna difícil determinar a história do autor, principalmente pelo livro não possuir prefácio. No entanto, diversos indícios nos levam a crer que o autor era português e que viveu em Lisboa. Um primeiro indicativo seria uma publicação do "O Novo Mundo: Periodico Illustrado do Progresso da Edade"[139], que aponta que, entre alguns livros aprovados pelo governo português, estava o *Arte de Contar*, escrito por um Augusto José da Cunha que também era lente da Escola Polytechnica, mas não deixa claro se a obra era, de fato, de Portugal ou se havia sido trazida como importação de outro local. Uma segunda fonte, o artigo de Retto Junior (2018), permite-nos compreender que houve, entre 1890 e 1895, a atuação de um professor Augusto José da Cunha, na Escola Polytechnica de Lisboa, na cadeira de Cálculo Infinitesimal. Assim, a presença de um professor da Escola Polytechnica de Lisboa e que, aparentemente, era autor de livros na Matemática, levam-nos a crer que o autor do livro *Elementos de Algebra* foi o professor português a que se referem nossas "pistas".

Com isso, ainda sobre o autor, o jornal "Correio Paulistano"[140], de 15 de julho de 1911, permite constatar outra ligação dele com o ensino português. O periódico traz notícias de Portugal e menciona a eleição do reitor da Universidade de Lisboa, sendo que Augusto José da Cunha estava entre os nomes indicados para a escolha do reitor. Nesse sentido, um ano depois, uma edição do jornal português "Diário do Estado"[141] indica que Cunha havia assumido a função de reitor na universidade. O site da instituição[142] indica que o autor foi o primeiro reitor da universidade, mantendo-se no cargo entre 28 de agosto de 1911 e 03 de outubro de 1913.

No que se refere à obra, o autor não apresenta prefácio, adentrando diretamente em uma discussão sobre "Noções Preliminares". Ao fim do livro há um índice que indica que a obra foi dividida em quatro livros[143], sendo que as noções preliminares são abordadas antes do livro I e o tema "Quantidades Complexas" é abordado como "nota", após o livro IV. Os quatro livros são nomeados, respectivamente: "Operações Algebricas"; "Equações do Primeiro Grau"; "Equações do Segundo Grau"; e "Complementos dos Elementos de Algebra". Para além do último livro (os complementos), podemos observar que a estrutura do livro já parece atender às propostas de ensino de Álgebra para o ensino complementar brasileiro, vistas na seção 3.2.1.1.

Em meio às noções preliminares podemos averiguar a presença de diversos elementos relevantes para nossa discussão. Cunha (1914) apresenta, em primeiro lugar, que "Em algebra

---

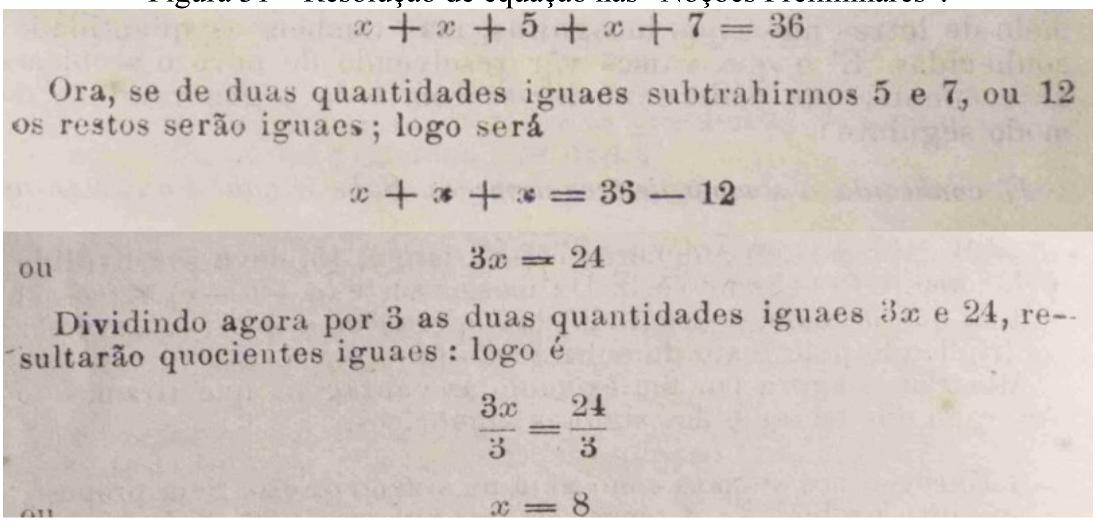
[138] Há no Brasil menções ao nome, mas nenhuma o relaciona com o ensino ou a com obras da Matemática.
[139] Disponível em: http://memoria.bn.br/DocReader/122815/699. Acesso em: 07 jan. de 2022.
[140] Disponível em: http://memoria.bn.br/DocReader/090972_06/21838. Acesso em: 07 jan. 2022.
[141] Disponível em: https://dre.pt/dre/LinkFicheiroAntigo?ficheiroId=3836. Acesso em: 07 jan. 2022.
[142] Disponível em: https://www.ulisboa.pt/bio/augusto-jose-da-cunha. Acesso em: 07 jan. 2022.
[143] O autor divide sua obra em livros, que são divididos em capítulos.

são os numeros em geral representados pelas letras do alphabeto, e as relações que entre elles ha, indicadas por signaes" (p. 5). O autor não define Álgebra explicitamente neste momento, mas essa primeira ideia relaciona à Álgebra com o uso de letras e deixa de lado o aspecto da generalização dessa área sobre a Aritmética. O autor segue apresentando os sinais das operações e na multiplicação dá destaque às diversas formas que esta pode ser representada, ou seja, que $a \times b \times c$ pode ser escrito como $a.b.c$ ou ainda abc. Devemos destacar que na mesma medida em que o autor se preocupa com as notações, pois logo começa a utilizá-las, ele não apresenta qualquer relação das letras e das operações com situações envolvendo objetos reais, por exemplo. Isso pode ser observado quando o autor aborda a ideia de coeficiente:

> O coefficiente, numero que se escreve á esquerda de uma quantidade representada por letras, para indicar quantas vezes ella deve ser tomada como parcella. Assim na expressão $5a$, 5 é o coeficiente, e indica que a quantidade a deve ser tomada como parcella 5 vezes $5a$ é o mesmo que $a + a + a + a + a$ (CUNHA, 1914, p. 5).

Ao abordar a igualdade, o autor não utiliza a ideia de balança, como fez Reis (1918a), de modo que apenas relaciona o sinal com a ideia elementar de que o que está de um lado deve ser igual ao que está do outro. O autor usa dessas perspectivas para mostrar, ainda nas noções preliminares, o emprego dos sinais para a simplificação da resolução de problemas. Nesse processo, apresenta o problema "A somma de tres numeros é 36. Sabe-se que o excesso do segundo sobre o primeiro é 5, e que o excesso do terceiro sobre o primeiro é 7. Pergunta-se quais são os tres numeros" (CUNHA, 1914, p. 7). O autor então resolve o problema aritmeticamente e, em seguida, sem abordar previamente, utiliza de procedimentos como soma de termos algébricos e operações inversas para apresentar uma segunda solução.

Figura 31 – Resolução de equação nas "Noções Preliminares".



$$x + x + 5 + x + 7 = 36$$

Ora, se de duas quantidades iguaes subtrahirmos 5 e 7, ou 12 os restos serão iguaes; logo será

$$x + x + x = 36 - 12$$

ou

$$3x = 24$$

Dividindo agora por 3 as duas quantidades iguaes $3x$ e 24, resultarão quocientes iguaes: logo é

$$\frac{3x}{3} = \frac{24}{3}$$

ou

$$x = 8$$

Fonte: Elaborada a partir de Cunha (1914, p. 7-8).

Isso enaltece uma possível abordagem que já assume conhecimentos prévios, mas não tão “preliminares”, acerca do ensino de Álgebra. Este talvez seja um dos primeiros indícios do motivo da obra estar vinculada com o ensino complementar, mas não ter sido indicada para o uso em sala de aula. Contraditório ou não, visto que as operações algébricas e resolução de equação ainda seriam abordadas nos livros I e II, o autor denota nesse processo a forte relação do emprego de letras com a determinação de um valor desconhecido. O autor também vincula utilização do conhecimento algébrico como facilitador para problemas que teriam soluções mais complexas se fosse tomado como base apenas a Aritmética, no que indica

> E’ facil reconhecer que o emprego dos signaes algebricos e da letra x para designar o primeiro numero desconhecido facilita extremamente a resolução do problema. Na primeira solução que apresentámos, cansa-se o espirito em seguir o fio do raciocinio através das palavras, que somos forçados a repetir frequentes vezes, para designar as relações que ha entre os numeros. Na segunda solução, pelo contrario, vamos deixando o raciocinio impresso n’um pequeno quadro, que o nosso espirito póde abranger com extrema facilidade. Vê-se, pois, que a linguagem algebrica simplifica e abrevia a resolução do problema (CUNHA, 1914, p. 8).

Somente depois de discutir todas essas “noções preliminares” que o autor relaciona explicitamente o uso de letras com o intuito de generalização na Álgebra. Cunha (1914, p. 8) diz que, em um exemplo, o emprego de números faz com que os processos não tenham sido generalizados, ou seja, “não mostra quaes operações que devem effectuar-se sobre as quantidades dadas, para se obterem as desconhecidas”. Assim, se as quantidades conhecidas fossem modificadas, “teriamos de recomeçar o calculo para chegar ao valor da nova incógnita”. Segundo o autor, isso poderia ser contornado com o emprego de letras para os valores conhecidos, o que resulta em uma fórmula na resolução do exemplo. Segundo Cunha (1914),

> Comprehende-se bem a grande utilidade das formulas. Obtida a formula relativa a uma questão, saberemos resolver todas as questões do mesmo gênero; basta que substituamos em logar das letras os valores numericos respectivos a cada questão particular, e que effectuemos depois as operações indicadas. [...] depois da algebra achar a formula, compete á arithmetica convertel-a em numero (p. 10).

Com isso, o autor enfim define o propósito da Álgebra: “A álgebra tem por objeto tratar de questões relativas aos numeros, empregando signaes proprios para simplificar e generalisar os raciocinios que temos de fazer para resolver essas questões” (CUNHA, 1914, p. 10). Podemos notar que o autor amplia a noção inicialmente apresentada, não mais atrelando a Álgebra apenas ao uso de letras e sinais, mas vinculando estes ao propósito da generalização e simplificação, bem como a aplicação de tais elementos na resolução de problemas.

Outro tópico relevante para nossa pesquisa e que figura as noções preliminares são as “quantidades negativas”. O autor inicia a discussão dizendo que há casos, em uma subtração, em que o valor diminuindo fosse maior que o valor a ser subtraído, para o que estipula que “E’ evidente que n'este caso a subtracção não se póde effectuar" (CUNHA, 1914, p. 12). Contudo, o autor segue dizendo que aritmeticamente a operação é impossivel, pois a ideia de número era vinculada à de quantidade/grandeza, mas que na Álgebra, contudo, seria possível convencionar que, no exemplo $36 - 48$, o valor 48 é composto pela soma de 36 e 12 e, deste modo, se subtrairia as partes iguais, sobrando a subtração de 12, ou seja, -12.

> Estes numeros affectos do signal –, que provém de subtracção em que o numero subtractivo é maior que o aditivo, chamam-se *negativos*. Em contraposição os numeros que não são affectos de signal, supõem-se precedidos de signal +, e chamam-se *positivos*. [...] A convenção que acabamos de fazer é permittida, visto que não destroe nenhum dos principios estabelecidos; amplia, mas não contraria, a definição de subtracção dada na arithmetica (CUNHA, 1914, p. 12, grifos do autor).

Logo nas primeiras páginas do livro é possível dizer que o autor considera que a Álgebra supera barreiras da Aritmética, sem, contudo, enfraquecer os princípios desta última. Além disso, podemos notar também que o autor não se debruça apenas sobre quantidades negativas em termos algébricos, como $-2x$, mas sobre números negativos explicitamente[144].

Adentrando ao ensino explícito de Álgebra, no primeiro livro, sobre as operações algébricas, podemos notar mais uma vez que o autor busca deixar clara a relação da Álgebra com a Aritmética. Por exemplo, isso pode ser observado quando ele indica que no âmbito dos números positivos as operações algébricas são compreendidas da mesma forma que as aritméticas e que isso só deixaria de ocorrer com quantidades negativas, uma vez que as operações na Aritmética não são definidas para esses casos. Este pensamento reforça uma Álgebra, segundo a perspectiva de Cunha (1914), como uma ciência que vai além dos limites da Aritmética. Assim, o autor busca relacionar as operações com o conhecimento Aritmético já estabelecido e, no caso da soma e subtração, Cunha (1914, p. 18) apresenta que:

> Somma algebrica de duas quantidades que teem o mesmo signal, é a somma arithmetica dos seus valores absolutos, dando-se ao resultado o signal comum; somma algebrica de duas quantidades que teem signaes contrarios, é a differença arithmetica dos seus valores absolutos, dando-se ao resultado o signal do maior. [...] Subtração algebrica é a operação pela qual, sendo dadas duas quantidades, se acha uma terceria, que sommada algebricamente com a segunda reproduz a primeira.

No caso da subtração, como podemos notar na citação anterior, as operações passam a ser resolvidas a partir da ideia de operações inversas, mesmo que sem enunciar este fato. Isso ocorre uma vez que no exemplo "$(+2) - (+4)$", temos de descobrir o valor que somado a $+4$ determine o resultado $+2$, de modo que tal valor só pode ser -2 visto que $(+4) + (-2) = +2$. Assim, a operação que era uma subtração passa a ser resolvida como soma, que muitas vezes

---

[144] O autor retoma a discussão de elementos das "noções preliminares" nos livros I, II e III da obra.

obedece aos limites da Aritmética. Não seria o caso de "$(-4)-(+2)$", pois o número que somado a $+2$ que gera -4 deve ser -6, que não é uma operação aritmeticamente possível.

A partir das operações que definiu como algébricas, Cunha (1914) determina como se deve operar com termos algébricos, o que ocasiona na definição de regras de sinais para as a soma, depois para a subtração e, por fim, para multiplicação/divisão.

Quadro 31 – Regras de sinais definidas por Cunha (1914).

Soma	Subtração	Multiplicação/Divisão
$(+a)+(+b)=a+b$	$(+a)-(+b)=a-b$	+ multiplicado/dividido por + dá +
$(+a)+(-b)=a-b$	$(+a)-(-b)=a+b$	$-$ multiplicado/dividido por $-$ dá +
$(-a)+(+b)=-a+b$	$(-a)-(+b)=-a-b$	+ multiplicado/dividido por $-$ dá $-$
$(-a)+(-b)=-a-b$	$(-a)-(-b)=-a+b$	$-$ multiplicado/dividido por + dá $-$

Fonte: Elaborado a partir de Cunha (1914).

O autor usa das duas primeiras colunas para determinar uma regra de sinais para cada operação e que, talvez, possibilitasse compreender a regra apresentada na terceira coluna. Para a soma, por exemplo, Cunha (1914, p. 21) indica que "para sommar dois monomios basta escrevel-os um adiante do outro com seus respectivos signaes", o que poderíamos traduzir como "o sinal positivo não altera o sinal do monômio". Já para a subtração, o autor apresenta que "para subtrahir um monomio de outro, temos de escrever o monomio subtractivo com o signal trocado adiante [depois] do outro monomio" (CUNHA, 1914, p. 22, grifo nosso) e que poderia ser compreendido como "o sinal negativo troca o sinal do monômio".

No último capítulo sobre operações, intítulado "Transformações de fracções", o autor aborda as operações com esses termos e, dentre elas, devemos ressaltar que o autor inicia a discussão apresentando um teorema que diz que "Uma fracção algebrica não muda de valor, quando se multiplicam ou dividem ambos os termos pela mesma quantidade" (CUNHA, 1914, p. 57). Essa propriedade merece destaque por ser uma ferramenta que posteriormente é utilizada para a resolução de equações, algo que Cunha (1914) já realizou nas "noções preliminares".

No livro II, sobre "Equações do primeiro grao", o autor inicia sua abordagem a partir de conceitos que envolvem igualdade, como a definição de equação. Cunha (1914, p. 67) denota esta como "uma igualdade que envolve uma ou mais quantidades desconhecidas, e que só se verifica quando attribuirmos valores particulares a essas quantidades". No entanto, o autor não estabelece relação da equação e determinação de um valor desconhecido com a ideia da balança, por exemplo. Este aspecto reforça que a abordagem adotada talvez não visasse um ensino mais elementar/introdutório de Álgebra, um fator que pode ter sido fundamental para que a obra não fosse indicada diretamente para a sala de aula da Escola Complementar catarinense.

Em relação às incógnitas, Cunha (1914) segue os preceitos da época ao explicitar que essas são representadas pelas últimas letras do alfabeto. Outra característica importante é o fato de que o autor vincula o uso da incógnita ao valor desconhecido em uma equação. Com isso, é estipulada uma relação de dependência da incógnita apenas com equações, e não com expressões algébricas e, assim, este elemento se constitui no ensino a partir da ideia de determinar um valor desconhecido, e não como um objeto abstrato ou uma variável.

As equações com a mesma solução são chamadas de equações equivalentes pelo autor e, ao adentrar a resolução de equações do 1º grau, este explicita que realizar a soma, subtração, multiplicação ou divisão[145] dos dois membros da equação pelo mesmo número obtém-se uma nova equação que é equivalente à primeira. O autor usa desses princípios para resolver equações do 1º grau, inclusive dizendo que "Qualquer termo de uma equação póde passar de um membro para o outro" (CUNHA, 1914, p. 70), o que nos enaltece uma resolução não por meio de fórmulas, como se observou na abordagem de *equidifferença* e proporção (na seção 5.3.1), mas sim, pelo uso de um raciocínio algébrico via operações inversas e através de um roteiro/regra:

> Regra: para resolver uma equação do primeiro grao em uma incognita, devemos: 1.º desembaraçar a equação de denominadores [eliminar denominadores]; 2.º transpor para um membro todos os termos que contêem a incognita, e para o outro todos os termos conhecidos; 3.º fazer a reducção dos termos similhantes; 4.º dividir ambos os membros pelo coefficiente da incognita (CUNHA, 1914, p. 75-76, adição nossa).

Figura 32 – Resolução de uma equação do 1º grau seguindo a regra.

Appliquemos a regra aos seguintes exemplos:

$$\frac{3}{20}+\frac{x}{4}-2x=\frac{x+3}{6}$$

Desembaraçado de denominadores, para o que é necessario multiplicar ambos os membros por 60, menor multiplo dos denominadores, será

$$9+15x-120x=10x+30;$$

transpondo para o primeiro membro todos os termos em x, e para o segundo todos os termos cenhecidos, teremos

$$15x-120x-10x=30-9$$

e reduzindo

$$-115x=21;$$

dividindo por $-$ 115 obteremos finalmente

$$x=-\frac{21}{115}$$

Fonte: elaborado a partir de Cunha (1914, p. 76).

---

[145] Cunha (1914) ressalta que no caso da divisão o número não pode ser zero.

Como é possível notar, o processo é muito semelhante ao observado nas “Noções preliminares”, na Figura 31. Outro elemento da abordagem do autor é a utilização da prova real como forma de mostrar que a solução obtida está correta, logo depois da solução.

No que tange à abordagem de sistemas de equações, Cunha (1914) discute os métodos: de eliminação por substituição; de eliminação pela redução ao mesmo coeficiente; e, eliminação por comparação[146]. Esses processos, respectivamente, usam da ideia de: isolar uma variável em uma equação e substituir em outra; multiplicar as equações por constantes de modo a obter coeficiente comum em alguma variável e posterior soma/subtração destas para reduzir o número de incógnitas; isolar uma mesma variável em todas as equações para então comparar os termos obtidos do outro lado da igualdade. Os sistemas de ordem qualquer também são abordados, havendo exemplos com até 4 equações e variáveis. Além disso, o autor também se debruça sobre casos em que há mais equações que variáveis; casos de impossibilidade; e, de indeterminação, sendo que, no último, deixa a compreender que as soluções são conjuntos de números. É possível notar que, neste trecho da obra, assim como em diversos outros, a abordagem adotada é ampla e mais completa, o que parece fugir ao propósito de uma Álgebra para o ensino complementar que visasse à aprendizagem dos elementos dessa ciência.

Em meio às discussões acerca das equações do 1º grau, Cunha (1914) apresenta ainda um capítulo sobre a solução de problemas do 1º grau. Entre os tópicos abordados, observamos que o autor discute os números negativos e as soluções infinitas[147]. O primeiro tema é iniciado a partir da apresentação e demonstração de um teorema que permite compreender que, se uma equação possui solução negativa, então uma segunda equação, em que as constantes da incógnita têm sinal oposto da equação original, tem solução com mesmo valor e sinal positivo, ou seja, se $ax = b$ possui solução negativa, então a equação $-ax = b$ tem solução positiva e com valor igual ao módulo da solução inicial. Isso permite que certas equações vinculadas a problemas que não admitiam solução negativa, pudessem ser reelaboradas de modo a obter uma solução positiva, caso fosse possível. Cunha (1914) apresenta então um problema:

> Duas torneiras lançam agua n’um tanque, que tem na parte inferior um tubo de esgoto. A primeira torneira é capaz de encher o tanque em 11 horas, a segunda em 9, e o tubo dá vasão a 19 metros cubicos de liquido por hora. Sabe-se que estando abertas simultaneamente as torneiras e o tubo, o tanque enche-se em 4 horas. Pergunta-se qual é a capacidade do tanque? (CUNHA, 1914, p. 139).

[146] Nas seções 3.2.1.1 e 3.2.2, vimos que esses métodos para resolução de sistemas de equações aparecem também nos programas de Escolas Complementares e Normais da época. Já na seção 5.1 observamos que os programas catarinenses não especificam os métodos, apenas indicam “métodos de eliminação”.

[147] Segundo o autor, as soluções infinitas também evidenciam impossibilidade de solução, que em algumas situações enaltecem o fato de que algo assumido no problema na verdade não ocorre. O exemplo, apresentado pelo autor, traz uma das poucas imagens do livro, que são utilizadas em problemas envolvendo Geometria.

Ao estipular uma equação para o problema e a resolver, o autor encontra a solução de -396 metros cúbicos, o que seria impossível, visto que "A natureza do problema exige uma solução em números positivos" (CUNHA, 1914, p. 140). Contudo, o autor discute que a aplicação do teorema, para que o problema tivesse solução possível, leva a uma mudança na equação e, consequentemente, o próprio enunciado do problema deveria ser reformulado (para que a nova equação refletisse seus dados). Com isso, em vez de um tubo que dá vazão a 19 metros cúbicos, Cunha (1914) indica que o tubo deveria fornecer essa quantidade de água, fazendo com que a solução do problema fosse 396 metros cúbicos. Isso é apresentado como um princípio, indicando que, em geral, da solução negativa se conclui que o problema é impossível e que a mudança na equação, que acarreta mudança no enunciado, pode corrigir isso.

No entanto, o autor destaca que há numerosas exceções para isso. Para esclarecer, Cunha (1914) traz dois exemplos em que as incógnitas denotam distância física ou período de tempo, no que determina princípios a partir desses problemas. De forma resumida, o autor indica que no caso de solução negativa deve-se assumir como resposta o seu valor positivo e contar no sentido contrário ao suposto no processo de resolução do problema, algo semelhante ao apresentado por Clairaut (1801). Isso seria possível uma vez que distância a um ponto e intervalos de tempo seriam medidos em duas direções. A seguir temos um exemplo abordado:

Figura 33 – Problema com solução negativa e sua interpretação positiva.

166. Problema. *Um pae tem 42 annos em 1850, seu filho 22. Em que epocha a idade do pae é dupla da do filho?*

Representa x o numero de annos decorridos deste 1850 até á epocha pedida.

x annos depois de 1850 a idade do pae é $42+x$, e a do filho $22+x$; conforme o enunciado será

$$42+x=2\,(22+x)$$

d'onde se deduz

$$x=-2.$$

Para interpretar esta solução negativa notemos que, quando pozemos o problema em equação, suppozemos que a epocha pedida era posterior a 1850, e nada nos auctorisava a fazer esta hypothese. Portanto o resultado negativo póde provir, ou de ser impossivel o problema, ou de ser falsa a hypothese. Para esclarecer este ponto, recorramos á equação do problema, e mudemos o signal dos termos em que figura a incognita. Temos assim a nova equação

$$42-x=(22-x) \qquad (10)$$

cuja raiz será (n.º 160) $\quad x=2.$

Fonte: Elaborada a partir de Cunha (1914, p. 143).

Isso levaria ao fato de que os 2 anos deveriam ser contados a partir de 1850, mas não para o futuro, de modo que a resposta seria 1848. Cunha (1914) também destaca que há outras variáveis de um problema que podem assumir valores negativos e não caracterizar impossibilidade, como é o caso das temperaturas e latitudes geográficas. Assim, o autor apresenta, no que se refere às soluções negativas[148] em problemas, que:

> 1.º quando as incógnitas representam grandezas susceptíveis de serem contadas em sentidos oppostos, os valores positivos correspondem a um sentido, os valores negativos ao sentido contrário; 2.º, quando as incógnitas não representam grandezas susceptíveis de serem contadas em sentidos oppostos, a solução negativa indica impossibilidade no problema (CUNHA, 1914, p. 145).

Cunha (1914) conclui que "pelas considerações expostas [...] se reconhecem bem as vantagens que se tiram de admitir na algebra as quantidades negativas", o que deixa clara a proposta do autor de uma Álgebra que vai além das barreiras impostas pela Aritmética, fazendo bom uso do conhecimento que se obtém nesse processo.

Enfim, no Livro III, o autor apresenta as "Equações do 2º grau". Antes mesmo de adentrar essas equações, o autor desenvolve discussões que seriam necessárias para o conteúdo, como: demonstra que a raiz quadrada de um número positivo assume dois valores, que possuem apenas os sinais contrários; expõe que a raiz quadrada de um número negativo é um número imaginário[149] e que, portanto, não há valores reais que elevados ao quadrado gera o valor negativo; evidencia propriedades de potenciação e radiciação.

Referente à abordagem de equações do 2º grau, Cunha (1914) inicia apresentando a equação de forma generalizada na forma $x^2 + px + q = 0$, algo semelhante ao realizado por Clairaut (1801). A partir disso desenvolve o raciocínio que leva à estruturação de uma fórmula para determinar as soluções da equação, por meio do completamento de quadrados, e passa a aplicá-la diretamente em uma gama de exemplos. Nas resoluções, o autor inicialmente manipula as equações para que estas tenham a forma generalizada e então se utiliza da fórmula para determinar os valores desconhecidos. Devido a estes aspectos, o uso das operações inversas se torna mais pontual quando se trata da resolução de equações do 2º grau.

O autor passa então a discutir aspectos teóricos a respeito dessas equações, como os casos em que existem raízes reais ou imaginárias, ou ainda que a equação pode ser escrita como o produto de monômios, utilizando suas raízes. Cunha (1914) perpassa também o processo de determinação das soluções de equações que são redutíveis às de 2º grau, como é o caso de

---

[148] O autor também aborda a presença de números negativos em enunciados de problemas, mas o faz a partir de um exemplo sem utilizar valores numéricos.

[149] O autor, inclusive, apresenta uma seção intitulada "calculo dos imaginários" (CUNHA, 1914, p. 202), em que define o termo $i = \sqrt{-1}$, a propriedade das potências de i, operações e o conjugado de um número imaginário.

equações irracionais e biquadradas, finalizando suas discussões abordando ainda sistemas e problemas que envolvem, ou determinam, equações do 2º grau. Mais uma vez, vemos elementos que não são expostos nos programas da Escola Complementar, além de uma abordagem mais aprofundada do que elementar dos conteúdos, o que pode ter sido essencial para que a obra não fosse indicada para o uso em sala de aula.

Ainda, na abordagem de equações quadráticas, é possível observar que nos problemas, por exemplo, há aplicação dos conteúdos em proporções, sendo que a solução segue o processo de determinar uma equação do 2º grau e, em seguida, aplicar os métodos demonstrados pelo autor para obter as soluções. Isso denota que, sob a perspectiva do autor, a abordagem de proporções não era utilizada como forma de ensinar a resolver equações, ou ensinar Álgebra, mas sim, como exemplificação da aplicação do conhecimento algébrico.

- **A obra de FIC: *Elementos de Algebra com numerosos exercicios***

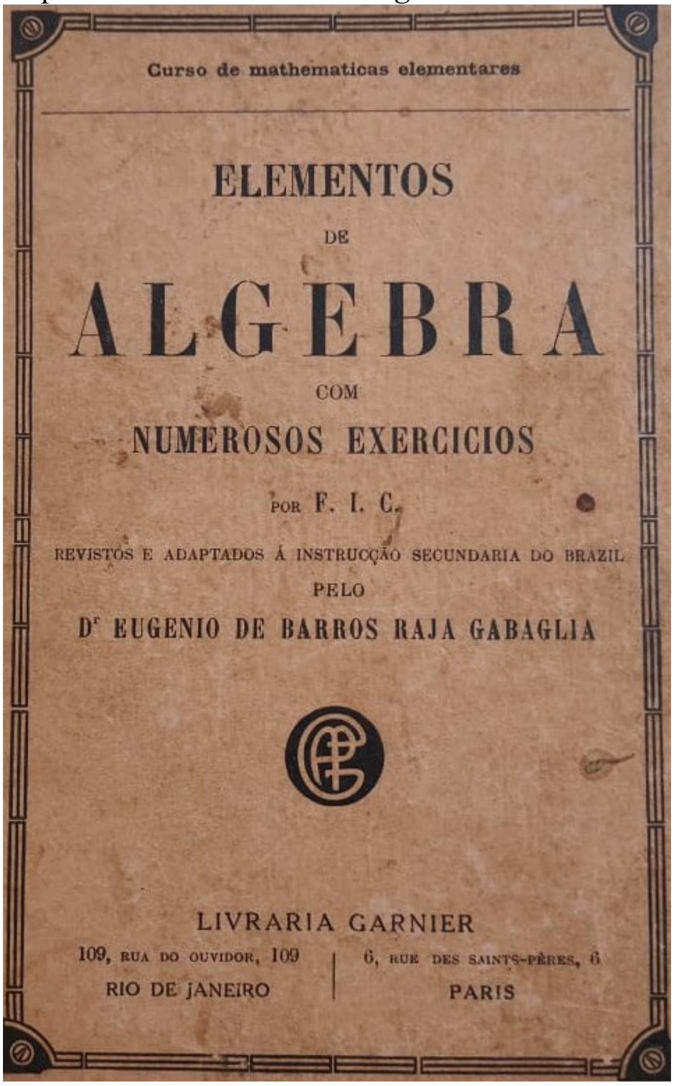
A obra indica, na capa, ser parte de um "Curso de mathematicas elementares" e ter sido revisada e adaptada para a instrução secundária no Brasil, o que pode ser o primeiro indício do motivo de sua indicação ser voltada apenas para exercícios, no ensino complementar catarinense. Ainda, na capa, é possível observar que esta foi elaborada pela FIC e distribuída pela Livraria Garnier[150], sendo a última da França e com endereços no Rio de Janeiro e em Paris. A respeito da Garnier, Hallewell (2012) aponta que, a partir da primeira década do século XX, até os últimos dias da livraria em 1934, as impressões feitas passaram a não ser mais datadas, como é o caso da obra analisada. A esse favor, o jornal carioca "Semana Esportiva", de 03 de fevereiro de 1900, indica que a coleção do "Curso de mathematicas elementares" estaria entre as últimas publicações da Livraria Garnier, dentre eles explicitado o "Elementos de algebra"[151], o que reforça que a obra é do início do século XX.

---

[150] Segundo Hallewell (2012), no início do século XX, a livraria estava se reestabelecendo com nova gerência e prédio, pensado por arquitetos franceses, no Rio de Janeiro. Encontramos divulgação de que a livraria podia enviar seus exemplares para os leitores, de forma que há nisso um movimento para facilitar a circulação do material distribuído. Além disso, conseguimos constatar também que a Livraria Garnier publicou outros livros de matemática, como o "Curso elementar de mathematicas" de Aarão Reis. Tais informações foram obtidas, respectivamente, a partir de: http://memoria.bn.br/DocReader/705934/3301; http://memoria.bn.br/DocReader/236403/4498. Acesso em: 30 nov. 2021.

[151] Disponível em: http://memoria.bn.br/DocReader/828599/60. Acesso em: 08 dez. 2021.

Figura 34 – Capa do livro *Elementos de Algebra com numerosos exercicios*.



Fonte: Elaborada a partir de FIC (s.d.).

O prefácio aponta que o conteúdo da obra traria "conhecimentos algebricos que constituem geralmente o curso secundário e são exigidos para os exames de admissão às escola superiores" (FIC, s.d., p. VII), indicando, mais uma vez, um dos possíveis motivos de a obra não ser indicada para a sala de aula da Escola Complementar. O texto continua apontando que o manual seria distribuído em cinco partes (capítulos), sendo que os quatro primeiros perpassam

> [...] o calculo algébrico, as equações do primeiro e do segundo gráo, os máximos e mínimos, as progressões, os logarithmos, os juros compostos, etc. O quinto trata das caixas econômicas, do credito predial, das probabilidades, das rendas vitalícias, etc.
> Poz-se em appendice certas perguntas que não costumam estar compreendidas nos programas officiaes, [...]: noções sobre as representações graphicas das funcções algébricas, o binomio de Newton, os logarithmos considerados como expoentes, e a somma das pilhas de balas (FIC, s.d., p. VII).

Os temas acima ficam organizados em capítulos da seguinte forma: "calculo algebrico"; "equações do primeiro gráo"; "equações do 2º gráo"; "progressões, logarithmos, juros compostos, annuidades"; a quinta parte não possui título, sendo suas seções sobre "Das probabilidades" e "Rendas vitalicias". Há ainda um apêndice, intitulado "questões diversas", em que a editora aborda conteúdos que avançam para uma Álgebra de funções. Como os programas da Escola Complementar, seja de Santa Catarina ou de outros estados, nossas análises não foram além da parte três. Além disso, os tópicos abordados nas partes quatro, cinco e no apêndice reforçam que, mesmo a obra sendo intitulada como "Elementos de Álgebra", seu texto vai muito além do que se pensava para uma Álgebra do ensino complementar.

Assim, mesmo que a obra tenha sido indicada apenas para exercícios, a análise do seu conteúdo permite a busca por indícios do motivo dessa escolha, bem como para observar a abordagem adotada, de modo a contrapor o conteúdo com os exercícios apresentados, além de constituir mais uma perspectiva em relação à abordagem do ensino de Álgebra. Dessa forma, adentrando à introdução do conteúdo, intitulado "Preliminares", observamos que o livro indica que a Álgebra teria como fim "generalisar todas as questões que se pódem propôr sobre as quantidades", por meio do uso de "letras que medem as quantidades, e empregando-se signaes que indicam as operações a effectuar ou as relações entre as grandezas" (FIC, s.d., p. 1). Indo ao encontro do discurso da época, a obra ainda aponta que as primeiras letras do alfabeto fariam referência às quantidades conhecidas e, as últimas, às "desconhecidas ou incognitas".

A obra segue apresentando os sinais e, assim como observamos em Cunha (1914), é dado ênfase às diversas notações para operações como a multiplicação e divisão. Após definir esses e outros elementos iniciais da Álgebra, alguns aspectos nos saltam aos olhos na abordagem das operações envolvendo termos algébricos: não há associação, como se observou em artigos da revista "A Escola Primaria", dos termos algébricos com objetos reais para facilitar o processo de compreensão de contagem; a subtração já apresenta a ideia de que, se desejamos subtrair "$-c$" de "a", ou seja, $a-(-c)$, então o resultado será $a+c$, o que faz referência implícita à regra de sinais. Em relação à segunda observação, ainda é destacado que na subtração de um polinômio, o mesmo deveria ser "fechado" em um parêntesis e na remoção desse, "mudam-se os signaes dos temos que ele contém" (FIC, s.d., p. 8). Posteriormente, nas páginas 11 e 16, o livro explicita a regra de sinais no desenvolvimento de multiplicações e divisões, envolvendo termos algébricos, do mesmo modo que foi realizado por Cunha (1914), e que pode ser observado na terceira coluna do Quadro 31.

A obra continua apontando que, geralmente, uma subtração em que o termo subtraindo for maior que os outros, com base na Aritmética, não seria possível. No entanto, ainda na introdução, é possível constatar que entre os exercícios temos o cálculo do valor numérico de expressões algébricas. Em meio a estas atividades, é solicitado que seja determinado o valor da expressão $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ para $a = 2$ e $b = 5$, de forma que o resultado seria -27. Esta atividade, ainda na página 5 do livro, traz um primeiro indício de que a editora ressalta o limite da Aritmética, mas que não buscou limitar a abordagem da Álgebra a esta.

Ao retornarmos às discussões sobre a subtração, o texto segue dizendo que

> Mas como a Algebra tem por fim generalisar, não se admitte que hajam operações que se possam effectuar em certos casos e não se possam fazer n'outros; e está-se de accordo em applicar as regras do calculo a todas as quantidades, quaesquer que sejam os valores attribuidos ás letras.
> [...] Por conseguinte, as operações algebricas tanto se fazem sobre os numeros negativos isolados ou fazendo parte d'um polynomio, como sobre numeros positivos.
> [...] O valor numérico d'um polynomio é a differença que existe entre a somma dos seus termos positivos e a dos seus termos negativos. Essa differença póde ser positiva, negativa, ou mesmo nulla (FIC, s.d., p. 9).

Este, contudo, não é o único momento em que números negativos são discutidos no material. Há uma seção, na página 85, com o título "Interpretação dos valores negativos achados na resolução d'um problema. – Varios casos de impossibilídade e de indeterminação". Nela, inicia-se dizendo que valores negativos poderiam ser interpretados em diversos casos, tomando como base o princípio formulado por Descartes: "Quando uma grandeza póde ser contada em dois sentidos oppostos, se concordarmos em considerar como positivas as grandezas contadas n'um sentido, será então preciso considerar como negativas as grandezas contadas no sentido contrario" (FIC, s.d., p. 86). A obra segue apresentando exemplos em que a solução poderia ser negativa e como estes casos deveriam ser interpretados, além de discutir problemas em que a solução negativa não poderia ser considerada como possível devido à situação apresentada. Podemos notar que a abordagem é muito semelhante à de Cunha (1914), por mais que este não tenha explicitado o princípio de Descartes, uma vez que as duas obras assumem que, em alguns casos, as soluções negativas podem indicar a impossibilidade do problema e, em outros, essa solução apenas precisa ser "contada" na direção contrária a que se assumiu na resolução. Assim como Cunha (1914), FIC (s.d.) também traz exemplos com soluções negativas em que a incógnita está atrelada à distância física ou intervalo de tempo. Com isso, fica explícita a abordagem da editora de que esta Álgebra, bem como seus exercícios, não se submetem às limitações da Aritmética, visando a generalização dos processos desenvolvidos na mesma.

Avançando para a multiplicação de expressões algébricas, é dado ênfase a alguns casos, que hoje chamamos de produtos notáveis, e que a obra caracteriza como "formulas importantes", indicando que "convém decorar" essas igualdades (FIC, s.d., p. 14). Posteriormente, esses produtos são utilizados para mostrar que, elevar ambos os lados de uma igualdade ao quadrado, pode gerar soluções que a primeira igualdade não admitia, como mostra a Figura 35.

Figura 35 – Exemplo de como a potência pode alterar as soluções da equação.

Seja com effeito $x = A$

elevemos ao quadrado:

$$x^2 = A^2$$

ou $x^2 - A^2 = 0$

ou ainda $(x + A)(x - A) = 0$

Vê-se que a nova equação contém não sómente a solução $x = A$ da primeira, mas ainda a solução $x = -A$.

Fonte: Elaborada a partir de FIC (s.d., p. 46).

A regra de sinais e os números negativos não são os únicos elementos que chamam nossa atenção na abordagem das operações. Logo na introdução ao conteúdo de frações, na página 26, é possível observar o uso explícito de operações inversas ao indicar que a fração a sobre b igual ao quociente q poderia ser transformada em $a = bq$, e que esta, por sua vez, poderia ser reescrita como $am = bmq$ uma vez que seria possível multiplicar “os dois membros d’esta [...] igualdade por uma mesma quantidade”. Tal perspectiva volta a figurar amplamente em meio à abordagem de resolução de equações e sistemas de equações, no que são apresentados princípios que podem ser traduzidos nas seguintes ideias: operações podem ser realizadas em uma equação, desde que em ambos os lados e com o mesmo valor; um termo pode “passar” (termo que é utilizado na obra) de um lado da igualdade para o outro desde que seja escrito do outro lado com a operação oposta. Tais pressupostos são posteriormente aplicados na resolução de exemplos de equações.

A partir disso, FIC (s.d., p. 42) determina para o leitor que uma igualdade seria “uma expressão de duas quantidades que têm o mesmo valor” e, com isso, uma equação seria uma “igualdade em que entram quantidades incógnitas”, indicando que a igualdade só se verifica para certos valores da incógnita. Aqui, bem como observamos em Cunha (1914), o autor não atribui qualquer relação da equação com a ideia da balança, indo contra às concepções de uma Álgebra elementar levantada por Reis (1918a, 1918b).

No que tange à abordagem de sistemas de equações do 1º grau, a obra inicia apresentando princípios que denotam a possibilidade de substituir as equações do sistema por uma nova equação obtida pela soma/subtração de equações, e isolar uma incógnita do sistema em função das outras para substituir nas outras equações. Estas propriedades são usadas nos métodos de resolução, no que o livro enuncia e apresenta exemplos dos mesmos métodos vistos em Cunha (1914), ou seja, eliminação por substituição, eliminação por comparação e "eliminação por meio de reducção do mesmo coefficiente" (FIC, s.d., p. 55). Há ainda uma nota, em meio ao texto, que apresenta um quarto método, a eliminação pelo método de Bezout/dos coeficientes indeterminados.

Ainda no âmbito dos sistemas lineares, são abordados também os casos com "n equações do 1º gráo a n incognitas" (FIC, s.d., p. 59), no que se observa a resolução de sistemas até a ordem 4. Mais a diante, é discutido na obra o processo de obtenção de fórmulas para a solução de sistemas lineares de ordem 2 e 3, com base em sistemas genéricos. Tal aproximação ressalta um ensino de Álgebra mais avançado do que o pretendido no ensino complementar catarinense, o que se constitui como mais um indício do motivo da obra ter sido indicada apenas para exercícios nesse grau escolar.

Nesse processo de determinação de um valor desconhecido, a obra aponta que incógnitas podem assumir um ou mais valores, algo que, nesse ponto, já era esperado, uma vez que o material aborda equações do 2º grau e assume a existência de solução quando esta toma a forma de números negativos. Outro elemento que ganha destaque, ao lançarmos olhar para o desenvolvimento de resoluções de equações do 1º grau, é o fato de que a discussão da solução de tais equações menciona o caso em que na expressão $ax = b$, quando $a = 0$, não haveria valor finito para a solução e que a divisão de b por zero seria ∞ (infinito) ou $-\infty$ (menos infinito), caso b fosse positivo ou negativo, respectivamente.

Bem como Cunha (1914), FIC (s.d.) inicia o capítulo sobre equações do 2º grau apresentando uma gama de definições e propriedades referentes à potenciação e radiciação. Em seguida é caracterizado e apresentado um exemplo numérico de equação do 2º grau, diferenciando também o que seria uma equação completa e incompleta. No caso das equações incompletas, são apresentados os processos para obtenção das raízes usando o que foi abordado anteriormente no livro, como o uso de operações inversas e a decomposição da equação. Já no caso da equação completa, a obra apresenta a forma geral da equação e desenvolve o raciocínio que leva à fórmula para a solução, algo muito semelhante ao que vimos em Cunha (1914).

Algumas características da abordagem do conteúdo de equações do 2º grau também chamam atenção, uma vez que a obra expõe: a abordagem de números imaginários[152]; soma e produto para compreender a relação das soluções com as constantes da equação; a resolução de equações biquadradas; bem como, a discussão sobre máximos e mínimos. O livro traz discussões semelhante às de Cunha (1914) ao abordar a "discussão da fórmula" da solução da

---

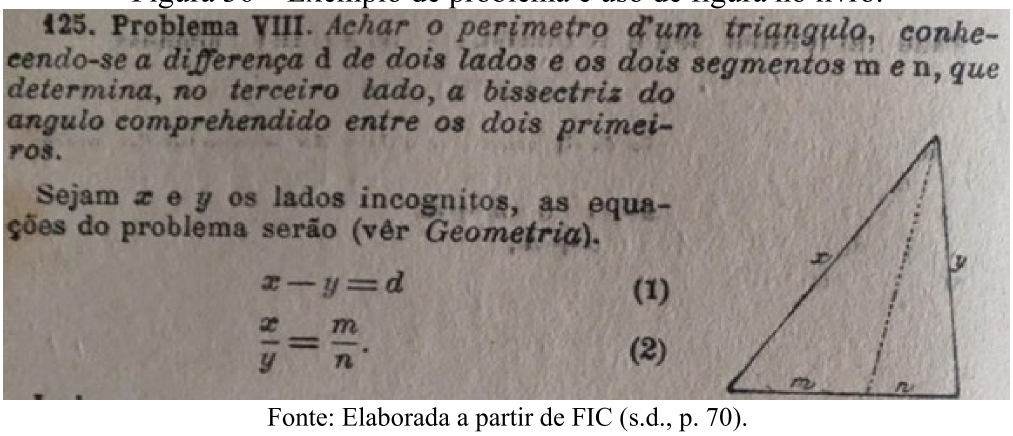
[152] Aqui também observamos a notação $\sqrt{-1} = i$, bem como operações envolvendo complexos. Contudo, mesmo sendo utilizada a ideia de conjugado na divisão, este elemento não é definido para o leitor.

equação do 2º grau, mas o faz de modo diferente. Nesta parte, toma-se por base o que hoje chamamos de discriminante, ou seja, o termo $b^2 - 4ac$, e disso apresenta os casos em que há uma ou duas soluções reais, ou raízes imaginárias, sendo que para estas últimas é indicado apenas que não há valor positivo ou negativo em que se verifica a igualdade da equação, mas não são explicitados exemplos. Ainda nesse capítulo, são apresentados os sistemas de equações que perpassam equações do 2º grau. A abordagem de tais temas e adoção das perspectivas para a discussão de equações reforça, mais uma vez, que o motivo pelo qual tal obra talvez não tenha sido adotada para o ensino de conteúdos na Escola Complementar em Santa Catarina, uma vez que possuía um viés mais avançado de Álgebra.

Os exercícios ao longo do livro, que são deixados sem resolução, trazem aplicações diretas do conteúdo, de modo que não são enunciadas atividades do tipo problema, de modo que o uso da obra ficaria limitado à resolução de questões do tipo calcule, efetue, resolva etc. No entanto, em meio à abordagem do conteúdo são observados problemas que servem de exemplo e trazem contextualização para a aplicação do que foi apresentado. Inclusive, o texto utiliza de diversos problemas da geometria nesse processo. Porém, como a obra não seria utilizada para a abordagem dos conteúdos no ensino complementar catarinense, podemos concluir que seu uso estaria focado em atividades de resolução imediata. Com isso, a adoção do livro para exercícios de Álgebra vai à contramão das indicações da época, em que diziam que a introdução desta ciência nos primeiros anos escolares teria como propósito facilitar a resolução de problemas complexos da Aritmética.

Quanto ao uso de imagens e figuras no material, as únicas figuras do livro são referentes aos problemas, em meio ao conteúdo, que envolvem geometria. Desse modo, assim como não há associação entre equação e a ideia da balança, não há figuras nessa perspectiva.

Figura 36 – Exemplo de problema e uso de figura no livro.



125. Problema VIII. *Achar o perimetro d'um triangulo, conhecendo-se a differença* d *de dois lados e os dois segmentos* m *e* n, *que determina, no terceiro lado, a bissectriz do angulo comprehendido entre os dois primeiros.*

Sejam x e y os lados incognitos, as equações do problema serão (vêr *Geometria*).

$$x - y = d \qquad (1)$$

$$\frac{x}{y} = \frac{m}{n}. \qquad (2)$$

Fonte: Elaborada a partir de FIC (s.d., p. 70).

Por fim, é importante destacar que a obra apresenta também o ensino de razão e proporção e que este difere muito do observado nos livros de Aritmética na seção anterior, não sendo utilizados para determinar valores desconhecidos, mas sim por suas propriedades para divisibilidade/simplificação. Uma vez que, métodos para a resolução de equações do 1º e 2º graus são discutidos, não teria sentido apresentar formas diferentes para determinar o valor desconhecido em uma proporção, de modo que tal aplicação não figura no livro. Isso reforça, novamente, nossa conclusão de que a abordagem de *equidifferenças* e proporções, em livros de Aritmética, não se constituía como um ensino intencional e explícito de Álgebra.

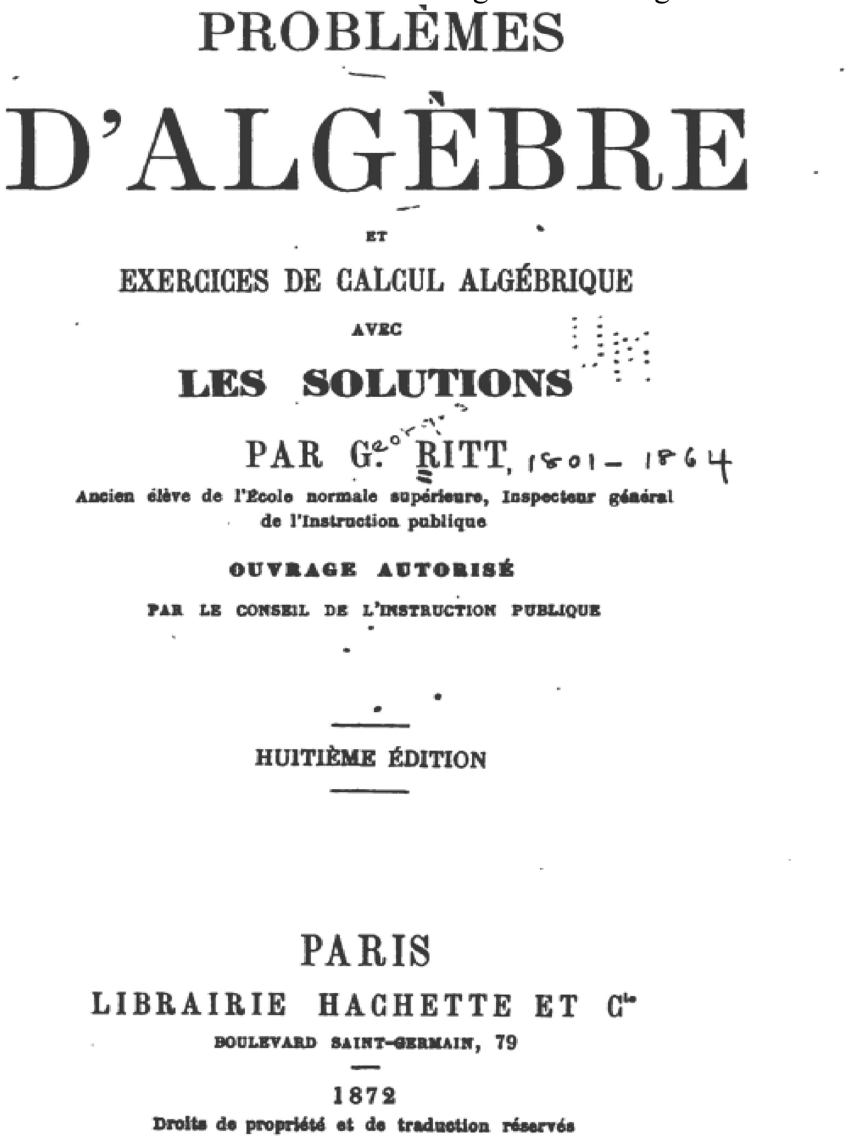
- **A obra de Georges Ritt: *Problèmes D'Algèbre et exercices calcul algébrique* (*Problemas de Álgebra e exercícios de cálculo algébrico*)**

O primeiro elemento da obra de Ritt (1872) que ganha destaque, e que é apresentado antes da folha de rosto com as informações sobre a mesma, é uma "autorização universitária" referente ao pedido do autor para a adoção de sua obra na instrução universitária da França. O livro indica que esse é um trecho de uma carta enviada ao autor e, em seu conteúdo, apresenta que o conselho de instrução pública o analisou e autoriza o seu uso.

Já na capa da oitava edição, a que tivemos acesso, é possível observar que o autor é apresentado como graduado da Escola Normal Superior e inspetor geral da instrução pública. O "Jornal do Commercio"[153], do Rio de Janeiro, de 07 de janeiro de 1902, traz ainda uma pequena nota em que aponta que o autor seria cônsul da capital francesa e que teria recebido o grau de "cavaleiro da Legião de Honra" pelo governo daquele país. O livro, produzido em Paris, foi distribuído pela "Librarie Hachette et C.". Há ainda a informação de que nele há soluções, algo que também pode ser observado no sumário ao fim da obra, no qual consta que o texto é dividido em duas partes, sendo a primeira "Problemas de Álgebra e exercícios de cálculo algébrico" e a segunda "Soluções dos problemas de Álgebra e resultados dos exercícios de cálculo algébrico" (RITT, 1872, p. 394-395, tradução nossa).

[153] Disponível em: http://memoria.bn.br/DocReader/364568_09/3746. Acesso em: 02 fev. 2022.

Figura 37 – Folha de rosto do livro de Álgebra de Georges Ritt.



PROBLÈMES

D'ALGÈBRE

ET

EXERCICES DE CALCUL ALGÉBRIQUE

AVEC

LES SOLUTIONS

PAR Ge. RITT, 1801 – 1864

Ancien élève de l'École normale supérieure, Inspecteur général de l'Instruction publique

OUVRAGE AUTORISÉ

PAR LE CONSEIL DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE

HUITIÈME ÉDITION

PARIS

LIBRAIRIE HACHETTE ET Cie

BOULEVARD SAINT-GERMAIN, 79

1872

Droits de propriété et de traduction réservés

Fonte: Elaborada a partir de Ritt (1872).

No "Jornal do Commercio"[154], do Rio de Janeiro, de 11 de julho de 1885, há uma lista de livros sob o título "Mathematicas" em que a obra em francês está listada. Este é o primeiro indício que encontramos de sua menção no Brasil. Em 29 de agosto do mesmo ano, temos uma edição do jornal em que o livro, ainda em francês, é anunciado no lote 109, de um leilão[155]. Já em 10 de agosto de 1899, no mesmo jornal[156], outro leilão de livros é divulgado, sendo que agora é possível observar, no item 245, o título "Problemas de algebra" de G. Ritt. Tais elementos indicam não só a circulação do livro no âmbito brasileiro, no final do século XIX,

[154] Disponível em: http://memoria.bn.br/DocReader/364568_07/13252. Acesso em: 02 fev. 2022.
[155] Disponível em: http://memoria.bn.br/DocReader/364568_07/13584. Acesso em: 02 fev. 2022.
[156] Disponível em: http://memoria.bn.br/DocReader/364568_08/33045. Acesso em: 02 fev. 2022.

mas também a possível tradução da obra nesse período[157], o que denota sua relevância pela necessidade de uma versão em português. Todavia, não conseguimos descobrir qual foi a editora que veiculou a obra em nosso país ou se a obra que circulou era em francês.

Os tópicos abordados na primeira e segunda parte do livro são os mesmos, uma vez que a segunda parte traz os conteúdos e resoluções referentes à primeira. De forma abreviada, as seções em cada parte abrangem: valor numérico de expressões algébricas; operações algébricas; frações algébricas; equações do 1º grau e sistemas com essas equações; equações do 2º grau e sistemas que perpassam essas equações; tópicos mais avançados como análise combinatória, progressões, logaritmos, matemática financeira e equações de grau superior.

Na primeira parte da obra são expostos apenas enunciados de problemas e exercícios (do tipo calcule, efetue etc.), somando um total de 1261 atividades distribuídas em 159 páginas, e que são separadas pelos diversos temas das seções no sumário. É na segunda parte do livro que as respostas dos problemas são apresentadas, mas em cada tema, antes das soluções, a teoria atrelada ao conteúdo das tarefas é abordada rapidamente e sem aprofundamento. No entanto, é importante destacar que não são apresentados os processos de resolução das questões, apenas a resposta final. Deste modo, mesmo se configurando como uma obra voltada para exercícios e sendo tomada para esse propósito na Escola Complementar de Santa Catarina, ela ainda poderia servir como ferramenta auxiliar para o desenvolvimento do conteúdo atrelado aos exercícios. O fato de que a obra não se aprofunda no conteúdo e não traz resolução de exercícios, podem fazer parte do motivo da obra ter sido escolhida como referência para os exercícios no ensino de Álgebra e não como manual didático para essa instrução.

Inicialmente, ao apresentar o cálculo de expressões algébricas, Ritt (1872) solicita que se calcule o valor de expressões através da substituição das letras por números específicos. No conteúdo dessas atividades, o autor define o que são monômios, polinômios, coeficientes, os sinais de operações, da igualdade e de desigualdades. Aqui, a Álgebra ainda não é associada à ideia de equação e de determinar um valor desconhecido, apenas como um novo sistema para o desenvolvimento de operações. Adentrando as operações com termos algébricos, em alguns problemas é observada uma relação das letras com objetos reais, de modo distinto da proposta de Reis (1918a). Enquanto este relacionava a letra com um objeto para realizar as operações, como o caso de 2 penas ser representado por $2p$, Ritt (1872, p. 4) associa a letra com a quantidade de um objeto, por exemplo: “uma pessoa possui uma fortuna expressa por x”

[157] Outros livros do autor também podem ser observados no item 248 do segundo leilão, sendo todos em francês, o que, mais uma vez, mostra a presença do autor no Brasil e realça a presença da obra traduzida.

(tradução nossa). Contudo, já na soma é relevante o fato de que o autor indica que se um termo tem sinal positivo e o outro negativo, então "o menor valor deve ser subtraído do valor maior e, ao resto, deve-se dar o sinal do maior" (RITT, 1872, p. 162, tradução nossa). Isso permite que operações que resultam em termos algébricos negativos sejam realizadas sem que os números negativos tenham sido abordados. Enquanto isso, o autor indica que a operação de subtração muda os sinais do termo que irá subtrair, o que começa a instituir um conjunto de regras de sinais com o que foi apresentado na soma.

Na multiplicação, o autor apresenta um conjunto de regras para as operações possíveis:

> *Regra de sinais:* Se os monômios têm o mesmo sinal, o produto deve ter o sinal $+$; se eles não possuem o mesmo sinal, o produto terá o sinal $-$.
> *Regra dos coeficientes:* Multiplicamos os coeficientes numéricos como na Aritmética.
> *Regra das letras:* Se o multiplicando e o multiplicador são letras diferentes, escrevemo-las, uma ao lado da outra.
> *Regra dos expoentes:* Se as letras são iguais, a escrevemos uma única vez e damos como expoente a soma dos expoentes que elas têm no multiplicando e no multiplicador (RITT, 1872, p. 166, tradução nossa).

Na divisão um conjunto de regras semelhantes é enunciado e, em seguida, o processo de divisão de polinômios por chave é escrito, sem que seja apresentado um exemplo, apenas explicando seus passos. Essa divisão é posteriormente utilizada para simplificar frações algébricas por fatores comuns.

Ao iniciar a abordagem da resolução da equação do 1º grau, Ritt (1872) caracteriza a equação de modo semelhante ao visto nas outras obras analisadas, indicando que é uma igualdade de dois membros que possuem uma ou mais incógnitas. Como observado nas outras análises, esta obra também não relaciona a equação com a ideia de uma balança. Além disso, é a partir desse momento, principalmente, que a obra passa a associar a letra x a um valor que deve ser determinado, ou seja, uma incógnita.

Em seguida o autor indica que operações realizadas aos dois lados da igualdade determinam resultados iguais e, com isso, podemos

> 1º após reduzir ao mesmo denominador todos os termos da equação, suprimir este denominador, o que equivale a multiplicar os dois membros pelo mesmo número; 2º passar um termo qualquer de um membro para o outro, suprimindo o membro de onde ele estava, e escrevendo no outro com o sinal contrário; 3º mudar todos os sinais de uma equação, o que equivale a passar todos os membros de um membro para o outro; 4º suprimir nos dois membros os termos iguais e que possuem o mesmo sinal (RITT, 1872, p. 177, tradução nossa).

Estas regras se traduzem no que chamamos de operações inversas e são utilizadas pelo autor para resolver a equação do 1º grau $ax = b$. Ritt (1872, p. 178) diz, então, que a depender dos valores de a e b, x pode assumir valor positivo ou negativo, no que explicita que o primeiro caso é admissível e o segundo, indica uma incompatibilidade com o enunciado. Assim, até este tópico, mesmo tendo utilizado e operado com quantidades algébricas negativas, as soluções negativas são desconsideradas, limitando a Álgebra que ele determina a partir das perspectivas da Aritmética. Contraditoriamente, ou não, há um único exercício em que a solução é negativa, mas não há enunciado em que pudesse haver “incompatibilidade”.

Antes de apresentar a solução para os problemas envolvendo equações, Ritt (1872, p. 179-185) enuncia uma regra para “colocar o problema em equação”. Este é o primeiro trecho, da segunda parte do livro, em que o autor aborda o conteúdo referente aos exercícios de forma mais aprofundada, trazendo: exemplos; a construção das equações; a resolução das mesmas utilizando as operações inversas; e, em alguns casos, a prova real para a solução. Em termos quantitativos, são 26 exercícios do tipo “resolva a equação” e 168 problemas envolvendo equação do 1º grau, em um total de 194 atividades, que representam 15,4% dos exercícios.

Já nos sistemas lineares, o único método apresentado para obter a solução do sistema é o da substituição. Vale ressaltar que o último exercício do tipo “resolva o sistema” traz um caso com seis equações e seis incógnitas. De modo semelhante à abordagem de equações do 1º grau, Ritt (1872, p. 213-218) explica como os problemas devem ser postos em um sistema de equações e fornece exemplos do processo de solução, utilizando do método da substituição para resolver cada atividade. Dos 97 exercícios para o conteúdo, entre aqueles que possuem solução numérica e não literal, nenhum possui solução negativa. A dificuldade em elaborar esta gama de atividades que satisfaçam a condição de terem soluções maiores ou iguais a zero reforça a importância dada pelo autor ao dizer que soluções negativas refletem um problema de enunciado. O número de questões também nos permite observar que o “espaço” ocupado pelas equações do 1º grau e sistemas deste tipo de equação equivale a 23,1% do livro de Ritt (1872).

Durante o desenvolvimento do cálculo de raízes o autor elabora diversos exercícios que perpassam os números imaginários. Isso não ocorre ao acaso, visto que o título da seção é “Cálculo de radicais do segundo grau [raízes quadradas] reais ou imaginárias” (RITT, 1872, p. 74, tradução e adição nossas), mas nos faz indagar a presença dos números imaginários e a exclusão dos números negativos. Isso poderia se dar pelo fato de que os imaginários surgem como caso de solução em equações do 2º grau. No entanto, cabe ressaltar que o autor não apresenta nenhuma propriedade dos números imaginários, inclusive não define $i = \sqrt{-1}$.

Ritt (1872, p. 245) inicia a abordagem das equações do 2º grau de forma semelhante à de Clairaut (1801), inclusive utilizando a mesma equação $x^2 + px = q$. No entanto, seguindo a proposta até então observada na obra, o autor desenvolve a fórmula de modo muito mais superficial que Clairaut (1801) o faz em duas páginas.

Figura 38 – Desenvolvimento da fórmula das raízes da equação do 2º grau em Ritt (1872).

Ajoutez aux deux membres le carré de la moitié du coefficient de x, c'est-à-dire $\frac{p^2}{4}$, il viendra, en observant que $x^2+px+\frac{p^2}{4}$ n'est autre chose que le carré de $x+\frac{p}{2}$,

$$\left(x+\frac{p}{2}\right)^2=q+\frac{p^2}{4}.$$

Extrayant la racine carrée des deux membres, on obtient

$$x+\frac{p}{2}=\pm\sqrt{\frac{p^2}{4}+q},$$

équation du premier degré, qui donne

$$x=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{\frac{p^2}{4}+q}.$$

Fonte: Elaborada a partir de Ritt (1872, p. 245).

Através da fórmula é possível observar que o autor já considera o caso positivo e negativo ao extrair a raiz quadrada, algo que inicialmente é desconsiderado/esquecido por Clairaut (1801). Ritt (1872, p. 246) opta ainda por uma segunda perspectiva tendo como base a equação $ax^2 = b$, em que a solução apresentada é $x = \pm\sqrt{\frac{b}{a}}$. Ao discutir o caso positivo e negativo ao extrair a raiz, o autor assume que a solução pode admitir valor negativo, algo que até então era descartado/evitado. Além disso, diferentemente do que se observou com equações do 1º grau, nesta seção são enunciados apenas 30 exercícios do tipo "resolva as equações", o que se dá pelo fato de o autor apresentar problemas relacionados com o tópico mais à frente.

Para a solução de sistemas que perpassam equações do 2º grau, o autor mantém como método de solução, o da substituição. Diferentemente dos sistemas lineares, aqui observamos soluções negativas nos 20 exercícios de aplicação direta. A presença dos números negativos, a partir do conteúdo de equações do 2º grau, denota o que poderia ser: uma contradição do autor; ou que uma Álgebra das equações do 1º grau não superam as barreiras da Aritmética, mas a Álgebra das equações do 2º grau, sim; ou ainda, que uma Álgebra associada aos problemas veria as soluções negativas como um empecilho. Ao adentrar os problemas, Ritt (1872, p. 253) traz de uma única vez os problemas de equação do segundo grau e de sistemas que perpassam essas equações. Aqui é possível notar uma abordagem semelhante à utilizada nas seções de equações e sistemas de equações do 1º grau, em que o autor inicia dizendo como colocar um problema em equação e, em seguida, traz exemplos e problemas que são resolvidos passo a passo. Da abordagem seguem 56 problemas que envolvem os dois conteúdos.

O autor estrutura duas outras seções que também envolvem as equações do 2º grau, sendo elas: "problemas que podemos resolver através das equações do segundo grau, por meio de uma escolha adequada das incógnitas" (p. 271); "questões sobre o máximo e mínimo em que a solução depende da resolução de equações do segundo grau" (p. 285). Na primeira não são apresentados conteúdos, mas as soluções dos 25 problemas são mais detalhadas, apontando quais escolhas de substituição devem ser feitas para resolver o problema.

Figura 39 – Enunciado e resolução de um problema envolvendo escolha adequada.

750. Trouver deux nombres dont la différence multipliée par la différence de leurs carrés donne pour produit 160, et dont la somme multipliée par la somme de leurs carrés donne pour produit 580.

750. x **et** y **les deux nombres.**

Éq. $(x-y)(x^2-y^2)=160,$

$$(x+y)(x^2+y^2)=580.$$

Soit fait $\quad x+y=t, \quad xy=z,$

et les équations seront ramenées à

$$(t^2-4z)t=160, \quad (t^2-2z)t=580.$$

Connaissant t **et** z**, c'est-à-dire la somme et le produit de deux nombres, ces nombres seront les racines de l'équation**

$$n^2-tn+z=0.$$

Rép. 7 et 3.

Fonte: Elaborada pelo autor a partir de Ritt (1872, p. 92-93 e 271).

Já na segunda seção, é apresentado um exemplo que o autor explicita ser "suficiente para relembrar o método" (RITT, 1872, p. 285, tradução nossa). Isso nos faz recordar que, na França, o livro foi proposto e adotado para o ensino superior e, portanto, diversos elementos são considerados como conhecimentos prévios. Aqui o autor relaciona, em algumas das 11 atividades, o problema com a ideia de determinar o valor máximo e/ou mínimo de uma função e, mesmo que o processo faça uso das equações do 2º grau, a conexão com o conceito de função aponta para uma perspectiva que vai além das observadas para as Escolas Complementares, ressaltando mais uma vez um viés de uma Álgebra mais avançada em dados momentos.

Em termos de números, no que refere às equações do 2º grau, os sistemas e problemas que as utilizam, temos um total de 142 atividades enunciadas, que representam 11,3% da obra. Ao considerarmos toda a abordagem de equações do 1º e 2º graus, vemos, então, que estas ocupam 34,3% dos exercícios propostos por Ritt (1872). Isso nos leva a concluir que, mesmo sendo pensada para o ensino superior, um terço desta Álgebra teria como foco as equações e a determinação de um valor desconhecido, algo muito presente nas outras obras analisadas.

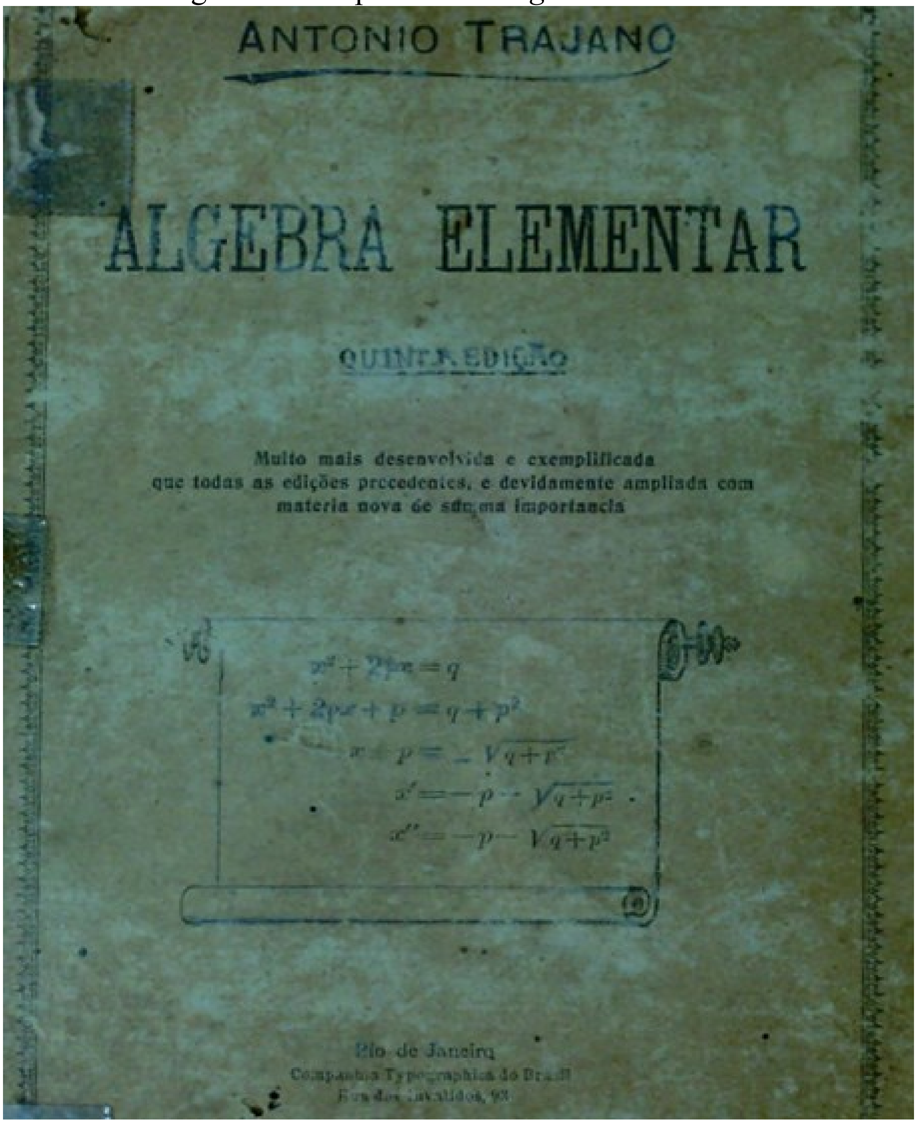
Contudo, alguns elementos denotam o motivo de a obra ser voltada para as universidades. A abordagem simplificada pode não estar apenas atrelada a um livro voltado para exercícios, mas também ao fato de assumir tais trechos como revisão. Além disso, dentre os exercícios e problemas é possível constatar que diversos desses são baseados em equações e soluções literais, o que, mais uma vez, remonta à estruturação do livro de Clairaut (1801).

Há ainda aspectos que não surgem no livro de Ritt (1872) e que merecem ser destacados, uma vez que nossa análise buscou se direciona a estes nas outras obras. O primeiro, assim como ocorre no livro de Clairaut (1801), é a ausência de uma definição ou caracterização de o que seria Álgebra, algo que observado na maioria dos livros analisados. Além disso, não há associação da Álgebra como facilitadora da resolução de problemas da Aritmética, mesmo fazendo amplo uso de método para "colocar problemas em equações". O impresso não faz uso de imagens, mesmo em problemas que se usam de elementos da geometria, como circunferências e triângulos. Por fim, o conteúdo de proporção é apenas mencionado em meio às aplicações das equações do 2º grau.

- **A obra de Antonio Bandeira Trajano: *Algebra Elementar***

Tivemos acesso à 5ª edição da obra, publicada em 1905, pela "Companhia Typographica do Brasil", com endereço no Rio de Janeiro, e tendo como autor, Antonio Bandeira Trajano. A tiragem (TRAJANO, 1905) indica, na folha de rosto do livro, ter sido "muito ampliada". Segundo Oliveira (2019), Trajano nasceu e estudou até o final do secundário em Portugal, quando veio para o Brasil com 14 anos. Como seminarista, entre 1867 e 1870, foi professor das escolas paroquiais da igreja presbiteriana no Rio de Janeiro. Posteriormente, tornou-se professor da Escola Americana em São Paulo. O autor publicou diversos livros escolares que foram utilizados em todo Brasil: "Aritmética primária [...]; Aritmética elementar ilustrada [...]; Aritmética progressiva [...]; Álgebra Elementar; Álgebra Superior; Chave da Aritmética Progressiva; Chave da Álgebra" (OLIVEIRA, 2019, p. 9).

Figura 40 – Capa do livro *Algebra Elementar*.



Fonte: Elaborada a partir de Trajano (1905).

O autor elaborou outros livros didáticos de áreas como Aritmética e Álgebra, entre o final do século XIX e o século XX, de modo que suas obras tenham passado a ser, segundo Oliveira (2019), amplamente difundidas no Brasil. Isso faz com que Trajano tenha se tornado um personagem relevante para a circulação da ideia de caracterizar uma Álgebra para o ensino primário no país. Devemos lembrar ainda, como foi observado na seção 3.2.2, que os livros de Trajano também foram muito utilizados na formação de professores da Escola Normal, aspecto que pode ter sido determinante para sua adoção no ensino complementar, visto que a última também era voltada a formar professores em alguns estados, como é o caso catarinense.

No prefácio, é apontado que o movimento de instituição do ensino de Álgebra na Escola Primária vinha sendo constatado em países como Alemanha, Estados Unidos, França e Inglaterra. O autor ainda dá ênfase ao fato de que a apreciação e o desenvolvimento do ensino de Álgebra poderiam ser notados, pelo elevado número de vendas de livros sobre esta, nos Estados Unidos, ao qual Trajano (1905, p. 3) se refere a este como a "grande e adiantada nação americana". O texto segue apresentando que, no Brasil, a Álgebra pouco poderia ser observada no ensino superior da época, de modo que, para além dos formados em áreas envolvendo a Matemática, eram poucos os que tinham algum conhecimento da mesma.

Contudo, o autor segue dizendo, ainda no prefácio, que São Paulo passa a se apropriar do movimento estrangeiro, reformando a Escola Primária e instituindo nessa, entre outras coisas, o ensino de Álgebra. Trajano (1905) ainda previu que "Este exemplo será em breve seguido por outros Estados", de modo que, em alguns anos, os estudantes tirariam proveito da Álgebra. Valente (2017a, p. 10), destaca que a obra teve sua primeira edição em 1888, e que dois anos depois ocorreu uma reforma do ensino normal de São Paulo. Isso reforça que já havia movimentos no Brasil a favor de uma Álgebra para os primeiros anos escolares, mesmo antes da elaboração das discussões realizadas pelas comissões estadunidenses. Nesse sentido,

> Trajano revela-se como autor privilegiado para leitura das discussões correntes nos EUA sobre os currículos dos anos iniciais escolares. Seja por sua condição de pertença à Escola Americana, seja por ter seus livros de Aritmética já adotados e espalhados pelas escolas brasileiras quando do lançamento de sua obra de Álgebra. O modelo estadunidense de pensar a educação primária, com Trajano, mais e mais irá sendo reafirmado no cotidiano escolar (VALENTE, 2017a, p. 12).

Tais perspectivas teriam levado o autor a elaborar a obra, visando um melhor resultado em uma Álgebra para o ensino primário, de modo que

> Para tornarmos mais attractivo e ameno este estudo, abrandámos quanto foi possivel o rigor algebrico; empregamos em todo o livro uma linguagem simples e apropriada; exemplificamos todas as teorias, resolvendo todas as difficuldades, e illustrando cada ponto com numerosos exercicios e problemas interessantes e recreativos, e finalmente, abundamos em notas, explicações e referencias (TRAJANO, 1905, p. 4).

Assim, do conjunto de livros atrelados ao ensino complementar catarinense, Trajano (1905) é o único que apresenta uma proposta de ensino/aproximação da Álgebra explicitamente visando aos primeiros anos escolares, além de ressaltar seu direcionamento para os ideários estadunidenses. Em composição aos motivos de as outras obras não terem sido indicadas como manual didático para a Escola Complementar de Santa Catarina, apontados nas análises anteriores, este poder ser o primeiro indício do escrito de Trajano (1905) ter sido escolhido.

A obra é estruturada de modo que seu conteúdo tenha sido dividido entre 22 seções[158] que abrangem: operações algébricas; máximo divisor comum; frações algébricas; equações do

[158] Optamos por não manter a nomenclatura utilizada no livro, uma vez que isso permite aglutinar partes do livro sobre um mesmo título.

1º grau; generalização; formas da solução; desigualdade; formação de potências e extração da raiz quadrada; equações do 2º grau; equações biquadradas; razão e proporção; progressões. Segundo o autor, alguns desses temas, como a teoria de desigualdade e equações biquadradas, teriam começado a compor a obra na 5ª edição. Aqui é possível notar uma diferença da proposta de Trajano (1905) e dos outros livros analisados, uma vez que sem ser os conteúdos de "desigualdades", "razão e proporção" e "progressões", o autor se limita a temas que foram observados nas propostas de ensino de uma Álgebra para a Escola Complementar. Os outros autores parecem ir além, em direção a uma Álgebra mais avançada, abordando logaritmos, análise combinatória ou mesmo equações de grau superior. Isto reforça que Trajano (1905) realmente elaborou o material pensando uma Álgebra para os primeiros anos escolares.

No decorrer do texto, Trajano (1905) numera a abordagem do conteúdo em pequenos tópicos/temas/definições e, além disso, compõem esta estrutura: problemas, "illustrações" (pequenas explicações), notas (que em alguns casos são utilizadas para relembrar algo já enunciado), observações e exercícios. Os problemas são resolvidos pelo autor, mas há atividades propostas, sem resolução, sendo que algumas dessas indicam a resposta e outras não.

O autor inicia sua obra trazendo as primeiras definições da Álgebra, no que indica que a "Algebra é a parte das mathematicas que resolve os problemas, e demonstra os theoremas quando as quantidades são representadas por lettras" (TRAJANO, 1905, p. 5). Aqui o autor dá destaque a duas perspectivas observadas nas análises anteriores, sendo elas: a associação da Álgebra com a resolução de problemas, sem indicar se estes estariam, ou não, atrelados à Aritmética; a ligação da disciplina com o uso de letras. No entanto, nesse momento não é dado ênfase aos processos de generalização ou de determinação de valores desconhecidos.

Trajano (1905, p. 5) segue dizendo que "Symbolos algebricos são lettras, numeros e signaes com que se exprimem as quantidades, e effectuam as operações" e que "Problema é uma questão que requer uma ou mais quantidades desconhecidas que se teem de obter por meio de quantidades conhecidas", que o autor denomina incógnita logo em seguida. Aqui já é possível destacar a ligação da Álgebra com a determinação de valores desconhecidos, atribuindo à sua Álgebra um caráter de resolução de equações. Seguindo na mesma linha dos outros autores, Trajano (1905) diz que as primeiras letras do alfabeto são utilizadas para representar quantidades conhecidas e as últimas para desconhecidas, denotando ainda que as letras seriam quantidades algébricas. O autor então apresenta os sinais utilizados na Álgebra e, mais à frente, uma pequena explicação sobre eles.

Aqui ganha destaque o fato de que, após Trajano (1905, p. 6) explicitar que "O signal +, escripto entre duas quantidades, mostra que a segunda quantidade deve ser sommada com a primeira” e que “O signal –, escripto entre duas quantidades, mostra que a segunda quantidade deve ser subtrahida da primeira”, Trajano (1905, p. 6) determina:

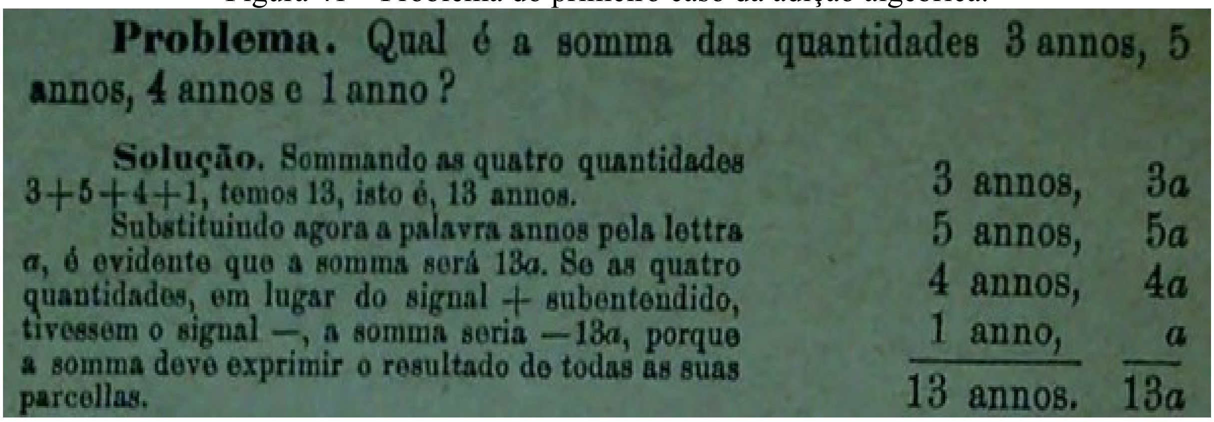
> O signal + chama-se tambem signal positivo, e o signal – chama-se signal negativo. Toda a quantidade algebrica deve ser precedida por um destes signaes; a quantidade que leva o signal +, chama-se quantidade positiva, e a que leva o signal –, chama-se quantidade negativa. Quando o primeiro termo de uma expressão não tiver signal algum, subentende-se o signal +. Assim, $a - b$ quer dizer $+a - b$.

Mesmo que o autor fale em “quantidade negativa”, devemos lembrar que ele está se referindo a quantidades algébricas e, por isso, ainda não seria possível afirmar se o ensino de Álgebra, a partir de sua obra, abarcaria os números negativos.

No sinal de multiplicação, assim como foi observado em algumas das obras analisadas, Trajano (1905, p. 7) também destaca que a operação deve ser representada pela união das letras, ou seja, $a \times b = ab$. É relevante lembrar que por mais que essas notações pudessem ser comuns na Álgebra, elas não eram na Aritmética, já que o uso de letras é observado em poucos conteúdos da última. As notações próprias da Álgebra podem ter sido adotadas apenas para simplificar o conteúdo do livro, realizar uma escrita adequada ou ainda expressar o viés do autor de que uma Álgebra dos primeiros anos escolares se distanciaria da Aritmética.

As definições dos primeiros conceitos e operações seguem até o início da abordagem das operações algébricas. Trajano (1905) inicia a discussão sobre a adição indicando três casos: quantidades semelhantes com sinais iguais; quantidades semelhantes com sinais diferentes; quantidades não semelhantes. Para o primeiro caso é apontado que “Quando as quantidades são semelhantes e teem signaes iguaes addicionam-se os coefficientes, e á somma junta-se a parte litteral com o signal das parcellas. Neste caso procede-se justamente como em Arithmetica” (TRAJANO, 1905, p. 15), no que o autor apresenta o seguinte problema.

Figura 41 – Problema do primeiro caso da adição algébrica.



Problema. Qual é a somma das quantidades 3 annos, 5 annos, 4 annos e 1 anno?

Solução. Sommando as quatro quantidades $3+5+4+1$, temos 13, isto é, 13 annos.

Substituindo agora a palavra annos pela lettra a, é evidente que a somma será $13a$. Se as quatro quantidades, em lugar do signal $+$ subentendido, tivessem o signal $-$, a somma seria $-13a$, porque a somma deve exprimir o resultado de todas as suas parcellas.

$$\begin{array}{rr} 3 \text{ annos}, & 3a \\ 5 \text{ annos}, & 5a \\ 4 \text{ annos}, & 4a \\ 1 \text{ anno}, & a \\ \hline 13 \text{ annos}. & 13a \end{array}$$

Fonte: Elaborada a partir de Trajano (1905, p. 15).

A “solução” do problema permite observar que inicialmente o autor opta por resolver o problema aritmeticamente e, ao lado, indica que a palavras “annos” pode ser substituída pela letra a e, assim, 13 annos seria equivalente a escrever $13a$. Dentre as análises realizadas, esta é a primeira vez que se vê uma perspectiva tão semelhante à apresentada, anos depois, por Reis (1918a). Nesse sentido, duas coisas merecem ser ressaltadas: Reis (1918a) vincula a letra a objetos, de modo que somar 2 penas com 4 penas seja equivalente a somar $2p$ e $4p$, enquanto que Trajano (1905) o faz com uma unidade de tempo, mas, ainda assim, algo real; este não é o único exemplo em que o autor explicita essa relação do objeto/algo real com a letra, o que reforça a aproximação das perspectivas dos dois autores.

Para apresentar o segundo caso, o autor lembra que em Aritmética as quantidades em uma adição são sempre positivas, bem como o resultado da operação. Contudo, segundo Trajano (1905), a Álgebra leva em consideração quantidades algébricas negativas, o que possibilita resultados mais diversos. O segundo caso de Trajano (1905, p. 16) considera que:

> [...] addicionam-se os coefficientes dos termos positivos; depois addicionam-se os coefficientes dos termos negativos; acha-se a differença das duas sommas, e, se a somma maior for positiva, prefixa-se á differença o signal +, e, se a somma maior for negativa, prefixa-se á differença o signal –, e junta-se-lhe a parte litteral .

Aqui podemos notar que o autor não só assume a possibilidade de quantidades algébricas negativas, como vimos anteriormente, mas também que estas surjam no resultado de operações/problemas. Isso é destacado antes dele se debruçar sobre esse caso, pois, ainda no anterior, Trajano (1905) traz um exemplo em que soma os números $-4, -3, -5$ e -4. Além disso, como destaca Basei (2020, p. 149), o autor denota com isso que a soma e subtração na Álgebra não necessariamente estariam atreladas à ideia de aumentar e diminuir, respectivamente. Trajano (1905) segue com um exemplo em que a solução é positiva e, logo depois, um exemplo com resultado negativo, que é apresentado na Figura 42.

Figura 42 – Segundo problema do segundo caso da adição algébrica.

Problema. Sommar as seguintes quantidades: $+5a$, $+3a$, $-10a$, $+2a$ e $-6a$.

Solução. A somma das quantidades positivas é $10a$; a somma das quantidades negativas é $16a$, e a differença entre as duas sommas é $6a$. Ora, como a somma maior é negativa, a differença é tambem negativa, e por isso a somma é $-6a$.

$$\begin{array}{r} +\ 5a \\ +\ 3a \\ -10a \\ +\ 2a \\ -\ 6a \\ \hline -\ 6a \end{array} \qquad \begin{array}{r} -10a \\ -\ 6a \\ \hline -16a \end{array} \qquad \begin{array}{r} +\ 5a \\ +\ 3a \\ +\ 2a \\ \hline +10a \end{array} = -6a$$

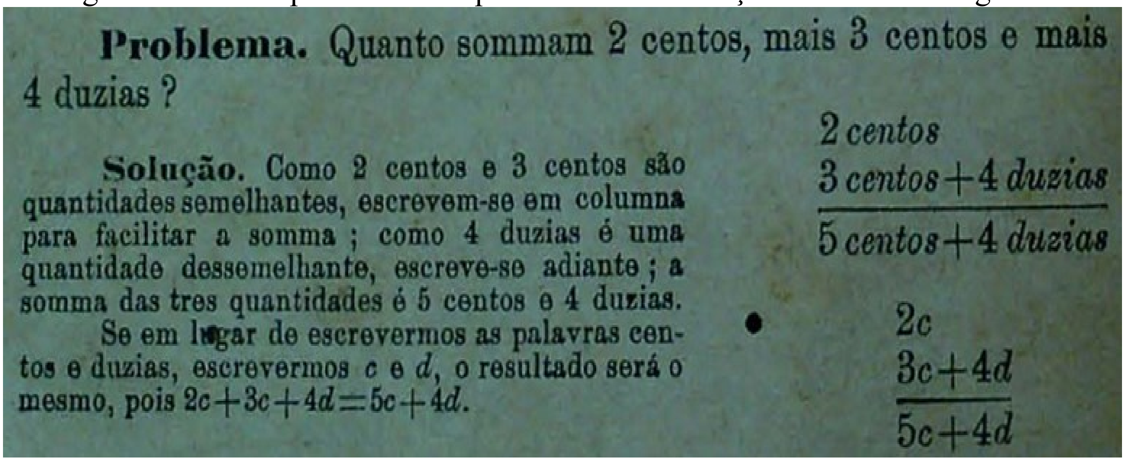
Fonte: Elaborada a partir de Trajano (1905, p. 17).

Nota-se que diferentemente do problema da Figura 41, o autor não associa a letra a algo real. Para além disso, ele tenta explicar como um resultado poderia ser negativo, visto que os resultados na forma de números negativos são abordados apenas na página 112:

> [...] figuremos ainda um cofre onde guardamos o nosso dinheiro, e depositamos tambem o dinheiro de uma pessoa, que deposita e retira diversas quantias. As quantias que ella deposita são positivas, e as que retira, são negativas. Ella entrou com $5a + 3a + 2a = 10a$ e retirou $10a + 6a = 16a$; se ella tivesse retirado sómente $l0a$, o resultado seria nullo ou zero, porque em nada alteraria os fundos que tinhamos no cofre; mas como ella tirou $16a$, isto é, $6a$ mais do que poz, o resultado será $-6a$, isto é, ficará um desfalque de $6a$ (TRAJANO, 1905, p. 17).

No terceiro caso da adição, observamos mais uma vez que o autor busca relacionar as letras com algo real, no caso centos e dúzias. O autor provavelmente faz uso desse artifício por considerar que seria mais simples compreender que não é possível somar $5c$ com $4d$ se estes termos forem associados a 5 centos e 4 dúzias, uma vez que não podemos somar tais unidades sem torná-las equivalentes[159].

Figura 43 – Novo problema em que se observa a relação da letra com algo real.



Problema. Quanto sommam 2 centos, mais 3 centos e mais 4 duzias ?

Solução. Como 2 centos e 3 centos são quantidades semelhantes, escrevem-se em columna para facilitar a somma ; como 4 duzias é uma quantidade dessemelhante, escreve-se adiante ; a somma das tres quantidades é 5 centos e 4 duzias.

Se em logar de escrevermos as palavras centos e duzias, escrevermos c e d, o resultado será o mesmo, pois $2c+3c+4d=5c+4d$.

$$\begin{array}{l} 2\,centos \\ 3\,centos + 4\,duzias \\ \hline 5\,centos + 4\,duzias \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2c \\ 3c+4d \\ \hline 5c+4d \end{array}$$

Fonte: Elaborada a partir de Trajano (1905, p. 18).

Finalizada a abordagem da adição, é necessário ressaltar que mesmo não sendo enunciada uma regra de sinais, como fez Cunha (1914) no Quadro 31, o autor as utiliza de modo subjacente no processo de resolução de cada caso da adição. Como referência, ao indicar no segundo caso que a soma de quantidades com sinais diferentes sempre leva à subtração, Trajano (1905) aponta que, nos dois casos possíveis, teríamos $(+a) + (-b) = a - b$ ou $(-a) + (+b) = b - a$, o que mascaram regras de sinais na eliminação dos parêntesis.

---

[159] Aqui a operação poderia ser realizada se, por exemplo, tivéssemos 6 centos e estes fossem transformados em 50 dúzias, ai a soma de 6 centos com 4 dúzias seria 54 dúzias.

Ao adentrar a subtração o autor determina termos importantes, como minuendo e subtraendo, e segue dizendo em uma nota que:

> A subtracção é uma operação muito simples em Arithmetica, mas um tanto difficil em Algebra, e por isso é necessario alguma attenção dos discipulos para elles poderem comprehender o modo analytico de resolver os seus diversos casos.
> Em Arithmetica, como se opera só com quantidades positivas a ideia da subtracção é sempre diminuição; em Algebra, porém, a differença entre duas quantidades póde ser numericamente maior do que ellas; assim, sendo $+a$ o minuendo e $-a$ o subtrahendo, a differença entre $+a$ e $-a$ é $2a$.
> Há um modo muito simples de operar todos os casos da subtracção sem difficuldade alguma. Esse modo é *trocar o signal de todos os termos do subtrahendo e depois sommar o minuendo e o subtrahendo;* e assim qualquer caso da subtracção ficará reduzido a uma simples addição algebrica (TRAJANO, 1905, p. 20).

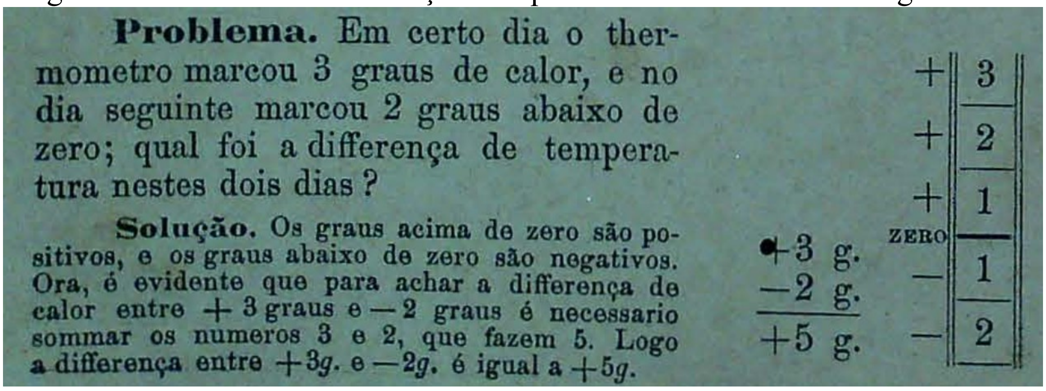
Mais uma vez podemos ver a regra de sinais sendo utilizada como base para a maneira de efetuar a subtração, visto que o sinal de menos da subtração altera o sinal das quantidades, então se ela for positiva o resultado será negativo e se for negativa será positivo.

O autor traz, sem enunciá-los anteriormente, quatro casos para a subtração: termos semelhantes e com o mesmo sinal, em que o subtraendo é menor; termos semelhantes e com o mesmo sinal, mas o subtraendo é maior; termos não semelhantes; termos com sinais diferentes. No primeiro caso, em que "acha-se a differença entre os coefficientes e escreve-se em baixo com a parte litteral e o signal commum" (TRAJANO, 1905, p. 20). Em um exemplo, $-9 - (-2) = -7$, o autor traz termos não algébricos e a solução é um número negativo e não mais uma quantidade algébrica negativa, algo inédito na obra até então. No segundo caso observamos uma abordagem semelhante à de Cunha (1914), em que a operação é pensada através da decomposição do subtraendo. Nesse sentido, Trajano (1905, p. 21) diz que "Em Algebra podemos tambem subtrahir uma quantidade numericamente maior, de outra menor, e se os signaes forem iguaes, o resultado será a differença das duas quantidades com o signal contrario", apresentando o problema "Subtrahindo $8a$ de $6a$ quanto resta?".

> Solução. Subtrahindo $6a$ de $6a$, restam O ou nada; subtrahindo-se $7a$ de $6a$, resta $-a$, e subtrahindo $8a$ de $6a$, restam -$2a$.
> Demonstração. Para comprehendermos a analyse desta solução, figuremos que um homem, levando só 6$000, foi a uma loja, e alli comprou 8$000 de objectos; ora, se elle tivesse despendido só 6$000, voltaria da loja sem dinheiro algum; mas como gastou 8$000, voltou com 2$000 de menos, isto é, voltou com uma divida de 2$000, [...]. Logo, [...], temos $6a - 8a = -2a$ (TRAJANO, 1905, p. 21).

O último caso dita apenas que "Quando de uma quantidade positiva se subtrahe uma quantidade negativa semelhante, o resultado será igual a somma das duas quantidades" (TRAJANO, 1905, p. 22). Aqui observamos também uma relação da incógnita com algo da realidade, no caso "graus" de temperatura (o autor não indica se Celsius, por exemplo).

Figura 44 – Problema de subtração em que a letra está associada a algo real.[160]



Problema. Em certo dia o thermometro marcou 3 graus de calor, e no dia seguinte marcou 2 graus abaixo de zero; qual foi a differença de temperatura nestes dois dias?

Solução. Os graus acima de zero são positivos, e os graus abaixo de zero são negativos. Ora, é evidente que para achar a differença de calor entre $+3$ graus e -2 graus é necessario sommar os numeros 3 e 2, que fazem 5. Logo a differença entre $+3g.$ e $-2g.$ é igual a $+5g.$

$$\begin{array}{r} +3\text{ g.} \\ -2\text{ g.} \\ \hline +5\text{ g.} \end{array}$$

Fonte: Elaborada a partir de Trajano (1905, p. 22).

No produto o autor também estabelece três casos, de modo a abarcar a multiplicação entre monômios, de monômio por polinômio e entre polinômios. No primeiro, ganha destaque a abordagem que, até certo ponto, é semelhante à de Ritt (1872), uma vez que separa os elementos da multiplicação e os explica em grupos, sendo eles: coeficiente e parte literal; expoente; sinais. Desse modo, fica evidente que o autor denota intenções e preocupações com o ensino que vão além das obras analisadas anteriormente. No último, Trajano (1905, p. 28) enuncia que “Se os signaes dos dois factores forem iguaes, o signal do producto será positivo; mas se forem desiguaes, o signal do produto será negativo”, seguindo de uma apresentação como vista em Clairaut (1801), na Figura 28, e em Cunha (1914), na terceira coluna do Quadro 31. No entanto, Trajano (1905) se diferencia ao apresentar uma análise de cada caso da regra de sinais para a multiplicação, como é o exemplo do produto de dois números negativos

> Segundo caso. Qual é o producto de $-a$ multiplicado por $-a$?
> Analyse. A quantidade $-a$ tomada quatro vezes é $-4a$. Ora, o signal do multiplicador sendo $-$, mostra que o producto $-4a$ tem de entrar no calculo de que faz parte esta multiplicação, como um subtractivo; mas a subtracção de uma quantidade negativa tem effeito positivo, isto é, essa quantidade entra no calculo com um additivo [...], e por isso deve levar o signal $+$; então, $-a \times (-4) = +4a$ (TRAJANO, 1905, p. 29).

Ou seja, para explicar que o resultado seria positivo o autor relaciona essa operação com a subtração, uma vez que $-4 \times (-a) = -(-4a)$. Disso, segundo a regra enunciada por Trajano (1905), diminuir $-4a$ é o mesmo que somar $+4a$, ou seja, $-(-4a) = +4a$.

Na divisão Trajano (1905) segue exatamente a mesma abordagem adotada na multiplicação, ou seja, divide nos mesmos três casos e, no primeiro, aborda as três parcelas dos termos na divisão. Todas as regras apresentadas pelo autor no primeiro caso tomam como base

[160] No canto direito da figura podemos observar o que parece ser a representação de um termômetro, ou, pelo menos, de como as temperaturas se distribuem. Esta é uma das duas representações de imagens do livro, sendo a outra, uma linha dividida em quatro partes que Trajano (1905) apresenta quando aborda frações.

o princípio de que se $a \div b = c$, então $b \times c = a$, o que ressalta a forte presença das operações inversas no desenvolvimento do conteúdo. Disso também segue a regra de sinais para a divisão, que Trajano (1905) aponta ser a mesma da multiplicação e justifica na figura a seguir.

Figura 45 – Regra de sinais da divisão a partir da multiplicação.

Demonstração. Demonstra-se este resultado com a propria regra dos si gnaes na multiplicação; pois, se os signaes de dois factores de uma multiplicação produzem o signal do producto, claro está que o signal do producto dividido por um dos factores, dará o signal do outro factor. De sorte que, sendo

$$+a\times+b=+ab, \text{ então } +ab\div+b=+a.$$
$$-a\times-b=+ab, \text{ então } +ab\div-b=-a.$$
$$+a\times-b=-ab, \text{ então } -ab\div-b=+a.$$
$$-a\times+b=-ab, \text{ então } -ab\div+b=-a.$$

Fonte: Elaborada a partir de Trajano (1905, p. 35).

Cabe ressaltar que a abordagem observada na Figura 45 é inédita em relação aos livros analisados, uma vez que nenhum outro autor buscou relacionar as regras de sinais, a partir da ideia de que multiplicação e divisão são operações inversas.

A divisão é realizada usando a chave, elemento da Álgebra observado em alguns dicionários na seção 1.2. O processo, contudo, só é apresentado de forma mais completa/complexa na divisão entre polinômios, como vemos na figura a seguir.

Figura 46 – A divisão entre polinômios.

Problema. Dividir $6a^2-13ax+6x^2$ por $2a-3x$.

Solução. Como o dividendo e o divisor já se acham ordenados no problema, procede-se a divisão.

Dividindo o primeiro termo do dividendo pelo primeiro termo do divisor, o quociente é $3a$; multiplicando agora o divisor por este termo, temos o producto de $6a^2-9ax$, que subtrahido do dividendo, deixa o resto $-4ax$ que com o termo seguinte do dividendo faz o dividendo parcial $-4ax+6x^2$.

Dividindo agora o primeiro termo do dividendo parcial pelo primeiro termo do divisor, o quociente é $-2x$. Multiplicando o divisor por este termo, temos $-4ax+6x^2$ que subtrahido do dividendo parcial, nada resta. O quociente é pois $3a-2x$.

Prova. Multiplicado o divisor pelo quociente, obtemos exactamente o dividendo, o que prova que a divisão está exacta.

Operação

$$\begin{array}{r|l} 6a^2-13ax+6x^2 & 2a-3x \\ \cline{2-2} 6a^2-9ax & 3a-2x \\ \hline 0-4ax+6x^2 & \\ -4ax+6x^2 & \\ \hline 00 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2a-3x \\ 3a-2x \\ \hline 6a^2-9ax \\ -4ax+6x^2 \\ \hline 6a^2-13ax+6x^2 \end{array}$$

Fonte: Elaborada a partir de Trajano (1905, p. 39).

Como observado no estudo das operações, Trajano (1905) estrutura sua obra visando a uma construção do conteúdo que inicia com casos mais simples e contextualizados para, então, abordar os mais complexos. Além disso, discute isoladamente os elementos de uma multiplicação/divisão de modo que estes ganham destaque separadamente quando o autor desenvolve o tema. Por fim, a análise de cada caso da regra de sinais denota a importância que o autor dá para uma abordagem didática, ao mesmo tempo em que busca discutir matematicamente os diversos casos. Esses elementos são mais indícios que mostram como a obra se sobressai das outras analisadas, tendo preocupações visíveis com o ensino, o que pode ter sido fundamental para o manual ser adotado como material didático.

O autor segue discutindo teoremas sobre produtos notáveis, decomposição de polinômios, máximo divisor comum e frações algébricas. Nesse último tópico, Trajano (1905) aborda conteúdos que são utilizados na resolução de equações, como o teorema que permite multiplicar/dividir ambos os termos de uma fração, o processo de simplificação de frações, determinar denominador comum, bem como as quatro operações com frações.

Enfim o autor adentra o conteúdo de equações do 1º grau e inicia dizendo, como vimos em outras obras, que uma equação é uma igualdade entre duas quantidades algébricas, não apresentando qualquer relação com a ideia do equilíbrio da balança. Outro padrão observado é a indicação de que os membros da equação são formados por quantidades conhecidas e desconhecidas, sendo os primeiros representados por números/as primeiras letras do alfabeto e os últimos pelas letras x, y e z, assim como constatou Basei (2020) acerca da obra de João Borges e Gomes Cardim[161]. Após algumas outras definições iniciais, o autor apresenta um conjunto de seis axiomas que determinam ser possível realizar a mesma operação dos dois lados de uma equação sem a alterar. Esses princípios são a base para a resolução de equações do 1º grau, o que denota que o autor se apoia nas operações inversas para a resolução dessas equações.

Antes de dar início à resolução de equações, o autor expõe mais algumas definições e, entre elas, duas ganham destaque: o autor enuncia e apresenta o que é a prova real antes de resolver equações; Trajano (1905, p. 78) indica que "Resolver uma equação é achar o valor da quantidade desconhecida". Disso o autor passa a exemplificar como se desenvolvem três processos, denominados por ele de: inteirar uma equação (eliminar divisores/frações); transpor

---

[161] *Os Elementos de Álgebra*, de João Carlos da Silva Borges e Carlos Alberto Gomes Cardim, professores da escola complementar e egressos da Escola Normal de São Paulo. De acordo com Basei (2020), o livro foi "lançado em 1903 e que foi publicado até 1914", de modo que é posterior a 5ª edicação da obra de Trabano (1905). Na capa havia indicação de ser adaptada para a Escola Complementar e Escola Normal.

os termos de uma equação (separar quantidades conhecidas das desconhecidas em membros diferentes); redução de termos semelhantes (reduzir cada lado a igualdade a um único termo). Esses passos constituem o processo de resolução apresentado por Trajano (1905), de modo que após mostrar e resolver problemas em cada um, ele enuncia uma "regra geral para a solução":

> I. Inteiram-se todos os termos fraccionarios da equação. II. Transpõem-se as quantidades conhecidas para o segundo membro, e as desconhecidas para o primeiro. III. Reduz-se cada membro da equação [...], e depois dividem-se ambos os membros pelo coefficiente da quantidade desconhecida (TRAJANO, 1905, p. 81).

Mais uma vez é possível notar que o autor busca desenvolver as etapas do processo da resolução para então enunciá-la, remontando sua abordagem do simples para o complexo. Este é outro elemento que dá destaque para a obra, uma vez que essa escolha metodológica parece se aproximar mais de um viés didático do que a das outras obras analisadas.

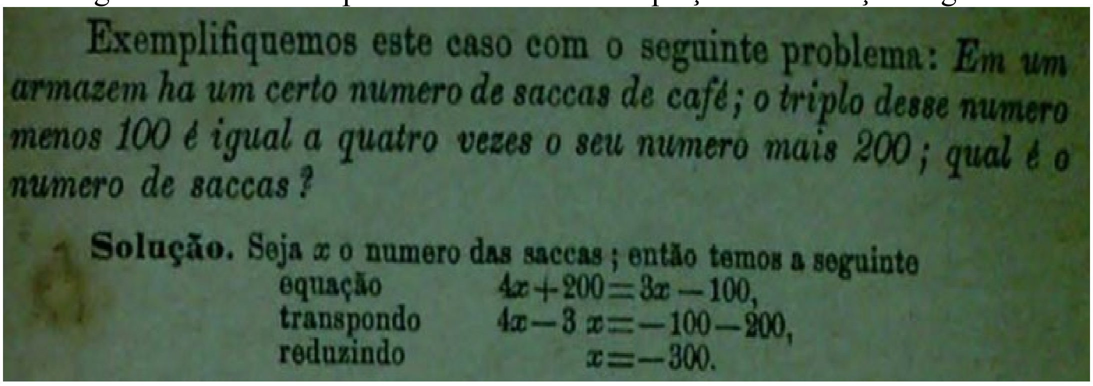
Em seguida, ao adentrar o tópico "problemas", Trajano (1905, p. 83) indica que o processo de resolução destes envolve duas partes: formar uma equação, a partir dos dados do problema, e solucionar esta equação. Isso remete, de certa forma, à abordagem de outros autores, que buscam trazer regras para "colocar problemas em equação". No entanto, Trajano (1905) indica que a primeira parte seria a mais difícil, uma vez que não seria possível "formular uma regra precisa e clara que habilite o discípulo a traduzir promptamente o enunciado de um problema, em uma equação algebrica" (TRAJANO, 1905, p. 83). Vale ressaltar que não há solução negativa nas atividades propostas, talvez por abordar o tema mais à frente. Além disso, aqui já não se observa mais a relação das incógnitas com objetos, de maneira que a letra utilizada é sempre x. Isso, contudo, vai a favor da proposta que Reis (1918a) realizaria anos depois, uma vez que tal associação deveria ser utilizada para a introdução do conteúdo e para facilitar a compreensão das operações, não na resolução de equações.

Trajano (1905) passa então a discutir sistemas de equações e aponta que há três métodos de resolução: "1º Eliminaçao pela reducçao ao mesmo coefficiente. 2º Eliminação por· comparação. 3º Eliminação por substituição" (p. 92). Esses métodos foram vistos nas obras já analisadas e estavam indicados para o ensino complementar do Rio Grande do Sul, como visto na seção 3.2.1.1. No âmbito catarinense não é explicitado quais métodos seriam abordados, apenas que eram "methodos de eliminação", ou seja, aparentemente mais de um. Nessa parte do livro de Trajano (1905), nenhum dos exemplos resolvidos, dos exercícios propostos ou dos problemas trazem solução negativa para os sistemas lineares.

Nesse sentido, é somente na seção "Fórmas de solução" (TRAJANO, 1905, p. 112) que podemos observar a presença de números negativos como solução de equações. O autor indica que existem seis casos de solução: positiva; negativa; infinita; zero; indeterminada;

absurda. Na primeira, o autor nos apresenta algo interessante, dizendo que a "Solução positiva é aquella que temos obtido em todos os problemas resolvidos até esta pagina". Isso esclarece qualquer dúvida se as soluções estritamente positivas, até então, eram uma coincidência ou um esforço realizado pelo autor. No segundo tipo, após indicar que uma solução é negativa quando a incógnita assume valor com sinal negativo, o autor enuncia um problema:

Figura 47 – Primeiro problema envolvendo equação com solução negativa.



Exemplifiquemos este caso com o seguinte problema: *Em um armazem ha um certo numero de saccas de café; o triplo desse numero menos 100 é igual a quatro vezes o seu numero mais 200; qual é o numero de saccas?*

Solução. Seja x o numero das saccas; então temos a seguinte

equação $\quad 4x+200=3x-100,$

transpondo $\quad 4x-3x=-100-200,$

reduzindo $\quad x=-300.$

Fonte: Elaborada a partir de Trajano (1905, p. 113).

Trajano (1905, p. 113) então aponta que o resultado "ainda que satisfaça a questão no sentido algebrico, não a satisfaz no sentido arithmetico, porque em um armazem não póde haver -300 saccas de café" e que, com isso, deve haver um problema no enunciado ou na sua interpretação. Fica evidente que a Aritmética é um critério para a análise da solução, contudo isso se dá mais pelo contexto, uma vez que iria contra a lógica "-300 saccas de café". O autor segue dizendo que "o engano está na troca dos signaes, pois em lugar de $+200$, e -100, deve ser -200, e $+100$" (TRAJANO, 1905, p. 113), que levaria a solução $x = 300$. No entanto, o resultado 300 não satisfaz as condições do problema, indicando que a correção apresentada pelo autor deveria ser feita no enunciado, remontando o que é estabelecido por Cunha (1914) ao indicar que a mudança de sinal em uma equação leva à troca do sinal da solução[162].

Trajano (1905) traz um segundo exemplo com o enunciado "A idade de um pai é 40 annos, e a de seu filho é 13, em que epocha a idade do pai é o quadruplo da idade do filho?" (p. 113), para o qual o autor escreve

> Solução. Seja x o numero que falta para chegar a epocha requerida. Então a equação será $4(13 + x) = 40 + x$. Resolvida a equação, temos $x = -4$.

---

[162] No entanto, Cunha (1914) fala na mudança do sinal da incógnita na equação, mas se for efetivada e depois multiplicarmos a equação por -1, a incógnita fica com o sinal original e os termos conhecidos é que trocam de sinal, como fez Trajano (1905), de modo que, no fim, as duas abordagens são equivalentes.

> Este resultado negativo nos mostra que ha algum engano a corrigir. Pela simples leitura deste problema, fomos levados a julgar erradamente que essa relação de idades se effectuaria em uma epocha posterior aos 40 annos do pai, e não antes.
> Se o enunciado dissesse: "Em que epocha a idade do pai foi o quadruplo da idade do filho?" logo comprehenderiamos que era em uma epocha anterior aos 40 annos, e teriamos formulado a [...] equação $[4(13 - x) = 40 - x]$, cujo resultado mostra que a epocha requerida no problema, foi quando o pai tinha $40 - 4 = 36$ annos, e o filho $13 - 4 = 9$ (TRAJANO, 1905, p. 113, adição nossa).

Este tipo de problema, que envolve intervalos de tempo, também é apresentado por Cunha (1914). A diferença é que Cunha (1914) não atrela a solução negativa a um erro de interpretação, apenas denota, por meio de princípios, que a solução negativa em problemas envolvendo unidades de medida que podem ser contadas em duas direções indica que a resposta deveria ser contada no sentido contrário ao que foi assumido na resolução. Trajano (1905) enuncia então princípios semelhantes aos de Cunha (1914):

> 1º Uma solução negativa indica em geral alguma troca de signaes ou outro defeito no enunciado do problema.
> 2° Quando se obtem uma solução negativa, o enunciado do problema póde ser corrigido trocando-se os signaes ou modificando-se o sentido que se lhe deu; de sorte que a solução exprima exactamente o valor da incognita no sentido positivo (TRAJANO, 1905, p. 113).

Ainda que se observem pequenas diferenças, a abordagem dos dois autores é muito próxima, porém mais sintetizada[163] no livro de Trajano (1905). Todavia, é possível notar que Trajano (1905) busca contornar as soluções negativas nos problemas envolvendo equações, e não as interpretar. Mesmo assim, ao abordar números negativos e não considerar que soluções negativas sejam um ultimato da impossibilidade de se resolver um problema, o autor supera as barreiras da Aritmética que poderiam ser instauradas sobre sua Álgebra.

Avançando na obra, um pouco antes de começar a discussão sobre as equações do 2º grau, assim como outros autores, Trajano (1905) dialoga sobre exponenciação e radiciação. No que tange ao interesse de nossa análise, ganha destaque o fato de que o autor vai discutir os sinais de uma raiz, para o que escreve que "Se multiplicarmos $+a$ por $+a$, o producto será $+a^2$; se multiplicarmos $-a$ por $-a$, o produto será tambem $+a^2$. Então a raiz quadrada de $+a^2$ pode ser $+a$ ou $-a$" (TRAJANO, 1905, p. 141). Após a resolução de um problema, o autor inclusive explicita que na Aritmética "como se opera sómente com numeros positivos, um quadrado tem só uma raiz", mas que na Álgebra "ha tambem quadrados de numeros negativos" (TRAJANO, 1905, p. 153). Isso já nos mostra que o autor assume a existência de soluções negativas quando estas não estão vinculadas a problemas, o que reforça nossa posição de que sua Álgebra não se atém aos limites da Aritmética e começa a assumir a solução negativa não mais como um

[163] Trajano (1905) apresenta em uma página o que Cunha (1914) discute em diversas páginas.

indicativo de alguma contradição. Logo em seguida, o autor diz que não é possível extrair a raiz quadrada de um termo negativo, de modo que seriam "operações impossíveis, e por isso se denominam quantidades imaginarias" e que, nas equações do 2º grau, estas indicariam "algum absurdo no problema, ou impossibilidade na equação"[164] (TRAJANO, 1905, p. 141).

No que diz respeito às equações do 2º grau, Trajano (1905, p. 152-153) esboça que é possível reduzir toda equação do 2º grau em uma das duas formas: $x^2 = q$ ou $x^2 + 2px = q$. Para as equações do primeiro tipo o autor apresenta a solução pelo uso de operações inversas através do cálculo da raiz dos dois lados da igualdade, utilizando as propriedades abordadas sobre raízes/operações inversas. Já no segundo tipo de equação do 2º grau, o autor parte da ideia de completar quadrados como os outros autores, mas determina uma equação um pouco diferente das utilizadas por Clairaut (1801), Cunha (1914) e Ritt (1872). Contudo, como observado em outras passagens, a abordagem de Trajano (1905) se destaca principalmente por iniciar discutindo como deveria ser feito para completar quadrados, a partir de exemplos e exercícios numéricos. Depois o autor passa a resolver exemplos numéricos de equações do 2º grau, utilizando apenas o método de completar quadrados. Essa opção metodológica vai ao encontro do que foi visto até então, mostrando uma construção coerente do conteúdo da obra.

Figura 48 – Primeira equação do 2º grau completa resolvida por Trajano (1905).

I Problema. Quaes são as raizes da equação $x^2+8x=33$?

Solução. Para completarmos o quadrado no primeiro membro da equação, temos de addicionar-lhe o numero 16; e para que a igualdade não fique alterada, temos de addicionar tambem 16 ao segundo membro, e assim ficará a igualdade restabelecida. Extrahindo a raiz quadrada em ambos os membros, achamos que a raiz do 1º membro é $x+4$, e a do 2º é $+7$ ou -7, porque ambas estas raizes dão o quadrado 49. O valor de x apparece finalmente com a fórma de -4 ± 7, isto quer dizer que, se o numero 7 for tomado no sentido positivo, o valor de x será -4 mais $+7=3$; mas se for tomado no sentido negativo, o valor x será -4 mais $-7=-11$. A solução apresenta, portanto, duas respostas ou raizes: uma positiva que é $x'=3$; e a outra negativa que é $x''=-11$.

$$x^2+8x=33$$
$$x^2+8x+16=33+16=49$$
$$x+4=\pm7$$
$$x=-4\pm7$$
$$x'=3$$
$$x''=-11.$$

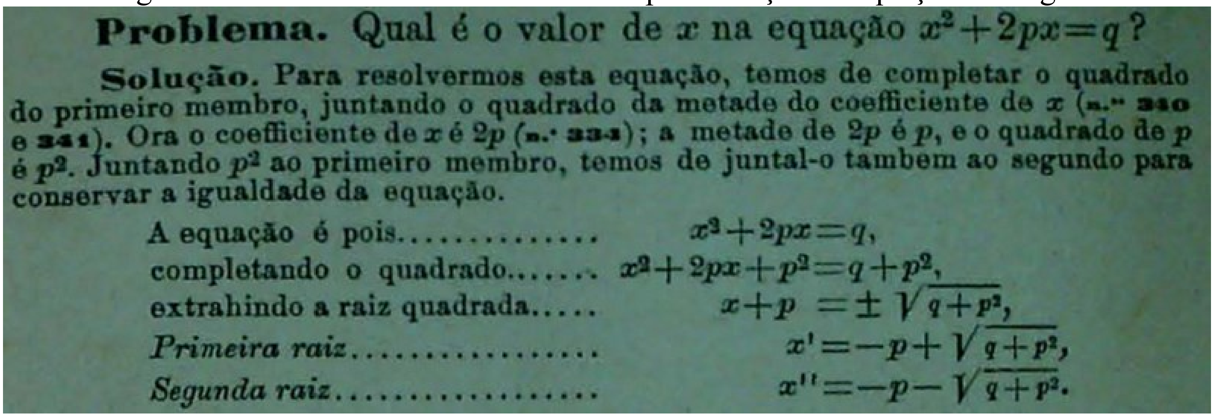
Fonte: Elaborada a partir de Trajano (1905, p. 157).

[164] Na abordagem do conteúdo de equações do 2º grau não há casos envolvendo números complexos. Apenas na breve explanação sobre equações biquadradas é que observamos a presença de tais soluções. Também é importante destacar que nas equações biquadradas o autor apresenta apenas duas soluções positivas, uma real e outra na forma de raiz de número negativo, ignorando os casos em que estas teriam sinal negativo.

No decorrer da solução é possível observar o uso de operações em ambos os lados da igualdade, bem como operações inversas. O autor dá destaque ainda ao processo de verificar que as soluções encontradas realmente satisfazem a igualdade.

Mais adiante o autor destaca que "Já sabemos reduzir uma equação completa do segundo grau a fórma $x^2 + 2px = q$ [...]; já sabemos tambem completar o quadrado sem desfazer a igualdade dos dois membros da equação [...]; já sabemos finalmente achar as duas raizes da equação" (TRAJANO, 1905, p. 160). Com isso, parte para o desenvolvimento da fórmula para as soluções da equação do 2º grau. Fica explícito mais uma vez que Trajano (1905) esquematiza sua obra de modo que os conteúdos sejam construídos aos poucos, desenvolvendo os passos que levam ao estabelecimento de processos maiores.

Figura 49 – Desenvolvimento da fórmula para solução da equação do 2º grau.



Problema. Qual é o valor de x na equação $x^2+2px=q$?

Solução. Para resolvermos esta equação, temos de completar o quadrado do primeiro membro, juntando o quadrado da metade do coefficiente de x (n.os 340 e 341). Ora o coefficiente de x é $2p$ (n.º 334); a metade de $2p$ é p, e o quadrado de p é p^2. Juntando p^2 ao primeiro membro, temos de juntal-o tambem ao segundo para conservar a igualdade da equação.

A equação é pois............... $x^2+2px=q$,
completando o quadrado....... $x^2+2px+p^2=q+p^2$,
extrahindo a raiz quadrada..... $x+p=\pm\sqrt{q+p^2}$,
Primeira raiz................ $x'=-p+\sqrt{q+p^2}$,
Segunda raiz................. $x''=-p-\sqrt{q+p^2}$.

Fonte: Elaborada a partir de Trajano (1905, p. 161).

A Figura 49 denota os mesmos passos desenvolvidos no exemplo numérico, mas agora para a obtenção da fórmula almejada, de modo que o percurso trilhado sai do particular para o caso genérico e a posterior aplicação do resultado obtido, a fórmula, em questões. Já a escolha de Trajano (1905) pela equação geral com o termo $2px$, diferente de outros autores, leva a uma regra que evita frações. Ademais, o autor ainda apresenta outras formas para a equação[165] e, ao lado, como seria a solução de cada caso. Para além de facilitar a resolução de equações do 2º grau, o fato de explicitar quatro fórmulas associadas a pequenas mudanças de sinais na equação original evidencia que Trajano (1905) não considera que seja adequado, ou que o estudante teria facilidade, em aplicar a primeira solução encontrada nos mais diversos casos.

[165] Seriam elas: $x^2 - 2px = q$, $x^2 + 2px = -q$ e $x^2 - 2px = -q$. A última na verdade é apresentada com um erro de sinal, ao invés de $-2px$ o livro traz como $2px$, de forma que fica igual à segunda equação. Contudo, a solução para a última equação nos indica o erro na apresentação do livro.

Com isso, é possível conjecturar que Trajano (1905) compreendia que a Álgebra ensinada, a partir de sua obra, não deveria ser avançada ao ponto de apresentar uma única fórmula para a solução e cobrar do estudante o raciocínio necessário para aplicá-la em diversos casos; ou ainda, que a Álgebra pretendida tenha sido pensada para estudantes que, devido a sua faixa etária, não teriam maturidade para o desenvolvimento desse tipo de raciocínio com uma única fórmula. Tais perspectivas reforçam o viés de uma Álgebra menos complexa, o que vai ao encontro da construção do conteúdo que o autor estabelece (do simples para o complexo).

Há pouca ênfase aos sistemas não lineares, ou seja, sistemas de equações que perpassam equações do 2º grau, de forma que o conteúdo é abordado em duas páginas. Em todos os exemplos é utilizado o método da substituição. Um esforço maior é observado na apresentação do conteúdo de proporções (TRAJANO, 1905, p. 169-173), sendo que o autor desenvolve a demonstração de cada uma das dez propriedades enunciadas de forma literal. Mesmo havendo questões em que se solicita o valor de uma incógnita na proporção ou que se pede para encontrar um dos valores da proporção, não há exemplos numéricos em que Trajano (1905) mostre como são resolvidos esses tipos de questões. Assim, podemos supor que os casos mais simples poderiam ser solucionados pela simples aplicação de uma das fórmulas das propriedades, como é o caso de “Os primeiros tres termos de uma proporção são 12, 5 e 24; qual é o quarto termo?” (TRAJANO, 1905, p. 170), em que basta saber que o último termo será o produto do segundo e terceiro, dividido pelo primeiro. No entanto, problemas mais complexos não teriam solução direta, mesmo utilizando as propriedades apresentadas, como é o caso de “Achar o valor de x na proporção $x + 4 : x + 2 :: x + 8 : x + 5$” (TRAJANO, 1905, p. 173), que precisaria perpassar o uso de equações do 2º grau ou, caso fosse utilizada uma das propriedades expostas, equações do 1º grau. Desse modo, a aproximação de Trajano (1905) para esse conteúdo é diferenciada dos livros de Aritmética, mesmo já tendo se debruçado sobre a resolução de equações e aplicação de fórmulas.

A generalização é um dos temas que é pouco abordado explicitamente na obra, mas para o qual Trajano (1905, p. 107) dedica uma seção intitulada “Generalização”, entre as páginas 107 e 111, em que diz

> Quando as quantidades conhecidas de um problema algebrico são representadas por lettras estas quantidades chamam-se valores geraes, porque o resultado da solução apresenta um modo geral de resolver todos os problemas da mesma especie. Generalizar um problema é pois substituir os seus valores particulares ou dados por valores geraes representados por lettras, para que o valor da incognita seja expresso em uma fórmula algebrica (TRAJANO, 1905, p. 107).

O autor traz então quatro casos de generalização e em cada um inicia com um exemplo numérico e que, depois de resolvê-los, apresenta a solução de forma generalizada. Com uma fórmula pronta, ele resolve novos problemas numéricos similares, aplicando a solução genérica.

Por fim, é importante destacar que não foi possível observar explicitamente que o autor associe o ensino de Álgebra como uma ferramenta para facilitar a solução de problemas complexos da Aritmética. Ainda no prefácio é dito pelo autor que, entre outros benefícios, o estudo de sua Álgebra permitiria que os estudantes fossem "habilitados para resolver muitos cálculos que, de modo algum, resolveriam só com o auxilio da Arithmetica" (TRAJANO, 1905, p. 4). Isso coloca a Álgebra em uma posição superior à Aritmética, mas não lhe confere a função de auxiliar na resolução de problemas da última.

5.4 A CONFLUÊNCIA DE UMA ÁLGEBRA *A ENSINAR* PARA A ESCOLA COMPLEMENTAR CATARINENSE

A objetivação de saberes, como vimos no capítulo 2, não se dá pela observação de discursos/ideias em uma ou outra fonte, uma vez que tais aspectos poderiam carregar diversas subjetividades de seus autores. De modo semelhante, os saberes *a ensinar* não são "observados nas fontes", uma vez que se constituem a partir das análises. Assim, acreditamos que a caracterização de saberes *a ensinar* acerca de uma Álgebra na Escola Complementar deveria ocorrer somente depois das análises realizadas, de modo que, anteriormente, evidenciamos certos aspectos durante as análises, mas só agora procuramos caracterizá-los como saberes.

Nesta seção realizamos uma síntese das observações feitas quanto à circulação de ideias que convergem para o ensino de Álgebra na instrução complementar de Santa Catarina, no início do século XX. O discurso observado, derivado da contraposição das análises realizadas sobre as propostas para o ensino no estado, os artigos da revista "A Escola Primaria" e os livros didáticos, foram posteriormente articulados com as conclusões obtidas da investigação acerca do âmbito estadunidense, de modo que suas nuances possam ser explicitadas. Assim, ao fim das análises foi possível constatar as semelhanças e diferenças das proposições, de modo que tentamos reconstituir a proposta de uma Álgebra *a ensinar* para a Escola Complementar catarinense e dos elementos que a compõe.

Para isso, cabe relembrar que na seção 5.1 vimos que a Álgebra instituída com a criação da Escola Complementar, em Santa Catarina, não seria exatamente a mesma que se propôs em outros estados brasileiros. No âmbito catarinense a Álgebra não adentraria o ensino de equações do 2º grau, mesmo que o livro adotado, o de Trajano (1905), também abordasse esse tema. Com isso, o aprendizado de saberes algébricos ficava então limitado a um percurso que finalizaria em sistemas lineares, permeando nesse processo os aspectos de uma Álgebra para generalização, para simplificação da resolução de problemas e solução de equações.

Os discursos presentes na revista “A Escola Primaria”, na seção 5.2, também representam propostas para a constituição de um ensino de Álgebra que fosse pensado para os primeiros anos escolares. Os artigos de 1917 e 1918 representam ainda a possibilidade de verificar se há um diálogo entre as proposições dos autores e o que foi observado nos livros didáticos relacionados com a Álgebra do ensino complementar catarinense. Dentre os artigos analisados, ganha destaque o de Reis (1918a, 1918b) que também vincula sua proposta de uma Álgebra para a Escola Primária com as propostas realizadas pelas comissões estadunidenses.

Por fim, a busca por compreender que Álgebra que se constitui com a criação da instituição, foco da pesquisa, levou-nos a olhar para uma fonte muito profícua, os livros didáticos. Nesse sentido, na seção 5.3 nos debruçamos sobre os livros de Aritmética e Álgebra que estiveram relacionados ao ensino complementar catarinense. Na Aritmética, discutida na seção 5.3.1, buscamos averiguar se as obras apresentavam algum tipo de evidência a favor de um ensino explícito de Álgebra estabelecido no interior da disciplina. Contudo, verificamos que o uso que se faz dos elementos da Álgebra não seguem uma perspectiva algébrica, ou seja, do uso de saberes algébricos, adotando exclusivamente o uso de fórmulas na busca por uma solução. Essa diferença entre uma abordagem da Álgebra e da Aritmética ficou ainda mais evidente quando lançamos nosso olhar para os livros da primeira. Com isso, tentamos compreender como a abordagem do ensino, nos livros de Álgebra, estaria sendo proposto através dos livros didáticos, visto que tais elementos não são explicitados nos programas da Escola Complementar de Santa Catarina. Algumas informações relevantes ganharam destaque a partir das análises realizadas, de modo que são apresentadas e sintetizadas no quadro a seguir.

Quadro 32 – Aspectos observados nas obras do ensino complementar catarinense.

Operação com monômios e polinômios	
Clairaut (1801)	Apresenta de modo intuitivo, mas não se aprofunda em explicações.
Cunha (1914)	Aborda cada operação separadamente, trazendo regras de sinais para cada uma delas.
FIC (s.d.)	Aborda cada operação separadamente, trazendo regra de sinal implícita para a subtração e para multiplicação/divisão.
Ritt (1872)	Aborda cada operação separadamente, trazendo regra de sinal implícita para a subtração e regra para cada elemento de um termo no produto/divisão.

Trajano (1905)	Aborda cada operação separadamente, trazendo regra de sinal implícita para a subtração e regra para cada elemento de um termo no produto/divisão. Relaciona as letras com algo real.
Equação do 1º grau	
Clairaut (1801)	Soluciona através das operações inversas.
Cunha (1914)	Soluciona através das operações inversas. Descreve um processo para a resolução das equações.
FIC (s.d.)	Soluciona através das operações inversas.
Ritt (1872)	Soluciona através das operações inversas. Descreve um processo para a resolução das equações. Desenvolve uma fórmula geral.
Trajano (1905)	Soluciona através das operações inversas. Descreve um processo para a resolução das equações.
Equação do 2º grau	
Clairaut (1801)	Desenvolve a fórmula da equação completa pelo completamento de quadrados, intercala o uso do método e da fórmula.
Cunha (1914)	Desenvolve a fórmula da equação completa pelo completamento de quadrados e a aplica em exercícios. Só depois aborda a solução das equações incompletas usando operações inversas. Enfim, discute a equação.
FIC (s.d.)	Resolve os casos da equação incompleta utilizando operações inversas. Desenvolve a fórmula da equação completa pelo completamento de quadrados e a aplica em exercícios. Discute a equação e aborda máximos e mínimos.
Ritt (1872)	Desenvolve a fórmula da equação completa pelo completamento de quadrados. Só depois aborda a solução de um dos casos da equação incompleta usando operações inversas.
Trajano (1905)	Inicia resolvendo casos numéricos dos casos de equações incompletas por operações inversas. Para as equações completas, primeiro mostra como se completa quadrados e depois busca as raízes para um exemplo numérico de equação do 2º grau. Só depois desenvolve a fórmula para o caso geral, posteriormente, aplicando a fórmula.
Sistemas de equações	
Clairaut (1801)	Até sistemas 3x3, somente o método da substituição.
Cunha (1914)	Até sistemas 4x4 e não lineares, abordando os três métodos.
FIC (s.d.)	Até sistemas 4x4 e não lineares, abordando os três métodos.
Ritt (1872)	Até sistemas 6x6 e não lineares, somente o método da substituição.
Trajano (1905)	Até sistemas 3x3 e não lineares, abordando os três métodos.
Números/quantidades negativas e soluções negativas em problemas	
Clairaut (1801)	Utiliza números negativos, mas não apresenta explicações sobre eles. As soluções negativas devem ser contadas no sentido contrário ao assumido na resolução do problema.
Cunha (1914)	Explica como surgem os números negativos na subtração e que isso não contradiz os princípios da Aritmética. As soluções negativas indicam algo

	errado com o enunciado do problema ou devem ser contadas no sentido contrário ao assumido na resolução do mesmo.
FIC (s.d.)	Explica que os números negativos surgem a partir da necessidade de generalizar a subtração desenvolvida na Aritmética. As soluções negativas podem indicar impossibilidade no problema ou devem ser contadas no sentido contrário ao assumido na resolução do problema.
Ritt (1872)	Utiliza quantidades algébricas negativas, mas evita números negativos, que só surgem a partir das equações do 2º grau. As soluções negativas indicam algo de errado com o enunciado do problema.
Trajano (1905)	Aborda quantidades negativas algébricas, inclusive trazendo a ideia de que uma quantidade negativa é um "desfalque" e um exemplo de operação com números que o resultado é negativo. Evita soluções negativas até abordá-las em um tema específico, indicando que tal tipo de solução indica algo a ser corrigido no enunciado ou que a incógnita deve ser contada no sentido contrário.
Proporções	
Clairaut (1801)	Apresenta e diz pertencer à Aritmética. Utiliza para determinar equações que são resolvidas algebricamente.
Cunha (1914)	Traz como aplicação e a resolução perpassa equações.
FIC (s.d.)	Aborda em perspectiva diferente da Aritmética, não utilizando para determinar valor desconhecido.
Ritt (1872)	Apenas menciona nos problemas de aplicação das equações do 2º grau.
Trajano (1905)	Primeiro traz aplicação como em Aritmética, usando a fórmula para determinar um termo desconhecido. Em seguida, traz exercícios que perpassam, necessariamente, a resolução de equações do 1º ou 2º graus.
Álgebra como generalização da Aritmética ou atrelada à generalização	
Clairaut (1801)	Apenas Álgebra atrelada à generalização.
Cunha (1914)	Os dois aspectos.
FIC (s.d.)	Os dois aspectos.
Ritt (1872)	Traz a relação das operações com a Aritmética, mas não como uma generalização. Esse tema não é abordado explicitamente.
Trajano (1905)	Apenas Álgebra atrelada à generalização.
Álgebra para facilitar a solução de problemas da Aritmética	
Clairaut (1801)	Não era evidenciada
Cunha (1914)	Presente na obra
FIC (s.d.)	Não era evidenciada
Ritt (1872)	Não era evidenciada
Trajano (1905)	Não era evidenciada

Fonte: Elaboração nossa.

Podemos constatar, no final do quadro acima, que diferentemente de muitos outros discursos observados, a maioria dos autores não explicitam o ensino de Álgebra como forma de facilitar a resolução de problemas complexos da Aritmética, o que reforça que elas não eram voltadas para o ensino primário. Esse fato, em conjunto com a circulação da ideia de que a Álgebra cumpriria esse papel, leva-nos a crer que esta poderia ser uma ideia já aceita/estabelecida na época, de modo que talvez não fosse necessário declarar isso nas obras.

Ainda sobre a concepção da Álgebra e sua função, cabe lembrar que os dicionários, verificados no início dessa tese, na seção 1.2, denotam que a concepção de Álgebra, segundo o viés da época, era construída a partir do conhecimento relacionado com a noção de incógnita, operações algébricas, polinômios e equações. Os processos desse campo estariam atrelados à generalização dos conteúdos da Aritmética, utilizando da representação por letras e adentrando a discussão dos números negativos. Nos livros didáticos de Álgebra analisados há uma grande ênfase ao uso de letras para representar quantidades, conhecidas ou não, além dos sinais que estabeleceriam relações entre essas quantidades. A generalização surge também, seja para "generalisar todas as questões que se pódem propôr sobre as quantidades" (FIC, s.d., p. 1) ou para "generalisar os raciocinios que temos de fazer para resolver essas questões" (CUNHA, 1914, p. 10). Basei (2020, p. 144) apresenta, a partir da análise da obra de João Borges e Gomes Cardim, que a Álgebra também seria "uma parte da Matemática utilizada para resolver problemas numéricos. Por meio de letras, a Álgebra generaliza e simplifica, agilizando os cálculos. Como a Álgebra fornece fórmulas, definem-na também como o cálculo de relações". Trajano (1905, p. 5) vai além ao indicar não apenas que a Álgebra estaria relacionada à resolução de problemas, mas também com a demonstração de teoremas[166]. Com isso é possível dizer, após as análises realizadas, que a concepção de Álgebra feita no início de nossa pesquisa pode ser observada também em livros didáticos.

Vale lembrar, ainda, que a diversas fontes analisadas apontam que a Álgebra representa, para além da generalização, uma ampliação da Aritmética e de seus processos. Isso parte desde os relatórios estadunidenses, perpassa os livros de Álgebra e chega em Reis (1917). As operações algébricas são um dos primeiros elementos que estabelecem uma relação entre as duas disciplinas através do processo de generalização existente, principalmente ao denotar a

[166] Clairaut (1801) e Ritt (1872) não definem Álgebra, sendo que o primeiro estrutura sua obra visando uma perspectiva que fica vinculada a uma Álgebra muito avançada, principalmente pelo foco em uma abordagem mais literal do que numérica. Já o segundo, apresenta implicitamente uma ideia de Álgebra que se relaciona com a Aritmética em dados momentos e que permeia as letras e números, além de ser utilizada para resolver problemas e determinar valores desconhecidos na forma numérica ou literal.

possibilidade de existirem resultados negativos, que não são concebidos na Aritmética. Como a definição da Álgebra aponta, este aspecto também está associado aos raciocínios, que poderiam ser generalizados por regras ou fórmulas que resolvem problemas específicos.

Ao nos aprofundarmos em nossas análises, alguns elementos foram ganhando destaque, de modo que a busca pela forma como estes foram adotados, ou não, no ensino complementar de Santa Catarina ganhou relevância. Sendo eles: a associação da letra com algo real para a introdução das operações algébricas; a associação da equação com a balança em equilíbrio; o uso da letra para determinar valor desconhecido; o uso da letra como objeto abstrato; números negativos e soluções negativas; a solução de equações pelo uso de fórmulas ou através do raciocínio algébrico; a abordagem de proporções e o ensino de Álgebra; a Álgebra para resolução de problemas complexos da Aritmética.

A ideia de relacionar as letras com algo real no ensino de Álgebra surge primeiro no relatório da Comissão dos dez e, posteriormente, no artigo de Reis (1917), que discute o tema novamente em seu segundo artigo (REIS 1918a), apresentando que tal abordagem seria utilizada para facilitar a compreensão das operações com termos algébricos. Esse percurso possibilitaria associar a contagem de objetos reais, que posteriormente teriam seus nomes abreviados, com as operações algébricas, o que facilitaria a compreensão das mesmas.

Clairaut (1801) não busca associar as letras com algo real para tornar a introdução às operações algébricas mais palpáveis para os estudantes. Na realidade, o autor não esboça grandes explicações para as operações, trazendo uma perspectiva muito intuitiva para sua abordagem. Assim como o autor, Cunha (1914), FIC (s.d.) e Ritt (1872) não relacionam as letras com algo real para facilitar a introdução ao desenvolvimento das operações com termos algébricos, fazendo com que tal aproximação seja observada apenas no livro de Trajano (1905). Mesmo assim, a abordagem encontrada na obra de Trajano (1905) se diferencia bastante da proposta feita por Reis (1918a) alguns anos depois, uma vez que o primeiro relaciona as letras à realidade com termos como $10\, annos = 10a$, enquanto que o segundo o faz com objetos $10\, pennas = 10p$. Contudo, Trajano (1905) ainda se limita apenas à introdução das operações algébricas, como faz o segundo autor. Tais aspectos podem denotar que, talvez, essa proposta de metodologia para o ensino tenha se desenvolvido com o decorrer do tempo.

Os princípios do estudo de equações também configuram um elemento muito relevante de nossas análises, uma vez que a concepção de relacionar a equação com a balança em equilíbrio, algo tão comum no ensino de conteúdos da Álgebra nos dias de hoje, aparece unicamente nas ideias expostas na conferência realizada por Reis (1918a). Desse modo, nenhuma das outras fontes analisadas associa a equação com uma balança, para passar a ideia de que o valor da incógnita que se busca é o peso desconhecido que mantém a balança em equilíbrio. A visão de associar a Álgebra a figuras, mentais ou impressas, poderia não existir ainda, na época, ou ser encarada como desnecessária para o ensino. Isso pode ter sido reforçado pelo fato de que, como observado, poucos autores relacionam as letras com objetos em sua abordagem do conteúdo, o que seria necessário, já que a incógnita seria representada por pesos.

O foco na abordagem de equações leva a estabelecer que a Álgebra seria associada aos processos para a determinação de valores da incógnita, nos diversos discursos analisados, principalmente nos dos autores dos livros. Isso ganha destaque quando observamos o pouco destaque dado às expressões algébricas e às funções, além da notável percepção de que as letras representariam quantidades conhecidas e desconhecidas. Nesse sentido, Clairaut (1801), em certos momentos, parece fugir desse padrão ao trazer uma perspectiva voltada a uma Álgebra que vincula a letra como um objeto abstrato, uma vez que sua abordagem tem grande foco para o desenvolvimento de uma ciência literal/formal. O autor, ainda assim, associa a Álgebra com processos de determinação de valores desconhecidos, mesmo em um viés inclinado mais para elementos literais do que os numéricos. Isso, contudo, não é praticado pelos outros autores, o que denota que tal abordagem não seria adotada no ensino complementar de Santa Catarina. Os demais utilizam de uma Álgebra literal para desenvolver fórmulas ou explicitar propriedades, mas apresentam também boa parte do seu desenvolvimento sobre exemplos numéricos.

No caso de Trajano (1905), como apontado anteriormente, há uma forte tendência à abordagem numérica que leva aos objetos literais, seguindo a perspectiva de partir do simples para o complexo. Assim, poderia ser dito que no ensino complementar catarinense há pouca ênfase ao uso das letras como objetos abstratos, sendo observada uma abordagem muito mais numérica para a Álgebra que se institui. Além disso, mesmo quando o caminho tomado para o ensino fosse o abstrato, todas as fontes analisadas enaltecem o viés de uma determinação de valores desconhecidos e a generalização de regras/raciocínios.

Além disso, os discursos analisados na revista “A Escola Primaria” também apontam na direção de que uma Álgebra para os primeiros anos escolares estaria vinculada à determinação de valores desconhecidos através das equações em problemas. Essa ideia poderia ser concebida mesmo antes do uso das letras, uma vez que os professores seriam capazes de utilizar “quadradinhos” ou sinal de interrogação para representar um elemento desconhecido que se buscava determinar o valor (REIS, 1917, 1918a; CABRITA, 1917a). A mesma coisa é observada anos antes nos relatórios estadunidenses, de modo que a Álgebra sugerida para o ensino elementar fosse voltada para a resolução de equações.

No que tange aos números negativos, foi possível constatar que as quantidades algébricas negativas são amplamente utilizadas pelos autores, até como forma de estabelecer a Álgebra como uma generalização de processos já desenvolvidos na Aritmética. No entanto, não há uma hegemonia nas abordagens, como é possível constatar no Quadro 32. Clairaut (1801), Cunha (1914) e FIC (s.d.) trazem os números negativos a partir da subtração, de modo a indicar que a Álgebra precisaria ir além da Aritmética para generalizar essa operação. Já Ritt (1872) e Trajano (1905) buscam evitar a abordagem de números negativos, que só surgem a partir da discussão das soluções de equações ou das equações do 2º grau. Tal posicionamento, de evitar números negativos, também foi observado no relatório da Comissão dos dez[167].

Em relação à presença de soluções negativas em problemas, os autores vão ao encontro da perspectiva de que tais soluções poderiam ser o indicativo de alguma contradição com o enunciado, que poderia ser corrigido de modo que a solução determinada seja positiva. Cunha (1914), FIC (s.d.) e Trajano (1905) apresentam ainda que, em alguns casos, as soluções negativas poderiam ser contadas no sentido contrário ao assumido na resolução do problema. Trajano (1905) apresenta ainda a possibilidade de repensar a construção da resolução, de modo que a solução se torna positiva ao ser pensada no sentido oposto do inicialmente adotado.

Vale ressaltar que em Santa Catarina não era explicitado que o ensino complementar, no período de sua criação, abrangeria o conteúdo de números negativos/soluções negativas. Somente com a transformação da instituição em Escola Normal Primaria, em 1935, e a consequente adoção de parte do programa do ensino secundário que esses temas passam a ser explicitados como parte do currículo de Álgebra. A perspectiva observada no livro de Trajano (1905), adotado como material de referência no ensino complementar catarinense, reforça um ensino que busca evitar os números negativos e soluções negativas, mas, ainda assim, estes são abordados, seja numérica/algebricamente ou ainda na solução de problemas. Ademais, o fato de a maioria das obras que serviriam de suporte para os inspetores[168] adotar a abordagem de quantidades/soluções negativas, bem como a perspectiva de que mesmo a Álgebra do ensino elementar iria além dos limites da Aritmética, permite-nos concluir que esses tópicos devem ter feito parte da Álgebra que se estruturava com a criação da Escola Complementar catarinense,

Alguns anos depois da criação da rede de ensino no âmbito de Santa Catarina é possível observar que a presença dos números negativos na Álgebra é reforçado, como as análises

[167] Discutido no capítulo 4, na seção 4.1.
[168] Lembremos que os inspetores ministravam aulas modelo pelo estado, em busca de padronizar o novo sistema de ensino instaurado com a implementação dos Grupos Escolares e Escolas Complementares catarinenses.

realizadas sobre os artigos da revista “A Escola Primaria” enaltecem. Isso ocorre uma vez que Reis (1918b) apresenta que esses elementos seriam imprescindíveis para o ensino de Álgebra na Escola Primária, o que fortalece a ideia de que estes se faziam presentes em seu ensino. No entanto, contradizendo um dos pensamentos elaborados pelo autor, os livros mostram que seria útil e necessário apresentar e, como visto em Trajano (1905), analisar as regras de sinais.

De modo geral, podemos dizer, então, que a Álgebra que se institui a partir dos livros analisados vai além das barreiras impostas pela Aritmética, principalmente por observarmos a presença dos números e soluções negativas nas propostas dos autores. No entanto, ao olharmos para Trajano (1905), que era o livro adotado para a sala de aula da Escola complementar, vemos uma certa resistência ao emprego desses elementos, principalmente em problemas. Tal barreira só é quebrada pelo autor ao considerar que seria possível resolver um problema com solução negativa, pela correção de seu enunciado ou pela mudança na forma de estruturar a equação da solução, ou ainda no ensino de equações do 2º grau. Como em Santa Catarina não há indícios de que ensino complementar tenha adotado o ensino de equações do 2º grau, a abordagem de números negativos ficaria então restrita à generalização da operação de subtração desenvolvida na Aritmética, bem como das regras de sinais do produto/divisão ou ainda de problemas de equações do 1º grau e de sistemas. Todavia, transparece da Álgebra proposta por Trajano (1905) outras formas de quebrar as barreiras impostas, como é o caso de o autor enaltecer que, na Álgebra, as operações vão muito além da Aritmética, ao ponto de que somar e subtrair, por exemplo, não significam necessariamente aumentar e diminuir, respectivamente.

Foi possível constatar ainda que a resolução de equações, seja nos livros ou nos artigos da revista “A Escola Primaria”, trazem as operações inversas como processo de solução. Esse método também é utilizado para a determinação das soluções de sistemas pelos autores, uma vez que todos abordam o método da substituição, que se constitui com base em operações inversas, visando duas ou mais variáveis. Nas equações do 2º grau é possível observar a forte presença das operações inversas, seja na resolução de equações incompletas/completas, ou ainda no processo para determinar uma fórmula geral para a solução dessas equações. Assim, não há abordagens que partam da existência de uma fórmula e sua aplicação em problemas/exercícios para determinar as raízes de uma equação. Desse modo, o viés da época institui uma Álgebra que se baseia na resolução de equações por processos e não por fórmulas.

Em relação à abordagem dos sistemas de equações, a maior parte das análises aponta para um consenso de que três métodos principais deveriam ser abordados: substituição, comparação e redução ao mesmo coeficiente. No entanto, há autores que não pensam dessa forma, como é o caso de Clairaut (1801), Ritt (1872) e Reis (1918b), que optam por trazer apenas um método. Talvez essa opção metodológica dos autores se baseie no fato de que bastaria um método para a resolução de sistemas e o ensino de outras ferramentas poderia gerar ainda mais dificuldades para a disciplina. No entanto, o programa de Santa Catarina e o livro adotado como referência (TRAJANO, 1905) nos permitem supor que esse não foi o caso do ensino complementar no estado.

Tal perspectiva sobre o ensino de equações e sistemas reforça ainda as suposições levantadas acerca do ensino de *equidifferenças* e proporções. Como visto, a abordagem de proporções é observada de modos distintos em cada uma das obras vinculadas ao ensino complementar catarinense. Quando utilizada para determinar valores desconhecidos na proporção, somente Trajano (1905) utiliza o método observado nos livros de Aritmética da seção 5.3.1, mas o faz apenas inicialmente. De modo geral, as aplicações são utilizadas para desenvolver problemas que perpassam equações do 2º grau, mas que também poderiam ser resolvidas utilizando os métodos de equações do 1º grau. Isso denota, como apontado nas análises realizadas sobre o conteúdo nos livros de Aritmética, que a abordagem realizada nesses livros não tinha como objetivo o ensino de Álgebra. Essa afirmação é embasada no fato de que os indícios aqui destacados apontam que a Álgebra *a ensinar* teria como foco a resolução de equações via o uso do raciocínio algébrico, ou seja, pelas operações inversas e não apenas pela aplicação de fórmulas. Isso é reforçado quando observamos que os livros de Álgebra não adotam o viés das fórmulas, além de trazer as proporções como uma aplicação para os conteúdos de equações e que, portanto, deveria ser discutida após esses tópicos.

Outro elemento que ganha destaque nas propostas analisadas, como a das comissões estadunidenses e de Reis (1918a, 1918b), é a proposição de uma Álgebra que surgia da necessidade de facilitar a resolução de problemas complexos da Aritmética. Ela é observada explicitamente apenas na obra de Cunha (1914), quando o autor atribui o uso dos elementos da primeira, como facilitadores para a solução de problemas que "cansariam o espírito" caso esses não fossem empregados. Ao darmos destaque para os livros de FIC (s.d.) e Ritt (1872), que foram indicados para exercícios no ensino de Álgebra, devemos relembrar que: o primeiro só propõe exercícios de aplicação direta do que foi abordado (do tipo "efetue", "calcule", "determine" etc.), de modo que os problemas com enunciados mais complexos são abordados apenas no desenvolvimento dos conteúdos de Álgebra; já o segundo, traz uma gama de exercícios que intercalam a simples aplicação e problemas elaborados. No entanto, nenhum dos dois livros associa seus exercícios ou problemas à Aritmética, o que não permita dizer que essa relação sobressaia a partir dos livros analisados. No entanto, a presença de problemas que envolvem enunciados elaborados e a posterior resolução destes através de equações, como ocorre em diversos livros, inclusive no de Trajano (1905), bem como a existência de problemas que envolvem elementos da Geometria (CUNHA, 1914; FIC, s.d.; RITT, 1872), leva-nos a acreditar que o ensino de Álgebra, ainda assim, teria como foco facilitar a resolução de problemas até então encontrados nos outros âmbitos da abordagem do conhecimento matemático.

A partir das características evidenciadas, podemos dizer que os indícios apontam que a Álgebra proposta para o ensino complementar catarinense, ao adotar a obra de Trajano (1905) como principal material didático, iria do simples para o complexo. Isso pode ser observado principalmente por três aspectos: a escolha do autor em explicitar, por exemplo, a análise dos casos das regras de sinais que nas outras obras são apenas enunciadas; ensinar separadamente processos que posteriormente se constituem como as etapas de um método a ser utilizado; pelo foco inicial ser direcionado para abordagens numéricas e, posteriormente, para os aspectos literais relacionados a um conteúdo. Tal perspectiva denota um viés para um ensino proposto apenas para os primeiros elementos da Álgebra, ou seja, uma Álgebra que acaba na resolução de equações. Isso poderia estar vinculado às diversas finalidades desse ensino: preencher uma lacuna existente entre o ensino primário e o secundário; caracterizar-se como uma formação de professores para escolas distantes da capital catarinense; facilitar a resolução de problemas encontrados na Aritmética e Geometria; formar o cidadão republicano e preparar o estudante para a continuidade dos seus estudos. Os dois últimos aspectos permitem ainda encarar o ensino de Álgebra estabelecido com um ensino de elementos, uma vez que o conhecimento poderia ser aplicado na Aritmética e Geometria, bem como a aprendizagem da disciplina poderia ter continuidade nas etapas posteriores da formação do estudante, como o Trajano (1905) destaca em seu prefácio e o regulamento de Santa Catarina (1911a) prevê.

Por fim, é possível destacar, também, aspectos das funções do livro didático com base em Choppin (2004). Inicialmente, ao olhar o conjunto dos livros que se associa com o ensino complementar de Santa Catarina, a função referencial desse material emana uma Álgebra que iria muito além do programa proposto com a criação da instituição no estado. Essa discrepância muda quando lançamos nosso olhar apenas para a obra de Trajano (1905), que ultrapassa o programa apenas ao abordar equações do 2º grau, proporções e progressões, sendo que o primeiro tópico constava na formação complementar de outros estados e os outros temas serviriam como aplicação para os estudos de equações.

Quanto à função instrumental, os métodos e práticas que se evidenciam desse ensino seriam de uma apresentação do conteúdo que, como dito, iria do simples para o complexo, além de que visaria o uso das operações algébricas/raciocínio algébrico para a resolução de problemas e não apenas a aplicação de fórmulas. O ensino de Álgebra estaria atrelado não só à ampliação do conhecimento dos estudantes, que até então se limitava à Aritmética, mas também caracteriza a importação de perspectivas estrangeiras, como destacado pelas nossas análises e dito por Trajano (1905) em seu prefácio. Essas serviam como forma de direcionar a educação em um período de implantação da república e, portanto, para formar o cidadão republicano, de modo que a Álgebra também contribui para uma função ideológica e cultural no período.

A última função, a documental, que está relacionada ao desenvolvimento da criticidade do estudante, ganha destaque em dois objetivos do ensino de Álgebra: desenvolver capacidade de generalização, via raciocínio algébrico, no estudante; questionar as limitações da Aritmética, como é o caso dos resultados negativos, que levam a considerar impossível a resolução de diversos problemas e impossibilitando a contagem em sentidos opostos.

5.4.1 Caracterizações desenvolvidas a partir das análises

Uma das primeiras características marcantes e que ganha destaque em diversos documentos, sendo inicialmente referenciada no relatório da Comissão dos dez, e nas análises realizadas é a relação dos números negativos com o ensino de Álgebra. Nesse sentido, segundo Allaire (1997), no século XVIII os números negativos eram aceitos até certo ponto, mas havia insatisfação quanto à situação da Álgebra e dos números negativos na época. Isso se dava pelo fato de que, nesse período, os números negativos não tinham definição precisa, o que fazia com que a Álgebra não tivesse uma fundação sólida (ALLEIRE, 1997).

> O problema dos negativos levou a tentativas de definir os números negativos rigorosamente e a reconstruir a álgebra de uma forma a colocar a disciplina sobre uma estrutura lógica segura. O primeiro a publicar uma reestruturação sistemática para a álgebra foi Geoge Peacock (ALLEIRE, 1997, p. 4, tradução nossa).

O trabalho desenvolvido por George Peacock na metade do século XIX, que teria sido inspirado em autores como o de Charles Babbage (DUBBEY, 1977; LAMBERT, 2013), torna-se muito relevante, uma vez que o autor foi um dos colaboradores para o desenvolvimento de uma Álgebra dita moderna. Segundo Dubbey (1977, p. 295), a obra “A Treatise on Algebra: Vol 1. Arithmetical Algebra” (PEACOCK, 1842) foi a primeira publicação a reconhecer que a Álgebra não precisaria estar associada à Aritmética, de modo a conceber a existência de Álgebras não-aritméticas. No prefácio da obra de Peacock (1842) é apresentado que existiam duas ciências relacionadas com a Álgebra, que o autor denomina: a Álgebra aritmetizada e a

Álgebra simbólica[169]. "Anteriormente, álgebra era concebida apenas como aritmética, com letras e símbolos substituindo números. Peacock, assim como outros autores da época, achou isso desnecessariamente restritivo, pois a aritmética seria apenas um ramo da álgebra e não toda a disciplina" (DUBBEY, 1977, p. 196, tradução nossa).

No livro de Peacock (1842), como o título indica, o autor se dedica à apresentação da Álgebra aritmetizada, mas no prefácio busca explicar as diferenças entre as duas:

> Na Álgebra aritmetizada, consideramos símbolos como representantes de números, e as operações às quais eles são submetidos seguindo as mesmas definições (seja na forma de expressar ou de entender) da Aritmética comum: os sinais de + e – denotam as operações de adição e subtração no seu sentido comum apenas, e estas operações são consideradas impossíveis em todos os casos em que os símbolos sujeitos a elas assumam valores em que não é possível realizar a operação, no caso dos símbolos serem substituídos por números: de forma que em expressões, como $a + b$, temos de supor que a e b são quantidades do mesmo tipo: em outras, como $a - b$, temos de supor que a é maior que b (PEACOCK, 1842, p. IV, tradução nossa).

O problema dos negativos na Álgebra, observado por Alleire (1997), entre o século XVIII e XIX, teria alguma relação com o ensino de Aritmética na instrução complementar? Os livros de Aritmética analisados na seção 5.3.1 permitem constatar que o ensino de números negativos não se constituía como saber aritmético, no início do século XX. A princípio podemos destacar Trajano (1935, p. 23), que determina que na subtração o minuendo seria o maior número, enquanto o subtraendo o menor. Mais a frente, em uma seção denominada "Igualdade e desigualdade", Trajano (1935, p. 45-46) apresenta o tópico "quantidades positivas e negativas" em que o autor determina que "a addição e a subtracçâo são as concepçoes fundamentaes em todas as operações da Arithmetica" e com isso todos os números poderiam ser classificados em positivos e negativos, sendo os últimos os "numeros que se subtrahem". Além de o autor relacionar os números negativos com a operação de subtração e não com números que poderiam ser contados na direção contrária dos positivos, o fato de assumir, anteriormente, que os números que subtraem são menores nas operações faz com que as soluções possíveis sejam sempre positivas. Reis e Reis (1892; 1910) mencionam o termo "negativo" em sua obra apenas ao dizer que estes números não têm logaritmos. Quanto à operação de subtração, os autores se assemelham a Trajano (1935) ao limitá-la para o caso em que o valor subtraindo seja sempre menor. Sá Pereira de Castro (1880, p. 39) tem abordagem semelhante, uma vez que também associa à subtração a ideia de "tirar um numero de outro que

[169] Os termos usados em inglês são "arithmetical algebra", ou "arithmetic algebra", e "symbolical algebra", respectivamente. Também encontramos a tradução para o primeiro termo como "Álgebra aritmética", mas optamos por "Álgebra aritmetizada" por compreender que esta se constitui como uma particularização de uma Álgebra maior, resultante de um processo de aritmetização do conhecimento algébrico.

o exceda” e, quando discute logaritmos, apresenta uma propriedade para lidar com resultados negativos.

Segundo a perspectiva de Lambert (2013),

> Números negativos escandalizaram a operação de subtração porque tirar uma grande quantidade de uma menor poderia ser justificado apenas pelo uso de analogias com dívidas monetárias ou linhas traçadas em diferentes direções. Para matemáticos [...] do final do século XVIII [...] não pensar de forma precisa era vergonhoso, até profano. Maseres pensava que os números negativos tornam “a ciência da álgebra... desonrada.... obscura.... difícil e repugnante para os homens de gosto justo pelo raciocínio preciso (LAMBERT, 2013, p. 285, tradução nossa).

Desta forma, as observações de Peacock (1842), acerca das limitações da Aritmética, ainda estão presentes no ensino desta, no início do século XX. Assim, as análises desenvolvidas sobre uma Álgebra que se institui para o ensino complementar também deveriam destacar elementos que caracterizassem, ou não, a presença destas barreiras impostas pelo conhecimento aritmético[170]. Destarte, a Álgebra aritmetizada é uma Álgebra que advém de uma generalização da Aritmética, de seus pressupostos, mas que ainda é restringida pelas algemas que limitam a última. Com isso, para Peacock (1842, p. V), as “generalizações da Álgebra aritmetizada são generalizações de raciocínio [da Aritmética], e não de forma” (tradução e adição nossas), o que significa dizer que o processo não supera os obstáculos preestabelecidos. Para além disso, de modo a justificar práticas mais abstratas, como contar “abaixo de zero”, “Peacock observou não só a origem de conceitos matemáticos como número, mas também, os raciocínios necessários para utilizá-lo” (LAMBERT, 2013, p. 281, tradução nossa).

Em contrapartida, segundo Peacock (1842), a Álgebra simbólica buscaria a generalização da forma, não se limitando tão facilmente às restrições que seriam impostas pelo uso de números, mas de modo que as operações sejam limitadas apenas às imposições apresentadas pelas definições.

> A Álgebra simbólica adota as regras da Álgebra aritmetizada, mas remove totalmente suas restrições: portanto a subtração simbólica difere da mesma operação na Álgebra aritmetizada por ser possível para todas as relações de valor para os símbolos ou expressões empregadas: até onde essas relações são admissíveis na última ciência **[Álgebra aritmetizada]**, elas são iguais em todos os seus aspectos [...] estamos então habilitados a subtrair $a + b$, bem como $a - b$, de a, obtendo, sem restrições, a regra $a - (a + b) = a - a - b = -b$ em um caso, e $a - (a - b) = a - a + b = +b$ no outro (PEACOCK, 1842, p. VI, tradução e grifo nossos).

Os resultados da Álgebra simbólica, que não são comuns na Álgebra aritmetizada, são o que o autor considera como “generalizações de forma, e não necessariamente consequências

[170] Na visão do autor, as frações em que não há denominador comum “são impróprias para adicionar ou subtrair em Aritmética, e assim, na Álgebra aritmetizada” (PEACOCK, 1842, p. IV, tradução nossa).

das definições" (PEACOCK, 1842, p. VIII, tradução nossa). Para o autor, Peacock (1842, p. IX), "o estudante que não está apenas familiarizado com os resultados da Álgebra aritmetizada, mas também com as limitações que esta impõe, estarão em condição para compreender e apreciar toda a extensão dos resultados legítimos que esta oferece" (tradução nossa). Ademais,

> [...] o que é ainda mais importante, como uma preparação para o estudo da Álgebra simbólica, o estudante estará habilitado para apreciar de uma vez a origem e a totalidade do "princípio da permanência de formas equivalentes", que assume os conhecimentos das regras da Álgebra aritmetizada como uma base para aqueles da Álgebra simbólica (PEACOCK, 1842, p. IX, tradução nossa).

Peacock (1842) determina então uma cisão, entre uma Álgebra aritmetizada, que advém de um processo de generalização da Aritmética pelo uso de símbolos e que ainda é restrita pelas limitações dos resultados aritméticos, e uma Álgebra simbólica, que seria a generalização da Álgebra aritmetizada, de modo a não sofrer mais as limitações impostas pelo conhecimento aritmético, sendo então limitada apenas por suas próprias definições. No entanto, uma dessas Álgebras não seria uma introdução para a outra, na visão de Peacock (1842).

Disso é possível constatar na Álgebra que se sobressai das análises, e que é limitada às perspectivas para o ensino complementar, algumas outras características, que ganham destaque. Em primeiro lugar, é possível observar que em diversos momentos o conhecimento algébrico se estrutura a partir de perspectivas prévias, como quando Trajano (1905) determina casos nas operações algébricas em que se transcorreria como na Aritmética, o que reforça a concepção de uma Álgebra que advém da generalização da Aritmética. Todavia, o fato de o autor indicar que somar não necessariamente significa aumentar, assim como subtrair não poderia ser compreendido como diminuir, mostra que a generalização ultrapassa as concepções da Aritmética. Em segundo lugar, as letras são sempre associadas a quantidades conhecidas ou desconhecidas, o que evita compreender a ideia de variável, por exemplo.

Todos esses aspectos determinam que a Álgebra, que se institui com a criação da Escola Complementar catarinense, não poderia ser caracterizada nem como uma Álgebra aritmetizada, pois busca superar as amarras da Aritmética, e nem inteiramente como simbólica, uma vez que também não pretendia abarcar todas as nuances da Álgebra, como uma Álgebra de funções. Assim, a Álgebra para o ensino complementar, ou uma *Álgebra complementar*, no estado de Santa Catarina, busca superar as limitações da Aritmética, mas se restringe aos processos de determinação de valores desconhecidos e de fórmulas generalizadas para solução de problemas/equações. Desse modo, se considerarmos a Álgebra escolar como uma produção da cultura escolar que objetiva a formação do estudante antes do ensino superior, local em que teria um viés mais científico e simbólico, poderíamos determinar que ela é composta por: uma

Álgebra secundarista, que abarcaria também o ensino de funções e, talvez, de elementos do cálculo diferencial/integral; uma *Álgebra complementar*, que se limita à resolução de equações, mas que não assumiria os limites da Aritmética; e por fim, na perspectiva de Peacock (1842), uma Álgebra aritmetizada, que não transpõe as barreiras da Aritmética[171].

A Álgebra, de modo geral, possui ainda outras particularidades, sendo elas atreladas às formas de compreender e utilizar os símbolos, letras ou incógnitas. Em meio às análises, foi possível perceber que as letras eram utilizadas principalmente sob três perspectivas: associadas a objetos ou algo real, como penas ou graus de temperatura; como representante de valores não determinados para a manipulação algébrica; para descobrir quantidades desconhecidas. A opção metodológica por essas relações estabelecem também características que não são empregadas com a *Álgebra complementar*, em Santa Catarina: o uso restrito de fórmulas para a simples substituição das letras por valores específicos; a ideia de variação de valor para letras, que estaria atrelado ao ensino de funções.

Como dito anteriormente, na primeira parte da seção 5.4, o relatório da Comissão dos dez é a primeira fonte a indicar que o ensino de Álgebra deveria trazer a associação das letras com objetos. Alguns anos depois, no Brasil, isso é observado no artigo de Reis (1918a) que estipula ainda que tal alternativa deveria estar ligada à introdução das operações algébricas, como forma de tornar mais simples a compreensão dos novos aspectos pelo estudante. A relação entre letra e realidade se daria pelo nome do que fosse utilizado de modo a enaltecer a simplicidade do raciocínio, que seria seguido pela abreviação do nome por uma única letra e, assim, generalizada a concepção da operação que se busca explicar. Com isso, somar $2a$ e $5a$ poderia ser traduzido como somar 2 abacaxis e 5 abacaxis, que resultaria em 7 abacaxis. Daí a abreviação apontaria que a soma de $2a$ e $5a$ seria $7a$, finalmente sendo representada por $2a + 5a = 7a$. No livro de Trajano (1905) tal viés é observado, mas a relação se dá com quantidades, como anos, temperatura e centenas/dúzias.

Nesse sentido, em um estudo realizado por Küchemann (1987) é possível observar caracterização semelhante[172]. O autor denomina como “letra usada como objeto” o caso em que

---

[171] Isso não quer dizer que, em algum momento, uma Álgebra aritmetizada já tenha feito parte do ensino. Isso precisaria ser verificado por uma pesquisa minuciosa.

[172] O autor cria seis categorias para o emprego das letras: letra avaliada, letra não usada, letra usada como objeto, letra usada como incógnita, letra usada como número genérico e letra usada como variável. Deve ficar claro que não podemos apontar que a Álgebra proposta para o ensino complementar, entre o final do século XIX e início do século XX, necessariamente adotaria a abordagem de alguma(s) categoria(s) da utilização de letras determinadas pelo autor, pois são posteriores, mas podem servir de apoio para nossas análises.

a simbologia pode ser utilizada para “denotar os lados de figuras ao invés de sua medida” (p. 106, tradução nossa). Assim, a letra passa a ser “[...] vista como uma abreviação para o nome de um objeto ou como um objeto em si mesmo”, sendo exemplo disto problemas em que se solicita: “Escreva a expressão do perímetro de cada uma das seguintes figuras” (SILVA, 2009, p. 25), em que um ou mais lados são desconhecidos.

Essa utilização das letras não visa à determinação de valores desconhecidos, por exemplo, mas sim, à representação de objetos para a sua posterior manipulação. A perspectiva adota por Trajano (1905) e Reis (1918a) parece dialogar muito com tal perspectiva, o que nos leva a propor uma categoria que relacione *letra com objeto/algo real*. Nela, as letras representam o nome de objetos, características de objetos como o perímetro de um quadrado, ou ainda uma quantidade real como a temperatura. A aplicação dessa categoria teria como objetivo final simplificar a introdução ao ensino das operações algébricas, tornando-as um processo intuitivo para o estudante. Sua utilização está intrinsecamente ligada ao emprego de saberes algébricos, sem buscar estabelecer valores desconhecidos.

A segunda característica observada foi a presença do tratamento algébrico de expressões ou igualdades compostas por termos estritamente literais. Na Álgebra tal abordagem já poderia ser esperada, mas sua presença nos livros didáticos relacionados com a Escola Complementar dita que, mesmo as obras sendo direcionadas para uma “Álgebra elementar”, o ensino pretendido visava ainda à estruturação de uma Álgebra para a generalização de raciocínios ou métodos e manipulação de expressões que levariam à constituição de fórmulas.

Nesse sentido, Silva (2009, p. 30), ao se referenciar ao trabalho de Trigueros et al. (1996) que falam sobre a “variável como número genérico”, aponta como aspecto a “Simbolização de um objeto genérico envolvido em métodos ou regras gerais, deduzidos de padrões numéricos e/ou geométricos” em que se busca “Fatorar, simplificar e desenvolver para reorganizar uma expressão”. Küchemann (1987, p. 106) também observa o uso das letras como objetos próprios, o que faria com que $2x$ fosse compreendido como “dois objetos x”. Do que vimos, a manipulação de sentenças genéricas não teria como objetivo compreender as letras como um valor específico ou um valor a ser determinado, mas sim, a construção de regras gerais ou fórmulas que advêm das relações conhecidas entre números, que levam a considerar a concepção do trabalho com objetos simbólicos/abstratos. Isso vai ao encontro do que dizem Trigueros et al. (1996) sobre o uso da letra como um objeto genérico.

Com isso, *letra como objeto abstrato* seria uma segunda categoria que podemos estabelecer a partir das análises realizadas. Nela, as letras, ou regras/sentenças genéricas, são compreendidas como objetos abstratos. Da mesma forma que na categoria anterior, é proposto o desenvolvimento de procedimentos algébricos que futuramente poderiam ser utilizados para a determinação de valores desconhecidos, mas que seu uso estaria atrelado à manipulação de expressões literais e à generalização de padrões, raciocínios ou fórmulas. Nesta categoria, os saberes algébricos podem também assumir a roupagem de uma generalização de processos da Aritmética. Isso fica evidente nas obras de Álgebra quando os autores, por exemplo, utilizam da manipulação de tais objetos para determinar a fórmula para a solução da equação do 2º grau.

Por fim, o terceiro e principal uso para as letras nas fontes analisadas é o da busca por determinar um valor que não é conhecido. Vimos que os autores das obras didáticas analisadas não apresentam termos como x, y e z como variáveis ou parâmetros, mas sim como incógnitas ou valores a serem determinados. A adoção de tais nomenclaturas parece preestabelecer a compreensão e o uso que seria feito das letras, vinculando a esta abordagem a ideia de equação e a resolução de problemas, sejam estes da Aritmética ou da própria Álgebra.

Outros autores permitem compreender melhor esse uso das lestras. Segundo Silva (2009, p. 26), "à utilização da letra como a representante de um número específico, mas desconhecido, com o qual é possível operar" seria a forma de compreender a categoria da "letra como incógnita" de Küchemann (1987). A busca por determinar um valor desconhecido leva a processos que perpassam a utilização de saberes algébricos, tendo como objetivo estabelecer alguma conclusão a respeito do que é solicitado. O uso das letras associado à ideia de incógnita envolve diversos processos e habilidades, tais como: reconhecer a letra como um termo desconhecido que pode ser determinado pela equação; compreender o símbolo, nesse caso, passa a assumir valores específicos; entender que o valor desconhecido torna equação verdadeira, o que poderia ser realizado pela "prova real"; determinar o termo desconhecido, utilizando saberes algébricos e não só por saberes aritméticos; conseguir "colocar um problema em equação" (tópico presente em alguns dos livros de Álgebra).

Deste modo, as fontes nos permitem assumir o uso da *letra como incógnita*, que se constitui aqui como uma categoria. Nela, a letra é utilizada para representar um valor que se quer determinar, através de procedimentos algébricos como as operações inversas em equações. As equações podem ser dadas ou serem construídas a partir de um processo de tradução de um problema na linguagem algébrica. Já as soluções, como observado nas abordagens dos livros de Álgebra, podem ser testadas pela prova real.

Adentrando os usos que não são observados nos conteúdos que correspondem ao ensino complementar catarinense, temos as letras como elementos de uma fórmula que seria utilizada pela substituição de valores. Essa abordagem evita a construção de fórmulas, a partir de resultados de processos de generalização feitos com base em operações algébricas, de modo que o ensino visa, quase exclusivamente, apresentar uma fórmula e aplicá-la. Trazemos esta perspectiva por ela ter sido destacada nas análises dos livros didáticos de Aritmética a respeito do ensino de *equidifferença* e proporção. Lá foi observado que o valor das letras é atribuído por uma relação de correspondência da fórmula com os termos da proporção, se eram os meios ou os extremos, fazendo com que o percurso para a determinação do valor desconhecido utilizasse unicamente as operações aritméticas. Não havendo a presença de saberes algébricos, ficou então estabelecido o posicionamento de que a abordagem destes conteúdos não teria como objetivo ensino de Álgebra, mas simples determinação de valores desconhecidos na Aritmética.

A esse favor, a primeira categoria de Küchemann (1987, p. 105), "letra avaliada", parece corroborar com o que foi visto. Para o autor, nesse uso das letras se observa uma recusa em operar com as letras, que neste caso apenas "recebem" um valor. A incógnita teria valor específico, numérico, que seria inicialmente desconhecido, mas calculável através tratamentos inteiramente aritméticos. O viés do autor se aproxima dos "problemas de quadrados", por exemplo: "2 + □ = 4", que também poderia ser representado por: "2 + ? = 4". Nesse caso, o valor procurado geralmente é determinado pelo raciocínio "o número que somado a dois e que resulta em quatro é...", resolução essa que não se embasa em saberes algébricos.

Por fim, a constituição de uma *Álgebra complementar*, que tem como foco a resolução de equações, determina que a abordagem das letras como variáveis possivelmente não seria alcançada. Por exemplo, Trajano (1905, p. 100-102) discute rapidamente os problemas indeterminados, trazendo a ideia apenas para o caso de sistemas em que o número de equações é menor que o número de incógnitas, o que leva a uma "solução indeterminada" (p. 101) e, assim, a uma ideia de variação. Mesmo apresentando qual seria o valor de uma letra, caso a outra fosse determinada, o autor não busca discutir a concepção de variável, e sim, de solução.

Nesse sentido, Küchemann (1987) determina a categoria "letra usada como variável", para a qual Silva (2009, p. 27) aponta que

> O autor utiliza como exemplo a relação $5b + 6r = 90$ para mostrar como seria a interpretação das letras como incógnitas, números genéricos e variáveis.
> Se as letras forem consideradas como incógnitas, a relação será uma sentença verdadeira para um particular par de números. Assim, esta sentença é essencialmente estática, não envolve nenhuma idéia de mudança. Por outro lado, quando as letras são usadas como números genéricos, $5b + 6r = 90$ transforma-se numa sentença que é satisfeita por diversos pares de números, tais como: (0, 15), (6, 10), (12, 5), (18, 0). Esta visão envolve a idéia que os valores de b e de r podem mudar, mas não se indica como mudam, para o que é necessário comparar os valores, estabelecendo um relacionamento entre b e r (p. 27).

Desse modo, os conjuntos de valores não estão atrelados à solução de um problema, mas há uma relação entre as incógnitas. Nesse sentido, Trigueros et al. (1996) apresentam a categoria das "variáveis em relação funcional", que estaria relacionada com as habilidades: reconhecer a correspondência e variação entre as variáveis em diversas representações; determinar os valores de uma variável a partir da outra; "expressar situações que envolvem uma relação funcional" (TRIGUEROS et al., 1996, p. 353, tradução nossa). Assim, o uso da letra como variável está relacionada principalmente com a ideia de função, em que não há a ideia de valor desconhecido, mas sim, que a variável assume o viés de "variação". O único momento em que Trajano (1905) parece se aproximar de tal abordagem é ao abordar as desigualdades e resolver três problemas na forma algébrica, deixando mais cinco como exercício. No entanto, o fato de não haver indícios de desigualdade na Álgebra do ensino complementar catarinense nos leva a compreender que tal categoria do uso das letras não se configura para o estado.

Logo, ficam determinadas três categorias que se sobressaem das análises realizadas acerca dos diferentes usos de letras em uma *Álgebra complementar* catarinense e que sintetizamos no quadro a seguir.

Quadro 33 – Categorias do uso de letras na Álgebra do ensino complementar catarinense.

Categoria	Características
Letra como objeto/algo real	A representação simbólica remete a algo real, de modo a estabelecer uma relação intuitiva para a introdução às operações algébricas. Não se busca determinar o valor de incógnitas, mas sim, simplificar a representação, tratamento e operações envolvendo expressões algébricas
Letra como objeto abstrato	Aqui as letras representam objetos abstratos, ou seja, não se busca a relação com o real. Os objetos assumem forma de regras e fórmulas, bem como a generalização de processos aritméticos. Não se busca determinar o valor de incógnitas a partir de casos numéricos, mas sim a generalização de processos envolvendo letras que representam quantidades conhecidas
Letra como incógnita	O uso da letra está associado à determinação de valores desconhecidos através de procedimentos algébricos ou de fórmulas determinadas por tais processos. Geralmente atrelado a situações com equações e sistemas lineares

Fonte: Elaboração nossa.

Para além dessas categorias, as perspectivas sobre a Álgebra que se constituiu para o ensino complementar de Santa Catarina, que são observadas em nossas análises, permitem-nos dizer que certos saberes estavam objetivados nas fontes e, com isso, passam a fazer parte desse ramo do ensino. Esses elementos podem não ser explicitados em programas, livros ou nas propostas de autores, mas sua circulação seria perceptível pelas considerações feitas ou pela abordagem utilizada. Uma vez que se verifica que tais saberes são enaltecidos em documentos relacionados com o ensino, seu aprendizado fica caracterizado como uma finalidade para a formação que era oferecida ao estudante.

Nesse sentido, pudemos constatar que a *Álgebra complementar* reforça a importância dada às operações algébricas por características como: a explicitação destas nos programas; a necessidade de serem apresentados em diversos casos nos livros didáticos; a importância em adotar o uso da *letra como objeto/algo real* para facilitar a compreensão das operações. Além disso, essa opção pelo uso das letras evidencia ainda mais a necessidade de que o estudante percebesse que, na Álgebra, a ideia de somar e subtrair não significaria necessariamente aumentar e diminuir, respectivamente, o que estaria atrelado a uma ampliação dos conceitos pressupostos na Aritmética. Assim, compreender *as operações nessa Álgebra como generalização das utilizadas na Aritmética* e que estas operações *podem ter sentido diferente do que na Aritmética* se estrutura como um elemento da *Álgebra complementar* catarinense.

A generalização objetivada pelo ensino e que é denotada pela própria concepção de Álgebra da época, permeia a relação entre ela e a Aritmética. Como foi visto, esse processo, que também é retratado pela ligação entre as operações aritméticas e algébricas, faz com que fosse necessário o emprego da *letra como objeto abstrato*. Tal aproximação se torna relevante uma vez que seria impossível estender princípios, regras e fórmulas observadas para casos particulares tendo somente em mãos números específicos ou a relação da letra com algo real. Seja como elemento característico da própria Álgebra ou do caminho que o ensino deveria seguir, como as análises mostraram para a Escola Complementar, a generalização determina também como um compenente da *Álgebra complementar* catarinense, que nesse caso seria o de o estudante conseguir efetivar a *generalização de raciocínios*. Dentre os diversos momentos em que é salientado, esse saber ganha destaque na obra de Trajano (1905) que incia suas discussões por casos particulares ou pelas partes de um processo para então desenvolver métodos e generalizar fórmulas.

Uma vez que a *Álgebra complementar* tomou como foco a resolução de equações e sistemas de equações, bem como dos problemas em que a solução atravessa esses conteúdos, o uso da *letra como incógnita* parece ser algo natural. No entanto, vimos que é possível encontrar duas perspectivas para a resolução de equações: uma que evita as operações algébricas e que se baseia na aplicação de fórmulas para determinar valores desconhecidos, observada na Aritmética; outra, em que os procedimentos para encontrar o valor procurado perpassam a utilização de operações algébricas e, mais do que isso, operações realizadas nos dois lados da igualdade, verificada na Álgebra. O segundo viés poderia ainda visar ao desenvolvimento de fórmulas, que seriam aplicadas para resolver problemas, mas seu desenvolvimento decorreria das operações algébricas. Desse modo, *resolver equações/sistemas de equações através de operações inversas* parece ser constituir como um elemento da *Álgebra complementar* catarinense que deveria fazer parte da formação do estudante complementarista.

Uma vez que os saberes *a ensinar* e *para ensinar* se articulam, podemos dizer que as análises realizadas enaltecem também elementos acerca da ação docente no ensino da *Álgebra complementar*. Para além dos elementos que compõem essa Álgebra, que já determinam objetivos dessa instrução, podemos destacar também que não há indícios do uso de recursos para o ensino da *Álgebra complementar* e que sua abordagem deveria ser contextualizada em diversos momentos, como na introdução das opções algébricas ou no que permeia os números negativos. Contudo, como mencionamos anteriormente, nossa pesquisa não se debruçou sobre aspectos e fontes específicas da formação de professores, principalmente daqueles que atuaram nas Escolas Complementares. Assim, mesmo que nossas análises permitissem apresentar essas relações com saberes *para ensinar*, optamos por focar nos saberes *a ensinar.*

Por fim, a ênfase dada às quantidades e soluções negativas nas fontes analisadas, bem como no programa de São Paulo que serviu de referência para Santa Catarina, determina não só que a Álgebra que foi implementada no ensino catarinense ultrapassava os limites impostos pelo conhecimento aritmético, mas também, que uma gama de problemas que até então recebiam o rótulo de "impossíveis" poderiam enfim ser resolvidos. É importante lembrar que a presença dos números negativos se dá, em geral, de duas formas nos livros de Álgebra: nos problemas contextualizados envolvendo equações do 1º grau; em alguns casos nas soluções de sistemas de equações ou, principalmente, nas soluções de equações do 2º grau. No segundo caso, as quantidades negativas são apresentadas sem estabelecer vínculo com uma circunstância, já no primeiro caso, o contexto faz com que os números estivessem sujeitos a algo real. A ligação estabelecida entre o real e essas quantidades seria necessária para que os estudantes pudessem compreender que seria *possível contar em dois sentidos*, um positivo e outro negativo, de modo que isso se caracterizaria como saber *a ensinar* (HOFSTETTER; SCHNEUWLY, 2017) na formação de Álgebra. É explicitado que as soluções negativas seriam aceitáveis em problemas que envolvessem intervalo de tempo, distância física ou temperatura, mas também há indícios da relação com dívida, como observamos em uma contextualização feita por Trajano (1905, p. 21), para a operação de subtração.

6 AS CONCLUSÕES DESTA EMPREITADA

Nesta pesquisa buscamos compreender o processo de instituição de uma Álgebra própria para o ensino complementar catarinense e as evidências da circulação destas ideias observadas no Brasil. Tal movimento tem início com a instauração da república em 1890, que levanta a demanda de que o povo brasileiro deveria ser mais bem instruído e, com isso, a reformulação do ensino primário no país. As reformas estabelecem, então, o ensino graduado, que passa a ser ofertado pelos Grupos Escolares em diversos estados.

Uma lacuna existente entre o fim dos estudos no Grupo Escolar e a possibilidade de ingresso no ensino secundário/normal, além do desnível existente entre os conteúdos dessas duas formações, faz com que alguns estados criem as Escolas Complementares. Em Santa Catarina, essa instituição, que foi criada em 1911, tinha ainda o princípio de formar professores para as regiões do interior do estado, visto que a visão republicana era de se extinguir o ensino unidocente que ocorria nesses locais.

É com a implantação das Escolas complementares que o ensino de Álgebra se institui na formação primária catarinense. Contudo, algumas reformas levam à aparente exclusão do ensino de Álgebra dessa instituição, entre 1928 e 1934. É somente em 1935, com a Reforma Trindade, que o ensino primário de Santa Catarina volta a contemplar o ensino da Álgebra, através das Escolas Normais Primárias. Com o objetivo de "Analisar o processo de constituição de uma Álgebra a ensinar para a Escola Complementar em Santa Catarina, estabelecida entre 1911 e 1935, de modo a caracterizá-la" é que esta tese foi construída.

No capítulo 3 buscamos cumprir com o objetivo específico vinculado à realização de uma análise de produções que dialogassem com nossa pesquisa. Essa metodologia de revisão bibliográfica visou, para além de realçar o ineditismo da pesquisa que estava sendo proposta, a identificar e enaltecer as diversas contribuições já realizadas pelos autores de modo a compreender: se a Álgebra fez parte do ensino complementar de outros estados; como se deu a implementação da Álgebra no ensino complementar de outros estados; sobre quais conteúdos esse ensino se debruçaria. Tais elementos permitiram, mais tarde, constatar aproximações e distanciamentos das perspectivas do estado de Santa Catarina em relação aos outros, como é o caso de São Paulo ter sido uma referência para a reforma catarinense.

Ademais, o capítulo 3 também permitiu compreender e reconstituir a história da constituição e implantação dos Grupos Escolares e Escolas Complementares, no âmbito brasileiro e em Santa Catarina. A apreensão dessa história e dos diversos aspectos que assumem a administração e o ensino desenvolvido por essas instituições não eram o foco principal dessa pesquisa, contudo as análises realizadas posteriormente, no capítulo 5, não seriam possíveis sem o real entendimento de tais características.

Em meio a busca por fontes que falassem sobre a constituição de uma Álgebra para o ensino primário, deparamo-nos com a conferência realizada por Othello Reis (1918a, 1918b), no Rio de Janeiro, em que o autor discorria sobre as propostas realizadas por uma comissão estadunidense que era a favor da constituição de um ensino de Álgebra para a instrução elementar daquele país. O contato com essa fonte nos fez direcionar nossas análises, no capítulo 4, para o âmbito estadunidense e suas propostas de reestruturação do ensino elementar de modo que nos debruçamos sobre o objetivo específico de compreender como se estruturaram as propostas estadunidenses para o ensino de Álgebra e as possíveis apropriações delas para o âmbito brasileiro.

No final do século XIX, as comissões dos dez e dos quinze propuseram diversas mudanças para a reformulação do ensino primário daquele país. Dentre suas propostas, foi possível observar que se institui uma Álgebra para o ensino elementar que estaria vinculada ao uso de incógnitas, operações algébricas e à resolução de equações do 1º e 2º graus. Para além da abordagem dos elementos da própria Álgebra, as questões complexas da Aritmética surgem como uma segunda justificativa para a necessidade de uma Álgebra no ensino elementar estadunidense. Essa Álgebra assumiria, também, o papel de preparar o estudante para estudos mais complexos e generalizados do ensino secundário, de modo que teria caráter propedêutico. Assim, tal ensino se aproxima, sob a perspectiva de resolução de problemas e equações, daquele envolvendo saberes rudimentares, mas, posteriormente, toma o viés de saberes elementares quando passa a ser visto como preparatório para os estudantes que continuassem seus estudos no ensino secundário.

Com isso, duas finalidades do ensino (CHERVEL, 1990) parecem emergir da proposta estadunidense: no ensino elementar teria como foco tornar mais simples a resolução de problemas complexos da Aritmética, tornando o processo menos desgastante para o estudante; constituir-se-ia, também, como um ensino introdutório, visando a uma preparação para a continuidade da sua formação e, com isso, diminuir índices de analfabetismo[173]. As duas finalidades parecem ir em mesma direção do que se observou posteriormente no estado de Santa Catarina, uma vez que elas buscam preencher uma lacuna existente entre o ensino elementar e o ensino secundário. Ademais, entre as análises foi possível observar que as propostas do ensino

[173] No âmbito estadunidense se observou que o ensino também visava diminuir índices de evasão e reprovação

de Álgebra estariam associadas: à resolução de problemas e equações, de modo que as letras eram utilizadas como um “valor a ser determinado”; assim como na obra de Trajano (1905), as letras poderiam ser associadas a objetos reais, sem que se buscasse encontrar um valor desconhecido. Contudo, não foi possível constatar se a Álgebra constituída seria, ou não, limitada pelas perspectivas da Aritmética.

Mesmo que sejam poucos os indícios explícitos da circulação do ideário estadunidense no âmbito brasileiro, principalmente em Santa Catarina, o viés tomado se aproxima muito do que foi observado nas propostas disseminadas pelo Brasil. A esse favor podemos relemebrar que Trajano (1905) e Reis (1918a) denotam que as ideias estadunidenses em prol da constituição de um ensino de Álgebra para a instrução primária circulavam pelo Brasil, seja antes ou depois dos relatórios elaborados pelas comissões dos dez e dos quinze. Desse modo, mesmo que, em Santa Catarina não tenha se observado a circulação de outras fontes que direcionassem as políticas no viés estadunidense, isso é reforçado pela adoção da obra de Trajano (1905) como livro base para o ensino de Álgebra na Escola Complementar catarinense.

No capítulo 5 adentramos a investigação sobre a constituição de uma Álgebra para o ensino complementar em Santa Catarina, no início do século XX. Para isso, consideramos que seria necessário lançar nosso olhar para diversas fontes e ao diálogo estabelecido entre elas: as leis, decretos e instrumentos normativos; os discursos a favor de uma Álgebra para o ensino primário que circulavam em revistas pedagógicas; os livros indicados para o ensino de Aritmética e Álgebra na Escola Complementar catarinense. Esse olhar visou compreender as características e propósitos da Álgebra do ensino complementar catarinense e de seus saberes a ensinar, nosso último objetivo específico.

A análise dos documentos legislativos e normativos, complementada por outras fontes, que foi realizada na seção 5.1, permitiu compreender como se deu a existência de uma Álgebra para a Escola Complementar, em Santa Catarina. Em sua criação, em 1911, a instituição apenas indicava a obra de Trajano (1905), Álgebra Elementar, para o ensino de Álgebra, sendo que não foram encontradas fontes que denotassem a adoção de outras obras para o ensino. Somente em 1912, que o Programa das Escolas Complementares permite observar que a Álgebra seria ensinada no segundo ano, que seus conteúdos seriam idênticos ao do ensino normal e que a obra adotada continuaria sendo a de Trajano (1905). Jornais permitiram constatar que o ensino de Álgebra realmente ocorreu nesse período, uma vez que foi possível observar a Álgebra em sabatinas de cidades catarinenses. O programa de 1919, não traz mais a Álgebra como parte do ensino da instituição, mas uma notícia de jornal de 1921 a apresenta como parte dos exames da escola, em Florianópolis. Isso pode indicar que, a disciplina tenha passado a não ser obrigatória, mas que, talvez, pudesse ser ofertada. Em 1924, a Álgebra volta ao ensino complementar catarinense, com fontes comprovando sua presença até 1926, e em 1928 volta a ser removida da instituição. É somente em 1935, com a transformação da Escola Complementar em Escola Normal Primária, que a Álgebra volta a figurar nesse nível de ensino.

Essas fontes nos permitem dizer que com a Escola Complementar catarinense se evidencia diversos aspectos de uma forma escolar. Ela tinha como lugar específico uma lacuna até então existente entre o ensino primário e o secundário/normal e que seria ministrado nos prédios dos Grupos Escolares. Sobre o tempo específico, como o ensino durava três anos, e possibilitava o ingresso à Escola Normal (que na época exigia o mínimo de 15 anos para o ingresso), podemos supor que o ingresso à Escola Complementar exigia ter entre 11 e 12 anos de idade. Além disso, as fontes apontam um período escolar de 4 horas diárias, com aulas em torno de 40 minutos. Sobre a relação pedagógica, não há elementos que apontem uma mudança das perspectivas dos Grupos Escolares. Inclusive, mesmo não tendo em seu programa uma disciplina voltada para a pedagogia, como a instituição visava à formação de professores, podemos supor que ali também seria discutido o método de ensino dos Grupos Escolares. No que tange à Álgebra, essa forma escolar indica ainda: que a Álgebra teria como tempo específico os últimos anos deste ensino e que a relação pedagógica visava a um ensino para resolver equações, e problemas que perpassam equações, além de preparar para uma Algebra mais avançada do ensino secundário.

Em seguida, debruçamo-nos nos discursos disseminados pela revista “A Escola Primaria” sobre o ensino de Álgebra para compreender como as propostas estadunidenses circularam no âmbito brasileiro e as perspectivas que eram estabelecidas para o ensino de Álgebra, na mesma década em que a Escola Complementar de Santa Catarina foi implantada. Dentre os diversos artigos encontrados (RODRIGUÊS; GODOI; COSTA, 2021), as principais contribuições para nossa discussão foram elaboradas por Francisco Cabrita (1917a, 1917b) e Othello Reis (1917, 1918a, 1918b).

Como fora realizado pelas comissões estadunidense, Reis (1918a, p. 12) indica que o ensino de Álgebra começaria pela familiarização com o uso de letras. Tal perspectiva, posteriormente, pode ser verificado também nos livros de Álgebra analisados. Foi também em Reis (1918a) que observamos pela primeira vez o destaque dado à relação das letras com objetos para facilitar a abordagem das operações algébricas, além de ser o único autor, dentre as fontes analisadas, a relacionar a ideia de equação com a balança em equilíbrio.

Para Reis (1917, 1918a) o ensino de Álgebra na escola primária deveria abranger o conteúdo de equações do 1º grau e sistemas lineares, mas não perpassar as equações do 2º grau, o que é reforçado por Cabrita (1917a), ao indicar que a Álgebra da formação do normalista também seguiria esse padrão. Isso vai ao encontro do programa de Álgebra observado na Escola Complementar (SANTA CATARINA, 1918) e na Escola Normal (SANTA CATARINA, 1911b) catarinenses. A partir disso, as discussões colocam em destaque o uso das equações para a resolução de problemas complexos da Aritmética (REIS, 1917, 1918a, 1918b; CABRITA, 1917a), o que reforça que as ideias circulando no âmbito brasileiro iam na mesma direção das propostas estadunidenses. Além disso, esta abordagem coloca em foco uma Álgebra para determinar valores desconhecidos, ou seja, de que as letras estariam associadas a valores a serem determinados.

Ainda nos discursos da revista, Reis (1918a, 1918b) é o único a explicitar que esse ensino de Álgebra superaria os limites da Aritmética ao apresentar resultados negativos e trazer de modo explícito uma discussão sobre números negativos. O autor destaca ainda a relação dos números negativos com uma contagem em sentido oposto (REIS, 1918b).

Um último ponto relevante das análises dos artigos da revista “A Escola Primaria” é o reforço dado pelos autores às perspectivas estrangeiras. Nesse sentido, os autores Leyssenne, Walsh e Wentworth, bem como a própria Comissão dos quinze, são mencionados para embasar as propostas realizadas para o ensino de Álgebra.

Após, empenhamos-nos nas análises dos livros didáticos de Álgebra e Aritmética que, de algum modo, estavam relacionados com o ensino complementar de Santa Catarina. Tais livros foram indicados em um parecer de Orestes Guimarães (1911), o responsável pela reestruturação da educação catarinense em 1911.

As análises dos livros de Aritmética se deram, principalmente, para verificar se em meio à sua abordagem poderíamos observar uma tentativa explícita do ensino de elementos da Álgebra. Isso se dá, mais pontualmente, pelo fato de que temas como proporções e regra de três faziam uso de incógnitas e da determinação de valores desconhecidos. Contudo, as análises nos permitiram observar que os elementos algébricos presentes nas obras de Aritmética tendiam unicamente, no ensino primário, à aplicação de fórmulas para a resolução de problemas. Assim, não há indícios de uma intenção de ensinar ou utilizar saberes algébricos na Aritmética, mas sim, da resolução de problemas da aritmética pelo uso de fórmulas e cálculos numéricos.

Isso evidenciou que as principais fontes, para compreender a Álgebra proposta para o ensino complementar de Santa Catarina, seriam o livro de Álgebra apresentado para a sala de aula (TRAJANO, 1905), da Escola Complementar e os da biblioteca dos inspetores educacionais (CLAIRAUT, 1801; CUNHA, 1914; FIC, s.d.; RITT, 1872). Mesmo que essa tese seja produto da análise de diversas fontes, talvez o livro de Trajano (1905) se constitua como o principal documento utilizado, uma vez que nos permitiu compreender mais palpavelmente a forma que o ensino de Álgebra assumiu na Escola Complementar catarinense.

Pela análise e contraposição dessas obras foi possível perceber diversas características do ensino de Álgebra. A primeira foi constatar, e reafirmar, que o uso de letras no ensino de Aritmética não se constituía como uma perspectiva de ensino de Álgebra, uma vez que as análises enalteceram que este ensino deveria perpassar as operações algébricas e, na resolução de equações, o uso de operações inversas e não só da aplicação de fórmulas. Com isso, seria necessário instituir uma Álgebra para o ensino complementar. Além disso, foi possível constatar que o ensino de Álgebra seria atrelado à ideia de generalização, ou ainda, como generalização de procedimentos da Aritmética.

De modo mais geral, foi possível observar diversas aproximações e distanciamentos nas fontes analisadas e isso nos permitiram caracterizar aspectos que surgem com a Álgebra instituída para o ensino complementar de Santa Catarina. A primeira destas é a própria concepção do que seria a Álgebra para o ensino primário nessa época: ela perpassaria a noção de incógnita, operações algébricas, polinômios e equações. Além disso, as letras são utilizadas para representar quantidades conhecidas ou desconhecidas, de modo que, em conjunto com os sinais, permitiriam a generalização ou simplificação processos e a determinação de fórmulas, ou ainda a resolução de equações e problemas. Dentre os tópicos que o ensino perpassaria, temos: a abordagem da simbologia e operações algébricas; o estudo de expressões algébricas e polinômios, bem como de seus termos; a generalização pelo uso da simbologia e de letras; o estudo de equações e sistemas lineares; problemas variados (SANTA CATARINA, 1918). Diferentemente de São Paulo, que foi uma referência para o estado de Santa Catarina, a Álgebra da Escola Complementar catarinense aparentemente não seria composta pelo estudo de frações, que deveria ocorrer em Aritmética.

Para além da ideia de que a Álgebra se constituiria como uma generalização da Aritmética, foi possível observar que a generalização surge, em um primeiro momento, Cunha (1914) e FIC (s.d.) colocam as operações algébricas como forma de generalização, uma vez que a Álgebra permitiria a generalização das operações que seriam limitadas por perspectivas aritméticas, como a possibilidade de resultados negativos para operações como a subtração. Trajano (1905) apresenta a generalização de processos, como o de resolução de equações do 1º grau, além de dedicar um tópico específico para discutir a generalização na Álgebra. Trajano

(1905) também permite compreender que as operações de soma e subtração em Álgebra, por serem uma generalização das desenvolvidas na Aritmética, deixam de ser associadas a noção de "aumentar" e "diminuir", respectivamente. Com isso, peceber que *as operações da Álgebra seriam uma generalização das utilizadas na Aritmética* e que poderiam ter *sentido diferente do que nesta última* se configura como saber *a ensinar* no estado de Santa Catarina.

Assim como foi proposto por Reis (1918a), a relação da letra com objetos ou elementos da realidade, a *letra como objeto/algo real*, também foram observados no livro de Trajano (1905). Essa relação se dava no estudo das operações algébricas, de modo a facilitar a compreensão pela associação feita. Assim, o estudante iniciaria pela contagem de algo atrelado à realidade e, posteriormente, realizaria a abreviação para o uso de uma única letra e resolveria a mesma operação: a soma de 5 anos com 7 anos, por exemplo, seria equivalente a realizar $5a + 7a$. Isso facilitaria a compressão do conteúdo e seguiria uma proposta de ir do simples para o complexo, além de ser feito apenas na introdução dos novos elementos da Álgebra.

Uma segunda associação com objetos também foi observada em Reis (1918a): relacionar a equação com uma balança em equilíbrio. A abordagem do autor visava contextualizar o processo de encontrar um valor desconhecido que, nesse caso, se constituiria como o peso de um objeto desconhecido. Tal perspectiva, tão comum nos dias de hoje, foi observada somente na produção de Othello Reis (1918a), de modo que não há indícios de seu uso no âmbito catarinense. Ademais, isso ressalta que a utilização de imagens na Álgebra, impressas no livro ou na forma de "imagens mentais", ainda não seria um padrão da época. As poucas figuras presentes nas obras permeavam o ensino de fração ou na resolução de problemas de geometria. O que também é reforçado pela baixa adesão dos autores dos livros analisados de Álgebra à associação das letras com objetos para o ensino de operações algébricas.

A partir disso, conseguimos notar outros dois usos das letras na Álgebra determinada para o ensino complementar de Santa Catarina: a letra como quantidades conhecidas ou desconhecidas. Como valor desconhecido, ou *letra como incógnita*, a utilização das letras nessa Álgebra está atrelada a problemas que envolvem a resolução de equações, principal foco do ensino realizado. Os processos de determinação do valor da incógnita deveriam perpassar o uso de saberes algébricos vinculados ao uso de operações inversas e não apenas à aplicação de fórmulas. Com isso, o ensino de Álgebra deveria garantir que o aluno adquirisse a habilidade de *resolver equações/sistemas de equações através de operações inversas*, que seria um outro saber *a ensinar* elementar para a formação do complementarista.

Já quando a letra assume a perspectiva de representar quantidades conhecidas, em que temos a *letra como objeto abstrato*, a abordagem da Álgebra visaria à generalização de procedimentos e o estabelecimento de fórmulas e métodos, como a utilizada para a resolução de equações do 1º e 2º graus. Esse viés ganha menor enfoque do que o da *letra como incógnita*, principalmente pelo fato de que a Álgebra da Escola Complementar catarinense aparentemente não abrangeria o ensino de equações do 2º grau. Todavia, a generalização do raciocínio ainda assim se constituiria como base para o desenvolvimento da Álgebra, como observamos em Trajano (1905), o qual apresentava e discutia etapas que depois constituiriam um processo que generalizaria, por exemplo, a resolução de equações. Desse modo, a *generalização de raciocínios* também se caracteriza como um saber *a ensinar* que deveria ser abarcado na formação do estudante do ensino complementar catarinense.

Tais aspectos realçam também perspectivas que não são observadas no estabelecimento dessa Álgebra. As principais, sob nosso ponto de vista, seriam o pouco direcionamento à manipulação de expressões algébricas (quando não há propósito de determinar um valor desconhecido) e à abordagem de funções. A ausência desses elementos enaltecem que a Álgebra do ensino complementar catarinense não teria um viés de uma Álgebra simbólica (PEACOCK, 1842), mas de uma Álgebra mais elementar. Ademais, uma vez que o ensino não permeava o estudo das funções, em nenhum momento a letra seria compreendida como variável, limitando-se, então, às perspectivas já observadas: *letra como objeto/algo real*, *letra como incógnita* e *letra como objeto abstrato*.

Com isso, a *Álgebra complementar* não se aproximaria de uma Álgebra simbólica, mas ela seria, necessariamente, uma Álgebra aritmetizada, segundo Peacock (1842)? Nesse sentido, o programa adotado pela Escola Complementar de Santa Catarina (SANTA CATARINA, 1918) não evidencia a abordagem de números negativos, mas o fato de que a maioria das obras de Álgebra analisadas (CLAIRAUT, 1801; CUNHA, 1914; FIC, s.d.; TRAJANO, 1905) trazerem discussões acerca de quantidades/soluções negativas, leva-nos a considerar que tal conteúdo deve ter feito parte do ensino ministrado. Nos problemas, esses números ainda perpassam a discussão de que a solução, se possível, deveria ser contada no sentido contrário.

Desta forma, a possibilidade de contar em um sentido positivo e outro negativo garantiria, na Álgebra, a resolução de operações e problemas que até então seriam considerados impossíveis na Aritmética e, para isso, seria preciso que os estudantes compreendessem que era *possível contar em dois sentidos*, outra habilidade que se caracterizaria como saber *a ensinar* na formação dessa Álgebra. Com isso, nossa tese inicial, de que a Álgebra da Escola Complementar catarinense teria como foco a abordagem de equações e seus saberes, não estava errada. Contudo, ela também não evidenciava aspectos muito relevantes desse ensino, como o ensino de números negativos e da contagem em dois sentidos.

Como mencionado anteriormente, para além da solução de equações/problemas, a abordagem dos números negativos também perpassaria a compreensão da Álgebra como generalização da Aritmética, de modo que deveria ser possível realizar subtrações em que o subtraendo fosse maior que o minuendo. A forma como Trajano (1905) explicita que a generalização das operações da Aritmética permite que, na Álgebra, somar e subtrair deixam de estar vinculadas às ideias de “aumentar” e “diminuir”, respectivamente, também ressalta esse avanço em relação à primeira.

Essas análises nos permitem caracterizar que essa Álgebra iria superar os limites da Aritmética e, portanto, também não seria uma Álgebra aritmetizada. Com isso, constituir-se-ia então em uma Álgebra própria do ensino complementar catarinense, ou seja, uma *Álgebra Complementar*, que se debruçaria sobre os aspectos elementares desse campo. Essa Álgebra não seria limitada pelas perspectivas da Aritmética, mas que não iria além da determinação de valores desconhecidos e da generalização de procedimentos através de fórmulas para serem aplicadas, sendo que tais desenvolvimentos perpassariam o uso de operações inversas.

A obra de Trajano (1905), que foi escrita pensando o ensino de Álgebra da formação primária e como a principal fonte que nos possibilitou voltar nosso olhar para a sala de aula da Escola Complementar de Santa Catarina, permitiu observar ainda que o ensino deveria partir do simples para o complexo. Isso é observado por sua metodologia que começava pela abordagem de propriedades pontuais para então proceder para a elaboração de procedimentos generalizados e com o foco na aplicação, como a resolução de equações. Essa opção de apresentação e discussão da Álgebra iria ao encontro das concepções pedagógicas da época, determinadas pelo ensino intuitivo, em que o acesso ao conteúdo deveria favorecer a percepção e observação dos estudantes. Isso também vai ao encontro do uso da letra associada ao objeto para o ensino das operações algébricas.

Do mesmo modo que o ensino complementar catarinense, a Álgebra instituída para a formação do aluno deveria atender a duas finalidades básicas: capacitar/formar o professor que poderia atuar em escolas/Grupos Escolares do interior e, com isso, melhorar os níveis da educação, no início do século XX; preencher uma lacuna existente entre a educação promovida no ensino primário e em formações posteriores, como o ensino secundário ou normal. Essa última, assim como nos Estados Unidos, auxiliaria também na redução de possíveis índices de evasão da formação secundária, uma vez que o estudante complementarista estaria melhor capacitado a frequentar esse grau do ensino do que o egresso do Grupo Escolar.

A *Álgebra complementar* catarinense abordaria desde os elementos introdutórios até a resolução de problemas, envolvendo equações do 1º grau e sistemas lineares. Teria como objetivo auxiliar na resolução de problemas e no desenvolvimento do pensamento algébrico. Ela perpassaria a discussão e presença de números negativos, bem como teria como foco principal a determinação de valores desconhecidos, mesmo apresentando também expressões literais. O seu ensino deveria ter diversas relações com a realidade, seja na introdução das operações algébricas ou nas soluções negativas de problemas, além de ir do simples para o complexo. O professor não faria uso de ferramentas para auxiliar o processo de ensino.

Contudo, é claro, esta pesquisa tem seus limites e, em nosso trajeto, optamos por seguir, ou não, determinados caminhos, o que acabou deixando outros a serem trilhados. Desta maneira, muitas investigações acerca da instituição de uma Álgebra para a instrução complementar no âmbito catarinense, ou mesmo no Brasil, ainda podem, e devem, ser desenvolvidas. Entre elas, ressaltamos as seguintes questões:

- Como se deu, nos diversos estados, a implementação desta Álgebra na sala de aula do ensino complementar, sob a ótica dos cadernos escolares e outras fontes, e como isso se aproxima e distancia com o que foi observado em nossa pesquisa?
- O que leva à aparente retirada da Álgebra do ensino complementar catarinense entre 1919-1924 e 1928-1934 e qual o motivo de ela retornar com a transformação da Escola complementar em Escola Normal Primária?
- Qual a relevância de autores como Bourlet, Leyssenne, Walsh e Wentworth para o ensino de Álgebra na educação primária no Brasil, no início do século XX? Caberia lançar luz às produções desses autores e da circulação de suas ideias/obras no âmbito brasileiro, de modo a contrapor suas propostas com o que já foi observado, aqui e em outras pesquisas, sobre o ensino de Álgebra no âmbito brasileiro;
- Há forte relação da resolução de problemas, da Aritmética, ou não, a partir do uso de equações. Nesse sentido, os livros trazem métodos para "por problemas em equação", seja do 1º ou 2º graus, ou mesmo sistemas de equações. Como se dava o ensino de tais métodos e seu uso/aplicação em sala de aula?
- Quando e como o ensino de Álgebra passa a associar a ideia de equação com a balança? Isso ganha destaque por nenhum dos autores fazer menção a essa associação, mas ela estar presente na fala de Reis (1918a), ainda na primeira metade do século XX.

DOCUMENTOS NORMATIVOS E FONTES UTILIZADAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Educação é a Base. Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 27 maio 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. **Prova Brasil: ensino fundamental - matrizes de referência, tópicos e descritores**. PDE: Plano de Desenvolvimento da Educação: Brasília: MEC, SEB; Inep, 2009. 200 p. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=7619-provabrasil-matriz-pdf&category_slug=fevereiro-2011-pdf&Itemid=30192. Acesso em: 20 maio 2020.

BRASIL. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática/ Ensino de quinta a oitava série**. Brasília: MEC/SEF, 1998. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf. Acesso em: 27 maio 2020.

BRASIL. **Lei Orgânica do Ensino Secundário**. Decreto-lei n. 4244 de 09 de abril de 1942. Disponível em: http://www.histedbr.fe.unicamp.br/navegando/fontes_escritas/5_Gov_Vargas/decreto-lei%204.244-1942%20reforma%20capanema-ensino%20secund%E1rio.htm. Acesso em: 20 maio 2020.

BRASIL. **Decreto n. 3914 de 23 de Janeiro de 1901**. Aprova o Código dos Institutos Oficiais de Ensino Superior e Secundário. Disponível em: http://www.histedbr.fe.unicamp.br/navegando/fontes_escritas/4_1a_Republica/decreto%203914%20-1901%20reforma%20epit%E1cio%20pessoa.htm. Acesso em: 20 maio 2020.

BRASIL. **DECRETO N. 981 - DE 08 DE NOVEMBRO DE 1890**. Approva o Regulamento da Instrucção Primaria e Secundaria do Districto Federal, 1890. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/124972. Acesso em: 20 maio 2020.

BRASIL. **COLLECCÃO DAS LEIS DO IMPERIO DO BRASIL**, REGULAMENTO N.º 8 de 31 de Janeiro de 1838. Disponível em: file:///D:/%C3%81rea%20de%20Trabalho/regulamento%20n.%208%20-1838%20%20estatutos%20para%20o%20col%20pedro%20ii.pdf. Acesso em: 20 maio 2020.

BRASIL. **Indice das decisões de 1809**. N. 29.- BRAZIL.- RESOLUÇÃO DE CONSULTA DA MESA DO DESEMBARGO DO PAÇO DE 14 DE JULHO DE 1809, p. 28-30, 1809. Disponível em: https://bd.camara.leg.br/bd/bitstream/handle/bdcamara/18321/colleccao_leis_1809_parte2.pdf . Acesso em: 20 maio 2020.

CABRITA, Francisco. A algebra do normalista. **A Escola Primaria**. Rio de Janeiro, ano 1, n. 10, p. 299-300, 1917a. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/179972. Acesso em: 20 maio 2020.

CABRITA, Francisco. A algebra no ensino primario. **A Escola Primaria**. Rio de Janeiro, ano 1, n. 12, p. 360-361, 1917b. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/208674. Acesso em: 20 maio 2020.

CLAIRAUT, Alexis Claude. **Élémens D'Algèbre**. Paris: Chez Emery, 1801.

CUNHA, Augusto José da. **Elementos de Algebra:** Regidos conforme o programma dos Lyceus. Lisboa: Typographia da Parceria Antonio Maria Pereira, 1914.

DEXTER, Edwin G. Ten Years' Influence of the report of the Committee of Ten. **The School Review**, v. 14, n. 4, p. 254-269, 1906. Disponível em: https://archive.org/details/jstor-1075656/mode/2up. Acesso em: 20 maio 2020.

DRAPER, Andrew S.; POWELL, W. B.; POLAND, Addison B.; SEAVER, Edwin P.; LANE, Albert G. Report Of The Sub-Committee On The Organization Of City School Systems. **Educational Review**, v. 9, p. 304-322, 1895. Disponível em: https://archive.org/details/educationalrevie09newyuoft/page/n8/mode/2up. Acesso em: 20 maio 2020.

DUBBEY, John Michael. BABBAGE, PEACOCK AND MODERN ALGEBRA. **HISTORIA MATHEMATICA**, v. 4, p. 295-302, 1977.

EULER, Leonard. **Elements of Algebra**. 4. ed. LONGMAN, REES, ORME, AND CO., London, 1828.

FIC. **Elementos de Algebra com numerosos exercícios**. Rio de Janeiro: Livraria Garnier, s.d.

GAZETA DO COMMERCIO. **Escola Complementar**. Joinville, 22 de Agosto, 1914, anno 1, n. 65, p. 1.

GUIMARÃES, Orestes de Oliveira. **Parecer sobre a adoção de obras didáticas**. GAB. TYP. D' O DIA, Florianópolis, 1911. Disponível em https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/101130. Acesso em: 13 jun. 2021.

HARRIS, William T.; GREENWOOD, James M.; GILBERT, Charles B.; JONES, Lewis H.; MAXWELL, William H. Report Of The Sub-Committee On The Correlation Of Studies In Elementary Education. **Educational Review**, v. 9, p. 230-303, 1895. Disponível em: https://archive.org/details/educationalrevie09newyuoft/page/n8/mode/2up. Acesso em: 20 maio 2020.

HYDE, William DeWitt. The organization of American education. **Educational Review**, v. 4, p. 209-226, 1892. Disponível em: https://archive.org/details/educationalrevie04newyuoft/page/n6/mode/2up. Acesso em: 20 maio 2020.

L.L. **Elementos de arithmetica**. Campinas: Typografia da Casa Ideal, 1916. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/159273. Acesso em: 20 maio 2020.

LEYSSENNE, Pierre. **Traité D'Arithmétique:** Théorique et Pratique. Librairie Armand Colin, Paris, 1911.

LUZ, Hercilio Pedro da. **Mensagem apresentada pelo engenheiro civil Hercilio Pedro da Luz, ao Congresso Representativo por accasião da abertura da 1ª sessão da 10ª legislatura em 22 de Julho de 1919**. Estado de Santa Catarina, 1919.

MACKENZIE, James C. Report of the Committee of ten. **School Review**, v. 2, p. 146-55, 1894. Disponível em: https://archive.org/details/jstor-1074830/mode/2up. Acesso em: 20 maio 2020.

MARANHÃO. **Programas aprovados para os cursos Normal e Complementar, no ano de 1934**. Emprensa Oficial, Maranhão, 1934. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/171182. Acesso em: 20 maio 2020.

MATO GROSSO. **Regulamento Geral da Instrução Pública do Estado de Mato Grosso**. Cuiabá, 1896. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/114995. Acesso em: 09 abril 2021.

NEA. **Journal of proceedings and addresses**: session of the year 1895 held at Denver, Colorado. Saint Paul: NEA, 1895. Disponível em: https://babel.hathitrust.org/cgi/pt?id=miua.0677752.1895.001&view=1up&seq=5. Acesso em: 20 maio 2020.

NEA. **Report of the committee of ten on secondary school studies**. Nova York: American Book Company, 1894. Disponível em: https://archive.org/details/reportofcomtens00natirich/page/n5. Acesso em: 20 maio 2020.

NEA. **History of the national educational association of the United States:** 1857 — 1891. Washington: NEA, 1892. Disponível em: https://babel.hathitrust.org/cgi/pt?id=miua.0677752.1892.001&view=1up&seq=5. Acesso em: 20 maio 2020.

PARANÁ. **Relatorio d'Estado dos Negocios do Interior, Justiça e Instrucção Publica**. Curitiba: Typ. do Diario Official, 1914. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/99955. Acesso em: 09 abril 2021.

PARANÁ. **Regulamento Orgânico do Ensino Público do Estado do Paraná**. Paraná, 1909. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/99855. Acesso em: 09 abril 2021.

RAMOS, Vidal José de Oliveira. **Synopse do Governo do Estado:** quatriênio de 1910 a 1914. Gab Typ. d'o DIA, 1914. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/126120. Acesso em: 09 abril 2021.

RAMOS, Vidal José de Oliveira. **Mensagem apresentada ao Congresso Representativo do Estado**. Florianópolis: Gab Typ. d'o DIA, 1912. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/177029. Acesso em: 09 abril 2021.

REIS, Aarão; REIS, Lucano. **Curso Elementar de Matemática:** teórico, pratico e aplicado – I – Aritmética. 3ª ed. Rio de Janeiro: Livraria Garnier, 1910. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/161059. Acesso em: 17 junho 2021.

REIS, Aarão; REIS, Lucano. **Curso Elementar de Matemática:** Arithmetica. 2ª ed. Rio de Janeiro: Francisco Alves & Cia, 1892. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/127570. Acesso em: 17 junho 2021.

REIS, Othello de Souza. **ALGEBRA – PRIMEIROS PASSOS**. Livraria Drummond, Rio de Janeiro, 1919. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/159574. Acesso em: 20 maio 2020.

REIS, Othello de Souza. Os dois ultimos annos de arithmetica, na escola primaria, segundo a Comissão dos quinze. **A Escola Primaria**. Rio de Janeiro, ano 3, n. 1, p. 11-15, 1918a. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/209125. Acesso em: 20 maio 2020.

REIS, Othello de Souza. Os dois ultimos annos de arithmetica, na escola primaria, segundo a Comissão dos quinze (continuação). **A Escola Primaria**. Rio de Janeiro, ano 3, n. 2-3, p. 41-43, 1918b. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/209144. Acesso em: 20 maio 2020.

REIS, Othello de Souza. Os problemas resolvidos por equações. **A Escola Primaria**. Rio de Janeiro, ano 1, n. 9, p. 268-271, 1917.

RIO GRANDE DO SUL. **Decreto n. 4.277 de 13 de Março de 1929.** Regulamento do Ensino Normal do Estado do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 1929. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/104897. Acesso em: 09 abril 2021.

RIO GRANDE DO SUL. **Decreto n. 2.224 de 29 de Novembro de 1916**. Leis, decretos e actos do Governo do Estado do Rio Grande do Sul. Porto Alegre: Officinas graphicas d'«A Federação», 1916. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/183343. Acesso em: 09 abril 2021.

RIO GRANDE DO SUL. **Decreto n. 1.479 de 26 de Maio de 1909**. Leis, actos e decretos do Governo do Estado do Rio Grande do Sul. Porto Alegre: Officina da Livraria de Carlos Echenique, 1909. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/100092. Acesso em: 09 abril 2021.

RIO GRANDE DO SUL. **Decreto n. 239 de 05 de Junho de 1899**. Leis, actos e decretos do Governo do Estado do Rio Grande do Sul. Porto Alegre: Officinas Typographicas da Livraria Americana, 1899. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/100095. Acesso em: 09 abril 2021.

RITT, Georges. **Problèmes D'Algèbre et exercices calcul algébrique**. Paris: Librarie Hachette et C., 1872.

SÁ PEREIRA DE CASTRO, Eduardo de. **Explicador de Arithmetica**. 5ª ed. Rio de Janeiro: Nicolao-Alves, 1880. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/126652. Acesso em: 21 junho 2021.

SANTA CATARINA. **Livro "Diplomas" da Escola Complementar anexa ao GE Jerônimo Coelho, 1931/1940, SC**. Laguna, 1940. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/134630. Acesso em: 12 jul. 2021.

SANTA CATARINA. **Decreto n. 715 de 03 de março de 1939.** Colecçcao de Leis, Decretos e Resoluções de 1939. Florianópolis, 1939. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/133728. Acesso em: 12 jul. 2021.

SANTA CATARINA. **Decreto-lei n. 244 de 08 de dezembro de 1938**. Colecçcao de Leis, Decretos e Resoluções de 1938. Florianópolis, 1938. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/132220. Acesso em: 12 jul. 2021.

SANTA CATARINA. **Mensagem apresentada á Assembléia Legislativa, em 16 de julho de 1936, pelo Governador Nerêu de Oliveira Ramos**. Florianópolis, 1936. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/133270. Acesso em: 09 abril 2021.

SANTA CATARINA. **Decreto n. 713 de 05 de janeiro de 1935.** Colecçcao de Leis, Decretos e Resoluções de 1935. Florianópolis, 1935. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/133656. Acesso em: 12 jul. 2021.

SANTA CATARINA. **Regulamento das Escolas Complementares**. Florianópolis: 1934.

SANTA CATARINA. **Decreto n. 130 de 12 de junho de 1931**. Florianópolis, 1931.

SANTA CATARINA. **Programa de Ensino das Escolas Complementares**. Florianópolis: Typ. Livraria Moderna, 1928a. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/99203. Acesso em: 09 abril 2021.

SANTA CATARINA. **Decreto n. 2.186 de 21 de julho de 1928**. Colecçcao de Leis, Decretos e Resoluções de 1928. Florianópolis, 1928b. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/122149. Acesso em: 09 abril 2021.

SANTA CATARINA. **Programa de Ensino da Escola Normal**. Florianópolis: Typ. Livraria Moderna, 1928c. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/99202. Acesso em: 09 abril 2021.

SANTA CATARINA. **Decreto n. 2.222 de 24 de Novembro de 1928**. Colecçcao de Leis, Decretos e Resoluções de 1928. Florianópolis, 1928d. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/193170. Acesso em: 09 abril 2021.

SANTA CATARINA. **Livro "Registro de Notas das Sabatinas" da Escola Complementar anexa ao GE Jerônimo Coelho, 1913/1927, SC**. Laguna, 1927. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/134632. Acesso em: 09 abril 2021.

SANTA CATARINA. **Decreto n. 1.702 de 12 de Janeiro de 1924**. Reorganiza o Serviço de Instrução Pública, na conformidade da autorização contida na Lei n. 1448, de 29 de agosto de

1923. Florianópolis, 1924a. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/99203. Acesso em: 09 abril 2021.

SANTA CATARINA. **Mensagem apresentada ao Congresso Representativo, em 22 de julho de 1924, pelo Coronel Antonio Pereira da Silva e Oliveria, Vice-Governador no exercicio do cargo de Governador do Estado de Santa Catharina**. Florianópolis, 1924b. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/99203. Acesso em: 09 abril 2021.

SANTA CATARINA. **Decreto n. 1448, de 23 de fevereiro de 1921**. Coleccçao de Leis, Decretos e Resoluções de 1921. Florianópolis, 1921.

SANTA CATARINA. **Regulamento e Programa de das Escolas Complementares.** Florianópolis, 1919a.

SANTA CATARINA. **Regulamento da Escola Normal approvado pelo Decreto n. 1.205 de 19 de fevereiro de 1919**. Florianópolis: Officinas da Imprensa Official, 1919b. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/101111. Acesso em: 09 abril 2021.

SANTA CATARINA. **Programa das Escolas Complementares**: de conformidade com o artigo 3º do Regulamento baixado com o decreto 604 de 11 de julho de 1911. Florianópolis: Offic. a Elec. da Empreza "O DIA", 1918. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/101125. Acesso em: 09 abril 2021.

SANTA CATARINA. **Relatório apresentado ao exmo. Sr. Cel. Vidal José de Oliveira Ramos, governador do estado, pelo Secretario Geral Gustavo Lebon Regis**. Florianópolis: Typ. da Livraria Central, 1914a. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/99098. Acesso em: 09 abril 2021.

SANTA CATARINA. **Decreto n. 795 de 02 de maio de 1914**. Coleccçao de Leis, Decretos e Resoluções de 1914. Florianópolis, 1914b. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/123523. Acesso em: 09 abril 2021.

SANTA CATARINA. **Decreto n. 604 de 11 de julho de 1911:** cria as escolas complementares e baixa o regulamento das Escolas Complementares do Estado de Santa Catarina. Santa Catarina, 1911a. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/1816. Acesso em: 13 jun. 2021.

SANTA CATARINA. **Programma e Horario da Escola Normal do Estado de Santa Catarina:** approvado e mandado observar pelo decreto n. 586 de 22 de abril de 1911. Santa Catarina, 1911b.

SANTA CATARINA. **Lei nº 846, de 11 de janeiro de 1910**. Reformando o ensino publico. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/101114. Acesso em: 01 jun. 2021.

SÃO PAULO. **Decreto n. 2.944, de 08 de Agosto de 1918**. Aprova o regulamento para a execução da Lei n. 1.579, de 19 de dezembro de 1917. São Paulo, 1918. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/157180. Acesso em: 09 abril 2021.

SÃO PAULO. **Decreto n. 400 de 06 de Novembro de 1896**. Aprova o regimento interno das escolas complementares do Estado. São Paulo, 1896. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/156568. Acesso em: 09 de abril 2021.

SILVA, Ruy de Lima e. **Arithmetica Pratica e Formulario.** Rio de Janeiro: Besnard Frère, 1923.

SOUZA, Antonio Monteiro de. **Arithmetica Elementar**. 4. ed. Rio de Janeiro: Rodrigues & C, 1910.

TARBELL, Horace S.; BROOKS, Edward; BALLIET, Thomas M.; Dougherty, Newton C.; COOPER, Oscar H. Report Of The Sub-Committee On The Training Of Teachers. **Educational Review**, v. 9, p. 209-229, 1895. Disponível em: https://archive.org/details/educationalrevie09newyuoft/page/n8/mode/2up. Acesso em: 20 maio 2020.

TAYLOR, James Monroe. The Report Of The Committee Of Ten. **The School Review**, v. 2, n. 4, 1894. Disponível em: https://archive.org/details/jstor-1074214/page/n1/mode/2up. Acesso em: 20 maio 2020.

TRAJANO, Antonio. **Algebra elementar**. Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves, 1905. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/160598. Acesso em: 20 maio 2020.

TRAJANO, Antonio. **Arithmetica Progressiva: curso superior**. 68ª ed.. Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves, 1935. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/134698. Acesso em: 20 maio 2020.

WALSH, John H. **Practical Methods in Arithmetic**. D. C. HEATH & CO., Nova York, 1911. Disponível em: https://archive.org/details/practicalmethods00walsuoft/page/n3. Acesso em: 20 maio 2020.

REFERÊNCIAS

ALEXANDRE, Fernando Luiz. **Literatura e educação na memória de uma cidade**: um olhar sobre Thales Castanho de Andrade. 2007. 230 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007. Disponível em: https://teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-14062007-163314/pt-br.php. Acesso em: 26 julho 2021.

ALMEIDA, Denis Herbert de. **A Matemática na formação do professor primário nos Institutos de Educação de São Paulo e Rio de Janeiro (1932-1938)**. 2013. 103f. Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de São Paulo, Escola de Filosofia, Letras e Ciências Humanas, 2013.

ALLAIRE, Patricia Rose. **The Development of British Symbolical Algebra as a Response to "The Problem of the Negatives" with an Emphasis on the Contribution of Duncan Farquharson Gregory**. 1997. 139f. Tese (Doutorado em Matemática e Computação Científica). Universidade de Adelphi, Nova Iorque, 1997.

ARAÚJO, José Carlos Souza; SOUZA, Sauloéber Társio de. A Escola Primária em Minas Gerais e no Triângulo Mineiro (1891-1930). In: ARAÚJO, José Carlos Souza; RIBEIRO, Betânia de O.; SOUZA, Sauloéber Társio de. **Grupos escolares na modernidade mineira:** Triângulo e Alto Paranaíba. Campinas: Editora Alínea, 2012.

ASSIS, Machado de. **Correspondência de Machado de Assis:** tomo III, 1890-1900. Coordenação e orientação Sergio Paulo Rouanet; reunida, organizada e comentada por Irene Moutinho e Sílvia Eleutério. – Rio de Janeiro: ABL, 2011.

ASSIS, Márcia Maria Alves de. **Matemáticas Elementares na Escola Normal de Natal: Legislações, Programas de Ensino, Materiais Didáticos**. 2016. 224f. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Programa de Pós-Graduação em Educação, Natal, 2016a. Disponível em: https://repositorio.ufrn.br/jspui/handle/123456789/21819. Acesso em: 20 maio 2020.

ASSIS, Márcia Maria Alves de. Matemáticas elementares na escola normal de Natal (1908 - 1970). **HISTEMAT**, v. 2, n. 3, p. 55-72, 2016b. Disponível em: http://histemat.com.br/index.php/HISTEMAT/article/view/104. Acesso em: 20 maio 2020.

AZEVEDO, Crislane Barbosa; STAMATTO, Maria Inês Sucupira. **Escola da ordem e do progresso:** grupos escolares em Sergipe e no Rio Grande do Norte. Brasília: Liber livro, 2012.

AZEVEDO, Mário Luiz Neves de; CATANI, Afrânio Mendes. Educação superior, internacionalização e circulação de ideias: ajustando os termos e desfazendo mitos. **Inter-Ação**, v. 38, n. 2, p. 273-291, 2013. Disponível em: https://core.ac.uk/download/pdf/37520959.pdf. Acesso em: 27 maio 2020.

BARBARESCO, Cleber Schaefer. **Saberes a ensinar aritmética na Escola de Aprendizes Artífices (1909-1937) lidos nos documentos normativos e livros didáticos**. 2019. 183f.

Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica). Universidade Federal de Santa Catarina, Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica, Florianópolis, 2019. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/194962. Acesso em: 20 maio 2020.

BARBARESCO, Cleber Schaefer; COSTA, David Antonio da. Lugar, tempo, relação pedagógica: a Escola de Aprendizes Artífices na perspectiva da Forma Escolar. **Interfaces da Educ**., Paranaíba, v. 10, n. 30, p. 417-444, 2019. Disponível em: https://periodicosonline.uems.br/index.php/interfaces/article/view/4066/3469. Acesso em: 20 maio 2020.

BASEI, Ana Maria. **Processos e Dinâmicas de Institucionalização da Álgebra na Formação de Professores dos Primeiros Anos Escolares, São Paulo (1880 – 1911)**. 2020. 194f. Tese (Doutorado) – Escola de Filosofia, Letras e Ciências Humanas, Universidade Federal de São Paulo, São Paulo, 2020. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/219667. Acesso em: 09 abril 2021.

BASEI, Ana Maria. QUE ÁLGEBRA DEVE COMPOR A FORMAÇÃO DO PROFESSOR PRIMÁRIO NOS PRIMEIROS ANOS DO SÉCULO XX? Análise de um debate. In: Seminário Temático, 17, 2019, Aracaju. **Anais do XVII Seminário Temático**. Aracaju: UFS, p. 1-13, 2019. Disponível em: https://xviiseminariotematico.paginas.ufsc.br/sessao-de-comunicacao-3/. Acesso em: 20 maio 2020.

BASEI, Ana Maria. Álgebra na formação de professores que ensinam matemática (1890-1970) análise de um debate. In: Seminário Temático, 15, 2017, Pelotas. **Anais do XV Seminário Temático**. Pelotas: UFPel, p. 1-10, 2017. Disponível em: https://xvseminariotematico.paginas.ufsc.br/files/2017/03/BASEI_T1.pdf. Acesso em: 20 maio 2020.

BASEI, Ana Maria; VALENTE, Wagner Rodrigues. A introdução de conteúdos algébricos na formação de professores: tempos da escola normal de São Paulo, década de 1880. **Revista Cocar**, n. 6, p. 118-135, 2019a. Disponível em: https://periodicos.uepa.br/index.php/cocar/article/view/2478. Acesso em: 20 maio 2020.

BASEI, Ana Maria; VALENTE, Wagner Rodrigues. A Álgebra na Formação de Professores na Escola Normal de São Paulo: os primeiros programas de Ensino dessa Disciplina. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 21, n. Especial, p. 92-108, 2019b. Disponível em: http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/download/5228/pdf_1. Acesso em: 20 maio 2020.

BASTOS, José Timóteo da Silva. **Diccionario etymologico, prosodico e orthographico da língua portuguesa**. Lisboa: Casa Editora António Maria Pereira, 1912.

BERTINI, Luciane de F.; MORAIS, Rosilda dos S.; VALENTE, Wagner R. **A Matemática a ensinar e a Matemática para ensinar**: novos estudos sobre a formação de professores. São Paulo: Livraria da Física, 2017.

BERTINI, Luciane de Fatima; ROCHA, Ivone Lemos da. Resolução de problemas pelas equações algébrica: a proposta de Tito Cardoso de Oliveira para o ensino das operações.

HISTEMAT, v. 4, n. 3, p. 44-53, 2018. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/192750. Acesso em: 20 maio 2020.

BERTOLAI, André Luiz. **A escola complementar de Itapetininga (1897-1911)**. 2018. 152 f. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, São Paulo. Disponível em: http://www.repositorio.unicamp.br/handle/REPOSIP/331263. Acesso em: 3 ago. 2021.

BLOCH, March. **Apologia da história:** ou o ofício do historiador. Tradução de: André Telles. Rio de Janeiro: Zahar, 2002.

BORTOLI, Adriana. **Uma análise dos livros de André Perez Y Marin: um momento da história da matemática escolar brasileira no início do século XX**. 2016. 147 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Rio Claro, 2016. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/176599. Acesso em: 20 maio 2020.

BOURDIEU, Pierre. As condições sociais da circulação internacional de ideias. **Enfoques: Revista eletrônica**, v. 1, n. 1, Rio de Janeiro, p. IV – XV, 2002. Disponível em: https://revistas.ufrj.br/index.php/enfoques/article/view/12679/8870. Acesso em: 20 maio 2020.

BUISSON, Ferdinand Édouard. **Dictionnaire de pédagogie et d'instruction primaire:** partie I, tome premier. Hachette, Paris, 1887a.

BUISSON, Ferdinand Édouard. **Dictionnaire de pédagogie et d'instruction primaire:** partie II, tome premier. Hachette, Paris, 1887b.

BUTTON, Henry Warren. Committee of Fifteen. **History of Education Quarterly**, v. 5, n. 4, p. 253-263, 1965.

BURKE, Peter**. O que é história do conhecimento?** Tradução Claudia Freire. 1ª ed. São Paulo: Ed. Unesp, 2016.

CASTRO, Elisangela Aparecida de; SÁ, Michele Aparecida de; CAMARGO, Pedro Luiz Teixeira de. Educação infantil e políticas educacionais: do passado ao presente na busca do futuro. **Acta Scientiarum**, Maringá, v. 39, n. 2, p. 155-164, 2017. Disponível em: http://periodicos.uem.br/ojs/index.php/ActaSciHumanSocSci/article/view/31042/pdf. Acesso em: 20 maio 2020.

CASTRO, Elizabeth Amorim de. **Grupos Escolares de Curitiba na primeira metade do século XX**. Curitiba: Edição do autor, 2008.

CATANI, Denice Barbara. A imprensa periódica educacional: as revistas de ensino e o estudo do campo educacional. **Educação e Filosofia**, v. 10, n. 20, p. 115-130, 1996. Disponível em: http://www.seer.ufu.br/index.php/EducacaoFilosofia/article/view/928/842. Acesso em: 20 maio 2020.

CERTEAU, Michel de. **A escrita da história**. Tradução de: Maria de Lourdes Menezes. 3ª Edição. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2013, p. 45-111.

CHAMBERS, William; CHAMBERS, Robert. **Chamber's Encyclopedia:** a Dictionary of Universal Knowledge Vol. I. Londres: William & Robert Chambers, 1901.

CHARTIER, Roger. "Escutar os mortos com os olhos". **Estudos Avançados**, v. 24, n. 69, p. 6-30, 2010. Disponível em: http://www.revistas.usp.br/eav/article/view/10510. Acesso em: 20 maio 2020.

CHARTIER, Roger. O mundo como representação. **Estudos avançado**, v. 5, n. 11, p. 173-191, 1991. Disponível em: https://www.scielo.br/pdf/ea/v5n11/v5n11a10.pdf. Acesso em: 20 maio 2020.

CHARTIER, Roger. **A história cultural entre práticas e representações**. Tradução de: Maria Manuela Galhardo. Rio de Janeiro: Berthand do Brasil, 1990.

CHERVEL, André. História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. **Teoria & Educação**, n. 2, p. 177-229, 1990. Disponível em: https://moodle.fct.unl.pt/pluginfile.php/122510/mod_resource/content/0/Leituras/Chervel01.pdf. Acesso em: 20 maio 2020.

CHOPPIN, Alain. História dos livros e das edições didáticas: sobre o estado da arte. **Educação e Pesquisa**, v. 30, n. 3, p. 549-566, 2004. Disponível em: https://doi.org/10.1590/S1517-97022004000300012. Acesso em: 20 maio 2020.

CORBAGE, Debora Maria Nogueira. A Educação em São Paulo nos primórdios da República. **ECCOM**, v. 11, n. 21, p. 9-24, 2020.

COSTA, David Antonio da. O Repositório de Conteúdo Digital: um exemplo didático a partir dos impressos pedagógicos. SEMINÁRIO TEMÁTICO SABERES ELEMENTARES MATEMÁTICOS DO ENSINO PRIMÁRIO (1890-1970): O QUE DIZEM AS REVISTAS PEDAGÓGICAS?, 12., 2015, Curitiba. **Anais** [...]. Curitiba: PUCPR, 2015. p. 436-444. Disponível em: http://www2.td.utfpr.edu.br/seminario_tematico/ANAIS/37_COSTA.pdf. Acesso em: 27 maio 2020.

DALLABRIDA, Norberto. Direção do Grupo Escolar Vidal Ramos de Lages: A segunda expedição do Professor Areão em Santa Catarina (1917-1918). In: TEIVE, Gladys Mary Ghizoni (Org.). **Professor Areão:** Eperiências de um "bandeirante paulista do ensino" em Santa Catarina (1912-1950). Florianópolis: Insular, 2014.

DASSIE, Bruno Alves. **Euclides Roxo e a constituição da Educação Matemática no Brasil**. 2008. 271 f. Tese (Doutorado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2008. Disponível em: https://app.uff.br/riuff/bitstream/1/9522/1/Tese%20Bruno%20Alves%20Dassie.pdf. Acesso em: 27 maio 2021.

FARIA, Rosicléia Lopes de. Formação do Cidadão Republicano: a implantação da Escola Pública em Patos de Minas-MG - Grupo Escolar Marcolino de Barros (1913-1928). In: ARAÚJO, José Carlos Souza; RIBEIRO, Betânia de O.; SOUZA, Sauloéber Társio de.

Grupos escolares na modernidade mineira: Triângulo e Alto Paranaíba. Campinas: Editora Alínea, 2012.

FERREIRA, Ana Emília Cordeiro Souto; CARVALHO, Carlos Henrique de. Integrar, Instruir e Moralizar: o Grupo Escolar de Villa Platina no cenário da Primeira República, Ituiutaba-MG (1908-1920). In: ARAÚJO, José Carlos Souza; RIBEIRO, Betânia de O.; SOUZA, Sauloéber Társio de. **Grupos escolares na modernidade mineira:** Triângulo e Alto Paranaíba. Campinas: Editora Alínea, 2012.

FERREIRA, Jefferson dos Santos. Os fins do ensino de matemática na proposta de José Ribeiro Escobar para o programa de aritmética e álgebra da escola normal de São Paulo, 1926. **HISTEMAT**, v. 5, n. 1, p. 34-48, 2019. Disponível em: http://www.histemat.com.br/index.php/HISTEMAT/article/viewFile/250/192. Acesso em: 20 maio 2020.

FIGUEIREDO, Cândido de. **Novo dicionário da língua portuguesa**. Lisboa: Tavares Cardoso & Irmão — Editores, 1899.

FORTALEZA, Francisca Janice dos Santos. **A escolarização da matemática nos grupos escolares paraenses (1899-1930)**. 2017. 200f. Dissertação (Mestrado) - Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, Belém, 2017. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/193820. Acesso em: 09 abril 2021.

FRAGA, Andréa Silva de. O Estudo e sua materialidade: revista das alunas-mestras da escola complementar/normal de Porto Alegre/RS (1922-1931). **História da Educação**, v. 17, n. 40, p. 69-97, 2013.

FURETIÈRE, Antoine. **Dictionnaire universel, contenant généralement tous les mots françois tant vieux que modernes, & les termes des sciences et des arts**. Tome 1. Bibliotheque Nacional de France: A La Haye et à Rotterdam, 1690.

GASPAR, Maria de Lourdes Ribeiro; BORGES, Vera Lúcia Abrão. Ecos do Progresso: práticas e representações sociais no Grupo Escolar Delfim Moreira (1908-1931) – Araxá-MG. In: ARAÚJO, José Carlos Souza; RIBEIRO, Betânia de O.; SOUZA, Sauloéber Társio de. **Grupos escolares na modernidade mineira:** Triângulo e Alto Paranaíba. Campinas: Editora Alínea, 2012.

GASPAR DA SILVA, Vera Lucia. Vitrines da República: os grupos escolares em Santa Catarina (1889 - 1930). In D. G. Vidal (Org.), **Grupos escolares:** cultura escolar primária e escolarização da infância no Brasil (1893 - 1971) (p. 341- 376). Campinas, SP: Mercado de Letras, 2006.

GIL, Antônio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4.ed. São Paulo: Atlas, 2002.

GONZALES, Katia Guerchi. **Elementos Históricos do Ensino da Álgebra no contexto do Mato Grosso: Uma análise feita nas práticas registradas no texto didático do Professor Firmo José Rodrigues (1920-1930)**. 2010. 228 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Fundação Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2010.

Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/201556. Acesso em: 20 maio 2020.

GOODSON, Ivor F. **A construção social do currículo**. Lisboa: Educa, 1997.

GUIMARÃES, Marcos Denilson. Volume 2: História Internacional. In: VALENTE, W. R. (Org.). **Cadernos de Trabalho II**. São Paulo: Livraria da Física, 2018.

GUIMARÃES, Rosângela M. Castro; GATTI JÚNIOR, Décio. O Método Intuitivo na Escolarização Republicana: indícios da circulação de conhecimentos teóricos e da realização e práticas relativas ao ensino intuitivo no Grupo Escolar de Uberaba-MG (1908-1918). In: ARAÚJO, José Carlos Souza; RIBEIRO, Betânia de O.; SOUZA, Sauloéber Társio de. **Grupos escolares na modernidade mineira:** Triângulo e Alto Paranaíba. Campinas: Editora Alínea, 2012.

GUSSI, João Carlos. **O ensino da matemática no Brasil: análise dos programas de ensino do Colégio Pedro II (1837 a 1931)**. 2011. 142 f. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Metodista de Piracicaba, Piracicaba, 2011.

HALLEWELL, Laurence. **O livro no Brasil:** sua história. Trad. Maria da Penha Villalobos, Lólio Lourenço de Oliveira e Geraldo Gerson de Souza. 3ª ed. São Paulo: Editora Universidade de São Paulo, 2012.

HÉBRARD, Jean. A escolarização dos saberes elementares na época moderna. **Teoria & Educação**, v. 2, p. 66-110, 1990.

HOFFMANN, Yohana Taise; COSTA, David Antonio da. Primeira Conferência Estadual de Ensino Primário em Santa Catarina: trabalhos manuais nas escolas primárias. **HISTEMAT**, v. 3, p. 6-22, 2017.

HOFFMANN, Yohana Taise; COSTA, David Antonio da. HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CONSERVAÇÃO DA CULTURA ESCOLAR. **Relime**, v. 21, n. 1, p. 11-28, 2018. Disponível em: https://dx.doi.org/10.12802/relime.18.2111. Acesso em: 20 maio 2020.

HOFFMANN, Yohana Taise; COSTA, David Antonio da. Mobilization of sources for preservation of school culture: an experience in the history of Mathematics education in Brazil. **History of Education & Children's Literature**, v. XIV, n. 2, p. 953-969, 2019.

HOFSTETTER, Rita; SCHNEUWLY, Bernard. Saberes: um tema central para as profissões do ensino e da formação. In: HOFSTETTER, R.; VALENTE, W. R. (Org.). **Saberes em (trans)formação:** tema central da formação de professores. 1ª ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017, p. 113-172.

HONORATO, Tony. **Escola complementar e normal de Piracicaba:** formação, poder e civilidade (1897-1921). 2011. 254 f. Tese (Doutorado) - Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Faculdade de Ciencias e Letras, Araraquara, São Paulo, 2011. Disponível em: http://hdl.handle.net/11449/154602. Acesso em: 27 julho 2021.

HONORATO, Tony; NERY, Ana Clara Bortoleto. Constituição, agentes e usos de uma biblioteca de formação de professores (1897-1923). **Revista Brasileira De História Da Educação**, v. 17, n. 2, p. 175 – 207, 2017.

ISOBE, Rogéria Moreira Rezende. Os Grupos Escolares e a Inspeção Técnica do Ensino em Minas Gerais. In: ARAÚJO, José Carlos Souza; RIBEIRO, Betânia de O.; SOUZA, Sauloéber Társio de. **Grupos escolares na modernidade mineira:** Triângulo e Alto Paranaíba. Campinas: Editora Alínea, 2012.

JULIA, Dominique. A cultura escolar como objeto histórico. **Revista Brasileira de História da Educação**, v. 1, n. 1, p. 9-43, jan./jun. 2001. Disponível em: http://periodicos.uem.br/ojs/index.php/rbhe/article/view/38749/20279. Acesso em: 20 maio 2020.

KÜCHEMANN, Dietmar. Algebra. In: K.M. Hart (org.). Children's Understanding of Mathematics. London: Joh Murray, 1987, p. 102-119.

KYRIAKOU, Raeann. **New York State Elementary School Teacher Certification and Examinations in Mathematics in the Nineteenth Century**. 2014, 339 f. Tese (Doutorado em Filosofia). Universidade de Columbia, Nova Iorque, 2014. Disponível em: https://search.proquest.com/docview/1504644237. Acesso em: 20 maio 2020.

LAMBERT, Kevin. A natural history of mathematics: George Peacock and the making of English algebra. **Isis**, v. 104, n. 2, p. 278-302, 2013.

LAROUSSE, Pierre. **Grand Dictionnaire universel du XIX^{e} siècle.** Tome 1. Paris: Larousse, 1866.

LE GOFF, Jacques. **História e Memória**. Tradução de Bernardo Leitão. et al. Campinas, SP. Editora da UNICAMP, 1990.

LIMA, Geraldo Gonçalves de. O Grupo Escolar Honorato Borges em Patrocínio-MG (1913-1930) e a Modernização do Ensino Público Primário. In: ARAÚJO, José Carlos Souza; RIBEIRO, Betânia de O.; SOUZA, Sauloéber Társio de. **Grupos escolares na modernidade mineira:** Triângulo e Alto Paranaíba. Campinas: Editora Alínea, 2012.

LIMAS, Jacqueline Policarpo de. **Orientações para o ensino de aritmética no curso complementar Jerônimo Coelho em Laguna - Santa Catarina (1911-1947)**. 2016. 197f. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica) – Centro de Ciências Físicas e Matemáticas, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2016. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/171547. Acesso em: 09 abril 2021.

LIMAS, Jacqueline Policarpo de; COSTA, David Antonio da. O ensino de Aritmética na formação do professor primário no Curso Complementar em Santa Catarina. **REMATEC**, v. 11, n. 23, p. 64-85, 2016.

LUDKE, Menga; ANDRÉ, Marli E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

MACIEL, Viviane Barros. **ELEMENTOS DO SABER PROFISSIONAL DO PROFESSOR QUE ENSINA MATEMÁTICA:** uma aritmética para ensinar nos manuais pedagógicos (1880 - 1920). 2019. 313f. Tese (Doutorado em Ciências). Universidade Federal de São Paulo, Programa de Pós-Graduação em Educação e Saúde na Infância e na Adolescência, São Paulo, 2019. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/199390. Acesso em: 20 maio 2020.

MARASSI, Ticiane Bombassaro. João dos Santos Areão fala às semanas: Os temas da nacionalização do ensino. In: TEIVE, Gladys Mary Ghizoni (Org.). **Professor Areão:** Eperiências de um "bandeirante paulista do ensino" em Santa Catarina (1912-1950). Florianópolis: Insular, 2014.

MARTINS, Elizabeth; DA SILVA, Vera Lucia Gaspar. A ATUAÇÃO DE CACILDA GUIMARÃES: LUGARES E FAZERES (SANTA CATARINA, 1907- 1931). **Revista História da Educação**, v. 16, n. 36, p. 121-138, 2012.

MESQUITA, Hairley Figueira. **A constituição da rubrica Álgebra em território capixaba (1843 1935)**. 2019. 140 f. Dissertação (Mestrado em Ensino na Educação Básica). Universidade Federal do Espírito Santo, Centro Universitário Norte do Espírito Santo, São Mateus, 2019. Disponível em: http://www.ensinonaeducacaobasica.ufes.br/pt-br/pos-graduacao/PPGEEB/detalhes-da-tese?id=13889. Acesso em: 20 maio 2020.

METZ, Lauro Igor. **O ensino de Matemática do secundário de uma escola confessional do Estado do Paraná entre 1940 e 1947**. 2008. 113 f. Dissertação (Mestrado em Educação). Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Programa de Pós-graduação em Educação, Curitiba, 2008.

MIGUEL, Antônio; FIORENTINI, Dário; MIORIN, Maria Ângela. Álgebra ou Geometria: para onde pende o pêndulo? **Pro-posições**, v. 3, n. 1, p. 39-54, 1992. Disponível em: https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/proposic/article/view/8644424. Acesso em: 20 maio 2020.

MONROE, Walter Scott; HERRIOTT, Marion Eugene. **Reconstruction of the secondary-school curriculum its meaning and trends**. University of Illinois, Urbana, p. 132, 1928. Disponível em: https://archive.org/details/reconstructionof41monr/mode/2up. Acesso em: 20 maio 2020.

MOURA, Elmha Coelho Martins. A Estátua Equestre de D. Pedro I e a Educação Matemática nas Escolas de Aprendizes Artífices no Início da República. **Bolema**, v. 30, n.56, p. 1244-1259, 2016. Disponível em: https://www.scielo.br/pdf/bolema/v30n56/1980-4415-bolema-30-56-1244.pdf. Acesso em: 20 maio 2020.

MUNIZ, Bruno Fernando. **Aritmética, Geometria e Álgebra nos Programas de Ensino das Escolas Normais no Brasil (1910-1945)**. 2018. 113f. Dissertação (Mestrado em Educação), Universidade do Vale do Sapucaí – UNIVÁS, Porto Alegre, 2018. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/189239. Acesso em: 20 maio 2020.

NÓBREGA, Paulo de. Contribuições de dissertações do PPGE-CED-UFSC para o estudo da história da educação em Santa Catarina (1890-1940): uma abordagem na longa duração. In: Laffin, M. H. L. F.; RAUPP, M. D.; DURLI, Z. (Org.). **Professores para a escola**

catarinense: contribuições teóricas e processos de formação. 1ed. Florianópolis: Editora da UFSC, 2005, v. 1, p. 109-138.

NOVA ORIENTAÇÃO NA POLÍTICA ESCOLAR. **O Observador Econômico e Financeiro**. Rio de Janeiro, n. 102, p. 82, julho, 1944. Disponível em: http://memoria.bn.br/DocReader/123021/16174. Acesso em: 30 julho 2020.

OGILVIE, John. **The Student's English Dictionary**. Londres: BLACKIE & SON, 1896.

OLIVEIRA, Marcus Aldenisson de. Antonio Bandeira Trajano e a renovação pedagógica lida em livros escolares: ensinar aritmética de modo intuitivo (final do século xix). **Revista História da Educação**, v. 23, p. 1-41, 2019. Disponível em: https://seer.ufrgs.br/asphe/article/view/79977. Acesso em: 20 maio 2020.

OLIVEIRA, Marcus Aldenisson de. Volume 1: Circulação. In: VALENTE, W. R. (Org.). **Cadernos de Trabalho II**. São Paulo: Livraria da Física, 2018.

OLIVEIRA, Marcus Aldenisson. **Antonio Bandeira Trajano e o método intuitivo para o ensino de Arithmetica (1879-1954)**. 2013. 142f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Tiradentes/Unit, Aracaju/SE, 2013.

OLIVEIRA, Tito Cardoso de. **Arithmetica complementar**. 8ª edição. Belém, PA, 1919. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/163573. Acesso em: 20 maio 2020.

OLIVEIRA FILHO, Francisco. As revistas pedagógicas e o ensino de frações: um artigo de Benedicto Galvão. In: Seminário Temático, 12, 2015, Curitiba. **Anais do XII Seminário Temático**. Curitiba: PUCPR, 2015. p. 157-167. Disponível em: http://www2.td.utfpr.edu.br/seminario_tematico/ANAIS/12_OLIVEIRA_FILHO.pdf. Acesso em: 20 maio 2020.

PEACOCK, George. **A TREATISE ON ALGEBRA:** Vol. 1 Arithmetical Algebra. Cambridge: J. & J. J. Deighton; London, G. F. & J. Rivington, 1842. Disponível em: https://archive.org/details/bub_gb_Ap54gR4l-y8C. Acesso em: 20 maio 2020.

PINHEIRO, Antonio Carlos Ferreira. **Da Era das Cadeiras Isoladas à Era dos Grupos Escolares na Paraíba**. Campinas: Editora Autores Associados, 2002.

POFFO, Janaína. **Álgebra nos Anos Finais do Ensino Fundamental: Reflexões e Atividades Pedagógicas**. 2011. 143f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática). Universidade Regional de Blumenau, 2011. Disponível em: https://bu.furb.br//docs/DS/2010/348207_1_1.pdf. Acesso em: 20 maio 2020.

PORTELA, Mariliza Simonete. **As cartas de Parker na matemática da escola primária paranaense na primeira metade do século XX:** circulação e apropriação de um dispositivo didático. Tese (Doutorado em Educação). PUC/Paraná, 2014. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/128465. Acesso em: 20 maio 2020.

RETTO JUNIOR, Adalberto da Silva. De Lisboa a São Paulo: o itinerário profissional do engenheiro português Victor da Silva Freire Júnior.Um aporte documental. **REVISTA BRASILEIRA DE HISTÓRIA DA CIÊNCIA**, v. 11, p. 54-70, 2018. Disponível em: https://www.sbhc.org.br/arquivo/download?ID_ARQUIVO=2847. Acesso em: 07 jan. de 2022.

ROCHA, Ivone Lemos da. **Álgebra para resolver problemas: as propostas de Otelo de Souza Reis e Tito Cardoso de Oliveira, década de 1910**. 2019. 105f. Dissertação (Mestrado em Ciências: Educação e Saúda da Infância e Adolescência). Universidade Federal de São Paulo, Pós-graduação em Educação e Saúde, Guarulhos, 2019. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/201746. Acesso em: 20 maio 2020.

ROCHA, Ivone Lemos da; BERTINI, Luciane de Fatima. ÁLGEBRA NO ENSINO PRIMÁRIO BRASILEIRO: SUA RELAÇÃO COM OS PROBLEMAS DE ARITMÉTICA NO INÍCIO DO SÉCULO XX. **HISTEMAT**, v. 5, n. 3, p. 116-130, 2019. Disponível em: http://histemat.com.br/index.php/HISTEMAT/article/view/289. Acesso em: 20 maio 2020.

RODRIGUÊS, Jeremias Stein; COSTA, David Antonio da. EQUIDIFFERENÇA E PROPORÇÃO: QUAL A RELAÇÃO DESTES CONTEÚDOS COM O ENSINO DE ÁLGEBRA NA INSTRUÇÃO ELEMENTAR DO FINAL DO SÉCULO XIX E INÍCIO DO SÉCULO XX? **História da Educação**, v. 25, p. 1-29, 2021a. Disponível em: https://seer.ufrgs.br/asphe/article/view/102348/pdf. Acesso em: 27 maio 2021.

RODRIGUÊS, Jeremias Stein; COSTA, David Antonio da. A formação de professores do ensino elementar segundo a Comissão dos quinze: forma escolar e os saberes para ensinar. **Educar em Revista**, Curitiba, v. 37, e75114, 2021b.

RODRIGUÊS, Jeremias Stein; COSTA, David Antonio da. A Escola Primaria: Francisco Cabrita e a Álgebra para o ensino elementar. **Zetetike**, Campinas, SP, v. 28, p. e020033, 2020. Disponível em: https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8660916. Acesso em: 7 julho 2021.

RODRIGUÊS, Jeremias Stein; COSTA, David Antonio da. A Comissão dos Quinze e os Primeiros Movimentos Acerca do Ensino da Álgebra na Escola Primária Brasileira. **Acta Scientiae**, v. 21, n. 6, p. 150-172, 2019. Disponível em: http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/viewFile/5450/pdf_1. Acesso em: 20 maio 2020.

RODRIGUÊS, Jeremias Stein; GODOI, Anieli Joana de; COSTA, David Antonio da. O ensino brasileiro de Álgebra segundo a revista “A Escola Primaria” (1917-1928). **Revista Linhas**. Florianópolis, v. 22, n. 50, p. 266-292, set./dez. 2021.

SANTOS, Ivanete Batista dos. **Edward Lee Thorndike e a conformação de um novo padrão pedagógico para o ensino de matemática (Estados Unidos, primeiras décadas do século XX)**. 2006. 283 f. Tese (Doutorado em Educação: História, Política, Sociedade), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2006. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/169135. Acesso em: 20 maio 2020.

SANTOS, Piersandra Simão dos**. A escolarização da Matemática no Grupo Escolar Lauro Müller (1950 – 1970)**. 2014. 163 f. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica) — Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2014. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/126566. Acesso em: 27 maio 2021.

SANTOS, Valdecí Josefa de Jesus. **Uma investigação acerca dos saberes elementares matemáticos na formação de normalistas em Sergipe (1890 – 1930)**. 2015. 127 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão, 2015. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/133878. Acesso em: 20 maio 2020.

SANTOS, Sônia Maria dos; PEREIRA, Wendell Luiz. Grupo Escolar Raul Soares: expressão de civilidade (Araguari-MG, 1908). In: ARAÚJO, José Carlos Souza; RIBEIRO, Betânia de O.; SOUZA, Sauloéber Társio de. **Grupos escolares na modernidade mineira:** Triângulo e Alto Paranaíba. Campinas: Editora Alínea, 2012.

SCHUBRING, Gert. Pesquisar sobre a história do ensino da matemática: metodologia, abordagens e perspectivas. In: MOREIRA, D.; MATOS, J. M. (Org.). **História do Ensino de Matemática em Portugal**. Lisboa, Portugal: Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação, 2005.

SCHUBRING, Gert. **Análise histórica de livros de matemática:** notas de aula. Tradução Maria Laura Magalhaes Gomes. Campinas, SP: Autores Associados, 2003.

SCHWARTZBERG, Rhea Zirkes. **A Case Analysis Of Two Major American Reform Proposals: A Nation At Risk And Report Of The Committee On Secondary School Studies**. 1988, 201 f. Tese (Doutorado em Educação). Universidade da Flórida, Flórida, 1988. Disponível em: https://archive.org/details/caseanalysisoftw00schw/page/n6. Acesso em: 20 maio 2020.

SILVA, Cristiani Bereta da. Cultura escolar e cultura política: projeto de nacionalização e o jornal escolar A Criança Brasileira (Santa Catarina, 1942-1945). **História da Educação**, v. 17, n. 40, p. 175-195, 2013.

SILVA, Rosania Maria da. **Diferentes usos da variável por alunos do ensino fundamental**. 2009. 141 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009. Disponível em: https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11400#preview-link0. Acesso em: 27 maio 2020.

SILVA, Ana Claudia da. Instituto de Educação de Florianópolis (1930-1940): olhares sobre a infância e a formação de professores In: Laffin, M. H. L. F.; RAUPP, M. D.; DURLI, Z. (Org.). **Professores para a escola catarinense: contribuições teóricas e processos de formação**. 1ed. Florianópolis: Editora da UFSC, 2005, v. 1, p. 39-66.

SILVA, Ruy de Lima e. **Arithmetica Pratica e Formulario**. Rio de Janeiro: Besnard Frère, 1923. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/192976. Acesso em: 20 maio 2020.

SILVA, Antonio de Moraes. **Diccionario da Lingua Portugueza:** volume 1. Rio de Janeiro: Empreza Litteraria Fluminense, 1890.

SILVA, Elizabeth Farias da; NOPES, Adriane; VILELA, Claudia O. Cury. Modernidade, Modernização e Educação: apontamentos sobre a categoria modernidade e possibilidades de crítica. In: ARAÚJO, José Carlos Souza; RIBEIRO, Betânia de O.; SOUZA, Sauloéber Társio de. **Grupos escolares na modernidade mineira:** Triângulo e Alto Paranaíba. Campinas: Editora Alínea, 2012.

SILVA, Bianca Franchini da; RODRIGUES, Rosângela Hammes. Entre pontos e sabatinas: conteúdos de ensino de português na Escola Normal Primária do Instituto de Educação de Florianópolis do ano de 1938. **Acta Scientiarum**, Maringá, v. 39, n. 4, p. 355-368, 2017. Disponível em: http://periodicos.uem.br/ojs/index.php/ActaSciLangCult/article/view/31284/pdf. Acesso em: 20 maio 2020.

SILVA NETO, Oscar. **A caracterização de uma Aritmética Industrial para oensino industrial e técnico brasileiro (1942-1968)**. 2021. 233f. Tese (Doutorado) submetida ao Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2021. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/230703. Acesso em: 11 out. 2022

SOUZA, Rosa Fátima de. As disputas pelo currículo e a renovação da escola primária nos estados unidos na transição do século 19 para o século 20. **História da Educação**, v. 20, n. 48, p. 35-53, 2016. Disponível em: https://www.scielo.br/pdf/heduc/v20n48/1414-3518-heduc-20-48-00035.pdf. Acesso em: 20 maio 2020.

SOUZA, Tarcísio Luiz Leão e. **Elementos históricos da educação matemática no Amazonas: livros didáticos para o ensino primário no período de 1870 a 1910**. 2010. 160 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2010. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/126167. Acesso em: 20 maio 2020.

SOUZA, Thuysa Schlichting de. **Entre o ensino ativo e a escola ativa:** os métodos de ensino de aritmética nos Grupos Escolares catarinenses (1910-1946). 223f. Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Santa Catarina, Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica, Florianópolis, Santa Catarina, 2016. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/160937. Acesso em: 09 out. 2022.

SOUZA, Carla A.; GARNICA, Antonio V. M. Sobre a Dinâmica de Circulação de Ideias (em Educação Matemática). **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 9, n. 20, p. 413-446, 2016. Disponível em: https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/2880/2241. Acesso em: 20 maio 2020.

STENTZLER, Márcia Marlene. **Entre questões lindeiras e a superação de fronteiras:** a Escola Complementar em Porto União (SC) e União da Vitória (PR), 1928-1938. 2015. 181 f. Tese (Doutorado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2015. Disponível em: https://acervodigital.ufpr.br/handle/1884/38171. Acesso em: 20 maio 2020.

TANURI, Leonor Maria. História da formação de professores. **Revista Brasileira de Educação**, n. 14, p. 61-88, 2000.

TEIVE, Gladys Mary Ghizoni. João dos Santos Areão: em seis tempos. In: TEIVE, Gladys Mary Ghizoni (Org.). **Professor Areão:** Eperiências de um “bandeirante paulista do ensino” em Santa Catarina (1912-1950). Florianópolis: Insular, 2014a.

TEIVE, Gladys Mary Ghizoni. “Como no tempo das bandeiras”: A primeira expedição do professor Areão em Santa Catarina. In: TEIVE, Gladys Mary Ghizoni (Org.). **Professor Areão:** Eperiências de um “bandeirante paulista do ensino” em Santa Catarina (1912-1950). Florianópolis: Insular, 2014b.

TEIVE, Gladys Mary Ghizoni. **“Uma vez normalista, sempre normalista”:** cultura escolar e produção de um *habitus* pedagógico (Escola Normal Catarinense – 1911/1935). Florianópolis: Insular, 2008.

TEIVE, Gladys Mary Ghizoni; DALLABRIDA, Norberto. **A escola da república:** os grupos escolares e a modernização do ensino primário em Santa Catarina (1911-1918). Campinas: Mercado de Letras, 2011.

TEIXEIRA JUNIOR, Oscar. **Escola complementar de campinas 1903-1911:** espaço, cultura e saberes escolares. 2005. 266 f. Dissertação (Mestrado em Educação), Universidade Estadual de campinas, Faculdade de Educação, campinas, São Paulo, 2005.

TORREZ, Carla Terezinha Botelho. **A matemática na formação do professor primário nos Institutos de Educação de Santa Catarina na década de 1930**. 2018. 131 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós-graduação em Educação Científica e Tecnológica, Centro de Ciências Físicas e Matemáticas, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2018. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/185723. Acesso em: 31 agosto 2021.

TRIGUEROS, Maria; REYES, Araceli; URSINI, Sonia; QUINTERO, Ricardo. Diseño de un cuestionario de diagnóstico acerca del manejo del concepto de variable em el álgebra. **Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas**, Barcelona, Espanha, v. 14, n. 3, p. 351-364, 1996. Disponível em: https://raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/21465. Acesso em: 27 maio 2020.

UNGLAUB, Tânia Regina da Rocha. Contribuições do professor Areão para a construção de sensibilidades nacionalistas através do canto orfeônico. In: TEIVE, Gladys Mary Ghizoni (Org.). **Professor Areão:** Eperiências de um “bandeirante paulista do ensino” em Santa Catarina (1912-1950). Florianópolis: Insular, 2014.

VALENTE, Wagner Rodrigues. História da Educação Matemática em perspectiva iberoamericana: relações entre campo disciplinar e ciências da educação. **Revista História da Educação**, v. 24, p. 1-7, 2020. Disponível em: https://seer.ufrgs.br/asphe/article/view/101986/pdf. Acesso em: 20 maio 2020.

VALENTE, Wagner Rodrigues. Saber objetivado e formação de professores: Reflexões pedagógico-epistemológicas. **História da Educação**, Santa Maria, v. 23, p. 1-22, 2019a. Disponível em: https://seer.ufrgs.br/asphe/article/view/77747/pdf. Acesso em: 20 maio 2020.

VALENTE, Wagner Rodrigues. A ARITMÉTICA INTUITIVA COMO UMA MATEMÁTICA A ENSINAR, 1870-1920. **Educação Matemática em Revista**, v. 24, n. 61, p. 54-66, 2019b. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/197221. Acesso em: 20 maio 2020.

VALENTE, Wagner Rodrigues. Processos de investigação histórica da constituição do saber profissional do professor que ensina matemática. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 20, n.3, p. 377-385, maio/jun. 2018. Disponível em: http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/viewFile/3906/3178. Acesso em: 20 maio 2020.

VALENTE, Wagner Rodrigues. A Matemática para o Professor dos Primeiros Anos Escolares – a Álgebra Entre a Cultura Enciclopédica e a Formação Profissional. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, v.10, n. 01, p. 8-14. 2017a. Disponível em: https://revista.pgsskroton.com/index.php/jieem/article/view/4738. Acesso em: 20 maio 2020.

VALENTE, Wagner Rodrigues. Cadernos de professores: da matemática para ensinar para a matemática para ensinar ensinada. In: Seminário Temático, 15, 2017, Pelotas. **Anais do XV Seminário Temático**. Pelotas: UFPel, p. 1-12, 2017b. Disponível em: https://xvseminariotematico.paginas.ufsc.br/files/2017/03/VALENTE_T3.pdf. Acesso em: 20 maio 2020.

VALENTE, Wagner Rodrigues. A MATEMÁTICA NOS PRIMEIROS ANOS ESCOLARES: ELEMENTOS OU RUDIMENTOS? **História da Educação**, v. 20, n. 49, p. 33-47, 2016. Disponível em: https://www.scielo.br/pdf/heduc/v20n49/2236-3459-heduc-20-49-00033.pdf. Acesso em: 20 maio 2020.

VALENTE, Wagner Rodrigues. Oito temas sobre História da Educação Matemática. **REMATEC**, ano 8, n. 12, p. 22-50, 2013. Disponível em: https://core.ac.uk/download/pdf/38424062.pdf. Acesso em: 20 maio 2020.

VALENTE, Wagner Rodrigues. Livro didático e educação matemática: uma história inseparável. In: **ZETETIKÉ**, v. 16, n. 30, 2008. Disponível em: https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646894. Acesso em: 20 maio 2020.

VALENTE, Wagner Rodrigues. História da Educação Matemática: interrogações metodológicas. **REVEMAT**, v. 2, n. 2, p. 28-49, 2007. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/12990. Acesso em: 20 maio 2020.

VALLE, Ione Ribeiro. **Sociologia da Educação:** currículo e saberes escolares. 2ª ed. Florianópolis: Editora da UFSC, 2014. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/187672. Acesso em: 20 maio 2020.

VECHIA, Ariclê; LORENZ, Karl Michael. **Programa de Ensino da Escola Secundária Brasileira (1850-1951)**. Curitiba: Ed. do Autor, 1998.

VINCENT, Guy; LAHIRE, Bernard; THIN, Daniel. Sobre a história e a teoria da forma escolar. **Educação em Revista**, Belo Horizonte, n. 33, p. 7- 47, 2001. Disponível em: http://educa.fcc.org.br/pdf/edur/n33/n33a02.pdf. Acesso em: 20 maio 2020.

WHITNEY, William Dwight. **The Century Dictionary and Cyclopedia**: volume I. Nova Iorque: The Century Co., 1902.

YAZBECK, Lola. **Sementes da inclusão: grupos escolares de Juiz de Fora 1907 – 2007**. Juiz de Fora: Editora da UFJF, 2007.